

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Estudio numérico comparativo de distintos modelos de turbulencia sobre un perfil NACA 0012

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Aeroespacial

P R E S E N T A

Héctor Santiago Delgado Guevara

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Gibran Jalil Garnica Castro



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2026

PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Titulación con trabajo escrito)

De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado ESTUDIO NUMERICO COMPARATIVO DE DISTINTOS MODELOS DE TURBULENCIA SOBRE UN PERFIL NACA 0012 que presenté para obtener el titulo de INGENIERO AEROESPACIAL es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

HECTOR SANTIAGO DELGADO GUEVARA
Número de cuenta: 421114337

Dedicatoria

A mi familia, por su apoyo durante todo este trabajo y especialmente por su paciencia; ustedes me formaron y su guía fue fundamental en mi formación académica y futura profesional.

A mis profesores, especialmente a mi asesor Gibran, a la coordinadora Cesia y al secretario académico Diego, por facilitarme los conocimientos, instalaciones y recursos que hicieron posible el desarrollo de este proyecto y por motivarme cada día a nunca rendirme.

A mi novia Aura y su familia, a la primera por ser el motor que me impulsa a vivir y a soñar con su amor y a la segunda por siempre acogerme y hacerme parte de sus planes.

A Ham, quien con su ingenio me ayudó a que el procesamiento de datos fuera mucho más sencillo, ahorrándome horas de trabajo.

A mis compañeros y amigos, tanto de clase como de servicio social, por soportarme cuando las cosas no salían bien y por estar ahí cuando sí salían bien.

Y a todas aquellas personas que ya no están, porque sin duda ustedes fueron parte importante de la culminación de este trabajo.

Agradecimientos

En primer lugar debo agradecer a mis padres quienes, a pesar de la presión, me apoyaron en el desarrollo de este proyecto. Su apoyo, más allá del apoyo económico para subsistir durante el largo año que estuve simulando después de terminar la carrera, fue crucial para no desistir de esta idea. Mi hermano Diego también tiene un gran mérito en todo esto, pues cuanto más me apremiaba el tiempo que estaba tomando este trabajo, él me motivaba con sus palabras. También estoy eternamente agradecido con mis abuelas y con mi abuelo, por asegurarse de que nunca me faltara nada y por seguir apoyándome en el camino de mi formación profesional y personal.

En segundo lugar, me gustaría reconocer a cada uno de los profesores y profesoras que tuve a lo largo de mi camino académico. No cabe duda de que cada uno de ustedes ha dejado una aportación muy valiosa y estén seguros de que adondequiera que el destino me lleve me acompañarán cada una de sus enseñanzas. Hago una mención especial a mi asesor, Gibran Garnica, quien desde un principio me brindó su confianza para llevar a cabo esta idea. Sin su guía, jamás habría avanzado más allá de la implementación de la geometría. Usted fue quien me introdujo al maravilloso mundo de la dinámica de fluidos computacional y solo Dios sabe si haré una vida de esto. De la misma manera merece un especial reconocimiento la coordinadora de la carrera, Cesia Fabela, quien me ofreció las facilidades para llevar a cabo las simulaciones. Sin usted, el tiempo que me hubiese llevado efectuar todas las simulaciones habría sido del orden de cuatro veces mayor que el que realmente tomó. Además, siempre me calmó cuando se perdían los resultados de los procesos interrumpidos por caídas de voltaje o actualizaciones no deseadas.

Hago una mención muy especial a Aura, mi pareja, quien puede pensar que no ha tenido nada que ver en esto, pero sin su ayuda jamás hubiese terminado. Eres mi energía y el motor principal de mi presente y mi futuro. Caminando de tu lado no existen imposibles y fuiste tú quien me recordaba mi valor y todo de lo que era capaz. Gracias por todo el amor y los días que me ayudaste a despejar mi mente de todo lo abrumador que puede llegar a ser realizar una tesis. También extiendo el agradecimiento a su familia, pues me han recibido siempre con mucho cariño y me han tratado como uno de ellos.

Mis amigos y compañeros fueron muy importantes en toda mi formación académica. Cada uno de ellos me marcó a su manera y siempre agradeceré haber tenido la oportunidad de crecer con ustedes. Estudiar para un examen o desvelarnos haciendo un proyecto era más ameno por su compañía. Son muchos, pero un agradecimiento especial a Jeremy, Alejandro, César, Emmanuel, Isaac, Ham, Roberto, Daniel, Osmar y a Daniela. Mis compañeros del servicio social también deben ser reconocidos, pues ellos me aguantaron cada una de las tardes frustrantes, y también tuve la oportunidad de crear muy lindos recuerdos con ellos. Acá no son muchos, así que gracias a Camila, Leslit, Gabriela y Juan. Por último, agradezco a mis amigos que no formaron parte de mi vida académica de licenciatura, pero que siempre se mantuvieron presentes en mi vida como Laura, Alexis, Jesús y Luna.

Por último quiero agradecer a todos los que fueron parte de mi camino pero que ya no están, ya sea por voluntad o por decisión de Dios. Hay muchas cosas que quedaron pendientes, pero solo quiero decir que, sea donde sea que estén, agradezco los buenos y los malos momentos. Las experiencias y aprendizajes que adquirí gracias a ustedes también me formaron y sin duda me hacen ser quien hoy yo soy. Gracias.

Resumen

Estudio Numérico Comparativo de Distintos Modelos de Turbulencia sobre un Perfil NACA 0012

El presente trabajo proporciona una comparación exhaustiva de los modelos de turbulencia disponibles para capturar el comportamiento de un flujo subsónico sobre un perfil NACA 0012. Se realizó un barrido del ángulo de ataque (α) de -12° a 20° a un número de Reynolds de 3×10^6, manteniendo la velocidad del flujo constante. Para ello, se utilizó un software que resuelve las ecuaciones de continuidad y momentum en estado transitorio en conjunto con uno de nueve modelos de turbulencia: Spalart-Allmaras, k-ϵ estándar, k-ω SST, GEKO, transición k-kl-ω, transición SST, esfuerzos de Reynolds (RSM), simulación adaptativa a escalas (SAS) y simulación de remolinos separados (DES). La validación de estos modelos se llevó a cabo mediante una comparación con resultados experimentales del perfil seleccionado. El objetivo de este trabajo es mostrar las diferentes representaciones del fenómeno turbulento sobre un perfil de ángulo de ataque variable y analizar cuál de estos modelos representa de mejor manera los resultados experimentales y cuál es el más efectivo para evaluar el flujo externo sobre un perfil aerodinámico de uso aeronáutico. El dominio computacional está discretizado mediante una malla estructurada de tipo C, compuesta de aproximadamente 770,000 elementos, con especial atención al refinamiento cerca del perfil para una correcta captura de la capa límite.

Abstract

Comparative Numerical Study of Different Turbulence Models over a NACA 0012 Airfoil

The present work provides a comprehensive comparison of the available turbulence models by evaluating the behavior of a subsonic flow over a NACA 0012 airfoil. A sweep of the angle of attack (α) was performed in the range of -12° to 20° at a Reynolds number of 3×10^6, while maintaining a constant flow velocity. To achieve this, software was used to solve the continuity and momentum equations in a transient regime in conjunction with one of nine turbulence models: Spalart-Allmaras, k-ϵ standard, k-ω SST, GEKO, transition k-kl-ω, transition SST, Reynolds Stress Model (RSM), Scale-Adaptive Simulation (SAS) and Detached Eddy Simulation (DES). The validation of these models was carried out by comparing them with the experimental results for the selected airfoil. The objective of this study is to present the different representations of the turbulent phenomenon over an airfoil with variable angle of attack and to analyze which of these models better represents the experimental results and which is more effective for evaluating the external flow around an aerodynamic profile used in aeronautical applications. The computational domain was built using a structured C-type mesh consisting of approximately 770,000 elements, with special attention given to the refinement near the airfoil to ensure an adequate capture of the boundary layer.

Índice de figuras

1. Notación esquemática utilizada para describir los esfuerzos que actúan en un fluido 27
2. Separación de flujo sobre una superficie curva (Traducida del ingles) 30
3. Proceso de transición sobre una placa plana (Traducida del inglés) 31
4. Tipos de flujos turbulentos 32
5. Escalas de longitud y cascada de energía turbulenta (Traducida del inglés) 33
6. Clasificación de los modelos de turbulencia 34
7. Estructuras resueltas de un cilindro en flujo cruzado. 51
8. Arreglo de datos correspondientes a las coordenadas de la superficie del perfil . . . 56
9. Modificación que permite capturar correctamente el cierre del borde de salida . . . 56
10. Dominio en C con sus dimensiones correspondientes 57
11. Región que captura la estela con sus dimensiones correspondientes 57
12. Geometría final utilizada para el mallado 57
13. C-grid estructurada 60
14. Resultado final - malla 62
15. Regiones que conforman la capa límite turbulenta interna: subcapa viscosa, región búfer y zona logarítmica 63
16. Cálculo de la distancia estimada entre el perfil y el primer nodo para asegurar un $y^+ \leq 1$ 63
17. Distancia entre la pared y el nodo adyacente para asegurar un $y^+ \leq 1$ 64
18. Cantidad de capas y razón de crecimiento implementadas en la región estratificada 64
19. Región estratificada 64
20. Estudio de independencia de malla 65
21. Criterio de monitoreo de los residuos 69
22. Criterio de monitoreo del C_d (modelo RANS vs. DES) 70
23. Criterio de monitoreo del C_l (modelo RANS vs. DES) 70
24. Criterio de conservación de la masa 70
25. Verificación de la capa límite 71
26. C_l vs α 73
27. C_d vs C_l 73
28. C_p vs x/c 74

29. Diagrama de fase P vs. v del modelo DES a 10° 75
30. Espectro de energía del modelo DES a 10° 76
31. Configuración del proyecto para la implementación de modelos RANS y de transición 81
32. Configuraciones particulares del modelo GEKO 82
33. Configuraciones particulares del modelo RSM 82
34. Configuraciones particulares del modelo DES 84
35. Configuración de la discretización para el modelo DES 84
36. Curva de sustentación (C_l vs. α) de cada modelo (a. Spalart-Allmaras, b. $k-\varepsilon$ estándar, c. $k-\omega$ SST, d. GEKO, e. $k-kl-\omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES) comparada con la de Abbott & von Doenhoff 88
37. Curva de sustentación (C_l vs. α) global 89
38. Curva de arrastre (C_d vs. α) de cada modelo (a. Spalart-Allmaras, b. $k-\varepsilon$ estándar, c. $k-\omega$ SST, d. GEKO, e. $k-kl-\omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES) comparada con la de Abbott & von Doenhoff 90
39. Curva de arrastre (C_d vs. α) global 91
40. Polar (C_d vs. C_l) de cada modelo (a. Spalart-Allmaras, b. $k-\varepsilon$ estándar, c. $k-\omega$ SST, d. GEKO, e. $k-kl-\omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES) comparada con la de Abbott & von Doenhoff 92
41. Polar aerodinámica (C_d vs. C_l) global 93
42. Contorno del coeficiente de presión (C_p) a $\alpha = 16$ para los modelos con mejor desempeño comparados con la opción laminar (a. Laminar, b. Spalart-Allmaras, c.$k-\omega$ SST, d. GEKO, e. SAS, f. DES) 94
43. Error absoluto vs α (a. Spalart-Allmaras, b. $k-\varepsilon$ estándar, c. $k-\omega$ SST, d. GEKO, e. $k-kl-\omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES) 96
44. Error absoluto vs α global 97
45. Correlaciones de los modelos con los valores experimentales (a. Spalart-Allmaras, b. $k-\varepsilon$ estándar, c. $k-\omega$ SST, d. GEKO, e. $k-kl-\omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES) 98
46. Correlación global 99
47. Coeficiente de presión (C_p) a un $\alpha = 10°$ (a. Spalart-Allmaras, b. $k-\varepsilon$ estándar, c. $k-\omega$ SST, d. GEKO, e. $k-kl-\omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES) 100
48. Coeficiente de presión (C_p) a un $\alpha = 10°$ global 101
49. Coeficiente de presión (C_p) a un $\alpha = 0°$ de los modelos con mejor rendimiento . . 102
50. Coeficiente de presión (C_p) a un $\alpha = 10°$ de los modelos con mejor rendimiento . . 103
51. Coeficiente de presión (C_p) a un $\alpha = 16°$ de los modelos con mejor rendimiento . . 104

52. Contorno de presión a $\alpha = 16$ para los modelos con mejor desempeño (a. Laminar, b. Spalart-Allmaras, c.$k - \omega$ SST, d. GEKO, e. SAS, f. DES) 105
53. Perfil de velocidad adimensional a 0.25 c de los mejores modelos a α=16° 107
54. Perfil de velocidad adimensional a 0.5 c de los mejores modelos a α=16° 108
55. Perfil de velocidad adimensional a 0.75 c de los mejores modelos a α=16° 109
56. Perfil de velocidad adimensional a 0.95 c de los mejores modelos a α=16° 110
57. C_f vs x/c de los mejores modelos a $\alpha = 16°$ 111
58. C_f vs x/c de los mejores modelos a $\alpha = 18°$ 112
59. C_f vs x/c de los mejores modelos a $\alpha = 20°$ 113
60. Contorno de velocidad de los mejores modelos a un $\alpha = 0°$ (a.1.Laminar cercano, a.2. Laminar lejano, b.1. Spalart-Allmaras cercano, b.2. Spalart-Allmaras lejano, c.1. k-ω SST cercano, c.2. k-ω SST lejano, d.1. GEKO cercano, d.2. GEKO lejano, e.1. SAS cercano, e.2. SAS lejano, f.1. DES cercano, f.2. DES lejano) 115
61. Contorno de velocidad de los mejores modelos a un $\alpha = 10°$ (a.1.Laminar cercano, a.2. Laminar lejano, b.1. Spalart-Allmaras cercano, b.2. Spalart-Allmaras lejano, c.1. k-ω SST cercano, c.2. k-ω SST lejano, d.1. GEKO cercano, d.2. GEKO lejano, e.1. SAS cercano, e.2. SAS lejano, f.1. DES cercano, f.2. DES lejano) 116
62. Contorno de velocidad de los mejores modelos a un $\alpha = 16°$ (a.1.Laminar cercano, a.2. Laminar lejano, b.1. Spalart-Allmaras cercano, b.2. Spalart-Allmaras lejano, c.1. k-ω SST cercano, c.2. k-ω SST lejano, d.1. GEKO cercano, d.2. GEKO lejano, e.1. SAS cercano, e.2. SAS lejano, f.1. DES cercano, f.2. DES lejano) 117
63. Contorno de velocidad de los mejores modelos a un $\alpha = 20°$ (a.1.Laminar cercano, a.2. Laminar lejano, b.1. Spalart-Allmaras cercano, b.2. Spalart-Allmaras lejano, c.1. k-ω SST cercano, c.2. k-ω SST lejano, d.1. GEKO cercano, d.2. GEKO lejano, e.1. SAS cercano, e.2. SAS lejano, f.1. DES cercano, f.2. DES lejano) 118
64. Espectro de frecuencias de la velocidad v de la aproximación laminar (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 119
65. Espectro de frecuencias de la velocidad v del modelo Spalart-Allmaras (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 121
66. Espectro de frecuencias de la velocidad v del modelo k-ω SST (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 123

67. Espectro de frecuencias de la velocidad v del modelo DES (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 125

68. Espectro de energía de la velocidad v de la aproximación laminar (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 127

69. Espectro de energía de la velocidad v del modelo Spalart-Allmaras (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 129

70. Espectro de energía de la velocidad v del modelo k-ω SST (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 131

71. Espectro de energía de la velocidad v del modelo DES (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 133

72. Diagrama de fase de la velocidad v de la aproximación laminar (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 136

73. Diagrama de fase de la velocidad v del modelo Spalart-Allmaras (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 138

74. Diagrama de fase de la velocidad v del modelo k-ω SST (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 140

75. Diagrama de fase de la velocidad v del modelo DES (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2}) 143

76. o0 145

77. Capa de corte a un $\alpha = 20°$ (a. Laminar, b. Spalart-Allmaras, c. $k - \omega$ SST, d. DES) 146

78. Ubicación de las líneas y puntos de monitoreo para la captación de la vorticidad . . 146

79. Decaimiento de la vorticidad en la estela a $\alpha = 20°$ en la línea 1 (a. Laminar, b. Spalart-Allmaras, c. $k - \omega$ SST, d. DES) 147

80. Gráfica de eficiencia y evaluación del costo computacional 149

81. Matriz de decisión para la selección de modelos de turbulencia en aplicaciones aerodinámicas 167

82. Extracto final del libro "El mito de Sísifo" de Albert Camus 176

Índice de tablas

1. Comparativa de estudios previos realizados . . . 26
2. Comparativa de modelos de turbulencia según el tratamiento de las escalas . . . 33
3. Valores predeterminados de las constantes en el modelo Spalart-Allmaras . . . 37
4. Valores predeterminados de las constantes en el modelo $k-\varepsilon$ estándar . . . 39
5. Valores predeterminados de las constantes en el modelo $k-\omega$ SST . . . 41
6. Coeficientes del modelo GEKO . . . 42
7. Valores predeterminados de las constantes en el modelo $k-kl-\omega$ . . . 48
8. Valores predeterminados de las constantes en el modelo SST de transición . . . 49
9. Valores predeterminados de los parámetros del término Q_{SAS} . . . 52
10. Tamaño de los elementos según la zona . . . 61
11. Parámetros y ajustes utilizados para la evaluación de los modelos . . . 66
12. Esquemas de discretización . . . 67
13. C_l vs α [1] . . . 72
14. C_d vs C_l [1] . . . 72
15. Características del hardware . . . 77
16. Componentes vectoriales de la velocidad . . . 80
17. Posición de los monitores . . . 85
18. Tabla de parámetros de desempeño . . . 94
19. Tabla de puntos críticos . . . 95
20. Tabla de errores para el coeficiente de sustentación (C_l) . . . 100
21. Tabla de magnitudes críticas de presión . . . 106
22. Tabla de puntos de separación . . . 114
23. Frecuencias dominantes de la aproximación laminar . . . 119
24. Frecuencias dominantes del modelo Spalart-Allmaras . . . 121
25. Frecuencias dominantes del modelo $k-\omega$ SST . . . 123
26. Frecuencias dominantes del modelo DES . . . 125
27. Frecuencias dominantes en los diferentes puntos cuando se supera la pérdida . . . 126
28. Resumen de los aspectos más relevantes de los diagramas de fase . . . 143
29. Tabla del número de Strouhal de los mejores modelos a diferentes α . . . 144
30. Costo computacional . . . 148

31. Tabla de desempeño y ranking de modelos para este caso 173
32. Principales limitaciones del estudio y recomendaciones 174

Nomenclatura y símbolos

Acrónimos y Abreviaturas

3D Tres dimensiones

BSL De referencia (en inglés, Baseline)

CFD Dinámica de Fluidos Computacional (en inglés, Computational Fluid Dynamics)

CFL Condición de Courant-Friedrichs-Lewy (Número de Courant)

CPU Unidad central de procesamiento (en inglés; Central processing unit)

CSV Valores separados por comas (en inglés; Comma-Separated Values)

DDES Simulación de Remolinos Desprendidos Retrasada (en inglés; Delayed Detached Eddy Simulation)

DES Simulación de remolinos desprendidos (en inglés; Detached Eddy Simulation)

DNS Simulación numérica directa (en inglés; Direct Numerical Simulation)

FFT Transformada Rápida de Fourier (en inglés; Fast Fourier Transform)

GEKO Kappa-omega Generalizado (en inglés; Generalized Kappa-omega)

LES Simulación de grandes remolinos (en inglés; Large Eddy Simulation)

LTPT Túnel de Presión de Baja Turbulencia (en inglés; Low-Turbulence Pressure Tunnel)

NACA Comité Asesor Nacional para la Aeronáutica (en inglés; National Advisory Committee for Aeronautics)

PSD Densidad Espectral de Potencia (en inglés; Power Spectral Density)

RANS Navier-Stokes promediados por Reynolds (en inglés; Reynolds-averaged Navier-Stokes)

RMSE Raíz del error cuadrático medio (en inglés; Root Mean Square Error)

RNG Grupo de Renormalización (en inglés; Renormalization Group)

RSM Modelo de Tensor de Reynolds (en inglés; Reynolds Stress Model)

S-A Spalart-Allmaras

SAS Simulación adaptativa de escalas (en inglés; Scale-Adaptative Simulation)

SST Transporte de Esfuerzo Cortante (en inglés; Shear Stress Transport)

URANS Ecuaciones de Navier-Stokes promediadas de Reynolds no estacionarias (en inglés; Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes)

Símbolos Latinos

a^* Corrección para bajo número de Reynolds

c Cuerda del perfil

C Constante del modelo SAS

C_{Curv} Parámetro de corrección de curvatura

C_d Coeficiente de arrastre (en inglés; Drag coefficient)

C_{des} Constante de calibración del modelo DES

C_{ij} Término de convección

C_{JET} Coeficiente que optimiza la mezcla en la capa límite cortante (modelo GEKO)

C_l Coeficiente de sustentación (en inglés; Lift coefficient)

C_{MIX} Coeficiente que optimiza la intensidad de mezcla en flujos cortantes libres (modelo GEKO)

C_{NW} Coeficiente que optimiza el flujo en regiones cercanas a la pared (modelo GEKO)

C_p Coeficiente de presión

C_{SEP} Coeficiente que optimiza la separación de flujo (modelo GEKO)

$c_{\theta t}$ Constante del modelo SST de transición

d Distancia a la pared

D_L Término relacionado a la disipación laminar cercana a la pared

$D_{L,ij}$ Término de difusión molecular

D_T Término relacionado a la disipación turbulenta cercana a la pared

$D_{T,ij}$ Término de difusión turbulenta

D_ω Difusión cruzada

$E(f)$ Densidad espectral de potencia / Espectro de energía

$E_{\gamma 1}$ Fuente de transición

$E_{\gamma 2}$ Fuente de destrucción o relaminización

f Frecuencia

F_2 Función de mezcla en el modelo SST

F_{DES} Función del modelo DES

F_{ij} Término de producción por el sistema de rotación

F_{length} Correlación empírica que controla la longitud de la región de transición

F_{onset} Función que controla el inicio de transición

$F_{reattch}$ Función de corrección de re-adherencia

F_{turb} Función que controla el inicio de transición por turbulencia

G_b Generación de energía cinética turbulenta debido a la flotabilidad

g_x Componente en x de la fuerza de cuerpo

g_y Componente en y de la fuerza de cuerpo

g_z Componente en z de la fuerza de cuerpo

G_{ij} Término de producción por flotación

G_k Generación de energía cinética turbulenta debido a los gradientes de velocidad promedios

G_ν Producción de viscosidad turbulenta

G_ω Generación de la tasa de disipación específica

$\hat{k}_L$ Vector unitario perpendicular a la velocidad del flujo

k Energía cinética turbulenta

kl Energía cinética laminar

kt Energía cinética turbulenta

$k_{T,s}$ Energía de pequeña escala

L Escala integral / Fuerza de sustentación

L_t Escala de longitud turbulenta

L_{VK} Escala de longitud de von Kármán

M_t Número de Mach turbulento

n Número de muestras o datos experimentales

$\hat{n}$ Vector unitario normal a la superficie

n_i Componente de x_i de la unidad normal a la pared

p Presión estática

$P_{\gamma 1}$ Fuente de transición

$P_{\gamma 2}$ Fuente de destrucción o relaminización

P_{ij} Término de producción de esfuerzo

P_{kl} Término de producción de energía laminar cinética por fluctuaciones turbulentas

P_{kt} Término de producción de turbulencia generado por fluctuaciones turbulentas

$P_{\theta t}$ Término fuente del Reynolds de espesor-momento

Q_{SAS} Término fuente en el modelo SAS

R Efecto promedio de la descomposición de las fluctuaciones en la dirección de la corriente en turbulencia durante la transición

Re Número de Reynolds

$Re_{\theta c}$ Número de Reynolds crítico de espesor-momento

$Re_{\theta t}$ Reynolds de espesor-momento

R_{NAT} Término de producción de transición natural

S Medida escalar del tensor de deformación / Frontera de la superficie del perfil

St Número de Strouhal

t Tiempo

$\hat{t}$ Vector unitario tangencial a la superficie

u Velocidad en dirección x

$\overline{u}$ Componente promedio de la velocidad del fluido en dirección x

u' Fluctuaciones de la velocidad en x

U Velocidad característica del flujo

U_∞ Velocidad del flujo libre

v Velocidad en dirección y

$\overline{v}$ Componente promedio de la velocidad del fluido en dirección y

v' Fluctuaciones de la velocidad en y

$V(f)$ Transformada de Fourier de la velocidad (dominio de frecuencia)

V_{exp} Valor experimental

V_{num} Valor numérico

V_∞ Velocidad de la corriente libre

w Velocidad en dirección z

x Coordenada espacial longitudinal

y Coordenada espacial transversal / Distancia a la próxima superficie

y^+ Distancia adimensional a la pared (y plus)

$y_{exp,i}$ Valor experimental en el punto i

$y_{num,i}$ Valor numérico en el punto i

Y_k Disipación de la energía cinética turbulenta debido a la turbulencia

Y_M Contribución de la dilatación fluctuante en turbulencia compresible a la tasa de disipación total

Y_ν Destrucción de viscosidad turbulenta cercana a la pared debido al bloqueo de pared y el amortiguamiento viscoso

Y_ω Disipación de la tasa de disipación específica debido a la turbulencia

z Coordenada espacial lateral

Símbolos Griegos

α Ángulo de ataque

α_{stall} Ángulo de pérdida

α_T Difusividad escalar turbulenta

β_{BP} Función umbral que controla el proceso de transición

Γ_k Difusividad efectiva de energía cinética turbulenta

Γ_ω Difusividad efectiva de la tasa de disipación específica

γ Intermitencia

γ_{eff} Intermitencia efectiva

γ_{sep} Intermitencia de separación

Δ_{max} Espaciado entre nodos

Δt Paso temporal (paso de tiempo)

δ Espesor de capa limite

δ_{ij} Delta de Kronecker

ϵ Tasa de disipación

ϵ_{ij} Término de disipación

ϵ_r Error relativo porcentual

η Escala de Kolmogorov

η_2 Parámetro del término fuente Q_{SAS}

κ Constante de von Kármán

λ Escala de Taylor

λ_{eff} Longitud efectiva

μ Viscosidad dinámica del fluido

μ_t Viscosidad turbulenta

ν_{eff} Viscosidad cinemática efectiva

$\nu_{T,l}$ Viscosidad turbulenta de gran escala

$\nu_{T,s}$ Viscosidad turbulenta de pequeña escala

$\tilde{\nu}$ Viscosidad molecular cinemática

Φ_2 Parámetro de la función de mezcla F_2

ρ Densidad del fluido

σ_ϵ Número de Prandtl para ϵ

σ_k Número de Prandtl para k

$\sigma_{\theta t}$ Constante del modelo SST de transición

σ_Φ Parámetro del término fuente Q_{SAS}

σ_ω Número de Prandtl para ω

σ_{xx} Esfuerzo normal que actúa en la dirección x sobre una superficie normal a x

σ_{yy} Esfuerzo normal en la dirección y sobre una superficie normal a y

σ_{zz} Esfuerzo normal en la dirección z sobre una superficie normal a z

τ Esfuerzo cortante total dentro de la capa límite

τ_{xy} Esfuerzo cortante en dirección x sobre una superficie normal a y

τ_{xz} Esfuerzo cortante en dirección x sobre una superficie normal a z

τ_{yz} Esfuerzo cortante en dirección y sobre una superficie normal a z

φ_{ij} Término de presión-deformación

$\varphi_{ij,1}$ Término lento de presión-deformación

$\varphi_{ij,2}$ Término rápido de presión-deformación

$\varphi_{ij,w}$ Término de reflexión de pared

Ω Vorticidad

Ω_{ij} Tensor promedio de la tasa de deformación

ω Tasa de disipación específica

Índice

Índice de figuras **5**

Índice de tablas **10**

1. Objetivos **23**

1.1. Objetivo general 23

1.2. Objetivos específicos 23

1.3. Alcance y limitaciones del estudio 23

2. Introducción **24**

2.1. Motivación 24

2.2. Relevancia del NACA 0012 como perfil de referencia 24

2.3. Estado del arte 25

2.4. Estructura de la tesis 26

3. Marco Teórico **27**

3.1. Fundamentos de mecánica de fluidos y flujo externo sobre perfiles 27

3.1.1. Ecuaciones de Navier-Stokes (continuidad y momentum) 28

3.1.2. Conceptos: capa límite, separación, transición laminar-turbulenta 29

3.2. Teoría de turbulencia: conceptos y escalas 31

3.3. Clasificación de los modelos de turbulencia 34

3.4. Modelos RANS 34

3.4.1. Modelo Spalart-Allmaras 35

3.4.2. Modelo $k - \varepsilon$ 38

3.4.3. Modelo $k - \omega$ 39

3.4.4. Modelo de Esfuerzos de Reynolds (RSM) 43

3.5. Modelos de transición 46

3.5.1. Modelo de transición $k - kl - \omega$ 46
3.5.2. Modelo de transición SST 48
3.6. Modelos híbridos 50
3.6.1. Modelo de Simulación Adaptativa a Escalas (SAS) 50
3.6.2. Modelo de Simulación de Remolinos Separados (DES) 52

4. Metodología **54**

4.1. Descripción del problema físico y condiciones de contorno 54
4.1.1. Geometría: NACA 0012 55
4.1.2. Rango de ángulos de ataque: -12° a 20° 58
4.1.3. Número de Reynolds 58
4.1.4. Velocidad y condiciones termodinámicas 59
4.2. Dominio computacional y mallado 59
4.2.1. Tipo de mallado: C-grid estructurado - criterios de generación 60
4.2.2. Estratificación del mallado en la capa límite, objetivos de y^+ 62
4.2.3. Estudio de independencia de malla 65
4.3. Selección e implementación de modelos de turbulencia en ANSYS Fluent 66
4.3.1. Parámetros y ajustes para evaluar los modelos 66
4.4. Configuración numérica 66
4.4.1. Esquemas de discretización 67
4.4.2. Temporal: modelo transitorio - elección de Δt y criterio de CFL/ pasos por ciclo estable 67
4.4.3. Criterios de convergencia y monitoreo 68
4.5. Procedimiento de validación con datos experimentales 71
4.5.1. Fuente experimental seleccionada 71
4.5.2. Métricas de comparación 73

4.6. Gráficas de espacio de fase 74
4.7. Espectro de energía y cascada de Kolmogorov 75
4.8. Evaluación del costo computacional 77

5. Desarrollo **78**

5.1. Preparación del caso base y configuración de condiciones de frontera 78
5.2. Ejecución del barrido de ángulos de ataque 80
5.3. Implementación y estabilización de modelos RANS y de transición 81
5.4. Implementación de modelos híbridos 83
5.5. Recolección de datos y post-procesamiento de señales temporales 85

6. Resultados **87**

6.1. Comparación global de coeficientes aerodinámicos 87
6.2. Validación puntual con datos experimentales y análisis de error 95
6.3. Distribución del coeficiente de presión en ángulos críticos 101
6.4. Análisis de la capa límite: perfiles de velocidad y puntos de separación 106
6.5. Caracterización dinámica: diagramas de fase y espectros de frecuencia 118
6.6. Visualización de estructuras turbulentas y campos de vorticidad 144
6.7. Evaluación del costo computacional y eficiencia numérica 148

7. Discusión **150**

7.1. Interpretación física de las diferencias entre modelos 150

7.2. Ventajas y limitaciones prácticas de cada modelo para aplicaciones aeronáuticas 165

7.3. Recomendaciones 167

7.4. Implicaciones para diseño y túnel numérico de perfiles similares 169

8. Conclusiones **171**

8.1. Conclusiones principales sobre el trabajo 171

8.2. Tabla de desempeño y ranking de modelos para este estudio. 173

8.3. Limitaciones del estudio y recomendaciones 174

8.4. Propuestas para trabajos futuros 175

Referencias **177**

1. Objetivos

1.1. Objetivo general

Comparar los modelos de turbulencia mediante la simulación transitoria de un flujo subsónico sobre el perfil NACA 0012, considerando un ángulo de ataque variable, con el fin de evaluar su precisión en la predicción de fenómenos aerodinámicos y su eficiencia computacional, utilizando como referencia datos experimentales reportados en la bibliografía.

1.2. Objetivos específicos

- Caracterizar cómo el ángulo de ataque influye sobre el desarrollo de la capa límite, la separación del flujo y la distribución de presión sobre el perfil en cada modelo.
- Comparar cualitativa y cuantitativamente los coeficientes aerodinámicos, los campos de velocidad y presión, así como los diagramas de fase obtenidos por cada modelo de turbulencia y determinar el grado de predicción de cada modelo.
- Examinar la relación entre precisión y costo computacional de cada modelo de turbulencia para identificar cuál ofrece un mejor rendimiento en la simulación de un flujo subsónico sobre un perfil aerodinámico simétrico.

1.3. Alcance y limitaciones del estudio

La presente tesis busca realizar una comparativa de los nueve modelos de turbulencia integrados en ANSYS Fluent. Con ello se asegura tener al menos un caso para las categorías RANS, de transición e híbridos/escalas resolventes. El flujo con el que se trabaja es subsónico incompresible y a un número de Reynolds de 3×10^6. El perfil NACA 0012 es sometido a un barrido de ángulo de ataque de -12° a 20° para observar el desarrollo de capa límite y la separación del flujo. Se utiliza un dominio computacional tipo C discretizado mediante una malla de 770,000 celdas y se establece un objetivo de $y^+ \leq 1$ para efectos de capa límite. El paso temporal es de 1×10^{-3} [s] para los modelos RANS y de transición, y 1×10^{-6} [s] para los híbridos/escala resolventes. La validación se realiza comparando los valores obtenidos de C_l, C_d y C_p con los valores experimentales, evaluando también el tiempo de CPU. Con base en lo anterior, este estudio no debe generalizarse a otras condiciones de Reynolds, perfiles asimétricos o regímenes compresibles. No se evalúan tampoco todas las variantes que existen para un mismo modelo. El estudio de independencia de malla sólo se presenta para el modelo $k-\omega$ SST, por lo que la sensibilidad a otros modelos no está caracterizada.

2. Introducción

2.1. Motivación

Si bien las simulaciones llevadas a cabo con CFD nunca sustituirán las pruebas experimentales, llevarlas a cabo permite predecir de manera confiable el comportamiento aerodinámico del objeto en estudio. Conocer la sustentación, el arrastre, la localización de la separación y de la transición de la capa límite es indispensable para actividades como el diseño y la validación de un perfil aerodinámico. Resulta vital saber de antemano qué modelo de turbulencia seleccionar pues este influye directamente en la precisión y en el costo computacional del análisis. De no hacerlo se pueden presentar errores en el cálculo de C_l y C_d que impactan directamente en el rendimiento de la aeronave o la seguridad en condiciones de entrada en pérdida.

Uno podría pensar que los modelos más robustos como lo son los híbridos y los de escalas-resolventes deberían ser los utilizados para llevar a cabo el análisis de un flujo sobre un perfil aerodinámico, pero lo anterior sería caer en un error. Primero tendríamos que preguntarnos, ¿vale la pena el costo computacional añadido que demandan estos modelos frente a los resultados que nos ofrecen los modelos RANS o de transición? y, segundo, ¿son lo suficientemente robustos para las condiciones transitorias que son inherentes a las aplicaciones aeronáuticas?

Las preguntas planteadas anteriormente serán respondidas durante el desarrollo de la tesis con el fin de que, si otros estudios se llevan a cabo bajo las condiciones que se plantean, se propongan criterios de selección de modelo, niveles de refinamiento y pautas de verificación que ayuden a estudiantes, ingenieros e investigadores del campo aeronáutico.

2.2. Relevancia del NACA 0012 como perfil de referencia

El perfil aerodinámico NACA 0012 es un perfil simétrico, pues no posee una curvatura máxima, con un espesor de 12 % respecto a la cuerda del mismo. Por lo anterior, es una geometría fácil de parametrizar y de reproducir numéricamente. Además, existe abundante literatura y datos experimentales disponibles para este perfil, destacando sobre todos el trabajo realizado en *"Theory of Wing Sections"* por Abbott & von Doenhoff [1]. Esta obra es utilizada por múltiples otros autores ya que se encuentra información relevante sobre parámetros como el C_l, C_d, C_p y ángulos de ataque críticos (como el ángulo de pérdida) de múltiples perfiles NACA.

Se destaca que los fenómenos como la transición, el desarrollo de la capa límite, la separación y la entrada en pérdida de este perfil han sido estudiados en otros trabajos. Sin embargo, a pesar de estas referencias (académicas e industriales), donde se muestran distintos códigos y modelos, no existe un trabajo a la fecha que compare gran parte de los modelos de turbulencia en FLUENT.

2.3. Estado del arte

Uno de los trabajos que sirvieron como inspiración para esta tesis fue el realizado por Douvi, Athanasios y Margaris (2012) titulado *"Evaluation of the turbulence models for the simulation of the flow over a National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) 0012 airfoil"*[2]. En este se lleva a cabo una comparativa de 3 modelos comunes de turbulencia: Spalart-Allmaras, $k-\epsilon$ *realizable* y $k-\omega$ *SST*. Los autores plantean las fortalezas y debilidades de cada uno, concluyendo que cuando la capa límite alrededor del perfil es completamente turbulenta, el modelo *SST* tiene un mejor desempeño en un amplio abanico de α. Además plantean distintos métodos para predecir el punto de transición, ya que tiene efectos importantes en la predicción del arrastre. Se destaca que si no se modela correctamente la transición, se sobreestima el C_d. En el estudio se utiliza un dominio computacional tipo C de 80,000 celdas y se demostró la influencia del número de celdas en la independencia de malla. La altura de la primera celda cercana al perfil es de aproximadamente 10^{-5} correspondiente a un y^+ aproximado de 0.2. Como limitaciones de este estudio, encontramos que los cálculos fueron planteados para un estado estacionario, alejándose del enfoque transitorio de esta tesis. Esto es importante de mencionar ya que lo anterior, junto con la elección del solucionador, la discretización y el tamaño del dominio, influye en la comparabilidad de los modelos.

El trabajo *"Numerical Examination on Two-Equations Turbulence Models for Flow Across NACA 0012 Airfoil with Different Angle of Attack"* publicado por Ng, Tey, Tan et al. (2020) [3] se enfoca en la comparativa de los modelos de dos ecuaciones ($k-\varepsilon$ y $k-\omega$) y las variantes de cada uno. En total se presentan 6 variantes de los modelos de dos ecuaciones, y los autores enfatizan su coste/beneficio frente a otros modelos. En el desarrollo de la evaluación se comparan los C_d, C_l y C_p obtenidos a través de las simulaciones con los datos experimentales para concluir cuál presentó mejor precisión. Para el caso de estimar el C_l el modelo más preciso fue el $k-\omega$ SST, mientras que para el C_d resultó ser el $k-\omega$ BSL. En este estudio también se destaca que el C_d está sobrestimado debido a que, en el perfil real, el flujo es laminar en la mitad delantera. El dominio computacional es del mismo tipo (C) que en el trabajo de Douvi et al. [2], difiriendo en el número de celdas (aproximadamente 104,000) y el tamaño del mismo.

Como alternativa al trabajo de Douvi et al. [2] está el presentado por Mousavi, Aminian, Shafiei et al. (2017) llamado *"Numerical Simulation of Subsonic Turbulent Flow over NACA0012 Airfoil: Evaluation of Turbulence Models"* [4]. En él también se evalúan los modelos Spalart-Allmaras, $k-\epsilon$ realizable y $k-\omega$ SST; sin embargo, los autores concluyen que el modelo Spalart-Allmaras tiene una mejor precisión en un mayor número de α frente a sus otros dos competidores. Otro aspecto común presente en este artículo es la sobreestimación del C_d. Al igual que los anteriores, se advierte que asumir el flujo como completamente turbulento lleva a errores de validación, por lo que nuevamente se sugiere modelar la transición para obtener una mejor predicción del arrastre.

Tanto el trabajo de Douvi et al. [2] como el de Mousavi et al. [4] utilizan el método "split-domain" para modelar esta transición. A continuación, en la Tabla 1, se resumen las características claves de cada uno de los trabajos presentados anteriormente.

Tabla 1: Comparativa de estudios previos realizados

Autores	**Modelos comparados**	**Modelo con mejor rendimiento**	**Modelado de transición**	**Dominio computacional**
Douvi et al.	S-A, $k-\varepsilon$ realizable y $k-\omega$ SST	$k-\omega$ SST	Sí	C-type (80,000 celdas)
Ng et al.	$k-\varepsilon$ y $k-\omega$ (y sus variantes)	$k-\omega$ SST (Cl) y $k-\omega$ BSL (Cd)	No	C-type (104,000 celdas)
Mousavi et al.	S-A, $k-\varepsilon$ realizable y $k-\omega$ SST	S-A	Sí	C-type (150,000 celdas)

2.4. Estructura de la tesis

A partir de este punto, la tesis se organiza en seis secciones. La primera es el marco teórico, de gran importancia para introducirse en los fundamentos de mecánica de fluidos y flujo externo sobre perfiles. En esta se detalla la teoría de turbulencia, abordando conceptos claves y escalas. También se propone una clasificacion de los modelos de turbulencia que fueron evaluados, así como una explicación teórica de los aspectos esenciales de cada modelo. La segunda sección presenta la metodología, en donde se plantea el problema físico y las condiciones de frontera del fenómeno a evaluar, así como se detallan el dominio computacional, el mallado y el estudio de independencia de malla. Además, se mencionan los parámetros específicos de cada modelo y la configuración numérica. Por último, se establece el procedimiento para validar los datos y evaluar el costo computacional.

En la tercera sección, correspondiente al desarrollo, se presentan el caso base y las simulaciones. Es aquí donde se muestran las particularidades de las ejecuciones de los 9 modelos utilizados y el tratamiento de recolección y post-procesado de datos. En la cuarta sección, la más enriquecedora para este trabajo, se presentan los resultados. Destacan las gráficas comparativas de C_l y C_d frente a α para los 9 modelos contrastadas con datos experimentales. Otros resultados interesantes son la distribución del coeficiente de presión, perfiles de velocidad, análisis de capa límite, localización de la separación, caracterización dinámica y visualización de estructuras turbulentas. Por último, se incluye la comparativa del costo computacional.

La quinta es la sección de discusión, donde se presenta una interpretación física de las diferencias entre modelos, se detallan ventajas y limitaciones para aplicaciones aeronáuticas, se ofrecen recomendaciones y se proponen implicaciones para el diseño y estudios de perfiles. La última sección corresponde a las conclusiones, donde se presentan los aprendizajes más importantes, las contribuciones del trabajo y sus limitaciones, una tabla de desempeño y el ranking de modelos, además de recomendaciones para trabajos futuros.

3. Marco Teórico

3.1. Fundamentos de mecánica de fluidos y flujo externo sobre perfiles

En su libro *"Fluid Mechanics"*, White (2003) [5] define un fluido como aquella sustancia que, cuando está sujeta a un esfuerzo tangencial, sufre una deformación continua. Si un sólido está sujeto a un esfuerzo cortante, se observa que este ofrece resistencia; no obstante los fluidos no tienen este comportamiento. La deformación en un fluido resulta tanto en esfuerzos cortantes como normales. Si se busca definir el estado de esfuerzos es necesario utilizar 3 esfuerzos que actúen en tres planos mutuamente perpendiculares cada uno pasando por el punto de interés. De lo anterior se concluye que el esfuerzo en un elemento de fluido está compuesto de 9 componentes. Los esfuerzos cortantes y normales, para un flujo incompresible, pueden expresarse en su sistema de coordenadas cartesianas tal y como propone White (2003)[5] de la siguiente manera:

- Esfuerzos normales:

$$\sigma_{xx} = 2\mu\frac{\partial u}{\partial x}, \sigma_{yy} = 2\mu\frac{\partial v}{\partial y}, \sigma_{zz} = 2\mu\frac{\partial w}{\partial z} \tag{1}$$

- Esfuerzos cortantes:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right), \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right), \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \tag{2}$$

En las expresiones presentadas anteriormente, se puede visualizar que cada componente de esfuerzo tiene dos subindices: el primero indica la dirección de la normal al plano y el segundo es propiamente la dirección del esfuerzo. Lo anterior puede ser visualizado de una mejor manera en la Figura 1 propuesta por Dewan (2011) [6]:

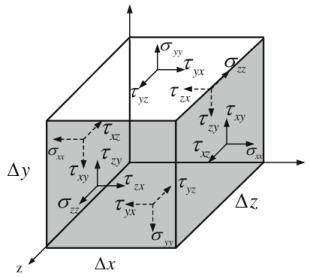


Figura 1: Notación esquemática utilizada para describir los esfuerzos que actúan en un fluido

Es importante mencionar que el componente de esfuerzo es positivo si y sólo si la dirección del esfuerzo y del plano en el que actúa son ambos positivos o negativos[6].

Para la consideración de la conservación de la masa, se recomienda utilizar la ecuación de continuidad para un volumen de control infinitesimal en su forma diferencial [6]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \tag{3}$$

Como la anterior ecuación es aplicable para flujos compresibles e incompresibles, y debido a la naturaleza del problema en donde la densidad se mantiene constante, será conveniente simplificar la ecuación 3 de la siguiente manera [6]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{4}$$

Además de considerar la conservación de la masa debe cumplirse que la suma vectorial de las fuerzas de cuerpo y de superficie sea proporcional a la aceleración. A la condición anterior se le conoce como conservación del momento lineal. En el sistema de coordenadas cartesianas las ecuaciones diferenciales que sintetizan lo anterior son las siguientes[6]:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \tag{5}$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \tag{6}$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \tag{7}$$

3.1.1. Ecuaciones de Navier-Stokes (continuidad y momentum)

Las ecuaciones de Navier-Stokes describen el movimiento de un fluido viscoso. Estas son obtenidas al sustituir los términos de esfuerzos de las ecuaciones 1 y 2 en las ecuaciones de conservación de momento lineal (5-7) y utilizando la ecuación de continuidad. Dicho conjunto de ecuaciones se representa en el sistema de coordenadas cartesianas como se muestra a continuación[6]:

$$\rho\frac{du}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \rho g_x \tag{8}$$

$$\rho\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + \rho g_y \tag{9}$$

$$\rho\frac{dw}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + \rho g_z \tag{10}$$

Del lado izquierdo de las ecuaciones 8, 9 y 10 se encuentran los componentes de la aceleración, mientras que del lado derecho los términos g_x, g_y y g_z engloban las componentes de las fuerzas de cuerpo en los 3 ejes del sistema coordenado [6]. La ecuación de continuidad debe ser integrada en las ecuaciones anteriores para asegurar que el número de ecuaciones sea igual al número de incógnitas. La solución de estas ecuaciones es extremadamente compleja debido a la naturaleza de las mismas; se trata de ecuaciones diferenciales parciales no lineales de segundo orden. Solo existen ciertos casos donde se puede conseguir una solución de forma cerrada.

Desafortunadamente para el caso de estudio, no se conoce ninguna solución analítica a las ecuaciones de Navier-Stokes para flujos turbulentos, por lo que tampoco se puede encontrar una solución general para problemas de flujo turbulento.

3.1.2. Conceptos: capa límite, separación, transición laminar-turbulenta

Para introducirnos en el concepto de capa límite resulta conveniente hacerlo bajo la definición que propone el padre de la aerodinámica Ludwig Prandtl. El físico y científico aeroespacial alemán propuso una región delgada cercana a la superficie sólida en la cual los efectos viscosos deben ser considerados, pues aquí se genera la mayor cantidad de arrastre experimentado por los límites del cuerpo [7]. Esta región se conoce como capa límite.

El espesor de capa límite δ, tal y como lo define Dewan, es la distancia normal a la pared a la cual la velocidad en la dirección del flujo alcanza el 99 % de la velocidad de la corriente libre [6]. Los flujos turbulentos, caracterizados por altos números de Reynolds, suelen tener un espesor de capa límite menor que los flujos con bajo número de Reynolds. Esto se debe a que, por definición del número de Reynolds, en los flujos turbulentos los efectos inerciales dominan frente a los efectos viscosos.

Las ecuaciones que describen el flujo bidimensional promedio de la capa límite turbulenta se muestran a continuación [6]:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \tag{11}$$

$$\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = U_\infty \frac{dU_\infty}{dx} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau}{\partial y} \tag{12}$$

Donde τ es el esfuerzo cortante total definido como[6]:

$$\tau = \mu\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho\overline{u'v'} \tag{13}$$

La ecuación 11 representa la continuidad mientras que la 12 representa el momento en la dirección de corriente. Como lo demostró White (2006) [8] para una capa límite turbulenta la variación total de la presión a través del flujo puede asumirse como despreciable.

Si la capa límite deja de seguir el contorno del cuerpo (en nuestro caso, la silueta del perfil aerodinámico) y se presenta flujo inverso, ocurre el fenómeno conocido como separación de flujo. Los gradientes de presión juegan un rol importante en determinar si existe o no una separación:

- Si el gradiente de presión es favorable, es decir que la presión decrece a lo largo del flujo,

$$\frac{dp}{dx} < 0 \tag{14}$$

  ayuda a la capa límite y no causa la separación [6].

- Si el gradiente de presión es adverso, es decir que la presión aumenta a lo largo del flujo,

$$\frac{dp}{dx} > 0 \tag{15}$$

  lo retarda, aumenta el espesor de la capa límite y puede causar la separación [6].

Un gradiente de presión adverso moderado produce un punto de inflección en el perfil de velocidad [6]. La presencia de este punto de inflexión es un indicador de inestabilidad. Generalmente, en un ala, el gradiente favorable se encuentra cerca del borde de ataque, mientras que el gradiente adverso está más atrás. Si este último es lo suficientemente fuerte, el flujo sufrirá una desaceleración; el esfuerzo cortante en la pared puede llegar a cero y producirse la separación tal y como se muestra en la figura 2 [6]:

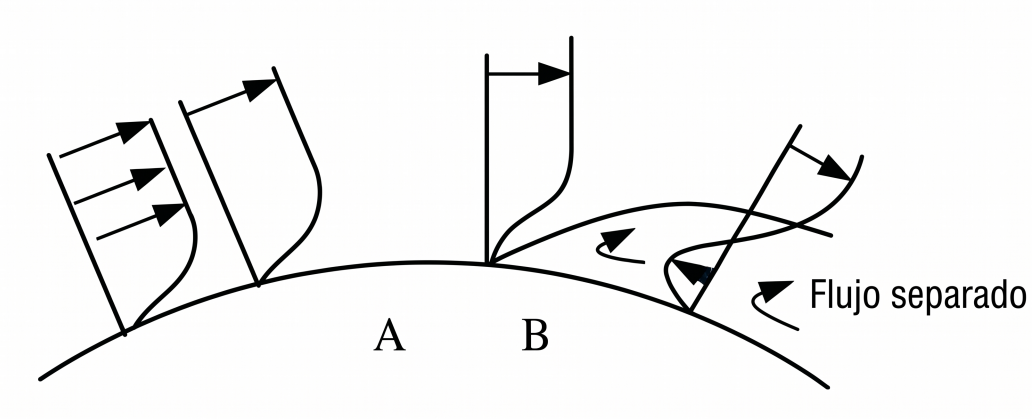


Figura 2: Separación de flujo sobre una superficie curva (Traducida del ingles)

Cuando en un flujo laminar se empiezan a presentar inestabilidades junto a altos valores del número de Reynolds la transición a un flujo turbulento ocurre. El valor exacto del número de Reynolds en el cual se presente la transición está en función de la naturaleza del flujo. Si se tiene un flujo limitado por paredes, como el de una tubería o de un canal, se requieren números más altos de Reynolds para efectuar la transición porque son por naturaleza más estables. En cambio un flujo cortante libre, como el de este caso de estudio, transiciona con mayor facilidad porque son inestables a bajos valores de Re [6]. De acuerdo con Bowles (2000) [9], de manera resumida el proceso de transición de laminar a turbulento ocurre de la siguiente manera:

1. Una perturbación en el flujo libre empieza a producir pequeñas ondas de inestabilidad dentro de la capa límite.
2. Las ondas comienzan a aumentar en tamaño debido a que se van fortaleciendo conforme van avanzando corriente abajo.
3. Si la onda llega a ser lo suficientemente intensa, la inestabilidad adquiere un carácter tridimensional, y por ende se vuelve más compleja.
4. Las perturbaciones comienzan a interactuar entre sí, lo que provoca una expansión de mayor frecuencia y en múltiples direcciones, marcando el final de la transición.

Una imagen que ejemplifica el proceso anterior es la propuesta por Cousteix (2003) [10], la cual se observa en la figura 3:

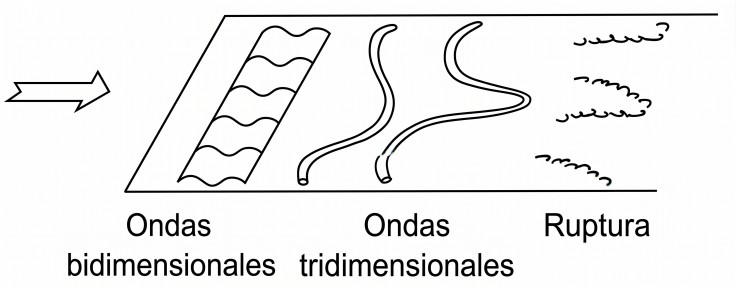


Figura 3: Proceso de transición sobre una placa plana (Traducida del inglés)

3.2. Teoría de turbulencia: conceptos y escalas

Definir la turbulencia es una labor complicada, pues según la fuente que se consulte se encontrarán descripciones que distan de llegar a un punto en común. Es por lo anterior que varios autores han optado por explicar el fenómeno de la turbulencia desde las propiedades que lo caracterizan. Dewan (2011) [6] propone que un flujo es considerado turbulento si cumple con todas las siguientes condiciones:

- Inestable: Se habla de una inestabilidad cuando alguna de las propiedades del flujo sufre de cambios en su magnitud con el tiempo. Por ejemplo, si se toma la velocidad instantánea en un flujo turbulento, se observaría que existe una dependencia temporal, pues su magnitud cambia con el tiempo [6]. Es precisamente esta propiedad la que le da una naturaleza estadística al estudio del fenómeno turbulento.

- Vorticidad: Se habla de vorticidad cuando el rotacional del campo de velocidades es diferente de cero [5], lo que indica que existe una rotación local de los elementos del fluido.

- Tridimensionalidad: Se habla de tridimensionalidad cuando el flujo posee una dependencia en las tres coordenadas espaciales y la velocidad tiene componentes en las tres direcciones.

- Disipación: Se habla de un proceso disipativo cuando hay una conversión irreversible de energía cinética turbulenta en energía interna debido a los efectos de la viscosidad molecular [11]. El proceso de cascada es característico de los flujos turbulentos, donde se presenta un transporte continuo de energía desde el flujo medio, pasando por los remolinos grandes, hasta los más pequeños.

- Espectro amplio de escalas: Hace referencia a que el flujo contiene un rango muy amplio de movimientos longitudinales y temporales. Se presencian desde grandes remolinos hasta las pequeñas escalas disipativas.

- Alta tasa de mezcla: Los movimientos de los remolinos ocasionan una homogenización rápida del momento o de la transferencia de masa o de calor [6]. Una forma de conocer si existe una alta tasa de mezcla es si existe una alta difusividad turbulenta.

La clasificación de los flujos turbulentos según Dewan (2011) [6] se observa en la figura 4 .

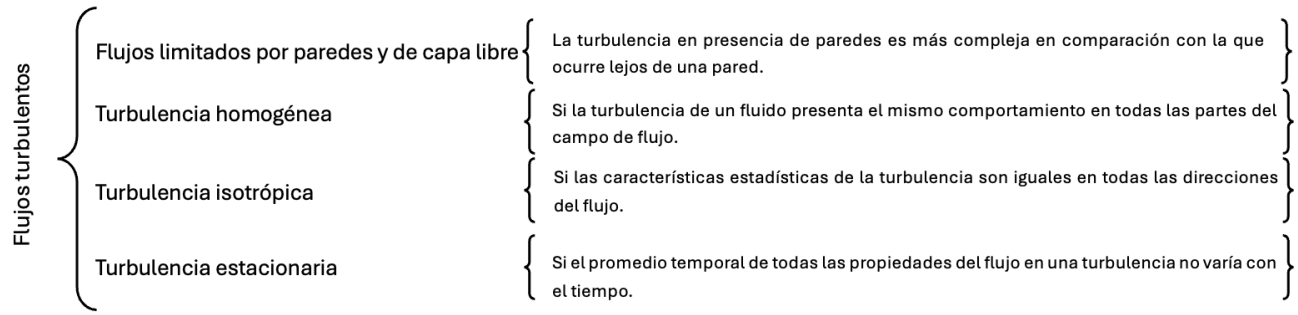


Figura 4: Tipos de flujos turbulentos

Las escalas de longitud, según Pope (2000) [12], se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Escala integral (L): Es la escala más grande del flujo, en ella se encuentran los remolinos de mayor tamaño. Estos últimos contienen la mayor parte de la energía cinética turbulenta, que fue obtenida a su vez del flujo medio.
- Escala de Taylor (λ): Se trata de una escala intermedia, en la cual los efectos viscosos son introducidos y empiezan a frenar los movimientos de los remolinos grandes. Es importante remarcar que en esta escala aún no se alcanza la disipación completa.
- Escala de Kolmogorov (η): Es la escala más pequeña de los flujos turbulentos. Los efectos viscosos dominan y es acá donde la mayor parte de la energía cinética turbulenta se convierte en calor.

La imagen de la figura 5 propuesta por Saeedipour et al. (2014) [13] muestra las diferentes escalas de longitud y los rangos en la cascada de energía turbulenta.

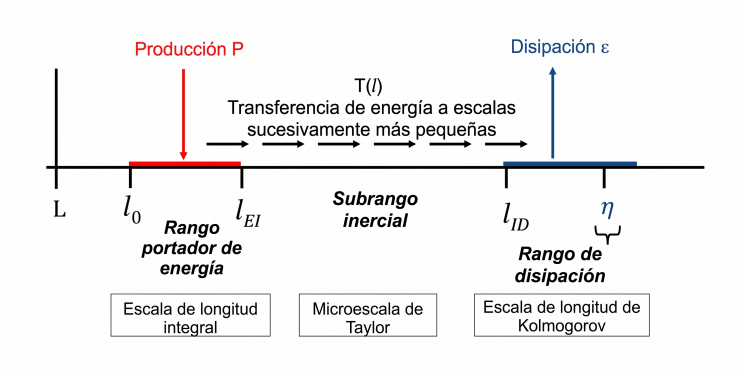


Figura 5: Escalas de longitud y cascada de energía turbulenta (Traducida del inglés)

Dependiendo del modelo de turbulencia empleado las escalas anteriores pueden ser modeladas o resueltas. La tabla 2 resume según el método de modelado cuál es el tratamiento empleado.

Tabla 2: Comparativa de modelos de turbulencia según el tratamiento de las escalas

Método	**Escalas resueltas**	**Escalas modeladas**
DNS	Todas (hasta η)	Ninguna
LES	Grandes remolinos	Subescala
DES	Grandes remolinos separados	Cerca de la pared y subescala
RANS	Solo flujo medio	Toda la turbulencia

3.3. Clasificación de los modelos de turbulencia

Los modelos de turbulencia pueden clasificarse de acuerdo con su nivel de complejidad, el tipo de cierre empleado, y si es que modelan o resuelven las escalas. Para fines de este trabajo, la clasificación propuesta se puede observar en la figura 6.

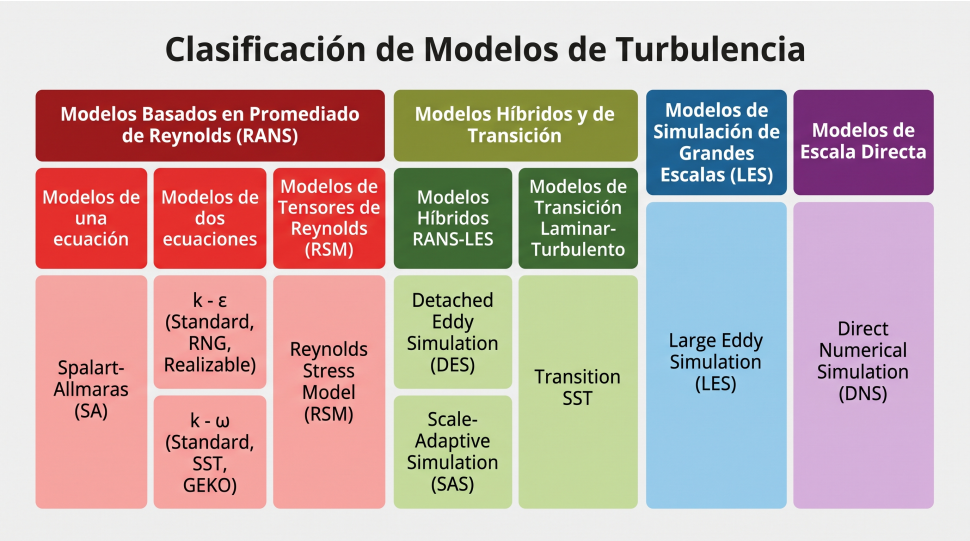


Figura 6: Clasificación de los modelos de turbulencia

Este trabajo solo compara los Modelos Basados en Promediado de Reynolds (RANS), los Modelos de Tensores de Reynolds (RSM) y los Modelos Híbridos y de Transición; excluyendo los Modelos de Simulación de Grandes Escalas (LES) y los Modelos de Escala Directa. A continuación, se explican los fundamentos teóricos detrás de cada uno de los modelos con base en la información proporcionada en el *"Ansys' Fluent Theory Guide"* [14]; manual que contiene toda la teoría detrás de los modelos utilizados en el programa.

3.4. Modelos RANS

Un aspecto importante en la formulación de promediado de Reynolds es la descomposición de las variables en las ecuaciones instantaneas de Navier-Stokes, llamada descomposición de Reynolds, en una componente promedio y una componente fluctuante. Por ejemplo, para una variable cualquiera ϕ se tiene [14]:

$$\phi_i = \bar{\phi}_i + \phi'_i \tag{16}$$

O según Pope (2000) [12]:

$$\Phi = \langle \Phi \rangle + \phi \tag{17}$$

Donde el primer término del lado derecho es la componente promedio y el segundo la componente fluctuante.

Al sustituir la descomposición de Reynolds para las variables de flujo en las ecuaciones instantáneas de continuidad, que corresponde a la ecuación 3, y de momento, que van de la 5 a la 7, y calcular posteriormente el promedio temporal de las ecuaciones, se obtienen las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas por Reynolds (RANS). En su forma tensorial cartesiana, estas se expresan de la siguiente manera [12]:

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{U} \rangle = 0 \tag{18}$$

$$\frac{\bar{D}}{\bar{D}t}\langle U_j \rangle = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\nu_{\text{eff}}\left(\frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_i}\right)\right] - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\langle p \rangle + \frac{2}{3}\rho k\right) \tag{19}$$

Donde:

$$\frac{\bar{D}}{\bar{D}t}\langle U_j \rangle = \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial t} + \langle U_i \rangle \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_i} \tag{20}$$

Y [12]:

$$\nu_{\text{eff}}(x,t) = \nu + \nu_{\text{T}}(x,t) \tag{21}$$

A diferencia de las ecuaciones de Navier-Stokes ordinarias, más adelante se verá que se añaden términos adicionales para modelar la turbulencia. Uno de ellos es el esfuerzo de Reynolds $-\rho\langle u_i u_j \rangle$, que debe ser modelado para cerrar la ecuación de momentum [14]. Para modelar el término anterior, algunos modelos (Spalart-Allmaras, $k-\epsilon$ y $k-\omega$) utilizan la hipótesis de Boussinesq; que relaciona los esfuerzos de Reynolds con los gradientes de velocidad promedios [12]:

$$-\rho\langle u_i u_j \rangle = \rho\nu_T\left(\frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \tag{22}$$

Esta aproximación cuenta tanto con ventajas como desventajas. La principal ventaja es que el cálculo de la viscosidad turbulenta (μ_t) requiere un costo computacional relativo muy bajo; mientras que la principal desventaja es que asume (μ_t) como una cantidad escalar isotrópica.

3.4.1. Modelo Spalart-Allmaras

El modelo Spalart-Allmaras es el único modelo de turbulencia de una ecuación y se encarga de resolver la viscosidad turbulenta [15]. Inicialmente fue diseñado para atacar aplicaciones aeroespaciales de flujo confinado en paredes. Tiene buenos resultados para capas límites bajo gradientes de presión adversos. Actualmente está siendo introducido en aplicaciones de turbomaquinaria [14]. Normalmente los modelos de bajo Reynolds requieren un mallado detallado cerca de la pared, sin embargo ANSYS Fluent utiliza un tratamiento de pared insensible a y^+, garantizando resultados precisos sin la necesidad de tener atención rigurosa al mallado en la pared. El modelo mezcla la

subcapa viscosa y la formulación logarítmica [14]. Una de las desventajas que tiene el modelo es que no está diseñado para flujos industriales generales o de capa libre y no es ideal para predecir el decaimiento de la turbulencia isotrópica. La ecuación de transporte para la viscosidad turbulenta modificada se expresa a continuación [14]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}}\left\{\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\rho\tilde{\nu})\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right] + C_{b2}\rho\left(\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)^2\right\} - Y_\nu + S_{\tilde{\nu}} \quad (23)$$

En la ecuación 23 se introducen los siguientes términos:

- G_ν es la producción de viscosidad turbulenta.
- Y_ν es la destrucción de viscosidad turbulenta cercana a la pared debido al bloqueo de pared y el amortiguamiento viscoso.
- $\sigma_{\tilde{\nu}}$ y C_{b2} son constantes.
- $\tilde{\nu}$ es la viscosidad molecular cinemática.
- $S_{\tilde{\nu}}$ es un término definido por el usuario.

La viscosidad turbulenta se calcula de la siguiente manera:

$$\mu_t = \rho\tilde{\nu}f_{v1} \quad (24)$$

Donde la función de amortiguamiento de la viscosidad se define como:

$$f_{v1} = \frac{X^3}{X^3 + C_{v1}^3} \quad (25)$$

Y:

$$X \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (26)$$

El término de producción de viscosidad turbulenta se modela de la siguiente manera:

$$G_\nu = C_{b1}\rho\tilde{S}\tilde{\nu} \quad (27)$$

Donde:

$$\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2}f_{v2} \quad (28)$$

Y:

$$f_{v2} = 1 - \frac{X}{1 + Xf_{v1}} \quad (29)$$

En las ecuaciones anteriores, que van de la 27 a la 29, se introducen los siguientes términos:

- C_{b1} y κ son constantes.
- d es la distancia a la pared.
- S es una medida escalar del tensor de deformación, que a su vez se basa en la magnitud de la vorticidad:

$$S \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \tag{30}$$

Donde Ω_{ij} es el tensor promedio de la tasa de deformación y está definido como:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{31}$$

Para modelar el término de destrucción se utilizan las siguientes expresiones:

$$Y_\nu = C_{w1}\rho f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2 \tag{32}$$

Donde:

$$f_w = g\left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6}\right]^{\frac{1}{6}} \tag{33}$$

$$g = r + C_{w2}(r^6 - r) \tag{34}$$

$$r \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2} \tag{35}$$

Donde C_{w1},C_{w2} y C_{w3} son constantes. A continuación, en la tabla 3 [15], se presentan los valores de las constantes utilizadas de manera predeterminada en el modelo Spalart-Allmaras.

Tabla 3: Valores predeterminados de las constantes en el modelo Spalart-Allmaras

Constante	**Valor predeterminado**
Cb_1	0.1355
Cb_2	0.622
$\sigma_{\tilde{\nu}}$	$\frac{2}{3}$
Cv_1	7.1
Cw_1	$\frac{Cb_1}{\kappa^2} + \frac{1+Cb_2}{\sigma_{\tilde{\nu}}}$
Cw_2	0.3
Cw_3	2
κ	0.41

3.4.2. Modelo $k - \varepsilon$

Los modelos de la clase $k - \varepsilon$ se subdividen como se muestra en la figura 6 en: Estándar, Renormalization Group (RNG) y Realizable. Los 3 son muy parecidos entre sí, con ecuaciones de transporte para k y para ε. Difieren principalmente en el método en el que calculan la viscosidad turbulenta, en los números de Prandtl turbulentos presentes en la difusión turbulenta de k y de ε y en los términos de generación y destrucción presentes en la ecuación ε. En este trabajo solo se ha utilizado la variante del modelo $k - \varepsilon$ estándar, por lo que únicamente se explicará el fundamento teórico de esta variante.

Los modelos de turbulencia de dos ecuaciones determinan las escalas turbulentas de longitud y tiempo al resolver las dos ecuaciones de transporte. El modelo estándar, desarrollado por Launder y Spalding (1972) [16], es utilizado principalmente en flujos ingenieriles y simulaciones de transferencia de calor ya que es robusto, simple y tiene una precisión razonable. Las ecuaciones de transporte que se resuelven corresponden a la energía cinética turbulenta (k) y la tasa de disipación (ϵ), por medio de la integración de elementos teóricos y empíricos. Algunas de las consideraciones más importantes de este modelo, que también engloba sus limitaciones, son que se asume un flujo completamente turbulento y se desprecian los efectos de la viscosidad molecular [14]. Como su validez depende de que las dos condiciones anteriores se cumplan, se desarrollaron posteriormente los modelos RNG y realizable. Las ecuaciones de transporte que se presentan a continuación permiten calcular k y ε [14]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + G_k + G_b - \rho\varepsilon - Y_M + S_k \tag{36}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + C_{1\epsilon}\frac{\varepsilon}{k}(G_k + C_{3\varepsilon}G_b) - C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \tag{37}$$

En las ecuaciones 36 y 37 se introducen los siguientes términos:

- G_k es la generación de energía cinética turbulenta debido a los gradientes de velocidad promedios.
- G_b es la generación de energía cinética turbulenta debido a la flotabilidad.
- Y_M es la contribución de la dilatación fluctuante en turbulencia compresible a la tasa de disipación total.
- $C_{1\varepsilon}$,$C_{2\varepsilon}$ y $C_{3\varepsilon}$ son constantes.
- σ_k y σ_ε son los números de Prandtl para k y ε.
- S_k y S_ε son términos definidos por el usuario.

La viscosidad turbulenta, que está en función de k u ϵ, se calcula de la siguiente manera:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{38}$$

Donde C_μ es una constante. El término de producción de energía cinética se modela de la misma manera para todos los submodelos:

$$G_k = -\rho \overline{u_i' v_i'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \tag{39}$$

Ya que en el presente estudio no se toman en cuenta los efectos de la temperatura, la producción de energía cinética turbulenta debido a la flotabilidad es igual a 0. Si se presenta un campo gravitacional diferente de cero y existe un gradiente de temperatura, sí se deben tomar en cuenta los efectos de G_b. Si se desea conocer cómo se calcula este parámetro, se recomienda revisar el *"Ansys' Fluent Theory Guide"* [14]. De la misma manera, al estar trabajando con un flujo incompresible subsónico, el término relacionado con la dilatación de la disipación es ignorado. Nuevamente, si se trabaja con flujos compresibles de altos números de Mach, sí es recomendable considerar los efectos de Y_M, cuyo modelado también puede consultarse en la bibliografía previamente sugerida [14].

A continuación, en la tabla 4 [16], se presentan los valores de las constantes utilizadas de manera predeterminada en el modelo $k - \varepsilon$ estándar.

Tabla 4: Valores predeterminados de las constantes en el modelo $k - \varepsilon$ estándar

Constante	Valor predeterminado
$C_{1\varepsilon}$	1.44
$C_{2\varepsilon}$	1.92
C_μ	0.09
σ_k	1.0
σ_ε	1.3

3.4.3. Modelo $k - \omega$

Los modelos $k - \omega$ se subdividen en: Estándar, Baseline (BSL), Transporte de Esfuerzo Cortante (SST), y $k - \omega$ generalizado (GEKO). Los 3 primeros son muy parecidos entre sí, con ecuaciones de transporte para k y para ω. Difieren principalmente en que los modelos BSL y SST realizan una transición progresiva desde la región interna de la capa límite hasta llegar a una formulación para número de Reynolds altos en la parte externa de la capa límite y, además, el modelo SST toma en cuenta los efectos del esfuerzo cortante turbulento principal en el cálculo de la viscosidad turbulenta. En este trabajo solo se han utilizado las variantes SST y GEKO del modelo $k - \omega$, por lo que nuevamente únicamente se explicará el fundamento teórico de estas.

El modelo SST incorpora todos los refinamientos del modelo BSL, además de añadir el transporte del esfuerzo cortante turbulento en el cálculo de la viscosidad turbulenta [14]. Estas mejoras fueron introducidas por Menter (1994) [21], logrando así una mejora en la precisión y en la fiabilidad del modelo. Además, dichas modificaciones permiten utilizarlo en una gama más amplia de flujos, como aquellos que tienen un gradiente de presión adverso, los que envuelven a los perfiles aerodinámicos y las ondas de choque transónicas. Las ecuaciones de transporte, que son similares para las tres variantes y se presentan a continuación, permiten calcular k y ω [14]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j} + G_k - Y_k + S_k + G_b \tag{40}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j} + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega + G_{\omega b} \tag{41}$$

En las ecuaciones 40 y 41 se introducen los siguientes términos:

- G_k es la generación de energía cinética turbulenta.
- G_ω es la generación de ω.
- Γ_k y Γ_ω son las difusividades efectiva de k y ω.
- Y_k y Y_ω son los términos de disipación de k y ω debido a la turbulencia.
- D_ω es la difusión cruzada.
- S_k y S_ω son términos definidos por el usuario.
- G_b y $G_{\omega b}$ son términos relacionados con la flotación.

De todos los términos que se mencionaron con anterioridad, debe prestarse atención a aquellos que hacen referencia a la difusividad efectiva de k y ω, pues es aquí donde se incluye la viscosidad turbulenta tal y como se define a continuación:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \tag{42}$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \tag{43}$$

Donde σ_k y σ_ω son los números de Prandtl turbulentos de k y ω. La manera en que se modela la viscosidad turbulenta en el modelo SST es muy diferente a cómo lo hacen los modelos estándar y BSL [14]. Estos últimos no toman en consideración el transporte de esfuerzo cortante turbulento,

por lo que suelen sobrestimar la viscosidad turbulenta. Para evitar esto, se utiliza un limitador en la formulación de esta última propiedad [14]:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega}\right]} \tag{44}$$

En la ecuación 44 se introducen las siguientes variables:

- S es la magnitud de la tasa de deformación.
- a^* es la corrección para bajo número de Reynolds (la cual no se explora debido a la naturaleza del problema).
- F_2 es una función de mezcla dada por:

$$F_2 = tanh(\Phi_2^2) \tag{45}$$

$$\Phi_2 = max\left[2\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}\right] \tag{46}$$

  Donde y es la distancia a la próxima superficie.

Por cuestiones de practicidad, no se explorará el cómo se obtiene el resto de términos de las ecuaciones 40 y 41; nuevamente en la guía puede encontrarse dicha información [14]. A continuación, en la tabla 5 [14], se presentan los valores de las constantes utilizadas en el modelo $k-\omega$ SST:

Tabla 5: Valores predeterminados de las constantes en el modelo $k-\omega$ SST

Constante	Valor predeterminado
$\sigma_{k,1}$	1.176
$\sigma_{\omega,1}$	2.0
$\sigma_{k,2}$	1.0
$\sigma_{\omega,2}$	1.168
a_1	0.31
$\beta_{i,1}$	0.075
$\beta_{i,2}$	0.0828

Donde $\sigma_{k,1}$ y $\sigma_{k,2}$, son utilizados en el cálculo del número de Prandtl turbulento de k; $\sigma_{\omega,1}$ y $\sigma_{\omega,2}$, en el cálculo del número de Prandtl turbulento de ω; y $\beta_{i,1}$ y $\beta_{i,2}$ en el cálculo de la constante a_∞.

Nuevamente, analogo al modelo anterior, tanto los efectos a causa de la flotación como los relacionados a la dilatación de la disipación son ignorados en este análisis, por lo que los términos G_b, $G_{\omega b}$, Y_k y Y_ω no son calculados.

Cuando se trabaja con los modelos RANS es casi una verdad aceptada que no existe alguno que pueda predecir de manera precisa todos los tipos de flujo. Si se permite al usuario elegir, es bastante probable que se obtenga una solución no deseada porque ya se ha visto que los modelos RANS difieren en robustez, compatibilidad y en el tratamiento cercano a la pared. Afortunadamente, con la integración del modelo GEKO (el cual es un modelo generalizado $k-\omega$), se tiene un modelo flexible adaptable a diversas aplicaciones. Este modelo unifica los modelos de dos ecuaciones en una formulación ajustable sin perder calibración, ya que los modelos RANS tienen la desventaja de que sus coeficientes están muy entrelazados entre sí, por lo que no son fácilmente modificables [14]. A diferencia de los modelos vistos hasta ahora, la matemática detrás del modelo GEKO no está publicada. Lo que sí se conoce es que está basado en el modelo $k-\omega$ y la introducción de 4 coeficientes libres que son configurados dentro de ciertos rangos sin comprometer la calibración. Estos coeficientes se resumen en la siguiente tabla 6 [14]:

Tabla 6: Coeficientes del modelo GEKO

Coeficiente	Definición	Rango de valores	Efectos	Notas
C_{SEP}	Optimiza la separación de flujo para superficies suaves	(0.7, 2.5)	Aumentarlo lleva a una separación más temprana y fuerte	Si el valor es 1, imita el modelo estándar $k-\epsilon$; mientras que si es 1.75, imita el modelo SST.
C_{NW}	Optimiza el flujo en regiones cercanas a la pared fuera del equilibrio	(-2, 2)	Aumentarlo lleva a un incremento en las tasas de transferencia de calor en las zonas de readherencia	Su valor predeterminado es de 0.5 y no debe modificarse salvo que la información experimental lo sugiera.
C_{MIX}	Optimiza la intensidad de mezcla en flujos cortantes libres	(-0.5, 1)	Aumentarlo lleva a una mezcla más intensa en flujos cortantes libres	El valor predeterminado depende del coeficiente C_{SEP}.
C_{JET}	Optimiza la mezcla en la capa límite cortante	(0, 1)	Aumentarlo incrementa la tasa de expansión de los flujos de chorro libre	Este coeficiente solo se usa en aplicaciones específicas.

Existe otro parámetro conocido como parámetro de corrección de curvatura C_{Curv}, que influye en la intensidad de corrección de curvatura en caso de ser necesario. Si se desea conocer a profundidad, se puede remitir a la guía teórica que se ha mencionado durante este capítulo [14].

3.4.4. Modelo de Esfuerzos de Reynolds (RSM)

El Modelo de Esfuerzos de Reynolds (RSM) es el modelo de turbulencia RANS más avanzado disponible en FLUENT. A diferencia de los modelos vistos anteriormente, este resuelve las ecuaciones de transporte para cada uno de los esfuerzos de Reynolds, además de la ecuación de disipación. Por lo anterior, en un análisis bidimensional, al utilizar este modelo se resuelven 5 ecuaciones. El RSM logra capturar de buena manera los efectos de curvatura y rotación, por lo que resulta muy útil para flujos anisotrópicos; no obstante, se ha de advertir que su precisión está en función de las suposiciones de cierre, más especificamente de los términos de presión-deformación y disipación. Como adicional, es conveniente mencionar que existen variaciones del modelo RSM que utilizan las ecuaciones escaladas de ε y ω. Es evidente que este modelo es más costoso computacionalmente hablando y no siempre es superior a los otros modelos, pero al momento de tratar con la anisotropía de los esfuerzos de Reynolds resulta indispensable; especialmente en flujos altamente rotacionales. Las ecuaciones de transporte para los esfuerzos de Reynolds pueden escribirse de la siguiente manera [14]:

$$\begin{aligned}
\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\overline{u_i'u_j'}\right)}_{\text{Derivada de tiempo local}} &+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\rho u_k\overline{u_i'u_j'}\right)}_{C_{ij}\equiv\text{Convección}} = -\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\rho\overline{u_i'u_j'u_k'}+\overline{p'\left(\delta_{kj}u_i'+\delta_{ik}u_j'\right)}\right]}_{D_{T,ij}\equiv\text{Difusión turbulenta}} \\
&+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\mu\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\overline{u_i'u_j'}\right)\right]}_{D_{L,ij}\equiv\text{Difusión molecular}} \\
&- \underbrace{\rho\left(\overline{u_i'u_k'}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}+\overline{u_j'u_k'}\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right)}_{P_{ij}\equiv\text{Producción de esfuerzo}} \\
&- \underbrace{\rho\beta\left(g_i\overline{u_j'\theta}+g_j\overline{u_i'\theta}\right)}_{G_{ij}\equiv\text{Producción por flotación}} \\
&+ \underbrace{\overline{p'\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j'}{\partial x_i}\right)}}_{\varphi_{ij}\equiv\text{Presión-Deformación}} \\
&- \underbrace{2\mu\overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}\frac{\partial u_j'}{\partial x_k}}}_{\varepsilon_{ij}\equiv\text{Disipación}} \\
&- \underbrace{2\rho\Omega_k\left(\overline{u_j'u_m'}\epsilon_{ikm}+\overline{u_i'u_m'}\epsilon_{jkm}\right)}_{F_{ij}\equiv\text{Producción por el sistema de rotación}} \\
&+ \underbrace{S_{\text{user}}}_{\text{Término definido por el usuario}}
\end{aligned} \tag{47}$$

De la ecuación anterior se remarca que los términos $D_{T,ij}$, G_{ij}, φ_{ij} y ε_{ij} deben ser modelados para darle un adecuado cierre a las ecuaciones [14].

En primer lugar, se verá cómo modelar el término de difusión turbulenta. Considerando el RSM basado en ϵ, $D_{T,ij}$ se obtiene del modelo generalizado del gradiente de difusión de Daly y Harlow (1970) [18]:

$$D_{T,ij} = C_s \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\rho \frac{k\overline{u_k' u_l'}}{\epsilon}\frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_l}\right) \tag{48}$$

Debe advertirse que la ecuación anterior puede llevar a inestabilidades numéricas; por lo que ANSYS lleva a cabo unas simplificaciones a la ecuación 48 para evitarlas [14]. El término de Presión-Deformación se modela según el modelo de Esfuerzo de Reynolds seleccionado. En este estudio se trabajó con un RSM basado en ϵ, especificamente el modelo lineal presión-deformación. Por ende, el término φ_{ij} se modela con la propuesta de Gibson y Launder (1978) [19], la cual es una descomposición de los términos que se muestran a continuación:

$$\varphi_{ij} = \varphi_{ij,1} + \varphi_{ij,2} + \varphi_{ij,w} \tag{49}$$

Donde:

- $\varphi_{ij,1}$ es el término lento presión-deformación modelado como [19]:

$$\varphi_{ij,1} \equiv -C_1 \rho \frac{\epsilon}{k}\left[\overline{u_i' u_j'} - \frac{2}{3}\delta_{ij} k\right] \tag{50}$$

  Con $C_1 = 1.8$

- $\varphi_{ij,2}$ es el término rápido presión-deformación modelado como [19]:

$$\varphi_{ij,2} \equiv -C_2\left[(P_{ij} + F_{ij} + 5/6 G_{ij} - C_{ij}) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\left(P + 5/G - C\right)\right] \tag{51}$$

  Con $C_2 = 0.6$, $P = \frac{1}{2}P_{kk}$, $G = \frac{1}{2}G_{kk}$ y $C = \frac{1}{2}C_{kk}$. Si se desea conocer cómo se obtuvieron los otros términos, refiérase a la guía teórica de Ansys Fluent.

- $\varphi_{ij,w}$ es el término de reflexión de pared modelado como [19]:

$$\begin{aligned}\varphi_{ij,w} \equiv C_1' \frac{\epsilon}{k}\left(\overline{u_k' u_m'} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2}\overline{u_i' u_k'} n_j n_k - \frac{3}{2}\overline{u_j' u_k'} n_i n_k\right)\frac{C_l k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon d} \\ + C_2'\left(\varphi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2}\varphi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2}\varphi_{jk,2} n_i n_k\right)\frac{C_l k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon d}\end{aligned} \tag{52}$$

  Con $C_1' = 0.5$, $C_2' = 0.3$, n_k es la componente x_k de la unidad normal a la pared, d es la

distancia normal a la pared y $C_l = C_\mu^{\frac{3}{4}}/\kappa$ ($C_\mu = 0.09$ y κ es la constante de von Kármán).

Al momento de recurrir al cálculo de la energía cinética turbulenta (k) en alguno de los términos, este se obtiene de la traza del tensor de esfuerzos de Reynolds [14]:

$$k = \frac{1}{2}\overline{u_i' u_i'}. \tag{53}$$

No obstante, también se puede resolver la ecuación de transporte para k, de manera que se apliquen correctamente las condiciones de frontera en el modelo de Esfuerzos de Reynolds, dicha ecuación tiene la forma siguiente [14]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + \frac{1}{2}\left(P_{ii} + G_{ii}\right) - \rho\varepsilon\left(1 + 2M_t^2\right) + S_k \tag{54}$$

Donde $\sigma_k = 1$ y S_k es un término definido por el usuario.

Para la tasa de disipación, el tensor correspondiente se modela de la siguiente manera [14]:

$$\epsilon_{ij} = \frac{2}{3}\delta_{ij}(\rho\epsilon + Y_M) \tag{55}$$

De la misma manera, también se puede obtener la tasa de disipación escalar resolviendo la siguiente ecuación de transporte [14]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}\right)\frac{\partial \epsilon}{\partial x_j}\right] + C_{\epsilon 1}\frac{1}{2}[P_{ii} + C_{\epsilon 3}G_{ii}]\frac{\epsilon}{k} - C_{\epsilon 2}\rho\frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon \tag{56}$$

Donde $\sigma_\epsilon = 1$, $C_{\epsilon 1} = 1.44$, $C_{\epsilon 2} = 1.92$,$C_{\epsilon 3}$ es una función de la dirección local de flujo relativo al vector gravitacional y S_ϵ es un término definido por el usuario.

De la misma manera que la energía cinética turbulenta, cuando se necesita modelar la viscosidad turbulenta en alguno de los términos se hace de la siguiente manera [14]:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \tag{57}$$

Donde $C_\mu = 0.09$.

En los modelos de Esfuerzos de Reynolds, las condiciones de fronteras son necesarias para cada componente de esfuerzo $\overline{u_i' u_j'}$ y para la tasa de disipación ϵ. Cerca de las paredes, el software utiliza funciones de pared para estimar los valores basados en suposiciones de equilibrio y en la ley del logaritmo. Los valores cercanos a la pared de los esfuerzos están dados por radios fijos en función

de k y se muestran a continuación [14]:

$$\frac{\overline{u_\tau'^2}}{k} = 1.098, \frac{\overline{u_\eta'^2}}{k} = 0.247, \frac{\overline{u_\lambda'^2}}{k} = 0.655, -\frac{\overline{u_\tau' u_\eta'}}{k} = 0.255 \tag{58}$$

3.5. Modelos de transición

Los modelos de transición son aquellos que añaden funcionalidades físicas que capturan el inicio y el desarrollo de la transición de la capa límite. Lo anterior con la finalidad de dar un apropiado cierre a los RANS laminares y completamente turbulentos [14]. Existen dos modelos de transición que son ampliamente utilizados: el modelo de transición $k-kl-\omega$ y el modelo de transición SST. A continuación se explorarán las particularidades de cada uno.

3.5.1. Modelo de transición $k-kl-\omega$

El modelo de transición $k-kl-\omega$, es utilizado para predecir el desarrollo de la capa límite y el momento en el que inicia la transición; ya que ha mostrado buenos resultados al momento de reproducir la transición de la capa límite desde un regimen laminar a uno turbulento. En esencia se trata de un modelo de 3 ecuaciones basado en el modelo $k-\omega$, pero que introduce un campo de transporte de energía cinética laminar (kl). Este último término representa la energía de perturbación pre-transicional. Una vez que kl se consume, el modelo permite que la producción turbulenta crezca, provocando que la transición se genere de manera natural a partir de un equilibrio local sin la necesidad de imponer un punto de transición [20]. Fue creado para bajos números de Reynolds y para su fácil implementación en códigos de CFD. Las tres ecuaciones de transporte, correspondientes a la energía cinética turbulenta (kt), energía cinética laminar (kl) y la inversa de la escala de tiempo turbulento (ω) se muestran a continuación [14]:

$$\frac{Dkt}{Dt} = P_{kt} + R + R_{NAT} - \omega kt - D_T + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\alpha_T}{\alpha_K}\right)\frac{\partial kt}{\partial x_j}\right] \tag{59}$$

$$\frac{Dkl}{Dt} = P_{kl} - R - R_{NAT} - D_L + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\nu\frac{\partial kl}{\partial x_j}\right] \tag{60}$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega 1}\frac{\omega}{k_T}P_{K_T} + \left(\frac{C_{\omega R}}{f_W} - 1\right)\frac{\omega}{k_T}(R + R_{NAT}) - C_{\omega 2}\omega^2 + C_{\omega 3} f_\omega \alpha_T f_W^2 \frac{\sqrt{k_T}}{d^3} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \frac{\alpha_T}{\alpha_\omega}\right)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] \tag{61}$$

Donde:

- P_{kt} es el término de producción de turbulencia generado por las fluctuaciones turbulentas y

definido como:

$$P_{kt} = \nu_{T,s} S^2 \tag{62}$$

Siendo $\nu_{T,s}$ la viscosidad turbulenta de pequeña escala.

- P_{kl} es el término de producción de energía laminar cinética por las fluctuaciones turbulentas de larga escala, definido como:

$$P_{kl} = \nu_{T,l} S^2 \tag{63}$$

Siendo $\nu_{T,l}$ la viscosidad turbulenta de larga escala.

- R es el efecto promedio de la descomposición de las fluctuaciones en la dirección de la corriente en turbulencia durante la transición, definido como:

$$R = C_R \beta_{BP} k_L \omega / f_W \tag{64}$$

Siendo β_{BP} la función umbral que controla el proceso de transición y f_W una razón entre la escala de longitud turbulenta y la longitud efectiva.

- R_{NAT} es el término de producción de transición natural, definido como:

$$R_{NAT} = C_{R,NAT} \beta_{NAT} k_L \Omega \tag{65}$$

- D_T y D_L son los términos relacionados a la disipación turbulenta y laminar cercana a la pared, definidos:

$$D_T = 2\nu \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \tag{66}$$

$$D_L = 2\nu \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \tag{67}$$

- α_T es la difusividad escalar turbulenta, definida como:

$$\alpha_T = f_\nu C_{\mu,std} \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{eff} \tag{68}$$

Siendo $k_{T,s}$ la energía de pequeña escala y λ_{eff} es la longitud efectiva.

A continuación, en la tabla 7 [20], se presentan algunos de los valores de las constantes utilizadas en el modelo $k - kl - \omega$:

Tabla 7: Valores predeterminados de las constantes en el modelo $k - kl - \omega$

Constante	Valor predeterminado
$C_{R_{NAT}}$	0.02
C_R	0.12
$C_{\omega 1}$	0.44
$C_{\omega 2}$	0.92
$C_{\omega 3}$	0.3
$C_{\omega R}$	1.5
$C_{\mu,std}$	0.09

3.5.2. Modelo de transición SST

El modelo de transición SST (también conocido como $\gamma - Re_\theta$) utiliza las ecuaciones del modelo $k-\omega$ SST e integra dos ecuaciones adicionales de transporte: una para la intermitencia y otra para el inicio de la transición, que está en función del número de Reynolds de espesor-momento. Fue desarrollado por Langtry y Menter (2004) [21] con la finalidad de modelar tanto la transición por derivación como la de baja turbulencia. Este modelo ofrece la oportunidad al usuario de introducir correlaciones de carácter empírico. La utilidad de este modelo se ve limitada a flujos con pared y no ofrece buenos resultados para capas libres, superficies en movimiento o flujos sin velocidad libre [14]. A diferencia de otros modelos, también tiene la desventaja de no estar calibrado para efectos de flotabilidad o turbulencia multifásica. Si se busca compensar estas deficiencias, se recomienda utilizar el modelo de transición por intermitencia. Las ecuaciones de transporte correspondientes a la intermitencia y al número de Reynolds de espesor-momento se muestran a continuación [14]:

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j\gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma}\right)\frac{\partial\gamma}{\partial x_j}\right] \tag{69}$$

$$\frac{\partial(\rho\tilde{Re}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j\tilde{Re}_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\sigma_{\theta t}(\mu+\mu_t)\frac{\partial\tilde{Re}_{\theta t}}{\partial x_j}\right] \tag{70}$$

Donde:

- $P_{\gamma 1}$ y $E_{\gamma 1}$ son las fuentes de transición definidas de la siguiente manera:

$$P_{\gamma 1} = C_{a1}F_{length}\rho S[\gamma F_{onset}]^{C_{\gamma 3}} \tag{71}$$

Siendo S la magnitud de la tasa de deformación, F_{length} la correlación empírica que controla la longitud de la región de transición, C_{a1} una constante de valor 2 y F_{onset} una función que controla el inicio de transición.

$$E_{\gamma 1} = C_{e1}P_{\gamma 1}\gamma \tag{72}$$

Siendo C_{e1} una constante de valor 1.

- $P_{\gamma 2}$ y $E_{\gamma 2}$ son las fuentes de destrucción o relaminización definidas:

$$P_{\gamma 2} = C_{a2}\rho\Omega\gamma F_{turb} \tag{73}$$

Siendo Ω la magnitud de la vorticidad y F_{turb} una función que controla el inicio de transición.

$$E_{\gamma 2} = C_{e2}P_{\gamma 2}\gamma \tag{74}$$

- $P_{\theta t}$ es un término fuente definido como:

$$P_{\theta t} = c_{\theta t}\frac{\rho}{t}(Re_{\theta t} - \tilde{Re_{\theta t}})(1 - F_{\theta t}) \tag{75}$$

A continuación, en la tabla 8 [14], se presentan algunos de los valores de las constantes utilizadas en el modelo SST de transición:

Tabla 8: Valores predeterminados de las constantes en el modelo SST de transición

Constante	**Valor predeterminado**
C_{a1}	2
C_{e1}	1
C_{a2}	0.06
C_{e2}	50
$c_{\gamma 3}$	0.5
σ_{γ}	1
$c_{\theta t}$	0.03
$\sigma_{\theta t}$	2

La condición de frontera para $\tilde{Re_{\theta t}}$ en una pared es de flujo cero; mientras que las de la entrada deben ser estimadas de la relación empírica de la intensidad turbulenta de la entrada [14].

Este modelo requiere de un tratamiento especial en el mallado para lograr capturar las capas límites laminar y de transición correctamente y es que el valor de y^+ debe ser aproximadamente 1 [14]. En caso de no cumplir con lo anterior la ubicación del inicio de la transición se mueve hacia aguas arriba al ir aumentando y^+. Otro punto en el que se debe tener atención es que se debe utilizar una discretización basada en el esquema *second order upwind* para las ecuaciones de flujo promedio, turbulencia y transición.

En caso de que se tengan flujos con gradiente de presión adverso o con burbujas de separación laminar, se recomienda utilizar una corrección de transición inducida por separación, dichas mo-

dificaciones se explican a continuación [14]:

$$\begin{aligned} \gamma_{sep} &= \text{mín}\left(C_{s1}\,\text{máx}\left[\left(\frac{Re_v}{3.235Re_{\theta c}}\right)-1,\,0\right]F_{reattch},2\right)F_{\theta t}, \\ F_{reattch} &= e^{-\left(\frac{R_T}{20}\right)^4}, \\ \gamma_{eff} &= \text{máx}\left(\gamma,\,\gamma_{sep}\right) \end{aligned} \tag{76}$$

Donde C_{s1} es una constante de valor 2 y la constante que relaciona Re_v y $Re_{\theta c}$ (3.235) se debe a que es el valor en un punto de separación cuando el factor de forma es 3.5 [21].

3.6. Modelos híbridos

En primera instancia podría parecer que el promediado de Reynolds (utilizado en los modelos RANS) y la filtración espacial (que no se aborda en el trabajo, pero que es fundamental en el modelo LES) pueden ser incompatibles ya que producen diferentes términos adicionales de esfuerzo. No obstante, cuando el modelo de turbulencia es introducido, las ecuaciones de momento pierden información sobre su promediado, ya que en ambos tipos de modelos se reemplazan los esfuerzos con un término de viscosidad turbulenta. Como consecuencia de lo anterior, las ecuaciones de ambos modelos quedan casi idénticas, ya que lo único en que difieren es la magnitud de la viscosidad turbulenta [14].

Aquí es donde conviene tomar en consideración modelos que puedan operar sin interrupciones entre los modos RANS y LES [14]. Esta clase de modelos se conoce como modelos hibridos (entre los cuales se encuentran el SAS y el DES) y logran disminuir la viscosidad turbulenta en la zona LES, permitiendo una transición suave sin necesariamente modificar las ecuaciones de momento fundamentales. A continuación se explican en detalle los dos modelos híbridos mencionados con anterioridad.

3.6.1. Modelo de Simulación Adaptativa a Escalas (SAS)

El modelo de Simulación Adaptativa a Escalas (SAS) es un enfoque mejorado URANS capaz de resolver parte del espectro turbulento en regiones de flujo no estacionarias. En este modelo se introduce la escala de longitud de von Kármán en la ecuación de escala de turbulencia, permitiendo que este se adapte dinámicamente a las estructuras resueltas. Esto resulta en un comportamiento interesante, pues en las regiones inestables el SAS adopta las características de un modelo DES, mientras que en las zonas más estables rinde como un modelo RANS. Tomemos como ejemplo la imagen que se muestra en la figura, recuperada de ANSYS FLUENT THEORY GUIDE 7 [14]:

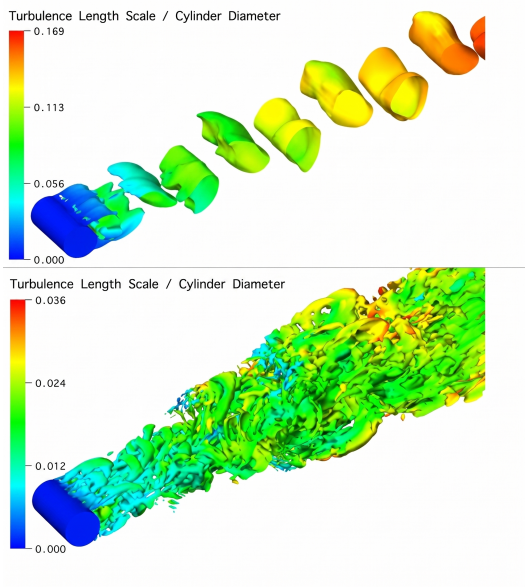


Figura 7: Estructuras resueltas de un cilindro en flujo cruzado.

En la parte superior de la imagen se muestran las estructuras capturadas de un cilindro en flujo cruzado utilizando un modelo URANS, mientras que en la parte inferior utilizando el modelo SAS. Se puede observar que el modelo URANS solo capta inestabilidades de grandes escalas, en cambio, el modelo SAS llega a reproducir incluso estructuras turbulentas más pequeñas, lo que demuestra que este último mejora la precisión en simulaciones aerodinámicas complejas y transitorias.

Una de las peculiaridades de los modelos de dos ecuaciones que se abordaron durante este capítulo es que carecen de una ecuación de transporte exacta que guíe su formulación. La ecuación de disipación describe las escalas disipativas pequeñas y no las escalas grandes que son las que contienen energía. Además, se debe recordar que los modelos RANS buscan representar los efectos de las estructuras a gran escala sobre el flujo medio, por lo que las ecuaciones para ε y ω, al igual que la ecuación de energía cinética turbulenta (k) se construyen de forma heurística [14]. Entre 1968 y 1972, Rotta [22] logró resolver este inconveniente al obtener una ecuación de transporte exacta para el producto de la energía cinética turbulenta y la escala de longitud (kL) que logró describir las estructuras turbulentas de gran escala.

Las ecuaciones del modelo SST-SAS se obtienen de utilizar el modelo $k-\omega$ SST bajo el enfoque de Rotta. Dichas ecuaciones se muestran a continuación [23]:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i k) = G_k - \rho c_\mu k\omega + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{77}$$

$$\frac{\partial \rho\omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \omega) = \alpha \frac{\omega}{k} G_k - \rho\beta\omega^2 + Q_{SAS} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}\right)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + (1 - F_1)\frac{2\rho}{\sigma_{\omega,2}}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \tag{78}$$

Nótese que en la ecuación 78 se introduce un término que no está en el modelo SST RANS y este es el término fuente Q_{SAS} que se define de la siguiente manera [23]:

$$Q_{SAS} = max\left[\rho\eta_2\kappa S^2\left(\frac{L}{L_{VK}}\right)^2 - C * \frac{2\rho k}{\sigma_\Phi} max\left(\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{1}{k^2}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial k}{\partial x_j}, 0\right)\right] \tag{79}$$

Este último término se obtiene de una derivada de segundo orden en las ecuaciones de transporte de Rotta [24]. A continuación, en la tabla 9 [14], se muestran los valores de los parámetros del término Q_{SAS}.

Tabla 9: Valores predeterminados de los parámetros del término Q_{SAS}

Parámetro	Valor predeterminado
η_2	3.51
σ_Φ	2/3
C	2

L es la longitud escalada de la turbulencia modelada y L_{VK} es la escala de longitud de von Kármán.

3.6.2. Modelo de Simulación de Remolinos Separados (DES)

El modelo de Simulación de Remolinos Separados (DES) se utiliza a la par con alguno de los siguientes 5 modelos [14]:

- Spalart-Allmaras
- BSL $k-\omega$
- Transición SST
- $k-\epsilon$ realizable
- SST $k-\omega$

El modelo DES se encarga de combinar las funciones de un modelo RANS en regiones cercanas a la pared; con las del modelo LES cuando está en regiones de flujo separado o altamente transitorio, pues este último tipo logra capturar bien las estructuras turbulentas grandes. Este método híbrido que permuta entre RANS y LES resulta ideal para flujos confinados por paredes y de alto número de Reynolds, logrando una mejor precisión que no alcanzan los modelos RANS y utilizando una menor cantidad de recurso computacional comparado con el modelo LES. A pesar de lo anterior, eso no quiere decir que el modelo DES no demande mucho costo computacional, por ello, en casos prácticos se suelen seguir recomendado los modelos RANS [14].

El software que se utilizó para llevar a cabo este estudio tiene la bondad de automáticamente hacer los cambios entre las funciones RANS y LES con base en la resolución de la malla en el punto de

evaluación, lo que lleva a tener excelentes resultados al evaluar distintos fenómenos aerodinámicos. El usuario solo define qué modelo de RANS utilizar en conjunto con el modelo LES. En este estudio se utilizó el modelo $k-\omega$ SST como complemento en el modelo DES, por lo que a continuación se presentarán únicamente las modificaciones pertinentes para esta combinación. Si se desea abordar las demás, se invita a revisarlas en la guía teórica del software en cuestión.

El primer cambio relevante se tiene en el término de disipación de la energía cinética turbulenta, el cual adquiere la forma propuesta por Menter (2003) [25]:

$$Y_k = \rho\beta^* k\omega F_{DES} \tag{80}$$

Donde F_{DES} se define de la siguiente manera [14]:

$$F_{DES} = max\left(\frac{L_t}{C_{des}\Delta_{max}}, 1\right) \tag{81}$$

En la expresión anterior, C_{des} es una constante de calibración y tiene el valor de 0.61 [14], y Δ_{max} es el espaciado entre nodos.

La escala de longitud turbulenta se define como se muestra a continuación [14]:

$$L_t = \frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega} \tag{82}$$

4. Metodología

4.1. Descripción del problema físico y condiciones de contorno

El fenómeno que se estudia durante este análisis comparativo es la interacción entre un flujo subsónico e incompresible y un perfil aerodinámico NACA 0012. La física que hay detrás de esto se puede reducir al cumplimiento de las leyes de conservación de masa y de momento, fundamentalmente. La condición de incompresibilidad permite considerar la densidad del flujo constante en todo momento, esto lleva a que los campos de velocidades se adapten a los gradientes de presión que se generan por la forma del perfil. Otro efecto de la incompresibilidad es que al calcular la divergencia de la velocidad se obtenga un valor nulo, lo anterior explica el por qué las líneas de corriente se curven y se redistribuyan sin acumular masa.

En el momento en el que el fluido entra en contacto con el perfil, la condición de no deslizamiento en la pared obliga a que el fluido pegado a la pared tenga una velocidad cero relativa a esta superficie. Gracias a esto se genera una capa límite viscosa. El espesor y crecimiento de esta capa límite, así como la variación de la energía cinética turbulenta o laminar estarán en función del balance entre fuerzas inerciales y viscosas. Una de las características de los perfiles simétricos, como es el NACA 0012, es que no introducen una curvatura media dentro de la geometría de la superficie, por lo que la sustentación que se genere solo estará en función del ángulo de ataque. Explicar la generación de la sustentación al variar el ángulo de ataque utilizando el principio de Bernoulli como base teórica sería inaceptable para este punto, ya que se debe tomar en cuenta que su aplicación sólo es correcta cuando se considera el análisis en una única linea de corriente en flujos ideales. Estrictamente hablando, la sustentación se origina gracias a la distribución asimétrica del campo de presiones y de los esfuerzos cortantes que actúan directamente sobre el perfil. A gran escala, la fuerza resultante se puede obtener al integrar tanto los esfuerzos normales generados por la presión, como los esfuerzos tangenciales generados por la viscosidad del fluido en toda la superficie del perfil. La expresión matemática se obtiene de definir la geometría del perfil en un sistema coordenado. Considerando que, por definición, la fuerza de sustentación es la componente perpendicular a la velocidad de flujo libre y que la dirección normal a la superficie está dada por el vector unitario $\hat{n}$, entonces ésta se puede calcular utilizando la siguiente integral de superficie:

$$L = \oint_S \left(-p\hat{n} \cdot \hat{k}_L + \tau \hat{t} \cdot \hat{k}_L \right) dS \tag{83}$$

Donde $\hat{t}$ es el vector unitario tangencial a la superficie, S es la frontera del perfil y $\hat{k}_L$ es el vector unitario perpendicular a la velocidad del flujo. Cuando se va variando el α, también se modifica la curvatura de las líneas de corriente y la topología del flujo alrededor del perfil, alterando cómo se distribuye de manera local la presión y los esfuerzos viscosos. Esto se traduce en un incremento neto de la ecuación 83 hasta que se alcance la pérdida o se desprenda el flujo.

La separación del flujo se da cuando, a medida que este avanza, el intercambio de momento dentro de la capa límite disminuye y se generan gradientes de presión adversos; ocasionando que la velocidad en las cercanías del perfil se reduzca hasta detenerse e incluso se invierta. Por último, es importante mencionar que, cuando los Reynolds son altos, como en este caso, se suelen formar vórtices en la estela, lo que indica que la turbulencia está desarrollada.

4.1.1. Geometría: NACA 0012

Anteriormente ya se explicó en la motivación la razón por la cuál se seleccionó el perfil NACA 0012, por lo que ahora se describirá brevemente la forma en la que se generó la geometría dentro del software.

El primer paso para elaborar la geometría es crear el archivo para generar la curva del perfil utilizando las herramientas provistas por la página de "Airfoil Tools" [26]. Primero se utilizó la herramienta que genera perfiles NACA de 4 dígitos, en donde se configuraron los siguientes datos:

- Curvatura máxima (%): 0
- Posición de la curvatura máxima (%): 0
- Espesor (%): 12
- Número de puntos: 200

  Nota: Debe asegurarse que estén seleccionadas las opciones de "Espaciado coseno" y "Cerrar borde de salida".

Posteriormente se enviaron los datos al plóter en donde únicamente se modificó el valor de la cuerda del perfil:

- Cuerda (mm): 1000

  Nota: Los otros parámetros no se deben modificar.

Una vez que se han establecido todos los datos geométricos del perfil, se descarga el archivo de CSV y se debe abrir con algún programa que permita editar hojas de datos. Es importante remarcar que deben hacerse ciertas modificaciones a ese archivo antes de importarlo a ANSYS para que este pueda leerse correctamente. A continuación, en la figura 8, se muestra cómo se fueron reacomodando los datos correspondientes a las superficies del perfil:

	#group	#point	#x	#y	#z
2	1	1	1000	0	0
3	1	2	999.753	0.036	0
4	1	3	999.013	0.143	0
5	1	4	997.781	0.322	0
6	1	5	996.057	0.572	0
7	1	6	993.844	0.891	0
8	1	7	991.144	1.28	0
9	1	8	987.958	1.737	0
10	1	9	984.292	2.26	0
11	1	10	980.147	2.849	0
12	1	11	975.528	3.501	0
13	1	12	970.44	4.216	0
14	1	13	964.888	4.99	0
15	1	14	958.877	5.822	0
16	1	15	952.414	6.71	0
17	1	16	945.503	7.651	0
18	1	17	938.153	8.643	0
19	1	18	930.371	9.684	0
20	1	19	922.164	10.77	0
21	1	20	913.54	11.9	0
22	1	21	904.508	13.071	0
23	1	22	895.078	14.28	0

Figura 8: Arreglo de datos correspondientes a las coordenadas de la superficie del perfil

Debe advertirse que los datos relacionados con las coordenadas de la línea de curvatura o la línea de cuerda no se incluyen. Adicionalmente, en los datos mostrados anteriormente se hizo una modificación para que el programa lograra captar correctamente el cierre del perfil. Dicha modificación se muestra a continuación en la figura 9:

198	1	197	996.057	-0.572	0
199	1	198	997.781	-0.322	0
200	1	199	999.013	-0.143	0
201	1	200	999.753	-0.036	0
202	1	0			

Figura 9: Modificación que permite capturar correctamente el cierre del borde de salida

El archivo debe guardarse en formato “Texto delimitado por tabulaciones” para después cargar la geometría en la herramienta DesignModeler dentro de ANSYS FLUENT.

Una vez dentro de DesignModeler, se importa el archivo utilizando la opción *3D Curve*, prestando especial atención en que las unidades seleccionadas coincidan con las unidades de las coordenadas del archivo que se desea importar. Ya que se tiene la curva, es necesario crear una superficie a partir de esta utilizando la opción de *Surface from edges*. Con esto el perfil aerodinámico deja de ser una línea y ahora puede ser tratado como superficie.

Por cuestiones de practicidad, se decidió construir el resto de la geometría utilizando SpaceClaim; el cual también es un software de modelado 3D. Otro aspecto importante que debe incluirse en la construcción de la geometría es definir el dominio alrededor del perfil, que se visualiza en la figura 10. Además de lo anterior, es conveniente definir una sección que logre capturar correctamente la estela, mostrada en la figura 11. Con todas las consideraciones mostradas anteriormente, la geometría final se estableció como se muestra a continuación en la figura 12.

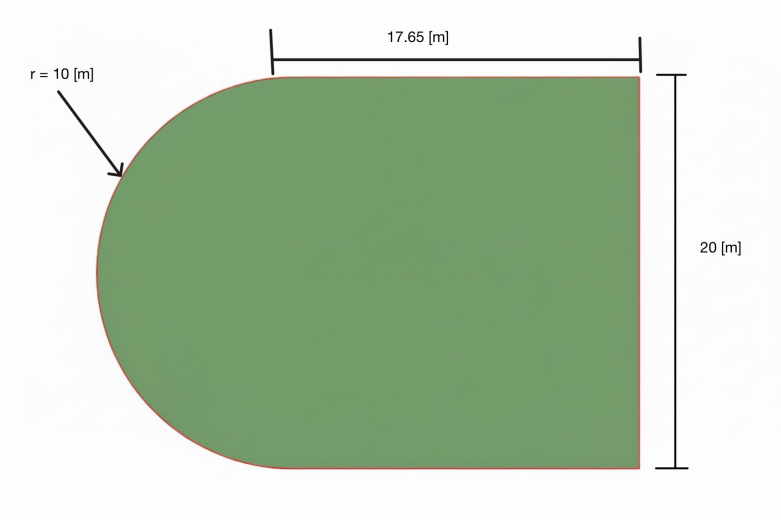


Figura 10: Dominio en C con sus dimensiones correspondientes

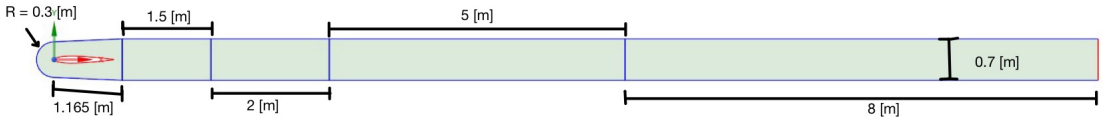


Figura 11: Región que captura la estela con sus dimensiones correspondientes

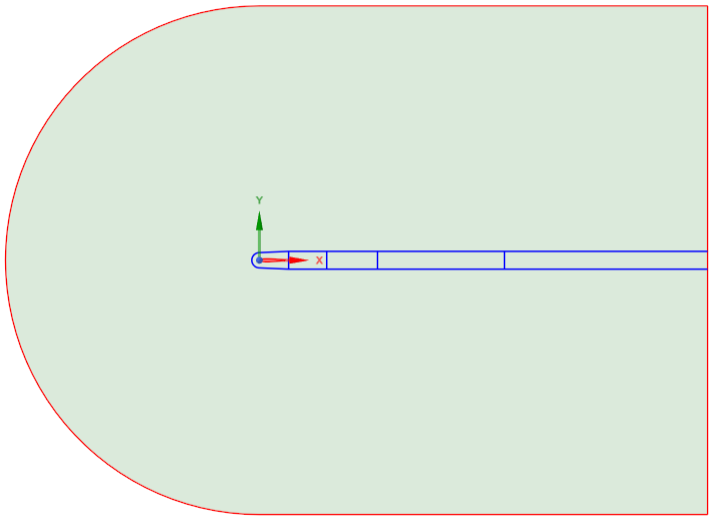


Figura 12: Geometría final utilizada para el mallado

4.1.2. Rango de ángulos de ataque: -12° a 20°

Con el objetivo de tener una validación que enriquezca la comparativa planteada en este estudio, se decidió realizar un barrido del ángulo de ataque del perfil comenzando en -12° hasta llegar a 20°, con incrementos de 2°. Este incremento se justifica ya que se tiene una resolución suficiente (comparándolo con incrementos de 4°) para describir cómo se va presentando la transición entre los regímenes que se describen a continuación y tampoco se necesitaría una gran cantidad de recurso computacional (como sí lo requeriría un incremento de 1°).

Al observar gráficas aerodinámicas reportadas ya sea en bibliografía [1] y [27] o páginas web [26], se puede observar que el comportamiento del perfil NACA 0012 es altamente dependiente del α debido a su simetría y a que no tiene un factor de curvatura media. Como se mencionó anteriormente, la sustentación que genere está en función de la inclinación respecto al flujo que choca contra este. Se decidió explorar los ángulos negativos ya que esto permitirá caracterizar el régimen de sustentación negativa (pues se conoce previamente que los perfiles simétricos no generan sustentación positiva hasta atravesar el umbral del ángulo nulo) y con ello verificar que en efecto se cumple la simetría aerodinámica. Igualmente, abordar los ángulos negativos podría ayudar a identificar cómo los diferentes modelos de turbulencia tratan el comportamiento del flujo adherido y la separación.

Evaluar los ángulos cercanos a cero y moderadamente positivos (que para este caso son aquellos $\leq$ 10°) será fundamental para determinar qué tan preciso es cada uno de los modelos en representar la zona lineal de C_l. Con ello se podrá observar si los modelos RANS y de transición son tan consistentes como se espera que sean. Al seguir aumentando el α hacia el rango de valores de 12° a 16° se sabe que el flujo experimentará gradientes adversos de presión cada vez más intensos, lo que culminará en la aparición de una separación parcial. Esta región es sumamente enriquecedora para el estudio comparativo ya que es altamente sensible al modelado turbulento y es donde suelen presentarse las grandes diferencias entre los modelos RANS, de transición e híbridos.

Por último, se decidió extender hasta 20° porque se sabe que en esta región de operación se puede capturar cómo se va dando el fenómeno de pérdida. Acá será relevante ver cómo cada uno de los modelos logra predecir los coeficientes aerodinámicos, la ubicación del punto de separación, y cómo se representan las estructuras turbulentas en la estela.

4.1.3. Número de Reynolds

Se estableció el número de Reynolds en 3×10^6 para poder replicar las condiciones bajo las cuales se llevaron a cabo las pruebas experimentales de Abbott [1], Harris [27] y Gregory [30]. Con esto la comparación puede ser directa, logrando una validación consistente de los modelos evaluados. Debido a lo anterior, se plantea como hipótesis que bajo esta consideración se podrán observar más fácilmente fenómenos interesantes como el desarrollo de capa límite, la separación causada por gradientes de presión adversos y el comportamiento que lleva a la pérdida. No debe olvidarse

que estos fenómenos resultan determinantes para evaluar qué tan precisos son cada uno de los modelos. Además, otro factor importante que llevó a la selección de este valor en particular fue que se encuentran muchos datos de referencia del perfil NACA 0012 para otros números de Reynolds similares, lo que es muy útil para posteriormente validar C_l y C_d.

Ahora, si se toma en cuenta el costo computacional sí que es un valor suficientemente alto para exigir que se preste atención en el mallado. A estos números de Reynolds es casi una obligación resolver completamente la pared en lugar de modelarla. Sin embargo, este número tampoco compromete la viabilidad de realizar las simulaciones comparativas de los nueve modelos.

4.1.4. Velocidad y condiciones termodinámicas

Para calcular la velocidad característica del flujo que será introducida en las condiciones iniciales se utilizará la definición más conocida del número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho U c}{\mu} \tag{84}$$

Donde U es la velocidad característica del flujo, c es la cuerda del perfil, ρ es la densidad del fluido y μ es la viscosidad dinámica. Despejando U de 84:

$$U = \frac{Re\mu}{\rho c} \tag{85}$$

Considerando los valores convencionales para la densidad y la viscosidad dinámica del aire, así como el valor unitario de la cuerda, se realizó el cálculo para determinar el valor de la velocidad del flujo, la cual es igual a 42.6122 [m/s], por lo que se puede aproximar a 43 [m/s]. Este último valor aproximado de la velocidad del flujo fue el que se utilizó para la condición inicial en la entrada.

La naturaleza del flujo subsónico e incompresible ofrece la libertad de ignorar las condiciones termodinámicas, pues una velocidad de 43 [m/s] no es lo suficientemente alta para que los efectos de compresibilidad se vuelvan notables. Dicho lo anterior, los cambios que pueden sufrir la densidad ya sea por temperatura o presión son despreciables, manteniendo ρ y μ constantes. La transferencia de calor es casi nula, así como tampoco existen gradientes térmicos que pudieran llegar a alterar la forma de la capa límite. En conclusión, la metodología propuesta para mantener las propiedades del flujo constantes está bien fundamentada.

4.2. Dominio computacional y mallado

Para garantizar que la resolución de las ecuaciones diferenciales parciales sea correcta se debe definir adecuadamente el dominio computacional y cómo se va a mallar. Por si sola, la correcta discretización espacial no asegura que los resultados sean correctos, pero es el primer paso para

minimizar el error numérico. Hacerlo permite obtener convergencia en la solución matemática para que posteriormente pueda ser aceptada como valida. Lo anterior resulta todavía más crítico en este caso de estudio, pues si el objetivo es comparar el comportamiento de los distintos modelos de turbulencia se debe garantizar que las diferencias en los resultados se deban precisamente a los modelos y no a deficiencias en cómo se construyó la malla. Es por esto que para el mallado se tomaron en cuenta 3 factores fundamentales: la forma del dominio, el tratamiento en la capa límite y el número de elementos que conforman la malla. A continuación se explican de manera detallada las consideraciones necesarias utilizadas para garantizar que los 3 factores mencionados conduzcan a resultados apropiados.

4.2.1. Tipo de mallado: C-grid estructurado - criterios de generación

Para la discretización del dominio, se seleccionó un mallado estructurado tipo C. Como se mencionó en el apartado del Estado del arte, este tipo de mallado es el que fue utilizado en la literatura consultada [2], [3] y [4] donde se ha comprobado su robustez y efectividad para la solución de flujo externo en aplicaciones aerodinámicas. Además es bien sabido que esta forma del dominio logra resolver de manera correcta la capa límite, la estela y las regiones de separación. Una de las distinciones más importantes del C-grid es que, como se observa en la figura 13, logra envolver el perfil por el intradós y el extradós e incluso deja un espacio considerable aguas abajo para poder capturar correctamente la estela. Es muy importante asegurarse que las líneas de la malla vayan conforme a la dirección predominante del flujo y así se minimizarán los errores numéricos que pueden estar asociados en cambios drásticos en la velocidad y la presión.

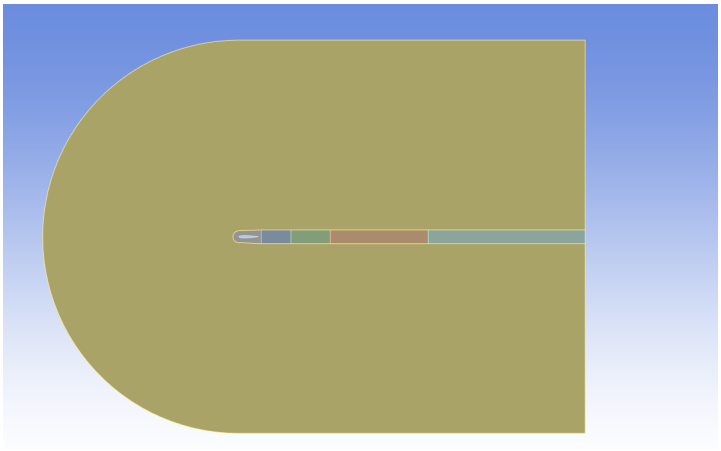


Figura 13: C-grid estructurada

Propiamente para la generación de la malla se utilizó ANSYS Meshing, y retomando lo que se estableció en la sección 4.1.1, se debe tomar en cuenta que existe una región definida para capturar la capa límite y la estela correctamente y otra que envuelve a la región anterior. A la primera región se le llamará de ahora en adelante dominio interior (que se observa en la figura 11) y a la segunda

se le conocerá como dominio exterior (que se observa en la figura 10). El dominio exterior (que se observa de color verde oliva en la figura 13) se caracteriza por abarcar grandes longitudes de cuerda en todas direcciones ($10c$ hacia adelante, hacia arriba y hacia abajo y $17.65c$ hacia atrás) especialmente sobre y debajo del perfil así como también después de este con la finalidad de que las fronteras de la geometría que lo definen no afecten el campo de flujo cercano al perfil y para que la estela se desarrolle sin ningún inconveniente. En esta región el face sizing no exige un tamaño de elemento tan pequeño como el del dominio interior.

Por su parte, este último (que se observa de varios colores en la figura 13) fue dividido en 5 secciones. La primera, que es la zona gris, es la que envuelve el perfil aerodinámico. Esta zona es la más crucial de todas, pues en esta se presentan altos gradientes de velocidad y presión por la presencia de la capa límite. Además de asegurarse que el tamaño de elemento sea lo suficientemente pequeño, se debe realizar un tratamiento importante que se abordará en la siguiente sección. Las cuatro secciones restantes (azul oscuro, verde, anaranjada y azul claro) son las que se encargarán de capturar la estela. Como los cambios en la velocidad y en la presión van disminuyendo conforme se va alejando uno del perfil, es aconsejable que se procure una transición suave en el tamaño de celdas entre las zonas para así poder reducir el costo computacional.

En la tabla 10 se muestra el tamaño de elemento utilizado en el face sizing para cada una de las zonas mencionadas anteriormente en la figura 13, así como el resultado final obtenido de la malla en la figura 14.

Tabla 10: Tamaño de los elementos según la zona

Zona	**Tamaño de elemento [mm]**
Verde olivo	35
Azul claro	22.5
Naranja	11
Verde	5
Azul oscuro	4.5
Gris	2.25

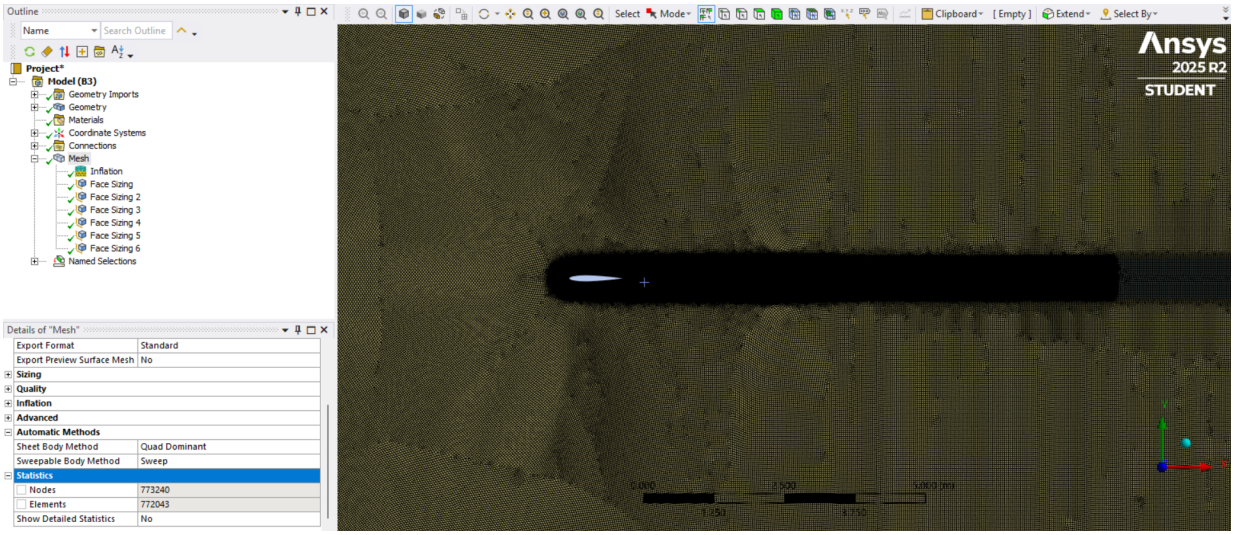


Figura 14: Resultado final - malla

La transición propuesta en la tabla es suave, pues cambios más bruscos podrían causar errores numéricos. Además de las consideraciones que se hicieron respecto al tamaño de celdas en función de la región para capturar las aceleraciones del flujo, el origen de la estela y el desprendimiento de vórtices; también se diseñó la malla para cumplir con la calidad geométrica entre las celdas, minimizando relaciones de aspecto grandes y cumpliendo con los valores sugeridos de ortogonalidad. Esto ayudó posteriormente a que la convergencia del solver no fuese más compleja.

4.2.2. Estratificación del mallado en la capa límite, objetivos de y^+

Como se ha venido mencionado anteriormente, en la capa límite es donde se suscitan los mayores gradientes de velocidad. Por ello se obliga a que se tenga un especial tratamiento en esa región para que el cálculo de los coeficientes aerodinámicos y la localización del stall sean acertados. Lo más recomendable es estratificar el mallado cerca del perfil. Este proceso consiste en crear capas de celdas muy refinadas en la dirección normal a la pared, con un crecimiento progresivo y suave en el tamaño de la celda conforme se aleja de la superficie del perfil aerodinámico. La estratificación permite capturar de manera fiel lo que sucede en tres regiones que conforman la capa límite turbulenta interna (mostradas en la figura 15) por lo que se tiene asegurado que el intercambio de momento entre el flujo y el perfil será bien reproducido.

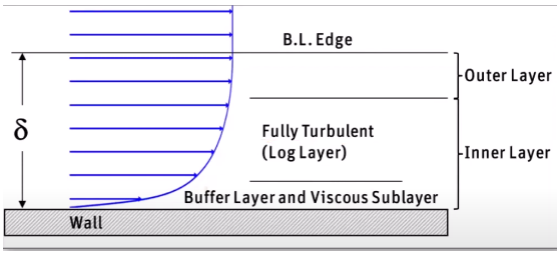


Figura 15: Regiones que conforman la capa límite turbulenta interna: subcapa viscosa, región búfer y zona logarítmica

Si bien es cierto que algunos modelos no requieren que la estratificación de la malla sea muy fina, se decidió que por cuestiones prácticas (y para no estar cambiando la malla según el modelo) todos los casos tengan un enfoque de resolución de pared. Esto se logra al tener un $y^+ \leq 1$ para el primer nodo cercano a la pared a lo largo de toda la cuerda del perfil. Se utilizó la herramienta "Y+ Wall Distance Estimation" [28] que permite estimar la distancia a la pared de y^+ al introducir los valores correspondientes a velocidad del flujo, la densidad y la viscosidad dinámica del aire, la longitud de la capa límite y el valor deseado de y^+. A continuación, en la figura 16, se muestran los valores de entrada y salida obtenidos.

Input

Freestream velocity:	43	[m/s]
Density:	1.225	[kg/m3]
Dynamic viscosity:	1.74e-5	[kg/ms]
Boundary layer length:	1.0	[m]
Desired Y+ value:	1.0	[]

Output

Reynolds number:	3.0e+6	[]
Estimated wall distance:	8.6e-6	[m]

Figura 16: Cálculo de la distancia estimada entre el perfil y el primer nodo para asegurar un $y^+ \leq 1$

Lo anterior significa que la distancia estimada entre el perfil y cualquier nodo adyacente a este debe ser $\leq 8.6 \times 10^{-3}$ [mm]. Utilizando la herramienta de *Inflation layer* se define la altura de la primera capa y se introduce el valor anterior. En la figura 17 se observa cómo sí se cumple con el requisito de $y^+ \leq 1$.

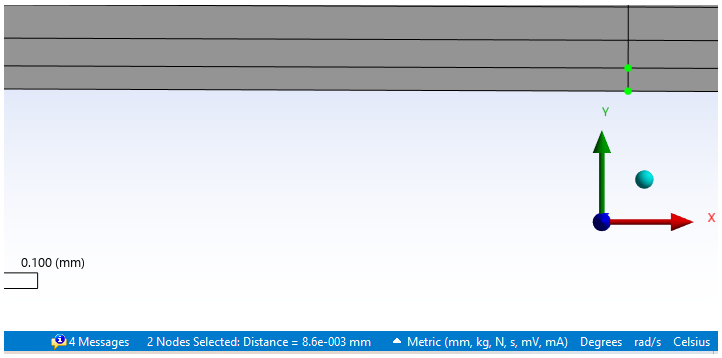


Figura 17: Distancia entre la pared y el nodo adyacente para asegurar un $y^+ \leq 1$

Con la consideración anterior eliminamos la dependencia a las funciones de pared y todo se rige bajo condiciones near-wall. De la misma manera, se mejora la capacidad de los modelos para estimar el punto de separación o, si se quisiera, el espesor de capa límite. Al momento de realizar la estratificación en la región de inflación se deben tener en cuenta dos criterios sobre el mallado. El primer punto que se tiene que cumplir es que la zona refinada cubra en su totalidad la capa límite, mientras que el segundo es cerciorarse de que exista una transición suave en el refinamiento. Con lo anterior se evita tener errores numéricos debido a discontinuidades espaciales causadas por la diferencia de tamaños entre la última capa de la zona de inflación y el primer elemento del dominio contiguo. A continuación, en la figura 18, se muestra el número máximo de capas utilizadas, así como la razón de crecimiento del mallado estratificado implementado:

Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Face
Definition	
Suppressed	No
Boundary Scoping Method	Geometry Selection
Boundary	1 Edge
Inflation Option	First Layer Thickness
First Layer Height	8.6e-003 mm
Maximum Layers	38
Growth Rate	1.2
Inflation Algorithm	Pre

Figura 18: Cantidad de capas y razón de crecimiento implementadas en la región estratificada

Por último, en la figura 19, se muestra cómo se visualiza la región estratificada implementada alrededor del perfil aerodinámico.

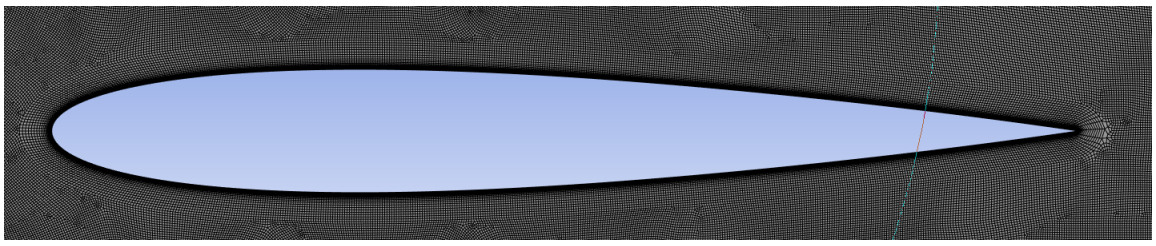


Figura 19: Región estratificada

4.2.3. Estudio de independencia de malla

De la mano con lo que se abordó en la sección de dominio computacional y mallado, resulta indispensable identificar si existe una influencia en los resultados numéricos causada por la malla propuesta. Esto se logra realizando un estudio de independencia de malla. Gracias a este análisis se puede garantizar que los valores de interés no están sujetos a la forma en la que se llevó a cabo la discretización espacial, sino que realmente se están obteniendo resultados muy cercanos al comportamiento real del flujo alrededor del perfil.

Con el estudio de independencia de malla se puede identificar a partir de qué punto el nivel de refinamiento es el adecuado, es decir, en qué momento ya no se percibirán cambios significativos en los resultados aunque se siga incrementando el número de celdas. Para ello, en este trabajo se utilizó el modelo $k-\omega$ SST para llevar a cabo este análisis, ya que es uno de los modelos más utilizados para este fin. Otro aspecto importante es que dicho estudio debe realizarse en un punto donde se sabe que se pueden presentar variaciones importantes en los resultados, como lo es el punto donde el perfil entra en pérdida. Se sabe que para el perfil NACA 0012 dicho punto se encuentra cuando el ángulo de ataque tiene el valor de 16°. Con base en todo lo anterior, resulta conveniente evaluar cómo varía el C_l con el incremento del número de celdas.

Una vez que ya se tienen todas las condiciones iniciales para llevar a cabo el estudio, se procede a establecer un punto de partida. Se propuso empezar con un número bajo de elementos (30,000) e ir incrementando hasta que no se observaran cambios significativos en el valor del C_l a 16°. A continuación en la figura 20 se muestra la variación del C_l conforme se va incrementando el número de elementos de la malla.

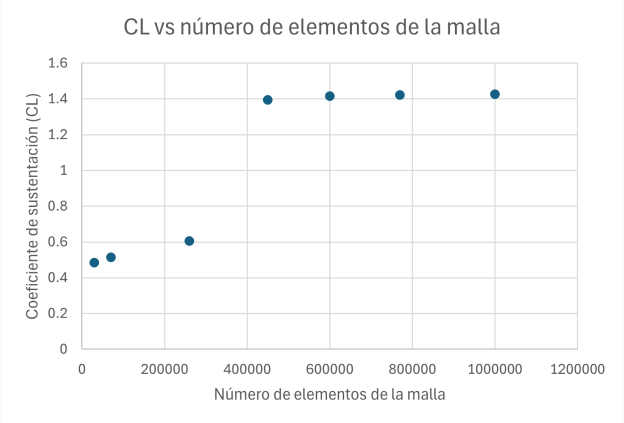


Figura 20: Estudio de independencia de malla

Con base en lo anterior, se concluye que los valores del C_l dejan de variar significativamente en los últimos 3 puntos. Ya que trabajar con $1,000,000$ de elementos puede resultar prohibitivo por el tipo de licencia con el que se cuenta, y al ver que no varía casi nada con respecto al de $770,000$ se ha decidido utilizar este último número de elementos para llevar a cabo el resto de las simulaciones.

4.3. Selección e implementación de modelos de turbulencia en ANSYS Fluent

Como el objetivo principal de este trabajo es comparar cómo los diferentes modelos de turbulencia logran representar el flujo transitorio de un flujo subsónico sobre un perfil aerodinámico, resulta fundamental tener una vasta selección de modelos, distintos entre sí, para poder observar las similitudes y diferencias que ofrecen. Desde un inicio se buscó incluir cuatro modelos RANS, dos modelos de transición, un modelo de esfuerzos de Reynolds y dos modelos híbridos/de resolución de escalas. Con lo anterior se asegura tener desde predicciones que utilizan promediados de Reynolds hasta aproximaciones que resuelven el espectro turbulento por completo.

Si bien es cierto que cada modelo requiere de características muy específicas en cuanto a parámetros y configuraciones se refiere, al tratarse de un estudio comparativo se buscó que los modelos seleccionados se evaluaran bajo condiciones similares con la finalidad de que se tuvieran resultados bajo una metodología semejante y así poder observar las ventajas y limitaciones de los modelos en una configuración global. A continuación se presentan los detalles de las consideraciones hechas para el presente estudio.

4.3.1. Parámetros y ajustes para evaluar los modelos

A continuación, en la tabla 11, se muestran los parámetros y ajustes utilizados para todos los modelos. Más adelante, en secciones posteriores se justificará la selección de cada uno.

Tabla 11: Parámetros y ajustes utilizados para la evaluación de los modelos

Parámetro	**Ajuste utilizado**
Solver	Basado en presión
Paso temporal	Para modelos RANS, de transición y de esfuerzos $\Delta t = 0.001$; mientras que para otros modelos $\Delta t \leq 0.000001$
Condición en el perfil	No deslizamiento
Condición en la entrada	Velocidad constante
Condición en la salida	Presión
Discretización espacial	Esquemas de segundo orden
Criterios de convergencia	Residuales $\leq 1 \times 10^{-6}$
Mallado	Tipo C, con 770,000 elementos y $y^+ \leq 1$

4.4. Configuración numérica

La manera en que se puede garantizar que las soluciones obtenidas sean estables, precisas y confiables es asegurándose de que la configuración numérica de la simulación sea la adecuada de acuerdo al fenómeno que se está estudiando. Como se mencionó anteriormente, se procuró que todos los casos de estudio se llevaran a cabo utilizando el mismo esquema de discretización, tratamiento temporal y criterios de convergencia. Se hace énfasis en "se procuró" ya que, en ciertas ocasiones muy particulares, ciertos casos obligaban a disminuir el paso temporal o cambiar el esquema de la discretización espacial para obtener resultados aceptables.

Es bien sabido que, para reducir la difusión numérica y capturar de mejor manera los gradientes de velocidad y de presión alrededor del perfil, conviene utilizar esquemas de discretización espacial de segundo orden. Lo anterior permitirá capturar bien el comportamiento del fluido especialmente en el borde de ataque, la capa límite y la estela. Con respecto al paso temporal, más adelante se explicará por qué no es el mismo para todos los modelos, lo único importante al momento de proponer uno es tener en cuenta que éste debe garantizar que se logre la estabilidad numérica y así poder resolver correctamente el fenómeno en el tiempo. Por último, la convergencia se puede garantizar al monitorear los residuales de las ecuaciones que gobiernan cada modelo, u observando el comportamiento de los coeficientes aerodinámicos y otras variables de interés. En la sección correspondiente se desarrollará más cómo se definieron los criterios de convergencia.

4.4.1. Esquemas de discretización

Sin meternos mucho en detalle, se puede decir que los esquemas de discretización se encargan de reducir las ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas. Configurarlos correctamente representa todo un reto ya que estos influyen en cómo se captura la capa límite y cómo se desprende el flujo. A continuación, en la tabla 12, se muestra el tipo de discretización y el esquema utilizado para llevar a cabo las simulaciones.

Tabla 12: Esquemas de discretización

Discretización	**Esquema**	**Nota**
Acoplamiento Presión Velocidad	Coupled	
Espacial	Least Squares Cell-Based	
Presión	Second Order	
Momentum	Second Order Upwind	A excepción de los modelos SAS y DES que sugieren utilizar Bounded Central Differencing
Variables turbulentas (κ, ω, ϵ, etc.)	Second Order Upwind	
Temporal	Second Order Implicit	A excepción de los modelos DES y SAS que sugieren utilizar Bounded Second Order Implicit

Como se observa, se sugiere que la configuración se base en esquemas de segundo orden debido a su cualidad de lograr reducir la difusión numérica. Con lo que respecta a la discretización del momentum, el software automáticamente selecciona el esquema Bounded Central Differencing para los modelos híbridos y de resolución de escalas. Por último, el acoplamiento Coupled y la formulación temporal implícita de segundo orden fueron fundamentales para garantizar la estabilidad y precisión del fenómeno transitorio estudiado.

4.4.2. Temporal: modelo transitorio - elección de Δt y criterio de CFL/ pasos por ciclo estable

Considerando que se analiza el comportamiento del perfil aerodinámico bajo diferentes ángulos de ataque y sabiendo que en ángulos donde se presenta la pérdida se tiene una conducta inestable debido al desprendimiento de vórtices y a la estela turbulenta es necesario realizar las simulaciones con un planteamiento estrictamente transitorio.

Una manera muy común que se utiliza para determinar el paso de tiempo (Δt) y así garantizar que la resolución temporal logre capturar los fenómenos de desprendimiento es utilizando el número de Strouhal. El rango del Strouhal para un perfil NACA 0012 suele rondar entre 0.15 y 0.22, considerando que el flujo es subsónico. Para calcular la frecuencia, se utiliza la siguiente fórmula:

$$f = \frac{St * V_\infty}{c} \tag{86}$$

Donde St es el número de Strouhal, V_∞ es la velocidad de la corriente libre, y c es la cuerda del perfil. Con los valores que se tienen del problema y el rango de Strouhal, se calcula el rango de frecuencia.

$$f_{inf} = \frac{0.15 * 43[m/s]}{1[m]} = 6.45[Hz] \tag{87}$$

$$f_{sup} = \frac{0.22 * 43[m/s]}{1[m]} = 9.46[Hz] \tag{88}$$

Con base en las frecuencias características calculadas, se puede estimar que el periodo de oscilación de las estructuras turbulentas está aproximadamente en 0.12 segundos. Para poder resolver correctamente cómo evoluciona la estela con el paso de tiempo y cómo se va dando el desprendimiento, se debe seleccionar un Δt que permita capturar al menos 5 pasos discretos dentro del ciclo. Con el objetivo de que los modelos cuenten con una resolución suficiente para capturar la física del flujo, se establecieron 50 pasos como mínimo:

$$\Delta t = \frac{0.12[s]}{50} = 0.0024[s] \tag{89}$$

Con la finalidad de superar el criterio de 50 pasos por ciclo, y por fines prácticos, se utilizó un paso de tiempo de 1×10^{-3} [s]. Al discretizar con aproximadamente 120 pasos de tiempo por ciclo, podemos asegurar que se tendrán buenas aproximaciones para C_l y C_d. Este paso de tiempo es más que suficiente para los modelos RANS y los modelos de transición, pero para los modelos de resolución de escalas aún resulta muy grande. Los modelos SAS y DES suelen requerir pasos de tiempo más pequeños, por lo que para asegurar que el número de Courant sea cercano a 1 en las celdas de la estela se propuso que el paso de tiempo sea del orden de 1×10^{-6} [s]. Al ser muy fino el paso de tiempo se cumple con la escala de tiempo convectiva, lo que permite resolver las estructuras turbulentas de menor tamaño en la región de la estela.

Por último, es importante mencionar que cada paso de tiempo se configuró con 50 iteraciones. A continuación, en la siguiente sección se detallarán los criterios de convergencia que se utilizaron para cerciorarse de que la solución transitoria esté balanceada.

4.4.3. Criterios de convergencia y monitoreo

Una de las maneras en las que uno puede cerciorarse de que la simulación está convergiendo es monitoreando los residuos. Para el caso de los estudios transitorios, lo ideal es que dicha conver-

gencia se alcance en cada paso de tiempo. Si bien es cierto que lo ideal es que tanto los residuos de continuidad, momentum y energía como las variables de turbulencia estén en el orden de 1×10^{-6}, se considera que el que sean menores a 1×10^{-3} ya asegura una estabilidad matemática del solver. Se buscó que en cada paso de tiempo, se disminuyera al menos uno o varios órdenes de magnitud, lo que le confiere a la gráfica de monitoreo de residuos un comportamiento característico de "dientes de sierra", donde se observa que los residuos suben considerablemente cada que inicia el paso de tiempo y van cayendo conforme pasan las iteraciones. Dicho comportamiento se muestra ejemplificado en la figura 21.

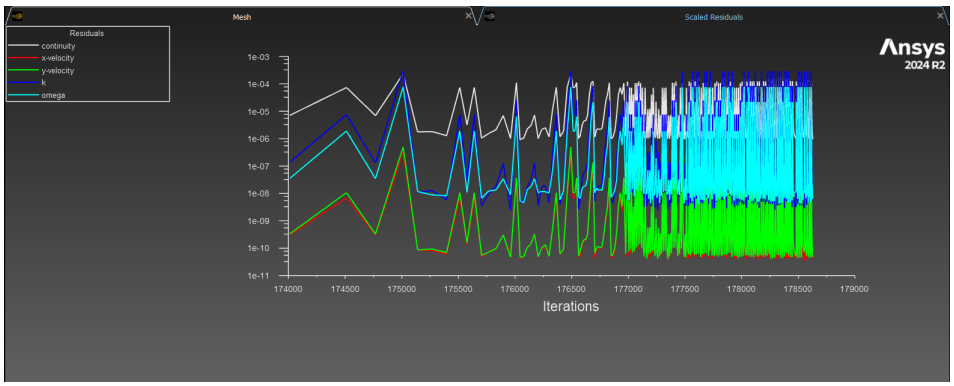


Figura 21: Criterio de monitoreo de los residuos

Otro criterio que es útil para saber si la simulación está convergiendo es el monitoreo de los coeficientes aerodinámicos; pues la convergencia de los residuos no siempre va a garantizar que la solución es correcta. Para ello se monitorearon los comportamientos de dos coeficientes aerodinámicos: C_l y C_d. Tanto para los modelos RANS como los modelos de transición es normal observar que los valores de estos coeficientes tienden a un único valor constante. Este comportamiento estacionario, que se refleja en una línea plana, se debe a la naturaleza de estos modelos, pues se encargan de modelar la turbulencia para generar resultados medios. Por otro lado, dicho comportamiento no es el esperado para los modelos de resolución de escalas; pues conforme el fenómeno sigue avanzando en el tiempo, los valores siguen cambiando constantemente. Es por ello que para considerar que la simulación está convergiendo es necesario observar que las gráficas tanto de C_l como C_d con respecto al tiempo muestran un comportamiento periódico y estadísticamente estacionario. A continuación, en las figuras 22 y 23, se muestra cómo se visualizan los comportamientos de los coeficientes aerodinámicos para los dos casos mencionados anteriormente.

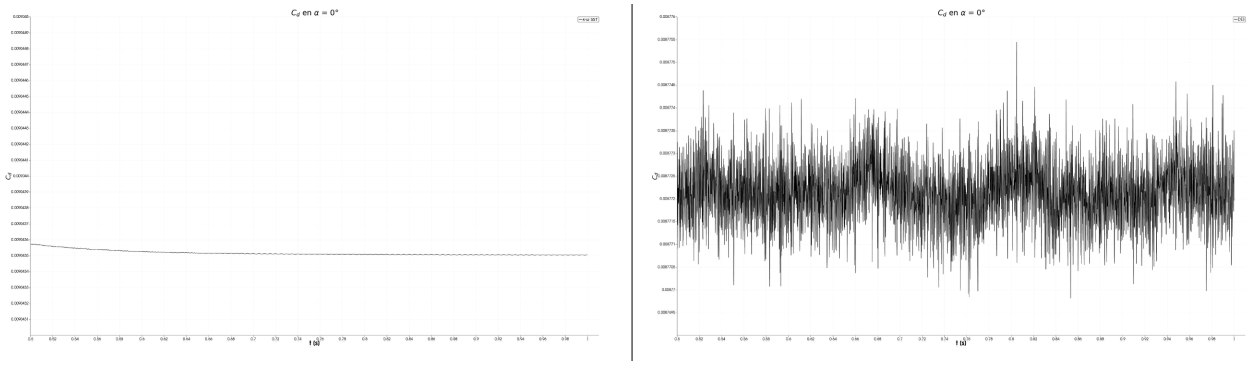


Figura 22: Criterio de monitoreo del C_d (modelo RANS vs. DES)

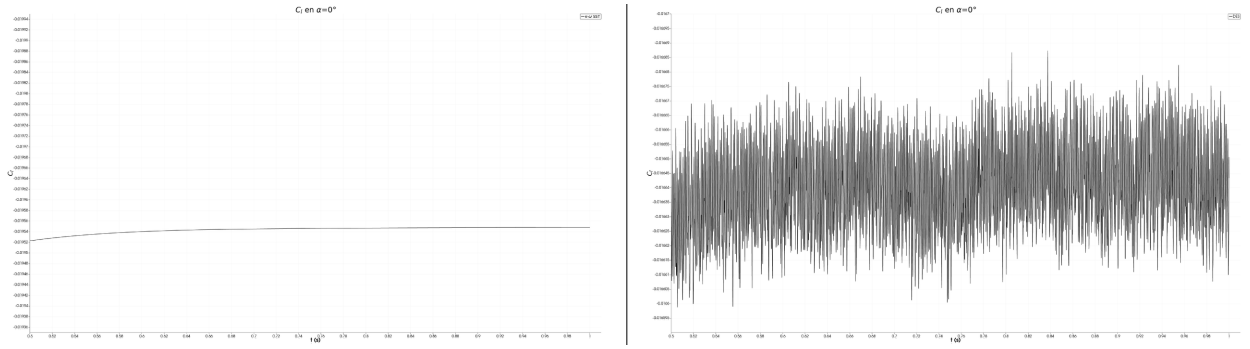


Figura 23: Criterio de monitoreo del C_l (modelo RANS vs. DES)

Resulta también útil realizar un monitoreo de la conservación de la masa. Para ello se debe verificar que la diferencia neta entre el flujo de masa de la entrada y el de la salida sea menor al 0.1 % del valor del primero. En la figura 24 se muestra que, incluso para simulaciones complejas como las DES, se tiene una diferencia del orden de 10^{-6}.

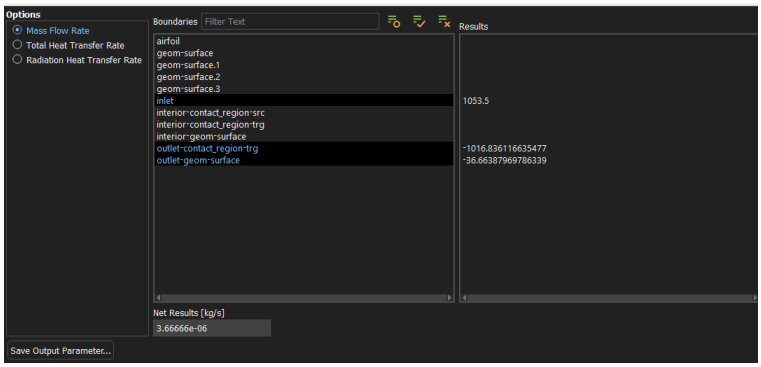


Figura 24: Criterio de conservación de la masa

Por último, es necesario verificar que se cumpla el criterio de $y^+ \leq 1$, ya que ciertos modelos lo requieren para resolver la subcapa viscosa. Se utilizó la herramienta de postprocesado para

monitorear que realmente se tuviera un valor de $y^+ \leq 1$ en las paredes del perfil. Tal como se muestra en la figura 25, el valor máximo de y^+ es 0.746, cumpliendo a cabalidad la condición mencionada anteriormente.

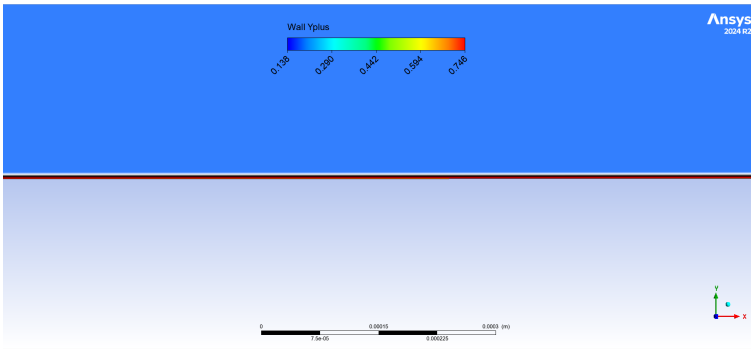


Figura 25: Verificación de la capa límite

4.5. Procedimiento de validación con datos experimentales

Hasta este punto se ha hablado de cómo determinar si los resultados que se obtienen después de realizar la simulación pueden ser calificados como validos o no. Sin embargo, el valor de cualquier trabajo que involucre CFD está en lograr reproducir de la manera más fiel los fenómenos que ya se estudiaron en entornos controlados. Es por ello que para este trabajo en donde se evaluaron nueve modelos de turbulencia, se seleccionó una fuente experimental en la que se hayan obtenidos métricas que puedan ser comparadas con las obtenidas en cada caso de estudio. A continuación, se justificará el por qué se seleccionó dicha fuente para evaluar la validez de los resultados así como las métricas que permitirián cuantificar las diferencias entre la solución numérica y lo que se ha observado en la experimentación.

4.5.1. Fuente experimental seleccionada

La fuente bibliográfica que se utilizó para obtener los datos experimentales que se compararán con los resultados de las simulaciones fue el *"Theory of Wing Sections: Including a Summary of Airfoil Data"* publicado en 1959 por los ingenieros Ira Abbott y Albert Edward Von Doenhoff. La información recopilada en la obra fue el resultado de los ensayos que realizó el NACA en el Túnel de Presión de Baja Turbulencia (LTPT por sus siglas en inglés). Dicha herramienta, ubicada en el antiguo Langley Memorial Aeronautical Laboratory, se caracteriza por ser un túnel de viento de densidad variable.

Esta fuente es de mucha utilidad para el trabajo ya que las pruebas realizadas por los autores cubrieron un rango del número de Reynolds que va desde los 3 hasta los 9 millones. Esto es ideal para el trabajo ya que permite hacer una comparación uno a uno con los datos obtenidos en las

simulaciones. Otro aspecto que incluso remarcan los autores es que los niveles de turbulencia del túnel de viento son mínimos, incluso del orden de unas cuantas centésimas de 1 %. Lo anterior permite que los resultados experimentales sean muy similares a los que se muestran en vuelo, siendo también muy favorable para evaluar correctamente la capacidad de los modelos de transición para predecir el punto donde inicia la turbulencia.

Debido a que se presentan las gráficas impresas, es necesario digitalizarlas para poder extraer los datos de las mismas. Utilizando una herramienta de inteligencia artificial se extrajeron los datos de gráficas de C_l vs α y C_d vs C_l para después equipararlas con los datos de las simulaciones. La tabla 13 muestra los datos de C_l y α, mientras que la tabla 14 los de C_d y C_l

Tabla 13: C_l vs α [1]

α	C_l
-12	-1.21
-10	-1.03
-8	-0.85
-6	-0.65
-4	-0.44
-2	-0.23
0	0
2	0.19
4	0.4
6	0.6
8	0.79
10	0.97
12	1.2
14	1.38
16	1.5
18	1.18
20	0.89

Tabla 14: C_d vs C_l [1]

C_d	C_l
0.016	-1.21
0.0123	-1.03
0.0098	-0.85
0.0082	-0.65
0.0072	-0.44
0.0066	-0.23
0.0065	0
0.0066	0.19
0.0072	0.4
0.0082	0.6
0.0098	0.79
0.0123	0.97
0.016	1.2
0.024	1.38
0.032	1.5

Si bien es cierto que puede cuestionarse la antigüedad de la fuente consultada, también es importante recalcar la gran aceptación que tiene; especialmente en la industria aeronáutica. Esta sigue

siendo una base de datos confiable para obtener información sobre el rendimiento de varios perfiles NACA en condiciones de superficie lisa, lo cual permitirá evaluar el comportamiento de la capa límite con las condiciones previamente mencionadas.

4.5.2. Métricas de comparación

Una vez que se definió la fuente siguió seleccionar las métricas cuantitativas que permitirán concluir qué tan bien logra predecir cada modelo el comportamiento del perfil seleccionado. Las métricas evaluadas tienen que ver con las curvas de rendimiento; por ello se seleccionaron:

- Curva de sustentación (C_l vs α): Esta se puede visualizar en la figura 26 . De aquí se evaluarán la pendiente de sustentación, el coeficiente de sustentación máximo y el ángulo de entrada en pérdida.

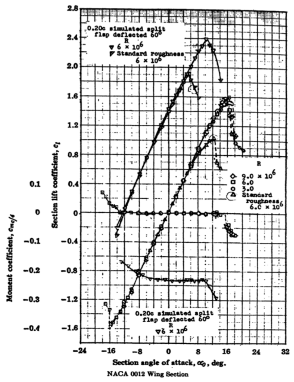


Figura 26: C_l vs α

- Polar de arrastre (C_d vs C_l): Esta se puede visualizar en la figura 27. De ella se rescatará el arrastre parásito cuando el ángulo de ataque es nulo.

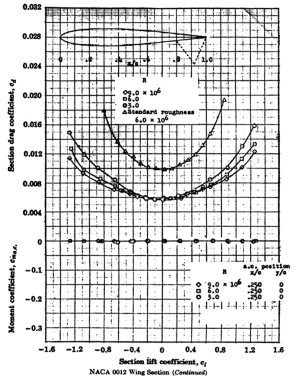


Figura 27: C_d vs C_l

- Distribución del coeficiente de presión sobre el perfil aerodinámico (C_p vs x/c): Esta se puede visualizar en la figura 28. De aquí se rescatarán el pico de succión y la ubicación del mismo.

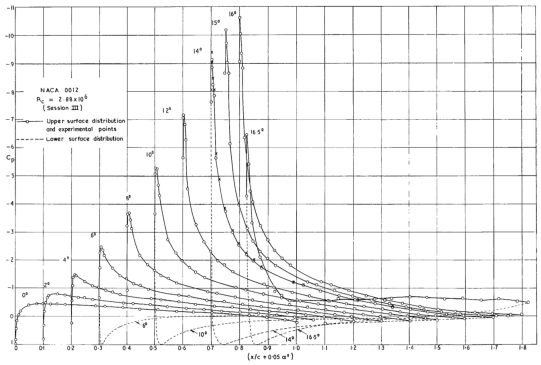


Figura 28: C_p vs x/c

Con respecto a la manera en que se calificará el modelo más apegado a la realidad se utilizarán las siguientes métricas para calcular el error:

- Error relativo porcentual. El cual será aplicado a los valores puntuales como los coeficientes de sustentación y arrastre. Se calcula de la siguiente manera.

$$\epsilon_r = |\frac{V_{exp} - V_{num}}{V_{exp}}| * 100\,\% \tag{90}$$

- Error cuadrático medio. El cual permitirá realizar un ajuste de las curvas en todo el barrido de los ángulos de ataque. Se calcula de la siguiente manera:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_{exp,i} - y_{num,i})^2} \tag{91}$$

4.6. Gráficas de espacio de fase

Con la finalidad de estudiar la dinámica del sistema, desde un punto de vista de los sistemas no lineales, se propuso generar los diagramas de fase y así poder analizar en su totalidad la señal temporal obtenida. Para este trabajo, el espacio de fase se obtendrá relacionando dos variables que se monitorearon en diferentes puntos de la estela: la presión absoluta y la velocidad en el eje y. Cabe recalcar que se utilizaron medias ponderadas para la obtención de los valores mencionados anteriormente.

Gracias al código proporcionado por el colega Juan A. Ham Martínez, se lograron obtener los diagramas utilizando los datos crudos provenientes de los archivos de salida del solucionador. En

primer lugar el código realiza una sincronización temporal del conjunto de datos de la presión absoluta y la velocidad en y utilizando el tiempo de flujo para acoplarlos. De esta manera se puede asegurar que cada punto del diagrama representa un estado instantáneo del fluido. Un paso fundamental para asegurarse que el análisis se haga en el estado estadísticamente estacionario es quitar aproximadamente el 40 % de los datos iniciales. Con ello se ignora todo el comportamiento ruidoso que viene al inicio de la simulación, donde aún el flujo no se desarrolla por completo sobre el perfil. En caso de que existiesen valores no numéricos, se aplicó un filtro que depura la señal. Así se logró obtener una trayectoria continua en el espacio de fase.

Con las gráficas se logra identificar si el modelo logra captar el desprendimiento de vórtices de manera periódica y estable. Esto se caracteriza por mostrar trayectorias cerradas u órbitas con formas elípticas como la que se muestra en la figura 29.

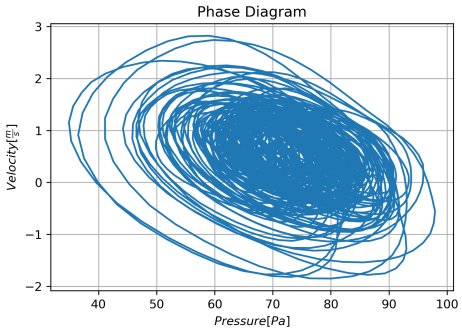


Figura 29: Diagrama de fase P vs. v del modelo DES a 10°

Brevemente analizando lo que se muestra en la figura 29, en donde se grafica cómo evoluciona temporalmente la velocidad frente a la presión para el modelo DES a 10°, se pueden apreciar características de un atractor. A primera vista podría decirse que existe un caos originado por la naturaleza no lineal y transitoria de las fluctuaciones turbulentas, pero es importante mencionar que la curva no diverge de manera aleatoria, sino que se queda retenida dentro de una región determinada. Más adelante se explorará el por qué esta forma orbital indica que las estructuras del flujo son estables. Para ángulos de ataque más elevados se esperaría ver figuras más complejas o con mayor número de fluctuaciones; pues idealmente se deben capturar las diferentes estructuras turbulentas que muestren la naturaleza tridimensional y multiescalar del fenómeno estudiado. Con todo lo anterior se puede concluir si un modelo sobreamortigua el comportamiento del flujo o si logra capturar su parte dinámica.

4.7. Espectro de energía y cascada de Kolmogorov

Otra manera de validar qué tan bien los modelos resuelven las escalas es observando cómo se va distribuyendo la energía cinética turbulenta por todas las escalas temporales. Para ello se analizará la cascada de Kolmogorov al procesar los cambios en la magnitud de la velocidad en la estela a

través de un análisis espectral con la finalidad de reconocer cómo se va transfiriendo la energía.

A continuación se describe cómo se procesa la señal en el dominio de la frecuencia para obtener el espectro de energía. Primero se debe restar el valor medio de la velocidad para así obtener la componente fluctuante, con esto se logra el enfoque en las perturbaciones turbulentas. Después se aplica la Transformada Rápida de Fourier (FFT) para pasar del dominio temporal al de la frecuencia. Se calculó la densidad espectral de potencia (PSD) de la siguiente manera:

$$\text{PSD} = E(f) \propto |V(f)|^2 \tag{92}$$

La ecuación 92 representa la cantidad de energía cinética que existe en cada frecuencia de oscilación. Por último es importante mencionar que al igual que con el diagrama de fase se descartan los primeros valores del transitorio inicial para que en la gráfica se represente un flujo desarrollado.

Una vez se tienen las gráficas se comparan con las leyes de decaimiento teórico. De acuerdo a la teoría de Kolmogorov [12], la pendiente debe ser del orden de $-\frac{5}{3}$ en la región intermedia de la cascada para el caso tridimensional. No obstante, y de acuerdo con lo publicado en el artículo "Inertial Ranges in Two-Dimensional Turbulence" por Robert Kraichnan [29], en flujos con estructuras bidimensionales la energía decae con una potencia de f^{-3}. La interpretación física de lo anterior se da en que, en lugar de que la energía se transfiera hacia pequeñas escalas a través del estiramiento de vórtices, lo hace mediante la conservación de la enstrofía. Esto quiere decir que si la pendiente de las gráficas de espectro de energía de los modelos evaluados está en el orden de -3, la malla logró capturar el subrango inercial sin que el solucionador omitiera las estructuras físicas. A continuación, en la figura 30, se muestra visualmente cómo debe visualizarse dicha gráfica.

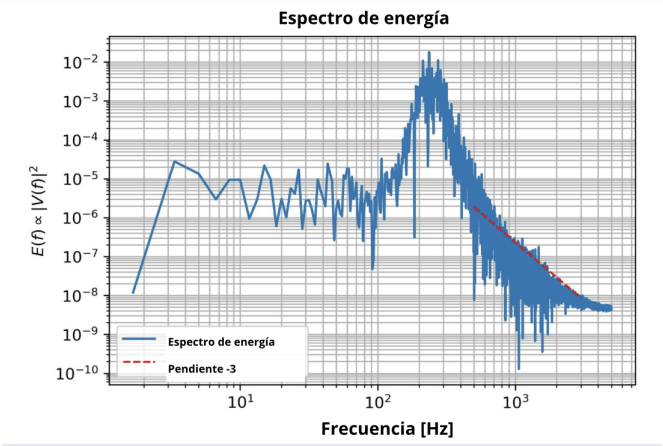


Figura 30: Espectro de energía del modelo DES a 10°

En la figura anterior se puede observar que la pendiente téorica abarca un rango amplio de frecuencias; característica de los modelos DES al evaluar el flujo con mayor detalle.

4.8. Evaluación del costo computacional

Para llevar a cabo las simulaciones se utilizaron dos versiones del programa: ANSYS FLUENT 2025 R2 Student Edition y ANSYS FLUENT 2024 R2. La primera versión fue utilizada para ejecutar los modelos RANS y de transición, mientras que la segunda, para los modelos híbridos y de resolución de escala. Lo anterior se justifica en que la segunda versión no ofrece limitación alguna en lo que respecta al número de núcleos que se pueden utilizar por operación, por lo que es más que ideal para el costo computacional que exigen los modelos SAS y DES. Además, el equipo que se utilizó para correr las simulaciones también está en función de la versión utilizada. A continuación, en la tabla 15 se muestran las características del hardware según fuera el caso.

Tabla 15: Características del hardware

Versión	**Modelos**	**Núcleos**	**Procesador**	**Memoria RAM**	**Uso de GPU**
ANSYS FLUENT 2025 R2 Student Edition	RANS y de transición	4	AMD Ryzen 5 3600	64	No
ANSYS FLUENT 2024 R2	Híbridos y de resolución de escala	20	Intel Core I7- 13700 F	32	Sí

A pesar de que se utilizaron equipos con diferentes características de acuerdo al tipo de modelo con el que se trabajó, es importante recordar que se mantuvo constante la malla estructurada de 770,000 elementos y en medida de lo posible también se utilizaron los mismos esquemas de discretización espacial y el algoritmo de acoplamiento presión-velocidad para todos los modelos evaluados.

Para evaluar el costo computacional se recolectará el tiempo real en horas que tarda el solucionador en completar la simulación, el promedio de iteraciones que realiza por paso de tiempo para lograr la convergencia (facilidad de convergencia) y el almacenamiento requerido para guardar los datos obtenidos. El modelo base de referencia para comparar el rendimiento computacional será el modelo $k - \omega$ SST. Lo anterior se fundamenta en que, como ya se mencionó anteriormente, es el modelo por defecto que utiliza el programa.

5. Desarrollo

Este capítulo tiene como propósito describir la ejecución de las simulaciones para el perfil NACA 0012. Esto se logra al detallar cada una de las etapas que permitieron obtener los resultados que en la siguiente sección se presentarán; desde comprobar que la configuración básica esté bien hasta cómo se post-procesó la gran cantidad de datos obtenidos.

En la primera sección se especifican la preparación del caso base, el cual servirá como referencia para todas las demás simulaciones utilizando los diferentes modelos; y la definición de las condiciones de contorno. La segunda sección detalla la manera en la que se fue cambiando la dirección del flujo para lograr obtener los parámetros de interés a diferentes ángulos de ataque. Posteriormente, en la tercera sección, se trata cómo se implementaron los modelos RANS y de transición, que fueron la línea de partida de este estudio; mientras que en la cuarta sección se plantea la implementación de los modelos híbridos y las consideraciones especiales para la monitorización de escalas. Por último se precisa el uso de herramientas externas para la elaboración de gráficas de parámetros aerodinámicos, herramientas de post-procesado de contenido multimedia, y por supuesto las ya mencionadas para la realización del análisis espectral y la construcción de diagramas de fase.

5.1. Preparación del caso base y configuración de condiciones de frontera

El perfil NACA 0012 es un perfil simétrico, por lo que un ángulo de ataque nulo es ideal como punto de partida ya que el comportamiento a estas condiciones es conocido y predecible. Al saber que la sustentación que se genera es prácticamente nula, se puede verificar que tanto la malla como las condiciones de frontera no producirán errores numéricos. Además también se realizó un estudio de la calidad de la malla, teniendo resultados positivos en lo que respecta a la calidad ortogonal (solo el 0.1 % de las celdas tiene una cualidad ortogonal menor a 0.792) y a la relación de aspecto (las de mayor valor están dentro de la capa límite); asegurando así que estas condiciones son las adecuadas para que el solucionador llegue a resultados correctos.

En el apartado de *Setup* se debe tener especial cuidado en cómo se configuran ciertos parámetros, ya que de esto depende la precisión y coherencia de los datos monitoreados. En primer lugar, se cercioró de que el solucionador esté configurado en transitorio y no en estacionario. Después en la sección de modelos se seleccionó el modelo $k-\omega$ SST, ya que con este modelo se hizo el estudio de independencia de malla. En la pestaña de material se introdujeron los valores de referencia del fluido para obtener correctamente los coeficientes. En este caso se estableció la densidad del aire a $1.225[\frac{kg}{m^3}]$ y la viscosidad dinámica a $1.7894 \times 10^{-5}[\frac{kg}{m*s}]$ para así alcanzar el Reynolds deseado.

Dentro del mismo apartado de *Setup* se definen las condiciones de frontera. Para la entrada es importante remarcar que el método de especificación de la velocidad se dará en componentes y en un marco de referencia absoluto. En la siguiente sección se especificará el por qué de esta configuración. Al ser un ángulo nulo, sólo se tiene componente en x, por lo que solo se estableció la velocidad en x de $43[\frac{m}{s}]$ para alcanzar el Reynolds propuesto. Para la salida se debe considerar la presión manométrica nula y definir la dirección del reflujo como normal a la frontera. Con lo que respecta a la pared del perfil basta con solo seleccionar la condición de no deslizamiento. También se definieron los límites laterales del dominio para evitar los efectos de pared. Por último es muy importante que en la sección de valores de referencia se haga el cálculo desde la entrada, ya que si no se selecciona de esta manera los coeficientes y valores monitoreados serán mal estimados. Es en este apartado donde se establece la longitud de la cuerda que, para este caso, es de $1[m]$.

En el apartado de Resultados resulta conveniente definir puntos que permitirán monitorear el cambio en las propiedades del fluido en la región de la estela. En los apartados correspondientes a la implementación de los modelos se hablará más respecto a la ubicación de estos puntos. Acá también es oportuno establecer los contornos de presión y velocidad para posteriormente crear escenas que permitan observar cómo va evolucionando el flujo sobre el perfil con el paso del tiempo.

La última sección que se preparó fue la Solución, empezando por los métodos de solución, los cuales fueron detallados en el apartado de esquemas de discretización. Después, para observar cómo van cambiando cuantitativamente los parámetros de interés, se crearon los siguientes reportes:

- Coeficiente de sustentación (C_l)
- Coeficiente de arrastre (C_d)
- Media ponderada de la presión total en los diferentes puntos ($awap$)
- Media ponderada de la velocidad en x en los diferentes puntos ($awau$)
- Media ponderada de la velocidad en y en los diferentes puntos ($awav$)

Con lo anterior se asegura tener tanto gráficas como reportes que facilitarán la exportación de los datos y su posterior procesado y análisis. Otro aspecto que se definió en esta sección es el de los residuos, los cuales se fijaron en un valor mínimo de 1×10^{-6} como criterio de convergencia. De igual forma se configura el autoguardado de los datos cada ciertos pasos de tiempo. Después, para la inicialización, se seleccionó la inicialización estándar calculada desde la entrada. En este punto todos los valores a excepción de las variables de turbulencia se declararon nulos. Por último, una vez que se inicializó la solución se procede a correrla, colocando los valores correspondientes al número de pasos de tiempo, el tamaño de estos y las iteraciones máximas por paso de tiempo según el modelo que se esté configurando.

5.2. Ejecución del barrido de ángulos de ataque

Una vez que se tiene el caso base correctamente configurado resulta mucho más fácil llevar a cabo el barrido del α y la implementación de los diferentes modelos. Lo que se hizo fue guardar el archivo generado con la configuración base en una carpeta nueva nombrada según el ángulo de ataque; así se replican exactamente los esquemas de discretización, los monitores y la malla. Este proceso se repitió 16 veces, para así tener una carpeta con un archivo para cada ángulo de ataque que se estudió. De esta manera se asegura que los resultados van a variar principalmente por la naturaleza del flujo y el modelo utilizado y no por cómo se estableció el caso.

Para modificar el α en los casos base replicados se modifican las componentes de la velocidad en la condición de frontera de la entrada. Por lo anterior es que se declaró el valor de la velocidad a la entrada utilizando componentes, y no como magnitud. Esto evita que se tenga que generar una nueva geometría rotada que obligue a realizar una nueva malla u orientar el dominio computacional. Al no tener que mallar nuevamente, parámetros como la calidad ortogonal y la relación de aspecto se mantienen iguales durante todo el barrido del α. Además se facilita la convergencia al mantener las celdas de la capa límite alineadas a la cuerda del perfil. Para cada caso del barrido se calcularon las componentes de la velocidad de corriente libre utilizando las siguientes expresiones:

$$u = V_\infty * cos(\alpha) \tag{93}$$

$$v = V_\infty * sin(\alpha) \tag{94}$$

En la tabla 16, se muestran los valores de las componentes para cada ángulo de ataque utilizado.

Tabla 16: Componentes vectoriales de la velocidad

α	u	v
-12	42.0603	-8.9402
-10	42.3467	-7.4669
-8	42.5815	-5.9844
-6	42.7644	-4.4947
-4	42.8953	-2.9995
-2	42.9738	-1.5007
0	43	0
2	42.9738	1.5007
4	42.8953	2.9995
6	42.7644	4.4947
8	42.5815	5.9844
10	42.3467	7.4669
12	42.0603	8.9402
14	41.7227	10.4026
16	41.3343	11.8524
18	40.8954	13.2877
20	40.4068	14.7069

Es importante mencionar que los puntos de monitoreo de presión y velocidad se fueron adaptando según iba cambiando el ángulo de ataque para que estos pudieran ubicarse dentro de la estela.

5.3. Implementación y estabilización de modelos RANS y de transición

Ya que se tienen todas las carpetas con los archivos correspondientes a cada α implementado, se puede comenzar a correr las simulaciones correspondientes a los modelos RANS y de transición. Para lograr esto se replicó 8 veces el caso base dentro del banco de trabajo, uno por cada modelo de turbulencia que se corrió. Al igual que en el paso anterior, esto garantiza que cada corrida cuente con las mismas configuraciones numéricas, geometría y mallado. La manera en la que se duplicaron los casos configurados dentro del mismo proyecto puede visualizarse en la figura 31.

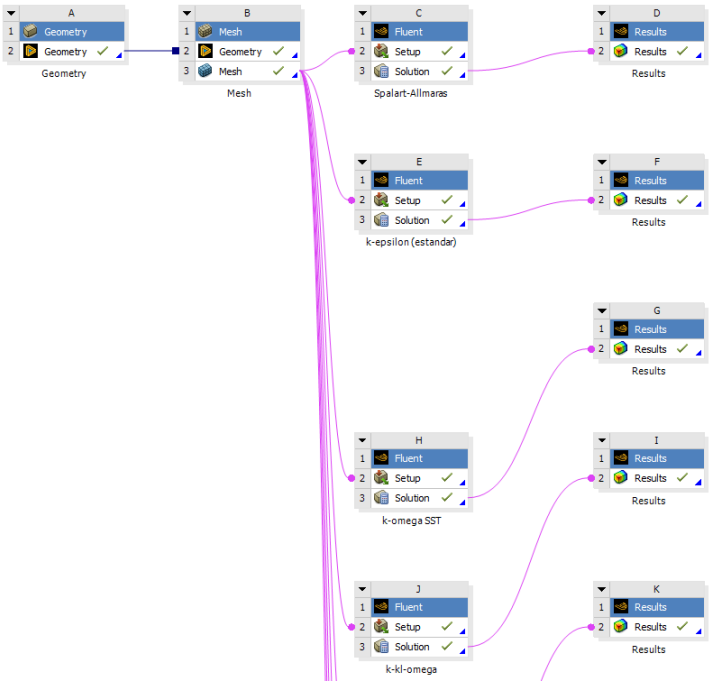


Figura 31: Configuración del proyecto para la implementación de modelos RANS y de transición

Para la implementación de cada uno de los modelos de turbulencia se optó por una inicialización estándar, en la cual cada que se va a correr un modelo se procede a inicializarlo haciendo nulas las condiciones de frontera y manteniendo tal cual y como están las variables de turbulencia. La ventaja de realizarlo de esta manera radica en que se puede asegurar que la solución final de cada modelo será independiente de cualquier estado previo. Lo anterior resuelve el problema de que si una solución ya trae consigo una característica inherente de un modelo podría afectar en cómo se desarrolla el flujo para formulaciones distintas.

Otra ventaja importante de hacer la inicialización estándar es que permite que cada modelo desarrolle de manera independiente la capa límite y el punto de transición laminar-turbulenta en función de la formulación y característica de cada modelo. Especialmente esta consideración resulta indis-

pensable si se están evaluando modelos de transición como en este caso.

A continuación se muestra cómo se ajustaron algunos parámetros para lograr mejores resultados. Para el modelo GEKO, el cual se visualiza en la figura 32, se aseguro que los parámetros de optimización C_{SEP} (que controla la separación del flujo) y el C_{NW} (que controla el flujo en regiones cercanas a la pared) fueran constantes y tuvieran los valores recomendados por la guía teórica. En el caso del primero, el valor 1.75 imita el modelo SST, mientras que el segundo se mantiene en 0.5 ya que no se cuenta con la certeza de que la información experimental sugiera una adecuación. Cabe aclarar que no se realizaron optimizaciones para corridas posteriores, por lo que todos los modelos se corren con esta misma línea base.

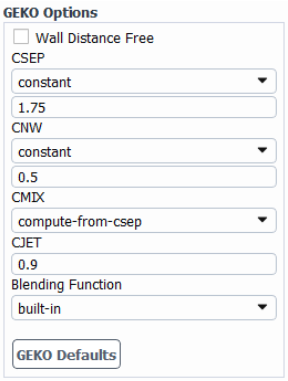


Figura 32: Configuraciones particulares del modelo GEKO

Para el modelo RSM, el cual se visualiza en la figura 33, se aseguró que el modelo esté configurado en Linear Pressure Strain. De esta manera se logra modelar la redistribución de energía entre los esfuerzos; y esto a su vez permite que, en caso de que existan cambios abruptos en cómo se va deformando el fluido, la simulación logre resolverlo correctamente. Las otras opciones disponibles resultan no útiles para flujos desprendidos.

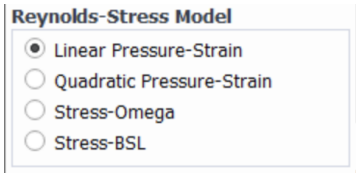


Figura 33: Configuraciones particulares del modelo RSM

No es redundante mencionar que, mientras se llevaban a cabo las simulaciones, se revisaron constantemente la convergencia de los residuos así como los monitores de los parámetros mencionados en el apartado de preparación del caso base. Los criterios que se siguieron para verificar los resultados que se iban obteniendo fueron los establecidos en la metodología.

5.4. Implementación de modelos híbridos

Una vez que se terminaron de correr todos los modelos RANS y de transición, se procedió a migrar los casos base de los ángulos correspondiente al equipo en el que se iban a correr las simulaciones de los modelos híbridos. Es importante mencionar que es necesario tener en cuenta ciertas configuraciones en el guardado, exportación e importación de los archivos para que no exista la incompatibilidad que resulta de trabajar con dos versiones distintas del programa. Después de que se aseguró que no existiera ningún problema en la carga de los archivos en el nuevo equipo y que el espacio de trabajo arranque sin ningún inconveniente, puede procederse a replicar 2 veces el caso base, uno para el modelo SAS y otro para el DES. Todo esto garantizó que nuevamente se tengan las condiciones de trabajo tal y como se tenían en los casos RANS y de transición.

Para los modelos híbridos también se optó por una inicialización estándar, tal y como se explicó en la sección pasada. Esto permitirá que se pueda observar la evolución de las inestabilidades desde el reposo. A diferencia de los modelos RANS y de transición, que todos se ejecutaron con un paso temporal de $\Delta t = 0.001[s]$, sería impreciso utilizar este mismo paso de tiempo para los modelos híbridos. Por ello, y de acuerdo con lo calculado en la metodología, se decidió optar por $\Delta t = 0.000001[s]$ para la ejecución de estos últimos modelos. Las consideraciones anteriores permiten capturar de una buena manera el desprendimiento de vórtices. Respecto a los parámetros específicos configurados para estos dos modelos es importante mencionar que, si bien se puede seleccionar casi cualquiera de los modelos RANS basados en ω y luego activar la opción SAS, para evaluar este modelo se utilizó el enfoque que lo combina con el modelo $k - \omega$ SST. Para ello basta con seleccionar la opción SAS de la lista de modelos.

En el caso de los DES es necesario asegurarse que todas las simulaciones de este modelo se corran con el modelo RANS $k - \omega$ SST como complemento y seleccionando la casilla de la variante DDES, tal y como se muestra en la figura 34. Esta opción permitirá que dentro de la capa límite se utilice el modelo RANS seleccionado y el modelo LES sólo en las regiones donde haya desprendimiento y así se evita registrar cualquier posible separación ocasionada por la malla en la capa límite.



Figura 34: Configuraciones particulares del modelo DES

Es importante recordar tal como se mencionó en la metodología que una configuración necesaria para ambos modelos es asegurarse que la discretización del momento utilice el esquema Bounded Central Differencing, como se muestra en la figura 35. Esto evita que los remolinos capturados se supriman debido a una viscosidad numérica excesiva.

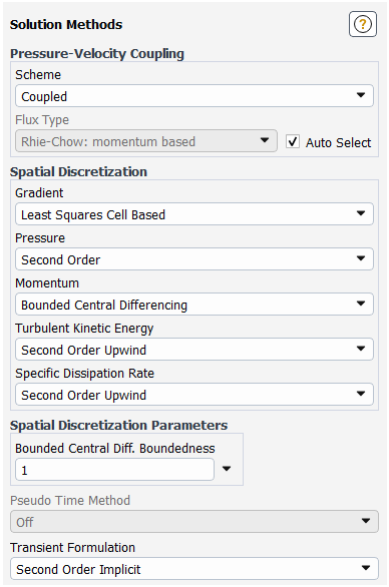


Figura 35: Configuración de la discretización para el modelo DES

Por último, para obtener resultados en un estado estadísticamente estacionario en el que las estructuras turbulentas estuvieran desarrolladas completamente se eliminó el 40 % de los datos iniciales de todos los archivos de salida (.out) generados. A continuación, en la siguiente sección se detallará un poco más cómo se procesaron los archivos .out de los parámetros monitoreados que permitieron generar las gráficas de los coeficientes aerodinámicos, el espectro de energía y las gráficas de espacio de fase.

5.5. Recolección de datos y post-procesamiento de señales temporales

Cómo se obtienen los valores de los coeficientes aerodinámicos (C_l y C_d) en un α dado está relacionado con el tipo de modelo que se usó. Así para los modelos RANS y de transición basta con tomar el último valor registrado en el último instante de tiempo; no obstante, para los modelos híbridos es necesario realizar un promedio de todos los datos a partir de cuando se tiene un estado estadísticamente estacionario. Con los datos obtenidos se construyó una tabla que relacionara el ángulo de ataque con los valores de C_l y C_d para cada modelo. Con estos datos posteriormente se pueden exportar archivos tipo csv que permitieron crear las gráficas C_l vs α, C_d vs α y C_d vs C_l tanto para cada modelo como para la comparación global en Paraview. El mismo procedimiento se utilizó para presentar los resultados de la distribución del coeficiente de presión para los ángulos y modelos seleccionados.

Con lo que respecta a la obtención de los contornos de velocidad y de presión se utilizó la herramienta de post-procesamiento del programa. Esta opción permite obtener contenido multimedia en alta calidad de los campos de velocidad y de presión que permitirá obtener información importante sobre los puntos de separación, las estructuras turbulentas y los campos de vorticidad. Basta con conectar el bloque de solución con el de resultados para todos los modelos utilizados tal y como se muestra en la figura 31. Esto permite trasladar el caso y los datos sin la necesidad de importarlos directamente en un bloque independiente de resultados.

Para la caracterización dinámica se utilizaron los datos recolectados de presión total, velocidad en x y velocidad en y en los puntos monitoreados a lo largo de la estela. Las coordenadas de los puntos varían según el α utilizado, ya que debe cerciorarse de que los puntos queden dentro de la estela. Es importante mencionar que sólo cambian las coordenadas en y, pues los puntos sólo se movían hacia arriba o hacia abajo según se iba aumentando o disminuyendo el α. Es por ello que a continuación, en la tabla 17 , se muestra la distancia o coordenada en x a la que se colocaron los puntos de los monitores.

Tabla 17: Posición de los monitores

Punto	Distancia en x [m]
c_{w1}	1.015
c_{w2}	1.35
f_{w1}	2.05
f_{w2}	3.5

El establecimiento de los puntos c_{w1} y c_{w2} tan cerca del borde de salida resulta fundamental para lograr capturar la información cuando se desprenden los vórtices. Una ventaja de los monitores es que permiten crear archivos .out que ya están sincronizados temporalmente, asegurándose que cada registro de una variable (por ejemplo, presión) está ligado al mismo instante de tiempo que

otra variable (velocidad). El número de datos recolectados por corrida está en función del tamaño del paso de tiempo; así los modelos RANS y de transición tenían una frecuencia de muestreo de 1000 datos por segundo simulado, mientras que para los modelos híbridos esta tasa de frecuencia podía ser de 10,000 hasta 1,000,000 de datos por segundo simulado.

Para eliminar el 40 % de los datos iniciales de cada simulación se puede realizar de dos maneras. La primera es eliminarlos directamente desde el bloc de notas o la hoja de datos y guardar el archivo para después cargarlo directamente en el código; mientras que la segunda es indicar en el código desde que punto iniciar a tomar los datos que se van a graficar. Nuevamente, esto permitirá que nuestro análisis se centre únicamente cuando se tiene un estado estadísticamente estacionario sin tomar en cuenta el ruido de cuando inicia el solucionador. El código también elimina todos los valores que no sean números y sustrae la componente media de la velocidad para unicamente enfocarse en las fluctuaciones turbulentas.

Una de las bondades del código es que permite identificar la frecuencia dominante para el análisis espectral. Juan A. Ham Martínez aplica la Transformada Rápida de Fourier para cambiar la señal de la velocidad del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. Automáticamente el código identifica la frecuencia con mayor amplitud, que dicho sea de paso está asociada con el desprendimiento de remolinos de gran escala. Con la finalidad de aplicar las leyes de potencia en el espectro de energía, se manejó en escala logarítmica la densidad espectral de potencia. Como se mencionó en la metodología, el código incluye la identificación dentro de la gráfica de la pendiente de decaimiento de -3. Recordar que dicho valor se justifica en la teoría de Kraichnan para la resolución de la cascada de enstrofía en simulaciones bidimensionales.

Por último, para la construcción de los diagramas del espacio de fase se debe correlacionar los datos de una de las componentes de la velocidad (ya sea u o v) con la presión absoluta en uno de los puntos monitoreados. Es importante que los archivos que se carguen correspondan a un mismo punto para poder crear una gráfica donde se puedan identificar las órbitas cerradas que comprueben que se tiene un desprendimiento periódico y estable o cualquier comportamiento que indique que sí se están resolviendo las escalas.

6. Resultados

En este capítulo se presentarán y analizarán los resultados que se obtuvieron después de correr las simulaciones del perfil NACA 0012 a un número de Reynolds de 3×10^6. Lo anterior tiene como finalidad comparar cómo los nueve modelos evaluados lograron representar el fenómeno estudiado, evaluando su rendimiento tanto en el régimen lineal como en condiciones críticas de pérdida de sustentación.

Los resultados se presentan de tal manera que permiten ir descartando los modelos que tuvieron resultados deficientes o malos y sólo enfocarse en aquellos que sí fueron más precisos o cercanos al comportamiento real. En primer lugar, se expone una comparación global de los coeficientes aerodinámicos (C_l y C_d) donde se validan los resultados cuantitativos y cualitativos obtenidos con los datos experimentales de Abbott y von Doenhoff para poder cuantificar el error relativo de cada modelo.

Posteriormente se lleva a cabo un análisis de la distribución de presiones (C_p) en ángulos de interés y se visualizó el comportamiento de la capa límite, donde se localizaron los puntos de separación y readherencia que permiten evaluar la eficiencia del perfil. En los modelos con mejor desempeño y fidelidad, se llevó a cabo la caracterización dinámica que, como ya se ha venido mencionado, consistió en procesar las señales temporales en el dominio de la frecuencia para obtener la cascada de energía y la estabilidad de las gráficas de espacio de fase.

Finalmente, se expone visualmente la física del fenómeno al presentar las estructuras turbulentas y se analiza la viabilidad de cada modelo evaluando el costo computacional. Como resultado final se podrá argumentar cuál de los modelos ofrece el mejor rendimiento haciendo un balance entre precisión y demanda de recursos, siendo así una guía de recomendación para futuras aplicaciones de diferentes índoles.

6.1. Comparación global de coeficientes aerodinámicos

En la figura 36 se muestran las comparativas individuales de las curvas de sustentación obtenidas para cada uno de los 9 modelos frente a la curva experimental de Abbott & von Doenhoff del perfil NACA 0012. Se puede observar que todos los modelos tienen un comportamiento lineal casi idéntico a bajos α, donde el flujo está adherido; no obstante, una vez que se alcanza el ángulo de pérdida, alrededor de los 16°, estos empiezan a divergir entre sí. Se observa que el modelo $k - \varepsilon$ estándar (b) no logra estimar correctamente el $C_{l,max}$, quedando muy por debajo del valor experimental, pues se presenta una transición exageradamente suave. Otra curva que llama mucho la atención es la del modelo RSM (g), donde se aprecia una topología de la función con bajadas y subidas ajenas al comportamiento clásico del perfil NACA 0012. Por su parte, los modelos que mejor lograron

representar la curva real son el Spalart-Allmaras (a), los modelos basados en $k-\omega$ (c y d), y los modelos híbridos/escalas resolventes (h,i); pues se observan mínimas diferencias entre las curvas obtenidas y la experimental. Sin embargo, después de pasar el punto de máxima sustentación, se observa como los modelos anteriores sí presentan discrepancias con la experimental, fallando en la zona post-pérdida.

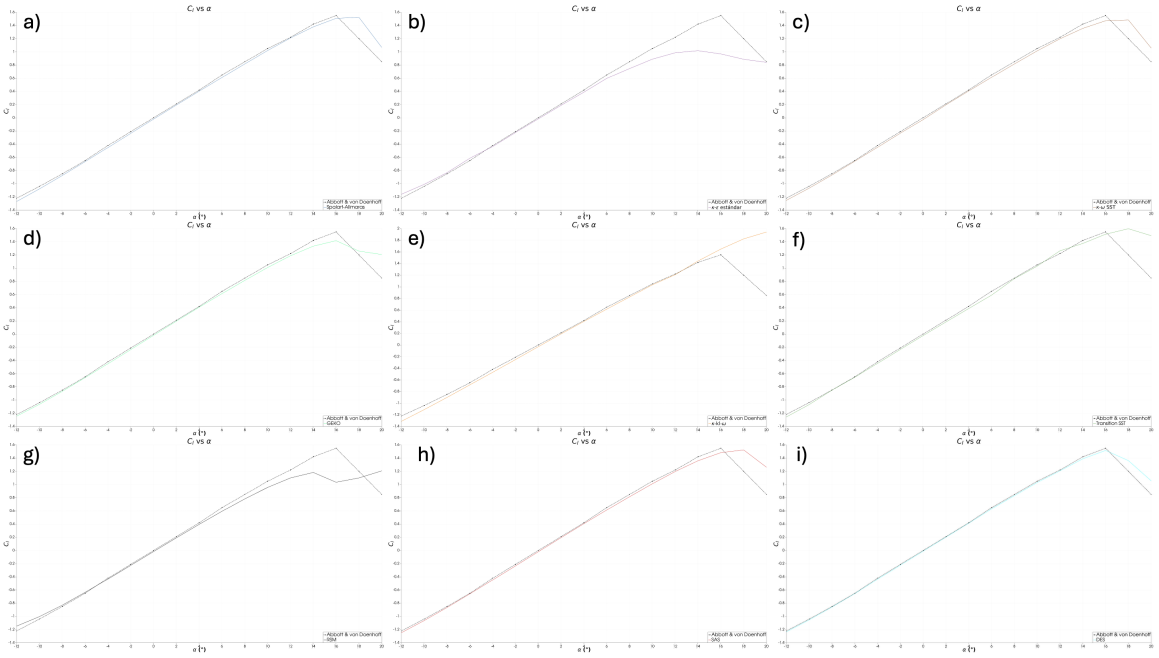


Figura 36: Curva de sustentación (C_l vs. α) de cada modelo (a. Spalart-Allmaras, b. $k-\varepsilon$ estándar, c. $k-\omega$ SST, d. GEKO, e. $k-kl-\omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES) comparada con la de Abbott & von Doenhoff

En la figura 37 se superponen todas las curvas y aquí se puede ver cómo gran parte de los modelos logran sortear la parte lineal (-12° a 10°) de una gran manera, por lo que se puede afirmar que casi todos los modelos logran predecir con mucha certeza la pendiente de sustentación ($C_{l\alpha}$). No obstante, también se puede evidenciar aún más las divergencias que se presentan al acercarse a la zona de desprendimiento. Resulta interesante ver el caso del modelo $k-kl-\omega$ (naranja) que incluso sobrestima el comportamiento lineal de la curva, ignorando por completo la entrada en pérdida del perfil, pues la recta mantiene una tendencia de seguir ascendiendo. Muy por debajo quedan en predicción los modelos $k-\varepsilon$ estándar (morado) y RSM (negro), que desde los 10° ya empiezan a mostrar diferencias importantes con respecto a la curva registrada por Abbott & von Doenhoff. Nuevamente la zona que más resalta en esta gráfica es la que comprende la zona post-pérdida (16° a 20°), donde de plano todos los modelos implementados muestran diferencias con respecto a la curva real. Lo anterior se debe a las características del flujo separado, que complican mucho las capacidades predictivas de los modelos, especialmente la de los RANS y los de transición.

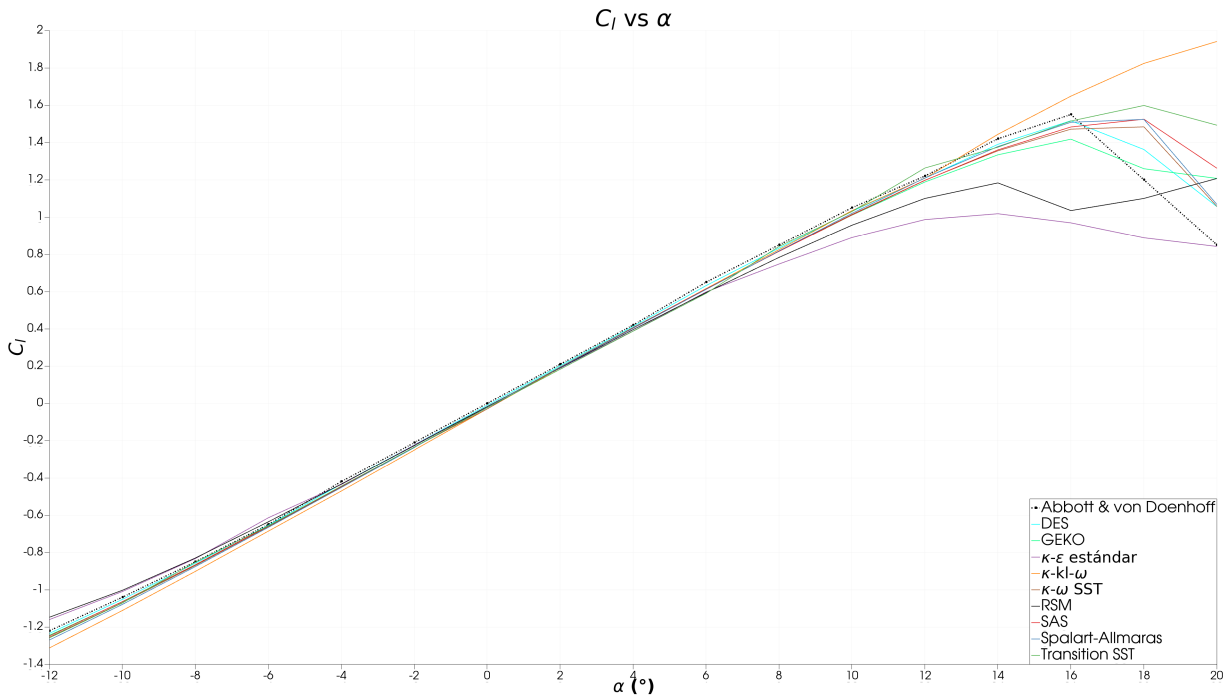


Figura 37: Curva de sustentación (C_l vs. α) global

En la figura 38 se muestran las comparativas individuales de las curvas de arrastre obtenidas para cada uno de los 9 modelos frente a la curva experimental de Abbott & von Doenhoff del perfil NACA 0012. Se puede observar que las gráficas siguen la forma parabólica esperada, teniendo un crecimiento cuadrático en los extremos y ubicando el arrastre mínimo cuando el α es nulo. Se destaca que los modelos que más se acercaron a la curva experimental son el (a) Spalart-Allmaras, (c) $k-\omega$ SST, (d) GEKO, (h) SAS e (i) DES. Por otro lado, se debe señalar que los modelos (b) $k-\varepsilon$, (g) RSM, (e) $k-kl-\omega$ y (f) Transition SST son los que más distan de ser idénticos a la curva experimental. El primero no logra estimar correctamente el arrastre obteniendo valores mucho mayores a lo largo de todo el dominio, el segundo presenta altas desviaciones cuando se tienen α críticos, mientras que los dos modelos de transición presentan perturbaciones no características de la curva esperada.

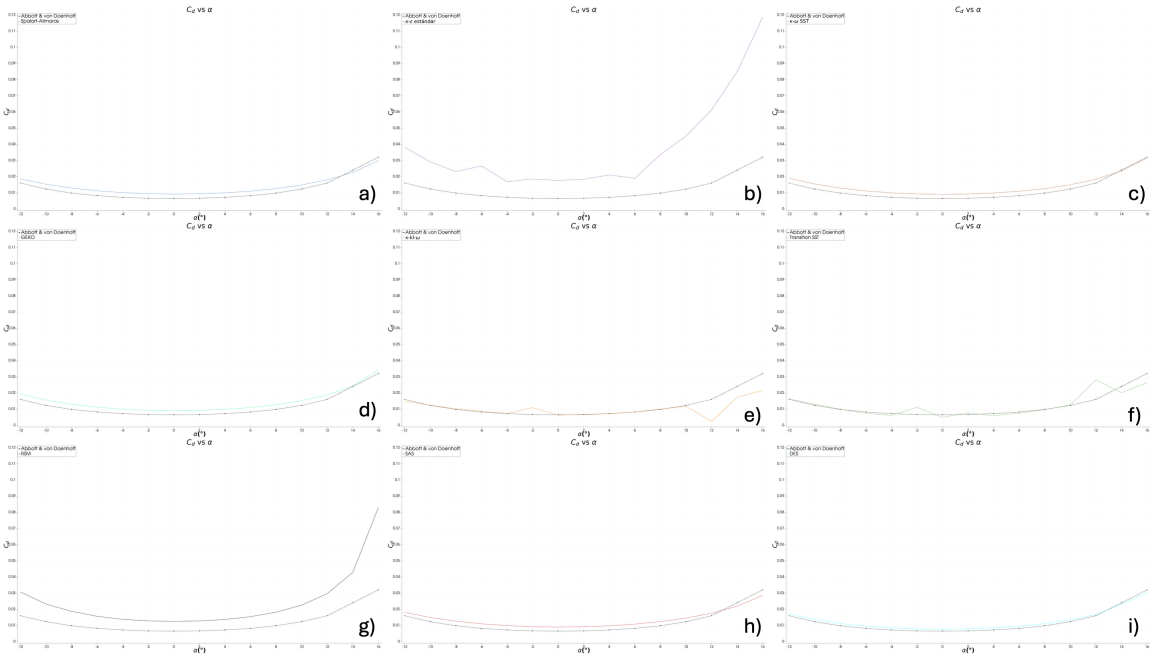


Figura 38: Curva de arrastre (C_d vs. α) de cada modelo (a. Spalart-Allmaras, b. $k-\varepsilon$ estándar, c. $k-\omega$ SST, d. GEKO, e. $k-kl-\omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES) comparada con la de Abbott & von Doenhoff

En la figura 39 se superponen todas las curvas y aquí se puede ver cómo la mayoría de los modelos sí logran capturar bastante bien el comportamiento del arrastre sobre el perfil cuando el flujo aún no se desprende. No obstante, y al igual que en el caso anterior, la gráfica ayuda a apreciar de mejor manera los puntos débiles de cada modelo. Es más evidente la sobreestimación por parte del modelo $k-\varepsilon$ estándar (morado) y la divergencia acelerada que presenta el modelo RSM (negro) una vez que se alcanzan los 12°. Otro punto que llama la atención es el que se presenta a este mismo α en el modelo $k-kl-\omega$ (naranja), ya que se puede observar una caida más que evidente en el valor del arrastre. Por último es importante observar cómo después de que se alcanza el α donde el perfil debería entrar en pérdida las curvas empiezan a bifurcarse. Lo anterior invita a pensar que es muy probable que exista una diferencia en cómo se modela la transición de un régimen a otro tras desprenderse la capa límite.

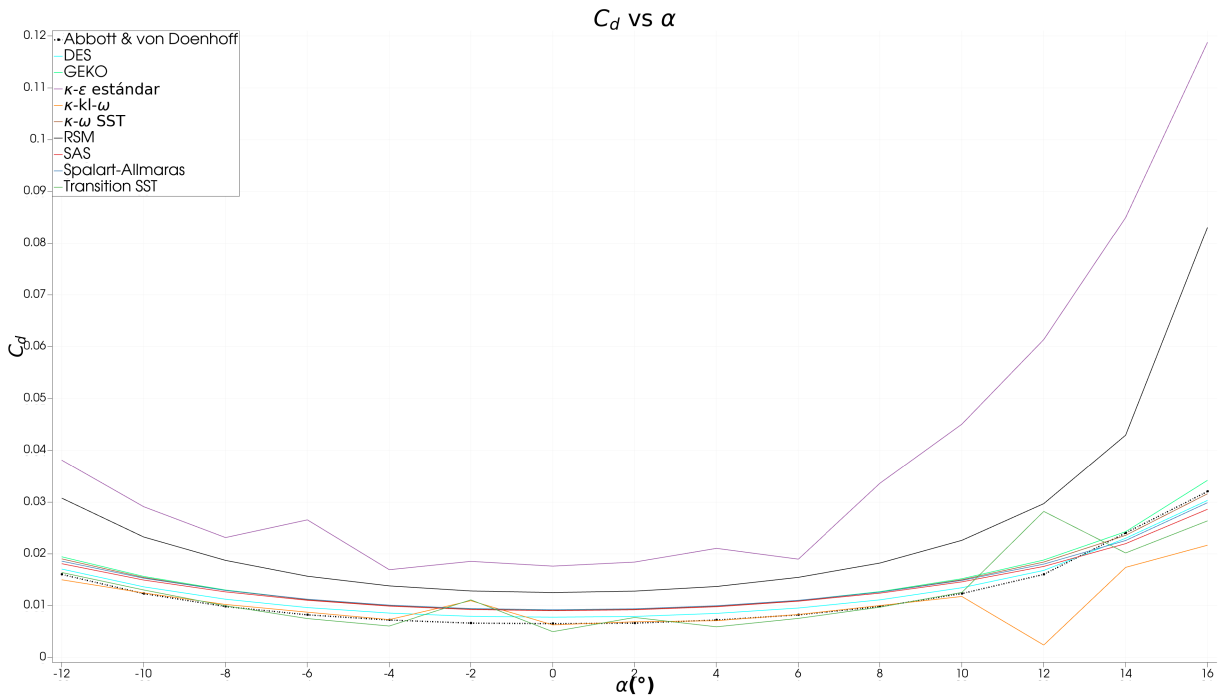


Figura 39: Curva de arrastre (C_d vs. α) global

En la figura 40 se muestran las comparativas individuales de las polares aerodinámicas obtenidas para cada uno de los 9 modelos frente a la curva experimental de Abbott & von Doenhoff del perfil NACA 0012. Se puede observar la forma de una parábola asimetrica donde los modelos (a) Spalart-Allmaras, (c) $k - w$ SST, (d) GEKO, (h) SAS e (i) DES logran apegarse con mayor fidelidad a la curva real, mientras que los modelos (b) $k - \varepsilon$ estándar y (g) RSM muestran una sobreestimación considerable del arrastre para prácticamente todo el rango de sustentación presentado. Algo que llama la atención considerablemente son los picos presentados en los modelos de transición (e) $k - kl - \omega$ y (f) Transition SST en prácticamente los mismos valores del C_l, siendo el más notorio cuando su valor es 1.2.

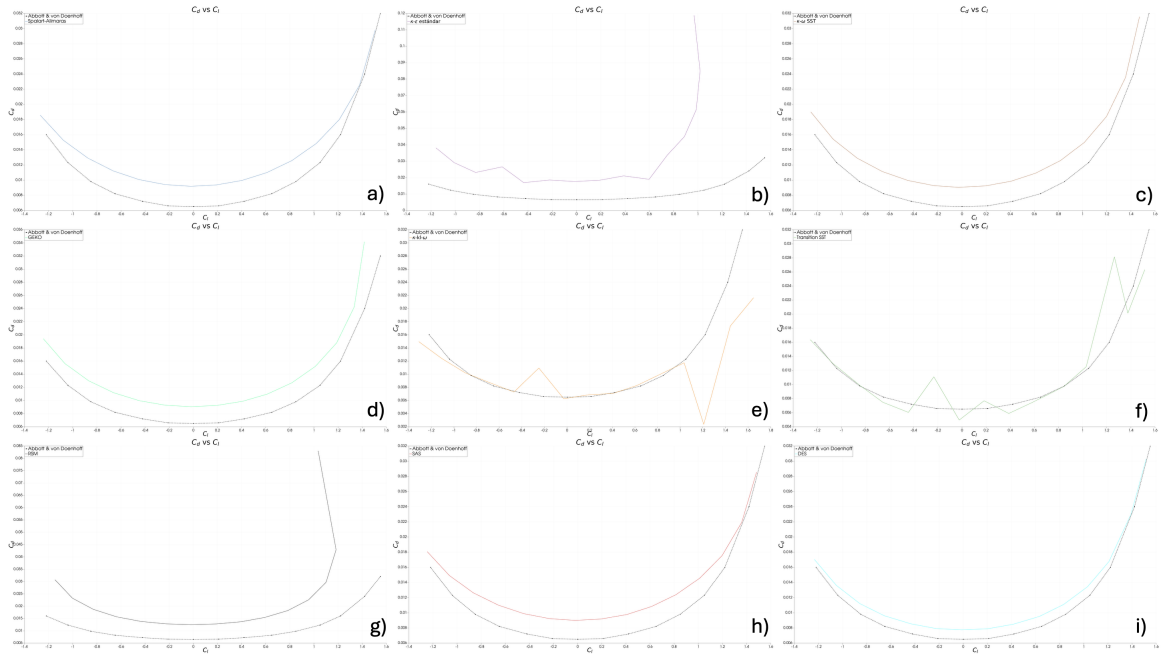


Figura 40: Polar (C_d vs. C_l) de cada modelo (a. Spalart-Allmaras, b. $k-\varepsilon$ estándar, c. $k-\omega$ SST, d. GEKO, e. $k-kl-\omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES) comparada con la de Abbott & von Doenhoff

En la figura 41 se superponen todas las curvas. Se concluye con mayor claridad que los modelos Spalart-Allmaras (azul oscuro), $k-\omega$ SST (café), GEKO (verde claro), SAS (rojo) y DES (azul claro) son los más precisos para capturar el arrastre cuando el flujo todavia está adherido. Es aún más claro también el desfase que presentan los modelos $k-\varepsilon$ estándar (morado) y RSM (negro), los cuales sobreestiman el arrastre y no logran capturar correctamente la fineza aerodinámica. Acá también se magnifican los picos que presentan los modelos de transición $k-kl-\omega$ (naranja) y transition SST (verde oscuro), especialmente después de la transición. Al igual que en las últimas comparativas globales se puede apreciar una notable dispersión en el extremo derecho de la gráfica, que es cuando se empieza a presentar el desprendimiento y posteriormente la entrada en pérdida. Esto es aún más visible para los modelos con aproximaciones RANS.

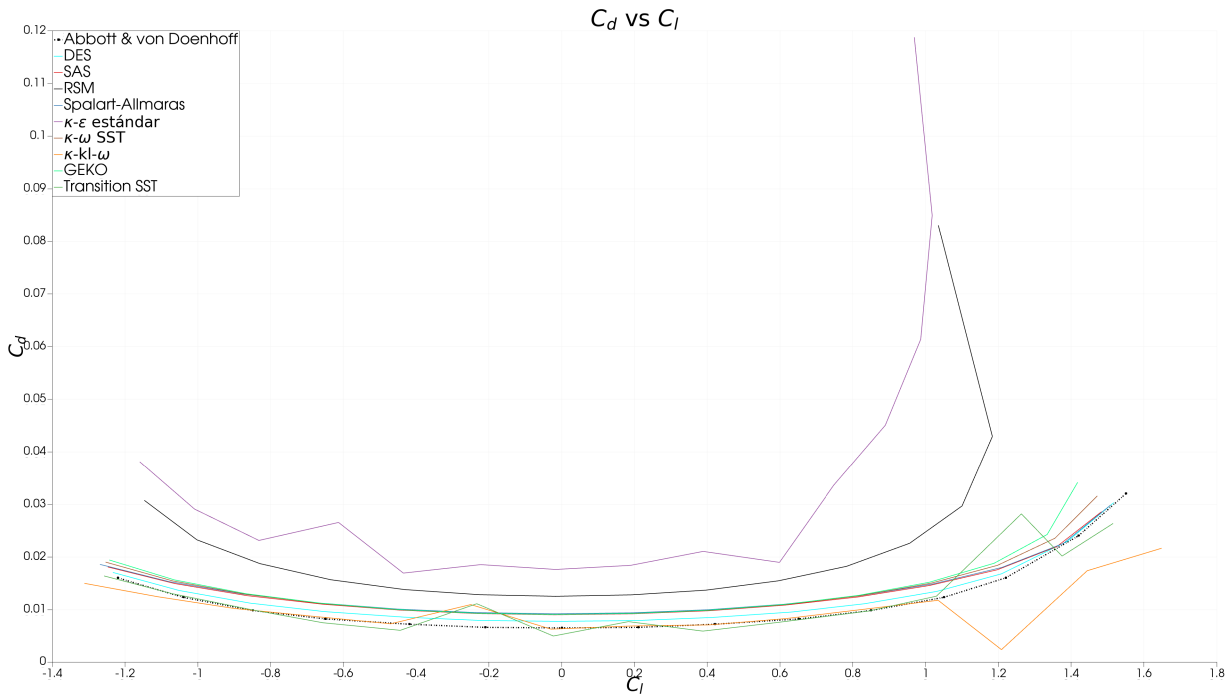


Figura 41: Polar aerodinámica (C_d vs. C_l) global

En la tabla 18 se incluyen los parámetros más importantes de desempeño aerodinámico como lo son el coeficiente de sustentación máximo, ángulo de entrada en pérdida, coeficiente de arrastre cuando $\alpha = 0$ y el % de error del coeficiente de sustentacion máximo respecto a la referencia experimental calculados por los nueve modelos de turbulencia. Además se incluyen los valores experimentales de estos parámetros para su contraste. En esta comparativa se puede apreciar cómo los modelos Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST, GEKO, Transition SST, SAS y DES son los más fieles a los valores experimentales de $C_{l,max}$, ya que el rango de estos modelos es de 1.41 a 1.59 , siendo cercano al valor experimental de 1.55. No obstante, en lo que se refiere al α de entrada en pérdida, los únicos modelos que coinciden con el valor experimental son los modelos GEKO y DES. En cuanto a la predicción del C_d cuando el α es nulo, solo se destaca el modelo $k-kl-\omega$ como el más cercano al valor real. En contraste, alerta el alto porcentaje de error que muestra el modelo $k-\varepsilon$ estándar para el coeficiente de sustentación máximo, siendo un valor inadmisible de 34 %. Otro punto que llama la atención es cómo hay modelos que erróneamente retrasan mucho la pérdida como lo son los modelos $k-\varepsilon$ estándar y RSM, reportando un α de pérdida de hasta 20°. Por último, se hace notoria la sobreestimación del $C_{l,max}$ por parte del modelo $k-kl-\omega$, obteniendo un valor descomunal de 1.94.

Tabla 18: Tabla de parámetros de desempeño

Modelo	$C_{l,max}$	α_{stall}	C_d a 0°	**% Error** ($C_{l,max}$)
Abbott & von Doenhoff	1.55	16°	0.006	-
Spalart-Allmaras	1.5236	18°	0.0092	1.7015
k-ε estándar	1.0181	14°	0.0176	34.3178
k-ω SST	1.4837	18°	0.0090	4.2796
GEKO	1.4177	16°	0.0091	8.5386
k-kl-ω	1.9414	20°	0.0063	25.2522
Transition SST	1.5982	18°	0.0050	3.1118
RSM	1.2072	20°	0.0125	22.1170
SAS	1.5246	18°	0.0090	1.6373
DES	1.5166	16°	0.0077	2.1580

En la figura 42 se muestra la distribución del coeficiente de presión sobre el perfil cuando experimentalmente se presenta el α de pérdida. En primera instancia, se destaca que la opción laminar y el modelo DES son los únicos que logran capturar los vórtices desprendidos y remolinos de gran escala. A diferencia de todos los modelos presentes (b-f) en la imagen, la opción laminar (a) es la única en la que el gradiente de presión no es tan claro cerca del borde de ataque, pues no se logra apreciar la bien definida región de succión azul sobre la primera sección del extradós. Lo que todos los modelos logran representar con fidelidad es la región roja y naranja que corresponde al estancamiento de alta presión en el intradós y borde de ataque.

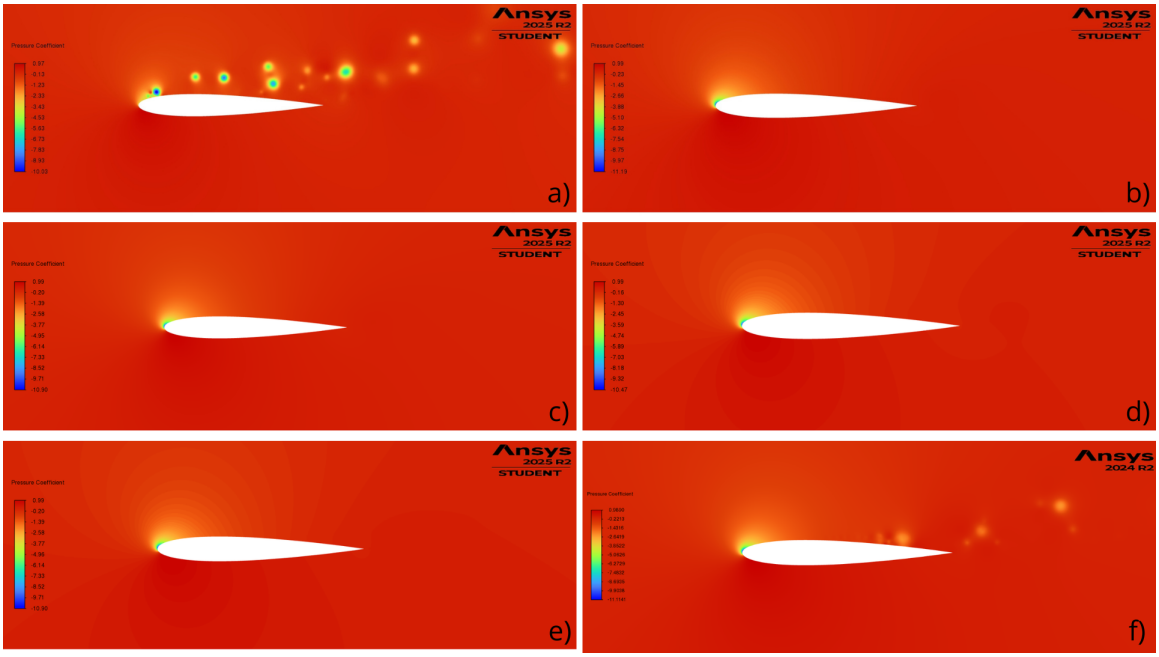


Figura 42: Contorno del coeficiente de presión (C_p) a $\alpha = 16$ para los modelos con mejor desempeño comparados con la opción laminar (a. Laminar, b. Spalart-Allmaras, c.$k-\omega$ SST, d. GEKO, e. SAS, f. DES)

6.2. Validación puntual con datos experimentales y análisis de error

En la tabla 19 se incluyen los mismos parámetros que en la tabla 18 junto con sus porcentajes de error respecto a la referencia experimental para cada uno de los nueve modelos. Además se adiciona el valor de la pendiente de la región lineal de la curva de sustentación también con su porcentaje de error correspondiente. Para el valor de $C_{l,max}$, los modelos con menor margen de error son el Spalart-Allmaras (1.7 %), SAS (1.64 %) y DES(2.15 %); mientras que modelos como el $k-\varepsilon$ estándar (34.32 %), $k-kl-\omega$ (25.25 %) y RSM (22.12 %) son los que más alejados están del valor real. Como se mencionó anteriormente, solo dos modelos estiman correctamente el α_{stall}, por lo que los únicos modelos cuyos porcentajes de error son nulos son el GEKO y el DES. Por otra parte, modelos como el $k-kl-\omega$ y el RSM ofrecen porcentajes de errores inaceptables, siendo del 25 % de error para los dos casos. En el rubro de calcular el C_{d0}, sólo un modelo tiene un porcentaje de error considerablemente bajo, y ese sorprendentemente es el $k-kl-\omega$, siendo de 5 %. Todos los demás modelos tienen porcentajes de error considerables, resaltando los modelos RSM (108.33 %) y $k-\varepsilon$ estándar (193.33 %) como los menos exactos. Por último, cabe resaltar que casi todos los modelos logran estimar correctamente la pendiente de la región lineal de la curva de sustentación, siendo nuevamente los modelos mencionados en el punto anterior ($k-\varepsilon$ estándar con 14. 51 % y RSM con 8.36 %) los que más se alejan del valor real.

Tabla 19: Tabla de puntos críticos

Modelo	$C_{l,max}$	**% error** $C_{l,max}$	α_{stall}	**% error** α_{stall}	C_{d0}	**% error** C_{d0}	$C_{l\alpha}$	**% error** $C_{l\alpha}$
Abbott & von Doenhoff	1.55	-	16	-	0.006	-	0.1041	-
Spalart-Allmaras	1.5236	1.70 %	18	13 %	0.0092	53.33 %	0.1038	0.29 %
k-ϵ estándar	1.0181	34.32 %	14	13 %	0.0176	193.33 %	0.089	14.51 %
k-ω SST	1.4837	4.28 %	18	13 %	0.009	50.00 %	0.1029	1.15 %
GEKO	1.4177	8.54 %	16	0 %	0.0091	51.67 %	0.1022	1.83 %
k-kl-ω	1.9414	25.25 %	20	25 %	0.0063	5.00 %	0.1065	2.31 %
Transition SST	1.5982	3.11 %	18	13 %	0.005	16.67 %	0.1041	0.00 %
RSM	1.2072	22.12 %	20	25 %	0.0125	108.33 %	0.0954	8.36 %
SAS	1.5246	1.64 %	18	13 %	0.009	50.00 %	0.1027	1.34 %
DES	1.5166	2.15 %	16	0 %	0.0077	28.33 %	0.1014	2.59 %

En la figura 43 se muestran las comparativas individuales de la distribución del error absoluto del C_l en función del α para cada uno de los 9 modelos. Lo ideal sería tener una recta que coincida con el eje de las abscisas; no obstante, se puede apreciar que, aunque antes de alcanzar α_{stall} el error absoluto se mantiene relativamente bajo y homogéneo para casi todos los modelos, una vez que se alcanza el α_{stall} la desviación crece exponencialmente, mostrando picos donde se hace más notable el error. Los modelos cuyo error absoluto en función del α es menor son el (a) Spalart-Allmaras, (c) $k-\omega$ SST, (d) GEKO y (i) DES, mientras que los picos de errores más notables se lo llevan los modelos (e) $k-kl-\omega$, (b) $k-\varepsilon$ estándar y (g) RSM.

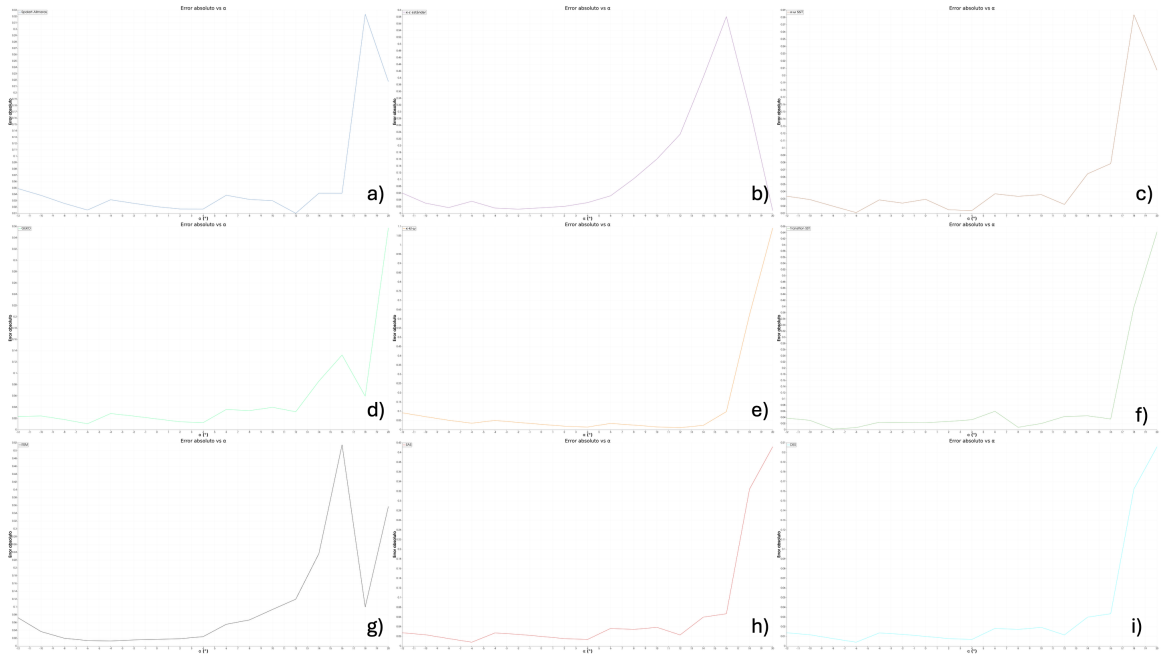


Figura 43: Error absoluto vs α (a. Spalart-Allmaras, b. $k-\varepsilon$ estándar, c. $k-\omega$ SST, d. GEKO, e. $k-kl-\omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES)

En la figura 44 se superponen todas las curvas en un solo gráfico. Se confirma la precisión que tienen casi todos los modelos cuando se tiene flujo adherido por la forma casi horizontal y cercana a cero que tienen las curvas cuando el α está en un rango de -12 a 10°. Conforme se va acercando y se supera el α_{stall}, la gráfica empieza a bifurcarse, teniendo picos de errores considerables para los modelos $k-\varepsilon$ estándar (morado), $k-kl-\omega$ (naranja) y RSM (negro). Por su parte, modelos como el Spalart-Allmaras (azul oscuro), $k-\omega$ SST (café), GEKO (verde claro) y DES (azul claro) logran mitigar correctamente las desviaciones, manteniendo valores bajos. Nuevamente también se puede observar que cuando se alcanza el α_{stall}, los modelos con aproximaciones RANS presentan diferencias muy marcadas conforme intentan resolver la separación del flujo.

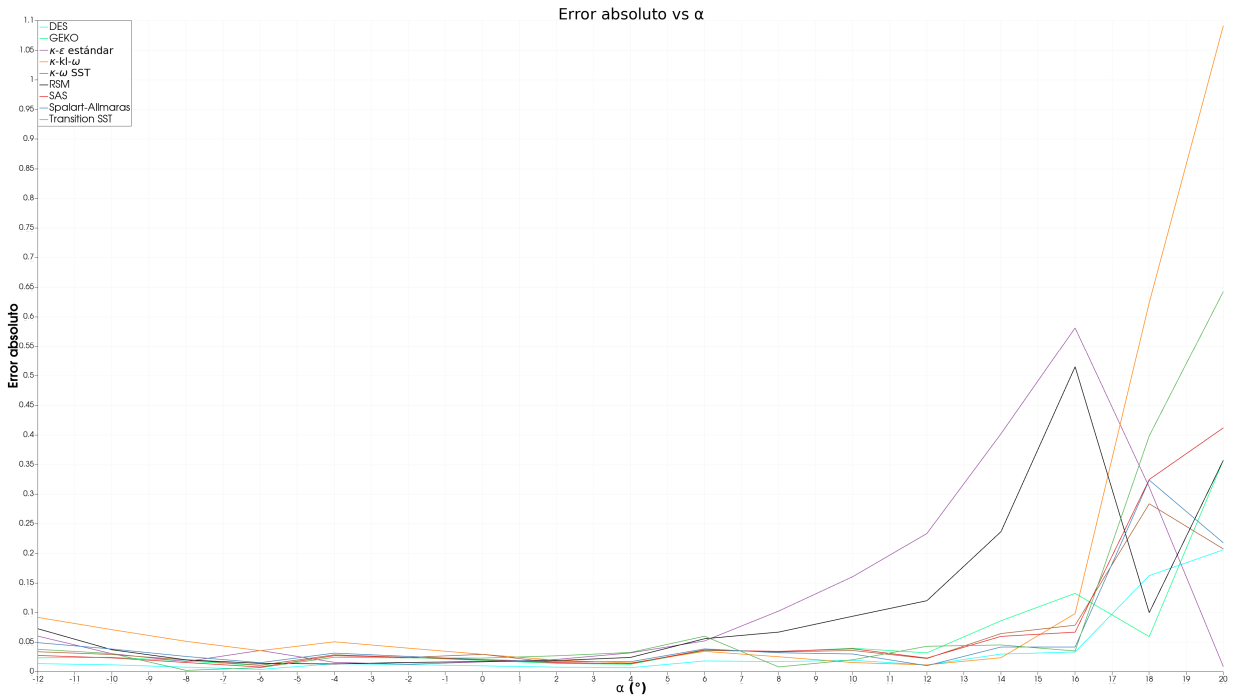


Figura 44: Error absoluto vs α global

En la figura 45 se muestran las comparativas individuales de la correlación lineal entre el rango de C_l obtenido y el del C_l experimental para cada uno de los nueve modelos de turbulencia. Idealmente se debería obtener una recta igual a la función identidad. Modelos como el (a) Spalart-Allmaras, (c) $k-\omega$ SST (d) GEKO y (i) DES están casi perfectamente alineados a la que sería esta diagonal ideal, mientras que modelos como el (b) $k-\varepsilon$ estándar, (e) $k-kl-\omega$ y (g) RSM, se desfasan de la línea ideal, muestran dispersión o introducen valores que están alejados a la referencia experimental.

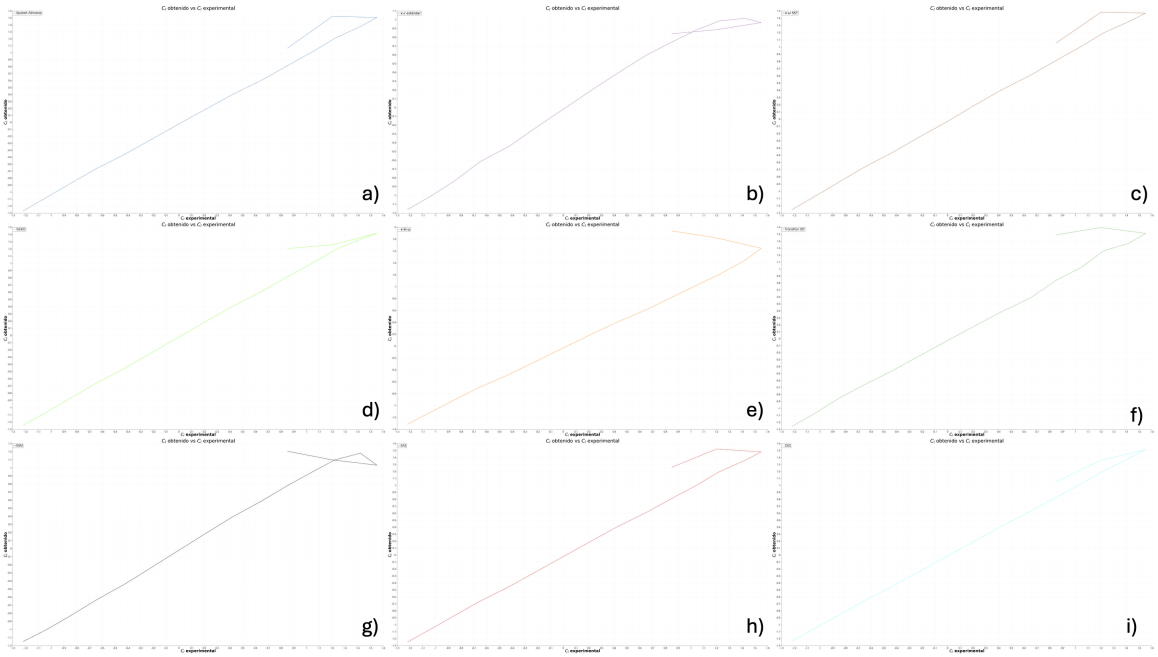


Figura 45: Correlaciones de los modelos con los valores experimentales (a. Spalart-Allmaras, b. $k-\varepsilon$ estándar, c. $k-\omega$ SST, d. GEKO, e. $k-kl-\omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES)

En la figura 46 se superponen las rectas en un solo gráfico. Se observa cómo la concentración de los puntos a lo largo de lo que sería la función identidad comprueba la fidelidad de los resultados respecto a los datos experimentales, especialmente para los modelos Spalart-Allmaras (azul oscuro), $k-\omega$ SST (café), GEKO (verde oscuro) y DES (azul claro). Es aún más evidente cómo el modelo $k-\varepsilon$ estándar (morado) se va desfasando de la recta ideal, a causa de la subestimación de los valores de C_l que se observa en la figura 37. El modelo $k-kl-\omega$ presenta una dispersión muy grande después del cambio de régimen, ocasionada por los grandes valores atípicos que se observan también en la figura 37. Por último también se destaca la distribución irregular y anormal del modelo RSM.

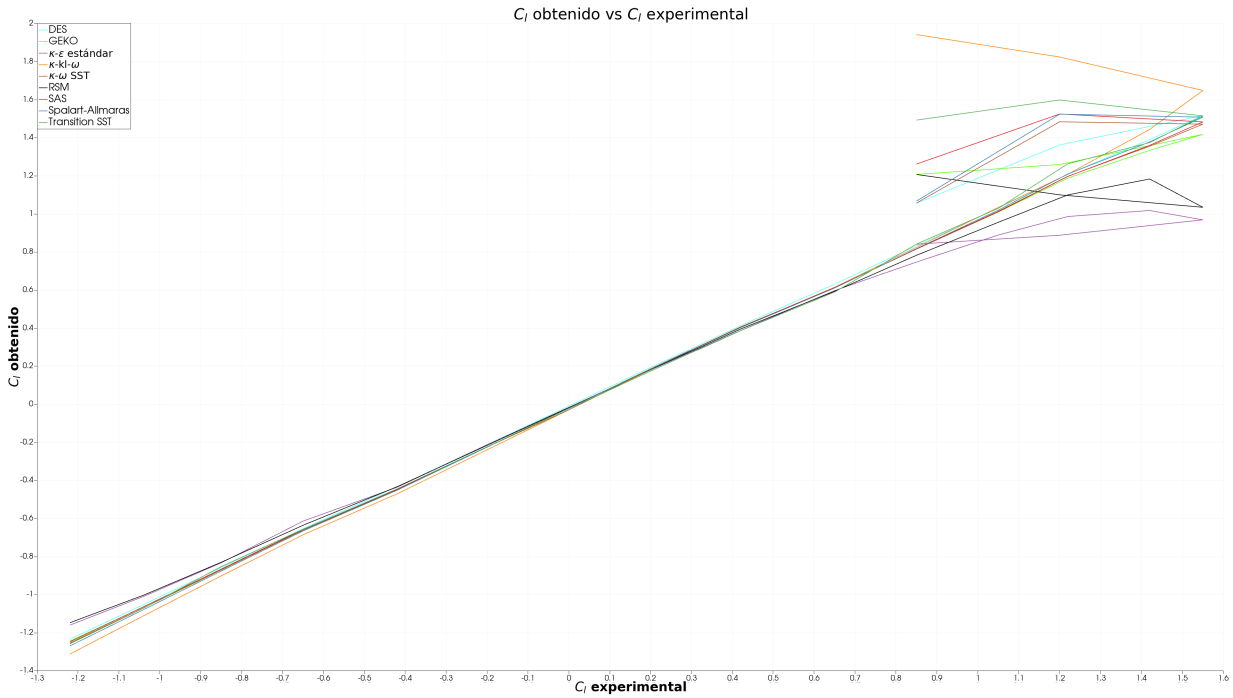


Figura 46: Correlación global

En la tabla 20 se presenta la raíz del error cuadrático medio del C_l a lo largo de todo el rango de α, la desviación máxima del C_l en porcentaje y el α en el que se registró y el porcentaje de error global para los nueve modelos de turbulencia. Para el parámetro de RMSE se buscan valores bajos cercanos a 0, ya que ello indica que el modelo logro acercarse a los valores experimentales. Nuevamente los modelos más acertados son los modelos Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST, GEKO y DES, teniendo un RMSE < 0.1; mientras que los que tuvieron un RMSE alto son los que más se alejaron del comportamiento real. Entre estos últimos se encuentran los modelos $k-\varepsilon$ estándar y $k-kl-\omega$ con RMSE > 0.2. Es importante remarcar que las desviaciones máximas del C_l registradas para todos los modelos ocurren al alcanzar o después de alcanzar el α_{stall}, lo que indica que los modelos sufren complicaciones cuando el flujo ya no está adherido. Los que menos padecen son los modelos Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST y DES, teniendo un porcentaje de desviación máxima $< 30\,\%$, mientras que el que más padece es el modelo $k-kl-\omega$ con un porcentaje de desviación máxima $> 100\,\%$. En lo que respecta al porcentaje de error global, el modelo con menor porcentaje de error global es el modelo DES, con un valor $< 5\,\%$, mientras que el que más falla es el $k-kl-\omega$, teniendo un porcentaje de error global $> 15\,\%$.

Tabla 20: Tabla de errores para el coeficiente de sustentación (C_l)

Modelo	**RMSE** (C_l)	**Desviación máxima** (α)	% Error global
Spalart-Allmaras	0.0990	26.97 % (en 18°)	7.3
k-ε estándar	0.2027	37.48 % (en 16°)	11.89
k-ω SST	0.0918	23.64 % (en 18°)	6.94
GEKO	0.0985	42.04 % (en 20°)	7.11
k-kl-ω	0.3083	128.4 % (en 20°)	16.8
Transition SST	0.1858	75.59 % (en 20°)	10.94
RSM	0.1713	33.23 % (en 16°)	10.94
SAS	0.1309	48.45 % (en 20°)	8.48
DES	0.0655	24.23 % (en 20°)	4.24

En la figura 47 se presentan las comparativas individuales de la distribución del coeficiente de presión a lo largo de la cuerda adimensional del perfil a un $\alpha = 10$ para los nueve modelos de turbulencia en conjunto con la curva experimental presentada por Harris [27]. Se puede observar que todos los modelos logran capturar correctamente la forma cíclica de la gráfica, donde la parte superior representa la succión en el extradós y la inferior la sobrepresión en el intradós. Los modelos que lograron un acoplamiento muy parecido con respecto a la referencia experimental son el (a) Spalart-Allmaras, (d) GEKO, (h) SAS y (i) DES. A pesar de que los modelos (b) $k - \varepsilon$ estándar, (e y f) de transición, y (g) RSM, también son similares a la curva experimental, es necesario remarcar que algunos subestiman las magnitudes del coeficiente de presión, mientras que otros presentan discrepancias en la zona de recuperación de la presión.

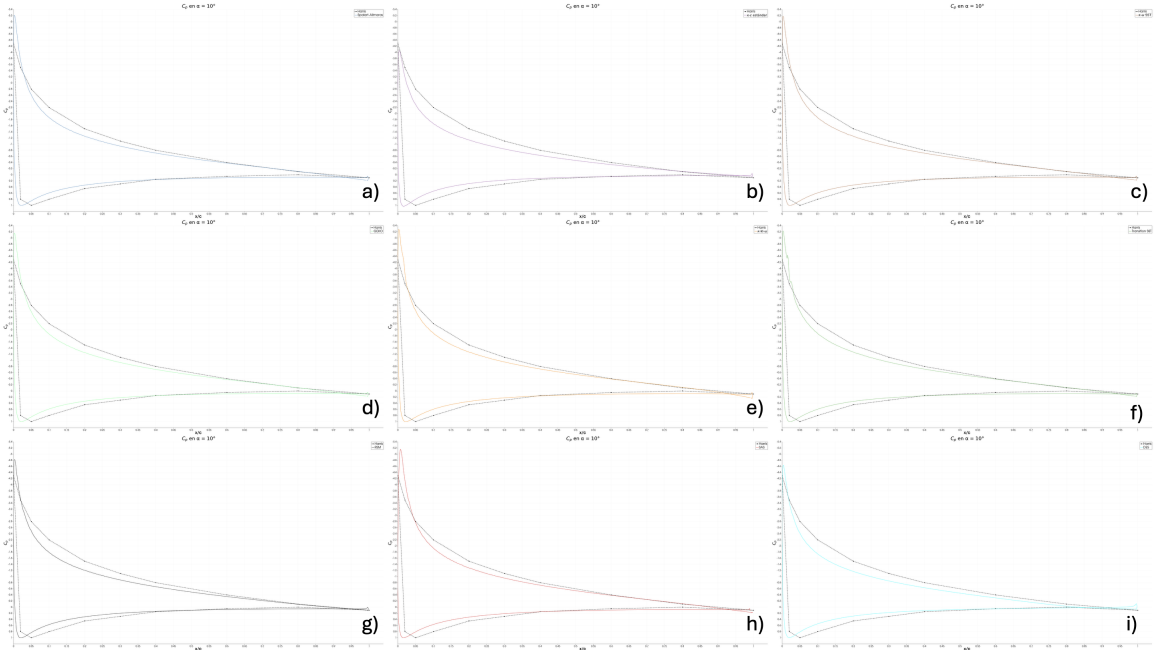


Figura 47: Coeficiente de presión (C_p) a un $\alpha = 10°$ (a. Spalart-Allmaras, b. $k - \varepsilon$ estándar, c. $k - \omega$ SST, d. GEKO, e. $k - kl - \omega$, f. Transition SST, g. RSM, h. SAS, i. DES)

En la figura 48 se muestra la superposición de las curvas en una sola gráfica. Se confirma que los modelos Spalart-Allmaras (azul oscuro), GEKO (verde claro), SAS (rojo) y DES (azul claro) son los que más se acercan a equipararse con la curva experimental. Acá se hace más notable la atenuación en los valores del C_p por parte del modelo $k - \varepsilon$ estándar (morado); mientras que también se ven las oscilaciones en los modelos de transición (naranja y verde oscuro) a lo largo de la zona de recuperación de presión en el perfil. Por último, es importante evidenciar como todos los modelos muestran comportamientos idénticos en el tramo del intradós, lo cual podría indicar que la sobrepresión en la parte inferior del perfil es un fenómeno insensible al modelo de la turbulencia cuando el α es de 10°.

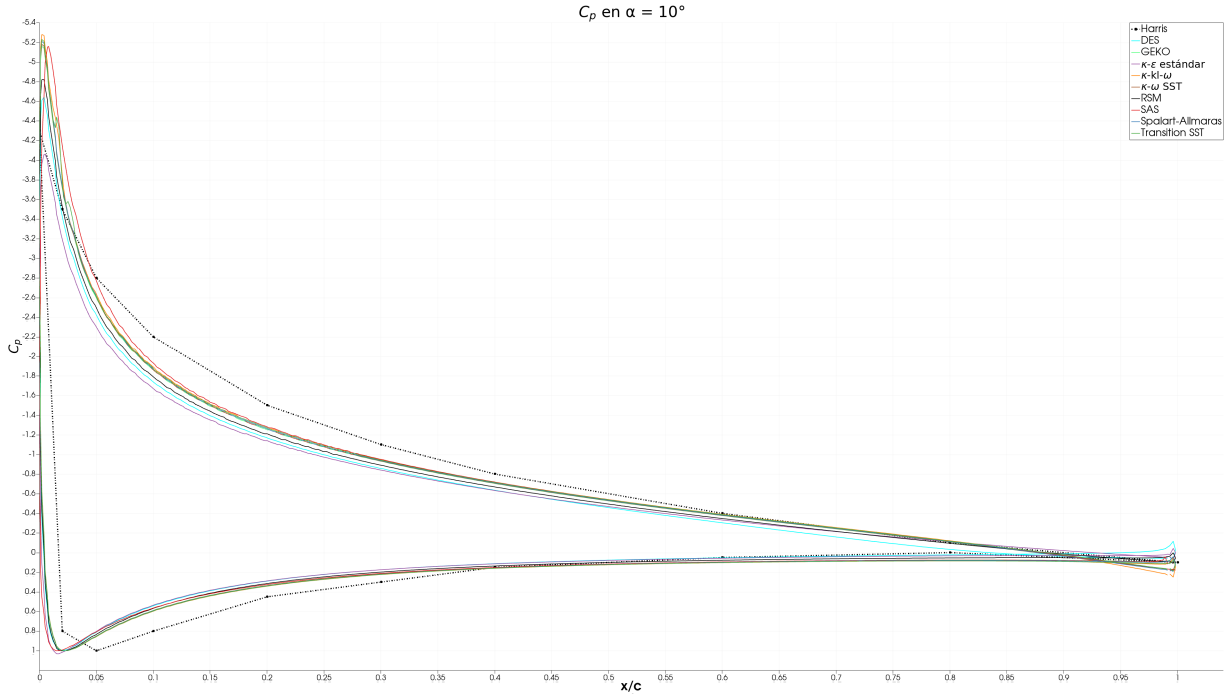


Figura 48: Coeficiente de presión (C_p) a un $\alpha = 10°$ global

6.3. Distribución del coeficiente de presión en ángulos críticos

Con base en lo presentado en las dos secciones anteriores, a partir de este momento, se dejarán de considerar los modelos que tuvieron menor exactitud o que mostraron errores significativos. Es por lo anterior que se descartaron los modelos $k - \varepsilon$ estándar, transition SST, $k - kl - \omega$ y RSM en los siguientes análisis.

La figura 49 presenta la distribución del C_p a lo largo de la cuerda adimensional del perfil cuando el α es nulo, comparando los modelos de turbulencia con mejor desempeño frente a los datos experimentales obtenidos por Gregory & O'Reilly [30]. Se puede observar que todos los modelos convergen entre si, superponiéndose los unos con los otros. No obstante, se aprecia que en diferentes puntos de la cuerda las soluciones numéricas y la curva experimental difieren considerablemente, especialmente en el borde de salida del perfil. En el borde de ataque es donde los modelos tienen mayor similitud con la curva real, ya que se logra capturar correctamente el punto de estancamiento; el cual se da cuando $C_p = 1$ y $x/c = 0$. Después de este suceso, se observa como todos los modelos experimentan una transición suave hasta llegar a un punto de succión en el extrados para que después se recupere la presión lineal y continuamente hacia la salida del perfil.

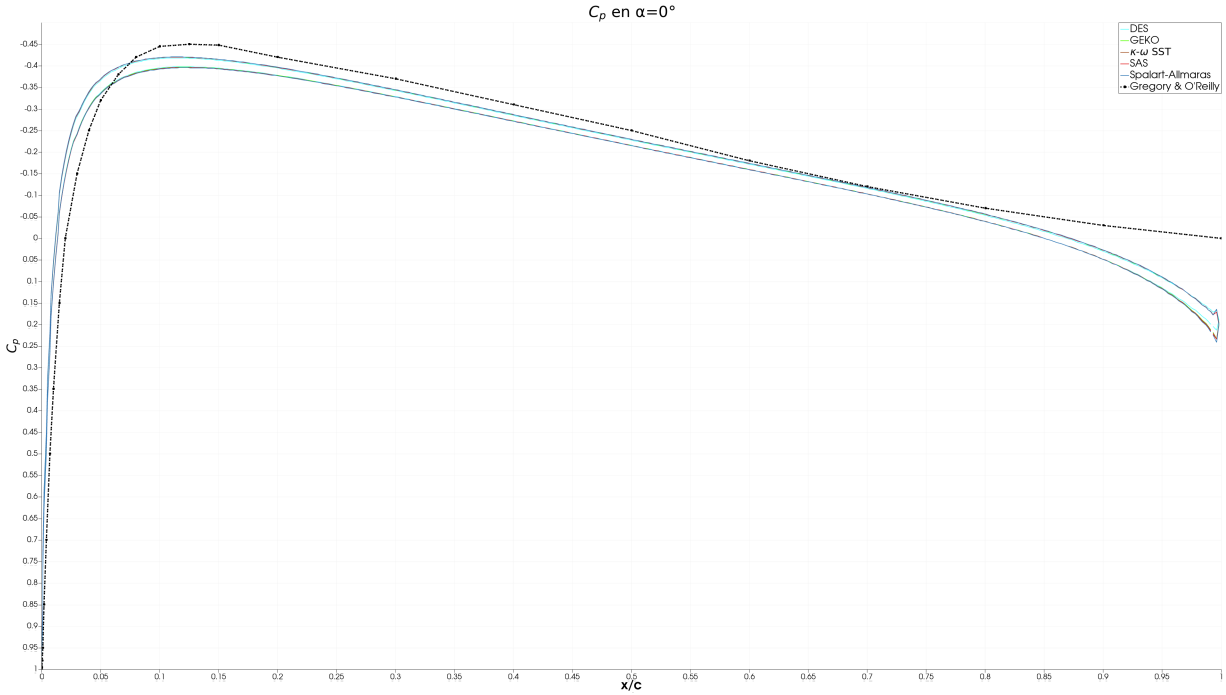


Figura 49: Coeficiente de presión (C_p) a un $\alpha = 0°$ de los modelos con mejor rendimiento

La figura 50 presenta la distribución del C_p a lo largo de la cuerda adimensional del perfil cuando el α es 10°, comparando los modelos de turbulencia con mejor desempeño frente a los datos experimentales obtenidos por Gregory & O'Reilly [30]. Se muestra que la superposición y convergencia de todos los modelos es casi perfecta con respecto a los datos experimentales. Se destaca la buena captura del pico de succión en el extradós cerca del borde de ataque ($x/c \approx 0.05$). Al igual que en el caso anterior, se presenta una recuperación suave y continua conforme se acerca al borde de salida. En cuanto a la sobrepresión en el intradós, sí se alcanzan a ver diferencias significativas en los comportamientos de los modelos y la curva real.

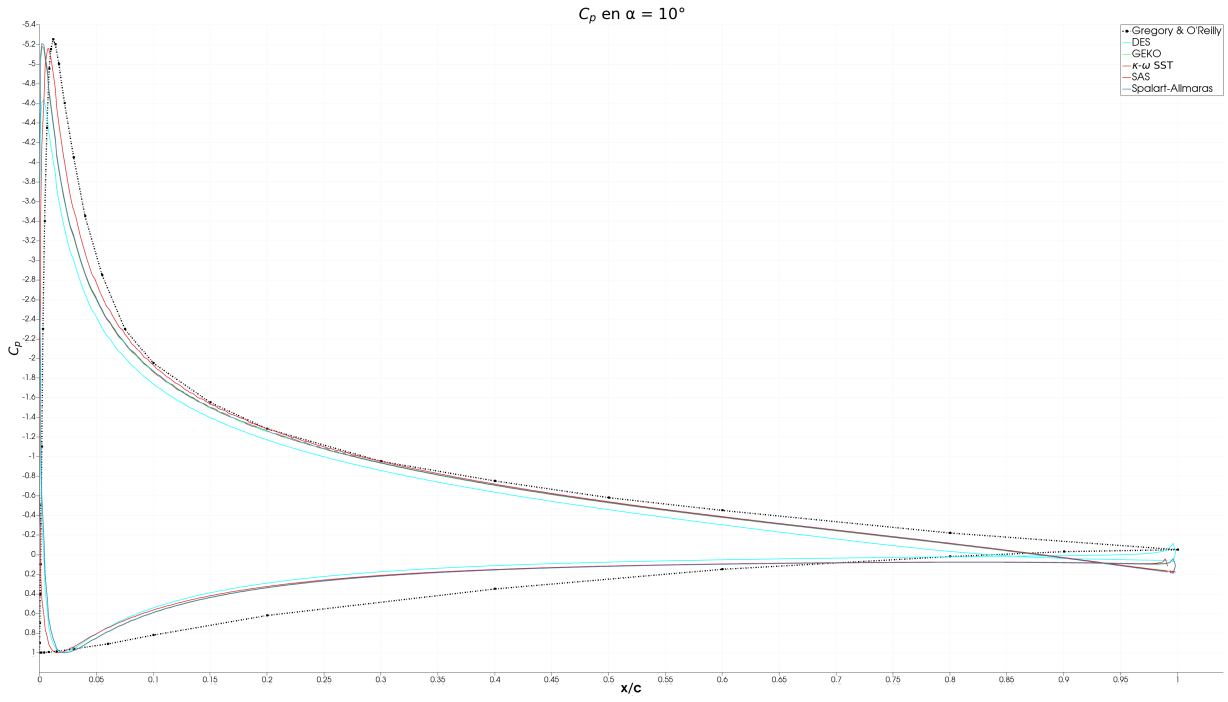


Figura 50: Coeficiente de presión (C_p) a un $\alpha = 10°$ de los modelos con mejor rendimiento

La figura 51 presenta la distribución del C_p a lo largo de la cuerda adimensional del perfil cuando el perfil alcanza experimentalmente la pérdida ($\alpha = 16$), comparando los modelos de turbulencia con mejor desempeño frente a los datos experimentales obtenidos por Gregory & O'Reilly [30]. Visualmente se puede ver que algunos modelos subestiman ligeramente el punto de succión en el borde de ataque. Conforme se va acercando a la mitad de la cuerda ($x/c \approx 0.4$), se aprecia cómo la pendiente de recuperación de presión empieza a aplanarse y formar una especie de meseta horizontal. Además, es más que evidente la clara dispersión entre los modelos al aproximarse al borde de salida, siendo más que evidentes las oscilaciones que presenta el modelo DES (azul claro).

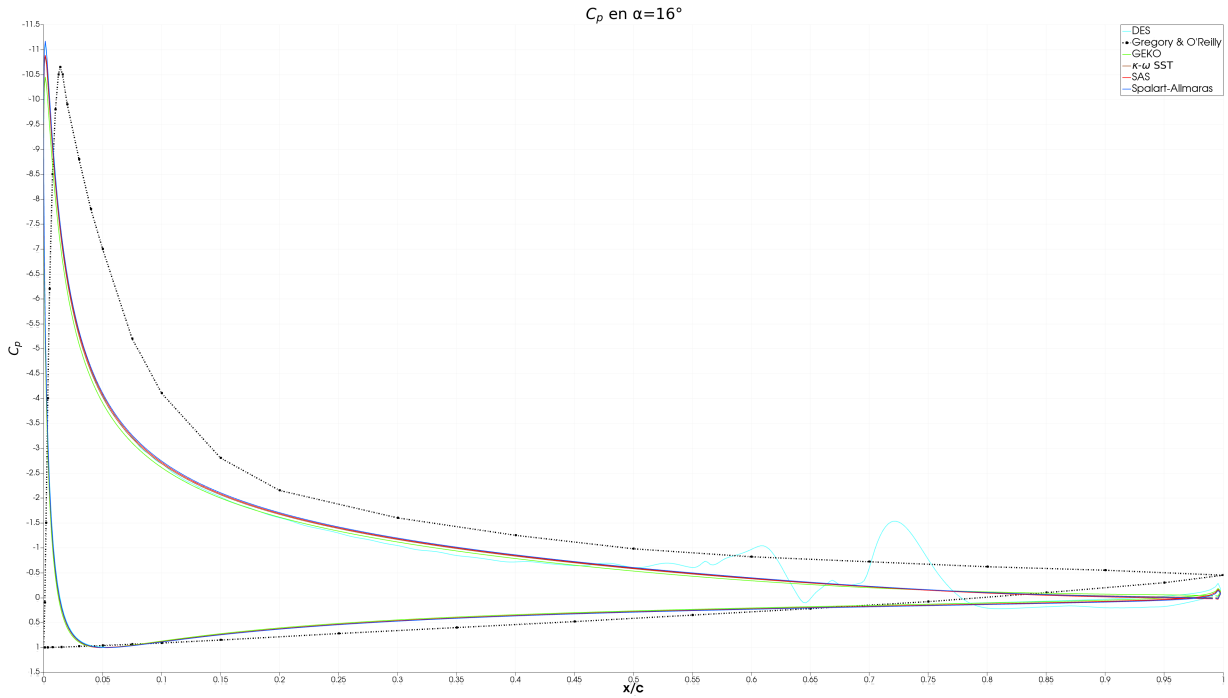


Figura 51: Coeficiente de presión (C_p) a un $\alpha = 16°$ de los modelos con mejor rendimiento

En la figura 52 se muestra el campo de distribución de la presión alrededor del perfil cuando éste alcanza experimentalmente la pérdida ($\alpha = 16$), comparando la opción laminar (a) frente a los cinco modelos de turbulencia con mejor desempeño. A diferencia de lo que se observa en la figura 42, se distingue de mejor manera la diferencia de presión entre la cara inferior de la sobrepresión y la cara superior de succión. La opción laminar muestra una distorsión en la zona de baja presión por el colapso del flujo, mientras que los modelos RANS (b, c y d) y el modelo SAS (e) definen claramente la zona de succión sobre el extradós. Por último, es importante remarcar como en la opción laminar (a) y DES (f) se capturan variaciones no estacionarias, así como estructuras de presión cambiantes sobre el perfil y en la región de la estela.

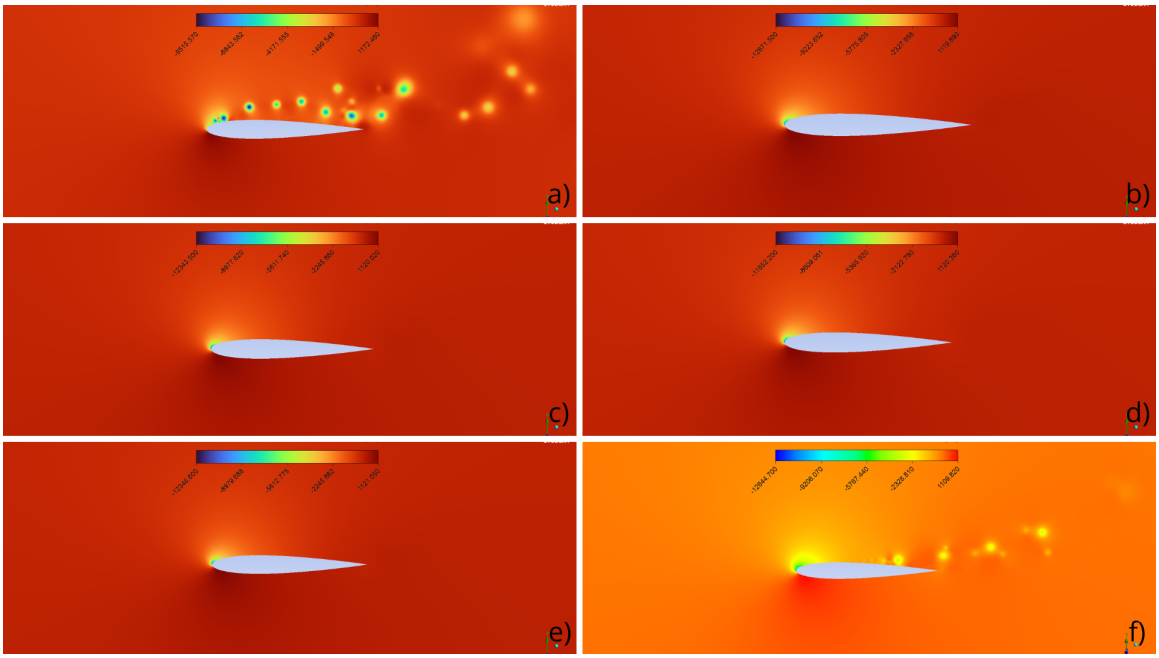


Figura 52: Contorno de presión a $\alpha = 16$ para los modelos con mejor desempeño (a. Laminar, b. Spalart-Allmaras, c.$k - \omega$ SST, d. GEKO, e. SAS, f. DES)

En la tabla 21 se presenta el valor del C_p en el punto de succión ($C_{p,min}$), su porcentaje de error respecto a la referencia experimental y la ubicación de este con respecto a la cuerda adimensional para los modelos mejor evaluados en los α previamente analizados. Cuando el α es nulo, los porcentajes de error alcanzan su máximo valor para 4 de los 5 modelos; siendo el modelo DES el único cuyo porcentaje de error máximo ocurre cuando $\alpha = 10$. A excepción de este último caso donde el porcentaje de error sí es significativo ($> 10\,\%$) para todos los demás casos se tienen porcentajes de error poco considerables que permiten concluir que se tiene una buena aproximación en el cálculo del pico de succión para casi todos los modelos. También es importante remarcar que cuando el α es nulo es cuando todos los modelos capturan de muy buena manera la posición del pico de baja presión. Nótese que conforme se va aumentando el α se empiezan a generar desplazamientos importantes en la ubicación del pico de succión con respecto a la fuente experimental, siendo que incluso cuando se alcanza la pérdida, todos los modelos se desplazan un orden de magnitud con respecto al valor experimental.

Tabla 21: Tabla de magnitudes críticas de presión

Ángulo	**Fuente/Modelo**	$C_{p,min}$ **(Pico de succión)**	**% Error**	**Ubicación del** $C_{p,min}$ **(x/c)**
0°	Experimental	-0.45	-	0.125
	Spalart-Allmaras	-0.421	6.44 %	0.119
	k-ω SST	-0.42	6.67 %	0.124
	GEKO	-0.42	6.67 %	0.121
	SAS	-0.42	6.67 %	0.126
	DES	-0.418	7.08 %	0.124
10°	Experimental	-5.25	-	0.012
	Spalart-Allmaras	-5.21	0.76 %	0.002
	k-ω SST	-5.18	1.33 %	0.002
	GEKO	-5.16	1.71 %	0.002
	SAS	-5.16	1.71 %	0.008
	DES	-4.643	11.56 %	0.004
16°	Experimental	-10.65	-	0.014
	Spalart-Allmaras	-11.175	4.93 %	0.0014
	k-ω SST	-10.886	2.21 %	0.0014
	GEKO	-10.452	1.85 %	0.0014
	SAS	-10.888	2.24 %	0.0014
	DES	-11.1194	4.40 %	0.0014

6.4. Análisis de la capa límite: perfiles de velocidad y puntos de separación

En la figura 53 se presenta la comparativa del perfil de velocidad adimensional a un 25 % de la cuerda sobre el extradós cuando se presenta experimentalmente el α_{stall} para cada uno de los modelos mejor evaluados. Se puede observar un acoplamiento muy cercano entre las 5 curvas, con comportamientos prácticamente idénticos. Para todos los casos, la velocidad parte de cero en la pared a causa de la condición de no deslizamiento viscoso, posteriormente comienza a acelerarse dentro de la capa límite hasta alcanzar un punto de sobrevelocidad posiblemente ocasionada por la curvatura del perfil. Por último, al final de la gráfica se observa cómo empieza a estabilizarse de forma asintótica.

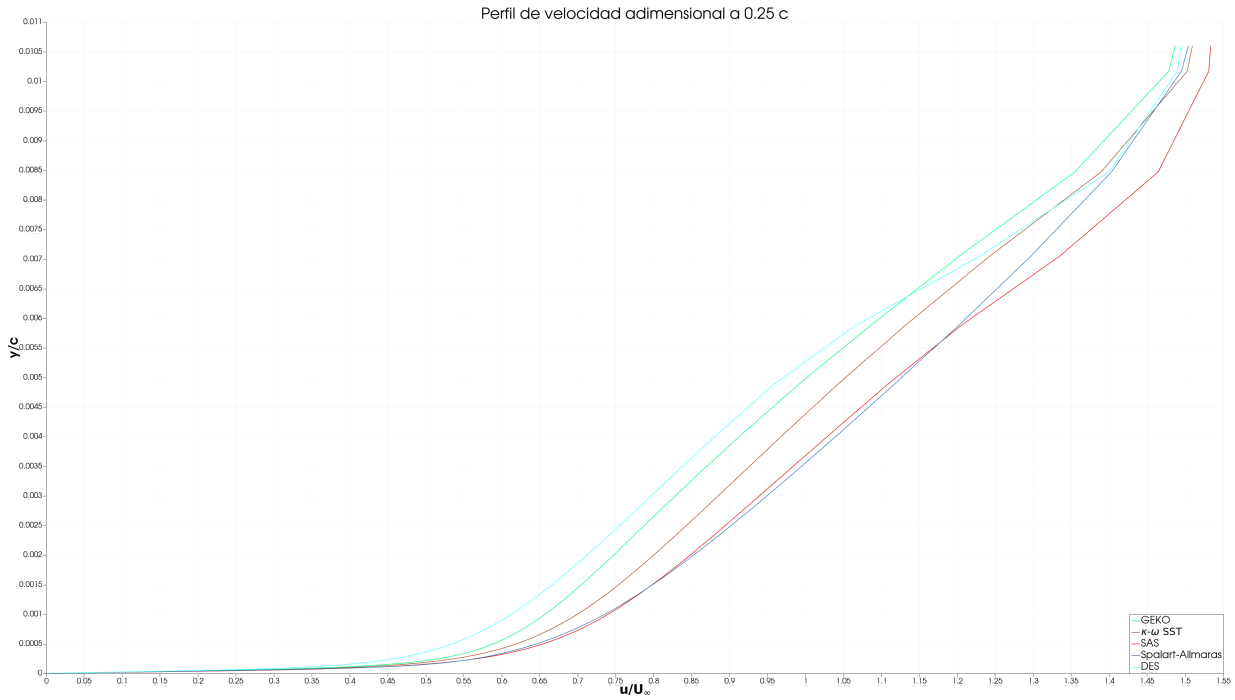


Figura 53: Perfil de velocidad adimensional a 0.25 c de los mejores modelos a α=16°

En la figura 54 se presenta la comparativa del perfil de velocidad adimensional a un 50 % de la cuerda sobre el extradós cuando se presenta experimentalmente el α_{stall} para cada uno de los modelos mejor evaluados. Al igual que en la figura 53, se observa como la velocidad parte de cero en la pared debido a la condición de no deslizamiento viscoso y se empieza a desarrollar verticalmente en la capa límite hasta que finalmente se estabiliza de forma asintótica. Acá es notable el engrosamiento considerable del perfil de velocidad en comparación con el anterior y empiezan a evidenciarse aún más discrepancias considerables entre los modelos, especialmente destaca la curva del modelo DES (azul claro).

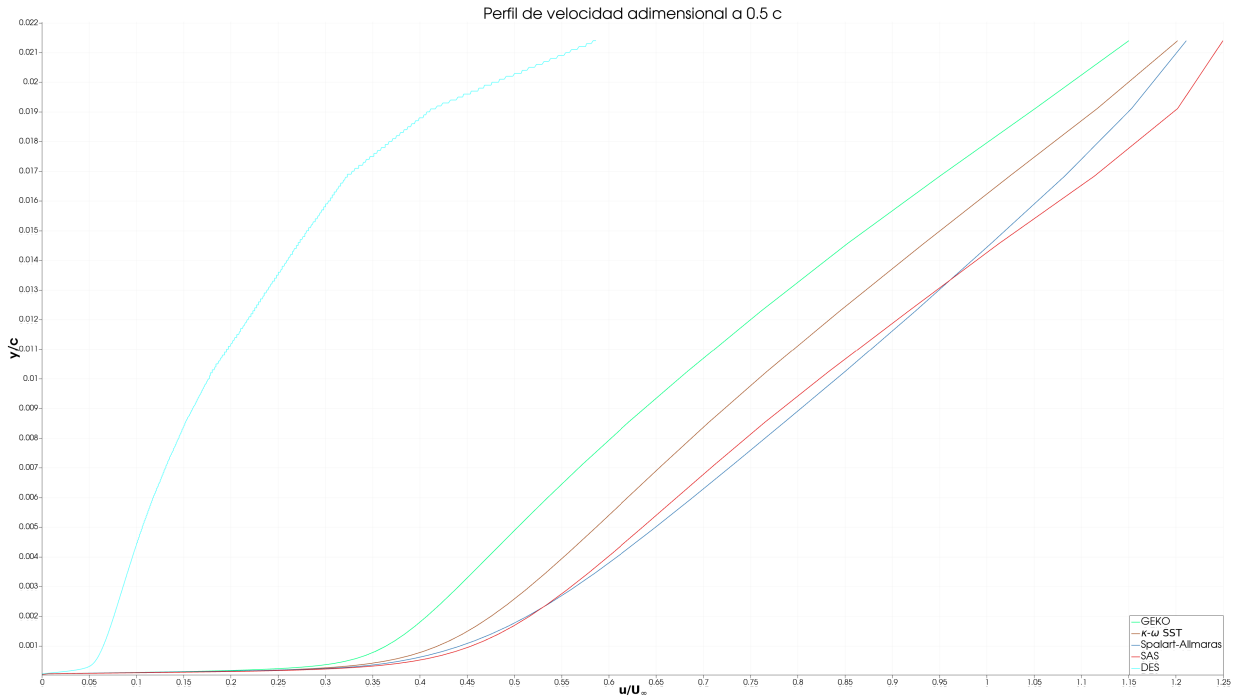


Figura 54: Perfil de velocidad adimensional a 0.5 c de los mejores modelos a α=16°

En la figura 55 se presenta la comparativa del perfil de velocidad adimensional a un 75 % de la cuerda sobre el extradós cuando se presenta experimentalmente el α_{stall} para cada uno de los modelos mejor evaluados. Acá podemos ver que las curvas ya empiezan a mostrar diferencias significativas entre sí. Prueba de ello es lo que se observa en el modelo DES (azul claro), cuya curva presenta una vasta región cercana a la pared donde la velocidad tiene valores nulos e incluso negativos. Además se puede observar que ahora se requiere de mayor distancia normal para alcanzar la estabilidad asintótica a causa del engrosamiento de la zona viscosa.

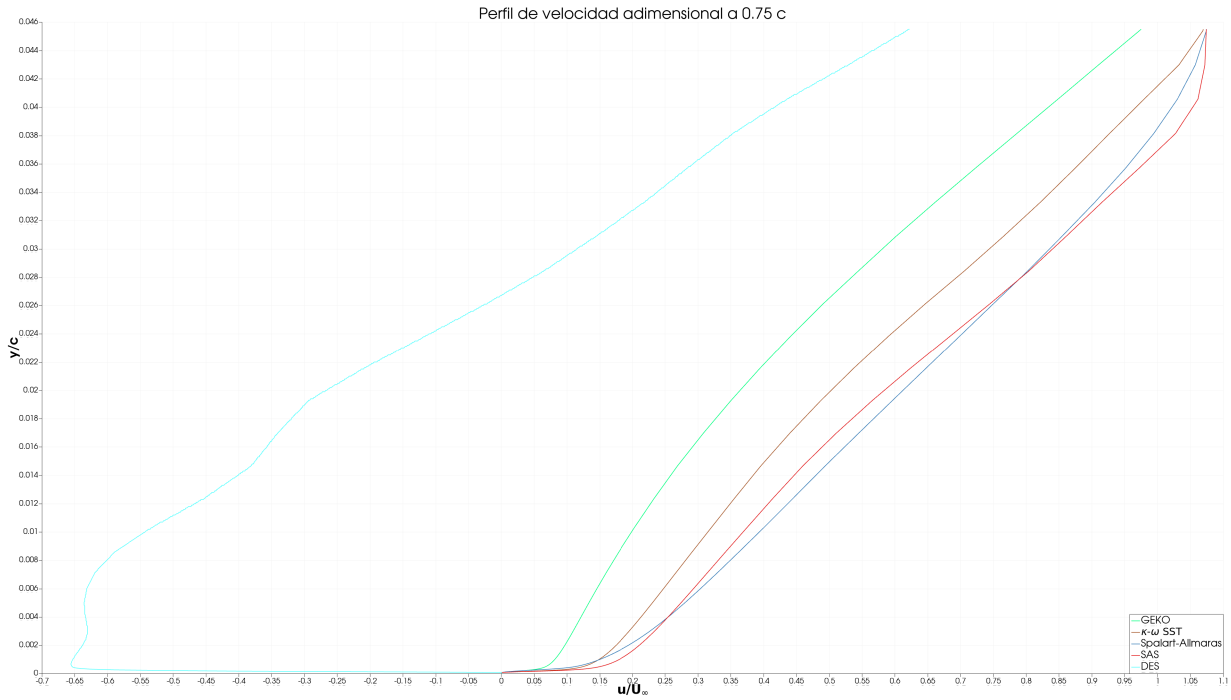


Figura 55: Perfil de velocidad adimensional a 0.75 c de los mejores modelos a α=16°

En la figura 56 se presenta la comparativa del perfil de velocidad adimensional a un 95 % de la cuerda sobre el extradós cuando se presenta experimentalmente el α_{stall} para cada uno de los modelos mejor evaluados. Es en este punto del perfil donde se presenta la máxima dispersión y divergencia entre los modelos. A diferencia de la figura 55 en donde el modelo DES (azul claro) era el único cuya curva presentaba una región de velocidad negativa, ahora es este modelo el único que no presenta esta característica. Sin embargo, el resultado más importante se encuentra al analizar la forma de las curvas. Los modelos RANS y SAS mantienen un perfil uniforme y suavizado que, en el caso de los primeros, es un comportamiento propio y esperado de formulaciones que hacen uso del promediado estadístico, mientras que el DES muestra una forma no uniforme y en forma de "S" a causa del desprendimiento, donde el modelo captura máximos y mínimos locales de velocidad a diferentes y/c. Esta topología en especial comprueba que la formulación híbrida va más allá de predecir un déficit de cantidad de movimiento promedio, pues logra resolver la dinámica no estacionaria de la capa de corte que se desprende y cómo interactúan los vórtices en la zona de recirculación antes de alcanzar la estabilidad asintótica.

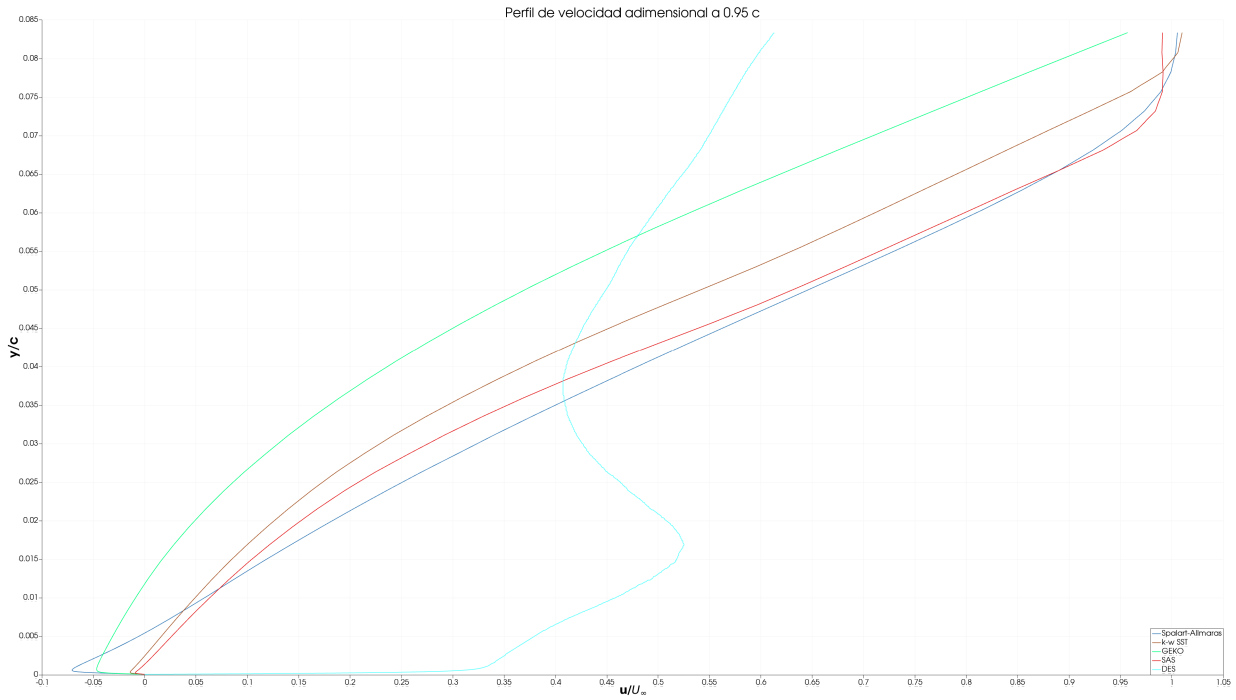


Figura 56: Perfil de velocidad adimensional a 0.95 c de los mejores modelos a α=16°

En la figura 57 se muestra la distribución del coeficiente de fricción superficial a lo largo de la cuerda adimensional sobre el perfil cuando se presenta experimentalmente el α_{stall} para cada uno de los modelos mejor evaluados. La parte más interesante de esta gráfica se encuentra en la región que captura la información del C_f en el extradós, ya que se observa un acoplamiento perfecto para todos los modelos en la sección del intradós. En primer lugar se observa una discrepancia notable al momento de capturar el pico de fricción que se encuentra cerca del borde de ataque, teniendo valores muy diferentes según el modelo que se consulte. También resulta interesante lo que ocurre después, ya que si bien la mayoría de los modelos ofrecen un descenso suave y controlado hasta que se alcanzan valores ≤ 0, el modelo DES presenta oscilaciones entre valores positivos y negativos del C_f cuando se alcanza la mitad del perfil, marcando un claro contraste respecto a los otros modelos. Sería un error interpretar esta conducta como la presencia de muchos puntos de separación y re-adherencia, ya que sería irreal. Como se explica en la sección de discusión, este comportamiento se da por la separación de la capa de corte, la cual es altamente no estacionaria. El modelo DES actúa como un modelo LES en la zona desprendida, lo que permite resolver de forma detallada el tránsito de vórtices sobre la pared. El paso de los vórtices genera los cambios en los signos del esfuerzo cortante en la pared, lo que marca la diferencia con los modelos RANS que realizan un suavizado temporal.

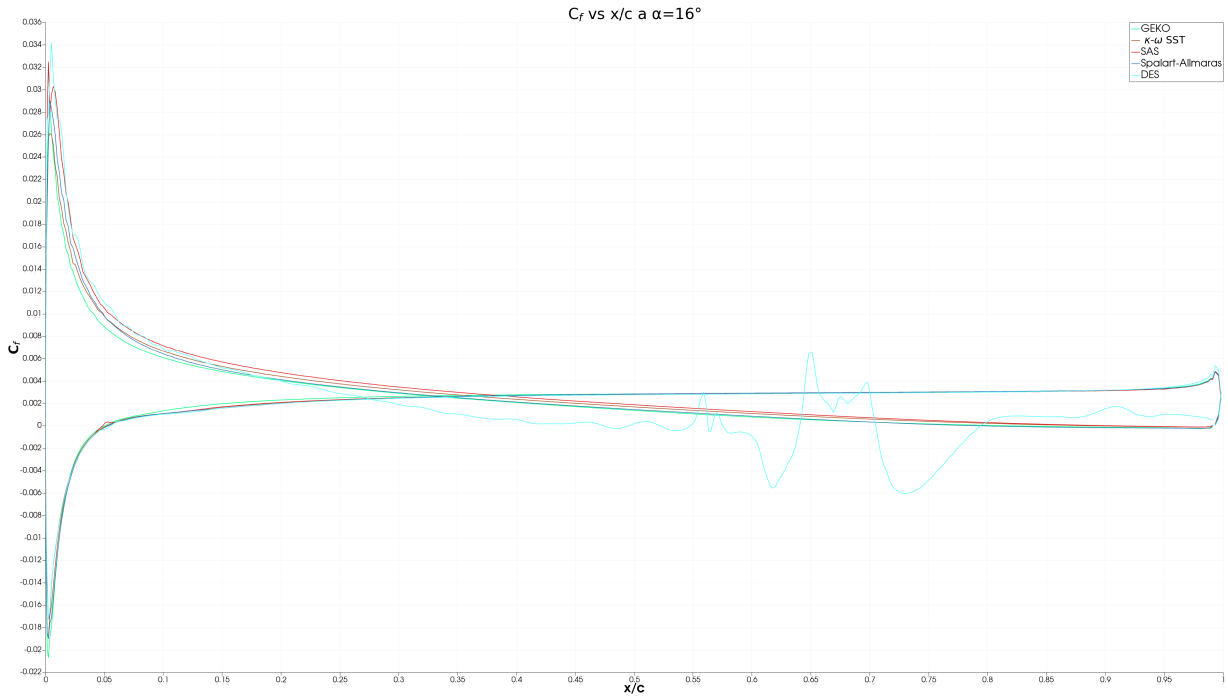


Figura 57: C_f vs x/c de los mejores modelos a $\alpha = 16°$

En la figura 58 se muestra la distribución del coeficiente de fricción superficial a lo largo de la cuerda adimensional sobre el perfil después de presentarse experimentalmente el α_{stall} ($\alpha = 18°$) para cada uno de los modelos mejor evaluados. Con respecto a la figura anterior, se hace aún más notable la discrepancia entre los modelos cuando intentan capturar el pico de fricción en el borde de ataque, siendo más que evidente la diferencia entre las aproximaciones RANS y las híbridas. De manera similar, después de este máximo la mayoría de los modelos ofrecen comportamientos similares, teniendo descensos controlados y suaves hasta alcanzar valores ≤ 0; no obstante, el DES vuelve a presentar conmutaciones intensas entre valores positivos y negativos. A diferencia del estado anterior, se observa que para todos los casos se ha adelantado la posición en la cual se alcanza el cambio de signo de C_f por primera vez, siendo que incluso en el modelo DES se alcanza en el primer tercio de la cuerda adimensional. Sería muy enriquecedor obtener el promediado temporal del C_f con la finalidad de observar cómo las estructuras coherentes se van propagando. Por último, es importante resaltar que en el intradós se sigue teniendo un flujo que evoluciona de manera ordenada, manteniendo un acoplamiento prácticamente perfecto de todos los modelos para casi toda la cuerda del perfil.

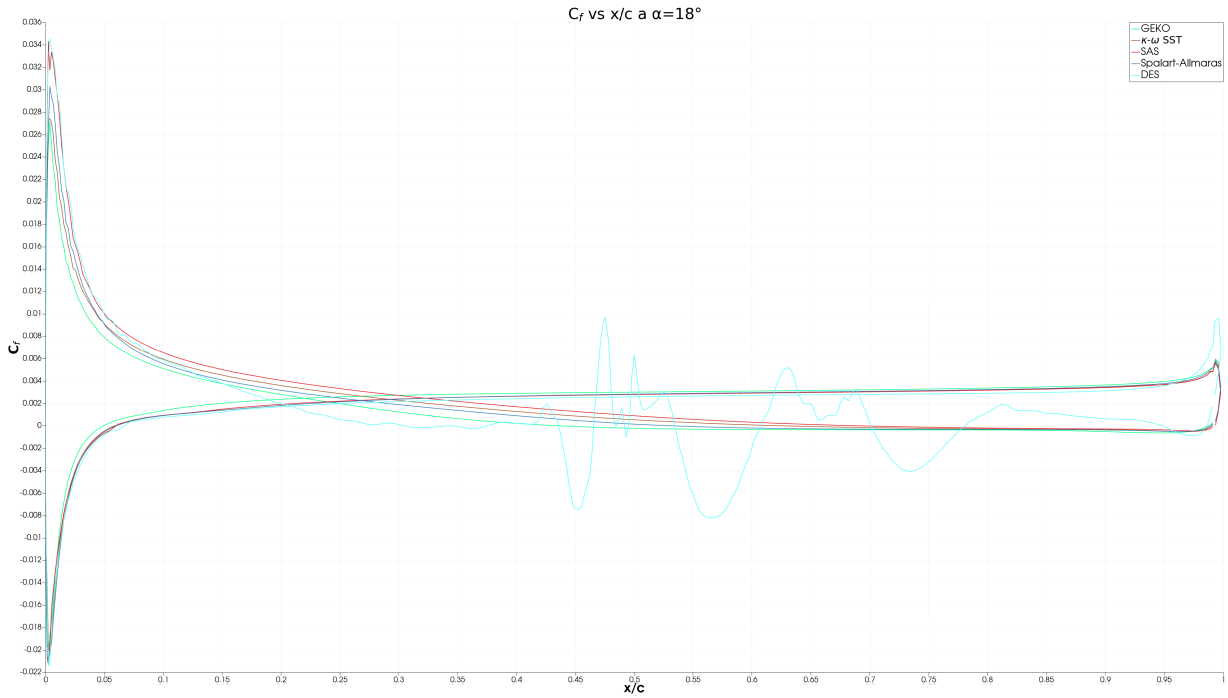


Figura 58: C_f vs x/c de los mejores modelos a $\alpha = 18°$

En la figura 59 se muestra la distribución del coeficiente de fricción superficial a lo largo de la cuerda adimensional sobre el perfil considerablemente después de presentarse experimentalmente el α_{stall} ($\alpha = 20°$) para cada uno de los modelos mejor evaluados. En este caso es más que evidente la máxima divergencia entre los modelos evaluados. Una particularidad es que, después de capturar el pico de fricción en el extradós, la mayoría de los modelos colapsan de manera casi instantánea hacia $C_f \leq 0$; mientras que en el modelo SAS (rojo) sigue presentándose una transición suave, alcanzando el cambio de signo hasta aproximadamente el tercio de la cuerda. No obstante, para este punto, muchos de los modelos ya presentan oscilaciones entre valores positivos y negativos a lo largo de toda la cuerda adimensional; siendo nuevamente el DES (azul claro) el caso más evidente. Esto puede deberse a que el modelo está captando ya sea la presencia de una zona amplia de recirculación o la de una estructura de gran escala. Por último, es importante hacer mención de que el acoplamiento casi perfecto que se tenía en el intradós en los dos casos anteriores para este punto prácticamente se pierde; especialmente en el borde de ataque y en el borde de salida, donde se evidencian claramente diferencias importantes entre los modelos evaluados.

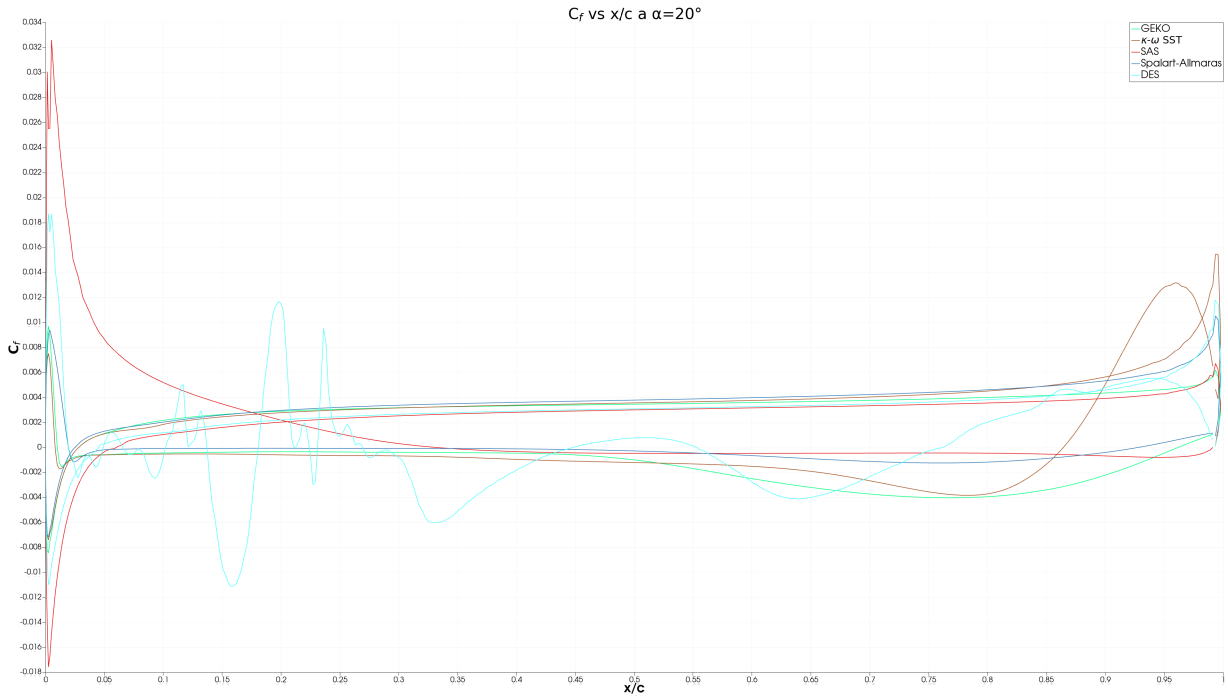


Figura 59: C_f vs x/c de los mejores modelos a $\alpha = 20°$

La tabla 22 es muy importante, ya que presenta la posición adimensional sobre la cuerda del punto de separación en el extradós para los tres casos mostrados anteriormente de los modelos mejor evaluados. Lo primero que se nota es que al ir aumentando el α, se va adelantando el punto en el que la fricción superficial es 0; quedando cada vez más cerca del borde de ataque. Al analizar los valores, se observa que sí existen diferencias entre los modelos, ya que se hace evidente que el modelo DES predice un desprendimiento más temprano cuando el α es de 16° y 18°, registrando este fenomeno incluso antes de alcanzar la mitad de la cuerda (0.473 y 0.304, respectivamente). Otro punto de interés resalta al explorar los valores cuando el $\alpha = 20°$, ya que la mayoría de los modelos colapsa y presentan una separación casi instantánea, muy cerca del borde de ataque; no obstante, el modelo SAS difiere al registrar la separación a un tercio de la cuerda.

Tabla 22: Tabla de puntos de separación

Ángulo	**Modelo**	**Punto de separación (x_{sep}/c)**
16°	GEKO	0.817
	Spalart-Allmaras	0.791
	k-ω SST	0.89
	SAS	0.905
	DES	0.473
18°	GEKO	0.435
	Spalart-Allmaras	0.530
	k-ω SST	0.624
	SAS	0.689
	DES	0.304
20°	GEKO	0.007
	Spalart-Allmaras	0.0193
	k-ω SST	0.008
	SAS	0.33
	DES	0.019

En la figura 60 se muestra el campo de contorno de velocidad alrededor del perfil cuando el α es nulo y $t = 0.8[s]$, comparando la aproximación laminar con los cinco modelos de turbulencia con mejor desempeño en vistas cercanas y lejanas. Se puede observar un patrón simétrico y casi idéntico entre todas las aproximaciones evaluadas. Entre las características más importantes, se observa que todos los modelos logran capturar el punto de estancamiento donde la velocidad es nula en el borde de ataque. Se nota también la aceleración simétrica sobre el extradós y el intradós, y cómo posteriormente se desarrolla una estela delgada que se va disipando en el campo lejano. A excepción de la aproximación laminar y el modelo DES, en los que esta estela exhibe fluctuaciones y ondulaciones por los vórtices, en los demás modelos tiene un comportamiento recto y estable.

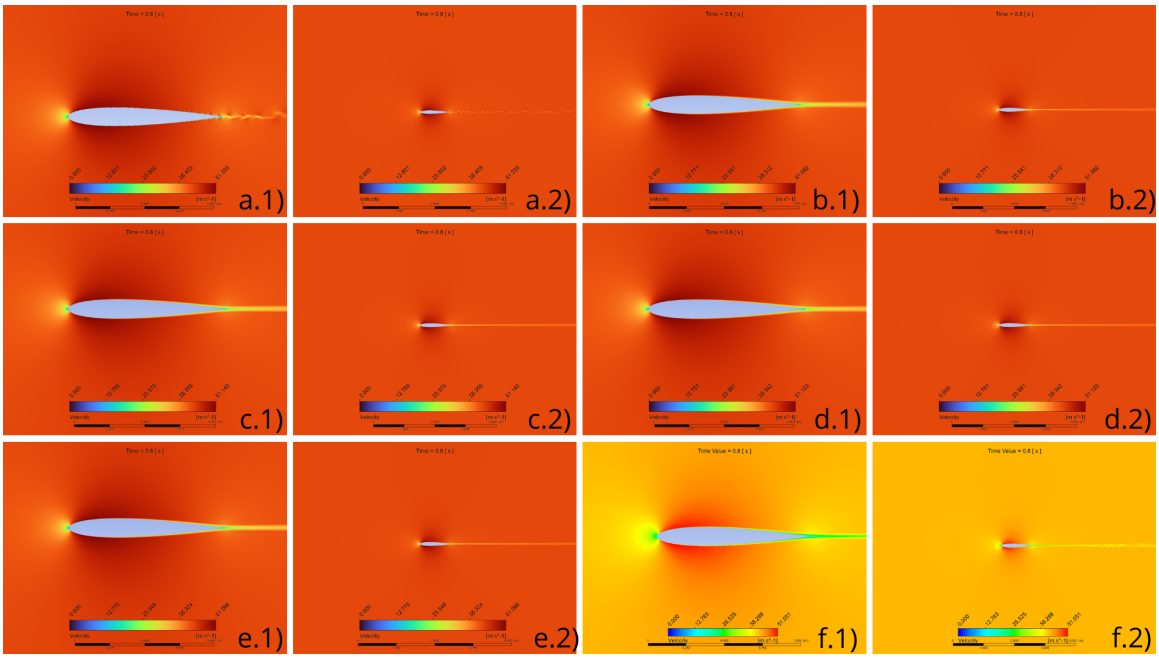


Figura 60: Contorno de velocidad de los mejores modelos a un $\alpha = 0°$ (a.1.Laminar cercano, a.2. Laminar lejano, b.1. Spalart-Allmaras cercano, b.2. Spalart-Allmaras lejano, c.1. k-ω SST cercano, c.2. k-ω SST lejano, d.1. GEKO cercano, d.2. GEKO lejano, e.1. SAS cercano, e.2. SAS lejano, f.1. DES cercano, f.2. DES lejano)

En la figura 61 se muestra el campo de contorno de velocidad alrededor del perfil cuando $\alpha = 10°$ y $t = 0.8[s]$, comparando la aproximación laminar con los cinco modelos de turbulencia con mejor desempeño en vistas cercanas y lejanas. A diferencia de la imagen anterior, en este estado la simetría se pierde. En todas las imágenes se aprecia un pico de alta velocidad y aceleración en la primera porción del extradós y el punto de estancamiento sigue en el borde de ataque, pero ahora en la región del intradós. Se observa cómo para casi todos los modelos de turbulencia se mantiene la capa límite contigua con una estela delgada que, aunque en la imagen parece que va hacia arriba, realmente está deflectando hacia abajo. Particularmente se puede observar cómo en la aproximación laminar (a.1) se presenta de manera anormal y temprana un engrosamiento de la zona de baja velocidad sobre el extradós. Otro aspecto que resulta interesante resaltar es que el modelo DES (f.2) alcanza a percibir en el campo lejano ondulaciones e inestabilidades no estacionarias en la estela, difiriendo considerablemente de la difusividad suave de los otros modelos.

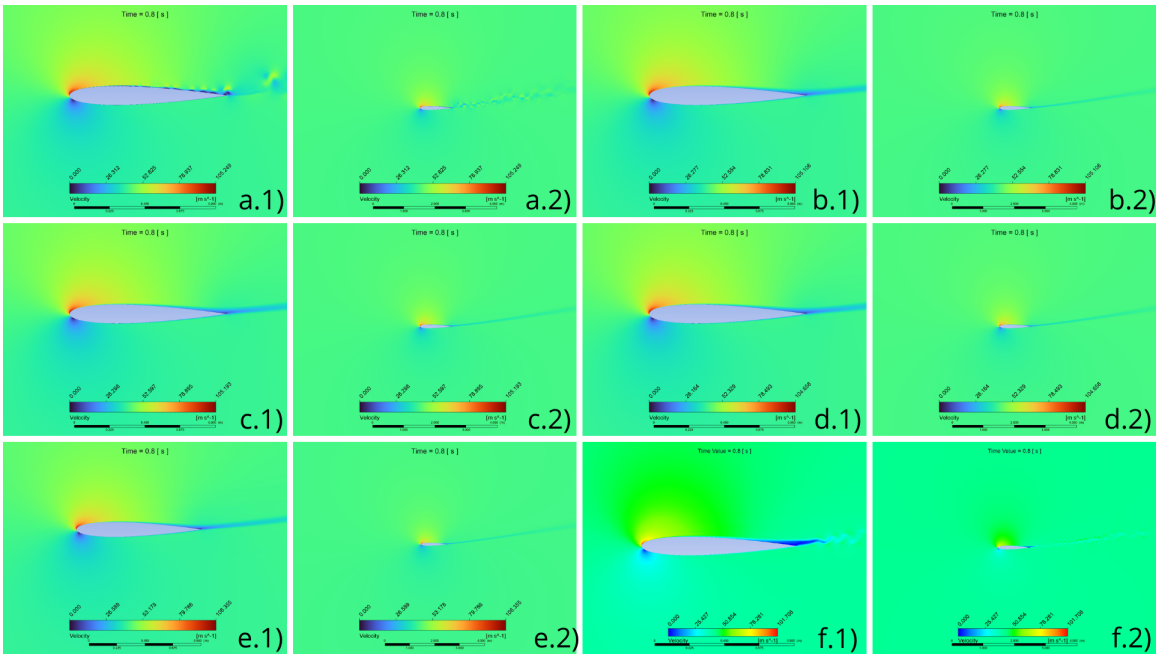


Figura 61: Contorno de velocidad de los mejores modelos a un $\alpha = 10°$ (a.1.Laminar cercano, a.2. Laminar lejano, b.1. Spalart-Allmaras cercano, b.2. Spalart-Allmaras lejano, c.1. k-ω SST cercano, c.2. k-ω SST lejano, d.1. GEKO cercano, d.2. GEKO lejano, e.1. SAS cercano, e.2. SAS lejano, f.1. DES cercano, f.2. DES lejano)

En la figura 62 se muestra el campo de contorno de velocidad alrededor del perfil cuando se alcanza experimentalmente el α de pérdida y $t = 0.8[s]$, comparando la aproximación laminar con los cinco modelos de turbulencia con mejor desempeño en vistas cercanas y lejanas. Esta imagen complementa y explica el comportamiento observado en las distribuciones de C_f y C_p previamente presentadas. Los contornos de velocidad permiten localizar de manera evidente dónde se origina la separación sobre el extradós. Los modelos RANS y el modelo SAS ubican la región de baja velocidad cuando $x/c \geq 0.79$, mientras que el modelo DES muestra un engrosamiento de la capa de corte que, a diferencia de los casos anteriores, se desprende a la mitad de la cuerda ($x/c \approx 0.473$). Lo anterior coincide con el primer cruce por cero que se registró en la figura 57 y también se alinea con las oscilaciones que se empiezan a presentar a partir de $x/c \approx 0.40$ en la distribución del coeficiente de presión de la figura 51. Otro punto que explica el origen de las oscilaciones tanto en las gráficas de C_f como de C_p hacia el borde de salida queda evidenciado en la captura de las ondulaciones que presenta el flujo separado gracias a las capacidades del modelo. Como ya se mencionó, el transporte de vórtices no estacionarios juega un papel importante en la captura de esta conducta ya que afecta la presión e invierte de forma intermitente el τ_w. Los modelos RANS y SAS muestran una estela suave, recta y sobreamortiguada, lo que resulta coherente con el descenso uniforme del C_f y la atenuación en la recuperación de la presión. Por último, se visualiza que el flujo sufre un colapso importante e inestable desde el borde de ataque en la aproximación laminar.

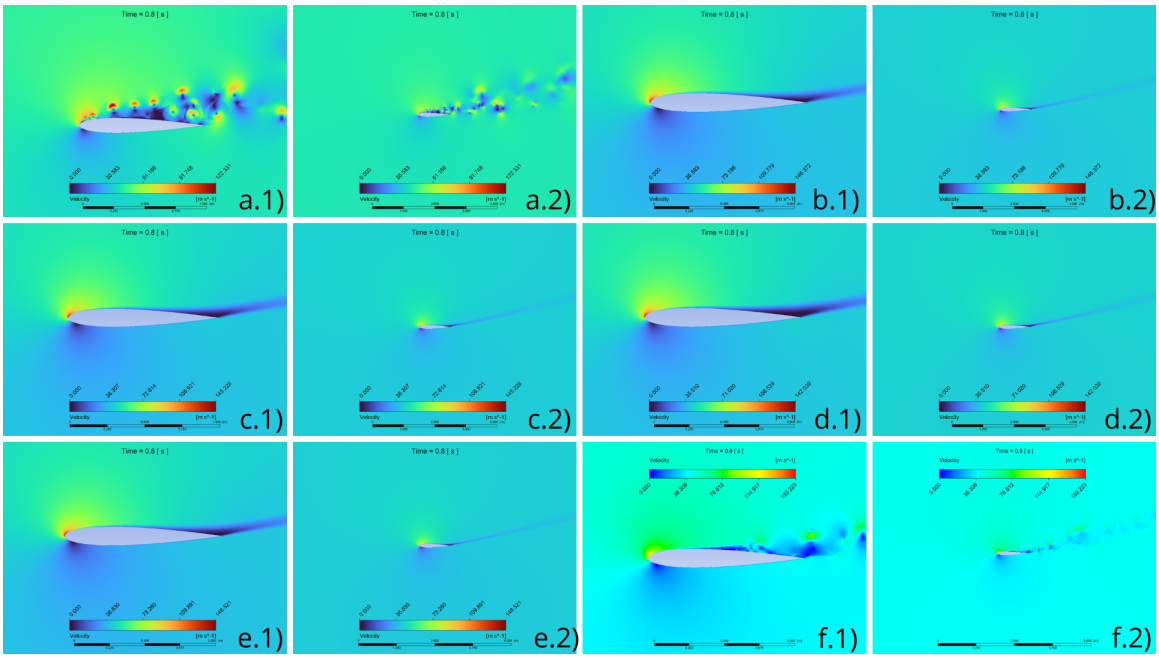


Figura 62: Contorno de velocidad de los mejores modelos a un $\alpha = 16°$ (a.1.Laminar cercano, a.2. Laminar lejano, b.1. Spalart-Allmaras cercano, b.2. Spalart-Allmaras lejano, c.1. k-ω SST cercano, c.2. k-ω SST lejano, d.1. GEKO cercano, d.2. GEKO lejano, e.1. SAS cercano, e.2. SAS lejano, f.1. DES cercano, f.2. DES lejano)

En la figura 63 se muestra el campo de contorno de velocidad alrededor del perfil considerablemente después de alcanzar experimentalmente el α de pérdida y $t = 0.8[s]$, comparando la aproximación laminar con los cinco modelos de turbulencia con mejor desempeño en vistas cercanas y lejanas. Es importante mostrar esta referencia visual ya que demuestra que sí existe una correspondencia con los resultados que se obtuvieron del C_f y la ubicación del punto de separación reportados en la tabla 22. En primera instancia se observa que la mayoría de los modelos presentan una zona importante de baja velocidad que abarca casi todo el extradós. Este desprendimiento, que se presenta tan cerca del borde de ataque, confirma la coherencia con los datos que se observan en la tabla 22, donde la mayoría de los modelos ubica la separación en un punto anterior a $0.02c$. La única excepción se da en el modelo SAS, donde la separación se da más adentrada en la superficie, lo cual también es congruente con la transición suave de la curva de C_f de la figura 59 que ubica el inicio de la reversión del flujo hasta alcanzar el primer tercio del perfil. Los modelos RANS muestran una alta difusión numérica, donde la estela ya deja de ser suave y muestra estructuras no estacionarias. Los modelos híbridos SAS (e) y DES (f) también perciben estas oscilaciones en el campo lejano, pero es este último el que mejor logra capturar el desprendimiento de vórtices no estacionarios y la ondulación de estructuras turbulentas aguas abajo.

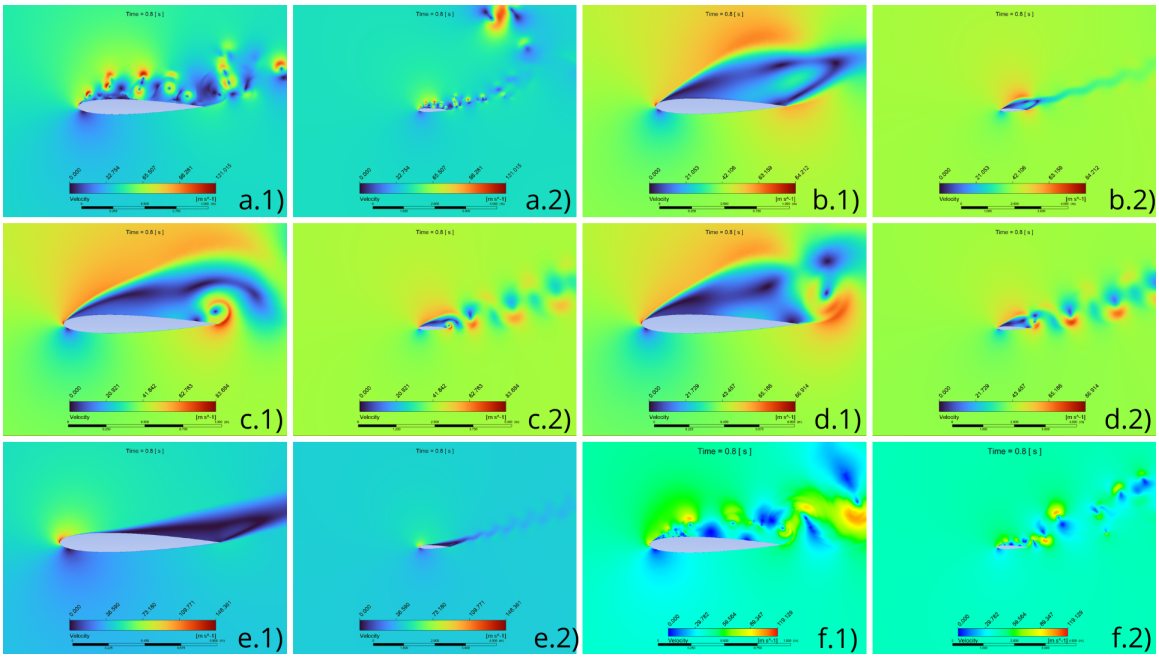


Figura 63: Contorno de velocidad de los mejores modelos a un $\alpha = 20°$ (a.1.Laminar cercano, a.2. Laminar lejano, b.1. Spalart-Allmaras cercano, b.2. Spalart-Allmaras lejano, c.1. k-ω SST cercano, c.2. k-ω SST lejano, d.1. GEKO cercano, d.2. GEKO lejano, e.1. SAS cercano, e.2. SAS lejano, f.1. DES cercano, f.2. DES lejano)

6.5. Caracterización dinámica: diagramas de fase y espectros de frecuencia

En la figura 64 se muestra el análisis espectral en el dominio de la frecuencia de los cambios en la velocidad en y (v), evaluado bajo la aproximación laminar en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1}, c_{w2}, f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferentes ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). A primera vista se puede observar que cuando el flujo aún está adherido ($\alpha = 0°$ y $\alpha = 10°$) se tienen amplitudes muy bajas e inclusive casi nulas, además de que se presentan frecuencias con amplitudes similares en un rango considerable. Luego se tiene un comportamiento completamente diferente cuando se alcanza la pérdida ($\alpha = 16°$ y $\alpha = 20°$), pues emerge un pico espectral agudo en una frecuencia bien definida, correspondiente a la frecuencia de desprendimiento.

Para $\alpha = 16°$ también se observa una relación interesante entre las frecuencias dominantes obtenidas en los diferentes puntos de monitoreo, ya que en la región de la estela se presentan frecuencias de 43.3 Hz y 23.3 [Hz], respectivamente, por lo que la frecuencia registrada en el punto más alejado corresponde aproximadamente a la mitad de la obtenida en la estela cercana. Lo anterior podría estar relacionado con la ubicación de los puntos de monitoreo y con la evolución de los vórtices conforme estos se desplazan aguas abajo. Por otro lado, para $\alpha = 20°$ se observa que las frecuen-

cias dominantes de la zona próxima al perfil y la estela lejana, de aproximadamente 8 y 9 [Hz], son del mismo orden de magnitud, mientras que en la estela cercana se obtiene una frecuencia considerablemente mayor, cercana a 21 [Hz].

Esta conducta podría insinuar que existen dos escalas dinámicamente relevantes. La primera se trata de una dinámica global de gran escala, evidenciada por las frecuencias similares que se ven en la cercanía del perfil y en la estela lejana, y la segunda es una dinámica de carácter más local en la zona correspondiente a la estela cercana. En general se puede visualizar que la máxima energía se presenta en la proximidad del perfil y en la estela cercana donde, a diferencia del punto lejano, las amplitudes son notablemente superiores.

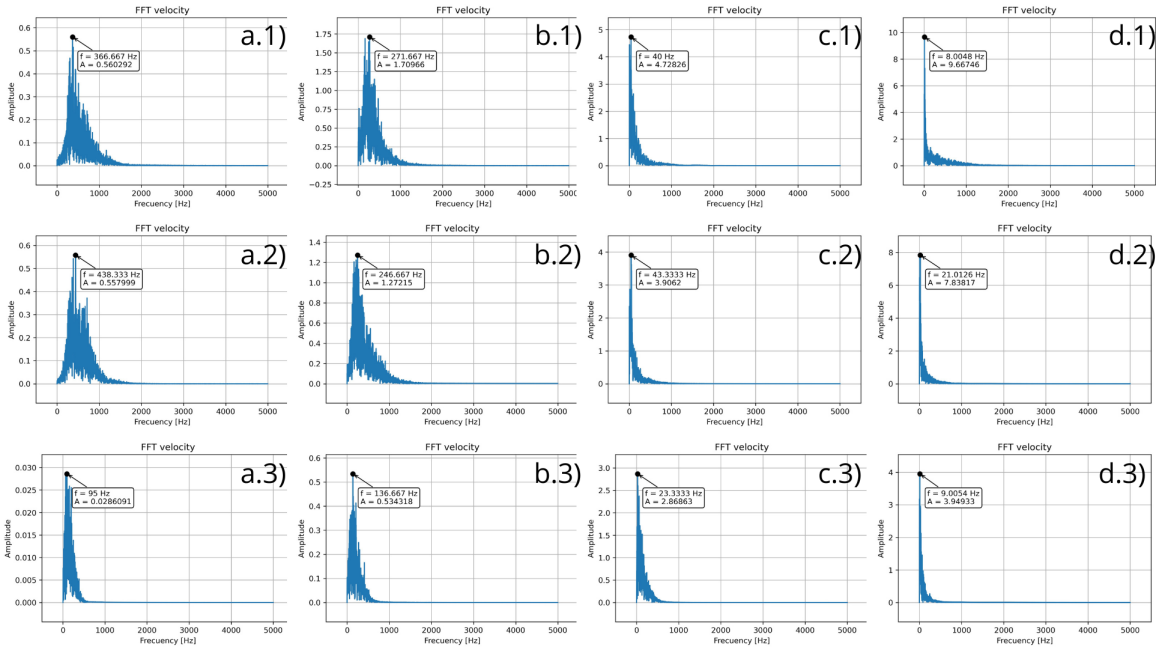


Figura 64: Espectro de frecuencias de la velocidad v de la aproximación laminar (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

En la tabla 23 se muestran las frecuencias dominantes obtenidas en cada punto de monitoreo a diferentes α para la aproximación laminar.

Tabla 23: Frecuencias dominantes de la aproximación laminar

$\alpha°$	c_{w1} **[Hz]**	c_{w2}**[Hz]**	f_{w2}**[Hz]**
0	366.66	438.33	95
10	271.66	246.66	136.66
16	40	43.33	23.33
20	8	21	9

En la figura 65 se muestra el análisis espectral en el dominio de la frecuencia de los cambios en la velocidad en y (v), evaluado bajo el modelo Spalart-Allmaras en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1}, c_{w2}, f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferentes ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). En 3 condiciones de flujo ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$ y $\alpha = 16°$) los espectros de frecuencia presentan características muy similares en los 3 puntos de monitoreo; ya que se tienen amplitudes casi nulas y la frecuencia dominante es prácticamente la misma para la mayoría de los casos, con un valor cercano a 1.6667 [Hz]. La repetición de esta frecuencia en diferentes posiciones y condiciones de flujo podría indicar que el modelo Spalart-Allmaras amortigua fuertemente la dinámica no estacionaria hasta alcanzar valores cercanos a la pérdida.

De hecho, es muy factible que esta frecuencia no necesariamente deba interpretarse como una frecuencia física dominante del flujo, sino como el resultado del fuerte amortiguamiento de las fluctuaciones. Este comportamiento resulta congruente con la naturaleza del modelo Spalart-Allmaras, ya que al tratarse de una formulación RANS está enfocada principalmente a representar el comportamiento promedio del flujo y no a resolver de manera explícita las estructuras turbulentas no estacionarias. En cambio, después de alcanzar la pérdida ($\alpha = 20°$), se empiezan a presentar fluctuaciones de energía considerables en los 3 puntos de monitoreo, especialmente en la estela lejana.

Para los puntos que están cerca, se puede observar que se tienen frecuencias dominantes del mismo orden, pero con amplitudes diferentes; mientras que en la estela lejana se puede observar en un amplio rango de frecuencias con amplitudes similares y aparece una frecuencia claramente distinta a la observada para los menores ángulos de ataque. En términos generales, conforme aumenta el ángulo de ataque se observa un desplazamiento del contenido espectral desde frecuencias relativamente mayores con amplitudes pequeñas hacia frecuencias mucho menores y amplitudes considerablemente mayores, lo cual indica un cambio en las escalas dinámicas dominantes conforme se desarrolla la separación.

Este cambio particular registrado en la dinámica de la estela también ha sido identificado en otros estudios del perfil NACA 0012, donde se logran captar cambios de régimen e inestabilidades asociadas con la evolución de la estela al incrementar el ángulo de ataque [33]. Esto resulta muy importante para este trabajo porque, además de identificar esta tendencia, se extiende su análisis mediante la comparación entre diferentes modelos de turbulencia, permitiendo observar hasta qué punto cada formulación reproduce o amortigua la dinámica no estacionaria del flujo.

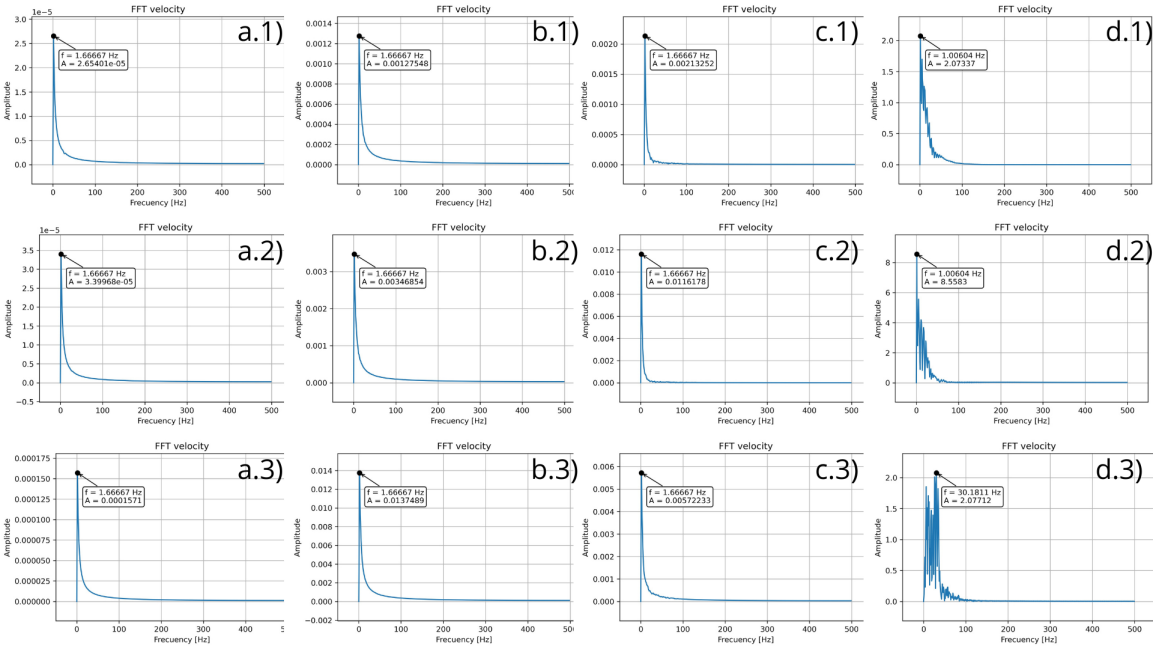


Figura 65: Espectro de frecuencias de la velocidad v del modelo Spalart-Allmaras (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

En la tabla 24 se muestran las frecuencias dominantes obtenidas en cada punto de monitoreo a diferentes α para el modelo Spalart-Allmaras.

Tabla 24: Frecuencias dominantes del modelo Spalart-Allmaras

$\alpha°$	c_{w1}**[Hz]**	c_{w2}**[Hz]**	f_{w2}**[Hz]**
0	1.66	1.66	1.66
10	1.66	1.66	1.66
16	1.66	1.66	1.66
20	1	1	30.18

En la figura 66 se muestra el análisis espectral en el dominio de la frecuencia de los cambios en la velocidad en y (v), evaluado bajo el modelo $k-\omega$ SST en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1},c_{w2},f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferentes ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). Cuando el α es nulo, se observa que la frecuencia dominante es la misma en los tres puntos de monitoreo, además se tienen amplitudes prácticamente nulas. Al ir aumentando el α, se muestra un cambio en el valor de la frecuencia dominante, siendo el mismo para cuando el flujo está adherido ($\alpha = 10°$) y cuando experimentalmente el perfil entra en pérdida ($\alpha = 16°$). Nuevamente en estas condiciones de flujo se tienen amplitudes muy bajas.

Muy similar a lo observado con el modelo Spalart-Allmaras, las frecuencias dominantes obtenidas para estos primeros tres estados de flujo se localizan entre 1.24 [Hz] y 1.66 [Hz], donde aparecen de manera reiterada valores casi iguales en los diferentes puntos de monitoreo. Esta conducta permite concluir que el modelo $k-\omega$ SST, al igual que Spalart-Allmaras, amortigua gran parte de la dinámica no estacionaria cuando el flujo está adherido e incluso en las proximidades de la pérdida, causando que el contenido espectral se ubique en las frecuencias más bajas, lo que dificulta encontrar una frecuencia física dominante claramente definida.

Por último, después de alcanzar la pérdida ($\alpha = 20°$) se observa que se presentan fluctuaciones de energía considerables en los 3 puntos de monitoreo. A diferencia de los tres estados anteriores, se observa un considerable aumento en la amplitud y un cambio en las frecuencias dominantes, siendo que en la estela se tiene prácticamente la misma frecuencia dominante. En particular, en la estela cercana se obtiene una frecuencia de 25.15 [Hz], mientras que en la estela lejana se obtiene un valor de 26.15 [Hz], por lo que la diferencia entre ambas es de 1 [Hz], equivalente aproximadamente a un 4 % de diferencia. La cercanía entre estos valores sugiere que, una vez que el flujo se encuentra completamente separado, aparece una dinámica característica que logra mantenerse desde la estela cercana hasta la estela lejana.

Este comportamiento representa un cambio importante con respecto a los primeros casos analizados, porque las frecuencias ya no se concentran únicamente alrededor de los valores mínimos y ahora aparecen escalas no estacionarias que están claramente vinculadas con el desarrollo de la estela y el desprendimiento de vórtices.

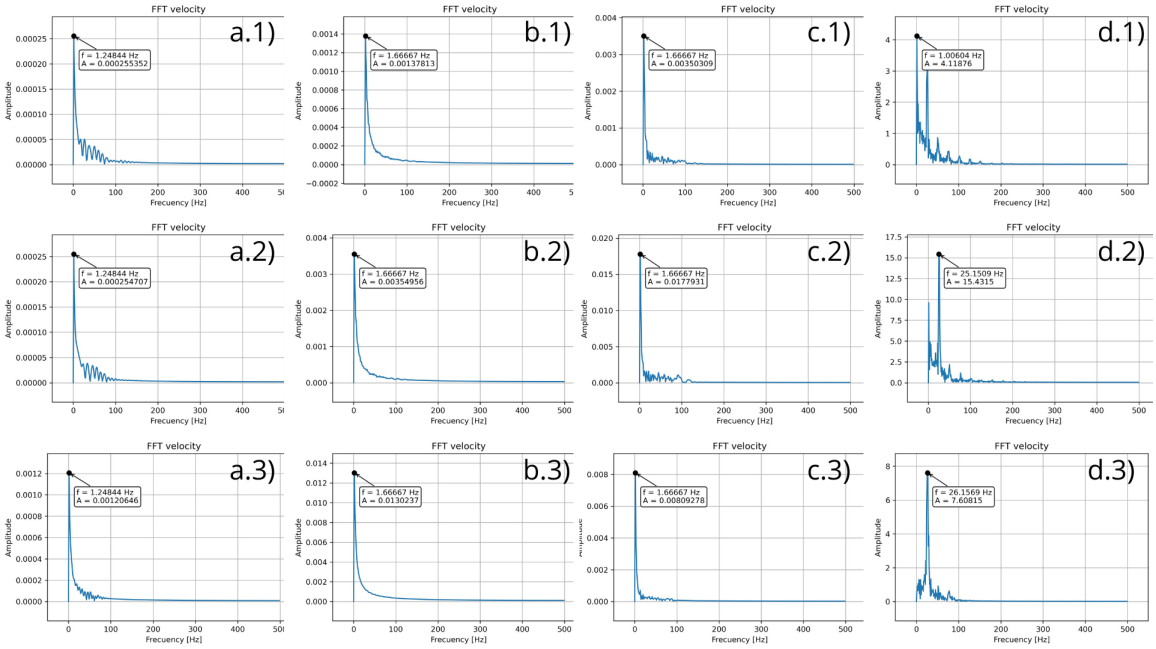


Figura 66: Espectro de frecuencias de la velocidad v del modelo k-ω SST (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

En la tabla 25 se muestran las frecuencias dominantes obtenidas en cada punto de monitoreo a diferentes α para el modelo $k - \omega$ SST.

Tabla 25: Frecuencias dominantes del modelo $k - \omega$ SST

$\alpha°$	c_{w1}**[Hz]**	c_{w2}**[Hz]**	f_{w2}**[Hz]**
0	1.24	1.24	1.24
10	1.66	1.66	1.66
16	1.66	1.66	1.66
20	1	25.15	26.15

En la figura 67 se muestra el análisis espectral en el dominio de la frecuencia de los cambios en la velocidad en y (v), evaluado bajo el modelo DES en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1},c_{w2},f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferentes ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). Se observa que al estar el flujo completamente adherido ($\alpha = 0°$ y $\alpha = 10°$), se tiene un espectro con amplitudes muy bajas debido a que no existen fluctuaciones periódicas o separación. Sin embargo, conforme aumenta el α se observa un cambio muy marcado en la frecuencia característica del flujo, la cual se desplaza progresivamente hacia escalas temporales mucho mayores, mientras que la amplitud aumenta.

Esto se puede observar claramente en el punto c_{w1}, donde la frecuencia dominante cambia de aproximadamente 930 [Hz] para $\alpha = 0°$, a 236.66 [Hz] para $\alpha = 10°$, posteriormente a 47.71 [Hz] para $\alpha = 16°$ y finalmente a casi 10 [Hz] para $\alpha = 20°$. De esta manera, entre el primer y último estado de flujo se presenta una reducción cercana a dos órdenes de magnitud. Esta misma tendencia se observa en los demás puntos de monitoreo, lo que permite identificar cómo se va reorganizando la dinámica del flujo y no únicamente un fenómeno localizado en una región específica. Una vez que se alcanza la pérdida ($\alpha = 16°$) la frecuencia dominante es prácticamente la misma en la región de la estela, teniendo un aumento en la amplitud por ser la sección en donde se desarrollan los vórtices.

Resulta particularmente interesante que, en este estado de flujo, las escalas temporales obtenidas mediante DES son muy similares a las encontradas previamente bajo la aproximación laminar. Por último, después de que se alcanza la pérdida ($\alpha = 20°$) se registran los máximos de amplitud, pero también se nota que la energía se concentra en frecuencias bajas. En este caso, la similitud entre las frecuencias obtenidas con la aproximación laminar y DES se vuelve aún más evidente, a pesar de que ambas formulaciones representan el flujo de manera completamente diferente. Este resultado sugiere que ambos enfoques están identificando aproximadamente las mismas escalas temporales de gran tamaño una vez que el flujo se encuentra completamente separado.

Por lo tanto, las frecuencias observadas con la aproximación laminar no necesariamente deben interpretarse únicamente como una consecuencia de la ausencia de viscosidad turbulenta, ya que parte de estas escalas reaparecen cuando, mediante DES, se resuelven explícitamente los grandes remolinos presentes en el flujo separado. Destaca que, para estos dos últimos casos, la frecuencia de desprendimiento se define claramente como un pico espectral agudo.

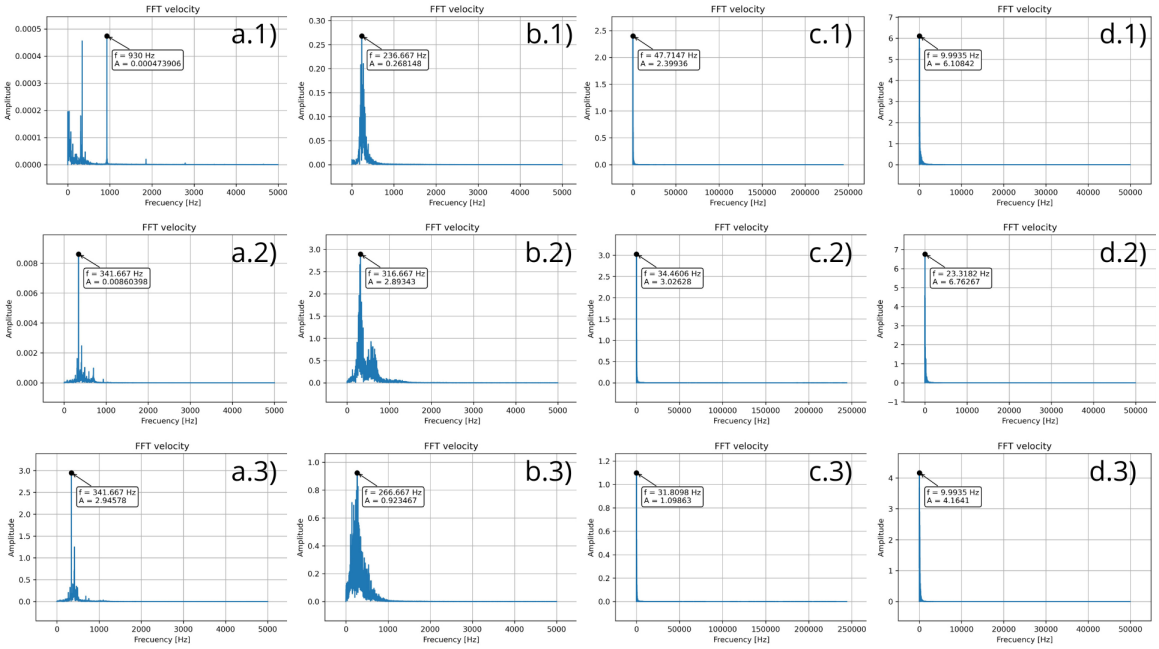


Figura 67: Espectro de frecuencias de la velocidad v del modelo DES (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

En la tabla 26 se muestran las frecuencias dominantes obtenidas en cada punto de monitoreo a diferentes α para el modelo DES.

Tabla 26: Frecuencias dominantes del modelo DES

$\alpha°$	c_{w1}**[Hz]**	c_{w2}**[Hz]**	f_{w2}**[Hz]**
0	930	341.66	341.66
10	236.66	316.66	266.66
16	47.71	34.46	31.80
20	9.99	23.31	9.99

Una vez que se analizaron los espectros de frecuencias que se obtuvieron para cada aproximación o modelo, se concluye que dependiendo de la formulación se tendrá una respuesta distinta respecto a cómo se captura la dinámica no estacionaria del flujo. La aproximación laminar permite que las inestabilidades vayan creciendo y no introduce la disipación asociada a una viscosidad turbulenta modelada. Es por ello que se perciben fácilmente las estructuras coherentes y frecuencias características, particularmente cuando el $\alpha \geq 16°$. Por otra parte, los modelos RANS, como Spalart-Allmaras y $k - \omega$ SST, amortiguan y modelan la mayoría de estas estructuras, pues se registran amplitudes muy bajas y el contenido espectral se concentra en frecuencias mínimas cuando el flujo permanece adherido o se encuentra cercano a la pérdida.

Por último, el modelo DES se caracteriza por resolver una parte importante de las grandes estructuras que se originan al momento del desprendimiento y presenta una dinámica que, para algunos casos, se aproxima a la obtenida con la aproximación laminar. Esto es muy interesante ya que podría sugerir que algunas de las escalas temporales identificadas en el caso laminar no son fruto de la ausencia de viscosidad turbulenta, sino que podrían también estar vinculadas con grandes estructuras que vuelven a aparecer en el momento que se utiliza un modelo híbrido que es capaz de resolverlas de manera explícita.

A continuación, en la tabla 27 se muestran los valores de las frecuencias dominantes obtenidos para cada aproximación o modelo en cada uno de los puntos de monitoreo cuando el $\alpha = 20°$. Nótese que para la aproximación laminar, $k - \omega$ SST y DES, las frecuencias de la estela cercana se encuentran aproximadamente entre 20 y 25 [Hz]; Spalart-Allmaras presenta una frecuencia baja que puede no ser física. Con ello se logra vislumbrar de mejor manera lo explicado en los párrafos anteriores.

Tabla 27: Frecuencias dominantes en los diferentes puntos cuando se supera la pérdida

Modelo	c_{w1}**[Hz]**	c_{w2}**[Hz]**	f_{w2}**[Hz]**
Laminar	8	21	9
Spalart-Allmaras	Baja frecuencia (puede ser no física)	Baja frecuencia (puede ser no física)	30.18
$k - \omega$ SST	Baja frecuencia (puede ser no física)	25.15	26.15
DES	9.99	23.31	9.99

En la figura 68 se muestra el espectro de densidad de energía de las fluctuaciones de la velocidad en y (v) obtenidas bajo la aproximación laminar en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1},c_{w2},f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferente ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). Se observa que, para todos los α y posiciones de monitoreo, la concentración de la energía se da en frecuencias bajas y medias. Posteriormente, conforme se van alcanzando frecuencias más altas se presenta una disminución progresiva en la energía que, en la mayoría de los casos, sigue una pendiente cercana a f^{-3}. Un punto que se destaca es que el máximo espectral tiende a desplazarse hacia frecuencias menores conforme se va incrementando el α, quedandose limitado el contenido energético de las altas frecuencias.

Además, se observa que para $\alpha = 0°$ y $\alpha = 10°$ los tres espectros presentan prácticamente la misma topología, mientras que al alcanzar $\alpha = 16°$ la forma de las curvas comienza a modificarse de manera importante y para $\alpha = 20°$ los tres espectros son completamente diferentes a los observados en los dos primeros casos. Este cambio coincide con lo observado previamente en la distribución del coeficiente de fricción, donde a partir de $\alpha = 16°$ comienzan a aparecer regiones fuertemente no estacionarias sobre una parte importante de la mitad posterior del perfil. De esta manera, se empieza a identificar una relación entre el cambio espacial observado mediante C_f y el cambio temporal representado por la distribución de energía $E(f)$.

Con base en lo expuesto anteriormente se puede plantear que, conforme se incrementa el α, también se tiene un aumento en el tamaño de las estructuras presentes en el flujo y, por ende, aumenta su escala temporal, lo que a su vez lleva a la disminución en las frecuencias características. Este comportamiento es congruente con lo que se visualizó en los espectros FFT, donde para $\alpha = 20°$ se obtuvieron frecuencias dominantes cercanas a 8 [Hz] en c_{w1}, 21 [Hz] en c_{w2} y 9 [Hz] en f_{w2}. Dicho de otra manera, el contenido energético deja de estar asociado con frecuencias del orden de 10^2 [Hz] en los menores ángulos de ataque para pasar a ubicarse principalmente en frecuencias del orden de 10^1 [Hz] una vez que se alcanzó la pérdida. Recapitulando se tiene que, para $\alpha = 0°$ predominan estructuras de menor tamaño y que van evolucionando rápidamente; para $\alpha = 10°$ se registra un aumento en la energía de estas estructuras, aunque se mantiene una forma espectral similar; a $\alpha = 16°$ empieza a percibirse una dinámica separada de mayor escala, que viene junto con un cambio en la forma de los espectros; y por último, para $\alpha = 20°$ la dinámica se encuentra dominada por estructuras de gran escala propias de un estado posterior a la entrada en pérdida.

Por último, se logra percibir que al ir incrementando el α también se tiene un aumento en los niveles máximos de energía, lo que refuerza la relación observada entre el desarrollo de la separación, el aumento en el tamaño de las estructuras y el movimiento del contenido espectral desde altas frecuencias hacia frecuencias menores.

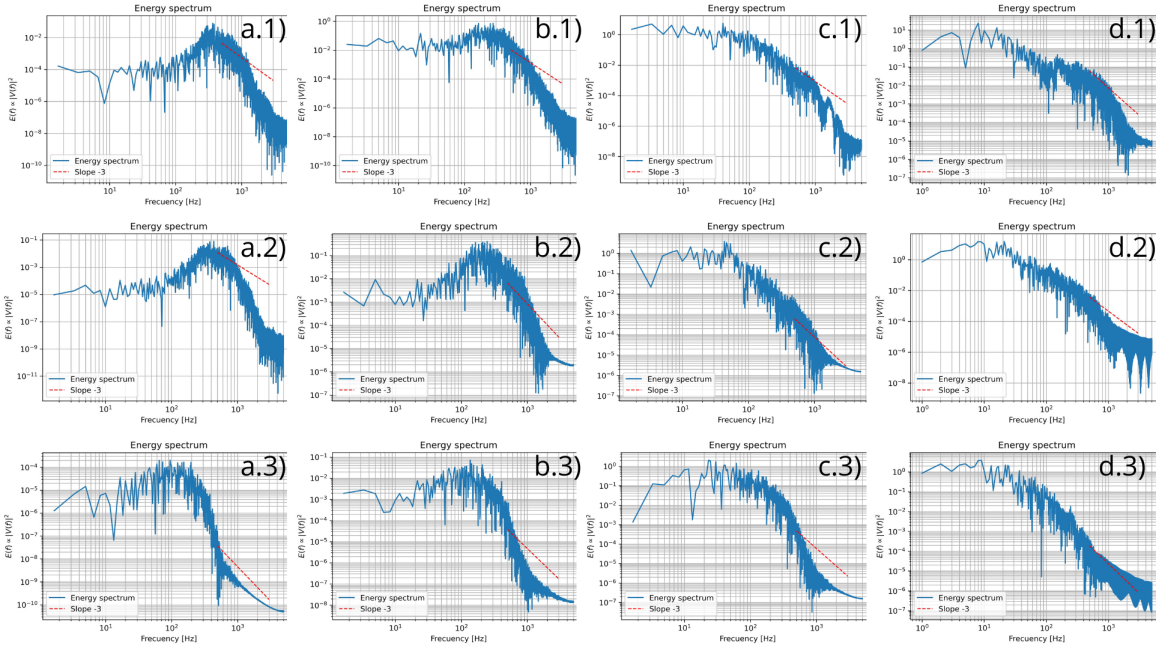


Figura 68: Espectro de energía de la velocidad v de la aproximación laminar (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

En la figura 69 se muestra el espectro de densidad de energía de las fluctuaciones de la velocidad en y (v) obtenidas del modelo Spalart-Allmaras en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1},c_{w2},f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferente ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). Se puede apreciar que en los 3 primeros estados, que van desde α nulo hasta que se alcanza la pérdida experimentalmente, la energía también va decayendo conforme se aumenta la frecuencia. Sin embargo, se debe notar que a diferencia del caso anterior no se presentan picos espectrales dominantes, lo que puede indicar que las fluctuaciones son de baja intensidad. Otra diferencia es que en la región de alta frecuencia le cuesta alcanzar la pendiente esperada de f^{-3}, aunque tampoco es que se aleje tanto.

Este comportamiento confirma lo observado previamente en los espectros FFT del modelo Spalart-Allmaras, donde para $\alpha = 0°$ y $\alpha = 10°$ las frecuencias dominantes se encontraban concentradas alrededor de valores muy bajos, cercanos a 1.2–1.6 [Hz], los cuales podrían no representar una frecuencia física dominante claramente definida. Dicho lo anterior, cuando el flujo aún está adherido la dinámica que logra resolver el modelo Spalart-Allmaras es muy débil, pues no se observan oscilaciones relevantes ni regiones donde se pueda percibir de manera nítida la acumulación de energía. Del otro lado, si se analiza el comportamiento del perfil cuando experimenta la pérdida, se nota que la energía espectral sufre un aumento importante en los 3 puntos de monitoreo, donde se originan máximos pronunciados a frecuencias bajas así como cantidades de energía mayores antes de que empiecen a disminuir al alcanzar la zona de alta frecuencia.

En el momento en el que experimentalmente se presenta la pérdida, se da un cambio muy notable con respecto a los estados anteriores, pues empiezan a surgir irregularidades, máximos locales y una banda más amplia de contenido energético, pero sin lograr identificarse aún un espectro dominante claramente definido. Por otra parte, al superar la pérdida, se tiene un panorama todavía más interesante, donde aparece una dinámica de mayor amplitud y surgen estructuras de energía más complejas, que van de la mano con lo reportado anteriormente en la distribución del coeficiente de fricción. Especialmente en la región de la estela se observa que la energía se localiza en frecuencias del orden de 10^1 [Hz] y viene acompañada por múltiples máximos antes de que se desplomen en la zona de alta frecuencia. Esto podría sugerir que estos puntos se localizan en una región donde la dinámica separada está integrada por múltiples estructuras coherentes.

Para el caso de f_{w2}, cuando $\alpha = 20°$ se tiene una estructura energética fuerte alrededor de frecuencias del orden de 30 [Hz], lo que podría evidenciar la existencia de grandes estructuras relacionadas con el flujo que se encuentra separado en su totalidad. Recapitulando, se logró comprobar que al ir aumentando el α se van resaltando más las oscilaciones del espectro, donde se tiene una dinámica muy amortiguada para los ángulos de ataque anteriores a la pérdida y se pasa a una dinámica mucho más compleja después de la pérdida.

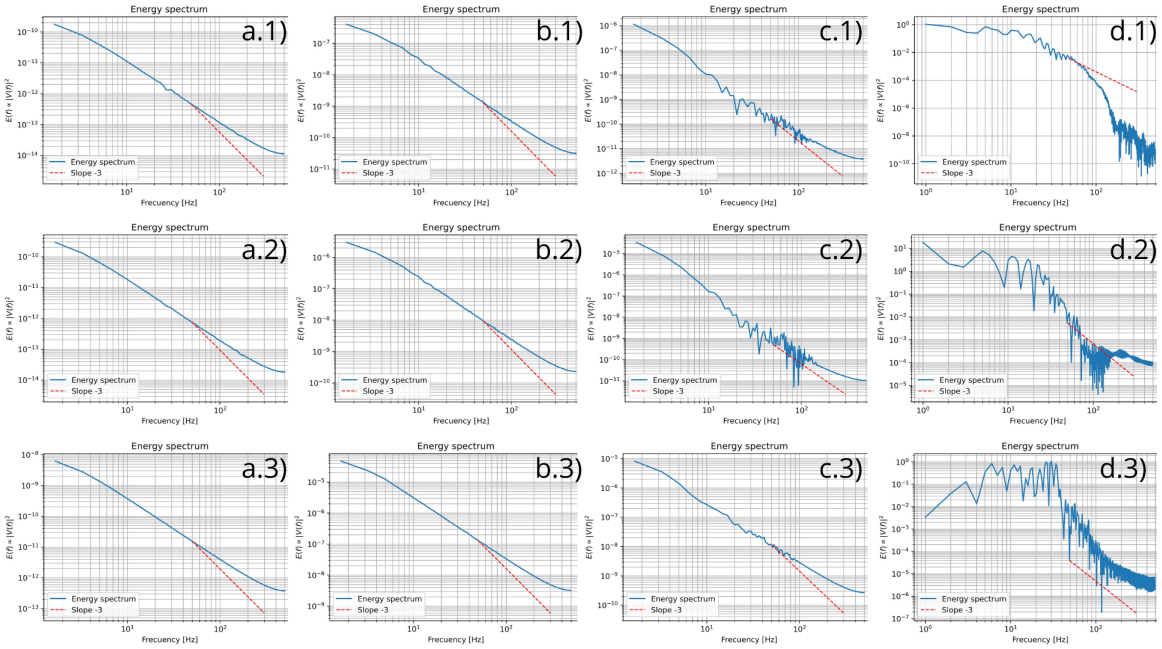


Figura 69: Espectro de energía de la velocidad v del modelo Spalart-Allmaras (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

En la figura 70 se muestra el espectro de densidad de energía de las fluctuaciones de la velocidad en y (v) obtenidas del modelo $k - \omega$ SST en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1},c_{w2},f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferente ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). Nuevamente, para $\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$ y $\alpha = 16°$ en los 3 puntos de monitoreo se observa una disminución progresiva en la energía conforme se va aumentando la frecuencia. Se observa que nuevamente la pendiente se aproxima al valor esperado de f^{-3} en la región de alta frecuencia. Algo notable es que, a diferencia del modelo anterior, las oscilaciones o picos se vuelven más importantes en las frecuencias intermedias para estos primeros 3 casos, especialmente cuando se alcanza experimentalmente la pérdida.

Ya que el modelo $k - \omega$ SST es una formulación más elaborada que Spalart-Allmaras, éste logra captar más estructuras transitorias, lo que se comprueba al contrastar los espectros de energía correspondientes a $\alpha = 0°$ y $\alpha = 10°$ con los obtenidos utilizando el modelo anterior. No obstante, considerando que al final de cuenta se sigue tratando de un modelo RANS, el espectro que se obtuvo debe interpretarse como el espectro del comportamiento transitorio resuelto y no como el espectro completo de la turbulencia. Cuando no está cerca de experimentarse la pérdida, la respuesta sufre una amortiguación severa, donde se tienen niveles de energía muy bajos, pues se encuentran en un orden de 10^{-8} a 10^{-7}, y no se logra identificar un modo claramente definido.

Resulta muy importante aclarar que estos picos no se ubican en todo el espectro. Una vez que se alcanza la pérdida se comienza a apreciar cómo se va reorganizando de manera más clara la dinámica, ya que aumenta la energía, surgen más oscilaciones y se amplía la banda de contenido energético. Con base en esto último, podría sugerirse que el modelo empieza a resolver una dinámica transitoria asociada ya sea con la región separada o con la burbuja de separación. Sin embargo, aun no se puede distinguir claramente una periodicidad dominante o estructuras coherentes bien definidas. Una vez que ha pasado la pérdida, se pueden observar características similares como en el modelo anterior. Primero se destaca que a bajas frecuencias la energía aumenta en varios órdenes de magnitud, apareciendo picos espectrales bien definidos.

En los tres puntos de monitoreo se observa una estructura espectral pronunciada aproximadamente entre 10 y 40 [Hz], lo que indica la presencia de una dinámica de mayor escala asociada con el flujo separado. Algo que es sumamente rescatable es que se identificó que en la estela cercana se tiene un máximo energético alrededor de los 25 [Hz], lo que coincide con la frecuencia dominante de 25.15 [Hz] obtenida en la FFT. De la misma manera, se resalta que las frecuencias dominantes se encuentran alrededor de 25–26 [Hz] en la región de la estela, lo que da pie a pensar en la existencia de una dinámica coherente en esta zona. Lo anterior podría deberse a la presencia de una frecuencia dominante en la región de la estela. Por último, se resalta que al igual que en los otros casos, la energía va decayendo rápidamente en la región de alta frecuencia, manteniendo la pendiente aproximada de f^{-3}.

Tomando en cuenta todo lo anterior, los resultados obtenidos mediante la FFT y el espectro de energía reafirman que al alcanzar y superar la pérdida, el modelo $k-\omega$ SST empieza a resolver una respuesta transitoria más energética y organizada que se asocia con la separación del flujo, mientras que en los α bajos amortigua gran parte de la dinámica.

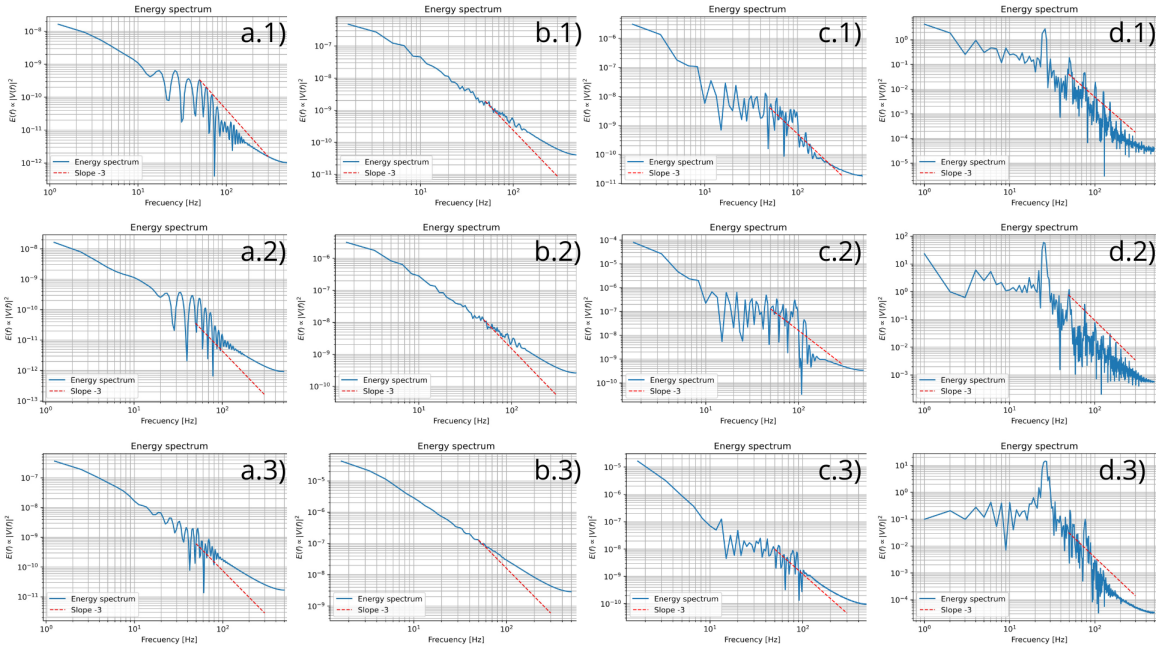


Figura 70: Espectro de energía de la velocidad v del modelo k-ω SST (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

En la figura 71 se muestra el espectro de densidad de energía de las fluctuaciones de la velocidad en y (v) obtenidas del modelo DES en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1},c_{w2},f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferente ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). Cuando el α es nulo, se aprecian niveles bajos en la energía espectral, los cuales se encuentran concentrados en frecuencias medias. Se aprecian picos notables que podrían estar asociados a estructuras turbulentas, especialmente en la región de la estela. En particular, en la proximidad del perfil se observa una topología diferente a la de los otros dos puntos, además de máximos estrechos en frecuencias relativamente altas, consistentes con la frecuencia dominante cercana a 930 [Hz] obtenida anteriormente mediante la FFT.

Por otra parte, los espectros correspondientes a los otros puntos presentan una forma más parecida entre sí, lo que podría indicar la presencia de una estructura que se desplaza a través de ambas regiones de monitoreo. Una vez que se incrementa el α hasta llegar a 10°, se advierte un incremento notable en las magnitudes de los picos a causa del incremento en las fluctuaciones transversales. En este caso, los tres espectros desarrollan una concentración de energía más semejante, lo que sugiere una mayor sincronización espacial de las inestabilidades entre los diferentes puntos, aunque todavía no pueda hablarse de un único modo dominante. Destaca también el comportamiento suscitado en la pérdida y después de ella, pues se amplía el rango de frecuencias en el que se distribuye la energía.

Cuando se alcanza la pérdida se va mostrando cómo la distribución de la energía sufre una reorganización considerable, pues se obtienen frecuencias dominantes mediante la FFT de aproximadamente 47.7, 34.5 y 31.8 [Hz] en los tres puntos de monitoreo. Comparado a cuando el α es bajo, ahora hay una cantidad importante de energía que se encuentra entre los 10^1 y 10^2 [Hz], y después le sigue una banda que se va extendiendo por varios órdenes de magnitud de la frecuencia. Lo anterior propondría la existencia de una dinámica multiescala que está dada por una separación más extensa, donde diversas estructuras e inestabilidades se van sumando al contenido energético. Este estado es congruente con lo reportado previamente en la distribución del coeficiente de fricción, ya que es en este estado donde empiezan a originarse cambios importantes y oscilaciones en C_f, lo que claramente sugiere la evolución hacia el crecimiento de una región de separación fuertemente no estacionaria.

Cuando $\alpha = 20°$, se presenta otro estado de flujo distinto a los observados con anterioridad, que se destaca por una concentración muy importante de energía en las bajas frecuencias. Se vuelve a encontrar una coherencia entre la concentración energética observada en esta figura y las frecuencias dominantes obtenidas anteriormente mediante la FFT, pues los picos máximos de energía se ubican alrededor de 9.99, 23.32 y 9.99 [Hz] para c_{w1}, c_{w2} y f_{w2}, respectivamente. Se tiene así que, conforme incrementa la incidencia, la energía se dirigirá hacia frecuencias menores a la vez de que irá aumentando considerablemente la energía de las fluctuaciones resueltas, logrando mostrar una reorganización general de la dinámica entre escalas. Nuevamente esta conducta sigue manteniendo una relación directa con la evolución espacial observada mediante C_f. Por un lado, el coeficiente de fricción permite identificar el crecimiento y desplazamiento de la región separada sobre el perfil, y por el otro, el espectro de energía muestra cómo esta evolución espacial se acompaña de un desplazamiento hacia escalas temporales mayores.

A diferencia de todos los casos analizados anteriormente, el modelo DES captura niveles considerables de energía desde las bajas hasta las altas frecuencias, siendo que la disminución progresiva de esta se acerca mucho a la pendiente de f^{-3}. Por último, se resalta cómo el espectro adquiere mayor continuidad y no se tiene una única frecuencia característica, especialmente en la región de la estela. Resulta además interesante que, para $\alpha = 20°$, la organización espectral obtenida mediante DES es muy similar a la observada anteriormente bajo la aproximación laminar. Esto no implica que ambas formulaciones sean equivalentes, sino que sugiere que en los dos casos se permite la aparición explícita de ciertas estructuras de gran escala asociadas con el flujo separado; mientras que los modelos RANS tienden a modelar o amortiguar una parte importante de esta dinámica.

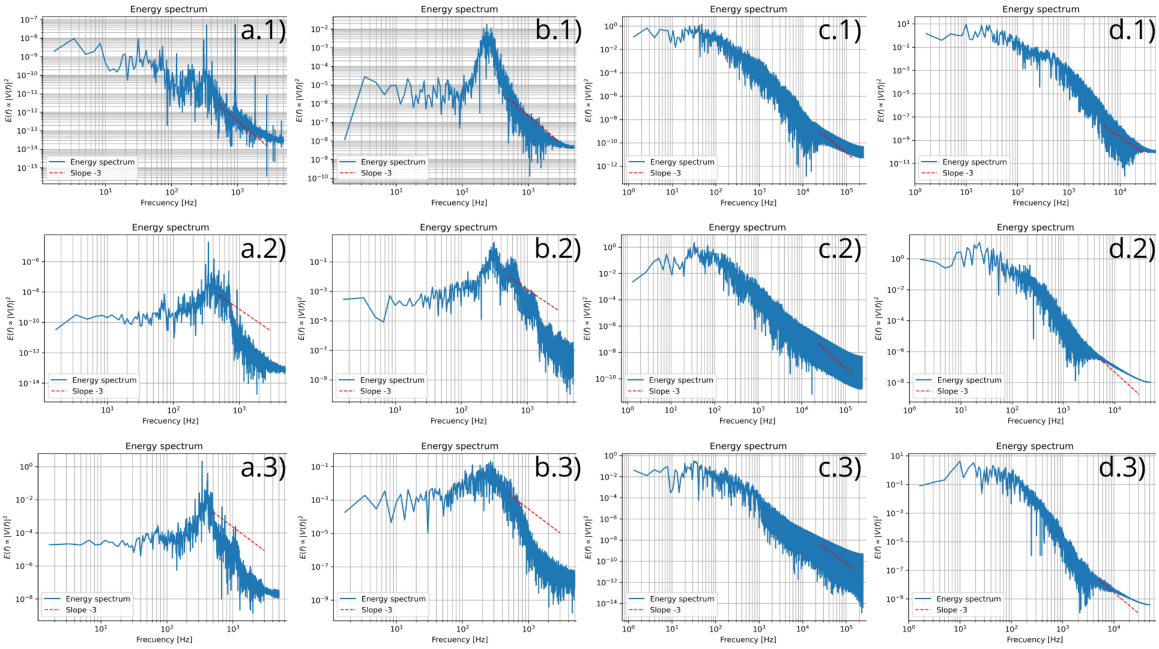


Figura 71: Espectro de energía de la velocidad v del modelo DES (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

La razón por la cual los diagramas de fase fueron añadidos a este estudio radica en que permiten enriquecer el análisis efectuado por medio de las FFT y los espectros de densidad de energía, pues muestran directamente cómo se acoplan instantáneamente las fluctuaciones de presión y velocidad en cada uno de los puntos de monitoreo. Anteriormente se mostró que mediante el uso de análisis espectrales se pueden obtener las frecuencias dominantes y también se logra identificar cómo se va distribuyendo la energía. Al utilizar los diagramas de fase se puede llegar a obtener la geometría que adquiere la dinámica del sistema cuando se relacionan dos variables. Con ello, se logrará observar cómo las trayectorias sufrirán de cambios importantes al ir incrementando la incidencia, pues se pasará de tener formas compactas y con un relativo orden a tener figuras que ocupan mayor espacio, de carácter irregular y que adquieren una complejidad importante al ir acercándose a la condición de pérdida. Así se tendrán más elementos que permitan interpretar el desarrollo de la dinámica no estacionaria y vincular los cambios que se observaron en el dominio de la frecuencia con modificaciones en el comportamiento instantáneo del flujo. Mientras que los análisis espectrales logran identificar las frecuencias características y la manera en que se distribuye la energía, los diagramas de fase muestran la geometría que toma la dinámica del sistema a partir de la relación entre ambas variables. De esta manera, se puede ver cómo varía la trayectoria a medida que aumenta el α, pasando de formas más compactas y ordenadas cuando el flujo aún está adherido, a distribuciones más amplias, irregulares y complejas cuando se alcanza o supera la

pérdida. De esta forma los diagramas aportan una evidencia adicional para interpretar la evolución de la dinámica no estacionaria y relacionar los cambios observados en el dominio de la frecuencia con modificaciones directas en el comportamiento instantáneo del flujo.

En la figura 72 se muestran los diagramas de fase presión vs velocidad (v) obtenidos por la aproximación laminar en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1},c_{w2},f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferentes ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). El primer punto que hay que considerar al llevar a cabo el análisis de estas figuras es tener claro que pasaría si la presión y la velocidad tuvieran una oscilación perfectamente periódica. Lo anterior daría pie a tener un diagrama de fase con una forma elíptica muy bien definida, y es ahí donde cualquier cambio en esta forma característica de la trayectoria se traducirá en un cambio identificable en la dinámica del flujo. Cuando α es nulo, se observa que se tienen trayectorias compactas con forma elíptica, especialmente en los puntos de monitoreo que se encuentran cercanos al perfil, lo que demuestra que existe una estabilidad entre la presión y la velocidad.

No obstante, debe notarse que las trayectorias que se observan no están relacionadas a una sola órbita que está muy bien definida, sino que componen regiones relativamente densas que son congruentes con los espectros que se obtuvieron con anterioridad, pues debe recordarse que en estos últimos se captaron diversas frecuencias y no sólo una única frecuencia dominante. Algo muy notable, es que en la estela lejana, se atenúan las fluctuaciones, ya que la amplitud de las oscilaciones decae. Es también en este punto donde se logra visualizar un conjunto de órbitas que dan la impresión de estar cerradas alrededor de $v \approx 0$ [m/s] y $P \approx 1130$ [Pa], dando pie a concluir que se tiene una dinámica más coherente incluso que la que se tiene en las cercanías del perfil. Esto podría estar ocasionado por la disipación de las inestabilidades a medida que el flujo se va desplazando aguas abajo.

Al aumentar el α a 10°, se observa un incremento muy importante en el tamaño de las órbitas, incluso presentando una mayor dispersión. Esto es más notable en los puntos cercanos al perfil, mientras que en la estela lejana aún se observa una zona compacta en el centro de la figura. Nuevamente se vuelve a encontrar la coherencia con los resultados plasmados en los espectros de energía, pues debe recordarse que bajo estas condiciones se logró distinguir una banda de energía más organizada. Desde este punto de vista, los diagramas presentan un incremento en la modulación de las oscilaciones y es muy notable cómo se van expandiendo en el espacio de fases. A pesar de que aún se puede percibir un cierto grado de organización, lo visualizado es una prueba muy clara de que la relación entre estas dos variables empieza a adquirir un mayor nivel de complejidad en cuanto a su dinámica concierne.

Una vez que se alcanza la pérdida se tiene un comportamiento completamente diferente a los dos puntos anteriores. Ya no se tiene una forma elíptica, sino que ahora predominan las trayectorias irregulares con presencia de múltiples lazos y cambios de dirección. Bajo estas condiciones tam-

bién resalta algo muy interesante, ya que se logran identificar núcleos densos que vienen junto a órbitas externas grandes. Ejemplo de lo anterior se muestra en la proximidad del perfil, donde se percibe una región central que se encuentra en $v \approx 0$ [m/s] y $P \approx -250$ [Pa] y que la acompañan trayectorias externas de gran tamaño. Dicha conducta podría sugerir que existen dos escalas dinámicas; la primera describe movimientos rápidos alrededor del núcleo, mientras que la segunda saltos más lentos y de una amplitud mayor. Es importante remarcar que vuelve a existir una coherencia con lo obtenido en el FFT, pues el comportamiento va de acuerdo con el rango de frecuencias de 30–50 [Hz] detectado en dichas gráficas. También en la estela cercana se manifiesta un comportamiento parecido al anterior, donde en el centro se tiene una estructura muy bien marcada ubicada aproximadamente en $v \approx 15$ [m/s] y $P \approx 1250$ [Pa] y alrededor de ésta se presentan órbitas amplias. Esto se debe a que se tiene una oscilación principal y una modulación lenta. Por último, en la estela lejana, se vuelve a presentar un núcleo compacto en el cual nuevamente aparecen trayectorias que abarcan un mayor rango de valores de presión y velocidad. Podría estar presentándose intermitencia de gran escala a causa del tránsito de vórtices.

El comportamiento anterior también se observa cuando se incrementa α a 20°, donde incluso se intensifica. El dominio que ocupan las órbitas es mayor en el espacio de fases, presentando mayor dispersión entre la presión y la velocidad. En este estado, todos los puntos de monitoreo vuelven a presentar zonas densas ubicadas casi al centro, que como ya se exploró podría deberse a la existencia simultanea de múltiples escalas dinámicas en un instante. En la cercanía del perfil, se observa cómo se tienen lazos que logran tocar puntos muy extremos de presión y velocidad. Similarmente, cuando se analiza la estela cercana se presenta un núcleo organizado con órbitas que van desde los -80 a 60 [m/s] y entre los -4000 y 4000[Pa]. Finalmente, al examinar lo que ocurre en la estela lejana, se vuelve a identificar una región compacta cerca del centro junto a una trayectoria considerablemente grande. Nuevamente esto podría interpretarse como eventos intermitentes que de vez en cuando van cambiando el comportamiento. Recapitulando, durante y después de la pérdida, se observa que la dinámica sufre un cambio importante, pues ahora son más comunes los lazos de gran tamaño que se relacionan con la separación del flujo. Debe advertirse que lo anterior no es sinónimo de estar ante un comportamiento caótico. Como ya se vio, una de las bondades del análisis del diagrama de fase se encuentra en que permite evidenciar cómo al ir incrementando la incidencia se tendrá un cambio en la relación instantánea entre presión y velocidad, además de comprobar que al alcanzar y superar la pérdida se tendrá un cambio de régimen, lo que resulta en un gran complemento de la información conseguida mediante las FTT y los espectros de energía.

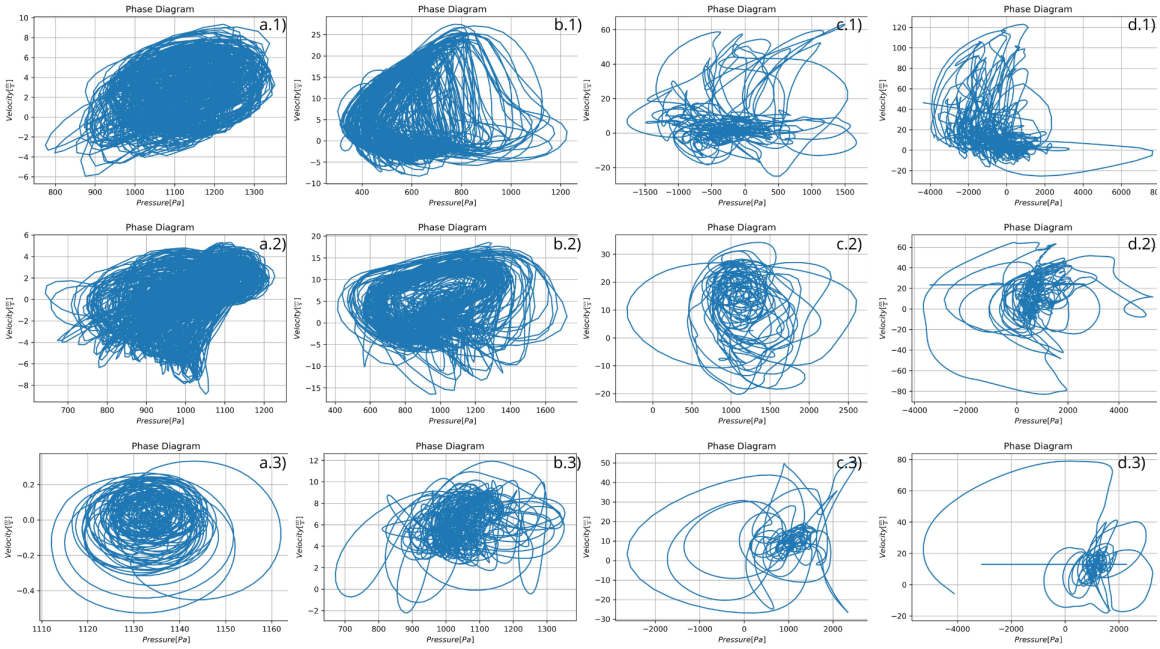


Figura 72: Diagrama de fase de la velocidad v de la aproximación laminar (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

En la figura 73 se muestran los diagramas de fase presión vs velocidad (v) obtenidos por el modelo Spalart-Allmaras en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1},c_{w2},f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferente ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). Cuando el α es nulo se pueden observar trayectorias únicas muy sencillas que describen curvas suaves y sin dispersarse mucho. Lo anterior se debe a que las fluctuaciones no tienen grandes amplitudes y la relación entre las dos variables es casi determinista. Aquí se debe tener especial cuidado, pues basta con detenerse a observar la escala de los ejes para darse cuenta que estas variaciones entre la presión y la velocidad son muy pequeñas, pues incluso se ubican en el orden de 10^{-4} para ciertos casos. De este modo se concluye que se tiene una solución prácticamente estacionaria a la que se le integran fluctuaciones de muy baja amplitud. Se debe recordar que en las FFT y los espectros de energía que se obtuvieron para este modelo no se logró identificar claramente un modo dominante definido y también se obtuvo una dinámica que fue severamente amortiguada. Dicho lo anterior, se sigue encontrando una coherencia entre la información presentada.

Cuando se aumenta el α a 10° se tiene un comportamiento similar al anterior, pero se aprecia un incremento en la amplitud de las oscilaciones, especialmente en la estela lejana. Sin embargo, esto no representa un cambio sustancial, pues las variaciones siguen siendo relativamente pequeñas y también la respuesta está en su mayor parte amortiguada. El comportamiento anterior no debe resultar novedoso pues detrás del modelo Spalart-Allmaras se engloba una formulación RANS que

se fundamenta en una ecuación de transporte para la viscosidad turbulenta, donde la mayor parte de las fluctuaciones queda representada por medio del cierre turbulento y no de una resolución explícita de esta. Dicho lo anterior y al observar los rangos de variación, se concluye que cuando el flujo está adherido la dinámica que se resuelve es mínima.

Cuando experimentalmente se alcanza la pérdida empiezan a presentarse comportamientos distintos. Primero es notable decir que las trayectorias comienzan a ensancharse, donde se comienzan a percibir el surgimiento de lazos y curvas con una mayor amplitud, especialmente en la región próxima al perfil y en la estela cercana. Ahora sí se empiezan a apreciar cambios en la respuesta dinámica bajo estas condiciones al surgir trayectorias mejor organizadas y zonas que van pareciéndose a órbitas cerradas; no obstante, las amplitudes no son tan grandes como las que se tienen al superar la pérdida. Llama la atención lo visto en la región de la estela, pues las trayectorias de ida y vuelta no siguen el mismo camino, lo que daría pie a plantear un posible comportamiento de histéresis entre las dos variables. Si se busca la congruencia con los resultados anteriores, se encontrará al recordar que es en este estado donde empiezan a originarse oscilaciones de mayor tamaño en los espectros y cambios importantes en el coeficiente de fricción.

Al seguir incrementando el α (20°) se intensifican aún más los cambios mencionados anteriormente, pues se amplían más las órbitas, empiezan a surgir más lazos y existe una dispersión más considerable en el espacio de fases. Comparándolo con los tres casos anteriores, ahora sí tanto los rangos de presión como los de la velocidad sufren un aumento importante y se tiene una reorganización completa de la dinámica resuelta. En la cercanía del perfil se observa una órbita que se origina en las cercanías del núcleo, alrededor de $v = 2.5$ [m/s] y $P = -500$ [Pa] y se extiende hasta llegar a valores superiores de $v = 30$ [m/s] y próximos a $P = -3000$ [Pa]. Esta órbita pareciera que esta formada por una trayectoria de baja frecuencia que viene con oscilaciones de menor escala. En la estela cercana se tiene algo similar, ya que se tiene una región densa y organizada en el centro que también cuenta con eventos repentinos de gran amplitud, donde los eventos intermitentes podrían estar perturbando el comportamiento base.

Lo anterior es más que evidente en la región de la estela, tanto cercana como lejana, donde la relación entre las dos variables ya se acerca a una relación más estocástica. Centrándose en lo que ocurre en la estela lejana se aprecian múltiples trayectorias recurrentes que se ubican alrededor de la región concentrada del centro, la cual se ubica en $v = 10$ m/s y $P = 800$ Pa. Lo anterior sugiere que ahora sí se tiene una dinámica oscilatoria sostenida. Este comportamiento es congruente con los resultados previos, pues en este mismo punto se obtuvo una frecuencia dominante cercana a los 30.18 [Hz], mientras que el espectro de energía localizó una banda energética muy cerca de las decenas de [Hz]. Con base en lo anterior, todo apunta hacia la existencia de una estructura coherente resuelta por el modelo al superar la pérdida. Los diagramas de fase lograron enriquecer los resultados obtenidos con las otras dos herramientas, ya que logran evidenciar cómo el modelo

tiende a amortiguar la dinámica en las condiciones previas a la pérdida, mientras que en la post-pérdida sí se tienen cambios cualitativos mayores, donde la dinámica no estacionaria es mucho más clara al tener lazos de gran amplitud y trayectorias recurrentes.

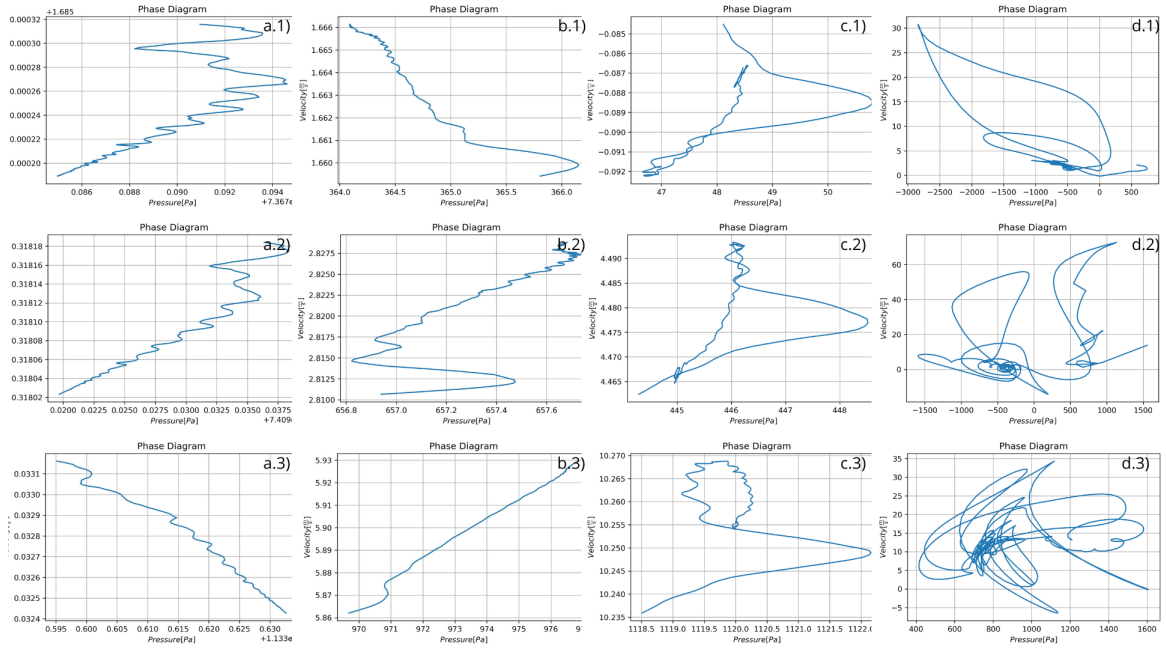


Figura 73: Diagrama de fase de la velocidad v del modelo Spalart-Allmaras (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

En la figura 74 se muestran los diagramas de fase presión vs velocidad (v) obtenidos por el modelo $k-\omega$ SST en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1},c_{w2},f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferente ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). Para el caso donde α es nulo se presentan trayectorias compactas, casi ordenadas en los 3 puntos de monitoreo. Las órbitas se caracterizan por ser cerradas y de pequeña amplitud, lo que es característico de una relación estable entre las dos variables. Un aspecto muy importante que permite diferenciar este modelo con el Spalart-Allmaras es que, en la proximidad del perfil y en la estela cercana, las trayectorias tienen una forma que se aproxima mucho a una elipse, complementando que los bucles que se observan ya están cerrados o prácticamente cerrados. En esta condición, las variaciones entre las dos variables siguen siendo muy pequeñas. Al igual que el Spalart-Allmaras, el modelo $k-\omega$ SST forma parte de la familia RANS, por lo que las fluctuaciones turbulentas seguirán estando representadas por medio del cierre turbulento. Es por esto, que aunque se vean trayectorias organizadas, la dinámica que logra resolverse cuando el ángulo de incidencia es nulo sigue siendo de baja amplitud.

Cuando se aumenta el α a 10°, se tiene un comportamiento regular similar al que se tenía en los

primeros dos casos del modelo anterior. La amplitud aumenta ligeramente respecto a cuando el α es nulo, especialmente en la región de la estela. No obstante, debe notarse que no se tienen órbitas cerradas en todos los puntos, lo que va de acuerdo con lo que se obtuvo por medio de la FFT, donde para este α se identificó una frecuencia dominante que se ubica a los 1.67 [Hz] y donde no se define claramente un modo físico establecido. Dicho lo anterior, se sigue teniendo una respuesta amortiguada, incluso cuando hay cambios en la geometría de las trayectorias.

Una vez que experimentalmente se alcanza la pérdida, se puede observar cómo se van ensanchando las órbitas y las deformaciones se vuelven más evidentes. A pesar de que se siguen apreciando estructuras relativamente definidas, se logra captar correctamente las fluctuaciones. Resulta muy interesante lo que sucede en la región de la estela, pues empiezan a surgir lazos de histéresis. En la estela cercana se alerta que una misma presión puede estar vinculada a varios valores de la velocidad dependiendo de la etapa en la que se encuentre el ciclo. Esto podría dar pie a pensar que la relación entre las dos variables tiene una cierta memoria temporal. En otras palabras, $P(t)$ dependerá tanto del valor instantáneo de $v(t)$ como del desfase que se presente entre las dos variables. Gracias a esto la dinámica ya no tiene las características de una respuesta amortiguada, pues se reorganiza alrededor de trayectorias recurrentes que acompañan al flujo separado.

Por último, cuando $\alpha = 20°$ es cuando las órbitas alcanzan su máximo de amplitud, aumentando también la cantidad de lazos y la superposición de las trayectorias. Se observa que es en la región de la estela donde el espacio de fases adquiere una dinámica más dispersa. Para los tres puntos se tienen órbitas de gran amplitud que, a diferencia del modelo Spalart-Allmaras, presentan trayectorias recurrentes y estructuras más organizadas. En la cercanía del perfil se muestran múltiples órbitas anidadas con formas semejantes y en la estela lejana se tienen distintos lazos con geometrías similares. Nuevamente se logra identificar una congruencia entre estos resultados y el análisis espectral, pues en la región de la estela se obtuvieron frecuencias dominantes que se encuentran en el orden de los 25 y 26 [Hz]. Esta similitud conseguida entre las dos frecuencias dominantes no es ninguna coincidencia, pues si también se considera la presencia de las trayectorias recurrentes dentro de los diagramas de fase se podría hablar de la formación de una estructura coherente en la región cercana de la estela que después se trasladara aguas abajo hasta que se captara también en la estela lejana.

Estas tres herramientas ayudan a caracterizar el comportamiento de un mismo fenómeno, donde los diagramas de fase juegan un rol importante en visualizar cómo se va dando la organización entre presión y velocidad. Similar a lo que se concluyó para el modelo Spalart-Allmaras se nota que mientras se tenga un flujo adherido se tendrá una respuesta amortiguada, y al entrar en pérdida y después de ella se presentará una reorganización donde los lazos de histéresis, órbitas recurrentes y estructuras coherentes hipotéticas que se mueven a través de la estela empiezan a surgir como parte de la dinámica no estacionaria descrita.

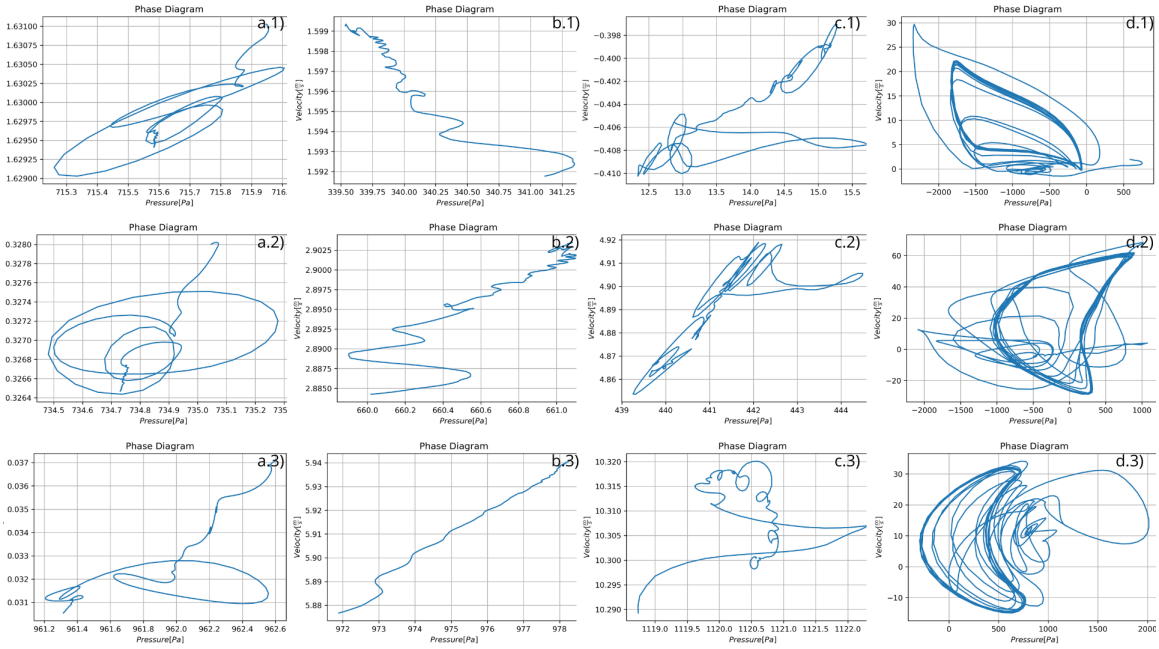


Figura 74: Diagrama de fase de la velocidad v del modelo k-ω SST (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

En la figura 75 se muestran los diagramas de fase presión vs velocidad (v) obtenidos por el modelo DES en tres puntos de monitoreo diferentes (c_{w1},c_{w2},f_{w2}) para cuatro estados de flujo diferentes ($\alpha = 0°$, $\alpha = 10°$, $\alpha = 16°$, $\alpha = 20°$). En primera instancia, cuando $\alpha = 0°$ se pueden apreciar órbitas compactas en los primeros dos puntos de monitoreo, aunque se aprecia una dispersión más notable que la registrada para los modelos RANS. Nótese que en la estela lejana, la órbita adquiere una forma más amplia, lo que indica que se registran las variaciones en las fluctuaciones. En la proximidad del perfil y en la estela cercana hay zonas con alta densidad y trayectorias que no son simples. En la estela cercana se ve una nube que parece elíptica y muy gruesa. Esto indica que hay una conexión estadística entre los cambios de presión y velocidad, pero también que hay varias escalas de tiempo involucradas. En la estela lejana, la forma de la órbita es más grande, lo que muestra que se capturan cambios en las fluctuaciones. Aquí mismo se ven dos lóbulos, uno arriba y otro abajo. Su forma podría estar relacionada con más de una contribución periódica o con cambios en el desfase entre presión y velocidad durante el ciclo. Así, incluso con un α nulo, el modelo DES tiene una dinámica más complicada que lo que se ve con Spalart-Allmaras y $k - \omega$ SST.

Al incrementar en 10° el α se tiene un incremento bastante considerable en la amplitud de las órbitas, superponiéndose con mayor frecuencia las trayectorias. En los 3 puntos de monitoreo se identifica también que se extiende la distribución del espacio de fases. En la proximidad del perfil

se observa una familia de órbitas que son bastante definidas y aproximadamente elípticas. Estas orbitas giran alrededor de un núcleo muy poblado. En la estela cercana la geometría es más gruesa y asimétrica, mientras que en la estela lejana la distribución es mucho más irregular. Este hecho muestra que la dinámica depende de manera importante de la posición del punto de monitoreo. Este hecho ocurre aún cuando las frecuencias dominantes obtenidas anteriormente están dentro de bandas relativamente próximas. Por lo tanto, cuando $\alpha = 10°$, distintas regiones del flujo pueden compartir escalas temporales similares. Sin embargo, estas regiones del flujo no tienen necesariamente la misma topología en el espacio de fases. Además, este comportamiento coincide con los espectros energéticos analizados previamente. En los espectros energéticos ya se veía una mayor organización del contenido espectral y un aumento de la energía de las fluctuaciones.

Al alcanzar la pérdida, las trayectorias empiezan a adquirir un carácter irregular, donde se presencian múltiples lazos, cambios intensos en la dirección y regiones donde se concentran más los valores; especialmente en la región de la estela. En este estado ocurre un cambio importante, ya que los tres puntos tienen una estructura similar. Esta estructura está caracterizada por un núcleo denso y que tiene grandes trayectorias alrededor. Esta forma no se ve tan clara en los ángulos de ataque menores. La geometría descrita coincide con las frecuencias principales que se obtuvieron con la FFT. Para un ángulo de 16°, estas frecuencias están entre 30 y 50 [Hz]. Además coincide con el aumento de energía en las frecuencias bajas que se mostró en el espectro de energía. En la estela cercana, por ejemplo, hay un núcleo que se ubica en $v = 5$ [m/s] y $P = 750$ [Pa]. Alrededor de este núcleo hay grandes lazos que alcanzan presiones cercanas a los -1750 [Pa]. Esto podría traducirse en un estado normal de la dinámica que se altera por eventos más grandes. En la estela lejana hay una región pequeña cerca de $v = 10$ [m/s] y 800 [Pa], de donde salen trayectorias más grandes. Lo anterior podría indicar una dinámica donde estructuras pequeñas cambian o se fusionan para crear eventos muy grandes. Después, estas estructuras regresan nuevamente al centro. Al llegar a la pérdida, ocurren tres cambios importantes. En primer lugar la frecuencia característica disminuye, después la energía de las frecuencias bajas aumenta y las trayectorias en el espacio de fases se extienden mucho más.

Por último, cuando α alcanza los 20°, se aprecia que se alcanza el dominio máximo del espacio de fase. Se presentan órbitas muy dispersas sin tener una geometría definida, características de una dinámica no lineal y transitoria. Sin embargo, aunque parece haber una dispersión en el comportamiento, se sigue observando una estructura organizada. Esta consta de regiones centrales densas que están acompañadas por movimientos recurrentes de gran amplitud. Este patrón puede asociarse con la presencia de diferentes escalas temporales dentro del flujo, incluso cuando el flujo está completamente separado. Este comportamiento coincide con las frecuencias dominantes obtenidas mediante la FFT. En la cercanía del perfil, estas frecuencias están cerca de 10 [Hz]; en la estela cercana, se encuentran cerca de 23 [Hz]; y en la estela lejana, vuelven a estar cerca de 10 Hz. Por lo tanto, las regiones centrales podrían estar relacionadas con una dinámica más rápida. Mientras

tanto, las grandes oscilaciones podrían corresponder a eventos con periodos más largos, y por lo tanto, con frecuencias más bajas. En el caso de la región de la estela lejana, se observa un núcleo principal cerca de $v \approx 15$ [m/s] y $P \approx 1000$ [Pa]. Este núcleo está acompañado de órbitas de gran tamaño que abarcan desde aproximadamente -4000 hasta 4500 [Pa]. En este caso, aunque hay una dinámica rápida en la región central, la FFT puede estar dominada por las oscilaciones más lentas que están asociadas con los movimientos externos de gran amplitud.

En conjunto, los resultados obtenidos con C_p, C_f, las FFT, los espectros de energía y los diagramas de fase muestran distintas formas de ver el mismo fenómeno. Mientras que C_f muestra espacialmente cómo crece y se mueve la región separada, las FFT identifican las frecuencias más importantes. Los espectros por su parte indican cómo se redistribuye la energía entre diferentes escalas y los diagramas de fase permiten ver cómo se acoplan instantáneamente las fluctuaciones de presión y velocidad. Para el modelo DES, se observa una dinámica compleja incluso en los α bajos. Sin embargo, cuando se acerca y supera la pérdida, aparece una reorganización mucho más clara. Esta se da hacia una configuración formada por núcleos densos y grandes movimientos recurrentes. Esta diferencia es notable frente a los modelos RANS. Cabe resaltar que esta conducta es coherente con la capacidad del modelo DES de resolver estructuras de gran escala en el flujo separado. En términos físicos, los resultados sugieren una relación clara: estructuras de mayor tamaño llevan a mayores amplitudes, lo que implica periodos característicos más largos y, por consiguiente, frecuencias dominantes más bajas.

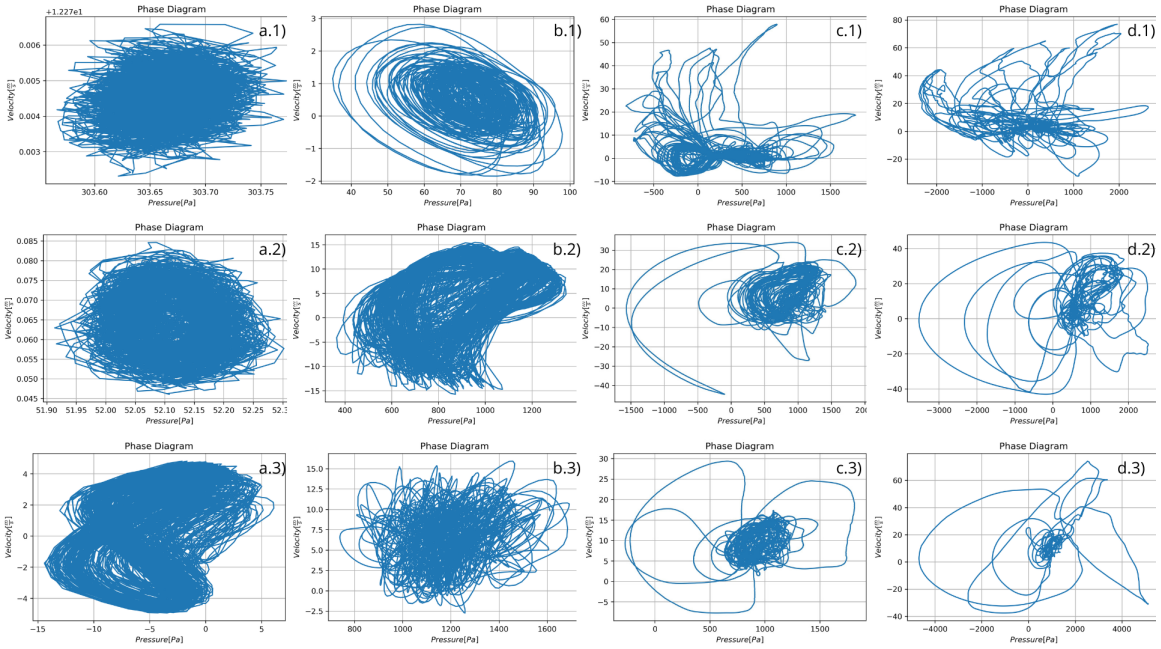


Figura 75: Diagrama de fase de la velocidad v del modelo DES (a.1. $\alpha = 0°$ en c_{w1}, a.2. $\alpha = 0°$ en c_{w2}, a.3. $\alpha = 0°$ en f_{w2}, b.1. $\alpha = 10°$ en c_{w1}, b.2. $\alpha = 10°$ en c_{w2}, b.3. $\alpha = 10°$ en f_{w2}, c.1. $\alpha = 16°$ en c_{w1}, c.2. $\alpha = 16°$ en c_{w2}, c.3. $\alpha = 16°$ en f_{w2}, d.1. $\alpha = 20°$ en c_{w1}, d.2. $\alpha = 20°$ en c_{w2}, d.3. $\alpha = 20°$ en f_{w2})

A continuación, en la tabla 28, se muestra una síntesis de la información obtenida por los diagramas de fase.

Tabla 28: Resumen de los aspectos más relevantes de los diagramas de fase

Modelo	$\alpha < 16$	$\alpha \geq 16$
Laminar	Mucha dinámica explícita	Grandes órbitas e intermitencia
Spalart-Allmaras	Fuertemente amortiguada	La dinámica no estacionaria se hace evidente cuando $\alpha = 16°$ y se intensifica a $\alpha = 20°$
$k - \omega$ SST	Amortiguada	Modo periódico muy organizado
DES	Dinámica resuelta	Núcleo multiescalas acompañado por grandes órbitas

En la tabla 29 se muestra la comparativa de los números de Strouhal calculados en la estela cercana para 3 modelos de turbulencia a diferentes α. En primer lugar se destacan los altos números de Strouhal registrados para cuando α es 0° y 10° en la aproximación laminar. El valor de este parámetro va disminuyendo conforme se aumenta el α llegando a valores ≤ 1 en la entrada en pérdida y posterior a ella. Para el modelo Spalart-Allmaras, se mantiene constante el Strouhal para los 3 primeros α, siendo que en la post-pérdida se tiene una ligera reducción. Por su parte, el modelo $k - \omega$ SST muestra valores muy similares a los obtenidos con el modelo anterior; sin embargo, se aprecia que cuando $\alpha = 20°$ se tiene un aumento considerable en el valor del Strouhal. Por último, al igual que la aproximación laminar, el modelo DES presenta valores elevados cuando α es 0° y 10°, disminuyendo a valores < 1 en la entrada en pérdida y posterior a ella.

Tabla 29: Tabla del número de Strouhal de los mejores modelos a diferentes α

Modelo	**St a 0°**	**St a 10°**	**St a 16°**	**St a 20°**
Laminar	10.19	5.73	1	0.488
Spalart-Allmaras	0.038	0.038	0.038	0.023
k-ω SST	0.028	0.038	0.038	0.58
DES	7.94	7.36	0.8	0.54

6.6. Visualización de estructuras turbulentas y campos de vorticidad

En la figura 76 se muestra la comparativa de los contornos de vorticidad capturados por 3 modelos de turbulencia a un $\alpha = 20°$. De manera general se observa que en los cuatro casos se presenta una separación notable del flujo sobre el perfil y se forma una estela con vórtices aguas abajo; cómo se representa la vorticidad es lo que difiere entre los modelos. En primer lugar, para la aproximación laminar (a), se registra un gran número de vórtices pequeños e irregulares en la última zona del perfil y que posteriormente van incrementando en tamaño en la zona de estela. El modelo Spalart-Allmaras (b) presenta una vorticidad más suave y continua, estando la mayor parte concentrada sobre la superficie del perfil y en la capa de corte superior. Incluso se destaca que en la región de la estela los vórtices son casi nulos a comparación de la aproximación laminar. El modelo $k - \omega$ SST (c) logra capturar muy bien la separación, teniendo la formación de vórtices de gran tamaño y que podrían considerarse coherentes en la estela. Al igual que en el modelo Spalart-Allmaras, los máximos niveles de vorticidad se concentran próximos al perfil y después se da el desprendimiento de grandes remolinos. El caso del modelo DES (d) es el más interesante, ya que se muestra una estela compleja y con un abundante número de estructuras de diferentes escalas. El modelo logra captar de una manera muy definida los pequeños remolinos junto al perfil, donde conforme uno avanza aguas abajo podrá encontrarse con estructuras de un mayor tamaño.

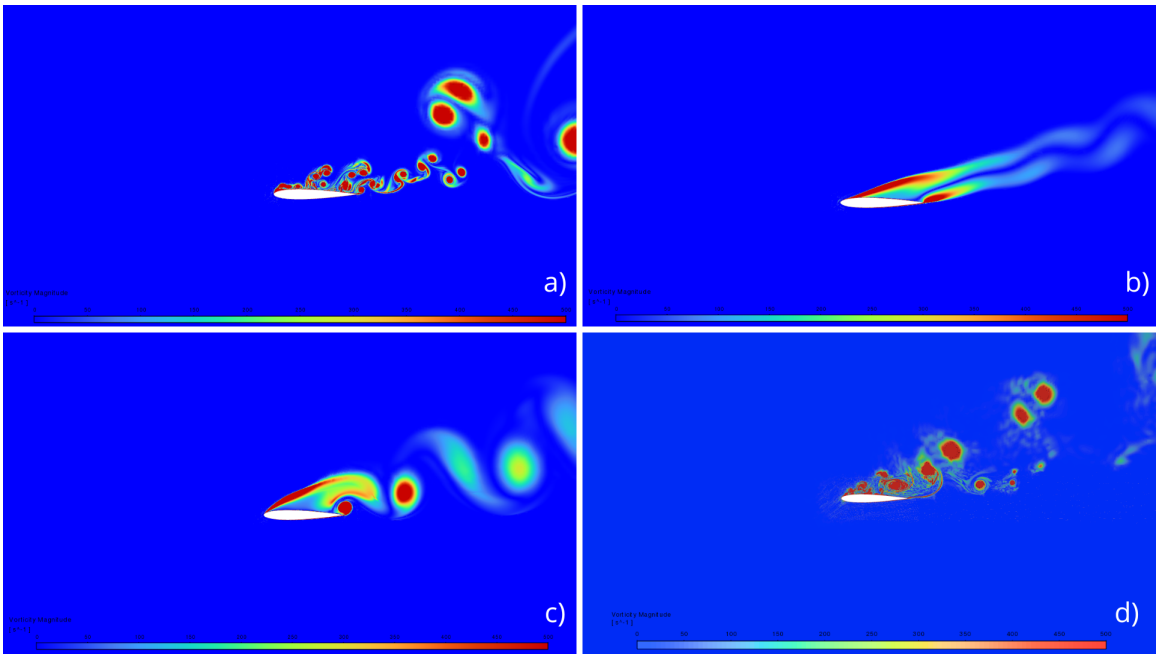


Figura 76: o0

En la figura 77 se muestra la comparativa de las capas de corte capturadas por 3 modelos de turbulencia a un $\alpha = 20°$. La aproximación laminar (a) muestra una capa de corte que está muy bien desarrollada y que presenta abundantes vórtices de gran tamaño y alta vorticidad. Se observa también que la separación abarca una región importante y que se presentan claras zonas de recirculación. En el modelo Spalart-Allmaras (b) la capa de corte se ve uniforme e incluso se observa que está adherida al borde de ataque del perfil. El modelo no logra capturar vórtices de gran tamaño y la vorticidad sigue una distribución relativamente continua. Un caso muy similar tenemos para el modelo $k - \omega$ SST (c), donde la capa de corte presenta un comportamiento estable y la distribución de la vorticidad también es relativamente suave en el perfil. Por último, el modelo DES (d) presenta una capa de corte bastante irregular, donde abundan vórtices de diferentes tamaños y la distribución de la vorticidad ya no es suave sino compleja.

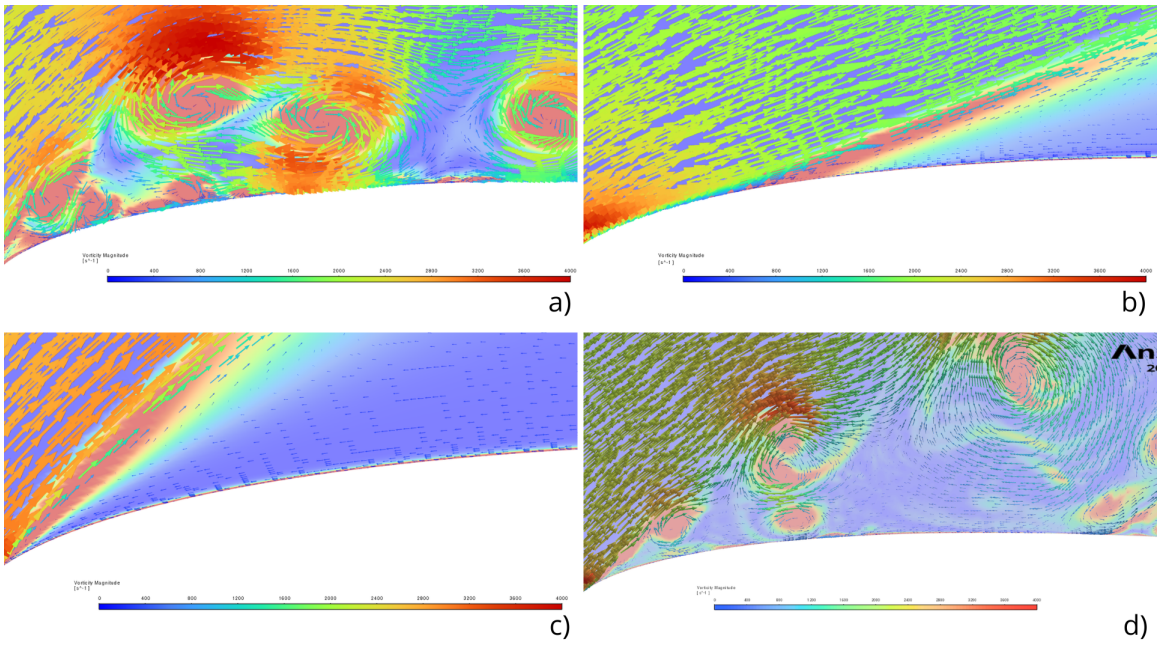


Figura 77: Capa de corte a un $\alpha = 20°$ (a. Laminar, b. Spalart-Allmaras, c. $k - \omega$ SST, d. DES)

Para lograr capturar el decaimiento de la vorticidad en diferentes regiones de la estela, se trazaron 3 lineas paralelas cuyos orígenes se encontraran en distintos puntos del perfil. La línea 1 inicia en el borde de salida, la línea 2 a mitad del perfil, mientras que la línea 3 lo hace a un cuarto de éste. Cabe destacar que los cuatro puntos de monitoreo se encuentran sobre la línea 1. En la figura 78 se ejemplifica gráficamente lo descrito anteriormente utilizando los resultados de la aproximación laminar. El procedimiento anterior se aplicó para la aproximación laminar y los modelos de turbulencia Spalart-Allmaras, $k - \omega$ SST y DES.

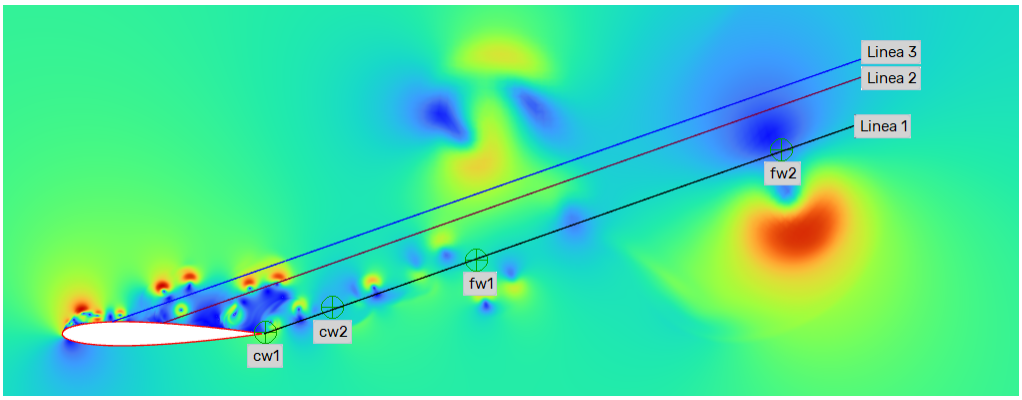


Figura 78: Ubicación de las líneas y puntos de monitoreo para la captación de la vorticidad

El caso más interesante se registra en la línea 1, por lo que en la figura 79 se muestra el decaimiento de la vorticidad en la estela a un α de 20° para 3 modelos de turbulencia. La aproximación laminar

(negro) se caracteriza por tener una cantidad considerable de picos de gran amplitud e irregulares. Se logran identificar varios máximos de vorticidad en diferentes puntos de la estela como lo son a $x \approx 1.25, 1.5$ y 1.85 [m]. Al pasar la barrera de los $2[m]$, se observa que la vorticidad va disminuyendo considerablemente. El modelo Spalart-Allmaras presenta un comportamiento completamente distinto (azul oscuro) pues el decaimiento se da de una manera progresiva y suave. Los valores más elevados se presentan en la proximidad del perfil y va disminuyendo conforme se avanza en la estela, sin presentar oscilaciones notables. El modelo $k-\omega$ SST registra un comportamiento oscilatorio, donde se tiene máximos y mínimos prácticamente en toda la estela. Si bien los picos van disminuyendo conforme se va aumentando la distancia, se debe hacer notable que se reportan variaciones importantes en la vorticidad incluso hasta los 4 [m]. Por último, el modelo DES muestra valores altos muy cerca del perfil y, a continuación, se tiene una rápida disminución. Luego surgen fluctuaciones de menor amplitud, que sugieren la existencia de vórtices en la estela.

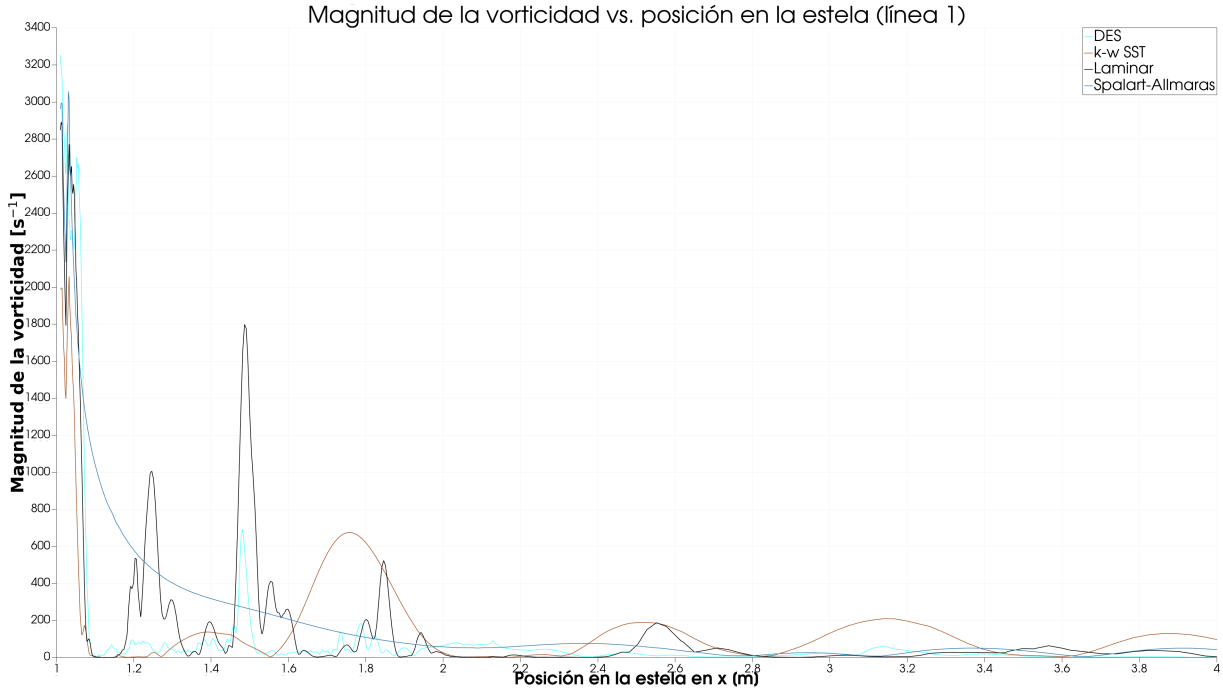


Figura 79: Decaimiento de la vorticidad en la estela a $\alpha = 20°$ en la línea 1 (a. Laminar, b. Spalart-Allmaras, c. $k-\omega$ SST, d. DES)

6.7. Evaluación del costo computacional y eficiencia numérica

En la tabla 30 se muestran los valores de los parámetros utilizados para evaluar el costo computacional requerido por los nueve modelos de turbulencia. Es importante remarcar que en la columna de almacenamiento total se reporta la cantidad de espacio que ocupó cada modelo para el barrido completo del α de -12° a 20°, mientras que el tiempo total de cómputo promedio corresponde a la duración media para cada α. En primera instancia, se reconoce una diferencia importante en cuanto a las magnitudes registradas según el tamaño de paso de tiempo utilizado. Los modelos RANS y de transición presentan un tiempo de cálculo relativamente bajo, estando entre 7 y 15 horas por α. El modelo $k-\varepsilon$ estándar es el único de los modelos mencionados anteriormente que tiene un factor de costo relativo que representa el doble de tiempo que el modelo más rápido. El rango de almacenamiento total de estos modelos está entre los 200 y 400 [GB], siendo que para el barrido completo del α de estos siete modelos se requieren 2 [TB] aproximadamente. Los modelos híbridos presentan un alto tiempo total de cómputo por α, siendo que cada simulación requiere entre 9 y 14 días para terminar de simular 1 [s] de flujo, lo que representa entre 33 y 47 veces más que el modelo que menos tiempo requiere. Analizando el almacenamiento, el barrido completo del α para uno de estos modelos requiere el mismo espacio que el de todos los modelos RANS y de transición.

Tabla 30: Costo computacional

Modelo de turbulencia	Paso de tiempo Δt [s]	Tiempo total de cómputo promedio (horas)	Factor de costo relativo	Almacenamiento total [GB]
Spalart-Allmaras	1×10^{-3}	11	1.57	250
k-ϵ estándar	1×10^{-3}	15	2.14	204
k-ω SST	1×10^{-3}	8	1.14	272
GEKO	1×10^{-3}	7	1	272
k-kl-ω	1×10^{-3}	12	1.71	340
Transition SST	1×10^{-3}	11	1.57	323
RSM	1×10^{-3}	11	1.57	391
SAS	1×10^{-6}	330	47.14	2040
DES	1×10^{-6}	235	33.57	2091

En la figura 80 se muestra la gráfica de eficiencia y evaluación del costo computacional de los modelos evaluados. Sobre el eje x se muestran los nueve modelos de turbulencia, sobre el eje y (izquierdo, barras) el tiempo de cómputo promedio en horas por cada simulación y sobre el eje y (derecho, línea) el % de error global. Al igual que en la tabla anterior, se reafirma que los modelos RANS y de transición tienen un tiempo de cómputo relativamente bajo con una duración que se aproxima a medio día por caso simulado; mientras que los modelos híbridos pueden tardar hasta dos semanas por corrida. En lo que respecta al % de error global, se puede apreciar que el modelo DES es el que menos se aleja de los valores reales, seguido de los modelos $k-\omega$ (SST y GEKO); por otro lado el modelo $k-kl-\omega$ presenta un % de error global inaceptable ($>15\,\%$).

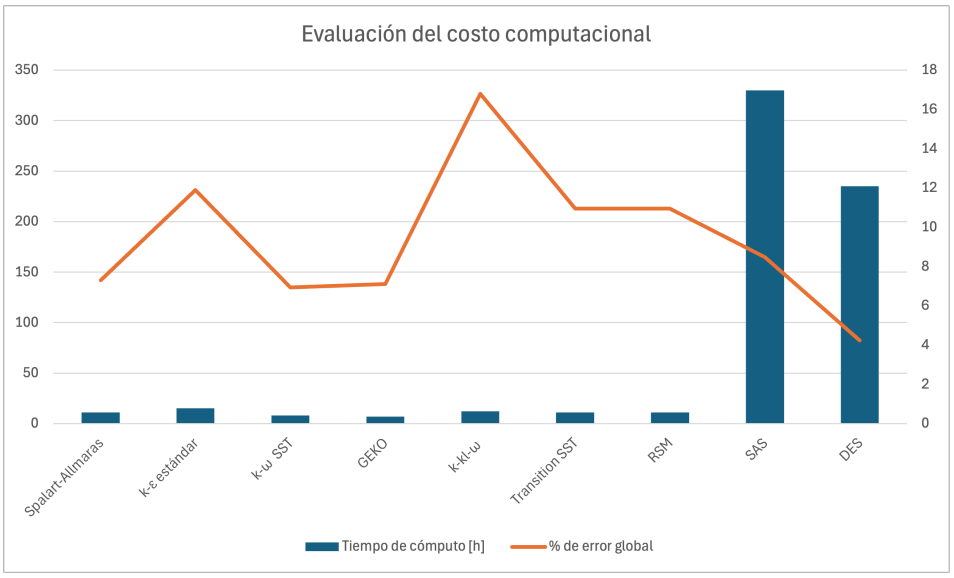


Figura 80: Gráfica de eficiencia y evaluación del costo computacional

7. Discusión

7.1. Interpretación física de las diferencias entre modelos

La figura 37 sugiere que la manera en la que los modelos logran estimar la sustentación es muy similar siempre y cuando el flujo esté adherido, pues en este estado la naturaleza del flujo no es tan sensible a las diferencias en el modelado de turbulencia. No obstante, conforme se va incrementando el α y el perfil se acerca a experimentar la separación y pérdida, las diferencias se hacen cada vez más notables. Por lo tanto, los resultados que se obtengan relacionados al comportamiento después de que comience a separarse el flujo estarán estrictamente ligados a la manera en que el modelo logre capturar los fenómenos de gradiente adverso de presión, el crecimiento de la capa límite y, por supuesto, la separación del flujo. Lo anterior sugiere que, si se desea conocer bien las limitaciones y ventajas de un modelo, éste debe ser evaluado en condiciones donde se presenten estas condiciones que permitan caracterizar parámetros tan importantes como el $C_{l,max}$ y el α_{stall}.

Por otro lado en la figura 39 se confirma que la manera en la que se estima el arrastre es más sensible al modelo de turbulencia que la estimación de la sustentación, principalmente a altos valores de α. Nuevamente cuando el flujo está adherido las diferencias entre los modelos son mínimas; sin embargo, conforme se va aproximando a la separación de la capa límite, las maneras en las cuales las diferentes formulaciones predicen el arrastre empiezan también a diferir entre sí. Es muy visible que algunos modelos sobreestiman en gran medida el valor del C_d cuando se acerca al α_{stall}. Lo anterior también podría relacionarse a cómo los modelos logran representar la separación y las pérdidas viscosas y de presión en la región de la estela. Los modelos que sí logran acoplarse a la curva experimental son los que sí logran reproducir de una mejor manera la forma en la que va evolucionando el flujo al ir variando el α. Dicho lo anterior, se fundamenta la importancia de considerar tanto el C_l como el C_d en la evaluación, ya que un modelo puede lograr estimar de gran manera la sustentación y, a su vez, mostrar diferencias importantes en el cálculo del arrastre.

En la figura 41 se observa cómo logran corresponderse de manera adecuada la mayoría de las polares obtenidas con la polar experimental en la región de sustentación baja y moderada. Mientras el flujo no se separe, los modelos llegarán a reproducir de manera similar el balance entre la generación de sustentación y penalización por arrastre. Sin embargo, y como se ha venido mencionando, al alcanzar la pérdida los efectos del desprendimiento de la capa límite ya juegan un rol importante y las diferencias se acentúan más. Se señala entonces cómo los modelos $k-\varepsilon$ estándar y RSM sobreestiman el arrastre en distintos niveles de la sustentación, y se destaca lo bien que logran aproximarse los modelos DES, SAS, $k-\omega$ y Spalart-Allmaras a la referencia experimental, indicando una buena representación general de la relación C_l y C_d en el intervalo de α analizado.

Analizando la información que se proporciona en la tabla 18 resulta más que claro que ningún modelo es necesariamente óptimo en todos los parámetros, por lo que se tiene más de una consideración para evaluar el modelo. Por ejemplo, los modelos SAS y Spalart-Allmaras son los que menos se alejan del $C_{l,max}$ experimental, pero también no logran predecir el α_{stall} adecuadamente, retrasándolo 2°. Por su parte, el modelo DES parece ser el que tiene el comportamiento más consistente, pues mantiene un % de error bajo del $C_{l,max}$ (2.16 %) y logra predecir correctamente el α en el que debería experimentarse la pérdida (16°), pero falla al sobreestimar ligeramente el arrastre cuando el α es nulo. También resaltan los resultados obtenidos del modelo Transition SST, que ofrece una buena estimación de la sustentación máxima y del arrastre cuando la incidencia es nula, pero retrasando hasta los 18° la entrada en pérdida. Hay formulaciones que fallan en intentar estimar simultáneamente dos o más parámetros, siendo los que más se alejan los modelos $k-\varepsilon$ estándar, RSM y $k-kl-\omega$. Sería un error muy grande basar el rendimiento de un modelo exclusivamente en el porcentaje de error del $C_{l,max}$, se deben tomar en cuenta cuántos de estos parámetros (sustentación, arrastre y separación del flujo) logran reproducir de manera simultanea.

La figura 42 es el primer acercamiento donde visualmente se pueden observar las diferencias en cómo se representa la separación de la capa límite y la dinámica no estacionaria del flujo cuando se alcanza experimentalmente la pérdida. Como era de esperarse la succión intensa presente en el borde de ataque es ocasionada por la aceleración del flujo alrededor del perfil. El gradiente adverso de presión que se empieza a desarrollar es lo que facilitará el crecimiento y la separación de la capa límite más adelante. Los modelos Spalart-Allmaras y $k-\omega$ (SST y GEKO) muestran campos suaves que van de acuerdo a lo que se espera de los modelos RANS, ya que al ser en esencia promediados se suelen suavizar las fluctuaciones. El modelo DES presenta una mayor variabilidad espacial, que también va de acuerdo a las expectativas que se tienen sobre una representación más completa de la dinámica no estacionaria en diferentes puntos del flujo por parte de los modelos híbridos. No debe uno dejarse llevar por las estructuras coherentes que se observan en el contorno de la aproximación laminar, pues están más ligadas a la inestabilidad del flujo separado que propiamente a la representación de la turbulencia. Observando todo en su conjunto, queda más claro que la predicción de la distribución de la presión también está ligada a la forma en la que se trata a la turbulencia y, para este caso donde $\alpha = 16°$, la separación.

En la tabla 19 se reúnen los % de error de los parámetros aerodinámicos más importantes con la finalidad de observar su comportamiento y posteriormente identificar qué aspecto de la aerodinámica representa adecuádamente cada formulación. Se puede observar que todos los modelos tuvieron un buen desempeño al momento de calcular la pendiente de la región lineal de la curva de sustentación ($C_{l\alpha}$), por la baja dispersión entre los valores. Elegir este parámetro como discriminante sería un error considerando que ya se ha demostrado la gran capacidad de todos los modelos de representar el flujo cuando aún está adherido. La evaluación entonces debe utilizar ya sea un índice más sensible (C_{d0}) o conjuntar dos parámetros despues del regimen lineal ($C_{l,max}$ y α_{stall}).

Otra prueba de que todos los modelos muestran dos regiones de comportamiento distintas se da al analizar la evolución del error en la figura 44. La primera se presenta cuando el α toma valores bajos y moderados, donde se observa que los C_l obtenidos logran estimarse sin mucho inconveniente, siendo que las diferencias de las distintas formulaciones con respecto a los valores experimentales no son significantes. La transición a la segunda región es muy fácil de identificar, pues a partir de los 12° las curvas empiezan a separarse a causa de la pérdida progresiva de la robustez predictiva conforme el flujo se aproxima al régimen de pérdida. En esta parte de la gráfica es donde se logra capturar como pequeños cambios en la evolución espacio-temporal de la separación se traducen en grandes cambios en el cálculo de la sustentación. Algo que se debe tomar muy en cuenta es que se da el caso en el cual el modelo con menor error no es necesariamente el mismo para todos los ángulos, lo que da pie a concluir que la precisión de un modelo estará en función del α al que se someta el perfil. Los resultados anteriores han permitido observar qué tan estable es la precisión de los modelos a lo largo de todo los ángulos de incidencia analizados, complementando de mejor manera el análisis de parámetros puntuales en condiciones específicas.

Si se observa la figura 46 se dará uno cuenta que existe una correlación global alta siempre y cuando la respuesta aerodinámica se encuentre dentro de la región lineal, lo que lleva a pensar que los distintos modelos logran aproximarse mucho en retratar cómo el ángulo de incidencia va afectando la generación de sustentación en condiciones de flujo adherido. Es muy notable el origen de ramificaciones o cambios de dirección al alcanzar C_l elevados, los cuales son otra clara prueba de que la correspondencia sufre grandes afectaciones al transicionar al regimen no lineal. A causa de que cada modelo tiene una manera diferente de representar la transición hacia la pérdida y la evolución de la sustentación se da pie a que un mismo valor experimental tiene asociadas diferentes predicciones numéricas. Para este caso particular sí existe una fuerte correlación lineal, pero solo en la región lineal, lo que no garantiza una buena estimación del C_l en las condiciones próximas y posteriores a la pérdida. Dicho lo anterior, la evaluación no puede limitarse únicamente a la correlación de los coeficientes, sino que también debe venir acompañada de otras métricas y parámetros que permitan explorar el régimen no lineal.

La tabla 20 permite comparar el RMSE, el % de error global, la desviación máxima y el α asociado. Calcular estas métricas es necesario para evaluar la precisión promedio a lo largo de todo el barrido de α y la sensibilidad cuando se suscitan condiciones aerodinámicas particulares. Claramente el ganador en este análisis es el modelo DES, ya que es el modelo que menor RMSE y menor % de error global registra; estableciéndolo como un modelo de rendimiento constante a lo largo de la incidencia al acumular menos discrepancias con respecto a los datos experimentales. Nuevamente nos encontramos con otra evidencia de que la principal fuente de incertidumbre de los modelos está en la región de pérdida y post-pérdida, ya que se concentran las desviaciones máximas entre 16° a 20°. Se advierte que el RMSE o el % de error global no deben usarse de manera aislada, pues el modelo GEKO tiene un % de error global bajo y una desviación puntual moderada.

En la figura 48 se muestra que, a 10°, las diferencias en cómo los diferentes modelos logran estimar el C_p a lo largo de la cuerda adimensional están relacionadas a la manera en que predicen el comportamiento del flujo en la región del borde de ataque y del gradiente de presión sobre el extradós. Es notable que la manera en la que se captura la distribución en el intradós no se ve tan afectada por la formulación usada. La mayor parte de los modelos sobreestiman el pico de succión, lo que podría traducirse en un cambio en la carga local sobre esta sección incluso cuando el C_l sea parecido al experimental. Conforme el flujo se dirige hacia el borde de salida se visualiza que existe una convergencia al notar la disminución de las diferencias. Con todo lo dicho anteriormente, se debe rescatar entonces que una buena predicción del C_l no implica necesariamente que la distribución de la presión sea igualmente precisa. El C_p representará un complemento a los parámetros descritos anteriormente y será clave para identificar en dónde surgen las mayores diferencias entre los modelos y los datos experimentales.

El análisis anterior fue realizado aún considerando los nueve modelos de turbulencia, de ahora en adelante sólo se tomarán en cuenta los de mejor rendimiento. Para lo que se ilustra en la figura 49, donde se ve una fuerte semejanza entre los modelos cuando el α es nulo, se puede afirmar que bajo esta condición la elección del modelo de turbulencia no ejercerá una influencia grande sobre la distribución de presión. Lo anterior resulta predecible ya que en este régimen aerodinámico no se presentan los efectos marcados de la separación que sí se hacen evidentes cuando el ángulo de incidencia es alto. En el borde de ataque pueden percibirse discrepancias que podrían ser ocasionadas por la sensibilidad de la región asociada a la resolución espacial y a cómo se representa el gradiente de presión característico del punto de estancamiento y a la aceleración inicial del flujo. Si bien podría decirse que las desviaciones observadas en el borde de ataque son mínimas, se hacen incluso más evidentes las presentes en el borde de salida, pues no se limitan a un solo modelo. Considerando que este comportamiento no es exclusivo de una formulación la causa puede localizarse en la configuración numérica, la geometría o, lo más probable, que las condiciones bajo las cuales se llevaron a cabo las pruebas experimentales no sean del todo coincidentes con las de la simulación. El análisis refleja que las diferencias entre los modelos son menores que las diferencias entre los modelos y los datos experimentales; particularmente en los bordes de ataque y de salida.

En la figura 50 se observa que, a diferencia del caso anterior, cuando el $\alpha = 10$ se observa una asimetría considerable en la presión entre el extradós y el intradós que resulta en la generación de sustentación. Muy parecido al caso anterior se logran observar diferencias marcadas en el extradós cerca del borde de ataque que resaltan lo sensible que es esta zona al tratamiento de la turbulencia, principalmente ocasionada por la fuerte aceleración inicial del flujo y a cómo después se recupera bajo un gradiente adverso de presión. Sin embargo, es importante remarcar que es algo bueno que estas diferencias se presenten en el pico de succión y que después las distribuciones sean muy semejantes en el resto de la cuerda, pues demuestra que las discrepancias entre los modelos son locales y no uniformes sobre toda la superficie.

Al alcanzar el α_{stall} experimental, tal y como se muestra en la figura 51, la capa límite va evolucionando bajo un fuerte gradiente adverso de presión y se empiezan a notar diferencias importantes en el extradós, haciendo evidente la sensibilidad de las predicciones ante estas condiciones. Los modelos logran recuperar de manera más rápida el C_p, indicando distribuciones de carga diferentes a la experimental sobre buena parte del perfil. Es interesante ya que estos resultados se dan incluso considerando el buen desempeño que tuvieron los modelos al aproximar la sustentación. Dentro de la gráfica también destaca el comportamiento del modelo DES, donde se logran identificar oscilaciones espaciales del C_p hacia la mitad posterior del extradós. Esto es prueba de la presencia de estructuras no estacionarias que acompañan a la capa de corte separada y cómo esta interactúa con el perfil. Los otros modelos no tienen este comportamiento ya que suavizan considerablemente la distribución del C_p. En este punto ya no sólo resulta fundamental capturar correctamente el punto de succión, sino también la forma y la velocidad con la que se recupera la presión aguas abajo, ya que la forma en la que vaya evolucionando estará ligada a la ubicación y dinámica de la separación y, por ende, a la pérdida de sustentación.

En la figura 52, muy similar a lo visto en la figura 42, se observan diferencias en los contornos de presión que están asociadas a las distintas capacidades de los modelos para capturar las estructuras turbulentas no estacionarias ligadas con la separación del flujo cuando el α de incidencia alcanza el α_{stall} experimental. Los modelos Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST, GEKO y SAS ilustran un campo muy uniforme donde estos suavizan el campo de presión, lo que sugiere que las fluctuaciones instantáneas son prácticamente ignoradas y actúa en mayor medida el modelado turbulento. Resulta muy diferente lo que ocurre en el modelo DES, donde se logran resolver las estructuras turbulentas de gran escala, especialmente las que están fuera de la región próxima a la pared. Precisamente lo anterior es lo que justifica la presencia de las oscilaciones observadas en la distribución del C_p en la figura 51 y las perturbaciones de presión en la estela. En la aproximación laminar también se alcanzan a visualizar estructuras no estacionarias, pero no deben tomarse necesariamente como una representación más realista de la turbulencia, sino que su origen podría estar más ligado a la ausencia de un mecanismo de modelado que represente la transferencia y disipación turbulenta de energía. Los contornos de los 5 modelos comprueban que, sin importar que hayan tenido estimaciones muy similares en magnitudes aerodinámicas globales, las formulaciones pueden diferir en el método en el que retratan la dinámica del flujo separado.

Con base en el análisis de la tabla 21 resulta evidente el fortalecimiento de la aceleración del flujo sobre el extradós al ir aumentando el α, pues se percibe el desplazamiento del punto de succión ($C_{p,min}$) hacia el borde de ataque y un considerable aumento en su magnitud. Algo sumamente curioso es que cuando se alcanza la pérdida, una condición aerodinámica sumamente exigente, los modelos logran estimar con un error $< 5\,\%$ el valor experimental del pico de succión; no obstante, erran en casi un orden de magnitud la posición del mismo. Dicho lo anterior, los modelos logran estimar parcialmente bien el fenómeno local de succión en el borde de ataque.

En la figura 53 se observa que, por la silueta de los perfiles, el flujo sobre la parte superior del perfil permanece fuertemente acelerado cuando $x = 0.25$c. Esto resulta coherente con la intensa succión que se presenta durante la pérdida. Para este punto, las diferencias que presenta cada formulación están vinculadas a cómo cada modelo representa el transporte de cantidad de movimiento y la difusión turbulenta dentro de la capa límite. Dos modelos en particular (DES y GEKO) presentan un desplazamiento considerable con respecto a las otras curvas, indicando una diferencia en el espesor de la región de corte y en cómo se desarrolla esta respecto a los otros modelos. Cabe recalcar que en esta ubicación de la cuerda ninguna curva presenta inversión de la velocidad, dando a entender que no existen pruebas de reversión de flujo en este punto. La separación entonces se dará en sitios posteriores al primer cuarto de la cuerda cuando $\alpha = 16°$.

Cuando se grafica el perfil de velocidad adimensional a la mitad de la cuerda, tal y como se muestra en la figura 54, se percibe una separación importante entre las curvas, indicando que las diferencias entre los modelos empiezan a ser más importantes. Lo anterior podría deberse al desarrollo de un gradiente adverso de presión o al engrosamiento de la capa límite. En cuanto a los modelos RANS y SAS se refieren, se nota que sus perfiles conservan una mayor cantidad de movimiento. Nótese que el modelo GEKO nuevamente produce una pérdida de velocidad más pronunciada en comparación a los otros modelos RANS y SAS. Resalta mucho el intenso déficit de velocidad que se obtiene utilizando el modelo DES que podría estar captando una región de flujo mucho más desacelerada y una capa de corte más desarrollada. No resulta insensato asumir que esto puede estar relacionado con el inicio o la evolución de la separación. Algo que también resalta del perfil DES son las pequeñas oscilaciones que ningún otro modelo registra, fruto de la resolución de estructuras no estacionarias. Aún no se cumple que $u/U_\infty < 0$, por lo que no puede afirmarse únicamente a partir de estos perfiles que exista un flujo reverso a la mitad de la superficie; aunque sí existe una ausencia importante de cantidad de movimiento en el modelo DES.

En la figura 55, cuando se encuentra uno en el tercer cuarto de la cuerda, se ven velocidades longitudinales negativas en el modelo DES, lo que ya es una prueba directa del flujo reverso. Como era de esperarse, esta formulación no falla al pronosticar la separación desarrollada en el extradós. Conforme se va aumentando y/c se obtiene una recuperación de u/U_∞ haciendo notar la región de recirculación del flujo exterior y también la posible presencia de una capa de corte que separa ambas zonas. Ni los modelos RANS ni el modelo SAS registran una inversión en la velocidad en esta posición; lo único que logra destacarse es un déficit en la formulación GEKO que sugiere una desaceleración considerable en la capa límite. Analizando el comportamiento descrito anteriormente se afirma que las discrepancias entre los modelos tienden a aumentar conforme se va acercando uno al borde de salida. El DES captura la separación más intensa cuando $\alpha = 16°$, mientras que en los otros modelos ya empieza a hacerse evidente el comienzo de la posible separación en secciones posteriores.

El último punto de la cuerda evaluado es a 0.95c y el comportamiento obtenido, visualmente plasmado en la figura 56 señala que la capa límite se ha engrosado y se encuentra próxima a la separación o ya está separada. Lo anterior se fundamenta en que algunos modelos muestran velocidades muy pequeñas e incluso se tienen valores negativos cercanos a la pared. El modelo GEKO estima un déficit de cantidad de movimiento pronunciado aunque posteriormente empieza a recuperarse hacia el flujo exterior. Sin duda alguna el comportamiento más interesante y particular lo tiene el modelo DES, cuya curva no monótona indica que se captura una región más compleja. Se aprecian máximos y mínimos de velocidad en diferentes alturas cuyo origen podría estar relacionado con una zona de recirculación y una capa de corte desprendida sometida a vórtices no estacionarios. Ya con el panorama completo de los cuatro puntos analizados anteriormente se comprueba que la región de bajo momento va creciendo conforme el flujo se acerca hacia el borde de salida.

En la figura 57 se observa cómo va disminuyendo el C_f sobre la parte superior del perfil a causa de la reducción del esfuerzo cortante en la pared causada por la desaceleración de la capa límite bajo un gradiente adverso de presión. Cuando el valor de C_f alcanza un valor nulo es un claro indicio de la separación, mientras que cuando se tienen valores negativos de C_f se da la inversión del esfuerzo cortante y, en consecuencia, se origina la reversión del flujo. Ya no sorprende apreciar el comportamiento oscilatorio en la respuesta del modelo DES, donde los cambios de signos representan una dinámica no estacionaria al superar la mitad del perfil. Este comportamiento nuevamente es explicado por la separación, recirculación y el paso de vórtices sobre la superficie. Recordando los perfiles adimensionales que fueron obtenidos al mismo α se puede ratificar que el modelo DES es capaz de resolver la separación de una forma más dinámica; mientras que los modelos RANS y el SAS generan una evolución más suave y uniforme del esfuerzo cortante. Cabe aclarar que los datos recopilados son en un instante específico de tiempo ($t = 0.8[s]$), por lo que se limitará a identificar el punto de separación cuando $C_f = 0$.

Cuando el α de incidencia se coloca en 18°, el flujo se sitúa en un estado de separación avanzada, donde incluso los modelos RANS y SAS se acercan a $C_f = 0$ y posteriormente cambian de signo, tal y como se evidencia en la figura 58. Lo anterior coincide con la sustentación máxima registrada para los modelos en la tabla 18. Como se mencionó anteriormente, un cambio en el signo de C_f se traduce en la inversión del esfuerzo cortante que, a su vez, demuestra la separación del flujo. Un punto importante a aclarar está relacionado con el comportamiento del modelo DES y sus múltiples oscilaciones alrededor de $C_f = 0$; pues esta conducta no se debe interpretar como la existencia de múltiples puntos de separación y readherencia. Mas bien esta forma de la curva está vinculada a una capa de corte altamente no estacionaria, donde los vórtices que se van desprendiendo y transportando afectan directamente el esfuerzo cortante sobre el perfil.

En la figura 59 se observa que ahora sobresalen los valores negativos del C_f en una gran parte de la parte superior del perfil sugiriendo la existencia de flujo reverso y separación extensa de la capa límite, que va de acuerdo al comportamiento esperado de un perfil que ha sobrepasado el punto en el cual se presenta la pérdida. Es evidente que existen diferencias importantes en la manera en que cada modelo representa la separación y la posterior recuperación del flujo bajo un fuerte gradiente adverso de presión; lo que se traduce en diferencias importantes entre las curvas, incluyendo los modelos RANS. Nuevamente el modelo DES ofrece un comportamiento oscilatorio que está vinculado con la captura detallada del desprendimiento y el tránsito de vórtices que provocan cambios en el esfuerzo cortante y una variación en la dirección del flujo, algo que es muy característico de una dinámica no estacionaria.

Al analizar cómo va cambiando la ubicación del punto de separación en la tabla 22 se concluye que éste se va desplazando hacia el borde de ataque conforme se va aumentando el α, traduciéndose en un aumento progresivo de la región separada. Al principio, cuando el $\alpha = 16°$ se da principalmente una separación en la parte posterior del perfil; no obstante, al ir aumentando el α también se va incrementando la magnitud de dicha separación, teniendo una separación mediana a $18°$ y una separación másiva cuando $\alpha = 20°$. Dicho comportamiento va de acuerdo a la naturaleza de un perfil que se acerca a la pérdida, pues bajo estas condiciones es muy difícil que la capa límite continúe adherida a la superficie por el aumento en el gradiente adverso de presión. Lo anterior comprueba que la estimación del punto donde se origina la separación sí es sensible a la formulación de la turbulencia cuando se sitúa cerca de la pérdida o después de ella. Por una parte, el modelo SAS demora considerablemente el registro de la aparición del flujo reverso, siendo que presenta una diferencia muy marcada con los otros modelos cuando el $\alpha = 20°$. Por otra parte, el modelo DES logra detectar el fenómeno de reversión incluso desde que $\alpha = 16°$. Con base en todo lo descrito, aunque las distintas formulaciones concuerdan en que la separación va avanzando hacia el borde de ataque con el aumento de la incidencia, difieren en manera importante en la rapidez con que predicen dicha progresión.

En la figura 60 se observan contornos de velocidad muy similares entre sí por parte de los modelos RANS y el modelo SAS indicando que, cuando el $\alpha = 0$, la naturaleza del flujo está caracterizada por una adherencia mayoritaria y una estabilidad aerodinámica. Como se ha visto en análisis anteriores, el rol que juegan las distintas formulaciones no es tan importante bajo estas condiciones, pues se observa que las diferencias son mínimas en los retratos generales del campo de velocidad. Por el ancho de la estela, la cual es delgada en este punto, se comprueba el déficit de momento reducido y, evidentemente, la falta de una región de separación. Resultan muy evidentes las estructuras presentes en la aproximación laminar. Nuevamente se hace énfasis en que éstas podrían estar relacionadas a que no se tiene una formulación que logre representar la difusión y mezcla de las perturbaciones, dejando que éstas permanezcan visibles. La dinámica de los vórtices es todavía muy pequeña a $0°$ y prueba de ello son las pequeñas ondas que el modelo DES captura en la estela.

Al aumentar el ángulo de incidencia hasta 10°, tal y como se muestra en la figura 61, se logra un aumento en la sustentación que en los contornos de velocidad se visualiza con una clara asimetría entre el extradós y el intradós, que va junto a una desviación notable de la estela comparada con su anterior posición cuando α era nulo. Aunque el gradiente adverso de presión al que se somete el flujo sobre la parte superior del perfil ha aumentado bajo estas nuevas condiciones, se observa que los modelos RANS y SAS siguen teniendo una estela relativamente delgada y organizada, por lo que se intuye que la capa límite se sigue conservando adherida en su completitud bajo este estado. Si bien los modelos mencionados anteriormente tienden a suavizar tanto la capa de corte como la estela no ocurre lo mismo con el modelo DES, que alcanza a percibir el inicio de actividad no estacionaria al empezar a resolver estructuras coherentes relacionadas con estas dos regiones. Se percibe un aumento notable de esta actividad por parte de la aproximación laminar ya que no se cuenta con un mecanismo para modelar la difusión turbulenta. En conclusión, más que en la estructura del flujo que envuelve al perfil, las diferencias más notables bajo estas condiciones se dan en la manera en la cuál se logra captar la dinámica en la estela.

En la figura 62 se observa que, al situar el perfil a 16°, el flujo entra en un estado próximo a la pérdida, donde el factor de la separación empezará a tomar un rol de mayor importancia. El crecimiento de la capa límite que está bajo los efectos del intenso gradiente adverso de presión y el progreso de una zona separada en la segunda mitad del perfil se visualizan mediante la zona de baja velocidad observada sobre el extradós. Nuevamente los modelos RANS y SAS presentan campos uniformes característicos de la naturaleza estadística de sus respectivas formulaciones de la turbulencia, lo que se traduce en un suavizado de las estructuras cuando el flujo se separa. Por otra parte el modelo DES, logra capturar la inestabilidad de la capa de corte, la formación de vórtices y su posterior transporte hacia la estela gracias a la naturaleza de su formulación que permite resolver las grandes escalas turbulentas al alcanzar la separación. Si bien anteriormente vimos que todos estos modelos comparados tuvieron valores similares en la estimación de la sustentación, la forma en la que se representa el flujo cuando el perfil está cerca de la pérdida puede variar considerablemente entre las formulaciones.

Al aumentar el ángulo de incidencia hasta los 20°, tal y como se muestra en la figura 63, el gradiente de presión adverso se vuelve tan intenso que ocasiona una separación temprana y una pérdida importante de cantidad de movimiento cerca del extradós, conducta muy concordante a lo que se esperaría en un régimen de pérdida aerodinámica ampliamente desarrollada. Los modelos RANS logran capturar una zona muy amplia de baja velocidad que va conforme a lo previsto al separarse la capa límite. Destaca bastante el origen de estructuras en la estela que sugieren que ya empieza a adquirir relevancia el carácter no estacionario en estos modelos. El modelo SAS muestra menor tendencia a resolver la dinámica de los vórtices y se traduce a visualizar una separación más retrasada y una estructura suavizada. Nuevamente DES es el que destaca por ofrecer una representación más detallada de la capa de corte separada, su enrollamiento y el desprendimiento de vórtices.

En la figura 64 se contempla que, para la aproximación laminar, la energía se mueve desde frecuencias elevadas hacia frecuencias bajas, señalando cambios relevantes en las escalas temporales que dominan el flujo. Cuando se alcanza la pérdida y posterior a ella, las grandes estructuras que acompañan la separación de la capa límite, el enrollamiento de la capa de corte y el desprendimiento periódico de vórtices empiezan a ser un factor importante; mientras que cuando el ángulo de incidencia es bajo, las variaciones de v son el resultado de estructuras de menor escala y evolución más rápida. Los altos valores en la amplitud y el contenido de banda relativamente ancha a elevados α van de acuerdo con un flujo de naturaleza no estacionaria después del desprendimiento. Las fluctuaciones en la velocidad v no deben interpretarse como una representación modelada de la turbulencia, pues se tratan más bien de estructuras no estacionarias que son resueltas por la propia discretización temporal y espacial; explicando así por qué aparecen en la aproximación laminar al presentar un flujo inestable. La presencia de frecuencias bajas en la zona de la estela lejana durante y posterior a la pérdida deja entrever que los grandes remolinos que se van desprendiendo conservan una dinámica organizada durante su convección aguas abajo.

La naturaleza RANS del modelo Spalart-Allmaras, en donde la mayor parte de las escalas turbulentas son modeladas y no explícitamente resuelta, se puede observar en la figura 65; ya que el comportamiento propone que dicho modelo conserva una solución estable y dominada por variaciones de baja frecuencia hasta alcanzar el punto de pérdida. El cambio tan brusco que se aprecia después de la pérdida podría relacionarse con el origen de la separación masiva de la capa límite y una dinámica claramente no estacionaria. Al separarse la capa de corte se producen grandes estructuras que generan fluctuaciones que sí pueden captarse por la solución transitoria una vez que se ha superado con creces la pérdida. Resulta muy notable que, bajo estas condiciones, la componente dominante pasa de 1 [Hz] cuando está próxima al perfil hasta los 30 [Hz] en la zona de la estela lejana. Lo anterior podría deberse a que, durante su convección aguas abajo, se empiezan a acrecentar inestabilidades y vórtices de menor escala en la capa de corte. La pérdida aerodinámica está bien caracterizada en el espectro de frecuencia al mostrar una estela más inestable y multiescala a 20° al igual que también se define correctamente el flujo organizado cuando el $\alpha < 16°$.

En la figura 66, correspondiente al modelo $k-\omega$ SST, se ve un flujo estable para α bajos y moderados, en el cual las fluctuaciones que se resuelven son pequeñas y están asociadas con variaciones de frecuencias muy bajas. Conforme se va aumentando la incidencia se va fortaleciendo el gradiente adverso de presión y se van desarrollando inestabilidades en la capa límite, que visualmente se evidencian con los incrementos en la amplitud cuando $\alpha > 16°$. Al alcanzar los 20° se suscita una modificación importante en el contenido del espectro que resulta coherente con un estado de separación extensa y pérdida aerodinámica. Nótese que aunque en las proximidades del perfil se mantiene una dinámica de frecuencia baja, al irse alejando de éste aguas abajo sucede la aparación de una componente cercana a los 25-26 [Hz], la cual podría estar vinculada al desprendimiento y convección de vórtices de gran escala en la estela.

El modelo DES logra percibir el cambio que va desde que se presentan fluctuaciones relacionadas con estructuras pequeñas y de evolución rápida hasta aquellas que van ligadas con vórtices de gran escala y periodos característicos más largos; pues al analizar la figura 67 se percibe que al ir aumentando el ángulo de incidencia se obtiene una disminución importante en los valores de las frecuencias dominantes. Es una conducta muy característica de esta formulación, pues este modelo de carácter híbrido se da el lujo de resolver explícitamente una gran porción de las estructuras turbulentas que están alejadas de la pared. Si la incidencia es baja, la adhesión del flujo está prácticamente asegurada y estarán presente mayoritariamente escalas pequeñas y de alta frecuencia. Cuando se alcanza la pérdida, el rango de frecuencia se llega a reducir a tal punto de encontrarse entre los 32 y 48 Hz que, acompañado del aumento en la amplitud, podría sugerir el aumento de la región de separación y el origen de estructuras coherentes en la capa de corte. Una vez superada la pérdida se nota aún más la reducción en los valores de la frecuencia de las componentes dominantes, ubicándose entre 10 y 23 Hz. Al también experimentar un incremento en las magnitudes de la amplitud se puede asociar la conducta observada a fenómenos como la separación masiva, desprendimiento de vórtices y una estela no estacionaria. Es muy notable que existe una variación en la frecuencia dominante en los distintos puntos de muestreo, lo que podría probar que los vórtices van evolucionando, interactuando y se van reorganizando conforme se van moviendo aguas abajo. Es más que evidente que el modelo DES es el que mejor logra retratar la naturaleza multiescala y altamente no estacionaria del flujo separado.

En la figura 68 se vislumbra un aumento en la energía espectral al incrementar la incidencia del perfil, el cual se asocia al robustecimiento del desprendimiento de la capa límite y a la evolución de una estela que se va volviendo cada vez más intensa, lo que lleva a que se originen fluctuaciones de mayor amplitud en la velocidad v. Al utilizar la aproximación laminar, el flujo no cuenta con una formulación que plasme la cascada de escalas turbulentas; dicho lo anterior, la energía tenderá a concentrarse en las estructuras coherentes grandes, asociadas a bajas frecuencias, mientras que el contenido de altas frecuencias se verá considerablemente minimizado. A pesar de lo anterior, se observa que la pendiente se acerca a f^{-3}, lo que se traduce en una disipación rápida de la energía hacia frecuencias mayores; conducta que para este caso no se relaciona con turbulencia completamente desarrollada, sino con un flujo que está periódicamente desprendiendo vórtices. Si bien la aproximación laminar logra captar el incremento de las fluctuaciones y el desprendimiento de vórtices al aumentar el α, también es cierto que falla al intentar reproducir la distribución de la energía de pequeñas escalas que están presentes en un flujo turbulento real; especialmente cuando el $\alpha > 16°$.

El modelo Spalart-Allmaras logra mantener el flujo estable cuando el α es moderado. Al analizar la figura 69 se identifican pocas fluctuaciones transversales y se observa que la energía tiende a concentrarse en las escalas de gran tamaño, donde la disipación se dirige hacia las altas frecuencias. No obstante, al superar la pérdida, se incrementa considerablemente la energía en bajas frecuencias.

En la figura 70 se entreve de manera similar a la figura anterior que el modelo $k-\omega$ SST también logra capturar la estabilidad del flujo cuando el α se encuentra en un rango de 0° a 16°, pues nuevamente las fluctuaciones de la velocidad transversal son mínimas y la energía se mantiene distribuida en las escalas de mayor tamaño. La disipación también vuelve a ocurrir hacia las altas frecuencias. Conforme se va aumentando la incidencia, y se sobrepasa la pérdida, también se incrementa la energía concentrada en bajas frecuencias y se manifiestan picos en el espectro que revelan el desarrollo de un desprendimiento de vórtices a causa de la separación del flujo. Se observa que en la región de alta frecuencia la pendiente tiende a acercarse a f^{-3}, sugiriendo que la formulación logra capturar la disipación de la energía hacia las escalas pequeñas. La buena definición de los picos comprueba que la dinámica del flujo está influenciada en mayor medida por estructuras coherentes de gran tamaño. Dicho lo anterior, se concluye que este modelo tiene éxito al intentar representar claramente tanto el inicio del desprendimiento como el desarrollo de la estela, donde se puede localizar sin mayor dificultad el punto donde se tiene un régimen adherido y el otro donde prevalecen los efectos del desprendimiento recurrente de vórtices conforme se va aumentando el α.

Al desmenuzar los comportamientos espectrales que se plasman en la figura 71 se hace evidente que, conforme se va incrementando el α, el modelo DES logra reflejar el paso desde un flujo donde predominan estructuras coherentes hacia un régimen que cuenta con múltiples escalas turbulentas. Al igual que en los casos anteriores, cuando aún no se alcanza la pérdida, la energía buscará concentrarse en un rango menor de frecuencias, las cuales estarán asociadas al desprendimiento periódico de vórtices. Esta conducta es muy típica de una dinámica que aún está organizada. En condiciones de entrada en pérdida, y más acentuado después de esta, la separación del flujo se magnifica y la naturaleza de la formulación resuelve directamente una gran fracción de las estructuras turbulentas presentes en la estela. Resulta notable que la energía deja de concentrarse en ciertas frecuencias y pasa a distribuirse a un rango más amplio de estas. Se identifican secciones del espectro que logran alinearse con la pendiente f^{-3}, lo que se interpreta en una transferencia eficiente de energía desde las estructuras grandes hacia las pequeñas. Se advierte también el hecho de que en condiciones de pérdida el espectro se expande hacia frecuencias más altas, donde se manifiesta la naturaleza híbrida RANS-LES de resolver la dinámica del desprendimiento de grandes remolinos. No cabe duda de que, de todos los modelos evaluados, el DES es el que mejor logra captar la riqueza en contenido espectral de la estela, pues además de plasmar las estructuras coherentes presentes en baja frecuencia también representa las fluctuaciones turbulentas de alta frecuencia que se dan al desprenderse el flujo.

En la figura 72 se examina el desarrollo de los diagramas de fase de la aproximación laminar, en la cual se pasa de tener un régimen de flujo periódico a uno que adquiere mayor complejidad conforme se aumenta α. Cuando el α es bajo o moderado, se aprecian órbitas cerradas, ordenadas y bien definidas que señalan que la presión y la velocidad v guardan una relación casi periódica.

Examinando los resultados obtenidos por el modelo Spalart-Allmaras en la figura 73 se tiene una estimación de un flujo muy estable cuando no se alcanza la pérdida aerodinámica, donde se percibe una correlación fuerte entre la presión y la velocidad v y se desarrollan sin mucha variación. Esta conducta es congruente con la de un flujo adherido. Al aproximarse a la pérdida se hace notable como las trayectorias se empiezan a agrandar en distintas direcciones, lo que advierte una mayor interacción entre la capa límite y la estela. Lo anterior es fruto del desarrollo de vórtices de gran tamaño y el comienzo de la pérdida progresiva de una periodicidad. Una vez que se alcanzan los 20° se entra en una dinámica no lineal donde el surgimiento de órbitas complejas y diversos lazos acompañan a la separación marcada del flujo y al desprendimiento periódico de vórtices característicos de lo que se espera que ocurra después de la pérdida. Estrictamente hablando, las trayectorias siguen teniendo una estructura que aún podría considerarse organizada en comparación con lo que se observa posteriormente en el modelo DES (figura 75). Se concluye entonces que el modelo está suavizando las fluctuaciones turbulentas de las escalas pequeñas y solo se concentra en capturar la dinámica de las estructuras coherentes de gran tamaño. Resulta congruente lo expuesto anteriormente, ya que los modelos de la familia RANS fueron diseñados para representar los efectos medios de la turbulencia, dejando a un lado el desarrollo de todas las escalas.

En la figura 74 se observa la manera en la que evolucionan los diagramas de fase para el modelo $k-\omega$ SST y como estos logran capturar el cambio progresivo desde un régimen muy estable hacia uno donde la no linealidad a causa de la separación se hace presente. Al igual que en el caso anterior, cuando el α es bajo, las trayectorias suelen compactarse y describen figuras casi cerradas. Ya se ha visto que esto evidencia la sólida correlación que tienen en el tiempo la presión y la velocidad v, específico de cuando el flujo aún no se desprende y se tiene separación de pequeños vórtices poco intensos. Cuando se alcanza la pérdida, comienzan a interactuar la capa límite y la estela a causa del crecimiento de los vórtices y la separación parcial del flujo, donde ya se ha visto que se refleja en la deformación de las órbitas. El comportamiento post-pérdida se identifica por la presentación de órbitas más amplias, con múltiples lazos y una mayor dispersión; característica inconfundible de una dinámica no estacionaria donde influye muchísimo en la respuesta el desprendimiento periódico de vórtices. La diferencia más marcada entre este modelo y el Spalart-Allmaras es que el modelo $k-\omega$ SST presenta una transición más progresiva hacia la complejidad, detallando más el desarrollo de la separación y la interacción entre las estructuras de la estela, pero sin llegar al nivel de detalle mostrado por el modelo DES en la figura 75.

Al llevar a cabo un análisis de la figura 75 se determina que el modelo DES retrata de manera muy pormenorizada el aumento en la complejidad de la dinámica del flujo al ir incrementando el α. Cuando $\alpha = 0°$, se encuentra una respuesta organizada pero que tiene mayor dispersión que sus antecesores debido a que su carácter híbrido resuelve algunas estructuras turbulentas instantáneas. Al irse acercando a la pérdida también se retrata el ensanchamiento de las órbitas y la manifestación de numerosos lazos a causa de la interacción entre vórtices de distintas escalas.

En la tabla 29 se perciben diferencias importantes que sugieren que la estimación de la frecuencia característica del flujo está muy de la mano con la formulación empleada por cada modelo. Resulta muy evidente que tanto la aproximación laminar como el modelo DES experimentan una disminución en el St conforme se va aumentando el α. Lo anterior puede deberse a la manera en la que se capta la evolución del desprendimiento de vórtices, donde se tiende a la formación de estructuras más grandes y de menor frecuencia conforme la separación se vuelve más intensa. Por su parte, los modelos RANS no experimentan cambios en el valor de St mientras la incidencia sea baja o moderada, pues los valores casi constantes que se observan reflejan una predicción estable de la frecuencia dominante conforme se va desarrollando la capa límite. Un caso en particular del modelo $k-\omega$ SST llama la atención, pues al superar la pérdida se observa un incremento muy grande en el St, cuyo origen podría atribuirse a cambios en la dinámica de la estela producto de la separación pronunciada a la que se somete el flujo cuando $\alpha = 20°$. En conclusión, se puede advertir que el modelo de turbulencia que se elija sí jugará un rol importante en el cálculo de la frecuencia dominante y, por ende, en el St a causa de la diversidad bajo la cual los modelos representan el desprendimiento de vórtices y el desarrollo de estructuras coherentes a lo largo del flujo.

Las diferencias que se aprecian en los contornos de la vorticidad en la figura 76 están relacionadas con la capacidad de las formulaciones empleadas por los modelos para capturar las estructuras turbulentas y el desprendimiento de vórtices. Cuando el $\alpha = 20°$, el flujo alrededor del perfil experimenta un desprendimiento severo, por lo que se vuelve relevante cómo se retrata la dinámica de la estela. De los cuatro modelos, el que más tiende a suavizar el comportamiento de la estela es el modelo Spalart-Allmaras, mientras que el modelo $k-\omega$ SST sí logra capturar de manera clara el desprendimiento de estructuras coherentes de gran tamaño. Gracias a que el modelo DES tiende a actuar como un modelo RANS en la proximidad del perfil y, a su vez, reproducir las escalas turbulentas en la región de separación se logra capturar una mayor variedad de vórtices de distintas escalas; lo que resulta sumamente necesario en una estela que es por naturaleza tridimensional y turbulenta. Nuevamente se debe reparar en que los vórtices que se observan en la aproximación laminar no son reflejo de una turbulencia totalmente desarrollada; sino que son fruto de la inestabilidad de las capas de corte y el desprendimiento constante de vórtices originados por la separación del flujo. En conjunto, los contornos comparados muestran que al mejorar la capacidad del modelo para la resolución de estructuras no estacionarias en la estela también se mejorará la captura compleja y multiescalar de la distribución de la vorticidad. Prueba de ello es el contorno del modelo DES, que muestra estructuras pequeñas que se van superponiendo a los vórtices de gran escala.

En la figura 77 se muestran las diferencias en cómo cada modelo captura la capa de corte. Estas discrepancias también tienen su origen en la forma en la cual cada modelo representa la separación y las estructuras turbulentas al sobrepasar la pérdida. Se concluye que si el modelo es capaz de resolver las escalas turbulentas, entonces la capa de corte se mostrará irregular y multiescalar.

Cada modelo muestra una forma singular de expresar la generación, transporte y disipación de los vórtices al superar la pérdida y las diferencias que se observan en la figura 79 son la prueba fehaciente de ello. Las oscilaciones de gran amplitud que muestra la aproximación laminar representan las estructuras coherentes que son fácilmente identificables en la estela; mientras que la sucesión en los picos podría asociarse al paso de vórtices que se desprenden del perfil. Por otra parte, el modelo Spalart-Allmaras presenta una disipación menos brusca y continua de la vorticidad, lo que muestra que existe una menor cantidad de grandes estructuras coherentes. El modelo $k-\omega$ SST mantiene una conducta oscilatoria a lo largo de un tramo importante de la estela, que se traduce en el origen y paso de vórtices en la estela separada. Por último, el modelo DES presenta la particularidad de reducir rápidamente los valores máximos, mostrando fluctuaciones de menor tamaño. Lo anterior es congruente con la capacidad del modelo para resolver parte importante de las estructuras turbulentas al darse la separación. Algo que queda más claro es como la vorticidad suele mayormente concentrarse en la proximidad del perfil y va atenuándose conforme la estela se aleja, que es coherente con la disipación y difusión de los vórtices. En conclusión, la manera en la que se capture la estela y el tiempo que perdure estará en función del modelo que se seleccione.

En la tabla 30 se observan diferencias importantes en los parámetros que miden el costo computacional que se relacionan con la complejidad y el tipo de modelado de las estructuras turbulentas. Al modelar las escalas turbulentas sin resolverlas directamente, los modelos RANS requerirán de menos recursos computacionales. Los modelos de transición por su parte, al hacer uso de una cantidad considerable de ecuaciones adicionales para modelar la transición verán un incremento ligero en el costo computacional. Por último, al resolver temporalmente una cantidad considerable de estructuras turbulentas y escalas espaciales de flujo, los modelos híbridos serán los que exijan una mayor cantidad de recursos computacionales. La evidencia se presenta en el notable incremento tanto en el tiempo de cálculo como en el almacenamiento necesario para albergar los datos generados que requieren los modelos SAS y DES. Expuesto lo anterior se puede afirmar que sí existe un compromiso entre fidelidad en la representación de la dinámica turbulenta y el costo computacional. Se sugeriría utilizar los modelos RANS cuando se requiera llevar a cabo numerosas simulaciones, mientras que los modelos híbridos serán recomendados si se desea capturar de manera pormenorizada las estructuras transitorias y la dinámica en la estela, aunque eso signifique disponer de los recursos computacionales necesarios para ello.

Al hacer una inspección de la figura 80 se concluye que sí existe un compromiso entre precisión y costo computacional. Por ejemplo, al seleccionar el modelo $k-\omega$ (SST o GEKO) se pueden obtener resultados en pocas horas, pero sin alcanzar la máxima precisión. En el otro extremo está el modelo DES, que, a pesar de mostrar resultados con porcentajes de error mínimos, requiere hasta semanas para alcanzarlos, pues la resolución de grandes estructuras turbulentas así lo exige. Si se desean obtener resultados muy precisos, DES es la mejor opción, mientras que si se opta por resultados aceptables en poco tiempo, lo mejor sería irse por un modelo $k-\omega$ SST o GEKO.

7.2. Ventajas y limitaciones prácticas de cada modelo para aplicaciones aeronáuticas

Después de una rica discusión sobre los resultados obtenidos, se puede llegar a afirmar que ningún modelo resulta el mejor para todas las condiciones bajo las cuales suelen operar los perfiles aerodinámicos en aplicaciones aeronáuticas, pues cada formulación cuenta con ventajas que hacen su uso más favorable según la condición que se va a evaluar. En primer lugar se tiene el modelo Spalart Allmaras, que tuvo un buen desempeño al evaluar el flujo externo mientras aún estaba adherido al perfil, pues logró conjuntar un bajo costo computacional con una buena estimación de parámetros aerodinámicos (específicamente la sustentación). Este modelo resulta favorable entonces para llevar a cabo estudios o simulaciones preliminares, análisis bajo condiciones de vuelo crucero y barridos vastos de la incidencia.

El modelo $k-\varepsilon$ estándar tuvo resultados tan malos en la estimación de los parámetros aerodinámicos que se excluyó de posteriores análisis y por ende, en este estudio, no se le puede atribuir alguna ventaja práctica. Pasando a otro modelo, el $k-\omega$ SST, a su manera, logro representar bien los gradientes adversos de presión y la evolución de la capa límite sin agotar mucho recurso computacional. Por ende, podría ser útil en el análisis de perfiles o cualquier superficie sustentadora bajo condiciones cercanas a la separación. Por su parte, su modelo hermano GEKO logró también conseguir resultados buenos y flexibles consumiendo muy poco tiempo computacional. Lo anterior también lo hace ideal para llevar a cabo simulaciones de múltiples casos de un fenómeno aerodinámico siempre y cuando la configuración se lleve a cabo de manera correcta.

A pesar de no obtener los resultados esperados en las primeras evaluaciones, llegando a ser malos y muy malos, los modelos de transición sí pueden llegar a ser útiles en otros estudios de diferente índole. Al incorporar los efectos del modelado del punto de transición, los modelos Transition SST y $k-kl-\omega$ pueden resultar muy útiles en tesis o artículos donde se evalúe la actuación de un modelo según su capacidad de representar el estado laminar-turbulento de la capa límite. Estudios de perfiles o vehículos de alto rendimiento pueden englobarse bajo este enfoque turbulento. Otro modelo que tuvo un mal rendimiento en cuanto a su nivel predictivo y al que no se le pueden atribuir ventajas destacables en este estudio fue el modelo RSM. Sin embargo, no se deben menospreciar sus capacidades, pues estas salen a relucir en flujos con anisotropía turbulenta, curvatura o donde se da la interacción de esfuerzos complejos.

En lo que respecta a los modelos híbridos, el modelo SAS está un peldaño más arriba respecto a los modelos RANS en cuanto a la especificación de la dinámica no estacionaria, pero sin duda el modelo DES lo supera. Este modelo demostró tener la mejor predicción en muchas categorías como en la estimación de la sustentación, la valoración del α_{stall}, la captura de la separación y el retrato de la dinámica de vórtices, lo que lo convierte en la opción más adecuada entre todos los

modelos comparados cuando se busca estudiar a detalle las características del flujo desprendido, la pérdida aerodinámica, el desprendimiento de vórtices y cargas variables. Por último, si bien la aproximación laminar no es un modelo de turbulencia per se, fue de mucha utilidad como una línea de comparación al fungir como una primera aproximación a la visualización de las inestabilidades hidrodinámicas.

Las limitaciones que tendrá cada modelo se manifestarán cuando se enfrenten métricas como la precisión, con el costo computacional y el régimen de flujo que se busque representar. En primer lugar se tiene que el modelo Spalart-Allmaras tiende a suavizar las estructuras no estacionarias cuando el flujo empieza a separarse de manera importante del perfil; mientras que el modelo $k-\omega$ SST atrasa ligeramente el punto de pérdida y representa la estela de una manera muy promediada aún cuando su fortaleza se encuentra en el tratamiento cercano a la pared. Su variante, el modelo GEKO, puede resultar en un arma de doble filo si no se configuran correctamente los parámetros, pues la flexibilidad que ofrece podría volverse dependiente de la calibración.

Los modelos de transición, como el $k-kl-\omega$, tienen principalmente como desventaja ser sumamente dependientes de las condiciones de turbulencia de entrada y a la correcta resolución de la capa límite, lo que pudo ser un factor importante que explique las desviaciones considerables que sufrieron estos modelos al ir aumentando la incidencia hasta alcanzar la pérdida. Al momento de enfrentar gradientes de presión adversos y condiciones de pérdida, se notaron grandes deficiencias en el modelo $k-\epsilon$ estándar, por lo que no se recomendaría su uso en regiones próximas a la pared y/o en flujos que sean dominados por separaciones intensas. Por su parte, el RSM realiza una serie de cálculos adicionales que resultan en una mayor complejidad numérica la cual, para este estudio, no se tradujo en una mejora en la precisión.

Los modelos híbridos SAS y, especialmente, DES requieren que los pasos temporales sean muy pequeños, lo que se refleja en una mayor cantidad de espacio necesario para almacenar los datos generados aunado al gran tiempo de cómputo necesario. Otro aspecto que puede verse como una desventaja es que todos los datos que se obtengan de estas simulaciones no pueden usarse en crudo, pues requieren de tratamientos adicionales como lo son el promediado temporal, RMS y el análisis espectral antes de llegar a cualquier conclusión sobre la separación o las cargas aerodinámicas. En conclusión, el uso de los modelos RANS (Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST y GEKO) podría ser útil para diseño aeronáutico rutinario, donde los perfiles aerodinámicos no se someten a condiciones extremas, y estudios paramétricos; mientras que el modelo DES debe limitarse para fases de análisis pormenorizado donde se tengan condiciones no estacionarias que hagan que valga la pena el costo elevado que conllevan.

En otras palabras, la elección del modelo debe hacerse con base en el objetivo de estudio y no de la complejidad teórica que lo caracteriza. En la figura 81 se propone una matriz de decisión para la selección de modelos de turbulencia en aplicaciones aerodinámicas.



Figura 81: Matriz de decisión para la selección de modelos de turbulencia en aplicaciones aerodinámicas

7.3. Recomendaciones

Si se buscara que los modelos de baja y mediana complejidad experimentaran una mejora en lo que respecta a su capacidad predictiva, tal vez valdría la pena evaluarlos de tal manera que se adopte la configuración numérica que más favorezca al modelo y dejar a un lado la generalización de criterios para todos. La aproximación laminar puede seguir siendo la guía de referencia pero jamás podría evaluarse a la par de un modelo, pues cuando los Re son elevados y al aproximarse a la pérdida la ausencia de un modelado turbulento podría dar origen a estructuras coherentes que no necesariamente representan a la turbulencia física per se. Sería recomendable aumentar tanto la resolución temporal como la espacial y corroborar que las oscilaciones que se observan son independientes de la malla y del paso del tiempo.

Entre las recomendaciones que podrían mejorar el desempeño del modelo Spalart-Allmaras se encuentran mantener la resolución cercana a la pared en $y^+ \approx 1$, incrementar el refinamiento en diferentes zonas como el borde de ataque, borde de salida y la zona donde se da la separación, y efectuar promediados temporales extensos al presentarse un flujo no estacionario, pues a pesar

de que obtuvo un desempeño aceptable no es fácil disimular el suavizado que efectúa al captar la dinámica de la separación. Para obtener un mejoramiento en los resultados del modelo GEKO convendría revisar que el tratamiento en la pared sea adecuado con el y^+ utilizado para resolver la malla y fortalecer aquellas zonas donde se presenten gradientes adversos, pues las mayores diferencias registradas se dan al momento de acercarse al α_{stall}.

Respecto al modelo $k-\omega$ SST, que ya ofrece una buena relación entre precisión y costo, resultaría favorable realizar un análisis de independencia de paso temporal y hacer más densa la malla en regiones como en la capa límite y la capa de corte separada. Otra recomendación podría ser realizar el análisis de independencia de malla para valores posteriores del α_{stall} donde se vuelve más sensible el cálculo del punto de separación. Mismas recomendaciones podrían ser aplicadas para el modelo GEKO, pero también podría ser benéfico llevar a cabo un estudio de sensibilidad donde se vayan variando los coeficientes ajustables. Evidentemente estas modificaciones deben estar sustentadas en un fundamento teórico, comparándolas con datos experimentales y no de manera improvisada, pues se vuelve a advertir que los resultados obtenidos adquirirán una dependencia a la calibración.

Por último, la recomendación que podría llevar a obtener una estimación más correcta de los resultados para los modelos de transición (Transition SST y $k-kl-\omega$) tiene que ver con el adecuado monitoreo de las condiciones de turbulencia en la entrada, como lo son la intensidad, la escala de longitud, la intermitencia y cualquier parámetro que pueda estar asociado a la transición. Así mismo, debería aumentarse la resolución de la capa límite, ya que la fortaleza de estos modelos está en función de que se ubique correctamente la transición del régimen laminar a turbulento.

Para los modelos más complejos, los arreglos deben enfocarse en la convergencia estadística y en cómo la malla logra resolver las estructuras no estacionarias. Por ejemplo, para el modelo RSM, se sugeriría revisar los esquemas de discretización espacial, proponer criterios de convergencia más estrictos, adecuar la resolución próxima a la pared y extender el tiempo de simulación. Se debe prestar atención en no sólo vigilar los coeficientes aerodinámicos, sino también en que los esfuerzos de Reynolds alcancen la estabilización, ya que al ir aumentando el número de ecuaciones de transporte también se adquiere un aumento en la sensibilidad numérica. Con respecto a los modelos híbridos, se sugiere llevar a cabo modificaciones mucho más exigentes.

Comenzando con el modelo SAS, donde existe una urgente necesidad de reducir la difusión numérica, realizar estudios específicos del paso temporal y de la resolución espacial en la región de la estela, e incrementar el tiempo de muestreo, lo que podría ayudar a que sí se muestren y se estabilicen las escalas que el modelo resuelve. Cuando se tengan condiciones donde los efectos de la separación sean ineludibles, valdría mucho la pena pasar de la bidimensionalidad a la tridimensionalidad, dado que la primera cualidad reduce el completo desarrollo físico de las estructuras turbulentas.

El modelo DES debe atender en mayor medida a las consideraciones que se plantearon para el modelo SAS, pues aunque fue el que logró mostrar con mayor detalle la separación, los espectros y la estela, también es cierto que fue el que tuvo mayor sensibilidad a la discretización. Se debe empezar proponiendo una malla tridimensional con una buena resolución en las tres direcciones (longitudinal, normal y transversal), extender aún más el dominio, refinar la capa de corte y la estela, determinar un nuevo paso temporal obtenido a través de estudios de sensibilidad y aumentar los ciclos de desprendimiento para así asegurarse que se obtendrán valores estadísticos convergidos. En este estudio, la separación se evaluó con valores instantáneos, pero idealmente se recomendaría obtener $\bar{C_f}$, $C_{f,rms}$, velocidades medias y fluctuantes y espectros temporales.

De manera general, todos los modelos requieren que se proponga un Δt específico para cada formulación y se lleve a cabo un estudio individual de sensibilidad de malla, y no utilizar la generalización para el modelo $k-\omega$ SST que se usó en este estudio. Además se deben hacer promediados temporales más largos al alcanzar y superar la pérdida, para poder discernir con mayor facilidad las diferencias propias de cada modelo con las diferencias introducidas por la difusión numérica.

7.4. Implicaciones para diseño y túnel numérico de perfiles similares

Los resultados que se consiguieron pueden intervenir directamente en el diseño de perfiles aerodinámicos simétricos, pues se demostró que la elección del modelo de turbulencia sí influye en gran medida en la estimación de parámetros como el C_l, C_d,$C_{l,max}$, α_{stall}, la distribución del C_p, el punto de separación y la dinámica en la estela. En las primeras etapas de diseño, donde se necesita analizar sin mucha dilación una gran cantidad de geometrías, configuraciones, α y condiciones de operación, resulta conveniente usar modelos como Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST o GEKO, que demostraron ofrecer una gran relación entre la precisión y el costo computacional, principalmente cuando el flujo está adherido o los efectos de la separación aún no son tan importantes.

En cambio, si el diseño será evaluado bajo condiciones cercanas o posteriores a la entrada en pérdida, donde se medirá su capacidad para representar fenómenos como el control de separación, las cargas variables, el comportamiento irregular a altos α, las interacciones en la estela o la estabilidad aerodinámica, es indispensable valerse de formulaciones que tengan la capacidad de capturar de manera más precisa la dinámica no estacionaria, como lo son los modelos híbridos SAS y DES. Dicho todo lo anterior, resulta indispensable que, a la hora de diseñar superficies aerodinámicas, se integre la selección del modelo de turbulencia como parte del mismo proceso de diseño, pues no resulta coherente elegir una configuración sólo por sus resultados buenos en la estimación del C_l y C_d, sino que es fundamental verificar cómo capta la distribución de cargas, cómo va desarrollando la separación y su capacidad para ir captando los cambios en la aerodinámica al ir variando α.

Entonces, si se desea analizar perfiles de geometría simple bajo condiciones de Re similares, sería ampliamente recomendado utilizar en primera instancia un modelo RANS robusto que permita optimizar e ir filtrando alternativas para, posteriormente, utilizar modelos más fieles en las configuraciones más avanzadas y con ello tomar una decisión de diseño definitiva.

Si se deseara implementar un túnel numérico, debe tomarse en cuenta lo que indican los resultados obtenidos, donde se rescata que la fiabilidad de la simulación no sólo estará en función de los modelos seleccionados, sino que también radicará en que exista una consistencia entre múltiples factores como lo son la malla, la resolución temporal, el tratamiento de pared, la extensión del dominio y el tiempo de muestreo. Para perfiles parecidos convendría estructurar el túnel numérico como un método dividido en dos fases que se vayan validando, donde se estandaricen las condiciones de fronteras y los criterios de convergencia, pero se adapte el mallado y la resolución temporal para cada modelo concreto.

La primera fase a validar sería en la que el flujo está adherido a la superficie, donde los resultados medios se obtendrán a un bajo costo computacional; mientras que la segunda fase actuará al acercarse a la pérdida, donde se aumentará la resolución en zonas estratégicas como el borde de ataque, la capa de corte y la estela, y se aplicarán promediados temporales y otras métricas ($C_{f,RMS}$, espectros de frecuencia y frecuencias dominantes) para identificar de manera adecuada los comportamientos no estacionarios. No obstante, se debe colocar un asterisco en esta segunda fase, pues si se llega a utilizar un modelo híbrido como el SAS o el DES, el túnel numérico deberá ser preferentemente uno de carácter tridimensional y se tiene que establecer el suficiente tiempo de simulación para asegurar la convergencia estadística y así poder capturar tan realista como sea posible la física de la estela.

En conclusión, aún si se desean implementar las recomendaciones anteriores para el diseño de un túnel numérico no podría prescindirse de un túnel de viento, pues los resultados siempre deberán validarse utilizando referencias experimentales antes de trasladarlos a aplicaciones aeronáuticas, pero sí podría auxiliar a la disminución de los ensayos, seleccionar condiciones críticas y anticipar tendencias aerodinámicas.

8. Conclusiones

8.1. Conclusiones principales sobre el trabajo

El presente estudio comparativo logró comprobar que la selección del modelo de turbulencia condiciona de manera significativa la capacidad de una simulación CFD para reproducir la aerodinámica del perfil NACA 0012, especialmente cuando el flujo deja de estar adherido y se da pie a la separación. Cuando el α es bajo o moderado, los nueve modelos llegaron a estimar respuestas similares, por lo que resultan poco discriminantes las diferencias entre los modelos; no obstante, cuando la incidencia se aproxima a los 12° las estimaciones empiezan a apartarse y las mayores diferencias aparecen al alcanzar y superar la pérdida, en donde los efectos del gradiente adverso de presión, el crecimiento de la capa límite, la separación y la pérdida aerodinámica se magnifican.

Bajo las condiciones anteriores quedó comprobado que una correcta valoración del C_l no es garantía de una buena estimación de otros parámetros como el C_d, C_p, α_{stall} o el punto de separación, lo que obliga a evaluar la actuación de los modelos considerando el conjunto de los parámetros mencionados. Siguiendo la métrica anterior, DES presentó el comportamiento más consistente, pues obtuvo el menor RMSE del C_l (0.0655), el menor error global (4.24 %), una muy buena estimación del $C_{l,max}$ (1.5166) y la estimación correcta del $\alpha_{stall} = 16°$; incluso, fue la formulación que capturó con mayor detalle la separación, la inversión del flujo, las estructuras coherentes, el desarrollo de la estela y su carácter multiescalar. Por su parte, modelos como el Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST y GEKO se presentan como opciones viables y que ofrecen una buena relación entre precisión y costo computacional para condiciones de flujo adherido o parcialmente separado, mientras que $k-\varepsilon$ estándar, $k-kl-\omega$ y RSM expusieron claras deficiencias para estimar a la vez los parámetros críticos del flujo en las condiciones propuestas para este estudio.

Sin embargo, también se evidenció que una mayor fidelidad física no es sinónimo de una conveniencia práctica. Mientras que los modelos RANS y de transición necesitan entre 7 y 15 horas para desarrollar cada caso, los modelos DES y SAS precisan, respectivamente, de 30 o hasta 50 veces más de tiempo, sin olvidar que todo el barrido de incidencia requiere, al menos, 2 TB de almacenamiento por cada formulación híbrida, lo que incluso llega a representar la mitad de todo el almacenamiento requerido para llevar a cabo este estudio únicamente para dos modelos. Lo anterior marca un notable dilema sobre si resolver correctamente la dinámica turbulenta vale la pena por el alto costo computacional.

Con base en lo expuesto, los resultados de esta tesis apoyan y fundamentan una estrategia de selección y validación conformada por dos fases: la primera donde se utilicen modelos como el Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST y GEKO para diseños preliminares, barridos paramétricos y aplicaciones donde se cuente con poco tiempo y no se necesite una estimación tan precisa; mientras que

la segunda debería utilizar un modelo como el DES para llevar a cabo estudios pormenorizados de la pérdida, desprendimiento de vórtices, cargas variables y desarrollo de la estela, siempre y cuando se decida aceptar el aumento en el costo y éste no sea prohibitivo. De la misma manera, la tesis enfatiza que la credibilidad de los resultados de un túnel numérico no sólo estará en función del modelo de turbulencia que se elige, sino que debe priorizarse una correcta resolución espacio-temporal, una adecuada elección del tratamiento próximo a la pared, extender suficientemente el dominio y asegurar la convergencia estadística.

Dicho lo anterior, si alguien desea mejorar lo que se presentó en este trabajo se le sugeriría llevar a cabo estudios independientes de malla y paso temporal por cada formulación, incluir promediados temporales más extensos cuando se dé la separación y, particularmente, para los modelos SAS y DES, evolucionar hacia la tridimensionalidad, ya que permitirá captar de manera aún más realista la naturaleza de la estela turbulenta. De manera general, se concluye que no existe un modelo universalmente superior: el modelo más adecuado es aquel cuya fidelidad, costo y capacidad física sean compatibles con el fenómeno aerodinámico y con el objetivo específico de cada simulación.

8.2. Tabla de desempeño y ranking de modelos para este estudio.

En la tabla 31 se muestra un resumen general de desempeños y el ranking propuestos en el que quedarían ordenados los modelos para este estudio.

Tabla 31: Tabla de desempeño y ranking de modelos para este caso

Ranking	Modelo	RMSE (C_l)	% Error global	% Error $C_{l,\text{máx}}$	α_{stall}	Costo [h/caso]	Desempeño en separación y dinámica	Valoración global
1	DES	0.0655	4.24	2.15	16°	235	Muy alto: captura separación, flujo reverso, capa de corte, estructuras vorticosas y estela multiescala.	Excelente en fidelidad
2	k-ω SST	0.0918	6.94	4.28	18°	8	Alto: buena respuesta frente a gradientes adversos y separación, aunque suaviza parcialmente la dinámica de la estela.	Muy alto / mejor compromiso
3	GEKO	0.0985	7.11	8.54	16°	7	Alto: buena evolución global de la capa límite y de la separación, con cierta dependencia de la configuración.	Muy alto / máxima eficiencia
4	Spalart–Allmaras	0.0990	7.30	1.70	18°	11	Medio–alto: buena predicción aerodinámica global, pero con mayor suavizado de las estructuras del flujo separado.	Alto
5	SAS	0.1309	8.48	1.64	18°	330	Alto: mayor capacidad para representar fenómenos no estacionarios que los modelos RANS, aunque inferior a DES.	Alto, penalizado por costo
6	Transition SST	0.1858	10.94	3.11	18°	11	Medio: buen desempeño puntual, pero sensible a las condiciones de transición y a la resolución de la capa límite.	Medio
7	RSM	0.1713	10.94	22.12	20°	11	Medio: mayor complejidad en el modelado de esfuerzos turbulentos sin una mejora proporcional en la precisión para este caso.	Medio–bajo
8	k-ε estándar	0.2027	11.89	34.32	14°	15	Bajo: limitaciones importantes frente a gradientes adversos de presión y condiciones próximas a la pérdida.	Bajo
9	k-kl-ω	0.3083	16.80	25.25	20°	12	Bajo: elevada sensibilidad y desviaciones importantes en condiciones próximas y posteriores a la pérdida.	Bajo

8.3. Limitaciones del estudio y recomendaciones

A continuación, en la tabla 32, se enlistan las principales limitaciones y sus posibles soluciones.

Tabla 32: Principales limitaciones del estudio y recomendaciones

Limitación principal	**Recomendación**
1. Alcance limitado al perfil NACA 0012 y a las condiciones analizadas. Los resultados no deben extrapolarse directamente a otros perfiles, números de Reynolds o regímenes compresibles.	Extender el estudio a otros perfiles, números de Reynolds y condiciones de operación.
2. La independencia de malla fue evaluada únicamente con el modelo k-ω SST.	Realizar estudios de sensibilidad de malla específicos para cada modelo.
3. El paso temporal no fue optimizado individualmente para cada formulación.	Determinar un Δt adecuado para cada modelo mediante estudios de sensibilidad temporal.
4. Las simulaciones son bidimensionales, lo que limita especialmente la representación física de las estructuras turbulentas en SAS y DES.	Realizar simulaciones tridimensionales, principalmente para SAS y DES.
5. El punto de separación fue obtenido a partir de valores instantáneos de C_f.	Emplear $\overline{C_f}$, $C_{f,\mathrm{RMS}}$ y estadísticas temporales para determinar una separación media.
6. El tiempo de muestreo de los fenómenos no estacionarios es limitado.	Aumentar el número de ciclos analizados y verificar la convergencia estadística de medias, RMS y espectros.
7. La validación se basa en referencias experimentales cuyas condiciones pueden no coincidir exactamente con las simulaciones.	Utilizar datos experimentales con condiciones equivalentes e incorporar análisis de incertidumbre.
8. Se utilizó una configuración común para modelos de transición sensibles a las condiciones de entrada.	Evaluar específicamente intensidad de turbulencia, escala de longitud, intermitencia y resolución de la capa límite.
9. No se evaluaron todas las variantes disponibles dentro de cada familia de modelos.	Incorporar otras formulaciones de k-ε, k-ω, RSM y DES bajo los mismos criterios de comparación.
10. SAS y DES presentan un elevado costo computacional y de almacenamiento.	Aplicar una estrategia escalonada: modelos RANS para exploración y SAS/DES únicamente en condiciones críticas.

8.4. Propuestas para trabajos futuros

Los siguientes pasos a seguir sobre la misma línea de trabajo deberían estar enfocados a ampliar la fiabilidad y generalidad del túnel numérico. Resultaría fascinante volver a efectuar este estudio pero utilizando diferentes Re, números de Mach y perfiles que salgan de la simplicidad de la simetría, incluso explorar algunos con geometría variable, con la finalidad de concluir si el ranking que se obtuvo para el perfil NACA 0012 se mantiene al cambiar las condiciones bajo las cuales se realizó esta simulación. Las limitaciones que engloban a este trabajo se enlistaron en la sección anterior, así como las recomendaciones para resolverlas, para que quien decida aventurarse tenga un camino más claro y no parta desde la nada. Se considera que las mejores propuestas ayudarán a analizar con mayor rigor los fenómenos más característicos de la turbulencia como la separación en tres dimensiones, el desprendimiento de vórtices, la variación en las cargas aerodinámicas y el desarrollo espacial de la turbulencia.

Un enfoque novedoso y prometedor sería incorporar inteligencia artificial y CFD de múltiples fidelidades partiendo del empleo de los datos obtenidos en este trabajo. Los resultados de los nueve modelos, junto con los datos de $C_l, C_d, C_p, C_f, \alpha_{stall}$, frecuencias dominantes y campos de velocidad, podrían aplicarse en el entrenamiento de modelos sustitutos (surrogate models) que tengan la capacidad de calcular y reproducir en muy poco tiempo la respuesta aerodinámica para distintos α o condiciones de operación, sin tener que volver a efectuar sistemáticamente las simulaciones que toman cientos de horas; pues el principal objetivo de utilizar el aprendizaje automático como alternativa al CFD es disminuir el costo de cálculos reiterativos [31].

La otra propuesta, y que es todavía más ambiciosa, sería diseñar y elaborar un esquema multifidelidad, donde se empleen en mayor medida los datos de modelos como el Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST o el GEKO, cuyo costo es relativamente bajo y fusionarlos con una cantidad limitada de soluciones DES o experimentales muy confiables para subsanar las estimaciones hechas por aprendizaje automático. Otros caminos que exploran Haq et. al (2026) son el de las redes informadas por la física, neural operators, modelos de orden reducido y cierres turbulentos asistidos por aprendizaje automático, buscando preservar las restricciones físicas e incluir una cuantificación de la incertidumbre, evitando así que la red neuronal se limite a dar los datos de entrenamiento. Esto va de acuerdo con el camino al que se dirige la mecánica de fluidos, donde los modelos híbridos física-datos, aprendizaje de operadores y cierres turbulentos por machine learning van en aumento [32]. Como último fin, esta propuesta permitiría que el túnel numérico propuesto progrese hacia un instrumento de optimización aerodinámica asistida por IA, donde se seleccione automáticamente el modelo de turbulencia o nivel de fidelidad requerido. Se deja con el extracto final de la obra de Albert Camus, que cierra de manera magnífica esta sección, y en general, engloba los sentimientos al finalizar este trabajo.

Dejo a Sísifo al pie de la montaña. Se vuelve a encontrar siempre su carga. Pero Sísifo enseña la fidelidad superior que niega a los dioses y levanta las rocas. El también juzga que todo está bien. Este universo en adelante sin amo no le parece estéril ni fútil. Cada uno de los granos de esta piedra, cada fragmento mineral de esta montaña llena de oscuridad, forma por sí solo un mundo. El esfuerzo mismo para llegar a las cimas basta para llenar un corazón de hombre. Hay que imaginarse a Sísifo dichoso.

Figura 82: Extracto final del libro “El mito de Sísifo” de Albert Camus

Referencias

[1] Abbott, I. H., & von Doenhoff, A. E. (1959). *Theory of wing sections: Including a summary of airfoil data*. New York, NY: Dover Publications.

[2] Douvi, E. C., Athanasios, T. I., & Margaris, D. P. (2012). Evaluation of the turbulence models for the simulation of the flow over a National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) 0012 airfoil. *Journal of Mechanical Engineering Research*, 4(3), 100-111.

[3] Ng, Y. H., Tey, W. Y., Tan, L. K., et al. (2020). Numerical Examination on Two-Equations Turbulence Models for Flow Across NACA 0012 Airfoil with Different Angle of Attack. *CFD Letters*, 12(2), 22-45.

[4] Mousavi, S. M., Aminian, J., Shafiei, N., et al. (2017). Numerical Simulation of Subsonic Turbulent Flow over NACA0012 Airfoil: Evaluation of Turbulence Models. *Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences*, 35(1), 133-155.

[5] White, F. M. (2003). *Fluid Mechanics* (5th ed.). New York, NY: McGraw-Hill.

[6] Dewan, A. (2011). *Tackling turbulent flows in engineering*. Springer Science & Business Media.

[7] Prandtl, L. (1938). Zur Berechnung der Grenzschichten. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 18(1), 77-82.

[8] White, F. M. (2006). *Viscous fluid flow* (3rd ed.). New York, NY: McGraw-Hill.

[9] Bowles, R. (2000). Transition to turbulent flow in aerodynamics. *The Royal Society*, 358, [245-260].

[10] Cousteix, J. (2003). Aircraft Aerodynamic Boundary Layers. *Encyclopedia of Physical Science and Technology*, 3, [301-317].

[11] Escudier, M., & Atkins, T. (2019). *A Dictionary of Mechanical Engineering* (2.ª ed.). Oxford University Press.

[12] Pope, S. B. (2000). *Turbulent flows*. Cambridge University Press.

[13] Saeedipour, M., Schneiderbauer, S., & Pirker, S. (2014, Septiembre). Numerical simulation of turbulent liquid jet breakup using a sub-grid criterion with industrial application. En *ILASS – Europe 2014, 26th Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Bremen, Germany.

[14] ANSYS, Inc. (2025). *Ansys Fluent Theory Guide (Release 2025 R1)*. Canonsburg, PA: ANSYS, Inc.

[15] Spalart, P., & Allmaras, S. (1992). A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *Technical Report AIAA-92-0439*, American Institute of Aeronautics and Astronautics.

[16] Launder, B. E., & Spalding, D. B. (1972). *Lectures in mathematical models of turbulence*. Academic Press.

[17] Menter, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8), 1598–1605.

[18] Daly, B. J., & Harlow, F. H. (1970). Transport equations in turbulence. *Physics of Fluids*, 13(11), 2634–2649.

[19] Gibson, M. M., & Launder, B. E. (1978). Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 86, 491–511.

[20] Walters, D. K., & Cokljat, D. (2008). A three-equation eddy-viscosity model for reynolds-averaged navier-stokes simulations of transitional flows. *Journal of Fluids Engineering*, 130.

[21] Menter, F. R., Langtry, R. B., Likki, S. R., Suzen, Y. B., Huang, P. G., & Volker, S. (2004). A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables: Part I — Model Formulation. In *ASME Turbo Expo 2004: Power for Land, Sea, and Air* (Paper No. GT2004-53452), American Society of Mechanical Engineers.

[22] Rotta, J. C. (1972). *Turbulente Strömungen*. Stuttgart: Teubner Verlag.

[23] Menter, F., & Egorov, Y. (2010). The Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 1: Theory and Model Description. *Flow, Turbulence and Combustion*, 85(1), 113–138.

[24] Menter, F. R., & Egorov, Y. (2004). Re-visiting the Turbulent Scale Equation. In *Proceedings of the IUTAM Symposium on One Hundred Years of Boundary Layer Research, Göttingen*. Springer.

[25] Menter, F. R., Kuntz, M., & Langtry, R. (2003). Ten Years of Experience with the SST Turbulence Model. In K. Hanjalic, Y. Nagano, & M. Tummers (Eds.), *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4* (pp. 625–632). Begell House Inc.

[26] Airfoil Tools. (s.f.). *Airfoil Tools Database*. Recuperado el 14 de julio de 2025, de http://airfoiltools.com/

[27] Harris, C. D. (1981). *Two-Dimensional Aerodynamic Characteristics of the NACA 0012 Airfoil in the Langley 8-Foot Transonic Pressure Tunnel* (NASA Technical Memorandum 81927). NASA Langley Research Center.

[28] CFD Online. (s.f.). *Y+ Estimation Tool*. Recuperado el 15 de julio de 2025, de https://www.cfd-online.com/Tools/yplus.php

[29] Kraichnan, R. H. (1967). Inertial Ranges in Two-Dimensional Turbulence. *Physics of Fluids*, 10(7), 1417–1423.

[30] Gregory, N., & O'Reilly, C. L. (1973). *Low-Speed Aerodynamic Characteristics of NACA 0012 Aerofoil Section, including the Effects of Upper-Surface Roughness Simulating Hoar Frost* (Reports and Memoranda No. 3726). Aeronautical Research Council, Her Majesty's Stationery Office.

[31] Chen, T., Li, R., Hu, X., Zhang, B., Liu, Y., Wang, L., & Gao, N. (2025). *Machine learning as CFD surrogate models for rapid prediction of building-related physical fields: A review of methods and state-of-the-art. Building and Environment*. doi:10.1016/j.buildenv.2025.113667

[32] Haq, I. U., Raza, M., Hassan, W. U., Guo, L.-Q., Guo, J.-L., Zhang, H.-N., Li, X.-B., & Li, F.-C. (2026). *Review of the development of turbulence models for low Prandtl number fluid flows and heat transfer based on machine learning techniques. Progress in Nuclear Energy*. doi:10.1016/j.pnucene.2026.106264

[33] Gupta, S., Zhao, J., Sharma, A., Agrawal, A., Hourigan, K., & Thompson, M. C. (2023). *Two- and three-dimensional wake transitions of a NACA0012 airfoil*. Journal of Fluid Mechanics, 954, A26. doi:10.1017/jfm.2022.958