

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

CODE_ASTER como alternativa de código abierto para el análisis mecánico de cables superconductores de baja temperatura crítica

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Mecánico

P R E S E N T A

Samir Colunga González

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Frederic Trillaud



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2026

PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Titulación con trabajo escrito)

De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado CODE_ASTER COMO ALTERNATIVA DE CODIGO ABIERTO PARA EL ANALISIS MECANICO DE CABLES SUPERCONDUCTORES DE BAJA TEMPERATURA CRITICA que presenté para obtener el titulo de INGENIERO MECÁNICO es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.



SAMIR COLUNGA GONZALEZ
Número de cuenta: 317022650



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

Presidente:	Mtro. Eduardo Carranza Torres
Secretario:	Dr. Fernando Velázquez Villegas
Vocal:	Dr. Frederic Trillaud
1er. Suplente:	Dr. Edgar Isaac Ramírez Díaz
2do. Suplente:	Mtro. Osvaldo Ruiz Cervantes

Esta tesis se realizó en el Instituto de Ingeniería, UNAM.

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Frederic Trillaud



Firma

Esta tesis está dedicada a:

A mis padres, por acompañarme en cada paso del camino y no dejar de creer en mí.

A mi hermana, quien nunca me ha dejado solo y me ha hecho una mejor persona.

A Juan, quien se desveló y rió conmigo, guiándome en cada paso del camino.

A Fernanda, Marco y Jorge, que marcaron un antes y un después en mi vida.

A Gerardo, Jesús, José, Sebastián, Samuel y Heras, por sus años de amistad incondicional.

A Paulo, Thomas e David, che mi hanno fatto sentire a casa, anche dall'altra parte del mondo.

Agradecimientos

Al Dr. Frederic Trillaud por su dirección, confianza y apoyo constante a lo largo de este trabajo.

Al Mtro. Osvaldo Ruiz Cervantes y al Dr. Edgar Isaac Ramírez Díaz, por su asesoría técnica y, sobre todo, por el cariño y la paciencia con que dan sus clases.

Al Dr. Eduardo Carranza Torres, quien vio en mí a alguien capaz de hacer una tesis antes de que yo mismo lo creyera.

Al Dr. Fernando Velázquez Villegas, cuya puerta estuvo siempre abierta, desde mis primeras clases hasta las últimas.

A los cuatro, además, por el tiempo dedicado a la revisión de este trabajo.

Al Paul Scherrer Institut (PSI), por recibirme durante mi estancia de investigación, y en particular al Dr. Ciro Calzolaio, por su disposición, su generosidad y su retroalimentación, que enriquecieron este trabajo.

A la Coordinación de Internacionalización de la Facultad de Ingeniería de la UNAM y a la Dirección General de Cooperación e Internacionalización (DGCI), por el apoyo brindado a través del programa PITAE, que hizo posible la realización de esta estancia.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM y al proyecto DGAPA-UNAM PAPIIT #IN104124, por proveer el marco institucional y los recursos necesarios para el desarrollo de esta tesis.

Resumen

El presente trabajo compara el programa de elementos finitos de código abierto CODE_ASTER contra el programa comercial COMSOL Multiphysics® para el análisis mecánico de cables superconductores de Nb_3Sn bajo carga transversal cíclica cuasi-estática. Se estudian dos conductores: el PIT_{100} y el RRP 108/127. El análisis sigue una progresión de complejidad constitutiva: elasticidad lineal, plasticidad bilineal y curva experimental. Se reportan esfuerzos de von Mises promedio por material y valores máximos globales. Para el cable PIT_{100}, las discrepancias respecto a los valores de referencia en condición de carga a 17 kN son inferiores al 5 %, si bien en descarga se observan discrepancias mayores en el filamento de Nb_3Sn, atribuibles a la geometría idealizada del modelo. Para el cable RRP 108/127, la concordancia en carga máxima es de -1.2 % en la media ponderada por volumen del esfuerzo en el Nb_3Sn. Este trabajo demuestra la viabilidad de CODE_ASTER para el análisis mecánico de cables superconductores, como un código abierto alternativo a herramientas comerciales costosas.

Abstract

This work compares CODE_ASTER, the open-source finite element software, against the commercial software COMSOL Multiphysics® for the mechanical analysis of Nb_3Sn superconducting cables under quasi-static cyclic transverse loading. Two conductors are studied: the PIT_{100} and the RRP 108/127. The analysis follows a progression of constitutive complexity: linear elasticity, bilinear plasticity, and experimental stress-strain curve. Average von Mises stresses per material and global maximum values are reported. For the PIT_{100} cable, discrepancies with respect to reference values under loading at 17 kN are below 5 %, although larger discrepancies are observed in the Nb_3Sn filament upon unloading, attributable to the idealized geometry of the model. For the RRP 108/127 cable, agreement at peak load is -1.2 % in the volume-weighted mean stress in the Nb_3Sn. This work demonstrates the feasibility of CODE_ASTER for the mechanical analysis of superconducting cables, promoting the adoption of open-source tools in the community against expensive commercial tools.

Índice general

Dedicatoria v

Agradecimientos vi

Resumen vii

Abstract viii

1. Introducción 1

1.1. Importancia 1

1.2. Planteamiento del problema 2

1.3. Objetivos 3

1.3.1. Objetivo general 3

1.3.2. Objetivos específicos 3

1.4. Alcance del trabajo 4

1.5. Organización del documento 4

2. Revisión de literatura 6

2.1. Terminología 6

2.2. Antecedentes 6

2.2.1. Tecnología superconductora 6

2.2.2. Nb_3Sn 7

2.2.3. Caracterización de conductores Nb_3Sn 8

2.2.4. Motivación para modelos numéricos fieles 9

2.3. Estado del arte 9

2.4. Marco teórico utilizado en trabajos previos 12

2.5. Consideración del modelo 14

3. Marco teórico **15**

3.1. Fundamentos de la mecánica del medio continuo 15

3.1.1. Hipótesis del continuo 15

3.1.2. Esfuerzo 15

3.1.3. Deformación 17

3.1.4. Relación constitutiva 17

3.1.5. Hipótesis de deformación plana 18

3.2. Modelos constitutivos 19

3.2.1. Comportamiento elástico lineal 19

3.2.2. Caracterización experimental y diagrama esfuerzo–deformación 20

3.2.3. Plasticidad: fundamentos 20

3.2.4. Criterio de fluencia de von Mises 21

3.2.5. Regla de flujo 22

3.2.6. Endurecimiento isotrópico 22

3.3. Método de los Elementos Finitos 24

3.3.1. Forma fuerte y forma débil 24

3.3.2. Discretización y funciones de forma 25

3.3.3. Aproximación de Galerkin 26

3.3.4. Sistema algebraico y matriz de rigidez 26

3.3.5. Material no lineal y método de Newton-Raphson . 27

3.3.6. Postproceso y extracción de campos 28

3.4. Distribución volumétrica y media ponderada 29

3.5. Validación y comparación con la literatura 30

4. Metodología **32**

4.1. Estrategia general del trabajo 32

4.2. Descripción del modelo 32

4.2.1. Geometría del conductor 33

4.2.2. Hipótesis de deformación plana 36

4.2.3. Configuración de confinamiento: condiciones de frontera . . . 37
4.2.4. Aplicación de la carga . . . 38
4.2.5. Modelado constitutivo de los materiales . . . 39
4.2.6. Ajuste geométrico . . . 41
4.2.7. Reducción de puntos . . . 42
4.3. Implementación en CODE_ASTER . . . 42
4.3.1. Discretización y elementos finitos . . . 42
4.3.2. Modelos constitutivos en CODE_ASTER . . . 43
4.3.3. Solucionador numérico . . . 43
4.3.4. Discretización y sensibilidad de malla . . . 44

5. Resultados y discusión **49**
5.1. Hebra PIT_{100} . . . 49
5.1.1. Evolución del esfuerzo promedio de von Mises . . . 49
5.1.2. Distribución espacial de esfuerzos . . . 56
5.1.3. Distribución volumétrica de esfuerzos del Nb_3Sn . . . 56
5.1.4. Acumulación de deformación plástica . . . 61
5.1.5. Distribución volumétrica de deformación plástica residual . . . 62
5.2. Hebra RRP 108/127 . . . 64
5.2.1. Esfuerzos de von Mises promedio . . . 64
5.2.2. Distribución espacial de esfuerzos . . . 68
5.2.3. Distribución volumétrica de esfuerzos del Nb_3Sn . . . 72
5.2.4. Acumulación de deformación plástica . . . 75
5.2.5. Distribución espacial de deformación plástica . . . 77
5.2.6. Distribución volumétrica de deformación plástica 78
5.3. Comparación entre las hebras PIT_{100} y RRP . . . 80

6. Costo del proyecto **81**
6.1. Costo de mano de obra . . . 81

6.2. Costo de implementación con validación comparativa . . 82

7. Conclusiones **84**

8. Trabajos futuros **86**

A. CODE_ASTER como herramienta de código abierto **91**

B. Scripts de procesamiento **92**

C. Implementación en CODE_ASTER para la hebra RRP 108/127 **104**

C.1. Hebra RRP 108/127 104

C.1.1. Modelo lineal 104

C.1.2. Modelo elastoplástico bilineal 114

C.1.3. Modelo elastoplástico con curva experimental . . 127

D. Resultados numéricos **140**

Índice de figuras

1.1. Corriente crítica en función de la deformación. 2

2.1. Jerarquía estructural de un conductor superconductor multifilamentario. 7
2.2. Curva esfuerzo–deformación del cobre de Calzolaio et al. [1]. 12

3.1. Diagrama esfuerzo–deformación y criterio del 0.2 % . . . 20
3.2. Diagrama esfuerzo–deformación del modelo bilineal. Se identifican el tramo elástico de pendiente E y el tramo elastoplástico de pendiente E_t. 23
3.3. Nodos y puntos de integración para elementos T3 y T6. . 29

4.1. Secciones transversales de la hebra RRP 108/127 en configuración “round” y “rolled”. 33
4.2. Geometría de la hebra PIT_{100}. 34
4.3. Geometría de la hebra RRP 108/127. 35
4.4. Resorte de Walters. 36
4.5. Sistema de confinamiento. 37
4.6. Historia de carga aplicada a la hebra PIT_{100}. 39
4.7. Función multiplicadora $\alpha_{\mathrm{RRP}}(k)$ empleada para modelar los ciclos de carga–descarga de la hebra RRP. 40
4.8. Curvas esfuerzo–deformación empleadas en el modelo. . . 41
4.9. Esfuerzo promedio de von Mises en el Nb_3Sn y tiempo de cómputo en función del nivel de malla. 44
4.10. Error relativo entre niveles de refinamiento del mallado consecutivos en función del tiempo de cómputo para elementos T3 y T6. 46
4.11. Comparación de densidad de malla entre M1 y M3. . . . 47

4.12. Distribución de la razón de aspecto para las mallas M1 y M3. 48

5.1. Evolución del esfuerzo promedio de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra PIT_{100}. 50
5.2. Evolución del esfuerzo promedio de von Mises en la matriz de cobre de la hebra PIT_{100}. 53
5.3. Distribución espacial del esfuerzo de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra PIT_{100}. 57
5.4. Distribución espacial del esfuerzo de von Mises en la matriz de cobre de la hebra PIT_{100}. 57
5.5. Distribución volumétrica del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores (PIT) para el modelo lineal elástico. 60
5.6. Distribución volumétrica del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores (PIT) para el modelo bilineal, en carga y descarga. 60
5.7. Distribución volumétrica del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores (PIT) para el modelo elastoplástico con curva experimental, en carga y descarga. . . 60
5.8. Evolución de la deformación plástica equivalente promedio en la matriz de cobre de la hebra PIT_{100}. 61
5.9. Distribución volumétrica de la deformación plástica equivalente residual en la matriz de cobre (PIT) para el modelo bilineal. 63
5.10. Distribución volumétrica de la deformación plástica equivalente residual en la matriz de cobre (PIT) para el modelo elastoplástico con curva experimental. 63
5.11. Evolución del esfuerzo promedio de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra RRP 108/127. 65

5.12. Evolución del esfuerzo promedio de von Mises en la matriz de cobre de la hebra RRP 108/127. 66

5.13. Evolución del esfuerzo promedio de von Mises en el bronce de la hebra RRP 108/127. 67

5.14. Distribución espacial del esfuerzo de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra RRP 108/127 a 30 kN, en carga y tras la descarga. 70

5.15. Distribución espacial del esfuerzo de von Mises en la matriz de cobre de la hebra RRP 108/127 a 30 kN, en carga y tras la descarga. 71

5.16. Distribución espacial del esfuerzo de von Mises en los núcleos de bronce de la hebra RRP 108/127 a 30 kN, en carga y tras la descarga. 71

5.17. Distribución volumétrica del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores (RRP) a 30 kN, para los tres modelos constitutivos, en carga y descarga. 74

5.18. Evolución de la deformación plástica equivalente promedio $\bar{\varepsilon}^p$ en la matriz de cobre de la hebra RRP 108/127. . . . 75

5.19. Evolución de la deformación plástica equivalente promedio $\bar{\varepsilon}^p$ en el bronce de la hebra RRP 108/127. 76

5.20. Evolución de la deformación plástica equivalente promedio en el conjunto cobre-bronce de la hebra RRP 108/127. . 77

5.21. Distribución espacial de la deformación plástica equivalente residual en el conjunto cobre-bronce de la hebra RRP 108/127 tras la descarga a 30 kN. 78

5.22. Distribución volumétrica de la deformación plástica equivalente residual en el conjunto cobre-bronce de la hebra RRP 108/127. 79

6.1. Ahorro acumulado para una licencia individual y una departamental, frente a dos cotizaciones de la inversión inicial (académica e industria). Cada punto marca el momento en que el ahorro acumulado alcanza la inversión correspondiente. 82

Índice de cuadros

4.1. Parámetros geométricos de las hebras superconductoras analizadas y condiciones de confinamiento. 36
4.2. Propiedades mecánicas adoptadas para los materiales del modelo a 4.2 K. 40
4.3. Esfuerzo promedio de von Mises en el Nb_3Sn y tiempo de cómputo por número de elementos para elementos T3 y T6. RRP 108/127, modelo elastoplástico con curva experimental, instante de carga máxima. 44
4.4. Orden de convergencia observado y GCI para la malla fina de cada tipo de elemento. $F_s = 1.25$. 46
4.5. Parámetros globales de mallado — cable RRP, malla M3. 47

5.1. Esfuerzo promedio de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra PIT_{100} a 17 kN. Valores de referencia (COMSOL) de Calzolaio et al. [1]. 51
5.2. Esfuerzo promedio de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra PIT_{100} a carga y descarga máximas (30 kN). Valores de referencia (COMSOL) de Calzolaio et al. [1]. . 52
5.3. Esfuerzo promedio de von Mises en la matriz de cobre de la hebra PIT_{100} a 17 kN. Valores de referencia de Calzolaio et al. [1]. 54
5.4. Esfuerzo promedio de von Mises en la matriz de cobre de la hebra PIT_{100} a carga y descarga a 30 kN. Valores de referencia (COMSOL) de Calzolaio et al. [1]. 55
5.5. Media ponderada por volumen del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores (PIT), por modelo constitutivo, nivel de carga y estado. 59

5.6. Media ponderada por volumen de la deformación plástica equivalente residual en la matriz de cobre (PIT), por modelo constitutivo y nivel de carga. 62
5.7. Esfuerzo promedio de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra RRP 108/127 a 30 kN y tras la descarga. . . 65
5.8. Esfuerzo promedio de von Mises en la matriz de cobre de la hebra RRP 108/127 a 30 kN y tras la descarga. 66
5.9. Esfuerzo promedio de von Mises en los núcleos de bronce de la hebra RRP 108/127 a 30 kN y tras la descarga. . . 67
5.10. Media ponderada por volumen del esfuerzo de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra RRP 108/127 a 30 kN. Valor de referencia de Bagni et al. [2]. 73
5.11. Media ponderada por volumen de la deformación plástica equivalente residual $\bar{\varepsilon}^p$ en el conjunto cobre-bronce de la hebra RRP 108/127 tras la descarga a 30 kN. Valor de referencia de Bagni et al. [2]. 79
5.12. Comparación de resultados entre las hebras PIT_{100} y RRP para el modelo elastoplástico, calculados como media ponderada volumétrica a 30 kN. 80

D.1. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo lineal elástico (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante. 140
D.2. Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo lineal elástico (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante. 140
D.3. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo bilineal elastoplástico (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante. 141
D.4. Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo bilineal elastoplástico (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante. . . 141
D.5. Deformación plástica equivalente en cobre, modelo bilineal elastoplástico (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante. 142

D.6. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo elastoplástico con curva experimental (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante. 142
D.7. Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo elastoplástico con curva experimental (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante. 143
D.8. Deformación plástica equivalente en cobre, modelo elastoplástico con curva experimental (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante. 143
D.9. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo lineal elástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante. . 144
D.10. Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo lineal elástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante. . 144
D.11. Esfuerzo de von Mises en bronce, modelo lineal elástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante. . 144
D.12. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo bilineal elastoplástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante. 145
D.13. Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo bilineal elastoplástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante. 145
D.14. Esfuerzo de von Mises en bronce, modelo bilineal elastoplástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante. 146
D.15. Deformación plástica equivalente en conjunto cobre–bronce, modelo bilineal elastoplástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante. 146
D.16. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo elastoplástico con curva experimental (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante. 147

D.17.Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo elastoplástico con curva experimental (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante. 147
D.18.Esfuerzo de von Mises en bronce, modelo elastoplástico con curva experimental (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante. 148
D.19.Deformación plástica equivalente en conjunto cobre–bronce, modelo elastoplástico con curva experimental (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante. 148

1. Introducción

1.1 Importancia

Los cables superconductores basados en Nb_3Sn son componentes críticos en dispositivos que requieren altos campos magnéticos como aceleradores de partículas, sistemas de fusión nuclear y equipos de resonancia magnética. Su particularidad es que son extremadamente sensibles a la deformación mecánica: cargas que en otro contexto serían tolerables pueden degradar de forma irreversible sus propiedades superconductoras (figura 1.1). Entender cómo se deforman y cómo se distribuyen los esfuerzos en su interior no es, por tanto, un detalle menor, sino una condición necesaria para que estos sistemas funcionen.

La mayor parte de la literatura existente ha estudiado los efectos del esfuerzo axial sobre la corriente crítica. El esfuerzo transversal, que aparece de forma inevitable durante la operación de cables en configuración Rutherford, ha recibido considerablemente menos atención. Los trabajos de Calzolaio et al. [1] y Bagni et al. [2] abordan precisamente este problema: mediante ensayos experimentales y modelos de elementos finitos desarrollados en COMSOL Multiphysics® [3], caracterizan la respuesta electromecánica de hebras PIT y RRP bajo esfuerzo transversal. Estos estudios constituyen el caso de referencia del presente trabajo.

El método de elementos finitos permite estudiar distribuciones locales de esfuerzo y deformación que no son accesibles experimentalmente. Sin embargo, su uso generalizado en la comunidad científica está condicionado al acceso a programas comerciales costosos, lo que limita la posibilidad de reproducir y extender estudios previos, y demanda una inversión económica continua importante. En este contexto, herramientas de código abierto como CODE_ASTER [5] representan una alternativa cuyo potencial no ha sido suficientemente explorado en este campo.

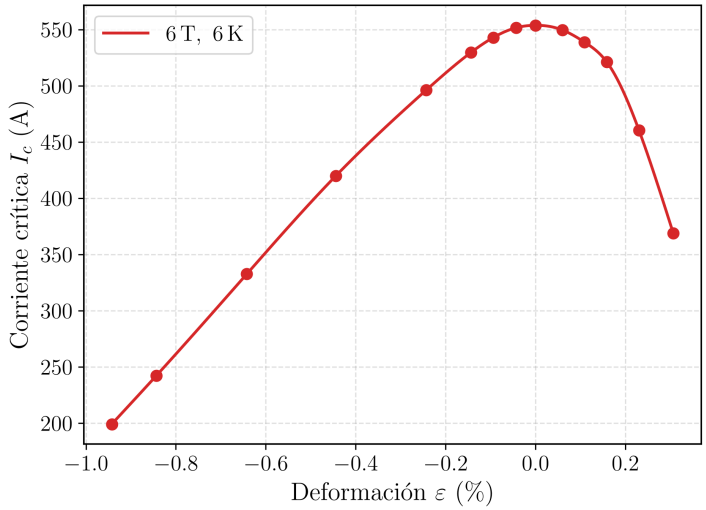


Figura 1.1. Corriente crítica en función de la deformación. Se puede apreciar el decrecimiento de la corriente crítica tras la aplicación de la carga, ya sea a tracción o compresión. Adaptado de Ilyin, Nijhuis y Krooshoop [4].

1.2 Planteamiento del problema

Los estudios de referencia que motivan este trabajo, Calzolaio et al. [1] y Bagni et al. [2], desarrollaron sus modelos de elementos finitos en COMSOL. Si bien los resultados reportados reproducen satisfactoriamente el comportamiento experimental, el uso exclusivo de herramientas comerciales costosas deja abierta una pregunta relevante: ¿Podríamos llevar a cabo el mismo trabajo pero con una herramienta de código abierto y de libre distribución?

Esta pregunta no es menor. El uso de programas comerciales conlleva una carga financiera alta para grupos de trabajo de pequeño y mediano tamaño. Especialmente en laboratorios o centros de investigación, donde no se aplica el descuento educacional.

A pesar de la disponibilidad de solucionadores de código abierto capaces de manejar este tipo de problemas, no existe en la literatura un estudio que valide sistemáticamente sus usos para el análisis mecánico de cables superconductores Nb_3Sn bajo carga transversal. En este trabajo, se tomaron como referencia los mismos casos de estudio abordados con herramientas comerciales.

El presente trabajo aborda directamente esta brecha. La pregunta central es: ¿puede CODE_ASTER reproducir con fidelidad comparable los resultados mecánicos reportados por Calzolaio et al. y Bagni et al., utilizando los mismos modelos constitutivos y casos de estudio?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Validar el uso de CODE_ASTER como alternativa a la herramienta comercial COMSOL para el análisis mecánico de cables superconductores Nb_3Sn sometidos a cargas transversales, tomando como referencia los casos de estudio documentados por Calzolaio et al. [1] y Bagni et al. [2].

1.3.2 Objetivos específicos

- Implementar modelos de elementos finitos en CODE_ASTER para los cables PIT y RRP, replicando la geometría y condiciones de carga de los estudios de referencia.
- Comparar la respuesta mecánica obtenida con tres modelos constitutivos de complejidad progresiva: comportamiento perfectamente elástico, plasticidad con endurecimiento isotrópico y modelo elasto-plástico con curva esfuerzo-deformación experimental.
- Contrastar los resultados de CODE_ASTER con los reportados en la literatura, evaluando la fidelidad de las predicciones en variables como distribución de esfuerzos, deformación plástica y esfuerzos residuales.
- Identificar las capacidades y limitaciones de CODE_ASTER frente a COMSOL en el modelado numérico de problemas mecánicos no lineales, considerando estabilidad numérica, complejidad de implementación y posprocesamiento.

1.4 Alcance del trabajo

El trabajo se limita al análisis mecánico de los cables PIT y RRP bajo cargas transversales cuasiestáticas cíclicas. No se aborda el comportamiento eléctrico ni el acoplamiento electromecánico.

Los modelos implementados replican la geometría y condiciones de carga reportadas por Calzolaio et al. [1] y Bagni et al. [2]. No se desarrollan nuevos modelos constitutivos ni se optimiza el diseño del cable.

El propósito del estudio es evaluar si CODE_ASTER reproduce con fidelidad comparable los resultados mecánicos obtenidos con COMSOL, y cómo influye la elección del modelo constitutivo en esa reproducibilidad.

1.5 Organización del documento

El documento se organiza en siete capítulos:

- **Capítulo 2** presenta la revisión de literatura, incluyendo los antecedentes y el estado del arte.
- **Capítulo 3** desarrolla el marco teórico, abarcando los fundamentos de la mecánica del continuo, los modelos constitutivos considerados y los principios del método de los elementos finitos.
- **Capítulo 4** describe la metodología, detallando la geometría de los conductores, las condiciones de frontera, el modelado constitutivo y la implementación en CODE_ASTER.
- **Capítulo 5** presenta los resultados y la discusión para cada conductor y modelo constitutivo, con una síntesis comparativa al final de cada caso.
- **Capítulo 6** expone las conclusiones del trabajo.
- **Capítulo 7** presenta las líneas de trabajo futuro identificadas a partir de los resultados obtenidos.

- **Anexos**. Reúnen material complementario: consideraciones prácticas sobre el uso de CODE_ASTER como herramienta de código abierto, los scripts de procesamiento empleados, las curvas esfuerzo–deformación a escala completa, los detalles de implementación en CODE_ASTER para la hebra RRP, y los resultados numéricos de todas las simulaciones realizadas.

2. Revisión de literatura

2.1 Terminología

La figura 2.1 muestra la arquitectura jerárquica de un cable Rutherford multifilamentario, desde el ensamble final hasta el componente más fino.

Estas son las partes que componen dicha arquitectura:

Cable Ensamble formado por varias hebras cableadas en una disposición geométrica definida. La configuración más común en aplicaciones de aceleradores es el cable Rutherford, donde las hebras se disponen en dos capas planas y trenzadas.

Hebra* o *alambre Conjunto de filamentos embebidos en la matriz, con diámetro típico del orden del milímetro. Constituye la unidad básica de fabricación.

Matriz Material metálico, generalmente cobre, en el que están embebidos los filamentos. Proporciona estabilidad eléctrica ante transiciones al estado normal y soporte mecánico a los filamentos.

Filamento Elemento superconductor de Nb_3Sn con diámetro típico del orden de micrómetros. Constituye la unidad funcional básica del conductor.

2.2 Antecedentes

2.2.1 Tecnología superconductora

El desarrollo de dispositivos electromagnéticos que requieren la generación de altos campos magnéticos ha estado estrechamente ligado al progreso en la tecnología de cables superconductores. Las exigencias impuestas por aplicaciones como imanes de resonancia magnética nuclear, sistemas de fusión y aceleradores de partículas de próxima generación

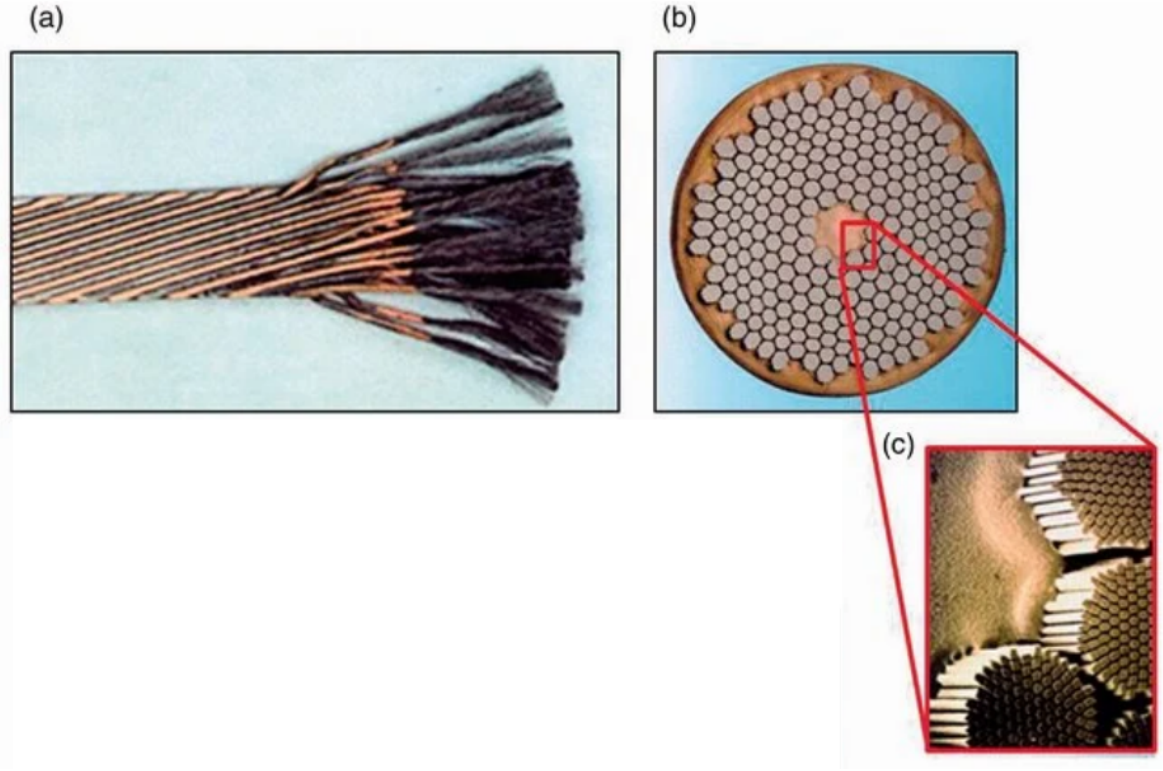


Figura 2.1. (a) Cable Rutherford de 36 hebras; (b) sección transversal de una hebra individual con 6300 filamentos embebidos en matriz de cobre; (c) filamentos de NbTi (6 µm de espesor) en una matriz de cobre. Adaptado de Roy et al. [6].

han impulsado avances significativos en el diseño y fabricación de estos conductores. Proyectos como el Gran Colisionador de Hadrones de Alta Luminosidad (*High-Luminosity LHC*) y el Colisionador Circular del Futuro (*Future Circular Collider*) han renovado el interés en materiales superconductores avanzados, al requerir imanes capaces de operar en el rango de 12–16 T, con pre-esfuerzos de diseño que pueden alcanzar valores considerables de entre 150 y 200 MPa [7, 8].

2.2.2 Nb_3Sn

Desde el descubrimiento de la superconductividad en el compuesto intermetálico Nb_3Sn a mediados del siglo XX [9], este material ha recibido atención sostenida por su capacidad para transportar densidades de corriente elevadas y por ofrecer un régimen campo–temperatura accesible significativamente superior al de otros superconductores [10]. Sin embargo,

el Nb_3Sn es un compuesto intrínsecamente frágil, lo que implica que las solicitaciones mecánicas a las que está sometido durante la operación de los imanes representan un desafío tecnológico fundamental.

2.2.3 Caracterización de conductores Nb_3Sn

Estudios experimentales tempranos demostraron que la aplicación de cargas compresivas transversales puede provocar una degradación significativa de la corriente crítica[1] en conductores multifilamentarios de Nb_3Sn, con una respuesta que depende tanto del estado de carga como del campo magnético aplicado [11, 12]. Este reconocimiento marcó el inicio de estudios sistemáticos orientados a caracterizar la interacción entre el comportamiento mecánico del cable y sus propiedades superconductoras.

A partir de entonces, se desarrollaron diversas plataformas experimentales dedicadas a la caracterización mecánica de hebras y cables de Nb_3Sn. Entre las más relevantes se encuentran el dispositivo TARSIS (Arreglo de Prueba para la Influencia de la Deformación en Hebras, por sus siglas en inglés) de la Universidad de Twente, orientado a ensayos de flexión, compresión puntual y tracción axial [13], y el protocolo SCUTT (Configuración de Hebra para Ensayo de tracción Uniaxial, por sus siglas en inglés), desarrollado para ensayos uniaxiales con mejoras respecto a métodos previos [13]. Paralelamente, el CERN (Organización Europea para la Investigación Nuclear, por sus siglas en francés) ha impulsado campañas sistemáticas de medición de corriente crítica en cables sometidos a presión transversal de hasta 210 MPa, en el marco del desarrollo de los imanes del HL-LHC y el FCC-hh [7].

[1] Máxima corriente continua que puede transmitir el cable sin pérdidas significativas.

2.2.4 Motivación para modelos numéricos fieles

En condiciones de operación reales, estos cables multifilamento están sujetos a múltiples fuentes de esfuerzo: los procesos de fabricación de las bobinas, las diferencias de expansión térmica entre los distintos componentes y las fuerzas electromagnéticas generadas durante la operación [12]. Estas solicitaciones inducen estados complejos de esfuerzo y deformación en el interior del cable, lo que hace indispensable el desarrollo de herramientas de simulación numérica capaces de caracterizar su comportamiento mecánico con precisión, motivación central del presente trabajo.

2.3 Estado del arte

Comprender los mecanismos que conducen a la degradación irreversible de las propiedades electromecánicas del Nb_3Sn bajo condiciones de carga complejas ha impulsado el desarrollo de modelos de elementos finitos cada vez más detallados. La literatura especializada muestra una tendencia hacia representaciones numéricas que reproducen con mayor fidelidad las condiciones reales de fabricación y operación de imanes superconductores de alto campo.

Uno de los trabajos de referencia en este campo es el estudio de Calzolaio et al. [1], en el que se desarrolló un modelo mecánico bidimensional para analizar la respuesta de conductores Nb_3Sn, producidos mediante tecnología PIT, bajo cargas transversales cuasiestáticas. El modelo permitió identificar la aparición de deformaciones plásticas en la matriz de cobre y la consecuente generación de esfuerzos residuales sobre los filamentos superconductores, estableciendo una relación directa entre estos fenómenos mecánicos y la degradación del desempeño eléctrico. Este trabajo sentó las bases para el análisis mecánico detallado de conductores superconductores bajo compresión transversal y evidenció la utilidad del

método de los elementos finitos como herramienta de interpretación de resultados experimentales.

Posteriormente, Bagni et al. [2] ampliaron este enfoque incorporando conductores fabricados mediante tecnologías PIT y RRP®, así como el efecto de deformaciones inducidas durante el proceso de cableado. Los autores analizaron la influencia de la geometría del conductor, sección circular frente a sección laminada, sobre la redistribución de esfuerzos internos bajo carga transversal. Los resultados confirmaron que los esfuerzos residuales generados en la matriz de cobre desempeñan un papel dominante en la degradación del Nb_3Sn, y pusieron de manifiesto la importancia de considerar no solo el estado de carga aplicado, sino también la historia mecánica previa del conductor.

Desde una perspectiva tridimensional, Jiang et al. [14] desarrollaron un modelo detallado de un cable Rutherford, considerando explícitamente la disposición geométrica de los filamentos y las condiciones de contacto entre hebras bajo carga cíclica axial y transversal. Este enfoque permitió identificar mecanismos de inestabilidad mecánica asociados al proceso de cableado, como el cruce y desplazamiento de hebras. Sin embargo, la complejidad geométrica y el costo computacional inherentes a los modelos tridimensionales limitan su aplicabilidad como herramienta de análisis sistemático. En contraste, los modelos bidimensionales empleados por Calzolaio et al. y Bagni et al. ofrecen un balance adecuado entre fidelidad física y viabilidad computacional, lo que justifica su adopción como marco de referencia en el presente trabajo.

En cuanto a las propiedades mecánicas del Nb_3Sn, Mitchell [15] reporta un módulo de Young de 100 GPa para temperaturas inferiores a 35 K, con una dependencia no lineal con la temperatura y un comportamiento elástico inusual en torno a los 100 K. Estos valores corresponden al material en bulto. En conductores multifilamentarios reales, las propiedades efectivas dependen de la geometría del cable y de la presencia de la matriz

de cobre, lo que explica el uso de valores distintos en estudios numéricos [1, 10].

La literatura muestra una dependencia marcada del uso de programas comerciales de elementos finitos, particularmente en estudios que involucran no linealidades geométricas, plasticidad del material y condiciones de contacto. Sin embargo, estudios recientes han mostrado que las herramientas de código abierto constituyen una alternativa viable: en simulaciones estáticas lineales, las desviaciones respecto a resultados experimentales se mantienen por debajo del 15 %, con diferencias inferiores al 1 % en comparación con soluciones analíticas para los solucionadores más precisos [16]. En particular, Abdelaty et al. [17] demostraron que Salome-Meca [18, 5], plataforma de preproceso y postproceso que emplea CODE_ASTER como solucionador, produce resultados comparables a Abaqus® [19] en problemas elastoplásticos tridimensionales, lo que posiciona a esta herramienta de código abierto como una alternativa viable y accesible frente a programas propietarios.

A pesar de los avances descritos, el estado del arte revela una ausencia de estudios sistemáticos orientados a validar el uso de programas de código abierto de elementos finitos en el análisis mecánico de conductores superconductores Nb_3Sn, utilizando casos de estudio comparables con los abordados mediante programas comerciales. El presente trabajo se sitúa en la intersección entre el análisis mecánico de conductores superconductores y la validación de herramientas numéricas abiertas, tomando como referencia los casos de estudio de Calzolaio et al. y Bagni et al. y evaluando la capacidad de CODE_ASTER para reproducir y extender dichos resultados bajo distintos modelos constitutivos.

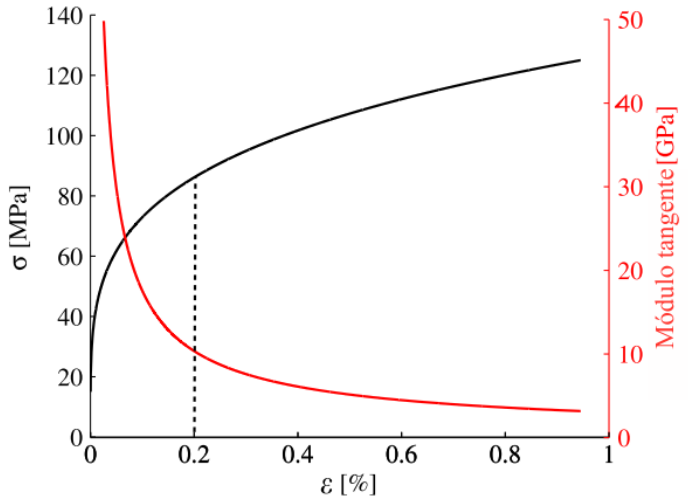


Figura 2.2. Curva esfuerzo–deformación del cobre reconstruida mediante la ley de mezclas y módulo tangente. Se indica el criterio del 0.2 % para la determinación del esfuerzo de fluencia. Adaptado de Calzolaio et al. [1].

2.4 Marco teórico utilizado en trabajos previos

Los modelos de elementos finitos desarrollados en la literatura para el análisis mecánico de conductores Nb_3Sn comparten una base común: la matriz de cobre se trata como un material elastoplástico, mientras que los filamentos de Nb_3Sn se modelan como elásticos lineales dado su carácter frágil y la ausencia de datos experimentales de fluencia confiables [15]. Las diferencias entre estudios radican principalmente en la sofisticación del modelo constitutivo adoptado para el cobre y en la fuente de los datos experimentales empleados.

Calzolaio et al. [1] adoptaron un modelo elastoplástico cuyo comportamiento del cobre fue reconstruido a partir de mediciones experimentales de la curva esfuerzo–deformación del cable completo. Mediante una ley de mezclas aplicada punto a punto, y conociendo las fracciones volumétricas de Nb_3Sn y cobre así como el módulo de Young del Nb_3Sn, extrajeron de manera incremental el módulo tangente del cobre a lo largo de toda la curva. Se empleó la siguiente expresión:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right)_{\text{cable}} = V_{Nb_3Sn}\, E_{Nb_3Sn} + V_{Cu} \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right)_{Cu} \tag{2.1}$$

donde $(d\sigma/d\varepsilon)_{\text{cable}}$ es el módulo tangente del cable completo, $V_{\text{Nb}_3\text{Sn}}$ y V_{Cu} son las fracciones volumétricas de Nb_3Sn y cobre, respectivamente. $E_{\text{Nb}_3\text{Sn}}$ es el módulo de Young del Nb_3Sn, y $(d\sigma/d\varepsilon)_{\text{Cu}}$ es el módulo tangente del cobre.

El esfuerzo de fluencia del cobre, $\sigma_{y,\text{Cu}} = 86.2$ MPa, fue determinada a partir de la deformación correspondiente al 0.2 % sobre la curva reconstruida, como se ilustra en la figura 2.2. Este enfoque permitió capturar la aparición de deformaciones plásticas en la matriz de cobre y su efecto sobre los esfuerzos residuales en los filamentos superconductores, sin requerir una caracterización mecánica independiente del cobre.

Bagni et al. [2], en cambio, incorporaron una función de endurecimiento isotrópico definida directamente a partir de mediciones experimentales de esfuerzo–deformación realizadas sobre las mismas hebras a condiciones de operación. El criterio de fluencia se estableció mediante el límite convencional al 0.2 % de deformación plástica, y la evolución del endurecimiento se describió en función de la deformación plástica equivalente acumulada. Este enfoque representa un avance respecto al de Calzolaio et al., al incorporar el comportamiento real del material en lugar de una aproximación indirecta, y al considerar explícitamente la historia de deformación plástica del conductor.

La progresión entre ambos estudios refleja una tendencia hacia modelos constitutivos de mayor fidelidad física, a costa de una mayor complejidad en la definición y calibración del modelo. Esta evolución sirve como marco de referencia para el enfoque adoptado en el presente trabajo, donde se implementa una secuencia progresiva de modelos constitutivos con el objetivo de aislar la contribución de cada nivel de complejidad a los resultados obtenidos.

2.5 Consideración del modelo

La revisión presentada establece un marco de referencia claro para el análisis mecánico de conductores superconductores Nb_3Sn mediante el método de los elementos finitos.

Los estudios de Calzolaio y Bagni constituyen casos de estudio idóneos para evaluar la capacidad de CODE_ASTER como una herramienta alternativa de código abierto: ambos emplean modelos bidimensionales de complejidad manejable, reportan sus parámetros de manera suficientemente detallada y abordan conductores PIT y RRP® de relevancia directa para las aplicaciones de alto campo descritas en la sección 2.2.

Con el objetivo de aislar la contribución de cada nivel de complejidad a los resultados obtenidos, el presente trabajo adopta una secuencia progresiva de modelos constitutivos: desde un modelo elástico lineal como caso base, pasando por un modelo elastoplástico con endurecimiento lineal isotrópico, hasta un modelo elastoplástico con endurecimiento isotrópico definido a partir de una curva experimental. Esta progresión permite identificar en qué etapa emergen los fenómenos mecánicos relevantes y evaluar la sensibilidad de los resultados ante la complejidad del modelo.

3. Marco teórico

3.1 Fundamentos de la mecánica del medio continuo

El método de los elementos finitos descansa sobre la teoría de la mecánica del continuo. Esta sección presenta los conceptos fundamentales necesarios para formular el problema mecánico: la descripción del estado de esfuerzos, la medida de la deformación y la relación constitutiva que vincula ambas magnitudes.

3.1.1 Hipótesis del continuo

La mecánica del continuo idealiza la materia como un medio distribuido de forma continua. Bajo esta hipótesis, es posible asignar propiedades físicas a cada punto geométrico del dominio mediante funciones y campos continuos del espacio y el tiempo [20].

La formulación del problema mecánico se apoya en dos elementos [21]:

- **Leyes de conservación**, válidas para cualquier medio material, que expresan la conservación de la masa, del momento y de la energía.
- **Ecuaciones constitutivas**, que caracterizan el comportamiento específico del material bajo la influencia de campos externos.

En este trabajo se adoptan adicionalmente las hipótesis de homogeneidad e isotropía, las cuales simplifican la relación constitutiva y resultan adecuadas para los materiales considerados en las simulaciones.

3.1.2 Esfuerzo

Para describir las fuerzas internas en un medio continuo se considera una superficie imaginaria que pasa por un punto interior P, caracterizada por una normal unitaria $\mathbf{n}$. El vector de tracción se define como la fuerza por unidad de área transmitida a través de dicha superficie:

$$\mathbf{t}(\mathbf{n}) = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \mathbf{F}}{\Delta A}, \tag{3.1}$$

donde $\mathbf{t}(\mathbf{n})$ es el vector de tracción asociado a la normal $\mathbf{n}$, y $\Delta\mathbf{F}$ es la fuerza resultante sobre el elemento de área ΔA. El postulado de Cauchy establece que la dependencia de $\mathbf{t}$ respecto a $\mathbf{n}$ es lineal, lo que garantiza la existencia de un tensor de segundo orden, el tensor de esfuerzos de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$, que caracteriza completamente el estado de esfuerzos en el punto [21]:

$$\mathbf{t}(\mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}, \quad \text{o en notación indicial,} \quad t_i = \sigma_{ij}\, n_j, \tag{3.2}$$

donde t_i y n_j son las componentes del vector de tracción y de la normal unitaria, respectivamente, y σ_{ij} son las componentes del tensor de esfuerzos de Cauchy.

La condición de equilibrio de momentos implica la simetría del tensor, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, por lo que el estado de esfuerzo queda determinado por seis componentes independientes. En coordenadas cartesianas el tensor de esfuerzo está dado por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}, \tag{3.3}$$

donde σ_{11}, σ_{22} y σ_{33} son las componentes normales, que representan fuerzas por unidad de área actuando perpendicularmente a la superficie, y σ_{12}, σ_{13} y σ_{23}, denotadas también como τ_{12}, τ_{13} y τ_{23}, son las componentes cortantes, que representan fuerzas por unidad de área actuando tangencialmente a la superficie.

El equilibrio estático del medio conduce a la ecuación local:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = \mathbf{0}, \tag{3.4}$$

donde $\mathbf{f}$ representa las fuerzas de cuerpo por unidad de volumen.

3.1.3 Deformación

El campo de desplazamientos $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$ asigna a cada punto material su desplazamiento respecto a la configuración de referencia. Bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones, la medida de deformación se obtiene de la parte simétrica del gradiente de desplazamientos [22]:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T\right), \qquad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right). \tag{3.5}$$

La simetría del tensor, $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$, garantiza la coherencia con el tensor de esfuerzos. Las componentes normales describen variaciones relativas de longitud; las componentes cortantes, cambios en los ángulos entre direcciones inicialmente ortogonales.

3.1.4 Relación constitutiva

Las ecuaciones de equilibrio y las relaciones cinemáticas son independientes del material y no determinan por sí solas la respuesta mecánica del sólido. Para cerrar el problema es necesaria una ecuación constitutiva que vincule el tensor de esfuerzos con el tensor de deformaciones [21]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\,\varepsilon_{kl}, \tag{3.6}$$

donde C_{ijkl} es el tensor de rigidez de cuarto orden. Bajo las hipótesis de elasticidad lineal, homogeneidad e isotropía, este tensor queda completamente determinado por dos constantes: el módulo de Young E y el coeficiente de Poisson ν. La ley de Hooke generalizada adopta entonces

la forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}. \tag{3.7}$$

Esta relación lineal constituye el modelo constitutivo más simple y sirve como punto de partida para los modelos de mayor complejidad desarrollados en la sección siguiente.

3.1.5 Hipótesis de deformación plana

La hipótesis de deformación plana es aplicable a sólidos cuya longitud axial es significativamente mayor que sus dimensiones transversales, y cuyas cargas actúan en el plano transversal de forma uniforme a lo largo del eje. Bajo estas condiciones, las deformaciones en la dirección axial son nulas:

$$\varepsilon_{33} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0. \tag{3.8}$$

El problema se reduce a un dominio bidimensional, con un estado de deformación descrito por tres componentes independientes (ε_{11}, ε_{22}, ε_{12}). La relación constitutiva (ec. 3.6) se reduce correspondientemente a:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}. \tag{3.9}$$

El esfuerzo axial $\sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})$ resulta distinto de cero como consecuencia del confinamiento geométrico, aunque no interviene en las ecuaciones de equilibrio del plano.

3.2 Modelos constitutivos

Esta sección desarrolla los modelos de comportamiento mecánico empleados en las simulaciones. Se parte del caso más simple, elasticidad lineal, y se extiende progresivamente hacia modelos elastoplásticos con endurecimiento, siguiendo la metodología de complejidad creciente adoptada en este trabajo.

3.2.1 Comportamiento elástico lineal

El comportamiento elástico describe una respuesta mecánica completamente reversible: al retirar la carga, el material recupera su configuración original sin deformación remanente. En este régimen, la relación entre esfuerzo y deformación es lineal e independiente de la historia de carga [22]. En el diagrama esfuerzo–deformación, esta región corresponde al tramo inicial de pendiente constante, que define el módulo de Young E:

$$\sigma = E\,\varepsilon. \tag{3.10}$$

El comportamiento elástico se extiende hasta el esfuerzo de fluencia σ_y, valor a partir del cual el material comienza a desarrollar deformación permanente. En materiales donde la transición entre regímenes no es nítida, σ_y se determina convencionalmente mediante el criterio del 0.2 %: se traza una recta paralela a la región elástica desplazada horizontalmente $\varepsilon = 0.002$, y su intersección con la curva experimental define σ_y [23] , como se ilustra en la figura 3.1.

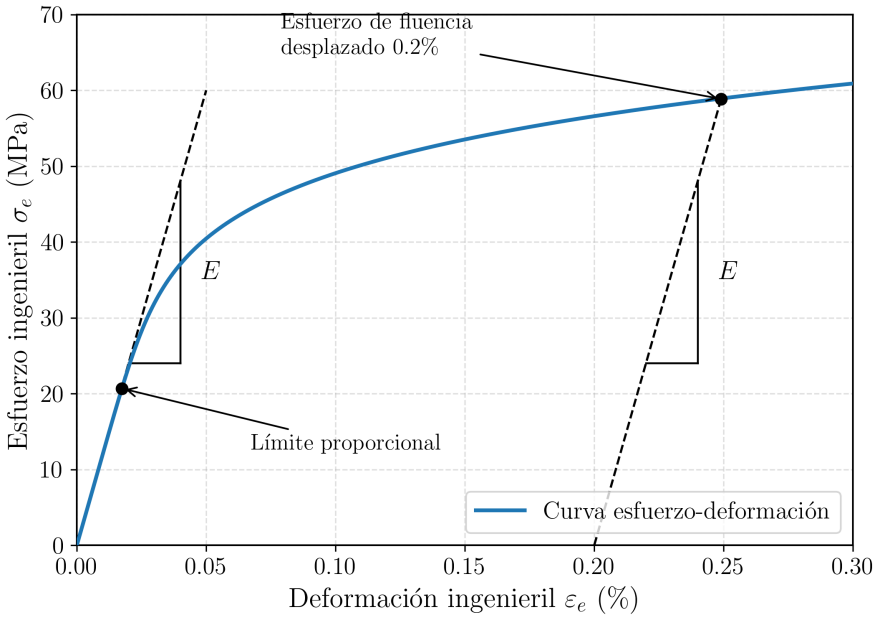


Figura 3.1. Diagrama esfuerzo–deformación con indicación del módulo de Young E, el límite proporcional y la construcción del criterio del 0.2 % para la determinación del esfuerzo de fluencia convencional σ_y.

3.2.2 Caracterización experimental y diagrama esfuerzo–deformación

Los parámetros del modelo constitutivo se obtienen a partir del ensayo de tracción uniaxial, en el que se aplica una fuerza axial F a una probeta de sección A_0 y longitud inicial l_0. Para deformaciones pequeñas, el resultado se expresa como la relación entre el esfuerzo nominal $s = F/A_0$ y la deformación ingenieril $e = \Delta l/l_0$. Cuando las deformaciones son grandes y los cambios de sección transversal son significativos, es necesario referir las magnitudes a la configuración deformada, lo que conduce al esfuerzo de Cauchy $\sigma = F/A$ y a la deformación logarítmica $\varepsilon = \ln(l/l_0)$. En este trabajo se emplean curvas reales obtenidas directamente de la literatura de referencia [1, 2].

3.2.3 Plasticidad: fundamentos

Cuando el esfuerzo supera σ_y, el material desarrolla deformaciones irreversibles. Este fenómeno, denominado plasticidad, requiere extender la formulación elástica mediante variables internas que describan la

evolución del estado del material.

La hipótesis fundamental de la teoría clásica de la plasticidad es la descomposición aditiva del tensor de deformaciones en una parte elástica recuperable (ε_{ij}^e) y una parte plástica irreversible (ε_{ij}^p) [20]:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p. \tag{3.11}$$

La parte elástica continúa gobernada por la ley de Hooke, mientras que la parte plástica se acumula de forma irreversible y está controlada por el criterio de fluencia y la regla de flujo.

3.2.4 Criterio de fluencia de von Mises

El criterio de fluencia define la condición a partir de la cual el material deja de responder de forma puramente elástica. Se expresa mediante una función escalar del estado de esfuerzos:

$$F_y(\boldsymbol{\sigma}) = 0. \tag{3.12}$$

Mientras $F_y < 0$ el estado es elástico; cuando $F_y = 0$ el material alcanza la superficie de fluencia.

Para metales dúctiles, el criterio de von Mises establece que la plastificación depende únicamente de la parte desviadora del tensor de esfuerzos, definida como:

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\,\delta_{ij}. \tag{3.13}$$

A partir del segundo invariante del tensor desviador $J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}$, se define el esfuerzo equivalente de von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2}\,s_{ij}s_{ij}}, \tag{3.14}$$

que en términos de esfuerzos principales adopta la forma:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]}. \tag{3.15}$$

La función de fluencia resulta entonces:

$$F_y(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{eq} - \sigma_y = 0. \tag{3.16}$$

Este criterio implica que el estado hidrostático no contribuye al inicio de la plastificación, lo que resulta adecuado para metales dúctiles como la matriz de cobre y los núcleos de cobre presentes en los cables superconductores estudiados.

3.2.5 Regla de flujo

La regla de flujo determina la dirección del incremento de deformación plástica una vez alcanzada la superficie de fluencia. En la formulación asociada, empleada en este trabajo, dicho incremento es normal a la superficie de fluencia [24]:

$$\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{p} = \mathrm{d}\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \tag{3.17}$$

donde f es la función de fluencia y $\mathrm{d}\lambda \geq 0$ es el multiplicador plástico. Para el criterio de von Mises esta condición implica que la deformación plástica no produce cambio de volumen, comportamiento consistente con el observado experimentalmente en metales.

3.2.6 Endurecimiento isotrópico

El endurecimiento describe la evolución del esfuerzo de fluencia σ_y a medida que se acumula deformación plástica. En el modelo de endurecimiento isotrópico, la superficie de fluencia se expande de forma uniforme en el espacio de esfuerzos, de modo que σ_y depende únicamente de una variable interna escalar κ que mide la deformación plástica acumulada.

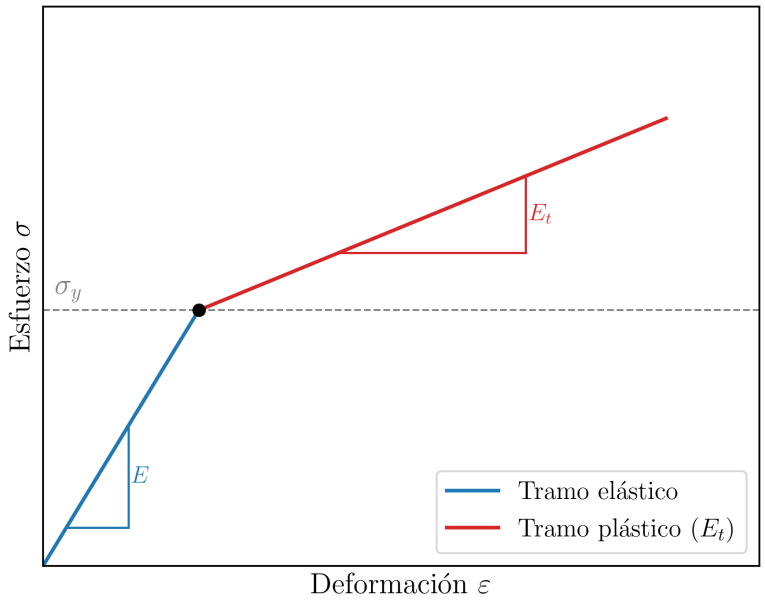


Figura 3.2. Diagrama esfuerzo–deformación del modelo bilineal. Se identifican el tramo elástico de pendiente E y el tramo elastoplástico de pendiente E_t.

Endurecimiento lineal: modelo bilineal

En el modelo bilineal se adopta una ley de endurecimiento lineal:

$$\sigma_y(\kappa) = \sigma_{y0} + H\,\kappa, \tag{3.18}$$

donde σ_{y0} es el esfuerzo inicial de fluencia y H es el módulo de endurecimiento isotrópico. La respuesta macroscópica queda aproximada por dos tramos lineales: uno elástico de pendiente E y uno elastoplástico de pendiente $E_t < E$, denominada módulo tangente elastoplástico (Figura 3.2).

La relación entre ambos módulos y el módulo de endurecimiento H es:

$$E_t = \frac{E\,H}{E + H}, \tag{3.19}$$

que despejada en términos del módulo tangente resulta:

$$H = \frac{E\,E_t}{E - E_t}. \tag{3.20}$$

Esta última expresión es la forma operativa empleada en la implemen-

tación numérica, donde E_t se obtiene directamente a partir de los datos experimentales disponibles.

Endurecimiento no lineal: curva experimental

El modelo bilineal aproxima la respuesta real del material con dos segmentos rectos, lo cual puede resultar insuficiente cuando la curva esfuerzo–deformación presenta una evolución no lineal significativa en el régimen plástico. En ese caso, se emplea directamente la curva experimental como ley de endurecimiento, definiendo $\sigma_y(\kappa)$ a partir de puntos tabulados obtenidos del ensayo de tracción.

Este enfoque no requiere asumir una forma funcional para el endurecimiento y permite reproducir con mayor fidelidad la respuesta del material. En el contexto de este trabajo, constituye el tercer nivel de complejidad en la metodología progresiva adoptada, y su implementación en CODE_ASTER y COMSOL se describe en el capítulo 4.

3.3 Método de los Elementos Finitos

La mecánica del continuo proporciona las ecuaciones diferenciales que describen el equilibrio, la cinemática y el comportamiento constitutivo de los materiales. Estas ecuaciones, junto con las condiciones de frontera, definen un problema de valores en la frontera cuya solución exacta solo es posible en casos particulares. El método de los elementos finitos (MEF) es una técnica numérica para obtener soluciones aproximadas de este tipo de problemas mediante la discretización del dominio en un número finito de subregiones [25].

3.3.1 Forma fuerte y forma débil

Bajo la hipótesis de deformación plana, el problema mecánico queda definido sobre un dominio bidimensional $\Omega \subset \mathbb{R}^2$. A partir de la relación constitutiva (ec. 3.6), el tensor de deformaciones infinitesimales (ec. 3.5)

y la ecuación de equilibrio estático (ec. 3.4), el problema puede escribirse exclusivamente en términos del campo de desplazamientos:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left[C_{ijkl}\,\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l}+\frac{\partial u_l}{\partial x_k}\right)\right]+f_i=0 \quad \text{en } \Omega. \tag{3.21}$$

Esta es la forma fuerte del problema: debe satisfacerse puntualmente en cada $\mathbf{x}\in\Omega$, lo que en general la hace inviable para geometrías y condiciones de carga arbitrarias.

La reformulación parte del principio del trabajo virtual. Multiplicando la ecuación de equilibrio (ec. 3.4) por un campo de desplazamientos virtuales $\delta\mathbf{u}$, arbitrario pero que se anula donde los desplazamientos están prescritos, e integrando sobre el dominio:

$$\int_\Omega (\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}+\mathbf{f})\cdot\delta\mathbf{u}\,d\Omega=0. \tag{3.22}$$

Aplicando la identidad del producto $\nabla\cdot(\boldsymbol{\sigma}\cdot\delta\mathbf{u})=(\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma})\cdot\delta\mathbf{u}+\boldsymbol{\sigma}:\nabla\delta\mathbf{u}$ y el teorema de la divergencia, el término de segundo orden en $\mathbf{u}$ se reduce a uno de primer orden. Usando la simetría de $\boldsymbol{\sigma}$ y la definición del tensor de deformaciones (ec. 3.5) para identificar $\boldsymbol{\sigma}:\nabla\delta\mathbf{u}=\boldsymbol{\sigma}:\delta\boldsymbol{\varepsilon}$, y sustituyendo la relación constitutiva (ec. 3.6), la forma débil se escribe:

$$\int_\Omega \varepsilon_{ij}(\delta\mathbf{u})\,C_{ijkl}\,\varepsilon_{kl}(\mathbf{u})\,d\Omega=\int_\Omega f_i\,\delta u_i\,d\Omega+\int_{\Gamma_t}\bar{t}_i\,\delta u_i\,d\Gamma, \tag{3.23}$$

donde el lado izquierdo representa el trabajo interno de deformación, y los términos del lado derecho el trabajo de fuerzas de cuerpo y el trabajo de tracciones en la frontera Γ_t, respectivamente.

3.3.2 Discretización y funciones de forma

Para construir un sistema resoluble, el dominio se discretiza en n_e elementos:

$$\Omega\approx\Omega_h=\bigcup_{e=1}^{n_e}\Omega_e. \tag{3.24}$$

Se emplean elementos triangulares de segundo orden (T6), con seis nodos por elemento y funciones de forma cuadráticas $N_a(\mathbf{x})$ que satisfacen $N_a(\mathbf{x}_b) = \delta_{ab}$ [25]. Los elementos de segundo orden producen un campo de deformaciones lineal por elemento, lo que resulta necesario para capturar los gradientes propios del régimen elastoplástico [25]. El campo de desplazamientos sobre cada elemento se aproxima como:

$$\mathbf{u}_h(\mathbf{x}) = \sum_{a=1}^{6} N_a(\mathbf{x})\, \mathbf{u}_a, \tag{3.25}$$

donde $N_a(\mathbf{x})$ son las funciones de forma y $\mathbf{u}_a$ los desplazamientos nodales.

3.3.3 Aproximación de Galerkin

El método de Galerkin establece que el campo virtual $\delta\mathbf{u}$ pertenece al mismo espacio que $\mathbf{u}_h$ [24]:

$$\delta\mathbf{u}_h(\mathbf{x}) = \sum_{a=1}^{6} N_a(\mathbf{x})\, \delta\mathbf{u}_a, \tag{3.26}$$

con coeficientes nodales $\delta\mathbf{u}_a$ arbitrarios. Sustituyendo ambas aproximaciones en la forma débil (ec. 3.23) e introduciendo la matriz deformación–desplazamiento $\mathbf{B} = \nabla^s\mathbf{N}$, tal que $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_h) = \mathbf{B}\mathbf{U}$, se obtiene:

$$\delta\mathbf{U}^T \int_\Omega \mathbf{B}^T\, \mathbf{C}\, \mathbf{B}\, d\Omega\, \mathbf{U} = \delta\mathbf{U}^T \left(\int_\Omega \mathbf{N}^T\, \mathbf{b}\, d\Omega + \int_{\Gamma_t} \mathbf{N}^T\, \bar{\mathbf{t}}\, d\Gamma \right). \tag{3.27}$$

3.3.4 Sistema algebraico y matriz de rigidez

Dado que $\delta\mathbf{U}$ es arbitrario, el factor $\delta\mathbf{U}^T$ puede cancelarse, lo que conduce al sistema algebraico global [25]:

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}, \tag{3.28}$$

donde la matriz de rigidez ($\mathbf{K}$) y el vector de fuerzas ($\mathbf{F}$) se ensamblan a partir de las contribuciones elementales:

$$\mathbf{K} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \, \mathbf{C} \, \mathbf{B} \, d\Omega, \tag{3.29}$$

$$\mathbf{F} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \left(\int_{\Omega_e} \mathbf{N}^T \, \mathbf{b} \, d\Omega + \int_{\Gamma_{t,e}} \mathbf{N}^T \, \bar{\mathbf{t}} \, d\Gamma \right). \tag{3.30}$$

Las integrales elementales se evalúan mediante cuadratura de Gauss, que aproxima cada integral como una suma ponderada del integrando evaluado en puntos específicos dentro del elemento [25]. Para elementos T6, el grado del integrando requiere al menos tres puntos de integración por dirección para garantizar exactitud suficiente.

3.3.5 Material no lineal y método de Newton-Raphson

En el régimen elástico, el tensor constitutivo $\mathbf{C}$ es constante y el sistema $\mathbf{KU} = \mathbf{F}$ es lineal. En presencia de plasticidad, $\mathbf{C}$ depende del estado de esfuerzos actual y de la historia de deformación, por lo que la rigidez del sistema varía durante la solución. El problema se vuelve no lineal y debe resolverse de forma incremental e iterativa.

La carga total se aplica en n incrementos. En cada incremento $n+1$, dado un estado conocido $(\boldsymbol{\sigma}_n, \varepsilon_n^p, \kappa_n)$, se busca el campo de desplazamientos $\mathbf{U}_{n+1}$ que satisface el equilibrio. El residuo del problema no lineal se define como:

$$\mathbf{R}(\mathbf{U}) = \mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{int}}(\mathbf{U}) = \mathbf{0}, \tag{3.31}$$

donde $\mathbf{F}_{\text{int}}$ son las fuerzas internas obtenidas integrando el campo de esfuerzos actual.

El método de Newton-Raphson resuelve este sistema iterativamente [24]. En cada iteración k se linealiza el residuo alrededor de la solución actual:

$$\mathbf{K}_T^{(k)} \, \Delta\mathbf{U}^{(k)} = \mathbf{R}^{(k)}, \tag{3.32}$$

donde $\mathbf{K}_T^{(k)}$ es la matriz de rigidez tangente, que debe ser invertible en cada iteración para que el sistema admita una solución única, evaluada a partir del módulo constitutivo tangente elastoplástico en cada punto de Gauss. La solución se actualiza como $\mathbf{U}^{(k+1)} = \mathbf{U}^{(k)} + \Delta\mathbf{U}^{(k)}$ hasta que el residuo cae por debajo de una tolerancia prescrita.

La actualización del estado de esfuerzos en cada punto de Gauss, dados $\boldsymbol{\sigma}_n$, κ_n y un incremento de deformación $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$, se realiza mediante un algoritmo de retorno al dominio elástico, cuya implementación específica en CODE_ASTER y COMSOL se describe también en el capítulo 4.

3.3.6 Postproceso y extracción de campos

La Figura 3.3 ilustra la distribución de nodos y puntos de integración para los elementos T3 y T6 en coordenadas de referencia.

La solución del sistema $\mathbf{KU} = \mathbf{F}$ proporciona los desplazamientos nodales $\mathbf{U}$, a partir de los cuales se obtienen los campos de esfuerzos y deformaciones en postproceso. Dado que la cuadratura de Gauss evalúa el integrando en puntos internos al elemento, es ahí donde el solver aplica las relaciones constitutivas y almacena el historial de deformación plástica. El campo en puntos de Gauss (`SIEQ_ELGA`) constituye la representación primaria de la solución.

Los valores nodales (`SIEQ_NOEU`) se obtienen mediante un paso adicional: los valores en puntos de Gauss se extrapolan hacia los nodos y se promedian las contribuciones de cada uno. Este promediado introduce un suavizado del campo que reduce los gradientes locales, particularmente en zonas de concentración de esfuerzos o en intercaras entre materiales.

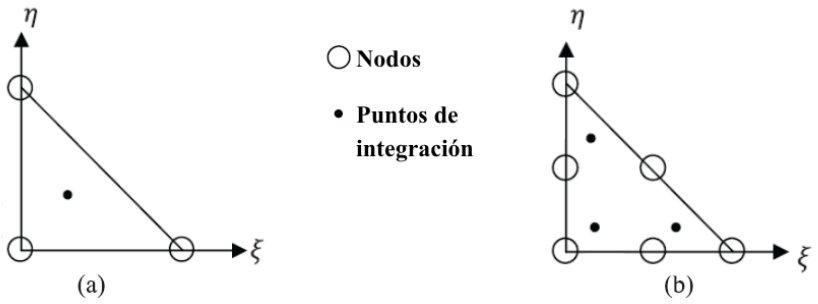


Figura 3.3. Nodos y puntos de integración en el sistema de coordenadas naturales (ξ, η) del elemento de referencia, para elementos triangulares de primer orden (T3, un punto de integración) y segundo orden (T6, tres puntos de integración).

Ambas representaciones se emplean en este trabajo según el propósito. Los histogramas volumétricos y los promedios ponderados por área se calculan desde `SIEQ_ELGA`, por fidelidad al campo calculado por el solucionador. La visualización espacial de gradientes utiliza `SIEQ_NOEU`, cuyo suavizado es consistente con el postproceso estándar de COMSOL y facilita la comparación directa con las figuras reportadas.

La implementación completa se presenta en el Anexo C.

3.4 Distribución volumétrica y media ponderada

La solución del problema de elementos finitos entrega campos de esfuerzo y deformación plástica definidos punto a punto en el dominio Ω, evaluados típicamente en los puntos de integración de Gauss. Reducir este campo a un único valor escalar descarta información sobre la variabilidad espacial de la respuesta mecánica, particularmente relevante en presencia de concentradores de esfuerzo y heterogeneidad material.

Para caracterizar esta variabilidad se recurre a la distribución volumétrica del campo, construida a partir de un histograma ponderado por el volumen asociado a cada punto de evaluación. Dado un campo escalar ϕ (esfuerzo equivalente de von Mises o deformación plástica equivalente) evaluado en n puntos de integración, cada uno con volumen asociado V_i,

la media ponderada por volumen se define como:

$$\bar{\phi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \phi_i \, V_i}{\sum_{i=1}^{n} V_i}, \tag{3.33}$$

en contraste con la media aritmética simple $\frac{1}{n}\sum_i \phi_i$, que asigna el mismo peso a cada punto de evaluación independientemente del volumen de material que representa. Esta distinción es relevante en mallas no uniformes, donde elementos de distinto tamaño contribuyen de forma desproporcionada al promedio simple si no se pondera por volumen.

El ancho de los contenedores (bins) del histograma se determinó mediante la regla de Freedman–Diaconis [26], que ajusta el ancho en función del rango intercuartílico de los datos, evitando la selección arbitraria de un número fijo de intervalos. Sobre el histograma se superpone una estimación de densidad por kernel (KDE) [27], con ancho de banda determinado por la regla de Scott [28], que suaviza la distribución discreta y facilita la comparación entre distribuciones obtenidas en CODE_ASTER y COMSOL.

3.5 Validación y comparación con la literatura

La validación se define como el proceso de determinar el grado en que un modelo es una representación adecuada del mundo real desde la perspectiva de su uso previsto [29]. Cuando no se dispone de datos experimentales directos para el problema de interés, una estrategia ampliamente utilizada consiste en la comparación contra un código ya validado, que actúa como referencia. En la práctica, este tipo de comparación entre paquetes de elementos finitos se realiza frecuentemente de forma ad hoc, sin rigor metrológico ni estandarización [17]. Esta situación genera una brecha de credibilidad: cuando dos códigos de reputación comparable predicen resultados significativamente distintos para un problema no

lineal, no existe un criterio objetivo para determinar cuál es correcto [17].

En este trabajo, COMSOL se adopta como el programa de referencia, dado que sus resultados han sido previamente validados contra datos experimentales y de literatura en los estudios de Calzolaio et al. [1] y Bagni et al. [2]. La validación de CODE_ASTER se aborda mediante comparación directa bajo condiciones idénticas de geometría, material y carga. La concordancia entre ambos códigos proporciona evidencia de que CODE_ASTER reproduce adecuadamente los modelos constitutivos empleados, particularmente en el régimen elastoplástico donde las decisiones de implementación pueden influir de manera significativa en los resultados. Adicionalmente, los resultados se contrastan con los reportados por Calzolaio et al. [1] y Bagni et al. [2], que constituyen la referencia numérica del problema en la literatura.

4. Metodología

4.1 Estrategia general del trabajo

El trabajo reproduce en CODE_ASTER las condiciones físicas y numéricas reportadas en la literatura para la compresión transversal de cables Nb_3Sn, con el propósito de comparar los resultados obtenidos con los publicados mediante COMSOL.

Se parte de una formulación elástica lineal, se incorpora posteriormente un modelo elastoplástico bilineal con endurecimiento isotrópico, y finalmente se introduce la curva esfuerzo–deformación experimental del material. Esta secuencia permite verificar la consistencia de los resultados en cada etapa y aislar el efecto de la formulación constitutiva sobre la respuesta mecánica del sistema.

4.2 Descripción del modelo

El estudio considera dos conductores superconductores de Nb_3Sn: una hebra tipo PIT_{100} [1] y una hebra RRP 108/127 [2]. En ambos casos se analiza la sección transversal de la hebra como dominio geométrico de estudio (véase la terminología en la sección 2.1).

Desde el punto de vista estructural, ambas hebras están formadas por filamentos superconductores de Nb_3Sn distribuidos dentro de una matriz de cobre, dando lugar a una sección transversal heterogénea en la que coexisten materiales con propiedades mecánicas diferentes.

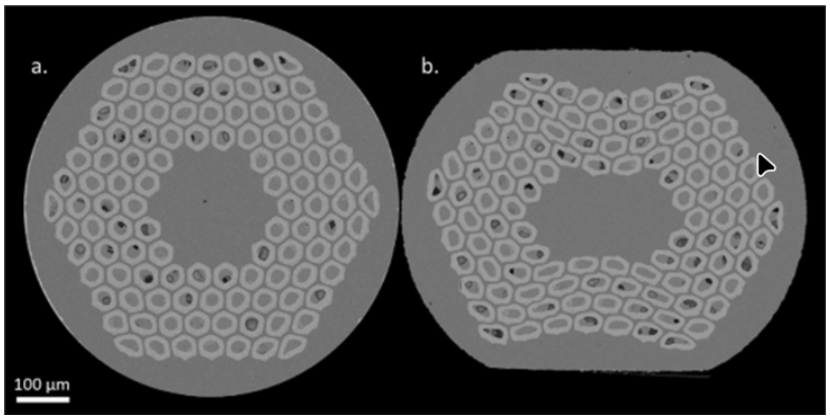


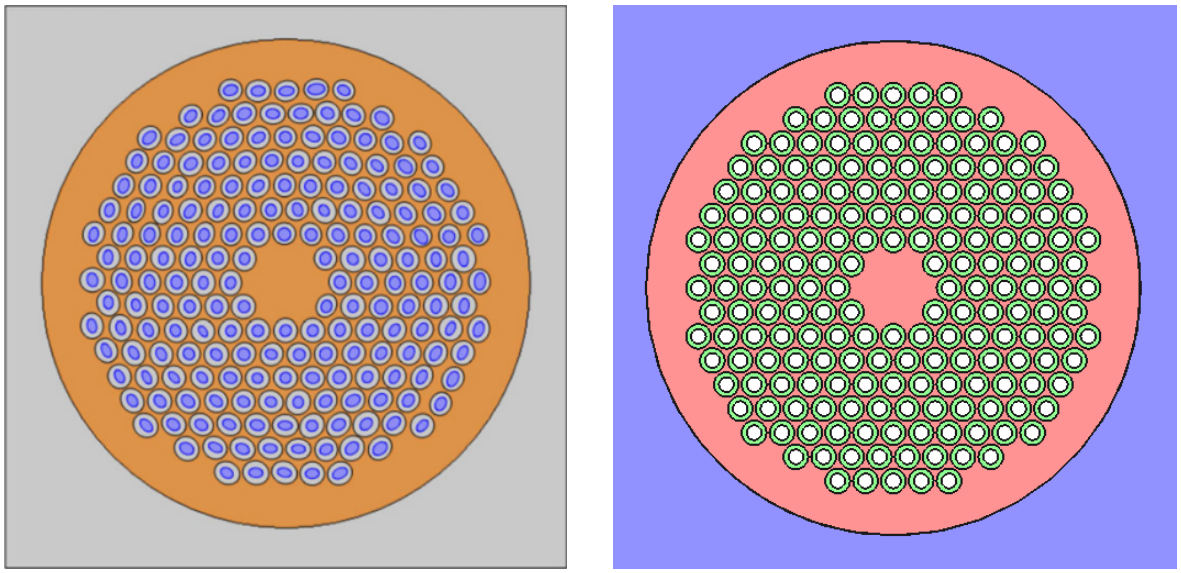
Figura 4.1. Secciones transversales de la hebra RRP 108/127 en configuración circular (*round*), figura (a), y laminada (*rolled*), figura (b). Figura reproducida de Bagni et al. [2].

En aplicaciones reales, estas hebras no trabajan de forma aislada, sino integradas en cables Rutherford, donde cada hebra está en contacto con otras y el conjunto se encuentra impregnado con resina. En lugar de modelar explícitamente el trenzado completo, se adopta una configuración experimental donde se ensayan hebras individuales embebidas en resina, con el fin de reproducir el estado de confinamiento mecánico y las condiciones de operación.

4.2.1 Geometría del conductor

En los ensayos se consideran configuraciones denominadas laminada (*rolled*) y circular (*round*), como se ilustra en la figura 4.1 . En este trabajo se utiliza únicamente la configuración *round* para ambas hebras, cuyas secciones transversales confinadas en el bloque de resina se muestran en las figuras 4.2 y 4.3 .

El dominio geométrico de simulación corresponde entonces a una hebra de diámetro d inmersa en un bloque de resina de ancho w, donde w corresponde al ancho de la ranura del dispositivo experimental de confinamiento.



(a) Sección transversal de [1]. **(b)** Geometría idealizada.

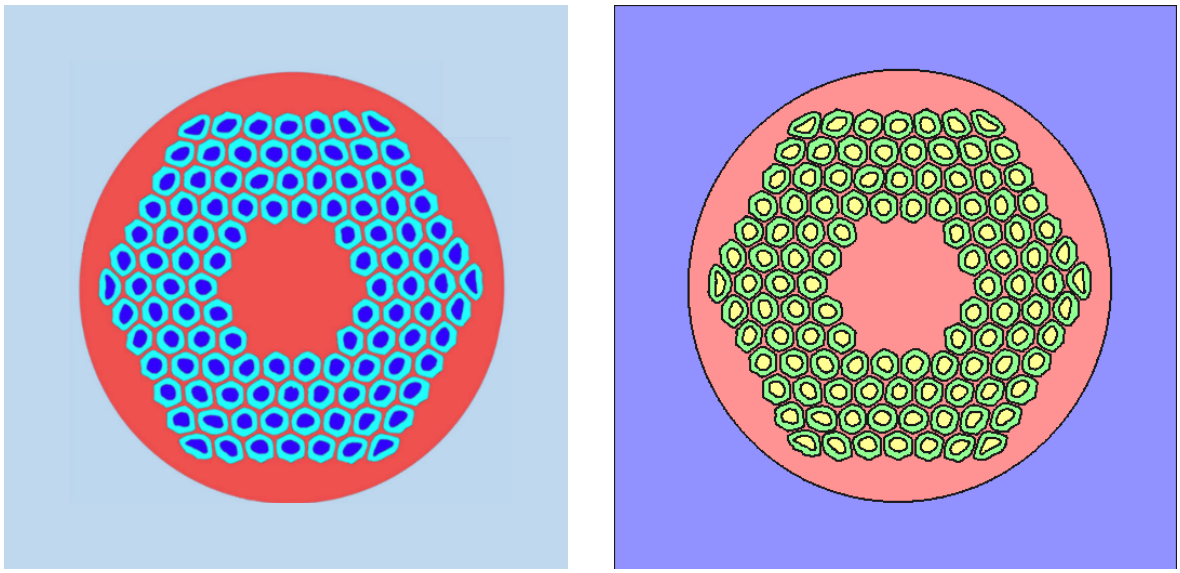
Figura 4.2. Geometría de la hebra PIT_{100}. (a) Sección transversal obtenida de [1], construida mediante el ajuste de elipses sobre la micrografía original. (b) Geometría idealizada desarrollada en este trabajo. Para esta figura (b), la resina se muestra en morado, la matriz de cobre en rosa, los subelementos de Nb_3Sn en color lima y los núcleos de polvo precursor en blanco.

Hebra PIT_{100}

La hebra PIT_{100} posee un diámetro total de 1 mm y una longitud $l = 126$ mm. Está compuesta por 192 filamentos superconductores embebidos en la matriz de cobre. El diámetro individual de los filamentos es menor o igual a 50 μm. La fracción volumétrica aproximada de la fase superconductora respecto al área total de la sección transversal es del orden de 1.22 %. La hebra fue ensayada en un dispositivo tipo resorte de Walters (*Walters spring*)[1], con un ancho de ranura $w = 1.15$ mm figura 4.4.

La geometría utilizada en las simulaciones es una aproximación idealizada construida a partir de la micrografía reportada en [1]. Dado que no se contó con la geometría digitalizada de la hebra, los filamentos se modelaron como dominios circulares distribuidos mediante un arreglo

[1]El resorte de Walters (o *Walters spring* en inglés) es un dispositivo experimental utilizado para aplicar compresión transversal controlada a hebras superconductoras. Consiste en un resorte helicoidal sobre el cual se fija la hebra dentro de una ranura de ancho definido; al comprimir el conjunto se induce una carga transversal bien definida.



(a) Sección transversal utilizada en [2]. **(b)** Geometría importada a FreeCAD.

Figura 4.3. Geometría de la hebra RRP 108/127. (a) Sección transversal utilizada en [2], extraída mediante análisis tomográfico de imágenes de microscopía electrónica de barrido (SEM, por sus siglas en inglés) [30]. (b) Misma geometría preparada para preprocesamiento en FreeCAD. La resina se muestra en morado, la matriz de cobre en rosa, los subelementos de Nb_3Sn en color lima y los núcleos de bronce en amarillo.

paramétrico regular. Esta configuración se empleó para el desarrollo y verificación del procedimiento de simulación antes de extenderlo al caso RRP.

Hebra RRP 108/127

La hebra RRP posee un diámetro total de 0.7 mm y una longitud $l = 126\,\text{mm}$. Está compuesta por 108/127 filamentos superconductores embebidos en la matriz de cobre. La fracción volumétrica aproximada de la fase superconductora es del orden de 1.2 %. La hebra fue ensayada en un dispositivo tipo resorte de Walters modificado, con un ancho de ranura $w = 1\,\text{mm}$.

Para la hebra RRP se emplea exactamente la misma geometría reportada en [2], lo que permite una comparación directa entre los resultados de CODE_ASTER y los publicados en dicho estudio.

La tabla 4.1 proporciona un resumen de los parámetros geométricos utilizados en los modelos estudiados.

Tabla 4.1. Parámetros geométricos de las hebras superconductoras analizadas y condiciones de confinamiento.

Parámetro	**PIT$_{100}$**	**RRP**
Diámetro total de la hebra d [mm]	1.0	0.7
Longitud l [mm]	126	126
Número de filamentos	192	108
Diámetro individual de filamento [μm]	≤ 50	—
Fracción volumétrica superconductora [%]	~ 1.22	~ 1.2
Ancho de ranura w [mm]	1.15	1.0



Figura 4.4. Resorte de Walters utilizado para la medición de corriente crítica bajo compresión transversal. (a) Vista superior de la ranura que aloja la hebra. (b) Yunque utilizado para transmitir la fuerza a la muestra. Obtenido de [1].

4.2.2 Hipótesis de deformación plana

La sección transversal del conductor se adopta como dominio de análisis bidimensional bajo la hipótesis de deformación plana, introducida en la sección 3.1.5. Esta hipótesis es aplicable dado que la longitud axial de los especímenes ($l = 126\,\text{mm}$) es considerablemente mayor que sus dimensiones transversales, y que la carga aplicada actúa en el plano transversal de forma uniforme a lo largo del eje del conductor.

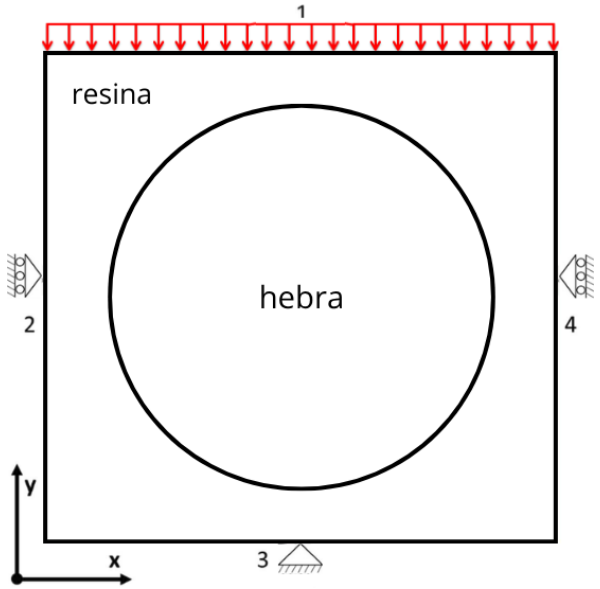


Figura 4.5. Idealización del sistema de confinamiento, compuesto por la hebra y la resina. Se indican la superficie de carga (1), las superficies con apoyos deslizantes (2 y 4) y la superficie con apoyo fijo (3).

4.2.3 Configuración de confinamiento: condiciones de frontera

La compresión transversal del conductor se modeló mediante un sistema de confinamiento rectangular. En dicho montaje experimental, el portamuestras está compuesto por una ranura inferior en forma de U que aloja la hebra impregnada en resina.

En el modelo numérico, esta configuración se idealizó mediante cuatro superficies rígidas que delimitan el dominio de simulación, como se muestra en la figura 4.5, numeradas como sigue: Pared 1 (superior), Pared 2 (lateral izquierda), Pared 3 (inferior) y Pared 4 (lateral derecha).

Dado que en el montaje experimental la deformación del yunque superior y de la ranura inferior es despreciable, dichas superficies se modelaron como rígidas. En consecuencia, se impusieron las siguientes condiciones de frontera:

- En la pared superior (Pared 1) se aplicó la carga de compresión transversal descrita en la siguiente sección 4.2.4.
- En las paredes laterales (Paredes 2 y 4) se restringió el desplazamiento

horizontal,

$$u_x = 0, \tag{4.1}$$

permitiendo desplazamiento en la dirección vertical.

- En la pared inferior (Pared 3) se impusieron desplazamientos nulos en ambas direcciones del plano,

$$u_x = 0, \qquad u_y = 0. \tag{4.2}$$

4.2.4 Aplicación de la carga

La carga se aplicó sobre la Pared 1 (véase figura 4.5) como una fuerza total distribuida, reproduciendo el esquema experimental de cada hebra. En ambos casos, la carga total aplicada en kN se expresó como

$$F(k) = 30 \cdot \alpha(k), \tag{4.3}$$

donde $\alpha(k)$ es una función adimensional normalizada que describe los ciclos sucesivos de carga–descarga.

Hebra PIT$_{100}$. Calzolaio et al. [1] no especifica una función de carga continua, sino que reporta valores puntuales de fuerza para los instantes de interés del ensayo experimental, sin que estos sigan necesariamente una progresión regular. En este trabajo se construye una función equivalente, $\alpha_{\mathrm{PIT}}(k)$, mediante rampas lineales entre los valores puntuales reportados, con el fin de mantener una representación consistente con el caso RRP. El valor máximo reportado es de 35 kN.

Hebra RRP 108/127. A diferencia del caso anterior, Bagni et al. [2] reporta explícitamente la función de carga empleada en el ensayo experimental. La carga aplicada a la hebra RRP se definió mediante ciclos sucesivos de carga–descarga con amplitud creciente, con un valor máximo de 30 kN, normalizados mediante la función $\alpha_{\mathrm{RRP}}(k)$.

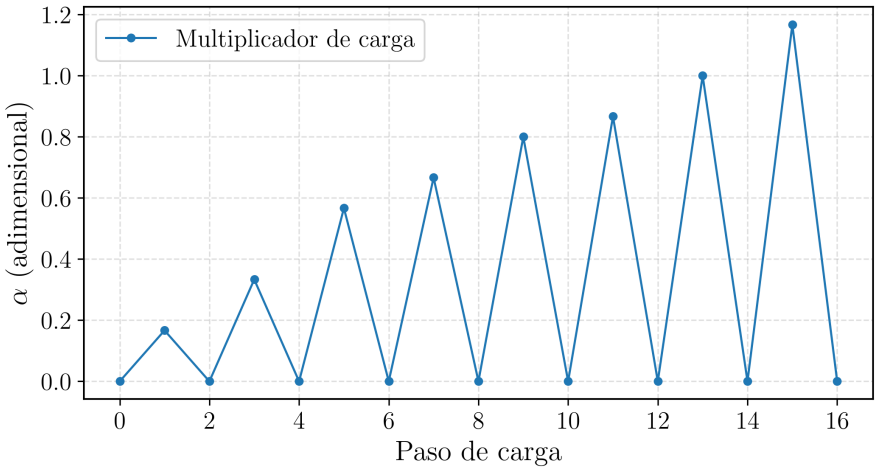


Figura 4.6. Historia de carga aplicada a la hebra PIT_{100}, expresada mediante la función equivalente $\alpha_{\mathrm{PIT}}(k)$ construida a partir de los valores puntuales reportados por Calzolaio et al. [1], normalizada respecto a 30 kN. La fuerza se incrementa mediante rampas lineales hasta los valores puntuales reportados, con descarga a cero entre ciclos consecutivos.

En cada ciclo, el valor máximo se incrementa de forma proporcional, reproduciendo el procedimiento experimental reportado por Bagni et al. [2].

Las figuras 4.6 y 4.7 muestran los perfiles de carga de cada hebra expresados mediante $\alpha_{\mathrm{PIT}}(k)$ y $\alpha_{\mathrm{RRP}}(k)$, respectivamente.

4.2.5 Modelado constitutivo de los materiales

Los ensayos experimentales de referencia fueron realizados a 4.2 K, garantizando el estado superconductor del Nb_3Sn. En las simulaciones se adoptó una temperatura constante igual a 4.2 K, con propiedades mecánicas correspondientes a esta misma temperatura. Para todos los materiales se asumió continuidad perfecta, homogeneidad e isotropía; no se consideraron defectos microestructurales ni anisotropía inducida por fabricación.

La resina se incluye para reproducir las condiciones de confinamiento del sistema real; a 4.2 K su respuesta se aproxima mediante elasticidad lineal. El núcleo del conductor PIT, compuesto por remanentes de la reacción ($NbSn_2$ y cobre residual), cumple una función estructural y se modela igualmente como elástico lineal.

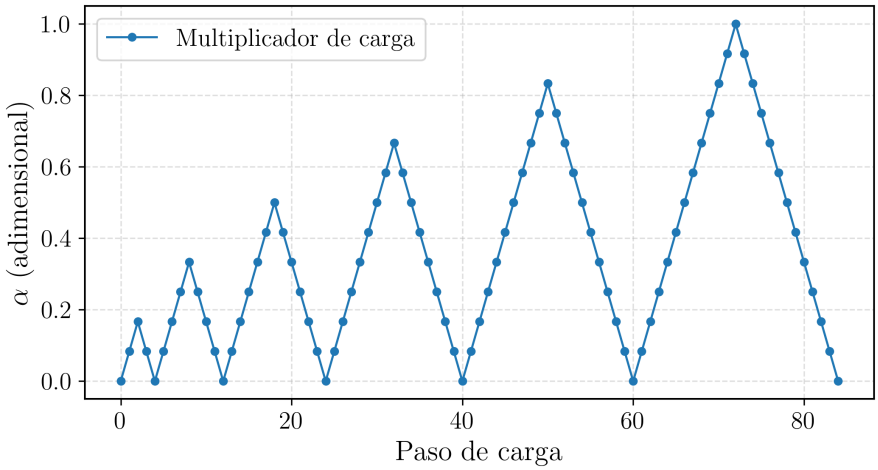


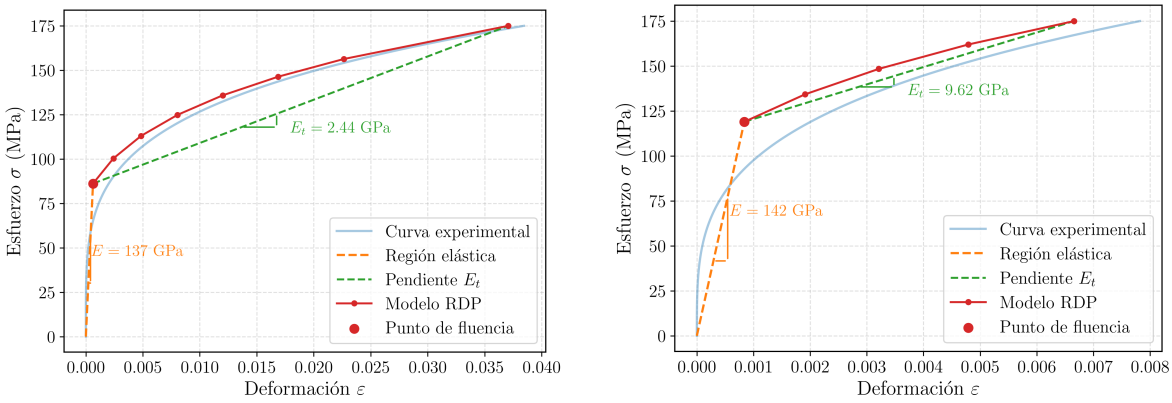
Figura 4.7. Función multiplicadora $\alpha_{\mathrm{RRP}}(k)$ empleada para modelar los ciclos de carga–descarga de la hebra RRP. Cada ciclo presenta amplitud creciente y evolución lineal por tramos, reproduciendo el esquema experimental. La implementación en Python se presenta en el Anexo B.

Tabla 4.2. Propiedades mecánicas adoptadas para los materiales del modelo a 4.2 K.

Material	Comportamiento	E (GPa)	ν	σ_y (MPa)	E_t (GPa)
Resina	Elástico	8	0.30	–	–
Núcleo (PIT)	Elástico	40	0.30	–	–
Bronce (RRP)	Elastoplástico	142	0.35	119	9.622
Cobre	Elastoplástico	137	0.35	86.2	2.437
Nb_3Sn	Elástico	80	0.36	–	–

El bronce del conductor RRP y la matriz de cobre pueden experimentar deformaciones plásticas bajo el esquema de carga aplicado; ambos se modelan con plasticidad de von Mises. La matriz de cobre es el componente mecánicamente más relevante, pues su deformación plástica es el mecanismo dominante en la generación de esfuerzos residuales sobre el Nb_3Sn.

El Nb_3Sn se modeló como material perfectamente elástico, ya que el objetivo no es analizar su fractura sino determinar el nivel de carga a partir del cual los esfuerzos residuales inducidos producen degradación irreversible de su corriente crítica (I_c). Las propiedades adoptadas se resumen en la tabla 4.2.



(a) Matriz de cobre. **(b)** Bronce (RRP).

Figura 4.8. Curvas esfuerzo–deformación empleadas en el modelo para (a) la matriz de cobre y (b) el bronce (RRP). Se muestran la curva original, la curva ajustada, la zona elástica, el esfuerzo de fluencia, la pendiente E_t y el modelo simplificado mediante RDP.

4.2.6 Ajuste geométrico

Las curvas de referencia fueron obtenidas de [2]. En ambos casos el esfuerzo de fluencia σ_y se define mediante el criterio del 0.2 % (sección 3.2.2), de modo que la curva experimental intersecta la recta paralela al módulo de Young desplazada 0.002 en deformación en el punto $(\sigma_y/E + 0.002,\ \sigma_y)$.

El operador `TRACTION` de CODE_ASTER requiere que la pendiente entre el origen y el primer punto de la curva sea igual al módulo de Young con una tolerancia del 1 %. Esto impone que el primer punto sea $(\varepsilon_y,\ \sigma_y)$ con $\varepsilon_y = \sigma_y/E$, condición que no se cumple directamente con los datos experimentales.

Para adaptar las curvas a este requisito se aplicó el siguiente procedimiento:

1. Desplazar la curva original horizontalmente $-(\sigma_y/E + 0.002)$, de modo que el punto de fluencia quede en $(0,\ \sigma_y)$.

2. Descartar todos los puntos con abscisa menor a cero.

3. Desplazar la curva resultante hacia la derecha $\varepsilon_y = \sigma_y/E$, de modo que el primer punto quede en $(\varepsilon_y,\ \sigma_y)$.

El desplazamiento neto aplicado es -0.002, equivalente a la deformación plástica acumulada en el punto de fluencia según el criterio del 0.2 %. La implementación se presenta en el Anexo B.

Las curvas esfuerzo–deformación adoptadas para la matriz de cobre y el bronce se muestran en la figura 4.8.

4.2.7 Reducción de puntos

Las curvas experimentales digitalizadas contenían aproximadamente 10 000 puntos, resolución considerablemente mayor a la necesaria para la definición constitutiva en el modelo numérico. Para reducirla se empleó una variante del algoritmo de Ramer–Douglas–Peucker (RDP) [31, 32], que elimina puntos intermedios representables por segmentos rectos dentro de una tolerancia geométrica dada, conservando únicamente los necesarios para describir la forma de la curva sin pérdida de precisión significativa. La implementación se presenta en el Anexo B.

4.3 Implementación en CODE_ASTER

4.3.1 Discretización y elementos finitos

La geometría de cada conductor se preparó en Salome-Meca [33]. Para el conductor RRP, la geometría fue importada directamente en formato STL a partir de la imagen SEM reportada en [2]. Dado que esta representación consiste en una colección de segmentos, los contornos de cada región se unificaron por tolerancia geométrica para definir las superficies correspondientes a cada material. Para el conductor PIT, la geometría idealizada fue construida en FreeCAD [34] y exportada al mismo entorno. En ambos casos, la asignación de grupos y la generación de malla se realizaron dentro de Salome-Meca.

4.3.2 Modelos constitutivos en CODE_ASTER

El operador `DEFI_MATERIAU` define los modelos constitutivos de cada material. Para los elásticos se especifican el módulo de Young y el coeficiente de Poisson; para el cobre y el bronce se emplean adicionalmente `ECRO_LINE` y `TRACTION`, correspondientes al modelo bilineal y a la curva experimental, respectivamente. La implementación detallada se presenta en el Anexo C.

4.3.3 Solucionador numérico

El solucionador empleado depende del modelo constitutivo. Para el caso elástico lineal se utiliza el operador `MECA_STATIQUE`, que resuelve directamente el sistema de ecuaciones en cada incremento de carga sin iteraciones. Para los modelos elastoplásticos se emplea `STAT_NON_LINE`, que implementa un esquema estático incremental basado en el algoritmo de Newton–Raphson. En cada incremento se actualiza la matriz tangente y se itera hasta satisfacer el criterio de convergencia en residuo relativo global:

$$\frac{\|\mathbf{R}\|_\infty}{\|\mathbf{L}\|_\infty} \leq \varepsilon_R, \tag{4.4}$$

donde $\mathbf{R}$ es el vector de residuo, $\mathbf{L}$ es el vector de cargas impuestas y reacciones de apoyo, $\|\cdot\|_\infty$ denota la norma infinito y ε_R es la tolerancia fijada por el usuario, establecida en $\varepsilon_R = 10^{-6}$ en este trabajo [35].

El sistema lineal en cada iteración se resuelve con el solucionador directo MUMPS [36], adecuado para problemas de tamaño moderado con matrices no simétricas. Una vez obtenida la solución, los campos derivados se calculan mediante `CALC_CHAMP`; se extrajeron los campos de esfuerzo (`SIGM_ELGA`, `SIGM_NOEU`), deformación total y plástica (`EPSI_ELGA`, `EPSP_ELGA`) y esfuerzo equivalente de von Mises (`SIEQ_ELGA`, `SIEQ_NOEU`). La implementación se presenta en el Anexo C.

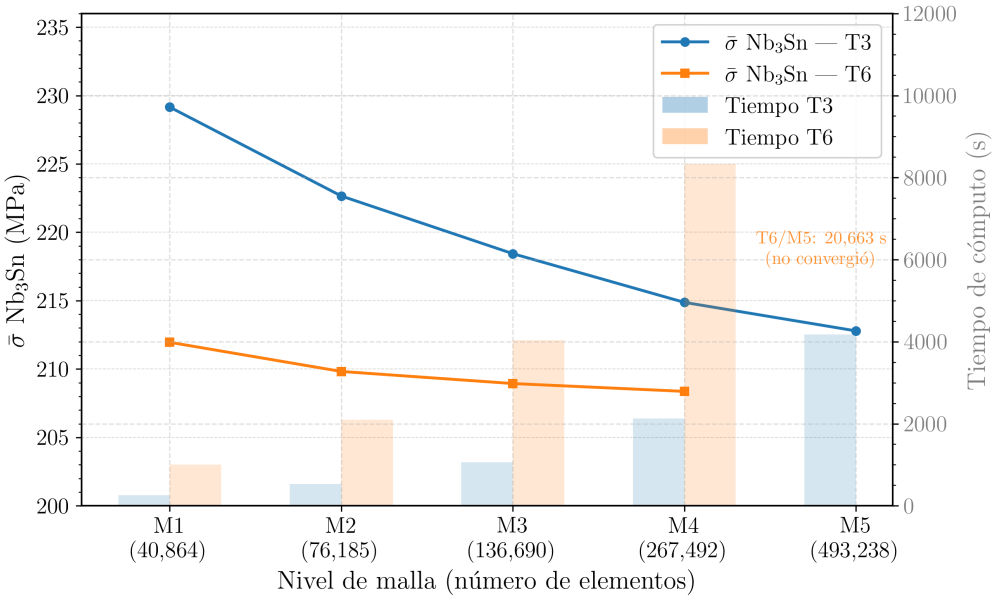


Figura 4.9. Esfuerzo promedio de von Mises en el Nb_3Sn y tiempo de cómputo en función del nivel de malla, para elementos T3 y T6. El punto T6/M5 no convergió dentro del límite de tiempo del solucionador.

Tabla 4.3. Esfuerzo promedio de von Mises en el Nb_3Sn y tiempo de cómputo por número de elementos para elementos T3 y T6. RRP 108/127, modelo elastoplástico con curva experimental, instante de carga máxima.

Malla	h (mm)	Elementos	$\bar{\sigma}_{T3}$ (MPa)	t_{T3} (s)	$\bar{\sigma}_{T6}$ (MPa)	t_{T6} (s)
M1	0.004	40,864	229.2	259	211.9	1,006
M2	0.0028	76,185	222.7	531	209.8	2,102
M3	0.002	136,690	218.4	1,057	208.9	4,032
M4	0.0014	267,492	214.9	2,124	208.4	8,331
M5	0.001	493,238	212.8	4,180	—	20,663*

*Simulación incompleta por límite de tiempo del solver; valor de esfuerzo no disponible.

4.3.4 Discretización y sensibilidad de malla

La malla de elementos finitos se generó en Salome-Meca mediante el algoritmo NETGEN 1D-2D, empleando elementos triangulares de segundo orden (T6) con seis nodos por elemento. El tamaño de elemento se definió como una hipótesis local sobre las caras del superconductor y del bronce; dado que ambas regiones están embebidas en el cobre y presentan separaciones reducidas entre sí, este parámetro local condiciona la densidad de la malla en toda la geometría.

Se evaluaron cinco niveles de refinamiento con un factor constante

$r = \sqrt{2}$ entre niveles consecutivos, de modo que el número de elementos aproximadamente se duplica en cada transición.

Los tamaños de elemento local, los conteos de elementos y los tiempos de cómputo correspondientes se reportan en la tabla 4.3, junto con el esfuerzo promedio de von Mises en el Nb_3Sn para los tipos de elemento T3 y T6. La convergencia del esfuerzo y el costo de cómputo asociado se ilustran en la figura 4.9.

Las simulaciones se realizaron en una computadora portátil con procesador Intel Core i7-9750H a 2.60 GHz, 12 núcleos lógicos y 7.6 GB de memoria RAM, bajo el sistema operativo Manjaro Linux (kernel 6.12.85).

Para cuantificar la convergencia de la solución, se adoptó el marco metodológico propuesto por Roache [37], basado en la extrapolación de Richardson generalizada y el índice de convergencia de malla (*Grid Convergence Index*, GCI). Dado que se dispone de tres niveles de malla con factor de refinamiento conocido, el orden de convergencia observado p se calculó directamente a partir de los datos mediante:

$$p = \frac{\ln\left(\dfrac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}\right)}{\ln r}, \tag{4.5}$$

donde f_1, f_2 y f_3 son los valores de la cantidad de interés en tres mallas consecutivas de la más fina a la más gruesa, y $r = \sqrt{2}$ es el factor de refinamiento.El estimador de error de Richardson para la malla fina es

$$E_1^{\text{fine}} = \frac{f_1 - f_2}{r^p - 1}, \tag{4.6}$$

y el GCI para la malla fina se define como [37]:

$$\text{GCI}_1^{\text{fine}} = F_s \left| E_1^{\text{fine}} \right|, \tag{4.7}$$

donde F_s es un factor de seguridad.

Tabla 4.4. Orden de convergencia observado y GCI para la malla fina de cada tipo de elemento. $F_s = 1.25$.

Elemento	Mallas	p	$\mathrm{GCI}_1^{\mathrm{fine}}$ (%)
T3	M3, M4, M5	−1.54	3.11
T6	M2, M3, M4	−1.24	0.59

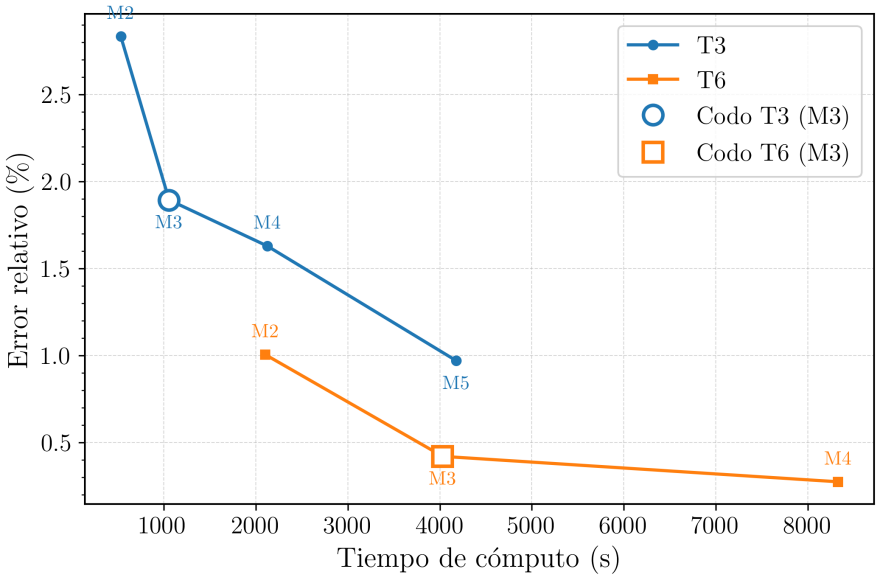


Figura 4.10. Análisis de Pareto: error relativo entre niveles consecutivos en función del tiempo de cómputo para elementos T3 y T6. El codo señala el nivel a partir del cual el refinamiento adicional produce mejoras marginales.

Para estudios con tres o más mallas en los que p se determina experimentalmente, Roache [37] recomienda $F_s = 1.25$.

Las ecuaciones (4.5)–(4.7) se aplicaron a los últimos tres niveles válidos de cada serie: M3, M4 y M5 para T3, y M2, M3 y M4 para T6. Los resultados se resumen en la tabla 4.4.

En ambas métricas, los elementos T6 presentan una convergencia más rápida y un GCI significativamente menor que los T3 para el mismo nivel de malla, como se ilustra también en el análisis de Pareto de la Figura 4.10.

En consecuencia, se seleccionó la malla M3 con elementos T6 como discretización de referencia para el análisis. Esta elección satisface el criterio de convergencia ($\mathrm{GCI}_1^{\mathrm{fine}} = 0.59\,\% < 5\,\%$) y representa un equilibrio adecuado entre precisión y costo de cómputo.

Tabla 4.5. Parámetros globales de mallado — cable RRP, malla M3.

Parámetro	Valor
Tamaño máximo de elemento	0.05 mm
Tamaño mínimo de elemento	0.0004 mm
Tasa de crecimiento	0.1
Segmentos por arista	3
Segmentos por radio	5
Longitud local (perímetros de subelementos)	0.002 mm

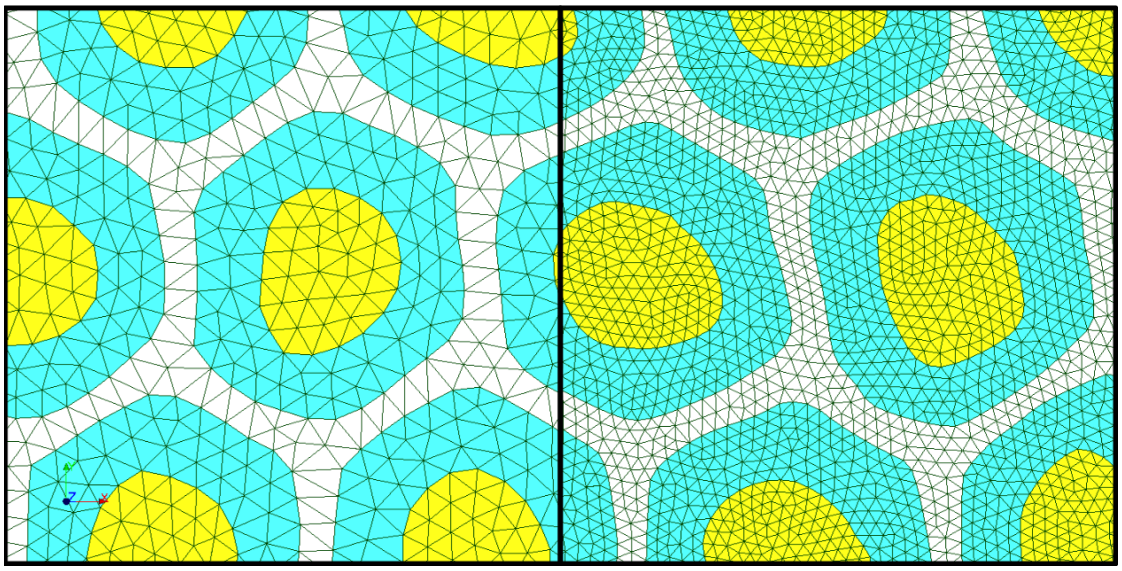
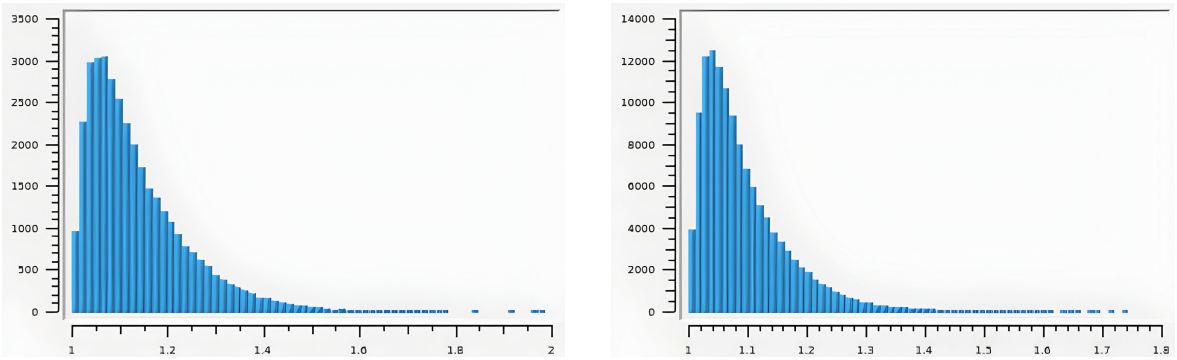


Figura 4.11. Comparación de densidad de discretización entre la malla más gruesa M1 (izquierda) y la malla de referencia M3 (derecha). Se muestra una extracción de una región del mallado para facilitar la comparación visual de la densidad de elementos.

Los parámetros globales de mallado empleados se resumen en la tabla 4.5.

La figura 4.11 muestra la transición en densidad de discretización entre la malla más gruesa (M1) y la malla de referencia seleccionada (M3), evidenciando el refinamiento progresivo de los elementos en la sección transversal.



(a) Malla M1. **(b)** Malla M3.

Figura 4.12. Distribución de la razón de aspecto para las mallas M1 y M3 (elementos T6).

La calidad geométrica de ambas mallas se evalúa mediante la razón de aspecto de los elementos T6, mostrada en la figura 4.12. Valores cercanos a 1 corresponden a elementos equiláteros; la concentración del histograma de M3 en el intervalo [1.0, 1.2] indica una calidad geométrica superior respecto a M1, cuya distribución presenta una cola más extendida hacia valores de hasta 2.0.

5. Resultados y discusión

Los resultados obtenidos con CODE_ASTER se presentan para cada hebra por separado: primero la hebra PIT_{100} y posteriormente la hebra RRP 108/127. En cada caso, la presentación sigue el mismo orden: evolución temporal de los esfuerzos de von Mises promedio, distribución espacial a la carga de referencia, distribución volumétrica de esfuerzos, acumulación de deformación plástica y distribución volumétrica de deformación plástica residual.

Los tres modelos constitutivos implementados, lineal elástico, elastoplástico bilineal y elastoplástico con curva experimental, se comparan entre sí en cada subsección para ilustrar el efecto de la complejidad constitutiva sobre los resultados.

La validación cuantitativa se realiza contra los valores reportados por Calzolaio et al. [1] para la hebra PIT_{100}, en los instantes de carga y descarga correspondientes al límite de irreversibilidad, y por Bagni et al. [2] para la hebra RRP 108/127, en los instantes de carga máxima y descarga.

Los campos de esfuerzo y deformación obtenidos por CODE_ASTER se visualizan en Gmsh [38] a partir del archivo de resultados en formato "`*.rmed`". Las tablas de resultados se encuentran en el anexo D.

5.1 Hebra PIT_{100}

5.1.1 Evolución del esfuerzo promedio de von Mises

Filamentos de Nb_3Sn

La figura 5.1 muestra la evolución del esfuerzo promedio de von Mises $\bar{\sigma}_{vM}$ en el filamento de Nb_3Sn a lo largo de los 16 instantes de carga cíclica para los tres modelos constitutivos.

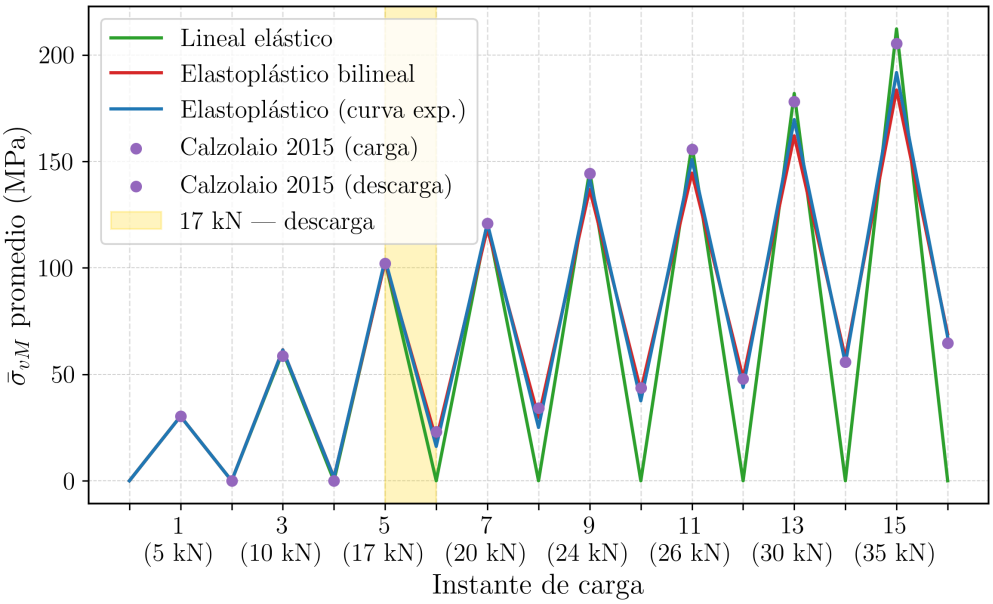


Figura 5.1. Evolución del esfuerzo promedio de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra PIT_{100}. Los puntos morados indican los valores de referencia reportados por Calzolaio et al. [1] para los instantes de carga y descarga a 17 kN.

Durante los primeros ciclos, los tres modelos producen respuestas prácticamente idénticas: el Nb_3Sn se modela como material lineal elástico en los tres casos, por lo que las diferencias entre modelos reflejan únicamente el acoplamiento con la respuesta de la matriz de cobre.

A partir de aproximadamente 10 kN, la matriz comienza a presentar comportamiento plástico en los modelos elastoplásticos y la redistribución de esfuerzos hacia el filamento se vuelve perceptible.

Los modelos bilineal y elastoplástico con curva experimental producen respuestas similares en las primeras cargas del ciclo, pero su diferencia relativa crece de manera sistemática conforme aumenta el nivel de carga, pasando de ser prácticamente nula a 17 kN hasta alcanzar aproximadamente 4.5 % en el rango de 26 a 30 kN.

El modelo lineal elástico sobreestima consistentemente el esfuerzo en el filamento al no permitir disipación plástica en la matriz, y esta sobreestimación también se acentúa con la carga.

Tabla 5.1. Esfuerzo promedio de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra PIT_{100} a 17 kN. Valores de referencia (COMSOL) de Calzolaio et al. [1].

Modelo	Carga (MPa)	Error (%)	Descarga (MPa)	Error (%)
COMSOL	102.0	—	23.0	—
Lineal	103.1	1.1	—	—
Bilineal	103.1	1.1	19.3	−16.3
Elastoplástico	104.4	2.3	16.1	−30.2

Validación a 17 kN A 17 kN, los tres modelos predicen valores muy cercanos a la referencia de Calzolaio et al. [1]: $\bar{\sigma}_{vM} = 103.1\,\text{MPa}$ (lineal elástico, error de 1.1 %), 103.1 MPa (bilineal, 1.1 %) y 104.4 MPa (elastoplástico, 2.3 %) respecto al valor de referencia de 102 MPa.

Tras la descarga, sin embargo, las discrepancias entre CODE_ASTER y COMSOL se acentúan: mientras el modelo bilineal predice un esfuerzo residual de 19.3 MPa (error de −16.3 %), el modelo elastoplástico subestima incluso más intensamente, alcanzando 16.1 MPa (error de −30.2 %) frente al valor de referencia de 23 MPa.

Estas discrepancias, aunque aparentemente grandes, son inherentes a la geometría idealizada empleada por Calzolaio, que simplifica la distribución real de filamentos en el conductor PIT.

En el diseño real del conductor, los filamentos presentan variaciones en tamaño y espaciado irregular, lo que crea zonas de concentración de esfuerzos que no existen en el modelo idealizado.

Al no reproducir estas zonas de estrechamiento y concentración, el modelo simplificado subestima la capacidad de redistribución de carga durante la descarga y, en consecuencia, produce valores residuales en el filamento que difieren del comportamiento real.

El desplazamiento horizontal de −0.002 aplicado a la curva esfuerzo–deformación experimental en el modelo elastoplástico, requerido por el operador `VMIS_ISOT_TRAC`, constituye un factor secundario que acentúa esta tendencia, aunque no es su causa principal.

Tabla 5.2. Esfuerzo promedio de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra PIT_{100} a carga y descarga máximas (30 kN). Valores de referencia (COMSOL) de Calzolaio et al. [1].

Modelo	Carga (MPa)	Error (%)	Descarga (MPa)	Error (%)
COMSOL	177.7	—	55.7	—
Lineal	181.9	2.4	—	—
Bilineal	160.8	−9.5	58.7	5.4
Elastoplástico	168.5	−5.2	55.5	−0.3

Aunque Calzolaio et al. [1] reporta valores de referencia tanto para el filamento Nb_3Sn como para la matriz de cobre a varios niveles de carga[1], la comparación se centra en 30 kN dado que esta es la carga máxima empleada en los ensayos de Bagni et al. [2], permitiendo una validación cruzada posterior entre los dos conductores.

Validación a 30 kN En carga, el modelo lineal elástico alcanza $\bar{\sigma}_{vM} = 181.9\,\text{MPa}$, un 13.2 % por encima del bilineal (160.8 MPa) y un 8.0 % por encima del elastoplástico (168.5 MPa); esta brecha es notablemente mayor que la observada a 17 kN, ya que la ausencia de disipación plástica en la matriz tiene un efecto acumulativo conforme aumenta el nivel de carga

A diferencia de lo observado a cargas bajas, donde bilineal y elastoplástico convergen, a 30 kN la diferencia entre ambos modelos alcanza 4.5 % en carga, lo que confirma que esta divergencia crece de forma sistemática con el nivel de carga.

En descarga, el patrón se mantiene: la diferencia relativa entre bilineal (58.7 MPa) y elastoplástico (55.5 MPa) es de 5.7 %.

Las tablas 5.1 y 5.2 resumen los valores correspondientes a estas dos comparaciones.

[1]Estos fueron extraídos manualmente de las gráficas del artículo mediante un digitalizador de gráficos.

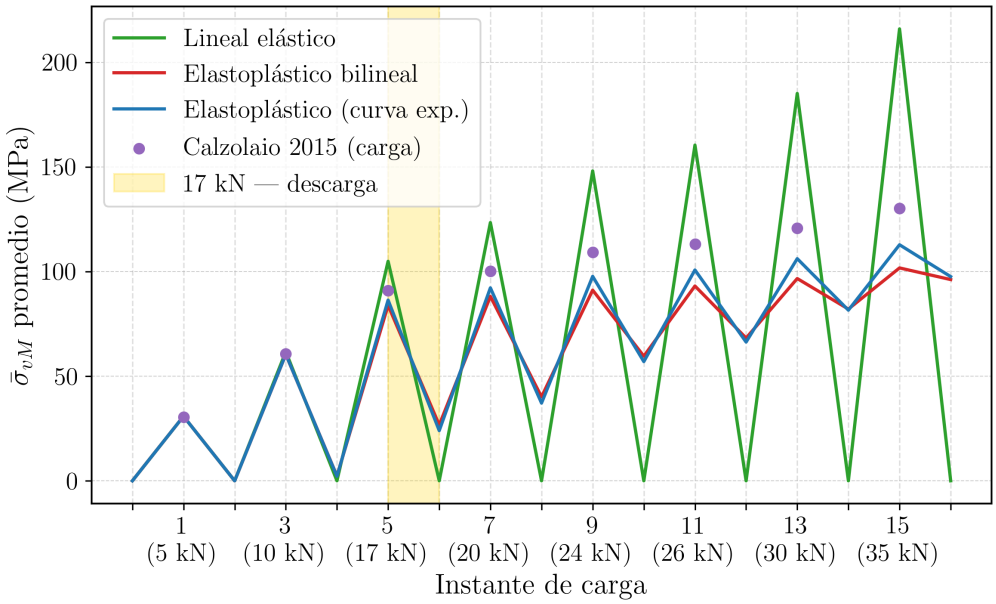


Figura 5.2. Evolución del esfuerzo promedio de von Mises en la matriz de cobre de la hebra PIT_{100}. Las líneas discontinuas indican los valores de referencia reportados por Calzolaio et al. [1] para los instantes de carga y descarga a 17 kN.

Matriz de cobre

La figura 5.2 presenta la evolución correspondiente en la matriz de cobre.

A diferencia del filamento, la divergencia entre el modelo lineal y los elastoplásticos es marcada desde los primeros ciclos en que se supera el límite elástico del cobre.

El modelo lineal elástico sobreestima progresivamente el esfuerzo a medida que avanza la historia de carga, llegando a valores superiores a 175 MPa a 30 kN, físicamente inconsistentes con la resistencia real del material.

Los modelos bilineal y elastoplástico producen respuestas similares entre sí; ambos exhiben la saturación característica del esfuerzo durante la carga una vez que la plasticidad es extensa, y un esfuerzo residual no nulo tras cada descarga que se acumula ciclo a ciclo.

Tabla 5.3. Esfuerzo promedio de von Mises en la matriz de cobre de la hebra PIT_{100} a 17 kN. Valores de referencia de Calzolaio et al. [1].

Modelo	Carga (MPa)	Error (%)	Descarga (MPa)	Error (%)
COMSOL	91.0	—	24.0	—
Lineal	104.9	15.2	—	—
Bilineal	83.6	−8.1	27.1	12.8
Elastoplástico	86.1	−5.4	24.5	2.0

Validación a 17 kN A 17 kN el modelo elastoplástico obtiene $\bar{\sigma}_{vM} = 86.1\,\mathrm{MPa}$, con un error de $-5.4\,\%$ respecto al valor de referencia de 91 MPa. Tras la descarga, el esfuerzo residual calculado es 24.5 MPa frente a 24 MPa de referencia, logrando un acuerdo excelente con error de solo 2.0 %.

El modelo bilineal, en cambio, subestima ligeramente la carga (83.6 MPa, error de $-8.1\,\%$) y sobreestima el esfuerzo residual (27.1 MPa, error de 12.8 %); esta sobrestimación del residual refleja en parte el desplazamiento horizontal de -0.002 aplicado a la curva experimental, que adelanta el inicio de la región plástica.

Para la matriz de cobre, Calzolaio reporta únicamente los valores de carga con excepción de a 17 kN donde también se reporta la descarga. No se cuenta con valor de referencia en descarga para 30 kN. A pesar de la limitación en la referencia, la comparación entre los tres modelos al instante de carga de 30 kN permite evaluar el efecto de la saturación plástica sobre la matriz de cobre, donde esta es más extensa que en el filamento.

Tabla 5.4. Esfuerzo promedio de von Mises en la matriz de cobre de la hebra PIT_{100} a carga y descarga a 30 kN. Valores de referencia (COMSOL) de Calzolaio et al. [1].

Modelo	Carga (MPa)	Error (%)	Descarga (MPa)	Error (%)
COMSOL	120.0	—	—	—
Lineal	185.1	53.3	—	—
Bilineal	97.8	−19.0	82.1	—
Elastoplástico	106.9	−11.4	81.5	—

Validación a 30 kN El contraste es marcado: mientras la carga aplicada aumenta un 76.5 % entre 17 y 30 kN, el esfuerzo del modelo lineal elástico crece exactamente en esa misma proporción (de 104.9 MPa a 185.1 MPa), como corresponde a un material sin ningún mecanismo de disipación.

En contraste, el modelo bilineal solo aumenta un 17.0 % (de 83.6 MPa a 97.8 MPa) y el elastoplástico un 24.2 % (de 86.1 MPa a 106.9 MPa); esta desproporción entre el incremento de carga y el incremento de esfuerzo es la manifestación directa de la saturación plástica una vez que la plasticidad en el cobre es extensa.

Entre bilineal y elastoplástico, en cambio, el comportamiento difiere según la rama del ciclo: en carga, la diferencia relativa entre ambos crece de 2.9 % a 17 kN a 9.0 % a 30 kN, ya que ambas curvas saturan con curvaturas distintas y la recta bilineal no captura el endurecimiento gradual de la curva experimental; en descarga, sin embargo, ambos modelos relajan con la misma pendiente elástica, por lo que predomina el efecto de calibración compartida, y la diferencia entre ambos se reduce de 11.2 % a 17 kN a apenas 0.6 % a 30 kN (82.1 MPa bilineal frente a 81.5 MPa elastoplástico).

La tabla 5.3 resume los valores a 17 kN, y la tabla 5.4 los valores a carga y descarga a 30 kN entre los tres modelos.

5.1.2 Distribución espacial de esfuerzos

Filamentos de Nb_3Sn

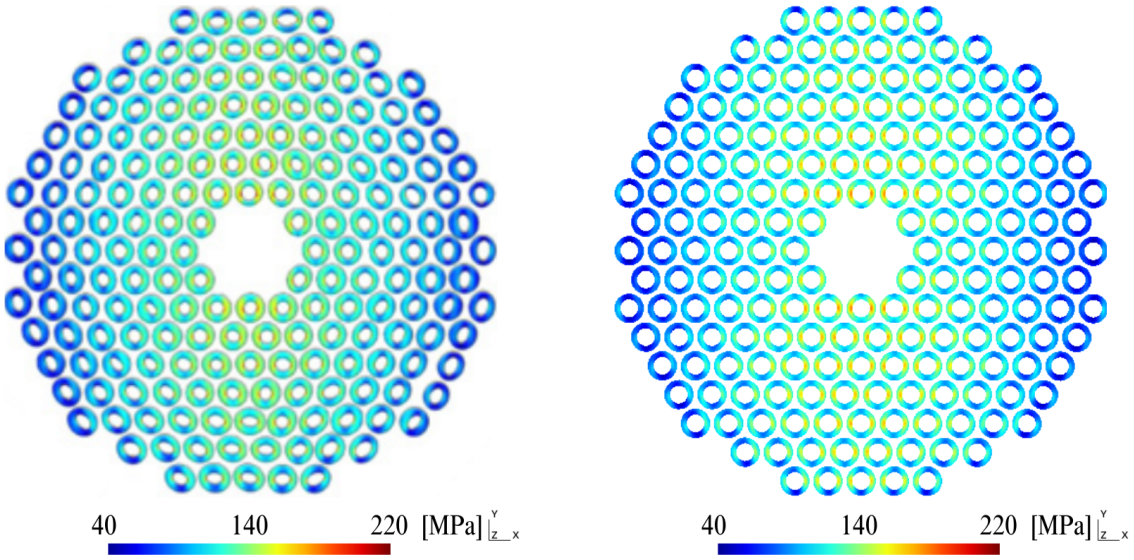
Las figuras 5.3a y 5.3b muestran la distribución espacial del esfuerzo de von Mises en el filamento de Nb_3Sn a 17 kN para el modelo elastoplástico, comparada contra los resultados de Calzolaio et al. [1]. Ambos modelos reproducen el mismo patrón: los filamentos interiores concentran esfuerzos mayores que los exteriores, con una distribución que sigue la dirección de carga. Los filamentos de los costados, más alejados del eje de aplicación de la carga, experimentan esfuerzos menores que sus homólogos en la misma corona, lo que produce una distribución con forma de diamante orientada verticalmente. Dado que Calzolaio et al. [1] únicamente reporta el gradiente de esfuerzos a 17 kN, no se presentan comparaciones para otras cargas.

Matriz de cobre

Las figuras 5.4a y 5.4b presenta la distribución espacial del esfuerzo de von Mises en la matriz de cobre a 17 kN para el modelo elastoplástico, comparada contra los resultados de Calzolaio et al. [1]. Ambos modelos muestran un gradiente continuo con esfuerzos máximos en la zona central, donde la restricción impuesta por los filamentos es mayor, y valores mínimos en la periferia. Dado que Calzolaio et al. [1] únicamente reporta el gradiente de esfuerzos a 17 kN, no se presentan comparaciones para otras cargas.

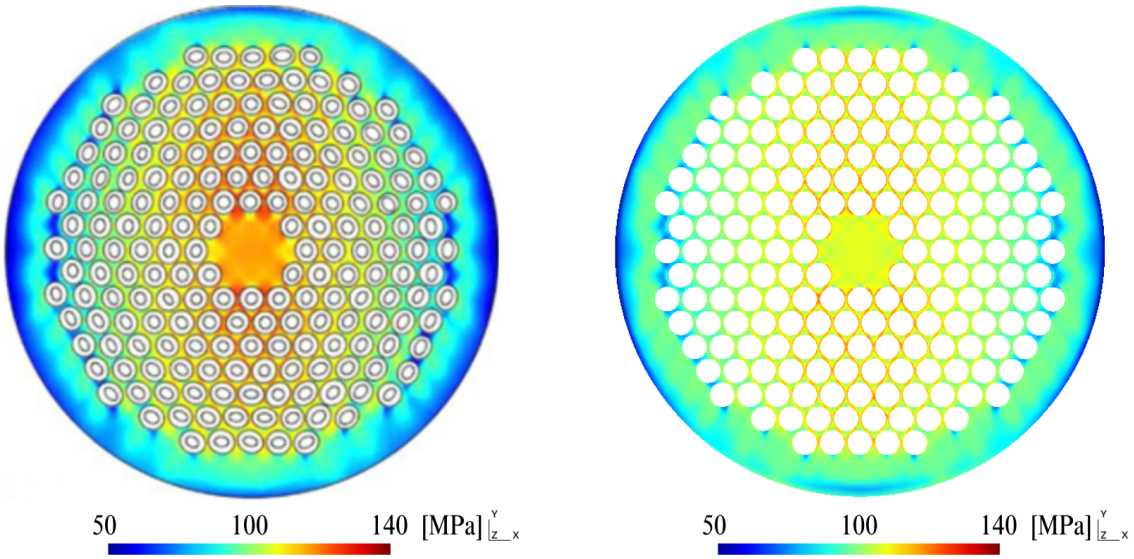
5.1.3 Distribución volumétrica de esfuerzos del Nb_3Sn

A diferencia del esfuerzo promedio de von Mises (apartado 5.1.1) o de la distribución espacial del esfuerzo (apartado 5.1.2), la distribución volumétrica permite cuantificar qué fracción del volumen del filamento superconductor experimenta un determinado nivel de esfuerzo.



(a) COMSOL, 17 kN [1]. **(b)** CODE_ASTER, 17 kN.

Figura 5.3. Distribución espacial del esfuerzo de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra PIT_{100}, modelo elastoplástico. (a) COMSOL a 17 kN [1]; (b) CODE_ASTER a 17 kN.



(a) COMSOL, 17 kN [1]. **(b)** CODE_ASTER, 17 kN.

Figura 5.4. Distribución espacial del esfuerzo de von Mises en la matriz de cobre de la hebra PIT_{100}, modelo elastoplástico. (a) COMSOL a 17 kN [1]; (b) CODE_ASTER a 17 kN.

Cabe señalar que Calzolaio [1] no reporta este tipo de distribución volumétrica para la hebra PIT_{100}, por lo que el análisis presentado en esta sección no busca validarse contra el artículo, sino complementar el estudio. Cada gráfica muestra el histograma de fracción de volumen en

función del esfuerzo de von Mises, junto con su media ponderada por volumen y una curva de densidad continua que facilita identificar la forma general de la distribución.[2]

Resultados–Modelo lineal elástico La figura 5.5 presenta la distribución volumétrica del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores bajo el modelo lineal elástico. Al no incorporar plasticidad, este modelo únicamente reporta la distribución en el instante de carga. La media ponderada por volumen pasa de 106 MPa a 17 kN a 188 MPa a 30 kN, con un desplazamiento proporcional al incremento de carga aplicada, consistente con la ausencia de mecanismos de endurecimiento.

Resultados–Modelo elastoplástico bilineal Al introducir plasticidad mediante endurecimiento isotrópico lineal (figura 5.6), la distribución de carga a 17 kN es prácticamente idéntica a la del modelo lineal (media de 106 MPa), ya que a este nivel de carga la matriz de cobre que rodea a los filamentos aún no ha alcanzado su límite elástico de forma generalizada. La diferencia se manifiesta a 30 kN, donde la media ponderada de carga es de 168 MPa, 20 MPa por debajo del valor lineal. Esta reducción refleja la redistribución de esfuerzo hacia la matriz con deformación plástica, que limita el crecimiento del esfuerzo en el filamento superconductor.

Las distribuciones de descarga son sustancialmente más angostas y están desplazadas hacia esfuerzos bajos, con medias de 20.3 MPa a 17 kN y 59.4 MPa a 30 kN; este incremento en la media residual con la carga máxima alcanzada evidencia una mayor acumulación de deformación plástica remanente conforme se profundiza el ciclo de carga.

[2]Las curvas superpuestas en los histogramas corresponden a una estimación de densidad por kernel gaussiano ponderado por volumen, calculada mediante la función `gaussian_kde` de SciPy [39] con el ancho de banda de Scott [40]. Esta curva permite identificar con mayor claridad la forma general de la distribución, independientemente del ancho de contenedor utilizado en el histograma.

Tabla 5.5. Media ponderada por volumen del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores (PIT), por modelo constitutivo, nivel de carga y estado.

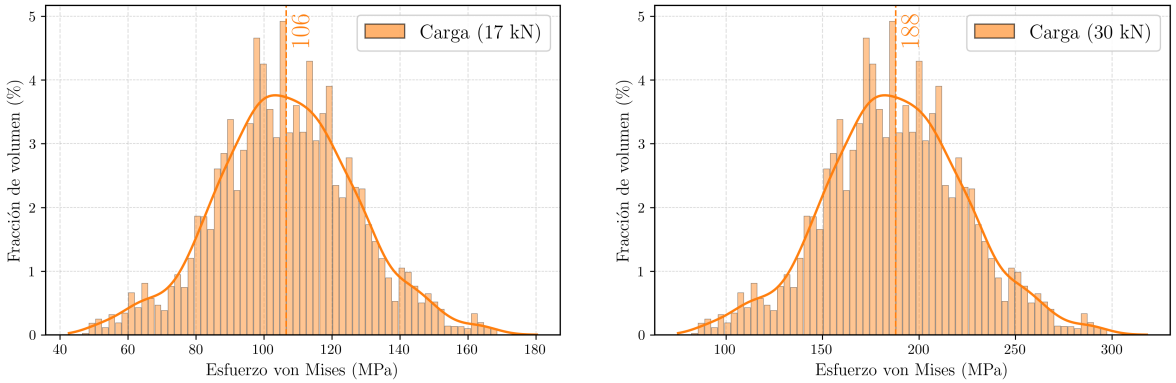
	17 kN		30 kN	
Modelo	Carga [MPa]	Descarga [MPa]	Carga [MPa]	Descarga [MPa]
Lineal elástico	106	—	188	—
Bilineal	106	20.3	168	59.4
Elastoplástico	107	17.0	176	57.5

Resultados–Modelo elastoplástico con curva experimental El modelo elastoplástico con curva experimental (figura 5.7) reproduce un comportamiento cualitativamente análogo al bilineal. A 17 kN, la media de carga es de 107 MPa, prácticamente coincidente con los dos modelos anteriores. A 30 kN, la media de carga es de 176 MPa, un valor intermedio entre el lineal (188 MPa) y el bilineal (168 MPa), consistente con una curva de endurecimiento experimental menos rígida que la aproximación bilineal en el rango de deformación plástica relevante.

En descarga, las medias son de 17 MPa a 17 kN y 57.5 MPa a 30 kN, ligeramente inferiores a sus contrapartes del modelo bilineal (20.3 y 59.4 MPa, respectivamente).

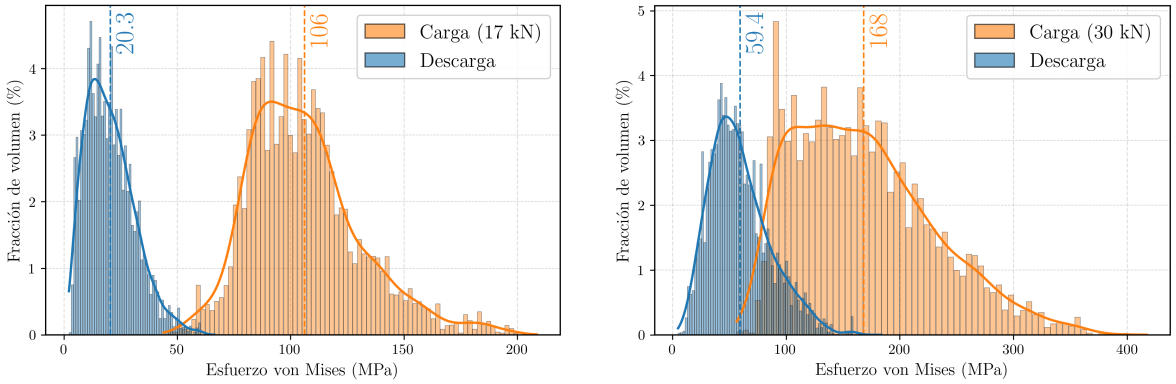
En conjunto, las tres figuras muestran que la incorporación de plasticidad no solo limita el crecimiento del esfuerzo máximo alcanzado en el filamento superconductor, sino que también genera una distribución de esfuerzo residual con una cola hacia valores altos, asociada a las regiones donde la deformación plástica de la matriz circundante es más pronunciada.

Para facilitar la comparación entre modelos constitutivos, la tabla 5.5 concentra las medias ponderadas por volumen del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores, en carga y en descarga, para los tres modelos constitutivos y los dos niveles de carga de referencia.



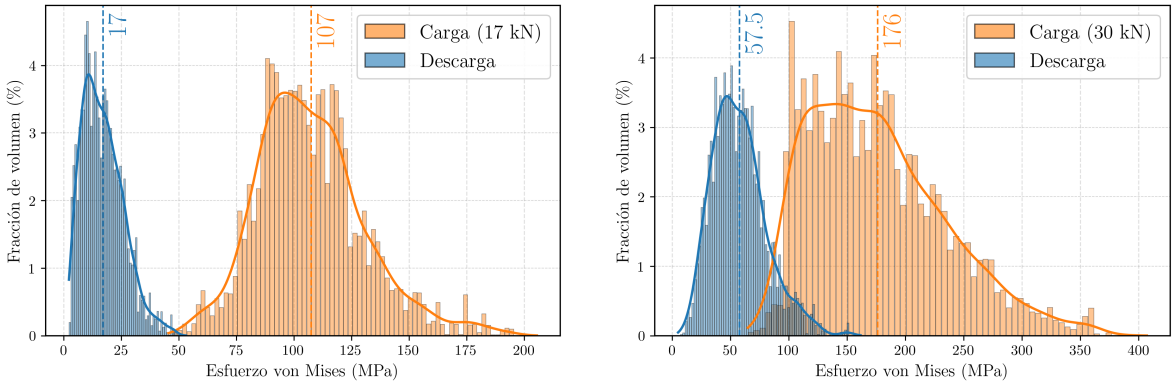
(a) Carga, 17 kN **(b)** Carga, 30 kN

Figura 5.5. Distribución volumétrica del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores (PIT) para el modelo lineal elástico.



(a) 17 kN **(b)** 30 kN

Figura 5.6. Distribución volumétrica del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores (PIT) para el modelo bilineal, en carga y descarga.



(a) 17 kN **(b)** 30 kN

Figura 5.7. Distribución volumétrica del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores (PIT) para el modelo elastoplástico con curva experimental, en carga y descarga.

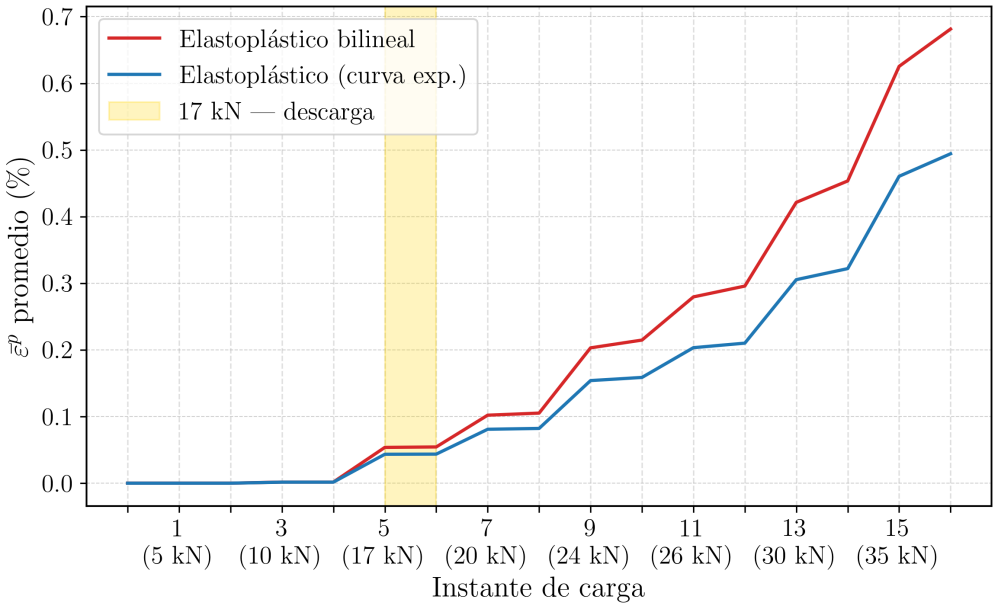


Figura 5.8. Evolución de la deformación plástica equivalente promedio $\bar{\varepsilon}^p$ en la matriz de cobre de la hebra PIT$_{100}$. La banda amarilla indica el instante de carga y descarga a 17 kN.

5.1.4 Acumulación de deformación plástica

La figura 5.8 muestra la evolución de la deformación plástica equivalente promedio $\bar{\varepsilon}^p$ en la matriz de cobre a lo largo de la historia de carga para los modelos bilineal y elastoplástico. El modelo lineal elástico se excluye de esta comparación por no incorporar deformación plástica.

En ambos modelos, $\bar{\varepsilon}^p$ es nula durante los primeros ciclos y comienza a acumularse a partir de aproximadamente 10 kN, consistente con el inicio del comportamiento plástico.

Tras cada descarga el valor promedio se mantiene prácticamente constante, y crece ciclo a ciclo a medida que la carga máxima aumenta. A 17 kN, el modelo bilineal reporta $\bar{\varepsilon}^p = 0.068\,\%$ y el elastoplástico $\bar{\varepsilon}^p = 0.054\,\%$. A 30 kN la divergencia entre modelos se amplía: el bilineal alcanza $\bar{\varepsilon}^p = 0.496\,\%$ frente a $0.340\,\%$ del elastoplástico, reflejo de las diferencias en la pendiente de endurecimiento entre ambas representaciones constitutivas.

Tabla 5.6. Media ponderada por volumen de la deformación plástica equivalente residual en la matriz de cobre (PIT), por modelo constitutivo y nivel de carga.

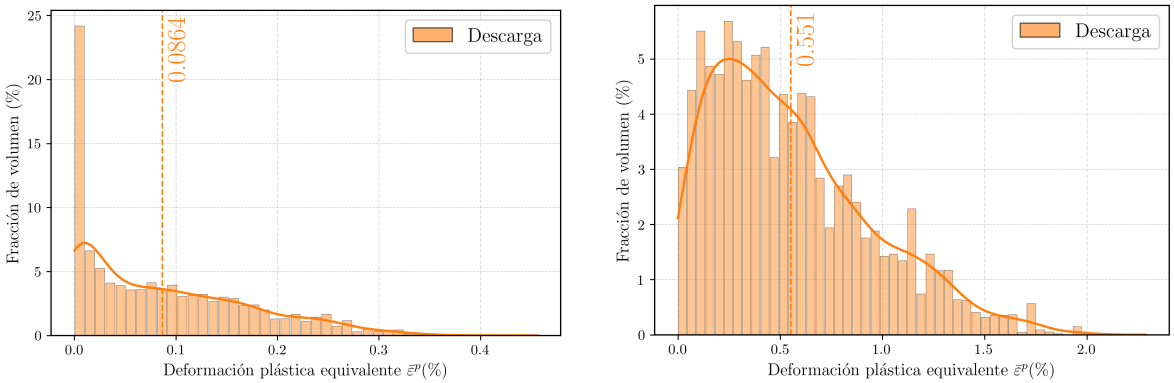
Modelo	17 kN [%]	30 kN [%]
Bilineal	0.0864	0.551
Elastoplástico	0.0695	0.392

5.1.5 Distribución volumétrica de deformación plástica residual

Las figuras 5.9 y 5.10 presentan la distribución volumétrica de la deformación plástica equivalente residual en la matriz de cobre, para los modelos bilineal y elastoplástico con curva experimental, respectivamente.

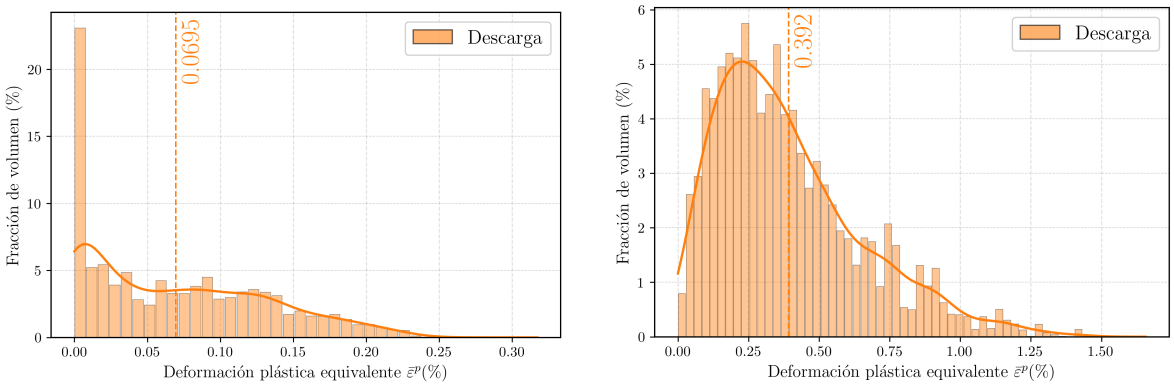
Resultados–Modelo elastoplástico bilineal En ambos modelos, la distribución exhibe una concentración importante de volumen en valores cercanos a cero, correspondiente a las regiones de la matriz que permanecen dentro del régimen elástico durante todo el ciclo. Esta concentración es más pronunciada a 17 kN: en el modelo bilineal, la media ponderada es de 0.0864 % (figura 5.9a), mientras que en el elastoplástico es de 0.0695 % (figura 5.10a); en ambos casos, más de la quinta parte del volumen se ubica en el primer contenedor del histograma, es decir, prácticamente sin deformación plástica acumulada.

Resultados–Modelo elastoplástico con curva experimental A 30 kN, la distribución se desplaza sustancialmente hacia valores más altos y se ensancha de forma considerable. En el modelo bilineal, la media ponderada alcanza 0.551 % (figura 5.9b), con una cola larga que se extiende hasta valores cercanos a 2 % en fracciones pequeñas de volumen. El modelo elastoplástico, en cambio, reporta una media de 0.392 % (figura 5.10b), aproximadamente 29 % menor que la del bilineal, con una distribución más compacta y una cola que no supera 1.6 %.



(a) 17 kN **(b)** 30 kN

Figura 5.9. Distribución volumétrica de la deformación plástica equivalente residual en la matriz de cobre (PIT) para el modelo bilineal.



(a) 17 kN **(b)** 30 kN

Figura 5.10. Distribución volumétrica de la deformación plástica equivalente residual en la matriz de cobre (PIT) para el modelo elastoplástico con curva experimental.

En conjunto, estas distribuciones muestran que, si bien ambos modelos concuerdan en la fracción de volumen que permanece esencialmente elástica, el modelo bilineal tiende a sobreestimar tanto la magnitud como la dispersión de la deformación plástica residual conforme se incrementa la carga máxima alcanzada, respecto al modelo con curva experimental.

La tabla 5.6 resume las medias ponderadas por volumen de la deformación plástica equivalente residual en la matriz de cobre, para ambos modelos y niveles de carga.

5.2 Hebra RRP 108/127

Calzolaio et al. [1] solo reporta el esfuerzo de von Mises promedio y su distribución espacial. Por eso la comparación con la PIT_{100} se limitó a esas dos cantidades. Bagni et al. [2], en cambio, reporta la media ponderada por volumen del esfuerzo y el porcentaje de deformación plástica, junto con sus distribuciones espaciales, tanto para carga como para descarga.

La hebra RRP 108/127 constituye además un caso de validación más exigente que la PIT_{100}, pues su geometría corresponde al conductor real y no a una idealización. Esto permite comparar CODE_ASTER y COMSOL sobre las mismas zonas de concentración de esfuerzo y de contacto estrecho entre filamentos que existen en en la hebra.

De los 85 pasos de carga simulados en el ciclo completo, solo se reportan los 12 que corresponden a los picos y ceros de carga de cada ciclo. Los pasos intermedios son de apoyo: se incluyeron porque así lo reporta Bagni et al. [2] y porque el esquema no lineal los requirió para converger. Además, almacenar los campos de resultados de los 85 pasos no fue posible por las limitaciones de memoria en disco. Al ser un análisis cuasiestático, estos pasos intermedios no aportan estados de interés adicionales.

5.2.1 Esfuerzos de von Mises promedio

La comparación principal se realiza sobre el filamento de Nb_3Sn, único material para el que Bagni et al. [2] reportan valores de referencia de esfuerzo. Los resultados en la matriz de cobre y el bronce se presentan como caracterización complementaria. El instante de comparación es 30 kN, correspondiente a la carga máxima aplicada en el ensayo de Bagni et al. [2].

El comportamiento general replica el observado en la hebra PIT_{100}: los tres modelos convergen durante los primeros ciclos y divergen progresivamente a medida que la plasticidad se desarrolla en la matriz.

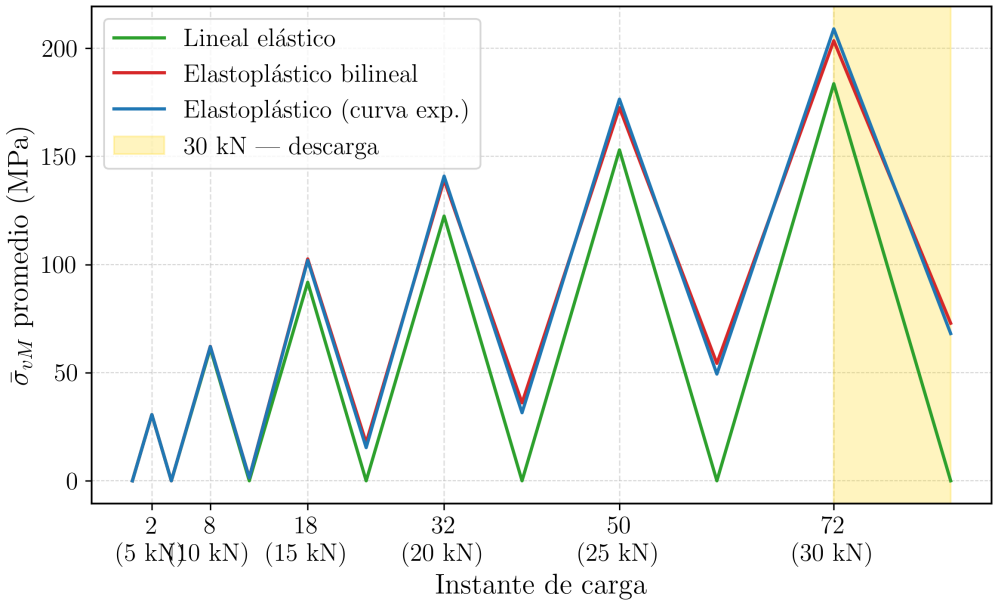


Figura 5.11. Evolución del esfuerzo promedio de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra RRP 108/127.

Tabla 5.7. Esfuerzo promedio de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra RRP 108/127 a 30 kN y tras la descarga.

Modelo	Carga (MPa)	Descarga (MPa)
Lineal	183.6	—
Bilineal	203.5	72.8
Elastoplástico	208.9	68.1

Filamentos de Nb_3Sn

La figura 5.11 muestra la evolución del esfuerzo promedio de von Mises en el filamento de Nb_3Sn a lo largo de la historia de carga cíclica para los tres modelos constitutivos.

Los modelos bilineal y elastoplástico producen respuestas muy similares entre sí a lo largo de toda la historia de carga, con una diferencia máxima inferior al 3 % en los instantes de carga máxima.

El modelo lineal elástico sobreestima consistentemente el esfuerzo en el filamento al no permitir disipación plástica en la matriz, alcanzando 183.6 MPa a 30 kN frente a 203.5 MPa y 208.9 MPa de los modelos bilineal y elastoplástico respectivamente. La tabla 5.7 resume los valores a 30 kN y tras la descarga para los tres modelos.

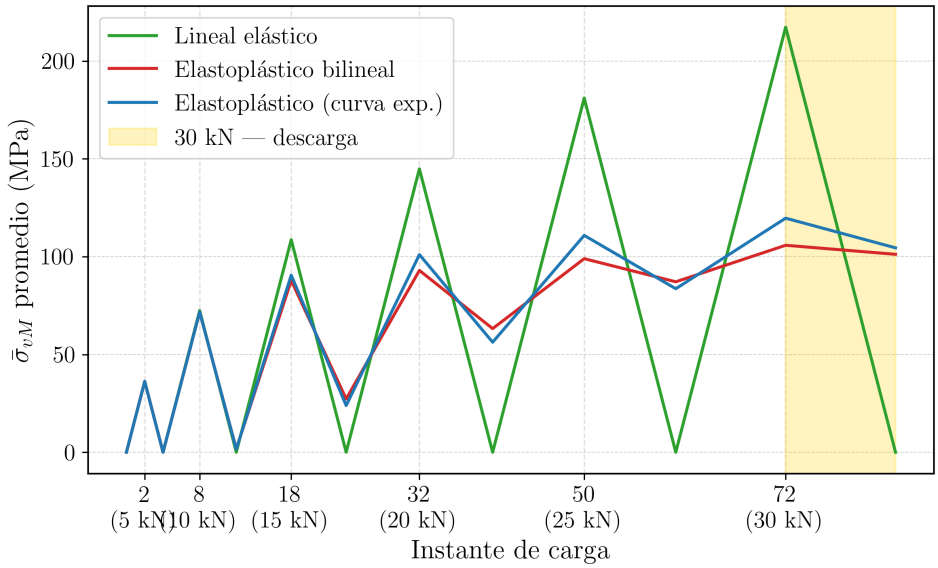


Figura 5.12. Evolución del esfuerzo promedio de von Mises en la matriz de cobre de la hebra RRP 108/127.

Tabla 5.8. Esfuerzo promedio de von Mises en la matriz de cobre de la hebra RRP 108/127 a 30 kN y tras la descarga.

Modelo	Carga (MPa)	Descarga (MPa)
Lineal	217.3	—
Bilineal	105.8	101.2
Elastoplástico	119.7	104.5

Matriz de cobre

La figura 5.12 presenta la evolución del esfuerzo promedio en la matriz de cobre. A diferencia del filamento, la divergencia entre el modelo lineal y los elastoplásticos es pronunciada. Los modelos bilineal y elastoplástico muestran la saturación característica del esfuerzo en carga y un esfuerzo residual creciente ciclo a ciclo; a 30 kN reportan 105.8 MPa y 119.7 MPa respectivamente, frente a 217.3 MPa del modelo lineal.

La tabla 5.8 resume los valores a 30 kN y tras la descarga para los tres modelos.

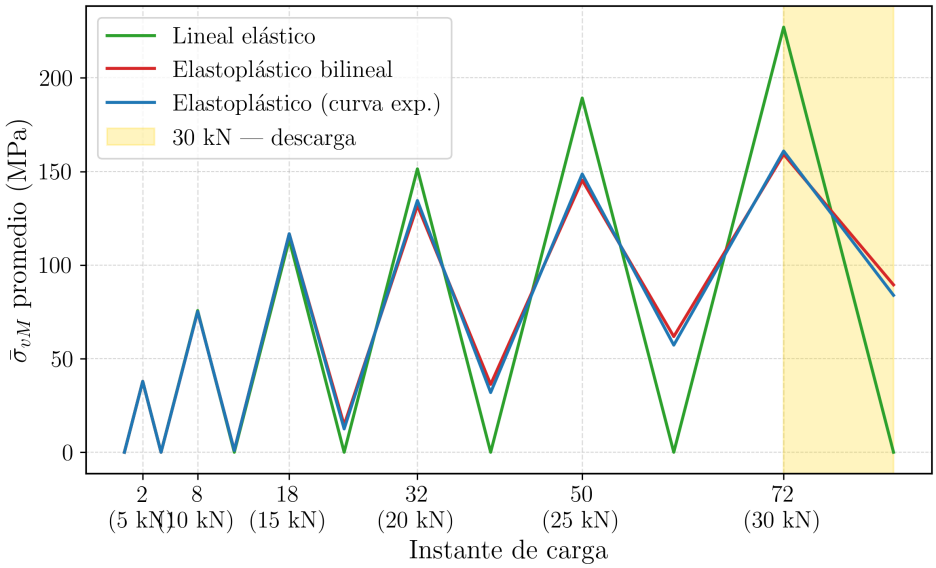


Figura 5.13. Evolución del esfuerzo promedio de von Mises en el bronce de la hebra RRP 108/127.

Tabla 5.9. Esfuerzo promedio de von Mises en los núcleos de bronce de la hebra RRP 108/127 a 30 kN y tras la descarga.

Modelo	Carga (MPa)	Descarga (MPa)
Lineal	227.1	—
Bilineal	159.2	89.4
Elastoplástico	160.9	83.9

Núcleos de bronce

La figura 5.13 muestra la evolución correspondiente en el bronce. El bronce presenta un límite elástico superior al del cobre, por lo que el comportamiento plástico inicia más tarde. A 30 kN los modelos bilineal y elastoplástico reportan 159.2 MPa y 160.9 MPa respectivamente, valores muy próximos entre sí, frente a 227.1 MPa del modelo lineal.

La tabla 5.9 resume los valores a 30 kN y tras la descarga para los tres modelos.

5.2.2 Distribución espacial de esfuerzos

Filamentos de Nb_3Sn

La figura 5.14 muestra la distribución espacial del esfuerzo de von Mises en el filamento de Nb_3Sn a 30 kN y tras la descarga para el modelo elastoplástico, comparada contra los resultados de Bagni et al. [2].

En carga (figuras 5.14a y 5.14b), CODE_ASTER reproduce el patrón general observado en COMSOL: esfuerzos mayores en los filamentos interiores y menores en la periferia. La geometría hexagonal del arreglo introduce concentraciones en los vértices superior e inferior del hexágono y en el centro, mientras que los filamentos de los costados, alejados del eje de carga, registran los valores mínimos. El conjunto dibuja una distribución en forma de X.

Tras la descarga (figuras 5.14c y 5.14d), la distribución muestra una transición suave hacia esfuerzos residuales bajos. Se estima que las figuras de referencia de Bagni et al. [2] presentan la escala de color saturada para la configuración round, ya que fueron generadas con la misma escala que la configuración rolled, lo que limita la comparación visual directa.

Matriz de cobre

Tampoco se incluyeron las distribuciones de esfuerzos para la matriz de cobre ni para los núcleos de bronce en Bagni et al. [2], por lo que el análisis siguiente se presenta sin comparación directa, únicamente con los resultados de CODE_ASTER.

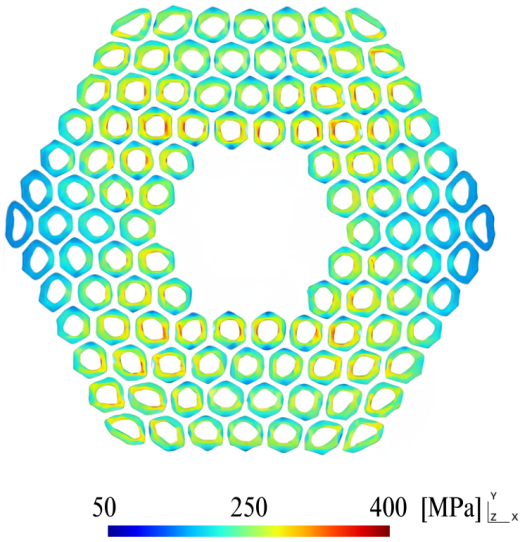
La figura 5.15 muestra la distribución espacial del esfuerzo de von Mises en la matriz de cobre a 30 kN y tras la descarga, para el modelo elastoplástico. En carga (figura 5.15a), la matriz conserva el patrón en forma de X ya observado en los filamentos de Nb_3Sn, con concentraciones de esfuerzos en los vértices superior e inferior del arreglo hexagonal. El cobre presenta además concentraciones localizadas en los perímetros internos, es decir, en las regiones de matriz que rodean directamente a

los filamentos, particularmente en aquellos más cercanos al eje de carga.

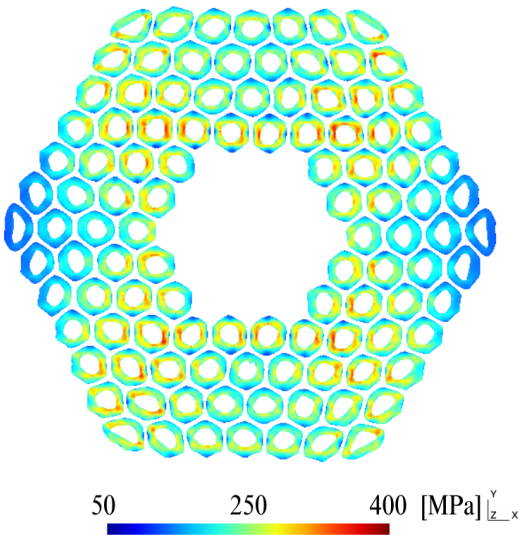
Tras la descarga (figura 5.15b), la distribución cambia de forma, dibujando un patrón romboidal con los esfuerzos mínimos concentrados en la periferia del arreglo. Persisten concentraciones de esfuerzos remanentes alrededor de los vértices de los filamentos internos, en particular los que conforman la corona interna del arreglo hexagonal.

Núcleos de bronce

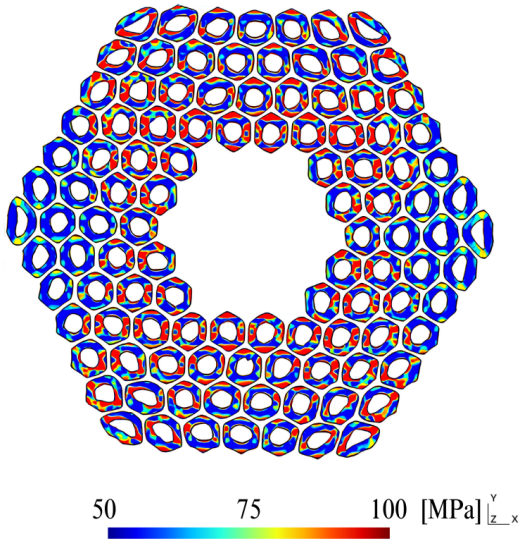
La figura 5.16 muestra la distribución espacial del esfuerzo de von Mises en los núcleos de bronce a 30 kN y tras la descarga, para el modelo elastoplástico. En carga (figura 5.16a), la distribución es relativamente homogénea, con prácticamente todos los núcleos dentro del mismo rango de esfuerzos. Los valores menores se ubican en la periferia horizontal del arreglo, es decir, en los núcleos más alejados del eje de carga, mientras que se observan pequeños puntos de concentración de esfuerzos en el perímetro de los núcleos que conforman la primera corona. Tras la descarga (figura 5.16b), la distribución resulta prácticamente homogénea a esta escala, con esfuerzos remanentes inferiores a 200 MPa en la mayor parte del dominio.



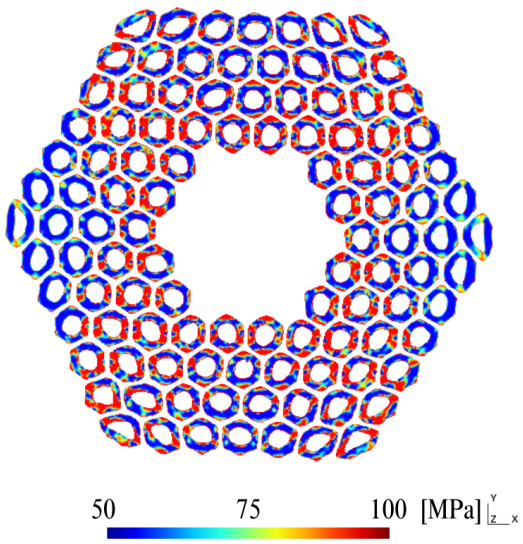
(a) COMSOL, carga [2].



(b) CODE_ASTER, carga.

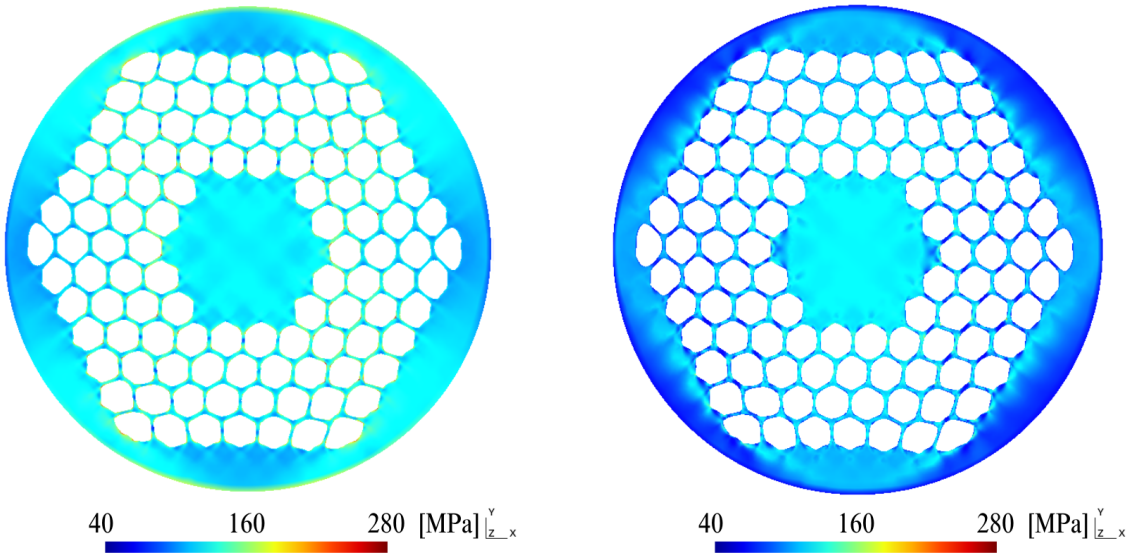


(c) COMSOL, descarga [2].



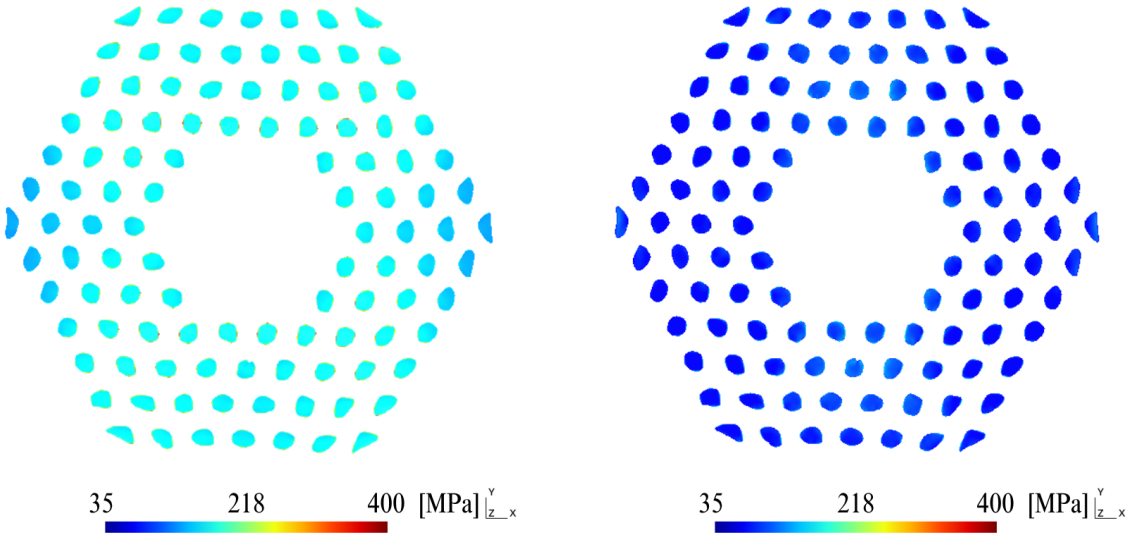
(d) CODE_ASTER, descarga.

Figura 5.14. Distribución espacial del esfuerzo de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra RRP 108/127 a 30 kN, modelo elastoplástico. Fila superior: en carga. Fila inferior: tras la descarga.



(a) CODE_ASTER, carga. **(b)** CODE_ASTER, descarga.

Figura 5.15. Distribución espacial del esfuerzo de von Mises en la matriz de cobre de la hebra RRP 108/127 a 30 kN, modelo elastoplástico. Izquierda: en carga. Derecha: tras la descarga.



(a) CODE_ASTER, carga. **(b)** CODE_ASTER, descarga.

Figura 5.16. Distribución espacial del esfuerzo de von Mises en los núcleos de bronce de la hebra RRP 108/127 a 30 kN, modelo elastoplástico. Izquierda: en carga. Derecha: tras la descarga.

5.2.3 Distribución volumétrica de esfuerzos del Nb_3Sn

La figura 5.17 muestra la distribución volumétrica del esfuerzo de von Mises en el filamento de Nb_3Sn a 30 kN y tras la descarga para los tres modelos constitutivos.

En carga, los tres modelos producen distribuciones asimétricas con cola hacia valores altos. Los modelos bilineal y elastoplástico presentan además dos máximos locales claramente diferenciados: uno cercano a 145 MPa y otro, de mayor altura, entre 200 y 210 MPa. Esta bimodalidad es consistente con la coexistencia de poblaciones de filamentos con distinto nivel de esfuerzo según su posición dentro de la corona, descrita en la apartado 5.2.2. Tras la descarga, ambas distribuciones se desplazan hacia valores bajos, con un máximo cercano a 45–50 MPa y una cola que se extiende hasta valores cercanos a 150 MPa; conservan la asimetría positiva observada en carga, pero el segundo máximo prácticamente desaparece, lo que sugiere que la diferenciación entre poblaciones de filamentos se atenúa al retirar la carga aplicada.

La tabla 5.10 resume las medias ponderadas por volumen del esfuerzo de von Mises en el filamento superconductor para el caso RRP, junto con el error porcentual de cada modelo respecto al valor de referencia de Bagni [2].

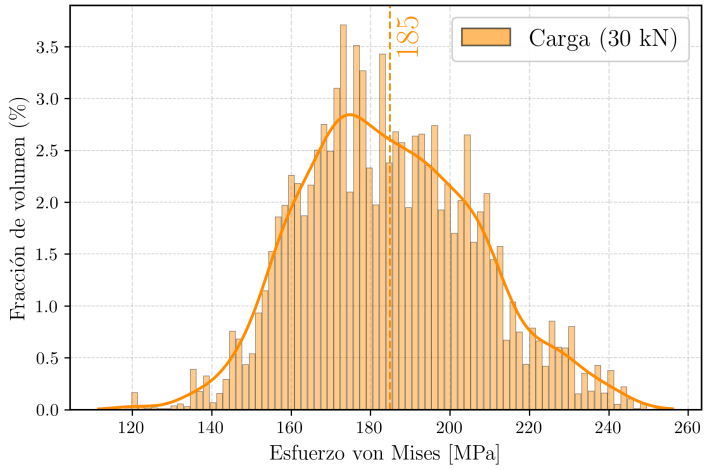
Validación–Modelo lineal elástico El modelo lineal elástico (figura 5.17a) produce la distribución más estrecha y desplazada hacia valores menores, con media ponderada de 185.0 MPa, un 10.4 % por debajo del valor de referencia de 206.5 MPa reportado por COMSOL [2]. Esta subestimación, la mayor de los tres modelos, es consistente con la ausencia de redistribución de esfuerzos hacia la matriz circundante que la plasticidad permitiría capturar. Al no incorporar plasticidad, este modelo no exhibe un estado de descarga.

Tabla 5.10. Media ponderada por volumen del esfuerzo de von Mises en el filamento de Nb_3Sn de la hebra RRP 108/127 a 30 kN. Valor de referencia de Bagni et al. [2].

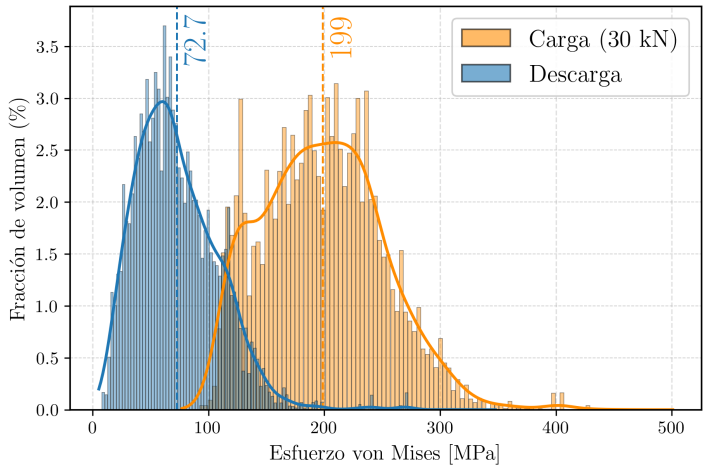
Modelo	Carga (MPa)	Error (%)	Descarga (MPa)	Error (%)
COMSOL	206.5	—	76.4	—
Lineal	185.0	−10.4	—	—
Bilineal	199.0	−3.6	72.7	−4.8
Elastoplástico	204.0	−1.2	66.7	−12.7

Validación–Modelo elastoplástico bilineal Al introducir plasticidad mediante endurecimiento isotrópico lineal (figura 5.17b), la media ponderada de carga aumenta a 199.0 MPa, con lo que el error respecto a la referencia se reduce a −3.6 %. La distribución de descarga correspondiente tiene una media de 72.7 MPa, con un error de −4.8 % frente al valor de 76.4 MPa reportado por Bagni, y una forma sensiblemente más ancha que su contraparte de carga.

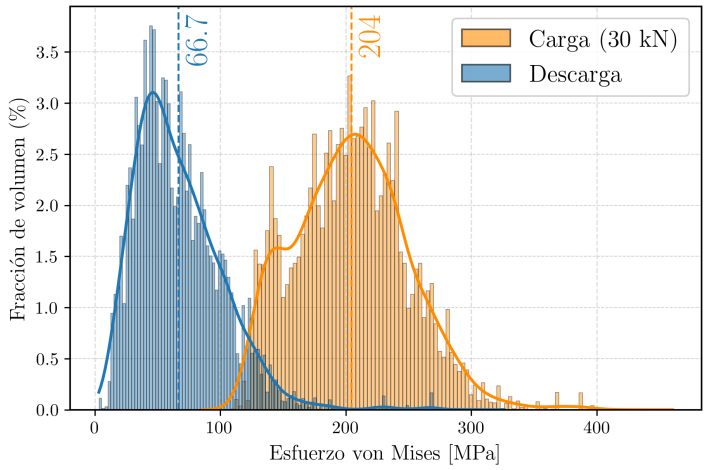
Validación–Modelo elastoplástico con curva experimental El modelo elastoplástico con curva experimental (figura 5.17c) reporta la mejor concordancia en carga de los tres modelos, con una media de 204 MPa y un error de solo −1.2 % respecto a la referencia. Tras la descarga, el comportamiento se invierte: el modelo elastoplástico presenta el mayor error (−12.7 %) frente al bilineal (−4.8 %). Esto sugiere que, si bien la curva experimental reproduce mejor el estado de carga máxima, su efecto sobre la deformación plástica acumulada difiere del bilineal de forma que afecta más al esfuerzo residual que al esfuerzo bajo carga.



(a) Lineal elástico



(b) Bilineal



(c) Elastoplástico (curva experimental)

Figura 5.17. Distribución volumétrica del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores (RRP) a 30 kN, para los tres modelos constitutivos, en carga y descarga.

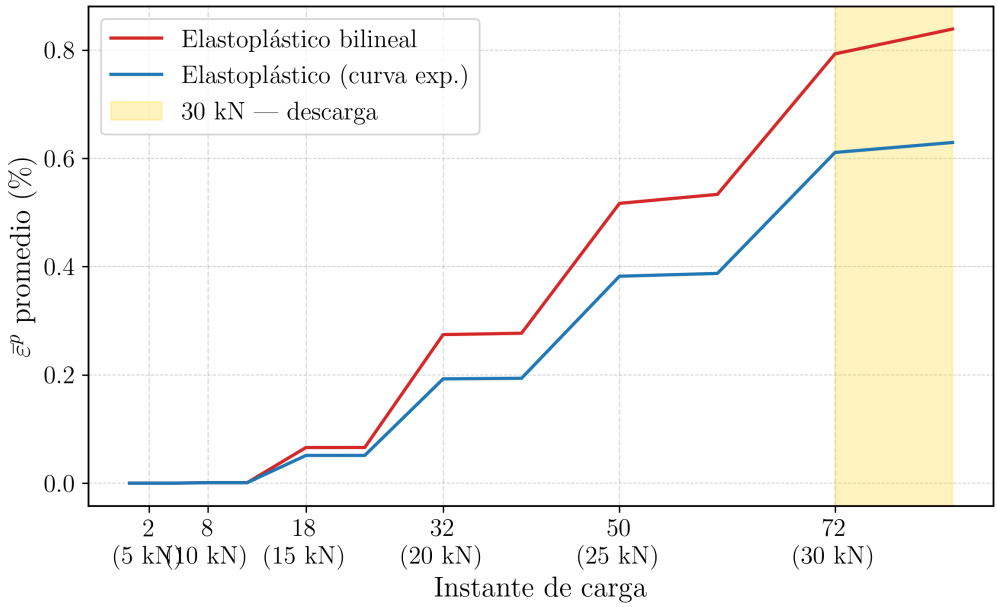


Figura 5.18. Evolución de la deformación plástica equivalente promedio $\bar{\varepsilon}^p$ en la matriz de cobre de la hebra RRP 108/127.

5.2.4 Acumulación de deformación plástica

Matriz de cobre

La figura 5.18 muestra la evolución de la deformación plástica equivalente promedio $\bar{\varepsilon}^p$ en la matriz de cobre a lo largo de la historia de carga cíclica. La zona plástica inicia a partir de aproximadamente 15 kN y se acumula monotónicamente ciclo a ciclo.

Tras la descarga a 30 kN el modelo bilineal reporta $\bar{\varepsilon}^p = 0.839\,\%$ y el elastoplástico $\bar{\varepsilon}^p = 0.629\,\%$; la diferencia entre modelos es consistente con el comportamiento observado en la hebra PIT_{100} y atribuible a las diferencias en la pendiente de endurecimiento entre ambas representaciones constitutivas.

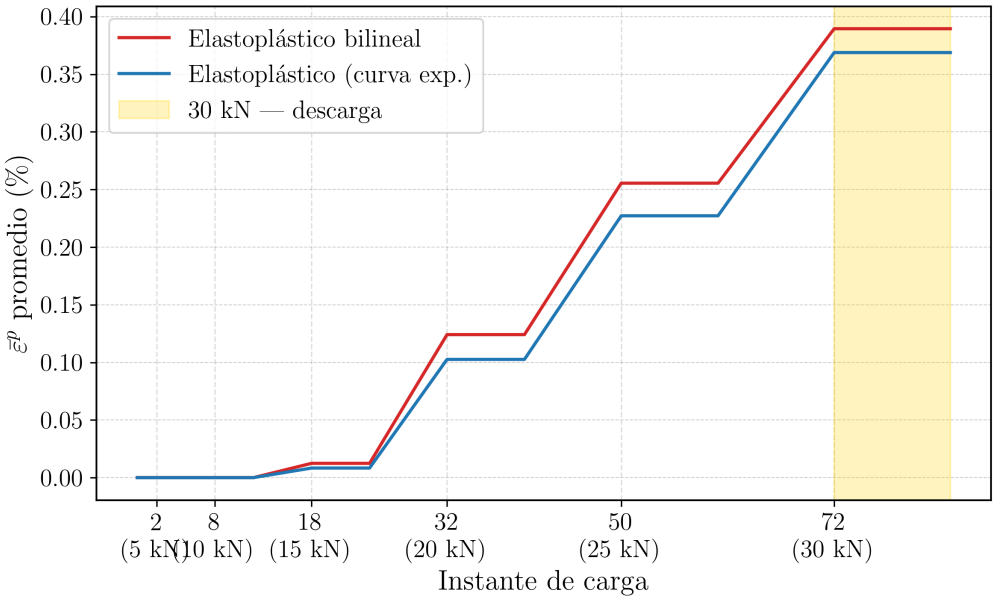


Figura 5.19. Evolución de la deformación plástica equivalente promedio $\bar{\varepsilon}^p$ en el bronce de la hebra RRP 108/127.

Núcleos de bronce

La figura 5.19 presenta la evolución correspondiente en el bronce. El inicio del comportamiento plástico en el bronce ocurre a una carga ligeramente superior a la del cobre, consistente con su mayor límite elástico. A diferencia del cobre, los modelos bilineal y elastoplástico producen respuestas prácticamente idénticas en el bronce a lo largo de toda la historia de carga, con valores de $\bar{\varepsilon}^p = 0.389\,\%$ y $0.368\,\%$ respectivamente tras la descarga a 30 kN.

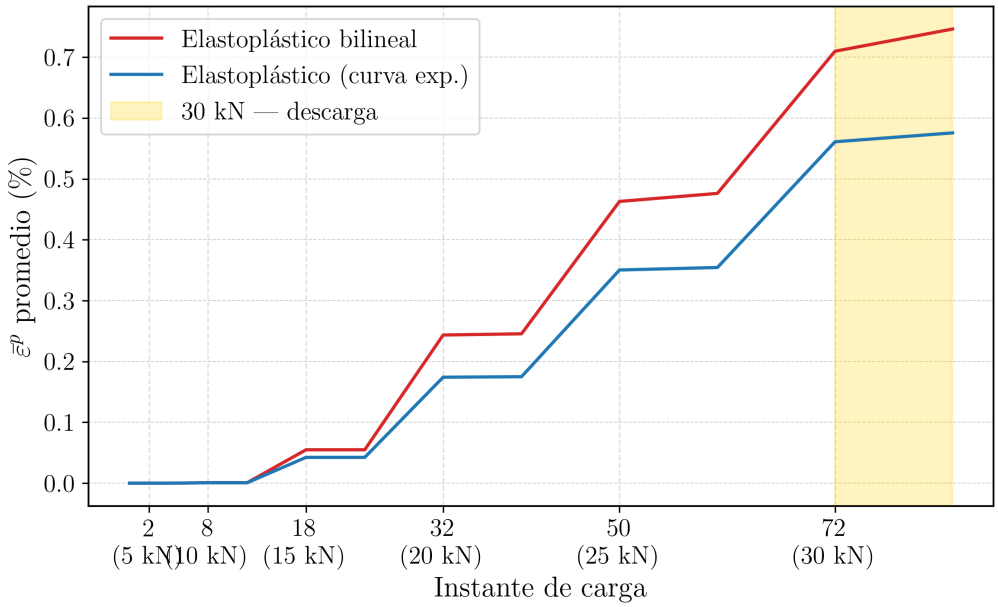


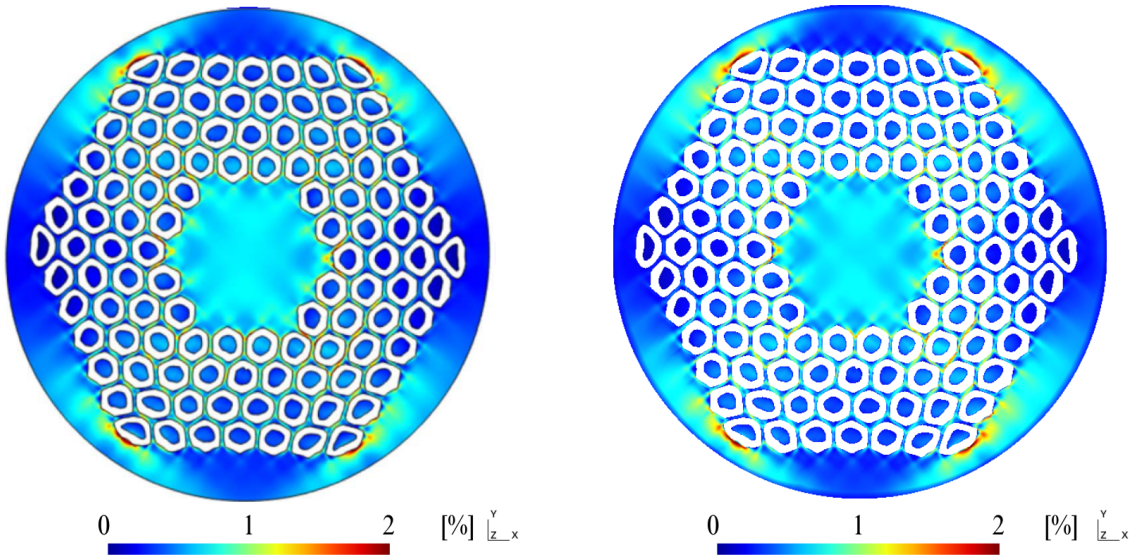
Figura 5.20. Evolución de la deformación plástica equivalente promedio $\bar{\varepsilon}^p$ en el conjunto cobre-bronce de la hebra RRP 108/127.

Conjunto cobre–bronce

La figura 5.20 muestra la evolución combinada del conjunto cobre-bronce, que constituye la magnitud reportada por Bagni et al. [2]. Tras la descarga a 30 kN el modelo bilineal obtiene $\bar{\varepsilon}^p = 0.746\,\%$ y el elastoplástico $\bar{\varepsilon}^p = 0.576\,\%$.

5.2.5 Distribución espacial de deformación plástica

La figura 5.21 muestra la distribución espacial de la deformación plástica equivalente residual en el conjunto cobre-bronce tras la descarga a 30 kN para el modelo elastoplástico, comparada contra los resultados de Bagni et al. [2]. Ambos modelos reproducen el mismo patrón: la deformación plástica residual se concentra en las zonas de contacto entre filamentos y matriz, con valores máximos en la periferia exterior donde la restricción geométrica es menor. Se estima que las figuras de referencia presentan la escala de color saturada para la configuración round, por lo que la comparación visual directa es limitada; la comparación cuantitativa se realiza a través de las medias ponderadas reportadas en la tabla 5.11.



(a) COMSOL [2]. **(b)** CODE_ASTER.

Figura 5.21. Distribución espacial de la deformación plástica equivalente residual $\bar{\varepsilon}^p$ en el conjunto cobre-bronce de la hebra RRP 108/127 tras la descarga a 30 kN, modelo elastoplástico.

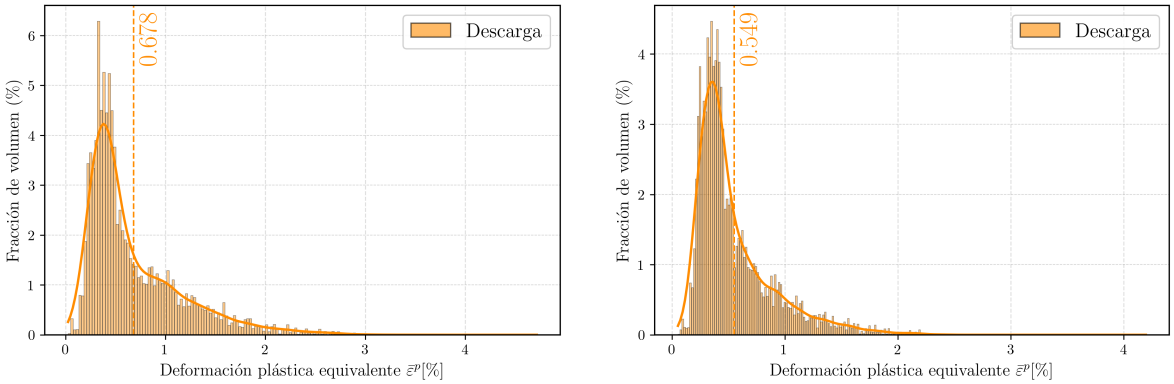
5.2.6 Distribución volumétrica de deformación plástica

La figura 5.22 muestra la distribución volumétrica de la deformación plástica equivalente residual $\bar{\varepsilon}^p$ en el conjunto cobre-bronce tras la descarga a 30 kN para los modelos bilineal y elastoplástico.

En ambos casos la distribución es fuertemente asimétrica: una fracción significativa del volumen permanece en régimen elástico tras la descarga, mientras que la cola se extiende hacia valores mayores en las zonas de mayor concentración plástica, particularmente en las intercaras filamento-matriz.

El modelo bilineal produce una deformación plástica residual media de $\bar{\varepsilon}^p = 0.678\,\%$, superior a la del modelo elastoplástico ($\bar{\varepsilon}^p = 0.549\,\%$), consistente con lo observado en la evolución temporal de la figura 5.20 .

El modelo bilineal sobrestima la deformación plástica residual media en 9.4 % respecto a COMSOL, mientras que el elastoplástico la subestima en $-11.5\,\%$. Ambos modelos se desvían en sentido opuesto del valor de referencia, con magnitudes de error comparables.



(a) Modelo bilineal. **(b)** Modelo elastoplástico.

Figura 5.22. Distribución volumétrica de la deformación plástica equivalente residual $\bar{\varepsilon}^p$ en el conjunto cobre-bronce de la hebra RRP 108/127 tras la descarga a 30 kN.

Tabla 5.11. Media ponderada por volumen de la deformación plástica equivalente residual $\bar{\varepsilon}^p$ en el conjunto cobre-bronce de la hebra RRP 108/127 tras la descarga a 30 kN. Valor de referencia de Bagni et al. [2].

Modelo	$\bar{\varepsilon}^p$ (%)	Error (%)
COMSOL	0.620	—
Bilineal	0.678	9.4
Elastoplástico	0.549	−11.5

La sobrestimación del modelo bilineal es consistente con su pendiente de endurecimiento constante, que acumula plasticidad de forma más rápida que la curva experimental conforme aumenta la deformación. La subestimación del modelo elastoplástico, en cambio, no se explica por la forma de la curva de endurecimiento en sí, sino que resulta opuesta a lo esperado bajo ese argumento, por lo que el origen de esta diferencia requiere una explicación adicional.

La tabla 5.11 resume las medias ponderadas por volumen de la deformación plástica equivalente residual en el conjunto cobre-bronce tras la descarga a 30 kN.

Tabla 5.12. Comparación de resultados entre las hebras PIT_{100} y RRP para el modelo elastoplástico, calculados como media ponderada volumétrica a 30 kN.

Hebra	Carga [MPa]	Descarga [MPa]	Deformación plástica [%]
PIT_{100}	176.0	57.5	0.392
RRP	204.0	66.7	0.549

5.3 Comparación entre las hebras PIT_{100} y RRP

Esta sección reúne, con fines comparativos, los resultados obtenidos para las hebras PIT_{100} y RRP. No se trata de establecer cuál geometría presenta un mejor desempeño mecánico, ya que este trabajo se limitó a la validación de cada caso por separado frente a su respectiva referencia. Ambas hebras difieren en diámetro, número de filamentos y materiales, como se resume en la tabla 4.1. La variable que ambos casos comparten es la carga transversal aplicada, de 30 kN.

Se retoma como criterio de comparación la media ponderada volumétrica, utilizada como punto de partida en las secciones anteriores. La comparación se limita al modelo de mayor complejidad, elastoplástico con curva experimental, y considera dos cantidades: la media ponderada del esfuerzo de von Mises en los filamentos superconductores, en carga y descarga, y la media ponderada del porcentaje de deformación plástica en los elementos de la matriz elastoplástica, cobre para PIT_{100} y cobre–bronce para RRP. Los resultados de esfuerzo de von Mises se detallan en los apartados 5.1.3 y 5.2.3, y los de deformación plástica en los apartados 5.1.5 y 5.2.6. La tabla 5.12 concentra estos valores.

En ambas cantidades, la hebra RRP presenta valores superiores a los de la hebra PIT_{100}, tanto en el esfuerzo de von Mises de los filamentos superconductores como en la deformación plástica acumulada en la matriz.

6. Costo del proyecto

Concluida la validación técnica, este capítulo estima el costo asociado al desarrollo de este trabajo. El objetivo no es ofrecer un análisis económico riguroso, sino cotizar el proyecto y discutir su valor práctico para quien busque adoptar herramientas abiertas de simulación.

6.1 Costo de mano de obra

El costo de la mano de obra invertida se calcula como el producto entre el número total de horas dedicadas al proyecto y un valor de referencia por hora:

$$C_{MO} = t \cdot v_h \tag{6.1}$$

donde t es el número total de horas invertidas y v_h es el valor de referencia asignado a cada hora de trabajo. Este valor puede cotizarse desde dos perspectivas. Como trabajo académico, tomando como referencia el monto de una beca de formación académica de licenciatura otorgada por la Universidad Nacional Autónoma de México, de $3,000 MXN mensuales [41], equivalente a $18.75 MXN por hora bajo un supuesto de dedicación de tiempo completo (160 horas mensuales); con una duración del proyecto de diez meses ($t = 1600$ horas), el costo resulta:

$$C_{MO}^{\text{académico}} = 1600 \text{ horas} \times \$18.75\,\text{MXN/hora} = \$30{,}000\,\text{MXN} \tag{6.2}$$

Como trabajo en la industria, tomando como referencia el salario mínimo general vigente en México desde 2026, de $9,582.47 MXN mensuales [42], el costo de mano de obra para el mismo periodo asciende a $95,824.70 MXN.

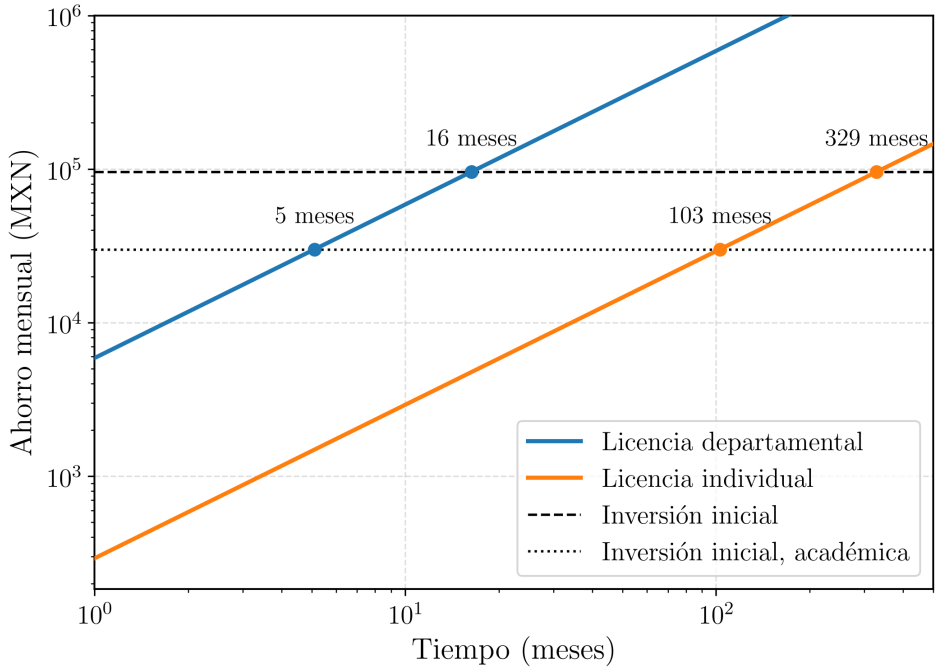


Figura 6.1. Ahorro acumulado para una licencia individual y una departamental, frente a dos cotizaciones de la inversión inicial (académica e industria). Cada punto marca el momento en que el ahorro acumulado alcanza la inversión correspondiente.

6.2 Costo de implementación con validación comparativa

La accesibilidad, argumento central de esta tesis, se traduce en un servicio concreto: implementar el programa abierto en un flujo de trabajo existente, en lugar de pagar una licencia comercial año con año. Para implementarlo hay que validar primero que reproduce los resultados del programa comercial al que sustituye, que es justo el trabajo hecho en esta tesis. Para dimensionar esa sustitución, a continuación se cotizan los precios de las licencias comerciales disponibles y se calcula en cuánto tiempo se recupera la inversión.

Para un usuario individual, una licencia académica anual de un programa comercial equivalente tiene un costo de entre \$200 y \$600 USD (aproximadamente \$3,500 y \$10,500 MXN) [43]. Bajo este esquema, el periodo de recuperación de la inversión va de 103 a 329 meses según la cotización de mano de obra utilizada, un plazo que en cualquier caso excede la vida útil práctica de la herramienta, salvo casos particulares.

El panorama cambia para licencias departamentales, cuyo costo puede rondar las £3,025 anuales (aproximadamente $70,500 MXN) por asiento compartido entre varios usuarios [44]: bajo ese esquema, la inversión se recupera en un plazo de 5 a 16 meses según la misma cotización. La figura 6.1 muestra el ahorro acumulado de ambos escenarios de licencia frente a las dos cotizaciones de inversión inicial, con los cuatro puntos de recuperación resultantes.

7. Conclusiones

Este trabajo demostró que CODE_ASTER es capaz de replicar los resultados de COMSOL para el análisis mecánico de hebras superconductoras de Nb_3Sn bajo carga transversal cuasiestática cíclica, con un nivel de acuerdo que justifica su uso como alternativa de código abierto en este dominio.

Para la hebra RRP 108/127, el modelo elastoplástico con curva experimental reproduce la media ponderada por volumen del esfuerzo de von Mises en el filamento de Nb_3Sn a 30 kN con un error de $-1.2\,\%$ respecto al valor de referencia de Bagni et al. [2], y la deformación plástica residual en el conjunto cobre-bronce con un error de $-11.5\,\%$.

Para la hebra PIT_{100}, el acuerdo en esfuerzos es satisfactorio pero con discrepancias mayores, atribuibles a dos causas identificadas con certeza: la geometría aproximada del modelo y el desplazamiento horizontal de 0.002 en deformación que requiere la implementación de `VMIS_ISOT_TRAC` para la curva de tracción experimental.

Este desplazamiento adelanta el inicio de la región plástica respecto a COMSOL, acumula mayor deformación plástica en los ciclos previos al instante de comparación y modifica el estado residual de manera sistemática.

Los tres modelos constitutivos implementados ilustran con claridad la importancia de la selección del modelo para este tipo de análisis. El modelo lineal elástico produce resultados físicamente inconsistentes en los instantes donde la plasticidad es extensa, sobreestimando los esfuerzos en el cobre y subestimando la redistribución hacia el filamento de Nb_3Sn. Los modelos bilineal y elastoplástico con curva experimental producen esfuerzos similares entre sí en el filamento de Nb_3Sn, con diferencias de $2.5\,\%$ a $4.8\,\%$ en los instantes de carga a 30 kN; en la matriz de

cobre de la hebra PIT_{100} la discrepancia entre ambos modelos alcanza 9.3 %, lo que refleja la mayor sensibilidad de este material a la pendiente de endurecimiento adoptada. Las diferencias entre modelos son aún más pronunciadas en la acumulación de deformación plástica, donde la pendiente de endurecimiento de cada modelo tiene mayor influencia.

La comparación directa entre las hebras PIT_{100} y RRP 108/127, realizada con el modelo elastoplástico bajo el criterio común de media ponderada volumétrica a 30 kN, muestra que la hebra RRP presenta valores superiores tanto en el esfuerzo de von Mises de los filamentos superconductores como en la deformación plástica acumulada en la matriz. Dado que ambas geometrías difieren simultáneamente en diámetro, número de filamentos y material del núcleo, esta diferencia no puede atribuirse a un solo factor y se reporta únicamente como una observación de la magnitud relativa entre ambos casos.

Respecto a la hebra PIT_{100}, vale señalar que replicar con exactitud los resultados de Calzolaio et al. [1] representa a esta altura un ejercicio de validación más que un aporte al estado del arte: la tecnología de hebras superconductoras está en constante desarrollo y los modelos de referencia evolucionan con ella. El valor del trabajo con esta hebra reside en que permitió familiarizarse con el flujo de trabajo de CODE_ASTER antes de abordar la geometría más compleja del RRP 108/127, y en que sirvió para identificar y documentar las limitaciones de implementación que afectan a ambas hebras.

Finalmente, esta validación técnica tiene una contraparte económica: incluso pagando por su implementación, sustituir una licencia comercial por CODE_ASTER representa un beneficio económico neto para investigadores e industria.

8. Trabajos futuros

Los resultados obtenidos abren varias líneas de trabajo que pueden extender y mejorar la metodología desarrollada.

La limitación más directa a resolver es el desplazamiento horizontal en la curva de tracción experimental requerido por `VMIS_ISOT_TRAC`. CODE_ASTER permite definir leyes de material personalizadas mediante la interfaz `UMAT` o mediante comportamientos definidos en Python, lo que abriría la posibilidad de importar directamente las curvas experimentales sin ajuste, eliminando la principal fuente de discrepancia.

En cuanto a la geometría, una extensión natural es el modelo tridimensional de la hebra. Un modelo 3D capturaría efectos de torsión y gradientes axiales que el modelo 2D no puede reproducir, a costa de un costo computacional significativamente mayor. Una aproximación intermedia, empleada por Calzolaio et al. [1], consiste en rotar la matriz de cobre en incrementos de 1° a 360° para imitar el efecto de extrusión del proceso de fabricación, sin abandonar el modelo bidimensional.

Desde el punto de vista físico, el acoplamiento electromagnético-mecánico representa la extensión más completa del modelo: las cargas transversales simuladas en este trabajo corresponden a una aproximación estática de las fuerzas de Lorentz que resultan de la interacción entre la corriente de transporte y el campo magnético aplicado. Un acoplamiento completo implicaría calcular estas fuerzas en lugar de imponerlas como carga prescrita, capturando así su distribución real sobre la hebra.

En esta misma dirección, el análisis de frecuencia natural de la hebra, ya sea como rama de investigación independiente o como un punto adicional de validación frente a datos experimentales. CODE_ASTER puede abordar este análisis mediante el operador `CALC_MODES`, empleado para el cálculo de modos propios de vibración.

Bibliografía

[1] C Calzolaio et al. «Electro-mechanical properties of PIT Nb3Sn wires under transverse stress: experimental results and FEM analysis». En: *Superconductor Science and Technology* 28.5 (2015), pág. 055014.

[2] Tommaso Bagni et al. «Investigating the effect of rolling deformation on the electro-mechanical limits of Nb3Sn wires produced by RRP ® and PIT technologies». En: *Superconductor Science and Technology* 37.9 (2024), pág. 095013.

[3] COMSOL AB. *COMSOL Multiphysics*. https://www.comsol.com. Stockholm, Sweden. 2024.

[4] Y Ilyin, Arend Nijhuis y E Krooshoop. «Scaling law for the strain dependence of the critical current in an advanced ITER Nb3Sn strand». En: *Superconductor science and technology* 20.3 (2007), págs. 186-191.

[5] Électricité de France. *Finite element **code_aster**, Analysis of S tructures and Thermomechanics for Studies and Research*. Open source at www.code-aster.org. 1989–2023.

[6] Sree Shankhachur Roy et al. «Braiding ultrathin layer for insulation of superconducting Rutherford cables». En: *Journal of Industrial Textiles* 48.5 (2018), págs. 827-847.

[7] Gianluca De Marzi, Bernardo Bordini y Dario Baffari. «On the mechanisms governing the critical current reduction in Nb3Sn Rutherford cables under transverse stress». En: *Scientific Reports* 11.1 (2021), pág. 7369.

[8] Jean-Eudes Duvauchelle et al. «Critical current measurements under transverse pressure of a Nb 3 Sn Rutherford cable based on 1 mm RRP wires». En: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 28.4 (2018), págs. 1-5.

[9] BT Matthias et al. «Superconductivity of nb 3 sn». En: *Physical Review* 95.6 (1954), pág. 1435.

[10] Arno Godeke. «A review of the properties of Nb3Sn and their variation with A15 composition, morphology and strain state». En: *Superconductor Science and Technology* 19.8 (2006), R68.

[11] JW Ekin. «Effect of transverse compressive stress on the critical current and upper critical field of Nb3Sn». En: *Journal of applied physics* 62.12 (1987), págs. 4829-4834.

[12] SL Bray, JW Ekin y R Sesselmann. «Tensile measurements of the modulus of elasticity of Nb/sub 3/Sn at room temperature and 4 K». En: *IEEE transactions on applied superconductivity* 7.2 (2002), págs. 1451-1454.

[13] Rebecca Riccioli. *Mechanical modelling of superconducting cables for fusion under cyclic electromagnetic and thermal loads*. Inf. téc. Università di Bologna, dic. de 2021. DOI: 10.48676/unibo/amsdottorato/10155. URL: https://amsdottorato.unibo.it/id/eprint/10155/1/Tesi_RICCIOLI.pdf.

[14] Libin Jiang et al. «Geometrical modeling and mechanical behavior analysis of Nb3Sn Rutherford cable». En: *Cryogenics* 119 (2021), pág. 103361.

[15] N Mitchell. «Finite element simulations of elasto-plastic processes in Nb3Sn strands». En: *Cryogenics* 45.7 (2005), págs. 501-515.

[16] Guilherme Celeghini Ferreira, Marilia Mansur Ferreira de Resende Chaves y Jánes Landre Junior. «COMPARISON BETWEEN PROPRIETARY AND FREE PROGRAMS IN THE FIELD OF FEM STATIC SIMULATION». En: *Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia* 2.23 (2016), págs. 178-197.

[17] Ahmed Abdelaty, Christian Reisinger y Christian Zehetner. «A Comparison Between Commercial and Open-Source Software for Finite Element Analysis of Elasto-Plastic Bending». En: *Complas 2021* (2021), págs. 1-12.

[18] Alejandro Ribés, Adrien Bruneton y Anthony Geay. «SALOME: an Open-Source simulation platform integrating ParaView». En: *ReserchGate [en línea]* (2017), págs. 2-9.

[19] Dassault Systèmes. *Abaqus Unified FEA*. https://www.3ds.com/products/simulia/abaqus. Vélizy-Villacoublay, France. 2024.

[20] Lawrence E Malvern. *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*. Monograph. 1969.

[21] G Thomas Mase, Ronald E Smelser y George E Mase. *Continuum mechanics for engineers*. CRC press, 2009.

[22] Armando Ortiz Prado, Juan Armando Ortiz Valera y Osvaldo Ruiz Cervantes. «Introducción a la mecánica del medio continuo». En: *Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, Ciudad Universitaria, México* (2013), págs. 199-324.

[23] David Roylance. «Stress-strain curves». En: *Massachusetts Institute of Technology study, Cambridge* (2001).

[24] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor y D. D. Fox. *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*. 7th. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013. ISBN: 9781856176347.

[25] David V Hutton. *Fundamentals of finite element analysis*. McGraw-hill, 2004.

[26] David Freedman y Persi Diaconis. «On the histogram as a density estimator: L_2 theory». En: *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete* 57.4 (1981), págs. 453-476. DOI: 10.1007/BF01025868.

[27] Bernard W. Silverman. *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Monographs on Statistics and Applied Probability. London: Chapman y Hall, 1986. ISBN: 9780412246203.

[28] David W. Scott. *Multivariate Density Estimation: Theory, Practice, and Visualization*. New York: John Wiley & Sons, 1992. ISBN: 9780471547709.

[29] William L Oberkampf y Christopher J Roy. *Verification and validation in scientific computing*. Cambridge university press, 2010.

[30] T Bagni et al. «Tomography analysis tool: an application for image analysis based on unsupervised machine learning». En: *IOP SciNotes* 3.1 (2022), pág. 015201.

[31] Urs Ramer. «An iterative procedure for the polygonal approximation of plane curves». En: *Computer Graphics and Image Processing* 1.3 (1972), págs. 244-256. DOI: 10.1016/S0146-664X(72)80017-0.

[32] David H. Douglas y Thomas K. Peucker. «Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digitized line or its caricature». En: *Cartographica: The International Journal for Geographic Information and Geovisualization* 10.2 (1973), págs. 112-122. DOI: 10.3138/FM57-6770-U75U-7727.

[33] EDF R&D. *Salome-Meca*. https://www.code-aster.org/spip.php?article303. Plateforme de simulation numérique. 2024.

[34] FreeCAD Project. *FreeCAD: Your own 3D parametric modeler*. Software de código abierto. 2026. URL: https://www.freecad.org/.

[35] EDF R&D. *[U4.51.03]: Opérateur* ***STAT_NON_LINE***. Documentation de referencia de CODE_ASTER. 2020. URL: https://www.code-aster.org/V2/doc/v14/fr/man_u/u4/u4.51.03.pdf.

[36] Patrick R. Amestoy et al. «A fully asynchronous multifrontal solver using distributed dynamic scheduling». En: *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* 23.1 (2001), págs. 15-41.

[37] Patrick J Roache. «Verification of codes and calculations». En: *AIAA journal* 36.5 (1998), págs. 696-702.

[38] Christophe Geuzaine, Jean-François Remacle et al. «Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities». En: *International journal for numerical methods in engineering* 79.11 (2009), págs. 1309-1331.

[39] Pauli Virtanen et al. «SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python». En: *Nature Methods* 17 (2020), págs. 261-272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

[40] B. W. Silverman. *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. London: Chapman y Hall, 1986.

[41] Instituto de Investigaciones Jurídicas, UNAM. *Beca para la Formación Académica*. 2026. URL: https://archivos.juridicas.unam.mx/www/site/destacados/becas/beca-para-la-formacion-academica-convocatoria-enero-2026.pdf (visitado 21-09-2026).

[42] Comisión Nacional de los Salarios Mínimos (CONASAMI). *Incremento al salario mínimo 2026*. 2026. URL: https://mexicocomovamos.mx/wp-content/uploads/2025/12/InfografiaMCV_SalarioMinimo_2026.pdf (visitado 22-09-2026).

[43] University of Illinois WebStore. *COMSOL Multiphysics - Annual Subscription License*. 2026. URL: https://webstore.illinois.edu/shop/product.aspx?zpid=6089 (visitado 21-09-2026).

[44] University of Cambridge, Department of Engineering. *COMSOL Multiphysics Licence 2026-2029*. 2026. URL: https://help.eng.cam.ac.uk/software/comsol/ (visitado 21-09-2026).

A. CODE_ASTER como herramienta de código abierto

En este apéndice se presentan algunas consideraciones prácticas sobre el uso de CODE_ASTER como herramienta de análisis en el contexto de este trabajo.

Su mayor fortaleza es ser un programa de código abierto y de uso gratuito, lo que elimina las barreras de licenciamiento que limitan el acceso a herramientas comerciales como COMSOL.

La integración de Python en el flujo de trabajo permite automatizar tareas repetitivas y procesar grandes volúmenes de resultados, aunque requiere bases de programación que elevan la curva de aprendizaje inicial.

CODE_ASTER cuenta con una interfaz gráfica funcional, mediante Salome-Meca, para modelos sencillos, pero su rendimiento se degrada conforme aumenta la complejidad del modelo, haciendo preferible el trabajo en consola para simulaciones de la escala abordada en este trabajo.

La documentación oficial es amplia y la comunidad de usuarios activa, aunque para problemas muy específicos la disponibilidad de soluciones en el foro oficial no está garantizada.

En cuanto a la compatibilidad, CODE_ASTER opera de manera nativa en Linux; su instalación en Windows es posible pero introduce penalizaciones de rendimiento que pueden ser significativas para simulaciones de larga duración.

A diferencia de los códigos comerciales, que frecuentemente restringen la interoperabilidad a sus propios formatos de archivo, CODE_ASTER ofrece amplia compatibilidad de importación y exportación, facilitando la integración con otras herramientas del ecosistema de código abierto como Salome-Meca y Gmsh.

B. Scripts de procesamiento

Listing B.1. Función multiplicadora para la generación de ciclos de carga–descarga.

```
y = [0.0]
for k in range(1, cycles+1):
    n = 2*k - 1
    peak = k / 6.0
    for i in range(1, n+2):
        y.append(peak * i/(n+1))
    for i in range(1, n+2):
        y.append(peak * (1 - i/(n+1)))
```

Listing B.2. Script de procesamiento de la curva esfuerzo–deformación experimental: ajuste geométrico al criterio del 0.2 % y reducción de puntos mediante el algoritmo RDP.

```
import sys
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.patches import FancyArrowPatch

BASE_DATA = "/data"
FIG_DIR   = "/fig"

# RDP vertical
def rdp_vertical(x, y, tol):
    if len(x) < 3:
        return x, y
    x0, y0 = x[0], y[0]
    x1, y1 = x[-1], y[-1]
    slope     = (y1 - y0) / (x1 - x0)
    intercept = y0 - slope * x0
    y_line    = slope * x + intercept
    distances = np.abs(y - y_line)
    idx_max   = np.argmax(distances)
    dmax      = distances[idx_max]
    if dmax > tol:
        xa, ya = rdp_vertical(x[:idx_max+1], y[:idx_max+1], tol
           )
```

```
        xb, yb = rdp_vertical(x[idx_max:], y[idx_max:], tol)
        return (np.concatenate((xa[:-1], xb)),
                np.concatenate((ya[:-1], yb)))
    else:
        return np.array([x0, x1]), np.array([y0, y1])

# Triángulo de pendiente
def draw_slope_triangle(ax, x_mid, y_mid, slope, dx_frac,
                        x_range, y_range, label, color):

    dx = dx_frac * x_range
    dy = slope * dx

    x0 = x_mid - dx / 2
    x1 = x_mid + dx / 2
    y0 = y_mid - dy / 2
    y1 = y_mid + dy / 2

    ax.annotate("", xy=(x1, y0), xytext=(x0, y0),
                arrowprops=dict(arrowstyle="-", color=color, lw=1.2))
    ax.annotate("", xy=(x1, y1), xytext=(x1, y0),
                arrowprops=dict(arrowstyle="-", color=color, lw=1.2))

    offset_x = 0.03 * x_range
    offset_y = 0.07 * y_range

    ax.text(x1 + offset_x, y1 - offset_y, label,
            ha="left", va="bottom", fontsize=13, color=color)

# Procesamiento
def process_material(txt_in, txt_out, fig_name, E_GPa, sigma_y_MPa,
                     label_material, offset=0.002):

    E       = E_GPa      * 1e9
    sigma_y = sigma_y_MPa * 1e6

```

```
    data    = np.loadtxt(txt_in)
    epsilon = data[:, 0]
    sigma   = data[:, 1]

    epsilon_y   = sigma_y / E
    eps_shifted = epsilon - offset + epsilon_y
    mask        = eps_shifted >= epsilon_y

    x_pl = np.concatenate(([epsilon_y],      eps_shifted[mask])
       )
    y_pl = np.concatenate(([sigma_y],        sigma[mask]))

    Et = (y_pl[-1] - sigma_y) / (x_pl[-1] - epsilon_y)

    x_rdp, y_rdp = rdp_vertical(x_pl, y_pl, tol=1e6)
    np.savetxt(txt_out, np.column_stack((x_rdp, y_rdp)), fmt="
       %.6e")
    print(f"[{label_material}]  s_y={sigma_y_MPa} MPa  "
          f"Et={Et/1e9:.3f} GPa  puntos: {len(epsilon)}->{len(
             x_rdp)}")

    fig, ax = plt.subplots(figsize=(7, 5))

    sig_MPa    = sigma    / 1e6
    y_pl_MPa   = y_pl     / 1e6
    y_rdp_MPa  = y_rdp    / 1e6
    sig_y_MPa_val = sigma_y / 1e6
    Et_MPa     = Et       / 1e6

    eps_elastic = np.linspace(0, epsilon_y, 100)
    sig_elastic = E * eps_elastic / 1e6

    # Curvas
    ax.plot(epsilon,    sig_MPa,
            color=COLORS["blue"],   lw=1.8, alpha=0.4,
            label="Curva experimental")
    ax.plot(eps_elastic, sig_elastic,
            color=COLORS["orange"], lw=1.8, linestyle="--",
            label="Región elástica")
    ax.plot([epsilon_y, x_pl[-1]], [sig_y_MPa_val, y_pl_MPa
```

```
    [-1]],
96          color=COLORS["green"],  lw=1.6, linestyle="--",
97          label=r"Pendiente␣$E_t$")
98  ax.plot(x_rdp,      y_rdp_MPa,
99          color=COLORS["red"],    lw=1.6, linestyle="-",
            marker="o",
100         markersize=4,           label="Modelo␣RDP")
101 ax.scatter(epsilon_y, sig_y_MPa_val,
102             color=COLORS["red"], zorder=5, s=50, label="
                Punto␣de␣fluencia")
103
104 x_range = epsilon[-1] - 0
105 y_range = sig_MPa[-1] - 0
106
107 x_mid_E = 0.5 * epsilon_y
108 y_mid_E = E * x_mid_E / 1e6
109 draw_slope_triangle(ax, x_mid_E, y_mid_E,
110                     slope   = E / 1e6,
111                     dx_frac = 0.3,
112                     x_range = epsilon_y,
113                     y_range = y_range,
114                     label   = f"$E={E_GPa:.0f}$␣GPa",
115                     color   = COLORS["orange"])
116
117 t      = 0.4
118 x_mid_t = epsilon_y + t * (x_pl[-1] - epsilon_y)
119 y_mid_t = sig_y_MPa_val + t * (y_pl_MPa[-1] - sig_y_MPa_val
    )
120 draw_slope_triangle(ax, x_mid_t, y_mid_t,
121                     slope   = Et_MPa,
122                     dx_frac = 0.08,
123                     x_range = x_range,
124                     y_range = y_range,
125                     label   = f"$E_t={Et/1e9:.2f}$␣GPa",
126                     color   = COLORS["green"])
127
128 ax.set_xlabel(r"Deformación␣$\varepsilon$")
129 ax.set_ylabel(r"Esfuerzo␣$\sigma$␣(MPa)")
130 ax.legend(loc="lower␣right")
131
```

```
    savefig_thesis(f"{FIG_DIR}/{fig_name}")
    plt.show()

# Llamadas
process_material(
    txt_in         = f"{BASE_DATA}/s_ep_Cu.txt",
    txt_out        = f"{BASE_DATA}/s_ep_Cu_aster.txt",
    fig_name       = "cu_graph.png",
    E_GPa          = 137.0,
    sigma_y_MPa    = 86.2,
    label_material = "Cobre␣(Cu)"
)

process_material(
    txt_in         = f"{BASE_DATA}/s_ep_bronze.txt",
    txt_out        = f"{BASE_DATA}/s_ep_bronze_aster.txt",
    fig_name       = "bronze_graph.png",
    E_GPa          = 142.0,
    sigma_y_MPa    = 119.0,
    label_material = "Bronce"
)
```

Listing B.3. Script utilizado para generar los histogramas de fracción de volumen (esfuerzo de von Mises y deformación plástica equivalente) del conductor RRP 108/127.

```

import sys
import h5py
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from pathlib import Path

# Configuration
sys.path.insert(0, "/path")
from thesis_style import apply_style, COLORS, savefig_thesis
apply_style()

BASE    = Path("/data")
FIG_DIR = BASE / "fig"

MODELS = {
```

```
    'elastoplastic': {
        'rmed':           BASE / 'elastoplastic/elastoplastic.
           rmed',
        'has_plasticity': True,
        'inst_peak':      11,
        'inst_zero':      12,
    },
    'bilineal': {
        'rmed':           BASE / 'bilineal/bilineal.rmed',
        'has_plasticity': True,
        'inst_peak':      11,
        'inst_zero':      12,
    },
    'lineal': {
        'rmed':           BASE / 'lineal/lineal.rmed',
        'has_plasticity': False,
        'inst_peak':      6,
        'inst_zero':      None,
    },
}

MESH_KEY = '00000005'

# Mesh and field helpers
def triangle_areas(coords, connectivity):
    n0 = coords[connectivity[:, 0]]
    n1 = coords[connectivity[:, 1]]
    n2 = coords[connectivity[:, 2]]
    cross = (n1[:, 0] - n0[:, 0]) * (n2[:, 1] - n0[:, 1]) \
          - (n1[:, 1] - n0[:, 1]) * (n2[:, 0] - n0[:, 0])
    return 0.5 * np.abs(cross)

def gauss_mean_per_element(field_flat, n_elem, n_gauss=3):
    return field_flat.reshape(n_elem, n_gauss).mean(axis=1)

def load_mesh(f):
    step_key     = list(f['ENS_MAA'][MESH_KEY].keys())[0]
    step         = f['ENS_MAA'][MESH_KEY][step_key]
    coo          = step['NOE']['COO'][:]
    coords       = coo.reshape(coo.shape[0] // 2, 2)
```

```
    nod          = step['MAI']['TR6']['NOD'][:]
    n_elem       = nod.shape[0] // 6
    connectivity = nod.reshape(n_elem, 6) - 1
    return coords, connectivity

def load_fam_ids(f):
    step_key = list(f['ENS_MAA'][MESH_KEY].keys())[0]
    return f['ENS_MAA'][MESH_KEY][step_key]['MAI']['TR6']['FAM'][:]

def load_elga_field(f, field_name, instant_idx):
    key = f'{instant_idx:020d}{instant_idx:020d}'
    cha = f['CHA'][field_name]
    if key not in cha:
        key = sorted(cha.keys())[-1]
        print(f'  Key {instant_idx} not found - using last available: {key[:20]}')
    return cha[key]['MAI.TR6']['MED_NO_PROFILE_INTERNAL']['CO'][:]

def decode_nom(nom_array):
    return [
        ''.join(chr(c) for c in row if c != 32 and c != 0).strip()
        for row in nom_array
    ]

def mask_by_group(f, fam_ids, group_name):
    fas_base   = f['FAS'][MESH_KEY]['ELEME']
    target_ids = set()
    for fam_name in fas_base.keys():
        names = decode_nom(fas_base[fam_name]['GRO']['NOM'][:])
        if group_name in names:
            target_ids.add(int(fas_base[fam_name].attrs['NUM']))
    return np.isin(fam_ids, list(target_ids))

# Histogram helpers
from scipy.stats import gaussian_kde

```

```
91  def freedman_diaconis_bins(values, x_scale=1.0):
92      v      = values * x_scale
93      q75, q25 = np.percentile(v, [75, 25])
94      iqr    = q75 - q25
95      if iqr == 0:
96          return 30
97      h = 2.0 * iqr * len(v) ** (-1/3)
98      return max(1, int(np.ceil((v.max() - v.min()) / h)))
99
100 def volume_weighted_histogram(values, areas, area_total,
        x_scale=1.0, n_bins_kde=200):
101     vs            = values * x_scale
102     weighted_mean = np.sum(values * areas) / area_total *
            x_scale
103     n_bins        = freedman_diaconis_bins(values, x_scale=
            x_scale)
104     counts, edges = np.histogram(vs, bins=n_bins, weights=areas
            )
105     pct_vol       = counts / area_total * 100.0
106     bin_centers   = 0.5 * (edges[:-1] + edges[1:])
107
108     weights_norm = areas / area_total
109     kde = gaussian_kde(vs, weights=weights_norm)
110     x_kde = np.linspace(vs.min(), vs.max(), n_bins_kde)
111     bin_width = edges[1] - edges[0]
112     y_kde = kde(x_kde) * bin_width * 100.0
113
114     return bin_centers, pct_vol, weighted_mean, x_kde, y_kde
115
116
117 def compute_series(f, field_name, instant_idx, mask, areas,
        area_total,
118                    n_elem_total, x_scale, label, color):
119     field    = load_elga_field(f, field_name, instant_idx)
120     vals_all = gauss_mean_per_element(field, n_elem_total)
121     vals     = vals_all[mask]
122     bin_c, pct, wmean, xk, yk = volume_weighted_histogram(
123         vals, areas, area_total, x_scale=x_scale)
124     return {
125         'bin_centers': bin_c, 'pct_vol': pct, 'weighted_mean':
```

```
            wmean,
126         'x_kde': xk, 'y_kde': yk, 'label': label, 'color':
               color,
127     }
128
129
130 from matplotlib.patches import Patch
131
132 def plot_histogram_pair(series, xlabel, out_path):
133     fig, ax = plt.subplots(figsize=(7, 4.5))
134
135     for s in series:
136         width = (s['bin_centers'][1] - s['bin_centers'][0]) *
               0.9
137         ax.bar(s['bin_centers'], s['pct_vol'], width=width,
138                color=s['color'], alpha=0.45, edgecolor='k',
                   linewidth=0.4)
139         ax.plot(s['x_kde'], s['y_kde'], color=s['color'], lw
               =1.8)
140         ax.axvline(s['weighted_mean'], color=s['color'],
               linestyle='--', lw=1.2)
141
142         # Valor numerico de la media junto a la linea, en vez
               de en la leyenda
143         ax.annotate(f"{s['weighted_mean']:.3g}",
144                     xy=(s['weighted_mean'], 1.0), xycoords='
                        data', 'axes␣fraction'),
145                     xytext=(4, -4), textcoords='offset␣points',
146                     color=s['color'], fontsize=20, fontweight='
                        bold',
147                     ha='left', va='top', rotation=90)
148
149     handles = [Patch(facecolor=s['color'], edgecolor='k', alpha
           =0.6, label=s['label'])
150                for s in series]
151     ax.legend(handles=handles, fontsize=15, loc='best',
           framealpha=0.9)
152
153     ax.set_xlabel(xlabel, fontsize=13)
154     ax.set_ylabel('Fracción␣de␣volumen␣(\%)', fontsize=13)
```

```
155     ax.tick_params(axis='both', labelsize=11)
156     ax.yaxis.grid(True, lw=0.5, alpha=0.6)
157     ax.set_axisbelow(True)
158     savefig_thesis(str(out_path))
159     plt.show()
160     print(f'Guardado: {out_path}')
161 
162 # Per-model processing
163 def process_model(model_name, cfg):
164     rmed_path = cfg['rmed']
165     if not rmed_path.exists():
166         print(f'[{model_name}] .rmed not found - skipping')
167         return
168 
169     print(f'\n[{model_name}] Processing {rmed_path.name}...')
170 
171     with h5py.File(rmed_path, 'r') as f:
172 
173         coords, connectivity = load_mesh(f)
174         areas        = triangle_areas(coords, connectivity)
175         n_elem_total = len(areas)
176         fam_ids      = load_fam_ids(f)
177 
178         mask_sc = mask_by_group(f, fam_ids, 'sc')
179         mask_bz = mask_by_group(f, fam_ids, 'bz')
180         mask_cu = mask_by_group(f, fam_ids, 'cu')
181         mask_cubz = mask_cu | mask_bz
182 
183         print(f'  Elements - sc: {mask_sc.sum()}, '
184               f'bz: {mask_bz.sum()}, cu: {mask_cu.sum()}')
185 
186         areas_sc        = areas[mask_sc]
187         areas_cubz      = areas[mask_cubz]
188         area_total_sc   = areas_sc.sum()
189         area_total_cubz = areas_cubz.sum()
190 
191         idx_carga    = cfg['inst_peak']
192         idx_descarga = cfg['inst_zero']
193 
194         series = [compute_series(
```

```
            f, 'MECA_RESSIEQ_ELGA', idx_carga, mask_sc,
            areas_sc, area_total_sc, n_elem_total,
            x_scale=1e-6, label='Carga (30 kN)', color='
               darkorange')]

        if idx_descarga is not None:
            series.append(compute_series(
                f, 'MECA_RESSIEQ_ELGA', idx_descarga, mask_sc,
                areas_sc, area_total_sc, n_elem_total,
                x_scale=1e-6, label='Descarga', color=COLORS["
                   blue"]))

        plot_histogram_pair(
            series,
            xlabel='Esfuerzo von Mises [MPa]',
            out_path=FIG_DIR / f'rrp_hist_{model_name}_sc_vmis.
               png',
        )

        if cfg['has_plasticity'] and idx_descarga is not None:
            s = compute_series(
                f, 'MECA_RESVARI_ELGA', idx_descarga, mask_cubz
                   ,
                areas_cubz, area_total_cubz, n_elem_total,
                x_scale=100.0, label='Descarga', color='
                   darkorange')

            plot_histogram_pair(
                [s],
                xlabel='Deformación plástica equivalente $\\bar
                   {\\varepsilon}^p [\%]$',
                out_path=FIG_DIR / f'rrp_hist_{model_name}
                   _cubz_epsp.png',
            )

# Main
if len(sys.argv) == 2:
    if sys.argv[1] not in MODELS:
        print(f'Model not recognized. Options: {list(MODELS.
           keys())}')
```

```
227             sys.exit(1)
228         targets = {sys.argv[1]: MODELS[sys.argv[1]]}
229 else:
230         targets = MODELS
231 
232 for name, cfg in targets.items():
233         process_model(name, cfg)
234 
235 print('\nDone.')
```

C. Implementación en CODE_ASTER para la hebra RRP 108/127

C.1 Hebra RRP 108/127

C.1.1 Modelo lineal

Listing C.1. Archivo de comandos `.comm` para el modelo lineal (conductor RRP).

```
from math import *
import code_aster
from code_aster.Commands import *

# ==========================
#   Samir Colunga González
#   Tesis de Licenciatura - Ingeniería Mecánica, UNAM
#   Análisis mecánico de cables superconductores de baja temperatura
#   Model: Linear elastic - RRP 108/127
# ==========================

# ==========================
#   DEBUT
# ==========================

DEBUT(
    DEBUG=_F(
        JEVEUX='NON',
        JXVERI='NON',
        SDVERI='NON',
        VERI_BASE_NB=125,
    ),
    IMPR_MACRO='NON',
    INFO=1,
    MEMOIRE=_F(
        TAILLE_BLOC=200.0,
        TAILLE_GROUP_ELEM=500,
    ),
```

```
    MESURE_TEMPS=_F(
        MOYENNE='NON',
        NIVE_DETAIL=1,
    ),
    RESERVE_CPU=_F(BORNE=900),
);

# ========================
#   PARAMETERS
# ========================

# --- Load cycles ---
cycles = 6;
steps  = 2 * cycles * (cycles + 1);   # = 84 intervals   steps
   0..84
inc    = 1;

# --- Maximum applied force [kN] ---
f = 30;

# --- Cross-section dimensions [mm] ---
d = 126;   # depth
w = 1;     # width (plane strain unit thickness)

# --- Material properties ---

# Nb3Sn (superconductor)
E_sc = 80e9;
v_sc = 0.36;

# Bronze
E_bz = 142e9;
v_bz = 0.35;

# Copper
E_cu = 137e9;
v_cu = 0.35;

# Epoxy
E_ep = 8e9;
```

```
v_ep = 0.30;

# =========================
#   LOAD INSTANTS AND LOAD FUNCTION
#   85 load steps following the cyclic triangular sequence (Bagni 2024).
#   Load function: piecewise linear, peak k/6 reached at step 2k^2.
#   Peak instants: 2, 8, 18, 32, 50, 72
# =========================

list_inst = DEFI_LIST_REEL(
    DEBUT      = 0.,
    INTERVALLE = (_F(
        JUSQU_A = steps,
        PAS     = inc,
    ),),
);

# Cyclic load signal y[i] in [0, 1]
y = [0.0]
for k in range(1, cycles + 1):
    n    = 2 * k - 1
    peak = k / 6.0
    for i in range(1, n + 2):
        y.append(peak * i / (n + 1))
    for i in range(1, n + 2):
        y.append(peak * (1 - i / (n + 1)))

ABSCISSE = list_inst;

ORDONNEE = DEFI_LIST_REEL(
    VALE = y,
);

ramp_func = DEFI_FONCTION(
    NOM_PARA    = 'INST',
    VALE_PARA   = ABSCISSE,
    VALE_FONC   = ORDONNEE,
    PROL_DROITE = 'CONSTANT',
```

```
    PROL_GAUCHE = 'LINEAIRE',
);

# Peak instants only - no unloading instants (linear elastic: no residuals)
peak_instants = [2 * k**2 for k in range(1, cycles + 1)];

peak_list = DEFI_LIST_REEL(
    VALE = peak_instants,
);

# ==========================
#   MESH
# ==========================

ma = LIRE_MAILLAGE(UNITE=20, FORMAT='MED',);

# ==========================
#   MECHANICAL MODEL - plane strain
# ==========================

mo = AFFE_MODELE(
    MAILLAGE = ma,
    AFFE = _F(
        TOUT          = 'OUI',
        PHENOMENE     = 'MECANIQUE',
        MODELISATION = 'D_PLAN',
    ),
    VERI_JACOBIEN = 'OUI',
);

# ==========================
#   MATERIAL DEFINITIONS
# ==========================

mat_cu = DEFI_MATERIAU(ELAS=_F(E=E_cu, NU=v_cu,),);
mat_ep = DEFI_MATERIAU(ELAS=_F(E=E_ep, NU=v_ep,),);
mat_sc = DEFI_MATERIAU(ELAS=_F(E=E_sc, NU=v_sc,),);
mat_bz = DEFI_MATERIAU(ELAS=_F(E=E_bz, NU=v_bz,),);

```

```
145 # ========================
146 #   MATERIAL ASSIGNMENT
147 # ========================
148
149 chmat = AFFE_MATERIAU(
150     MAILLAGE = ma,
151     AFFE = (
152         _F(GROUP_MA=('cu',), MATER=mat_cu,),
153         _F(GROUP_MA=('ep',), MATER=mat_ep,),
154         _F(GROUP_MA=('sc',), MATER=mat_sc,),
155         _F(GROUP_MA=('bz',), MATER=mat_bz,),
156     ),
157 );
158
159 # ========================
160 #   BOUNDARY CONDITIONS
161 # ========================
162
163 fix = AFFE_CHAR_MECA(
164     MODELE = mo,
165     # Bottom face: fully fixed
166     FACE_IMPO = (_F(GROUP_MA='ground', DX=0.0, DY=0.0,),),
167     # Lateral symmetry nodes: no horizontal displacement
168     DDL_IMPO  = (_F(GROUP_NO='nodes',  DX=0.0,),),
169 );
170
171 # ========================
172 #   LOAD
173 #   pres_y: uniform pressure on top face [N/m^2]
174 #   Negative sign: compression in -Y direction
175 # ========================
176
177 pres_y = -(f * 1e3) / (d * w * 1e-6);   # [N/m^2]
178
179 ch1 = AFFE_CHAR_MECA(
180     MODELE = mo,
181     FORCE_CONTOUR = _F(
182         GROUP_MA = 'load',
183         FX       = 0.0,
184         FY       = pres_y,
```

```
    ),
);

# Rigid coupling of top face nodes (uniform displacement, no
    bending)
rigid_top = AFFE_CHAR_MECA(
    MODELE = mo,
    LIAISON_SOLIDE = _F(GROUP_MA='load',),
);

# ========================
#   STATIC SOLVER
# ========================

MECA_RES = MECA_STATIQUE(
    MODELE     = mo,
    CHAM_MATER = chmat,
    EXCIT = (
        _F(CHARGE=ch1,        FONC_MULT=ramp_func,),
        _F(CHARGE=fix,),
        _F(CHARGE=rigid_top,),
    ),
    LIST_INST = list_inst,
    SOLVEUR   = _F(
        METHODE         = 'MUMPS',
        GESTION_MEMOIRE = 'OUT_OF_CORE',
    ),
);

# ========================
#   FIELD COMPUTATION
#   Reduce to peak instants before computing nodal fields.
# ========================

MECA_RES = EXTR_RESU(
    RESULTAT  = MECA_RES,
    ARCHIVAGE = _F(
        LIST_INST = peak_list,
    ),
);
```

```
224
225 MECA_RES = CALC_CHAMP(
226     reuse      = MECA_RES,
227     RESULTAT   = MECA_RES,
228     MODELE     = mo,
229     CHAM_MATER = chmat,
230     CRITERES   = 'SIEQ_ELGA',
231 );
232
233 MECA_RES = CALC_CHAMP(
234     reuse      = MECA_RES,
235     RESULTAT   = MECA_RES,
236     MODELE     = mo,
237     CHAM_MATER = chmat,
238     CRITERES   = 'SIEQ_NOEU',
239 );
240
241 # ==========================
242 #   POST-PROCESSING - area-weighted averages per material group
243 #   Peak instants only (6 total).
244 #   Columns: NOM_CHAM | NUME_ORDRE | INST | VOL | GROUP_MA |
    INTE | MOYE
245 # ==========================
246
247 # --- SIEQ_ELGA: von Mises, Gauss points (UNITE 28) ---
248 moy_elga = POST_ELEM(
249     MODELE     = mo,
250     CHAM_MATER = chmat,
251     RESULTAT   = MECA_RES,
252     INTEGRALE  = (
253         _F(GROUP_MA='sc', NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='VMIS',
                TYPE_MAILLE='2D',),
254         _F(GROUP_MA='cu', NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='VMIS',
                TYPE_MAILLE='2D',),
255         _F(GROUP_MA='bz', NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='VMIS',
                TYPE_MAILLE='2D',),
256     ),
257 );
258 IMPR_TABLE(TABLE=moy_elga, UNITE=28,);
259
```

```
260 # --- SIEQ_NOEU: von Mises, nodal (UNITE 29) ---
261 moy_noeu = POST_ELEM(
262     MODELE     = mo,
263     CHAM_MATER = chmat,
264     RESULTAT   = MECA_RES,
265     INTEGRALE  = (
266         _F(GROUP_MA='sc', NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='VMIS',
                TYPE_MAILLE='2D',),
267         _F(GROUP_MA='cu', NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='VMIS',
                TYPE_MAILLE='2D',),
268         _F(GROUP_MA='bz', NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='VMIS',
                TYPE_MAILLE='2D',),
269     ),
270 );
271 IMPR_TABLE(TABLE=moy_noeu, UNITE=29,);
272
273 # =========================
274 #   MAX/MIN PER GROUP - text output
275 #   UNITE  81: SIEQ_ELGA VMIS - groups sc, cu, bz
276 #   UNITE  82: SIEQ_NOEU VMIS - groups sc, cu, bz
277 # =========================
278
279 IMPR_RESU(
280     UNITE  = 81,
281     MODELE = mo,
282     FORMAT = 'RESULTAT',
283     RESU = (
284         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='
              VMIS',
285            GROUP_MA='sc', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
286         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='
              VMIS',
287            GROUP_MA='cu', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
288         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='
              VMIS',
289            GROUP_MA='bz', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
290     ),
291 );
292
293 IMPR_RESU(
```

```
294     UNITE   = 82,
295     MODELE = mo,
296     FORMAT = 'RESULTAT',
297     RESU = (
298         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='
            VMIS',
299            GROUP_MA='sc', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
300         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='
            VMIS',
301            GROUP_MA='cu', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
302         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='
            VMIS',
303            GROUP_MA='bz', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
304     ),
305 );
306
307 # ========================
308 #   EXPORT TO MED (UNITE 80) - visualization in GMSH / Paravis
309 # ========================
310
311 IMPR_RESU(
312     UNITE   = 80,
313     FORMAT = 'MED',
314     RESU = (
315         _F(
316             MAILLAGE = ma,
317             RESULTAT = MECA_RES,
318             NOM_CHAM = ('DEPL',),
319         ),
320         _F(
321             RESULTAT = MECA_RES,
322             NOM_CHAM = ('SIEQ_ELGA',),
323             NOM_CMP  = ('VMIS',),
324         ),
325         _F(
326             RESULTAT = MECA_RES,
327             NOM_CHAM = ('SIEQ_NOEU',),
328             NOM_CMP  = ('VMIS',),
329         ),
330     ),
```

```
331 );
332
333 FIN();
```

C.1.2 Modelo elastoplástico bilineal

Listing C.2. Archivo de comandos `.comm` para el modelo bilineal (conductor RRP).

```
from math import *
import code_aster
from code_aster.Commands import *

# ==========================
#   Samir Colunga González
#   Tesis de Licenciatura - Ingeniería Mecánica, UNAM
#   Análisis mecánico de cables superconductores de baja temperatura
#   Model: Bilinear elastoplastic (linear isotropic hardening) - RRP 108/127
# ==========================

# ==========================
#   DEBUT
# ==========================

DEBUT(
    DEBUG=_F(
        JEVEUX='NON',
        JXVERI='NON',
        SDVERI='NON',
        VERI_BASE_NB=125,
    ),
    IMPR_MACRO='NON',
    INFO=1,
    MEMOIRE=_F(
        TAILLE_BLOC=200.0,
        TAILLE_GROUP_ELEM=500,
    ),
    MESURE_TEMPS=_F(
        MOYENNE='NON',
        NIVE_DETAIL=1,
    ),
    RESERVE_CPU=_F(BORNE=900),
);

```

```
36 # ========================
37 #   PARAMETERS
38 # ========================
39
40 # --- Load cycles ---
41 cycles = 6;
42 steps  = 2 * cycles * (cycles + 1);   # = 84 intervals   steps
      0..84
43 inc    = 1;
44
45 # --- Maximum applied force [kN] ---
46 f = 30;
47
48 # --- Cross-section dimensions [mm] ---
49 d = 126;   # depth
50 w = 1;     # width (plane strain unit thickness)
51
52 # --- Material properties ---
53
54 # Nb3Sn (superconductor) - linear elastic only
55 E_sc = 80e9;
56 v_sc = 0.36;
57
58 # Bronze - elastoplastic with linear isotropic hardening
59 E_bz  = 142e9;
60 v_bz  = 0.35;
61 sy_bz = 119e6;    # yield stress [Pa]
62 Et_bz = 9.622e9;  # tangent modulus [Pa]
63
64 # Copper - elastoplastic with linear isotropic hardening
65 E_cu  = 137e9;
66 v_cu  = 0.35;
67 sy_cu = 86.2e6;   # yield stress [Pa]
68 Et_cu = 2.437e9;  # tangent modulus [Pa]
69
70 # Epoxy - linear elastic only
71 E_ep = 8e9;
72 v_ep = 0.30;
73
74 # ========================
```

```
75 #   LOAD INSTANTS AND LOAD FUNCTION
76 #   85 load steps following the cyclic triangular sequence (
   Bagni 2024).
77 #   Load function: piecewise linear, peak k/6 reached at step 2
   k^2.
78 #   Peak instants:     2, 8, 18, 32, 50, 72
79 #   Zero instants:     4, 12, 24, 40, 60, 84
80 #   Combined (sorted): 2, 4, 8, 12, 18, 24, 32, 40, 50, 60, 72,
    84
81 # ========================
82
83 list_inst = DEFI_LIST_REEL(
84     DEBUT      = 0.,
85     INTERVALLE = (_F(
86         JUSQU_A = steps,
87         PAS     = inc,
88     ),),
89 );
90
91 # Cyclic load signal y[i] in [0, 1]
92 y = [0.0]
93 for k in range(1, cycles + 1):
94     n    = 2 * k - 1
95     peak = k / 6.0
96     for i in range(1, n + 2):
97         y.append(peak * i / (n + 1))
98     for i in range(1, n + 2):
99         y.append(peak * (1 - i / (n + 1)))
100
101 ABSCISSE = list_inst;
102
103 ORDONNEE = DEFI_LIST_REEL(
104     VALE = y,
105 );
106
107 ramp_func = DEFI_FONCTION(
108     NOM_PARA    = 'INST',
109     VALE_PARA   = ABSCISSE,
110     VALE_FONC   = ORDONNEE,
111     PROL_DROITE = 'CONSTANT',
```

```
    PROL_GAUCHE = 'LINEAIRE',
);

peak_instants = [2 * k**2 for k in range(1, cycles + 1)];
zero_instants = [2 * k * (k + 1) for k in range(1, cycles + 1)
   ];

peak_zero_instants = sorted(peak_instants + zero_instants);

peak_zero_list = DEFI_LIST_REEL(
    VALE = peak_zero_instants,
);

# ==========================
#   MESH
# ==========================

ma = LIRE_MAILLAGE(UNITE=20, FORMAT='MED',);

# ==========================
#   MECHANICAL MODEL - plane strain
# ==========================

mo = AFFE_MODELE(
    MAILLAGE = ma,
    AFFE = _F(
        TOUT         = 'OUI',
        PHENOMENE    = 'MECANIQUE',
        MODELISATION = 'D_PLAN',
    ),
    VERI_JACOBIEN = 'OUI',
);

# ==========================
#   MATERIAL DEFINITIONS
# ==========================

# Copper - elastoplastic with linear isotropic hardening
mat_cu = DEFI_MATERIAU(
    ELAS      = _F(E=E_cu, NU=v_cu,),
```

```
    ECRO_LINE = _F(D_SIGM_EPSI=Et_cu, SY=sy_cu,),
);

# Epoxy - linear elastic
mat_ep = DEFI_MATERIAU(
    ELAS = _F(E=E_ep, NU=v_ep,),
);

# Nb3Sn - linear elastic
mat_sc = DEFI_MATERIAU(
    ELAS = _F(E=E_sc, NU=v_sc,),
);

# Bronze - elastoplastic with linear isotropic hardening
mat_bz = DEFI_MATERIAU(
    ELAS      = _F(E=E_bz, NU=v_bz,),
    ECRO_LINE = _F(D_SIGM_EPSI=Et_bz, SY=sy_bz,),
);

# ==========================
#   MATERIAL ASSIGNMENT
# ==========================

chmat = AFFE_MATERIAU(
    MAILLAGE = ma,
    AFFE = (
        _F(GROUP_MA=('cu',), MATER=mat_cu,),
        _F(GROUP_MA=('ep',), MATER=mat_ep,),
        _F(GROUP_MA=('sc',), MATER=mat_sc,),
        _F(GROUP_MA=('bz',), MATER=mat_bz,),
    ),
);

# ==========================
#   BOUNDARY CONDITIONS
# ==========================

fix = AFFE_CHAR_MECA(
    MODELE = mo,
    # Bottom face: fully fixed
```

```
    FACE_IMPO = (_F(GROUP_MA='ground', DX=0.0, DY=0.0,),),
    # Lateral symmetry nodes: no horizontal displacement
    DDL_IMPO  = (_F(GROUP_NO='nodes',  DX=0.0,),),
);

# =========================
#   LOAD
#   pres_y: uniform pressure on top face [N/m^2]
#   Negative sign: compression in -Y direction
# =========================

pres_y = -(f * 1e3) / (d * w * 1e-6);   # [N/m^2]

ch1 = AFFE_CHAR_MECA(
    MODELE = mo,
    FORCE_CONTOUR = _F(
        GROUP_MA = 'load',
        FX       = 0.0,
        FY       = pres_y,
    ),
);

# Rigid coupling of top face nodes (uniform displacement, no
   bending)
rigid_top = AFFE_CHAR_MECA(
    MODELE = mo,
    LIAISON_SOLIDE = _F(GROUP_MA='load',),
);

# =========================
#   NONLINEAR SOLVER
# =========================

MECA_RES = STAT_NON_LINE(
    MODELE     = mo,
    CHAM_MATER = chmat,

    COMPORTEMENT = (
        # Linear elastic: Nb3Sn and epoxy
        _F(
```

```
230             RELATION = 'ELAS',
231             GROUP_MA = ('sc', 'ep',),
232         ),
233         # Elastoplastic with linear isotropic hardening: copper
                and bronze
234         _F(
235             RELATION = 'VMIS_ISOT_LINE',
236             GROUP_MA = ('cu', 'bz',),
237         ),
238     ),
239
240     INCREMENT = _F(
241         LIST_INST = list_inst,
242     ),
243
244     ARCHIVAGE = _F(
245         LIST_INST = peak_zero_list,
246     ),
247
248     EXCIT = (
249         _F(CHARGE=ch1,         FONC_MULT=ramp_func,),
250         _F(CHARGE=fix,),
251         _F(CHARGE=rigid_top,),
252     ),
253
254     CONVERGENCE = _F(
255         RESI_GLOB_RELA = 1.e-6,
256         ITER_GLOB_MAXI = 250,
257     ),
258
259     NEWTON = _F(
260         PREDICTION     = 'TANGENTE',
261         MATRICE        = 'TANGENTE',
262         REAC_ITER      = 1,
263         MATR_RIGI_SYME = 'NON',
264     ),
265
266     RECH_LINEAIRE = _F(
267         METHODE = 'MIXTE',
268     ),
```

```
269
270     SOLVEUR = _F(
271         METHODE          = 'MUMPS',
272         TYPE_RESOL       = 'AUTO',
273         STOP_SINGULIER   = 'OUI',
274         ELIM_LAGR        = 'NON',
275         GESTION_MEMOIRE = 'OUT_OF_CORE',
276     ),
277 );
278
279 # =========================
280 #   FIELD COMPUTATION
281 #   Reduce to peak/zero instants before nodal fields to limit
    memory.
282 # =========================
283
284 MECA_RES = EXTR_RESU(
285     RESULTAT  = MECA_RES,
286     ARCHIVAGE = _F(
287         LIST_INST = peak_zero_list,
288     ),
289 );
290
291 MECA_RES = CALC_CHAMP(
292     reuse       = MECA_RES,
293     MODELE      = mo,
294     CHAM_MATER = chmat,
295     RESULTAT    = MECA_RES,
296     CRITERES    = 'SIEQ_ELGA',
297 );
298
299 MECA_RES = CALC_CHAMP(
300     reuse       = MECA_RES,
301     MODELE      = mo,
302     CHAM_MATER = chmat,
303     RESULTAT    = MECA_RES,
304     CRITERES    = 'SIEQ_NOEU',
305 );
306
307 MECA_RES = CALC_CHAMP(
```

```
    reuse          = MECA_RES,
    MODELE         = mo,
    CHAM_MATER     = chmat,
    RESULTAT       = MECA_RES,
    VARI_INTERNE   = 'VARI_NOEU',
);

# =========================
#   POST-PROCESSING - area-weighted averages per material group
#   Fields exported over all archived instants (12 total).
#   Columns: NOM_CHAM | NUME_ORDRE | INST | VOL | GROUP_MA | INTE | MOYE
# =========================

# --- SIEQ_ELGA: von Mises, Gauss points (UNITE 28) ---
moy_elga = POST_ELEM(
    MODELE     = mo,
    CHAM_MATER = chmat,
    RESULTAT   = MECA_RES,
    INTEGRALE  = (
        _F(GROUP_MA='sc', NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='VMIS', TYPE_MAILLE='2D',),
        _F(GROUP_MA='cu', NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='VMIS', TYPE_MAILLE='2D',),
        _F(GROUP_MA='bz', NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='VMIS', TYPE_MAILLE='2D',),
    ),
);
IMPR_TABLE(TABLE=moy_elga, UNITE=28,);

# --- SIEQ_NOEU: von Mises, nodal (UNITE 29) ---
moy_noeu = POST_ELEM(
    MODELE     = mo,
    CHAM_MATER = chmat,
    RESULTAT   = MECA_RES,
    INTEGRALE  = (
        _F(GROUP_MA='sc', NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='VMIS', TYPE_MAILLE='2D',),
        _F(GROUP_MA='cu', NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='VMIS', TYPE_MAILLE='2D',),
```

```
342         _F(GROUP_MA='bz', NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='VMIS',
                TYPE_MAILLE='2D',),
343     ),
344 );
345 IMPR_TABLE(TABLE=moy_noeu, UNITE=29,);
346 
347 # --- VARI_ELGA: equivalent plastic strain V1, Gauss points (
    UNITE 30) ---
348 epsp_elga = POST_ELEM(
349     MODELE     = mo,
350     CHAM_MATER = chmat,
351     RESULTAT   = MECA_RES,
352     INTEGRALE  = (
353         _F(GROUP_MA=('cu', 'bz',), NOM_CHAM='VARI_ELGA',
              NOM_CMP='V1', TYPE_MAILLE='2D',),
354     ),
355 );
356 IMPR_TABLE(TABLE=epsp_elga, UNITE=30,);
357 
358 # --- VARI_NOEU: equivalent plastic strain V1, nodal (UNITE 31)
    ---
359 epsp_noeu = POST_ELEM(
360     MODELE     = mo,
361     CHAM_MATER = chmat,
362     RESULTAT   = MECA_RES,
363     INTEGRALE  = (
364         _F(GROUP_MA=('cu', 'bz',), NOM_CHAM='VARI_NOEU',
              NOM_CMP='V1', TYPE_MAILLE='2D',),
365     ),
366 );
367 IMPR_TABLE(TABLE=epsp_noeu, UNITE=31,);
368 
369 # =========================
370 #   MAX/MIN PER GROUP - text output
371 #   UNITE 81: SIEQ_ELGA VMIS - groups sc, cu, bz
372 #   UNITE 82: SIEQ_NOEU VMIS - groups sc, cu, bz
373 #   UNITE 83: VARI_ELGA V1   - groups cu, bz
374 #   UNITE 84: VARI_NOEU V1   - groups cu, bz
375 # =========================
376 
```

```
377 IMPR_RESU(
378     UNITE  = 81,
379     MODELE = mo,
380     FORMAT = 'RESULTAT',
381     RESU = (
382         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='
            VMIS',
383            GROUP_MA='sc', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
384         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='
            VMIS',
385            GROUP_MA='cu', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
386         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='
            VMIS',
387            GROUP_MA='bz', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
388     ),
389 );
390
391 IMPR_RESU(
392     UNITE  = 82,
393     MODELE = mo,
394     FORMAT = 'RESULTAT',
395     RESU = (
396         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='
            VMIS',
397            GROUP_MA='sc', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
398         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='
            VMIS',
399            GROUP_MA='cu', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
400         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='
            VMIS',
401            GROUP_MA='bz', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
402     ),
403 );
404
405 IMPR_RESU(
406     UNITE  = 83,
407     MODELE = mo,
408     FORMAT = 'RESULTAT',
409     RESU = (
```

```
410         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='VARI_ELGA', NOM_CMP='V1
                ',
411            GROUP_MA='cu', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
412         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='VARI_ELGA', NOM_CMP='V1
                ',
413            GROUP_MA='bz', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
414     ),
415 );
416
417 IMPR_RESU(
418     UNITE  = 84,
419     MODELE = mo,
420     FORMAT = 'RESULTAT',
421     RESU = (
422         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='VARI_NOEU', NOM_CMP='V1
                ',
423            GROUP_MA='cu', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
424         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='VARI_NOEU', NOM_CMP='V1
                ',
425            GROUP_MA='bz', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
426     ),
427 );
428
429 # =========================
430 #   EXPORT TO MED (UNITE 80) - visualization in GMSH / Paravis
431 # =========================
432
433 IMPR_RESU(
434     UNITE  = 80,
435     FORMAT = 'MED',
436     RESU = (
437         _F(
438             MAILLAGE = ma,
439             RESULTAT = MECA_RES,
440             NOM_CHAM = ('DEPL',),
441         ),
442         _F(
443             RESULTAT = MECA_RES,
444             NOM_CHAM = ('VARI_ELGA',),
445             NOM_CMP  = ('V1',),
```

```
446           ),
447           _F(
448                RESULTAT = MECA_RES,
449                NOM_CHAM = ('VARI_NOEU',),
450                NOM_CMP  = ('V1',),
451           ),
452           _F(
453                RESULTAT = MECA_RES,
454                NOM_CHAM = ('SIEQ_ELGA',),
455                NOM_CMP  = ('VMIS',),
456           ),
457           _F(
458                RESULTAT = MECA_RES,
459                NOM_CHAM = ('SIEQ_NOEU',),
460                NOM_CMP  = ('VMIS',),
461           ),
462      ),
463 );
464
465 FIN();
```

C.1.3 Modelo elastoplástico con curva experimental

Listing C.3. Archivo de comandos `.comm` para el modelo elastoplástico con curva experimental (conductor RRP).

```
from math import *
import code_aster
from code_aster.Commands import *

# ==========================
#   Samir Colunga González
#   Tesis de Licenciatura - Ingeniería Mecánica, UNAM
#   Análisis mecánico de cables superconductores de baja temperatura
#   Model: Elastoplastic (experimental traction curves) - RRP 108/127
# ==========================

# ==========================
#   DEBUT
# ==========================

DEBUT(
    DEBUG=_F(
        JEVEUX='NON',
        JXVERI='NON',
        SDVERI='NON',
        VERI_BASE_NB=125,
    ),
    IMPR_MACRO='NON',
    INFO=1,
    MEMOIRE=_F(
        TAILLE_BLOC=200.0,
        TAILLE_GROUP_ELEM=500,
    ),
    MESURE_TEMPS=_F(
        MOYENNE='NON',
        NIVE_DETAIL=1,
    ),
    RESERVE_CPU=_F(BORNE=900),
);
```

```
35
36 # =========================
37 #   PARAMETERS
38 # =========================
39
40 # --- Load cycles ---
41 cycles = 6;
42 steps  = 2 * cycles * (cycles + 1);
43 inc    = 1;
44
45 # --- Maximum applied force [kN] ---
46 f = 30;
47
48 # --- Cross-section dimensions [mm] ---
49 d = 126;   # depth
50 w = 1;     # width (plane strain unit thickness)
51
52 # --- Material properties ---
53
54 # Nb3Sn (superconductor) - linear elastic only
55 E_sc = 80e9;
56 v_sc = 0.36;
57
58 # Bronze - elastoplastic with experimental traction curve
59 E_bz = 142e9;
60 v_bz = 0.35;
61
62 # Copper - elastoplastic with experimental traction curve
63 E_cu = 137e9;
64 v_cu = 0.35;
65
66 # Epoxy - linear elastic only
67 E_ep = 8e9;
68 v_ep = 0.30;
69
70 # =========================
71 #   LOAD INSTANTS AND LOAD FUNCTION
72 #   85 load steps following the cyclic triangular sequence (
   Bagni 2024).
```

```
#   Load function: piecewise linear, peak k/6 reached at step 2 k^2.
#   Peak instants:    2, 8, 18, 32, 50, 72
#   Zero instants:    4, 12, 24, 40, 60, 84
#   Combined (sorted): 2, 4, 8, 12, 18, 24, 32, 40, 50, 60, 72, 84
# ========================

list_inst = DEFI_LIST_REEL(
    DEBUT      = 0.,
    INTERVALLE = (_F(
        JUSQU_A = steps,
        PAS     = inc,
    ),),
);

# Cyclic load signal y[i] in [0, 1]
y = [0.0]
for k in range(1, cycles + 1):
    n    = 2 * k - 1
    peak = k / 6.0
    for i in range(1, n + 2):
        y.append(peak * i / (n + 1))
    for i in range(1, n + 2):
        y.append(peak * (1 - i / (n + 1)))

ABSCISSE = list_inst;

ORDONNEE = DEFI_LIST_REEL(
    VALE = y,
);

ramp_func = DEFI_FONCTION(
    NOM_PARA    = 'INST',
    VALE_PARA   = ABSCISSE,
    VALE_FONC   = ORDONNEE,
    PROL_DROITE = 'CONSTANT',
    PROL_GAUCHE = 'LINEAIRE',
);

```

```
peak_instants = [2 * k**2 for k in range(1, cycles + 1)];
zero_instants = [2 * k * (k + 1) for k in range(1, cycles + 1)
   ];

peak_zero_instants = sorted(peak_instants + zero_instants);

peak_zero_list = DEFI_LIST_REEL(
    VALE = peak_zero_instants,
);

# ==========================
#   MESH
# ==========================

ma = LIRE_MAILLAGE(UNITE=20, FORMAT='MED',);

# ==========================
#   MECHANICAL MODEL - plane strain
# ==========================

mo = AFFE_MODELE(
    MAILLAGE = ma,
    AFFE = _F(
        TOUT         = 'OUI',
        PHENOMENE    = 'MECANIQUE',
        MODELISATION = 'D_PLAN',
    ),
    VERI_JACOBIEN = 'OUI',
);

# ==========================
#   TRACTION CURVES
#   UNITE 39: copper  - epsilon | sigma [Pa]
#   UNITE 40: bronze  - epsilon | sigma [Pa]
# ==========================

trac_cu = LIRE_FONCTION(
    NOM_PARA    = 'EPSI',
    UNITE       = 39,
    INTERPOL    = 'LIN',
```

```
    PROL_DROITE = 'CONSTANT',
    PROL_GAUCHE = 'EXCLU',
);

trac_bz = LIRE_FONCTION(
    NOM_PARA    = 'EPSI',
    UNITE       = 40,
    INTERPOL    = 'LIN',
    PROL_DROITE = 'CONSTANT',
    PROL_GAUCHE = 'EXCLU',
);

# =========================
#   MATERIAL DEFINITIONS
# =========================

# Copper - elastoplastic with experimental traction curve
mat_cu = DEFI_MATERIAU(
    ELAS     = _F(E=E_cu, NU=v_cu,),
    TRACTION = _F(SIGM=trac_cu,),
);

# Epoxy - linear elastic
mat_ep = DEFI_MATERIAU(
    ELAS = _F(E=E_ep, NU=v_ep,),
);

# Nb3Sn - linear elastic
mat_sc = DEFI_MATERIAU(
    ELAS = _F(E=E_sc, NU=v_sc,),
);

# Bronze - elastoplastic with experimental traction curve
mat_bz = DEFI_MATERIAU(
    ELAS     = _F(E=E_bz, NU=v_bz,),
    TRACTION = _F(SIGM=trac_bz,),
);

# =========================
#   MATERIAL ASSIGNMENT
```

```
190 # ========================
191
192 chmat = AFFE_MATERIAU(
193     MAILLAGE = ma,
194     AFFE = (
195         _F(GROUP_MA=('cu',), MATER=mat_cu,),
196         _F(GROUP_MA=('ep',), MATER=mat_ep,),
197         _F(GROUP_MA=('sc',), MATER=mat_sc,),
198         _F(GROUP_MA=('bz',), MATER=mat_bz,),
199     ),
200 );
201
202 # ========================
203 #   BOUNDARY CONDITIONS
204 # ========================
205
206 fix = AFFE_CHAR_MECA(
207     MODELE = mo,
208     # Bottom face: fully fixed
209     FACE_IMPO = (_F(GROUP_MA='ground', DX=0.0, DY=0.0,),),
210     # Lateral symmetry nodes: no horizontal displacement
211     DDL_IMPO  = (_F(GROUP_NO='nodes',  DX=0.0,),),
212 );
213
214 # ========================
215 #   LOAD
216 #   pres_y: uniform pressure on top face [N/m^2]
217 #   Negative sign: compression in -Y direction
218 # ========================
219
220 pres_y = -(f * 1e3) / (d * w * 1e-6);   # [N/m^2]
221
222 ch1 = AFFE_CHAR_MECA(
223     MODELE = mo,
224     FORCE_CONTOUR = _F(
225         GROUP_MA = 'load',
226         FX       = 0.0,
227         FY       = pres_y,
228     ),
229 );
```

```
230
231 # Rigid coupling of top face nodes (uniform displacement, no
    bending)
232 rigid_top = AFFE_CHAR_MECA(
233     MODELE = mo,
234     LIAISON_SOLIDE = _F(GROUP_MA='load',),
235 );
236
237 # ========================
238 #   NONLINEAR SOLVER
239 # ========================
240
241 MECA_RES = STAT_NON_LINE(
242     MODELE     = mo,
243     CHAM_MATER = chmat,
244
245     COMPORTEMENT = (
246         _F(
247             RELATION = 'ELAS',
248             GROUP_MA = ('sc', 'ep',),
249         ),
250         _F(
251             RELATION = 'VMIS_ISOT_TRAC',
252             GROUP_MA = ('cu', 'bz',),
253         ),
254     ),
255
256     INCREMENT = _F(
257         LIST_INST = list_inst,
258     ),
259
260     ARCHIVAGE = _F(
261         LIST_INST = peak_zero_list,
262     ),
263
264     EXCIT = (
265         _F(CHARGE=ch1,         FONC_MULT=ramp_func,),
266         _F(CHARGE=fix,),
267         _F(CHARGE=rigid_top,),
268     ),
```

```
269
270     CONVERGENCE = _F(
271         RESI_GLOB_RELA = 1.e-6,
272         ITER_GLOB_MAXI = 250,
273     ),
274
275     NEWTON = _F(
276         PREDICTION     = 'TANGENTE',
277         MATRICE        = 'TANGENTE',
278         REAC_ITER      = 1,
279         MATR_RIGI_SYME = 'NON',
280     ),
281
282     RECH_LINEAIRE = _F(
283         METHODE = 'MIXTE',
284     ),
285
286     SOLVEUR = _F(
287         METHODE         = 'MUMPS',
288         TYPE_RESOL      = 'AUTO',
289         STOP_SINGULIER  = 'OUI',
290         ELIM_LAGR       = 'NON',
291         GESTION_MEMOIRE = 'OUT_OF_CORE',
292     ),
293 );
294
295 # ========================
296 #   FIELD COMPUTATION
297 #   Reduce to peak/zero instants before nodal fields to limit
       memory.
298 # ========================
299
300 MECA_RES = EXTR_RESU(
301     RESULTAT  = MECA_RES,
302     ARCHIVAGE = _F(
303         LIST_INST = peak_zero_list,
304     ),
305 );
306
307 MECA_RES = CALC_CHAMP(
```

```
    reuse       = MECA_RES,
    MODELE      = mo,
    CHAM_MATER  = chmat,
    RESULTAT    = MECA_RES,
    CRITERES    = 'SIEQ_ELGA',
);

MECA_RES = CALC_CHAMP(
    reuse       = MECA_RES,
    MODELE      = mo,
    CHAM_MATER  = chmat,
    RESULTAT    = MECA_RES,
    CRITERES    = 'SIEQ_NOEU',
);

MECA_RES = CALC_CHAMP(
    reuse          = MECA_RES,
    MODELE         = mo,
    CHAM_MATER     = chmat,
    RESULTAT       = MECA_RES,
    VARI_INTERNE   = 'VARI_NOEU',
);

# ==========================
#   POST-PROCESSING - area-weighted averages per material group
#   Fields exported over all archived instants (12 total).
#   Columns: NOM_CHAM | NUME_ORDRE | INST | VOL | GROUP_MA |
   INTE | MOYE
# ==========================

# --- SIEQ_ELGA: von Mises, Gauss points (UNITE 28) ---
moy_elga = POST_ELEM(
    MODELE      = mo,
    CHAM_MATER  = chmat,
    RESULTAT    = MECA_RES,
    INTEGRALE   = (
        _F(GROUP_MA='sc', NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='VMIS',
            TYPE_MAILLE='2D',),
        _F(GROUP_MA='cu', NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='VMIS',
            TYPE_MAILLE='2D',),
```

```
345         _F(GROUP_MA='bz', NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='VMIS',
                TYPE_MAILLE='2D',),
346     ),
347 );
348 IMPR_TABLE(TABLE=moy_elga, UNITE=28,);
349
350 # --- SIEQ_NOEU: von Mises, nodal (UNITE 29) ---
351 moy_noeu = POST_ELEM(
352     MODELE     = mo,
353     CHAM_MATER = chmat,
354     RESULTAT   = MECA_RES,
355     INTEGRALE  = (
356         _F(GROUP_MA='sc', NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='VMIS',
                TYPE_MAILLE='2D',),
357         _F(GROUP_MA='cu', NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='VMIS',
                TYPE_MAILLE='2D',),
358         _F(GROUP_MA='bz', NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='VMIS',
                TYPE_MAILLE='2D',),
359     ),
360 );
361 IMPR_TABLE(TABLE=moy_noeu, UNITE=29,);
362
363 # --- VARI_ELGA: equivalent plastic strain V1, Gauss points (
    UNITE 30) ---
364 epsp_elga = POST_ELEM(
365     MODELE     = mo,
366     CHAM_MATER = chmat,
367     RESULTAT   = MECA_RES,
368     INTEGRALE  = (
369         _F(GROUP_MA=('cu', 'bz',), NOM_CHAM='VARI_ELGA',
              NOM_CMP='V1', TYPE_MAILLE='2D',),
370     ),
371 );
372 IMPR_TABLE(TABLE=epsp_elga, UNITE=30,);
373
374 # --- VARI_NOEU: equivalent plastic strain V1, nodal (UNITE 31)
    ---
375 epsp_noeu = POST_ELEM(
376     MODELE     = mo,
377     CHAM_MATER = chmat,
```

```
378     RESULTAT    = MECA_RES,
379     INTEGRALE   = (
380         _F(GROUP_MA=('cu', 'bz',), NOM_CHAM='VARI_NOEU',
               NOM_CMP='V1', TYPE_MAILLE='2D',),
381     ),
382 );
383 IMPR_TABLE(TABLE=epsp_noeu, UNITE=31,);
384
385 # =========================
386 #   MAX/MIN PER GROUP - text output
387 #   UNITE 81: SIEQ_ELGA VMIS - groups sc, cu, bz
388 #   UNITE 82: SIEQ_NOEU VMIS - groups sc, cu, bz
389 #   UNITE 83: VARI_ELGA V1   - groups cu, bz
390 #   UNITE 84: VARI_NOEU V1   - groups cu, bz
391 # =========================
392
393 IMPR_RESU(
394     UNITE  = 81,
395     MODELE = mo,
396     FORMAT = 'RESULTAT',
397     RESU = (
398         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='
               VMIS',
399            GROUP_MA='sc', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
400         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='
               VMIS',
401            GROUP_MA='cu', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
402         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_ELGA', NOM_CMP='
               VMIS',
403            GROUP_MA='bz', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
404     ),
405 );
406
407 IMPR_RESU(
408     UNITE  = 82,
409     MODELE = mo,
410     FORMAT = 'RESULTAT',
411     RESU = (
412         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='
               VMIS',
```

```
413             GROUP_MA='sc', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
414         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='
                VMIS',
415             GROUP_MA='cu', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
416         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='SIEQ_NOEU', NOM_CMP='
                VMIS',
417             GROUP_MA='bz', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
418     ),
419 );
420
421 IMPR_RESU(
422     UNITE  = 83,
423     MODELE = mo,
424     FORMAT = 'RESULTAT',
425     RESU = (
426         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='VARI_ELGA', NOM_CMP='V1
                ',
427             GROUP_MA='cu', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
428         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='VARI_ELGA', NOM_CMP='V1
                ',
429             GROUP_MA='bz', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
430     ),
431 );
432
433 IMPR_RESU(
434     UNITE  = 84,
435     MODELE = mo,
436     FORMAT = 'RESULTAT',
437     RESU = (
438         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='VARI_NOEU', NOM_CMP='V1
                ',
439             GROUP_MA='cu', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
440         _F(RESULTAT=MECA_RES, NOM_CHAM='VARI_NOEU', NOM_CMP='V1
                ',
441             GROUP_MA='bz', VALE_MAX='OUI', VALE_MIN='OUI',),
442     ),
443 );
444
445 # ========================
446 #   EXPORT TO MED (UNITE 80) - visualization in GMSH / Paravis
```

```
447 # ========================
448
449 IMPR_RESU(
450     UNITE  = 80,
451     FORMAT = 'MED',
452     RESU = (
453         _F(
454             MAILLAGE = ma,
455             RESULTAT = MECA_RES,
456             NOM_CHAM = ('DEPL',),
457         ),
458         _F(
459             RESULTAT = MECA_RES,
460             NOM_CHAM = ('VARI_ELGA',),
461             NOM_CMP  = ('V1',),
462         ),
463         _F(
464             RESULTAT = MECA_RES,
465             NOM_CHAM = ('VARI_NOEU',),
466             NOM_CMP  = ('V1',),
467         ),
468         _F(
469             RESULTAT = MECA_RES,
470             NOM_CHAM = ('SIEQ_ELGA',),
471             NOM_CMP  = ('VMIS',),
472         ),
473         _F(
474             RESULTAT = MECA_RES,
475             NOM_CHAM = ('SIEQ_NOEU',),
476             NOM_CMP  = ('VMIS',),
477         ),
478     ),
479 );
480
481 FIN();
```

D. Resultados numéricos

Tabla D.1. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo lineal elástico (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{vM}$ (MPa)	$\sigma_{vM}^{máx}$ (MPa)	$\sigma_{vM}^{mín}$ (MPa)
5	carga	30.3179	55.5176	12.4306
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	60.6359	111.0353	24.8613
10	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
17	carga	103.0810	188.7600	42.2641
17	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
20	carga	121.2720	222.0706	49.7225
20	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
24	carga	145.5260	266.4847	59.6670
24	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
26	carga	157.6530	288.6918	64.6393
26	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
30	carga	181.9080	333.1059	74.5838
30	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
35	carga	212.2260	388.6235	87.0144
35	descarga	0.0000	0.0000	0.0000

Tabla D.2. Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo lineal elástico (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{vM}$ (MPa)	$\sigma_{vM}^{máx}$ (MPa)	$\sigma_{vM}^{mín}$ (MPa)
5	carga	30.8457	70.9277	16.5201
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	61.6913	141.8555	33.0402
10	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
17	carga	104.8750	241.1543	56.1683
17	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
20	carga	123.3830	283.7109	66.0804
20	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
24	carga	148.0590	340.4531	79.2964
24	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
26	carga	160.3970	368.8242	85.9045
26	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
30	carga	185.0740	425.5664	99.1205
30	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
35	carga	215.9200	496.4941	115.6406
35	descarga	0.0000	0.0000	0.0000

Tabla D.3. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo bilineal elastoplástico (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	30.3179	55.5176	12.4306
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	61.5593	117.4526	25.0300
10	descarga	1.6057	11.6193	0.0411
17	carga	102.6630	220.5476	43.4148
17	descarga	19.4010	85.8659	0.3731
20	carga	118.2940	273.4007	46.4445
20	descarga	29.8134	128.6148	0.4497
24	carga	136.8570	343.0025	50.2651
24	descarga	42.5013	181.8658	1.3131
26	carga	144.5140	372.7746	52.4480
26	descarga	48.3280	214.0397	0.5722
30	carga	161.9890	436.3135	53.7886
30	descarga	57.8704	263.0905	1.3746
35	carga	183.5070	508.5187	59.8033
35	descarga	69.0044	327.7713	0.7941

Tabla D.4. Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo bilineal elastoplástico (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	30.8457	70.9277	16.5201
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	60.3673	87.6738	33.5979
10	descarga	2.3531	55.3615	0.0517
17	carga	83.8487	98.9544	53.6679
17	descarga	26.6663	98.2976	0.3843
20	carga	88.1133	107.7656	61.9402
20	descarga	40.1185	107.9363	1.0810
24	carga	91.1106	121.2328	71.0438
24	descarga	59.5670	122.7676	5.6464
26	carga	93.0787	131.1950	74.2015
26	descarga	68.2102	132.6723	3.2441
30	carga	96.6458	146.5959	74.5687
30	descarga	82.0599	149.2217	17.6334
35	carga	101.7150	167.1637	75.9127
35	descarga	96.1511	170.4503	39.2356

Tabla D.5. Deformación plástica equivalente en cobre, modelo bilineal elastoplástico (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\varepsilon}^p$ (–)	$\varepsilon^{p,\text{máx}}$ (–)	$\varepsilon^{p,\text{mín}}$ (–)
5	carga	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00
5	descarga	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00
10	carga	1.6987e-05	5.9400e-04	0.0000e+00
10	descarga	1.6987e-05	5.9400e-04	0.0000e+00
17	carga	5.3688e-04	5.1406e-03	0.0000e+00
17	descarga	5.4379e-04	5.1406e-03	0.0000e+00
20	carga	1.0204e-03	8.6918e-03	0.0000e+00
20	descarga	1.0517e-03	8.7606e-03	0.0000e+00
24	carga	2.0305e-03	1.4120e-02	0.0000e+00
24	descarga	2.1473e-03	1.4738e-02	0.0000e+00
26	carga	2.7949e-03	1.8135e-02	0.0000e+00
26	descarga	2.9575e-03	1.8730e-02	0.0000e+00
30	carga	4.2133e-03	2.4342e-02	0.0000e+00
30	descarga	4.5347e-03	2.5400e-02	0.0000e+00
35	carga	6.2542e-03	3.2632e-02	0.0000e+00
35	descarga	6.8138e-03	3.3956e-02	0.0000e+00

Tabla D.6. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo elastoplástico con curva experimental (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\text{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\text{vM}}^{\text{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\text{vM}}^{\text{mín}}$ (MPa)
5	carga	30.3179	55.5176	12.4306
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	61.4882	116.7050	25.0136
10	descarga	1.4661	10.4329	0.0452
17	carga	103.9920	216.7507	44.4539
17	descarga	16.1670	65.0756	0.2753
20	carga	120.9310	262.8935	49.6681
20	descarga	25.0365	97.8569	0.5780
24	carga	141.8420	328.3307	56.3409
24	descarga	37.5769	145.6313	0.3644
26	carga	150.8460	359.7637	59.2410
26	descarga	43.8693	173.8340	1.2515
30	carga	169.6510	425.8126	64.0737
30	descarga	55.0579	220.8731	1.4938
35	carga	191.7220	503.1842	67.5095
35	descarga	67.4709	286.8970	1.0422

Tabla D.7. Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo elastoplástico con curva experimental (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	30.8456	70.9277	16.5201
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	60.4697	90.6702	33.5443
10	descarga	2.1653	52.5311	0.0504
17	carga	86.3501	110.3171	55.8881
17	descarga	23.9740	108.5208	0.1575
20	carga	92.1925	119.7063	66.1831
20	descarga	37.1325	118.4779	0.4655
24	carga	97.6833	131.0172	76.7816
24	descarga	56.9509	131.7685	2.0954
26	carga	100.7390	138.3602	79.0741
26	descarga	66.2945	139.6474	3.2048
30	carga	106.1410	149.5973	83.1811
30	descarga	81.5335	150.8796	13.6446
35	carga	112.7800	162.4441	84.9898
35	descarga	97.5626	164.1331	30.0811

Tabla D.8. Deformación plástica equivalente en cobre, modelo elastoplástico con curva experimental (PIT_{100}). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\varepsilon}^{p}$ (–)	$\varepsilon^{p,\mathrm{máx}}$ (–)	$\varepsilon^{p,\mathrm{mín}}$ (–)
5	carga	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00
5	descarga	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00
10	carga	1.5550e-05	5.3156e-04	0.0000e+00
10	descarga	1.5550e-05	5.3156e-04	0.0000e+00
17	carga	4.3391e-04	3.5199e-03	0.0000e+00
17	descarga	4.3614e-04	3.5199e-03	0.0000e+00
20	carga	8.0909e-04	5.7725e-03	0.0000e+00
20	descarga	8.2165e-04	5.7725e-03	0.0000e+00
24	carga	1.5393e-03	9.3043e-03	0.0000e+00
24	descarga	1.5868e-03	9.5699e-03	0.0000e+00
26	carga	2.0331e-03	1.2157e-02	0.0000e+00
26	descarga	2.1012e-03	1.2744e-02	0.0000e+00
30	carga	3.0537e-03	1.7657e-02	0.0000e+00
30	descarga	3.2193e-03	1.8390e-02	0.0000e+00
35	carga	4.6047e-03	2.6186e-02	2.2726e-05
35	descarga	4.9426e-03	2.7479e-02	2.2726e-05

Tabla D.9. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo lineal elástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	30.5984	43.8573	17.5361
10	carga	61.1967	87.7147	35.0721
15	carga	91.7951	131.5720	52.6082
20	carga	122.3930	175.4293	70.1443
25	carga	152.9920	219.2866	87.6804
30	carga	183.5900	263.1440	105.2164

Tabla D.10. Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo lineal elástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	36.2148	67.0028	23.3814
10	carga	72.4297	134.0056	46.7628
15	carga	108.6450	201.0084	70.1441
20	carga	144.8590	268.0112	93.5255
25	carga	181.0740	335.0140	116.9069
30	carga	217.2890	402.0168	140.2883

Tabla D.11. Esfuerzo de von Mises en bronce, modelo lineal elástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	37.8501	51.1939	27.5504
10	carga	75.7001	102.3878	55.1008
15	carga	113.5500	153.5817	82.6512
20	carga	151.4000	204.7756	110.2017
25	carga	189.2500	255.9695	137.7521
30	carga	227.1000	307.1634	165.3025

Tabla D.12. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo bilineal elastoplástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	30.5984	43.8573	17.5361
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	62.1779	88.6129	34.8158
10	descarga	1.5058	13.4250	0.0109
15	carga	102.5900	156.2121	48.3888
15	descarga	17.5909	76.6018	0.1440
20	carga	139.0930	261.6232	57.7108
20	descarga	36.0382	182.1933	0.6465
25	carga	172.5180	412.1908	73.0851
25	descarga	54.3034	305.1181	0.3801
30	carga	203.4770	557.8119	64.7923
30	descarga	72.8499	417.3313	0.8888

Tabla D.13. Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo bilineal elastoplástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	36.2148	67.0028	23.3814
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	71.6854	87.5821	46.6947
10	descarga	1.6743	47.8297	0.0115
15	carga	87.8262	97.9305	75.1650
15	descarga	27.2423	95.7190	0.9793
20	carga	92.9533	134.6460	57.1226
20	descarga	63.2072	125.5578	21.7456
25	carga	98.9520	175.2091	57.1318
25	descarga	87.1371	159.5966	40.9482
30	carga	105.7990	211.6407	61.7189
30	descarga	101.1840	194.0294	50.4118

Tabla D.14. Esfuerzo de von Mises en bronce, modelo bilineal elastoplástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	37.8501	51.1939	27.5504
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	75.1431	103.4113	54.9467
10	descarga	1.0514	3.3480	0.0457
15	carga	116.6700	126.5884	88.4545
15	descarga	14.5759	34.7455	0.5680
20	carga	131.7690	148.4997	106.4381
20	descarga	36.2682	84.6778	3.8676
25	carga	145.3690	175.8680	119.7176
25	descarga	61.8283	127.7608	27.6398
30	carga	159.2030	202.3904	121.4567
30	descarga	89.4452	156.4044	45.6168

Tabla D.15. Deformación plástica equivalente en conjunto cobre–bronce, modelo bilineal elastoplástico (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\varepsilon}^{p}$ (–)	$\varepsilon^{p,\mathrm{máx}}$ (–)	$\varepsilon^{p,\mathrm{mín}}$ (–)
5	carga	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00
5	descarga	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00
10	carga	8.0900e-06	5.5703e-04	0.0000e+00
10	descarga	8.0900e-06	5.5703e-04	0.0000e+00
15	carga	5.4876e-04	4.7279e-03	0.0000e+00
15	descarga	5.4926e-04	4.7279e-03	0.0000e+00
20	carga	2.4347e-03	1.9526e-02	0.0000e+00
20	descarga	2.4544e-03	1.9526e-02	0.0000e+00
25	carga	4.6297e-03	3.5874e-02	6.9529e-05
25	descarga	4.7615e-03	3.5874e-02	6.9529e-05
30	carga	7.0975e-03	5.0558e-02	2.3802e-04
30	descarga	7.4620e-03	5.0558e-02	2.3802e-04

Tabla D.16. Esfuerzo de von Mises en Nb_3Sn, modelo elastoplástico con curva experimental (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	30.5984	43.8573	17.5361
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	62.1014	88.4800	34.8822
10	descarga	1.3821	12.1530	0.0061
15	carga	101.9300	139.3106	50.5823
15	descarga	15.3576	57.6978	0.3990
20	carga	140.8740	225.3792	66.7460
20	descarga	31.4731	134.9665	0.4719
25	carga	176.4540	353.7148	93.0896
25	descarga	49.3498	255.4590	0.3598
30	carga	208.9400	514.2498	73.1466
30	descarga	68.0745	389.9572	1.1970

Tabla D.17. Esfuerzo de von Mises en cobre, modelo elastoplástico con curva experimental (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	36.2148	67.0028	23.3814
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	71.7394	90.4823	46.6986
10	descarga	1.5511	44.9197	0.0108
15	carga	90.5096	104.3574	77.8099
15	descarga	23.8706	101.4719	1.4217
20	carga	101.0310	131.4954	78.3386
20	descarga	56.2480	127.4006	18.5164
25	carga	110.8480	161.2856	73.0698
25	descarga	83.5827	151.3866	37.9408
30	carga	119.6580	175.0000	73.2818
30	descarga	104.4910	171.6469	49.0034

Tabla D.18. Esfuerzo de von Mises en bronce, modelo elastoplástico con curva experimental (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\sigma}_{\mathrm{vM}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\mathrm{vM}}^{\mathrm{mín}}$ (MPa)
5	carga	37.8501	51.1939	27.5504
5	descarga	0.0000	0.0000	0.0000
10	carga	75.1902	103.2990	54.9577
10	descarga	0.9642	3.0769	0.0405
15	carga	116.7440	127.6216	90.3778
15	descarga	12.4817	31.2909	1.0973
20	carga	134.4850	147.7370	118.2022
20	descarga	31.9145	76.9750	2.9824
25	carga	148.6390	168.7189	123.8415
25	descarga	57.2525	122.9260	23.2277
30	carga	160.9180	175.0000	127.1580
30	descarga	83.8727	157.3062	38.5340

Tabla D.19. Deformación plástica equivalente en conjunto cobre–bronce, modelo elastoplástico con curva experimental (RRP 108/127). Media, máximo y mínimo por instante.

F (kN)	Estado	$\bar{\varepsilon}^{p}$ (–)	$\varepsilon^{p,\mathrm{máx}}$ (–)	$\varepsilon^{p,\mathrm{mín}}$ (–)
5	carga	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00
5	descarga	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00
10	carga	7.4743e-06	5.0920e-04	0.0000e+00
10	descarga	7.4743e-06	5.0920e-04	0.0000e+00
15	carga	4.2423e-04	2.4211e-03	0.0000e+00
15	descarga	4.2428e-04	2.4211e-03	0.0000e+00
20	carga	1.7413e-03	9.4733e-03	0.0000e+00
20	descarga	1.7495e-03	9.4733e-03	0.0000e+00
25	carga	3.5031e-03	2.5300e-02	3.0577e-04
25	descarga	3.5440e-03	2.5300e-02	3.0577e-04
30	carga	5.6096e-03	4.6414e-02	5.1523e-04
30	descarga	5.7556e-03	4.6414e-02	5.1523e-04