



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Evaluación de un vehículo
tipo Baja SAE ante
escenarios de impacto**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero mecatrónico

P R E S E N T A

Carlos Pano Sanjuan

DIRECTOR(A) DE TESIS

Dr. Fernando Velázquez Villegas



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2020

Agradecimientos

Agradecimiento especial a la DGAPA-UNAM por el apoyo dado para el desarrollo de este proyecto a través del proyecto PAPIIT IN113315.

No existen palabras que describan lo mucho que estoy agradecido con mi familia por todo su apoyo, tanto durante mis estudios universitarios, así como en cada una de las cosas que he emprendido. Ellos son el pilar fundamental por el cual esto ha sido posible.

Agradezco mucho a mi asesor de tesis, el Dr. Fernando Velázquez, por todo su compromiso y apoyo durante el desarrollo de este trabajo y por siempre estar al tanto del progreso de este. Agradezco mucho por todo el tiempo dedicado. ¡Ha sido un excelente mentor!

Agradezco a todos los profesores de la Facultad y personas externas, que fomentan y hacen posible el desarrollo de proyectos extracurriculares como Baja SAE. Agradezco en especial al M.I. Antonio Zepeda y al Dr. Adrián Espinosa, por su apoyo cuando estuve al mando del proyecto y por actualmente estar apoyando a las nuevas generaciones.

Los proyectos extracurriculares te forjan como ingeniero, permiten aplicar y profundizar en temas vistos en clase e involucrarte directamente en un proyecto de ingeniería desde etapas tempranas de la universidad. En el proyecto Baja SAE UNAM encontré mi pasión, viví innumerables experiencias y no cabe duda de que es un punto de inflexión dentro de mi formación universitaria.

Agradezco de manera general a todas aquellas personas que en algún momento aportaron algo para el desarrollo de este trabajo; desde motivación, retroalimentación, consejos y demás.

Agradezco en especial a quienes me compartieron de su conocimiento sobre simulación por computadora, por enseñarme y darme consejos. Cada palabra fue tomada en cuenta, me permitió avanzar y darme cuenta la inmensidad que conlleva, que me entusiasma y día a día continúo aprendiendo.

Índice

Agradecimientos.....	2
Resumen.....	1
Objetivos	3
Justificación	4
1 Introducción.....	5
1.1 Sistemas del vehículo.....	7
1.1.1 Chasis	7
1.1.2 Llantas	7
1.1.3 Suspensión.....	7
1.1.4 Dirección.....	8
1.1.5 Sistema de frenos	9
1.1.6 Tren motriz	9
1.2 Chasis de un vehículo tipo Baja SAE	9
1.2.1 Materiales reglamentados	10
1.2.2 Nomenclatura del chasis	11
1.3 Análisis dinámicos	13
1.3.1 Antecedentes de análisis dinámicos en la industria automotriz	14
1.3.2 Antecedentes de análisis dinámicos en vehículos tipo Baja SAE.....	16
1.4 Organismo en cuestión de seguridad en la industria automotriz	18
1.4.1 New Car Assessment Program (NCAP).....	19
1.4.2 Federal Motor Vehicle Safety Standards (FMVSS).....	19
2 Marco teórico	21
2.1 Método de elementos finitos.....	21
2.1.1 Tipos de elementos finitos	22
2.2 Análisis dinámicos – Esquema de integración explícito.....	25
2.3 No linealidad por geometría, material y contacto	26
2.3.1 Geometría.....	26
2.3.2 Material	27
2.3.3 Contactos.....	29
2.4 Modelos matemáticos de materiales	31
2.4.1 Material lineal elástico	31

2.4.2	Material elastoplástico – Modelo Johnson Cook.....	32
2.5	Sistema cerrado para modelado de la llanta	34
2.6	Balace de energía	35
3	Desarrollo	37
3.1	Descripción del vehículo 2017.....	37
3.1.2	Suspensión.....	43
3.1.3	Bombas de freno.....	45
3.1.4	Tren motriz	46
3.2	Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos 1D	47
3.2.1	Modelado del chasis	47
3.2.2	Modelado de la suspensión.....	49
3.2.3	Modelado de las llantas	56
3.2.4	Materiales.....	59
3.2.5	Elementos rígidos de masa.....	62
3.2.6	Contactos.....	65
3.2.7	Modelo completo del vehículo con chasis modelado con elementos 1D.....	66
3.3	Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos 2D	67
3.3.1	Elementos modelados como en el modelo con chasis modelado con elementos 1D 67	
3.3.2	Modelado del chasis	70
3.3.3	Contactos.....	72
3.3.4	Modelo completo del vehículo con chasis modelado con elementos 2D.....	73
3.4	Escenarios de simulación	74
3.4.1	Impacto frontal	76
3.4.2	Impacto lateral con poste.....	78
3.4.3	Impacto <i>Bump</i>	80
3.4.4	Impacto en el techo	82
4	Resultados	85
4.1	Impacto frontal.....	85
4.2	Impacto lateral con poste	93
4.3	Impacto <i>bump</i>	99
4.4	Impacto en el techo	104
4.5	Resumen de la comparación del tiempo del cómputo.....	110
5	Conclusiones.....	112

6	Referencias	118
---	-------------------	-----

Índice de Tablas

Tabla 1.1 Resultados por año del equipo Baja SAE UNAM en las competencias Baja SAE México....	6
Tabla 3.1 Miembros estructurales del chasis	39
Tabla 3.2 Propiedades mecánicas del acero A36.....	39
Tabla 3.3 Propiedades mecánicas del acero AISI 1020	40
Tabla 3.4 Resumen del modelo con elementos finitos del chasis.	48
Tabla 3.5 Propiedades mecánicas del aluminio [27].....	61
Tabla 3.6 Propiedades mecánicas del material de la superficie de rodadura de la llanta [34]	62
Tabla 3.7 Propiedades mecánicas del material de la superficie lateral de la llanta [34]	62
Tabla 3.8 Masa de los componentes del modelo del vehículo con elementos finitos	64
Tabla 3.9 Resumen del modelo de elementos finitos del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D	67
Tabla 3.10 Masa de los componentes del modelo del vehículo con elementos finitos	69
Tabla 3.11 Resumen del modelo con elementos finitos del chasis.	72
Tabla 3.12 Resumen del modelo de elementos finitos del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D	74
Tabla 4.1 Energía cinética y de deformación en los tiempos 0 y 80 [ms] del impacto frontal.....	86
Tabla 4.2 Energía de deformación de los miembros estructurales del chasis	88
Tabla 4.3 Energía de deformación de los miembros estructurales del chasis	95
Tabla 4.4 Energía cinética y de deformación en los tiempos 0 y 200 [ms] del impacto bump	100
Tabla 4.5 Energía de deformación de los miembros estructurales del chasis	102
Tabla 4.6 Energía cinética y de deformación en los tiempos 0 y 40 [ms] del impacto en el techo	106
Tabla 4.7 Energía de deformación de los miembros estructurales del chasis	108
Tabla 5.1 Ventajas y desventajas del modelo del chasis con elementos 1D y 2D	116

Índice de Figuras

Figura 1.1 Vehículo 2017 del equipo "Puma Off-Road Team" en la competencia Baja SAE México 2017.	5
Figura 1.2 Vehículo 2017 del equipo "Puma Off-Road Team" en la competencia Baja SAE Illinois 2017.	6
Figura 1.3 Suspensión tipo doble A [4].	8
Figura 1.4 Suspensión de brazo arrastrado [4].	8
Figura 1.5 Sistema de dirección [5].	9
Figura 1.6 Nodos indicados correspondientes a los nodos derechos [1].	11
Figura 1.7 Miembros estructurales del chasis [1].	13
Figura 1.8 Simulación de la caída de celular con RADIOSS [6].	14
Figura 1.9 Crash analysis [7].	15
Figura 1.10 Impacto frontal (FVMSS 208) de 1996 Dodge Neon. Simulación en 0 [ms] y 150 [ms] [8].	15
Figura 1.11 Ejemplo de análisis estáticos a chasis tipo Baja SAE. a) Simplificación del peso de los componentes. b) Impacto frontal [9] [13].	17
Figura 1.12 Ejemplo de análisis dinámicos a chasis tipo Baja SAE. Impacto frontal contra muro rígido [15].	17
Figura 1.13 Prueba de impacto frontal [17].	18
Figura 2.1 Pieza modelada con elementos finitos [21].	21
Figura 2.2 Elemento tipo 1D [21].	22
Figura 2.3 Superficie media [22].	23
Figura 2.4 Elementos tipo 2D [21].	23
Figura 2.5 Elemento rígido.	24
Figura 2.6 Elemento tipo resorte.	24
Figura 2.7 Elemento resorte definido como junta revoluta.	25
Figura 2.8 Integración numérica (aproximación de la derivada en ti) [21].	26
Figura 2.9 Grandes desplazamientos y rotaciones, pero pequeñas deformaciones [24].	27
Figura 2.10 Grandes deformaciones y grandes desplazamientos y rotaciones [24].	27
Figura 2.11 Material con comportamiento perfectamente plástico [23].	28
Figura 2.12 Material con comportamiento elastoplástico [23].	28
Figura 2.13 Material con comportamiento visco - elástico [23].	28
Figura 2.14 Material con comportamiento perfectamente visco - plástico [23].	29
Figura 2.15 Ejemplo de las condiciones de contacto 1, 2 y 3 [23].	30
Figura 2.16 Ejemplo relación esclavo – maestro [25].	30
Figura 2.17 Contacto nodo a superficie [23].	31
Figura 2.18 Gráfica σ - ϵ de un material lineal elástico [21].	32
Figura 2.19 Zona plástica de un material usando el modelo Johnson – Cook.	33
Figura 2.20 Llanta modelada como un sistema cerrado. Las normales de los elementos apuntan a hacia el exterior [29].	34
Figura 2.21 Ejemplo de gráfico de balance de energía [25].	36

Figura 3.1 Vehículo 2017 "Atlacamani". Competencia Baja SAE México 2017.	37
Figura 3.2 Chasis vehículo 2017.....	38
Figura 3.3 Nodos indicados del chasis.....	40
Figura 3.4 Miembros cruzados laterales del chasis.	41
Figura 3.5 Miembros estructurales primarios del chasis.	42
Figura 3.6 Miembros estructurales secundarios.	42
Figura 3.7 Miembros estructurales secundarios.	42
Figura 3.8 Miembros estructurales de refuerzo y otros.	43
Figura 3.9 Miembros estructurales de refuerzo y otros.	43
Figura 3.10 Ensamble de la suspensión delantera con llantas.	44
Figura 3.11 Suspensión trasera.....	45
Figura 3.12 Bombas de freno y pedales.	45
Figura 3.13 Ensamble de las bombas de freno y pedales en el chasis.....	45
Figura 3.14 Ensamble del tren motriz.	46
Figura 3.15 Ensamble del tren motriz en el chasis.	46
Figura 3.16 Chasis modelado con elementos 1D. Visualización detallada. Vista isométrica.	49
Figura 3.17 Chasis modelado con elementos 1D. Visualización de alambre. Vista isométrica.	49
Figura 3.18 Chasis modelado con elementos 1D. Visualización detallada. Vista lateral.	49
Figura 3.19 Chasis modelado con elementos 1D. Visualización de alambre. Vista lateral.	49
Figura 3.20 Modelado de la suspensión delantera. Visualización detallada.....	50
Figura 3.21 Modelado de la suspensión delantera. Visualización de alambre.....	50
Figura 3.22 Junta revoluta. Soporte del chasis - brazo de control. Visualización detallada.	51
Figura 3.23 Junta revoluta. Soporte del chasis - brazo de control. Visualización de alambre.	51
Figura 3.24 Juntas revolutas. Maza - brazos de control. Soporte del amortiguador en el brazo de control. Vista detallada.	52
Figura 3.25 Juntas revolutas. Maza - brazos de control. Soporte del amortiguador en el brazo de control. Vista de alambre.	52
Figura 3.26 Soporte del amortiguador en el chasis. Vista detallada.	53
Figura 3.27 Soporte del amortiguador en el chasis. Vista de alambre.	53
Figura 3.28 Modelado de la suspensión trasera. Visualización detallada.....	54
Figura 3.29 Modelado de la suspensión trasera. Visualización de alambre.	54
Figura 3.30 Junta revoluta. Soporte del chasis - brazo seguidor. Vista de alambre.	55
Figura 3.31 Junta revoluta. Soporte del chasis - brazo seguidor. Vista de alambre.	55
Figura 3.32 Soporte del amortiguador en el brazo seguidor. Vista detallada.....	55
Figura 3.33 Soporte del amortiguador en el brazo seguidor. Vista de alambre.....	55
Figura 3.34 Soporte del amortiguador en el chasis. Vista detallada.	56
Figura 3.35 Soporte del amortiguador en el chasis. Vista de alambre.	56
Figura 3.36 Modelado de la llanta a) Vista isométrica de la llanta completa. b) Vista lateral de la mitad de la llanta. c) Vista isométrica de la mitad de la llanta.	57
Figura 3.37 Ensamble de las cuatro llantas.	58
Figura 3.38 Volumen de control. Superficie externa.	58
Figura 3.39 Volumen de control. Superficie externa con elementos finitos.....	58

Figura 3.40 Gráfica σ - ϵ del acero A36 en la zona plástica usando el modelo Johnson - Cook.....	60
Figura 3.41 Gráfica σ - ϵ del acero AISI1020 en la zona plástica usando el modelo Johnson Cook. ..	61
Figura 3.42 Elemento rígido que representa las bombas de freno en el chasis. Vista detallada.	63
Figura 3.43 Elemento rígido que representa las bombas de freno en el chasis. Vista de alambre..	63
Figura 3.44 Elemento rígido que representa el ensamble del tren motriz en el chasis. Vista detallada.....	64
Figura 3.45 Elemento rígido que representa el ensamble del tren motriz en el chasis. Vista de alambre.	64
Figura 3.46 Elemento rígido en el centro de masa del vehículo. Vista detallada.....	64
Figura 3.47 Elemento rígido en el centro de masa del vehículo. Vista de alambre.	64
Figura 3.48 Contacto llanta – llanta.	65
Figura 3.49 Líneas maestras del contacto chasis-chasis.	66
Figura 3.50 Líneas esclavas del contacto chasis-chasis.....	66
Figura 3.51 Modelo de elementos finitos del vehículo 2017 con chasis modelado con elementos 1D. Visualización detallada.....	66
Figura 3.52 Modelo de elementos finitos del vehículo 2017 con chasis modelado con elementos 1D. Visualización de alambre.....	66
Figura 3.53 Junta revoluta. Soporte del chasis - brazo de control.....	68
Figura 3.54 Junta revoluta. Soporte del amortiguador en el chasis.	68
Figura 3.55 Suspensión trasera. Soporte del chasis - brazo seguidor.....	68
Figura 3.56 Suspensión trasera. Soporte del amortiguador en el chasis.	68
Figura 3.57 Elemento rígido que representa las bombas de freno el chasis.....	69
Figura 3.58 Elemento rígido que representa el ensamble del tren motriz en el chasis.....	69
Figura 3.59 Elemento rígido en el centro de masa del vehículo.....	69
Figura 3.60 Elementos tipo 2D en la superficie media del espesor de los miembros estructurales.	70
Figura 3.61 Uniones de los miembros estructurales en los nodos. Superficies medias.	71
Figura 3.62 Uniones de los miembros estructurales en los nodos. Elementos finitos.	71
Figura 3.63 Chasis modelado con elementos 2D (Vista isométrica).....	71
Figura 3.64 Chasis modelado con elementos 2D (Vista lateral).	72
Figura 3.65 Contacto Chasis - Chasis tipo nodo-superficie.	73
Figura 3.66 Contacto Chasis - Chasis tipo nodo-superficie.	73
Figura 3.67 Modelo de elementos finitos del vehículo 2017 con chasis modelado con elementos 2D. Visualización detallada.....	73
Figura 3.68 Modelo de elementos finitos del vehículo 2017 con chasis modelado con elementos 2D. Visualización de alambre.....	73
Figura 3.69 Nodos del vehículo a los que se aplican condiciones iniciales de velocidad y aceleración.	75
Figura 3.70 Nodos del vehículo a los que se aplican condiciones iniciales de velocidad y aceleración (acercamiento).....	75
Figura 3.71 Contacto muro rígido (suelo) – llantas.....	76
Figura 3.72 Diagrama impacto frontal. Vista lateral.	77
Figura 3.73 Diagrama impacto frontal. Vista Superior.....	77

Figura 3.74 Impacto frontal. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D. ..	78
Figura 3.75 Impacto frontal. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D. ..	78
Figura 3.76 Diagrama impacto lateral con poste. Vista superior.	79
Figura 3.77 Impacto lateral con poste. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D.....	79
Figura 3.78 Impacto lateral con poste. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.....	79
Figura 3.79 Diagrama impacto con esfera. Vista superior.	81
Figura 3.80 Diagrama impacto con esfera. Vista lateral.	81
Figura 3.81 Impacto bump. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D.....	81
Figura 3.82 Impacto bump. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.....	81
Figura 3.83 Ubicación del dispositivo de prueba y aplicación de la fuerza [35].	82
Figura 3.84 Diagrama impacto en el techo. Vista lateral.	83
Figura 3.85 Diagrama impacto en el techo. Vista lateral.	84
Figura 3.86 Impacto en el techo. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D.	84
Figura 3.87 Impacto en el techo. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.	84
Figura 4.1 Gráfico de balance de energía del impacto frontal.	86
Figura 4.2 Gráfico de energía de deformación de los miembros estructurales del chasis del impacto frontal.....	87
Figura 4.3 Impacto frontal. Vista lateral. Tiempo 80 [ms].	89
Figura 4.4 Impacto frontal. Vista superior. Tiempo 80 [ms].....	89
Figura 4.5 a) Distancia entre el SIM izquierdo y SIM derecho [mm]. b) Gráfica de distancia entre el SIM izquierdo y SIM derecho– tiempo.....	90
Figura 4.6 a) Distancia entre el LCA y LCE [mm]. b) Gráfica de distancia entre el LCA y LCE – tiempo.	90
Figura 4.7 Modo de deformación del nodo D en el tiempo 80 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa]. b) Contour de deformación.....	91
Figura 4.8 Modo de deformación del nodo ubicado entre el SIM y los refuerzos en el tiempo 80 [ms]. a,c) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b,d) Contour de deformación.....	91
Figura 4.9 Modo de deformación del USM en el tiempo 50.8 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación.....	92
Figura 4.10 Modo de deformación del LDB en el tiempo 50.8 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación.....	92
Figura 4.11 Modo de deformación del FAB LOW en el tiempo 35.5 [ms]. a,c) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b,d) Contour de deformación.	93
Figura 4.12 Gráfico de balance de energía del impacto lateral con poste.	94
Figura 4.13 Gráfico de energía de deformación de los miembros estructurales del chasis del impacto lateral con poste.....	95
Figura 4.14 Impacto lateral. Vista lateral. Tiempo 80 [ms].	96
Figura 4.15 Impacto lateral. Vista superior. Tiempo 80 [ms].	96

Figura 4.16 a) Distancia entre el SIM izquierdo y SIM derecho [mm]. b) Gráfica de distancia entre el SIM izquierdo y SIM derecho – tiempo.	97
Figura 4.17 Ruptura de SIM izquierdo. Chasis con elementos 1D (izquierda) y chasis con elementos 2D (derecha).	98
Figura 4.18 Modo de deformación del LFS en el tiempo 60 [ms]. a,c) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa]. b,d) Contour de deformación.....	98
Figura 4.19 Modo de deformación del FBM UP en el tiempo 60 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación. c) Sin resultados.	99
Figura 4.20 Gráfico de balance de energía del impacto lateral bump.	100
Figura 4.21 Gráfico de energía de deformación de los miembros estructurales del chasis del impacto bump.	101
Figura 4.22 Impacto Bump. Vista superior. Tiempo 0 [ms].	102
Figura 4.23 Impacto Bump. Vista lateral. Tiempo 190 [ms].	102
Figura 4.24 Impacto Bump. Vista superior. Tiempo 190 [ms].	103
Figura 4.25 Impacto Bump. Vista frontal. Tiempo 190 [ms].	103
Figura 4.26 Modo de deformación de los nodos D y F en el tiempo 25.5 [ms]. a) Vehículo completo. Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Vehículo completo. Contour de deformación c) Chasis. Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] d) Chasis. Contour de deformación.	104
Figura 4.27 Gráfico de balance de energía del impacto en el techo.....	105
Figura 4.28 Gráfico de energía de deformación de los miembros estructurales del chasis del impacto en el techo.	106
Figura 4.29 Modo de deformación RRH en el tiempo 10.8 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación.....	107
Figura 4.30 Modo de deformación RRH en el tiempo 10.8 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación.....	107
Figura 4.31 Modo de deformación del USM en el tiempo 80 [ms]. Contour de deformación.	108
Figura 4.32 Modo de deformación del FAB en el tiempo 10.8 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación.....	109
Figura 4.33 Impacto en el techo. Vista lateral. Tiempo 10 [ms].	110
Figura 4.34 Impacto en el techo. Vista isométrica. Tiempo 10 [ms].	110
Figura 4.35 Comparación de tiempo de cómputo entre los modelos con chasis con elementos 1D y 2D.....	111

Resumen

A lo largo de la historia el ser humano ha creado vehículos de diferentes tipos y con distintos propósitos, entre ellos se encuentran: reducir los tiempos de traslados, reducir el esfuerzo que conlleva recorrer grandes distancias o llevar a cabo tareas especializadas, de tal manera que dichos vehículos se puedan desplazar de forma terrestre, marítima, aérea o una combinación de las anteriores.

Dependiendo del tipo de vehículo que se estudie es que dependerán los elementos que lo compongan y la manera en que dichos elementos interactúen entre sí, para que el vehículo funcione como un todo y pueda llevar a cabo el propósito para el cual fue hecho. Por ejemplo, existirán variaciones en la fuente que mueve al vehículo (motores de combustión interna, motores eléctricos, turbinas, fuerza motriz, etc.), la manera en que se transmite la potencia (poleas, engranes, etc.), sistemas de frenos; en realidad puede hablarse de una infinidad de diferencias entre los distintos tipos de vehículos.

Un común denominador entre los distintos vehículos son las cuestiones relacionadas a la seguridad de las personas que son transportadas, para lo cual hoy en día existen diferentes regulaciones y organismos encargados de establecer procedimientos para llevar a cabo pruebas que aseguren la integridad de los pasajeros bajo las condiciones normales de operación, así como en condiciones críticas o extraordinarias. Evidentemente, dependiendo el tipo de vehículo es que se dependerán las condiciones con las cuales será estudiado.

Por otra parte, en la actualidad, debido al desarrollo computacional y al estudio de la mecánica de materiales, es posible simular el comportamiento mecánico de distintas piezas. De esta manera, desde etapas tempranas en el desarrollo de un producto se pueden llevar a cabo correcciones, lo que conlleva a la reducción de tiempo y costos, puesto que no es necesario construir el producto final para conocer cómo se desempeñará.

En el caso particular de evaluar la seguridad de los pasajeros de un vehículo, es posible llevarlo a cabo por medio de simulaciones por computadora, lo cual implica hacer un modelo virtual que represente lo más apegado a la realidad el comportamiento de todo el vehículo.

Esta tesis abordará la evaluación de la seguridad del pasajero de un vehículo monoplaza tipo Baja SAE y la respuesta general de dicho vehículo, cuando éste se encuentra bajo escenarios críticos de operación y la integridad del pasajero pueda verse comprometida. La evaluación se llevará a cabo por medio de simulación numérica.

Debido a la funcionalidad del vehículo que se estudia, es importante conocer los riesgos potenciales asociados a las condiciones críticas de operación, ya que no existen regulaciones que demanden los requerimientos mínimos en cuestión de seguridad, tal como se lleva a cabo en los

estándares de la *Federal Vehicle Motor for Safety Standards* (FVMSS, por sus siglas en inglés), *New Car Assessment Program* (NCAP, por sus siglas en inglés) u otras organizaciones para vehículos comerciales.

Objetivos

- Evaluar el comportamiento del chasis del prototipo Baja SAE UNAM de la temporada 2017 bajo condiciones de operación crítica, mediante simulación numérica.
- Evaluar la seguridad del piloto bajo condiciones de operación crítica.
- Identificar los aspectos del diseño del chasis que permitan asegurar la integridad del piloto y de los componentes del vehículo.
- Comparar las ventajas y desventajas de realizar análisis dinámicos con el chasis modelado con elementos tipo 1D y 2D, en términos de resultados y tiempo computacional.

Justificación

Para el tipo de vehículo que se estudiará en este trabajo no existen regulaciones o estándares que se lleven a cabo para garantizar la seguridad del conductor. Cabe señalar que el diseño de este tipo de vehículos se realiza con base en el reglamento que emite la Sociedad de Ingenieros Automotrices (SAE por sus siglas en inglés); sin embargo, ello no asegura en su totalidad la integridad del piloto en un caso crítico de impacto.

Así mismo, el diseño de estos vehículos consiste en un proceso iterativo, en el cual, se considera el desempeño de los prototipos anteriores, lo cual da apertura que sea un proceso de prueba y error. Por lo que, existe la posibilidad que algún prototipo ponga en peligro la integridad del piloto al no estandarizar los requerimientos mínimos en términos de seguridad.

Por otra parte, el entendimiento de cómo reacciona el chasis ante impactos permite tomar decisiones de diseño, con la finalidad de incrementar la seguridad del piloto e incluso para el diseño de ciertos componentes que interactúen en dichos casos.

1 Introducción

El vehículo todoterreno monoplace que se estudia en este trabajo es uno denominado tipo Baja SAE, este tipo de vehículos están regulados y estandarizados bajo un reglamento que cada año es publicado por la Sociedad de Ingenieros Automotrices (SAE, por sus siglas en inglés). El principal objetivo de este vehículo es participar en las competencias intercolegiales Baja SAE, las cuales fueron originadas en la Universidad del Sur de Carolina en 1976, bajo la dirección del Dr. John F. Stevens [1].

Baja SAE es una competencia intercolegial de diseño para estudiantes y recién graduados de ingeniería. El objetivo de la competencia es simular un ambiente real de ingeniería de diseño y los retos asociados a estos. Mientras que el objetivo de cada equipo es diseñar y construir un vehículo que sea todoterreno, monoplace y deportivo cuya estructura contenga al conductor.



Figura 1.1 Vehículo 2017 del equipo "Puma Off-Road Team" en la competencia Baja SAE México 2017.

Respecto a este tipo de vehículos, alumnas y alumnos de la Facultad de Ingeniería en conjunto con el Centro de Investigaciones en Diseño Industrial, Facultad de Contaduría y Administración y Facultad de Ciencias Políticas y Sociales de la Universidad Nacional Autónoma de México, a lo largo de la historia han construido varios vehículos de este tipo. En la Figura 1.1 se muestra el vehículo tipo Baja SAE de la temporada 2017-2018.

La historia de la construcción de este tipo de vehículos en la Facultad de Ingeniería se puede resumir en dos etapas. La primera etapa comprende de 1990 a 2006, en esta etapa el primer vehículo que se construyó fue para participar en la competencia SAE Mini Baja West. Durante ese periodo equipos como "PUMACEJ" y "Escudería Puma" construyeron diversos vehículos entre ellos *Skkorppio* y *Haspeed*, los cuales obtuvieron diferentes distinciones. Finalmente, debido a problemas administrativos y de logística el proyecto de Mini Baja desapareció en el año 2006 [3].

La segunda etapa comprende de 2012 a la actualidad, en esta etapa el proyecto es retomado bajo el nombre “Puma Off-Road Team” y comienza con la construcción del vehículo 2012 con el propósito de participar en la competencia Baja SAE México 2012. De 2012 a 2018 se han construido un total de 9 vehículos y se ha participado en un total de 12 competencias que se enlistan a continuación:

- Baja SAE México 2012.
- Baja SAE Washington 2013.
- Baja SAE México 2013.
- Baja SAE Kansas 2014.
- Baja SAE México 2014.
- Baja Bajío 2015.
- Baja SAE México 2015.
- Baja Bajío 2016.
- Baja SAE México 2016.
- Baja SAE Illinois 2017.
- Baja SAE México 2017.
- Baja SAE México 2018.

Como producto de la continuidad que se le ha dado al proyecto, el diseño de cada vehículo ha sido un proceso iterativo, en el cual se toma como referencia el vehículo anterior para evaluar el rendimiento que tuvo durante las pruebas y en la competencia; con lo cual se llevan a cabo las correcciones y mejoras pertinentes. Lo anterior ha permitido al equipo Puma Off-Road Team obtener puntajes más altos año tras año, lo cual se muestra en la Tabla 1.1

Tabla 1.1 Resultados por año del equipo Baja SAE UNAM en las competencias Baja SAE México.

Año	Puntaje general	Posición general
2015	192.21	23
2016	301.21	14
2017	466.65	12

La Figura 1.2, muestra el vehículo 2017 del equipo "Puma Off-Road Team" en la competencia internacional Baja SAE Illinois 2017.



Figura 1.2 Vehículo 2017 del equipo "Puma Off-Road Team" en la competencia Baja SAE Illinois 2017.

1.1 Sistemas del vehículo

Algunos de los sistemas que integran a un vehículo tipo Baja SAE son el chasis, llantas, suspensión, dirección, sistema de frenos y tren motriz, por mencionar algunos. Evidentemente, existen aún más sistemas y la forma en dividirlos dependerá de la profundidad del estudio a realizar; sin embargo, para el caso particular de este trabajo sólo se describen aquellos que se relacionan directamente ante un evento de impacto.

1.1.1 Chasis

El chasis es la estructura que aloja a los demás componentes del vehículo y al piloto por lo que tiene un rol fundamental dentro del funcionamiento. Durante las condiciones de operación, el chasis está sometido a fuerzas tanto internas como externas, las fuerzas externas corresponden a las fuerzas transmitidas por la suspensión debido al contacto entre la llanta y el suelo y a las fuerzas aerodinámicas. Por otra parte, las fuerzas internas son producidas por el peso de los componentes y del piloto, así mismo, son generadas por las fuerzas inerciales producidas por el tren motriz.

1.1.2 Llantas

Las llantas tienen esencialmente dos funciones [4]:

- Soportar el peso del vehículo por medio del intercambio de fuerzas verticales con la superficie de manejo.
- Intercambiar con la superficie de manejo fuerzas longitudinales y laterales, las cuales son capaces de mover al vehículo y controlar su camino.

Las llantas se ensamblan en un rin que le permite ser sustituido fácilmente, los rines pueden estar hechos de acero soldado o de fundición de aluminio o magnesio. La periferia de la llanta, con forma de toroide, que hace contacto con el camino está compuesta de varias capas de caucho y reforzada con hilos de acero.

En la marcha de un vehículo, la rigidez de las llantas asociada a su construcción y presión de operación, le da la capacidad de absorber parte de la energía debido a las irregularidades del suelo. Lo mismo sucede, al impactar con objetos o paredes.

1.1.3 Suspensión

La suspensión de un vehículo se define como un mecanismo que une directamente la llanta con el chasis o la estructura del vehículo, una de sus principales funciones es mantener el

contacto entre la llanta y el suelo permitiendo la distribución de fuerzas. Otra de sus funciones es absorber y disipar las fuerzas de impacto en las llantas debido a las irregularidades del camino.

La suspensión tipo doble A (*Short and Long Arm*) es un tipo de suspensión independiente, que generalmente se utiliza en la suspensión delantera de los vehículos Baja SAE. La Figura 1.3, muestra los cuatro elementos de los que está compuesta el tipo de suspensión doble A:

- Brazo de control inferior: comprendido por los puntos 1', 2' y 1.
- Brazo de control superior: comprendido por los puntos 3', 4' y 3.
- Maza: comprendido por los puntos 1, 3 y 5.
- Ensamble de resorte-amortiguador, no estructural: unido del brazo de control inferior al chasis.

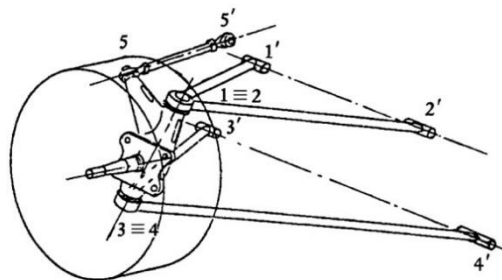


Figura 1.3 Suspensión tipo doble A [4].

La suspensión tipo brazo arrastrado (*Trailing Arm*) es un tipo de suspensión independiente, que generalmente se utiliza en la suspensión trasera de los vehículos Baja SAE. Las llantas están sujetas a un brazo de control longitudinal, cuyo eje de rotación es transversal al movimiento del vehículo [4], como se muestra en la Figura 1.4. Dicha suspensión está compuesta por dos componentes:

- Brazo de control.
- Ensamble de resorte-amortiguador, no estructural.

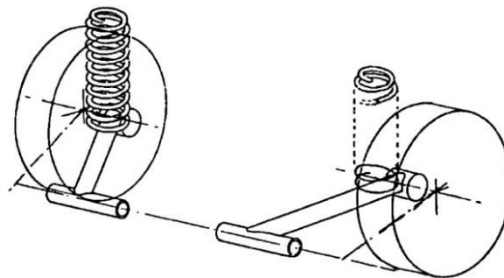


Figura 1.4 Suspensión de brazo arrastrado [4].

1.1.4 Dirección

El sistema de dirección permite cambiar la trayectoria del vehículo en una curva tridimensional o en el plano por medio de la manipulación de sus componentes, lo que produce el intercambio de fuerzas en el vehículo [4].

La Figura 1.5, muestra un sistema de dirección del tipo piñón – cremallera que se utiliza frecuentemente en vehículos tipo Baja SAE, este mecanismo transforma el movimiento de rotación aplicado al volante en un movimiento de traslación que permite cambiar la orientación de las llantas.

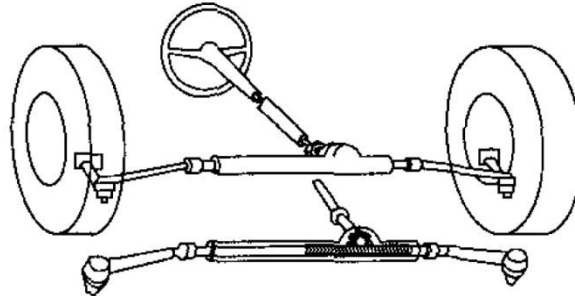


Figura 1.5 Sistema de dirección [5].

En condiciones dinámicas, el accionamiento del sistema de dirección del vehículo induce una rotación en la posición de las ruedas. Esta variación modificará la interacción de la rueda con el suelo, provocando el cambio de la dirección del vehículo. Así mismo, esta acción desencadenará la disipación de fuerzas de inercia traslacionales y rotacionales del vehículo, al tiempo que se induce fuerzas de reacción a la estructura a través de la suspensión.

1.1.5 Sistema de frenos

El sistema de frenos tiene como función detener el vehículo parcial o completamente al producir un momento de reacción, debido a las fuerzas de fricción aplicados sobre las superficies de los discos. Así mismo, este sistema permite controlar la velocidad y mantener el vehículo detenido en una pendiente [4].

1.1.6 Tren motriz

El sistema de tren motriz es el conjunto de componentes mecánicos comprendidos por el motor y transmisión que dan movimiento al vehículo. Parte de su función es convertir el torque proporcionado por el motor en el par suficiente en las llantas para que el vehículo sea capaz cubrir las necesidades que se presenten en el camino.

1.2 Chasis de un vehículo tipo Baja SAE

Este trabajo se centra en evaluar la respuesta del chasis ante casos críticos de operación por lo que es necesario definir las características de un chasis tipo Baja SAE.

Como se mencionó al inicio del capítulo, este tipo de vehículos están estandarizados bajo el reglamento que emite la Sociedad de Ingenieros Automotrices (SAE), para el caso particular de

este trabajo se hace referencia al reglamento del año 2017 que lleva el nombre de “2017 Collegiate Design Series Baja SAE Rules”, ya que el modelo que se estudia fue construido bajo esas reglas.

El reglamento define y especifica las características del material y geometría que debe tener el chasis, a continuación, se presentan los aspectos generales que permiten comprender el diseño y tener una nomenclatura que se usa a lo largo del trabajo (para aspectos más específicos en cuanto dimensiones, ángulos y restricciones se puede consultar directamente el reglamento en la referencia 1).

1.2.1 Materiales reglamentados

El chasis debe estar construido en su totalidad por tubos de acero, cuyas dimensiones de la sección transversal y características específicas del material dependerán del tipo del miembro estructural. Los miembros estructurales se clasifican en tres tipos diferentes: miembros estructurales primarios, miembros estructurales secundarios y miembros estructurales de refuerzo.

1.2.1.1 Miembros estructurales primarios

Los miembros estructurales primarios se utilizan principalmente en la cabina del piloto, también denominada *rollcage*; siendo los miembros estructurales más importantes, ya que se encargan de proteger directamente al piloto en caso de impactos o volcaduras y cuya resistencia no debe comprometer la integridad del piloto.

Este tipo de miembro estructural está reglamentado en cuanto al material y sección transversal, para ello el reglamento propone un tubo con ciertas características o se puede utilizar uno equivalente. A continuación, se describen ambas opciones:

- Tubo de acero de espesor 3 [mm] (0.120 [in]), diámetro de 25 [mm] (1 [in]) y con contenido de carbono de al menos 0.18 %.
- Tubo equivalente cuyas propiedades de rigidez y resistencia a la flexión (*bending stiffness* y *bending strength*, respectivamente), sean superiores a las de un tubo de acero de espesor 3 [mm] (0.120 [in]) y diámetro de 25 [mm] (1 [in]). Espesor mínimo de 1.57 [mm] (0.062 [in]). Con contenido de carbono de al menos 0.18 %.

1.2.1.2 Miembros estructurales secundarios y de refuerzo

Los miembros estructurales secundarios son complementarios a los miembros estructurales primarios y se utilizan para agrupar subsistemas. El único requerimiento de material y sección transversal es el siguiente:

- Tubos de acero con espesor mínimo de 0.89 [mm] (0.35 [in]) y diámetro exterior mínimo de 25.4 [mm] (1 [in]).

Respecto a los miembros estructurales de refuerzo, no existe explícitamente una regla que dicte las dimensiones de la sección transversal y el material requerido.

1.2.2 Nomenclatura del chasis

1.2.2.1 Nodos indicados

El chasis consta de 18 a 22 nodos indicados, dependiendo de la configuración que se utilice, puesto que puede ser de “nariz” y/o FAB (por las iniciales en inglés de *Fore/Aft Bracing Members*) delantero o trasero, FAB hace referencia a la estructura que forman los miembros estructurales. A cada nodo se le asocia una letra (A, B, C, D, E, F, G, P, Q, R, S), la clasificación más general de los nodos se muestra en la Figura 1.6.

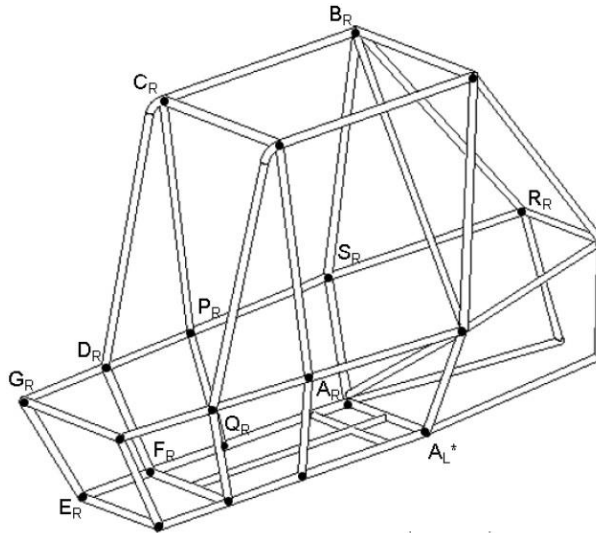


Figura 1.6 Nodos indicados correspondientes a los nodos derechos [1].

Los nodos del lado derecho se denotan con un subíndice R (*Right*, derecha en inglés) mientras que los nodos del lado izquierdo se denotan con un subíndice L (*Left*, izquierda en inglés).

1.2.2.2 Miembros estructurales cruzados laterales (LC)

Los miembros cruzados laterales LC (*Lateral Cross*, por sus siglas en inglés), son segmentos que unen la parte derecha con la izquierda del chasis en los nodos indicados, cuya nomenclatura es:

$$[\text{Nodo}][\text{LC}]$$

El reglamento define cuatro miembros cruzados laterales:

- **ALC:** Miembro lateral cruzado delantero (*Aft Lateral Cross Member*).
- **BLC:** Miembro lateral cruzado por encima de la cabeza (*Overhead Lateral Cross Member*).
- **FLC:** Miembro lateral cruzado frontal (*Front Lateral Cross Member*).
- **CLC:** Miembro lateral cruzado superior (*Upper Lateral Cross Member*).

1.2.2.3 Miembros estructurales primarios

Los miembros estructurales primarios se agrupan en 4 tipos diferentes y están definidos de acuerdo con los nodos que unen. A continuación, se describe este tipo de miembro estructural:

- **RRH:** Haro de volcadura trasero (*Rear Roll Hoop*).
Es el marco que divide la cabina donde va el piloto y los componentes del tren motriz comprendido por los nodos A_R, A_L, B_R, B_L, S_R y S_L.
- **RHO:** Haro de volcadura superior (*Roll Hoop Overhead*).
Es el marco en la parte superior del chasis que pasa sobre la cabeza del piloto comprendido por los nodos B_R, B_L, C_R y C_L.
- **FBM:** Miembros frontales de refuerzo (*Front Bracing Members*).
Es el conjunto de miembros estructurales que dan forma a la cabina en la parte frontal inferior y superior. Existen tanto para la parte izquierda como la parte derecha. Se clasifican como FBM_{LOW} y FBM_{UP}:
 - **FBM_{UP}:** es el miembro estructural comprendido por los nodos B, C y D.
 - **FBM_{LOW}:** son dos miembros estructurales, uno comprendido por los nodos E y G, y otro por los nodos F y D.
- **LFS:** Miembros laterales del marco inferior (*Lower Frame Side Members*).
Es el miembro estructural inferior que se extiende desde el RRH hasta la parte frontal del vehículo comprendido por los nodos A, F y E.

1.2.2.4 Miembros estructurales secundarios

Los miembros estructurales secundarios se agrupan en 4 tipos diferentes y están definidos de a partir de los nodos que unen. A continuación, se describe este tipo de miembro estructural:

- **LDB:** Refuerzo lateral diagonal (*Lateral Diagonal Bracing*).
Es el conjunto de miembros estructurales en el plano del RRH que alojan los cinturones de seguridad de los hombros, son comprendidos por los nodos A, S y B.
- **SIM:** Miembros laterales de impacto (*Side Impact Members*).
Es el par de miembros estructurales laterales intermedios que abarcan desde el RRH hasta la parte frontal del vehículo, comprendido por los nodos S, D y G.

- **FAB:** Miembros de refuerzo delanteros (*Fore/Aft Bracing Members*).
Estructura en la parte trasera del vehículo que resguarda a los componentes del tren motriz, está compuesto en tres secciones:
 - **FAB_{UP}:** miembro estructural encargados de unir los nodos B y R.
 - **FAB_{MID}:** miembro estructural encargados de unir los nodos S y R.
 - **FAB_{LOW}:** miembro estructural encargados de unir los nodos A y R.
- **USM:** Miembros por debajo del asiento (*Under Seat Member*).
Miembros estructurales que pasan por debajo del piloto y es en donde se aseguran los soportes del asiento y cinturones de seguridad. No están definidos por nodos indicados ya que depende la configuración de USM que se utilice.

La Figura 1.7, es del reglamento Baja SAE 2017 [1] y muestran los miembros estructurales de manera más general de acuerdo con el siguiente código de colores:

- **Rojo:** miembros primarios.
- **Verde:** miembros secundarios (SIM y LDB).
- **Naranja:** miembros secundarios (USM).
- **Azul:** miembros secundarios (FAB).

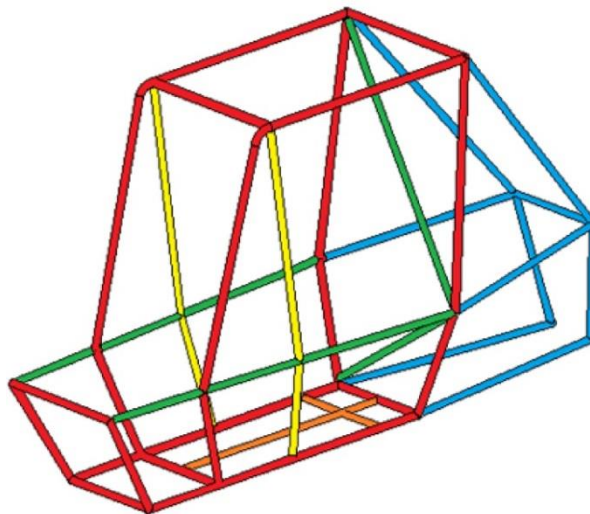


Figura 1.7 Miembros estructurales del chasis [1].

En la sección 3.1.1 Chasis, se representa el chasis del vehículo en estudio y la aplicación de la nomenclatura.

1.3 Análisis dinámicos

Los análisis dinámicos son una vertiente del análisis por elemento finito. Cuya finalidad principal es, estudiar la respuesta que tendrá uno o varios componentes mecánicos durante sus condiciones normales y/o críticas de operación. Los análisis se llevan a cabo con ayuda de equipos de cómputo y sin tener la necesidad de construir un prototipo o el diseño final. Lo cual permite

reducir costos asociados al prototipado o manufactura y el tiempo que conlleva. Así mismo, al reducir los costos y tiempo, es posible realizar más iteraciones y evaluar más diseños.

Los análisis dinámicos se caracterizan por modelar fenómenos que ocurren en periodos de tiempo muy cortos (del orden de milisegundos). En estos análisis principalmente se evalúa la ruptura de algunos componentes, la interacción entre ellos y cómo es que se deforman los componentes a medida que ocurre el fenómeno. Lo anterior da origen a tres fenómenos particulares de este tipo de análisis que son las no linealidades por material, contacto y geometría.

Dicho lo anterior, para este tipo de análisis es de suma importancia tomar en cuenta los aspectos inerciales, amortiguamiento y rigidez de los componentes que se estén evaluando.

Algunos casos de aplicaciones de este tipo de análisis se encuentran en análisis denominados como test de caída (*drop test*), que consiste en simular la caída de objetos electrónicos desde una cierta altura y estudiar la resistencia de los componentes cuando estos impactan contra el suelo. Ejemplo de ellos son las simulaciones del impacto de carcasas de celulares, lavadoras, refrigerados, entre otros. La Figura 1.8, muestra un ejemplo de este tipo de análisis.

El análisis de *drop test* permite conocer si los componentes internos y externos de los objetos no se dañarán cuando el objeto se le caiga al usuario, cuando el objeto es transportado de un lugar a otro, durante el proceso de instalación y en general ante aquellas situaciones de impacto que representen un peligro potencial para el objeto.

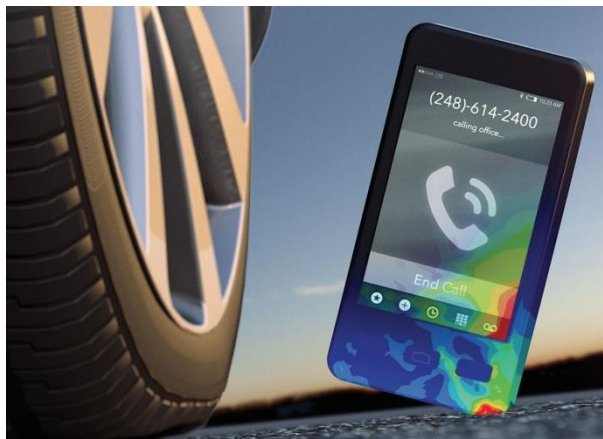


Figura 1.8 Simulación de la caída de celular con RADIOSS [6].

1.3.1 Antecedentes de análisis dinámicos en la industria automotriz

Otra aplicación de los análisis dinámicos se encuentra en la industria automotriz, cuya finalidad principal es simular casos complejos de impacto, como lo pueden ser impactos frontales, laterales, traseros y volcaduras, ya sea contra muros rígidos o deformables, para evaluar cuestiones de seguridad y diseñar mecanismos que aumenten la seguridad e integridad de los

pasajeros y de ciertos componentes del vehículo. La Figura 1.9, muestra un ejemplo de este tipo de análisis.

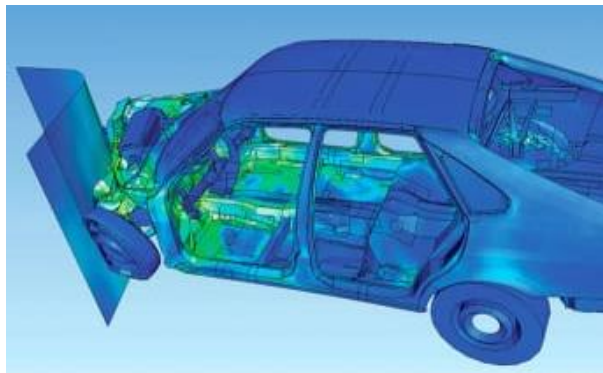


Figura 1.9 Crash analysis [7].

El vehículo *1996 Dodge Neon* fue uno de los primeros vehículos estudiados por medio del método de elementos finitos, en el cual se realizan análisis dinámicos de impacto bajo ciertos estándares. Dicho modelo fue realizado bajo la alianza del programa de investigación *Partnership of a New Generation of Vehicles (PNGV)*, desde ese entonces la *National Highway Traffic Safety Administration (NHTSA)* ha trabajado en el desarrollo en el modelado de vehículos por medio del método de elementos finitos [8].

Debido al detalle contenido en el modelo del vehículo *1996 Dodge Neon*, véase Figura 1.10, fue utilizado como caso de estudio para validar las simulaciones con las pruebas de laboratorio para los casos de impacto frontal y frontal desfasado. A grandes rasgos, el modelo consiste en 311 materiales diferentes, 295,000 nodos y 270,000 elementos. El tiempo de simulación para un impacto frontal fue de 150 milisegundos y requirió una semana de tiempo de cómputo para su solución (a 4 núcleos de una computadora paralela SGI Power Challenge) [8].

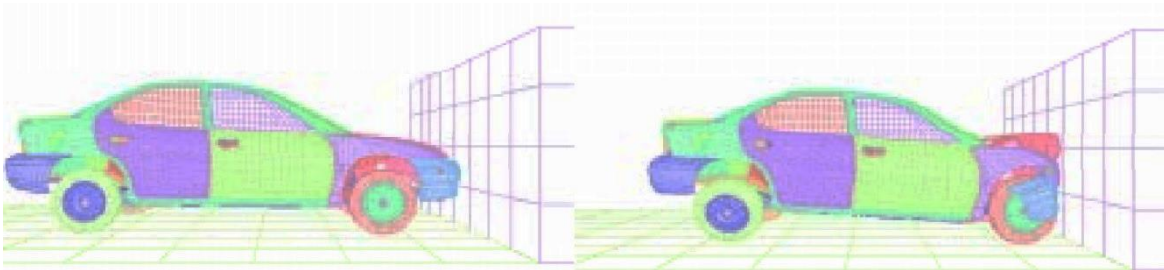


Figura 1.10 Impacto frontal (FVMSS 208) de 1996 Dodge Neon. Simulación en 0 [ms] y 150 [ms] [8].

En la actualidad los análisis de impacto son ampliamente utilizados para simular las pruebas de los estándares relacionados a la seguridad de pasajeros. Con base en los resultados de la simulación es posible realizar cambios de diseño de ciertos componentes con la finalidad de cumplir con los requerimientos de dichos estándares.

1.3.2 Antecedentes de análisis dinámicos en vehículos tipo Baja SAE

Respecto a los análisis dinámicos de impacto aplicados a vehículo tipo Baja SAE, se encuentran reportados muy pocos debido a que no es un requerimiento del reglamento o de alguna institución gubernamental. Por otra parte, en la investigación de los trabajos no se encontraron análisis de vehículo completo que permita estudiar el comportamiento dinámico de un evento de impacto. En contraste, gran parte de los estudios reportados por universidades se centran de manera individual en algunos componentes del vehículo.

La manera en que algunas universidades buscan estudiar la integridad del vehículo y, por ende, inferir la integridad del piloto, es realizando de manera aislada análisis estructurales al chasis del vehículo, para conocer cómo responde el chasis ante ciertos tipos de escenarios de impacto. Con dichos análisis se busca conocer la deformación y estado de esfuerzos de los miembros estructurales para determinar si cumple con ciertos criterios propuestos, principalmente asociados a la resistencia del material.

En los análisis de chasis reportados por otras universidades, gran parte de ellos se realizan consideraciones para simplificar el evento dinámico a una fuerza estática equivalente y resolver el equilibrio, es decir, se llevan a cabo análisis estáticos.

Parte de las consideraciones que se toman son asumir el vehículo como una masa (cuerpo rígido), proponer la duración del tiempo de impacto, que el vehículo se mueve a una velocidad inicial V_0 y una velocidad final $V_F=0$ (después del impacto), con cual se calcula la fuerza resultante mediante el equilibrio de fuerzas $F=m*a$ [9], [10], [11], [12] y [13].

La mayoría de los estudios parte del principio descrito anteriormente, en cambio otros lo hacen por la relación entre el trabajo y cambio de energía cinética [14], lo que varía es el escenario por simular. Por otra parte, para considerar la masa de los componentes de los sistemas del vehículo en algunos casos se aplica una fuerza asociada al peso del componente ($w=m*g$) en los puntos de sujeción al chasis [9] y [10].

La Figura 1.11, muestra dos ejemplos de modelos de chasis para análisis estáticos realizados a un chasis tipo Baja SAE de acuerdo con el enfoque de simplificar un evento dinámico a uno estático. Las flechas representan las fuerzas puntuales aplicadas al chasis, mientras que las etiquetas verdes representan los puntos en los cuales el chasis es restringido (desplazamiento igual a cero) para evitar el movimiento de cuerpo rígido de la estructura. En estos análisis se resuelve el equilibrio estático.

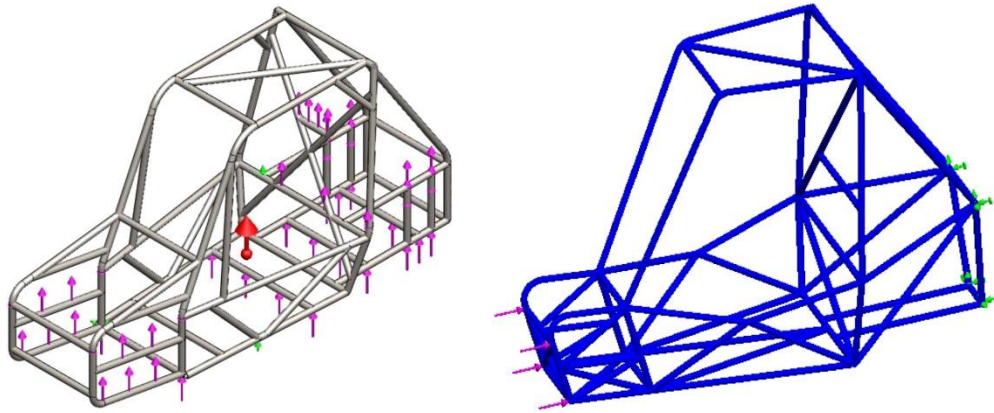


Figura 1.11 Ejemplo de análisis estáticos a chasis tipo Baja SAE. a) Simplificación del peso de los componentes. b) Impacto frontal [9] [13].

En los trabajos [15] y [16] se llevan a cabo análisis dinámicos del chasis de un vehículo tipo Baja, en los cuales se modela únicamente el chasis, mientras que algunos de los componentes del vehículo son modelados como masas distribuidas a lo largo del chasis. En ambos trabajos sólo se simula el impacto frontal contra un muro no deformable y se evalúan el modo de deformación de la estructura. Las condiciones de frontera están dadas por la velocidad inicial del vehículo. Así mismo, estos análisis buscan representar de mejor manera el evento dinámico tomando en cuenta las condiciones de contacto y el comportamiento plástico y de ruptura del material.

La Figura 1.12, muestra un ejemplo de un modelo de un chasis para un análisis dinámico. Los planos color verde y azul representan los muros no deformables contra los cuales el chasis es impactado. Mientras que las etiquetas color rojo, representan las masas puntuales de los componentes del vehículo, que son aplicadas a lo largo del chasis y tienen un rol fundamental en el desarrollo del evento de impacto. En este análisis se establece la velocidad inicial de vehículo instantes antes de impactar.

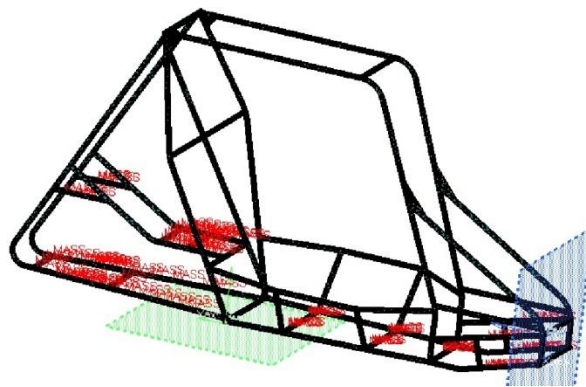


Figura 1.12 Ejemplo de análisis dinámicos a chasis tipo Baja SAE. Impacto frontal contra muro rígido [15].

Simplificar un evento dinámico a uno estático conlleva que la simulación sea diferente al fenómeno que en realidad sucedería, puesto que se omiten los efectos inerciales y la rigidez asociada a los componentes vehículo. Entre los componentes que pueden modificar la respuesta del vehículo se encuentra las llantas, el sistema de suspensión, tren motriz y la carrocería. Otros

aspectos que se omiten al simplificar un evento dinámico son el comportamiento plástico y de ruptura del material.

1.4 Organismo en cuestión de seguridad en la industria automotriz

Las pruebas de impacto realizadas en la industria automotriz se llevan de acuerdo con estándares establecidos por organismos internacionales que especifican los procedimientos para llevar cabo dichas pruebas físicas. Con base en los resultados obtenidos en las pruebas de laboratorio, se asigna una calificación a cada vehículo respecto a una escala definida por el mismo organismo que haya definido el procedimiento de la prueba.

Algunos de los aspectos que se evalúan en este tipo de pruebas son, la resistencia de los miembros estructurales de la carrocería del vehículo y la manera en que éstos se deforman y son capaces absorber la energía del impacto. También, se evalúa que las intrusiones en la cabina no comprometan la integridad de los pasajeros durante y al finalizar el impacto, así como las fuerzas y desaceleraciones que experimentan los pasajeros en diferentes puntos.

Otros aspectos que se evalúan son la integridad de otros componentes del vehículo, por ejemplo, el tanque de gasolina, la resistencia del techo del vehículo y el tiempo de respuestas de las bolsas de aire. La Figura 1.13, muestra un ejemplo de una prueba física de impacto frontal al 50% del ancho del vehículo contra un muro rígido no deformable.



Figura 1.13 Prueba de impacto frontal [17].

Dependiendo del país o de la región donde serán vendidos los vehículos serán los tipos de pruebas que se lleven a cabo. A nivel mundial algunos de los principales organismos que se encargan de evaluar la seguridad e integridad en automóviles son:

- **New Car Assessment Program (NCAP) y sus diferentes filiales [18]:**
 - ANCAP (Australia).
 - JNCAP (Japón).
 - C-NCAP (China).
 - KCAP (Korea).
 - Euro NCAP (Europa).
 - Latin NCAP (Latinoamérica).

- **Federal Motor Vehicle Safety Standards (FMVSS) [19].**

1.4.1 New Car Assessment Program (NCAP)

En 1979 el *New Car Assessment Program* (NCAP) fue creado por la *Federal Motor Vehicle Safety Standards* (FMVSS) para mejorar la seguridad de los ocupantes en vehículos comerciales, desarrollando e implementando significantes y oportunas comparaciones de información relacionada a cuestiones de seguridad, con lo cual promueve que los fabricantes de vehículos voluntariamente mejoren la seguridad de sus vehículos [19].

Desde su creación, NCAP ha incorporado escalas de evaluación, proporcionado información a los consumidores información en formato más amigable y facilitando el acceso a la información sobre la seguridad de vehículos comerciales. Con lo descrito anteriormente, NCAP busca proveer a los consumidores información relevante, en términos de seguridad, que les ayude a tomar una decisión al momento de comprar nuevo coche.

1.4.2 Federal Motor Vehicle Safety Standards (FMVSS)

Los estándares federales de seguridad de vehículos de motor (*FMVSS, Federal Motor Vehicle Safety Standards*, por sus siglas en inglés), son estándares promovidos por la National Highway Traffic Safety Administration (NHTSA) en el título 49 del Código los Estados Unidos de América, capítulo 301 “Motor Vehicle Safety” [20].

Los FVMSS son regulaciones escritas en términos del requerimiento mínimo de desempeño para vehículo de motor o ítems de equipamiento para vehículos de motor. Esos requerimientos son especificados de tal manera que el público esté protegido contra riesgos irracionales de impactos que ocurren como resultado del diseño, construcción o desempeño de vehículos de motor y también estén protegidos contra riesgos irracionales de muerte o herida en eventos de impacto que puedan ocurrir.

Los estándares de la FMVSS abarcan diferentes aspectos de seguridad para diversos subsistemas de los vehículos de motor que pueden representar un riesgo potencial para el conductor y los pasajeros, algunos aspectos evaluados están directamente relacionados con los sistemas de aceleración, frenos, llantas, bolsas de aire, materiales, cinturones de seguridad, combustible, parabrisas y protección de pasajeros en eventos de impacto, por mencionar algunos.

Dichos estándares se dividen en tres grandes categorías, la primera está relacionada a la prevención de impactos y al correcto funcionamiento de los subsistemas de seguridad del vehículo (serie 100), la segunda corresponde los sistemas de seguridad del vehículo durante los eventos de *crashworthiness* (serie 200) y la última comprende la seguridad del vehículo después de que sucedió el evento de impacto (serie 300).

Con respecto a los estándares relacionados a los eventos de *crashworthiness*, algunos de los que se relacionan directamente a la seguridad de los pasajeros y dictan los procedimientos, especificaciones y criterios de daño son los siguientes:

- **FMVSS 201 – *Occupant protection in interior impact***: impacto lateral contra poste rígido fijo.
- **FMVSS 208 – *Occupant crash protection***: impacto frontal contra muro rígido fijo, impacto lateral de un muro en movimiento y *rollover*.
- **FMVSS 214 – *Side impact protection: door crush resistance***: Resistencia de la puerta, impacto lateral contra poste rígido fijo e impacto lateral contra muro deformable en movimiento.
- **FMVSS 216 - *Roof crush resistance***: Resistencia del techo aplicando fuerza gradualmente.
- **FMVSS 301 - *Fuel system integrity***: impacto lateral contra muro rígido en movimiento, trasero con muro rígido y deformable en movimiento y *rollover* estático.

Anteriormente se mencionaron algunos de los organismos que establecen los procedimientos para llevar a cabo este tipo de pruebas para vehículos comerciales, cuyas características son muy diferentes a las de un vehículo tipo Baja SAE. Por otra parte, a pesar de que los materiales y dimensiones para la construcción del chasis de vehículo están estandarizados, ello no implica que ante ciertos casos de impacto la integridad del vehículo se vea comprometida.

Existe un área de oportunidad al estudiar los vehículos tipo Baja SAE tomando como referencia los estándares en cuestión de seguridad para vehículos comerciales. Con la finalidad de comprender cómo responde todo el vehículo ante este tipo de eventos y de qué manera se ve comprometida la integridad del piloto y de los componentes del vehículo. De tal manera que, a partir de conocer la respuesta del chasis se puedan realizar cambios de diseño que mejoren su desempeño.

2 Marco teórico

2.1 Método de elementos finitos

El método de los elementos finitos es un método numérico para resolver problemas de ingeniería y matemáticas, algunas de sus aplicaciones se pueden encontrar en los análisis estructurales, transferencia de calor, flujo de fluidos, transporte de masa y potencial electromagnético [21]. Dicho método, se aplica a problemas que involucran geometrías complicadas, cargas y propiedades de materiales en los cuales generalmente no es posible obtener soluciones analíticas matemáticas.

Las soluciones analíticas, son aquellas dadas por una expresión matemática que permite conocer los valores deseados de cantidades no conocidas en cualquier parte del cuerpo y, por lo tanto, son válidas para un número infinito de posiciones en el cuerpo. Este tipo de soluciones, se obtienen de resolver las ecuaciones diferencias ordinales o parciales que describen el comportamiento del cuerpo. Sin embargo, debido a la complejidad respecto de la geometría, fuerzas o propiedades de materiales no es posible obtenerlas.

Al emplear el método de elementos finitos, se busca obtener los valores para un conjunto discreto de variables mediante la solución de un sistema de ecuaciones algebraico. Para ello, es necesario dividir el cuerpo entero en cuerpos más pequeños llamados *elementos finitos*, los cuales, se conectan unos con otros en puntos en común, como se muestra en la Figura 2.1. De tal manera que, se puede formular las ecuaciones de cada elemento finito y combinarlas para conocer la solución del cuerpo completo.

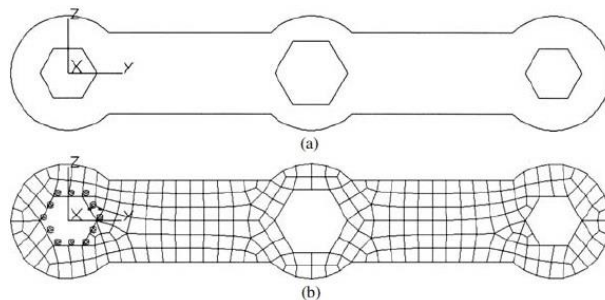


Figura 2.1 Pieza modelada con elementos finitos [21].

Se le conoce como *nodos* a los puntos en los que se conectan los *elementos finitos* para los cuales se calcularán los valores desconocidos. Mientras que, en el dominio comprendido por el elemento finito, se utilizará una función para interpolar los valores a lo largo de ese dominio.

Cuando los elementos finitos tienen nodos únicamente en los vértices, se dice que son de primer orden ya que el polinomio de la función de interpolación es de grado 1. En la mayoría de los

softwares comerciales, cuando los elementos finitos además de tener un nodo en los vértices tienen un nodo intermedio en las aristas se dice que son de segundo orden [36].

En el caso de problemas de tipo estructural, las variables de interés son los desplazamientos y rotaciones de los nodos de los elementos de un cuerpo cuando es sometido a cargas. A partir de los desplazamientos, es posible calcular otras variables de interés, por ejemplo, el estado de esfuerzo en los elementos, las fuerzas internas en los nodos, la energía de deformación, entre otras. Un caso de aplicación del método de los elementos finitos es, evaluar la deformación que sufre una estructura de metal cuando se aplica una fuerza sobre ella.

Otro tipo de problemas a los cuales se aplica el método de los elementos finitos, las variables de interés pueden ser la temperatura o presiones de debido a flujos térmicos o de fluidos.

2.1.1 Tipos de elementos finitos

Existen diferentes tipos de elementos finitos para modelar la geometría de uno o varios cuerpos, así como las interacciones que hay entre ellos. El uso de cada uno de ellos dependerá de las características geométricas del cuerpo y su funcionalidad. Así mismo, cada tipo de elemento requiere de información en particular describir su comportamiento, tal como las propiedades geométricas de la sección transversal, espesor y orientación, por mencionar algunos. A continuación, se describen los tipos de elementos utilizados en este trabajo.

2.1.1.1 Elementos tipo 1D

Los elementos finitos tipo 1D, son elementos que se representan por medio de líneas a las cuales se les asocia la geometría de la sección transversal (constante o variable). Se utilizan para modelar estructuras o armaduras, cuyas dimensiones de la sección transversal son de menor tamaño con respecto a la longitud. Algunos ejemplos son tubos, barra sólida y armaduras.

Este tipo de elemento se define mediante las propiedades de rigidez asociadas a la sección transversal:

- Área (A).
- Momento de inercia (I).
- Momento polar de inercia (J).

La longitud del elemento es la distancia del nodo 1 al nodo 2 de la Figura 2.2.



Figura 2.2 Elemento tipo 1D [21].

2.1.1.2 Elementos tipo 2D

Los elementos finitos tipo 2D, son elementos que se utilizan para modelar cuerpos cuyo espesor se mantiene constante y las dimensiones del ancho y largo son muy grandes con respecto al espesor. Algunos ejemplos son placas, tubos y soportes de placa.

La discretización de la pieza a estudiar se hace por medio de la generación de una superficie media, como se muestra en la Figura 2.3. Sobre dicha superficie se colocan los elementos que modelan la geometría, posteriormente, a estos elementos se les asocia el espesor t de la pieza.

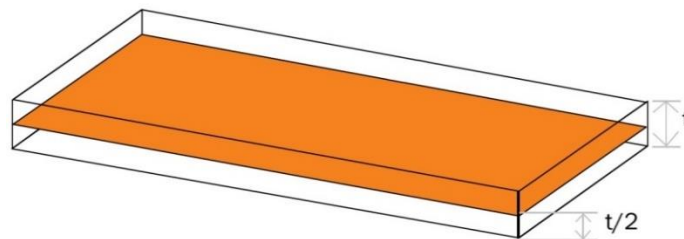


Figura 2.3 Superficie media [22].

Existen dos tipos de elementos: *quad* o cuadrado que está compuesto de cuatro nodos y cuatro aristas (para el elemento de primer orden, el elemento de segundo orden tiene 8 nodos). *Tria* o triángulo que está compuesto de 3 nodos y tres aristas (para el elemento de primer orden, el elemento de segundo orden tiene 6 nodos). Estos elementos se muestran en la Figura 2.4

Para estos elementos, se busca que las características geométricas del *tria* y *quad* sean lo más parecidas a un triángulo equilátero y un cuadrado, respectivamente.

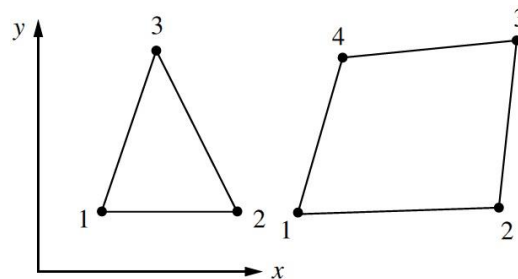


Figura 2.4 Elementos tipo 2D [21].

Este elemento se define a partir del espesor de la pieza y sus características geométricas.

2.1.1.3 Elementos tipo rígidos

Un elemento rígido es un elemento adimensional, que establece las relaciones matemáticas de desplazamiento entre un nodo independiente (llamado nodo maestro) y uno o varios nodos dependientes (llamados nodos esclavos). La Figura 2.5, ilustra la relación esclavo – maestro de un elemento rígido.

En el caso de los elementos rígidos tipo RBE2, por las siglas en inglés de *Rigid Body Element*, no existe movimiento relativo entre el nodo independiente y los nodos dependientes, por lo que no es posible calcular el estado de esfuerzo en los elementos conectados ya que éstos no se deformarán.

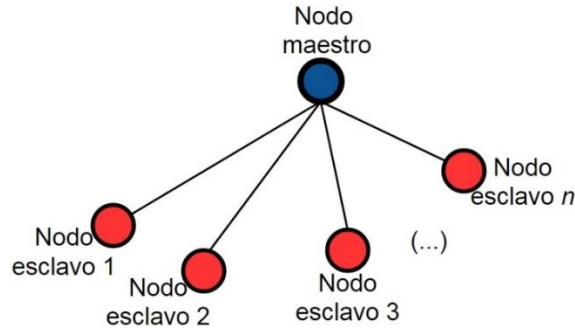


Figura 2.5 Elemento rígido.

2.1.1.4 Elementos tipo resorte

Una de las aplicaciones de este tipo de elemento finito es para modelar un resorte que conecta dos nodos con un valor de rigidez K , al mismo tiempo, es posible asociarle valores de amortiguamiento C y masa m , de manera análoga a un sistema masa-resorte-amortiguador. La Figura 2.6, muestra un elemento tipo resorte que conecta a los nodos N1 y N2.

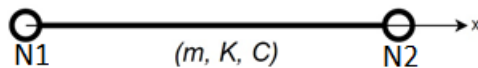


Figura 2.6 Elemento tipo resorte.

Dicho elemento posee un grado de libertad de traslación a lo largo del eje formado por los dos nodos, cuyo comportamiento se traduce a tener un resorte que trabaja a compresión y tracción. Así mismo, al asociarle un valor de rigidez y amortiguamiento, la fuerza de reacción del resorte dependerá de la deformación y de la velocidad en que se produzca la deformación, como se muestra en la Ecuación 2.1.

$$\mathbf{F}_{\text{resorte}} = \mathbf{K} \mathbf{x} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}} \quad \text{Ecuación 2.1}$$

Otra aplicación de este tipo de elemento es para definir juntas cinemáticas entre dos elementos rígidos; por ejemplo, juntas esféricas, revolutas, prismáticas, cilíndricas, entre otras. Los elementos tipo resorte unen los nodos de los elementos rígidos donde se encuentra la junta cinemática. Dependiendo de la junta a modelar, dependerá de la definición de los ejes de traslación y rotación por medio de nodos de referencia.

En el caso particular del modelado de una junta revoluta, se lleva a cabo mediante la unión de los nodos esclavos de dos elementos rígidos por medio un elemento resorte; el eje de rotación de la

jointa estará definido por elemento de resorte, como se muestra en la Figura 2.7. Posteriormente hay que definir este tipo de resorte como una junta revoluta.

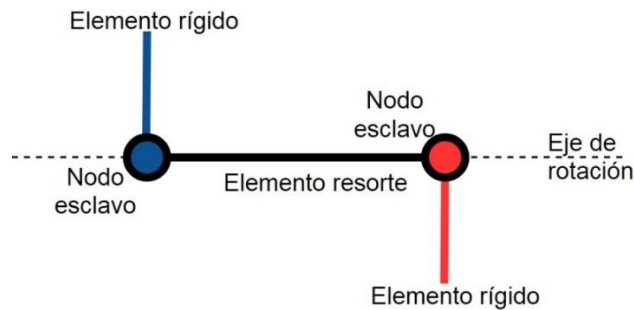


Figura 2.7 Elemento resorte definido como junta revoluta.

2.2 Análisis dinámicos – Esquema de integración explícito

El problema que se resuelve en los análisis dinámicos parte de la discretización del cuerpo por medio de elementos finitos y establecer el equilibrio dinámico del sistema expresado de forma matricial, tal como se muestra en las ecuaciones 2.2 y 2.3.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K} \mathbf{X} = \mathbf{F} \quad \text{Ecuación 2.2}$$

$$\underline{\mathbf{M}} \ddot{\underline{\mathbf{X}}} + \underline{\mathbf{C}} \dot{\underline{\mathbf{X}}} + \underline{\mathbf{K}} \underline{\mathbf{X}} = \underline{\mathbf{F}} \quad \text{Ecuación 2.3}$$

Donde las matrices \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} son matrices cuadradas que corresponden a las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente. Los vectores $\ddot{\mathbf{X}}$, $\dot{\mathbf{X}}$ y \mathbf{X} corresponden a la segunda derivada con respecto al tiempo de la posición, primera derivada con respecto al tiempo de la posición y a la posición, respectivamente. Finalmente, el vector \mathbf{F} corresponde a las fuerzas externas.

El propósito es determinar las posiciones nodales relacionadas a la posición lineal y angular, así como su primera y segunda derivada, en un intervalo de tiempo discreto T . El tiempo discreto T a su vez estará dividido en n intervalos, cada uno de duración ΔT , también llamado *time step*.

Los valores nodales de posición (vector de posición) en un determinado tiempo t , se pueden conocer por medio de integrar numéricamente con respecto al tiempo la variable de aceleración. El método general que se utiliza es el llamado integración directa, dentro de los cuales se clasifican en métodos implícitos y explícitos. Dentro de la categoría de los métodos explícitos, tres de los principales métodos usados son el método de la diferencia central, el de Newmark-Beta y el de Wilson-Theta [21].

La Figura 2.8, muestra gráficamente el principio del método de la diferencia central [21]. Conocidos los valores de posición en los incrementos $i-1$ e $i+1$ y el valor del *time step* ΔT , es posible aproximar la primera derivada de la posición en t_i . De manera análoga, se puede derivar la función de velocidad para aproximar su derivada con respecto al tiempo en el tiempo t_i .

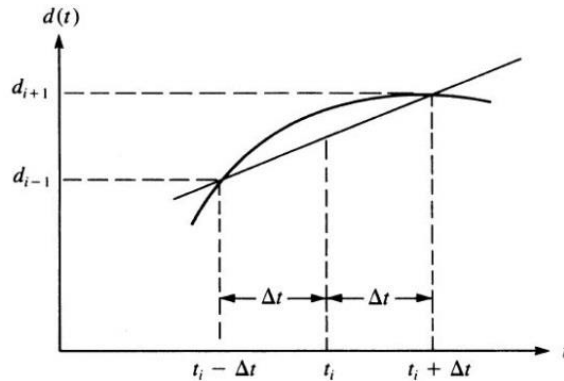


Figura 2.8 Integración numérica (aproximación de la derivada en t_i) [21].

2.3 No linealidad por geometría, material y contacto

Los tres grandes grupos de no linealidades son: no linealidad por geometría, comportamiento no lineal del material y contactos. Para leer más a detalle sobre cada tipo se puede consultar la referencia [23]. A continuación, se describen las generalidades de cada tipo.

2.3.1 Geometría

Las consideraciones dentro de la teoría lineal son [23]:

1. Equilibrio en el estado no deformado.
2. Pequeñas rotaciones.
3. Pequeñas deformaciones.

Por el contrario, en la teoría no lineal dichas consideraciones se convierten en las siguientes:

1. Equilibrio en el estado deformado.
2. Grandes rotaciones.
3. Grandes deformaciones.

Para el caso número de 2 de no linealidad por geometría, los desplazamientos y rotaciones son grandes, pero la deformación del elemento finito es pequeña [24]. Tal como se muestra en la Figura 2.9.

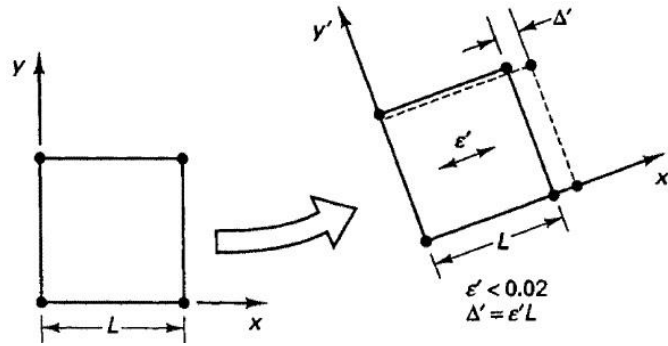


Figura 2.9 Grandes desplazamientos y rotaciones, pero pequeñas deformaciones [24].

Por otra parte, el caso número 3 de no linealidad por geometría, la deformación del elemento finito es grande, de igual manera que los desplazamientos y rotaciones. Tal como se muestra en la Figura 2.10.

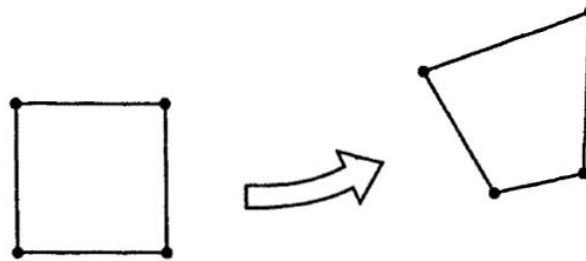


Figura 2.10 Grandes deformaciones y grandes desplazamientos y rotaciones [24].

2.3.2 Material

El comportamiento lineal de un material está asociado a la relación lineal $\sigma = E \varepsilon$; donde σ es el esfuerzo, E módulo de Young y ε deformación, dicha relación describe el comportamiento elástico en materiales metálicos. Como se puede observar el esfuerzo es función de la deformación $\sigma(\varepsilon)$.

En caso del comportamiento no lineal del material surge a partir de representar lo más fielmente el comportamiento que tendría el material en la realidad, considerando aspectos como la deformación plástica, la dependencia en el tiempo y la influencia de la temperatura. Algunos modelos de materiales representan los siguientes aspectos [23]:

- **Plasticidad:** si un valor de esfuerzo supera el esfuerzo de fluencia σ_y , entonces la deformación se mantiene incluso al dejar de aplicar la fuerza, como se muestra en la Figura 2.11.

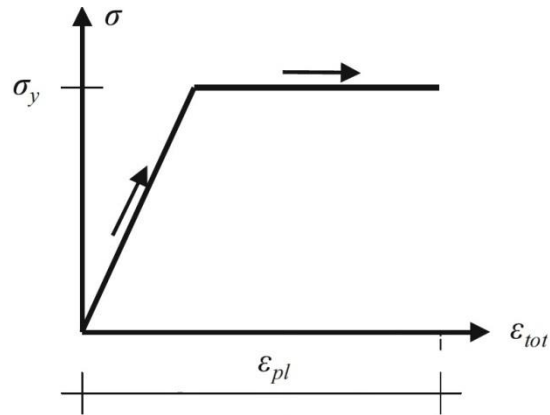


Figura 2.11 Material con comportamiento perfectamente plástico [23].

- **Elastoplástico:** Existe una deformación reversible e irreversible asociada a la deformación elástica ϵ_{el} y deformación plástica ϵ_{pl} del material, respectivamente. La deformación total constará de la deformación elástica ϵ_{el} y plástica ϵ_{pl} , como se muestra en la Figura 2.12.

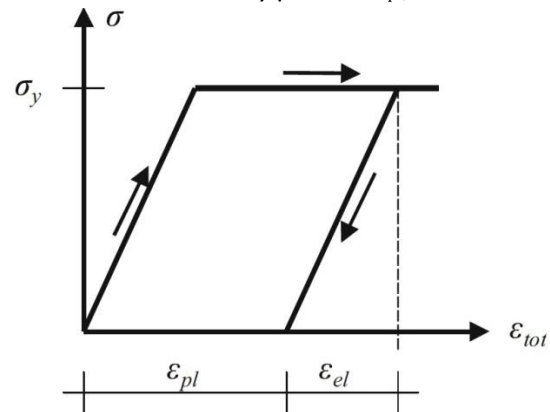


Figura 2.12 Material con comportamiento elastoplástico [23].

- **Viscoelástico:** al dejar de aplicar fuerza, el material regresará a su forma original en un cierto tiempo, por lo que cualquier deformación es dependiente del tiempo. La Figura 2.13, muestra que al aplicar una fuerza en un intervalo de tiempo produce una deformación y al deja de aplicarla se regresa al estado original en un cierto tiempo.

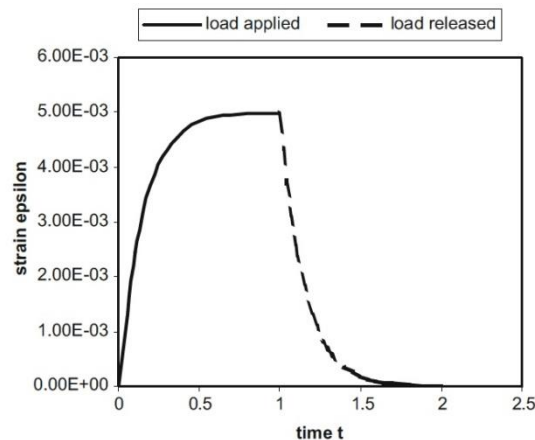


Figura 2.13 Material con comportamiento visco - elástico [23].

- **Visco plástico:** la deformación es dependiente del tiempo y presenta una deformación irreversible $\varepsilon_1(t_1)$ al superar un cierto valor, como se muestra en la Figura 2.14.

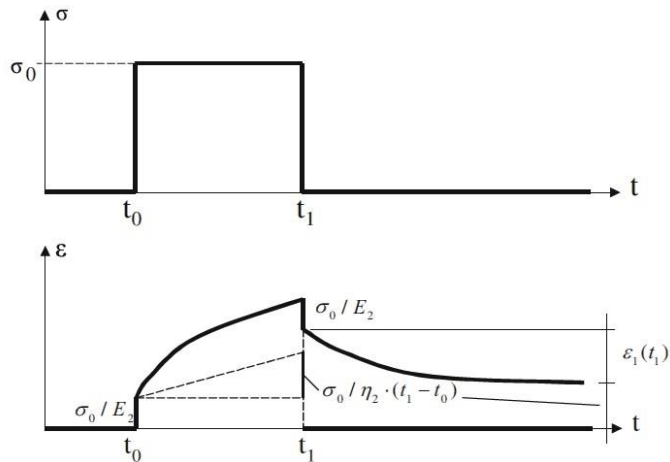


Figura 2.14 Material con comportamiento perfectamente visco - plástico [23].

2.3.3 Contactos

Los contactos son interacciones entre nodos y elementos que a medida que sucede el evento dinámico la distancia entre ellos tiende a cero dando origen a la condición de contacto, lo cual se traduce como fuerzas de contacto aplicadas a los nodos adyacentes. En la realidad se entiende cuando dos o más cuerpos se tocan.

Existen diferentes casos para definir la condición de contacto, donde la interacción se puede presentar entre cuerpos deformables, cuerpos y superficies rígidos. A continuación, se describen cada una de ellas [23]:

1. **Contacto con superficie rígida:** un cuerpo se aproxima a una superficie rígida y no puede ir más allá. Si se incrementa la fuerza aplicada al cuerpo, el cuerpo será el único que continúe deformándose.
2. **Contacto entre dos cuerpos deformables:** dos cuerpos se aproximan uno contra otro. Cuando entran en contacto, ambos cuerpos se deforman.
3. **Contacto con el mismo cuerpo:** diferentes zonas del mismo cuerpo se tocan entre sí.
4. **Contacto entre dos cuerpos rígidos:** dos cuerpos rígidos se tocan entre sí, pero ninguno de ellos se deforma.

Las condiciones de contacto entre cuerpos deformables, cuerpos y superficies rígidos se muestran en la Figura 2.15.

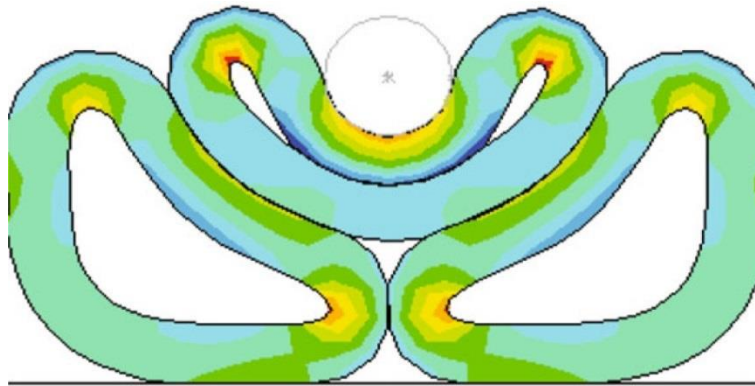


Figura 2.15 Ejemplo de las condiciones de contacto 1, 2 y 3 [23].

El caso del contacto 1 puede ser modelado definiendo como condición de frontera, en cambio los casos 2 y 3 mediante nodos comunes o ecuaciones de restricción.

Para el modelado de contactos no es necesario distinguir entre las interacciones descritas, ya que el cálculo se hace directamente sobre los elementos finitos y nodos. Para lo cual, se establecen relaciones entre las entidades llamadas maestro y esclavo, dependiendo del tipo de contacto dicha relación estará dada entre nodos, líneas y superficies.

Algunas formas de evaluar una condición de contacto son:

- Nodo a superficie.
- Línea a línea.
- Nodo a nodo.
- Superficie a superficie.
- Punto a superficie.

La Figura 2.16, muestra la relación entre los nodos esclavo (color rojo) y las entidades maestro (color azul). Las entidades maestro pueden ser definidas como nodos maestros, para un contacto tipo del tipo nodo a nodo, o como superficies maestras comprendidas por los elementos finitos, para un contacto del tipo nodo a superficie.

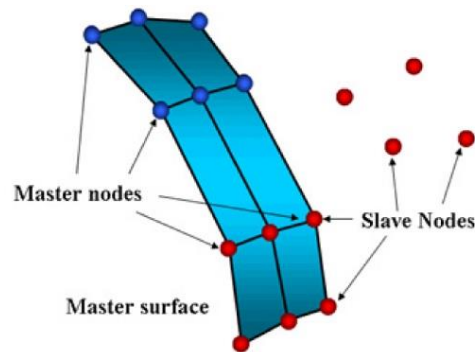


Figura 2.16 Ejemplo relación esclavo – maestro [25].

El contacto de nodo a superficie es de los más usados, en el cual se define como superficie maestra a la superficie en la cual se espera el contacto, mientras que los nodos esclavos serán

aquellos nodos que se esperan que se muevan en dirección a la superficie maestra. La relación nodo esclavos y superficies maestras puede ser definida entre dos cuerpos diferentes, entre el mismo cuerpo y entre el cuerpo y una superficie rígida.

En la Figura 2.17, muestra si un nodo de la superficie 2 hace contacto con un segmento de la superficie 1. Los nodos i , j y k pueden ser parte de uno o más elementos [23].

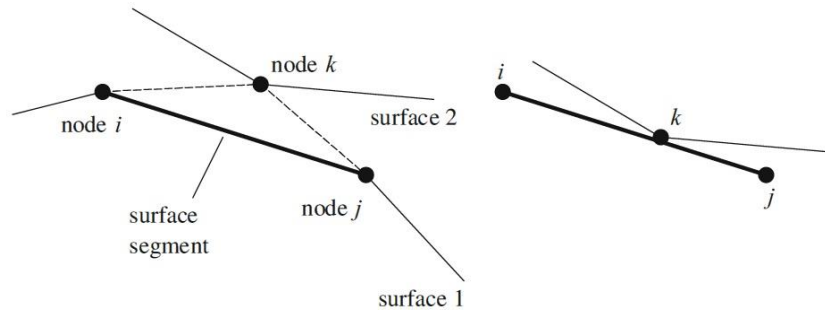


Figura 2.17 Contacto nodo a superficie [23].

2.4 Modelos matemáticos de materiales

2.4.1 Material lineal elástico

La base del modelo lineal elástico es el resorte (ley de Hooke), donde la relación entre desplazamiento u y fuerza F está definida por una constante de proporcionalidad k (rigidez del resorte), tal como se muestra en la Ecuación 2.4 [15].

$$\mathbf{F} = \mathbf{k} \mathbf{u} \quad \text{Ecuación 2.4}$$

Expresado en términos de esfuerzo σ y deformación ϵ , la relación está dada por una constante de proporcionalidad E (módulo de Young del material), por lo que los esfuerzos σ pueden ser calculados por medio de la deformación ϵ . Se mantiene la relación lineal de la Ecuación 2.5. La Figura 2.18, muestra la función lineal $\sigma(\epsilon)$ de la Ecuación 2.5.

$$\sigma = \mathbf{E} \epsilon \quad \text{Ecuación 2.5}$$

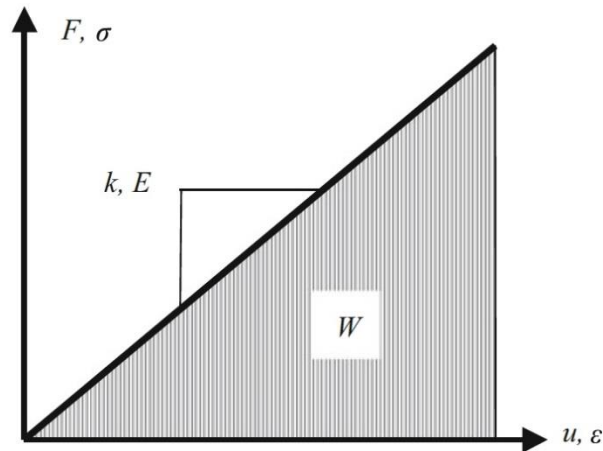


Figura 2.18 Gráfica σ - ϵ de un material lineal elástico [21].

Mediante este modelo matemático de material es posible describir el comportamiento elástico de un material, cuyo comportamiento elástico sigue una relación lineal. Principalmente se aplica para materiales metálicos

2.4.2 Material elastoplástico – Modelo Johnson Cook

El modelo de material Johnson-Cook permite modelar la relación de esfuerzo σ y deformación ϵ de un material metálico en su zona plástica bajo condiciones de gran deformación, alta velocidad de deformación y elevadas temperaturas [26]. La relación matemática de este modelo corresponde a la Ecuación 2.6.

$$\sigma = (A + B \epsilon^n) \left(1 + C \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{ref}} \right) \right) (1 - T^{*m}) \quad \text{Ecuación 2.6}$$

Los tres paréntesis de la Ecuación 2.6 representan, de izquierda a derecha, el efecto del endurecimiento por deformación, el efecto de endurecimiento de velocidad de deformación y el efecto la temperatura. Las constantes de dicha ecuación representan lo siguiente:

- A: esfuerzo de fluencia.
- B: constante de endurecimiento por deformación.
- n: coeficiente de endurecimiento por deformación.
- C: coeficiente de velocidad de deformación.
- $\dot{\epsilon}_{ref}$: velocidad de deformación de referencia.
- T^{*m} : temperatura homologada.

Donde la temperatura homologada se puede calcular por medio de la temperatura de deformación T, la temperatura de fusión T_F y la temperatura de deformación de referencia T_{Ref} . Y está dada por la Ecuación 2.7.

$$T^* m = \frac{T - T_{Ref}}{T_F - T_{Ref}} \quad \text{Ecuación 2.7}$$

Por otra parte, para modelar la deformación plástica de un material metálico sujeto únicamente a los efectos del endurecimiento por deformación, las constantes A, B y n se pueden calcular con base en los resultados de una prueba de tracción. Para ello, se calculan los valores reales de deformación máxima (ϵ_{UTS}) y esfuerzo máximo (σ_{UTS}), a partir de los valores nominales de esfuerzo máximo (e_{UTS}) y esfuerzo máximo (s_{UTS}). Estas relaciones están dadas por las ecuaciones 2.8 y 2.9 [27].

$$\sigma_{UTS} = s_{UTS} (1 + e_{UTS}) \quad \text{Ecuación 2.8}$$

$$\epsilon_{UTS} = \ln(1 + e_{UTS}) \quad \text{Ecuación 2.9}$$

De tal manera que, las constantes las constantes A, B y n se obtienen mediante las ecuaciones 2.10 a 2.12 [25].

$$A = \sigma_y \quad \text{Ecuación 2.10}$$

$$n = \frac{\sigma_{UTS} \epsilon_{UTS}}{\sigma_{UTS} - \sigma_y} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

$$B = \frac{\sigma_{UTS}}{n \epsilon_{UTS}^{(n-1)}} \quad \text{Ecuación 2.12}$$

Finalmente, el modelo elastoplástico Johnson – Cook, modela el comportamiento elástico de un material como un material lineal elástico que se describe en la sección 2.4.1. Mientras que la parte plástica, se modela como una función exponencial descrita por la Ecuación 2.6, como se muestra en la Figura 2.19.

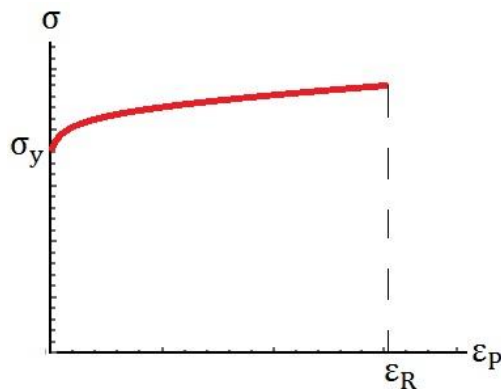


Figura 2.19 Zona plástica de un material usando el modelo Johnson – Cook.

Este modelo matemático de material principalmente se ocupa cuando se considera el comportamiento elástico y plástico del material. Así mismo, cuando no se tienen todos los datos

de la curva esfuerzo – deformación del material y sólo se tienen los datos de esfuerzo de fluencia (σ_y) deformación máxima (ϵ_{UTS}) y esfuerzo máximo (σ_{UTS}) obtenidos en una prueba de tracción.

2.5 Sistema cerrado para modelado de la llanta

Un sistema es una cantidad de materia o región en el espacio, delimitado por una frontera que puede ser fija o móvil y se pueden considerar como cerrados o abiertos [28].

Un sistema cerrado consta de una cantidad fija de masa y ninguna otra cantidad puede cruzar su frontera. En cambio, la energía, en forma de calor o trabajo puede cruzar la frontera. Así mismo, volumen puede ser fijo o no, dependiendo del sistema que se represente.

Es posible modelar el gas (aire) contenido en una llanta por medio de un sistema cerrado y conocer la interacción que éste tiene con la frontera delimitada por elementos finitos. El sistema cerrado se genera a partir del volumen definido por el conjunto de superficies cerradas de los elementos finitos, tal como se muestra en la Figura 2.20.

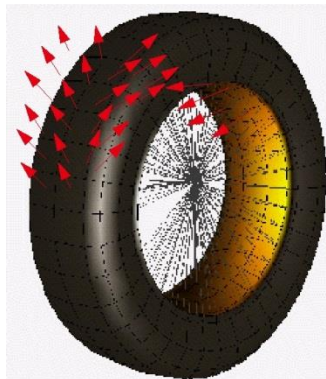


Figura 2.20 Llanta modelada como un sistema cerrado. Las normales de los elementos apuntan a hacia el exterior [29].

Se considera un sistema adiabático cuya relación entre volumen y presión está dada por la Ecuación 2.13.

$$P(V - V_{inc})^\gamma = C \quad \text{Ecuación 2.13}$$

Las constantes de la Ecuación 2.13 corresponde a lo siguiente:

- P: presión
- V: volumen
- V_{inc} : volumen incompresible
- γ : constante de gas
- C: constante

A partir de la ecuación de energía de un sistema cerrado, de la condición adiabática de un gas ideal y conociendo los valores de P, E, V y V_{inc} para el time step $n = (t - \Delta t)$, se pueden conocer los valores siguientes correspondientes al time step $n = t$ de E y P por medio de las

ecuaciones 2.14 y 2.15. Una vez conociendo el valor de la presión $P(t)$, dicha presión se aplica al sistema cerrado y con ello se calculan las aceleraciones, velocidades, geometrías y volúmenes en el time step $n=t$ [21].

$$dE_{\text{SistCerrado}} = -P d(V - V_{\text{inc}}) \quad \text{Ecuación 2.14}$$

$$P = \frac{(\gamma-1) E}{V - V_{\text{inc}}} \quad \text{Ecuación 2.15}$$

2.6 Balance de energía

Un concepto que permite estudiar la respuesta de un vehículo en un escenario de impacto, es la manera en que los miembros estructurales absorben y disipan energía correspondiente a la energía cinética que tiene el vehículo previo a impactar.

Un vehículo diseñado para tener un buen manejo en la transferencia de energía tiene las siguientes características [30]:

- Protege a todos los pasajeros en todos los modos de colisión permisibles.
- Posee una capacidad pico de carga para soportar la absorción de energía en los miembros estructurales, sin exhibir excesiva deformación.
- Absorción eficiente de energía que limite la desaceleración e intrusión en la cabina durante el impacto.

En un modelo de un vehículo con elementos finitos, se encuentran diferentes fuentes de energía que conforman el balance de energía:

- **Energía cinética.** La energía cinética representa el trabajo $U_{1 \rightarrow 2}$ de la fuerza F ejercida sobre una partícula durante el desplazamiento finito de un punto x_1 a un punto x_2 [31]:

$$U_{1 \rightarrow 2} = \int_{s_1}^{s_2} F_t ds = m \int_{v_1}^{v_2} v dv = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

- **Energía de deformación.** Es la energía mecánica total por unidad de volumen consumida por el material para deformarlo hasta un valor de deformación dado [37]:

$$U = \frac{1}{V} \int P dL = \int_0^L \frac{P}{A_0} \frac{dL}{L_0} = \int_0^\epsilon \sigma d\epsilon$$

- **Energía de resorte.** La energía de un resorte se define como el trabajo $U_{1 \rightarrow 2}$ de la fuerza F ejercido por el resorte durante un desplazamiento finito de un punto x_1 a un punto x_2 [31]:

$$U_{1 \rightarrow 2} = - \int_{x_1}^{x_2} k x dx = \frac{1}{2} k x_1^2 - \frac{1}{2} k x_2^2$$

Durante la resolución de una simulación de impacto en un intervalo de tiempo finito, se mantiene la igualdad de la Ecuación 2.16 [25]. Lo cual implica que la energía total del sistema será igual a la suma de todas las energías presentes. Este balance de energía permite determinar si existe algún error en la simulación, en el caso que la energía total disminuya o incremente sin alguna razón aparente.

$$\mathbf{TE} = \mathbf{EI} + \mathbf{KE} + \mathbf{RKE} + \mathbf{SE} + \mathbf{CE} + \mathbf{HE} + \mathbf{UE} \quad \text{Ecuación 2.16}$$

Los términos en la Ecuación 2.16 corresponden a lo siguiente:

- TE: energía total del sistema.
- EI: energía interna o energía de deformación.
- KE: energía cinética.
- RKE: energía cinética rotacional.
- SE: energía de resorte.
- CE: energía de contactos.
- HE: energía de *Hourglass*.
- UE: trabajo externo.

En los análisis dinámicos explícitos, generalmente se utiliza el gráfico de balance de energía para evaluar la respuesta del vehículo durante el fenómeno de impacto. En el cual se grafica cada tipo de energía para cada tiempo de la simulación. La Figura 2.21, muestra un ejemplo de un gráfico de balance de energía.

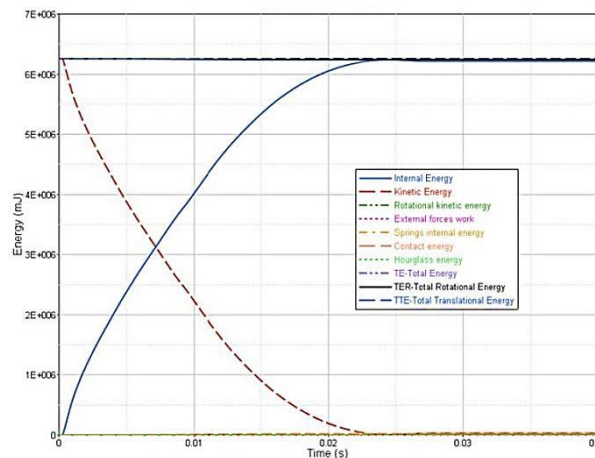


Figura 2.21 Ejemplo de gráfico de balance de energía [25].

La evaluación del chasis del vehículo tipo Baja SAE que se presenta en este trabajo, se llevó a cabo por medio del método de los elementos finitos utilizando un esquema de integración explícito. Por lo que la información presentada en este capítulo llamado *2 Marco teórico*, menciona los aspectos generales para entender en qué consiste un modelo de este tipo. Así mismo, permitirá facilitar entender cómo fue construido el modelo de elemento finito, los modelos matemáticos de los materiales utilizados y los resultados obtenidos.

3 Desarrollo

3.1 Descripción del vehículo 2017

El vehículo tipo Baja SAE que se estudia en este trabajo es el vehículo del año 2017 que se muestra en la Figura 3.1, cuyo nombre es “Atlacamani”, el cual fue diseñado y manufacturado por el equipo Puma Off-Road Team.



Figura 3.1 Vehículo 2017 "Atlacamani". Competencia Baja SAE México 2017.

El vehículo asistió a dos competencias, la primera fue Baja SAE Internacional 2017 con sede en Illinois, Estados Unidos de América, donde pasó la revisión técnica y compitió en algunas de las pruebas dinámicas; sin embargo, debido a fallas mecánicas debió ser retirado de las mismas.

La segunda competencia fue Baja SAE México 2017 (5 meses después a Illinois), para la cual se le implementaron algunas mejoras al vehículo desarrolladas con base en el desempeño obtenido en la primera competencia. Como resultado se obtuvo una mejora del 153.3% en el puntaje general con respecto a la competencia de 2016. Así mismo, algunas otras razones para dicha mejora estuvieron relacionadas con la participación en la mayoría de las pruebas dinámicas y haber realizado 17 vueltas en la carrera de 4 horas (*endurance*).

Para la evaluación del vehículo que se presenta en esta tesis, se realizan algunas simplificaciones a los subsistemas que lo integran, para lo cual se toman en cuenta sólo los componentes mecánicos que intervienen directamente en un escenario de impacto, como lo son las llantas, suspensión y el chasis. Por otra parte, se omiten los componentes que no aportan a la parte estructural del vehículo, pero se preservan las masas asociadas a dichos componentes para considerar sus efectos inerciales. En este capítulo se describe las consideraciones que se tomaron, así como el modelado del vehículo 2017 por medio de elementos finitos.

3.1.1.1 Chasis

El chasis del vehículo 2017 cumplió con las especificaciones solicitadas por el reglamento Baja SAE 2017 todos los aspectos, los cuales están relacionados a la geometría, dimensiones y materiales de los miembros estructurales, en este apartado se mencionan dichos aspectos.

Como se menciona en la sección 1.2 Chasis de un vehículo tipo Baja SAE, los tubos que constituyen el chasis se clasifican como miembros primarios, miembros secundarios y miembros de refuerzo. Para el caso del vehículo 2017, se ocupó un tipo de miembro primario, tres tipos diferentes de miembros secundarios y un miembro de refuerzo. La diferencia entre los diferentes tipos de miembros estructurales son las dimensiones de la sección transversal y el material.

En la Figura 3.2 se puede observar el chasis del vehículo 2017, cuyo código de colores hace referencia a los miembros estructurales de la siguiente manera:

- **Rojo:** Miembros estructurales primarios.
Ocupado en los miembros estructurales primarios reglamentados (RRH, RHO, FMB y LFS).
- **Azul:** Miembros estructurales secundario A.
Ocupado en los miembros estructurales secundarios de la estructura del FAB (excepto en el FAB_{MID}).
- **Verde:** Miembros estructurales secundario B.
Ocupado en los miembros estructurales secundarios del LDB, SIM y USM.
- **Naranja:** Miembros estructurales secundario C.
Ocupado como DLC y para la defensa delantera y trasera.
- **Amarillo:** Miembros estructurales de refuerzo.
Ocupado para reforzar el SIM del doblez intermedio al nodo A.

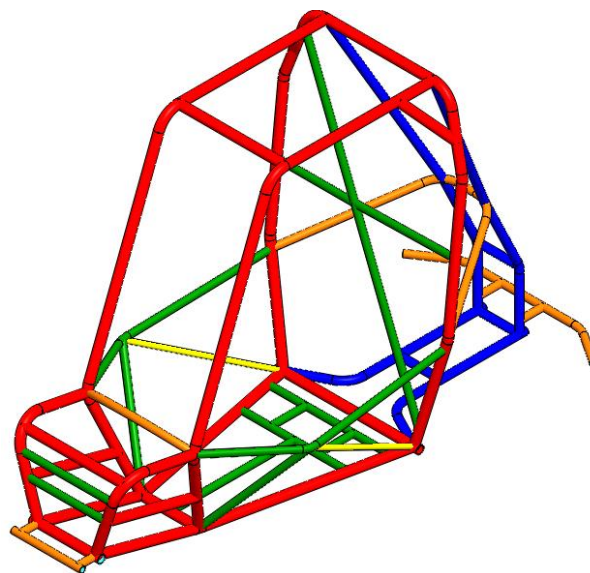


Figura 3.2 Chasis vehículo 2017.

En la Tabla 3.1, se presentan las dimensiones de las secciones transversales y los materiales correspondientes a cada tipo de miembro estructural.

Tabla 3.1 Miembros estructurales del chasis.

Tipo de miembro	Material	Diámetro exterior		Espesor	
		[mm]	[in]	[mm]	[in]
Primario	ASTM A36	33.4	1.315	2.54	1/10
Secundario A	AISI1020	28.57	1 1/8	1.57	0.062
Secundario B	ASTM A36	25.4	1	1.19	0.047
Secundario C	AISI1020	25.4	1	2.18	0.086
Refuerzo	AISI1020	19.05	¾	1.58	1/16

3.1.1.2 Materiales del chasis

Los materiales empleados en los miembros estructurales del chasis se seleccionaron con base en las especificaciones del reglamento, para lo cual se ocuparon dos diferentes tipos de aceros cuya diferencia se encuentra en sus propiedades mecánicas.

3.1.1.2.1 Acero A36

Este tipo de acero se ocupó como material para los miembros estructurales primarios y que por reglamento debe tener un contenido de al menos 0.18% de carbono. De igual manera, se utilizó en los miembros secundarios B. Las propiedades mecánicas de este tipo de material se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2 Propiedades mecánicas del acero A36.

Propiedades mecánicas	Valor	Unidad
Densidad (ρ)	7850	km/m ³
Módulo de Young (E)	210	GPa
Relación de Poisson (ν)	0.3	-
Esfuerzo de cedencia (σ_Y)	250	MPa
Esfuerzo último (σ_{UTS})	400	MPa
Deformación al esfuerzo último (e_{UTS})	0.12	-
Deformación de ruptura (ϵ_R)	0.25	-

3.1.1.2.2 Acero AISI1020

Este tipo de acero se ocupó como material para los miembros estructurales secundarios A y C y en los miembros estructurales de refuerzo. Las propiedades mecánicas de este tipo de material se muestran en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3 Propiedades mecánicas del acero AISI 1020.

Propiedades mecánicas	Valor	Unidad
Densidad (ρ)	7850	kg/m ³
Módulo de Young (E)	210	GPa
Relación de Poisson (ν)	0.3	-
Esfuerzo de cedencia (σ_Y)	350	MPa
Esfuerzo último (σ_{UTS})	420	MPa
Deformación al esfuerzo último (e_{UTS})	0.08	-
Deformación de ruptura (ϵ_R)	0.15	-

3.1.1.3 Nomenclatura del chasis 2017

En la sección 1.2.2 Nomenclatura del chasis, se describe la nomenclatura para nodos y miembros estructurales reportada en el reglamento Baja SAE 2017. A continuación, se describe dicha nomenclatura para el vehículo 2017.

3.1.1.3.1 Nodos indicados

Dada la configuración de nariz, el chasis del vehículo 2017 cuenta con un total de 18 nodos, de los cuales 9 nodos corresponden a la parte izquierda (A_L , B_L , C_L , D_L , E_L , F_L , G_L , S_L y R_L) y 9 nodos a la parte derecha del chasis (A_R , B_R , C_R , D_R , E_R , F_R , G_R , S_R y R_R). Los nodos indicados del chasis 2017 se muestran en la Figura 3.3.

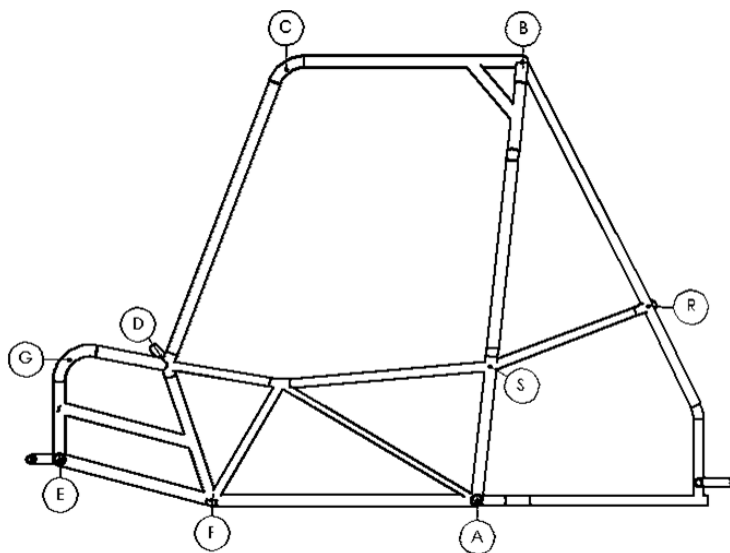


Figura 3.3 Nodos indicados del chasis.

3.1.1.3.2 Miembros cruzados laterales (LC)

El chasis del vehículo 2017 cuenta con 4 miembros cruzados laterales (LC) explícitamente definidos en el reglamento Baja SAE 2017 que son el ALC, BLC, CLC y FLC. Se muestran en la Figura 3.4 de en color rojo.

Por otra parte, dada la nomenclatura se puede nombrar los miembros laterales cruzados correspondientes a los otros nodos, como son DLC, ELC, GLC y RLC. Se muestran en la Figura 3.4 de color azul.

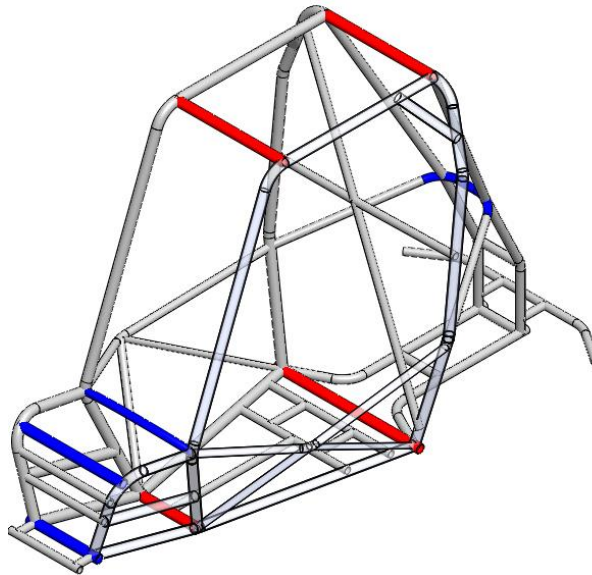


Figura 3.4 Miembros cruzados laterales del chasis.

3.1.1.3.3 Miembros estructurales primarios

El chasis del vehículo 2017 cuenta con un total de 7 miembros estructurales primarios, en la Figura 3.5 se presentan con el siguiente código de colores:

- **Rojo:** RRH.
- **Naranja:** FBM_{UP,R} y FBM_{UP,L}.
- **Amarillo:** FBM_{LOW,R} y FBM_{LOW,L}.
- **Verde:** LFS_R y LFS_L.

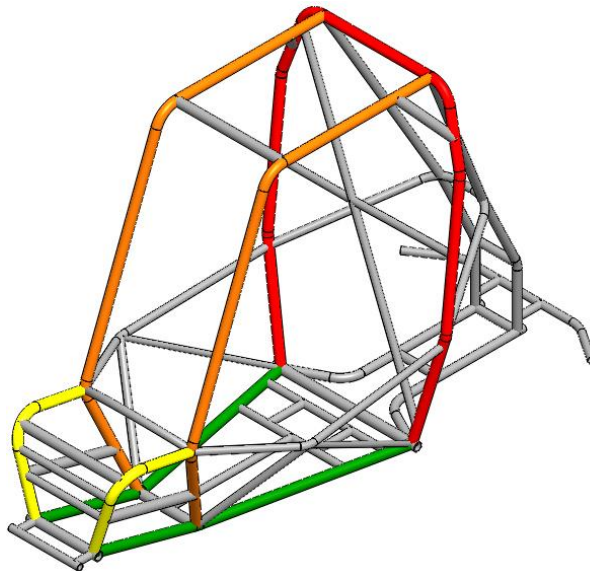


Figura 3.5 Miembros estructurales primarios del chasis.

3.1.1.3.4 Miembros estructurales secundarios

El chasis del vehículo 2017 cuenta con un total de 8 miembros estructurales secundarios, en las figuras 3.6 y 3.7 se presentan con el siguiente código de colores:

- **Rojo:** LDB.
- **Naranja:** SIM_R y SIM_L.
- **Amarillo:** FAB_{UP,R} y FAB_{UP,L}.
- **Verde:** FAB_{MID}.
- **Azul:** USM (compuesto por 5 tubos).
- **Púrpura:** FAB_{LOW} (compuesto por 5 tubos).

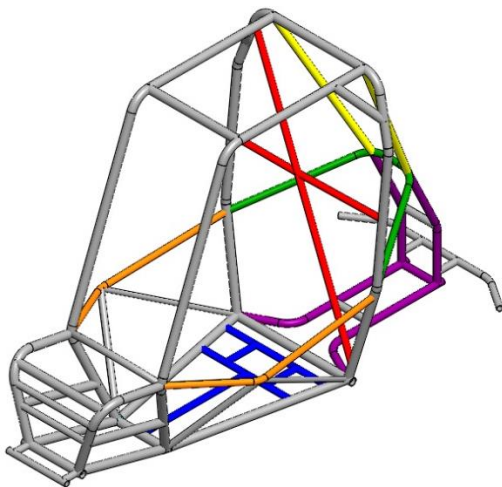


Figura 3.6 Miembros estructurales secundarios.

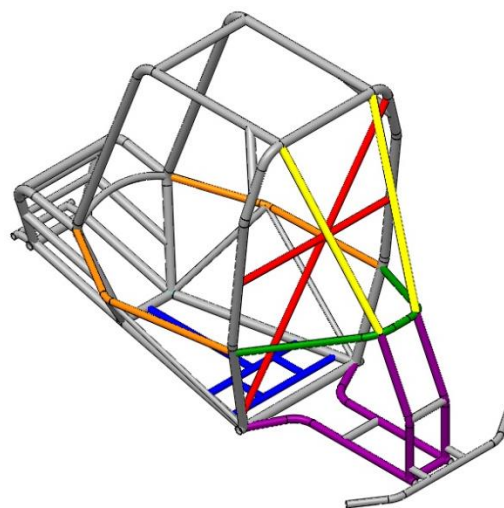


Figura 3.7 Miembros estructurales secundarios.

3.1.1.3.5 Miembros estructurales de refuerzo y otros

El chasis del vehículo 2017 cuenta con un miembro estructural de refuerzo señalado por el reglamento y un miembro estructural correspondientes a la defensa delantera (*front hitch point*). Así mismo, cuenta con 7 miembros estructurales que funcionan de refuerzo o que dan soporte a otros subsistemas del vehículo. En las figuras 3.8 y 3.9 se muestran los miembros estructurales mencionados anteriormente de acuerdo con el siguiente código de colores:

- **Rojo:** Defensa delantera (*Front hitch point*).
- **Azul:** Refuerzo que une el RHO con el RRH (*RHO/RRH Gusseting*).
- **Café:** miembros estructurales para los soportes de las bombas de freno.
- **Amarillo:** miembros estructurales para los soportes de las horquillas superiores delanteras.
- **Verde:** miembros estructurales de refuerzo que une el nodo F y el SIM.
- **Azul claro:** miembros estructurales de refuerzo que une el nodo A y el SIM.
- **Púrpura:** miembro estructural para el soporte del tren motriz.
- **Naranja:** miembro estructural para los soportes del *Rear hitch point*
- **Rosa:** miembros estructurales de la defensa trasera (compuesto por 3 tubos).

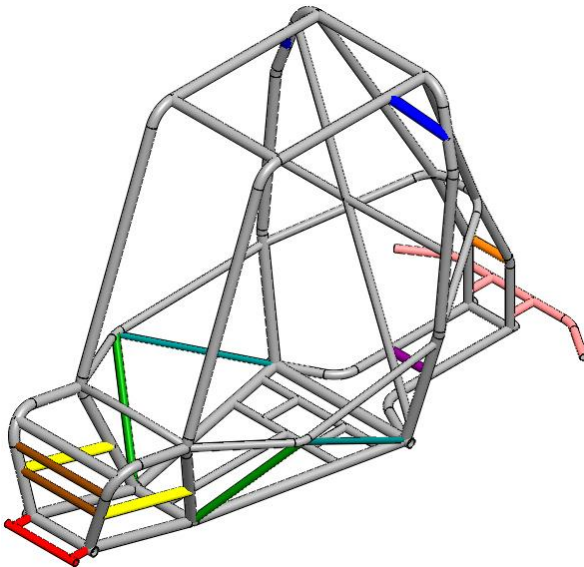


Figura 3.8 Miembros estructurales de refuerzo y otros.

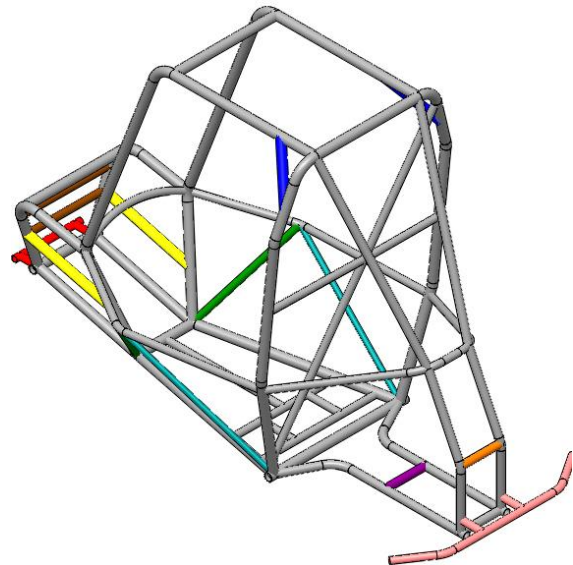


Figura 3.9 Miembros estructurales de refuerzo y otros.

3.1.2 Suspensión

Los componentes del sistema de suspensión se pueden clasificar en dos:

- **Masas suspendidas:** Comprende a todos los componentes que se encuentran por encima de los elementos elásticos.

- **Masas no suspendidas:** Son todos aquellos componentes que accionan a los elementos elásticos y cuya función es mantener las ruedas en contacto con el suelo en todo momento. Estos componentes conforman los mecanismos que se clasifican en suspensión delantera y trasera.

Como se mencionó anteriormente, se consideraron los elementos mecánicos que intervienen directamente en un escenario crítico de impacto. Por lo que, para llevar a cabo el análisis se omiten algunos, mientras que otros se toman en cuenta hasta hacer el modelado con elementos finitos.

Del sistema de suspensión, tanto delantera como trasera, se preservan los brazos de control, el resorte-amortiguador, las mazas y las llantas.

De igual manera, se conservan los soportes y las juntas esféricas de la suspensión, puesto que definen la posición de los ejes de rotación correspondientes a las juntas del mecanismo de la suspensión, de tal manera que sirven de referencia al momento de hacer el modelado con elementos finitos. Por otra parte, la tornillería se omite ya que tienen el mismo eje de rotación de las juntas.

3.1.2.1 Suspensión delantera

Los elementos mecánicos de la suspensión delantera del vehículo 2017 que se toman en cuenta son los siguientes:

- Brazo de control inferior.
- Brazo de control superior.
- Maza.
- Porta rótula - Juntas esféricas.
- Resorte – amortiguador.
- Llanta.
- Rin.
- Soportes de los brazos de control del resorte-amortiguador.

En la Figura 3.10 se muestra el ensamble de los elementos mecánicos tomados en cuenta.



Figura 3.10 Ensamble de la suspensión delantera con llantas.

3.1.2.2 Suspensión trasera

La suspensión trasera está compuesta por los siguientes elementos:

- Brazo de control.
- Resorte – amortiguador.
- Maza.
- Soportes de los brazos de control y del resorte-amortiguador.
- Llanta.
- Rin.

En la Figura 3.11 se muestra el ensamble de los elementos mecánicos tomados en cuenta.



Figura 3.11 Suspensión trasera.

3.1.3 Bombas de freno

Se toma en cuenta el ensamble de las bombas de freno y los pedales para representarlos como una masa puntual cuando se hace el modelado con elementos finitos, tal como se muestra en las figuras 3.12 y 3.13. La masa puntual se coloca en el centro de masa del ensamble que se obtiene del programa de dibujo por computadora. Así mismo, se consideran los soportes al chasis para utilizarlos como referencia de la posición a donde se sujetan al chasis.

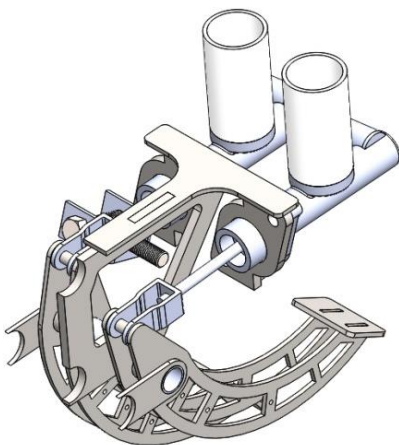


Figura 3.12 Bombas de freno y pedales.

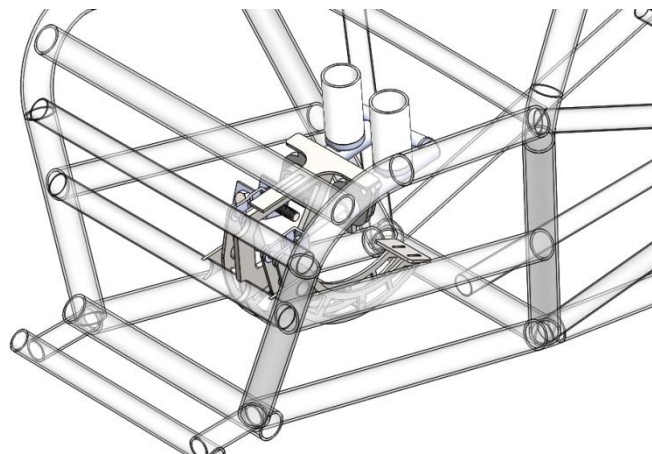


Figura 3.13 Ensamble de las bombas de freno y pedales en el chasis.

3.1.4 Tren motriz

Se toma en cuenta el ensamble de los componentes del tren motriz para representarlo como una masa puntual cuando se hace el modelado con elementos finitos, tal como se muestra en las figuras 3.14 y 3.15. La masa puntual se coloca en el centro de masa del ensamble que se obtiene del programa de dibujo por computadora. Así mismo, se considera el soporte del ensamble del tren motriz para definir los puntos de sujeción al chasis.

Los componentes que se toman en cuenta en el ensamble del tren motriz son los siguientes:

- Motor.
- Polea inductora.
- Polea inducida.
- Guarda de las poleas CVT.
- Reductor de velocidad.
- Tanque de gasolina.
- Guarda del tanque de gasolina.
- Soporte.

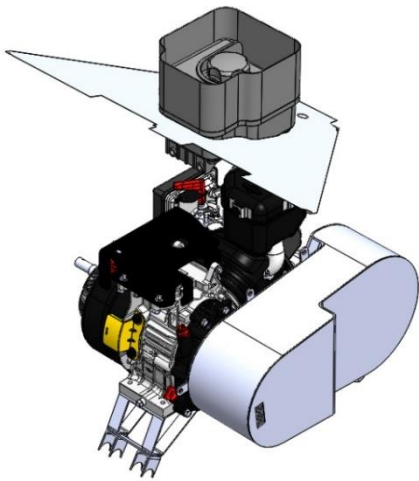


Figura 3.14 Ensamble del tren motriz.

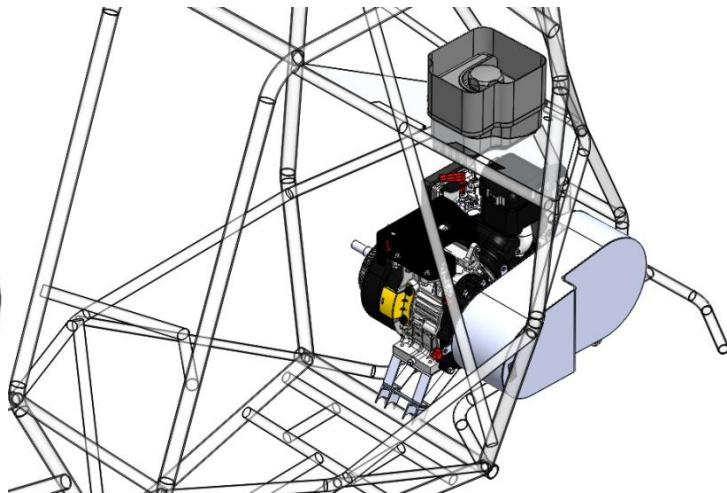


Figura 3.15 Ensamble del tren motriz en el chasis.

3.2 Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos 1D

En esta sección se describe el modelado con elementos finitos de los elementos mecánicos considerados del vehículo 2017 y particularmente el modelado del chasis con elementos tipo 1D. Así mismo, se incluye la descripción de las suposiciones realizadas para cada tipo de elementos mecánicos y la caracterización de algunos de ellos.

Por otro lado, se incluye la descripción de la definición de materiales, propiedades, masas agregadas con elementos rígidos y condiciones de contactos del modelo con elementos finitos.

3.2.1 Modelado del chasis

El chasis puede ser modelado con elementos tipo 1D dado que, al ser diseñado con tubos, dos de sus dimensiones asociadas a la sección transversal se mantienen constantes. Mientras que la otra de sus dimensiones es de mayor magnitud; es decir, la longitud a lo largo de los tubos.

Modelar el chasis con elementos tipo 1D conlleva algunas desventajas, una de ellas es que no es posible estudiar la deformación de los miembros estructurales a lo largo de la superficie del tubo o posibles fenómenos de deformación por pandeo que puedan ocurrir. Sin embargo, es posible obtener otro tipo de información, como los desplazamientos de los segmentos de tubos de los miembros estructurales, así como las fuerzas de reacción sobre los muros rígidos y las desaceleraciones en ciertos puntos.

También, a través del modelado con elementos tipo 1D se puede conocer la respuesta de todo el modelo en un amplio tiempo de simulación con un bajo costo computacional. Con base en ello se puede determinar el tiempo necesario de simulación en el que ocurre la mayor transformación de energía cinética a energía de deformación. Lo anterior es importante, puesto que al llevar cabo más análisis, se puede resolver únicamente para el tiempo en el que ocurre la transformación de energía. De tal manera que se omita el estado permanente.

El modelo del chasis del vehículo 2017 con elementos tipo 1D se organiza de acuerdo con el tipo de miembro estructural, como se describe en la sección 3.1.1 Chasis.

El tamaño de elemento (L) se selecciona con base en el manual de usuario del programa, el cual establece que, para asegurar exactitud y estabilidad en un análisis dinámico explícito se recomienda cumplir las siguientes relaciones [32]:

1. $L > \sqrt{A}$
2. $0.01 A^2 < I_y < 100 A^2$
3. $0.01 A^2 < I_z < 100 A^2$
4. $0.1 (I_y + I_z) < I_x < 10 (I_y + I_z)$

Las variables involucradas en las relaciones anteriores están asociadas a la sección transversal del elemento y corresponden a:

- A: área.
- I_x : momento de inercia respecto al eje x.
- I_y : momento de inercia respecto al eje y.
- I_z : momento de inercia respecto al eje z.

El tamaño de elemento de cada miembro estructural se muestra en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4 Resumen del modelo con elementos finitos del chasis.

Tipo de miembro	Material	Radio interno (RI) [mm]	Radio externo (RO) [mm]	Tamaño de elemento [mm]	Número de nodos	Números de elementos
Primario	ASTM A36	14.16	16.70	16	37002	38468
Secundario A	AISI1020	12.71	14.28	12	11183	11453
Secundario B	ASTM A36	11.50	12.7	10	15384	15860
Secundario C	AISI1020	10.51	12.7	13	6675	6804
Refuerzo	AISI1020	7.93	9.52	10	1682	1697
Total					71377	74282

En las figuras 3.16 a 3.19, se muestran la discretización con elementos finitos del chasis. Las figuras 3.17 y 3.19, presentan las vistas isométricas y lateral del modelo representado por líneas, que corresponden a los ejes longitudinales de los miembros estructurales. Mientras que las figuras 3.16 y 3.18, muestran la presentación detallada con la cual se puede observar la sección transversal asociada a cada elemento. El código de colores de los miembros primarios es el siguiente:

- **Azul:** Miembros estructurales primarios.
- **Naranja:** Miembros estructurales secundario A.
- **Guinda:** Miembros estructurales secundario B.
- **Amarillo:** Miembros estructurales secundario C.
- **Verde:** Miembros estructurales de refuerzo.

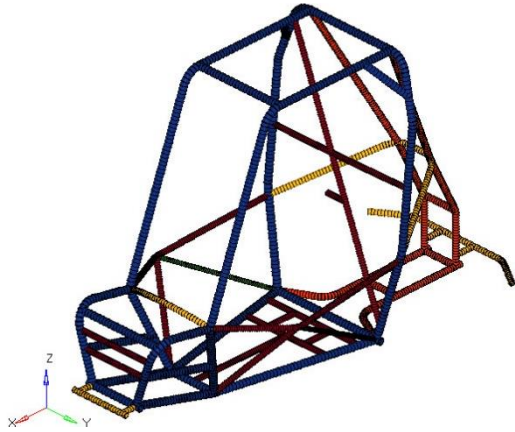


Figura 3.16 Chasis modelado con elementos 1D.
Visualización detallada. Vista isométrica.

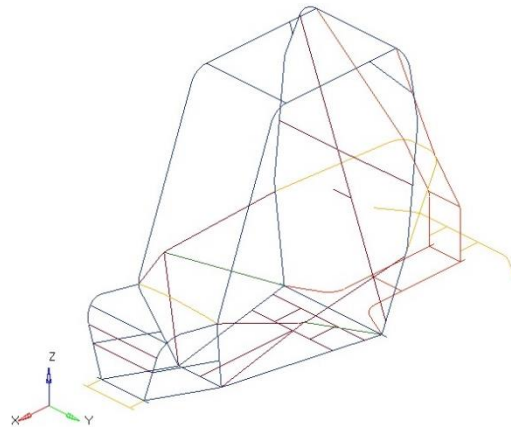


Figura 3.17 Chasis modelado con elementos 1D.
Visualización de alambre. Vista isométrica.

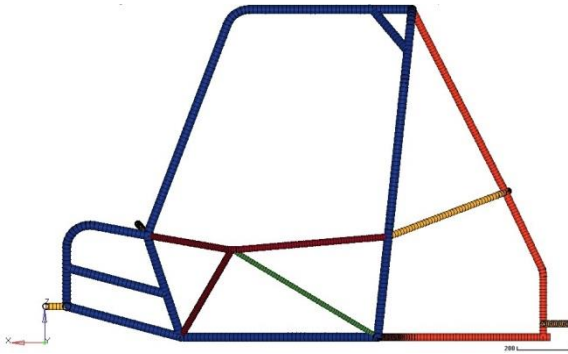


Figura 3.18 Chasis modelado con elementos 1D.
Visualización detallada. Vista lateral.

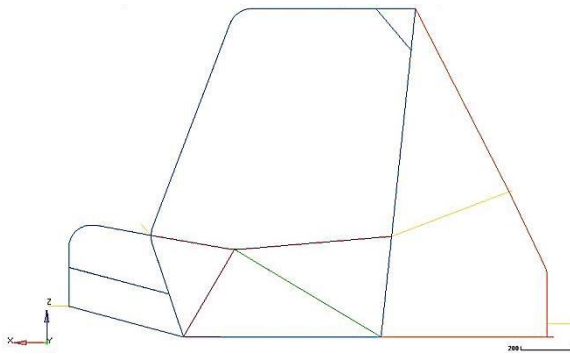


Figura 3.19 Chasis modelado con elementos 1D.
Visualización de alambre. Vista lateral.

El número de nodos y elementos tipo 1D de todo el chasis y de cada miembro estructural se resumen en la Tabla 3.4.

3.2.2 Modelado de la suspensión

Los elementos mecánicos de la suspensión delantera y trasera son modelados para tomar en cuenta sus propiedades de rigidez y funcionamiento ante los escenarios de impacto que se estudian. Por tal motivo, se modela la geometría y las juntas cinemáticas que forman parte del mecanismo de la suspensión y los resortes-amortiguadores que se encargan de disipar las fuerzas que llegan al chasis.

Cabe señalar que estos elementos mecánicos no son el caso de estudio, por tal razón no se modelan a detalle; sin embargo, como se menciona anteriormente, se preservan sus propiedades de rigidez y funcionamiento. En el caso de los soportes, se modelan con elementos rígidos para preservar las coordenadas de las juntas del mecanismo; mientras que los brazos de control y las mazas se modelan con elementos 1D para representar únicamente las dimensiones de los eslabones del mecanismo.

En esta sección se describe cómo fueron modelados los elementos mecánicos descritos en las secciones 3.1.2.1 y 3.1.2.2 de la suspensión delantera y trasera, respectivamente.

3.2.2.1 Suspensión delantera

Los componentes mecánicos descritos en la sección 3.1.2.1 Suspensión delantera, son modelados con elementos tipo 1D, ya que la mayoría de ellos son de sección transversal constante, por ejemplo, los brazos de control. En otros casos se toman ciertas consideraciones para simplificarlos y modelarlos con elementos tipo 1D o rígidos. A continuación, se describe el modelado de cada elemento mecánico:

- **Brazo de control inferior:** Elementos tipo 1D para los tubos. Elemento tipo rígido para el soporte del amortiguador.
- **Brazo de control superior:** Elementos tipo 1D para los tubos.
- **Maza:** Elementos tipo 1D. La geometría de esta pieza es simplificada con elementos 1D correspondiente a una barra sólida de 1 [in] de diámetro. Es tomada en cuenta ya que es un eslabón del mecanismo de la suspensión.
- **Juntas esféricas:** Elementos tipo 1D. La geometría de esta pieza fue simplificada con elementos 1D correspondiente a una barra sólida de 1 [in] de diámetro. Eslabón del mecanismo de la suspensión.
- **Resorte – amortiguador:** Elementos tipo resorte, con valores asociados a la rigidez y amortiguamiento.
- **Soportes de los brazos de control y del resorte-amortiguador:** Elemento tipo rígido.

En las figuras 3.20 y 3.21 se muestran el ensamble completo del modelado de la suspensión delantera.



Figura 3.20 Modelado de la suspensión delantera.
Visualización detallada.

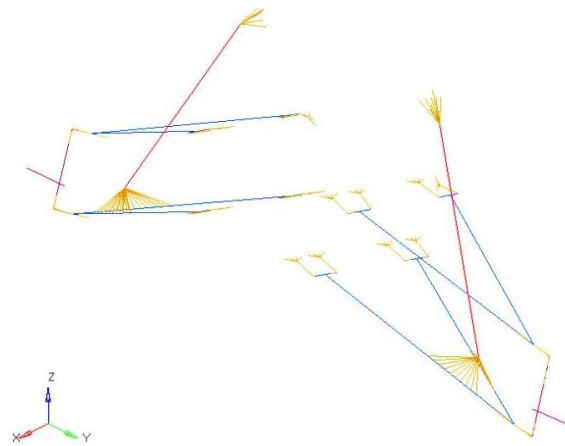


Figura 3.21 Modelado de la suspensión delantera.
Visualización de alambre.

3.2.2.1.1 Juntas – elementos rígidos de la suspensión delantera

Las juntas cinemáticas se definen a través de elementos tipo rígido y elementos tipo resorte con la propiedad de junta revoluta.

Las juntas revolutas correspondientes a los soportes en el chasis y los brazos de control constan de tres elementos:

- **Elemento rígido 1:** Nodos esclavos conectados a la mitad de los nodos del buje del brazo de control y un nodo esclavo sin conexión, cuya posición es colineal al eje de rotación de la junta. Nodo maestro sin conexión.
- **Elemento rígido 2:** Nodos esclavos conectados a los nodos del chasis donde se encuentra el soporte y un nodo esclavo sin conexión, cuya posición es colineal al eje de rotación de la junta. Nodo maestro sin conexión.
- **Elemento tipo resorte:** Este elemento conecta los nodos sin conexión de los elementos rígidos 1 y 2, de tal manera que define el eje de rotación de la junta rotacional. Tiene una propiedad tipo junta revoluta.

La descripción anterior se repite 16 veces para todas las juntas cinemáticas que unen los brazos de control de la suspensión delantera y el chasis, en las figuras 3.22 y 3.23 se muestra un ejemplo.

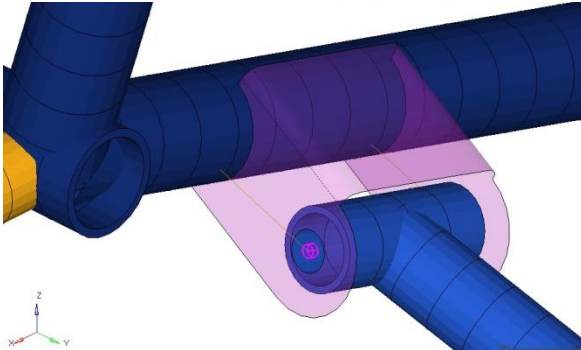


Figura 3.22 Junta revoluta. Soporte del chasis - brazo de control. Visualización detallada.

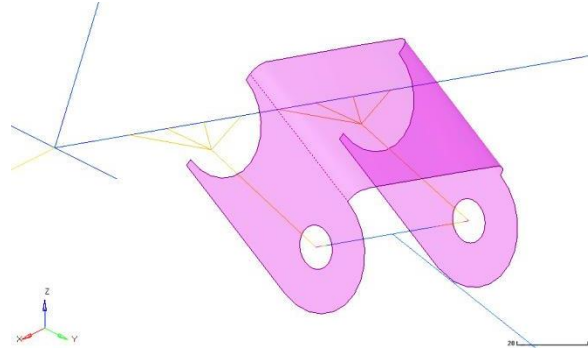


Figura 3.23 Junta revoluta. Soporte del chasis - brazo de control. Visualización de alambre.

Con respecto a las juntas esféricas que unen los brazos de control superior e inferior con la maza, se toma la consideración de modelarlas como juntas revolutas. Con ello se reducen los grados de libertad de la junta a uno, puesto que los otros dos grados de libertad están asociados al sistema de dirección, permitiendo cambiar la orientación de la maza que a su vez cambia la orientación de la llanta.

Con la consideración anterior se asume que durante el desarrollo del impacto las llantas se mantienen en dirección hacia enfrente, que sería equivalente a que el piloto sujete fuertemente el volante y evite que éste gire.

Las juntas revolutas correspondientes al brazo de control (inferior o superior) y la maza constan de tres elementos:

- **Elemento rígido 1:** Nodos esclavos conectados a los nodos del elemento 1D de la junta esférica y un nodo esclavo sin conexión, cuya posición es colineal al eje de rotación de la junta. Nodo maestro sin conexión.
- **Elemento rígido 2:** Nodos esclavos conectados a la mitad de los nodos de la maza y un nodo esclavo sin conexión, cuya posición es colineal al eje de rotación de la junta. Nodo maestro sin conexión.
- **Elemento tipo resorte:** Este elemento conecta los nodos sin conexión de los elementos rígidos 1 y 2, de tal manera que define el eje de rotación de la junta rotacional. Tiene una propiedad tipo junta revoluta.

La descripción anterior se repite 4 veces para las juntas que unen los brazos de control con la maza de ambos lados de la suspensión delantera, en las figuras 3.24 y 3.25 se muestra un ejemplo.

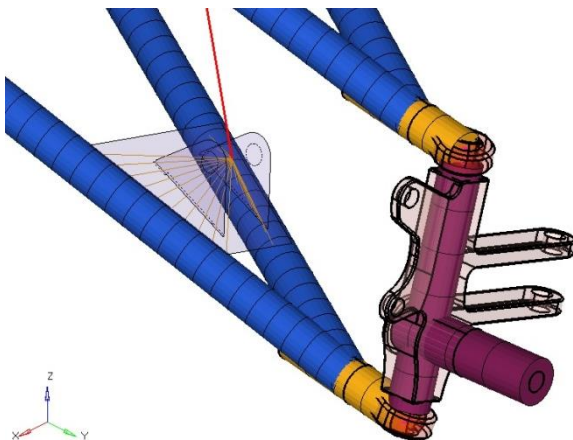


Figura 3.24 Juntas revolutas. Maza - brazos de control. Soporte del amortiguador en el brazo de control. Vista detallada.

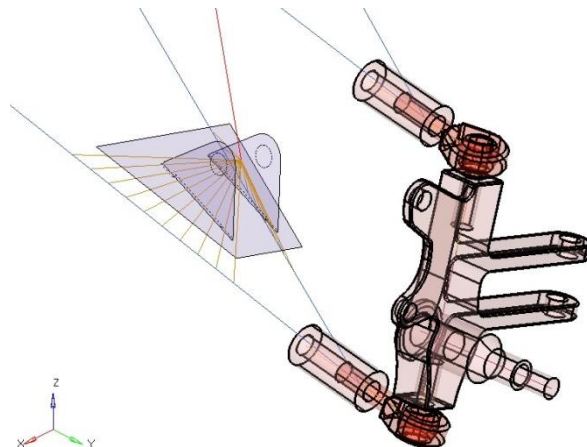


Figura 3.25 Juntas revolutas. Maza - brazos de control. Soporte del amortiguador en el brazo de control. Vista de alambre.

3.2.2.1.2 Resorte – amortiguador de la suspensión delantera

El resorte - amortiguador de la suspensión delantera fue modelado con un elemento tipo resorte, al cual se le asocia el valor de la constante de rigidez K y el coeficiente de amortiguamiento C por medio de la propiedad del elemento. Este elemento es conectado a dos elementos rígidos que son definidos de la siguiente manera:

- **Elemento rígido 1:** Corresponde al soporte del amortiguador en el brazo de control inferior. Nodos esclavos conectados a los nodos del brazo de control inferior. Nodo maestro en la posición del centro del eje de rotación del soporte del amortiguador. Tal como se muestra en las figuras 3.24 y 3.25.

- **Elemento rígido 2:** Corresponde al soporte del amortiguador en el chasis. Nodos esclavos conectados a la proyección del soporte sobre el chasis. Nodo maestro en la posición del centro del eje de rotación del soporte del amortiguador. Tal como se muestra en las figuras 3.26 y 3.27.

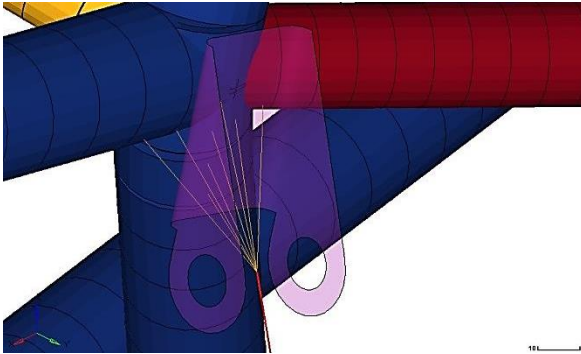


Figura 3.26 Soporte del amortiguador en el chasis. Vista detallada.

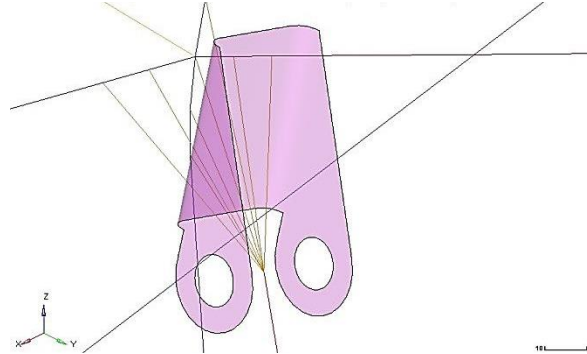


Figura 3.27 Soporte del amortiguador en el chasis. Vista de alambre.

Con base en la especificación de los amortiguadores [33], los valores de constante de rigidez K y coeficiente de amortiguamiento C se consideran de 35 [N/mm] y 6.9 [N·s/mm], respectivamente. Masa del amortiguador de 1 [kg].

3.2.2.2 Suspensión trasera

Los componentes mecánicos descritos en la sección 3.1.2.2 son modelados con elementos tipo 1D, ya que la mayoría de ellos son de sección transversal constante, por ejemplo, el brazo seguidor. En otros casos se toman ciertas consideraciones para simplificarlos y modelarlos con elementos tipo 1D o rígidos. A continuación, se describe el modelado de cada elemento mecánico:

- **Brazo seguidor:** Elementos tipo 1D para los tubos. Elemento tipo rígido para el soporte del amortiguador y para la placa que se une con la maza.
- **Resorte – amortiguador:** Elementos tipo resorte.
- **Soportes del brazo seguidor y del resorte-amortiguador:** Elemento tipo rígido.
-

En las figuras 3.28 y 3.29, se muestra el ensamblaje completo del modelado de la suspensión trasera.

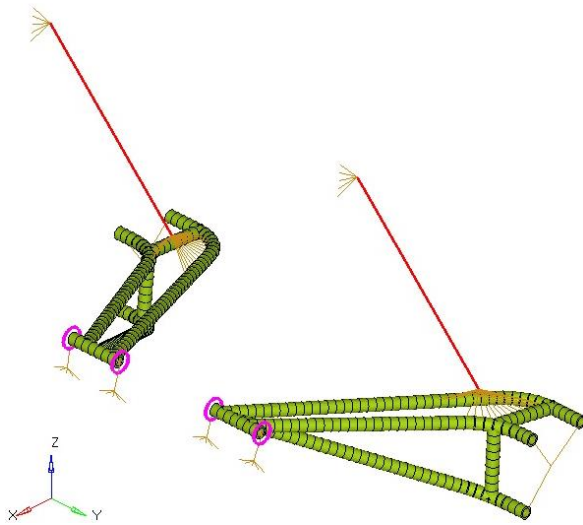


Figura 3.28 Modelado de la suspensión trasera.
Visualización detallada.

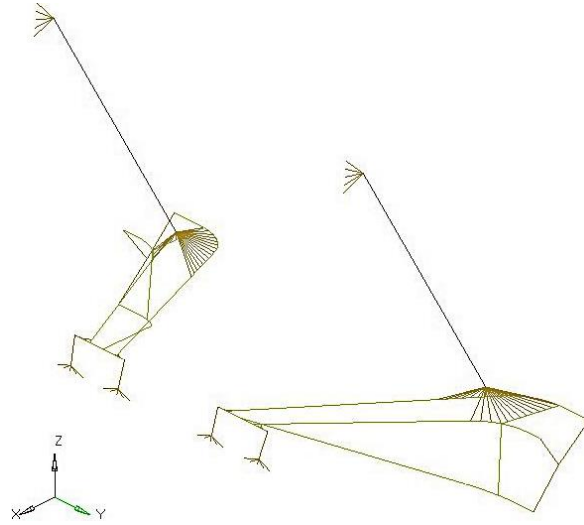


Figura 3.29 Modelado de la suspensión trasera.
Visualización de alambre.

3.2.2.2.1 Juntas – elementos rígidos de la suspensión trasera

Las juntas cinemáticas se definen a través de elementos tipo rígido y elementos tipo resorte con la propiedad de junta revoluta, se realiza de manera análoga a como se modela para la suspensión delantera.

Las juntas revolutas correspondientes a los soportes en el chasis y los brazos seguidores constan de tres elementos:

- **Elemento rígido 1:** Nodos esclavos conectados a la mitad de los nodos del buje del brazo seguidor y un nodo esclavo sin conexión, cuya posición es colineal al eje de rotación de la junta. Nodo maestro sin conexión.
- **Elemento rígido 2:** Nodos esclavos conectados a los nodos del chasis donde se encuentra el soporte y un nodo esclavo sin conexión, cuya posición es colineal al eje de rotación de la junta. Nodo maestro sin conexión.
- **Elemento tipo resorte:** Este elemento es conectado a los nodos sin conexión de los elementos rígidos 1 y 2, de tal manera que define el eje de rotación de la junta rotacional. Tiene una propiedad tipo junta revoluta.

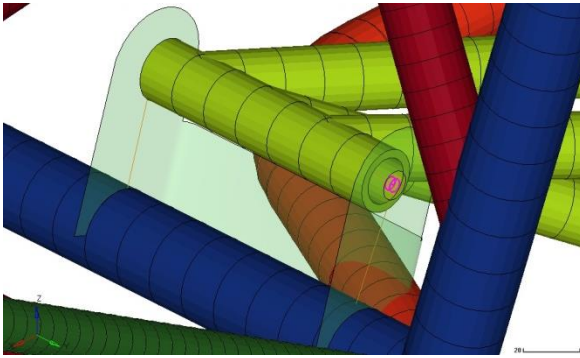


Figura 3.30 Junta revoluta. Soporte del chasis - brazo seguidor. Vista de alambre.

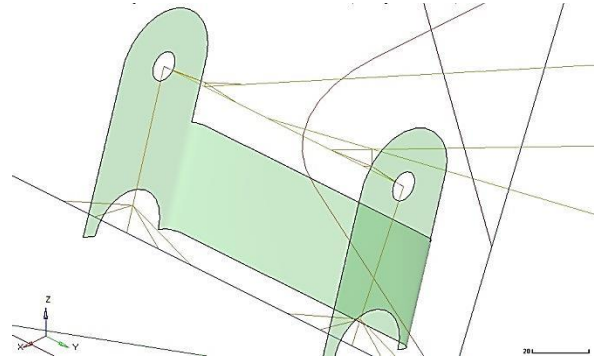


Figura 3.31 Junta revoluta. Soporte del chasis - brazo seguidor. Vista de alambre.

3.2.2.2.2 Resorte - amortiguador de la suspensión trasera

El resorte - amortiguador de la suspensión delantera se modela con un elemento tipo resorte, al cual se le asocia el valor de la constante de rigidez K y el coeficiente de amortiguamiento C por medio de la propiedad del elemento. Este elemento es conectado a dos elementos rígidos:

- **Elemento rígido 1:** Corresponde al soporte del amortiguador en el brazo seguidor. Nodos esclavos conectados a la proyección de los nodos sobre el brazo seguidor. Nodo maestro en la posición del centro del eje de rotación del soporte del amortiguador. Tal como se muestra en las figuras 3.32 y 3.33.
- **Elemento rígido 2:** Corresponde al soporte del amortiguador en el chasis. Nodos esclavos conectados a la proyección del soporte sobre el chasis. Nodo maestro en la posición del centro del eje de rotación del soporte del amortiguador. Tal como se muestra en las figuras 3.34 y 3.35.

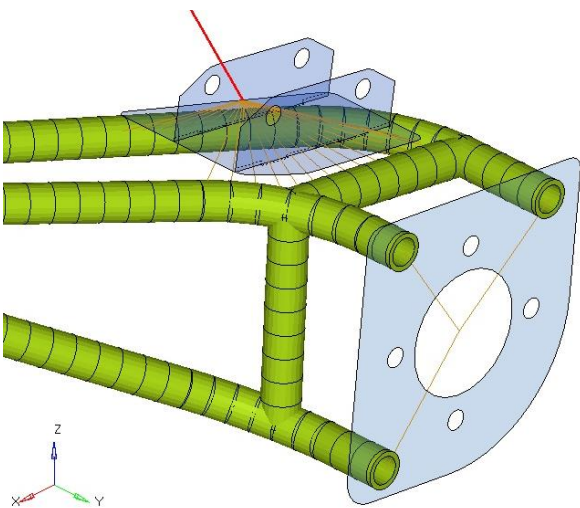


Figura 3.32 Soporte del amortiguador en el brazo seguidor. Vista detallada.

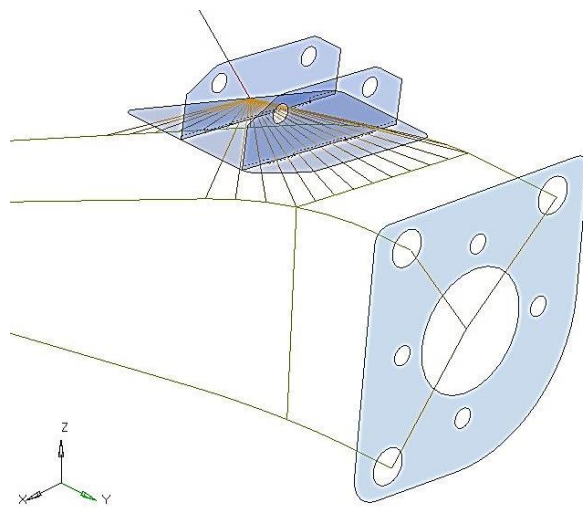


Figura 3.33 Soporte del amortiguador en el brazo seguidor. Vista de alambre.

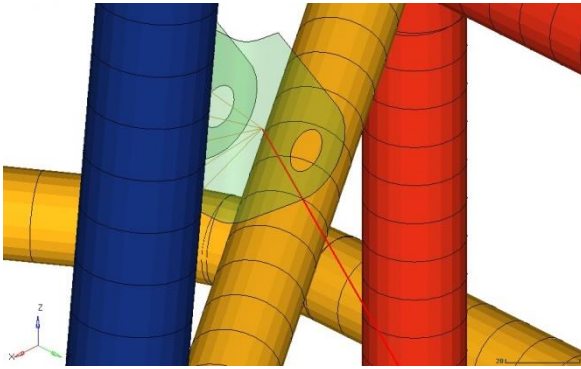


Figura 3.34 Soporte del amortiguador en el chasis. Vista detallada.

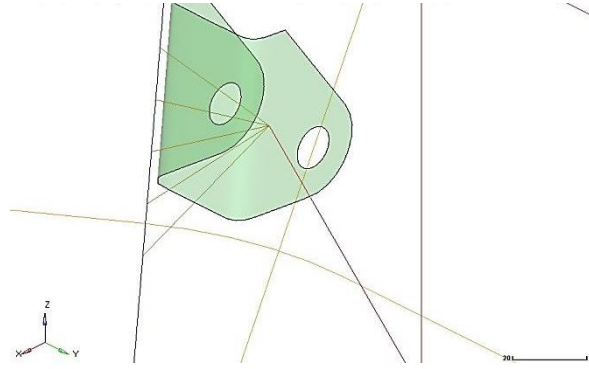


Figura 3.35 Soporte del amortiguador en el chasis. Vista de alambre.

Con base en la especificación de los amortiguadores [33], los valores de constante de rigidez K y coeficiente de amortiguamiento C se consideran de 35 [N/mm] y 6.9 [N·s/mm] , respectivamente. Masa del amortiguador de 1 [kg] .

3.2.3 Modelado de las llantas

Como se describe en la introducción, las llantas por sí mismas representan un alto grado de complejidad, ya que están compuestas por diferentes tipos de materiales tales como el acero, caucho y textiles cuya orientación e interacción en ellos influye directamente en el comportamiento de la llanta. Así mismo, la geometría de la superficie de rodadura y la interacción con el fluido contenido (aire) da como resultado que el modelo sea algo sumamente complejo.

En artículos que buscan modelar este tipo de componentes mecánicos lo más apegado a la realidad, el modelado se realiza considerando de manera individual las diferentes partes de la llanta y representándolas con diferentes materiales y tipos de elementos. Posteriormente, son colocados de tal forma que se apeguen a la manera en que está construida la llanta en la realidad. Lo anterior conlleva a un modelo con una gran cantidad de elementos y a tener que conocer características muy particulares de la llanta, desde la manera en que está construida hasta los modelos y propiedades mecánicas para cada material.

En [34], se caracteriza el material de una llanta Continental 235/85 R 16 110S, realizando pruebas de tracción a distintos especímenes de la llanta cortadas en varias direcciones de llanta, con lo cual se propone un modelo de llanta con tres regiones cuyas propiedades mecánicas son diferentes entre sí.

Debido a que en este trabajo el caso de estudio no se centra en el comportamiento de llanta y sólo busca representar su interacción durante el evento de impacto, se realiza una simplificación de la llanta tomando como referencia los resultados reportados en [34], por lo que se utilizan dos materiales lineales e isotrópicos correspondientes a la superficie de rodadura de llanta y la superficie lateral de la llanta.

Los valores del módulo de Young de cada material corresponden a los valores máximos obtenidos en las pruebas de tracción para cada región de la llanta, dando como resultados los valores de 432.3 MPa y 490.3 MPa para la superficie de rodadura de llanta y la superficie lateral de la llanta, respectivamente.

Otras de las simplificaciones que se realizan son las siguientes:

- Se omite la geometría de la superficie de rodadura de la llanta.
- Se simplifican los materiales de los cuales está compuesta la llanta a dos materiales elásticos lineales.
- No se evalúa la ruptura.
- Se define un volumen (sistema cerrado) al interior de los elementos que componen la llanta para modelar el aire.
- La superficie interna es conectada a un elemento rígido que representa un rin no deformable.

La presentación de la llanta por medio de elementos finitos se muestra en las vistas de la Figura 3.36, se puede observar que la llanta es representada con elementos tipo 2D y se omite la geometría de la superficie de rodadura. Así mismo, los elementos de color verde hacen referencia la superficie de rodadura, mientras que los elementos de color rojo son parte de la superficie lateral de la llanta. Por otra parte, la Figura 3.7 muestra las cuatro llantas del vehículo.

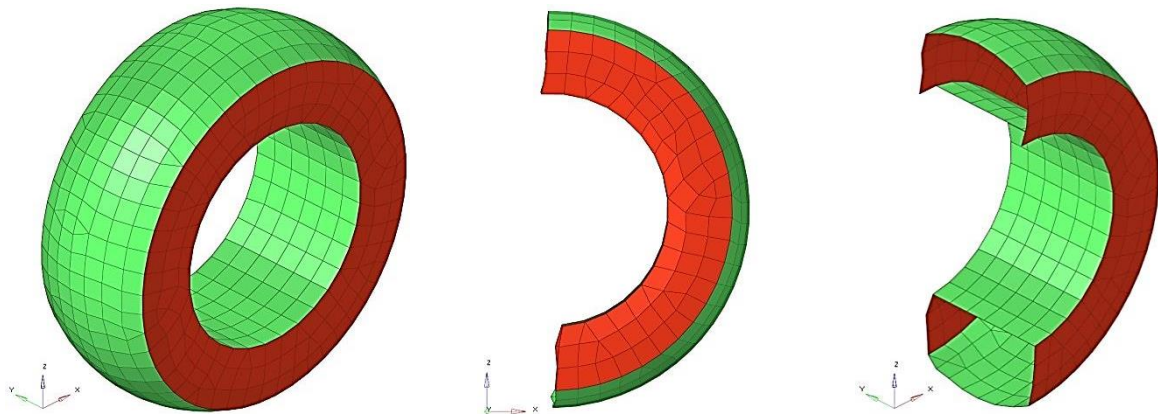


Figura 3.36 Modelado de la llanta a) Vista isométrica de la llanta completa. b) Vista lateral de la mitad de la llanta. c) Vista isométrica de la mitad de la llanta.

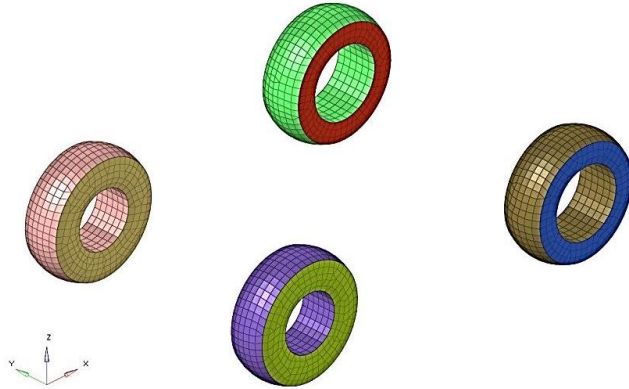


Figura 3.37 Ensamble de las cuatro llantas.

3.2.3.1 Sistema cerrado

El sistema cerrado representa el volumen interno de la llanta correspondiente al aire de la llanta y permite modelar la interacción del fluido con los elementos finitos. Dicho sistema cerrado se define por medio de la superficie cerrada generada por los elementos finitos de la llanta. Tal como se muestra en las figuras 3.38 y 3.39

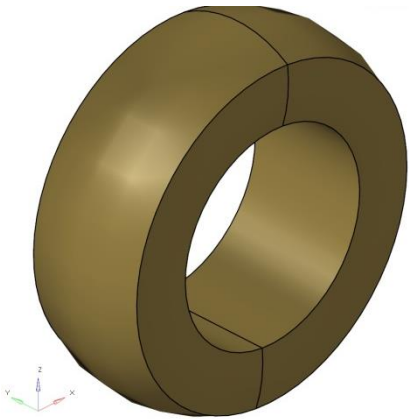


Figura 3.38 Volumen de control. Superficie externa.

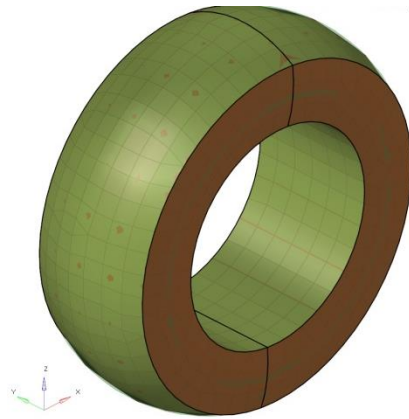


Figura 3.39 Volumen de control. Superficie externa con elementos finitos.

El volumen del sistema cerrado se considera constante y sin transferencia con el exterior, el cual es modelado como se describe en la sección 2.3 Sistema cerrado para modelado de la llanta, cuyos valores son los siguientes:

- **Índice politrópico:** 1.4.
- **Presión interna:** 68 [kPa] (8 [psi]), dada por la especificación de la llanta.
- **Presión externa:** 101 [kPa], presión del ambiente.
- **Volumen interno:** 0.033 [m³].
- **Volumen incompresible:** 0 [m³].

3.2.4 Materiales

En el modelo de elementos finitos se utilizaron cuatro materiales distintos, asociados a los diferentes componentes mecánicos del vehículo. A continuación, se describe los modelos matemáticos de material para representarlos.

3.2.4.1 Acero ASTM A36

El acero ASTM A36 se utiliza en la mayoría de los miembros estructurales del chasis, entre ellos se encuentran los miembros primarios y secundarios B. Debido a que el interés principal de este trabajo es evaluar la deformación del chasis ante diferentes escenarios de impacto, es importante tomar en cuenta que el material puede deformarse de manera elástica y plástica; así mismo, la ruptura que presentará.

Dada la descripción anterior se opta por utilizar el modelo elastoplástico Johnson-Cook, puesto que es un modelo para metales que modela la parte elástica y plástica del material a partir de la información obtenida en una prueba de tensión. Además, es posible definir un criterio de ruptura del material. Sólo se considera los efectos de endurecimiento por deformación del material.

Con base en las propiedades mecánicas del material presentadas en la Tabla 3.2 se obtienen los parámetros del modelo Johnson - Cook de acuerdo con las fórmulas de la sección 2.4.2 (ecuaciones 2.10 a 2.12).

Tabla 3.2 Propiedades mecánicas del acero A36 – Repetida.

Propiedades mecánicas	Valor	Unidad
Densidad (ρ)	7850	kg/m ³
Módulo de Young (E)	210	GPa
Relación de Poisson (ν)	0.3	-
Esfuerzo de cedencia (σ_Y)	250	MPa
Esfuerzo último (σ_{UTS})	400	MPa
Deformación al esfuerzo último (e_{UTS})	0.12	-
Deformación de ruptura (ϵ_R)	0.25	-

$$A = \sigma_y \quad \text{Ecuación 2.10 - repetida}$$

$$n = \frac{\sigma_{UTS} \epsilon_{UTS}}{\sigma_{UTS} - \sigma_y} \quad \text{Ecuación 2.11 - repetida}$$

$$B = \frac{\sigma_{UTS}}{n \epsilon_{UTS}^{(n-1)}} \quad \text{Ecuación 2.12- repetida}$$

Por lo que, los valores numéricos de las constantes A, B y n para el acero ASTM A36 son:

- a = 250
- b = 340.278
- n = 0.2487

Con lo cual se obtiene la función $\sigma(\epsilon)$ de la Ecuación 3.1 que correspondiente a la zona plástica del material, tal como se muestra en la Figura 3.40.

$$\sigma(\epsilon) = 250 + 340.278 \epsilon^{0.2487} \quad \text{Ecuación 3.1}$$

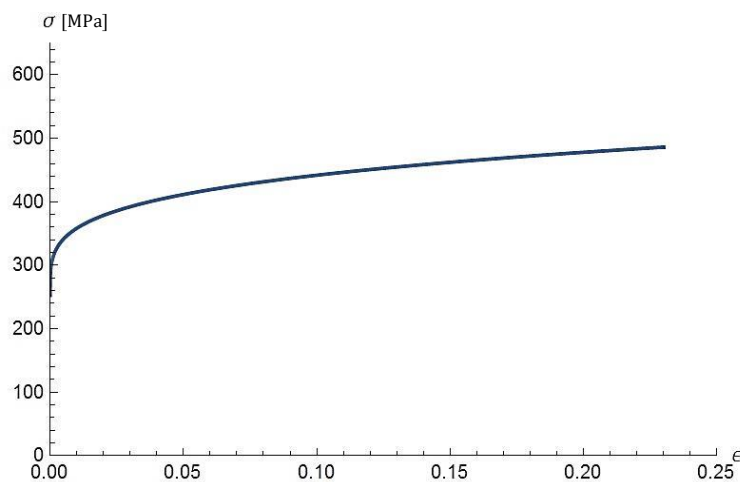


Figura 3.40 Gráfica σ - ϵ del acero A36 en la zona plástica usando el modelo Johnson - Cook.

3.2.4.2 Acero AISI 1020

El acero AISI 1020 se utiliza en los miembros estructurales secundarios A y C y de refuerzo del chasis, así como en la mayoría de los componentes mecánicos de la suspensión. De manera análoga al acero ASTM A36 se modela mediante el modelo elastoplástico Johnson-Cook.

Con base en las propiedades mecánicas del material presentadas en la Tabla 3.3 se obtienen los parámetros del modelo Johnson-Cook de acuerdo con las fórmulas de la sección 2.4.2 (ecuaciones 2.10 a 2.12).

Por lo que, los valores numéricos de las constantes A, B y n para el acero ASTM A36 son:

- a = 350
- b = 237.893
- n = 0.324

Tabla 3.3 Propiedades mecánicas del acero AISI 1020 – Repetida.

Propiedades mecánicas	Valor	Unidad
Densidad (ρ)	7850	kg/m ³
Módulo de Young (E)	210	GPa
Relación de Poisson (ν)	0.3	-
Esfuerzo de cedencia (σ_Y)	350	MPa
Esfuerzo último (σ_{UTS})	420	MPa
Deformación al esfuerzo último (e_{UTS})	0.08	-
Deformación de ruptura (ϵ_R)	0.15	-

Con lo cual se obtiene la función $\sigma(\epsilon)$ de la Ecuación 3.2 que correspondiente a la zona plástica del material, tal como se muestra en la Figura 3.41.

$$\sigma(\epsilon) = 350 + 237.893 \epsilon^{0.324} \quad \text{Ecuación 3.2}$$

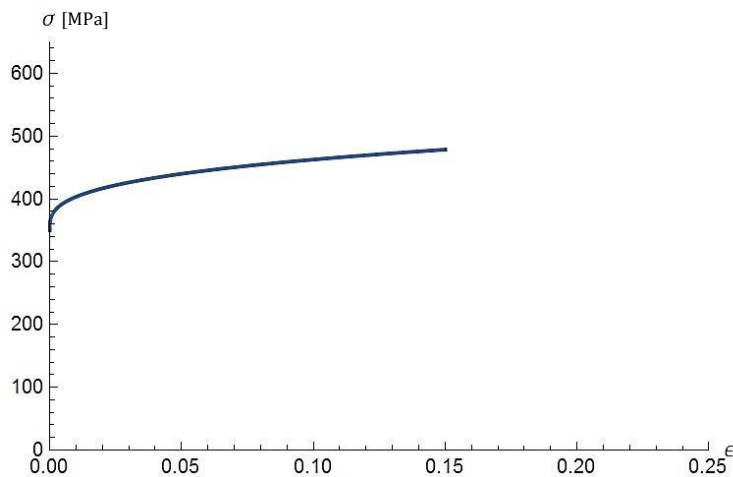


Figura 3.41 Gráfica σ - ϵ del acero AISI1020 en la zona plástica usando el modelo Johnson Cook.

3.2.4.3 Aluminio

El aluminio sólo es usado en las mazas de la suspensión delantera, debido a que no es el caso de estudio, se opta por modelarlo como un material elástico lineal de acuerdo con las propiedades mecánicas de un aluminio genérico. Las propiedades mecánicas de este material se presentan en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5 Propiedades mecánicas del aluminio [27].

Propiedades mecánicas	Valor	Unidad
Densidad (ρ)	2700	kg/m ³
Módulo de Young (E)	70	GPa
Relación de Poisson (ν)	0.34	-

3.2.4.4 Material de la llanta

Con base en lo descrito en la sección 4.2.2.2 Modelado de las llantas, este material se modela a través de materiales elásticos lineales isotrópicos. Cada uno para la superficie de rodadura de llanta y la superficie lateral de la llanta. Dichas propiedades mecánicas se muestran en las tablas 3.6 y 3.7.

Tabla 3.6 Propiedades mecánicas del material de la superficie de rodadura de la llanta [34].

Propiedades mecánicas	Valor	Unidad
Densidad (ρ)	1020	km/m ³
Módulo de Young (E)	432.3	MPa
Relación de Poisson (ν)	0.45	-

Tabla 3.7 Propiedades mecánicas del material de la superficie lateral de la llanta [34].

Propiedad mecánica	Valor	Unidad
Densidad (ρ)	1020	km/m ³
Módulo de Young (E)	490.3	MPa
Relación de Poisson (ν)	0.45	-

3.2.5 Elementos rígidos de masa

Debido a las simplificaciones realizadas y a que se omite el modelado de varios de los componentes del vehículo, es necesario compensar las masas asociadas a dichos componentes, para que sus efectos inerciales sean tomados en cuenta al momento de llevar a cabo los diferentes casos de impacto.

Para llevar a cabo lo anterior, se usan elementos tipo rígido (configuración *RBE2*) a los cuales se les asocia un valor de masa correspondiente a la masa del componente simplificado. La masa es colocada en el nodo maestro del elemento rígido, cuya posición corresponde al centro de masa del componente que se está simplificando y se conecta al chasis mediante los nodos esclavos del elemento rígido en las posiciones donde se encuentra la unión (soportes).

Realizar esta simplificación de la masa de los componentes tiene limitantes que se enlistan a continuación:

- No se considera la distribución de la masa a lo largo de todo el vehículo.
- No se considera la rigidez asociada a la geometría los componentes que se omiten.
- El efecto de considerar una masa puntual es muy severo en los elementos aledaños a los nodos esclavos del elemento rígido.

- En los elementos de los nodos conectados a los nodos esclavos del elemento rígido no se podrá evaluar la deformación ni esfuerzo, ya que no existe el movimiento relativo entre ellos.

El peso bruto del vehículo (*Gross Vehicle Weight, GVW*), es decir, el peso del vehículo en condiciones de operación con todos los componentes y piloto, se estima que es de 260 [kg]. Este valor se toma de referencia para que el modelo de elementos finitos tenga una masa similar y por ende comportamiento lo más parecido a la realidad.

Los componentes del vehículo modelados tal como se describen en las secciones 3.2.1 a 3.2.3, tienen una masa de total de 95.7 [kg], cuyo valor se aproxima al real. Por lo cual, para compensar la masa de los componentes que se omitieron durante el modelado, se agrega tres elementos rígidos a los que se les asocia un valor de masa. Estos elementos rígidos corresponden a las bombas de freno, ensamble del tren motriz y el piloto con la masa restante del vehículo, que en conjunto con el modelo de elemento finito suman el peso bruto vehículo.

A continuación, se describen las características de los tres elementos rígidos a los cuales se les asocia un valor de masa:

- **Bombas de frenos:** masa de 3 [kg].
Posición del nodo maestro en el centro de masa del ensamble de las bombas de freno. Nodos esclavos en los nodos de los miembros estructurales para los soportes de las bombas de freno. Tal como se muestra en las figuras 3.42 y 3.43.

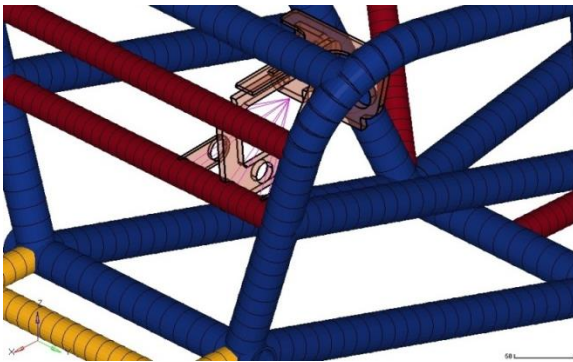


Figura 3.42 Elemento rígido que representa las bombas de freno en el chasis. Vista detallada.

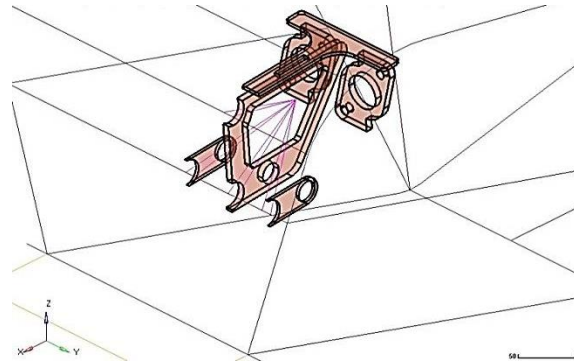


Figura 3.43 Elemento rígido que representa las bombas de freno en el chasis. Vista de alambre.

- **Ensamble del tren motriz:** masa de 57 [kg].
Posición del nodo maestro en el centro de masa del ensamble del tren motriz. Nodos esclavos en el miembro cruzado lateral A (LCA), miembro lateral del FAB y miembro lateral para el soporte del tren motriz, que corresponde a los puntos de sujeción del soporte del tren motriz. Tal como se muestra en las figuras 3.44 y 3.45.

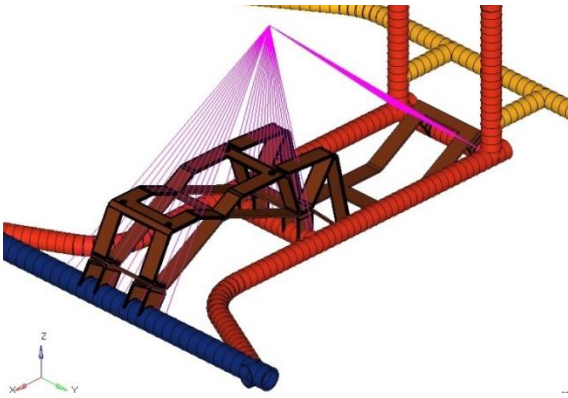


Figura 3.44 Elemento rígido que representa el ensamble del tren motriz en el chasis. Vista detallada.

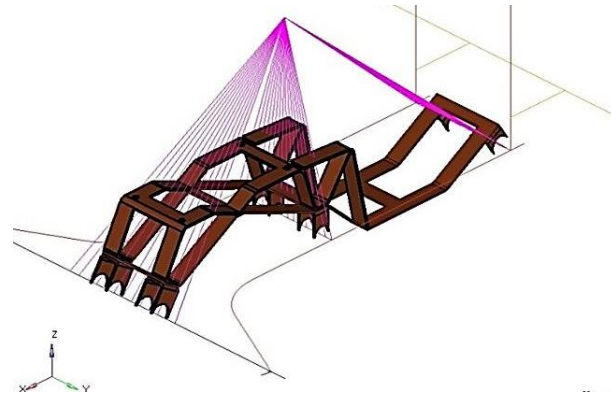


Figura 3.45 Elemento rígido que representa el ensamble del tren motriz en el chasis. Vista de alambre.

- Centro de masa del vehículo:** masa de 104.3[kg]
 Posición del nodo maestro en el centro de masa del vehículo. Nodos esclavos en los miembros estructurales del USM y LBD en las posiciones de los puntos de sujeción del asiento del piloto y los cinturones de seguridad, respectivamente. Tal como se muestra en las figuras 3.46 y 3.47.

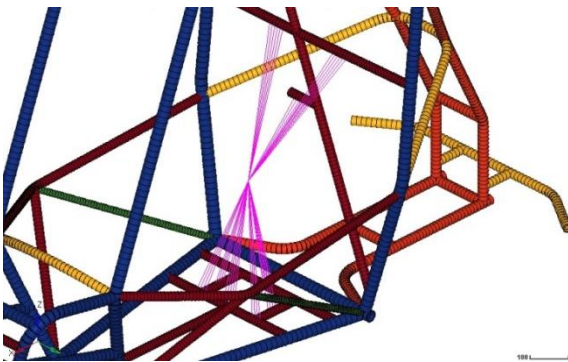


Figura 3.46 Elemento rígido en el centro de masa del vehículo. Vista detallada.

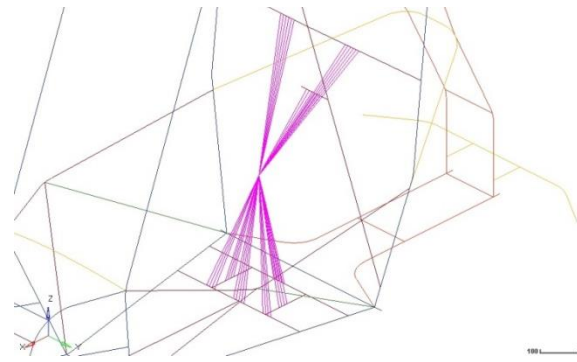


Figura 3.47 Elemento rígido en el centro de masa del vehículo. Vista de alambre.

La masa total del modelo se resume en la Tabla 3.8.

Tabla 3.8 Masa de los componentes del modelo del vehículo con elementos finitos.

Componente del vehículo	Masa [kg]
Chasis	41.08
Suspensión delantera	11.19
Suspensión trasera	9.91
Llantas	33.51
Elemento rígido de las bombas de freno	3
Elemento rígido del ensamble del tren motriz	57
Elemento rígido en el centro de masa del vehículo	104.3
Total	260

3.2.6 Contactos

Durante el modelado del vehículo, se definen los contactos entre los mismos componentes mecánicos del vehículo. Se define el contacto entre sí mismos de la llanta y del chasis a los cuales se les llama llanta – llanta y chasis – chasis, respectivamente.

3.2.6.1 Llanta – llanta

En algunos de los escenarios de impacto, se espera que las llantas sean los primeros componentes mecánicos en hacer contacto con algún muro rígido, provocando que ésta se deforme y haga contacto consigo misma. El contacto puede producirse con el muro rígido del suelo o al muro de impacto.

La llanta por ser modelada con elementos tipo 2D, se define un contacto del tipo nodo – superficie entre los elementos y nodos de la misma llanta. En la Figura 3.48 se muestra la definición de este tipo de contacto, en color rojo se muestran los esclavos nodos y en color azul los elementos que funcionan como superficies maestras.

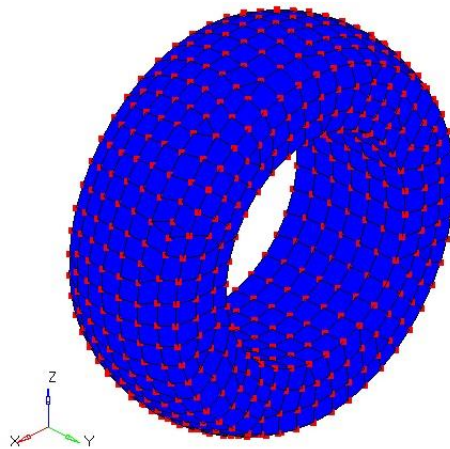


Figura 3.48 Contacto llanta – llanta.

3.2.6.2 Chasis – chasis

Durante el desarrollo del evento de impacto, existe la posibilidad de que a medida que se deforma la geometría del chasis, los miembros estructurales que lo componen se toquen unos con otros; dando como resultado una condición de contacto, lo que influirá en la respuesta de toda la estructura. Por tal motivo, se define el contacto entre los mismos miembros estructurales del chasis.

El chasis por ser modelado con elementos tipo 1D, se define un contacto de tipo línea – línea con base en las líneas formadas por dos nodos y que está relacionada con los elementos tipo 1D que lo componen. Las figuras 3.49 y 3.50, muestran la definición de las líneas maestras y esclavas para la definición del contacto, respectivamente.

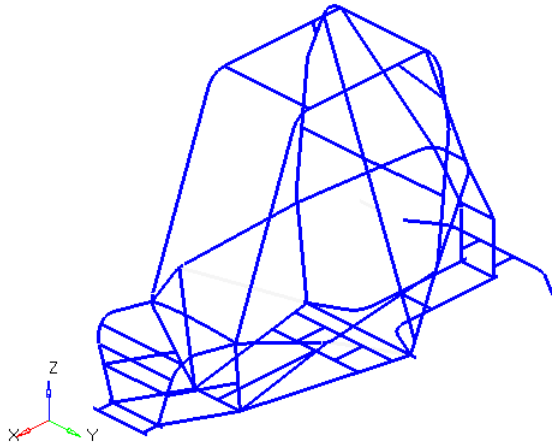


Figura 3.49 Líneas maestras del contacto chasis-chasis.

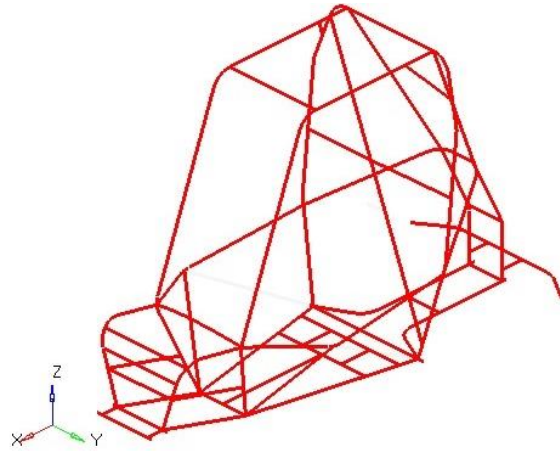


Figura 3.50 Líneas esclavas del contacto chasis-chasis.

3.2.7 Modelo completo del vehículo con chasis modelado con elementos 1D

Finalmente, el modelo de elementos finitos de los componentes descritos en la sección 3.1 de todo el vehículo se muestra en las figuras 3.51 y 3.52.

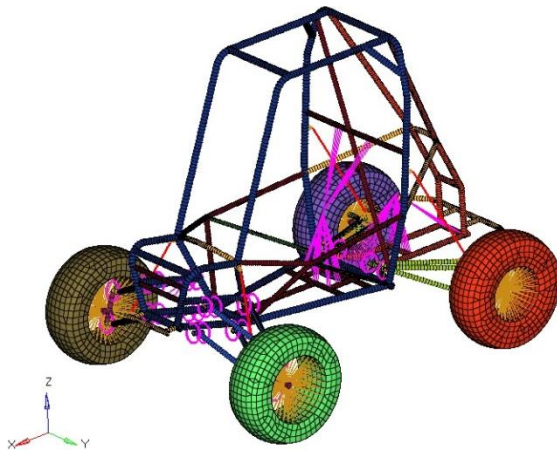


Figura 3.51 Modelo de elementos finitos del vehículo 2017 con chasis modelado con elementos 1D. Visualización detallada.

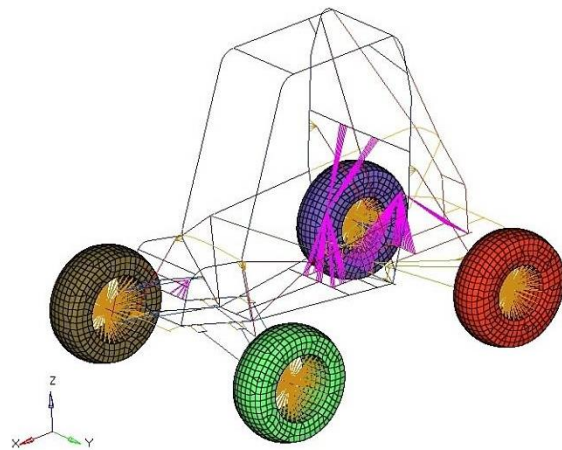


Figura 3.52 Modelo de elementos finitos del vehículo 2017 con chasis modelado con elementos 1D. Visualización de alambre.

El total de nodos, elementos finitos, volúmenes de control y contactos del vehículo completo con el chasis modelado con elementos tipo 1D se muestra en la Tabla 3.9.

Tabla 3.9 Resumen del modelo de elementos finitos del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D

Nodos	6571
Elementos 1D	3049
Elementos 2D	3583
Elementos rígidos	62
Elementos rígidos (masa agregada)	3
Elementos tipo resorte	4
Elementos tipo resorte (junta cinemática)	24
Volúmenes de control	4
Contactos	2

3.3 Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos 2D

En esta sección se describe el modelado con elementos finitos, particularmente del chasis mediante el uso de elementos tipo 2D puesto que es otro de los temas de estudio de este trabajo. Por otra parte, se mencionan los elementos mecánicos que se mantienen modelados de manera análoga a la sección anterior.

Así mismo, se describe la definición de materiales, propiedades, masas agregadas con elementos rígidos y condiciones de contactos.

3.3.1 Elementos modelados como en el modelo con chasis modelado con elementos 1D

Los componentes mecánicos relacionados a la suspensión y las llantas se modelan de manera similar a como se describe en las secciones 4.2.2 y 4.2.3, respectivamente; sin embargo, existen algunas diferencias que se describen en esta sección.

Los elementos que se modelan de la misma manera respecto a la suspensión delantera son:

- Brazo de control inferior.
- Brazo de control superior.
- Mazas.
- Juntas esféricas.
- Resorte – amortiguador.

Los elementos que se modelan de la misma manera respecto a la suspensión trasera son:

- Brazo seguidor.
- Resorte – amortiguador.

Existe una diferencia al modelar la suspensión delantera en el modelo del chasis con elementos tipo 2D. Dicha diferencia radica en la conexión de los nodos esclavos de los soportes de los brazos

de control y del resorte-amortiguador; ya que cambian los nodos de los miembros estructurales del chasis, debido al cambio del modelo del chasis con elemento 2D. Para definir los nodos esclavos de los elementos rígidos, se toma como referencia los nodos cercanos a la geometría de los soportes, tal como se muestra en las figuras 3.53 y 3.54

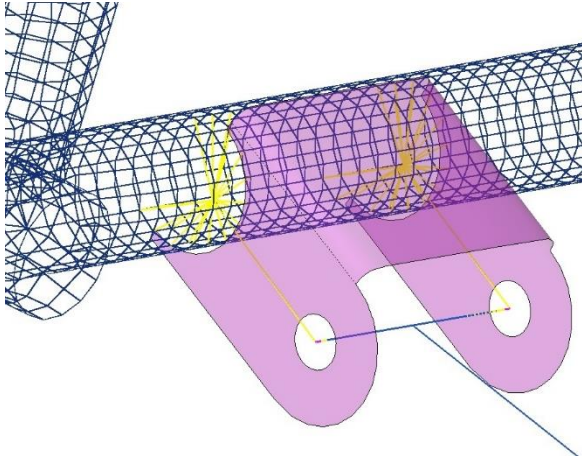


Figura 3.53 Junta revoluta. Soporte del chasis - brazo de control.

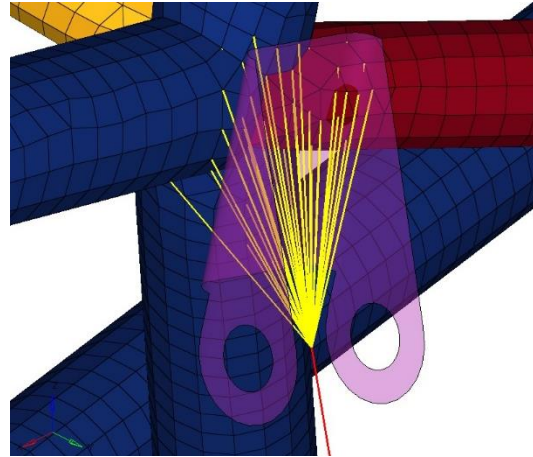


Figura 3.54 Junta revoluta. Soporte del amortiguador en el chasis.

De manera análoga, la diferencia del modelado de la suspensión trasera en el modelo del chasis con elementos tipo 2D, es la conexión de los nodos esclavos de los elementos rígidos de los soportes del brazo seguidor y del resorte-amortiguador, para los cuales se toma como referencia los nodos cercanos a la geometría de los soportes como se muestra en las figuras 3.55 y 3.56.

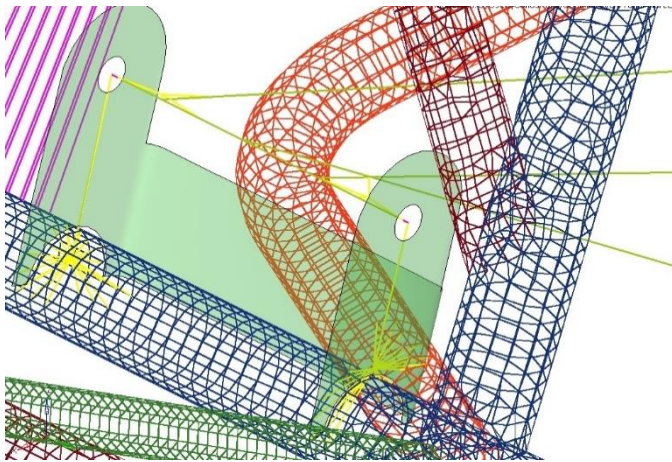


Figura 3.55 Suspensión trasera. Soporte del chasis - brazo seguidor.

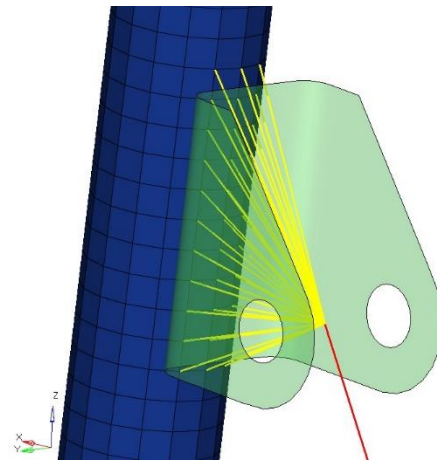


Figura 3.56 Suspensión trasera. Soporte del amortiguador en el chasis.

Por otra parte, los elementos rígidos de masa cambian tanto en la conexión de los nodos esclavos como en los valores de masas asociados a ellos. La conexión de los nodos esclavos cambia debido al cambio de elementos tipo 2D del chasis, dichos cambios se muestran en las figuras 3.57, 3.58 y 3.59.

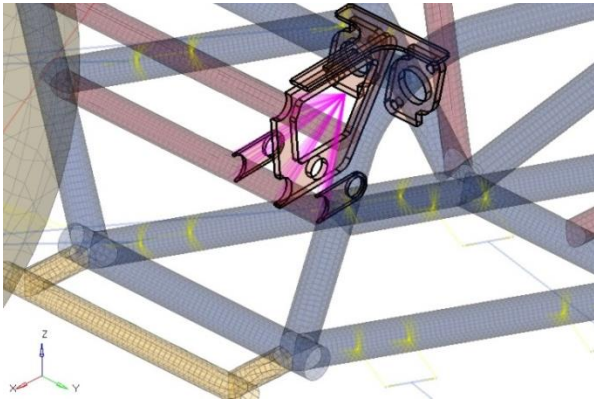


Figura 3.57 Elemento rígido que representa las bombas de freno del chasis.

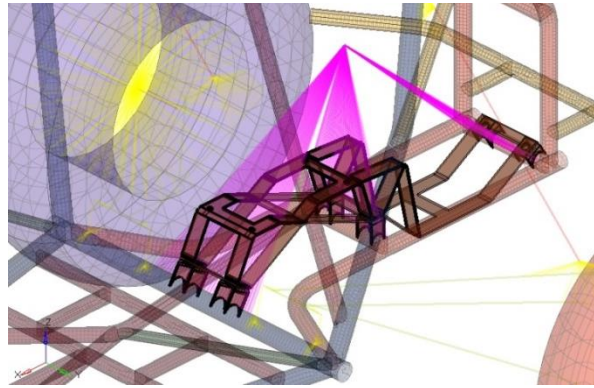


Figura 3.58 Elemento rígido que representa el ensamble del tren motriz en el chasis.

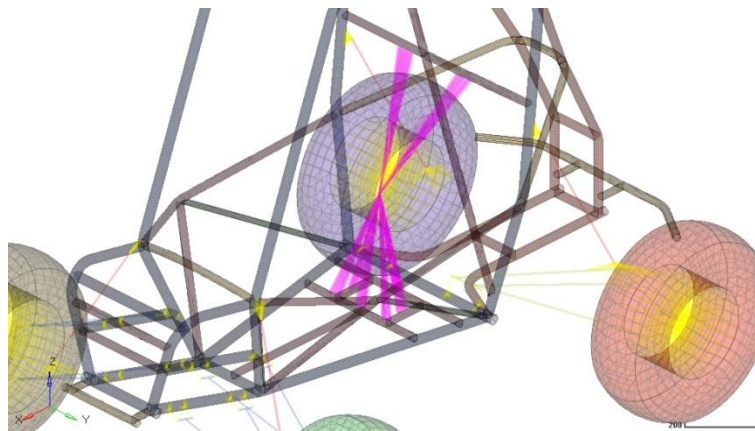


Figura 3.59 Elemento rígido en el centro de masa del vehículo.

Respecto al cambio de masa, el modelo del chasis con elementos tipo 2D aumenta 1.6 [kg] respecto al modelo de elementos tipo 1D. Sólo se altera la masa del elemento rígido en el centro de masa del vehículo, cuyo valor es de 102.7 [kg] (1.6 [kg] menos con respecto al modelo del chasis con elementos tipo 1D). En cambio, las masas de los elementos rígidos correspondientes a las bombas de freno y al ensamble del tren motriz se mantienen igual. La masa de los elementos se resume en la Tabla 3.10.

Tabla 3.10 Masa de los componentes del modelo del vehículo con elementos finitos

Componente del vehículo	Masa [kg]
Chasis	42.68
Suspensión delantera	11.19
Suspensión trasera	9.91
Llantas	33.51
Elemento rígido de las bombas de freno	3
Elemento rígido del ensamble del tren motriz	57
Elemento rígido en el centro de masa del vehículo	102.7
Total	260

3.3.2 Modelado del chasis

Se modela el chasis con elementos tipo 2D, ya que los tubos de los miembros estructurales son de espesor constante por lo que es posible obtener sus superficies medias, discretizar esas superficies y asignarles la propiedad del espesor. La Figura 3.60, muestra la superficie media de un miembro estructural representada por medio de elementos finitos, posteriormente, a los elementos se le asigna su correspondiente valor de espesor constante.

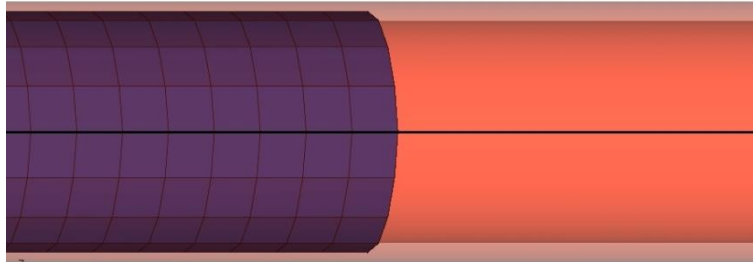


Figura 3.60 Elementos tipo 2D en la superficie media del espesor de los miembros estructurales.

Utilizar elementos tipo 2D permite modelar de manera más detallada la geometría del chasis con respecto al uso de elementos 1D, por lo que es posible evaluar la deformación que sufren los miembros estructurales del chasis sobre la superficie de los tubos y los posibles de deformación por pandeo que puedan presentarse durante el fenómeno de impacto. De igual manera que al utilizar elementos tipo 1D, se puede obtener las reacciones en los muros rígidos y otras variables de interés del evento dinámico.

Una de las desventajas de usar elementos tipo 2D con respecto al uso de elementos tipo 1D, radica en que el número total de nodos y elementos del modelo incrementa considerablemente y, por lo tanto, los grados de libertad del modelo. Otra desventaja es el tiempo de preprocesamiento del modelo, ya que requiere la generación de superficies medias, intersecciones para generar las uniones de los miembros estructurales, mantener una buena calidad de los elementos y la definición de contactos. Así mismo, es necesario cuidar que los nodos en las intersecciones de los miembros estructurales sean coincidentes y que los elementos estén alineados.

En las uniones de los miembros estructurales en los nodos del chasis se toma en cuenta el orden de manufactura, es decir, el orden que fueron colocados unos con otros y, con base en eso, se genera el corte de las superficies. Tal como se muestra en la Figura 3.61.

Sobre las intersecciones de las superficies de los miembros estructurales se colocan nodos en común para los miembros estructurales, de tal manera que existe conectividad entre los miembros, como se puede observar en las figuras 3.61 y 3.62. De esta manera se hace la simplificación de la unión por soldadura y dicha unión se hace por medio de la conectividad entre elementos. Este proceso se lleva a cabo para todos los nodos del chasis.

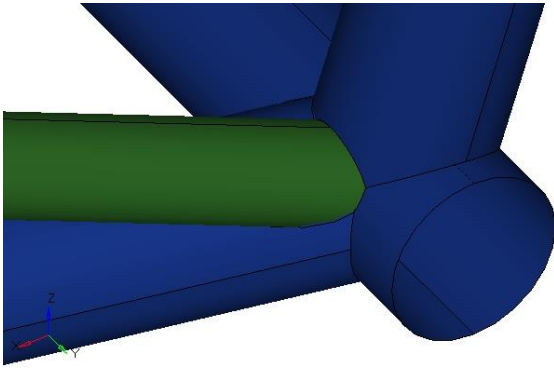


Figura 3.61 Uniones de los miembros estructurales en los nodos. Superficies medias.

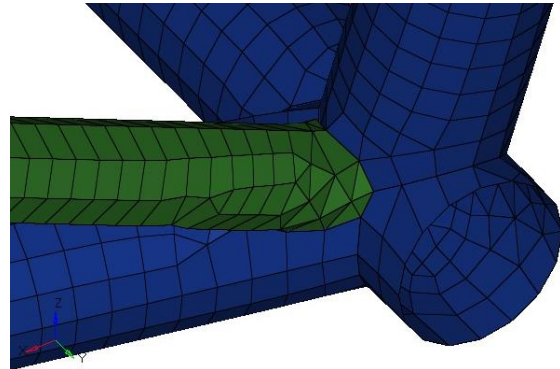


Figura 3.62 Uniones de los miembros estructurales en los nodos. Elementos finitos.

El modelado del chasis del vehículo 2017 con elementos tipo 2D, se organizó de acuerdo con el tipo de miembro estructural como se describe en la sección 4.1.1 Chasis. En las figuras 3.63 y 3.64 se puede observar el modelo. El tamaño de elemento, material y sección transversal se describe en 4.3.3. El código de colores utiliza fue el siguiente:

- **Azul:** Miembros estructurales primarios.
- **Naranja:** Miembros estructurales secundario A.
- **Guinda:** Miembros estructurales secundario B.
- **Amarillo:** Miembros estructurales secundario C.
- **Verde:** Miembros estructurales de refuerzo.

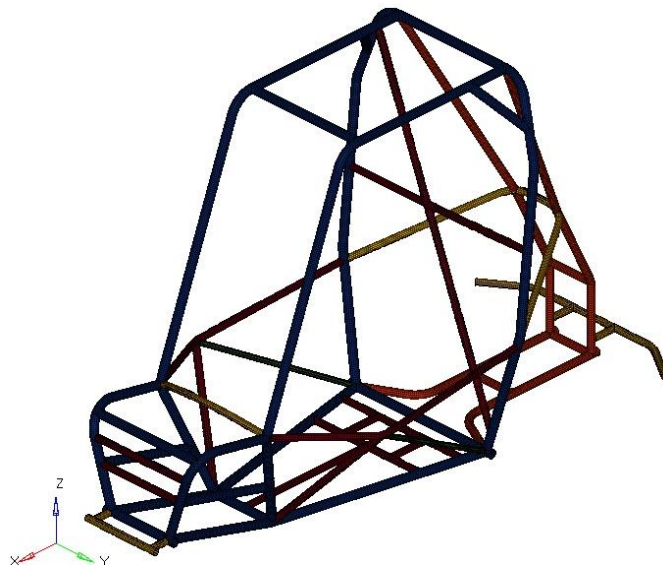


Figura 3.63 Chasis modelado con elementos 2D (Vista isométrica).

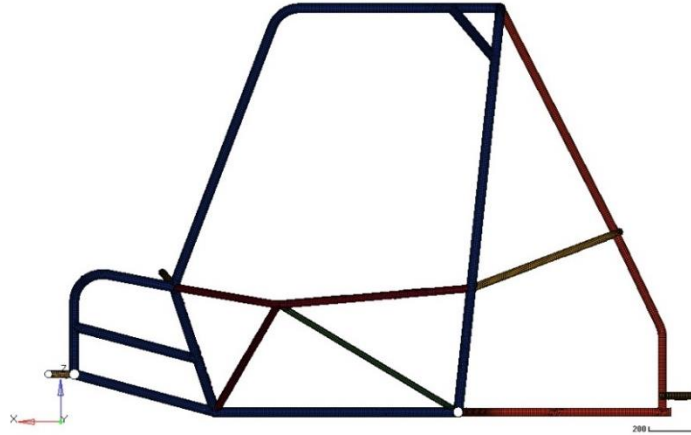


Figura 3.64 Chasis modelado con elementos 2D (Vista lateral).

El número de nodos y elementos tipo 1D de todo el chasis y de cada miembro estructural se resumen en la Tabla 3.11.

Tabla 3.11 Resumen del modelo con elementos finitos del chasis.

Tipo de miembro	Material	Espesor [mm]	Tamaño de elemento [mm]	Número de nodos	Números de elementos
Primario	ASTM A36	2.54	6	37002	38468
Secundario A	AISI1020	1.575	6	11183	11453
Secundario B	ASTM A36	1.194	6	15384	15860
Secundario C	AISI1020	2.184	6	6675	6804
Refuerzo	AISI1020	1.5875	6	1682	1697
Total				71377	74282

3.3.3 Contactos

3.3.3.1 Chasis – chasis

De manera análoga al modelado del chasis con elementos tipo 1D, también se define los contactos entre los mismos miembros estructurales del chasis; con la diferencia que para el modelo del chasis modelado con elementos tipo 2D se utilizan contactos del tipo nodo-superficie.

En las figuras 3.65 y 3.66 se muestra la definición de este tipo de contacto, en color rojo los nodos esclavos y en color azul los elementos que funcionan como superficies maestras.

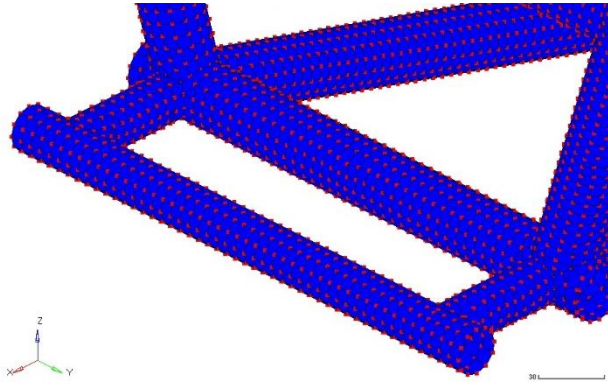


Figura 3.65 Contacto Chasis - Chasis tipo nodo-superficie.

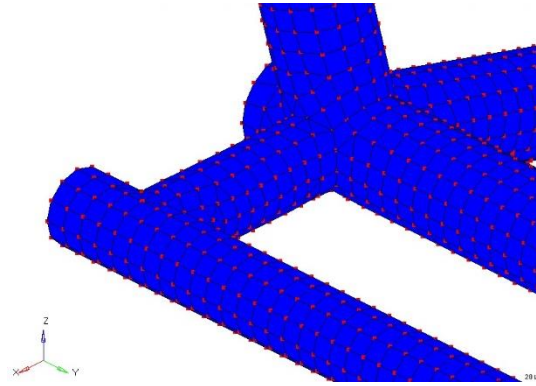


Figura 3.66 Contacto Chasis - Chasis tipo nodo-superficie.

3.3.4 Modelo completo del vehículo con chasis modelado con elementos 2D

Finalmente, el modelo de elementos finitos de los componentes descritos en la sección 3.1 de todo el vehículo se muestra en las figuras 3.67 y 3.68.

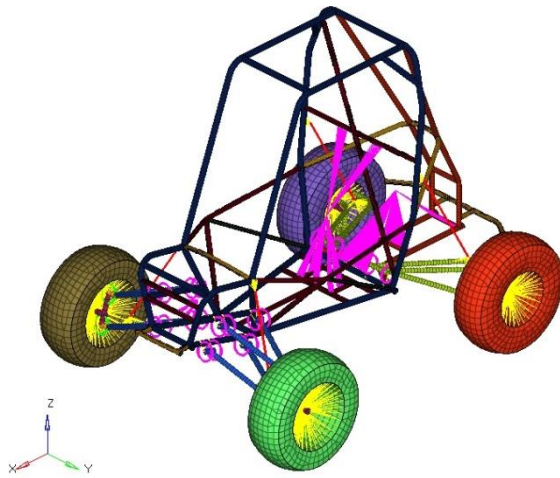


Figura 3.67 Modelo de elementos finitos del vehículo 2017 con chasis modelado con elementos 2D. Visualización detallada.

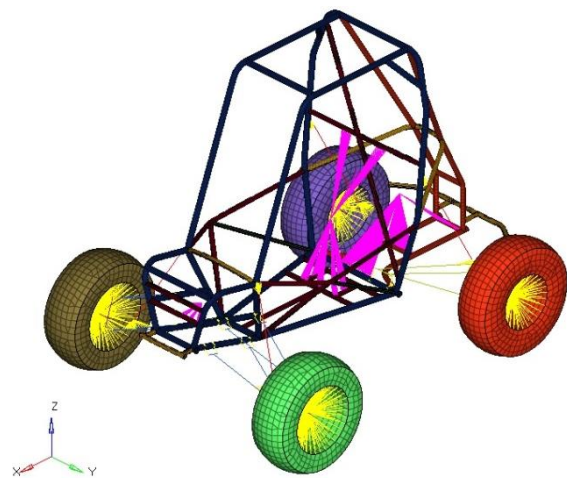


Figura 3.68 Modelo de elementos finitos del vehículo 2017 con chasis modelado con elementos 2D. Visualización de alambre.

El total de nodos, elementos finitos, volúmenes de control y contactos del vehículo completo con el chasis modelado con elementos tipo 1D se muestra en la Tabla 3.12.

Tabla 3.12 Resumen del modelo de elementos finitos del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.

Nodos	75,580
Elementos 1D	624
Elementos 2D	74,281
Elementos rígidos	62
Elementos rígidos (masa agregada)	3
Elementos tipo resorte	4
Elementos tipo resorte (junta cinemática)	24
Volúmenes de control	4
Contactos	2

3.4 Escenarios de simulación

En esta sección, se describen las consideraciones, así como las condiciones de frontera de los casos a analizar. Las condiciones de frontera se aplican tanto al modelo del vehículo con chasis modelado con elementos 1D, como al modelado con elementos 2D.

Se toma como referencia los estándares de la FMVSS descritos en la sección 1.4.2 para plantear los escenarios de simulación de esta sección:

- **FMVSS 201 – *Occupant protection in interior impact***: impacto lateral contra poste rígido fijo.
- **FMVSS 208 – *Occupant crash protection***: impacto frontal contra muro rígido fijo, impacto lateral de un muro en movimiento y *rollover*.
- **FMVSS 214 – *Side impact protection: door crush resistance***: Resistencia de la puerta, impacto lateral contra poste rígido fijo e impacto lateral contra muro deformable en movimiento.
- **FMVSS 216 - *Roof crush resistance***: Resistencia del techo aplicando fuerza gradualmente.
- **FMVSS 301 - *Fuel system integrity***: impacto lateral contra muro rígido en movimiento, trasero con muro rígido y deformable en movimiento y *rollover* estático.

Lo estándares FMVSS pueden ser consultados a detalle en la página de internet del Código Electrónico de Regulaciones Federales [35].

El impacto contra una roca o un objeto de grandes dimensiones no está considerado dentro de los estándares FMVSS, por lo cual se propone dicho escenario de simulación. Es importante considerar este escenario de impacto dada la naturaleza del terreno para el cual está diseñado el vehículo.

Cabe señalar que los estándares de la FMVSS están hechos para vehículos comerciales, cuyas especificaciones técnicas son considerablemente diferentes a las de un vehículo tipo Baja SAE; por

lo que tomar directamente esos estándares daría origen a simular casos que no podrían presentarse en la realidad o que el resultado sea muy severo.

Parte de las diferencias entre los vehículos comerciales y los vehículos tipo Baja SAE, son las velocidades que alcanza, la masa total y los sistemas de seguridad pasivos y activos. En términos de velocidad, los vehículos tipo Baja SAE diseñados bajo el reglamento 2017 tienen especificado únicamente el uso de un motor de 10 [HP] modelo 19L232-0054 G1 con el cual alcanzan velocidades máximas entre los 40 y 50 [km/h].

En el caso particular del vehículo que se estudia en este trabajo, tiene una velocidad máxima teórica de 45.2 [km/h], aunque en la realidad se observó que el rango de velocidad máxima del vehículo se encuentra en los 35 y 40 [km/h]. Para los escenarios de simulación se considera la velocidad teórica de 45.2 [km/h], ya que al ser superior que la velocidad real, el efecto del impacto será más severo lo que permitirá identificar las áreas críticas.

La definición de la velocidad inicial en cada uno de los escenarios de impacto, se hace asignando la magnitud y dirección de la velocidad a todos los nodos del vehículo, incluyendo las masas agregadas a los elementos rígidos. De igual manera, se toma en cuenta la aceleración debida a la gravedad, dicha aceleración se aplica a cada nodo del modelo. Tal como se muestra en las figuras 3.69 y 3.70

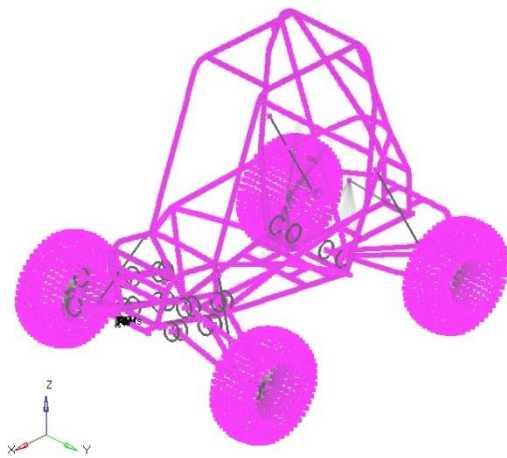


Figura 3.69 Nodos del vehículo a los que se aplican condiciones iniciales de velocidad y aceleración.

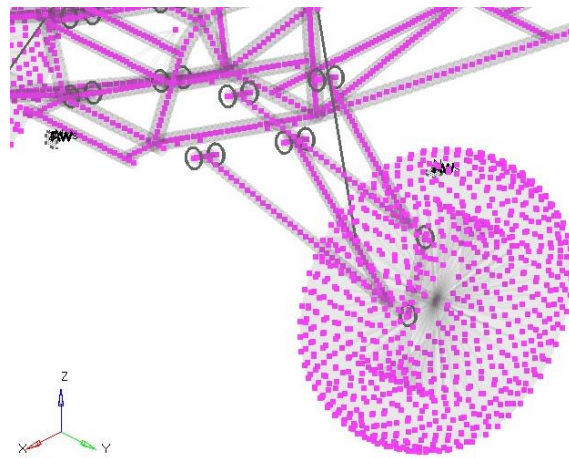


Figura 3.70 Nodos del vehículo a los que se aplican condiciones iniciales de velocidad y aceleración (acercamiento).

Por otra parte, se establecen condiciones de contacto entre algunos de los componentes del vehículo y los muros rígidos en los que se espera dicha condición. Se utiliza un contacto del tipo nodo – superficie, en el cual se define como superficie maestra al muro rígido y como nodos esclavos a los nodos de los componentes del vehículo donde se espera el contacto. Un ejemplo de contacto que se define para la mayoría de los eventos, es el que se produce entre las llantas del

vehículo y el muro rígido correspondiente al suelo, en la Figura 3.71 se observa de color azul el suelo (superficie maestra) y los nodos de las llantas del vehículo en color rojo (nodos esclavos).

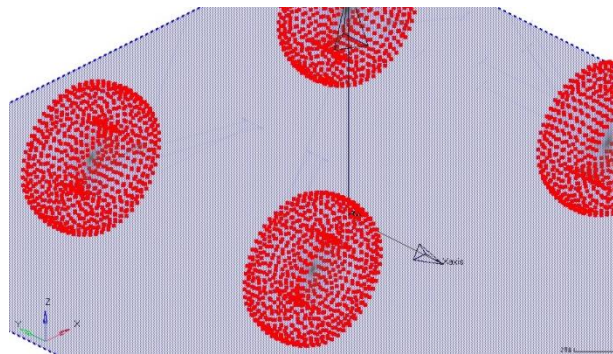


Figura 3.71 Contacto muro rígido (suelo) – llantas.

Los escenarios simulados comienzan instantes antes de impactar con los muros rígidos a distancias menores a los 10 [mm] con el propósito de reducir el tiempo de simulación y, por ende, el tiempo de cómputo.

El tiempo de solución para cada escenario es diferente y se define a partir de llevar a cabo simulaciones con el chasis con elementos tipo 1D e identificar el lapso que el que sucede el mayor intercambio de energía cinética a energía de deformación, permitiendo así simular el estado transitorio y una fracción del estado permanente.

3.4.1 Impacto frontal

Se toma como referencia el estándar FMVSS 208 *Occupant Protection in Interior Impact* para realiza el impacto frontal del vehículo contra un muro rígido. Dicho estándar establece impactar un vehículo con dirección longitudinal hacia adelante con velocidad de hasta 56 km/h contra un muro rígido fijo que es perpendicular a la línea de movimiento del vehículo [35]. Dicho muro cubre en su totalidad el ancho del vehículo.

Este escenario de simulación es uno de los más severos, ya que es aproximadamente equivalente al impacto de dos vehículos de frente, ambos a la velocidad que especifica el estándar. Por lo que, el propósito de dicho estándar es reducir el número de muertes y heridas severas, mediante el establecimiento de requerimientos en términos de fuerzas y desaceleraciones durante el impacto [30].

El vehículo que se estudia no alcanza la velocidad de 56 [km/h] que se menciona en el estándar FMVSS 208, por lo que se toma como velocidad inicial la velocidad de referencia descrita en la sección 3.4, cuyo valor es 45.2 [km/h].

Durante el desarrollo del impacto, se espera que los primeros componentes que hagan contacto con el muro rígido perpendicular sean las llantas delanteras, a medida que las llantas se deformen, los miembros estructurales de la defensa comenzarán a deformarse y absorber parte de la energía. Así mismo, debido a la inercia que lleva el vehículo, éste tenderá a volcar con respecto al eje Y produciendo que los miembros estructurales ELC, GLC, CLC, FBM_{UP} y FBM_{LOW} también entren en contacto con el muro rígido vertical. Por tales motivos se define el contacto entre el muro rígido vertical y las llantas delanteras y el chasis.

El tiempo de simulación se establece de 120 milisegundos para el modelo con elementos tipo 1D y 2D ya permite describir gran parte del fenómeno de impacto.

En las figuras 3.72 y 3.73, se muestran los diagramas de este caso de impacto de las vistas lateral y superior, respectivamente.

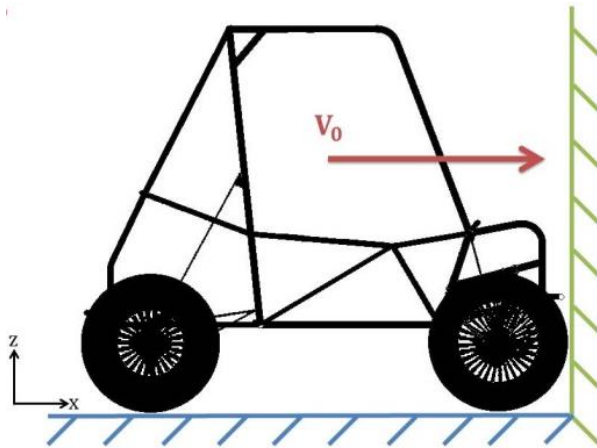


Figura 3.72 Diagrama impacto frontal. Vista lateral.

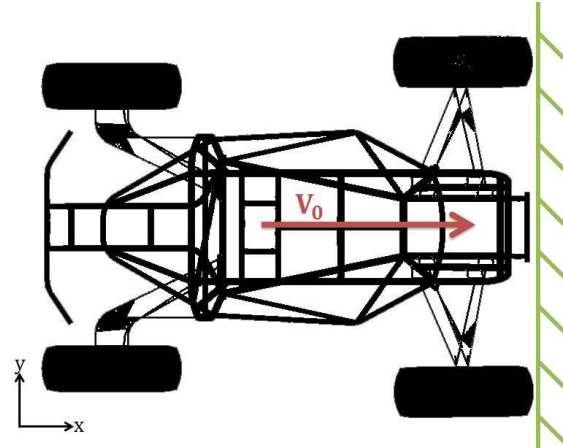


Figura 3.73 Diagrama impacto frontal. Vista Superior

Las condiciones de frontera para el impacto frontal se resumen a continuación:

- **Velocidad inicial:** $V_0 = 45.2$ [km/h] en dirección x. Aplicada a todos los nodos del modelo.
- **Gravedad:** $g = 9.81$ [m/s²] en dirección -z. Aplicada a todos los nodos del modelo.
- **Contactos entre el vehículo con los muros rígidos:**
 - Muro rígido plano XY- suelo (azul): Contacto definido entre suelo y las cuatro llantas.
 - Muro rígido plano YZ – Pared (Verde): Contacto definido entre la pared y el par de llantas delanteras y todos los nodos del chasis.

Finalmente, el modelo de este escenario de simulación para el chasis con elementos tipo 1D y 2D se muestran en las figuras 3.74 y 3.75, respectivamente.

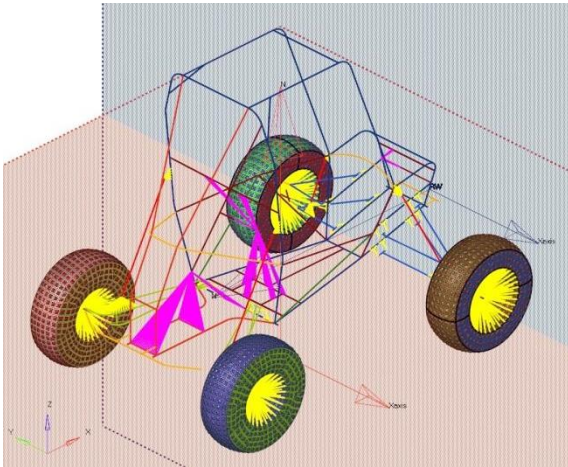


Figura 3.74 Impacto frontal. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D.

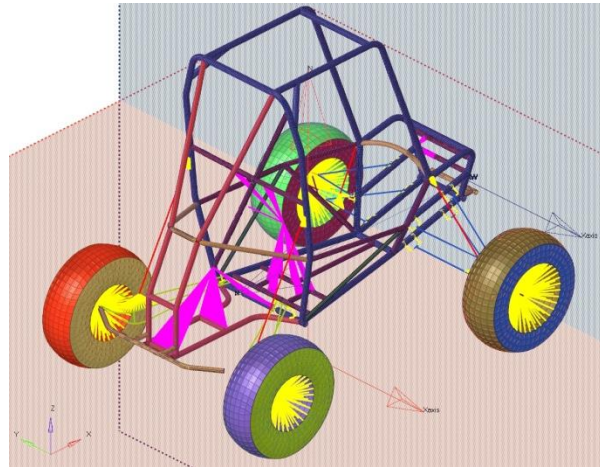


Figura 3.75 Impacto frontal. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.

3.4.2 Impacto lateral con poste

Se toma como referencia el estándar FMVSS 214 *Side Impact Protection: Door Crush Resistance* para llevar a cabo el impacto lateral contra un poste. Uno de los apartados para evaluar la resistencia lateral del vehículo, consiste en impactar el vehículo lateralmente contra un poste rígido cuyo diámetro es de 10 [in] (254 [mm]) a una velocidad entre los 25 [km/h] y 32 [km/h].

El vehículo que se estudia es un vehículo todo terreno, por lo que este tipo de escenario de impacto permite evaluar el caso crítico que podría presentarse cuando el vehículo sale del sendero o camino e impacte lateralmente contra un árbol.

La velocidad inicial para este impacto se considera como la mínima especificada por el estándar FMVSS 214, ya que como se menciona anteriormente un vehículo tipo Baja es de características considerablemente diferentes a las de un vehículo comercial.

Durante el impacto se espera que los miembros estructurales correspondientes al SIM_L y al refuerzo de nodo A_L y SIM_L sean los primeros en hacer contacto con el poste rígido, a medida que se deformen dichos miembros estructurales, otros miembros estructurales como el RRH y el LFS_L podrán hacer contacto con el poste rígido. Por tal motivo, se define el contacto entre el poste rígido fijo y los nodos de los miembros estructurales del chasis. Además, debido a la forma envolvente en que se espera que se deforme el chasis existe la posibilidad de que las llantas izquierdas también toquen el poste rígido.

El tiempo de simulación para este escenario de impacto se establece de 120 milisegundos.

En la figura 3.76, se muestra la vista lateral del diagrama de este caso de impacto. En la cual, la cota D es el diámetro del poste: $D = 254$ [mm].

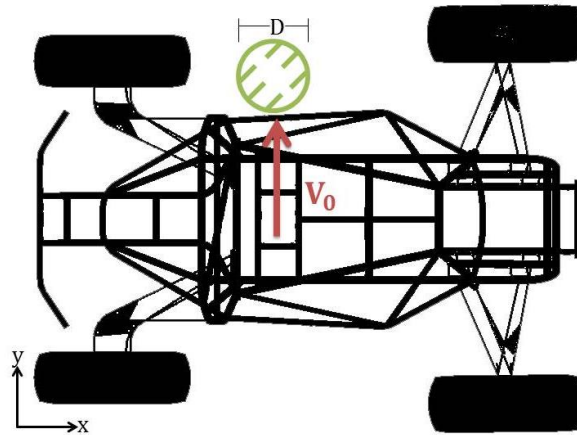


Figura 3.76 Diagrama impacto lateral con poste. Vista superior.

Las condiciones de frontera se resumen a continuación:

- **Velocidad inicial:** $V_0 = 25 \text{ km/h}$ en dirección y . Aplicada a todos los nodos del modelo.
- **Gravedad:** $g = 9.81 \text{ [m/s}^2\text{]}$ en dirección $-z$. Aplicada a todos los nodos del modelo.
- **Contactos entre el vehículo con los muros rígidos:**
 - Muro rígido en el plano XY – suelo (azul): Contacto definido entre suelo y las cuatro llantas.
 - Muro rígido cilíndrico con eje en dirección del eje Z– Poste (verde): Contacto definido entre la pared y el par de llantas izquierdas (delantera y trasera) y todos los nodos del chasis.

Finalmente, el modelo de este escenario de simulación para el chasis con elementos tipo 1D y 2D se muestran en las figuras 3.77 y 3.78, respectivamente.

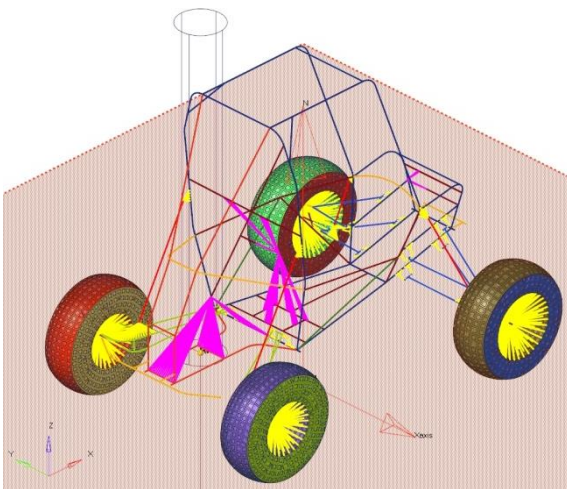


Figura 3.77 Impacto lateral con poste. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D.

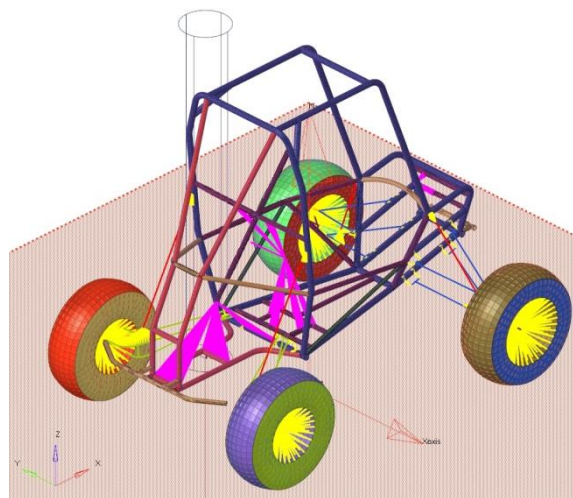


Figura 3.78 Impacto lateral con poste. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.

3.4.3 Impacto *Bump*

Se propone un escenario de impacto que represente el impacto de una roca de gran tamaño contra una de las llantas delanteras, cuando el vehículo se desplaza a alta velocidad sin realizar una maniobra de evasión o de frenado por parte del piloto.

Este caso se considera como crítico ya que idealmente el piloto debería de frenar y evadir obstáculos grandes; sin embargo, este caso puede presentarse como resultado de alguna falla por parte de algún subsistema ocasionando que no se pueda llevar a cabo una acción de frenado o debido a la poca visibilidad del obstáculo.

Este escenario de impacto permite estudiar cómo responden los miembros estructurales del chasis debido a las fuerzas transmitidas por suspensión cuando se impacta un obstáculo de gran tamaño, con lo cual es posible determinar las zonas de peligro, la deformación de la cabina e identificar regiones del vehículo que pueden reforzarse o hacer cambios en la distribución de los miembros estructurales.

A diferencia de los demás escenarios de impacto en los cuales el vehículo es frenado en su totalidad, este caso en particular el vehículo frena parcialmente, por lo que se espera que disminuya una fracción del total de energía cinética y con el resto de energía cinética el vehículo continúe su marcha.

El modelado del obstáculo se realiza con una esfera para idealizar la geometría de una roca de gran tamaño, dicha esfera es un muro rígido no deformable, cuyo radio es igual al radio de la llanta del vehículo y el centro de la esfera se encuentra en el plano del suelo (plano XY) sobre la dirección del centro de la llanta derecha. El radio de la llanta del vehículo es de 300 [mm], por lo que el radio de la esfera es de 300 [mm]. En las figuras 3.79 y 3.80 se puede muestra el diagrama de este escenario de simulación, siendo el diámetro de la esfera: $D = 600$ [mm].

Se considera como velocidad inicial la velocidad de referencia de 45.2 [km/h], ya que es la velocidad máxima del vehículo y con la cual se espera que el daño sea más severo.

El tiempo de simulación es de 250 milisegundos, puesto que abarca el primer impacto de la llanta delantera derecha y segundo impacto de la llanta trasera derecha; así como una parte del estado permanente.

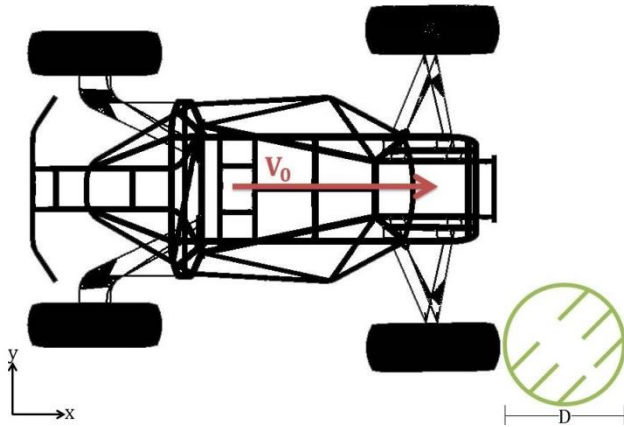


Figura 3.79 Diagrama impacto con esfera. Vista superior.

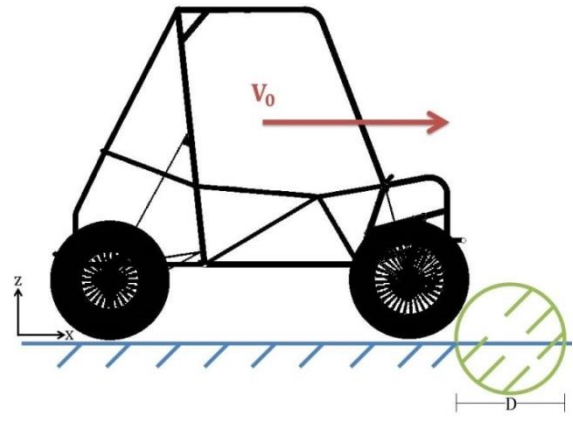


Figura 3.80 Diagrama impacto con esfera. Vista lateral.

Las condiciones de frontera se resumen a continuación:

- **Velocidad inicial:** $V_0 = 45.2$ [km/h] en dirección x. Aplicada a todos los nodos del modelo.
- **Gravedad:** $g = 9.81$ [m/s^2] en dirección -z. Aplicada a todos los nodos del modelo.
- **Contactos entre el vehículo con los muros rígidos:**
 - Muro rígido plano XY- Suelo (azul): Contacto definido entre suelo y las cuatro llantas.
 - Esfera rígida plano XY- Esfera (verde): Contacto definido entre la esfera y las cuatro llantas y todos los nodos del chasis.

Finalmente, el modelo de este escenario de simulación para el chasis con elementos tipo 1D y 2D se muestran en las figuras 3.81 y 3.82, respectivamente.

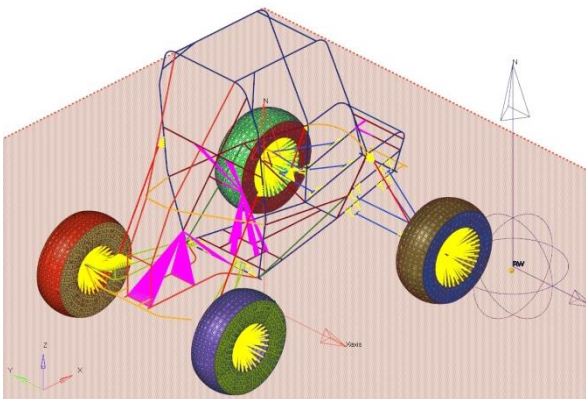


Figura 3.81 Impacto bump. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D.

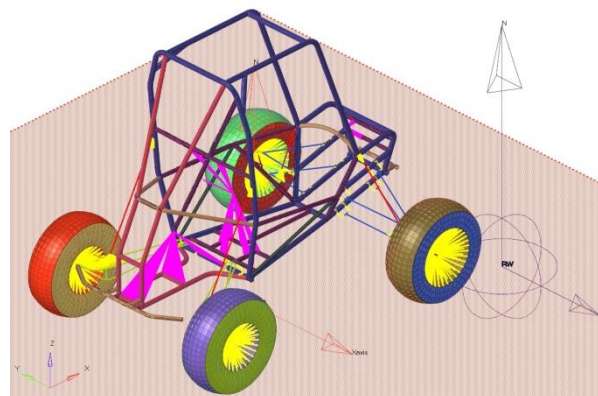


Figura 3.82 Impacto bump. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.

3.4.4 Impacto en el techo

El vehículo que se estudia al ser un vehículo carreras todo terreno existe la posibilidad de salir del camino y volcar por un barranco o una ladera de un cerro; así mismo, se ha observado que durante la prueba de ascenso de colina (*hill climb*), en ocasiones los vehículos tienden a volcar hacia atrás debido a la inclinación de la colina. Otras situaciones en las que el vehículo puede volcar es cuando su marcha es detenida en la parte delantera por un obstáculo y la parte trasera tienda a volcar hacia adelante. Esta situación se puede presentar cuando la trayectoria del vehículo sea similar a la de un tiro parabólico y la parte delantera se frene por completo de tal manera que el vehículo rote hacia adelante.

Las maneras en que puede ocurrir una volcadura (*roll over*) pueden resultar muy variadas y dependen de muchos factores, de tal manera que no es posible generalizar a un solo escenario de impacto que tome en cuenta todas las consideraciones. Sin embargo, una constante en este tipo de impactos son los miembros estructurales que entran en contacto y que brindan seguridad al piloto.

El estándar FMVSS 216 - *Roof Crush Resistance* dicta el procedimiento para evaluar la resistencia del techo en vehículos comerciales mediante la aplicación de una fuerza equivalente a 1.5 veces el peso del vehículo sin carga. Dicha fuerza se aplica por medio de un muro rígido en el punto de tangencia entre el techo del vehículo y muro, como se muestra en la Figura 3.83. La velocidad de aplicación de la fuerza no debe ser mayor a 13 milímetros por segundo [35].

La prueba se considera como aprobada si el muro mediante el cual se aplica la fuerza no se desplaza más de 127 milímetros en un lapso de 120 segundos.

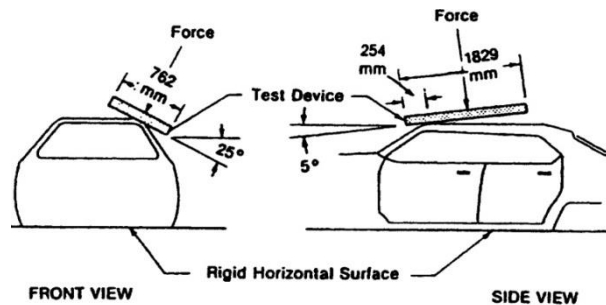


Figura 3.83 Ubicación del dispositivo de prueba y aplicación de la fuerza [35].

El evento descrito por el estándar FMVSS 216 cae dentro de la categoría de un análisis cuasi estático, en el cual, el evento o la aplicación de la carga se realiza en periodos largos de tiempo y los efectos inerciales son despreciables, a diferencia de los análisis dinámicos cuyos fenómenos suceden en lapsos del orden de milisegundos. Realizar un análisis cuasi estático desde el punto de vista dinámico conllevaría a realizar simulaciones que tomen demasiado tiempo resolver.

Debido a que este trabajo se centra en realizar simulaciones dinámicas empleando métodos explícitos, se decide proponer un escenario de simulación que ponga a prueba la resistencia del vehículo, tal como lo hace el estándar FMVSS 216, pero desde un punto de vista dinámico.

Por lo descrito anteriormente, se propone un escenario de simulación que ponga a prueba la resistencia de la parte superior del chasis (techo). Cabe señalar que debido al innumerable cantidad de maneras en que puede producirse una volcadura, en el escenario que se propone el impacto inicial ocurre en los miembros estructurales RHO.

El escenario de impacto en el techo consiste en dejar caer el vehículo desde una altura Δh , cuando éste está al revés (180° rotado con respecto al eje x); de tal manera que los miembros estructurales superiores (RHO) sean los que impacten contra el muro rígido, como se muestra en la Figura 3.84. La altura que se propone es de 0.5 metros ($\Delta h = 0.5$ [m]).

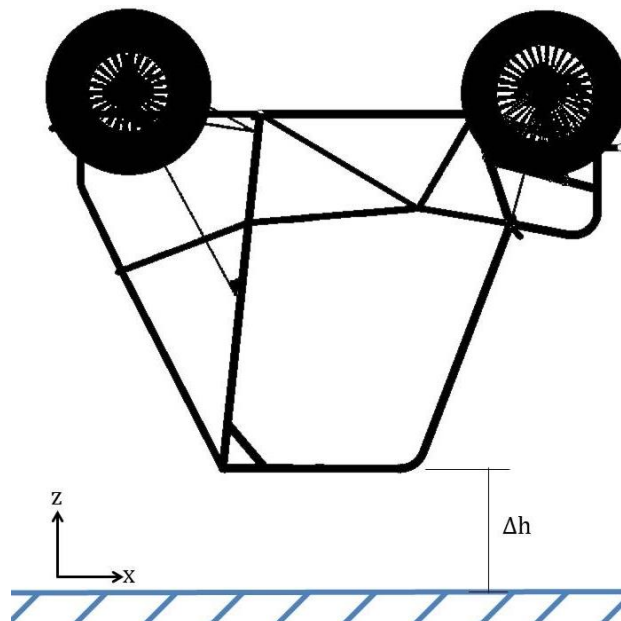


Figura 3.84 Diagrama impacto en el techo. Vista lateral.

Para omitir el movimiento de cuerpo rígido en la simulación, se calcula la velocidad que adquiere el vehículo al caer una distancia de 0.5 metros con base en el principio del trabajo y la energía [31]. Dicha velocidad será definida como condición de frontera:

$$\begin{aligned} \Delta EC &= \Delta EP \\ \frac{1}{2} m v^2 &= m g \Delta h \\ v &= \sqrt{2 g \Delta h} = \sqrt{2 (9.81) (0.5)} \\ v &= 3.13 \text{ [m/s]} \end{aligned}$$

El diagrama de este caso de impacto se muestra en la Figura 3.85.

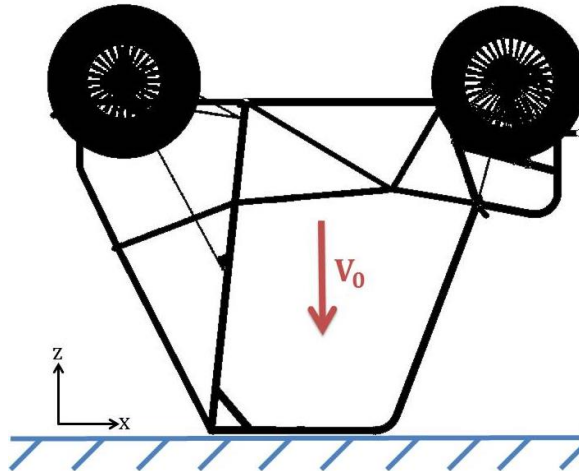


Figura 3.85 Diagrama impacto en el techo. Vista lateral.

El tiempo de simulación para este escenario de impacto se establece de 120 milisegundos.

Las condiciones de frontera se resumen a continuación:

- **Velocidad inicial:** $V_0 = 3.13$ [m/s] en dirección $-z$. Aplicada a todos los nodos del modelo.
- **Gravedad:** $g = 9.81$ [m/s²] en dirección $-z$. Aplicada a todos los nodos del modelo.
- **Contactos entre el vehículo con los muros rígidos:**
 - Muro rígido plano XY– Suelo (azul): Contacto definido entre el muro rígido y todos los nodos del chasis.

Finalmente, el modelo de este escenario de simulación para el chasis con elementos tipo 1D y 2D se muestran en las figuras 3.86 y 3.87, respectivamente.

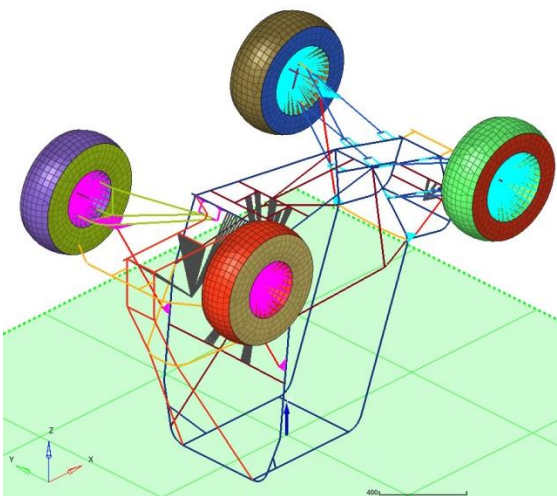


Figura 3.86 Impacto en el techo. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D.

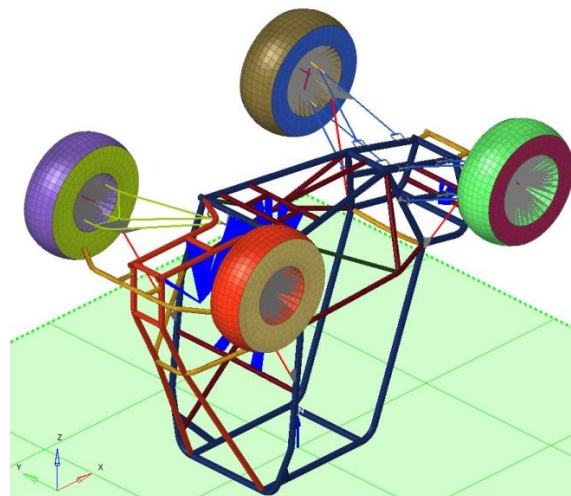


Figura 3.87 Impacto en el techo. Modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.

4 Resultados

En esta sección se discuten los resultados de las simulaciones realizadas para los escenarios de impacto, tanto para el modelo del vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D, así como el vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D. Se discuten las diferencias entre los resultados obtenidos cuando se modela el chasis con elementos tipo 1D y 2D, de igual manera el tiempo cómputo de cada uno de ellos.

En los gráficos que se presentan, las curvas correspondientes al vehículo modelado con chasis con elementos 1D se muestran de manera continua; mientras que las curvas correspondientes al vehículo modelado con chasis con elementos 2D se muestran de manera punteada. Por otra parte, las variables en común de ambos modelos se representan del mismo color, a menos que se defina de otra manera en el cuadro notas de cada gráfico.

Con la finalidad de comparar el tiempo de cómputo, todas las simulaciones se realizaron con el mismo equipo de cómputo y dedicándolo únicamente para la resolución de los escenarios de impacto que se presentan. Dicho equipo de cómputo cuenta con las siguientes características de hardware: Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2620 v4 @ 2.10GHz (x86_64), 2100 MHz, 26747 MB RAM.

4.1 Impacto frontal

El escenario de impacto es resuelto por un periodo de 100 milisegundos para los modelos del vehículo modelado con chasis con elementos tipo 1D y 2D. El gráfico de balance de energía de ambos modelos se muestra en la Figura 4.1.

De manera general, se puede observar que las curvas de energía de ambos modelos tienen un comportamiento similar entre sí; sin embargo, analizando detalladamente las gráficas de cada modelo es posible apreciar que los cambios de pendiente en el modelo de elementos 1D, son más pronunciados, en contraste con el modelo con elementos 2D cuyos cambios en la pendiente son más graduales.

Lo anterior, se puede entender dada la naturaleza de cada tipo de modelado, en el cual, el modelo con elementos tipo 1D describe un comportamiento con mayor rigidez. En cambio, el modelo con elementos 2D pierde rigidez a medida que se van deformando las superficies de los miembros estructurales.

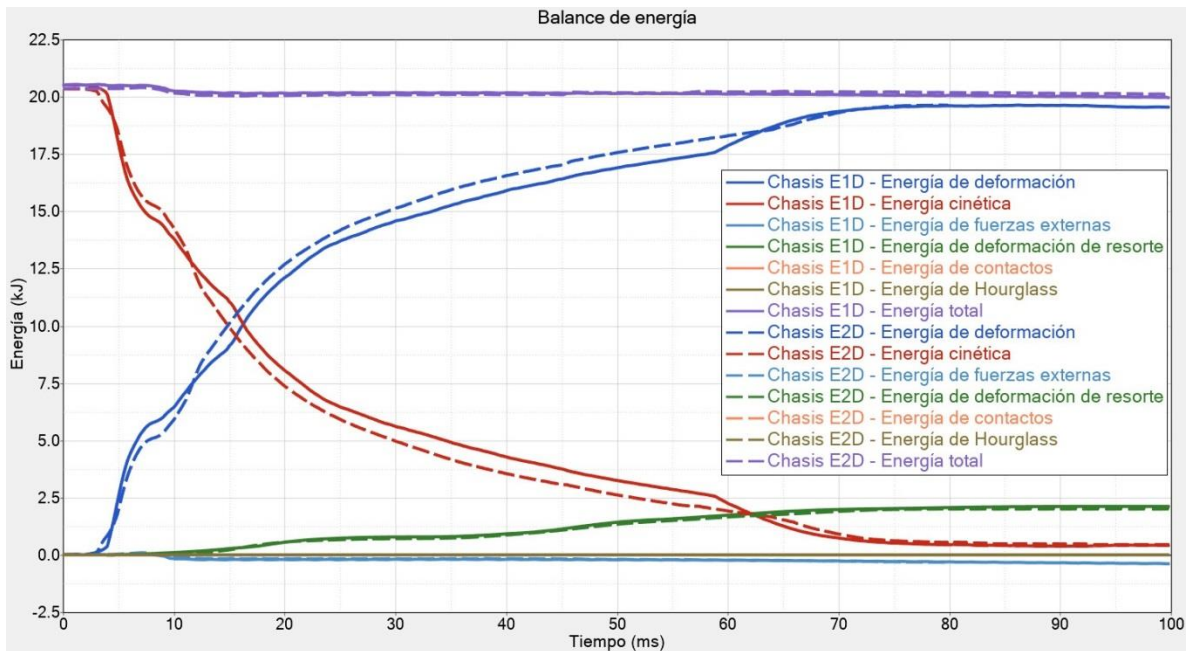


Figura 4.1 Gráfico de balance de energía del impacto frontal.

Se puede observar que la transferencia de energía cinética a energía de deformación se lleva a cabo dentro de los primeros 80 [ms] de la simulación, en este tiempo el vehículo desacelera hasta llegar a un punto en el cual la energía cinética y de deformación se mantienen casi constantes. La mayor transformación de energía se lleva a cabo en el lapso de 4 a 25 [ms], durante este lapso el vehículo entra en contacto con el muro rígido y desacelera gradualmente.

En el tiempo de 80 [ms], la energía cinética decrece a menos del 0.6 [kJ] que corresponde al 3% de la energía cinética inicial; mientras que la energía de deformación alcanza un valor de 19.6 [kJ] correspondiente al 95% de la energía cinética inicial. Lo cual significa que la mayoría de la transferencia de energía se ha llevado a cabo y sólo existe una fracción de la energía cinética asociada a la masa del vehículo moviéndose a menor velocidad. La Tabla 4.1, resume lo descrito anteriormente para cada modelo.

Tabla 4.1 Energía cinética y de deformación en los tiempos 0 y 80 [ms] del impacto frontal.

Energía	Chasis modelado con elementos tipo 1D		Chasis modelado con elementos tipo 2D	
	[kJ]	%	[kJ]	%
Energía cinética inicial (0 [ms])	20.49	100.00	20.49	100.00
Energía de deformación en 80 [ms]	19.63	95.79	19.64	95.85
Energía cinética en 80 [ms]	0.38	1.85	0.55	2.67

Respecto a la absorción de energía de cada tipo de miembro estructural, se muestra en la Figura 4.2 el gráfico de energía de ambos modelos. Se puede observar una tendencia similar entre ambos modelos. Sin embargo, para algunos miembros estructurales como el primario y el

secundario C la diferencia numérica es más notoria, ya que en el modelo con elementos 2D los miembros estructurales C que conforman la defensa delantera absorben menos energía con respecto al modelo con elemento 1D. Lo anterior se debe a que en el modelo con elementos 2D ocurre la ruptura de la defensa delantera, por lo cual los miembros estructurales primarios son los siguientes en deformarse y absorber la energía del impacto, esto puede observarse en el gráfico de la Figura 4.2 como la disminución de la pendiente (≈ 0) de la curva de miembro secundario B y el incremento de la curva del miembro primario en el tiempo de 11 [ms] para el modelo con elementos 2D.

Los incrementos de energía de las curvas de cada miembro estructural en diferentes tiempos de la simulación representan el comienzo de deformación de más miembros estructurales pertenecientes al grupo de miembro estructural en el que se presenta dicho incremento; por ejemplo, el incremento en el tiempo 58 [ms] de la curva de los miembros estructurales primarios con elementos 1D. En esta gráfica, es posible apreciar el comportamiento rígido del modelo con elementos 1D al presentar cambios más repentinos, a diferencia de lo observado con elementos 2D cuyos cambios son más graduales.

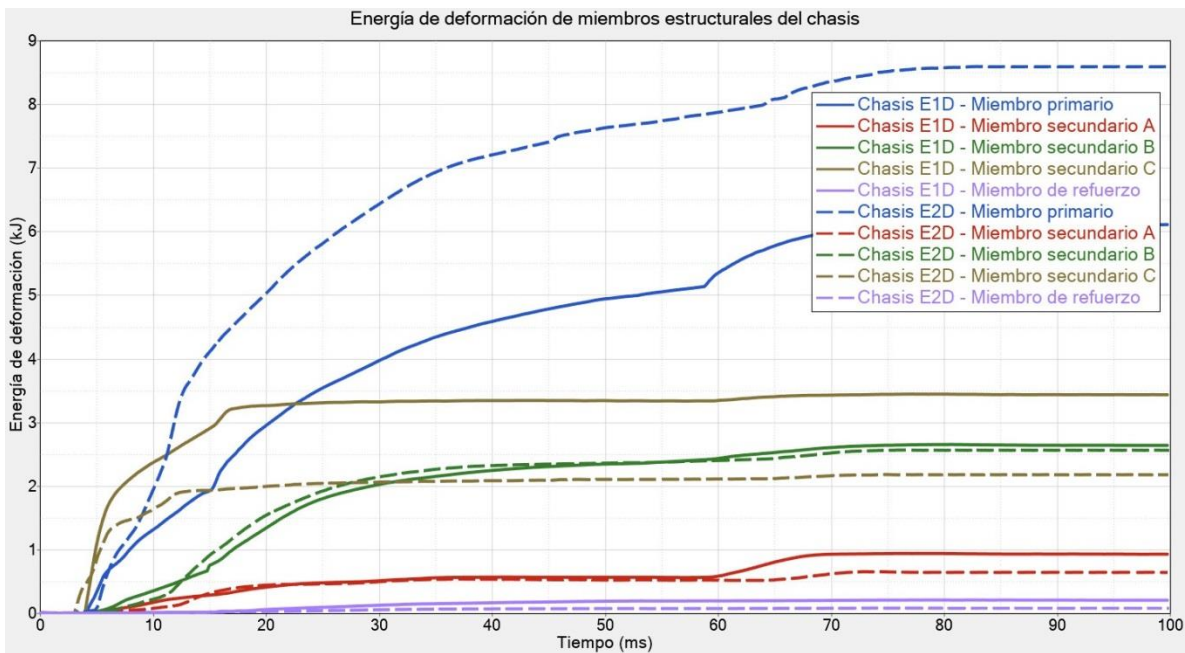


Figura 4.2 Gráfico de energía de deformación de los miembros estructurales del chasis del impacto frontal

En la Figura 4.2, en el tiempo 4 [ms], se observa que el miembro estructural C es el primero en entrar en contacto con el muro rígido, ya que corresponde a la defensa frontal del vehículo. Posteriormente, se deforman los miembros primarios del chasis y estos son los que absorben la mayor cantidad de energía, puesto que existe un límite de absorción de energía de la defensa frontal (3.44 [kJ] y 2.17 [kJ] para el modelo con del chasis con elementos 1D y 2D, respectivamente).

También, se puede observar que los miembros estructurales de refuerzo, correspondientes a los refuerzos que unen el LCA y los SIM, su aportación en la absorción de energía de la estructura es casi nula con respecto a los miembros primarios y secundario C. De tal manera, que para este tipo de impacto se podrían omitir los miembros estructurales de refuerzo o encontrar una mejor configuración.

El total de energía absorbida por los miembros estructurales del chasis con respecto al total de energía cinética con la cual impacta el vehículo es 65.32% y 68.49%, para el modelo del chasis con elementos 1D y 2D, respectivamente. Lo cual implica que el resto de energía se absorbe en los demás componentes mecánicos del vehículo, incluyendo los sistemas resorte – amortiguador.

La Tabla 4.2, muestra la cantidad de energía que absorbe cada miembro estructural y el porcentaje con respecto a la total de energía de cinética inicial.

Tabla 4.2 Energía de deformación de los miembros estructurales del chasis.

Miembro estructural	Chasis modelado con elementos tipo 1D		Chasis modelado con elementos tipo 2D	
	[kJ]	%	[kJ]	%
Primario	6.15	30.01	8.56	41.79
Secundario A	0.93	4.57	0.65	3.17
Secundario B	2.65	12.93	2.56	12.51
Secundario C	3.44	16.79	2.17	10.62
Refuerzo	0.20	1.01	0.07	0.38
Total	13.38	65.32	14.03	68.49

Respecto a la fuerza resultante en el muro rígido, el modelo de elementos 1D presenta un valor máximo de 282.97 [kN] en tiempo 5.1 [ms]; mientras que el modelo de elementos 2D presenta un valor máximo de 246.78 [kN] en tiempo 5.8 [ms].

En cuanto a la desaceleración en el centro de masa, el valor máximo de la resultante para el modelo del chasis con elementos 1D es de 48.99 [G] en el tiempo 17.2 [ms]; mientras que para el modelo del chasis con elementos 2D es de 41.66 [G] en el tiempo 25.6 [ms]. Lo cual denota en general un comportamiento más rígido en el modelo 1D, ya que desacelera más rápido y en menor tiempo respecto al modelo con elementos 2D.

Por otra parte, en las figuras 4.3 y 4.4 se muestra en modo de deformación de todo el vehículo a 80 milisegundos de la simulación; a la izquierda el vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D y a la derecha el vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.

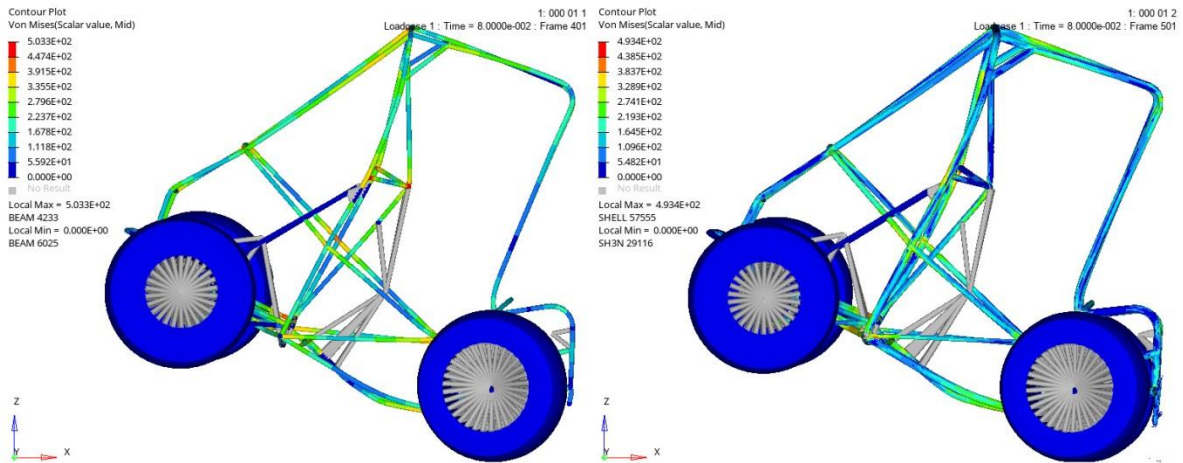


Figura 4.3 Impacto frontal. Vista lateral. Tiempo 80 [ms].

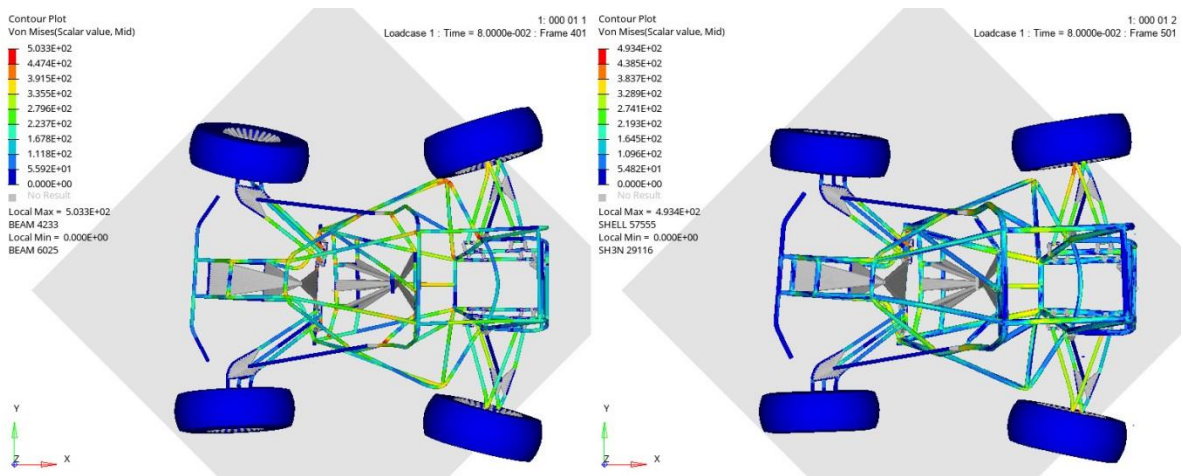


Figura 4.4 Impacto frontal. Vista superior. Tiempo 80 [ms].

Se puede observar que ambos modelos tienden a deformarse de manera similar entre sí. De igual manera que comparando los resultados de variables como esfuerzo y deformación a diferentes tiempos de la simulación, lo cual da un indicio que ambos modelos pueden representar el mismo fenómeno físico a pesar de las simplificaciones que conlleva cada tipo de elemento.

Se puede observar que la defensa frontal se ha deformado por completo, produciendo que los miembros estructurales primarios y secundarios B se deformen también; lo cual corresponde con lo observado en el gráfico 4.2 de energía de deformación de los miembros estructurales del chasis.

Los miembros estructurales SIM se deforman hacia afuera del compartimiento del piloto (a lo largo del eje Y), lo cual aumenta el espacio de la cabina en el ancho del vehículo. Se toma la distancia entre los nodos formados por el SIM y los miembros estructurales de refuerzo, tal como se muestra en la Figura 4.5a. La distancia entre ambos nodos incrementa en 219.05 [mm], que corresponde al 27.8% de la distancia inicial; cuyo comportamiento es favorable ya que la estructura no tiende a colapsar hacia el piloto.

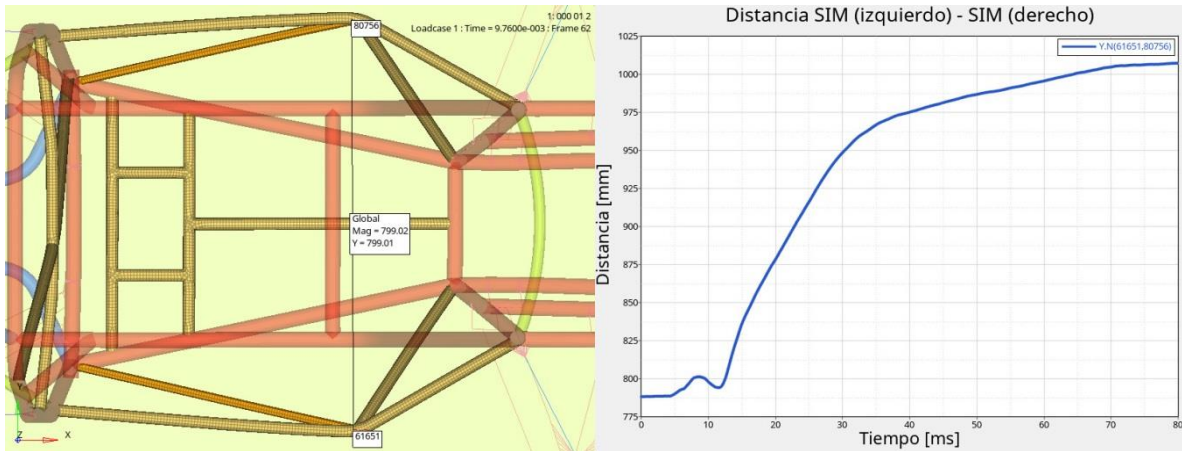


Figura 4.5 a) Distancia entre el SIM izquierdo y SIM derecho [mm]. b) Gráfica de distancia entre el SIM izquierdo y SIM derecho– tiempo.

Dado el comportamiento descrito anteriormente, la cabina tiende a colapsar y disminuir sus dimensiones longitudinales (a lo largo del eje X). Se mide la distancia entre los miembros estructurales LCA y LCE, tal como se muestra en la Figura 4.6. Se observa que la distancia entre dichos miembros estructurales disminuye de 1190.4 [mm] a 1102.3 [mm], que representa el 7.4 % de la distancia inicial. Lo anterior representa un riesgo potencial para el piloto, puesto que al existir una reducción en la cabina y específicamente en el compartimiento donde el piloto reposa los pies sobre los pedales, existe la posibilidad de que las fuerzas debido al impacto sean transferidas a las piernas del piloto produciendo cierto daño.

Los gráficos de las figuras 4.5b y 4.6b, muestran que la mayor deformación de la cabina ocurre después de que la defensa del vehículo deja de absorber energía, es decir, después de los 10 [ms]. Posteriormente, la estructura comienza a colapsar a un ritmo más acelerado.

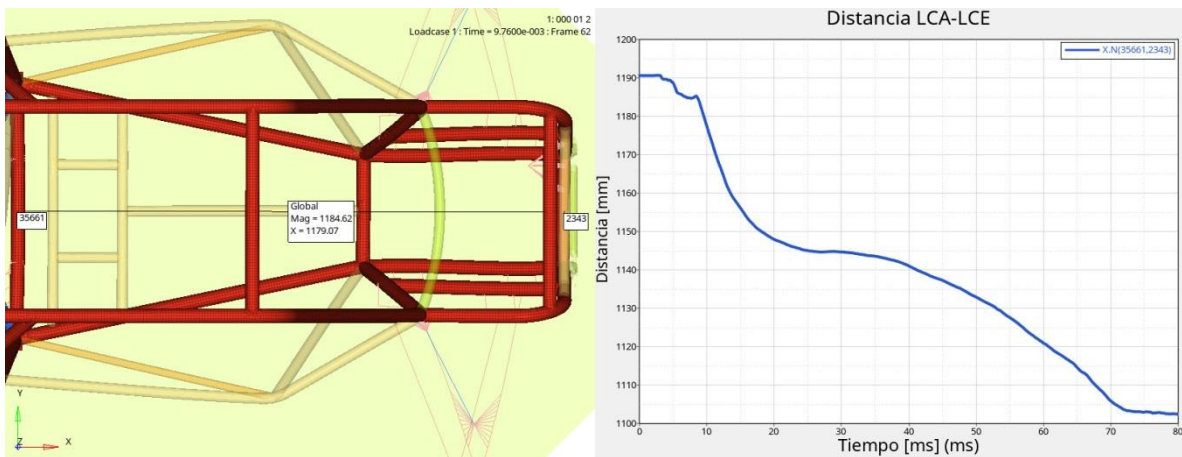


Figura 4.6 a) Distancia entre el LCA y LCE [mm]. b) Gráfica de distancia entre el LCA y LCE – tiempo.

Por medio del modelado del chasis con elementos tipo 2D, es posible identificar deformaciones locales en las cuales podría ocurrir la falla los miembros estructurales. Uno de ellos se encuentra en el nodo D, cuyo nodo evita el colapso de la cabina ante un impacto frontal. En la

Figura 4.7 se puede observar el modo de deformación del SIM, cuyos valores de deformación están muy cercanos a la deformación de ruptura del material ($\epsilon_R = 0.25$). De igual manera, se aprecia que los FMB_{UP} comienzan a deformarse en la región aledaña al nodo D.

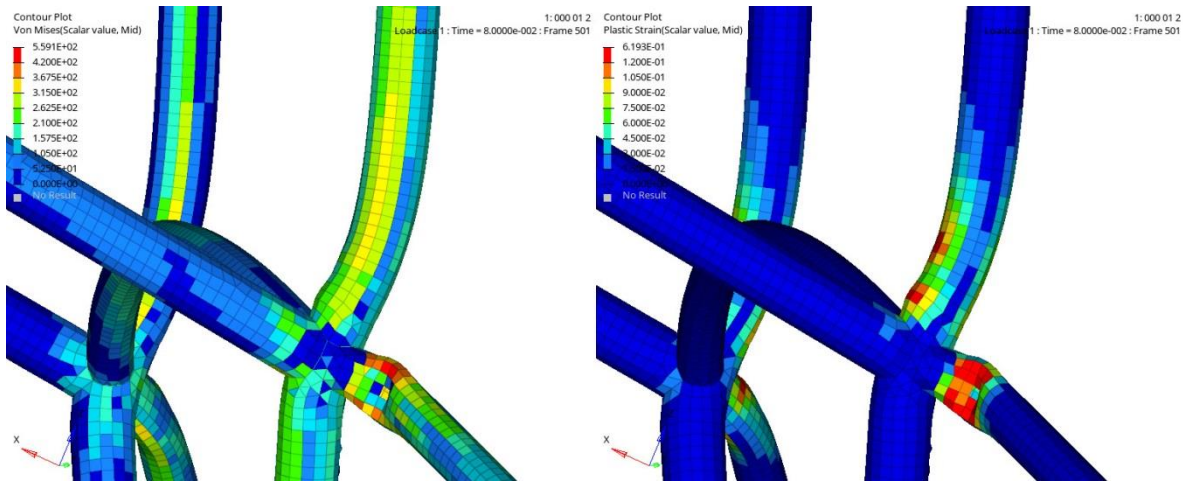


Figura 4.7 Modo de deformación del nodo D en el tiempo 80 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa]. b) Contour de deformación.

La Figura 4.8, muestra que el nodo formado por el SIM y el tubo de refuerzo que une el LCA y el SIM, presenta altos valores de deformación y esfuerzo. Cabe señalar que, a pesar de que los refuerzos no absorben tanta energía como se esperaría, su función es mantener unida la estructura y evitar el colapso de dichos miembros estructurales.

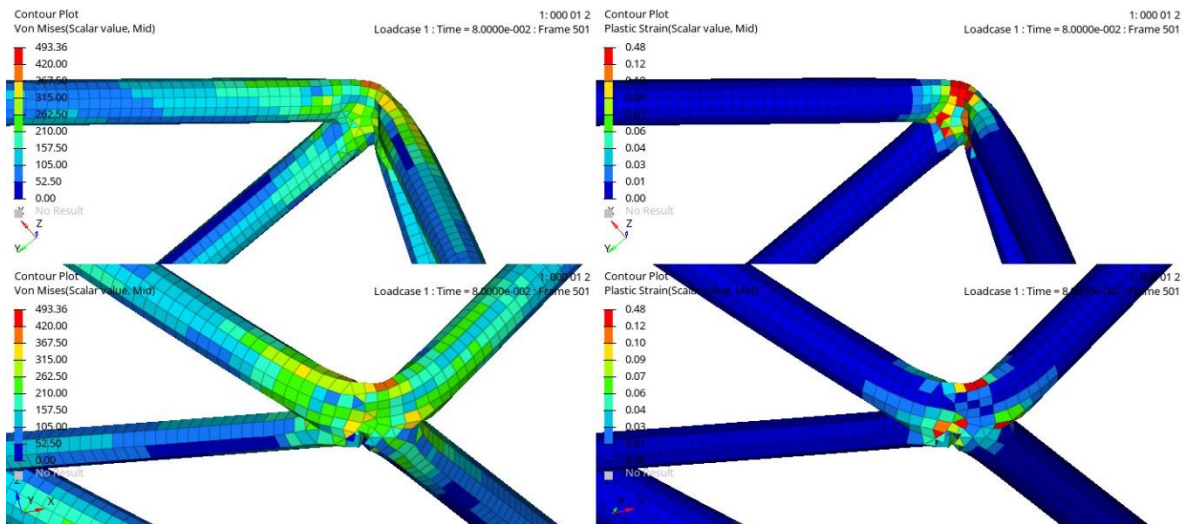


Figura 4.8 Modo de deformación del nodo ubicado entre el SIM y los refuerzos en el tiempo 80 [ms]. a,c) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b,d) Contour de deformación.

Por otra parte, analizando las figuras 4.9 y 4.10, se puede ver que el efecto que tiene el elemento rígido donde se concentra la mayor cantidad de masa es muy severo en el chasis, ya que tiende a deformar excesivamente los elementos cercanos a los nodos dependientes del elemento rígido; por tal razón el USM longitudinal tiende a pandearse y el LDB transversal existe ruptura. Se puede

observar que, a pesar de la masa extra asociada a ese elemento rígido, los miembros estructurales mencionados anteriormente en algunas regiones sobrepasan los valores de ruptura del material; por lo cual representa un riesgo potencial para la integridad del piloto, ya que son los puntos de anclaje del asiento y los cinturones de seguridad.

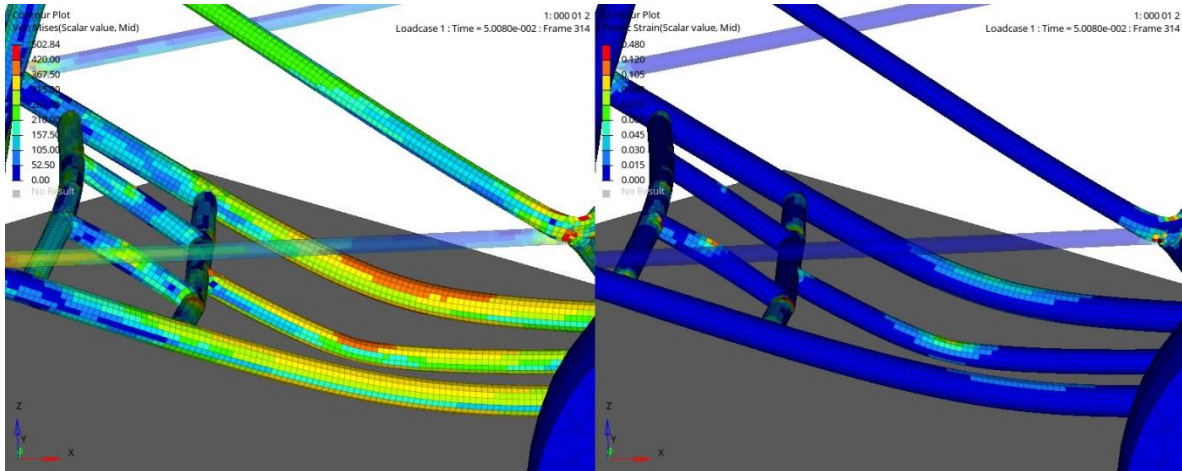


Figura 4.9 Modo de deformación del USM en el tiempo 50.8 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación.

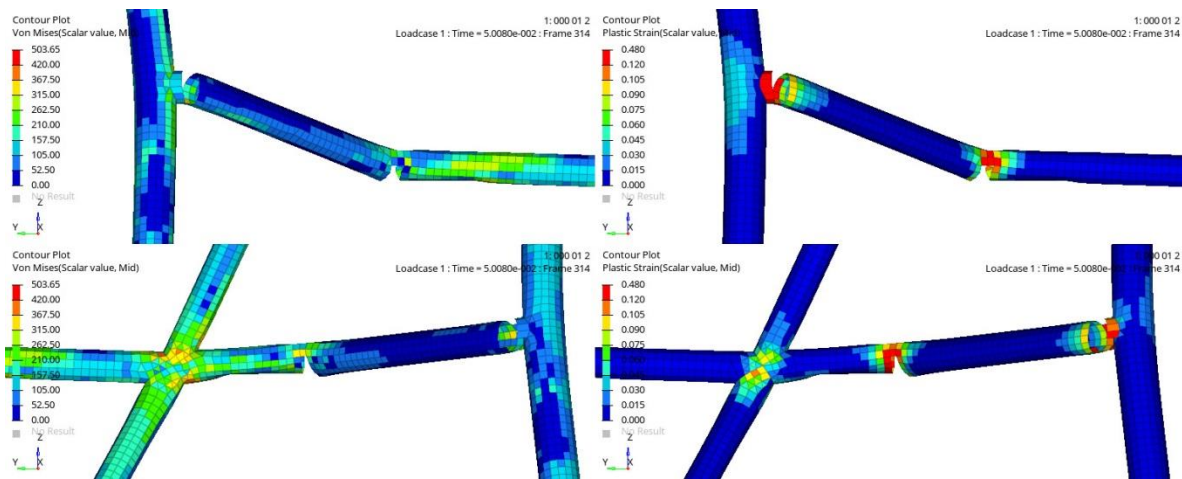


Figura 4.10 Modo de deformación del LDB en el tiempo 50.8 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación.

Otros miembros estructurales que representan un riesgo potencial son los FAB_{LOW} en la zona de los dobleces, Figura 4.11. Debido a que los puntos de sujeción del soporte del tren motriz están sobre el FAB_{LOW} y el LCA, el elemento rígido que representa el ensamble del tren motriz tiende a desacerarse en el eje x y a rotar con respecto al eje y; lo cual produce que toda la carga sea contenida únicamente los miembros FAM_{LOW} y ante este escenario de impacto alcancen valores de deformación cercanos a 0.7 y valores de esfuerzo superiores a 420 [MPa].

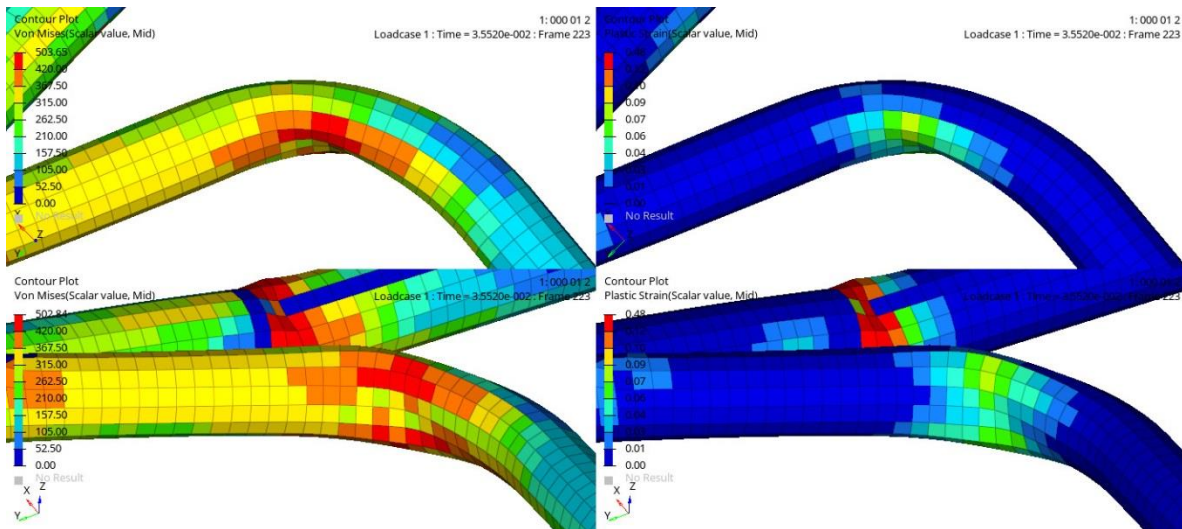


Figura 4.11 Modo de deformación del FAB LOW en el tiempo 35.5 [ms]. a,c) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b,d) Contour de deformación.

Finalmente, la simulación del impacto frontal del vehículo con chasis modelado con elementos 2D, tarda más de 23.62 veces el tiempo de simulación que el vehículo con el chasis modelado con elementos 1D. Evidentemente, el costo computación para llevar a cabo la simulación de impacto frontal con el modelo de chasis de elementos 2D es muy alto; sin embargo, permite identificar deformaciones locales y ruptura en los diferentes miembros estructurales. En términos de energía, la simulación con elementos 2D genera gráficas más suaves, como se describe anteriormente, esto se debe a la deformación gradual de los miembros estructurales.

Por lo que, en este escenario de impacto, la ventaja de modelar el chasis con elementos 2D proporciona más información y describe de manera más detallada el fenómeno.

4.2 Impacto lateral con poste

El escenario de impacto lateral con poste es resuelto por un periodo de 120 milisegundos para los modelos del vehículo modelado con chasis con elementos tipo 1D y 2D. El gráfico de balance de energía de ambos modelos se muestra en la Figura 4.12.

De manera general se puede observar que las gráficas de energía del modelo con elementos 1D y 2D tienen una tendencia similar al describir este escenario de impacto. Sin embargo, a medida que sucede el fenómeno la diferencia es más notoria, principalmente se debe a que ciertos miembros estructurales del modelo con elementos 1D son capaces de absorber más energía y no se presenta la ruptura de los miembros estructurales. En contraste con el modelo de elementos 2D, el cual describe de mejor manera el fenómeno de ruptura, lo que influye directamente en la interacción entre el muro rígido y otros miembros estructurales del chasis.

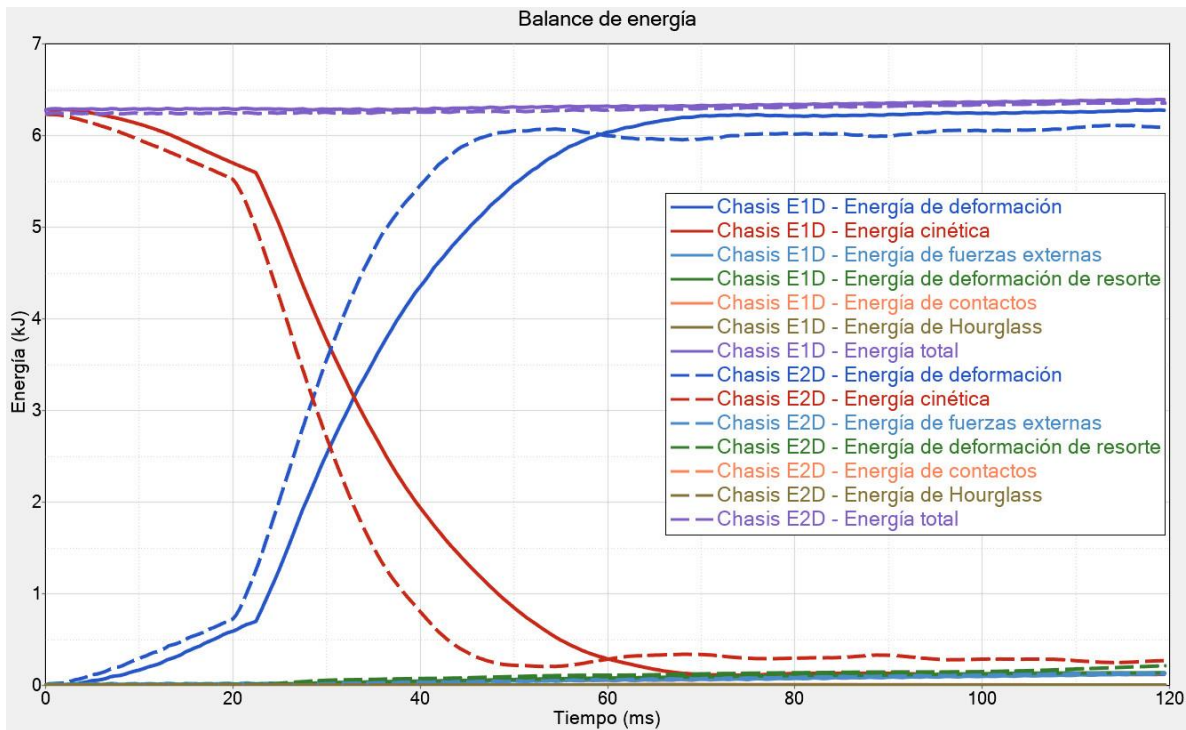


Figura 4.12 Gráfico de balance de energía del impacto lateral con poste.

La pendiente de menor magnitud de la curva de energía de deformación en el intervalo de 0 a 21 [ms], corresponde a la deformación del SIM izquierdo; a partir de ese punto se puede observar que la pendiente de energía cinética decrece súbitamente (intervalo de 21 a 60 [ms]), es cuando los demás miembros estructurales del chasis entran en contacto con el muro rígido y el vehículo completo disminuye su velocidad hasta llegar casi al reposo. Es donde ocurre la mayor transformación de energía cinética a energía de deformación.

Respecto a la absorción de energía de cada tipo de miembro estructural, en la Figura 4.13 se muestra el gráfico de energía de deformación de cada tipo de miembro estructural del chasis. En la cual, se puede observar una tendencia similar entre ambos modelos. Sin embargo, la principal diferencia comienza cuando se produce la ruptura del SIM izquierdo en el tiempo 21 [ms], por lo cual la pendiente de la curva del miembro secundario B comienza a disminuir hasta llegar casi a cero en el modelo del chasis con elementos 2D. Lo anterior da como resultado que el SIM izquierdo del modelo de chasis con elementos 1D absorba más energía y el resto sea repartida entre los miembros primarios y los miembros secundarios A (correspondientes al FAB). Cabe señalar que, gran parte de la energía absorbida se centra en el FAB medio y el FMB_{UP} izquierdo, debido a que la fuerza producida por la desaceleración que sufre el elemento rígido que representa la masa del ensamble del tren motriz.

En contraste con el modelo con chasis con elementos 2D, una vez que se produce la falla del SIM izquierdo, la estructura empieza a perder rigidez provocando que los siguientes miembros estructurales en hacer contacto con el muro rígido sea el FMB_{UP} izquierdo, el LFS izquierdo y el

refuerzo del LCA al SIM. La absorción de energía de este último se lleva a cabo en el intervalo 15 a 30 [ms] (cuando ocurre la falla) y está por debajo del 4% de la energía cinética inicial.

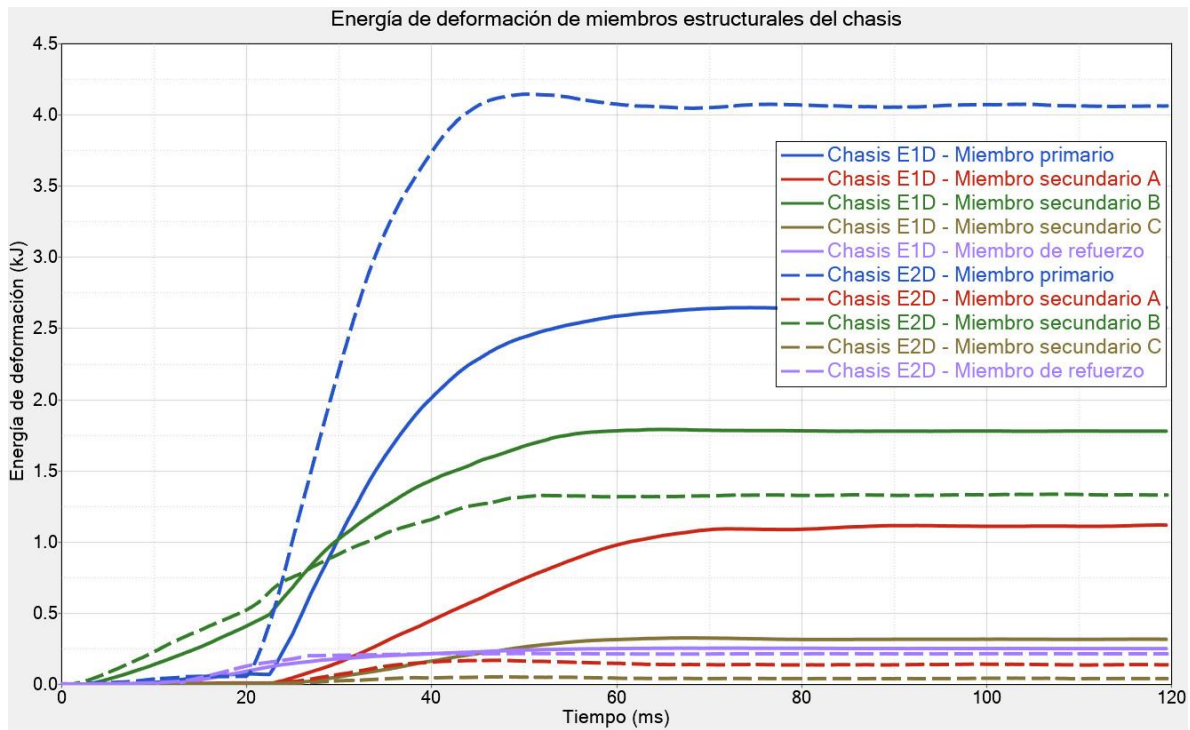


Figura 4.13 Gráfico de energía de deformación de los miembros estructurales del chasis del impacto lateral con poste.

La energía cinética inicial es absorbida casi en su totalidad por los miembros estructurales del chasis, cuyos valores está por arriba del 90%; como puede observarse en la Tabla 4.3. También, se observa que existe una diferencia entre la cantidad de energía absorbida de cada miembro estructural, debido al diferente comportamiento que tiene cada modelo después de producirse la ruptura del SIM.

Tabla 4.3 Energía de deformación de los miembros estructurales del chasis.

Miembro estructural	Chasis modelado con elementos tipo 1D		Chasis modelado con elementos tipo 2D	
	[kJ]	%	[kJ]	%
Primario	2.64	42.17	4.11	65.48
Secundario A	1.12	17.82	0.17	2.65
Secundario B	1.79	28.52	1.33	21.27
Secundario C	0.32	5.17	0.05	0.81
Refuerzo	0.25	4.02	0.22	3.43
Total	6.13	97.70	5.87	93.63

Respecto a la fuerza resultante en el muro rígido, el modelo del chasis modelado con elementos 1D presenta un valor máximo de 57.16 [kN] en tiempo 26.89 [ms]; mientras que el

modelo del chasis con elementos 2D presenta un valor máximo de 69.26 [kN] en tiempo 26.15 [ms].

En cuanto a la desaceleración en el centro de masa, el valor máximo de la resultante para el modelo del chasis con elementos 1D es de 31.19 [G] en el tiempo 28.02 [ms]; mientras que para el modelo del chasis con elementos 2D es de 34.06 [G] en el tiempo 23.58 [ms].

Por otra parte, en las figuras 4.14 y 4.15 se muestra el modo de deformación de todo el vehículo a 80 [ms] de la simulación; a la izquierda el vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D y a la derecha el vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.

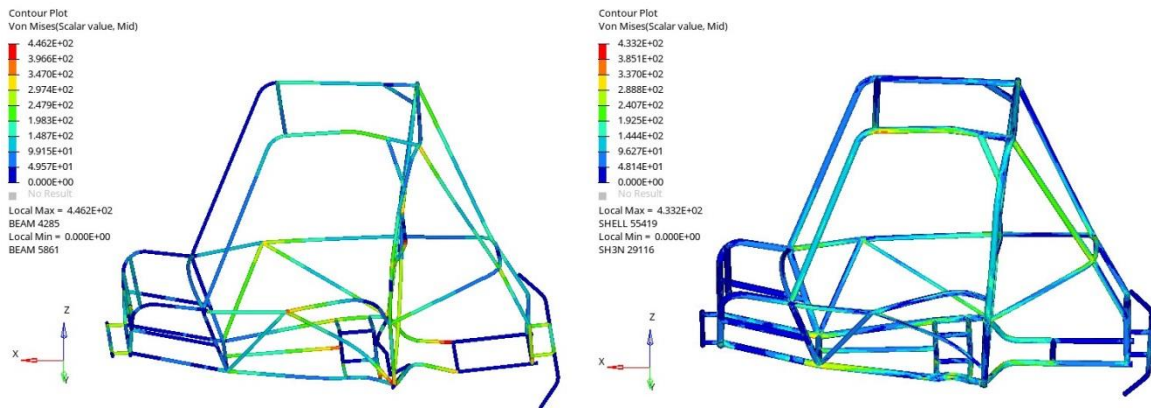


Figura 4.14 Impacto lateral. Vista lateral. Tiempo 80 [ms].

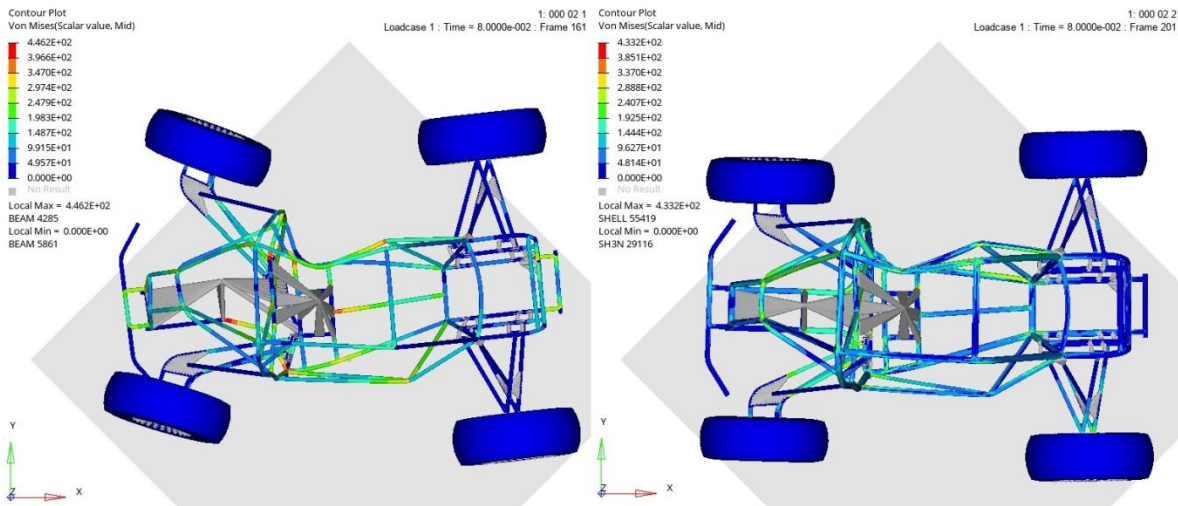


Figura 4.15 Impacto lateral. Vista superior. Tiempo 80 [ms].

Al finalizar el impacto, existe una intrusión lateral en la cabina de 177.85 [mm] (sobre el eje y) que corresponde al 23.64% de la distancia inicial entre los miembros estructurales SIM, tal como se muestra en la Figura 4.16a. Dicha intrusión excede por 114.35 [mm] la holgura mínima (63.5 [mm]) que debe existir entre cualquier parte del piloto y el chasis, de acuerdo con lo estipulado en el

reglamento Baja SAE 2017. Por lo cual, ante un impacto lateral existe el riesgo de poner en peligro la integridad del piloto debido a la deformación del SIM hacia el interior de la cabina.

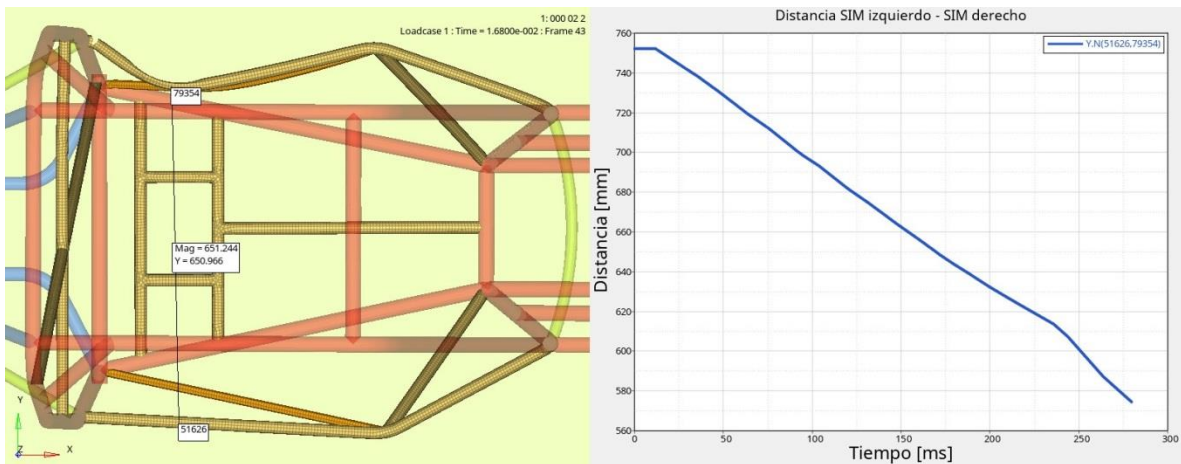


Figura 4.16 a) Distancia entre el SIM izquierdo y SIM derecho [mm]. b) Gráfica de distancia entre el SIM izquierdo y SIM derecho – tiempo.

Modelar el chasis con elementos tipo 2D describe un comportamiento más apegado a la realidad, ya permite identificar las zonas en donde ocurre la ruptura de los miembros estructurales; así mismo, se puede observar la deformación sobre la superficie del tubo debido al impacto y cómo el modelo completo pierde rigidez gradualmente. Por otra parte, el modelo con elementos 1D únicamente predice el modo de deformación global de la estructura, con lo que es posible evaluar las intrusiones y la deformación de los miembros estructurales, mientras no exista ruptura en alguno de los miembros estructurales, ya que como se observó, este modelo no se presenta la ruptura.

En la Figura 4.17 se puede observar la comparación de la simulación del chasis con elementos 1D (izquierda) y Chasis con elementos 2D (derecha). En la segunda se observa la ruptura del SIM izquierdo y del refuerzo que une al LCA y el SIM izquierdo. También, en el modelo del chasis con elementos 1D se puede observar cómo el elemento rígido correspondiente a la masa del tren motriz tiende a hacer más rígido al segmento del LCA de los nodos dependientes, produciendo que el modo de deformación en esa región sea diferente al del chasis con elementos 2D.

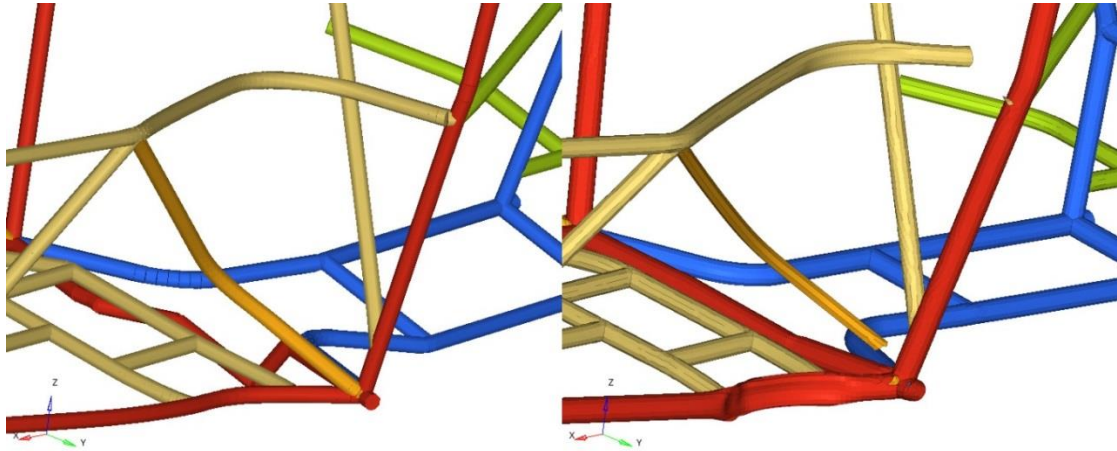


Figura 4.17 Ruptura de SIM izquierdo. Chasis con elementos 1D (izquierda) y chasis con elementos 2D (derecha).

Otros miembros estructurales que ayudan a contener el impacto y evitar que la cabina colapse, son los USM, como se puede observar en la Figura 4.18, que corresponde al modelo del chasis con elementos tipo 2D. Una vez que el muro rígido hace contacto con el LSF izquierdo, los USM laterales comienzan a deformarse en dirección del eje Z. Además, se puede observar que las zonas aledañas a las uniones con otros miembros estructurales, es donde ocurre la mayor deformación plástica cuyos valores son superiores al esfuerzo último del material, por lo que son un foco de atención para ser reforzados y evitar que durante un impacto lateral el USM no falle, debido a que son los miembros estructurales que sujetan al asiento y a los cinturones de seguridad.

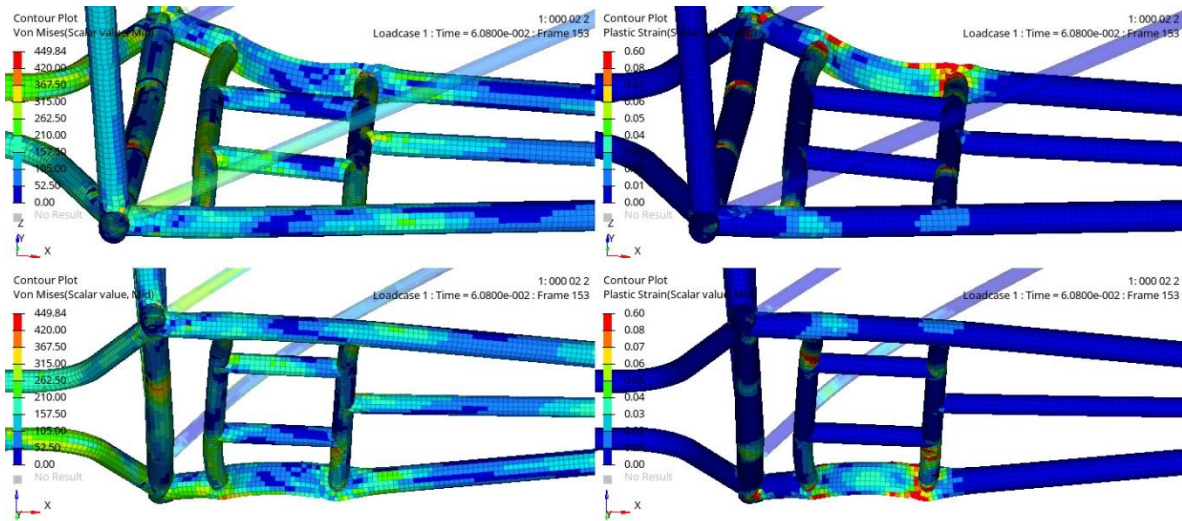


Figura 4.18 Modo de deformación del LFS en el tiempo 60 [ms]. a,c) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa]. b,d) Contour de deformación.

Por otra parte, después de que ocurre el impacto del LFS izquierdo y el muro rígido, en el tiempo 35 [ms], el FMB_{UP} hace contacto con el muro rígido y empieza a deformarse hacia la parte interna de la cabina. En la Figura 4.19 se muestra la deformación de dicho miembro estructural.

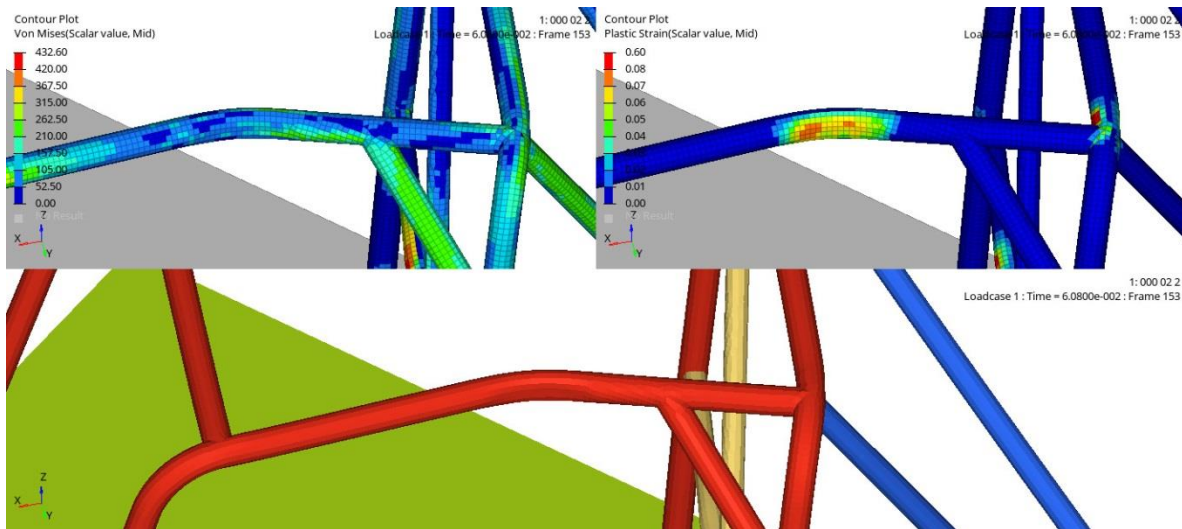


Figura 4.19 Modo de deformación del FBM UP en el tiempo 60 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación. c) Sin resultados.

Se puede observar que el refuerzo RRH/RHO tiende a rigidizar la estructura y controlar la manera que se deforma el FBM_{UP}, ya que la deformación del FBM_{UP} izquierdo ocurre únicamente en esa región y no a partir del nodo B_R. Esto mismo se puede observar en el gráfico de desaceleración del nodo rígido en centro de masa, como el segundo incremento de aceleración en el lapso de 37 a 40 [ms].

Finalmente, la simulación del impacto lateral con poste del vehículo con chasis modelado con elementos 2D, tarda más de 29.25 veces el tiempo de simulación que el vehículo con el chasis modelado con elementos 1D.

En este escenario de impacto, pese a que el costo computacional que conlleva simular el modelo con elementos 2D es muy alto respecto al modelo con elementos 1D, la ventaja de usar ese tipo de enfoque es evidente ya que permite identificar regiones críticas y predecir la ruptura de ciertos miembros estructurales, lo cual se apega más a un comportamiento esperado en la realidad e influye directamente en los resultados de la simulación. Por otra parte, dado que el modelo con elementos 1D permite identificar el modo de deformación global de la estructura y el tiempo de cómputo es bajo, se puede utilizar como base para primeras iteraciones en el diseño de este tipo de vehículos.

4.3 Impacto *bump*

El escenario de impacto *bump* es resuelto por un periodo de 250 milisegundos para los modelos del vehículo modelado con chasis con elementos tipo 1D y 2D. El gráfico de balance de energía de ambos modelos se muestra en la Figura 4.20.

En este escenario de impacto en particular, se puede observar que las diferencias entre las curvas de ambos modelos son mínimas, ambas teniendo un comportamiento casi idéntico. En contraste con los dos escenarios de impacto anteriores, en este escenario de impacto la presencia de fenómenos no lineales es menor ya que las deformaciones que se presentan en los miembros estructurales del chasis son menores, así como las deformaciones locales sobre la superficie de dichos miembros estructurales. De igual manera, no existe la ruptura del material, por lo que ambos modelos describen el evento de impacto de una manera muy similar. En términos general se puede ver cómo el vehículo impacta con el muro rígido y disminuye su velocidad en los mismos instantes de tiempo.

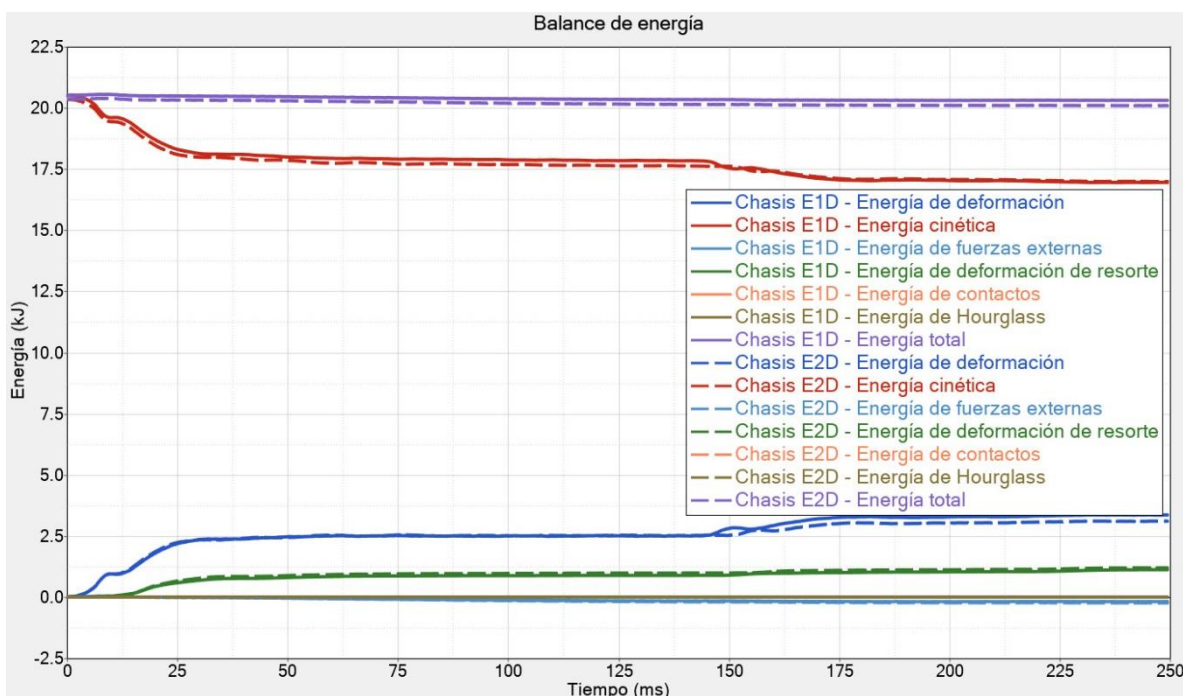


Figura 4.20 Gráfico de balance de energía del impacto lateral bump.

En la gráfica de balance de energía, la curva de energía cinética presenta dos decrementos en los tiempos 10 y 150 milisegundos, que corresponden a los impactos de la llanta delantera y trasera derecha, respectivamente. Como resultado del segundo impacto, el vehículo disminuye su velocidad cerca del 20% de la velocidad inicial, ya que parte de la energía cinética es absorbida por los miembros estructurales y por el resorte – amortiguador. En la Tabla 4.4 se resume los valores de energía en los tiempos 0 y 200 milisegundos.

Tabla 4.4 Energía cinética y de deformación en los tiempos 0 y 200 [ms] del impacto bump.

Energía	Chasis modelado con elementos tipo 1D		Chasis modelado con elementos tipo 2D	
	[kJ]	%	[kJ]	%
Energía cinética inicial (0 [ms])	20.49	100.00	20.49	100.00
Energía de deformación en 200 [ms]	3.36	16.39	3.11	15.16
Energía cinética en 200 [ms]	16.95	82.71	18.09	88.30

Respecto a la absorción de energía de cada tipo de miembro estructural, en la Figura 4.21 se muestra el gráfico de energía de deformación de cada tipo de miembro estructural del chasis. En la cual, se puede observar una tendencia similar entre ambos modelos; sin embargo, los miembros estructurales del modelo del chasis con elementos 1D muestran una mayor absorción de energía con respecto al modelo del chasis con elementos 2D, siendo el segundo modelo el que muestra tener un comportamiento más rígido. Así mismo, dado que el impacto es contenido principalmente por los miembros estructurales derechos FBM_{UP} y SIM, se ve reflejado los incrementos de energía de esos miembros estructurales.

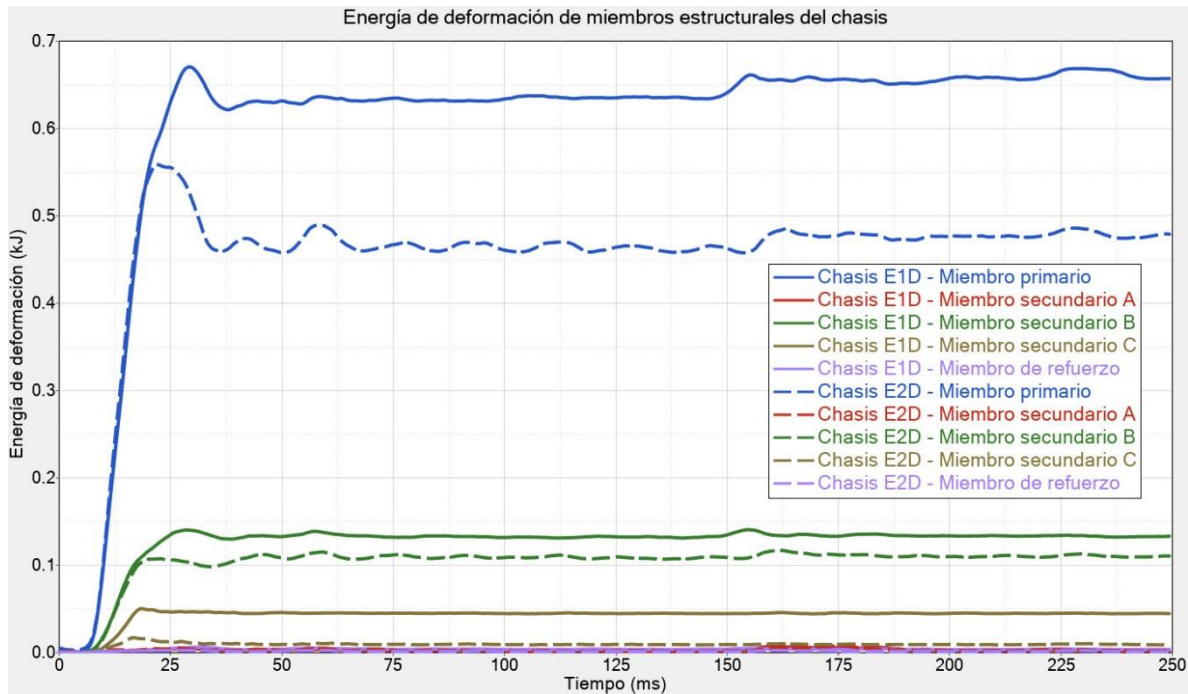


Figura 4.21 Gráfico de energía de deformación de los miembros estructurales del chasis del impacto bump.

Los miembros estructurales absorben 13.92 % y 11.19 % de la energía cinética inicial para el modelo del chasis con elementos 1D y 2D, respectivamente. Lo cual implica que el resto de los componentes del vehículo absorben 3.03% y 3.97% de la energía cinética inicial para el modelo del chasis con elementos 1D y 2D, respectivamente. Cabe señalar que, en la animación de la simulación, se observa que el brazo de control inferior de la suspensión delantera es el que sufre mayor deformación debido al impacto, por lo que este escenario de impacto permite evaluar este tipo de componentes. El porcentaje de energía absorbido por cada miembro estructural puede observarse en la Tabla 4.5.

Respecto a la fuerza resultante en el muro rígido, el modelo del chasis modelado con elementos 1D presenta un valor máximo de 44.27 [kN] en tiempo 12.31 [ms]; mientras que el modelo del chasis con elementos 2D presenta un valor máximo de 43.56 [kN] en tiempo 10.11 [ms].

Tabla 4.5 Energía de deformación de los miembros estructurales del chasis.

Miembro estructural	Chasis modelado con elementos tipo 1D		Chasis modelado con elementos tipo 2D	
	[kJ]	%	[kJ]	%
Primario	0.67	10.69	0.56	8.91
Secundario A	0.01	0.10	0.01	0.11
Secundario B	0.14	2.24	0.12	1.86
Secundario C	0.05	0.80	0.02	0.27
Refuerzo	0.01	0.09	0.00	0.03
Total	0.87	13.92	0.70	11.19

Por otra parte, en las figuras 4.22 a 4.25 se muestran el modo de deformación de todo el vehículo a 190 [ms] de la simulación; a la izquierda el vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D y a la derecha el vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.

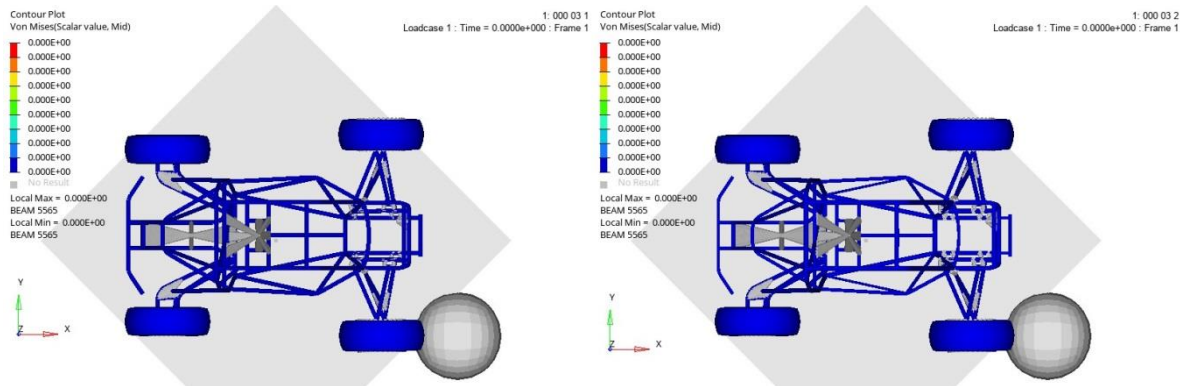


Figura 4.22 Impacto Bump. Vista superior. Tiempo 0 [ms].

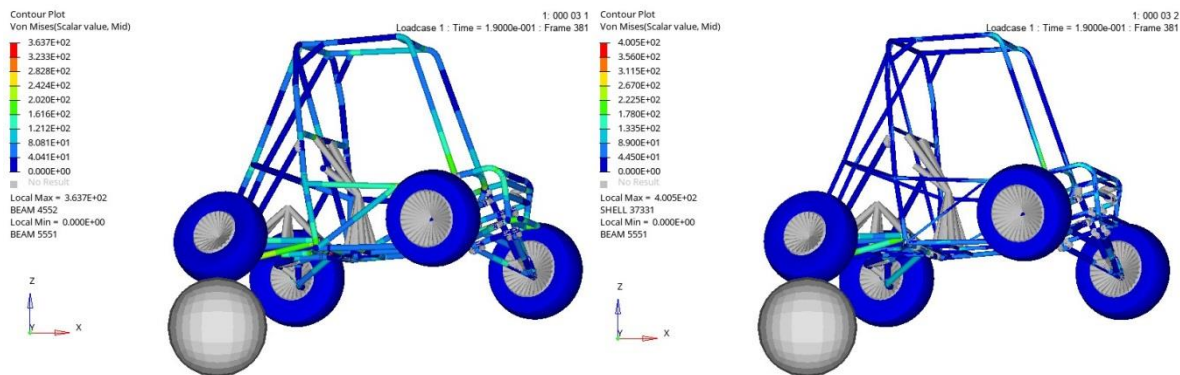


Figura 4.23 Impacto Bump. Vista lateral. Tiempo 190 [ms].

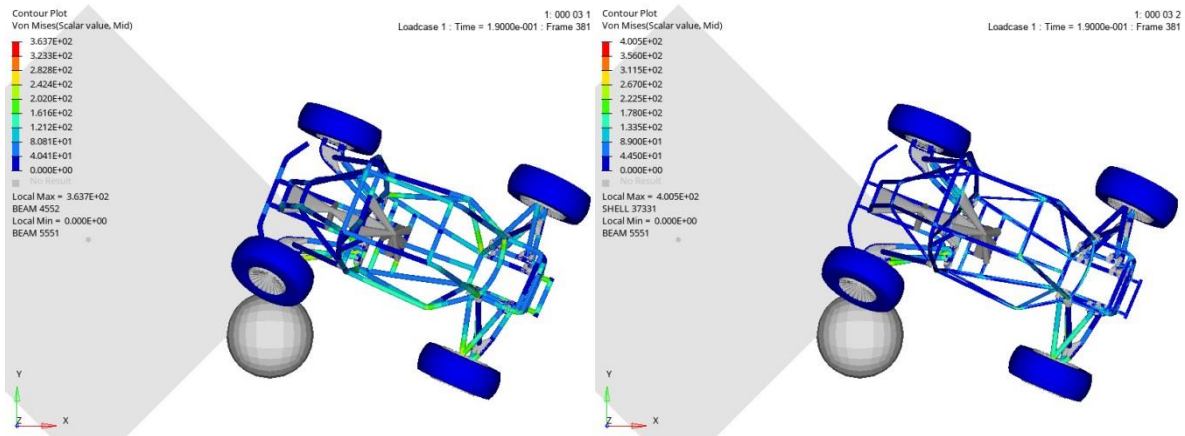


Figura 4.24 Impacto Bump. Vista superior. Tiempo 190 [ms].

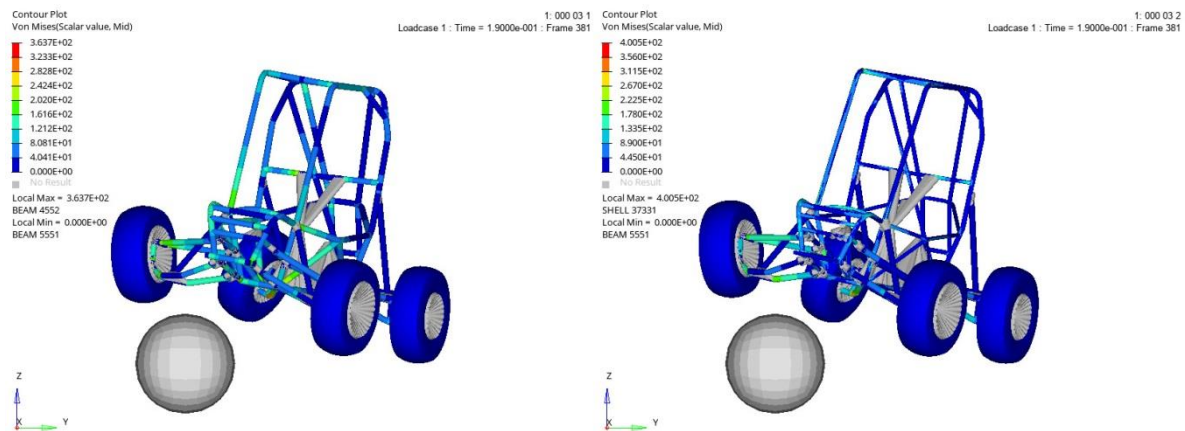


Figura 4.25 Impacto Bump. Vista frontal. Tiempo 190 [ms].

A pesar de ser un impacto a máxima velocidad contra un objeto de grandes dimensiones, el daño en el chasis es muy bajo. Así mismo, se puede observar que la fuerza debido al impacto es distribuida a los miembros estructurales FMB_{UP}, USM, LCF y LCD, que en conjunto funcionan como una estructura lo suficientemente rígida, cuyas deformaciones y desplazamientos son bajos.

Sin embargo, gran parte de la energía es absorbida por los componentes mecánicos de la suspensión delantera, principalmente por los sistemas resorte – amortiguador y por la deformación del brazo de control inferior de la suspensión delantera. Dicho comportamiento se ha observado en la realidad y el diseño de los brazos de control con base en las fuerzas de reacción en los muros rígidos o por medio de la simulación de este escenario de impacto representa un área de oportunidad.

En contraste con los análisis de impacto frontal e impacto lateral con poste, en este análisis no se presentan grandes deformaciones de los miembros estructurales que representen un riesgo potencial al piloto. La única región en la que ocurre deformación plástica en las zonas aledañas a

los nodos D_R y F_R , cercanos a los soportes de la suspensión delantera. Tal como se muestra en la Figura 4.26.

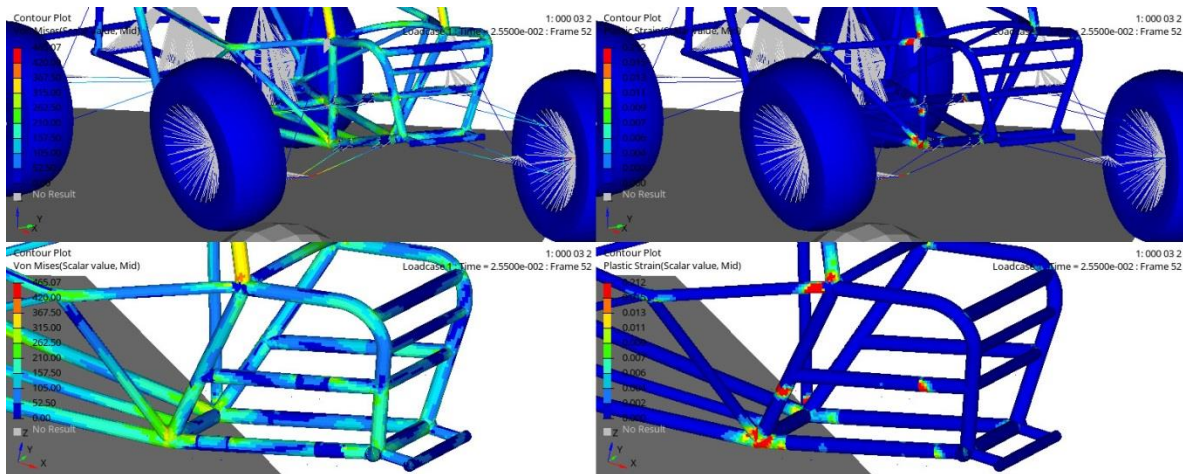


Figura 4.26 Modo de deformación de los nodos D y F en el tiempo 25.5 [ms]. a) Vehículo completo. Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Vehículo completo. Contour de deformación c) Chasis. Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] d) Chasis. Contour de deformación.

Finalmente, la simulación del impacto *bump* del vehículo con chasis modelado con elementos 2D, tarda más de 27.39 veces el tiempo de simulación que el vehículo con el chasis modelado con elementos 1D. Para este caso de impacto no hay ventaja aparente de realizar la simulación con el modelo de elementos 2D, ya que el modelo con elementos 1D describe el evento de manera muy similar en menor tiempo de cómputo. Como se discute anteriormente, los resultados de un modelo a otro son muy similares debido a la ausencia de grandes deformaciones y ruptura del material.

Por lo cual, para un caso de impacto como el que se presenta, es posible determinar el modo de deformación global de la estructura, las reacciones en los muros rígidos y fuerzas en los componentes mecánicos a partir de un modelado con elementos 1D, sin invertir tanto tiempo de cómputo.

4.4 Impacto en el techo

El escenario de impacto en el techo es resuelto por un periodo de 50 milisegundos para los modelos del vehículo modelado con chasis con elementos tipo 1D y 2D. El gráfico de balance de energía de ambos modelos se muestra en la Figura 4.27. Se puede apreciar que el comportamiento general de ambos es muy parecido entre sí.

En el caso del modelo con elementos 2D, se puede observar que tiene un comportamiento más rígido respecto al modelo con elementos 1D, ya que se desacelera más rápido y la energía absorbida es menor.

Por otra parte, a diferencia de los casos de impacto anteriores, en este caso de impacto las curvas de ambos modelos de la energía total (Curvas color púrpura de la Figura 4.27) presentan oscilaciones después del impacto contra el muro rígido en el tiempo 3 [ms], debido a que las llantas están suspendidas y tienen cierta flexibilidad, tienen a vibrar como resultado del impacto. Este fenómeno se presenta en ambos modelos ya que las llantas son modeladas de la misma manera.

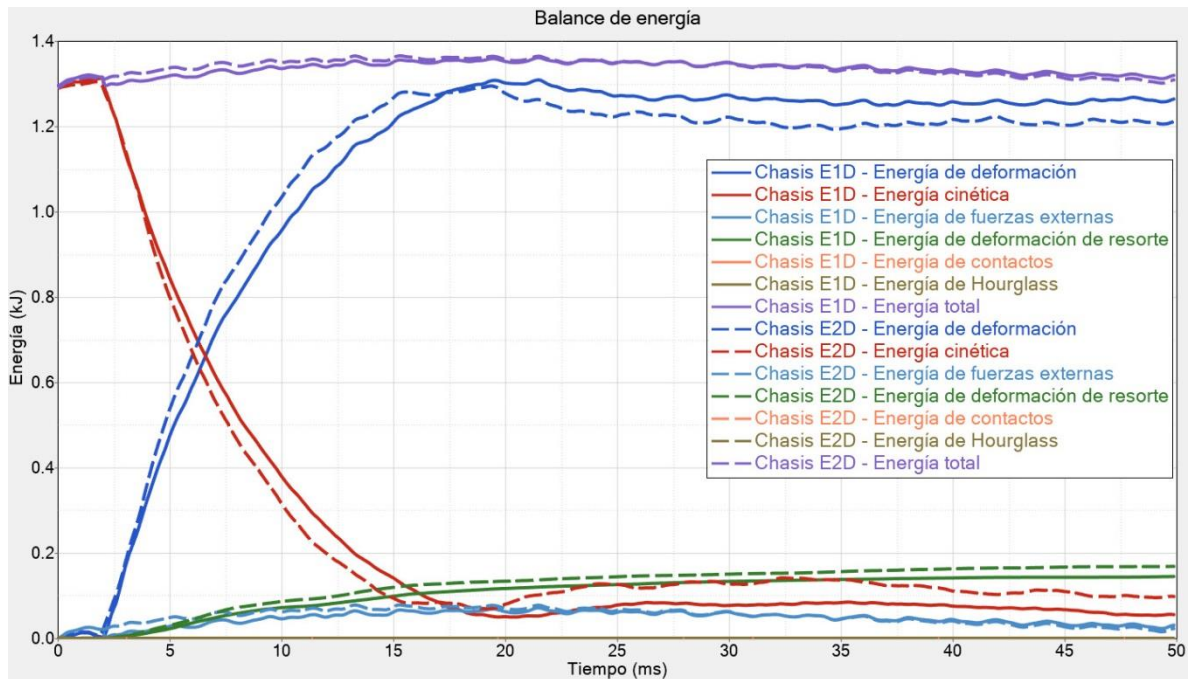


Figura 4.27 Gráfico de balance de energía del impacto en el techo.

Otro aspecto particular de este escenario de impacto, es el incremento de la energía total del sistema debido a la aceleración de la gravedad. Como hay componentes del vehículo que están suspendidos, dichos componentes tienen a continuar su movimiento en dirección de la caída (eje z negativo), incluso cuando el chasis se deforma, por lo que la velocidad de éstos aumenta y, por ende, su energía cinética, lo cual se ve reflejado en el intervalo de 0 a 3 [ms]; sin embargo, cuando el vehículo impacta su energía cinética decrece más rápido de lo que gana debido a la gravedad, por lo tanto la curva de energía cinética no presenta perturbaciones, pero sí la de energía total del sistema. Esta energía se representa mediante la curva de Energía de fuerzas externas.

Durante los primeros 3 [ms] de la simulación, el vehículo completo muestra un movimiento de cuerpo rígido en dirección z negativo y su energía cinética incrementa debido al incremento de su velocidad. Posteriormente, en el lapso de 3 a 20 [ms], el chasis entra en contacto con el muro rígido del suelo y comienza la transformación de energía cinética a energía de deformación hasta llegar al estado de equilibrio. En la Tabla 4.6 se resumen los valores de energía cinética y energía de deformación en el tiempo 0 y 40 [ms].

Tabla 4.6 Energía cinética y de deformación en los tiempos 0 y 40 [ms] del impacto en el techo.

Energía	Chasis modelado con elementos tipo 1D		Chasis modelado con elementos tipo 2D	
	[kJ]	%	[kJ]	%
Energía cinética inicial (0 [ms])	1.30	100.00	1.30	100.00
Energía de deformación en 40 [ms]	1.30	100.00	1.29	99.72
Energía cinética en 40 [ms]	0.05	0.24	0.07	0.34

Respecto a la absorción de energía de cada tipo de miembro estructural, en la figura 4.28 se muestra el gráfico de energía de deformación de cada tipo de miembro estructural del chasis. En la cual, se puede observar una tendencia similar entre ambos modelos. Sin embargo, una de las diferencias está asociada al modo de deformación local en el modelo 2D, en la región aledaña a los nodos dependientes del elemento rígido que concentra la mayor cantidad de masa del vehículo sobre los miembros estructurales del USM y del LDB que corresponden al miembro estructural B, lo cual puede verse como la diferencia entre las curvas de ambos modelos para dicho miembro estructural.

Así mismo, en la Figura 4.28 se puede observar cómo el modelo representado con elementos 1D tiende a absorber más energía y de manera más gradual con respecto al modelo 2D para los miembros estructurales primario, secundario A y secundario C.

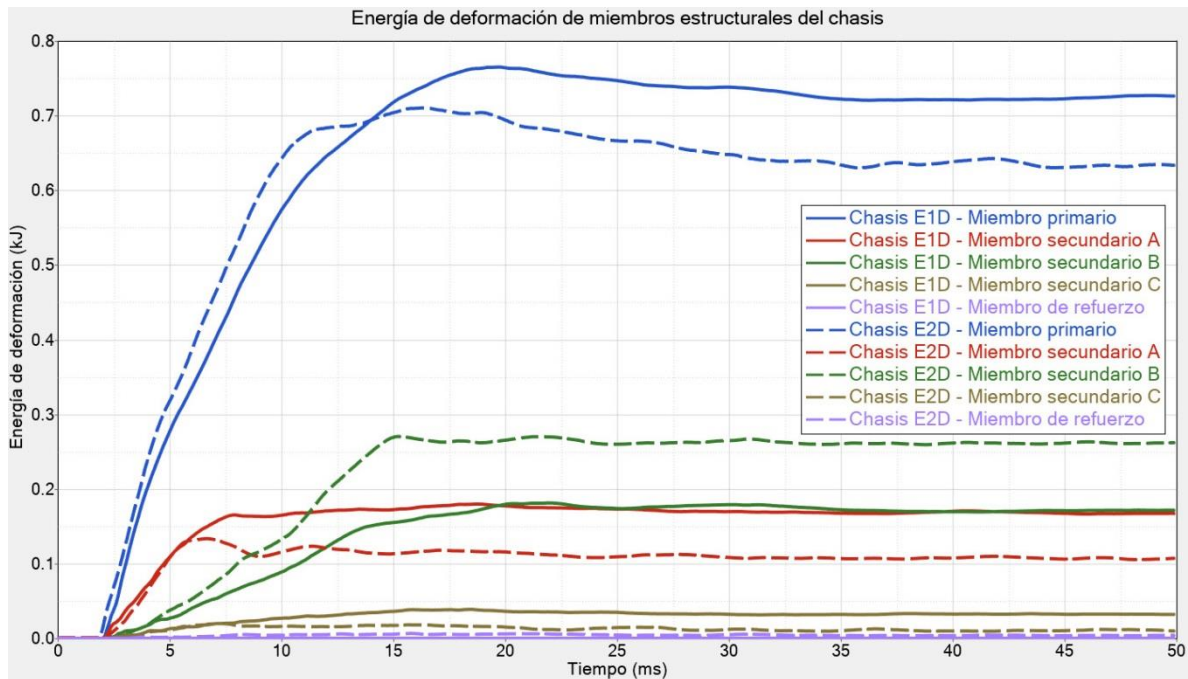


Figura 4.28 Gráfico de energía de deformación de los miembros estructurales del chasis del impacto en el techo.

En ambos modelos, la mayor cantidad de energía (~50%) es absorbida por los miembros estructurales primarios, siendo la estructura del RRH la que más se deforma y evita el colapso de la cabina. Cabe señalar que la región con mayor deformación plástica se encuentra alrededor de los refuerzos RRH-RHO, con lo cual se puede observar que éstos son los miembros estructurales que dan rigidez a toda la estructura ante este escenario de impacto. Tal como se muestra en las figuras 4.29 y 4.30.

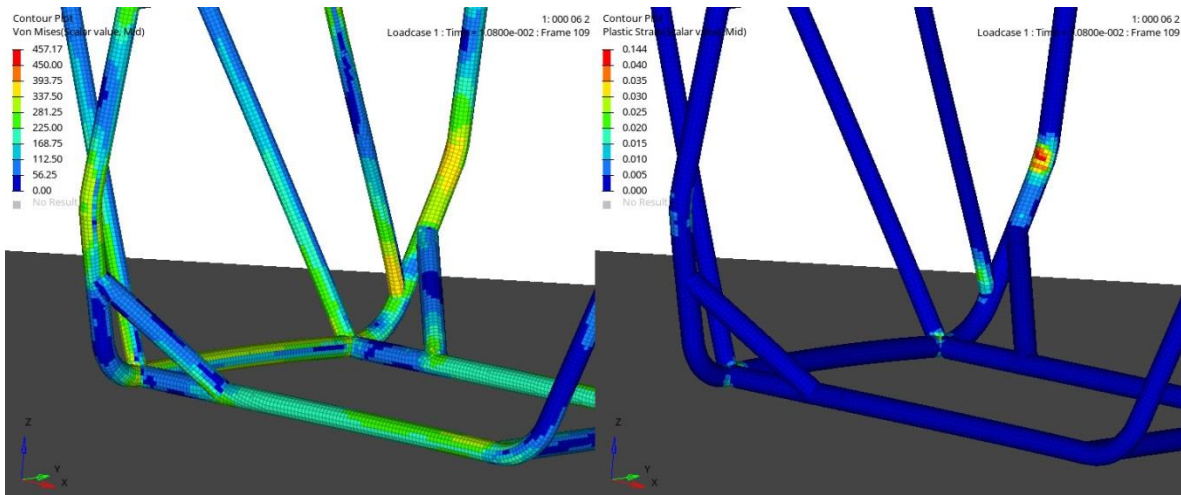


Figura 4.29 Modo de deformación RRH en el tiempo 10.8 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación.

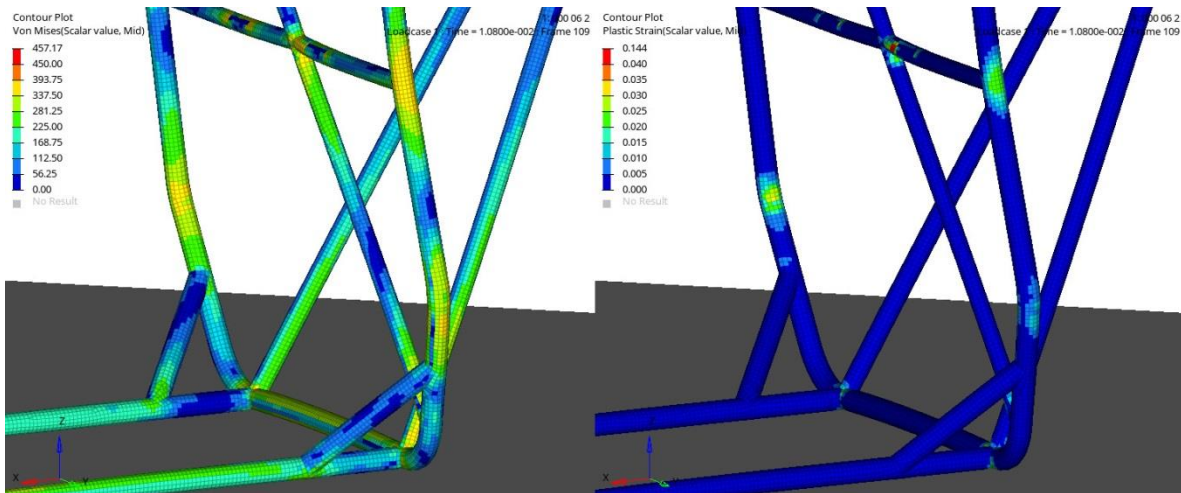


Figura 4.30 Modo de deformación RRH en el tiempo 10.8 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación.

La energía cinética inicial es absorbida casi en su totalidad por los miembros estructurales del chasis, cuyos valores están cercanos al 90%; como puede observarse en la Tabla 4.7. Así mismo, es evidente la importancia que tiene la estructura formada por los miembros estructurales primarios en términos de la absorción de energía y de protección al piloto.

Por otra parte, la absorción de energía en los miembros estructurales B se debe principalmente a la deformación de los miembros USM y LDB; ya que en ellos es donde se sujeta el elemento rígido que concentra la mayor cantidad de masa del modelo, Figura 4.31. De manera similar, la deformación en los miembros estructurales A, se debe principalmente a que la estructura del FAB es la encargada de contener el movimiento del elemento rígido con la masa asociada al ensamble del tren motriz. Tal como se muestra en la Figura 4.32.

Tabla 4.7 Energía de deformación de los miembros estructurales del chasis.

Miembro estructural	Chasis modelado con elementos tipo 1D		Chasis modelado con elementos tipo 2D	
	[kJ]	%	[kJ]	%
Primario	0.76	58.92	0.71	54.72
Secundario A	0.18	13.81	0.13	10.31
Secundario B	0.18	13.96	0.27	20.81
Secundario C	0.04	2.98	0.02	1.52
Refuerzo	0.00	0.00	0.01	0.50
Total	1.14	89.67	1.16	87.86

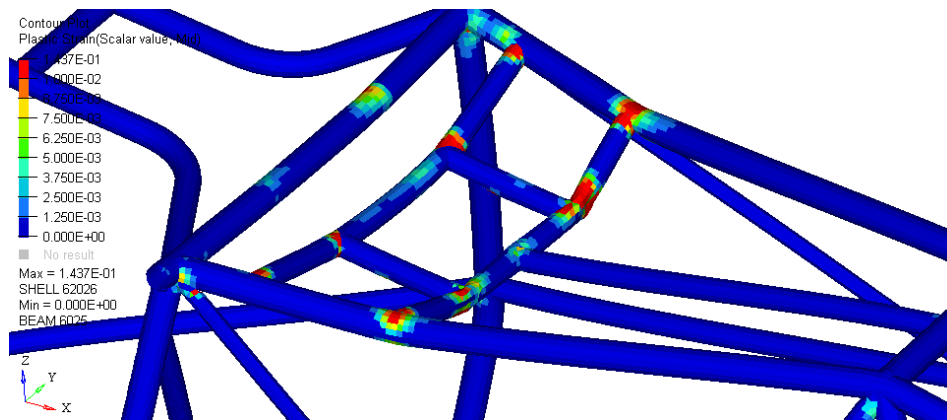


Figura 4.31 Modo de deformación del USM en el tiempo 80 [ms]. Contour de deformación.

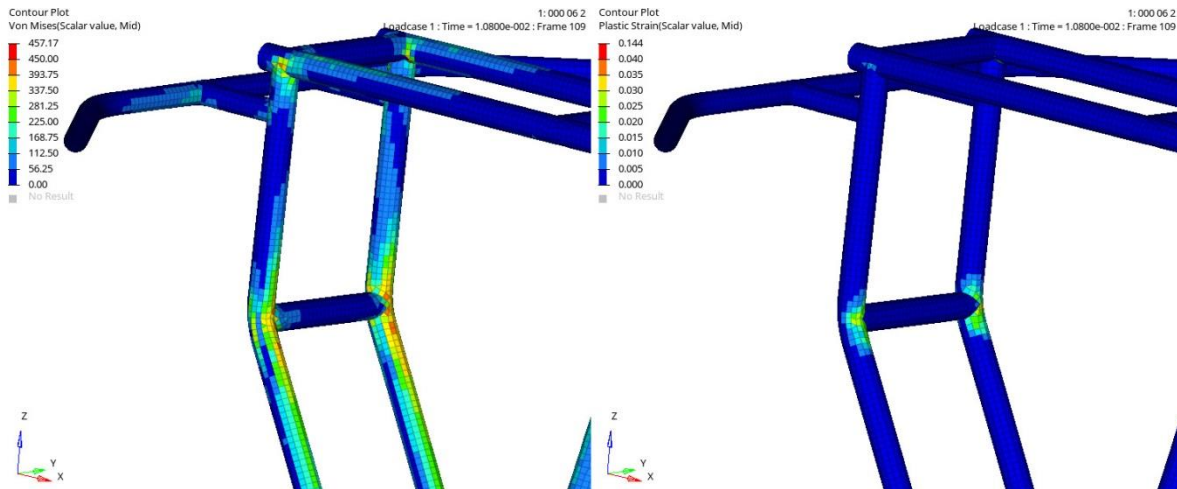


Figura 4.32 Modo de deformación del FAB en el tiempo 10.8 [ms]. a) Contour de esfuerzo (Von Mises) [MPa] b) Contour de deformación.

Ninguna de las regiones donde existe deformación plástica, presenta valores de deformación cercanos a los valores de ruptura del material; así mismo, los desplazamientos de los miembros estructurales de la cabina no son de tal magnitud que representen un riesgo potencial para el piloto, ya que se encuentran dentro de la holgura mínima (63.5 [mm]) que debe existir entre cualquier parte del piloto y el chasis, de acuerdo con lo estipulado en el reglamento Baja SAE 2017.

Respecto a la fuerza resultante en el muro rígido, el modelo del chasis modelado con elementos 1D presenta un valor máximo de 160.87 [kN] en tiempo 2 [ms]; mientras que el modelo del chasis con elementos 2D presenta un valor máximo de 159.28 [kN] en tiempo 2.1 [ms].

En cuanto a la desaceleración en el centro de masa, el valor máximo de la resultante para el modelo del chasis con elementos 1D es de 27.11 [G] en el tiempo 10.9 [ms]; mientras que para el modelo del chasis con elementos 2D es de 33.49 [G] en el tiempo 14.8 [ms].

Por otra parte, en las figuras 4.33 y 4.34 se muestra en modo de deformación de todo el vehículo a 80 [ms] de la simulación; a la izquierda el vehículo con chasis modelado con elementos tipo 1D y a la derecha el vehículo con chasis modelado con elementos tipo 2D.

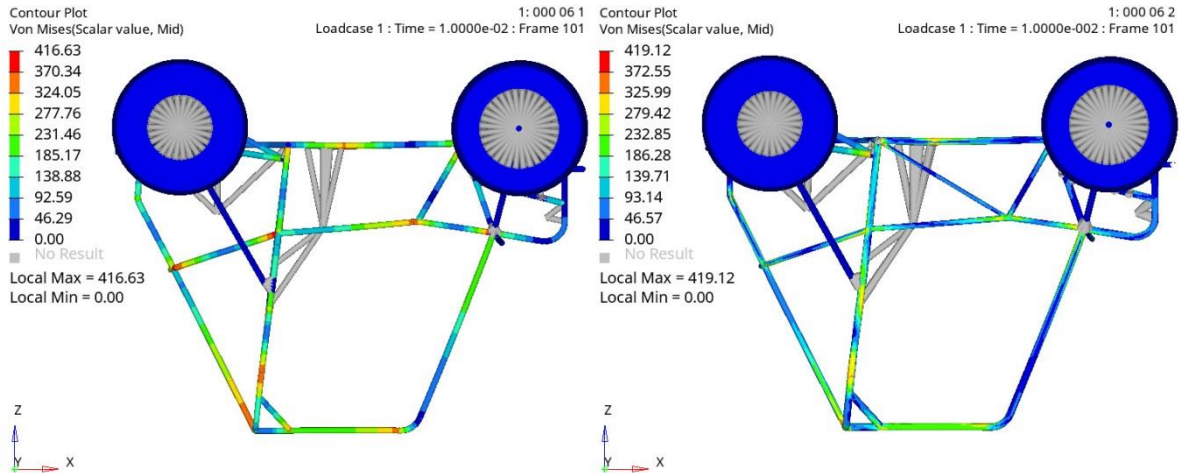


Figura 4.33 Impacto en el techo. Vista lateral. Tiempo 10 [ms].

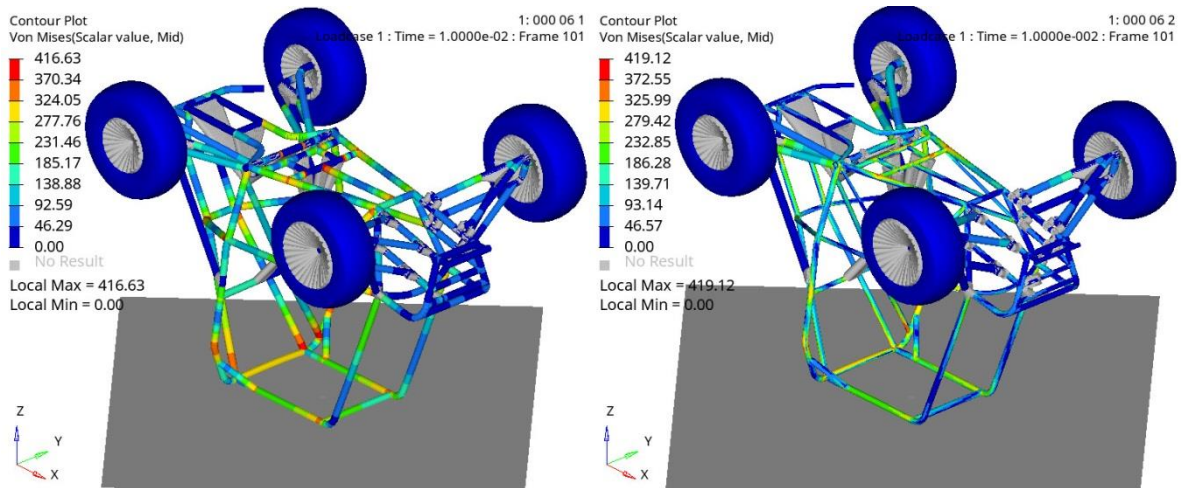


Figura 4.34 Impacto en el techo. Vista isométrica. Tiempo 10 [ms].

Finalmente, la simulación del impacto lateral con poste del vehículo con chasis modelado con elementos 2D, tarda más de 33.13 veces el tiempo de simulación que el vehículo con el chasis modelado con elementos 1D. Por lo que, en este caso de impacto, la ventaja de llevar a cabo la simulación con elementos 2D no es tan notoria respecto al modelo de elementos 1D, si el propósito es identificar el modo de deformación global de la estructura, por lo cual, para ese enfoque el modelo de elementos 1D puede ser suficiente sin demandar muchos recursos computacionales. En cambio, para escenarios de impacto similares al que se propone, pero cuyo efecto sobre el chasis sea más severo; por ejemplo, mayor velocidad inicial o una volcadura más compleja, el modelo con elementos 2D permite identificar las regiones críticas donde la falla puede ocurrir.

4.5 Resumen de la comparación del tiempo del cómputo

En esta sección se presenta el resumen de la comparación del tiempo de cómputo de todos los análisis realizados.

La Figura 4.35, muestra la comparación del tiempo de cómputo entre cada tipo de análisis. Se pueden ver claramente que el modelo del chasis con elementos 2D sobrepasa por mucho el tiempo de cómputo del modelo del chasis con elementos 1D, siendo el caso del impacto lateral con poste el caso que tarda 29.25 veces el tiempo de cómputo del chasis con elementos 1D.

En términos generales, las simulaciones del chasis con elementos 1D tardaron en total 2 horas con 24 minutos, mientras que las simulaciones del chasis con elementos 2D tardaron en total 66 horas con 16 minutos; lo cual permite entender el alto costo computacional que demanda realizar simulaciones con elementos 2D respecto a elementos 1D.

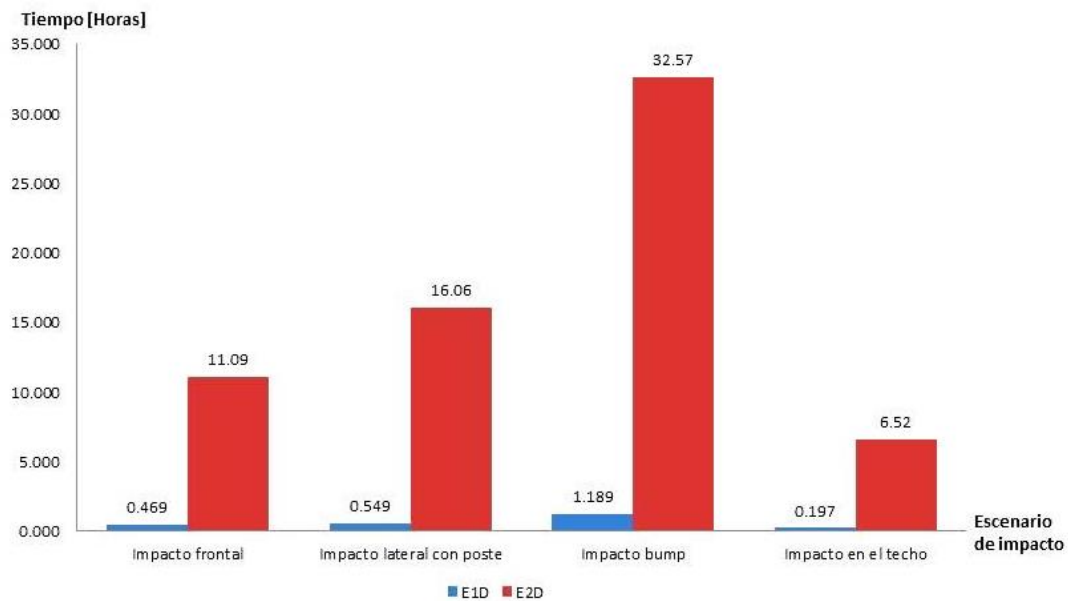


Figura 4.35 Comparación de tiempo de cómputo entre los modelos con chasis con elementos 1D y 2D.

5 Conclusiones

Los objetivos planteados al inicio de este trabajo se cumplieron en su totalidad. A continuación, se enlistan las conclusiones por cada objetivo:

- Evaluar el comportamiento del chasis del prototipo Baja SAE UNAM de la temporada 2017 bajo condiciones de operación crítica, mediante simulación numérica.
Por medio del método de elementos finitos, el prototipo Baja SAE UNAM de la temporada 2017 fue modelado para poder llevar a cabo la simulación numérica. Se propusieron 4 escenarios de impacto que representa algunas de las condiciones críticas de operación. Estos escenarios de impacto se resolvieron por medio de un esquema de integración explícito.
- Evaluar la seguridad del piloto bajo condiciones de operación crítica.
Con base en los resultados de cada escenario de impacto, en la sección de resultados se discute aquellos casos que representan un peligro potencial para la integridad el piloto. Así mismo, en este capítulo de conclusiones se agregan más comentarios al respecto.
- Identificar los aspectos del diseño del chasis que permitan asegurar la integridad del piloto y de los componentes del vehículo.
Analizando el modo de deformación del chasis, así como la energía absorbida por los diferentes miembros estructurales, fue posible determinar aspectos que permitan incrementar la seguridad del piloto y de los componentes, tal como se discute en la sección de resultados para cada escenario de impacto. En este capítulo de conclusiones se agregan más comentarios al respecto.
- Comparar las ventajas y desventajas de realizar análisis dinámicos con el chasis modelado con elementos tipo 1D y 2D, en términos de resultados y tiempo computacional.
Una vez resueltos los escenarios de impacto para ambos modelos, en la sección de resultados se compararon los gráficos de energía, modo de deformación y tiempo cómputo. En esta sección se resumen los puntos de la comparación, así mismo, se agrega a la comparación el aspecto del preprocesamiento del modelo.

Además de las conclusiones por cada objetivo planteado al inicio del este trabajo, también, se describen las conclusiones generales de este trabajo a continuación.

Ambos modelos del vehículo completo con el chasis modelado con elementos 1D y 2D, permiten describir de manera muy similar los escenarios de impacto presentados en este trabajo. Las principales diferencias radican en el tiempo de cómputo que demanda llevar a cabo simulaciones con elementos tipo 2D (cerca de 20 veces más que el modelo con elementos 1D), ya que incrementan en gran cantidad los grados de libertad del modelo. Así mismo, a medida que

incrementa la complejidad del caso de simulación (en términos de impactos a altas velocidades, contactos, ruptura, por mencionar algunos), la diferencia entre ambos modelos es más notoria.

Con base en las simulaciones del modelo del vehículo con elementos 2D, se puede concluir que dicho modelo permite estudiar a detalle cada escenario de impacto, ya que captura la información relacionada a la ruptura, el estado de esfuerzos a la largo de la superficie de los miembros estructurales y deformaciones locales de los miembros estructurales. Así mismo, los cambios de pendiente en las curvas de energía, tanto de balance de energía global como de energía de deformación cada miembro estructural, son más graduales y muestran más oscilaciones con respecto al modelo 1D. Dichas oscilaciones están asociadas al comportamiento elástico del material.

Una desventaja del modelo del chasis con elementos 2D que no está ligada a los resultados pero que es fundamental al momento de optar por un cierto tipo de modelado, es el tiempo y habilidades requeridas para llevar a cabo el preprocesamiento de la geometría. Modelar el chasis con elementos 2D requiere de más operaciones para limpiar y preparar la geometría; así mismo, requiere de prestar mayor atención a la calidad de los elementos, posibles interferencias en los nodos del chasis y que exista conectividad entre los elementos de diferentes miembros estructurales. Pese lo anterior, se observa que el modelado con elementos 2D describe de mejor manera los fenómenos de impacto presentado con respecto al modelo con elementos 1D.

Una recomendación para la evaluación de este tipo de chasis y en general para chasis cuyas características sean similares es, primero modelar el chasis con elementos 1D, a partir de ese modelo, llevar a cabo simulaciones para determinar el tiempo de simulación en el cual ocurre el intercambio de energía e identificar el modo de deformación general de la estructura. Así mismo, proponer cambios de diseño con base en los resultados obtenidos. Una vez realizado lo anterior, se recomienda modelar el chasis con elementos tipo 2D para identificar los modos de deformación locales y ruptura de los miembros estructurales.

De los escenarios de impacto realizados, aquellos en los que no se ve comprometida la integridad del piloto son el impacto *bump* y el impacto en el techo. En contraste con el impacto frontal y lateral con poste, los cuales representan un riesgo potencial para el piloto, por lo que se pueden tomar como referencia para evaluar la resistencia del chasis. Así mismo, dado que las deformaciones de los miembros estructurales están por debajo de la deformación en el esfuerzo último del material, para los escenarios impacto *bump* y el impacto en el techo, realizar las simulaciones con elementos 1D podrían ser suficiente para evaluar la respuesta que tendrá el chasis. Lo anterior da apertura a realizar otros escenarios de impacto con el chasis modelado con elementos 2D que demanden más recursos computacionales.

Los elementos rígidos en los que se agrega masa tienden a hacer más rígida la estructura en los nodos aledaños a los nodos dependientes del elemento rígido, lo cual genera un efecto más severo en la respuesta de la estructura. Esto se observa principalmente en el elemento rígido en el

centro de masa del vehículo (de ambos modelos), que produce que los miembros del USM y LDB se deformen en exceso. Una recomendación es utilizar otra configuración de elementos rígidos que no genere este comportamiento.

Con base en los porcentajes de energía absorbida por cada miembro estructural, se puede concluir que la cabina (*Rollcage*) constituida en su mayoría de miembros estructurales primarios, tiene una función fundamental en preservar la integridad del piloto, ya que muestra los valores más altos en todos los escenarios de impacto, teniendo un máximo de 65% en el impacto lateral con poste. Por lo cual, la selección de material y el diseño de dicha estructural es clave en el desempeño ante un escenario de impacto y, por ende, no comprometa la seguridad del piloto.

A partir del conocimiento de la cantidad de energía que absorbe todo el chasis y cada miembro estructural, es posible diseñar mecanismos de absorción de energía que reduzcan algún porcentaje de la cantidad de energía absorbida por cada miembro estructural presentada en la tabla 4.2, ya que es el caso más severo donde el chasis absorbe 14 [kJ]. Por ejemplo, el diseño de la carrocería del vehículo (*body*) y los materiales empleados. Con lo cual se asegure que para ciertas condiciones de impacto la integridad del piloto no se vea comprometido, debido al posible colapso de los miembros estructurales.

Aunado al punto anterior, para la validación de los mecanismos de absorción de energía mediante simulación numérica, se puede utilizar un modelo del vehículo con el chasis modelado con elementos 1D, como el que se presenta en este trabajo, para preservar la física del vehículo completo, ya que en términos globales tiene un desempeño muy parecido un modelo con elementos 2D, con la ventaja de no demandar muchos recursos computacionales.

Con base en lo observado en las simulaciones y para evitar potenciales accidentes en los vehículos tipo Baja SAE, el reglamento debería prestar atención principalmente en los:

- **Puntos de sujeción del piloto.**

Este trabajo no se modelan todos los componentes del vehículo y por tal motivo se agrega la masa de los componentes no modelados en el nodo maestro del elemento rígido en el centro de masa del vehículo, se puede observar el efecto severo que se produce sobre los miembros estructurales en los cuales se encuentran los puntos de sujeción del piloto, en términos de deformación y en algunos escenarios de impacto se presenta la ruptura. Cabe señalar que 37% de la masa concentrada en dicho elemento rígido es adicional, si sólo se considerara un piloto con masa de 65 [kg]; sin embargo, da indicio de que se tiene que prestar atención a los puntos de sujeción del piloto y los miembros estructurales aledaños.

- **Mecanismos de absorción de energía.**

El reglamento de Baja SAE considerado para este trabajo no especifica requerimientos relacionados a mecanismos de absorción de energía, los cuales puedan contener alguna fracción de la energía durante un impacto. Dichos mecanismos podrían ser integrados

como parte de las especificaciones de la carrocería (*body*), por medio de geometrías o materiales previamente estudiados y que su funcionamiento esté comprobado.

Se ha observado que ciertos escenarios de impacto pueden representar un peligro para el piloto, por lo que el uso dichos mecanismos podría reducir el peligro e incluso funcionar como piezas intercambiables que ayuden a incrementar la vida del vehículo.

- **Puntos de sujeción del tren motriz.**

Con base en las simulaciones realizadas, se puede observar cómo el elemento rígido asociado a la masa del ensamble del tren motriz tiende a rotar y afectar principalmente a sobre los miembros estructurales FAB_{LOW} y LCA, ya que para el vehículo estudiado los puntos de sujeción del ensamble del tren motriz (soporte) sólo se encuentra sobre dichos miembros estructurales.

El reglamento no especifica la cantidad, ubicación ni tipo de uniones mecánicas del soporte o del conjunto piezas que sujetan los componentes del tren motriz, dada la cantidad de masa de esos componentes ($\approx 26\%$ masa del vehículo), podría representar un peligro potencial para el piloto en caso de alguna falla.

Modelar el sistema de suspensión del vehículo permite simular un compartimento más apegado a la realidad; ya que a medida que ocurre el evento dinámico, los componentes mecánicos como las llantas absorben hasta 1.9 [kJ] de la energía del impacto, cuya energía eventualmente es liberada dado el comportamiento elástico del material modelado. Mientras que los resortes – amortiguadores y los brazos de control, en conjunto pueden absorber hasta 5.79 [kJ] de la energía del impacto. De tal manera que no toda la energía es absorbida por la estructura y eso repercute en la cantidad final que absorbe y, por ende, en los resultados y el modo de deformación de los miembros estructurales.

La respuesta que tiene el sistema de suspensión puede ser mejorada con la caracterización mediante pruebas físicas de las llantas y los resortes – amortiguadores que se usan para ese vehículo en particular.

Durante el modelado del vehículo se siguieron las recomendaciones del manual de usuario del programa [32] y las buenas prácticas de modelado reportadas en las referencias [22] y [25], para disminuir los errores debido al modelado y asegurar exactitud en las simulaciones realizadas. De manera análoga al párrafo anterior, se recomienda hacer pruebas físicas para correlacionar los modelos por computadora con lo que ocurren en la realidad, con lo que se puedan pulir detalles de modelo en términos de tamaño de malla, parámetros de la simulación, uniones de los miembros estructurales y propiedades de material. Para llevar a cabo la correlación, el modelo tiene que ser fácilmente replicable en la realidad, así como en el modelo por computadora.

Se observa que, en los casos de impacto estudiados, los miembros del FAB_{LOW}, FAB_{MIDDLE} y LCA tienden a ser deformados debido a la posición de los puntos de sujeción del soporte del tren motriz y a que la fuerza no es transmitida al resto de los miembros estructurales del chasis. Lo anterior no repercute directamente en la integridad del piloto; sin embargo, la deformación de los miembros estructurales aledaños al ensamble del tren motriz puede generar interferencias entre los demás componentes y, por ende, afecta en la funcionalidad del vehículo.

También, se puede observar que, en los miembros estructurales con ángulos de doblez altos, como los miembros del FAB_{LOW}, funcionarán como concentradores de esfuerzos en los cuales podría esperar la falla. Una manera de evitar esto es, considerar ángulos de dobleces menores y en caso de no ser posible, reforzar de alguna forma. Por ejemplo, placa soldada. Habrá que realizar estudios para conocer la configuración que mejor funcione.

Las ventajas y desventajas entre los modelos del chasis representado elementos 1D y 2D se resumen en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Ventajas y desventajas del modelo del chasis con elementos 1D y 2D.

Chasis con elementos 1D		Chasis con elementos 2D	
Ventajas	Desventajas	Ventajas	Desventajas
Bajo tiempo computacional	Tiende a ser un modelo más rígido con respecto al modelo con elementos 2D	Captura pequeñas perturbaciones en los gráficos de energía	Alto tiempo computacional
Bajo tiempo de preprocesamiento	El contacto línea a línea no representa fielmente la interacción de los miembros estructurales al entrar en contacto	Captura la ruptura de los miembros estructurales	Alto tiempo de preprocesamiento
Captura el modo de deformación global de la estructural	No captura la ruptura de los miembros estructurales	Captura el estado de esfuerzos y deformación a lo largo de superficie de los miembros estructurales	Cambios muy abruptos en la geometría puede ocasionar un error numérico
Representa las propiedades de masa e inercia de la estructura con pocos nodos y elementos		Captura el modo de deformación global de la estructural y deformaciones locales	

En la tabla 5.1, se considera el tiempo de preprocesamiento que consiste en preparar la geometría del chasis y de los demás componentes, así como llevar a cabo la discretización con elementos finitos. Durante el desarrollo de este trabajo no se cuantificó el explícitamente el tiempo que

demanda cada una; sin embargo, por la cantidad de operaciones y complejidad de cada una se puede concluir que realizar un modelo con elementos 2D es un proceso más tardado y elaborado.

Otro aspecto aunado al punto anterior, es el tiempo para calibrar y depurar las simulaciones, ya que resulta ser un proceso iterativo de revisar e identificar las causas que producen errores en las simulaciones, ya sea de no convergencia o de modelado. De manera análoga al preprocesamiento, a medida que aumenta la complejidad del modelo, se incrementa la posibilidad de potenciales errores.

Este trabajo me permitió aprender y profundizar en los temas de simulación por computadora desde una perspectiva teórica, al buscar los fundamentes del método numérico, y desde una perspectiva práctica al usar programas de computadora contemporáneos, como los son HyperMesh, HyperView y RADIOSS. También, me permitió aprender una manera estructurada de cómo evaluar componentes de mecánicos por medio de simulación numérica.

Si bien, durante mi instancia en el proyecto Baja SAE adquirí algunas de las habilidades de simulación en campo de las simulaciones implícitas y preprocesamiento, este trabajo involucró adentrarme y entender las simulaciones explícitas y todo lo que conllevan. En cuestión de preprocesamiento, fue un continuo aprendizaje al investigar sobre buenas prácticas y criterios sobre la calidad de la malla para análisis explícitos.

Finalmente, este trabajo tiene la intención de servir como referencia a los equipos de los proyectos extracurriculares para realizar análisis explícitos dinámicos. Algunos ejemplos de equipos de proyectos extracurriculares son Baja SAE, Formula SAE, HPC y Aero Design SAE. De tal forma que, cada equipo pueda adaptar a sus necesidades los aspectos abordados en este trabajo, así mismo conozca las lecciones aprendidas.

6 Referencias

1. Society of Automotive Engineers (SAE). (2017). *2017 Collegiate Design Series Baja SAE Rules*. Recuperado el 23 de mayo de 2019, de https://www.bajasae.net/content/2017_BAJA_Rules_1_3_2107.pdf
2. Brett, J. (2016). *Tennessee Tech Baja SAE: From the Mouse to the Mud Bogs*. Recuperado el 23 de mayo de 2019 de: <https://www.engineering.com/DesignSoftware/DesignSoftwareArticles/ArticleID/13946/Tennessee-Tech-Baja-SAE-From-the-Mouse-to-the-Mud-Bogs.aspx>
3. Cortés, I. (2016). *Diseño y construcción del chasis del vehículo Baja SAE UNAM 2015*. Tesis de licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México.
4. Genta, G. y Morello, L. (2009). *The Automotive Chassis Volume 1: Components Design*. (Primera edición). Estados Unidos de América. Editorial Springer.
5. Gillespie, T. D. (1996). *Fundamentals of vehicle dynamics*. Estados Unidos de América. Society of Automotive Engineers, Inc.
6. Altair Engineering, Inc. (2019). *Electronics*. Recuperado el 12 de octubre de 2019 de: <https://altairhyperworks.com/industry/electronics>
7. Wikipedia (2019). *Método de los elementos finitos*. Recuperado el 24 de marzo de 2019, de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FAE_visualization.jpg
8. OFFICE OF VEHICLE SAFETY RESEARCH, NHTSA. (1999). *UPDATED REVIEW OF POTENTIAL TEST PROCEDURES FOR FMVSS NO. 208*. Recuperado el 15 de mayo de 2019, de https://www.nhtsa.gov/sites/nhtsa.dot.gov/files/fmvss_208_ii_0.pdf
9. Bennett, C., Lockwood, E., McClinton, A., McRee R., y Pemberton C. (2013). *Analysis of the Baja Frame*. Northern Arizona University
10. Sharma, A., Singh, J., y Kumar, A. (2015). *Optimum Design and Material Selection of Baja Vehicle*. International Journal of Current Engineering and Technology 2015, Volumen 5.
11. Anjani D., P., y Dilip, A. (2014). *Design and Optimisation of Sae Mini Baja Chassis*. Journal of Engineering Research and Applications 2014, volumen 4.
12. Chaudhari, K., Joshi, A., Kunte, R., y Nair, K. (2012). *Design and Development of Roll Cage For An All-Terrain Vehicle*. International Journal on Theoretical and Applied Research in Mechanical Engineering (IJTARME) 2013, volumen 2.
13. Biteman, B. (2013). *Baja SAE Frame Design*. Tesis de licenciatura. . University of Cincinnati.
14. Sharma, V., y Purohit, D. (2012). *SIMULATION OF AN OFF-ROAD VEHICLE ROLL CAGE A STATIC ANALYSIS*. International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA) 2015, volumen 2.
15. Noorbhasha, N. (2010). *Computational analysis for improved design of an SAE BAJA frame structure*. Tesis de licenciatura. University of Nevada, Las Vegas.
16. Singh, S., y Singh, B. (2014). *DESIGN OPTIMIZATION AND STATISTICAL CRASH ANALYSIS OF CHASSIS FRAME FOR OFF ROAD VEHICLE*. International Journal of Automobile Engineering Research and Development (IJAuERD) 2014, volumen 2014.

17. abc NEWS. (2013). *Safest, least safe small car crash tests*. Recuperado el 2 de abril de 2019, de: <https://abcnews.go.com/Business/small-cars-tested-safety-half-rank-good-acceptable/story?id=19906144>
18. Global NCAP. (2019). *NCAPS*. Recuperado el 10 de junio de 2019 de: <http://www.globalncap.org/ncaps/>
19. U. S. Department of Transportation. (2007). *The New Car Assessment Program Suggested Approaches for Future Program Enhancements*. Recuperado el 15 de mayo de 2019, de <https://www.safercar.gov/staticfiles/safercar/pdf/810698.pdf+&cd=3&hl=es&ct=clnk&gl=m>
20. NHTSA.gov. (1999). *Federal Motor Vehicle Safety Standards and Regulations*. Recuperado el 13 de julio de 2019, de <https://one.nhtsa.gov/cars/rules/import/FMVSS/index.html>
21. Daryl, L. (2007). *A first course of Finite Element Method*. (Cuarta edición). Canadá. Editorial Thompson.
22. Altair Engineering Inc. (2015). *Practical Aspects of Finite Element Simulation A Study Guide*. (3era edición). Recuperado de <https://altairuniversity.com/learning-library/free-ebook-practical-aspects-of-finite-element-simulation-a-study-guide/>
23. Rust, W. (2015). *Non-Linear Finite Element Analysis in Structural Mechanics*. Suiza. Editorial Springer.
24. Bathe, K. (2014). *Finite element procedures*. (Segunda edición). Estados Unidos de América. K.J. Bathe, Watertown, MA
25. Altair Engineering Inc. (2015). *Crash Analysis with RADIOSS a Study Guide*. (Primera edición). Recuperado de <https://altairuniversity.com/learning-library/free-ebook-crash-analysis-with-radioss-a-study-guide/>
26. Murugesan, M. y Jung, D. W. (2019). *Johnson Cook Material and Failure Model Parameters Estimation of AISI-1045 Medium Carbon Steel for Metal Forming Applications*. *Materials* 2019, volumen 12.
27. Callister, W. D. Jr. (1995). *Introducción a la Ciencia e Ingeniería de los materiales*. (Tercera edición). Editorial Reverté S.A.
28. Cengel, Y.A. y Boles, M.A. (2011). *Termodinámica*. (7ma edición). México. Editorial McGraw Hill
29. Altair Engineering Inc. (2015). *RADIOSS theory manual Large Displacement Finite Element Analysis Chapter 10*. Recuperado el 10 de abril de 2019, de https://altairhyperworks.com/hwhelp/Altair/hw14.0/help/hm/hwsolvers.htm?theory_lg_displacement_finite_.htm
30. Boris, P., Chou, C., Fileta, B., Wismas, J. y Mahmood, H. (2004). *Vehicle crashworthiness and occupant protection*. (Primera edición). American Iron and Steel Institute
31. Beer, F., Johnston, E. y Cornwell, P. (2010). *Mecánica vectorial para ingenieros*. (Novena edición). México. Mc Graw Hill
32. Altair Engineering Inc. (2017). *HyperWorks 2017 RADIOSS User Guide*
33. Fox Racing Shox. *POWERSPORTS SAE / MINI BAJA PROGRAM Shock specification*. Recuperado el 16 de marzo de 2019, de http://forums.bajasae.net/forum/uploads/391/Fox_Racing_Shox_SAE-program.pdf

34. Conradie, Johan. (2015). *Finite element modelling of off-road tyres for radial tyre model parameterization*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering.
35. Electronic Code of Federal Regulations (2019). *PART 571—FEDERAL MOTOR VEHICLE SAFETY STANDARDS*. Recuperado el 19 de septiembre del 2019 de: https://www.ecfr.gov/cgi-bin/retrieveECFR?gp=&SID=388d30e02931e3dc4c028cafb0d99789&mc=true&n=pt49.6.571&r=PART&ty=HTML#se49.6.571_1208
36. Dr. J. Dean. *Lecture 2 First and Second Order One Dimensional Shape Functions*. University of Cambridge Department of materials & metallurgy. Recuperado el 22 de marzo de 2020 de https://www.ccg.msm.cam.ac.uk/images/FEMOR_Lecture_2.pdf
37. Roylance. D. *STRESS-STRAIN CURVES Department of Materials Science and Engineering Massachusetts Institute of Technology*. Recuperado el 22 de marzo de 2020 de https://ocw.mit.edu/courses/materials-science-and-engineering/3-11-mechanics-of-materials-fall-1999/modules/MIT3_11F99_ss.pdf