



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

INVERSIÓN TRIDIMENSIONAL DE MÉTODOS POTENCIALES
EN ESTRUCTURAS SALINAS DEL GOLFO DE MÉXICO.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO GEOFÍSICO

PRESENTA:
NAÍN VERA CHÁVEZ

DIRECTOR DE TESIS:
DR. CARLOS COUDER CASTAÑEDA



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO D.F., 2015

ABSTRACT

Potential field inversion to determine parameters such as depth, location and size of subsurface structures are variables that can be considered as an inverse optimization problem, where physical properties of a model which leads to its magnetic or gravitational response are estimated from field data on the Earth's surface. This problem can be solved by minimizing the difference between synthetic model data and field observations using least squares solution through different methods and heuristics.

This thesis aims present the application of inversion method (Camacho 2000) to estimate the parameters of structures using potential data measurements (gravimetry, magnetometry, and tensor gravity). The algorithm is based on the source reconstruction by means of growing bodies, expanding the anomalous bodies to fit the observed data taking into account a pre-established density contrast.

The data used correspond to a geological model constructed synthetically, which simulates a real problem of salt tectonics commonly found in exploration areas of the Gulf of Mexico. The inversion of potential field data is applied to determine the dimensions of salt bodies.

RESUMEN

En inversión de métodos potenciales determinar parámetros tales como la profundidad, localización y tamaño de estructuras del subsuelo son variables que pueden ser consideradas en un problema inverso de optimización, donde propiedades físicas de un modelo que da lugar a su respuesta magnética o gravitacional son estimados a partir de datos obtenidos en campo sobre la superficie terrestre. Éste problema puede ser resuelto minimizando la diferencia entre datos del modelo sintético y las observaciones de campo aplicando solución por mínimos cuadrados a través de diferentes métodos y técnicas heurísticas.

Esta tesis tiene como objetivo presentar la aplicación del método de inversión (Camacho 2000) para estimar parámetros de estructuras utilizando datos potenciales (gravimetría, magnetometría y tensor gravimétrico). El algoritmo se basa en la reconstrucción de fuentes por medio de crecimiento de cuerpos, expandiendo el cuerpo anómalo hasta ajustar los datos observados tomando en consideración un contraste de densidad pre-establecido.

Los datos utilizados corresponden a un modelo geológico construido sintéticamente, el cual simula un problema real de tectónica salina encontrado comúnmente en zonas de exploración del Golfo de México. La inversión de datos de campos potenciales es aplicado para determinar las dimensiones de cuerpos de sal.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres Norberto y Antonia por brindarme la confianza y el apoyo incondicional desde el inicio; a mis hermanos Erick, Mirna, Edher y David por sus palabras de aliento y compartir las experiencias de las que aprendimos y crecimos como familia, gracias a ustedes.

A la Universidad Nacional Autónoma de México a través de su Facultad de Ingeniería por ser la institución que aportó las enseñanzas y mi formación como profesionista durante un gran periodo de mi vida.

Agradezco especialmente al Dr. Carlos Ortiz Alemán y Dr. Carlos Couder Castañeda por el apoyo intelectual recibido como parte de un gran grupo de trabajo, del cual fueron guía y consejeros en todo momento.

A mis colegas de trabajo del Instituto Mexicano del Petróleo el M. en C. Alfredo Trujillo Alcántara, el M. en I. Alejandro Cerón Fernández, el Dr. Pedro Ernesto Villaseñor Rojas y los ingenieros Armando Nanco, Julián Zapotitla, Francisco Rodríguez, Marco Antonio Serrano y José Luis García, que además de los buenos momentos también son parte del camino que me siento orgullozo.

A mis sinodales el Dr. Osvaldo Sánchez Zamora, el M. en I. Mauricio Nava Flores y el Ing. Alejandro García Serrano por sus conocimientos brindados en mi trayectoria profesional y que ahora son parte en la consolidación de este trabajo.

A mis amigos de la Facultad de Ingeniería en especial para Agustín Torres, Angeluz Conejo, Jorge Ruiz, Rafa H.T., Mayra Cuellar, Javier Vázquez, Monserrat Ordóñez, Fernando Rodríguez, Raúl Ortiz, Carlos Jimenez, Ana Paola Zapata y a 'hongo chillón' por los momentos que compartimos y que recuerdo con gran satisfacción.

A todos ellos gracias.

ÍNDICE GENERAL

1	INTRODUCCIÓN	13
1.1	Justificación	14
1.2	Objetivo	15
2	ANTECEDENTES	17
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	21
3.1	Campo gravitacional	21
3.2	Gradiometría	26
3.3	Campo magnético	32
4	MODELADO TRIDIMENSIONAL	39
4.1	Descripción de métodos	39
4.2	Modelado de cuerpos sintéticos	42
4.3	Modelado de cuerpos salinos	49
4.3.1	Anomalía gravimétrica y tensorial.	50
4.3.2	Anomalía magnética.	56
5	INVERSIÓN TRIDIMENSIONAL DE DATOS POTENCIALES.	57
5.1	Aspectos del modelado inverso	57
5.2	Problema lineal	60
5.3	Inversión mediante crecimiento de cuerpos.	62
5.3.1	Metodología de inversión.	63
5.3.2	Inversión de datos sintéticos.	67
5.3.3	Inversión de cuerpos salinos.	78
6	METODOLOGÍA DE LA PROGRAMACIÓN EN PARALELO	87
6.1	El modelo de programación de OpenMP	87
7	IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE INVERSIÓN EN OPENMP	91
7.1	Diseño en OpenMP	91
7.2	Pruebas de rendimiento y resultados de la simulación	93
7.2.1	Descripción del equipo	93
7.2.2	Experimentos de rendimiento sobre modelo T.	93
8	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	99
	BIBLIOGRAFÍA	101

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1	Imagen de sección sísmica mostrando dos estructuras salinas, en cada caso las partes profundas muestran dificultades para determinar reflectores por debajo de los cuerpos salinos, modificada de Fossen (2010). 18
Figura 2.2	Diferentes tipos de estructuras de sal, nombres y formas geométricas adoptadas (Fossen, 2010). 19
Figura 3.3	Variables consideradas en la atracción gravitacional debido a una masa volumétrica que se observa en el punto P. 22
Figura 3.4	Delimitación de un prisma rectangular en el plano cartesiano. 24
Figura 3.5	Respuesta gravimétrica de un prisma rectangular. 25
Figura 3.6	Componentes tensoriales $\Gamma_{i,j}$ calculadas de un prisma rectangular. 29
Figura 3.7	Inclinación (I) y declinación (D) del campo ambiental \mathbf{B} . 33
Figura 3.8	Variables involucradas en el algoritmo propuesto por Bhattacharyya para el cálculo de anomalía magnética. 35
Figura 3.9	Anomalía magnética para un prisma de $\Delta m = 0,005 \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$ y varios valores de inclinación y declinación de campo y magnetización. 36
Figura 4.10	Flujo de trabajo en el proceso de modelado tridimensional (Blakely 1996). 39
Figura 4.11	Parametrización del modelo. Cada bloque o prisma representa un valor constante de densidad o magnetización. 40
Figura 4.12	Modelo T utilizado para el cálculo de anomalías. 43
Figura 4.13	Respuesta gravimétrica y magnética del modelo T. 43
Figura 4.14	Anomalías correspondientes al tensor gravimétrico del modelo T. 44
Figura 4.15	Anomalías correspondientes a combinaciones del tensor gravimétrico del modelo T. 45
Figura 4.16	Modelo S utilizado para el cálculo de anomalías. 46
Figura 4.17	Respuesta gravimétrica y magnética del modelo S. 46
Figura 4.18	Anomalías correspondientes al tensor gravimétrico del modelo S. 47
Figura 4.19	Anomalías correspondientes a combinaciones del tensor gravimétrico del modelo S. 48

- Figura 4.20 Horizontes interpolados a partir de secciones sísmicas previamente interpretadas. 50
- Figura 4.21 Curva de compactación relativo a sedimentos del Golfo de México (Nagihara y Hall 2001) y porción del volumen de densidades correspondiente a zona con emplazamiento de cuerpos salinos. 51
- Figura 4.22 Anomalía gravimétrica aire-libre obtenida del volumen de densidades para los diferentes horizontes sísmicos interpretados. 52
- Figura 4.23 Anomalía gravimétrica tensorial aire-libre obtenida del volumen de densidades para los diferentes horizontes sísmicos interpretados. 53
- Figura 4.24 Anomalía gravimétrica correspondiente a cuerpos salinos con variación de densidad en profundidad. 54
- Figura 4.25 Anomalía gravimétrica tensorial correspondiente a cuerpos salinos con variación de densidad en profundidad. 55
- Figura 4.26 Anomalía magnética correspondiente a cuerpos salinos (contraste de susceptibilidad magnética constante). 56
- Figura 5.27 Correspondencia entre datos y modelos en un problema directo e inverso. 57
- Figura 5.28 Métodos por optimización global en el espacio de parámetros permite salir de $\mathbf{m}_{\text{locales}}$ y encontrar el $\mathbf{m}_{\text{global}}$. 62
- Figura 5.29 Anomalía gravimétrica inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo T. 68
- Figura 5.30 Modelo gravimétrico T invertido mostrado en diferentes perspectivas. 68
- Figura 5.31 Anomalía magnética inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo T. 69
- Figura 5.32 Modelo magnético T invertido mostrado en diferentes perspectivas. 70
- Figura 5.33 Anomalías del tensor gravimétrico inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo T. 71
- Figura 5.34 Modelo del tensor gravimétrico T invertido mostrado en diferentes perspectivas. 72
- Figura 5.35 Anomalía gravimétrica inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo S. 73
- Figura 5.36 Modelo gravimétrico S invertido mostrado en diferentes perspectivas. 74
- Figura 5.37 Anomalía magnética inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo S. 75

- Figura 5.38 Modelo magnético S invertido mostrado en diferentes perspectivas. 75
- Figura 5.39 Anomalías del tensor gravimétrico inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo S. 76
- Figura 5.40 Modelo del tensor gravimétrico S invertido mostrado en diferentes perspectivas. 77
- Figura 5.41 Dominio discreto visto en planta mostrando los límites establecidos para la inversión de cuerpos salinos. 78
- Figura 5.42 Anomalía gravimétrica inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente a cuerpos salinos. 79
- Figura 5.43 Modelo final gravimétrico de inversión de cuerpos salinos mostrado en diferentes perspectivas (densidades absolutas), la línea punteada determina los límites del modelo real. 80
- Figura 5.44 Anomalía magnética inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente a cuerpos salinos. 81
- Figura 5.45 Modelo final magnético de inversión de cuerpos salinos mostrado en diferentes perspectivas, la línea punteada determina los límites del modelo real. 82
- Figura 5.46 Anomalías del tensor gravimétrico inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente a cuerpos salinos. 83
- Figura 5.47 Modelo final tensor gravimétrico de inversión de cuerpos salinos mostrado en diferentes perspectivas (densidades absolutas), la línea punteada determina los límites del modelo real. 84
- Figura 6.48 Sistemas de memoria compartida. 88
- Figura 7.49 Esquema de paralelización para el proceso de inversión por crecimiento de cuerpos. 92
- Figura 7.50 Comportamiento del tiempo de cómputo para inversión gravimétrica. 95
- Figura 7.51 Comportamiento del tiempo de cómputo para inversión magnética. 95
- Figura 7.52 Comportamiento del tiempo de cómputo para inversión conjunta de datos tensoriales gravimétricos. 96
- Figura 7.53 Speed-up ideal y correspondiente a los tiempos de ejecución de inversión gravimétrica. 96
- Figura 7.54 Speed-up ideal y correspondiente a los tiempos de ejecución de inversión magnética. 97

Figura 7.55 Speed-up ideal y correspondiente a los tiempos de ejecución de inversión tensorial de datos gravimétricos. 97

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	VARIABLES utilizadas en el cálculo de anomalías magnéticas, Δm : contraste de magnetización, I,D : Inclinación y declinación, F : Campo ambiental y M : Magnetización. 37
Tabla 2	Parámetros considerados para el cálculo de anomalías gravimétricas en modelos T y S. 42
Tabla 3	Parámetros considerados para el cálculo de anomalías magnéticas en modelos T y S. 42
Tabla 4	VARIABLES y valores obtenidos para el modelo T de datos gravimétricos. 67
Tabla 5	VARIABLES y valores obtenidos para el modelo T de datos magnéticos. 69
Tabla 6	VARIABLES y valores obtenidos para el modelo T de datos del tensor gravimétrico. 71
Tabla 7	VARIABLES y valores obtenidos para el modelo S de datos gravimétricos. 73
Tabla 8	VARIABLES y valores obtenidos para el modelo S de datos magnéticos. 74
Tabla 9	VARIABLES y valores obtenidos para el modelo S de datos del tensor gravimétrico. 76
Tabla 10	VARIABLES y valores obtenidos para cuerpos salinos en inversión de datos gravimétricos. 79
Tabla 11	VARIABLES y valores obtenidos para cuerpos salinos en inversión de datos magnéticos. 81
Tabla 12	VARIABLES y valores obtenidos para cuerpos salinos en inversión del tensor gravimétrico. 83
Tabla 13	Tiempos de cómputo obtenidos con el algoritmo de inversión en forma serial. 93
Tabla 14	Tiempos de cómputo y speed-up en inversión de datos gravimétricos. 94
Tabla 15	Tiempos de cómputo y speed-up en inversión de datos magnéticos (Anomalía Campo Total). 94
Tabla 16	Tiempos de cómputo y speed-up en inversión de datos del tensor gravimétrico G_{zz} , G_{xy} y G_{uv} . 94

INTRODUCCIÓN

Los estudios de gravimetría y magnetimetría conocidos como *métodos potenciales*, son herramientas utilizadas en una gran variedad de objetivos de exploración geofísica. Actualmente el campo de aplicación está enfocado hacia la exploración en minería, exploración de hidrocarburos, estudios de la corteza y fuentes geotermales. Las exploraciones se pueden llevar a cabo con diversos equipos y a través de diferentes vías, estos pueden ser de manera terrestre, satelital, en barco o en avión, obteniéndose medidas o datos de variaciones de gravedad y magnetismo. Entre las maneras de llevar a cabo la exploración, los estudios aéreos son los de mayor popularidad y rápida cobertura en áreas muy extensas.

Nuevos métodos de exploración incluyen datos del tensor gravimétrico. Estos contienen las primeras derivadas del vector de gravedad en las tres direcciones ortogonales. En años recientes varias técnicas de interpretación se han introducido en la literatura (Pedersen y Rasmussen, 1990; Vasco y Taylor, 1991; Edwards et al., 1997; Routh et al., 2001; Zhdanov et al., 2004; Droujinine et al., 2007; While et al., 2006; Mikhailov et al., 2007; Pajot et al., 2008; While et al., 2009; Beiki y Pedersen, 2010). A la vez que el costo computacional se ha multiplicado para una mayor resolución en los datos y obtención de resultados en menor tiempo.

La determinación de cuerpos bajo la superficie terrestre a través de métodos potenciales es considerado un problema de inversión geofísica, que se caracteriza por ser mal planteado, no único y de solución no lineal. Un problema de inversión se puede considerar como un proceso de optimización en el que se busca un modelo adecuado y que mejor se adapte a ciertos datos observados, minimizando una función de error que representa la diferencia entre los datos reales y los que describen un modelo propuesto. En los problemas no lineales, la solución puede ser obtenida iterativamente aproximando valores de un modelo linealizado, sin embargo, técnicas de inversión por modelos linealizados pueden sufrir algunas inestabilidades numéricas debido al mal condicionamiento de las matrices y con datos para los cuales la inversión obtiene soluciones no son únicas (Sambridge y Mosegaard, 2002; Montesinos et al., 2005). En este sentido, técnicas de optimización deben considerarse como alternativa para obtener de manera exitosa, soluciones a problemas de inversión geofísica.

La solución en inversión de datos aplicando métodos de optimización global consiste en la búsqueda sobre el espacio de parámetros (Tarantola, 2005), en el

que se encuentran soluciones por ensayo y error comparándolos con subsecuentes modelos. Este proceso continua hasta que la diferencia entre las observaciones del modelo propuesto y observaciones de datos reales se minimizan. Así, las soluciones se obtienen directamente del espacio de parámetros, eliminando cualquier restricción hacia el condicionamiento de la matriz de sensibilidades. Estos métodos también se denominan *heurísticos*, en el que buscan soluciones óptimas o casi óptimas sin garantizar el óptimo absoluto.

En el caso tridimensional, la inversión a gran escala requiere del almacenamiento de memoria para matrices, particularmente la matriz de sensibilidades y el tiempo requerido en la multiplicación matriz-vector para resolver el sistema lineal. Diversas técnicas de aprovechamiento han sido planteadas: el uso de transformada de fourier para la multiplicación de matriz-vector (Pilkington, 1997; Zhdanov et al., 2004); otra estrategia involucra diferentes técnicas de compresión de la matriz de sensibilidades (Portniaguine y Zhdanov (2002); Li y Oldenburg (2003)). Recientes estrategias evitan el cálculo completo de la matriz de sensibilidades y se calculan sólo aquellos elementos que son relevantes en un espacio de búsqueda determinado (Cox et al., 2010; Zhdanov et al., 2010; Wilson et al., 2011).

Alternativamente, existen métodos de inversión que no resuelven el sistema lineal, si no que se busca en un espacio particular las posibles soluciones de un óptimo. Esta clase de algoritmos se pueden dividir en métodos de búsqueda aleatoria (Nagihara y Hall (2001); Krahenbuhl and Li (2009)) y métodos de búsqueda sistemática (Zidarov y Zhelev's (1970); René (1986); Camacho et al. (2000); Uieda y Barbosa (2012)).

Siguiendo esta última clase, Camacho et al. (2000) estima una distribución de densidades usando una búsqueda sistemática para crecer iterativamente la solución con un elemento prismático a la vez, partiendo de una distribución inicial de densidades nula. En cada iteración un nuevo prisma es elegido del conjunto total de prismas que permanecen en densidad cero y que su incorporación a la estimación minimiza una función objetivo que se compone de la función de desajuste de datos más la norma L2 de la distribución ponderada de contrastes de densidad.

Así, el algoritmo descrito anteriormente es la base para el desarrollo de este trabajo y su aplicación es realizado sobre cuerpos sintéticos de forma simple y compleja, considerando a éste ultimo como ejemplo representativo de un ambiente real de tectónica salina regional en el Golfo de México.

1.1 JUSTIFICACIÓN

En zonas de exploración de hidrocarburos, la presencia de cuerpos salinos pueden representar problemas en el procesamiento sísmico y su interpretación, por lo que

la integración de métodos potenciales resulta de gran apoyo en la interpretación sísmica-estructural y del ajuste en los espesores de columnas sedimentarias o distribución de cuerpos salinos someros y profundos, así como la configuración de regionales tales como el basamento y la construcción de modelos para procesos de migración sísmica.

1.2 OBJETIVO

El objetivo general de esta tesis es la inversión de datos potenciales sobre una estructura geológica que emplaza cuerpos salinos, con el fin de determinar su espesor o base, aplicando un algoritmo de inversión iterativo.

La aplicación se realizó adaptando el algoritmo desarrollado por Camacho et al.(2000) para invertir ya sean datos de tipo gravimétrico, magnético o del tensor gravimétrico. Estos últimos son más sensitivos a cambios en la forma de las anomalías que los campos potenciales vectoriales, ya que los gradientes son las segundas derivadas del campo potencial. Esta propiedad hace que la gradiometría pueda detectar masas anómalas en superficie somera con mayor precisión.

Los datos sintéticos utilizados son parte de un modelo geológico construido previamente, para el cual se obtiene la respuesta gravimétrica como modelo inicial (modelado directo) y luego se obtiene una solución de los parámetros del modelo de interés de forma iterativa hasta obtener una coincidencia aceptable entre los datos observados y los datos sintéticos.

Complementariamente se presenta el esquema de paralelización OpenMP aplicado al algoritmo de inversión, de modo que se puede acelerar el proceso de convergencia de los resultados.

ANTECEDENTES

El requerimiento de fuentes energéticas procedentes de combustibles fósiles o hidrocarburos, hace necesaria la exploración de reservas en busca de nuevos campos petroleros. Actualmente, diferentes compañías de exploración y explotación petrolera se encuentran realizando estudios de prospección en mar abierto, tal desarrollo se asocia con el término de exploración en “aguas profundas”, el cual se refiere a regiones ubicadas en tirantes de agua (distancia entre la superficie y el lecho marino) mayores a 500 metros. Al conjunto de yacimientos o prospectos, el cual tienen en común el mismo sistema petrolero (roca madre, roca almacén, roca sello y migración) y la misma historia de generación de hidrocarburos, se conoce como “play”. Uno de los desafíos dentro de los estudios de exploración son los problemas debido a los enormes emplazamientos de mantos salinos. Éstos son grandes cuerpos de sal que se encuentran en el subsuelo, formando estructuras geológicamente complejas. Se extienden tanto en la plataforma continental como en zonas menos exploradas dentro del talud continental. Existe el interés en su exploración debido a que las estructuras salinas están asociadas con potenciales trampas de hidrocarburos, ya que tienen como particularidad brindar un excelente sello (play-subsalino).

La exploración petrolera en aguas profundas del Golfo de México hacia la mini-cuenca ha presentado numerosas técnicas de investigación. Uno de los problemas particulares involucra determinar geometrías tridimensionales complejas tanto en unidades de sal autóctona como alóctona. Indicios parciales de la naturaleza compleja de la formación de sal alóctona es expresado por la morfología de la batimetría en aguas profundas que se ha formado en respuesta a la migración de la sal.

Varias dificultades se hacen presentes cuando se trata de representar de manera visual las estructuras profundas que se encuentran por debajo de cuerpos salinos. Estudios de exploración sísmica, particularmente sísmica de reflexión es la herramienta que más ha hecho frente a este problema, sin embargo se ha demostrado que ha sido difícil alcanzar a delimitar la base de la formación de sal alóctona aplicando este método. En la sal, las velocidades de las ondas sísmicas varían considerablemente con respecto a las que viajan en los sedimentos adyacentes. Este contraste de velocidad produce problemas de generación de imágenes sísmicas que enmascaran las estructuras infrayacentes e impiden determinar la localización o el alcance de los yacimientos potenciales. En la Figura 2.1 se muestra una sección

sísmica donde se observa las dificultades en cuanto a los reflectores por debajo de los cuerpos de sal.

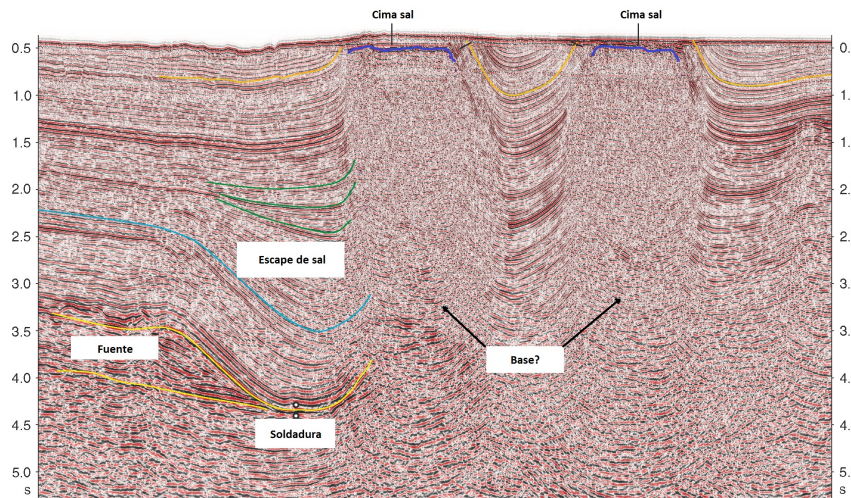


Figura 2.1: Imagen de sección sísmica mostrando dos estructuras salinas, en cada caso las partes profundas muestran dificultades para determinar reflectores por debajo de los cuerpos salinos, modificada de Fossen (2010).

Los volúmenes de sal encontrados el cualquier proceso de deformación tectónica tienden a definir una variedad de formas geométricas. Aunque muchas de estas estructuras son denominadas como diapiros tienen diferentes nombres como se ilustran en la Figura 2.2. Un diapiro de sal es utilizado en geología para describir a la manera que intrusionan estos cuerpos de sal sobre materiales más dúctiles y deformables, a través de rocas suprayacentes. De este modo, algunas estructuras como almohadillas de sal (salt pillows) y anticlinales de sal (salt anticlines) que doblan y elevan las capas superpuestas no son diapiros en el sentido estricto, ya que no perforan las capas suprayacentes. Sin embargo, la mayoría de estas estructuras representan las diversas etapas que podrían conducir a la formación de un verdadero diapiro. Los diapiros de sal pueden tomar una variedad de formas, entre estos se puede destacar: a los que presentan forma de enchufe y se componen por tallo (stem) y bulbo (bulb), se les conoce como troncos de sal (salt stocks); estructuras de sal alargadas con una amplitud mayor que los domos y comúnmente forman hileras sinuosas, se llaman paredes de sal (salt walls); otro tipo de diapiros presentan estructuras en donde su longitud es mucho mayor que su espesor, típicamente se conocen como láminas de sal (salt sheets) y estas pueden presentar separación con la capa madre en su parte inferior, en cuyo caso son láminas de sal separadas (detached salt sheets). Muchos diapiros forman un hongo en la parte superior, denominándose comúnmente como domo salino y este puede estar completamente separado de su capa de origen. Tales cuerpos independientes

de sal pueden mostrar una geometría asimétrica que es causado por el movimiento lateral de la sal sobre estratos sedimentarios más recientes, en cuyo caso la sal se dice que es alóctona. También pueden aplanarse y unirse con otros cuerpos de sal, formando varios tipos de toldos o sábanas de sal (salt canopies).

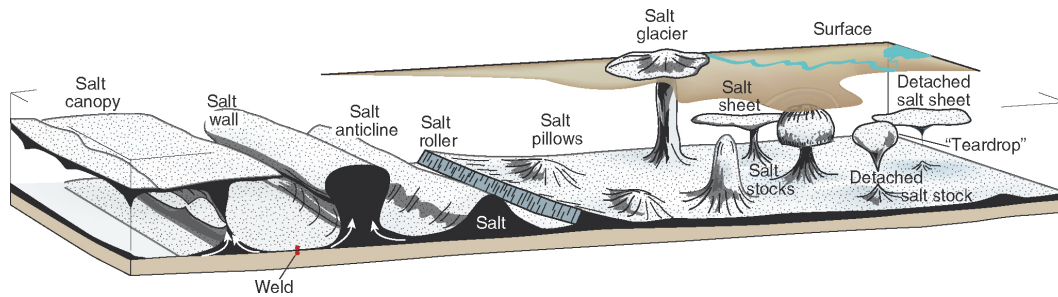


Figura 2.2: Diferentes tipos de estructuras de sal, nombres y formas geométricas adoptadas (Fossen, 2010).

Debido a que explorar sobre aguas profundas constituye un ambiente difícil, derivado de los altos costos en los equipos de perforación, terminación de pozos y condiciones de extracción, el desarrollo de tecnologías y su aplicación en la exploración subsalina en aguas profundas son de gran utilidad para el estudio de los plays subsalinos.

Complementariamente se ha demostrado que apoyarse de métodos no sísmicos tales como magnéticos, gravimétricos y electromagnéticos para medir diferentes propiedades del terreno, han sido vitales para determinar con mayor probabilidad la localización de un área prospectiva para su perforación. La identificación de estructuras pueden ser inferidas mediante la combinación de levantamientos gravimétricos, levantamientos de perfiles del fondo oceánico y datos sísmicos, para destacar los domos salinos y diferentes rasgos asociados. Éstas formaciones pueden ser mapeadas de manera aproximada, siempre que la densidad, susceptibilidad o conductividad eléctrica asociada produzca una variación significativa para los diferentes campos.

A pesar de que la resolución espacial de las inversiones gravimétricas, magnéticas o electromagnéticas son mucho menor en comparación con las imágenes sísmicas, las soluciones obtenidas proporcionan una valiosa información en las regiones donde otros métodos no son viables además de que pueden ser de gran apoyo para discriminar entre diferentes interpretaciones sísmicas.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El campo gravitacional y magnético son ambos campos vectoriales, sus componentes se obtienen de la derivación del campo potencial. La descripción matemática y fórmulas para obtener los gradientes del tensor gravimétrico se presenta en este capítulo.

3.1 CAMPO GRAVITACIONAL

Los estudios gravimétricos se basan en la medición sobre la superficie terrestre, detectando pequeñas variaciones del campo gravitacional. Las *anomalías* son causadas por variaciones laterales en la distribución de masas de la corteza terrestre, lo que indica una distribución geológica de diferente densidad en las capas estratigráficas del subsuelo. Como resultado de la distribución irregular, se producirá una variación en la intensidad del campo gravimétrico.

Altos estructurales (como anticlinales), implican una distribución de rocas más densa que hace que aumente la atracción local de la gravedad directamente encima de la estructura. Los domos salinos, compuestos de material más ligero que el de los sedimentos adyacentes, a quienes penetra generalmente, da origen a una fuerza gravitatoria menor directamente encima de la estructura.

Una masa puntual localizada en $Q = (x', y', z')$ produce en el lugar de medición $P = (x, y, z)$ una perturbación de potencial dada por:

$$U(P) = \gamma \frac{m}{r} \quad (1)$$

donde:

r es la distancia entre P y Q

$\gamma = 6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2\text{kg}}$ es la constante gravitacional y

m es una partícula de masa a considerar

A partir de un campo escalar U , se puede obtener un campo vectorial \mathbf{g} como el gradiente de U , tal que:

$$\mathbf{g} = \nabla U \quad (2)$$

Donde ∇ se puede interpretar en coordenadas cartesianas como:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \quad (3)$$

Las tres componentes vectoriales del campo \mathbf{g} se definen en términos del campo potencial como:

$$g_x = \frac{\partial U}{\partial x}, g_y = \frac{\partial U}{\partial y}, g_z = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (4)$$

El campo gravitacional medido en un punto de la superficie terrestre, es un vector que apunta hacia el centro de masa de la anomalía fuente. La componente vertical o \mathbf{g}_z es el valor comúnmente utilizado en estudios de exploración y las unidades que se adopta es el **mGal** (miligal = 10^{-3} Gal).

El potencial gravitacional U de un punto P debido a una masa con densidad ρ en una región con volumen V se expresa de la siguiente manera:

$$U(P) = \gamma \int_V \frac{\rho}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv \quad (5)$$

Donde $|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$, es la distancia entre el elemento de volumen dv y el punto de observación $P(x, y, z)$ (Figura 3.3).

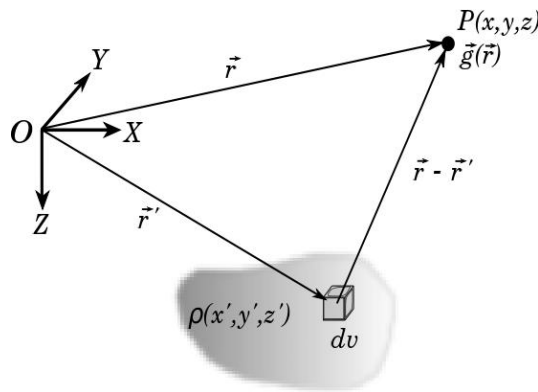


Figura 3.3: Variables consideradas en la atracción gravitacional debido a una masa volumétrica que se observa en el punto P .

Por conveniencia se adopta un sistema regular derecho con la dirección z positivo hacia abajo, de esta manera se puede establecer coordenadas de cuerpo (x', y', z') y coordenadas de campo (x, y, z) .

Entonces la gravedad debida a un cuerpo tridimensional con densidad $\rho(x', y', z')$ y un punto de observación arbitrario en $P(x_0, y_0, z_0)$ es:

$$g(\vec{r})_\alpha = \nabla U = \frac{\partial U}{\partial \alpha} = \gamma \iiint_V \rho(x', y', z') \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dv \quad (6)$$

$$= \gamma \iiint_V \rho(x', y', z') \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}} \right) dv \quad (7)$$

$$= \gamma \iiint_V \rho(x', y', z') \left(\frac{\alpha - \alpha'}{\left(\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \right)^3} \right) dv \quad (8)$$

Donde α representa las diferentes direcciones en x, y, z y $dv = dx' dy' dz'$. Por lo tanto $g(\vec{r})_\alpha$ se puede escribir como:

$$g(\vec{r})_x = -\gamma \iiint_V \rho(x', y', z') \frac{x - x'}{\left(\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \right)^{3/2}} dx' dy' dz' \quad (9)$$

$$g(\vec{r})_y = -\gamma \iiint_V \rho(x', y', z') \frac{y - y'}{\left(\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \right)^{3/2}} dx' dy' dz' \quad (10)$$

$$g(\vec{r})_z = -\gamma \iiint_V \rho(x', y', z') \frac{z - z'}{\left(\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \right)^{3/2}} dx' dy' dz' \quad (11)$$

Una colección de prismas rectangulares provee una manera simple para aproximar un volumen de masa. Si es lo suficientemente pequeño, cada prisma puede ser asumido para tener una densidad constante, entonces, basándonos en el principio de superposición, la anomalía gravitacional de un cuerpo en cualquier punto puede ser aproximado sumando los efectos de todos los prismas. Ahora, si el punto de observación P se ubica en el origen de coordenadas, la integral se simplifica [Blakely \(1996\)](#):

$$g_\alpha = \gamma \rho \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\alpha'}{(z'^2 + y'^2 + x'^2)^{\frac{3}{2}}} dx' dy' dz' \quad (12)$$

Plouff (1976) desarrolla una solución numérica para el cálculo de la componente vertical de atracción gravitacional de un prisma rectangular, obtenido desde cualquier punto sobre su superficie:

$$g_z = \gamma \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[z_k \arctan \frac{x_i y_j}{z_k r_{ijk}} - x_i \ln (r_{ijk} + y_j) - y_j \ln (r_{ijk} + x_i) \right] \quad (13)$$

Donde:

$$\begin{aligned} x_i &= x_0 - \xi_i, y_i = y_0 - \eta_i, z_i = z_0 - \zeta_i, \\ r_{ijk} &= \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}, \\ \mu_{ijk} &= (-1)^i (-1)^j (-1)^k \end{aligned} \quad (14)$$

De acuerdo a la expresión anterior, un prisma rectangular derecho en el cual los lados son paralelos a los ejes x, y, z , con densidad uniforme y con dimensiones descritas por los límites $\xi_1 \leq \Delta x \leq \xi_2$, $\eta_1 \leq \Delta y \leq \eta_2$ y $\zeta_1 \leq \Delta z \leq \zeta_2$ (Figura 3.4), tiene una atracción vertical en un punto $P(x_0, y_0, z_0)$ que se puede obtener implementando un algoritmo de cálculo.

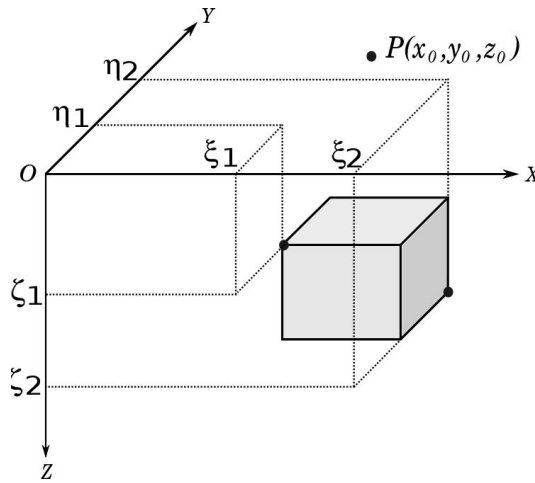


Figura 3.4: Delimitación de un prisma rectangular en el plano cartesiano.

La subrutina “gbox” [Blakely \(1996\)](#) funciona introduciendo parámetros de cálculo, en donde se deben proporcionar coordenadas del punto de observación (x_0, y_0, z_0) en [km], coordenadas de los vértices de extensión del prisma (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) en [km] y el contraste de densidad ρ en $[\text{kg}/\text{m}^3]$, de tal manera que:

$$g_z = f(x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \rho) \quad (15)$$

Asumiendo una malla o línea de observaciones y un ensamble de prismas, cumpliendo con la condición de que ningún prisma se traslape, se puede llamar repetidas veces la función (15) para calcular la respuesta gravimétrica del ensamble, arrojando resultados en mGal.

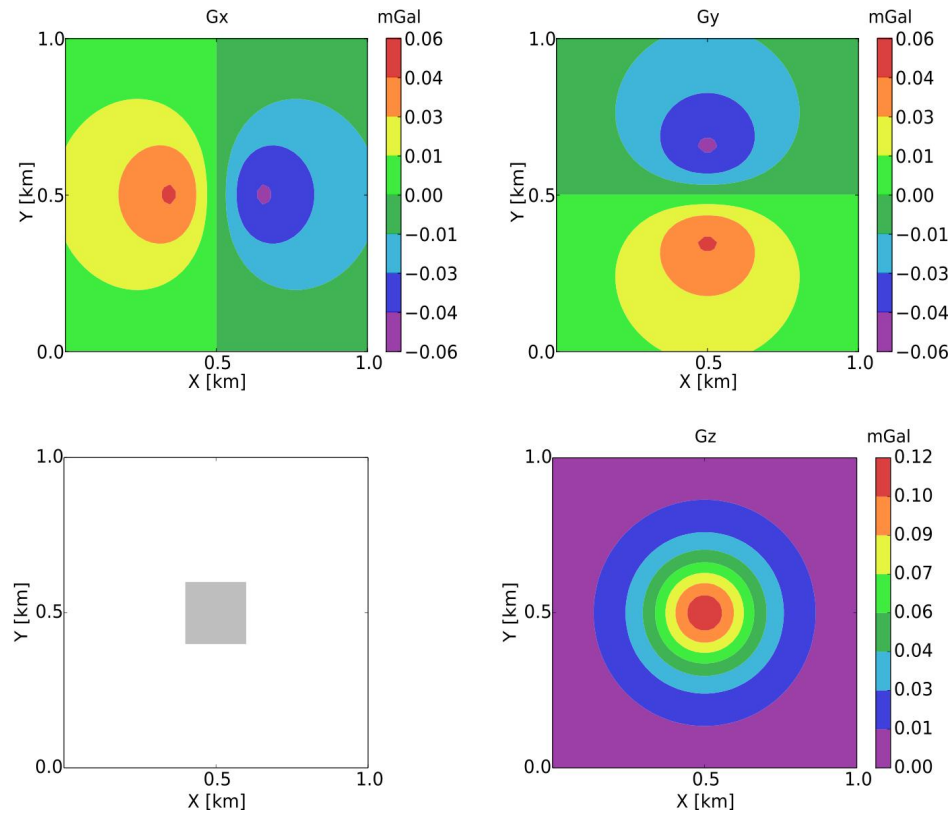


Figura 3.5: Respuesta gravimétrica de un prisma rectangular.

Así la resultante de calcular las componentes de un prisma de 200 m^3 por lado con densidad constante de 100 kg/m^3 , sepultado a una profundidad de 200 m y una malla de observaciones a una altura de 0,01 km con longitud de 1 km por lado se muestra en la Figura 3.5.

3.2 GRADIOMETRÍA

En comparación con los datos de gravedad, medidas del tensor gravimétrico proporcionan una mayor sensibilidad en longitudes de onda corta. Su aplicación en la exploración se presenta con el avance en los experimentos de la balanza de torsión (Bell y Hansen, 1998). La unidad fundamental es el **Eötvös (E)**:

$$1 \text{ E} = 0,1 \text{ } \mu\text{gal/m} = 10^{-9} \text{ s}^{-2} \quad 1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2 \quad (16)$$

Nuevos sistemas se han desarrollado para medir los gradientes de las componentes vectoriales y en la última década nuevos gradiómetros se introdujeron en la industria de la exploración (Bell et al., 1997), el tensor completo (FTG) obtenido por Bell Geospace (Murphy, 2007) y ARKeX (Barnes et al., 2008), y el sistema Falcon operado por Fugro (Lee, 2001).

Como fue descrito anteriormente, el campo vectorial de gravedad es el gradiente del campo potencial U , en las tres direcciones del plano cartesiano. Similarmente, el próximo orden de derivación espacial se define como las derivadas del campo vectorial con respecto a las direcciones x , y y z . Estas se describen como:

$$\frac{\mathbf{g}}{\partial x} = \frac{\partial g_x}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial g_y}{\partial x} \mathbf{j} + \frac{\partial g_z}{\partial x} \mathbf{k} \quad (17)$$

$$\frac{\mathbf{g}}{\partial y} = \frac{\partial g_x}{\partial y} \mathbf{i} + \frac{\partial g_y}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial g_z}{\partial y} \mathbf{k} \quad (18)$$

$$\frac{\mathbf{g}}{\partial z} = \frac{\partial g_x}{\partial z} \mathbf{i} + \frac{\partial g_y}{\partial z} \mathbf{j} + \frac{\partial g_z}{\partial z} \mathbf{k} \quad (19)$$

De esta manera, así como el campo \mathbf{g} define la existencia de las tres componentes g_x , g_y y g_z , también define los gradientes del tensor del campo. Las componentes del tensor gradiométrico son encontradas derivando las componentes vectoriales con respecto a x , y y z .

Aplicando la segunda derivada parcial del potencial gravitacional:

$$g_{\alpha\beta}(\mathbf{r}) = \frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta} U_g(\mathbf{r}), \quad \alpha, \beta = x, y, z, \quad (20)$$

Se tiene que:

$$g_{xx}(\mathbf{r}) = \gamma \iiint_V \frac{3(x-x')^2 - (r-r')^2}{|r-r'|^5} \rho(\mathbf{r}') dv, \quad (21)$$

$$g_{yy}(\mathbf{r}) = \gamma \iiint_V \frac{3(y-y')^2 - (r-r')^2}{|r-r'|^5} \rho(\mathbf{r}') dv, \quad (22)$$

$$g_{zz}(\mathbf{r}) = \gamma \iiint_V \frac{3(z-z')^2 - (r-r')^2}{|r-r'|^5} \rho(\mathbf{r}') dv, \quad (23)$$

$$g_{xy}(\mathbf{r}) = \gamma \iiint_V \frac{3(x-x')(y-y')}{|r-r'|^5} \rho(\mathbf{r}') dv, \quad (24)$$

$$g_{xz}(\mathbf{r}) = \gamma \iiint_V \frac{3(x-x')(z-z')}{|r-r'|^5} \rho(\mathbf{r}') dv, \quad (25)$$

$$g_{yz}(\mathbf{r}) = \gamma \iiint_V \frac{3(y-y')(z-z')}{|r-r'|^5} \rho(\mathbf{r}') dv, \quad (26)$$

Se puede denotar el tensor gravitacional de la siguiente manera:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{bmatrix} \quad (27)$$

El tensor gradiente es simétrico y la suma de la traza es igual a cero, satisfaciendo la ecuación de Laplace, por lo que se puede obtener las siguientes relaciones:

$$g_{xy} = g_{yx} \quad , \quad g_{yz} = g_{zy} \quad , \quad g_{xz} = g_{zx} \quad (28)$$

$$g_{xx} + g_{yy} + g_{zz} = 0 \quad (29)$$

$$g_{xx} + g_{yy} = -g_{zz} \quad (30)$$

También se puede utilizar combinación de componentes (Zhdanov et al. 2004), (Saad et al. 2006):

$$g_{uv} = \frac{g_{xx} - g_{yy}}{2} \quad (31)$$

Magnitud del gradiente horizontal de g_z (HG)

$$HG = \left((g_{zx})^2 + (g_{zy})^2 \right)^{1/2} \quad (32)$$

Magnitud del gradiente total de g_z (Amplitud de la señal analítica) (TG)

$$TG = \left((g_{zx})^2 + (g_{zy})^2 + (g_{zz})^2 \right)^{1/2} \quad (33)$$

Tendencia directiva horizontal o curvatura diferencial (HDT)

$$\text{HDT} = \left((g_{yy} - g_{xx})^2 + (2g_{xy})^2 \right)^{1/2} \quad (34)$$

Por otro lado, los invariantes escalares del tensor Γ se obtienen mediante la siguiente descomposición:

$$\mathbf{V}^T \Gamma \mathbf{V} = \Lambda \quad (35)$$

Donde $\mathbf{V} = [v_1, v_2, v_3]$ y $\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$, son los eigenvectores y eigenvalores, respectivamente. El superíndice T denota transposición. La ecuación (35) denota que en cualquier punto de observación, se puede encontrar un nuevo sistema de coordenadas con ejes a lo largo de los vectores propios en el que para el tensor gradiente es la forma diagonal. De esta manera, hay tres rotaciones posibles (Pedersen y Rasmussen 1990):

$$I_0 = \text{Trace}(\Gamma) = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0, \quad (36)$$

$$I_1 = \Gamma_{11}\Gamma_{22} + \Gamma_{22}\Gamma_{33} + \Gamma_{11}\Gamma_{33} - \Gamma_{12}^2 - \Gamma_{23}^2 - \Gamma_{13}^2 = \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_3, \quad (37)$$

$$I_2 = \det(\Gamma) = \lambda_1\lambda_2\lambda_3 \quad (38)$$

La ecuación característica para determinar los eigenvalores λ_1 , λ_2 y λ_3 es:

$$\lambda^3 - I_0\lambda^2 + I_1\lambda - I_2 = \lambda^3 + I_1\lambda - I_2 = 0 \quad (39)$$

La ecuación (39) tiene raíces de la forma:

$$\begin{aligned} C &= \left\{ I_2/2 + \left[(I_2/2)^2 + (I_1/3)^3 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}, \\ D &= \left\{ I_2/2 - \left[(I_2/2)^2 + (I_1/3)^3 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \end{aligned} \quad (40)$$

La condición de que todos los λ son reales lleva a la siguiente restricción:

$$(I_2/2)^2 + (I_1/3)^3 \leq 0 \tag{41}$$

De esta manera, si $I_1 \leq 0$, la ecuación (41) puede ser expresada en términos de la cantidad adimensional I:

$$0 \leq I \equiv -\frac{(I_2/2)^2}{(I_1/3)^3} \leq 1 \tag{42}$$

Así "I" será igual a cero si el campo es invariante a lo largo de una dirección particular, es decir, fuente 2-D e igual a 1 para una fuente puntual.

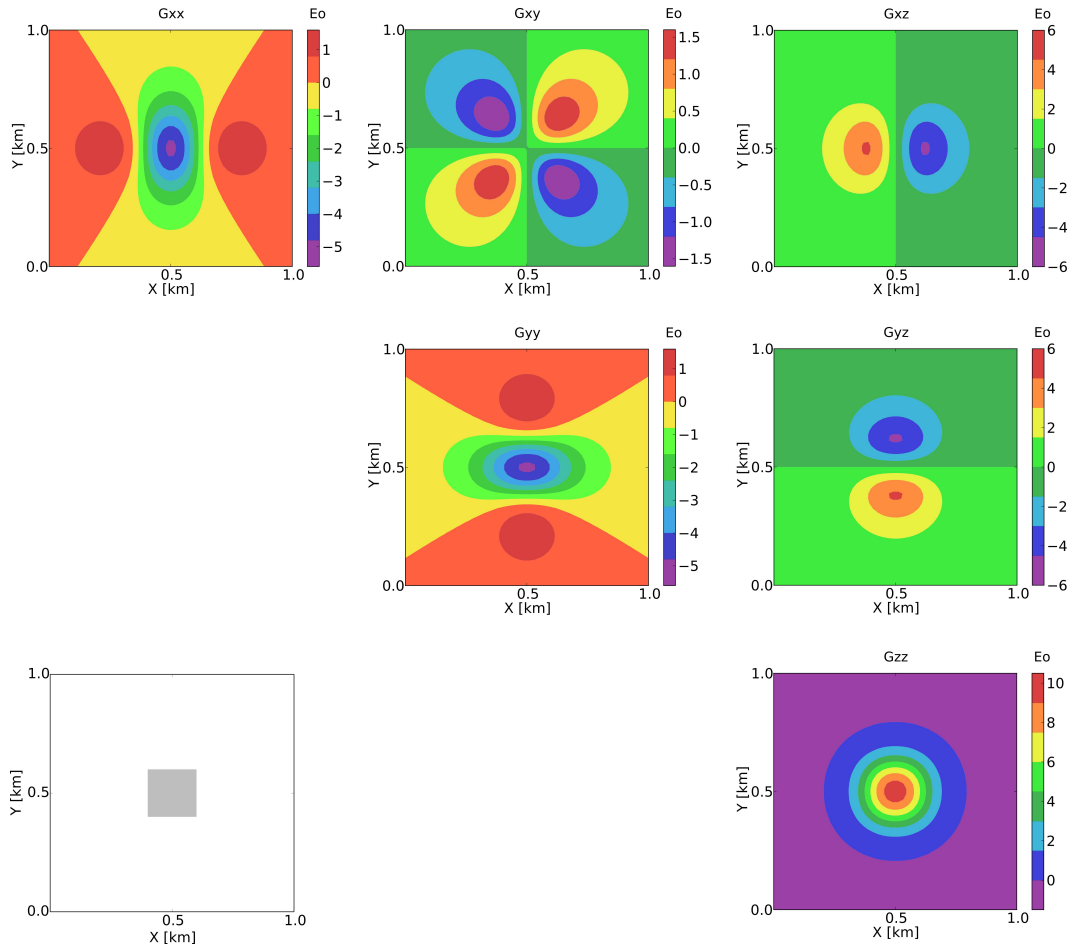


Figura 3.6: Componentes tensoriales $\Gamma_{i,j}$ calculadas de un prisma rectangular.

De modo similar que en gravimetría, la respuesta de la componente g_{zz} debido a un prisma rectangular con densidad ρ constante es (X. Li y M. Chouteau (1998)):

$$g_{zz} = \gamma\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \arctan \frac{x_i y_i}{z_k r_{ijk}} \quad (43)$$

donde:

$$\begin{aligned} x_i &= x_0 - \xi_i, y_i = y_0 - \eta_i, z_i = z_0 - \zeta_i, \\ r_{ijk} &= \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}, \\ \mu_{ijk} &= (-1)^i (-1)^j (-1)^k \end{aligned} \quad (44)$$

Se tiene para las demás componentes que:

$$\begin{aligned} g_{xx} &= \gamma\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \arctan \frac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}}, \\ g_{yy} &= \gamma\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \arctan \frac{x_i z_k}{y_j r_{ijk}}, \\ g_{xy} &= \gamma\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \ln (z_k + r_{ijk}), \\ g_{xz} &= \gamma\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \ln (y_j + r_{ijk}), \\ g_{yz} &= \gamma\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \ln (x_i + r_{ijk}) \end{aligned} \quad (45)$$

En ejemplo de la Figura 3.6, se consideró un prisma de las mismas proporciones y parámetros del ejemplo gravimétrico, de tal manera que se puede considerar las siguientes interpretaciones:

- Tzz: localiza el objetivo.
- Txx y Tyy: identifican bordes en las direcciones N-S y E-W.
- Txz y Tyz: identifican ejes de centro de masa, altos y bajos que definen las tendencias de falla.
- Txy: muestra anomalías asociadas con las "esquinas" del objetivo.

Para el caso de combinación de componentes, las interpretaciones son:

- g_{uv} : determina los límites del objetivo en ambas direcciones N-S y E-W.
- HG: detecta bordes o contornos del cuerpo a mapear.
- TG: se puede usar para interpretar profundidad de cuerpos.
- HDT: resalta notablemente los efectos de fuentes poco profundas.

3.3 CAMPO MAGNÉTICO

La tierra puede generalizarse en tres partes; núcleo, manto y corteza. Los procesos de convección en la parte líquida da lugar al campo geomagnético dipolar que se asemeja a una gran barra magnética alineada aproximadamente a lo largo del eje de rotación de la tierra. La interacción del campo con las rocas de la corteza terrestre produce las anomalías magnéticas obtenidas en las exploraciones magnéticas llevadas a cabo en la superficie terrestre.

Las unidades del campo en el SI se define en términos del flujo de corriente eléctrica necesitada en una bobina para poder generar un campo. Como consecuencia, las unidades de medida son **Weber/m²** o **Teslas (T)**. La magnitud para mediciones en geofísica en unidades SI es el **nanoTesla** (nT = 10⁻⁹ T). El campo magnético terrestre oscila entre valores de aproximadamente 50,000 nT. Las anomalías magnéticas son mas pequeñas en magnitud y pueden ser medidas en exploraciones geofísicas para objetivos de importancia geológica. Las unidades nT tienen una equivalencia numérica con las antiguas unidades del cgs, en gamma (γ) (1 gamma = 4 π nT).

Usualmente en los métodos magnéticos aplicados en geofísica, representamos al campo magnético inducido como la suma de

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_a \quad (46)$$

donde \mathbf{B}_0 y \mathbf{B}_a es el campo normal y campo anómalo respectivamente. Podemos asumir a \mathbf{B}_0 como el campo magnético terrestre, y el campo anómalo como un cambio relativo en las componentes del campo con respecto a la del campo normal. Así, las anomalías magnéticas son causadas por la magnetización de rocas y su intensidad así como la forma dependen de la geología. El campo anómalo es causado por la magnetización \mathbf{M} , que es dependiente de la susceptibilidad.

En la presencia de un campo magnético inducido \mathbf{H} , la magnetización \mathbf{M} adquirido en un volumen de material magnético es:

$$\mathbf{M} = \chi\mathbf{H} = \chi(\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_s) \quad (47)$$

donde χ es la susceptibilidad magnética, \mathbf{H}_0 es la intensidad el campo magnético terrestre o campo geomagnético y \mathbf{H}_s es un campo secundario inducido asociado con el material magnético. En las interpretaciones de datos magnéticos en exploraciones geofísicas a menudo se asume el campo anómalo inducido es insignificante y la magnetización inducida es:

$$\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}_0 \quad (48)$$

donde $\mathbf{H}_0 = \mathbf{B}_0/\mu_0$ y μ_0 es la permeabilidad magnética en el vacío ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m). La Eq. (48) desprecia la magnetización remanente y el efecto de auto-desmagnetización, siendo que este campo secundario reduce el campo inductor en regiones susceptibles y como resultado una magnetización más débil.

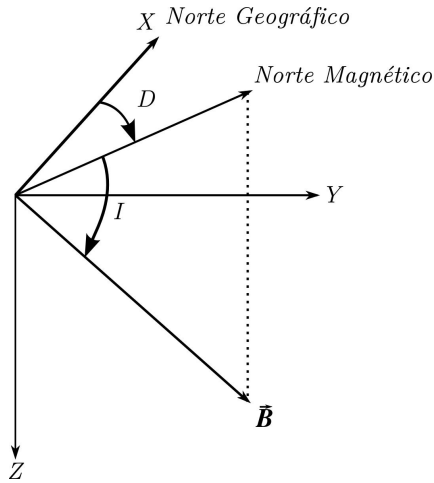


Figura 3.7: Inclinación (I) y declinación (D) del campo ambiental \mathbf{B} .

Para cualquier estudio magnético, la inclinación (I) y declinación (D) del campo magnético inductor (o campo ambiental), puede ser obtenido del Campo Geomagnético Internacional de Referencia (IGRF), con valores dados en grados. La inclinación es positiva por debajo de la horizontal (Figura 3.7) y la declinación es positiva hacia el Este partiendo del Norte, así los cosenos directores quedan de la siguiente manera:

$$\mathbf{B} = B_x + B_y + B_z \quad (49)$$

Donde:

$$\begin{aligned} B_x &= B \cos(I) \cos(D) \hat{i}, \\ B_y &= B \cos(I) \sin(D) \hat{j}, \\ B_z &= B \sin(I) \hat{k}. \end{aligned}$$

Referenciando a la magnetización de manera similar al campo inductor:

$$\mathbf{M} = M_x + M_y + M_z \quad (50)$$

Donde:

$$\begin{aligned} M_x &= M \cos(I_m) \cos(D_m) \hat{i}, \\ M_y &= M \cos(I_m) \sin(D_m) \hat{j}, \\ M_z &= M \sin(I_m) \hat{k}. \end{aligned}$$

La inducción magnética \mathbf{B} observado en un punto P_0 del espacio, debido a una masa volumétrica con magnetización \mathbf{M} se expresa como:

$$\mathbf{B}(P_0) = -C_m \nabla_0 \int_V \mathbf{M} \cdot \nabla \frac{1}{r} dv \quad (51)$$

donde C_m es un factor de escala ($C_m = 1$ en el sistema emu; $C_m = 10^{-7}$ en el S.I.), ∇_0 y ∇ es el operador gradiente para coordenadas de campo y cuerpo respectivamente, r es la distancia del elemento de volumen dv al punto de observación P_0 .

Usualmente, en las exploraciones se mide la magnitud del campo o intensidad magnética total (TMI por sus siglas en inglés) y no su dirección y sentido, de esta forma se tiene que:

$$B_{\text{TMI}} = |\mathbf{B}| = \sqrt{(B_x)^2 + (B_y)^2 + (B_z)^2} \quad (52)$$

En la intensidad magnética observada se debe realizar correcciones para estar libre de influencias de campos temporales. A este valor se resta el campo regional F para obtener la **anomalía de campo total** (ΔT).

Considerando la integral (51) y un campo anómalo causado por un cuerpo magnetizado, la respuesta magnética se puede obtener mediante:

$$\Delta T(x_0, y_0, z_0) = -C_m k \nabla_0 \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \mathbf{M} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) dx dy dz \quad (53)$$

donde (x_0, y_0, z_0) representa el punto de observación, \mathbf{M} es la magnetización, k es el vector unitario que involucra los cosenos directores del campo geomagnético y r es la distancia entre un punto de observación $P(x_0, y_0, z_0)$ y el elemento volumétrico localizado en (x', y', z') .

Un algoritmo propuesto por [Bhattacharyya \(1964\)](#) para calcular la anomalía magnética de campo total de un prisma con magnetización arbitraria, consiste en calcular la anomalía magnética causada por un prisma extendido infinitamente en profundidad y observado en el punto $P(x, y, 0)$ (Figura 3.8):

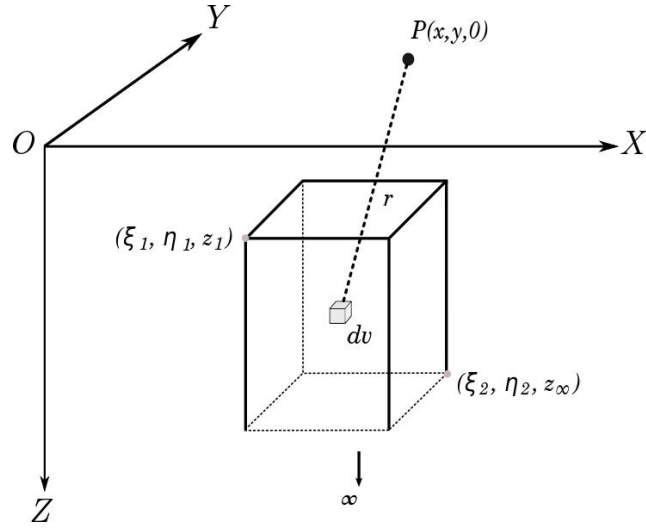


Figura 3.8: Variables involucradas en el algoritmo propuesto por Bhattacharyya para el cálculo de anomalía magnética.

$$\Delta T(x, y, 0) = C_m M_p \left[\frac{\alpha_{23}}{2} \log \left(\frac{r_0 - x'}{r_0 + x'} \right) + \frac{\alpha_{13}}{2} \log \left(\frac{r_0 - y'}{r_0 + y'} \right) - \alpha_{12} \log(r_0 + z_1) - \hat{F}_x \hat{M}_x \tan^{-1} \left(\frac{x' y'}{x'^2 + r_0 z_1 + z_1^2} \right) - \hat{F}_y \hat{M}_y \tan^{-1} \left(\frac{x' y'}{r_0 z_1 + x'^2} \right) + \hat{F}_z \hat{M}_z \tan^{-1} \left(\frac{x' y'}{r_0 z_1} \right) \right] \Bigg|_{x'=\xi_1}^{x'=\xi_2} \Bigg|_{y'=\eta_1}^{y'=\eta_2} \quad (54)$$

Donde:

$M_p = M(\hat{M}_x \hat{i} + \hat{M}_y \hat{j} + \hat{M}_z \hat{k})$: Vector magnetización del prisma

$\hat{F} = (\hat{F}_x \hat{i} + \hat{F}_y \hat{j} + \hat{F}_z \hat{k})$: Vector unitario en dirección del campo ambiental

$r_0 = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + z_1^2}$: Distancia del punto de observación al elemento volumétrico del prisma dv

$\alpha_{12} = \hat{M}_x \hat{F}_y + \hat{M}_y \hat{F}_x$, $\alpha_{13} = \hat{M}_x \hat{F}_z + \hat{M}_z \hat{F}_x$, $\alpha_{23} = \hat{M}_y \hat{F}_z + \hat{M}_z \hat{F}_y$

Asumiendo un vector de magnetización homogéneo, [Blakely \(1996\)](#) propone un algoritmo de cálculo para la respuesta magnética de un prisma tridimensional extendido infinitamente en profundidad (mbox):

$$\Delta T_i = f(x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, x_2, y_2, z_1, m, m_i, m_d, k_i, k_d) \quad (55)$$

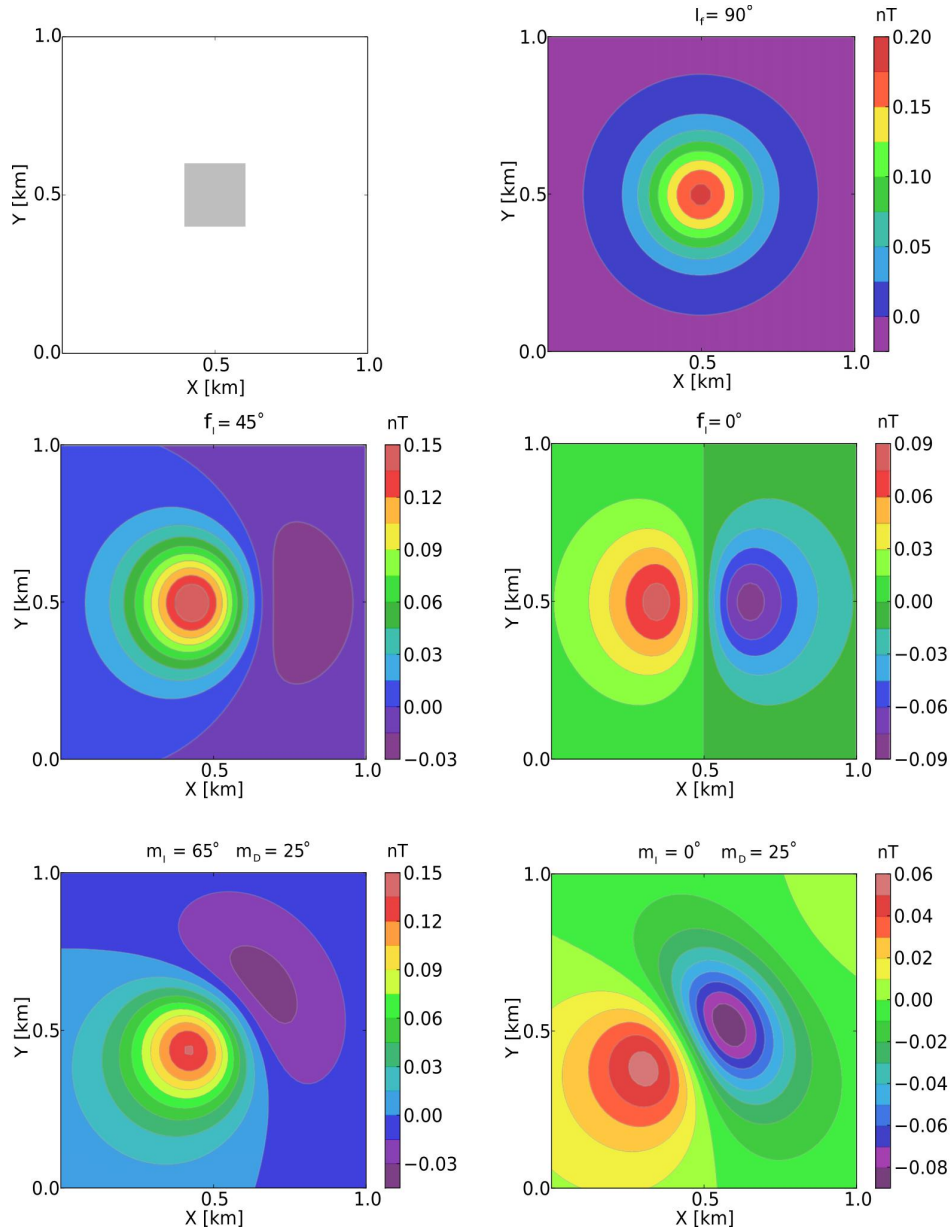


Figura 3.9: Anomalia magnética para un prisma de $\Delta m = 0,005 \left[\frac{A}{m} \right]$ y varios valores de inclinación y declinación de campo y magnetización.

donde m es la magnitud de la magnetización en $\left[\frac{A}{m} \right]$, m_i y m_d es la inclinación y declinación de la magnetización en [grados]; k_i y k_d la inclinación y declinación del campo ambiental en [grados], (x_0, y_0, z_0) punto de observación en [km] y $(x_1, y_1, x_2, y_2, z_1)$ las dimensiones del prisma en [km].

El cálculo se obtiene mediante la aplicación de la función anterior para un prisma sepultado a una profundidad $\Delta T_1 = f(z_1)$ y el mismo prisma sepultado a una profundidad mayor $\Delta T_2 = f(z_2)$. Se realiza entonces la sustracción para obtener la anomalía magnética en [nT]:

$$\Delta T = T_1 - T_2. \quad (56)$$

dependiendo de las dimensiones o resolución del objetivo, los prismas pueden calcularse de cualquier tamaño, cumpliendo con la condición de que no se traslapen, así la respuesta total se logra con las sumas individuales de cada prisma sobre diferentes puntos de observación.

Como ejemplo se calculó la anomalía de las mismas dimensiones y parámetros de observación que el ejemplo gravimétrico, obteniéndose para diferentes inclinaciones y declinaciones de campo ambiental y magnetización (Figura 3.9).

Imagen	$\Delta m = \left(\frac{\text{A}}{\text{m}}\right)$	F_I, F_D	M_I, M_D
a)	0.005	90°, 0°	90°, 0°
b)	0.005	45°, 0°	90°, 0°
c)	0.005	0°, 0°	90°, 0°
d)	0.005	45°, 0°	65°, 25°
e)	0.005	0°, 0°	0°, 25°

Tabla 1: Variables utilizadas en el cálculo de anomalías magnéticas, Δm : contraste de magnetización, I, D : Inclinación y declinación, F : Campo ambiental y M : Magnetización.

MODELADO TRIDIMENSIONAL

4.1 DESCRIPCIÓN DE MÉTODOS

Una vez que se han completado los estudios de exploración gravimétrica o magnética, además de aplicarse los procesos necesarios para remover los campos regionales de manera apropiada, se comienza la etapa de interpretación; en el problema se trata de estimar los parámetros de las fuentes que corresponden a las observaciones de campo potencial, incorporando la información geológica - geofísica disponible, entre algún otro tipo de información.

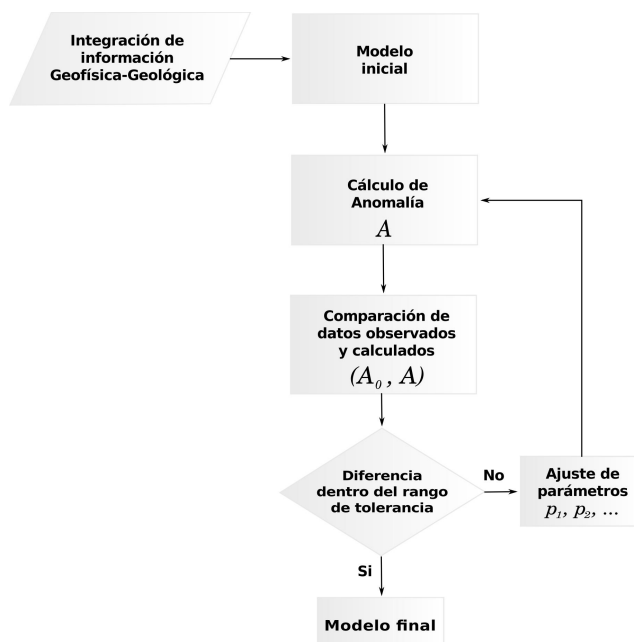


Figura 4.10: Flujo de trabajo en el proceso de modelado tridimensional (Blakely 1996).

Así la interpretación obedece a una serie de pasos en el que se determina la distribución espacial de las fuentes. Para este propósito se debe contar con algoritmos que puedan aproximar datos conforme a la realidad y que muy a menudo en los modelos tridimensionales, suelen ser cálculos de alto costo computacional y memoria debido a la resolución de la información.

Dentro de esta aplicación se encuentran:

- Modelado directo
- Modelado inverso
- Filtrado o procesamiento de mejora de anomalías

El *modelado directo* se basa de la información inicial obtenido de un modelo construido comúnmente de interpretaciones geológicas. A este modelo se *calcula su anomalía* y se compara con la anomalía observada. De esta forma se puede observar las diferencias y ajustar los parámetros (cuerpos con densidades o susceptibilidad magnética) de manera repetida hasta que los datos observados y calculados se consideren lo suficientemente parecidos (Figura 4.10).

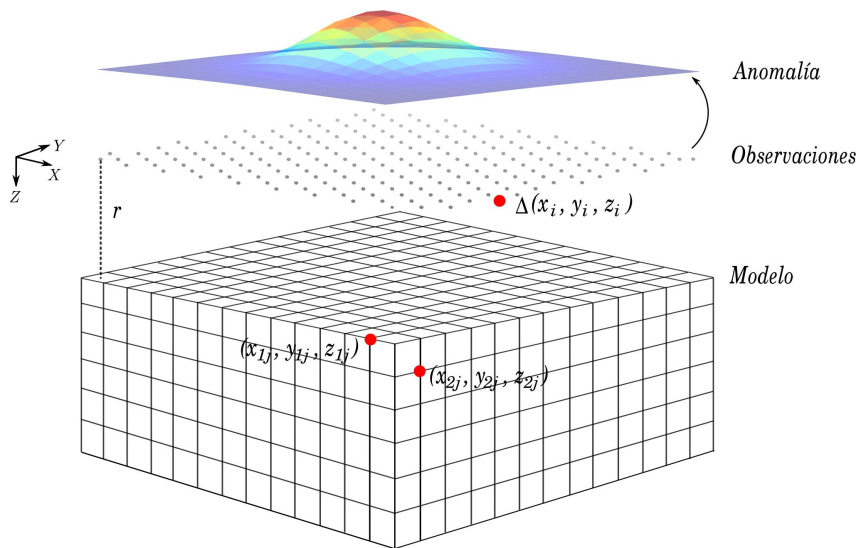


Figura 4.11: Parametrización del modelo. Cada bloque o prisma representa un valor constante de densidad o magnetización .

Para calcular la anomalía en un medio estructural con densidad o magnetización como propiedad física, se discretiza el medio en N prismas elementales y como el campo gravitacional o magnético cumple la ley de superposición, entonces el valor observado en un punto o en una malla de observación será la suma de las respuestas de cada uno de los prismas individuales (Figura 4.11).

$$F_i = \sum_{j=1}^N f_p (r_i, x_{1j}, x_{2j}, y_{1j}, y_{2j}, z_{1j}, z_{2j}) \quad (57)$$

Donde:

F_i : Respuesta gravimétrica o magnética observada en el punto i

f_p : Respuesta gravimétrica o magnética debido al j th prisma

r_i : Distancia del punto de observación al prisma

$x1, x2, y1, y2, z1, z2$: Límites correspondientes al j th prisma

Considerando que el efecto de los cuerpos en las anomalías se debe a variaciones de densidad o susceptibilidad magnética, en la interpretación de fuentes se trabaja con *contrastes de densidad o susceptibilidad*, en vez de valores absolutos. Por lo que:

$\Delta\rho = \rho_{\text{cuerpo}} - \rho_{\text{exterior}}$: densidad del cuerpo menos la densidad del material que lo rodea.

$\Delta M = M_{\text{cuerpo}} - M_{\text{exterior}}$: Magnetización del cuerpo menos la magnetización del material que lo rodea.

El *Modelado inverso* tiene como objetivo inferir los parámetros directamente de los datos observados, es decir, de las anomalías gravimétricas o magnéticas medidas en campo. Sin embargo, la caracterización de los parámetros es un proceso con mayor demanda computacional en comparación con el *modelado directo*. Los detalles del procedimiento se abordarán más adelante en el capítulo 5.

En el *filtrado o procesamiento de mejora de anomalías* se asume que las anomalías son producidas por contrastes de propiedades de las rocas del subsuelo. Estos contrastes se deben a varias formas y estructuras geológicas y ya que las anomalías resultan de la superposición de campos generados de múltiples fuentes, la ubicación de fuentes aisladas se dificulta si no se aplica a las anomalías algún tipo de tratamiento que pueda destacar tales fuentes.

Dentro de los principales tratamientos para anomalías gravimétricas y magnéticas se encuentran: Continuación ascendente y descendente, filtros de paso alto, bajo y banda, aproximación de bordes, derivadas direccionales, reducción al polo (datos magnéticos), señal analítica y deconvolución de Euler.

4.2 MODELADO DE CUERPOS SINTÉTICOS

Conforme a la interpretación de datos, se propone modelos sintéticos generados a partir de figuras regulares. Se obtiene su respuesta gravimétrica, magnética y tensor gravimétrico aplicando la teoría del capítulo 3 y el esquema de modelado directo descrito al inicio del capítulo 4.

La finalidad de trabajar con pequeños modelos es realizar pruebas en la implementación y eficiencia de los algoritmos, el reconocimiento de los aspectos relacionados con el tensor gradiométrico en comparación con la componente vertical de gravedad y la magnitud del campo total en el caso magnético, así como base en las pruebas de los algoritmos de inversión.

Se diseñaron dos modelos sintéticos: T y S; cada uno formado por un ensamble de prismas de idénticas dimensiones Figura 4.12 y Figura 4.16.

Los parámetros utilizados para el cálculo se muestran en las siguientes tablas:

Modelo	$\Delta\rho = \left[\frac{\text{A}}{\text{m}}\right]$	Profundidad [km]
T	300	1
S	300	1

Tabla 2: Parámetros considerados para el cálculo de anomalías gravimétricas en modelos T y S.

Modelo	$\Delta m = \left[\frac{\text{A}}{\text{m}}\right]$	F_I, F_D	M_I, M_D	Profundidad [km]
T	0.01	$90^\circ, 0^\circ$	$90^\circ, 0^\circ$	1
S	0.01	$90^\circ, 0^\circ$	$90^\circ, 0^\circ$	1

Tabla 3: Parámetros considerados para el cálculo de anomalías magnéticas en modelos T y S.

La malla de observaciones para cada modelo consiste en un grid de puntos equiespaciado en 180 [m] para ambas direcciones X y Y, con un total de 2,601 puntos (51 puntos en dirección X y 51 puntos en dirección Y).

El sistema de referencia es un sistema cartesiano 3D con el eje X dirigido hacia el este, el eje Y hacia el norte y el eje Z dirigido hacia abajo.

Para los dos casos, la malla de observación se ubicó en el plano $Z = 0$ y las anomalías magnéticas fueron calculadas en el polo ($I = 90$).

Se muestra el ensamble del modelo T visto en diferentes perspectivas.

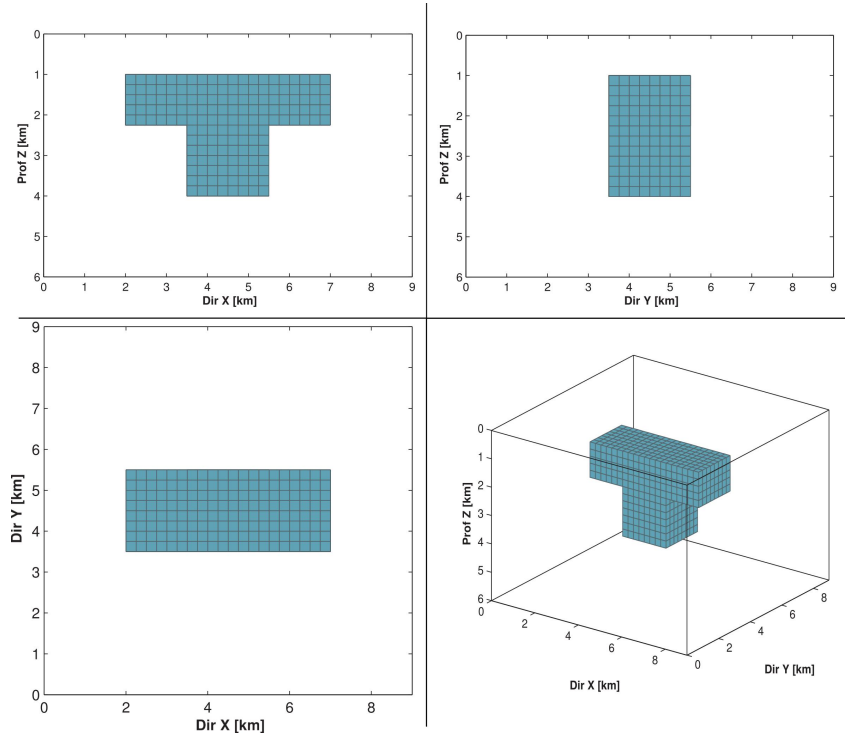


Figura 4.12: Modelo T utilizado para el cálculo de anomalías.

En las siguientes figuras se muestra el resultado del cálculo de anomalías y las combinaciones obtenidas para el caso del tensor gravimétrico.

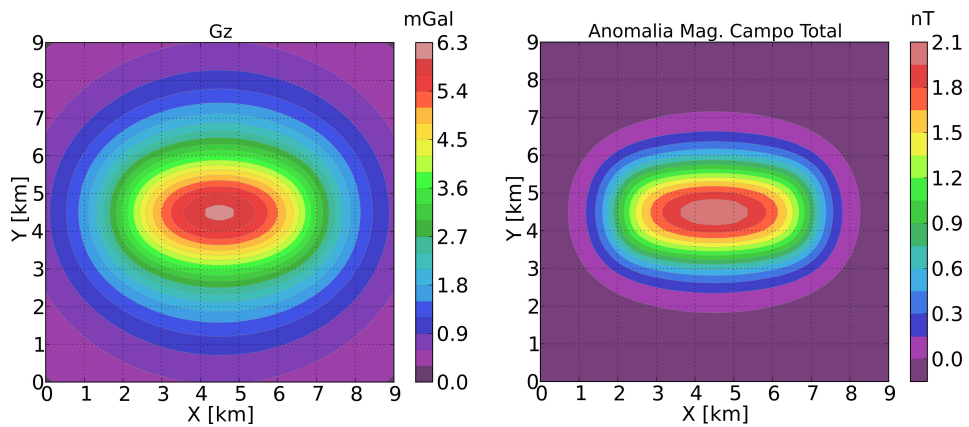


Figura 4.13: Respuesta gravimétrica y magnética del modelo T.

*

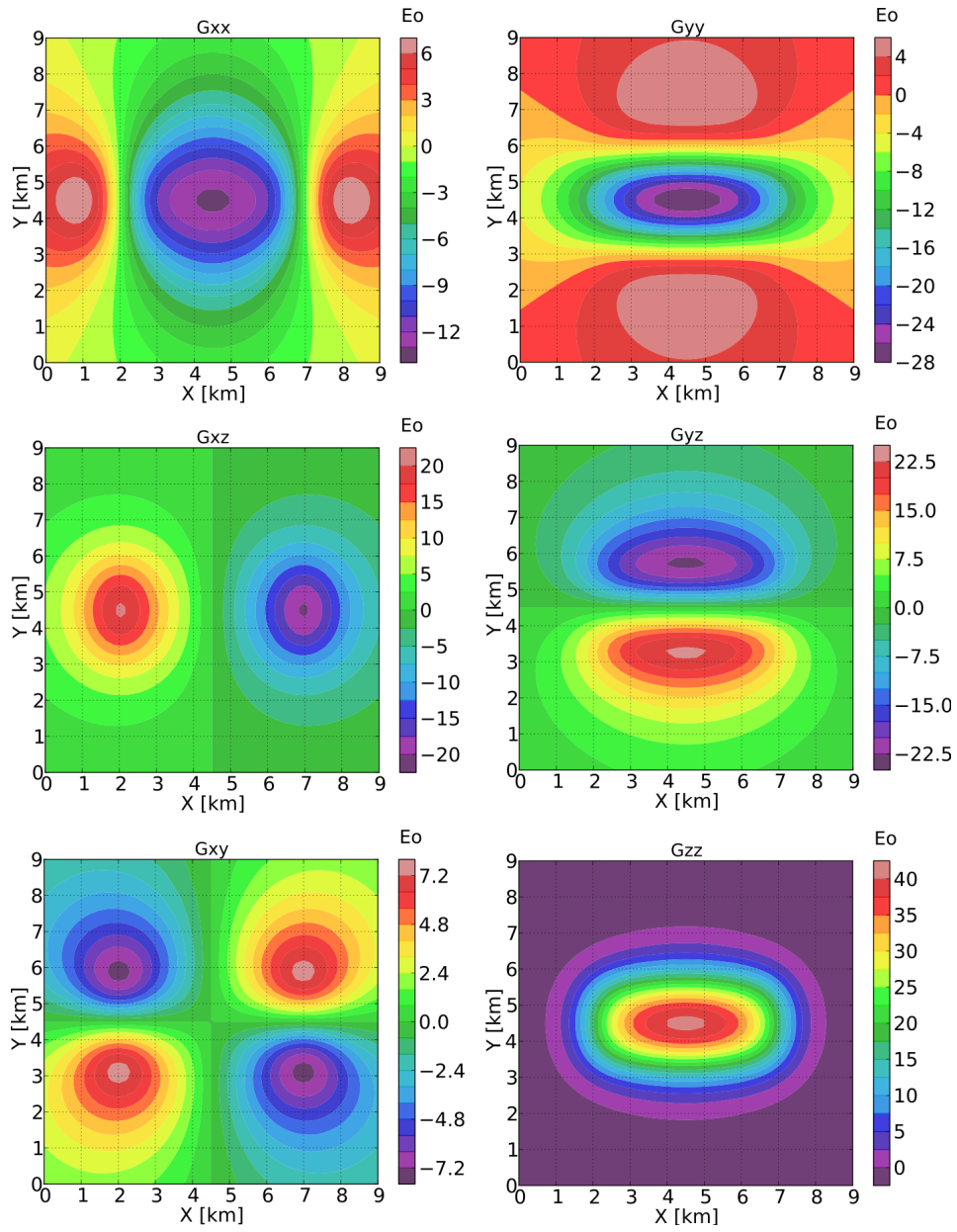


Figura 4.14: Anomalías correspondientes al tensor gravimétrico del modelo T.

*

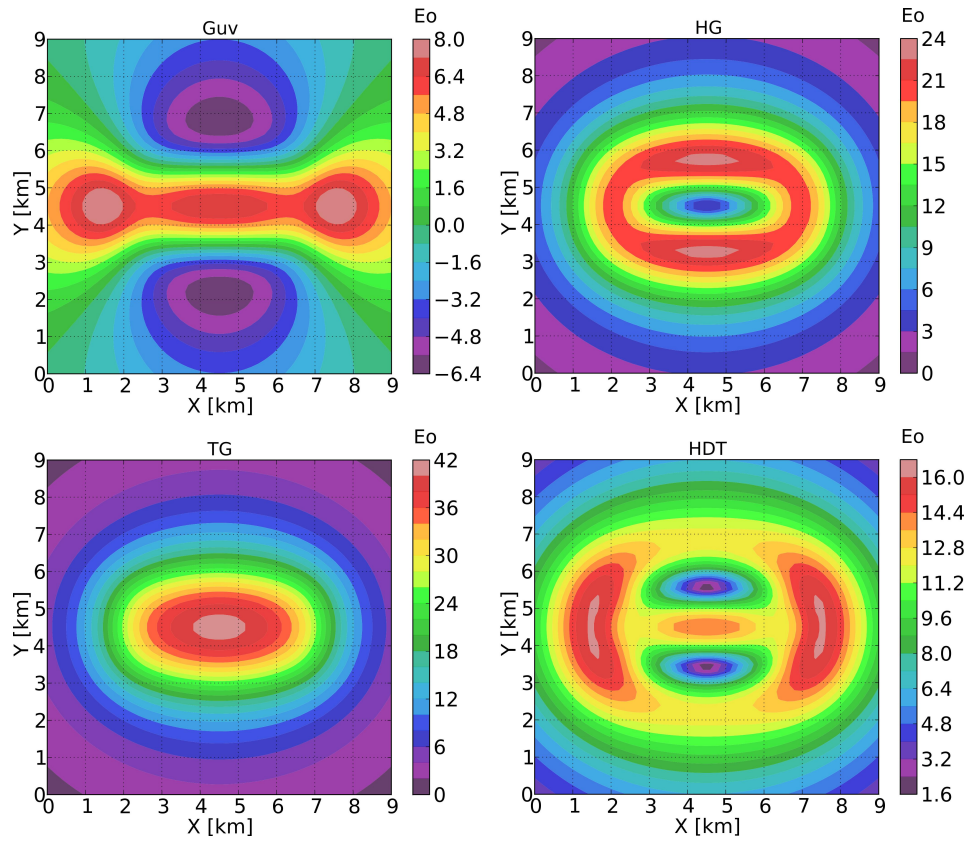


Figura 4.15: Anomalías correspondientes a combinaciones del tensor gravimétrico del modelo T.

Se muestra el ensamble del modelo S visto en diferentes perspectivas.

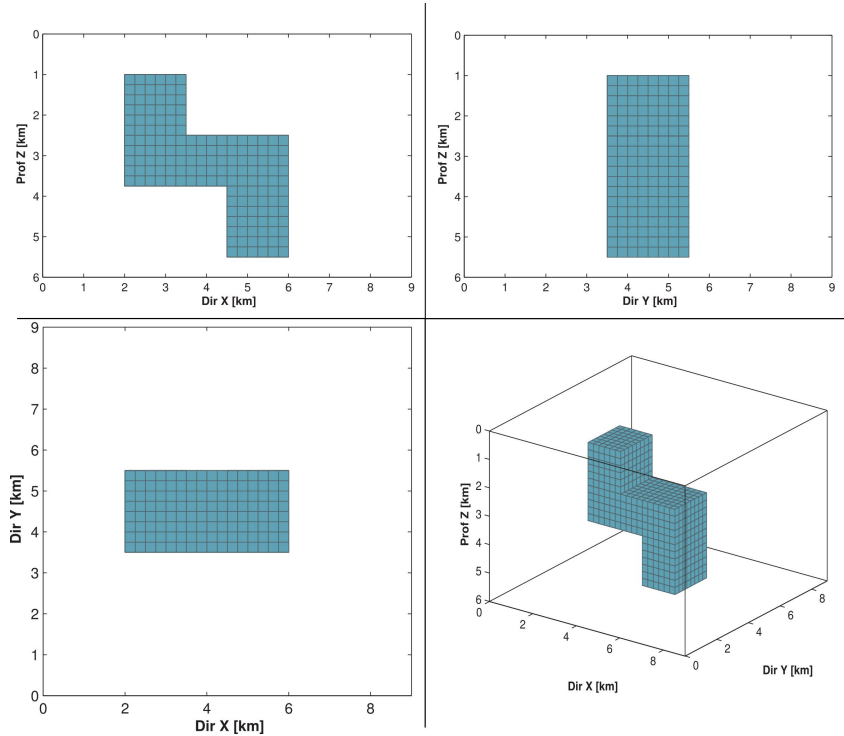


Figura 4.16: Modelo S utilizado para el cálculo de anomalías.

En las siguientes figuras se muestra el resultado del cálculo de anomalías y las combinaciones obtenidas para el caso del tensor gravimétrico.

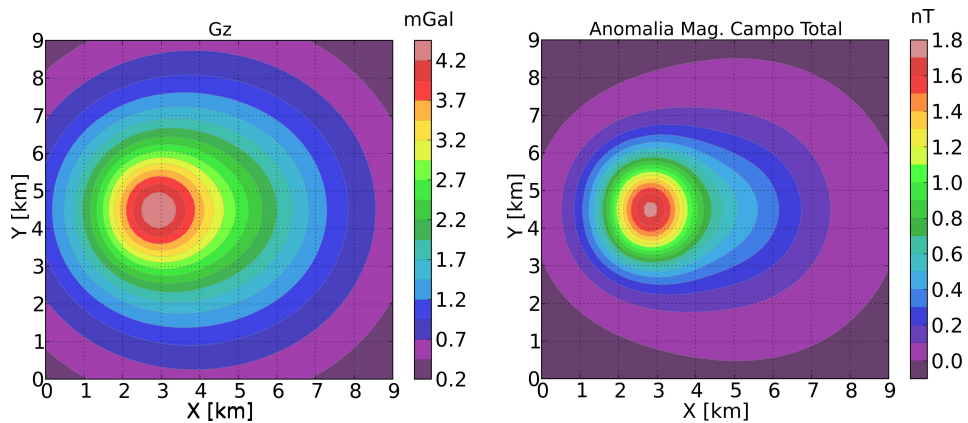


Figura 4.17: Respuesta gravimétrica y magnética del modelo S.

*

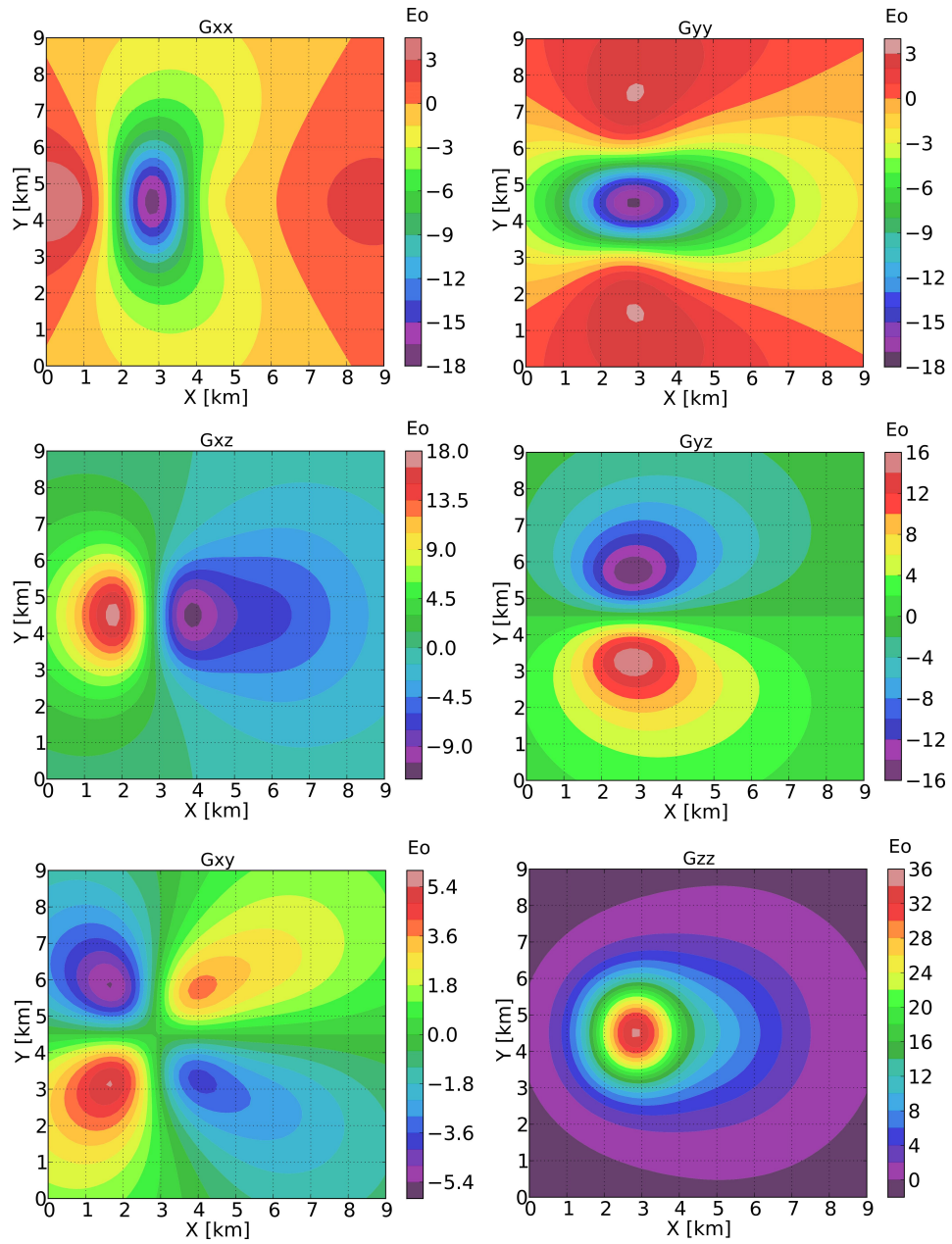


Figura 4.18: Anomalías correspondientes al tensor gravimétrico del modelo S.

*

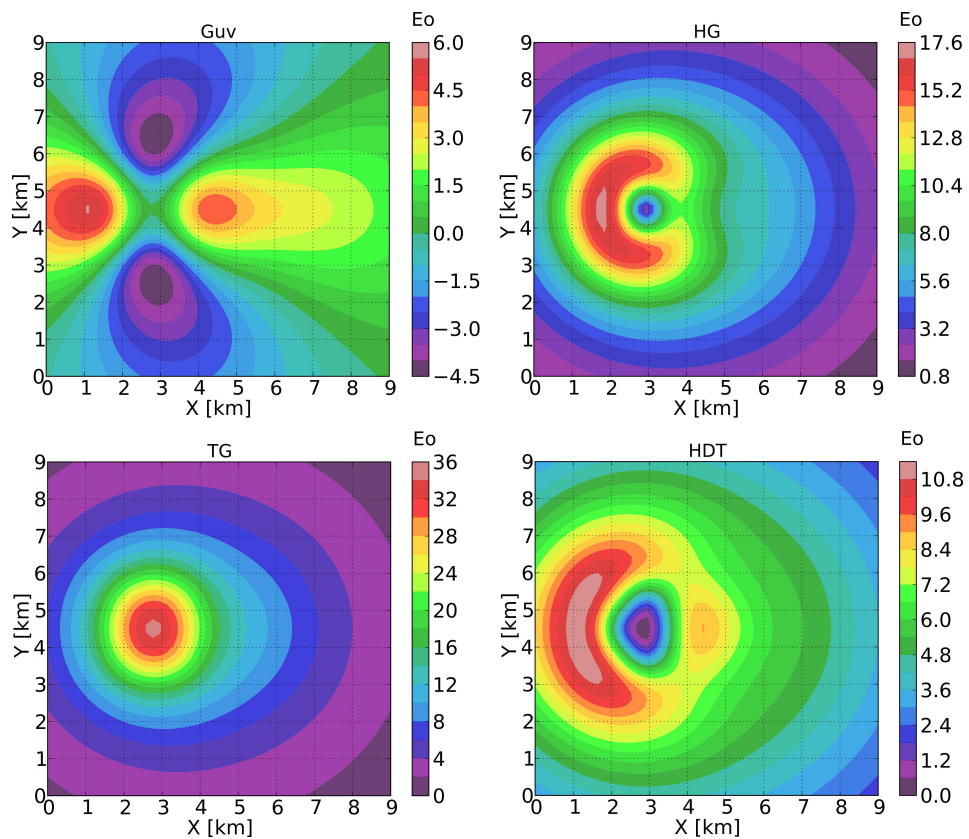


Figura 4.19: Anomalías correspondientes a combinaciones del tensor gravimétrico del modelo S.

4.3 MODELADO DE CUERPOS SALINOS

La aplicación del modelado directo en el cálculo de anomalías gravimétricas y magnéticas, así como las componentes tensoriales, se realizó sobre un modelo de densidades construido previamente basado en datos similares a una formación geológica real del Golfo de México.

Como parte del proceso inicial en el modelado tridimensional, el cálculo de los modelos realizados en este apartado se derivaron de diferentes horizontes geológicos en donde se incluye un cuerpo de sal con un espesor previamente determinado, conociendo así su cima y base. Los resultados obtenidos serán representativos para aplicar los algoritmos de inversión.

Los datos que se utilizaron para obtener los modelos base en el cálculo de anomalías son:

- ***Columna estratigráfica:*** Se dispone de la descripción de una columna estratigráfica en el que se consideran diferentes secuencias sedimentarias basadas en la naturaleza tectónica del Golfo de México y los valores de densidad promedio representativos de cada secuencia.
- ***Imágenes 2D de horizontes geológicos:*** Se cuenta con imágenes interpretadas de horizontes geológicos y que serán la base para delimitar tridimensionalmente el volumen de datos de densidad. La interpretación de horizontes se tiene hasta la identificación de cima de basamento. Los datos están referidos a un sistema de coordenadas con origen en la superficie del mar.
- ***Curva de compactación de sedimentos de Golfo de México:*** Curva formada a partir de datos de pozos del Golfo de México, en el que se muestra la variación de la densidad de la sal con los sedimentos que lo rodean en profundidad (Nagihara y Hall 2001).

4.3.1 Anomalía gravimétrica y tensorial.

La metodología que se siguió para construir el modelo de densidades con la información anteriormente descrita, se presenta en los siguientes pasos:

Determinación de las dimensiones del modelo: Para la caracterización del dominio se disponen de horizontes de interés tales como batimetría, cima y base aproximada de sal alóctona, horizontes identificados por debajo de la sal (interpretados a partir de zonas donde no existe cuerpos salinos) y basamento (Figura 4.20).

Al conjunto de datos XYZ que representan la cima de cada horizonte apliqué un algoritmo de interpolación para construir mallas equiespaciadas compensando datos ausentes. Se aseguró que el conjunto de mallas obtenidas fueran coherentes con las cimas identificadas y que no estuvieran manipuladas en forma. También se evita el traslape de puntos, siguiendo la secuencia litológica mostrada en la columna estratigráfica. De esta forma, los diferentes horizontes incluyendo la distribución de cuerpos salinos, determinarán los límites precisos de densidad en cada volumen.

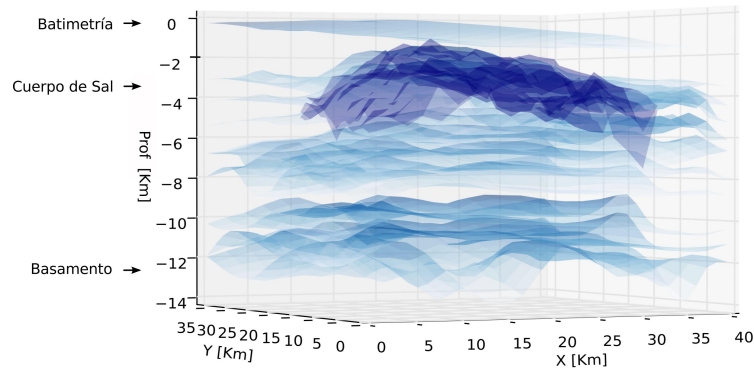


Figura 4.20: Horizontes interpolados a partir de secciones sísmicas previamente interpretadas.

El cálculo de anomalías utilizando los algoritmos de modelado anteriormente descritos generan efectos de borde, por lo tanto, se añadió al área en cuestión 5 [km] en cada extremo. El tamaño del dominio tiene longitudes de 40,5 x 36,5 x 14,1 [km] en las direcciones este-oeste, norte-sur y profundidad respectivamente.

Asignación de volumen de densidad: Como las cimas de los diferentes horizontes sísmicos son mallas de coordenadas XYZ equiespaciadas, el dominio se encuentra dividido de forma regular y los puntos generados a partir de estas mallas interpoladas son útiles para construir volúmenes de cubos de densidad constante. La asignación de los valores de densidad entre los límites de cada ho-

rizonte (límites en profundidad) dependerá de la resolución del prisma en esa localización.

El modelo de densidades puede realizarse con mayor detalle si se incorpora densidades aparentes calculadas a partir del intervalo de velocidades (cubo de velocidades), la transformación de velocidades a densidades puede ser derivado de la ecuación de Gardner (Gardner et. al. 1974).

En este caso, la densidad asignada en cada cubo fue incorporada a partir de la información estratigráfica correspondiente en cada secuencia y de la curva de variación de densidad para sedimentos.

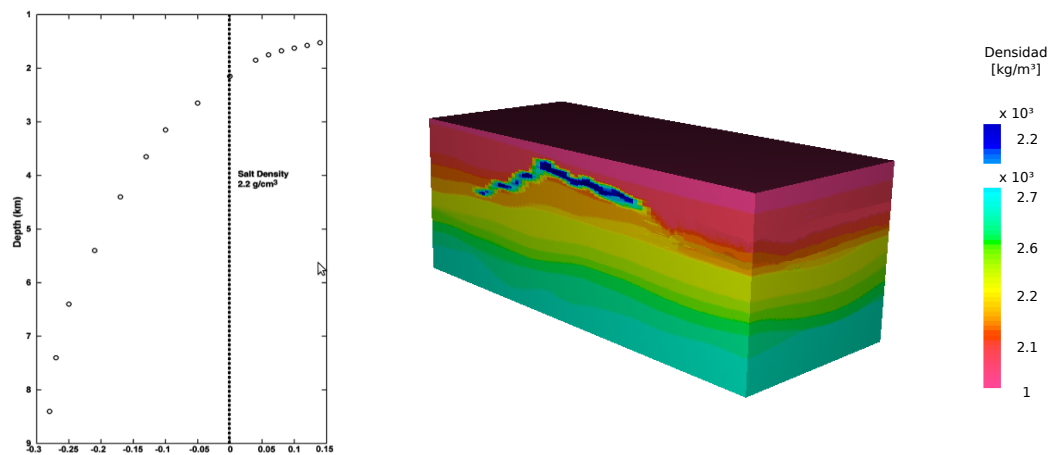


Figura 4.21: Curva de compactación relativo a sedimentos del Golfo de México (Nagihara y Hall 2001) y porción del volumen de densidades correspondiente a zona con emplazamiento de cuerpos salinos.

La geometría del modelo para los cálculos de anomalías gravimétricas y tensor gravimétrico consta de un ensamble con prismas de dimensión constante de 500 [m] en dirección X, 500 [m] en dirección Y y 50 [m] en dirección Z, lo que nos da un número total de $81 \times 73 \times 282 = 1,667,466$ prismas.

Calculo de anomalías: Con el modelo geológico propuesto se calculó la anomalía gravimétrica aire-libre y anomalía del tensor gravimétrico aire-libre para una malla de observación de 35 puntos en dirección X y 31 puntos en dirección Y (1,085 puntos en total), ubicada a 100 [m] sobre el nivel del mar.

El rango de densidades utilizado varía entre $1,300 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ y $2,700 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ desde el tirante de agua hasta el basamento (Figura 4.21).

*

En las siguientes figuras se muestra el resultado de las anomalías gravimétricas y tensor gravimétrico obtenido para el volumen de densidades descrito anteriormente.

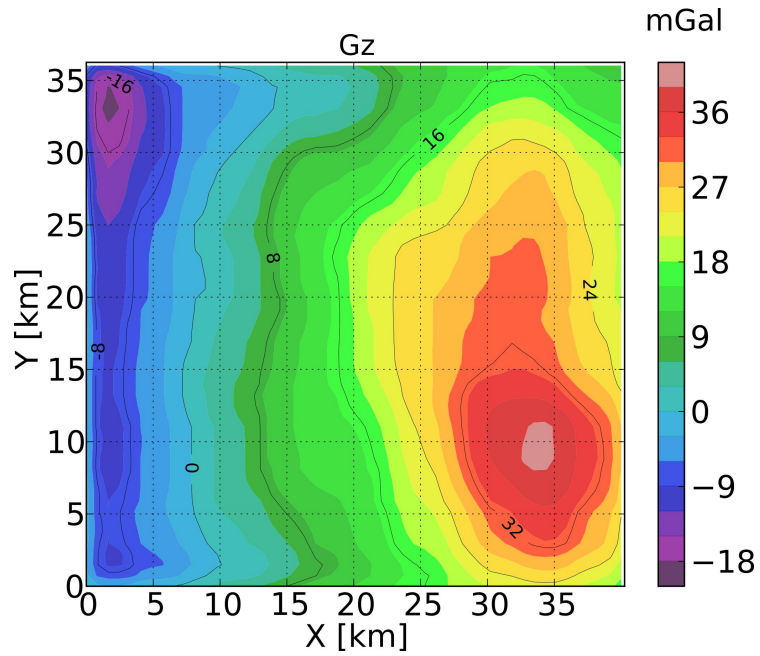


Figura 4.22: Anomalía gravimétrica aire-libre obtenida del volumen de densidades para los diferentes horizontes sísmicos interpretados.

*

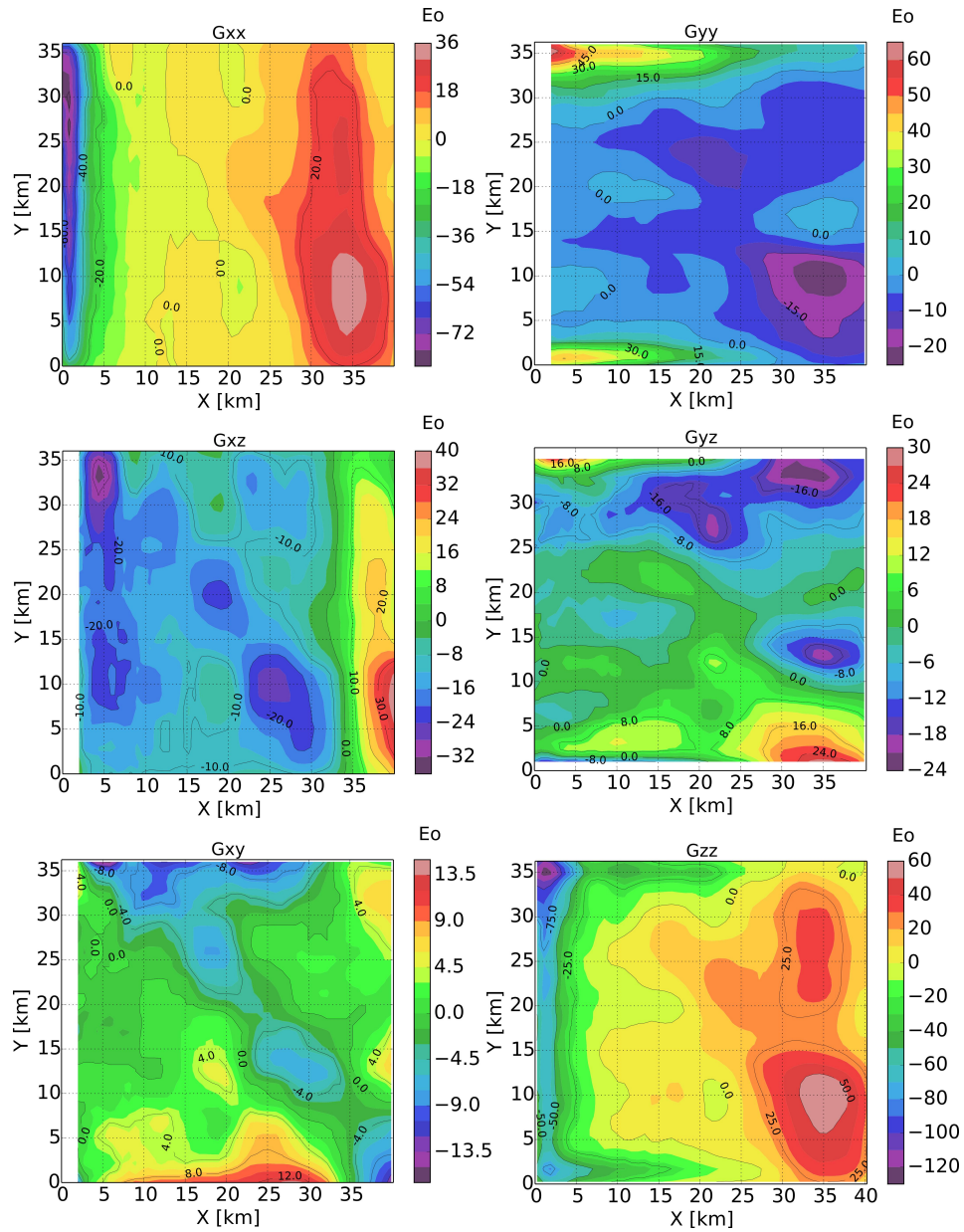


Figura 4.23: Anomalia gravimétrica tensorial aire-libre obtenida del volumen de densidades para los diferentes horizontes sísmicos interpretados.

Para obtener la respuesta debida solamente al cuerpo de sal, se removió el efecto producido por los sedimentos que rodean al cuerpo salino de las anomalías calculadas anteriormente. Las densidades que pertenecen a tales sedimentos pueden ser consideradas parte del modelo de fondo (background model) y ya que se conoce la geología que envuelve al horizonte de sal, los cubos que pertenecen a dichos sedimentos serán considerados ahora con un contraste de densidad nulo.

En las siguientes figuras se muestran las anomalías gravimétricas y tensor gravimétrico obtenido para el modelo de sal.

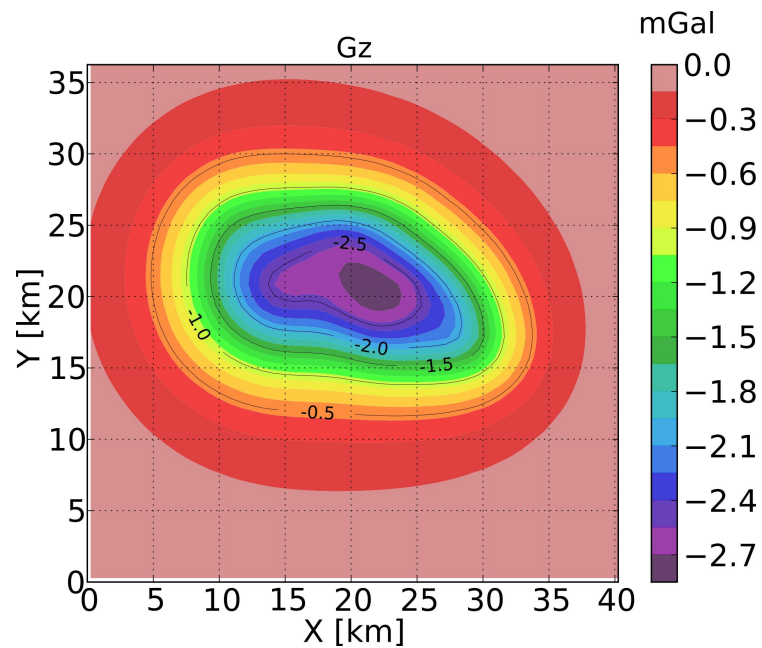


Figura 4.24: Anomalía gravimétrica correspondiente a cuerpos salinos con variación de densidad en profundidad.

*

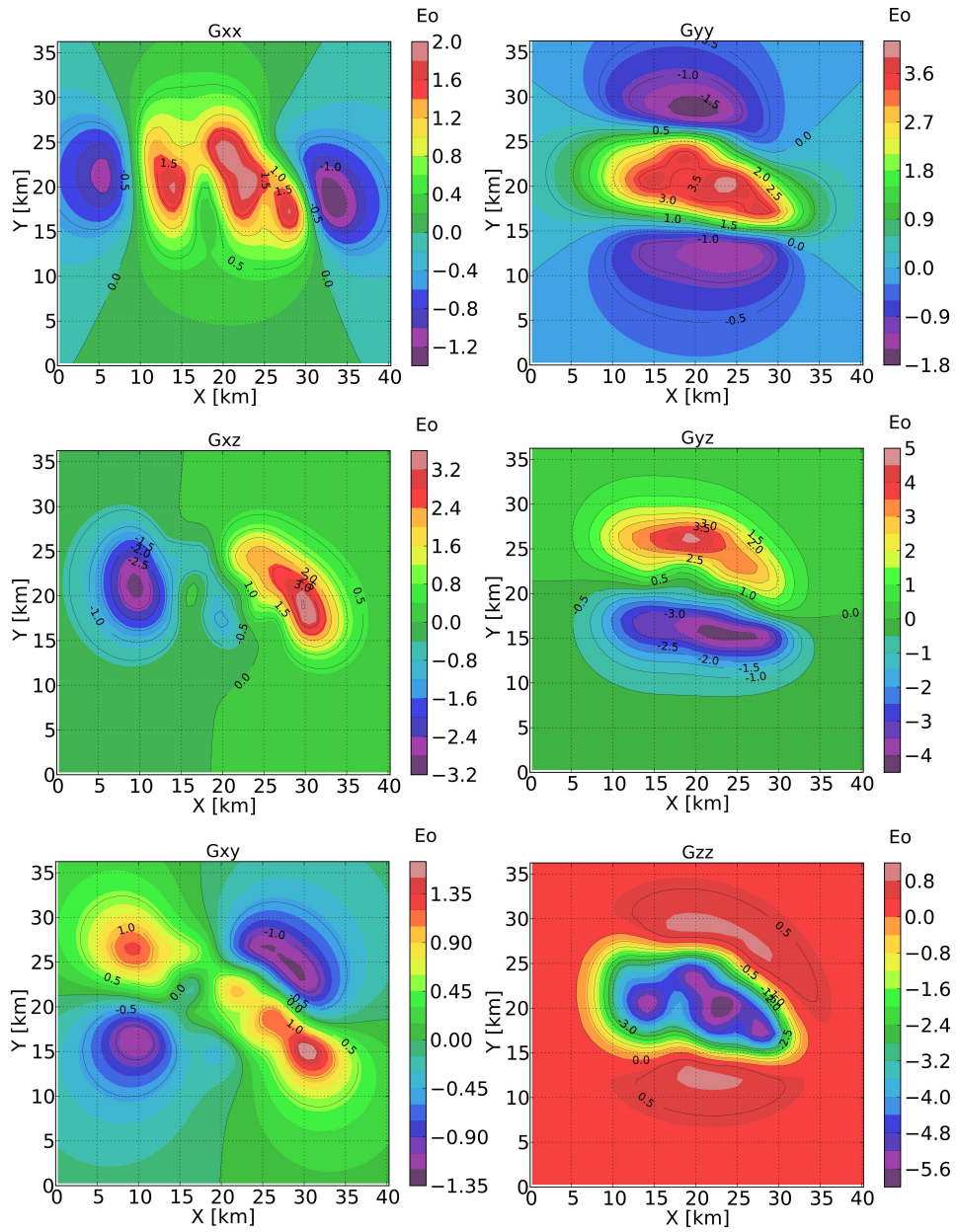


Figura 4.25: Anomalia gravimétrica tensorial correspondiente a cuerpos salinos con variación de densidad en profundidad.

4.3.2 Anomalía magnética.

Siguiendo la misma configuración descrita anteriormente y considerando que los cuerpos salinos pueden ser fuente de anomalías magnéticas, se aplicó a dichos cuerpos un contraste de susceptibilidad magnética ligeramente menor en comparación con los sedimentos circundantes, debe hacerse notar que esta relación no es única para cuerpos salinos ya que puede no cumplirse para todos los casos.

El cálculo de la anomalía se realizó tomando en cuenta que no existe variación de susceptibilidad con la profundidad, se consideró también que el medio circundante tiene un valor de susceptibilidad promedio de 350×10^{-6} (adimensional, S.I.) y la sal una susceptibilidad de -10×10^{-6} (adimensional, S.I.) (Reynolds, 1997). Además el vector geomagnético y la magnetización del medio se manejaron verticales y paralelos (visto en el polo).

En la siguiente figura se muestra el resultado de anomalía magnética obtenida.

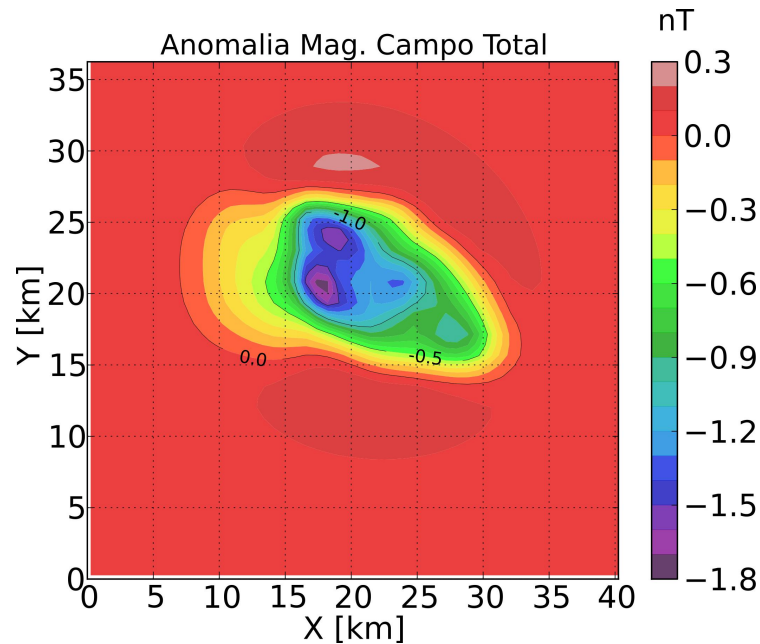


Figura 4.26: Anomalía magnética correspondiente a cuerpos salinos (contraste de susceptibilidad magnética constante).

INVERSIÓN TRIDIMENSIONAL DE DATOS POTENCIALES.

5.1 ASPECTOS DEL MODELADO INVERSO

La inversión de datos tiene como objetivo recuperar información acerca de los parámetros del modelo a partir de un conjunto de datos. En geofísica, estos modelos son estructuras internas de la tierra en el que se establece una relación entre el espacio de datos y el espacio de modelos.

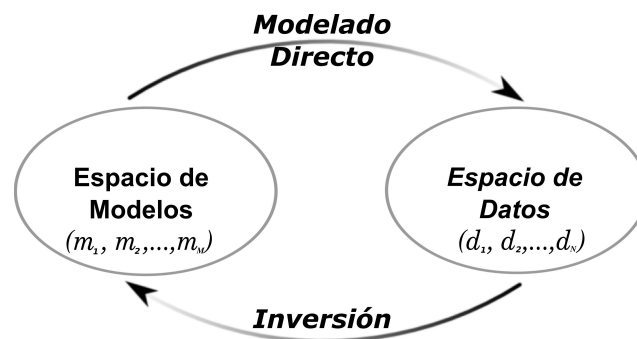


Figura 5.27: Correspondencia entre datos y modelos en un problema directo e inverso.

La existencia del problema inverso se relaciona directamente con la existencia del modelado directo (Figura 5.27), por lo que la solución en la inversión de datos comenzará por la solución del problema directo. De esta manera, el aumento en la complejidad de los modelos terrestres afectará de la misma forma en la complejidad del problema directo.

En la interpretación se debe de contar con criterios acerca de la naturaleza de la distribución de datos para diferentes estructuras en el subsuelo. En general, los valores estimados no pueden ser idénticos a los valores observados por dos razones: las incertidumbres de medición e imperfecciones en los modelos (Tarantola 2005). Por lo tanto, la relación de datos se plantea como una *correlación probabilística* entre observaciones y parámetros.

Parker 1977 propone que la solución del problema inverso puede basarse en cinco conceptos:

- Existencia: La existencia de un problema inverso implica la existencia del problema directo. La solución de modelación directa en forma analítica se dispone para simples geometrías del subsuelo y de forma numérica para casos matemáticamente inmanejables.
- Construcción: La construcción de un problema inverso se puede hacer de diferentes maneras, tomando en cuenta lo siguiente:
 - i) Examinación de datos y aplicación de regularización.
 - ii) Consideración de un modelo inicial basado en la naturaleza de los datos.
 - iii) Solución del problema directo.
 - iv) Comparación de los datos observados con los obtenidos de manera sintética (estimados).
 - v) Evaluar las diferencias entre datos observados y estimados (residuos o errores).
 - vi) Elegir un enfoque particular de inversión basado en la aproximación linealizada o técnica de optimización global.
 - vii) Aproximar la solución mediante la convergencia iterativa.
- Aproximaciones: La mayoría de los problemas geofísicos son no-lineales, por lo que se pueden linealizar truncando términos de orden superior en la serie de Taylor y realizar aproximación al ubicarse en el dominio de problemas inversos lineales generalizados. El efecto de truncamiento de términos de orden superior puede ser menos severo para ciertos problemas y pueden considerarse problemas débilmente no-lineales o linealizables. Para otros casos, el efecto de linealización puede ser desfavorable (problemas fuertemente no lineales). Algunos de estos problemas no lineales pueden ser linealizados en el punto de máxima verosimilitud, mientras que otros problemas no pueden ser linealizados en absoluto. Por lo tanto, para problemas fuertemente no lineales se debe optar por métodos de optimización global.
- Estabilidad: La estabilidad de un problema inverso significa tener libre movimiento y sin restricciones para los parámetros enfocados hacia la respuesta real. Ampliar el número de parámetros en un mayor espacio de modelos causaría mayor probabilidad de divergencia. De esta forma, si en el espacio de parámetros, todos avanzan hacia la respuesta real, el problema inverso se considera estable. Otras razones en el que un problema inverso se vuelve inestable se debe a:
 - i) Insuficiencia o inexactitud de datos.
 - ii) Elección inicial muy pobre de los parámetros del modelo.

iii) Generación de matriz mal condicionada.

iv) Optimización sin restricciones.

El espacio de datos y el espacio modelo están conectados por un operador diferencial lineal. Dado que la mayoría de los problemas geofísicos son no lineales, los operadores diferenciales lineales se utilizan generalmente para construir la matriz de sensibilidad. Si la matriz generada es una matriz bien condicionada y los datos son adecuados (buena calidad) se puede generar un problema bien planteado.

Otras técnicas para mejorar la estabilidad de un problema inverso es añadir valores de covarianza en los elementos diagonales de la matriz de sensibilidad, positividad o no negatividad en el espacio de parámetros, introducción de información previa con el fin de reducir el número de parámetros desconocidos, entre otros.

- Nounicidad: Para un conjunto de datos observados, existe una infinidad de modelos que pueden satisfacer el ajuste de datos estimados conforme un rango de error.

Tomando en cuenta un modelo inicial de parámetros, la probabilidad de converger rápidamente debido a la no unicidad se reduce.

De acuerdo con lo anterior, se puede afirmar que los problemas de inversión geofísica son mal planteados y no poseen soluciones únicas y estables, por lo que su solución casi siempre se concentra en la optimización de una *función objetivo*. Esta función evalúa la diferencia entre la comparación de los datos observados y estimados, implicando la búsqueda o exploración en el espacio de modelos.

5.2 PROBLEMA LINEAL

Partiendo de la solución del *modelado directo*, el conjunto de prismas con densidad o magnetización constante (parámetros) y las observaciones (datos) pueden ser ordenados de forma vectorial:

$$\begin{aligned} \text{vector de parámetros} &\rightarrow \mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_M)^T \\ \text{vector de datos} &\rightarrow \mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_N)^T \end{aligned} \quad (58)$$

Donde el superíndice T denota transpuesta.

Para ciertos problemas geofísicos en el que se conoce la ubicación y tamaño de los parámetros en el ensamble 3D de manera general, cada punto de observación i puede ser asumido como una *función lineal* debido al j th parámetro del dominio:

$$\mathbf{d}_i = \sum_{j=1}^M f[\mathbf{m}_j] \quad (59)$$

o bien

$$\mathbf{d} = f[\mathbf{m}] \quad (60)$$

El problema inverso se convierte entonces en una búsqueda de modelos en \mathbf{m} .

Aproximando a $f[\mathbf{m}]$ hasta sus dos primeros términos en la serie de Taylor:

$$f[\mathbf{m}] = f[\mathbf{m}_0] + \frac{\partial}{\partial \mathbf{m}} f[\mathbf{m}_0][\mathbf{m} - \mathbf{m}_0] + \text{términos de orden superior} \quad (61)$$

Donde \mathbf{m}_0 representa el conjunto de parámetros del modelo inicial (información a priori). Tomando la ecuación (61), la expresión (59) se puede reescribir como:

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{d}_0 + \sum_{j=1}^M \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_j} \right|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0} [\mathbf{m}_j - \mathbf{m}_0] \quad (62)$$

Restando \mathbf{d}_0 en ambos lados de la igualdad:

$$[\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_0] = \sum_{j=1}^M \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_j} \right|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0} [\mathbf{m}_j - \mathbf{m}_0] \quad (63)$$

o bien

$$\Delta \mathbf{d}_i = \sum_{j=1}^M \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_j} \right|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0} \Delta \mathbf{m}_j \quad (64)$$

Donde $\Delta \mathbf{d}_i$ representa la diferencia entre los datos observados y los estimados como anomalía inicial; $\Delta \mathbf{m}_j$ representa la diferencia entre el actual y el modelo inicial de parámetros.

Entonces la expresión (64) puede escribirse de forma matricial:

$$\Delta \mathbf{d}_i = \mathbf{G}_{ij} \Delta \mathbf{m}_j \quad (65)$$

Donde \mathbf{G}_{ij} se conoce como matriz de sensibilidad (kernel o matriz jacobiana), donde sus elementos representan las derivadas parciales de los datos \mathbf{d}_i con respecto de los parámetros \mathbf{m}_j :

$$\mathbf{G}_{ij} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_1} \right|_{i_1} & \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_2} \right|_{i_1} & \cdots & \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_M} \right|_{i_1} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_1} \right|_{i_2} & \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_2} \right|_{i_2} & \cdots & \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_M} \right|_{i_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_1} \right|_{i_N} & \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_2} \right|_{i_N} & \cdots & \left. \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{m}_M} \right|_{i_N} \end{bmatrix} \quad (66)$$

Se puede generalizar entonces en el caso de que \mathbf{m}_0 sea un modelo nulo:

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{G}_{ij} \mathbf{m}_j \quad (67)$$

Los elementos de \mathbf{G}_{ij} determinarán el valor que se contribuye en un punto i debido al prisma con densidad o magnetización unitaria localizado en j .

El cálculo de la multiplicación entre \mathbf{G}_{ij} y \mathbf{m}_j resultará en un vector de datos \mathbf{d}_i que contiene la anomalía del modelo propuesto.

5.3 INVERSIÓN MEDIANTE CRECIMIENTO DE CUERPOS.

En la práctica, la solución en los problemas de inversión geofísica se obtienen al encontrar la mínima diferencia de una función de varias variables. La función conocida como *función objetivo* o *función de costo* casi siempre contiene varios mínimos locales, por lo que métodos de optimización global son considerados en estos problemas debido a que tienen la cualidad de saltar de mínimos locales (Figura 5.28).

Las técnicas son en gran medida *heurísticas*, en el sentido de que no existen reglas firmes que conducen a descubrir eficientemente una solución global óptima para cualquier problema inverso dado. En cambio, se pone más atención en el desempeño promedio o esperado de un método como el que se aplica a un problema inverso a gran escala (Sen y Stoffa (1995)).

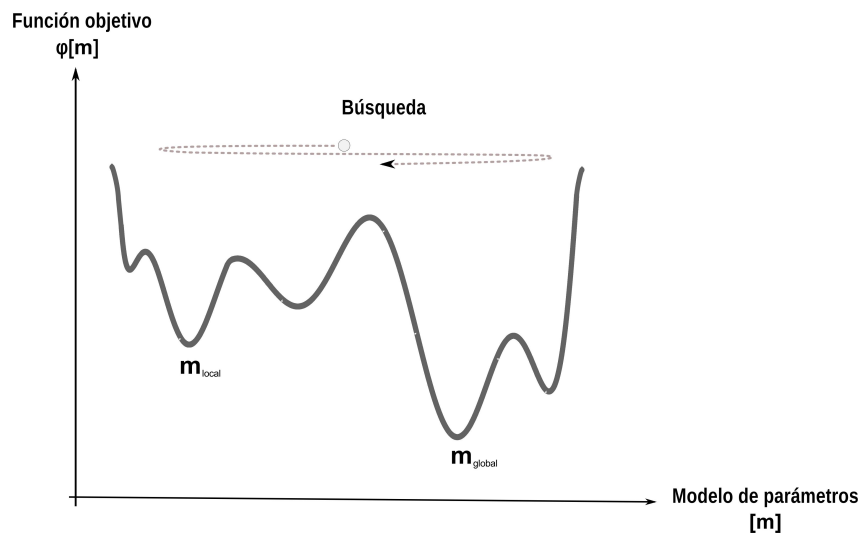


Figura 5.28: Métodos por optimización global en el espacio de parámetros permite salir de $m_{locales}$ y encontrar el m_{global} .

A. G. Camacho ha desarrollado un método de inversión no lineal en el que estima la fuente anómala del subsuelo mediante la agregación de prismas de densidad constante y conocida (Camacho et. al. (2000, 2007)).

El método considera a la división del espacio tridimensional en prismas tomando como premisa un único valor de contraste de densidad (positivo o negativo), en el que se puede considerar al conjunto de prismas como vacíos (sin densidad inicial) o inicializar con un modelo inicial (semillas) en uno o varios prismas com-

pletados a priori. De esta manera, el cuerpo anómalo tiende a crecer en la periferia del modelo inicial.

Se puede considerar de manera general los siguientes aspectos en el algoritmo:

- Espacio de búsqueda bidimensional o tridimensional.
- La partición del espacio puede ser de prismas irregulares (prismas de distintas dimensiones).
- Determinación de la tendencia regional de los datos observados durante el proceso de inversión.
- No se obliga a que el crecimiento sea específicamente en la periferia del modelo inicial.
- Se prueba entre contrastes de densidad positivo y negativo.
- Se puede variar el valor de contrastes de densidad durante el proceso (smooth).
- Toma en cuenta los errores en las observaciones.

5.3.1 Metodología de inversión.

Dado un conjunto de datos N correspondientes a una anomalía gravimétrica o magnética $\mathbf{d}_i = P_i(x_i, y_i, z_i)$ ($i = 1, \dots, N$) sobre la superficie terrestre y una región tridimensional discretizada en M prismas regulares con propiedad física (densidad o susceptibilidad magnética) \mathbf{m}_j ($j = 1, \dots, M$), la relación lineal es descrita en la sección 5.2 y se busca estimar un vector de modelos desconocido $\mathbf{m} = (m_1, \dots, m_M)^T$ que satisfaga la ecuación (67).

El campo regional es aproximado mediante la función:

$$d_{reg} = p_0 + p_x (x - x_M) + p_y (y - y_M) \quad (68)$$

donde (x_M, y_M) son las coordenadas del punto central para el conjunto de datos en el área; p_0, p_x, p_y son tres valores desconocidos que ajustan la tendencia regional (polinomio de superficie de primer grado).

La inversión consiste entonces de un procedimiento iterativo para la búsqueda de la celda apropiada y asignar su propiedad física, además de la evaluación de valores para el campo regional minimizando un funcional compuesto de un término para el desajuste de datos y otro para el modelo de contrastes de densidad suavizado. En el comienzo del proceso ($k = 0$), todos los elementos del vector modelo son ceros $\mathbf{m}_j = 0$ ($j = 1, \dots, M$) y hacia un paso arbitrario k -th un conjunto

de prismas han sido ya determinados, por lo que el modelo calculado en la i -th iteración se puede representar como:

$$(\mathbf{d}_i)^{k-1} = \sum_{j \in (\lambda_1, \dots, \lambda_{k-1})} \mathbf{G}_{ij} \mathbf{m}_j \quad (69)$$

Se busca entonces un nuevo prisma para ser modificado de los $M - k + 1$ no modificados. Si un nuevo prisma $j (\neq (\lambda_1, \dots, \lambda_{k-1}))$ es elegido para asignarle el valor de propiedad física, la relación lineal se expresa como $\mathbf{d}_i^{(k)} = \mathbf{d}_i^{(k-1)} + \mathbf{G}_{ij} \mathbf{m}_j$ y el residual entre los datos observados y calculados se escribe como:

$$\Delta \mathbf{d}_i^{(k)} = \mathbf{d}_i - \left(\mathbf{d}_i^{(k-1)} + \mathbf{G}_{ij} \mathbf{m}_j \right) f_k - d_{reg}, i = 1, \dots, N \quad (70)$$

donde $f_k \geq 1$ es un valor desconocido (factor de escala) para ajustar los datos observados y calculados. La función de energía a minimizar para datos gravimétricos y magnéticos estimando los coeficientes f_k, p_0^k, p_x^k, p_y^k es:

$$\phi[\mathbf{m}] = e(\mathbf{m}_k, \lambda)^2 = \Delta \mathbf{d}_k^T \mathbf{Q}_d^{-1} \Delta \mathbf{d}_k + \lambda f_k^2 \mathbf{m}_k^T \mathbf{Q}_m^{-1} \mathbf{m}_k \quad (71)$$

y para inversión del tensor gravimétrico como la suma de las componentes a invertir:

$$\Phi[\mathbf{m}] = \sum_{j=1}^{N_c} \phi[\mathbf{m}]_{\alpha\beta} \quad (72)$$

$$\phi[\mathbf{m}]_{\alpha\beta} = e(\mathbf{m}_k, \lambda)_{\alpha\beta}^2 \quad (73)$$

Donde N_c es el número de componentes a invertir y $\alpha, \beta = x, y, z$.

De la ecuación (71) $\Delta \mathbf{d}_k = (\Delta \mathbf{d}_1^k, \dots, \Delta \mathbf{d}_N^k)$, \mathbf{m}_k es el vector de modelos, \mathbf{Q}_d es la matriz covarianza de datos (matriz $N \times N$), $\mathbf{Q}_m = \mathbf{G}^T \mathbf{Q}_D^{-1} \mathbf{G}$ es la matriz covarianza de modelos (matriz $M \times M$).

El primer término de la ecuación (71) representa el desajuste de datos normalizados por la matriz covarianza \mathbf{Q}_D , el segundo término es una suma ponderada del vector modelo balanceado por el parámetro λ (positivo). De esta manera, λ juega un rol similar al parámetro de amortiguamiento en la inversión de Occam y su valor debe ser elegido cuidadosamente. Para valores de λ bajos se obtiene un buen ajuste de los datos observados pero el modelo estimado puede crecer de forma excesiva, apareciendo estructuras ficticias para ajustar lo mejor posible los

datos; en el caso de valores altos de λ el modelo tiende a ser simple y superficial ajustando pobremente las observaciones.

La solución del sistema de ecuaciones en (71) y (68) involucra términos que pueden ser calculados de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 f_k &= (s_{rd} - p_0^{(k)} s_{ru} - p_x^{(k)} s_{rx} - p_y^{(k)} s_{ry}) / (s_{rr} + \lambda s_{mm}) \\
 p_0^{(k)} &= (F_{ud} - p_x^{(k)} F_{ux} - p_y^{(k)} F_{uy}) / F_{uu} \\
 p_x^{(k)} &= (G_{xd} - p_y^{(k)} G_{xy}) / G_{xx} \\
 p_y^{(k)} &= (G_{xx} G_{yd} - G_{xy} G_{xd}) / (G_{yy} G_{xx} - G_{xy} G_{xy})
 \end{aligned} \tag{74}$$

donde los subíndices r, d, u, x y y se refieren a los n -vectores $\mathbf{r}, \mathbf{d}, \mathbf{u}, \mathbf{x}$ y \mathbf{y} con las siguientes i -th componentes:

$$\begin{aligned}
 (r)_i &= d_i^{k-1} + G_{ij} m_j \\
 (d)_i &= T_i \\
 (u)_i &= 1 \\
 (x)_i &= x_i - x_M \\
 (y)_i &= y_i - y_M
 \end{aligned} \tag{75}$$

y donde $s_{mm} = \mathbf{m}^T Q_m^{-1} \mathbf{m}$ y los coeficientes $s_{rg}, s_{ru}, s_{rx}, s_{ry}, s_{rr}, s_{mm}, F_{ug}, F_{ux}, F_{uy}, F_{uu}, G_{xg}, G_{xy}, G_{xx}, G_{yg}$ y G_{yy} son calculados con expresiones subsecuentes reemplazando el subíndice a y b con el correspondiente par de subíndices r, g, u, x y y :

$$\begin{aligned}
 s_{ab} &= \mathbf{a}^T Q_D^{-1} \mathbf{b} \\
 F_{ab} &= s_{ab} (s_{rr} + \lambda s_{mm}) - s_{ar} s_{br} \\
 G_{ab} &= F_{uu} F_{ab} - F_{ua} F_{ub}
 \end{aligned} \tag{76}$$

De esta manera, siguiendo paso a paso el crecimiento de cuerpos anómalos, el factor de escala $f_k \geq 1$ es disminuido en cada paso. El proceso finaliza cuando $f_k \approx 1$ y el modelo resultante es aceptado como final. Entonces el campo regional obtenido al final del proceso es determinado al sustituir los coeficientes $p_0^{(k)}, p_x^{(k)}, p_y^{(k)}$ en la ecuación (68).

En el caso de elegir variar los contrastes de densidad o susceptibilidad durante el proceso, la elección de un contraste excesivamente alto ajustará la anomalía observada, pero producirá un modelo demasiado simple. Por el contrario, un contraste demasiado pequeño ajustará no sólo la anomalía generada por los cuerpos anómalos verdaderos, sino que también lo hará con el ruido observado, apareciendo cuerpos artificiales en el modelo haciéndolo más complejo. Para disminuir este problema, se adopta un criterio de variación de la densidad a lo largo del proceso iterativo.

Partiendo del valor máximo de contraste \mathbf{m}_{\max} (sea positivo o negativo), este valor evolucionará a lo largo del proceso de inversión mediante la siguiente función de variación de contrastes:

$$\Delta \mathbf{m}_j^\pm = \mathbf{m}_{\max}^\pm \left(1 - \frac{1}{(f+0,1)^\tau} \right) \quad (77)$$

donde el factor de escala $f \geq 1$ es usado como parámetro para describir el instante de crecimiento y τ es un valor fijo para indicar la variación deseada de los contrastes de densidad. Por lo tanto, valores altos de τ producirá modelos homogéneos con geometrías angulosas y contrastes cercanos al valor máximo, mientras que valores pequeños de τ resultará en modelos de contrastes muy variados que decrecen hacia el exterior del cuerpo anómalo en crecimiento dando lugar a geometrías suavizadas.

5.3.2 *Inversión de datos sintéticos.*

Conforme a los modelos sintéticos S y T realizados en el Capítulo 3, se resolvió el problema inverso para datos gravimétricos, magnéticos y tensor gravimétrico en ambos modelos basándose en el algoritmo de crecimiento de cuerpos, estimando la forma de la fuente anómala partiendo desde un modelo de contrastes nulo (todos los prismas en densidad o susceptibilidad cero) y un espacio de búsqueda comprendido entre los límites mostrados en la Figuras 4.12 y 4.16 para ambos casos.

De esta manera, el espacio de búsqueda se conforma por un conjunto de 31104 prismas.

Cabe mencionar que el algoritmo fue escrito en lenguaje fortran y adaptado para probar entre contrastes positivos solamente, eliminando la posibilidad de ajustar prismas con valor de contraste negativo.

En las siguientes figuras se muestra las configuraciones finales del modelo T para datos gravimétricos y los parámetros elegidos para el proceso de inversión.

El desajuste entre datos observados y calculados se realizó mediante norma L-2. Las anomalías iniciales en todos los casos se muestran en mapa de colores escalado y las anomalías obtenidas mediante el algoritmo de inversión se muestran en líneas de contorno negro.

Configuración de parámetros en inversión de datos gravimétricos modelo T	
números de observaciones	2601
número de prismas	31104
parámetro lambda (λ)	2,04
densidad inicial máxima (ρ)	300 [kg/m ³]
coeficiente de suavizado (τ)	8
Desajuste modelo inicial (L2)	116,251 [mGal]
Desajuste mínimo alcanzado (L2)	0,373 [mGal]
Número total de iteraciones	1314

Tabla 4: Variables y valores obtenidos para el modelo T de datos gravimétricos.

*

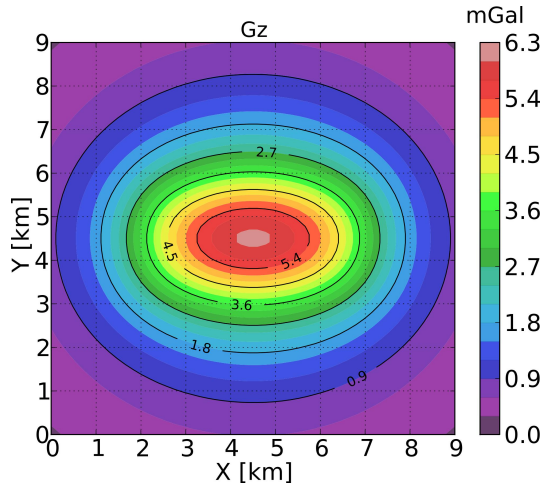


Figura 5.29: Anomalía gravimétrica inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo T.

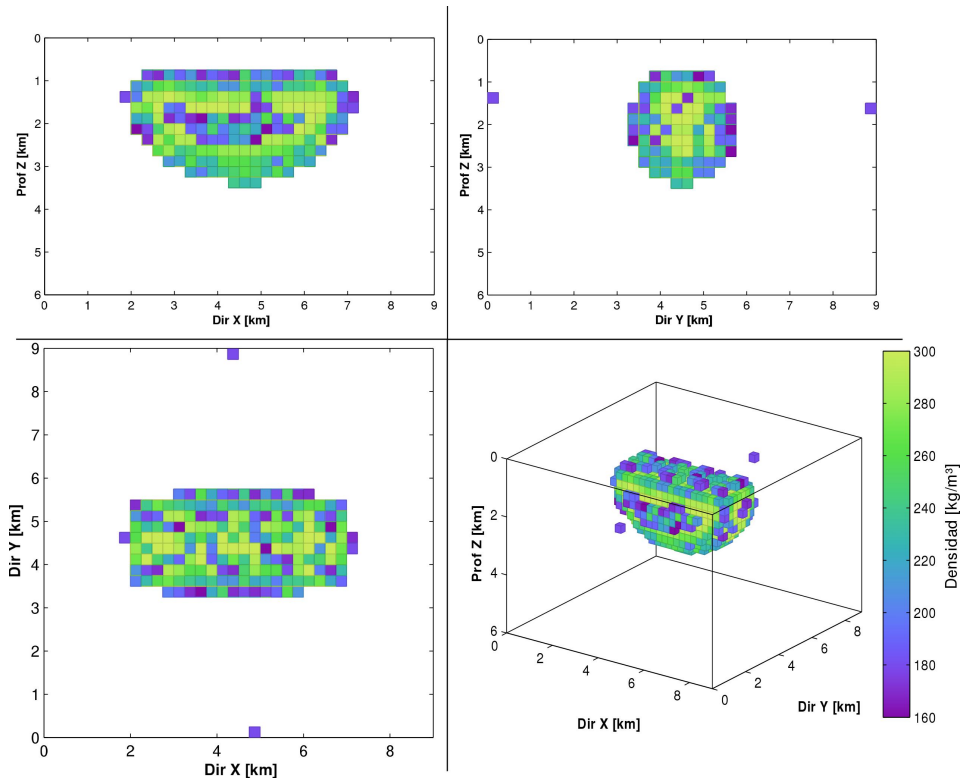


Figura 5.30: Modelo gravimétrico T invertido mostrado en diferentes perspectivas.

En las siguientes figuras se muestra las configuraciones finales del modelo T para datos magnéticos.

Configuración de parámetros en inversión de datos magnéticos modelo T	
números de observaciones	2601
número de prismas	31104
parámetro lambda (λ)	4,04
magnetización inicial máxima	0,01 [A/m]
coeficiente de suavizado (τ)	8
Desajuste modelo inicial (L2)	29,304 [nT]
Desajuste mínimo alcanzado (L2)	0,366[nT]
Número total de iteraciones	1323

Tabla 5: Variables y valores obtenidos para el modelo T de datos magnéticos.

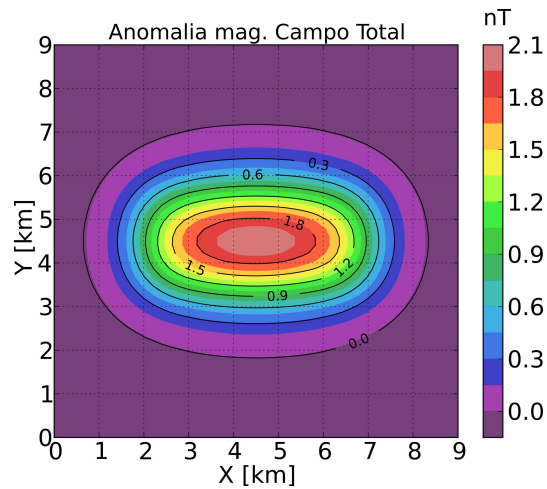


Figura 5.31: Anomalía magnética inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo T.

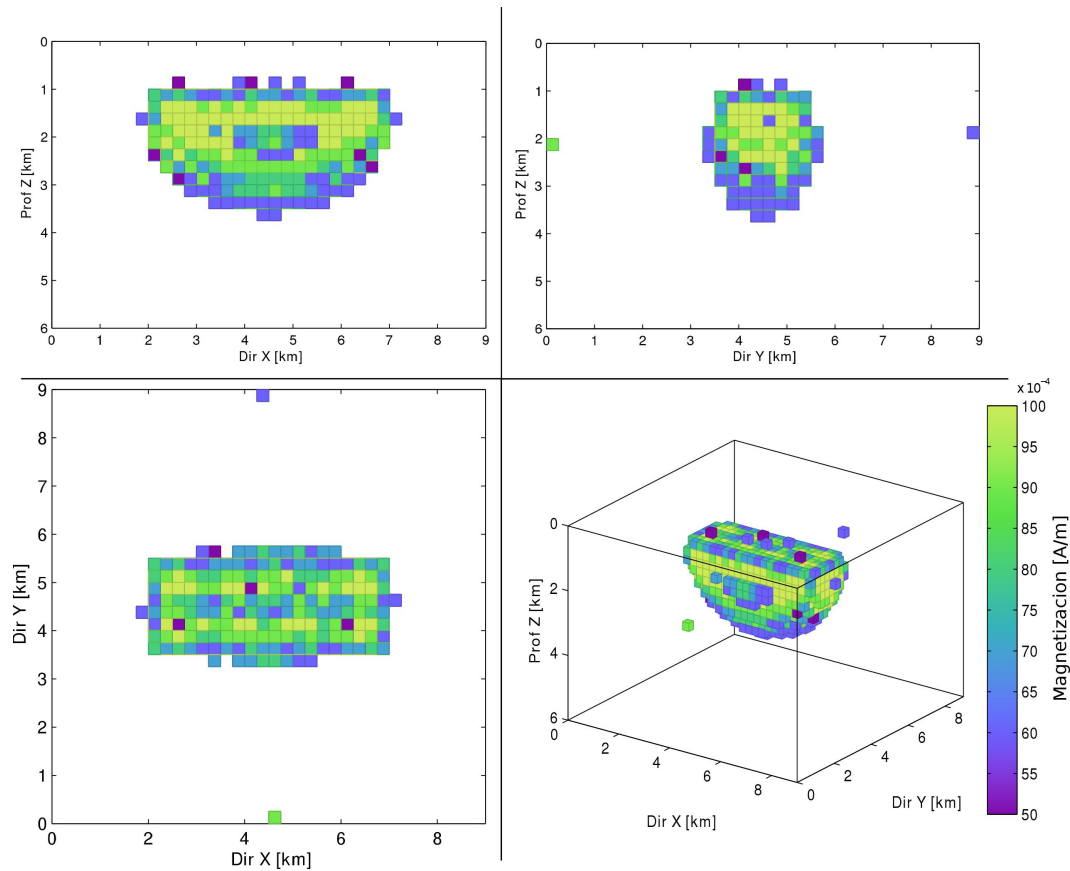


Figura 5.32: Modelo magnético T invertido mostrado en diferentes perspectivas.

En el caso de inversión del tensor gravimétrico se realizó la inversión conjunta usando las componentes G_{uv} , G_{xy} y G_{zz} del conjunto total de componentes del tensor, esto con el fin de disminuir el espacio de memoria ocupado por las matrices de sensibilidades utilizadas en la inversión simultánea (3 matrices en total) y obtener la convergencia del proceso en menor tiempo.

En las siguientes figuras se muestra las configuraciones finales del modelo T para datos del tensor gravimétrico y los parámetros elegidos para el proceso de inversión.

Parámetros utilizados en inversión conjunta modelo T

números de observaciones	2601
número de prismas	31104
parámetro lambda (λ)	7,04
densidad inicial máxima (ρ)	300[kg/m ³]
coeficiente de suavizado (τ)	8
Desajuste modelo inicial G_{zz} (L2)	581,733 [Eo]
Desajuste mínimo alcanzado G_{zz} (L2)	4,223 [Eo]
Desajuste modelo inicial G_{xy} (L2)	183,120 [Eo]
Desajuste mínimo alcanzado G_{xy} (L2)	1,032 [Eo]
Desajuste modelo inicial G_{uv} (L2)	271,326 [Eo]
Desajuste mínimo alcanzado G_{uv} (L2)	2,102 [Eo]
Número total de iteraciones	1354

Tabla 6: Variables y valores obtenidos para el modelo T de datos del tensor gravimétrico.

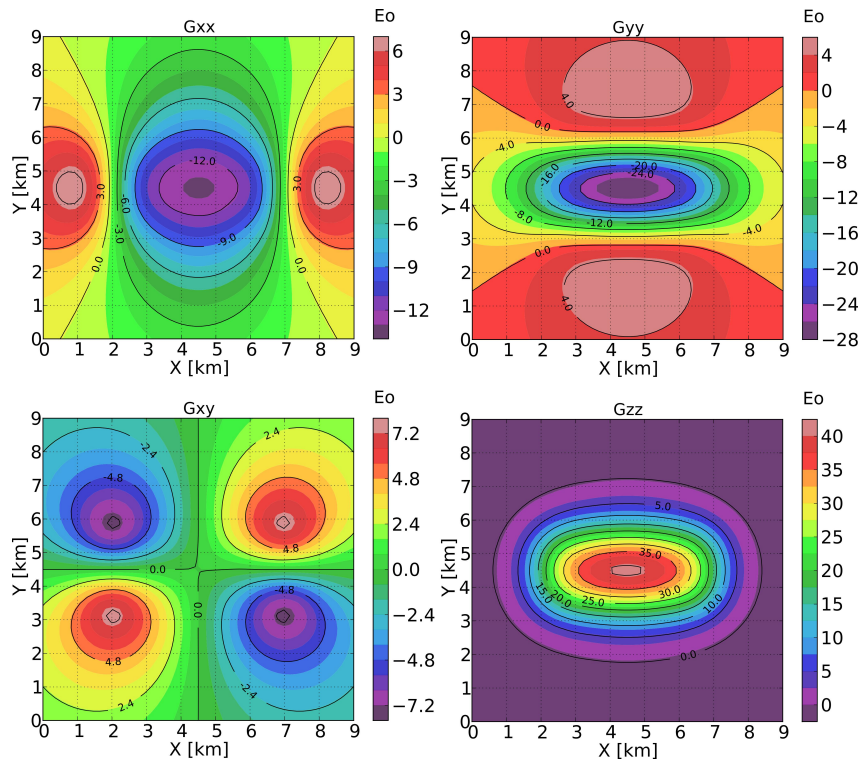


Figura 5.33: Anomalías del tensor gravimétrico inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo T.

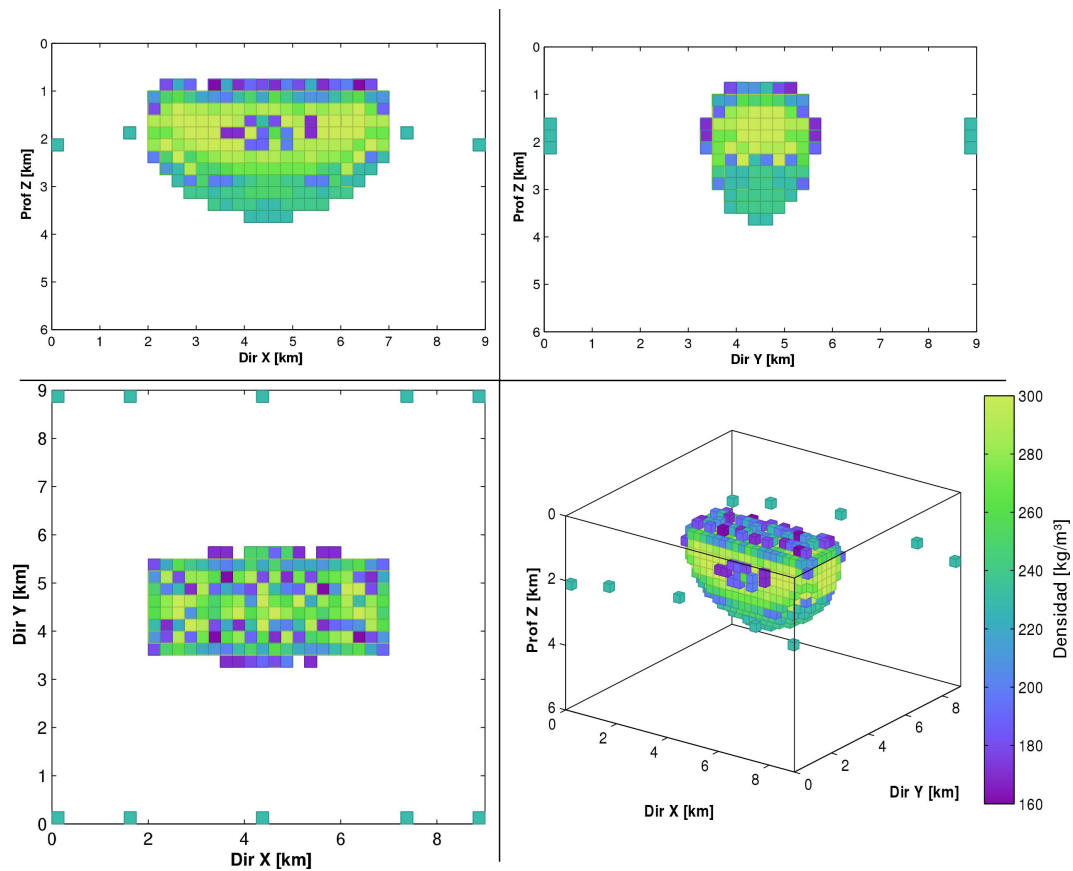


Figura 5.34: Modelo del tensor gravimétrico T invertido mostrado en diferentes perspectivas.

*

De igual forma se muestra en las siguientes figuras las configuraciones finales del modelo S para datos gravimétricos y los parámetros elegidos para el proceso de inversión.

Configuración de parámetros en inversión de datos gravimétricos modelo S	
números de observaciones	2601
número de prismas	31104
parámetro lambda (λ)	2,04
densidad inicial máxima (ρ)	300[kg/m ³]
coeficiente de suavizado (τ)	8
Desajuste modelo inicial (L2)	84,281 [mGal]
Desajuste mínimo alcanzado (L2)	0,273[mGal]
Número total de iteraciones	1299

Tabla 7: Variables y valores obtenidos para el modelo S de datos gravimétricos.

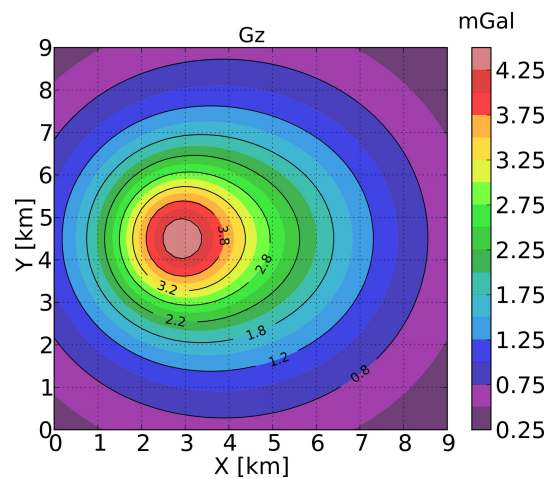


Figura 5.35: Anomalía gravimétrica inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo S.

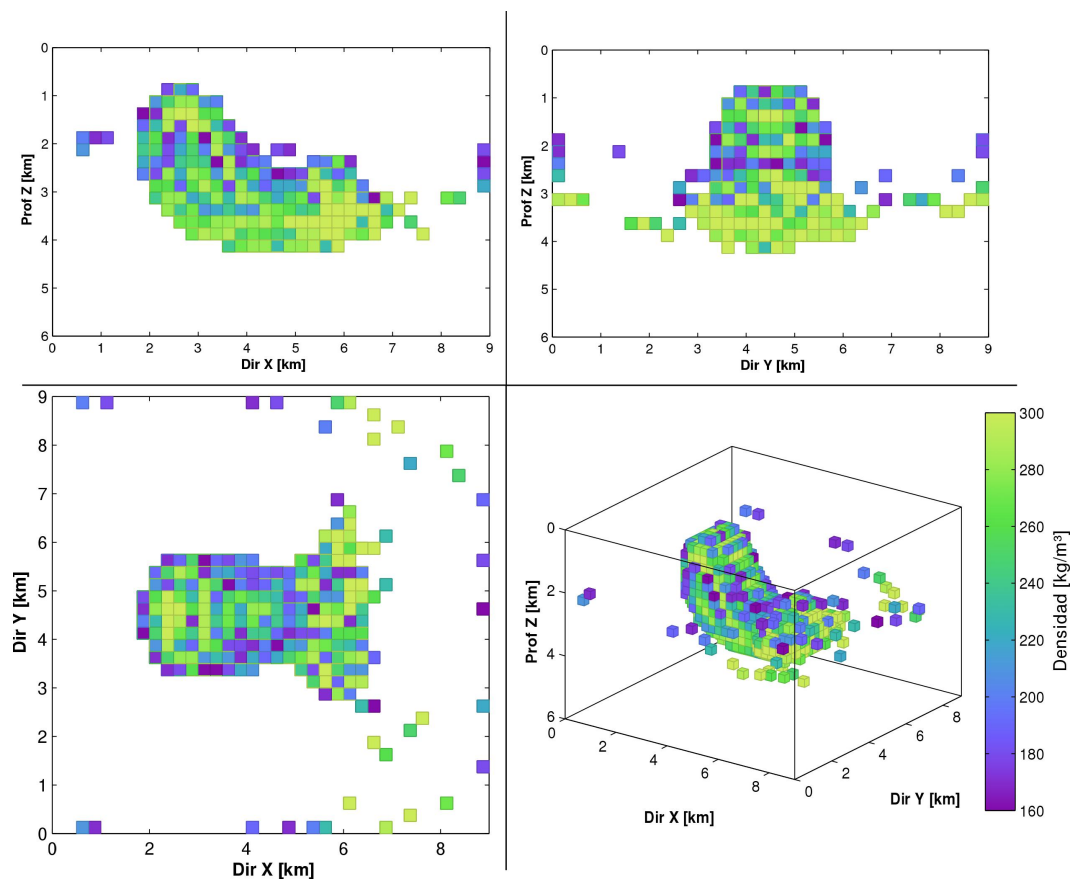


Figura 5.36: Modelo gravimétrico S invertido mostrado en diferentes perspectivas.

Configuración de parámetros en inversión de datos magnéticos modelo S	
números de observaciones	2601
número de prismas	31104
parámetro lambda (λ)	5,04
magnetización inicial máxima	0,01 [A/m]
coeficiente de suavizado (τ)	8
Desajuste modelo inicial (L2)	18,645 [nT]
Desajuste mínimo alcanzado (L2)	0,276 [nT]
Número total de iteraciones	1212

Tabla 8: Variables y valores obtenidos para el modelo S de datos magnéticos.

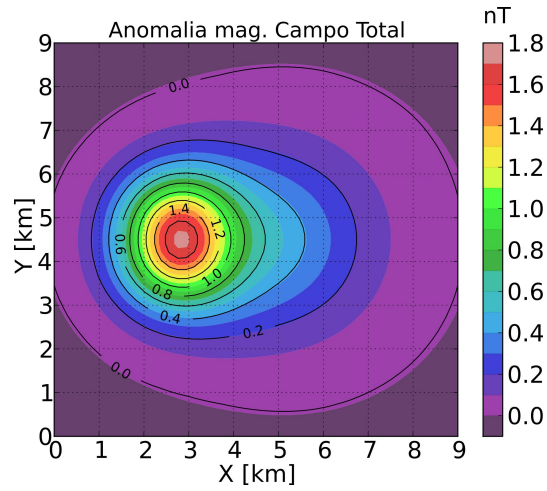


Figura 5.37: Anomalia magnética inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo S.

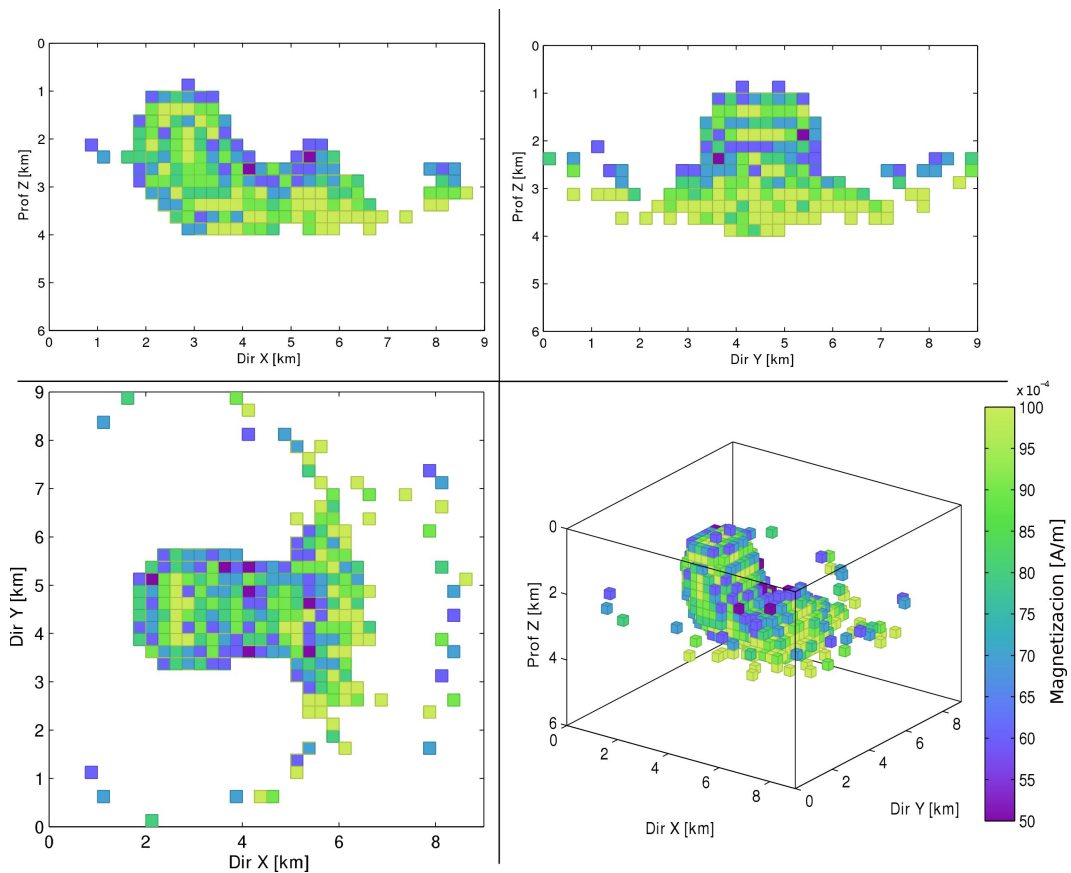


Figura 5.38: Modelo magnético S invertido mostrado en diferentes perspectivas.

*

Parámetros utilizados en inversión conjunta modelo S	
números de observaciones	2601
número de prismas	31104
parámetro lambda (λ)	7,04
densidad inicial máxima (ρ)	300 [kg/m ³]
coeficiente de suavizado (τ)	8
Desajuste modelo inicial G_{zz} (L2)	370,240 [Eo]
Desajuste mínimo alcanzado G_{zz} (L2)	5,043 [Eo]
Desajuste modelo inicial G_{xy} (L2)	113,830 [Eo]
Desajuste mínimo alcanzado G_{xy} (L2)	1,771 [Eo]
Desajuste modelo inicial G_{uv} (L2)	200,341 [Eo]
Desajuste mínimo alcanzado G_{uv} (L2)	2,583 [Eo]
Número total de iteraciones	1146

Tabla 9: Variables y valores obtenidos para el modelo S de datos del tensor gravimétrico.

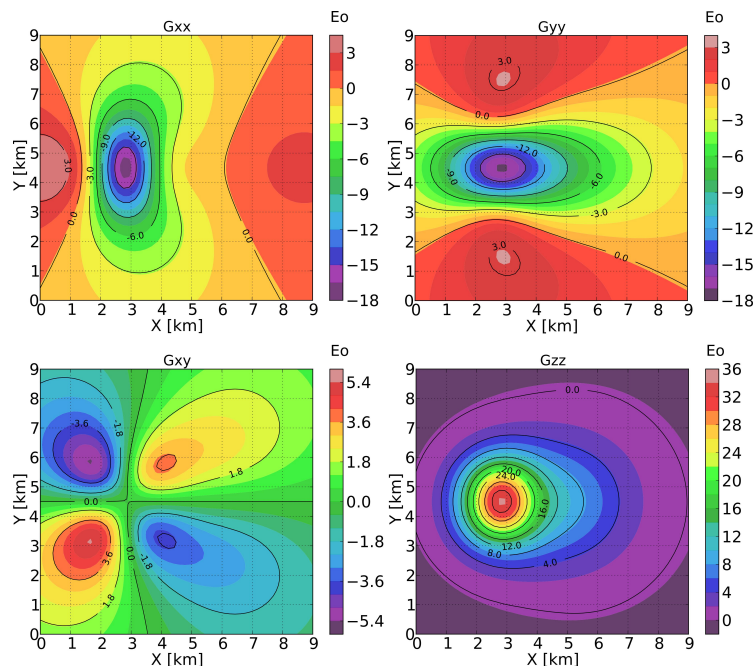


Figura 5.39: Anomalías del tensor gravimétrico inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente al modelo S.

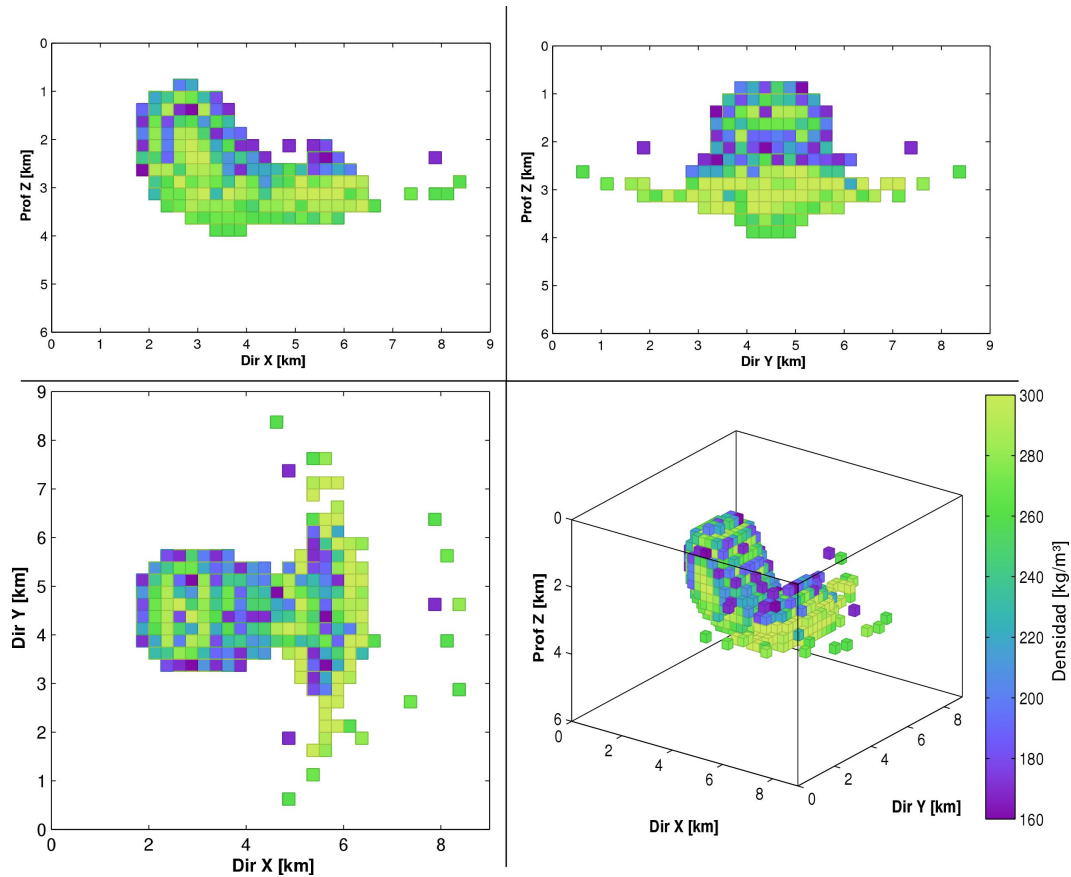


Figura 5.40: Modelo del tensor gravimétrico S invertido mostrado en diferentes perspectivas.

De los resultados obtenidos se puede observar que existen buenos ajustes entre los datos observados y ajustados, aunque pequeñas diferencias son más observables en los datos del tensor gravimétrico.

La suma de los dos términos en la función objetivo da lugar a modelos compactos, definiendo aceptablemente la cima de los diferentes modelos, por lo que se puede considerar de manera general que las soluciones son similares a los modelos propuestos, mostrando así la efectividad del método.

El modelo obtenido con inversión conjunta de datos tensoriales tiende a ser más compacto y mejor determinado en límites laterales.

Como es de esperarse en los métodos potenciales, el ajuste de parámetros tiende a ser más sensitivo en prismas más superficiales en comparación con los profundos, esto es más evidente en el modelo S , el cual tiende a ajustar prismas de manera lateral que a profundidad, por lo que podría considerarse establecer restricciones en el espacio de búsqueda para obtener modelos más parecidos al original.

5.3.3 Inversión de cuerpos salinos.

De la misma forma que en la inversión de datos sintéticos, se muestra los resultados finales para inversión de cuerpos salinos mediante el algoritmo de crecimiento de cuerpos utilizando las mallas de anomalía gravimétrica, magnética y tensor gravimétrico obtenidas del modelado directo (Capítulo 4).

La configuración del dominio discreto es un bloque rectangular de 24,5[km] y 10,5[km] en sus direcciones XY respectivamente, representando los límites de cuerpos salinos en longitud lateral interpretados de las secciones sísmicas y 6,2[km] en profundidad. El bloque esta dividido en prismas de igual tamaño y dimensiones de: 250[m] x 250[m] x 100[m], en sus direcciones XYZ respectivamente (Figura 5.41).

El proceso de inversión se encuentra limitado para probar parámetros que pertenecen solamente a prismas por debajo del horizonte interpolado correspondiente a la cima de sal y sin restricción en profundidad.

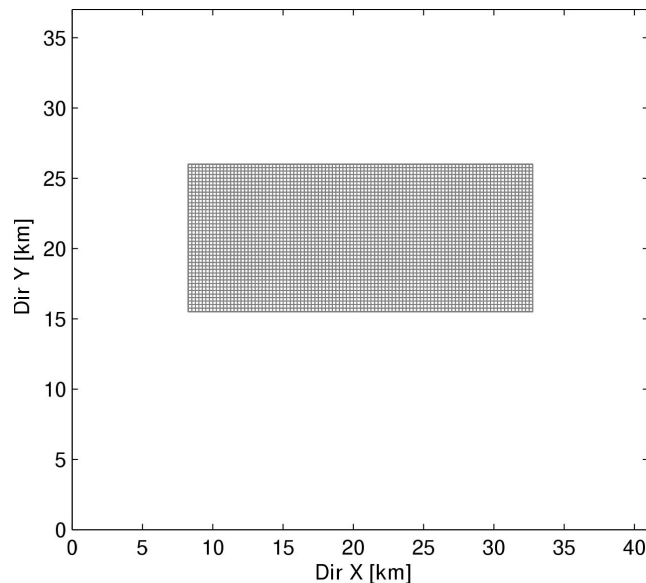


Figura 5.41: Dominio discreto visto en planta mostrando los límites establecidos para la inversión de cuerpos salinos.

Así, en todos los casos el número total de parámetros usados para el algoritmo de inversión es de 72,269 prismas, la malla de observaciones se ubica a 100[m] sobre el origen y el desajuste de error entre datos observados y calculados es por norma L-2.

Las densidad y susceptibilidad magnética pre-establecida en el algoritmo de inversión es de $2200[\text{kg}/\text{m}^3]$ para datos gravimétricos y $-0,00036$ (adimensional S.I.) para datos magnéticos.

Configuración de parámetros para inversión de datos gravimétricos de cuerpos salinos	
números de observaciones	2601
número de prismas	72269
parámetro lambda (λ)	2,04
densidad inicial máxima (ρ)	$2200 [\text{kg}/\text{m}^3]$
coeficiente de suavizado (τ)	8
Desajuste modelo inicial (L2)	$28,411 [\text{mGal}]$
Desajuste mínimo alcanzado (L2)	$0,061 [\text{mGal}]$
Número total de iteraciones	31677

Tabla 10: Variables y valores obtenidos para cuerpos salinos en inversión de datos gravimétricos.

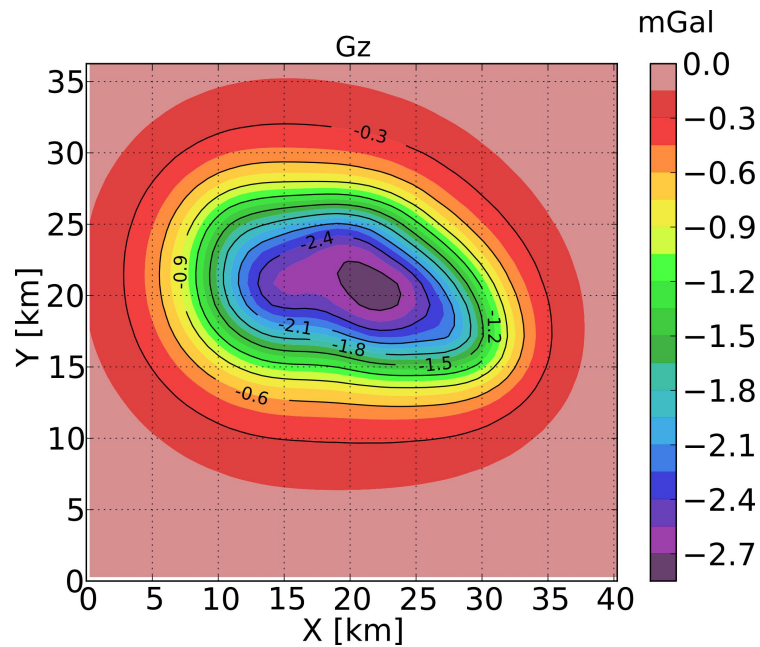


Figura 5.42: Anomalía gravimétrica inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente a cuerpos salinos.

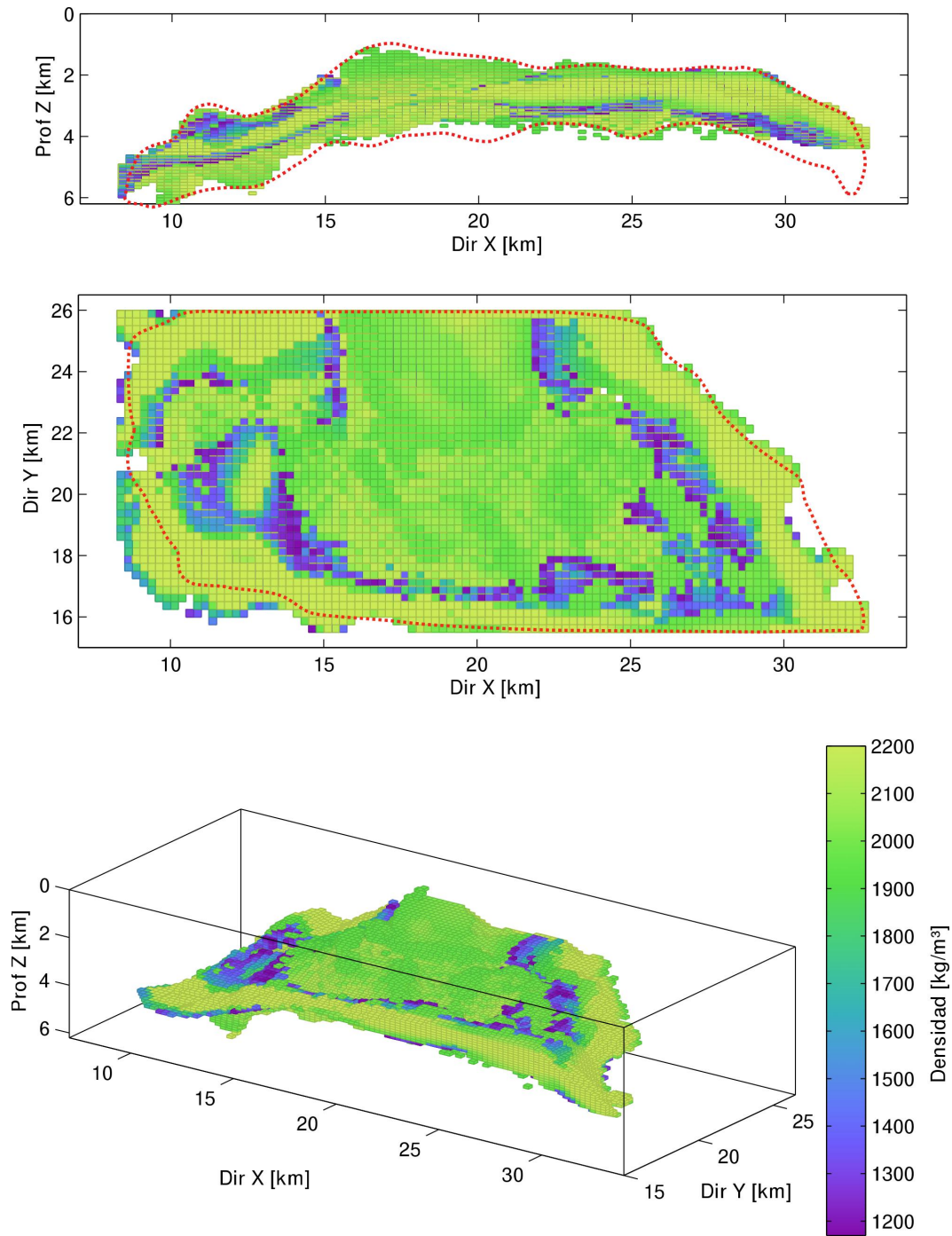


Figura 5.43: Modelo final gravimétrico de inversión de cuerpos salinos mostrado en diferentes perspectivas (densidades absolutas), la línea punteada determina los límites del modelo real.

*

Configuración de parámetros para inversión de datos magnéticos de cuerpos salinos	
números de observaciones	2601
número de prismas	72269
parámetro lambda (λ)	8,04
sus. mag. máxima	-0,00036
coeficiente de suavizado (τ)	8
Desajuste modelo inicial (L2)	10,547 [nT]
Desajuste mínimo alcanzado (L2)	0,111 [nT]
Número total de iteraciones	33878

Tabla 11: Variables y valores obtenidos para cuerpos salinos en inversión de datos magnéticos.

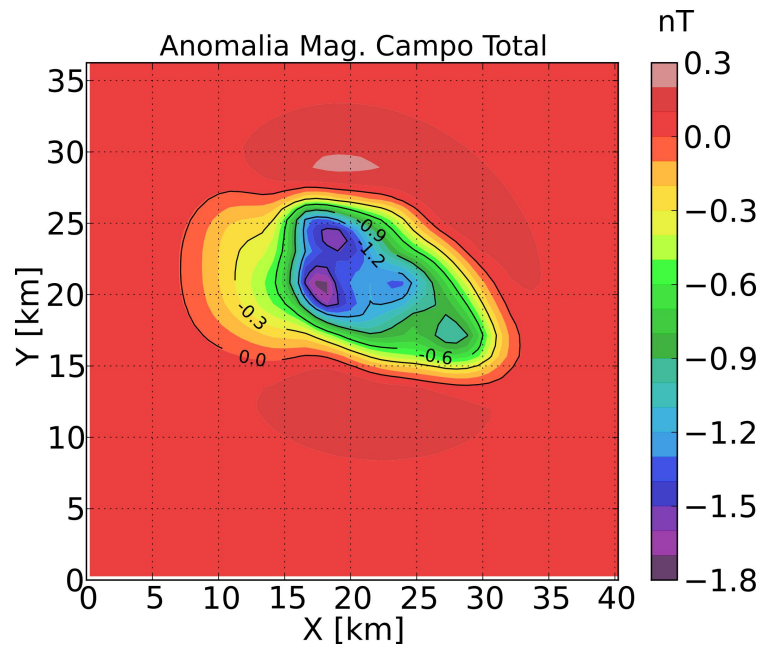


Figura 5.44: Anomalía magnética inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente a cuerpos salinos.

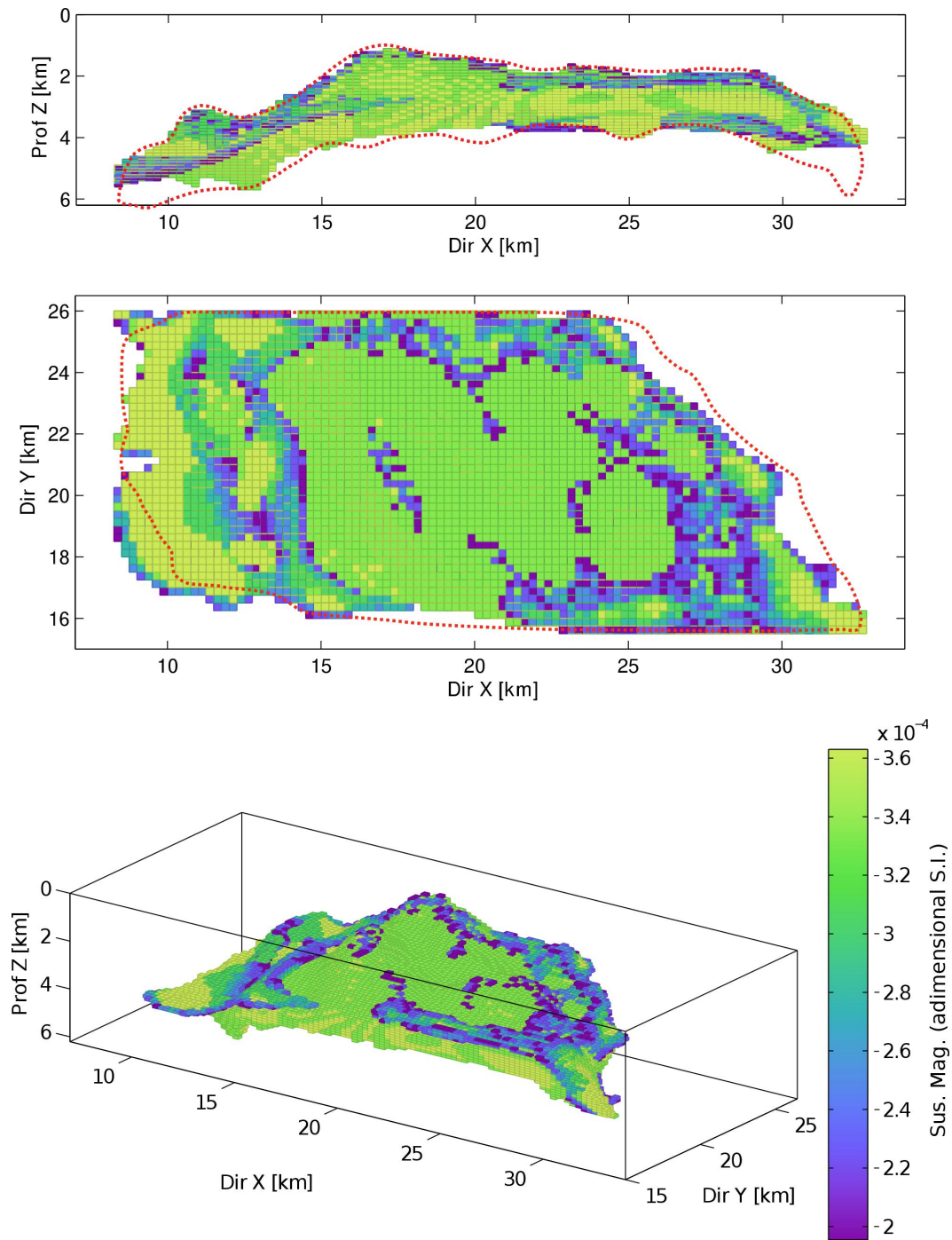


Figura 5.45: Modelo final magnético de inversión de cuerpos salinos mostrado en diferentes perspectivas, la línea punteada determina los límites del modelo real.

Parámetros utilizados en inversión conjunta de cuerpos salinos

números de observaciones	2601
número de prismas	72269
parámetro lambda (λ)	8,04
densidad inicial máxima (ρ)	2200[kg/m ³]
coeficiente de suavizado (τ)	8
Desajuste modelo inicial G_{zz} (L2)	50,209 [Eo]
Desajuste mínimo alcanzado G_{zz} (L2)	0,624 [Eo]
Desajuste modelo inicial G_{xy} (L2)	16,446 [Eo]
Desajuste mínimo alcanzado G_{xy} (L2)	0,180 [Eo]
Desajuste modelo inicial G_{uv} (L2)	20,607 [Eo]
Desajuste mínimo alcanzado G_{uv} (L2)	0,451 [Eo]
Número total de iteraciones	30611

Tabla 12: Variables y valores obtenidos para cuerpos salinos en inversión del tensor gravimétrico.

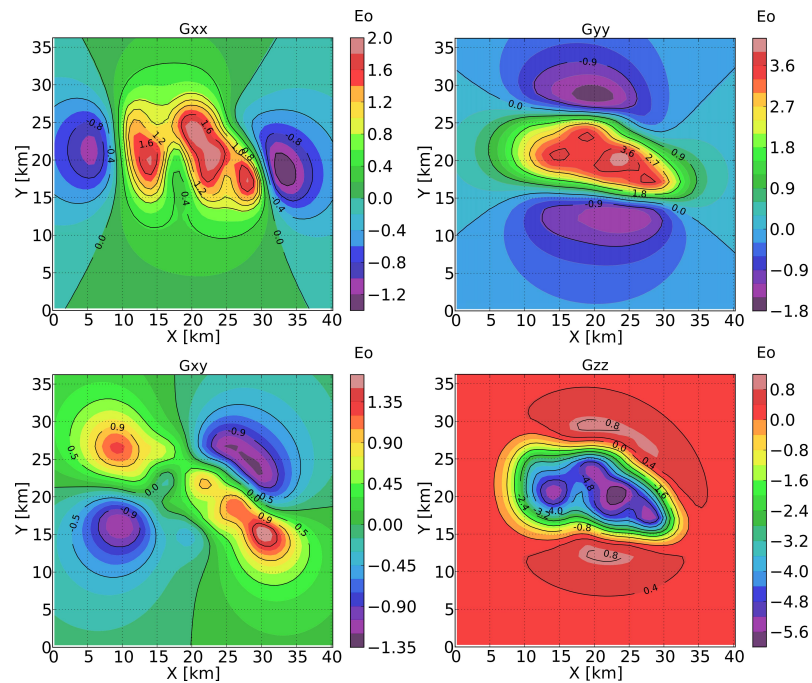


Figura 5.46: Anomalías del tensor gravimétrico inicial (mapa de colores) e invertida (líneas de contorno) correspondiente a cuerpos salinos.

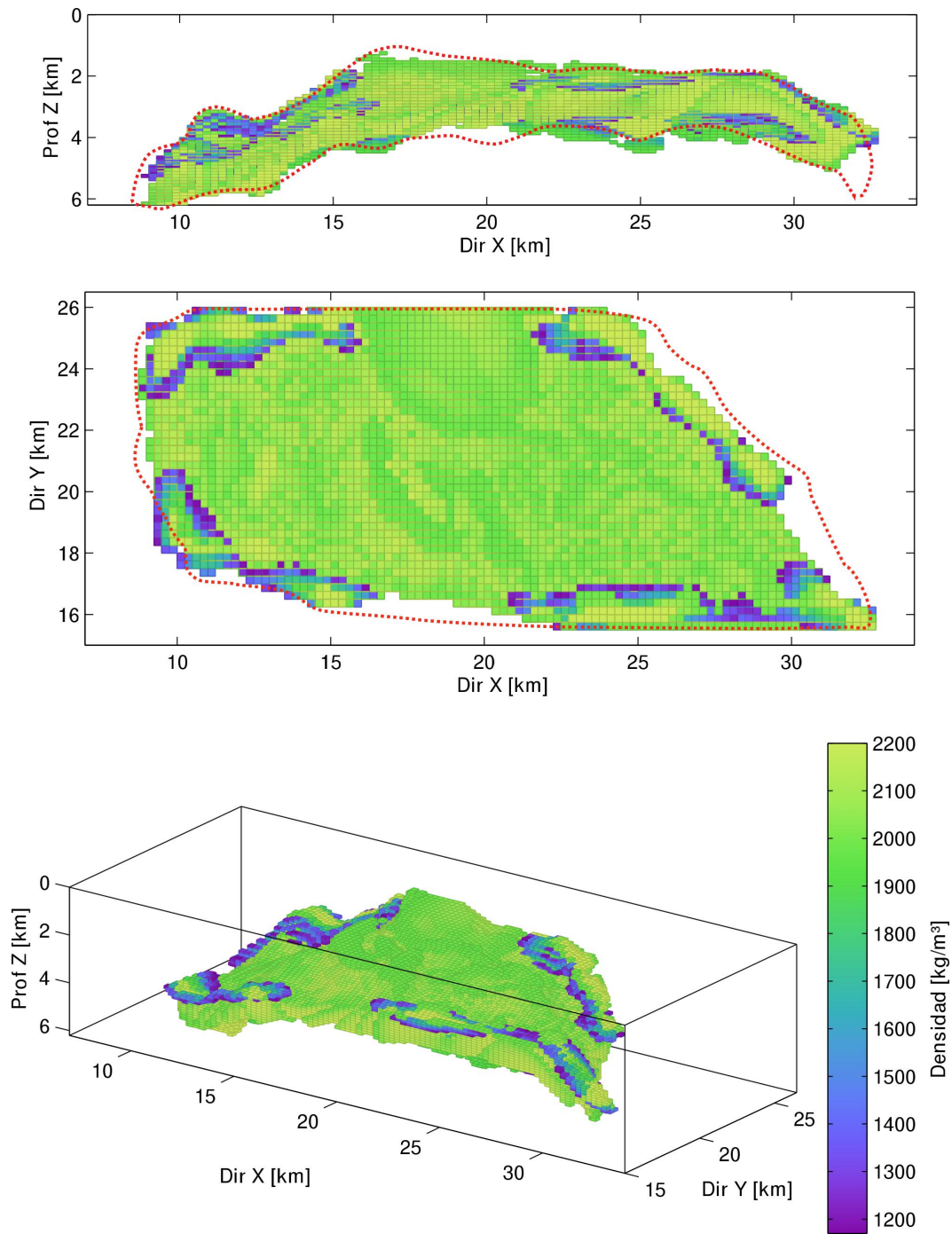


Figura 5.47: Modelo final tensor gravimétrico de inversión de cuerpos salinos mostrado en diferentes perspectivas (densidades absolutas), la línea punteada determina los límites del modelo real.

De acuerdo a las configuraciones finales obtenidas se puede notar que:

- La resolución de prismas aplicada en el modelado inverso obtiene ajustes muy aceptables con los datos observados.
- La configuración del modelo de sal obtenido de la inversión conjunta de datos tensoriales es más compacta en comparación con el modelo gravimétrico o magnético obtenido, definiendo mejor sus límites.
- La variación de densidades correspondiente al coeficiente de suavizamiento del algoritmo de inversión es menos considerable en el modelo obtenido con inversión conjunta de datos tensoriales, concentrando estas variaciones en mayor medida hacia los bordes del cuerpo salino.

Hay que hacer notar que la cantidad de datos pertenecientes a la malla de observaciones y los parámetros del dominio a invertir son longitudes que determinan el tamaño de la matriz de sensibilidades, en este caso para datos tensoriales se tendrían 3 matrices de sensibilidades para usar simultáneamente en el algoritmo, por lo que las resoluciones a considerar dependen del espacio de memoria del computador, dificultándose en tal caso para ordenadores pequeños.

METODOLOGÍA DE LA PROGRAMACIÓN EN PARALELO

Debido a la necesidad de resolver problemas en el que las soluciones pueden llevar un tiempo de cómputo considerable, surgen máquinas con varios procesadores para uso concurrente; en estos se resuelven problemas más rápidamente de lo que se puede hacer con un solo procesador.

Así, una computadora para uso en paralelo consta de un conjunto de procesadores que trabajan de manera simultánea para solucionar un problema computacional.

Existen varios diseños de supercomputadoras con diferentes arquitecturas y diversas cantidades de procesadores, entre estos, los de memoria compartida cada día predominan más en la industria del cómputo de alto rendimiento, permitiendo avances en la tecnología del hardware para incrementar el número de núcleos que comparten el mismo espacio de direcciones de memoria.

Actualmente es preferible que cada uno de los nodos de un sistema multi-computador comúnmente conocido como *cluster* en la jerga de la computación científica tenga el mayor número de núcleos integrados ya sea por número de procesadores con varios núcleos o través de GPU, con la finalidad de aminorar el costo de comunicación producido por el uso de la red en un modelo de paso de mensajes.

6.1 EL MODELO DE PROGRAMACIÓN DE OPENMP

OpenMP es una API (Application Program Interface) que puede ser utilizada para diseñar explícitamente programas paralelos multithread en memoria compartida, básicamente es una especificación que define un conjunto de directivas. OpenMP no es un lenguaje de programación, el conjunto de directivas y funciones que se coordinan con las variables de ambiente permiten al programador expresar el paralelismo en máquinas de memoria compartida en lenguajes como Fortran, C y C++.

Cuando se insertan las directivas en el código fuente, el compilador genera un código que puede ser ejecutado en paralelo utilizando múltiples hilos de ejecución o procesadores (Figura 6.48), en general no se necesita utilizar demasiadas directivas o modificar la estructura del código, por tal motivo OpenMP se ha convertido

en una especificación bastante aceptada por los principales proveedores de equipo de alto rendimiento como Sun, Intel, IBM and SGI, ya que de manera uniforme y portable se pueden producir programas que se ejecutan en paralelo.

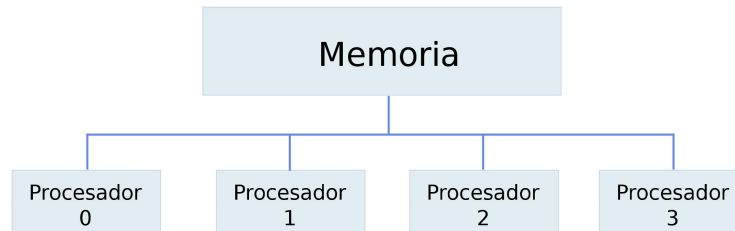


Figura 6.48: Sistemas de memoria compartida.

OpenMP utiliza el modelo *fork-join* (división-uni6n) que consiste en dividir una tarea en subtareas que son llevadas a cabo por los hilos de ejecuci6n y una vez finalizada llegar a un punto de encuentro donde se pueden hacer operaciones de reducci6n llamada barrera, esto es, cuando el hilo inicial o maestro encuentra un constructor paralelo crea un conjunto de hilos, donde todos los hilos del conjunto ejecutan el c6digo que se encuentra dentro de la regi6n paralela, existe una barrera impl6cita al final de la regi6n paralela. 6nicamente el hilo maestro contin6a la ejecuci6n del c6digo posterior a la regi6n paralela.

El n6mero de hilos dentro de una regi6n paralela puede ser especificado de diferentes maneras, una a trav6s de la variable de ambiente `OMP_NUM_THREADS`, otra por medio de la rutina `omp_set_num_threads()` y finalmente por medio de la clausula `num_threads` en conjunto con la directiva `parallel`. Cada hilo dentro del grupo de hilos puede tener su memoria privada, es decir, el conjunto de variables a las que privadamente tiene acceso, y el conjunto de variables p6blicas que son compartidas por todos los hilos, a estas 6ltimas se debe tener especial atenci6n ya que pueden producir problemas de coherencia de la informaci6n y por lo tanto deben ser accesadas a trav6s de regiones cr6ticas o protegidas de forma exclusiva por cada hilo de ejecuci6n.

OpenMP por sus facilidades para generar c6digo multi-hilado se ha convertido en un est6ndar para la industria y podemos listar sus caracter6sticas relevantes:

CARACTER6STICAS:

- Los c6digos con directivas OpenMP solamente se ejecutan en paralelo en m6quinas de memoria compartida, aunque existen algunos compiladores que toman las directivas OpenMP y las convierten al modelo de paso de mensajes para su ejecuci6n distribuida.

- Es altamente portátil entre plataformas, por lo que no es necesario cambiar el código fuente para recompilarse y ejecutarse en diferentes arquitecturas.
- Su facilidad de uso permite establecer un conjunto limitado de directivas para programar, obteniendo un paralelismo significativo únicamente con 3 o 4 directivas.
- Produce tareas de granularidad media y fina. Las tareas son llevadas a cabo por los hilos.
- Es un modelo de paralelismo implícito.
- Provee una mayor abstracción computacional que los modelos basados en paso de mensajes como MPI.

Dependiendo de la semántica y lógica del programa, la directiva permitirá expresar distintas construcciones paralelas. No existe límite en el número de constructores paralelos dentro del programa, por lo que se puede expandir o eliminar varias veces los threads durante su ejecución.

Los threads en paralelo toman la tarea que el hilo maestro haría individualmente en un programa secuencial, las sentencias que se encuentran dentro del constructor en paralelo y rutinas llamadas desde el constructor se ejecutarán en paralelo hasta que el trabajo del constructor termine, dejando al thread maestro continuar su ejecución.

OpenMP puede soportar paralelismo anidado, consiguiendo la inclusión de constructores paralelos en el interior de constructores paralelos, soportando también la gestión dinámica de threads de ejecución.

IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE INVERSIÓN EN OPENMP

La parte más complicada de la programación en paralelo comienza antes de que la primera directiva o función para producir código paralelo sea escrita, ya que tener un código bien diseñado y el algoritmo bien estudiado es esencial para cumplir el objetivo principal del cómputo paralelo que es *reducir el tiempo de cómputo*. El diseño es esencial para producir un programa altamente paralelo y en general se debe seguir una metodología ([Foster \(1995\)](#)).

Se puede describir entonces etapas típicas para el diseño de algoritmos paralelos:

- **Particionamiento.** Dividir el cálculo en pequeñas subtareas. Aunque se puede tomar como independiente de la arquitectura o modelo de programación, un buen particionamiento dividirá los cálculos asociados con el problema obteniendo un tiempo de reducción óptimo.
- **Comunicación.** Las tareas generadas por el particionamiento tendrán cálculos de ejecución que requerirán datos asociados con otras tareas, por lo que deben transferirse datos entre sí para que los cálculos procedan.
- **Aglomeración y mapeo.** Las tareas pueden ser combinadas en tareas más grandes, con el fin de mejorar la ejecución y reducir costos de comunicación y sincronización.

Por lo anteriormente expuesto se debe buscar el mejor diseño del algoritmo para que sea altamente paralelizable, para asegurar el mejor rendimiento posible y por ende la reducción en el tiempo de cómputo.

7.1 DISEÑO EN OPENMP

La inversión de datos potenciales por crecimiento de cuerpos, es un algoritmo donde se explora diferentes soluciones individuales (volúmenes elementales) que gradualmente disminuyen la diferencia entre datos observados y calculados, consiguiendo finalmente la mejor configuración de modelos en un espacio de búsqueda determinado.

Aunque el algoritmo tenga como restricción la densidad de cuerpos, sigue existiendo el problema de no unicidad por lo que una manera de reducir aun más

este problema es acotar el espacio de búsqueda. Sin embargo, la resolución de los prismas y el espacio deseado para llevar a cabo la inversión podría llevar a que el algoritmo converja en un largo tiempo, debido a que en cada iteración se selecciona solo un prisma de los totales posibles.

De esta manera, la paralelización del algoritmo puede llevarse a cabo sobre la elección del mejor prisma, es decir, dividir el espacio de búsqueda (espacio tridimensional) entre los procesadores disponibles y entonces cada procesador encuentre de manera independiente el mejor prisma en su espacio de búsqueda seleccionado. Finalmente de los diferentes procesadores se selecciona el prisma que mejor se adapte a la diferencia entre datos observados y calculados.

Una vez terminado el ciclo, se toma este último prisma como parte del cuerpo en crecimiento y se vuelve a iniciar el ciclo actualizando para todos los procesadores la anomalía del cuerpo actual y los prismas que ya no deben ser modificados.

En la Figura 7.49 se ilustra de manera general la paralelización por división de dominio.

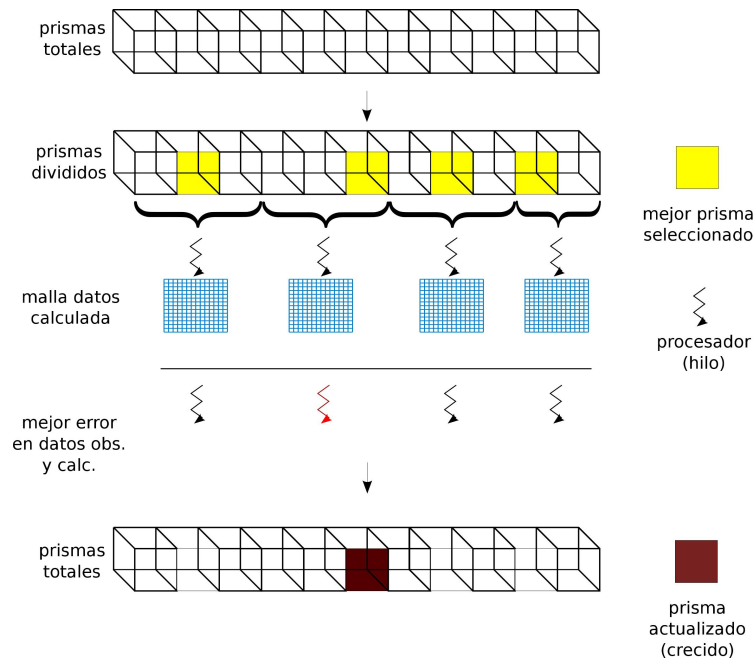


Figura 7.49: Esquema de paralelización para el proceso de inversión por crecimiento de cuerpos.

7.2 PRUEBAS DE RENDIMIENTO Y RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

7.2.1 Descripción del equipo

Las especificaciones técnicas de la estación de trabajo donde se llevaron a cabo los experimentos son las siguientes:

- *cluster* con nueve nodos de cálculo
- cada nodo cuenta con 2 CPUs X5650 Intel (R) Xeon (R) con 6 cores emulando 12 cada uno
- 48 GB de memoria RAM
- Sistema Operativo Red Hat 4.1.2

El compilador que se utilizó fue GNU Fortran versión 4.1.2, disponible en el equipo.

7.2.2 Experimentos de rendimiento sobre modelo T.

En el *cluster* descrito se realizaron los trabajos de inversión de datos y experimentos de rendimiento sobre un nodo, donde se cuenta con un total de 12 núcleos emulando 24, por lo que se crearán 24 hilos de ejecución para analizar el rendimiento.

El ejemplo sintético que se tomó para este análisis fue el modelo T (Sección 4.2), midiendo el rendimiento para los tres tipos de inversión: gravimétrico, magnético y tensor gravimétrico. El problema que se aborda tiene un total de 31104 prismas junto con una malla de observaciones equiespaciada de $51 \times 51 = 2601$ puntos.

Utilizando un solo procesador (forma serial) para determinar el modelo de parámetros, se obtuvieron tiempos que se muestran en la siguiente tabla:

procesador	Tipo de inversion	Tiempo de cómputo
1	gravimétrico	1h34m03s
1	magnético	1h42m13s
1	tensor gravimétrico	5h04m27s

Tabla 13: Tiempos de cómputo obtenidos con el algoritmo de inversión en forma serial.

Al aplicar el algoritmo en paralelo se tienen los siguientes tiempos para diferentes hilos (se miden tiempos para hilos pares).

Hilos	Tiempo de cómputo	Hilos	Tiempo de cómputo
1	1h43m25s(0,91X)	14	0h12m38s(7,44X)
2	0h51m44s(1,82X)	16	0h10m54s(8,62X)
4	0h25m54s(3,63X)	18	0h09m52s(9,53X)
6	0h17m38s(5,29X)	20	0h10m09s(9,09X)
8	0h13m31s(6,95X)	22	0h09m28s(9,92X)
10	0h10m40s(8,81X)	24	0h08m45s(10,73X)
12	0h09m06s(10,32X)		

Tabla 14: Tiempos de cómputo y speed-up en inversión de datos gravimétricos.

Hilos	Tiempo de cómputo	Hilos	Tiempo de cómputo
1	1h48m13s(0,94X)	14	0h12m20s(8,29X)
2	1h00m26s(1,69X)	16	0h10m56s(9,36X)
4	0h38m12s(2,67X)	18	0h09m57s(10,27X)
6	0h32m08s(3,18X)	20	0h10m21s(9,87X)
8	0h25m20s(4,03X)	22	0h09m28s(10,79X)
10	0h10m47s(9,48X)	24	0h08m43s(11,72X)
12	0h08m59s(11,39X)		

Tabla 15: Tiempos de cómputo y speed-up en inversión de datos magnéticos (Anomalía Campo Total).

Hilos	Tiempo de cómputo	Hilos	Tiempo de cómputo
1	5h38m45s(0,90X)	14	0h38m15s(7,96X)
2	2h51m34s(1,77X)	16	0h34m19s(8,87X)
4	1h25m51s(3,55X)	18	0h33m02s(9,21X)
6	1h00m22s(5,04X)	20	0h32m53s(9,26X)
8	1h04m03s(4,75X)	22	0h32m24s(9,40X)
10	0h55m52s(5,45X)	24	0h29m49s(10,21X)
12	0h30m43s(9,91X)		

Tabla 16: Tiempos de cómputo y speed-up en inversión de datos del tensor gravimétrico G_{zz} , G_{xy} y G_{uv} .

Usando todos los núcleos disponibles de los CPU se reduce la inversión del modelo T en 10,73X(8m45s) para datos gravimétricos, 11,72X(8m43s) para datos magnéticos y 10,21X(29m49s) para datos del tensor gravimétrico. El tiempo de cómputo se disminuye considerablemente, lo cual es muy necesario en los procesos de ambiente industrial.

En las siguientes figuras se muestra el comportamiento de tiempos de cómputo correspondientes a las tablas 14, 15 y 16.

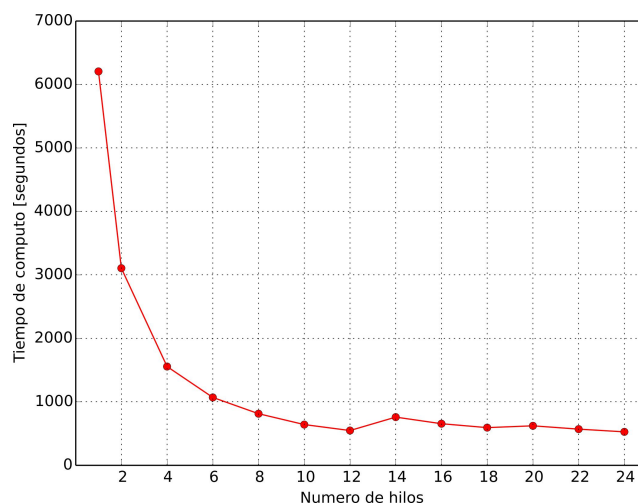


Figura 7.50: Comportamiento del tiempo de cómputo para inversión gravimétrica.

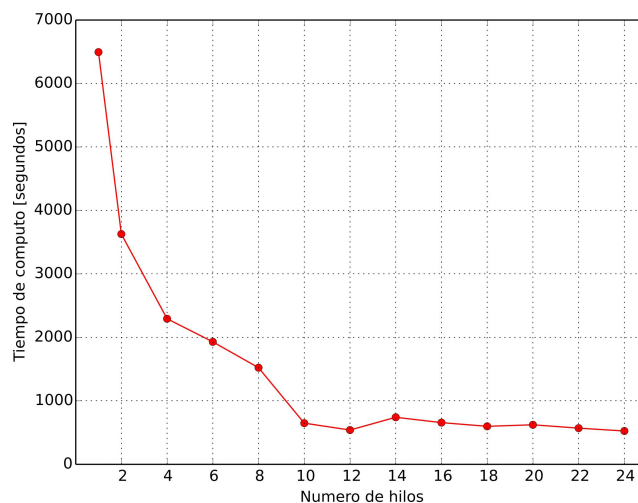


Figura 7.51: Comportamiento del tiempo de cómputo para inversión magnética.

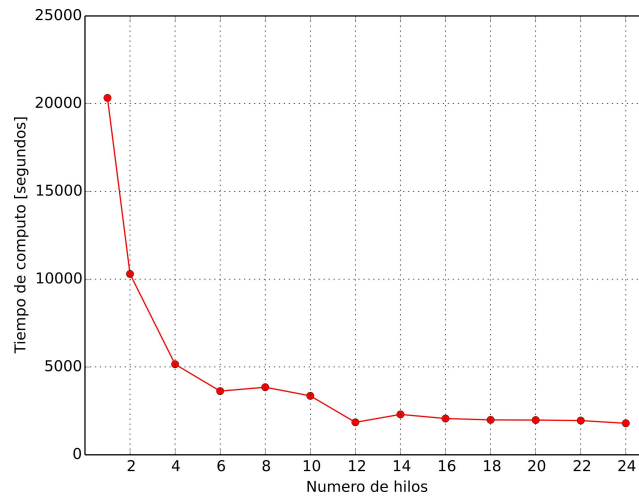


Figura 7.52: Comportamiento del tiempo de cómputo para inversión conjunta de datos tensoriales gravimétricos.

En las siguientes figuras se muestra el comportamiento del speed-up correspondientes a las tablas 14, 15 y 16.

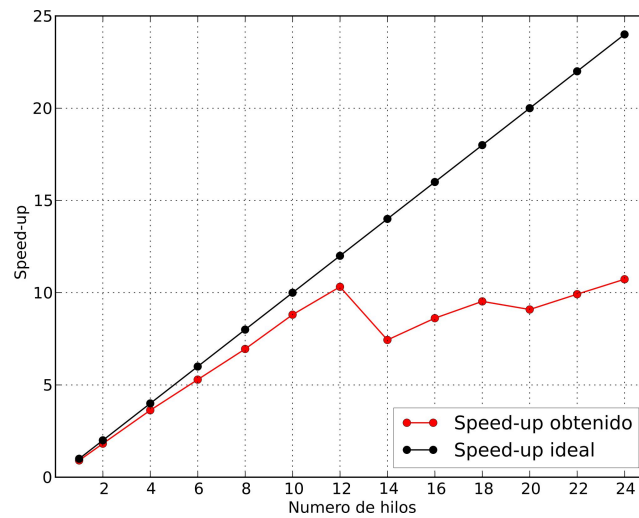


Figura 7.53: Speed-up ideal y correspondiente a los tiempos de ejecución de inversión gravimétrica.

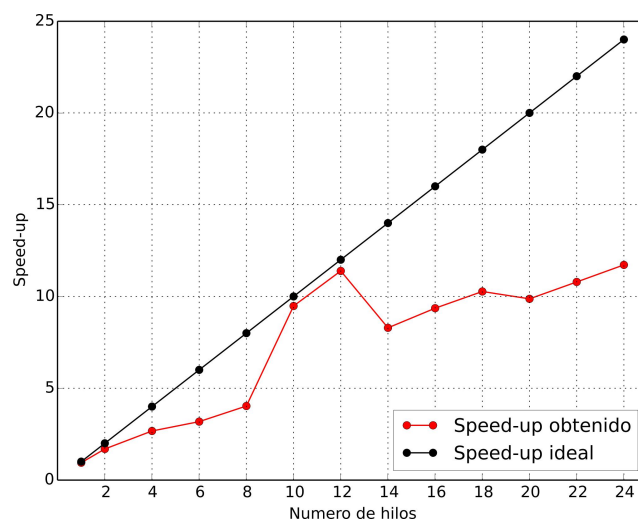


Figura 7.54: Speed-up ideal y correspondiente a los tiempos de ejecución de inversión magnética.

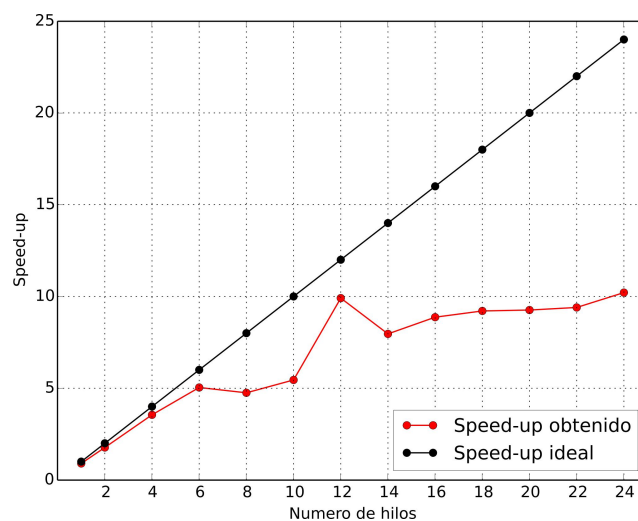


Figura 7.55: Speed-up ideal y correspondiente a los tiempos de ejecución de inversión tensorial de datos gravimétricos.

Los resultados de speed-up como se pueden observar en las Figuras 7.53, 7.54 y 7.55, obtienen un mejor tiempo usando 24 hilos de ejecución, sin embargo, se tienen valores muy parecidos al usar 12 hilos de ejecución, por lo que al ir incrementado el número de hilos por arriba de 12 se tienen variaciones de rendimiento influenciadas por la sobre carga de hilos.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La inversión de métodos potenciales mediante el algoritmo de crecimiento de cuerpos aplicando reestricción en contrastes de densidad o susceptibilidad magnética (pre-fijados), ha demostrado ser un método eficiente para inversión de cuerpos en gran escala. Dentro de estas ventajas se puede recalcar que el trabajo con la matriz de sensibilidades es prácticamente nula, ya que no se necesitó en ningún caso algún tipo de condicionamiento o solución del sistema de ecuaciones salvo las dificultades en el almacenamiento y extracción de datos.

La elección de un parámetro adecuado λ y los contrastes de densidad seleccionados para la inversión de datos derivados del conocimiento geológico son fundamentales para estimar resultados más o menos correctos, en donde establecer espacios de búsqueda adecuados reduce en gran medida los problemas de no unicidad o aparición de fuentes ficticias.

Los datos del tensor gravimétrico en comparación con los datos convencionales de gravedad representan una mejor sensibilidad para la caracterización de los límites de objetivos y es la razón por la cual los datos pueden ser incorporados con éxito en la interpretación de zonas de exploración.

Los experimentos numéricos basados en el diseño paralelo implementado en OpenMP, demuestran que la reducción de tiempo es efectiva, este rendimiento ofrece varias ventajas hacia la caracterización de estructuras masivas en lapsos de tiempo relativamente cortos a la vez que la conversión de códigos para hacerlos paralelos no requiere de grandes modificaciones en el algoritmo original.

Las recomendaciones en trabajos posteriores son las siguientes:

Ya que en una inversión tridimensional la matriz de sensibilidades crece en tamaño con la resolución de parámetros y observaciones, se pueden considerar técnicas de compresión de matrices para aminorar el espacio necesitado en memoria y poder así acceder a resoluciones aún mayores.

Apoyarse de un modelo de velocidades para obtener un modelo convertido a densidades, el cual puede ser obtenido aplicando la ecuación de Gardner (1974) para una construcción más aproximada del modelo.

Contemplar nuevas tecnologías de arquitectura para procesamiento en paralelo, tales como las basadas en GPUs y coprocesadores, migrando aplicaciones como lo es la inversión de datos potenciales y comparar los rendimientos obtenidos.

Ya que un mismo objetivo pueden ser mapeado a partir de diferentes tipos de métodos de exploración, la respuesta obtenida puede proporcionar un marco para formular su combinación y aplicar métodos de inversión conjunta con el fin de restringir en mayor medida la cantidad de posibles soluciones del modelo a estimar.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Barnes, G., Barraud, J., Lumley, J., Davies, M. et al. (2008). Advantages of multitensor high resolution gravity gradient data, 78th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, pp. 3587-3590.
- [2] Beiki, M. and Pedersen, L. B. (2010). Eigenvector analysis of gravity gradient tensor to locate geologic bodies, *Geophysics* 75(6): I37-I49.
- [3] Bell, R. E., Anderson, R. and Pratson, L. (1997). Gravity gradiometry resurfaces, *The Leading Edge* 16(1): 55-59.
- [4] Bell, R. E. and Hansen, R. (1998). The rise and fall of early oil field technology: The torsion balance gradiometer, *The Leading Edge* 17(1): 81-83.
- [5] Bentley, J. (1999). *Programming Pearls*, 2nd edn, Addison-Wesley, Boston, MA, USA.
- [6] Bhattacharyya, B. (1964). Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization, *Geophysics* 29(4): 517-531.
- [7] Blakely, R. J. (1996). *Potential theory in gravity and magnetic applications*, Cambridge University Press.
- [8] Bringhurst, R. (2008). *The Elements of Typographic Style*, Version 3.2, Hartley & Marks Publishers, Point Roberts, WA, USA.
- [9] Butler, D. K. (1984). Microgravimetric and gravity gradient techniques for detection of subsurface cavities, *Geophysics* 49(7): 1084-1096.
- [10] Camacho, A. G., F. G. Montesinos, and R. Vieira, 2000, Gravity inversion by means of growing bodies: *Geophysics*, 65, 95-101.
- [11] Camacho, A.G., Nunes, J.C., et al., 2007. Gravimetric determination of an intrusive complex under the Island of Faial (Azores): some methodological improvements. *Geophys. J. Int.* 171, 478-494.
- [12] Cordell, L. (1992). A scattered equivalent-source method for interpolation and gridding of potential-field data in three dimensions, *Geophysics* 57(4): 629-636.
- [13] Cox, L. H., G. Wilson, and M. S. Zhdanov, 2010, 3D inversion of airborne electromagnetic data using a moving footprint: *Exploration Geophysics*, 41, 250-259.

- [14] Droujinine, A., Vasilevsky, A. and Evans, R. (2007). Feasibility of using full tensor gradient (ftg) data for detection of local lateral density contrasts during reservoir monitoring, *Geophysical Journal International* 169(3): 795-820.
- [15] Edwards, A., Maki, J. and Peterson, D. (1997). Gravity gradiometry as a tool for underground facility detection, *Journal of Environmental and Engineering Geophysics* 2(2): 137-142.
- [16] Evjen, H. (1936). The place of the vertical gradient in gravitational interpretations, *Geophysics* 1(1): 127-136.
- [17] F. Almeida et al: *Introducción a la Programación Paralela*. Paraninfo. 2008.
- [18] Ferreiro, A., García, J., López-Salas, J. and Vázquez, C. (2013). An efficient implementation of parallel simulated annealing algorithm in gpus, *Journal of Global Optimization* 57(3): 863-890.
- [19] Fossen, H. (2010). *Structural Geology*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [20] Goffe, W. L., Ferrier, G. D. and Rogers, J. (1994). Global optimization of statistical functions with simulated annealing, *Journal of Econometrics* 60(1): 65-99.
- [21] Hartman, R. R., Teskey, D. J. and Friedberg, J. L. (1971). A system for rapid digital aeromagnetic interpretation, *Geophysics* 36(5): 891-918.
- [22] Heiland, C. A. (1943). A rapid method for measuring the profile components of horizontal and vertical gravity gradients, *Geophysics* 8(2): 119-133.
- [23] I. Foster, *Designing and Building Parallel Programs: Concepts and Tools for Parallel Software Engineering*, Addison-Wesley, 1995.
- [24] Ingber, L. (1989). Very fast simulated re-annealing, *Mathematical and computer modelling* 12(8): 967-973.
- [25] Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., Vecchi, M. P. et al. (1983). Optimization by simulated annealing, *science* 220(4598): 671-680.
- [26] Krahenbuhl, R. A., and Y. Li, 2009, Hybrid optimization for lithologic inversion and time-lapse monitoring using a binary formulation: *Geophysics*, 74, no. 6, I55-I65.
- [27] Li, Y. (2001). 3d inversion of gravity gradiometry data: Presented at the 71st annual international meeting.
- [28] Li, Y. and Oldenburg, D. W. (2003). Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method, *Geophysical Journal International* 152(2): 251-265.

- [29] Li, Y. and Oldenburg, D. W. (2010). Rapid construction of equivalent sources using wavelets, *Geophysics* 75(3): L51-L59.
- [30] Mareschal, J. (1985). Inversion of potential field data in fourier transform domain, *Geophysics* 50(4): 685-691.
- [31] Mikhailov, V., Pajot, G., Diament, M. and Price, A. (2007). Tensor deconvolution: A method to locate equivalent sources from full tensor gravity data, *Geophysics* 72(5): I61-I69.
- [32] Montesinos, F., Arnosó, J. and Vieira, R. (2005). Using a genetic algorithm for 3-d inversion of gravity data in fuerteventura (canary islands), *International Journal of Earth Sciences* 94(2): 301-316.
- [33] Murphy, C. and Brewster, J. (2007). Target delineation using full tensor gravity gradiometry data: Aseg, Extended Abstracts.
- [34] Mushayandebvu, M. and Davies, J. (2006). Magnetic gradients in sedimentary basins: Examples from the western canada sedimentary basin, *The Leading Edge* 25(1): 69-73.
- [35] Nabighian, M. N. (1972). The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: its properties and use for automated anomaly interpretation, *Geophysics* 37(3): 507-517.
- [36] Nabighian, M. N. and Hansen, R. (2001). Unification of euler and werner deconvolution in three dimensions via the generalized hilbert transform, *Geophysics* 66(6): 1805-1810.
- [37] Nagihara, S. and Hall, S. A. (2001). Three-dimensional gravity inversion using simulated annealing: Constraints on the diapiric roots of allochthonous salt structures, *Geophysics* 66(5): 1438-1449.
- [38] Pajot, G., De Viron, O., Diament, M., Lequentrec-Lalancette, M.-F. and Mikhailov, V. (2008). Noise reduction through joint processing of gravity and gravity gradient data, *Geophysics* 73(3): I23-I34.
- [39] Pedersen, L. and Rasmussen, T. (1990). The gradient tensor of potential field anomalies: Some implications on data collection and data processing of maps, *Geophysics* 55(12): 1558-1566.
- [40] Pilkington, M. (1997). 3-d magnetic imaging using conjugate gradients, *Geophysics* 62(4): 1132-1142.
- [41] Plouff, D. (1976). Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections, *Geophysics* 41(4): 727-741.

- [42] Portniaguine, O. and Zhdanov, M. S. (2002). 3-d magnetic inversion with data compression and image focusing, *Geophysics* 67(5): 1532-1541.
- [43] René, R. M., 1986, Gravity inversion using open, reject, and “shape-of-anomaly” fill criteria: *Geophysics*, 51, 988-994.
- [44] Reynolds, J.M. 1997. An Introduction to Applied and Environmental Geophysics, John Wiley and Sons Ltd, Chichester, 796 pp, first edition.
- [45] Roy, L., Sen, M. K., Blankenship, D. D., Stoffa, P. L. and Richter, T. G. (2005). Inversion and uncertainty estimation of gravity data using simulated annealing: An application over lake vostok, east antarctica, *Geophysics* 70(1): J1-J12.
- [46] Saad, A. H. (2006). Understanding gravity gradients—a tutorial, *The Leading Edge* 25(8): 942-949.
- [47] Sambridge, M. and Mosegaard, K. (2002). Monte carlo methods in geophysical inverse problems, *Reviews of Geophysics* 40(3): 3-1.
- [48] Sen, M. K. and Stoffa, P. L. (1995). Global optimization methods in geophysical inversion, Elsevier. Skeels, D. C. (1947). Ambiguity in gravity interpretation, *Geophysics* 12(1): 43-56.
- [49] Tarantola, A. (2005). Inverse problem theory and methods for model parameter estimation, *siam*.
- [50] Uieda, L., and V. C. F. Barbosa (2012), Robust 3D gravity gradient inversion by planting anomalous densities, *Geophysics*, 77(4), G55-G66.
- [51] Vasco, D. and Taylor, C. (1991). Inversion of airborne gravity gradient data, south-western oklahoma, *Geophysics* 56(1): 90-101.
- [52] While, J., Biegert, E. and Jackson, A. (2009). Generalized sampling interpolation of noisy gravity/gravity gradient data, *Geophysical Journal International* 178(2): 638-650.
- [53] While, J., Jackson, A., Smit, D. and Biegert, E. (2006). Spectral analysis of gravity gradiometry profiles, *Geophysics* 71(1): J11-J22.
- [54] Wilson, G. A., M. Cuma, and M. S. Zhdanov, 2011, Large-scale 3D inversion of airborne potential field data: 73rd Annual International Conference and Exhibition, EAGE, Extended Abstracts, K047.
- [55] X. Li and M. Chouteau, “Three-dimensional gravity modeling in all space,” *Surveys in Geophysics*, vol. 19, no. 4, pp. 339-368, 1998.

- [56] Zhdanov, M. S., Ellis, R. and Mukherjee, S. (2004). Three-dimensional regularized focusing inversion of gravity gradient tensor component data, *Geophysics* 69(4): 925-937.
- [57] Zhdanov, M. S., A. Green, A. Gribenko, and M. Cuma, 2010a, Large-scale three-dimensional inversion of Earthscope MT data using the integral equation method: *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 8, 27-35.
- [58] Zidarov, D., and Z. Zhelev, 1970, On obtaining a family of bodies with identical exterior fields - Method of bubbling: *Geophysical Prospecting*, 18, 14-33.