



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN
INGENIERIA**

FACULTAD DE INGENIERIA

**SIMULACION NUMERICA DEL TRANSPORTE Y
DISPERSION DE PARTICULAS SOLIDAS (CENIZAS
VOLCANICAS) EN LA ESCALA INTERMEDIA**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN INGENIERIA

MECANICA – TERMOFLUIDOS

P R E S E N T A :

M. EN C. FRANCISCO ESPINOSA ARENAL



**TUTOR:
DR. RUBEN AVILA RODRIGUEZ**

2008

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Jaime Gonzalo Cervantes de Gortari

Secretario: Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz

Vocal: Dr. Rubén Avila Rodríguez

1er Suplente: Dr. Gustavo Sosa Iglesias

2do Suplente: Dr. Aron Jazcilevich Diamant

Lugar donde se realizó la tesis:

DEPARTAMENTO DE TERMOFLUIDOS, FACULTAD DE INGENIERIA

TUTOR DE TESIS:

DR. RUBEN AVILA RODRIGUEZ

FIRMA

DEDICATORIA

A MI ESPOSA

ARACELI

*GRACIAS POR TU PACIENCIA, ESTE TRABAJO TAMBIEN
ES TUYO*

A MIS PADRES

FRANCISCO Y Ma DEL CARMEN

POR SU AMOR Y SU APOYO

A MI HERMANO

CESAR

POR SIEMPRE LOS ESPINOSA ARENAL

A MIS SUEGROS

RICARDO Y Ma ELENA

GRACIAS POR CREER EN MI

A MI GRANDIOSA FAMILIA Y AMIGOS

francisco espinosa arenal

AGRADECIMIENTOS

A MI ASESOR DR. RUBEN AVILA RODRIGUEZ Y AL HONORABLE JURADO.

AL DEPARTAMENTO DE TERMOFLUIDOS DE LA FACULTAD DE INGENIERIA DE LA UNAM, POR EL APOYO BRINDADO.

AL CONSEJO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGIA (CONACYT), POR EL APOYO ECONÓMICO PARA LA REALIZACION DE ESTA TESIS.

A LA DIRECCION GENERAL DE SERVICIOS DE COMPUTO ACADEMICO (DGSCA) DE LA UNAM

Índice general

. Resumen	VIII
. Abstract	IX
. Nomenclatura	X
1. INTRODUCCION	1
1.1. Descripción de las erupciones volcánicas	1
1.2. Antecedentes	3
1.3. Motivación	7
2. Aspectos meteorológicos y modelos matemáticos	11
2.1. Escalas meteorológicas	11
2.2. Capa límite Planetaria (CLP)	12
2.3. Modelos matemáticos	15
2.3.1. Modelo no-hidrostático para un fluido compresible . . .	15
2.3.2. Aproximación hidrostática para un fluido incompresible	17
2.3.3. Ecuaciones promediadas en espacio y tiempo	18
2.4. Energía cinética turbulenta	20

3. Modelo Euleriano RAMS	23
3.1. Modelo no-hidrostático para un fluido compresible	24
3.2. Modelo hidrostático para un fluido incompresible	25
3.3. Parametrización de la turbulencia en RAMS	26
4. Modelo de columna eruptiva y dispersión de partículas	29
4.0.1. Altura de la columna eruptiva	29
4.1. Modelo dispersión de partículas	33
4.2. Modelo para el cálculo de concentración de las partículas . . .	36
5. Dominio computacional y condiciones iniciales	41
5.1. Discretización de la región de estudio del experimento de ASCOT	42
5.2. Discretización de la región de estudio del volcán Popocatepetl	43
5.3. Condiciones iniciales para el modelo RAMS	44
6. RESULTADOS	47
6.1. Comparación de resultados con el experimento de ASCOT en el valle de Anderson 1980	47
6.2. Resultados numéricos de la erupción del volcán Popocatepetl ocurrida el 19 de Julio del 2003	61
6.3. Resultados numéricos de la erupción del volcán Popocatepetl ocurrida el 23 de Enero del 2002	70
7. Conclusiones	77
A. Aproximación por Mínimos Cuadrados Móviles	79
. Bibliografía	83

Índice de figuras

1.1. Esquema de las diferentes regiones de una columna eruptiva (Sparks, 1986)	2
1.2. Esquema de las diferentes tipos de erupciones	4
2.1. Esquema de las diferentes regiones de la capa límite planetaria a diferentes horas del día	12
2.2. Esquema velocidad instantánea	18
4.1. Representación de la velocidad vertical y horizontal de una columna eruptiva	30
4.2. Esquema de las fuerzas que actúan sobre un bloque expulsado en forma balística por una erupción volcánica.	31
4.3. Esquema de las fuerzas que actúan sobre un bloque expulsado en forma balística por una erupción volcánica.	39
5.1. Valle de Anderson Springs, Gunning y Putah Creeks. El valle está rodeado por las montañas Mayacamas, Cobb y Boggs. Los puntos (●) representan los medidores de superficie	45
5.2. Tres mallas anidadas del dominio computacional del modelo RAMS para el caso de ASCOT. (*) representan las sondas meteorológicas.	45
5.3. Tres mallas anidadas del dominio computacional del modelo RAMS para el caso del 23 de Enero del 2002 del volcán Popocatépetl	46

-
- 5.4. Tres mallas anidadas del dominio computacional del modelo RAMS para el caso del 19 de Julio del 2003 del volcán Popocatepetl 46
- 6.1. Campos de velocidades calculados con el modelo RAMS a 15 m. sobre la superficie el 19 de Septiembre de 1980 a las 2300 PST. (●) representa el punto de liberación. 48
- 6.2. Campos de velocidades calculados con el modelo RAMS a 15 m. sobre la superficie el 20 de Septiembre de 1980 a las 0100 PST. (●) representa el punto de liberación. 48
- 6.3. Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda RIDGE de las 2258 a las 2347 PST del 19 de Septiembre de 1980. 50
- 6.4. Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda UNIT 19 de las 2259 a las 2341 del 19 de Septiembre de 1980. 50
- 6.5. Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda THORNE 7 de las 0114 a las 0135 PST del 20 de Septiembre de 1980. 52
- 6.6. Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda RANCHO T de las 0101 a las 0134 PST del 20 de Septiembre de 1980. 52
- 6.7. Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda LARRYS Q HUT de las 0100 a las 0138 PST del 20 de Septiembre de 1980. 53
- 6.8. Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda OAKMONT de las 2259 a las 2351 PST del 20 de Septiembre de 1980. 53

6.9. Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda DIAMOND D EAST de las 2300 a las 2314 PST del 19 de Septiembre de 1980.	54
6.10. Dispersión de partículas a las 0000 PST una hora después de la liberación del experimento (Gudiksen 1983).	57
6.11. Dispersión de partículas a las 0100 PST dos horas después de la liberación del experimento (Gudiksen 1983).	57
6.12. Resultado numérico de los contornos de iso-concentración promediados de las 2300 PST a las 0100 PST el 20 de Septiembre 1980.	58
6.13. Resultado experimental de los contornos de iso-concentración promediados de las 2300 PST a las 0100 PST el 20 de Septiembre 1980.	58
6.14. Resultado numérico de los contornos de iso-concentración promediados de las 0100 PST a las 0300 PST el 20 de Septiembre 1980.	60
6.15. Resultado experimental de los contornos de iso-concentración promediados de las 0100 PST a las 0300 PST el 20 de Septiembre 1980.	60
6.16. Imagen que muestra la columna eruptiva de la erupción del volcán Popocatépetl el 19 de Julio del 2003 a las 14:24 UTM 8:24 tiempo local.	62
6.17. Columna eruptiva obtenida con el modelo numérico de la erupción del volcán Popocatépetl el 19 de Julio del 2003 a las 14:24 UTM 8:24 tiempo local.	62
6.18. Imagen que muestra la columna eruptiva de la erupción del volcán Popocatépetl el 19 de Julio del 2003 a las 14:26 UTM 8:26 tiempo local.	63
6.19. Columna eruptiva obtenida con el modelo numérico de la erupción del volcán Popocatépetl el 19 de Julio del 2003 a las 14:26 UTM 8:26 tiempo local.	63

6.20. Imagen que muestra la columna eruptiva de la erupción del volcán Popocatepetl el 19 de Julio del 2003 a las 14:31 UTM 8:31 tiempo local.	65
6.21. Columna eruptiva obtenida con el modelo numérico de la erupción del volcán Popocatepetl el 19 de Julio del 2003 a las 14:31 UTM 8:31 tiempo local.	65
6.22. Campo de vientos obtenido por el modelo RAMS el 19 Julio del 2003	66
6.23. Imagen de satélite que muestra la pluma del evento del 19 de Julio del 2003 a las 16:32 UTM 10:32 tiempo local.	67
6.24. Pluma de partículas calculada con el modelo numérico Euleriano-Lagrangiano del evento del 19 de Julio del 2003 a las 16:32 UTM 10:32 tiempo local.	67
6.25. Líneas de isoconcentración de la Pluma de partículas calculada con el modelo numérico Euleriano-Lagrangiano del evento del 19 de Julio del 2003 a las 16:32 UTM 10:32 tiempo local	69
6.26. Mapa de isopletras del evento del 19 de Julio del 2003 a las 16:32 UTM 10:32 tiempo local	69
6.27. Campo de vientos obtenido por el modelo RAMS del sobre la superficie el 23 Enero del 2002.	72
6.28. Imagen de satélite que muestra una pluma de cenizas (indicada por las flechas) a las 16:15 UTM de la erupción del volcán Popocatepetl ocurrida el 23 Enero del 2002.	73
6.29. Dispersión de partículas calculada con el modelo numérico Euleriano-Lagrangiano a las 16:15 UTM del 23 Enero del 2002.	73
6.30. Imagen de satélite que muestra una pluma de cenizas a las 20:02 UTM de la erupción del volcán Popocatepetl ocurrida el 23 Enero del 2002.	74
6.31. Dispersión de partículas calculada con el modelo numérico Euleriano-Lagrangiano a las 20:20 UTM del 23 Enero del 2002.	74
6.32. Líneas de isoconcentración (10^{-06} kg/m ³) calculada con el método MLS a las 20:20 UTM del 23 Enero del 2002.	75

A.1. Esquema de interpolación de Aproximación por Mínimos Cuadrados Móviles 80

Resumen

El acoplamiento de un modelo Euleriano-Lagrangiano es utilizado en este trabajo para simular la formación de una columna eruptiva y la dispersión atmosférica de las cenizas volcánicas. Un modelo meteorológico de mesoescala (Regional Atmospheric Modeling System-RAMS) es utilizado para calcular el campo medio de vientos, mientras que un modelo Lagrangiano de partículas estocástico con condiciones no-homogéneas de turbulencia es aplicado para predecir la dispersión de las partículas. La técnica de mínimos cuadrados móviles es utilizada para calcular la concentración resultante de las partículas. El modelo Euleriano-Lagrangiano es utilizado para simular dos erupciones del volcán Popocatepetl (elevación 5425 msnm, latitud 19.02°N , longitud 98.62°W), el cual se encuentra cercano a la ciudad de México, dichos eventos ocurrieron el 23 de Enero de 2002 y el 19 de Julio de 2003. La columna eruptiva está formada por partículas pesadas y trazadoras con diferentes diámetros (en un intervalo de $1\mu\text{ m} < d_p < 10\text{cm}$). La densidad de éstas varía de $\rho_p \approx 1900\text{ kg/m}^3$ a $\rho_p \approx 2500\text{ kg/m}^3$. Todas las partículas (tefra y cenizas) son lanzadas verticalmente desde la boca del volcán hacia la atmósfera, donde la altura máxima que alcanza la columna es determinada en base a reportes de observaciones (fotografías y videos). Los resultados de la simulación de la erupción y dispersión de partículas que se presentan en esta tesis son: (1) evolución y transporte de la columna eruptiva afectada por el campo de viento, (2) dispersión de la nube de cenizas provocada por el viento, (3) distribución de caída de las partículas (isopletras), (4) concentración de cenizas depositadas en la superficie. Los puntos 1 y 2 de los resultados obtenidos son comparados con fotografías e imágenes de satélite respectivamente, por lo tanto los resultados del modelo se verifican en forma cualitativa al comparar visualmente los datos simulados con los observados.

Con el objetivo de validar el modelo que se utilizó para predecir la dispersión de cenizas, en esta tesis se simuló adicionalmente uno de los 4 experimentos que realizó el programa experimental de los Estados Unidos de Norteamérica conocido como Estudios Atmosféricos en Terreno Complejo (Atmospheric Studies in Complex Terrain-ASCOT) en la región del valle de Anderson Springs cerca de San Francisco California. El experimento consistió en liberar un gas trazador en una atmósfera estable sobre topografía compleja (nocturnal drainage flow). Los perfiles verticales de la dirección y velocidad del viento, así como la concentración del gas de trazador, se comparan con los datos medidos en la noche del experimento 4 (19-20 de septiembre de 1980). Los resultados numéricos presentan una buena aproximación con los resultados medidos.

Abstract

In this investigation Eulerian-Lagrangian model is used to simulate the formation of an eruptive column and the atmospheric dispersion of volcanic ash clouds. The Regional Atmospheric Modeling System (RAMS) is used to calculate the average wind field, whereas a Lagrangian Stochastic Particle Model, which takes into account non-homogeneous turbulence conditions is used to predict the dispersion of solid particles. A Mesh Free method known as moving least squares is used to calculate the resulting concentration of particles. The Eulerian-Lagrangian model is applied to simulate two eruptions scenarios of the Popocatepetl volcano (5425 m elevation, 19.02°N latitude, 98.62°W longitude), which is near Mexico City, the two events happened on January 23 2002 and on July 19 2003. The eruptive columns consist of heavy and tracer particles with different diameters (in the range of $1 \mu\text{m} < d_p < 10 \text{cm}$). The density of the particles varies $\rho_p \approx 1900 \text{kg/m}^3$ to $\rho_p \approx 2500 \text{kg/m}^3$. All particles (tephra and ash) are vertically thrown from the volcano mouth area to the atmospheric wind field. The maximum height reached by the column is determined on the basis of reports and observations (photos and movie). The results of the numerical simulation reported in this thesis are: (1) the evolution and the transport of the eruptive column by the wind field, (2) the dispersion of the ash cloud by the wind, (3) the distribution of the particles deposited on the ground (isopleths) and (4) the concentration of ash deposited on the surface. Points 1 and 2 of the obtained results are compared with photographs and satellite images respectively. These comparisons are in qualitative agreement approach. With the purpose to validate the Eulerian-Lagrangian model was used to predict the dispersion of ash. One of four experiments carried out by the Atmospheric Studies in Complex Terrain in the valley region Anderson Springs near San Francisco California. in the experiment released a tracer gas in a stable atmosphere on complex terrain (nocturnal drainage flow). The field computed profiles for wind direction and wind speed agreed well with the field experiments for most of the tethersondes. The overall pattern of concentration distribution generated by the model, also agreed with that of the experiment.

Nomenclatura

a	Parámetro adimensional [], Sección 3.3, ec. (3.23)
a_e	Constante adimensional [], Sección 2.4, ec. (3.14)
a_i, b_i, c_i	Constantes adimensionales de la desviación estándar de las fluctuaciones de velocidad [], Sección 4.1, ec. (4.17)
b	Distancia en la que la velocidad de la columna cae exponencialmente [m], Sección 4, ec. (4.3)
b_f	Constante empírica [], Sección 3.3, ec. (3.25)
c	Velocidad del sonido[m/s], Sección 2.3.2, ec. (2.19)
c_h	Constante del parámetro de Coriolis [], Sección 4, ec. (4.21)
c_p	Calor específico a presión constante del aire [J/kg·K] Sección 2.3.1, ec. (2.11)
d_f	Constante empírica [], Sección 3.3, ec. (3.25)
d_p	Diámetro de la partícula [m], Sección 4, ec. (4.7)
e	Energía cinética turbulenta [m ² /s ²], Sección 2.4 , ec. (2.29)
F_h	Corrección de estabilidad de calor[], Sección 3.3, ec. (3.26)
F_m	Corrección de estabilidad de momentum [], Sección 3.3, ec. (3.25)
f	Parámetro de Coriolis [1/s], Sección 3, ec. (3.4)
f_r	Coefficiente de arrastre [] Sección 4, ec. (4.9)
g	Aceleración de la gravedad [m/s ²] Sección 2.3.1, ec. (4.9)
H	Altura máxima de la columna [km], Sección 4, ec. (4.1)
h	Altura de la capa límite planetaria [m], Sección 4.1, ec. (4.21)
K_m	Coefficiente de difusividad turbulenta de momentum [m ² /s],2.3.3, ec. (2.25)
K_h	Coefficiente de difusividad turbulenta de calor [m ² /s],2.3.3, ec. (2.26)
K_v	Coefficiente de difusividad turbulenta de humedad [m ² /s],2.3.3, ec. (2.27)
L	Longitud de Monin-Obukhov [m], Sección 2.1, ec. (2.4)

L_c	Escala de longitud del fluido [m], Sección 2.3.2, ec. (2.19)
l	Escala de longitud turbulenta [m], Sección 3.3, ec. (3.20)
M	Razón de material emitido [kg/s], Sección 4, ec. (4.1)
$\mathbf{M}(\mathbf{x})$	Matriz de momento [], Sección 4.2, ec. (4.38)
m_j	Masa asociada a cada partícula [kg], Sección 4.2, ec. (4.36)
m_p	Masa de la partícula [kg], Sección 4, ec. (4.7)
P_b	Producción por flotación [m^2/s^3], Sección 2.4 , ec. (2.29)
N	Número de partículas vecinas al punto de estimación [], Sección 4.2, ec. (4.39)
P_s	Producción por corte [m^2/s^3], Sección 2.4 , ec. (2.29)
p	Presión de la atmósfera [N/m^2], Sección 2.3.1, ec. (2.8)
p_0	Presión de referencia de la atmósfera [N/m^2], Sección 2.3.1, ec. (2.11)
\mathbf{p}^T	Base polinomial [], Sección 4.2, ec. (A.4)
Q	Flujo de calor sensible [W/m^2], Sección 2.4, ec. (2.3)
Q_v	Razón de descarga volumétrica emitida [m^3/s], Sección 4, ec. (4.2)
q	Relación total de la masa de agua vapor hielo [], Sección 2.3.1, ec. (2.10)
q_v	Relación de masa agua vapor [], Sección 3, ec. (3.7)
R	Altura de la columna en la dirección vertical [m], 4, ec. (4.4)
R_0	Altura inicial de la columna [m], 4, ec. (4.4)
R_d	Constante de gas ideal [], Sección 2.3.1, ec. (2.11)
Re_p	Número Reynolds de la partícula [], Sección 4, ec. (4.10)
Ri	Número de Richardson [], Sección 2.4, ec. (2.6)
Ri_B	Número de Richardson [], Sección 3.3, ec. (3.27)
Ri_f	Número de Richardson de flujo[], Sección 2.4, ec. (2.6)
Se	Difusividad turbulentas adimensional [], Sección 3.3, ec. (3.17)
Sh	Difusividad turbulentas adimensional calor [], Sección 3.3, ec. (3.19)
Sm	Difusividad turbulentas adimensional momentum [], Sección 3.3, ec. (3.18)

T	temperatura del fluido [K]
T_{Li}	Escalas de tiempo Lagrangiano [s], Sección 4, ec. (4.14)
t	tiempo [s]
U_c	Velocidad cercana a la superficie [m/s], Sección 2.4, ec. (2.6)
U_{rel}	Velocidad relativa de la partícula [m/s], 4.1, ec. (4.10)
U_c	Velocidad máxima en el centro de la columna [m/s], 4, ec. (4.3)
U_c	Velocidad máxima en el centro de la columna [m/s], 4, ec. (4.3)
U_v	Velocidad vertical de la columna [m/s], 4, ec. (4.4)
u_i	Velocidad instantánea del fluido [m/s], Sección 4.1, ec. (4.12)
u'_i	Fluctuaciones de velocidad del fluido [m/s], Sección 4.1, ec. (4.12)
$\overline{u_i}$	Velocidad media del fluido [m/s], Sección 4.1, ec. (4.12)
u_{ip}	Velocidad instantánea de la partícula [m], Sección 4.12, ec. (4.13)
u_*	Velocidad de fricción [m/s]
$\overline{u'_i u'_j}$	Esfuerzos de Reynolds [m ² /s ²], Sección 2.3.3, ec. (2.22)
$\overline{u'_i \theta'}$	flujos de calor de Reynolds [m K/s], Sección 2.3.3, ec. (2.23)
$\overline{u'_i q'}$	flujos de agua-vapor de Reynolds [m K/s], Sección 2.3.3, ec. (2.24)
Vol	Volumen computacional [m ³], Sección 4.2, ec. (4.36)
$w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)$	Función de peso [], Sección 4.2, ec. (4.42)
x_i	coordenadas cartesianas [m]
x_{ipo}	Posición de la partícula al inicio del intervalo [m], Sección 4, ec. (4.12)
z	Altura sobre la superficie [m], Sección 4.1, ec. (4.18)
z_0	Rugosidad del terreno [m], Sección 3.3, ec. (3.23)

Símbolos griegos

α_h	Difusividad térmica [m ² /s], Sección 2.3.1, ec. (2.8)
α_v	Difusividad de vapor de agua del aire [m ² /s], Sección 2.3.1, ec. (2.10)
Δs	Escala de la malla [m], Sección 2.4, ec. (3.16)

Δt	incremento de tiempo Euleriano [s]
δt	incremento de tiempo Lagrangiano [s]
δ_{ij}	Delta de kronecker [], Sección 2.3.1, ec. (2.8)
ϵ	disipación de energía cinética turbulenta [m^2/s^3], Sección 2.4, ec. (2.30)
ϵ_{ijk}	es el tensor de Levi-Civita [], Sección 2.3.1, ec. (2.8)
θ	Temperatura potencial [K]
θ_v	Temperatura potencial virtual [K]
θ_*	Temperatura de escala [K]
$\overline{(\theta'u_3)_0}$	Flujo de calor en la superficie [m K/s]
κ	constante de von Kármán []
κ_h	Conductividad térmica [$\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$], Sección 2.3.1, ec. (2.9)
μ	Viscosidad dinámica molecular del aire [$\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$]
ν	Viscosidad cinemática molecular del aire [$\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$]
pi	Función de Exner [], Sección 2.3.1, ec. (2.11)
pi'	Perturbación de Exner [], Sección 3, ec. (3.1)
ρ	Densidad del aire [kg/m^3]
ρ_0	Densidad de referencia del aire [kg/m^3]
ρ_p	Densidad de la partícula [kg/m^3]
σ_i	desviación estándar de las fluctuaciones de velocidad [m/s], Sección 4.1, ec. (4.17)
τ	Tiempo total de la erupción [s], Sección 4, ec. (4.4)
τ_p	Tiempo característico de respuesta dinámica de la partícula [s], Sección 4, ec. (4.7)
$\Phi_j(\mathbf{x})$	Funciones de forma MLS [], Sección 4.2, ec. (4.36)
$\langle \chi(\mathbf{x}) \rangle$	Concentración de partículas promediadas en el tiempo [ppt], Sección 4.2, ec. (4.36)
Ω	velocidad angular de la tierra [rad/s], Sección 2.3.1, ec. (2.8)

Capítulo 1

INTRODUCCION

1.1. Descripción de las erupciones volcánicas

Las erupciones volcánicas se cuentan entre los agentes de cambio más violentos de la tierra. Cuando los gases contenidos en el volcán se expanden de manera rápida por cambios drásticos de presión, se da un cambio de volumen repentino y violento que rompe y fragmenta a las rocas que contienen los gases. El proceso de fragmentación da lugar a los llamados piroclastos o tefras, que pueden tener un rango amplio de tamaño. Los fragmentos mayores a los 6.4 cm se les denomina bombas y generalmente siguen trayectorias balísticas y pueden alcanzar distancias de hasta 10 km. Los fragmentos entre 6.4 y 0.2 cm se conocen como lapilli y pueden seguir trayectorias cercanamente parabólicas, pero algunas pueden levantarse y formar parte de la columna eruptiva hasta que su peso y la ausencia de factores que permitan sostenerlos en el aire hagan que se precipiten en la tierra. Las cenizas volcánicas son fragmentos con tamaños menores a 2 mm y generalmente se elevan de forma vertical para construir una columna eruptiva.

Una erupción volcánica da inicio expulsando un chorro de gases y piroclastos a alta temperatura y a grandes velocidades. Una columna eruptiva está constituida básicamente por tres regiones (ver figura 1.1):

1. La región de chorro o llamada también región de empuje de gases, en esta parte que constituye a la columna eruptiva se presentan gases a gran velocidad, del orden de cientos de metros por segundo

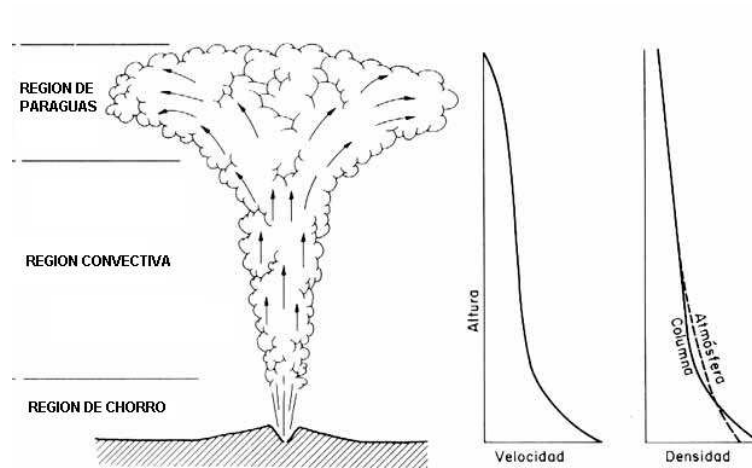


Figura 1.1: Esquema de las diferentes regiones de una columna eruptiva (Sparks, 1986)

2. La región intermedia o región convectiva, en esta parte de la columna existe convección debido a la mezcla de los gases calientes de la erupción con el aire del medio ambiente.
3. La región superior o región de paraguas (Sparks, 1986). En esta región la velocidad vertical prácticamente es nula por lo que el campo de viento de la región hace que las partículas sean dispersadas en la dirección horizontal.

En la región localizada en la base de la columna de erupción (región chorro o empuje), se tienen gases con velocidades del orden de 500 m/s, producto de la descompresión de la mezcla eruptiva que entra en contacto con la baja presión atmosférica. La incorporación del aire atmosférico hacia el interior de la columna de erupción (entrainment), y su subsecuente calentamiento, permite que la columna tenga una fuerza de flotación suficiente para elevarse hasta varios cientos de metros de altura (región convectiva). En ocasiones la columna no logra alcanzar un estado de flotación (debido a la gran densidad de la mezcla), por lo que colapsa produciendo una peligrosa corriente de flujos piroclásticos que se desplaza hacia abajo con gran velocidad sobre las laderas del volcán. Por arriba de la región convectiva, se encuentra la región de paraguas, en donde la columna se dispersa lateralmente debido a que prácticamente ya no existe desplazamiento vertical. Es en esta región, en donde se inicia el movimiento de gran escala del téfra, es decir la dispersión atmosférica.

Los tipos de erupciones más conocidos son (ver figura 1.2):

Erupción Hawaiana: Es una erupción dominada por la salida continua de lava de baja viscosidad que puede formar flujos o ríos de lava. El gas se libera fácilmente. La salida de lava puede durar minutos o días.

Erupción Estromboliana: se caracteriza por una intermitente explosión o fuente de lava basáltica de viscosidad mayor a la Hawaiana, proviene de un solo cráter o fisura. Cada episodio de ésta obedece a la liberación de gases volcánicos, lo que ocurre típicamente, cada varios minutos, algunas veces en forma rítmica y otras en forma irregular. Origina columnas eruptivas de hasta 10,000 m de altura.

Erupción Vulcaniana: Es un tipo de erupción explosiva que lanza fragmentos de lava nueva que no toman una forma redondeada durante su viaje por el aire. Esto se debe a que la lava es muy viscosa o ya está solidificada. Producen columnas eruptivas de 10 a 20 km de altura, con velocidades iniciales de hasta 200 m/s.

Erupción Peleana: se caracteriza por su alto índice de explosividad asociado a un magma viscoso con alto contenido de gases. Pueden producir explosiones de rocas, gases y magma dirigido lateralmente formando flujos piroclásticos.

Erupción Pliniana : Son grandes eventos explosivos forman enormes columnas de tefra y gas que se elevan hasta la estratósfera (entre 20 y 45 km). Las emisiones son continuas y de magma viscoso.

Las columnas eruptivas pueden ser estacionarias o explosivas, las estacionarias presentan una emisión de gases y material incandescente constante hasta por meses, tales como las Plinianas y Ultraplinianas. En las columnas explosivas se considera que el tiempo de emisión es pequeño, como son la Estromboliana y la Vulcaniana.

1.2. Antecedentes

Los modelos de columnas eruptivas se han venido desarrollando desde hace más de 30 años. Las erupciones de tipo plinianas han sido las más estudiadas, y los modelos se han basado en la teoría de plumas y chorros turbulentos (Kiffer, 1956), (Wilson, 1976), (Sparks and Wilson, 1976), (Wilson and Walker, 1987), (Kiffer, 1981), (Kiffer, 1984), (Sparks, 1986).

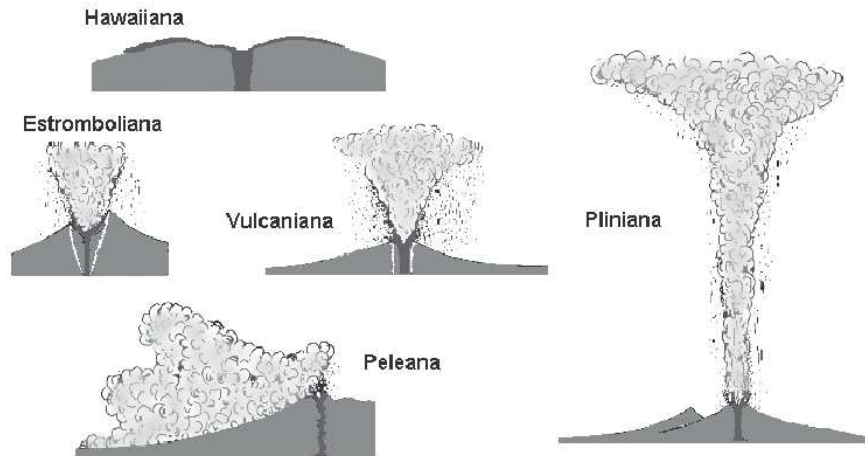


Figura 1.2: Esquema de las diferentes tipos de erupciones

Wilson (1976) usa un modelo simple de chorro incompresible turbulento desarrollado por Prandtl (1954) para modelar una columna eruptiva pliniana. La altura máxima de una columna eruptiva, es función principalmente de la velocidad de salida de los gases y de la diferencia de temperaturas que existe entre la atmósfera y los gases de la erupción. La altura máxima de las columnas eruptivas se ha calculado en base a formulas empíricas (Kiffer, 1956). La altura de la columna puede ser expresada en términos de la energía liberada por la erupción. Morton et al. (1956) forma las bases fundamentales para el estudio del comportamiento de las plumas turbulentas convectivas. Wilson (1978) modifica el modelo de Morton et al. (1956) y demuestra que la primera aproximación de la altura de una columna eruptiva está directamente relacionada con el flujo térmico. Settle (1978) utilizan una relación empírica para determinar la altura de la columna eruptiva en relación con la razón de masa de descarga. Sparks y Wilson (1982) aplican la teoría de un chorro turbulento incompresible a la erupción del Volcan Soufriere ocurrida en 1979 y usan constantes empíricas de arrastre para las partículas. Esta aproximación es extendida por Wilson y Walker (1987) e introducen un campo de vientos tridimensional (interpolando datos medidos) para dispersar las partículas.

Los modelos explosivos de erupciones volcánicas también han sido utilizados para determinar la altura de la columna eruptiva, estos modelos son dependientes del tiempo y de la energía que se libera durante la erupción, estos modelos (debido a que simulan explosiones) tienen la desventaja de poder simular únicamente una corta duración de emisión de gases (Wilson, 1972),

(Wilson, 1980), (Fagents and Wilson, 1986). Wilson (1972) desarrolló el primer algoritmo matemático explosivo de columna eruptiva donde considera las trayectorias balísticas de las rocas considerando las variaciones del coeficiente de fricción con el número de Reynolds. Fagents y Wilson (1993), mejoraron el método de Wilson (1972), examinando el efecto de la reducción de la fricción cerca de la salida de los gases. Wilson (1980) utiliza una ecuación dinámica, para modelar el crecimiento de la columna, en este modelo la energía cinética inicial se reduce rápidamente con la altura. Woods (1988) desarrolla un modelo de un chorro incipiente basado en la teoría de Prandtl (1954). Wilson y Walker (1987) utilizaron el modelo de formación de columna de Sparks (1986) para calcular la caída de tefra de la erupción del volcán Montserrat en 1979. Tanaka (1991) desarrolló un modelo dinámico de partículas trazadoras utilizado para simular el comportamiento de nube de cenizas conocido como PUFF. Este modelo se convirtió en una herramienta de investigación y un software interactivo ofreciendo un número de opciones de entradas para ser utilizado. El modelo PUFF (Tanaka, 1991) inicializa un número discreto de partículas que representan las cenizas de una nube formada por una erupción y predice su transporte turbulento, dispersión y caída de cada partícula. El campo de vientos que transporta a las partículas es calculado para cada una de ellas interpolando datos de un campo de vientos que varían en espacio y tiempo (x_1, x_2, x_3 y t). Tanaka y Yamamoto (2002) utilizan también el modelo PUFF y suponen una columna vertical con una distribución gaussiana de partículas en un espacio tridimensional. El modelo PUFF fue aplicado a la erupción del volcán Usu Japón ocurrida el 31 de Marzo del 2000. Oberhuber (1998) y Herzog (1998) desarrollan un modelo para la simulación de plumas volcánicas, el modelo es conocido como Active Tracer High Resolution Atmospheric Model (ATHAM), este modelo es empleado para evaluar la cantidad de cenizas depositadas sobre la superficie en una erupción pliniana.

El 18 de Mayo de 1980, la erupción del Monte Santa Helena puso de manifiesto la importancia que tiene la teoría de un flujo compresible en el proceso de una erupción volcánica (Kieffer, 1981), con este enfoque Kieffer (1984) realizó un experimento de un chorro compresible y observó los efectos de la presión de salida del chorro hacia el medio ambiente. Los efectos del chorro son caracterizados por complejos patrones de ondas de choque. Neri et al. (2003) implementan un modelo numérico para simular el colapso de una columna eruptiva, el modelo describe la inyección y dispersión de un flujo multifásico a alta velocidad y alta temperatura en una atmósfera estándar. En el mismo trabajo se investigó la dinámica del proceso de erupción usando la metodología de simulación de los grandes remolinos (large

eddy simulation). Posteriormente Esposti Ongaro et al. (2007) paralelizan el modelo desarrollado por Neri et al. (2003) y simulan el colapso de la columna eruptiva tomando en cuenta la topografía del Monte Vesuvius. El nuevo código paralelizado presenta grandes ventajas ya que puede describir de una forma más realista una erupción volcánica tridimensional.

El desarrollo de modelos numéricos meteorológicos ha sido durante los últimos años una herramienta esencial para el estudio de los fenómenos de la atmósfera. Entre estos modelos, los más representativos son: Mesoscale Model Fifth generation (MM5) y Regional Atmospheric Modeling System (RAMS). Actualmente estos modelos numéricos han sido acoplados con modelos Lagrangianos para predecir la evolución y la dispersión de partículas radiactivas (Raza, 2001) y de columnas eruptivas (Hurst and Turner, 1999), (Turner and Hurst, 2000), (Glaze et al., 1997), (Walko and Tremback, 1995), (Byrne et al., 2007).

Hurst y Turner (1999) estiman la altura de la columna eruptiva por medio de imágenes de satélite, la dispersión de la columna eruptiva la realizaron con un programa comercial ASHFALL. Posteriormente Turner y Hurst (2000), utilizan un modelo de columna eruptiva desarrollado por Glaze et al. (1997) acoplado con el modelo RAMS en conjunto con el modelo de dispersión de partículas HYPACT (el cual está incluido en RAMS (Walko and Tremback, 1995)), para predecir la trayectoria de las nubes de cenizas, liberadas durante las erupciones del volcán Ruapehu en Nueva Zelanda, ocurridas en los años 1995 y 1996. Byrne et al. (2007) utilizan el modelo meteorológico MM5 para calcular el campo de viento medio, mientras que el modelo de columna eruptiva PUFF es utilizado para predecir el transporte y dispersión de la nube de cenizas. El acoplamiento de los modelos MM5-PUFF es aplicado a la erupción del volcán Cerro Negro, Nicaragua, ocurrida el 19 de Noviembre y 16 de diciembre de 1995 (Byrne et al., 2007).

Una desventaja que tienen los modelos de dispersión de cenizas tales como el HYPACT, ASHFALL, PUFF y FLEXPART acoplados a diferentes programas meteorológicos (como MM5 y RAMS) es que llevan a cabo la simulación OFF-line, es decir que utilizan campos de velocidades previamente calculados por lo regular en un promedio de cada hora. En el presente trabajo se utiliza el modelo RAMS acoplado con un modelo Lagrangiano de dispersión de partículas estocástico-determinístico (Avila, 1997) con condiciones no-homogéneas de turbulencia (Espinosa et al., 2007). Este acoplamiento permite calcular la trayectoria de partículas On-line, es decir, después de cada paso de tiempo requerido por RAMS, por lo que se reducen los errores en cuanto a la precipitación y trayectoria de la nube de cenizas asociada con el

campo de vientos.

En el presente trabajo se utiliza el modelo meteorológico RAMS acoplado con un modelo Lagrangiano estocástico-determinístico de formación de columna eruptiva (Espinosa et al., 2008) para estudiar la dispersión de cenizas (partículas sólidas). La columna eruptiva es formada lanzando varios "PUFF" de partículas (de diferentes diámetros) desde la boca del volcán hacia la atmósfera con una velocidad inicial de salida. Una ecuación de chorro vertical donde la velocidad decrece con la altura y el tiempo (Fagents and Wilson, 1986) en conjunto con otra ecuación de velocidad radial (Sparks, 1986) es utilizada para formar la columna eruptiva, donde las partículas más pequeñas siguen el comportamiento del fluido y se llegan a depositar en la parte más alta de la columna, mientras que las partículas más grandes siguen trayectorias balísticas. El arrastre entre el aire y las partículas es calculado tanto en la formación de la columna como en la dispersión de la misma. Posteriormente la concentración y distribución de diámetros de las partículas depositadas en la superficie son calculadas con el modelo Lagrangiano de Mínimos Cuadrados Móviles (MLS).

1.3. Motivación

Dependiendo del tipo y duración de la erupción, altura de la columna eruptiva, volumen de material liberado, distancia y altura alcanzada por los bloques y fragmentos sólidos arrojados, y cantidad de aerosoles que alcanzan la estratósfera (estos factores determinan el índice de explosividad volcánica), las áreas que serán afectadas por los diversos eventos volcánicos (lahars, flujos de lava, deslizamientos de tierra, flujos piroclásticos, tefra y gases), pueden estar cerca del volcán o extenderse hacia regiones localizadas a más de cien kilómetros. En particular, la precipitación del tefra sobre la superficie terrestre, ocasiona severos problemas respiratorios, y produce grandes daños a los bosques, casas, tierra cultivable, plantas industriales, sistemas de telecomunicación, sistemas de distribución de electricidad y perturba seriamente el tráfico terrestre.

La distancia que puede viajar una nube de cenizas, depende de las condiciones atmosféricas, por ejemplo, la erupción del Katmai, Alaska en 1941, esparció ceniza en una extensa área, llegando a acumular espesores de hasta 30 cm a 160 km de distancia del volcán. Durante la erupción del Chichonal, en el estado de Chiapas, los días 28 y 29 de marzo de 1982, se observó un espesor de ceniza de 15 cm en el poblado de Pichucalco localizado a 20 km

(al noreste) del cráter. En la ciudad de Villahermosa localizada a 70 km (al noreste) del volcán, se reportó un espesor de ceniza de 5 cm. La precipitación de ceniza obligó a cerrar los aeropuertos de Villahermosa y Tuxtla Gutiérrez, esta última ciudad se localiza a 70 km (al sur) del volcán. La erupción del Santa Helena el 18 de mayo de 1980, en el estado de Washington en los EUA, liberó en promedio un mínimo de 1.1 km^3 de tefra no compactada. La nube de ceniza se precipitó en grandes cantidades en una amplia área de Washington, en el norte de Idaho y en la parte central y oeste de Montana. El espesor de ceniza acumulada en Ritzville, Washington, localizado a más de 300 km del volcán Santa Elena, fue en promedio de 7 cm. En Spokane, Washington, localizado a 500 km al noreste del volcán, la visibilidad se redujo, alrededor de las 15:00 hrs, a únicamente 3 m (la erupción inició a las 8:32 hrs).

A principio de la década de los 80's, la industria aeronáutica se interesó en el problema de flujos atmosféricos con partículas suspendidas, ya que aviones comerciales se dañaron al encontrarse con nube de cenizas volcánicas. En 1982 dos aviones tipo Jumbo 747-200, se encontraron con cenizas provenientes de dos erupciones del volcán Galunggung en Java, Indonesia. En ambos casos la ceniza entró a las turbinas deteriorándolas y obligándolo a aterrizar con dificultad. Entre diciembre de 1989 y Febrero de 1990. Cinco aviones comerciales sufrieron daño al encontrarse con nubes de cenizas proveniente del volcán Redoubt en Alaska. El incidente más serio le ocurrió al Jumbo 747-200, cuyo costo de reparación se evaluó en \$ 80 MDD (Casadeval, 1991).

El volcán Popocatépetl se encuentra localizado entre los estados de México, Puebla y Morelos. La ubicación exacta del volcán es 19.02 N, 98.62 W, a unos 70 km al sureste de la ciudad de México. Este volcán es el segundo más alto de México con una altura máxima de 5,452 metros sobre el nivel del mar. El Popocatépetl, es uno de los volcanes más activos de México. El 21 de diciembre de 1994 el volcán registró una explosión que produjo gas y cenizas que fueron transportados por los vientos dominantes a más de 25 km de distancia. La última erupción violenta del volcán se registró en diciembre del 2000, lo que provocó la evacuación de miles de personas en las áreas cercanas.

El gran impacto que produce una erupción volcánica tanto en ciudades, aeropuertos, campo y a los pueblos aledaños al volcán, motiva al autor de esta tesis a hacer uso de modelos matemático-computacionales, los cuales permitirán llevar a cabo la simulación numérica del transporte y la dispersión de partículas sólidas (cenizas volcánicas), que son liberadas a la atmósfera. El producto de esta investigación será de gran utilidad para que las autoridades de los estados que se encuentran cerca del volcán Popocatépetl puedan es-

tar en capacidad de estimar el impacto de una erupción, y en consecuencia puedan implementar medidas preventivas.

Actualmente en el volcán Popocatepetl se realizan cuatro tipos de monitoreo establecidos por el CENAPPRED en conjunto con la UNAM:

1. Monitoreo visual
2. Monitoreo sísmico
3. Monitoreo geodésico
4. Monitoreo geoquímico

En el presente trabajo de tesis el monitoreo visual es el de mayor utilidad. Este monitoreo consiste en observar registros frecuentes de: emanaciones de gases y cenizas, deformaciones, derrumbes, deslaves, flujos de lodo, actividad magmática. El monitoreo lleva a cabo mediante observaciones a simple vista o con ayuda de binoculares, con registros fotográficos, cámaras de video y cámaras térmicas (todas estas observaciones realizadas por el CENAPRED).

Debido a la poca o nula información que se tiene en cuanto a la velocidad y dirección del viento, temperatura y concentraciones de la caída de cenizas en las regiones aledañas al volcán, se decidió validar el modelo computacional Euleriano-Lagrangiano a partir de llevar a cabo la simulación numérica de uno de los experimentos realizados en la zona montañosa localizada en la región de los Geysers en el Valle de Anderson Springs, al norte del estado de California en los Estados Unidos de Norteamérica.

El programa Estudios Atmosféricos en Terreno Complejo (ASCOT) llevó a cabo una campaña de mediciones en el valle de Anderson Spring en septiembre de 1980. En este trabajo se simula el experimento de la noche cuatro realizado el 19-20 de septiembre de 1980. Los datos obtenidos por el modelo Euleriano RAMS, son comparados con los datos observados en los experimentos. Los datos comparados son: Temperatura del aire, temperatura potencial, humedad relativa, velocidad y dirección promedio del viento. El acoplamiento del modelo Euleriano-Lagrangiano, permite comparar la concentración de partículas sobre la superficie con los datos medidos (Espinosa et al., 2007). Una vez que el modelo fue validado, se llevaron a cabo dos simulaciones de la erupción del volcán Popocatepetl ocurridas el 23 de Enero del 2002 y el 19 de Julio del 2003. En este caso, los datos de entrada para el cálculo de la altura de la columna eruptiva son una serie de fotografías, videos y reportes

de la erupción. Los resultados de la simulación numérica son comparados de forma cualitativa con imágenes de satélite.

Capítulo 2

Aspectos meteorológicos y modelos matemáticos

En una erupción volcánica la precipitación de cenizas, está fuertemente sujeta a las condiciones atmosféricas y a los vientos que influyen sobre la forma y transporte de la columna eruptiva. En esta sección, se presentan algunos conceptos básicos de la meteorología y las características turbulentas de la capa límite atmosférica.

2.1. Escalas meteorológicas

Los movimientos y los fenómenos atmosféricos se caracterizan por una gran variedad de escalas espaciales y temporales. En meteorología, la escala en la dirección horizontal está en el rango de algunos milímetros hasta cientos de kilómetros, mientras que la escala en la dirección vertical varía del orden de milímetros hasta el espesor total de la atmósfera. Con respecto a la escala temporal, el rango varía desde una pequeña fracción de segundo hasta varios meses o años. Estas escalas del movimiento se clasifican generalmente en tres amplias categorías denominadas: microescala, mesoescala y macroescala. En la literatura, a veces, se usan términos tales como local, regional y global para caracterizar las escalas atmosféricas y los fenómenos asociados a ellos (Charney, 1948). La macroescala es aquella en donde la aceleración de los fenómenos que se presentan (en esta escala ocurren eventos de cientos de kilómetros, como frentes fríos y cálidos) son despreciables con respecto a la aceleración de Coriolis. La mesoescala es aquella donde las

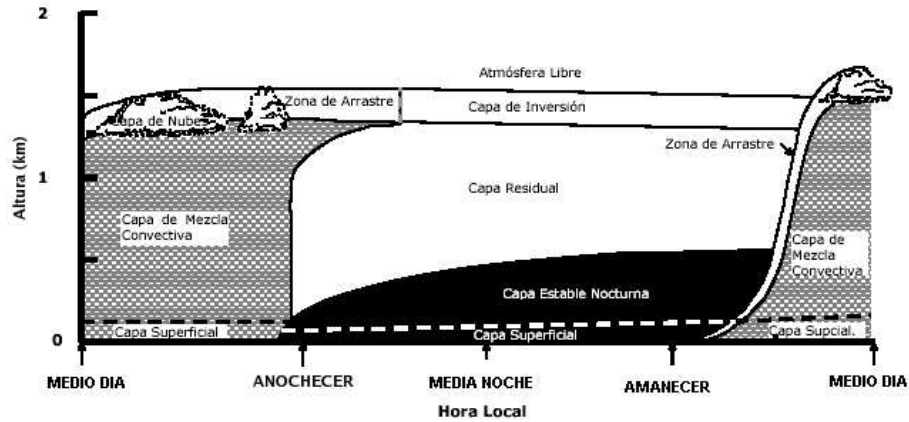


Figura 2.1: Esquema de las diferentes regiones de la capa límite planetaria a diferentes horas del día

leyes de la hidrostática son válidas, las escalas de longitud van de unos pocos a varios cientos de kilómetros y se presentan fenómenos tales como ciclones tropicales, ondas de montañas generadas por la complejidad de la topografía. La microescala es un sistema de dimensiones del orden de centímetros a metros y que pueden durar unos cuantos segundos o minutos, tales como los remolinos turbulentos cerca de la superficie.

2.2. Capa límite Planetaria (CLP)

La capa límite planetaria (CLP) o capa límite atmosférica (Planetary Boundary Layer) es la parte de la tropósfera directamente influida por la superficie de la Tierra, donde tienen lugar importantes intercambios de momento, de calor y masa. En esta capa se presentan variaciones importantes del campo de viento, tales como la velocidad, temperatura, arrastre superficial, evaporación, dispersión de contaminantes y la modificación de la circulación del aire debido a la complejidad del terreno. El resto de la tropósfera, que se encuentra por arriba de la CLP se le conoce como atmósfera libre.

La CLP se divide en diferentes regiones cuyas características son función de las condiciones climatológicas y de la hora del día o noche (ver figura 2.1). La CLP es influenciada por la radiación solar la cual produce calentamiento de la superficie terrestre dando lugar a fuentes convectivas (capa de mezcla

convectiva). Es decir, el aire caliente asciende, creándose la convección en las capas bajas de la atmósfera (Young, 1988). Después de la puesta del sol, el espesor de la capa de mezcla convectiva disminuye hasta desaparecer debido al enfriamiento de la superficie terrestre y da lugar a la capa estable nocturna. En esta zona se presenta un aumento de la temperatura con la altura, debido a que el aire que está en contacto con la superficie es enfriado en mayor proporción que las capas que se encuentran a una determinada altura, en consecuencia se forma una capa térmicamente estable. A medida que aumenta la altura, la inversión se debilita o desaparece, dando paso a la capa residual con estratificación neutra. Por la noche, la estructura de la capa de mezcla está caracterizada generalmente por una zona turbulenta, junto a la superficie y hasta la altura de la inversión nocturna. Justo por encima de esta inversión, existe una débil o inexistente turbulencia, que suele ir acompañada de un aumento de la velocidad conocida como chorro nocturno (nocturnal jet) (Mahrt, 1981).

En la figura 2.1 puede observarse que durante el día la CLP está constituida por: capa superficial, capa de mezcla convectiva, y capa de zona del arrastre. La capa superficial es la más próxima al suelo. En la capa superficial atmosférica se tienen variaciones importantes de las variables meteorológicas con la altura y consecuentemente, la mayoría de intercambios de momento, de calor y de masa, realizados básicamente por mecanismos turbulentos. En la capa de mezcla convectiva se presenta el mayor empuje térmico (convección). La turbulencia en esta región es producida por la convección o por la acción del viento cortante. La zona de arrastre está situada entre la capa de mezcla turbulenta y la corriente de aire libre, los movimientos en esta zona son de gran escala y los efectos inducidos por la superficie son despreciables. La capa límite cambia sus propiedades constantemente en respuesta a ciclos de calentamiento diurno y cambios en las condiciones del tiempo sinóptico atmosférico. Su estructura y espesor varían considerablemente en espacio y tiempo. La dispersión de las partículas depende fundamentalmente de parámetros meteorológicos, y entre éstos los más importantes son la velocidad y la dirección del viento, la temperatura ambiente, la clase de estabilidad atmosférica y la altura de la capa de mezcla. El movimiento vertical del aire, afecta significativamente al transporte y dispersión de partículas. Las condiciones de una atmósfera inestable son las que producen una mayor mezcla vertical.

Un parámetro de estabilidad atmosférica es la hipótesis básica de semejanza, propuesta inicialmente por Monin y Obukhov (1954). El flujo medio y las características turbulentas dependen de algunas variables independientes, las cuales son: el flujo de calor en la superficie $(\overline{\theta' u_3})_0$, la flotabilidad $g/\overline{\theta}$ y

la velocidad de fricción u_* . Con estas variables se puede definir una escala de longitud conocida como longitud de Monin-Obukhov, y se expresa de la siguiente forma:

$$L = \frac{-u_*^3 \theta}{\kappa g u_*' \theta'_0} \quad (2.1)$$

donde θ es la temperatura potencial cercana a la superficie, $\kappa = 0,4$ es la constante de Von Kármán y u_* está expresada por:

$$u_* = \left(\overline{u_1' u_3'^2} + \overline{u_2' u_3'^2} \right)^{1/2} \quad (2.2)$$

El flujo de calor calculado en la superficie está dado por:

$$-\overline{u_3' \theta'_0} = -\frac{Q}{\rho c_p} \quad (2.3)$$

donde ρ es la densidad, c_p es el calor específico a presión constante, Q es el flujo de calor sensible y está dado por la siguiente ecuación:

$$Q = \rho c_p u_* \theta_* \quad (2.4)$$

reemplazando la ecuación (2.4) en la ecuación (2.3) se obtiene

$$\overline{u_3' \theta'_0} = u_* \theta_* \quad (2.5)$$

Para el caso de una atmósfera neutra $L \rightarrow \infty$, mientras que para una atmósfera estable $L > 0$ y $L < 0$ para una atmósfera inestable.

Otro parámetro de estabilidad atmosférica es el número de Richardson, el cual se presenta a continuación:

$$\text{Ri} = \frac{g \frac{\partial \theta}{\partial x_3}}{\theta \left(\frac{\partial U}{\partial x_3} \right)^2} \quad (2.6)$$

donde θ es la temperatura potencial y $U = (u_1^2 + u_2^2)^{1/2}$, es la velocidad cercana a la superficie. Para una atmósfera inestable Ri es negativo, mientras que para una atmósfera estable Ri es positivo.

2.3. Modelos matemáticos

Entre los modelos matemáticos que describen la circulación atmosférica, se encuentran los modelos hidrostáticos y no-hidrostáticos. En una atmósfera incompresible el equilibrio hidrostático conduce a una estratificación media en la cual la densidad del aire disminuye con altura, por lo tanto el aire más ligero está encima del más pesado, creando una atmósfera estable. Sin embargo, en una atmósfera real (compresible) los procesos convectivos, la influencia de la orografía y los procesos radiativos pueden traer un desequilibrio hidrostático (no-hidrostático) e inducir movimientos verticales en la atmósfera. En el presente trabajo es utilizado un modelo meteorológico de mesoescala conocido como RAMS, este modelo cuenta con la opción hidrostática para un fluido incompresible (Tremback et al., 1985) y la opción no-hidrostática para un fluido compresible (Tripoli and Cotton, 1982). Entonces en esta sección se presentan las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de la atmósfera con las dos opciones que se incluyen en el modelo RAMS.

2.3.1. Modelo no-hidrostático para un fluido compresible

En la meteorología, el objetivo de los llamados modelos de predicción numérica consiste en calcular matemáticamente la evolución temporal del flujo atmosférico a partir del conocimiento de sus características en un determinado momento. Esto se realiza mediante la solución de las ecuaciones de continuidad, momentum, energía termodinámica y humedad, las cuales son expresiones basadas en principios de conservación de masa, cantidad de movimiento, energía y la ecuación de transporte del vapor de agua respectivamente, en un volumen diferencial de aire. En un sistema de referencia cartesiano fijo a la superficie de la tierra en rotación y con los ejes x_1 y x_2 en la horizontal y x_3 en la dirección vertical, dicho conjunto de ecuaciones se formula de la siguiente manera:

La conservación de la masa para un fluido compresible se expresa mediante la ecuación de continuidad de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.7)$$

donde ρ es la densidad del aire y u_i es la velocidad en la dirección i , en un

sistema referencial cartesiano x_i , donde $i = 1, 2, 3$. La aplicación de la segunda ley de Newton del movimiento o la consideración de la conservación de cantidad de movimiento en un elemento del volumen del fluido, nos conduce a las ecuaciones de Navier-Stokes, que en coordenadas cartesianas se escribe como:

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \rho g \delta_{i3} - 2\rho \epsilon_{ijk} \Omega_j u_k \quad (2.8)$$

donde p es la presión, μ es la viscosidad dinámica molecular del aire, g es la aceleración de la gravedad, Ω_j es el vector velocidad angular de la tierra, δ_{ij} es la delta de kronecker y ϵ_{ijk} es el tensor de Levi-Civita

La conservación de la energía está expresado por la siguiente ecuación:

$$\rho \frac{\partial \theta}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} = \kappa_h \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (2.9)$$

donde θ es la temperatura potencial y κ_h es la conductividad térmica (en la ec. 2.9 se desprecia la disipación viscosa).

La conservación de humedad específica total está expresada por:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u_i \frac{\partial q}{\partial x_i} = \alpha_v \frac{\partial^2 q}{\partial x_i^2} \quad (2.10)$$

donde q es la relación de la masa total de vapor de agua y α_v es la difusividad de vapor de agua del aire respectivamente.

En los modelos no-hidrostáticos compresibles, la función de Exner π se usa generalmente como una variable de pronóstico. La ecuación de la función de Exner se expresa de la siguiente manera:

$$\pi = C_p \left(\frac{p}{p_0} \right)^{R_d/c_p} \quad (2.11)$$

donde c_p es el calor específico a presión constante del aire, R_d es la constante de gas ideal y p_0 es la presión de referencia. La temperatura potencial está expresada de la siguiente forma:

$$\theta = \frac{T}{\pi} \quad (2.12)$$

La ecuación de estado puede expresarse de la siguiente forma:

$$p = \rho R_d T \quad (2.13)$$

donde T es la temperatura del aire.

Sustituyendo la ecuaciones (2.11) y (2.12) en la ecuación (2.13) de tiene que:

$$p_0 \pi^{c_v/R_d} = \rho R_d \theta \quad (2.14)$$

Ahora aproximando la función de Exner como un valor de referencia más una perturbación (este concepto se describe en la próxima sección) $\pi = \pi_0(x_3) + \pi'(x_1, x_2, x_3)$, entonces tomando la derivada local de la ecuación (2.14) para π con respecto al tiempo y sustituyendola en la ecuación (2.7), resulta la ecuación de conservación de masa para un fluido compresible.

$$\frac{\partial \pi'}{\partial t} = -\frac{R\pi}{c_v \rho \theta} \nabla \cdot \rho \bar{\mathbf{u}} \theta \quad (2.15)$$

2.3.2. Aproximación hidrostática para un fluido incompresible

Para fenómenos meteorológicos de escala sinóptica (de cientos a hasta unos cuantos miles de kilómetros y duración de días a semanas) y de escala planetaria, la mayor parte de los modelos atmosféricos suponen la aproximación hidrostática, que consiste en despreciar las aceleraciones verticales (Holton, 1990).

$$\frac{\partial p}{\partial x_3} = -\rho g \quad (2.16)$$

es decir, la fuerza debida al gradiente vertical de presión está equilibrada por la fuerza de gravedad.

El gradiente de presión en terminos de la temperatura potencial y la función de Exner es expresado de la siguiente manera:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \theta \frac{\partial \pi}{\partial x_i} \quad (2.17)$$

La condición de incompresibilidad del aire de la atmósfera puede asumirse sí:

$$\left| \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right| \ll \frac{U_c}{L_c} \quad (2.18)$$

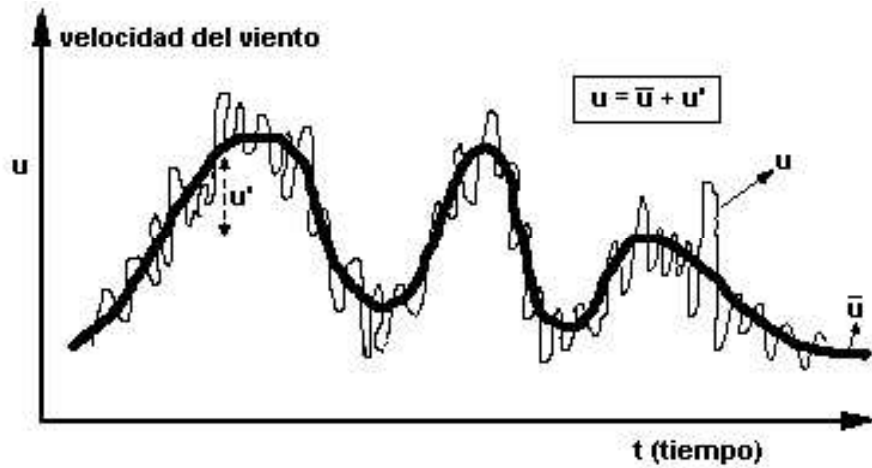


Figura 2.2: Esquema velocidad instantánea

y

$$\frac{U_c^2}{c^2} \ll 1; \quad \frac{gL_c}{c^2} \ll 1 \quad (2.19)$$

donde c es la velocidad del sonido, U_c y L_c son las escalas de velocidad y de longitud en las que las características dinámicas y térmicas del fluido cambia perceptiblemente.

2.3.3. Ecuaciones promediadas en espacio y tiempo

Las ecuaciones generales (2.7-2.10) se promedian tanto en el espacio como en el tiempo para poder ser resueltas numéricamente. Este sistema de ecuaciones será resuelto en un espacio y a intervalos de tiempo discretos. Así, se toma cada variable como la suma de su promedio temporal más una parte aleatoria o fluctuación como se observa en la figura 2.2. Esto se conoce como la descomposición de Reynolds para computar los promedios. Lo anterior puede expresarse matemáticamente de la siguiente forma:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (2.20)$$

Si se introduce este concepto en el sistema de ecuaciones (2.7)-(2.10), y se lleva a cabo el promediado temporal (tomando en cuenta las reglas del promedio temporal) resulta:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \nu \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \\ & - \frac{\rho'}{\rho} g \delta_{i3} - 2 \epsilon_{ijk} \Omega_j \bar{u}_k - \left(\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (2.22)$$

donde $-\overline{u'_i u'_j}$, son los esfuerzos de Reynolds y aparecen como nuevas incógnitas en las ecuaciones para determinar las velocidades medias.

La conservación de la energía promediada queda expresada de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} = \alpha_h \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_i^2} - \left(\frac{\partial \overline{\theta' u'_i}}{\partial x_i} \right) \quad (2.23)$$

donde $\overline{\theta' u'_i}$ es el flujo de calor de Reynolds y α_h es la difusividad térmica.

La ecuación 2.10 promediada queda expresada de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{q}}{\partial x_i} = \alpha_v \frac{\partial^2 \bar{q}}{\partial x_i^2} - \left(\frac{\partial \overline{q' u'_i}}{\partial x_i} \right) \quad (2.24)$$

Al comparar las ecuaciones (2.22-2.24) con las ecuaciones (2.7-2.10), se observa que todo los términos son similares en cada una de las ecuaciones respectivamente y pueden interpretarse de igual forma, excepto los últimos términos de las ecuaciones promediadas que contienen varianzas y covarianzas desconocidas. Estos términos son los que aportan al sistema información sobre la turbulencia. Tomar en cuenta estos términos implica que el sistema continúe con más incógnitas, por lo tanto esto es un problema de cierre de ecuaciones. El cierre local o de primer orden consiste en parametrizar una cantidad desconocida mediante el valor de una variable conocida. Los esquemas de orden mayor son más complejos, estos resuelven una ecuación para la energía cinética turbulenta (ECT) En analogía con la viscosidad molecular, se supone que los esfuerzos de Reynolds son de la misma forma que los esfuerzos viscosos pero suponiendo una viscosidad turbulenta (Deardorff, 1980), por lo tanto el tensor de Reynolds puede expresarse como:

$$\overline{u'_i u'_j} = -K_m \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.25)$$

donde K_m es la viscosidad turbulenta o viscosidad del remolino, o también conocido como coeficiente de intercambio de momento de los remolinos. Se proponen relaciones semejantes para los flujos turbulentos de calor y de vapor de agua

$$\overline{\theta' u'_i} = -K_h \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} \quad (2.26)$$

$$\overline{q' u'_i} = -K_v \frac{\partial \bar{q}}{\partial x_i} \quad (2.27)$$

donde K_h y K_v son difusividad turbulenta del calor y del vapor de agua respectivamente.

2.4. Energía cinética turbulenta

Un cierre de orden mayor da lugar a una ecuación de pronóstico para la energía cinética turbulenta (ECT).

$$\underbrace{\frac{\partial e}{\partial t}}_I + \underbrace{\bar{u}_i \frac{\partial e}{\partial x_i}}_{II} = - \underbrace{\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}_{III} + \underbrace{\delta_{i3} \frac{g}{\theta} (\overline{\theta' u'_i})}_{IV} - \underbrace{\frac{\partial e \bar{u}_i}{\partial x_j}}_V - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p' u'_i}}{\partial x_i}}_{VI} - \underbrace{\epsilon}_{VII} \quad (2.28)$$

donde e es la energía cinética turbulenta y está definida por:

$$e = \frac{1}{2} (\overline{u_i'^2}) \quad (2.29)$$

El término (I) de la ecuación (2.28) representa la variación temporal de ECT, mientras que el término (II) es la variación de la ECT debido a la advección. EL término (III) representa la producción mecánica por la acción del viento cortante, este término genera energía, sobre todo cerca de la superficie, debido a la fricción y tiene gran importancia durante la noche ya que suele ser la única fuente de energía turbulenta. El término (IV) genera la ECT debido a la flotación, este término genera una gran cantidad de energía especialmente en los días con fuerte calentamiento solar y disminuye durante la noche. El término (V) es conocido como transporte turbulento. Es término no crea ni destruye la ECT sino solo la transporta. El término (VI) es la correlación

de presión, este termino distribuye la ECT por medio de perturbaciones de presión. El término (VII) es la rapidez de disipación viscosa (ϵ) expresada por:

$$\epsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (2.30)$$

donde ν es la viscosidad cinemática del aire. De la hipótesis de Kolmogoroff, la disipación viscosa puede aproximarse con relación a la ECT de la siguiente forma:

$$\epsilon = c_\epsilon \frac{e^{3/2}}{l} \quad (2.31)$$

donde l es la escala de longitud turbulenta y c_ϵ es una constante empírica.

La combinación de los efectos de los esfuerzos cortantes del viento y los gradientes de temperatura en la dirección vertical son representados por el número de Richardson (ver ec. 2.6). Los términos de corte en la superficie ($-\overline{u'_1 u'_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_3}}$ y $-\overline{u'_2 u'_3 \frac{\partial u_2}{\partial x_3}}$) de la ecuación (2.28), representan la producción de energía turbulenta, mientras que el término de flotabilidad ($\frac{g}{\theta} \overline{(\theta' u'_i)}$), puede ser fuente o sumidero de energía. De los términos anteriores se puede definir el número del Richardson de flujo como:

$$\text{Ri}_f = \frac{\frac{g}{\theta} \overline{(\theta' u'_3)}}{-\overline{u'_1 u'_3 \frac{\partial u_1}{\partial x_3}} + \overline{u'_2 u'_3 \frac{\partial u_2}{\partial x_3}}} \quad (2.32)$$

Este número ha sido utilizado como parámetro para determinar la estabilidad térmica de la CLP. Por ejemplo para una atmósfera inestable Ri_f es negativo, mientras que para una atmósfera estable Ri_f es positivo.

En este capítulo se presentaron la ecuaciones generales para predecir el movimiento del flujo atmosférico turbulento. Existen algunos modelos de mesoescala que son capaces de predecir el movimiento atmosférico bajo la influencia del calentamiento de los distintos tipos de suelo y sobre la la complejidad del terreno utilizando las ecuaciones generales del movimiento atmosférico. Algunos de estos modelos son: Regional Atmospheric Modeling System (RAMS), Mesoscale Model Fifth generation (MM5), Weather Research and Forecast Model (WRF), Coupled Ocean/Atmosphere Mesoscale Prediction System (COAMPS) y Advanced Regional Prediction System (ARPS). Estos modelos cuenta con la opción hidrostática para un fluido incompresible y la opción no-hidrostática para un fluido compresible. En el siguiente capítulo se presentan las ecuaciones generales del modelo RAMS el cual fue utilizado en el presente trabajo.

Capítulo 3

Modelo Euleriano RAMS

El modelo Euleriano Regional Atmospheric Modeling System (RAMS) fue desarrollado en el departamento de ciencias de la atmósfera de la Universidad del estado de Colorado E.U.A. (Tripoli and Cotton, 1982). El código es capaz de calcular el campo de viento para diferentes épocas del año. RAMS resuelve las ecuaciones del aire atmosférico de manera interactiva con mallas anidadas, la versión que se utiliza en este trabajo (versión 4.3.0), puede resolver hasta ocho mallas anidadas (Pielke et al., 1992). RAMS tiene la opción no-hidrostatica, la cual permite resolver la circulación atmosférica de microescala (0-1 km), RAMS usa coordenadas σ (following terrain) en la dirección vertical y un esquema numérico de marcha hacia adelante para resolver las ecuaciones del fluido. Una ecuación de pronóstico de la energía cinética turbulenta (Mellor and Yamada, 1982) y una parametrización de la difusión vertical son utilizadas en RAMS (Deardorff, 1980). El modelo RAMS Es un modelo diseñado para la resolución de fenómenos de mesoescala y circulaciones locales. Este modelo presenta la característica de trabajar con mallas anidadas, lo cual permite simular a muy alta resolución el área de interés mientras áreas circundantes se simulan con menor resolución. En el presente trabajo el modelo meteorológico RAMS fue modificado para incorporar el Lagrangiano de dispersión de partículas estocástico-determinístico (Avila, 1997) y el modelo de columna eruptiva (Espinosa et al., 2008). Esto permitió simular la trayectoria y dispersión de las nubes de cenizas de una erupción volcánica.

A continuación se presentan las ecuaciones generales del modelo RAMS.

3.1. Modelo no-hidrostático para un fluido compresible

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \pi'}{\partial t} = -\frac{R_d \pi_0}{c_v \rho_0 \theta_0} \nabla \cdot \rho \bar{\mathbf{u}} \theta_0 \quad (3.1)$$

donde π' es la perturbación de Exner (descrita en la sección anterior por la ec. (2.15), R_d es la constante universal de los gases, c_v es calor específico a volumen constante, el sufijo 0 representa a los valores de referencia de la escala sinóptica (Zawar-Reza and Sturman, 2006).

Ecuación de momentum en \mathbf{x}_1

$$\frac{D\bar{u}_1}{Dt} = -\bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial x_1} + f\bar{u}_2 + \nabla \cdot (K_m \nabla \bar{u}_1) \quad (3.2)$$

Ecuación de momentum en \mathbf{x}_2

$$\frac{D\bar{u}_2}{Dt} = -\bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial x_2} - f\bar{u}_1 - \nabla \cdot (K_m \nabla \bar{u}_2) \quad (3.3)$$

Ecuación de momentum en \mathbf{x}_3

$$\frac{D\bar{u}_3}{Dt} = -\bar{\theta} \frac{\partial \pi'}{\partial x_3} - \frac{g\theta'_v}{\theta_0} - \nabla \cdot (K_m \nabla \bar{u}_3) \quad (3.4)$$

donde f es la fuerza de coriolis (dada por $2\Omega u$, ver la ec. 2.22), θ_v es la temperatura potencial virtual, θ_0 es la temperatura potencial de referencia y K_m es flujo turbulento de momentum (ver la ec. 2.25).

Ecuación de la energía

$$\frac{D\bar{\theta}}{Dt} = -\nabla \cdot (K_h \nabla \bar{\theta}) + \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} \right)_{rad} \quad (3.5)$$

donde K_h es flujo turbulento de calor (ver la ec. 2.26).

Ecuación de conservación agua-vapor

$$\frac{D\bar{q}}{Dt} = -\nabla \cdot (K_v \nabla \bar{q}) + \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} \quad (3.6)$$

donde K_v es flujo turbulento de vapor de agua (ver la ec. 2.27)

3.2. Modelo hidrostático para un fluido incompresible

Ecuación de momentum en \mathbf{x}_3

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = \frac{g}{\theta_v} + g(q - q_v) \quad (3.7)$$

donde c_p es el calor específico del fluido a presión constante y q es la relación de la masa total de agua vapor y q_v es la relación de masa de vapor de agua.

Ecuación de continuidad para fluido incompresible

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (3.8)$$

3.3. Parametrización de la turbulencia en RAMS

RAMS cuenta con la parametrización de los flujos de momentum, temperatura y mezcla de agua-vapor de igual forma que se presentan en las ecuaciones (2.25), (2.26) y (2.27) respectivamente. Cuando los espacios verticales y horizontales de malla son de la misma magnitud el flujo de momentum es expresado de la siguiente forma:

$$\overline{u'_i u'_j} = -K_m \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.9)$$

RAMS tiene la opción de calcular el coeficiente de mezcla turbulenta a partir de la energía cinética turbulenta (ECT). Se utiliza el esquema de Mellor-Yama (1982). La energía cinética turbulenta (e) se define como:

$$e = \frac{1}{2} \left(\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2} \right) \quad (3.10)$$

La ecuación de pronóstico para la energía cinética turbulenta (ver ec. (2.28)) se presenta como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial t} = & -\bar{u}_1 \frac{\partial e}{\partial x_1} - \bar{u}_2 \frac{\partial e}{\partial x_2} - \bar{u}_3 \frac{\partial e}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(K_e \frac{\partial e}{\partial x_1} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(K_e \frac{\partial e}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(K_e \frac{\partial e}{\partial x_3} \right) + P_s + P_b + \epsilon \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde p_s es producción por corte (ver ec. (2.28)) y está expresada por:

$$P_s = K_m \left(\left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} \right)^2 \right) \quad (3.12)$$

y P_b es la producción por flotación (ver ec. (2.28)), expresada por:

$$P_b = -\frac{g}{\theta} K_h \frac{\partial \bar{\theta}_v}{\partial x_3} \quad (3.13)$$

donde ϵ es la disipación (ver ec. (2.31)) y está dada por:

$$\epsilon = a_e \frac{e^{-3/2}}{l} \quad (3.14)$$

donde a_e es una constante expresada por:

$$a_e = 0,19 + 0,51 + 1/\Delta s \quad (3.15)$$

donde Δs es la escala de la malla expresada por:

$$\Delta s = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3} \quad (3.16)$$

Los coeficientes de difusividad turbulenta son:

$$K_e = S_e l \sqrt{2e} \quad (3.17)$$

$$K_m = S_m l \sqrt{2e} \quad (3.18)$$

$$K_h = S_h l \sqrt{2e} \quad (3.19)$$

S_e , S_m y S_h , son las difusividades turbulentas adimensionales.

La escala de longitud turbulenta l se calcula a partir de:

$$l = \frac{k(z + z_0)}{1 + k(z + z_0)/l_\infty} \quad (3.20)$$

donde k es la constante de von Karman y z_0 es la rugosidad de la superficie.

El flujo de calor calculado en la superficie por RAMS se basan en los trabajos de Louis (1979) y (1982). El flujo de momentum y calor en la capa superficial de la atmósfera son calculados de la siguiente forma:

$$u_*^2 = U^2 a^2 F_m \quad (3.21)$$

$$u_* \theta_* = U^2 a^2 \Delta \theta F_h \quad (3.22)$$

donde

$$a = \frac{\kappa}{\left(\ln \frac{z}{z_0}\right)} \quad (3.23)$$

y

$$U = (\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2})^{1/2} \quad (3.24)$$

para caso estable se tiene:

$$F_m = \frac{1}{1 + \left(2b_f \text{Ri}_B / (1 + d_f \text{Ri}_B)^{1/2}\right)} \quad (3.25)$$

$$F_h = \frac{1}{1 + \left(3b_f \text{Ri}_B (1 + d_f \text{Ri}_B)^{1/2}\right)} \quad (3.26)$$

donde $b_f = d_f = 5$, son constantes empíricas, F_m y F_h son las corrección de estabilidad de momentum y calor respectivamente (Louis et al., 1982), (Louis, 1979), dependientes de z/z_0 y el numero de Richardson, z es la altura sobre la superficie, z_0 es la rugosidad del terreno, Ri_B es el numero de Richardson y está expresado por:

$$\text{Ri}_B = \frac{gz\Delta\theta}{\overline{\theta}U^2} \quad (3.27)$$

$\Delta\theta = \theta_0 - \theta_v$, $\overline{\theta} = \frac{1}{2}(\theta_0 + \theta_v)$, donde θ_0 es la temperatura potencial en la superficie y θ_v es la virtual temperatura potencial (Garratt, 1992).

Capítulo 4

Modelo de columna eruptiva y dispersión de partículas

Una erupción volcánica se origina por una explosión repentina la cual fragmenta a rocas y magma contenidas dentro del volcán, estos fragmentos son expulsados hacia la atmósfera a gran velocidad. La caída de rocas y cenizas cerca y lejos del volcán están controladas por; la altura máxima de la columna, la velocidad terminal de las partículas, la dirección e intensidad del viento y la complejidad del terreno hacia donde viaja la nube de partículas. En este capítulo se presentan los modelos de formación de columna eruptiva y el transporte y dispersión de la misma.

4.0.1. Altura de la columna eruptiva

En base a la altura de la columna se puede estimar el flujo másico de material emitido con la relación empírica propuesta por Wilson (1987).

$$H = 0,23M^{0,25} \quad (4.1)$$

donde H es la altura máxima de la columna en kilómetros y M es el flujo de material emitido (kg/s). De igual forma Sparks et al. (1987) proponen que la altura de la columna puede determinarse en base a la razón de descarga volumétrica emitida (Q_v en m³/s)

$$H = 1,7Q_v^{0,259} \quad (4.2)$$

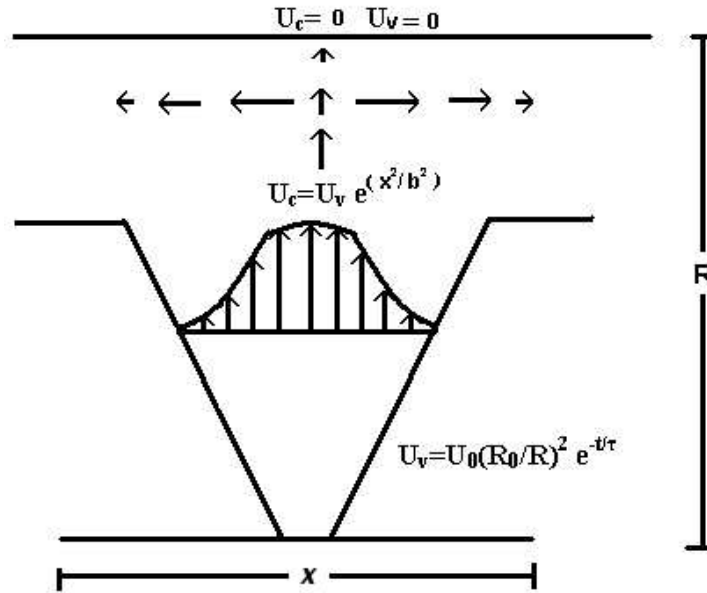


Figura 4.1: Representación de la velocidad vertical y horizontal de una columna eruptiva

Estudios de plumas térmicas muestran que la velocidad en cualquier punto de la columna es una función simétrica Gaussiana (Sparks, 1986) expresada por:

$$U_c = U_v e^{-x^2/b^2} \quad (4.3)$$

donde U_c es la velocidad máxima en el centro de la columna (ver figura 4.1), x es la distancia radial de la columna y b es la distancia en la que la velocidad U_c se reduce $mbaxe^{-1}$. Wilson (1980) propone un modelo de columna eruptiva explosiva, donde la velocidad vertical depende de la altura de la columna y el tiempo que dura la emisión de gases, la cual es expresada por:

$$U_v = U_0 \frac{R_0}{R} e^{-t/\tau} \quad (4.4)$$

donde U_0 es la velocidad inicial de la erupción, t es el tiempo, τ es el tiempo total de la erupción, R_0 es la altura inicial de la columna y R es la posición de la columna en la dirección vertical. En la figura 4.1 se representan las velocidades vertical y transversal de una columna eruptiva, en primer lugar la ecuación (4.4) determina la velocidad vertical, la cual decrece con la altura, posteriormente la ecuación (4.3) determina la velocidad vertical en la sección transversal a cualquier altura de la columna.

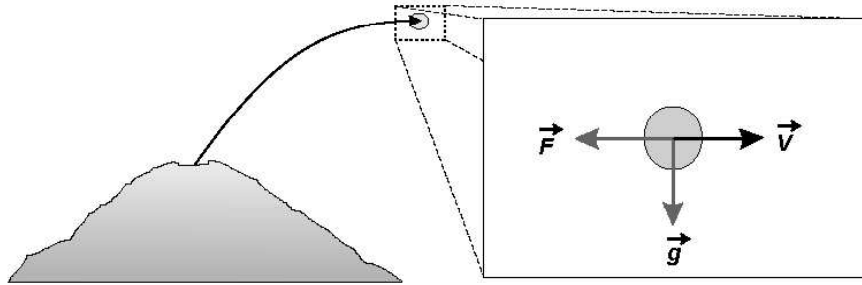


Figura 4.2: Esquema de las fuerzas que actúan sobre un bloque expulsado en forma balística por una erupción volcánica.

Las zonas aledañas al volcán que están expuestas a la proyección de bloques balísticos depende de la velocidad de salida de éstos. La velocidad de impacto o velocidad límite de caída de los bloques son función de la densidad y forma del proyectil. La caída de las bombas puede impactar a personas y edificios y ser seriamente dañados. Para calcular las posiciones de partículas que forman la columna eruptiva, es utilizado el modelo matemático que describe la trayectoria de las partículas pesadas propuesto por Crowe et al. (1977). La velocidad de las partículas se ven afectadas por la fuerza de fricción contra el aire y la fuerza de gravedad, como se muestra en la figura 4.2.

La velocidad instantánea de cada partícula que se encuentra dentro de la columna eruptiva se puede calcular de la siguiente forma:

$$\rho_p \frac{du_{ip}}{dt} = \frac{3\mu Re_p f_r}{4d_p^2} (u_i - u_{ip}) + (\rho_p - \rho)g \quad (4.5)$$

ahora integrando la ecuación anterior se obtiene la velocidad de la partícula

$$u_{ip} = u_i - (u_i - u_{ipo}) \exp\left(-\frac{\delta t}{\tau_p}\right) \delta_{i3} \times -g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\delta t}{\tau_p}\right)\right] \quad (4.6)$$

donde u_{ipo} , representan la velocidad instantánea de la partícula al inicio del intervalo δt e $i = 1, 2, 3$,

$$\tau_p = \frac{m_p}{3\pi\mu f_r d_p} \quad (4.7)$$

La ecuación anterior también se puede escribir en función de la densidad y el diámetro de la siguiente forma:

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu f_r} \quad (4.8)$$

donde τ_p es el tiempo característico de respuesta dinámica de la partícula, m_p y d_p son la masa y el diámetro de la partícula respectivamente y f_r es el coeficiente de arrastre, este último término está expresado en función del número Reynolds de la partícula y se describe a continuación:

$$f_r = 1 + 0,15Re_p^{0,687} \quad (4.9)$$

éste coeficiente es válido para $Re < 1000$, para Reynolds mayores como es el caso que se presenta dentro de una columna eruptiva, el valor puede variar de 1 a 1.25.

El número Reynolds está expresado por:

$$Re_p = \frac{\rho d_p U_{rel}}{\mu} \quad (4.10)$$

donde μ es la viscosidad dinámica del aire y U_{rel} está definida por:

$$U_{rel} = [(u_1 - u_{1p})^2 + (u_2 - u_{2p})^2 + (u_3 - u_{3p})^2]^{1/2} \quad (4.11)$$

Las nuevas posiciones de las partículas x_1 , x_2 y x_3 dentro de la columna a cada intervalo δt , son determinadas por las siguientes ecuaciones:

$$x_{ip} = x_{ipo} + \frac{\delta t}{2} (u_{ip} + u_{ipo}) \quad (4.12)$$

donde x_{ipo} , representan la posición de la partícula al inicio del intervalo δt .

Para formar la columna eruptiva se lanza un cierto número de puff con un número de partículas de diferentes diámetros en un lapso de tiempo Δt Euleriano.

Por lo tanto las partículas más pequeñas siguen el comportamiento del chorro (descrito por las ecuaciones 4.4 y 4.3) y se pueden depositarse en la parte más alta de la columna, mientras que las partículas más grandes que son lanzadas con cierto impulso siguen trayectorias balísticas.

4.1. Modelo dispersión de partículas

Después de haber iniciado la formación de la columna eruptiva el campo de viento turbulento obtenido por el modelo RAMS deforma y transporta a ésta.

La velocidad instantánea del remolino turbulento que acompaña a cada partícula (u_i) es descrita por:

$$u_i = \overline{u_i} + u'_i \quad (4.13)$$

donde $\overline{u_i}$, son las velocidades medias que se obtienen del modelo Euleriano RAMS (capítulo 3), u'_i , representan las fluctuaciones de velocidad, y son calculadas como condición no isotrópica de turbulencia (Legg and Raupach, 1982).

$$u'_i(t + \delta t) = \alpha u'_i(t) + \beta \sigma_{u_i} \zeta + \delta_{i3} \times (1 - \alpha) T_{L_i} \frac{\partial}{\partial x_i} (\sigma_{u_i}^2) \quad (4.14)$$

donde el subíndice $i = 1, 2, 3$.

El tercer término del lado derecho de la ecuación (4.14), representa la corrección debido al arrastre (the drift correction) (Kos et al., 2004) donde

$$\alpha = \exp\left(-\frac{\delta t}{T_{L_i}}\right) \quad (4.15)$$

y

$$\beta = (1 - \alpha^2)^{1/2} \quad (4.16)$$

donde ζ es un número aleatorio con distribución de probabilidad normal cero y desviación estándar de uno, δ_{i3} es la delta de Kronecker, σ_{u_i} es la desviación estándar de la fluctuación de velocidades.

Para el caso del experimento de la noche 4 de ASCOT la parametrización de fluctuaciones de velocidad (σ_{u_i}) para turbulencia no-isotrópica, son calculadas mediante mediciones atmosféricas de varios experimentos de campo de una atmósfera estable obtenidas por Pahlow et al., (2001). La desviación estándar de las fluctuaciones de velocidad se calcularon de acuerdo a la teoría de similitud de Monin-Obukhov para una capa límite atmosférica estable (Monin and Obukhov, 1954) descrita por:

$$\frac{\sigma_{ui}}{u_*} = a_i + b_i \left(\frac{z}{L} \right)^{c_i} \quad (4.17)$$

donde el subíndice ui ($i = 1, 2, 3$) es la desviación estándar de la fluctuación de velocidad en las direcciones x_1 , x_2 y x_3 . Para la dirección x_1 los valores son: $a_1 = 2,3$, $b_1 = 4,3$ y $c_1 = 0,5$. Para la dirección x_2 los valores son $a_2 = 2,0$, $b_2 = 4,0$ y $c_2 = 0,6$. Para la dirección x_3 los valores son $a_3 = 1,1$, $b_3 = 0,9$ y $c_3 = 0,6$. z es la altura sobre la superficie, u_* es la velocidad de fricción. L Es la constante de Monin-Obukhov y está expresada por la ec. 2.1

Caughey (1979) da una formulación para la escala de tiempo Lagrangiano correspondientes a cada componente del viento para una atmósfera estable.

$$T_{L1} = \frac{0,17 (hz)^{1/2}}{\sigma_{u1}} \quad (4.18)$$

$$T_{L2} = \frac{0,07 (hz)^{1/2}}{\sigma_{u2}} \quad (4.19)$$

$$T_{L3} = \frac{0,10 (h^{0,2} z^{0,8})}{\sigma_{u3}} \quad (4.20)$$

donde z es la altura sobre la superficie, h es la altura capa límite planetaria estable y está dada por:

$$h = c_h \left(\frac{u_* L}{f} \right)^{1/2} \quad (4.21)$$

donde $c_h = 0,27$ es una constante (Rao and Snodgrass, 1978) y f es la fuerza de Coriolis.

Para el caso de la simulación de la columna eruptiva las fluctuaciones de velocidad (σ_{ui}) para turbulencia no-isotrópica se utilizó para cada componente del viento una atmósfera neutra, estable e inestable, esto se debe a las erupciones ocurridas iniciaron en la mañana y terminaron en la noche, por lo tanto se presentaron las tres situaciones antes mencionadas.

Para una atmósfera neutra la desviación estándar de las fluctuaciones de velocidad y las escalas de tiempo Lagrangianas son:

$$\sigma_{u1} = 2u_* \exp \left(\frac{-3fz}{u_*} \right) \quad (4.22)$$

$$\sigma_{u1} = \sigma_{u2} = 1,3u_* \exp\left(\frac{-2fz}{u_*}\right) \quad (4.23)$$

$$T_{L1} = T_{L2} = T_{L3} = \frac{0,5zu_*}{1 + 15f\sigma_{u1}} \quad (4.24)$$

Para una atmósfera estable la desviación estándar de las fluctuaciones de velocidad son:

$$\sigma_{u1} = 2u_* \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (4.25)$$

$$\sigma_{u2} = \sigma_{u3} = 1,3u_* \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (4.26)$$

Las escalas de tiempo Lagrangianas en las direcciones x_1 , x_2 y x_3 para una atmósfera estable son las ecuaciones (4.18), (4.19) y (4.20) respectivamente.

Para una atmósfera inestable la desviación estándar de las fluctuaciones de velocidad y las escalas de tiempo Lagrangianas son:

$$\sigma_{u1} = \sigma_{u2} = u_* \left(12 + \frac{h}{2|L|}\right)^{1/3} \quad (4.27)$$

$$T_{L1} = T_{L2} = 0,15 \frac{h}{1 + 15f\sigma_{u1}} \quad (4.28)$$

$$\sigma_{u3} = w_* \left[1,2 \left(1 - 0,9\frac{z}{h}\right) \left(\frac{z}{h}\right)^{2/3} + \left(1,8 - 1,4\frac{z}{h}\right) u_*^2\right]^{1/2} \quad (4.29)$$

donde w_* es el parámetro de velocidad convectiva y esta definido por

$$w_* = \left(\frac{gh\overline{w'\theta'_{v0}}}{\theta_v}\right)^{1/3} \quad (4.30)$$

donde $\overline{w'\theta'_{v0}}$ es el virtual flujo de calor en la superficie

$$w_* = u_* \left(\frac{-h}{0,4L}\right)^{1/3} \quad (4.31)$$

para $\frac{z}{h} < 0.1$ y $z - z_0 > -L$

$$T_{L3} = \frac{0,1z}{\sigma_{u3}[0,55 - 0,38(z - z_0)/L]} \quad (4.32)$$

para $\frac{z}{h} < 0.1$ y $z - z_0 < -L$

$$T_{L3} = 0,59 \frac{z}{\sigma_{u3}} \quad (4.33)$$

para $\frac{z}{h} > 0.1$

$$T_{L3} = \frac{0,15z}{\sigma_{u3}} \left[1 - \exp\left(\frac{-5z}{h}\right) \right] \quad (4.34)$$

Las partículas con un tamaño del orden de micras son tratadas como trazadoras, es decir, cada partícula es transportada por la velocidad instantánea del viento, durante el tiempo de duración del remolino que acompaña a cada una. Dicho de otra manera, la velocidad de la partícula es igual a la velocidad al elemento del fluido, por lo tanto la ec. (4.6) queda de la siguiente forma:

$$u_{ip} = u_i \quad (4.35)$$

y la nueva posición que ocupa la partícula es calculada por la ecuación (4.12).

4.2. Modelo para el cálculo de concentración de las partículas

Para calcular la concentración de partículas, se utilizó un esquema de interpolación por Mínimos cuadrados Móviles (MLS) (Lancaster and Salkauskas, 1981) ver apéndice A. El método ha sido diseñado para trabajar con distribuciones irregulares de nodos (partículas)

La concentración de partículas promediadas en el tiempo $\langle \chi(\mathbf{x}) \rangle$, donde \mathbf{x} es el vector posición de los puntos de estimación, es definido como el número de partículas por unidad de volumen (densidad promediada en el tiempo) multiplicado por la masa representada por una partícula.

Si una función suavizada de la concentración promediada $\langle \chi(\mathbf{x}) \rangle$ es calculada por un grupo de puntos (\mathbf{x}_j) cercanos al punto de estimación \mathbf{x} , La concentración promediada en el tiempo es calculada por:

$$\langle \chi(\mathbf{x}) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{Vol} \Phi_j(\mathbf{x}) \quad (4.36)$$

donde Vol , es el volumen computacional definido por la escala de suavizado r (ver ecuación 4.42) (Fries 2004), m_j es la masa asociada a cada partícula, $\Phi_j(\mathbf{x})$ son las funciones de forma MLS definido por:

$$\Phi_j(\mathbf{x}) = \Phi^T(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x})[\mathbf{M}(\mathbf{x})]^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad (4.37)$$

donde $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ es conocida como la matriz de momento expresada por:

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_j) \mathbf{p}(\mathbf{x}_j) \quad (4.38)$$

y

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = [w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) \mathbf{p}(\mathbf{x}_1) \ w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_2) \mathbf{p}(\mathbf{x}_2) \ \dots \ w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_N) \mathbf{p}(\mathbf{x}_N)] \quad (4.39)$$

donde N es el número de partículas vecinas al punto de estimación y \mathbf{p}^T es la base polinomial dado por:

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x_1, x_2, x_3] \quad (4.40)$$

Remplazando la ecuación (4.38) y la ecuación (4.39) en la ecuación (4.37), se obtiene la función de forma necesaria para calcular la concentración de las partículas de la siguiente forma:

$$\Phi_j(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \left[\sum_{j=1}^m w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \mathbf{p}(\mathbf{x}_j) \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_j) \right]^{-1} \sum_{j=1}^m w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \mathbf{p}(\mathbf{x}_j) \quad (4.41)$$

donde $w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)$ es la función de peso (kernel de suavizado). En este trabajo se utiliza una función de peso spline cúbica.

$$w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, r) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4s^2 + 4s^3 & s \leq 1/2 \\ \frac{4}{3} - 4s + 4s^2 - \frac{4}{3}s^3 & 1/2 < s \leq 1 \\ 0 & > 1 \end{cases} \quad (4.42)$$

donde $s = \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_j|}{r}$, r está relacionado con el tamaño del volumen promedio.

La ecuación (4.36) describe la densidad de las partículas promediadas en el tiempo $\langle \chi(\mathbf{x}) \rangle$ en cualquier punto en el espacio, esto puede obtenerse asumiendo la contribución de todas las partículas vecinas.

Para el caso de ASCOT la concentración promedio en partes por trillón (ppt) es calculada de la siguiente forma: (i) el número local de partículas por unidad de volumen es multiplicado por el tiempo que permanece la partícula dentro del mismo (ii) las masa del gas (en μg) dentro del volumen es obtenido tomando en cuenta la masa de cada partícula del gas y (iii) dos horas promediadas en el tiempo de la concentración (en ppt por volumen) es obtenido como Gudiksen (1983).

$$\langle \chi(\mathbf{x}) \rangle = \frac{1 \times 10^6 \cdot \text{time spent by each particle}}{0,0156 \cdot 7200} \quad (4.43)$$

donde μg es la masa del gas en microgramos, Vol es el volumen, δt es paso de tiempo Lagrangiano de cada partícula que permanece en el volumen.

En la figura 4.3 se presenta el diagrama de flujo del acoplamiento Euleriano-Lagrangiano que permite calcular la trayectoria de partículas en línea (On-line).

El campo de viento del modelo Euleriano RAMS es obtenido integrando las ecuaciones que rigen el movimiento del fluido atmosférico. Estas ecuaciones son integradas usando un incremento de tiempo Euleriano Δt que es considerado fijo. Una vez que el campo de velocidades tridimensional es conocido a cierto paso de tiempo, se calcula una fracción del incremento de tiempo Euleriano conocido como incremento de tiempo Lagrangiano (δt , este incremento es igual al de la ec. 4.12). EL valor de δt es seleccionado como el valor mínimo de: (A) una fracción del tiempo de escala de vida local del remolino turbulento que rodea a la partícula, (B) una fracción del tiempo requerido para que la partícula cruce la celda numérica donde está localizada y (C) una fracción del tiempo Euleriano Δt .

El modelo de columna eruptiva, cuenta con un sistema de emisión de partículas puff (de diferentes diámetros) que son lanzadas con un impulso inicial desde la boca del volcán hacia la atmósfera en un lapso de tiempo Δt Euleriano. La técnica puff supone que cada partícula Lagrangiana, representa el centro de la masa de un puff que tiene una distribución arbitraria de partículas.

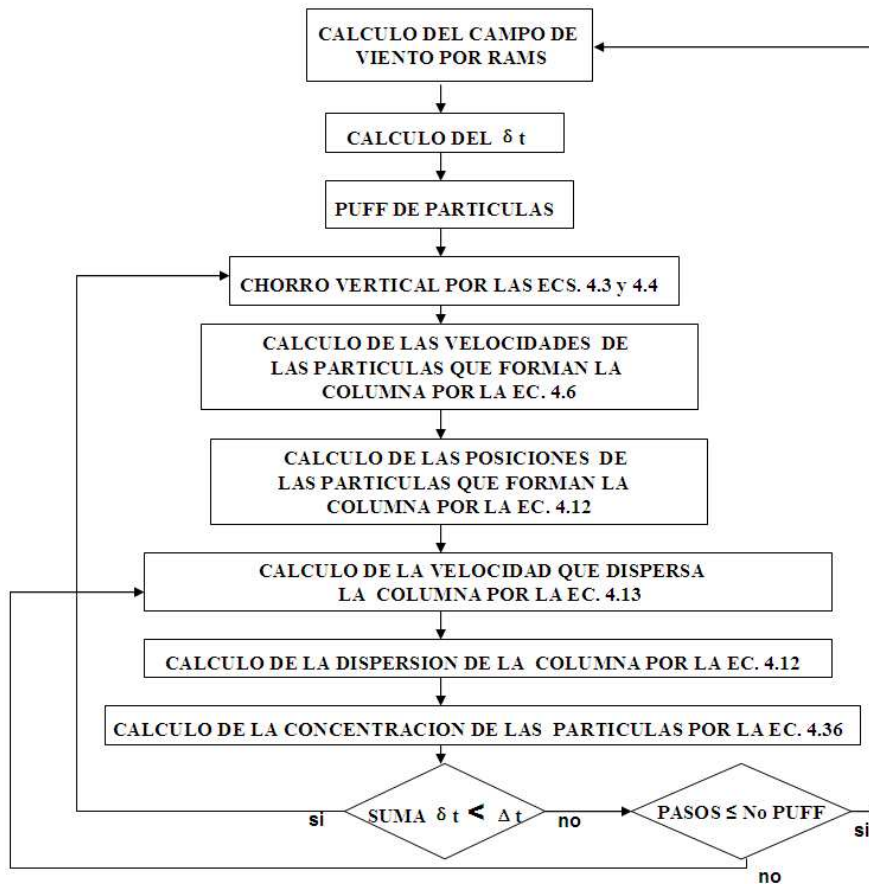


Figura 4.3: Esquema de las fuerzas que actúan sobre un bloque expulsado en forma balística por una erupción volcánica.

La velocidad de salida de los gases de la columna eruptiva es calculada por las ecuaciones (4.4) y (4.3). Esta velocidad es la que permite que las partículas pequeñas se distribuyan en lo alto de la columna.

Después de que las partículas son lanzadas y ha iniciado el chorro la velocidad de cada una de ellas es obtenida por la ecuación (4.6). En esta ecuación son incluidos los diferentes diámetros de partículas como se muestra en la ecuación (4.8). Posteriormente la posición que ocupa cada una de las partículas en la columna es determinada por la ecuación (4.12).

Tan pronto comienza la formación de la columna eruptiva de igual manera entra en juego el transporte y dispersión de las partículas provocado por el

viento la turbulento. La velocidad instantánea del remolino turbulento que acompaña a cada partícula es calculada por la ecuación (4.13). La velocidad media que se obtiene por el modelo Euleriano RAMS. Dependiendo de la característica turbulenta del viento las fluctuaciones de velocidad puede ser obtenida por la ecuación (4.14). La nueva posición de las partículas es calculada por la ecuación (4.12).

El cálculo de concentración de partículas se determina con el esquema de interpolación por Mínimos cuadrados Móviles (MLS). Después de que la columna ha sido dispersada la concentración es calculada con la ecuación (4.36).

Cuando la suma de los δt 's Lagrangianos para cada partícula es menor que el Δt Euleriano, se inicia el ciclo a partir del cálculo de la velocidad del chorro. Cuando la suma de los δt 's Lagrangianos para cada partícula es igual al Δt Euleriano, la posición y la velocidad instantánea de la partícula así como las características del remolino local (fluctuación de velocidad y escala de tiempo) que rodean a la partículas es ese momento serán almacenados.

Cuando toda las partículas han sido desplazadas por un número de pasos de tiempos Lagrangianos cuya suma sea igual al Δt Euleriano, el código RAMS continúa con el proceso de integración tomando en cuenta un nuevo Δt .

Cuando el número de puff termina de igual forma finaliza el modelo de columna eruptiva, sin embargo el transporte y dispersión continúa hasta que finaliza la simulación.

El modelo descrito anteriormente permite simular la formación de la columna durante el tiempo de la erupción, lo que permite ver el efecto que tiene el campo de viento transversal sobre la misma.

Capítulo 5

Dominio computacional y condiciones iniciales

En Septiembre de 1980, el programa ASCOT (Atmospheric Studies in Complex Terrain) realizó una intensa campaña de medición en la región de los Geysers, con el propósito de obtener datos meteorológicos y datos relacionados con la dispersión y concentración de gases trazadores (Gudiksen 1983). La región de yacimientos geotérmicos, está localizada aproximadamente a 120 km al norte de San Francisco California. En esta región, se localiza el valle Anderson Springs, el cual fue seleccionado para realizar el experimento de Septiembre de 1980. El valle Anderson Springs, tiene aproximadamente ocho kilómetros de longitud y está limitado al oeste por las montañas Mayacamas, al sur por la montaña Pine, al noroeste por la montaña Cobb y al noreste por la montaña Boggs. como lo muestra la figura 5.1 Hacia el valle Anderson Springs, fluyen los arroyos: Putah, Anderson, Gunning y Bear.

El programa ASCOT llevó mediciones de datos meteorológicos y medida de concentraciones de partículas de gases trazadores, de cinco experimentos nocturnos, iniciando el 8 de Septiembre de 1980 y finalizando el 25 de Septiembre del mismo año. En el experimento fueron liberados tres gases trazadores, sin embargo, en el presente trabajo solo se estudia el experimento de la noche 4, en el cual fue liberado durante una hora un gas trazador (perfluorocarbono C_7F_{14} , PMCH), en sitio Anderson Gunning. En este trabajo, los resultados numéricos fueron comparados con la noche del 19-20 de Septiembre de 1980.

En la tabla 5.1 se presenta la localización de las sondas meteorológicas, que fueron utilizadas en el experimento de la noche 4. En estos puntos se

<i>Número</i>	<i>Tethersonde</i> ^a	<i>UTMX</i> ^b	<i>UTMY</i> ^c	<i>Elevación</i> ^d
1	Ridge	521.7 km	4,293.3 km	1,143 m
2	Unit 19	524.1 km	4,293.3 km	771 m
3	Thorne 7	525 km	4,292.7 km	649 m
4	Rancho T	526.1 km	4,292.1 km	530 m
5	Larrys Q	526.1 km	4294.4 km	655 m
6	Oakmont	528.3 km	4,292 km	402 m
7	D. East	531.1 km	4,290.8 km	344 m

Tabla 5.1: Localización de la sondas usadas para medir los perfiles verticales de dirección y velocidad del viento, temperatura y humedad del experimento realizado en el valle Anderson Springs, septiembre, 1980.

^aNombre de la sonda

^bUniversal Transverse Mercator east direction coordinate.

^cUniversal Transverse Mercator north direction coordinate.

^dAltura Sobre el Nivel del Mar

midieron dirección y velocidad del viento, humedad relativa, temperatura potencial y temperatura. Las mediciones se tomaron hasta una altura de 500 m.

5.1. Discretización de la región de estudio del experimento de ASCOT

Para reproducir el experimento de la noche 4 de ASCOT, se utilizaron tres mallas anidadas concéntricas, centradas en $UTMX = 527$ km, $UTMY = 4292.5$ km, figura 5.2. El número de celdas para las tres mallas anidadas son: 20×20 , 32×32 , y 62×52 . A lo largo de la dirección vertical se cuentan con 24 celdas para las tres mallas. La resolución para la malla 1 es de 4.1 km x 3.45 km para el plano horizontal mientras que la resolución para las otras dos malla (malla 2 y 3) es de 820 m x 690 m y 164 m x 138 m, respectivamente. Para las tres mallas, en la dirección vertical, el primer nivel sobre la superficie fue de 15 m y el espacio entre celdas aumenta con un relación de 1.2 y el valor máximo de la celda va hasta un valor de 1000 m en la parte más alta del dominio, el cual tiene un valor cerca de 4.5 km. Para la simulación numérica de la dispersión de PMCH gas trazador, 72000 partículas son liberadas a lo largo de una hora (2300-0000 PST) a $UTMX=524$ km y

UTMY=4292.75 km, a 1.5 m de la superficie y 750 m sobre el nivel del mar. La masa de cada partícula liberada fue $m_p=416 \text{ g}/72000=0.023 \text{ gr}$. El paso del tiempo para integrar las ecuaciones del fluido fue constante de $\Delta t=15 \text{ s}$. La liberación se llevó a cabo en 240 pasos de tiempo. Esto significa que 240 *puffs* fueron liberados, cada uno de ellos con 300 partículas. Cada liberación de puff fue de forma esférica con un diámetro de 2 m. La posición inicial de cada partícula dentro del puff fue generada aleatoriamente. Las partículas son liberadas inicialmente con velocidad cero.

5.2. Discretización de la región de estudio del volcán Popocatépetl

El 19 de Julio de 2003 se presentó una explosión de moderada intensidad a las 9:20 Hrs (14:20 UTM), que lanzó fragmentos incandescentes alrededor del cráter a una distancia estimada de 1 km, y que generó una densa columna de ceniza que alcanzó 3 km por encima del cráter. Para este caso de simulación de la formación y dispersión de la columna eruptiva, fueron utilizadas tres mallas anidadas, la primera malla (como se presenta en la figura 5.4), consiste de 61 x 61 nodos, con una resolución de 4 x 4 km en la horizontal y un ΔT Euleriano de 2 s, la segunda malla consiste de 74 x 74 nodos, con una resolución de 1 x 1 km, la tercera malla cuenta con 102 x 102 nodos y una resolución de 200 x 200 m En la dirección vertical se tienen 32 nodos para las tres mallas. El primer nodo tiene una resolución de 25 m, mientras que los nodos siguientes aumentan un 1.5% hasta el valor máximo de 1200 m. Se liberaron 20 partículas con 10 tamaños diferentes en un total de 300 puff, a cada 2 s, por lo que fue un total de 60000 partículas. El diámetro de las partículas se encuentra entre los rangos de $1\mu \text{ m} < d_p < 10 \text{ cm}$. Para los dos casos de simulación de la erupción, la densidad de las partículas varía de $1900 \text{ kg/m}^3 < \rho_p < 2500 \text{ kg/m}^3$.

A partir de las 05:17 Hrs. (11:17 UTM) del día 23 de Enero del 2002 el volcán Popocatépetl presentó un incremento en su actividad, ésta consistió en una emisión de cenizas, la pluma alcanzó aproximadamente una altura de 2.5 km. Para realizar la simulación de la formación y dispersión de la columna eruptiva para este evento, fueron utilizadas tres mallas anidadas (como se muestra en la figura 5.3), la primera malla consiste de 61 x 61 nodos, con una resolución de 15 x 15 km en la horizontal y un ΔT Euleriano de 60 s, la segunda malla consiste de 72 x 72 nodos, con una resolución de 3 x 3 km, la tercera malla cuenta con 94 x 94 nodos y una resolución de 750 x 750 m. En la

dirección vertical, se utilizaron 32 nodos para las tres mallas. El primer nodo tiene una resolución de 70 m, mientras que los nodos siguientes aumentan un 1.5% hasta el valor máximo de 1200 m. Se liberaron 20 partículas con 5 tamaños diferentes en un total de 500 puff, a cada 60 s, por lo que fue un total de 50000 partículas. El diámetro de las partículas se encuentra entre los rangos de $1\mu\text{ m} < d_p < 1000\mu\text{ m}$. Para los dos casos de simulación de la erupción, la densidad de las partículas varía de $1900\text{ kg/m}^3 < \rho_p < 2500\text{ kg/m}^3$.

La altura de la columna eruptiva en este trabajo es estimada en base a observaciones con ayuda de reportes, registros fotográficos y cámaras de video disponibles en www.cenapred.com.mx. La velocidad vertical de los gases de la columna eruptiva es calculada con la ecuación (4.4) y la velocidad en cualquier punto de la columna es calculada con la ecuación (4.3).

5.3. Condiciones iniciales para el modelo RAMS

En este trabajo se han utilizado datos de topografía obtenidos del Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS) con resolución de 30 segundos de grado. El modelo RAMS trata estos datos para crear archivos de topografía adaptados a las mallas de cada simulación. Al modelo se le han introducido datos relativos a la topografía y la vegetación de las regiones de estudio.

Para establecer las condiciones iniciales para los tres casos de simulación que se presentan en esta tesis, fueron utilizados los datos de reanálisis producidos por U.S. National Center for Environmental Prediction (NCEP), a 2.5 grados de resolución espacial y a 6 horas de resolución temporal. Estos datos están disponibles en la pagina <http://www.cdc.noaa.gov/cdc/data.ncep.-reanalysis2.pressure.htm>. Los datos de NCEP incluyen los componentes horizontales de viento, altura geopotencial, temperatura y humedad relativa.

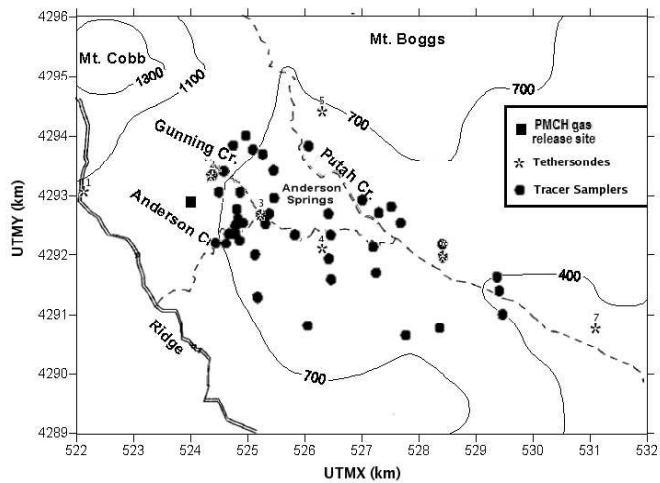


Figura 5.1: Valle de Anderson Springs, Gunning y Putah Creeks. El valle está rodeado por las montañas Mayacamas, Cobb y Boggs. Los puntos (●) representan los medidores de superficie

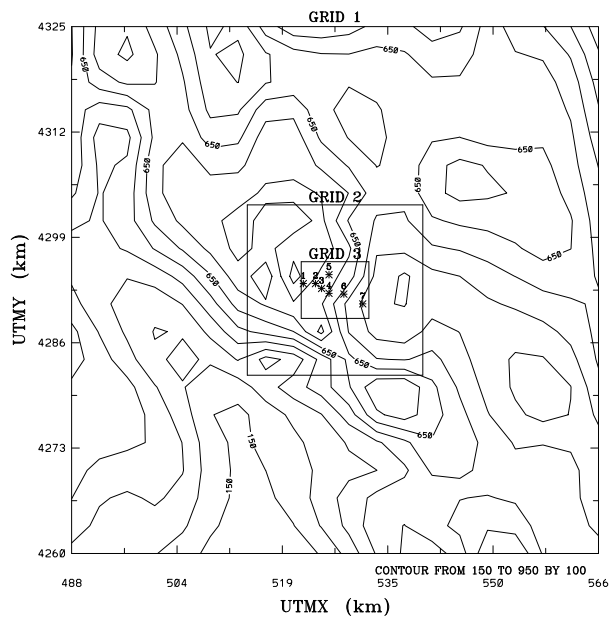


Figura 5.2: Tres mallas anidadas del dominio computacional del modelo RAMS para el caso de ASCOT. (*) representan las sondas meteorológicas.

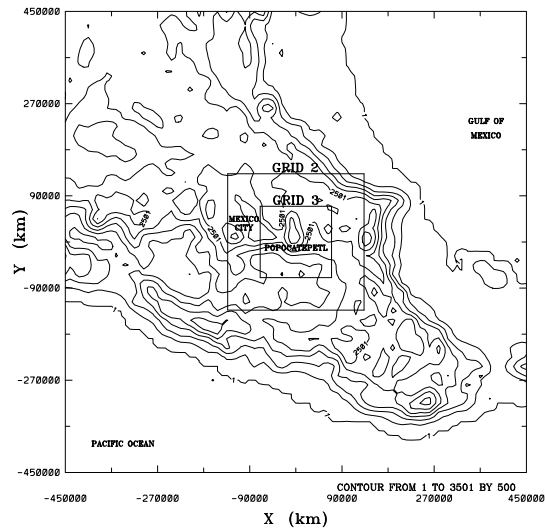


Figura 5.3: Tres mallas anidadas del dominio computacional del modelo RAMS para el caso del 23 de Enero del 2002 del volcán Popocatépetl

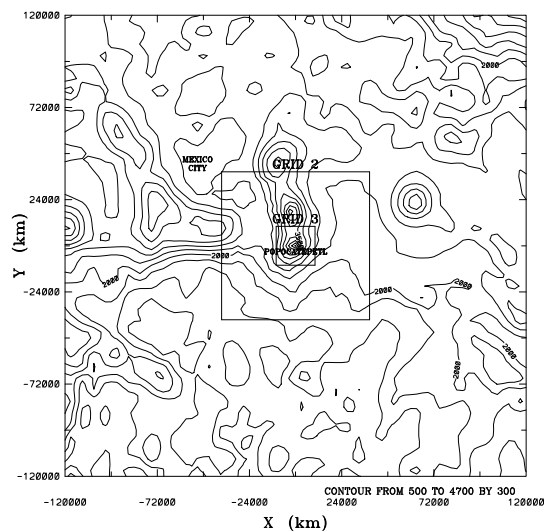


Figura 5.4: Tres mallas anidadas del dominio computacional del modelo RAMS para el caso del 19 de Julio del 2003 del volcán Popocatépetl

Capítulo 6

RESULTADOS

6.1. Comparación de resultados con el experimento de ASCOT en el valle de Anderson 1980

En esta sección son presentados los campos de viento calculados numéricamente, así como también se presenta la dispersión de partículas trazadoras y los perfiles verticales de la dirección y velocidad del viento, temperatura y humedad y se comparan con los datos experimentales tomados de las siete sondas (ver la tabla 5.1) para la noche 4 del experimento de realizado por ASCOT (Gudiksen 1983).

En la figura 6.1 se presenta el campo de viento horizontal a las 2300 PST, a una altura de 15 m sobre la superficie. La longitud de los vectores (los cuales se localizan en los puntos de la malla) es proporcional a la velocidad del viento. Las líneas continuas indican la altura de la topografía en intervalos de 100 m. En esta figura se observa el viento proveniente del norte, la velocidad máxima (5.21 m/s) se localiza en la parte de la ladera de la montaña Cobb. Se puede observar la interacción entre el viento proveniente del noroeste y el viento del suroeste que baja hacia la región central del valle.

En la figura 6.2 se muestra que el patrón de campo de viento a las 0100 PST no cambia significativamente con respecto al campo presentado a las 2300 PST. Los vientos valle abajo (down-valley winds) se presentan normalmente en la noche. El aire frío que se encuentra en la ladera de las montañas es drenado hacia el valle, esto también se conoce como flujo catabático. Esto

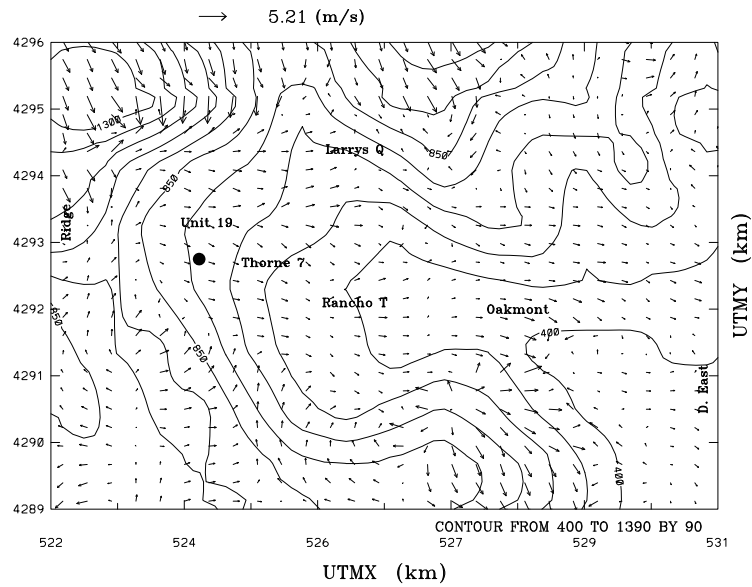


Figura 6.1: Campos de velocidades calculados con el modelo RAMS a 15 m. sobre la superficie el 19 de Septiembre de 1980 a las 2300 PST. (●) representa el punto de liberación.

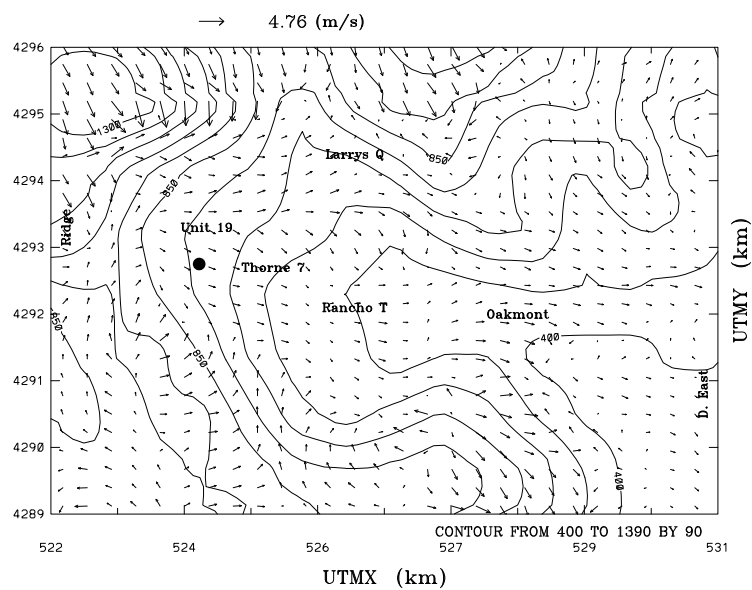


Figura 6.2: Campos de velocidades calculados con el modelo RAMS a 15 m. sobre la superficie el 20 de Septiembre de 1980 a las 0100 PST. (●) representa el punto de liberación.

se puede ver en las figuras 6.1 y 6.2, donde se observa la dirección del campo de viento baja desde la región de las montañas hacia el valle.

De la figura 6.3 a la figura 6.9 se presentan los perfiles verticales de velocidad y dirección del viento, humedad y temperatura obtenidos con el modelo RAMS, estos perfiles fueron comparados con las mediciones de la campaña de ASCOT de la noche 4. Los resultados numéricos que se presentan aquí, son ligeramente diferentes que los datos experimentales en algunos sitios, esto se debe a que los valores que otorgan las sondas meteorológicas son valores instantáneos (Yamada 1985), mientras que los valores numéricos son calculados promediados en el tiempo. El perfil que muestra la figura 6.3 ha sido calculado en el sitio Ridge, que se encuentra a 2 km del oeste del punto de liberación. Aquí la dirección del viento viene del noroeste (aproximadamente a unos 305°), por lo que esto apunta hacia la parte del valle (drainage flow). Se observa también que la dirección del viento no cambia con la altura, lo que indica un fuerte flujo del noroeste. La velocidad del viento cercano a la superficie es de aproximadamente 4 m/s, a los 10 m de altura incrementa, como puede apreciarse en la figura 6.3. Así mismo podemos observar en esta figura que la velocidad del viento calculada es ligeramente alta con respecto a lo medido, pero se nota una tendencia muy similar. En la figura 6.3 también se puede apreciar que la humedad relativa calculada es sobrestimada en la parte más baja del perfil hasta los 250 m, más allá de esta altura la humedad calculada presenta una aceptable aproximación con los datos observados. La temperatura potencial y la temperatura estimada en el sitio Ridge es ligeramente menor que los datos medidos aunque la tendencia en todo el perfil vertical es similar. Usando la ecuación (3.27) y la ecuación (4.21) el valor del número de Richardson y la altura de la capa límite Planetaria (CLP) son 0.18 y 265 metros, respectivamente. El valor estimado del número Richardson confirma una atmósfera estable, mientras esto se puede ver en los perfiles verticales donde se tienen pequeñas variaciones en la velocidad y dirección del viento.

La figura 6.4 muestra los perfiles de la sonda Unit 19, la cual se localiza cerca del punto de liberación a unos 0,5 kilómetros en la dirección noreste. La dirección del viento cerca a la superficie proviene del noreste. Esto indica una incipiente corriente de drenaje nocturno proveniente del norte y del oriente. Este flujo predomina entre los 60 y 160 m de altura, y a una altura mayor el flujo de chorro proviene de entre las dos montañas. La velocidad horizontal del viento cerca del suelo es pequeña esto indica una convergencia de las corrientes de drenaje. La alta velocidad del viento (al rededor de 4 m/s) en la parte superior se debe al chorro proveniente del norte.

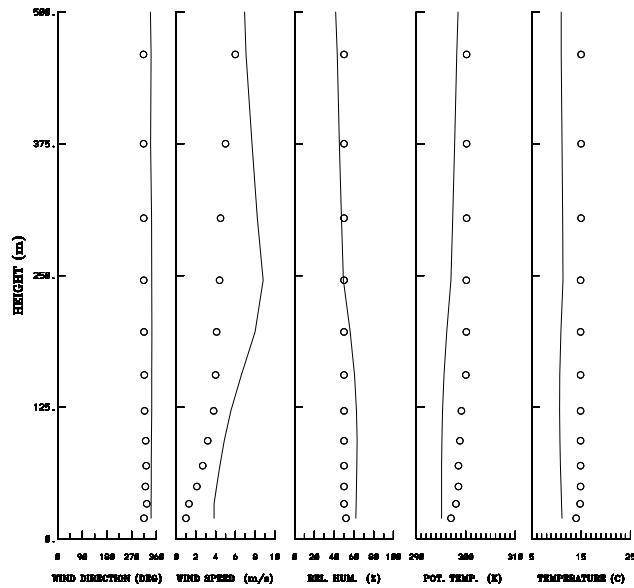


Figura 6.3: Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda RIDGE de las 2258 a las 2347 PST del 19 de Septiembre de 1980.

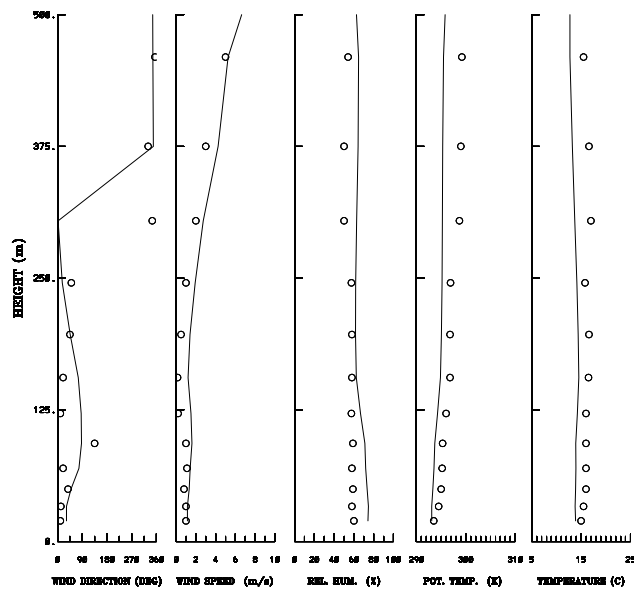


Figura 6.4: Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda UNIT 19 de las 2259 a las 2341 del 19 de Septiembre de 1980.

En la figura 6.5 se muestran los perfiles de la sonda Thorne 7, la cual se encuentra valle abajo cerca de 1 km. Los perfiles de la dirección del viento calculados y observados, ambos presentan un fenómeno de circulación del viento, esto se debe a la interacción de los flujos del norte, oeste y del sur. Esta circulación del viento genera un flujo cortante, esto se puede notar en el perfil de velocidad donde la velocidad aumenta y disminuye.

Los perfiles verticales que se presentan en la figura 6.6 corresponden al sitio Rancho T, que se encuentra sobre el valle a 2.5 km al este del punto de liberación. Los perfiles de dirección del viento muestran la interacción de los flujos provenientes del sur y del oeste, por arriba de los 375 m, el viento del norte interviene contra este flujo tornándolo hacia el oeste. Mientras que el perfil que muestra la velocidad del viento es muy baja alrededor de 1 m/s (lo cual apoya a la atmósfera estable), cerca del suelo (a unos 50 m), existe un flujo de drenaje que viene del oeste y después de los 325 metros el flujo de drenaje se torna al sur. En general en el sitio Rancho T todos los perfiles verticales calculados presentan una buena aproximación con los datos medidos.

La figura 6.7 corresponde al punto Larry Q Hut el cual está valle abajo a 2.7 km dirección noreste del punto de emisión. Debido a la posición de éste punto se encuentra fuertemente influenciado por el flujo de chorro proveniente del norte, esto se puede ver en el perfil de dirección del viento. En este caso, la velocidad del viento calculada es cercana a los valores experimentales hasta los 100 m. Después, la velocidad del viento calculada aumenta, mientras que los datos observados presentan una disminución de la velocidad del viento. Si se toma en cuenta la topografía (las dos montañas) que crean la corriente de chorro del norte, el perfil de la velocidad del viento calculado del sitio Larry Q se encuentre directamente influenciado por este chorro, por lo tanto la poca acción de viento cortante permite un aumento de velocidad en este sitio.

En la figura 6.8 se muestra el sitio correspondiente a la sonda Oakmont, el cual se encuentra valle abajo a unos 4,5 km al este de la liberación. Si se toma en cuenta la ubicación de este punto se nota que está bajo la fuerte influencia de la corriente de drenaje. Se confirma esto con la dirección del viento, donde indica que el flujo proviene del noroeste (aproximadamente unos 300°) en todo el perfil. Los datos del experimento muestran un estancamiento en la velocidad, mientras que los datos numéricos predicen una velocidad de 2 m/s en la parte más baja y aumenta hasta 4 m/s conforme aumenta la altura. Alguna de las diferencias que se presentan aquí puede atribuirse al carácter instantáneo de los datos sonda los cuales indican una disminución o una

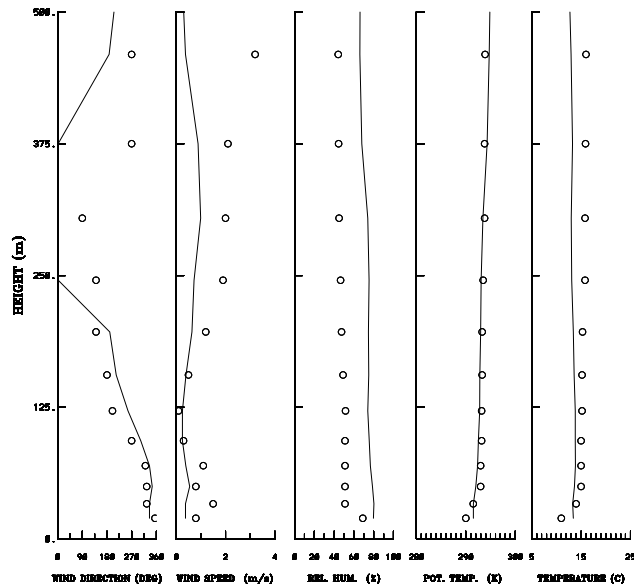


Figura 6.5: Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda THORNE 7 de las 0114 a las 0135 PST del 20 de Septiembre de 1980.

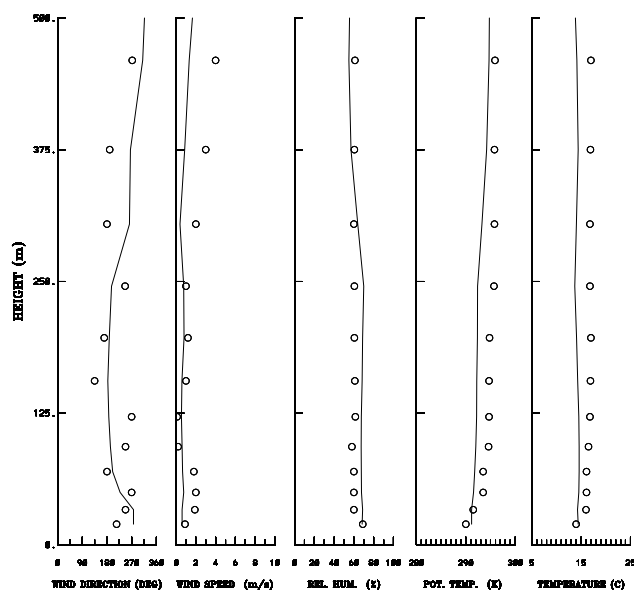


Figura 6.6: Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda RANCHO T de las 0101 a las 0134 PST del 20 de Septiembre de 1980.

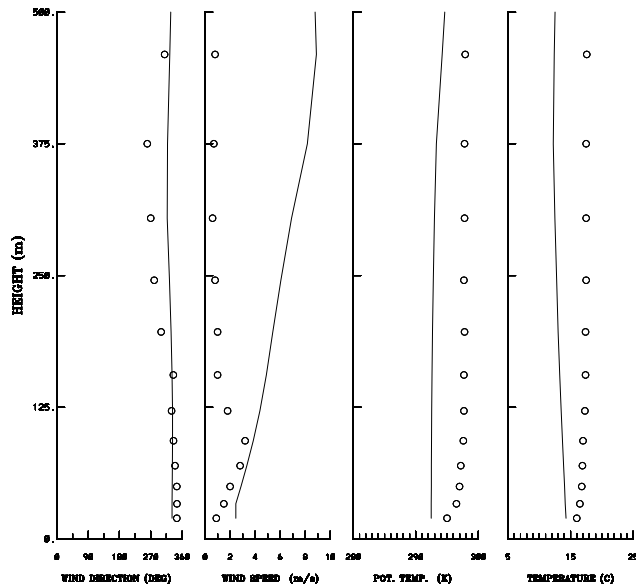


Figura 6.7: Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda LARRY'S Q HUT de las 0100 a las 0138 PST del 20 de Septiembre de 1980.

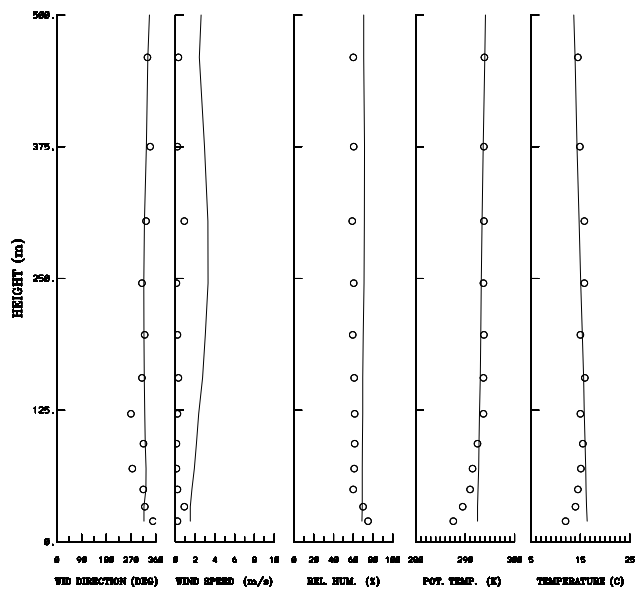


Figura 6.8: Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda OAKMONT de las 2259 a las 2351 PST del 20 de Septiembre de 1980.

repentina ráfaga de viento.

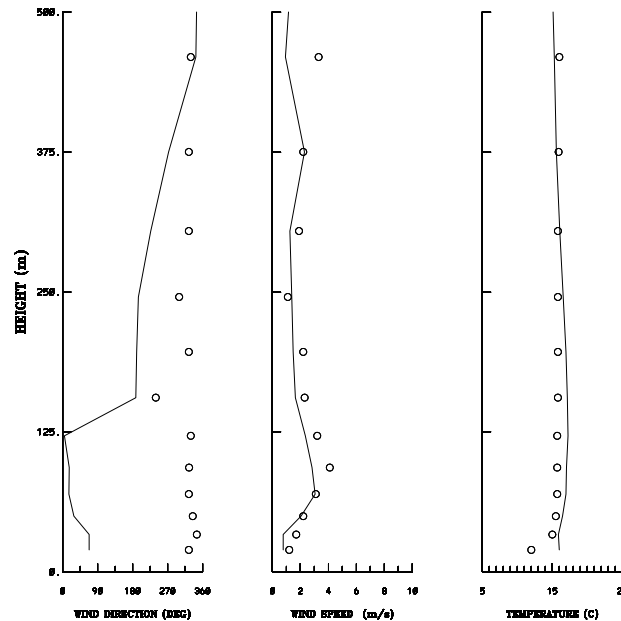


Figura 6.9: Comparación de los perfiles verticales entre los resultados numéricos (línea continua) y los datos del experimento (círculos) en la sonda DIAMOND D EAST de las 2300 a las 2314 PST del 19 de Septiembre de 1980.

El punto que se muestra en la figura 6.9 es conocido como Diamond East y se encuentra valle abajo a unos 7.5 km al sureste del punto de la liberación cerca de la frontera oriente. La velocidad del viento obtenido con el modelo aumenta de 1 m/s cerca de la superficie terrestre, y alrededor de 70 metros de altura alcanza un máximo de 3 m/s, y disminuye a 2 m/s alrededor de 150 m. Hasta los 300 m la velocidad sigue siendo la misma y después aumenta a 3 m/s en 375 m y mas arriba disminuye siguiendo muy de cerca a los datos experimentales. En la parte más alta de la sonda tanto el modelo numérico como el experimento muestran que la dirección del viento proviene del norte, más abajo numéricos se separan de los datos observados, esto puede deberse a la gran influencia que tiene el viento cortante.

El modelo numérico predice un aumento de temperatura valle a bajo,

<i>Número</i>	<i>Sonda</i>	<i>Dirección del viento</i>	<i>velocidad del viento</i>
1	Ridge	25.149	2.34
2	Unit 19	60.30	0.63
3	Thorne 7	69.41	0.74
4	Rancho T	46.20	1.13
5	Larrys Q	20.75	3.69
6	Oakmont	16.79	2.46
7	D. East	172.60	0.81

Tabla 6.1: Error medio cuadrático (root mean squart) entre los datos entre los datos observados y lo datos calculados de la dirección y velocidad del viento de los sitios de las sondas.

esto se puede ver en las figuras 6.3, 6.4 y 6.9 (correspondientes a los sitios Ridge, Unit 19 y Diamond East respectivamente) donde los perfiles verticales presentan un aumento de temperatura, es decir el sitio Ridge presenta una menor temperatura que los sitios Unit 19 y Diamond East. Lo anterior es de esperarse debido aire más frío tiende a bajar.

En la tabla 6.1 se presentan el error medio cuadrático (root mean squart) entre los datos observados y lo datos calculados para cada una de las sondas de la tabla 1. Este error corresponde a las figuras 6.3 a 6.9, es decir el error fue calculado solamente para la altura y tiempo que se presenta en cada una de estas figuras. En esta tabla se observa un error máximo en la dirección del viento de 172.6. El error mínimo es de 16.79 y corresponde a la sonda Oakmont que se encuentra en el centro del valle. En esta tabla se puede observar que el mayor error se presenta en los sitios donde existe un cambio de altura el terreno (pendiente pronunciada), esto se puede ver las figuras 6.4, 6.5 y 6.9 donde la dirección del viento cambia el todo el perfil vertical, mientras que para los sitios donde la dirección del viento cambia suavemente se tiene un menor error. El error de la velocidad del viento es mayor en las regiones donde existe poca variación de la dirección del mismo. Esto es debido a que la poca acción de viento cortante permite el desarrollo de la velocidad en todo el perfil.

Las diferencias de los perfiles verticales entre los datos numéricos y los datos experimentales, pueden atribuirse a las mediciones instantáneas de los datos experimentales, mientras que los resultados numéricos son valores promediados en el tiempo en una celda numérica. Además los sitios de donde se extraen los datos numéricos no coincidan precisamente con la ubicación de las sondas meteorológicas.

De la figura 6.10 a la 6.11 muestran las trayectorias de las partículas a las 2400 PST, 0100 PST, 0200 PST y 0300 PST después de uno, dos, tres y cuatro horas de libertad, respectivamente. En estas gráficas solo se tomaron en cuenta las partículas que se depositaron sobre el terreno. Las líneas de contorno continuas representan la altura de la topografía.

La dispersión de las partículas en todas estas gráficas demuestran un flujo dominante del noroeste en todo dominio. Este patrón de flujo dice que la mayor parte de la dispersión de partículas es hacia el sureste de la liberación. Esto también es verificado por los patrones de concentración que se presenta más adelante.

La figura 6.12 muestra los resultados de la concentración del gas trazador representadas por las isolíneas, la cual fue promediada en el tiempo durante dos horas (2300 PST - 0100 PST). En esta figura se presentan cuatro contornos de la isoconcentración de 0.1, 1.0, 10 y 100 partes por trillón (ppt) y se comparan con los datos observados del experimento que se muestra en la figura 6.13 (Gudiksen 1983).

La línea de la isoconcentración de 0.1 ppt se aproxima con el con los datos del experimento, a excepción del área que forma una comba que se encuentra entre 524 km y 525 km, la cual puede ser originado por la escala meteorológico local. El área de concentración de 1.0 ppt de los datos calculados presenta una pequeña diferencia en la región cerca de la frontera Este. La línea de isoconcentración de 10 ppt es más ancha y más corto cerca de la frontera Este, esto significa que existe una mayor dispersión a lo largo de la dirección norte-sur.

El área bajo la concentración de 100 ppt presenta un acercamiento de acuerdo con el experimento, salvo que el centro cambia de lugar, un poco hacia el este, esto indica la alta velocidad del viento calculado que incrementa el transporte. Una de las principales diferencias que se presentan entre lo calculado y observado es que las isolíneas del experimento no son exactamente trazadas para un solo valor, esto se puede ver en la figura 6.13 donde en los valores de 10 ppt en UTMX=527.5 y UTM Y=4292.7 se tiene un valor de 13.6 ppt unido al de 100 ppt. Por lo tanto, el patrón total de la distribución de la concentración generado por el modelo es convenientemente bueno (de forma cualitativa) comparado con el experimento.

La figura 6.14 muestra los contornos de concentración del gas trazador promediado sobre un periodo de dos horas (0100 PST - 0300 PST) tres líneas de isoconcentración para 0.1, 1.0, y 10 ppt son comparados con datos del experimento presentado en figura 6.15 (Gudiksen 1983).

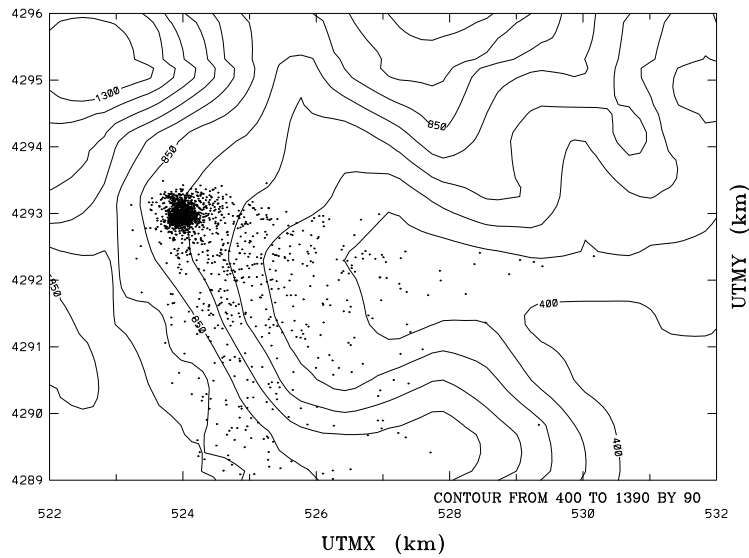


Figura 6.10: Dispersión de partículas a las 0000 PST una hora después de la liberación del experimento (Gudiksen 1983).

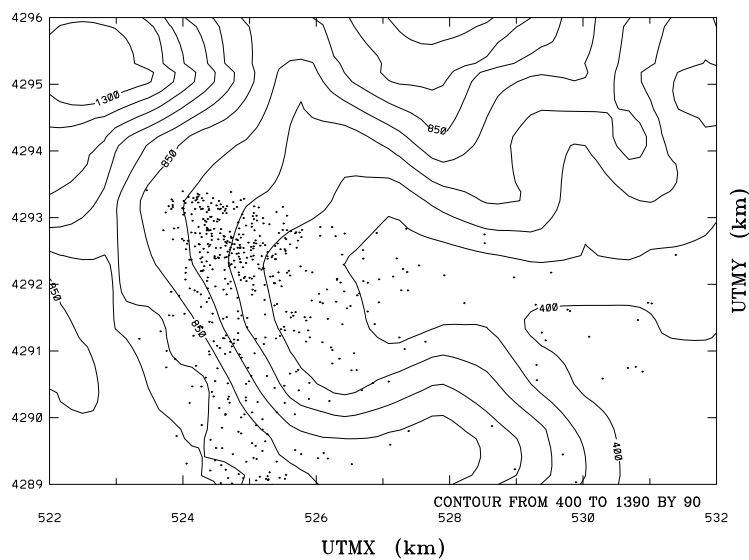


Figura 6.11: Dispersión de partículas a las 0100 PST dos horas después de la liberación del experimento (Gudiksen 1983).

	current paper		Garrett and Smith (1984)	
	2300-0100 PST	0100-0300 PST	2300-0100 PST	0100-0300 PST
No surface samplers	39	38	39	38
rmse	49.14	3.41	64.0	3.63
Mean prediction	18.73	1.88	10.9	0.67
Stand. deviat. pred.	37.41	2.35	17.3	2.16
Mean observation	26.5	1.8	26.5	1.8
Stand. deviation obs.	75.2	3.59	75.2	3.59
Correlation coeff.	0.82	0.39	0.77	0.34
Bias error	-7.72	0.1	15.6	1.12

Tabla 6.2: Resultados estadísticos de la concentración de los datos calculados y datos observados de los medidores de superficie.

La distribución total de la concentración calculada presenta una buena aproximación con el experimento. Ambas isoconcentraciones para 0.1 y 1 ppt están levemente hacia lado oeste. Por otra parte el área de concentración de 10 ppt es más pequeña que lo observado lo cual es indicativo de baja turbulencia en esa zona.

En la tabla 6.2 se presentan los resultados estadísticos de la concentración de los datos calculados y datos observados y son comparados con el trabajo de Garrett and Smith (1984). Los resultados se presentan en dos períodos de dos horas (2300 PST - PST 0100 y 0100 - 0300 PST). Estos resultados son (en ppt): rmse, concentración media, desviación estándar, coeficiente de correlación y error bias. En esta tabla se puede ver que los resultados obtenidos por nuestro modelo, en las primeras dos horas presentan un menor rmse que los resultados obtenidos por Garrett and Smith (1984). En las siguientes dos horas el rmse es muy parecido. También se puede observar que los demás datos estadísticos obtenidos en el presente trabajo siguen siendo mejor que el modelo de Garrett and Smith (1984). En la correlación de los datos se puede ver una buena aproximación de 0.82 para las primeras dos horas, cayendo a 0.39 para el promedio de las 0100-0300 PST. El error bias de -7.72 nos indica una subestimación de la concentración en las primeras dos horas, mientras que para las siguientes dos horas existe una pequeña sobrestimación de 0.1. Este error puede atribuirse a varios factores como son: el rápido transporte de partículas, (esto se puede apreciar en la figura 6.3 donde el la velocidad del viento es notablemente mayor que los datos experimentales) y la acumulación de partículas en la superficie.

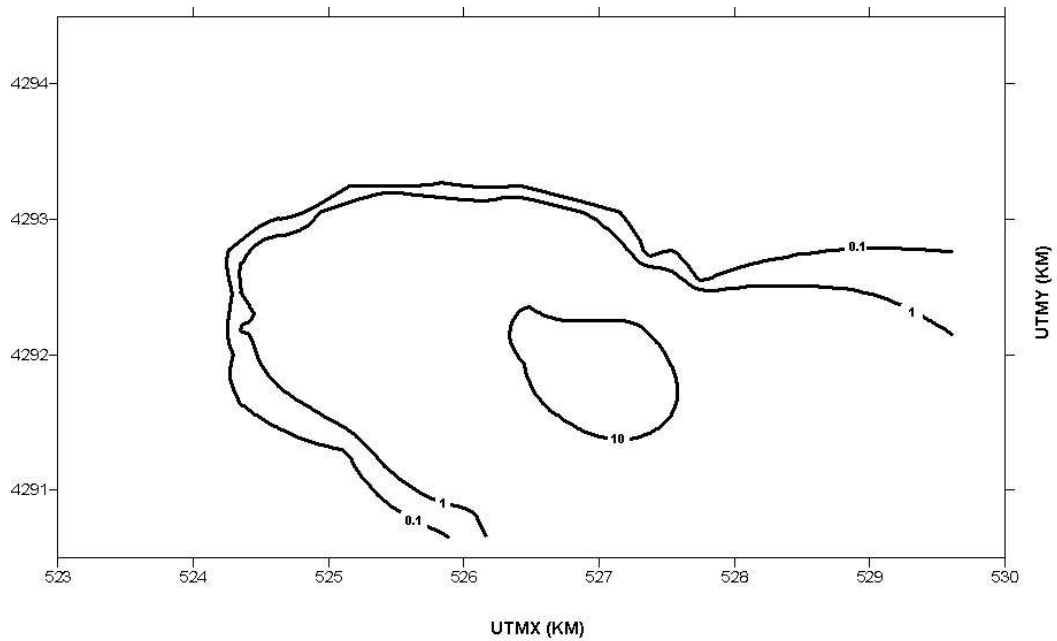


Figura 6.14: Resultado numérico de los contornos de iso-concentración promediados de las 0100 PST a las 0300 PST el 20 de Septiembre 1980.

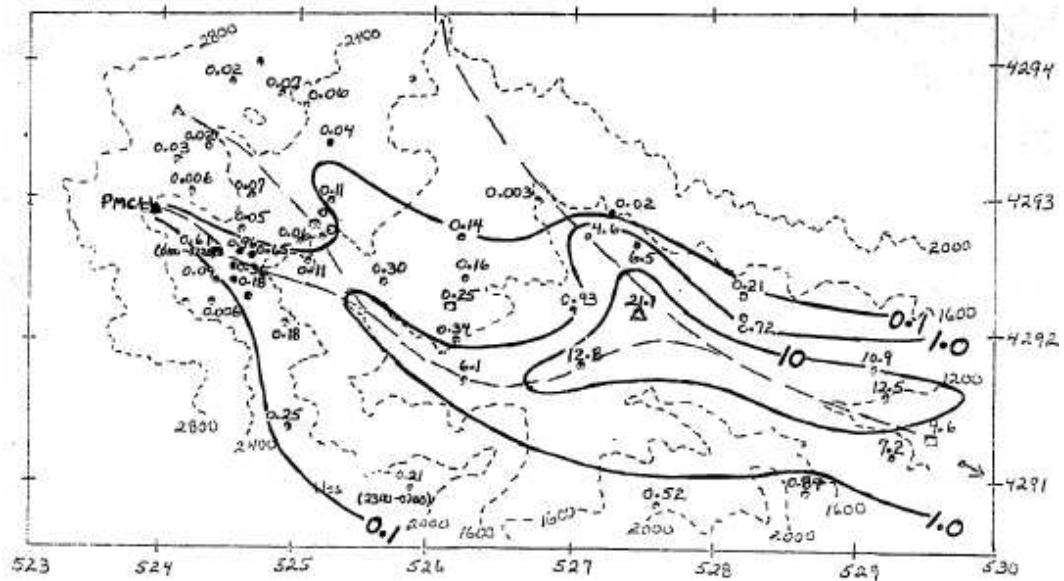


Figura 6.15: Resultado experimental de los contornos de iso-concentración promediados de las 0100 PST a las 0300 PST el 20 de Septiembre 1980.

6.2. Resultados numéricos de la erupción del volcán Popocatepétl ocurrida el 19 de Julio del 2003

En esta sección se presenta la simulación de la erupción del volcán Popocatepétl ocurrida el 19 de Julio de 2003 a las 9:20 Hrs (14:20 UTM). Los resultados numéricos son comparados con fotografías de la erupción y con imágenes de satélite.

En las figuras (fotografías) 6.16, 6.18 y 6.20 muestran las imágenes de la erupción del volcán Popocatepétl ocurrida el 19 de Julio del 2003 a los tiempos de 14:24, 14:26 y 14:31 UTM. Estas imágenes son tomadas de una vista de norte a sur. En las figuras 6.17, 6.19 y 6.21 se presentan los resultados numéricos y son comparados con las fotografías. En la figura 6.17 se presenta la columna eruptiva obtenida por el modelo numérico del evento del 19 de Julio del 2003 a las 14:24 UTC, en esta figura se puede comparar cualitativamente la altura y la forma de la columna a 10 segundos de haber iniciado la erupción entre los datos observados (figura 6.16), aquí se puede apreciar que en ambos casos la columna se eleva aproximadamente a unos 600 m de altura.

En las figuras 6.18 y 6.19 se presentan los datos observados y los resultados numéricos de la columna eruptiva a un tiempo de 120 segundos de haber iniciado la erupción respectivamente. En la figura 6.19 se puede observar que la columna eruptiva alcanza su altura máxima (3000 m sobre el cráter). En la parte superior de la columna (región de paraguas) se puede apreciar un pequeño ensanchamiento, esto se debe a que la velocidad vertical de la columna en la parte superior es nula, por lo que el viento que sopla por encima del cráter tiene mucho más efecto en esta región. En esta figura se puede apreciar también el depósito de las partículas pesadas al rededor del cráter, las cuales no pueden ser arrastradas por el viento y siguen trayectorias balística. Al comparar las figuras 6.19 y 6.18 se puede observar que existe una considerable similitud en altura y forma.

En las figuras 6.20 y 6.21 se presenta la comparación de la erupción con un tiempo transcurrido de 7 minutos, en ambas figuras se aprecia la inclinación de la columna, esto se debe a que la velocidad de salida de los gases ha decaído conforme ha transcurrido el tiempo, por lo que el viento transversal tiene más efecto sobre la columna provocándole un notable pandeo. Las diferencias que existen entre la columna de datos observados y datos modelados se debe



Figura 6.16: Imagen que muestra la columna eruptiva de la erupción del volcán Popocatepetl el 19 de Julio del 2003 a las 14:24 UTM 8:24 tiempo local.

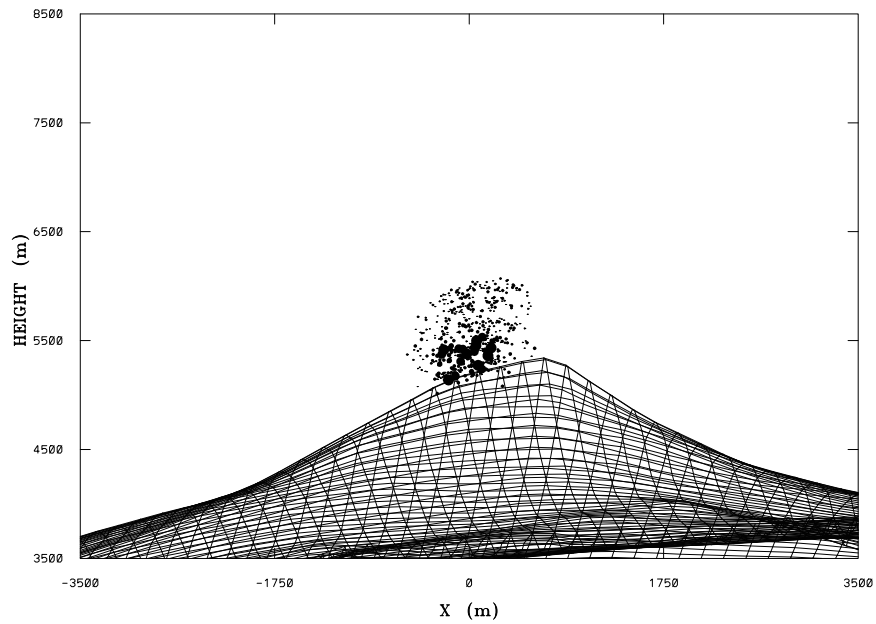


Figura 6.17: Columna eruptiva obtenida con el modelo numérico de la erupción del volcán Popocatepetl el 19 de Julio del 2003 a las 14:24 UTM 8:24 tiempo local.



Figura 6.18: Imagen que muestra la columna eruptiva de la erupción del volcán Popocatepétl el 19 de Julio del 2003 a las 14:26 UTM 8:26 tiempo local.

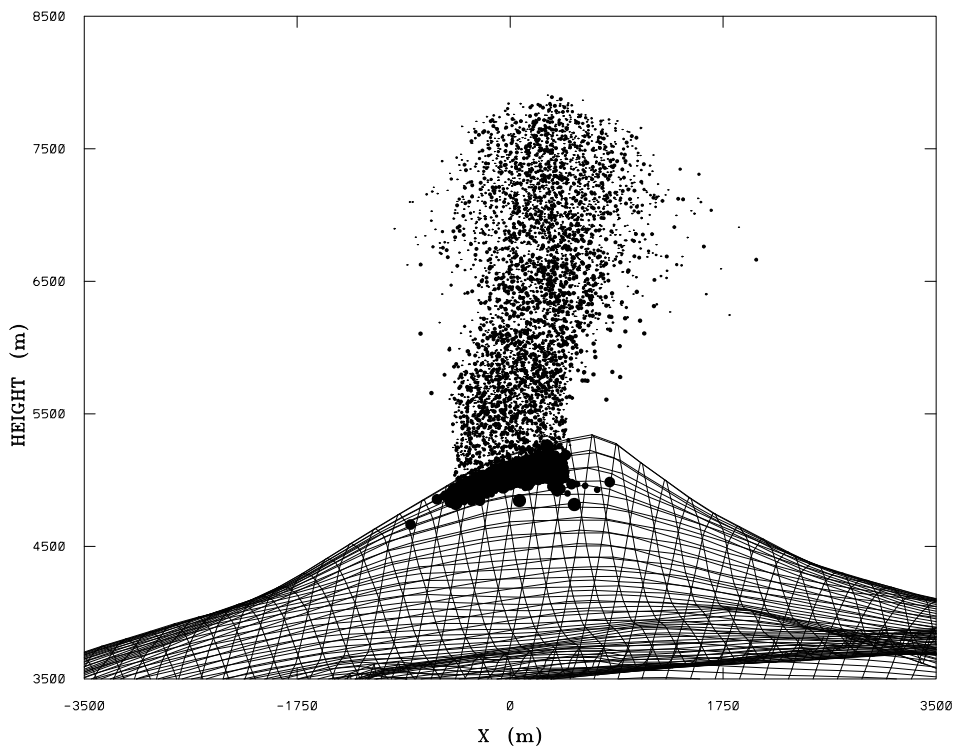


Figura 6.19: Columna eruptiva obtenida con el modelo numérico de la erupción del volcán Popocatepétl el 19 de Julio del 2003 a las 14:26 UTM 8:26 tiempo local.

principalmente a la forma e inclinación del cráter del volcán.

En la figura 6.22 se presentan los campos de viento obtenidos por el modelo Euleriano RAMS a una altura de 1000 y 4000 m de altura sobre el cráter del volcán para las horas 14:24 y 16:32 UTM. Los contornos de la topografía son representados por las isolíneas. En la figura 6.22(a) se nota la gran influencia que tiene la topografía compleja sobre el viento que circula a los alrededores y sobre la región del volcán Popocatepetl. En la figura 6.22(b) se puede apreciar el viento predominante proviene del este, en el centro de la figura se puede observar, que al lado izquierdo de la región del volcán Popocatepetl existe una zona de recirculación (flujo catabático), debido al valle que se forma entre la región del volcán y la parte alta del sur de la ciudad de México. Mientras tanto para la demás región, el viento no se ve considerablemente afectado por topografía.

En la figura 6.22(c) no se presentan cambios con respecto a la dirección del campo de velocidades al tiempo 14:24 UTM y a la misma altura, aunque existe un pequeño incremento en la magnitud de la velocidad, esto se puede ver en la parte superior izquierda de la figura donde la velocidad máxima presenta un aumento de 9.78 a 10.94 m/s. De igual forma en la figura 6.22(d) no se presentan cambios a la altura de 4000 m de altura excepto el la velocidad máxima donde existe un pequeño aumento de 7.85 a 7.98 m/s.

En la figura 6.23 se presenta una imagen de satélite que muestra la magnitud de la pluma de cenizas a más de dos horas de haber iniciado la erupción, los contornos que se presentan en esta figura muestra cualitativamente la densidad de la nube de cenizas a una altura de más de 10 km sobre el nivel del mar. En la imagen 6.24 se presenta la dispersión total de las partículas obtenida numéricamente a más de dos horas de haber iniciado la liberación, en esta figura se puede ver la dispersión de partículas que se dirige hacia el oeste debido a los vientos dominantes (ver figura 6.22), posteriormente la acción del viento cortante hace que la pluma se amplíe hacia el noroeste y el suroeste. La acción del viento vertical no permite que la columna tome altura y como consecuencia las partículas son dispersadas por la alta turbulencia generada por la complejidad de la topografía.

En las figuras 6.23 y 6.25 se muestra la comparación cualitativa de la concentración de cenizas emitidas por el volcán Popocatepetl el 19 de julio del 2003. En la figura 6.16 se presenta la imagen de satélite de la pluma de cenizas a las 16:32 UTM (10:32 AM tiempo local de la ciudad de México) a una altura de aproximadamente 10.66 km sobre el nivel del mar, esta imagen muestra la bifurcación de la pluma derivándose en dos partes, una con



Figura 6.20: Imagen que muestra la columna eruptiva de la erupción del volcán Popocatepétl el 19 de Julio del 2003 a las 14:31 UTM 8:31 tiempo local.

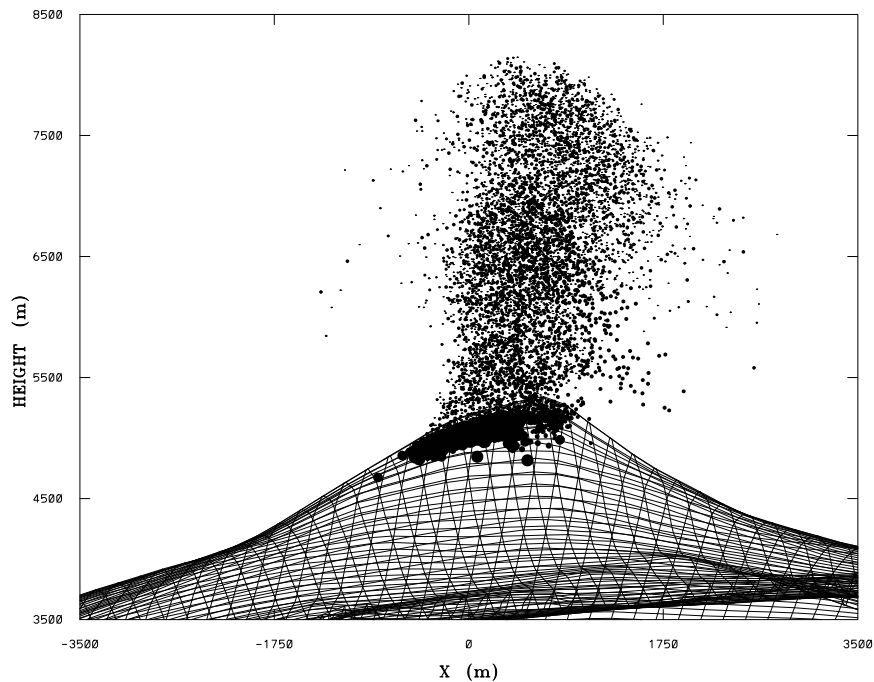
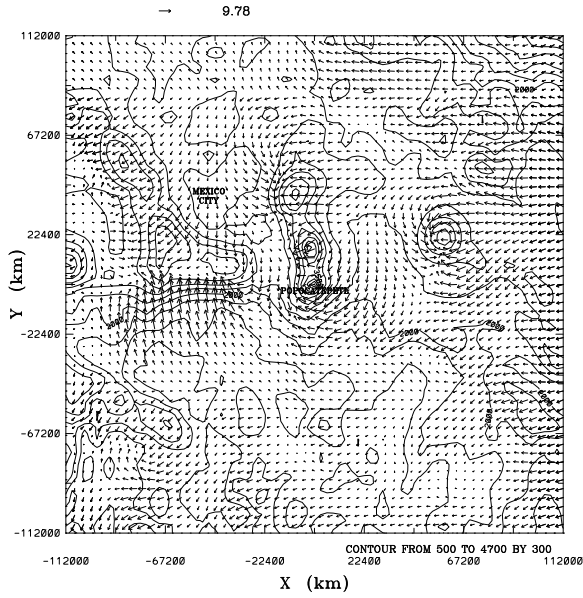
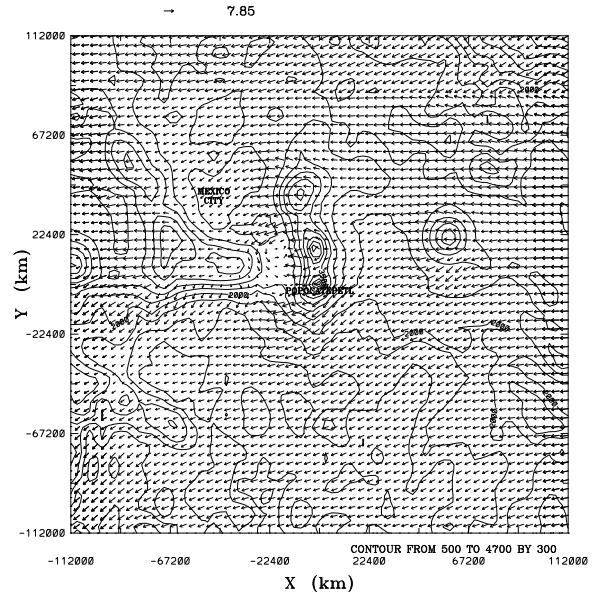


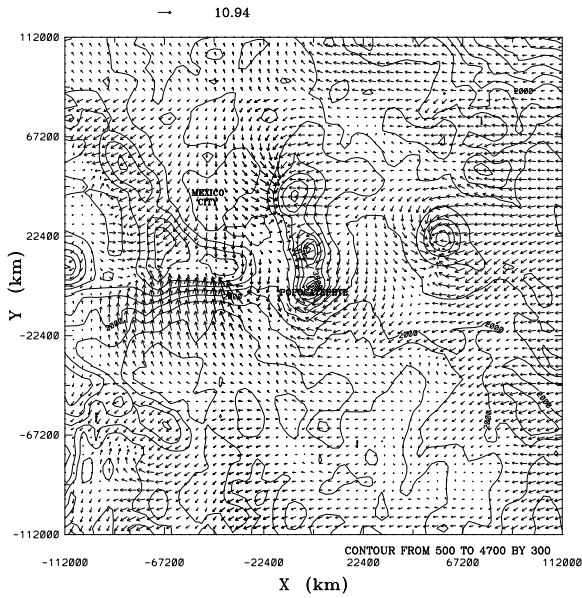
Figura 6.21: Columna eruptiva obtenida con el modelo numérico de la erupción del volcán Popocatepétl el 19 de Julio del 2003 a las 14:31 UTM 8:31 tiempo local.



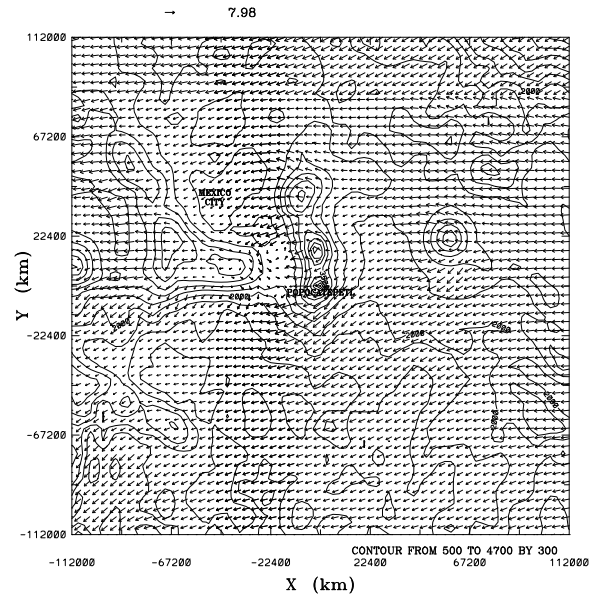
(a) Tiempo 14:24 UTM, altura 1000 m.



(b) Tiempo 14:24 UTM, altura 4000 m.



(c) Tiempo 16:32 UTM, altura 1000 m.



(d) Tiempo 16:32 UTM, altura 1000 m.

Figura 6.22: Campo de vientos obtenido por el modelo RAMS el 19 Julio del 2003

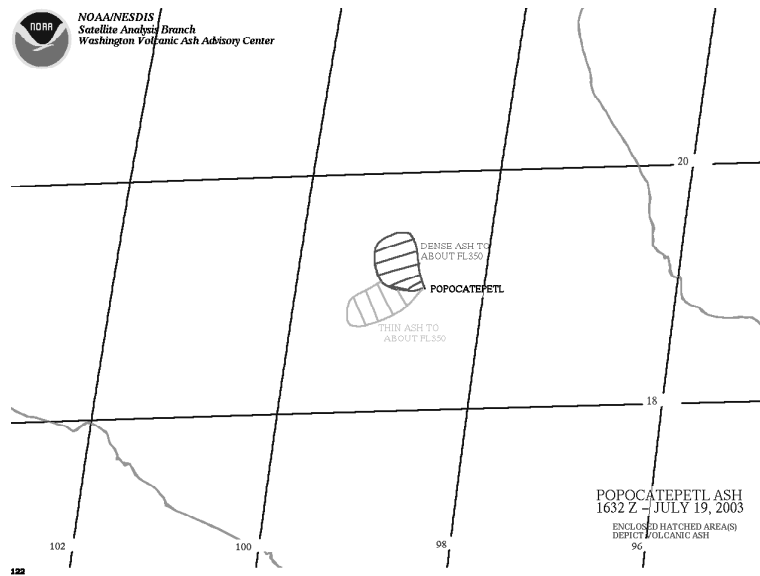


Figura 6.23: Imagen de satélite que muestra la pluma del evento del 19 de Julio del 2003 a las 16:32 UTM 10:32 tiempo local.

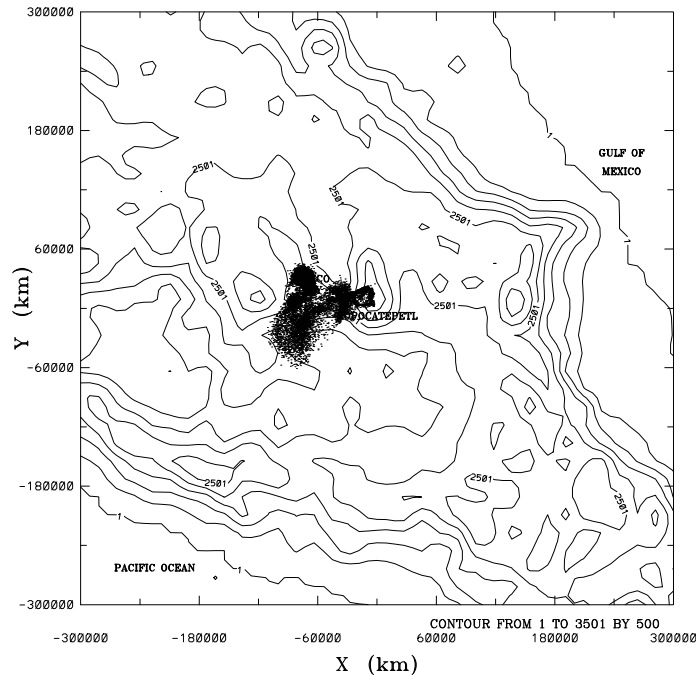


Figura 6.24: Pluma de partículas calculada con el modelo numérico Euleriano-Lagrangiano del evento del 19 de Julio del 2003 a las 16:32 UTM 10:32 tiempo local.

mayor densidad que la otra, la de mayor densidad se dirige hacia el noroeste mientras que la de menor densidad va hacia el suroeste. Lo anterior también se puede notar en los datos calculados como se presentan en la figura 6.25, donde se observan dos curvas de isoconcentración de las partículas, donde la de mayor densidad se dirige hacia el noroeste y la de menor densidad se extiende hacia el suroeste. Aunque existe diferencia geométrica entre las figuras antes presentadas se puede corroborar que existe una mayor densidad en la pluma que apunta hacia el noroeste y una de menor densidad que va hacia el suroeste. Las diferencias podrían atribuirse a la generación de turbulencia debido a la complejidad de terreno aunado. Otro factor podría ser que la imagen de satélite solo hace referencia a una nube más densa y otra menos densa de acuerdo a lo observado y no reportan ningún valor de densidad, mientras que en el modelo numérico hace el cálculo de concentración cuantitativo.

En la figura 6.26 se presentan los mapas de isopletras para diferentes tamaños de partículas (entre 1 y 100 μm). Estas isopletras son calculadas considerando solo a las partículas que se depositan en el terreno durante un tiempo de dos horas después de haber ocurrido la liberación. En esta gráfica se observa la dispersión de partículas del punto de emisión (volcán Popocatepetl ubicado en la figura en 0,0) hacia el oeste. Se puede observar en esta figura que las partículas con diámetro de 1 μm viajan una mayor distancia que el resto de las demás partículas de diámetros mayores. La relación del diámetro con la distancia que recorre una partícula puede ser explicada con ayuda de la ecuación (4.8). Si la partícula es muy pequeña el tiempo característico de respuesta será aproximadamente cero, por lo tanto la partícula responderá a las variaciones del fluido y se comportará como un trazador. Entonces se puede decir que las partículas con un mayor diámetro viajarán una menor distancia que las más pequeñas, lo anterior lo demuestra la figura 6.26 donde se puede ver la distancia de recorrido de las partículas de diferentes diámetros.

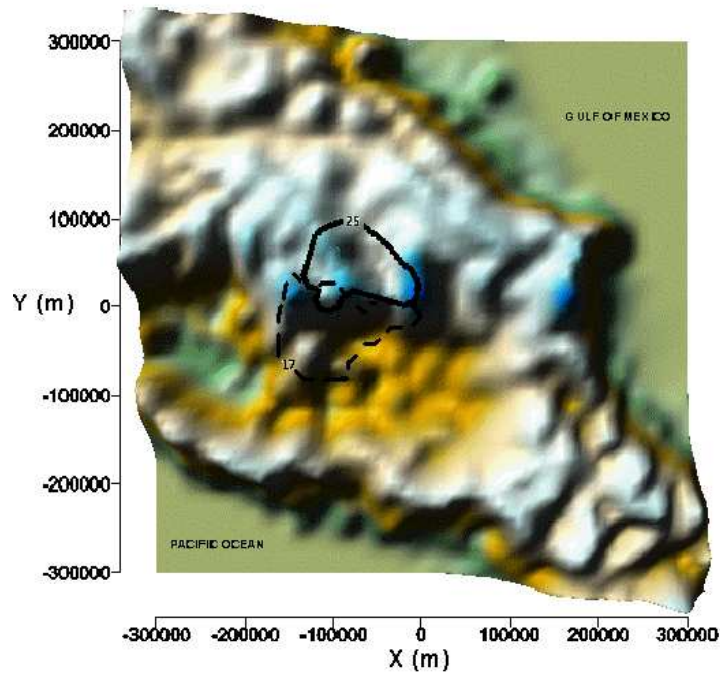


Figura 6.25: Líneas de isoconcentración de la Pluma de partículas calculada con el modelo numérico Euleriano-Lagrangiano del evento del 19 de Julio del 2003 a las 16:32 UTM 10:32 tiempo local

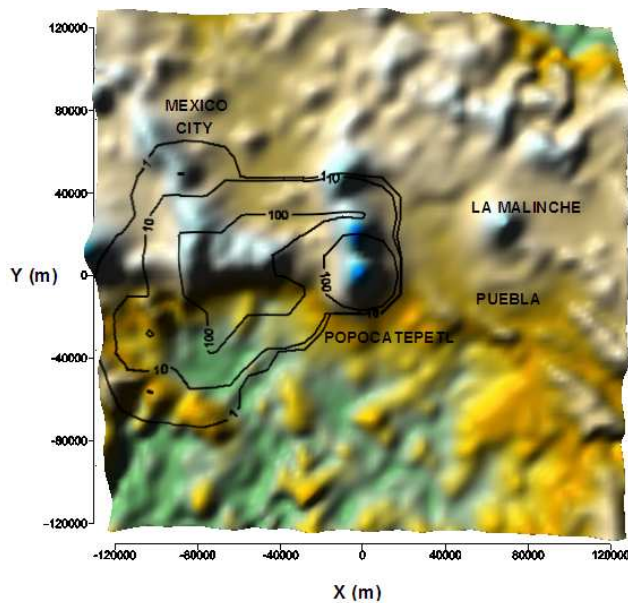


Figura 6.26: Mapa de isoplethas del evento del 19 de Julio del 2003 a las 16:32 UTM 10:32 tiempo local

6.3. Resultados numéricos de la erupción del volcán Popocatepetl ocurrida el 23 de Enero del 2002

En esta sección el modelo Euleriano-Lagrangiano de columna eruptiva es aplicado a la erupción ocurrida el 23 de Enero del 2002 a las 16:15 UTM en el volcán Popocatépetl.

En la figura 6.27 se presentan los campos de vientos obtenidos con el modelo Euleriano RAMS, estos campos se presentan a dos alturas diferentes de de 1000 m y 4000 m sobre el cráter del volcán a las 16:15 UTM y a las 20:02 UTM del 23 Enero del 2002, En ésta misma figura la topografía del terreno está representada por las isolíneas. En campo de vientos a las 16:15 UTM del 23 Enero del 2002 a una altura de 1000 m es presentado en la figura 6.27(a). En el centro de esta figura se logra apreciar que los vectores de velocidad apuntan hacia el norte completamente, pero el viento proveniente del sureste y del suroeste convergen casi en la zona de costa del golfo de México, teniendo una mayor influencia el viento que proviene del suroeste.

En la figura 6.27(b) se muestra es campo de vientos a una altura de 4000 m sobre la superficie a las 16:15 UTM del 23 Enero del 2002, aquí se puede ver que todo el viento se torna hacia el noreste a una velocidad máxima de 14.33 m/s, donde la topografía ya no influye en la magnitud y dirección del viento.

Para las 20:02 UTC a la altura de 1000 m, el viento proveniente del golfo de México se intensifica y se pronuncia hacia el oeste como se muestra en la figura 6.27(c), aunque el viento se debilita al llegar a la parte montañosa logra que el viento que está al norte del volcán Popocatépetl se dirija hacia el oeste mientras que por encima del volcán se torne hacia en noroeste. En esta figura se puede observar también como el viento proveniente de la costa del pacífico y del golfo de México tiende a subir a la zona de montaña (parte central de la figura), esto suele ocurrir durante las horas de sol, la costa se calienta más deprisa que la montaña, de manera que el aire que está en la costa alcanza una temperatura mayor que el aire situado en la montaña, esta diferencia térmica origina un flujo de aire que sube por la ladera que suele recibir el nombre de viento anabático.

Si se observa la figura 6.27(d), se nota que prácticamente no existen cambios en la magnitud y dirección de viento con respecto a la figura 6.27(b),

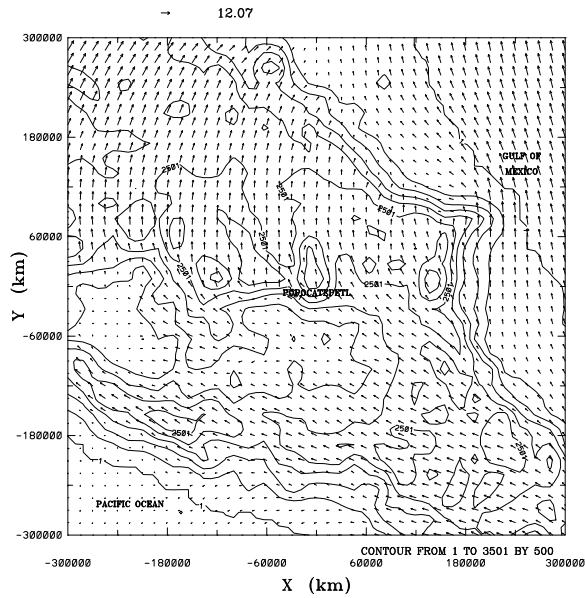
excepto en la velocidad máxima, donde para este tiempo aumentó (16.25 m/s).

Imágenes de satélite muestran la extensión de una nube de ceniza a las 16:15 UTM, como se ilustra en la figura 6.28. En la figura 6.29 se muestra la simulación de la dispersión de la nube de cenizas a las 16:15 UTM del día 23 de Enero del 2002. La figura 6.28 muestra la imagen de satélite de la pluma de cenizas (que se encuentra señalada entre las dos flechas) del evento del 23 Enero del 2002 a las 16:15 UTM. Los resultados numéricos son presentados en la figura 6.29, donde las isolíneas representan la altura de la topografía, estos resultados son comparados con la imagen de satélite. En ambas figuras podemos apreciar una pluma alargada que se dirige hacia noreste que va desde la el volcán Popocatépetl (fuente de emisión) hasta donde comienza la zona de la costa.

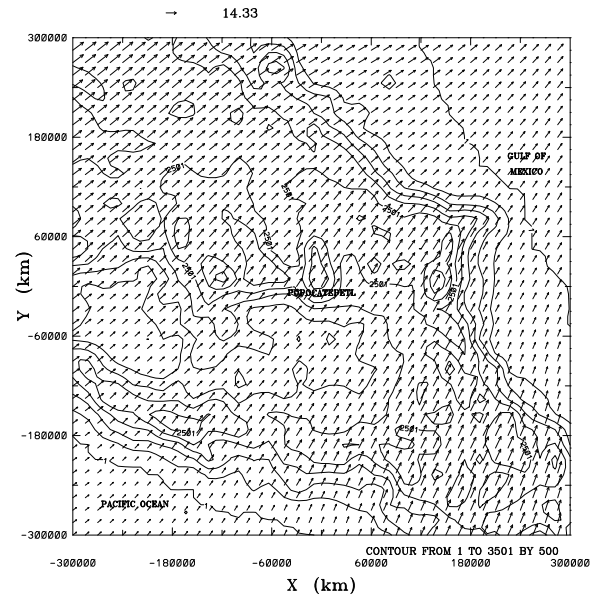
Se observa también que la pluma es esbelta y no existe dispersión en ella, esto se debe a la baja turbulencia que existe a esa altura (4000 m), es decir la influencia de la topografía ni de la CLP se hace sentir hasta esta altura. En los resultados numéricos se presenta una pequeña separación en el extremo de la pluma (del lado de la zona de costa), esto se debe a la acción del viento cortante que es el único medio de producción de turbulencia.

En la figura 6.30 se presenta la imagen de satélite de la pluma de cenizas a las 20:02 UTM. Las isolíneas que presenta esta figura se refieren a una observación de la forma y concentración de cenizas de forma cualitativa. En la figura 6.31 se presentan los datos calculados de la pluma de cenizas que ha evolucionado hasta las 20:02 UTM. Si se comparan las figuras 6.30 y 6.31 se puede observar que la nube de cenizas se encuentra desde el volcán Popocatépetl hasta el golfo de México en ambos casos. La turbulencia aumenta debido al viento cortante provocado por la interacción de los vientos del golfo con los vientos que se dirigen al noreste, esto permite una mayor dispersión de partículas y en consecuencia un ensanchamiento de la pluma, esto se puede ver también en las figuras 6.27(c) y 6.27(d) donde el viento a diferentes alturas cambia de dirección.

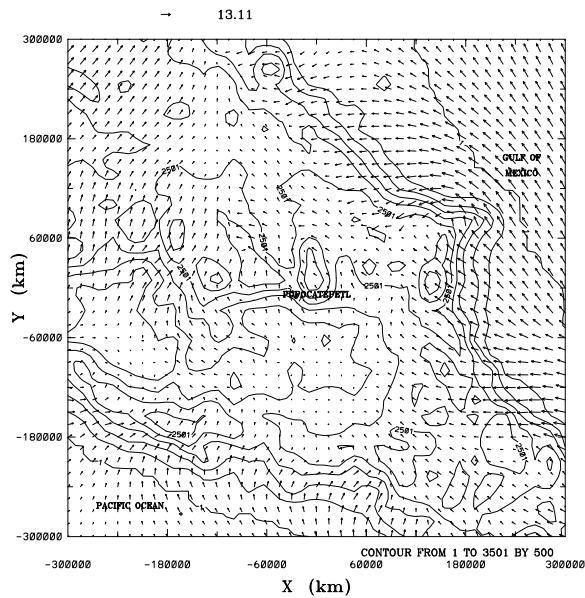
En la figura 6.32 se presenta las líneas de isoconcentración obtenidas por el método MLS (presentado en la sección 4.2) a las 20:02 UTM. En ésta figura se aprecia la concentración total de las partículas donde el valor menor es 1×10^{-6} kg/m³ (isolínea interior de la pluma), mientras que el valor máximo es de 18×10^{-6} kg/m³ (isolínea exterior). Ahora la figura 6.32 puede compararse con la figura 6.30. En la imagen de satélite se observa una mayor concentración de partículas en el centro de la pluma y una menor concen-



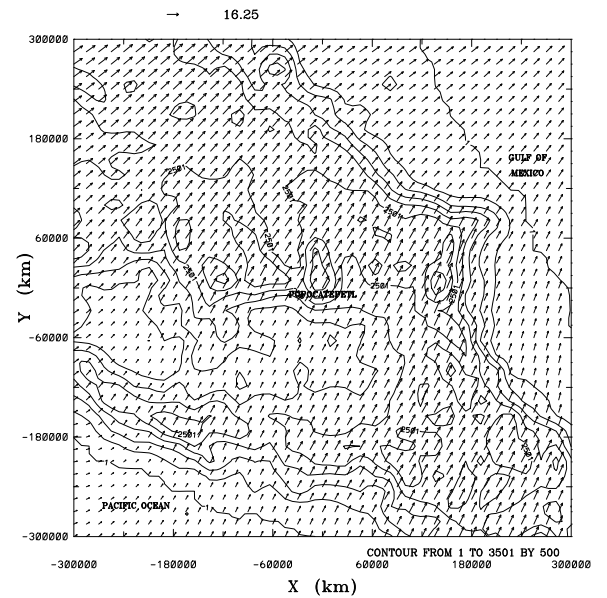
(a) Tiempo 16:15 UTM, altura 1000 m.



(b) Tiempo 16:15 UTM, altura 4000 m.



(c) Tiempo 20:02 UTM, altura 1000 m.



(d) Tiempo 20:02 UTM, altura 1000 m.

Figura 6.27: Campo de vientos obtenido por el modelo RAMS del sobre la superficie el 23 Enero del 2002.

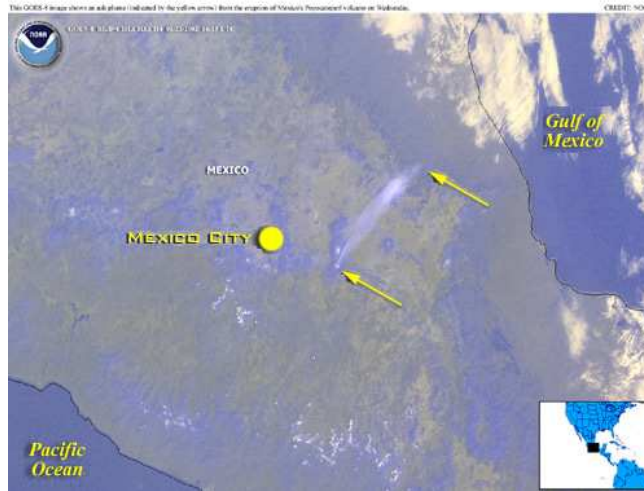


Figura 6.28: Imagen de satélite que muestra una pluma de cenizas (indicada por las flechas) a las 16:15 UTM de la erupción del volcán Popocatepetl ocurrida el 23 Enero del 2002.

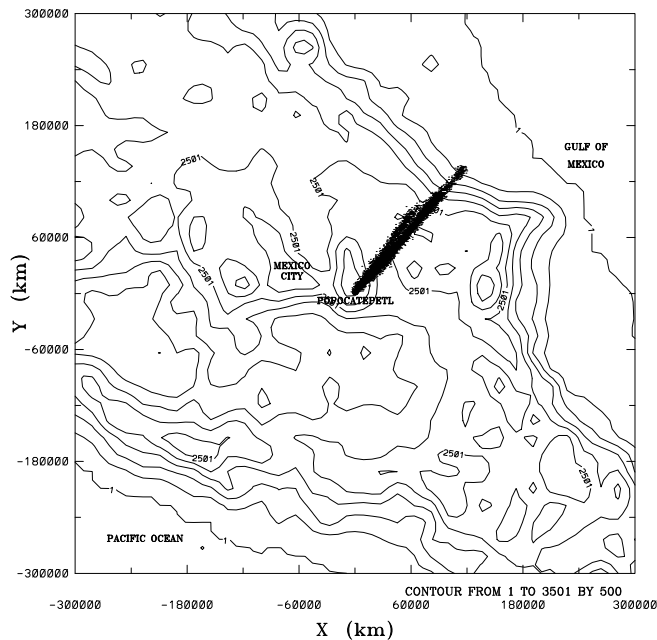


Figura 6.29: Dispersión de partículas calculada con el modelo numérico Euleriano-Lagrangiano a las 16:15 UTM del 23 Enero del 2002.

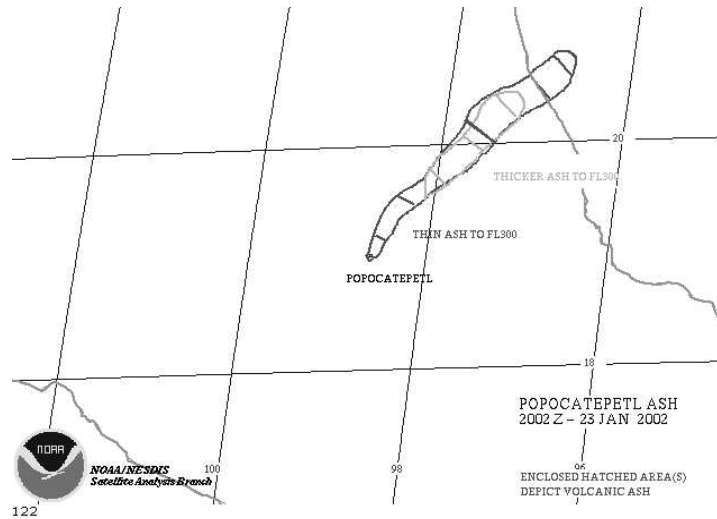


Figura 6.30: Imagen de satélite que muestra una pluma de cenizas a las 20:02 UTM de la erupción del volcán Popocatépetl ocurrida el 23 Enero del 2002.

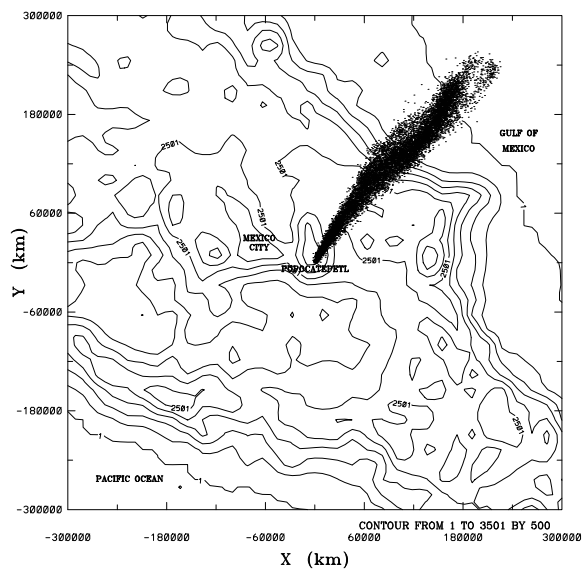


Figura 6.31: Dispersión de partículas calculada con el modelo numérico Euleriano-Lagrangiano a las 20:20 UTM del 23 Enero del 2002.

tración en la periferia teniéndose el mismo caso para los resultados numérico. La diferencia entre estas figuras se presenta en la concentración mayor (parte central de la pluma). Esto se puede ver en la imagen de satélite donde la mayor concentración está alejada del volcán, mientras que la pluma obtenida numéricamente presenta la mayor concentración desde la fuente de emisión hasta la zona del golfo. Lo anterior puede ser ocasionado por la emisión de cenizas, es decir, en la erupción volcánica la emisión de material no es constante, por lo tanto al inicio de la erupción se lanza una mayor cantidad de material, mientras que en el modelo numérico se lanzan la misma cantidad de partículas en cada puff. Ahora esta comparación solo se hace de forma cualitativa y confirma lo observado por la imagen, pero no se puede comparar de forma cuantitativa debido a que no se tienen datos de medidas de concentración.

Por lo tanto las diferencias entre las figuras 6.32 y 6.30 son notables, pero si se compara con la figura 6.30 la geometría de la pluma es muy similar.

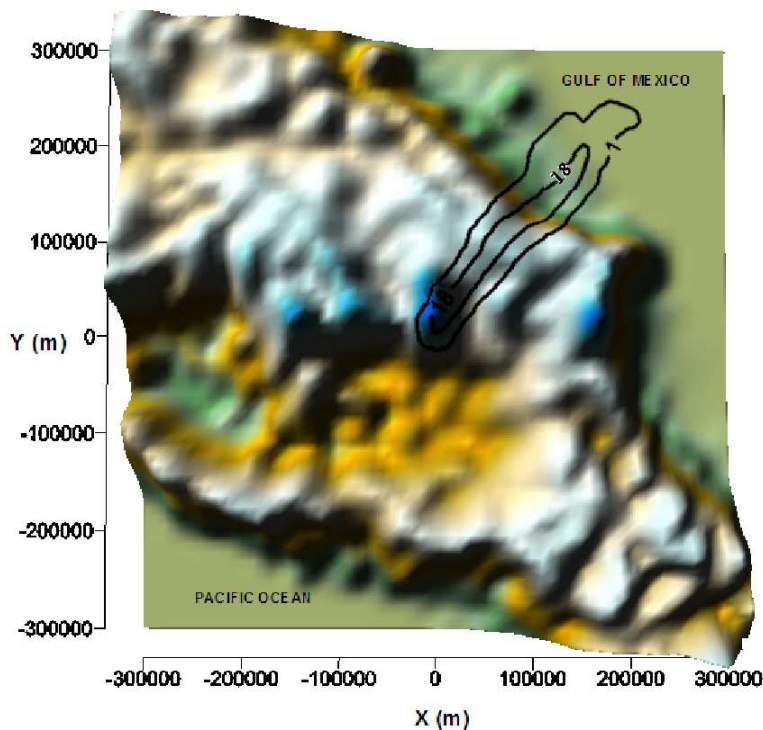


Figura 6.32: Líneas de isoconcentración (10^{-06} kg/m³) calculada con el método MLS a las 20:20 UTM del 23 Enero del 2002.

Capítulo 7

Conclusiones

En este trabajo se realizó el acoplamiento del modelo Euleriano RAMS con un modelo Lagrangiano estocástico determinístico, para simular la evolución y dispersión de la columna eruptiva del volcán Popocatépetl. La validación de este acoplamiento se hizo reproduciendo el experimento de la cuarta noche (19-20 Septiembre 1980) realizado por el programa ASCOT y comparándolo con los datos reales. La concentración de las partículas fue calculada por la técnica MLS.

El modelo RAMS obtiene acertadas predicciones de los perfiles verticales de las variables meteorológicas (tales como la dirección y velocidad del viento, humedad relativa, temperatura potencial y temperatura) durante el experimento de ASCOT la noche del 19-20 de Septiembre de 1980. La discrepancia que se presentan en los perfiles verticales de las variables meteorológicas entre los resultados numéricos y los datos experimentales, se debe principalmente a las mediciones instantáneas de los datos experimentales, mientras que los resultados calculados son valores promediados en el tiempo en una celda numérica. Otra situación podría ser que los puntos de donde se extraen los datos numéricos no coincidan precisamente con la ubicación de las sondas meteorológicas.

Las concentraciones calculados por la técnica MLS también fueron comparados con el experimento, la tendencia total de la distribución de la concentración ajustan bien con los resultados experimentales. La diferencia que se presentan entre los resultados numéricos y datos observados puede deberse a la resolución del modelo Euleriano, esta situación podría mejorar reduciendo el tamaño de las celdas de cómputo. En general la comparación del modelo Euleriano-Lagrangiano con el experimento de ASCOT da lugar a

la obtención de buenos resultados similares a los del experimento.

Las imágenes correspondientes al inicio de la dispersión de la pluma de cenizas del volcán Popocatepetl, junto con los datos meteorológicos y el conocimiento de la complejidad del terreno, ha permitido la comparación cualitativa entre el modelo de dispersión de partículas sólidas y dichas imágenes. EL modelo acoplado utilizado para la simulación de la evolución de la nube de cenizas originada por la columna eruptiva y los depósitos resultantes, muestra buenos resultados de forma cualitativa para los dos casos presentados en este trabajo. Mientras que la validez de dicho modelo se ha mostrado en su aplicación a la simulación del experimento de la noche 4 de ASCOT, donde fueron comparados de forma cuantitativa los perfiles verticales del viento y la concentración de partículas sobre el terreno.

El poder predecir con exactitud la evolución de la columna eruptiva así como la velocidad y dirección del viento sobre la topografía compleja de la región del volcán Popocatepetl, permite conocer la evolución y la dispersión de la nube de cenizas, lo cual es muy importante para las regiones aledañas al volcán. La simulación de la erupción del volcán Popocatepetl ocurrida el 23 de Enero del 2003, demuestra la capacidad del modelo Euleriano-Lagrangiano para predecir la caída de cenizas en el sur de la ciudad de México tal como lo reporta el CENAPRED. Este modelo podría ser de mucha utilidad para la ciudades circundantes al volcán si se implementa a un sistema de pronóstico diario, el cual proporcionaría la posible trayectoria de la nube de cenizas.

Apéndice A

Aproximación por Mínimos Cuadrados Móviles

Los Mínimos Cuadrados Móviles (MLS Moving Least Squares) fueron desarrollados para interpolar datos aleatorios con exactitud (Lancaster and Salkauskas, 1981). Los MLS son ampliamente usados en los métodos libres de malla como funciones de expansión ya que son muy fácil de implementar en problemas n -dimensionales. A continuación se obtienen minimizando una funcional de mínimos cuadrados pesados (Fries and Matthies, 2004).

Suponga una función $u(\mathbf{x})$ definida en un dominio Ω , con frontera Γ . Dentro de este dominio, existe un conjunto de nodos $x_i, i = 1, \dots, N_{total}$. Si se desea obtener una aproximación local u^h de la función u en algún punto \mathbf{x} , ambos localizados dentro del dominio del problema Ω . Las MLS definen la aproximación local de u alrededor de \mathbf{x} como:

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m p_i(\mathbf{x})a_i(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x})\mathbf{a}(\mathbf{x}) \quad (\text{A.1})$$

donde m es el número de términos del polinomio base, $p_i(\mathbf{x})$ son funciones monomiales y $a_i(\mathbf{x})$ son sus coeficientes, los cuáles estan en función de las coordenadas espaciales $\mathbf{x} = (x, y, z)$. Las bases más frecuentemente utilizadas son las bases lineales:

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x] \text{ para 1D; } m = 2 \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, y] \text{ para 2D; } m = 3 \quad (\text{A.3})$$

y las bases cuadráticas:

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, x^2] \text{ para 1D; } m = 3 \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, y, x^2, xy, y^2] \text{ para 2D; } m = 6 \quad (\text{A.5})$$

Para obtener los coeficientes $a_i(\mathbf{x})$ se tiene una funcional de residuos pesados para la aproximación local u^h , minimizando la diferencia entre la aproximación local y la función:

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^N w_j(\mathbf{x}) [u^h(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) - u(\mathbf{x}_j)]^2 \\ &= \sum_{j=1}^N w_j(\mathbf{x}) [\mathbf{p}^T(\mathbf{x}_j) \mathbf{a}(\mathbf{x}) - u_j]^2 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

donde \mathbf{x}_j son las posiciones de los N nodos que se encuentran alrededor de la vecindad del punto \mathbf{x} . La ecuación (A.6) se escribe como:

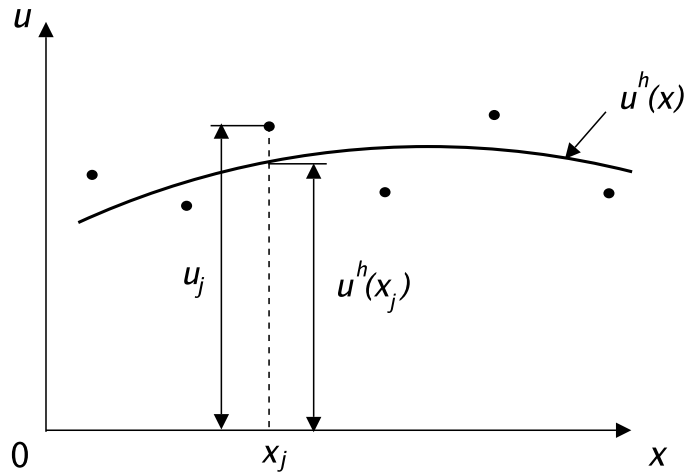


Figura A.1: La función de aproximación $u^h(x)$ y los parámetros nodales u_i en la aproximación MLS

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{P}\mathbf{a} - \mathbf{u})^T \mathbf{w}(\mathbf{x}) (\mathbf{P}\mathbf{a} - \mathbf{u}) \quad (\text{A.7})$$

donde

$$\mathbf{u}^T = (u_1, u_2, \dots, u_N) \quad (\text{A.8})$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1(\mathbf{x}_1) & p_2(\mathbf{x}_1) & \dots & p_m(\mathbf{x}_1) \\ p_1(\mathbf{x}_2) & p_2(\mathbf{x}_2) & \dots & p_m(\mathbf{x}_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1(\mathbf{x}_N) & p_2(\mathbf{x}_N) & \dots & p_m(\mathbf{x}_N) \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

y

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} w_1(\mathbf{x}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2(\mathbf{x}) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_N(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Los coeficientes $\mathbf{a}(\mathbf{x})$, se calculan las derivadas de $J(\mathbf{x})$ con respecto a $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ y se igualan a cero, se tiene que:

$$\frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{a}} = 0 \quad (\text{A.11})$$

Aplicando lo anterior a la ecuación (A.6) se tiene que:

$$\sum_{j=1}^N w_j(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_j) [\mathbf{p}^T(\mathbf{x}_j) \mathbf{a}(\mathbf{x}) - u_j] = 0$$

ó

$$\sum_{j=1}^N w_j(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_j) \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_j) \mathbf{a}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N w_j(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_j) u_j \quad (\text{A.12})$$

que resulta como:

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{u} \quad (\text{A.13})$$

donde $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ es la matriz de momento y esta dada por:

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \mathbf{P}^T \mathbf{w}(\mathbf{x}) \mathbf{P} \quad (\text{A.14})$$

y

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \mathbf{P}^T \mathbf{w}(\mathbf{x}) \quad (\text{A.15})$$

Por lo tanto la ecuacion (A.13) queda de la siguiente forma:

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}) = [\mathbf{M}(\mathbf{x})]^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{u} \quad (\text{A.16})$$

y se sustituye en la ecuación (A.1) se tiene que:

$$u^h(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T [\mathbf{M}(\mathbf{x})]^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{u} \quad (\text{A.17})$$

Finalmente la aproximación u^h puede ser expresada como:

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \Phi_j(\mathbf{x})u_j = \mathbf{\Phi}^T(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (\text{A.18})$$

donde se obtienen las funciones de expansión MLS:

$$\mathbf{\Phi}(\mathbf{x})^T = \mathbf{p}(\mathbf{x})^T[\mathbf{M}(\mathbf{x})]^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad (\text{A.19})$$

Bibliografía

- Avila, R. (1997). *Simulación numérica de la dispersión de una nube de partículas sólidas liberada a la atmósfera*. Tesis Doctorado (Doctorado en Ingeniería)-UNAM, Facultad de Ingeniería.
- Byrne, M. A., Laing, A. G., and Connor, C. (2007). Predicting Tephra Dispersion with a Mesoscale Atmospheric Model and a Particle Fall Model: Application to Cerro Negro Volcano. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 46:121–135.
- Casadeval, T. J., editor (1991). *First international symposium on volcanic ash and aviation safety, program and abstracts*. Seattle Washington, U.S.A.
- Caughey, S. J., Wyngaard, J. C., and Kaimal, J. C. (1979). Turbulence in the evolving stable boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 36:1041–1052.
- Charney, J. G. (1948). On the scale of atmospheric motions. *Geophys. Publ. Oslo*, 17(2):1–17.
- Crowe, C. T., Sharma, M. P., and Stock, D. E. (1977). The particle source-in-cell (PSI-CELL) model for gas-droplet flows. *Trans. ASME J. of Fluids Engineering*, 99:325–332.
- Deardorff, J. M. (1980). Stratocumulus-capped mixed layers derived from a three-dimensional model. *Bound. Layer. Meteor.*, 18:495–527.
- Espinosa, F., Avila, R., Basit, A., and Cervantes, J. (2007). Turbulent dispersion of a gas tracer in a nocturnal atmospheric flow, submitted for publication. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*.
- Espinosa, F., Avila, R., and Cervantes, A. B. J. (2008). Numerical simulation of eruption columns and ash dispersion in complex terrain, submitted for publication. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*.

- Fagents, S. A. and Wilson, L. (1986). Explosive volcanic eruptions-VII. The ranges of pyroclasts ejected in transient explosions. *Geophys. J. Int.*, 113:359–370.
- Fries, T. and Matthies, H. (2004). *Classification and Overview of Meshfree Methods*. Scientific Computing.
- Garratt, J. R. (1992). *The atmospheric boundary layer*. Cambridge University Press, 316 pp.
- Garrett, A. J. and Smith, F. G. (1984). Two-Dimensional Simulations of Drainage Winds and Diffusion Compared to Observations. *Journal of Applied Meteorology*, 23:597–610.
- Glaze, L. S., Baloga, S. M., and Wilson, L. (1997). Transport of atmospheric water vapor by volcanic eruption columns. *J. Geophys. Res.*, 102(D5):6099–6108.
- Herzog, M., Textor, H. F., and Oberhuber, J. M. (1998). The effect of phase changes of water on the development of volcanic plume. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 87:55–74.
- Holton, J. R. (1990). *Introducción a la Meteorología Dinámica*.
- Hurst, T. and Turner, R. (1999). Performance of the program ASHFALL for forecasting ashfall during the 1995 and 1996 eruptions of Ruapehu volcano. *New Zealand Journal of Geology and Geophysics*, 42:615–622.
- Kiffer, S. W. (1956). Fluid dynamic of the May 18 blast at Mount St. Helens. *U. S. Geol. Surv. Prof. Pap.*, 1250:379–400.
- Kiffer, S. W. (1981). Fluid dynamic of the May 18 blast at Mount St. Helens. *U. S. Geol. Surv. Prof. Pap.*, 1250:379–400.
- Kiffer, S. W. (1984). Laboratory studies of volcanic jet. *J. Geophys. Res.*, 89:8253–8268.
- Kos, I., Belušić, D., Jeričević, A., Horvath, K., Koračin, D., and Prtenjak, M. T. (2004). Education and research: initial development of the Atmospheric Lagrangian Particle Stochastic (ALPS) dispersion model. *GEOFIZIKA*, 21:37–52.
- Lancaster, P. and Salkauskas, K. (1981). Surfaces generated by moving least squares methods. *Mathematics of Computation*, 37:141–158.

- Legg, B. J. and Raupach, M. R. (1982). Markov-Chain simulation of particle dispersion in inhomogeneous flows: the mean drift velocity induced by a gradient in Eulerian velocity variance. *Boundary Layer Meteorology*, 24:3–13.
- Louis, J. F. (1979). A parametric model of vertical eddy fluxes in the atmosphere. *Boundary Layer Meteorology*, 17:187–202.
- Louis, J. F., Tiedtke, M., and Geleyn, J. F. (1982). A short history of the PBL parameterization at ECMWF. In *Workshop on Planetary Boundary Layer parameterization, 25-27 November 1981*. ECMWF.
- Mahrt, L. (1981). The early evening boundary layer. *Q. J. R. Met. Soc.*, 107:329–343.
- Mellor, G. L. and Yamada, T. (1982). Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 20(4):851–875.
- Monin, A. S. and Obukhov, A. M. (1954). Basic Laws of Turbulent Mixing in the Ground Layer of the Atmosphere. *Trans. Geophys. Inst. Akad. Nauk. USSR*, 151:163–187.
- Oberhuber, J. M., Herzog, M., Graf, H. F., and Schwanke, K. (1998). Volcanic plume simulation on large scales. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 87:29–53.
- Pielke, R. A., Cotton, W. R., Tremback, C. J., Nichols, M. E., Moran, M. D., Wesely, D. A., Lee, T. J., and Copeland, J. C. (1992). A comprehensive meteorological modelling system - rams. *Meteorol. Atmos. Phys.*, 49:69–91.
- Prandtl, L. (1954). *The essentials of fluid mechanics*. Blackie, London.
- Rao, K. S. and Snodgrass, H. F. (1978). Some parameterizations of the nocturnal boundary layer. *Boundary Layer Meteorology*, 17:15–28.
- Raza, S. S. (2001). *Simulación numérica de la dispersión de una nube de radionúclidos en la atmósfera*. Tesis Doctorado (Doctorado en Ingeniería)-UNAM, Facultad de Ingeniería.
- Settle, M. (1978). Volcanic eruption clouds and the thermal power output of explosive eruptions. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 3:309–324.

- Sparks, R. S. J. (1986). The dimensions and dynamics of volcanic eruption columns. *Bulletin of Volcanology*, 48:3–15.
- Sparks, R. S. J. and Wilson, L. (1976). A model for the formation of inimbrite by gravitational column collapse. *J. Geol. soc London*, 132:441–451.
- Tanaka, H. L. (1991). Development of a prediction scheme for the volcanic ash fall from Redoubt volcano. In *First Int'l. Symp. on Volcanic Ash and Aviation Safety, Seattle, Washington*, page 58. U.S. Geological Survey Circular 1065.
- Tremback, C. J., Tripoli, G. J., and Cotton, W. R. (1985). A regional scale atmospheric numerical model including explicit moist physics and a hydrostatic time-split scheme. In *Seventh Conf. on Numerical Weather Prediction*, page 433. Montreal, PQ, Canada, Amer. Meteor. Soc.
- Tripoli, G. J. and Cotton, W. R. (1982). The Colorado State University three-dimensional cloud mesoscale model, 1982: Part I: General theoretical framework and sensitivity experiments. *J. Rech. Atmo.*, 16:185–220.
- Turner, R. and Hurst, T. (2000). Factors Influencing Volcanic Ash Dispersal from the 1995 and 1996 Eruptions of Mount Ruapehu. *New Zealand Journal of Applied Meteorology*, 40:56–69.
- Walko, R. L. and Tremback, C. J. (1995). HYPACT; the Hybrid Particle and Concentration Transport model. User's Guide. Technical report, Mission Research Corporation, Ft Collins, CO.
- Wilson, L. (1972). Explosive volcanic eruptions-II The atmospheric trajectories of pyroclasts. *Geophys JR Astron. Soc.*, 30:381–392.
- Wilson, L. (1976). Explosive volcanic eruptions-III Plinian eruption columns. *Geophys JR Astron. Soc.*, 45:543–556.
- Wilson, L. (1980). Relationship between pressure, volatile content and ejecta velocity in three types of volcanic explosion. *J. Volc. Geotherm.*, 8:297–313.
- Wilson, L., Sparks, R. S. J., Huang, T. C., and Watkins, N. D. (1978). The control of eruption column heights by eruption energetic and dynamics. *Journal of Geophysical Research*, 83:1829–1836.
- Wilson, L. and Walker, G. P. (1987). Explosive volcanic eruptions-VI Ejecta dispersal in plinian eruption: the control of eruption conditions and atmospheric properties. *Geophys JR Astron. Soc.*, 89:651–679.

-
- Woods, A. W. (1988). The fluid dynamics and thermodynamics of eruption columns. *Journal Volcanology and Geothermal Research*, 50:169–193.
- Young, G. S. (1988). Turbulence structure of the convective boundary layer. Part I. Variability of normalized turbulence statistics. *J. Atmos. Sci.*, 45:719–726.
- Zawar-Reza, P. and Sturman, A. P. (2006). Two-dimensional numerical analysis of a thermally generated mesoscale wind system observed in the Mackenzie Basin, New Zealand. *Aust. Met. Mag.*, 55:19–34.