APUNTES DE GEOLOGIA ESTRUCTURAL

Dr. Ricardo José Padilla y Sánchez

D - 69

T-DEPFI
D-69
1991
Ej. 3

BIBLIOTECA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE MEXICO
DEPFI

Estos apuntes son la primera parte del curso de Geología Estructural para posgraduados que se imparte en el programa de la Maestría en Ingeniería de Exploración de Recursos Energéticos del Subsuelo, de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M.

El propósito principal al publicar estas notas, es el de proporcionar en español al estudiante de la DEPFI, los fundamentos de mecánica del medio continuo que se aplican a la Geología Estructural. Se ha utilizado una buena parte del material contenido en el libro de W. D. Means, así como también de algunos otros textos relevantes en la materia. Los diferentes temas que se tratan han sido organizados, de acuerdo con mi opinión personal, siguiendo el orden natural de los eventos, es decir, si se aplica un esfuerzo a un material se produce una deformación y se desarrollan estructuras, que pueden variar desde fracturas, hasta fallas y pliegues.

Es posible que algunos temas no hayan sido tratados con todo el rigor y profundidad que algún lector deseara, por lo que si este es el caso, agradezco de antemano me lo hagan saber para poder mejorar futuras ediciones de estos apuntes.

DR. RICARDO JOSE PADILLA Y SANCHEZ

[illegible] 5
S(2)- 11228

I N D I C E

		Pág.
I.	CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE MECANICA DEL MEDIO CONTINUO APLICADOS A GEOLOGIA ESTRUCTURAL	1
	Introducción	3
I-1.	Clases de fuerzas	3
I-2	Esfuerzo en un plano y sus unidades	8
I.3	Análisis de esfuerzo	12
I-4.	Componentes de esfuerzo y esfuerzo en un punto	13
I-5.	Elipse y elipsoide de esfuerzo, sus ecuaciones y su relación con los esfuerzos principales (°1, °2 y °3)	17
I-6.	Círculo de Mohr para esfuerzo	29
I-7.	Signos para el diagrama de Mohr	34
I-8.	Círculo de Mohr para planos perpendiculares entre sí	37
I-9.	Construcción auxiliar en la visualización del círculo de Mohr	37
I-10.	Clases de esfuerzos	38
I-11.	Círculo de Mohr para el esfuerzo en tres dimensiones	40
I-12.	Esfuerzo principal (MEAN STRESS) y esfuerzo deviatórico (DEVIATORIC STRESS)	41
II.	DEFORMACION (STRAIN)	55
II-1.	Conceptos básicos de deformación	57
II-2.	Medidas de la deformación (adimensionales)	59
II-3.	El elipsoide de deformación	65
II-4.	Direcciones principales de deformación	66
II-5.	Formas posibles del elipsoide de deformación	67
II-6.	Secciones circulares del elipsoide de deformación	68
II-7.	Casos especiales de deformación homogénea	69
II-8.	Cambios de volumen	70
II-9.	Diagrama de Flinn	71
II-10.	Deformación progresiva (Infinitesimal) y deformación finita	73
II-11.	Círculo de Mohr para deformación infinitesimal	75
II-12.	Componentes de deformación infinitesimal para una línea	76
II-13.	Círculo de Mohr para deformación finita	83
II-14.	Medida de ángulo después de la deformación	83
II-15.	Ecuaciones para el Círculo de Mohr para deformación finita	84
III.	RELACIONES ESFUERZO-DEFORMACION	101
III.1.	Relación esfuerzo-deformación en cuerpos elásticos, viscosos, viscoelásticos y plásticos	103
III.2.	Algunas definiciones	103
III.3.	Las rocas y su comportamiento mecánico	111

I N D I C E (Continúa)

		Pág.
III.4.	Desarrollo de fracturas y fallas (ruptura quebradiza	114
III.5.	Criterios de Coulomb y de Griffith	118
III.6.	Orientación relativa de las fracturas de cizalla y los esfuerzos principales	124
III.7.	Orientación teórica de estructuras producidas por cizalla pura en un medio homogéneo	132
III.8.	Orientación de estructuras producidas por cizalla simple en un medio homogéneo ("Wrench Structures")	135
REFERENCIAS		139

CAPITULO I

CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE MECANICA DEL MEDIO CONTINUO APLICADOS A GEOLOGIA ESTRUCTURAL

Introducción

En cualquier parte de la Tierra existen fuerzas que tienden a desplazar y a distorsionar las rocas de la región. Algunas de estas fuerzas son producto de la acción de la gravedad, mientras que otras son el resultado de movimientos de material en gran escala. Además, la gravedad actúa en cada elemento de las rocas, de manera que en algunas ocasiones las fuerzas que actúan sobre las rocas son demasiado pequeñas y solamente las afectan por un corto período de tiempo sin causar una deformación importante. Pero en otros casos, estas fuerzas actúan por largos períodos causando deformaciones espectaculares como los pliegues, o bien, cuando se sobrepasa la resistencia al fracturamiento, se producen fallas. El que las rocas se plieguen o se afallen, depende fundamentalmente de las interrelaciones de varios factores físicos y químicos que incluyen temperatura, presión hidrostática, presión de fluidos intersticiales, velocidad a la cual se aplican las fuerzas deformacionales y la composición de las rocas.

El principal objetivo de este capítulo es introducir un cierto número de conceptos que son de gran ayuda para entender cómo se deforman las rocas en la naturaleza.

I-1. Clases de Fuerzas

Las fuerzas importantes a largo plazo que afectan a las rocas provienen de la gravedad y del contacto entre diferentes sistemas de roca. Las fuerzas gravitacionales están siempre presentes y dependen de la posición de un cuerpo de roca con respecto al campo gravitacional de la Tierra.

La fuerza gravitacional de un cuerpo de roca de masa "m" es

$$F = mg$$

en donde g es la fuerza de aceleración de la gravedad, la cual es variable en diferentes regiones de la Tierra, pero para fines prácticos, en geología estructural y tectónica la consideramos constante y con un valor

$$g = 9.81 \text{ m/seg}^2 = 981 \text{ cm/seg}^2$$

Fuerzas como la gravitacional son llamadas *fuerzas de cuerpo*, porque actúan a distancia y dependen directamente de la cantidad de material afectado.

Otras fuerzas de importancia en geología estructural son las llamadas *fuerzas superficiales*, que actúan a través de superficies de contacto entre partes adyacentes de un sistema de roca. La magnitud de una fuerza superficial depende del área de superficie a considerar. Una fuerza superficial es considerar como tal, aunque no actúe a través de un límite visible de un material. Así, las fuerzas que actúan a través de cualquier plano dentro de un grano o dentro de una placa litosférica se consideran fuerzas superficiales.

Las *fuerzas de cuerpo* y las *fuerzas superficiales* están íntimamente ligadas en la Tierra porque las fuerzas de cuerpo dan lugar a variaciones espaciales, o gradientes, en fuerzas superficiales.

Consideremos 1 m^3 de cuarcita, localizado en el afloramiento de la Fig. 1. Consideremos también que dicho cubo se encuentra separado de las rocas adyacentes, en sus cuatro lados, por juntas abiertas verticales. La fuerza que actúa sobre la cara superior del cubo es entonces el producto de la presión atmosférica y el área de la cara superior (aproximadamente

0.97 kg/cm^2). Así, esta fuerza tiene un valor de 9700 kg ó 9.7 ton. La fuerza que actúa en la base del cubo es mayor que la anterior porque tenemos que tomar en cuenta el peso del cubo. El peso del cubo es la fuerza que resulta de la suma de todas las fuerzas verticales (hacia abajo) que actúan en las "n" partículas que forman el cubo. Esta suma es:

$$F = \sum_{i=1}^{i=n} m_i g \ ,$$

ó $\quad F = Mg,$

ó $\quad F = \rho V g,$

ó $\quad F = \rho H A g$

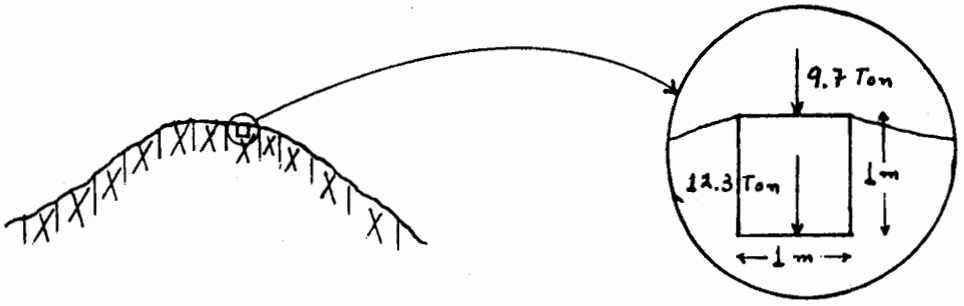


Figura 1

en donde M y V son la masa y el volumen del cubo, H y A son su altura y el área de su base, ρ es la densidad y g es la aceleración de la gravedad.

Tomando la densidad de la cuarcita como 2.6 g/cm^3 obtenemos un peso de 2.6 x 10^9 dinas, 2,600 kg, ó 2.6 ton. Así, la fuerza superficial en la base del cubo es igual a la suma de la presión atmosférica (9.7 ton) más el peso del cubo mismo, o sea, 12.3 ton.

Este ejemplo muestra cómo la existencia de *fuerzas de cuerpo* dentro del cubo, da lugar a un incremento de las *fuerzas superficiales* a profundidad en diferentes planos horizontales. La *fuerza superficial* por unidad de área calculada de esta manera se llama PRESION LITOSTATICA. Con la ecuación 2 se puede calcular la presión litostática a cualquier profundidad.

Si aplicamos una fuerza a través de un plano, de tal manera que las partículas a cada lado del plano sean "empujadas" una hacia otra, la fuerza es COMPRESIVA; si las partículas a cada lado del plano tienden a separarse, la fuerza es TENSIL. Para fines prácticos en este curso las fuerzas compresivas se consideran positivas y las de tensión negativas (Fig. 2).

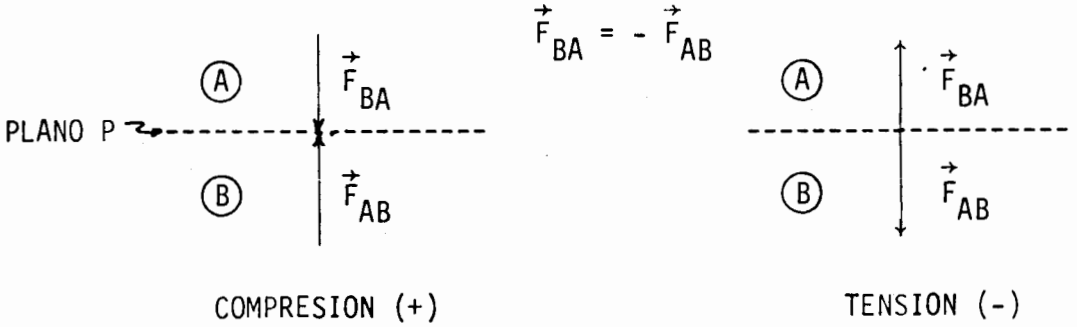


Figura 2

0,0 5,0 10,0 15,0

Una fuerza a través de un plano puede tener cualquier dirección relativa al plano. Si la fuerza tiene una dirección paralela a la normal del plano se le llama FUERZA NORMAL. Si la fuerza tiene una dirección perpendicular a la normal al plano, o sea paralela al plano, se le llama FUERZA DE CIZALLA (Fig. 3).

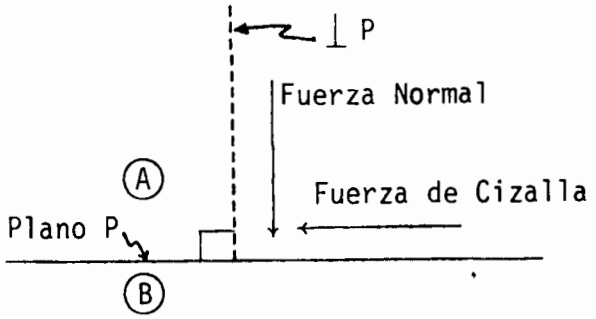
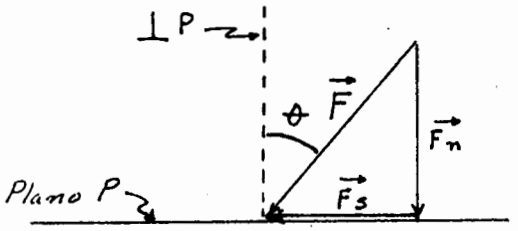


Figura 3

En general, una fuerza superficial nunca es paralela o perpendicular al plano en cuestión, por lo que siempre se procede a resolver esta fuerza en sus componentes vectoriales NORMALES ($\vec{F}_n$) y DE CIZALLA ($\vec{F}_s$) de un plano dado (Fig. 4).



$F = 700$ kg

$F_n = 580$ kg

$F_s = 400$ kg

Figura 4

Nótese que la componente normal de una fuerza siempre puede ser clasificada como compresiva o de tensión, mientras que la componente de cizalla no es ni compresiva ni de tensión. Por esto, es necesario introducir una diferente convención de signos para las fuerzas de cizalla, esto es, una fuerza de cizalla es *positiva* cuando produce un "giro relativo" en contra de las manecillas del reloj y es negativa cuando produce el efecto contrario (Fig. 5).



Figura 5

I-2. Esfuerzo en un Plano y sus Unidades

La cantidad llamada ESFUERZO EN UN PLANO es la razón de la fuerza total que actúa en un área determinada de un plano y se denota

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Consideremos un plano que no se encuentra uniformemente afectado por fuerzas de la misma magnitud (Fig. 6).

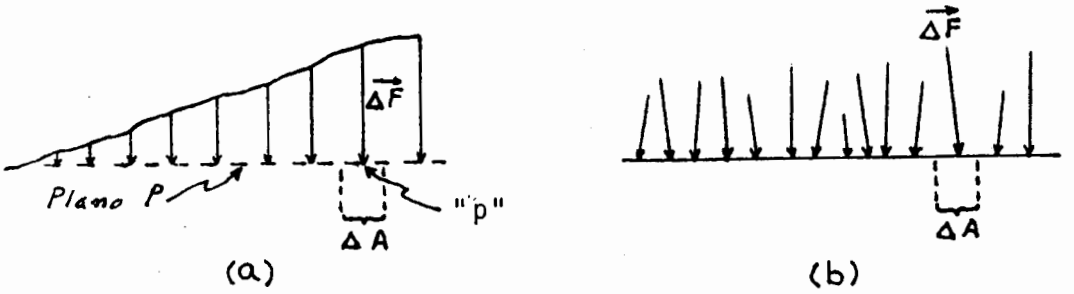


Figura 6

En cualquier pequeña parte del plano P (Fig. 6a), el esfuerzo aproximado a través de éste se puede representar como

$$\sigma = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

pero es obvio que σ tendrá diferentes valores para diferentes áreas del plano considerado. Por otro lado en un punto infinitesimalmente pequeño, "p", el esfuerzo a través del plano será

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} ,$$

o sea,

$$\sigma = \frac{dF}{dA} ,$$

lo cual define la magnitud del esfuerzo para el plano P en el punto "p". La ecuación anterior puede reescribirse como una ecuación vectorial:

$$\vec{\sigma} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta F}}{\Delta A} ,$$

ó,

$$\vec{\sigma} = \frac{\overrightarrow{dF}}{dA}$$

Por tanto, el esfuerzo a través de un plano puede ser completamente representado por un vector, VECTOR DE ESFUERZO, que tiene una magnitud igual a la razón de fuerza por área y una dirección paralela a la dirección de la fuerza a través del plano en cuestión (Fig. 7).

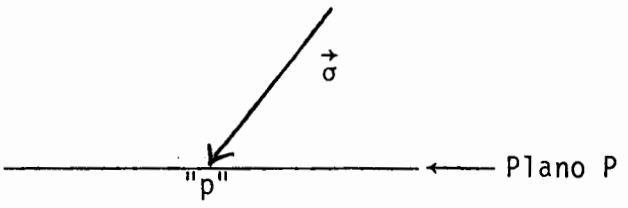


Figura 7. VECTOR DE ESFUERZO ($\vec{\sigma}$) ACTUANDO EN UN PUNTO "p" DE UN PLANO P.

Como cualquier vector, un vector de esfuerzo puede ser descompuesto en componentes paralelas a cualquier marco de referencia que sea conveniente. La Fig. 8 muestra un vector de esfuerzo ($\vec{\sigma}$) resuelto en sus componentes normal ($\overrightarrow{\sigma_n}$) y de cizalla ($\overrightarrow{\sigma_s}$), y en sus componentes $\overrightarrow{\sigma_x}$ y $\overrightarrow{\sigma_y}$ del sistema cartesiano X, Y.

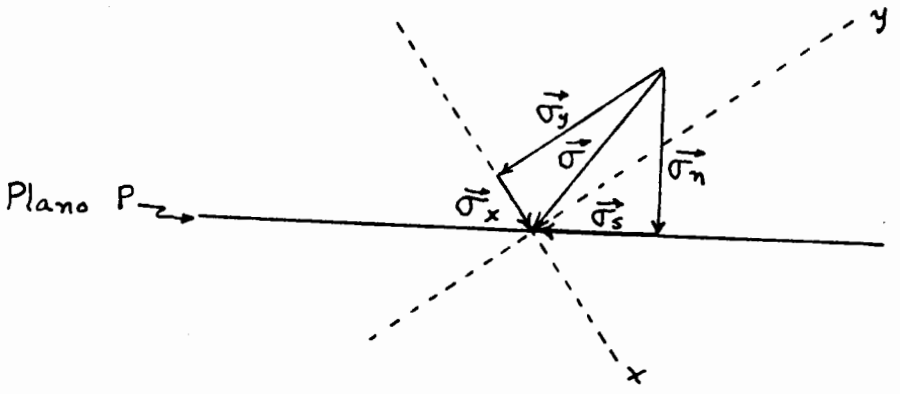


Figura 8

De esta manera, uno puede calcular en tres dimensiones la dirección en la que podría ocurrir un deslizamiento paralelo al eje "c" en el cristal de cuarzo de la Fig. 9 cuando éste se encuentra afectado por el vector de esfuerzo $\vec{\sigma}$.

$\vec{\sigma}_{sr}$ = Esfuerzo de Cizalla (en la dirección del eje "c" del cristal) necesario para producir un deslizamiento.

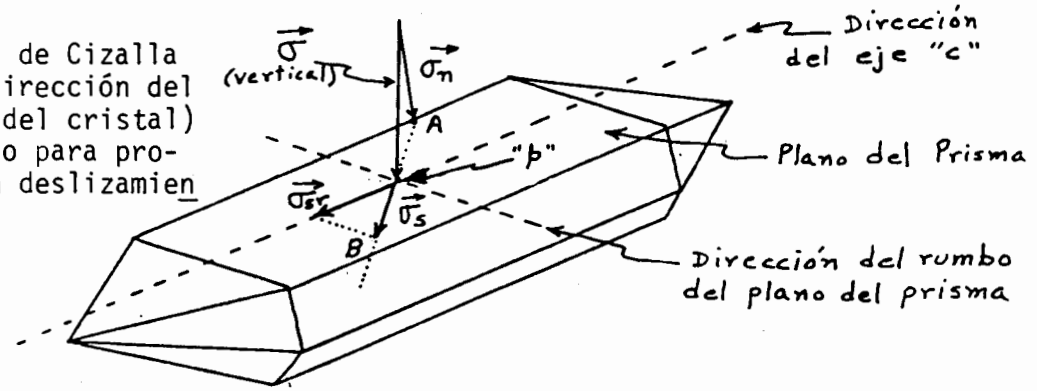


Figura 9

Por otro lado, es instructivo comparar el esfuerzo calculado por medio de la ecuación $\vec{\sigma} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$; $\vec{\sigma} = \frac{\vec{dF}}{dA}$, el esfuerzo nominal (asumiendo que las rocas son cuerpos aproximadamente continuos) y las condiciones de esfuerzo real que prevalecen en las rocas. Consideremos 1 cm^3 de arenisca, cargado con un peso de 1 kg (Fig. 10).

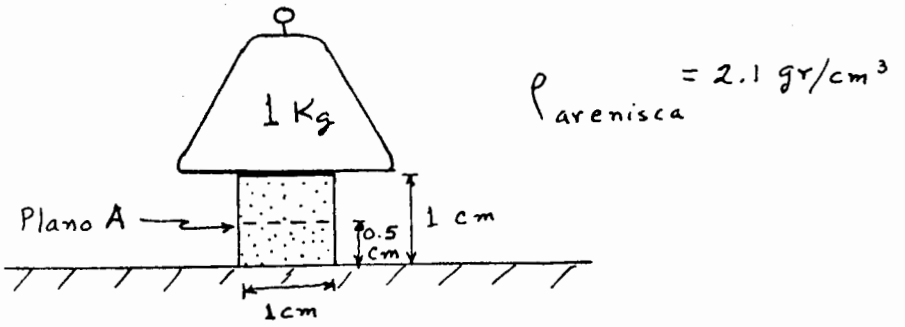


Figura 10

El esfuerzo nominal en el plano A se consideraría, despreciando la presión atmosférica):

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot v \cdot g}{A} = \frac{2.1(0.5 \times 1) \times 981}{1} = 1030\ g/cm^2 = .001\ kg/cm^2$$

Ahora bien, a nivel microscópico, la arenisca sufrirá diferentes esfuerzos en distintos lugares ya que habrá áreas de contacto entre granos que sufrirán CONCENTRACIONES DE ESFUERZOS y áreas de porosidad que serán regiones DEFICIENTES DE ESFUERZO (Fig. 11).

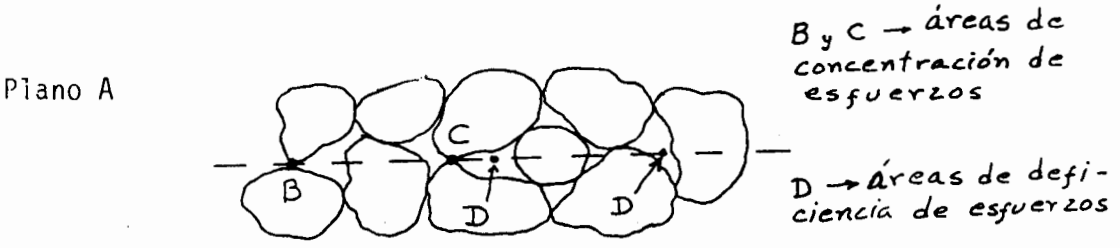


Figura 11. MICROESTRUCTURA DE LA ARENISCA DE LA FIGURA ANTERIOR.

Las Figs. 10 y 11 muestran cómo la escala a la cual se refiera un problema es sumamente importante para resolverlo, ya que puede ser muy simple (Fig. 10), o muy complicado y casi imposible (Fig. 11).

Algunas de las unidades más comúnmente usadas para medir esfuerzos son:

$\frac{\text{Dinas}}{\text{cm}^2}$, $\frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$, bars, kilobars, $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$, pascal, megapascal y gigapascal.

I-3. . Análisis de esfuerzo

Consideremos un pequeño cubo contenido en un gran volumen de roca sometida a deformación.

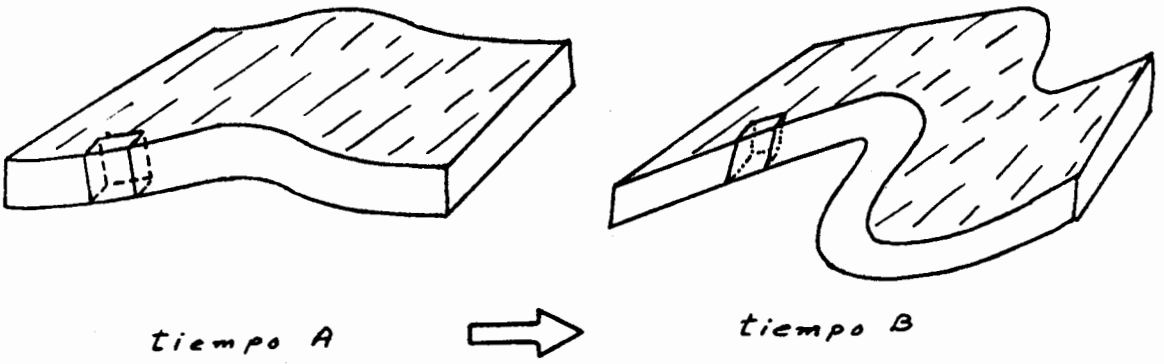


Figura 12

Este pequeño cubo está contenido dentro de un gran pliegue y sus seis caras están sujetas a presión por las partes adyacentes de la roca, por lo que existen *reacciones* (fuerzas) opuestas del cubo hacia las partes adyacentes de roca, además de la fuerza gravitacional. Por tanto, existe a través del cubo un sistema de fuerzas.

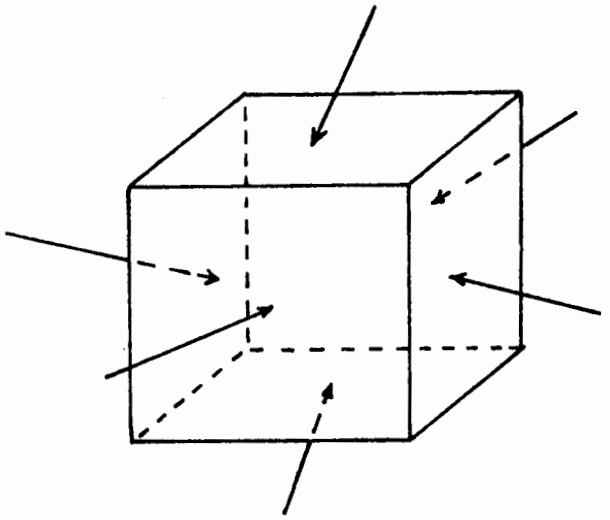


Figura 13

Algunas de estas fuerzas tienden a acelerar el cubo respecto a partes adyacentes de la masa de roca, mientras que otras (momentos) tienden a cambiar la velocidad angular del mismo. Sin embargo, bajo condiciones naturales, estas aceleraciones son de una magnitud muy pequeña. Al mismo tiempo, las fuerzas tienden a distorsionar la forma del cubo, de tal forma que a medida que el pliegue se desarrolla, cada pequeña porción de la masa rocosa cambia su forma a medida que *rota* y se *traslada* respecto a sus partes adyacentes.

La magnitud de las fuerzas que actúan sobre las caras del pequeño cubo para producir una determinada deformación depende del área de estas caras, de tal manera que si las caras del cubo son muy grandes se requerirá una fuerza mayor para producir un cambio de forma.

I-4. Componentes de esfuerzo y esfuerzo en un punto

Las fuerzas que actúan en cada una de las caras del cubo de la Fig. 13, pueden ser resueltas en componentes ortogonales, una normal y dos paralelas a cada cara (Fig. 14).

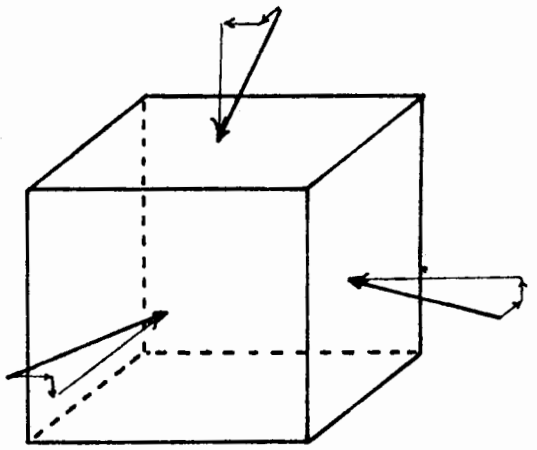


Figura 14

Si las magnitudes de cada una de estas tres componentes es dividida por el área de la cara del cubo, entonces encontramos las *magnitudes de las componentes de esfuerzo* (Fig. 15).

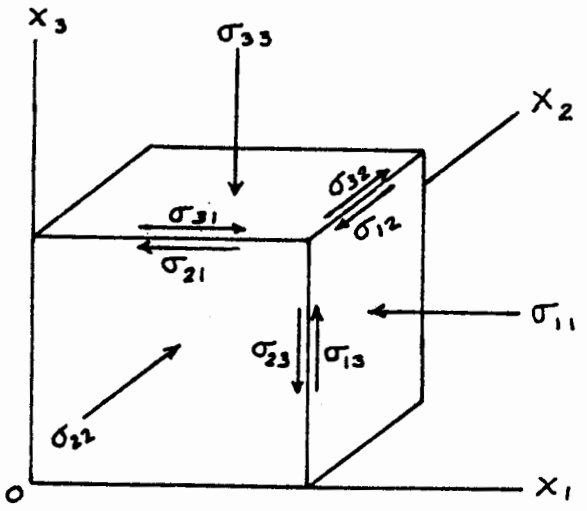


Figura 15

Usando los bordes del cubo como un sistema de coordenadas cartesianas (x_1, x_2, x_3) y empleando el símbolo σ_{ij} para denotar cuál componente actúa en la cara normal a x_i y en una dirección paralela a x_j, se puede nominar todas las componentes de esfuerzo (Fig. 15) y también arreglarlas de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

Así, σ_{13} es una componente de esfuerzo que actúa en la cara normal a x_1 y en la dirección de x_3.

Las componentes de esfuerzo con subíndices iguales (i=j) se conocen con el nombre de *esfuerzos normales;* mientras que aquellas en las que los subíndices son diferentes (i≠j) y que actúan paralelas a las caras del cubo se conocen con el nombre de *esfuerzos de cizalla.*

Los símbolos comunes en geología estructural para estos componentes de esfuerzo son:

- Esfuerzo normal $(\sigma_n)(\sigma)$
- Esfuerzo de cizalla $(\sigma_s)(\tau)$

El ejemplo ilustrado en la Fig. 12 puede complicarse por variaciones de las magnitudes y las direcciones de las fuerzas que actúan sobre cada cara del cubo, por lo que es conveniente considerar un cubo infinitesimalmente pequeño para evitar inhomogeneidades. Esto se puede lograr si ima-

ginamos que el cubo pequeño se reduce hasta ser un punto, con lo cual el *esfuerzo en un punto* puede definirse como el límite de la razón fuerza-área, cuando el área de cada cara del cubo tiende a cero:

$$\sigma_P = \lim_{A \to 0} \frac{F}{A} \longrightarrow \text{Esfuerzo en un punto}$$

Esta condición conduce a tres conclusiones importantes:

1. La distribución de fuerzas sobre cada cara se aproxima a la uniformidad.
2. Las fuerzas que actúan en caras opuestas se aproximan, una a otra, en magnitud y dirección.
3. Las fuerzas que son capaces de ejercer un torque en el cubo tienden a balancearse, a menos que la aceleración angular del cubo se vuelva infinita.

Todo esto implica que $\sigma_{12} = \sigma_{21}$, $\sigma_{23} = \sigma_{32}$ y $\sigma_{31} = \sigma_{13}$ en el límite y que un cubo infinitesimalmente pequeño podría tener esfuerzos que actúen sobre sus caras de la forma mostrada en la Fig. 16.

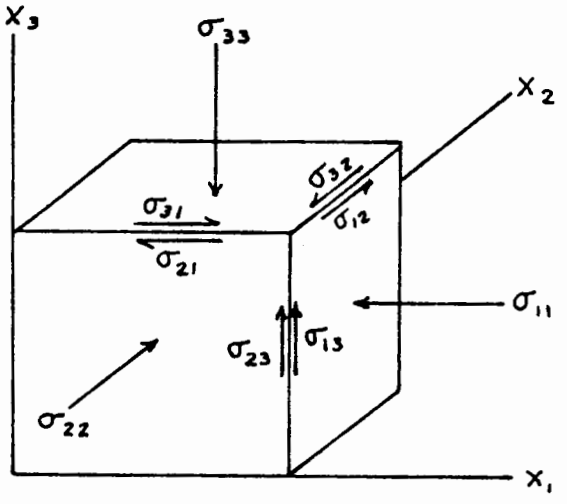


Figura 16

Cuando se considera un estado de esfuerzo en un punto que se aproxima a cero, las componentes de esfuerzo pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

Así, sólo existen seis componentes independientes de esfuerzo en un punto para cualquier material. Esto es cierto cuando el cuerpo se encuentra en reposo, o bien, cuando es acelerado y también si las fuerzas que actúan a través del cuerpo son uniformes o no lo son. Sin embargo, esto no es cierto si existe un torque sobre el cuerpo, lo cual es raro en situaciones geológicas, pero se puede presentar en cuerpos magnéticos debido a un campo magnético externo.

I-5. Elipse y Elipsoide de Esfuerzo, sus Ecuaciones y su Relación con los Esfuerzos Principales (σ_1, σ_2 y σ_3).

En cualquier punto "p" de un cuerpo de roca, existen un número infinito de planos "P" con diferentes orientaciones. Para cada uno de estos planos existen dos vectores de esfuerzo, paralelos y opuestos. Si dibujamos esta familia de vectores alrededor de "p", obtendremos un diagrama como el de la Fig. 17.

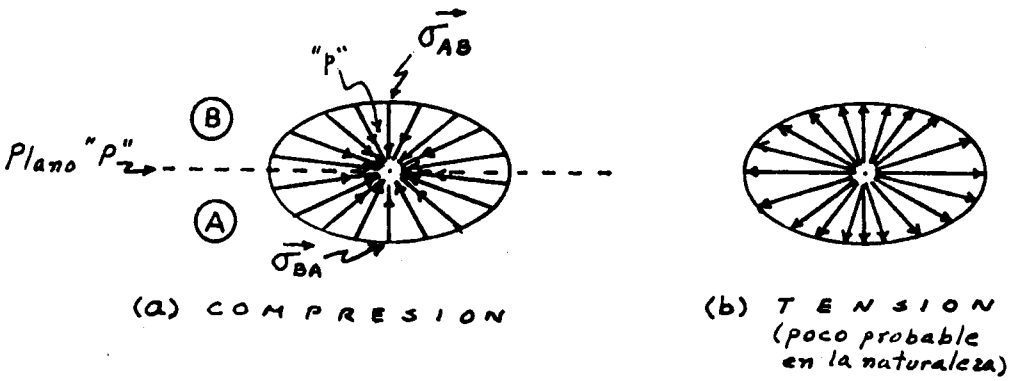


Figura 17

Si A y B son los materiales que se encuentran a cada lado del plano "P" (Fig. 17), existe un vector $\vec{\sigma}AB$ que representa la fuerza por unidad de área ejercida sobre A por B y que es igual y opuesto a $\vec{\sigma}BA$. La familia de todos los vectores alrededor del punto "p" del plano "P" configuran una elipse, la cual se denomina *elipse de esfuerzo*.

Es muy importante aclarar que la mayoría de los vectores asociados con la elipse de esfuerzo *no actúan sobre planos perpendiculares a su dirección*; es decir, no son esfuerzos normales. El siguiente ejemplo demuestra esta condición y muestra un método gráfico que puede ser usado para determinar el plano a través del cual cada vector de esfuerzo actúa.

Consideremos una elipse de esfuerzo en la que su eje mayor buza 50° al este y que el plano de la elipse sea vertical (Fig. 18).

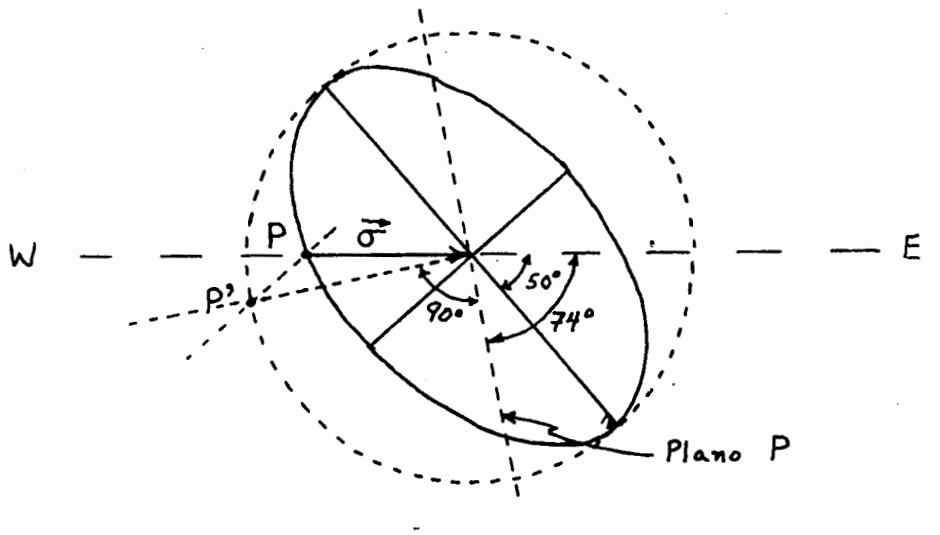


Figura 18

Consideremos algún vector de esfuerzo $\vec{\sigma}$ que no sea paralelo a los ejes mayor o menor de la elipse. Dibujemos el círculo concéntrico menor que circunscriba la elipse y una línea paralela al eje menor de la elipse que pasará por el punto P para intersectar el círculo en P'. Dibujemos una línea que una P' con el centro de la elipse. Esta línea será $\perp$ al plano P a través del cual $\vec{\sigma}$ actúa. De esta manera, se puede saber cuál es la inclinación del plano P (74° al E). Además, las componentes normal y de cizalla ($\vec{\sigma}_n$, $\vec{\sigma}_s$) de $\vec{\sigma}$ pueden también ser calculados (Fig. 19).

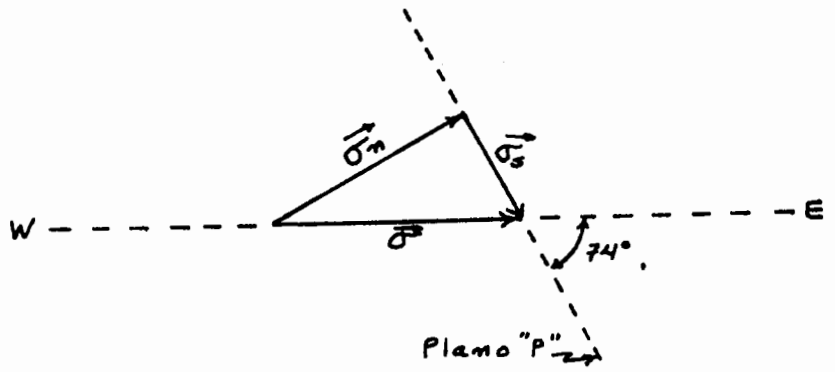


Figura 19

Se puede deducir de la Fig. 18 que existen cuatro vectores de esfuerzo que tienen componentes de cizalla de valor cero. Estos cuatro vectores de esfuerzo serían paralelos a los ejes mayor y menor de la elipse y actúan a través de planos perpendiculares a los ejes mayor y menor de la elipse. Estos cuatro vectores son los ESFUERZOS PRINCIPALES y se designan σ_1 (para el par con mayor magnitud) y σ_2 (para el par con menor longitud. Las direcciones de los esfuerzos principales se conocen como DIRECCIONES DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES y los planos normales a las direcciones de los esfuerzos principales son llamados PLANOS PRINCIPALES DE ESFUERZO. La característica distintiva de estos planos es que el esfuerzo de cizalla sobre ellos es cero (Fig. 20).

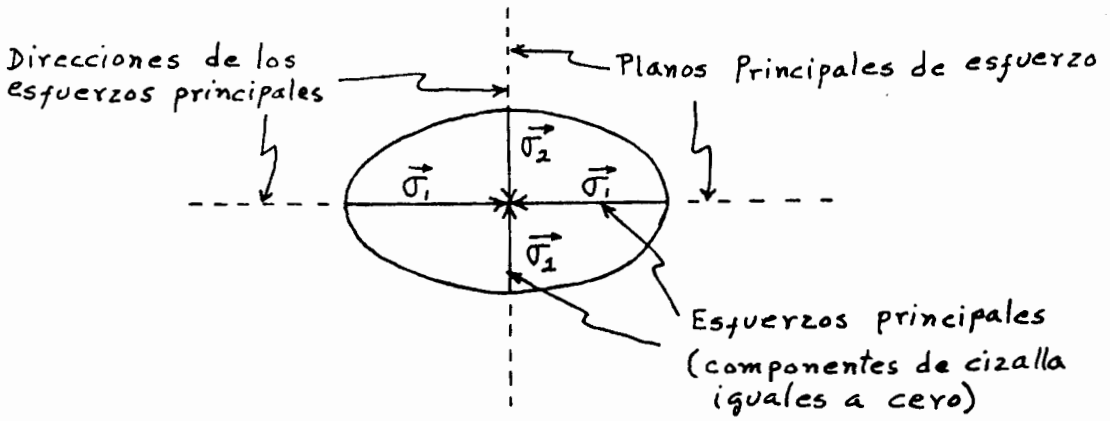


Figura 20

Estado de esfuerzo tridimensional

Los vectores de esfuerzo alrededor de un punto en tres dimensiones definen un elipsoide llamado ELIPSOIDE DE ESFUERZO, el cual es análogo a la elipse de esfuerzo pero éste tiene tres ejes ortogonales. Los tres esfuerzos principales se designan σ_1, σ_2 y σ_3 y sus magnitudes $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

La Fig. 21 muestra un corte de un elipsoide de deformación en donde $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

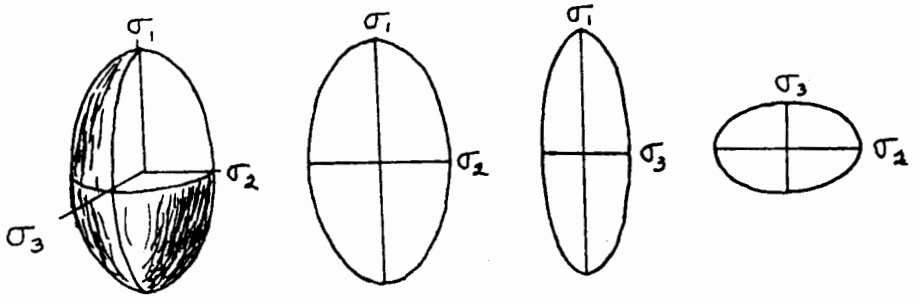


Figura 21

Clases de Estados de Esfuerzos

Los esfuerzos en un punto de una roca pueden ser clasificados, de acuerdo a la forma del elipsoide de esfuerzo en ese punto, como sigue:

- ESFUERZO TRIAXIAL.- Estado en el cual los tres esfuerzos principales son mayores que cero.
- ESFUERZO BIAXIAL.- Estado en el cual sólo dos de los esfuerzos principales son mayores que cero.
- ESFUERZO UNIAXIAL.- Estado en el cual sólo uno de los esfuerzos principales es diferente de cero.
- ESFUERZO HIDROSTATICO (PRESION HIDROSTATICA).- Estado en el cual $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. (El elipsoide en este caso es una esfera). Este tipo de esfuerzo sólo se manifiesta en fluidos.

NOTA IMPORTANTE

Es importante aclarar que la forma del elipsoide de esfuerzo sólo concierne a *magnitud vectorial de fuerzas* y no tiene nada que ver con distorsiones y/o deformaciones.

Cosenos Direccionales para un Plano "P" en un Sistema de Coordenadas X, Y

La Fig. 22 muestra un cubo (1 cm^3) de roca en la corteza que se encuentra localizado a una profundidad en que la presión litostática es 1 kilobar. El esfuerzo a través del lado izquierdo del cubo tiene una dirección horizontal y una magnitud de 1.5 kilobares. Supóngase que se quiere establecer la orientación de un plano "P" dentro del cubo. Esto se puede

hacer por medio de los *cosenos direccionales* ("l" y "m") de una línea normal a "P".

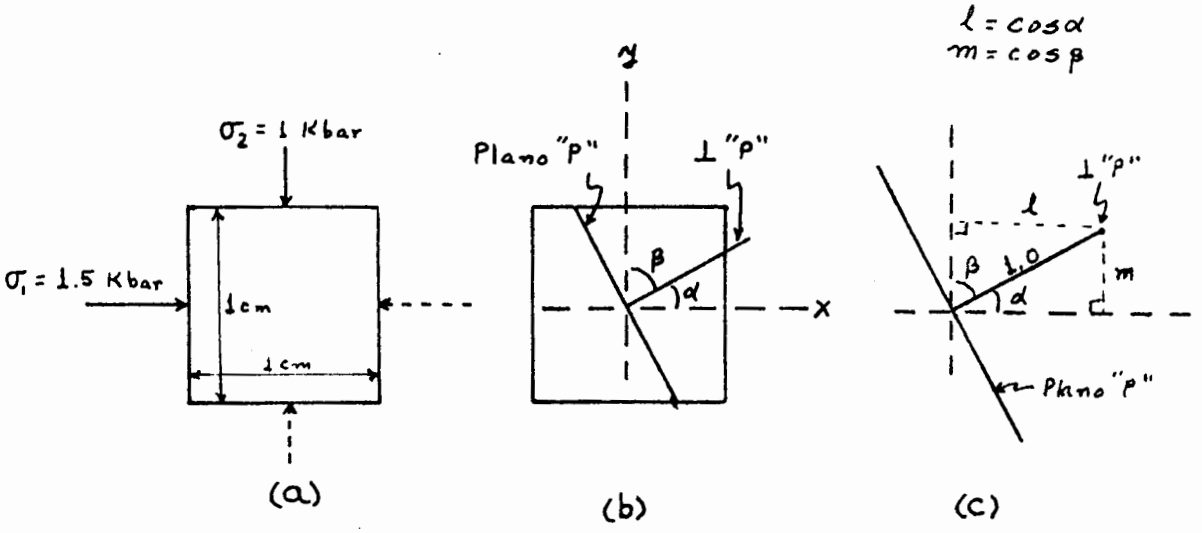


Figura 22

Los cosenos direccionales de una línea ($\perp$P) son los cosenos l,m de los ángulos α , β entre la línea y los ejes coordenados X, Y. Otra forma de expresar esto es: los cosenos direccionales de una línea a través del origen, son las coordenadas de un punto en la línea que está a una *distancia unitaria* (Fig. 22c) del origen.

Ahora bien, si consideramos un plano P_1 paralelo a la cima del cubo, y un plano P_2 paralelo a la cara derecha del cubo, los cosenos direccionales para estos planos (las $\perp$s a ellos) serían (Fig. 23):

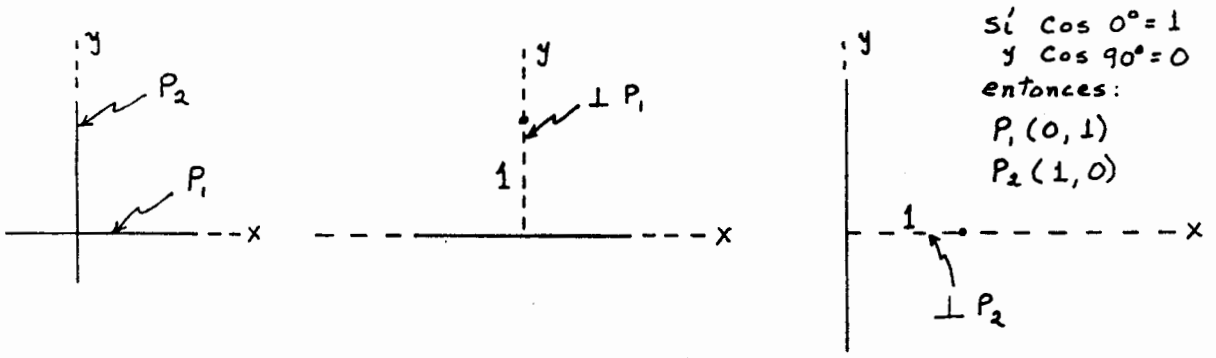


Figura 23

Supongamos que el plano "P" de la Fig. 22 buza 30° hacia el este. La normal a "P" forma un ángulo de 60° con el eje X y de 30° con el eje Y. Así, los cosenos direccionales de la normal al plano "P" (1,m) son respectivamente 0.5 y 0.866 (Fig. 24). Ahora bien, queremos encontrar las magnitudes de las componentes de esfuerzo "X" y "Z" (σ_x y σ_y) en el plano "P".

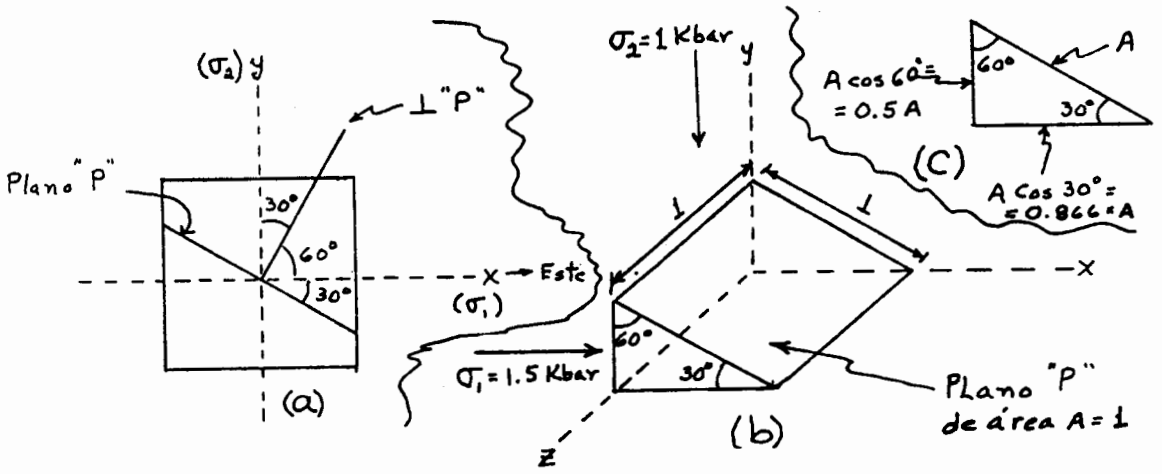


Figura 24

Tomemos un pequeño segmento de *área unitaria* "A" del plano "P" de la Fig. 22 , , como se muestra en la Fig. 24b. Si el área de la cara inclinada del prisma (Fig. 24b) es A, entonces el área de la superficie vertical será A cos 60° = 0.5 y el área de la superficie horizontal será A cos 30° = 0.866 (Fig. 24c).

Para encontrar los componentes de esfuerzo en P hay que considerar el balance de fuerzas en el prisma, asumiendo que si el cuerpo se encuentra en equilibrio, entonces la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él, en cualquier dirección, debe ser igual a cero.

Las ecuaciones que expresan esta igualdad de fuerzas son llamadas ECUACIONES DE EQUILIBRIO.

Fuerzas que empujan al prisma a la derecha	=	Fuerzas que empujan al prisma a la izquierda	------- (1)

Fuerzas que empujan al prisma hacia abajo	=	Fuerzas que empujan al prisma hacia arriba	------- (2)

Utilizando las ecuaciones de equilibrio (1) y (2), podemos encontrar las componentes σ_x y σ_y del esfuerzo total "σ" que actúa sobre el plano "P" (Fig. 25a).

$$1.5 \times 0.5 = \sigma_x \times 1 \; ; \quad \sigma_x = 0.75$$

$$1.0 \times 0.866 = \sigma_y \times 1 \; ; \quad \sigma_y = 0.866$$

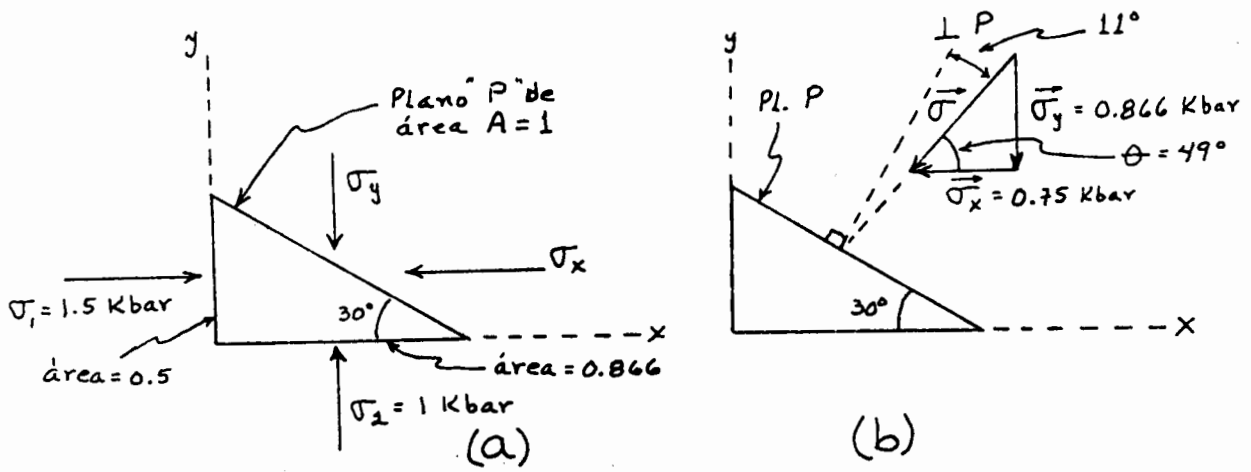


Figura 25

La magnitud total del esfuerzo "σ" que actúa sobre el plano "P" la podemos encontrar por medio del teorema de Pitágoras, que dice que en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del cuadrado de los catetos (Fig. 25b).

$$\sigma^2 = (0.75)^2 + (0.866)^2 \; ; \; \sigma = \sqrt{0.5625 + 0.749956} = \sqrt{1.312456}$$

$$\therefore \quad \sigma = 1.1457 \text{ Kbar}$$

La dirección del esfuerzo, o sea, el ángulo que forma éste con el eje de las X, puede ser encontrado por trigometría:

$$\text{Tan } \theta = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{0.866}{0.75} = 1.1547 \; ; \quad \theta = \text{ang tan } 1.1547 \; ; \quad \boxed{\theta = 49°}$$

Así, se puede saber que el ángulo entre el esfuerzo y el polo ($\perp$P) del plano "P" sobre el que actúa, es de 11° (Fig. 25b).

Consideremos una vez más un caso en el que los esfuerzos principales σ_1 y σ_2 son paralelos a X y Y, respectivamente. Un pequeño elemento del plano P de área A define un prisma con un lado vertical de área lA y un lado horizontal de área mA, en donde m y l son los cosenos direccionales de la normal a P (Fig. 26).

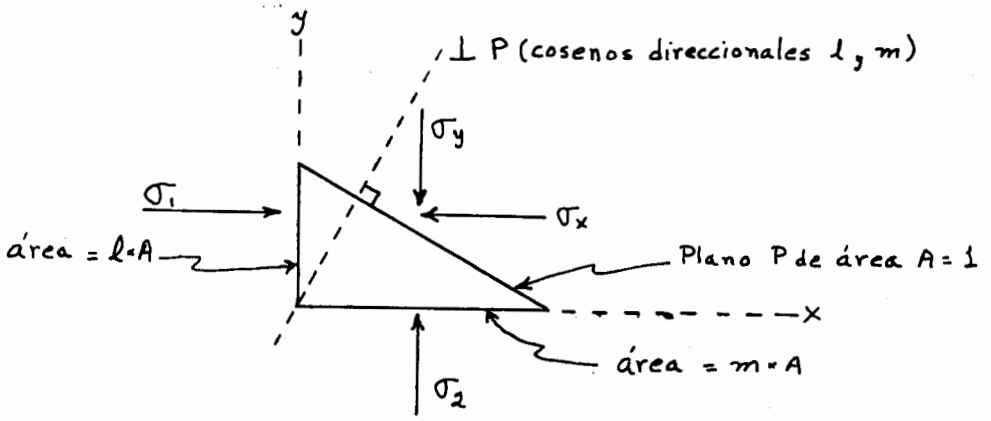


Figura 26

Por condiciones de equilibrio de fuerzas en la dirección del eje X, tenemos que

$$\sigma_1 \times lA = \sigma_x \times A \; ; \; \boxed{\sigma_x = \sigma_1 \times l} \quad \text{----------} \quad (a)$$

$$\sigma_2 \times mA = \sigma_y \times A \; ; \; \boxed{\sigma_y = \sigma_2 \times m} \quad \text{----------} \quad (b)$$

Estas dos ecuaciones, (a) y (b), son las componentes X y Y del esfuerzo en cualquier plano, cuya normal tiene a m y l como cosenos direcciona

les, cuando σ_1 y σ_2 son paralelos a los ejes X y Y, respectivamente.

De estas mismas ecuaciones, (a) y (b), podemos despejar los cosenos direccionales.

$$l = \sigma_x/\sigma_1 \qquad y \qquad m = \sigma_y/\sigma_2$$

y por medio del teorema de Pitágoras sabemos que

$$l^2 + m^2 = 1^2$$

de donde

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_1^2} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_2^2} = 1$$

Ecuación de una elipse de esfuerzo con centro en el origen.

Esta es la ecuación de una elipse con centro en el origen y con sus ejes mayor y menor paralelos a los ejes X y Y, respectivamente. Un punto cualquiera "P" de la elipse tendrá unas coordenadas X, Y, que serán iguales *en magnitud* a las componentes $\vec{\sigma}_x$ y $\vec{\sigma}_y$ de un vector de esfuerzo $\vec{\sigma}$ cuya magnitud es igual a la distancia entre el centro de la elipse y el punto "p" (Fig. 27).

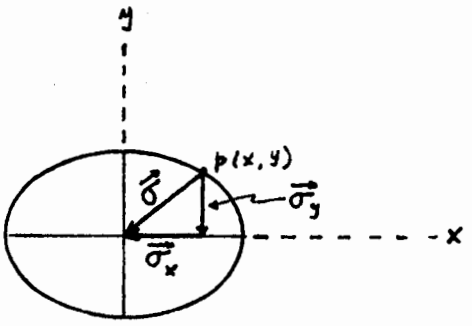


Figura 27

Por un procedimiento similar se puede deducir la ecuación del elipsoide de esfuerzos, solamente incluyendo en los cálculos tres cosenos direccionales (l, m, n) de un polo de un plano, con respecto a tres ejes ortogonales coordenados. Esta ecuación es:

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_1^2} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_2^2} + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_3^2} = 1$$

Ecuación del elipsoide de esfuerzo con centro en el origen

I-6. Círculo de Mohr para Esfuerzo

El elipsoide de esfuerzo es útil para visualizar las orientaciones y las magnitudes relativas de los esfuerzos principales en un punto, pero no es muy conveniente para mostrar las relaciones entre la orientación de un plano y las magnitudes de los esfuerzos normales y de cizalla que actúan sobre éste. Por esto es conveniente el diagrama gráfico conocido como *Círculo de Mohr*. Este tipo de diagrama es importante porque las componentes normal y de cizalla de un esfuerzo sobre un plano, juegan un papel muy importante en las teorías del desarrollo de estructuras planares como fallas, juntas y redes de deformación (*deformation lamellae*) en cristales.

Consideremos un elemento prismático que se encuentra limitado por planos paralelos a las direcciones σ_1 y σ_2 y por un plano "P" con una normal inclinada θ grados de la dirección σ_1 (Fig. 28).

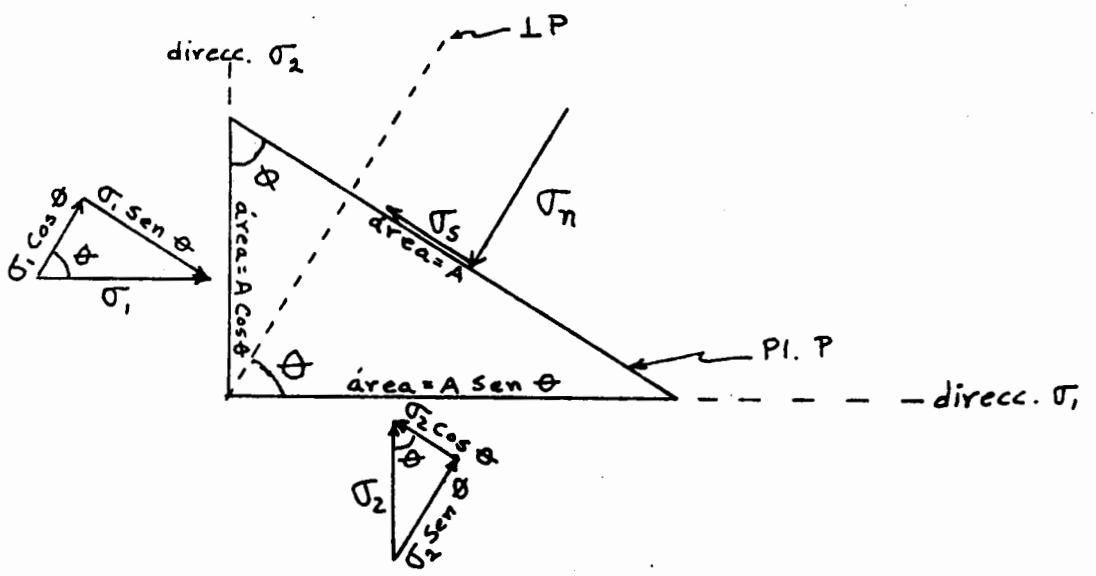


Figura 28

Considerando condiciones de equilibrio para el prisma tenemos que la suma de fuerzas (en una dirección paralela a "P") en éste debe ser igual a cero, entonces:

$$\sigma_s \times (A) + \sigma_2 \text{ Cos } \theta \text{ (A Sen } \theta) = \sigma_1 \text{ Sen } \theta \text{ (A Cos } \theta)$$

de donde:

$$\sigma_s = (\sigma_1 - \sigma_2) \text{ (Sen } \theta \text{ Cos } \theta)$$

De la misma manera, las condiciones de equilibrio en una dirección paralela a la normal a P será:

$$\sigma_n(A) = \sigma_1 \text{ Cos } \theta \text{ (A Cos } \theta) + \sigma_2 \text{ Sen } \theta \text{ (A Sen } \theta)$$

de donde:

$$\sigma_n = \sigma_1 \text{ Cos}^2\theta + \sigma_2 \text{ Sen}^2\theta$$

Usando las identidades trigonométricas:

$$\text{Sen } \theta \text{ Cos } \theta = \frac{1}{2} \text{ Sen } 2\theta$$

$$\text{Cos}^2\theta = \frac{1}{2} (1 + \text{Cos } 2\theta)$$

$$\text{Sen}^2\theta = \frac{1}{2} (1 - \text{Cos } 2\theta)$$

y sustituyéndolas en las ecuaciones 1 y 2 tenemos que

$$\boxed{\sigma_s = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \text{ Sen } 2\theta}$$

Ecuación para el Esfuerzo de Cizalla

$$\boxed{\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \text{ Cos } 2\theta}$$

Ecuación para el Esfuerzo Normal

Con estas ecuaciones podemos finalmente calcular el esfuerzo de cizalla y el esfuerzo normal sobre cualquier plano, si conocemos los esfuerzos principales (σ_1 y σ_2) y el ángulo θ que forman la normal al plano y el mayor esfuerzo principal σ_1. Con estas ecuaciones también podemos construir el diagrama del círculo de Mohr (Fig. 29).

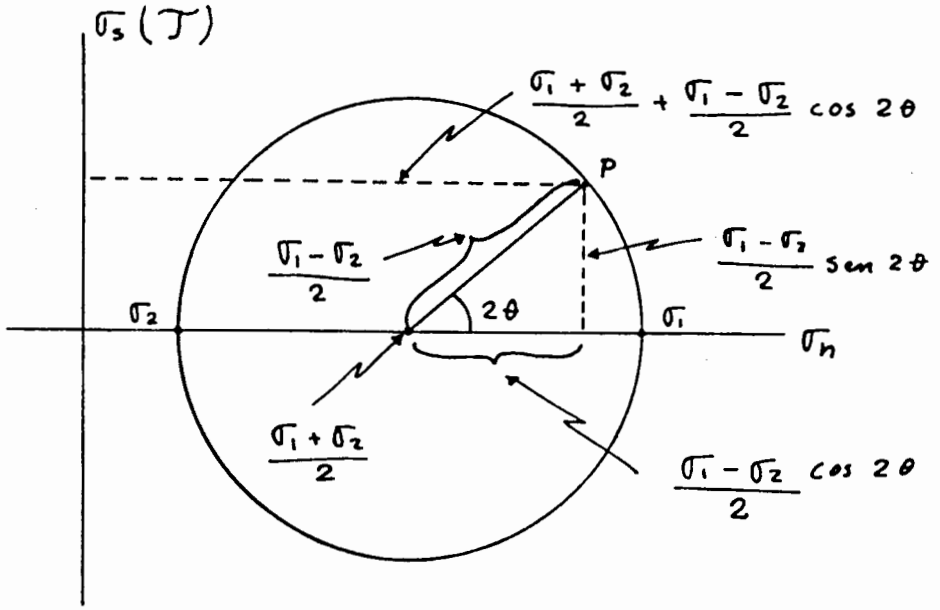


Figura 29

En el diagrama del círculo de Mohr para el esfuerzo, los ejes coordenados son graduados en unidades de esfuerzo (bars, pascales, kg/cm^2, etc.), conservando la misma escala para ambos ejes. Los puntos localizados en el eje horizontal σ_n, son siempre correspondientes a los valores de los esfuerzos principales (σ_1 y σ_2). El círculo es entonces dibujado localizando su centro en el eje σ_n, a una distancia del origen igual a $\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}$ (v. Fig. 29).

Un punto P en el círculo es conectado con el centro de éste por medio de una línea que tiene una inclinación $2\theta°$ con respecto al eje σ_n. Así se puede observar que las coordenadas del punto P son exactamente las funciones derivadas para el esfuerzo normal y el esfuerzo de cizalla.

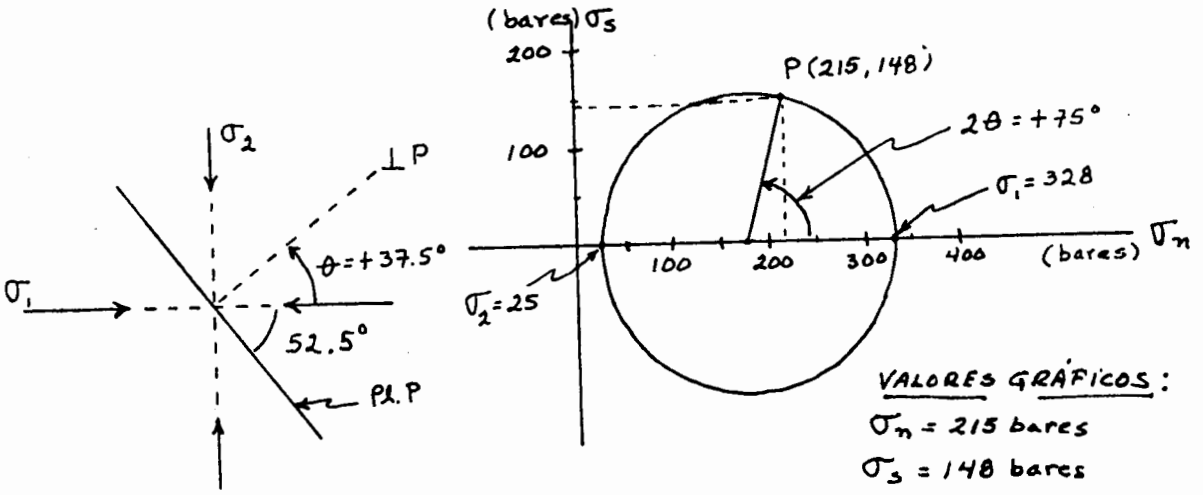
$$\sigma_n = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2} \text{Cos } 2\theta$$

$$\sigma_s = \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2} \text{Sen } 2\theta$$

Entonces se puede concluir que cualquier punto P en el círculo tiene coordenadas σ_n, σ_s iguales a las componentes normal y de cizalla de un vector de esfuerzo que actúa sobre algún plano en particular. Así podemos deducir que el círculo de este diagrama contiene un número infinito de puntos que representan los esfuerzos que actúan sobre planos con todas las inclinaciones posibles, o sea, todos los posibles valores de 2θ. Este círculo representa el estado bidimensional de esfuerzo en un plano de un cuerpo.

Ejemplo: Utilizando el círculo de Mohr, encontrar los valores de los esfuerzos normal y de cizalla en un plano que buza 52.5° con respecto a la dirección del esfuerzo principal mayor.

σ_1 = 328 bares; σ_2 = 25 bares; θ = 37.5°; 2θ = 75°.



Estos resultados pueden ser verificados usando las fórmulas:

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2} \text{ Cos } 2\theta =$$

$$= \frac{328 + 25}{2} + \frac{328 - 25}{2} \text{ Cos } 75° = 176.5 + 151.5\ (0.2588) =$$

$$= 176.5 + 39.2 = 215.7 \text{ bares.}$$

$$\sigma_s = \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2} \text{ Sen } 2\theta = 151.5\ (0.9659) = 146.3 \text{ bares}$$

Ejemplo: Encontrar los esfuerzos normal y de cizalla en un plano de falla con un rumbo N-S y un echado de 80° al E. Supóngase que σ_1=30 Mpa, es horizontal y que su dirección es E-W; σ_2 = 10 Mpa y es vertical.

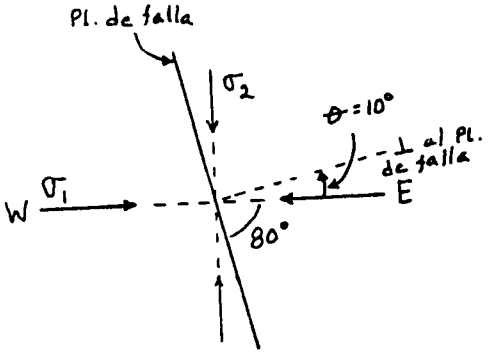
$$\sigma_n = \frac{30 + 10}{2} + \frac{30 - 10}{2} \text{ Cos } 20° =$$

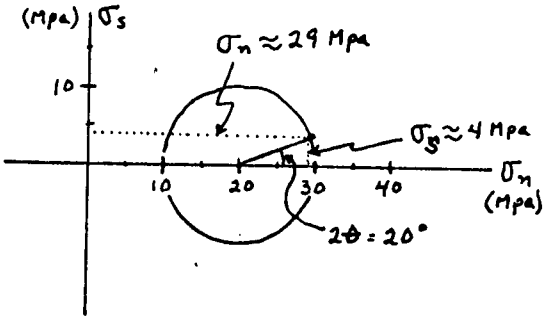
$$= 20 + 10\ (0.9397) = 20 + 9.4$$

$$\therefore \quad \boxed{\sigma_n = 29.4 \text{ Mpa}}$$

$$\sigma_s = \frac{30 - 10}{2} \text{ Sen } 20° = 10\ (0.3420)$$

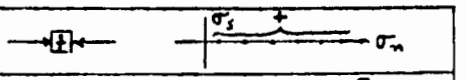
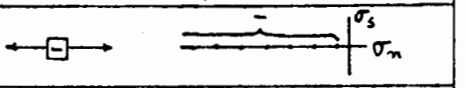
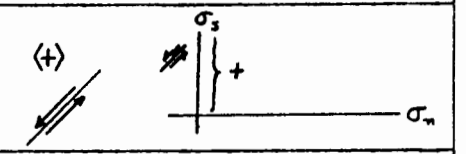
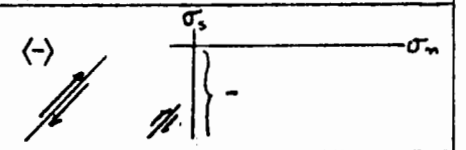
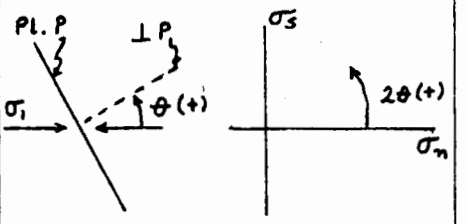
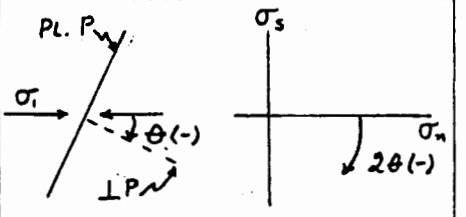
$$\therefore \boxed{\sigma_s = 3.4 \text{ Mpa}}$$





I-7. Signos para el diagrama de Mohr

Varias convenciones son usadas para el círculo de Mohr. La convención que será utilizada en este curso es la siguiente (Fig. 30):

- Esfuerzos normales compresivos (positivo)	
- Esfuerzos normales de tensión (negativo)	
- Esfuerzos de cizalla representados por pares izquierdos de desplazamiento lateral ---------- (positivo)	
- Esfuerzos de cizalla representados por pares derechos de desplazamiento lateral ---------- (negativos)	
- Angulos 2θ medidos en sentido contrario de las manecillas del reloj, con respecto a la dirección de σ_1 , serán medidos en sentido contrario de las manecillas del reloj con respecto al lado positivo del eje σ_n en el círculo de Mohr.	
- Angulos 2θ medidos en sentido de las manecillas del reloj con respecto a la dirección de σ_1 , serán medidas en sentido de las manecillas del reloj con respecto al lado positivo del eje σ_n en el círculo de Mohr.	

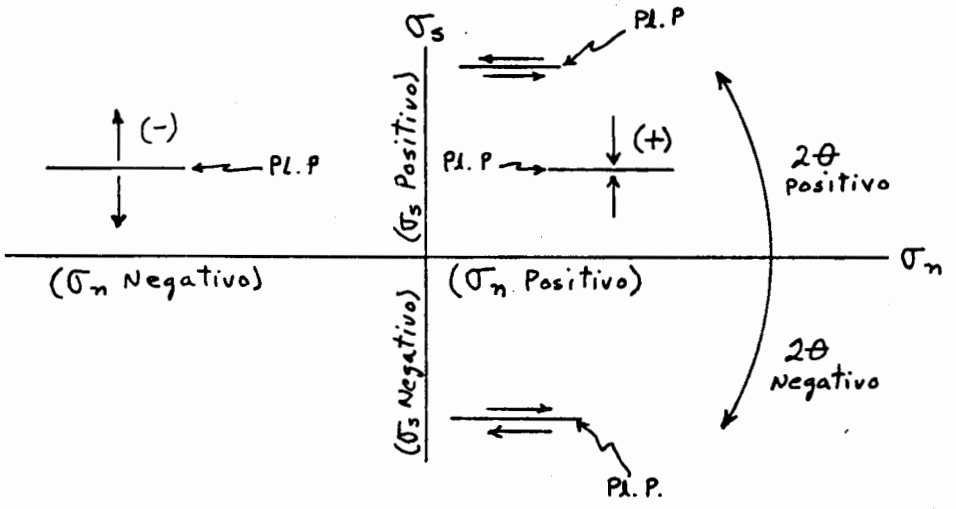


Figura 30

Es importante aclarar que las mediciones de θ siempre se obtienen con respecto a la NORMAL al plano sobre el que se desea conocer σ_n y σ_s y siempre también, con respecto a la dirección del esfuerzo principal mayor (σ_1).

Dependencia del Esfuerzo de Cizalla con Respecto a θ

El círculo de Mohr permite demostrar simplemente como σ_s es dependiente de θ, σ_1 y σ_2. Para cualquier estado de esfuerzo es evidente que la magnitud absoluta del esfuerzo de cizalla (σ_s) *será máxima solamente en dos planos perpendiculares entre sí, que están orientados a* $\pm\ \theta = 45°$ *con respecto a* σ_1. Estas magnitudes absolutas de los MAXIMOS ESFUERZOS DE CIZALLA serán siempre iguales al radio del círculo de esfuerzo $(\sigma_1-\sigma_2)/2$.

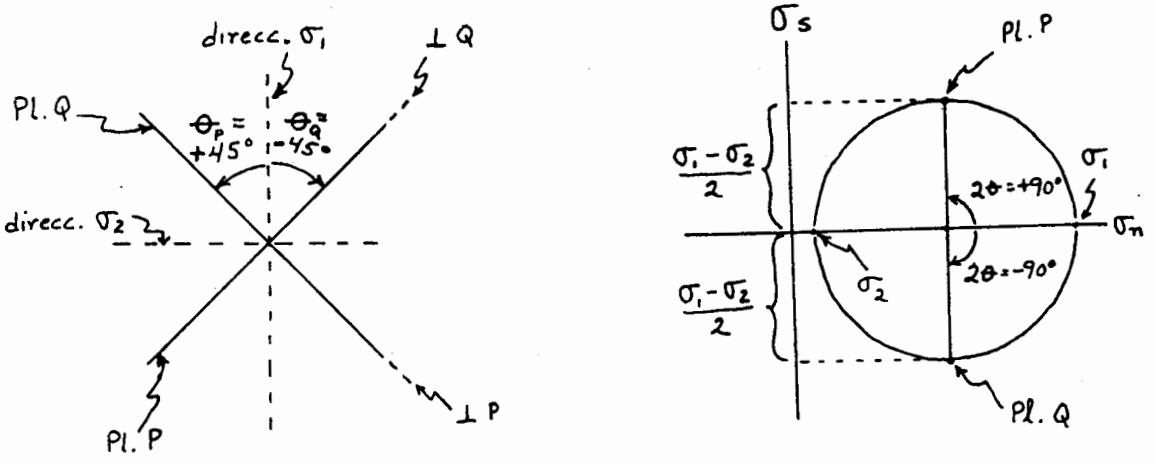


Figura 31

I-8. Círculo de Mohr para planos perpendiculares entre sí

Para cualquier par de planos perpendiculares entre sí, los puntos en el diagrama del círculo de Mohr siempre se localizarán en los extremos opuestos del diámetro del círculo (Fig. 32).

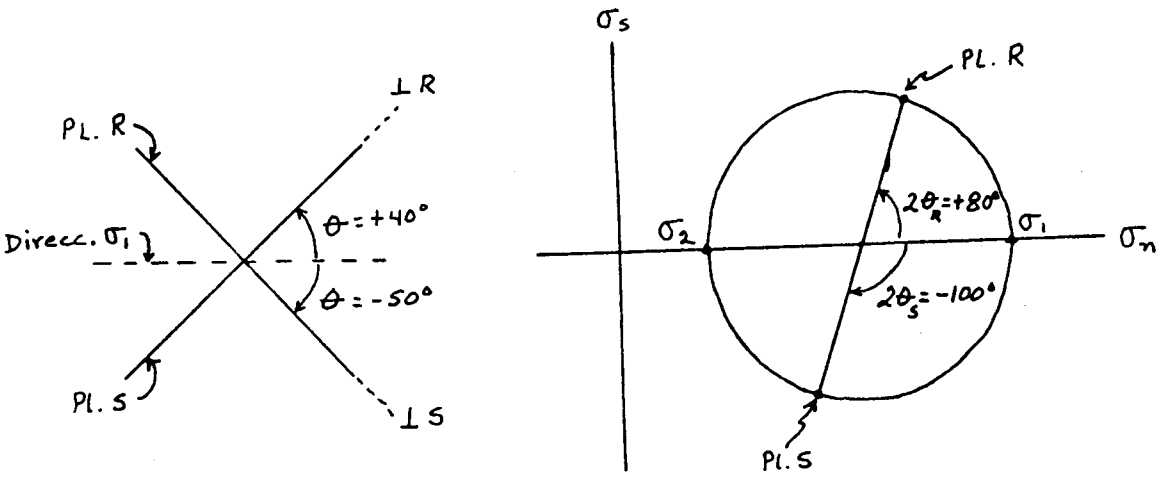


Figura 32

I-9. Construcción auxiliar en la visualización del círculo de Mohr

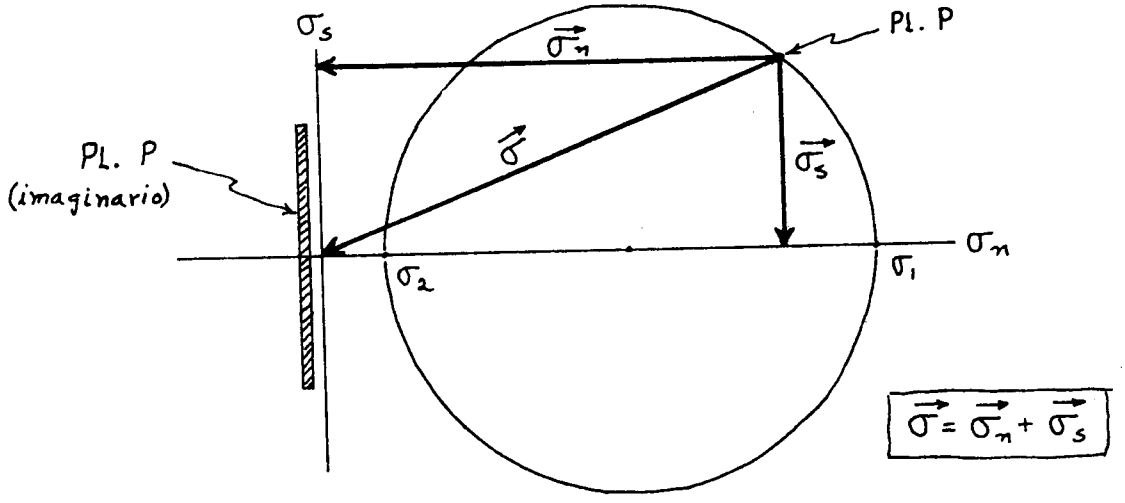


Figura 33

Esta construcción representa lo que sería la suma de los vectores $\vec{\sigma}_n$ y $\vec{\sigma}_s$ y su resultado $\vec{\sigma}$, o sea el *esfuerzo* sobre el plano P directamente en el diagrama de Mohr. Si se sabe que las coordenadas del punto P en el círculo de Mohr son iguales que las magnitudes de los esfuerzos normal (σ_n) y de cizalla (σ_s), entonces, la suma de estos vectores ($\vec{\sigma}_n$ y $\vec{\sigma}_s$) debe ser igual al esfuerzo total ($\vec{\sigma}$) que está actuando sobre el plano P, o sea, igual en magnitud a la longitud del vector que une el punto P y el origen del diagrama. El ángulo entre $\vec{\sigma}$ y la normal al plano P en esta construcción, será siempre igual al ángulo entre $\vec{\sigma}$ y el eje σ_n del diagrama. De esta manera, el eje σ_s del diagrama puede ser comparado con la orientación de la traza del plano P, a pesar de que ESTE PLANO NO EXISTE REALMENTE EN EL ESPACIO σ_n, σ_s del DIAGRAMA DE MOHR.

I-10. Clases de Esfuerzos

El estado *bidimensional* de esfuerzo *en un punto* puede ser clasificado, según el círculo de Mohr, como sigue:

TENSION HIDROSTATICA.- El esfuerzo que actúa sobre todos los planos es de tensión e igual entre sí. No hay esfuerzos de cizalla. Poco probable en la Tierra.

TENSION GENERAL.- Los esfuerzos principales son de tensión. Es posible a profundidades someras en la Tierra.

TENSION UNIAXIAL.- Sólo uno de los esfuerzos principales es diferente de cero y es de tensión. Posible en la Tierra.

ESFUERZO DE CIZALLA PURA (PURE SHEAR).- Caso especial de tensión y compresión en donde $\sigma_1 = \sigma_2$. Muy común en la Tierra.

COMPRESION UNIAXIAL.- Sólo uno de los esfuerzos principales es diferente de cero y es compresivo. Muy común en la Tierra.

COMPRESION GENERAL.- Los dos esfuerzos principales son compresivos. Muy común en la Tierra. En tres dimensiones este estado de esfuerzo se conoce como COMPRESION TRIAXIAL.

COMPRESION HIDROSTATICA.- Los dos esfuerzos principales son compresivos e iguales. No hay esfuerzos de cizalla. En tres dimensiones se le conoce como *Presión Hidrostática*. Posible en la Tierra, especialmente a grandes profundidades.

I-11. Círculo de Mohr para el Esfuerzo en Tres Dimensiones

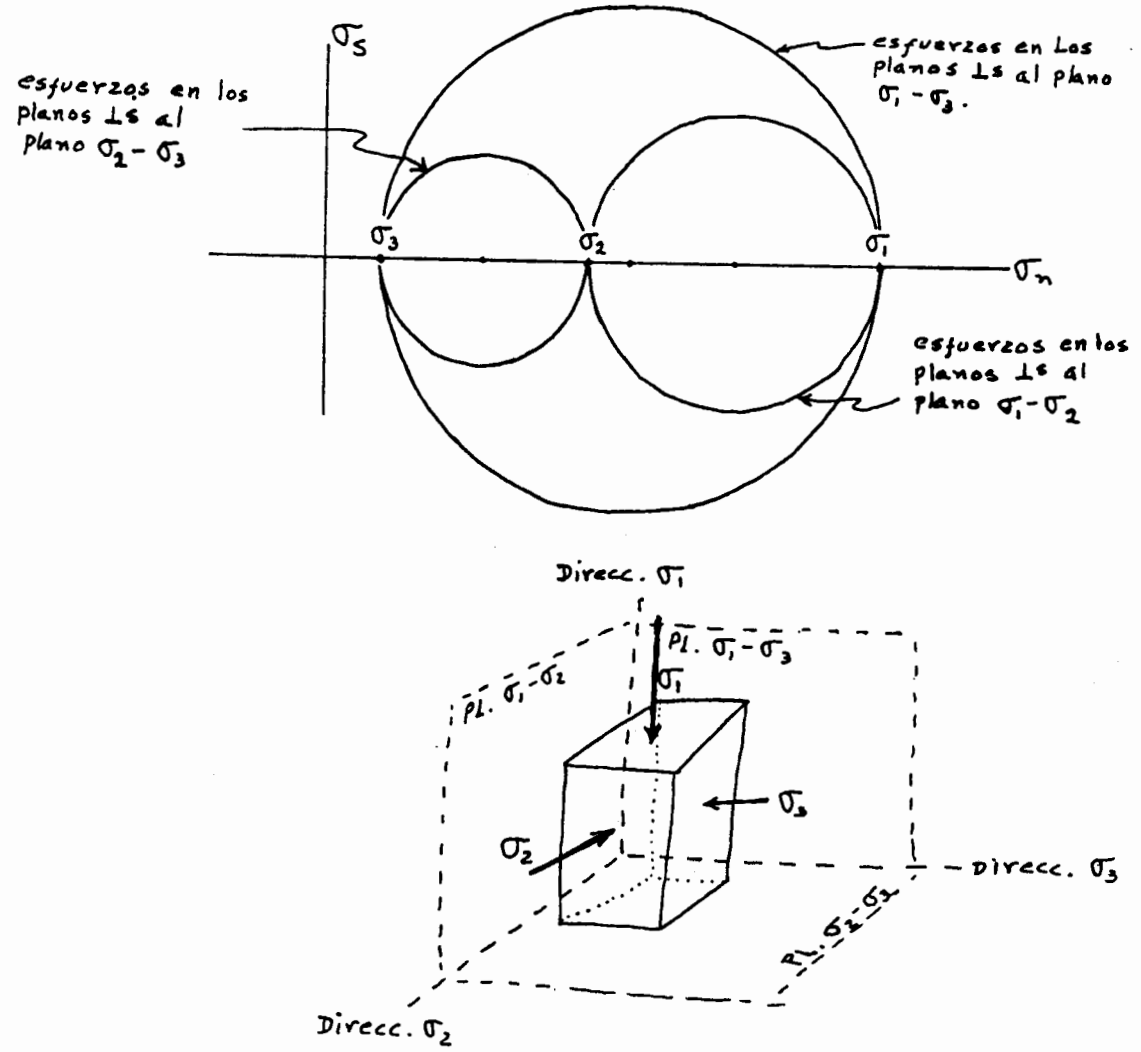


Figura 34. . CIRCULOS DE MOHR REPRESENTANDO UN ESTADO TRIDIMENSIONAL DE ESFUERZOS EN EL CUAL $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. EL CIRCULO MAYOR REPRESENTA LOS ESFUERZOS EN LOS PLANOS PERPENDICULARES AL PLANO FORMADO POR σ_1 Y σ_3 . LOS CIRCULOS INTERMEDIO Y MENOR, REPRESENTAN RESPECTIVAMENTE, LOS ESFUERZOS PERPENDICULARES A LOS PLANOS FORMADOS POR σ_1, σ_2 Y POR σ_2, σ_3.

I-12. Esfuerzo Principal (MEAN STRESS) y Esfuerzo Deviatórico (DEVIATORIC STRESS)

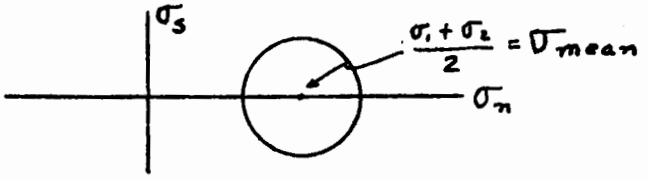
Cualquier estado de esfuerzo, bidimensional o tridimensional, puede ser resuelto en dos partes llamadas Esfuerzo Principal (Mean Stress) y Esfuerzo Deviatórico (Deviatoric Stress). El esfuerzo principal se define simplemente como el promedio de los esfuerzos principales ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$). En dos dimensiones sería:

$$\sigma_{mean} = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2} \qquad \text{ESFUERZO PRINCIPAL (MEAN STRESS)}$$

y en tres dimensiones sería:

$$\sigma_{mean} = \frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}$$

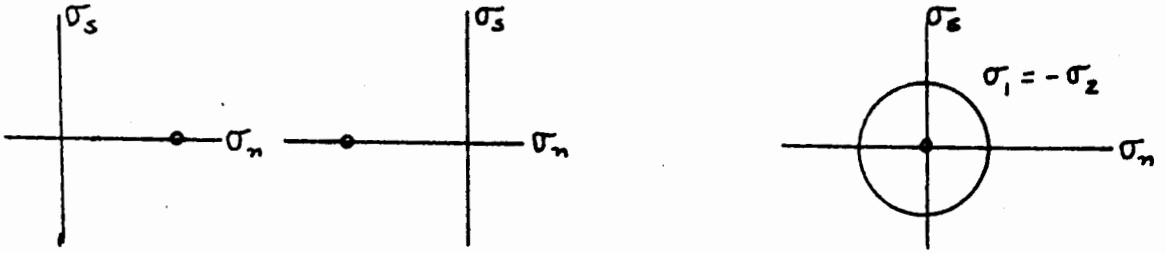
En el círculo de Mohr, se puede observar que el esfuerzo principal (σ_{mean}) siempre estará situado en el centro del círculo



Si conocemos el esfuerzo principal (Mean), podemos localizar el centro del círculo de Mohr, pero no podemos saber su diámetro. Para conocer su diámetro, debemos conocer *la diferencia entre los esfuerzos principales* σ_1 y σ_2 ($\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}$) ESFUERZO DEVIATORICO. Esto nos da una medida de la cantidad máxima por medio de la cual los esfuerzos normales en planos individuales difieren de, o se desvían de, los esfuerzos principales. Esto también nos da una medida de la cantidad máxima por medio de la cual los esfuerzos de cizalla en cada plano se desvían de cero (los esfuerzos de cizalla en los planos principales). Así, para conocer el estado completo de esfuerzo en

un punto, necesitamos conocer el esfuerzo principal (mean) y el esfuerzo deviatórico. Ambas cantidades deben ser consideradas como *estados de esfuerzos en un punto*, ya que no son vectores que actúan sobre un plano solamente.

En dos dimensiones, el *esfuerzo principal (mean)* es un estado de compresión o tensión hidrostática y el *esfuerzo deviatórico* es un esfuerzo de cizalla pura (pure shear).



ESFUERZO PRINCIPAL (MEAN) ESFUERZO DEVIATORICO

Figura 35

Las contribuciones de los esfuerzos principal (mean) y deviatórico al esfuerzo total sobre cada plano pueden también ser observadas en las ecuaciones.

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2} \text{ Cos } 2\theta \text{ - - - - - } 1$$

$$\sigma_s = \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2} \text{ Sen } 2\theta \text{ - - - - - - - - } 2$$

En la ecuación **1** se observa que el esfuerzo de cizalla es independiente del esfuerzo principal (mean), pero que depende enteramente del esfuerzo deviatórico. Por otro lado, en la ecuación **1** , el primer término es la magnitud del esfuerzo principal (mean) y el segundo término es una contribución adicional hecha por el esfuerzo deviatórico.

EJERCICIOS PARA EL CAPITULO

1. Calcule la fuerza vertical (hacia arriba) en la base de un continente que tiene un espesor de 30 km, un área de 3×10^7 km^2 y una densidad media de 2.85 g/cm^3. Proporcione el resultado en dinas.

2. Graficar la presión litostática (por m^2) ejercida sobre planos horizontales separados a cada 500 m, por una columna de cuarcita con una densidad media de 2.6 g/cm^3, desde la superficie terrestre hasta una profundidad de 5 km. Calibrar el eje vertical en km y los ejes horizontales en kilobares y megapascales.

3. Con los datos del problema 1, calcule el esfuerzo sobre la base del mismo continente, pero para un área de 3×10^9 km^2. Proporcione los resultados en kilobares, megapascales y gigapascales.

4. Deduzca las ecuaciones que relacionan las magnitudes de la fuerza normal ($\vec{F}_n$) y de cizalla ($\vec{F}_s$), con la magnitud de la fuerza total ($\vec{F}$) y el ángulo θ, medido entre F y la normal al plano sobre el cual F está actuando.

5. Dibuje un vector de esfuerzo de 10 kbares de magnitud, inclinado 65° con respecto a la normal al plano P. Construya gráficamente las componentes normal y de cizalla y dé sus magnitudes. Deduzca las fórmulas que relacionan al esfuerzo total y al ángulo θ (medido entre el esfuerzo total y la normal a P) con las componentes de esfuerzo normal y de cizalla.

6. Dibuje un diagrama de los siguientes elipsoides de esfuerzo: triaxial, biaxial, uniaxial e hidrostático. Indique los esfuerzos principales en cada caso.

7. Deduzca los cosenos direccionales (l, m) de la normal a un plano cuando éste es:

   a) Perpendicular al eje X

   b) Perpendicular al eje Y

   c) Perpendicular al plano X, y

   d) Inclinado 45° con respecto al eje X

8. Trace una elipse cuyo eje mayor tenga una longitud de 5 cm y cuyo eje menor tenga una longitud de 3 cm. El eje mayor se encuentra inclinado 50° hacia el E, con respecto a una línea horizontal W-E. Encuentre el plano sobre el cual un vector de esfuerzo vertical está actuando, en este estado particular de esfuerzo.

PROCEDIMIENTO:

1. Trace un círculo concéntrico y de diámetro igual al eje mayor de la elipse.
2. Trace el vector vertical σ .
3. Trace por los puntos (a) y (b) paralelas al eje menor de la elipse.
4. Una los puntos (c) y (d). La línea resultante será *normal* al plano sobre el que está actuando el esfuerzo.

9. Encontrar el esfuerzo normal y el esfuerzo de cizalla en un plano de falla con rumbo E-W y buzamiento de 60° al N. σ_1 = 3 kbar está orientado N-S y es horizontal, mientras que σ_2 = 1 kbar y es vertical. Utilice el círculo de Mohr y diga si la falla es normal o inversa.

10. Encontrar el esfuerzo total, el esfuerzo normal y el esfuerzo de cizalla en un plano de falla con rumbo N-S y buzamiento de 30° al W. El esfuerzo principal mayor tiene una magnitud de 2 kbar, es horizontal y está orientado E-W, mientras que el esfuerzo principal menor tiene una magnitud de 1.6 kbar y es vertical.

11. Utilice el círculo de Mohr para encontrar el esfuerzo normal y de cizalla que actúan en planos a 45° y a 30° de la dirección σ_1, cuando σ_1 = 9.7 Mpa y σ_2 = 3Mpa. Compare sus resultados con los que se obtenga del uso de las ecuaciones para las componentes normal y de cizalla.

12. Por medio del diagrama de Mohr encuentre las magnitudes y orientaciones de σ_1 y σ_2 a partir de los datos conocidos de σ_n y σ_s que actúan en los planos perpendiculares P y Q. Los esfuerzos en P y Q son:

σ_n	σ_s	Plano
2.2 kbar	1.1 kbar	P
1.2 kbar	-1.1 kbar	Q

13. Usando un círculo de Mohr demuestre que:

a) El esfuerzo de cizalla en cualquier par de planos perpendiculares es siempre igual en magnitud, pero opuesto en dirección.

b) La suma de los esfuerzos normales en cualquier par de planos perpendiculares es una constante para un determinado estado de esfuerzo.

CAPITULO II

DEFORMACION (STRAIN)

II-1. Conceptos Básicos de Deformación

El estudio de la deformación está basado principalmente en la geometría de las rocas que han estado sujetas a esfuerzos, por lo que aún en la más simple de las estructuras, el tratar de describir su geometría puede ser complicado. Así, *deformación (strain)* puede definirse como la expresión geométrica de la cantidad de deformación causada por la acción de un sistema de esfuerzos sobre un cuerpo, o bien, el cambio de forma y/o de volumen que sufre un cuerpo de roca como resultado de la acción de un sistema de esfuerzos. La deformación puede expresarse de alguna de las formas siguientes:

1. TRANSLACION: Transporte relativo a algún sistema de coordenadas o marco de referencia.

2. ROTACION: Rotar con respecto a algún eje del sistema de coordenadas o marco de referencia.

3. DISTORSION: Cambio de forma.

4. DILACION: Cambio de volumen.

La siguiente figura resume lo anterior:

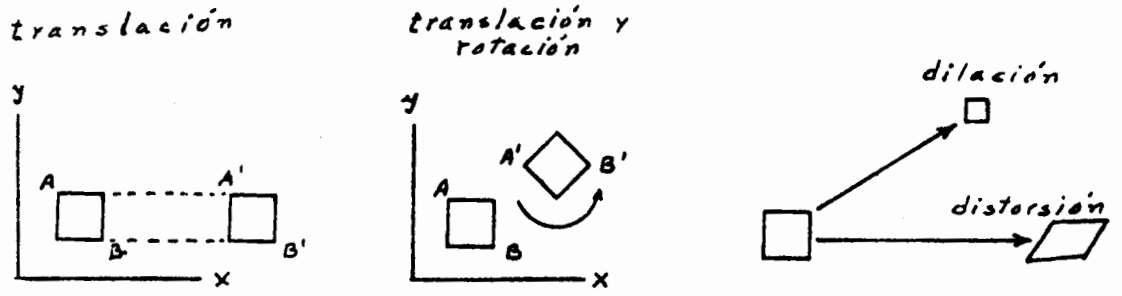


Figura 36 . ALGUNAS ETAPAS POSIBLES DE DEFORMACION DE UN CUERPO.

Cuando un cuerpo sufre alguna deformación, ésta puede ser clasificada como HOMOGENEA o NO-HOMOGENEA de acuerdo a los siguientes criterios geométricos (Fig. 37).

DEFORMACION HOMOGENEA

1. Las líneas rectas permanecen rectas después de la deformación.
2. Las líneas paralelas permanecen paralelas después de la deformación.

DEFORMACION NO-HOMOGENEA

1. Las líneas rectas se convierten en curvas después de la deformación.
2. Las líneas paralelas pierden su paralelismo después de la deformación.

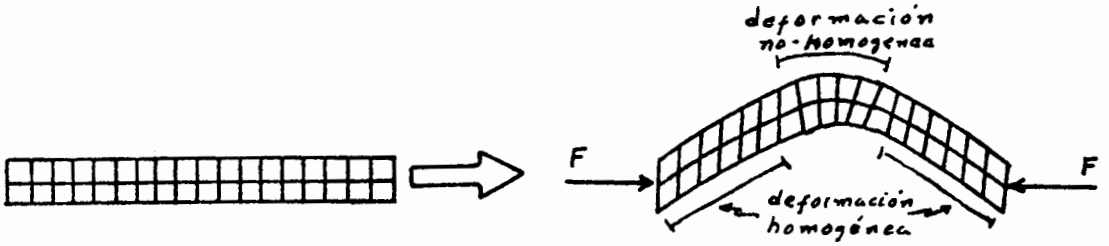


Figura 37. DIFERENTES TIPOS DE DEFORMACION PRESENTES EN UNA CAPA CUANDO ES PLEGADA.

La teoría matemática general de la geometría de la deformación no-homogenea es extremadamente compleja y para fines prácticos es considerada inútil. Por esta razón, el estudio de la geometría de la deformación se enfoca principalmente a deformación homogénea. Un ejemplo de esto es el pliegue de la Fig. 37 , el cual representa en su totalidad un caso de deformación no-homogénea, que a su vez puede ser convenientemente dividido en dominios de deformación homogénea (*i.e.* flancos del pliegue).

II-2. Medidas de la Deformación (Adimensionales)

La deformación homogénea de un cuerpo puede expresarse por medio de (1) el cambio de longitud de alguna línea usada como referencia y (2) el cambio de relación angular entre dos líneas usadas como referencia. Utilizando combinadamente estos dos parámetros puede medirse cualquier geometría de la deformación.

(1) Las cantidades que expresan cambios de longitud son la elongación (ε), el estiramiento (S) y la elongación cuadrática (λ).

La elongación (ε) de una línea es la razón de su cambio de longitud después de la deformación con respecto a su longitud inicial. Así,

$$\varepsilon = \frac{lf-li}{li} = \frac{\Delta l}{li}$$

en donde, lf es la longitud final y li la longitud inicial.

Es necesario aclarar que varios autores utilizan el término *extensión* como sinónimo de elongación, pero aquí se seguirá la nomenclatura empleada por Jaeger y Cook (1979), Hobbs *et al.* (1976) y Means (1976).

El estiramiento (S) (STRETCH) de una línea es la razón de su longitud después de la deformación, con respecto a su longitud inicial.

$$S = \frac{lf}{li} = (1 + \varepsilon)$$

Según la nomenclatura y convención que aquí se sigue, los estiramientos de una línea siempre serán positivos, aun en el caso de acortamientos. La razón de esta aclaración es que algunos autores utilizan la convención de que si una línea se alarga le asignan signo positivo y si se acorta, le asignan signo negativo.

La elongación cuadrática (λ) de una línea es el cuadrado del estiramiento:

$$\lambda = s^2 = (1 + \varepsilon)^2 = (\frac{lf}{li})^2$$

La elongación cuadrática es un término alternativo para expresar el cambio de longitud de una línea y su significado es más comprensible si se analiza la siguiente figura:

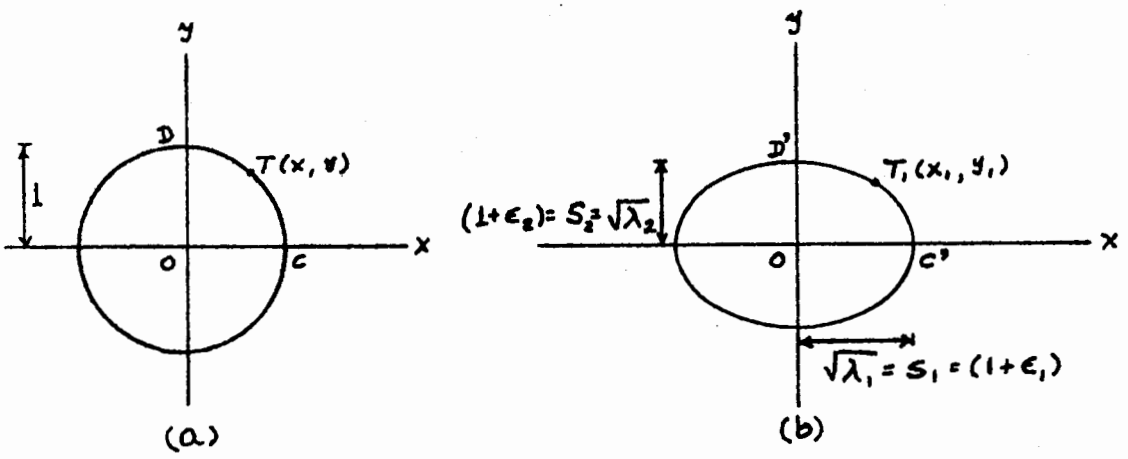


Figura 38. (a) CIRCULO DE RADIO UNITARIO CON CENTRO EN EL ORIGEN; (b) ELIPSE RESULTANTE DE LA DEFORMACION DEL CIRCULO UNITARIO, EL CUAL FUE ACORTADO EN LA DIRECCION DE "Y" y ALARGADO EN LA DIRECCION DE "X".

Supongamos que la mayor deformación ocurrió en la dirección del eje X, o sea que el radio del círculo se alargó más en la dirección del eje X, de lo que se acortó en la dirección del eje Y. Así, podemos establecer que el estiramiento de la línea OC después de la deformación fue:

$$OC' = S_1 = 1 + \varepsilon_1 = \sqrt{\lambda_1}$$

y que el estiramiento (realmente acortamiento) de la línea OD después de la deformación fue

$$OD' = S_2 = 1 + \varepsilon_2 = \sqrt{\lambda_2}$$

con esto se tratan de mostrar gráficamente las relaciones existentes entre la elongación, el estiramiento y la elongación cuadrática, pero también se puede demostrar que la ecuación de la elipse de deformación es consistente con estos paramétros y que puede ser expresada en términos de elongaciones, estiramientos, o bien, elongaciones cuadráticas (*i.e.* $\frac{X^2}{\lambda_1} + \frac{Y^2}{\lambda_2} = 1$).

(2) El segundo parámetro necesario para definir una deformación es el cambio de relación angular entre dos líneas de referencia, o también llamado "Deformación de Cizalla". Consideramos el mismo círculo de radio unitario de la Fig. 38a, que ha sido deformado en la elipse de la Fig. 38b, cuyo eje mayor es $\sqrt{\lambda_1}$ y el menor es $\sqrt{\lambda_2}$. Esta elipse se denomina ELIPSE DE DEFORMACION y en ella se encuentra el punto $T_1(X_1, Y_1)$ que ha sido transladado desde su posición original T (X, Y) en el círculo.

Analicemos ahora con más detalle el primer cuadrante de la figura anterior en la siguiente figura:

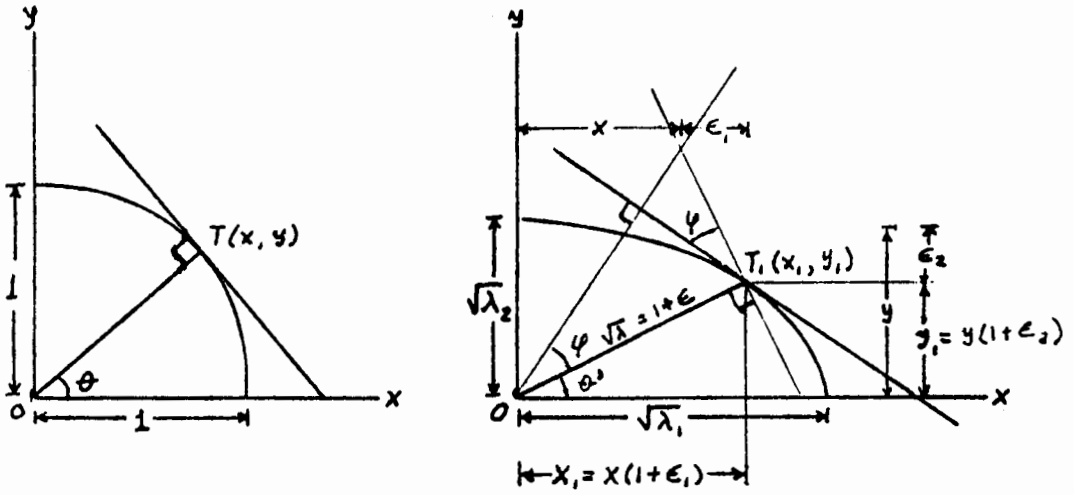


Figura 39. DIAGRAMA DETALLADO DEL PRIMER CUADRANTE DE LA FIG. 38 .

Si θ es el ángulo entre OT y el eje X antes de la deformación y θ' es el ángulo después de la deformación, entonces

$$X_1 = X \sqrt{\lambda_1} \qquad y \qquad Y_1 = Y \sqrt{\lambda_2}$$

Estas ecuaciones se derivan de la relación entre la elongación, ε = lf-li/li = $\sqrt{\lambda}$, y la posición original de T (X, Y). Así,

$$\varepsilon_1 = \frac{X_1 - X}{X} = \frac{X_1}{X} - 1 \qquad y \qquad \varepsilon_1 + 1 = \frac{X_1}{X}$$

por lo que

$$X_1 = X\ (1 + \varepsilon_1) = X \sqrt{\lambda_1}$$

De aquí se puede deducir que

$$\tan \theta' = \frac{Y_1}{X_1} = \frac{Y\sqrt{\lambda_2}}{X\sqrt{\lambda_1}} = \tan \theta \frac{\sqrt{\lambda_2}}{\sqrt{\lambda_1}}$$

Por tanto:

$$\frac{\tan \theta}{\tan \theta'} = \frac{\sqrt{\lambda_2}}{\sqrt{\lambda_1}}$$

Como la longitud de la línea OT ha sido modificada por una cantidad $1 + \varepsilon$, entonces, por el teorema de Pitágoras podemos decir que

$$\lambda = (1 + \varepsilon)^2 = X_1^2 + Y_1^2$$

Así, la relación entre el esfuerzo de cizalla y la elongación está dada por

$$\gamma = \text{Tan } \phi = (\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 2)^{1/2} \text{Cos } \theta \text{ Sen } \theta$$

Para la demostración matemática ver a Ramsay (1967), pp 67-68.

Para hacer más comprensibles, geológicamente, las cantidades que expresan cizallas, basta decir que la deformación de cizalla es la distancia con que han sido cizalleadas las líneas de una familia dada (una con respecto a otra) y se describe por conveniencia como la orientación final de una línea que fue originalmente perpendicular a la familia. En la Fig. 40 se puede observar, que después del plegamiento, la línea inicialmente normal forma un ángulo "ϕ" menor de 90°. Este ángulo es llamado *ángulo de cizalla* y su tangente se denomina *deformación de cizalla* (γ). La relación entre ambos está dada por

$$\gamma = \text{Tan } \phi$$

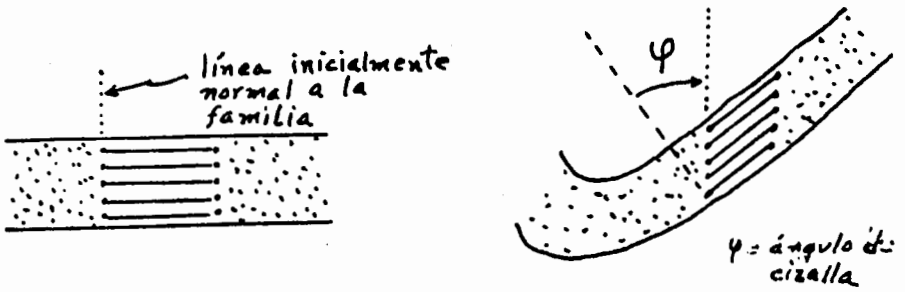


Figura 40. MEDIDA QUE EXPRESA CAMBIO DE LAS RELACIONES ANGULARES DE UNA LINEA. (VER DISCUSION EN EL TEXTO)

Siguiendo la convención utilizada en el capítulo anterior para los esfuerzos de cizalla, las deformaciones de cizalla en sentido contrario a las manecillas del reloj (izquierdas) son positivas. La medida debe efectuarse a partir de una línea inicialmente normal al (o los) objeto por deformar (ver figura anterior en donde ϕ es negativo).

Distorsión y Rotación (Cizalla Pura y Simple)

Una deformación puede también describirse en términos de "cambios de forma" más una "componente rotacional".

Si las orientaciones de los ejes principales de deformación no han cambiado durante la deformación, ésta puede describirse como *irrotacional*, o también conocida como *cizalla pura*. Pero sí ha ocurrido un cambio en la orientación de las direcciones principales, entonces la deformación puede describirse como *rotacional* o *cizalla simple*. La siguiente figura es un ejemplo de ambos casos.

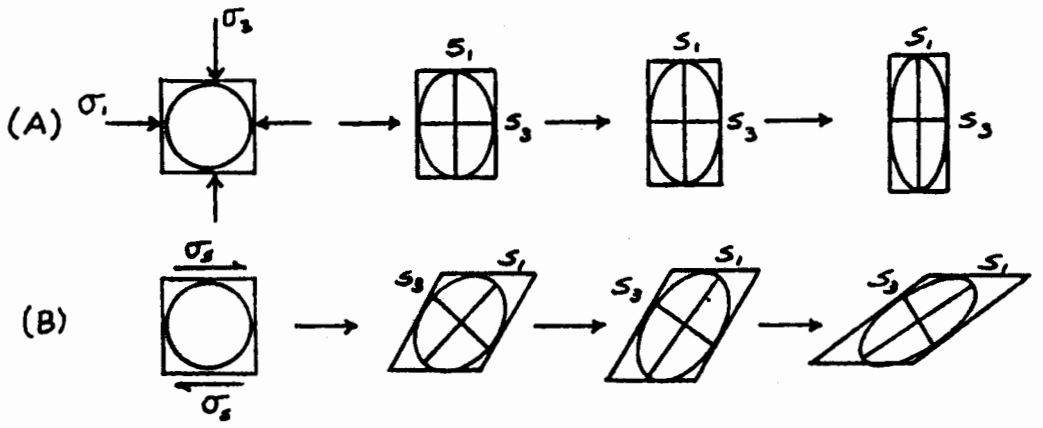


Figura 41. (A) CIZALLA PURA O DEFORMACION IRROTACIONAL. (B) CIZALLA SIMPLE O DEFORMACION ROTACIONAL.

II-3. El Elipsoide de Deformación

En cualquier deformación homogénea, las partículas que forman la superficie de una esfera en un estado sin deformar, formaron la superficie de un elipsoide después de ser deformadas. Este elipsoide es llamado ELIPSOIDE DE DEFORMACION. En un caso contrario, las partículas que forman la superficie de una esfera después de la deformación, formaron la superficie de una elipse, antes de la deformación (Fig. 42). Esta elipse se denomina ELIPSE RECIPROCA DE DEFORMACION.

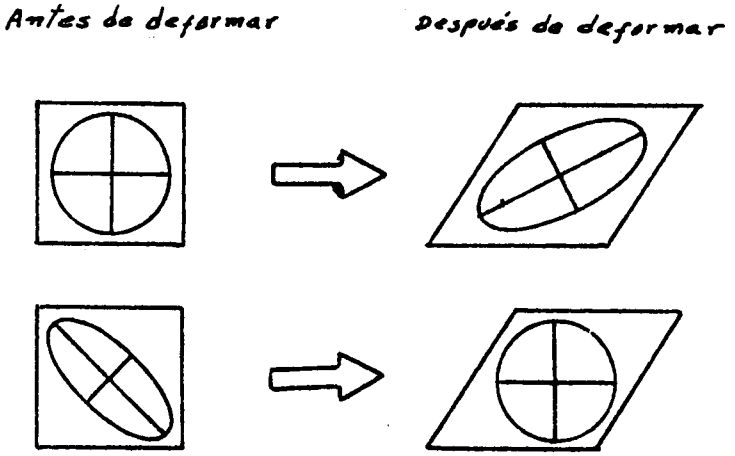


Figura 42

II-4. Direcciones principales de deformación

Como cualquier otro elipsoide, el elipsoide de deformación tiene tres planos principales de simetría, los cuales son perpendiculares entre sí. Estos se denominan PLANOS PRINCIPALES DE DEFORMACION. Los ejes mayor, intermedio y menor del elipsoide también son perpendiculares entre sí, yacen en los planos de simetría y son denominados DIRECCIONES PRINCIPALES DE DEFORMACION (λ_1, λ_2, λ_3). La dirección λ_1 es la correspondiente al eje mayor y las direcciones λ_2 y λ_3 a los ejes intermedio y menor, respectivamente.

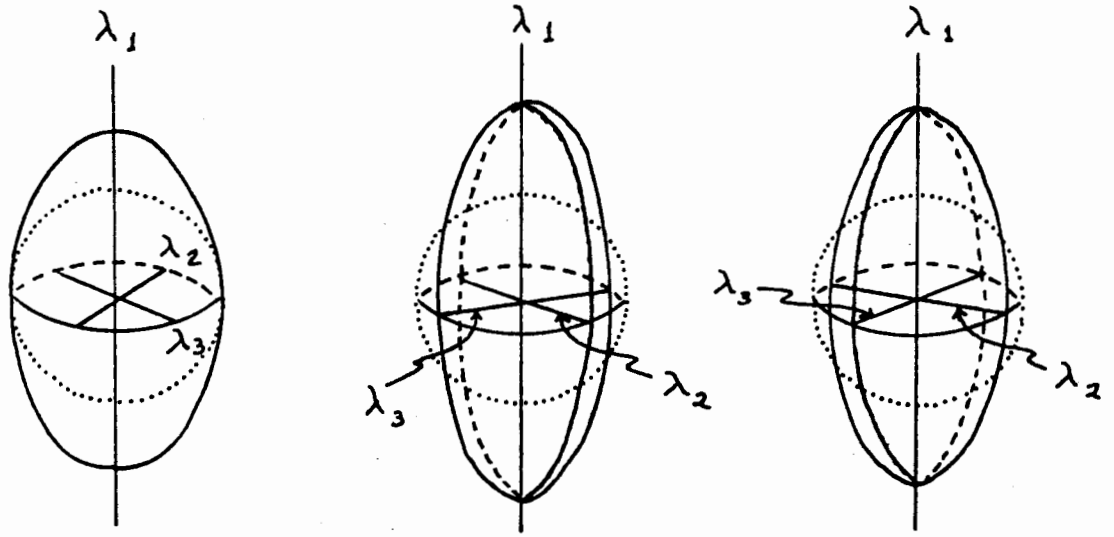
Si suponemos que el radio de una esfera inicial es 1, entonces la longitud del eje mayor del elipsoide debe ser $\sqrt{\lambda_1}$, o S_1 ; en donde λ_1 es la elongación cuadrática y S_1 es el estiramiento de la línea de partículas a lo largo de la dirección λ_1 . Lo mismo sería aplicable para las direcciones λ_2 y λ_3. Los valores de las elongaciones cuadrá-

ticas λ_1, λ_2 y λ_3 es la que se denomina DEFORMACIONES PRINCIPALES, las cuales también pueden ser expresadas en términos de estiramientos (S_1, S_2, S_3), o bien, en términos de elongaciones (ε_1, ε_2, ε_3), dependiendo de la naturaleza del problema que se desea resolver.

Una particularidad de los planos y ejes principales de deformación es que siempre se van a conservar perpendiculares entre sí. Más aún, ningún otro par o trío de líneas y planos del elipsoide se conservan perpendiculares entre sí después de la deformación.

II-5. Formas posibles del elipsoide de deformación

Las deformaciones pueden clasificarse de acuerdo a las formas del elipsoide de de deformación derivado de una esfera de radio unitario (Fig. 43).



DEF. UNIAXIAL $\lambda_1 > 1 = \lambda_2 = \lambda_3$

DEF. BIAXIAL $\lambda_1 > 1 = \lambda_2 > \lambda_3$

DEF. TRIAXIAL $\lambda_1 > \lambda_2 > 1 > \lambda_3$

Figura 43

- DEFORMACION UNIAXIAL.- Dos de los ejes principales del elipsoide permanecen con longitud unitaria; el otro es más largo.

- DEFORMACION BIAXIAL.- Uno de los ejes principales permanece con una longitud unitaria; los otros dos son mayores o menores que la unidad.

- DEFORMACION TRIAXIAL.- Ninguno de los ejes principales permanece con una longitud unitaria. Dos ejemplos de deformaciones triaxiales son

$$\lambda_1 > \lambda_2 = \lambda_3 < 1 \qquad y \qquad 1 < \lambda_1 = \lambda_2 > \lambda_3$$

II-6. Secciones circulares del elipsoide de deformación

Todos los elipsoides que tienen diferentes ejes principales, presentan dos secciones circulares que se intersectan entre sí en la dirección del eje intermedio y se inclinan con la misma intensidad con respecto a la dirección λ_1 (Fig. 44).

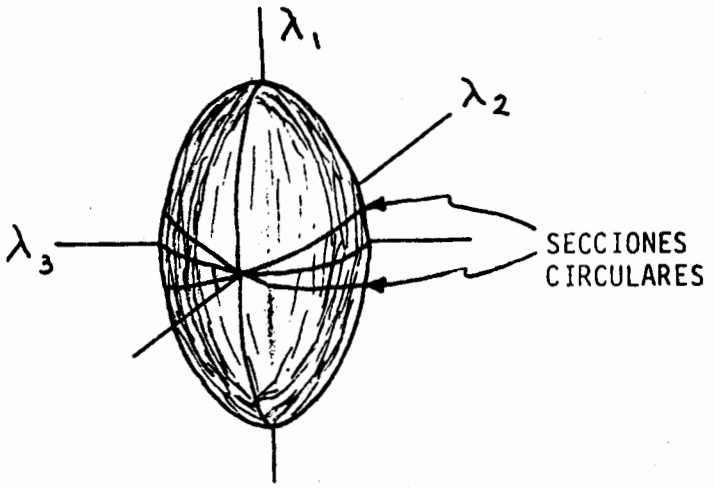


Figura 44

La ecuación de la elipse de deformación con respecto a un sistema de ejes coordenados paralelos a las direcciones principales de deformación se puede expresar

$$\boxed{\frac{X^2}{\lambda_1} + \frac{Y^2}{\lambda_2} + \frac{Z^2}{\lambda_3} = 1}$$

ECUACION ELIPSOIDE DE DEFORMACION

II-7. Casos Especiales de Deformación Homogénea

Existen tres casos especiales de deformación homogénea que pueden reconocerse de acuerdo a las siguientes magnitudes de los ejes principales de deformación:

Caso 1.- Extensión simétrica axial ($S_1 > S_2 = S_3$). "Alargamiento uniforme en la dirección de S_1 y "acortamiento", también uniforme e igual, en las direcciones S_2 y S_3. Al elipsoide de deformación de este tipo se le conoce con el nombre de "prolado".

Caso 2.- Acortamiento simétrico axial ($S_1 = S_2 > S_3$). "Acortamiento" uniforme en la dirección S_1 e igual "alargamiento" en todas las demás direcciones al elipsoide resultante se le conoce como "oblado".

Caso 3.- Deformación planar ($S_1 > S_2 = 1 > S_3$). La dirección intermedia de deformación permanece sin cambio alguno ($S_2 = 1$), mientras que ocurre "alargamiento" en la dirección S_1 y "acortamiento" en la dirección S_3.

La siguiente figura ilustra estos casos:

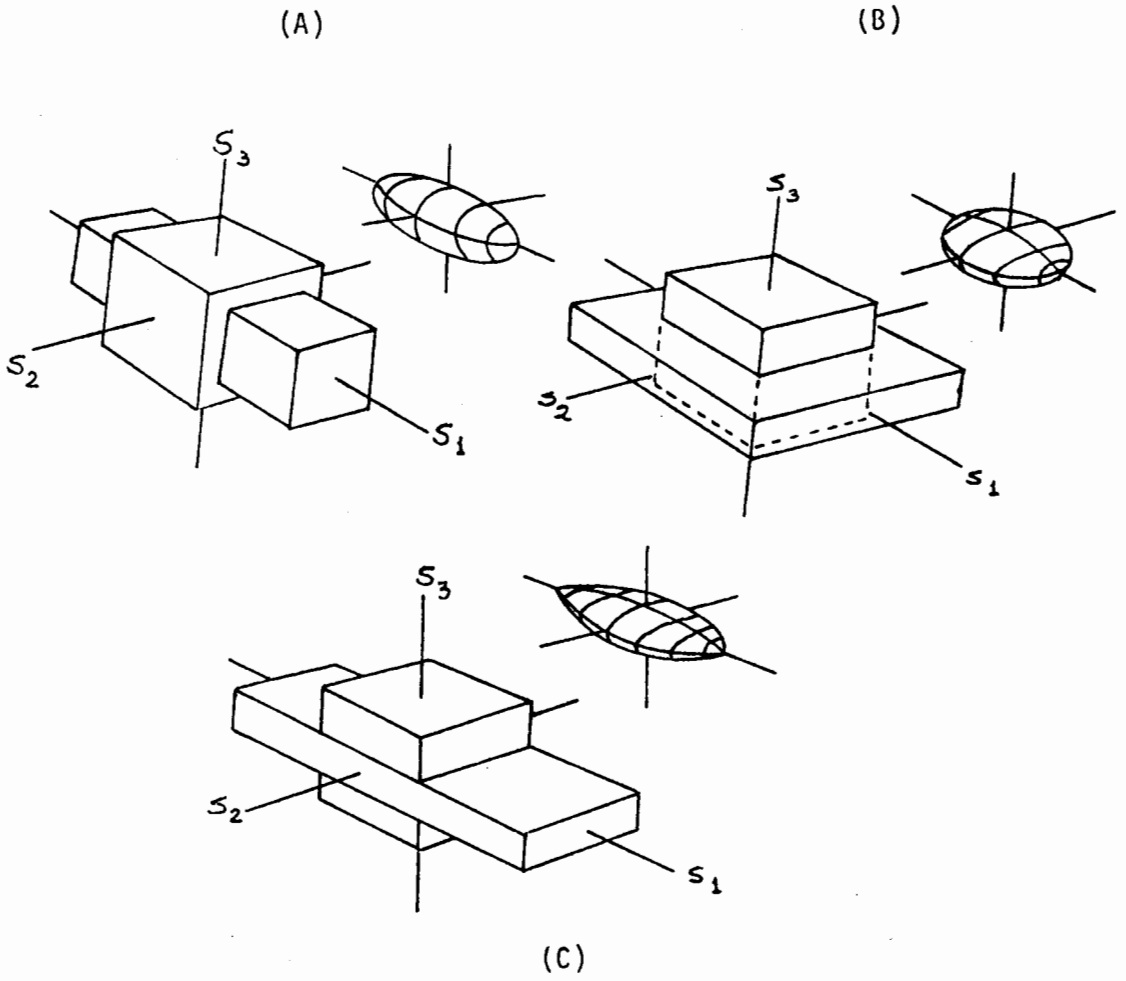


Figura 45 . TIPOS ESPECIALES DE DEFORMACION HOMOGENEA. (A) EXTENSIÓN SIMETRICA AXIAL; (B) ACORTAMIENTO SIMETRICO AXIAL: (C) DEFORMACION PLANAR.

II-8. Cambios de volumen

Durante la deformación ocurren usualmente cambios de forma acompañados de cambios de volumen y si estos no son reconocidos, se puede caer en confusiones al tratar de estimar las relaciones entre las deformaciones principales. El cambio de volumen (Δ), también conocido como *dilatación*,

está dado por la ecuación

$$\Delta V = \frac{(V-V_o)}{V_o}$$

en donde V es el volumen después de la deformación y V_o es el volumen antes de ésta.

Como el volumen del eliposide de deformación es $4/3\,\pi(S_1 \cdot S_2 \cdot S_3)$ (ver Fig. 45), derivado de una esfera unitaria de volumen $4/3\,\pi$, la dilatación está dada por

$$\Delta V = (S_1 \cdot S_2 \cdot S_3) - 1$$

o bien

$$1 + \Delta V = (1+\varepsilon_x)\,(1+\varepsilon_y)\,(1+\varepsilon_z)$$

II-9. Diagrama de Flinn

Una manera muy útil de representar un estado de deformación es utilizar el "diagrama de flinn" (Flinn, 1962). Este consiste en tomar los valores de las deformaciones principales de acuerdo a las siguientes relaciones:

$$a = \frac{S_1}{S_2} = \frac{(1+\varepsilon_1)}{(1+\varepsilon_2)} \qquad y \qquad b = \frac{S_2}{S_3} = \frac{(1+\varepsilon_2)}{(1+\varepsilon_3)}$$

obteniendo así el valor de "K" tal que

$$K = \frac{(a-1)}{(b-1)}$$

Con lo anterior se pueden construir las siguientes gráficas:

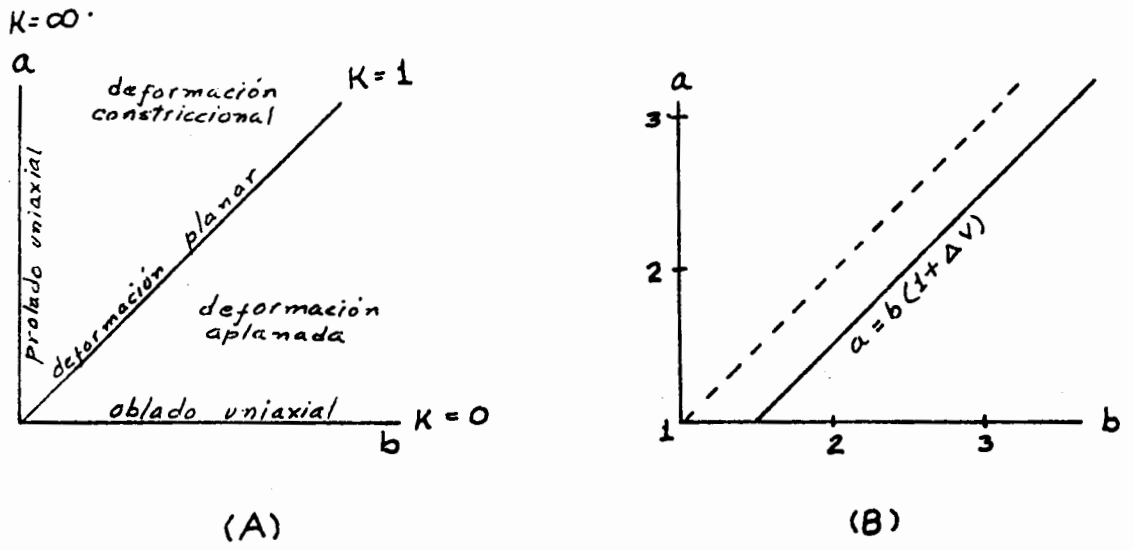


Figura 46 . DIAGRAMA DE FLINN

Así, los diferentes estados de deformación pueden ser descritos como sigue:

1) Extensión Simétrica Axial: $K = \infty$
2) Deformación Constriccional (elipsoides "prolados"): $1 < K < \infty$
3) Deformación Aplanada (elipsoides "oblados"): $0 < K < 1$
4) Aplanamiento Axial Simétrico: $K = 0$

Con este diagrama la forma de un elipsoide puede ser descrita utilizando solamente el valor del parámetro K y se puede distinguir inmediatamente si la deformación es constriccional o aplanada cuando K es mayor o menor que 1 .

La gráfica de la Fig. 46A se construye suponiendo un volumen constante, ya que la línea K = 1 sólo pasará por el origen cuando no exista cambio de volumen. Pero cuando hay cambio de volumen, tal línea "migra" del origen (Fig. 46 B). Para una mayor profundidad en estos conceptos se recomienda consultar a Ramsay (1967) y a Flinn (1962).

II-10. Deformación Progresiva (Infinitesimal) y Deformación Finita

Un cuerpo deformado representa al momento de hacer la medición, la deformación total producida en él hasta ese momento, misma que se desarrolló por la adición de una serie de pequeños incrementos a medida que el cuerpo adquiría diferentes formas y posiciones como respuesta a los esfuerzos aplicados (Fig. 47)

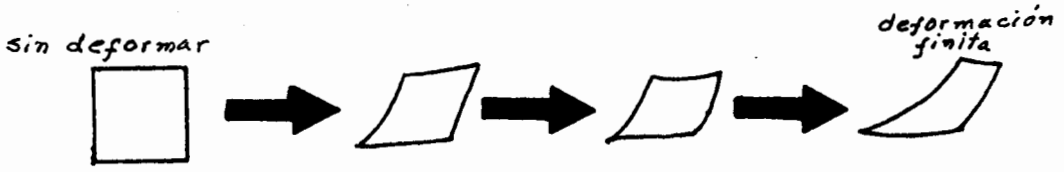


Figura 47. EJEMPLO DE DEFORMACION PROGRESIVA

A este proceso se le conoce como *deformación progresiva* y a su producto final como *deformación finita*. En cualquier instante dado durante la deformación progresiva, es posible examinar tanto a la *deformación infinitesimal* como a la deformación finita. La elipse de deformación finita (Fig. 48A) puede dividirse en sectores de elongación y contracción, separados por *líneas de elongación nula*. En las zonas de elongación ocurrirá boudinage y en las de contracción ocurrirá plegamiento. Por otro lado, la elipse de deformación infinitesimal (Fig. 48B) también contendrá sectores cuyas líneas estarán sometidas a extensión o contracción.

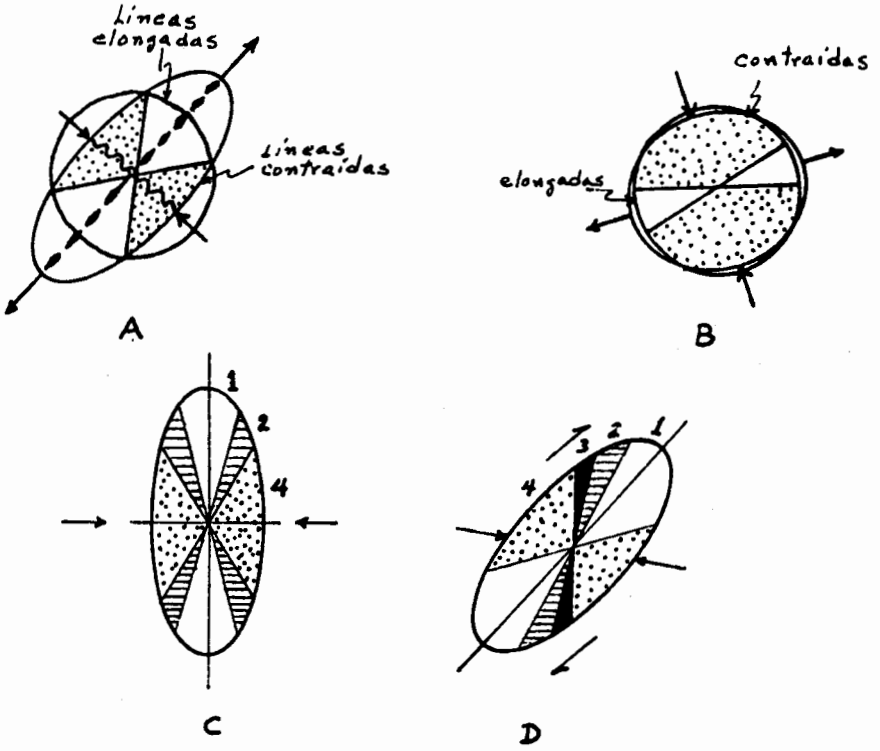


Figura 48. (A) ELIPSE DE DEFORMACION FINITA; (B) ELIPSE DE DEFORMACION INFINITESIMAL; (C) y (D) REPRESENTAN LA SUPERPOSICION DE LAS ELIPSES DE DEFORMACION FINITA E INFINITESIMAL PRODUCIDAS POR CIZALLA PURA Y CIZALLA SIMPLE RESPECTIVAMENTE.

Cuando se colocan ambas elipses una sobre otra, es posible distinguir cuatro zonas diferentes:

Zona 1. Elongación continua (boudines).

Zona 2. Elongación seguida por contracción (boudines plegados).

Zona 3. Contracción seguida por elongación (pliegues desplegados o boudinados).

Zona 4. Contracción continua (pliegues).

La distribución de estas zonas dependerá de la historia de deformación y en particular si la deformación fue irrotacional (*i.e.* cizalla pura) o rotacional (*i.e.* cizalla simple).

La siguiente figura es un ejemplo que ilustra la posición de estas zonas en una estructura geológica real.

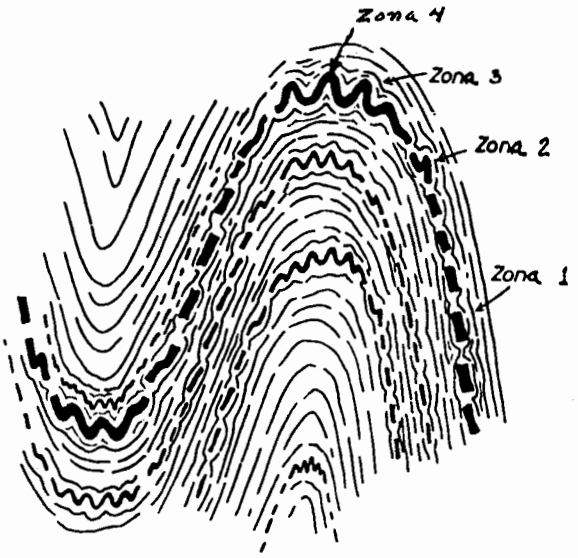


Figura 49. DESARROLLO ZONAL DE ESTRUCTURAS EN UN PLIEGUE SIMPLE. SEGUN RAMSAY (1967).

II-11. Círculo de Mohr para Deformación Infinitesimal

El elipsoide de deformación es útil para comprender el fenómeno de la deformación, pero no para resolver problemas. El diagrama de Mohr para deformación infinitesimal es muy similar al presentado para esfuerzo. Por deformación infinitesimal se entiende que la deformación es tan pequeña que su valor es muy cercano a cero. Así por ejemplo, se supone que la deformación de cizalla "γ" y el ángulo de cizalla "ϕ" (en radianes) son aproximadamente iguales. Esto no es realmente cierto, pero es una aproximación muy útil.

En geología e ingeniería, el límite superior para aplicar la teoría de deformación infinitesimal es cuando las elongaciones o las deformaciones de cizalla no exceden uno por ciento.

En este capítulo se estudiará la deformación *bidimensional* en uno de los planos principales del elipsoide de deformación. Las deformaciones principales serán referidas en términos de elongaciones (ε_1 y ε_2).

II-12. Componentes de Deformación Infinitesimal para una Línea

Al igual que cuando analizamos las componentes de esfuerzo (σ_n y σ_s), de una manera similar asociaremos dos cantidades de deformación que serán denominadas COMPONENTES DE DEFORMACION.

Estas cantidades son la ELONGACION y la DEFORMACION DE CIZALLA (SHEAR STRAIN). La elongación (por analogía con esfuerzos) es algunas veces llamada DEFORMACION NORMAL. Sin embargo, la analogía no es muy cercana, porque en el caso de los esfuerzos, la componente normal (σ_n) era un vector perpendicular al plano, mientras que la elongación no es más que el simple cambio de longitud de una línea.

La Fig. 50 (a) muestra una línea OP inclinada θ grados de la dirección ε_1. El punto P se encuentra a una distancia unitaria del origen y sus coordenadas son "X" e "Y", que son iguales a "Cos θ" y "Sen θ", respectivamente. Ahora imaginemos que una pequeña deformación tiene lugar y que "O" permanece en el origen, pero "P" es desplazado a una pequeña distancia hasta P'. El desplazamiento de P a P' tiene una componente $\varepsilon_1 \times$ Cos θ paralela al eje de las X, y una componente $\varepsilon_2 \times$ Sen θ paralela al eje de las Y.

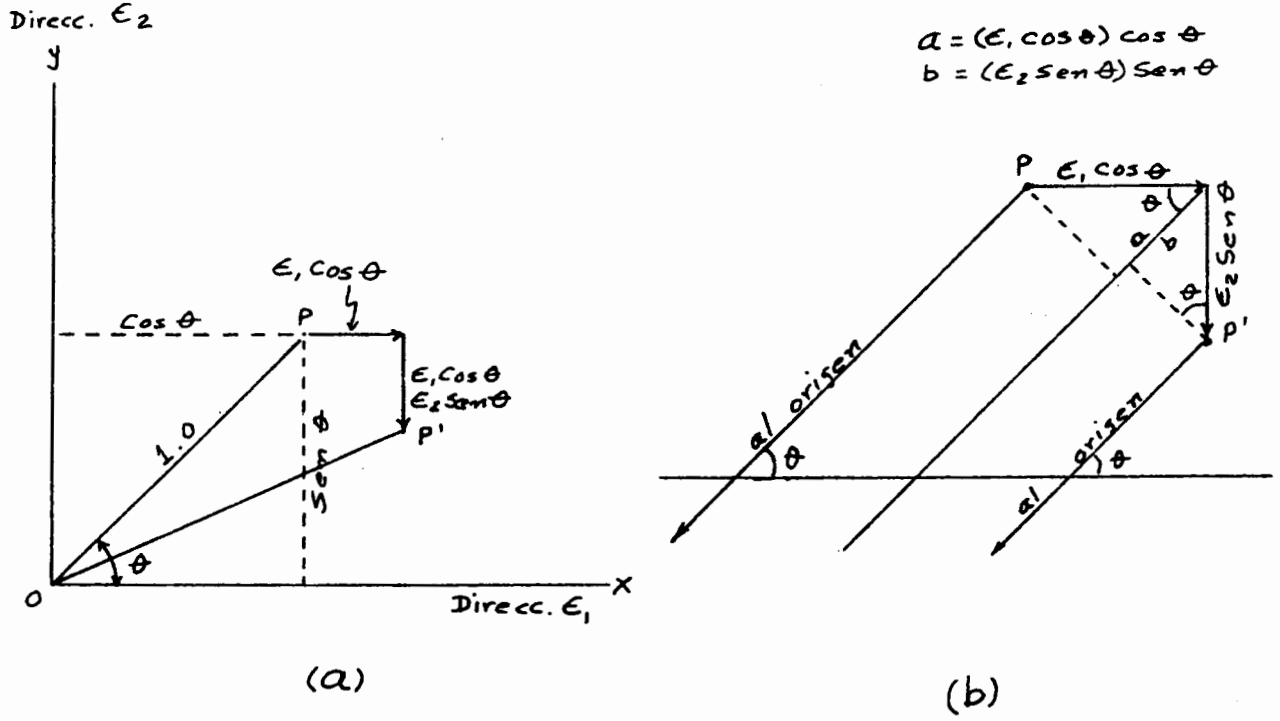


Figura 50. CALCULO DE LA ELONGACION PARA UNA LINEA INCLINADA θ GRADOS DE LA DIRECCION ϵ_1.

Ahora nos interesa averiguar cómo estas componentes han afectado la longitud de OP. Para esto dibujemos un nuevo diagrama (Fig. 50 (b)) en la vecindad de P y P'. Supongamos que las distancias ε_1 Cos θ y ε_2 Sen θ son infinitesimalmente pequeñas con respecto a OP, de tal manera que las líneas OP y OP' son dibujadas paralelas. Así podemos ver que el desplazamiento "X" de ε_1 Cos θ *alargará* la distancia original OP por un total de $a = \varepsilon_1 \text{Cos}^2\theta$. Al mismo tiempo, el desplazamiento "Y" de ε_2 Sen θ será *acortado* por un total de $b = \varepsilon_2 \text{Sen}^2\theta$.

Supongamos que $\varepsilon_1 = 0.002$, que $\varepsilon_2 = -0.010$ y que $\theta = 35°$, entonces tenemos que el desplazamiento en "X" alargará la línea 0.0013 y que el desplazamiento en "Y" acortará la línea 0.0033. El cambio neto en longitud de OP será la resta de 0.0033 menos 0.0013, o en general, la suma del término $\varepsilon_2 \text{Sen}^2\theta$ (negativo) al término $\varepsilon_1 \text{Cos}^2\theta$.

Así, la elongación de una línea inclinada θ grados con respecto a la dirección ε_1 será

$$\varepsilon = \frac{l_f - l_i}{l_i} = \frac{\Delta l}{l_i} = \frac{\varepsilon_1 \text{Cos}^2\theta + \varepsilon_2 \text{Sen}^2\theta}{1.0}$$

ó

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \text{Cos}^2\theta + \varepsilon_2 \text{Sen}^2\theta$$

Usando identidades trigonométricas, tenemos que:

$$\text{Cos}^2\theta = \frac{1 + \text{Cos } 2\theta}{2} \quad \text{y} \quad \text{Sen}^2\theta = \frac{1 - \text{Cos } 2\theta}{2}$$

Sustituyendo en la ecuación , tenemos:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{\varepsilon_1 \text{ Cos } 2\theta}{2} + \frac{\varepsilon_2}{2} - \frac{\varepsilon_2 \text{ Cos } 2\theta}{2} \quad ;$$

$$\therefore \quad \boxed{\varepsilon = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \quad \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \text{ Cos } 2\theta} \qquad \text{Ecuación de la elongación}$$

Así, esta es la ecuación de la elongación de cualquier línea en un plano principal, en donde ε_1 y ε_2 son las dos deformaciones principales y θ es el ángulo entre la línea y la dirección ε_1. Note la similaridad entre esta ecuación y la ecuación para calcular el esfuerzo normal $(\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \text{ Cos } 2\theta)$.

Por medio de una derivación más tediosa, puede encontrarse la *ecuación para la deformación de cizalla* de una línea inclinada θ grados de la dirección ε_1. Esta ecuación es:

$$\gamma = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \text{ Sen } 2\theta$$

BIBLIOTECA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE MEXICO
DEPFI

Puede observarse que esta ecuación es muy similar a la ecuación para el esfuerzo de cizalla $(\sigma_s = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \text{ Sen } 2\theta)$. Sin embargo la correspondiente no es exacta, pero dividiendo la ecuación de deformación de cizalla entre dos podemos obtener

$$\boxed{\frac{\gamma}{2} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \text{ Sen } 2\theta} \qquad \text{Ecuación de la def. de cizalla}$$

A partir de esto podemos decir que si el diagrama del Círculo de Mohr puede ser utilizado para esfuerzos, también puede ser utilizado para deformación infinitesimal, siempre y cuando las cantidades calibradas en la abscisa y la ordenada sean la elongación y la mitad de la deformación de cizalla, respectivamente.

La Fig. 51(a) muestra un Círculo de Mohr que representa un estado bidimensional de deformación infinitesimal, en donde $\varepsilon_1 = 0.0012$ y $\varepsilon_2 = -0.0008$. Cada punto P del círculo tiene coordenadas ε y $\frac{\gamma}{2}$, las cuales nos dan la deformación normal (elongación) y la mitad de la deformación de cizalla de una línea en particular. Dicha línea, en cada caso, forma un ángulo θ con la dirección ε_1 y en donde θ en el Círculo de Mohr es el ángulo entre la abscisa y una línea dibujada desde ε_2 hasta el punto P.

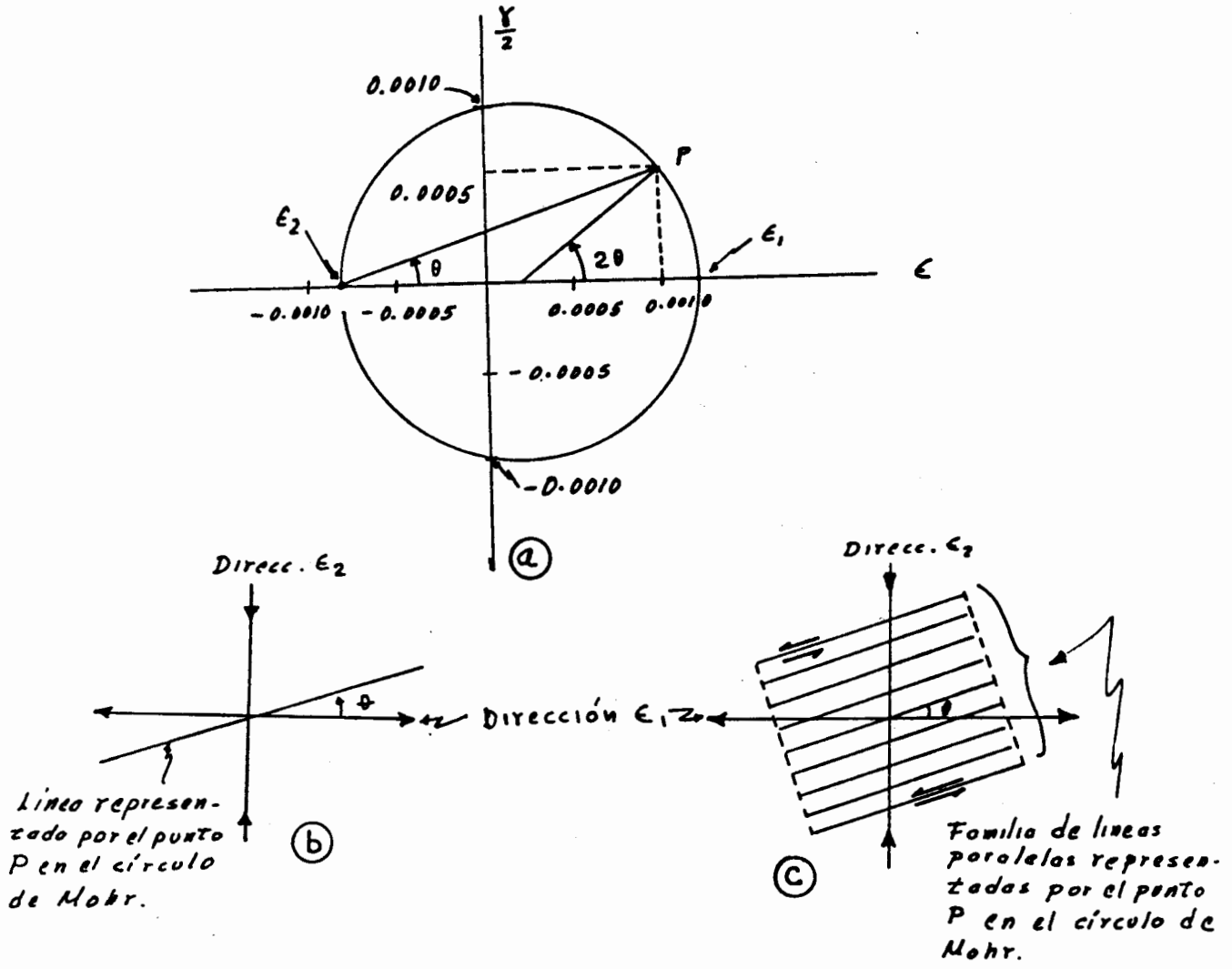


Figura 51. EJEMPLO DEL USO DEL CIRCULO DE MOHR PARA DEFORMACIONES INFINITESIMALES.

El punto P de la Fig. 51 (a) representa una línea que ha sido estirada $\varepsilon = 0.001$, o sea 0.1%, de su longitud inicial (Fig. 51 (b)) y cizalleada respecto a sus líneas vecinas paralelas por una deformación de cizalla "izquierda" de aproximadamente $2(\frac{1}{2}\gamma) = 0.0012$ (Fig. 51 (c)).

Tres conclusiones importantes resultan del diagrama de Mohr para deformación infinitesimal:

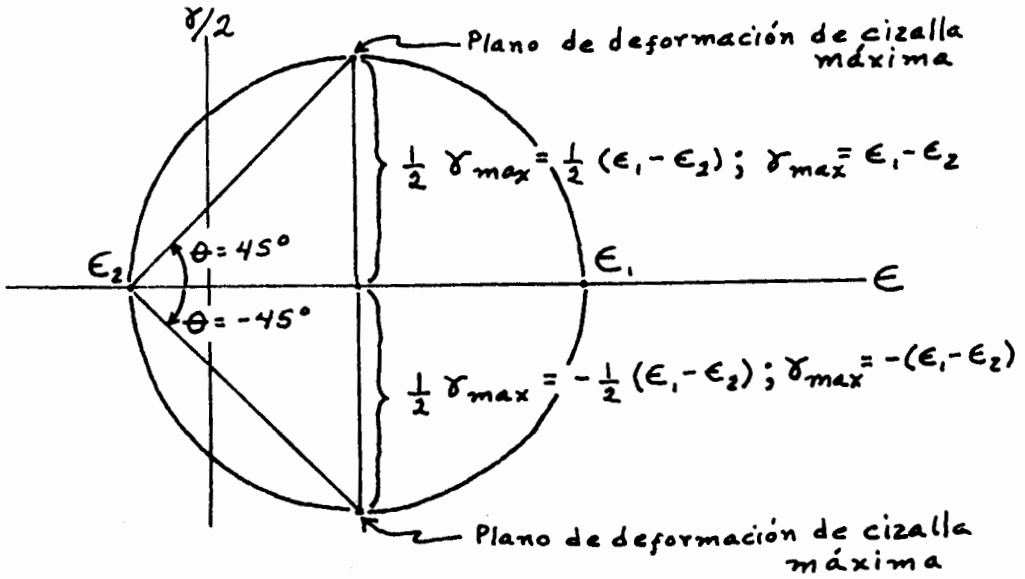


Figura 52

(1) Existen dos líneas en las que la deformación de cizalla es máxima. Estas yacen a 45° de la dirección ε_1 (Fig. 52)

(2) La magnitud de la deformación de cizalla máxima es *más o menos* ($\pm$) la diferencia entre las deformaciones principales, $\gamma_{máx} = \pm (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ (Fig. 52).

(3) Cualquier par de líneas P y Q perpendiculares entre sí están representadas por puntos en extremos opuestos de un diámetro en el Círculo de Mohr. Por tanto, para cualquier par de líneas perpendiculares, las deformaciones de cizalla son iguales en magnitud pero de signo contrario, y la suma de las deformaciones normales (elongaciones) es igual a la suma de las deformaciones principales ($\varepsilon_1+\varepsilon_2$) (Fig. 53).

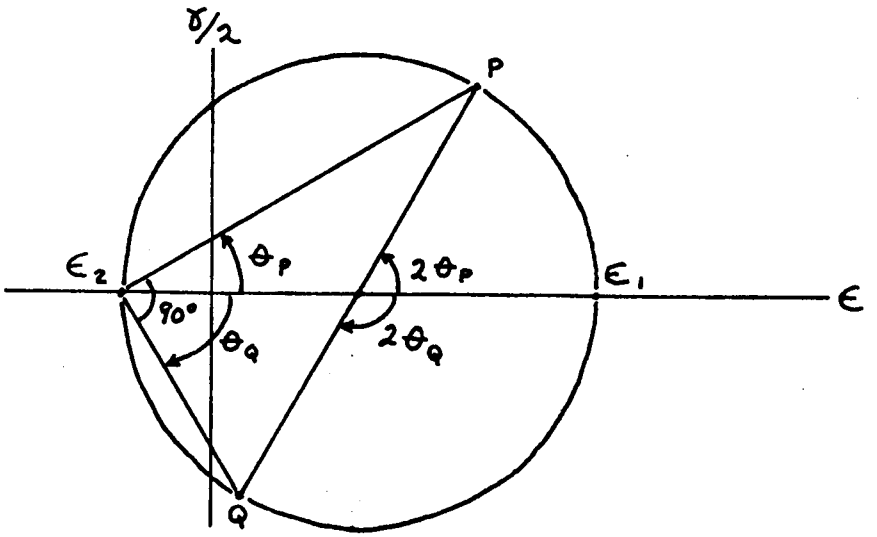


Figura 53

Finalmente, existen dos aplicaciones del diagrama de Mohr para deformación infinitesimal.

(1) Cuando se conocen las deformaciones principales (ε_1 y ε_2) y se desea encontrar las componentes de deformación (γ y ε) en una línea inclinada θ grados de la dirección ε_1, y

(2) Cuando se conocen las componentes de deformación (ε y γ) para un par de líneas perpendiculares entre sí y se desean conocer las orientaciones y las magnitudes de las deformaciones principales (ε_1 y ε_2).

II-13. Círculo de Mohr para Deformación Finita

En este subcapítulo trataremos nuevamente con deformaciones de líneas que yacen en uno de los planos principales del elipsoide de deformación, pero ahora vamos a tratar con deformaciones de cualquier magnitud, de tal manera que el círculo de Mohr para deformaciones infinitesimales no es útil. Afortunadamente existe otra construcción del Círculo de Mohr que funciona para deformaciones grandes, por lo que es útil en geología en donde las deformaciones de este tipo son muy comunes.

II-14. Medida de Angulo Después de la Deformación

Cuando se discutió deformación infinitesimal, no se hizo la distinción entre el ángulo θ medido antes de la deformación, y el ángulo θ' de la misma línea medido después de la deformación. De hecho, denominamos ambos ángulos θ. Esto fue porque θ y θ' eran casi siempre iguales. Ahora, tenemos necesariamente que hacer una clara distinción entre los ángulos medidos antes y después de la deformación. En el diagrama de Mohr que será aquí explicado, se utilizan ángulos medidos después de la deformación, por lo que aquí llamaremos tales ángulos θ'.

II-15. Ecuaciones para el Círculo de Mohr para Deformación Finita

La derivación de estas ecuaciones es muy tediosa, por lo que no se efectuará en este capítulo. Las ecuaciones son:

$$\lambda' = \frac{\lambda_1' + \lambda_2'}{2} + \frac{\lambda_1' - \lambda_2'}{2} \cos 2\theta' \qquad \text{.....A}$$

$$\gamma' = \frac{\lambda_1' - \lambda_2'}{2} \operatorname{Sen} 2\theta' \qquad \text{.....B}$$

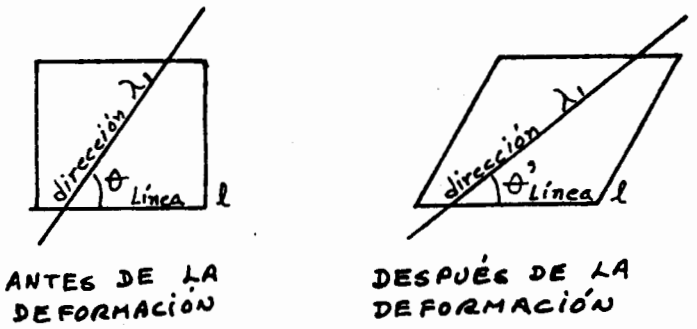


Figura 54. MEDIDAS DE LA DEFORMACION FINITA.

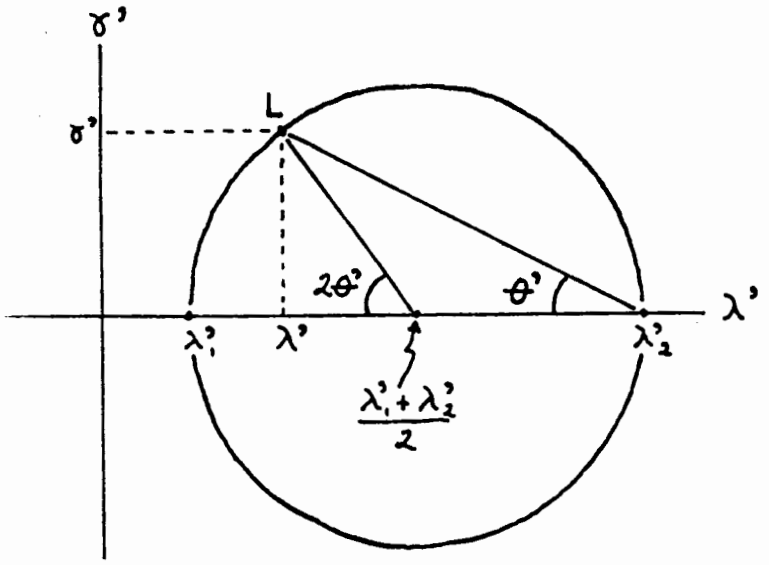


Figura 55. CIRCULO DE MOHR PARA DEFORMACION FINITA.

En las ecuaciones A y B, las cantidades que aparecen son:

$\lambda' = \frac{1}{\lambda}$; λ ⟶ Elongación cuadrática de una línea inclinada θ' grados respecto a la dirección λ_1.

$\gamma' = \frac{\gamma}{\lambda}$; γ ⟶ Deformación de cizalla de una línea inclinada θ' grados respecto a la dirección λ_1 y λ es la elongación cuadrática de la misma línea.

$\lambda' = \frac{1}{\lambda_1}$; λ_1 ⟶ Componente principal de deformación (mayor) expresada como una elongación cuadrática.

$\lambda'_2 = \frac{1}{\lambda_2}$; λ_2 ⟶ Componente principal de deformación (menor) expresada como una elongación cuadrática.

θ' es el ángulo medido, después de la deformación, desde la dirección λ_1 hasta la línea en cuestión. Los valores medidos en contra de las manecillas del reloj en el objeto deformado, son registrados como positivos.

Ejemplo del Círculo de Mohr cuando se Aplica a un Estado Específico de Deformación Finita

Consideremos que una caliza oolítica se encuentra deformada (Fig. 56). La roca ha sido acortada un 30% en la dirección N-S y se encuentra alargada un 20% en la dirección vertical. Encontrar ϕ y ε para la estratificación que buza 51° al N.

Las deformaciones principales serán:

$$\varepsilon_1 = 20\% \quad y \quad \varepsilon_2 = -30\%$$

$$= 0.20 \qquad\qquad = -0.30$$

$$\therefore S_1 = 1.20 \quad y \quad S_2 = 0.70 \qquad \boxed{S = (1 + \varepsilon)}$$

o bien,

$$\lambda_1 = 1.44 \quad y \quad \lambda_2 = 0.49 \qquad \boxed{\lambda = S^2}$$

Así, los valores de λ_1' y λ_2' serán:

$$\lambda_1' = 0.694 \quad y \quad \lambda_2' = 2.041$$

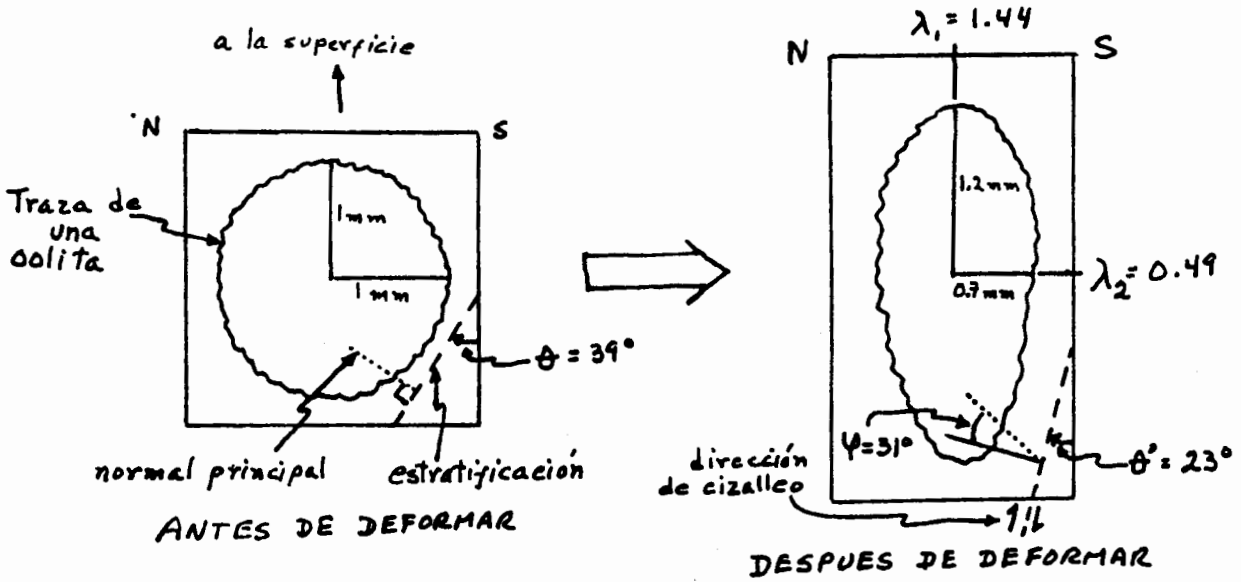
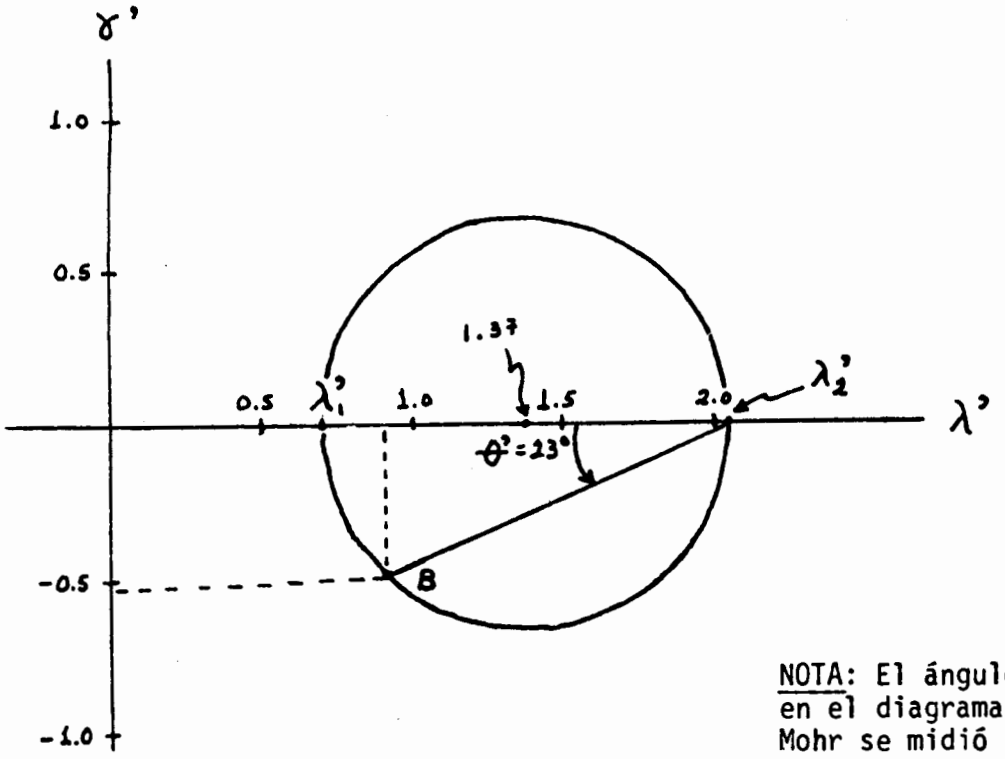


Figura 56. NOTESE QUE LA ESTRATIFICACION NO ES PARALELA A NINGUNA DE LAS DIRECCIONES PRINCIPALES DE DEFORMACION.

Para construir un Círculo de Mohr para este estado de deformación, se dibuja un par de ejes ortogonales λ' y γ' y se les calibra en cualquier escala que sea igual para ambos ejes. Los puntos $\lambda_1' = 0.694$ y $\lambda_2' = 2.041$ son marcados en el eje de las λ' y se trazará entonces un círculo que pase por λ_1' y λ_2', cuyo centro esté localizado en $\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ (Fig. 57).



NOTA: El ángulo θ' en el diagrama de Mohr se midió en sentido opuesto a como fue medido en el objeto deformado. Comparar con Fig.

Figura 57

Ahora usemos este círculo para encontrar las componentes para una *línea que no sea paralela* a las direcciones principales, por ejemplo la estratificación (Fig. 56). Esta línea forma un ángulo θ' = 23° con la dirección λ_1 , que fue *medido en el sentido de las manecillas del reloj* a partir de la dirección λ_1. Para encontrar el punto correspondiente en el Círculo de Mohr, se dibuja una línea desde el punto λ'_2 en el círculo y se miden 23° en *sentido contrario a las manecillas del reloj* a partir de la abscisa y dentro del círculo. Esta línea intersecta el círculo en el punto B, el cual a su vez representa la línea de estratificación de la Fig. 56. Las coordenadas del punto B serán:

$$\lambda' = 0.88 \qquad y \qquad \gamma' = -0.52$$

λ y γ pueden ser encontradas como sigue:

$$\lambda = \frac{1}{\lambda'} = 1.13 \quad y \quad \gamma = \gamma'\lambda = (-0.52)(1.13) = -0.59$$

Pero todavía hay que convertir λ a las medidas de la deformación (estiramiento y elongación), que son más comprensibles.

$$S = \sqrt{\lambda} = 1.06 \quad y \quad \varepsilon = 0.06 = 6\%$$

Por último, hay que convertir la deformación de cizalla (γ) al más comprensible ángulo de cizalla (ϕ). $\gamma = \text{Tan } \phi$:

$$\phi = \text{Ang Tan } \gamma = \text{Ang Tan } (-0.59) = -31°$$

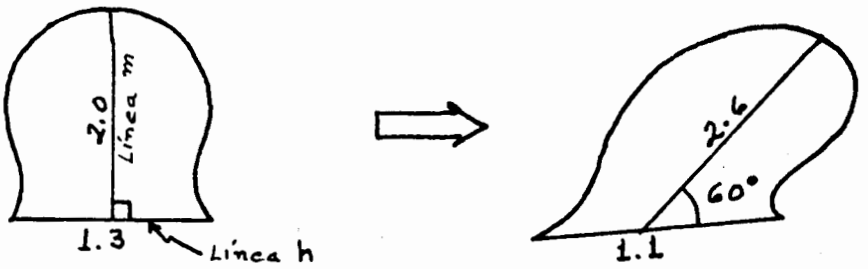
Así podemos concluir que la estratificación fue alargada un 6% de su longitud original y que los planos de estratificación se han deslizado uno respecto a otro, de tal manera que una línea originalmente *normal* a la estratificación fue rotada -31° de la nueva normal a la estratificación, siguiendo la convención de que las deformaciones (y los esfuerzos) de cizalla efectuados en el sentido de las manecillas del reloj (Derechos o dextrales) son negativos.

Uso del Diagrama de Mohr para Encontrar las Magnitudes y Orientaciones de las Deformaciones Principales

Ejemplo: Supongamos que conocemos las elongaciones (λ'_h y λ'_m) y las deformaciones de cizalla (γ'_h y γ'_m) de dos líneas inicialmente perpendiculares y que deseamos encontrar las direcciones principales de deformación (θ'_m ó θ'_h) y las magnitudes principales de deformación (λ_1 y λ_2) en el pla

no en que están contenidas estas dos líneas. *Esta no es una situación común en geología*, debido a que si bien en geología existen muchas líneas $\perp$s entre sí (ej. líneas $\perp$s en fósiles), sería muy poco usual conocer sus longitudes originales. De cualquier manera, este ejemplo es útil porque ilustra cómo el diagrama de Mohr puede ser usado cuando se cuenta con un máximo de información.

Supongamos que tenemos un braquiópodo deformado y que conocemos su configuración inicial (Fig. 58).



	λ	γ
Línea h	0.716	-0.577
Línea m	1.69	0.577

Figura 58

Las dos líneas inicialmente $\perp$s con las que vamos a trabajar son la "media (m) y la línea de la charnela (h). Así, la elongación cuadrática de la línea de la charnela sería:

$$\lambda_h = 0.716 \quad \therefore \quad \lambda'_h = 1.4 \qquad \boxed{\lambda' = \frac{1}{\lambda}}$$

La elongación cuadrática de la línea "media" sería:

$$\lambda_m = 1.69 \ , \quad \therefore \quad \lambda'_m = 0.59$$

Las deformaciones de cizalla para "h" y "m" serían:

$$\gamma_h = -0.577 \qquad \gamma'_h = -0806$$

de donde:

$$\boxed{\gamma' = \frac{\gamma}{\lambda}}$$

$$\gamma_m = 0.577 \qquad \gamma'_m = 0.341$$

Con estos datos podemos ya graficar valores para h (1.4, -0.806) y para m (0.59, 0.341) en el Círculo de Mohr de la Fig. 59.

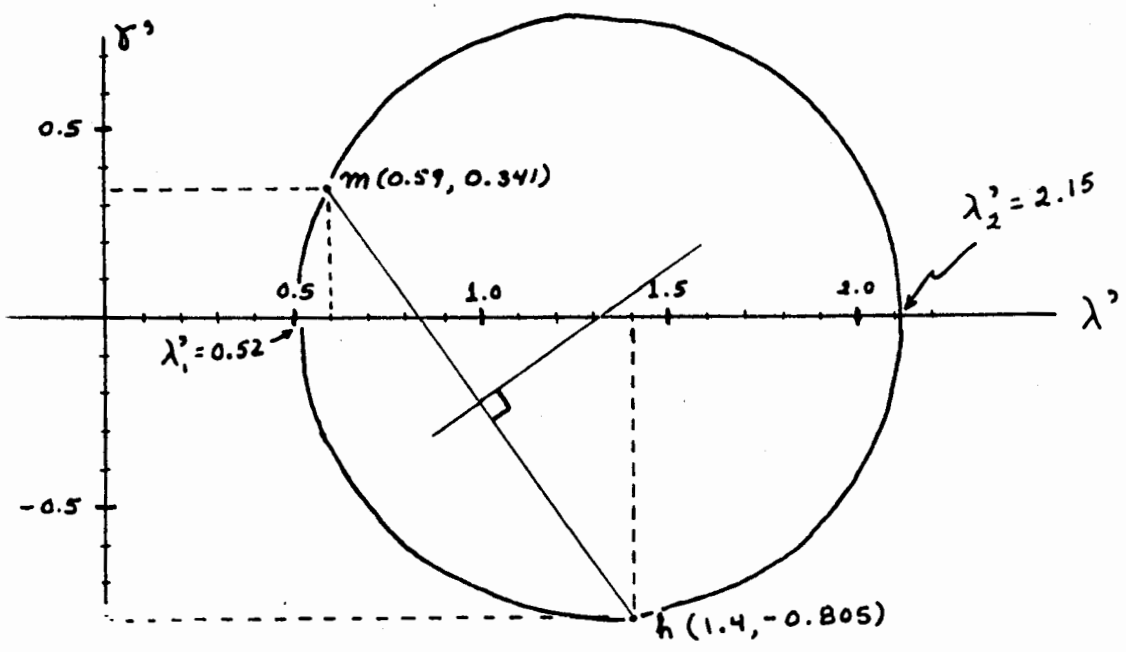


Figura 59

El siguiente paso es encontrar el único Círculo de Mohr que pase por los puntos "m" y "h". Una manera de hacer esto es pasando una línea recta por "m" y "h" y a la mitad de la distancia entre estos dos puntos, trazar una perpendicular hasta que cruce la abscisa (λ'), lo cual nos indicará el *centro del círculo*. Conocido su centro, se puede trazar ya el círculo que nos indicará las magnitudes principales de la deformación (λ_1' , λ_2'), que tendrán unas magnitudes de $\lambda_1' = 0.52$ y $\lambda_2' = 2.15$. Por medio de la fórmula $\lambda = \frac{1}{\lambda'}$ podemos obtener ya las deformaciones principales:

$$\lambda_1 = \frac{1}{0.52} = 1.92 \qquad y \qquad \lambda_2 = \frac{1}{2.15} = 0.47$$

Lo que falta ahora es conocer la orientación de las direcciones principales. θ' para la línea "m" puede leerse directamente del diagrama de Mohr ($\theta_m' = 12°$), midiéndose en dirección de las manecillas del reloj a partir de la abscisa (Fig. 60).

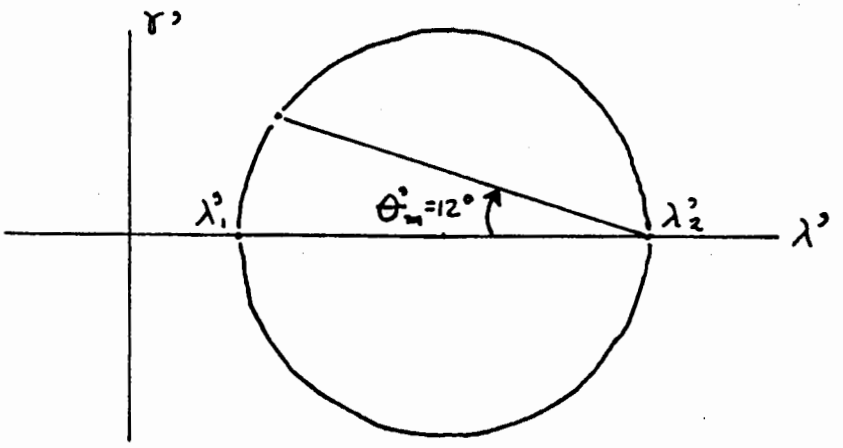


Figura 60

Si el ángulo θ'_m se midió en sentido de las manecillas del reloj en el Círculo de Mohr, entonces se tendrá que medir en una dirección contraria en el objeto deformado (Fig. 61) a partir de la dirección λ_1 .

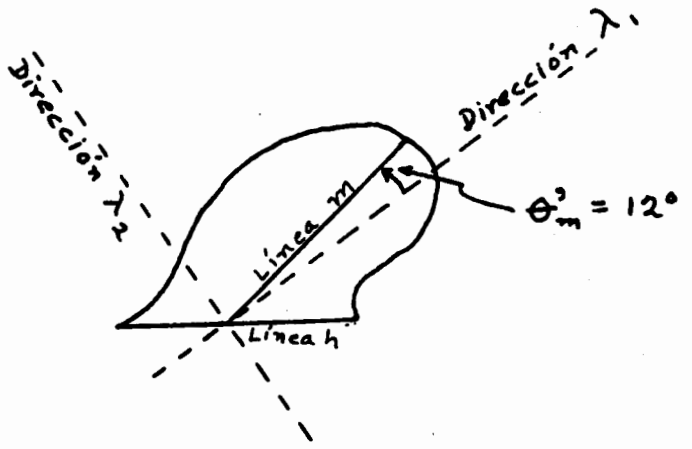


Figura 61

La orientación principal de λ_2 se podrá entonces encontrar, trazando simplemente una normal a λ_1 (Fig. 61). También puede ser medido directamente del Círculo de Mohr (Fig. 60) y midiéndolo en una dirección opuesta en el objeto deformado (Fig. 61) a partir de la dirección λ_2 .

Es importante aclarar que los diagrama de Mohr para deformaciones finitas discutidos aquí, *son los más simples que existen.* En otros tipos de diagramas de Mohr, un estado de deformación está representado por una elipse en lugar de un círculo.

EJERCICIOS PARA EL CAPITULO

1. En un estado de deformación infinitesimal, las elongaciones principales son: $\varepsilon_1 = 0.001$ y $\varepsilon_2 = -0.001$

   a) ¿Cuál es la orientación de las líneas de deformación de cizalla máxima?

   b) ¿Cuáles son las magnitudes de las deformaciones máximas de cizalla?

2. Para el mismo estado de deformación del problema anterior, encuentre la deformación de cizalla y la elongación para dos líneas inclinadas 30° de la dirección ε_1. Compare los resultados con los obtenidos de la aplicación de las ecuaciones para la elongación y la deformación de cizalla.

3. Las componentes de deformación infinitesimal para dos líneas perpendiculares son las siguientes:

	ε	$\gamma/2$
LINEA A	0.00050	-0.000920
LINEA B	-0.00117	+0.000920

Utilice el Círculo de Mohr para encontrar las orientaciones y las magnitudes principales de deformación (ε_1 y ε_2).

4. En un estado de deformación finita $S_1 = 2.5$ y está orientado E-W, mientras que $S_2 = 0.5$ y está orientado N-S. Encuentre el porcentaje de elongación (ε_L) y la deformación de cizalla (γ_L) de una línea "L" orientada N 60° W en el estado deformado.

5. Encuentre las magnitudes y las orientaciones de las deformaciones principales (S_1 y S_2) para el fósil deformado:

	λ	γ	λ'	γ'
Línea h	0.65	0.577	1.53	0.89
Línea m	1.73	-0.577	0.58	-0.33

CAPITULO III

RELACIONES ESFUERZO-DEFORMACION

III-1. Relación Esfuerzo-Deformación en Cuerpos Elásticos, Viscosos, Viscoelásticos y Plásticos

Cuando ocurre un sismo o una explosión, se producen ondas elásticas que viajan a través de un cuerpo de roca, en el cual las partículas que lo componen son localmente desplazadas de sus posiciones normales, pero regresan a estas posiciones una vez que pasa el fenómeno. Bajo tales circunstancias los *esfuerzos involucrados son pequeños*, mientras que *las velocidades de deformación* son relativamente rápidas ($\pm 10^{-3}$ seg^{-1}) y además, no se presenta una distorsión permanente en la roca.

III-2. Algunas Definiciones

Sólido de Hooke.- Se dice que un material es elástico si después de sometido a un esfuerzo recupera su forma sin sufrir una deformación permanente. La única condición en este caso es que el tiempo no es incluido en la deformación. Un ejemplo de este tipo de material puede ser un resorte que se suponga *perfecto*, el cual siempre recuperará su forma original después de someterlo a compresión o a tensión (Fig. 62).

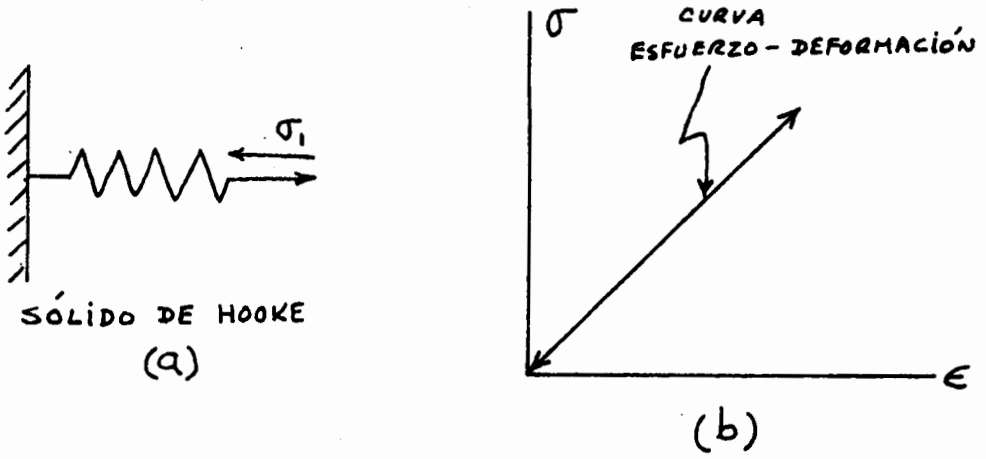


Figura 62. (a) MODELO REOLOGICO PARA UN MATERIAL ELASTICO ISOTROPICO. (b) RELACION ESFUERZO-DEFORMACION PARA ESTE TIPO DE MATERIAL.

La expresión matemática que define a un sólido elástico está basada en la Ley de Hooke, la cual establece que la relación entre esfuerzo y deformación es lineal, de tal forma que la deformación (ε) está relacionada al esfuerzo (σ) por medio de una constante (E) conocida como el *Módulo de Young*, en donde

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \ldots\ldots A$$

Esta relación se encuentra expresada gráficamente en la Fig. 62b , pero hay que recordar que en la naturaleza, las rocas solamente se aproximan a este concepto de un sólido de Hooke, pues sabemos que la *relación esfuerzo-deformación no es constante, ni lineal, en la realidad*, además de que el Módulo de Young para las rocas es siempre mayor en un estado de compresión que en un estado de tensión. Los siguientes ejemplos ilustran mejor este concepto (Tabla 1).

TABLA 1. VALORES DEL MODULO DE YOUNG PARA ALGUNAS ROCAS

TIPO DE ROCA	MODULO DE YOUNG
GRANITO	$4 - 10 \times 10^6$ lb/in^2
BASALTO	$8 - 12 \times 10^6$ "
ARENISCA (baja porosidad)	$6 - 11 \times 10^6$ "
DOLOMITA	$7 - 10 \times 10^6$ "

La siguiente figura muestra el comportamiento de algunas rocas y minerales cuandó son cargados axialmente a bajas presiones hidrostáticas y temperaturas y a una velocidad de deformación de 10^{-4} seg^{-1} .

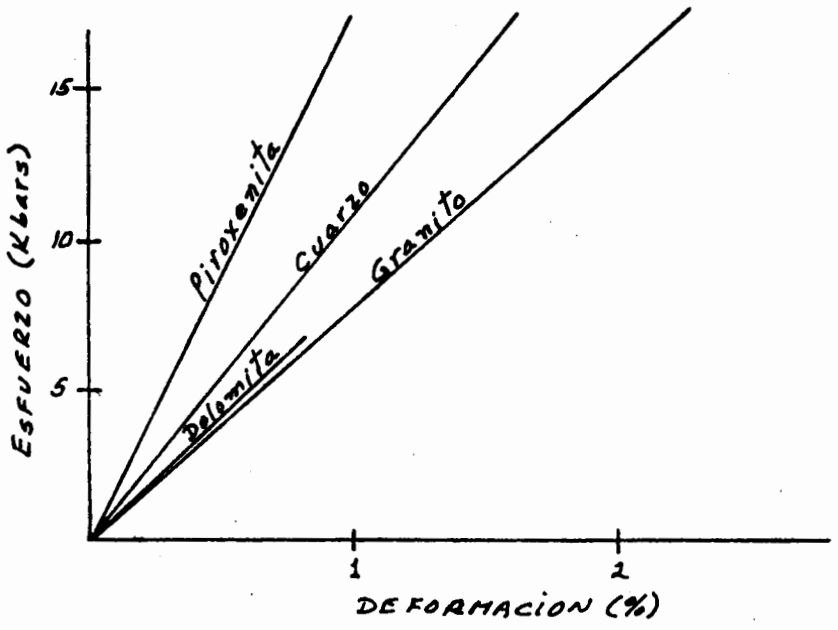


Figura 63. COMPORTAMIENTO DE ROCAS Y MINERALES APROXIMADAMENTE ELASTICOS CUANDO SON SOMETIDOS A CARGAS AXIALES.

En el instante en que la muestra es cargada, ésta se deforma, siendo lineal la relación entre el esfuerzo axial y la deformación longitudinal. Siempre que el espécimen no se rompa, éste recobrará su forma inmediatamente después de que se remueva la carga.

Este tipo de comportamiento es lo que se conoce como *elástico*. Las características importantes de este tipo de comportamiento conocido también como *Elasticidad Hookeana* son:

1. La respuesta al esfuerzo es instantánea
2. La deformación es recuperable también en el instante en que se remueve la carga.

Se deben definir otras constantes cuando el material es Elástico Isotrópico:

a. Si se trata de una deformación producida por cizalla simple, entonces hay que utilizar la constante conocida como MODULO DE RIGIDEZ (G).

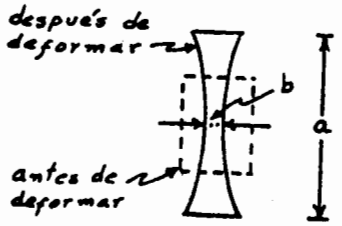
$$G = \frac{\sigma_s}{\gamma}$$

en donde σ_s es el esfuerzo de cizalla y γ la deformación de cizalla.

b. Si se utiliza una presión hidrostática uniforme que produzca una dilación uniforme, entonces hay que definir la INCOMPRESIBILIDAD (K).

$$K = \frac{\text{Presion hidrostática}}{\text{dilación}}$$

c. Si se trata de un experimento de *extensión simple* entonces hay que definir la *Razón de Poisson* (ν)



$$\nu = \frac{b}{a}$$

Todas las cantidades mencionadas anteriormente pueden ser relacionadas por las siguientes expresiones:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{3k\ (1-2\nu)}{2\ (1+\nu)} \quad \ldots\ldots\ldots\ B$$

Para una discusión más profunda ver (Jaeger y Cook, 1969, p 54-58).

La ecuación A es muy simple en su forma, pero es verdadera solamente para un material isotrópico. Pero para materiales anisotrópicos esta ecuación lineal es reemplazada por NUEVE ECUACIONES LINEALES, una para cada una de los componentes de esfuerzo. Estas ecuaciones establecen que cada componente de esfuerzo es una función lineal de las nueve componentes de deformación. Así, el sistema de ecuaciones puede escribirse:

$$\sigma_{11} = C_{1111}\,\varepsilon_{11} + C_{1112}\,\varepsilon_{12} + C_{1113}\,\varepsilon_{13} + C_{1121}\,\varepsilon_{21} +$$

$$+ C_{1122}\,\varepsilon_{22} + C_{1123}\,\varepsilon_{23} + C_{1131}\,\varepsilon_{31} + C_{1132}\,\varepsilon_{32} +$$

$$+ C_{1133}\,\varepsilon_{33}$$

Esta ecuación, junto con otras ocho de forma similar relacionan completamente los esfuerzos a las deformaciones. En estas ecuaciones hay 81 constantes (C_{ijkl}), conocidas como RIGIDEZ ELASTICA.

Conceptos como SIMETRIA y otros como energía de deformación elástica, reducen este número a 21 constantes independientes, que son las requeridas para relacionar esfuerzo a deformación en la *distorsión elástica de un cristal triclínico*.

Otros conceptos de simetría reducen el número de constantes a 13 para un sistema monoclínico, a 9 para un sistema ortorrômbico y a 3 para un sistema cúbico (Nye, 1964, p. 137-142).

Para relacionar esfuerzo y deformación en un *material elástico isotrópico*, solamente se requieren dos constantes: MODULO DE YOUNG y MODULO DE RIGIDEZ.

Las rocas en la naturaleza generalmente exhiben otra clase de comportamientos, en donde la deformación es recuperable, pero no instantáneamente. Esto se ilustra en la siguiente figura en donde la deformación es graficada con respecto a tiempo, para un espécimen cargado axialmente.

Cuando el esfuerzo es aplicado se observa una respuesta elástica instantánea, pero la deformación continúa después de ésto, decreciendo exponencialmente con el tiempo.

Cuando el esfuerzo es suspendido, se observa otra vez una respuesta elástica instantánea y entonces la deformación decrece lentamente, también exponencial, de regreso a cero.

Este comportamiento en donde la deformación es recuperable pero es dependiente del tiempo, se llama COMPORTAMIENTO ANELASTICO y es de gran importancia en muchos problemas de Mecánica de Rocas.

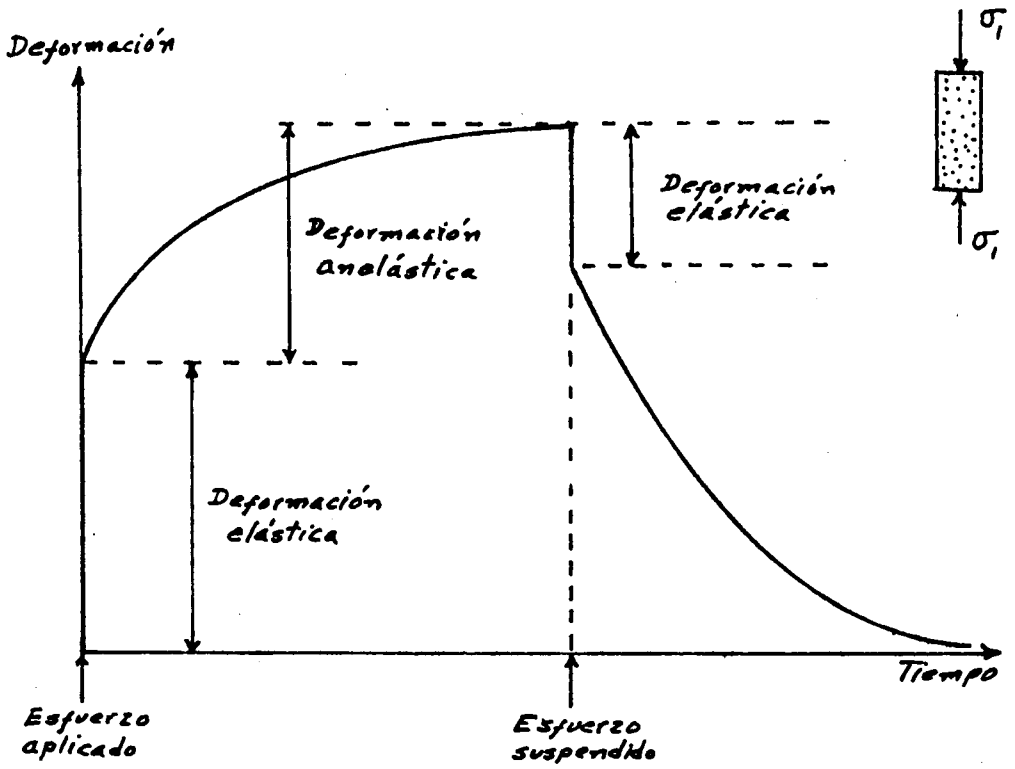


Figura 64. GRAFICA MOSTRANDO LOS DIFERENTES COMPORTAMIENTOS DE UNA ROCA APROXIMADAMENTE ELASTICA CUANDO ES DEFORMADA DURANTE PERIODOS PROLONGADOS DE TIEMPO.

Cuerpos Plásticos (o de Saint Venant).- Este tipo de materiales se caracteriza por mantener una deformación después de que ha sido aplicado un esfuerzo que sobrepasa un cierto límite. El ejemplo reológico de este tipo de materiales es un cubo de una densidad cualquiera, que es jalado horizontalmente. El cubo no se moverá hasta que el esfuerzo supere el coeficiente de fricción entre el cubo y el material sobre el que descansa (Fig. 65a).

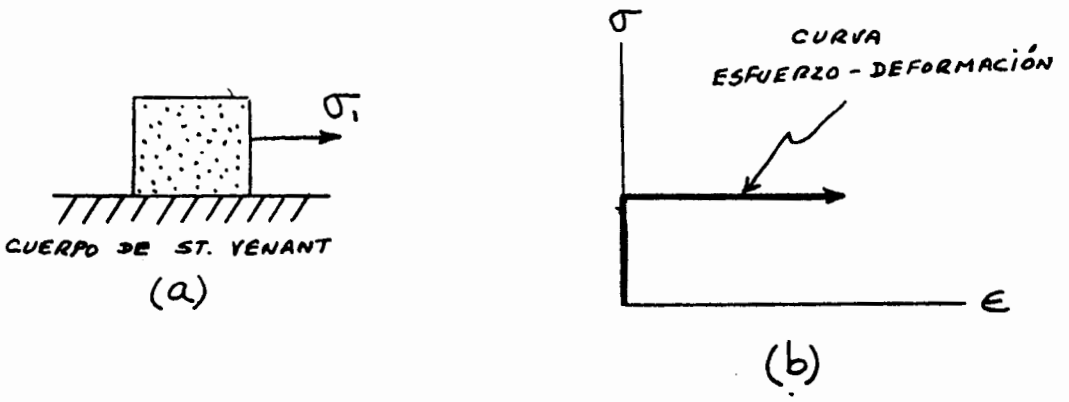


Figura 65. (a) MODELO REOLOGICO PARA UN MATERIAL PLASTICO.
(b) RELACION ESFUERZO-DEFORMACION PARA ESTE TIPO DE MATERIALES.

Un material plástico ideal es incapaz de soportar un esfuerzo mayor a un valor crítico σ_c , que cuando es alcanzado se deforma continuamente de una manera permanente. Abajo de este valor crítico de esfuerzo no ocurre ninguna deformación.

Fluido Newtoniano (o Cuerpos Viscosos).- Este tipo de materiales son aquellos en los que la deformación se efectúa a velocidad constante y en los cuales el esfuerzo está relacionado de una manera lineal a la velocidad de deformación (strain rate) por medio de la siguiente fórmula:

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon}$$

en donde "σ" es el esfuerzo, "η" es la viscosidad del material y "$\dot{\varepsilon}$" es la velocidad de deformación.

El modelo reológico para este tipo de materiales está representado por un pistón perforado que se mueve libremente (verticalmente), sin fricción sólida, en un líquido perfecto y sin inercia, de tal manera que cuando

se aplica un esfuerzo vertical sobre el pistón, éste se mueve sin importar la magnitud del esfuerzo (>0) (Fig. 66).

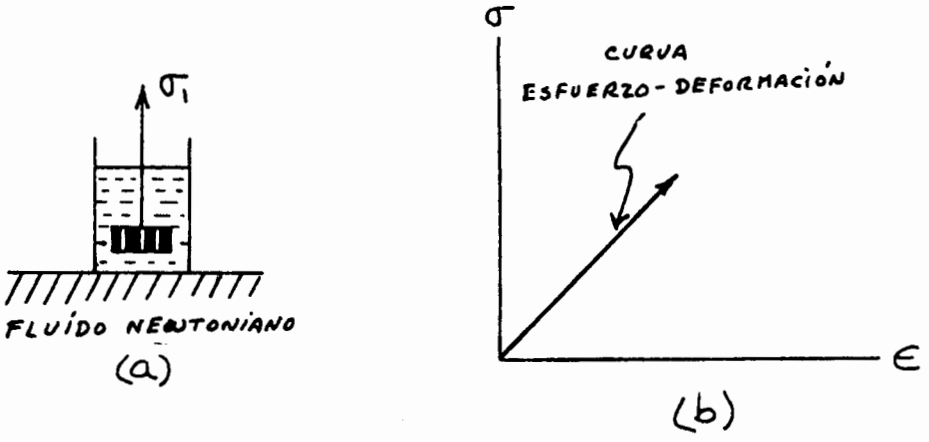


Figura 66.. (a) MODELO REOLOGICO PARA UN MATERIAL VISCOSO.
(b) RELACION ESFUERZO-DEFORMACION PARA ESTE TIPO DE MATERIALES.

III-3. Las Rocas y su Comportamiento Mecánico

Generalmente las rocas exhiben un comportamiento diferente al de los "materiales ideales" descritos (elásticos, plásticos y viscosos). En el laboratorio, la respuesta de las rocas cuando son sometidas a esfuerzo es más complicada y solamente sufren grandes deformaciones permanentes si el esfuerzo aplicado es grande. Bajo presión atmosférica la mayoría de las rocas y minerales se deforman rompiéndose en fragmentos paralelos a la dirección del esfuerzo máximo (σ_1), o bien a lo largo de fallas que tienen una inclinación determinada con respecto a la dirección de σ_1. Este tipo de deformación se denomina COMPORTAMIENTO QUEBRADIZO (Brittle behavior). Si se utiliza un *pistón hidrostático de pruebas* (Fig. 67)

y se va incrementando gradualmente la presión hidrostática, se podrá observar que la roca va a pasar de un comportamiento quebradizo a un *comportamiento dúctil*, con una fase intermedia que es conocida con el nombre de TRANSICION QUEBRADIZO-DUCTIL, la cual es función no sólo de la presión hidrostática, sino también de la temperatura y de la velocidad de deformación ($\dot{\varepsilon}$).

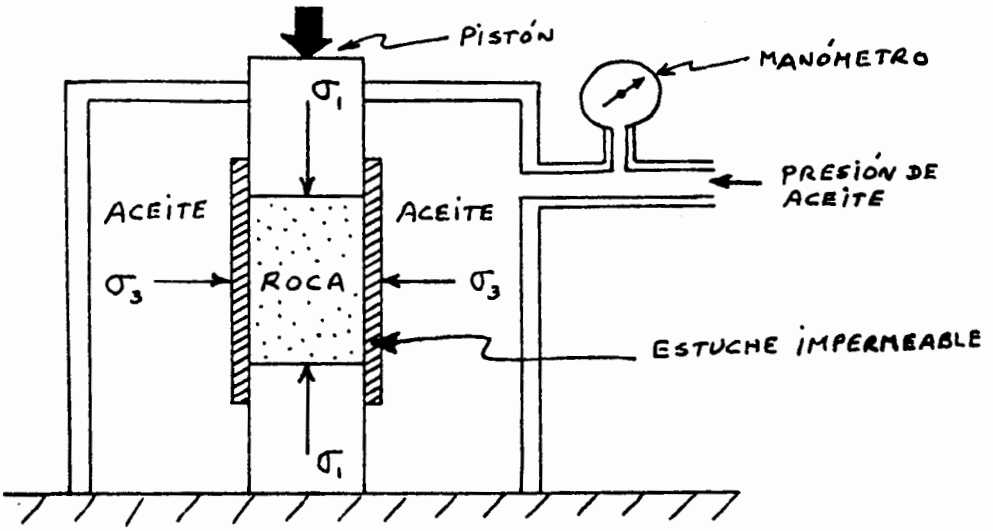


Figura 67. ESQUEMA DE UNA CAMARA HIDROSTATICA PARA PRUEBAS TRIAXIALES.

En general se dice que cuando existe baja temperatura y presión hidrostática y una alta velocidad de deformación, es más probable que una roca se comporte de una manera quebradiza; mientras que si la temperatura y la presión hidrostática son altas y la velocidad de deformación es lenta, entonces es muy probable que la roca se comporte de una manera dúctil.

Los mecanismos de un comportamiento quebradizo van acompañados comúnmente de fallas, microfracturamiento y efectos cataclásticos asociados; mientras que un comportamiento dúctil está generalmente asociado a deformación de granos individuales, plegamientos y distorsiones (acordamientos, alargamientos, etc.). Así, sí se incrementa la presión hidrostática *lentamente*, el efecto será la inhibición de fracturamiento y de fallamiento. Por otro lado, el efecto de incrementar la temperatura a una velocidad de deformación lenta será el inicio de *procesos termalmente* activados, como por ejemplo deslizamientos cristalinos internos y difusión atómica.

Un resumen de los cambios característicos asociados a la transición quebradizo-dúctil se ilustra en la Fig. 68.

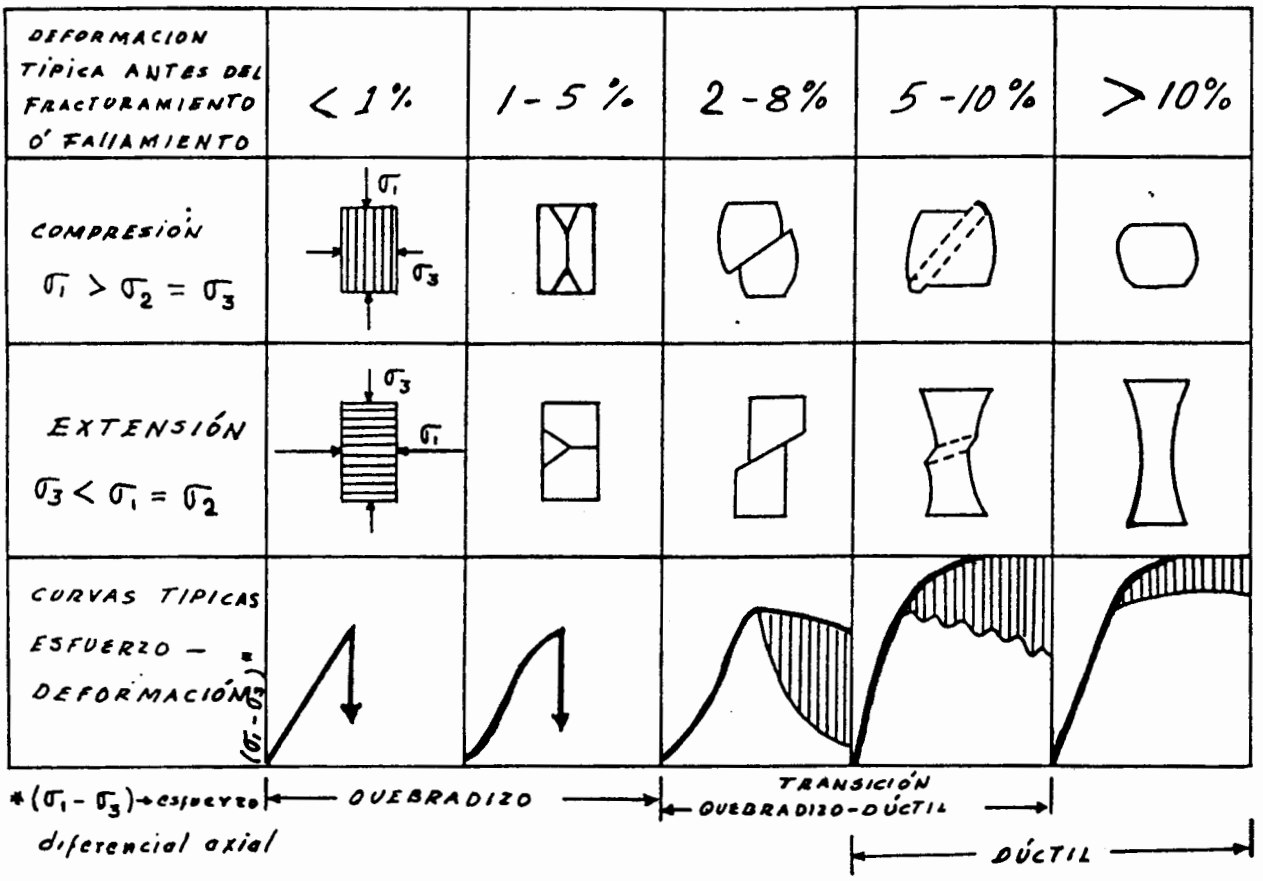


Figura 68. DIFERENTES COMPORTAMIENTOS DE ROCAS SOMETIDAS A PRUEBAS TRIAXIALES (SEGUN GRIGGS Y HANDIN, 1960).

III-4. Desarrollo de Fracturas y Fallas (Ruptura Quebradiza)

La *resistencia al cizalleo* (Shearing resistance) de una roca es el esfuerzo de cizalla (σ_s) suficiente para iniciar el movimiento de falla a lo largo de un plano de falla potencial. Este hecho ha sido comprobado experimentalmente por varios investigadores de diferentes países, que han empleado *pruebas triaxiales*. Una prueba de compresión axial es aquella en la cual un cilindro de roca es acortado, paralelo a su longitud mayor, en un cilindro hi-

drostático (ver Fig. 67). Una prueba típica de compresión triaxial se lleva a cabo de la siguiente manera: Una muestra de roca es cortada hasta formar un cilindro de aproximadamente 2 cm de largo y 1 cm de diámetro. Tal cilindro se coloca en un estuche impermeable montado entre dos pistones de acero y se sumerge en un fluído contenido en una cápsula de presión. Una vez hecho esto, se comienza a bombear presión al fluído hasta lograr la *presión confinante* deseada.

En esta etapa del experimento el estado de esfuerzo sobre el espécimen es del tipo hidrostático, en el cual la presión confinante tiene componentes $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Si el pistón situado arriba de la muestra comienza a moverse verticalmente hacia abajo, el espécimen comenzará a ser acortado y el estado de esfuerzo sobre éste cambiará a un estado no-hidrostático, en el que la presión confinante será $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$. A medida que se continúa incrementando la presión del pistón (Fig. 69), σ_2 y σ_3 continuarán siendo iguales a la presión confinante, pero σ_1 se seguirá incrementando. La diferencia $(\sigma_1 - \sigma_3)$ es lo que se conoce como *esfuerzo diferencial*. La historia del esfuerzo sobre la muestra puede representarse por medio de una serie de círculos de Mohr de diámetro $(\sigma_1 - \sigma_3)$, que aumentarán a medida que aumente la presión y que pasarán por el valor fijo σ_3, como se muestra en la Fig. 69d. La relación entre esfuerzo y deformación se representa comúnmente por una gráfica esfuerzo-deformación. Así se podrá notar que a medida que crece la presión en el pistón, crece el esfuerzo diferencial $(\sigma_1 - \sigma_3)$ y consecuentemente, también se incrementa el esfuerzo de cizalla en todos los planos de falla potenciales de la muestra. Final-

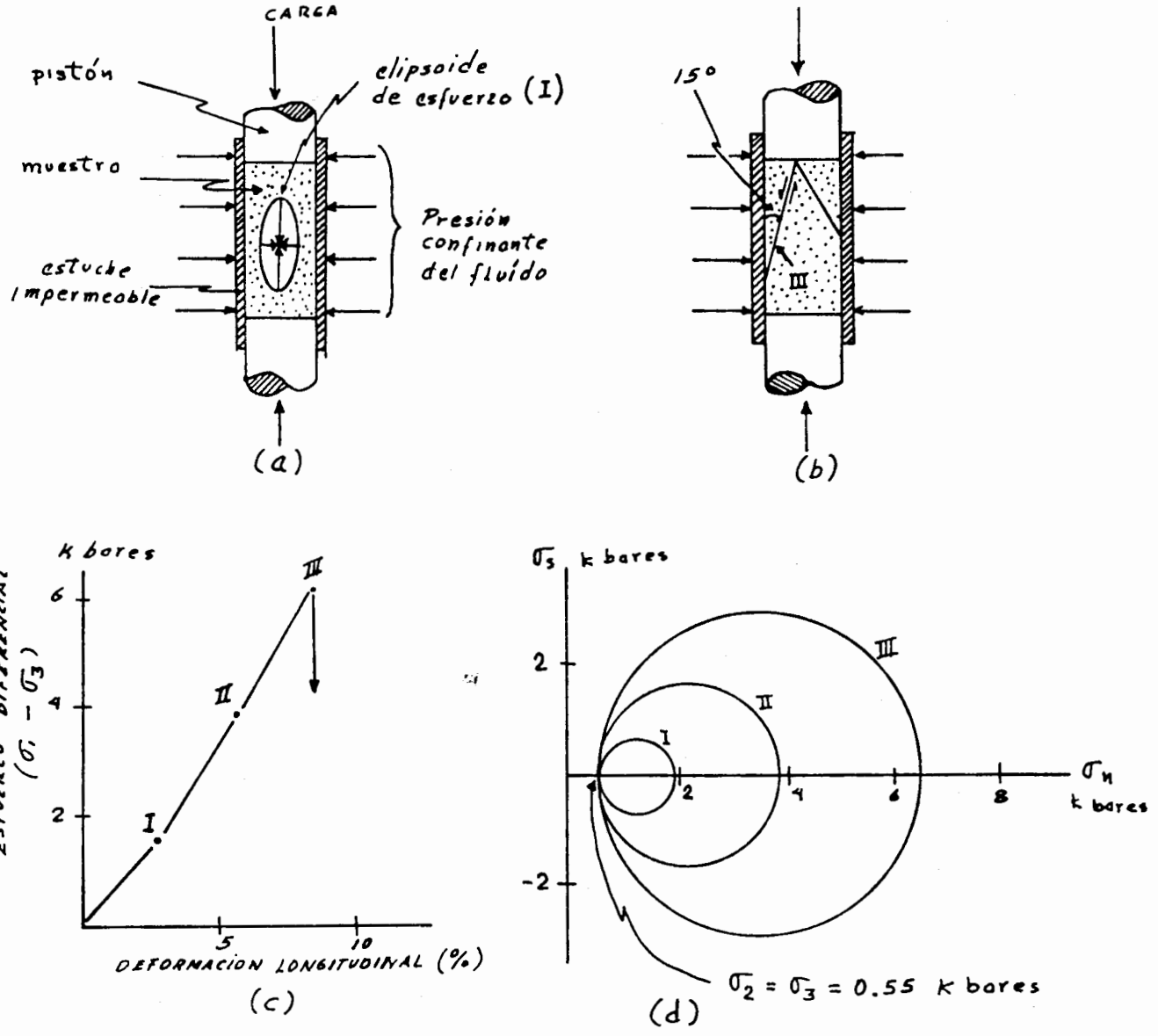


Figura 69. PRUEBA TRIAXIAL PARA UN ESPECIMEN DE ROCA. VER TEXTO PARA DISCUSION.

mente, cuando la resistencia al cizalleo de la muestra es sobrepasada, el fallamiento ocurre. Esto sucede en materiales quebradizos cuando se alcanza un valor máximo de $(\sigma_1 - \sigma_3)$, conocido como *resistencia* máxima. Una vez que se conoce la resistencia máxima de una roca para una presión confinante determinada y se ha medido la inclinación de la falla con respecto al eje de la muestra, entonces se podrá calcular la resistencia al cizalleo de la roca por medio del diagrama de Mohr, o por medio de la ecuación

$$\sigma_s = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \text{ Sen } 2\theta$$

La resistencia máxima, el ángulo de fallamiento y la presión confinante, de numerosas pruebas triaxiales de rocas, han sido compiladas por

Handin, J., 1966, Strength and Ductility: p. 223-289, in Handbook of Physical Constants, S. P. Clark (Ed.), Geol. Soc. Am. Memoir 97.

La dependencia de la resistencia al cizalleo sobre el esfuerzo normal puede demostrarse si se efectúan varias pruebas triaxiales sobre un tipo de roca, pero a diferentes presiones confinantes. La Fig. 70 muestra un diagrama de Mohr para seis diferentes pruebas realizadas a una marga.

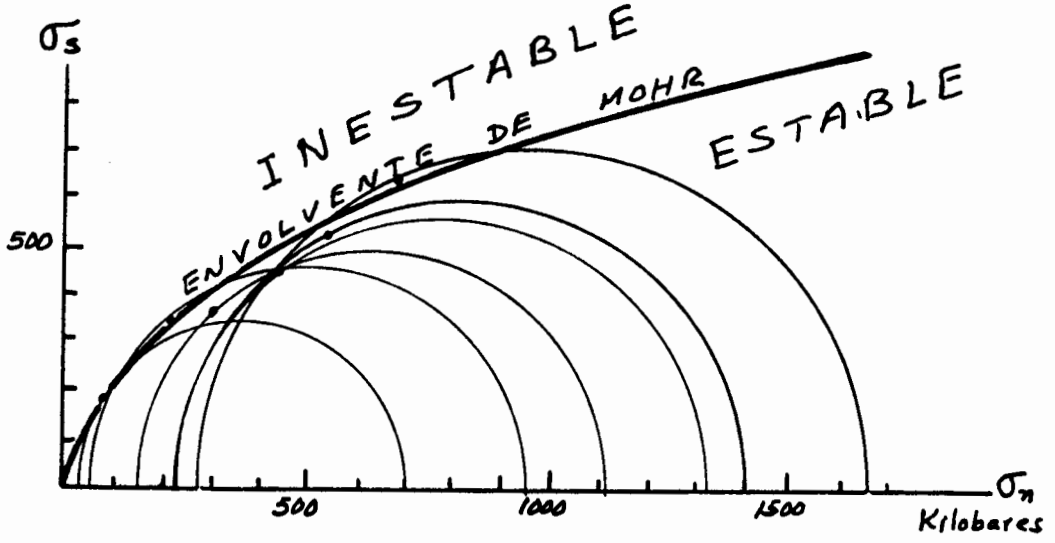


Figura 70. CIRCULOS DE MOHR PARA UNA MARGA DEFORMADA A DIFERENTES PRESIONES CONFINANTES. EL PUNTO EN CADA CIRCULO REPRESENTA EL MOMENTO EN QUE OCURRE RUPTURA.

Cada círculo representa las condiciones de esfuerzo bajo las cuales ocurrió el fallamiento en cada una de las pruebas. Los puntos en cada círculo representan los valores de σ_n y σ_s para el plano en el que hubo fallamiento en cada prueba. Nótese que la resistencia al cizalleo se incrementa con los esfuerzos normales y que puede dibujarse una curva que pase aproximadamente por los puntos que representan ruptura. Esta curva se conoce con el nombre de ENVOLVENTE DE MOHR y representa el límite estable e inestable de una roca determinada.

III-5. Criterios de Coulomb y de Griffith

Existen varios intentos para describir, en términos generales, las características requeridas en un estado de esfuerzo para iniciar un fractura-

miento de cizalla. El más simple de estos "criterios" fue sugerido por Coulomb en 1773, quien propuso que *un fracturamiento de cizalla podría ocurrir cuando el esfuerzo de cizalla sobre un plano de falla* POTENCIAL *alcanzara un valor crítico dado por*

$$\sigma_S = C + \mu\sigma n$$

en donde "C" es una constante conocida como COHESION y " μ " es otra constante conocida como COEFICIENTE DE FRICCION INTERNA. Este criterio está basado en la suposición de que la fractura de cizalla en materiales sólidos involucra el rompimiento de alguna clase de uniones coherentes (de ahí la constante "C") entre partículas, así como deslizamiento "friccional" (constante " μ ") a lo largo de planos potenciales de falla. Este criterio ha sido comprobado experimentalmente y se ha encontrado que no es completamiente satisfactorio cuando es aplicado a rocas, pero aún así, también se ha encontrado que la ecuación que lo define es un acercamiento bastante aproximado a los resultados experimentales. El criterio de Coulomb predice que los puntos de ruptura de una roca (p. ej., Fig. 71a) deberían de coincidir con una línea recta cuya pendiente fuera igual a " μ " y que intersecta a la ordenada del diagrama de Mohr en un punto "C".

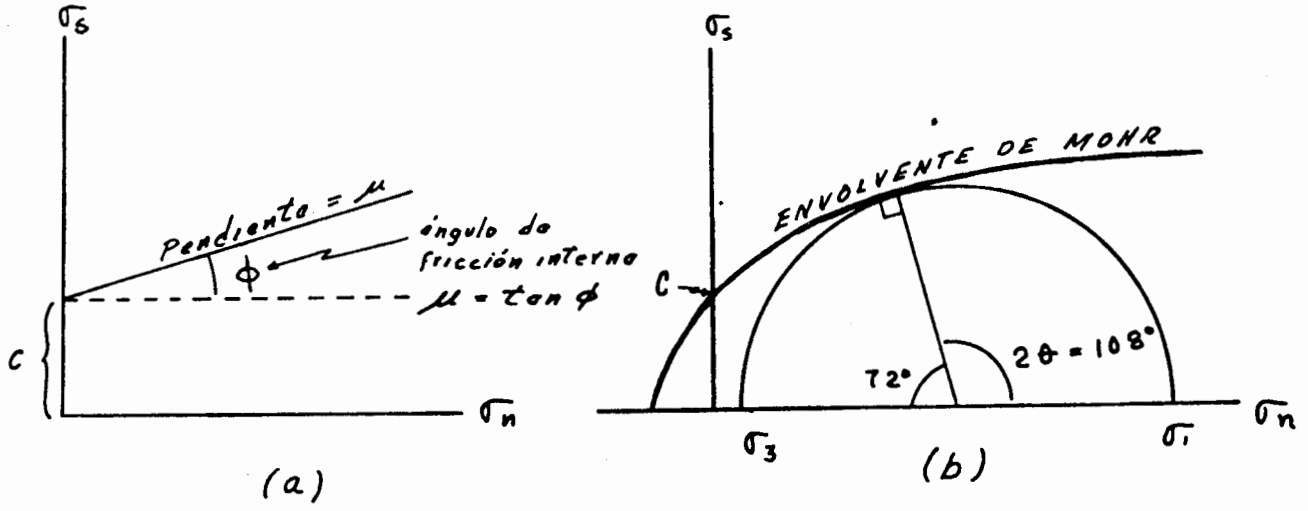


Figura 71. (a) CRITERIO DE COULOMB. (b) EL MISMO CRITERIO, PERO MODIFICADO POR MOHR, EL CUAL UTILIZA UNA CURVA PARABOLICA EN LUGAR DE UNA RECTA PARA DETERMINAR EL COEFICIENTE DE FRICCION INTERNA (μ).

El criterio de Coulomb y el diagrama de Mohr, llevaron a Griffith (1924) a tratar de explicar más realísticamente el desarrollo de fracturas de cizalla; llegando a desarrollar la hipótesis conocida como *Hipótesis de Griffith* y que está representada por la fórmula.

$$\sigma_s = 2To + So\sigma n$$

en donde "To" es la *resistencia uniaxial a la tensión* y "So" es el *coeficiente de fricción* de la roca. Esta ecuación tiene la misma forma original que la ecuación de Coulomb e indica que la resistencia al cizalleo de un sólido depende de dos constantes (To y So) del material y es lineamiento proporcional al esfuerzo normal que actúa sobre el plano de falla potencial.

Sin embargo, en la actualidad y gracias a las contribuciones de Mohr, el criterio más utilizado es el que involucra a la Envolvente de Mohr (Fig. 71b), la cual en lugar de ser una línea es una parábola. El uso de esta curva en conjunción con el círculo de Mohr es muy ventajoso, pues una vez que la envolvente ha sido determinada a partir de una serie de pruebas triaxiales, puede ser utilizada para predecir la *resistencia máxima* y el *ángulo de la falla* en pruebas para otras presiones confinantes. Lo anterior se ilustra en el ejemplo siguiente.

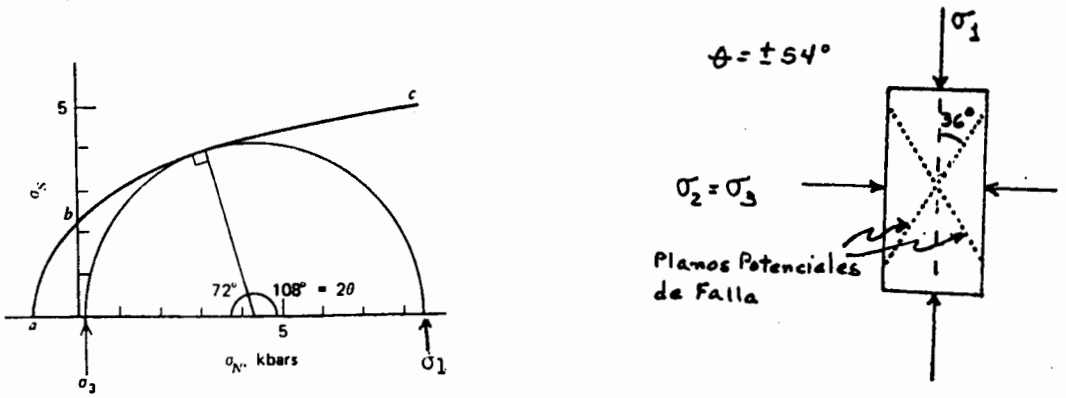


Figura 72. EJEMPLO DEL USO DE LA ENVOLVENTE DE MOHR PARA DETERMINAR EL MOMENTO EN QUE OCURRE RUPTURA EN UNA MUESTRA DE ROCA Y EL ANGULO, RESPECTO A σ_1, EN QUE SE DESARROLLARA EL PLANO DE FALLAMIENTO. LA CURVA a, b, c, ES LA ENVOLVENTE DE MOHR. LA PRESION CONFINANTE ES IGUAL A 0.2 KBARES.

Como se conoce la Envolvente de Mohr y la presión confinante, entonces basta dibujar el mayor círculo de Mohr que pase por el valor de σ_3 (presión confinante) y que sea tangente a la envolvente. Así, se trazará una línea perpendicular a la envolvente, que parta del centro del círculo, lo cual proporciona la resistencia al cizalleo (σ_s = 3.9 Kbares) leída gráficamen-

te, o bien, calculada con la fórmula:

$$s = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \text{ Sen } 2\theta = \frac{8.5 - 0.2}{2}(0.9511 = 3.95 \text{ Kbares})$$

La *resistencia máxima* de la roca a la ruptura de cizalla será entonces:

$$\text{Resistencia Máxima} = \sigma_1 - \sigma_3 = 8.5 - 0.2 = 8.3 \text{ Kbares}$$

y el ángulo entre la falla potencial y la dirección de σ_1 será de 36°. Pero todos estos conceptos son sólo parcialmente válidos cuando tratamos con rocas, ya que cuando éstas son deformadas bajo condiciones naturales tenemos que suponer que existen fluídos contenidos en los poros de la roca. Además, es necesario considerar también que esos fluídos están sometidos a una cierta presión, causada simplemente por presión litostática. Así, Terzaghi (1922) propuso que la resistencia al cizalleo de suelos saturados de agua está dada por una simple modificación del criterior de Coulomb.

$$\sigma_s = C + \mu(\sigma_n - p)$$

en donde "p" es la *presión intersticial* (pore pressure) y la diferencia (σ_n - p) es definida como el *esfuerzo normal efectivo* (σn). Esta ecuación ha sido comprobada experimentalmente y se ha encontrado que funciona perfectamente para suelos y también para rocas.

El término (σ_n - p) ha sido llamado esfuerzo normal efectivo porque se ha comprobado experimentalmente que esta función es la que controla *"efectivamente"* la resistencia de una roca al cizalleo y no solamente el esfuerzo normal (σn) como se había supuesto anteriormente.

Las presiones intersticiales (p) altas tienen un efecto de *lubricantes* en las fallas, ya que reducen la resistencia por fricción a lo largo de

un plano de falla, pero también se ha encontrado que el *coeficiente de fricción interna* (μ) de una roca, permanece constante aún bajo la influencia de altas presiones intersticiales.

La manera en la cual las presiones intersticiales promueven el fallamiento puede ilustrarse por medio de un diagrama de Mohr en el cual se grafica el *esfuerzo normal efectivo* en el eje de las abscisas, en lugar del esfuerzo normal (Fig. 73).

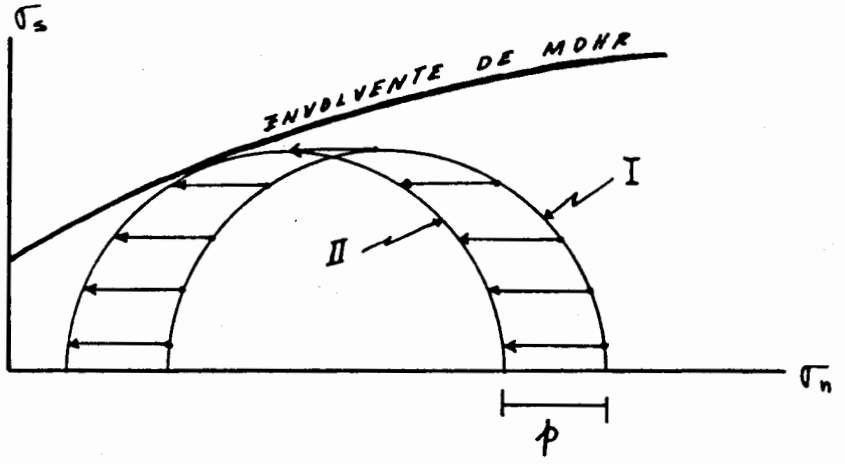


Figura 73. DIAGRAMA DE MOHR EN EL QUE SE GRAFICA EL ESFUERZO NORMAL EFECTIVO CONTRA EL ESFUERZO DE CIZALLA. EL CIRCULO I REPRESENTA EL ESTADO DE ESFUERZO PARA UNA ROCA ESTABLE CUANDO p=0, MIENTRAS QUE EL CIRCULO II REPRESENTA EL ESTADO DE ESFUERZO PARA UNA ROCA INESTABLE CUANDO LA PRESION INTERSTICIAL HA SIDO INCREMENTADA.

El círculo I representa el estado de esfuerzo de una masa de roca cuando la presión intersticial de los fluídos contenidos en sus poros, o intersticios, es cero, de tal manera que el esfuerzo efectivo normal (σ_n - p)

es igual al esfuerzo normal (σ_n). Ahora supongamos que la presión intersticial es incrementada en esa roca hasta alcanzar un nivel "p", mientras que el esfuerzo normal total es mantenido constante. Bajo estas condiciones, el *esfuerzo normal efectivo* (σ'_n) disminuirá y su acción sobre todos los planos potenciales de falla decrecerá en una cantidad igual a "p", tal como se observa en la Figura 73. Obsérvese también que el esfuerzo de cizalla (σ_s) para cualquier punto, permanecerá constante en cualquiera de los dos círculos. Si "p" tiene un valor grande, entonces el círculo II intersectará la envolvente de Mohr y ocurrirá un fallamiento. La presión del fluído intersticial permitirá que se inicie fallamiento *aún cuando los esfuerzos de cizalla presentes no sean los adecuados para producir una falla en roca seca*, o en roca saturada de fluídos, pero con bajas presiones intersticiales.

III-6. Orientación relativa de las fracturas de cizalla y los esfuerzos principales.

En pruebas triaxiales se ha comprobado que las fracturas de cizalla se forman a ángulos menores de 45° de la dirección σ_1, observándose que ángulos de $\pm$ 30° son particularmente comunes.

Cuando $\sigma_2 = \sigma_3$ (pruebas triaxiales) existen un número infinito de planos igualmente favorables al fallamiento, todos también igualmente inclinados con respecto a la dirección de σ_1.

Pero cuando $\sigma_2 \neq \sigma_3$ existen solamente dos planos en los que puede ocurrir fallamiento. Tales planos están inclinados al mismo ángulo con respecto a σ_1 y se intersectan en σ_2 (Figura 74).

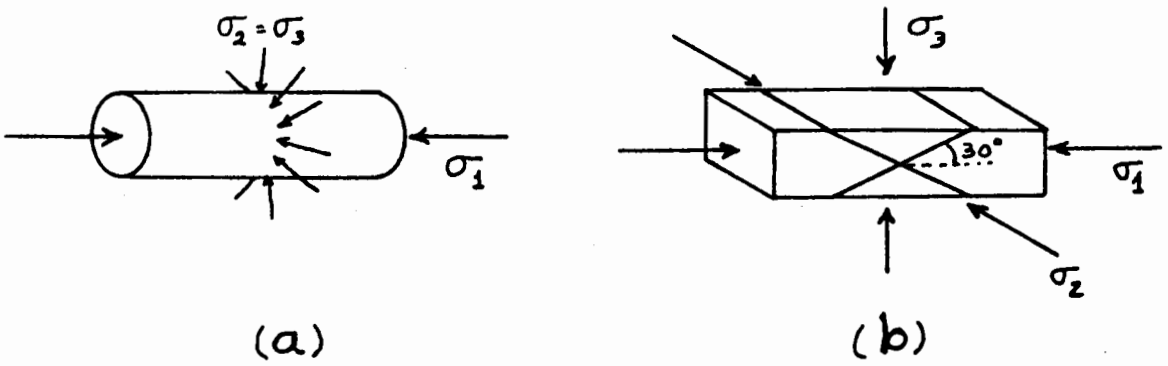


Figura 74. (a) CILINDRO DE ROCA SOMETIDO A UN ESTADO DE ESFUERZO EN DONDE $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$. (b) PRISMA DE ROCA SOMETIDO A UN ESTADO DE ESFUERZO EN DONDE $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$. NOTESE QUE EN ESTE CASO SI SE PODRIAN DETERMINAR CON EXACTITUD LOS PLANOS A LO LARGO DE LOS CUALES SE DESARROLLARAN FRACTURAS DE CIZALLA O FALLAS.

Los planos de fractura de cizalla, o fallas de cizalla cuando ha existido desplazamiento, son conocidos comúnmente como *pares conjugados de fracturas* (o fallas) *de cizalla*. Se ha comprobado, tanto experimentalmente como por observaciones en rocas naturalmente deformadas, que tales pares conjugados se desarrollaron en las rocas a ángulos de aproximadamente 30° con respecto a la dirección de σ_1 (Figura 74).

Un experimento particularmente interesante se presenta en la Figura 75 y fue realizado por Means a principios de los 70s (in Hobbs et al., 1976, p. 326). Este investigador sometió a deformación un bloque prismático de caliza de Solenhafen, acortándolo aproximadamente 1% a temperatura ambiente y con $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Los resultados obtenidos fueron muy importantes,

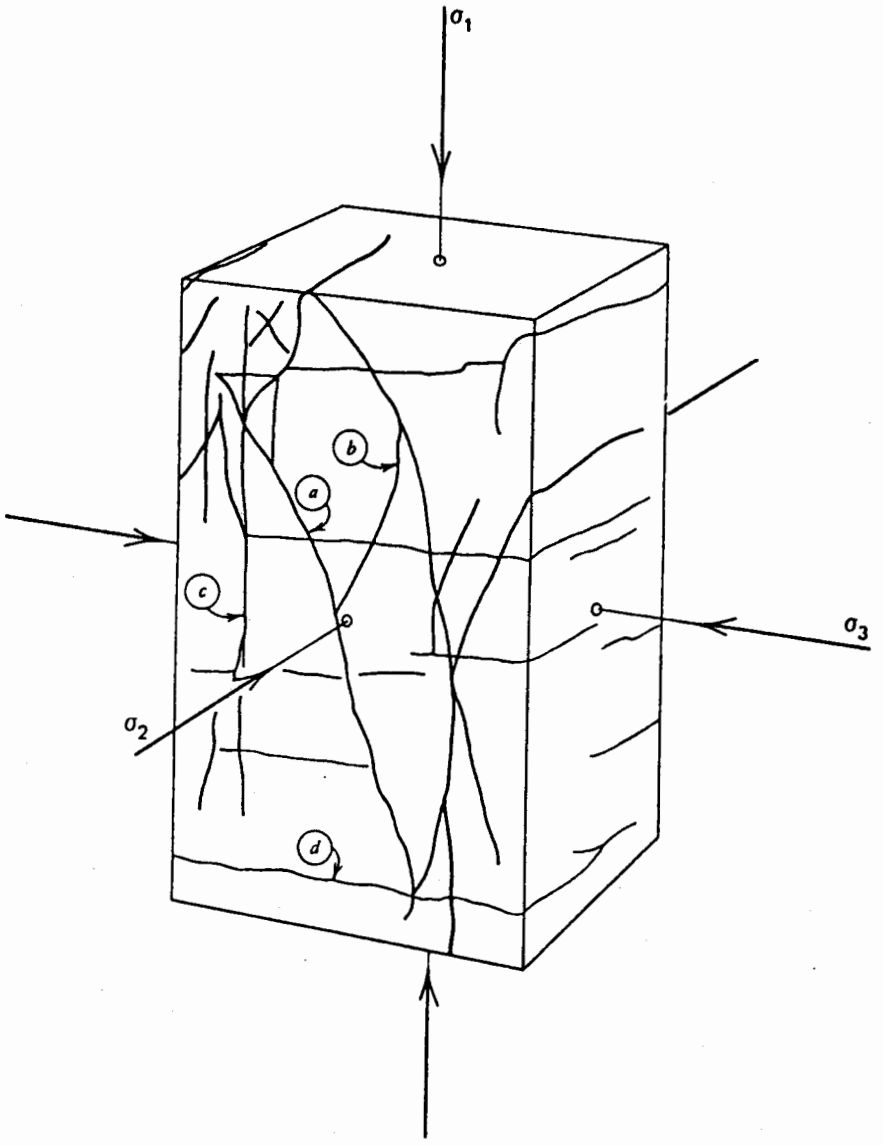


Figura 75. FRACTURAS FORMADAS EXPERIMENTALMENTE EN UN BLOQUE DE CALIZA DE SOLENHAFEN. $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. PARA DISCUSION VER TEXTO.

ya que se desarrollaron cuatro sistemas de fracturas, de los cuales dos de ellos corresponden a pares conjugados de fracturas de cizalla cuya orientación con respecto a σ_1 fue de aproximadamente 30° (fracturas a y b de Figura 75). Los otros dos sistemas de fracturas fueron el resultado de la carga al inicio del experimento (fracturas c de Figura 75) y de la descarga

al final del mismo (fracturas d de Figura 75), cuando la roca pasó por un proceso de recuperación elástica.

El criterio de Coulomb-Mohr predice que se deben formar fracturas de cizalla a menos de 45° de la dirección de σ_1. La siguiente figura muestra la resistencia al cizalleo calculada bajo el Criterio de Coulomb y el esfuerzo de cizalla para todos los planos paralelos a σ_2 al momento de ocurrir el fracturamiento. Puede observarse que el plano para el cual el esfuerzo de cizalla es igual a la resistencia al cizalleo, debe estar siempre inclinado a menos de 45° con respecto a σ_1, debido a la pendiente positiva de la curva de la resistencia al cizalleo y a la forma simétrica de la curva del esfuerzo de cizalla.

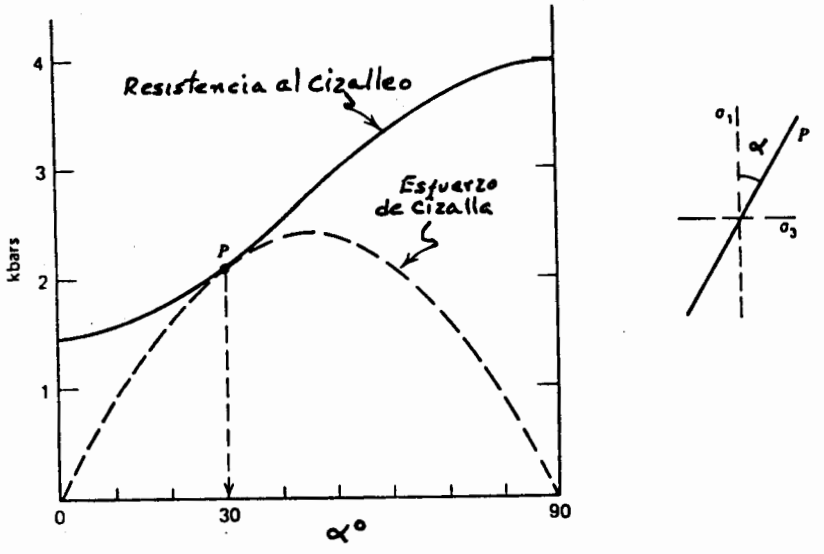


Figura 76. PRUEBA DE RESISTENCIA AL CIZALLEO Y ESFUERZO DE CIZALLA PARA EL MOMENTO PREVIO AL FRACTURAMIENTO PARA PLANOS PARALELOS A σ_2 Ē INCLINADOS ° CON RESPECTO A σ_1. PARA DISCUSION VER TEXTO.

La prueba mostrada en la Figura 76 fue realizada por Handin (1969, p. 5346) utilizando muestras de caliza de Solenhofen con los siguientes parámetros (in hobbs et al., 1976, p. 327): c = 1.05 Kbars, $\mu = 0.53$, $\sigma_1 = 5.5$ Kbars y $\sigma_3 = 0.75$ Kbars al momento del fracturamiento. La resistencia al cizalleo fue calculado con la fórmula $\sigma_s = 1/2(\sigma_2 - \sigma_3)$ Sen 2θ. El ángulo al cual se fracturó la muestra con respecto a la dirección de σ_1 fue = 30°.

La orientación observada en las fracturas de cizalla puede correlacionarse con la forma de la envolvente de Mohr, como se ilustra en la siguiente figura:

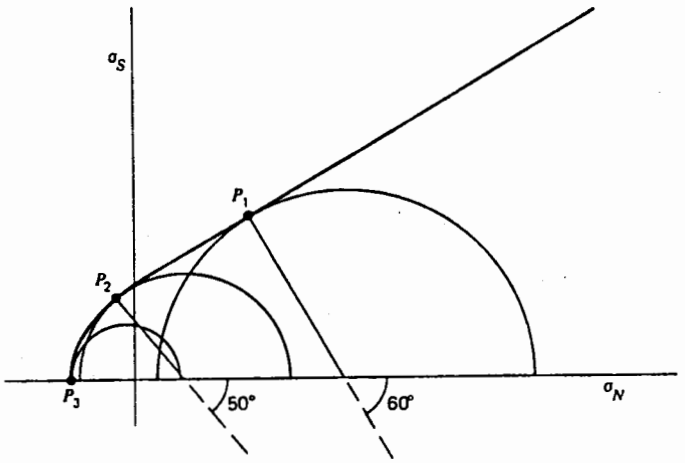


Figura 77. CORRELACION ENTRE LA ORIENTACION DE LAS FRACTURAS Y LA ENVOLVENTE DE MOHR.

Se espera que ocurra fallamiento en los planos P de cada uno de los círculos de esfuerzo mostrados, con ángulos menores a 45° con respecto a la dirección del esfuerzo principal máximo (σ_1). Nótese que una transición

completa está indicada por fallas como P_1 (inclinada 30° de σ_1), pasando por fallas de cizalleo con una componente dilatacional como P_2 (inclinada a 25° de σ_1), hasta fracturas de extensión como P_3 que son paralelas a σ_1. La ocurrencia de fracturas a ángulos muy pequeños con respecto a σ_1 ha sido corroborada por evidencias de campo por: Muehlberger, W. R., 1961, conjugate Joint sets of small dihedral angle: Jour. Geol., v. 69, p. 211-219.

Si tomamos en cuenta que en la superficie de la Tierra es posible tener diferentes orientaciones de los esfuerzos principales σ_1, σ_2 y σ_3, entonces es posible ubicar la posición de éstos cuando ocurre fallamiento. Anderson (1951, The Dynamics of Faulting: Oliver and Boyd, Edinburgh, 206 p) consideró lo anterior y propuso que la orientación de los esfuerzos principales cuando ocurre fallamiento en la corteza terrestre, debería ser la mostrada en la figura siguiente:

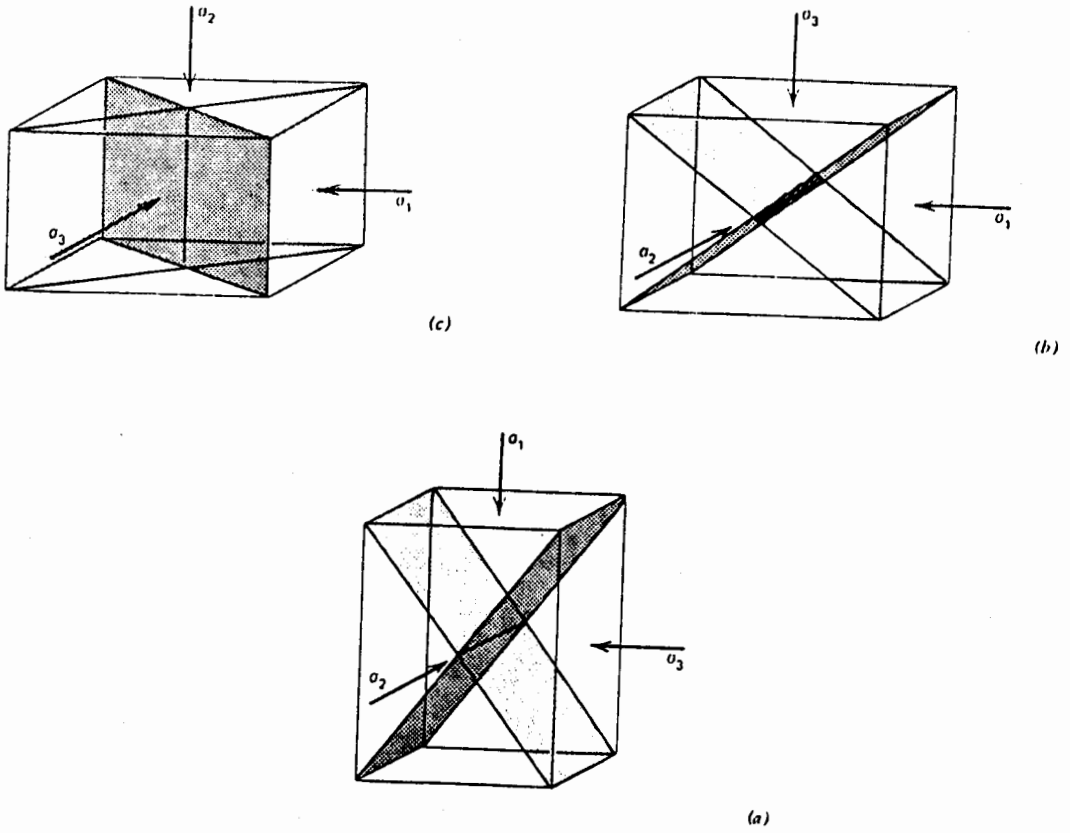


Figura 78. PLANOS DE FALLA POTENCIALES PARA UNA ROCA ISOTOPICA CUANDO ALGUNO DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES ES VERTICAL. (a) FALLAS NORMALES, (b) FALLAS INVERSAS Y (c) FALLAS DE TRANSCURRENCIA.

Esta clasificación de Anderson (1951) funciona muy bien para cuerpos isotrópicos, pero como en la naturaleza los cuerpos de roca son generalmente anisotrópicos, las relaciones simples entre las direcciones de los esfuerzos principales y los planos potenciales de falla no siempre se cumplen.

Orientación de los esfuerzos principales a partir de datos de campo.

Para poder determinar las orientaciones de σ_1, σ_2 y σ_3 inmediatamente antes al fallamiento se requiere conocer,

a) la orientación del plano de falla

b) la dirección y sentido del desplazamiento inicial y

c) el ángulo entre la falla y σ_1

Como esta información generalmente no está disponible, es difícil hacer interpretaciones exactas de esfuerzo. Sin embargo, existen casos en los que se pueden efectuar estimaciones aceptables. La situación más simple es cuando existen fallas conjugadas en un cuerpo de roca quasi-isotrópico. En este caso, σ_1 puede tomarse como la bisectriz del ángulo agudo entre los dos planos de falla como se muestra en la siguiente figura:

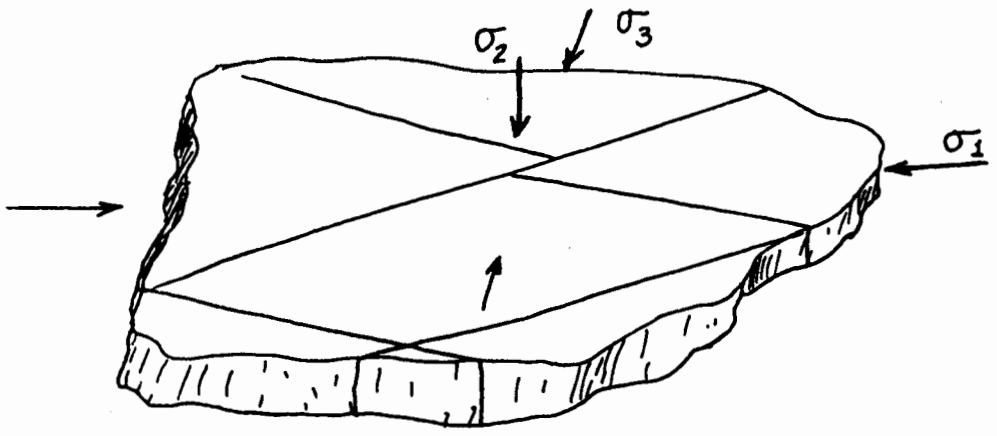


Figura 79. ESQUEMA MOSTRANDO LA POSIBLE ORIENTACION DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES EN UNA MUESTRA DE ROCA.

Un caso más complicado pero más común, es cuando existe un sólo plano de falla en un cuerpo aparentemente isotrópico, en el que se conoce el sentido y la dirección del desplazamiento inicial. En este caso, se puede inferir que σ_2 es perpendicular a las estrías del plano de falla. σ_1 se puede estimar a, por ejemplo, 30° del plano de falla y σ_3 quedará también

establecido (Figura 80).

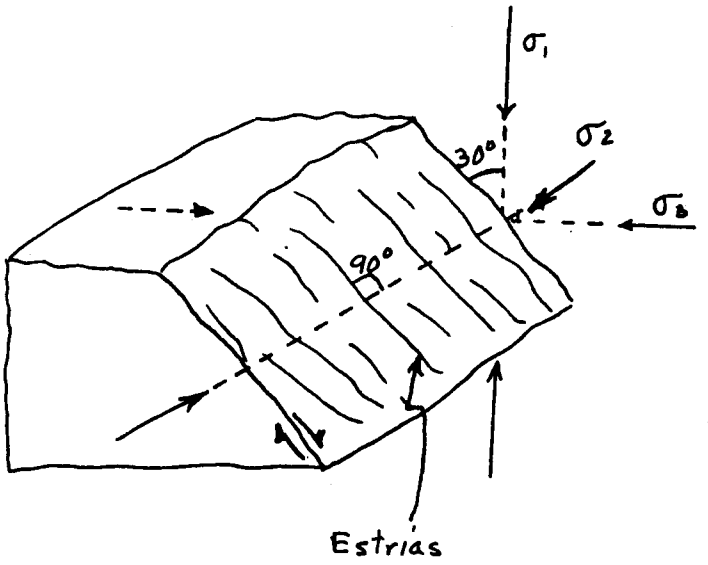


Figura 80. ESQUEMA MOSTRANDO LA POSIBLE ORIENTACION DE LOS ESFUERZOS PRINCIPALES EN UN PLANO DE FALLA.

III-7. Orientación Teórica de Estructuras Producidas por Cizalla Pura en un Medio Homogéneo.

Cuando un material aproximadamente homogéneo es sometido a compresión, las primeras estructuras que se desarrollan son pares conjugados de fracturas de cizalla, orientados a 30° con respecto a σ_1, aun cuando los planos de máximo esfuerzo de cizalla están orientados a 45° de σ_1 (Figura 81). Los 15° de diferencia en orientación pueden atribuírse al coeficiente de fricción interna (μ) del material, así como también al *esfuerzo efectivo* cuando exista permeabilidad y presiones intersticiales de fluídos en la roca, como ya se discutió anteriormente. Si el material deformado es suficientemente dúctil, a continuación se formarán pliegues cuyos ejes estarán orientados ortogonalmente a σ_1 y si la deformación continúa, entonces se

podrán iniciar fallas inversas con una orientación paralela a los ejes de los pliegues.

Si se incrementa la compresión, entonces se iniciará un movimiento paralelo a los planos de las fracturas conjugadas ya existentes, generando así *fallas maestras* (o principales) *de primer orden*. Según Moody y Hill (1956), si continúa el incremento en la compresión, habrá una reorientación de los esfuerzos principales en los bloques adyacentes a las fallas, causando que se inicien nuevos pares conjugados de fracturas orientados a 15° y 75° de σ_1 respectivamente (Figura 81), mismos que se conocen como *fracturas conjugadas de cizalla de segundo orden*. Acompañando a estas estructuras se desarrollarán *pliegues de segundo orden* cuya orientación será a 45° con respecto a σ_1.

A medida que se continúa incrementando la compresión, se irán formando nuevos pares conjugados de fracturas de cizalla, así como también pliegues que se denominan de *tercer orden*, uno de los cuales comenzará a duplicar la orientación de las fallas maestras (30° con respecto a σ_1), mientras que el otro estará orientado a 60° de la dirección de σ_1. Los pliegues de tercer orden formarán dos sistemas, de los cuales uno será paralelo y el otro perpendicular a σ_1.

Se podrá observar en la Figura 81 que no va a existir un número ilimitado de estructuras, puesto que en un momento dado unas tienden a ser paralelas a otras. Consecuentemente, se concluye que la orientación de las estructuras resultantes de deformación por cizalla pura puede resolverse en *ocho direcciones principales de fallas de transcurrencia* y en *cuatro direcciones principales de ejes de pliegues y fallas inversas*, además de una *dirección principal de fallas normales*.

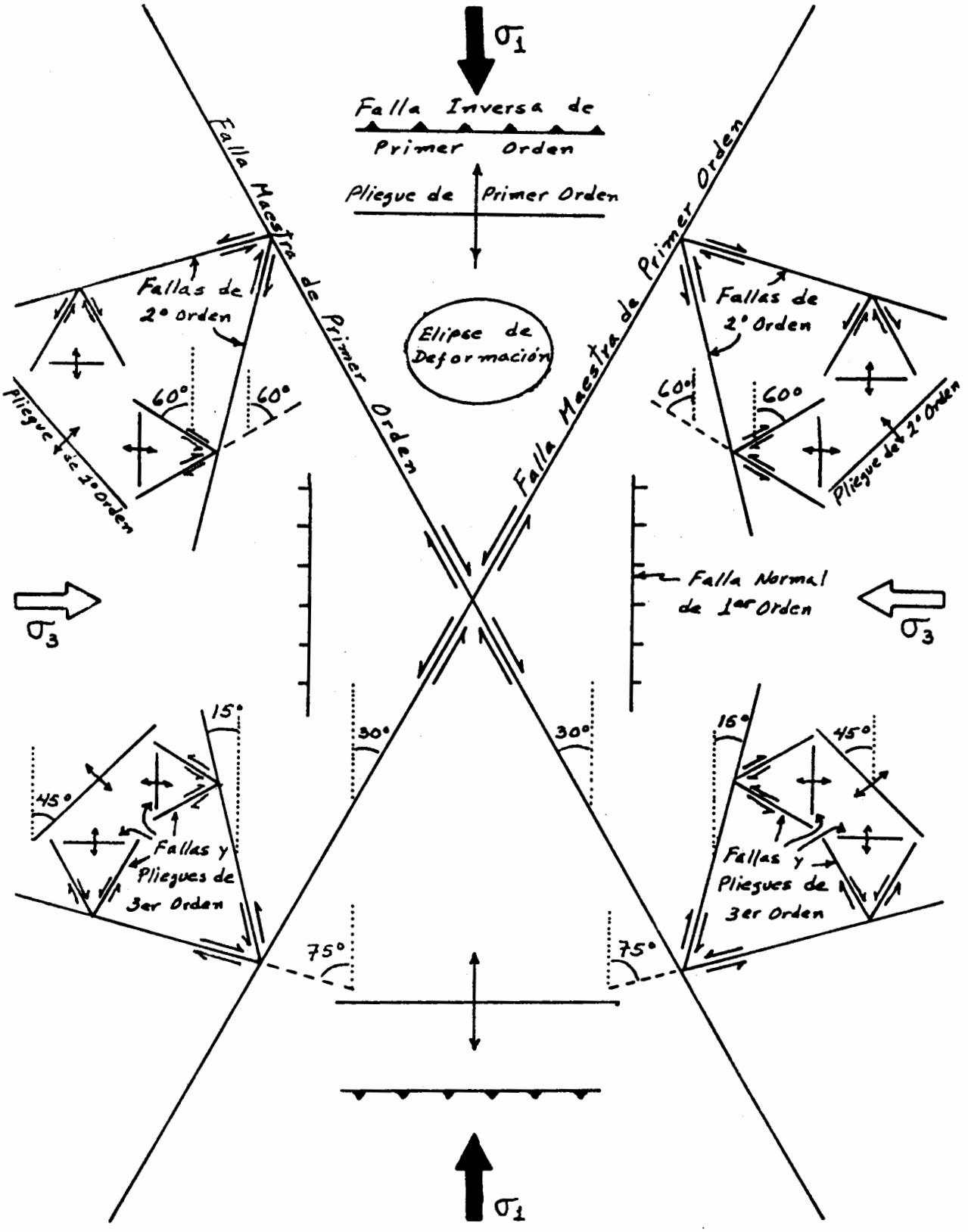


Figura 81. ORIENTACION TEORICA DE ESTRUCTURAS PRODUCIDAS POR CIZALLA PURA EN UN MEDIO HOMOGENEO

Las estructuras formadas por cizalla pura serán esencialmente iguales a las estructuras formadas cuando se aplica un esfuerzo por medio de cizalla simple (comparar Figuras 81 y 82). Sin embargo hay entre ambos casos diferencias importantes que vale la pena discutir por separado.

III-8. Orientación de Estructuras Producidas por Cizalla Simple en un Medio Homogéneo ("Wrench Structures").

Si se somete a cizalla simple un material aproximadamente homogéneo, se desarrollan fallas y pliegues que inicialmente tienen una orientación bien definida con respecto a la dirección en que se está aplicando el par de fuerzas no - coaxiales. Esto es, si el par de fuerzas está orientado 45° al NW-SE, entonces existirá un par de componentes compresionales orientadas N-S y un par de componentes extensionales orientadas E-W (Figura 82). Desde luego, bajo estas condiciones será posible establecer las *direcciones locales* de los esfuerzos principales respecto a cada sistema de estructuras. Por ejemplo, la orientación de σ_1 para el par conjugado de fallas de cizalla (transcurrentes de primer orden) será N-S horizontal, σ_3 estará orientado E-W también horizontal y σ_2 será vertical. Ahora bien, este par de fallas estará orientado a su vez, a 30° de la dirección del esfuerzo principal máximo, es decir, a 30° al NW-SE y a 30° al NE-SW. De la misma manera, los ejes de los pliegues deberán ser ortogonales a la dirección de σ_1, o sea E-W, mientras que las fallas normales tendrán una dirección N-S y las fallas inversas E-W, paralelas a los ejes de dos pliegues (Figura 82).

Pero a medida que el proceso de cizalleo continua, se irá desarrollando una rotación progresiva que conducirá finalmente a un paralelismo aproximado entre las estructuras y el par de fuerzas aplicado.

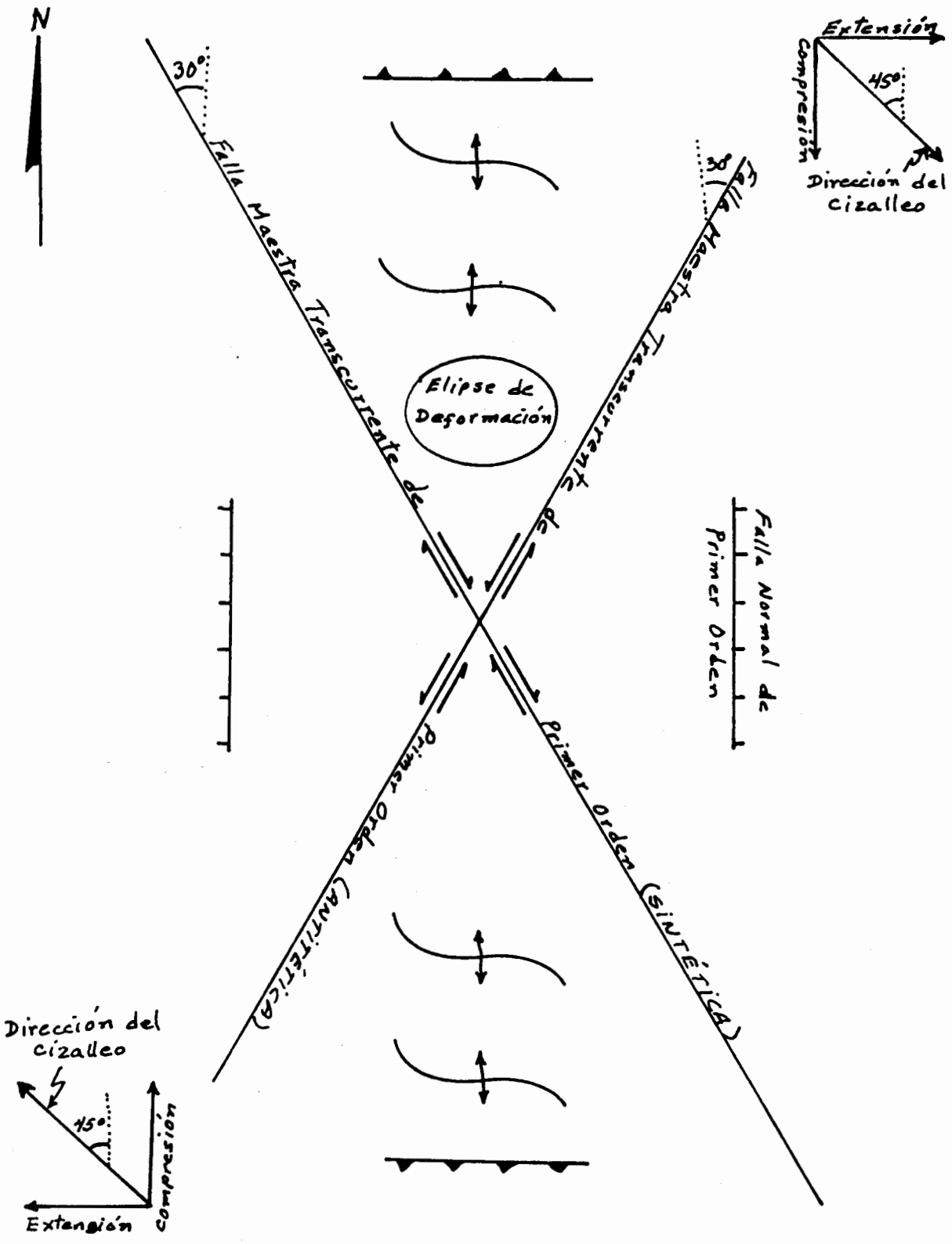


Figura 82. ESTRUCTURAS TEORICAS PRODUCIDAS POR UN CIZALLEO ORIENTADO 45°NW-SE (CIZALLA SIMPLE)

REFERENCIAS

COULOMB, C. A., 1773, Sur une Application des Regles de Maximus et Minimus a Quelques Problemes de Statique Relatifs a l'Architecture: Acad. Roy. Des Sci., Memoires de Math. et de Physique par divers Savans, 7, p. 343-382

FLINN, D., 1962, On Folding During Three-Dimensional Progressive Deformation: Geol. Soc. London, Quart. J., 118, p. 385-433

GRIFFITH, A. A., 1924, Theory of Rupture: Proc. Ist Int. Cong. Applied Mech., Delft, p. 55-63

GRIGGS, D. T., and J. HANDIN, 1960, Observations on Fracture and a Hypothesis of Earthquakes: pp. 347-373 in D. T. Griggs and J. Handin (eds.), Rock Deformation., Geol. Soc. Am. Memoir 79, 382 p.

HANDIN, J., 1969, On the Coulomb-Mohr Failure Criterion: J. Geophysical Res., 74 (22) p. 5343-5348

HOBBS, B. E., MEANS, W. D., and WILLIAMS, P. F., 1976, An Outline of Structural Geology: John Wiley, New York, 571 p.

JAEGER, J. C., and N.G.W. COOK, 1969, Fundamentals of Rock Mechanics: Methuen & Co., London, 513 p.

MEANS, W. D., 1976, Stress and Strain: Basic Concepts of Continuum Mechanics for Geologists: Springer-Velag. New York Heidelberg Berlin, 339 p.

MOODY, J. D., and J.J. HILL, 1956. Wrench-Fault Tectonics: Geol. Soc. Am. Bull., 67, p. 1207-1246

NYE, J. F., 1964, Physical Properties of Crystals: Oxford, p. 137-142

PRICE, N.J., 1966, Fault and Joint Development in Brittle and Semi-Brittle Rock: Pergamon, Oxford

RAMSAY, J. G., 1967, Foolding and Fracturing of Rocks: McGraw-Hill, New York, 518 p.

TERZAGHI, K., 1922, Der Grundbruch and Stanwerken un Seine Verhutung: Die Wasserkraft, 17, 445-449

Esta obra se terminó de imprimir en agosto de 1991 en los talleres de Tesis Económicas Profesionales, Campeche 156, Col. Roma. Tels: 564-39-54 y 584-81-53, bajo la supervisión en la Sección Editorial de la Lic. Angélica Monroy López.

El tiraje de esta edición fue de 50 ejemplares.

F-DEPFI/D- 69/1991/Ej.3

711228

F-DEPFI
D-69
1991
Ej.3

6(2)-11223