

VNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

T E S I S

Para obtener el Título de Ingeniero Eléctrico Electrónico

"EVALUACIÓN PRÁCTICA DE LA TEORIA DEL ALGORITMO TERMINAL DE MODOS DESLIZANTES"

Presentada por:

Jorge Armando Miranda Figueroa



Director: Ing. Rafael Iriarte Balderrama

Ciudad Universitaria. Septiembre de 2007

Agradecimientos

A mi madre, porque su amor me acompañó a lo largo de mi vida como estudiante. Porque cada día antes de salir hacia la escuela siempre me despidió con un beso. Porque fueron muchos los sacrificios que hizo durante todos estos años para que yo pudiera estar aquí. Su apoyo incondicional me motivó siempre a seguir adelante. Nadie conoce mejor que ella cuánto representa para mí este momento.

A mis hermanos Maximino, Rosalba y Susana que han sido modelos a seguir en mi vida.

A mi novia Bárbara, porque su amor, amistad, y compañía durante estos últimos tres años hicieron posible este momento.

A mi cuñado que ha sido más que un amigo.

A mis queridos amigos Abelman, Iesus y Guillermo quienes compartieron conmigo los mejores momentos de mi vida como universitario. Su amistad es el mayor tesoro que conservo de la Universidad.

Índice general

Introducción…… i

Motivación…….. iii

Objetivos…… iv

1. Teoría de Control por Modos Deslizantes ……..……. 1

1.1 Introducción…….. 1
1.2 Sistemas de Control de Estructura Variable……. 2
1.3 Definición de Control por Modos Deslizantes de Primer Orden (FOSM)… 4
1.4 Algoritmo Terminal de Modos Deslizantes (TSM)…….. 9

2. Simulaciones del control de velocidad para un Motor de CD ……..... 11

2.1 Introducción…….. 11
2.2 Control de Velocidad con PID…….. 13
2.3 Control de velocidad con FOSM……. 15
2.4 Control de velocidad con TSM……. 17
2.5 Análisis de Resultados……. 19

3. Implementación real del Algoritmo Terminal de Modos Deslizantes en un Motor de Corriente Directa……...……. 22

3.1 Introducción…….. 22
3.2 Control de velocidad con PID…….. 25
3.2.1 Control PID …… 25
3.2.2 PID ante perturbaciones externas ……... 26
3.3 Control de velocidad con FOSM…… 28
3.3.1 FOSM…….. 28
3.3.2 FOSM ante perturbaciones externas…… 29

3.4 Control de velocidad con TSM……. 30
3.4.1 TSM……. 30
3.4.2 TSM ante perturbaciones externas…….. 31
3.5 Análisis de Resultados…….. 32

Conclusiones generales..…. 34

Apéndice A. Motor de CD…… 36

Apéndice B. **Sintonización Experimental del control PID** ……..… 42

Apéndice C. Diferenciador Robusto Exacto…….. 45

C.1 Introducción…… 45
C.2 Definición……... 45
C.3 Diferenciación de una señal aperiodica…….. 47
C.4 Diferenciación de una señal con presencia de ruido……... 48

Apéndice D. Diseño del Amplificador de Potencia (Puente H)…….. 51

D.1 Introducción…… 51
D.2 Circuito de retardo para generar tiempo muerto……. 51
D.3 Circuito IR 2110…… 52
D.4 Descripción del circuito completo…….. 53

Apéndice E. Prueba de Robustez…….. 55

Apéndice F. Tarjeta DSpace 1103……. 58

Bibliografía……….. 60

Introducción

El término Modo Deslizante apareció por primera vez en el siglo XX a mediados la década de los 70´s en la antigua Unión Soviética, dentro del contexto de los Sistemas de Control de Estructura Variable (VSCS por sus siglas en inglés).

La teoría de control por Modos Deslizantes se ha vuelto una herramienta poderosa y eficiente para el control de plantas de alto orden que operan bajo condiciones inciertas.

Algunas de sus principales ventajas son la convergencia en tiempo finito, la precisión, la insensibilidad frente a perturbaciones externas o internas, la reducción de orden del sistema y la posibilidad de controlar el sistema aún cuando existan dinámicas no modeladas.

Sin embargo existe un inconveniente asociado a esta técnica de control. La intensa actividad que debe ejercer la señal de control para obligar a la trayectoria del sistema a permanecer sobre la superficie de deslizamiento, ocasiona en la práctica que los elementos de conmutación disipen demasiada potencia en forma de calor y ocasiona también el desgaste de los elementos mecánicos del sistema. A este fenómeno se le conoce como *Chattering*.

Con el propósito de eliminar el problema del C*hattering* han surgido algoritmos de orden superior (HOSM por sus siglas en inglés) tales como el algoritmo *Super twisting*, el algoritmo *Suboptimal*, el algoritmo *Cuasicontinuo* y por supuesto el algoritmo *Terminal de Modos Deslizantes* (TSM por sus siglas en inglés).

La idea del Control Terminal de Modos Deslizantes se originó en el campo de redes neuronales. Principalmente fue usado en el estudio de Memoria direccionable, Memoria Asociativa y en patrones de reconocimiento en redes neuronales. El diseño del TSM fue usado por primera vez en 1994 para un sistema de Múltiples Entradas y Múltiples salidas (MIMO por sus siglas en inglés) en manipuladores robóticos pero su uso se ha extendido también a sistemas de una entrada una salida (SISO por sus siglas en inglés).

El presente trabajo de tesis tiene como principal objetivo implementar y evaluar en tiempo real el desempeño del "Algoritmo Terminal de Modos Deslizantes", aplicado a un motor de corriente directa para controlar su velocidad.

Para ello, la tesis se divide en dos partes: una teórica y la otra práctica. En el primer capítulo se hace una introducción a la teoría de Modos Deslizantes, destacando las principales ventajas de este tipo de control, así como sus inconvenientes. Se presenta formalmente el "Algoritmo Terminal de Modos Deslizantes" En el segundo capítulo se evalúa su desempeño por medio de simulaciones, comparando los resultados con otros dos controladores: un control PID y un Control por Modos Deslizantes de primer orden. En el tercer y último capítulo presenta la implementación real de este algoritmo. Y al igual que en el segundo capítulo se compara su desempeño con los otros dos controladores.

Motivación

La eficiencia y desempeño de un control Proporcional Integral y Derivativo (PID) son bien conocidos desde hace muchos años, pero se sabe también que implementar este tipo de controladores en un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas no es tarea fácil, inclusive en sistemas de primer o segundo orden se tienen que sintonizar los parámetros del controlador cada que hay un cambio en la dinámica de las plantas; esto se vuelve una desventaja notable porque los sistemas en la actualidad tienden a ser más grandes y dinámicos.

Debido a ello, la teoría de control por Modos Deslizantes se ha desarrollado muchísimo en los últimos años, un controlador de Modos Deslizantes de Primer Orden (FOSM por sus siglas en inglés) presenta muchas ventajas como la convergencia en tiempo finito, la precisión, la insensibilidad frente a perturbaciones externas o internas, la reducción de orden del sistema y la posibilidad de controlar el sistema aún cuando existan dinámicas no modeladas. Su principal inconveniente es que la intensa actividad que debe ejercer la señal de control para obligar a la trayectoria del sistema a permanecer sobre la superficie de deslizamiento, ocasiona en la práctica que los elementos de conmutación disipen demasiada potencia en forma de calor y ocasiona también el desgaste de los elementos mecánicos del sistema. A este fenómeno se le conoce como *Chattering*.

Para superar este problema se desarrolló el control Terminal de Modos Deslizantes (TSM por sus siglas en inglés) el cual es un control continuo que según la teoría presenta un mejor desempeño que el control PID y que elimina el problema del *Chattering* inherente al control FOSM.

Comprobar esta afirmación fue la principal motivación para desarrollar este trabajo de tesis.

Se usó un Motor de CD como sistema a controlar por ser un sistema simple e ilustrativo.

Objetivos

Objetivo General

Evaluar en tiempo real el desempeño del Algoritmo Terminal de Modos Deslizantes aplicado a un Motor de Corriente Directa para controlar su velocidad angular, resaltando sus principales ventajas y desventajas.

Objetivos Específicos

- Obtener el modelo matemático del Motor de CD.
- Comparar por medio de simulaciones el desempeño del Algoritmo Terminal de Modos Deslizantes con un controlador clásico PID así como con un controlador por Modos Deslizantes de Primer Orden.
- Diseñar un amplificador de potencia capaz de trabajar con señales PWM así como con señales de modos Deslizantes para excitar al motor de CD.
- Estudiar e implementar en tiempo real el diferenciador Robusto Exacto.
- Diseñar una prueba experimental que permita evaluar el desempeño del control Terminal de Modos Deslizantes ante perturbaciones externas y dinámicas no modeladas.
- Comparar por medio de la implementación real el desempeño del Algoritmo Terminal de Modos Deslizantes con un controlador clásico PID así como con un controlador por Modos Deslizantes de Primer Orden.

Capítulo 1

Teoría de Control por Modos Deslizantes

1.1 Introducción

El término Modo Deslizante apareció por primera vez en el siglo XX a mediados la década de los 70´s en la antigua Unión Soviética, dentro del contexto de los Sistemas de Control de Estructura Variable (VSCS por sus siglas en inglés).

La teoría de control por Modos Deslizantes consiste en el empleo de acciones de control conmutadas o discontinuas sobre una o varias superficies de conmutación. Y se ha vuelto una herramienta poderosa y eficiente para el control de plantas de alto orden que operan bajo condiciones inciertas.

Algunas de sus principales ventajas son la convergencia en tiempo finito, la precisión, la insensibilidad frente a perturbaciones externas o internas, la reducción de orden del sistema y la posibilidad de controlar el sistema aún cuando existan dinámicas no modeladas.

Sin embargo existe un inconveniente asociado a esta técnica de control. La intensa actividad que debe ejercer la señal de control para obligar a la trayectoria del sistema a permanecer sobre la superficie de deslizamiento, ocasiona en la práctica que los elementos de conmutación disipen demasiada potencia en forma de calor y ocasiona también el desgaste de los elementos mecánicos del sistema. A este fenómeno se le conoce como *Chattering*.

En este capítulo se abordará el tema de los Sistemas de Control de Estructura Variable para ilustrar el concepto de modos deslizantes y posteriormente se definirá el control por Modos Deslizantes de Primer Orden (FOSM por sus siglas en inglés), así como el control Terminal de Modos Deslizantes (TSM por sus siglas en inglés).

1.2 Sistemas de Control de Estructura Variable

Los sistemas de control de estructura variable (VSCS). Como su nombre lo sugiere, son una clase de sistema en el que la ley de control cambia deliberadamente durante el proceso de control de acuerdo con algunas reglas definidas, las cuales dependen del estado del sistema. Con el propósito de ilustrar lo antes mencionado, considérese el doble integrador[1]:

$$\ddot{y}(t) = u(t) \qquad (1.1)$$

Considerando la ley de control:

$$u(t) = -ky(t) \qquad (1.2)$$

Donde k es un escalar estrictamente positivo. Podemos analizar el comportamiento del sistema en el plano de fase[2] dibujando velocidad contra la posición. Sustituyendo la acción de control en la ecuación (1.1), y multiplicando la ecuación resultante por $\dot{y}$, obtenemos:

$$\dot{y}\ddot{y} = -k\dot{y}y \qquad (1.3)$$

Integrando esta última expresión podemos obtener la relación entre la velocidad y posición dada por la siguiente expresión:

$$\int \dot{y}\frac{d\dot{y}}{dt} = \int -ky\frac{dy}{dt}; \quad \frac{\dot{y}^2}{2} = -k\frac{y^2}{2} + C \qquad (1.4)$$

$$\dot{y}^2 + ky^2 = C \qquad (1.5)$$

Donde c representa una constante de integración, que es el resultado de las condiciones iniciales y es estrictamente positiva. En el caso especial cuando k=1, la ecuación representa un círculo con centro en el origen y radio $\sqrt{c}$. De manera general el trazado de $\dot{y}$ contra y representa una elipse que depende de las condiciones iniciales.

---

[1] Un doble integrador es un sistema generalizado en el que sus variables pueden ser interpretadas como posición "y", velocidad "$\dot{y}$" y aceleración"$\ddot{y}$". Este sistema tiene un punto de estabilidad en $y = \dot{y} = \ddot{y} = 0$.

[2] El plano de fase es un plano representado en eje horizontal por la variable "y" del espacio de estados y en el eje vertical por "$\dot{y}$".

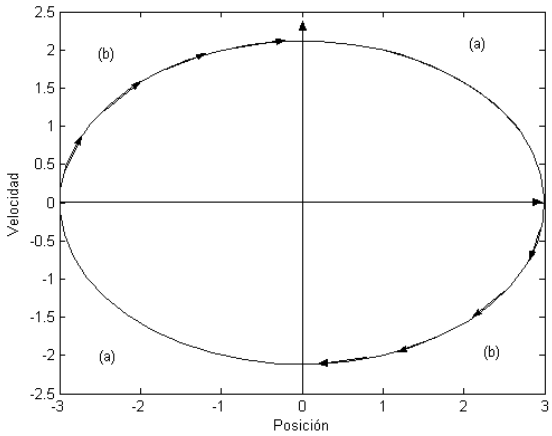


Figura 1.1: Plano de Fases para k=0.5

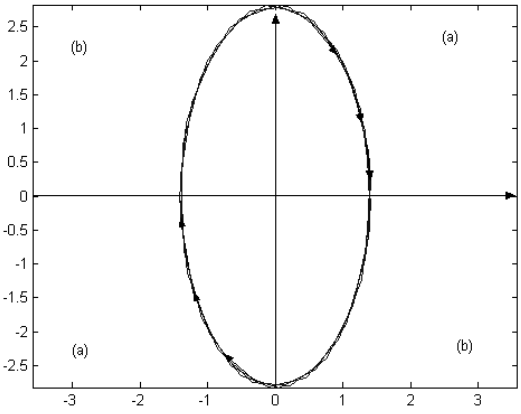


Figura 1.2: Plano de Fases para k=4

Las trayectorias para los dos casos anteriores muestran que el sistema no llega a su punto de equilibrio ($y = 0 ; \dot{y} = 0$) .

Ahora, si en lugar de utilizar la ley de control $u(t) = -ky(t)$ utilizamos:

$$u(t) = \begin{cases} -k_1 y(t) & y\dot{y} < 0 \\ -k_2 y(t) & otro caso \end{cases} \qquad (1.6)$$

Entonces la ley de control $u(t) = -k_2 y(t)$ tomará efecto en los cuadrantes (a) del plano de fase de la figura 1.2, En estos cuadrantes, la distancia desde el origen de los puntos se decrementa a lo largo de la trayectoria del sistema. Y de igual forma en los cuadrantes (b) de la figura 1.1 entrará en acción la ley de control $u(t) = -k_1 y(t)$ donde también la distancia desde el origen de los puntos se decrementa a lo largo de la trayectoria del sistema.

Simulando este sistema con el control de estructura variable vemos que la trayectoria del sistema se dirige hacia el origen en forma de espiral como lo muestra la figura 1.3. Por lo tanto el sistema sí llega a su punto de equilibrio (0,0).

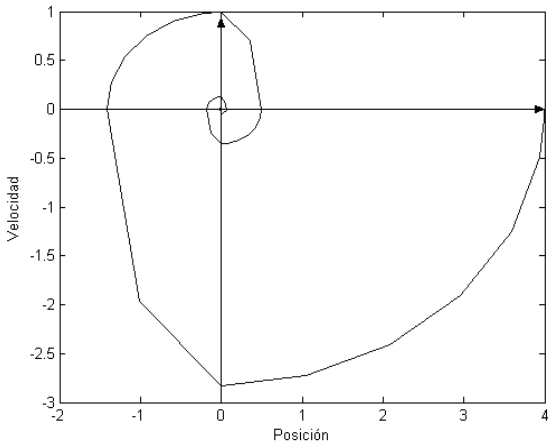


Figura 1.3 Plano de Fases para k1 y k2, control conmutado.

1.3 Definición de Control por Modos Deslizantes de Primer Orden (FOSM)

Hasta aquí se ha mostrado que se puede llegar al punto de equilibrio del sistema, utilizando dos leyes de control que por sí mismas no lo logran.

El criterio de selección de la ley de control en la ecuación 1.5 se basó en el producto de la velocidad y la posición. Sin embargo, existen otros criterios que muestran mayores virtudes.

Consideremos ahora la siguiente ley de estructura variable:

$$u(t) = \begin{cases} -1 & Si \quad s(y, \dot{y}) > 0 \\ 1 & Si \quad s(y, \dot{y}) < 0 \end{cases} \qquad (1.7)$$

Donde s es la función de conmutación y está definida por:

$$s(y, \dot{y}) = my + \dot{y} \qquad (1.8)$$

Donde m es un escalar positivo y la función de conmutación se utiliza para decidir cuál estructura de control es empleada en cualquier punto $(y, \dot{y})$ del plano de fase; De tal forma que la ecuación (1.7) se puede escribir de la siguiente manera.

$$u(t) = -\operatorname{sgn}(s(t)) \qquad (1.9)$$

En la figura 1.4 analizamos qué valor adquiere “s” para diferentes puntos del plano de fase para una trayectoria de estado cualquiera.

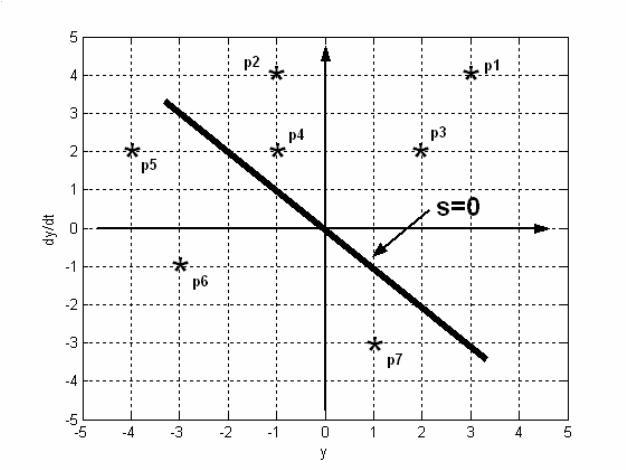


Figura 1.4 Función de Conmutación

Consideremos la ecuación 1.8: $s(\dot{y}\, y) = my + \dot{y}$ donde m=1. (Note que s no está igualada a cero). Tomando aleatoriamente los puntos p1 a p7 expresados con asteriscos en la figura 1.4 podemos determinar el valor de s para cada uno de ellos.

P	y	$\dot{y}$	s
p1	3	4	7
p2	-1	4	3
P3	2	2	4
p4	-1	2	1
p5	-4	2	-2
p6	-3	-1	-4
p7	1	-3	-2

Tabla 1.1 Tabla de la función s

En la tabla 1.1 vemos que para los puntos p1, p2, p3 y p4 s es positiva y para p5, p6 y p7 s es negativa. Significa que cualquier punto sobre la recta s=0 tiene un valor positivo y cualquier punto debajo de la recta s=0 tiene un valor negativo.

Entonces la función de conmutación “s” determina la ley de control que se le aplica al sistema según la propia trayectoria del sistema. Si s>0 entonces u(t)= -1 y si s<0 entonces u(t)=1.

Si al sistema del doble integrador $\ddot{y}(t) = u(t)$ le aplicamos la ley de control $u(t) = -\text{sgn}(s(t))$ Estaremos aplicando un control por Modos Deslizantes.

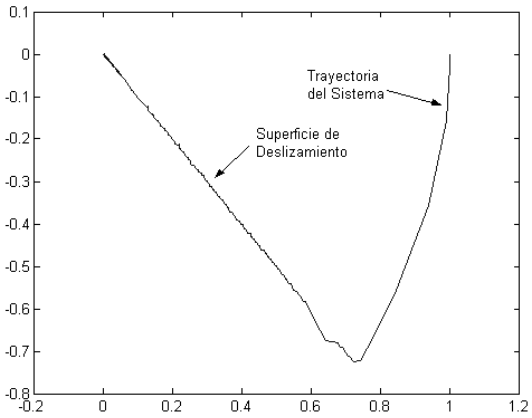


Figura 1.5 Plano de Fases con Modos Deslizantes

Una vez interceptada la superficie de deslizamiento, el control obliga a la trayectoria de estado a permanecer en la superficie y deslizarse sobre ella hasta alcanzar el punto de equilibrio (0,0).

Es importante destacar una propiedad interesante de los Modos Deslizantes: una vez que la trayectoria del sistema alcanza la superficie de deslizamiento el sistema se comporta como un sistema de primer orden como lo muestra la figura 1.5 y la ecuación 1.10.

$$\dot{y}(t) = -my(t) \qquad (1.10)$$

Note que el sistema original era:

$$\ddot{y}(t) = u(t) \qquad (1.11)$$

Condición de existencia de Modos Deslizantes

Hemos visto ya que el control se encarga de obligar a la trayectoria del sistema a alcanzar y permanecer en la superficie de deslizamiento, pero hasta ahora no hemos visto como lo hace. Para ello, vamos a analizar la siguiente gráfica:

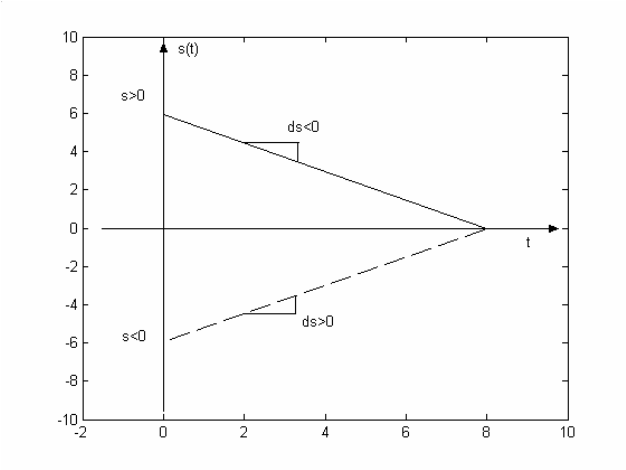


Figura 1.6 Existencia de Modos Deslizantes

En la figura 1.6 vemos dos casos. Cuando s(t) sigue a la línea continua y cuando s(t) sigue la línea discontinua. En el primer caso cuando t=0, s>0. A medida que pasa el tiempo s tiende a cero con una pendiente negativa. Y lo mismo ocurre con la trayectoria representada con la línea discontinua, en t=0, s<0 pero a medida que avanza el tiempo s tiende a cero con una pendiente positiva.

De estos dos casos podemos sacar una conclusión importante teniendo en mente que lo que buscamos es que la trayectoria de estado del sistema permanezca en la superficie de conmutación es decir que se mantenga en s=0. En los dos casos anteriores s tiende a cero si se cumple:

$$s\dot{s} < \alpha|s| < 0 \qquad (1.12)$$

La ecuación 1.12 es referida como condición de existencia, de los Modos Deslizantes.

El problema del *Chattering*

La figura 1.5 muestra el comportamiento ideal de un sistema controlado por Modos Deslizantes. Donde se busca que $s = 0$ y para que eso ocurra se requiere de una velocidad de conmutación infinita entre las dos leyes de control. En los sistemas reales, los dispositivos que llevan a cabo esta conmutación tienen imperfecciones que limitan la frecuencia de conmutación a un valor finito y generalmente pequeño. Esto ocasiona que la trayectoria del sistema no sea una línea recta como se muestra en la figura 1.5 sino que oscila en una vecindad cercana a la superficie de deslizamiento tal como lo muestra la figura 1.7

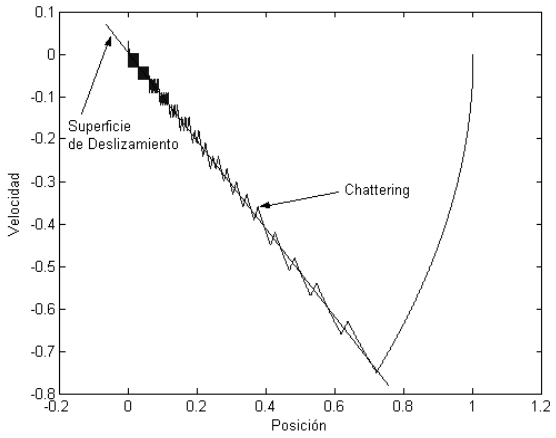


Figura 1.7: Trayectoria del sistema con *Chattering.*

La región de oscilación cercana a la superficie de deslizamiento (amplitud del *Chattering*) depende del comportamiento del sistema (su constante de tiempo), del tiempo de muestreo, de la magnitud del control aplicado al sistema, de los errores inherentes a los sistemas de muestreo, y a los retardos propios de los dispositivos de potencia.

1.4 Algoritmo Terminal de Modos Deslizantes

Con el propósito de eliminar el problema del *Chattering* han surgido algoritmos de orden superior (HOSM por sus siglas en inglés) tales como el algoritmo *Super twisting*, el algoritmo *Suboptimal*, el algoritmo *Cuasicontinuo* y por supuesto el algoritmo Terminal de Modos Deslizantes (TSM por sus siglas en inglés).

La idea del Control Terminal de Modos Deslizantes se originó del concepto de los Atractores Terminalaes[3] usados en redes neuronales. Principalmente fue usado en el estudio de Memoria direccionable, Memoria Asociativa y en patrones de reconocimiento en redes neuronales. El diseño del TSM fue usado por primera vez en 1994 para un sistema de Múltiples Entradas y Múltiples salidas (MIMO por sus siglas en inglés) en manipuladores robóticos pero su uso se ha extendido también a sistemas de una entrada una salida (SISO por sus siglas en inglés).

Para un sistema de segundo orden, como el de un Motor de corriente Directa cuyo modelo matemático[4] es el siguiente:

$$L\frac{di}{dt} = u - Ri(t) - k_{bf}\,\omega(t)$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = k_{bf}\,i(t) - f_{eq}\omega(t)$$

Donde

$L =$ Inductancia de armadura

$i =$ Corriente de armadura

$u =$ Voltaje de control aplicado en la armadura

$R =$ Resistencia de armadura

$k_{bf} =$ Constante de la Fuerza Contra Electro Motriz

$\omega =$ Velocidad angular de la flecha

$J =$ Inercia del rotor y carga

$f_{eq} =$ Coeficiente de fricción viscosa equivalente del motor y la carga referido al eje del motor.

[3] Ver [14]
[4] Ver Apéndice A

El Control Terminal está definido por la siguiente expresión matemática:

$$u = \dot{\sigma} + \beta\sqrt{|\sigma|}\,\operatorname{sgn}\sigma \qquad (1.13)$$

Donde σ es el error entre el valor deseado del sistema ω^* y la señal de salida medida ω.

$$\sigma = \omega^* - \omega \qquad (1.14)$$

β Es una constante de Diseño que determina la rapidez de convergencia del sistema y está relacionada con el valor final de error en estado estable. Es estrictamente positiva $\beta > 0$ y su valor depende del sistema que se desee controlar así como los requerimientos del diseño.

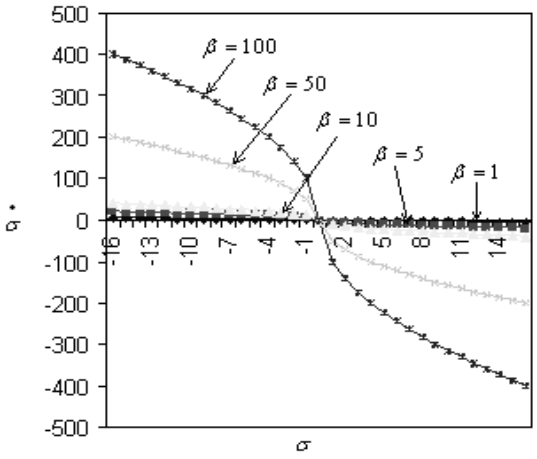


Figura 1.8 Control Terminal para diferentes valores de β.

La ecuación 1.13 muestra que el control Terminal es un control continuo. Y en la la figura 1.8 vemos que tiene forma de parábola con uno de sus dos lados invertido, también podemos ver el efecto de la constante β en el control.

Capítulo 2

Simulaciones del control de velocidad para un Motor de CD

2.1 Introducción

Con el propósito de tener un punto de referencia, vamos a evaluar en este capítulo el comportamiento del algoritmo Terminal de Modos Deslizantes comparándolo con dos tipos de controladores, el primero será un control PID que es un control continuo y cuyo desempeño y eficiencia son bien conocidos desde hace muchos años, el segundo es el control de Modos Deslizantes de Primer Orden (FOSM por sus siglas en inglés), el cual como se vio en el capítulo uno, es un control discontinuo que tiene propiedades interesantes como la robustez, la reducción de orden, y la posibilidad de usarlo aún cuando existan dinámicas no modeladas en la planta que se desea controlar, pero que presenta el problema del c*hattering*.

Esperamos mostrar por medio de simulaciones que el Algoritmo Terminal de Modos Deslizantes tiene un mejor desempeño que un control tradicional PID y que mejora los problemas del c*hattering* inherentes al control de Modos Deslizantes de Primer Orden sin perder las propiedades que caracterizan a los Modos Deslizantes.

El programa utilizado para llevar a cabo las simulaciones es SIMULINK de Matlab. Y en todas ellas se utiliza un valor de 150 [rad/s] como velocidad de referencia. El método numérico utilizado es Euler con un tiempo de paso de 10 us.

El sistema físico que se utilizó en el desarrollo de esta tesis fue un motor de Corriente Directa de 24 [VCD] a 1.6 [A]. Cuyo modelo matemático[5] es el siguiente:

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{0.1043}{3.42\times10^{-7}\,s^2 + 0.0053s + 0.0108} \qquad (2.1)$$

Donde $u(s)$ es la señal de control y $\omega(s)$ es la velocidad angular de salida. Pero, teniendo en cuenta que en la práctica no se dispone de la velocidad $\omega(s)$ sino de la posición $\theta(s)$, se llevarán a cabo todas las simulaciones de este capítulo con la posición como señal de salida.

[5] Ver apéndice A

Teniendo en cuenta que

$$\omega(s) = s\theta(s) \qquad (2.2)$$

Podemos expresar el modelo (2.1) de la siguiente forma:

$$\frac{\theta(s)}{u(s)} = \frac{1}{s}\left(\frac{0.1043}{3.42\times10^{-7}\,s^2 + 0.0053s + 0.0108}\right) \qquad (2.3)$$

La ecuación (2.3) muestra que el modelo original del motor puede ser expresado en términos de la posición agregando un polo a su función de transferencia. De tal forma que el diagrama de bloques utilizado para los tres controladores será:

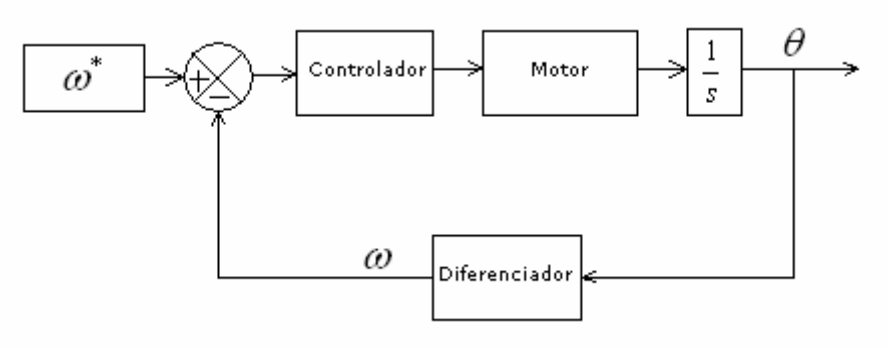


Figura 2.1: Diagrama de bloques para las simulaciones de los tres Controladores

El diferenciador utilizado será el Diferenciador Robusto Exacto[6] por ser uno de los diferenciadores más eficientes ante la presencia de ruido.

[6] Ver Apéndice C

2.2 Control de Velocidad con PID

El controlador PID utilizado tiene la siguiente forma:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t)dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

Los parámetros obtenidos en la sintonización[7] del controlador PID fueron los siguientes:

$K_p = 72.92$

$K_i = 0.0182$

$K_d = 0.0045$

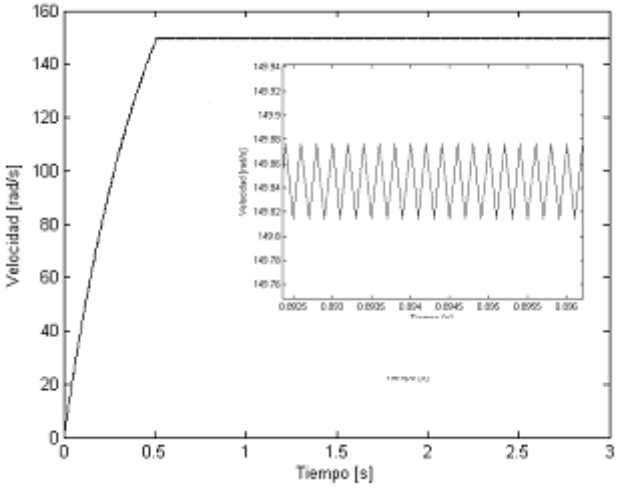


Figura 2.2 Respuesta del Motor usando el control PID

La figura 2.2 muestra que el tiempo de levantamiento[8] es de 0.5s, también se aprecia en el zoom que no se alcanza la referencia de 150 [rad/s] y que además existe una oscilación permanente en la respuesta del sistema.

[7] Ver Apéndice B

[8] Consideraremos como tiempo de levantamiento, al tiempo que le toma al sistema llegar al 98% de su valor final.

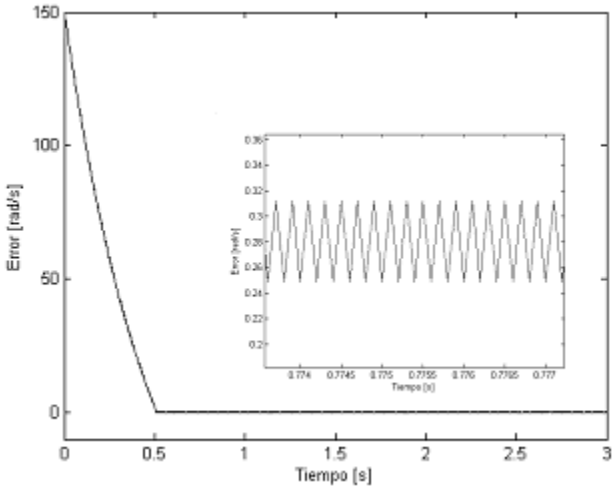


Figura 2.3 Señal de error para el control PID

La figura 2.3 muestra que después de 0.5 [s] el error en estado estable[9] se mantiene en una vecindad pequeña y cuyo promedio es aproximadamente de 0.28 [rad/s].

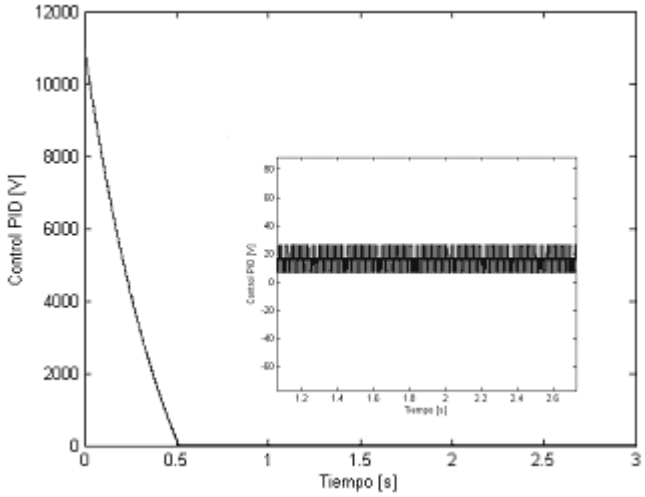


Figura 2.4 Señal de Control PID aplicada al Motor

La figura 2.4 muestra la señal ideal del control PID. Y como puede verse en t=0 es cercana a 10500 [V]. Una vez que el motor se acerca a la velocidad de referencia su valor disminuye a 16 [V] en promedio.

[9] Consideraremos como error en estado estable a la diferencia del valor de referencia y el valor de la respuesta cuando el sistema se encuentra al 98 % de su valor final.

2.3 Control de velocidad con FOSM

La superficie de deslizamiento del control será:

$$s = Ce + \dot{e} \qquad (2.4)$$

Donde

$$e = \omega^* - \omega \qquad (2.5)$$

Es decir, el error será igual a la velocidad deseada menos la real.

La constante de convergencia será $C = 10000$.

El control será:

$$u = U_0 \operatorname{sgn}(s) \qquad (2.6)$$

Donde $U_0 = 24V$

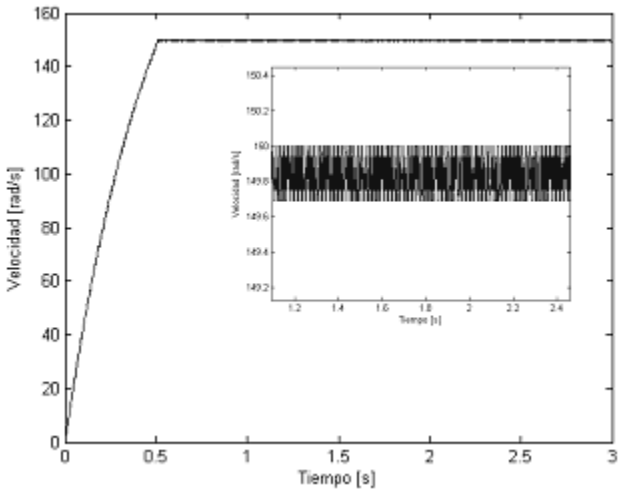


Figura 2.5 Respuesta del sistema usando el control FOSM

Como puede verse en la figura 2.5 La respuesta del sistema ante la entrada del control FOSM tiene un tiempo de levantamiento de 0.5 [s]. Sin embargo existe el problema del *chattering* tal como se aprecia en el zoom, aunque su amplitud es muy pequeña.

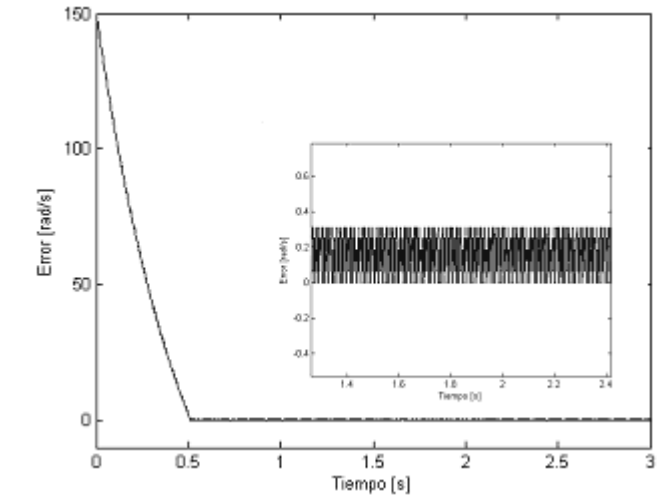


Figura 2.6 Señal de error para el control FOSM

En la figura 2.6 se puede apreciar un error promedio de 0.15 [rad/s].

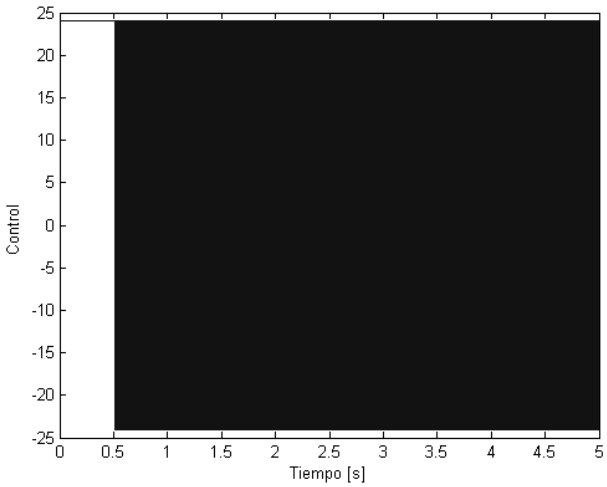


Figura 2.7 Señal de control para FOSM

La figura 2.7 muestra la señal de control FOSM que se le aplica al motor. Vemos que esta señal conmuta entre +24 y -24 [V] a una frecuencia muy alta.

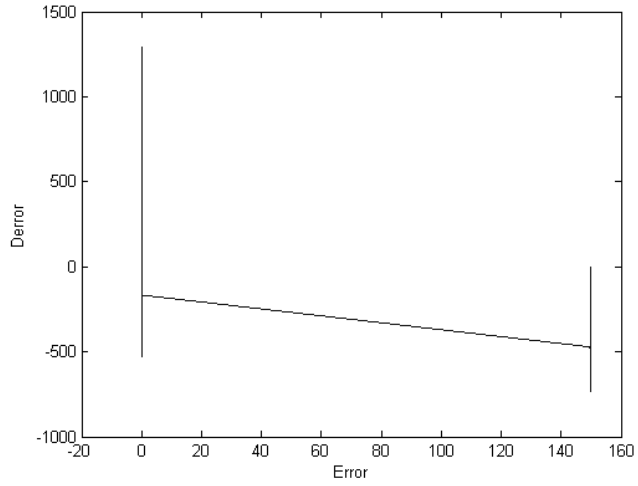


Figura 2.8 Plano de Fases para el sistema con el control FOSM

En la figura 2.8 podemos apreciar que error inicial es 150 [rad/s] y que la derivada del error en ese instante crece negativamente hasta un valor de -700 [rad/s2] y a medida que pasa el tiempo el error disminuye hasta llegar a un punto cercano a cero y es ahí donde se presenta el *chattering* ocasionando que la derivada del error oscile entre valores muy altos de 1300 y -500 [rad/s2]. Sin embargo el error es prácticamente cero aún cuando su derivada no lo sea.

2.4 Control de Velocidad con TSM

El control Terminal tiene la siguiente forma:

$u = \dot{\sigma} + \beta\sqrt{|\sigma|}\,\mathrm{sgn}\,\sigma$ y al igual que el control anterior σ es el error

Donde:

$\sigma = \omega^{*} - \omega$ y $\beta = 50$

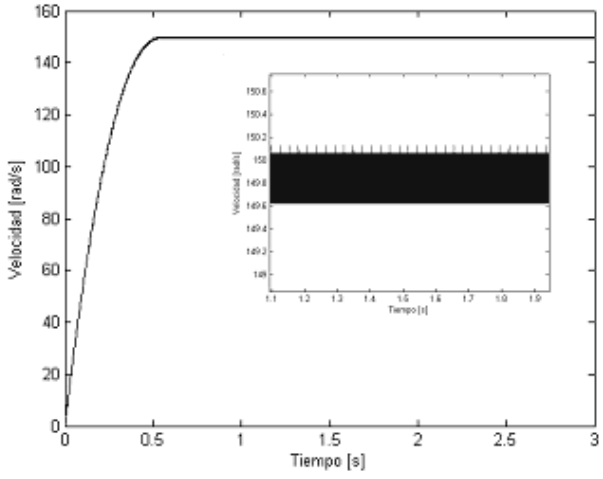


Figura 2.9 Respuesta del sistema usando el control TSM.

La figura 2.9 muestra la respuesta del sistema ante la entrada del control TSM. El tiempo de levantamiento es de 0.5 [s].

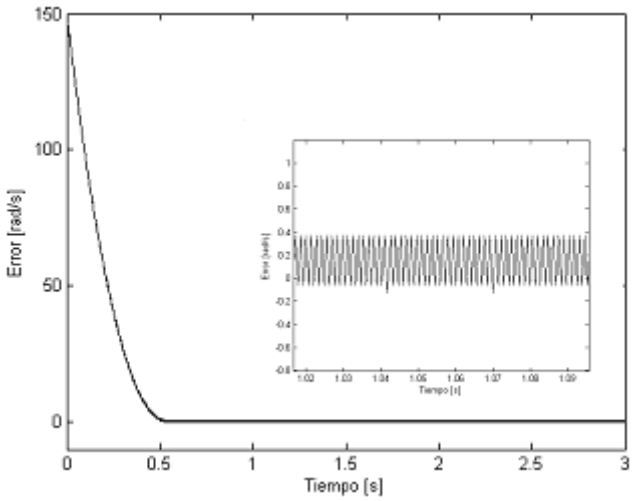


Figura 2.10 Señal de error para el control TSM

La figura 2.14 muestra que la señal de error se mantiene en una vecindad pequeña y su valor promedio es 0.15 [rad/s].

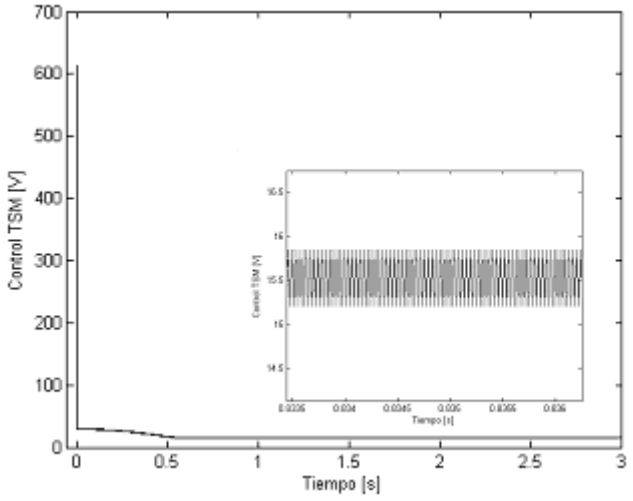


Figura 2.11 Señal de control TSM

La señal de control TSM al igual que la señal de control PID presenta un valor muy alto en el instante t=0, a medida que pasa el tiempo disminuye hasta que la respuesta del sistema se acerca al valor de referencia, una vez ahí la señal de control permanece constante en un valor aproximado de 15.5 [V].

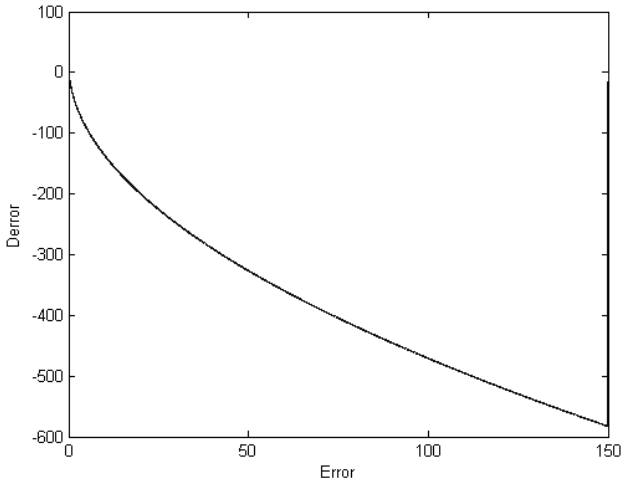


Figura 2.12 Plano de fases para el sistema con el control TSM

La figura 2.12 muestra que el Error inicial de 150 [rad/s] disminuye en forma de parábola hasta un valor muy cercano al cero.

2.5 Análisis de Resultados

CONTROL	Tiempo de Levantamiento [s]	Error [rad/s]	Chattering
PID	0.5	0.28	NO
FOSM	0.5	0.15	SI
TSM	0.5	0.15	NO

Tabla 2.1 Resultados de las simulaciones

Como puede apreciarse en la tabla 2.1 los tres controladores tienen el mismo desempeño en rapidez, los tres hacen que el motor alcance la velocidad de referencia en 0.5 [s]. Idealmente el controlador PID entrega en el arranque un voltaje muy alto aproximadamente 10500 [V] como se aprecia en la figura 2.4, que harían que el motor alcanzara la referencia en algunos milisegundos, pero en la práctica es imposible entregarle al motor un voltaje de esa magnitud, debido a ello en las simulaciones se agregó un bloque de saturación de ± 24 [V] a la salida del controlador PID así como a la salida del controlador TSM pues este último también presenta un comportamiento similar como se aprecia en la figura 2.11. El bloque de saturación representa al amplificador de potencia[10] . En el caso del Control FOSM la magnitud del control discontinuo

[10] Ver Apéndice D

$u = U_0 \operatorname{sgn}(s)$ es precisamente 24 [V] por lo que no necesita otro bloque de saturación. Es por esta razón que no existe diferencia en rapidez entre los tres controladores.

El error en estado estable que presentan los tres controladores difiere sólo un poco. Aunque en los tres casos este error es muy pequeño se ve claramente en la tabla 2.1 que los controladores FOSM y TSM presentan un mejor desempeño.

La presencia del Diferenciador Robusto Exacto genera ruido en la señal de salida tal como se aprecia en las figuras 2.2 2.5 y 2.9 Sin embargo la figura 2.5 presenta además de ruido *Chattering* lo cual era de esperarse porque se trata del control FOSM. Es importante señalar que dependiendo del valor de la constante C que representa la pendiente de la superficie de deslizamiento definida en la ecuación 2.4 la amplitud del *Chattering* aumenta o disminuye, haciendo que el error también aumente o disminuya proporcionalmente. En el caso de las simulaciones presentadas en la sección 2.3 la constante C se fijó en 10000, un valor más pequeño amplifica el error y la amplitud del *Chattering* tal como se muestra en la figura 2.13. Para la cual el valor de C es 100.

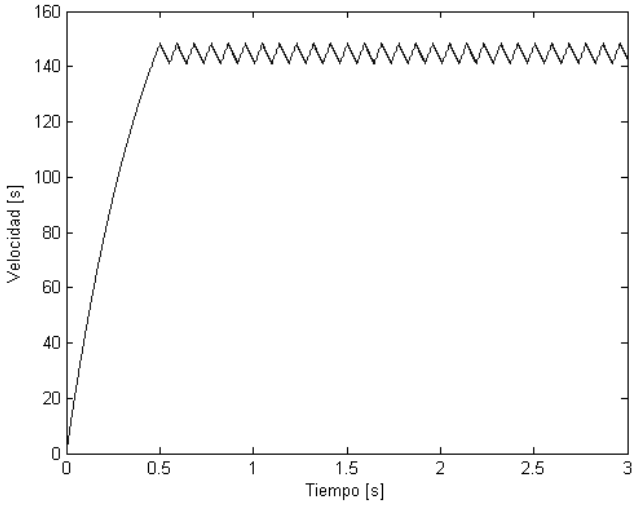


Figura 2.13 Respuesta del sistema ante una entrada del control FOSM con una constante C=100.

La figura 2.13 muestra que la respuesta del motor no llega al valor de referencia y se aprecia claramente que la amplitud del error y del C*hattering* aumentaron respecto a la figura 2.5.

Como puede verse en la figuras 2.9 la respuesta del sistema ante la entrada del controlador TSM es una respuesta sin *Chattering* y con un muy buen desempeño en el tiempo de levantamiento. Y al igual que en el caso del control FOSM la constante β determina el error en estado estable. Para las simulaciones se usó una $\beta = 50$. Para el cual el sistema presentó un muy buen desempeño. Un valor menor a 50 aumentaría el error en estado estable.

Tal como se esperaba el control TSM presentó un mejor desempeño que el control PID mejorando el error en estado estable y superó el problema del *Chattering* que presenta el controlador FOSM.

Capítulo 3

Implementación real del Algoritmo Terminal de Modos Deslizantes en un Motor de Corriente Directa

3.1 Introducción

En el capitulo anterior se hizo una evaluación del algoritmo TSM comparándolo por medio de simulaciones con dos controladores: un control PID y un control FOSM.

En este capítulo se llevará a cabo la implementación real del algoritmo TSM y de igual manera se comparará con los mismos controladores PID y FOSM procurando mantener los mismos parámetros que se usaron en las simulaciones del capítulo anterior.

Cabe señalar que en la implementación real no se dispone directamente de la señal $\omega(t)$, en su lugar, se cuenta con un *Encoder Incremental*[11] que proporciona la posición angular del eje del motor, esta señal de posición debe ser derivada para obtener una aproximación a la velocidad angular $\omega(t)$. Esta diferenciación como se muestra en el Apéndice C debe ser realizada con un diferenciador que nos garantice un error mínimo. Por tal razón las implementaciones reales de este capítulo se llevarán a cabo usando el Diferenciador Robusto Exacto[12].

Para llevar a cabo estas implementaciones se usó la tarjeta DS1103[13] de la empresa dSPACE la cual nos permite aprovechar las simulaciones realizadas en el capitulo anterior. Haciendo algunas pequeñas modificaciones a los programas originales se puede generar un programa ejecutable que se descarga en la memoria interna de la tarjeta DS1103, una vez ocurrido esto, es posible ejecutar los programas en tiempo real utilizando el Módulo de entradas y salidas que se muestra en la figura 3.1 como medio de comunicación con el sistema real.

[11] Para medir la posición angular del motor de utilizó un encoder incremental de 2500 pulsos por vuelta.
[12] Ver Apéndice C
[13] Ver Apéndice F



Figura 3.1 Módulo de entradas y salidas de la tarjeta DS1103

Debido a que las señales provenientes del módulo de entradas y salidas de la tarjeta DS1103 no se pueden utilizar directamente para excitar al motor de CD, es necesario agregar una etapa de potencia para controlar el motor. El *Amplificador de Potencia*[14] utilizado se muestra en la figura 3.2.

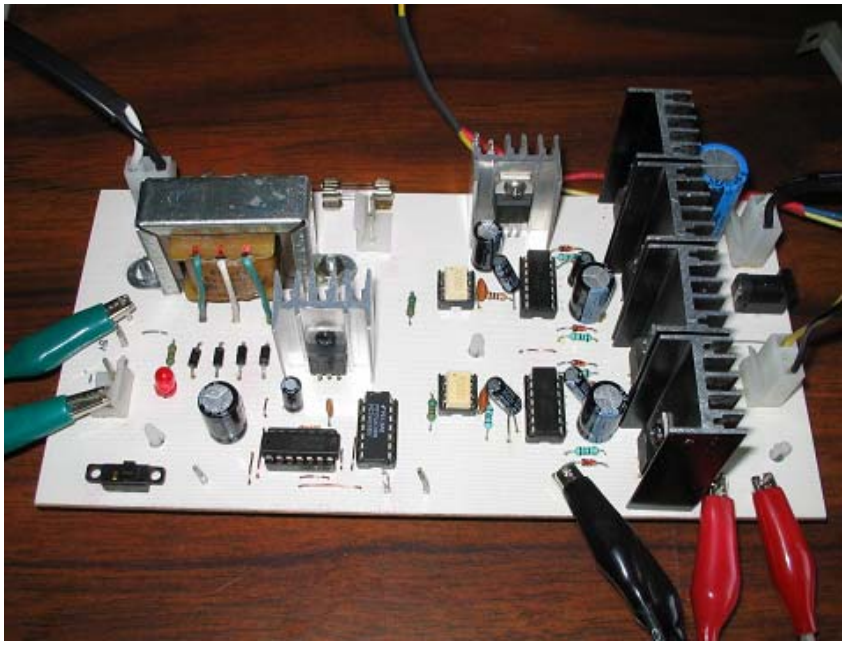


Figura 3.2 Amplificador de Potencia

[14] Ver Apéndice D

El diagrama de bloques que se utilizó en la implementación real de cada uno de los tres controladores es el siguiente:

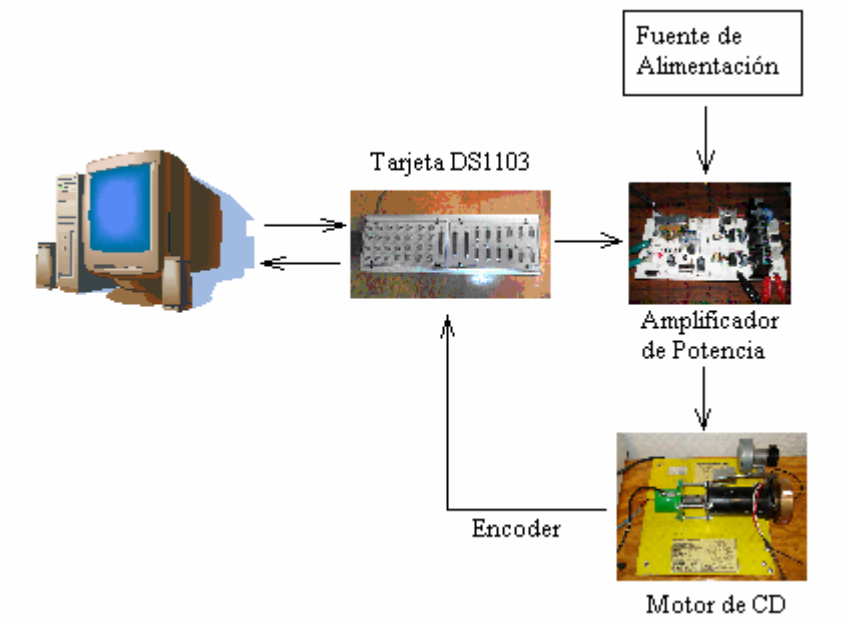


Figura 3.3 Esquema de conexiones para la implementación real

En la figura 3.3 puede apreciarse que la computadora envía y recibe información a través del Módulo de entradas y salidas de la tarjeta DS1103 (la tarjeta se encuentra instalada dentro del CPU), la señal de control llega al Amplificador de Potencia el cual esta alimentado por una fuente de voltaje de 24 VDC y capaz de proporcionar hasta 10 A. El motor se conecta a la salida del amplificador y el encoder se conecta directamente un puerto del Módulo de entradas y salidas diseñado específicamente para señales de de este tipo.

En la tarjeta DS1103 se lleva a cabo la diferenciación en tiempo real de la señal de posición proveniente del encoder incremental del Motor.

Parte importante de este capítulo es evaluar el desempeño de los tres controladores ante dinámicas no modeladas, para ello se llevó a cabo la *Prueba de Robustez* que se describe en el Apéndice E. La cual consiste básicamente en cambiar la masa original del motor por un sistema de poleas unidas a una masa similar a la original y aplicar un cambio de carga estando el motor en marcha. Procurando dejar intactos los parámetros originales de cada tipo de controlador.

El tiempo de muestreo en todos los casos es 10 [us].

3.2 Control de velocidad con PID

Al igual que en las simulaciones los parámetros utilizados fueron los siguientes:

$K_p = 72.92$

$K_i = 0.0182$

$K_d = 0.0045$

3.2.1 Control PID

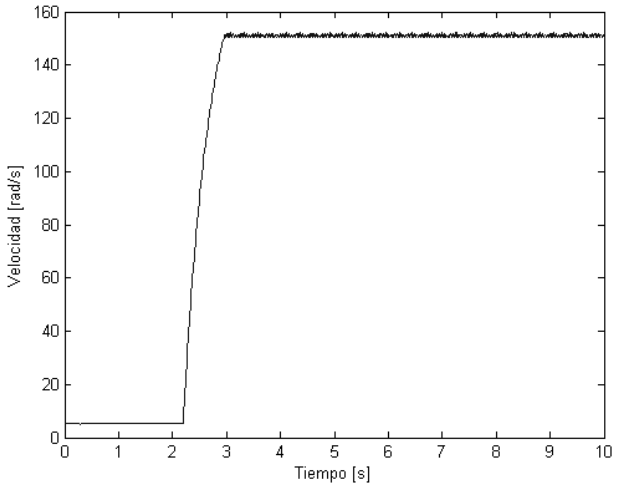


Figura: 3.4 Respuesta del sistema usando el control PID

Como puede apreciarse en la figura 3.4 el sistema tarda 0.76 [s] para llegar a la velocidad de referencia, aunque también podemos ver que existe un error inicial de 5 [rad/s]. Una vez que el sistema alcanza la velocidad de referencia se mantiene ahí con un error mínimo.

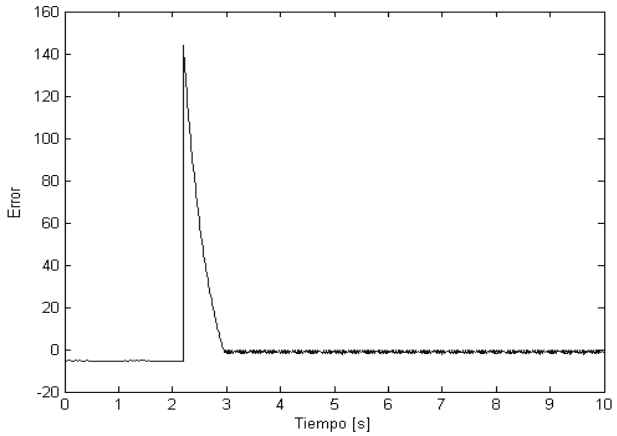


Figura 3.5 Señal de error usando el control PID

La figura 3.5 muestra el error inicial de -5 [rad/s], después de 3 segundos el error disminuye pero se mantiene en -0.78 [rad/s] lo que significa que la respuesta presenta un ligero sobre paso que debe disminuir con el tiempo, sin embargo para no perder la homogeneidad de las pruebas el intervalo de graficación se mantendrá en 10[s].

3.2.2 Control PID ante perturbaciones externas

Para llevar a cabo la *Prueba de Robustez*[15] se debe retirar la masa original del motor y colocar el sistema de poleas. Y realizar la misma prueba del apartado 3.2.1 sin cambiar los parámetros utilizados en la misma. Lo que se busca con esta prueba es verificar qué tan robusto es el control ante dinámicas no modeladas.

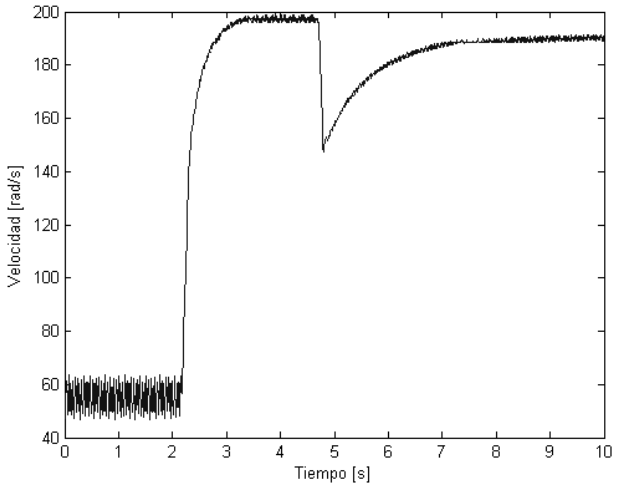


Figura 3.6 Respuesta del sistema después del cambio de la masa original por las poleas

En la figura 3.6 se aprecia claramente que el sistema no está controlado, vemos que el error inicial de -5 [rad/s] de la gráfica 3.4 se convirtió en un error de 60 [rad/s]. Una vez que la velocidad de referencia cambia de 0 a 150 [rad/s] la respuesta del sistema comienza a crecer hasta un valor de casi 200 [rad/s] por lo que el error supera 45 [rad /s]. Después de que se le aplica el cambio de polea en el instante t= 4.7 [s] la velocidad del motor disminuye a 190 [rad/s].

[15] Ver Apéndice E

La prueba anterior se llevó a cabo usando la sintonización original que se usó desde el capítulo anterior, si el controlador PID se sintoniza nuevamente bajo las nuevas condiciones de carga se obtiene lo siguiente:

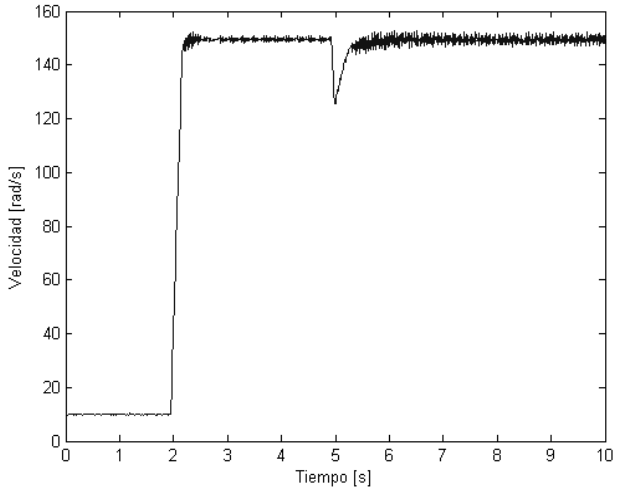


Figura 3.7 Respuesta del sistema ante perturbaciones externas usando el control PID con una nueva sintonización

La figura 3.7 muestra que el control PID tiene un mejor desempeño una vez sintonizado bajo las nuevas condiciones de carga. Vemos que en el instante t = 4.9 [s] la velocidad del motor baja debido al cambio de poleas pero inmediatamente después la velocidad se recupera, aunque con un poco de oscilaciones. El tiempo de levantamiento es de 0.29 [s].

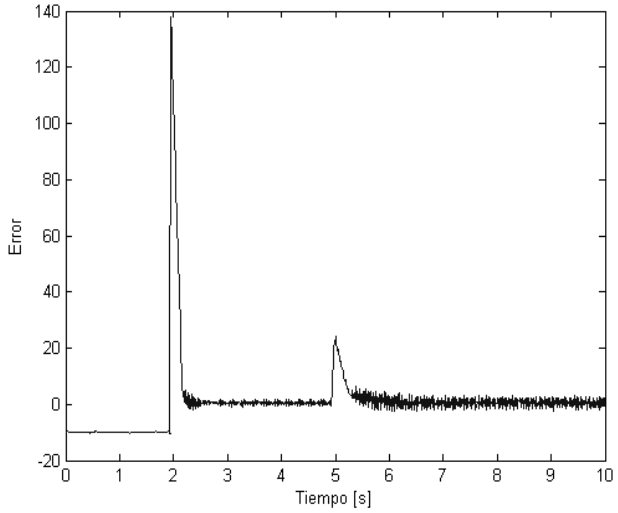


Figura 3.8 Señal de Error usando control PID

La figura 3.8 muestra que el error antes del cambio de poleas y después de éste es en promedio 1 [rad/s]

3.3 Control de velocidad con FOSM

Para llevar a cabo esta prueba se usaron los mismos parámetros de las simulaciones del capítulo anterior con una C=10000.

3.3.1 Control de Modos Deslizantes de primer Orden (FOSM)

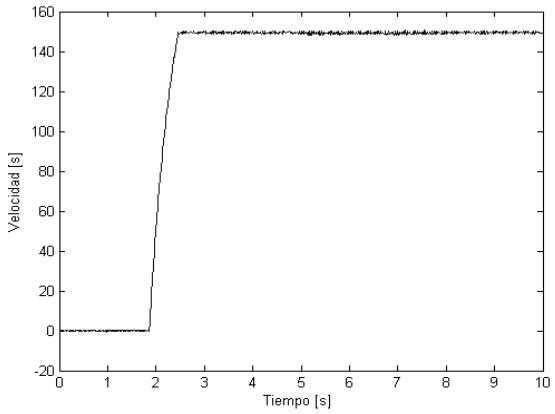


Figura 3.9 Respuesta del sistema usando control FOSM

La figura 3.9 muestra que el tiempo de levantamiento es de 0.52 [s] y el *Chattering* casi no se aprecia.

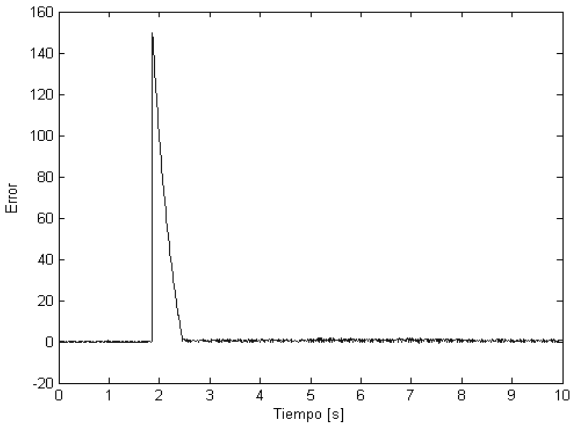


Figura 3.10 Señal de error para el control FOSM

La figura 3.10 muestra que el error es prácticamente cero tanto para la referencia de 0 [rad/s] y para la referencia de 150 [rad/s]. Sin embargo si se amplía un poco la imagen se puede medir que el error para la referencia de 150 [rad/s] es de 0.7 [rad/s]

3.3.2 FOSM ante perturbaciones externas

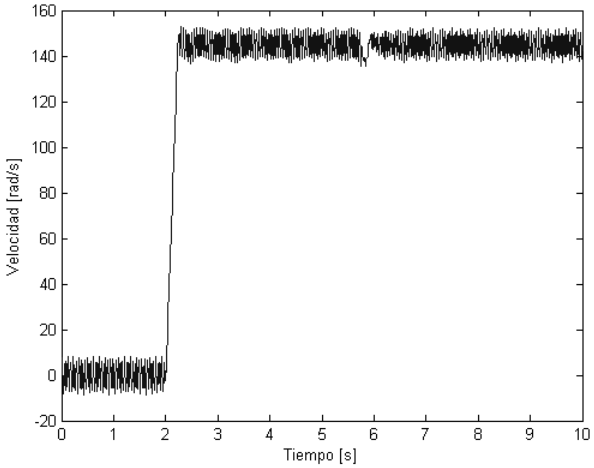


Figura 3.11 Gráfica de velocidad con perturbaciones externas

La figura 3.11 muestra que el control FOSM presenta *Chattering* con una amplitud cercana a 10[rad/s] y no es posible reducirla aún variando el valor de "C" como se hizo en las simulaciones del capítulo anterior. Sin embargo se aprecia que no se ve afectado el promedio de la respuesta del sistema cuando se aplica en cambio de poleas. El tiempo de levantamiento es de 0.3 [s].

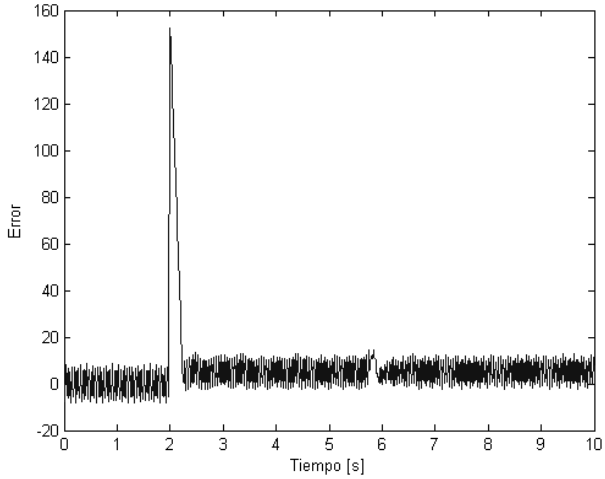


Figura 3.12 Señal de error

La figura 3.12 muestra que el error en promedio es 5 [rad/s] para una referencia de 150 [rad/s] y un error promedio de 0 para una referencia de 0 [rad/s].

3.4 Control de velocidad con TSM

Al igual que en las simulaciones la constante β será igual a 50.

3.4.1 TSM

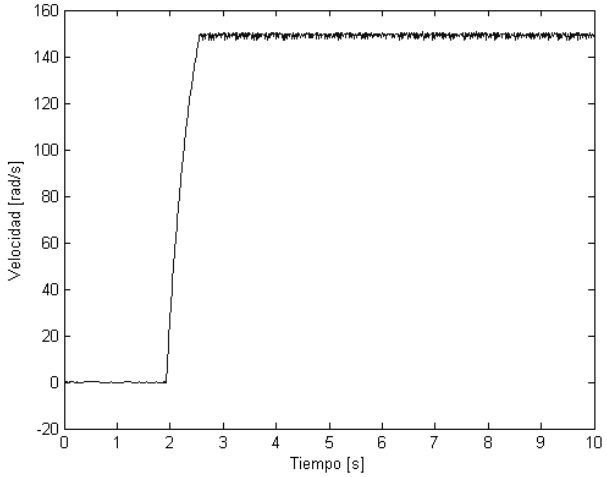


Figura 3.13 Respuesta del sistema usando control TSM

La figura 3.13 muestra que el motor alcanza la velocidad de referencia en 0.51 [s]. y también se aprecia que error inicial es cero.

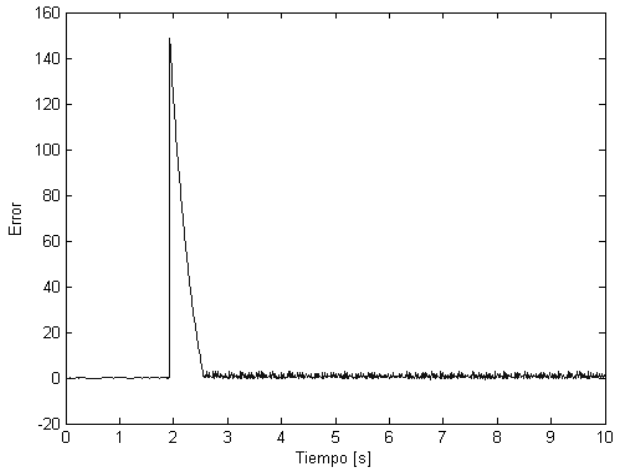


Figura 3.14 Señal de error

Al ampliar la figura 3.14 podemos ver que el error promedio es de 1 [rad/s].

3.4.2 TSM ante perturbaciones externas

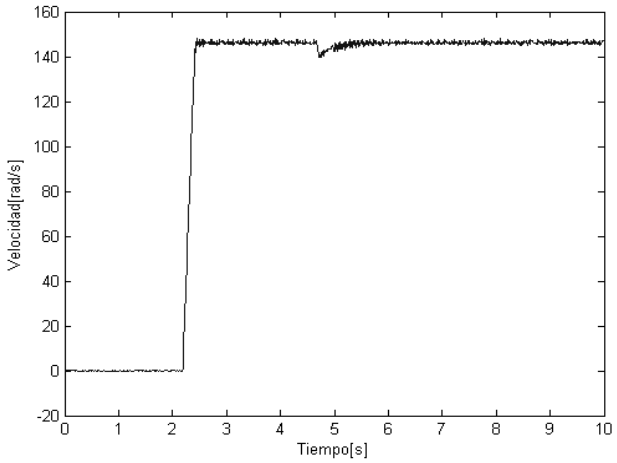


Figura 3.15 Respuesta del sistema ante perturbaciones externas usando el control TSM.

La figura 3.15 muestra que el control TSM absorbe mejor las oscilaciones debidas al elemento elástico que una las poleas. Vemos también que el cambio de poleas no le afecta pues la velocidad se recupera inmediatamente después de 0.5 segundos. El tiempo de levantamiento es de 0.31 [s].

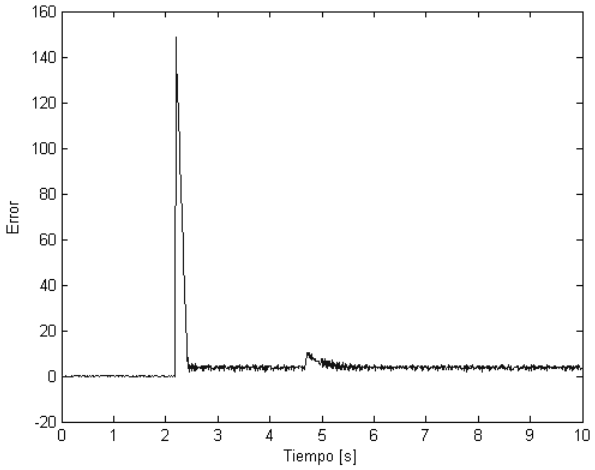


Figura 3.16 Señal de error

La figura 3.16 muestra que el error es de 4 [rad/s] para la referencia de 150 [rad/s] y cero para la referencia de 0 [rad/s].

3.5 Análisis de Resultados

Control	Con Masa Original			Con Sistema de Poleas		
	Tiempo de levantamiento [s]	Error [rad/s]	*Chattering*	Tiempo de levantamiento [s]	Error [rad/s]	*Chattering*
PID	0.76	-0.78	NO	0.8	-30	NO
FOSM	0.52	0.7	SI	0.3	5	SI
TSM	0.51	1	NO	0.31	4	NO

Tabla 3.1 Resultados Experimentales

A diferencia de las simulaciones sí hay una diferencia significativa en cuanto a la rapidez con que los diferentes controladores hacen que el motor llegue a la velocidad deseada. Vemos en la tabla 3.1 que el tiempo de levantamiento para el controlador PID cuando el motor usa su masa original es de 0.76 [s] mientras que para el controlador FOSM y TSM es de 0.52 y 0.51 [s] respectivamente. Cabe señalar que estos resultados coinciden perfectamente con las simulaciones del capítulo anterior donde el tiempo de levantamiento promedio era de 0.5 [s] para los tres controladores.

La tabla 3.1 muestra que el error en estado estable que presenta el motor usando el controlador TSM es mayor que el error en estado estable usando los controladotes PID y FOSM.

Como era esperarse sólo el controlador FOSM presenta el fenómeno de *Chattering* . Esto se aprecia claramente en las figuras 3.11 y 3.12.

Cuando se cambia la masa original por el sistema de poleas se cambia la dinámica del sistema, por esa razón el tiempo de levantamiento se reduce considerablemente, vemos que en promedio este tiempo de levantamiento baja de 0.5 a 0.3 [s].

Como puede verse en la tabla 3.1 el controlador PID no superó la *Prueba de Robustez*. Sin embargo presentó un muy buen desempeño una vez que fue sintonizado nuevamente bajo las nuevas condiciones de de carga, tal como puede apreciarse en las figuras 3.7 y 3.8.

Como puede verse en las figuras 3.9 y 3.10 el controlador FOSM presentó un muy buen desempeño usando la masa original del motor, sin embargo, al momento de cambiar la masa original por el sistema de poleas se manifestó intensamente el problema del *Chattering*, sin embargo nunca dejó de controlar el sistema como ocurrió cuando se le hizo por primera vez la prueba de robustez al control PID. Esto demuestra que el controlador FOSM es un control

Robusto ante perturbaciones pues soporta perfectamente el cambio de poleas y controla aún en presencia de dinámicas no modeladas.

El control TSM presentó un muy buen desempeño tanto con la masa original así como con el sistema de poleas, en ambos casos los tiempos de levantamiento se mantuvieron dentro de lo esperado sin embargo el error en estado estable se incrementó en la prueba de robustez y no fue posible hacer que disminuyera.

Por otra parte, la figura 3.15 muestra que el control TSM es un control Robusto ya que al igual que el control TSM puede absorber el cambio de poleas y controla muy bien ante dinámicas no modeladas. Es decir, conserva las propiedades más importantes de los Modos Deslizantes de primer orden y como ventaja elimina el problema del *Chattering* pero tiene la desventaja de que presenta un error en estado estable que no se puede eliminar.

Conclusiones generales

La principal dificultad que se presentó para la implementación del control PID fue la sintonización del mismo. Debido a que modelo matemático del motor de corriente directa presenta uno de sus dos polos muy cerca del origen del plano s, su respuesta ante una entrada escalón es muy similar a la respuesta de un sistema de primer orden. Debido a que la forma de la respuesta del sistema ante una entrada escalón no tiene forma de s se dificulta usar los principales métodos de sintonización como el método de Zieglers-Nichols. Afortunadamente tarjeta Dspace 1103 tiene un buen sistema de adquisición de datos que me permitió graficar y amplificar la respuesta del sistema para obtener los parámetros necesarios para la sintonización.

Considero que es una desventaja del control PID tener que sintonizar sus parámetros cada que existe una modificación en el sistema. Porque como mencioné anteriormente el sintonizar experimentalmente un control PID no siempre resulta fácil.

Sin embargo, una vez sintonizado el control PID presenta un excelente desempeño tanto en rapidez como en precisión, así como en robustez. Esto se confirmó en el apartado 3.2.2 del capítulo 3 donde se le aplico la prueba de robustez, superándola sin mayor problema.

El control FOSM presentó como era de esperarse el problema del C*hattering*, ocasionando que el motor se calentara más de lo normal y generaba un ruido audible muy incómodo. Cabe señalar que este problema se agudizó cuando se cambió la masa original de motor por el sistema de poleas, antes de este cambio el problema del *Chattering* apenas era perceptible.

Cuando se le aplicó la prueba de robustez al control FOSM se manifestó claramente que este tipo de control absorbe las perturbaciones externas y no le afectan las dinámicas no modeladas. A diferencia del control PID no fue necesario cambiar los parámetros de este control cuando se llevó a cabo el cambio de la masa original por el sistema de poleas.

El control TSM presentó un muy buen desempeño tanto en simulaciones como en tiempo real. Como era de esperarse superó sin mayor dificultad la *Prueba de Robustez*, sin embargo no fue posible disminuir el error en estado estable a menos de 4 [rad/s] que representan el 2.66% de 150 [rad/s].

El control TSM tiene las mismas propiedades que el control FOSM con la ventaja de que elimina el *Chattering* pero paga el precio con precisión.

Parte importante del desarrollo de esta tesis fue el diseño del amplificador de potencia. Dicho amplificador es capaz de trabajar con señales PWM que se utilizan en los controladores continuos tales como el control PID y TSM así como con señales discontinuas provenientes del control FOSM.

La prueba de robustez cubrió la necesidad de evaluar el desempeño de los tres controladores pues esta prueba cambia la dinámica del sistema al sustituir la masa original del motor por un sistema de poleas. Y también nos permite introducir una perturbación externa al momento de cambiar de una polea de diámetro mayor a otra con diámetro menor. Lo importante que se debe destacar en este punto es que el objetivo de esta prueba era mostrar que los algoritmos de control por Modos Deslizantes tienen propiedades que no presentan los algoritmos tradicionales como el PID.

Apéndice A

Motor de Corriente Directa

El modelo matemático[16] de un motor de DC de imán permanente con armadura en serie es el siguiente:

$$L\frac{di}{dt} = u - Ri(t) - k_{bf}\,\omega(t) \qquad \text{(A.1)}$$

$$J\frac{d\omega}{dt} = k_{bf}\,i(t) - f_{eq}\,\omega(t) \qquad \text{(A.2)}$$

Donde

$L =$ Inductancia de armadura

$i =$ Corriente de armadura

$u =$ Voltaje de control aplicado en la armadura

$R =$ Resistencia de armadura

$k_{bf} =$ Constante de la Fuerza Contra Electro Motriz

$\omega =$ Velocidad angular de la flecha

$J =$ Inercia del rotor y carga

$f_{eq} =$ Coeficiente de fricción viscosa equivalente del motor y la carga referido al eje del motor.

En términos de Laplace:

$$L\,s\,i(s) = -R\,i(s) - k_{bf}\,\omega(s) + u(s) \qquad \text{(A.3)}$$

$$J\,s\,\omega(s) = k_{bf}\,i(s) - f_{eq}\,\omega(s) \qquad \text{(A.4)}$$

[16] Ver [9]

Despejando $i(s)$ de la ecuación A.4 y sustituyéndola en la ecuación A.3 obtenemos la función de transferencia del sistema teniendo como entrada el voltaje u y como salida la velocidad ω.

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{k_{bf}}{L\,J\,s^2 + s(R\,J + L\,f_{eq}) + f_{eq}R + k_{bf}^2} \qquad \text{(A.5)}$$

La ecuación A.5 representa el modelo matemático del motor, pero se desconocen los valores de cada parámetro. Una aproximación válida del modelo real puede ser un modelo de primer orden que nos permitiría caracterizar fácilmente el modelo del Motor de CD. Para ello es necesario hacer las siguientes consideraciones:

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{k_{bf}}{L\,J\,s^2 + s(R\,J + L\,f_{eq}) + f_{eq}R + k_{bf}^2}$$

$$= \frac{\frac{k_{bf}}{J}}{L\,s^2 + s(R + \frac{L\,f_{eq}}{J}) + \frac{f_{eq}R + k_{bf}^2}{J}}$$

Si suponemos que $L << 1$ y que $f_{eq} << 1$, quedaría:

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{\frac{k_{bf}}{J}}{Rs + \frac{k_{bf}^2}{J}} = \frac{\frac{k_{bf}}{RJ}}{s + \frac{k_{bf}^2}{RJ}}$$

Que es una expresión de primer orden:

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{K}{s + B}$$

Donde

$K = \frac{k_{bf}}{RJ}$ Representa la ganancia del sistema

$B = \frac{k_{bf}^2}{RJ}$ Es el polo del sistema

Por lo tanto podemos caracterizar el motor suponiendo que se trata de un sistema de primer orden.

Si le aplicamos al sistema una entrada escalón $u(s) = \frac{1}{s}$ entonces la salida sería:

$$\omega(s) = \left(\frac{K}{s+B} \right) u(s) = \frac{K}{s(s+B)} = \frac{a}{s} + \frac{b}{s+B}$$

Al resolver la expresión anterior por fracciones parciales y evaluando las constantes a y b se obtiene lo siguiente:

$$a = \frac{K}{B}$$

$$b = -\frac{K}{B}$$

Por lo tanto:

$$\omega(s) = \frac{a}{s} + \frac{b}{s+B} = \frac{\frac{K}{B}}{s} + \frac{-\frac{K}{B}}{s+B} = \frac{K}{Bs} - \frac{K}{B(s+B)} = \frac{K}{B}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+B} \right)$$

En el dominio del tiempo:

$$\omega(t) = \frac{K}{B}\left(1 - e^{-Bt}\right)$$

Con la ecuación anterior podemos obtener el valor de las constantes K y B que caracterizan al motor, midiendo experimentalmente los valores de la velocidad en estado permanente y de la velocidad para $t = \tau$, donde τ es la constante de tiempo y equivale al tiempo en el que la respuesta del sistema es igual al 63.2% de su valor final.

El valor de la velocidad angular cuando se le aplicó una entrada escalón de 24 [V] al motor de CD fue de 230 [rad/s]. Y el tiempo que tardó el sistema en alcanzar el 63.2 % de su valor final fue 0.49s, es decir: $\tau = 0.49s$ en cuyo instante el valor de velocidad angular fue 145 [rad/s].

Por lo que:

$$\omega(t \to \infty) = \frac{24K}{B} = 230\left[\frac{rad}{s}\right]$$

$$\frac{K}{B} = \frac{230}{24} = 9.58$$

Además

$$\omega(t = \tau) = 24\frac{K}{B}\left(1 - e^{-0.49B}\right) = 145$$

$$24\frac{K}{B}\left(1 - e^{-0.49B}\right) = 145$$

$$24(9.58)\left(1 - e^{-0.49B}\right) = 145$$

$$1 - e^{-0.49B} = \frac{145}{230}$$

$$e^{-0.49B} = 1 - \frac{145}{230} = 0.369$$

$$-0.49B = LN(0.369) = -0.995$$

$$B = \frac{-0.995}{-0.49} = 2.03$$

Por lo tanto

$$K = 9.58 \cdot 2.03 = 19.45$$

Finalmente:

$$\boxed{H(s) = \frac{19.45}{s + 2.03}}$$

Conociendo el valor de las constantes K y B del modelo de primer orden podemos determinar el valor de los parámetros eléctricos y mecánicos del motor.

Sabemos que:

$$K = \frac{k_{bf}}{RJ} = 19.45$$

$$B = \frac{k_{bf}^2}{RJ} = 2.03$$

$$B = k_{bf} K = 2.03$$

Por lo que

$$\boxed{k_{bf} = \frac{2.03}{K} = \frac{2.03}{19.45} = 0.1043}$$

El valor de R y L se obtuvieron experimentalmente[17].

$$\boxed{R = 69.7 \quad \Omega}$$

$$\boxed{L = 4.458 \times 10^{-3} [H]}$$

Conociendo R y k_{bf} podemos encontrar J

$$\frac{k_{bf}}{RJ} = 19.45$$

$$\boxed{J = \frac{k_{bf}}{19.45R} = \frac{0.1043}{19.45(69.7)} = 7.69 \times 10^{-5}}$$

Por lo tanto los parámetros del motor quedan de la siguiente forma:

Eléctricos:

$$R = 69.7 \quad [\Omega]$$

$$k_{bf} = 0.1043 \left[\frac{V}{\left(rad/s \right)} \right]$$

$$L = 4.458 \times 10^{-3} [H]$$

[17] Ver [9]

Mecánicos:

$$k_{bf} = 0.1043\left[\frac{Nm}{A}\right]$$

$$J = 7.69\times10^{-5}\left[kg\,m^2\right]$$

Finalmente podemos encontrar el modelo aproximado de segundo orden sustituyendo los parámetros anteriores en el modelo del motor y considerando que $f_{eq} = 0$:

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{k_{bf}}{L\,J\,s^2 + s(R\,J + L\,f_{eq}) + f_{eq}R + k_{bf}^2}$$

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{0.1043}{(4.458\times10^{-3})(7.69\times10^{-5})\,s^2 + 69.7(7.69\times10^{-5})s + (0.1043)^2}$$

$$\boxed{\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{0.1043}{3.42\times10^{-7}\,s^2 + 0.0053\,s + 0.0108}}$$

A continuación se presenta el motor real.



Figura A.1 Motor Real

Apéndice B

Sintonización experimental del control PID

B.1 Introducción.

Se utilizó el primer método de Ziegler y Nichols para sintonizar el controlador PID. En este primer método se obtiene de manera experimental la respuesta de la planta a una entrada escalón. Si la planta no contiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados la curva de respuesta escalón unitario debe tener forma de "S" como se muestra en la figura B.1

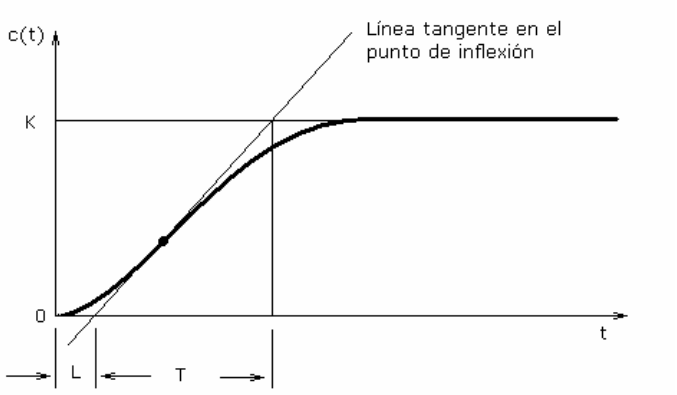


Figura B.1 Curva de respuesta con forma de "S"

La curva con forma de "S" se caracteriza por dos parámetros: el tiempo de retardo "L" y la constante de tiempo "T". El tiempo de retardo y la constante de tiempo se determinan dibujando una reta tangente en el punto de inflexión de la curva con forma de "S" y determinando las intersecciones de esta tangente con el eje del tiempo y la línea c(t)=K como se aprecia en la figura B.1. En este caso, la función de transferencia C(s) /U(s) se aproxima mediante un sistema de primer orden con un retardo de tiempo de la siguiente forma:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts+1}$$

Ziegler y Nichols sugirieron establecer los valores de K_p, K_i, y K_d de acuerdo con la fórmula que aparece en la tabla B.1.

Tipo de controlador	K_p	K_i	K_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2\frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

Tabla B.1 Regla de Sintonización de Ziegler-Nichols basada en la respuesta escalón de la planta (primer método).

A continuación se presentan los resultados en tiempo real de las pruebas de la sintonización del control PID.

Para excitar al motor se utilizó una señal PWM que inicialmente parte de 50% y llega al 80%.

Debido a que uno de los polos se encuentra muy cerca del cero en el plano s, la respuesta del sistema ante una entrada escalón es muy parecida a la respuesta de un sistema de primer orden. Por lo que a simple vista es difícil apreciar el valor de la constante de tiempo T. Para llevar a cabo esta medición es necesario ampliar la parte inferior de la figura B.3

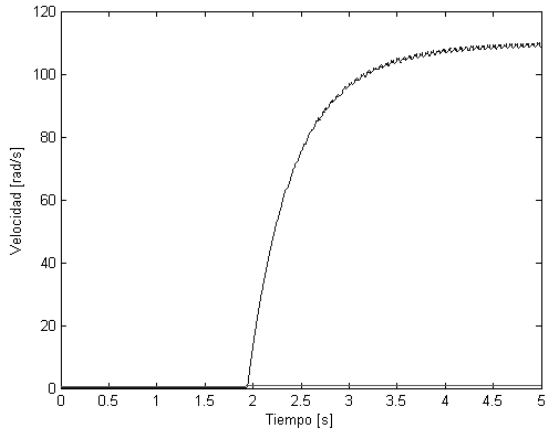


Figura B.3 Respuesta del sistema ante una entrada escalón

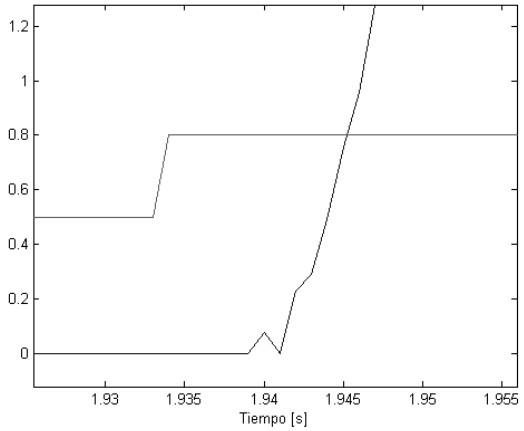


Figura B.4 Ampliación de la figura A.3

Como puede verse en la figura B.4 La respuesta del sistema permanecen en cero mientras la señal de excitación se mantiene en 0.5, es decir 50% de la señal PWM que alimenta el motor. Cuando se cambia el nivel de la señal PWM a 80% (entrada escalón) el sistema presenta un retraso de algunos milisegundos para comenzar a ascender hasta un valor de 109 [rad/s].

Colocando una recta tangente a la curva de la figura B.3 teniendo en cuenta que el punto de inflexión se encuentra muy cerca del cero, se obtienen los siguientes parámetros:

$T = 0.553[s]$

$L = 9.1[ms]$

Para los cuales:

PI	PID
$K_p = 0.9\frac{T}{L} = 54.69$	$K_p = 1.2\frac{T}{L} = 72.92$
$Ki = \frac{L}{0.3} = 0.03$	$K_i = 2L = 0.0182$
	$K_d = 0.5L = 0.0045$

Apéndice C

Diferenciador Robusto Exacto

C.1 Introducción

Para la implementación del algoritmo Terminal de Modos Deslizantes necesitamos conocer el error y la derivada del error, así como la derivada de la posición para obtener la velocidad angular del motor.

La principal dificultad que se presenta en la diferenciación en tiempo real está en la sensibilidad del diferenciador ante ruidos en la señal de entrada.

Diversos métodos numéricos fueron desarrollados como una alternativa eficaz cuando se desconoce la forma analítica de la función a derivar, cuando la señal esta contaminada por ruido o cuando proviene de la salida de un sistema no modelado.

Uno de los métodos mas empleados ha sido la diferenciación numérica simple, seguida de la aplicación de un filtro para la eliminación de las componentes de la señal no deseadas. Este método presenta el inconveniente de que se requiere una elección adecuada del filtro, que no deteriore demasiado la señal deseada, lo cual no siempre es fácil de conseguir.

Los últimos avances en técnicas de control basadas en Modos deslizantes, ofrecen una nueva posibilidad para la diferenciación de este tipo de señales. Estos diferenciadores tienen la ventaja de que la diferenciación es exacta en ausencia de ruido y robusta en su presencia.

C.2 Definición

El diferenciador Robusto Exacto es un diferenciador propuesto por Arie Levant y está basado en el algoritmo *super-twisting*[18] de Modos Deslizantes.

[18] El algoritmo super- twisting es un algoritmo de modos deslizantes de segundo orden. Ver [14]

Las ecuaciones que lo describen son las siguientes:

$$\dot{z}_0 = v_0; \qquad v_0 = -\lambda_0 \operatorname{sgn}(z_0 - f)\sqrt{|z_0 - f|} + z_1$$

$$\dot{z}_1 = v_1; \qquad v_1 = -\lambda_1 \operatorname{sgn}(z_0 - f)$$

Donde:

z_0: Es la variable estimada

z_1: Es la derivada estimada.

f: Es la función que se desea diferenciar

$\lambda_0 \; y \; \lambda_1$: Son parámetros de ajuste del diferenciador

Para poder sintonizar los parámetros $\lambda_0 \; y \; \lambda_1$ se debe considerar el valor máximo de la aceleración de la señal que se desea derivar, es decir:

$$\left|\ddot{f}\right| \leq L$$

Donde:

$$\lambda_1 = 1.1L$$

$$\lambda_0 = 1.5\sqrt{L}$$

En simulink:

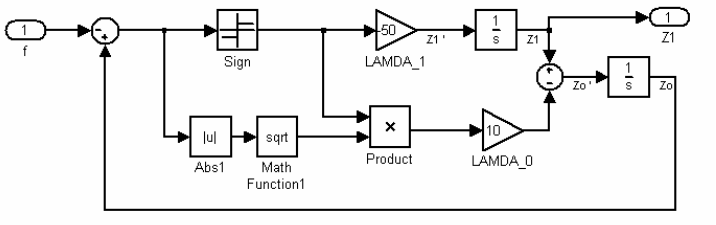


Figura C.1 Diagrama de Bloques del Diferenciador Robusto Exacto

C.3 Diferenciación de una señal aperiodica

Para demostrar la eficiencia de este diferenciador vamos a usarlo para obtener la derivada de una señal aperiodica, por ejemplo:

$$f_{teorica} = 2 + \sin(0.5t) + \cos(t) + 0.5 * \sin(2t + 0.5) - 0.3\cos(5t - 0.5)$$

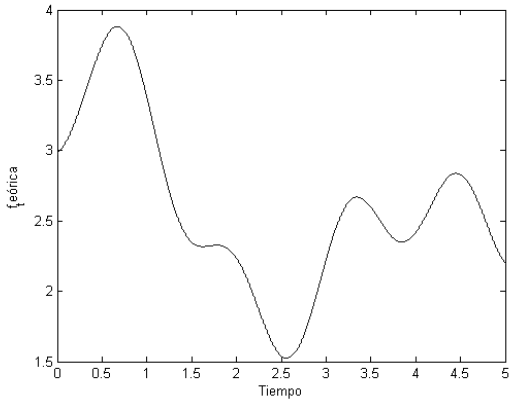


Figura C.2 Función f teórica

Analíticamente su derivada sería:

$$f_{d_teorica} = 0.5\cos(0.5t) - \sin(t) + \cos(2t + 0.5) + 1.5\sin(5t - 0.5)$$

Graficando la función $f_{d_teorica}$:

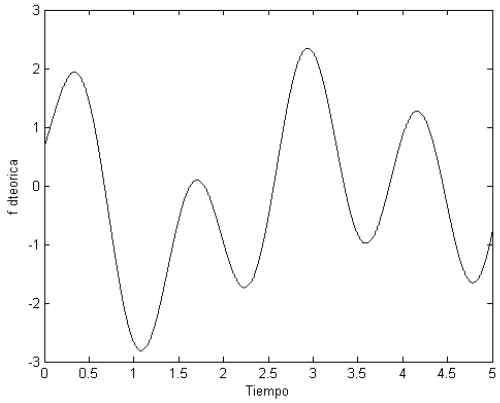


Figura C.3 Derivada de la Función f teórica

La figura C.3 muestra la grafica de la derivada de la función $f_{teorica}$ y la consideraremos ideal porque representa fielmente la derivada analítica.

El diferenciador Robusto Exacto deberá proporcionar una señal igual a la mostrada en la figura C.3. Para ello se considera que el valor máximo de $\left|\ddot{f}\right| < 10$ por lo tanto:

$\lambda_1 = 1.1L = 11$

$\lambda_0 = 1.5\sqrt{L} = 4.74$

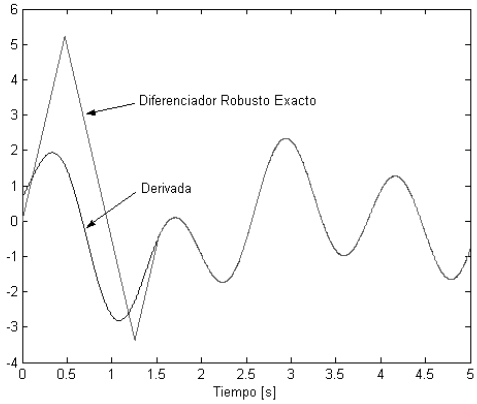


Figura C.4 Grafica con Diferenciador Robusto Exacto

La figura C.4 muestra que el diferenciador Robusto Exacto proporciona una señal exactamente igual a la derivada ideal después de 1.5 segundos.

C.4 Diferenciación de una señal con presencia de ruido

Una de las bondades más importantes del diferenciador Robusto Exacto es la robustez ante la presencia de ruido. Y para mostrar esta cualidad se le agregará ruido a la señal f que se desea derivar.

El ruido que se le agrega a la señal de entrada es ruido Gaussiano con una varianza de 0.01.

La figura C.5 muestra la señal $f_{teorica}$ con la presencia del ruido.

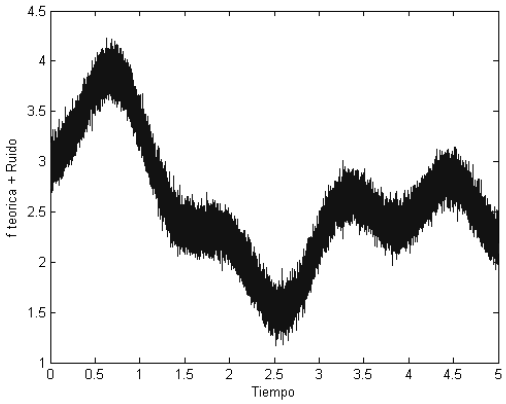


Figura C.5 Función f teórica + Ruido

A la señal de la figura C.5 se le aplicarán dos tipos de diferenciación, la primera utilizando el bloque “Derivada” de Simulink y después el Diferenciador Robusto Exacto.

Con el Bloque Derivada de Simulink:

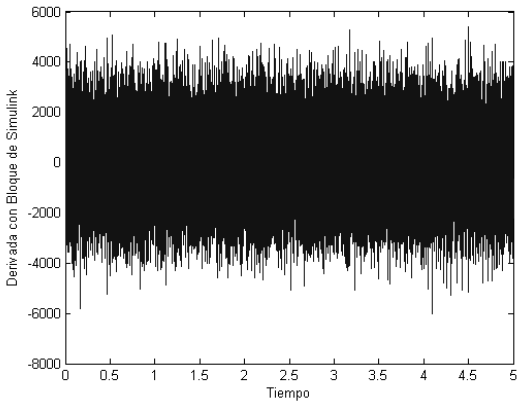


Figura C.6 Derivada con el bloque de Simulink

Con el Diferenciador Robusto Exacto:

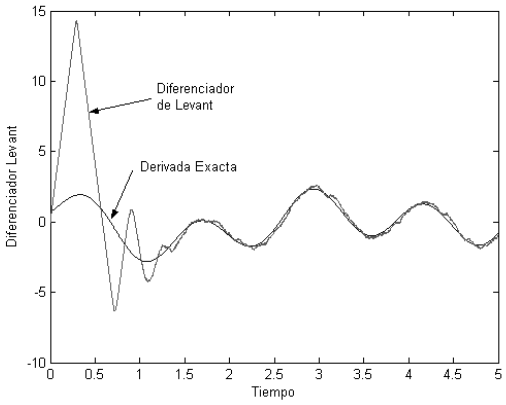


Figura C.7 Derivada con el Diferenciador Robusto Exacto

Como puede apreciarse en la figura C.7 el diferenciador Robusto Exacto ofrece en presencia de ruido una muy buena aproximación a la derivada exacta. La derivada obtenida con el bloque "Derivada" de Simulink ni siquiera se acerca un poco a los resultados deseados.

Dependiendo de la magnitud del ruido y de los parámetros del Diferenciador la salida del Diferenciador se acercará más a la Derivada real. En la figura C.7 se utilizaron los siguientes parámetros: $\lambda_0 = 3.5$ y $\lambda_1 = 50$. Y como puede apreciarse, el error es muy pequeño.

EL diferenciador Robusto Exacto nos ofrece exactitud cuando no existe ruido en la señal de entrada y robustez cuando sí lo hay.

Apéndice D

Diseño del Amplificador de Potencia (Puente H)

D.1 Introducción.

El valor de la corriente nominal del Motor de CD que se utiliza en este trabajo de tesis es de 1.6 A y en el arranque requiere hasta 8 A. Estos valores de corriente tan altos no los puede proporcionar la tarjeta Dspace 1103[19] así que es necesario diseñar una etapa de potencia adecuada que nos permita controlar la velocidad del motor en cualquiera de sus dos sentidos.

El Puente H es un arreglo de elementos interruptores que permiten el flujo de la corriente a través del motor de DC en un sentido o en el otro. De tal forma que el Motor puede girar en ambos sentidos utilizando una sola fuente de alimentación.

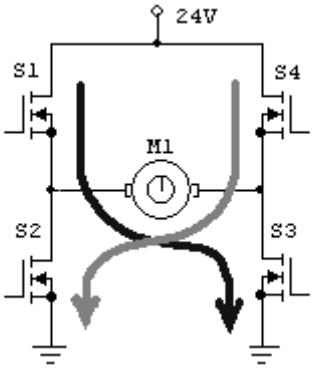


Figura D.1 Puente H

D.2 Circuito de Retardo para generar el Tiempo Muerto

Como se aprecia en la figura D.1 S2 y S4 deben permanecer abiertos mientras S1 y S3 conducen y cuando S2 y S4 conducen S1 y S3 deben permanecer abiertos. Nunca deben conducir los pares S1-S3 y S2-S4 al mismo tiempo porque se produce un corto circuito en la fuente de alimentación.

[19] Ver el Apéndice F

Las señales enviadas a las compuertas son complementarias, es decir mientras un par conduce el otro permanece abierto. De esta forma el motor se alimenta con +24V en un instante y con -24 en otro instante. Sin embargo, debido a que los dispositivos semiconductores no son dispositivos ideales existe un momento en la conmutación en la cual los dos pares de interruptores conducen ocasionando un corto circuito en la fuente. Para evitar esto se tiene que agregar un circuito de protección que genere un tiempo muerto entre las dos señales complementarias.

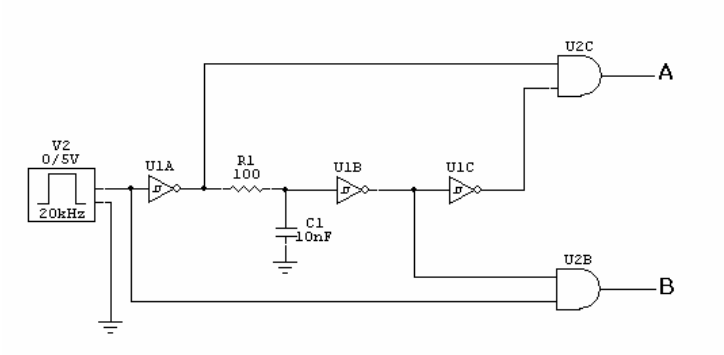


Figura D.2 Circuito para generar el Tiempo muerto

D.3 Circuito IR 2110

Uno de los principales problemas que se presentan al momento de diseñar un puente H es el disparo de los MOSFETS que se encuentran en la parte superior del puente, porque el Source de los mismos no está referenciado a tierra.

El circuito IR2110 es un driver de alta velocidad que permite controlar de manera independiente el disparo de MOSFETS tanto del lado bajo como el lado alto de un medio puente H.

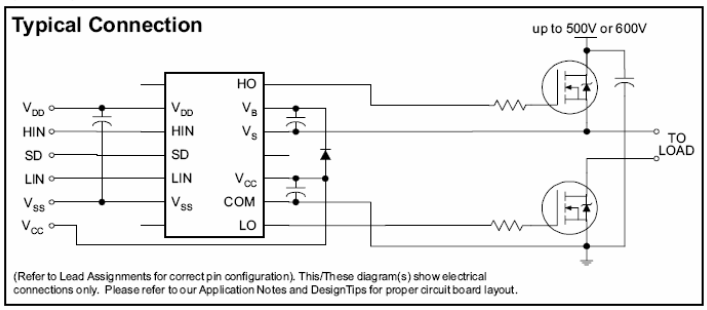


Figura D.3 Conexión típica del circuito IR 2110

El diagrama de bloques de este circuito se presenta a continuación:

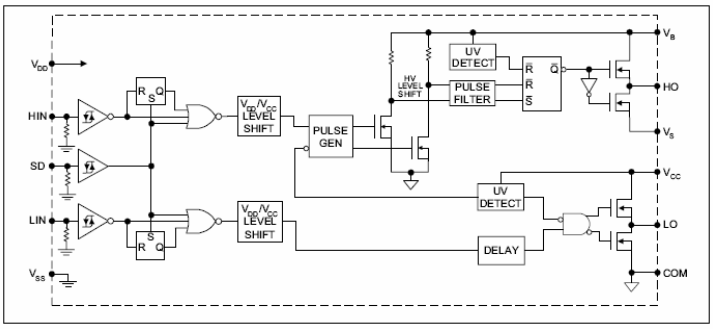


Figura D.4 Diagrama de bloques del circuito IR 2110

D.4 Puente H Completo

Las señales complementarias A y B provenientes del circuito de retardo de la figura C.2 son las señales que activan los circuitos IR 2110 de la figura C.5 por medio de dos opto acopladores de alta velocidad con salida Tótem-pole.

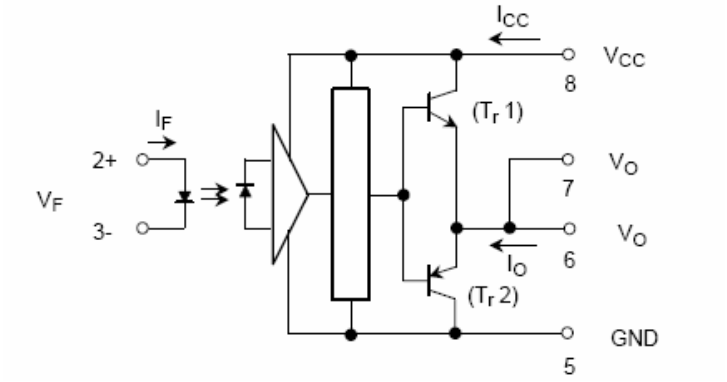


Figura D.5 Diagrama del circuito TLP 250

Estos opto acopladores proporcionan seguridad al sistema separando la parte de electrónica de la de potencia.

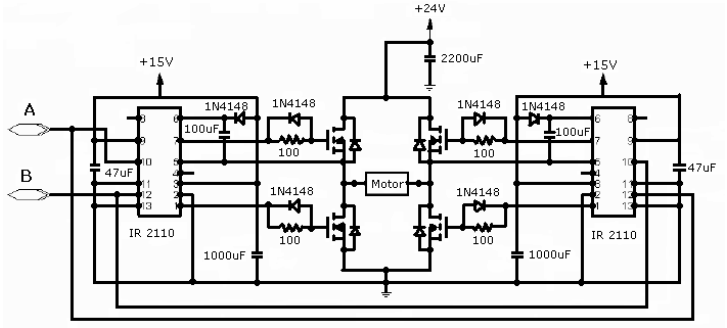


Figura D.6 Puente H completo

El puente H terminado se muestra a continuación:

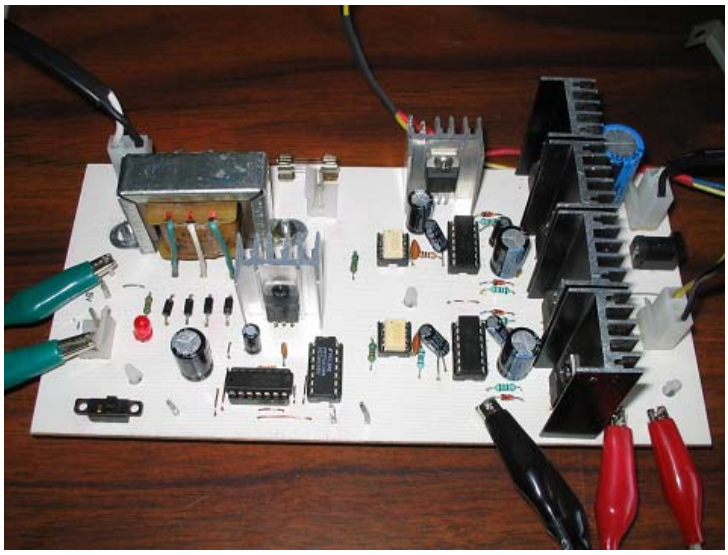


Figura D.7 Puente H terminado

Apéndice E

Prueba de Robustez

Esta prueba surge por la necesidad de demostrar una de las propiedades más importantes de los Modos Deslizantes que es la Robustez. Para ello fue necesario hacer algunas modificaciones al Motor Original.

Como puede apreciarse en la parte superior de la figura E.1 se agregó una masa similar a la original, aunque de otro material, más pequeña y menos pesada, acoplada a un eje que tiene un par de poleas de plástico de diferente diámetro. Vemos también un electroimán que es el encargado de hacer el cambio de poleas.



Figura E.1 Motor con la Masa Original

Para realizar esta prueba se cambia la masa original por una polea de plástico como se muestra a continuación.



Figura E.2 Sistema de Poleas completo

Una vez que el motor está funcionando, basta con energizar el electroimán para que se lleve a cabo el cambio de la polea A a la polea B.

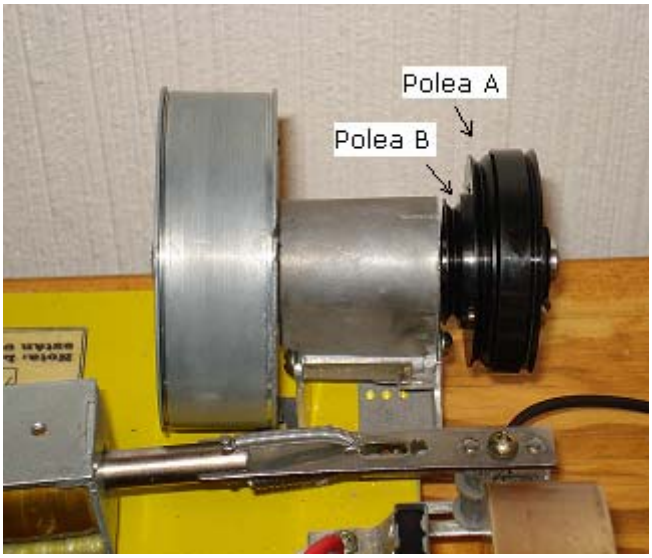


Figura E.3 Poleas acopladas al eje de la segunda masa**.**

Al llevarse a cabo el cambio de la polea A a la polea B estando trabando el motor, la velocidad del sistema disminuye tal como lo muestra la figura E.4.

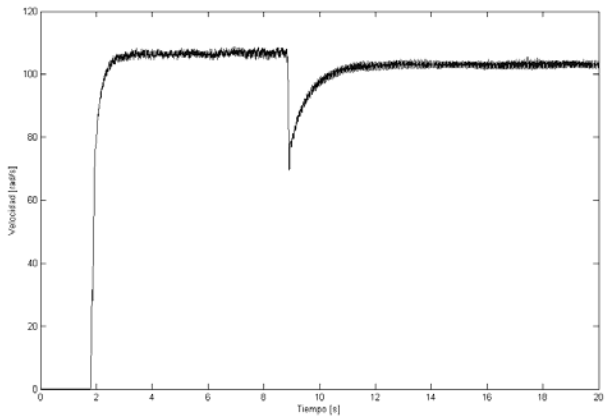


Figura D.4 Respuesta del sistema en lazo Abierto

La figura E.4 muestra la respuesta del sistema en lazo abierto para una entrada PWM con ciclo de trabajo del 80%.

Como puede verse la velocidad antes del cambio de polea es de 107 rad[s] y justo después de cambiar a la polea B tenemos una velocidad de 102 [rad/s].

Un controlador robusto debe absorber esta perturbación para mantener una velocidad cercana a la velocidad de referencia antes y después del cambio de poleas.

Apéndice F

Tarjeta DS1103

La tarjeta DS1103 de la empresa dSPACE es un sistema de desarrollo de prototipos de control que conste de un procesador *Power PC*, un DSP esclavo TMS320F240 y una memoria RAM de 32 MB.

Las principales características de la tarjeta DS1103 son:

- 20 canales de conversión analógica-digital (ADC) para la entrada de señales.
- 8 canales de conversión digital-analógica (DAC) para la salida de señales.
- Puerto digital de 32 bits con la posibilidad de configurar cada bit para ser usado bidireccionalmente.
- Salidas de señal en ancho de pulso (PWM) con frecuencias que van desde los 20 hasta los 100kHz.
- Una interfaz Simulik/MATLAB amigable al usuario.
- "dSPACE Control Desktop", software que permite controlar todos los procesos de la tarjeta, facilita la depuración del proceso, la medición de señales en la propia pantalla de la PC, así como el manejo de parámetros internos en un ambiente grafico bastante amigable.
- El programa fuente se compila en la computadora, y el ejecutable se descarga en la memoria interna de la tarjeta. Esto hace más rápida la ejecución del programa del controlador.
- Manejo de múltiples usuarios para un misma tarjeta por medio de una red de área local (LAN).

La figura F.1 muestra el módulo externo de la tarjeta DS1103 por donde se conectan las señales de salida así como las de entrada.



Figura F.1 Módulo de entradas salidas de la tarjeta DS1103

Bibliografía

[1] Vadim Utkin,Jürgen Guldner and Jingxin Shi. *"Sliding Mode Control in Electromechanical Systems"* Ed. Taylor & Francis, E.U.A., 1999

[2] Christopher Edwars and Sarah K. Spurgeon. *"Sliding Mode Control Theory and Aplication"* ,Ed. Taylor & Francis, E.U.A. 1998

[3] Xinghuo Yu and Zhihong Man. *"Variable Structure Systems whit Terminal Sliding Modes" 2002*

[4] Arie Levan, *"Principles of 2-Sliding Mode Design"* ,Israel, 2006.

[5] Katsuhiko Ogata. *"Ingeniería de Control Moderna"*, Prentice Hall, México, 2003.

[6] Paul H. Lewis and Chang Yang. *"Sistemas de Control en Ingeniería"*, Prentice Hall, México, Madrid, 1999.

[7] Application Note AN-978 "HV Floating MOS-Gate Driver Ics *(HEXFET is a trademark of International Rectifier)"* Iternational Rectifier

[8] R. Romero, J. Stojanov, A.S.I. Zinober y F.r. Rubio. *"Diferenciación mediante Control por Modos Deslizantes"* ,España, 2001.

[9] A. A. Hernández López, *"Implementación del algoritmo Cuasi-Continuo de Modos Den un motor de CD"*, Tesis, México 2005

[10] J. L. Mata Ledesma, *"Control de Modos Deslizantes en un Motor de Corriente Directa"* Tesis, México, 2005.

[11] I. A. Dávila Mérida, *"Pruebas experimentales con el algoritmo Suboptimal de Modos Deslizantes en un motor de corriente directa"* Tesis, México, 2006.

[12] J. M. Benavent García, *"Electrónica de Potencia Teoría y Aplicaciones"* , Ed. Alfa Omega., España, 2000.

[13] T. J. Maloney, *"Electrónica industrial moderna"* Ed. Prentice Hall, México 2005.

[14] Zac, M. "Terminal Atractors in neural Networks" (1989). Neural Networks, 2, 259-274.