



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO I: ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

TEMA

**INTRODUCCIÓN: ANÁLISIS SISMICO DE UN GRADO DE
LIBERTAD; COMPORTAMIENTO ELÁSTICO E INELÁSTICO.
ESPECTRO DE RESPUESTA**

**EXPOSITOR: DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ
PALACIO DE MINERIA
JULIO DEL 2001**

DINAMICA ESTRUCTURAL

ANALISIS DINAMICO DE SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

Dr. Octavio A. Rascón Chávez *

Introducción

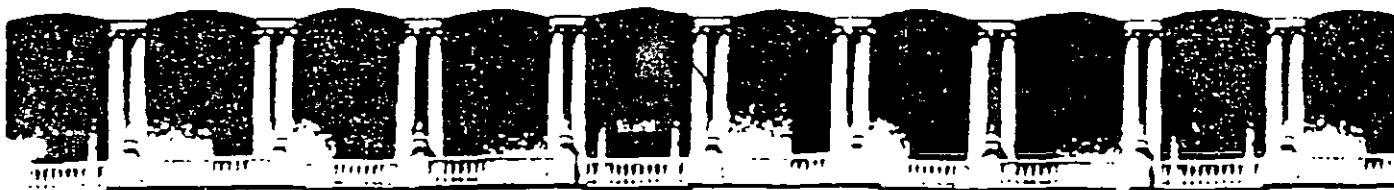
Cuando ocurre un sismo en una localidad, éste excita a las estructuras que ahí se ubican y las hace vibrar. Las características del movimiento de cada estructura dependen tanto de las propiedades geométricas como de los materiales de que esté construida; asimismo, se relaciona estrechamente con la evolución de los desplazamientos del terreno durante el temblor en el lugar donde ésta se desplanta.

Por lo tanto, para calcular los desplazamientos que sufre una estructura durante un temblor, es necesario **“modelar”** su geometría, así como el comportamiento de los materiales, de los componentes estructurales y de las conexiones entre ellos. Asimismo, es necesario contar con información acerca del movimiento del terreno, en términos de **“acelerogramas”** (aceleraciones versus tiempo) o de los **“espectros de respuesta”** (respuestas máximas versus periodos naturales de las estructuras) que se calculan con los acelerogramas, como se verá más adelante.

Por otra parte, si bien se reconoce que todas las estructuras de edificios están conformadas por vigas, columnas, losas y muros que son de naturaleza **“continua”**, en la práctica profesional se acostumbra simplificar su topología mediante la formulación de modelos reológicos que idealizan su comportamiento, produciendo sistemas discontinuos o **“discretos”** como se ejemplifica a continuación, con lo cual se simplifican considerablemente los procesos de análisis que se realizan para calcular el comportamiento dinámico de las estructuras.

En estos apuntes se presenta un resumen de los aspectos básicos del comportamiento dinámico de estructuras idealizadas con un solo **“grado de libertad”**, cuando son excitadas por sismos y fuerzas dinámicas externas. En la exposición oral que se da en la se se amplían y comentan muchos de los conceptos.

* Coordinador de Desarrollo Tecnológico, Instituto Mexicano del Transporte, y Profesor en la División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO I: ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

TEMA

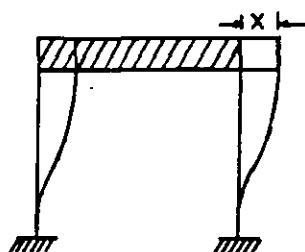
ANÁLISIS SISMICO DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD, COMPORTAMIENTO ELÁSTICO E INELASTICO

**EXPOSITOR: DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ
PALACIO DE MINERIA
JULIO DEL 2001**

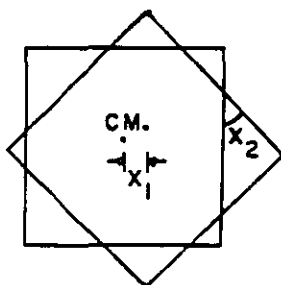
DEFINICION.

GRADOS DE LIBERTAD = NUMERO DE COORDENADAS GENERALIZADAS (DESPLAZAMIENTOS O GIROS) QUE SE REQUIEREN PARA DEFINIR LA POSICION DEL SISTEMA EN CUALQUIER INSTANTE.

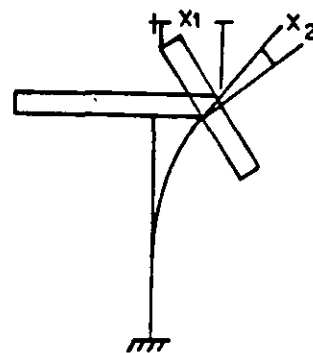
EJEMPLOS



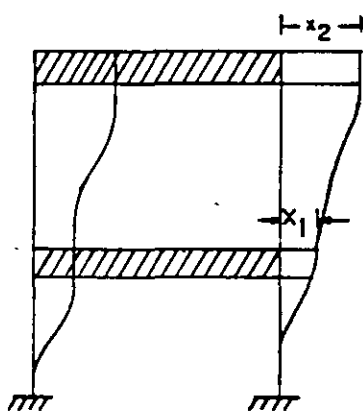
UN GRADO DE
LIBERTAD



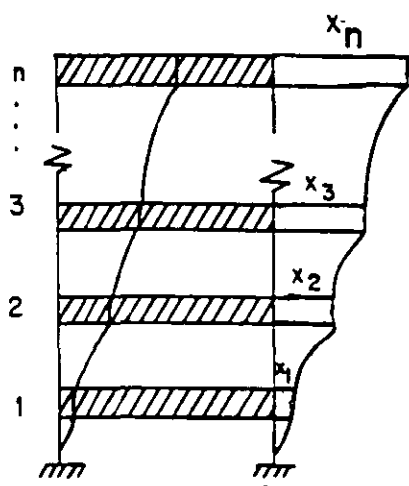
DOS GRADOS DE
LIBERTAD



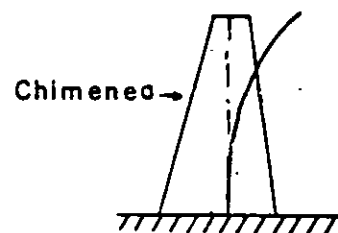
DOS GRADOS DE
LIBERTAD



DOS GRADOS DE
LIBERTAD



n GRADOS DE
LIBERTAD



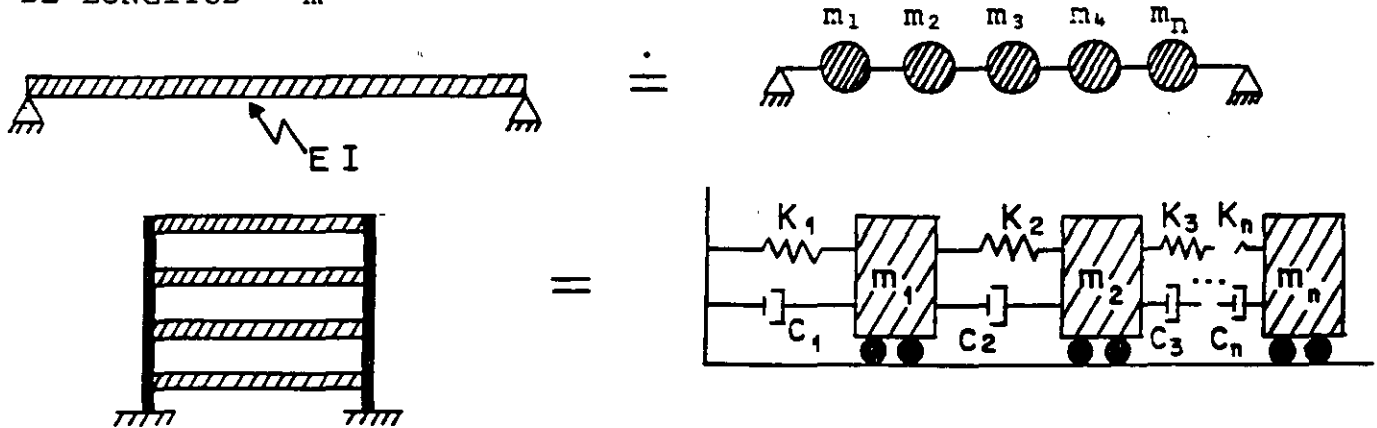
INFINITO NUMERO DE
GRADOS DE LIBERTAD

MÉTODOS DE DISCRETIZACIÓN DE SISTEMAS CONTINUOS

1. POR CONCENTRACIÓN DE MASAS

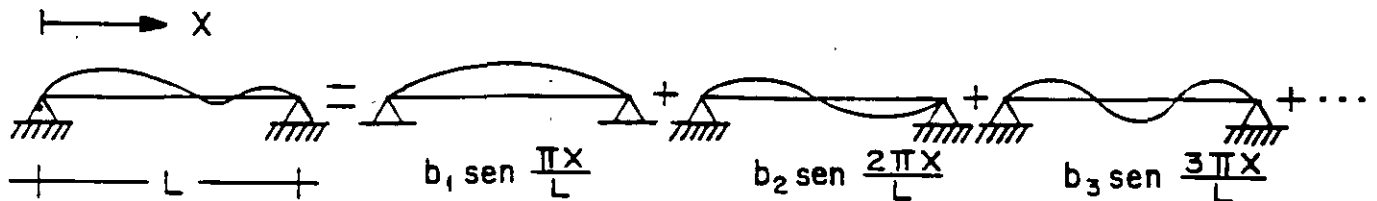
MASA POR UNIDAD

DE LONGITUD = m



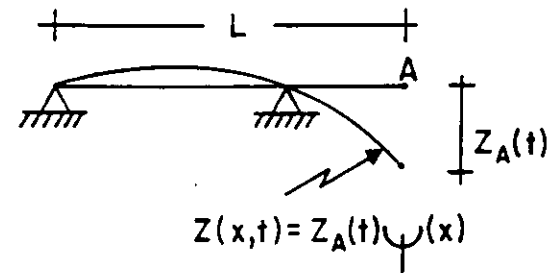
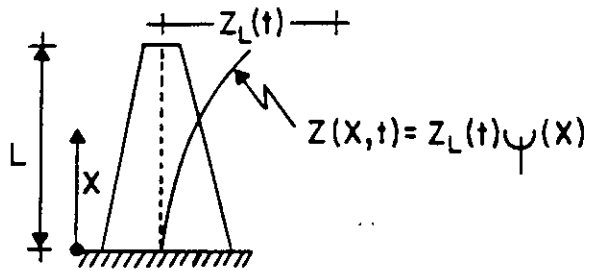
2. EXPRESANDO LA CONFIGURACION DE VIBRACION DE LA ESTRUCTURA COMO UNA SERIE DE FUNCIONES ESPECIFICADAS. POR EJEMPLO, SI ESTAS FUNCIONES SON ARMONICAS:

$$Z(x) = \sum_{i=1}^N b_i \sin \frac{i\pi x}{L}$$

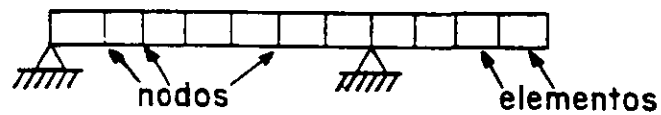


EN GENERAL, PARA CUALQUIER TIPO DE FUNCION $\psi(x)$:

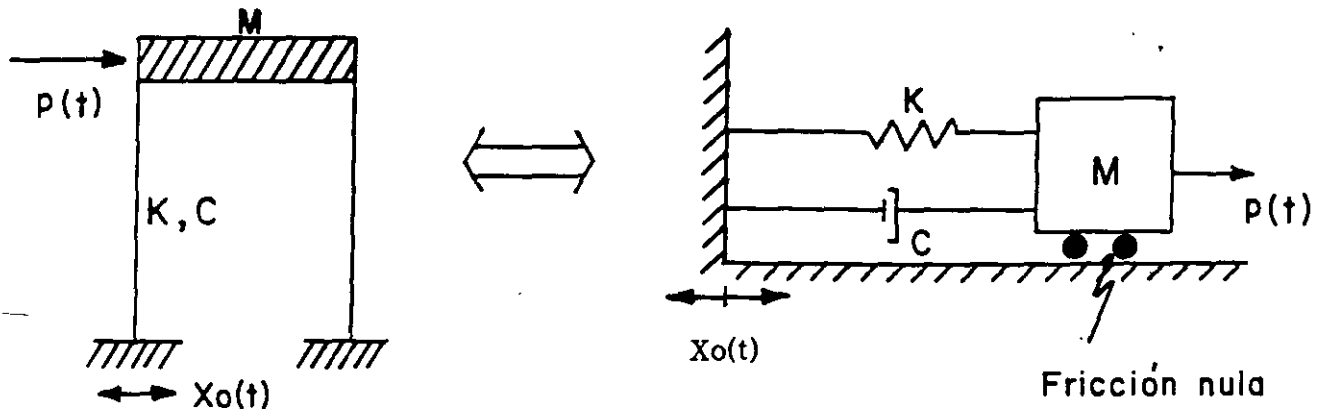
$$z(x,t) = \sum_{i=1}^N z_i(t) \psi_i(x)$$



3. MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS



RESPUESTA DINAMICA DE SISTEMAS ELASTICOS LINEALES DE UN GRADO DE LIBERTAD
CON AMORTIGUAMIENTO VISCOSO



t = TIEMPO

M = MASA

K = RIGIDEZ

C = AMORTIGUAMIENTO

$P(t)$ = FUERZA EXTERNA

$X_o(t)$ = DESPLAZAMIENTO DEL SUELO

EL AMORTIGUAMIENTO VISCOSO ES TAL QUE PRODUCE UNA FUERZA DE RESTAURACION PROPORCIONAL A LA VELOCIDAD RELATIVA DE LA MASA RESPECTO AL SUELO.

EL AMORTIGUAMIENTO SE DEBE PRINCIPALMENTE A LA FRICCION INTERNA ENTRE LOS GRANOS O PARTICULAS DEL MATERIAL DE LA ESTRUCTURA, Y A FRICCION EN LAS JUNTAS Y CONEXIONES DE LA MISMA. ES EL ELEMENTO DEL SISTEMA QUE DISCIPA ENERGIA.

2a. LEY DE NEWTON:

"LA RAPIDEZ DE CAMBIO DEL MOMENTUM DE CUALQUIER MASA, m , ES IGUAL A LA FUERZA QUE ACTUA SOBRE ELLA"

$$p(t) = \frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (m\dot{x})$$

$p(t)$ = FUERZA ACTUANTE

x = DESPLAZAMIENTO

t = TIEMPO

SI m ES CONSTANTE: $p(t) = m\ddot{x}$

PRINCIPIO DE D'ALAMBERT

SI LA 2a. LEY DE NEWTON LA ESCRIBIMOS COMO --

$$p(t) - m\ddot{x} = 0$$

AL SEGUNDO TERMINO DE LA ECUACION SE LE CONOCE COMO FUERZA DE INERCIA; EL CONCEPTO DE QUE UNA MASA DESARROLLA UNA FUERZA DE INERCIA PROPORCIONAL A SU ACELERACION Y QUE SE OPONE A ELLA SE CONOCE COMO PRINCIPIO DE D'ALAMBERT, Y PERMITE QUE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO SE EXPRESEN COMO ECUACIONES DE EQUILIBRIO DINAMICO.

ECUACION DE EQUILIBRIO

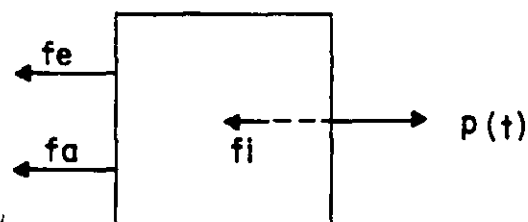
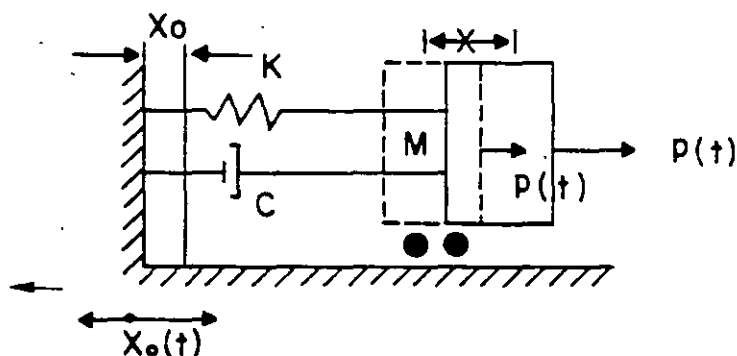


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

$$\text{EQUILIBRIO: } f_e + f_a + f_i = p(t) \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{PARA UN SISTEMA ELASTICO: } f_e = K(x - x_o) = ky \\ \text{PARA AMORTIGUAMIENTO VISCOSO: } f_a = c(\dot{x} - \dot{x}_o) = C\dot{y} \\ \text{POR EL PRINCIPIO DE D'ALAMBERT: } f_i = m\ddot{x} = m(\ddot{y} + \ddot{x}_o) \end{array} \right\} \quad (2)$$

DONDE $Y=X-X_0$ ES EL DESPLAZAMIENTO RELATIVO.

SUSTITUYENDO LAS ECS. 2 EN LA EC. 1 SE OBTIENE:

$$m(\ddot{y} + \ddot{x}_0) + c\dot{y} + ky = p(t)$$

DE DONDE

$$\boxed{\ddot{M}y + c\dot{y} + Ky = p(t) - M\ddot{x}_0} \quad (3)$$

DIVIDIENDO ENTRE M AMBOS MIEMBROS DE LA EC. 3:

$$\ddot{y} + \frac{C}{M} \dot{y} + \frac{K}{M} y = \frac{p(t)}{M} - \ddot{x}_0$$

SI $\frac{C}{M} = 2h$, y $\frac{K}{M} = \omega^2$, DONDE ω = FRECUENCIA CIRCULAR NATURAL, EN RAD/SEG:

$$\boxed{\ddot{y} + 2h \dot{y} + \omega^2 y = \frac{p(t)}{M} - \ddot{x}_0} \quad (4)$$

CUANDO SE TIENEN EXCITACIONES EN EL SISTEMA SE TRATA DE UN PROBLEMA DE VIBRACIONES FORZADAS; EN CASO CONTRARIO EL PROBLEMA ES DE VIBRACIONES LIBRES.

VIBRACIONES LIBRES

EN ESTE CASO LA ECUACION DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO RESULTA SER

$$\ddot{y} + 2h \dot{y} + \omega^2 y = 0$$

CUYA SOLUCION ES

$$y(t) = e^{-ht} (C_1 \sin \omega' t + C_2 \cos \omega' t) \quad (5)$$

DONDE $\omega' = \sqrt{\omega^2 - h^2}$ = FRECUENCIA CIRCULAR NATURAL AMORTIGUADA

Y C_1 Y C_2 SON CONSTANTES QUE DEPENDEN DE LAS CONDICIONES INICIALES

(EN $t=0$) DE DESPLAZAMIENTO Y VELOCIDAD QUE TENGA LA MASA DEL SISTEMA.

ESTAS RESULTAN SER

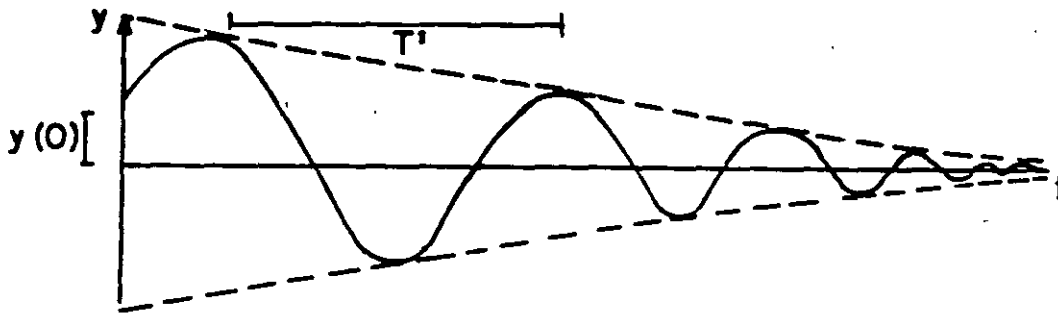
$$\boxed{C_1 = \frac{\dot{y}(0) + h y(0)}{\omega'}} \quad \text{Y} \quad \boxed{C_2 = y(0)} \quad (6)$$

LA EC (5) SE PUEDE ESCRIBIR TAMBIEN COMO:

$$y(t) = A e^{-ht} \cos(\omega' t - \theta) \quad (7)$$

DONDE $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ Y $\theta = \tan^{-1} \frac{C_1}{C_2} = \text{ANGULO DE FASE}$

LA GRAFICA DE LA EC (7) ES



$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \text{PERIODO NATURAL AMORTIGUADO, SEG}$$

$$f' = \frac{1}{T'} = \text{FRECUENCIA NATURAL AMORTIGUADA, cps}$$

VEAMOS EL CASO ESPECIAL DE LA EC. (5) EN QUE $h \rightarrow \omega$. EN TAL CASO,
 $\omega' = \sqrt{\omega^2 - h^2} \rightarrow 0$, $\cos \omega' t \rightarrow 1$ Y $\sin \omega' t \rightarrow \omega' t$, CON LO CUAL LA EC. (5) SE
 REDUCE A

$$\begin{aligned} y(t) &= e^{-\omega t} \left(\left[\frac{\dot{y}(0) + h y(0)}{\omega'} \right] (\omega' t) + y(0) \right) \\ &= e^{-\omega t} [\dot{y}(0) t + (1 + \omega t) y(0)] \end{aligned}$$

LA GRAFICA DE ESTA ECUACION ES



Y OBVIAMENTE NO REPRESENTA UN MOVIMIENTO OSCILATORIO, POR LO CUAL SI $h = \omega$ SE DICE QUE SE TIENE AMORTIGUAMIENTO CRITICO. EN TAL CASO:

$$h_{cr} = \omega = \frac{C_{cr}}{2M} = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

DE DONDE $C_{cr} = 2\sqrt{KM}$. (8)

A LA RELACION $\zeta = C/C_{cr}$ SE LE LLAMA FRACCION DEL AMORTIGUAMIENTO CRITICO.

DESPEJANDO A M DE LA EC. (8) Y SUSTITUYENDOLA EN LA EC. $h = C/(2M)$ SE OBTIENE:

$$h = \frac{C}{2 \frac{C_{cr}^2}{4K}} = \frac{C}{C_{cr}} \frac{2K}{2\sqrt{KM}} = \zeta \sqrt{\frac{K}{M}} = \zeta \omega$$

ADEMAS:

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - h^2} = \sqrt{\omega^2 - \omega^2 \zeta^2} = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\omega' = \omega \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (9)$$

LOS VALORES USUALES EN ESTRUCTURAS QUE ASUME ζ VARIAN ENTRE 2 Y 5%. EN ESTE INTERVALO ω' Y ω SON CASI IGUALES; VEAMOS, POR EJEMPLO, EL CASO EN QUE $\zeta = 0.1$

$$\omega' = \omega \sqrt{1 - 0.01} = 0.995\omega$$

OTRA FORMA DE MEDIR EL GRADO DE AMORTIGUAMIENTO QUE TIENE UNA ESTRUCTURA ES MEDIANTE EL DECREMENTO LOGARITMICO, EL CUAL SE DEFINE COMO EL LOGARITMO DEL COCIENTE DE DOS AMPLITUDES CONSECUTIVAS

$$L = \ln \frac{y(t)}{y(t + T')} = \ln \frac{Ae^{-ht} \cos(\omega't - \theta)}{Ae^{-h(t+T')} \cos[\omega'(t+T') - \theta]}$$

$$= \ln \left\{ \frac{e^{-ht}}{e^{-h(t+T')}} \frac{\cos(\omega't - \theta)}{\cos(\omega't + \omega'T' - \theta)} \right\}$$

$$= \ln \left\{ \frac{e^{-ht}}{e^{-ht} e^{-hT'}} \frac{\cos(\omega't - \theta)}{\cos(\omega't - \theta + 2\pi)} \right\}$$

$$= \ln e^{+hT'} = hT' = \zeta \omega T' = \zeta \omega \frac{2\pi}{\omega \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$L = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

(10)

SI ζ ES PEQUEÑO,

$$L \doteq 2\pi\zeta$$

y

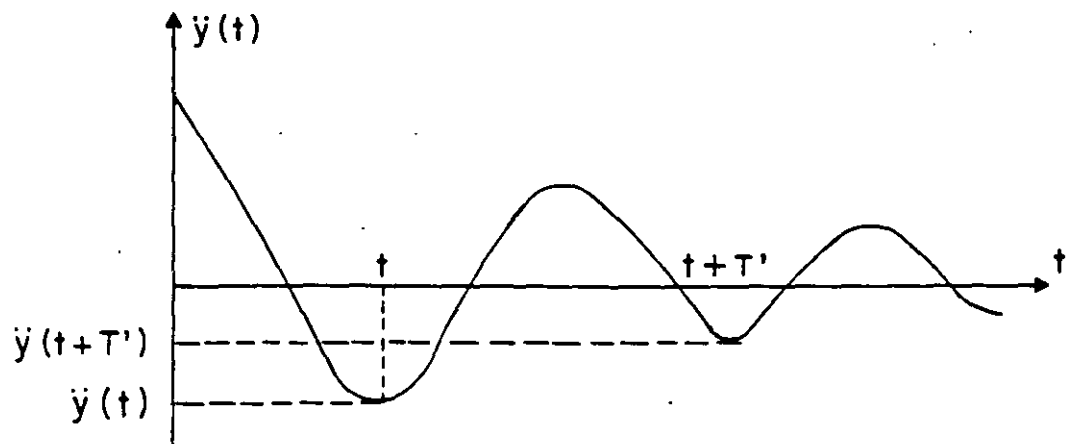
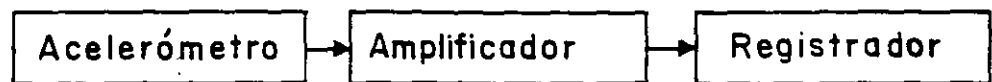
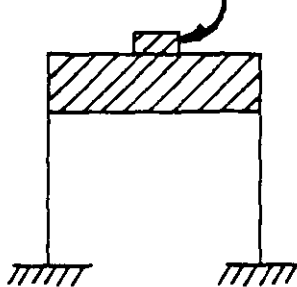
$$\zeta = L/2\pi$$

(11)

DETERMINACION EXPERIMENTAL DE ζ EN ESTRUCTURAS REALES O EN MODELOS

SI SE REALIZA UN EXPERIMENTO EN EL CUAL SE SACA A LA ESTRUCTURA DE SU POSICION DE EQUILIBRIO ESTATICO Y SE DEJA VIBRANDO LIBREMENTE, EL REGISTRO DE LAS ACELERACIONES QUE SE OCURRAN EN LA MASA TENDRA LA MISMA FORMA QUE LA GRAFICA DE LA EC. 7.

Acelerómetro

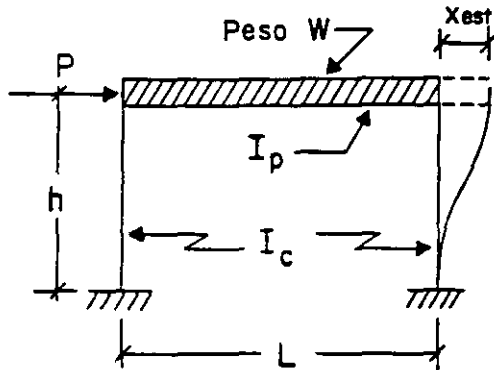


SI DE DICHO REGISTRO SE MIDEN $\ddot{y}(t + T')$ y $\ddot{y}(t)$ SE PUEDE OBTENER L Y, DE LA EC. (11), DESPEJAR A ζ

$$\zeta = \frac{L}{2\pi}$$

EJEMPLO

CALCULAR EL PERIODO NATURAL DE VIBRACION DE LA ESTRUCTURA MOSTRADA EN LA SIGUIENTE FIGURA:



P = carga estática

$$K = \frac{P}{X_{est}}$$

X_{est} = desplazamiento producido por P

I_c = momento de inercia de las columnas

I_p = momento de inercia del sistema de piso

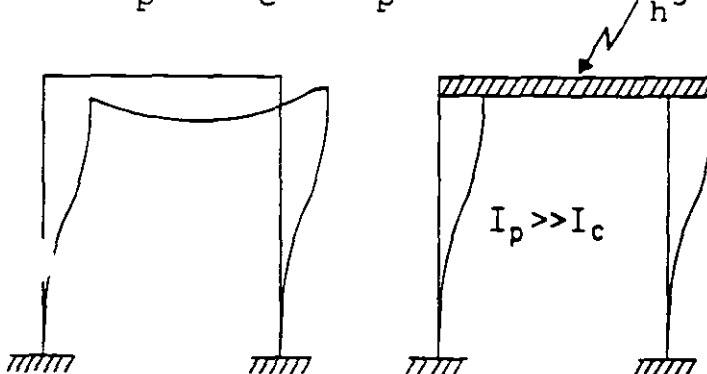
MEDIANTE EL ANALISIS ESTATICO DEL MARCO SE ENCUENTRA QUE

$$X_{est} = \frac{Ph^3}{6EI_c} \frac{\frac{3}{2} + \frac{I_c}{I_p} \frac{L}{h}}{6 + \frac{I_c}{I_p} \frac{L}{h}} \Rightarrow K = \frac{6EI_c}{h^3} \frac{6 + \frac{I_c}{I_p} \frac{L}{h}}{\frac{3}{2} + \frac{I_c}{I_p} \frac{L}{h}}$$

$$\text{Período natural} = T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} = 2\pi \sqrt{\frac{W}{gK}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Wh^3}{g6EI_c} \frac{\frac{3}{2} + \frac{I_c}{I_p} \frac{L}{h}}{6 + \frac{I_c}{I_p} \frac{L}{h}}}, \text{ en seg}$$

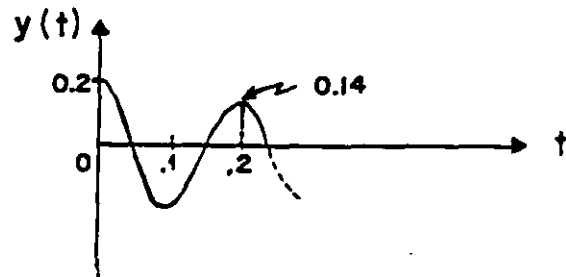
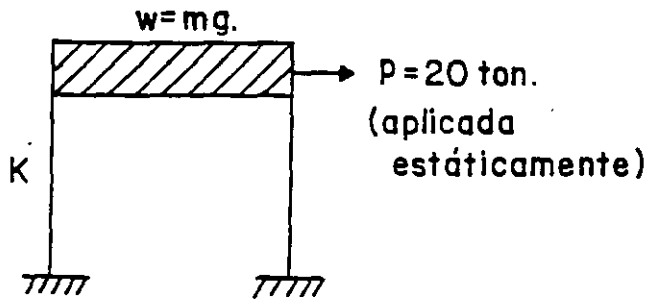
$$\text{Si } I_p \gg I_c \quad (I_p \rightarrow \infty), \quad K = \frac{24EI_c}{h^3}$$



ESTRUCTURA DE CORTANTE:
CUANDO LAS DEFORMACIONES
OCURREN PRINCIPALMENTE
DEBIDO A LA FUERZA COR-
TANTE DE ENTREPISO.

EJEMPLO

A UNA ESTRUCTURA DE UN PISO SE LE APLICA UNA CARGA HORIZONTAL DE 20 TON EN SU MASA, OBSERVANDOSE UN DESPLAZAMIENTO ESTÁTICO DE 0.2 CM. AL SOLTAR SUBITAMENTE LA FUERZA SE REGISTRA UN PERIODO DE OSCILACION DE 0.2 SEG, Y QUE LA AMPLITUD EN EL SEGUNDO CICLO ES DE 0.14 CM.



CALCULAR W, ω', f', L Y ζ

$$1. \quad \text{DE } T' \doteq \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{M}}} = \frac{2\pi\sqrt{W}}{\sqrt{Kg}} = 0.2 \quad \text{Y} \quad K = \frac{20}{0.2} = 100 \frac{\text{TON}}{\text{CM}}$$

SE OBTIENE

$$W \doteq T'^2 Kg / 4\pi^2 = (0.2)^2 \times 100 \times 981 / 4\pi^2 = \frac{0.04 \times 100 \times 981}{4 \times 9.87}$$

$$W \doteq 99.4 \text{ TON}$$

$$2. \quad \omega' = \frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{0.2} = 10\pi \frac{\text{RAD}}{\text{SEG}} ; \quad f' = \frac{1}{T'} = \frac{1}{0.2} = 5 \text{ cps}$$

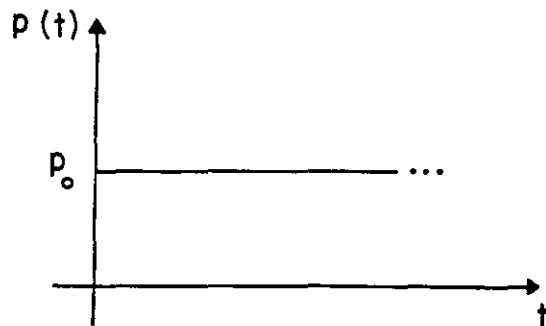
$$3. \quad L = \ln \frac{0.2}{0.14} = \ln 1.43 = 0.357$$

$$\zeta \doteq \frac{L}{2\pi} = \frac{0.357}{2\pi} = 0.0568 \quad \text{O} \quad \zeta = 5.68 \%$$

$$C = \zeta C_{cr} = \zeta 2\sqrt{KM} = 0.1132 \sqrt{100 \times 99.4 / 981}$$

EJEMPLO

CALCULAR LA RESPUESTA DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD SUJETO A LA SIGUIENTE EXCITACION, CON $C = 0$:



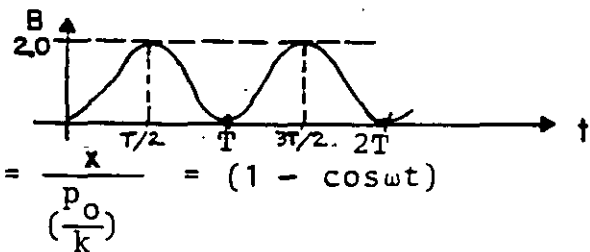
$$m\ddot{x} + kx = p_0$$

$$x = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t + p_0/k$$

$$\text{SI EN } t = 0, x = 0 \text{ Y } \dot{x} = 0:$$

$$C_2 = -p_0/k \quad \text{Y} \quad C_1 = 0$$

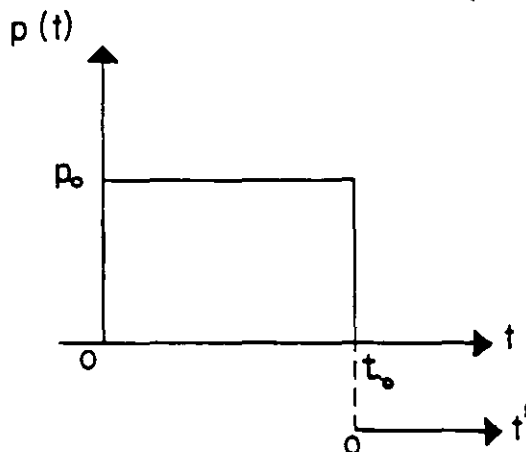
$$\therefore x = \frac{p_0}{k} (1 - \cos \omega t);$$



$$B = \text{FACTOR DE AMPLIFICACION DINAMICA} = \frac{x}{\left(\frac{p_0}{k}\right)} = (1 - \cos \omega t)$$

$$B_{\text{MAX}} = 2, \text{ EN } t = T/2, 3T/2 \dots$$

AHORA, SI LA EXCITACION ES DE DURACION t_0 :



$$\text{SI } t < t_0:$$

$$x = \frac{p_0}{k} (1 - \cos \omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \frac{\omega p_0}{k} \sin \omega t$$

$$\text{EN } t = t_0:$$

$$x(t_0) = \frac{p_0}{k} (1 - \cos \omega t_0)$$

$$\dot{x}(t_0) = \frac{\omega p_0}{k} \sin \omega t_0$$

CONDICIONES INICIALES PARA $t > t_0$

SI $t > t_0$, $x = A \cos \omega t' + B \sin \omega t'$, CON $t' = t - t_0$

EN $t' = 0$ ($t = t_0$), SE DEBEN CUMPLIR LAS CONDICIONES INICIALES ANTERIORES, LO CUAL CONDUCE A

$$A = \frac{p_0}{k} (1 - \cos \omega t_0) \quad Y \quad B = \frac{p_0}{k} \sin \omega t_0$$

$$\begin{aligned} \text{POR LO QUE } x &= \frac{p_0}{k} (1 - \cos \omega t_0) \cos \omega t' + \frac{p_0}{k} \sin \omega t_0 \sin \omega t' \\ &= \frac{p_0}{k} \sqrt{(1 - \cos \omega t_0)^2 + \sin^2 \omega t_0} \sin(\omega t' - \theta) \end{aligned}$$

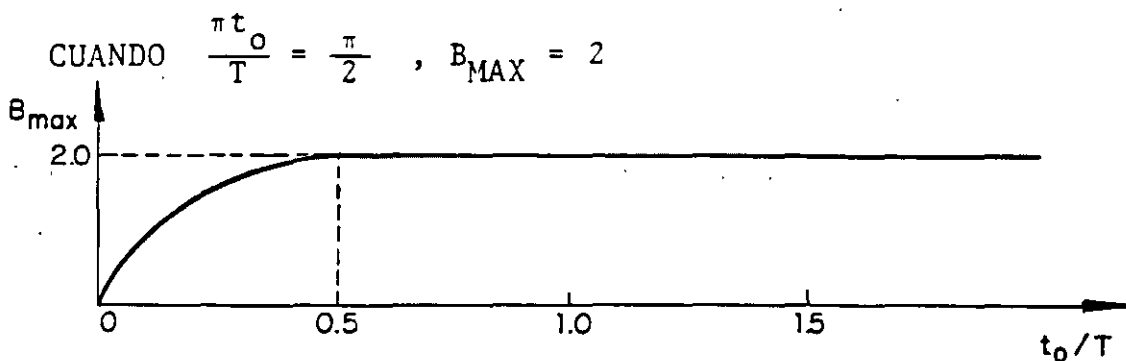
O

$$x = \frac{p_0}{k} \sqrt{2(1 - \cos t_0)} \sin(\omega t' - \theta)$$

$$= \frac{p_0}{k} \underbrace{\left(2 \sin \frac{\omega t_0}{2} \right)}_{B} \sin(\omega t' - \theta)$$

B = FACTOR DE AMPLIFICACION

$$B_{\text{MAX}} = 2 \sin \frac{\omega t_0}{2} = 2 \sin \left(\pi \frac{t_0}{T} \right)$$



EL MAXIMO
OCURRE DES-
PUES DE LA
EXCITACION

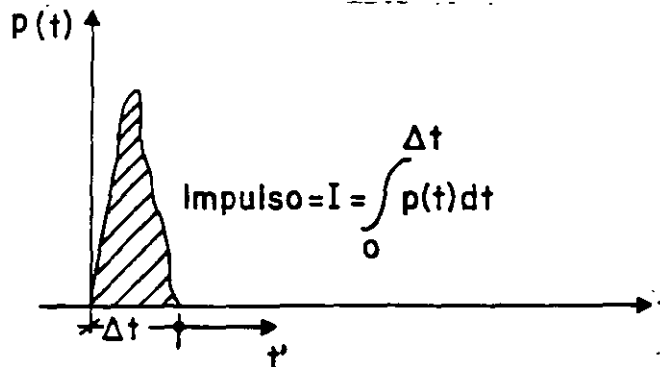
EL MAXIMO OCURRE DURANTE LA EXCITACION

SI t_0/T ES MUY PEQUEÑO, $\sin \frac{\pi t_0}{T} \approx \pi t_0/T$

$$Y \ x_{MAX} = \frac{2p_o}{k} \frac{\pi t_o}{T} = \frac{2p_o}{\frac{mk}{m}} \frac{\omega t_o}{2} = \frac{p_o t_o}{m\omega} = \frac{I}{m\omega}$$

EN DONDE $I = p_o t_o = \text{AREA BAJO LA EXCITACION}$

EJEMPLO: EXCITACION DADA POR UN IMPULSO.-SEA UN IMPULSO APLICADO DURANTE UN INTERVALO DE TIEMPO Δt MUY PEQUEÑO, TAL QUE $\Delta t/T \ll 1$:



POR EL PRINCIPIO IMPULSO - MOMENTO SE TIENE QUE

$$I = \int_0^{\Delta t} p(t) dt = m\dot{x} \quad \Rightarrow \quad \dot{x} = I/m$$

EN DONDE $\dot{x}$ ES LA VELOCIDAD QUE EL IMPULSO LE IMPRIME A LA MASA DEL SISTEMA. DESPUES DE Δt EL SISTEMA QUEDA VIBRANDO LIBREMENTE CON VELOCIDAD INICIAL $\dot{x}(0) = \frac{I}{m}$, MIDIENDO EL TIEMPO EN LA ESCALA DE t' , Y CON DESPLAZAMIENTO INICIAL QUE PUEDE CONSIDERARSE NULO, DEBIDO A QUE EN EL CORTO INTERVALO DE TIEMPO Δt LA MASA ADQUIERE UN DESPLAZAMIENTO DE MAGNITUD DESPRECIABLE. EN TAL CASO LA RESPUESTA RESULTA SE

$$x(t') = \frac{\dot{x}(0)}{\omega} \text{sen} \omega t' = \frac{I}{m\omega} \text{sen} \omega t'$$

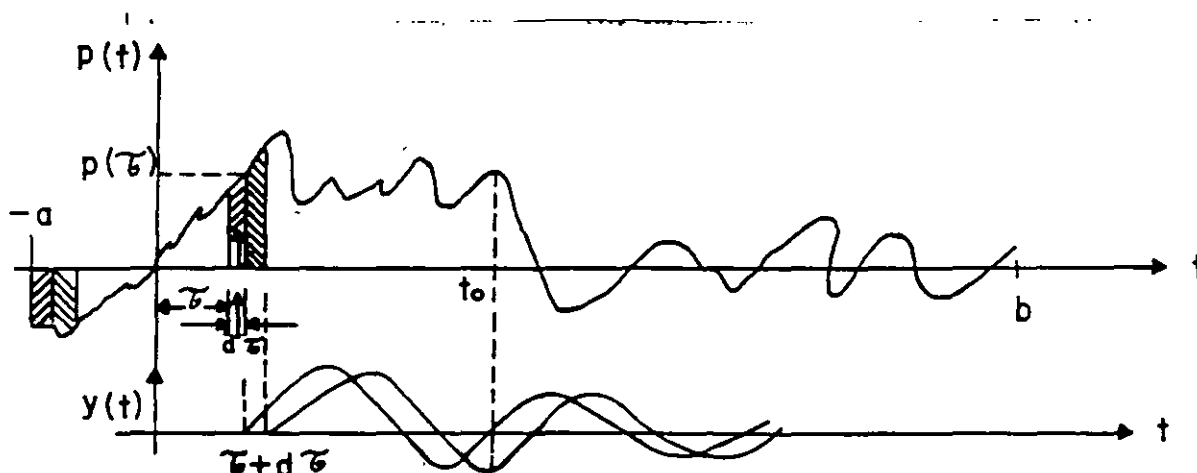
SI EL SISTEMA TIENE AMORTIGUAMIENTO,

$$x(t') = \frac{I}{m\omega} e^{-\zeta \omega t'} \text{sen} \omega' t'$$

SOLUCION AL PROBLEMA DE VIBRACIONES FORZADAS

A. FUERZA EXTERNA

VEAMOS PRIMERO EL CASO EN QUE EXISTE $p(t)$ Y QUE $\ddot{x}_0(t) = 0$,
SIENDO $p(t)$ ARBITRARIA



PUESTO QUE $d\tau \ll T$, LA FUERZA APLICADA EN $t = \tau$ PRODUCIRA UN INCREMENTO INSTANTANEO EN LA VELOCIDAD DE LA MASA IGUAL A

$$\dot{y} = \frac{p(\tau)d\tau}{M}$$

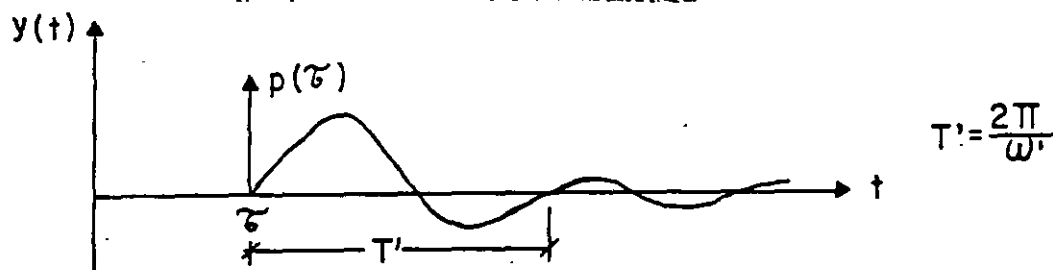
Y UN INCREMENTO INSTANTANEO NULO EN EL DESPLAZAMIENTO, ES DECIR, $y=0$.
TOMANDO ESTOS INCREMENTOS COMO CONDICIONES INICIALES EN $t = \tau$, LA EC. 5
DA COMO RESULTADO

$$y(t) = \frac{p(\tau)d\tau}{M\omega'} \sin \omega'(t-\tau) e^{-h(t-\tau)} ; t \geq \tau$$

PUESTO QUE EL SISTEMA ES LINEAL ES POSIBLE SUPERPONER LOS EFECTOS OCASIONADOS POR LOS IMPULSOS APLICADOS EN CADA τ QUE HAYAN OCURRIDO ANTES DEL INSTANTE t DE INTERES; ES DECIR,

$$y(t) = \frac{1}{M\omega'} \int_{-\infty}^t p(\tau) e^{-h(t-\tau)} \text{sen}\omega'(t-\tau) d\tau \quad (12)$$

LA FUNCION $\frac{1}{M\omega'} e^{-h(t-\tau)} \text{sen}\omega'(t-\tau)$, QUE ES LA RESPUESTA A UN IMPULSO INSTANTANEO UNITARIO DE FUERZA, SE LE CONOCE COMO FUNCION DE TRANSFERENCIA DEL SISTEMA.



LA SOLUCION DADA EN LA EC. (12) SE DENOMINA INTEGRAL DE DUHAMEL. ESTA CONSTITUYE LA SOLUCION PARTICULAR DE LA ECUACION DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO; LA SOLUCION GENERAL ES:

$$y(t) = Ae^{-ht} \cos(\omega't - \theta) + \frac{1}{M\omega'} \int_{-\infty}^t p(\tau) e^{-h(t-\tau)} \text{sen}\omega'(t-\tau) d\tau$$

EN DONDE A y θ DEPENDEN DE LAS CONDICIONES INICIALES DE DESPLAZAMIENTO Y VELOCIDAD, $y(0)$ Y $\dot{y}(0)$, RESPECTIVAMENTE. EN GENERAL LA PARTE DE LA RESPUESTA DADA POR LA SOLUCION PARTICULAR ES LA MAS IMPORTANTE, YA QUE LA OTRA PARTE SE AMORTIGUA RAPIDAMENTE.

B. MOVIMIENTO DEL SUELO

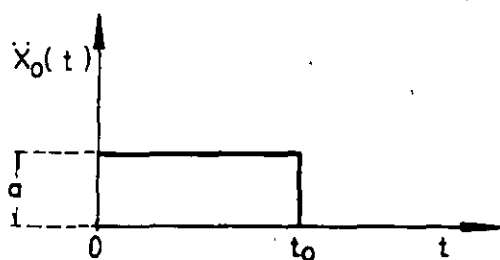
PARA ESCRIBIR LA SOLUCION PARTICULAR DE LA ECUACION DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO PARA EL CASO DE VIBRACION FORZADA POR MOVIMIENTO DE LA BASE DE LA ESTRUCTURA, BASTA CAMBIAR $p(\tau)/M$ DE LA EC. (12) POR $-\ddot{x}_0$, YA QUE EN DICHA ECUACION APARECE EN EL MIEMBRO DERECHO $p(t)/M$ CUANDO LA EXCITACION ES $p(t)$ Y APARECE $-\ddot{x}_0$ CUANDO LA EXCITACION ES POR MOVIMIENTO DEL SUELO. EN ESTE CASO

LA SOLUCION PARTICULAR ES, ENTONCES

$$y(t) = \frac{-1}{\omega'} \int_{-\infty}^t \ddot{x}_0(\tau) e^{-h(t-\tau)} \operatorname{sen} \omega'(t-\tau) d\tau \quad (14)$$

EJEMPLO

CALCULAR LA RESPUESTA DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD CON AMORTIGUAMIENTO NULO, CUANDO LA EXCITACION ES LA SIGUIENTE:



$$\begin{aligned} \zeta &= 0 \\ \ddot{x}_0(t) &= a, \text{ SI } 0 \leq t \leq t_0 \\ \ddot{x}_0(t) &= 0, \text{ SI } t < 0 \text{ ó } t > t_0 \end{aligned}$$

CONSIDERESE QUE $y(0)=0$ Y $\dot{y}(0)=0$. PUESTO QUE LAS CONDICIONES INICIALES SON NULAS SE TIENE QUE $A=0$ (UTILIZANDO LA EC. (13) Y LA SOLUCION PARTICULAR QUE SIGUE, EC. (A)):

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{-1}{\omega} \int_{-\infty}^t a \operatorname{sen} \omega(t-\tau) d\tau = \frac{-a}{\omega} \int_0^t \operatorname{sen} \omega(t-\tau) d\tau \\ &= \frac{-a}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) \quad \text{SI } 0 \leq t \leq t_0 \end{aligned} \quad (A)$$

PARA FINES DE DISEÑO ESTRUCTURAL ES IMPORTANTE CONOCER LA RESPUESTA MAXIMA; ESTA OCURRE CUANDO $\cos \omega t = -1$, O SEA, CUANDO

$$\omega t = \pi \quad \text{O} \quad t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{2}$$

Y VALE

$$\text{MAX} \{ [y(t)] \} = \frac{2a}{\omega^2} = \frac{a}{2\pi^2} T^2, \text{ SI } 0 \leq \frac{T}{2} \leq t_0 \text{ O } 0 \leq T \leq 2t_0$$

PARA $t > t_0$, O SEA, PARA $T/2 > t_0$ ES NECESARIO OBTENER LA RESPUESTA EN VIBRACION LIBRE CON LAS CONDICIONES INICIALES DE VELOCIDAD Y DESPLAZAMIENTO CORRESPONDIENTES A $t = t_0$:

$$y(t_0) = \frac{-a}{\omega^2} (1 - \cos \omega t_0) ; \dot{y}(t_0) = \frac{-a}{\omega} \sin \omega t_0$$

APLICANDO LAS ECS. (5) Y (6) OBTENEMOS:

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{-a}{\omega^2} [\sin \omega t_0 \sin \omega t' - (1 - \cos \omega t_0) \cos \omega t'] \\ &= \frac{-a}{\omega^2} \sqrt{\sin^2 \omega t_0 + (1 - \cos \omega t_0)^2} \sin (\omega t' - \varphi) \end{aligned}$$

$$y(t) = \frac{-2a}{\omega^2} \sin \frac{\omega t_0}{2} \sin (\omega t' - \varphi)$$

$$\text{DONDE } t' = t - t_0 \text{ Y } \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{1 - \cos \omega t_0}{\sin \omega t_0} \right)$$

EL VALOR MAXIMO DE LA RESPUESTA EN ESTE INTERVALO ES

$$\text{MAX} \{ [y(t)] \} = \frac{2a}{\omega^2} \left| \sin \frac{\omega t_0}{2} \right|, \text{ SI } t > t_0 \text{ O } T > 2t_0$$

EXCITACION ARMONICA

CONSIDEREMOS AHORA EL CASO EN QUE LA ESTRUCTURA ES EXCITADA POR LA FUERZA ARMONICA

$$p(t) = p_0 \sin \Omega t$$

DE DURACION INDEFINIDA.

LA SOLUCION DE ESTE PROBLEMA SE PUEDE ENCONTRAR SUSTITUYENDO A $p(t) = p_0 \sin \Omega t$ EN LA INTEGRAL DE DUHAMEL Y OBTENIENDO SU SOLUCION. SIN EMBARGO, EL RESULTADO LO OBTENDREMOS DE LA CONSIDERACION DE QUE PARA QUE EL MIEMBRO DERECHO DE LA ECUACION DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO APAREZCA UN TERMINO ARMONICO ES NECESARIO QUE EN EL IZQUIERDO SE TENGAN COMBINACIONES DE TERMINOS TAMBIEN ARMONICOS. CONSIDEREMOS, POR LO TANTO, LA SOLUCION

$$y(t) = A \sin \Omega t + B \cos \Omega t \quad (14)$$

Y DETERMINEMOS LOS VALORES QUE DEBEN TENER A Y B PARA SATISFACER LA ECUACION DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO, PARA LO CUAL HAY QUE SUSTITUIR A $y(t)$, $\dot{y}(t)$ Y $\ddot{y}(t)$ EN LA ECUACION DIFERENCIAL. HACIENDO ÉSTO Y FACTORIZANDO:

$$\begin{aligned} &(-A\Omega^2 - 2h\Omega B + \omega^2 A) \sin \Omega t + \\ &(-B\Omega^2 + 2hA\Omega + \omega^2 B) \cos \Omega t = \frac{p_0}{M} \sin \Omega t + 0 \times \cos \Omega t \end{aligned}$$

PARA QUE ESTA IGUALDAD SE CUMPLA SE REQUIERE QUE

$$\begin{aligned} -A\Omega^2 - 2h\Omega B + \omega^2 A &= \frac{p_0}{M} \\ -B\Omega^2 + 2hA\Omega + \omega^2 B &= 0 \end{aligned}$$

RESOLVIENDO ESTE SISTEMA DE ECUACIONES SE OBTIENE:

$$A = \frac{\frac{p_o}{M} (\omega^2 - \Omega^2)}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4h^2 \Omega^2}$$

$$B = \frac{-2h\Omega \frac{p_o}{M}}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4h^2 \Omega^2}$$

SUSTITUYENDO A Y B EN LA EC. (14) :

$$y(t) = \frac{\frac{p_o}{M}}{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4h^2 \Omega^2} \{ (\omega^2 - \Omega^2) \sin \Omega t - 2h\Omega \cos \Omega t \} \quad (15)$$

O, TAMBIEN

$$y(t) = \frac{\frac{p_o}{M}}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + 4h^2 \Omega^2}} \sin(\Omega t - \phi) \quad (16)$$

$$\text{EN DONDE } \phi = \text{ANG TAN } \left(\frac{-B}{A} \right) = \text{TAN}^{-1} \frac{2h\Omega}{\omega^2 - \Omega^2} = \text{ANGULO DE FASE} \quad (17)$$

DIVIDIENDO NUMERADOR Y DENOMINADOR DE LAS ECS. (16) Y (17) ENTRE ω^2 SE OBTIENE:

$$y(t) = \frac{\frac{p_o}{k}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\Omega}{\omega}\right)^2}} \sin(\Omega t - \phi) \quad (18)$$

$$\phi = \text{TAN}^{-1} \frac{2\zeta \frac{\Omega}{\omega}}{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}} \quad (19)$$

SOLUCION GENERAL PARA EL CASO $\xi = 0$

$$y(t) = C_1 \operatorname{sen} \omega t + C_2 \cos \omega t + \frac{P_0}{M} \frac{\operatorname{sen} \Omega t}{\omega^2 - \Omega^2}$$

SI EL SISTEMA PARTE DEL REPOSO, LAS CONDICIONES INICIALES SON

$y(0) = 0$ y $\dot{y}(0) = 0$. EN ESTE CASO:

$$y(0) = 0 = C_1 \operatorname{sen} (\omega 0) + C_2 \cos (\omega 0) + \frac{P_0}{M} \frac{\operatorname{sen} (\Omega 0)}{\omega^2 - \Omega^2} = 0$$

$$= 0 + C_2 + 0 = C_2 = 0$$

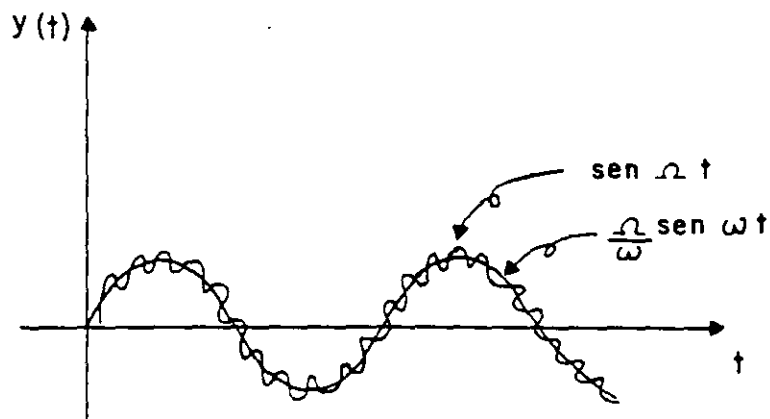
$$\dot{y}(0) = C_1 \omega \cos (\omega 0) - C_2 \omega \operatorname{sen} (\omega 0) + \frac{P_0 \Omega}{M} \frac{\cos (\Omega 0)}{\omega^2 - \Omega^2} = 0$$

$$= C_1 \omega + \frac{P_0 \Omega}{M} \cdot \frac{1}{\omega^2 - \Omega^2} = 0$$

$$\therefore C_1 = \frac{-P_0}{M} \frac{(\Omega/\omega)}{\omega^2 - \Omega^2}$$

$$y(t) = \frac{P_0}{M} \left(\frac{\operatorname{sen} \Omega t}{\omega^2 - \Omega^2} - \frac{\Omega}{\omega} \frac{\operatorname{sen} \omega t}{\omega^2 - \Omega^2} \right)$$

$$y(t) = \frac{(P_0/k)}{(1 - \Omega^2/\omega^2)} \left[\operatorname{sen} t - \frac{\Omega}{\omega} \operatorname{sen} \omega t \right] \quad (20')$$



SI SE TIENE EXCITACION ARMONICA EN LA BASE DE LA ESTRUCTURA

$x_0(t) = a \sin \Omega t$, O SEA, $\ddot{x}_0 = -a\Omega^2 \sin \Omega t$, BASTA CAMBIAR A p_0/M EN LA EC. (16) POR $-a\Omega^2$; HACIENDO ESTO SE OBTIENE

$$y(t) = \frac{(\Omega/\omega)^2}{\sqrt{(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2})^2 + (2\zeta\frac{\Omega}{\omega})^2}} a \sin(\Omega t - \phi) \quad (20)$$

FACTOR DE AMPLIFICACION DINAMICA DE DESPL. = $B_d = \text{MAX}[\frac{y(t)}{a}]$

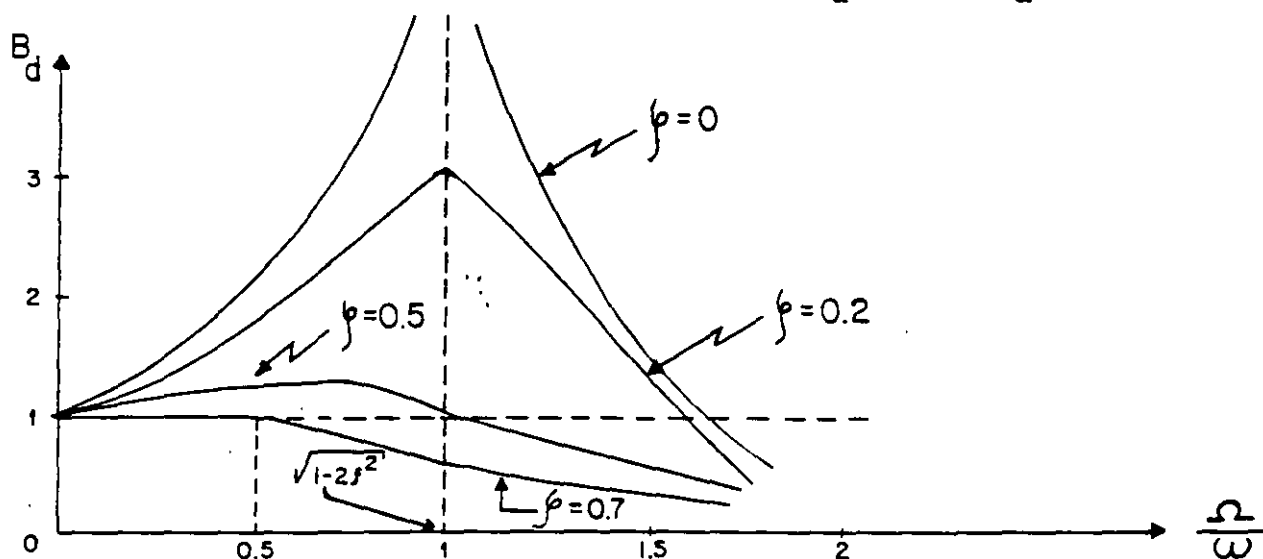


FIG. 1. CURVAS DE AMPLIFICACION DINAMICA PARA EL CASO DE FUERZA EXTERNA

$$B_d = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2})^2 + (2\zeta\frac{\Omega}{\omega})^2}} \quad (21)$$

LOS FACTORES DE AMPLIFICACION DINAMICA DE VELOCIDAD Y ACELERACION SE SE PUEDEN OBTENER DERIVANDO RESPECTO A t LA EC. (16) O LA (20), SEGUN SEA EL CASO. LOS RESULTADOS SON, RESPECTIVAMENTE,

$$\text{MAX}[\frac{\dot{y}(t)}{a\omega}] = B_v = \frac{\Omega}{\omega} B_d \quad \text{Y} \quad B_a = (\frac{\Omega}{\omega})^2 B_d = \text{MAX}[\frac{\ddot{y}(t)}{a\omega^2}] \quad (22)$$

EJEMPLO

CON UNA MAQUINA VIBRATORIA PORTATIL QUE PRODUCE FUERZAS ARMONICAS SE PROBO UNA ESTRUCTURA, AJUSTANDO LA MAQUINA EN LAS FRECUENCIAS $\Omega_1 = 16 \frac{\text{RAD}}{\text{SEG}}$ Y $\Omega_2 = 25 \frac{\text{RAD}}{\text{SEG}}$, CON UNA FUERZA MAXIMA DE 500 LB EN CADA CASO. LAS AMPLITUDES Y ANGULOS DE FASE DE LA RESPUESTA QUE SE MIDIERON FUERON:

$$\rho_1 = 7.2 \times 10^{-3} \text{ in}, \theta_1 = 15^\circ; (\cos \theta_1 = 0.966 ; \sin \theta_1 = 0.259)$$

$$\rho_2 = 14.5 \times 10^{-3} \text{ in}, \theta_2 = 55^\circ; (\cos \theta_2 = 0.574; \sin \theta_2 = 0.819)$$

EVALUAR LAS PROPIEDADES DINAMICAS DEL SISTEMA.

HACIENDO:

$$\rho_i = \frac{P_o}{k} B_{d_i} = \frac{P_o}{k} \frac{1}{1 - \beta^2} \underbrace{\left\{ \frac{1}{1 + [2\zeta\beta/(1-\beta^2)]^2} \right\}}_{\cos \theta_i}^{1/2}$$

$$\rho_i = \frac{P_o}{k} \frac{\cos \theta_i}{1 - \beta^2} ; \beta = \Omega/\omega$$

O

$$k - k\beta^2 = \frac{P_o \cos \theta_i}{\rho_i} = k - \Omega^2 m \quad (23)$$

SUSTITUYENDO LOS VALORES EXPERIMENTALES DE LAS DOS PRUEBAS:

$$\left. \begin{aligned} k - (16)^2 m &= \frac{500 (0.966)}{7.2 \times 10^{-3}} \\ k - (25)^2 m &= \frac{500 (0.574)}{14.5 \times 10^{-3}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\rightarrow k = 100\,000 \frac{\text{lb}}{\text{in}} \\ &\rightarrow m = 128.5 \frac{\text{lb SEG}^2}{\text{in}} \end{aligned}$$

$$\Downarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 27.9 \frac{\text{RAD}}{\text{SEG}}$$

USANDO LAS ECS. (17) Y (23) SE OBTIENE:

$$\zeta = \frac{p_o \operatorname{sen} \theta_i}{2\beta_i k\rho_i} ; \text{ DE DONDE } \zeta = \frac{500 (0.259)}{2 \frac{16}{27.9} 100\,000 (7.2 \times 10^{-3})} = 15.7\%$$

RESONANCIA

CUANDO LA EXCITACION TIENE FRECUENCIA IGUAL A LA NATURAL DEL SISTEMA, SE DICE QUE SE PRESENTA EL CASO DE RESONANCIA. DE LA EC. (20)
ES EVIDENTE QUE SI $\beta = \Omega/\omega = 1$ SE TIENE

$$y(t) = \underbrace{\frac{1}{2\zeta}}_{B_d} a \operatorname{sen}(\Omega t - \theta)$$

$O(B_d)_{\text{res}} = \frac{1}{2\zeta}$ EN CASO DE MOVIMIENTO DEL SUELO Y DE FUERZA EXTERNA

SIN EMBARGO, AUNQUE ESTA RESPUESTA ES CASI IGUAL A LA MAXIMA, ESTA OCURRE CUANDO $\Omega = \omega \sqrt{1-2\zeta^2}$. EN EL CASO DE $\dot{y}(t)$ Y $\ddot{y}(t)$, EL MAXIMO OCURRE, RESPECTIVAMENTE, CUANDO

$$\Omega = \omega \quad \text{Y} \quad \Omega = \frac{\omega}{\sqrt{1-2\zeta^2}} \quad \text{SI} \quad \zeta \leq 20\%, \text{ LOS VALORES DE ESTAS } \Omega \text{ NO}$$

DIFIEREN EN MAS DE 2%.

EL MAXIMO VALOR DE B_d (PARA $\Omega = \omega \sqrt{1-2\zeta^2}$) ES

$$(B_d)_{\text{MAX}} = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}} \quad \text{O} \quad (B_d)_{\text{MAX}} = \frac{(\Omega/\omega)^2}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}}$$

SI SE TIENE FUERZA EXTERNA O MOVIMIENTO DEL SUELO, RESPECTIVAMENTE. SE OBSERVA EN ESTAS ECUACIONES QUE SI $\zeta=0$, $(B_d)_{\text{MAX}} = \infty$.

SI SE ANALIZA LA SOLUCION GENERAL DE LA ECUACION DIFERENCIAL DE MOVIMIENTO PARA EL CASO DE CONDICIONES INICIALES NULAS Y $\beta=1$ SE TIENE QUE:

$$y(t) = e^{-ht} (A \operatorname{sen} \omega' t + B \cos \omega' t) - \frac{P_0}{k} \frac{\cos \omega t}{2\zeta}$$

$$y(0) = B - p_0/(2\zeta k) = 0$$

DE DONDE, HACIENDO $y(0)=0$ Y $\dot{y}(0)=0$, SE OBTIENEN:

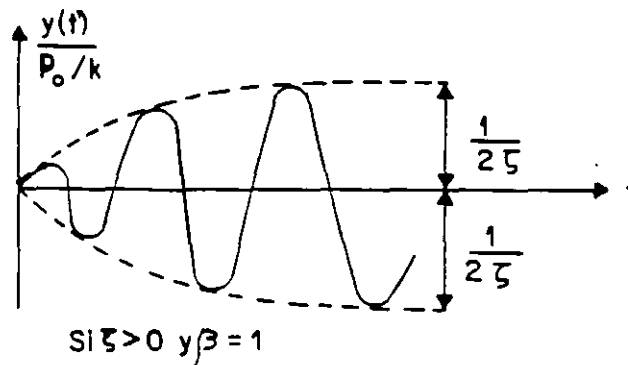
$$A = \frac{P_0}{k} \frac{\omega}{2\omega'} = \frac{P_0}{k} \frac{1}{2\sqrt{1-\zeta^2}} ; B = \frac{P_0}{k} \frac{1}{2\zeta}$$

POR LO QUE

$$y(t) = \frac{1}{2\zeta} \frac{P_0}{k} [e^{-ht} (\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \operatorname{sen} \omega' t + \cos \omega' t) - \cos \omega t]$$

PARA AMORTIGUAMIENTOS PEQUEÑOS:

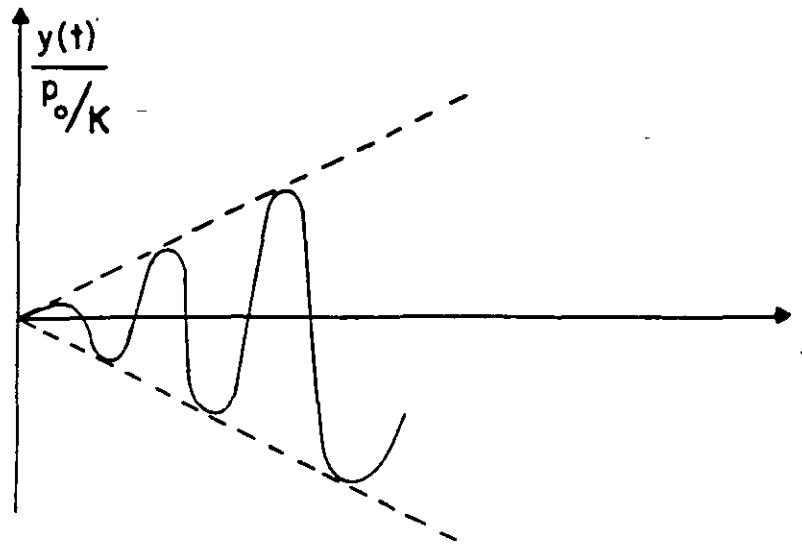
$$\frac{y(t)}{P_0/k} \doteq \frac{1}{2\zeta} (e^{-ht} - 1) \cos \omega t$$



SI $\zeta=0$, APLICANDO LA REGLA DE L'HOSPITAL, SE OBTIENE:

$$\frac{y(t)}{P_0/k} = \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \omega t - \omega t \cos \omega t)$$

O SEA, EL MAXIMO DE LA RESPUESTA TIENDE A INFINITO GRADUALMENTE.



CARACTERISTICAS DINAMICAS DE LOS REGISTRADORES DE SISMOS.

SI LA ACELERACION DE LA BASE DE UN INSTRUMENTO ES ARMONICA, DADA POR LA ECUACION

$$\ddot{x}_0(t) = a \sin \Omega t$$

EL FACTOR DE AMPLIFICACION RESULTA SER

$$\bar{B}_d = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2})^2 + (2\zeta \frac{\Omega}{\omega})^2}} \quad \frac{1}{\omega^2} = \frac{B_d}{\omega^2}$$

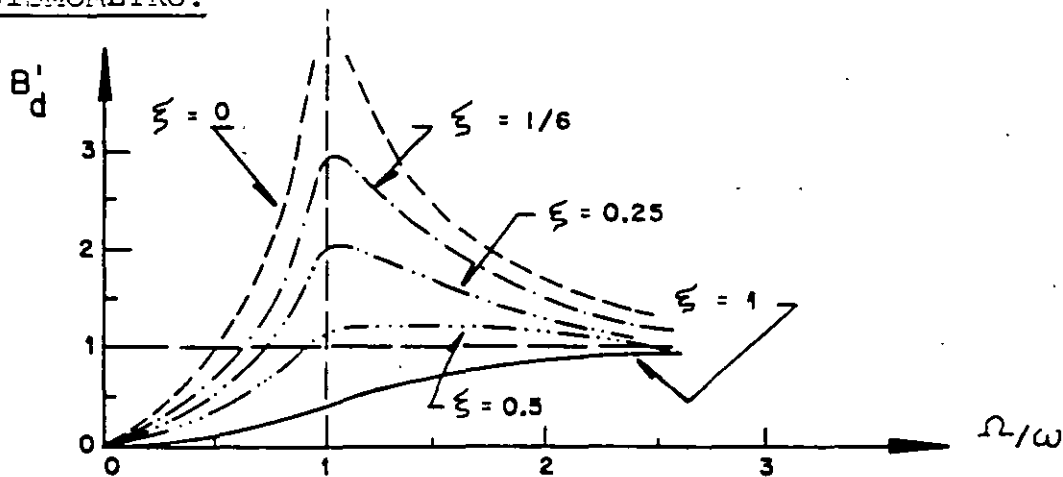
PUESTO QUE LA FIG I CORRESPONDE A B_d , Y EN ELLA SE OBSERVA QUE PARA $\zeta = 0.7$ SE TIENE $B_d \approx 1$ PARA $0 \leq \Omega/\omega \leq 0.6$, SE CONCLUYE QUE EL DESPLAZAMIENTO DE LA MASA DE UN SISTEMA ES PROPORCIONAL A LA ACCELERACION DE SU BASE, SI ESTE TIENE AMORTIGUAMIENTO DEL 70% Y SI LAS EXCITACIONES QUE SE TRATAN DE REGISTRAR TIENEN FRECUENCIAS INFERIORES AL 60% DE LA FRECUENCIA NATURAL DEL SISTEMA. SI ESTO SE CUMPLE, EL APARATO RESULTA SER UN ACELEROMETRO.

EN INGENIERIA SISMICA LA MAXIMA FRECUENCIA DE INTERES ES DEL ORDEN DE 10 CPS ($T = 0.1$ SEG), POR LO QUE LOS ACCELEROMETROS TIENEN FRECUENCIA NATURAL DE 16 A 20 CPS.

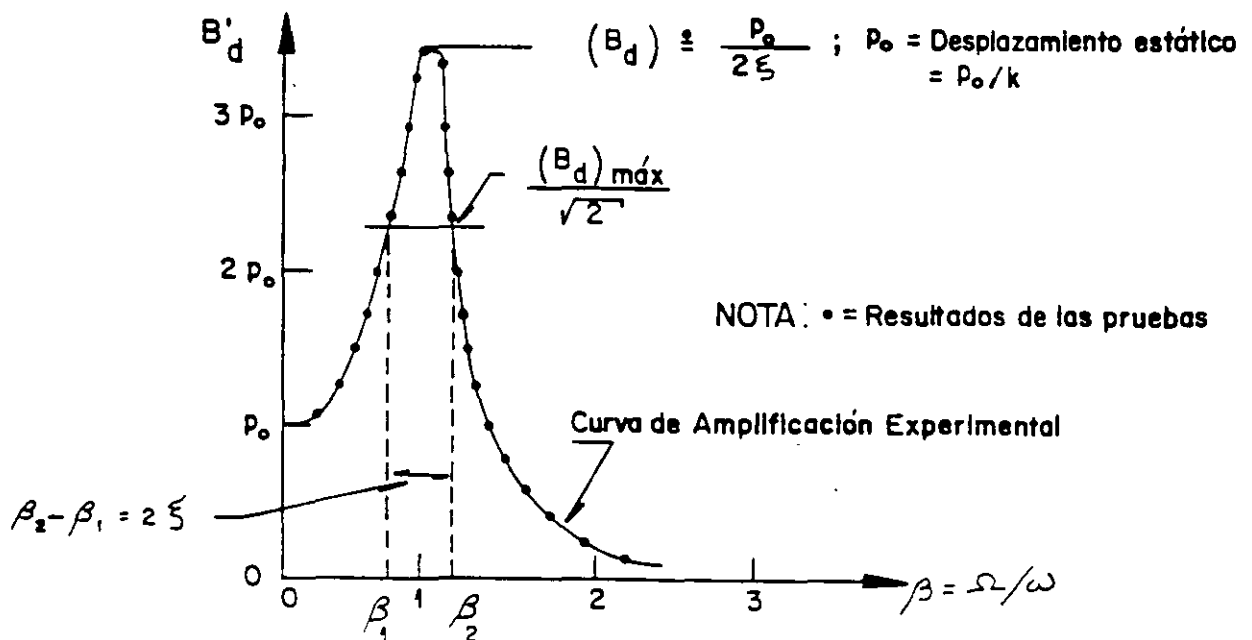
POR OTRA PARTE SI LA EXCITACION DEL SUELO ES $x_o = a \sin \Omega t$, O SEA, $\ddot{x} = -a \Omega^2 \sin \Omega t$, ENTONCES EL FACTOR DE AMPLIFICACION RESULTA SER EL SEÑALADO EN LA ECUACION (20), ES DECIR,

$$B'_d = \frac{(\Omega/\omega)^2}{\sqrt{(1-(\Omega/\omega)^2)^2 + (2\zeta\Omega/\omega)^2}}$$

EN LA GRAFICA CORRESPONDIENTE SE OBSERVA QUE SI $\zeta=0.5$ Y $\Omega > \omega$ EL DESPLAZAMIENTO DE LA MASA ES PROPORCIONAL AL DEL SUELO; SI ESTO SE CUMPLE, EL APARATO, CONSTITUYE UN DESPLAZOMETRO, CONOCIDO TAMBIEN COMO SISMOMETRO.



DETERMINACION EXPERIMENTAL DEL AMORTIGUAMIENTO DE UNA ESTRUCTURA MEDIANTE VIBRACIONES FORZADAS ARMONICAS



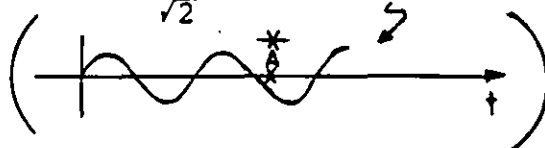
SI SE DETERMINA B_d EXPERIMENTALMENTE MEDIANTE UNA SERIE DE PRUEBAS DE VIBRACION FORZADA CON FUERZAS ARMONICAS, Y ADEMAS SE DETERMINA ρ_o , ENTONCES

$$\boxed{\zeta \doteq \frac{\rho_o}{2(B_d)_{MAX}}} \quad (24)$$

OTRO METODO PARA DETERMINAR ζ CON BASE EN LA CURVA EXPERIMENTAL DE B_d SE CONOCE CON EL NOMBRE DE "METODO DEL ANCHO DE BANDA DE LA MITAD DE POTENCIA". ESTE SE BASA EN DETERMINAR LAS FRECUENCIAS QUE CORRESPONDEN AL VALOR rms DE LA AMPLITUD EN RESONANCIA, EL CUAL VALE

$(B_d)_{MAX}/\sqrt{2}$; SEAN β_2 Y β_1 ESTAS FRECUENCIAS. DE LA ECUACION DE B_d SE OBTIENE:

$rms = \frac{A}{\sqrt{2}} =$ RAIZ CUADRADA DEL VALOR MEDIO CUADRATICO



$$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\rho_o}{2\zeta} = \rho_o / \sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}$$

ELEVANDO AL CUADRADO AMBOS MIEMBROS:

$$\frac{1}{8\zeta^2} = \frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}$$

$$\text{DE DONDE } \beta^2 = 1 - 2\zeta^2 \pm 2\zeta\sqrt{1 + \zeta^2}$$

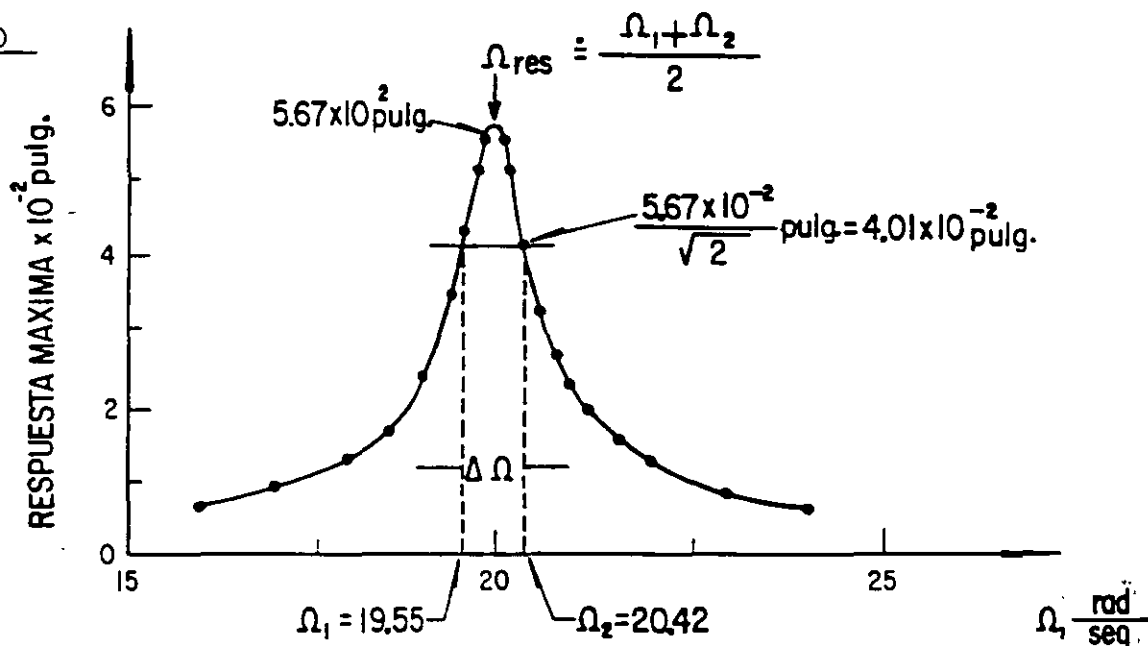
DE AQUI, DESPRECIANDO EL TERMINO ζ^2 DEL RADICAL, SE OBTIENE

$$\begin{aligned} \beta_1^2 &\doteq 1 - 2\zeta - 2\zeta^2 & ; & & \beta_1 &\doteq 1 - \zeta - \zeta^2 \\ \beta_2^2 &\doteq 1 + 2\zeta - 2\zeta^2 & ; & & \beta_2 &\doteq 1 + \zeta - \zeta^2 \\ & & & & \underline{\beta_2 - \beta_1} &\doteq 2\zeta \end{aligned}$$

DE DONDE

$$\zeta = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2}$$

(25)

EJEMPLO

DE LA EC (25)

$$\Delta \Omega = \Omega_2 - \Omega_1 = 0.87 \frac{\text{RAD}}{\text{SEG}}$$

$$\zeta = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} = \frac{\frac{\Omega_2}{\Omega_{res}} - \frac{\Omega_1}{\Omega_{res}}}{2} = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{\Omega_2 + \Omega_1} = \frac{0.87}{39.97} = 2.18\%$$

METODO NUMERICO 8 DE NEWMARK PARA RESOLVER EL PROBLEMA DE VIBRACIONES FORZADAS.

EL METODO QUE A CONTINUACION SE DESCRIBE ES ADAPTABLE A SISTEMAS NO LINEALES CON VARIOS GRADOS DE LIBERTAD.

PROCEDIMIENTO:

1. SEAN $y_i, \dot{y}_i, \ddot{y}_i$, CONOCIDOS EN EL INSTANTE t_i , Y $t_{i+1} = t_i + \Delta t$.
SUPONGAMOS EL VALOR DE $\ddot{y}_{i+1}$
2. CALCULEMOS $\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + (\ddot{y}_i + \ddot{y}_{i+1}) \Delta t / 2$ (26)

3. CALCULEMOS $y_{i+1} \doteq y_i + \dot{y}_i \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \ddot{y}_i (\Delta t)^2 + \beta \ddot{y}_{i+1} (\Delta t)^2$ (27)

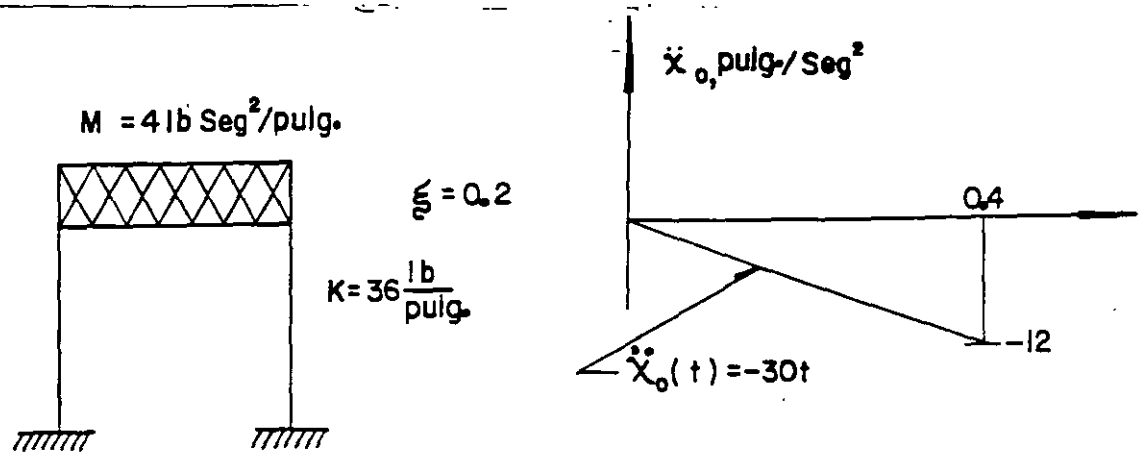
4. CALCULEMOS UNA NUEVA APROXIMACION PARA $\ddot{y}_{i+1}$ A PARTIR DE LA ECUACION DIFERENCIAL DE EQUILIBRIO:

$$\ddot{y}_{i+1} \doteq -2\zeta\omega\dot{y}_{i+1} - \omega^2(y_{i+1} - y_{est}) - (\ddot{x}_o)_{i+1} \quad (28)$$

DONDE $y_{est} = p(t_{i+1})/k$

5. REPITAMOS LAS ETAPAS 2 A 4 EMPEZANDO CON EL NUEVO VALOR $\ddot{y}_{i+1}$ HASTA QUE EN DOS CICLOS CONSECUTIVOS SE TENGAN VALORES DE $\ddot{y}_{i+1}$ CASI IGUALES.

SE RECOMIENDAN VALORES DE β DE 1/6 A 1/4 Y $\Delta t \doteq 0.1T$ PARA ASEGURAR CONVERGENCIA Y ESTABILIDAD.



CALCULAR LA RESPUESTA DE LA ESTRUCTURA APLICANDO EL METODO β DE NEWMARK

$$\omega = \sqrt{K/M} = \sqrt{36/4} = 3 \frac{\text{RAD}}{\text{SEG}}$$

$$h = \xi \omega = 0.2 \times 3 = 0.6 ; T = \frac{2\pi}{3} = 2.09 \text{ SEG}$$

TOMAREMOS $\beta = 0.2$ Y $\Delta t = 0.2$ ($\approx 0.1T$) SUSTITUYENDO EN LAS ECS. (26), (27) Y (28):

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + 0.1 (\ddot{y}_i + \ddot{y}_{i+1})$$

$$y_{i+1} = y_i + 0.2 \dot{y}_i + 0.012 \ddot{y}_i + 0.008 \ddot{y}_{i+1}$$

$$\ddot{y}_{i+1} = -1.2 \dot{y}_{i+1} - 9 y_{i+1} - (\ddot{x}_o)_{i+1}$$

EN $t=0$ SABEMOS QUE SE TIENE $y=0$, $\dot{y}=0$ Y $\ddot{y}=0$

EN $t=0 + \Delta t = 0.2 \text{ SEG}$; SUPONGAMOS $\ddot{y}_{i+1} = 5.0 \text{ IN/SEG}^2$; $\ddot{x}_o = -6$

$$y_i = 0$$

$$\dot{y}_i = 0$$

$$1^{\text{er}} \text{ CICLO } \left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_{i+1} = 0 + 0.1 (0 + 5) = 0.5 ; y_{i+1} = 0 + 0 + 0 + 0.008 \times 5 = 0.04 \\ \ddot{y}_{i+1} = -1.2 \times 0.5 - 9 \times 0.04 - (-30 \times 0.2) = 5.04 \neq 5 \end{array} \right.$$

$$2^{\text{do}} \text{ CICLO } \left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_{i+1} = 0 + 0.1 (0 + 5.04) = 0.504 ; y_{i+1} = 0 + 0 + 0 + 0.008 \times 5.04 = 0.04032 \\ \ddot{y}_{i+1} = -1.2 \times 0.504 - 9 \times 0.4032 - (-6) = 5.033 \text{ IN/SEG}^2 \end{array} \right.$$

ESTOS CALCULOS SE PUEDEN ORGANIZAR MEDIANTE UNA TABLA COMO LA SIGUIENTE:

t SEG	$\ddot{x}_0$ IN/SEG ²	$\ddot{y}$ ING/SEG ²	$\dot{y}$ ING/SEG	y IN
0	0	0	0	0
0.2	-6	5.0000 5.040 5.033 5.034	0.5000 0.5040 0.5033 0.5034	0.04000 0.04032 0.04026 0.04027
0.4 -	-12	8.0000 7.442 7.534 7.533	1.8078 1.7510 1.7602 1.7601	0.26536 0.26079 0.26163 0.26162
0.4 +	0	-4.467	1.7601	0.26162
0.6	0	-6.000 -5.464 -5.550 . . .	0.7134 0.7670 0.7584 . . .	0.51204 0.51633 0.51564 . . .

EN $t = 0.2 + \Delta t = 0.4$ SEG: $\ddot{x}_0 = -30 \times 0.4 = -12$

$\ddot{y}_i = 5.034$, $\dot{y}_i = 0.5034$, $y_i = 0.04027$

SUPONIENDO $\ddot{y}_{i+1} = 8.000$ SE OBTIENE:

$$\text{1er CICLO} \left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_{i+1} = 0.5034 + 0.1 (5.034 + 8.000) = 1.8068 \\ y_{i+1} = 0.04027 + 0.2 \times 0.5034 + 0.012 \times 5.034 + 0.008 \times 8 = 0.26536 \\ \ddot{y}_{i+1} = -1.2 \times 1.8068 - 9 \times 0.26536 - (-12) = 7.442 \text{ IN/SEG}^2 \neq 8 \end{array} \right.$$

EN $t = 0.4^+$ SOLO CAMBIA $\ddot{y}$: $\ddot{y}_{0.4+} = \ddot{y}_{0.4-} + \ddot{x}_0 = 7.533 - 12 = -4.467$

EN $t = 0.6$, $\ddot{y}_i = -4.467$ $\dot{y}_i = 1.7601$; $y_i = 0.26162$, $\ddot{x}_0 = 0$

ESPECTROS DE RESPUESTA ESTRUCTURAL

RECORDEMOS QUE LA SOLUCION DEL PROBLEMA DE VIBRACIONES FORZADAS CON EXCITACION SISMICA ES

$$y(t) = \frac{-1}{\omega'} \int_{-\infty}^t \ddot{x}_0(t-\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \sin \omega'(t-\tau) d\tau$$

DE LA OBSERVACION DE ESTA ECUACION SE CONCLUYE QUE EL DESPLAZAMIENTO RELATIVO, $y(t)$, ES FUNCION DEL TIEMPO, t . EL AMORTIGUAMIENTO, ζ , Y LA FRECUENCIA CIRCULAR NATURAL, ω (O DEL PERIODO NATURAL):

$$y(t) = f(t, \omega, \zeta)$$

FIJEMOS UN VALOR DE ζ , POR EJEMPLO $\zeta=0$, Y LUEGO ASIGNEMOS VALORES A ω , POR EJEMPLO 0.1, 0.2, 0.3, ETC, HASTA CUBRIR UN INTERVALO DE INTERES, Y PARA CADA CASO CALCULEMOS LA FUNCION RESULTANTE DE APLICAR LA ECUACION ANTERIOR. CON ESTA OBTENEMOS

$$y_1(t) = f_1(t, 0.1, 0) = f_1(t)$$

$$y_2(t) = f_2(t, 0.2, 0) = f_2(t)$$

$$y_3(t) = f_3(t, 0.3, 0) = f_3(t)$$

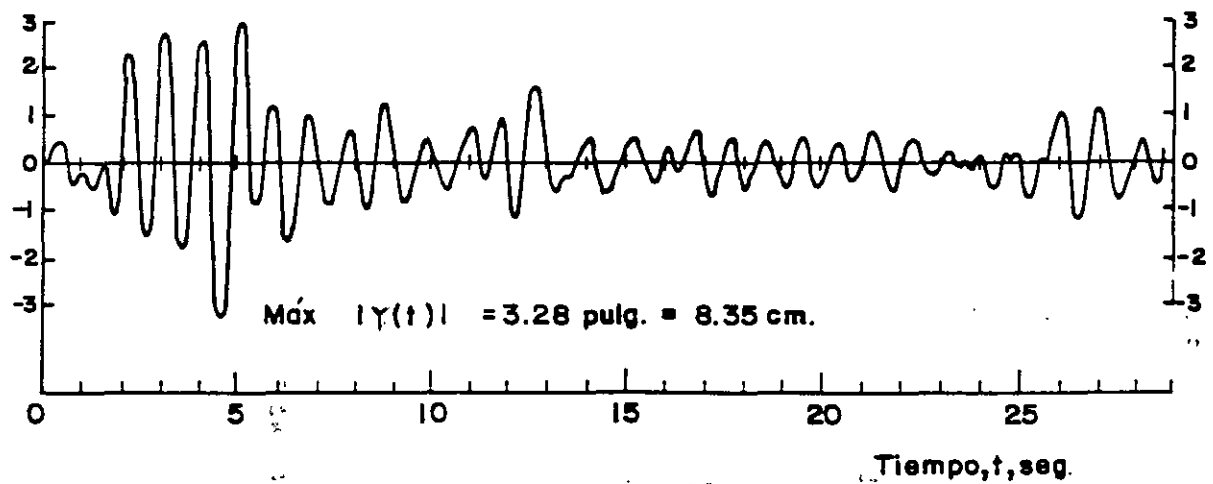
$$\text{SEAN } D_1 = \text{MAX}|y_1(t)| = D(\omega_1, \zeta)$$

$$D_2 = \text{MAX}|y_2(t)| = D(\omega_2, \zeta)$$

$$D_3 = \text{MAX}|y_3(t)| = D(\omega_3, \zeta)$$

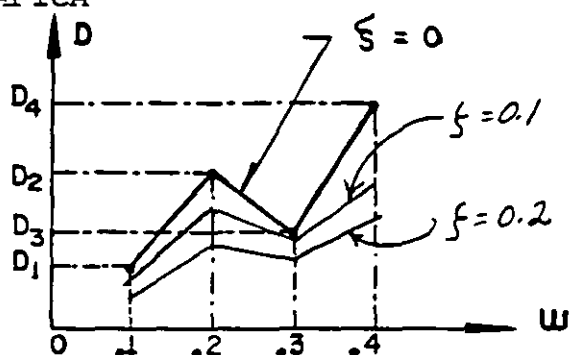
•
•
•

Desplazamiento relativo,
 $\gamma(t)$, pulg.



Respuesta de un sistema amortiguado simple
con $T_1 = 1.0 \text{ seg}$ y $\zeta = 0.10$, al sismo de
El Centro, Cal., 1940, componente N-S

EN TAL CASO, LA GRAFICA



ES EL ESPECTRO DE RESPUESTA DE DESPLAZAMIENTOS PARA $\zeta=0$. SI ESTE PROCESO DE REPITE FIJANDO OTROS VALORES DE ζ , POR EJEMPLO, $\zeta=0.02, 0.05, 0.1, 0.2$, ETC, SE OBTENDRAN LOS ESPECTROS DE DESPLAZAMIENTOS CORRESPONDIENTES.

DE MANERA ANALOGA SE PUEDEN OBTENER LOS ESPECTROS PARA OTROS TIPOS DE RESPUESTA, TALES COMO VELOCIDAD RELATIVA, ACELERACION ABSOLUTA, ETC, QUE SON, RESPECTIVAMENTE

$$V = \max |\dot{y}(t)|_{\zeta, \omega} ; A = \max |\ddot{x}(t)|_{\zeta, \omega} \quad (29)$$

PSEUDO - ESPECTROS

ESTADISTICAMENTE SE HA ENCONTRADO QUE

$$S_V = \omega D \doteq V \quad (30)$$

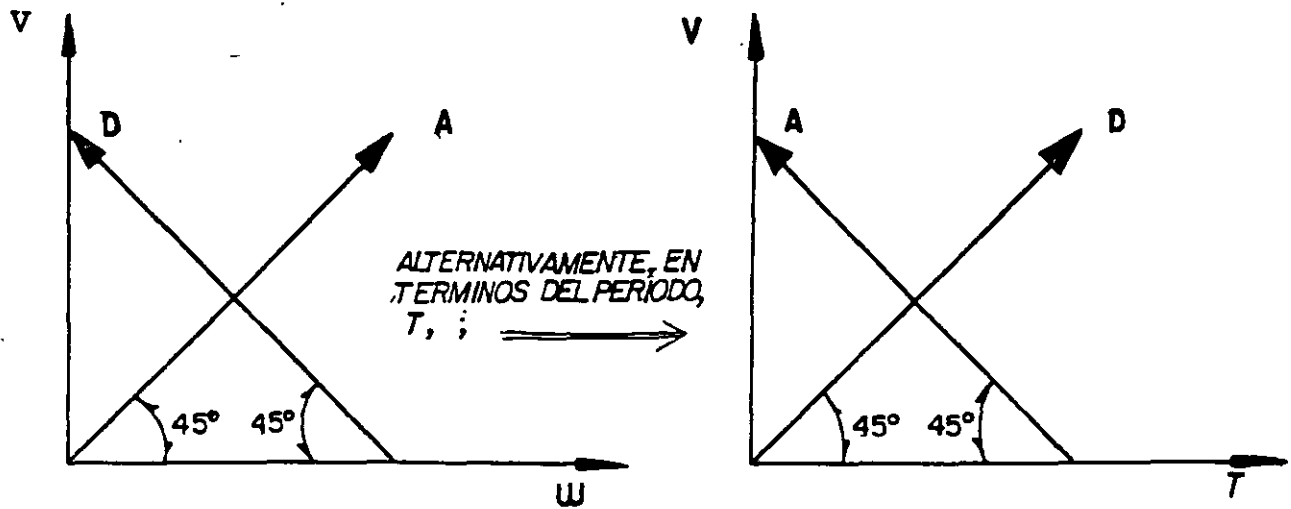
$$S_A = \omega^2 D \doteq A \doteq \omega V \quad (31)$$

A S_V Y S_A SE LES LLAMA PSEUDOESPECTROS.

DE LA EC. (30): $\log D = \log V - \log \omega = \log V + \log T - \log 2\pi$

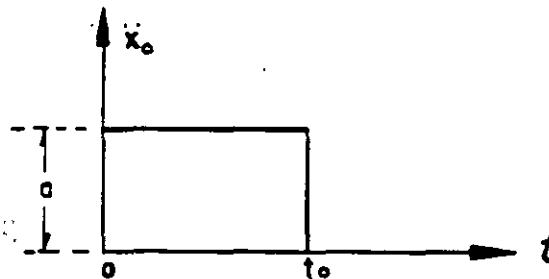
DE LA EC. (31): $\log A = \log V + \log \omega = \log V - \log T + \log 2\pi$

ESTAS ECUACIONES CORRESPONDEN A LINEAS RECTAS EN PAPEL LOGARITMICO; LA PRIMERA CON PENDIENTE -1 Y LA SEGUNDA CON PENDIENTE $+1$, SI SE USA ω COMO VARIABLE INDEPENDIENTE; SI SE USA T , LA PRIMERA TENDRA PENDIENTE $+1$, Y LA SEGUNDA, -1 .



EJEMPLO

CALCULAR EL ESPECTRO CORRESPONDIENTE A LA EXCITACION (CONSIDERESE $\zeta=0$)



EN UN EJEMPLO ANTERIOR SE OBTUVO

$$y(t) = \frac{-a}{\omega^2} (1 - \cos \omega t), \text{ SI } 0 \leq t \leq t_0$$

$$D = \text{MAX}|Y(t)| = \frac{2a}{\omega^2} ; 0 \leq \frac{T}{2} \leq t_0, (0 \leq T \leq 2t_0)$$

$$S_V = \omega D = \frac{2a}{\omega}, S_A = \omega V = 2a$$

$$Y \quad D = \text{MAX}|y(t)| = \frac{2a}{\omega^2} \text{sen} \frac{\omega t_0}{2}, \text{ SI } T > 2t_0$$

$$S_V = \omega D = \frac{2a}{\omega} \left| \text{sen} \frac{\omega t_0}{2} \right| ; S_A = \omega V = 2a \left| \text{sen} \frac{\omega t_0}{2} \right|$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} S_V = \lim_{\omega \rightarrow 0} \left\{ a t_0 \frac{\text{sen} \frac{\omega t_0}{2}}{\frac{\omega t_0}{2}} \right\} = a t_0$$

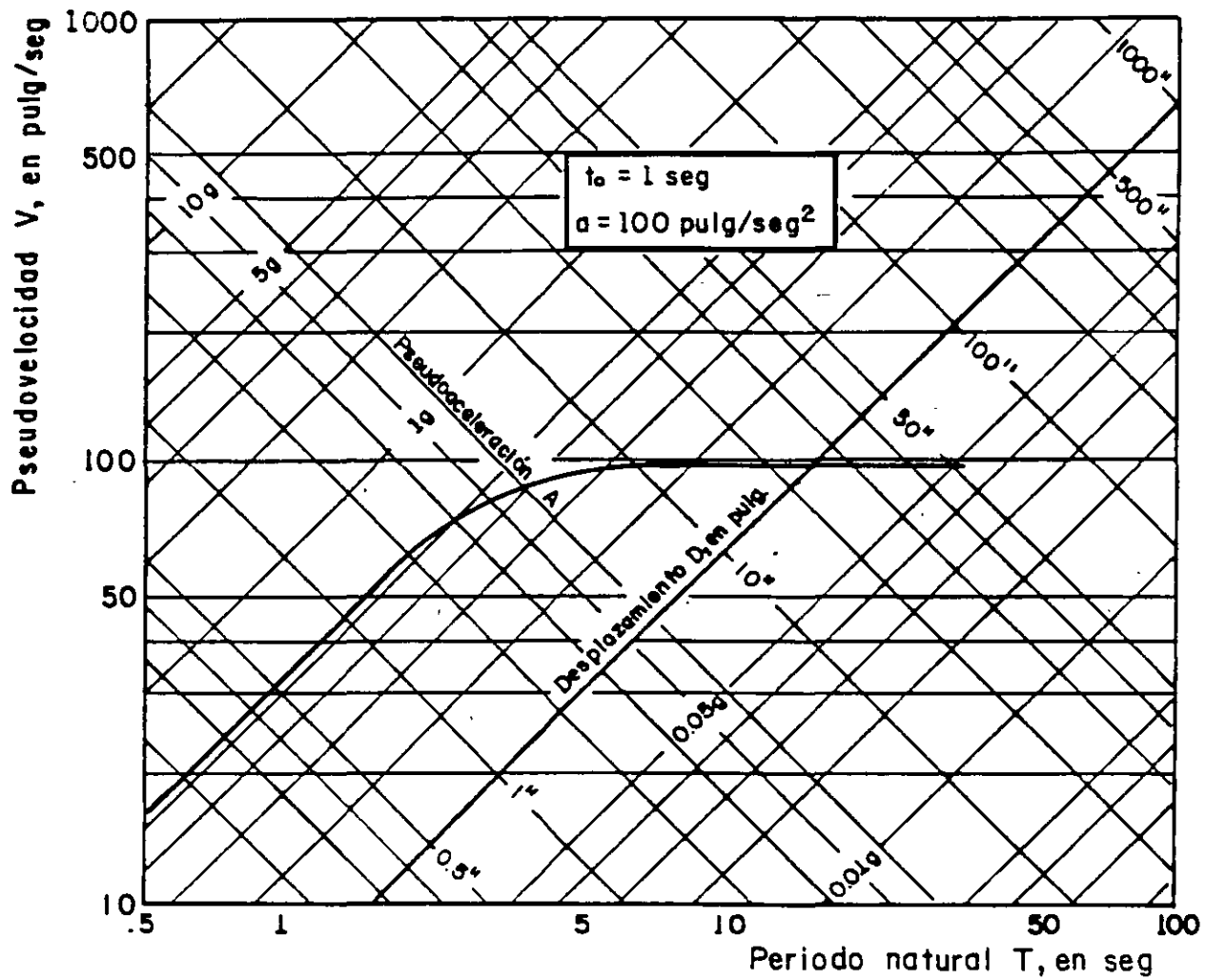
CASO PARTICULAR: SI $t_0 = 1 \text{ SEG}$ y $a = 100 \text{ IN/SEG}^2$

$$S_V = \frac{2 \times 100}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{100}{\pi} T, \text{ SI } 0 \leq T \leq 2 \text{ SEG}$$

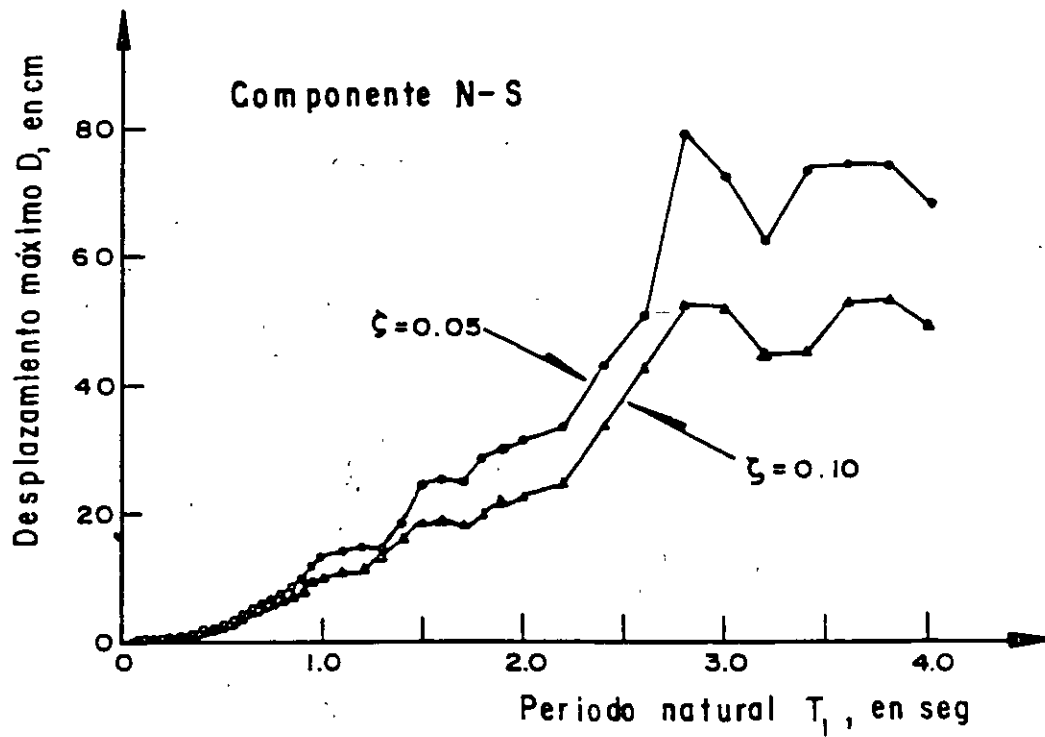
$$S_V = \frac{100T}{\pi} \left| \sin \frac{\frac{2\pi}{T} \times 1}{2} \right| =$$

$$= \frac{100T}{\pi} \left| \sin \frac{\pi}{T} \right| \quad \text{SI } T > 2 \text{ SEG}$$

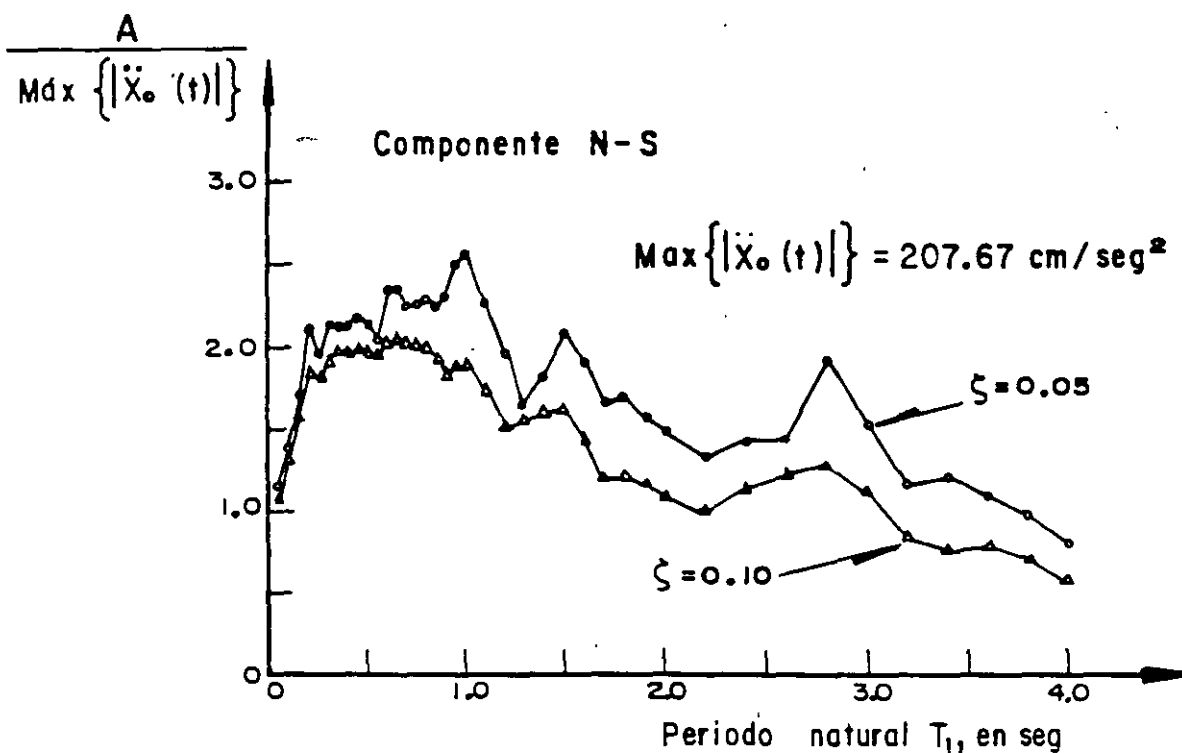
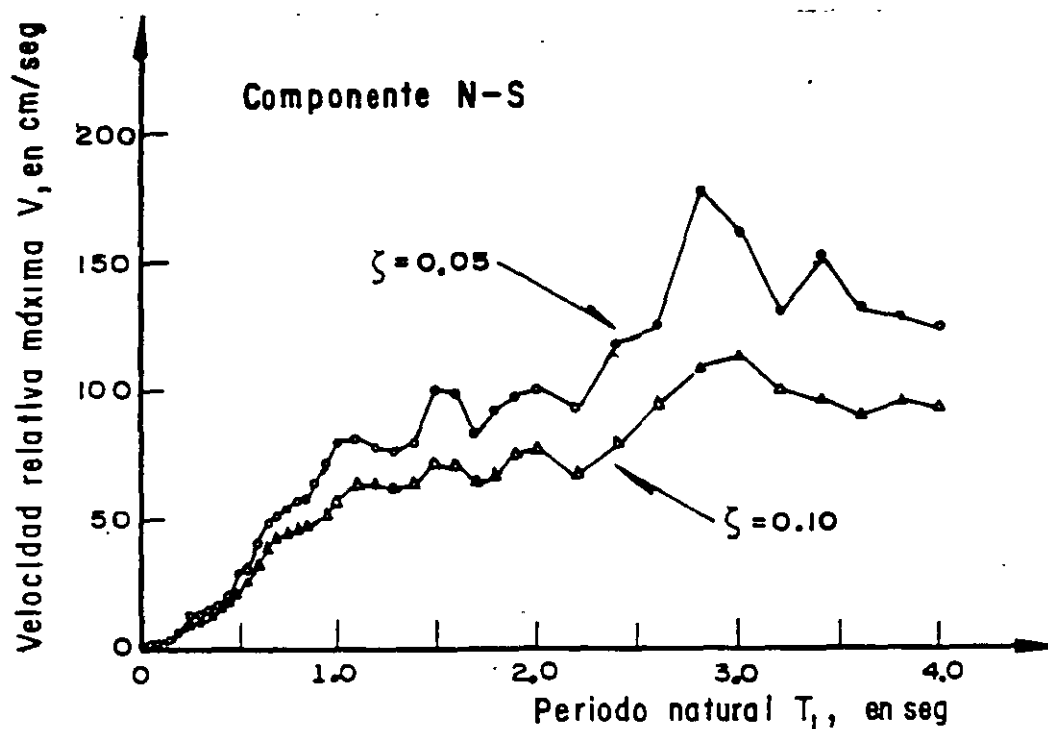
$$\lim_{T \rightarrow \infty} S_V = 100 \text{ IN/SEG}$$



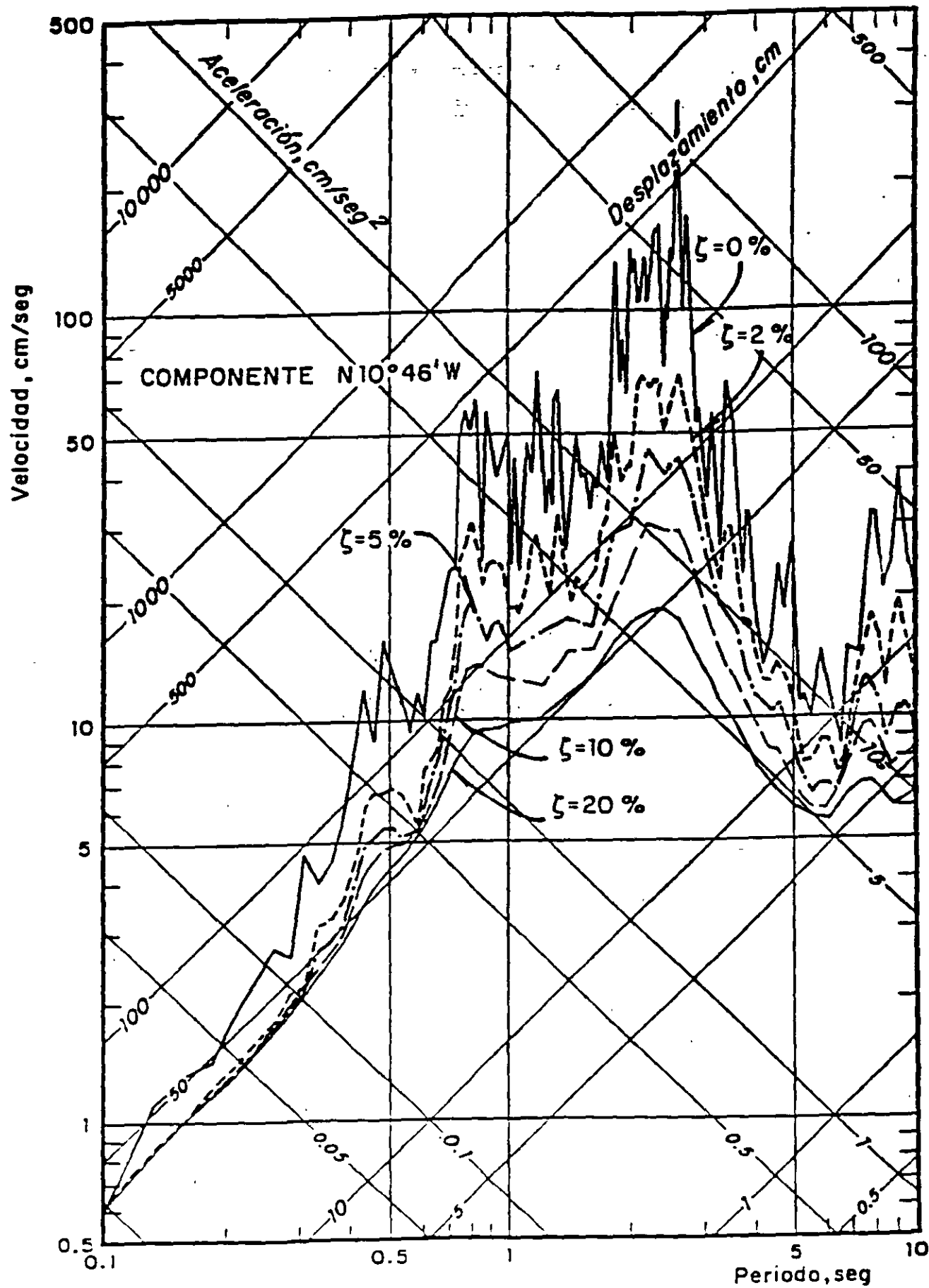
Espectro no amortiguado correspondiente a un pulso rectangular de aceleraciones. Según N. Newmark y E. Rosenblueth, ref 1. $\xi = 0$



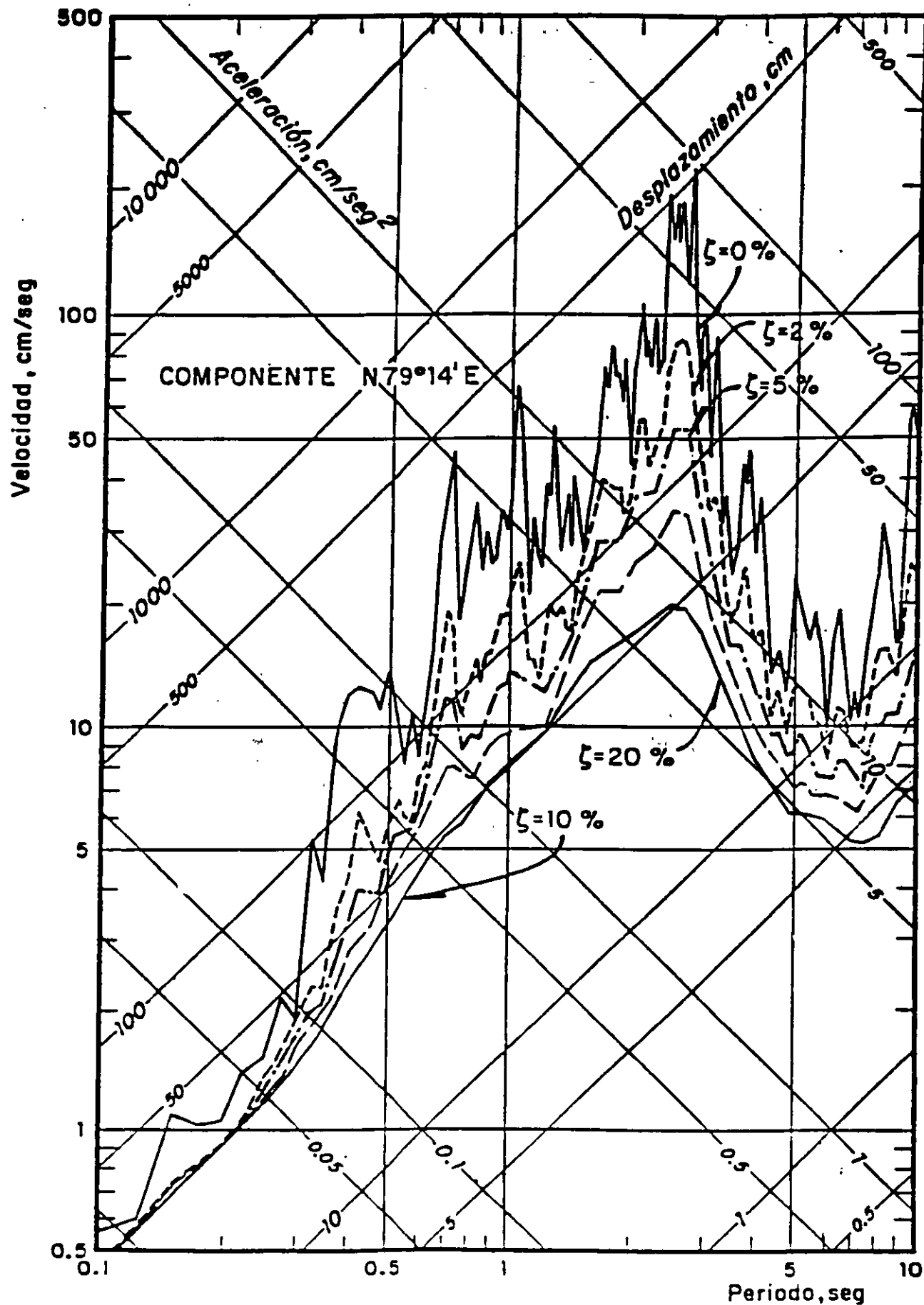
Espectro de desplazamientos. Sismo de Tokachi-Oki, Japón (1968). Según H. Tsuchida, E. Kurata y K. Sudo, ref 4



Espectros de velocidades y de aceleraciones.. Sismo de Tokachi-Oki, Japón (1968). Según H.Tsuchida, E. Kurata y K.Sudo, ref.4

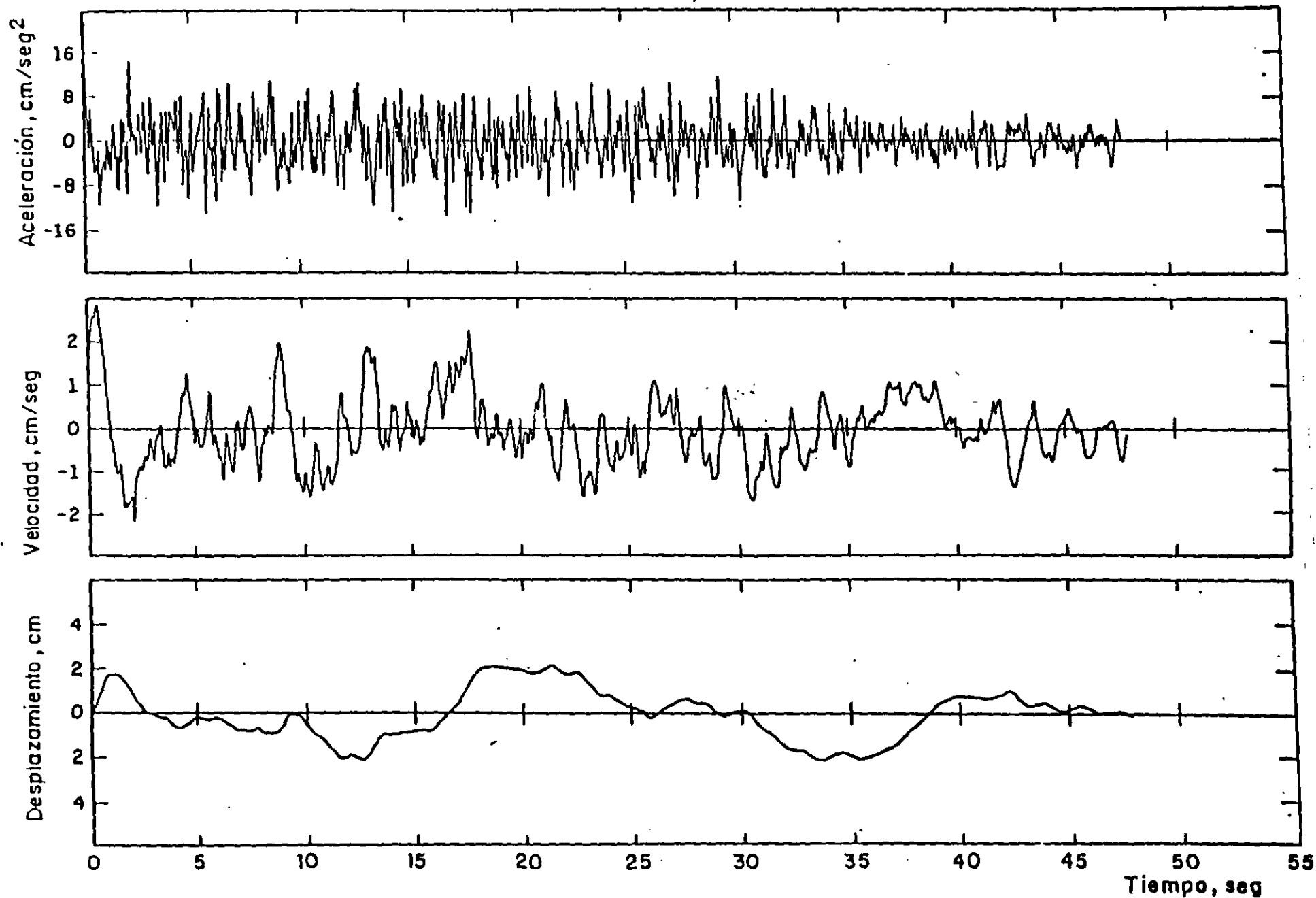


Espectros de respuesta. Alameda Central,
19 de mayo de 1962

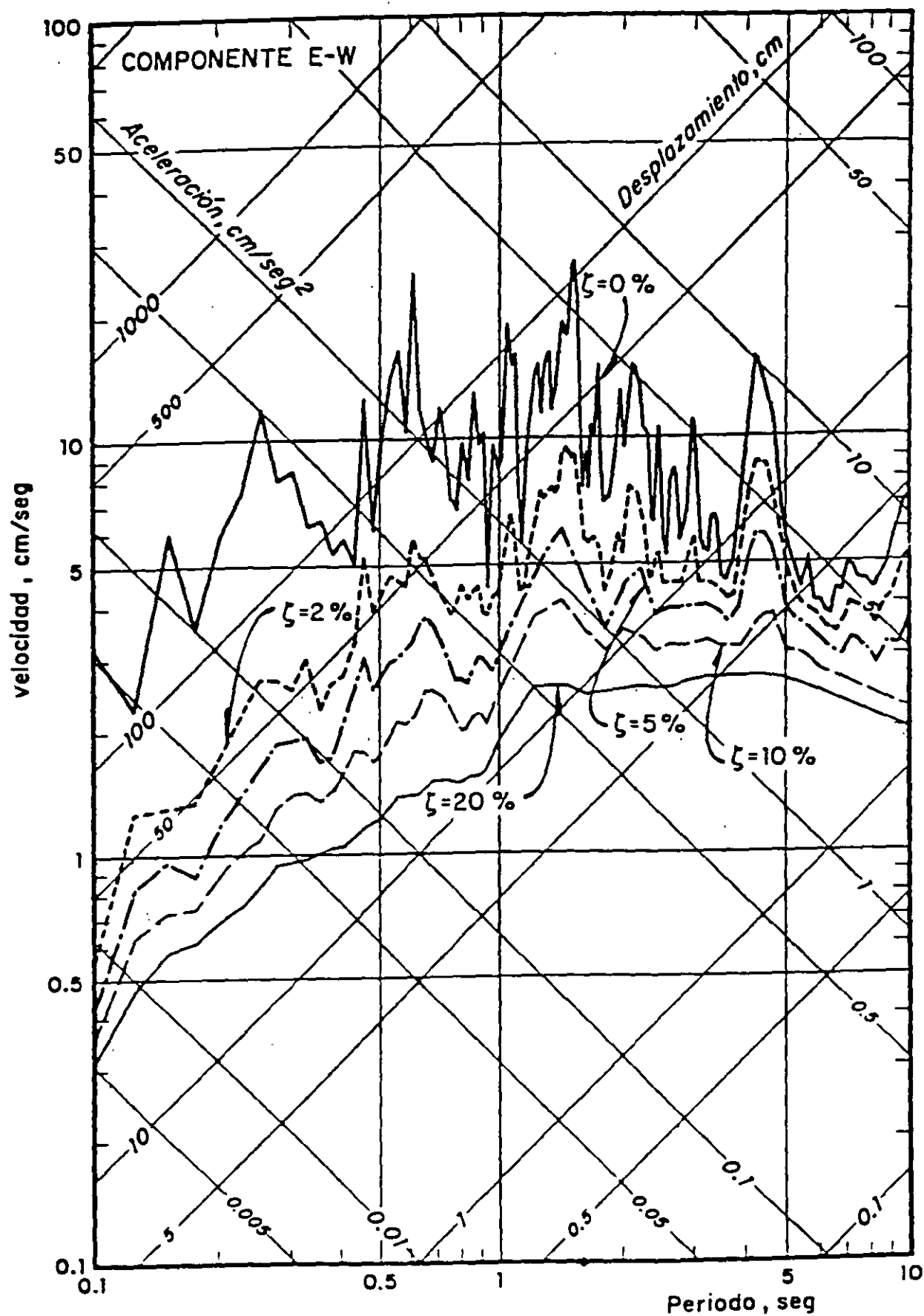


Espectros de respuesta. Alameda Central.
19 de mayo de 1962

COMPONENTE E-W



Movimiento del terreno. Ciudad Universitaria, 6 de julio de 1964

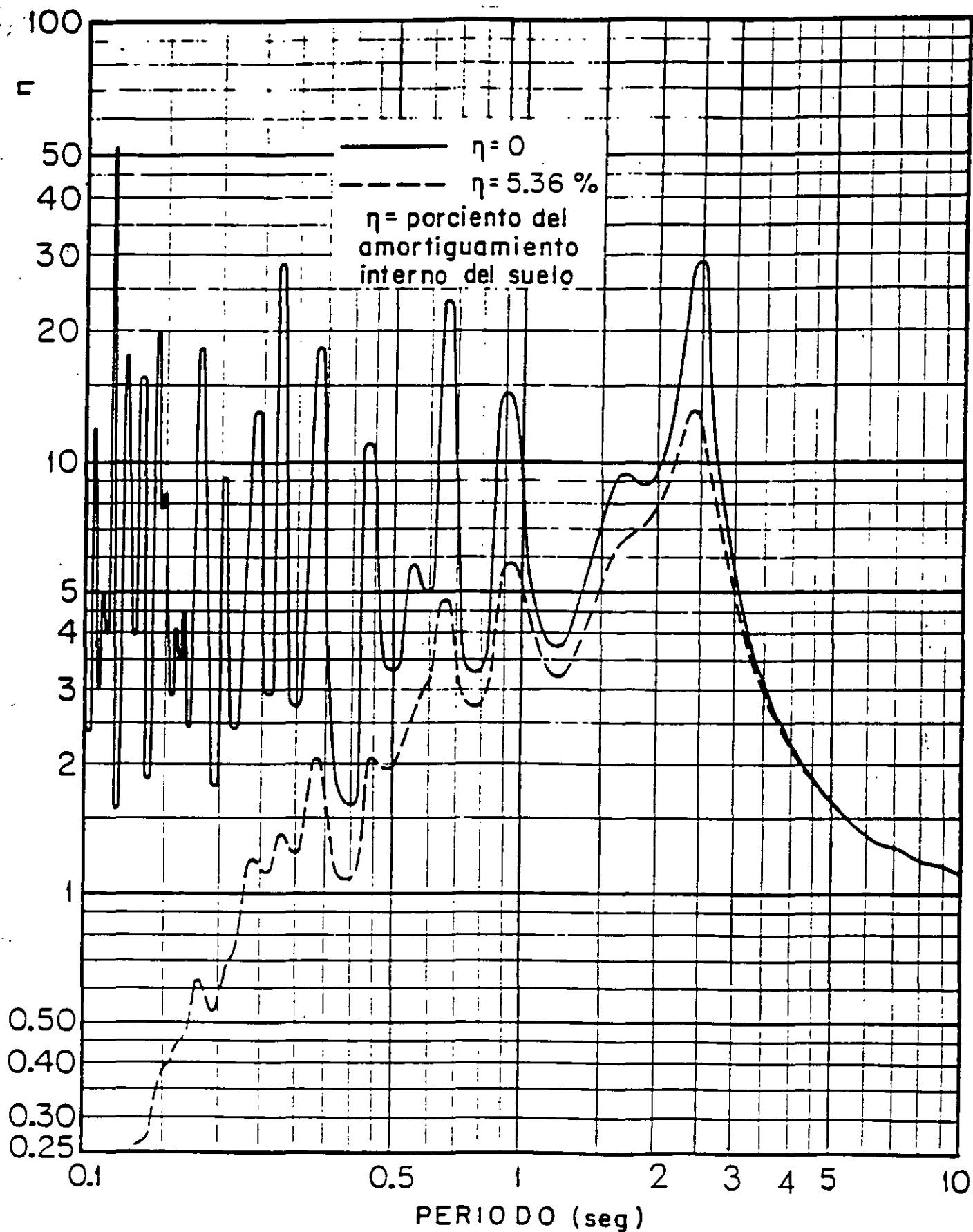


Espectros de respuesta. Ciudad Universitaria,
6 de julio de 1964

$\eta = 5.36\%$	$v = 51 \text{ m/seg}$	$\gamma = 1.23 \text{ ton/m}^3$	11 m
$\eta = 5.36\%$	$v = 90 \text{ m/seg}$	$\gamma = 1.25 \text{ ton/m}^3$	23.5 m
$\eta = 5.36\%$	$v = 105.5 \text{ m/seg}$	$\gamma = 1.37 \text{ ton/m}^3$	11.5 m
$\eta = 5.36\%$	$v = 134 \text{ m/seg}$	$\gamma = 1.75 \text{ ton/m}^3$	24 m
$\eta = 5.36\%$	$v = 1050 \text{ m/seg}$	$\gamma = 1.76 \text{ ton/m}^3$	430 m
 ROCA			

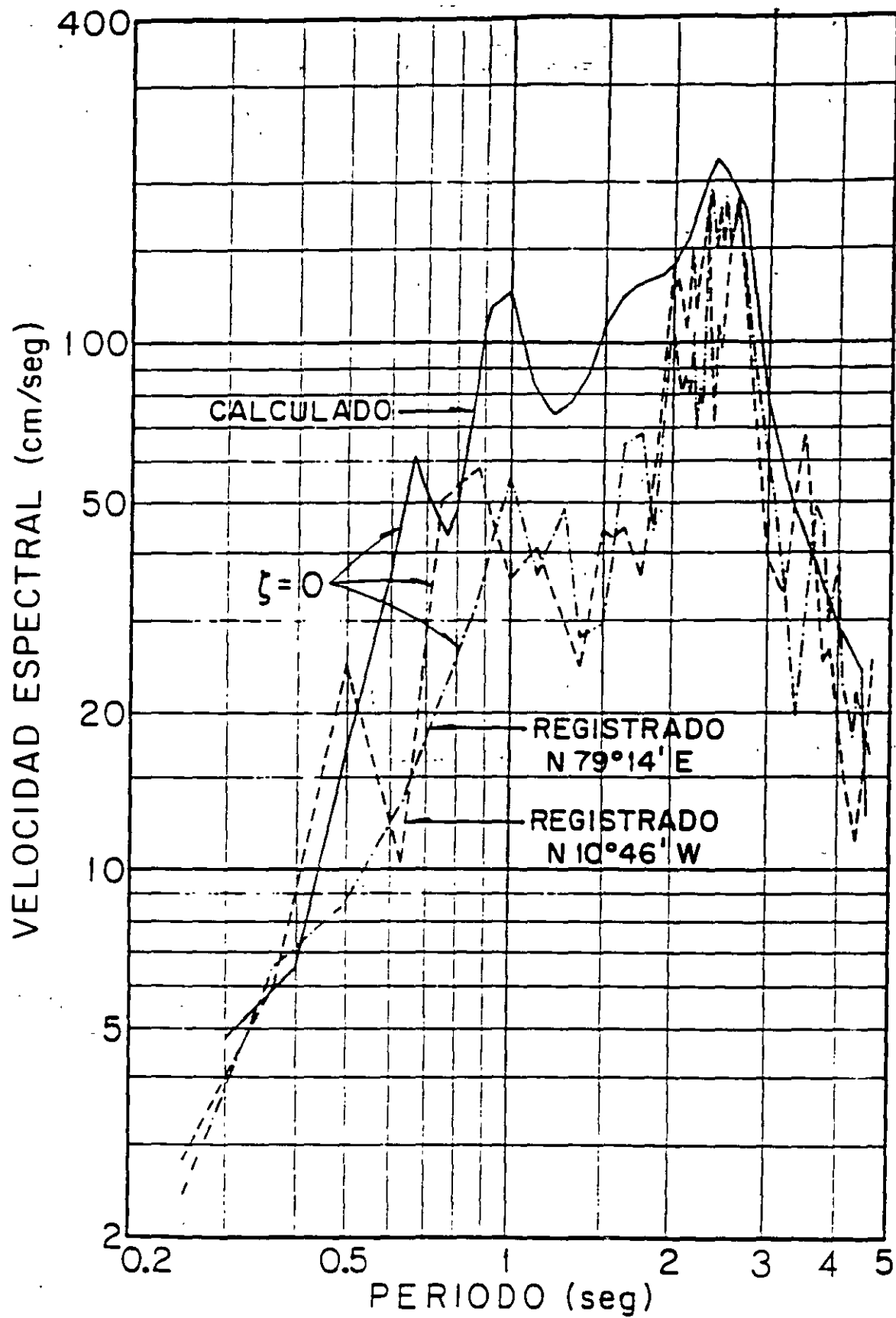
$\eta = 0\%$ $v = 2800 \text{ m/seg}$ $\gamma = 2.50 \text{ ton/m}^3$

Extrapolación del Valle de México, utilizada para el cálculo de la curva de amplificación



Curva de amplificación

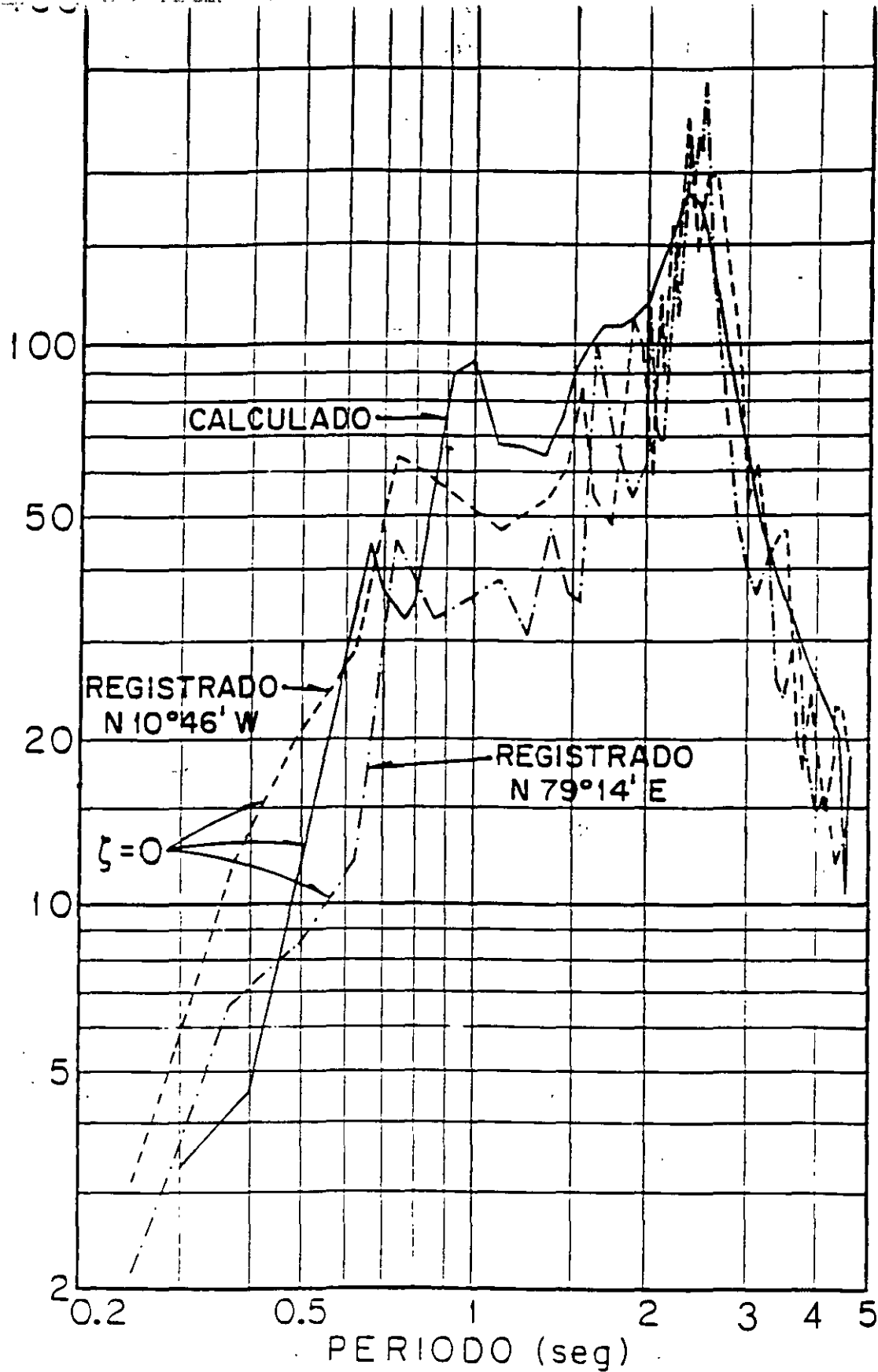
Según Rascón, O. A.



Comparación del espectro calculado con el registrado del temblor del 19 de mayo de 1962

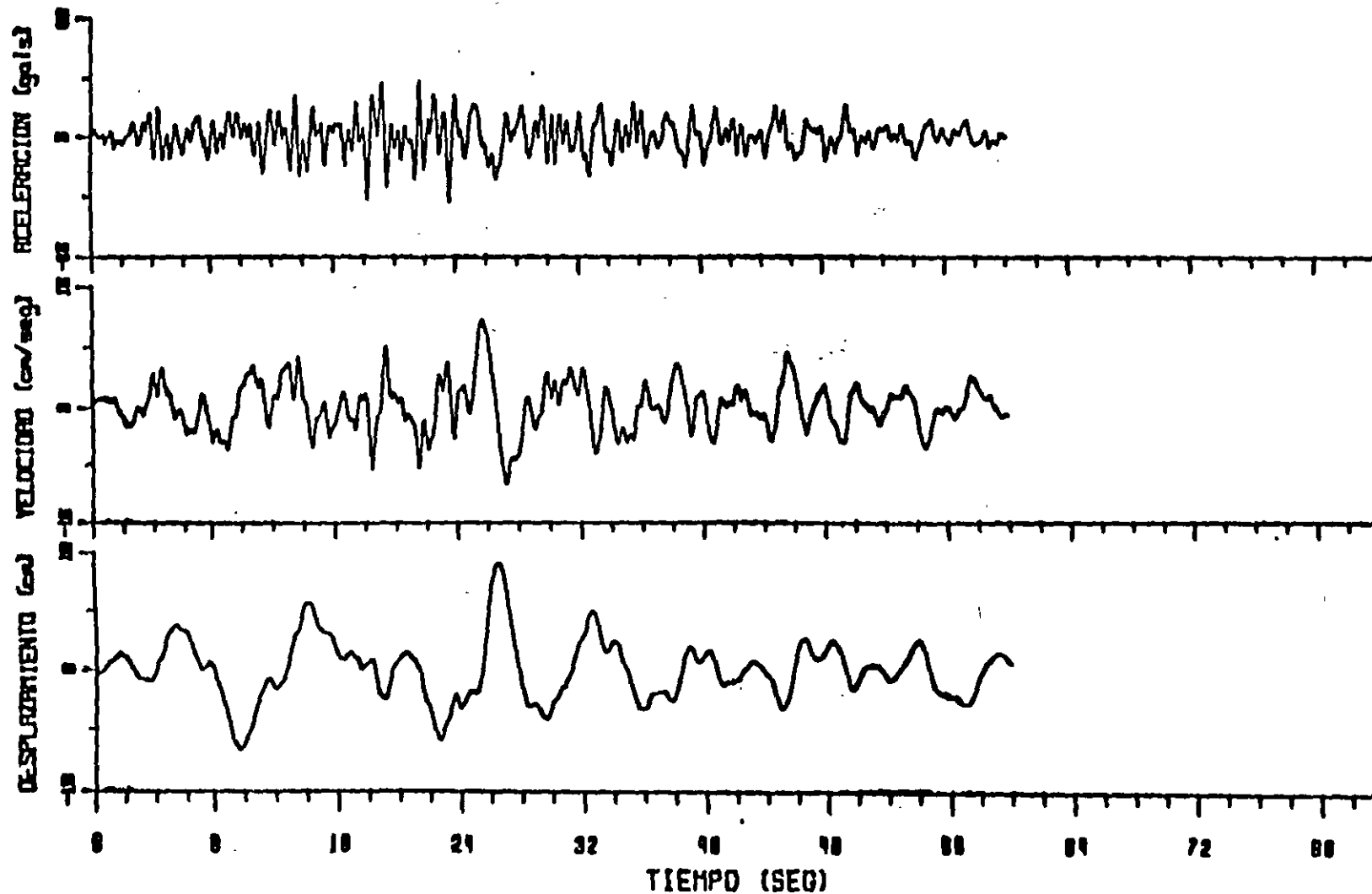
Según Rascón. O. A.

VELOCIDAD ESPECTRAL (cm/seg)



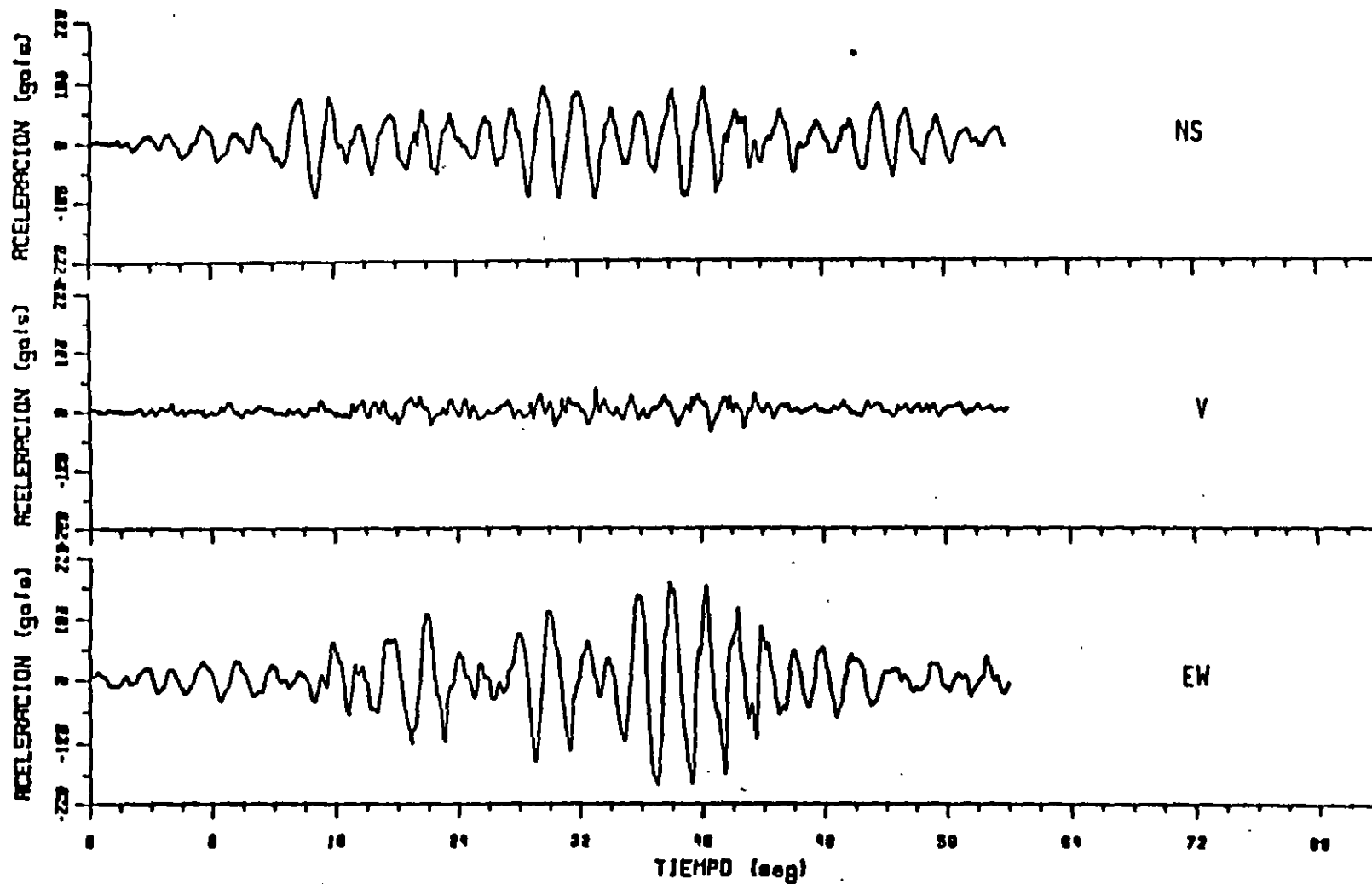
Comparacion del espectro calculado con el registrado del temblor del 11 de mayo de 1962

DATOS		REGISTRO	KVI 5291 AL.T	CORRECCION			
ESTAD	1021	ESTAD	9KV1	METODO	CIVILTECH.		
FECHA	052019	INST	011131	FILTRO	0.070	0.100	23.0 25.0
COORD	13119143	COMP	NE3E	ΔT	0.020		
EPIC	17.000 102.470	MODA	13119143	MAX ACEL	38.35	-99.11	
H	7.0	UNID	50.00	MAX VEL	11.48	-10.87	
H	33	DIST	400	MAX DESP	0.10	-6.63	



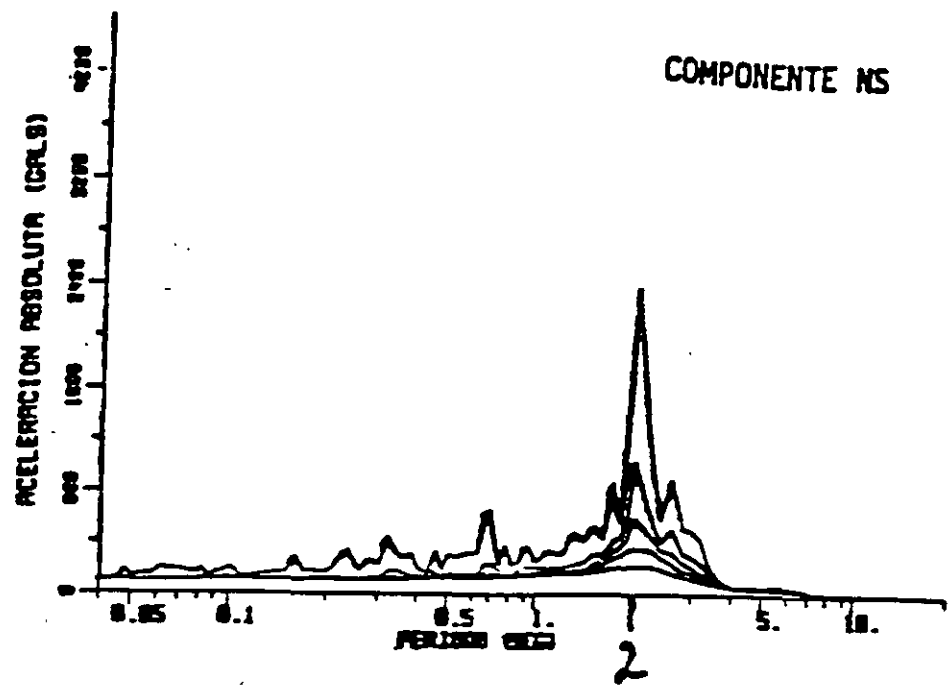
Aceleración, velocidad y desplazamiento de la componente NS del acelerograma registrado en los Viveros de Coyoacán en México DF del sismo del 19 de septiembre de 1985.

GRAFICA DE TRES ARCHIVOS DE ACELERACION (gals)					
Archivos:	SCT1850919AL.T	SCT1850919AV.T	SCT1850919AT.T		
Signal:	GRO-MICH	GRO-MICH	GRO-MICH		
Horas:	13:19:43	13:19:43	13:19:43		
Componentes:	LONG	VERT	TRON		
Distancia:	400	400	400		
Max, Min:	89.95. -97.85	36.36. -36.43	158.74. -167.79		



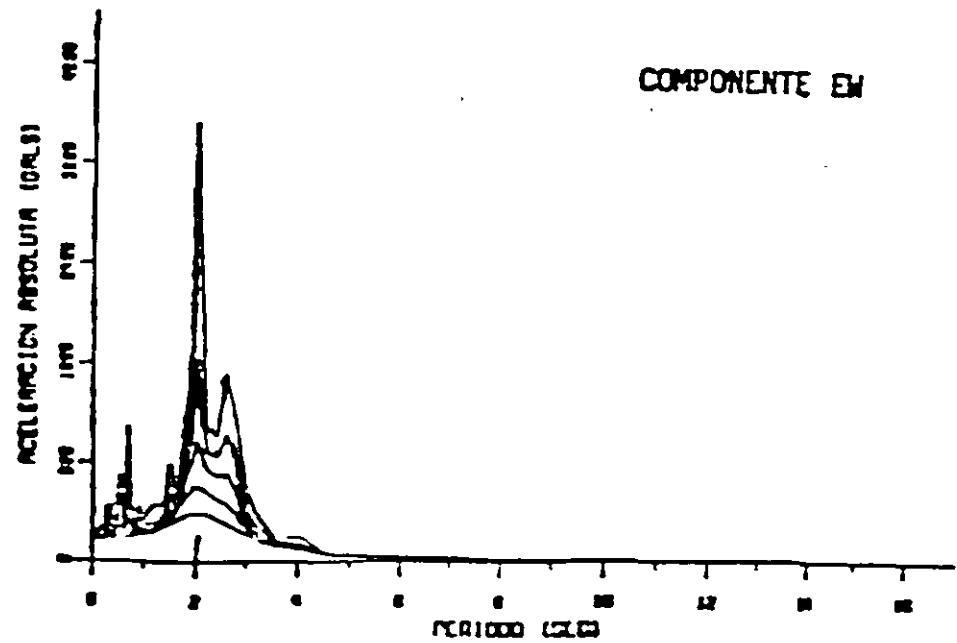
Acelerograma del sismo del 19 de septiembre de 1985, obtenido cerca del laboratorio de resistencia de materiales de la S.C.T en Xola y Av. Universidad, en la Ciudad de México.

ESPECTRO DE RESPUESTA REPORT 00 8.2.5.18.28



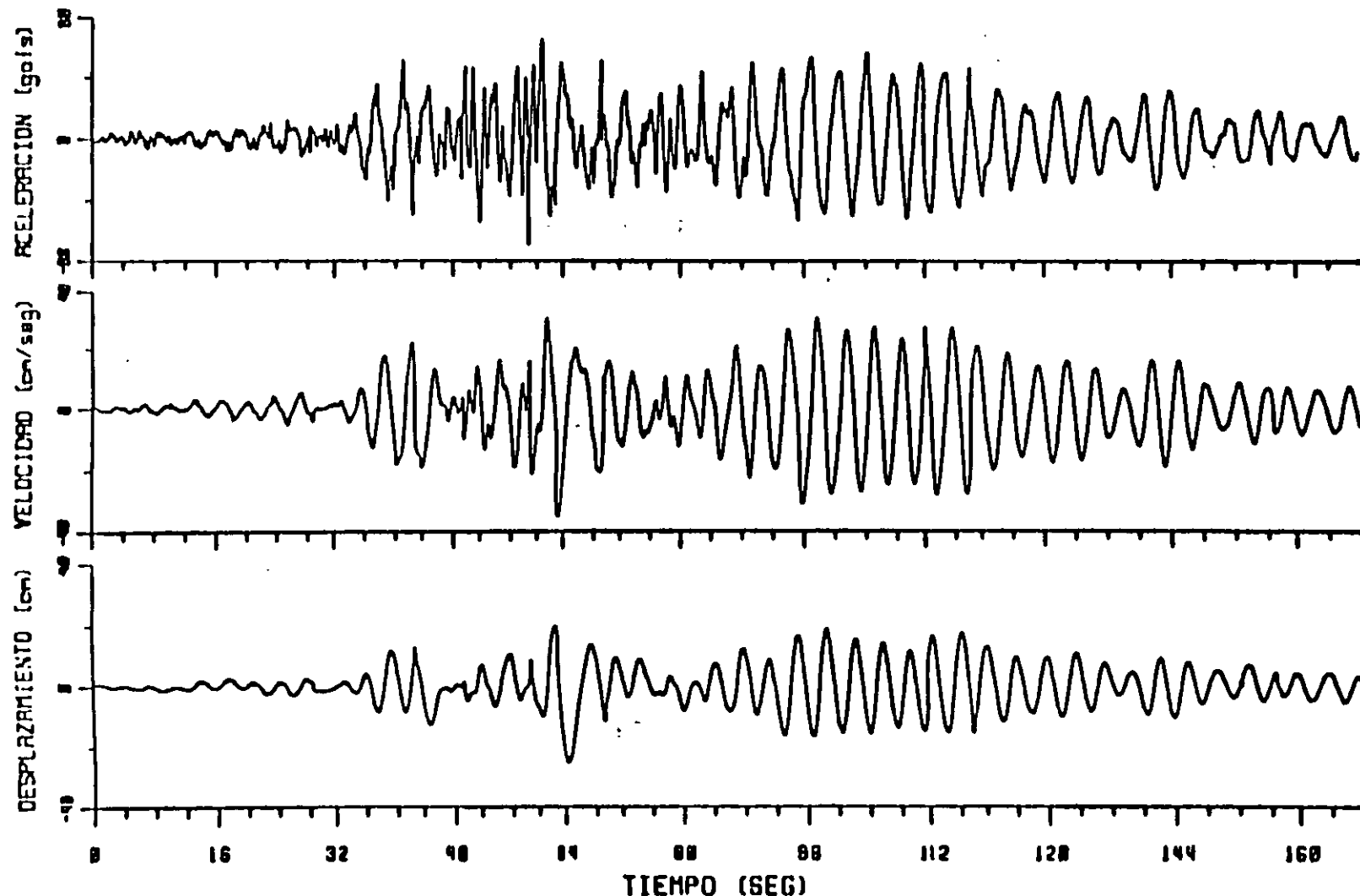
SISTO	GRD-MICH	REGISTRAD	SCT.MESBISAT.T	RETOBO	CORRECCION
SEISM	MEI	SEISM	SECT	RETOBO	CORRECCION
SEISM	00.000	00.000	00.000	FILTRD	0.000
SEISM	00.000	00.000	00.000	AI	0.000
SEISM	00.000	00.000	00.000	PRX ACCL	158.74
SEISM	00.000	00.000	00.000	PRX VEL	56.62
SEISM	00.000	00.000	00.000	PRX DESP	21.24

ESPECTRO DE RESPUESTA REPORT 00 8.2.5.18.28



Espectros de respuesta para las componentes NS y EW del registro obtenido en el Centro SCOP de la SCT en México DF el 190985.

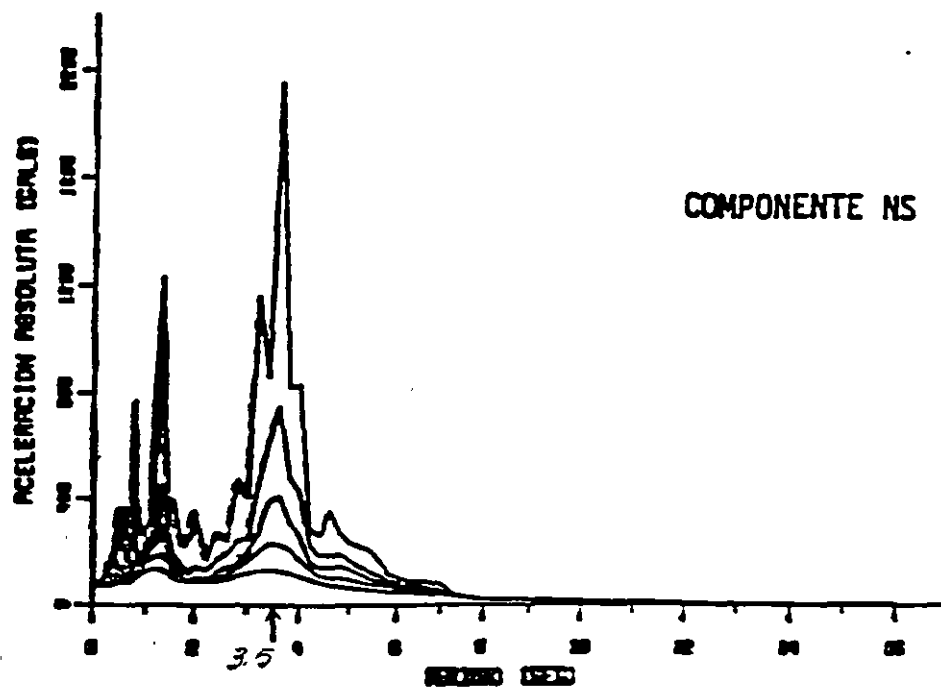
SISMO		GR0-MICH		REGISTRO		CDR0850919AL.T		CORRECCION			
DATOS		IDEI		ESTI		CDAD		METODO	COLTECH.		
FECHA		050919		INSI		03-115		FILTRO	0.050	0.070	10.0 15.0
HORA		14:34:51		CDMP		N00E		Δt	0.020		
EPIC	17.800	102.471		IDRA		14134149		MAX ACCL	65.04.	-69.05	
M		7.0		U/R		179.99		MAX VEL	31.24.	-35.02	
H		33		DISI		400		MAX DESP	19.57.	-25.00	



Aceleración, velocidad y desplazamiento de los 3 min iniciales de la componente NS del acelerograma registrado en la oficina principal de la Central de Abastos del 19 de septiembre de 1985 en México, D.F.

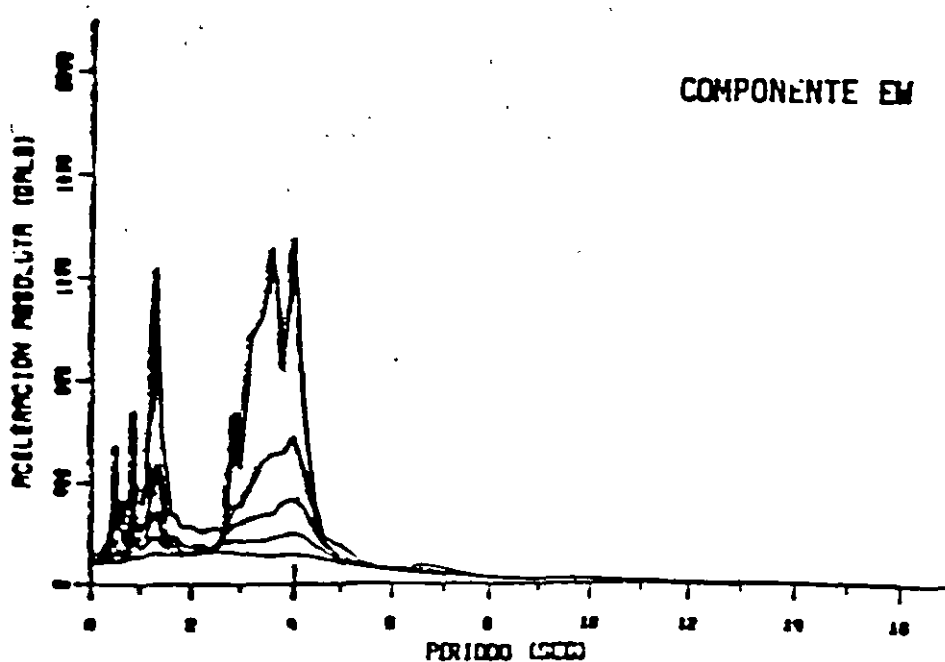
EPIC	17.	1.78	179.20	ACEL	65.94.	-48.85
NS		7.8	179.20	VEL	31.74.	-25.82
		30		DESP	19.57.	88

ESPECTRO DE RESPUESTA REPORT (X) 8.2.5.18.28

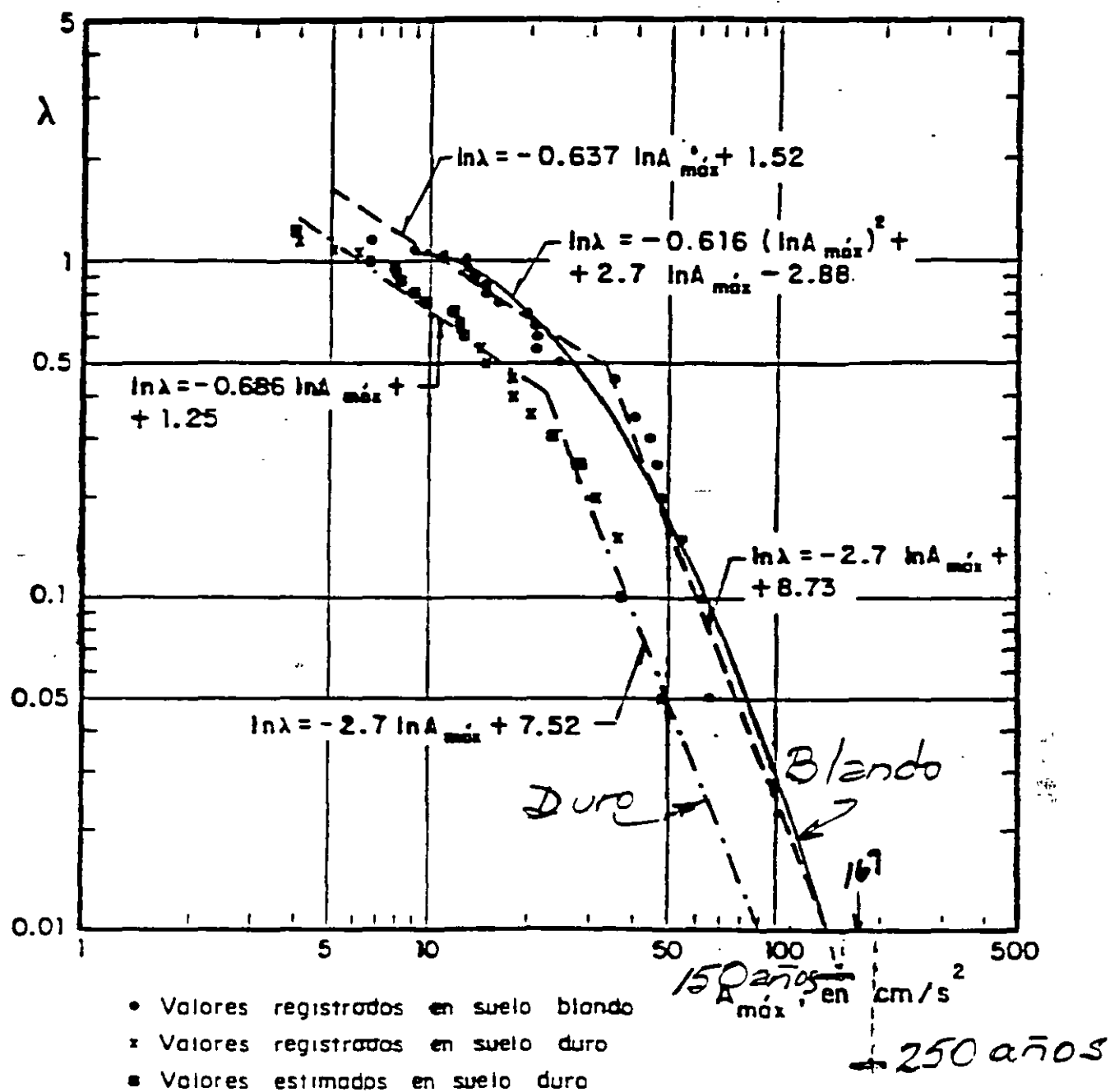


SISTO	END-USER	REGISTRO	CONVERSION	CORRECCION
ORIGEN	REX	NS	CM	METODO
FEDER	REX	NS	CM-115	FILTRD
NS	REX	NS	CM	AT
EPIC	17.880	REX	179.20	PRX ACCL
	7.8	NS	179.20	PRX VEL
	30	NS	179.20	PRX DESP

ESPECTRO DE RESPUESTA REPORT (X) 8.2.5.18.28

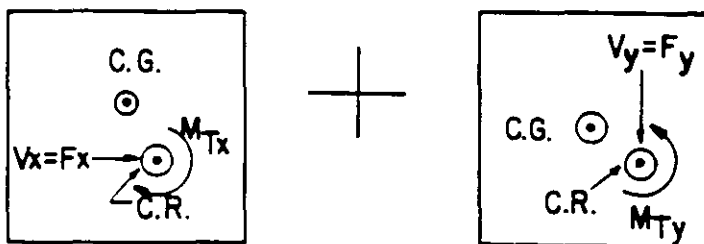
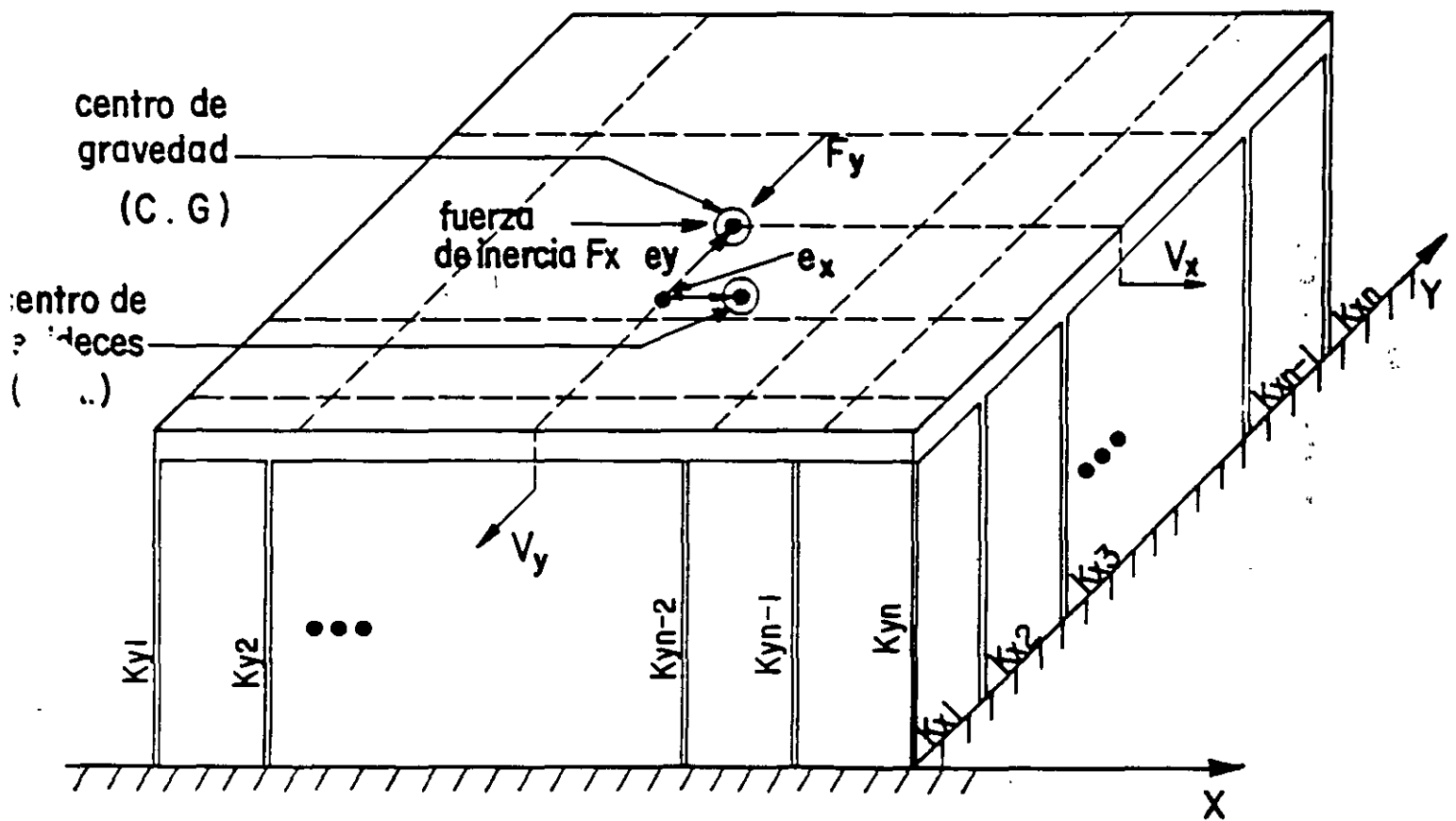


Espectros de respuesta para las componentes NS y EW del registro obtenido en la oficina principal de la Central de Abastos en México DF el 190985.

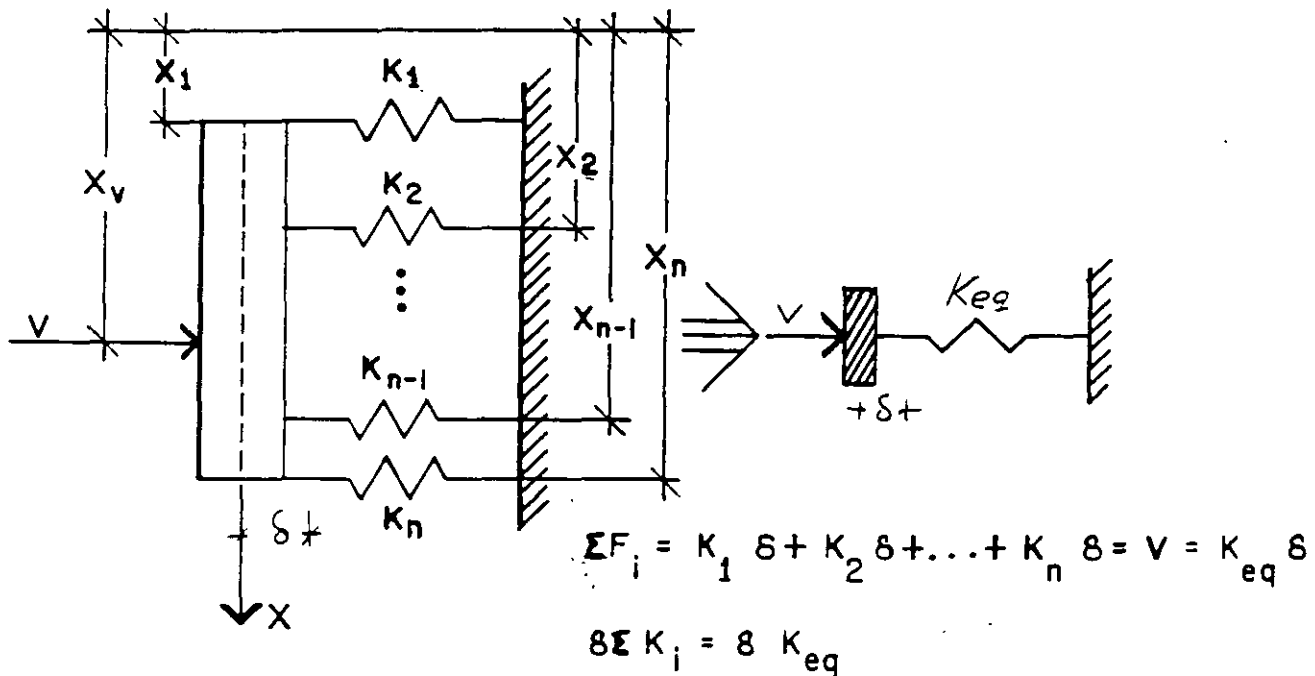


Frecuencia de ocurrencia de $A_{\max}$ Suelos blando y duro

DISTRIBUCION DE FUERZAS CORTANTES DIRECTAS Y POR TORSION



DISTRIBUCION DE LAS FUERZAS CORTANTES EN UN ENTREPISO



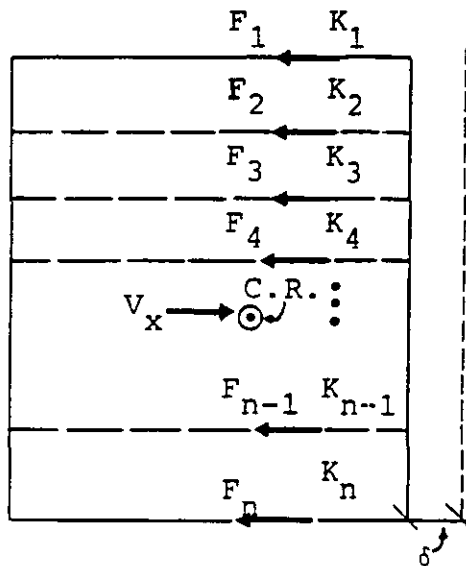
$$K_{eq} = \sum_{i=1}^n K_i$$

$$X_v = \frac{\sum_{i=1}^n K_i X_i}{\sum_{i=1}^n K_i}$$

$$\sum M_i = \sum F_i X_i = \sum K_i \delta X_i = \delta \sum K_i X_i = V X = K_{eq} \delta X_v$$

← POSICION DEL CENTRO DE RIGIDECES

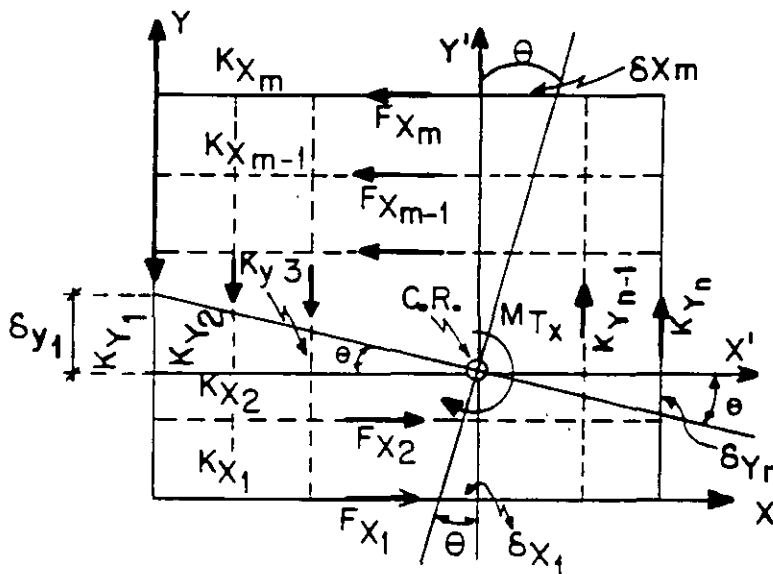
VEAMOS COMO SE DISTRIBUYEN LAS FUERZAS CORTANTES EN LOS MARCOS



$$F_i = K_i \delta$$

$$\Sigma F_i = \Sigma K_i \delta = V_x \therefore \delta = \frac{V_x}{\Sigma K_i}$$

$$F_i = V_x \frac{K_i}{\sum_{i=1}^n K_i}$$



Para θ pequeño:

$$F_{X_i} = K_{X_i} \delta_{X_i} = K_{X_i} Y'_i \theta$$

$$F_{Y_i} = K_{Y_i} \delta_{Y_i} = K_{Y_i} X'_i \theta$$

$$\Sigma M_{C.R.} = \Sigma F_{X_i} Y'_i + \Sigma F_{Y_i} X'_i$$

$$= \theta (\Sigma K_{X_i} Y_i'^2 + \Sigma K_{Y_i} X_i'^2)$$

$$= M_{Tx}$$

$$\text{DE DONDE } \theta = \frac{M_T}{\Sigma K_{X_i} Y_i'^2 + \Sigma K_{Y_i} X_i'^2}$$

POR LO QUE

$$F_{X_i} = M_{Tx} \frac{K_{X_i} Y'_i}{\Sigma K_{X_i} Y_i'^2 + \Sigma K_{Y_i} X_i'^2}$$

$$F_{Y_i} = M_{Tx} \frac{K_{Y_i} X'_i}{\Sigma K_{X_i} Y_i'^2 + \Sigma K_{Y_i} X_i'^2}$$

SISTEMAS NO LINEALES DE UN GRADO DE LIBERTAD

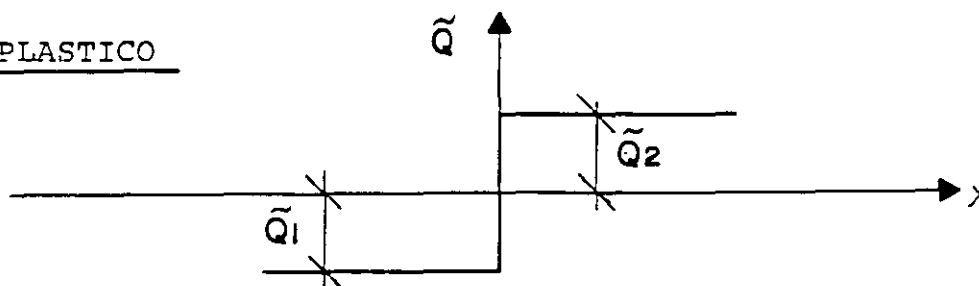
ECUACION DE MOVIMIENTO:

$$M\ddot{x} + \tilde{Q}(y, \dot{y}) = P(t) \quad ; \quad y = x - x_0 = \text{DESPLAZAMIENTO RELATIVO}$$

SI $\tilde{Q}(y, \dot{y}) = KY + C\dot{y}$ SE TIENE EL SISTEMA ELASTICO LINEAL

MODELOS PARTICULARES

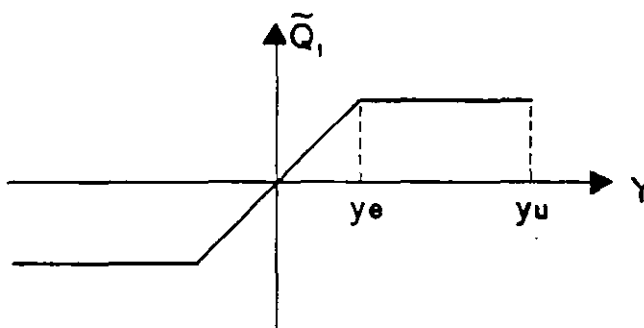
1. RIGIDO-PLASTICO



$$\tilde{Q} = -Q_1 + C\dot{y}, \text{ SI } y < 0$$

$\tilde{Q} = Q_2 + C\dot{y}, \text{ SI } y > 0$ EN DONDE C = CONSTANTE. SE HA EMPLEADO COMO MODELO EN EL ANALISIS DE TALUDES Y CORTINAS DE PRESAS DE TIERRA Y ENROCAMIENTO

2. ELASTO-PLASTICO

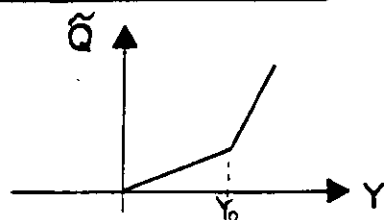


$$\tilde{Q} = \tilde{Q}_1(y) + C\dot{y}$$

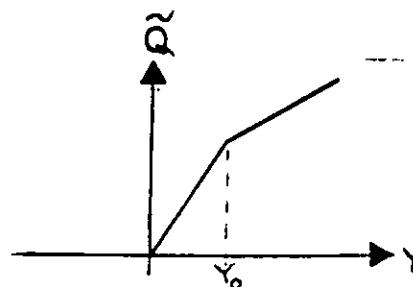
SE EMPLEA COMO MODELO EN EL ANALISIS DE ESTRUCTURAS DUCTILES.

FACTOR DE DUCTILIDAD $= u = y_u / y_e$

y_u = DESPLAZAMIENTO MAXIMO QUE PUEDE SOPORTAR EL SISTEMA SIN FALLAR.

3. SISTEMA BILINEALCON ENDURECIMIENTO

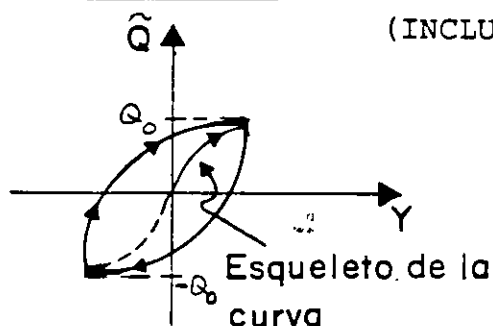
SE USA COMO MODELO PARA ANALISIS
DE PUENTES COLGANTES

CON ABLANDAMIENTO

SE USA COMO MODELO DE SISTEMAS
QUE SE DEGRADAN POR AGRIETA-
MIENTO (MUROS DE MAMPOSTERIA,
POR EJEM).

4. TIPO MASING

(INCLUYE A LOS ANTERIORES COMO CASOS ESPECIALES)



Q_0 = FUERZA EN $y = y_0$

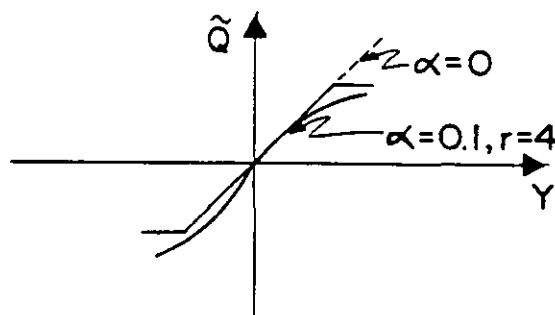
y_0 = DESPLAZAMIENTO EN EL CUAL EL PROCESO SE INVIRTIÓ (Y CAMBIO
DE SIGNO) POR ÚLTIMA VEZ

$$\frac{\tilde{Q} - Q_0}{2} \approx Q_1 \left(\frac{y - y_0}{2} \right)$$

CASO PARTICULAR DEL ESQUELETO

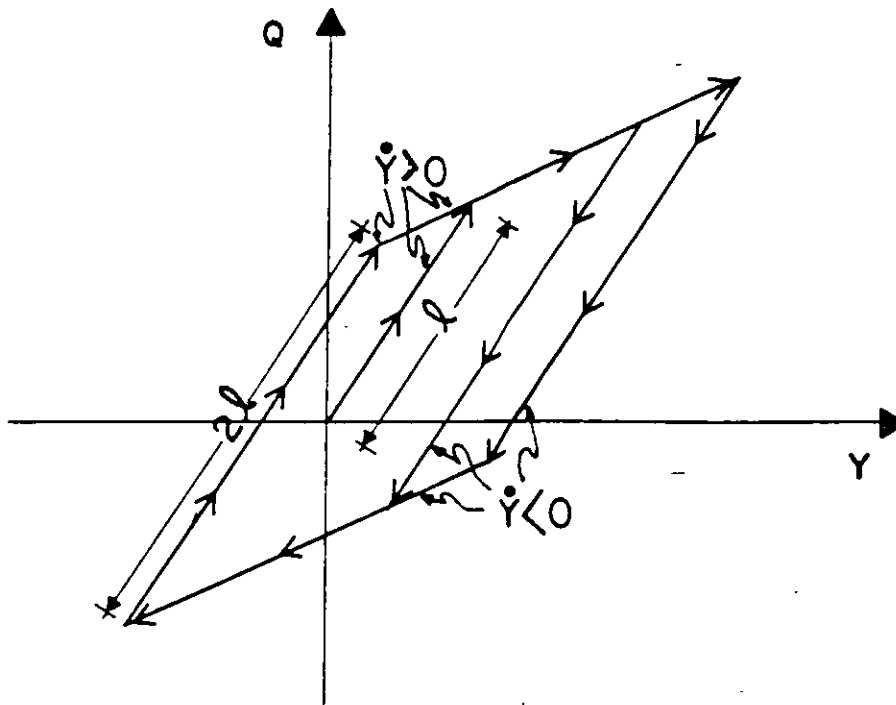
$$\frac{y}{y_1} = \frac{\tilde{Q}}{Q_1} + \alpha \left(\frac{\tilde{Q}}{Q_1} \right)^r \quad \underline{\text{(MODELO RAMBER - OSGOOD)}}$$

DONDE y_1 , Q_1 , α y r SON CONSTANTES POSITIVAS

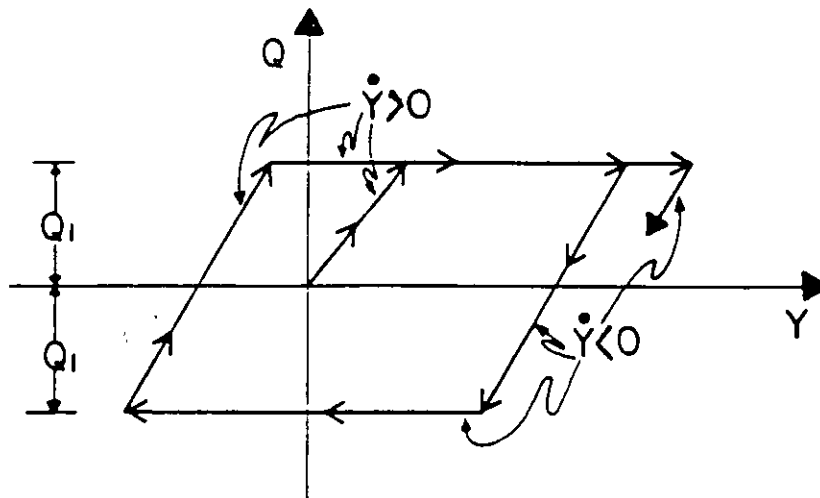


EJEMPLO:

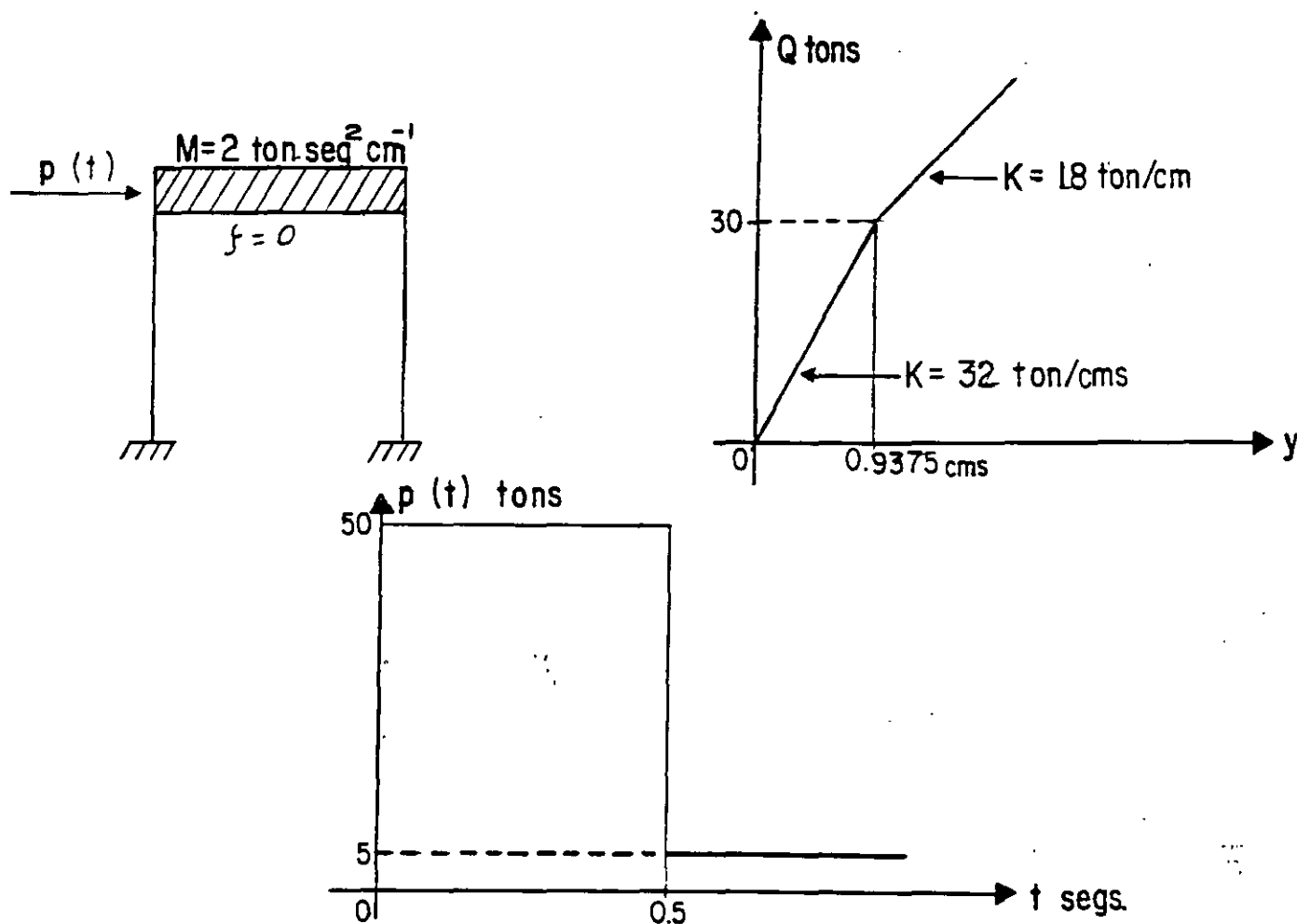
CASO BILINEAL

EJEMPLO

CASO ELASTOPLASTICO

METODO 8 DE NEWMARK

PARA EL ANALISIS DE SISTEMAS NO LINEALES SE PUEDE USAR EL METODO 8 DE NEWMARK DESCRITO ANTERIORMENTE.

EJEMPLO

ECUACION DE EQUILIBRIO DINAMICO , $M\ddot{Y} + Q(Y) = P(t)$

$$\ddot{Y} = \frac{P(t) - Q(Y)}{M} = \frac{P(t) - Q(Y)}{2} \quad (I)$$

PARA LA APLICACION DEL METODO DE NEWMARK SE TIENEN LAS SIGUIENTES EXPRESIONES:

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t$$

$$\dot{Y}_{i+1} = \dot{Y}_i + (\ddot{Y}_i + \ddot{Y}_{i+1}) \Delta t / 2$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \dot{Y}_i \Delta t + (0.5 - \beta) \ddot{Y}_i (\Delta t)^2 + \beta \ddot{Y}_{i+1} (\Delta t)^2$$

CONSIDERANDO $\Delta t = 0.10$ SEG. Y $\beta = 1/6$ SE PUEDE ESCRIBIR;

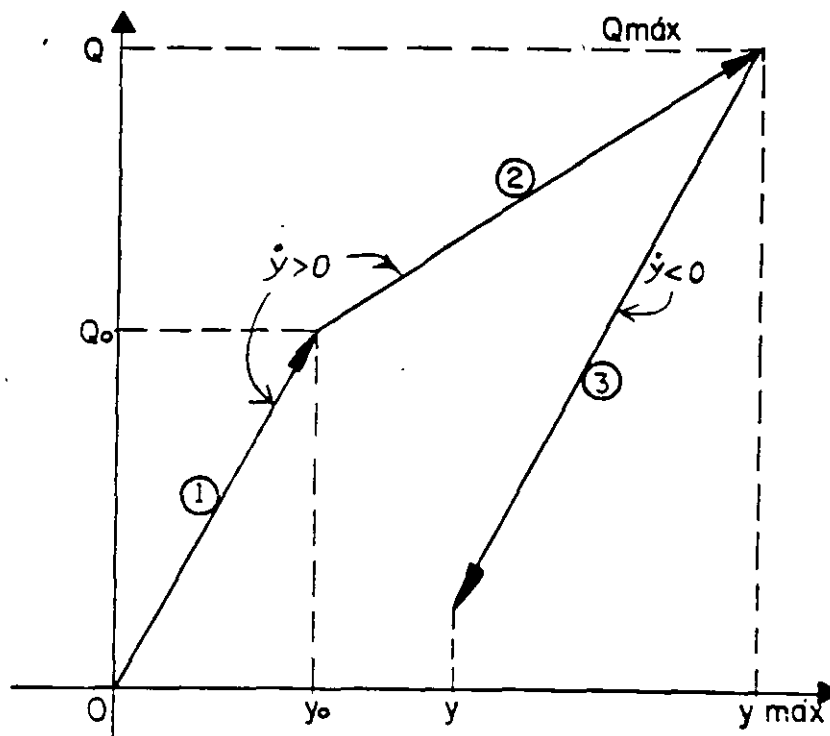
$$\dot{Y}_{i+1} = \dot{Y}_i + \frac{1}{20} (\ddot{Y}_i + \ddot{Y}_{i+1}) \quad (\text{II})$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \dot{Y}_i (0.10) + \frac{1}{600} (2\ddot{Y}_i + \ddot{Y}_{i+1}) \quad (\text{III})$$

EL PROCEDIMIENTO DE CALCULO ES COMO SIGUE:

- | | | | |
|---|--|------------------|-----------------------|
| { | SE ASUME | $\ddot{Y}_{i+1}$ | |
| | SE CALCULA | $\dot{Y}_{i+1}$ | CON LA ECUACION (II) |
| | SE CALCULA | Y_{i+1} | CON LA ECUACION (III) |
| | SE CALCULA UN MEJOR VALOR DE $\ddot{Y}_{i+1}$ CON LA ECUACION (I),
ETC. | | |

PARA LA FUNCION DE RESISTENCIA Q SE TIENEN LOS SIGUIENTES CASOS:



- | | | |
|----------------------------|---|---|
| 1. COMPORTAMIENTO ELASTICO | , | $Q = 32 Y$ TONS |
| 2. CAMBIO DE RIGIDEZ | , | $Q = 30 + 18 (Y - Y_0)$ TON |
| 3. DESCARGA | , | $Q = Q_{m\acute{a}x} - 32 (Y_{m\acute{a}x} - Y)$ TONS |

ESTA ULTIMA EXPRESION MANTIENE SU VALIDEZ HASTA QUE, $(Y_{m\acute{a}x} - Y) \leq 2Y_0$

$$Y_0 = 0.9375 \text{ CMS} \quad ; \quad Q_0 = 30.0 \text{ TON}$$

$$\text{PARA } t = 0, \quad \ddot{y} = \frac{P}{M} = \frac{50}{2} = 25 \quad ; \quad y = 0; \quad \dot{y} = 0$$

$$\text{PARA } t = 0.10, \quad y_i = \dot{y}_i = 0 \quad ; \quad \ddot{y}_i = 25$$

1er. CICLO

SEA $\ddot{y}_{i+1} = 20$ COMO PRIMER TANDEO. EN TAL CASO

$$\dot{y}_{i+1} = 0 + \frac{1}{20}(20 + 25) = 2.25$$

$$y_{i+1} = 0 + 0.10 \times 0 + \frac{1}{600} (2 \times 25 + 20) = 0.1167 < 0.9375$$

$$Q = 32 \times 0.1167 = 3.7330$$

$$\ddot{y}_{i+1} = \frac{50 - 3.733}{2} = 23.134 \neq 20$$

2o. CICLO

$$\dot{y}_{i+1} = (25 + 23.134)/2 = 2.407$$

$$y_{i+1} = 73.134/600 = 0.1219 < 0.9375$$

$$Q = 32 \times 0.1219 = 3.9000$$

$$\ddot{y}_{i+1} = (50 - 3.9)/2 = 23.050 \neq 23.134$$

3er. CICLO

4o. CICLO

$$\ddot{y}_{i+1} = 23.052$$

$$\dot{y}_{i+1} = (25 + 23.052)/2 = 2.4026$$

$$y_{i+1} = 73.052/600 = 0.12175 < 0.9375$$

$$Q = 32 \times 0.12175 = 3.8960$$

$$\ddot{y} = (50 - 3.8960)/2 = 23.052 \quad \dots \text{ETC.}$$

LOS CALCULOS BASICOS SE MUESTRAN EN LA TABLA SIGUIENTE:

t SEGS	p TONS	$\ddot{Y}$ CM SEG ⁻²	$\dot{Y}$ CM SEG ⁻¹	Y CMS	Q TONS
0.0	50.00	25.000	0.00	0.00	0.00
0.10	50.00	20.000 23.134 23.050 23.052	2.2500 2.4070 2.4025 2.4026	0.1167 0.1219 0.12175 0.12175	3.7330 3.9000 3.3960 3.8960
0.20	50.00	20.000 17.445 17.513 17.511	4.5552 4.4270 4.4310 4.43075	0.4722 0.46793 0.46804 0.46204	15.110 14.970 14.977 14.977
0.30	50.00	10.000 9.560 9.569	5.8060 5.7840 5.7848	0.98610 0.98540 0.98543 <i>70.9375</i>	30.8750 30.8620 30.8630
0.40	50.00	0.00 4.0750 4.0141 4.0150	6.2630 6.4670 6.4640 6.4640	1.5958 1.6026 1.6025 1.60250	41.849 41.972 41.970 41.970
0.50 ⁻	50.00	0.00 -1.9230 -1.9000 -1.8944 -1.8946	6.6650 6.56975 6.5700	2.2623 2.2591 2.25912	53.846 53.789 53.789
0.50+	5.00	-24.3946	6.5700	2.25912	53.789
0.60	5.00	-30.000 -29.126 -29.136 -29.138	3.8503 3.8940 3.89347 3.89347	2.7848 2.78626 2.78624 2.78624	63.251 63.278 63.277 63.277
0.70	5.00	-32.000 -31.289 -31.320 -31.299 -31.301	0.83657 0.87057 0.87147	3.025127 3.02626 3.02641	67.577 67.598 67.600
0.7278	5.00	-31.620 -31.409 -31.420 -31.4093	-0.00313 -0.000352 -0.000205	3.03850 3.03853 3.03853	67.818 67.818 67.818

cambio
de ① a ②

cambio de
signo de
 $\dot{Y}$
cambio de
② a ③

En $t=0.5 + \text{SEG}$, $\Delta \ddot{Y} = -45/2 = -22.5 \therefore -22.5 - 1.8946 = -24.3946$

CONTINUACION DEL CUADRO ANTERIOR

t	P	$\ddot{Y}$	$\dot{Y}$	Y	Q
0.80	5.0	-28.000	-2.1449	2.959611	65.293
		-30.146			
		-30.000	-2.21708	2.957874	65.237
		-30.118			
		-30.117	-2.22127	2.95777	65.234
0.90	5.0	-27.00	-5.07712	2.59025	53.473
		-24.236			
		-25.00	-4.97712	2.59358	53.580
		-24.290			
		-24.294	-4.94182	2.59476	53.617
		-24.308	-4.94242	2.59474	53.617
1.00	5.0	-14.00	-6.85782	1.99614	34.461
		-14.7305			
		-14.7200	-6.89382	1.99494	34.423
		-14.7120	-6.89342	1.99495	34.423

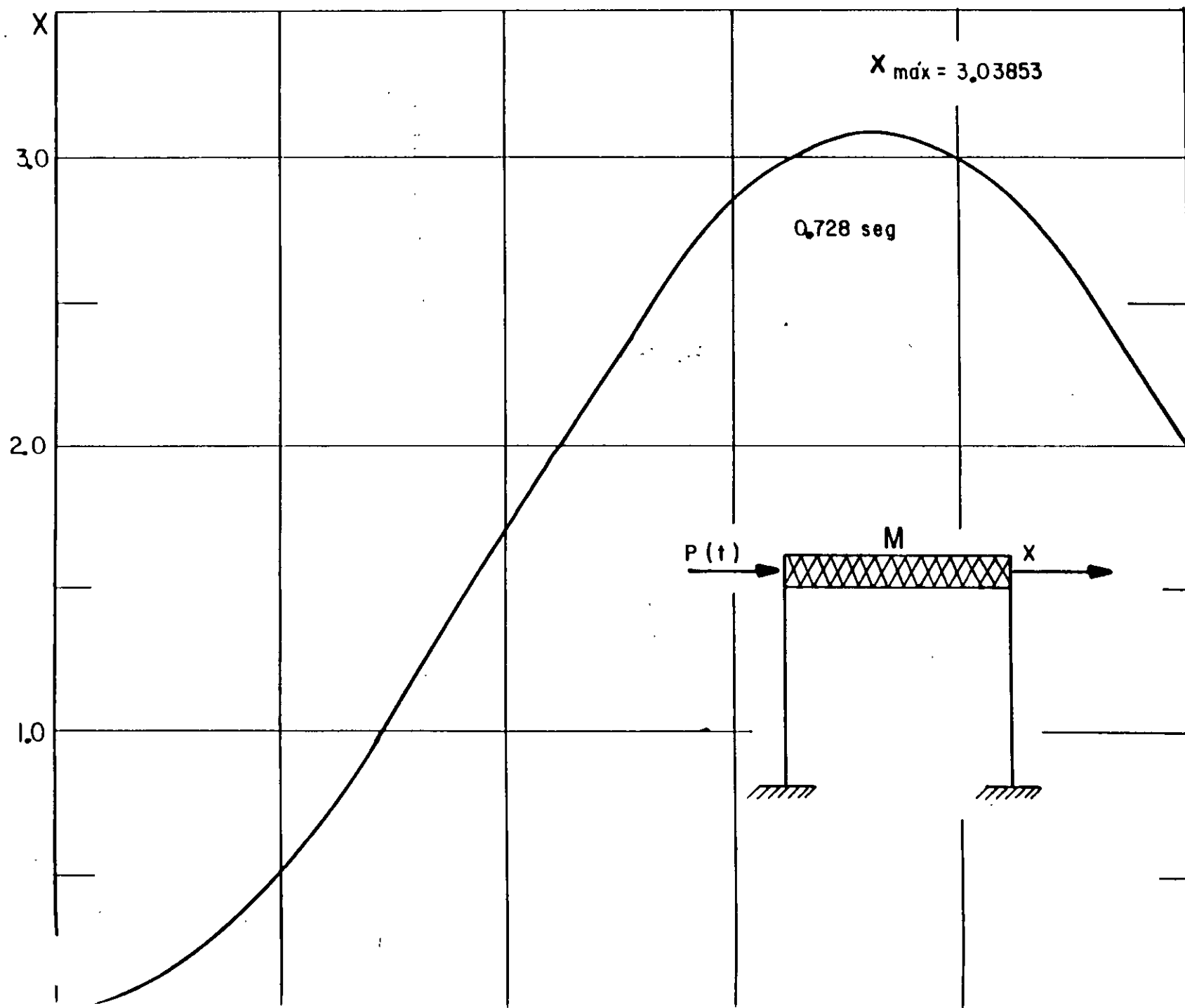
EN ESTOS CALCULOS SE INTRODUJO $t = 0.50^-$ Y 0.50^+ PORQUE PARA ESTE INSTANTE SE PRODUCE UN CAMBIO BRUSCO EN LA CARGA $P(t)$ DE 50.00 TONS A 5.00 TONS, CON LO CUAL SE PRODUCE UN CAMBIO BRUSCO EN LA ACELERACION DEL SISTEMA $\ddot{Y}$. EN ESTE INSTANTE NO SE PRODUCEN CAMBIOS EN $\dot{Y}$ Y Y. EL TIEMPO $t = 0.7273$ SEG. SE INTRODUJO POR LA NECESIDAD DE CALCULAR LOS VALORES DE Y Y DE Q, PUES A PARTIR DE DICHO INSTANTE SE INICIA LA DESCARGA DEL SISTEMA. ESTA CONDICION SE ENCONTRO SOBRE LA BASE DE APROXIMAR $\dot{Y}$ A CERO, OBTENIENDOSE $Y_{MAX}=3.03853$ CMS Y $Q_{MAX} = 67.818$ TON.

EN EL CUADRO SIGUIENTE SE PRESENTA UN RESUMEN DE LOS RESULTADOS.

t Seg.	$\ddot{Y}$ (supuesta) Cm Seg ⁻²	P Ton	Y Cm.	Q Ton	$\ddot{Y}$ (calculado) Cm Seg ⁻²	$\dot{Y}$ Cm Seg ⁻¹	N O T A S
0.0	- -	50.00	0.00	0.00	25.00	0.00	
0.10	23.0520	50.00	0.12175	3.896	23.0520	2.40260	
0.20	17.5110	50.00	0.46804	14.977	17.5110	4.43075	
0.30	9.5690	50.00	0.98543	30.863	9.5690	5.78480	CAMBIO DE RIGIDI
0.40	4.0150	50.00	1.60250	41.970	4.0150	6.4640	
0.50 ⁻	-1.8946	50.00	2.25912	53.789	-1.8946	6.5700	
0.50 ⁺	- -	5.00	2.25912	53.789	-24.3945	6.5700	CAMBIO DE CARGA
0.60	-29.1380	5.00	2.78624	63.277	-29.1380	3.89347	
0.70	-31.3010	5.00	3.02641	67.600	-31.3010	0.87147	
0.7278	-31.4093	5.00	3.03853	67.818	-31.4093	-0.000205	Q _{máx} , Y _{máx} .
0.800	-30.1170	5.00	2.95777	65.234	-30.1170	-2.22127	reversa de carga
0.90	-24.3080	5.00	2.59474	53.617	-24.3080	-4.94242	
1.00	-14.7120	5.00	1.99495	34.423	-14.7120	-6.89342	

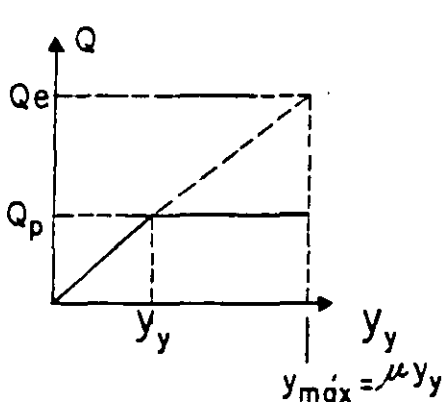
RESPUESTA MAXIMA

$$\begin{cases} Y_{\text{máx}} = 3.03853 \text{ cms} \\ Q_{\text{máx}} = 67.818 \text{ tons} \end{cases}$$



CRITERIOS PARA TRAZAR ESPECTROS DE DISEÑO ELASTOPLASTICOS A PARTIR DEL ELASTICO

1. CRITERIO DE IGUAL DESPLAZAMIENTO MAXIMO DEL SISTEMA ELASTICO Y EL ELASTOPLASTICO DE IGUAL PERIODO:

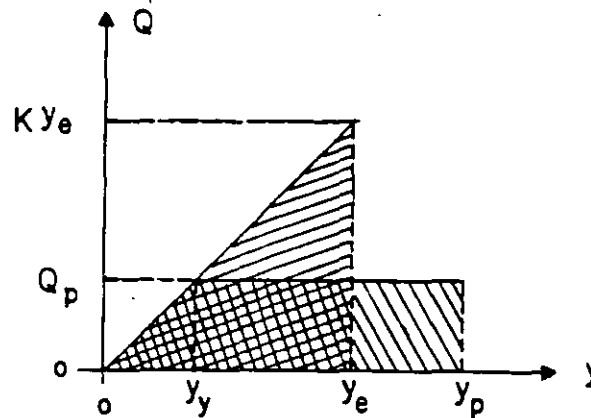


$$Q_p = Ky_y = \frac{Ky_{MAX}}{\mu} = \frac{Q_e}{\mu}$$

$$y_{MAX} = D_e = \mu y_y = \mu D_p$$

$$D_p = \frac{D_e}{\mu}$$

2. CRITERIO DE IGUAL ENERGIA ABSORVIDA POR LA ESTRUCTURA:



$$\frac{Ky_e y_e}{2} = \frac{Ky_y y_y}{2} + Ky_y (y_p - y_y)$$

$$\frac{1}{2} y_e^2 = \frac{1}{2} y_y^2 + y_y y_p - y_y^2 = y_y y_p - \frac{y_y^2}{2}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{y_e}{y_y} \right)^2 = \frac{y_p}{y_y} - \frac{1}{2} = \mu - \frac{1}{2}$$

$$\frac{y_e}{y_y} = \sqrt{2\mu - 1}$$

$$y_y = \frac{y_e}{\sqrt{2\mu - 1}}$$

$$y_{y_MAX} = D_p = \frac{y_e]_{MAX}}{\sqrt{2\mu - 1}} = \frac{D_e}{\sqrt{2 - 1}}$$

POR LO TANTO

$$D_p = D_e / \sqrt{2\mu - 1} \quad Y \quad Q_p = Q_e / \sqrt{2\mu - 1}$$

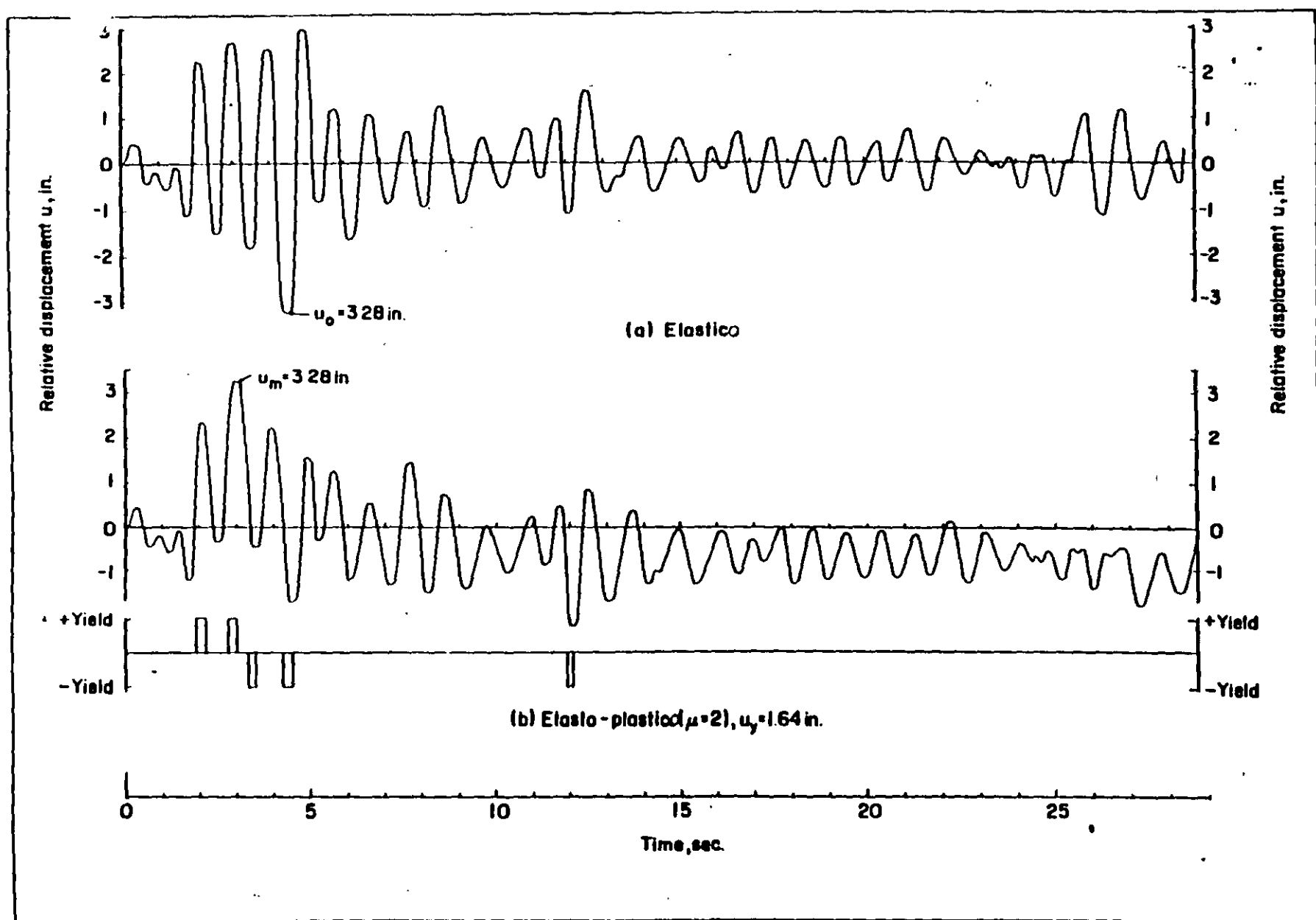
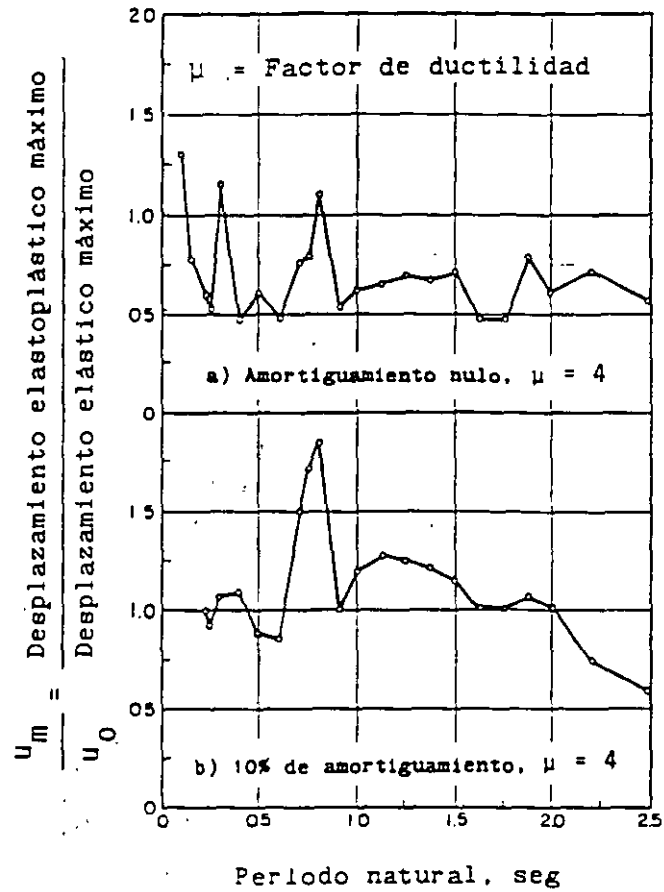
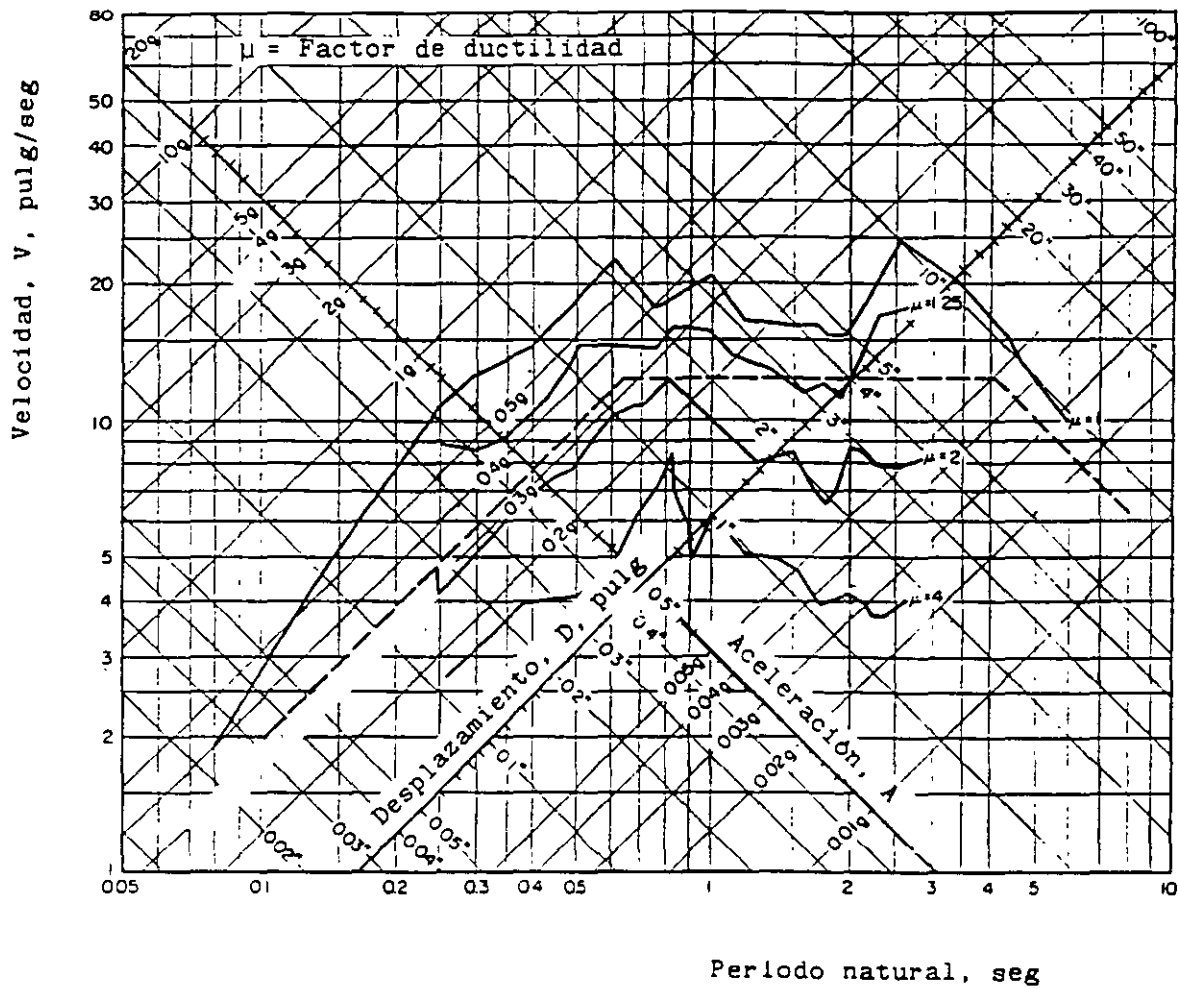


Fig. 1-4. Response of a system with $T=1.0$ second, $\beta=0.10$; 1940 El Centro, Calif., earthquake, N-S component.

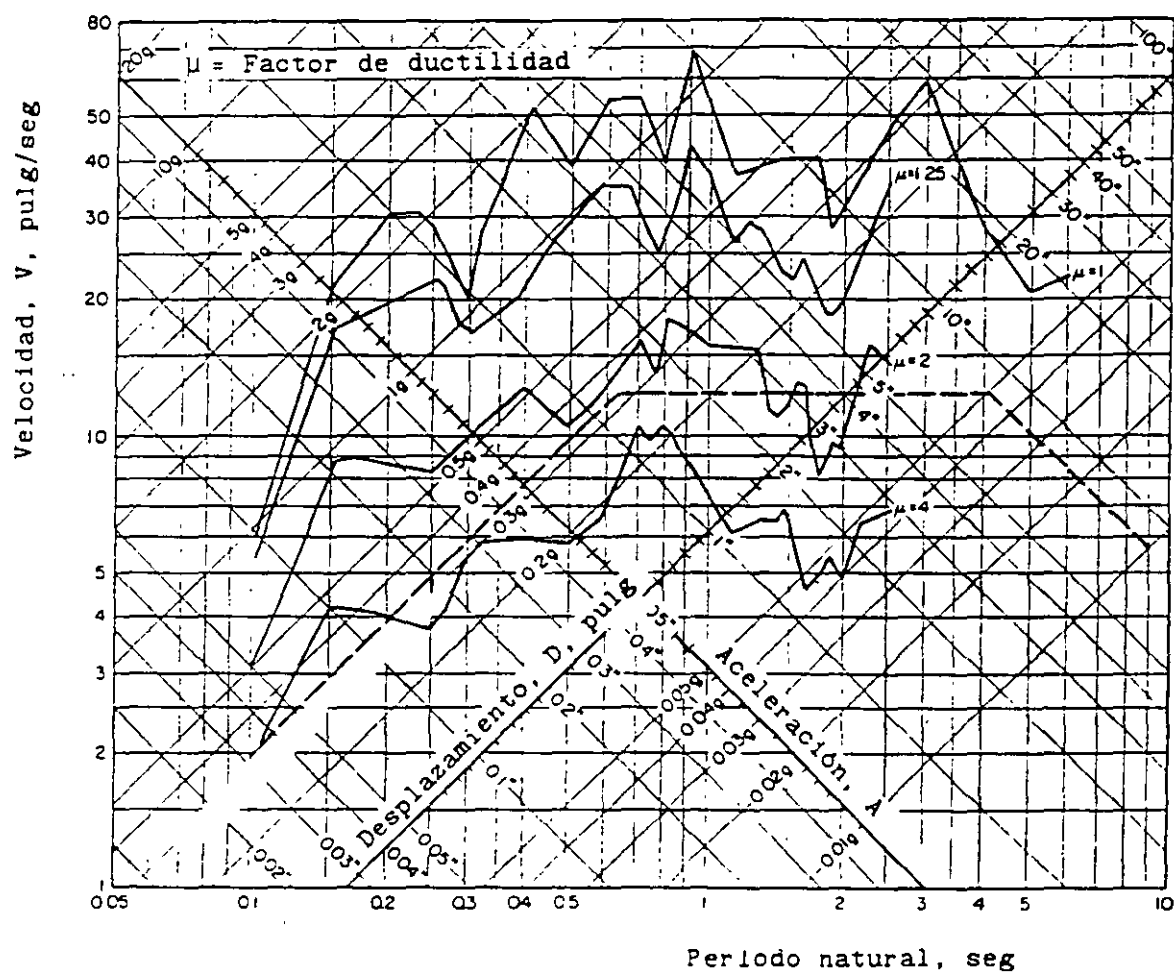
Respuesta de un sistema con $T=1.05$, $f=0.10$, ante el sismo del centro, Cal.; componente N-S (según Blume, Newmark y Corning. "Design of Multistory Reinforced Concrete Buildings for Earthquake Motions", 1961)



Comparación de la respuesta máxima de un sistema elastoplástico y uno elástico. Sismo de El Centro, Cal. (1940). Según Blume, Newmark y Corning.



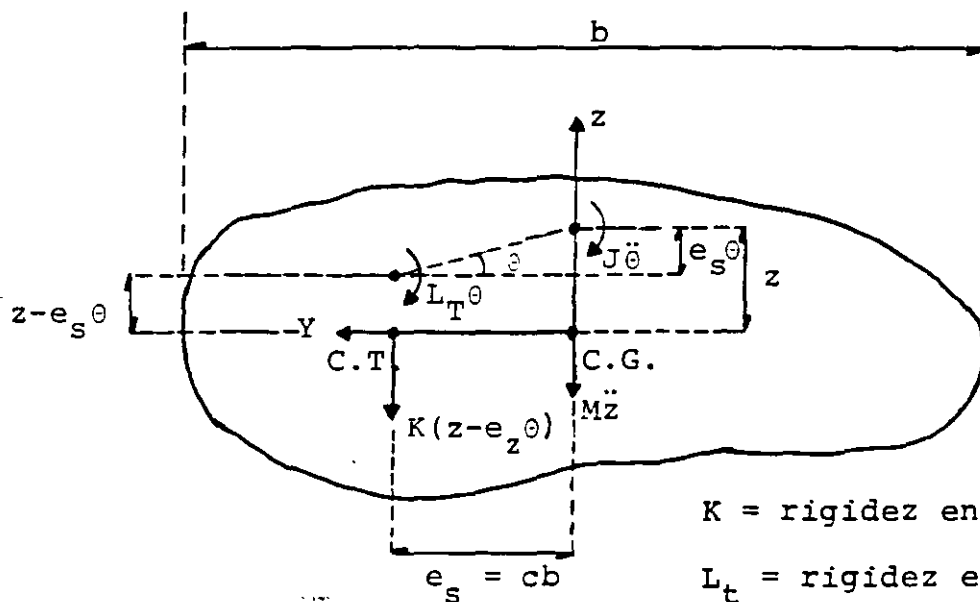
Espectro de respuesta de un sistema elastoplástico con amortiguamiento nulo (parte elástica). Sismo de El Centro, Cal. (1940). Según Blume, Newmark y Corning.



Espectro de respuesta de un sistema elastoplástico con 10% de amortiguamiento (parte elástica). Sismo de El Centro, Cal. (1940). Según Blume, Newmark y Corning.

PROBLEMA DE VIBRACIONES DE TORSION

ACOPLADA CON TRASLACION



$$\Sigma F_z = M\ddot{z} + K(z - e_s \theta) = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma M_{C.G.} = J\ddot{\theta} + L_t \theta - K(z - e_s \theta) e_s = 0$$

$$J\ddot{\theta} + L\theta - Ke_s z = 0 \quad (2)$$

$$\text{EN DONDE } L = L_t + Ke_s^2$$

PUESTO QUE LAS VIBRACIONES SON ARMONICAS:

$$\ddot{\theta} = -\omega^2 \theta \quad \text{y} \quad \ddot{z} = -\omega^2 z$$

Sustituyendo en ec (1):

$$-\omega^2 Mz + Kz - Ke_s \theta = 0$$

$$(K - \omega^2 M)z - Ke_s \theta = 0 \quad (1')$$

Sustituyendo (3) en (2):

$$-J\omega^2\theta + L_T\theta - Ke_s z = 0$$

$$(L_T - J\omega^2)\theta - Ke_s z = 0 \quad (2')$$

$$\text{Det} \begin{bmatrix} K - \omega^2 M & -Ke_s \\ -Ke_s & L_T - J\omega^2 \end{bmatrix} = 0$$

$$(K - \omega^2 M)(L_T - J\omega^2) - K^2 e_s^2 = 0$$

$$KL_T - KJ\omega^2 - \omega^2 ML_T + MJ\omega^4 - K^2 e_s^2 = 0$$

$$\omega^4 - \frac{KJ + ML_T}{MJ} \omega^2 + \frac{KL_T}{MJ} - \frac{K^2 e_s^2}{MJ} = 0$$

DIVIENDO POR $(K/M)^2$:

$$\frac{\omega^4}{(K/M)^2} - \frac{\omega^2}{K/M} \frac{KJ + ML_T}{(MJ)(K/M)} + \frac{KL_T}{MJ(K/M)^2} - \frac{K^2 e_s^2}{MJ(K/M)^2} = 0$$

SI $\lambda^2 = \omega^2 / (K/M)$ Y CONSIDERANDO $e_s = cb$:

$$\lambda^4 - \lambda^2 \left(1 + \frac{L_T/J}{K/M}\right) + \frac{L_T/J}{K/M} - \frac{c^2}{J/(Mb^2)} = 0$$

SI $(L_T/J)/(K/M) = n$ Y $j^2 = J/(Mb^2)$

$$\lambda^4 - \lambda^2 (1 + n) + n - c^2/j^2 = 0$$

$$\therefore \lambda_{1,2}^2 = \frac{n+1}{2} \pm \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4} + \frac{c^2}{j^2}}$$

$$\Rightarrow \omega_1^2 = \lambda_1 (K/M) \text{ Y } \omega_2^2 = \lambda_2 (K/M)$$

SUSTITUYENDO A ω_1^2 , EN (1') O EN (2'):

$$\underline{z}_1 = \begin{bmatrix} z_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1 - \lambda_1^2}{cb} \end{bmatrix} ;$$

SUSTITUYENDO A ω_2^2 :

$$\underline{z}_2 = \begin{bmatrix} z_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1 - \lambda_2^2}{cb} \end{bmatrix} \quad \text{o: } \underline{z}_n = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1 - \lambda_n^2}{cb} \end{bmatrix}$$

Efectos sísmicos en estructuras en forma de péndulo invertido

Octavio RASCON CH. *

INTRODUCCION

En la práctica se presentan estructuras constituidas por una sola columna la cual sostiene una cubierta que puede ser una losa o un cascarón. Su comportamiento dinámico debe estudiarse considerando el efecto que la inercia rotacional de la cubierta induce en el movimiento total de la estructura.

A principios de este año se presentó en California, E.U.A. un trabajo¹ en el cual se trató este problema desde un punto de vista energético. Se calculó sólo el período fundamental y con base en él, la respuesta de la estructura a un determinado temblor. Los periodos calculados para cuatro estructuras de este tipo ya construidas fueron menores que los medidos *in situ*. La discrepancia fue atribuida a efectos de rotación y traslación de la base.

El objeto de este trabajo es introducir un análisis modal, el cual nos proporcionará los efectos del acoplamiento que existe entre los modos de vibración. También se tomarán en cuenta en forma aproximada los efectos de rotación y traslación de la base.

CALCULO DE FRECUENCIAS Y CONFIGURACIONES MODALES DE VIBRACION

1. Suelo rígido

Para el caso en que el centro de gravedad de la cubierta se encuentra localizado en la prolongación del eje de la columna, el movimiento de la estructura podrá estudiarse en dos direcciones perpendiculares entre sí. En tal caso el problema podrá discretizarse como de dos modos de vibración acoplados en cada dirección.

Para el cálculo de las frecuencias de vibración se idealizará la estructura como de comportamiento lineal constituida por una cubierta infinitamente rígida de masa simétricamente distribuida y soportada por una sola columna. Como primer caso se considerará al suelo infinitamente rígido (fig. 1).

En fig 1

W = peso de la cubierta más la parte tributaria de la columna

I = momento de inercia de la masa de la cubierta respecto al eje z

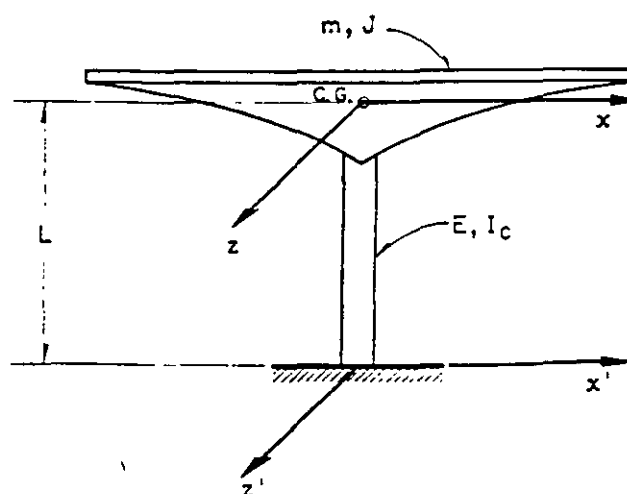


FIG. 1. Péndulo invertido

E = módulo de elasticidad del material de la columna

I_c = momento de inercia de la sección transversal de la columna con respecto al eje z

C.G. = centro de gravedad de la cubierta

L = distancia de C.G. al suelo.

Para la columna mostrada en las figs. 2a y 2b.

k = rigidez por traslación (fuerza horizontal aplicada en C.G. necesaria para que este se desplace la unidad)

k_r = rigidez por rotación (par aplicado en C.G. necesario para producir un giro unitario a la altura de C.G.)

θ = rotación en C.G. debida a la fuerza k

δ = desplazamiento lateral de C.G. debido al momento k_r .

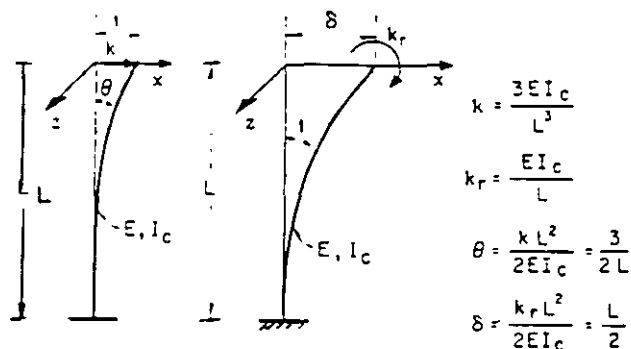


FIG. 2. Rigideces

$$k = \frac{3EI_c}{L^3}$$

$$k_r = \frac{EI_c}{L}$$

$$\theta = \frac{kL^2}{2EI_c} = \frac{3}{2L}$$

$$\delta = \frac{k_r L^2}{2EI_c} = \frac{L}{2}$$

Despreciando las deformaciones por cortante, las expresiones para k , k_r , Θ y δ pueden encontrarse por estática y valen

$$k = 3EI_c/L^3; \quad (1a)$$

$$k_r = EI_c/L; \quad (2a)$$

$$\Theta = 1.5/L \quad (1b)$$

$$\delta = L/2 \quad (2b)$$

Para una fuerza de magnitud αk , el desplazamiento será α y el giro $\alpha\Theta$. Para un par de magnitud βk_r , el giro será β y el desplazamiento $\beta\delta$. Al aplicarse ambos simultáneamente, el desplazamiento total de C.G. será x_1 y el giro ϵ_1 (fig. 3).

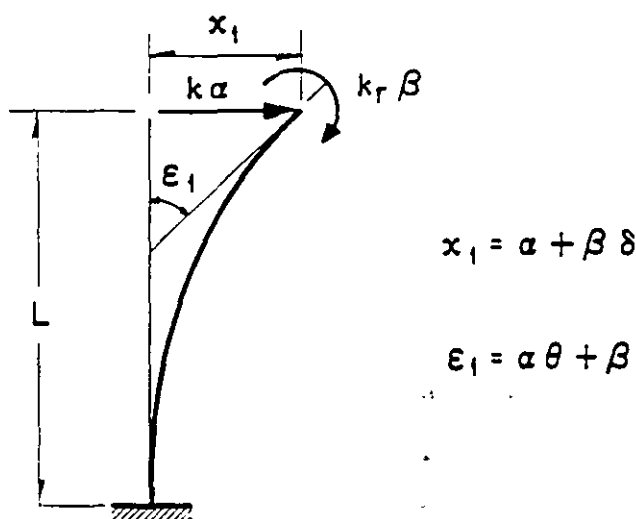


FIG. 3. Desplazamientos y giros totales

Por tanto los valores de x_1 y ϵ_1 quedan dados por

$$x_1 = \alpha + \beta\delta \quad (3)$$

$$\epsilon_1 = \alpha\Theta + \beta \quad (4)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones 3 y 4 para α y β , y utilizando las ecs 1b y 2b se obtiene

$$\alpha = (x_1 - k_r\gamma\epsilon_1)/\kappa; \quad (5a)$$

$$\beta = (\epsilon_1 - k\gamma x_1)/\kappa \quad (5b)$$

en las cuales

$$\gamma = L^2/2EI_c; \quad (6a)$$

$$\kappa = 1 - kL^3/4EI_c = 0.25 \quad (6b)$$

Para las oscilaciones del péndulo mostrado en la fig 1, el diagrama de cuerpo libre de la cubierta está indicado en la fig 4. Las ecuaciones de movimiento, despreciando efectos gravitacionales, serán

$$m\ddot{x}_1 + k\alpha = 0 \quad (7)$$

$$J\ddot{\epsilon}_1 + k_r\beta = 0 \quad (8)$$

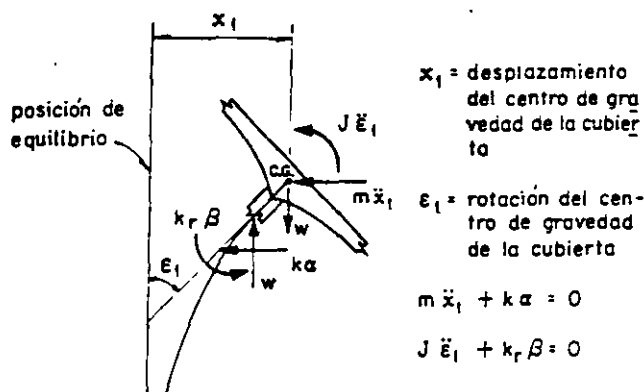


FIG. 4. Diagrama de cuerpo libre

Sustituyendo a (5a) y (5b) en (7) y (8) se obtiene

$$m\ddot{x}_1 + (kx_1 - k k_r \gamma \epsilon_1)/\kappa = 0 \quad (9)$$

$$J\ddot{\epsilon}_1 + (k_r \epsilon_1 - k k_r \gamma x_1)/\kappa = 0 \quad (10)$$

Las ecs. 9 y 10 se pueden expresar matricialmente en la forma

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\epsilon}_1 \end{bmatrix} + \frac{1}{\kappa} \begin{bmatrix} k & -\gamma k k_r \\ -\gamma k k_r & k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \epsilon_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

Utilizando las ecs 1a, 2a y 6a se encuentra que

$$\gamma k k_r = Lk/2 \quad (12)$$

Puesto que el movimiento es armónico se tiene que

$$\ddot{x}_1 = -\omega^2 x_1 \quad \text{y} \quad \ddot{\epsilon}_1 = -\omega^2 \epsilon_1 \quad (13)$$

en donde ω es la frecuencia circular natural de vibración.

Sustituyendo las ecs. 12 y 13 en (11) se obtiene

$$-\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \omega^2 \begin{bmatrix} x_1 \\ \epsilon_1 \end{bmatrix} + \frac{1}{\kappa} \begin{bmatrix} k & -\frac{Lk}{2} \\ -\frac{Lk}{2} & k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \epsilon_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

Factorizando en la ec. 14

$$\left\{ \frac{1}{\kappa} \begin{bmatrix} k & -\frac{Lk}{2} \\ -\frac{Lk}{2} & k_r \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} x_1 \\ \epsilon_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (15)$$

La ec 15 representa un sistema de ecuaciones homogéneas, el cual, para tener solución diferente de la trivial, necesita que su determinante sea nulo. Por tanto

$$\begin{vmatrix} \frac{k}{\kappa} - m\omega^2 & -\frac{Lk}{2\kappa} \\ -\frac{Lk}{2\kappa} & \frac{k_r}{\kappa} - J\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

Desarrollando el determinante se llega a

$$m/\omega^4 - \frac{1}{\kappa} (k/J + mk_r) \omega^2 + \frac{1}{4\kappa^2} (4kk_r - L^2 k^2) = 0 \quad (17)$$

Dividiendo ambos miembros entre m/J y considerando que $L^2 k^2 = 3kk_r$, se obtiene

$$\omega^4 - \frac{k/J + mk_r}{m/J\kappa} \omega^2 + \frac{k k_r}{4m/J\kappa^2} = 0 \quad (18)$$

que es una ecuación de segundo grado en ω^2 , cuyas soluciones son

$$\begin{aligned} \omega_{1,2}^2 &= \frac{k/J + mk_r}{2m/J\kappa} = \\ &= \sqrt{\frac{(k/J + mk_r)^2}{4m^2/J^2\kappa^2} - \frac{k k_r}{4m/J\kappa^2}} \quad (19) \end{aligned}$$

Dividiendo numerador y denominador de (19) entre m/J

$$\begin{aligned} \omega_{1,2}^2 &= \frac{k/m + k_r/J}{2\kappa} = \\ &= \frac{1}{2\kappa} \sqrt{(k/m + k_r/J)^2 - (k/m)(k_r/J)} \quad (20) \end{aligned}$$

Llamando a

$k/m = p^2 =$ cuadrado de la frecuencia circular natural por traslación

$k_r/J = \Omega^2 =$ cuadrado de la frecuencia circular natural por rotación

se obtiene

$$\begin{aligned} \omega_{1,2}^2 &= 2 \left(p^2 + \Omega^2 = \right. \\ &= \left. \sqrt{(p^2 + \Omega^2)^2 - p^2 \Omega^2} \right) \quad (21) \end{aligned}$$

Dividiendo ambos miembros de (21) entre p^2 y haciendo $\omega^2/p^2 = \lambda$ y $\Omega^2/p^2 = \mu$ se llega a

$$\lambda_{1,2} = 2 \left(1 + \mu \pm \sqrt{(1 + \mu)^2 - \mu} \right) \quad (22)$$

Es interesante notar que si $J = 0$ (masa concentrada) de la ec 17 se obtiene $\omega^2 = k/m = p^2$

Las configuraciones modales pueden obtenerse de cualquiera de las dos ecuaciones algebraicas contenidas en la ecuación matricial dada en ec 15. La primera de ellas es

$$\left(\frac{k}{\kappa} - m\omega_n^2 \right) x_{1,n} - \frac{Lk}{2\kappa} \theta_n = 0 \quad (23)$$

donde el índice n indica el número del modo y de la cual se obtiene

$$x_{1,n} = \frac{Lk}{2\kappa} \left(\frac{k}{\kappa} - m\omega_n^2 \right) \quad (24)$$

dividiendo numerador y denominador de (24) entre m y considerando que $\kappa = 0.25$, $k/m = p^2$ y que $\lambda_n = \omega_n^2/p^2$ se llega a

$$x_{1,n}/\varepsilon_{1,n} = 2L/(4 - \lambda_n) \quad (25)$$

Si se desean tomar en cuenta las deformaciones por cortante basta con modificar las rigideces mediante un análisis de estática y partir de nuevo de la ec 17 sin considerar que $L^2 k^2 = 3kk_r$. Si existe excentricidad en alguna dirección su efecto podrá tomarse en cuenta introduciendo un grado de libertad adicional.

En las figs 5 y 6 se encuentran representados los resultados de las ecs 22 y 25.

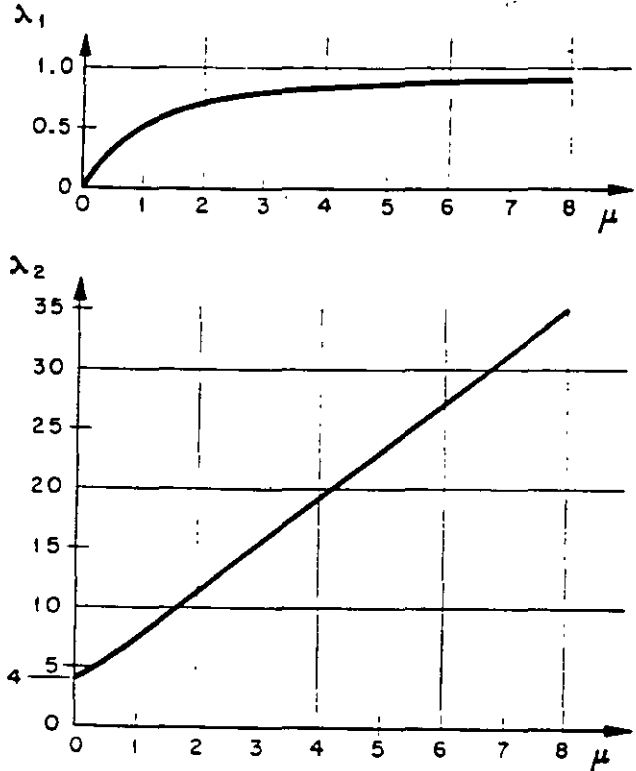


FIG. 5. Grafica de frecuencias

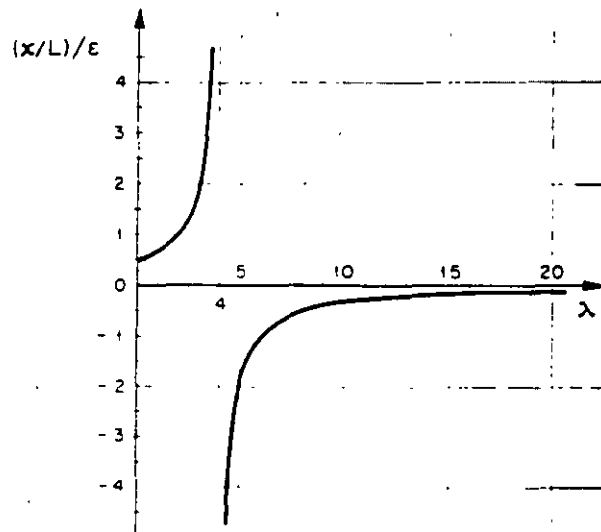


FIG. 6. Grafica $(x/L)/\varepsilon$ vs λ

2. Suelo flexible

Al oscilar una estructura cimentada en suelo blando, existe interacción dinámica suelo-estructura que en la mayoría de los casos no debe despreciarse al calcular las frecuencias y los modos de vibración. En lo que sigue se propone la adaptación de un método numérico para tomar en cuenta dicho efecto.

Las restricciones del suelo serán idealizadas mediante resortes de comportamiento lineal; uno para desplazamientos lineales horizontales y otro para deformaciones angulares de cabeceo de la cimentación^{2,3}.

En la fig. 7 se hace referencia a los parámetros que a continuación se mencionan

K = rigidez del resorte correspondiente a la traslación de la base $= C_r A$

C_r = coeficiente de cortante elástico uniforme del suelo.

A = área de contacto de la cimentación.

R = rigidez del resorte correspondiente a rotación de la base $= C_\varphi I_b - W'\bar{y}$

C_φ = coeficiente de compresión elástica no uniforme del suelo.

I_b = momento de inercia de área de la base de la cimentación con respecto al eje z'

W' = peso total de la estructura

$\bar{y}$ = altura del centro de gravedad de la estructura sobre el nivel de desplante

$F = m\omega_n^2 x$

x = desplazamiento lineal total en C.G.

$M = J\omega_n^2 \epsilon$

ϵ = desplazamiento angular total en C.G.

L' = altura de C.G. sobre el nivel de desplante

x_0 = traslación de la base

ϵ_0 = rotación de la base

$x_1 = \alpha + \beta\delta$

$\epsilon_1 = \beta + \alpha\Theta$

$x_2 = L'\epsilon_0$

$\alpha = F/k$

$\beta = M/k_r$

$J, L, \delta, \Theta, k, k_r, x_1, \epsilon_1$ y W ya definidos anteriormente.

El problema será resuelto utilizando un procedimiento iterativo y la tabulación propuesta por N. M. Newmark⁴; se despreciarán la variación de la rigidez de la columna debida a la fuerza normal W y los momentos en la misma, causados por la excentricidad del peso debida a deformaciones de la columna.

Sean

F_0 = fuerza horizontal en la base de la cimentación $= F$

M_0 = momento flexionante en la base de la cimentación $= M + FL'$

$x_0 = F_0/K$

$\epsilon_0 = M_0/R$

A continuación se describe el procedimiento a seguir:

1. Suponer valores para x y ϵ
2. Calcular F y M usando las expresiones $F = m\omega_n^2 x$ y $\epsilon = J\omega_n^2 \epsilon$. En esta etapa el valor de ω_n aún no se conoce; por tanto se llevará como factor común en el resto del cálculo

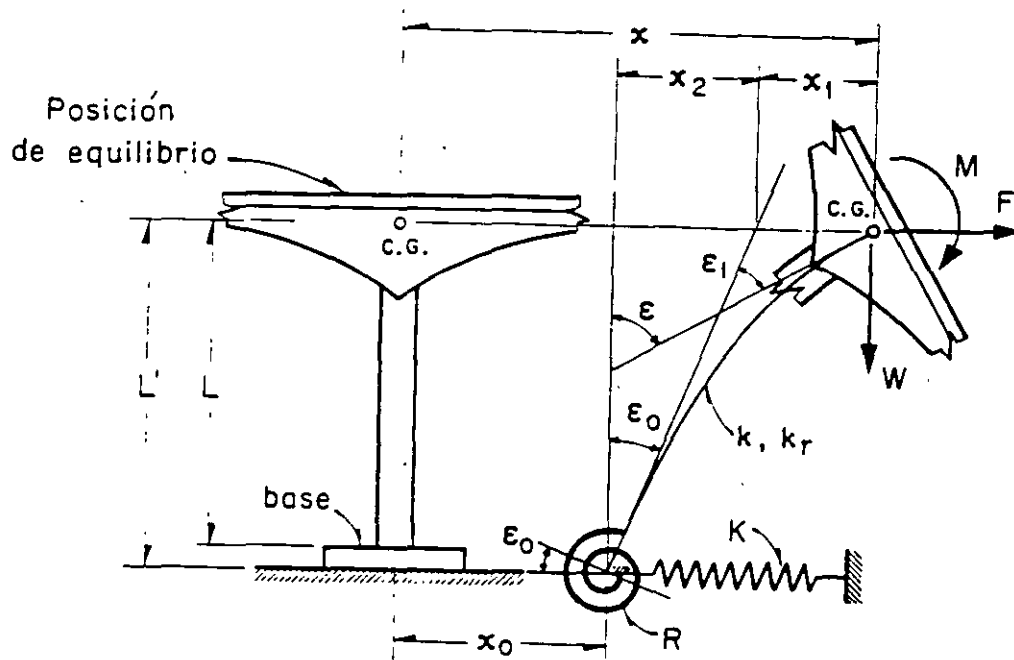


FIG. 7. Modelo de interacción dinámica suelo-estructura

3. Calcular la fuerza y el momento en la base mediante las fórmulas

$$F_0 = F \quad y \quad M_0 = M + FL'$$

4. Encontrar los valores de los desplazamientos $x_0 = F_0/K$ y $\epsilon_0 = M_0/R$
5. Calcular los valores de los parámetros $\alpha = F/k$ y $\beta = M/k_r$
6. Efectuar los productos $\beta\delta$ y $\alpha\Theta$
7. Calcular $x_1 = \alpha + \beta\delta$ y $\epsilon_1 = \beta + \alpha\Theta$
8. Efectuar el producto $x_2 = L'\epsilon_0$
9. Calcular los desplazamientos lineales y angulares totales de C.G. mediante las expresiones $x' = x_0 + x_1 + x_2$ y $\epsilon' = \epsilon_0 + \epsilon_1$
10. Encontrar el valor de ω_n^2 mediante los cocientes x/x' y ϵ/ϵ'
11. Si los valores de ω_n^2 calculados en el paso anterior son aproximadamente iguales, el proceso habrá concluido. En caso contrario repitase la secuela utilizando como valores de partida para x y ϵ los encontrados en etapa 9 o valores cuyo cociente sea igual al de x' entre ϵ' . El proceso deberá continuarse hasta lograr la aproximación deseada.

EJEMPLO DE APLICACION

Con motivo de ilustrar los conceptos enunciados anteriormente se calcularán las frecuencias y modos de vibración de un cascarón ya construido en California, EUA (fig 8). Los datos necesarios han sido extraídos de la ref 1. Se computarán también las respuestas sísmicas suponiendo que esa estructura fuere a construirse en la zona blanda de la ciudad de México. Se utilizarán por tanto los parámetros elásticos de las arcillas del Valle de México y los espectros de diseño propuestos en el reglamento de construcción para el Distrito Federal.

Los datos necesarios de la estructura son

$$\begin{aligned} L &= 419 \text{ cm} \\ L' &= 480 \text{ cm} \\ \bar{v} &= 249 \text{ cm} \\ W &= 20,450 \text{ kg} \quad (m = 20.81 \text{ kg seg}^2/\text{cm}) \\ W' &= 43,600 \text{ kg} \\ I_b &= 1.775 \times 10^{10} \text{ cm}^4 \\ I_c &= 1.065 \times 10^{10} \text{ cm}^4 \\ k &= 1.266 \times 10^4 \text{ kg/cm} \\ k_r &= 7.41 \times 10^6 \text{ kg cm/rad} \\ J &= 1.386 \times 10^6 \text{ kg seg}^2 \text{ cm} \\ \omega &= 0.00358 \text{ rad/cm} \\ \delta &= 208 \text{ cm/rad} \end{aligned}$$

Las expresiones para C_r y C_φ son las siguientes

$$C_r = F_1 \frac{E'}{1 - \nu^2} \frac{1}{\sqrt{A}}; \quad C_\varphi = F_2 \frac{E'}{1 - \nu^2} \frac{1}{\sqrt{A}} \quad (26)$$

Es: ecs 26

$$\begin{aligned} E' &= \text{módulo de elasticidad del suelo} \\ \nu &= \text{relación de Poisson del suelo} \end{aligned}$$

A = área de contacto de la cimentación
 F_1, F_2 = factores de forma de la cimentación

Para el caso de la zona blanda del Valle de México un valor representativo de E' es 50 kg/cm^2 y $\nu \approx 0.5$. Para una cimentación cuadrada los valores de F_1 y F_2 son 0.704 y 2.11 respectivamente.

Sustituyendo valores en ecs 26 se obtiene

$$\begin{aligned} C_r &= 0.123 \text{ kg/cm}^3 \\ C_\varphi &= 0.369 \text{ kg/cm}^3 \end{aligned}$$

CASO 1. SUELO RÍGIDO

a) Cálculo de frecuencias y modos de vibración

Para el cálculo de las frecuencias de vibración usaremos la fórmula dada en ec 22. Los valores de los parámetros a sustituir son

$$\begin{aligned} p^2 &= k/m = 608 \text{ (rad/seg)}^2 \\ \Omega^2 &= k_r/J = 535 \text{ (rad/seg)}^2 \\ \mu &= \Omega^2/p^2 = 0.882 \end{aligned}$$

con los cuales

$$\lambda_{1,2} = 2(1.882 \pm \sqrt{3.55 - 0.882}) = 0.494; 7.034$$

Por tanto

$$\omega_1 = \sqrt{0.494 \times 608} = \sqrt{300} = 17.32 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_2 = \sqrt{7.034 \times 608} = \sqrt{4260} = 65.30 \text{ rad/seg}$$

Los periodos naturales son

$$T_1 = 2\pi/\omega_1 = 0.362 \text{ seg} \quad (T_1 \text{ obtenido de un registro de vibraciones libres de la estructura y reportado en ref 1} = 0.483 \text{ seg})$$

$$T_2 = 2\pi/\omega_2 = 0.096 \text{ seg}$$

Comparando los valores calculado y medido de T_1 se puede ver la importancia de la interacción dinámica suelo-estructura.

Las relaciones modales se obtienen de las ecs. 25 y sus valores son

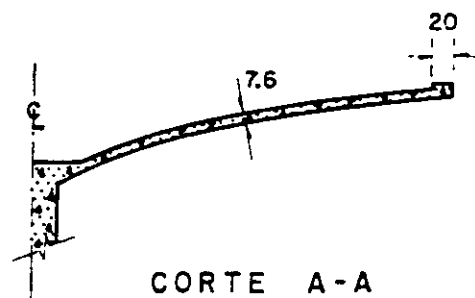
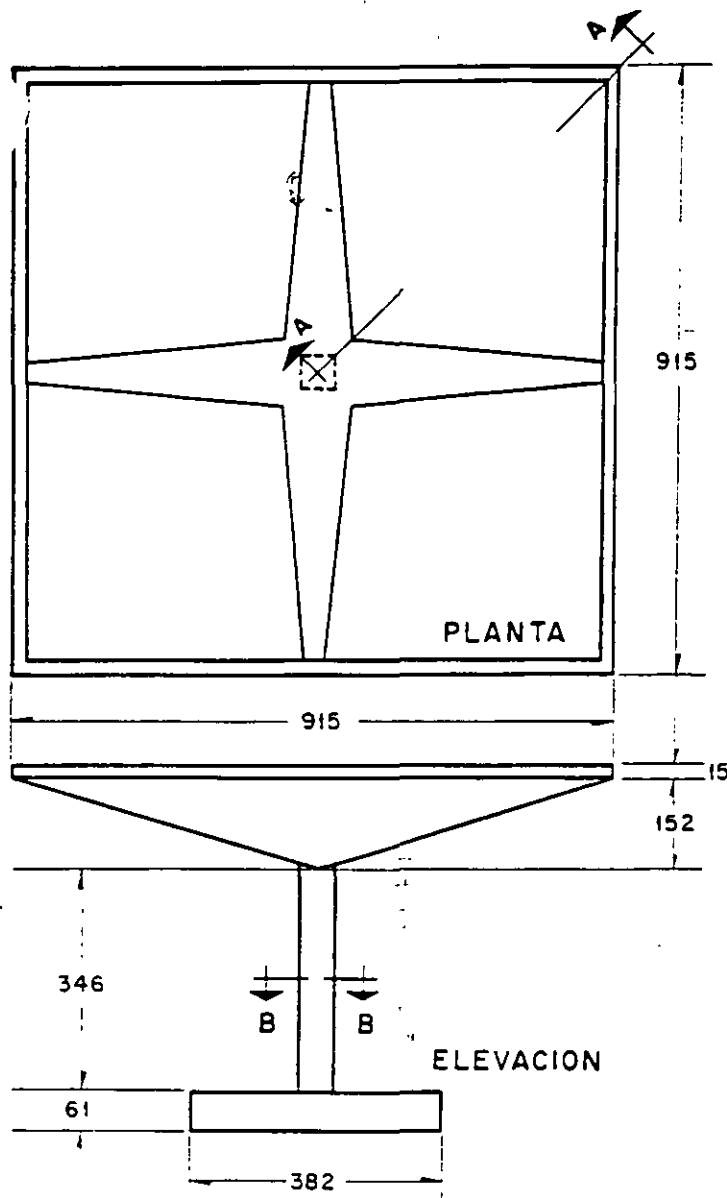
$$x_1/\epsilon_1 = \frac{2 \times 419}{4 - 0.494} = 238 \text{ cm/rad}$$

$$x_2/\epsilon_2 = \frac{2 \times 419}{4 - 7.034} = 275 \text{ cm/rad}$$

b) Respuesta sísmica

Para el cálculo de la respuesta sísmica de sistemas de varios grados de libertad es necesario calcular los coeficientes de participación de cada modo de vibración. Se puede demostrar que para este caso es aplicable la siguiente ecuación

$$C_n = \frac{\bar{X}_n^T \bar{M} \bar{I}}{\bar{X}_n^T \bar{M} \bar{X}_n} \quad (27)$$



Acotaciones en centímetros

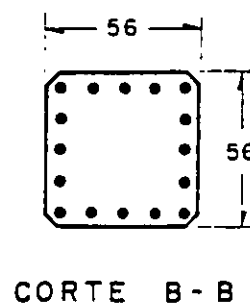


FIG. 8. Cascarón utilizado para ejemplo. (Después de R. McLean)

en la cual

$\bar{i}$ es un vector que representa los desplazamientos estáticos de cada grado de libertad de la estructura inducidos por un desplazamiento estático unitario de la base

$\bar{X}_n$ es el vector modal para el enésimo modo (n)

$\bar{M}$ es la matriz de inercia y

$\bar{X}_n^T$ es el vector traspuesto de $\bar{X}_n$

Para nuestro caso se tendrá

$$\bar{i} = \begin{bmatrix} X_{est} \\ F_{est} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}_1 = \begin{bmatrix} 238 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{X}_2 = \begin{bmatrix} -275 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}_1^T = \begin{bmatrix} 238 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{X}_2^T = \begin{bmatrix} -275 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20.81 & 0 \\ 0 & 1.386 \times 10^6 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo valores en ec 27 y efectuando los productos matriciales en ella indicados se obtiene

$$C_1 = \frac{4.960}{2.566 \times 10^{11}} = 0.00193$$

$$C_2 = \frac{-5.720}{2.959 \times 10^{11}} = -0.00193$$

El valor absoluto de la respuesta máxima en cada uno de los modos será τ .

$$\begin{bmatrix} V_n \\ M_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_n \\ \epsilon_n \end{bmatrix} S_{an} \quad (28)$$

donde

S_{an} = ordenada del espectro de aceleraciones afectada por el coeficiente sísmico $C = 0.15$.

El espectro que será utilizado es el propuesto en el reglamento de construcciones del Distrito Federal (fig. 9). Los valores de las ordenadas espectrales correspondientes a T_1 y T_2 son 100 cm/seg² y 80.6 cm/seg² respectivamente.

Sustituyendo valores en ec 28 se llega a

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 957 \text{ kg} \\ 268.000 \text{ kg cm} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 893 \text{ kg} \\ 216.000 \text{ kg cm} \end{bmatrix} \quad (30)$$

El criterio propuesto en ref. 8 será utilizado para el cálculo de la respuesta total (considerando los efectos combinados de los dos modos). Por lo anterior la respuesta total de la estructura valdrá

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} ; M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} \quad (31a, 31b)$$

En ecs 31a y 31b

V = fuerza cortante total en la columna

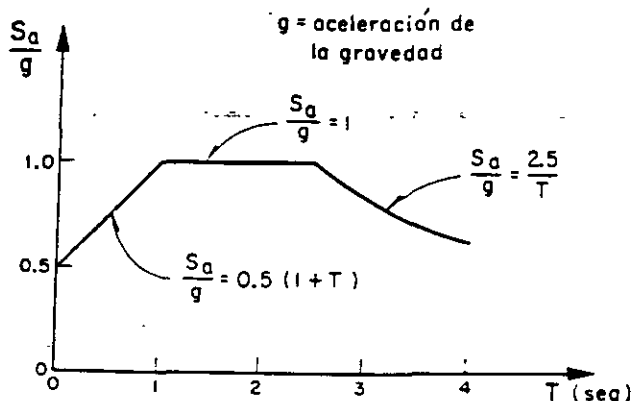


FIG. 9. Espectro de aceleraciones
(Después de E. Rosenblueth y L. Esteva)

M = momento flexionante total en C. G.

Sustituyendo los valores dados en ecs 29 y 30 en (31) se obtiene

$$V = 1.310 \text{ kg} ; M = 344.000 \text{ kg cm}$$

El momento en la base de la columna valdrá

$$M_b = 344.000 + 1.310 \times 419 = 893.000 \text{ kg cm}$$

Los resultados de este caso se resumen en la fig. 10a.

CASO 2. SUELO FLEXIBLE

a) Cálculo de frecuencias y modos de vibración.

Para considerar las restricciones del suelo emplearemos el método propuesto anteriormente procediendo en forma tabular. Sustituyendo valores en ecuaciones para K y R se obtienen 1.88×10^4 kg/cm y 6.35×10^8 kg cm/rad respectivamente.

PRIMER MODO

Parametros	Valores (1er. ciclo)		Factor común
x, ϵ (supuestos)	$x = 400 \text{ cm}$	$\epsilon = 1 \text{ rad}$	
$F = m \omega_1^2 x, M = I \omega_1^2 \epsilon$	$F = 8320$	$M = 1.386.000$	ω_1^2
$F_n = F, M_n = M + FL'$	$F_n = 8320$	$M_n = 5.376.000$	ω_1^2
$x_n = F_n K, \epsilon_n = M_n R$	$x_n = 0.4420$	$\epsilon_n = 0.00847$	ω_1^2
$\alpha = F' k, \beta = M' k$	$\alpha = 0.6570$	$\beta = 0.00187$	ω_1^2
$\beta \delta, \alpha \theta$	$\beta \delta = 0.3892$	$\alpha \theta = 0.00235$	ω_1^2
$x_1 = \alpha + \beta \delta, \epsilon_1 = \beta + \alpha \theta$	$x_1 = 1.0462$	$\epsilon_1 = 0.00422$	ω_1^2
$x_2 = r_n L'$	$x_2 = 4.0650$	—	ω_1^2
$x' = x_n + x_1 + x_2, \epsilon' = \epsilon_n + \epsilon_1$	$x' = 5.5532$	$\epsilon' = 0.01269$	ω_1^2
$\omega_1^2 = x' x', \omega_1^2 = \epsilon' \epsilon'$	72.0	78.7	

$$x' \epsilon' = 438, \bar{X}_1^T = [438 \text{ I}]$$

PRIMER MODO

Parámetros	Valores (2º ciclo)		Factor común
x, ε	438	1	
F, M	9130	1,386.000	ω_1^2
F_0, M_0	9130	5,766.000	ω_1^2
x_0, ε_0	0.4860	0.00910	ω_1^2
α, β	0.7210	0.00187	ω_1^2
$\beta\delta, \alpha\theta$	0.3892	0.002585	ω_1^2
x_1, ε_1	1.1102	0.004455	ω_1^2
x_2, ε_2	4.365	—	ω_1^2
x', ε'	5.961	0.013565	ω_1^2
ω_1^2	73.5	75.8	—

Suponiendo que la aproximación es suficiente resulta

$$x'/\varepsilon' = 440, \bar{X}_1^T = [440.1], \omega_1^2 \approx 74 \text{ (rad/seg)}^2$$

$$T_1 = 0.731 \text{ seg.}$$

El procedimiento para el cómputo de los parámetros del segundo modo es el mismo, sólo que la configuración supuesta deberá "limpiarse", antes de proseguir el cálculo, de las componentes del primer modo que pudiera contener. Se demuestra que si $\bar{X}_1'$ es el vector de la configuración supuesta, el vector libre de componentes del primer modo queda dado por

$$\bar{X}_2 = \bar{X}_1' - \frac{\bar{X}_1'^T \bar{M} \bar{X}_1}{\bar{X}_1'^T \bar{M} \bar{X}_1} \bar{X}_1 \quad (32)$$

Suponiendo para el primer ciclo

$$\bar{X}_1' = \begin{bmatrix} -150 \\ 1 \end{bmatrix}$$

y substituyendo valores en la ecuación matricial 32 se obtiene

$$\bar{X}_2 = \begin{bmatrix} -151 \\ 1 \end{bmatrix}$$

que nos da los valores de partida para el primer de cálculo.

SEGUNDO MODO

Parámetros	Valores (1er. ciclo)		Factor común
x, ε	-151	1	
F, M	-3143	1,386.000	ω_2^2
F_0, M_0	-3143	-123,000	ω_2^2
x_0, ε_0	-0.1672	-0.0001940	ω_2^2
α, β	-0.2481	0.0018700	ω_2^2
$\beta\delta, \alpha\theta$	0.3892	-0.0008890	ω_2^2
x_1, ε_1	0.1411	0.0009810	ω_2^2
x_2, ε_2	-0.0930	—	ω_2^2
x', ε'	-0.1191	0.0007870	ω_2^2
ω_2^2	1267	1270	—

$$x'/\varepsilon' = -151, \bar{X}_2^T = [-151 \ 1], T_2 = 0.176 \text{ seg.}$$

En este caso se supuso un valor cercano al real y por tanto sólo se necesitó un ciclo para que se obtuviera la aproximación deseada. Si el valor supuesto no hubiese sido ese sino otro cualquiera seguramente no hubiera sido suficiente un ciclo de cálculo. En los ciclos subsiguientes se procedería en igual forma que antes: suponer inicialmente la configuración obtenida en el ciclo anterior; limpiarla de las componentes del primer modo; etc.

b) Respuesta sísmica

Los valores de los coeficientes de participación y de las ordenadas espectrales para este caso son:

$$C_1 = 0.001689, \quad C_2 = -0.001689$$

$$S_{u1} = 127.4 \text{ cm/seg}^2, \quad S_{u2} = 86.6 \text{ cm/seg}^2$$

Las respuestas máximas para cada modo valen

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.970 \text{ kg} \\ 298.200 \text{ kg cm} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 461 \text{ kg} \\ 203.000 \text{ kg cm} \end{bmatrix}$$

Las respuestas máximas totales serán (fig 10b)

$$V = 2.030 \text{ kg}$$

$$M = 361.000 \text{ kg cm}$$

$$M_0 = 1.209.000 \text{ kg cm}$$

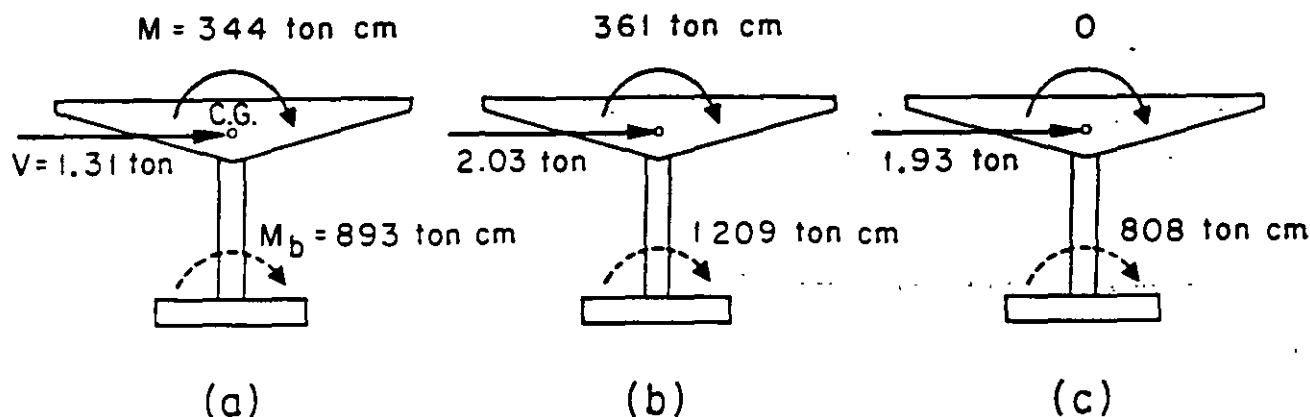


FIG. 10. Respuestas sísmicas

CASO 3. BASE RÍGIDA Y MASA CONCENTRADA

Para comparación de resultados se verá cuál es el valor de la respuesta máxima en el caso de despreciar la inercia rotacional y la interacción suelo-estructura.

Para este caso $p^2 = 608 \text{ (rad/seg)}^2$, $T = 0.325 \text{ seg}$, $0.15S_a = 92.6 \text{ cm/seg}^2$, $V = mS_a = 1.930 \text{ kg y}$ $M_b = 808,000 \text{ kg cm}$ (fig 10c).

CONCLUSIONES

En la siguiente tabla se resumen los resultados de los tres casos, indicados como porcentajes del segundo caso.

Concepto	Caso 1	Caso 2	Caso 3
V	64.4%	100%	95.0%
M	95.2%	100%	0 %
M_b	73.8%	100%	66.7%

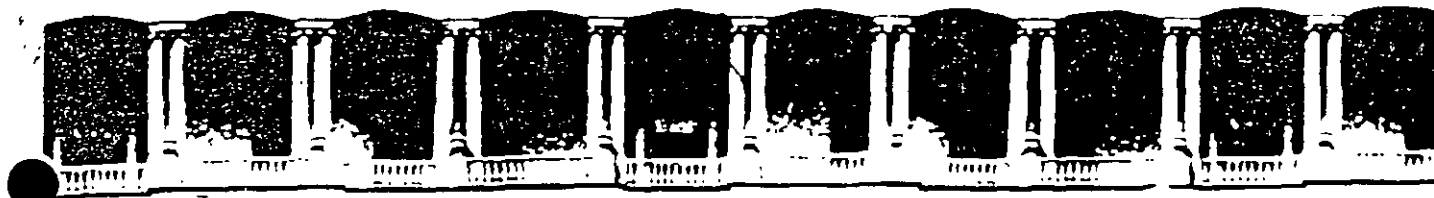
Los resultados de la tabla anterior dan una idea clara de la importancia que tiene el considerar la inercia rotacional de la cubierta y la interacción suelo-estructura. La importancia del primer concepto aumentará conforme mayor sea el momento de inercia de masa de la cubierta con respecto al eje z. El último concepto es tanto más importante cuanto más blando sea el suelo de cimentación. En particular puede observarse que en el tipo de solución 3 no se obtiene momento flexionante a la altura de C.G. Esto puede traer consigo serios errores en la cuantía del acero de refuerzo necesario en la unión columna-cubierta que es donde más ductilidad necesita desarrollarse.

AGRADECIMIENTO

El autor manifiesta su agradecimiento a los doctores E. Rosenblueth y J. A. Nieto, así como al Ing. E. del Valle por sus valiosos comentarios y sugerencias.

REFERENCIAS

1. McLean, R. S., "Inverted pendulum structures", technical report of Consulting Civil and Structural Engineers, Fullerton, Cal. (ene. 1965).
2. Barkan, D. D., "Dynamics of bases and foundations", McGraw Hill Book Co. Inc. (1962).
3. Jacobsen, L. S., y Ayre, R. S., "Engineering vibrations", McGraw Hill Book Co. Inc. (1958).
4. Newmark, N. M., "Numerical procedure for computing deflections, moments and buckling loads", Transactions ASCE, Vol. 108 (1943), pp. 1161-1234.
5. Rosenblueth, E. y Esteva, L., "Proyecto de reglamento de las construcciones en el Distrito Federal. Folleto complementario. Diseño sísmico de edificios", Ediciones Ingeniería, México (1962).
6. Marsal, R., y Mazari, M., "El subsuelo de la Ciudad de México", Publicación del Instituto de Ingeniería, UNAM (1962).
7. Newmark, N. M., y Rosenblueth, E., "Earthquake Engineering", será publicado por Prentice-Hall, Inc.
8. Rosenblueth, E., "Some applications of probability theory in aseismic design", Proceedings, 1st World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, Cal. (1956), paper 8.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO I: ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

TEMA

ANÁLISIS SISMICO APLICANDO EL RCDF; CONSIDERACIONES GENERALES

**EXPOSITOR: DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ
PALACIO DE MINERIA
AAGOSTO DEL 2001**

REGLAMENTO

CAPITULO VI DISEÑO POR SISMO.

GACETA OFICIAL DEL DEPARTAMENTO DE D.F.

6 DE JULIO DE 1987.

ARTICULO 202.- En este Capítulo se establecen las bases y requisitos generales mínimos de diseño para que las estructuras tengan seguridad adecuada ante los efectos de los mismos. Los métodos de análisis y los requisitos para estructuras específicas se detallarán en las Normas Técnicas Complementarias.

ARTICULO 203.- Las estructuras se analizarán bajo la acción de dos componentes horizontales ortogonales no simultáneos del movimiento del terreno. Las deformaciones y fuerzas internas que resulten se combinarán entre sí como lo especifiquen las Normas Técnicas Complementarias, y se combinarán con los efectos de fuerzas gravitacionales y de las otras acciones que correspondan según los criterios que establece el Capítulo III de este Título.

Según sean las características de la estructura de que se trate, ésta podrá analizarse por sismo mediante el método simplificado, el método estático o uno de los dinámicos que describan las Normas Técnicas Complementarias, con las limitaciones que ahí se establezcan.

En el análisis se tendrá en cuenta la rigidez de todo elemento, estructural o no, que sea significativa. Con todas salvedades que corresponden al método simplificado de análisis, se calcularán las fuerzas sísmicas, deformaciones y desplazamientos laterales de la estructura, incluyendo sus giros por torsión y teniendo en cuenta los efectos de flexión de sus elementos y, cuando sean significativos, los de fuerza cortante, fuerza axial y torsión de los elementos, así como los efectos de segundo orden, entendidos éstos como los de las fuerzas gravitacionales actuando en la estructura deformada ante la acción tanto de dichas fuerzas como de las laterales.

Se verificará que la estructura y su cimentación no alcancen ningún estado límite de falla o de servicio a que se refiere este Reglamento. Los criterios que deben aplicarse se especifican en este Capítulo.

Para el diseño de todo elemento que contribuya en más de 35% a la capacidad total en fuerza cortante, momento torsionante o momento de volteo de un entrepiso dado, se adoptarán factores de resistencia 20% inferiores a los que le corresponderían de acuerdo con los artículos respectivos de las Normas Técnicas Complementarias.

ARTICULO 204.-Tratándose de muros divisorios, de fachada o de colindancia, se deberán observar las siguientes reglas:

I.- Los muros que contribuyan a resistir fuerzas laterales se ligarán adecuadamente a los marcos estructurales o a castillos y dalas en todo el perímetro del muro, su rigidez se tomará en cuenta en el análisis sísmico y se verificará su resistencia de acuerdo con las normas correspondientes

Los castillos y dalas a su vez estarán ligados a los marcos. Se verificará que las vigas o losas y columnas resistan la fuerza cortante, el momento flexionante, las fuerzas axiales y en su caso, las torsiones que en ellas induzcan los muros. Se verificará asimismo que las uniones entre elementos estructurales resistan dichas acciones, y

II.- Cuando los muros no contribuyan a resistir fuerzas laterales, se sujetarán a la estructura de manera que no restrinjan su deformación en el plano del muro. Preferentemente estos muros serán de materiales muy flexibles o débiles.

ARTICULO 205.- Para los efectos de este Capítulo se considerarán las zonas del Distrito Federal que fija el artículo 219 de este Reglamento.

ARTICULO 206.- El coeficiente sísmico, c , es el cociente de la fuerza cortante horizontal que debe considerarse que actúa en la base de la construcción por efecto del sismo, entre el peso de ésta sobre dicho nivel.

Con este fin se tomará como base de la estructura el nivel a partir del cual sus desplazamientos con respecto al terreno circundante comienzan a ser significativos. Para calcular el peso total se tendrán en cuenta las cargas muertas y vivas que correspondan según los Capítulos IV y V de este Título,

El coeficiente sísmico para las construcciones clasificadas como del grupo B en el artículo 174 se tomará igual a 0.16 en la zona I, 0.32 en la II y 0.40 en la III, a menos que se emplee el método simplificado de análisis, en cuyo

caso se aplicarán los coeficientes que fijen las Normas Técnicas Complementarias, y a excepción de las zonas especiales en las que dichas Normas especifiquen otros valores de c . Para las estructuras del grupo A se incrementará el coeficiente sísmico en 50 por ciento.

ARTICULO 207.- Cuando se aplique el método estático o un método dinámico para análisis sísmico, podrán reducirse con fines de diseño las fuerzas sísmicas calculadas, empleando para ello los criterios que fijen las Normas Técnicas Complementarias, en función de las características estructurales y del terreno. Los desplazamientos calculados de acuerdo con estos métodos, empleando las fuerzas sísmicas reducidas, deben multiplicarse por el factor de comportamiento sísmico que marquen dichas Normas.

Los coeficientes que especifiquen las Normas Técnicas Complementarias para la aplicación del método simplificado de análisis tomarán en cuenta todas las reducciones que procedan por los conceptos mencionados. Por ello las fuerzas sísmicas calculadas por este método no deben sufrir reducciones adicionales.

ARTICULO 208.- Se verificará que tanto la estructura como su cimentación resistan las fuerzas cortantes, momentos torsionantes de entrepiso y momentos de volteo inducidos por sismo combinados con los que correspondan a otras sollicitaciones, y afectados del correspondiente factor de carga.

ARTICULO 209.- Las diferencias entre los desplazamientos laterales de pisos consecutivos debido a las fuerzas cortantes horizontales, calculadas por algunos de los métodos de análisis sísmico mencionados en el artículo 203 de este Reglamento, no excederán a 0.006 veces la diferencia de elevaciones correspondientes, salvo que los elementos incapaces de soportar deformaciones apreciables, como los muros de mampostería, estén separados de la estructura principal de manera que no sufran daños por las deformaciones de ésta. En tal caso, el límite en cuestión será de 0.012.

El cálculo de deformaciones laterales podrá omitirse cuando se aplique el método simplificado de análisis sísmico.

ARTICULO 210.- En fachadas tanto interiores como exteriores, la colocación de los vidrios en los marcos o la liga de éstos con la

estructura serán tales que las deformaciones de ésta no afecten a los vidrios. La holgura que debe dejarse entre vidrios y marcos o entre éstos y la estructura se especificará en las Normas Técnicas Complementarias.

ARTICULO 211.- Toda construcción deberá separarse de sus linderos con los predios vecinos una distancia no menor de 5 cm. ni menor que el desplazamiento horizontal calculado para el nivel de que se trate. El desplazamiento horizontal calculado se obtendrá con las fuerzas sísmicas reducidas según los criterios que fijan las Normas Técnicas Complementarias y se multiplicará por el factor de comportamiento sísmico marcado por dichas Normas, aumentado en 0.001, 0.003 o 0.006 de la altura de dicho nivel sobre el terreno en las zonas, I II o III, respectivamente.

Si se emplea el método simplificado de análisis sísmico, la separación mencionada no será, en ningún nivel menor de 5 cm ni menor de la altura del nivel sobre el terreno multiplicada por 0.007, 0.009 y 0.012 según que la construcción se halle en la zona I, II o III, respectivamente.

La separación entre cuerpos de un mismo edificio o entre edificios adyacentes será cuando menos igual

a la suma de las que de acuerdo con los párrafos precedentes corresponden a cada uno.

Se anotarán en los planos arquitectónicos y en los estructurales las separaciones que deben dejarse en los linderos y entre cuerpos de un mismo edificio.

Los espacios entre construcciones colindantes y entre cuerpos de un mismo edificio deben quedar libres de todo material. Si se usan tapajuntas, éstas deben permitir los desplazamientos relativos tanto en su plano como perpendicularmente a él.

ARTICULO 212.- El análisis y diseño estructurales de puentes, tanques, chimeneas, silos, muros de retención y otras construcciones que no sean edificios, se harán de acuerdo con lo que marquen las Normas Técnicas Complementarias y, en los aspectos no cubiertos por ellas, se hará de manera congruente con ellas y con este Capítulo, previa aprobación del Departamento.

Capítulo VII

Diseño por Viento

ARTICULO 213.- En este Capítulo se establecen las bases para la revisión de la seguridad y

condiciones de servicio de las estructuras ante los efectos de viento. Los procedimientos detallados de diseño se encontrarán en las Normas Técnicas Complementarias respectivas.

ARTICULO 214.- Las estructuras se diseñarán para resistir los efectos de viento proveniente de cualquier dirección horizontal. Deberá revisarse el efecto del viento sobre la estructura en su conjunto y sobre sus componentes directamente expuestos a dicha acción.

Deberá verificarse la estabilidad general de las construcciones ante volteo. Se considerará asimismo el efecto de las presiones interiores en construcciones en que pueda haber aberturas significativas. Se revisará también la estabilidad de la cubierta y de sus anclajes.

ARTICULO 215.- En edificios en que la relación entre la altura y la dimensión mínima en planta es menor que cinco, y en los que tengan un periodo natural de vibración menor de 2 segundos y que cuenten con cubiertas y paredes rígidas ante cargas normales a su plano, el efecto del viento podrá tomarse en cuenta por medio de presiones estáticas equivalentes deducidas de la velocidad de diseño especificada en el artículo siguiente.

Se requerirán procedimientos especiales de diseño que tomen en cuenta las características dinámicas de la acción del viento en construcciones que no cumplan con los requisitos del párrafo anterior, y en particular en cubiertas colgantes, en chimeneas y torres, en edificios de forma irregular y en todos aquellos cuyas paredes y cubiertas exteriores tengan poca rigidez ante cargas normales a su plano o cuya forma propicie la generación periódica de vórtices.

ARTICULO 216.- En las áreas urbanas y suburbanas del Distrito Federal se tomará como base una velocidad de viento de 80 km/hr para el diseño de las construcciones del grupo B del artículo 174 de este Reglamento.

Las presiones que se producen para esta velocidad se modificarán tomando en cuenta la importancia de la construcción, del flujo del viento en el sitio donde se ubica la estructura y la altura sobre el nivel del terreno a la que se encuentra ubicada el área expuesta al viento.

La forma de realizar tales modificaciones y los procedimientos para el cálculo de las presiones que se producen en distintas porciones del edificio se establecerán en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento.

Capítulo VIII

Diseño de Cimentaciones

ARTICULO 217.- En este Capítulo se disponen los requisitos mínimos para el diseño y construcción de cimentaciones. Requisitos adicionales relativos a los métodos de diseño y construcción y a ciertos tipos específicos de cimentación se fijarán en las Normas Técnicas Complementarias de este Reglamento.

ARTICULO 218.- Toda construcción se soportará por medio de una cimentación apropiada.

Las construcciones no podrán en ningún caso desplantarse sobre tierra vegetal, suelos o rellenos sueltos o desechos. Sólo será aceptable cimentar sobre terreno natural competente o rellenos artificiales que no incluyan materiales degradables y hayan sido adecuadamente compactados.

El suelo de cimentación deberá protegerse contra deterioro por intemperismo, arrastre por flujo de aguas superficiales o subterráneas y secado local por la operación de calderas o equipos similares.

ARTICULO 219.- Para fines de este Título, el Distrito Federal se

divide en tres zonas con las siguientes características generales:

Zona I.- Lomas, formadas por rocas o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, pero en los que pueden existir, superficialmente o intercalados, depósitos arenosos en estado suelto o cohesivos relativamente blandos. En esta Zona, es frecuente la presencia de oquedades en rocas y de cavernas y túneles excavados en suelos para explotar minas de arena;

Zona II.- Transición, en la que los depósitos profundos se encuentran a 20 m. de profundidad, o menos, y que está constituida predominantemente por estratos arenosos y limoarenosos intercalados con capas de arcilla lacustre; el espesor de éstas es variable entre decenas de centímetros y pocos metros, y

Zona III.- Lacustre, integrada por potentes depósitos de arcilla altamente comprensible, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Estas capas arenosas son de consistencia firme a muy dura y de espesores variables de centímetros a varios metros. Los depósitos lacustres suelen estar cubiertos superficialmente por suelos aluviales y rellenos artificiales, el

capesor de este conjunto puede ser superior a 50m.

La zona a que corresponda un predio se determinará a partir de las

investigaciones que se realicen en el subsuelo del predio objeto de estudio, tal y como lo establezcan las Normas Técnicas Complementarias. En caso de construcciones ligeras o medianas, cuyas características se definan en dichas Normas, podrá determinarse la zona mediante el mapa incluido en las mismas, si el predio está dentro de la porción zonificada; los predios ubicados a menos de 200 m. de las fronteras entre dos de las zonas antes descritas se supondrán ubicados en la más desfavorable.

ARTICULO 220.- La investigación del subsuelo del sitio mediante exploración de campo y pruebas de laboratorio deberá ser suficiente para definir de manera confiable los parámetros de diseño de la cimentación, la variación de los mismos en la planta del predio y los procedimientos de construcción. Además deberá ser tal que permita definir:

I.- En la zona I a que se refiere el artículo 219 del Reglamento, si existen en ubicaciones de interés materiales sueltos superficiales,

grietas, oquedades naturales o galerías de minas, y en caso afirmativo su apropiado tratamiento, y

II.- En las zonas II y III del artículo mencionado en la fracción anterior, la existencia de restos arqueológicos, cimentaciones antiguas, grietas, variaciones fuertes de estraligrafía, historia de carga del predio o cualquier otro factor que pueda originar asentamientos diferenciales de importancia, de modo que todo ello pueda tomarse en cuenta en el diseño.

ARTICULO 221.- Deberán investigarse el tipo y las condiciones de cimentación de las construcciones colindantes en materia de estabilidad, hundimientos, emersiones, agrietamientos del suelo y desplomes, y tomarse en cuenta en el diseño y construcción de la cimentación en proyecto.

Asimismo, se investigarán la localización y las características de las obras subterráneas cercanas, existentes o proyectadas, pertenecientes a la red de transporte colectivo, de drenaje y de otros servicios públicos, con objeto de verificar que la construcción no cause daños a tales instalaciones ni sea afectada por ellas.

ARTICULO 222.- En las zonas II y III señaladas en el artículo 219 de este Reglamento, se tomará en cuenta la evolución futura del proceso de hundimiento regional que afecta a gran parte del Distrito Federal y se preverán sus efectos a corto y largo plazo sobre el comportamiento de la cimentación en proyecto.

ARTICULO 223.- La revisión de la seguridad de las cimentaciones, consistirá, de acuerdo con el artículo 193 de este Reglamento, en comparar la resistencia y las deformaciones máximas aceptables del suelo con las fuerzas y deformaciones inducidas por las acciones de diseño. Las acciones serán afectadas por los factores de carga y las resistencias por los factores de resistencia especificadas en las Normas Técnicas Complementarias.

ARTICULO 224.- En el diseño de toda cimentación, se considerarán los siguientes estados límite, además de los correspondientes a los miembros de la estructura:

I. De falla:

a) Flotación;

b) Desplazamiento plástico local o general del suelo bajo la cimentación, y

c) Falla estructural de pilotes, pilas u otros elementos de la cimentación

II.- De servicio:

a) Movimiento Vertical medio, asentamiento o emersión, con respecto al nivel del terreno circundante;

b) Inclinación media, y

c) Deformación diferencial.

En cada uno de estos movimientos, se considerarán el componente inmediato bajo carga estática, el accidental, principalmente por sismo, y el diferido, por consolidación, y la combinación de los tres. El valor esperado de cada uno de tales movimientos deberá ajustarse a lo dispuesto por las Normas Técnicas Complementarias, para no causar daños intolerables a la propia cimentación, a la superestructura y sus instalaciones, a los elementos no estructurales y acabados, a las construcciones vecinas ni a los servicios públicos.

ARTICULO 225.- En el diseño de las cimentaciones se considerarán

las acciones señaladas en los Capítulos IV a VII de este Título, así como el peso propio de los elementos estructurales de la cimentación, las descargas por excavación, los efectos del hundimiento regional sobre la cimentación, incluyendo la fricción negativa, los pesos y empujes laterales de los rellenos y lastres que graviten sobre los elementos de la subestructura, la aceleración de la masa de suelo deslizante cuando se incluya sismo, y toda otra acción que se genere sobre la propia cimentación o en su vecindad.

La magnitud de las acciones sobre la cimentación provenientes de la estructura será el resultado directo del análisis de ésta. Para fines de diseño de la cimentación, la fijación de todas las acciones pertinentes será responsabilidad conjunta de los diseñadores de la superestructura y de la cimentación.

En el análisis de los estados límite de falla o servicio, se tomará en cuenta la subpresión del agua, que debe cuantificarse conservadoramente atendiendo a la

evolución de la misma durante la vida útil de la estructura. La acción de dicha subpresión se tomará con un factor de carga unitario.

ARTICULO 226.- La seguridad de las cimentaciones contra los estados límite de falla se evaluará en términos de la capacidad de carga neta, es decir del máximo incremento de esfuerzo que pueda soportar el suelo al nivel de desplante.

La capacidad de carga de los suelos de cimentación se calculará por métodos analíticos o empíricos suficientemente apoyados en evidencias experimentales o se determinará con pruebas de carga. La capacidad de carga de la base de cualquier cimentación se calculará a partir de las resistencias medias de cada uno de los estratos afectados por el mecanismo de falla más crítico. En el cálculo se tomará en cuenta la interacción entre las diferentes partes de la cimentación y entre ésta y las cimentaciones vecinas.

Cuando en el subsuelo del sitio o en su vecindad existan rellenos sueltos, galerías, grietas u otras oquedades, éstas deberán tratarse a apropiadamente o bien considerarse en el análisis de estabilidad de la cimentación.

ARTICULO 227.- Los esfuerzos o deformaciones en las fronteras suelo-estructura necesarios para el diseño estructural de la cimentación,

incluyendo presiones de contacto y empujes laterales, deberán fijarse tomando en cuenta las propiedades de la estructura y las de los suelos de apoyo. Con base en simplificaciones e hipótesis conservadoras se determinará la distribución de esfuerzos compatibles con la deformabilidad y resistencia del suelo y de la subestructura para las diferentes combinaciones de solicitaciones a corta y largo plazos, o mediante un estudio explícito de interacción suelo-estructura.

ARTICULO 228.- En el diseño de las excavaciones se considerarán los siguientes estados límite:

I.-De Falla: colapso de los taludes o de la excavación o del sistema de soporte de las mismas, falla de los cimientos de las construcciones adyacentes y falla de fondo de la excavación por corte o por subpresión en estratos subyacentes y

II.- De servicio, movimientos verticales y horizontales inmediatos y diferidos por descarga en el área de excavación y en los alrededores. Los valores esperados de tales movimientos deberán ser suficientemente reducidos para no causar daños a las construcciones e instalaciones adyacentes ni a los

servicios públicos. Además, la recuperación por recarga no deberá ocasionar movimientos totales o diferenciales intolerables para las estructuras que se desplanten en el sitio.

Para realizar la excavación, se podrán usar pozos de bombeo con objeto de reducir las filtraciones y mejorar la estabilidad. Sin embargo, la duración del bombeo deberá ser tan corta como sea posible y se tomarán las precauciones necesarias para que sus efectos queden prácticamente circunscritos al área de trabajo. En este caso, para la evaluación de los estados límite de servicio a considerar en el diseño de la excavación, se tomarán en cuenta los movimientos del terreno debidos al bombeo.

Los análisis de estabilidad se realizarán con base en las acciones aplicables señaladas en los Capítulos IV a VII de este Título, considerándose las sobrecargas que puedan actuar en la vía pública y otras zonas próximas a la excavación.

ARTICULO 229.- Los muros de contención exteriores construidos para dar estabilidad a desniveles del terreno, deberán diseñarse de tal

forma que no se rebasen los siguientes estados límite de falla: volteo, desplazamiento del muro, falla de cimentación del mismo o del talud que lo soporta, o bien rotura estructural. Además, se revisarán los estados límite de servicio, como asentamiento, giro o deformación excesiva del muro. Los empujes se estimarán tomando en cuenta la flexibilidad del muro, el tipo de relleno y el método de colocación del mismo. Los muros incluirán un sistema de drenaje adecuado que limite el desarrollo de empujes superiores a los de diseño por efecto de presión del agua.

Los empujes debidos a solicitaciones sísmicas se calcularán de acuerdo con el criterio definido en el Capítulo VI de este Título.

ARTICULO 230.- Como parte del estudio de mecánica de suelos, se deberá fijar el procedimiento constructivo de las cimentaciones, excavaciones y muros de contención que asegure el cumplimiento de las hipótesis de diseño y garantice la seguridad durante y después de la construcción. Dicho procedimiento deberá ser tal que se eviten daños a las estructuras e instalaciones vecinas por vibraciones o desplazamiento vertical u horizontal del suelo.

Cualquier cambio significativo que deba hacerse al procedimiento de construcción especificado en el estudio geotécnico se analizará con base en la información contenida en dicho estudio.

ARTICULO 231.- La memoria de diseño incluirá una justificación del tipo de cimentación proyectado y de los procedimientos de construcción especificados así como una descripción explícita de los métodos de análisis usados y del comportamiento previsto para cada uno de los estados límite indicados en los artículos 224, 228 y 229 de este Reglamento. Se anexarán los resultados de las exploraciones, sondeos, pruebas de laboratorio y otras determinaciones y análisis, así como las magnitudes de las acciones consideradas en el diseño, la interacción considerada con las cimentaciones de los inmuebles colindantes y la distancia, en su caso, que se deje entre estas cimentaciones y la que se proyecta.

En el caso de edificios cimentados en terrenos con problemas especiales, y en particular los que se localicen en terrenos agrietados, sobre taludes, o donde existan rellenos o antiguas minas subterráneas, se agregará a la memoria una descripción de estas

condiciones y cómo éstas se tomaron en cuenta para diseñar la cimentación.

ARTICULO 232.- En las edificaciones del Grupo A y subgrupo B1 a que se refiere el artículo 174 de este Reglamento, deberán hacerse nivelaciones durante la construcción y hasta que los movimientos diferidos se estabilicen, a fin de observar el comportamiento de las excavaciones y cimentaciones y prevenir daños a la propia construcción, a las construcciones vecinas y a los servicios públicos. Será obligación del propietario o poseedor de la edificación, proporcionar copia de los resultados de estas mediciones, así como de los planos, memorias de cálculo y otros documentos sobre el diseño de la cimentación a los diseñadores de edificios que se construyan en predios antiguos.

Capítulo IX

Construcciones Dañadas

ARTICULO 233.- Todo propietario o poseedor de un inmueble tiene obligación de denunciar ante el Departamento los daños de que tenga conocimiento que se presenten en dicho inmueble, como los que pueden ser debidos a

efectos del sismo, viento, explosión, incendio, hundimiento, peso propio de la construcción y de las cargas adicionales que obran sobre ellas, o a deterioro de los materiales.

ARTICULO 234.- Los propietarios o poseedores de inmuebles que presenten daños, recabarán un dictamen de estabilidad y seguridad por parte de un Corresponsable en Seguridad Estructural. Si el dictamen demuestra que los daños no afectan la estabilidad de la construcción en su conjunto, o de una parte significativa de la misma, la construcción puede dejarse en su situación actual o bien sólo repararse o reforzarse localmente. De lo contrario la construcción deberá ser objeto de un proyecto de refuerzo.

ARTICULO 235.- El proyecto de refuerzo estructural de una construcción, con base en el dictamen a que se refiere el artículo anterior, deberá cumplir con lo siguiente:

I.- Deberá proyectarse para que la construcción alcance cuando menos los niveles de seguridad establecidos para las construcciones nuevas en este Reglamento;

II.- Deberá basarse en una inspección detallada de los elementos estructurales, en la que se

retiren los elementos estructurales, en la que se retiren los acabados y recubrimientos que puedan ocultar daños estructurales;

III.-Contendrá las consideraciones hechas sobre la participación de la estructura existente y de refuerzo en la seguridad del conjunto, así como detalles de liga entre ambas;

IV.- Se basará en el diagnóstico del estado de la estructura dañada y en la eliminación de las causas de los daños que, se hayan presentado:

V.- Deberá incluir una revisión detallada de la cimentación ante las condiciones que resulten de las modificaciones a la estructura, y

VI.-Será sometido al proceso de revisión que establezca el Departamento para la obtención de la licencia respectiva.

ARTICULO 236.- Antes de iniciar las obras de refuerzo y reparación, deberá demostrarse que el edificio dañado cuenta con la capacidad de soportar las cargas verticales estimadas y 30 por ciento de las laterales que se obtendrían aplicando las presentes disposiciones con las cargas vivas previstas durante la ejecución de las obras. Para alcanzar dicha

resistencia será necesario en los casos que se requiera, recurrir al apuntalamiento o rigidización temporal de algunas partes de la estructura.

Capítulo X

Obras Provisionales y Modificaciones

ARTICULO 237.- Las obras provisionales, como tribunas para eventos especiales, pasos de carácter temporal para peatones o vehículos durante obras viales o de otro tipo, tapiales, obras falsas y cimbras, deberán proyectarse para cumplir los requisitos de seguridad de este Reglamento.

Las obras provisionales que puedan ser ocupadas por más de 100 personas deberán ser sometidas, antes de su uso, a una prueba de

carga en términos del Capítulo XI de este Título.

ARTICULO 238.- Las modificaciones de construcciones existentes, que impliquen una alteración en su funcionamiento estructural, serán objeto de un proyecto estructural que garantice que tanto la zona modificada como la estructura en su conjunto y su cimentación cumplen con los

requisitos de seguridad de este Reglamento. El proyecto deberá incluir los apuntalamientos, rigidizaciones y demás precauciones que se necesiten durante la ejecución de las modificaciones.

Capítulo XI

Pruebas de Carga

ARTICULO 239.- Será necesario comprobar la seguridad de una estructura por medio de pruebas de carga en los siguientes casos:

I.- En las edificaciones de Recreación, clasificadas en el artículo 4° de este Reglamento y todas aquellas construcciones en las que pueda haber frecuentemente aglomeración de personas, así como las obras provisionales que

puedan albergar a más de 100 personas;

II.- Cuando no exista suficiente evidencia teórica o experimental para juzgar en forma confiable la seguridad de la estructura en cuestión, y

III.- Cuando el Departamento lo estime conveniente en razón de duda en la calidad y resistencia de

los materiales o en cuanto a los procedimientos constructivos.

ARTICULO 240.- Para realizar una prueba de carga mediante la cual se requiera verificar la seguridad de la estructura se seleccionará la forma de aplicación de la carga de prueba y la zona de la estructura sobre la cual se aplicará, de acuerdo a las siguientes disposiciones:

I.- Cuando se trate de verificar la seguridad de elementos o conjuntos que se repiten, bastará seleccionar una fracción representativa de ellos, pero no menos de tres, distribuidos en distintas zonas de la estructura;

II.- La intensidad de la carga de pruebas deberá ser igual a 85% de la de diseño incluyendo los factores de carga que correspondan;

III.- La zona en que se aplique será la necesaria para producir en los elementos o conjuntos seleccionados los efectos más desfavorables.

IV.- Previamente a la prueba se someterán a la aprobación del Departamento el procedimiento de carga y el tipo de datos que se recabarán en dicha prueba, tales como deflexiones, vibraciones y agrietamientos.

V.- Para verificar la seguridad ante cargas permanentes, la carga de prueba se dejará actuando sobre la estructura no menos de veinticuatro horas;

VI.- Se considerará que la estructura ha fallado si ocurre colapso, una falla local o incremento local brusco de desplazamiento o de la curvatura de una sección. Además, si veinticuatro horas después de quitar la sobrecarga la estructura no muestra una recuperación mínima de setenta y cinco por ciento de sus deflexiones, se repetirá la prueba;

VII.- La segunda prueba de carga no debe iniciarse antes de setenta y dos horas de haberse terminado la primera;

VIII.- Se considerará que la estructura ha fallado si después de la segunda prueba la recuperación no alcanza, en 24 horas, el setenta y cinco por ciento de las deflexiones debidas a dicha segunda prueba;

IX.- Si la estructura pasa la prueba de carga, pero como consecuencia de ello se observan daños tales como agrietamientos excesivos, deberá repararse localmente y reforzarse;

Podrá considerarse que los elementos horizontales han pasado la prueba de carga, aun si la recuperación de las flechas no alcance el setenta y cinco por ciento, siempre y cuando la flecha máxima no exceda de dos milímetros $L/(20,000h)$, donde L, es el claro libre del miembro que se ensaye y h su peralte total en las mismas unidades que L; en voladizos se tomará L: en voladizos se tomará L como el doble del claro libre;

X.- En caso de que la prueba no sea satisfactoria, deberá presentarse al Departamento un estudio proponiendo las modificaciones pertinentes, y una vez realizadas éstas, se llevará a cabo una nueva prueba de carga;

XI.- Durante la ejecución de la prueba de carga, deberán tomarse las precauciones necesarias para proteger la seguridad de las personas y del resto de la estructura, en caso de falla de la zona ensayada:

El procedimiento para realizar pruebas de carga de pilotes será el incluido en las Normas Técnicas Complementarias relativas a Cimentaciones, y

XII.- Cuando se requiera evaluar mediante pruebas de carga la seguridad de una construcción ante efectos sísmicos, deberán diseñarse procedimientos de ensaye y criterios de evaluación que tomen en cuenta las características peculiares de la acción sísmica, como son la imposición de efectos dinámicos y de repeticiones de carga alternadas. Estos procedimientos y criterios deberán ser aprobados por el Departamento.

TITULO SEPTIMO

CONSTRUCCION

Capítulo I

Generalidades

ARTICULO 241.-Una copia de los planos registrados y la licencia de construcción, deberá conservarse en las obras durante la ejecución de éstas y estar a disposición de los supervisores del Departamento.

Durante la ejecución de una obra deberán tomarse las medidas necesarias para no alterar el comportamiento ni el funcionamiento de las construcciones e instalaciones en predios colindantes o en la vía pública.

Deberán observarse además las disposiciones establecidas por los Reglamentos para la Protección del Ambiente contra la Contaminación Originada por la Emisión de Ruido y para la Prevención y Control de la Contaminación Atmosférica Originada por la Emisión de Humos y Polvos.

ARTICULO 242.- Los materiales de construcción y los escombros de las obras podrán colocarse momentáneamente en las banquetas de la vía pública, sin invadir la superficie de rodamiento, durante los horarios y bajo las condiciones que fije el Departamento para cada caso.

ARTICULO 243.- Los vehículos que carguen o descarguen materiales para una obra podrán estacionarse en la vía pública durante los horarios que fije el Departamento y con apego a lo que disponga al efecto el Reglamento de Tránsito del Distrito Federal.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO I: ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

TEMA

ANÁLISIS SISMICO DE SISTEMAS DISCRETOS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

**EXPOSITOR: M. EN I. JOSE LUIS TRIGOS SUAREZ
PALACIO DE MINERIA
AGOSTO DEL 2001**

C O N T E N I D O

A. EQUILIBRIO DINÁMICO.

B. SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD.

1. Excitación sísmica del terreno
2. Vibración libre
 - a. Sistemas no amortiguados.
 - b. Sistemas amortiguados.
3. Respuesta a cargas de impulso
4. Respuesta a carga general dinámica
5. Respuesta sísmica de estructuras elásticas.
 - a. Historia de respuesta.
 - b. Espectro de respuesta.
6. Coordenadas generalizadas
 - a. Funciones de desplazamiento y propiedades generalizadas.
 - b. Método de Rayleigh.
 - c. Análisis en el tiempo.
 - d. Análisis de la respuesta espectral.

C. SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

1. Modos de vibrar y frecuencias.
2. Ecuaciones de movimiento en coordenadas normales.
 - a. Análisis de la respuesta sísmica.
 - b. Análisis de la respuesta espectral.
3. Combinaciones modales.
4. Valuación de fuerzas sísmicas.
 - a. Análisis estático.
 - b. Método simplificado de análisis.
 - c. Análisis sísmico dinámico modal.
 - (1). Análisis sísmico dinámico modal espectral.
 - (2). Análisis paso a paso.

D. REFERENCIAS.

A. EQUILIBRIO DINÁMICO.

La ecuación básica que expresa el equilibrio estático para sistemas de un grado de libertad, empleada en el método de análisis estructural de 'desplazamientos' o 'rigideces' tiene la forma:

$$p = k v \quad (1.1)$$

donde p es la fuerza externa aplicada, k es la rigidez de la estructura y v es el desplazamiento resultante. Si la fuerza aplicada estáticamente se reemplaza por una fuerza dinámica dependiente del tiempo $p(t)$, la ecuación de equilibrio estático se convierte en una de equilibrio dinámico y es:

$$p(t) = m \ddot{v}(t) + c \dot{v}(t) + k v(t) \quad (1.2)$$

donde el punto representa el orden de diferenciación con respecto al tiempo. La comparación de las dos ecuaciones anteriores muestra dos cambios significativos, los cuales distinguen el problema estático del dinámico. En primer lugar la carga aplicada y la respuesta resultante ahora son función del tiempo, y por tanto la ecuación 1.2 debe satisfacerse para cada instante durante el lapso de estudio. Por esta razón usualmente se refiere a esta ecuación como ecuación de movimiento. En segundo lugar la dependencia del desplazamiento con respecto al tiempo genera dos fuerzas adicionales que interactúan con la carga aplicada y que han sido sumadas al lado derecho de la igualdad.

La ecuación de movimiento es consecuencia de la segunda ley de Newton, la cual establece que una partícula sobre la cual obra una fuerza se mueve de forma tal que la rapidez de variación de su momento lineal (angular) es igual a la fuerza (torque) aplicada:

$$p(t) = \frac{d}{dt} \left(m \frac{dv}{dt} \right) \quad (1.3)$$

donde la rapidez de variación del desplazamiento con respecto al tiempo, dv/dt , es la velocidad, y el momento está dado por el producto de la masa y la velocidad. Recordando que la masa es igual al peso dividido entre la aceleración de la gravedad. Si la masa es constante, la ecuación 1.3 se convierte en:

$$p(t) = \frac{d}{dt} \left(m \frac{dv}{dt} \right) = m \ddot{v}(t) \quad (1.4)$$

la cual establece que la fuerza es igual al producto de la masa y la aceleración. De acuerdo con el principio de D'Alembert, la masa desarrolla una fuerza de inercia que es proporcional a la aceleración y de sentido opuesto. Por tanto el primer término del miembro derecho de la ecuación 1.2 se llama fuerza de inercia.

La existencia de fuerzas disipadoras o de amortiguamiento se infiere de la observación de que las oscilaciones en una estructura tienden a disminuir con el tiempo una vez que la fuerza excitadora cesa. Estas fuerzas se representan mediante fuerzas de amortiguamiento viscoso, proporcionales a la velocidad, con una constante de proporcionalidad conocida como coeficiente de amortiguamiento. El segundo miembro del lado derecho de la ecuación 1.2 se conoce como fuerza de amortiguamiento. Las fuerzas de inercia son las más significativas de las dos y son una primera distinción entre los análisis dinámicos y los estáticos. Cabe señalar que todas las estructuras están sujetas a cargas debidas a la gravedad tales como el peso propio (carga muerta) y el de los ocupantes (carga viva) además del movimiento de la base. En un sistema elástico, el principio de superposición es aplicable, de manera que las respuestas a cargas dinámicas y estáticas pueden considerarse por separado y luego combinarlas para obtener la respuesta estructural completa. Sin embargo si el comportamiento estructural no es lineal, la respuesta se convierte en dependiente del mecanismo de cargas y las cargas debidas a la gravedad deben considerarse conjuntamente con los movimientos dinámicos.

Bajo fuertes movimientos sísmicos, la estructura desarrollará un comportamiento más semejante al no lineal, el cual puede deberse a comportamiento no lineal de los materiales y/o no linealidades geométricas. El comportamiento no lineal del material se presenta cuando los esfuerzos en ciertas regiones críticas de la estructura exceden el límite elástico del material. La ecuación de equilibrio dinámico para este caso tiene la forma general:

$$p(t) = m \ddot{v}(t) + c \dot{v}(t) + k(t) v(t) \quad (1.5)$$

donde la rigidez k es función de las propiedades geométricas y del comportamiento de los materiales, que a su vez pueden serlo del tiempo. La no linealidad geométrica es causada por las cargas debidas a la gravedad actuando en posiciones deformadas de la estructura. Si el desplazamiento lateral es pequeño, éste efecto, conocido como P-delta, puede ser ignorado. Sin embargo, si los desplazamientos se vuelven mayores, este efecto debe tomarse en cuenta.

Para definir las fuerzas de inercia por completo, sería necesario considerar la aceleración de cada partícula de masa de la estructura y los correspondientes desplazamientos. Tal solución sería prohibitiva por el tiempo requerido para su solución. El procedimiento de análisis puede ser simplificado si la masa de la estructura considerarse concentrada en un número finito de puntos y la respuesta dinámica de la estructura puede ser representada en términos de este limitado número de componentes del desplazamiento. El número de componentes del desplazamiento requeridos para especificar la posición de los puntos en la masa se conoce como número de grados de libertad. El número de grados de libertad requeridos para obtener una solución adecuada depende de la complejidad del sistema estructural. Para algunas estructuras un solo grado de libertad puede ser suficiente, mientras que para otras pueden requerirse varios cientos o miles.

B. SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD.

La estructura más simple que puede considerarse en un análisis dinámico es una estructura de un nivel en la que el único grado de libertad es la translación lateral del nivel del techo, como se muestra en la figura 1.1.a. En esta idealización se han hecho tres hipótesis fundamentales. Primera: la masa se supone concentrada en el nivel del techo; segunda: se idealiza al sistema de piso como rígido en su plano; y tercera: son despreciables las deformaciones axiales en las columnas. De las hipótesis anteriores se concluye que la rigidez lateral es proporcionada por los elementos verticales como son columnas, muros y contravientos ubicados entre el techo y la base. La aplicación de estas hipótesis da como resultado una estructura discretizada como se muestra en la figura 1.1.b con una fuerza dependiente del tiempo aplicada en el nivel del techo. La rigidez total k es la suma de las rigideces de los elementos del nivel.

Las fuerzas actuando sobre la masa de la estructura se muestran en la figura 1.1.c. Al sumar las anteriores fuerzas se obtiene la ecuación de equilibrio siguiente, la cual debe satisfacerse en todo instante de tiempo:

$$f_i(t) + f_d(t) + f_s(t) = p(t) \quad (1.6)$$

donde:

$f_i(t)$ = fuerza de inercia

$f_d(t)$ = fuerza de amortiguamiento (disipadora)

$f_s(t)$ = fuerza elástica restauradora

$p(t)$ = fuerza externa aplicada, dependiente del tiempo

Rescribiendo la ecuación 1.6 en términos de los parámetros involucrados:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{v}(t) + k v(t) = p(t) \quad (1.7)$$

Se observa que las fuerzas de amortiguamiento y la de los elementos resistentes dependen de la velocidad y desplazamientos relativos, respectivamente, entre los extremos de estos elementos, mientras que la fuerza de inercia depende de la aceleración total de la masa. La aceleración total de la masa puede expresarse como:

$$\ddot{u}(t) = \ddot{d}_s(t) + \ddot{v}(t) \quad (1.8)$$

donde

$\ddot{v}(t)$ = aceleración de la masa relativa a la base

$\ddot{d}_s(t)$ = aceleración de la base

En este caso, se ha supuesto que la base está fija y sin movimiento, y por tanto la ecuación 1.7 para una fuerza dependiente del tiempo queda de la forma:

$$m \ddot{v} + c \dot{v} + k v = p(t) \quad (1.9)$$

7. Excitación sísmica del terreno

Cuando una estructura de un nivel, como la de la figura 1.1.c, se somete a excitación sísmica del terreno, no se aplican fuerzas externas a nivel del techo. En lugar de esto, el sistema experimenta una aceleración de la base. La ecuación de equilibrio dinámico queda de la forma:

$$f_i(t) + f_d(t) + f_s(t) = 0 \quad (1.10)$$

Al substituir los parámetros físicos para $f_i(t)$, $f_d(t)$ y $f_s(t)$ en la ecuación 1.10 la ecuación de equilibrio dinámico resulta:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{v}(t) + k v(t) = 0 \quad (1.11)$$

Esta ecuación puede ser rescrita en la forma de la ecuación 1.9 si se substituye la ecuación 1.8 en la 1.11 y reorganizando términos se tiene:

$$m \ddot{v}(t) + c \dot{v}(t) + k v(t) = p_e(t) \quad (1.12)$$

donde:

$p_e(t)$ = fuerza efectiva dependiente del tiempo = $-m \ddot{d}_s(t)$

Por tanto la ecuación de movimiento de una estructura sujeta a movimiento en la base es similar a la de una estructura sujeta a una fuerza dependiente del tiempo, si el movimiento de la base se representa como una fuerza efectiva dependiente del tiempo, e igual al producto de la masa y la aceleración del terreno.

2. Vibración libre

La vibración libre se presenta cuando una estructura oscila por la acción de fuerzas inherentes a la estructura sin la presencia de fuerzas externas dependientes del tiempo o movimientos del terreno. Estas fuerzas inherentes pueden ser resultado de una velocidad y/o un desplazamiento iniciales que tiene la estructura al inicio de la etapa de vibración libre, como condiciones iniciales.

a. Sistemas no amortiguados.

La ecuación de movimiento para sistemas de un grado de libertad sin amortiguamiento y en vibración libre es:

$$m \ddot{v}(t) + k v(t) = 0 \quad (1.13)$$

la cual puede ser rescrita como:

$$\ddot{v}(t) + \omega^2 v(t) = 0 \quad (1.14)$$

donde $\omega^2 = k/m$. Esta ecuación tiene la solución general:

$$v(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (1.15)$$

donde las constantes de integración dependen de las condiciones iniciales:

$$v(t=0) = v(0) = v_o = \text{desplazamiento inicial}$$

$$\dot{v}(t=0) = \dot{v}(0) = \dot{v}_o = \text{velocidad inicial}$$

Al aplicar las condiciones iniciales, la solución queda de la forma:

$$v(t) = \frac{\dot{v}_o}{\omega} \sin \omega t + v_o \cos \omega t \quad (1.16)$$

Varios conceptos importantes del movimiento oscilatorio se desprenden de este resultado. La amplitud de vibración es constante, por lo que la vibración en teoría continuaría indefinidamente con el tiempo. Esto no es físicamente posible, debido a que la vibración libre tiende a disminuir con el tiempo, introduciendo el concepto de amortiguamiento. El tiempo que le toma a un punto sobre la curva para completar un ciclo y regresar a su posición original se conoce como periodo de vibración T . La cantidad ω es la frecuencia circular de vibración y se expresa en radianes por segundo. La frecuencia de vibración f se define como el recíproco del periodo y se establece en ciclos por segundo o hertz. Las anteriores propiedades dependen solo de la masa y de la rigidez de la estructura, y se relacionan como sigue:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{f} \quad (1.17)$$

Se observa en la expresión anterior que si dos estructuras tienen igual rigidez, la que tenga mayor masa tendrá el mayor periodo de vibración y la menor frecuencia. Por otra parte, si dos estructuras tienen igual masa, la que tenga mayor rigidez tendrá el menor periodo de vibración y la mayor frecuencia.

b. Sistemas amortiguados.

En una estructura sujeta a vibración libre bajo la acción de fuerzas la amplitud de vibración tiende a disminuir con el tiempo y eventualmente el movimiento decrece y cesa. Este decremento con el tiempo se debe a la acción de las fuerzas de amortiguamiento viscoso las cuales pueden idealizarse como proporcionales a la velocidad. La ecuación de movimiento para esta condición tiene la forma:

$$m \ddot{v}(t) + c \dot{v}(t) + k v(t) = 0 \quad (1.18)$$

esta ecuación tiene, para las condiciones iniciales $\dot{v}_o$ y v_o , la solución general:

$$v(t) = e^{-\Phi \omega_d t} \left(\left[\dot{v}_o + v_o \Phi \omega \right] \frac{\sin \omega_d t}{\omega_d} + v_o \cos \omega_d t \right) \quad (1.19)$$

donde:

$$\varphi = \frac{C}{C_c} = \frac{C}{2 m \omega} = \text{porcentaje del amortiguamiento con respecto al crítico}$$

y

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \varphi^2} = \text{frecuencia circular amortiguada}$$

El amortiguamiento del oscilador se expresa como porcentaje de amortiguamiento, donde el amortiguamiento crítico se define como $2 m \omega$ y es la menor cantidad de amortiguamiento que permitiría al oscilador desplazado regresar a su posición original sin oscilación alguna. Para la mayor parte de las estructuras, la cantidad de amortiguamiento viscoso en el sistema varía entre 3 por ciento y 15 por ciento del crítico. Si se substituye el valor de 20 por ciento, 0.20, en la expresión anterior para la frecuencia circular amortiguada se obtiene $\omega_d = 0.98 \omega$. Dado que los dos valores son casi iguales para valores de amortiguamiento encontrados normalmente en sistemas estructurales, en la práctica la frecuencia circular no amortiguada se emplea en lugar de la frecuencia circular amortiguada.

3. Respuesta a cargas de impulso

Con objeto de desarrollar un método de evaluación de la respuesta estructural de un sistema sujeto a una carga dinámica cualquiera, es conveniente considerar primero la respuesta de la estructura a una carga de impulso de corta duración como se muestra en la figura 1.2.a. Si la duración, Δt , del pulso $p(\tau)$, aplicado en el tiempo τ es relativamente corta con respecto al periodo fundamental de vibración de la estructura, T , entonces los efectos del impulso pueden considerarse como un cambio incremental de la velocidad. Empleando las relaciones del principio del impulso y cantidad de movimiento:

$$p(\tau) \Delta t = m \Delta \dot{v}(\tau) \quad (1.20)$$

se obtiene, como velocidad inicial equivalente:

$$\Delta \dot{v}(\tau) = \frac{1}{m} p(\tau) \Delta t$$

Luego de la aplicación del impulso, el sistema se comporta con movimiento en vibración libre y su respuesta está dada por la ecuación 1.16. Aplicando las condiciones iniciales al comienzo de la fase de vibración libre,

$$v(t) = \frac{1}{m \omega} \int_0^t p(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (1.21)$$

Para un sistema con amortiguamiento, la respuesta de vibración libre está dada por la ecuación 1.19. Sustituyendo las condiciones iniciales, de manera semejante al caso anterior, se tiene para sistemas amortiguados:

$$v(t) = \frac{1}{m \omega_d} \int_0^t p(\tau) e^{-\varphi \omega(t - \tau)} \sin \omega_d(t - \tau) d\tau \quad (1.22)$$

4. Respuesta a carga general dinámica

El desarrollo anterior de la respuesta dinámica a una carga de impulso de corta duración puede fácilmente extenderse al caso de sistemas sujetos a una historia arbitraria de cargas. Cualquier historia arbitraria de cargas puede descomponerse en una serie de impulsos de corta duración como se muestra en la figura 1.2.b. Considérese uno de estos impulsos que termina en el tiempo τ después de iniciada la historia de cargas y con una duración $d\tau$. La

amplitud de este pulso diferencial es $p(\tau) d\tau$, y produce una respuesta diferencial que está dada por la expresión:

$$dv(\tau) = \frac{p(\tau) \sin \omega t' d\tau}{m \omega} \quad (1.23)$$

La variable tiempo t' representa la fase de vibración libre que sigue al impulso y puede expresarse como:

$$t' = t - \tau \quad (1.24)$$

Al sustituir esta expresión en la ecuación 1.23 resulta:

$$dv(\tau) = \frac{p(\tau) \sin \omega (t - \tau) d\tau}{m \omega} \quad (1.25)$$

La repuesta total puede obtenerse sumando las respuestas de los impulsos diferenciales en toda la historia de carga. Al integrar la ecuación 1.25, el desplazamiento total para sistemas sin amortiguamiento es:

$$v(t) = \frac{1}{m \omega} \int_0^t p(\tau) \sin \omega (t - \tau) d\tau \quad (1.26)$$

la cual se conoce como integral de Duhamel. Al considerar sistemas amortiguados, la respuesta diferencial está dada por la ecuación 1.22 y la integral de Duhamel queda:

$$v(t) = \frac{1}{m \omega_d} \int_0^t p(\tau) e^{-\Phi \omega (t - \tau)} \sin \omega_d (t - \tau) d\tau \quad (1.27)$$

5. Respuesta sísmica de estructuras elásticas.

a. Historia de respuesta.

La respuesta a carga debida a sismo puede obtenerse directamente de la integral de Duhamel si la fuerza dependiente del tiempo $p(t)$ se rempaza con la fuerza efectiva dependiente del tiempo $p_e(t)$, la cual es el producto de la masa y la aceleración del terreno, $p_e(t) = m d_s(t)$. Realizando las sustituciones anteriores en la ecuación 1.27 se obtiene la siguiente expresión para el desplazamiento:

$$v(t) = \frac{I_v(t)}{\omega} \quad (1.28)$$

donde el parámetro $I_v(t)$ representa la integración, con unidades de velocidad y está definida como:

$$I_v(t) = \int_0^t \ddot{d}_s(\tau) e^{-\Phi \omega (t - \tau)} \sin \omega_d (t - \tau) d\tau \quad (1.29)$$

El desplazamiento de la estructura en cualquier instante puede obtenerse empleando la ecuación 1.28. Es conveniente expresar las fuerzas que se presentan en la estructura durante un sismo en términos de las fuerzas efectivas de inercia, la fuerza de inercia es el producto de la masa y la aceleración total. Empleando la ecuación 1.11, la aceleración total puede expresarse como:

$$\ddot{u}(t) = -\frac{c}{m} \dot{v}(t) - \frac{k}{m} v(t) \quad (1.30)$$

Si el término de amortiguamiento puede ser despreciado ya que su contribución a la ecuación de equilibrio es pequeña, la aceleración total es aproximadamente:

$$\ddot{u}(t) = -\omega^2 v(t) \quad (1.31)$$

La fuerza sísmica efectiva está dada entonces por:

$$Q(t) = m \omega^2 v(t) \quad (1.32)$$

La expresión anterior da el valor del cortante en la base de una estructura de un nivel en un instante cualquiera de la historia del sismo en cuestión. El momento de volteo actuando en la base de la estructura puede calcularse multiplicando la fuerza de inercia por la altura de la estructura:

$$M(t) = h m \omega^2 v(t) \quad (1.33)$$

b. Espectro de respuesta.

El cálculo de desplazamientos y fuerzas en cada instante, t , durante la historia de un temblor puede requerir un esfuerzo computacional considerable, aún para estructuras sencillas. Como se mencionó anteriormente, para muchos problemas prácticos y especialmente en diseño estructural, solo se requieren los valores máximos de la respuesta. El valor máximo del desplazamiento, calculado conforme la ecuación 1.28, se denomina desplazamiento espectral:

$$S_d = v(t)_{\max} \quad (1.34)$$

Sustituyendo este resultado en las ecuaciones 1.32 y 1.33 da como resultado las expresiones del cortante en la base máximo y momento de volteo máximo de un sistema de un grado de libertad:

$$Q_{\max} = m \omega^2 S_d \quad (1.35)$$

$$M_{\max} = h m \omega^2 S_d \quad (1.36)$$

Un examen de la ecuación 1.28 muestra que la velocidad máxima puede calcularse aproximadamente multiplicando el desplazamiento espectral por la frecuencia circular. El parametro así definido se conoce como pseudovelocidad espectral y se expresa como:

$$S_{pv} = \omega S_d \quad (1.37)$$

De manera similar, la ecuación 1.31 indica que la aceleración total puede calcularse aproximadamente como el producto del desplazamiento espectral y el cuadrado de la frecuencia circular. Este producto se conoce como pseudoaceleración espectral y se expresa como:

$$S_{pa} = \omega^2 S_d \quad (1.38)$$

Una gráfica de los parametros espectrales contra la frecuencia o el periodo constituye el espectro de respuesta para ese parámetro.

6. Coordenadas generalizadas

Hasta ahora solo se han considerado estructuras de un nivel que pueden ser idealizadas como sistemas de un grado de libertad. El análisis de la mayoría de los sistemas estructurales requiere de una idealización más complicada aún si la respuesta puede representarse en términos de un solo grado de libertad. El método de coordenadas generalizadas permite representar la respuesta de sistemas estructurales más complejos en términos de una sola coordenada dependiente del tiempo, conocida como coordenada generalizada.

Los desplazamientos de la estructura se relacionan con la coordenada generalizada como:

$$v(x, t) = \phi(x) Y(t) \quad (1.39)$$

donde $Y(t)$ es la coordenada generalizada y $\phi(x)$ es una función espacial de forma que relaciona los grados de libertad de la estructura, $v(x, t)$, con la coordenada generalizada. Para un sistema de un grado de libertad generalizado, es necesario representar las fuerzas de amortiguamiento y restitutivas en términos de la velocidad relativa y desplazamiento relativo entre los extremos del elemento:

$$\Delta \dot{v}(x, t) = \Delta \phi(x) \dot{Y}(t) \quad (1.40)$$

$$\Delta v(x, t) = \Delta \phi(x) Y(t) \quad (1.41)$$

La mayoría de las estructuras puede idealizarse como un voladizo vertical, lo cual limita el número de funciones de desplazamiento que pueden emplearse para representar el desplazamiento horizontal. Una vez que la función de desplazamiento es seleccionada, la estructura es obligada a deformarse de esta forma. Lo anterior implica que la función de desplazamiento debe ser seleccionada cuidadosamente para obtener una buena aproximación de las propiedades dinámicas y de la respuesta del sistema.

a. Funciones de desplazamiento y propiedades generalizadas.

La formulación de la ecuación de movimiento en términos de una coordenada generalizada se restringirá a sistemas que consisten de masas concentradas y elementos discretos. La resistencia lateral está dada por los elementos discretos y sus fuerzas son proporcionales a los desplazamientos relativos entre los extremos del elemento. Las fuerzas de amortiguamiento son proporcionales a las velocidades relativas entre los extremos del elemento discretizado. La ecuación de equilibrio dinámico está dada por la ecuación 1.6, la cual representa un sistema de fuerzas en equilibrio en todo momento. El principio del trabajo virtual en la forma de desplazamientos establece que "si a un sistema de fuerzas en equilibrio se les aplica un desplazamiento virtual consistente con las condiciones de frontera, entonces el trabajo realizado es igual a cero".

Aplicando este principio a la ecuación 1.6, se tiene una ecuación del trabajo virtual de la forma:

$$f_i(t) \delta v - f_d(t) \Delta v + f_s(t) \Delta v - p(t) \delta v = 0 \quad (1.42)$$

donde se sobreentiende que $v = v(x, t)$ y que los desplazamientos virtuales aplicados a la fuerza de amortiguamiento y elástica de restitución son desplazamientos relativos virtuales. El desplazamiento virtual puede expresarse como:

$$\delta v(x, t) = \phi(x) \delta Y(t) \quad (1.43)$$

y el desplazamiento relativo virtual como:

$$\delta \Delta v(x, t) = \Delta \phi(x) \delta Y(t) \quad (1.44)$$

donde:

$$\Delta v(x, t) = \phi(x_i) Y(t) - \phi(x_j) Y(t) = \Delta \phi(x) Y(t)$$

Las fuerzas de inercia, amortiguamiento y restauradoras pueden expresarse como:

$$f_i(t) = m \ddot{v}(t) = m \phi \ddot{Y}(t)$$

$$f_d(t) = c \Delta \dot{v}(t) = c \Delta \phi \dot{Y}(t) \quad (1.45)$$

$$f_s(t) = k \Delta y(t) = k \Delta \phi Y(t)$$

Sustituyendo las ecuaciones 1.43, 1.44 y 1.45 en la 1.42 se obtiene la siguiente ecuación de movimiento en términos de la coordenada generalizada:

$$m^* \ddot{Y}(t) + c^* \dot{Y}(t) + k^* Y(t) = p^*(t) \quad (1.46)$$

donde m^* , c^* , k^* y p^* se conocen como parámetros generalizados y se definen como:

$$m^* = \sum m_i \phi_i^2$$

$$c^* = \sum c_i \Delta \phi_i^2 \quad (1.47)$$

$$k^* = \sum k_i \Delta \phi_i^2$$

$$p^* = \sum p_i \phi_i$$

Para una aceleración de la base función del tiempo la fuerza generalizada se transforma en:

$$p^* = \ddot{d}_s \mathcal{Q} \quad (1.48)$$

donde:

$$\mathcal{Q} = \sum m_i \phi_i = \text{factor de participación} \quad (1.49)$$

Es conveniente expresar al amortiguamiento generalizado en términos del amortiguamiento crítico de la manera que sigue:

$$c^* = \sum c_i \Delta \phi_i^2 = 2 \phi m^* \omega \quad (1.50)$$

donde ω representa la frecuencia circular del sistema generalizado y dado por:

$$\omega = \sqrt{k^* / m^*} \quad (1.51)$$

El efecto del método de coordenadas generalizadas consiste en transformar un sistema dinámico de múltiples grados de libertad en un sistema equivalente de un grado de libertad en términos de una coordenada generalizada. Esta transformación se muestra esquemáticamente en la figura 1.3. El grado en que la respuesta del sistema transformado represente al sistema original dependerá de que tanto se aproxime la forma deflectada supuesta a la real. Una vez obtenida la respuesta dinámica en términos de la coordenada generalizada, la ecuación 1.39 puede emplearse para determinar los desplazamientos en la estructura, y estos a su vez para calcular las fuerzas en los miembros estructurales. En principio, cualquier función que represente las características deformadas generales de la estructura y satisfaga las condiciones de apoyo podría servir. Sin embargo, cualquier forma deformada distinta de la de la configuración natural de vibración requerirá de restricciones externas adicionales para mantener el equilibrio. Estas restricciones adicionales tienden a rigidizar el sistema y por lo tanto a incrementar la frecuencia calculada. La configuración real no tendrá restricciones adicionales y por lo tanto tendrá la menor frecuencia de vibración.

b. Método de Rayleigh.

El método de Rayleigh se emplea para analizar sistemas vibratorios empleando la ley de la conservación de la energía. Se emplea para calcular con mucha precisión la frecuencia natural de una estructura. Además de estimar el periodo

fundamental el procedimiento puede emplearse para estimar la función de forma $\phi(x)$.

En un sistema elástico no amortiguado, la energía potencial máxima puede expresarse en términos del trabajo externo realizado por las fuerzas aplicadas. En términos de una coordenada generalizada esta expresión puede escribirse como

$$(EP)_{\max} = \frac{Y}{2} \sum p_i \phi_i = \frac{p^* Y}{2} \quad (1.52)$$

Similarmente, la energía cinética máxima puede expresarse en términos de la coordenada generalizada como:

$$(EC)_{\max} = \frac{\omega^2 Y^2}{2} \sum m_i \phi_i^2 = \frac{\omega^2 Y^2 m^*}{2} \quad (1.53)$$

De acuerdo con el principio de la conservación de la energía para un sistema elástico no amortiguado, estas dos cantidades deben ser iguales entre sí e iguales a la energía total del sistema. Igualando las ecuaciones 1.52 y 1.53 se obtiene la siguiente expresión para la frecuencia circular:

$$\omega = \sqrt{p^* / m^* Y} \quad (1.54)$$

Substituyendo este resultado en la ecuación 1.17 para el periodo resulta en:

$$T = 2 \pi \sqrt{m^* Y / p^*} \quad (1.55)$$

Multiplicando el numerador y denominador del radical por Y , y empleando la ecuación 1.39 se obtiene la expresión para el periodo fundamental:

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{\sum w_i v_i^2}{g \sum p_i v_i}} \quad (1.56)$$

Las fuerzas que deben aplicarse lateralmente para obtener la forma deflectada $\phi(x)$ o el desplazamiento $v(x)$ son las fuerzas de inercia. Si se asume una variación lineal de la aceleración con la altura de un edificio, se tiene una distribución de las fuerzas de inercia en forma de triángulo invertido. Las deflexiones resultantes pueden usarse directamente en la ecuación 1.56 para estimar el periodo de vibración o pueden normalizarse en términos de la coordenada generalizada para obtener la función espacial de forma a emplear en el método de coordenada generalizada.

c. Análisis en el tiempo.

Sustituyendo los parámetros generalizados de las ecuaciones 1.47 y 1.48 en la solución de la integral de Duhamel, ecuación 1.27, se obtiene la solución para el desplazamiento:

$$v(x, t) = \frac{\phi(x) \int V(t)}{m^* \omega} \quad (1.57)$$

Empleando la ecuación 1.31, la fuerza de inercia en cualquier posición x sobre la base puede calcularse como:

$$q(x, t) = m(x) \ddot{v}(x, t) = m(x) \omega^2 v(x, t) \quad (1.58)$$

la que, empleando la ecuación 1.57, se convierte en:

$$q(x, t) = \frac{m(x) \phi(x) \int \omega V(t)}{m^*} \quad (1.59)$$

El cortante en la base se obtiene sumando las fuerzas de inercia distribuidas en la altura H de la estructura:

$$Q(t) = \int q(x, t) dx = \frac{\xi^2}{m^*} \omega V(t) \quad (1.60)$$

Las relaciones anteriores pueden emplearse para calcular los desplazamientos y fuerzas en un sistema generalizado de un grado de libertad en cualquier instante.

d. Análisis de la respuesta espectral.

El valor máximo de la velocidad dado por la ecuación 1.29, se define como la pseudovelocidad espectral, S_{pv} , que se relaciona con el desplazamiento espectral, S_d , mediante la ecuación 1.37. Al substituir este valor en la ecuación 1.57 se tiene la expresión para el desplazamiento máximo en términos del desplazamiento espectral:

$$v(x)_{\max} = \frac{\Phi(x) \xi S_d}{m^*} \quad (1.61)$$

Las fuerzas en el sistema pueden calcularse de las fuerzas de inercia, y pueden expresarse como:

$$q(x)_{\max} = m(x) \ddot{v}(x)_{\max} = m(x) \omega^2 v(x)_{\max} \quad (1.62)$$

Rescribiendo este resultado en términos de la pseudo aceleración espectral, S_{pa} , se tiene

$$q(x)_{\max} = \frac{\Phi(x) m(x) \xi S_{pa}}{m^*} \quad (1.63)$$

De considerable interés es la determinación del cortante basal. Este parámetro es clave para determinar las fuerzas sísmicas de diseño en la mayoría de los reglamentos. El cortante en la base Q , de la expresión anterior, sumando las fuerzas de inercia y empleando la ecuación 1.49:

$$Q(x)_{\max} = \frac{\xi^2 S_{pa}}{m^*} \quad (1.64)$$

Es de interés expresar el cortante basal en términos del peso efectivo, definido como

$$W^* = \frac{(\sum w_i \phi_i)^2}{\sum w_i \phi_i^2} \quad (1.65)$$

Por lo que la expresión del cortante basal máximo queda de la forma

$$Q_{\max} = W^* S_{pa} / g \quad (1.66)$$

Esta es similar a la ecuación básica empleada en los reglamentos, la cual tiene la forma

$$Q_{\max} = C W \quad (1.67)$$

La fuerza sísmica efectiva puede determinarse distribuyendo el cortante en la base en la altura de la estructura. Esta distribución depende de la forma de la función de desplazamiento y tiene la forma

$$q_i = Q_{\max} \frac{m_i \phi_i}{\xi} \quad (1.68)$$

Y el momento de volteo como la suma de los productos de las fuerzas de inercia y sus alturas a la base respectiva:

$$M_o = \sum h_i q_i \quad (1.69)$$

C. SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

En muchos sistemas estructurales no es posible modelar la respuesta dinámica en términos de una sola coordenada del desplazamiento. Estos sistemas requieren un cierto número de coordenadas independientes de desplazamiento para describir el movimiento de las masas en cualquier instante.

Con objeto de simplificar el problema normalmente se supone para edificios que la masa de la estructura está concentrada en el centro de masa de cada nivel individual. Esto da por resultado una matriz diagonal de propiedades de masa. También conviene desarrollar la matriz de rigideces en función de las matrices de rigideces individuales de los elementos de cada nivel. La más sencilla idealización para un edificio de varios niveles se basa en las siguientes hipótesis: (i) el sistema de piso es rígido en su plano; (ii) las vigas son rígidas con respecto a las columnas y (iii) las columnas son flexibles en la dirección horizontal pero rígidas en la vertical. Si se emplean estas hipótesis, el edificio se idealiza con tres grados de libertad para cada nivel: un grado de libertad traslacional en cada una de dos direcciones ortogonales, y una rotación alrededor de un eje vertical que pasa por el centro de masa. Si el sistema anterior se reduce al plano, este tendrá un grado de libertad traslacional en cada nivel. Ver figuras 1.3.a. y 1.3.b.

1. Modos de vibrar y frecuencias.

La ecuación de movimiento para un sistema de varios grados de libertad sin amortiguamiento puede escribirse en forma matricial como:

$$[M] \{ \ddot{v}(t) \} + [K] \{ v(t) \} = \{ 0 \} \quad (1.70)$$

Dado que el movimiento de un sistema en vibración libre es armónico, el vector desplazamiento puede representarse como:

$$\{ v(t) \} = \{ v \} \text{ sen } \omega t \quad (1.71)$$

Diferenciando dos veces con respecto al tiempo se tiene:

$$\{ \ddot{v}(t) \} = -\omega^2 \{ v(t) \} \quad (1.72)$$

Substituyendo las ecuaciones 1.71 y 1.72 en la 1.70 se obtiene la ecuación de valores característicos:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{ v(t) \} = \{ 0 \} \quad (1.73)$$

En virtud de tener un conjunto de ecuaciones de equilibrio homogéneas el determinante de la matriz de coeficientes debe ser igual a cero:

$$\det ([K] - \omega^2 [M]) = \{ 0 \} \quad (1.74)$$

De donde se obtiene un polinomio de grado N . Las N raíces del polinomio representan las frecuencias de los N modos de vibrar. El modo que tiene la menor frecuencia (mayor periodo) se conoce como primer modo o modo fundamental. Una vez conocidas las frecuencias, se sustituyen una a la vez en la ecuación de equilibrio 1.73, la cual puede ser resuelta para las amplitudes de movimiento de cada componente del desplazamiento del modo particular de vibración.

2. Ecuaciones de movimiento en coordenadas normales.

El teorema de los trabajos recíprocos de Betti, puede emplearse para desarrollar dos propiedades de ortogonalidad de los modos de vibrar que simplifican significativamente las ecuaciones de movimiento. La primera de éstas establece que los modos de vibrar son ortogonales con respecto a la matriz de masas y se expresa en forma matricial como

$$\{\phi_n\}^T [M] \{\phi_m\} = \{0\} \quad (m \neq n) \quad (1.75)$$

Empleando las ecuaciones 1.73 y 1.75, la segunda propiedad puede expresarse en términos de la matriz de rigideces como:

$$\{\phi_n\}^T [K] \{\phi_m\} = \{0\} \quad (m \neq n) \quad (1.76)$$

la cual establece que los modos de vibrar son ortogonales con respecto a la matriz de rigideces. Además se supone que los modos de vibrar son también ortogonales con respecto a la matriz de amortiguamiento:

$$\{\phi_n\}^T [C] \{\phi_m\} = \{0\} \quad (m \neq n) \quad (1.77)$$

Dado que cualquier sistema de varios grados de libertad teniendo N grados de libertad tiene a su vez N modos de vibrar independientes, es posible expresar la forma deformada de la estructura en términos de las amplitudes de estos modos tratándolos como coordenadas generalizadas (en ocasiones llamada coordenadas normales). Dado que el desplazamiento de un sitio particular, $v_i(t)$, puede obtenerse sumando la contribución de cada modo se tiene:

$$v_i(t) = \sum_{n=1}^N \phi_{in} q_n(t) \quad (1.78)$$

De manera similar, el vector de desplazamientos puede expresarse como:

$$\{v(t)\} = \sum_{n=1}^N \{\phi\} q_n(t) = [\Phi] \{q(t)\} \quad (1.79)$$

Es conveniente escribir las ecuaciones de movimiento de manera matricial como

$$[M] \{\ddot{v}(t)\} + [C] \{\dot{v}(t)\} + [K] \{v(t)\} = \{P(t)\} \quad (1.80)$$

la cual es similar a la ecuación para un sistema de un grado de libertad, ecuación 1.9. Las diferencias se deben a que la masa, amortiguamiento y rigidez se representan ahora por matrices que representan los diferentes grados de libertad, adicionales, y la aceleración, la velocidad, el desplazamiento, y las cargas aplicadas, por vectores que contienen los grados de libertad adicionales. La ecuación de movimiento puede expresarse en términos de las coordenadas normales, $q(t)$; substituyendo la ecuación 1.79 y sus derivadas en la ecuación 1.80 da como resultado:

$$[M] [\Phi] \{\ddot{q}(t)\} + [C] [\Phi] \{\dot{q}(t)\} + [K] [\Phi] \{q(t)\} = \{P(t)\} \quad (1.81)$$

Multiplicando la ecuación anterior por la traspuesta de cualquier vector modal, ϕ_n , se tiene:

$$\{\phi_n\}^T [M] [\Phi] \{\ddot{q}(t)\} + \{\phi_n\}^T [C] [\Phi] \{\dot{q}(t)\} + \{\phi_n\}^T [K] [\Phi] \{q(t)\} = \{\phi_n\}^T \{P(t)\} \quad (1.82)$$

Empleando las condiciones de ortogonalidad de las ecuaciones 1.75 a 1.77, el conjunto de ecuaciones se reduce a una ecuación de movimiento similar a la de un sistema de un grado de libertad, en términos de las propiedades generalizadas para el enésimo modo de vibrar y de la coordenada normal $q_n(t)$. Así:

$$M_n^* \ddot{q}_n(t) + C_n^* \dot{q}_n(t) + K_n^* q_n(t) = P_n^*(t) \quad (1.83)$$

donde las propiedades generalizadas para el enésimo modo de vibrar son:

$$\begin{aligned} M_n^* &= \{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\} \\ C_n^* &= \{\phi_n\}^T [C] \{\phi_n\} = 2 \phi_n \omega_n M_n^* \end{aligned} \quad (1.84)$$

$$K_n^* = \{ \phi_n \}^T [K] \{ \phi_n \} = \omega_n^2 M_n^*$$

$$P_n^* = \{ \phi_n \}^T \{ P(t) \}$$

Las relaciones anteriores pueden emplearse para simplificar aún más la ecuación de movimiento a la forma

$$\ddot{q}_n(t) + 2 \phi_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{P_n^*(t)}{M_n^*} \quad (1.85)$$

Debe notarse que las expresiones para las propiedades generalizadas de cualquier modo son equivalentes a las definidas previamente para el sistema generalizado de un grado de libertad. Por tanto el uso de los modo normales transforma un sistema de N grados de libertad en N sistemas generalizados de un grado de libertad; ver figuras 1.3.c. y 1.3.d. La solución completa del sistema se obtiene por superposición de las soluciones modales independientes. El empleo de este método implica un ahorro significativo en tiempo, ya que en la mayoría de los casos no es necesario emplear los N modos de respuesta para representar con adecuada precisión la respuesta de la estructura. En la mayor parte de las estructuras los primeros modos son los de mayor contribución en la respuesta modal. Por tanto, la respuesta puede obtenerse con suficiente precisión en términos de un número limitado de respuestas modales.

a. Análisis de la respuesta sísmica. Como en el caso de los sistemas de un grado de libertad, para el análisis sísmico la fuerza dependiente del tiempo debe reemplazarse por la carga efectiva, la que está dada por el producto de la masa en cada nivel, M_i , y la aceleración del terreno $\ddot{d}_s(t)$. El vector de cargas efectivas se obtiene como el producto de la matriz de masas y la aceleración del terreno:

$$P_e(t) = [M] \{ \Gamma \} \ddot{d}_s(t) \quad (1.86)$$

donde $\{ \Gamma \}$ es un vector de coeficientes de influencia, del que la componente i representa la aceleración de la coordenada i debida a una aceleración unitaria en la base. Para el modelo estructural en el que los grados de libertad están representados por los desplazamientos horizontales de los niveles, el vector $\{ \Gamma \}$ es igual a un vector con elementos unidad, dado que para una aceleración unitaria de la base en la dirección horizontal todos los grados de libertad tienen una aceleración horizontal unitaria. Empleando la ecuación 1.82, la carga efectiva generalizada para el n -ésimo modo es

$$P_{en}^*(t) = \mathcal{L}_n \ddot{d}_s(t) \quad (1.87)$$

donde $\mathcal{L}_n = \{ \phi_n \}^T [M] \{ \Gamma \}$.

Sustituyendo la ecuación 1.87 en la 1.85 se obtiene la expresión para la respuesta sísmica del n -ésimo modo de un sistema de varios grados de libertad:

$$\ddot{q}_n(t) + 2 \phi_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \mathcal{L}_n \ddot{d}_s(t) / M_n^* \quad (1.88)$$

De manera similar a la empleada para el sistema de un grado de libertad, la respuesta de este modo para cualquier instante t puede obtenerse empleando la integral de Duhamel, así:

$$q_n(t) = \frac{\mathcal{L}_n I_m(t)}{M_n^* \omega_n} \quad (1.89)$$

donde $I_m(t)$ representa la integral:

$$I_m(t) = \int_0^t \ddot{d}_s(\tau) e^{-\Phi_n \omega_n (t-\tau)} \sin \omega_n (t-\tau) d\tau \quad (1.90)$$

El desplazamiento completo de la estructura para cualquier instante t se obtiene por la superposición de las contribuciones individuales de cada modo; empleando la ecuación 1.79:

$$\{v(t)\} = \sum_{n=1}^N \{\Phi_n\} q_n(t) = [\Phi] \{q(t)\} \quad (1.91)$$

Las fuerzas sísmicas resultantes pueden expresarse en términos de la aceleración efectiva, la cual para cada modo está dada por el producto de la frecuencia circular y la amplitud del desplazamiento de la coordenada generalizada:

$$q_{ne}(t) = \omega_n^2 q_n(t) = \frac{\mathcal{Q}_n \omega_n I_m(t)}{M_n^*} \quad (1.92)$$

La aceleración correspondiente al n -ésimo modo esta dada por:

$$\{\ddot{v}_{ne}(t)\} = \{\Phi_n\} \ddot{q}_{ne}(t) \quad (1.93)$$

y las correspondientes fuerzas sísmicas efectivas:

$$\{f_n(t)\} = [M] \{\ddot{v}_{ne}(t)\} = [M] \{\Phi_n\} \omega_n \mathcal{Q}_n I_m(t) / M_n^* \quad (1.94)$$

La fuerza sísmica total se obtiene sumando las fuerzas modales individuales:

$$F(t) = \sum_{n=1}^N f_n(t) = [M] [\Phi] \omega^2 q(t) \quad (1.95)$$

El cortante en la base se obtiene sumando las fuerzas sísmicas en toda la altura de la estructura:

$$V_n(t) = \sum_{i=1}^N f_{ni}(t) = \{1\}^T \{f_n(t)\} = M_{en} \omega_n I_m(t) \quad (1.96)$$

donde $M_{en} = \mathcal{Q}_n^2 / M_n^*$ es la masa efectiva del n -ésimo modo.

La suma de las masas efectivas para cada modo es igual a la masa total de la estructura. Lo anterior permite determinar el número de respuestas modales necesario para calcular adecuadamente la respuesta estructural completa. Si la respuesta total ha de ser representada por un número finito de modos y la suma de sus correspondientes masas modales es mayor que un porcentaje predefinido de la masa total, el número de modos considerado en el análisis es adecuado. Si este no es el caso, deben considerarse modos adicionales. El cortante en la base para el n -ésimo modo, ecuación 1.96, puede expresarse en términos de el peso efectivo, W_{en} , como:

$$V_n(t) = \frac{W_{en}}{g} \omega_n I_m(t) \quad (1.97)$$

donde

$$W_{en} = \frac{(\sum_{i=1}^N W_i \Phi_{ni})^2}{\sum_{i=1}^N W_i \Phi_{ni}^2} \quad (1.98)$$

El cortante en la base puede distribuirse en la altura del edificio de manera similar a la ecuación 1.68, con las fuerzas

sísmicas modales expresadas como

$$\{ f_n(t) \} = \frac{[M] \{ \Phi_n \} V_n(t)}{\mathcal{Q}_n} \quad (1.99)$$

b. Análisis de la respuesta espectral.

Las ecuaciones anteriores para la respuesta de cualquier modo de vibración son exactamente equivalentes a las expresiones desarrolladas para el sistema generalizado de un grado de libertad. Por tanto, la respuesta máxima de cualquier modo puede obtenerse de manera similar. Por analogía con las ecuaciones 1.28 y 1.37 el desplazamiento modal máximo puede escribirse como:

$$q_n(t)_{\max} = \frac{I_{vn}(t)_{\max}}{\omega_n} = S_{dn} \quad (1.100)$$

Haciendo esta substitución en la ecuación 1.89 se obtiene

$$q_{n \max} = \mathcal{Q}_n S_{dn} / M_n^* \quad (1.101)$$

La distribución de los desplazamientos modales en la estructura puede obtenerse multiplicando esta expresión por el vector modal

$$\{ v_n \}_{\max} = \{ \Phi_n \} q_{n \max} = \frac{\{ \Phi_n \} \mathcal{Q}_n S_{dn}}{M_n^*} \quad (1.102)$$

Las fuerzas sísmicas efectivas máximas pueden calcularse a partir de las aceleraciones modales dadas por la ecuación 1.94

$$\{ f_n(t) \}_{\max} = \frac{[M] \{ \Phi_n \} \mathcal{Q}_n S_{an}}{M_n^*} \quad (1.103)$$

Sumando estas fuerzas en la altura de la estructura se obtiene la siguiente expresión para el cortante máximo debido al n -ésimo modo:

$$V_{n \max} = \mathcal{Q}_n^2 S_{an} / M_n^* \quad (1.104)$$

la cual puede expresarse en términos del peso efectivo como

$$V_{n \max} = W_{en} S_{an} / g \quad (1.105)$$

donde W_{en} se define en la ecuación 1.98.

Finalmente, el momento de volteo en la base del edificio para el n -ésimo modo puede determinarse como

$$M_o = \{ h \} [M] \{ \Phi_n \} \mathcal{Q}_n^2 S_{an} / M_n^* \quad (1.106)$$

donde $\{ h \}$ es un vector fila de las alturas de cada entrepiso, por encima de la base.

3. Combinaciones modales.

Empleando el análisis de la respuesta espectral en un sistema de varios grados de libertad, la respuesta modal máxima se obtiene con el conjunto de modos que se seleccionaron para representar la respuesta espectral. La cuestión ahora es como combinar estas respuestas modales máximas para estimar de la mejor manera la respuesta total. Las

ecuaciones de la respuesta modal como la 1.91 y 1.95 dan resultados precisos en tanto que sean evaluadas en el tiempo. En el análisis espectral, el tiempo ha sido substituido por la respuesta modal máxima. Las respuestas máximas de cada modo no necesariamente ocurren al mismo tiempo; por tanto se deben combinar de manera que las respuestas combinadas se aproximen lo suficiente a la respuesta total máxima.

Una combinación que se ha empleado es tomar la suma de los valores absolutos de las respuestas modales (SVA). Esta combinación puede expresarse como:

$$R_{SVA} \leq \sum_{n=1}^N |R_n| \quad (1.107)$$

Dado que esta combinación supone que los máximos ocurren al mismo tiempo y con el mismo signo, se tiene un límite superior de la respuesta muy conservador para diseño.

Un estimador más razonable, basado en la teoría de las probabilidades, puede obtenerse empleando la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (RCSC); se expresa como:

$$R_{RCSC} = \sqrt{\sum_{n=1}^N R_n^2} \quad (1.108)$$

Este método ha mostrado dar buena aproximación para sistemas estructurales con frecuencias poco parecidas entre sí, o remotamente acopladas. Esto es:

$$\left| \frac{w_i - w_{i-1}}{w_i} \right| \geq 0.10$$

Para sistemas estrechamente acoplados, se ha propuesto el criterio de la combinación cuadrática completa (CCC) que permite incrementar la precisión en la evaluación de la respuesta de ciertos sistemas estructurales. La combinación cuadrática completa se expresa como:

$$R_{CCC} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_i \rho_{ij} R_j} \quad (1.109)$$

donde para amortiguamientos modales constantes, $\rho_{ij} = \rho_i, \forall i, j$:

$$\rho_{ij} = \frac{8 \phi^2 (1 + \lambda) \lambda^{3/2}}{(1 - \lambda^2)^2 + 4 \phi \lambda^2 (1 + \lambda)^2} \quad (1.110)$$

$$\lambda = \omega_j / \omega_i$$

$$\phi = c / c_c$$

El empleo del método RCSC para sistemas en dos dimensiones y el método de CCC para sistemas en dos o tres dimensiones da buenas aproximaciones a la respuesta sísmica de sistemas elásticos sin requerir de un análisis completo de la historia de cargas.

4. Valuación de fuerzas sísmicas.

Una manera de comparar los efectos de los sismos es empleando espectros de respuesta, los cuales muestran las características de los sismos en función de sus efectos (desplazamiento, velocidad, aceleración) sobre las estructuras.

Es evidente que durante la vida útil de una estructura, más de una vez estará sujeta a la acción de sismos. Si interesan los espectros para obtener las aceleraciones máximas, conviene considerar no sólo el espectro de respuesta de un solo sismo, sino los de todos aquellos que pudieran tener efecto sobre la estructura. Para cubrir esta posibilidad se utilizan Espectros de Diseño que en combinación con algún método de análisis sísmico proporciona las fuerzas sísmicas de diseño o revisión de la estructura.

Los diferentes métodos para determinar las fuerzas sísmicas que actúan en la estructura se especifican en el artículo 203 del RCDF93, en función de las características especificadas en la sección 2 de las NTC's de Sismo.

a. Análisis estático.

El análisis sísmico estático es aplicable a edificios cuya altura no excede 60 m. Para efectuar el análisis se procede de la manera siguiente :

- Se considera que las fuerzas de inercia a diferentes niveles de la estructura forman un conjunto de fuerzas horizontales actuando sobre cada uno de los puntos donde se suponen concentradas las masas, incluyendo apéndices.
- Cada una de las fuerzas se considera igual al peso de la masa que corresponde multiplicado por un coeficiente proporcional a la altura de la masa en cuestión sobre el desplante (o nivel a partir del cual las deformaciones estructurales son apreciables).

La forma como se especifica el cálculo de fuerzas horizontales expresa en forma algebraica la variación lineal de aceleraciones, de magnitud ajustada para que la fuerza cortante en la base sea igual a:

$$\left[\frac{C}{Q} \right] W$$

La aplicación de los párrafos anteriores conduce a que la fuerza horizontal, F_n , aplicada en el centro del nivel n está dada por la expresión:

$$F_i = C_d \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i} \cdot W_i h_i \quad (1.111)$$

donde:

C_d Coeficiente sísmico de diseño, art. 206, RCDF93 y sección 3, NTC's de Sismo.

$$C_d = C / Q$$

W_i Peso del nivel i.

h_i Altura del nivel i sobre el desplante.

Puede demostrarse que el análisis estático es un caso particular del análisis dinámico; en efecto, a partir de la ecuación 1.88 se tiene

$$\ddot{q}_n(t) + 2 \varphi_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \sum \ddot{x}_s(t) / M_n^*$$

La amplitud modal máxima está dada por la expresión 1.101:

$$q_{\max n} = \frac{\mathcal{Q}_n S_{d,n}}{M_n^*} = \frac{\mathcal{Q}_n S_{pa}}{\omega_n^2 M_n^*}$$

Para el primer modo:

$$q_{\max 1} = \frac{\mathcal{Q}_1 S_{pa}}{\omega_1^2 M_1^*}$$

El vector de desplazamientos máximos de la estructura, para ese modo, es:

$$D_{\max 1} = \Phi_1 q_{\max 1}$$

El vector de fuerzas de inercia correspondiente resulta:

$$F_{\max 1} = K D_{\max 1} = K \Phi_1 \frac{\mathcal{Q}_1}{\omega_1^2 M_1^*} S_{pa} = M \Phi_1 \omega_1^2 \frac{\mathcal{Q}_1}{\omega_1^2 M_1^*} S_{pa} = M \Phi_1 \frac{\mathcal{Q}_1}{M_1^*} S_{pa}$$

El vector de fuerzas cortantes respectivas es:

$$V_{\max 1} = J^T F_{\max 1} = J^T M \Phi_1 \frac{\mathcal{Q}_1}{M_1^*} S_{pa} = \mathcal{Q}_1 \frac{\mathcal{Q}_1}{M_1^*} S_{pa}$$

de donde:

$$\frac{V_{\max 1}}{\mathcal{Q}_1} = \frac{\mathcal{Q}_1}{M_1^*} S_{pa}$$

así, el vector de fuerzas de inercia es:

$$F_{\max 1} = M \Phi_1 \frac{V_{\max 1}}{\mathcal{Q}_1}$$

por lo que la fuerza de inercia en la masa j es:

$$F_j = m_j \Phi_{1,j} \frac{V_{\max 1}}{\Phi_1^T M J} = \frac{w_j}{g} \Phi_{1,j} \frac{W C}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{g} \Phi_{1,i}}$$

Como se mencionó en I.B.6.a. se requiere conocer la forma deformada de la estructura para conocer las fuerzas que se generan, en este método se supone que la configuración deformada correspondiente al primer modo es lineal, así:

$$\Phi_{1,j} = \frac{h_j}{H}$$

y la fuerza de inercia en la masa j es:

$$F_j = w_j \frac{h_j}{H} \frac{W C}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i h_i}{H}}$$

$$F_j = C \frac{W}{\sum_{i=1}^n w_i h_i} w_j h_j$$

La expresión anterior es equivalente a la de la ecuación 1.111

Los aspectos sobresalientes del método estático son los siguientes:

- Solo se considera el modo fundamental.
- La configuración aproximada de este modo es lineal; $\phi_{1j} = h_j / H$
- La masa equivalente del primer modo es 'igual' al total de la estructura (Carga Muerta + Carga Viva Máxima)
- Se emplea la ordenada espectral máxima 'C' del espectro de diseño, independientemente del periodo estructural.

b. Método simplificado de análisis.

Este tipo de análisis es aplicable a estructuras que cumplan simultáneamente los siguientes requisitos:

- En cada planta, al menos el 75 por ciento de las cargas verticales están soportadas por muros ligados entre sí por un sistema de piso suficientemente rígido y resistente al corte.
- La relación entre longitud y ancho en planta es menor que 2.0
- La relación entre la altura y el ancho de la base no excede de 1.5 y la altura del edificio es menor que 13 m.

La razón de las limitaciones anteriores obedece al buen comportamiento sísmico que en general han tenido las estructuras que cumplen con estos requisitos. Con este método sólo se necesita verificar que la resistencia al corte en cada dirección es suficiente; no es necesario calcular la distribución de elementos mecánicos en los distintos muros que formen la construcción, tampoco se hace necesario verificar desplazamientos, torsiones y momentos de volteo.

Los coeficientes de diseño para obtener las fuerzas cortantes en cada nivel se presentan en las NTC's de Sismo. Estos se obtuvieron de acuerdo con el método estático, aplicando la reducción que allí se permite en función del valor de Q y del periodo fundamental de vibración del inmueble. Se tomó $Q = 1$ ó 1.5 según el tipo de muros. El periodo fundamental se estimó en función de la altura y del tipo de suelo de cimentación. Los coeficientes para edificios en las zonas II y III resultaron muy próximos entre sí, así que se adoptó su promedio para ambas zonas a fin de simplificar las tablas (Instituto de Ingeniería, UNAM, comentarios a las NTC's de Sismo).

c. Análisis sísmico dinámico modal.

Conforme con las NTC's de Sismo toda estructura puede analizarse con un método dinámico, pero con carácter obligatorio aquellas cuya altura exceda 60 m. Los métodos aceptados de análisis dinámico son el análisis sísmico dinámico modal espectral, ASDME y el cálculo paso a paso de respuesta a temblores específicos.

(1). Análisis sísmico dinámico modal espectral.

Este método es de aplicación general cuando se requiere determinar la respuesta lineal de estructuras de varios grados de libertad; se basa en el hecho de que la respuesta total es la superposición de las respuestas de los diferentes modos naturales de vibración.

De acuerdo con las NTC's de Sismo en este método de análisis debe incluirse el efecto de todos los modos naturales de vibración con periodo mayor o igual a 0.4 seg y es obligatorio considerar los tres primeros modos de translación en cada dirección de análisis.

Una vez que se han determinado los modos de vibrar de la estructura, es necesario combinarlos para conocer su comportamiento ante una excitación dinámica específica, tomando en cuenta la contribución de cada modo. La respuesta final será la combinación de las respuestas independientes de cada uno de los modos, multiplicadas por un factor, denominado coeficiente de participación, ec. 1.88, que al desarrollarla, se convierte en la siguiente expresión:

$$C_n = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{ni}}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{ni}^2} \quad (1.112)$$

donde:

- m_i Masa del nivel i .
- ϕ_{ni} Amplitud del modo n para la masa i .
- n Número de niveles, grados de libertad.

Con este coeficiente de participación se calculan las respuestas modales y se combinan como se establece en las NTC's de Sismo, para calcular las respuestas totales con las expresiones 1.108 o 1.109:

$$R_{RSC} = \sqrt{\sum_{n=1}^N R_n^2}$$

$$R_{CCC} = \sqrt{\sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N R_n \rho_{nj} R_j}$$

para sistemas remotamente acoplados y estrechamente acoplados, respectivamente; ésto es, que los periodos de los modos naturales en cuestión difieran al menos 10% entre sí, o no. La fuerza cortante basal calculada con este método no debe ser menor que 80% de la que corresponde al análisis estático.

(2). Análisis paso a paso.

Para aplicar este método las NTC's de Sismo exigen que se usen por lo menos cuatro movimientos representativos. Con esto se pretende evitar que se adopten diseños que puedan resultar inseguros porque la estructura en cuestión sea poco sensible a las características detalladas de un temblor particular, pero responda en condiciones más desventajosas ante otro, que difiera en los detalles, pero que sea representativo de la misma intensidad, duración y contenido de frecuencia que el primero.

En general no se aplica para fines de diseño, por los tiempos de computadora requeridos, sino más bien para fines de revisión del comportamiento de edificios que han sido sometidos a sismos intensos y han tenido o no daños importantes.

En este método se puede suponer comportamiento elástico de la estructura o bien comportamiento no lineal, según diversas idealizaciones.

Al igual que en el método anterior, la fuerza cortante basal calculada con este método no deberá ser menor que 80 por ciento de la que predice el análisis estático.

D. REFERENCIAS.

1. Biggs, J., M., "Introduction to Structural Dynamics", Mc Graw Hill, 1964.
2. Hurty W. C. y Rubinstein M. F., "Dynamics of Structures", Prentice Hall, 1964.
3. Newmark, N. M. y Rosenblueth E., "Fundamentals of Earthquake Engineering", Prentice Hall, 1971.
4. Timoshenko, S., Young, D. H. y Weaver, W. "Vibration Problems in Engineering", John Wiley, 1974.
5. Clough, R. W. y Penzien, J., "Dynamics of Structures", McGraw Hill, 1993.
6. Craig, R. R., "Structural Dynamics: An introduction to Computer Methods", John Wiley, 1981.
7. Capra, A. y Davidovici, D., "Calcul Dynamique des Structures en zone sismique", Eyrolles, 1982.
8. Tuma, J. J. y Cheng, F. Y., "Dynamic Structural Analysis", Mc Graw Hill Schaum's, 1983.
9. Kiseliov, V. A., "Mecánica de Construcción", Mir, 1983.
10. Paz, M., "Structural Dynamics: Theory & Computation", 2a. Ed. Van Nostrand, 1997.
11. Dowrick, D. J., "Earthquake Resistant Design: A Manual for Engineers and Architects", 2a. Ed., John Wiley, 1986.
12. Anónimo, "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Julio 14, 1993; Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, Agosto 2, 1993.
13. Anónimo, "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Febrero 24, 1995; Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, Febrero 27, 1995.
14. Grupo Ingeniería Integral, S. A., "Manual de Análisis Sísmico de Edificios", DDF - PNUD - Habitat, 1988.
15. Rioboó, S. A., "Manual para la Estructuración de Edificios", DDF - PNUD - Habitat, 1988.
16. Naeim, F., "The seismic Design Handbook", Van Nostrand, 1989.
17. Zacek, M., "Construire Parasismique", Editions Parentheses, 1996.

EJEMPLOS SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD VIBRACIONES LIBRES SIN AMORTIGUAMIENTO

VIBRACIONES LIBRES CON AMORTIGUAMIENTO

Datos

905

12

15

4

208.4

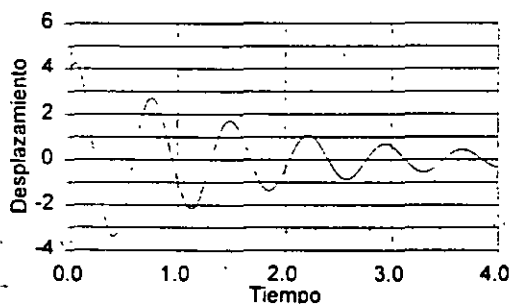
VIBRACIÓN SUBAMORTIGUADA

0

4

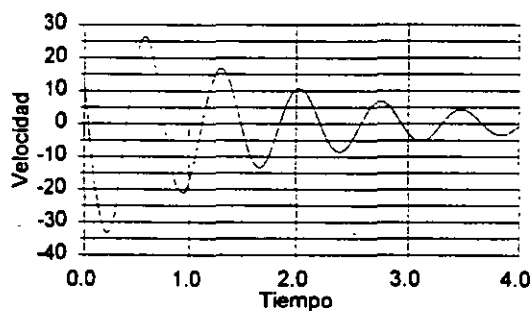
DESPLAZAMIENTO

VLCA



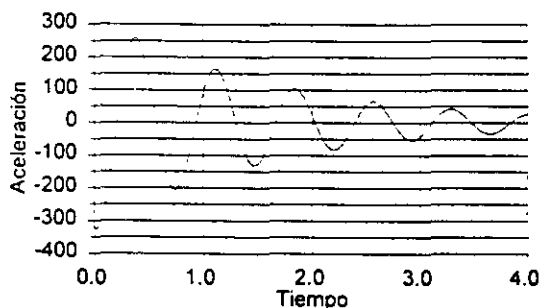
VELOCIDAD

VLCA



ACELERACIÓN

VLCA



EJEMPLOS SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD VIBRACIONES LIBRES CON AMORTIGUAMIENTO

VIBRACIONES LIBRES SIN AMORTIGUAMIENTO

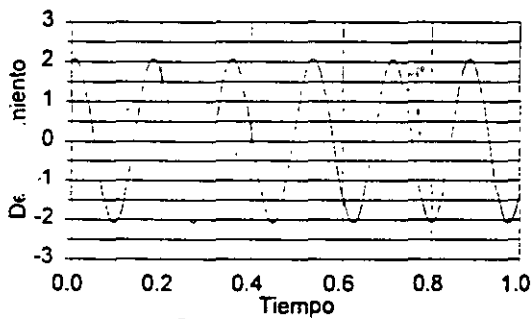
Datos

905	
0.71	
2	
20	
0	
1	

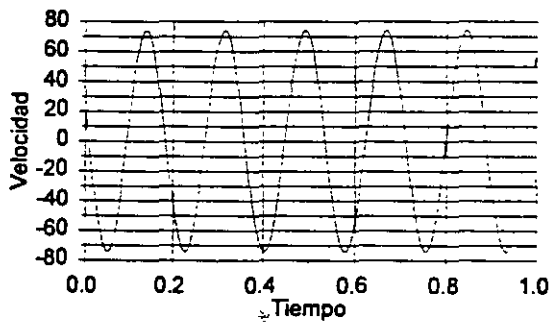
```

d1(0)= 0.560 sen 35.702 t + 2.000 cos 35.702 t
d1(0)= 20.000 cos 35.702 t + 2.000 sen 35.702 t
d1(0)= 20.000 sen 35.702 t + 2.000 cos 35.702 t
    
```

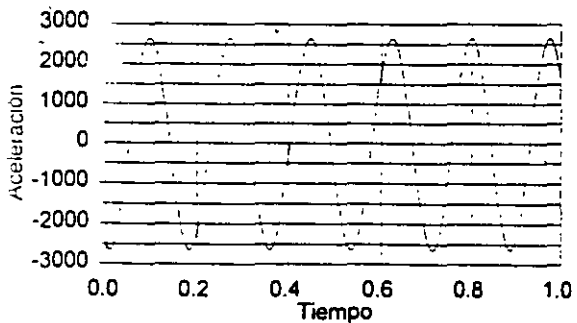
DESPLAZAMIENTO
VLSA



VELOCIDAD
VLSA



ACELERACIÓN
VLSA



EJEMPLOS SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD VIBRACIONES FORZADAS SIN AMORTIGUAMIENTO

VIBRACIONES FORZADAS SIN AMORTIGUAMIENTO

Datos

905
0.71

1
0.71

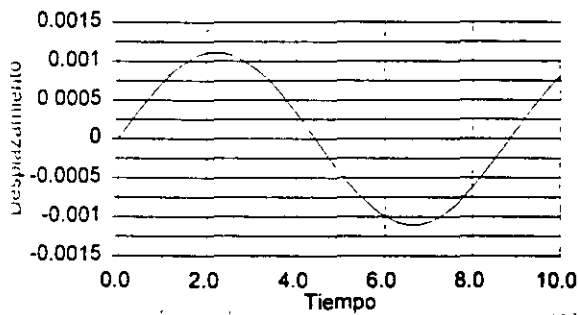
0.0010492
0.0003956

0.5707
0.56
0.576

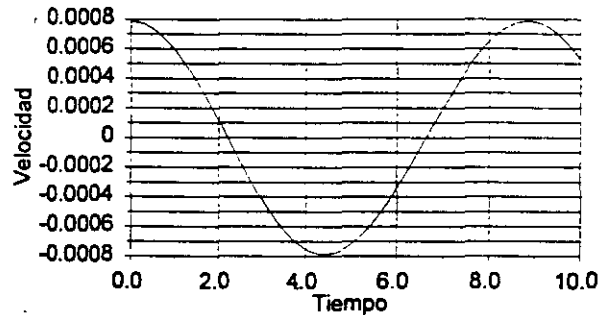
0
10

$x(t) =$	0.001	sen	0.71 t
$\dot{x}(t) =$	0.001	cos	0.71 t
$\ddot{x}(t) =$	0.001	sen	0.71 t

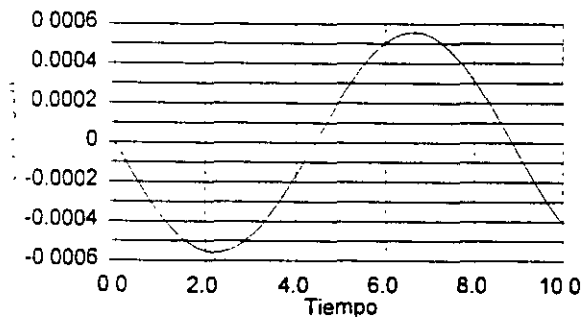
DESPLAZAMIENTO
VFSA



VELOCIDAD
VFSA



ACELERACIÓN
VFSA



MÉTODO DE STODOLA - VIANELLO - NEWMARK.

Este método, en adelante denominado simplemente como método de Newmark, converge al primer modo de vibrar.

Procedimiento:

1. Suponer una configuración deformada de la estructura: ϕ^s_1, ϕ^s_{1n} .
2. Valuar las fuerzas de inercia asociadas a ϕ^s_1 , dejando ω^2 como factor común ya que no se conoce:

$$F_i = m \omega^2 \phi^s_{1n}$$

3. Valuar la fuerza cortante en la estructura

$$V_1 = \sum_{i=1}^I F_{i1n} \quad (\text{función de } \omega^2)$$

4. Calcular los desplazamientos correspondientes:

$$\delta_{1n} = V_{1n} / k_n = \sum m_n \phi^s_{1n} \quad (\text{función de } \omega^2)$$

5. Obtener la configuración calculada ϕ^c = como la suma acumulativa de los incrementos de deformación de abajo hacia arriba:

$$\phi^c_{1c} = \sum_{i=1}^I \delta_{1n}$$

6. Normalizar:

$$\hat{\phi}^c = \frac{\phi^c_{1n}}{\phi^c_{11}}$$

7. Comparar:

$$\hat{\phi}^c_n \doteq \phi^s_n$$

con un error de:

$$\epsilon_s = \left[\frac{\phi^s_1 - \hat{\phi}^c_1}{\phi^s_1} \right] \leq \text{Tolerancia } V_1$$

si no se cumple, repetir el proceso desde el paso 1, haciendo: $\phi^s = \phi^c$

Aplicación del método de Newmark al cálculo de los modos superiores

Para calcular el segundo modo de vibrar con este método, se tiene que quitar a la configuración supuesta la participación del primer modo: $a_1 \phi_{11}$, para lo cual es necesario conocer ϕ_{11} y a_1 . ϕ_{11} se calcula con el procedimiento ya conocido; para conocer a_1 se recurre a la propiedad de ortogonalidad de los modos.

$$\phi^{\text{supuesto}}_s = a_1 \phi_1 + a_2 \phi_2 + \dots + a_r \phi_r + a_s \phi_s + \dots + a_N \phi_N$$

Premultiplicando por $\phi_r^T M$:

$$\phi_r^T M \phi^{\text{supuesto}}_s = a_1 \phi_r^T M \phi_1 + a_2 \phi_r^T M \phi_2 + \dots + a_1 \phi_r^T M \phi_1 + \dots + a_r \phi_r^T M \phi_r + a_s \phi_r^T M \phi_s + \dots + a_N \phi_r^T M \phi_N$$

Aplicando la condición de ortogonalidad:

$$\phi_r^T M \phi^{\text{supuesto}}_s = a_1 \times 0 + a_2 \times 0 + \dots + a_1 \times 0 + \dots + a_r \times 0 + a_s \times 0 + \dots + a_N \times 0$$

Se desconoce a_r :

$$a_r = \frac{\phi_r^T M \phi_s}{\phi_r^T M \phi_r}$$

Por ejemplo, para el 2do modo:

conocidos φ_1, ω_1

$r = 1 ; s = 2$

$$a_1 = \frac{\phi_1^T M \phi_2}{\phi_1^T M \phi_1}$$

$$\varphi^2_1 = \varphi^s_2 - a_1 \varphi_1$$

Para el tercer modo:

conocidos: φ_1, ω_1

φ_2, ω_2

$r = 1 ; s = 3$

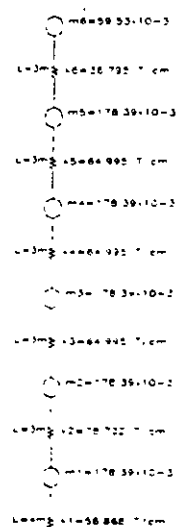
$$a_1 = \frac{\phi_1^T M \phi_3}{\phi_1^T M \phi_1}$$

$r = 2 ; s = 3$

$$a_2 = \frac{\phi_2^T M \phi_3}{\phi_2^T M \phi_2}$$

$$\varphi^s_3 = \varphi^s_3 - a_1 \varphi_1 - a_2 \varphi_2$$

EJEMPLO 1. Calcular la frecuencia y configuración modal del primer modo de vibrar de la estructura representada por el modelo matemático siguiente:



Solución:

Antes de proceder a realizar la tabulación para seguir los pasos del método, conviene uniformizar a un mismo valor las masas y las rigideces.

En este caso se uniformará A.

$$m = 178.39 \times 10^{-3} \text{ (tonfseg}^2\text{) / cm}$$

$$k = 64.995 \text{ tonf/cm}$$

El modelo matemático simplificado resulta:

Cálculo del primer modo de vibrar .



1^{ra} iteración

N	E	m	k	ϕ_1^s	f_1/ω^2	ψ/ω^2	δ/ω^2	ϕ^c/ω^2	ϕ^c_1
6		0.334 m		3940	1.316 m		-	54.577 m/k	3349
	6		0.566 k			1.316 m	2.325 m/k		
5		m		3824	3.824 m			52.252 m/k	3207
	5		k			5.140 m	5.140 m/k		
4		m		3412	3.412 m			47.112 m/k	2891
	4		k			8.552 m	8.552 m/k		
3		m		2765	2.765 m			38.560 m/k	2366
	3		k			11.317 m	11.317 m/k		
2		m		1941	1.941 m			27.243 m/k	1672
	2		1.211 k			13.258 m	10.948 m/k		
1		m		1000	m			16.295 m/k	1000
	1		0.875 k			14.258 m	16.295 m/k		
								0	

$$k = 64.995 \text{ ton}_f / \text{cm}$$

$$m = 178.39 \times 10^{-3} \text{ ton}_f \text{seg}^2 / \text{cm}$$

2^{da} iteración

N	E	m	k	ϕ^s_1	f_1/ω^2	$\mathcal{L}^s/\omega^2$	δ/ω^2	ϕ^c/ω^2	ϕ^c_1
6		0.334 m		3349	1.119 m		-	46.403 m / k	3313
	6		0.566 k			1.119 m	1.977 m / k		
5		m		3207	3.207 m			44.426 m / k	3172
	5		k			4.326 m	4.326 m / k		
4		m		2891	2.891 m			40.100 m / k	2863
	4		k			7.217 m	7.217 m / k		
3		m		2366	2.366 m			32.883 m / k	2348
	3		k			9.583 m	9.583 m / k		
2		m		1672	1.672 m			23.300 m / k	1664
	2		1.211 k			11.255 m	9.294 m / k		
1		m		1000	m			14.006 m / k	1000
	1		0.875 k			12.225 m	14.006 m / k		
								0	

3^{ra} iteración

N	E	m	k	ϕ_1^s	f_1 / ω^2	ψ / ω^2	δ / ω^2	ϕ^c / ω^2	ϕ^c_1
6		0.334 m		3313	1.107 m			45.968 m / k	3309
	6		0.566 k			1.107 m	1.956 m / k		
5		m		3172	3.172 m			44.012 m / k	3169
	5		k			4.279 m	4.279 m / k		
4		m		2863	2.863 m			39.733 m / k	2861
	4		k			7.142 m	7.142 m / k		
3		m		2348	2.348 m			32.591 m / k	2346
	3		k			9.490 m	9.490 m / k		
2		m		1664	1.664 m			23.101 m / k	1663
	2		1.211 k			11.154 m	9.211 m / k		
1		m		1000	m			13.890 m / k	1000
	1		0.875 k			12.154 m	13.690 m / k		
								0	

4^{ta} iteración

N	E	m	k	ϕ_1^*	f_1 / ω^2	U^e / ω^2	δ / ω^2	ϕ^e / ω^2	ϕ^{*e}_1
6		0.334 m		3309	1.105 m			45.923 m / k	3309
	6		0.566 k			1.105 m	1.952 m / k		
5		m		3169	3.169 m			43.971 m / k	3168
	5		k			4.274 m	4.274 m / k		
4		m		2861	2.861 m			39.697 m / k	2860
	4		k			7.135 m	7.135 m / k		
3		m		2346	2.346 m			32.562 m / k	2346
	3		k			9.481 m	9.481 m / k		
2		m		1663	1.663 m			23.081 m / k	1663
	2		1.211 k			11.144 m	9.202 m / k		
1		m		1000	m			13.879 m / k	1000
	1		0.875 k			12.144 m	13.879 m / k		
								0	

$$\omega_1^2 = (0.439 / 6) (k / m) = 0.072 \times 64.995 / 178.39 \times 10^{-3} = 26.658 \text{ rad} / \text{seg}^2$$

$$\omega_1 = 5.163 \text{ rad} / \text{seg}$$

$$T_1 = 2 / \omega_1 = 2 / 5.163 = 2.217 \text{ seg}$$

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 1.000 \\ 1.663 \\ 2.346 \\ 2.860 \\ 3.168 \\ 3.309 \end{bmatrix}$$

EJEMPLO 2. Para la estructura representada por el modelo matemático del Ejemplo 1, calcular la configuración modal del segundo y tercer modo y sus respectivas frecuencias naturales y periodos asociados al segundo y tercer modo de vibrar

Cálculo del segundo modo de vibrar:

N	E	m	k	ϕ_1	ϕ_2	$a_1\phi_1$	$a_2 - a_1\phi_1$	f/ω^2	l^2/ω^2	δ/ω^2	ϕ^e/ω^2	ϕ^e
6		0.334 m		3309	-1377	109	-13879	-0.4636m			-2.5980m/k	-14387
	6		0.566 k						-0.4636m	-0.8191m/k		
5		m		3168	-1093	104	-11034	-1.034m			-1.7789m/k	-9581
	5		k						-1.5670m	-1.5671m/k		
4		m		2860	-127	94	-1364	-0.1364m			-0.2110m/k	-1173
	4		k						-1.7034m	-1.7034m/k		
3		m		2346	915	77	9073	0.9073m			1.4915m/k	8259
	3		k						-0.7961m	-0.7961m/k		
2		m		1663	1385	55	13795	1.3795m			2.2876m/k	12668
	2		1.211 k						0.5834m	0.4818m/k		
1		m		1000	1000	33	967	0.9967m			1.8058m/k	1000
	1		0.875 k						1.5801m	1.8058m/k		
											0	

$$a_1 = \frac{\sum m_i \phi_{1i} \phi_{2i}}{\sum m_i (\phi_{1i})^2}$$

$$a_1 = \frac{0.102}{31.142} = 0.0033$$

2^{da} iteración

N	E	m	k	ϕ_1	ϕ_2	$a_1 \phi_1$	$a_2 - a_1 \phi_1$	f / ω^2	γ / ω^2	δ / ω^2	ϕ^c / ω^2	ϕ^e_1
6		0.334 m		3309	-14387	-2	-14385	-0.4805m			-2.5053m/k	-14513
	6		0.566 k						-0.4805m	-0.8489m/k		
5		m		3168	-9851	-2	-9849	-0.9849m			-1.6564m/k	-9595
	5		k						-1.4654m	-1.4654m/k		
4		m		2860	-1173	-2	-1171	-0.1171m			-0.1910m/k	-1106
	4		k						-1.5825m	-1.5825m/k		
3		m		2346	8259	-2	8261	0.8261m			1.3915m/k	8061
	3		k						-0.7564m	-0.7564m/k		
2		m		1663	12668	-1	12669	1.2669m			2.1479m/k	12442
	2		1.211 k						0.5105m	0.4216m/k		
1		m		1000	1000	-1	10001	1.0001m			1.7263m/k	10000
	1		0.875 k						1.5105m	1.7263m/k		
											0	

$$a_1 = \frac{\sum m_i \phi_{1i} \phi_{2i}}{\sum m_i (\phi_{1i})^2}$$

$$a_1 = \frac{-0.0021}{31.1422} = -0.0001$$

$$\omega_2^2 = (3.5457 / 6) (k / m) = 0.5910 \times 64.995 / 178.39 \times 10^{-3} = 215.308 \text{ rad} / \text{seg}^2$$

$$\omega_2 = 14.673 \text{ rad} / \text{seg}$$

$$T_2 = 2 / \omega_2 = 2 / 14.673 = 0.428 \text{ seg}$$

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} 1.000 \\ 1.244 \\ 0.806 \\ -0.111 \\ -0.960 \\ -1.451 \end{bmatrix}$$

Cálculo del tercer modo de vibrar

N	E	m	k	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	$a_1\phi_1$	$a_2\phi_2$	ϕ_3	f/ω^2	l^2/ω^2	δ/ω^2	ϕ^c/ω^2	ϕ^c
6		0.334 m		3309	-1451	12731	168	-192	12755	0.4260m			1.0907m/k	14713
6			0.566 k								0.4260m	0.7527m/k		
5		m		3168	-960	6893	160	-123	6856	0.6856m			0.3380m/k	4503
5			k								1.116m	1.1116m/k		
4		m		2860	-111	-11880	145	-15	-12010	-1.2010m			-0.7736m/k	-10436
4			k								-0.0894m	0.0894m/k		
3		m		2346	806	-10385	119	107	-10611	-1.0611m			-0.6842m/k	-9230
3			k								1.1505m	1.1505m/k		
2		m		1663	1244	8424	84	165	8175	0.8175m			0.4663m/k	6290
2			1.211 k								-0.3330m	0.2750m/k		
1		m		1000	1000	10000	51	133	9816	0.9816m			0.7413m/k	10000
1			0.875 k								0.6486m	0.7413m/k		
													0	

$$a_1 = \frac{\sum m_1 \phi_{11} \phi_{31}}{\sum m_1 (\phi_{11})^2} = \frac{0.1577}{31.1422} = 0.0051$$

$$a_2 = \frac{\sum m_1 \phi_{21} \phi_{31}}{\sum m_1 (\phi_{21})^2} = \frac{0.0641}{4.8343} = 0.0133$$

2^{da} iteración

N	E	m	k	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	$a_1\phi_1$	$a_2\phi_2$	ϕ_3	f/ω^2	z/ω^2	δ/ω^2	ϕ^e/ω^2	ϕ^e
6		0.334 m		3309	-1451	14713	-55	-27	14795	0.4942m			1.1273m/k	15873
	6		0.566 k								0.4942m	0.8731m/k		
5		m		3168	-960	4503	-52	-18	4573	0.4573m			0.2542m/k	3579
	5		k								0.9515m	0.8515m/k		
4		m		2860	-111	-10436	-47	-2	-10387	-1.0387m			-0.6973m/k	-9818
	4		k								-0.0872m	-0.0872m/k		
3		m		2346	806	-9230	-39	15	-9206	-0.9206m			-0.6101m/k	-8591
	3		k								-1.0078m	-1.0078m/k		
2		m		1663	1244	6290	-27	23	6294	0.6294m			0.3977m/k	5600
	2		1.211 k								-0.3784m	0.3125m/k		
1		m		1000	1000	10000	-17	19	998	0.9998m			0.7102m/k	10000
	1		0.875 k								0.6214m	0.7102m/k		
													0	

$$a_1 = \frac{\sum m_1 \phi_{11} \phi_{31}}{\sum m_1 (\phi_{11})^2} = \frac{-0.0514}{31.1422} = -0.0017$$

$$a_2 = \frac{\sum m_1 \phi_{21} \phi_{31}}{\sum m_1 (\phi_{21})^2} = \frac{0.0090}{4.8343} = 0.0019$$

3^{ra} iteración

N	E	m	k	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	$a_1\phi_1$	$a_2\phi_2$	ϕ_3	f/ω^2	$2\delta/\omega^2$	δ/ω^2	ϕ^e/ω^2	ϕ^e
6		0.334 m		3309	-1451	15873	-4	-1	15878	0.5303m			1.1534m/k	16586
	6		0.566 k								0.5303m	0.9369m/k		
5		m		3168	-960	3579	-4	-1	3584	0.3584m			0.2165m/k	3113
	5		k								0.8887m	0.8887m/k		
4		m		2860	-111	9818	-4	0	-9814	-0.9814m			-0.6722m/k	-9666
	4		k								-0.0927m	0.0927m/k		
3		m		2346	806	8591	-3	1	-8589	-0.8589m			-0.5795m/k	-8333
	3		k								-0.9516m	0.9516m/k		
2		m		1663	1244	5600	-2	1	5601	0.5601m			0.3721m/k	5351
	2		1.211 k								-0.3915m	0.3233m/k		
1		m		1000	1000	10000	-1	1	10000	m			0.6954m/k	10000
	1		0.875 k								0.6085m	0.6954m/k		
													0	

$$a_1 = \frac{\sum m_i \phi_{1i} \phi_{3i}}{\sum m_i (\phi_{1i})^2} = \frac{-0.0040}{31.1422} = -0.0001$$

$$\omega_3^2 = (8.9154 / 6) (k / m) = 1.4859 \times 64.995 / 178.39 \times 10^3 = 541.376 \text{ rad} / \text{seg}^2$$

$$\omega_3 = 23.267 \text{ rad} / \text{seg}$$

$$T_3 = 2 / \omega_3 = 2 / 23.267 = 0.270 \text{ seg}$$

$$\phi_3 = \begin{bmatrix} 1.000 \\ 0.5351 \\ -0.8333 \\ -0.9666 \\ 0.3113 \\ 1.6586 \end{bmatrix}$$



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO I: ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

TEMA

**METODO DE STODOLA – VIANELLO – NEWMARK Y SUPER -
ETABS**

**EXPOSITOR: M. EN I. JOSE LUIS TRIGOS SUAREZ
PALACIO DE MINERIA
AGOSTO DEL 2001**

MÉTODOS DE STODOLA-VIANELLO-NEWMARK Y DE HOLZER PARA EL CÁLCULO DE FRECUENCIAS Y CONFIGURACIONES MODALES

ENRIQUE DEL VALLE C*

Para calcular las frecuencias y configuraciones modales de estructuras idealizadas como una serie de masas unidas por resortes, sin amortiguamiento, en vibración libre, se puede suponer que cada masa se mueve en movimiento armónico simple definido por $X = X_0 \cos wt$ o $X = X_0 \sin wt$ donde X_0 define la amplitud y w la frecuencia circular del movimiento.

La aceleración estará dada entonces por $\ddot{X} = -w^2 X_0 \cos wt$ ó $\ddot{X} = -w^2 X_0 \sin wt = -w^2 X$ y las fuerzas de inercia a que estará sometida cada masa, de acuerdo con la segunda ley de Newton, serán $F_i = m\ddot{X} = -mw^2 X$.

Por otro lado, la fuerza restitutiva que aparece en cada resorte estará dada por $F_e = R\Delta X$, donde R es la rigidez de entrepiso, que podemos definir como la fuerza cortante que es necesario aplicar para producir un desplazamiento unitario entre dos niveles consecutivos: $R = V/\Delta X$, para $\Delta X = 1$.

Vemos entonces, que las fuerzas a que se verá sujeta cada masa dependerán de X y de w^2 únicamente.

Por otro lado, sabemos que para conocer un modo de vibrar necesitamos conocer tanto la frecuencia w (o período T) como la configuración modal relativa, y que si la estructura está vibrando en un modo dado, la frecuencia del movimiento de cada masa será la misma.

Tomando en cuenta lo anterior, se pueden emplear dos métodos numéricos para el cálculo de las frecuencias y configuraciones modales.

*Profesor Titular, División de Estudios de Posgrado, Fac. de Ingeniería UNAM.

El método propuesto por Stodola-Vianello-Newmark, con
siste en:

1. Suponer una configuración deformada de la estructu
ra:

$$X_{i \text{ supuesta}}$$

2. Valuar las fuerzas de inercia asociadas a esa con-
figuración $F_i = -mw^2 X_i$, dejando w^2 como factor co-
mún cuyo valor no conocemos.
3. Valuar la fuerza cortante en la estructura, como
la suma acumulativa de las fuerzas de inercia de
arriba abajo del edificio: $V_i = \sum_{j=i}^n F_j$ (función de w^2)
4. Calcular los incrementos de deformación correspon-
dientes a las fuerzas cortantes.

$$\Delta X_i = \frac{V_i}{R_i} \quad (\text{función de } w^2).$$

5. Obtener la configuración calculada de la estructu-
ra como la suma acumulativa de los incrementos de
deformación, de abajo hacia arriba.

$$X_{i \text{ calc}} = \sum_{i=1}^n \Delta X_i = \text{coef. } w^2$$

Esto nos dará un coeficiente multiplicado por w^2
para cada masa.

6. Si la estructura está vibrando en un modo la confi-
guración calculada será proporcional a la supuesta,
y el factor de proporcionalidad será w^2 . Esto es,
para cada masa podremos calcular.

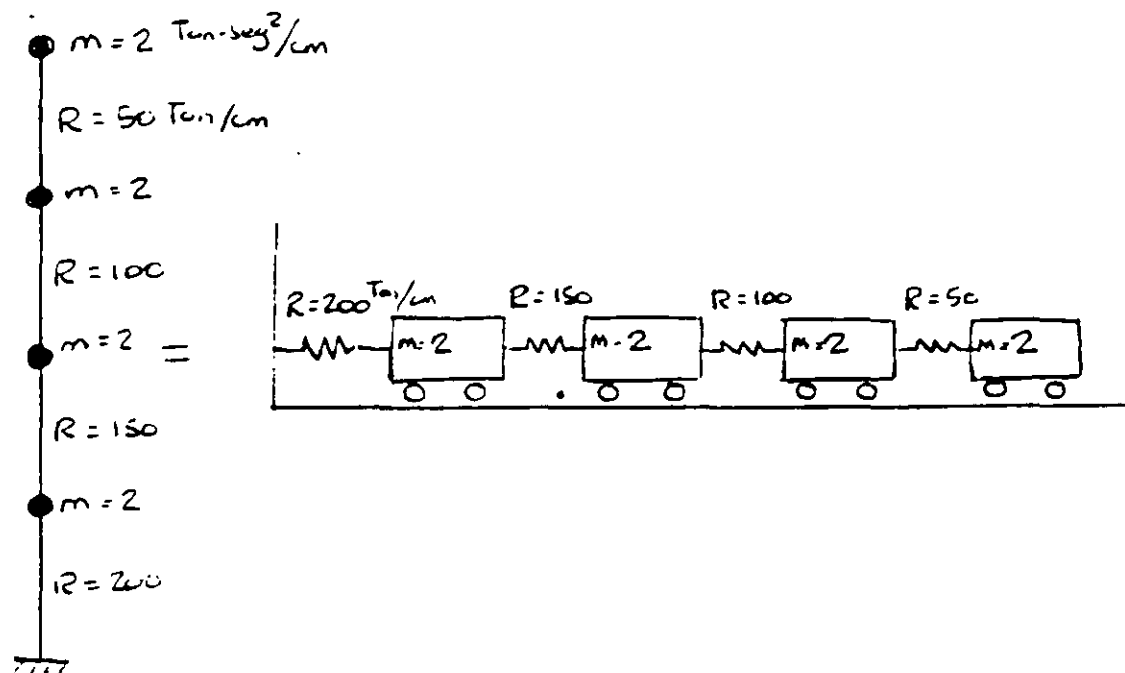
$$w^2 = \frac{X_{\text{supuesta}}}{\text{Coef. de } X_{\text{calc.}}}$$

En general, los valores de w^2 calculados para cada
masa, no serán iguales en el primer ciclo, pero el

método es de rápida convergencia si se usa como nueva configuración supuesta la obtenida al final de cada ciclo, de preferencia normalizándola, esto es, haciendo que la deformación de una de las masas, por ejemplo la primera, tenga siempre el mismo valor, con objeto de observar como se modifica la configuración relativa después de cada ciclo. Los valores de w^2 obtenidos en cada ciclo nos dan también un intervalo de valores que se va cerrando hasta que se obtiene finalmente los mismos valores para todas las masas.

El método descrito anteriormente converge siempre hacia el modo más bajo que esté presente en la configuración supuesta, y dado que al suponer una configuración ésta estará formada por una combinación lineal de todos los modos posibles, el modo más bajo será el primero o fundamental. Más adelante se indica como hacer para calcular modos superiores.

Ejemplo. Calcular la frecuencia y configuración modal del primer modo de vibrar de la estructura representada por el modelo matemático siguiente.



Para realizar los pasos antes indicados conviene usar una tabulación como la siguiente:

1er. Ciclo.

Nivel	$\frac{\text{ton seg}^2}{\text{cm m}}$	$\frac{\text{ton}}{\text{cm R}}$	$\text{cm}^* X_{\text{sup}}$	$F_i = m w^2 X$	V	$\Delta X = \frac{V}{R}$	X_{calc}	w^2	X_{sup}
4	2	50	4	$8w^2$	$8w^2$	$0.16w^2$	$0.52w^2$	$7.692 = \frac{4}{0.52}$	5.2
3	2	100	3	$6w^2$	$14w^2$	$0.14w^2$	$0.36w^2$	$8.333 = \frac{3}{0.36}$	3.6
2	2	150	2	$4w^2$	$18w^2$	$0.12w^2$	$0.22w^2$	$9.091 = \frac{2}{0.22}$	2.2
1	2	200	1	$2w^2$	$20w^2$	$0.1w^2$	$0.1w^2$	$10.0 = \frac{1}{0.1}$	1
0							0		

Nótese que los valores R, V y ΔX están defasados, pues corresponden al entrepiso.

* Para iniciar el cálculo puede usarse cualquier valor de X. En general, el método convergirá más rápido entre más acertada sea la configuración supuesta, pero si se supone por ejemplo una configuración que se parezca a un segundo, tercero o cuarto modo, de cualquier manera, al término de algunos ciclos más, llegaremos al primer modo.

** Nótese que en este caso, el valor de w^2 estará comprendido entre

$$7.692 \frac{1}{\text{seg}^2} \text{ y } 10 \frac{1}{\text{seg}^2}$$

*** En un segundo ciclo, usaremos como nueva configuración supuesta la obtenida al final del primer ciclo normalizada de tal modo

que la deformación del primer nivel, sea unitaria, esto es, dividiendo la configuración calculada entre $0.1w^2$ en cada nivel.

2o. Ciclo

Nivel	m	R	X_{sup}	F_i	V	ΔX	X	w^2	X_{sup}
4	2	50	5.2	$10.4w^2$	$10.4w^2$	$0.208w^2$	$0.651w^2$	7.988	5.425
3	2	100	3.6	$7.2w^2$	$17.6w^2$	$0.176w^2$	$0.443w^2$	8.126	3.692
2	2	150	2.2	$4.4w^2$	$22w^2$	$0.147w^2$	$0.267w^2$	8.240	2.225
1	2	200	1.0	$2. w^2$	$24w^2$	$0.120w^2$	$0.120w^2$	8.333	1.0
0							0		

Obsérvese que el intervalo de variación de w^2 se redujo a 7.988 y 8.333 y que las variaciones en la configuración modal fueron mucho menores que las que tuvo el primer ciclo.

Tomando como base de partida nuevamente la configuración calculada, en un tercer ciclo se tiene:

Nivel	m	R	X_{sup}	F	V	ΔX	X	w^2	X_i
4	2	50	5.425	$10.85w^2$	$10.85w^2$	$0.2170w^2$	$0.6739w^2$	8.050	5.461
3	2	100	3.692	$7.384w^2$	$18.234w^2$	$0.1823w^2$	$0.4569w^2$	8.081	3.703
2	2	150	2.225	$4.45w^2$	$22.684w^2$	$0.1512w^2$	$0.2746w^2$	8.103	2.225
1	2	200	1.0	$2.0 w^2$	$24.684w^2$	$0.1234w^2$	$0.1234w^2$	8.104	1.00
0							0		

y finalmente, en un cuarto ciclo, la aproximación se considera suficiente:

Nivel	m	R	X_{sup}	F	V	ΔX	X_{calc}	w^2	X_i
4	2	50	5.461	$10.922w^2$	$10.922w^2$	$0.2184w^2$	$0.6775w^2$	8.061	5.468
3	2	100	3.703	$7.406w^2$	$18.328w^2$	$0.1833w^2$	$0.4591w^2$	8.066	3.705
2	2	150	2.225	$4.45w^2$	$22.778w^2$	$0.1519w^2$	$0.2758w^2$	8.067	2.226
1	2	200	1.00	$2.00w^2$	$24.778w^2$	$0.1239w^2$	$0.1239w^2$	8.071	1.00
0		Σ	12.389			$\Sigma =$	$1.5363w^2$	8.064*	

*El valor final de w^2 lo obtenemos con más precisión dividiendo la suma de X_{sup} entre la suma de coeficientes de X_{calc} . Esto es más preciso que promediar los valores de w^2 de cada nivel.

$$w = \sqrt{8.064} = 2.8397; \quad T = \frac{2\pi}{w} = \frac{6.2832}{2.8397} = 2.213 \text{ seg.}$$

Cálculo de modos superiores empleando este método

Como se indicó antes, el método converge al modo más bajo presente en la configuración supuesta, y al suponer una combinación cualquiera ésta, estará constituida por una combinación lineal de los distintos modos de vibrar:

$X_{sup} = C_1 X_{i1} + C_2 X_{i2} + C_3 X_{i3} + C_4 X_{i4}$, donde X_{i1} a X_{i4} son las configuraciones modales y C_i son coeficientes de participación.

Si queremos calcular el segundo modo de vibrar empleando este método, tendremos que quitar a la configuración supuesta la participación del primer modo: $C_1 X_{i1}$, para lo cual necesitamos conocer X_{i1} y C_1 . X_{i1} la calculamos como se indicó antes y C_1 lo podemos calcular recurriendo a la propiedad de ortogonalidad de los modos de vibración que indica que $\int m_i X_{in} X_{im} = 0$ si $n \neq m$, donde X_{in} y X_{im} son configuraciones modales.

Si multiplicamos la expresión anterior de X_{sup} por $m_i X_{i1}$ y sumamos para todas las masas, considerando que los coeficientes de participación son constantes y pueden salir de la sumatoria, tendremos:

$$\sum m_i X_{i1} X_{\text{sup}} = C_1 \sum m_i X_{i1}^2 + C_2 \sum m_i X_{i1} X_{i2} + C_3 \sum m_i X_{i1} X_{i3} + \dots$$

donde los términos que multiplican a C_2 , C_3 , etc. son nulos por la propiedad de ortogonalidad de los modos, quedando entonces

$$C_1 = \frac{\sum m_i X_{i1} X_{\text{sup}}}{\sum m_i X_{i1}^2}$$

Esta expresión es válida para cualquier modo n .

Por tanto, si queremos calcular el segundo modo de vibrar, supondremos una configuración que se parezca a este modo, es decir, que tenga un punto de deflexión nula, calcularemos el valor de C_1 con la expresión anterior y restaremos a la configuración supuesta para el segundo modo la participación del primer modo $C_1 X_{i1}$, lo que da por resultado una nueva configuración supuesta para el segundo modo en la que el modo más bajo presente es el segundo y por lo tanto, al aplicar el método habrá convergencia hacia este modo. A la operación antes descrita se le llama "limpia" de modos.

Si quisiéramos calcular el tercer modo de vibrar, tendríamos que conocer de antemano las configuraciones correctas de primero y segundo modo, y suponer una configuración que se parezca al tercer modo, (que tenga dos puntos de deflexión nula); calcularíamos dos coeficientes de participación C_1 y C_2 , correspondientes a los modos primero y segundo, en la configuración supuesta y la limpiaríamos para que el modo más bajo presente en ella sea el tercero y el método converja a este modo.

Esto es:

$$X_{i3sup} = C_1 X_{i1} + C_2 X_{i2} + C_3 X_{i3} + C_4 X_{i4} + \dots$$

$$C_1 = \frac{\sum m X_{i1} X_{i3sup}}{\sum m X_{i1}^2} ; C_2 = \frac{\sum m X_{i2} X_{i3sup}}{\sum m X_{i2}^2}$$

$$\bar{X}_{i3sup} = X_{i3sup} - C_1 X_{i1} - C_2 X_{i2} = C_3 X_{i3} + C_4 X_{i4} + \dots$$

De manera semejante se procede para calcular otros modos superiores.

En la práctica, y debido a errores numéricos o de aproximación que van acarreándose en obata con una sola limpia. Para lograr convergencia adecuada da buen resultado limpiar la configuración calculada al cabo de cada ciclo, antes de calcular los valores de w^2 . Esa misma configuración limpiada, normalizada, nos sirve como nueva configuración para un nuevo ciclo. Es conveniente llevar cuando menos tres cifras significativas en los cálculos.

Para fijar ideas, calcularemos tres ciclos del segundo modo de vibrar de la estructura para la cual calculamos anteriormente el primer modo.

Ni- vel	n	R	X_{i1}	mX_{i1}^2	mX_{i1}^2	X_{i2sup}	$mX_{i1}X_{i2sup}$	$-C_1 X_{i1}$	$\bar{X}_{i2}$	$F_{i2} = \frac{mX_{i2}^2}{mX_{i2sup}^2}$	v	ΔX	X Calc.
4	2	50	5.468	10.936	59.798	-1.0	-10.936	-0.054	-1.054	-2.108w ²	-2.108w ²	-0.0422w ²	-0.0334w ²
3	2	100	3.705	7.41	27.454	0	0	-0.036	-0.036	-0.072w ²	-2.180w ²	-0.0218w ²	0.0088w ²
2	2	150	2.226	4.452	9.910	2.0	9.910	-0.022	1.978	3.956w ²	1.776w ²	0.0118w ²	0.0306w ²
1	2	200	1.00	2.0	2.0	1.0	2.0	-0.010	0.990	1.980w ²	3.756w ²	0.0188w ²	0.0188w ²
0					$\Sigma = 99.162$		$\Sigma = 0.974$						

DATOS

$$C_1 = \frac{0.974}{99.162} = 0.00982$$

*La configuración supuesta puede ser cualquiera, pero desde luego es conveniente que se parezca a un segundo modo, esto es, que tenga un cambio de signo en la configuración.

i	$m\bar{x}_{i1}x_{calc}$	$-C_1x_{i1}$	$\bar{x}_{2calc}$	w^2	x_{i2sup}^{**}	$m\bar{x}_{i2sup}w^2$	V	ΔX	x_{calc}
4	$-0.3653w^2$	$+0.00696w^2$	$-0.02644w^2$	39.86	-1.3042	$-2.6084w^2$	$-2.6084w^2$	$-0.05217w^2$	$-0.0314w^2$
3	$0.0652w^2$	$0.00472w^2$	$0.01352w^2$	2.66	0.6669	$1.3338w^2$	$-1.2746w^2$	$-0.01275w^2$	$0.02077w^2$
2	$0.1362w^2$	$0.00284w^2$	$0.03344w^2$	59.15	1.6495	$3.2990w^2$	$2.0244w^2$	$0.01350w^2$	$0.0335w^2$
1	$0.0376w^2$	$0.00127w^2$	$0.02007w^2$	49.33	0.990	$1.9800w^2$	$4.0044w^2$	$0.02002w^2$	$0.02002w^2$
Σ	$-0.1263w^2$								

$$C_1 = \frac{-0.1263w^2}{99.162} = -0.0012736w^2$$

** Normalizando con respecto a 0.99 en el primer nivel, para comparar la evolución de la configuración.

i	$m\bar{x}_{i1}x_{cal}$	$-C_1x_{i1}$	$\bar{x}_{2cal}$	w^{2***}	$\bar{x}_{i2sup}$	$m\bar{x}_{i2sup}w^2$	V	ΔX
4	$-0.34339w^2$	$+0.000012w^2$	$-0.031388w^2$	41.55	-1.5520	$-3.104w^2$	$-3.104w^2$	$-0.06208w^2$
3	$0.15391w^2$	$+0.000008w^2$	$0.020778w^2$	32.10	1.0274	$2.0548w^2$	$-1.0492w^2$	$-0.01049w^2$
2	$0.14923w^2$	$+0.000005w^2$	$0.033525w^2$	49.20	1.6577	$3.3154w^2$	$2.2662w^2$	$0.01511w^2$
1	$0.04004w^2$	$+0.000002w^2$	$0.020022w^2$	49.45	0.99	$1.98w^2$	$4.2462w^2$	$0.02123w^2$

$$= -0.00021w^2$$

$$\bar{x} = 2.1231$$

$$\Sigma = 5.2271$$

$$C_1 = \frac{-0.00021w^2}{99.162} = -0.0000021177w^2$$

*** Nótese que el intervalo de w^2 queda comprendido entre 32.1 y 49.49 y que el ajuste en la curva ocurre casi entre las dos últimas masas. Obsérvese que la corrección al limpiar es muy pequeña.

Ni- vel	X_{calc}	$mX_{i1}X_{calc}$	$-C_1X_{i1}$	$\bar{X}_{calc}$	**** w^2	$\bar{X}_{isup}$
4	$-0.03623w^2$	$-0.39621w^2$	+0.000023	$-0.036207w^2$	42.86	-1.705
3	$0.02585w^2$	$0.19155w^2$	+0.000015	$0.025865w^2$	39.72	1.206
2	$0.03634w^2$	$0.16179w^2$	+0.000009	$0.036349w^2$	45.61	1.695
1	$0.02123w^2$	$0.04246w^2$	+0.000004	$0.021234w^2$	46.62	0.99
0	0	$\Sigma -0.00041w^2$		$\Sigma = 0.047241w^2$	prom. 43.70 44.94	

$$\Sigma = 0.119655w^2 \quad 43.68$$

(vals. abs)

$$C_1 = \frac{-0.00041w^2}{99.162} = -0.0000041w^2$$

****El intervalo de variación de w^2 se ha reducido a 39.72 - 46.62 (dif. = 6.9) y los ajustes en la curva son menores. En uno o dos ciclos más se llegaría al valor correcto de w^2 y X_{i1} . Nótese que para estimar un valor de w^2 procediendo como se indicó anteriormente podemos hacer las sumas de $\bar{X}_{sup}$ y de los coeficientes de $\bar{X}_{calc}$ tomando valores absolutos o tomando en cuenta el signo correspondiente. La variación que se obtiene en este caso es de 3% aprox. Si sacamos el promedio de w^2 se obtiene un valor casi igual al obtenido con las sumas de valores absolutos, que es más correcto.

Si no hubiéramos hecho la limpia en ninguno de los ciclos, al cabo de 8 habríamos llegado a la configuración del primer modo (en vez de 4 ciclos que se necesitaron cuando la configuración supuesta se parecía a la del primer modo).

Aplicación del Método de Stodola-Vianello-Newmark para Estructuras de Flexión

Como se verá más adelante, cuando las trabes de los marcos son muy flexibles en comparación con las columnas, o cuando las fuerzas laterales son resistidas por muros que trabajan esencialmente a flexión, la rigidez de entrepiso no es independiente de la distribución de fuerzas a que esté sometida la estructura y por tanto no puede suponerse constante para el cálculo de los distintos modos de vibrar. En general, la pseudorigidez equivalente que se obtendría para un segundo modo será mayor que la correspondiente al primer modo, pues los efectos de flexión de conjunto se reducen considerablemente al no tener todas las fuerzas actuando en el mismo sentido. Lo mismo podría decirse para modos superiores (ref. 1).

En esos casos, las propiedades elástico geométricas de la estructura no quedarán definidas por rigideces de entrepiso sino por la variación de los productos EI y GA con los cuales se podrán calcular las deformaciones debidas a flexión y a fuerza cortante respectivamente.

Para calcular las deformaciones por flexión es conveniente el empleo de los teoremas de la viga conjugada, que es, para el caso de un voladizo, otro voladizo empotrado en el extremo opuesto cargado con el diagrama de momentos entre EI , y en el cual los momentos flexionantes corresponden a las deformaciones de la viga real.

Las deformaciones por cortante, que en el caso de estructuras a base de muros pueden ser importantes en comparación con las de flexión, sobre todo en los niveles inferiores, se calculan mediante la expresión $\Delta X_{v_i} = \frac{V_i h_i}{A_i G}$, donde ΔX_{v_i} es el incremento de deformación por cortante entre dos niveles consecutivos, V_i , h_i y A_i son, respectivamente la fuerza cortante, la altura y el área

efectiva de cortante entre esos mismos niveles y G es el módulo de elasticidad al cortante del material de la estructura.

Para calcular los modos de vibración, se supone una configuración modal, se calculan las fuerzas de inercia $F_i = m_i w^2 x_i$ asociadas a la configuración y las fuerzas cortantes correspondientes y a partir de ellas se valúan los incrementos de momento de cada entrepiso y los momentos de volteo acumulados de arriba hacia abajo, los cuales se dividen entre EI (habrá dos valores de M/EI en un mismo nivel en los casos en que haya cambio de sección de los muros). La integración numérica del diagrama de M/EI nos permitirá transformar ese diagrama en una serie de cargas concentradas equivalentes a él aplicadas en los distintos niveles con los cuales es muy fácil calcular los cortantes equivalentes correspondientes a cada entrepiso y los incrementos de momento flexionante en la viga conjugada que serán iguales a los incrementos de deformación por flexión entre dos niveles consecutivos (es el equivalente de $\Delta X = V/R$ del caso visto anteriormente). A estos incrementos de deformación por flexión se sumarán los correspondientes a la deformación por cortante y con esa suma se podrá calcular la nueva configuración, que será como antes función de w^2 y de donde podremos despejar este valor y en caso de que no sea igual para todas las masas volver a hacer otro ciclo tomando como configuración de partida la encontrada anteriormente normalizándola con respecto a una de las masas para poder comparar la evolución de las configuraciones de cada ciclo.

Para fijar ideas, a continuación se presenta un ejemplo de análisis de una estructura en que las fuerzas laterales son resistidas por muros, cuyos valores de I y A son los indicados en la figura siguiente:

* $m = 0.17 \text{ kg/cm}^2$
 3 m $Z I = 6.4 \text{ m}^4, A = 1.2 \text{ m}^2$

* $m = 0.15$
 3 m $Z I = 6.4 \text{ m}^4, A = 1.2 \text{ m}^2$

* $m = 0.15$

4 m $Z I = 8.5 \text{ m}^4, A = 1.6 \text{ m}^2$

$$E = 200\,000 \text{ kg/cm}^2 = 2\,000\,000 \text{ Ton/m}^2 = 2 \times 10^6 \text{ Ton/m}^2$$

$$G = 0.4 E = 0.8 \times 10^6 \text{ Ton/m}^2$$

$\frac{-500}{m}$	$\frac{m^2}{EI}$	$\frac{\text{Ton-m}^2}{EI}$	$\frac{m^2}{A}$	$\frac{\text{Ton}}{GA}$	$\frac{m}{h}$	$X_{\text{sup}}^{\text{cm}}$	$m X_{\text{sup}}^2 w^2$	$\frac{\text{Ton}}{V}$	$\Delta M = Vh$	$\frac{\text{Ton-m}}{M}$	$\frac{1/m}{\frac{M}{EI}}$
0.10	6.4	12.8×10^6	1.2	0.96×10^6	3	5.0	$0.50 w^2$	$0.5 w^2$	$1.5 w^2$	0	0
0.15	6.4	12.8×10^6	1.2	0.96×10^6	3	2.5	$0.38 w^2$	$0.88 w^2$	$2.64 w^2$	$1.5 w^2$	$0.1172 \times 10^{-6} w^2$
0.15	8.5	17.0×10^6	1.6	1.20×10^6	4	1	$0.15 w^2$	$1.03 w^2$	$4.12 w^2$	$4.14 w^2$	$0.3234 \times 10^{-6} w^2$ $0.2435 \times 10^{-6} w^2$
										$8.26 w^2$	$0.4859 \times 10^{-6} w^2$

Ejemplo de cálculo de las concentraciones equivalentes al diagrama de M/EI

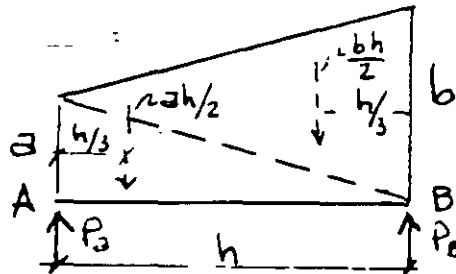
Para el nivel 3

$$P_{eq} = \frac{3}{8} (2 \times 0 + 0.1172 \times 10^{-6} w^2) = 0.0586 \times 10^{-6} w^2$$

(Ver aclaración al pie de la tabla de la página siguiente)

Peq*	Ve ^{q**}	$\Delta M = \text{Ve}^q h = \Delta X \cdot \frac{m}{2}$	ΔX_v^{m****}	ΔX_{tot}^m	X_{cal}^m
$0.0586 \times 10^{-6} w^2$	$2.2369 \times 10^{-6} w^2$	$6.7107 \times 10^{-6} w^2$	$1.5625 \times 10^{-6} w^2$	$8.2732 \times 10^{-6} w^2$	$23.0052 \times 10^{-6} w^2$
$0.1172 \times 10^{-6} w^2$					$14.732 \times 10^{-6} w^2$
$0.2739 \times 10^{-6} w^2$	$1.8408 \times 10^{-6} w^2$	$5.5224 \times 10^{-6} w^2$	$2.75 \times 10^{-6} w^2$	$8.2724 \times 10^{-6} w^2$	$6.4596 \times 10^{-6} w^2$
$0.3820 \times 10^{-6} w^2$					
$0.6486 \times 10^{-6} w^2$	$0.8102 \times 10^{-6} w^2$	$3.2408 \times 10^{-6} w^2$	$3.2188 \times 10^{-6} w^2$	$6.4596 \times 10^{-6} w^2$	0
$0.8102 \times 10^{-6} w^2$					

$\frac{1}{\text{seg}^2}$ **** w^2	X_{sup}
2173.42	3.56
1696.99	2.28
1548.08	1.0



* Para obtener cargas concentradas equivalentes al diagrama de M/EI se puede usar la fórmula siguiente:

$$P_a = \frac{h}{6} (2a+b); \quad P_b = \frac{h}{6} (2b+a)$$

donde h es la distancia entre dos puntos A y B con ordenadas de M/EI iguales a a y b respectivamente. La variación de M/EI entre A y B es lineal, por lo que esta expresión se obtiene considerando dos triángulos con alturas a y b respectivamente y base h . P_a y P_b son las concentraciones correspondientes en los puntos A y B. (Ref. 2).

** Recuérdese que el empotramiento de la viga conjugada es el extremo superior, por lo que empieza de abajo hacia arriba el cálculo.

***Obsérvese que en el primer entrepiso la deformación por cortante es prácticamente igual a la de flexión por lo que despreciarla conduciría a errores muy grandes. Al ir aumentando la altura de la estructura la deformación por cortante va reduciendo su importancia en comparación con la de flexión y puede llegar a ser despreciable. En este caso la deformación por cortante en el tercer entrepiso es 23% de la debida a flexión.

**** Debe tenerse cuidado con las unidades al valuar w^2 pues es fácil equivocarse, obsérvese que X_{sup} está en cm y X calculada en metros.

Método de Holzer

Como se indicó anteriormente, para conocer completamente un modo de vibrar necesitamos conocer tanto la configuración modal como la frecuencia del modo. Hemos visto que en el método Stodola-Vianello-Newmark se supone una configuración relativa y a partir de ella se calcula el valor de w^2 . Holzer procede exactamente al revés, esto es, supone la frecuencia y a partir de ella se calcula la configuración relativa de abajo hacia arriba de la estructura. Dado que la configuración es relativa se puede suponer también la deformación de la primera masa (por consiguiente el incremento de deformación entre la base y la primera masa). El método tiene las siguientes etapas:

Los datos son las masas y las rigideces de entrepiso, igual que antes.

1. Suponer un valor de w^2 .
2. Obtener los valores de mw_{sup}^2 para cada masa.
3. Suponer la deformación del primer nivel: X_1 ; conviene suponer un valor unitario. Esto equivale también, como ya se dijo a suponer ΔX_1 .

4. Calcular la fuerza cortante en la base de la estructura, (Primer entrepiso) que será por definición de rigidez de entrepiso:

$$V_1 = R_1 \Delta X_1 \quad \text{si} \quad \Delta X_1 = 1, \quad V_1 = R_1$$

5. Calcular la fuerza de inercia asociada a la masa del primer nivel:

$$F_1 = m_1 w_{\text{sup}}^2 X_1$$

6. Por definición de fuerza cortante, como la suma acumulativa de las fuerzas arriba de un cierto nivel, podremos calcular la cortante del segundo entrepiso restando a la cortante en la base la fuerza de inercia del primer nivel, esto es:

$$V_2 = V_1 - F_1$$

7. Conocida la fuerza cortante en el entrepiso 2 podemos calcular el incremento de deformación en ese entrepiso dividiendo la cortante entre la rigidez de entrepiso

$$\Delta X_2 = \frac{V_2}{R_2}$$

8. Sumando X_2 a la deformación del primer nivel obtendremos la deformación del segundo nivel $X_2 = X_1 + \Delta X_2$ y podemos repetir los pasos 5 a 8 para todas las masas hasta llegar al extremo superior de la estructura.

Si la frecuencia supuesta corresponde a un modo de vibrar, obten dremos que la fuerza de inercia del último nivel es igual a la fuerza cortante del entrepiso correspondiente (por equilibrio di námico). Si la frecuencia supuesta no es la correspondiente a un modo de vibrar, se obtendrá una diferencia entre el valor de la fuerza de inercia y el de la fuerza cortante en el extremo de la estructura. En este caso el método no es convergente, pero sí hacemos otro ciclo con otro valor de w^2 relativamente cercano

al anterior, encontraremos otra diferencia y podremos trazar una gráfica que nos relacione las frecuencias supuestas (abscisas) con las diferencias entre fuerza de inercia y fuerza cortante en el extremo superior de la estructura (ordenadas). Una vez que tenemos dos puntos de esa gráfica podremos buscar un valor de w^2 supuesto en la intersección con el eje de las abscisas de la línea que une los puntos antes obtenidos, o su prolongación si ambas diferencias tienen el mismo signo. Con este tercer valor supuesto para w^2 seguramente obtendremos otra diferencia, menor que las anteriores, que nos definirá un tercer punto en la gráfica. Podremos entonces trazar una curva entre los tres puntos y definir así un nuevo valor de w^2 que seguramente estará muy próximo a la frecuencia correcta de uno de los modos de vibrar de la estructura.

Cuando ya se está cerca del valor correcto, se puede mejorar el valor supuesto de w^2 empleando el cociente de Crandall siguiente:

$$\bar{w}^2 = w^2 \frac{\sum V \Delta X}{\sum F X}$$

donde $\bar{w}^2$ es el valor que debemos suponer en el ciclo siguiente.

El método presentado sirve para calcular cualquier modo natural de vibración teniendo como datos las masas y las rigideces de en trepiso de la estructura. El modo de que se trate se obtendrá de la inspección de la configuración modal, tomando en cuenta que en el primero todas las deformaciones tienen el mismo signo, en el segundo hay un cambio de signo, en el tercero dos cambios de signo y así sucesivamente.

Si se conoce la frecuencia del primer modo de vibrar (por haberlo calculado empleando el método Stodola-Vianello-Newmark, por ejemplo), se puede estimar gruesamente el valor de las frecuencias de los modos superiores empleando la relación $w_2^2 \doteq 9w_1^2$; $w_3^2 \doteq 25w_1^2$, etc.

(Esta aproximación puede ser demasiado burda dependiendo de los valores relativos de las masas y rigideces en cada caso particular, pero sirve como orientación).

Ejemplo:

Calculemos el segundo modo de vibrar de la estructura que se usó en el método de Stodola-Vianello-Newmark, suponiendo

$$w_2^2 \doteq 9w_1^2 = 9 \times 8 = 72 \frac{1}{\text{seg}^2}$$

Usaremos la tabulación siguiente:

Ni- vel	m	R	mw_{sup}^2	ΔX	X^*	F	V	
4	2	50	144	-2.707	-2.751	-396.1	-135.4	Dif = 260.7
3	2	100	144	-1.417	-0.044	- 6.3	-141.7	
2	2	150	144	0.373	1.373	-197.7	56	
1	2	200	144	1.0	1.0	144	200	
			$w_{sup}^2 = 72$					

*Obsérvese que aunque la diferencia encontrada es fuerte, la configuración se parece a un segundo modo, pues tiene un cambio de signo.

Usando un nuevo valor de w_{sup}^2 de $50.1/\text{seg}^2$, tendremos

Ni- vel	m	R	mw_{sup}^2	ΔX	X	F	V	
4	2	50	100	-3.334	-2.334	-233.4	Dif. 66.7 -166.7	
3	2	100	100	-0.667	1.00	100	-66.7	
2	2	150	100	0.667	1.667	166.7	100	
1	2	200	100	1.00	1.0	100	200	

Trazando la gráfica w_{sup}^2 -diferencias encontramos:

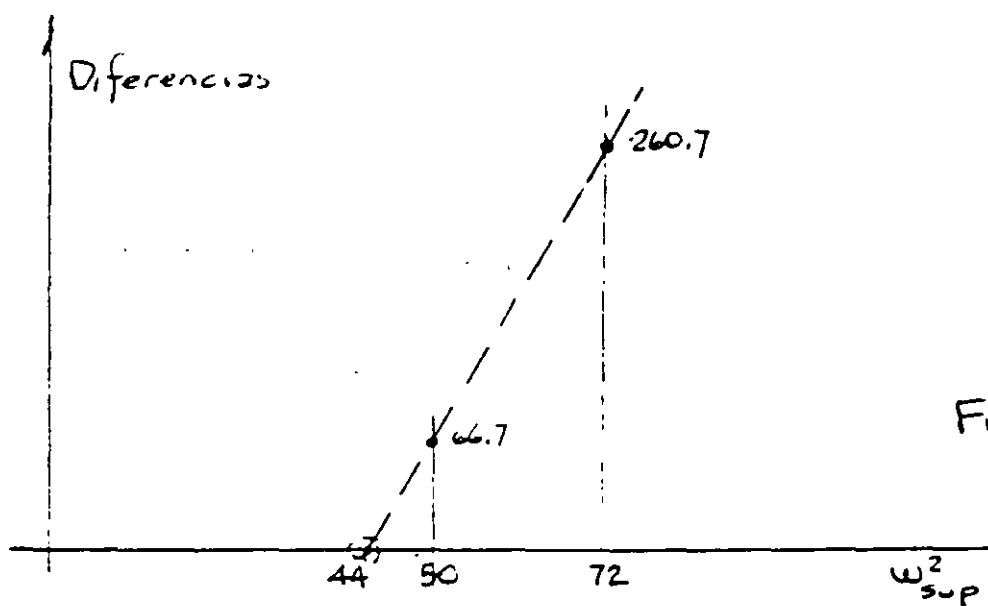


Fig 1

que el valor de w^2 que hace cero las diferencias es aproximadamente 44 (podría obtenerse por triángulos semejantes, pero sabemos que aún cuando se hiciera así el valor no nos llevará exactamente a cero diferencia pues la variación no es lineal como estamos suponiendo, excepto en intervalos muy cerrados).

Suponiendo entonces $w^2 = 44$

Ni- vel	m	R	mw^2	ΔX	X	F	V	FX	$V\Delta X$
4	2	50	88	-3.174	-1.844	-162.27	Dif.=3.57 -158.7	299.23	503.71
3	2	100	88	-0.417	1.33	117	- 41.7	155.61	17.39
2	2	150	88	0.747	1.747	153.7	112	268.51	83.66
1	2	200	88	1.0	1.0	88	200	88	200
0								<u>$\Sigma 811.35$</u>	<u>804.76</u>

$$w^2 = 44 \frac{804.76}{811.35} = 43.64 \text{ 1/seg}^2$$

$$\text{Usando } w_{\text{sup}}^2 = 43.64 \text{ 1/seg}^2$$

Ni- vel	m	R	mw^2	ΔX	X	F	V
4	2	50	87.28	-3.159	-1.809	-157.89	Dif. = 0.05 -157.94
3	2	100	87.28	-0.401	1.350	117.83	- 40.11
2	2	150	87.28	0.751	1.751	152.83	112.72
1	2	200	87.28	1.0	1.0	87.28	200
0							

Como puede verse, la diferencia al final de este último ciclo es despreciable, por lo que:

$$w_2^2 = 43.64 \text{ 1/seg}^2, w_2 = 6.606 \text{ 1/seg. } T_2 = 0.951 \text{ seg}$$

y la configuración modal es la indicada.

Suponiendo otro valor mayor que w^2 podría calcularse el tercero y cuarto modos. Puede también verificarse que la frecuencia del primer modo obtenido con el método Stodola-Vianello-Newmark es correcta.

Comentarios adicionales

En los métodos presentados para las estructuras a base de marcos rígidos se tiene como datos las masas y las rigideces de entrepiso. Las masas son relativamente fáciles de calcular y dependen exclusivamente del peso de los materiales con que esté hecha la estructura y de la carga viva que se considere para fines de análisis sísmico. Las rigideces serán función de las propiedades elástico-geométricas de los materiales empleados, que no es sencillo definir y de la estructuración, sobre todo de la relación que guarden las rigideces relativas de las barras que forman la estructura, trabes y columnas.

Dado el modelo matemático de un edificio como una serie de masas unidas por resortes, definimos como sistema estrechamente acoplado a aquel en que la rigidez de entrepiso es independiente de la distribución de cargas laterales a que se vea sometido el modelo, esto es, la rigidez de entrepiso es invariable independientemente de la elástica que adquiera la estructura al ser sometida a cargas laterales. Aquí se entiende por rigidez de entrepiso, como se indicó anteriormente, la fuerza necesaria para producir el desplazamiento unitario de un nivel con respecto al otro, esto es

$$R = \frac{V}{\Delta X} \quad ; \quad \text{para } \Delta X=1, \quad R=V$$

En la figura 2 se muestra el modelo matemático de un edificio de 4 niveles sometido a distintos sistemas de fuerzas. De acuerdo con lo antes dicho, la rigidez debe ser independiente de las fuerzas aplicadas (este tipo de estructuras se conoce también como estructura "de cortante").

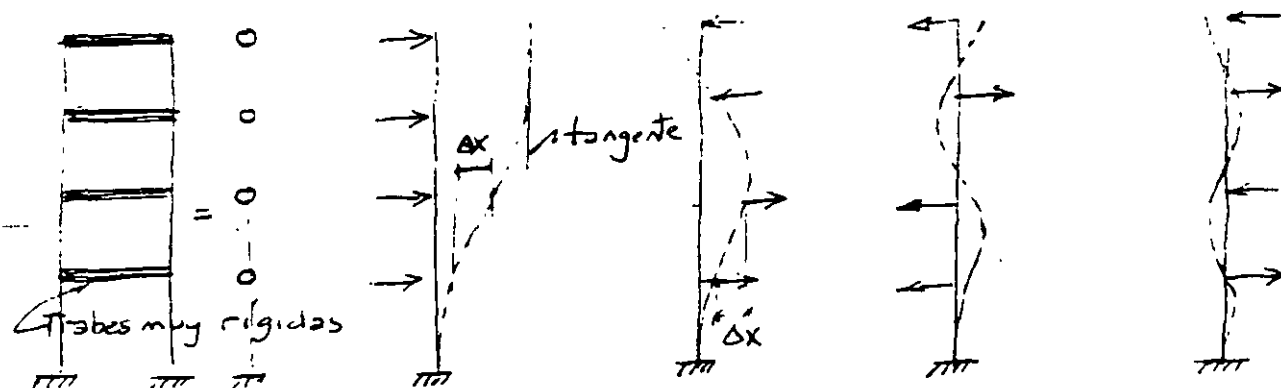
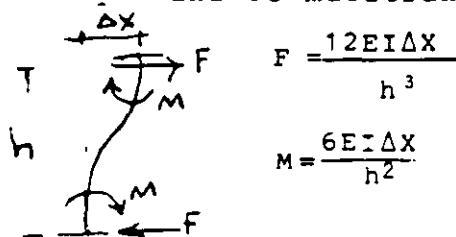


Fig 2

Para que esto se cumpla, la rigidez de entrepiso debe ser función única y exclusivamente de las columnas de cada entrepiso, para lo cual, los giros de los nudos deber ser nulos, lo que se logra si las trabes son infinitamente rígidas en comparación con las columnas, en cuyo caso la elástica de cada una de las columnas es la mostrada en la figura 3, y los elementos mecánicos que aparecen son los que ahí se muestran, para barras de sección constante.



$$F = \frac{12EI\Delta x}{h^3}$$

$$M = \frac{6EI\Delta x}{h^2}$$

Fig. 3

En la práctica, es difícil que la rigidez relativa de las trabes ($K=I/l$) sea muy grande en comparación con la de las columnas, lo que hará que los giros de los nudos no sean cero, relajándose el sistema y reduciéndose la rigidez del marco para un mismo tamaño de columnas. Debido a esto, el caso de trabes infinitamente rígidas en comparación con las columnas recibe a veces el nombre de cota superior de rigidez.

Al ser significativos los giros de los nudos, la rigidez de entrepiso ya no será independiente del sistema de fuerzas horizon

tales aplicadas. En el límite inferior, llegaremos al caso del voladizo mostrado en la figura 4, para el cual no tiene sentido hablar de rigidez de entrepiso, pues será diferente para cada una de las posibles configuraciones de fuerzas aplicadas. A este caso lo definiremos como sistema remotamente acoplado.

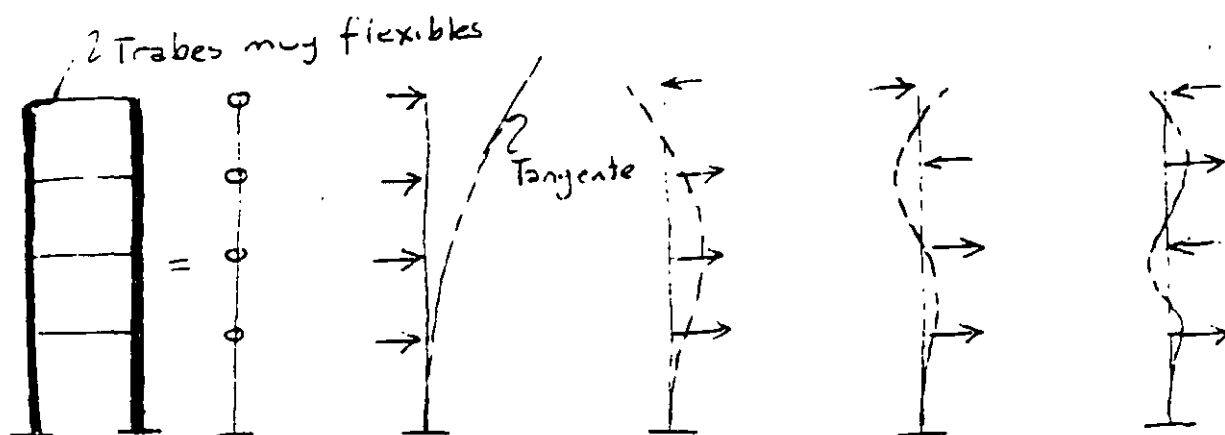
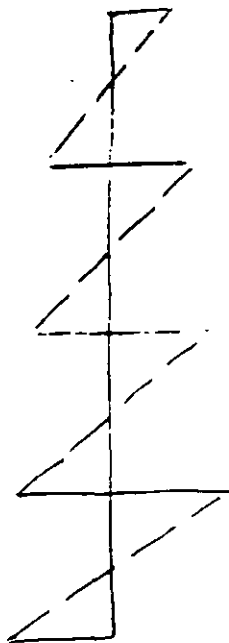


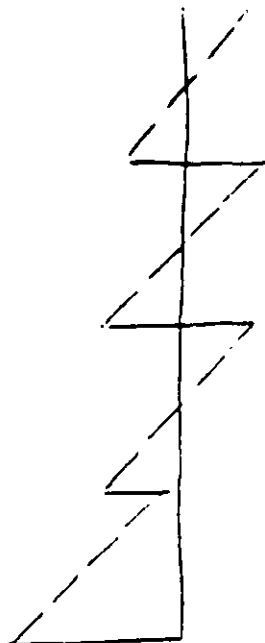
Fig 4

Nótese que en ambos casos se trata de estructuras aparentemente iguales, constituidas por marcos rígidos formados por traves y columnas unidos en los nudos, sin embargo, como puede apreciarse en las figuras 1 y 3, las deformaciones de la estructura cuando todas las fuerzas se aplican en el mismo sentido son muy diferentes en uno y otro caso. En la figura 2, la tangente en el extremo superior es vertical, mientras que en la figura 4, la tangente en el extremo superior tiene la inclinación máxima.

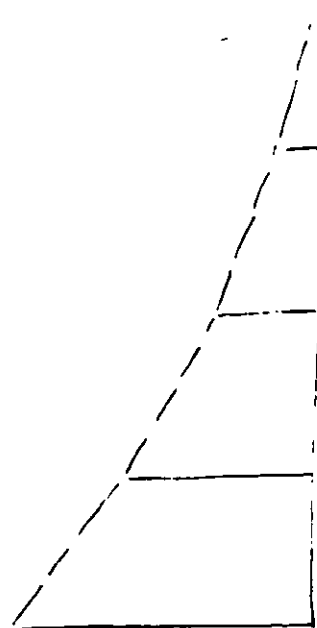
La figura 5 ilustra la forma en que variarían los momentos flectores en las columnas del marco en los casos extremos y en uno intermedio. Nótese que la aplicación de métodos aproximados para la obtención de momentos en traves y columnas sin verificar cual es la situación del marco, puede conducir a errores muy importantes de subestimación de momentos en las columnas y de desplazamientos horizontales de la estructura.



marco con trabes rígidas en comparación con las columnas.



marco en situación intermedia.



voladizo
(trabes muy flexibles comparadas con las columnas).

Momentos flexionantes en columnas. Fig. 5

ya que los métodos aproximados en general suponen la formación de articulaciones (puntos de momento nulo) en cada entrepiso, y la situación puede ser tal que los puntos de inflexión del diagrama de momentos desaparezcan en uno, varios o todos los niveles.

Cualquier edificio de la práctica estará en una posición intermedia con respecto a los casos descritos.

Para conocer cual es la situación en cada caso particular, John A. Blume (referencia 1) sugiere el empleo de un índice de rotación nodal, que define como:

$$\rho = \frac{\sum (I/l)_{\text{trabes}}}{\sum (I/l)_{\text{cols}}}$$

y se puede valorar en cualquier entrepiso. (Blume lo hace para el entrepiso medio). Aquí $\sum (I/l)_{\text{trabes}}$ es la suma de rigideces relativas de las trabes de un cierto nivel y $\sum (I/l)_{\text{cols}}$ es la suma de rigideces relativas de las columnas en que se apoyan las trabes antes mencionadas.

Blume encontró que si $\rho > 0.10$ hay puntos de momento nulo en las columnas de todos los entrepisos mientras que, para valores de ρ menores de 0.01 la estructura se asemeja más a un voladizo. Para valores de ρ entre 0.01 y 0.10 la situación es intermedia y habrá entrepisos en que no haya puntos de momento nulo, por lo que los métodos aproximados de análisis pueden conducir a fuertes errores del lado de la inseguridad por lo que respecta a los valores de los momentos flexionantes para los que debe diseñarse así como respecto a los desplazamientos laterales de la estructura; la rigidez de entrepiso pierde significado y conviene emplear métodos matriciales para analizarla.

Si la estructura tiene variaciones importantes con la altura, convendrá valorar ρ en distintos niveles.

Efectos de deformación axial de las columnas.

Hasta aquí se ha considerado que las deformaciones axiales de las columnas, en el caso de marcos rígidos, son despreciables y no contribuyen a la deformación horizontal. Esto es válido sólo si la relación entre altura y ancho de la estructura es pequeña, tal vez menor que 3. Al aumentar el valor de esa relación, el efecto de momento de volteo en el edificio adquiere mayor importancia y se pueden cometer errores importantes al despreciar los acortamientos y alargamientos de las columnas debido a fuerza axial.

Cuando las trabes se vuelven muy flexibles en comparación con las columnas, cada una de las columnas trabajará como voladizo y la fuerza axial en ellas será pequeña.

En el caso de marcos contraventeados, la crujía o crujías contraventeadas tendrán comportamiento similar al de un muro y deberán por tanto considerarse como estructuras de flexión, calculando sus periodos como se indicó en el método Stodola-Vianello-Newmark.

Cuando se tienen marcos y muros trabajando simultáneamente la situación se complica pues la interacción entre ambos sistemas estructurales hace que varíe la fuerza que toman uno y otro en cada entrepiso; los muros suelen tomar la mayor proporción de la cortante total en los entrepisos inferiores mientras que la situación se invierte en los niveles superiores. Ver referencia 1. Esto hace difícil la aplicación de métodos numéricos para calcular los modos de vibración de este tipo de estructuras, siendo más conveniente el empleo de métodos matriciales para este fin.

REFERENCIA 1

Blume, John., "Dynamic Characteristics of Multistory Buildings", Proceedings ASCE, Structural Division, February 1968.

REFERENCIA 2

Codden, William G., "Numerical Analysis of Beam and Column Structures", Prentice Hall.

Jose Luis Trigos
jun 1983

SUPER-ETABS

An Enhanced Version of
the ETABS Program

A Report to the
National Science Foundation

JGB J. G. BOUWKAMP, INC.
ENGINEERING CONSULTANTS

NST, NDF, NTF, NLD, NAT, NFR, NSD, KODE(3), ICHEK, GRAY, BHED, IJIN

1. CONTROL INFORMATION CARD (715,1X,411,F10.0,6A5)

(715,1X,411,F10.0,6A5) ** (16)

Columns	Note*	Entry
1 - 5	NST	Number of stories in the complete building (not including the footing line).
6 - 10	(1) NDF	Number of frames with different properties or different vertical loading.
11 - 15	(1) NTF	Total number of frame or shear wall elements in the structure.
16 - 20	(2) NLD	Total number of load conditions.
21 - 25 ⁺	NAT	Analysis type code (See Fig. B1):
	(3)	EQ.0; Static loads only.
		EQ.1; Mode shapes and frequencies only.
	(56)	EQ.-1; Input and/or generation of approximate mode shapes and periods plus static analysis using lateral force cases (A and B) for the solution of the gross response quantities.
		EQ.2; Static load analysis plus modeshapes and frequencies.
		EQ.3; Lateral earthquake response spectrum analysis for the solution of individual frame displacements and member forces in addition to analysis type 2, above.
	(58)	EQ.4; Lateral earthquake time history response analysis for the solution of individual frame displacements and member forces in addition to analysis type 2, above.
		EQ.5; This option is not available for use.
	(56)	EQ.6; Lateral earthquake response spectrum analysis for the solution of the gross response quantities.
	(56)	EQ.-6 Input and/or generation of approximate mode shapes and periods plus lateral earthquake response spectrum analysis for the gross response quantities.

IMPORTANT NOTATIONS :

* See Section 8 for notes.

+ Indicates new data for SUPER-ETABS enhancement.

** Indicates altered data format for micro computer version.

Columns	Note	Entry
		EQ.7; Both analysis types 3 and 6, above.
	(56)	EQ.8; Lateral earthquake time history response analysis for solution of the gross response quantities.
	(56)	EQ.-8; Input and/or generation of approximate mode shapes and periods plus lateral earthquake time history response analysis for the gross building response quantities.
		EQ.9; Both analysis types 4 and 8, above.
26 - 30	(4) NFQ	Number of frequencies to be calculated (NFQ).
31 - 35	(5) NSD	Allowable story degrees of freedom:
		EQ.0; X, Y translations + story rotations.
		EQ.1; X translation only (for symmetrical buildings only).
		EQ.2; Y translation only (for symmetrical buildings only).
36		Blank
37+	KODE(1)	Lateral load case A force generation code (see LATERAL FORCE GENERATION CARDS):
		EQ.0; No force generation.
		EQ.1; Generate forces in X direction.
		EQ.2; Generate forces in Y direction.
		EQ.3; Generate forces in both X and Y directions.
38+	KODE(2)	Lateral load case B force generation code.
39+	(52) KODE(3)	Element stress ratio calculation code (see FRAME DATA):
		EQ.0; No stress ratios calculated.
		EQ.1; Stress ratios calculated for column, beam and diagonal brace elements.
40+	ICDCK	Execution code:
		EQ.0; Full Execution
		EQ.1; Data check.
41 - 50+	(51)	Acceleration of gravity for use in calculation of P-Δ effects.
51 - 80		Building identification information to be printed with the output.

2A. STORY DATA - Prepare two (2) cards per story level; data is entered in sequence from top to bottom of the structure.

First Card (A5,I5,7F10.0) (1X, A4, 5X, 7F10.0) ⁴⁴ 8 F10.0)

Columns	Note	Entry (or four) **
1 - 5		Five characters to be used for level identification.
2 - 5		
6 - 10		Blank
11 - 20		Story height (distance from the floor (or roof) level to the floor (or foundation) level below).
21 - 30	(6)	Translational mass.
31 - 40	(6)	Rotational mass moment of inertia about a vertical axis through the center of mass.
41 - 50	(7)	X-distance to the center of mass measured from the reference point.
51 - 60	(7)	Y-distance to the center of mass measured from the reference point.
61 - 70	(8)	External story stiffness in the X-direction.
71 - 80	(8)	External story stiffness in the Y-direction.

Second Card (8F10.0)

1 - 10	(48)	F _{xA} ; load for lateral load case A.
11 - 20	(48)	F _{yA} ; load for lateral load case A.
21 - 30		X _A ; X-ordinate at the point of load application for load case A (see Figure B2).
31 - 40		Y _A ; Y-ordinate at the point of load application for load case A (see Figure B2).
41 - 50	(48)	F _{xB} ; load for lateral load case B.
51 - 60	(48)	F _{yB} ; load for lateral load case B.
61 - 70		X _B ; X-ordinate at the point of load application for load case B (see Figure B2).
71 - 80		Y _B ; Y-ordinate at the point of load application for load case B (see Figure B2).

2B. LATERAL FORCE GENERATION

UBC and/or ATC type lateral force generation are available. See Part A for description of force generation procedures. No cards required if force generation not requested; otherwise, input one card for each lateral load case for which force generation is requested (see CONTROL INFORMATION CARD, columns 37-38). If force generation requested for both load cases A and B, then first card is for case A. Format according to a or b below, depending upon type.

a. UBC Force Generation (I5,5X,7F10.0)

Columns	Note	Entry
1 - 5 ⁺		Punch 1 to indicate UBC force generation.
6 - 10		Blank
11 - 20 ⁺	(49)	Fundamental period value.
21 - 30 ⁺	(49)	Acceleration of gravity.
31 - 40 ⁺	(49)	Z coefficient.
41 - 50 ⁺	(49)	I coefficient.
51 - 60 ⁺	(49)	K coefficient.
61 - 70 ⁺	(49,50)	C coefficient.
71 - 80 ⁺	(49,50)	S coefficient.

b. ATC Force Generation (I5,5X,3F10.0)

Columns	Note	Entry
1 - 5 ⁺		Punch 2 to indicate ATC force generation.
5 - 10 ⁺		Blank
11 - 20 ⁺	(49)	Fundamental period value.
21 - 30 ⁺	(49)	Acceleration of gravity.
31 - 40 ⁺	(49)	C _s seismic coefficient.

3. APPROXIMATE ANALYSIS DATA

For analysis types -1, -6, and -8, replace FRAME DATA and FRAME LOCATION CARDS with the following data. See Part A for description of mode shape generation procedures.

a. Period and Mode Shape Generation Cards

First Card (I5,5X,7F10.0)

Columns	Note	Entry
1 - 5 ⁺		Mode shape generation code:
	(57,59)	EQ.0; Empirical rule generation.
	(59)	EQ.1; Shear beam rule generation.
		EQ.2; Mode shapes input.
6 - 10		Blank
11 - 20 ⁺	(59)	First period value
21 - 30 ⁺		Second period value
.		.
.		.
71 - 80 ⁺		Seventh period value

Additional Period Cards (8F10.0)

As many cards as required to define NFQ periods (see CONTROL INFORMATION CARD, Columns 26-30).

Columns	Note	Entry
1 - 10 ⁺		Eighth period value
11 - 20 ⁺		.
.		.
.		.
71 - 80 ⁺		.

b. Mode Shape Cards (2I5,3F10.0)

Required only if mode shape generation code equals 2 (see section 3a above, Columns 1-5). Modes are input in the same order corresponding to the periods (see section 3a above). The program will order the periods and mode shapes in descending order according to period value. The mode shapes are mass normalized within the program; therefore, any relative magnitude can be used to define the shapes. Each mode shape is input starting from the top to the bottom of the structure. For story levels omitted, a straight line interpolation is performed using the modal component values of the closest floor levels above and below the omitted floor that have modal components defined. For each mode shape, the top floor level and the first floor level modal components

must be input.

Columns	Note	Entry
1 - 5 ⁺		Mode number
6 - 10 ⁺		Floor level
11 - 20 ⁺		X translational modal component
21 - 30 ⁺		Y translational modal component
31 - 40 ⁺		Rotational modal component

4. FRAME DATA - One set of data must be entered for each different frame. Frames with different locations but identical properties and vertical loading need be entered only once.

M, NS, NC, NB, NCP, NBP, NFEF, NPAW, NTEU, FHED

- a. Frame Control Card (9I5,7A5) (9I5,7A4)⁺⁺

Columns	Note	Entry
1 - 5	(9) M	Frame identification number.
6 - 10	(10) NS	Number of levels above foundation for this frame.
11 - 15	(11) NC	Number of vertical column lines in frame.
16 - 20	NB	Number of bays in frame.
21 - 25	(12) NCP	Number of sets of different column properties.
26 - 30	(13) NBP	Number of sets of different beam (girder) properties.
31 - 35	(14) NFEF	Number of sets of different fixed end moments and shears to be applied as vertical loads to beams (girders).
36 - 40	(15) NPAW	Number of infill shear panels in this frame.
41 - 45	(16) NTEU	Number of bracing elements in this frame.
46 - 80		Label to be used to identify this frame type.

46 - 73⁺⁺

b. Vertical Column Line Coordinates (I5,2F10.0)

Columns	Note	Entry
1 - 5	(17)	Column line identification number.
6 - 15	(18)	x-distance to column line from frame reference point.
16 - 25		y-distance to column line from frame reference point.

c. Column Property Cards

One column property set must be supplied for each different column in this frame.

First Card (I5,F15.0,F10.0,2F5.0,3F10.0,2F5.0)

Columns	Note	Entry
1 - 5	(19)	Identification number for this column property set.
6 - 20		Modulus of elasticity, E.
21 - 30		Axial area, A.
31 - 35	(24)	Shear area associated with shear forces in major axis direction, MAJ. SA.
36 - 40	(24)	Shear area associated with shear forces in minor axis direction, MIN SA.
41 - 50	(23)	Torsional inertia.
51 - 60		Flexural inertia for bending in the major axis direction, MAJ. I.
61 - 70		Flexural inertia for bending in the minor axis direction, MIN I.
71 - 75	(20)	Rigid zone depth at top of column (for both axes), DT (see Figure B3).
76 - 80	(21)	Rigid zone depth at bottom of column, DB (see Figure B3).

Second Card (5F10.0)

Omit if stress ratio calculation not requested (see CONTROL INFORMATION CARD, Column 39).

Columns	Note	Entry
1 - 10 ⁺	(53)	Allowable axial stress.
11 - 20 ⁺	(53)	Allowable major axis bending stress.
21 - 30 ⁺	(53)	Allowable minor axis bending stress.
31 - 40 ⁺	(53)	Major axis section modulus.
41 - 50 ⁺	(53)	Minor axis section modulus.

$$F_a = 0.33(1 + \frac{P_m}{P_n})f'_c$$

$$F_b = A_s f_y / A_g$$

$$A_s = A_{s, reqd} \text{ in } b \times d$$

$$A_g = A_{s, reqd} \text{ in } b \times d$$

$$I_b = I_g / (0.55)^2$$

$$F_b = 0.45 f'_c$$

d. Beam Property Cards

One beam property set must be supplied in this section for each different beam in the frame; skip this input if the frame has only one column line, or no bays.

First Card (I5,F15.0,F10.0,F5.0,2F10.0,5P5.0)

Columns	Note	Entry
1 - 5	(22)	Identification number for this beam property set.
6 - 20		Modulus of elasticity, E.
21 - 25	(24)	Shear area, SA.
26 - 35	(23)	Torsional inertia.
36 - 45		Flexural inertia, I.
46 - 50		K _{II} - stiffness factor (e.g. 4). See Figure B4.
51 - 55		K _{JJ} - stiffness factor (e.g. 4). See Figure B4.
56 - 60		K _{IJ} - stiffness factor (e.g. 2). See Figure B4.
61 - 65	(25)	Rigid zone at end I, wI.
66 - 70		Rigid zone at end J, wJ.

Second Card (2F10.0)

Omit if stress ratio calculation not requested (see CONTROL INFORMATION CARD, Column 39).

Columns	Note	Entry
1 - 10 ⁺	(53)	Allowable bending stress.
11 - 20 ⁺	(53)	Section modulus.

e. Fixed-End Beam Loads (2I5,5F10.0)

One card must be supplied for each different type of vertical beam loading; omit if this is a single column line frame.

Columns	Note	Entry
1 - 5	(26)	Identification number for this vertical loading set.
6 - 10		Input code: EQ.0; Fixed-end forces are applied at the column faces. EQ.1; Fixed-end forces are applied at the column center-lines.
11 - 20	(27)	Fixed-end reaction, M_1 (see Figure B5).
21 - 30		Fixed-end reaction, V_1 (see Figure B5).
31 - 40		Fixed-end reaction, M_2 (see Figure B5).
41 - 50		Fixed-end reaction, V_2 (see Figure B5).
51 - 60	(28)	Uniform force per unit length, w , acting downward to be added to fixed-end reactions.

f. Beam Cards (8I5)

One card per girder must be input from top to bottom and from bay to bay in the frame (unless the data generation option is used). See Figure B6(c) for sign convention of member forces.

Columns	Note	Entry
1 - 5		Bay identification number for this beam.
6 - 10	(29)	Column line number at end I.
11 - 15		Column line number at end J.
16 - 20	(30)	Beam property set identification number for this girder.

6A. EARTHQUAKE ACCELERATION SPECTRUM CARDS

These data cards are required if the analysis type code is set equal to three (3), six (6), seven (7), or minus six (-6); see CONTROL INFORMATION CARD, Columns 21-25.

a. Control Card (2I5,2F10.0,2F5.0,5I1,7A5) (2IS,2F10.0,2FS.0,5=1,7+4) ⁺⁺

Columns	Note	Entry
1 - 5		Number of period cards to define response spectrum (see section b below).
6 - 10		The number of modes, in sequence, starting with the lowest, to be printed separately.
11 - 20		Acceleration, units/sec/sec.
21 - 30	(41)	Direction of earthquake input, θ , in degrees and decimals (0.000). See Figure B8.
31 - 35 ⁺	(46)	Damping ratio (modal damping/critical damping) to be used in the calculation of the double sum (DSC) and complete quadratic combination (CQC) modal cross-correlation coefficient matrices.
36 - 40 ⁺	(46)	Earthquake strong motion duration used for the calculation of the DSC modal cross-correlation coefficient matrix. Default to value of 1.0E+03.
41 ⁺	(42)	Output code for SRSS of modal gross building responses (for analysis types 6, 7, and -6). EQ.0; Response values not printed. EQ.1; Response values printed.
42 ⁺	(42,54)	Output code for DSC of modal responses (for analysis types 3, 6, 7, and -6). See note 54 regarding use of code in type 3 analysis.
43 ⁺	(42,54)	Output code for CQC of modal responses (for analysis types 3, 6, 7, and -6). See note 54 regarding use of code in type 3 analysis.
44 ⁺	(42)	Output code for <u>absolute sum</u> of modal gross building responses (for analysis types 6, 7, and -6).
45 ⁺		Analysis types 6, 7, and -6 gross building response direction output code: EQ.0; Response quantities are calculated and printed with respect to global structural coordinate system (X,Y). EQ.1; Response quantities are calculated and printed with respect to coordinate system (R,S) defined by direction of earthquake input (see Figure B8).

EQ.2; Response quantities are calculated and printed with respect to both (X,Y) and (R,S) coordinate systems.

46 - 80 User information to be printed with output.

46 - 73 ~~46~~
b. Period Cards (2F10.0)

Columns	Note	Entry
1 - 10		Period entered in increasing numerical sequence.
11 - 20		Spectrum acceleration.

6E. TIME HISTORY CARDS

These data cards are required only if the analysis type code was set to four (4), eight (8), nine (9), or minus eight (-8); see CONTROL INFORMATION CARD, Columns 21-25.

a. Control Card (2I5,3F10.0,5I1,7A5) (2I5,3F10.0,5I1,7A5) ^{tw}

Columns	Note	Entry
1 - 5 ⁺		Number of acceleration values (NPC). Two different input formats are available (see section c below).
6 - 10	(44)	Number of time steps to be used in the analysis.
11 - 20		Scale factor for accelerations.
21 - 30	(41)	Direction of earthquake input, θ . See Figure B8.
31 - 40		Time increment, Δt , for response evaluation (see Columns 6-10 above)
41 ⁺	(47)	Output code for time history print of story <u>deflections</u> (for analysis types 8, 9, and -8). EQ.0; Response values not printed. EQ.1; Response values printed at time increments Δt (see Columns 31-40, above).
42 ⁺	(47)	Output code for time history print of story <u>drifts</u> (for analysis types 8, 9, and -8).
43 ⁺	(47)	Output code for time history print of cumulative story <u>shears</u> (for analysis types 8, 9, and -8).
44 ⁺	(47)	Output code for time history print of cumulative story <u>overturning moments</u> (for analysis types 8, 9, and -8).
45 ⁺		Analysis types 8, 9, and -8 gross building response

21 - 25	(31)	Number of beams in sequence below to be generated having the same properties and vertical loading as this beam.
26 - 30	(32)	Vertical loading set identification number for vertical load case I.
31 - 35		Vertical loading set identification number for vertical load case II.
36 - 40		Vertical loading set identification number for vertical load case III.

g. Column Cards (4I5)

One card per column must be input from top to bottom and from column line to column line of the frame (unless the data generation option is used). See Figure B6(a) for sign convention of member forces.

Columns	Note	Entry
1 - 5		Column line identification number for this column.
6 - 10	(33)	Column property set identification number.
11 - 15	(34)	Column line number defining direction of major axis.
16 - 20	(35)	Number of columns in sequence below to be generated having the same properties as this column member.

h. Panel Element Cards (3I5,5F10.0)

Enter one card per panel in any order; no generation is allowed. See Figure B6(b) for sign convention of member forces.

Columns	Note	Entry
1 - 5	(36)	Level identification number at the top of this panel.
6 - 10		Column line number at the I side of this panel.
11 - 15		Column line number at the J side of this panel.
16 - 25		Modulus of elasticity, E.
26 - 35		Gross sectional area, A.
36 - 45	(45)	Moment of inertia, I.
46 - 55		Effective shear area, A_v .
56 - 65		Shear modulus, G.

i. Bracing Element Cards (3I5,3F10.0)

Enter one card per brace in order; no generation is allowed. See Figure B6(d) for sign convention of member forces.

Columns	Note	Entry
1 - 5		Level identification number at the top of this brace.
6 - 10		Column line number at the upper end of this brace.
11 - 15		Column line number at the lower end of this brace.
16 - 25		Modulus of elasticity, E.
26 - 35		Cross-sectional area, A.
36 - 45 ⁺	(53)	Allowable axial stress. Omit if stress ratio calculation not requested (see CONTROL INFORMATION CARD, Column 39).

5. FRAME LOCATION CARDS (2I5,4F10.0,4A5) (2I5, 2F10.0, 4A5) ^{xx}

One card must be entered in this section for each frame (or single column) in the building; the total number of frame locations to be read is controlled by the entry in card columns 11-15 of the CONTROL INFORMATION CARD.

Columns	Note	Entry
1 - 5	(37)	Frame identification number.
6 - 10	(38)	Force calculation code: EQ.0; Frame forces will be calculated and printed. EQ.1; Frame forces will not be calculated.
11 - 20	(39)	Distance, X_1 (see Figure B7).
21 - 30		Distance, Y_1 (see Figure B7).
31 - 40	(40)	Angle ϕ between the frame x axis and structure (Global) X axis (counter-clockwise X to x). See Figure B7.
41 - 60		Information to be printed with the output which will identify this particular frame.

11-56 ^{xx}

direction output code:

EQ.0; Response quantities are calculated and printed with respect to global structural coordinate system (X,Y).

EQ.1; Response quantities are calculated and printed with respect to coordinate system (R,S) defined by direction of earthquake input (see Figure B8).

EQ.2; Response quantities are calculated and printed with respect to both (X,Y) and (R,S) coordinate systems.

46-80 User information to be printed with output.

^{46-73 **}
b. Damping Cards (I5,F10.2)

One card must be supplied for each frequency in the analysis (See Note 4).

Columns	Note	Entry
1 - 5	(4)	Mode number (in ascending order).
6 - 15		Damping ratio: Modal Damping/Critical Damping.

c. Ground Motion Acceleration Data

Two formats for input of ground acceleration data are available. The format used is dependent upon the sign of NPC (see card a, columns 1-5, above).

If NPC.GT.0 then:

One card must be supplied for each time increment, at which ground acceleration is specified in increasing time order. The time span must be greater than the number of time steps multiplied by Δt .

Time and Acceleration Cards (2F10.0)

Columns	Note	Entry
1 - 10		Time
11 - 20		Ground acceleration

If NPC.LT.0 then:

The ground acceleration points are input at equal time intervals. The number of acceleration points input is equal to NPC. The time span must be greater than the number of time steps multiplied by Δt .

Acceleration Time Interval Card (F10.0)

Columns	Note	Entry
1 - 10 ⁺		Time interval between acceleration input points.

Acceleration Cards (8F9.0)

As many cards as necessary to define NPC acceleration values.

Columns	Note	Entry
1 - 9 ⁺		
10 - 18 ⁺		Ground accelerations
64 - 72 ⁺		

7. LOAD CASE DEFINITION CARDS (5F10.0,4F5.0,F10.0)

Load cases for the complete building are defined as a combination of vertical conditions (I, II and III), lateral loading conditions (A and B), and earthquake spectrum or time history loadings. One card must be entered in this section for each different building load case; the total number of building load cases is controlled by the entry in card columns 16-20 of the CONTROL INFORMATION CARD. Omit this data if the analysis type code is set equal to one (1); six (6); eight (8); minus one (-1); minus six (-6); or, minus eight (-8). See note 56.

Columns	Note	Entry
1 - 10		Multiplier or vertical load case I.
11 - 20		Multiplier for vertical load case II.
21 - 30		Multiplier for vertical load case III.
31 - 40		Multiplier for lateral load case A.
41 - 50		Multiplier for lateral load case B.
51 - 55	(42)	Multiplier for spectrum 1 loading - SRSS modal combination.
56 - 60	(42)	Multiplier for spectrum 2 loading - Absolute Sum modal combination.
61 - 65 ⁺	(42,55)	Multiplier for spectrum 3 loading - DSM modal combination.
66 - 70 ⁺	(42,55)	Multiplier for spectrum 4 loading - CQC modal combination.
71 - 80	(43)	Multiplier for time history earthquake response.

NOTES

- (1) Input data for frames with identical properties and vertical loading are given only once—see Section 5, FRAME LOCATION CARDS.
- (2) Load conditions are defined as combinations of the seven (7) basic load cases—see Section 7, LOAD CASE DEFINITION CARDS.
- (3) Mass properties of the structure are not required for analysis type "0".
- (4) The number of frequencies must be less than the number of stories times the number of degrees of freedom per story.
- (5) For symmetrical buildings, the capacity and speed of solution of the program is improved if the story rotation is set to zero; i.e., "1" or "2" in card column 35.
- (6) The translational mass has units of force divided by acceleration (W/g). The rotational mass moment of inertia is not required if the allowable story degrees of freedom do not include rotation. Mass properties need not be supplied if this data case is for static loading only.
- (7) The location of the center of mass (X_m , Y_m) need not be given if this data case is for static loads only.
- (8) The external story stiffnesses act on lines through the center of mass. These stiffnesses can be used to represent restraints (or braces) at the story level or can be used to represent soil stiffness below the ground level.
- (9) Frame identification numbers must be entered in numerical sequence, beginning with number one (1). This frame may be located (repeated) at different positions in the structure.
- (10) If a frame does not extend the full height of the building, then only those story levels actually existing in the frame are input below.
- (11) An isolated shear wall is a single column line frame. For this case all data pertaining to beams (girders) is meaningless and must be omitted in the data input section to follow below.
- (12) Column properties may be referenced to any number of columns in the frame.
- (13) The number of beam property sets controls the number of cards to be read in Section 4.d, below.
- (14) If no vertical static loads act on the structure, then omit this number, and skip Section 4.e, below.
- (15) If no panel elements are included in this frame, then omit this entry, and skip Section 4.h, below.
- (16) If no bracing elements are included in this frame then omit this entry, and skip Section 4.i, below.

- (17) One card must be included for each column line in the frame. For frames with a single column line a second column line should be specified to define the major axis for column properties entered in Section 4.g.
- (18) Coordinates of column lines are measured from the frame (local) axis.
- (19) Property set identification numbers must be in increasing numerical sequence beginning with one (1).
- (20) The rigid zone depth is used to reduce the effective length of the column about both axes.
- (21) Usually zero unless beam extends above floor level.
- (22) Property set identification numbers must be input in increasing numerical sequence beginning with one (1).
- (23) Torsional inertias may be omitted.
- (24) Shearing deformations are ignored if shear areas are zero.
- (25) The beam rigid zone lengths are used to reduce the effective length of the beam (girder).
- (26) Load set numbers must be input in sequence.
- (27) Reactions act on the beam ends and are positive as shown in Figure B5.
- (28) Additional fixed-end forces due to the uniform load, w , are calculated using:
- $$M = wl^2/12; \quad V = wl/2$$
- and are added to any specified fixed-end reactions. The forces due to w are exact only for prismatic beams.
- (29) Position of I and J ends defines local coordinate axes with local "y" positive from I to J and local "z" positive vertically upwards. A right hand screw rule sign convention applies.
- (30) Beams with zero (0) stiffness (missing girders) may be input as having a property set number of zero; if the beam has finite stiffness, the set number must reference an existing property set defined previously in Section 4.d, above.
- (31) The generation option can only be used to define girders within the current bay; a new bay must be started with a new beam card.
- (32) The vertical loading sets defined in Section 4.e, above, are applied to the girders via the references in card columns 11-25. Three (3) independent vertical load distributions (I, II, and III) are allowed, and these distributions are combined with the lateral load case (A and B) and the earthquake analysis to form load cases for the complete building; see Section 7, below.

- (33) Missing columns may be input as having a property set number of zero (0); if the column has finite stiffness, then the set number referenced must correspond to one of the property sets defined previously in Section 4.c, above.
- (34) Defines direction on local "y" axis and local "z" axis is in the vertical plane with positive upwards. A right hand screw rule convention applies.
- (35) Generation is allowed only within the current column line; begin a new column line with a new column card.
- (36) The foundation line is defined as level zero, and the roof level number is equal to the total number of stories in the building.
- (37) Frame identification numbers may be repeated, but location cards must be input in frame identification number sequence.
- (38) A frame force calculation code of one (1) will suppress output for the frame.
- (39) Distance from structure (Global) axis to origin of frame (local) axis.
- (40) Angle is input in degrees and decimal fractions; e.g. 36 12' entered as 36.2.
- (41) The angle ϕ is measured positively clockwise between the global Y-direction and the line of action of the earthquake direction; see Figure B8.
- (42) Four different response spectrum modal combination methods are available. See discussion in Part A regarding situations where the DSM or CQC methods should be used.
- (43) Multipliers should be specified either for response spectrum analysis or for time history analysis as specified in Section 1, CONTROL INFORMATION CARD as only one of these analysis types may be performed in a single program execution.
- (44) The total time span of the computed response is equal to the number of time steps multiplied by the time increment Δt . Output is given at each time step. Since explicit integration is used in computing the response, numerical instability problems are never encountered and the time increment may be any desired sampling value.
- (45) A zero (0) value for the moment of inertia selects the pure shear deformation panel model. The pure shear panel uses the gross sectional area, not the effective shear area, to calculate stiffness and stress values.
- (46) The DSC and CQC matrices are used for combining the individual modal responses to estimate the total response. If DSC and/or CQC of modal responses are not requested, leave this entry blank.
- (47) Envelope values of maximum and minimum response values, and

the associated times of occurrence are always printed when using analysis types 8 or 9.

- (48) If force generation requested, then the generated forces replace any entries in these columns.
- (49) No default value.
- (50) The user must ensure that values of C, S, C*S are within code specified limits.
- (51) No default value, if zero then geometric stiffness ($P-\Delta$) effects not included in stiffness and response calculation.
- (52) See Part A for description of stress ratio equation.
- (53) No default value. If less than or equal to zero (blank), stress ratios will not be calculated for members with this property set.
- (54) If DSC and/or CQC is required for type 3 analysis, enter the value one (1) in the appropriate columns. When blank or zero, the DSC and/or CQC element response calculations are skipped and are not available for use in load case definition (see LOAD CASE DEFINITION CARDS), whereas the SRSS and ABS element responses may be calculated irrespective of their output codes. The purpose of this key is to omit unnecessary internal DSC and/or CQC calculations when these combination types are not used. Note, for type seven (7) analysis, if DSC/CQC element response is requested, the CSC/CQC gross response must also be output.
- (55) If DSC and/or CQC is requested, then the appropriate key must be set in the EARTHQUAKE ACCELERATION SPECTRUM CARDS (Control Card, Columns 42-43).
- (56) The gross response quantities from lateral static and dynamic analyses cannot be combined to form new load cases. The results from each lateral static and/or dynamic analysis are output separately.
- (57) Note that when using the empirical rule to automatically generate mode shapes in approximate analysis, irregularities in higher mode shapes may result if a large number of modes is included in the analysis. The user should use only that number of modes which insures that the smallest internodal distance (h) of the highest mode (NFQ) will be greater than the typical story height for the building.
- (58) In analysis type 4, only peak envelope member response values are printed.
- (59) For 3-D approximate analysis, the order of mode generation is as follows: first X translational, first Y translational, first torsional, second X translational, second Y translational, second torsional, etc. Therefore, period values must be input according to this pattern. Also, in 3-D mode generation, the number of modes NFQ must be a multiple of three (3).

Analysis Type	Periods and Mode Shapes		Macro (Gross) Building Response			Detailed (Elements) Building Response			
	Eigen Solution	Approx.	Static	Response Spectrum	Time History	Static	Response Spectrum	Time Hist. (Envelopes)	Time History
0			X			X			
1	X		X						
-1		X	X						
2	X		X			X			
3	X		X			X	X		
4	X		X			X		X	
5									
6	X		X	X					
-6		X	X	X					
7	X		X	X		X	X		
8	X		X		X				
-8		X	X		X				
9	X		X		X	X		X	

Figure B1: Analysis Types

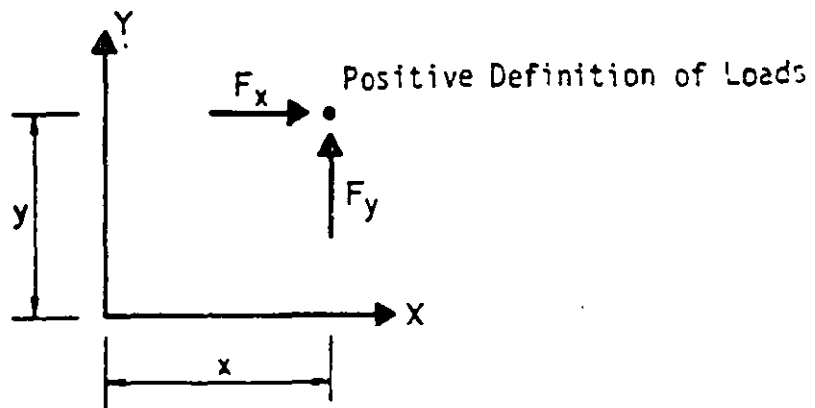


Figure B2: Definition of Positive Loads

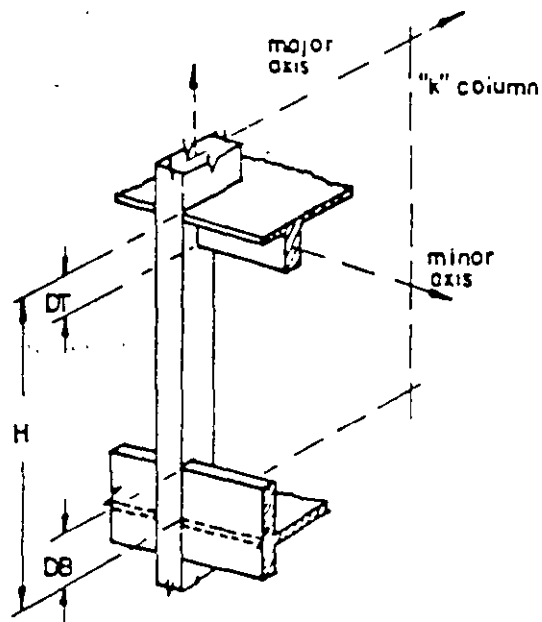


Figure B3: Column Geometry

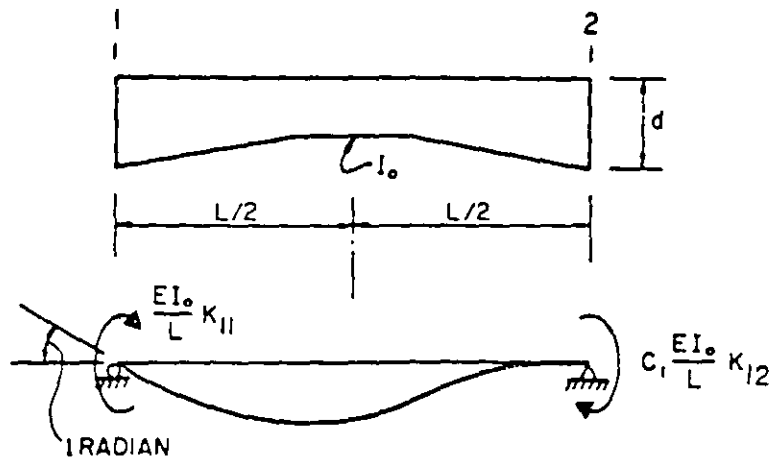


Figure B4: Beam Stiffness Factors

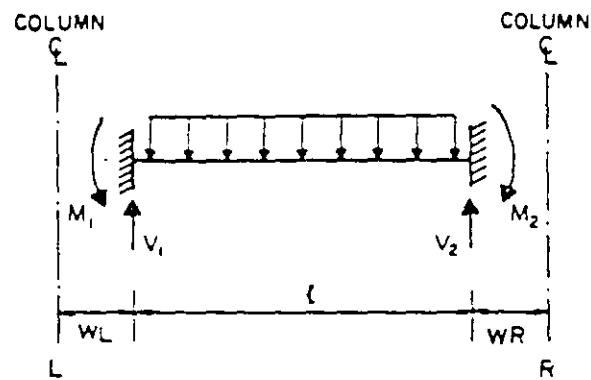


Figure B5: Beam Fixed End Forces

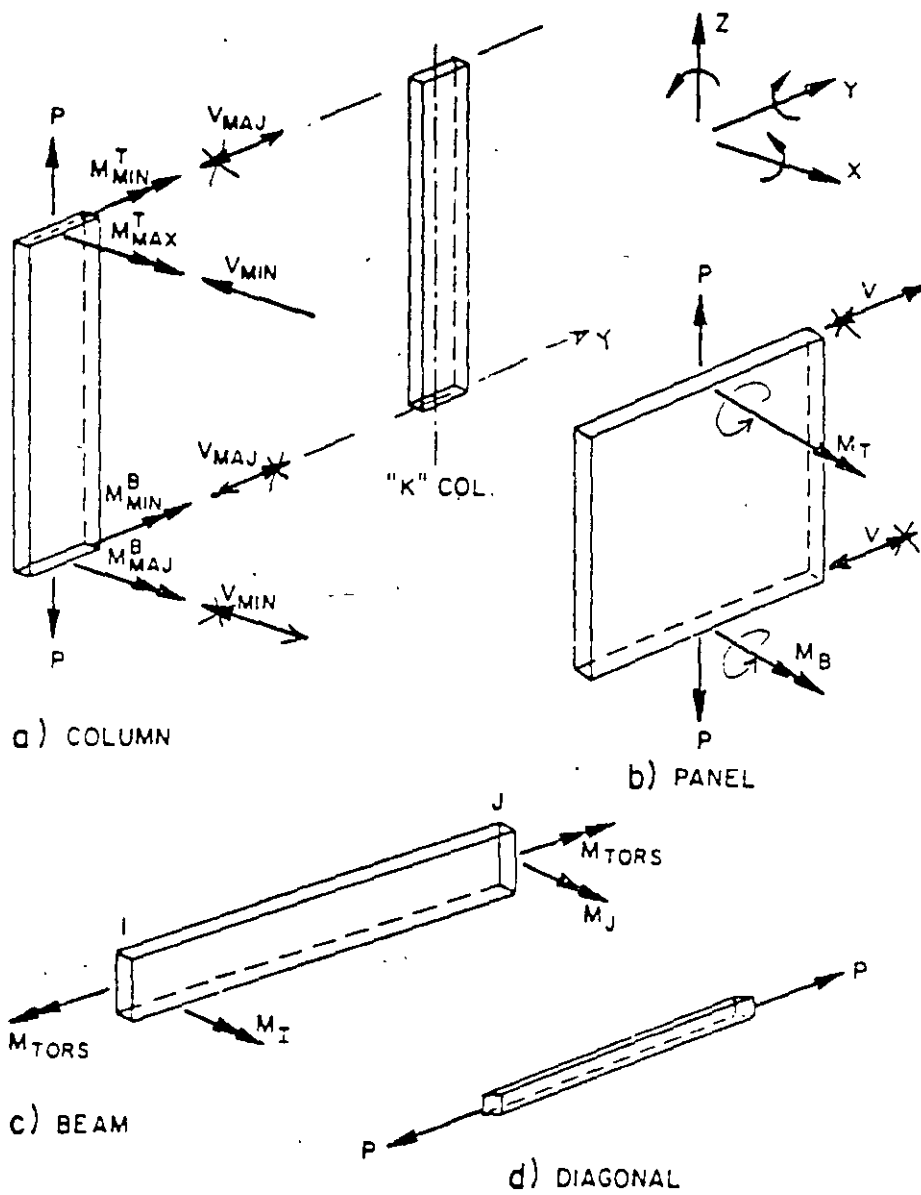


Figure B6: Sign Convention for Member Forces

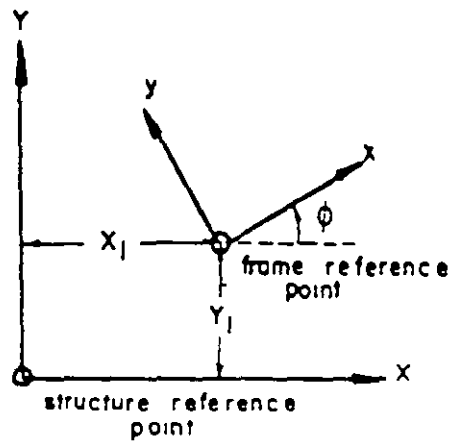


Figure B7: Frame Location Procedure

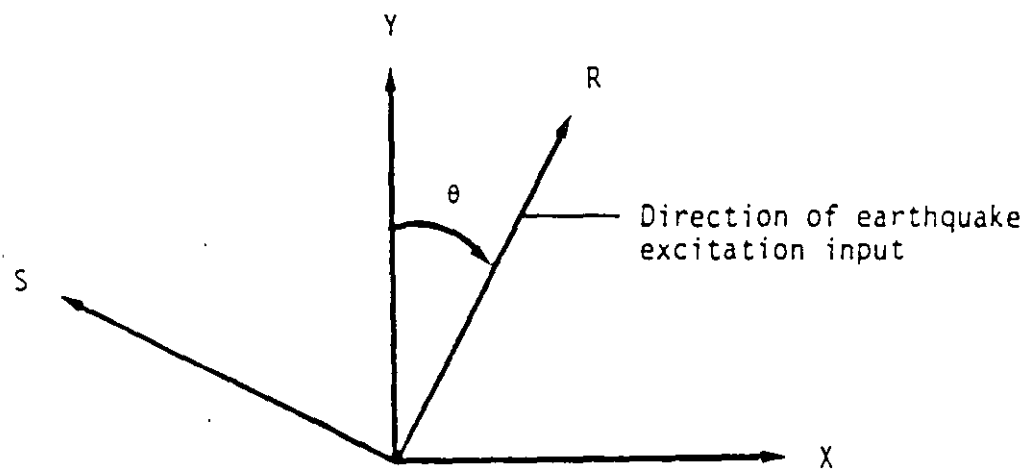


Figure B8: Orientation of (R,S) Coordinate System with respect to Global (X,Y) Coordinate System



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO I: ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

TEMA

MATERIAL ANEXO

**EXPOSITOR: M. EN I. JOSE LUIS TRIGOS SUAREZ
PALACIO DE MINERIA
AGOSTO DEL 2001**

THREE DIMENSIONAL ANALYSIS
OF BUILDING SYSTEMS
(EXTENDED VERSION)

by

E. L. Wilson, J. P. Hollings and H. H. Dovey

April 1975
Revised March 1979

ABSTRACT

A procedure and a computer program are developed for the linear structural analysis of frame and shear wall buildings subjected to both static and earthquake loadings. The building is idealized by a system of independent frame and shear wall elements interconnected by floor diaphragms which are rigid in their own plane. Within each column bending, axial and shearing deformations are included. Beams and girders may be nonprismatic and bending and shearing deformations are included. Also, shear panels can be considered. Finite column and beam widths are included in the formulation. Nonsymmetric, nonrectangular buildings which have frames and shear walls located arbitrarily in plan can be considered. Three independent vertical and two lateral static loading conditions are possible. The static loads may be combined with a lateral earthquake input which is specified as a time-dependent ground acceleration or as an acceleration spectrum response. Three dimensional mode shapes and frequencies are evaluated.

Frame and shear walls are considered as substructures in the basic formulation; therefore, for many structures input data preparation can be minimized and a significant reduction in computational effort can result in this approach.

This is an extension of TABS [8] to enable three dimensional frames to be input in which full compatibility exists.

ACKNOWLEDGEMENT

The major part of the development and documentation of the computer program presented here has been sponsored by a National Science Foundation Research Grant GK-31586X. This project involves analytical and fullscale studies of buildings constructed by industrialized methods in Yugoslavia. The computer program presented in this report can be used for the dynamic analysis of most of these buildings. Professor Jack G. Bouwkamp is the principal investigator and coordinator for this project.

TABLE OF CONTENTS

	<u>Page</u>
ABSTRACT	i
ACKNOWLEDGEMENT	ii
TABLE OF CONTENTS	iii
1. INTRODUCTION	1
A. General Programs For Structural Analysis	1
B. Earthquake Analysis of Buildings	1
2. STRUCTURAL IDEALIZATION	3
A. Complete Structure	3
B. The Frame Substructure	5
C. Lateral Frame Stiffness	8
D. Individual Member Stiffnesses	12
1. Column Stiffness	12
2. Beam Stiffness	17
3. Panel Stiffness	20
4. Diagonal Stiffness	26
E. Assembly of Building Stiffness From Frame Stiffnesses. . .	28
F. Solution For Static Loads	32
3. EARTHQUAKE ANALYSIS	33
A. Mass Approximation	33
B. Dynamic Equilibrium Equations	33
C. Mode Shapes and Frequencies	36
D. Dynamic Response Analysis	37
E. Spectrum Analysis	43
F. Computer Program Dynamic Options	44

	<u>Page</u>
4. PROGRAM APPLICATION	45
A. Foundation Building Interaction	45
B. Vertical Earthquake Analysis	48
C. Design Spectra	48
D. Special Modeling Problems	50
5. FINAL REMARKS	52
6. REFERENCES	53
APPENDIX A - Description of Input Data	A-1
APPENDIX B - Internal Organization of Computer Program	B-1
APPENDIX C - FORTRAN IV LISTING OF PROGRAM	C-1
APPENDIX D - Example Input and Output	D-1

1. INTRODUCTION

A. General Building Analysis Programs

Many general computer analysis programs exist for the analysis of structural systems. However the use of a general structural analysis program is not always advantageous. Difficulties which may arise from using such programs are discussed in detail in reference [8]. In an effort to overcome many of these problems a series of programs have been developed at the University of California at Berkeley over the past ten years. The most recent of these; TABS [8], has already found wide use throughout the profession and the resulting "feedback" has resulted in this further extension.

The computer program for the analysis of buildings which is presented in this report maintains the format and most of the options of its predecessor [8]. However, it has been extended to allow a general three dimensional frame (within which full compatibility exist) to be assembled into a three dimensional structure (c.f. planar frame [8]). However, for a limited number of buildings where the assumptions of rigid inplane diaphragms are not acceptable a general program such as SAP will still be the most appropriate type of program to use [4].

B. Earthquake Analysis of Buildings

At the present time, very few buildings in California, constructed in earthquake areas, are designed based on the results of a dynamic load analysis. The Uniform Building Code allows earthquake load to be approximated by a static lateral load. The magnitude of

the load depends on the seismic zone and the fundamental period of the building. An approximate formula may be used to estimate the fundamental period. The suggested distribution of the lateral loads over the height of the building includes some approximation of second period effects. Also, local foundation characteristics are not included in the code. In addition, the code load requirements are only a small fraction of the loads developed during a significant earthquake. As a result of these limitations the need to conduct a more comprehensive earthquake analysis of buildings is apparent to most structural engineers [5].

There are several reasons why a more rational earthquake analysis of buildings has not been professionally implemented. First: the research which has been conducted in earthquake engineering has not specifically suggested how the code can be improved. Second: a design earthquake record or design spectra has not been suggested for buildings. Third: the effect of the foundation structure interaction during an earthquake has not been understood clearly. Finally, computer programs which adequately represent complex structures have not been presented to the profession in a form convenient for direct application.

One of the purposes of this report is to provide clarification of some of these areas. Hopefully, it will result in the development of more rational earthquake analysis methods.

2. STRUCTURAL IDEALIZATION

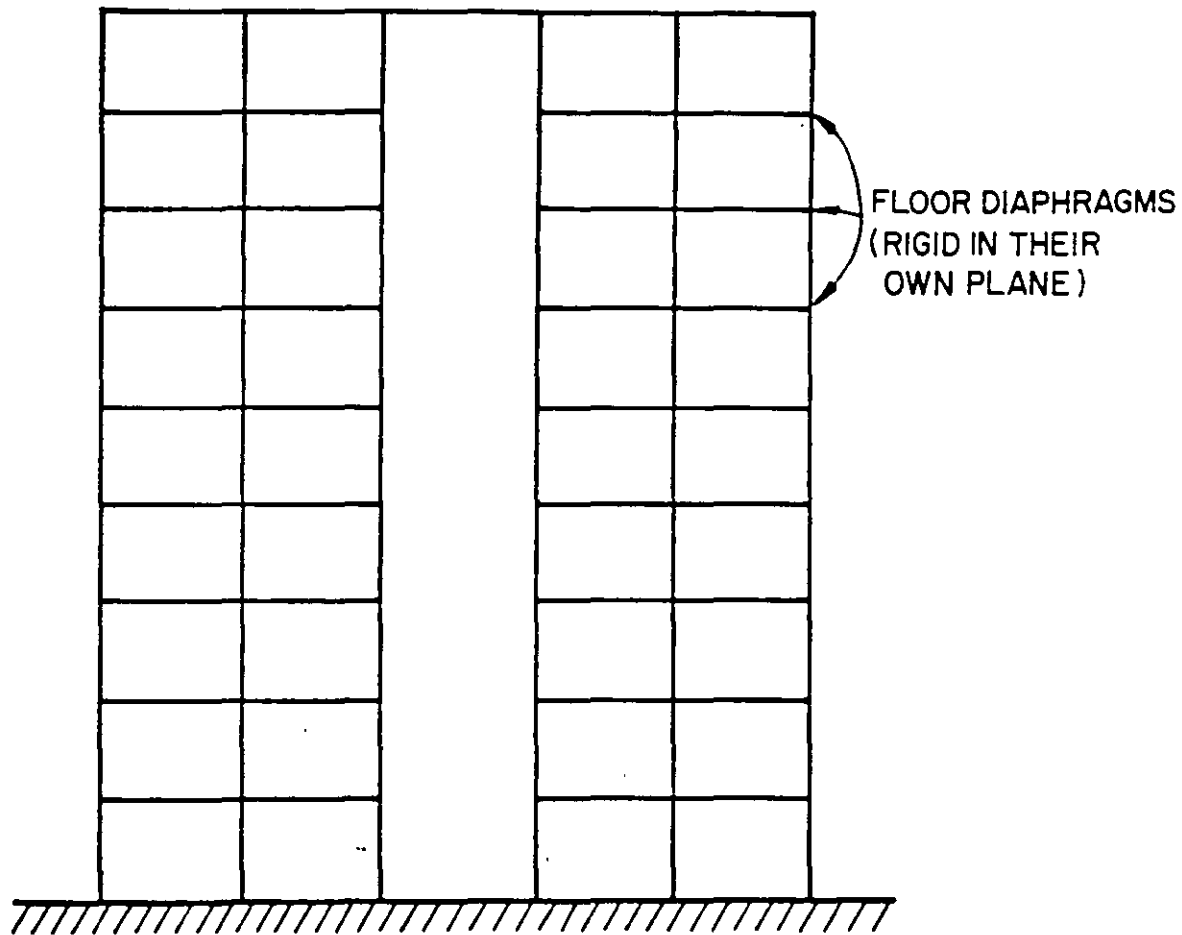
An exact three-dimensional structural analysis is required for only a limited number of buildings. For the majority of buildings two approximations can be made which greatly simplify the preparation of input data and significantly reduce the computational effort. A sketch of a typical building is shown in Figure 1.

The assumption that the floors are rigid in their own plan is a realistic approximation (bending deformations in the horizontal beam and floor slabs are included). The horizontal lateral loads are assumed to act at floor levels. Therefore, the lateral loads are transferred to the columns and shear wall elements through these rigid floor diaphragms. This results in three displacement degrees of freedom at each floor level--translation in the x and y directions and a rotation about the vertical axis.

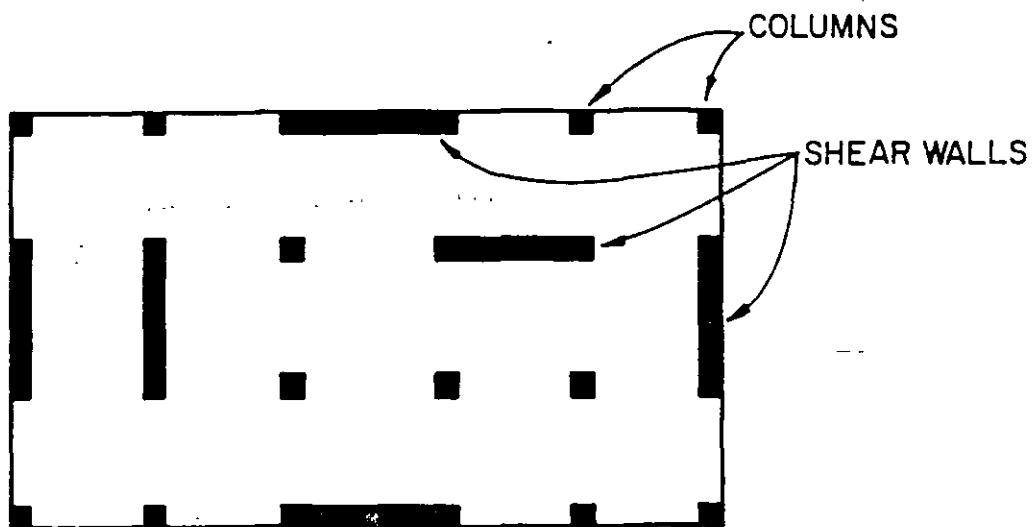
A. Complete Structure

The complete buildings considered here are composed of structural components which can be separated into a series of rectangular frames of arbitrary plan. Isolated shear walls are considered to be frames consisting of a continuous column line (having the associated wall properties) and a dummy column line to define the principle axis of the wall. Each frame is treated as an independent substructure. The complete structure stiffness matrix is then formed under the assumption that all frames are connected at each floor level by a diaphragm which is rigid in its own plane.

Each joint has six degrees of freedom (displacement in, and rotation about each coordinate axis). Within each frame three of these



a) ELEVATION



b) PLAN

FIGURE 1 TYPICAL FRAME AND SHEAR WALL BUILDING

degrees of freedom (the two translations and the rotation in the floor plane) can be transformed, using the assumption of rigid in plane floor diaphragms, to the frame degrees of freedom at that floor level (Figure 1). The remaining three joint degrees of freedom are eliminated by static condensation before each frame stiffness is added to the total structural stiffness matrix. The final structural stiffness matrix corresponds to three degrees of freedom per floor level..

The overall assumptions inherent in this approach are as follows:

1. Compatibility is not enforced with regard to joint displacements at joints which are common to more than one frame. Thus axial deformations in common columns will not be the same; however for design purposes, these column axial forces may be added directly to give reasonable results.
2. The floor diaphragms are assumed to be rigid in their own planes. Bending stiffness of the floors may be included approximately in the modeling of the individual frames. It is apparent that axial deformation is not permitted in the beams. Floor levels must be the same for all frames.

B. The Frame Substructure

An sketch of a typical frame is shown in Figure 2. Column centerlines and floor levels are the basic reference lines used in the frame descriptions. Finite beam and column widths may be specified.

Deformations within joints (shown as shaded areas in Figure 2) are neglected. Hence the effective length of both beams and columns are reduced by the "rigid end zone" lengths associated with each element

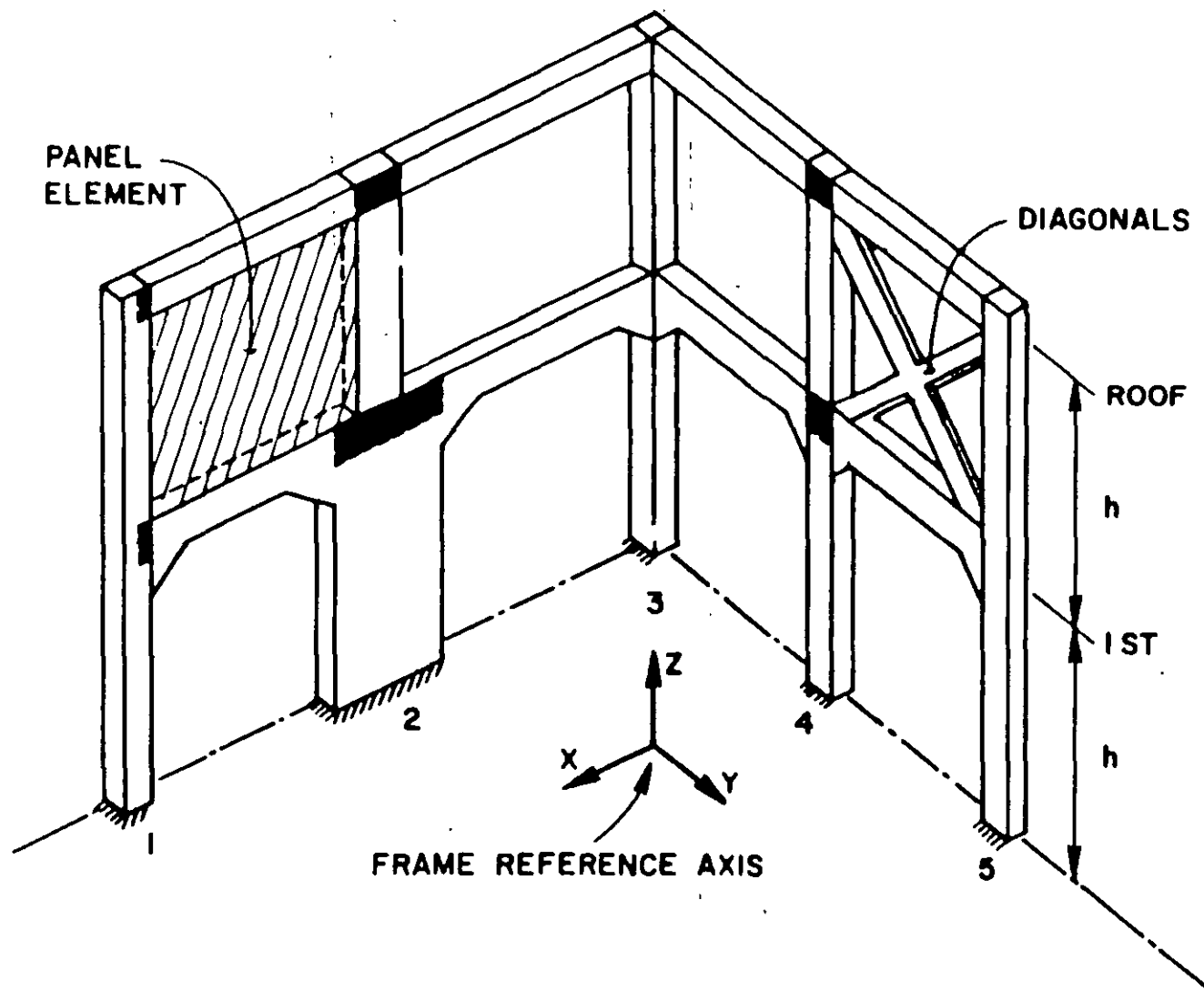


FIGURE 2 TYPICAL FRAME

type. For beams these lengths are usually set equal to the half width of the columns below and for columns the average depth of the girders on either side (top rigid zone). A "rigid zone" may also be specified for the bottom of the column (usually set to zero) to take into consideration the height of any spandrel beams that may project above floor level. The effective "rigid end zone" for the column element is used to reduce the effective length about both axes.

Columns must be prismatic; however, shearing and axial deformations are included. Beams need not be prismatic but must be symmetric about their vertical midplane. Only stiffness factors are given. Shearing deformation may be considered by appropriate modification to the stiffness factors.

A special panel element is included to model infill panels and discontinuous shear walls. Two approaches for this element are included

- a) a "flexural" model which carries both bending and shear.
- b) a "pure shear" model which is restricted to carrying only shear.

The "pure shear" element is activated when the flexural inertia for the panel input data is set to zero. These elements may be arbitrarily placed within the frame.

The inclusion of a truss element allows diagonal bracing to be modelled. This element carries axial force only and may be placed in any arbitrary storey of a frame.

Members may be omitted from any position simply by specifying zero properties. However, it should be noted that if two adjacent beams are omitted, the lateral displacement of the common joint is still constrained to be the same as other joints at that level. Hence, the appropriate column is considered to be laterally supported at the floor level.

Vertical loading is applied to the individual frames by means of sets of fixed end forces associated with each beam. For uniform beams the fixed end forces can be calculated automatically within the program.

C. Lateral Frame Stiffness

The approximations described in the previous section allow each frame (or shear wall) to be treated as a separate substructure. The only connection is through the common displacements at the floor levels. The first step in the development of stiffness of the complete building is to develop the lateral stiffness of each frame.

The complete stiffness matrix for each frame is assembled by the Direct Stiffness Technique. With the frame degrees of freedom appropriately ordered, the frame equilibrium equations have the form shown below:

$$\begin{bmatrix} \underline{R}_1 \\ \underline{R}_2 \\ \underline{R}_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{R}_n \\ \underline{R}_{n+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{R}_{N-1} \\ \underline{R}_N \\ \underline{P}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{K}_1 & \underline{C}_1 & & & & & & & & \\ \underline{C}_1^T & \underline{K}_2 & \underline{C}_2 & & & & & & & \\ & \underline{C}_2^T & \underline{K}_3 & \underline{C}_3 & & & & & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot & & & & \\ & & & & \underline{K}_n & \underline{C}_n & & & & \\ & & & & \underline{C}_n^T & \underline{K}_{n+1} & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & \underline{K}_{N-1} & \underline{C}_{N-1} & & \\ & & & & & & \underline{C}_{N-1}^T & \underline{K}_N & & \\ & & & & & & & & \underline{E}_N & \\ \underline{E}_1^T & \underline{E}_2^T & \cdot & \cdot & \underline{E}_n^T & \underline{E}_{n+1}^T & \cdot & \cdot & \cdot & \underline{E}_{N-1}^T & \underline{E}_N^T & \underline{K}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{r}_1 \\ \underline{r}_2 \\ \underline{r}_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{r}_n \\ \underline{r}_{n+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \underline{r}_{N-1} \\ \underline{r}_N \\ \underline{r}_L \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Where N is the number of stories in the frame, $\underline{r}_n$ is the vector of joint displacements at story level n and $\underline{r}_L$ is the vector of lateral story displacements. Note that the lateral loads, $\underline{P}_L$ are not known until the complete building is solved. Lateral loads are applied to the complete structure and are considered when the lateral stiffness matrix for the complete building is assembled. Evidently, Gaussian

elimination may be performed on the full system up to and including the equations

$$\underline{R}_N = \underline{C}_{N-1} \underline{r}_{N-1} + \underline{K}_N \underline{r}_N + \underline{E}_N \underline{r}_L \quad (2.2)$$

The last N equations ($\underline{r}_L$ is a vector of order N) may now be written as

$$\underline{P}_L + \underline{R}'_L = \underline{K}'_L \underline{r}_L \quad (2.3)$$

The vector $\underline{R}'_L$ is used to indicate that the lateral load submatrix is modified by the elimination process due to vertical loading on the frame. These terms represent the sidesway effects of a non-symmetrical structure or vertical loading. The matrix $\underline{K}'_L$ clearly represents the frame lateral stiffness matrix; i.e. the stiffness matrix of the frame in terms of only the lateral story displacements. Note that it is not necessary to know the applied lateral loads on the frame, $\underline{P}_L$, at this stage of the analysis.

Within the computer program however, the following approach is adopted in order to reduce core storage requirements.

The assembly and reduction process is carried out systematically story by story from the top of the structure such that at any level, n, we consider the system shown below:

$$\begin{Bmatrix} \underline{R}'_n \\ \underline{R}'_{n+1} \\ \underline{P}_L + \underline{R}'_L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{K}'_n & \underline{C}'_n & \underline{E}'_n \\ \underline{C}'_n^T & \underline{K}'_{n+1} & \underline{E}'_{n+1} \\ \underline{E}'_n^T & \underline{E}'_{n+1}^T & \underline{K}'_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{r}_n \\ \underline{r}_{n+1} \\ \underline{r}_L \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

where again the prime indicates that the submatrices may have been modified by previous elimination.

At each level the following steps are performed.

1. Add in the individual member stiffnesses for level n.

These are shown below



2. Perform the elimination on the equations of the uppermost partition in Equation (2.4) above
3. Save these reduced equations for subsequent back-substitution.
4. Rearrange the submatrices in Equation (2.4) appropriately in order to proceed to the next level. This rearrangement is as follows;

$$\begin{Bmatrix} R'_{n+1} \\ \underline{0} \\ P_L + R'_L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K'_{n+1} & \underline{0} & E'_{n+1} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} \\ E'^T_{n+1} & \underline{0} & K'_L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_{n+1} \\ r_{n+2} \\ r_L \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

5. Repeat the above steps for the next level. Thus after the elimination is completed for joint displacements at all story levels, we are left with the lateral stiffness matrix for the frame.

D. Individual Member Stiffness

1. Column Stiffness

In terms of deformation coordinates shown in Figure 3, the column stiffness may be defined as follows.

$$\begin{Bmatrix} M_T \\ M_{ix} \\ M_{iy} \\ S \\ M_{jx} \\ M_{jy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_T & & & & & \\ & S_a & & S_c & & \\ & & S_b & & S_d & \\ & & & A & & \\ & S_c & & S_a & & \\ & & S_d & & S_b & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_T \\ \theta_{ix} \\ \theta_{iy} \\ \delta \\ \theta_{jx} \\ \theta_{jy} \end{Bmatrix} \quad (2.6a)$$

or

$$S_c = k_c \phi_c \quad (2.6b)$$

where

$$S_T = \frac{GI_p}{L} \quad (2.6c)$$

$$S_a = \frac{2EI_{xx}}{L} \frac{(2+\beta)}{(1+2\beta)} \quad (2.6d)$$

$$S_b = \frac{2EI_{yy}}{L} \frac{(2+\beta)}{(1+2\beta)} \quad (2.6e)$$

$$S_c = \frac{2EI_{xx}}{L} \frac{1-\beta}{1+2\beta} \quad (2.6f)$$

$$S_d = \frac{2EI_{yy}}{L} \frac{1-\beta}{1+2\beta} \quad (2.6g)$$

$$A = \frac{EA}{L} \quad (2.6h)$$

$$\beta = \frac{6EI}{L^2 \bar{A}G}$$

where β is the shear flexibility factor, $\bar{A}$ is the effective shear area with respect to the axis of bending under consideration and other symbols are standard.

In line with the direct stiffness technique we now develop a transformation between the member and member end displacements as shown in Figure 3. The transformation for displacements at end "I" of member as given below

$$\begin{Bmatrix} \theta_T \\ \theta_{ix} \\ \theta_{iy} \\ \delta \\ \theta_{jx} \\ \theta_{jy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \frac{1}{L} & & 1 + \frac{DT}{L} & & \\ & -\frac{1}{L} & & 1 + \frac{DT}{L} & & \\ & & & & 1 & \\ & & \frac{1}{L} & \frac{DT}{L} & & \\ & -\frac{1}{L} & & \frac{DT}{L} & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^I \\ v^I \\ \theta_z^I \\ \theta_x^I \\ \theta_y^I \\ w^I \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

Equations 2.6a and 2.7 may be written symbolically as follows:

$$S_c = k_c \phi_c \quad (2.8)$$

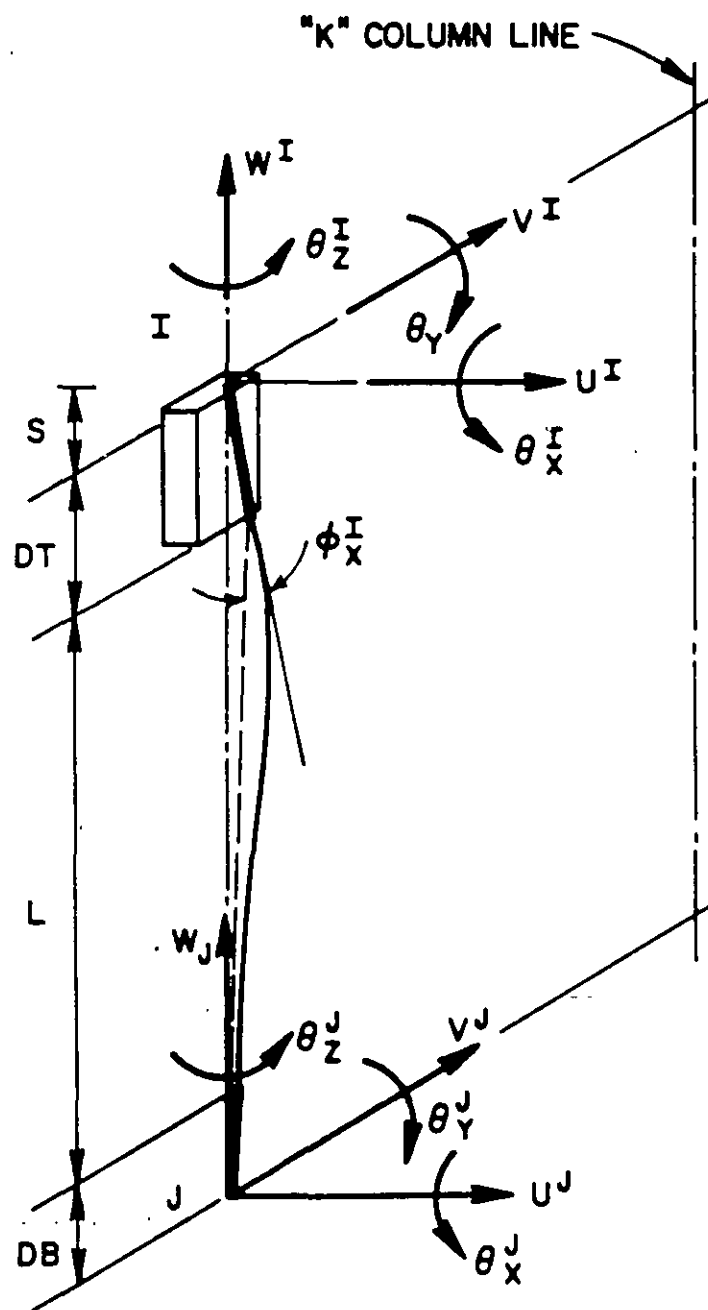


FIGURE 3 COLUMN DEFORMATIONS FOR END I (MAJOR AXIS) AND JOINT DISPLACEMENTS.

and

$$\phi_c = a_c r_c \quad (2.9)$$

where the subscript c indicates column, a_c is the transformation matrix and r_c denotes the member end displacements. There is a further transformation from member end to frame displacements as shown in Figure 4. We utilize the assumption of rigid in plane floor diaphragms to slave those displacements and rotations in the plane of the floor slab to a master node for that level located at the origin of the coordinate axes for that frame.

This transformation is given

$$\begin{Bmatrix} u^I \\ v^I \\ \theta_z^I \\ \theta_x^I \\ \theta_y^I \\ w^I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta & a \\ \cos\theta & \sin\theta & b \\ & & 1 \\ & \sin\theta & -\cos\theta \\ & \cos\theta & \sin\theta \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_x^f \\ r_y^f \\ r_\theta^f \\ \theta_x^f \\ \theta_y^f \\ r_z^f \end{Bmatrix} \quad (2.10a)$$

or

$$r_x = b_c r^f \quad (2.10b)$$

where

$$a = -y \sin\theta - x \cos\theta \quad (2.10c)$$

$$b = -y \cos\theta + x \sin\theta \quad (2.10d)$$

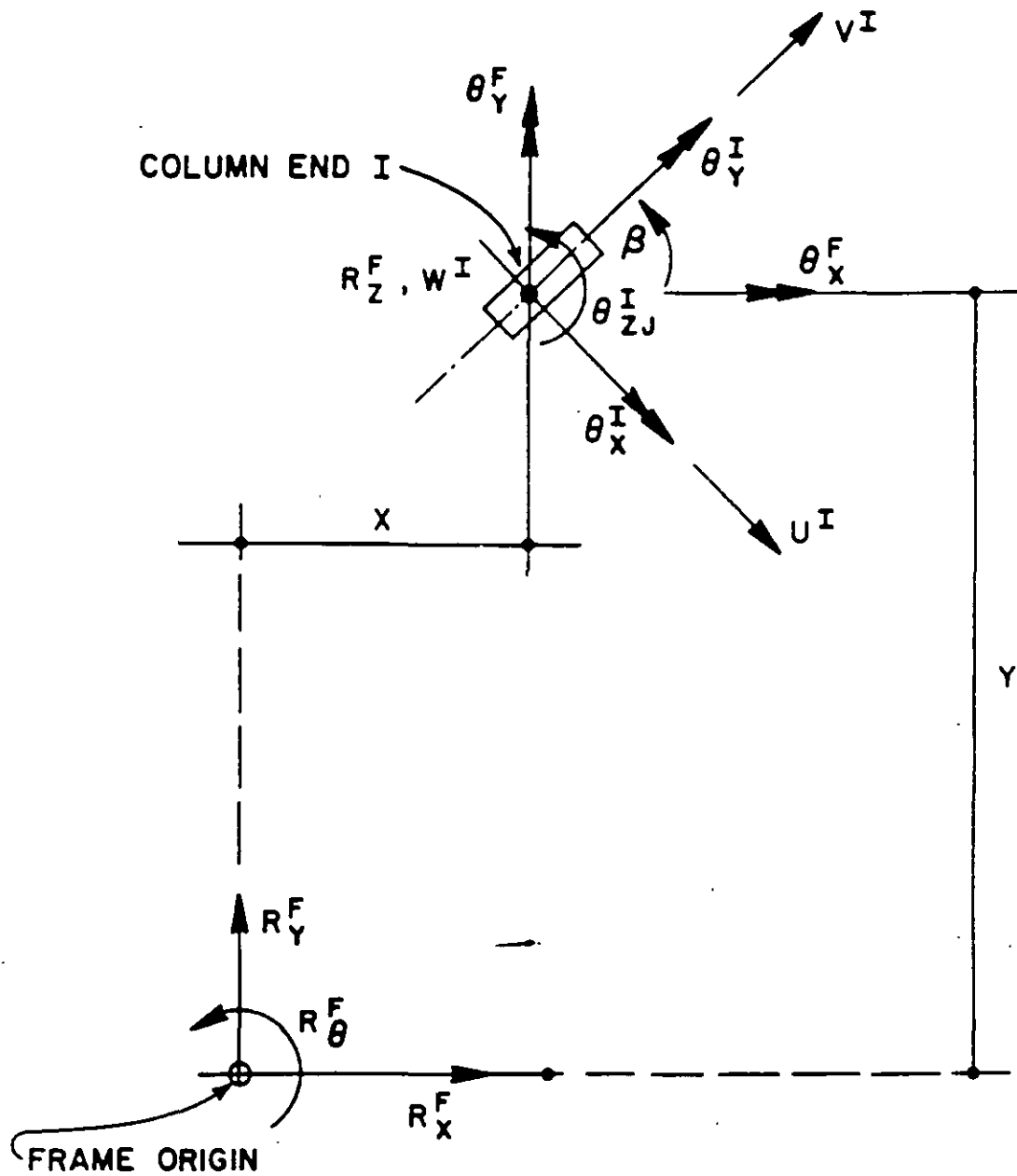


FIGURE 4 MEMBER END AND FRAME DISPLACEMENTS

and θ is defined by the angle between the columns major axis direction and the frame (sub-global) x axis. Equations 2.8, 2.9, 2.10a may be written as

$$S_c = k_c \phi_c$$

$$\phi_c = \underline{a}_c \underline{r}_c$$

$$\underline{r}_c = \underline{b}_c \underline{r}_f$$

or

$$\underline{S}_c = \underline{k}_c \underline{a}_c \underline{b}_c \underline{r}_f$$

Following standard notation the stiffness matrix for an individual column in terms of the frame displacements is given by

$$\underline{k}_c = \underline{b}_c^T \underline{a}_c^T \underline{k}_c \underline{a}_c \underline{b}_c$$

2. Beam Member

The beam stiffness is derived in a similar fashion to that for the column except that bending about the vertical axis and axial deformations are neglected. In this case Equation 2.1a becomes

$$\begin{Bmatrix} M_T \\ M_I \\ M_J \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_T & & \\ & S_a & S_b \\ & S_b & S_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_T \\ \phi_i \\ \phi_j \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

or

$$\underline{S}_b = \underline{k}_b \underline{\phi}_b$$

With reference to Figure 5 the transformation from the member to the member end displacements is as follows

$$\begin{Bmatrix} \phi_T \\ \phi_I \\ \phi_J \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} & -1 & & 1 \\ 1 + \frac{b}{L} & \frac{1}{L} & \frac{a}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{b}{L} & \frac{1}{L} & 1 + \frac{a}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_x^I \\ \theta_y^I \\ r_z^I \\ \theta_x^J \\ \theta_y^J \\ \theta_z^J \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

or

$$\phi_b = a_b r_b$$

The further transformation to frame displacements is a rotation of the member end coordinate axis to directions parallel to the frame coordinate axis

$$\begin{Bmatrix} \phi_x^I \\ \phi_y^I \\ r_z^I \\ \phi_x^J \\ \phi_y^J \\ r_z^J \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta & & & & \\ \cos\theta & \sin\theta & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \sin\theta & -\cos\theta & \\ & & & \cos\theta & \sin\theta & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{Ix}^f \\ \phi_{Iy}^f \\ r_{Iz}^f \\ \phi_{Jx}^f \\ \phi_{Jy}^f \\ r_{Jz}^f \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

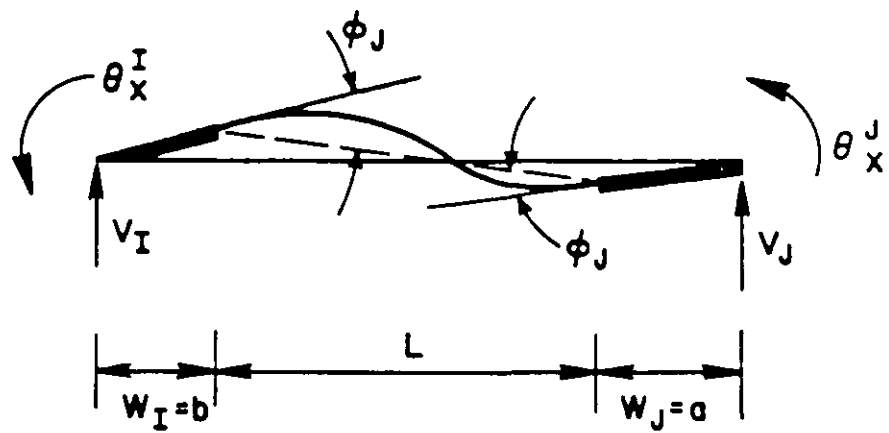


FIGURE 5 BEAM DEFORMATIONS AND JOINT DISPLACEMENTS

or

$$\underline{r}_b = \underline{b}_b \underline{r}_t$$

From Equations (2.11 - 2.13) the beam stiffness matrix, $\underline{k}_b$ is given by

$$\underline{k}_b = \underline{b}_b^T \underline{a}_b^T \underline{k}_b \underline{a}_b \underline{b}_b \quad (2.14)$$

3a. Flexural Panel Stiffness

The standard in plane column stiffness including bending and shearing deformation (Equations 2.6) is used. However, each end rotational degree of freedom is transformed into the two vertical displacements of the adjacent joints. This approach requires special modelling details which are discussed in section 4D.

The deformation-displacement transformation matrix is given by

$$\begin{Bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \\ \delta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{h} & -\frac{1}{d} & \frac{1}{d} & -\frac{1}{h} & - & - \\ \frac{1}{h} & - & - & -\frac{1}{h} & -\frac{1}{d} & \frac{1}{d} \\ - & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & - & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_T \\ w_{LT} \\ w_{RT} \\ u_B \\ w_{LB} \\ w_{RB} \end{Bmatrix} \quad (2.15a)$$

or

$$\phi_p = \underline{a}_p \underline{r}_p \quad (2.15b)$$

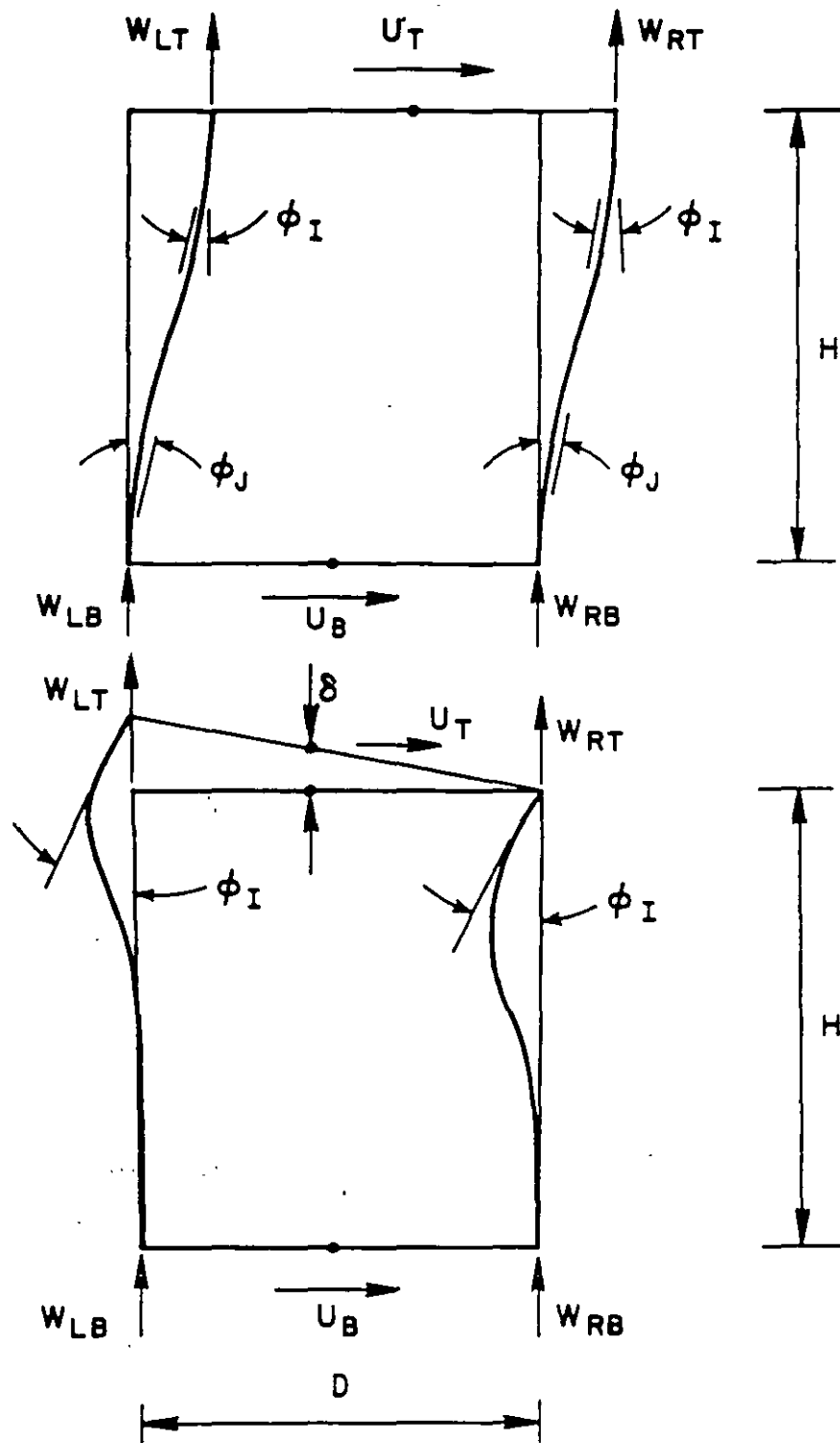


FIGURE 6 TYPICAL PANEL DEFORMATIONS AND JOINT DISPLACEMENTS

member deformations and joint displacements are shown in Figure 6.

3b. Pure Shear Panel

Since the panel is assumed to carry only pure shear, we have the simple shear constitutive relationship;

$$\tau = G \gamma \quad (2.16)$$

where the symbols are standard.

From Figure 7, it is noted that shearing strain is induced by relative horizontal and vertical displacement of the sides of the panel. That is

$$\gamma = \frac{\delta_H}{L_V} + \frac{\delta_V}{L_H} \quad (2.17)$$

The average values of vertical joint displacement on each side of the panel are used to calculate the relative vertical displacement. Thus we obtain the following deformation-displacement transformation matrix:

$$\gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_V} & -\frac{1}{2L_H} & \frac{1}{2L_H} & -\frac{1}{L_V} & -\frac{1}{2L_H} & \frac{1}{2L_H} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_T \\ w_{LT} \\ w_{RT} \\ u_B \\ w_{LB} \\ w_{RB} \end{Bmatrix} \quad (2.18a)$$

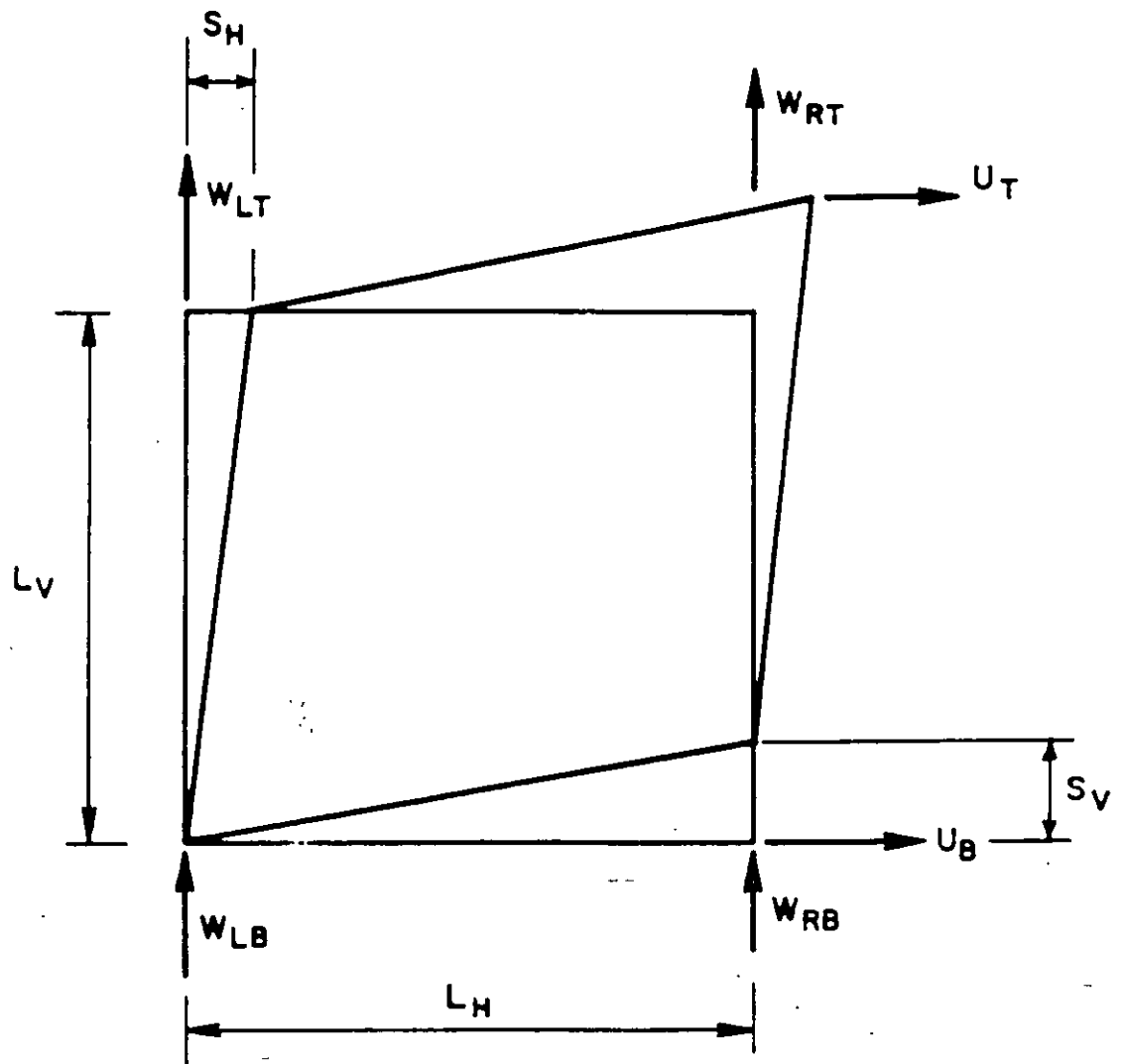


FIGURE 7 SHEAR PANEL DEFORMATION

or

$$\underline{r} = \underline{a}_p \underline{r}_p \quad (2.18b)$$

Again following standard theory, the shear panel stiffness matrix is obtained as

$$\begin{aligned} \underline{k}_s &= \int_{Vol} \underline{a}_p^T G \underline{a}_p dV \\ &= L_V A G \underline{a}_p^T \underline{a}_p \end{aligned} \quad (2.19)$$

3c.

The transformation to frame displacements is shown in Figure 8 and is the same for both panel types.

$$\begin{Bmatrix} u_T \\ w_{LT} \\ w_{RT} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & -d \\ & & 1 \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_x^F \\ r_y^F \\ r_\theta^F \\ r_{zL}^F \\ r_{zR}^F \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

or

$$\underline{r}_p = \underline{b}_p \underline{r}_F$$

From Equations 2.6, 2.19, 2.20 the panel stiffness matrix with respect to the frame displacements

$$\underline{K}_p = \underline{b}_p^T \underline{a}_p^T \underline{k}_p \underline{a}_p \underline{b}_p \quad (2.21)$$

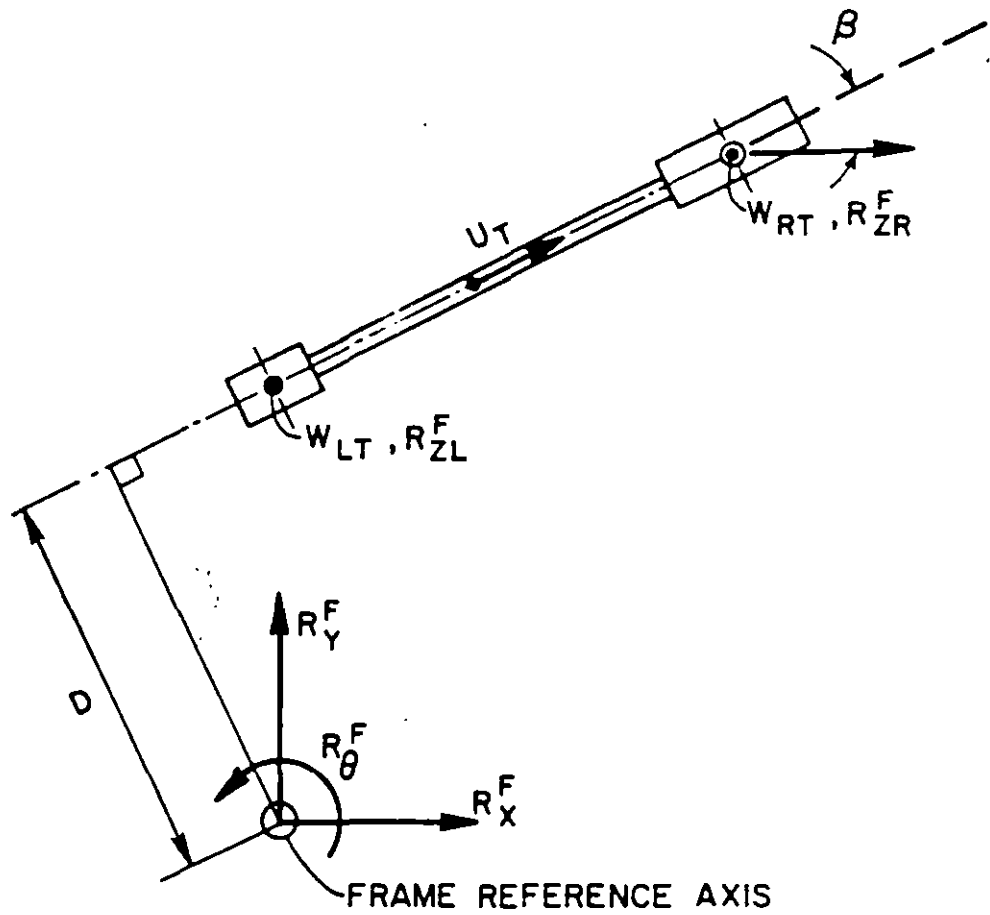


FIGURE 8 PANEL AND FRAME DISPLACEMENTS

4. Diagonal Stiffness

The diagonal stiffness is defined as

$$S = \frac{EA}{L} \delta \quad (2.22a)$$

or

$$S = k_D \delta \quad (2.22b)$$

The transition from member to frame displacement coordinates involves two transformations

a) Transformation to horizontal and vertical displacements

as shown in Figure 8

$$\delta = \begin{bmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha & -\sin\alpha & -\cos\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_V^T \\ r_H^T \\ r_V^B \\ r_H^B \end{Bmatrix} \quad (2.23a)$$

or

$$\delta_D = a_D r_D \quad (2.23b)$$

b) Transformation at each level to frame displacements as

shown in Figure 9.

$$\begin{Bmatrix} r_V^T \\ r_H^T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & -d \\ 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_{xT}^F \\ r_{yT}^F \\ r_{\theta T}^F \\ r_{zT}^F \end{Bmatrix} \quad (2.24a)$$

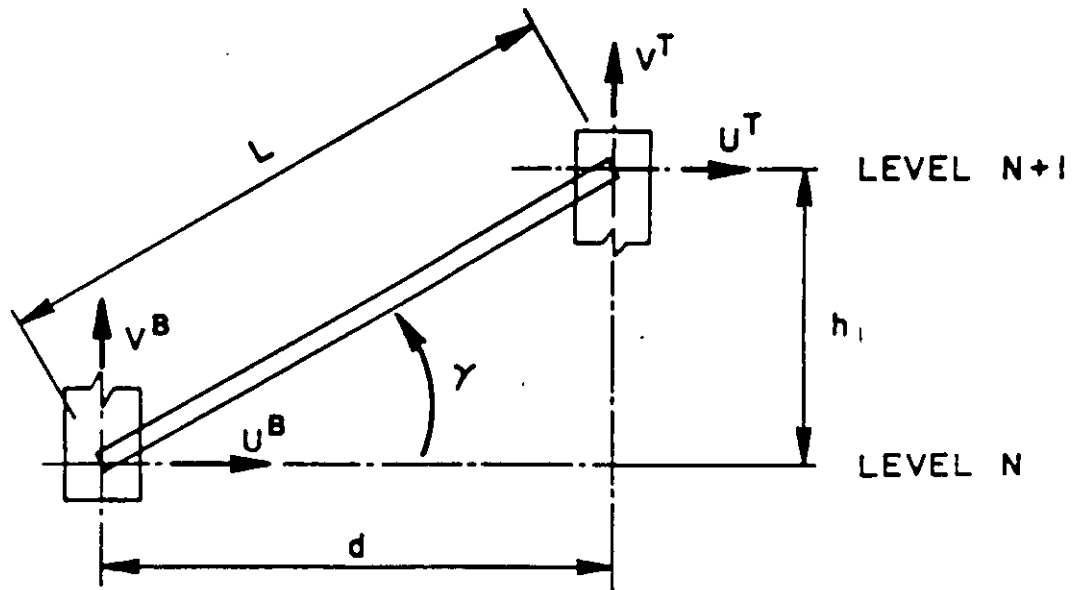


FIGURE DIAGONAL DEFORMATIONS AND IN
 PLANE JOINT DISPLACEMENTS

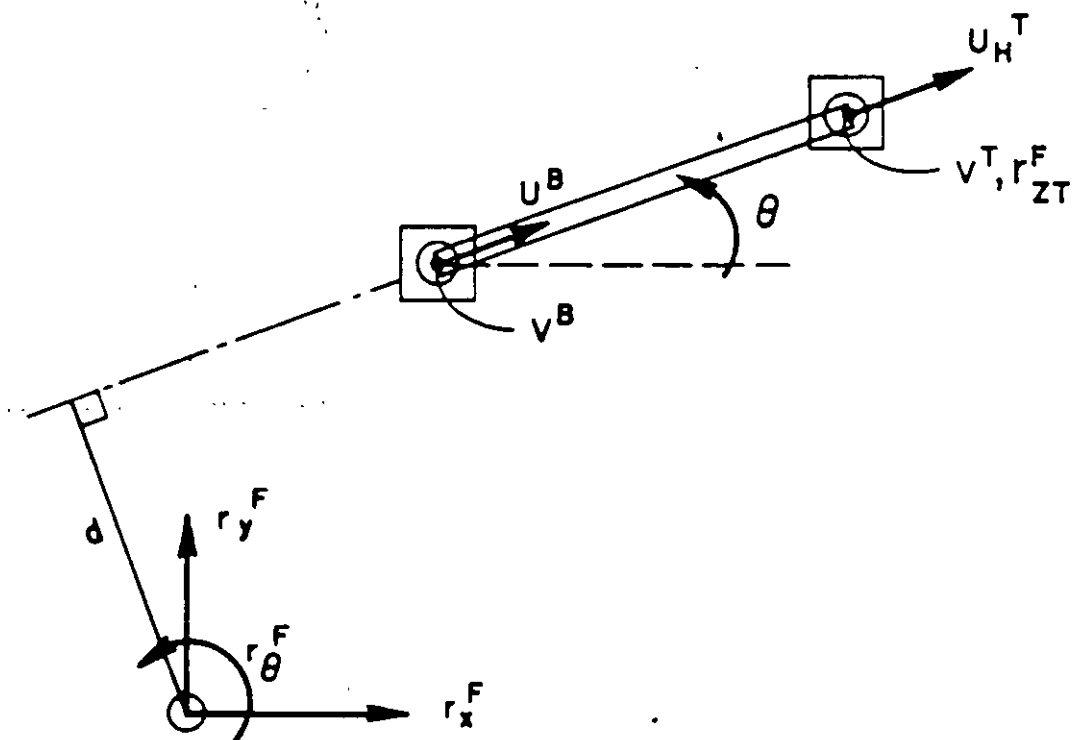


FIGURE 9 DIAGONAL JOINT AND FRAME DISPLACEMENTS

or

$$\underline{r}_D = \underline{b}_D \underline{r}_F \quad (2.24b)$$

From Equations 2.22, 2.23, 2.24 diagonal stiffness is given by

$$\underline{k}_D = \underline{b}_D^T \underline{a}_D^T \underline{k}_D \underline{a}_D \underline{b}_D \quad (2.25)$$

E. Assembly of Building Stiffness From Frame Stiffnesses

In order to combine the frame lateral stiffness matrices into a complete structure lateral stiffness matrix, each of the frame stiffnesses must be transformed to a common displacement coordinate system (which will be referred to as the global system). The global system chosen is two translations and one rotation per story. The origin of these global displacement coordinates at each story level is taken at the center of mass of that story segment. This position may vary from story to story. Therefore the mass matrix required for dynamic analysis will be a diagonal matrix thus simplifying the eigenvalue solution.

The first step is to develop the transformation between the frame lateral displacements and the global displacements. With reference to Figure 10, the transformation at any level, n is as follows;

$$\begin{Bmatrix} u_{FN} \\ v_{FN} \\ \theta_{FN} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & (-\Delta y \cos\beta + \Delta x \sin\beta) \\ \sin\beta & \cos\beta & (\Delta x \cos\beta + \Delta y \sin\beta) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_{xN} \\ r_{yN} \\ r_{\theta N} \end{Bmatrix} \quad (2.26a)$$

where the symbols are defined in Figure 10 and symbolically (2.26a) is written as

$$\underline{r}_{Ln} = \underline{a}_n \underline{r}_n \quad (2.26b)$$

Assembling the transformations for all floors, we obtain the complete transformation between frame lateral displacements and global displacement as follows

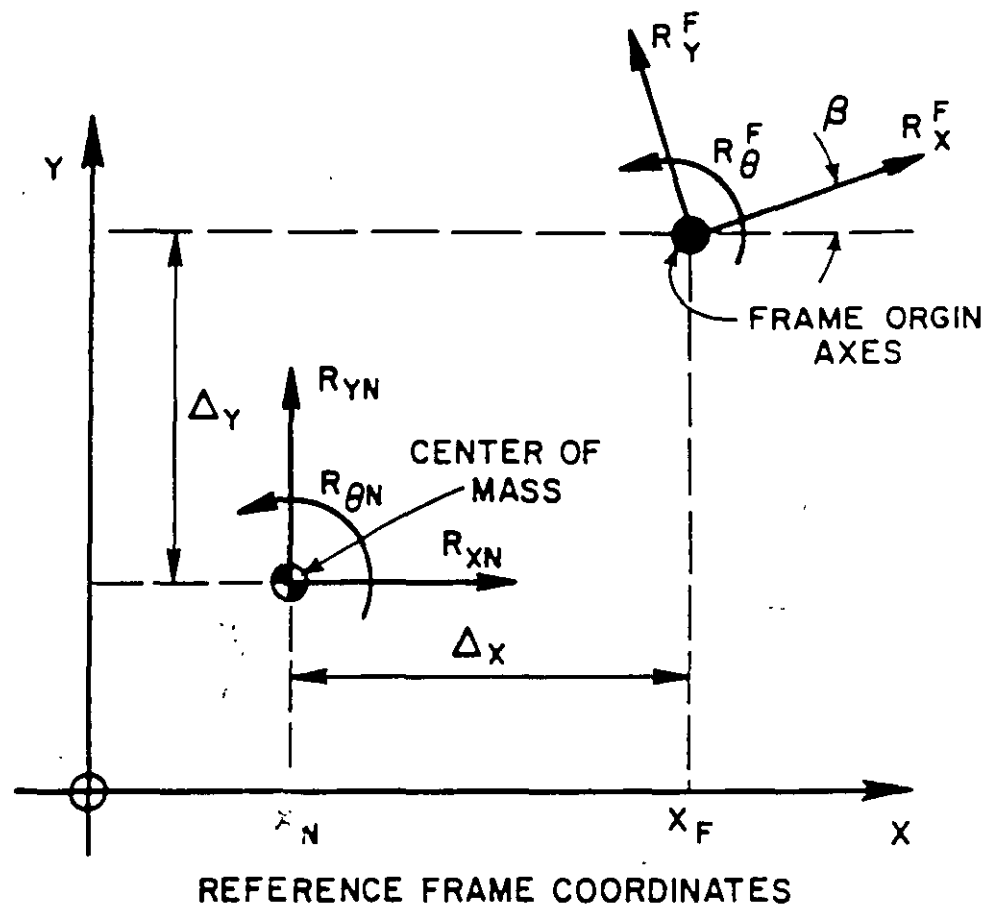


FIGURE 10 GLOBAL AND FRAME LATERAL DISPLACEMENTS

$$\begin{Bmatrix} r_{L1} \\ r_{L2} \\ \cdot \\ \cdot \\ r_{Ln} \\ \cdot \\ \cdot \\ r_{LN} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & & & & \\ & a_2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & a_n \\ & & & & & \cdot \\ & & & & & & \cdot \\ & & & & & & & a_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ r_n \\ \cdot \\ \cdot \\ r_N \end{Bmatrix} \quad (2.27a)$$

or

$$r_{Li} = A_i r \quad (2.27b)$$

r is the complete vector of global displacements. The frame lateral stiffness is transformed to the global system and becomes;

$$K_i = A_i^T K_{Li} A_i \quad (2.28)$$

where the subscript i denotes the i th frame.

The structure lateral stiffness is assembled by the addition of components from all frames: i.e.

$$K = \sum_i K_i \quad (2.29)$$

The frame lateral sway affects must also be transformed to the global system. This transformation is shown by;

$$R_i = A_i^T R'_{Li} \quad (2.30)$$

The global load vector is formed by the summation of frame sway effects and the addition of externally applied lateral loads F i.e.

$$\underline{R} = \sum_i \underline{R}_i + \underline{F} \quad (2.31)$$

The global forces $\underline{F}$ are specified; however, they are also given by

$$\underline{F} = \sum A_i^T P_{Li} \quad (2.32)$$

It is worth noting the form of the transformation shown as equation (2.28). When written in the submatrix form of equation (2.27a), the transformation matrix $\underline{A}$ has diagonal form. Writing equation (2.28) in expanded form, we have.

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{11} & \underline{K}_{12} & \cdot & \cdot \\ \underline{K}_{21} & \underline{K}_{22} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \underline{K}_{NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{a}_1^T & & & \\ & \underline{a}_2^T & & \\ & & \underline{a}_i^T & \\ & & & \underline{a}_N^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & k_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ \cdot \\ \underline{a}_N \end{bmatrix}$$

$\underline{K}_i \qquad \qquad \underline{A}_i^T \qquad \qquad \underline{K}_{Li} \qquad \qquad \underline{A}_i$

A typical 3 x 3 submatrix $\underline{K}_{ij}$ within $\underline{K}_i$ has the form $\underline{a}_i^T \underline{k}_{ij} \underline{a}_j$. Obviously this product may be formed independently for each term in and added directly into $\underline{K}$.

Hence, the global equilibrium equations are formed.

$$\underline{R} = \underline{K} \underline{r} \quad (2.33)$$

It may be noted that the global stiffness $\underline{K}$ is a full matrix, but it is of course relatively small compared to the total number of degrees of freedom associated with all the frames in the structure.

F. Solution for Static Load Cases

The equations (2.33) are solved directly by Gaussian elimination giving a vector of global lateral displacements, $\underline{r}$. Next, for each frame, the lateral displacements, $\underline{r}_{Li}$ are computed using equation (2.7). To complete the solution for each frame, the following system is considered.

$$\underline{R}'_n = \begin{bmatrix} \underline{K}'_n & \underline{C}'_n & \underline{E}'_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{r}_n \\ \underline{r}_{n+1} \\ \underline{r}_L \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Note that these are the equations which were reduced, then saved at each level, n , of the frame. (Refer to equation 2.4). That is, $\underline{K}'_n$ was triangularized. At any stage, n , $\underline{r}_{n+1}$ and $\underline{r}_L$ are known and so $\underline{r}_n$ is computed by back substitution. To start this sequence, we simply note that for $n = N$ (the number of stories in the structure) $\underline{r}_{N+1}$ represents the displacements at the foundation which are zero since columns are assumed rigidly connected to the foundation. Thus the frame joint displacements are computed successively story by story and individual member forces may be computed at the same time in standard fashion.

3. EARTHQUAKE ANALYSIS

A. Mass Approximation

The exact formulation of the dynamic response of a structure involves an infinite number of degrees of freedom. For most structures, however, the response may be adequately described by a limited number of discrete points (or joints) within the system. In the buildings considered here, the response may be described by the lateral motions of each floor level, as previously described for the formation of the structure stiffness matrix. Correspondingly, the mass of the building is lumped at each floor level. With this lumped parameter idealization, equilibrium of the structure is described by a set of ordinary second order differential equations.

B. Dynamic Equilibrium Equations

The equilibrium equations for a structure, including dynamic effects, may be written in the following form;

$$\underline{M} \ddot{\underline{r}}_a + \underline{C} \dot{\underline{r}} + \underline{K} \underline{r} = \underline{P}(t) \quad (3.1)$$

where $\underline{M}$ = mass matrix

$\underline{C}$ = damping matrix

$\underline{K}$ = stiffness matrix

$\underline{P}(t)$ = applied load vector, which may be time varying

$\underline{r}$ = displacement vector of deformation relative to support motion

$\ddot{\underline{r}}_a$ = absolute acceleration vector

$\underline{r}$ and $\ddot{\underline{r}}_a$ are related in the following fashion

$$\underline{r}_a = \underline{v}_g + \underline{r} \quad (3.2a)$$

where $\underline{v}_g$ is the vector of pseudo-static displacements due to support movement. also

$$\underline{r}_a = \underline{v}_g + \underline{r} \quad (3.2b)$$

These vectors have the following form for a typical floor, of a building shown in figure 11 below.

$$\begin{Bmatrix} r_{xa} \\ r_{ya} \\ r_{\theta a} \end{Bmatrix}_n = \begin{Bmatrix} v_{gx} \\ v_{gy} \\ v_{g\theta} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} r_{xn} \\ r_{yn} \\ r_{\theta n} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin\beta \\ \cos\beta \\ 0 \end{Bmatrix} v_g + \begin{Bmatrix} r_{xn} \\ r_{yn} \\ r_{\theta n} \end{Bmatrix}$$

and

$$\begin{Bmatrix} r_{xa} \\ r_{ya} \\ r_{\theta a} \end{Bmatrix}_n = \begin{Bmatrix} \sin\beta \\ \cos\beta \\ 0 \end{Bmatrix} \underline{v}_g + \begin{Bmatrix} r_{xn} \\ r_{yn} \\ r_{\theta n} \end{Bmatrix} \quad (3.3a, b)$$

$$\text{i.e.} \quad \underline{r}_{na} = \underline{b} \underline{v}_g + \underline{r}_n \quad (3.3c)$$

Or, for all floors

$$\underline{r}_a = \underline{B} \underline{v}_g + \underline{r} \quad (3.3d)$$

where

$$\underline{B} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_N \end{Bmatrix}; \quad b_1 = b_2 \text{ etc.} \quad (3.3c)$$

$$J = \begin{Bmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \\ 1 \end{Bmatrix}$$

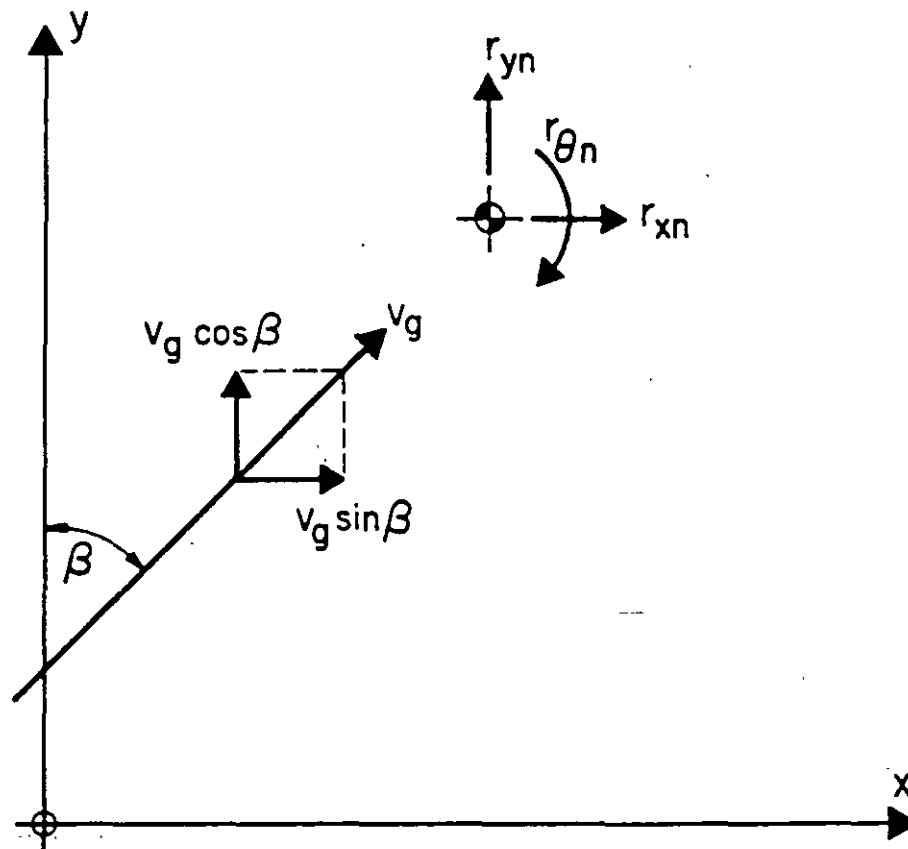


FIGURE 11 GROUND AND STRUCTURE DISPLACEMENTS

In the case of seismic analysis, there are no externally applied loads; i.e. $P(t) = 0$. Then equation (3.1) may be written as

$$\underline{M} (\ddot{\underline{r}} + \underline{B} \dot{\underline{v}}_g) + \underline{C} \dot{\underline{r}} + \underline{K} \underline{r} = \underline{0} \quad (3.4a)$$

or

$$\underline{M} \ddot{\underline{r}} + \underline{C} \dot{\underline{r}} + \underline{K} \underline{r} = - \underline{M} \underline{B} \dot{\underline{v}}_g \quad (3.4b)$$

This coupled set of equations may be solved simultaneously with an appropriate numerical technique. Another approach, which will be used here, is to find a transformation which uncouples the equations so that they may be solved independently. This transformation of course is via the eigenvectors or mode shapes of the system.

C. Mode Shapes and Frequencies

The vibration mode shapes represent the solution of the undamped free vibration problem given by

$$\underline{M} \ddot{\underline{r}} + \underline{K} \underline{r} = \underline{0} \quad (3.5)$$

The eigenvalue problem to be solved is written as

$$\underline{K} \underline{\phi} = \omega^2 \underline{M} \underline{\phi} \quad (3.6)$$

where ϕ = mode shapes

ω = frequencies

The mode shapes are normalized such that

$$\phi^T \underline{M} \phi = \underline{I} \quad (3.7a)$$

then also

$$\phi^T \underline{K} \phi = \underline{\omega}^2 \quad (3.7b)$$

Also, it is assumed that the damping matrix $\underline{C}$ is of a form that is uncoupled by the mode shapes; specifically it is assumed that

$$\phi^T \underline{C} \phi = [2\lambda_m \quad \omega_m] \quad (3.7c)$$

so that λ_m represents the damping of the m th mode.

The actual displacements, $\underline{r}$, are now expressed as a linear combination of the mode shapes.

$$\underline{r} = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \quad \dots \quad \phi_N] \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_N(t) \end{bmatrix} \quad (3.8a)$$

$$\text{i.e.} \quad \underline{r} = \underline{\phi} \underline{z} \quad (3.8b)$$

$$\text{also} \quad \dot{\underline{r}} = \underline{\phi} \dot{\underline{z}} \quad (3.8c)$$

$$\text{and} \quad \ddot{\underline{r}} = \underline{\phi} \ddot{\underline{z}} \quad (3.8d)$$

where $z_m(t)$ represents the response of the m th mode.

D. Dynamic Response Analysis

Using equations (3.8), equation (3.4b) may be rewritten as

$$\underline{M} \underline{\phi} \ddot{\underline{z}} + \underline{C} \underline{\phi} \dot{\underline{z}} + \underline{K} \underline{\phi} \underline{z} = - \underline{M} \underline{B} \ddot{v}_g \quad (3.9)$$

Premultiplication by ϕ^T yields the uncoupled set of second order equations

$$\underline{M}^* \ddot{\underline{z}} + \underline{C}^* \dot{\underline{z}} + \underline{K}^* \underline{z} = \underline{P}^* \ddot{v}_g \quad (3.10)$$

where

$$\underline{M}^* = \phi^T \underline{M} \phi = \underline{I} \quad (3.11a)$$

$$\underline{C}^* = \phi^T \underline{C} \phi = [2\lambda_m w_m] \quad (3.11b)$$

$$\underline{K}^* = \phi^T \underline{K} \phi = [w_m^2] \quad (3.11c)$$

$$\underline{P}^* \ddot{v}_g = \phi^T \underline{M} \underline{B} \ddot{v}_g \quad (3.11d)$$

to find the form of $\underline{P}^*$, consider

$$\underline{M} \underline{B} = \begin{bmatrix} m_1 & & & & \\ & m_1 & & & \\ & & J_1 & & \\ & & & m_2 & \\ & & & & m_2 \\ & & & & & J_2 \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & J_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \\ \sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.12a)$$

For any earthquake, the ground acceleration, $\ddot{v}_g$ is specified as a set of discrete values and linear interpolation is used for intermediate values. On any linear portion then

$$\ddot{v}_g = A + Bt \quad (3.15a)$$

where A and B are computed from the end values as shown on Figure 12

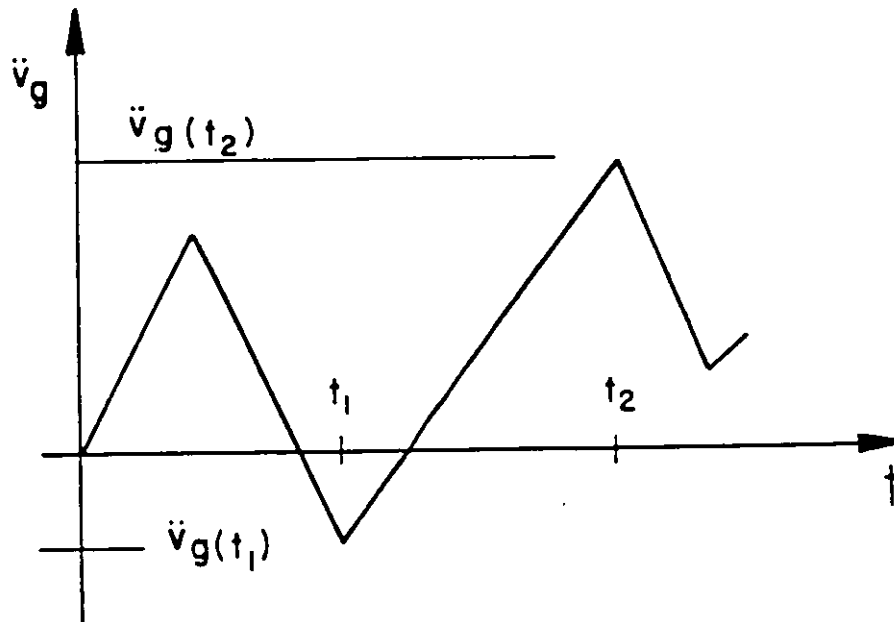


FIGURE 12 GROUND ACCELERATION

$$\text{On } (t_1, t_2); \quad A = \ddot{v}_g(t_1) \quad (3.15b)$$

$$B = \frac{\ddot{v}_g(t_2) - \ddot{v}_g(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (3.15c)$$

where m_1 = mass of story 1

J_1 = rotational mass moment of inertia of story 1

i.e.

$$\underline{M} \underline{B} = \begin{bmatrix} m_1 \sin\beta \\ m_1 \cos\beta \\ 0 \\ m_2 \sin\beta \\ m_2 \cos\beta \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3.12b)$$

So, a typical term of $\underline{P}^*$ has the form

$$P_m^* = \underline{\phi}_m^T \underline{M} \underline{B} \quad (3.13a)$$

$$= \langle \phi_{1x} \quad \phi_{1y} \quad \phi_{1\theta} \quad \phi_{2x} \quad \phi_{2y} \quad \phi_{2\theta} \quad \dots \rangle \begin{Bmatrix} m_1 \sin\beta \\ m_1 \cos\beta \\ 0 \\ m_2 \sin\beta \\ m_2 \cos\beta \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (3.13b)$$

$$P_m^* = \sum_{n=1}^N m_n \{ \sin\beta \phi_{nx} + \cos\beta \phi_{ny} \} \quad (3.13c)$$

Now a typical equation governing the response in the m th mode has the form

$$\ddot{Z}_m + 2\lambda_m \omega_m \dot{Z}_m + \omega_m^2 Z_m = P_m^* \ddot{v}_g \quad (3.14)$$

Now on (t_1, t_2) equation (3.14) becomes

$$\ddot{z}_m + 2\lambda_m \omega_m \dot{z}_m + \omega_m^2 z_m = p_m^* (A + Bt) \quad (3.16)$$

The solution to equation (3.16) on (t_1, t_2) is given by

$$\begin{aligned} z_m(t) = & p_m^* e^{-\lambda_m \omega_m t} \left\{ \left[z_m(t_1) - \frac{A}{\omega_m^2} + \frac{2\lambda_m B}{\omega_m^3} \right] \cos \omega_{Dm} t \right. \\ & + \frac{1}{\omega_{Dm}} \left[\dot{z}_m(t_1) + \lambda_m \omega_m z_m(t_1) - \frac{\lambda_m A}{\omega_m} + \frac{B(2\lambda_m^2 - 1)}{\omega_m^2} \right] \sin \omega_{Dm} t \left. \right\} \\ & + p_m^* \left[\frac{A}{\omega_m^2} - \frac{2\lambda_m B}{\omega_m^3} + \frac{Bt}{\omega_m^2} \right] \end{aligned} \quad (3.17a)$$

where

$$\omega_{Dm} = \omega_m (1 - \lambda_m^2)^{1/2} \quad (3.17b)$$

and $z_m(t_1)$, $\dot{z}_m(t_1)$ are the initial conditions for this linear portion.

Differentiation of equation (3.17a) gives the modal velocity

$$\begin{aligned}
\dot{z}_m(t) = & p_m^* e^{-\lambda_m W_m t} \left\{ \left[\dot{z}_m(t_1) - \frac{B}{W_m^2} \right] \cos W_{Dm} t \right. \\
& + \left[A - W_m^2 Z_m(t_1) - \lambda_m W_m (Z_m(t_1) + \frac{B}{W_m^2}) \right] \sin W_{Dm} t \left. \right\} \\
& + p_m^* \frac{B}{W_m^2}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

At rest initial conditions are used for the first linear portion. Equations (3.17) and (3.18) are used to compute the end values which become the initial conditions for the second linear portion. Repetition gives the complete solution over the required time interval. With solutions for each mode, equation 3.8 is used to give the structure displacements $\underline{r}$ as a function of time. Member forces follow as in section 2F.

E. Spectrum Analysis

Unless actual histories of displacements and forces are required for a specific earthquake a more realistic approach is via the response spectrum. For a particular ground motion history $\ddot{v}_g(t)$, the spectrum is defined as follows.

The response of a unit mass system with damping λ , and frequency w , is governed by the equation

$$\ddot{u}(t) + 2\lambda w \dot{u}(t) + w^2 u(t) = \ddot{v}_g(t) \quad (3.19)$$

Let $u_{\max}$ be the maximum value that $u(t)$ attains. Then, three spectral quantities are defined by

- i) spectral displacement: $S_d(w, \lambda) \equiv u_{\max}$
- ii) spectral velocity: $S_v(w, \lambda) \equiv w u_{\max}$
- iii) spectral acceleration: $S_a(w, \lambda) \equiv w^2 u_{\max}$

So, for a specific earthquake, for a series of damping values, either spectral quantity may be evaluated and plotted against frequency or period. Although spectral displacement is the most directly useful, spectral acceleration is generally used as it gives a measure of effective acceleration and may be expressed as a dimensionless fraction of gravity.

Recalling equation (3.14) for the m th mode, in terms of spectral acceleration, the maximum response is given by

$$z_m^{(\max)} = \frac{p_m^* S_a(w_m, \lambda_m)}{w_m^2} \quad (3.20)$$

This implies a set of actual displacements

$$r_m = z_m^{(\max)} \phi_m \quad (3.21)$$

and a corresponding set of member forces.

The maximums in each mode will generally occur at different times. A good estimation of the maximum displacements and member forces is made by calculating the root-mean-square of the maximum modal values.

F. Computer Program Dynamic Options

The options currently available in the program are:

1. Calculation of mode shapes and periods (frequencies)
2. Response spectrum analysis for any acceleration spectrum supplied by the user with
 - a. Root-Mean-Square modal combination
 - b. Sum of absolute value modal combinations
3. Time history analysis for any ground motion supplied by the user.

Option 2b is supplied as a matter of interest to give an upper bound on the maximum values. Either dynamic analysis may be combined with any static load case.

4. PROGRAM APPLICATION

The effective application of a computer program for the analysis of practical structures involves a considerable amount of experience. The most difficult phase of the analysis is in the selection of the appropriate model which represents the significant structural properties of the building. The foundation is an area of particular concern. The rotational stiffness under column and shear walls can be very difficult to model. It is possible to select an extra "dummy story" in order to approximate these properties. In addition, the effective width of various structural members and the participation in bending of the floor slabs must be estimated. The most practical solution to these problems is to run several analyses in order to examine the sensitivity of these parameters and to establish their relative importance. Verification of results is another very important phase of the analysis. Static equilibrium checks are necessary not only to check the computer output but to understand the basic structural behavior of the building. The purpose of this section is to present some guidelines in these general areas.

A. Foundation Building Interaction

In recent years considerable research has been conducted in the area of foundation - structure interaction. However, very little of this work has been of direct value to the profession involved in the earthquake analysis of buildings. Several of the suggested approaches have been difficult to apply in case of complex buildings, or they have had serious theoretical restrictions.

Before foundation interaction effects are included in the analysis it is necessary to define the exact location of the earthquake input. If the design criteria states that the input is at the base of the building.

then it is impossible to say that the building will modify the input, and it is impossible to include interaction effects.

A large amount of research in this area has been associated with machines vibrating on an infinite foundation where the term radiation damping has been used. This work has little value in earthquake engineering since the energy source is not at the base of the building. It is easy to show that the energy stored in the building is very small compared to the energy stored in the immediate foundation area in the case of earthquake input. Also, the machine vibration problem is a steady state phenomenon; whereas, earthquakes produce a transient loading.

The continuous foundation contains an infinite number of degrees of freedom. Therefore, any approach which suggests representing the lateral behavior of the foundation with a simple spring, dashpot and mass system is a very gross approximation. In fact, this technique can produce a filtering effect on the earthquake input and cause serious errors. For lateral earthquake input, this type of approximation is only acceptable in the representation of the rotational stiffness at the base of columns and shear walls.

The most significant factor to consider is the modification of the basic earthquake rock motion by the layers of soil material under the building [6]. For certain earthquakes and locations this may be a factor of 2 or 3 in amplification. Therefore, it is very important that the dynamic behavior of the site is studied independently of the building. The results of such a study will result in a suggested acceleration spectrum to be used in the analysis of the building. Figure 13 indicates the type of results which can be expected from such a site analysis.

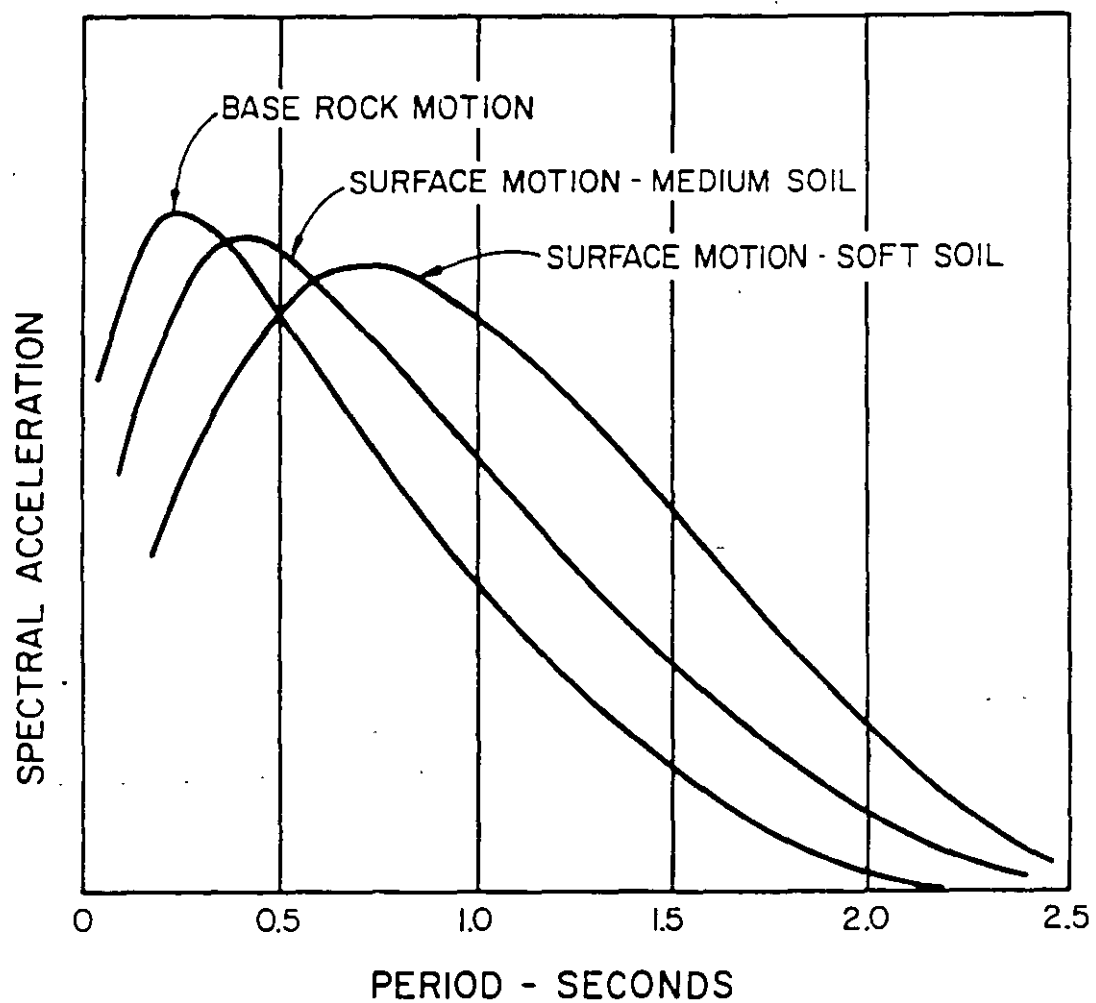


FIGURE 13 APPROXIMATE EFFECT OF SOIL CONDITIONS
ON DESIGN SPECTRA (HYPOTHETICAL)

B. Vertical Earthquake Analysis

For certain types of earthquakes it has been observed that the vertical accelerations are comparable in magnitude to the lateral accelerations. However, all buildings have been designed elastically for a minimum of $1g$ in the vertical direction; therefore, these additional vertical forces very often do not cause direct damage to the structure. Of course, they should be considered in the design of members in addition to the lateral earthquake loads.

For most structures the stiffness in the vertical direction is very large; hence, the vertical periods will be very small. Therefore, a dynamic analysis in the vertical direction may not be required. A direct increase in dead load stresses may be a good method to approximate the effects of vertical earthquake loads.

C. Design Spectra

The deficiencies of the present seismic design procedures are clearly summarized in reference [5]. It is apparent that the present code is a very approximate method based on the first mode only. The foundation factors discussed in the previous section are not considered. Another factor which is important in an elastic analysis is the damping factor ξ . Spectra for damping of 2 and 10 percent are shown in figures [14] and [15]. It is clear that the Uniform Building Code seismic loads are very small compared to the forces produced in recorded earthquakes. It has been estimated that earthquakes of the Parkfield magnitude can be expected about once per year at some point in California, and earthquakes of the El Centro magnitude may be expected every five or six years.

The selection of a design spectra for a particular building will depend on the geographical area, the local soil condition, the type of construction material and the intended use of the building. It is

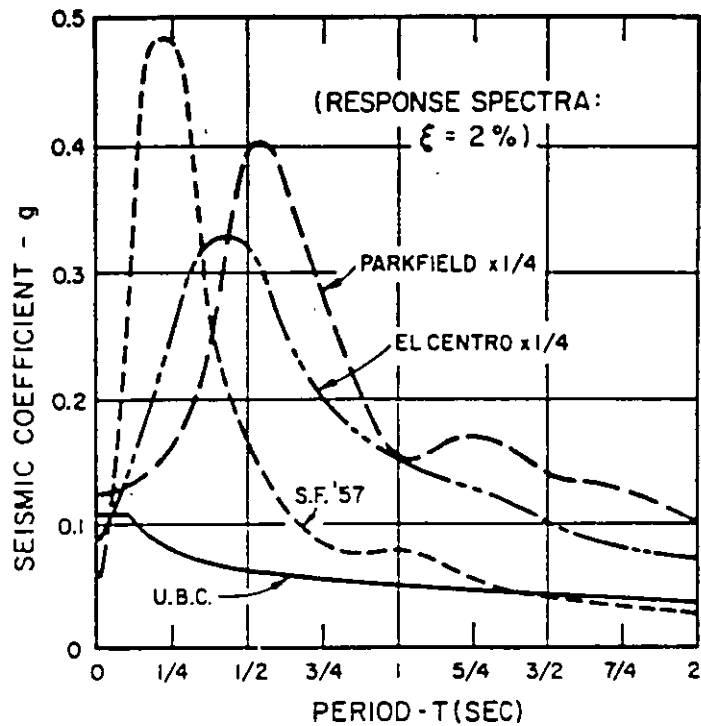


FIGURE 14 COMPARISON OF CODE WITH E.Q.
RESPONSE SPECTRA

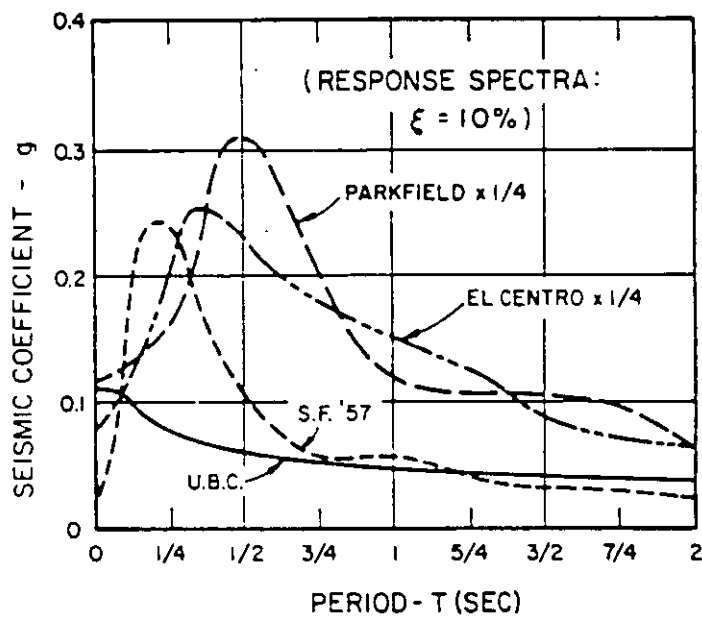


FIGURE 15 COMPARISON OF CODE WITH E.Q.
RESPONSE SPECTRA

5. FINAL REMARKS

In this report the program TABS [8] has been extended to allow the assembly of three dimensional frames (c.f. planar frames in TABS) into a general three dimensional structure

It should be noted that the principal assumption of rigid in-plane floor diaphragms couples only the horizontal translations and floor rotations at each level and does not enforce compatibility of the joint degrees of freedom (vertical translation and the rotations about each horizontal axis) between intersecting frames.

6. REFERENCES

1. "Structural Analysis of Multistory Buildings," by R. W. Clough, I. P. King and E. L. Wilson, ASCE Journal of the Structural Division, August 1963.
2. "Inelastic Earthquake Response of Tall Buildings," by R. W. Clough, K. L. Bunuska and E. L. Wilson, 3rd World Conference on Earthquake Engineering, New Zealand, January 1965.
3. "LATERAL - A Computer Program for the Three Dimensional Analysis of Multistory Frame and Shear Wall Buildings," A report by Engineering Analysis Corporation.
4. "SOLID SAP - A Static Analysis Program for Three Dimensional Solid Structures," by E. L. Wilson, University of California Structural Engineering Laboratory Report No. UC-SESM 71-19, March 1970.
5. "Deficiencies in Current Seismic Design Procedures," by R. W. Clough, Civil Engineering Frontiers In Enviromental Technology," A Program of Public Lecture to Commemorate the Dedication of Raymond E. Davis Hall, Department of Civil Engineering, University of California, October 1969.
6. "Influence of Local Soil Conditions on Building Damage Potential During Earthquake," by H. Bolton Seed and I. M. Idriss, Earthquake Engineering Research Center Report No. EERC 69-15 University of California, December 1969.
7. "Static and Earthquake Analysis of Three-Dimensional Frame and Shear Wall Building", by E. L. Wilson and H. H. Dovey, Report No. EERC 72-2 May 1972.
8. "Three Dimensional Analysis of Building Systems - TABS," by E. L. Wilson and H. H. Dovey, Report No. EERC 72-8 December 1972.

Jose M. Lopez
May 1981

PROGRAMA : ETABS

APPENDIX A
DESCRIPTION OF INPUT DATA

THREE-DIMENSIONAL ANALYSIS OF BUILDING SYSTEMS

A. Numerical Definition of the Building

For the purpose of preparing numerical input to the computer program, the building must be separated into a system of frames or isolated shear walls. A plan view of a typical building is shown in Figure A1.

The center of mass for each story level must be calculated and supplied by the user. The location of the reference point (origin of global X,Y coordinates) is arbitrary and must be selected by the user; the reference point is the same for all story levels. Note that the line of action of the earthquake force resultant acts through the center of mass at each story level.

The properties of a frame or shear wall are given with respect to its local coordinate axes. A typical frame/shear wall element is shown in Figure A2. Floor levels and column centerlines are the basic reference lines used in the frame description. Floor levels are the same for all frames. All lateral loads are applied at the floor levels and act on the complete structure. Columns may be omitted by specifying zero properties for the member. Bending stiffness of the beams (girders) may be neglected also. However, axial beam areas do not enter the stiffness calculations because all frames at a given floor level are assumed to be connected by a floor diaphragm which is rigid in its own plane.

Deformations within joints (shaded areas in Figure A2) are neglected. The effective length of a beam is reduced by the rigid end zones specified on either end. The height of a column is reduced by the

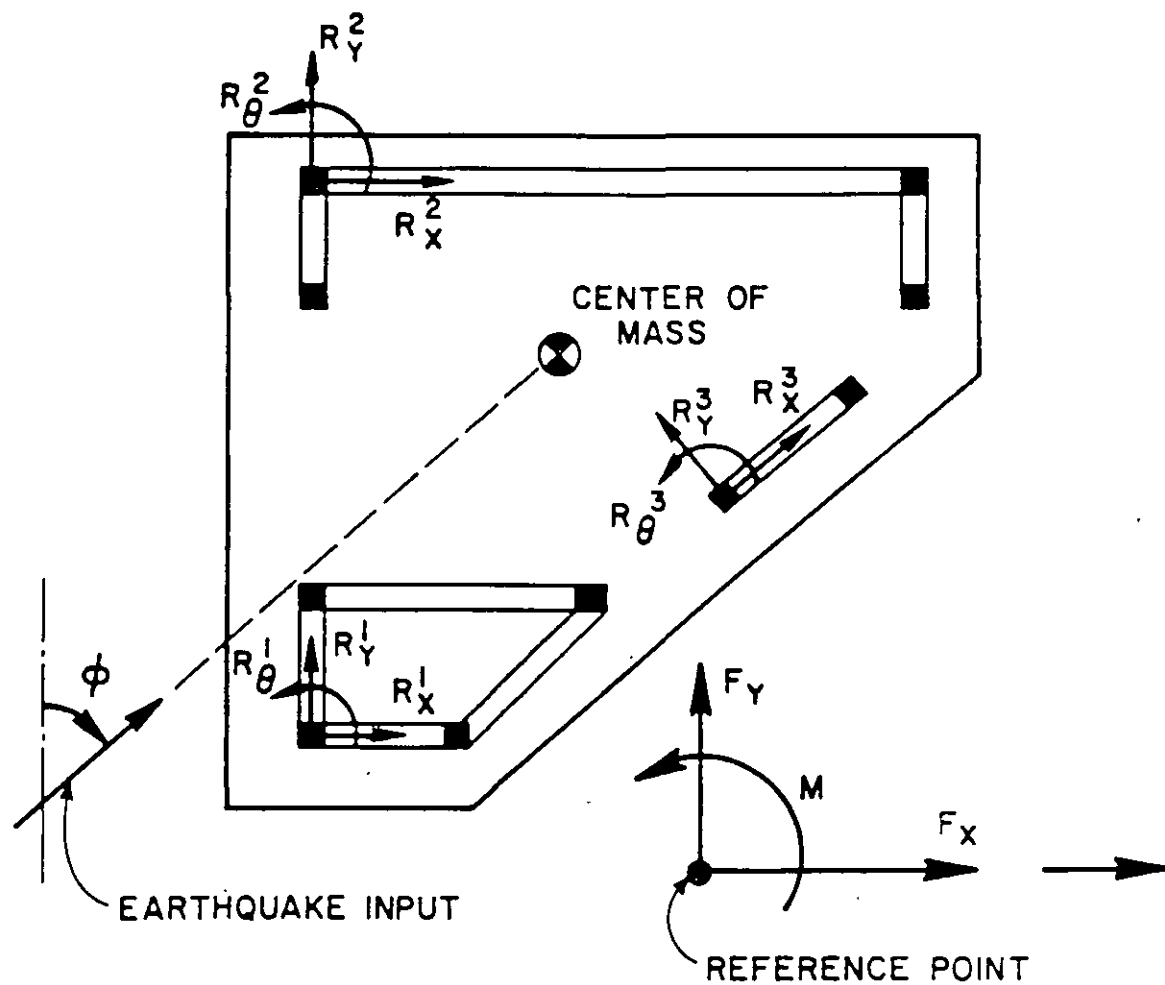


FIGURE A1 PLAN VIEW (TYPICAL BUILDING.)

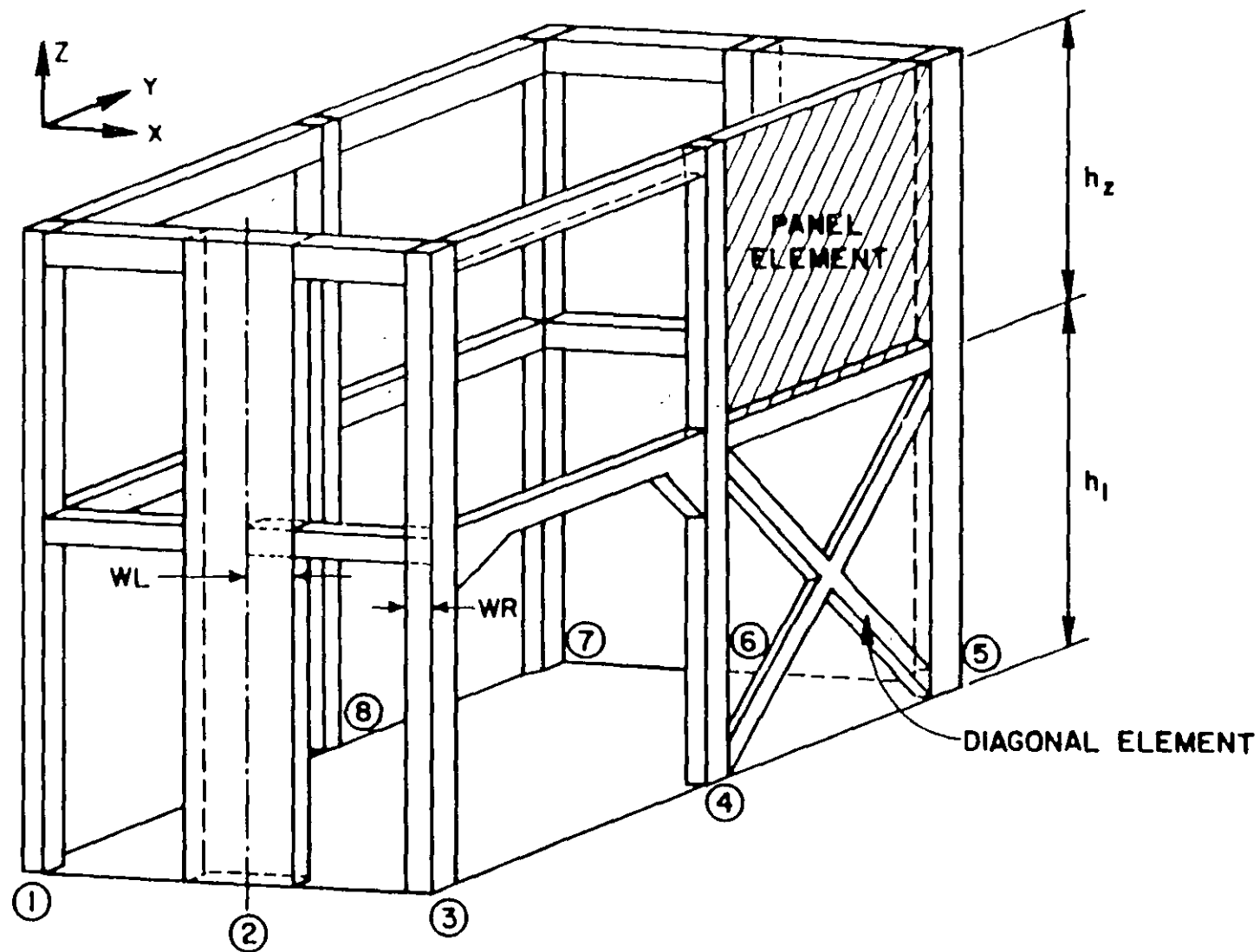


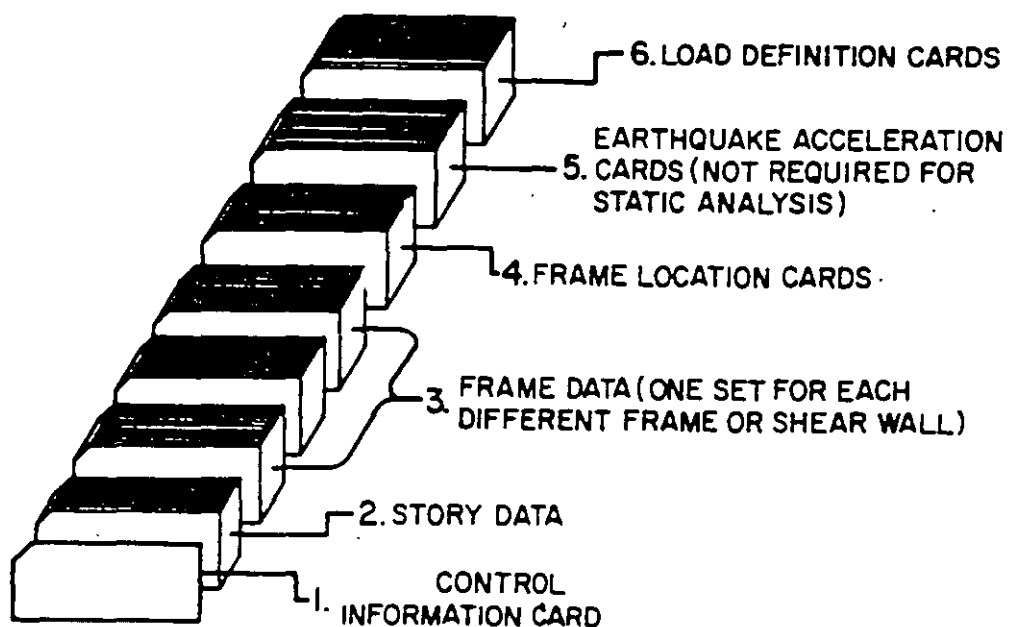
FIGURE A2 ISOMETRIC VIEW (TYPICAL FRAME)

rigid end zones specified on either end of the column and is assumed identical about both axes .

Columns must be prismatic; however, shearing and axial deformations are included. Beams need not be prismatic but must be symmetrical about their vertical mid-plane--only stiffness factors are given. Shearing deformation may be considered by appropriate modification to the stiffness factors.

B. Summary of Input Data

Ordering of a complete data deck with all of TABS options is shown here.



C. Input Data

1. CONTROL INFORMATION CARD (7I5,9A5)

Columns	Note*	Entry
1 - 5		Number of stories in the complete building (not including the footing line).
6 - 10	(1)	Number of frames with different properties or different vertical loading.
11 - 15	(1)	Total number of frame or shear wall elements in the structure.
16 - 20	(2)	Total number of load conditions
21 - 25	(3)	Analysis type code: EQ.0; Static loads only EQ.1; Mode shapes and frequencies only EQ.2; Static load analysis + mode shapes and frequencies. EQ.3; Lateral earthquake spectrum in addition to analysis type 2, above. EQ.4; Lateral earthquake response in addition to analysis type 2, above, time history envelope only. EQ.5; Lateral earthquake response in addition to analysis type 2, above, time history printout.
26 - 30	(4)	Number of frequencies to be calculated.
31 - 35	(5)	Allowable story degrees of freedom: EQ.0; X, Y translations + story rotations EQ.1; X translation only EQ.2; Y translation only for symmetrical bldgs. only
36 - 80		Building identification information to be printed with the output.

[*See next section for notes.]

2. STORY DATA - Prepare two (2) cards per story level; data is entered in sequence from top to bottom of the structure.

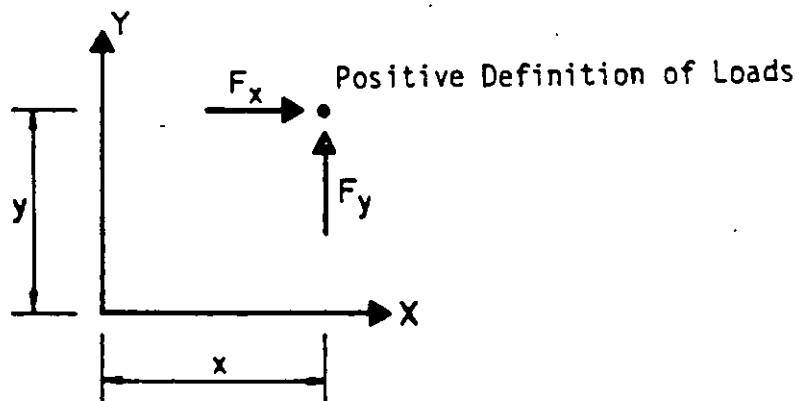
First Card (A5,15,7F10.0)

Columns	Note	Entry
1 - 5		Five characters to be used for level identification

Columns	Note	Entry
6 - 10		Blank
11 - 20		Story height [distance from the floor (or roof) level to the floor (or foundation) level below]
21 - 30	(6)	Translational mass
31 - 40	(6)	Rotational mass moment of inertia about a vertical axis through the center of mass.
41 - 50	(7)	X-distance to the center of mass measured from the reference point.
51 - 60	(7)	Y-distance to the center of mass measured from the reference point.
61 - 70	(8)	External story stiffness in the X-direction.
71 - 80	(8)	External story stiffness in the Y-direction.

Second Card (8F10.0)

Columns	Note	Entry
1 - 10		F_{x_A} load for lateral load case A
11 - 20		F_{y_A} load for lateral load case A
21 - 30		X_A ; X-ordinate at the point of load application for load case A.
31 - 40		Y_A ; Y-ordinate at the point of load application for load case A.
41 - 50		F_{x_B} load for lateral load case B.
51 - 60		F_{y_B} load for lateral load case B.
61 - 70		X_B ; X-ordinate at the point of load application for load case B.
71 - 80		Y_B ; Y-ordinate at the point of load application for load case B.



3. FRAME DATA - One set of data must be entered for each different frame. Frames with different locations but identical properties and vertical loading need be entered only once.

a. Frame Control Card (9I5,7A5)

Columns	Note	Entry
0 - 5	(9)	Frame identification number.
6 - 10	(10)	Number of story levels above foundation.
11 - 15	(11)	Number of vertical column lines in frame.
16 - 20		Number of bays in frame.
21 - 25	(12)	Number of sets of different column properties.
26 - 30	(13)	Number of sets of different beam (girder) properties.
31 - 35	(14)	Number of sets of different fixed end moments and shears to be applied as vertical loads to beams (girders).
36 - 40	(15)	Number of infill shear panels in this frame.
41 - 45	(16)	Number of bracing elements in this frame.
46 - 80		Label to be used to identify this frame type.

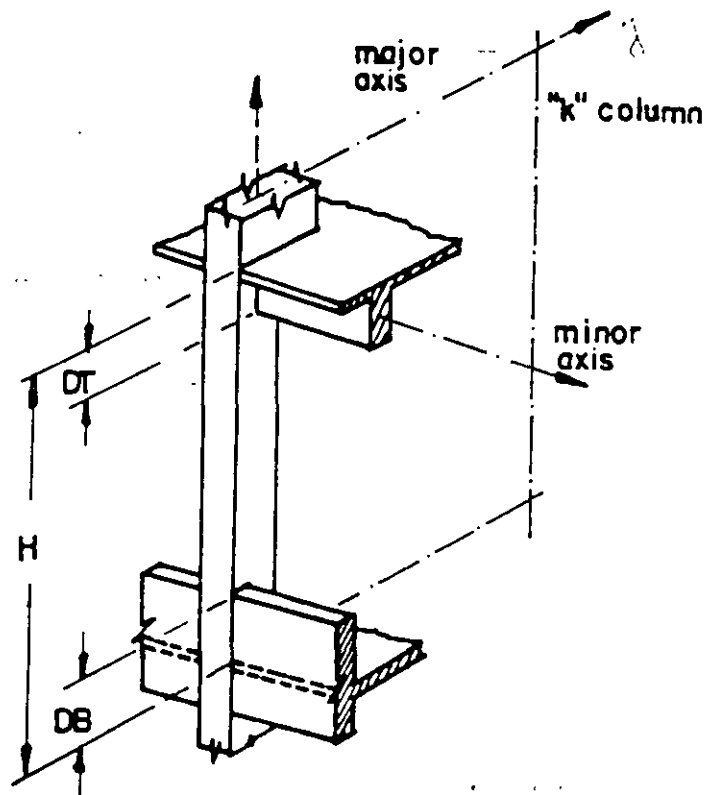
b. Vertical Column Line Coordinates (I5,2F10.0)

Columns	Note	Entry
1 - 5	(17)	Column line identification number.
6 - 15	(18)	x-distance to column line from frame reference point.
16 - 26		y-distance to column line from frame reference point.

c. Column Property Cards (I5,F15.0,F10.0,2F5.0,3F10.0,2F5.0)

One column must be supplied for each different column in this frame.

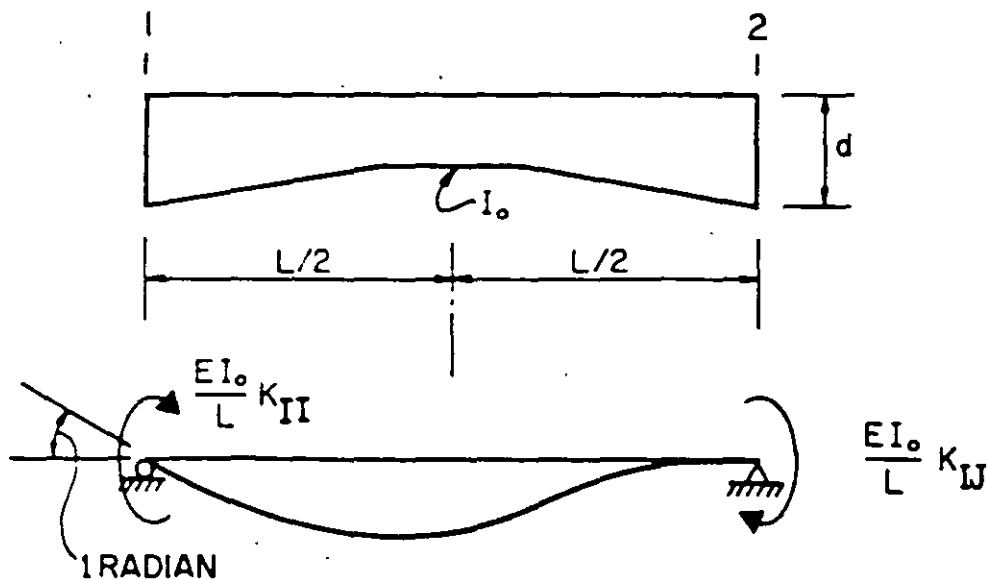
Columns	Note	Entry
1 - 5	(19)	Identification number for this column property set.
6 - 20		Modulus of elasticity, E.
21 - 30		Axial area, A.
31 - 35	(24)	Shear area associated with shear forces in major axis direction, MAJ. SA.
36 - 40	(24)	Shear area associated with shear forces in minor axis direction, MIN SA.
41 - 50	(23)	Torsional inertia.
51 - 60		Flexural inertia for bending in the major axis direction, MAJ. I.
61 - 70		Flexural inertia for bending in the minor axis direction, MIN I.
71 - 75	(20)	Rigid zone depth at top of column (for both axis), DT.
76 - 80	(21)	Rigid zone depth at bottom of column, DB.



d. Beam Property Cards (I5,F15.0,F10.0,F5.0,2F10.0,5F5.0)

One card must be supplied in this section for each different beam in the frame; skip this input if the frame has only one column line.

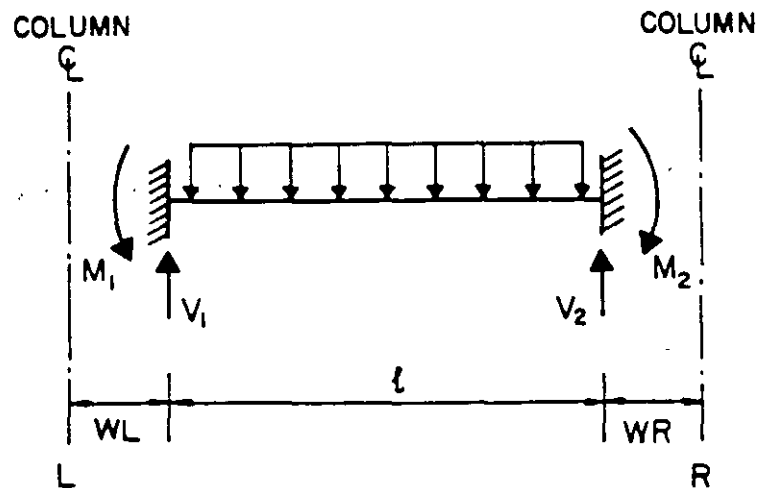
Columns	Note	Entry
1 - 5	(22)	Identification number for this beam property set.
6 - 20		Modulus of elasticity, E.
21 - 25	(24)	Shear area, SA.
26 - 35	(23)	Torsional inertia.
36 - 45		Flexural inertia, I.
46 - 50		K_{II} - stiffness factor only (Eg. 4).
51 - 55		K_{JJ} - stiffness factor only (Eg. 4).
56 - 60		K_{IJ} - stiffness factor only (Eg. 2).
61 - 65	(25)	Rigid zone at end I, wI.
66 - 70		Rigid zone at end J, wJ.



e. Fixed-End Beam Loads (2I5,5F10.0)

One card must be supplied for each different type of vertical beam loading; omit these data if this is a single column line frame.

Columns	Note	Entry
1 - 5	(26)	Identification number for this vertical loading set.
6 - 10		Input code: EQ.0; Fixed-end forces are applied at the column faces EQ.1; Fixed-end forces are applied at the column centerlines.
11 - 20	(27)	Fixed-end reaction, M_1
21 - 30		Fixed-end reaction, V_1
31 - 40		Fixed-end reaction, M_2
41 - 50		Fixed-end reaction, V_2
51 - 60	(28)	Uniform force per unit length, w , acting downward to be added to fixed-end reactions



f. Beam Cards (8I5)

One card per girder must be input from top to bottom and from bay to bay in the frame (unless the data generation option is used).

Columns	Note	Entry
1 - 5		Bay identification number for this beam.
6 - 10	(29)	Column line number at end I.
11 - 15		Column line number at end J.
16 - 20	(30)	Beam property set identification number for this girder.
21 - 25	(31)	Number of beams in sequence below to be generated having the same properties and vertical loading as this beam.
26 - 30	(32)	Vertical loading set identification number for vertical load case I.
31 - 35		Vertical loading set identification number for vertical load case II.
36 - 40		Vertical loading set identification number for vertical load case III.

g. Column Cards (4I5)

One card per column must be input from top to bottom and from column line to column line of the frame (unless the data generation option is used).

Columns	Note	Entry
1 - 5		Column line identification number for this column.
6 - 10	(33)	Column property set identification number.
11 - 15	(34)	Column line number defining direction of major axis.
16 - 20	(35)	Number of columns in sequence below to be generated having the same properties as this column member.

h. Panel Element Cards (3I5,5F10.0)

Enter one card per panel in any order; no generation is allowed.

Columns	Note	Entry
1 - 5	(36)	Level identification number at the top of this panel.

Columns	Note	Entry
6 - 10		Column number at the I side of this panel.
11 - 15		Column line number at the J side of this panel.
16 - 25		Modulus of elasticity, E.
26 - 35		Gross sectional area, A.
36 - 45	(45)	Moment of inertia, I.
46 - 55		Effective shear area, A_v
56 - 65		Shear modulus, G.

i. Bracing Element Cards (3I5,2F10.0)

Enter one card per brace in order; no generation is allowed.

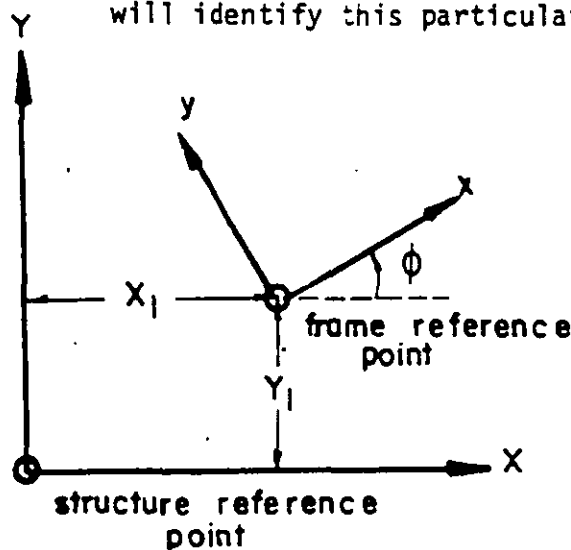
Columns	Note	Entry
1 - 5		Level identification number at the top of this brace.
6 - 10		Column line number at the upper end of this brace.
11 - 15		Column line number at the lower end of this brace.
16 - 25		Modulus of elasticity, E.
26 - 35		Cross-sectional area, A.

4. FRAME LOCATION CARDS (2I5,4F10.0,4A5)

One card must be entered in this section for each frame (or single column) in the building; the total number of frame locations to be read is controlled by the entry in card columns 11-15 of the CONTROL INFORMATION CARD, Section 1, above.

Columns	Note	Entry
1 - 5	(37)	Frame identification number
6 - 10	(38)	Force calculation code: EQ.0; Frame forces will be calculated and printed. EQ.1; Frame forces will not be calculated

Columns	Note	Entry
11 - 20	(39)	Distance, X_1
21 - 30		Distance, Y_1
31 - 40	(40)	Angle that the frame x axis and structure (Global) X axis (anti-clockwise X to x).
41 - 60		Information to be printed with the output which will identify this particular frame.



5A. EARTHQUAKE ACCELERATION SPECTRUM CARDS

These data cards are required only if the analysis type code was set equal to three (3); see Section 1, above.

a. Control Card (2I5,2F10.0,10A5)

Columns	Note	Entry
1 - 5		The number of period cards used to define acceleration spectrum.
6 - 10		The number of modes, in sequence, starting with the lowest, to be printed separately. Do not exceed number of modes specified on Control Information Card.
11 - 20		Acceleration, units/sec/sec
21 - 30		Direction of earthquake input, , in degrees and decimals. (0.000).
31 - 80		User information to be printed with output.

b. Period Cards (2F10.0)

Columns	Note	Entry
1 - 10		Period entered in increasing numerical sequence.
11 - 20		Spectrum acceleration.

5B. TIME HISTORY CARDS

These data cards are required only if the analysis type code was set equal to four (4); see Section 1 above.

a. Control Card (2I5,3F10.0,10A4)

Columns	Note	Entry
1 - 5		Number of acceleration cards (see c below)
6 - 10	(44)	Number of time steps to be used in the analysis.
11 - 20		Scale factor for accelerations.
21 - 30	(41)	Direction of earthquake input, ϕ .
31 - 40		Time increment Δt , for print of results. (see Columns 6-10 above).
41 - 80		User information to be printed with output.

b. Damping Cards (15,F10.2)

One card must be supplied for each frequency in the analysis (see Note 4).

Columns	Note	Entry
1 - 5	(4)	Mode number (in ascending order).
6 - 15		Damping ratio: Modal Damping/Critical Damping

c. Acceleration Cards (2F10.0)

One card must be supplied for each time point, at which ground acceleration is specified, in increasing time order. The time span must be greater than the number of time steps times Δt .

Columns	Note	Entry
1 - 10		Time
11 - 20		Ground acceleration.

6. LOAD CASE DEFINITION CARDS (8F10.0)

Load cases for the complete building are defined as a combination of vertical conditions (I, II and III), lateral loading conditions (A and B), and earthquake spectrum loadings. One card must be entered in this section for each different building load case; the total number of building load cases is controlled by the entry in card columns 16-20 of the CONTROL INFORMATION CARD given in Section 1, above. These data cards should not be supplied if the analysis type code was set equal to one (1); see Section 1, above.

Columns	Note	Entry
1 - 10		Multiplier for vertical load case I
11 - 20		Multiplier for vertical load case II.
21 - 30		Multiplier for vertical load case III.
31 - 40		Multiplier for lateral load case A.
41 - 50		Multiplier for lateral load case B.
51 - 60	(42)	Multiplier for spectrum- loading [See 5A]
61 - 70	(42)	Multiplier for spectrum-2 loading
71 - 80	(43)	Multiplier for earthquake response [See 5B].

D. Notes

- (1) Input data for frames with identical properties and vertical loading are given only once--see Section 4, FRAME LOCATION CARDS.
- (2) Load conditions are defined as combinations of the seven (7) basic load cases--see Section 5, LOAD CASE DEFINITION CARDS.
- (3) Mass properties of the structure are not required for analysis type "0".
- (4) The number of frequencies must be less than the number of stories times the number of degrees of freedom per story.
- (5) For symmetrical buildings, the capacity and speed of solution of the program is improved if the story rotation is set to zero; i.e., "1" or "2" in card column 35.
- (6) The translational mass has units of force divided by acceleration (W/g). The rotational mass moment of inertia is not required if the allowable story degrees of freedom do not include rotation. Mass properties need not be supplied if this data case is for static loading only.

- (7) The location of the center of mass (X_m , Y_m) need not be given if this data case is for static loads only.
- (8) The external story stiffnesses act on lines through the center of mass. These stiffnesses can be used to represent restraints (or braces) at the story level or can be used to represent soil stiffness below the ground level.
- (9) Frame identification numbers must be entered in numerical sequence, beginning with number one (1). This frame may be located (repeated) at different positions in the structure.
- (10) If a frame does not extend the full height of the building, then only those story levels actually existing in the frame are input below.
- (11) An isolated shear wall is a single column line frame. For this case all data pertaining to beams (girders) is meaningless and must be omitted in the data input section to follow below.
- (12) Column properties may be referenced to any number of columns in the frame.
- (13) The number of beam property sets controls the number of cards to be read in Section 3.d, below.
- (14) If no vertical (static loads act on the structure, then omit this number, and skip Section 3.e, below.
- (15) If no panel elements are included in this frame, then omit this entry, and skip Section 3.h, below.
- (16) If no bracing elements are included in this frame then omit this entry, and skip Section 3.i, below.
- (17) One card must be included for each column line in the frame. For frames with a single column line a second column line should be specified to define the major axis for column properties entered in Section 3.g.
- (18) Coordinates of column lines are measured from the frame (local) axis.
- (19) Property set identification numbers must be in increasing numerical sequence beginning with one (1).
- (20) The rigid zone depth is used to reduce the effective length of the column about both axis.
- (21) Usually zero unless beam extends above floor level.
- (22) Property set identification numbers must be input in increasing numerical sequence beginning with one (1).

- (23) Torsional Inertias may be omitted.
- (24) Shearing deformations are ignored if shear areas are zero.
- (25) The beam rigid zone lengths are used to reduce the effective length of the beam (girder).
- (26) Load set numbers must be input in sequence.
- (27) Reactions act on the beam ends and are positive as shown in the sketch.
- (28) Additional fixed-end forces due to the uniform load, w , are calculated using:

$$M = wl^2/12; \quad V = wl/2$$

and are added to any specified fixed-end reactions. The forces due to w are exact only for prismatic beams.

- (29) Position of I and J ends defines local coordinate axis with local "y" positive from I to J and local "z" positive vertically upwards. A right hand screw rule sign convention applies.
- (30) Beams with zero (0) stiffness (missing girders) may be input as having a property set number of zero; if the beam has finite stiffness, the set number must reference an existing property set defined previously in Section 3.d, above.
- (31) The generation option can only be used to define girders within the current bay; a new bay must be started with a new beam card.
- (32) The vertical loading sets defined in Section 3.e, above, are applied to the girders via the references in card columns 11-25. Three (3) independent vertical load distributions (I, II and III) are allowed, and these distributions are combined with the lateral load case (A and B) and the earthquake spectrum analysis to form load cases for the complete building; see Section 6, below.
- (33) Missing columns may be input as having a property set number of zero (0); if the column has finite stiffness, then the set number referenced must correspond to one of the property sets defined previously in Section 3.c, above.
- (34) Defines direction on local "y" axis local "z" axis is in the vertical plane with positive upwards. A right hand screw rule convention applies.
- (35) Generation is allowed only within the current column line; begin a new column line with a new column card.

- (36) The foundation line is defined as level zero, and the roof level number is equal to the total number of stories in the building.
- (37) Frame identification numbers may be repeated, but location cards must be input in frame identification number sequence.
- (38) A frame force calculation code of one (1) will suppress output for the frame.
- (39) Distance from structure (Global) axis to origin of frame (local) axes.
- (40) Angle is input in degrees and decimal fractions eq. $36^{\circ} 12'$ entered as 36.2.
- (41) The angle " ϕ " is measured positively clockwise between the global Y-direction and the line of action of the earthquake direction; see Figure A1.
- (42) Two different spectrum analysis options are available. In the first (spectrum-1), modal forces are combined by the Root Mean Square method. In the second (spectrum-2), modal forces are combined by taking the sum of the absolute values.
- (43) Multiples should be specified either for spectrum analysis or for earthquake response analysis as specified in Section 1, CONTROL INFORMATION CARD as only one of these analysis types may be performed in a single program execution.
- (44) The total time span of the computed response is equal to the number of time steps multiplied by the time increment (Δt). Output is given at each time step. Since explicit integration is used in computing the response, numerical instability problems are never encountered and the time increment may be any desired sampling value.
- (45) A zero (0) value for the moment of inertia selects the pure shear deformation panel model. The pure shear panel uses the gross sectional area, not the effective shear area, to calculate stiffness and stress values.

E. OUTPUT FROM THE PROGRAM

In addition to print-out of all input data, the following output is given by the program:

1. For the complete building.
 - a) Story displacements for load cases I, II, III, A and B. (Not given for analysis type code equal to one (1)).
 - b) Structure mode shapes and periods. (Not given for analysis type code equal to zero (0)).
2. For each frame (note that for individual frames, the following output may be suppressed).
 - a) Lateral frame displacements for each overall building load case.
 - b) Member forces for each overall building load case. (Positive sign convention shown in Figure A3).

F. INTERPRETATION OF OUTPUT

1. All static load conditions must satisfy statics. Equilibrium should be checked at selected joints taking into consideration the effects of finite member sizes and rigid in plane floor diaphragms (Figure A3).

Results from a dynamic spectrum analysis will not satisfy statics since the method involves summation of absolute values of individual analysis .

2. Caution is required when using the panel element to model shear wall sections; especially those which have large cross-sectional areas at a distance from the effective center of gravity (Figure A4) Due to the requirement of constant axial force over the height of each panel element, erroneous moments may be required at the top of the panel to satisfy equilibrium (Figure A4).

In general these results may be more accurately interpreted in continuous vertical systems by considering the panel "bottom forces" only (Figure A5).

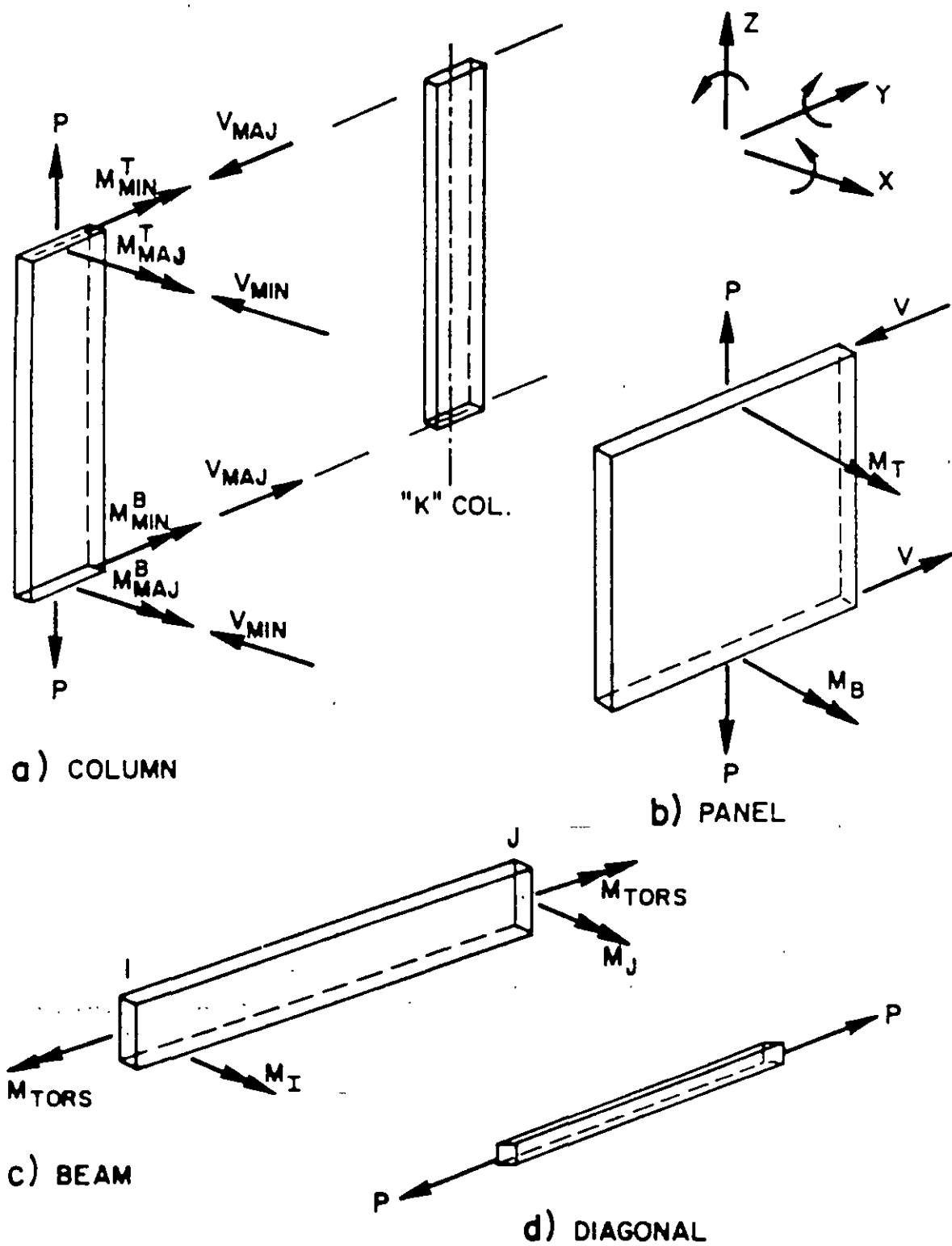
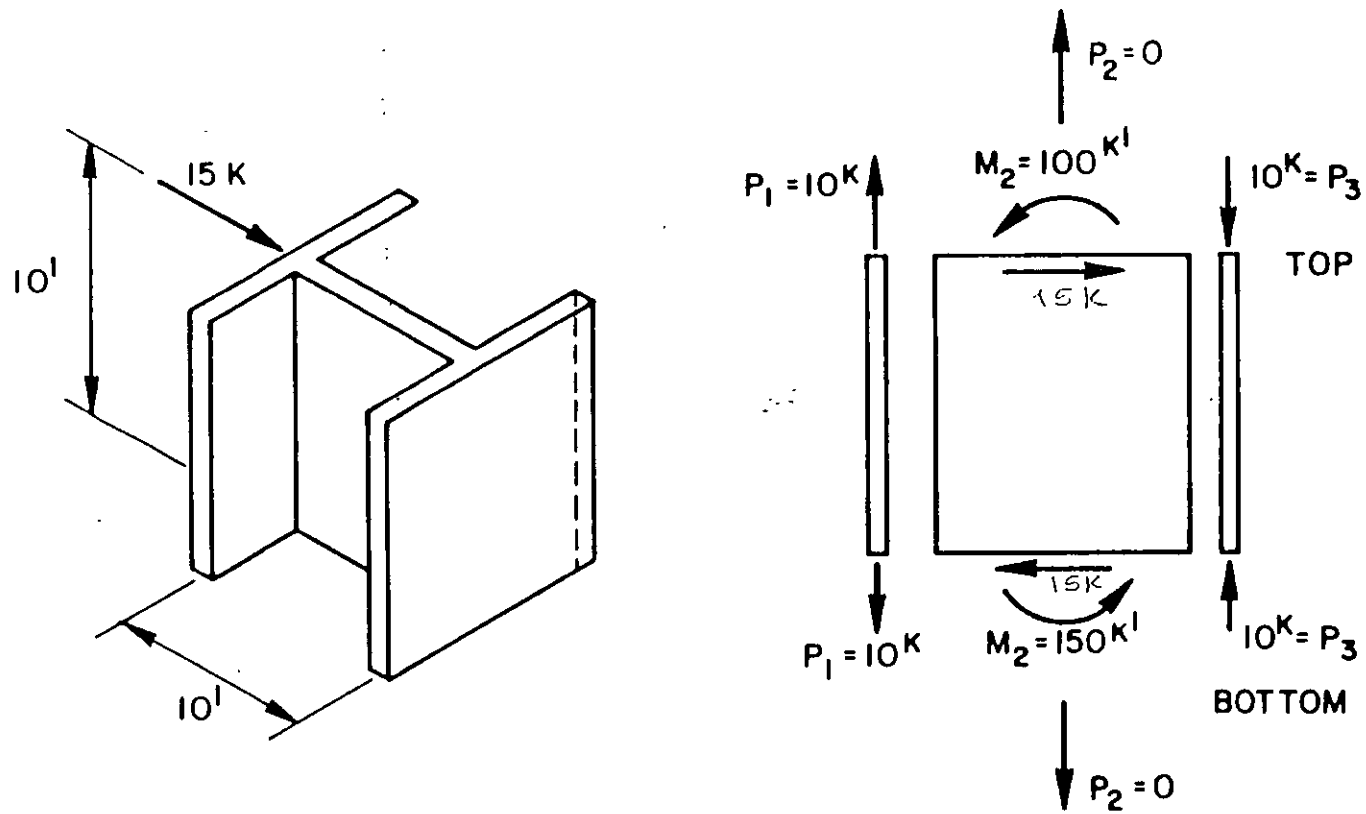


FIGURE A3 SIGN CONVENTION FOR MEMBER FORCES



$$\Sigma M_{TOP} = 100K' - 10K \times 10' = 0$$

$$\Sigma M = 50 + 10' \times 10' = 150 = 15K \times 10'$$

FIGURE A4 COMPOSITE PANEL SHEAR WALL

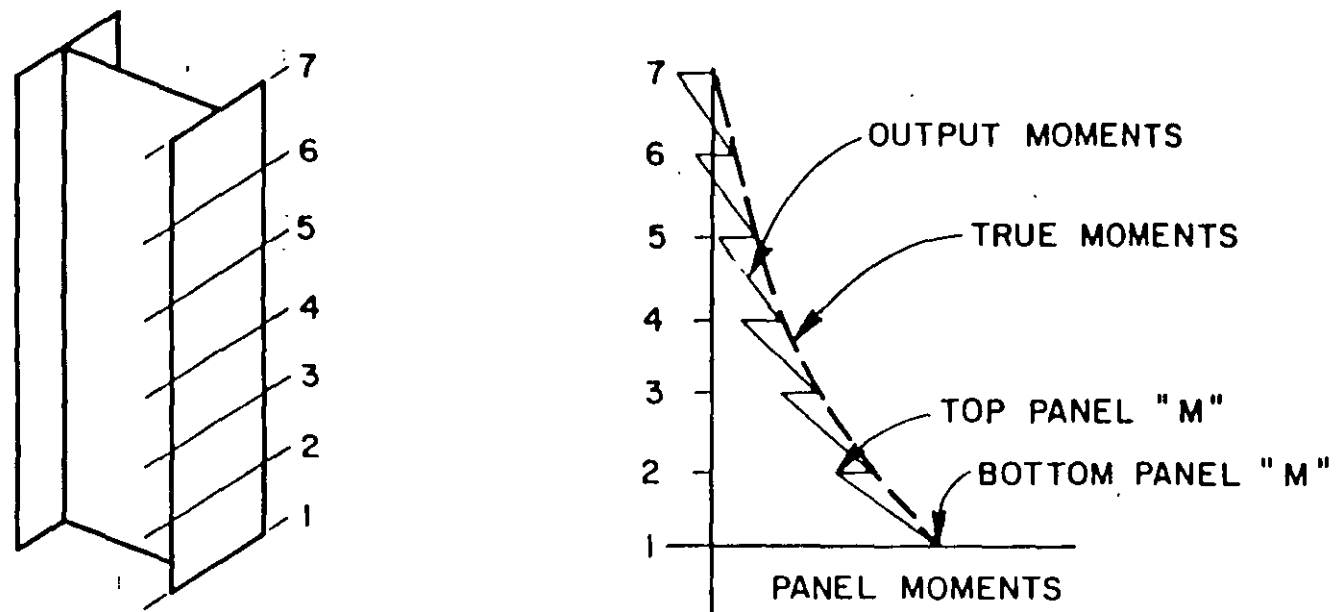


FIGURE A5 INTERPRETATION OF PANEL MOMENTS IN CONTINUOUS LINES

When infilled frames or nonplanar walls are to be modelled, use a pure shear panel rather than the flexural panel. The flexural panel is satisfactory only for planar one bay walls.

G. PROGRAM CAPACITY

The program is written in FORTRAN IV with dynamic storage allocation for major arrays in blank COMMON. Thus the amount of high speed storage required for a particular problem may be changed by altering the following two cards at the beginning of the main program;

```
COMMON A (n)
```

```
MTOT = n
```

For a given building the value of n required is computed as follows

1. For each frame, use the following storage computation program to compute N_f .

```

PROGRAM STCRE(INPUT,CUTPUT,TAPE5=INPUT,TAPE6=CUTPUT)
C
10 READ(5,1000) NS,NC,NB,NCP,NBP,NFEF,NFAN,NTRU
   IF(NS.EQ.0) STOP
C
   NLD=3
   MM=3*NC
   MN=MM*2
   MN6=MN+6
   NCP=NCP+1
   NBP=NBP+1
   MN=6*NC+3*NS+3
C
   N1=1
   N2=N1+14*NS
   N3=N2+9*NCP
   N4=N3+9*NBP
   N5=N4+7*NFEF
   N6=N5+NS*NB*3
   N7=N6+NS*NB*3
   N8=N7+NS*NC*2
   N9=N8+3*NPAK
   N10=NS+5*NTRU
   IM=N9-N1
C
   LS=(MM*(MM+1))/2
   LC=MM*MM
   NE=MN+NLD-MN
   LE=MM*NE

```

```

NAM=AN-MN
LSL=(NAM*(NAM+1))/2+NAM*NLD
ANL=AN+NLD
N1=1
N2=N1+MAX0(LS,LE)
N3=N2+LC
N4=N1+LSL
N3=MAX0(N3,N4)
N4=N3+MAX0(LS,LE)
N5=N4+MN*6
N6=N5+MN*3
N7=N6+ANL
N8=N7+MM
IC=N8-N1

```

C

```
NF=IN+10
```

C

```

WRITE(6,2000) NS,NC,NB,NCP,NBP,NFEF,NPAN,NTRU,NF
GO TO 10

```

C

```

1000 FORMAT(8I5)
2000 FORMAT(1HC,
.6H NS   =,15/
.6H NC   =,15/
.6H NB   =,15/
.6H NCP  =,15/
.6H NBP  =,15/
.6H NFEF =,15/
.6H NPAN =,15/
.6H NTRU =,15/
.//
.13H**** NF **** ,16)
END

```

Column	Variable	Description
1 - 5	NS	number of stories in this frame
6 - 10	NC	number of column lines in this frame
11 - 15	NB	number of bays in this frame
16 - 20	NBP	number beam property sets for this frame
21 - 25	NCP	number of column property sets in frame
26 - 30	NFEF	number fixed end force sets in this frame
31 - 35	NPAN	number of panel elements in this frame
36 - 40	NTRU	number diagonal braces

2. For the complete building, calculate

$$N_b = 8 * NST + NSS * (2 * NSS + 3)$$

where, $NSS = 3 * NST$ if three degrees of freedom per story are allowed in the analysis.

= NST if only one degree of freedom per story is allowed in the analysis.

3. If a dynamic response analysis is required, calculate

$$N_d = 8 * NST + (5 + N_{TIME}) * (NSS + NST) \\ + N_{TF} * (9 + NST)$$

where, N_{TIME} = number of times that output is required from the response analysis.

N_{TF} = total number of frames in the building

The minimum value required for n is the maximum of the set of values of N_f , N_b and N_d .

For typical buildings, N_f will usually govern if only one degree of freedom per story is allowed in the analysis but N_b may be the critical value if three degrees of freedom per story are allowed. N_d may be critical if a large number of output times are required.

APPENDIX B
INTERNAL ORGANIZATION OF PROGRAM

The program is divided into the following five major parts (subroutine organization is shown in Figure B1):

1. The first operation performed by the program is to read the basic control information and the data associated with the complete building (subroutine INPUT)
2. The next operation involves the formation of lateral stiffness for each different frame and shear wall in the building. The lateral stiffness and backsubstitution equations are stored sequentially on tapes (subroutine FORM)
3. The frame location cards are then read and the total stiffness of the complete building is formed (subroutine LAT)
4. The system is solved for one or two of the following conditions:
 - a. The static vertical loads, I, II and III and the lateral loads A and B applied (subroutine SOLVE)
 - b. The three-dimensional mode shapes and frequencies are evaluated. The earthquake acceleration spectra is read and the maximum story displacements associated with each mode shapes are calculated (subroutine EARTH)
 - c. Earthquake ground motion is read and the structure displacements are computed for each time step (subroutine DYN)
5. The load case definition cards are read and the total story displacements are evaluated. For each frame in the structure the lateral displacement are evaluated and joint displacements calculated by backsubstituting for each static load displacement and each modal spectral displacement or response time increment. As these frame displacements are determined the member forces are also evaluated and are combined according to the load case definition cards. The

root-mean-square or the direct summation is conducted at the member force level, (subroutine DISP, FRAME).

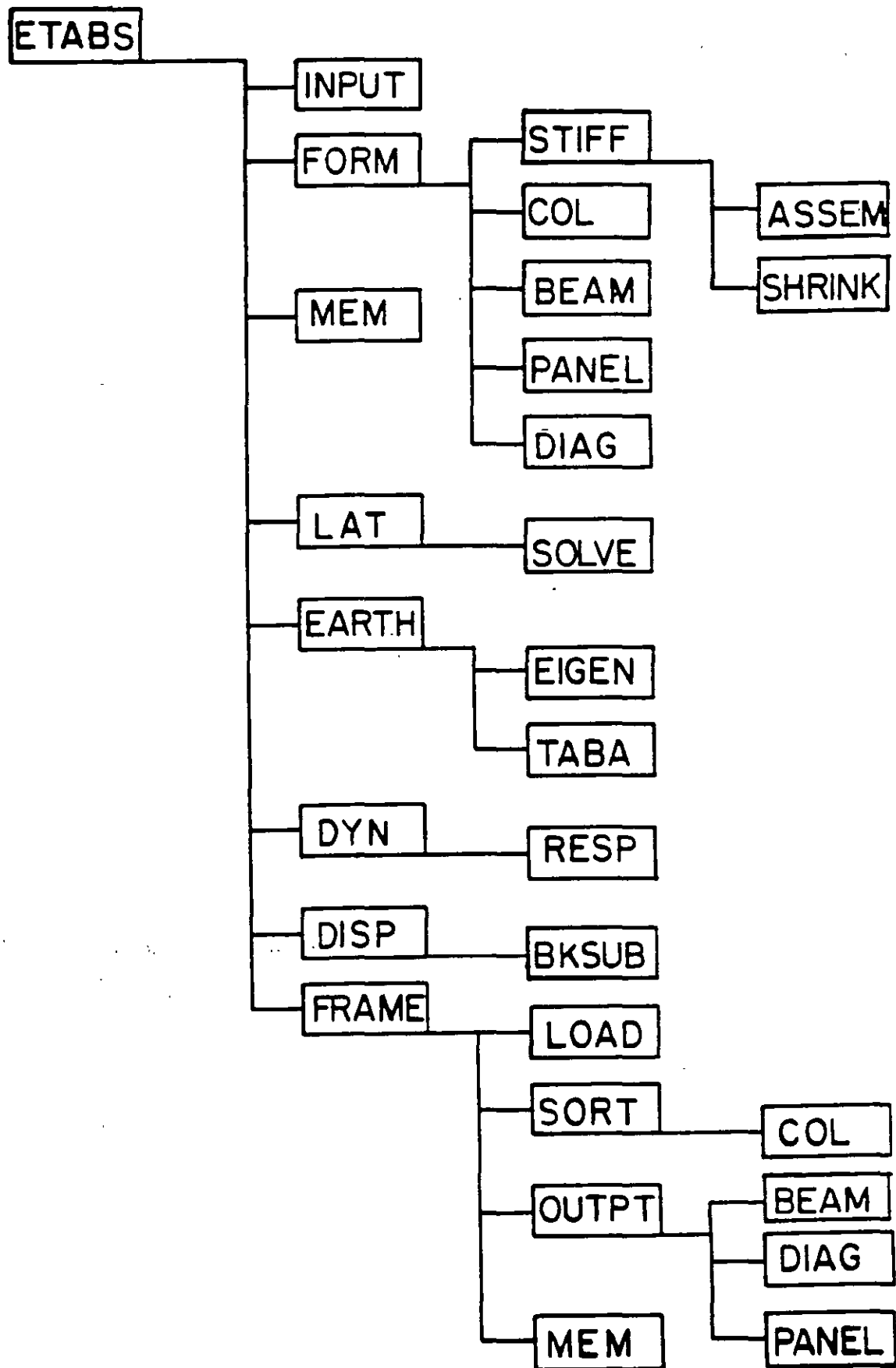


FIGURE B1 PROGRAM ORGANIZATION

APPENDIX C
FORTRAN IV LISTING OF PROGRAM

```

PROGRAM      (INPUT,OUTPUT,TAPES=INPUT,TAPES=OUTPUT,TAPES,
1           TAPES,TAPES,TAPES,TAPES,TAPES,TAPES)

C
C
C PROGRAM ETABS ... A GENERAL PROGRAM FOR THE STATIC AND DYNAMIC
C ANALYSIS OF FRAME AND SHEAR WALL THREE-
C DIMENSIONAL BUILDINGS AND SYSTEMS
C
C DEVELOPED BY ... E. L. WILSON, M. H. DOVEY AND J. P. HOLLINGS
C DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING
C UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY
C
C SEPTEMBER 1974, REVISED MARCH 1979
C
C THIS VERSION FOR A COO 0400
C
C *****
C NO RESPONSIBILITY IS ASSUMED BY THE AUTHORS OR BY THE UNIVERSITY
C OF CALIFORNIA FOR ANY ERRORS, MISTAKES, OR MISREPRESENTATIONS
C THAT MAY OCCUR FROM THE USE OF THIS COMPUTER PROGRAM. ALL
C SOFTWARE PROVIDED ARE IN AS IS CONDITION. NO WARRANTIES OF ANY
C KIND, WHETHER STATUTORY, WRITTEN, ORAL, EXPRESSED, OR IMPLIED
C (INCLUDING WARRANTIES OF FITNESS AND MERCHANTABILITY) SHALL APPLY.
C
C PUBLIC DISTRIBUTION OF THIS PROGRAM THROUGH NISSE HAS MADE POSSI-
C BLE BY THE AUTHORS AND THE NATIONAL SCIENCE FOUNDATION WITH THE
C STIPULATION THAT THE PROGRAM NEITHER BE SOLD IN WHOLE OR IN PART
C FOR DIRECT PROFIT NOR REVERTS OR DEVELOPMENT CHARGES MADE FOR
C ITS USE. BY ACCEPTANCE OF DELIVERY OF THIS PROGRAM PACKAGE, THE
C PURCHASER UNDERSTANDS THE RESTRICTIONS ON THE USE AND DISTRIBUTION
C OF THE PROGRAM. THE FEE PAID TO NISSE REPRESENTS A CHARGE
C FOR DUPLICATION, MAILING, AND DOCUMENTATION. THE LEGAL OWNERSHIP
C OF THE PROGRAM REMAINS WITH THE DEVELOPERS.
C
C IF THIS PROGRAM HAS GIVEN YOU NEW ANALYSIS CAPABILITY RESULTING
C IN INDIRECT PROFITS, YOU MAY WISH TO SUPPORT FURTHER WORK IN THIS
C AREA BY GIVING AN UNRESTRICTED GRANT TO THE AUTHORS UNIVERSITY.
C
C *****
C COMMON/GEN/ NST,NDF,NTP,MLO,NAT,MFO,NSD,BHED( 9),PHED(7),NSS,TIG(
1 ,MLAB(3),L2,13
C DATA PLAB/4M ,4M ,4M ,4MROTH /
C COMMON/JUNK/JK(3),RH,MR,JUK(33)
C COMMON/STIP/ STP(330)
C COMMON /DTM/ NTINE,DT,MPC,DAMP
C COMMON A(10000)
C NTOT=10300
C
C READ AND PRINT OF GENERAL INFORMATION
C
C 100 READ (5,1000) NST,NDF,NTP,MLO,NAT,MFO,NSD,BHED
C IF(NST.EQ.0) STOP
C CALL SECOND (T11)
C 13=3
C 15=0
C IF(NSD.EQ.0) GO TO 50
C 13=1
C 15=NSE-1
C 50 N13=N17+13
C NPS=N17+3
C IF(MFO.GT.NSS) NFO=NSS
C IF(NAT.EQ.0) MFO=0
C WRITE (6,2000) BHED,NST,NDF,NTP,MLO,NAT,MFO,NSD
C REWIND 2
C REWIND 3
C
C READ AND PRINT OF STCR INFORMATION
C
C N1=1+14*NST
C N3=N2+20*NST
C CALL INPUT (A(1),A(N2),A(N3),NST)
C
C READ AND PRINT OF FRAME PROPERTIES AND FORM LATERAL STIFFNESSES
C
C GO 200 I=1,NDF
C CALL SECOND (T1)
C READ (5,1001) M,NS,NC,NB ,NCP,NBP,NPEF,NPAN,NTRU,PHED
C WRITE (6,2001) PHED,M,NS,NC,NB,NCP,NBP,NPEF,NPAN,NTRU
C
C
C N1=0
C N2=39AC
C NCP=NCP+1
C NBP=NBP+1
C N1=0+AC+39AS+3
C N1=1
C N2=N1+14*NST
C N3=N2+20*NST
C N4=N3+39NBP

```

```

ETAB 2
ETAB 3
ETAB 4
ETAB 5
ETAB 6
ETAB 7
ETAB 8
ETAB 9
ETAB 10
ETAB 11
ETAB 12
ETAB 13
ETAB 14
ETAB 15
ETAB 16
ETAB 17
ETAB 18
ETAB 19
ETAB 20
ETAB 21
ETAB 22
ETAB 23
ETAB 24
ETAB 25
ETAB 26
ETAB 27
ETAB 28
ETAB 29
ETAB 30
ETAB 31
ETAB 32
ETAB 33
ETAB 34
ETAB 35
ETAB 36
ETAB 37
ETAB 38
ETAB 39
ETAB 40
ETAB 41
ETAB 42
ETAB 43
ETAB 44
ETAB 45
ETAB 46
ETAB 47
ETAB 48
ETAB 49
ETAB 50
ETAB 51
ETAB 52
ETAB 53
ETAB 54
ETAB 55
ETAB 56
ETAB 57
ETAB 58
ETAB 59
ETAB 60
ETAB 61
ETAB 62
ETAB 63
ETAB 64
ETAB 65
ETAB 66
ETAB 67
ETAB 68
ETAB 69
ETAB 70
ETAB 71
ETAB 72
ETAB 73
ETAB 74
ETAB 75
ETAB 76
ETAB 77
ETAB 78
ETAB 79
ETAB 80
ETAB 81
ETAB 82
ETAB 83
ETAB 84
ETAB 85
ETAB 86
ETAB 87
ETAB 88
ETAB 89
ETAB 90

```

```

NS=N1+20NBP
NB=NS+NS+NBP
N7=N6+NS+NBP
NB=N7+NS+NBP
NB=N8+39NBPAN

C
C COMPUTE STIFFNESS FOR REDUCED STORAGE
C
C CALL STIFF(N1,N2,N3,N4,N5)
C
C N10=N1+N1
C N11=N10
C N12=N11+NPEF
C N13=N12+39NBPAN
C N14=N13+39NTRU
C N15=N14+20NTRU
C N16=N15+20NC
C IF(N16.GT.NTOT) CALL MEMORY (N16-NTOT)
C CALL PORMA(N11,A(N2),A(N3),A(N4),A(N5),A(N6),A(N7),A(N8),A(N9),
1 A(N10), NST,NB,NC,NCP,NBP,NPEF,NPAN,A(N11),CALL SECOND (T1),NM,
2 A(N13),A(N14),NTRU,A(N15))
C CALL SECOND (T1)
C T11=T11-T1
C WRITE (6,2003) 1,T11
C 200 CONTINUE
C CALL SECOND (T12)
C
C SOLVE STATIC LOAD CASES
C
C N3=N2+NS+NBP
C N4=N3+NS+NBP
C N5=N4+NS+NBP
C N6=N5+NS+NBP
C N7=N6+NS+NBP
C N8=N7+NS+NBP
C N9=N8+NS+NBP
C IF(N9.GT.NTOT) CALL MEMORY (N9-NTOT)
C CALL LAY (A(N2),A(N3),A(N4),A(N5),A(N6),A(N7),NSS,NPS,NTP,
1 A(N8),NST)
C CALL SECOND (T13)
C
C MODE SHAPES AND FREQUENCIES AND SPECTRUM RESPONSE
C
C N2=N1+20NST
C N3=N2+NS+NBP
C N4=N3+NS+NBP
C N5=N4+NS+NBP
C N6=N5+NS+NBP
C N7=N6+NS+NBP
C N8=N7+NS+NBP
C N9=N8+NS+NBP
C IF(N9.GT.NTOT) CALL MEMORY (N9-NTOT)
C CALL LAY (A(N2),A(N3),A(N4),A(N5),A(N6),A(N7),NSS,NPS,NTP,
1 A(N8),NST)
C CALL SECOND (T14)
C
C COMPUTE DYNAMIC RESPONSE
C
C IF (NAT.NE.4) GO TO 250
C MLO=5+NTINE
C N3=N2+MLO+NBP
C N4=N3+20NCP
C N5=N4+NTINE
C N6=N5+NS
C IF (N6.GT.NTOT) CALL MEMORY (N6-NTOT)
C CALL CTH (A(N2),A(N3),A(N4),A(N5),NSS,NTP,MLO,NST,NPS,A(N6)
1)
C 250 CALL SECOND (T15)
C
C COMPUTE FRAME DISPLACEMENTS
C
C IF(NAT.LE.2) NPB=0
C IF (NAT.EQ.1) GO TO 300
C MLO=5+NPO
C IF(NAT.EQ.4) MLO=5+NTINE
C N3=N2+MLO+NBP
C N4=N3+10NTP+2
C N5=N4+NS+NBP
C N6=N5+NS+NBP
C N7=N6+NS+NBP
C IF(N7.GT.NTOT) CALL MEMORY (N7-NTOT)
C CALL DISP (A(N2),A(N3),A(N4),A(N5),NSS,NTP,MLO,NST,NPS,A(N6)
1)
C 300 CALL SECOND (T16)
C
C CALCULATE AND PRINT DISPLACEMENTS AND STRESSES
C
C IF (NAT.EQ.1) GO TO 400
C CALL FRAME (NTOT,NNO,NPS)
C 400 CALL SECOND (T16)
C T1=T16-T11

```

```

B 91
AB 92
ETAB 93
ETAB 94
ETAB 95
ETAB 96
ETAB 97
ETAB 98
ETAB 99
ETAB 100
ETAB 101
ETAB 102
ETAB 103
ETAB 104
ETAB 105
ETAB 106
ETAB 107
ETAB 108
ETAB 109
ETAB 110
ETAB 111
ETAB 112
ETAB 113
ETAB 114
ETAB 115
ETAB 116
ETAB 117
ETAB 118
ETAB 119
ETAB 120
ETAB 121
ETAB 122
ETAB 123
ETAB 124
ETAB 125
ETAB 126
ETAB 127
ETAB 128
ETAB 129
ETAB 130
ETAB 131
ETAB 132
ETAB 133
ETAB 134
ETAB 135
ETAB 136
ETAB 137
ETAB 138
ETAB 139
ETAB 140
ETAB 141
ETAB 142
ETAB 143
ETAB 144
ETAB 145
ETAB 146
ETAB 147
ETAB 148
ETAB 149
ETAB 150
ETAB 151
ETAB 152
ETAB 153
ETAB 154
ETAB 155
ETAB 156
ETAB 157
ETAB 158
ETAB 159
ETAB 160
ETAB 161
ETAB 162
ETAB 163
ETAB 164
ETAB 165
ETAB 166
ETAB 167
ETAB 168
ETAB 169
ETAB 170
ETAB 171
ETAB 172
ETAB 173
ETAB 174
ETAB 175
ETAB 176
ETAB 177
ETAB 178
ETAB 179

```



```

C      FORM PANEL STIFFNESS*
C
      IF (IPANEL.EQ.0) GO TO 610
      DO 720 I=1,10
      DO 720 J=1,3
720   P(I,J)=0.
      NP=1
      ND=10
      DO 800 L=1,NPANEL
      NP=NS-LP(1),LP+1
      IF (AMP.EQ.N) GO TO 800
      XL=SDIN*(K,2)
      K1=LP(2),LJ
      KJ=LP(2),LJ
      B1=CLN(KJ,1)-CLN(KI,1)
      B2=CLN(KJ,2)-CLN(KI,2)
      B3=B1*B1+B2*B2
      B3=SQRT (B3)
      CSA=B1/B3
      SNA=B2/B3
      O=B3
      AR=CLN(KI,1)*CLN(KJ,2)-CLN(KJ,1)*CLN(KI,2)
      DP=AR/B3
      CALL PANEL (I,L,XL,O,DP,SNA,CSA,NPANEL,PP)
C
      LM(3)=NN+30N
      LM(2)=LM(3)-1
      LM(1)=LM(2)-1
      LM(4)=30KJ
      LM(5)=30KJ
      LM(6)=NN+30N+3
      LM(7)=LM(6)-1
      LM(8)=LM(7)-1
      LM(9)=NN+30N
      LM(10)=NN+30KJ
      CALL STIFF(3,S,R,AN,NS)
800   CONTINUE
C
C      FORM DIAGONAL STIFFNESS
C
      IF (NTRU.EQ.0) GO TO 710
      DO 690 I=1,8
      DO 690 J=1,NL0
690   P(I,J)=0.
      NP=1
      ND=8
      DO 690 L=1,NTRU
      NP=NS-LT(1),L+1
      IF (AMP.EQ.N) GO TO 690
      YL=SDIN*(K,1)
      KJ=LT(2),LJ
      KI=LT(2),LJ
      B1=CLN(KJ,1)-CLN(KI,1)
      B2=CLN(KJ,2)-CLN(KI,2)
      B3=B1*B1+B2*B2
      B3=SQRT (B3)
      CSA=B1/B3
      SNA=B2/B3
      VANG=ATAN(YL/B3)
      DL=SQRT(B3*B3+YL*YL)
      AR=CLN(KI,1)*CLN(KJ,2)-CLN(KJ,1)*CLN(KI,2)
      D1=AR/O3
      CALL (EAGG(I),L,VANG,DL,SNA,CSA,NTRU,O1,TP)
C
      LM(3)=NN+30N
      LM(2)=LM(3)-1
      LM(1)=LM(2)-1
      LM(4)=30KJ
      LM(7)=NN+30N+3
      LM(6)=LM(7)-1
      LM(5)=LM(6)-1
      LM(8)=NN+30KJ
      CALL STIFF(3,S,R,AN,NS)
690   CONTINUE
710   CONTINUE
C
C      REDUCE STIFFNESS MATRIX FOR LEVEL N
C
      CALL STIFF(3,S,R,AN,NS)
C
      TOC CONTINUE
C
      WRITE LATERAL STIFFNESS ON TAPE
C
      013 A=NSF(1)-NS
      CALL STIFF(4,S,R,AN,NS)
      WRITE (1) CLN,CP,OP,PEP,LO,LDB,LC,LP,IPFP,PP,LI,TP
      WRITE (1) AC,AS,ACP,ABP,APBP,ADPA,NTRU,NB

```

FORM	216
FORM	219
FORM	220
FORM	221
FORM	222
FORM	223
FORM	224
FORM	225
FORM	226
FORM	227
FORM	228
FORM	229
FORM	230
FORM	231
FORM	232
FORM	233
FORM	234
FORM	235
FORM	237
FORM	238
FORM	239
FORM	240
FORM	241
FORM	242
FORM	243
FORM	244
FORM	245
FORM	246
FORM	247
FORM	248
FORM	249
FORM	250
FORM	251
FORM	252
FORM	253
FORM	254
FORM	255
FORM	256
FORM	257
FORM	258
FORM	259
FORM	260
FORM	261
FORM	262
FORM	263
FORM	264
FORM	265
FORM	266
FORM	267
FORM	268
FORM	269
FORM	270
FORM	271
FORM	272
FORM	273
FORM	274
FORM	275
FORM	276
FORM	277
FORM	278
FORM	279
FORM	280
FORM	281
FORM	282
FORM	283
FORM	284
FORM	285
FORM	286
FORM	287
FORM	288
FORM	289
FORM	290
FORM	291
FORM	292
FORM	293
FORM	294
FORM	295
FORM	296
FORM	297
FORM	298
FORM	299
FORM	300
FORM	301
FORM	302
FORM	303
FORM	304
FORM	305
FORM	306

```

REFLRA
1000 PERMAT(124)=C COLUMN LINE COORDINATES /5N LINE,14X,1MR,14X,1MY1
2000 PERMAT(15,5X,P10.2,5X,P10.2)
1001 PERMAT(15,P10.0,P10.0,2P5.0,3P10.0,2P5.0)
2001 PERMAT(1040C COLUMN ID 11X,1ME 11X,1MA 6X,6HMAJ 5A,6X,6HMIN 5A,
16X,6HTQS 1,7X,5HMAJ 1,7X,5HMIN 1,3X,6HMGID 1DP,3X,6HMGID 8GT / (
1110,9P12.2))
1002 PERMAT(15,P10.0,P10.0,2P10.0,5P5.0)
2002 PERMAT(1040 BEAR ID 11X,2ME 9X,2HSA 6X,6NTORS 1 6X,6HPLER 1 9X,
13MKIE 9X,3MKJJ 9X,3MKJJ 5X,7HMGID 1 8X,7HMGID 1 / (110,9P12.2))
1003 PERMAT(215,7P10.0)
2003 PERMAT(1040 REF ID 6X,4CODE 10X,2HML 10X,2HVL 10X,2HMR 10X,
1 2HVR,11X,1MR / (210,5P12.3))
1004 PERMAT(915)
2004 PERMAT(15H0BEAR LOCATIONS/45H/ BAY LEV IC JC MID GEN VL
1 VL2 VL3)
3004 PERMAT(1//25H GENERATED BEAR LOCATIONS )
4004 PERMAT(1//30H GENERATED BEAR LOADS...LOAD CASE 3A1)
1008 PERMAT(515)
2008 PERMAT(1170C COLUMN LOCATIONS/ 26H0 LINE LEV C10 KCOL GEN )
3008 PERMAT(1//27H GENERATED COLUMN LOCATIONS )
1304 PERMAT(315,5P10.0)
2004 PERMAT(1//12X PANEL GARD 2//20H LEVEL COL I COL J 12X,1ME 14X,
11MA 14X,1ME 13X,2HSA 14X,1MG / (14,217,2X,5P15.2))
1007 PERMAT(315,2P10.0)
2007 PERMAT(1//22H BRACING ELEMENT CARD//16H LEV VC LC,14X,1ME
1,14X,1MA(11X,315,2P15.0))
3008 PERMAT(11N )
2010 PERMAT(14,2X,P12.2,5P10.2,5X,15,5X,18,5X,15)
2011 PERMAT(1//20H BEAR PROPERTIES AND LOADS/)
2012 PERMAT(12H BAY NUMBERS,15/129H LEVEL
1 I PLEX I KIS KJJ KIJ WI WJ
1 VERT1 VERT2 VERT3 )
2013 PERMAT(1//18H COLUMN PROPERTIES/)
2014 PERMAT(16H COLUMN LINE NO.,13/90H LEVEL
1MAJ 5A MIN 5A TORS 1 MAJ 1 MIN 1 OT A OB
1 / )
2016 PERMAT(14,2X,P12.2,5P10.2)
2001 PERMAT(15,2P10.0)
END

SUBROUTINE COLUMN(IC,MC,XL,5NA,CBA,MCP,ML1,VL1,CPI)
DIMENSION CPI(9,MCP)
COMMON/STIFF/ ASA(12,12),SA(8,12),T(8,12)
COMMON/JUNK/ MLO,M,N,NO,RA,RA,LN(12),P(12,3),TY(8)

C
C COLUMN STIFFNESS AND FORCE MATRICES
C
C TRANSFORMATION MATRICES
OT=CP(8,MC)
OB=CP(9,MC)
XLR=XL-OT-OB
CALL TRANS(1,XLR,OT,OB,5AA,CSA,ML1,VL1,0.,0.)

C
C COLUM MEMBER STIFFNESS
E=CP(1,MC)
A2=CP(2,MC)
A4=CP(3,MC)
AA=CP(4,MC)
AA2=CP(5,MC)
AA4=CP(6,MC)
AA6=CP(7,MC)
SHPY=0.
SHPV=0.
E1V=AA4*E/(XLR*XL)
E1H=AA2*E/(XLR*XL)
IP(AV,GT,3) SHPY=14.4*E1V/(A4*E)
IP(AH,GT,0) SHPV=14.4*E1H/(AA*E)
CONMY=2.0E10*XL/(1.+2.95*P1)
CONMH=2.0E10*XL/(1.+2.95*SHPV)

C
S1=0.414*PAA2/XLR
S2=CONMH*(2.+SHPY)
S3=CONMH*(1.-SHPV)
S4=2*AA2/XLR
S5=CONMY*(2.+SHPA)
S6=CONMY*(1.-SHPA)

C
C FORCE-FRAME DISPLACEMENT MATRIX
OC 10 1=1,12
SA(1,1)=S1*OT(1,1)
SA(2,1)=S2*OT(2,1)+S3*OT(3,1)
SA(3,1)=S3*OT(2,1)+S2*OT(3,1)
SA(4,1)=S4*OT(4,1)
SA(5,1)=S5*OT(5,1)+S6*OT(6,1)
SA(6,1)=S6*OT(5,1)+S5*OT(6,1)
SA(7,1)= (SA(2,1)+SA(3,1)+SA(4,1)+
10 SA(8,1)+SA(5,1)+SA(6,1)+XLR

```

FORM 301
FORM 306
FORM 309
FORM 310
FORM 316
FORM 317
FORM 318
FORM 319
FORM 320
FORM 321
FORM 322
FORM 323
FORM 324
FORM 325
FORM 326
FORM 327
FORM 328
FORM 329
FORM 330
FORM 331
FORM 332
FORM 333
FORM 334
FORM 335
FORM 336
FORM 337
FORM 338
FORM 339
FORM 340
FORM 341
FORM 342
FORM 343
FORM 344
FORM 345
FORM 346

COLUMN 3
COLUMN 3
COLUMN 4
COLUMN 4
COLUMN 6
COLUMN 6
COLUMN 7
COLUMN 8
COLUMN 9
COLUMN 10
COLUMN 11
COLUMN 12
COLUMN 13
COLUMN 13
COLUMN 16
COLUMN 17
COLUMN 18
COLUMN 18
COLUMN 19
COLUMN 20
COLUMN 21
COLUMN 22
COLUMN 23
COLUMN 24
COLUMN 25
COLUMN 26
COLUMN 27
COLUMN 28
COLUMN 29
COLUMN 30
COLUMN 31
COLUMN 32
COLUMN 33
COLUMN 34
COLUMN 35
COLUMN 37
COLUMN 38
COLUMN 39
COLUMN 40
COLUMN 41
COLUMN 43
COLUMN 44
COLUMN 45
COLUMN 46
COLUMN 47
COLUMN 48

```

C
15 IF(10.EQ.2) RETURN
C
C STIFFNESS MATRIX ASB
DO 120 I=1,12
DO 120 J=1,12
ASB(I,J)=0.
DO 110 K=1,6
110 ASB(I,J)=ASB(I,J)+T(K,1)*SAB(K,J)
120 ASB(J,I)=ASB(I,J)
RETURN
C
END

SUBROUTINE BEAM (IC,MB,XL,SHA,CSA,NBP,OP)
DIMENSION BP(9,NBP)
C
COMMON/STIP/ ASB(12,12),SA(6,12),T(6,12)
COMMON/JUNK/ MLD,N,NO,NA,NA,L(12),P(12,3),TX(6)
C
C BEAM STIFFNESS AND FORCE MATRICES
C
C TRANSFORMATION MATRIX
W1=BP(8,MB)
W2=BP(9,MB)
XLR=XL-W1-W2
CALL TRANS(2,XLR,W1,W2,SHA,CSA,0.,0.,0.,0.)
C
C MEMBER STIFFNESS
S=BP(1,MB)
SMP2=0.
E1=X*BP(4,MB)*E/(XLR*MLR)
IF(10P(2,MB).GT.0.) SMP2=14.40E12/(BP(3,MB)*E)
COMMON=XLR*E*E1/(1.+2.*SMP2)
C
S1=0.414*COMMON/(XLR*MLR)
S2=COMMON*BP(5,MB)/(1.+0.5*SMP2)
S3=COMMON*BP(6,MB)/(1.+0.5*SMP2)
S4=COMMON*BP(7,MB)/(1.-SMP2)
C
C FORCE-FRAME DISPLACEMENT MATRIX
DO 10 I=1,6
SA(1,I)=S1*T(1,I)
SA(2,I)=S2*T(2,I)+S4*T(3,I)
10 SA(3,I)=S4*T(2,I)+S3*T(3,I)
C
C
IF(10.EQ.2) RETURN
C
C STIFFNESS MATRIX ASB
DO 120 I=1,6
DO 120 J=1,6
ASB(I,J)=0.
DO 110 K=1,6
110 ASB(I,J)=ASB(I,J)+T(K,1)*SAB(K,J)
120 ASB(J,I)=ASB(I,J)
C
C
C DIRECT END FORCES
DO 100 L=1,MLD
TX(1)=P(1,L)
TX(2)=SHA*P(1,L)
TX(3)=CSA*P(1,L)
TX(4)=P(4,L)
TX(5)=SHA*P(4,L)
TX(6)=CSA*P(4,L)
DO 120 I=1,6
120 P(1,L)=TX(I)
100 CONTINUE
RETURN
C
END

```

COLUMN40
 COLUMN50
 COLUMN51
 COLUMN52
 COLUMN53
 COLUMN54
 COLUMN55
 COLUMN56
 COLUMN57
 COLUMN58
 COLUMN59
 COLUMN60
 COLUMN61

BEAM 2
 BEAM 3
 BEAM 4
 BEAM 5
 BEAM 6
 BEAM 7
 BEAM 8
 BEAM 9
 BEAM 10
 BEAM 11
 BEAM 12
 BEAM 13
 BEAM 14
 BEAM 15
 BEAM 16
 BEAM 17
 BEAM 18
 BEAM 19
 BEAM 20
 BEAM 21
 BEAM 22
 BEAM 23
 BEAM 24
 BEAM 25
 BEAM 26
 BEAM 27
 BEAM 28
 BEAM 29
 BEAM 30
 BEAM 31
 BEAM 32
 BEAM 33
 BEAM 34
 BEAM 35
 BEAM 36
 BEAM 37
 BEAM 38
 BEAM 39
 BEAM 40
 BEAM 41
 BEAM 42
 BEAM 43
 BEAM 44
 BEAM 45
 BEAM 46
 BEAM 47
 BEAM 48
 BEAM 49
 BEAM 50
 BEAM 51
 BEAM 52
 BEAM 53
 BEAM 54
 BEAM 55
 BEAM 56
 BEAM 57

```

SUBROUTINE PANEL (IO,L,XL,D,OP,SHA,CSA,NPAN,PP)
DIMENSION PP(5,NPAN)
C
COMMON/STIP/ ASB(12,12),SA(6,12),T(6,12)
COMMON/JUNK/ MLD,N,NO,NA,NA,L(12),P(12,3),TX(6)
C
C PANEL STIFFNESS AND FORCE MATRICES
C
NP=3
C
C CHECK PANEL TYPE (DEFAULT IS PURE SHEAR PANEL IF PLEN IS ZERO)
IF(PP(1,L).LE.0.) NP=5
C
C TRANSFORMATION MATRIX
C
CALL TRANS(NP,XL,D,OP,SHA,CSA,0.,0.,0.,0.)
C
IF(NP.EQ.5) GO TO 50
C
C FLEXURAL PANEL STIFFNESS (NP=3)
C
E=PP(1,L)
SMPY=0.
E1=E*PP(3,L)/(XL*XL)
IPPP(4,L).GT.0.) SMPY=0.0E1/(IPPP(4,L)*PP(5,L))
COMMON=E1*XL*E2/(1.+2.*SMPY)
C
S1=COMMON*2.0/(1.+0.5*SMPY)
S2=COMMON*(1.-SMPY)
S3=E*PP(2,L)/XL
C
C FORCE-FRAME DISPLACEMENT MATRIX
C
DO 10 I=1,10
SA(1,I)=S1*T(1,I)+S2*T(2,I)
SA(2,I)=S2*T(1,I)+S1*T(2,I)
SA(3,I)=S3*T(3,I)
10 SA(4,I)=(SA(1,I)+SA(2,I))/XL
C
KK=3
GO TO 30
C
C SHEAR PANEL STIFFNESS (NP=5)
C
DO IF(10.EQ.2) XL=1.
S1=PP(2,L)*PP(5,L)*XL
C
C FORCE-FRAME DISPLACEMENT MATRIX
C
DO 20 I=1,10
SA(1,I)=S1*T(1,I)
20 SA(2,I)=SA(1,I)/PP(2,L)
C
KK=1
C
30 IF(10.EQ.2) RETURN
C
C STIFFNESS MATRIX
DO 120 I=1,10
DO 120 J=1,10
ASB(I,J)=0.
DO 110 K=1,KK
110 ASB(I,J)=ASB(I,J)+T(K,1)*SAB(K,J)
120 ASB(J,I)=ASB(I,J)
RETURN
C
END

```

PANEL 2
 PANEL 3
 PANEL 4
 PANEL 5
 PANEL 6
 PANEL 7
 PANEL 8
 PANEL 9
 PANEL 10
 PANEL 11
 PANEL 12
 PANEL 13
 PANEL 14
 PANEL 15
 PANEL 16
 PANEL 17
 PANEL 18
 PANEL 19
 PANEL 20
 PANEL 21
 PANEL 22
 PANEL 23
 PANEL 24
 PANEL 25
 PANEL 26
 PANEL 27
 PANEL 28
 PANEL 29
 PANEL 30
 PANEL 31
 PANEL 32
 PANEL 33
 PANEL 34
 PANEL 35
 PANEL 36
 PANEL 37
 PANEL 38
 PANEL 39
 PANEL 40
 PANEL 41
 PANEL 42
 PANEL 43
 PANEL 44
 PANEL 45
 PANEL 46
 PANEL 47
 PANEL 48
 PANEL 49
 PANEL 50
 PANEL 51
 PANEL 52
 PANEL 53
 PANEL 54
 PANEL 55
 PANEL 56
 PANEL 57
 PANEL 58
 PANEL 59
 PANEL 60
 PANEL 61
 PANEL 62
 PANEL 63
 PANEL 64
 PANEL 65
 PANEL 66
 PANEL 67
 PANEL 68
 PANEL 69


```

1111,11
1111,21
1111,31
1112,41+1
1112,51+1
C
DC 330 J=1,N
DC 331 I=1,N+1
I2=I1-1
J2=0
I111,40,41 J2=3
DC 330 J1=1,3
A2=0
DC 320 K=1,3
K3=K2+I1J,12+K101T(8,J1)
I2=I1+J2
330 I1J,13+K2
RETURN

```

C DIAGONAL TRANSFORMATION

```

C
400 T(1,1)=COSIALR10CSA
T(1,2)=COSIALR10SBA
T(1,3)=COSIALR10SL1
T(1,4)=SIN(ALM)
T(1,5)=T(1,1)
T(1,6)=T(1,2)
T(1,7)=T(1,3)
T(1,8)=T(1,4)
RETURN
PAC

```

```

SUBROUTINE STIFF (IO,S,N,AA,NS)
DIMENSION S(1)
COMMON/JLAK/MLD,N,ND,MH,PA,LM(12),P(12,3),TT(8)
COMMON/STIFF/ES(12,12),SA(8,12),T(8,12)
COMMON/PTAPES/ AT2,ATE,NTSL,NRES
NRES=1
NTS=11
ATE=12
NTSL=13
NLD=3
NA=20MH
NA6=NA+6
LS=(NPP(NH+1))/2
LC=NH+NH
KE=NA+NLD+NA
LE=NH+NE
AA=NA+NA
LSL=(AAH(NH+1))/2+MH+NLD
NHL=NA+NLD
NI=1
N2=NI+NAH(ES,LE)
N3=N2+LC
N4=NI+LSL
N5=NAH(N3,AA)
N6=N3+NAH(ES,LE)
N7=NA+NA6
N8=NS+NA6
N9=NS+NA6
N7=NA+NHL
N8=N7+MH
IF (IC.GT.0) GO TO 50
IC=NA+NI
RETURN

```

50 GO TO (100,200,300,400,500) , IC

C IC=1 ZERO ARRAYS

```

C
133 NL=NA-1
DC 110 I=1,NL
110 STIFF=0.0
REWIND NTS
REWIND NTS
REWIND NTS
WRITE (INT3) (SEI),I=1,LS)
WRITE (INT3) (SEI),I=1,LEI
WRITE (INT3) (SEI),I=1,LSL)
RETURN

```

C IC=2 SHIFT STORAGE

```

C
222 REWIND NTS
READ (INT3) (SEI),I=1,LS)
NL=NA+NI
DI 210 I=1,NL
410 STIFF=0.0

```

```

TRANS131
TRANS132
TRANS133
TRANS134
TRANS135
TRANS136
TRANS137
TRANS138
TRANS139
TRANS140
TRANS141
TRANS142
TRANS143
TRANS144
TRANS145
TRANS146
TRANS147
TRANS148
TRANS149
TRANS150
TRANS151
TRANS152
TRANS153
TRANS154
TRANS155
TRANS156
TRANS157
TRANS158
TRANS159
TRANS160
TRANS161

```

```

STIFF 2
STIFF 3
STIFF 4
STIFF 5
STIFF 6
STIFF 7
STIFF 8
STIFF 9
STIFF 10
STIFF 11
STIFF 12
STIFF 13
STIFF 14
STIFF 15
STIFF 16
STIFF 17
STIFF 18
STIFF 19
STIFF 20
STIFF 21
STIFF 22
STIFF 23
STIFF 24
STIFF 25
STIFF 26
STIFF 27
STIFF 28
STIFF 29
STIFF 30
STIFF 31
STIFF 32
STIFF 33
STIFF 34
STIFF 35
STIFF 36
STIFF 37
STIFF 38
STIFF 39
STIFF 40
STIFF 41
STIFF 42
STIFF 43
STIFF 44
STIFF 45
STIFF 46
STIFF 47
STIFF 48
STIFF 49
STIFF 50
STIFF 51
STIFF 52
STIFF 53
STIFF 54
STIFF 55

```

```

RETURN
C
C IC=3 REDUCE EQN,5 WRITE BS ECHS ON TAPE 3 (ABX3)
C
300 N6=NA+6
CALL TAPES (SIN1,LS,S(N6),PP,NA,LSIN7),SIN2,SIN3,S(N3),S(N1),
SIN7,NE,LSL,SIN4),SIN5),N6,MH,NS)
RETURN
C
C IC=4 WRITE LAT STIFF ON TAPE 2
C
400 N6=NA+NA+3
N12=2
NPP=1
AL=(NPP(NH+1))/2
NLSL=NAH
LH=NAH
NLS=NAH
WRITE (INT3) N,NPP,(S(1),I=1,NP,NL),(S(N+1),I=1,NPP),
(S(L+1),I=1,NPP),(S(N+1),I=1,NPP)
RETURN
C
C IC=5 ADD ELEMENT STIFF TO FRAME STIFFNESS
C
500 N6=NA+NA+6
CALL ADDSH (S(N1),S(N2),S(N3),S(N4),S(N5),LS,MH,N6,MH)
RETURN
C
END

```

```

SUBROUTINE ADDSH (S,C,SE,EP,PP,LS,MH,N6,MH)
DIMENSION S(1),C(MH,MH),SE(LS),EP(MH,6),PP(MH,3)
COMMON/STIFF/ ES(12,12)
COMMON/JUNK/ MLD,N,ND,OH,KA,LM(12),P(12,3),TT(8)
DIMENSION KM(12)

```

```

C
DC 100 I=1,ND
I1=LM(I)
DC 50 J=1,3
I1=I1+NH
IF (I1) 20,23,33
20 KM(I)=J
GO TO 100
30 KM(I)=3
100 CONTINUE
C
C ADD ELEMENT STIFF TO FRAME STIFFNESS
C

```

```

N1=NH+3(NH-1)
DC 320 I=1,ND
I1=LM(I)
IF (I1) 320,320,110
110 N1=NH(I1)
DC 290 J=1,ND
JJ=LM(J)
IF (JJ,LT,I1) GO TO 290
N1=NH(J)
N1=3(NH-1)
GO TO (120,130,210) ,N1
120 GO TO (130,140,200) ,N1
130 L1=JJ*(JJ-1)/2+1
S(1)=S(1)+ES(I,J)
GO TO 290
140 C(11,JJ-NH)+C(11,JJ-NH)+ES(1,J)
GO TO 290
150 GO TO (250,180,200) ,N1
180 JH=JJ-NH
L1=JH*(JH-1)/2+1+NH
S(1)=S(1)+ES(1,J)
GO TO 290
200 N1=0
210 EP(11-N1,JJ-NH)+EP(11-N1,JJ-NH)+ES(1,J)
290 CONTINUE
GO TO (320,330,323) ,N1
300 DC 310 L=1,3
310 P(11,L)=PP(11,L)+P(1,L)
320 CONTINUE

```

C RETURN
LAD

```

STIFF 56
STIFF 57
STIFF 58
STIFF 59
STIFF 60
STIFF 61
STIFF 62
STIFF 63
STIFF 64
STIFF 65
STIFF 66
STIFF 67
STIFF 68
STIFF 69
STIFF 70
STIFF 71
STIFF 72
STIFF 73
STIFF 74
STIFF 75
STIFF 76
STIFF 77
STIFF 78
STIFF 79
STIFF 80
STIFF 81
STIFF 82
STIFF 83
STIFF 84

```

```

ADOSH 2
ADOSH 3
ADOSH 4
ADOSH 5
ADOSH 6
ADOSH 7
ADOSH 8
ADOSH 9
ADOSH 10
ADOSH 11
ADOSH 12
ADOSH 13
ADOSH 14
ADOSH 15
ADOSH 16
ADOSH 17
ADOSH 18
ADOSH 19
ADOSH 20
ADOSH 21
ADOSH 22
ADOSH 23
ADOSH 24
ADOSH 25
ADOSH 26
ADOSH 27
ADOSH 28
ADOSH 29
ADOSH 30
ADOSH 31
ADOSH 32
ADOSH 33
ADOSH 34
ADOSH 35
ADOSH 36
ADOSH 37
ADOSH 38
ADOSH 39
ADOSH 40
ADOSH 41
ADOSH 42
ADOSH 43
ADOSH 44
ADOSH 45
ADOSH 46
ADOSH 47
ADOSH 48
ADOSH 49
ADOSH 50
ADOSH 51

```

```

SUBROUTINE SHRNK (S,LS,HN,HP,NAL,SO,C,SB,E,EB,SL,NE,LSL,EP,PP,
1 NNO,MN,NSE)
C
C PERFORMS BLOCK BY BLOCK STATIC CONDENSATION ON SUBASSEMBLY
C ECLATICS
C
C -----
C      1      1      NSE=NUMBER OF STORIES
C      1  S  C  E  1      NN=NUMBER OF COLUMN LINES
C      1      1      E=INTEGRAL
C      1  SB  EB  1      E=(NN*(NN+1))/2
C      1      1      E0=(NN*(NN+1))
C      1      1      C=NN*(NN+1)
C      1      1      SL=(LS*(LS+1))/2
C      1      1      SB=(NN*(NN+1))/2
C      1      1
C -----
C MAXIMUM STORAGE GOVERNED BY THAT REQUIRED FOR ANY THREE BLOCKS
C
C DIMENSION SLS(3),HN(NAL),C(HN,NAL),EB(EB),SD(HN)
C      ,E(HN,NE),E0(HN,NE),SL(LSL),EP(HN,EB),PP(HN,3)
C COMMON /JLH/HL0,N,N0,QA,TA,LP(12),PI(2,3),TE(8)
C COMMON /PTAPES/NTS,NTE,NISL,NHSE
C
C HL0=3
C NN=3000
C HP=NN+1
C NP=NN+1
C NAL=NN+300+3
C N=NN+HL0
C NNN=NN+NN
C
C DETERMINE PROFILE OF (S,C,SB)
C
C JB=0
C DO 60 J=1,NN
C   E(J)=1
C   DO 40 I=1,J
C     IF (S(JB+I)) 50,40,50
C     40 K=J+I+1
C     50 JB=JB+J
C     DO 70 J=1,NN
C       K(J+NN)=1
C       DO 60 I=1,NN
C         IF (C(I,J)) 70,60,70
C         60 K(J+NN)=1+1
C         70 CONTINUE
C
C REDUCTION OF S
C
C SB(1)=S(1)
C JB=1
C DO 300 J=1,NN
C   SC(J)=0.0
C   JB=J-1
C   IF (J.EQ.1) GO TO 240
C   IB=1
C   DO 250 I=2,JN
C     IN=I-1
C     SS=0.0
C     KP=NA0(KH(I),KH(J))
C     IF (KP.GT.1M) GO TO 250
C
C REDUCE S BY S+E
C
C DO 200 K=HP,EN
C   SS=SS+S(I0+K)*S(J0+K)
C   S(J0+1)+S(J0+1)-SS
C   250 I0=I0+1
C
C REC CCL BY SELF
C
C 240 SS=0.0
C   KP=KH(J)
C   IF (KP.GT.1M) GO TO 280
C   NO=(KP*(KP+1))/2
C   DO 260 K=HP,JN
C     IF (S(K)) 270,280,270
C     270 I=S(J0+1)/S(K)
C     SS=SS+I*S(J0+K)
C     S(J0+1)+I
C     280 NO=NO+K+1
C     S(J0+1)+S(J0+1)-SS
C     250 S(I) = S(J0+1)
C     120 I0=J0+1

```

```

SHRNK 2
SHRNK 3
SHRNK 4
SHRNK 5
SHRNK 6
SHRNK 7
SHRNK 8
SHRNK 9
SHRNK 10
SHRNK 11
SHRNK 12
SHRNK 13
SHRNK 14
SHRNK 15
SHRNK 16
SHRNK 17
SHRNK 18
SHRNK 19
SHRNK 20
SHRNK 21
SHRNK 22
SHRNK 23
SHRNK 24
SHRNK 25
SHRNK 26
SHRNK 27
SHRNK 28
SHRNK 29
SHRNK 30
SHRNK 31
SHRNK 32
SHRNK 33
SHRNK 34
SHRNK 35
SHRNK 36
SHRNK 37
SHRNK 38
SHRNK 39
SHRNK 40
SHRNK 41
SHRNK 42
SHRNK 43
SHRNK 44
SHRNK 45
SHRNK 46
SHRNK 47
SHRNK 48
SHRNK 49
SHRNK 50
SHRNK 51
SHRNK 52
SHRNK 53
SHRNK 54
SHRNK 55
SHRNK 56
SHRNK 57
SHRNK 58
SHRNK 59
SHRNK 60
SHRNK 61
SHRNK 62
SHRNK 63
SHRNK 64
SHRNK 65
SHRNK 66
SHRNK 67
SHRNK 68
SHRNK 69
SHRNK 70
SHRNK 71
SHRNK 72
SHRNK 73
SHRNK 74
SHRNK 75
SHRNK 76
SHRNK 77
SHRNK 78
SHRNK 79
SHRNK 80
SHRNK 81
SHRNK 82
SHRNK 83
SHRNK 84
SHRNK 85

```

```

C REDUCTION OF C,SB
C
C JB=0
C DO 530 J=HP,NN
C   JJ=J-NN
C   JB=J-1
C   IB=1
C   DO 450 I=2,JN
C     II=I-NN
C     IN=I-1
C     KL=NA0(KH(I),KH(J))
C     KP=NA0(KH(I),KH(J))
C     IF (KP.GT.1M) GO TO 450
C     SS=0.0
C     IF (I.GT.1M) GO TO 430
C
C REC C BY S,C
C
C DO 420 K=HP,NL
C   SS=SS+S(I0+K)*C(K,J)
C   C(I0+1)+C(I0+1)-SS
C   GO TO 450
C
C RED SB BY C,C
C
C 430 DO 440 K=HP,NL
C   440 SS=SS+C(K,I)*C(K,J)
C   SB(J0+1)+SB(J0+1)-SS
C   450 IB=IB+1
C
C RED CCL BY SELF
C
C SS=0.0
C KP=KH(J)
C IF (KP.GT.1M) GO TO 500
C DO 460 K=HP,NN
C   IF (S(K)) 455,460,455
C   455 I=C(K,J)/S(K)
C   SS=SS+I*C(K,J)
C   C(K,J)=I
C   460 CONTINUE
C   SB(J0+1)+SB(J0+1)-SS
C   500 JB=JB+J
C   REWIND NTS
C   WRITE (NTS) SB
C   WRITE (N0AS) S,C
C
C OVERWRITE SB WITH (E,EB)
C
C REWIND NTE
C READ (NTE) E
C L=3*(N-1)
C DO 810 I=1,NN
C   DO 810 J=1,0
C     810 E(I,JPL)=E(I,JPL+EP(I,J))
C     DO 820 I=1,NN
C       DO 820 J=1,3
C         822 E(I,J+NN)=E(I,J+NN)+PP(I,J)
C
C DETERMINE PROFILE OF (E,EB)
C
C DO 90 J=HP,NAL
C   JJ=J-NN
C   KH(J)=1
C   DO 80 I=1,NN
C     IF (E(I,J)) 90,80,90
C     80 K=J+1+1
C     90 CONTINUE
C
C REDUCE E BY S,E
C
C JB=0
C DO 540 J=HP,NAL
C   JJ=J-NA
C   IB=1
C   DO 530 I=2,NN
C     IN=I-1
C     KP=NA0(KH(I),KH(J))
C     SS=C-3
C     IF (KP.GT.1M) GO TO 530
C     UU=520 K=HP,1M
C     522 SS=SS+S(I0+K)*E(K,J)
C     E(I0+1)+E(I0+1)-SS
C     530 IN=IN+1
C     540 C(I0+1)=E
C     UL=0.0 C(I0+1,NN)
C     LL=0.0 J=1,NN
C     A=0.0 I=1,J=0.0

```

```

SHRNK 86
SHRNK 87
SHRNK 88
SHRNK 89
SHRNK 90
SHRNK 91
SHRNK 92
SHRNK 93
SHRNK 94
SHRNK 95
SHRNK 96
SHRNK 97
SHRNK 98
SHRNK 99
SHRNK 100
SHRNK 101
SHRNK 102
SHRNK 103
SHRNK 104
SHRNK 105
SHRNK 106
SHRNK 107
SHRNK 108
SHRNK 109
SHRNK 110
SHRNK 111
SHRNK 112
SHRNK 113
SHRNK 114
SHRNK 115
SHRNK 116
SHRNK 117
SHRNK 118
SHRNK 119
SHRNK 120
SHRNK 121
SHRNK 122
SHRNK 123
SHRNK 124
SHRNK 125
SHRNK 126
SHRNK 127
SHRNK 128
SHRNK 129
SHRNK 130
SHRNK 131
SHRNK 132
SHRNK 133
SHRNK 134
SHRNK 135
SHRNK 136
SHRNK 137
SHRNK 138
SHRNK 139
SHRNK 140
SHRNK 141
SHRNK 142
SHRNK 143
SHRNK 144
SHRNK 145
SHRNK 146
SHRNK 147
SHRNK 148
SHRNK 149
SHRNK 150
SHRNK 151
SHRNK 152
SHRNK 153
SHRNK 154
SHRNK 155
SHRNK 156
SHRNK 157
SHRNK 158
SHRNK 159
SHRNK 160
SHRNK 161
SHRNK 162
SHRNK 163
SHRNK 164
SHRNK 165
SHRNK 166
SHRNK 167
SHRNK 168
SHRNK 169
SHRNK 170
SHRNK 171
SHRNK 172
SHRNK 173
SHRNK 174

```

```

L=3*IN
CC 840
CC 840 J=1,6
840 E(I,J,L)=C(I,J,L)*P(I,HH,J)
CC 845 S=1,HH
CC 845 J=1,6L0
845 E(I,J,HH)=E(I,J,HH)*P(I,HH,J)
C
C REC 22 BY C,E
C
DO 570 J=HHP,HHL
JJ=J-JH
CC 840 I=HHP,HH
II=I-HH
KF=HARD(KF(I),H=J)
SS=0.0
IF (KF.GT.HH) GO TO 840
CC 850 K=HP,HH
550 SS=SS+C(K,I)*E(I,J)
860 E(I,J)=E(I,J)+SS
870 CONTINUE
REWIND NTE
REWIND NTL
WRITE (NTE) E0
C
C OVERWRITE B BY SL
C
READ (NTSL) SL
L=3*IN-1
N=(L*(L+1))/2
DO 880 J=1,6
CC 880 I=1,J
880 SL(I+L)=SL(I+L)+E(I,J)
880 K=HL+J
C
C RED SL BY E,E
C
JB=0
DO 700 J=HHP,HHL
JJ=J-JH
JH=J-I
JH=H(I+J,HH)
IF (HAP.GT.JH) GO TO 810
CC 800 I=HHP,JP
KF=HARD(KF(I),H=J)
II=I-HH
SS=0.0
IF (KF.GT.HH) GO TO 800
CC 800 K=HP,HH
580 SS=SS+C(K,I)*E(I,J)
800 SL(JB+1)=SL(JB+1)+SS
C
C REDUCE COLS BY SELF
C
810 SS=0.0
KF=H(I,J)
IF (KF.GT.HH) GO TO 840
CC 850 K=HP,HH
IF (IC(K)) 840,650,640
840 T=E(I,J)/SD(I)
SS=SS+T*E(I,J)
E(I,J)=T
850 CONTINUE
860 JA=H(I+J,HH)
IF (J.GT.HH) GO TO 700
SL(JB+1)=SL(JB+1)+SS
700 JB=JB+JA
REWIND NTL
WRITE (NTSL) E,KH
C
C RETLRA
C
840

```

```

SHRIN175
SHRIN176
SHRIN177
SHRIN178
SHRIN179
SHRIN180
SHRIN181
SHRIN182
SHRIN183
SHRIN184
SHRIN185
SHRIN186
SHRIN187
SHRIN188
SHRIN189
SHRIN190
SHRIN191
SHRIN192
SHRIN193
SHRIN194
SHRIN195
SHRIN196
SHRIN197
SHRIN198
SHRIN199
SHRIN200
SHRIN201
SHRIN202
SHRIN203
SHRIN204
SHRIN205
SHRIN206
SHRIN207
SHRIN208
SHRIN209
SHRIN210
SHRIN211
SHRIN212
SHRIN213
SHRIN214
SHRIN215
SHRIN216
SHRIN217
SHRIN218
SHRIN219
SHRIN220
SHRIN221
SHRIN222
SHRIN223
SHRIN224
SHRIN225
SHRIN226
SHRIN227
SHRIN228
SHRIN229
SHRIN230
SHRIN231
SHRIN232
SHRIN233
SHRIN234
SHRIN235
SHRIN236
SHRIN237
SHRIN238
SHRIN239
SHRIN240
SHRIN241
SHRIN242
SHRIN243
SHRIN244
SHRIN245
SHRIN246
SHRIN247
SHRIN248

```

```

SUBROUTINE LAT (A,SS,RR,S,R,0,AA,HSS,NPS,NTP,NED,NST)
DIMENSION SS(HSS,HSS),RR(HSS,3),A(NST,14),S(NPS,NPS),R(NPS,3)
,DEMT,NTP,23,AA(NTP,5),NED(NTP,4)
COMMON/CEN/ NST,NTP,NTP,ALD,NAT,NFC,NSO,DECE(9),PHED(7),HSS,T(6)
1 JLAB(3),ES,13
COMMON /JUNK/ A(3,3),AJ(3,3),ARE(3,3),ASE(3,3)
C
C COMPUTE STRUCTURE LATERAL STIFFNESS , SOLVE STATIC LOAD CASES
C
REWIND 2
DO 50 I=1,HSS
DO 40 J=1,5
40 RR(I,J)=0.
DO 50 J=1,HSS
50 SS(I,J)=0.
CC 100 I=1,NST
II=I*(I-1)
SS(II,1)=A(1,7+II)
IF(NSO.EQ.0) SS(2+2,1)=A(1,8)
DO 100 J=1,13
DO 100 L=1,2
LL=S+J*L+J*ES
100 RR(1+J,L+3)=A(1,LL)
C
WRITE (6,1000)
1000 IPP=3
CC 800 N=1,ATP
READ (5,1000) IP,IPC,N1,V1, ANG, (HED(K,J),J=1,4)
WRITE (6,2000) K,IP,IPC,N1,V1, ANG, (HED(K,J),J=1,4)
IF(IP.EQ.1PP) GO TO 150
READ (2)NT,NPR,(I(11,J),I=1,J1,J=1,NPR) ,(I(11,L),I=1,NPR),L=1,3)
DO 145 I=1,NPR
DO 145 J=1,NPR
145 S(I,J)=S(I,J)
IPP=IP
150 ANG=ANG+ATAN(1.0/45.
DO 190 I=1,3
DO 190 J=1,3
190 A(I,J)=0.
C
A(1,1)=COS(ANG)
A(1,2)= SIN(ANG)
A(2,1)=-A(1,2)
A(2,2)=A(1,1)
A(3,3)=1.
CC 195 I=1,3
DO 195 J=1,3
195 A(J,I)=A(I,J)
DO 200 N=NT,NST
N=3*(N-NT)
A(1,3)=D(N,K,1)
A(2,3)=D(N,K,2)
C
DO 400 N=NT,NST
J2=3*(N-NT)
A(1,3)=D(N,K,1)
A(2,3)=D(N,K,2)
C
DO 225 I=1,3
DO 225 J1=1,13
JJ=J1+15
A(I,J1)=0.
CC 225 KK=1,3
225 AR(1,J1)=AR(1,J1)+S(12+J1,J2)*RR(I,12+KK,L)
C
DO 275 I=1,13
JJ=I+15
IF(N.AE.NT) GO TO 260
CC 250 L=1,3
DO 250 KK=1,3
250 RR(I+1,L)=RR(I+1,L)+AJ(I,1,KK)*R(12+KK,L)
C
DO 275 J1=1,13
JJ=J1+15
A(1,J1)=0.
CC 275 KK=1,3
275 ASE(1,J1)=ASE(1,J1)+AJ(1,1,KK)*R(12+KK,L)
C
N=3*(NT-1)

```

```

I 2
LAT 3
LAT 4
LAT 5
LAT 6
LAT 7
LAT 8
LAT 9
LAT 10
LAT 11
LAT 12
LAT 13
LAT 14
LAT 15
LAT 16
LAT 17
LAT 18
LAT 19
LAT 20
LAT 21
LAT 22
LAT 23
LAT 24
LAT 25
LAT 26
LAT 27
LAT 28
LAT 29
LAT 30
LAT 31
LAT 32
LAT 33
LAT 34
LAT 35
LAT 36
LAT 37
LAT 38
LAT 39
LAT 40
LAT 41
LAT 42
LAT 43
LAT 44
LAT 45
LAT 46
LAT 47
LAT 48
LAT 49
LAT 50
LAT 51
LAT 52
LAT 53
LAT 54
LAT 55
LAT 56
LAT 57
LAT 58
LAT 59
LAT 60
LAT 61
LAT 62
LAT 63
LAT 64
LAT 65
LAT 66
LAT 67
LAT 68
LAT 69
LAT 70
LAT 71
LAT 72
LAT 73
LAT 74
LAT 75
LAT 76
LAT 77
LAT 78
LAT 79
LAT 80
LAT 81
LAT 82
LAT 83
LAT 84
LAT 85
LAT 86
LAT 87
LAT 88
LAT 89
LAT 90

```

```

      DC J0C 1=1,13
      11=13*EN-APC
      OL J0C J=1,13
      JJ=13*EN-APC
300 11=AN+1,AN+JJ+33*AN+1,AN+JJ+45*103,J+15
400 CONTINUE
      AATN,11=1P
      AATN,11=1PC
      AATN,11=AS(1,1)
      AATN,11=AS(1,2)
      AATN,11=NT
300 CONTINUE
      NT2=2
      REWIND NT2
      WRITE (AT2) 55,EN
      IF (NAT.EQ.1) RETURN
      CALL SOLVE(55,N55,RR,5)
      PRINT STRUCTURE DISPLACEMENTS
      WRITE (6,2001)
      DC 700 I=1,N5T
      LN=NT2+1-I
      WRITE (6,2003)
      DC 700 J=1,13
      11=23*12-1+J
700 WRITE (6,2002) LN,A(1,1),PLAB(1+15),1RR(1,1),L=1,5)
      WRITE (21) RR
      WRITE (21) AA,0,MED
      RETURN
1300 FORMAT (11Z,3P10.9,0AS)
2000 FORMAT (16,15,10,8Z, 3P12.2,10Z,6AS)
2001 FORMAT ( 20HSTRUCTURE DISPLACEMENTS ,30Z,10PLC00 CASES //
  1 10M LEVEL 10 01RM 10Z,1M1 11Z,2M1 10Z,3M1 12Z,1MA 12Z,
  1 1P0 )
2002 FORMAT (16,3Z,4Z,2Z,4Z,3Z,3P13.2)
2003 FORMAT (1M )
2000 FORMAT ( 20HPRIME PCSETTECH DATA //
  1 23M PRIME 10 FORCE CODE 12Z,2M1 10Z,2M1 9Z,3MANG )
      END

```

```

      SUBROUTINE SOLVE(A,N,B,AL)
      SOLUTION OF SYMMETRICAL LINEAR EQUATIONS- E L NELSON
      DIMENSION A(N,N),B(N,NL)
      M=0
      REDUCTION OF N TH EQUATION
      50 M=M+1
      MM=M+1
      DO 60 L=1,NL
      60 B(M,L)=B(M,L)/A(M,M)
      IF (M=N) 73,133,70
      70 DO 80 J=MM,A
      80 A(M,J)=A(M,J)/A(M,M)
      SUBSTITUTION INTO REMAINING EQUATIONS
      DC 120 I=MM,A
      IF (A(1,1) 50,120,50
      90 DO 100 J=1,N
      A(1,J)=A(1,J)-A(1,M)*B(M,J)
      100 A(1,J)=A(1,J)
      DC 110 L=1,NL
      110 B(1,L)=B(1,L)-A(1,M)*B(M,L)
      120 CONTINUE
      GC 1L 70
      BACK SUBSTITUTION
      130 M=M-1
      IF (M.EQ.0) GO TO 150
      MM=M+1
      JC 140 L=1,NL
      DC 140 J=MM,A
      140 B(M,L)=C(M,L)-A(M,J)*B(J,L)
      GC 1L 130
      150 REI
      END

```

```

      LAT 91
      LAT 92
      LAT 93
      LAT 94
      LAT 95
      LAT 96
      LAT 97
      LAT 98
      LAT 99
      LAT 100
      LAT 101
      LAT 102
      LAT 103
      LAT 104
      LAT 105
      LAT 106
      LAT 107
      LAT 108
      LAT 109
      LAT 110
      LAT 111
      LAT 112
      LAT 113
      LAT 114
      LAT 115
      LAT 116
      LAT 117
      LAT 118
      LAT 119
      LAT 120
      LAT 121
      LAT 122
      LAT 123
      LAT 124
      LAT 125
      LAT 126
      LAT 127
      LAT 128
      LAT 129
      LAT 130
      LAT 131
      LAT 132
      LAT 133
      LAT 134

```

```

      SOLVE 2
      SOLVE 3
      SOLVE 4
      SOLVE 5
      SOLVE 6
      SOLVE 7
      SOLVE 8
      SOLVE 9
      SOLVE 10
      SOLVE 11
      SOLVE 12
      SOLVE 13
      SOLVE 14
      SOLVE 15
      SOLVE 16
      SOLVE 17
      SOLVE 18
      SOLVE 19
      SOLVE 20
      SOLVE 21
      SOLVE 22
      SOLVE 23
      SOLVE 24
      SOLVE 25
      SOLVE 26
      SOLVE 27
      SOLVE 28
      SOLVE 29
      SOLVE 30
      SOLVE 31
      SOLVE 32
      SOLVE 33
      SOLVE 34
      SOLVE 35
      SOLVE 36
      SOLVE 37
      SOLVE 38
      SOLVE 39
      SOLVE 40
      SOLVE 41
      SOLVE 42
      SOLVE 43

```

```

      SUBROUTINE EARTH(L,P,PP,W,IO,S,PA,MIS,NST,AND)
      DIMENSION F(N55,M55),S(155,M55),XN(1,1),N(1,1),IO(1),AENST,41,PA(2,1)
      CCMCHN/CCEN/ AST,NOP,NIP,ALO,PAT,NPC,NSD,BHEC 91,PHED(1),N55,F(6)
      1 ,RLAB(1),15,13
      CCMCHN /JUNK/ SC(2),SHED(101)
      CCMCHN /OTN/ NTIME,OT,NPC,DAMP
      COMPUTE MODE SHAPES AND FREQUENCIES
      REWIND 2
      TP1=0.0*ATAN(1.0)
      READ (2) 5
      IF (NAT.EQ.0) GO TO 700
      DC 100 I=1,N5T
      11=13*11-1+1
      XN(1,1)=A(1,1)
      XN(1,1)=A(1,3)
      100 XN(1,1)=A(1,4)
      DO 150 I=1,N55
      IF (XN(1,1).GT.5.) GC TC 100
      WRITE (6,2002)
      STOP
      150 XN(1,1)=1.3/SORT(XN(1,1))
      DO 200 I=1,N55
      DO 200 J=1,N55
      200 B(1,J)=S(1,J)*XN(1,1)
      CALL EIGENES,N55,0,P,AN,B,IO)
      DC 250 I=1,N55
      B(1)=B(1,1)
      DC 250 J=1,N55
      250 F(1,J)=F(1,J)*XN(1,1)
      DC 300 I=1,NPO
      W=M+1
      DO 270 J=1,N55
      IF (XN(1,1).GT.5.) GC TO 270
      W=M+1
      X=J
      270 CONTINUE
      B(1)=B(1)
      W(1)=TP1/SORT(W(1))
      DC 300 J=1,N55
      W=M+1
      F(2,1)=F(1,1)
      300 F(2,1)=W
      PRINT NCDES,PERIODS
      520 WRITE (6,2001) (1,W(1),1=1,NPC)
      DO 600 I=1,NPO,8
      1M=1+7
      IF (1M.GT.NPO) 1M=NPO
      WRITE (6,2003) (J,J=1,1M)
      DO 600 M=1,N51
      LN=NT2+1-M
      NN=13*(M-1)
      WRITE (6,2002)
      DO 600 J=1,13
      600 WRITE (6,2004) LN,A(1,1),PLAB(1+15),1 F(MN+J,1),M=1,1M)
      IF (NAT.EQ.1) RETURN
      DYNAMIC ANALYSIS
      IF (NAT.NE.4) GO TO 440
      GROUND MOTION CONTROL DATA
      READ (5,1001) NPC,NTIME,SP,P1,DT,SHED
      WRITE (6,2005) SHED,NPC,NTIME,SP,P1,DT
      GO TO 445
      440 IF (NAT.NE.3) GO TO 700
      RESPONSE SPECTRUM DATA
      READ (5,1003) NPC,NPO,SP,P1,SHED,IPAC(1,1),PA(2,1),1=1,NPC)
      WRITE (6,2000) SP,EQ,NPC,NPO,SP,P1,IPAC(1,1),PA(2,1),1=1,NPO)
      LOCAL PARTICIPATION FACTORS
      445 F(1)=ATAN(1.0)/45.
      SC(1)=SIN(F(1))
      SC(2)=COS(F(1))
      DC 500 I=1,NPO
      RL=0.
      DC 45. J 1,N5T
      JJ=13*12-1+1
      F(1)=JJ,1=SC(1+15)
      IF (AS,1=5.) F(1)=F(1)+SC(2)
      450 M=M+61/M*PA(2,1)

```

```

      EARTH 2
      EARTH 3
      EARTH 4
      EARTH 5
      EARTH 6
      EARTH 7
      EARTH 8
      EARTH 9
      EARTH 10
      EARTH 11
      EARTH 12
      EARTH 13
      EARTH 14
      EARTH 15
      EARTH 16
      EARTH 17
      EARTH 18
      EARTH 19
      EARTH 20
      EARTH 21
      EARTH 22
      EARTH 23
      EARTH 24
      EARTH 25
      EARTH 26
      EARTH 27
      EARTH 28
      EARTH 29
      EARTH 30
      EARTH 31
      EARTH 32
      EARTH 33
      EARTH 34
      EARTH 35
      EARTH 36
      EARTH 37
      EARTH 38
      EARTH 39
      EARTH 40
      EARTH 41
      EARTH 42
      EARTH 43
      EARTH 44
      EARTH 45
      EARTH 46
      EARTH 47
      EARTH 48
      EARTH 49
      EARTH 50
      EARTH 51
      EARTH 52
      EARTH 53
      EARTH 54
      EARTH 55
      EARTH 56
      EARTH 57
      EARTH 58
      EARTH 59
      EARTH 60
      EARTH 61
      EARTH 62
      EARTH 63
      EARTH 64
      EARTH 65
      EARTH 66
      EARTH 67
      EARTH 68
      EARTH 69
      EARTH 70
      EARTH 71
      EARTH 72
      EARTH 73
      EARTH 74
      EARTH 75
      EARTH 76
      EARTH 77
      EARTH 78
      EARTH 79
      EARTH 80
      EARTH 81
      EARTH 82
      EARTH 83
      EARTH 84
      EARTH 85
      EARTH 86
      EARTH 87
      EARTH 88
      EARTH 89
      EARTH 90

```

```

1000 1000
1001 IF (NAT.LG.3) TP=RLN+TABR+APC,SP,VII),PAI/ND
1002 IF (NAT.EQ.6) TP=RLN+SP
1003 DC 303 J=1,ASS
500 P(1,1)=P(1,1)+VH
C
C SAVE MODE SHAPES ON TAPE 1 NAT=4
C
1004 IF (NAT.EQ.4) GO TO 553
1005 READ 1
1006 WRITE(6,3030)
1007 DC 600 K=1,NPG
1008 READ (5,1002) I,DAMP
1009 IF (DAMP.LE.1.3) GO TO 720
1010 DAMP=1.0
1011 WRITE (6,3001) I
720 WRITE (6,3006) I,DAMP
1012 WRITE (1) B(K),DAMP,(P(1,K),I=1,ASS)
600 CONTINUE
C
550 DC 650 N=1,NPG
1013 I=NPG+1-K
1014 DC 650 J=1,ASS
650 P(1,1+5)=P(1,1)
C
700 READ (2) (I(P(1,J),I=1,ASS),J=1,3)
C
RETURN
C
1020 PCRNAT (215,3P10.0,10A5/(2P10.0))
1001 PCRNAT (215,3P10.0,10A5)
1002 FORMAT (15,P10.2)
2003 PCRNAT ( 22MIACCELERATION SPECTRUM ,3X,10A5//
1 25M NUMBER OF PERIOD CARDS = 10/
2 25M NUMBER OF LOWEST AGES = 10/
2 25M ACCEL., UNITS/SEC/SEC = P10.3/
3 25M ANGLE OF 60 INCIDENCE = P10.3//
4 25M PERIOD ACCELERATION ** (P10.3,5X,P10.3))
2001 FORMAT ( 22MI MODE NUMBER PERIOD ** (17,6X,P11.0))
2002 FORMAT (1X,1)
2003 FORMAT (/// 12M MODE SHAPES// 10M LEVEL 20 DIAM ,813)
2004 PCRNAT (15,2A,AB,2A,AA,2X,6P13.6)
2005 FORMAT (23MI RESPONSE ANALYSIS DATA ///
. 31M ACCELERATION HISTORY HEADINGS.. 10A4//
1 30M NUMBER OF ACCELERATION CARDS 13 /
2 30M NUMBER OF OUTPUT LINES 13 /
3 30M ACCELERATION SCALE FACTOR P10.4/
4 30M ANGLE OF 60 INCIDENCE P10.4/
5 30M TIME INCREMENT FOR OUTPUT P10.4//)
2006 FORMAT(14,P12.3)
3000 FORMAT( /// 16M MODE DAMPING )
3001 FORMAT (3CM DAMPING MUST BE LESS THAN 1.0 /
1 15M VALUE FOR MODE 13, 6M RESET )
3002 FORMAT (/// 25M NEGATIVE GR ZERO MASS //21M EXECUTION TERMINATED)
END

```

```

FUNCTION TABA (MPC,SP,T,PAI
DIMENSION PA(2,MPC)

C
C
C
SPECTRUM INTERPOLATION

OC 100 I=2,MPC
T1=PA(1,I-1)
T2=PA(1,I)
IF(T1.LE.-T2) GO TO 200
100 CONTINUE
200
R1=(T2-T1)/(T2-T1)
R2=(T-T1)/(T2-T1)
TABASPA(PA(2,I-1)+R1*PA(2,I)+R2)
RETURN
END

```

EARTH 91
EARTH 92
EARTH 93
EARTH 94
EARTH 95
EARTH 96
EARTH 97
EARTH 98
EARTH 99
EARTH100
EARTH101
EARTH102
EARTH103
EARTH104
EARTH105
EARTH106
EARTH107
EARTH108
EARTH109
EARTH110
EARTH111
EARTH112
EARTH113
EARTH114
EARTH115
EARTH116
EARTH117
EARTH118
EARTH119
EARTH120
EARTH121
EARTH122
EARTH123
EARTH124
EARTH125
EARTH126
EARTH127
EARTH128
EARTH129
EARTH130
EARTH131
EARTH132
EARTH133
EARTH134
EARTH135
EARTH136
EARTH137
EARTH138
EARTH139
EARTH140
EARTH141
EARTH142
EARTH143
EARTH144

TADA	2
TADA	3
TADA	4
TADA	5
TADA	6
TADA	7
TADA	8
TADA	9
TADA	10
TADA	11
TADA	12
TADA	13
TADA	14
TADA	15
TADA	16

```

SUBROUTINE EIGEN(N,IEGEN,N,AR,X,IG)
C
  DIMENSION M(N,N),UM(N),X(N),IGEN
C
  IF (IEGEN) IS,IO,IS
10  DO 14 J=1,N
    DO 14 I=1,N
      IF(I-J) 12,11,12
11    U(I,J)=0.3
      GC TC 14
12    U(I,J)=0.
14  CONTINUE
C
15  NR = 0
  IF (N-1) 1000,1000,17
C
C  SCAN FOR LARGEST OFF DIAGONAL ELEMENT IN EACH ROW
C  X(I) CONTAINS LARGEST ELEMENT IN ITH ROW
C  IG(I) HOLDS SECOND SUBSCRIPT DEFINING POSITION OF ELEMENT
C
17  NRI=N-1
  DO 30 I=1,NRI
    N(I) = 0.
    IPLI=I+1
    DO 30 J=IPLI,N
      IF (X(I) - ABS( M(I,J) ) 20,20,30
      X(I)=ABS(M(I,J))
      IG(I)=J
30  CONTINUE
C
C  SET INDICATOR FOR SHUT-OFF, NRP=200-27, NR=NC. OF ROTATIONS
  NRP=7.450380596E-9
  NTEST=1.0E30
C
C  FIND MAXIMUM OF X(I) 3 FOR PIVOT ELEMENT AND
C  TEST FOR END OF PROBLEM
C
40  DO 70 I=1,NRI
  IF (I-1) 60,60,45
45  IF (XMAX - X(I)) 60,70,70
40  XMAX=X(I)
  IPIV=I
  JPIV=IG(I)
70  CONTINUE
C
C  IS MAX, X(I) EQUAL TO ZERO, IF LESS THAN NTEST, REVISE N
  IF (XMAX) 1000,1000,60
  IF (NTEST) 90,90,65
  IF (XMAX - NTEST) 90,90,100
  NGEN=N - ABS( M(I,I) )
  DO 110 I=1,N
  IF (NCGEN - ABS( M(I,I) ) 110,110,100
100  NGEN=N-ABS(M(I,I))
110  CONTINUE
C
  NTEST=N*DMIN*NRP
C
C  RETURN IF MAX, X(I) LESS THAN(200-27)ABS(M(I,I)-NGEN)
  IF (NTEST - XMAX) 140,1000,1000
140  NR = NRI
C
C  COMPUTE TANGENT, SINE AND COSINE, M(I,I), M(J,J)
150  TANG=SIGN(2.0, (M(IPIV,IPIV)-M(JPIV,JPIV))) * (M(IPIV,JPIV) /
  (M(IPIV,IPIV)-M(JPIV,JPIV))) * CRTAN( (M(IPIV,IPIV)-M(JPIV,JPIV)) /
  2.0 * (M(IPIV,IPIV)+M(JPIV,JPIV)))
  CCSINE=1.0/SQRT(1.0+TANG**2)
  SINE=TANG*CCOSINE
  M(I,IPIV,IPIV)
  M(I,IPIV,JPIV)
  M(IPIV,IPIV)=COSINE**2*(M(I,IPIV,IPIV)+TANG**2*
  (M(IPIV,IPIV)+CCSINE**2*(M(IPIV,JPIV)-TANG**2*(M(IPIV,JPIV)
  111)
  M(JPIV,JPIV)=CCSINE**2*(M(JPIV,JPIV)-TANG**2*(M(IPIV,JPIV)
  111)
  M(IPIV,JPIV)=0.
C
C  PSEUDO RANK THE EIGENVALUES
C  ADJUST SINE AND CCS FOR COMPUTATION OF M(I,I) AND M(I,I)
  IF (I=M(IPIV,IPIV) - M(JPIV,JPIV)) 152,153,153
152  MTEMP = M(IPIV,IPIV)
  M(IPIV,IPIV) = M(JPIV,JPIV)
  M(JPIV,JPIV) = MTEMP
C
C  RECOMPUTE SINE AND CCS
  MTEMP = SIGN(1.0, -SINE) * CCSINE
  CCSINE = ABS(SINE)
  SINE = MTEMP
153  CONTINUE
C
C  INSPECT THE IDS BETWEEN I+1 AND N-1 TO DETERMINE
C  WHETHER A NEW MAXIMUM VALUE SHOULD BE COMPUTED
C  THE PRESENT MAXIMUM IS IN THE I+1 TO N-1

```

EIGEN	2
EIGEN	3
EIGEN	4
EIGEN	6
EIGEN	7
EIGEN	8
EIGEN	9
EIGEN	10
EIGEN	11
EIGEN	12
EIGEN	13
EIGEN	14
EIGEN	15
EIGEN	16
EIGEN	17
EIGEN	18
EIGEN	19
EIGEN	20
EIGEN	21
EIGEN	22
EIGEN	23
EIGEN	24
EIGEN	25
EIGEN	26
EIGEN	27
EIGEN	28
EIGEN	29
EIGEN	30
EIGEN	31
EIGEN	32
EIGEN	33
EIGEN	34
EIGEN	35
EIGEN	36
EIGEN	37
EIGEN	38
EIGEN	39
EIGEN	40
EIGEN	41
EIGEN	42
EIGEN	43
EIGEN	44
EIGEN	45
EIGEN	46
EIGEN	47
EIGEN	48
EIGEN	49
EIGEN	50
EIGEN	51
EIGEN	52
EIGEN	53
EIGEN	54
EIGEN	55
EIGEN	56
EIGEN	57
EIGEN	58
EIGEN	59
EIGEN	60
EIGEN	61
EIGEN	62
EIGEN	63
EIGEN	64
EIGEN	65
EIGEN	66
EIGEN	67
EIGEN	68
EIGEN	69
EIGEN	70
EIGEN	71
EIGEN	72
EIGEN	73
EIGEN	74
EIGEN	75
EIGEN	76
EIGEN	77
EIGEN	78
EIGEN	79
EIGEN	80
EIGEN	81
EIGEN	82
EIGEN	83
EIGEN	84
EIGEN	85
EIGEN	86
EIGEN	87
EIGEN	88
EIGEN	89
EIGEN	90

DTN	2
DYN	3
DTN	4
DTN	5
DTN	6
DTN	7
DTN	8
DTN	9
DTN	10
DTN	11
DTN	12
DTN	13

REC SP	8
REC SP	3
REC SP	4
REC SP	8
REC SP	7
REC SP	0
REC SP	0
REC SP	10
REC SP	11
REC SP	12
REC SP	13
REC SP	14
REC SP	16
REC SP	17
REC SP	18
REC SP	20
REC SP	21
REC SP	22
REC SP	23
REC SP	25
REC SP	26
REC SP	27
REC SP	28
REC SP	29
REC SP	30
REC SP	31
REC SP	32
REC SP	33
REC SP	35
REC SP	36
REC SP	37
REC SP	38
REC SP	39
REC SP	40
REC SP	42
REC SP	43
REC SP	44
REC SP	45
REC SP	46
REC SP	47
REC SP	48

000000	2
000000	3
000000	4
000000	5
000000	6
000000	7
000000	8
000000	9
000000	10
000000	11
000000	12
000000	13
000000	14
000000	15
000000	16
000000	17
000000	18
000000	19
000000	20
000000	21
000000	22
000000	23
000000	24
000000	25
000000	26
000000	27
000000	28
000000	29
000000	30
000000	31
000000	32
000000	33
000000	34
000000	35
000000	36
000000	37
000000	38


```

LH(1)=LH(1)-1
LH(1)=LH(1)+1
LH(1)=LH(1)+1
CALL STRESS(R,HH,NN,NLD,PLD,H,PH,AND,NFO)
WRITE (6,2003)
830 CONTINUE

```

```

845 IF (NTRC.EQ.0) GO TO 490
DO 453 L=1,NTRC
AP=AS-LT(1,L)+1
IF (AP.NE.N) GO TO 650
WRITE (6,2004)
GO TO 490

```

```

850 CONTINUE
GO TO 490

```

```

860 NP=1
ND=8
DO 499 L=1,NTRC
NP=NS-LT(1,L)+1
IF (NP.NE.N) GO TO 880
KJ=LT(2,L)
N1=KJ
K1=LT(3,L)
B1=CLANK(J,1)-CLANK1,1)
B2=CLANK(J,2)-CLANK1,2)
B3=B1*B1+B2*B2
B3=SQR(B3)
CSA=B1/B3
SNA=B2/B3
VL=SC(N,K,2)
DL=SQR(B3+B3*VL*VL)
VANG=ATAN(VL/B3)
AN=CLANK1,1)*CLANK(J,2)-CLANK(J,1)*CLANK1,2)
D1=AN/B3
CALL L1AG(2,L,VANG,DL,SNA,CSA,NTRC,C1,TP1)

```

```

LH(1)=LH(1)+1
LH(1)=LH(1)+1
LH(1)=LH(1)+1
LH(1)=LH(1)+1
LH(1)=LH(1)+1
LH(1)=LH(1)+1
LH(1)=LH(1)+1
LH(1)=LH(1)+1
LH(1)=LH(1)+1
LH(1)=LH(1)+1
CALL STRESS(R,HH,NN,NLD,PLD,PH,PH,AND,NFO)
WRITE (6,2003)
880 CONTINUE

```

```

890 CONTINUE
SHIFT DISPLACEMENTS

```

```

900 DO 870 K=1,NN
KH=NH+K
DO 870 L=1,NLD
RIKK(L)=RIK(L)
870 RIK(L)=0.0

```

```

910 N=1
IF (N.NE.0) GO TO 300

```

```

910 RETURN

```

```

2000 FORMAT (21) MEMBER FORCES ..... ,NFRAME ID 443,10X,10) NFRAME TYPE
1-13//21X,0HLEVEL NO 13,3X,3H... 3X,0HLEVEL ID AS1
2001 FORMAT (12) NO LINE LEAD TORSIONAL MAJOR AXIS
1 AXIAL MINOR AXIS MAJOR
1 MAJOR /129H TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
1 SHEAR 1 SHEAR
2002 FORMAT (12) NO LINE LEAD TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
2003 FORMAT (12) NO LINE LEAD TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
2004 FORMAT (12) NO LINE LEAD TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
2005 FORMAT (12) NO LINE LEAD TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
2006 FORMAT (12) NO LINE LEAD TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
2007 FORMAT (12) NO LINE LEAD TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
2008 FORMAT (12) NO LINE LEAD TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
2009 FORMAT (12) NO LINE LEAD TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
2010 FORMAT (12) NO LINE LEAD TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
2011 FORMAT (12) NO LINE LEAD TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR
1 TORSIONAL MAJOR TORSIONAL MAJOR

```

```

OUTPUT75
OUTPUT76
OUTPUT77
OUTPUT78
OUTPUT79
OUTPUT80
OUTPUT81
OUTPUT82
OUTPUT83
OUTPUT84
OUTPUT85
OUTPUT86
OUTPUT87
OUTPUT88
OUTPUT89
OUTPUT90
OUTPUT91
OUTPUT92
OUTPUT93
OUTPUT94
OUTPUT95
OUTPUT96
OUTPUT97
OUTPUT98
OUTPUT99
OUTPUT100
OUTPUT101
OUTPUT102
OUTPUT103
OUTPUT104
OUTPUT105
OUTPUT106
OUTPUT107
OUTPUT108
OUTPUT109
OUTPUT110
OUTPUT111
OUTPUT112
OUTPUT113
OUTPUT114
OUTPUT115
OUTPUT116
OUTPUT117
OUTPUT118
OUTPUT119
OUTPUT120
OUTPUT121
OUTPUT122
OUTPUT123
OUTPUT124
OUTPUT125
OUTPUT126
OUTPUT127
OUTPUT128
OUTPUT129
OUTPUT130
OUTPUT131
OUTPUT132
OUTPUT133
OUTPUT134
OUTPUT135
OUTPUT136
OUTPUT137
OUTPUT138
OUTPUT139
OUTPUT140
OUTPUT141
OUTPUT142
OUTPUT143
OUTPUT144
OUTPUT145
OUTPUT146
OUTPUT147
OUTPUT148
OUTPUT149
OUTPUT150
OUTPUT151
OUTPUT152
OUTPUT153
OUTPUT154
OUTPUT155
OUTPUT156
OUTPUT157
OUTPUT158
OUTPUT159
OUTPUT160
OUTPUT161
OUTPUT162
OUTPUT163
OUTPUT164
OUTPUT165
OUTPUT166
OUTPUT167
OUTPUT168
OUTPUT169
OUTPUT170
OUTPUT171
OUTPUT172
OUTPUT173
OUTPUT174
OUTPUT175
OUTPUT176
OUTPUT177
OUTPUT178
OUTPUT179
OUTPUT180
OUTPUT181
OUTPUT182
OUTPUT183
OUTPUT184
OUTPUT185
OUTPUT186
OUTPUT187
OUTPUT188
OUTPUT189
OUTPUT190
OUTPUT191
OUTPUT192
OUTPUT193
OUTPUT194
OUTPUT195
OUTPUT196
OUTPUT197
OUTPUT198
OUTPUT199
OUTPUT200
OUTPUT201
OUTPUT202
OUTPUT203
OUTPUT204
OUTPUT205
OUTPUT206
OUTPUT207
OUTPUT208
OUTPUT209
OUTPUT210
OUTPUT211
OUTPUT212
OUTPUT213
OUTPUT214
OUTPUT215
OUTPUT216
OUTPUT217
OUTPUT218
OUTPUT219
OUTPUT220
OUTPUT221
OUTPUT222
OUTPUT223
OUTPUT224
OUTPUT225
OUTPUT226
OUTPUT227
OUTPUT228
OUTPUT229
OUTPUT230
OUTPUT231
OUTPUT232
OUTPUT233
OUTPUT234
OUTPUT235
OUTPUT236
OUTPUT237
OUTPUT238
OUTPUT239
OUTPUT240
OUTPUT241
OUTPUT242
OUTPUT243
OUTPUT244
OUTPUT245
OUTPUT246
OUTPUT247
OUTPUT248
OUTPUT249
OUTPUT250
OUTPUT251
OUTPUT252
OUTPUT253
OUTPUT254
OUTPUT255
OUTPUT256
OUTPUT257

```

```

SUBROUTINE STRESS(R,HH,NN,NLD,PLD,H,PH,AND,NFO)
DIMENSION R(44,44),PLD(44,44),PH(44,44),AND(44,44)
COMMON /JUNK/ PHED(44,44),IFC(44,44),LH(12),P(4,4),Q(1,3),P(4),PHIN(
18)
COMMON /GEN/ P(12),NAT,P(12),261
COMMON /STIP/ AS(12,12),SA(8,12),T(8,12)
DATA NOL,NOL2 / 3*MAX,3*MIN /

```

```

C LEAD CASE COMBINATION AND OUTPUT OF MEMBER FORCES
C

```

```

LLC=ALC+AND
DO 100 I=1,NP
DO 100 J=1,N
100 P(I,J)=0.0
IF (N.NE.3) GO TO 150
DO 100 L=1,3
P(I,L)=0(I,L)
100 P(I,L)=Q(I,L)

```

```

C CALCULATE STATIC FORCES
C

```

```

150 DO 200 K=1,ND
KK=LH(K)
DO 200 I=1,NP
DO 200 J=1,N
200 P(I,J)=P(I,J)+SA(I,K)*RIKK(J)

```

```

C CALCULATE DYNAMIC FORCES
C

```

```

NATI=NAT-3
IF (NATI) 550,250,250
250 DO 500 I=1,NP
DO 400 J=1,NLD
X=J-1
DO 300 K=1,ND
KK=LH(K)
X=X+SA(I,K)*RIKK(J)
IF (N.NE.3) P(I,J)=X
IF (NATI) 330,330,350
330 P(I,J)=P(I,J)+X*PHIN(J)
P(I,J)=P(I,J)+X*PHIN(J)
GO TO 400
350 IF (X.GT.P(I,J)) P(I,J)=X
400 CONTINUE
500 P(I,J)=SQR(P(I,J))

```

```

C PRINT MEMBER FORCES FOR ALL LOAD CONDITIONS
C

```

```

550 DO 700 L=1,NLD
STATIC FORCE COMPONENTS
DO 600 I=1,NP
P(I)=0
DO 600 J=1,N
600 P(I)=P(I)+P(I,J)*PHIN(J,L)
IF (NATI) 610,610,620
610 WRITE (6,2000) N,L,(P(I),I=1,NP)
GO TO 700
C DYNAMIC FORCE COMPONENTS
620 DO 650 I=1,NP
IF (L.GT.NLD) GO TO 660
P1=P(I,1)*PHIN(1,L)+P(I,2)*PHIN(2,L)+P(I,3)*PHIN(3,L)
PRINT(10,P1)-P1
P(I)=P(I)+P1
GO TO 650
640 PRINT(10,P(I),L-NLD)
P(I)=P(I)+P1
650 CONTINUE
WRITE (6,2001) N,L,NLD,(P(I),I=1,NP)
WRITE (6,2002) L,NLD,(P(I),I=1,NP)
700 CONTINUE

```

```

C RETURN
C

```

```

2000 FORMAT (210,2X,2F14.4)
2001 FORMAT (210,2X,4F14.4)
2002 FORMAT (10X,16,2X,4F14.4)
END

```

```

STRESS 2
STRESS 3
STRESS 4
STRESS 5
STRESS 6
STRESS 7
STRESS 8
STRESS 9
STRESS 10
STRESS 11
STRESS 12
STRESS 13
STRESS 14
STRESS 15
STRESS 16
STRESS 17
STRESS 18
STRESS 19
STRESS 20
STRESS 21
STRESS 22
STRESS 23
STRESS 24
STRESS 25
STRESS 26
STRESS 27
STRESS 28
STRESS 29
STRESS 30
STRESS 31
STRESS 32
STRESS 33
STRESS 34
STRESS 35
STRESS 36
STRESS 37
STRESS 38
STRESS 39
STRESS 40
STRESS 41
STRESS 42
STRESS 43
STRESS 44
STRESS 45
STRESS 46
STRESS 47
STRESS 48
STRESS 49
STRESS 50
STRESS 51
STRESS 52
STRESS 53
STRESS 54
STRESS 55
STRESS 56
STRESS 57
STRESS 58
STRESS 59
STRESS 60
STRESS 61
STRESS 62
STRESS 63
STRESS 64
STRESS 65
STRESS 66
STRESS 67
STRESS 68
STRESS 69
STRESS 70
STRESS 71
STRESS 72
STRESS 73
STRESS 74
STRESS 75
STRESS 76
STRESS 77
STRESS 78
STRESS 79

```

APPENDIX D
EXAMPLE INPUT AND OUTPUT

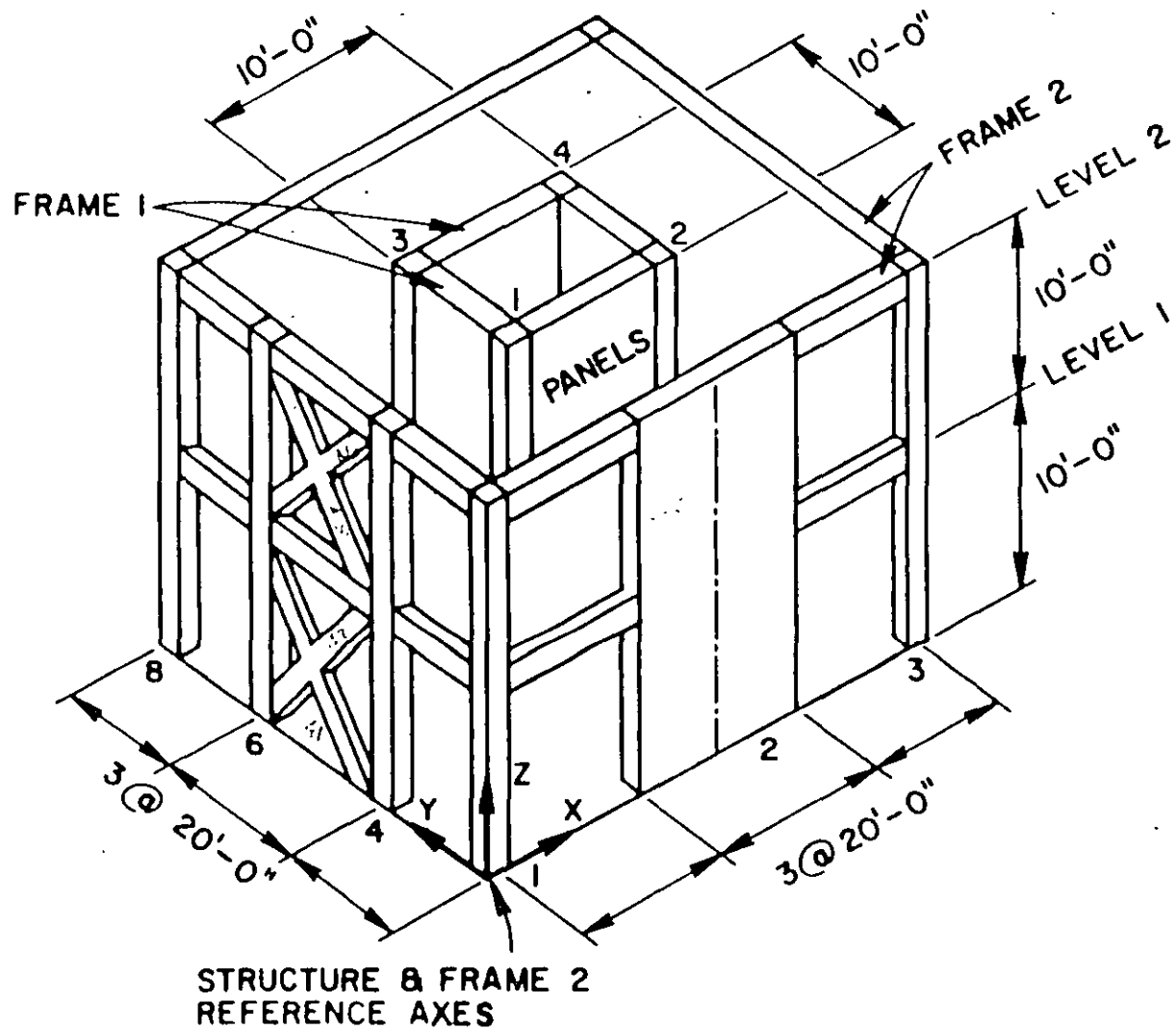


FIGURE DI SKETCH OF TYPICAL BUILDING

INPUT

4	10.0	10.0	100000.	0.	0.	0.
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10
11	11	11	11	11	11	11
12	12	12	12	12	12	12
13	13	13	13	13	13	13
14	14	14	14	14	14	14
15	15	15	15	15	15	15
16	16	16	16	16	16	16
17	17	17	17	17	17	17
18	18	18	18	18	18	18
19	19	19	19	19	19	19
20	20	20	20	20	20	20
21	21	21	21	21	21	21
22	22	22	22	22	22	22
23	23	23	23	23	23	23
24	24	24	24	24	24	24
25	25	25	25	25	25	25
26	26	26	26	26	26	26
27	27	27	27	27	27	27
28	28	28	28	28	28	28
29	29	29	29	29	29	29
30	30	30	30	30	30	30
31	31	31	31	31	31	31
32	32	32	32	32	32	32
33	33	33	33	33	33	33
34	34	34	34	34	34	34
35	35	35	35	35	35	35
36	36	36	36	36	36	36
37	37	37	37	37	37	37
38	38	38	38	38	38	38
39	39	39	39	39	39	39
40	40	40	40	40	40	40
41	41	41	41	41	41	41
42	42	42	42	42	42	42
43	43	43	43	43	43	43
44	44	44	44	44	44	44
45	45	45	45	45	45	45
46	46	46	46	46	46	46
47	47	47	47	47	47	47
48	48	48	48	48	48	48
49	49	49	49	49	49	49
50	50	50	50	50	50	50
51	51	51	51	51	51	51
52	52	52	52	52	52	52
53	53	53	53	53	53	53
54	54	54	54	54	54	54
55	55	55	55	55	55	55
56	56	56	56	56	56	56
57	57	57	57	57	57	57
58	58	58	58	58	58	58
59	59	59	59	59	59	59
60	60	60	60	60	60	60
61	61	61	61	61	61	61
62	62	62	62	62	62	62
63	63	63	63	63	63	63
64	64	64	64	64	64	64
65	65	65	65	65		

[illegible]

TWO STORY TEST STRUCTURE 12/28/74
 TOTAL NUMBER OF STORIES-- 2
 NUMBER OF DIFF. FRAMES--- 2
 TOTAL NUMBER OF FRAMES--- 2
 NUMBER OF LOAD CONDITIONS 3
 TYPE OF ANALYSIS----- 3

EQ.1-STATIC LOADS ONLY
 EQ.1-MODE SHAPES AND FREQUENCIES ONLY
 EQ.2-STATIC AND MODE SHAPE ANALYSES
 EQ.3-TYPE 2 AND SEISMIC SPECTRUM ANAL
 EQ.4-TYPE 2 AND SEISMIC RESPONSE ANAL

NUMBER OF FREQUENCIES--- 3
 STORY TRANSLATION CODE--- 0

STORY DATA

LEVEL NO.	ID	HEIGHT	MASS(M)	HR#2	X(M)	Y(M)	K-X	K-Y
2	SECOND	10.00	11.25	6750.00	30.00	30.00	-0.	-0.
1	FIRST	10.00	11.25	6750.00	30.00	30.00	-0.	-0.

STRUCTURE LATERAL LOADS...CASES A AND B

LEVEL NO.	FX-A	FY-A	MOM-A	FX-B	FY-B	MOM-B	XA	YA	XB	YB
2	1000.00	-0.	-30000.00	1000.00	-0.	0.	-3.	40.0	10.0	30.0
1	-0.	-0.	0.	500.00	-0.	0.	-0.	-0.	32.0	30.0

EXTERIOR FRAME

FRAME ID NUMBER----- 1
 NUMBER OF STORY LEVELS--- 2
 NUMBER OF COLUMN LINES--- 10
 NUMBER OF BAYS----- 10
 NUMBER OF DIFF. COL. PROP- 2
 NUMBER OF DIFF. BEAM PROP- 2
 NUMBER OF DIFF. FEF----- 1
 NUMBER OF PANEL ELEMENTS-- 0
 NUMBER OF BRACING ELEMENTS 0

COLUMN LINE COORDINATES

LINE	X	Y
1	-0.	-0.
2	30.00	-0.
3	60.00	-0.
4	-0.	20.00
5	60.00	20.00
6	-0.	40.00
7	60.00	40.00
8	-0.	60.00
9	30.00	60.00
10	60.00	60.00

COLUMN ID	E	A	MAJ SA	MIN SA	TORS I	MAJ I	MIN I	RIGID TOP	RIGID BOT
1	576000.00	1.00	.64	.64	0.	.08	.08	-0.	-0.
2	576000.00	10.00	0.00	-0.	0.	333.30	.20	-0.	-0.

BEAM ID	E	SA	TORS I	PLER I	KI	KJJ	KIJ	RIGID I	RIGID J
1	576000.00	1.25	1.00	.27	4.00	4.00	2.00	10.00	-0.
2	576000.00	1.25	1.00	.27	4.00	4.00	2.00	-0.	-0.

FEF ID	CODE	HL	VL	HB	VB	H
1	0	-0.	-0.	-0.	-0.	1.200

BEAM LOCATIONS

BAY	LEV	IC	JC	BID	GEN	VL1	VL2	VL3
1	2	2	1	1	1	1	-0	-0
2	2	2	3	1	1	1	-0	-0
3	2	9	8	1	1	1	-0	-0
4	2	9	10	1	1	1	-0	-0
5	2	1	4	2	1	1	-0	-0
6	2	4	6	2	1	1	-0	-0
7	2	6	8	2	1	1	-0	-0
8	2	3	5	2	1	1	-0	-0
9	2	5	7	2	1	1	-0	-0
10	2	7	10	2	1	1	-0	-0

GENERATED BEAM LOCATIONS

STORY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

GENERATED BEAM LOADS...LOAD CASE I

STORY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

GENERATED BEAM LOADS...LOAD CASE II

STORY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0
1	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0

GENERATED BEAM LOADS...LOAD CASE III

STORY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0
1	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0	-0

COLUMN LOCATIONS

LINE	LEV	CID	NO	GEN
1	2	1	2	1
2	2	2	3	1
3	2	1	2	1
4	2	1	5	1
5	2	1	4	1
6	2	1	7	1
7	2	1	6	1
8	2	1	9	1
9	2	2	10	1
10	2	1	9	1

GENERATED COLUMN LOCATIONS

STORY	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1
1	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1

BRACING ELEMENT CARDS

LEV	UC	LC	P	A
2	6	6	876000.00000	.25000
2	4	6	876000.00000	.25000
2	7	6	876000.00000	.25000
2	5	7	876000.00000	.25000
1	6	4	876000.00000	.25000
1	4	6	876000.00000	.25000
1	7	5	876000.00000	.25000
1	5	7	876000.00000	.25000

BEAM PROPERTIES AND LOADS

BEAM NUMBER	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
LEVEL	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

COLUMN PROPERTIES

COLUMN LINE NO.	1									
LEVEL	E	A	HAJ SA	MIN SA	TORS I	HAJ I	MIN I	DT	DS	
2	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
1	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
COLUMN LINE NO.	2									
LEVEL	E	A	HAJ SA	MIN SA	TORS I	HAJ I	MIN I	DT	DS	
2	576000.00	10.00	8.00	-0.	0.	333.38	.20	-0.	-0.	
1	576000.00	10.00	8.00	-0.	0.	333.38	.20	-0.	-0.	
COLUMN LINE NO.	3									
LEVEL	E	A	HAJ SA	MIN SA	TORS I	HAJ I	MIN I	DT	DS	
2	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
1	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
COLUMN LINE NO.	4									
LEVEL	E	A	HAJ SA	MIN SA	TORS I	HAJ I	MIN I	DT	DS	
2	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
1	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
COLUMN LINE NO.	5									
LEVEL	E	A	HAJ SA	MIN SA	TORS I	HAJ I	MIN I	DT	DS	
2	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
1	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
COLUMN LINE NO.	6									
LEVEL	E	A	HAJ SA	MIN SA	TORS I	HAJ I	MIN I	DT	DS	
2	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
1	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
COLUMN LINE NO.	7									
LEVEL	E	A	HAJ SA	MIN SA	TORS I	HAJ I	MIN I	DT	DS	
2	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
1	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
COLUMN LINE NO.	8									
LEVEL	E	A	HAJ SA	MIN SA	TORS I	HAJ I	MIN I	DT	DS	
2	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
1	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
COLUMN LINE NO.	9									
LEVEL	E	A	HAJ SA	MIN SA	TORS I	HAJ I	MIN I	DT	DS	
2	576000.00	10.00	8.00	-0.	0.	333.38	.20	-0.	-0.	
1	576000.00	10.00	8.00	-0.	0.	333.38	.20	-0.	-0.	
COLUMN LINE NO.	10									
LEVEL	E	A	HAJ SA	MIN SA	TORS I	HAJ I	MIN I	DT	DS	
2	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	
1	576000.00	1.00	.84	.84	0.	.88	.88	-0.	-0.	

...FRAME TYPE 1 ...
TIME REQUIRED TO FORM STIFFNESS = 3.11

INTERIOR FRAME..PANEL MODEL
FRAME ID NUMBER----- 2
NUMBER OF STORY LEVELS--- 2
NUMBER OF COLUMN LINES--- 4
NUMBER OF BAYS----- 4
NUMBER OF DIFF. COL. PROP- 0
NUMBER OF DIFF. BEAM PROP- 1
NUMBER OF DIFF. PCP----- 0
NUMBER OF PANEL ELEMENTS-- 8
NUMBER OF BRACING ELEMENTS 0

COLUMN LINE COORDINATES

LINE	X	Y
1	-0.	-0.
2	10.00	-0.
3	-0.	10.00
4	10.00	10.00

BEAM ID	E	SA	TORS I	PLX I	K11	K12	K13	RIGID I	PLI1 I
1	576000.00	-0.	-0.	1000000.00	4.00	4.00	2.00	-0.	-0.

BEAM LOCATIONS

BAY	LEV	IC	JC	OID	GEN	VL1	VL2	VL3
1	2	1	2	1	1	-0	-0	-0
2	2	2	3	1	1	-0	-0	-0
3	2	3	4	1	1	-0	-0	-0
4	2	4	1	1	1	-0	-0	-0

GENERATED BEAM LOCATIONS

STORY	1	2	3	4
2	1	1	1	1
1	1	1	1	1

COLUMN LOCATIONS

LINE	LEV	CID	KCOL	GEN
1	2	0	2	1
2	2	0	3	1
3	2	0	4	1
4	2	0	1	1

GENERATED COLUMN LOCATIONS

STORY 1 2 3 4

2 0 0 0 0
1 0 0 0 0

PANEL CARDS

LEVEL	COL I	COL J	E	A	I	SA	G
2	1	2	576000.00	5.00	41.70	.42	230000.00
2	2	4	576000.00	5.00	41.70	.42	230000.00
2	1	3	576000.00	5.00	41.70	.42	230000.00
2	3	4	576000.00	5.00	41.70	.42	230000.00
1	1	2	576000.00	5.00	41.70	.42	230000.00
1	2	4	576000.00	5.00	41.70	.42	230000.00
1	1	3	576000.00	5.00	41.70	.42	230000.00
1	3	4	576000.00	5.00	41.70	.42	230000.00

BEAM PROPERTIES AND LOADS

BAY NUMBERS	I	SA	TORS I	PLER I	KII	KJJ	KIJ	WI	WJ	VERTI	VERT2	VERT3
LEVEL 2	576000.00	-0.	-0.	1000000.00	4.00	4.00	2.00	-0.	-0.	-0	-0	-0
1	576000.00	-0.	-0.	1000000.00	4.00	4.00	2.00	-0.	-0.	-0	-0	-0
BAY NUMBERS 2												
LEVEL 2	576000.00	-0.	-0.	1000000.00	4.00	4.00	2.00	-0.	-0.	-0	-0	-0
1	576000.00	-0.	-0.	1000000.00	4.00	4.00	2.00	-0.	-0.	-0	-0	-0
BAY NUMBERS 3												
LEVEL 2	576000.00	-0.	-0.	1000000.00	4.00	4.00	2.00	-0.	-0.	-0	-0	-0
1	576000.00	-0.	-0.	1000000.00	4.00	4.00	2.00	-0.	-0.	-0	-0	-0
BAY NUMBERS 4												
LEVEL 2	576000.00	-0.	-0.	1000000.00	4.00	4.00	2.00	-0.	-0.	-0	-0	-0
1	576000.00	-0.	-0.	1000000.00	4.00	4.00	2.00	-0.	-0.	-0	-0	-0

COLUMN PROPERTIES

COLUMN LINE NO.	I	A	MAJ SA	MIN SA	TORS I	MAJ I	MIN I	DT	DS
LEVEL 2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
COLUMN LINE NO.	2	A	MAJ SA	MIN SA	TORS I	MAJ I	MIN I	DT	DS
LEVEL 2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
COLUMN LINE NO.	3	A	MAJ SA	MIN SA	TORS I	MAJ I	MIN I	DT	DS
LEVEL 2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
COLUMN LINE NO.	4	A	MAJ SA	MIN SA	TORS I	MAJ I	MIN I	DT	DS
LEVEL 2	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

...FRAME TYPE 2 ...
TIME REQUIRED TO FORM STIFFNESS = .78

FRAME POSITION DATA

FRAME	ID	FORCE CODE	XI	YI	ANG	
1	1	0	0.	0.	0.	EXTERIOR FRAME
2	2	0	20.00	25.00	0.	INTERIOR FRAME

STRUCTURE DISPLACEMENTS

LOAD CASES

LEVEL	ID	DIRN	I	II	III	A	M
2	SECHO	X	-.000000	0.	0.	.010785	.012560
2	SECHO	Y	.000000	0.	0.	-.000000	-.000000
2	SECHO	ROTN	-.000000	0.	0.	-.000267	.000000
1	FIRST	X	-.000000	0.	0.	.004287	.005560
1	FIRST	Y	.000000	0.	0.	-.000000	-.000000
1	FIRST	ROTN	-.000000	0.	0.	-.000130	.000000

MODE NUMBER PERIOD
 1 .178783
 2 .075308
 3 .062777

MODE SHAPES

LEVEL	ID	DIRN	1	2	3
2	SECD	X	0.	.271875	0.
2	SECD	Y	.258926	0.	.147601
2	SECD	ROTH	0.	0.	0.
1	FIRST	X	0.	.123027	0.
1	FIRST	Y	.147601	0.	-.258926
1	FIRST	ROTH	0.	0.	0.

ACCELERATION SPECTRUM ACCELERATION SPECTRUM...Y DIRECTION FO

NUMBER OF PERIOD CARDS = 4
 NUMBER OF LOWEST MODES = 2
 ACCEL., UNITS/SEC/SEC = .800
 ANGLE OF EQ INCIDENCE = 0.

PERIOD	ACCELERATION
0.	.200
1.000	.600
1.800	.400
20.000	.100

LOAD CONDITION DEFINITION CARDS

LOAD	I	II	III	A	B	SPECTRUM-1	SPECTRUM-2	RESPONSE
1	-0.	-0.	-0.	1.00	-0.	-0.	-0.	-0.
2	-0.	-0.	-0.	-0.	1.00	-0.	-0.	-0.
3	1.00	-0.	-0.	-0.	-0.	1.00	-0.	-0.

SPECTRUM-1... ROOT MEAN SQUARE COMBINATION

SPECTRUM-2... SUM OF ABSOLUTE VALUES

...OUTPUT FOR FRAME NO 2 ...

FRAME TYPE = 2
 FRAME ID INTERIOR FRAME

...LATERAL FRAME DISPLACEMENTS...

MAX...STATIC + DYNAMIC
 MIN...STATIC - DYNAMIC

CONTRIBUTION TO SPECTRAL RESPONSE FROM EACH
 INDIVIDUAL MODE LISTED UNDER HEADINGS M 1 M 2 ETC

LEVEL		1	2	3	M 1	M 2
2	MAX X	.0000000	.0120000	-.0000000	0.	0.
	MIN X	.0000000	.0120000	-.0000000	0.	0.
2	MAX Y	.0017327	-.0000000	.0001877	.0001877	0.
	MIN Y	.0017327	-.0000000	-.0001877	.0001877	0.
2	MAX ROT	-.0003465	.0000000	-.0000000	0.	0.
	MIN ROT	-.0003465	.0000000	-.0000000	0.	0.
1	MAX X	.0038918	.0000000	-.0000000	0.	0.
	MIN X	.0038918	.0000000	-.0000000	0.	0.
1	MAX Y	.0000000	-.0000000	.0001873	.0001873	0.
	MIN Y	.0000000	-.0000000	-.0001873	.0001873	0.
1	MAX ROT	-.0001391	.0000000	-.0000000	0.	0.
	MIN ROT	-.0001391	.0000000	-.0000000	0.	0.

MEMBER FORCES FRAME ID INTERIOR FRAME FRAME TYPE 2

COLUMN FORCES LEVEL NO 1 ... LEVEL ID FIRST

LINE LOAD	TORSIONAL MOMENT	MAJOR AXIS T ₂ MOMENT	MINOR AXIS ROT MOMENT	AXIAL FORCE	MINOR AXIS T ₁ MOMENT	ROT MOMENT	MAJOR AXIAL	MINOR SHEAR
COLUMN ON LINE 1 HAS ZERO LOAD								
COLUMN ON LINE 2 HAS ZERO LOAD								
COLUMN ON LINE 3 HAS ZERO LOAD								
COLUMN ON LINE 4 HAS ZERO LOAD								

BEAM FORCES

BEAM	LOAD	FOR	MOMENT	I	MOMENT	J	MOMENT
1	1 MAX	0.	0.	0.	0.0000	0.	0.0000
1	1 MIN	0.	0.	0.	0.0000	0.	0.0000
1	2 MAX	0.	0.	0.0000	0.	0.	0.0000
1	2 MIN	0.	0.	0.0000	0.	0.	0.0000
1	3 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
1	3 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000	0.	0.
1	4 MAX	0.	0.	-0.0000	0.	0.	0.
1	4 MIN	0.	0.	-0.0000	0.	0.	0.
1	5 MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	5 MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.
2	1 MAX	0.	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
2	1 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
2	2 MAX	0.	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
2	2 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
2	3 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	3 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
2	4 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	4 MIN	0.	0.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	5 MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.
2	5 MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.
3	1 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	1 MIN	0.	0.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	2 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
3	2 MIN	0.	0.	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
3	3 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	3 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
3	4 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	4 MIN	0.	0.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	5 MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.
3	5 MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.
4	1 MAX	0.	0.	-0.0000	0.	0.	0.
4	1 MIN	0.	0.	-0.0000	0.	0.	0.
4	2 MAX	0.	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
4	2 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
4	3 MAX	0.	0.	0.0000	0.	0.	0.
4	3 MIN	0.	0.	-0.0000	0.	0.	0.
4	4 MAX	0.	0.	-0.0000	0.	0.	0.
4	4 MIN	0.	0.	-0.0000	0.	0.	0.
4	5 MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.
4	5 MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.

PANEL FORCES

FLEXURAL PANELS

I	COL	LOAD	TOP-MOMENT	BOT-MOMENT	AXIAL-FORCE	SHEAR-FORCE
1	1	1 MAX	-25.3205	328.7929	-0.0000	30.1484
1	1	1 MIN	-25.3205	328.7929	-0.0000	30.1484
1	2	1 MAX	51.5556	489.2377	-0.0000	51.0793
1	2	1 MIN	51.5556	489.2377	-0.0000	51.0793
1	3	1 MAX	-0.0000	0.0000	1.6574	0.0000
1	3	1 MIN	-0.0000	0.0000	-1.6574	-0.0000
1	4	1 MAX	-0.0000	0.0000	1.6587	-0.0000
1	4	1 MIN	-0.0000	0.0000	-1.6587	-0.0000
1	5	1 MAX	0.	0.	0.	0.
1	5	1 MIN	0.	0.	0.	0.
2	1	1 MAX	-32.5105	-32.5105	-105.5520	-0.5021
2	1	1 MIN	-32.5105	-32.5105	-105.5520	-0.5021
2	2	1 MAX	-0.0000	-0.0000	-122.2068	0.0000
2	2	1 MIN	-0.0000	-0.0000	-122.2068	0.0000
2	3	1 MAX	2.0190	7.5621	0.0000	-0.0000
2	3	1 MIN	-2.0190	-7.5621	-0.0000	-0.0000
2	4	1 MAX	1.9740	7.5004	0.0000	-0.0077
2	4	1 MIN	-1.9740	-7.5004	0.0000	-0.0077
2	5	1 MAX	0.	0.	0.	0.
2	5	1 MIN	0.	0.	0.	0.
3	1	1 MAX	32.5105	32.5105	105.5520	0.5021
3	1	1 MIN	32.5105	32.5105	105.5520	0.5021
3	2	1 MAX	-0.0000	-0.0000	122.2068	-0.0000
3	2	1 MIN	-0.0000	-0.0000	122.2068	-0.0000
3	3	1 MAX	2.0190	7.5621	0.0000	-0.0000
3	3	1 MIN	-2.0190	-7.5621	-0.0000	-0.0000
3	4	1 MAX	1.9740	7.5004	-0.0000	-0.0077
3	4	1 MIN	-1.9740	-7.5004	-0.0000	-0.0077
3	5	1 MAX	0.	0.	0.	0.
3	5	1 MIN	0.	0.	0.	0.
3	1	1 MAX	30.0025	301.0139	0.0000	43.1506
3	1	1 MIN	30.0025	301.0139	0.0000	43.1506
3	2	1 MAX	51.5556	489.2377	0.0000	51.0793
3	2	1 MIN	51.5556	489.2377	0.0000	51.0793
3	3	1 MAX	-0.0000	0.0000	1.6574	0.0000
3	3	1 MIN	-0.0000	0.0000	-1.6574	-0.0000
3	4	1 MAX	-0.0000	0.0000	1.6587	-0.0000
3	4	1 MIN	-0.0000	0.0000	-1.6587	-0.0000
3	5	1 MAX	0.	0.	0.	0.
3	5	1 MIN	0.	0.	0.	0.

MEMBER FORCES FRAME ID INTERIOR FRAME FRAME TYPE 2

LEVEL NO 2 ... LEVEL ID SECHO

COLUMN FORCES

LINE	LOAD	TORSIONAL	MAJOR AXIS	MINOR AXIS	MAJOR	MINOR
		MOMENT	TOP MOMENT	BOT MOMENT	SHEAR	SHEAR
COLUMN ON LINE	1	HAS ZERO LOAD				
COLUMN ON LINE	2	HAS ZERO LOAD				
COLUMN ON LINE	3	HAS ZERO LOAD				
COLUMN ON LINE	4	HAS ZERO LOAD				

BEAM FORCES

WAY	LOAD	FORX	MOMENT	I	MOMENT	J	MOMENT
1	1 MAX	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
1	1 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
1	2 MAX	0.	0.	0.0000	0.		
1	2 MIN	0.	0.	0.0000	0.		
1	3 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000		
1	3 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
1	4 MAX	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
1	4 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
1	5 MAX	0.	0.	0.	0.		
1	5 MIN	0.	0.	0.	0.		
2	1 MAX	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
1	1 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
2	2 MAX	0.	0.	-0.0000	0.		
2	2 MIN	0.	0.	-0.0000	0.		
2	3 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000		
2	3 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
2	4 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000		
2	4 MIN	0.	0.	0.0000	0.0000		
2	5 MAX	0.	0.	0.	0.		
2	5 MIN	0.	0.	0.	0.		
3	1 MAX	0.	0.	0.0000	-0.0000		
1	1 MIN	0.	0.	0.0000	-0.0000		
3	2 MAX	0.	0.	0.0000	-0.0000		
2	2 MIN	0.	0.	0.0000	-0.0000		
3	3 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000		
3	3 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
3	4 MAX	0.	0.	0.0000	0.		
3	4 MIN	0.	0.	0.0000	0.		
3	5 MAX	0.	0.	0.	0.		
3	5 MIN	0.	0.	0.	0.		
4	1 MAX	0.	0.	-0.0000	0.		
1	1 MIN	0.	0.	-0.0000	0.		
4	2 MAX	0.	0.	-0.0000	0.		
2	2 MIN	0.	0.	-0.0000	0.		
4	3 MAX	0.	0.	0.0000	0.0000		
3	3 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
4	4 MAX	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
4	4 MIN	0.	0.	-0.0000	-0.0000		
4	5 MAX	0.	0.	0.	0.		
3	5 MIN	0.	0.	0.	0.		

PANEL FORCES

PLERURAL PANELS

I	COL	LOAD	TOP-MOMENT	BOT-MOMENT	AXIAL-FORCE	SHEAR-FORCE
1	1	MAX	146.7125	276.9350	0.0000	42.3648
1	1	MIN	146.7125	276.9350	0.0000	42.3648
1	2	MAX	209.7624	349.7158	0.0000	59.9478
1	2	MIN	209.7624	349.7158	0.0000	59.9478
1	3	MAX	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	3	MIN	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
1	4	MAX	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000
1	4	MIN	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000
1	5	MAX	0.	0.	0.	0.
1	5	MIN	0.	0.	0.	0.
2	1	MAX	-48.4651	-48.4651	-39.0358	-9.8938
1	1	MIN	-48.4651	-48.4651	-39.0358	-9.8938
2	2	MAX	-0.0000	0.0000	-41.9528	0.0000
2	2	MIN	-0.0000	0.0000	-41.9528	0.0000
2	3	MAX	2.3610	3.9695	0.0000	0.351
2	3	MIN	-2.3610	-3.9695	-0.0000	-0.351
2	4	MAX	2.3610	3.9695	-0.0000	0.351
2	4	MIN	2.3610	3.9695	-0.0000	0.351
2	5	MAX	0.	0.	0.	0.
2	5	MIN	0.	0.	0.	0.
3	1	MAX	48.4651	48.4651	39.0358	9.8938
1	1	MIN	48.4651	48.4651	39.0358	9.8938
3	2	MAX	0.0000	-0.0000	41.9528	0.0000
2	2	MIN	0.0000	-0.0000	41.9528	0.0000
3	3	MAX	2.3610	3.9695	0.0000	0.351
3	3	MIN	-2.3610	-3.9695	-0.0000	-0.351
3	4	MAX	2.3610	3.9695	-0.0000	0.351
3	4	MIN	2.3610	3.9695	-0.0000	0.351
3	5	MAX	0.	0.	0.	0.
3	5	MIN	0.	0.	0.	0.
3	1	MAX	243.6428	373.8653	0.0000	61.7598
1	1	MIN	243.6428	373.8653	0.0000	61.7598
3	2	MAX	209.7624	349.7158	0.0000	59.9478
2	2	MIN	209.7624	349.7158	0.0000	59.9478
3	3	MAX	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	3	MIN	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
3	4	MAX	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	4	MIN	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	5	MAX	0.	0.	0.	0.
3	5	MIN	0.	0.	0.	0.

...FRAME NO 2...
TIME REQUIRED FOR STRESS COMPUTATION = .06

...OUTPUT FOR FRAME NO 1 ...

FRAME TYPE = 1
FRAME ID EXTERIOR FRAME

..LATERAL FRAME DISPLACEMENTS..

MAX...STATIC + DYNAMIC
MIN...STATIC + DYNAMIC

CONTRIBUTION TO SPECTRAL RESPONSE FROM EACH
INDIVIDUAL MODE LISTED UNDER HEADINGS M 1 M 2 ETC

LEVEL			1	2	3	M 1	M 2
2	MAX	X	.0003294	.0128644	-.0000000	0.	0.
	MIN	X	.0003294	.0128644	-.0000000	0.	0.
2	MAX	Y	.0103462	-.0000000	.0001877	.0001877	0.
	MIN	Y	.0103462	-.0000000	-.0001877	-.0001877	0.
2	MAX	ROT	-.0003465	.0000000	-.0000000	0.	0.
	MIN	ROT	-.0003465	.0000000	-.0000000	0.	0.
1	MAX	X	.0001136	.0000000	-.0000000	0.	0.
	MIN	X	.0001136	.0000000	-.0000000	0.	0.
1	MAX	Y	.0001739	-.0000000	.0001073	.0001073	0.
	MIN	Y	.0001739	-.0000000	-.0001073	-.0001073	0.
1	MAX	ROT	-.0001391	.0000000	-.0000000	0.	0.
	MIN	ROT	-.0001391	.0000000	-.0000000	0.	0.

MEMBER FORCES FRAME ID EXTERIOR FRAME FRAME TYPE 1

LEVEL NO 1 ... LEVEL ID FIRST

COLUMN FORCES

LINE LOAD		TORSIONAL		MAJOR AXIS		AXIAL	MINOR AXIS		MAJOR	MINOR
		MOMENT		TOP MOMENT	DOT MOMENT	FORCE	TOP MOMENT	DOT MOMENT	SHEAR	
1	1	MAX	0.	-.0100	-.2874	2.6181	4.3422	0.0831	-.1207	1.5425
	1	MIN	0.	-.0100	-.2874	2.6181	4.3422	0.0831	-.1207	1.5425
1	2	MAX	0.	9.5861	13.1280	8.0049	-.0327	-.0160	2.2714	-.0049
	2	MIN	0.	9.5861	13.1280	8.0049	-.0327	-.0160	2.2714	-.0049
1	3	MAX	0.	-7.9176	-3.8744	-43.2369	-8.1822	-3.6802	-1.1747	-1.2039
	3	MIN	0.	-7.9182	-3.8747	-43.3169	-8.3217	-4.3237	-1.1723	-1.2445
1	4	MAX	0.	-.0003	-.0001	.0400	.1689	.2362	-.0000	.0445
	4	MIN	0.	-.0003	-.0001	.0400	.1689	.2362	-.0000	.0445
1	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
2	1	MAX	0.	-146.1584	256.1343	-.0000	.0000	-.0000	13.7974	-.0000
	1	MIN	0.	-146.1584	256.1343	-.0000	.0000	-.0000	13.7974	-.0000
2	2	MAX	0.	-4163.1951	11082.2073	-.0000	.0000	-.0000	591.9012	-.0000
	2	MIN	0.	-4163.1951	11082.2073	-.0000	.0000	-.0000	591.9012	-.0000
2	3	MAX	0.	-.0000	.0000	-43.4014	-2.0529	-.6813	-.0000	-.2725
	3	MIN	0.	-.0000	.0000	-43.4024	-2.4804	-1.0105	-.0000	-.4001
2	4	MAX	0.	-.0000	.0000	.0003	.2052	.4729	-.0000	.3674
	4	MIN	0.	-.0000	.0000	.0003	.2052	.4729	-.0000	.3674
2	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
3	1	MAX	0.	.0100	.2874	-2.6181	4.3422	0.0831	.1207	1.5425
	1	MIN	0.	.0100	.2874	-2.6181	4.3422	0.0831	.1207	1.5425
3	2	MAX	0.	-9.5861	-13.1280	-8.0049	-.0327	-.0160	-2.2714	-.0049
	2	MIN	0.	-9.5861	-13.1280	-8.0049	-.0327	-.0160	-2.2714	-.0049
3	3	MAX	0.	-7.9176	-3.8744	-43.2369	-8.1822	-3.6802	-1.1747	-1.2039
	3	MIN	0.	-7.9182	-3.8747	-43.3169	-8.3217	-4.3237	-1.1723	-1.2445
3	4	MAX	0.	-.0003	-.0001	.0400	.1689	.2362	-.0000	.0445
	4	MIN	0.	-.0003	-.0001	.0400	.1689	.2362	-.0000	.0445
3	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
4	1	MAX	0.	-.1278	4.0664	36.8652	7.5921	0.6946	.3243	1.7287
	1	MIN	0.	-.1278	4.0664	36.8652	7.5921	0.6946	.3243	1.7287
4	2	MAX	0.	2.6496	9.7336	.0245	-.0316	-.0155	1.2383	-.0047
	2	MIN	0.	2.6496	9.7336	.0245	-.0316	-.0155	1.2383	-.0047
4	3	MAX	0.	-1.1664	-.8704	-49.3351	-1.4002	-.8389	-.1736	-.2239
	3	MIN	0.	-1.1667	-.8704	-49.3210	-1.3986	-.8386	-.1736	-.2239
4	4	MAX	0.	-.0000	-.0000	.0004	.2301	.2661	-.0000	.0496
	4	MIN	0.	-.0000	-.0000	.0004	.2301	.2661	-.0000	.0496
4	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
5	1	MAX	0.	.1278	-4.0664	-36.8652	7.5921	0.6946	-.3243	1.7287
	1	MIN	0.	.1278	-4.0664	-36.8652	7.5921	0.6946	-.3243	1.7287
5	2	MAX	0.	-2.6496	-9.7336	-.0245	-.0316	-.0155	-1.2383	-.0047
	2	MIN	0.	-2.6496	-9.7336	-.0245	-.0316	-.0155	-1.2383	-.0047
5	3	MAX	0.	1.1664	-.8704	49.3351	1.4002	.8389	.1736	-.2239
	3	MIN	0.	1.1667	-.8704	49.3210	1.3986	.8386	.1736	-.2239
5	4	MAX	0.	-.0000	-.0000	-.0004	-.2301	-.2661	-.0000	-.0496
	4	MIN	0.	-.0000	-.0000	-.0004	-.2301	-.2661	-.0000	-.0496
5	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
6	1	MAX	0.	1.6463	8.9412	-36.8620	7.6472	0.7218	1.0389	1.7369
	1	MIN	0.	1.6463	8.9412	-36.8620	7.6472	0.7218	1.0389	1.7369
6	2	MAX	0.	2.6496	9.7336	.0245	.0316	.0155	1.2383	.0047
	2	MIN	0.	2.6496	9.7336	.0245	.0316	.0155	1.2383	.0047
6	3	MAX	0.	-1.1664	-.8704	-49.3351	-.0386	-.1356	-.1736	-.2239
	3	MIN	0.	-1.1667	-.8704	-49.3210	-1.4002	-.8389	-.1736	-.2239
6	4	MAX	0.	-.0000	.0000	-.0004	.2301	.2661	.0000	.0496
	4	MIN	0.	-.0000	.0000	-.0004	.2301	.2661	.0000	.0496
6	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

7	1	MAX	0.	-1.6463	-4.9412	36.8728	7.6472	7.7218	-1.0580	1.7349
	1	MIN	0.	-1.6463	-4.9412	36.8728	7.6472	7.7218	-1.0580	1.7349
7	2	MAX	0.	-2.6495	-9.7336	-0.0245	.0316	.0195	-1.1193	.0147
	2	MIN	0.	-2.6495	-9.7336	-0.0245	.0316	.0195	-1.1193	.0147
7	3	MAX	0.	-1.1656	-3.9704	-48.3251	1.4807	.0359	-1.1774	.0047
	3	MIN	0.	-1.1657	-3.9704	-48.3251	.9386	.0356	-1.1736	.0047
7	4	MAX	0.	.0000	.0000	-4.9024	-2.301	-2.2661	.0000	.0000
	4	MIN	0.	.0000	.0000	-4.9024	-2.301	-2.2661	.0000	.0000
7	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
8	1	MAX	0.	13.7703	16.8604	4.1375	4.3992	9.1118	3.2431	1.5510
	1	MIN	0.	13.7703	16.8604	4.1375	4.3992	9.1118	3.2431	1.5510
8	2	MAX	0.	9.5861	13.1280	5.0049	.0327	.0140	2.2714	.0049
	2	MIN	0.	9.5861	13.1280	5.0049	.0327	.0140	2.2714	.0049
8	3	MAX	0.	-7.9176	-3.8744	-43.3169	8.5217	4.3237	-1.1797	1.2945
	3	MIN	0.	-7.9182	-3.8747	-43.3169	8.1822	3.8552	-1.1797	1.2937
8	4	MAX	0.	.0003	.0001	-0.0400	.1689	.2362	.0000	.0405
	4	MIN	0.	.0003	.0001	-0.0400	.1689	.2362	.0000	.0405
8	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
9	1	MAX	0.	-8311.4372	17378.5506	.0000	.0000	-2.0000	906.7113	-1.0000
	1	MIN	0.	-8311.4372	17378.5506	.0000	.0000	-2.0000	906.7113	-1.0000
9	2	MAX	0.	-4163.1951	11082.2073	.0708	.0000	-0.0008	591.3012	-0.0008
	2	MIN	0.	-4163.1951	11082.2073	.0708	.0000	-0.0008	591.3012	-0.0008
9	3	MAX	0.	-0.0000	.0000	-53.4014	2.4808	1.6185	-0.0000	.1491
	3	MIN	0.	-0.0000	.0000	-53.4024	2.0829	.8613	-0.0000	.0775
9	4	MAX	0.	-0.0000	.0000	-0.0003	.2052	.4729	-0.0000	.0478
	4	MIN	0.	-0.0000	.0000	-0.0003	.2052	.4729	-0.0000	.0478
9	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
10	1	MAX	0.	-13.7703	-14.8604	-6.1375	4.3992	9.1110	-3.2431	1.5510
	1	MIN	0.	-13.7703	-14.8604	-6.1375	4.3992	9.1110	-3.2431	1.5510
10	2	MAX	0.	-9.5861	-13.1280	-5.0049	.0327	.0140	-2.2714	.0049
	2	MIN	0.	-9.5861	-13.1280	-5.0049	.0327	.0140	-2.2714	.0049
10	3	MAX	0.	-7.9176	-3.8744	-43.3169	-8.1822	-3.8552	-1.1797	1.2937
	3	MIN	0.	-7.9182	-3.8747	-43.3169	-8.5217	-4.3237	-1.1797	1.2945
10	4	MAX	0.	.0003	.0001	-0.0400	.1689	.2362	.0000	.0405
	4	MIN	0.	.0003	.0001	-0.0400	.1689	.2362	.0000	.0405
10	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

DRAG FORCES

BAY	LOAD	TORS	MOMENT	I	MOMENT	J	MOMENT
1	1	MAX	3.3475	1.4602	2.3189		
	1	MIN	3.3475	1.4602	2.3189		
1	2	MAX	.0207	26.7241	26.2755		
	2	MIN	.0207	26.7241	26.2755		
1	3	MAX	4.7939	47.9013	-25.5618		
	3	MIN	4.7939	47.9013	-25.5618		
1	4	MAX	.0552	.0013	.0011		
	4	MIN	.0552	.0013	.0011		
1	5	MAX	0.	0.	0.		
	5	MIN	0.	0.	0.		
2	1	MAX	3.3475	-1.4602	-2.3189		
	1	MIN	3.3475	-1.4602	-2.3189		
2	2	MAX	.0207	-26.7241	-26.2755		
	2	MIN	.0207	-26.7241	-26.2755		
2	3	MAX	-4.7939	47.9013	-25.5618		
	3	MIN	-4.7939	47.9013	-25.5618		
2	4	MAX	.0552	.0013	.0011		
	4	MIN	.0552	.0013	.0011		
2	5	MAX	0.	0.	0.		
	5	MIN	0.	0.	0.		
3	1	MAX	3.3414	43.7300	41.5609		
	1	MIN	3.3414	43.7300	41.5609		
3	2	MAX	-.0207	26.7241	26.2755		
	2	MIN	-.0207	26.7241	26.2755		
3	3	MAX	-4.7939	47.9013	-25.5618		
	3	MIN	-4.7939	47.9013	-25.5618		
3	4	MAX	.0552	.0013	.0011		
	4	MIN	.0552	.0013	.0011		
3	5	MAX	0.	0.	0.		
	5	MIN	0.	0.	0.		
4	1	MAX	3.3414	-43.7300	-41.5609		
	1	MIN	3.3414	-43.7300	-41.5609		
4	2	MAX	-.0207	-26.7241	-26.2755		
	2	MIN	-.0207	-26.7241	-26.2755		
4	3	MAX	4.7939	47.9013	-25.5618		
	3	MIN	4.7939	47.9013	-25.5618		
4	4	MAX	.0552	.0013	.0011		
	4	MIN	.0552	.0013	.0011		
4	5	MAX	0.	0.	0.		
	5	MIN	0.	0.	0.		
5	1	MAX	4.4399	-13.4406	-12.4166		
	1	MIN	4.4399	-13.4406	-12.4166		
5	2	MAX	4.3907	.1190	.1297		
	2	MIN	4.3907	.1190	.1297		
5	3	MAX	-4.2739	27.4221	-44.3464		
	3	MIN	-4.2739	27.4221	-44.3464		
5	4	MAX	-.0002	-.2936	-.2433		
	4	MIN	-.0002	-.2936	-.2433		
5	5	MAX	0.	0.	0.		
	5	MIN	0.	0.	0.		
6	1	MAX	3.8183	-7.0595	-7.0140		
	1	MIN	3.8183	-7.0595	-7.0140		
6	2	MAX	-.0000	-.0261	.0261		
	2	MIN	-.0000	-.0261	.0261		
6	3	MAX	.0000	41.0901	-40.8498		
	3	MIN	-.0000	40.8498	-41.0901		
6	4	MAX	-.0000	-.1247	-.1247		
	4	MIN	-.0000	-.1247	-.1247		
6	5	MAX	0.	0.	0.		
	5	MIN	0.	0.	0.		

7	1	MAX	-7.7329	-12.6281	-13.6585
	1	MIN	-2.7329	-12.6281	-13.6585
7	2	MAX	-4.3987	-.1207	-.1198
	2	MIN	-4.3987	-.1207	-.1198
7	3	MAX	4.2742	44.8464	-27.2421
	3	MIN	4.2739	44.3597	-27.2428
7	4	MAX	-.0002	-.2433	-.2938
	4	MIN	-.0002	-.2433	-.2938
7	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.
8	1	MAX	4.4399	13.4484	12.4166
	1	MIN	4.4399	13.4484	12.4166
8	2	MAX	4.3987	-.1198	-.1207
	2	MIN	4.3987	-.1198	-.1207
8	3	MAX	4.2742	27.2421	-44.3597
	3	MIN	4.2739	27.2421	-44.3597
8	4	MAX	-.0002	-.2433	-.2938
	4	MIN	-.0002	-.2433	-.2938
8	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.
9	1	MAX	3.6143	7.0595	7.0140
	1	MIN	3.6143	7.0595	7.0140
9	2	MAX	-.0000	.0261	-.0261
	2	MIN	-.0000	.0261	-.0261
9	3	MAX	-.0000	41.0901	-40.8408
	3	MIN	-.0000	40.8408	-41.0901
9	4	MAX	-.0000	-.1247	-.1247
	4	MIN	-.0000	-.1247	-.1247
9	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.
10	1	MAX	-2.7329	12.6281	13.6585
	1	MIN	-2.7329	12.6281	13.6585
10	2	MAX	-4.3987	.1207	.1198
	2	MIN	-4.3987	.1207	.1198
10	3	MAX	-4.2739	44.3597	-27.2421
	3	MIN	-4.2742	44.3597	-27.2428
10	4	MAX	.0002	-.2433	-.2938
	4	MIN	.0002	-.2433	-.2938
10	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.

BRACING ELEMENTS - LISTED IN SAME SEQUENCE AS INPUT

T-COL LOAD

AXIAL-FORCE

4	1	MAX	22.2007
	1	MIN	22.2007
4	2	MAX	-.0012
	2	MIN	-.0012
4	3	MAX	-1.6578
	3	MIN	-3.0380
4	4	MAX	-.6875
	4	MIN	-.6875
4	5	MAX	0.
	5	MIN	0.
4	1	MAX	-22.1985
	1	MIN	-22.1985
4	2	MAX	-.0012
	2	MIN	-.0012
4	3	MAX	-1.6578
	3	MIN	-3.0380
4	4	MAX	-.6875
	4	MIN	-.6875
4	5	MAX	0.
	5	MIN	0.
7	1	MAX	-22.2007
	1	MIN	-22.2007
7	2	MAX	-.0012
	2	MIN	-.0012
7	3	MAX	-1.6578
	3	MIN	-3.0380
7	4	MAX	-.6875
	4	MIN	-.6875
7	5	MAX	0.
	5	MIN	0.
5	1	MAX	22.1985
	1	MIN	22.1985
5	2	MAX	-.0012
	2	MIN	-.0012
5	3	MAX	-1.6578
	3	MIN	-3.0380
5	4	MAX	-.6875
	4	MIN	-.6875
5	5	MAX	0.
	5	MIN	0.

MEMBER FORCES FRAME ID EXTERIOR FRAME

FRAME TYPE 1

LEVEL NO 2 ... LEVEL ID SECHO

COLUMN FORCES

LINE	LOAD	TOP MOMENT	MAJOR AXIS TOP MOMENT	MINOR AXIS BOT MOMENT	AXIAL FORCE	TOP MOMENT	MAJOR AXIS BOT MOMENT	MINOR AXIS TOP MOMENT	MAJOR AXIAL	MINOR AXIAL
1	1	MAX	0.	-1.1019	1.1388	11.5910	-10.8039	-.7351	9464	9464
	1	MIN	0.	-1.1019	1.1388	11.5910	-10.8039	-.7351	9464	9464
1	2	MAX	0.	18.4779	12.2988	-.0000	-.0561	2.7777	-.0181	2.7777
	2	MIN	0.	18.4779	12.2988	-.0000	-.0561	2.7777	-.0181	2.7777
1	3	MAX	0.	-18.0174	-13.3783	-16.8985	-14.4127	-7.8184	-7.8972	-7.8972
	3	MIN	0.	-18.0174	-13.3783	-16.8985	-14.4127	-7.8184	-7.8972	-7.8972
1	4	MAX	0.	-.0000	-.0000	-.1112	-.0407	-.0001	-.0101	-.0101
	4	MIN	0.	-.0000	-.0000	-.1112	-.0407	-.0001	-.0101	-.0101
1	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

2	1	MAX	0.	8.9742	194.0579	-0.0000	-0.1000	-0.7053	14.1432	-0.0000
	1	MIN	0.	8.9742	194.0579	-0.0000	-0.1000	-0.7053	14.1432	-0.0000
2	2	MAX	0.	102.4756	4269.6629	-0.0000	-0.1000	-0.7053	14.1432	-0.0000
	2	MIN	0.	102.4756	4269.6629	-0.0000	-0.1000	-0.7053	14.1432	-0.0000
2	3	MAX	0.	-0.0000	-0.0000	-27.1679	-10.7053	-7.2280	-0.0000	-0.0000
	3	MIN	0.	-0.0000	-0.0000	-27.1679	-10.7053	-7.2280	-0.0000	-0.0000
2	4	MAX	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
	4	MIN	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
2	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
3	1	MAX	0.	1.1619	1.2812	-1.1358	11.3918	10.5039	-2.7043	2.7043
	1	MIN	0.	1.1619	1.2812	-1.1358	11.3918	10.5039	-2.7043	2.7043
3	2	MAX	0.	-15.4779	-12.2988	-2.3049	-0.0000	-0.0000	-2.7777	-0.0000
	2	MIN	0.	-15.4779	-12.2988	-2.3049	-0.0000	-0.0000	-2.7777	-0.0000
3	3	MAX	0.	-15.0174	-13.3703	-21.2338	16.7330	16.5578	-2.8384	3.1290
	3	MIN	0.	-15.0174	-13.3703	-21.2338	16.7330	16.5578	-2.8384	3.1290
3	4	MAX	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
	4	MIN	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
3	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
4	1	MAX	0.	1.5818	1.7494	13.4469	12.4669	11.8841	-2.7331	2.7331
	1	MIN	0.	1.5818	1.7494	13.4469	12.4669	11.8841	-2.7331	2.7331
4	2	MAX	0.	4.6838	1.7412	-0.0128	-0.0795	-0.0630	-0.4425	-0.0142
	2	MIN	0.	4.6838	1.7412	-0.0128	-0.0795	-0.0630	-0.4425	-0.0142
4	3	MAX	0.	-4.5404	-3.1083	-24.4503	3.3634	2.6079	-2.7649	-0.0000
	3	MIN	0.	-4.5404	-3.1083	-24.4503	3.3634	2.6079	-2.7649	-0.0000
4	4	MAX	0.	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001
	4	MIN	0.	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001
4	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
5	1	MAX	0.	-1.5818	-1.7494	-13.4469	12.4669	11.8841	-2.7331	2.7331
	1	MIN	0.	-1.5818	-1.7494	-13.4469	12.4669	11.8841	-2.7331	2.7331
5	2	MAX	0.	-4.6838	-1.7412	-0.0128	-0.0795	-0.0630	-0.4425	-0.0142
	2	MIN	0.	-4.6838	-1.7412	-0.0128	-0.0795	-0.0630	-0.4425	-0.0142
5	3	MAX	0.	-4.5404	-3.1083	-24.4503	3.3634	2.6079	-2.7649	-0.0000
	3	MIN	0.	-4.5404	-3.1083	-24.4503	3.3634	2.6079	-2.7649	-0.0000
5	4	MAX	0.	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001
	4	MIN	0.	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001
5	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
6	1	MAX	0.	7.3049	4.9049	-13.4243	12.6096	11.9949	1.2210	2.6604
	1	MIN	0.	7.3049	4.9049	-13.4243	12.6096	11.9949	1.2210	2.6604
6	2	MAX	0.	4.6838	1.7412	-0.0128	-0.0795	-0.0630	-0.4425	-0.0142
	2	MIN	0.	4.6838	1.7412	-0.0128	-0.0795	-0.0630	-0.4425	-0.0142
6	3	MAX	0.	-4.5404	-3.1083	-24.4503	3.3634	2.6079	-2.7649	-0.0000
	3	MIN	0.	-4.5404	-3.1083	-24.4503	3.3634	2.6079	-2.7649	-0.0000
6	4	MAX	0.	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001
	4	MIN	0.	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001
6	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
7	1	MAX	0.	-7.3049	-4.9049	13.4243	12.6096	11.9949	-1.2210	2.6604
	1	MIN	0.	-7.3049	-4.9049	13.4243	12.6096	11.9949	-1.2210	2.6604
7	2	MAX	0.	-4.6838	-1.7412	-0.0128	-0.0795	-0.0630	-0.4425	-0.0142
	2	MIN	0.	-4.6838	-1.7412	-0.0128	-0.0795	-0.0630	-0.4425	-0.0142
7	3	MAX	0.	-4.5404	-3.1083	-24.4503	3.3634	2.6079	-2.7649	-0.0000
	3	MIN	0.	-4.5404	-3.1083	-24.4503	3.3634	2.6079	-2.7649	-0.0000
7	4	MAX	0.	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001
	4	MIN	0.	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001
7	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
8	1	MAX	0.	29.4334	25.0576	-3.1879	11.7412	10.6207	-5.4491	2.2342
	1	MIN	0.	29.4334	25.0576	-3.1879	11.7412	10.6207	-5.4491	2.2342
8	2	MAX	0.	15.4779	12.2988	-2.3049	-0.0000	-0.0000	-2.7777	-0.0000
	2	MIN	0.	15.4779	12.2988	-2.3049	-0.0000	-0.0000	-2.7777	-0.0000
8	3	MAX	0.	-15.0174	-13.3703	-21.2338	16.7330	16.5578	-2.8384	3.1290
	3	MIN	0.	-15.0174	-13.3703	-21.2338	16.7330	16.5578	-2.8384	3.1290
8	4	MAX	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
	4	MIN	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
8	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
9	1	MAX	0.	179.0889	8484.2084	-0.0000	-0.0000	-0.0000	844.3275	-0.0000
	1	MIN	0.	179.0889	8484.2084	-0.0000	-0.0000	-0.0000	844.3275	-0.0000
9	2	MAX	0.	102.4756	4269.6629	-0.0000	-0.0000	-0.0000	437.2114	-0.0000
	2	MIN	0.	102.4756	4269.6629	-0.0000	-0.0000	-0.0000	437.2114	-0.0000
9	3	MAX	0.	-0.0000	-0.0000	-27.1679	10.9013	7.2280	-0.0000	-0.0000
	3	MIN	0.	-0.0000	-0.0000	-27.1679	10.9013	7.2280	-0.0000	-0.0000
9	4	MAX	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
	4	MIN	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
9	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
10	1	MAX	0.	-29.4334	-25.0576	-3.1879	11.7412	10.6207	-5.4491	2.2342
	1	MIN	0.	-29.4334	-25.0576	-3.1879	11.7412	10.6207	-5.4491	2.2342
10	2	MAX	0.	-15.4779	-12.2988	-2.3049	-0.0000	-0.0000	-2.7777	-0.0000
	2	MIN	0.	-15.4779	-12.2988	-2.3049	-0.0000	-0.0000	-2.7777	-0.0000
10	3	MAX	0.	-15.0174	-13.3703	-21.2338	16.7330	16.5578	-2.8384	3.1290
	3	MIN	0.	-15.0174	-13.3703	-21.2338	16.7330	16.5578	-2.8384	3.1290
10	4	MAX	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
	4	MIN	0.	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000
10	5	MAX	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

BEAM FORCES

BAY	LOAD	TORS	MOMENT	1	MOMENT	2	MOMENT
1	1	MAX	2.0606	1.3997	2.2988		
	1	MIN	2.0588	1.3997	2.2988		
1	2	MAX	0.6436	27.4388	29.1617		
	2	MIN	0.6436	27.4388	29.1617		
1	3	MAX	6.4588	81.2428	-19.5677		
	3	MIN	6.3927	81.2393	-19.5596		
1	4	MAX	-0.0283	-0.0016	-0.0011		
	4	MIN	-0.0283	-0.0016	-0.0011		
1	5	MAX	0.	0.	0.		
	5	MIN	0.	0.	0.		

2	1	MAX	2.0500	-1.5597	-2.2969
	1	MIN	2.0500	-1.5597	-2.2969
2	2	MAX	.0436	-27.4360	-20.1617
	2	MIN	.0436	-27.4360	-20.1617
2	3	MAX	-8.3927	51.2393	-19.5577
	3	MIN	-8.4000	51.2393	-19.5596
2	4	MAX	.0203	-.0016	-.0011
	4	MIN	.0203	-.0016	-.0011
2	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.
3	1	MAX	1.0726	48.0009	35.0631
	1	MIN	1.0726	48.0009	35.0631
3	2	MAX	-.0436	27.4360	20.1617
	2	MIN	-.0436	27.4360	20.1617
3	3	MAX	-8.3927	51.2393	-19.5577
	3	MIN	-8.4000	51.2393	-19.5596
3	4	MAX	-.0203	-.0016	-.0011
	4	MIN	-.0203	-.0016	-.0011
3	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.
4	1	MAX	1.0726	-48.0009	-35.0631
	1	MIN	1.0726	-48.0009	-35.0631
4	2	MAX	-.0436	-27.4360	-20.1617
	2	MIN	-.0436	-27.4360	-20.1617
4	3	MAX	8.4000	51.2393	-19.5577
	3	MIN	8.3927	51.2393	-19.5596
4	4	MAX	.0203	-.0016	-.0011
	4	MIN	.0203	-.0016	-.0011
4	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.
5	1	MAX	3.4500	-9.0410	-0.3212
	1	MIN	3.4500	-9.0410	-0.3212
5	2	MAX	4.6036	-.1204	-.1324
	2	MIN	4.6036	-.1204	-.1324
5	3	MAX	-4.8403	22.1836	-48.2892
	3	MIN	-4.8409	21.9013	-48.3466
5	4	MAX	-.0003	-.1398	-.1278
	4	MIN	-.0003	-.1398	-.1278
5	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.
6	1	MAX	1.0752	-3.1677	-3.0530
	1	MIN	1.0752	-3.1677	-3.0530
6	2	MAX	.0000	-.0029	-.0029
	2	MIN	.0000	-.0029	-.0029
6	3	MAX	.0002	42.2196	-42.1634
	3	MIN	-.0002	42.1634	-42.2196
6	4	MAX	-.0002	-.0276	-.0276
	4	MIN	-.0002	-.0276	-.0276
6	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.
7	1	MAX	-8.4297	-9.0558	-0.7606
	1	MIN	-8.4297	-9.0558	-0.7606
7	2	MAX	-4.6036	-.1204	-.1204
	2	MIN	-4.6036	-.1204	-.1204
7	3	MAX	4.8409	48.0468	-21.9013
	3	MIN	4.8403	48.2892	-22.1836
7	4	MAX	-.0003	-.1398	-.1398
	4	MIN	-.0003	-.1398	-.1398
7	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.
8	1	MAX	3.4500	9.0410	0.3212
	1	MIN	3.4500	9.0410	0.3212
8	2	MAX	4.6036	-.1204	-.1324
	2	MIN	4.6036	-.1204	-.1324
8	3	MAX	4.8409	22.1836	-48.2892
	3	MIN	4.8403	21.9013	-48.3466
8	4	MAX	.0003	-.1398	-.1278
	4	MIN	.0003	-.1398	-.1278
8	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.
9	1	MAX	1.0752	3.1677	3.0530
	1	MIN	1.0752	3.1677	3.0530
9	2	MAX	-.0000	.0029	-.0029
	2	MIN	-.0000	.0029	-.0029
9	3	MAX	.0002	42.2196	-42.1634
	3	MIN	-.0002	42.1634	-42.2196
9	4	MAX	.0002	-.0276	-.0276
	4	MIN	.0002	-.0276	-.0276
9	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.
10	1	MAX	-8.4297	9.0558	0.7606
	1	MIN	-8.4297	9.0558	0.7606
10	2	MAX	-4.6036	-.1204	-.1204
	2	MIN	-4.6036	-.1204	-.1204
10	3	MAX	4.8403	48.0468	-21.9013
	3	MIN	4.8409	48.2892	-22.1836
10	4	MAX	-.0002	-.1398	-.1398
	4	MIN	-.0002	-.1398	-.1398
10	5	MAX	0.	0.	0.
	5	MIN	0.	0.	0.

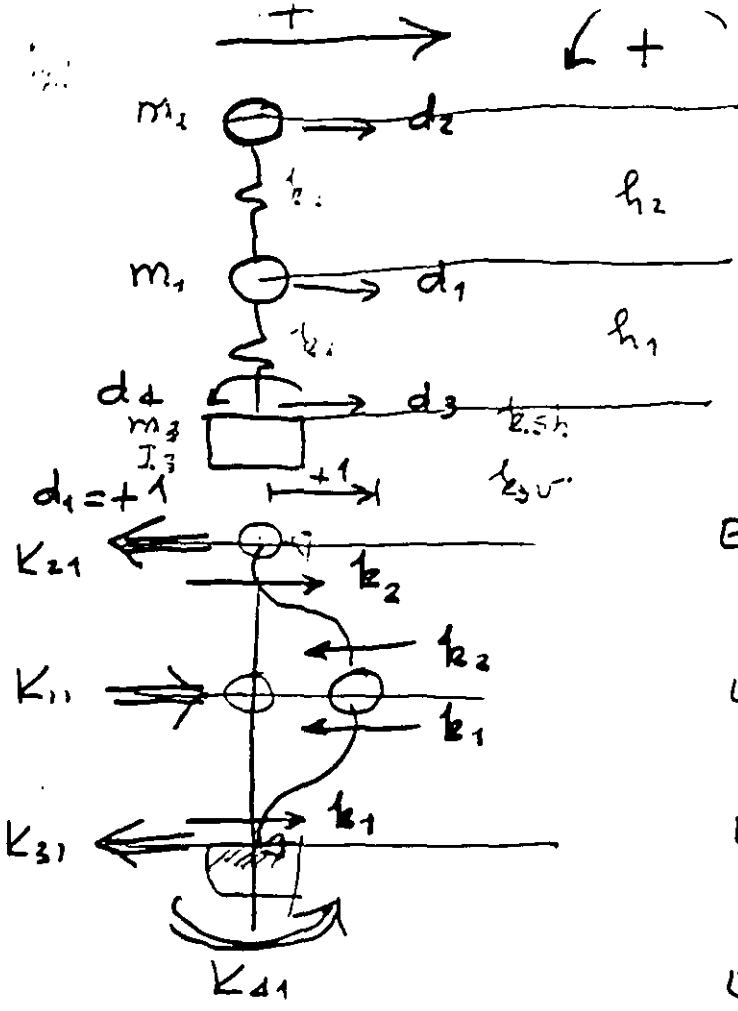
BRACING ELEMENTS - LISTED IN SAME SEQUENCE AS INPUT

Y-COL	LOAD	AXIAL-FORCE
6	1 MAX	31.4648
	1 MIN	31.4648
6	2 MAX	.0000
	2 MIN	.0000
6	3 MAX	-.6313
	3 MIN	-1.6304
6	4 MAX	-.3968
	4 MIN	-.3968
6	5 MAX	0.
	5 MIN	0.
6	1 MAX	-31.4637
	1 MIN	-31.4637
6	2 MAX	.0000
	2 MIN	.0000
6	3 MAX	-.6313
	3 MIN	-1.6304
6	4 MAX	-.3968
	4 MIN	-.3968
6	5 MAX	0.
	5 MIN	0.
7	1 MAX	-31.4648
	1 MIN	-31.4648
7	2 MAX	-.0000
	2 MIN	-.0000
7	3 MAX	-.6313
	3 MIN	-1.6304
7	4 MAX	-.3968
	4 MIN	-.3968
7	5 MAX	0.
	5 MIN	0.
9	1 MAX	31.4637
	1 MIN	31.4637
9	2 MAX	-.0000
	2 MIN	-.0000
9	3 MAX	-.6313
	3 MIN	-1.6304
9	4 MAX	-.3968
	4 MIN	-.3968
9	5 MAX	0.
	5 MIN	0.

...FRAME NO 1...
 TIME REQUIRED FOR STRESS COMPUTATION = 3.26

TIME LOG (SECONDS)

FORM FRAME DISPLACEMENTS.....	3.97
SOLVE STATIC LOAD CASES.....	.10
MODE SHAPES AND FREQUENCIES.....	.00
COMPUTE FRAME DISPLACEMENTS.....	.06
COMPUTE AND PRINT STRESSES AND DISPLS.	4.33
TOTAL TIME.....	8.52



Eq. en 1: $k_{11} - k_1 - k_2 = 0 \quad \Sigma F$

$k_{11} = k_1 + k_2$

Eq. en 2: $-K_{21} + k_2 = 0 \quad \Sigma F$

$K_{21} = +k_2$

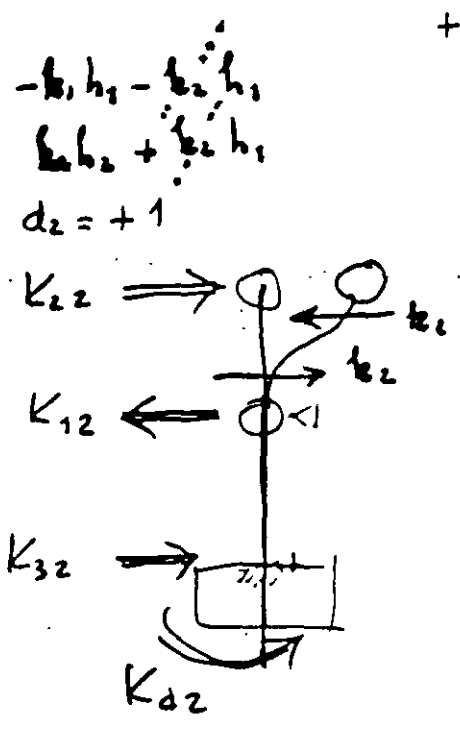
Eq. en 3: $-K_{31} + k_1 = 0 \quad \Sigma F$

$K_{31} = k_1$

Eq. en 4: ΣM

$+K_{41} - k_1 \times 0 = (k_1 + k_2)h_1 + k_2(h_1 + h_2) = 0$

$K_{41} = k_1 h_1 - k_2 h_2$



E 1: $-K_{12} + k_2 = 0$

$K_{12} = k_2$

E 2: $K_{22} - k_2 = 0$

$K_{22} = k_2$

E 3: $K_{32} = 0$

E 4: $K_{42} + k_2 h_1 - k_2(h_1 + h_2) = 0$

$K_{42} = k_2 h_2$

0.2 Sistemas de varios grados de libertad

Ecuaciones de equilibrio

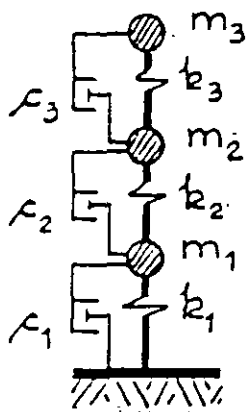
$$F_I + F_D + F_E = 0$$

$$F_I = M \ddot{U} = M \ddot{D} + \ddot{d}_s M J$$

$$F_D = C \dot{D}$$

$$F_E = K D$$

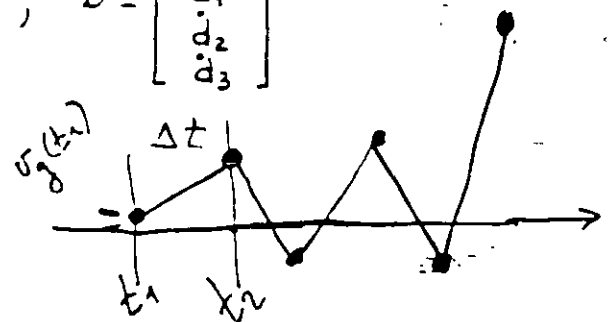
Para una estructura de tres grados de libertad :



$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} ; \quad \ddot{D} = \begin{bmatrix} \ddot{d}_1 \\ \ddot{d}_2 \\ \ddot{d}_3 \end{bmatrix} ; \quad J = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} ; \quad D = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2+c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} ; \quad \dot{D} = \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \end{bmatrix}$$



$$M \ddot{D} + C \dot{D} + K D = -\ddot{d}_s M J$$

En general es un sistema de n ecuaciones diferenciales acopladas.

Método de superposición modal.

$$M \ddot{D} + C \dot{D} + K D = -\ddot{d}_\lambda M J$$

Haciendo

$$D = \Phi Q$$

$$\dot{D} = \Phi \dot{Q}$$

$$\ddot{D} = \Phi \ddot{Q}$$

$$M \Phi \ddot{Q} + C \Phi \dot{Q} + K \Phi Q = -\ddot{d}_\lambda M J$$

Premultiplicando por Φ^T

$$\Phi^T M \Phi \ddot{Q} + \Phi^T C \Phi \dot{Q} + \Phi^T K \Phi Q = -\ddot{d}_\lambda \Phi^T M J$$

Como $\Phi^T M \Phi = I$, $\Phi^T C \Phi = [2\zeta_j w_j]$, $\Phi^T K \Phi = \Omega_j^2$, la ecuación anterior representa un arreglo de n ecuaciones desacopladas, semejantes a la de equilibrio de un sistema de un grado de libertad, la j -ésima se escribe

$$\ddot{Q}_j + 2\zeta_j w_j \dot{Q}_j + w_j^2 Q_j = -\ddot{d}_\lambda \xi_j$$

cuya solución se puede obtener en forma semejante al procedimiento establecido para sistemas de un grado de libertad.

$$M = \begin{bmatrix} 3,557 & 0 & 0 \\ 0 & 3,557 & 0 \\ 0 & 0 & 29,647 \end{bmatrix} \quad [kgf, m]$$

$$\text{Det} [K - \omega^2 M] = 0$$

$$\text{Det} \begin{bmatrix} X & Y & \Theta \\ \begin{bmatrix} 5'902,887 - \omega_x^2 3,557 & 0 & 0 \\ 0 & 2'125,039 - \omega_y^2 3,557 & 0 \\ 0 & 0 & 87'126,606 - \omega_\theta^2 29,647 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = 0$$

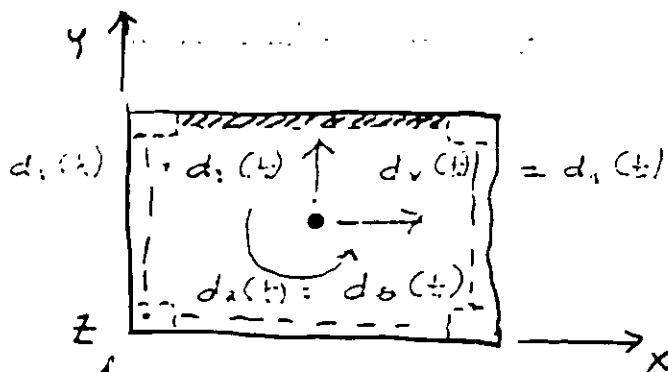
Están desacoplados los movimientos en x , y y θ .

En x : $\omega_x^2 = \frac{5'902,887}{3,557} = 1,659.58$; $\omega_x = \textcircled{2} 40.74 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$; $T_x = 0.154 \text{ seg}$

En y : $\omega_y^2 = \frac{2'125,039}{3,557} = 597.42$; $\omega_y = \textcircled{1} 24.44 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$; $T_y = 0.257 \text{ seg}$

En θ : $\omega_\theta^2 = \frac{87'126,606}{29,647} = 2,938.8$; $\omega_\theta = \textcircled{1} 54.21 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$; $T_\theta = 0.116 \text{ seg}$

x : 2^{do} Modo Trasciñ $\phi_x = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$
 y : 1^{er} ~~modo~~ modo Trasciñ $\phi_y = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$
 θ : 3^{er} ~~modo~~ modo Rotaciñ $\phi_\theta = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$



$$J = \begin{Bmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 1 \end{Bmatrix}$$

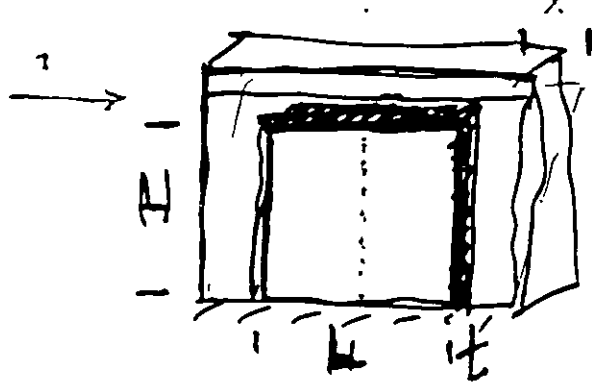
para cada modo
 m^* , k^* , L

caso adicional: con mm en 2x

$$k_{1x} \neq k_{2x}$$

$$k_{2x} = ?$$

2000/7

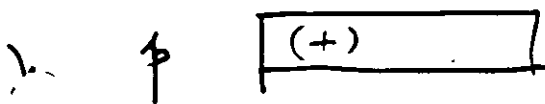
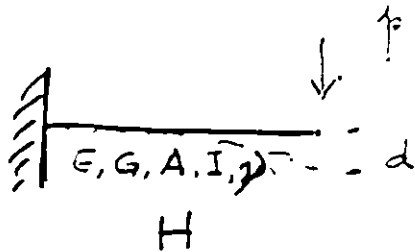


$$\frac{1}{x} = \frac{1}{r_m} + \frac{1}{r_m}$$

$$dm = dm_1 = d$$

$$r_m =$$

$$r_m = ?$$



$$1 \times d = \int_L \frac{M m}{EI} dx + \int_L \frac{V v}{GA_c} dx$$

$$= \frac{1}{EI} \int_L \left(\frac{PH}{H} \right) dx + \frac{1}{GA_c} \int_L \left(\frac{P}{H} \right) dx$$

$$= \frac{1}{3EI} H (-PH) (-H) + \frac{1}{GA_c} H (+P) (+1)$$

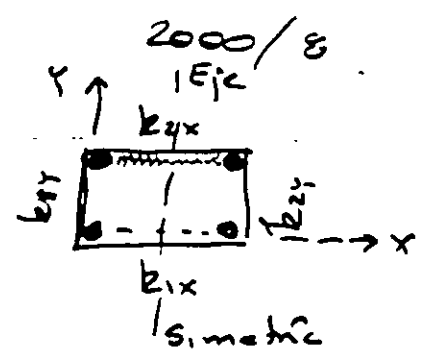
$$d = \frac{PH^3}{3EI} + \frac{PH}{GA_c}$$

$$I = \frac{tL^3}{12}; A_c = \frac{tL}{1.2}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$d = PH \left[\frac{H^2}{3E \frac{tL^3}{12}} + \frac{1}{\frac{E}{2(1+\nu)} \frac{tL}{1.2}} \right] = \frac{PH}{EtL} \left[\left(\frac{2H}{L} \right)^2 + \frac{2.4(1+\nu)}{2} \right]$$

$$d = \frac{PH}{EtL} \left[\left(\frac{2H}{L} \right)^2 + 2.4(1+\nu) \right]; r_m = \frac{EtL}{H} \left[\frac{1}{\left(\frac{2H}{L} \right)^2 + 2.4(1+\nu)} \right]$$

$$K = \begin{array}{c|cc} & X & Y & \Theta \\ \hline X & *_{xx} & 0 & \neq 0 \\ \hline Y & 0 & *_{yy} & 0 \\ \hline \Theta & \neq 0 & 0 & *_{\Theta\Theta} \end{array}$$


$$K = \begin{array}{c|cc} & X & \Theta & Y \\ \hline X & *_{xx} & \neq 0 & 0 \\ \hline \Theta & \neq 0 & *_{\Theta\Theta} & 0 \\ \hline Y & 0 & 0 & *_{yy} \end{array}$$

$$t = 15 \text{ cm}$$

$$G = 600 f_m^t$$

$$= 600 \times 15 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$G = 9,000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Tarea Resolverlo

- a. Sin muro } $\nu = 0.4$
b. Con muro }

sismo paralelo a X

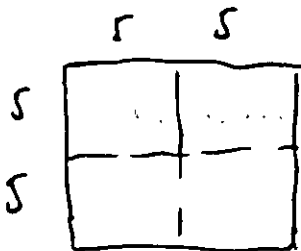
Espectro Pre.

K, M, ω^2, T, ϕ

L, S_u, f_{max}, D_{max}

M_{max} en col (0,0)

trab (0,0) (8,0)

$$\phi = \begin{array}{c|cc} & X & \Theta & Y \\ \hline X & 1 & 0 & 0 \\ \hline \Theta & 0 & 1 & 0 \\ \hline Y & 0 & 0 & 1 \end{array}$$


K, M, ω^2, T, ϕ

L, S_u, f_{max}, D_{max}

M, V, N col.



$$\text{Det}[K - \omega^2 M] = \text{Det} \left[\begin{array}{c|c|c} K_{xx} - \omega^2 m_x & K_{x\theta} & 0 \\ \hline K_{\theta x} & K_{\theta\theta} - \omega^2 m_\theta & 0 \\ \hline 0 & 0 & K_{yy} - \omega^2 m_y \end{array} \right] = 0$$

$$= \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} \text{---} & \text{---} \\ \hline \text{---} & \text{---} \end{array} \right]}_{\text{mov } x, \theta} \underbrace{(K_{yy} - \omega^2 m_y)}_{\text{mov } y} = 0$$

$$(a) \begin{bmatrix} \overset{A}{K_{xx} - \omega^2 m_x} & K_{x\theta} \\ \underset{C}{K_{\theta x}} & \underset{D}{K_{\theta\theta} - \omega^2 m_\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \phi \end{Bmatrix} = 0$$

$$(K_{xx} - \omega^2 m_x)(K_{\theta\theta} - \omega^2 m_\theta) - K_{\theta x} K_{x\theta} = 0$$

$$\omega_{1,2}^2 =$$

$$\omega_1 < \omega_2$$

$$\text{Sust } \omega_1^2 \text{ in (a)}$$

$$\begin{aligned} A \phi_1 + B \phi_2 &= 0, \quad A: \phi_1 = +1, \phi_2 = \dots \\ C \phi_1 + D \phi_2 &= 0, \quad A: \phi_1 = +1, \phi_2 = \dots \end{aligned} \quad \equiv$$

$$\text{Sust } \omega_2^2 \text{ in (a)}$$

equal.

$$\phi_1 \{ \}; \phi_2 \{ \}$$

RESUMEN ANALISIS SÍSMICO MODAL ESPECTRAL

$$M \ddot{D} + C \dot{D} + K D = \ddot{d}_0 M J$$

1. CONFIGURACIONES, FRECUENCIAS Y PERIODOS MODALES

$$K \Phi - \omega^2 M \Phi = 0 \quad \} \quad \Phi, \omega^2, T$$

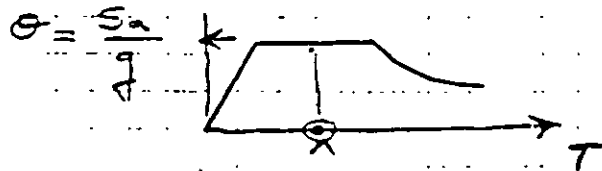
Stodola, Holzer, iteración matricial, etc.

2. FACTORES DE PARTICIPACION

$$\xi_j = \frac{\phi_j^T M J}{\phi_j^T M \phi_j}$$

3. ORDENADA ESPECTRAL MAXIMA DE CADA MODO

$$S_{aj} = \xi_j q$$



4. AMPLITUD MAXIMA DE CADA MODO

$$Q_{\max j} = \xi_j S_{aj} / \omega_j^2 = \xi_j \xi_j q / \omega_j^2$$

5. DESPLAZAMIENTOS MODALES MAXIMOS

$$D_{\max j} = Q_{\max j} \phi_j$$

6. SUPERPOSICION DE RESPUESTAS MODALES R_j

Si las frecuencias ω_j están bien diferenciadas entre sí:

$$R = [\sum R_j^2]^{1/2}$$

VLSA

VLCA

VFSA

VFCA

$$M \ddot{D} + C \dot{D} + K D = P - M J \ddot{d}_s$$

$$D = \phi q ; \dot{D} = \phi \dot{q} ; \ddot{D} = \phi \ddot{q}$$

$$\phi^T M \phi \ddot{q} + \phi^T C \phi \dot{q} + \phi^T K \phi q = \phi^T P - \phi^T M J \ddot{d}_s$$

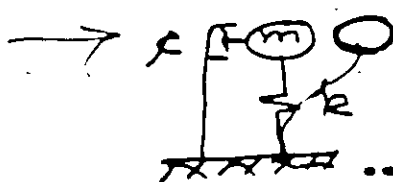
$$m^* \ddot{q} + c^* \dot{q} + k^* q = p^* - L \ddot{d}_s$$

$$m \ddot{d} + c \dot{d} + k d = p - m \ddot{d}_s$$

EXCITACIÓN: $p(t)$ viento, explosión, equipo.

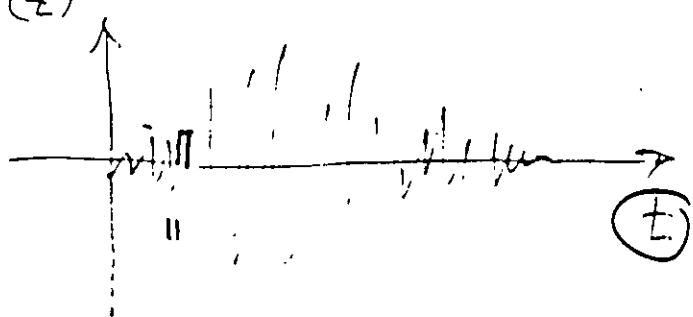
$$d(t) = \frac{1}{m\omega'} \int_0^t \hat{p}(\tau) e^{-\gamma\omega'(t-\tau)} \sin \omega'(t-\tau) d\tau$$

$\hat{p}(t) \rightarrow d(t)$

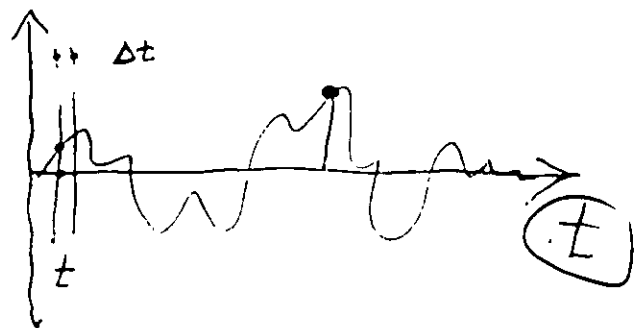


$$m \ddot{d}_s(\tau) \text{ sismo.}$$

$\ddot{d}_s(t)$



$d(t)$ $d, \dot{d}, \ddot{d}$



RESPUESTA PASO A PASO

β NEWMARK, $\oplus$ WILSON, RUNGE KUTTA

$$d(t) = \frac{1}{\omega'} \int_0^t \ddot{d}_s(z) \underbrace{e^{-\gamma \omega'(t-z)}}_{[1]} \underbrace{\sin \omega'(t-z)}_{[1]} dz$$

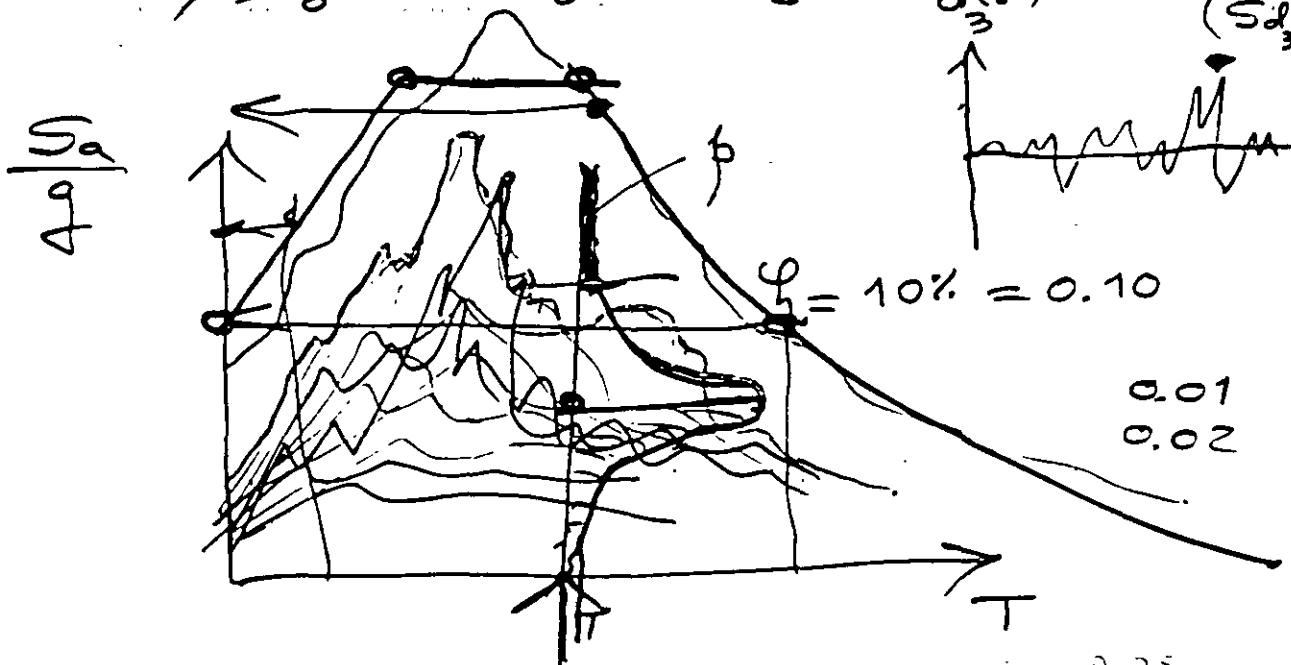
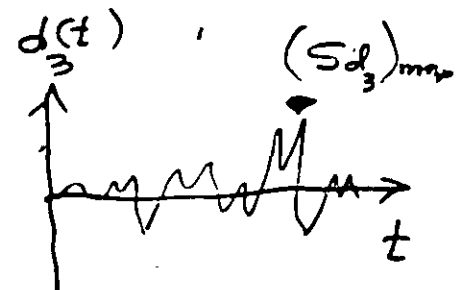
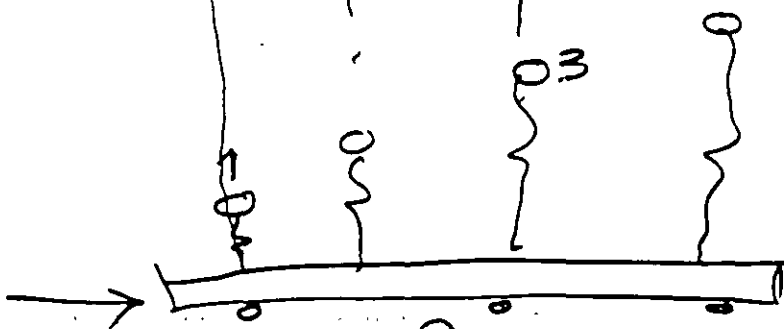
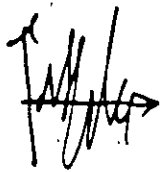
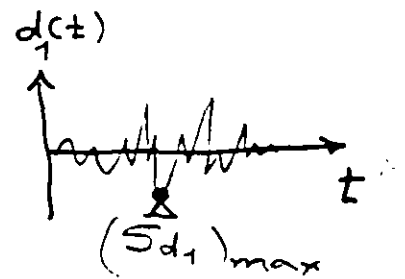
$\ddot{d}_s(z)$ [LT⁻²] $e^{-\gamma \omega'(t-z)}$ [1] $\sin \omega'(t-z)$ [1] dz [T]

$$d(t)]_{\max} = \frac{1}{\omega'} \bigvee_{\max} \left\{ \ddot{d}_s(t), \omega, \gamma, t \right\}$$

$$S_d = \frac{1}{\omega'} \quad S_v = \frac{1}{\omega^2} S_a$$



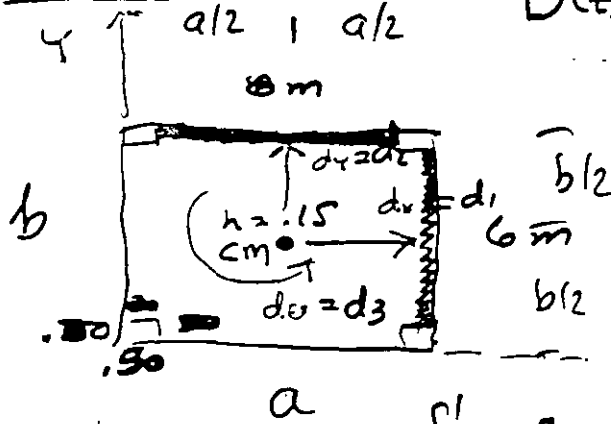
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$



EJEMPLO

$$D(t) = \begin{Bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \\ d_3(t) \end{Bmatrix}$$

2000/1



$$\begin{aligned} \text{long} & 6 \times 8 \times 1.5 \times 2.4 \\ \text{tr} & 2 \times (6 \times 8) \times 3 \times 6 \times 2.4 \\ \text{col} & 4 \times \frac{3 \times 3 \times 5 \times 2.4}{2} \end{aligned}$$

$$W_{cm} = 31540 \text{ kgf}$$

$$W_{cv} = 0.070 \times 8 \times 6 = 3360 \text{ kgf}$$

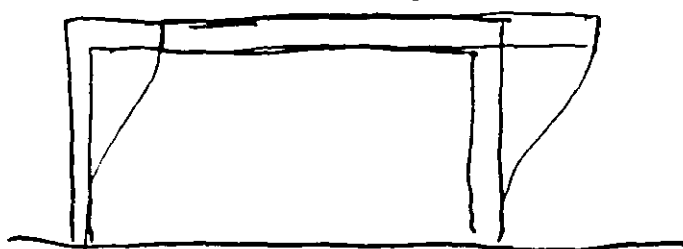
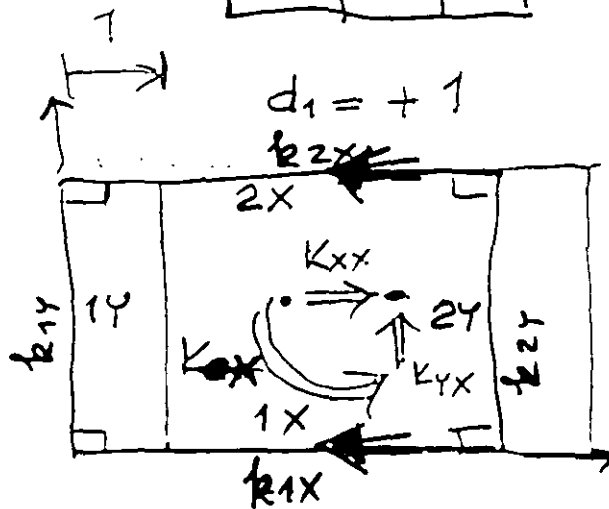
$$W = 34,900 \text{ kgf}$$

$$m_x = m_y = m = \frac{34900}{981}$$

$$m = 35.57 \frac{\text{kgf} \cdot \text{seg}^2}{\text{cm}}$$

$$I_r = m (6^2 + 8^2)$$

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_r \end{bmatrix} \end{matrix}$$



$$\sum F_x = 0 \quad k_{xx} - k_{1x} - k_{2x} = 0$$

$$k_{xx} = k_{1x} + k_{2x}$$

$$\sum F_y = 0 \quad k_{yx} + 0 = 0$$

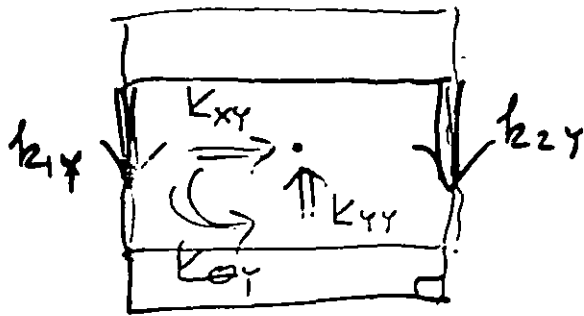
$$k_{yx} = 0$$

$$\sum M.F = 0 \quad k_{\theta x} - k_{1x} \frac{b}{2} + k_{2x} \frac{b}{2} = 0$$

$$k_{\theta x} = (k_{1x} - k_{2x}) \frac{b}{2}$$

$$d_z = d_y = +1$$

2000/5



$$\sum F_x = 0 \quad k_{xy} + 0 = 0$$

$$k_{xy} = 0$$

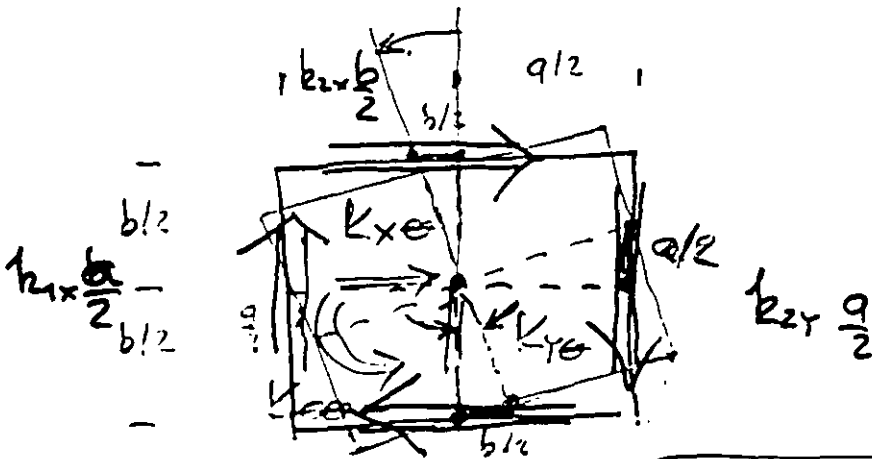
$$\sum F_y = 0 \quad k_{yy} - k_{1y} - k_{2y} = 0$$

$$k_{yy} = k_{1y} + k_{2y}$$

$$\sum M.F = 0 \quad k_{\theta y} + k_{1y} \frac{a}{2} - k_{2y} \frac{a}{2} = 0$$

$$k_{\theta y} = (k_{2y} - k_{1y}) \frac{a}{2}$$

$$d_z = d_y = +1$$



$$k_{x\theta} = (k_{1x} - k_{2x}) \frac{b}{2}$$

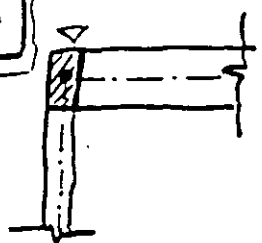
$$k_{y\theta} = (k_{2y} - k_{1y}) \frac{a}{2}$$

$$k_{1x} \frac{b}{2}$$

$$k_{\theta\theta} = (k_{1x} + k_{2x}) \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{2} + (k_{1y} + k_{2y}) \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}$$

$$K = \begin{array}{c|cc} & x & y & \theta \\ \hline x & 5'902,887 & 0 & 0 \\ y & 0 & 2'125,059 & 0 \\ \theta & 0 & 0 & 87'126,605 \end{array}$$

$$[kgf, m]$$



$$r_c = \frac{12 \cdot 10,000 \sqrt{200}}{330^3}$$

$$\frac{30 \times 50^3}{12}$$

$$= \frac{4,869,861}{330^2} \frac{kgf \cdot cm}{cm}$$

$$k_{xx} = 4 \times 14,757$$

$$= 14,757 \frac{kgf}{cm}$$

$$= 59,028 \frac{kgf}{cm}$$

Vibraciones libres no amortiguadas

$$M \ddot{D} + K D = 0$$

$$D = \Phi \sin \omega t$$

$$\ddot{D} = -\omega^2 \Phi \sin \omega t$$

$$K \Phi - \omega^2 M \Phi = 0$$

$$\boxed{[K - \omega^2 M] \Phi = 0}$$

Problema de valores y vectores característicos; su solución da, para cada modo, j , una configuración Φ_j y una frecuencia ω_j , con un período $T_j = 2\pi/\omega_j$

Propiedades:

$$\Phi^T M \Phi = I$$

$$\Phi_i^T M \Phi_j \begin{cases} \neq 0, i=j \\ = 0, i \neq j \end{cases}$$

$$\Phi^T C \Phi = \text{Diag} [2\psi_j \omega_j]$$

$$\Phi^T K \Phi = \Omega^2$$

Técnicas analíticas para resolver el problema de valores y vectores característicos.

- Ecuación característica
- Métodos de Stodola-Vianello, Newmark, Holzer
- Iteración matricial
- Programas de computadora

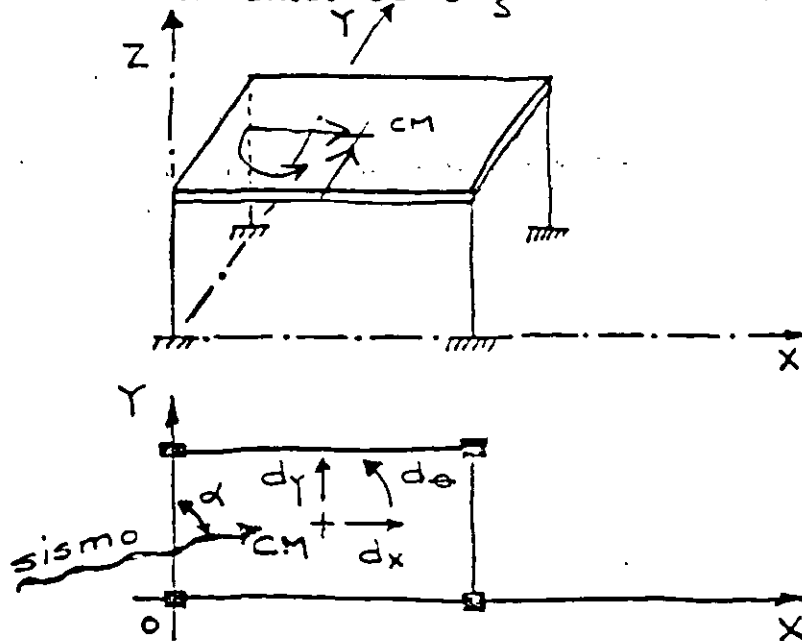
En la ecuación anterior

$\ddot{Q}_j$, $\dot{Q}_j$ y Q_j son los valores de la aceleración, velocidad y desplazamiento (en las llamadas coordenadas generalizadas), del modo j , los cuales son función del tiempo. L_j es el llamado factor de participación.

$$L_j = \phi_j^T M J, \text{ si } \phi_j^T M \phi_j = 1$$

$$L_j = \frac{\phi_j^T M J}{\phi_j^T M \phi_j} = \frac{\sum \phi_{ij} M_i}{\sum \phi_{ij}^2 M_i}, \text{ si } \phi_j^T M \phi_j \neq 1$$

En los casos de 3 grados de libertad por nivel:



$$J = \begin{bmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$L_j = \frac{\phi_j^T M J}{\phi_j^T M \phi_j}$$

si $\alpha = 90^\circ$, sismo en X,

$$L_j = \frac{\sum X_{ij} M_i}{\sum (X_{ij}^2 M_i + Y_{ij}^2 M_i + \Theta_{ij}^2 I_{pi})}$$

En péndulos invertidos:

$$L_j = \frac{\sum X_{ij} M_i}{\sum (X_{ij}^2 M_i + Y_{ij}^2 I_{pi})}$$

Al emplear como espectro de diseño uno de aceleraciones, la amplitud máxima para el modo j es

$$Q_{\max j} = \frac{L_j S_{a j}}{w_j^2} = \frac{L_j \sigma_j g}{w_j^2}$$

El desplazamiento máximo del modo j es:

$$D_{\max j} = Q_{\max j} \phi_j$$

Las correspondientes fuerzas de inercia, cortantes y momentos de volter resultan, respectivamente:

$$F_{\max j} = K D_{\max j}$$

$$V_{\max j} = S F_{\max j}$$

$$M_{\max j} = H V_{\max j}$$

donde K es la matriz de rigideces de la estructura,

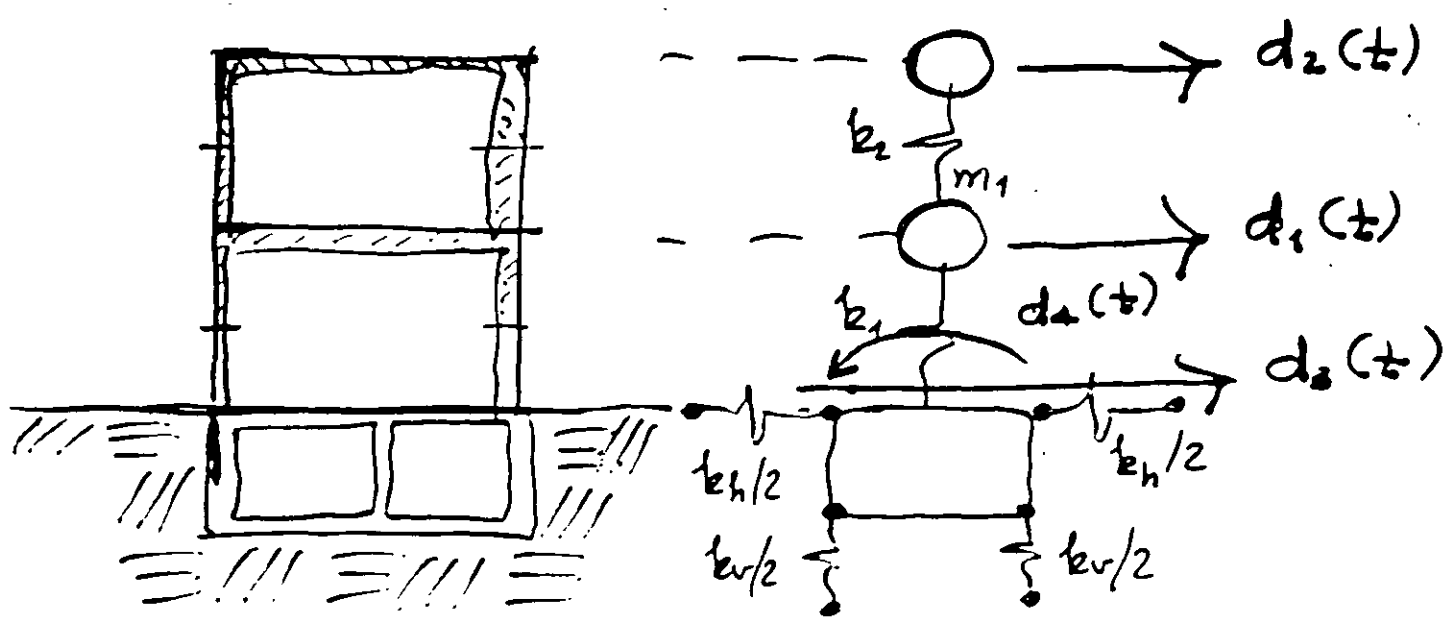
$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ 0 & h_2 & h_3 \\ 0 & 0 & h_3 \end{bmatrix}$$

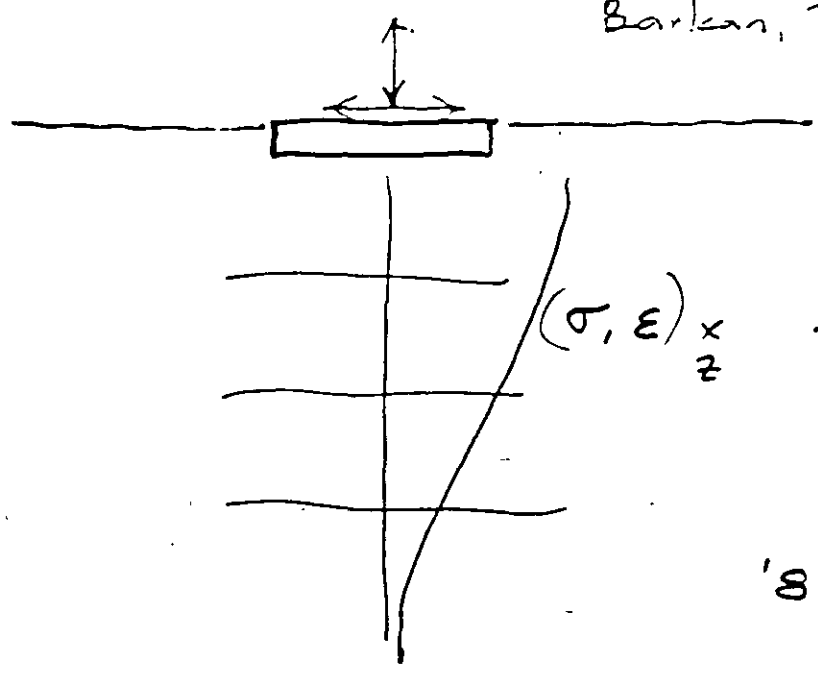
Superposición de Respuesta Modal, R_j , en la Respuesta Total, R

$$R = \left[\sum R_j^2 \right]^{1/2}$$

m_2 2000/10

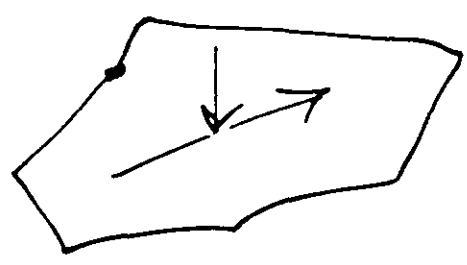


Barkun, Heterogeneous



k_s, h, v
Boussinesq
Frölich
Newmark

'85 { Casales B.I.
{ Borizon
{ Dany F.I.
{ Arrian



SMMS/SMIE
HP41 / Baric

Dobry & Gazetas



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO I: ANÁLISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

TEMA

**ANÁLISIS SISMICO DE EDIFICACIÓN CON FUNDAMENTOS EN EL
REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL D. F. (FCDF87)**

**EXPOSITOR: M. EN I. RAMON CERVANTES BELTRAN
PALACIO DE MINERIA
AGOSTO DEL 2001**

ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS CON FUNDAMENTO EN EL REGLAMENTO DE
CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL (RCDF87)

1. INTRODUCCION	1
2. MODELACION ESTRUCTURAL DE LAS EDIFICACIONES	3
3. PARAMETROS QUE DEFINEN LA MAGNITUD DE LAS FUERZAS SISMICAS	13
4. FUERZAS SISMICAS	38
5. FUERZAS SISMICAS EN ELEMENTOS ESTRUCTURALES RESISTENTES DE LAS EDIFICACIONES	58
6. EJEMPLOS DESARROLLADOS PASO A PASO	66

FIGURAS

1. INTRODUCCION

Uno de los temas del Curso Internacional de Ingeniería Sísmica que cada año organiza la División de Educación Continua de la Facultad de Ingeniería, UNAM, es la cuantificación de las fuerzas que un sismo de diseño le ocasiona a un edificio, de acuerdo con los métodos que recomienda algún código que refleje las experiencias del comportamiento de tales edificaciones ante la ocurrencia sistemática de dichos fenómenos naturales de magnitudes significativas, como es el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal vigente (RCDF87).

El hablar de edificios implica una geometría muy especial (trabes, columnas, muros, losas, etc.) construida con determinados materiales (concreto, acero, mampostería, etc.) que durante su vida útil va a estar sometida a una serie de solicitaciones que tiene que resistir, entre las que se cuenta las debidas a los sismos. Durante el desarrollo de la tecnología que conduce a construir edificaciones seguras y económicas, el ingeniero ha desarrollado una serie de métodos que involucran los conceptos señalados (geometría, material y cargas), que en conjunto conducen al concepto de estructura; y, desde luego, que el concepto de cargas, a medida que se define con mayor precisión se tiene que relacionar cada vez mas con los otros dos (geometría y material).

El tratar de cuantificar a uno (fuerzas) de los tres conceptos que definen a las estructuras (geometría, material y fuerzas) independientemente de los modelos estructurales del cual forman parte, es prácticamente imposible sin involucrar hipótesis simplificadoras que necesariamente deben conducir a resultados conservadores.

Los métodos basados en hipótesis simplificadas y modelos estructurales simplificados se utilizaron con mucha frecuencia cuando la herramienta para operarlos consistía únicamente, en calculadora, papel y lápiz. Todavía existen algunos métodos y modelos que aún se utilizan tanto con las herramientas originales como con las computadoras. Es necesario aclarar que la programación de estos métodos es menos integral que los que se desarrollaron para ser utilizados con una computadora.

En este tema se presentan los conceptos que permiten aplicar los métodos que el RCDF87 recomienda para la cuantificación de las fuerzas que un sismo de diseño le ocasiona a un edificio, a fin de determinar los elementos mecánicos y cinemáticos que dicho sismo de diseño provoca y poder así determinar los estados límites de falla y de servicio que el mismo RCDF87 establece para lograr un diseño racional de dichas edificaciones.

2. MODELACION ESTRUCTURAL DE LAS EDIFICACIONES

De acuerdo con el análisis estructural, que es la teoría que involucra a los conceptos de geometría, material y cargas con las leyes de la mecánica newtoniana, se pueden construir modelos que son extraordinariamente simples o bien extraordinariamente refinados, según la herramienta de trabajo (calculadora, computadora, etc) de que se disponga para su manejo. Desde luego que los modelos refinados (grandes geometrías, fuerzas dinámicas, no linealidad geométrica, no linealidad del material, etc.) implican, necesariamente, el uso de la computadora.

Art 189 del RCDF87 establece que: "Las fuerzas internas (elementos mecánicos) y las deformaciones (elementos cinemáticos) producidas por las acciones se determinarán mediante un análisis estructural realizado con un método reconocido que tome en cuenta las propiedades de los materiales ante el tipo de cargas que se consideren".

Las normas técnicas complementarias (NTC) para diseño y construcción de estructuras de concreto y de estructuras metálicas del RCDF87, establecen que dichas estructuras se pueden analizar con métodos que supongan un comportamiento elástico, lineal.

Con base en lo anterior el RCDF87 permite utilizar el modelo mas simple del análisis estructural: Material elástico lineal (material de Hooke), desplazamientos pequeños (tensor de deformaciones infinitesimales), que es un modelo matemático lineal basado en la teoría de la elasticidad lineal y la teoría de la mecánica de materiales.

2.1 Representación esquemática

A fin de tener una referencia de los elementos que definen a un edificio, en la Fig 2.1 se representa, de manera esquemática, a los siguientes elementos.

2.1.1 Elementos de la superestructura

De acuerdo con la Fig 2.1 los elementos que conforman a la superestructura son aquéllos que sobresalen del suelo en el que se apoya el edificio, y son:

- a) Trabes (elementos barra tridimensionales contenidos en planos horizontales denominadas losas).
- b) Columnas (elementos barras tridimensionales contenidos en planos verticales).
- c) muros (elementos sólidos tridimensionales contenidos en uno solo o en varios planos verticales).
- d) Losas (Elementos tridimensionales contenidos en planos horizontales, idealizados ya como diafragmas flexibles o bien como diafragmas rígidos).

Los elementos de la superestructura se construyen con materiales especificados y controlados por el ingeniero.

2.1.2 Elementos del suelo

El soporte de la estructura lo constituye el suelo, material de dos fase (fase sólida, denominada esqueleto, y fase fluída, generalmente agua y gas) construido de manera natural, por lo que el ingeniero ha desarrollado la tecnología apropiada para su modelación.

2.1.3 Elementos de la cimentación

Los elementos de la cimentación se construyen con materiales especificados y controlados por el ingeniero y pueden ser los siguientes.

- a) Contratraveses (elementos barra tridimensionales contenidos en planos horizontales denominadas losas de cimentación, travas de liga, etc.).
- b) Zapatas aisladas o corridas (losas y contratraveses).
- c) Muros verticales contenidos en planos verticales.
- d) Losas y cascarones (elementos tridimensionales contenidos en una superficie).
- e) Pilas y pilotes.

2.2 Elementos estructurales

Con base en los elementos estructurales de las edificaciones indicados de manera esquemática en la sección 2.1, en esta sección

se resumen los conceptos formales de tales elementos estructurales en relación con su participación en la construcción de las ecuaciones de equilibrio de la edificación.

El método mas versatil y poderoso para formular, resolver y manejar las ecuaciones de equilibrio de las estructuras, es el método de las rigideces o de los desplazamientos (para los elementos barras, asociados a las estructuras esqueléticas o marcos) y el método del elemento finito en su formulación de los desplazamientos (para los elementos sólidos bidimensionales, placas planas y cascarones de las estructuras denominadas continuas). La versatilidad y poderío de los métodos anteriores están asociados a su adecuación al uso de las computadoras.

Las ecuaciones de equilibrio de los elementos estructurales se establecen en términos de los puntos nodales que se requieren para definir su geometría. A los puntos nodales de cada elemento finito le corresponden diferentes grados de libertad (número de componentes de desplazamiento lineales y angulares).

Para el caso de fuerzas estáticas, las ecuaciones de equilibrio de cada elemento estructural se puede escribir, de manera general, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\bar{F}^e &= \bar{F}^0 + \bar{K}\bar{U} \\ &= \bar{F}^0 + \bar{F}^u\end{aligned}\tag{2.1}$$

donde los vectores y la matriz de la ecuación anterior están asociados a los elementos mecánicos y cinemáticos de los puntos nodales del elemento estructural, y los nombres mas comunes que reciben son los siguientes.

$$\begin{aligned}\bar{F}^e &= \text{Vector de fuerzas equilibrantes} \\ \bar{F}^0 &= \text{Vector de fuerzas de empotramiento} \\ \bar{F}^u &= \bar{K}\bar{U} = \text{Vector de fuerzas de desplazamiento} \\ \bar{K} &= \text{Matriz de rigideces} \\ \bar{U} &= \text{Vector de desplazamientos}\end{aligned}\tag{2.2}$$

En las Ec 2.1 y 2.2 la magnitud y el número de los componentes de los vectores y de la matriz dependen del número de puntos nodales y de sus correspondientes grados de libertad que definen al elemento estructural.

2.2.1 Elementos barra

Son elementos tridimensionales para representar a trabes, columnas, contratraves, pilas y pilotes (Fig 2.2). Geométricamente bastan dos puntos nodales que definen un eje (casi siempre recto) y sus secciones transversales (casi siempre constantes y, por tanto, con una basta). Sus ecuaciones de equilibrio se obtienen con base en la teoría de la mecánica de materiales y para su integración no se requiere del método del elemento finito (MEF), para las barras de eje recto y sección constante. A cada punto nodal se le consideran seis grados de libertad, tres lineales y tres angulares. Se presentan caso particulares como son las barras planas con tres grados de libertad por nudo (dos lineales y un angular), las barras de retícula de entrepiso con tres grados de libertad por nudo (uno lineal y dos angulares), las barras de armaduras (barras axiales o barras doblemente articuladas) con tres (tridimensionales) y dos (bidimensionales) grados de libertad por nudo (que son desplazamientos lineales, ya que los angulares son linealmente dependientes por corresponder a articulaciones). En general, los vectores tienen seis componentes.

2.2.2 Elementos sólidos bidimensionales (muros planos)

Son elementos tridimensionales que únicamente pueden soportar cargas y desplazamientos contenidos en su superficie media (plana). Geométricamente se pueden definir mediante un triángulo (tres o mas puntos nodales) o un cuadrilátero (con cuatro o mas puntos nodales), según se indica en la Fig 2.2. A cada punto nodal normalmente se le asignan dos componentes de desplazamiento lineal. Las ecuaciones de equilibrio se establecen mediante alguna de las teorías de la mecánica del medio continuo (como la teoría de la elasticidad lineal) y para su solución se utiliza el MEF.

2.2.3 Elementos placas planas (losas)

Son elementos tridimensionales que generalmente se utilizan para soportar cargas transversales a su superficie media (plana). Geométricamente se pueden definir mediante un triángulo (tres o mas puntos nodales) o un cuadrilátero (con cuatro o mas puntos nodales), según se indica en la Fig 2.2. A cada punto nodal normalmente se le asignan tres componentes de desplazamiento (uno lineal y angulares). Las ecuaciones de equilibrio se establecen mediante alguna de las teorías de la mecánica del medio continuo (como la teoría de la elasticidad lineal) y para su solución se utiliza el MEF.

2.2.4 Elementos cascarones (muros tridimensionales)

Son elementos tridimensionales que generalmente se utilizan para soportar tanto cargas transversales a su superficie media (losa) como cargas contenidas en su superficie (membrana). Geométricamente se pueden definir mediante un triángulo (tres o mas puntos nodales)

o un cuadrilátero (con cuatro o mas puntos nodales), según se indica en la Fig 2.2. Además de los tres componentes de desplazamiento correspondientes a los elementos losas se le adicionan los tres desplazamientos del elemento membrana (dos lineales contenidos en su superficie y uno angular normal a su superficie). Las ecuaciones de equilibrio se establecen mediante alguna de las teorías de la mecánica del medio continuo (como la teoría de la elasticidad lineal) y para su solución se utiliza el MEF.

2.2.5 Diafragmas flexibles

Los diafragmas son elementos planos (en los edificios) que unen a varios elementos estructurales que los obliga a desplazarse en conjunto, como si fuera una membrana. Desde luego que existen desplazamientos relativos entre los elementos unidos por el diafragma. A cada punto nodal de los elementos estructurales contenido en el diafragma le corresponden dos desplazamientos lineales y un angular, que desde luego son independientes para cada punto nodal (Fig 2.2). Los diafragmas flexibles se modelan mediante el elemento finito cascarón del inciso 2.2.4.

2.2.6 Diafragmas rígidos

Cuando los desplazamientos relativos entre los elementos unidos por el diafragma (descrito en el inciso 2.2.5) son pequeños y se pueden considerar nulos, se dice que el diafragma es rígido y, por tanto, los desplazamientos de los puntos nodales contenidos en el diafragma son linealmente dependientes de los tres desplazamientos del diafragma (dos lineales y un angular). Desde luego que el número de desplazamientos independientes del diafragma rígido (únicamente tres, Fig 2.2)) resulta ser mucho menor que el correspondiente a los del diafragma flexible (seis por el número de puntos nodales contenidos en dicho diafragma).

2.3 Modelos estructurales

Con el ensamble de los elementos estructurales descritos en el inciso 2.2 se puede construir una gran variedad de modelos estructurales que se pueden utilizar en el análisis estructural de los edificios. Independientemente de los elementos estructurales que participen en su ensamble, las ecuaciones de equilibrio de los modelos estructurales sometidos a cargas estáticas resultan ser.

$$\bar{K}\bar{U} = \bar{F} \quad (2.3)$$

Los vectores y la matriz de los modelos estructurales dados por la Ec 2.3 se denominan.

El número de componentes de los vectores de la estructura (Ec 2.4)

$$\begin{aligned}
 \vec{U} &= \text{Vector de desplazamientos de} \\
 &\quad \text{la estructura (desconocido)} \\
 \vec{F} &= \text{Vector de fuerzas de la} \\
 &\quad \text{estructura (conocido)} \\
 \vec{K} &= \text{Matriz de rigideces de la} \\
 &\quad \text{estructura (conocida)}
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

es igual al número de componentes de desplazamiento (lineales y angulares) desconocidos, linealmente independientes, de los puntos nodales de la estructura (grados de libertad de la estructura). Los modelos estructurales mas comunes se describen a continuación.

2.3.1 Marcos tridimensionales

Es un modelo estructural formado exclusivamente con los elementos barras barra descritos en el inciso 2.2.1. Necesariamente debe contener barras tridimensionales, pero también pueden existir combinaciones de barras planas, barras de retícula de entrepiso y barras axiales.

2.3.2 Muros tridimensionales

Este modelo se construye con el ensamble de elementos sólidos bidimensionales (inciso 2.2.2), elementos placas planas (inciso 2.2.3) y elementos cascarones (inciso 2.2.4), según el tipo de carga que actúa en sus respectivas regiones.

2.3.3 Muromarcos tridimensionales

El modelo de muromarcos tridimensionales es una combinación de los modelos marcos tridimensionales y muros tridimensionales.

2.3.4 Marcos planos

Este modelo es un caso particular de los marcos tridimensionales y se obtiene mediante el ensamble de barras planas, por lo que su geometría y cargas están contenidas en un plano.

2.3.5 Muros planos

Este modelo es un caso particular de los muros tridimensionales y se obtiene mediante el ensamble de elementos sólidos bidimensionales, por lo que su geometría y cargas están contenidas en un plano.

2.3.6 Muromarcos planos

El modelo de muromarcos planos es una combinación de los modelos marcos planos y muros planos.

2.3.7 Rigideces de entrepiso (resortes)

Este modelo estructural únicamente sirve para simplificar el análisis de marcos planos ante fuerzas horizontales. Con algunas hipótesis simplificadoras se hace extensivo a muros planos y a muromarcos planos.

Como se muestra en la Fig 2.3, la estructura plana original (marco, muro o muromarco) se reemplaza por una estructura a base de resortes. La constante del resorte, denominada rigidez de entrepiso, se cuantifica de acuerdo con la siguiente expresión.

$$k_i = \frac{V_i}{\Delta u_i} = \text{Rigidez de entrepiso} \quad (2.5)$$

Los elementos de la Ec 2.5 se muestran en la Fig 2.8 y se definen como.

$$\begin{aligned} \Delta u_i &= \text{Desplazamiento relativo del } i\text{-ésimo entrepiso} \\ &= u_i - u_{i-1} \\ u_i &= \text{Desplazamiento horizontal del } i\text{-ésimo nivel} \\ u_{i-1} &= \text{Desplazamiento horizontal del } (i-1)\text{-ésimo nivel} \\ V_i &= \text{Fuerza cortante del } i\text{-ésimo entrepiso} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Desde luego que en la Ec 2.5 no se conocen los desplazamientos horizontales de los niveles y para cuantificar los valores de las rigideces de entrepiso se hacen hipótesis respecto a los desplazamientos angulares y fuerzas cortantes en los entrepisos y niveles adyacentes (como es el caso de las fórmulas de Wilbur).

Por supuesto que las rigideces de entrepiso se pueden cuantificar mediante el uso de la computadora al estimar las fuerzas horizontales que actúan en las estructuras planas, pero resulta mucho menos eficiente que utilizar los métodos de análisis que existen y que fueron diseñados para ser manejados por una computadora.

2.4 Modelos estructurales para el análisis de edificios ante fuerzas sísmicas

Un concepto básico para cuantificar las fuerzas sísmicas en las edificaciones es el modelo estructural utilizado. En este inciso se describen, de manera esquemática, los modelos estructurales que se utilizan en el análisis sísmico de las edificaciones.

2.4.1 Marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas flexibles

El modelo estructural del edificio se forma con los modelos estructurales correspondientes a marcos y muromarcos tridimensionales (incisos 2.3.1 y 2.3.3) unidos mediante un diafragma flexible (inciso 2.6), según se muestra en la Fig 2.4.

El número de ecuaciones de equilibrio está asociado a los componentes de desplazamiento (lineales y angulares) linealmente independientes de los puntos nodales del edificio, que aún para edificios relativamente pequeños resulta ser un número grande comparado con otros modelos. Este modelo puede provocar problemas de aproximación debido a que la modelación de la rigidez en el plano del diafragma resulta ser muy grande.

Desde luego que este modelo estructural únicamente se puede manejar con una computadora y se construye al utilizar los programas de propósitos generales basados en el MEF (NISA, SAP90, etc.).

2.4.2 Marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas rígidos

Algunos programas de propósitos generales basados en el MEF (SAP90) contemplan la posibilidad de hacer que puntos nodales contenidos en un diafragma sean linealmente dependientes respecto a un punto (centro de masas). Esto obliga a que cada diafragma tenga tres grados de libertad, lo que reduce significativamente el número de ecuaciones que genera el modelo del inciso anterior (inciso 2.4.1) y elimina los problemas de aproximación debido a las rigideces grandes en el plano del diafragma.

2.4.3 Subestructuras formadas con marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas rígidos (ETABS)

Existen programas de computadora de propósitos especiales (La sigla ETABS se refiere a: Extended Three dimensional Analysis of Building System) en los que se toma en cuenta las particularidades de los elementos que conforman a un edificio (muros, trabes, columnas, juntas, diafragma rígido).

La construcción de este modelo se basa en considerar a los marcos y muromarcos tridimensionales como una subestructura, según se observa en la Fig 2.5. De las ecuaciones de equilibrio de los

marcos y muromarcos tridimensionales se condensan las ecuaciones de los grados de libertad que no están asociados a los tres desplazamientos del diafragma rígido, mediante un triangulación parcial. El número de ecuaciones de equilibrio de este modelo es igual a tres veces el número de diafragmas rígidos, que es mucho menor que el modelo descrito en el inciso 2.4.1 y también menor que el del inciso 2.4.2 en caso de existir muros en el edificio.

Al considerar varias subestructuras unidas con el diafragma rígido, existen elementos que forman parte de dos o mas subestructuras que, desde luego, se proporcionan desplazamientos independientes, a menos que se establezca un criterio que reduzca este problema característico de este modelo. Otra forma de evitar este problema es considerar una sola subestructura que resulta del tamaño del edificio.

2.4.4 Subestructuras formadas con marcos y muromarcos planos unidos con diafragmas rígidos (TABS)

Este modelo corresponde a la versión original del modelo anterior (inciso 2.4.3) en donde se utilizan como subestructuras a las estructuras planas (marcos, muros y muromarcos), como se muestra en la Fig 2.6. La sigla TABS se refiere a: Three dimensional Analysis of Building System.

En este modelo siempre existe la incompatibilidad de los desplazamientos en los elementos comunes de las estructuras planas, a menos que se establezca un criterio que reduzca este problema.

2.4.5 Subestructuras formadas con rigideces de entrepiso (resortes) unidas con diafragmas rígidos

Este modelo es una simplificación del modelo anterior (inciso 2.4.4) en donde las subestructuras resultan ser las rigideces de entrepiso asociadas a cada muro o muromarco, según se indica en la Fig 2.7.

Las rigideces de entrepiso se consideran que están orientadas en dos direcciones ortogonales que forman dos modelos estructurales (unidireccionales) independientes, según se muestra en la Fig 2.9. Los grados de libertad de cada modelo estructural independiente están formados por los desplazamientos horizontales de cada diafragma en la dirección que le corresponde al modelo (el número de ecuaciones es igual al número de diafragmas rígidos).

Una vez calculadas las fuerzas sismicas asociadas a cada modelo unidireccional independiente, se procede a unir cada diafragma rígido aislado con las rigideces de entrepiso que les subyace y se le aplica la fuerza cortante de dicho entrepiso. La fuerza cortante es la que se distribuye entre las rigideces de entrepiso que subyacen al diafragma, al considerar el equilibrio de cada diafragma independiente de los demás.

Con la fuerza cortante que a cada rigidez de entrepiso le corresponde, se cuantifican las fuerzas sísmicas de cada nivel, que son las que se aplican a las estructuras planas correspondientes a las rigideces de entrepiso (marcos, muros o muromarcos).

2.4.6 Método simplificado del RCDF87

En este método, las Normas Técnicas Complementarias (NTC) para diseño y construcción de estructuras de mampostería establece que, es admisible considerar que la fuerza cortante que toma cada muro es proporcional a su área transversal e ignorar los efectos de torsión. Las fuerzas sísmicas con las que se obtienen las fuerzas cortantes se cuantifican de manera independiente del modelo estructural del edificio.

3. PARAMETROS QUE DEFINEN LA MAGNITUD DE LAS FUERZAS SISMICAS

A continuación se resumen los parámetros que el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF87) considera para cuantificar la magnitud de las fuerzas que un sismo de diseño ocasiona a una estructura.

3.1 Uso de las edificaciones

De acuerdo con el RCDF87 se tiene que:

Art 174. Para los efectos de este Título (VI, Seguridad estructural de las construcciones) las construcciones se clasifican en los siguientes grupos:

I. GRUPO A. Construcciones cuya falla estructural podría causar:

La pérdida de un número elevado de vidas, o

Pérdidas económicas o culturales excepcionalmente altas, o

Que constituyen un peligro significativo por contener sustancias tóxicas o explosivas,

Así como construcciones cuyo funcionamiento es esencial a raíz de una emergencia urbana como:

Hospitales y escuelas,

Estadios,

Templos,

Salas de espectáculos y hoteles que tengan salas de

reunión que pueden alojar mas de 200 personas;
Gasolinerías,
Depósitos de sustancias inflamables o tóxicas,
Terminales de transporte,
Estaciones de bomberos,
Subestaciones eléctricas y centrales telefónicas y de telecomunicaciones,
Archivos y registros públicos de especial importancia a juicio del DDF,
Museos,
Monumentos y
Locales que alojen equipo especialmente costoso

II. GRUPO B. Construcciones comunes destinadas a:

Vivienda,
Oficinas y locales comerciales,
Hoteles y
Construcciones comerciales e industriales no incluídas en el grupo A, las que se subdividen en:

- a) SUBGRUPO B1. Construcciones de más de 30 m de altura o con más de 6,000 m² de área total construida, ubicadas en las zonas I y II según se define en el artículo 175, y
Construcciones de más de 15 m de altura o 3,000 m² de área total construída, en zona III, y
- b) SUBGRUPO B2. Las demás de este grupo.

3.2 Coeficiente sísmico

De acuerdo con el RCDF87 se tiene:

Art 206. El coeficiente sísmico, c , es el cociente de la fuerza cortante horizontal que debe considerarse que actúa en la base de la construcción por efecto del sismo (V_0) entre el peso de ésta sobre dicho nivel (W_0).

Con este fin se tomará como base de la estructura el nivel a partir del cual sus desplazamientos con respecto al terreno circundante comienzan a ser significativos. Para calcular el peso total se tendrán en cuenta las cargas muertas y vivas que correspondan según los capítulos IV Y V de este Título (VI).

El coeficiente sísmico para las construcciones clasificadas como grupo B en el artículo 174 se tomarán los siguientes valores:

Zona No.	Coefficiente sísmico (c)
----------	--------------------------

I	0.16
---	------

II	0.32
----	------

III	0.40
-----	------

A menos que se emplee el método simplificado de análisis en cuyo caso se aplicarán los coeficientes que fijan las NTC, y a excepción de las zonas especiales en las que dichas NTC especifiquen otros valores de c.

Para las estructuras del Grupo A se incrementará el coeficiente sísmico en 50 por ciento.

De acuerdo con lo anterior se puede escribir

$$c = \frac{V_0}{W_0} = \text{Coeficiente sísmico}$$

donde:

$$V_0 = \sum_{i=1}^{No\ n\ l\ v} F_i = \text{Fuerza cortante en la base} \quad (3.1)$$

$$W_0 = \sum_{i=1}^{No\ n\ l\ v} W_i = \text{Pesc de la construcción}$$

F_i = Fuerza sísmica en el i-ésimo nivel

W_i = Peso de la construcción en el i-ésimo nivel

3.3 Zonificación sísmica

De acuerdo con el RCDF87 se tiene

Art 175. Para fines de estas disposiciones, el DF se considera dividido en las zonas I, II y III, dependiendo del tipo de suelo.

Las características de cada zona y los procedimientos para definir la zona que corresponde a cada predio se fijan en el capítulo VII (Diseño de cimentaciones) de este Título (VI. Seguridad estructural de las construcciones).

Art 219. Para fines de este Título (VI) el DF se divide en tres zonas con las siguientes características generales:

Zona I. LOMAS, formadas por rocas o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, pero en los que pueden existir, superficialmente o incrustados, depósitos arenosos en estado suelto o cohesivos relativamente blandos. En esta zona, es frecuente la presencia de oquedades en rocas y de cavernas y túneles excavados en suelos para explotar minas de arena.

Zona II. TRANSICION, en la que los depósitos profundos se encuentran a 20 m de profundidad o menos, y que está constituida predominantemente por estratos arenosos y limoarenosos intercalados con capas de arcilla lacustre; el espesor de éstas es variable entre decenas de centímetros y pocos metros, y

Zona III. LACUSTRE, integrada por potentes depósitos de arcilla altamente compresible, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Estas capas arenosas son de consistencia firme a muy dura y de espesores variables de centímetros a varios metros.

Los depósitos lacustras suelen estar cubiertos superficialmente por suelos aluviales y rellenos artificiales; el espesor de este conjunto puede ser superior a 50 m.

La zona a que corresponda un predio se determinará a partir de las investigaciones que se realicen en el subsuelo del predio objeto de estudio, tal y como lo establecen las NTC. En caso de construcciones ligeras o medianas, cuyas características se definirán en dichas normas (NTC para cimentaciones) podrá determinarse la zona mediante el mapa incluido en las mismas (ver fig 1 NTC para cimentaciones), si el predio está dentro de la porción zonificada; los predios ubicados a menos de 200 m de las fronteras entre dos de las zonas antes descritas se supondrán ubicados en la más desfavorable.

Art 220. La investigación del subsuelo del sitio mediante exploración de campo y pruebas de laboratorio debe ser suficiente para definir de manera confiable:

Los parámetros de diseño de la cimentación.
La variación de los mismos en la planta del predio.
Los procedimientos de construcción.
Además deberá ser tal que permita definir:

- I. En la zona I a que se refiere el artículo 219 del RCDF, si existen en ubicaciones de interés materiales sueltos superficiales, grietas, oquedades naturales o galerías de minas, y en caso afirmativo su apropiado tratamiento, y.
- II. En las zonas II y III del artículo mencionado en la fracción anterior, la existencia de restos arqueológicos, cimentaciones antiguas, grietas, variaciones fuertes de estratigrafía, historia de carga del predio o cualquier otro factor que pueda originar asentamientos diferenciales de importancia, de modo que todo ello pueda tomarse en cuenta en el diseño.

Las NTC para cimentaciones en su capítulo 2 (Investigaciones del subsuelo) establecen en la tabla I los requisitos mínimos para la investigación del subsuelo para las construcciones ligeras o medianas de poca extensión y con excavaciones someras, y para las construcciones pesadas, extensas o con excavaciones profundas.

Las NTC para sismo en su capítulo 3 (Espectros para diseño sísmico) establecen que el coeficiente, c , que se obtiene del Art 206 del RCDF87 salvo en la parte sombreada de la zona II (ver fig. 3.1 de dichas NTC) toma los siguientes valores:

$c = 0.4$ para las estructuras del grupo B, y

$c = 0.6$ para las estructuras del grupo A.

3.4 Condiciones de regularidad

De acuerdo con las NTC para el diseño por sismo, en su capítulo 6, para que una estructura pueda considerarse regular debe satisfacer los siguientes requisitos:

1. Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca a masas, así como a muros y otros elementos resistentes.
2. La relación de su altura a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5.
3. La relación de largo a ancho de la base no excede de 2.5.
4. En la planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se considera de la antrante o la saliente.
5. En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.

6. No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión en planta medida paralelamente a la dimensión que se considere de la abertura, las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren de posición de un piso a otro y el área total de aberturas no excede en ningún nivel de 20 por ciento del área de la planta.
7. El peso de cada nivel, que incluye la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que el del piso inmediato inferior ni, excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso.
8. Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que la del piso inmediato inferior ni menor que 70 por ciento de ésta. Se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción.
9. Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones ortogonales por diafragmas ortogonales y por trabes o losas planas.
10. La rigidez al corte de ningún entrepiso excede en más de 100 por ciento a la del entrepiso inmediatamente inferior.
11. En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente, e_s , excede del 10 por ciento de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.

NOTA: En el capítulo 4 (Reducción de fuerzas sísmicas) de las NTC para diseño por sismo (inciso 4.4.2 de estas notas) se especifica que: "... En el diseño sísmico de las estructuras que no satisfacen las condiciones de regularidad que fija la sección 6 de estas normas, se multiplicará por 0.8 el valor de Q' ."

3.5 Factor de comportamiento sísmico

De acuerdo con el RCDF87 se tiene que

Art 207. Cuando se aplique el método estático o un método dinámico para análisis sísmico, podrán reducirse con fines de diseño las fuerzas sísmicas calculadas, empleando para ello los criterios que las NTC, en función de las características estructurales y del terreno. Los desplazamientos calculados de acuerdo con estos métodos, empleando las fuerzas sísmicas reducidas, deben multiplicarse por el factor de comportamiento sísmico que marquen dichas Normas.

Los coeficientes que especifique las NTC para la aplicación del método simplificado de análisis tomarán en cuenta todas las reducciones que procedan por los conceptos mencionados. Por ello las fuerzas sísmicas calculadas por este método no deben sufrir reducciones adicionales.

De acuerdo con las NTC para sismo del RCDF87 en su capítulo 5, los valores de los factores del comportamiento sísmico, Q , se especifican a continuación:

I. Se usará $Q=4$ cuando se cumplan los requisitos siguientes:

1. La resistencia en todos los entrepisos es suministrada exclusivamente
Por marcos no contraventeados de acero o concreto reforzado, o bien
Por marcos contraventeados o con muros de concreto reforzado en los que en cada entrepiso los marcos son capaces de resistir, sin contar muros ni contravientos, cuando menos 50 por ciento de la fuerza sísmica actuante.
2. Si hay muros ligados a la estructura en la forma espocificada en el caso I del artículo 204 del RCDF87, éstos se deben tener en cuenta en el análisis, pero su contribución a la capacidad ante fuerzas laterales sólo se tomará en cuenta si estos muros son de piezas macizas, y los marcos, sean o no contraventeados, y los muros de concreto reforzado son capaces de resistir al menos 80 por ciento de las fuerzas laterales totales sin la contribución de los muros de mampostería.
3. El mínimo cociente de la capacidad resistente de un entrepiso entre la acción de diseño no difiera en más de 35 por ciento del promedio de dichos cocientes para todos los entrepisos. Para verificar el cumplimiento de este requisito, se calculará la capacidad resistente de cada entrepiso teniendo en cuenta todos los elementos que puedan contribuir a la resistencia, en particular los muros que se hallen en el caso I a que se refiere el artículo 204 del Reglamento.
4. Los marcos y muros de concreto reforzado cumplen con los requisitos que fijan las normas técnicas complementarias correspondientes para marcos y muros dúctiles.
5. Los marcos rígidos de acero satisfacen los requisitos para marcos dúctiles que fijan las normas técnicas complementarias correspondientes.

- II. Se adoptará $Q=3$ cuando se satisfacen las condiciones 2,4 y 5 del caso I y en cualquier entrepiso dejan de satisfacerse las condiciones 1 ó 3 especificadas para el caso I pero la resistencia en todos los entrepisos es suministrada:

Por columnas de acero o de concreto reforzado con losas planas,
Por marcos rígidos de acero,
Por marcos de concreto reforzado,
Por muros de concreto reforzado,
Por combinaciones de muros de concreto reforzado y por marcos o por diafragmas de madera contrachapada.

Las estructuras con losas planas deberán cumplir los requisitos que sobre el particular marcan las normas técnicas complementarias para estructuras de concreto.

- III. Se usará $Q=2$ cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada

Por losas planas con columnas de acero o de concreto reforzado,
Por marcos de acero o de concreto reforzado, contraventeados o no,
Por muros o columnas de concreto reforzado,

que no cumplen en algún entrepiso lo especificado por los casos I y II de esta sección, o

Por muros de mampostería de piezas macizas confinados por castillos, dadas, columnas o trabes de concreto reforzado o de acero que satisfacen los requisitos de las normas técnicas complementarias respectivas, o diafragmas contraventeados con duelas inclinadas o por sistemas de muros formados por duelas de madera horizontales o verticales combinados con elementos diagonales de madera maciza.

También se usará $Q=2$ cuando la resistencia es suministrada por elementos de concreto prefabricado o presforzado, con la excepciones que sobre el particular marcan las normas técnicas complementarias para estructuras de concreto.

- IV. Se usará $Q=1.5$ cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada en todos los entrepisos

Por muros de mampostería de piezas huecas, confinados o con refuerzo interior, que satisfacen los requisitos de las normas técnicas complementarias respectivas, o
Por combinaciones de dichos muros con elementos como los descritos para los casos II y III, o por marcos y armaduras de madera.

V. Se usará $Q=1$ en estructuras cuya resistencia a fuerzas laterales es suministrada al menos parcialmente por elementos o materiales de los arriba especificados, a menos que se haga un estudio que demuestre, a satisfacción del Departamento del Distrito Federal, que se puede emplear un valor más alto que el que aquí se especifica.

En todos los casos se usará para toda la estructura en la dirección de análisis el valor mínimo de Q que corresponde a los diversos entrepisos de la estructura en dicha dirección.

El factor Q puede diferir en las dos direcciones ortogonales en que se analiza la estructura, según sean las propiedades de ésta en dichas direcciones.

3.5.1 Condiciones para marcos dúctiles de concreto

Con base en los puntos I.4 y II del inciso 3.5, se reproduce el Capítulo 5, Marcos dúctiles, de las NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87.

3.5.1.1 Requisitos generales

Los requisitos de este capítulo se aplican a marcos colados en el lugar, diseñados por sismo con un factor de comportamiento sísmico, $Q=4$. También se aplican a los marcos de estructuras coladas en el lugar diseñadas con $Q=4$, formadas por marcos y muros de concreto reforzado que cumplan con el inciso 4.5.2 (de las NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87), que debe incluir el inciso b) de esa sección, o marcos y contravientos que cumplan con el inciso 4.6 (de las NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87), en las que la fuerza cortante resistida por los marcos sea, al menos, el 50 por ciento de la total y, asimismo, a los marcos de estructuras coladas en el lugar, diseñadas con $Q=3$ y formadas por marcos y muros o contravientos que cumplan con el inciso 4.5.2 (de las NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87), que debe incluir el inciso b) de esa sección, o marcos y contravientos que cumplan con el inciso 4.5.2 (de las NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87), que debe incluir el inciso b) de esa sección, o el inciso 4.6 (de las NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87), en las que la fuerza cortante resistida por los marcos sea menor que el 50 por ciento de la total. En todos los casos anteriores, los requisitos se aplican también a los elementos estructurales de la cimentación.

Sea que la estructura esté formada sólo de marcos o de marcos y muros o contravientos, ningún marco se debe diseñar para resistir una fuerza cortante horizontal menor que el 25 por ciento de la que le correspondería si trabajara aislado del resto de la estructura.

La resistencia especificada del concreto, f'_c , no debe ser menor de 200 kg/cm².

Las barras de refuerzo deben ser corrugadas de grado no mayor que el 42 y deben cumplir con los requisitos de las normas NOM-B6. Además, las barras longitudinales de vigas y columns deben tener fluencia definida, bajo un esfuerzo que no exceda al esfuerzo de fluencia especificado en mas de 1300 kg/cm², y su resistencia real debe ser, al menos, igual a 1.25 veces su esfuerzo real de fluencia.

Se deben aplicar las disposiciones de estas normas (NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87) que no se modifiquen en este capítulo.

3.5.1.2 Miembros a flexión

Los requisitos de este inciso se aplican a miembros principales que trabajan esencialmente a flexión. Se incluyen vigas y aquellas columns con cargas axiales pequeñas, tales que.

$$P_u \leq 0.1A_g f'_c \quad (3.2)$$

3.5.1.2.1 Requisitos geométricos

- a) El claro libre no debe ser menor que cuatro veces el peralte efectivo.
- b) En sistemas de viga y losa monolítica, la relación entre la separación de apoyos que eviten el pandeo lateral y el ancho de la viga no debe exceder de 30.
- c) La relación entre el peralte y ancho no debe ser mayor que 3.
- d) El ancho de la viga no debe ser menor de 25 cm, ni debe exceder al ancho de las columns a las que llega.
- e) El eje de la viga no debe separarse horizontalmente del eje de la columna mas de un décimo de la dimensión transversal de la columna normal a la viga.

3.5.1.2.2 Refuerzo longitudinal

En toda sección se debe disponer de refuerzo tanto en el lecho inferior como en el superior. En cada lecho el área de refuerzo no debe ser menor que.

$$0.7 \sqrt{f'_c} \frac{bd}{f_y} \quad (3.3)$$

y debe constar, al menos, por dos barras corridas de 12.7 mm de diámetro (No 4). El área de acero a tensión no debe exceder del 75 por ciento de la correspondiente a la falla balanceada de la sección.

El momento resistente positivo en la unión con un nudo no debe ser menor que la mitad del momento resistente negativo que se suministre en esa sección. En ninguna sección a lo largo del miembro el momento resistente negativo, ni el resistente positivo, deben ser menores que la cuarta parte del máximo momento resistente que se tenga en los extremos.

En las barras para flexión se permiten traslapes solo si en la longitud del traslape se suministra refuerzo transversal de confinamiento (refuerzo helicoidal o estribos cerrados); el paso o la separación de este refuerzo no debe ser mayor que $0.25d$, ni que 10 cm. Las uniones por traslapes no se permiten en los casos siguientes:

- a) Dentro de los nudos
- b) En una distancia de dos veces el peralte del miembro, medida desde el paño del nudo, y
- c) En aquellas zonas donde el análisis indique que se forman articulaciones plásticas.

Con el refuerzo longitudinal pueden formarse paquetes de dos barras cada uno.

Se permiten uniones soldadas o con dispositivos mecánicos, que cumplan con los requisitos del inciso 3.9 (NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87), a condición de que en toda sección de unión, cuando mucho, se unan barras alternadas y que las uniones de barras adyacentes no disten entre sí menos de 60 cm en la dirección longitudinal del miembro.

3.5.1.2.3 Refuerzo transversal para confinamiento

Se deben suministrar estribos cerrados de, al menos, 7.9 mm de diámetro (No 2.5) que cumplan con los requisitos de los párrafos que siguen, en las zonas siguientes:

- a) En cada extremo del miembro sobre una distancia de dos peraltes medida a partir del paño del nudo, y
- b) En la porción del elemento que se halle a una distancia igual a dos peraltes ($2h$) de toda sección donde se suponga, o el análisis lo indique, que se va a formar una articulación plástica (si la articulación se forma en una sección intermedia, los dos peraltes se deben tomar a cada lado de la sección).

El primer estribo se debe colocar a no mas de 5 cm de la cara del miembro de apoyo. La separación de los estribos no debe exceder los valores siguientes:

- a) 0.25 d
- b) Ocho veces el diámetro de la barra longitudinal mas delgada
- c) 24 veces el diámetro de la barra del estribo
- d) 30 cm.

Los estribos a que se refiere esta sección deben ser cerrados, de una pieza, y deben rematar en una esquina con dobleces de 135 grados, seguidos de tramos rectos de no menos de 10 diámetros de largo. En cada esquina del estribo debe quedar, al menos, una barra longitudinal. Los radios de doblez deben cumplir con los requisitos del inciso 3.8 (NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87). La localización del reamte del estribo debe alternarse uno a otro.

En las zonas definidas en el primer párrafo de esta sección, las barras longitudinales de la periferia deben tener soporte lateral que cumpla con el inciso 3.3 (NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87).

Fuera de las zonas definidas en el primer párrafo de esta sección, la separación de los estribos no debe ser mayor que 0.5d a todo lo largo. En toda la viga la separación de estribos no debe ser mayor que la requerida por fuerza cortante.

3.5.1.2.4 Requisitos para fuerza cortante

Los elementos que trabajan principalmente a flexión se deben dimensionar de manera que no se presente falla por cortante antes que puedan formarse las articulaciones plásticas en sus extremos. Para ello, la fuerza cortante de diseño se obtiene del equilibrio del miembro entre caras de apoyo; se debe suponer que en los extremos actúan momentos del mismo sentido valuados con las propiedades del elemento en esas secciones, sin factores de reducción, y con el esfuerzo en el acero de tensión, al menos, igual a 1.25 f. A lo largo del miembro deben actuar las cargas correspondientes multiplicadas por el factor de carga.

Como opción, pueden dimensionarse con base en la fuerza cortante de diseño obtenida del análisis, si el factor de resistencia F_s , se le asigna un valor de 0.6, en lugar de 0.8.

El refuerzo para fuerza cortante debe estar formado por estribos verticales cerrados de una pieza, de diámetro no menor de 7.9 mm (No 2.5), rematados como se indica en el inciso 3.5.1.2.3.

3.5.1.3 Miembros a flexocompresión

Los requisitos de esta sección se aplican a miembros en los que la carga axial de diseño sea tal que.

$$P_u > 0.1A_g f'_c \quad (3.4)$$

3.5.1.3.1 Requisitos geométricos

- a) La dimensión transversal mínima no debe ser menor que 30 cm.
- b) El área A_g , debe cumplir con la condición.

$$A_g \geq \frac{P_u}{0.5f'_c} \quad (3.5)$$

- c) La relación entre la menor dimensión transversal y la dimensión transversal perpendicular no debe ser menor que 0.4.
- d) La relación entre la altura libre y la menor dimensión transversal no debe exceder de 15.

3.5.1.3.2 Resistencia mínima a flexión

Las resistencias a flexión de las columnas en un nudo deben satisfacer la siguiente condición.

$$\sum M_c \geq 1.5 \sum M_f$$

donde:

$$\sum M_c = \text{Suma de los momentos resistentes de diseño de las columnas que llegan a ese nudo, referidas al centro del nudo} \quad (3.6)$$

$$\sum M_f = \text{Suma de los momentos resistentes de diseño de las vigas que llegan al nudo, referidas al centro de éste}$$

Las sumas anteriores deben realizarse de modo que los momentos de las columnas se opongan a los de las vigas. La condición debe cumplirse para los dos sentidos en que puede actuar el sismo.

Al calcular la carga axial de diseño para la cual se valúe el momento resistente, M_u , de una columna, la fracción de dicha carga debida al sismo se debe tomar igual al doble de la calculada, cuando esto conduzca a un momento resistente menor. En tal caso, la columna se debe dimensionar al tomar en cuenta el incremento de carga mencionada. El factor de resistencia por flexocompresión se debe tomar igual a 0.8.

Como opción, las columnas pueden dimensionarse con los momentos y fuerzas axiales de diseño obtenidos del análisis, si el factor de resistencia por flexocompresión se le asigna el valor de 0.6.

3.5.1.3.3 Refuerzo longitudinal

La cuantía del refuerzo longitudinal, p , debe satisfacer la siguiente condición.

$$0.01 \leq p \leq 0.04 \quad (3.7)$$

Solo se deben formar paquetes de dos barras.

El traslapa de barras longitudinales solo se permite en la mitad del elemento; estos traslapes deben cumplir con los requisitos del inciso 3.9 (NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87). Las uniones soldadas o con dispositivos mecánicos que cumplan con los requisitos del inciso 3.9 (NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87), pueden usarse en cualquier localización con tal de que en una misma sección cuando mas se unan barras alternadas y que las uniones de barras adyacentes no disten entre si menos de 60 cm en la dirección longitudinal del miembro.

El refuerzo longitudinal debe cumplir con las disposiciones del inciso 3 (NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87) que no se modifican en este inciso.

3.5.1.3.4 Refuerzo transversal

Debe cumplirse con los requisitos del inciso 3.3 (NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87) y los del inciso siguiente (inciso 3.5.1.3.5), y con los requisitos mínimos que aquí se establecen. No debe ser de grado mayor que el 42.

Se debe suministrar el refuerzo transversal mínimo que se especifica enseguida en ambos extremos de la columna, en una longitud no menor que.

- a) La mayor dimensión transversal de ésta
- b) Un sexto de su altura libre
- c) 60 cm

En la parte inferior de columnas de planta baja este refuerzo debe llegar hasta media altura de la columna, y debe continuarse dentro de la cimentación, al menos, una distancia igual a la longitud de desarrollo en compresión de la barra mas gruesa (en los nudos se debe cumplir con los requisitos del inciso 3.5.1.4 que se indican posteriormente).

- a) En columnas de núcleo circular, la cuantía volumétrica de refuerzo helicoidal o de estribos circulares, P_s , debe cumplir con la siguiente relación.

$$P_s \geq 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \quad (3.8)$$

$$P_s \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$$

- b) En columnas de núcleo rectangular, la suma de las áreas de estribos y grapas, A_{sh} , en cada dirección de la sección de la columna debe cumplir con la relación.

$$A_{sh} \geq 0.3 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} s h_c \quad (3.9)$$

$$A_{sh} \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_y} s h_c$$

donde:

A_g = Área transversal del núcleo, hasta la orilla exterior del refuerzo transversal

A_c = Área transversal de la columna

f_y = Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

h_c = Dimensión del núcleo, normal al refuerzo de área A_{sh}

s = Separación del refuerzo transversal

Este refuerzo transversal debe estar formado por estribos de una pieza, sencillos o sobrepuestos, de diámetro no menor que 9.5 mm (No 3) y rematados como se indica en el inciso 3.5.1.2.3. Puede complementarse con grapas del mismo diámetro que los estribos, espaciados igual que éstos a lo largo del miembro. Cada extremo de una grapa debe abrazar a una barra longitudinal de la periferia con doblez de 135 grados, seguido de un tramo recto de, al menos, 10 diámetros de la grapa.

La separación del refuerzo transversal no debe exceder de la cuarta parte de la menor dimensión transversal del elemento, ni de 10 cm.

La distancia centro a centro, transversal al eje del miembro, entre ramas de estribos sobrepuestos no debe ser mayor de 45 cm, y entre grapas y ramas de estribos sobrepuestos no debe ser mayor de 25 cm. Si el refuerzo consta de estribos sencillos, la mayor dimensión de éstos no debe exceder de 45 cm.

En el resto de la columna el refuerzo transversal debe cumplir con los requisitos del inciso 3 (NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87).

3.5.1.3.5 Requisitos para fuerza cortante

Los elementos a flexocompresión se deben dimensionar de manera que no fallen por fuerza cortante antes que se formen las articulaciones plásticas en las vigas. Para ello la fuerza cortante de diseño se debe obtener del equilibrio del elemento en su altura libre al suponer en cada extremo un momento igual a la mitad de $1.5\Sigma M_u$ (definida en la sección 3.5.1.3.2. En el extremo inferior de columnas de planta baja se debe usar el momento resistente de diseño de la columna obtenido con la carga axial de diseño que conduzca al mayor momento resistente. En el extremo superior de columnas del último entrepiso se debe usar $1.5\Sigma M_u$.

Cuando las columnas se dimensionen por flexocompresión con el procedimiento optativo incluido en el inciso 3.5.1.3.2, el dimensionamiento por fuerza cortante se debe realizar a partir de la fuerza de diseño obtenida del análisis, y utilizar un factor de resistencia igual a 0.5.

En elementos a flexocompresión en que la fuerza axial de diseño, incluyendo los efectos del sismo, sea menor que $A_g f'_c / 20$, al calcular el refuerzo para fuerza cortante, si la fuerza cortante de diseño causada por el sismo es igual o mayor que la mitad de la fuerza cortante de diseño calculada según los párrafos anteriores, se puede despreciar la contribución del concreto V_c .

El refuerzo para fuerza cortante debe estar formado por estribos cerrados, de una pieza, rematados como se indica en el inciso 3.5.1.3.3, o por hélices continuas, ambos de diámetros no menor que 9.5 mm (No 3) y de grado no mayor que el 42.

3.5.1.4 Uniones viga-columna

3.5.1.4.1 Requisitos generales

Las fuerzas que intervienen en el dimensionamiento por fuerza cortante de la unión se deben determinar al suponer que el esfuerzo de tensión en las barras longitudinales de las vigas que llegan a la unión es $1.25 f_y$.

El refuerzo longitudinal de las vigas que llegan a la unión debe pasar dentro del núcleo de la columna.

En los planos estructurales deben incluirse dibujos, acotados y a escala, del refuerzo en las uniones viga-columna.

Una unión viga-columna o nudo se define como aquella parte de la columna comprendida en el peralte de las vigas que llegan a ella.

3.5.1.4.2 Refuerzo transversal

En un nudo debe suministrarse el refuerzo transversal mínimo especificado en el inciso 3.5.1.3.4. Si el nudo está confinado por cuatro trabes que llegan a él y el ancho de cada una es, al menos, igual a 0.75 veces el ancho respectivo de la columna, puede usarse la mitad del refuerzo transversal mínimo.

3.5.1.4.3 Resistencia a fuerza cortante

Se debe admitir revisar la resistencia del nudo a fuerza cortante en cada dirección principal de la sección en forma independiente. La fuerza cortante se debe calcular en un plano horizontal a media altura del nudo.

En nudos confinados como se dice en el inciso 3.5.1.4.2, la resistencia de diseño a fuerza cortante se debe tomar igual a

$$5.5F_R\sqrt{f'_c} b_e h \quad (3.11)$$

En otros nudos se debe tomar igual a.

$$4.5F_R\sqrt{f'_c} b_e h \quad (3.12)$$

b es el ancho efectivo del nudo

h es la dimensión transversal de la columna en la dirección de la fuerza.

El ancho b debe tomar igual al promedio del ancho de la o las vigas consideradas y la dimensión transversal de la columna normal a la fuerza, pero no mayor que el ancho de la o las vigas mas h.

3.5.1.4.4 Anclaje del refuerzo

Toda barra de refuerzo longitudinal de vigas que termine en un nudo debe prolongarse hasta la cara lejana del núcleo de la columna y rematarse con un dobléz a 90 grados, seguido de un tramo recto no menor de 11 diámetros. La sección crítica para revisar el anclaje de estas barras debe ser el plano externo del núcleo de la columna. La revisión se debe efectuar de acuerdo con la sección 3.1.1c (NTC

para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87), donde es suficiente usar una longitud de desarrollo del 90 por ciento de la allí determinada.

Los diámetros de las barras de vigas y columnas que pasen rectos a través de un nudo deben seleccionarse de modo que cumplan las relaciones siguientes:

$$\begin{aligned} h(\text{columna})/d_p(\text{barras de viga}) &\geq 20 \\ h(\text{viga})/d_p(\text{barras de columna}) &\geq 20 \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde $h(\text{columna})$ es la dimensión transversal de la columna en la dirección de las barras de viga consideradas.

Si en la columna superior del nudo se cumple que:

$$\frac{P_u}{A_g f'_c} \geq 0.3 \quad (3.14)$$

se puede tomar la relación siguiente:

$$h(\text{viga})/d_p(\text{barras de columna}) \geq 15 \quad (3.15)$$

La relación dada por la Ec 3.15 también es suficiente cuando en la estructura los muros de concreto reforzado resisten más del 50 por ciento de la fuerza lateral total.

3.5.1.5 Sistemas losa plana-columnas para resistir sismo

Si la altura de la estructura no excede de 20 m y, además, existen al menos tres crujeas en cada dirección o jay trabes de borde, para el diseño por sismo se puede usar $Q=3$; también puede aplicarse este valor cuando el sistema se combine con muros de concreto reforzado que cumplan con 4.5.2, incluyendo el inciso b de esa sección (NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87), y que resistan no menos del 75 por ciento de la fuerza lateral. Cuando no se satisfagan las condiciones anteriores, se debe usar $Q=2$. Con relación a los valores de Q , debe cumplirse, además, con los correspondientes incisos anteriores (que es el Cap 5 de las NTC para diseño y construcción de estructuras de concreto del RCDF87). En todos los casos se deben respetar las disposiciones siguientes:

- I Las columnas deben cumplir con los requisitos de 3.5.1.3 para columnas de marcos dúctiles, excepto en lo referente al

dimensionamiento por flexocompresión, el cual sólo se debe realizar mediante el procedimiento optativo que se establece en el inciso 3.5.1.3.2.

- II Las uniones losa-columna deben cumplir con los requisitos de 3.5.1.4 para uniones viga-columna, con las salvedades que siguen:

No es necesaria la revisión de la resistencia del nudo a fuerza cortante, sino basta cumplir con el refuerzo transversal prescrito en 3.5.1.4.2 para nudos confinados.

Los requisitos de anclaje de 3.5.1.4.4 se deben aplicar al refuerzo de la losa que pase por el núcleo de una columna. Los diámetros de las barras de la losa y columnas que pasen rectas a través de un nudo deben seleccionarse de modo que se cumplan las relaciones siguientes:

$$\begin{aligned} h(\text{columna})/d_b(\text{barras de losa}) &\geq 20 \\ h(\text{losa})/d_b(\text{barras de columna}) &\geq 15 \end{aligned} \quad (3.16)$$

donde $h(\text{columna})$ es la dimensión transversal de la columna en la dirección de las barras de losa consideradas.

3.5.2 Condiciones para estructuras dúctiles de acero

Con base en los puntos I.4 y II del inciso 3.5, se reproduce el Capítulo 11, Estructuras dúctiles, de las NTC para diseño y construcción de estructuras metálicas del FCD87.

3.5.2.1 Alcance

En este capítulo se indican los requisitos que deben cumplirse para que puedan adoptarse valores del factor de comportamiento sísmico Q iguales a 4.0 o 3.0.

3.5.2.2 Marcos dúctiles

3.5.2.2.1 Requisitos generales

Se indican aquí los requisitos que debe satisfacer un marco rígido de acero estructural para ser considerado un marco dúctil. Estos requisitos se aplican a marcos rígidos diseñados con un factor de comportamiento sísmico Q igual a 4.0 o a 3.0, que formen parte de sistemas estructurales que cumplan las condiciones enunciadas en el capítulo 5, partes I y II, de las NTC para diseño por sismo, necesarias para utilizar ese valor del factor de comportamiento sísmico.

Tanto en los casos en que la estructura está formada sólo por marcos como por aquellos en que está compuesta por marcos y muros o contravientos, cada uno de los marcos se debe diseñar para resistir, como mínimo, fuerzas horizontales iguales al 25 por ciento de las que le corresponderían si trabajase aislado del resto de la estructura.

La gráfica esfuerzo de tensión-deformación del acero empleado debe tener una zona de cedencia, de deformación creciente bajo esfuerzo prácticamente constante, correspondiente a un alargamiento máximo no menor de uno por ciento, seguida de un endurecimiento por deformación. El alargamiento correspondiente a la ruptura no debe ser menor de 20 por ciento.

3.5.2.2.2 Miembros en flexión

Los requisitos de esta sección se aplican a miembros principales que trabajan esencialmente en flexión. Se incluyen vigas y columnas con cargas axiales pequeñas, tales que P_u no exceda de $P_u/10$.

3.5.2.2.2.1 Requisitos geométricos

Todas las vigas deben ser de sección transversal I o rectangular hueca, excepto en los casos cubiertos en el inciso 3.5.2.2.5.

El claro libre de las vigas no debe ser menor que cinco veces el peralte de su sección transversal, ni el ancho de sus patines mayor que el ancho del patín o el peralte del alma de la columna con la que se conecten.

El eje de las vigas no debe separarse horizontalmente del eje de las columnas más de un décimo de la dimensión transversal de la columna normal a la viga.

Las secciones transversales de las vigas deben ser tipo 1, de manera que han de satisfacer los requisitos geométricos que se indican en los incisos 2.3.1 y 2.3.2 (NTC para diseño y construcción de estructuras metálicas del RCDF87). Sin embargo, se permite que

la relación ancho/grueso del alma llegue hasta $5300/\sqrt{F_y}$ si en las zonas de formación de articulaciones plásticas se toman las medidas necesarias (refuerzo del alma mediante atiesadores transversales o placas adosadas a ella, soldadas adecuadamente) para impedir que el pandeo local se presente antes de la formación del mecanismo de colapso.

Además, las secciones transversales deben tener dos ejes de simetría, una vertical, en el plano en que actúan las cargas gravitacionales, y otro horizontal. Cuando se utilicen cubreplacas en los patines para aumentar la resistencia del perfil, deben conservarse los dos ejes de simetría.

Si las vigas están formadas por placas soldadas, la soldadura entre almas y patines debe ser continua en toda la longitud de la viga, y en las zonas de formación de articulaciones plásticas debe ser capaz de desarrollar la resistencia total en cortante de las almas.

Cuando se empleen vigas de resistencia variable, ya sea por adición de cubreplacas en algunas zonas o porque su peralte varíe a lo largo del claro, el momento resistente nunca debe ser menor, en ninguna sección, que la cuarta parte del momento resistente máximo, que se tendrá en los extremos.

En estructuras soldadas deben evitarse los agujeros, siempre que sea posible, en las zonas de formación de articulaciones plásticas. En estructuras atornilladas o remachadas, los agujeros que sean necesarios en la parte del perfil que trabaje en tensión se deben punzar a un diámetro menor y se agrandan después, hasta darles el diámetro completo, con un taladro o un escarificador. Este mismo procedimiento se debe seguir en estructuras soldadas si se requieren agujeros para montaje o con algún otro objeto. Para los fines de los dos párrafos anteriores, las zonas de formación de articulaciones plásticas se consideran de longitud igual a un peralte, en los extremos de las vigas, y a dos peraltes, medidos uno a cada lado de la sección en la que aparece, en teoría, la articulación plástica, en zonas intermedias.

En aceros cuyo esfuerzo mínimo especificado de ruptura en tensión, F_u , es menor 1.5 veces el esfuerzo de fluencia mínimo garantizado, F_y , no se debe permitir la formación de articulaciones plásticas en zonas en que se haya reducido el área de los patines, ya sea por agujeros para tornillos o por cualquier otra causa.

No se deben hacer empalmes de ningún tipo, en las vigas propiamente dicha o en sus cubreplacas, en zonas de formación de articulaciones plásticas.

3.5.2.2.2 Requisitos para fuerza cortante

Los elementos que trabajan principalmente en flexión se deben dimensionar de manera que no se presenten fallas por cortante antes de que se formen las articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso. Para ello, la fuerza cortante de diseño se obtiene del equilibrio del miembro entre las secciones en que se forman las articulaciones plásticas, en los que se supone que actúan momentos del mismo sentido y de magnitudes iguales a los momentos plásticos resistentes del elemento en esas secciones, sin factores de reducción, y evaluados al tomar el esfuerzo de fluencia del material igual a $1.25 F_y$. Al plantear la ecuación de equilibrio para calcular la fuerza cortante se deben tener en cuenta las cargas transversales que obran sobre el miembro, multiplicadas por el factor de carga.

Como una opción se permite hacer el dimensionamiento al tomar como base las fuerzas cortantes de diseño obtenidas en el análisis, pero utilizar un factor de resistencia F_c igual a 0.7, en lugar del valor de 0.9 especificado en el artículo 3.3.3 (NTC para diseño y construcción de estructuras metálicas del RCDF87).

Las articulaciones plásticas se forman, en la mayoría de los casos, en los extremos de los elementos que trabajan en flexión. Sin embargo, hay ocasiones frecuentes en las vigas de los niveles superiores de los edificios, en que una de ellas se forma en la zona central del miembro. Cuando esto suceda, la fuerza cortante debe evaluarse al tener en cuenta la posición real de la articulación plástica.

3.5.2.2.2.3 Contraventeo lateral

Deben soportarse lateralmente todas las secciones transversales de las vigas en las que puedan formarse articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso. Además, la distancia entre cada una de estas secciones y la siguiente sección soportada lateralmente no debe ser mayor que la dada a continuación.

$$L_p = 1250 \frac{F_y}{\sqrt{F_y}} \quad (3.17)$$

Este requisito se aplica a un solo lado de la articulación plástica cuando ésta se forma en un extremo de la viga, y en ambos lados cuando aparece en una sección intermedia. La expresión anterior es válida para vigas de sección transversal I o H, flexionadas alrededor de su eje de mayor momento de inercia.

En zonas que se conservan en el intervalo elástico al formarse el mecanismo de colapso, la separación entre puntos no soportados lateralmente puede ser mayor que la indicada en el párrafo anterior, pero no debe exceder el valor de L_p , calculado de acuerdo con el inciso 3.3.2.3 (NTC para diseño y construcción de estructuras metálicas del RCDF87).

Los elementos de contraventeo deben proporcionar soporte lateral, directo o indirecto, a los dos patines de las vigas. Cuando el sistema de piso proporcione soporte lateral al patín superior, el desplazamiento lateral del patín inferior puede evitarse por medio de atiesadores verticales de rigidez adecuada, soldados a los dos patines y al alma de la viga.

3.5.2.2.3 Miembros en flexocompresión

Los requisitos de esta sección se aplican a miembros que trabajan en flexocompresión, en los que la carga axial de diseño, P , es mayor que $P_u/10$. La mayoría de estos miembros son columnas, pero pueden

ser de algún otro tipo; por ejemplo, vigas que forman parte de crujeas contraventeadas de marcos rígidos han de diseñarse, en general, como elementos flexocomprimidos.

3.5.2.2.3.1 Requisitos geométricos

Si la Sección transversal es rectangular hueca, la relación de la mayor a la menor de sus dimensiones exteriores no debe exceder de 2 y la dimensión menor debe ser mayor o igual a 20 cm.

Si la sección transversal es H, el ancho de los patines no debe ser mayor que el peralte total, la relación peralte-ancho del patín no debe exceder de 1.5, y el ancho de los patines debe ser mayor o igual a 20 cm.

La relación de esbeltez máxima de las columnas no debe exceder de 60.

3.5.2.2.3.2 Resistencia mínima en flexión

La resistencia en flexión de las columnas que concurren a un nudo deben satisfacer la condición dada por la Ec 5.8.5 del inciso 5.8.5 (NTC para diseño y construcción de estructuras metálicas del RCDF87), con las excepciones que se indican en este inciso.

Como una opción, se permite hacer el dimensionamiento al tomar como base los elementos mecánicos de diseño obtenidos en el análisis, y reducir el factor de resistencia F_t utilizado en flexocompresión de 0.9 a 0.7.

3.5.2.2.3.3 Requisitos para fuerza cortante

Los elementos flexocomprimidos se deben dimensionar de manera que no fallen prematuramente por fuerza cortante. Para ello, la fuerza cortante de diseño se obtiene del equilibrio del miembro, al considerar su longitud igual a la altura libre y suponer que en sus extremos obran momentos del mismo sentido y de magnitud igual a los momentos máximos resistentes de las columnas en el plano de estudio, que valen $Z(F_c - f_c)$. El significado de las literales que aparecen en esta expresión se explica con referencia a la Ec 5.8.5 del inciso 5.8.5 (NTC para diseño y construcción de estructuras metálicas del RCDF87).

Cuando las columnas se dimensionen por flexocompresión con el procedimiento optativo del inciso 3.5.2.2.3.2, la revisión por fuerza cortante se debe realizar con la fuerza de diseño obtenida en el análisis y utilizar un factor de resistencia de 0.7.

3.5.2.2.4 Uniones viga-columna

Las uniones viga-columna deben satisfacer las recomendaciones de la sección 5.8 "Conexiones rígidas entre vigas y columnas" (NTC para

diseño y construcción de estructuras metálicas del RCDF87), con las modificaciones pertinentes cuando las columnas sean de sección transversal rectangular hueca.

3.5.2.2.4.1 Contraventeo

Si en alguna junta de un marco dúctil no llegan vigas al alma de la columna, por ningún lado de ésta, o si el peralte de la viga o vigas que llegan por alma es apreciablemente menor que el de las que se apoyan en los patines de la columna, éstos deben ser soportados lateralmente al nivel de los patines inferiores de las vigas.

3.5.2.2.4.2 Vigas de alma abierta (armaduras)

En esta sección se indican los requisitos especiales que deben satisfacerse cuando se desea emplear vigas de alma abierta (armaduras) en marcos dúctiles. Deben cumplirse, además, todas las condiciones aplicables de este capítulo.

Las armaduras pueden utilizarse como miembros horizontales en marcos dúctiles, si se diseñan de manera que la suma de las resistencias en flexión ante fuerzas sísmicas de las dos armaduras que concurren en cada nudo intermedio sea igual o mayor 1.25 veces la suma de las resistencias en flexión ante fuerzas sísmicas de las columnas que llegan al nudo. En nudos extremos, el requisito anterior debe ser satisfecho por la única armadura que forma parte de ellos.

Además, deben cumplirse las condiciones siguientes:

- a) Los elementos de las armaduras que trabajan en compresión o en flexocompresión, sean cuerdas, diagonales o montantes, se deben diseñar con un factor de resistencia, F_r , igual a 0.7. Al determinar cuáles elementos trabajan en compresión o en flexocompresión deben tomarse en cuenta los dos sentidos en que actúa el sismo de diseño.
- b) Las conexiones entre las cuerdas de las armaduras y las columnas deben ser capaces de desarrollar la resistencia correspondiente al flujo plástico de las cuerdas.
- c) En edificios de más de un piso, el esfuerzo en las columnas producido por las fuerzas axiales de diseño no deben ser mayores de $0.30 F_c$, y la relación de esbeltez máxima de las columnas no debe exceder de 60.

3.6 Espectros para diseño sísmico

De acuerdo con las NTC para diseño por sismo, cuando se aplique el análisis dinámico modal que especifica la sección 9 de sus normas,

se adoptan las siguientes hipótesis para el análisis de la estructura:

La ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico, a , expresada como fracción de la aceleración de la gravedad, está dada por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{4} \left(1 + 3 \frac{T}{T_a} \right) c & \forall T < T_a \\ a &= c & \forall T_a \leq T \leq T_b \\ a &= \left(\frac{T_b}{T} \right)^r c & \forall T > T_b \end{aligned} \quad (3.18)$$

T es el período natural de interés; T , T_a , y T_b están expresados en segundos; c es el coeficiente sísmico, y r un exponente que depende de la zona en que se halla la estructura, y se especifica en la tabla 3.1 de las NTC para diseño por sismo, reproducida a continuación.

El coeficiente sísmico c se obtiene del Art 206 del RCDF87, salvo que la parte sombreada de la zona II de la fig 3.1 de las NTC para diseño por sismo (NTC-sismo) se debe tomar $c = 0.4$ para las estructuras del grupo B, y $c = 0.6$ para las del A.

Tabla 3.1 Valores de c , T_a , T_b , y r				
Zona	c	T_a (s)	T_b (s)	r
I	0.16	0.2	0.6	1/2
II*	0.32	0.3	1.5	2/3
III*	0.40	0.6	3.9	1
Notas: Coeficiente sísmico para construcciones del Grupo B				
* No sombreada (Fig 3.1, NTC-sismo)				
+ Y parte sombreada de zona II (Fig 3.1, NTC-sismo)				

4. FUERZAS SISMICAS

En este capítulo se describen los métodos que considera el RCDF87 para cuantificar las fuerzas que se deben considerar en el diseño de una edificación para soportar los efectos de un sismo.

4.1 Análisis dinámico

De acuerdo con las NTC para diseño por sismo, toda estructura puede analizarse mediante un método dinámico. Se aceptan como métodos de análisis dinámico:

- a) El modal (modal espectral)
- b) El paso a paso de respuestas a sismos específicos

A fin de explicar los métodos para analizar las estructuras ante cargas dinámicas, se presentan los siguientes desarrollos:

4.1.1 Ecuaciones de equilibrio dinámico de las edificaciones

Las ecuaciones de equilibrio dinámico de los modelos estructurales lineales para edificaciones se pueden expresar como:

$$\bar{M} \frac{d^2}{dt^2} \bar{U}(t) + \bar{C} \frac{d}{dt} \bar{U}(t) + \bar{K} \bar{U}(t) = \bar{F}(t) \quad (4.1)$$

Con las siguientes condiciones iniciales

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \bar{U}(t) |_{t=0} &= \bar{v}_0 \\ &= \text{vector de velocidades conocido} \\ \bar{U}(t) |_{t=0} &= \bar{u}_0 \\ &= \text{vector de desplazamientos conocido}\end{aligned}\quad (4.2)$$

donde, para la edificación en particular, se definen los siguientes conceptos.

$$\begin{aligned}\bar{M} &= \text{Matriz de masas} \\ \bar{C} &= \text{Matriz de amortiguamientos} \\ \bar{K} &= \text{Matriz de rigideces} \\ \bar{U}(t) &= \text{vector de desplazamientos} \\ \frac{d}{dt} \bar{U}(t) &= \text{vector de velocidades} \\ \frac{d^2}{dt^2} \bar{U}(t) &= \text{vector de aceleraciones} \\ \bar{F}(t) &= \text{vector de cargas}\end{aligned}\quad (4.3)$$

En el caso de fuerzas sísmicas, el vector de cargas se puede expresar en términos del vector de aceleraciones del terreno (acelerograma), $\ddot{u}_g(t)$, de acuerdo con la expresión siguiente:

$$\bar{F} = -\bar{M} \ddot{u}_g(t) \quad (4.4)$$

donde

$$\begin{aligned}\bar{I}^T &= [1 \ 1 \ \dots \ 1] \\ &= \text{vector con componentes unitarias}\end{aligned}\quad (4.5)$$

4.1.2 Métodos directos de integración paso a paso

Los métodos que actualmente se utilizan para integrar paso a paso las ecuaciones de equilibrio dinámico de las edificaciones se agrupan en:

a) métodos directos

b) métodos de superposición modal

El método directo que mas se utiliza es el denominado método de Newmark. Este método se basa en la aproximación lineal de la aceleración en el tamaño del paso de integración, según se muestra en la Fig 4.1.

De acuerdo con la hipótesis de la aceleración lineal, los elementos de las ecuaciones de equilibrio dinámico (Ec 4.1) al final del paso de integración se pueden escribir como.

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t} &= \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t} \\ \frac{d}{dt} \bar{u}_{t+\Delta t} &= \frac{d}{dt} \bar{u}_t + \frac{1}{2} \Delta t \left(\frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t} + \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_t \right) \\ \bar{u}_{t+\Delta t} &= \bar{u}_t + \Delta t \frac{d}{dt} \bar{u}_t + \frac{1}{6} (\Delta t)^2 \left(\frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t} + 2 \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_t \right)\end{aligned}\quad (4.6)$$

La aproximación de Newmark consiste en:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \bar{u}_{t+\Delta t} &= \frac{d}{dt} \bar{u}_t + (1 - \gamma) \Delta t \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_t + \gamma \Delta t \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t} \\ &= \bar{S} + \gamma \Delta t \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t} \\ \bar{u}_{t+\Delta t} &= \bar{u}_t + \Delta t \frac{d}{dt} \bar{u}_t + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) (\Delta t)^2 \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_t + \beta (\Delta t)^2 \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t} \\ &= \bar{S} + \beta (\Delta t)^2 \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t}\end{aligned}\quad (4.7)$$

donde:

$$\bar{a} = \frac{d}{dt} \bar{u}_t + (1 - \gamma) \Delta t \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_t \quad (4.8)$$

$$\bar{E} = \bar{u}_t + \Delta t \frac{d}{dt} \bar{u}_t + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) (\Delta t)^2 \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_t$$

El parámetro β está relacionado con la estabilidad del método (para $\beta = 1/4$, el método es incondicionalmente estable) y el parámetro γ se relaciona con la estabilidad y convergencia del método debido al amortiguamiento matemático que puede inducirse (para $\gamma = 1/2$, no se presenta el amortiguamiento matemático). Para el caso en que $\gamma = 1/6$ y $\beta = 1/2$, las Ec 4.7 se reducen a las correspondientes Ec 4.6.

Al evaluar las ecuaciones de equilibrio dinámico (Ec 4.1) al final del paso de integración (en $t = t + \Delta t$) y al sustituir en la ecuación resultante a las Ec 4.7 se obtiene la siguiente ecuación.

$$\bar{M} \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t} + \bar{C} \left(\bar{a} + \gamma \Delta t \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t} \right) + \bar{K} \left(\bar{E} + \beta (\Delta t)^2 \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t} \right) = \bar{F}_{t+\Delta t} \quad (4.9)$$

La Ec 4.9 puede escribirse como:

$$\bar{K}^* \frac{d^2}{dt^2} \bar{u}_{t+\Delta t} = \bar{F} \quad (4.10)$$

donde:

$$\bar{K}^* = \bar{M} + \gamma \Delta t \bar{C} + \beta (\Delta t)^2 \bar{K} \quad (4.11)$$

$$\bar{F} = \bar{F}_{t+\Delta t} - \bar{C} \bar{E} - \bar{K} \bar{E}$$

La Ec 4.10 permite cuantificar la aceleración al final del paso es un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, simétricas, de coeficientes constantes si el paso de integración se conserva constante durante el proceso de integración.

En la dinámica estructural se acostumbra cuantificar a la matriz de amortiguamientos de la estructura de acuerdo con el criterio de Rayleigh, expresado mediante la siguiente ecuación.

$$\bar{C} = \alpha \bar{M} + \mu \bar{K} \quad (4.12)$$

Al sustituir la Ec 4.12 en las Ec 4.11 se obtiene.

$$\begin{aligned}\bar{K}^* &= (1 + \alpha\gamma\Delta t)\bar{M} + (\gamma\mu\Delta t + \beta(\Delta t)^2)\bar{K} \\ \bar{F} &= \bar{F}_{t+\Delta t} - \alpha\bar{M}\bar{a} - \bar{K}(\mu\bar{a} + \bar{b})\end{aligned}\quad (4.13)$$

El algoritmo del método de integración paso a paso de Newmark, resumido por las Ec 4.10 y 4.13, necesariamente se debe llevar a cabo en una computadora debido al número de operaciones que involucra.

4.1.3 Método directo paso a paso de superposición modal

Otra forma de integrar paso a paso las ecuaciones de equilibrio dinámico de las estructuras (Ec 4.1) es mediante la solución del problema de eigenvalores, según se indica a continuación.

4.1.3.1 Solución del problema de valores característicos (eigenvalores) de las ecuaciones de equilibrio dinámico

Este caso corresponde a un problema de vibraciones libres no amortiguadas, cuyas ecuaciones resultan ser.

$$\bar{M}\frac{d^2}{dt^2}\bar{U}(t) + \bar{K}\bar{U}(t) = \bar{0} \quad (4.14)$$

En las vibraciones libres el movimiento es armónico, es decir.

$$\frac{d^2}{dt^2}\bar{U}(t) = -\omega^2\bar{U}(t) \quad (4.15)$$

y las ecuaciones de vibración libre resultan ser

$$\bar{K}\bar{U} = -\omega^2\bar{M}\bar{U} \quad (4.16)$$

que es el clásico problema de eigenvalores comunmente expresado como:

$$\bar{A}\bar{x} = \lambda\bar{B}\bar{x} \quad (4.17)$$

Varios son los métodos que existen para resolver el problema de eigenvalores. Los utilizados con las computadoras, entre otros, se pueden nombrar a

- . El de Jacobi
- . El de la iteración del subespacio

Cuando se emplean calculadoras de escritorio para los modelos estructurales mas simples (rigideces de entrepiso y masas con movimientos unidireccionales) se utilizan los métodos de:

- . Stodolla-Vianelo-Newmark
- . Holzer

4.1.3.2 Desacoplamiento de las ecuaciones de equilibrio dinámico

La transformación que permite desacoplar las ecuaciones de equilibrio dinámico se puede expresar como.

$$\bar{U} = \bar{R}\bar{y} \quad (4.18)$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \text{vector del nuevo sistema coordenado} \\ \bar{R} &= [\bar{r}^1 \ \bar{r}^2 \ \bar{r}^3 \ \dots \ \bar{r}^n] \\ &= \text{Matriz modal} \\ \bar{r}^n &= n\text{-ésimo eigenvector} \end{aligned} \quad (4.19)$$

De acuerdo con la transformación de coordenadas anterior (Ec 4.18) las expresiones de los vectores de velocidad y de aceleración resultan ser:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\bar{U}(t) &= \bar{R}\frac{d}{dt}\bar{y}(t) \\ \frac{d^2}{dt^2}\bar{U}(t) &= \bar{R}\frac{d^2}{dt^2}\bar{y}(t) \end{aligned} \quad (4.20)$$

De acuerdo con las Ec 4.18 y 4.20 las ecuaciones de equilibrio dinámico (Ec 4.1) en el sistema de referencia transformado se expresan como:

$$\bar{M}\bar{R}\frac{d^2}{dt^2}\bar{y}(t) + \bar{C}\bar{R}\frac{d}{dt}\bar{y}(t) + \bar{K}\bar{R}d\bar{y}d\bar{y}(t) = \bar{F}(t) \quad (4.21)$$

Al premultiplicar la Ec 4.21 por la transpuesta de la matriz modal se obtiene la siguiente expresión.

$$\bar{R}^T\bar{M}\bar{R}\frac{d^2}{dt^2}\bar{y}(t) + \bar{R}^T\bar{C}\bar{R}\frac{d}{dt}\bar{y}(t) + \bar{R}^T\bar{K}\bar{R}d\bar{y}d\bar{y}(t) = \bar{R}^T\bar{F}(t) \quad (4.22)$$

Al definir los siguientes conceptos

$\bar{M}^* = \bar{R}^T\bar{M}\bar{R}$ = Matriz de masas transformada

$\bar{C}^* = \bar{R}^T\bar{C}\bar{R}$ = Matriz de amortiguamientos transformada

$\bar{K}^* = \bar{R}^T\bar{K}\bar{R}$ = Matriz de rigideces transformada

$\bar{F}^*(t) = \bar{R}^T\bar{F}(t)$ = vector de cargas transformado

De acuerdo con las propiedades de ortogonalidad de los eigenvectores respecto a las matrices de masas y de rigideces, la matriz de masas transformada y la matriz de rigideces transformada resultan ser matrices diagonales. Si la matriz de amortiguamientos se selecciona de tal manera que también la matriz de amortiguamientos transformada sea una matriz diagonal, las ecuaciones de equilibrio dinámico transformadas (Ec 4.22) se pueden escribir como.

$$\bar{M}^*\frac{d^2}{dt^2}\bar{y}(t) + \bar{C}^*\frac{d}{dt}\bar{y}(t) + \bar{K}^*\bar{y}(t) = \bar{F}^*(t) \quad (4.24)$$

que resulta ser un sistema de ecuaciones diferenciales desacoplado, cuya ecuación i-ésima se puede escribir como:

$$m_i^*\frac{d^2}{dt^2}y_i(t) + c_i^*\frac{d}{dt}y_i(t) + k_i^*y_i(t) = f_i^*(t) \quad (4.25)$$

La Ec 4.25 representa la ecuación de equilibrio dinámico de un sistema de un grado de libertad. Por lo anterior se puede decir que un sistema de N grados de libertad se transforma en N sistemas de un grado de libertad. Los coeficientes de las ecuaciones de un grado de libertad resultan ser:

$$m_i^* = \sum_{k=1}^N m_k (r_k^i)^2 \quad (4.26)$$

$$c_i^* = 2\omega_i \zeta_i \quad (4.27)$$

$$k_i^* = \omega_i^2 m_i^* \quad (4.28)$$

$$f_i^* = - \frac{\sum_{k=1}^N m_k r_k^i}{\sum_{k=1}^N m_k (r_k^i)^2} \frac{d^2}{dt^2} u_g(t) = -c_i \frac{d^2}{dt^2} u_g(t) \quad (4.29)$$

en donde:

$$\begin{aligned} m_k &= \text{masa asociada al grado} \\ &\quad \text{de libertad k-ésimo} \\ r_k^i &= \text{componente k-ésimo del} \\ &\quad \text{i-ésimo eigenvector (modo)} \\ \omega_i &= \text{frecuencia natural de} \\ &\quad \text{vibración del i-ésimo modo} \\ \zeta_i &= \text{fracción del amortiguamiento} \\ &\quad \text{crítico del i-ésimo modo} \\ c_i &= \frac{\sum_{k=1}^N m_k r_k^i}{\sum_{k=1}^N m_k (r_k^i)^2} = \text{coeficiente de} \\ &\quad \text{participación del i-ésimo modo} \end{aligned} \quad (4.30)$$

4.1.3.3 Integración paso a paso de las ecuaciones de movimiento desacopladas

Como las ecuaciones de movimiento desacopladas (Ec 4.25) corresponden a las de un grado de libertad, los métodos de integración son los tradicionales.

- Exacto, para el caso de aproximar la función $f'(t)$ en tramos seccionalmente continuos con una variación lineal (que es lo usual).
- Aproximado, mediante un método numérico como el método de Newmark-Wilson.

El paso de integración se define en el inciso 4.1.2

4.1.3.4 Cuantificación de la respuesta de la estructura

De acuerdo con el inciso anterior para el tiempo de integración considerado se cuantifican, para cada paso de integración, los siguientes vectores.

$\bar{y}(t)$ = vector de desplazamientos transformado

$\frac{d}{dt}\bar{y}(t)$ = vector de velocidades transformado (4.31)

$\frac{d^2}{dt^2}\bar{y}(t)$ = vector de aceleraciones transformado

Al sustituir las Ec 4.31 en las Ec 4.18 y 4.20 se obtiene la respuesta de la estructura representada por los vectores de desplazamiento relativo, de velocidad relativa, y de aceleración relativa, es decir...

$$\bar{U}(t) = \bar{R}\bar{y}(t)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{U}(t) = \bar{R}\frac{d}{dt}\bar{y}(t) \quad (4.32)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\bar{U}(t) = \bar{R}\frac{d^2}{dt^2}\bar{y}(t)$$

4.1.3.4 Obtención de los elementos mecánicos y cinemáticos de la estructura decidos al sismo

Conocida la historia del vector de desplazamientos de la estructura (según se indica en el inciso anterior) se puede determinar la historia de los elementos mecánicos y cinemáticos en los puntos que se requieran de la estructura.

4.1.4 Método de la respuesta espectral

Este método corresponde al denominado análisis en las NTC para diseño por sismo. Su secuencia se resume a continuación.

4.1.4.1 Solución del problema de valores característicos (eigenvalores) de las ecuaciones de equilibrio dinámico

El procedimiento es el mismo que el descrito en el inciso 4.1.3.1 del método directo de superposición modal.

4.1.4.2 Desacoplamiento de las ecuaciones de equilibrio dinámico

El procedimiento es el mismo que el descrito en el inciso 4.1.3.2 del método directo de superposición modal.

4.1.4.3 Obtención de la respuesta espectral de cada una de las ecuaciones de equilibrio desacopladas

De acuerdo con el RCDF87 se calcula mediante la siguiente expresión.

$$y_{max}^i = c_i \frac{A_i}{\omega_i^2} \quad (4.33)$$

donde:

$$\begin{aligned} y_{max}^i &= \text{respuesta espectral de} \\ &\quad \text{desplazamientos transformados} \\ &\quad \text{del modo } i\text{-ésimo} \\ \omega_i &= \text{Frecuencia natural de} \\ &\quad \text{vibración del modo } i\text{-ésimo} \\ A_i &= \text{Ordenada del espectro de} \\ &\quad \text{aceleraciones de diseño} \\ &\quad \text{asociada al período natural} \\ &\quad \text{de vibración } T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} \\ c_i &= \text{Coeficiente de participación} \\ &\quad \text{del modo } i\text{-ésimo} \end{aligned} \quad (4.34)$$

4.1.4.4 Cuantificación de los vectores de respuesta máximos de la estructura para cada modo

De acuerdo con la Ec 4.32a, el vector de desplazamientos máximo de la estructura, correspondiente al modo i -ésimo, resulta ser.

$$U_{imax} = \bar{r}^i y_{max}^i \quad (4.35)$$

donde:

$$\bar{r}^i = \text{Eigenvector asociado al modo } i\text{-ésimo} \quad (4.36)$$

De acuerdo con la Ec 4.36, a cada modo de la estructura le corresponde un vector de desplazamientos máximo. Con base en la formulación de las ecuaciones de equilibrio de las estructuras, a cada vector de desplazamientos le corresponden un conjunto de elementos mecánicos y cinemáticos (fuerzas normales, fuerzas cortantes, momentos flexionantes, momentos de volteo, desplazamientos relativos, etc.)

4.1.4.5 Obtención de la respuesta total de la estructura

Una vez conocidos los elementos mecánicos y cinemáticos (fuerzas normales, fuerzas cortantes, momentos flexionantes, momentos de volteo, desplazamientos relativos, etc.) asociadas a cada modo, representado por S_i , para obtener la respuesta de la estructura, representada por S , se procede como se indica a continuación.

4.1.4.5.1 Método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS)

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^N S_i^2} \quad (4.37)$$

4.1.4.5.2 Método de la combinación cuadrática completa (CQC)

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_i P_{ij} S_j} \quad (4.38)$$

donde:

$$P_{ij} = \frac{8\sqrt{\zeta_i \zeta_j \omega_i \omega_j} (\zeta_i \omega_i + \zeta_j \omega_j)}{(\omega_i - \omega_j)^2 + 4\zeta_i \zeta_j \omega_i \omega_j (\omega_i + \omega_j)^2 + 4(\zeta_i^2 + \zeta_j^2) \omega_i^2 \omega_j^2} \quad (4.39)$$

Valor del amortiguamiento crítico del modo i -ésimo (que se supone consante para todos los modos)

frecuencia natural de vibración del modo i -ésimo

4.2 Análisis estático

Las NTC para Diseño por Sismo del RCDF87 proponen un método relativamente simple para cuantificar las fuerzas horizontales que un sismo de diseño ocasiona a una edificación cuya altura no exceda de 60 m.

4.2.1 Distribución de las aceleraciones horizontales

De acuerdo con el inciso 8.1 de las NTC para Diseño por Sismo del RCDF87, la hipótesis sobre la distribución de aceleraciones en las masas de las edificaciones se muestra en la Fig 4.2. Para la masa del nivel i -ésimo, la fuerza que la distribución de aceleraciones le ocasiona a la masa se puede escribir como.

$$F_i = m_i \ddot{u}_i = \frac{W_i}{g} \ddot{u}_i \quad (4.40)$$

donde se definen los componentes respectivos.

$$\begin{aligned} F_i &= \text{Fuerza horizontal del nivel } i\text{-ésimo} \\ m_i &= \text{masa del nivel } i\text{-ésimo} \\ W_i &= m_i g = \text{peso del nivel } i\text{-ésimo} \\ \ddot{u}_i &= \text{aceleración del nivel } i\text{-ésimo} \end{aligned} \quad (4.41)$$

De acuerdo con la Fig 4.2, la expresión de la aceleración de la masa i -ésima resulta ser.

$$\ddot{u}_i = \frac{h_i}{h_n} \ddot{u}_n \quad (4.42)$$

Al sustituir la Ec 4.42 en la Ec 4.40 se obtiene.

$$F_i = \frac{\ddot{u}_n}{g h_n} W_i h_i \quad (4.43)$$

4.2.2 Fuerzas sísmicas horizontales

De acuerdo con la definición de fuerza cortante basal, se puede expresar la siguiente ecuación.

$$V_0 = \sum_{i=1}^N F_i = \frac{\ddot{u}_n}{gh_n} \left(\sum_{i=1}^N w_i h_i \right) \quad (4.44)$$

Al considerar la definición de coeficiente sísmico, c , se puede escribir la siguiente expresión.

$$c = \frac{V_0}{W_0} = \frac{\frac{\ddot{u}_n}{gh_n} \left(\sum_{i=1}^N w_i h_i \right)}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (4.45)$$

Con base en la Ec 4.45 se obtiene la expresión siguiente.

$$\frac{\ddot{u}_n}{gh_n} = c \frac{\sum_{i=1}^N w_i}{\sum_{i=1}^N w_i h_i} \quad (4.46)$$

Al sustituir la Ec 4.46 en la Ec 4.43, la expresión de la fuerza sísmica estática se puede expresar como.

$$F_i = c \frac{\sum_{i=1}^N w_i}{\sum_{i=1}^N w_i h_i} w_i h_i \quad (4.47)$$

4.2.3 Estimación del período fundamental de la estructura

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 recomienda una expresión para estimar el período de vibración del primer modo, T_1 , de acuerdo con la modelación estructural a base de rigideces de entrepiso, según se indica a continuación.

- a) Los datos de partida se muestran en la Fig 4.2 y son.

$$\begin{aligned} k_i &= \text{Rigideces del entrepiso } i\text{-ésimo} \\ w_i &= \text{Pesos del nivel } i\text{-ésimo} \end{aligned} \quad (4.48)$$

- b) Cuantificación de las fuerzas sísmicas, F_i , de cada nivel de acuerdo con la Ec 4.47.
- c) Cuantificación de las fuerzas cortantes, V_i , de cada entrepiso.

$$V_i = \sum_{k=1}^N F_k \quad (4.49)$$

- d) Obtención de los desplazamientos, u_i , asociados a las fuerzas cortantes de entrepiso.

$$\Delta u_i = \frac{V_i}{k_i} \quad (4.50)$$

- e) Obtención de los desplazamientos, x_i , que provocan las fuerzas sísmicas, con base en la Ec 4.50.

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_i &= x_{i-1} + \Delta u_i \quad \forall i = 2 \dots N \end{aligned} \quad (4.51)$$

- f) Obtención de las aceleraciones armónicas correspondientes a los desplazamientos del inciso anterior (inciso e), asociados a la frecuencia natural de vibración, ω_1 .

$$\ddot{x}_i = \omega_1^2 x_i \quad (4.52)$$

- g) obtención de las fuerzas dinámicas asociadas a las aceleraciones armónicas del inciso anterior (inciso f).

$$F_{ar} = m_i \ddot{x}_i = \frac{w_i x_i}{g} \omega_1^2 \quad (4.53)$$

- h) Cuantificación de los trabajos que realizan las fuerzas F_i (Ec 4.47) y F_{ar} (Ec. 4.53) debido a los desplazamientos x_i (Ec 4.51).

$$W_{Fi} = \sum_{i=1}^N F_i X_i \quad (4.54)$$

$$W_{Far} = \frac{\omega_1^2}{g} \sum_{i=1}^N W_i X_i^2$$

- i) Obtención de la frecuencia natural de vibración T_1 , al igualar los trabajos dados por las Ec 4.54.

$$\omega_1^2 = g \frac{\sum_{i=1}^N F_i X_i}{\sum_{i=1}^N W_i X_i^2} \quad (4.55)$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N W_i X_i^2}{g \sum_{i=1}^N F_i X_i}}$$

4.2.4 Reducción de las fuerzas cortantes estáticas

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 establecen que las fuerzas sísmicas descritas en el inciso 4.2.2, obtenidas con la Ec 4.55, pueden adoptarse valores los menores que se indica a continuación.

- a) El período fundamental de vibración se obtiene con la Ec 4.55.
b) Si $T_1 \leq T_c$ el valor del coeficiente sísmico, c , en la Ec 4.47 se sustituye por el valor de la ordenada del espectro de aceleraciones, a , dado por la Ec 3.38, y resulta ser.

$$F_i = a \frac{\sum_{i=1}^N W_i}{\sum_{i=1}^N W_i h_i} W_i h_i \quad (4.56)$$

- c) Si $T_1 > T_c$ las fuerzas sísmicas se cuantifican con las expresiones siguientes.

$$F_i = aW_i(k_1h_i + k_2h_i^2) \quad \forall a \geq \frac{c}{4} \quad (4.57)$$

donde:

$$k_1 = q[1 - r(1 - q)] \frac{\sum_{i=1}^N W_i}{\sum_{i=1}^N W_i h_i}$$

$$k_2 = 1.5rq(1 - q) \frac{\sum_{i=1}^N W_i}{\sum_{i=1}^N W_i h_i^2} \quad (4.58)$$

$$q = \left(\frac{T_b}{T_1} \right)^r$$

4.3 Método simplificado

Las NTC para diseño por sismo establece el cumplimiento simultáneo de las siguientes condiciones para que sea aplicable el denominado método simplificado de análisis.

4.3.1 Consideraciones generales

- I. En cada planta, al menos el 75 por ciento de las cargas verticales están soportadas por muros ligados entre sí mediante losas monolíticas u otros sistemas de piso suficientemente resistentes y rígidos al corte. Dichos muros tendrán distribución sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales y deben satisfacer las condiciones que establecen las NTC correspondientes. Es admisible cierta asimetría en la distribución de los muros cuando existan en todos los pisos dos muros de cargas perimetrales paralelos, cada uno con longitud al menos igual a la mitad de la dimensión mayor en planta del edificio. Los muros a que se refiere este párrafo pueden ser de mampostería, concreto reforzado o madera; en este último caso deben estar arriostrados con diagonales.
- II. La relación entre longitud y ancho de la planta del edificio no excede de 2.0 a menos que, para fines de análisis sísmico, se pueda suponer dividida dicha planta en tramos independientes cuya relación longitud a anchura satisfaga esta

restricción y cada tramo resista según el criterio que se indica en la tabla 7.1 de las NTC para diseño por sismo.

III. La relación entre la altura y la relación mínima de la base del edificio no excede a 1.5 y la altura del edificio no es mayor de 13 m.

4.3.2 Consideraciones específicas

Para aplicar este método se hace caso omiso de los desplazamientos horizontales, torsiones y momentos de volteo.

Se debe verificar únicamente que en cada piso la suma de las resistencias al corte de los muros de carga, proyectados en la dirección en que se considera la aceleración, sea cuando menos igual a la fuerza cortante total que obre en dicho piso, calculada según se especifica en el inciso 4.2.2.

Los coeficientes sísmicos que se deben emplear se indican en la tabla 7.1 de las NTC para diseño por sismo, correspondientes a las construcciones del grupo B. Para las construcciones del grupo A dichos coeficientes se deben multiplicar por 1.5.

Tabla 7.1 Coeficientes sísmicos reducidos para el método simplificado, correspondiente a estructuras del grupo B (NTC para diseño por sismo RCDF87).						
ZONA	MUROS DE PIEZAS MACISAS O DIAFRAGMAS DE MADERA CONTRACHAPEADA			MUROS DE PIEZAS HUECAS O DIAFRAGMAS DE DUELAS DE MADERA*		
	ALTURA DE LA CONSTRUCCION (m)			ALTURA DE LA CONSTRUCCION (M)		
	H<4	4≤H≤7	7<H≤13	4<H	4≤H≤7	7<H≤13
I	0.07	0.08	0.08	0.10	0.11	0.11
IIyIII	0.13	0.16	0.19	0.15	0.19	0.23

* Diafragmas de duelas de madera inclinadas o sistemas de muros formados por duelas de madera verticales u horizontales arriostradas con elementos de madera maciza.

4.3.3 Consideraciones de las NTC para diseño y construcción de estructuras de mampostería

En el inciso 4.1.3 de las NTC para diseño y construcción de estructuras de mampostería se establece lo siguiente.

El análisis para la determinación de los efectos de las cargas laterales debidas a sismo se hace con base en las rigideces relativas de los distintos muros. Estas se determinan tomando en cuenta las deformaciones de cortante y de flexión. Para estas últimas se considera la sección transversal agrietada del muro cuando la relación de carga vertical a momento flexionante es tal que se presentan tensiones verticales. Se debe tomar en cuenta la restricción que impone a la rotación de los muros la rigidez de los sistemas de piso y techo y la de los dinteles.

Es admisible considerar que la fuerza cortante que toma cada muro es proporcional a su área transversal, ignorar los efectos de torsión y de momento de volteo.

La contribución a la resistencia a fuerzas cortantes de los muros cuya relación de altura de entrepiso, H , a longitud, L , es mayor que 1.33 se debe reducir al multiplicar la resistencia por el coeficiente $(1.33 L/H)^2$.

4.4 Reducción de fuerzas sísmicas

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 establecen que las fuerzas sísmicas descritas en los incisos 4.1 y 4.2 se pueden reducir al dividir las entre el factor reductivo Q' .

4.4.1 Estructuras regulares

Para las estructuras que satisfacen las condiciones de regularidad indicadas en el inciso 4.2.4, Q' se obtiene con las siguientes expresiones.

$$\begin{aligned} Q' &= Q && \text{si } T \text{ se desconoce} \\ Q' &= Q && \forall T \geq T_a \\ Q' &= 1 + \frac{T}{T_a} (Q - 1) && \forall T < T_a \end{aligned} \quad (4.59)$$

donde:

- a) T es igual al período fundamental de vibración (inciso 4.2.3) cuando se emplee el método estático (inciso 4.2.2) e igual al período de natural de vibración del modo que se considere cuando se emplee el método de análisis modal (inciso 4.1.4).

- b) T_a es un período característico del espectro de diseño utilizado (inciso 4.2.6).
- c) Los desplazamientos de diseño sísmico se obtienen al multiplicar por el factor de comportamiento sísmico, Q , a los desplazamientos obtenidos con las fuerzas sísmicas reducidas.
- d) Cuando se adopten dispositivos especiales capaces de disipar energía por amortiguamiento o comportamiento inelástico, se pueden emplear criterios de diseño sísmico que difieran de los aquí especificados, pero congruentes con ellos, con la aceptación del DDF.

4.4.2 Estructuras irregulares

Para las estructuras que no satisfacen las condiciones de regularidad indicadas en el inciso 4.2.4, Q' se obtiene con las expresiones del inciso anterior (Ec 4.59) multiplicado por 0.8.

4.5 Efectos de torsión

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 establecen que para fines de diseño, el momento torsionante se debe tomar por lo menos igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco o muro resulte mas desfavorable de las siguientes

$$\begin{aligned} e_d &= 1.5e_s + 0.1b \\ e_d &= e_s - 0.1b \end{aligned} \quad (4.60)$$

donde:

e_s = Excentricidad torsional de rigideces calculada del entrepiso, igual a la distancia entre el centro de torsión del nivel correspondiente y la fuerza cortante en dicho nivel.

b = Dimensión de la planta que se considera, medida en la dirección de e_s .

La excentricidad de diseño, e_d , en cada sentido no se debe tomar menor que la mitad del máximo valor de la excentricidad calculada, e_s , para los entrepisos que se hallen abajo del que se considera, ni se debe tomar el momento torsionante de ese entrepiso menor que la mitad del máximo calculado para los entrepisos que están arriba del considerado.

4.6 Efectos de segundo orden

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 establecen que se deben tomar en cuenta explícitamente en el análisis los efectos de segundo orden, esto es, los momentos y cortantes adicionales provocados por las cargas verticales al obrar en la estructura desplazada lateralmente, en toda estructura en que la diferencia en desplazamientos laterales entre dos niveles consecutivos, u_i , dividida entre la diferencia de altura correspondientes, h_i , es tal que:

$$\frac{\Delta u_i}{h_i} > 0.08 \frac{V}{W}$$

donde

(4.62)

V = Fuerza cortante en el entrepiso considerado

W = Peso de la construcción encima del entrepiso

El peso de la construcción incluye cargas muertas y vivas.

4.7 Efectos bidireccionales

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 establecen que los efectos de ambos componentes horizontales del movimiento del terreno se deben combinar al tomar en cada dirección en que se analice la estructura, el 100 % de los efectos del componente que obra en esa dirección y el 30 % de los efectos del que obra perpendicularmente a ella, con los signos que para cada concepto resulten mas desfavorables.

5. FUERZAS SISMICAS EN LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES RESISTENTES DE LAS EDIFICACIONES

El concepto de fuerzas sísmicas en elementos estructurales resistentes de una edificación es la manera de especificar la magnitud de las fuerzas sísmicas que actúan en cada uno de los elementos estructurales resistentes en los métodos que utilizan simplificaciones estructurales para cuantificar las fuerzas sísmicas.

5.1 En los modelos estructurales donde se utilizan las ecuaciones de equilibrio dinámico de las edificaciones

En los modelos estructurales que formulan las ecuaciones de equilibrio a través del concepto de subestructuras unidas a un diafragma (nivel), rígido o no, la información que se maneja de manera sistemática es el equilibrio de cada uno de los elementos estructurales que la forman. Entonces, el concepto de fuerzas sísmicas en los elementos estructurales es transparente ya que se cuenta con la información integral de cada uno de los elementos estructurales de la edificación, al establecer las ecuaciones de equilibrio.

5.2 En los modelos estructurales donde se utiliza el concepto de rigidez de entrepiso

El modelo donde se emplea el concepto de rigidez de entrepiso es el modelo mas simple donde se utiliza el concepto de diafragma rigido. Es un modelo en extinción ya que los modelos a que hace referencia el inciso 5.1 son mas generales. Se presenta porque el RCDF87 hace referencia a algunos conceptos que utiliza. Se basa en las siguientes hipótesis:

- a) Se considera el equilibrio en un solo diafragma (nivel) rígido en donde la carga que actúa es la fuerza cortante en el entrepiso correspondiente, localizada en su centro de masas.
- b) Las fuerzas que resisten a la fuerza cortante las proporcionan las rigideces de entrepiso (resortes) del entrepiso correspondiente que definen el centro de torsión (o de rigideces).
- c) Las rigideces de entrepiso las forman los marcos (o muromarcos) planos, sensiblemente paralelos en dos direcciones ortogonales.
- d) En los desarrollos que siguen se considera que el edificio tiene una distribución de rigideces regular en elevación. Es decir, que las columnas de un diafragma (nivel) únicamente están unidas con niveles consecutivos.

En la Fig 5.1 se muestra la idealización del modelo estructural descrito en los incisos anteriores.

5.2.1 Centro de rigideces (de torsión) del entrepiso

Debido a que los elementos resistentes de un entrepiso se representan mediante las rigideces del mismo, se define como centro de rigidez (o de torsión) al punto en donde al actuar las fuerzas cortantes únicamente provocan desplazamientos lineales.

5.2.1.1 Fuerzas cortantes directas en los resortes paralelos al eje y de referencia

Con base en la Fig 5.2, la fuerza que soporta cada resorte (rigidez de entrepiso) paralelo al eje y resulta ser

$$V_{jy}^d = k_{jy}v \quad (5.1)$$

De acuerdo con la condición de equilibrio de fuerzas paralelas al eje y se puede escribir como.

$$V_y = \sum_{j=1}^{NX} V_{jy}^d = v \sum_{j=1}^{NX} k_{jy} \quad (5.2)$$

Con base en las Ec 5.1 y 5.2 se obtienen las siguientes expresiones.

$$v = \frac{V_y}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} \quad (5.3)$$

$$V_{jy}^d = \frac{k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} V_y \quad (5.4)$$

5.2.1.2 Fuerzas cortantes directas en los resortes paralelos al eje x de referencia

Al seguir un razonamiento similar al inciso 5.2.1.1 y utilizar la Fig 5.3 se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$V_{ix}^d = k_{ix} u \quad (5.5)$$

$$V_x = \sum_{i=1}^{NY} V_{ix}^d = u \sum_{i=1}^{NY} k_{ix} \quad (5.6)$$

$$u = \frac{V_x}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}} \quad (5.7)$$

$$V_{ix}^d = \frac{k_{ix}}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}} V_x \quad (5.8)$$

5.2.1.3 Coordenadas del centro de torsión

Se denomina centro de torsión (CT) o centro de rigideces (CR) al punto localizado sobre el diafragma rígido donde al actuar la fuerza cortante correspondiente únicamente le provoca desplazamientos lineales.

Al aplicar la definición de CT a la fuerza cortante paralela al eje y, al establecer el equilibrio de momentos resulta.

$$\begin{aligned}
 x_c V_y &= \sum_{j=1}^{NX} x_j V_{jy}^d \\
 &= \sum_{j=1}^{NX} x_j \frac{k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} V_y \\
 &= \frac{\sum_{j=1}^{NX} x_j k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} V_y
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

De acuerdo con la Ec 5.9 se obtiene la expresión de la abscisa del centro de torsión.

$$x_c = \frac{\sum_{j=1}^{NX} x_j k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} \tag{5.10}$$

Al aplicar la definición de CT a la fuerza cortante paralela al eje x, se obtiene la siguiente expresión de la ordenada del centro de torsión.

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^{NY} y_i k_{ix}}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}} \tag{5.11}$$

5.2.2 Excentricidades

Las fuerzas sísmicas asociadas a los diafragmas rígidos actúan en el punto denominado centro de masas (CM) u no en el centro de torsión, que pueden ser diferentes. A las distancias paralelas a la dirección de las fuerzas cortantes se les denominan excentricidades.

5.2.2.1 Excentricidades calculadas

Las excentricidades correspondientes a las dos fuerzas cortantes ortogonales se pueden escribir como.

$$e_{sx} = |x_m - x_c|$$

donde

$$e_{sx} = \text{Excentricidad de la fuerza Cortante } V_y \quad (5.12)$$

$$x_m = \text{Abscisa del centro de masas}$$

$$x_c = \text{Abscisa del centro de torsión}$$

$$e_{sy} = |y_m - y_c|$$

donde

$$e_{sy} = \text{Excentricidad de la fuerza Cortante } V_x \quad (5.13)$$

$$y_m = \text{Ordenada del centro de masas}$$

$$y_c = \text{Ordenada del centro de torsión}$$

5.2.2.2 Excentricidades de diseño

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 establecen que a cada excentricidad calculada se le debe asociar dos excentricidades de diseño, según se indica a continuación.

a) Excentricidades asociadas a la fuerza cortante V_y .

$$\begin{aligned} e_{dx} &= 1.5e_{sx} + 0.1b_x \\ e_{dx} &= e_{sx} - 0.1b_x \end{aligned} \quad (5.14)$$

donde:

b. es la dimensión de la planta que se considera medida en la dirección de e_{sx} (perpendicular a la fuerza cortante V_y).

b) Excentricidades asociadas a la fuerza cortante V_x .

$$\begin{aligned} e_{dy} &= 1.5e_{sy} + 0.1b_y \\ e_{dx} &= e_{sy} - 0.1b_y \end{aligned} \quad (5.15)$$

donde:

b_y es la dimensión de la planta que se considera medida en la dirección de e_{sy} (perpendicular a la fuerza cortante V_x).

5.2.3 Fuerzas cortantes debidas a la torsión

De acuerdo con el inciso 5.2.2 para efectos de diseño se deben considerar los efectos de un momento torsionante, M , cuantificado con las siguientes expresiones.

$$\begin{aligned} M &= M_{ty} = e_{dx}V_y \\ &= M_{tx} = e_{dy}V_x \end{aligned} \quad (5.16)$$

Con base en la Fig 5.4 se puede afirmar que el momento torsionante se equilibra con las fuerzas cortantes que provoca en todos los resortes. El movimiento de cuerpo rígido que el par torsionante le provoca al diafragma rígido es el giro,

Los desplazamientos lineales en los resortes paralelos a cada uno de los ejes de referencia, al considerar que el desplazamiento angular es pequeño, de tal manera que el seno y la tangente del mismo se pueda aproximar por el valor del ángulo, resultan ser.

$$\begin{aligned} u_i &= \theta \bar{y}_i \\ v_j &= \theta \bar{x}_j \end{aligned} \quad (5.17)$$

donde:

$$\begin{aligned} \bar{x}_i &= x_i - x_c \\ \bar{y}_j &= y_j - y_c \end{aligned} \quad (5.18)$$

Las fuerzas cortantes debidas al par torsionante resultan ser.

$$\begin{aligned} V_{ix}^c &= k_{ix} u_i = \theta k_{ix} \bar{y}_i \\ V_{jy}^c &= k_{jy} v_j = \theta k_{jy} \bar{x}_j \end{aligned} \quad (5.19)$$

Al establecer el equilibrio de pares respecto al centro de torsión se obtiene que.

$$\begin{aligned} M &= \sum_{i=1}^{NY} V_{ix}^c \bar{y}_i + \sum_{j=1}^{NX} V_{jy}^c \bar{x}_j \\ &= \theta \left[\sum_{i=1}^{NY} k_{ix} \bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy} \bar{x}_j^2 \right] \end{aligned} \quad (5.20)$$

De las Ec 5.20 se obtiene el valor del desplazamiento angular de cuerpo rígido.

$$\theta = \frac{M}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix} \bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy} \bar{x}_j^2} \quad (5.21)$$

Al sustituir la Ec 5.21 en las Ec 5.19 se obtienen las expresiones de las fuerzas cortantes que el momento torsionante ocasiona a los resortes (rigideces de entrepiso).

$$V_{ix}^c = \frac{k_{ix} \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix} \bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy} \bar{x}_j^2} M \quad (5.22)$$

$$V_{jy}^c = \frac{k_{jy} \bar{x}_j}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix} \bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy} \bar{x}_j^2} M \quad (5.23)$$

5.2.4 Fuerzas cortantes de diseño en los resortes (rigideces de entrepiso)

Con base en los desarrollos de los incisos anteriores, la fuerza cortante que cada resorte (rigidez de entrepiso) soporta es la suma de la fuerza cortante directa mas la fuerza cortante debida a la torsión, como se expresa a continuación.

$$\begin{aligned} V_{ix} &= V_{ix}^d + V_{ix}^t \\ V_{jy} &= V_{jy}^d + V_{jy}^t \end{aligned} \quad (5.24)$$

Para cuantificar la Ec 5.24a se hace uso de ls Ec 5.8 y 5.22, mientras que para la Ec 5.24b se utilizan las Ec 5.4 y 5.23.

5.3 En el método simplificado

En este método se hace caso omiso del efecto de torsión, por lo que únicamente se consideran las fuerzas cortantes directas.

Las NTC para diseño y construcción de estructuras de mampostería establece que es admisible considerar que la fuerza cortante que toma cada muro es proporcional a su área transversal

6. EJEMPLOS DESARROLLADOS PASO A PASO

En este capítulo se presentan los ejemplos que permiten aplicar los conceptos descritos en este curso. Los ejemplos, por tratar de aplicar paso a paso los aspectos operativos de los métodos, corresponden únicamente a métodos que se pueden desarrollar sin un número exagerado de operaciones, de tal manera que se pueden llevar a cabo con calculadora, lápiz y papel.

6.1 Edificación utilizada

En la Fig 6.1 se muestra la planta y elevación de un edificio de interés social que sirve de base para llevar a cabo los ejemplos de aplicación. Las particularidades del edificio se indican a continuación.

6.1.1 Uso de las edificaciones

Con base en el inciso 3.1 , el uso de la edificación es vivienda, por lo que le corresponde el Grupo B.

Por tratarse de una edificación de $667 \text{ m}^2 < 6000 \text{ m}^2$, con una altura de $12.5 \text{ m} < 30 \text{ m}$, se ubica en el subgrupo B2.

6.1.2 Zonificación sísmica

La edificación se localiza en la zona I.

6.1.3 Coeficiente sísmico

De acuerdo con el inciso 3.2, y los datos especificados en los incisos 6.1.1 y 6.1.2, el coeficiente sísmico que le corresponde a la edificación es $c = 0.16$.

6.1.4 Condiciones de regularidad

Con base en los datos de la edificación (Fig 6.1) se obtienen los siguientes parámetros en relación con el inciso 3.4, a fin de definir el coeficiente de reducción de las fuerzas sísmicas, Q' .

- a) Planta sensiblemente simétrica respecto a dos ejes ortogonales (respecto a masas y elementos resistentes).
- b) Altura/dimensión menor en planta = $12.5/8.4 = 1.49 < 2.5$.
- c) Largo/ancho = $15.9/8.4 = 1.9 < 2.5$.
- d) De acuerdo con la tabla 6.1 la relación entre los pesos de los niveles superior a inferior es igual a uno, con excepción del quinto nivel (último) que es igual a 0.88.
- e) Todos los pisos tienen la misma área, igual a 133.56 m^2 .
- f) En relación con los conceptos de rigidez al corte y excentricidades se discuten en los incisos correspondientes.

6.1.5 Factor de comportamiento sísmico

La resistencia a las fuerzas laterales se suministra por:

- a) muros de mampostería de piezas huecas.
- b) confinadas en toda la altura.
- c) de 15 cm de espesor.
- d) resistencia al esfuerzo cortante de 2.5 kg/cm^2 .

Con base en el inciso 3.5, el factor de comportamiento asociado a las dos direcciones ortogonales resultan ser.

$$Q_x = 1.5$$

$$Q_y = 1.5$$

6.1.6 Espectro de diseño

Con base en el inciso 3.6 y la tabla 3.1 de la NTC para diseño por sismo, los parámetros del espectro de respuesta de diseño en la zona I junto con el coeficiente sísmico especificado en el inciso 6.1.3, resultan ser.

$$T_a = 0.2 \text{ s}$$

$$T_b = 0.6 \text{ s}$$

$$r = 1/2$$

6.2 Análisis estático

De acuerdo con el inciso 4.2.2 las fuerzas horizontales que un sismo de diseño ocasiona a una edificación están dadas por la Ec 4.39, reproducida a continuación.

$$F_i = C \frac{\sum_{i=1}^N W_i}{\sum_{i=1}^N W_i h_i} W_i h_i \quad (4.39)$$

En este método no es necesario hacer uso de un modelo estructural para el edificio, excepto si se desea estimar el período fundamental del mismo.

6.2.1 Fuerzas cortantes

Con base en los datos de la geometría y pesos del edificio, así como los datos especificados en el inciso 6.1, los elementos de la Ec 4.39 se resumen en la tabla 6.1.

Tabla 6.1 Fuerzas sísmicas (método estático)					
Nivel	W_i (t)	h_i (m)	$W_i h_i$ (tm)	F_i (t)	V_i (t)
5	91.2	12.5	1140.0	24.73	24.73
4	104.0	10.9	1040.0	22.57	47.30
3	104.0	7.5	780.0	16.92	64.22
2	104.0	5.0	520.0	11.28	75.50
1	104.0	2.5	260.0	5.64	81.14
Σ	507.2		3740.0		

De acuerdo con los valores de las columnas 2 y 4 de la tabla 6.1 se puede cuantificar el siguiente coeficiente.

$$C \frac{\sum_{i=1}^N W_i}{\sum_{i=1}^N W_i h_i} = 0.16 * \frac{507.2}{3740.0} = 0.0217 \quad (6.1)$$

6.2.2 Estimación del periodo fundamental de vibración

De acuerdo con el inciso 4.2.3 la estimación del período fundamental se obtiene mediante la Ec 4.47b, reproducida a continuación.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N W_i x_i^2}{g \sum_{i=1}^N F_i x_i}} \quad (4.47b)$$

Los valores especificados en las tablas 6.1, 6.5 y 6.6 sirven de base para la cuantificación de la Ec 4.47b.

6.2.2.1 En la dirección del eje x

Las operaciones numéricas para determinar los elementos de la Ec 4.47b se resumen en la tabla 6.2.

Tabla 6.2 Estimación del período fundamental, T_{1x} , en la dirección del eje x					
Nivel	k_{ix} (t/cm)	u_{ix} (m)	x_i (m)	$F_i x_i$ (tm)	$W_i x_i^2$ (tm ²)
5	203.65	0.00121	0.00531	0.13132	0.00257
4	372.46	0.00127	0.00410	0.09254	0.00175
3	528.42	0.00122	0.00283	0.04788	0.00083
2	749.62	0.00101	0.00161	0.01816	0.00027
1	1363.69	0.00060	0.00060	0.00338	0.00004
Σ				0.29328	0.00546

Al sustituir los valores de las columnas 5 y 6 de la tabla 6.2 en la Ec 4.47b resulta.

$$T_{1x} = 6.28 \sqrt{\frac{0.00546}{9.81 \cdot 0.29328}} = 0.2736 \text{ s} \quad (6.2)$$

6.2.2.2 En la dirección del eje y

Las operaciones numéricas para determinar los elementos de la Ec 4.47b se resumen en la tabla 6.3.

Tabla 6.3 Estimación del período fundamental, T_{1y} , en la dirección del eje y					
Nivel	k_{iy} (t/cm)	u_{iy} (m)	x_i (m)	$F_i x_i$ (tm)	$W_i x_i^2$ (tm ²)
5	65.93	0.0037	0.0159	0.3932	0.0231
4	121.28	0.0039	0.0122	0.2754	0.0155
3	173.85	0.0037	0.0083	0.1404	0.0072
2	253.15	0.0030	0.0046	0.0519	0.0022
1	515.28	0.0016	0.0016	0.0091	0.0003
Σ				0.8699	0.0483

Al sustituir los valores de las columnas 5 y 6 de la tabla 6.3 en la Ec 4.47b resulta.

$$T_{1y} = 6.28 \sqrt{\frac{0.0483}{9.81 \cdot 0.8699}} = 0.4724 \text{ s} \quad (6.3)$$

6.2.3 Factores reductivos de las fuerzas sísmicas

De acuerdo con el inciso 4.3 los factores reductivos de las fuerzas sísmicas resultan ser.

6.2.3.1 Factor reductivo para fuerzas paralelas al eje x

Al comparar el período fundamental T_{1x} con el valor de T_s resulta.

$$T_{1x} = 0.2736 > T_a = 0.2$$

donde:

$$Q'_x = Q_x = 1.5$$
(6.4)

6.2.3.2 Factor reductivo para fuerzas paralelas al eje y

Al comparar el período fundamental T_{1y} con el valor de T_a resulta.

$$T_{1y} = 0.4724 > T_a = 0.2$$

donde:

$$Q'_y = Q_y = 1.5$$
(6.5)

6.2.4 Fuerzas sísmicas reducidas

Al dividir las fuerzas sísmicas estáticas de la tabla 6.1 entre los correspondientes factores reductivos dados por las Ec 6.4 y 6.5 se obtienen las fuerzas sísmicas reducidas de la tabla 6.4.

Tabla 6.4 Fuerzas sísmicas estáticas sin reducir y reducidas						
Nivel	F_i (t)	V_i (t)	F_{ixr} (t)	V_{ixr} (t)	F_{iy} (t)	V_{iy} (t)
5	24.73	24.73	16.48	16.48	16.48	16.48
4	22.57	47.30	15.05	31.53	15.05	31.53
3	16.92	64.22	11.28	42.81	11.28	42.81
2	11.28	75.50	7.52	50.33	7.52	50.33
1	5.64	81.14	3.76	54.09	3.76	54.09

6.2.5 Reducción de las fuerzas cortantes con base en el período fundamental de vibración

De acuerdo con el inciso 4.2.4 existe la posibilidad de reducir las fuerzas sísmicas de la tabla 6.4, con base en el valor de los períodos fundamentales de vibración.

6.2.5.1 En la direccion del eje x

Al ubicar el período fundamental en el espectro de diseño sismico se tiene que.

$$T_a = 0.2 < T_{1x} = 0.2736 < T_b = 0.6 \quad (6.6)$$

De acuerdo con la Ec 6.6 se concluye que no deben reducirse las fuerzas estáticas en la dirección del eje x de la tabla 6.4.

6.2.5.2 En la direccion del eje y

Al ubicar el período fundamental en el espectro de diseño sismico se tiene que.

$$T_a = 0.2 < T_{1y} = 0.4724 < T_b = 0.6 \quad (6.7)$$

De acuerdo con la Ec 6.7 se concluye que no deben reducirse las fuerzas estáticas en la dirección del eje y de la tabla 6.4.

6.3 Método dinámico (análisis modal espectral)

Este método se describe en el inciso 4.1.4 y su aplicación implica un modelo estructural para el edificio.

6.3.1 Modelo estructural del edificio

En este ejemplo se utiliza el modelo estructural descrito en el inciso 2.4.5, construido a base de subestructuras formadas con rigideces de entrepiso (resortes) unidas con diafragmas rígidos. Este modelo no es el recomendable, pero se utiliza porque permite ejemplificar algunos conceptos del RCDF87 y el número de operaciones que se tienen que realizar resultan ser mucho menor que el de los modelos donde se utiliza una computadora.

El modelo estructural del edificio se construye mediante subestructuras planas formados por muros planos, contruidos con mampostería. La definición de los muros planos se hace en las dos direcciones ortogonales en que están orientados los ejes de la planta del edificio. Los 9 ejes letra (muros 1-x, 2-x, 3-x, 4-x, 5-x, 6-x, 7-x, 8-x y 9-x) y los 3 ejes número (muros 1-y, 2-y y 3-y).

En las Fig 6.2 y 6.3 se muestran las idealizaciones de los muros planos mediante rigideces de entrepiso, y en la Fig 6.4 se representan los dos modelos estructurales del edificio asociados a las dos direcciones ortogonales. Cada estructura unidimensional tiene 5 grados de libertad.

Las rigideces de entrepiso de los muros planos se determinaron con el método del elemento finito, al considerar que actúa un sistema de fuerzas horizontales igual al que proporciona el método estático (inciso 6.2). Los valores que resultan se muestran en las Fig 6.2 y 6.3, así como en las tablas 6.5 y 6.6.

6.3.2 Solución del problema de valores característicos

Las formas modales (eigenvectores) y las correspondientes frecuencias naturales de vibración (eigenvalores), según el inciso 4.1.3.1, se pueden obtener con métodos que utilicen calculadoras o computadoras. En este ejemplo el problema de valores característicos se resolvió al utilizar el método matricial de Jacobi. Las matrices de rigideces y de masas para cada modelo unidimensional se construyen como se indica en las Ec 6.8 y 6.9.

Tabla 6.5 Rigideces de entrepiso de los muros paralelos al eje x (t/cm)					
Entrepis	1-x	2-x	3-x	4-x	5-x
1	310.45	127.57	97.53	97.53	97.53
2	194.45	60.92	47.74	47.74	47.74
3	144.19	41.07	31.58	31.58	31.58
4	104.88	28.21	21.25	21.25	21.25
5	59.04	15.06	11.09	11.09	11.09

Tabla 6.5 Rigideces de entrepiso de los muros paralelos al eje x (t/cm) (continúa)					
Entrepis	6-x	7-x	8-x	9-x	Σ
1	97.53	97.53	127.57	310.45	1363.69
2	47.74	47.74	60.92	194.45	749.62
3	31.58	31.58	41.07	144.19	528.42
4	21.25	21.25	28.21	104.88	372.46
5	11.09	11.09	15.06	59.04	203.65

Tabla 6.6 Rigideces de entrepiso de los muros paralelos al eje y (t/cm)				
Nivel	1-y	2-y	3-y	Σ
1	249.88	114.32	151.08	515.28
2	125.33	53.84	73.98	253.15
3	87.23	35.96	50.66	173.85
4	63.14	25.12	33.02	121.28
5	33.86	13.04	19.03	65.93

6.3.2.1 Matriz de rigideces de los modelos unidimensionales

Al establecer las ecuaciones de equilibrio de los modelos estructurales mostrados en las Fig 6.4 se obtiene la siguiente matriz de rigideces.

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 & -k_5 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

6.3.2.2 Matriz de masas de los modelos unidimensionales

Al establecer las ecuaciones de equilibrio de los modelos estructurales mostrados en las Fig 6.4 se obtiene la siguiente matriz de masas (concentradas).

$$\bar{M} = \frac{1}{g} \begin{bmatrix} W_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_5 \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

6.3.2.3 Eigenvalores y eigenvectores

Al sustituir los valores de la tabla 6.1, 6.5 y 6.6 en las ecuaciones 6.8 y 6.9, para cada uno de los modelos estructurales asociados a las dos direcciones ortogonales, y resolver los correspondiente problemas de valores característicos, se obtienen los eigenvectores (formas modales) mostradas en la Fig 6.5.

Los valores de los períodos, frecuencias naturales de vibración y valores característicos correspondientes a los eigenvectores de la Fig 6.5 se se presentan en la tabla 6.7

Tabla 6.7 Períodos y frecuencias naturales de vibración de los modelos estructurales del edificio						
Mo do	Modelo estructural, eje y			Modelo estructural, eje x		
	T_{1y} (s)	(rad ^y /s)	(rad ^y /s) ²	T_{1x} (s)	(rad ^x /s)	(rad ^x /s) ²
1	.4719	13.31	177.28	.2735	22.97	527.77
2	.2006	31.32	981.06	.1158	54.26	2944.03
3	.1302	48.26	2328.83	.0752	83.55	6981.10
4	.0945	66.49	4420.75	.0548	114.66	13146.15
5	.0676	92.95	8639.06	.0401	156.69	24551.10

6.3.3 Respuesta espectral de desplazamientos de cada modo para el modelo estructural paralelo a eje y

Con base en los incisos 4.1.4.3 y 4.1.4.4 la respuesta espectral desplazamientos de cada modo se obtiene con las Ec 4.25 y 4.27, y de acuerdo con el inciso 4.1.3.3 el coeficiente de participación se obtiene con la Ec 4.22e, que se reproducen a continuación.

$$C_1 = \frac{\sum_{k=1}^N m_k \Gamma_k^1}{\sum_{k=1}^N m_k (\Gamma_k^1)^2} \quad (4.22e)$$

$$y_{\max}^i = c_1 \frac{A_i}{\omega_i^2} \quad (4.25)$$

$$\ddot{u}_{\max}^i = \ddot{r}^i y_{\max}^i \quad (4.27)$$

6.3.3.1 Primer modo

Las operaciones de las Ec 4.25 y 4.27 se presentan en la tabla 6.8. La columna 2 de dicha tabla se obtiene de la columna 2 de la tabla 6.1.

Tabla 6.8 Respuesta espectral de desplazamientos: Primer modo					
Nivel k-ésimo	m_k ts ² /cm	r_k^1	$m_k r_k^1$ ts ² /cm	$m_k (r_k^1)^2$ ts ² /cm	$u_{k\max}^1$ cm
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.1127
2	0.106	2.9613	0.3139	0.9295	0.3337
3	0.106	5.4973	0.5827	3.2034	0.6195
4	0.106	8.2805	0.8777	7.2681	0.9332
5	0.093	11.0399	1.0267	11.3348	1.2442
Σ			2.9070	22.8418	

Con base en las columnas 4 y 5 se obtiene el valor del coeficiente de participación del modo 1, que resulta ser.

$$c_1 = \frac{2.9070}{22.8418} = 0.1273 \quad (6.10)$$

La ordenada del espectro de aceleraciones de diseño del primer modo de vibración, de acuerdo con el incisos 3.6 y 6.1.6, es.

$$T_a = 0.2 < T_1 = 0.4719 < T_b = 0.6 \quad (6.11)$$

$$A_1 = ag = cg = 0.16 \cdot 981 = 156.96 \text{ cm/s}^2$$

La respuesta espectral de las ecuaciones de equilibrio desacopladas para el primer modo, de acuerdo con la Ec 4.25 resulta ser.

$$y_{\max}^1 = c_1 \frac{A_1}{\omega_1^2} = 0.1273 \frac{156.96}{177.28} = 0.1127 \text{ cm} \quad (6.12)$$

La sexta columna de la tabla 6.8 es la expresión de la Ec 4.27.

6.3.3.2 Segundo modo

Las operaciones de las Ec 4.25 y 4.27 se presentan en la tabla 6.9. La columna 2 de dicha tabla se obtiene de la columna 2 de la tabla 6.1.

Tabla 6.9 Respuesta espectral de desplazamientos: Segundo modo					
Nivel k-ésimo	m_k ts^2/cm	r_k^2	$m_k r_k^2$ ts^2/cm	$m_k (r_k^2)^2$ ts^2/cm	$u_{k\max}^2$ cm
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0208
2	0.106	2.6245	0.2782	0.7301	0.0546
3	0.106	3.4198	0.3625	1.2397	0.0711
4	0.106	1.6282	0.1724	0.2803	0.0339
5	0.093	-4.2387	-0.3942	1.6709	-0.0882
Σ			0.5249	4.0270	

Con base en las columnas 4 y 5 se obtiene el valor del coeficiente de participación del modo 2, que resulta ser.

$$c_2 = \frac{0.5249}{4.0270} = 0.1303 \quad (6.13)$$

La ordenada del espectro de aceleraciones de diseño del segundo modo de vibración, de acuerdo con el incisos 3.6 y 6.1.6, es.

$$T_a = 0.2 < T_z = 0.2006 < T_b = 0.6 \quad (6.14)$$

$$A_z = ag = cg = 0.16 \cdot 981 = 156.96 \text{ cm/s}^2$$

La respuesta espectral de las ecuaciones de equilibrio desacopladas para el segundo modo, de acuerdo con la Ec 4.25 resulta ser.

$$y_{\max}^2 = c_2 \frac{A_2}{\omega_2^2} = 0.1303 \frac{156.96}{981.06} = 0.0208 \text{ cm} \quad (6.15)$$

La sexta columna de la tabla 6.9 es la expresión de la Ec 4.27.

6.3.3.3 Tercer modo

Las operaciones de las Ec 4.25 y 4.27 se presentan en la tabla 6.10. La columna 2 de dicha tabla se obtiene de la columna 2 de la tabla 6.1.

Tabla 6.10 Respuesta espectral de desplazamientos: Tercer modo					
Nivel k-ésimo	m_k ts ² /cm	r_k^3	$m_k r_k^3$ ts ² /cm	$m_k (r_k^3)^2$ ts ² /cm	$u_{k\max}^3$ cm
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0074
2	0.106	2.0606	0.2184	0.4501	0.0152
3	0.106	0.6797	0.0720	0.0490	0.0050
4	0.106	-2.6831	-0.2844	0.7631	-0.0197
5	0.093	1.1754	0.1073	0.1285	0.0086
Σ			0.2213	1.4967	

Con base en las columnas 4 y 5 se obtiene el valor del coeficiente de participación del modo 3, que resulta ser.

$$c_3 = \frac{0.2213}{1.4967} = 0.1479 \quad (6.16)$$

La ordenada del espectro de aceleraciones de diseño del tercer modo de vibración, de acuerdo con el incisos 3.6 y 6.1.6, es.

$$T_3 = 0.1302 < T_a = 0.2$$

$$A_3 = ag = g(1 + 3 \frac{T_3}{T_a}) \frac{c}{4} \quad (6.17)$$

$$= 981(1 + 3 \frac{0.1302}{0.2}) \frac{0.16}{4} = 115.88 \text{ cm/s}^2$$

La respuesta espectral de las ecuaciones de equilibrio desacopladas para el tercer modo, de acuerdo con la Ec 4.25 resulta ser.

$$y_{max}^3 = c_3 \frac{A_3}{\omega_3^2} = 0.2213 \frac{115.88}{2328.83} = 0.0110 \text{ cm} \quad (6.18)$$

La sexta columna de la tabla 6.10 es la expresión de la Ec 4.27.

6.3.3.4 Cuarto modo

Las operaciones de las Ec 4.25 y 4.27 se presentan en la tabla 6.11. La columna 2 de dicha tabla se obtiene de la columna 2 de la tabla 6.1.

Tabla 6.11 Respuesta espectral de desplazamientos: Cuarto modo					
Nivel k-ésimo	m_k ts ² /cm	r_k^4	$m_k r_k^4$ ts ² /cm	$m_k (r_k^4)^2$ ts ² /cm	u_{kmax}^4 cm
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0039
2	0.106	1.1851	0.1256	0.1489	0.0046
3	0.106	-1.7383	-0.1843	0.3203	-0.0068
4	0.106	0.7849	0.0832	0.0653	0.0031
5	0.093	-0.1501	-0.0140	0.0021	-0.0006
Σ			0.1165	0.6426	

Con base en las columnas 4 y 5 se obtiene el valor del coeficiente de participación del modo 4, que resulta ser.

$$C_4 = \frac{0.1165}{0.6426} = 0.1813 \quad (6.19)$$

La ordenada del espectro de aceleraciones de diseño del cuarto modo de vibración, de acuerdo con el incisos 3.6 y 6.1.6, es.

$$\begin{aligned} T_4 &= 0.0945 < T_s = 0.2 \\ A_4 &= ag = g(1 + 3 \frac{T_3}{T_s}) \frac{C}{4} \\ &= 981(1 + 3 \frac{0.0945}{0.2}) \frac{0.16}{4} = 94.86 \text{ cm/s}^2 \end{aligned} \quad (6.20)$$

La respuesta espectral de las ecuaciones de equilibrio desacopladas para el cuarto modo, de acuerdo con la Ec 4.25 resulta ser.

$$y_{\max}^4 = C_4 \frac{A_4}{\omega_4^2} = 0.1813 \frac{94.86}{4420.75} = 0.00389 \text{ cm} \quad (6.21)$$

La sexta columna de la tabla 6.11 es la expresión de la Ec 4.27.

6.3.3.5 Quinto modo

Las operaciones de las Ec 4.25 y 4.27 se presentan en la tabla 6.12. La columna 2 de dicha tabla se obtiene de la columna 2 de la tabla 6.1.

Tabla 6.12 Respuesta espectral de desplazamientos: Quinto modo					
Nivel k-ésimo	$\frac{R_k}{ts^2/cm}$	r_k^5	$\frac{m_k r_k^5}{ts^2/cm}$	$\frac{m_k (r_k^5)^2}{ts^2/cm}$	$\frac{u_{\max}^5}{cm}$
1	0.106	1.0000	0.1060	0.1060	0.0038
2	0.106	-0.5787	-0.0613	0.0355	-0.0022
3	0.106	0.1678	0.0178	0.0030	0.0006
4	0.106	-0.0282	-0.0030	0.0001	-0.0001
5	0.093	0.0025	-0.0002	0.0000	0.0000
Σ			0.0597	0.1446	

Con base en las columnas 4 y 5 se obtiene el valor del coeficiente de participación del modo 5, que resulta ser.

$$c_5 = \frac{0.0577}{0.1446} = 0.4129 \quad (6.22)$$

La ordenada del espectro de aceleraciones de diseño del quinto modo de vibración, de acuerdo con el incisos 3.6 y 6.1.6, es.

$$\begin{aligned} T_5 &= 0.0676 < T_a = 0.2 \\ A_5 &= ag = g(1 + 3 \frac{T_3}{T_a}) \frac{C}{4} \\ &= 981(1 + 3 \frac{0.0676}{0.2}) \frac{0.16}{4} = 79.03 \text{ cm/s}^2 \end{aligned} \quad (6.23)$$

La respuesta espectral de las ecuaciones de equilibrio desacopladas para el quinto modo, de acuerdo con la Ec 4.25 resulta ser.

$$y_{\max}^5 = c_5 \frac{A_5}{\omega_5^2} = 0.4129 \frac{79.03}{8639.06} = 0.003777 \text{ cm} \quad (6.24)$$

La sexta columna de la tabla 6.12 es la expresión de la Ec 4.27.

6.3.4 Respuesta espectral de fuerzas cortantes de cada modo para el modelo estructural paralelo al eje y

Con base en la respuesta espectral de desplazamientos de cada modo (cuantificados en la columna 6 de las tablas 6.8 a 6.12, que se repiten en la columna 2 de las tablas 6.13 a 6.17) se pueden cuantificar las fuerzas cortantes correspondientes, al utilizar los conceptos relacionados con la definición de rigidez de entrepiso (Ec 2.5 y 2.6), reproducidos en la forma en que se utilizan.

$$V_k = k_k \Delta u_k \quad (2.5)$$

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} \quad (2.6)$$

Los valores de las rigideces de entrepiso para el modelo estructural paralelo al eje y se muestran en la columna 2 de la tabla 6.2 o bien en la columna 12 de la tabla 6.5, y se repiten sistemáticamente en la columna 3 de las tablas 6.13 a 6.17.

En la revisión del cumplimiento de las condiciones de regularidad del edificio respecto a la rigidez al corte (inciso 3.4), la relación de rigideces entre el primer y segundo entrepisos es igual a 2.035. Aunque excede del 100 por ciento (103.5), se considera que la rigidez del primer entrepiso está sobrevaluada por la condición de frontera de empotramiento. Por tanto, el edificio es regular y los factores reductivos Q' no sufren reducciones adicionales.

6.3.4.1 Primer modo

Las operaciones de las Ec 2.6 y 2.5 se presentan en las columnas 4 y 5 de la tabla 6.13.

Tabla 6.13 Respuesta espectral de cortantes: Primer modo					
Nivel/ Entrepis	$u_{l\max}^1$ cm	k_{ky} t/cm	$u_{l\max}^1$ cm	$V_{l\max}^1$ t	$V_{l\max}^{1r}$ t
1	0.1127	515.28	0.1127	58.12	38.75
2	0.3337	253.15	0.2210	55.95	37.30
3	0.6195	173.85	0.2858	49.68	33.12
4	0.9332	121.28	0.3137	38.05	25.37
5	1.2442	65.93	0.3110	20.50	13.67

La sexta columna representa los valores de la fuerza cortante reducida al dividir los valores de la quinta columna entre el factor reductivo Q' , que resulta ser.

$$T_{1y} = 0.4719 > T_a = 0.2 \quad (6.25)$$

$$Q_{1y} = Q_y = 1.500$$

6.3.4.2 Segundo modo

Las operaciones de las Ec 2.6 y 2.5 se presentan en las columnas 4 y 5 de la tabla 6.14.

Tabla 6.14 Respuesta espectral de cortantes: Segundo modo					
Nivel/ Entrepis	$u_{\text{lmáx}}^2$ cm	k_{ky} t/cm	$u_{\text{lmáx}}^2$ cm	$V_{\text{lmáx}}^2$ t	$V_{\text{lmáxr}}^2$ t
1	0.0208	515.28	0.0208	10.72	7.15
2	0.0546	253.15	0.0338	8.56	5.71
3	0.0711	173.85	0.0165	2.87	1.91
4	0.0339	121.28	-0.0372	-4.51	-3.01
5	-0.0882	65.93	-0.1221	-8.05	-5.37

La sexta columna representa los valores de la fuerza cortante reducida al dividir los valores de la quinta columna entre el factor reductivo Q'_{zy} , que resulta ser.

$$T_{zy} = 0.2006 > T_a = 0.2 \quad (6.26)$$

$$Q'_{zy} = Q_y = 1.500$$

6.3.4.3 Tercer modo

Las operaciones de las Ec 2.6 y 2.5 se presentan en las columnas 4 y 5 de la tabla 6.15.

Tabla 6.15 Respuesta espectral de cortantes: Tercer modo					
Nivel/ Entrepis	$u_{\text{lmáx}}^3$ cm	k_{ky} t/cm	$u_{\text{lmáx}}^3$ cm	$V_{\text{lmáx}}^3$ t	$V_{\text{lmáxr}}^3$ t
1	0.0074	515.28	0.0074	3.81	2.87
2	0.0152	253.15	0.0078	1.97	1.49
3	0.0050	173.85	-0.0102	-1.77	-1.33
4	-0.0197	121.28	-0.0247	-3.00	-2.26
5	0.0086	65.93	0.0283	1.87	1.41

La sexta columna representa los valores de la fuerza cortante reducida al dividir los valores de la quinta columna entre el factor reductivo Q'_{3y} , que resulta ser.

$$T_{3y} = 0.1302 < T_a = 0.2$$

$$Q'_{3y} = 1 + \frac{T_{3y}}{T_a} (Q_y - 1) = 1.326 \quad (6.27)$$

6.3.4.4 Cuarto modo

Las operaciones de las Ec 2.6 y 2.5 se presentan en las columnas 4 y 5 de la tabla 6.16.

Tabla 6.16 Respuesta espectral de cortantes: Cuarto modo					
Nivel/ Entrepis	$u_{k_{xy}}^4$ cm	k_{ky} t/cm	$u_{k_{max}}^4$ cm	$V_{k_{max}}^4$ t	$V_{k_{maxr}}^4$ t
1	0.0039	515.28	0.0039	2.00	1.62
2	0.0046	253.15	0.0007	0.18	0.15
3	-0.0068	173.85	-0.0114	-1.98	-1.60
4	0.0031	121.28	0.0099	1.20	0.97
5	-0.0006	65.93	-0.0037	-0.24	-0.19

La sexta columna representa los valores de la fuerza cortante reducida al dividir los valores de la quinta columna entre el factor reductivo Q'_{4y} , que resulta ser.

$$T_{4y} = 0.0945 < T_a = 0.2$$

$$Q'_{4y} = 1 + \frac{T_{4y}}{T_a} (Q_y - 1) = 1.236 \quad (6.28)$$

6.3.4.5 Quinto modo

Las operaciones de las Ec 2.6 y 2.5 se presentan en las columnas 4 y 5 de la tabla 6.17.

Tabla 6.17 Respuesta espectral de cortantes: Quinto modo					
Nivel/ Entrepis	$u_{\text{lmáx}}^5$ cm	k_{ky} t/cm	$u_{\text{lmáx}}^5$ cm	$V_{\text{lmáx}}^5$ t	$V_{\text{lmáx}r}^5$ t
1	0.0038	515.28	0.0038	1.94	1.66
2	-0.0022	253.15	-0.0060	-1.52	-1.3
3	0.0006	173.85	0.0028	0.49	0.42
4	-0.0001	121.28	-0.0007	-0.08	-0.07
5	0.0000	65.93	0.0001	0.01	0.01

La sexta columna representa los valores de la fuerza cortante reducida al dividir los valores de la quinta columna entre el factor reductivo Q'_{sy} , que resulta ser.

$$T_{sy} = 0.0676 < T_a = 0.2$$

$$Q'_{sy} = 1 + \frac{T_{sy}}{T_a} (Q_y - 1) = 1.169 \quad (6.29)$$

6.3.5 Respuesta total para el modelo estructural paralelo al eje y

Conocidos los elementos cinemáticos (inciso 6.3.3) y los elementos mecánicos (inciso 6.2.4) del modelo estructural en estudio para cada modo de vibración, se procede a determinar la respuesta total de dicho modelo estructural.

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 establecen que debe incluirse el efecto de todos los modos naturales de vibración con período mayor o igual a 0.4 s, pero en ningún caso se pueden considerar menos que los tres primeros modos de traslación en cada dirección de análisis.

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 recomienda utilizar el método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS), para calcular la respuesta total, siempre que los períodos de los modos naturales en cuestión difieran al menos 10% entre si, que es el caso. el método SRSS se indica mediante la Ec 4.29, que se reproduce a continuación.

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^N S_i^2} \quad (4.29)$$

6.3.5.1 Respuesta total de desplazamientos

En la tabla 6.18 se resumen las operaciones indicadas por la Ec 4.29 para los vectores de desplazamientos máximos de cada modo mostrados en la columna 6 de las tablas 6.8 a 6.12. En la columna 2 se muestra la combinación de un solo modo (el primero), en la columna 3 la combinación de los dos primeros, y así sucesivamente.

El primer elemento de cada casillero representa el componente de desplazamiento total mientras que el segundo elemento representa el cociente de ese desplazamiento entre el desplazamiento total obtenido con la combinación de todos los modos del modelo estructural, dados por la columna 6.

Tabla 6.18 Respuesta total de desplazamientos (cm)					
Nivel	1 modo	2 modos	3 modos	4 modos	5 modos
1	0.1127 0.98	0.1146 0.99	0.1148 1.00	0.1149 1.00	0.1150 1.00
2	0.3337 0.97	0.3381 1.00	0.3385 1.00	0.3385 1.00	0.3385 1.00
3	0.6195 0.99	0.6236 1.00	0.6236 1.00	0.6236 1.00	0.6236 1.00
4	0.9332 1.00	0.9338 1.00	0.9349 1.00	0.9340 1.00	0.9340 1.00
5	1.2442 1.00	1.2473 1.00	1.2474 1.00	1.2474 1.00	1.2474 1.00

6.3.5.2 Respuesta total de fuerzas cortantes

En la tabla 6.19 se resumen las operaciones indicadas por la Ec 4.29 para los vectores de fuerzas cortantes máximos de cada modo mostrados en la columna 6 de las tablas 6.13 a 6.17. El ordenamiento de esta tabla es enteramente similar al de la tabla 6.18.

Tabla 6.19 Respuesta total de fuerzas cortantes (t)						V_1 Escala
Entrepí	1 modo	2 modos	3 modos	4 modos	5 modos	
1	37.75 0.98	38.42 0.99	38.53 1.00	38.56 1.00	38.60 1.00	43.28
2	37.30 0.99	37.73 1.00	37.76 1.00	37.76 1.00	37.79 1.00	42.37
3	33.12 0.99	33.18 1.00	33.20 1.00	33.24 1.00	33.24 1.00	37.27
4	25.37 1.00	25.55 1.00	25.65 1.00	25.67 1.00	25.67 1.00	28.78
5	13.67 0.93	14.69 0.99	14.75 1.00	14.76 1.00	14.56 1.00	16.55

6.3.5.3 Revisión por cortante basal

Las NTC para diseño por sismo del RCDF87 establecen que si con el método de análisis dinámico que se haya aplicado se encuentra que, en la dirección que se considera, la fuerza cortante basal calculada, V_c , debe ser tal que debe cumplir con la siguiente condición.

$$V_0 \geq 0.8a \frac{W_0}{Q'} = (0.8)(0.16) \frac{507.2}{1.5} = 43.28 \text{ t} \quad (6.30)$$

En caso de no cumplirse la condición anterior, Las fuerzas de diseño y los desplazamientos laterales correspondientes se deben incrementar en la proporción para que el cortante basal calculado, V_c , cumpla con la igualdad.

De acuerdo con la tabla 6.19, el cortante basal que proporciona el método dinámico es, $V_c = 38.60 \text{ t}$, por lo que las fuerzas cortantes que proporciona el método dinámico (columna 6 de la tabla 6.19) se deben multiplicar por el coeficiente, $43.28/38.6 = 1.12$. El escalamiento se indica en la columna 7 de la tabla 6.19.

6.3.6 Comparación de las fuerzas cortantes obtenidas con los métodos estático y dinámico

A fin de tener una idea comparativa de los valores de las fuerzas cortantes que cada método proporciona se construye la tabla 6.20 donde se establecen tales comparaciones.

Tabla 6.20 Comparación de fuerzas cortantes sísmicas			
Entrepiso	V_{est} (t)	V_{din} (t)	V_{est}/V_{din}
1	54.09	43.28	1.25
2	50.33	42.37	1.19
3	42.81	37.27	1.29
4	31.53	28.78	1.10
5	16.48	16.55	1.00

6.4 Fuerzas sísmicas en los elementos estructurales de la edificación

6.4.1 Resumen de las ecuaciones utilizadas

En el inciso 5.2 se presenta el procedimiento para cuantificar las fuerzas sísmicas para el modelo estructural que utiliza el concepto de rigideces de entrepiso. Las ecuaciones que se utilizan se reproducen a continuación.

6.4.1.1 Coordenadas del centro de torsión

$$x_t = \frac{\sum_{j=1}^{NX} x_j k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} \quad (5.10)$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^{NY} y_i k_{ix}}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}} \quad (5.11)$$

6.4.1.2 Fuerzas cortantes directas

$$V_{jy}^d = \frac{k_{jy}}{\sum_{j=1}^{NX} k_{jy}} V_y \quad (5.4)$$

$$V_{ix}^d = \frac{k_{ix}}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}} V_x \quad (5.8)$$

6.4.1.3 Excentricidades calculadas

$$e_{sx} = |x_m - x_c|$$

donde

$$e_{sx} = \text{Excentricidad de la fuerza Cortante } V_y \quad (5.12)$$

$$x_m = \text{Abscisa del centro de masas}$$

$$x_c = \text{Abscisa del centro de torsión}$$

$$e_{sy} = |y_m - y_t|$$

donde .

$$e_{sy} = \text{Excentricidad de la fuerza Cortante } V_x \quad (5.13)$$

$$y_m = \text{Ordenada del centro de masas}$$

$$y_t = \text{Ordenada del centro de torsión}$$

6.4.1.4 Excentricidades de diseño

$$e_{dx} = 1.5e_{sx} + 0.1b_x \quad (5.14)$$

$$e_{dx} = e_{sx} - 0.1b_x$$

b_x es la dimensión de la planta que se considera medida en la dirección de e_{sx} (perpendicular a la fuerza cortante V_y).

$$e_{dy} = 1.5e_{sy} + 0.1b_y \quad (5.15)$$

$$e_{dy} = e_{sy} - 0.1b_y$$

b_y es la dimensión de la planta que se considera medida en la dirección de e_{sy} (perpendicular a la fuerza cortante V_x).

6.4.1.5 Fuerzas cortantes debidas a la torsión

$$\begin{aligned} M &= M_{ty} = e_{dx}V_y \\ &= M_{tx} = e_{dy}V_x \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$V_{ix}^t = \frac{k_{ix}\bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\bar{x}_j^2} M \quad (5.22)$$

$$V_{jy}^c = \frac{k_{jy} \bar{X}_j}{\sum_{i=1}^{N_y} k_{ix} \bar{Y}_i^2 + \sum_{j=1}^{N_x} k_{jy} \bar{X}_j^2} M \quad (5.23)$$

6.4.1.6 Fuerzas cortantes de diseño en los resortes (rigideces de entrepiso)

$$\begin{aligned} V_{ix} &= V_{ix}^d + V_{ix}^c \\ V_{jy} &= V_{jy}^d + V_{jy}^c \end{aligned} \quad (5.24)$$

Las fuerzas cortantes que se utilizan son las obtenidas con el método estático, ya que con el método dinámico se obtuvieron para el modelo estructural paralelo a la dirección del eje y.

6.4.2 Diafragma del nivel 1

En la Fig 6.6 se muestra la geometría del diafragma del nivel 1 así como la distribución de las rigideces de entrepiso que llegan a dicho nivel y la posición del centro de masas. Con base en dicha figura y las ecuaciones resumidas del capítulo 5 se construyen las tabla 6.21 y 6.22

Con base en las columnas 3 y 4 de la tabla 6.21 y la Ec 5.11 se obtiene el siguiente valor de la ordenada del centro de torsión.

$$y_{1c} = \frac{1084134}{136369} = 7.95 \text{ m} \quad (6.31)$$

Con los elementos de la columna 3 de la tabla 6.21, la fuerza cortante correspondiente y la Ec 5.8 se obtienen los elementos de la columna 5 de dicha tabla.

Los elementos de la columna 6 de la tabla 6.21 se obtiene mediante la Ec 6.31 y la columna 2 de dicha tabla.

Tabla 6.21 Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje x			
Eje i-x	y_i (m)	k_{ix} (t/m)	$y_i k_{ix}$ (t)
1-x	0.00	31045.00	0.00
2-x	2.85	12757.00	36357.00
3-x	4.20	9753.00	40963.00
4-x	6.60	9753.00	64370.00
5-x	7.95	9753.00	77536.00
6-x	9.30	9753.00	90703.00
7-x	11.70	9753.00	114110.00
8-x	13.05	12757.00	166479.00
9-x	15.90	31045.00	493616.00
Σ		136369.00	1084134.00

Tabla 6.21 Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje x (cont)				
Eje i-x	V_{ix}^d (t)	$\bar{y}_i$ (m)	$\bar{y}_i k_{ix}$ (t)	$\bar{y}_i^2 k_{ix}$ (tm)
1-x	12.31	-7.95	-246808.0	1962121.0
2-x	5.06	-5.10	-65061.0	331810.0
3-x	3.87	-3.75	-36574.0	137152.0
4-x	3.87	-1.35	-13167.0	17775.0
5-x	3.87	0.00	0.0	0.0
6-x	3.87	1.35	13167.0	17775.0
7-x	3.87	3.75	36574.0	137152.0
8-x	5.06	5.10	65061.0	331810.0
9-x	12.31	7.95	246808.0	1962121.0
Σ	54.09			4897715.0

A fin de cuantificar la abscisa del centro de torsión y las demás elementos de las restantes ecuaciones del capítulo 5 se construye la tabla 6.22, con base en la Fig 6.6

Con base en las columnas 3 y 4 de la tabla 6.22 y la Ec 5.10 se obtiene el siguiente valor de la abscisa del centro de torsión.

$$x_{1c} = \frac{174921}{51528} = 3.40 \text{ m} \quad (6.32)$$

Con los elementos de la columna 3 de la tabla 6.22, la fuerza cortante correspondiente y la Ec 5.4 se obtienen los elementos de la columna 5 de dicha tabla.

Los elementos de la columna 6 de la tabla 6.22 se obtiene mediante la Ec 6.32 y la columna 2 de dicha tabla.

Tabla 6.22 Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje y			
Eje j-y	x_j (m)	k_{jy} (t/m)	$x_j k_{jy}$ (t)
1-y	0.00	24988.0	0.0
2-y	4.20	11432.0	48014.0
3-y	8.40	15108.0	126907.0
Σ		51528.0	174921.0

Tabla 6.22 Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje y (cont)				
Eje j-y	V_{1jy}^d (t)	$\bar{x}_j$ (m)	$\bar{x}_j k_{jy}$ (t)	$\bar{x}_j^2 k_{jy}$ (tm)
1-y	26.23	-3.40	-84459.0	288861.0
2-y	12.00	0.80	9146.0	7316.0
3-y	15.86	5.00	75540.0	377700.0
Σ	54.09			673877.0

De acuerdo con las coordenadas del centro de masas especificado en la Fig 6.6 y las Ec 6.31 y 6.32 se obtienen los siguientes valores de las excentricidades calculadas, de acuerdo con las Ec 5.12 y 5.13.

$$\begin{aligned} e_{1sx} &= |x_{1m} - x_{1c}| = |4.20 - 3.40| = 0.80 \text{ m} \\ e_{1sy} &= |y_{1m} - y_{1c}| = |7.95 - 7.95| = 0.00 \text{ m} \end{aligned} \quad (6.33)$$

Con base en las Ec 6.33, 5.14 y 5.15 se obtienen las excentricidades de diseño correspondientes.

$$\begin{aligned} e_{1dx} &= 1.5e_{1sx} + 0.1b_x = 1.5(0.8) + 0.1(8.4) = 2.04 \text{ m} \\ e_{1dx} &= e_{1sx} - 0.1b_x = 0.8 - 0.1(8.4) = -0.04 \text{ m} \end{aligned} \quad (6.34)$$

$$\begin{aligned} e_{1dy} &= 1.5e_{1sy} + 0.1b_y = 1.5(0.0) + 0.1(15.9) = 1.59 \text{ m} \\ e_{1dy} &= e_{1sy} - 0.1b_y = 0.0 - 0.1(15.9) = -1.59 \text{ m} \end{aligned} \quad (6.35)$$

Con base en las Ec 6.34, 6.35 y 5.16 se obtiene el momento torsionante que se las fuerzas sísmicas le ocasionan al diafragma rígido del nivel 1.

$$\begin{aligned} M_{1xy} &= e_{1dx}V_{1y} = 2.04(54.09) = 110.34 \text{ tm} \\ &= e_{1dx}V_{1y} = 0.04(54.09) = 2.20 \text{ tm} \end{aligned} \quad (6.36)$$

$$\begin{aligned} M_{1yx} &= e_{1dy}V_{1x} = 1.59(54.09) = 86.00 \text{ tm} \\ &= e_{1dy}V_{1x} = 1.59(54.09) = 86.00 \text{ tm} \end{aligned} \quad (6.37)$$

De acuerdo con las Ec 5.22, 5.23 y la columna 8 de las tablas 6.21 y 6.22 se obtienen los siguientes coeficientes.

Las NTC para diseño por sismo, en su inciso 8.6, establece que de los dos momentos torsionantes de diseño en cada dirección (Ec 6.36 y 6.37) se debe tomar para cada marco o muro el que resulte mas desfavorable. Para cuantificar las fuerzas cortantes debidas a la torsión se utilizan las Ec 5.22 y 5.23, que de acuerdo con las columnas 8 de las tablas 6.21 y 6.22 y las Ec 6.36 y 6.37 resultan ser.

$$V_{1ix}^{cy} = \frac{k_{ix}\bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\bar{x}_j^2} M_{1cy} = \frac{110.34}{4897715 + 673877} k_{ix}\bar{y}_i \quad (6.38)$$

$$= 0.000019804 k_{ix}\bar{y}_i$$

$$V_{1jy}^{cy} = \frac{k_{jy}\bar{x}_j}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\bar{x}_j^2} M_{1cy} = 0.000019804 k_{jy}\bar{x}_j \quad (6.39)$$

$$V_{1ix}^{cx} = \frac{k_{ix}\bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\bar{x}_j^2} M_{1cx} = \frac{86.00}{4897715 + 673877} k_{ix}\bar{y}_i \quad (6.40)$$

$$= 0.0000154354 k_{ix}\bar{y}_i$$

$$V_{1jy}^{cx} = \frac{k_{jy}\bar{x}_j}{\sum_{i=1}^{NY} k_{ix}\bar{y}_i^2 + \sum_{j=1}^{NX} k_{jy}\bar{x}_j^2} M_{1cx} = 0.0000154354 k_{jy}\bar{x}_j \quad (6.41)$$

En la Fig 6.7 se presentan las fuerzas cortantes, cuando el sismo de diseño actúa en uno de sus sentidos, dadas por las Ec 6.38 a 6.41 al utilizar los valores de la columna 7 de las tablas 6.21 y 6.22. Tales valores se presentan en las columnas 9 a 12 de las tablas 6.21 y 6.22, en donde se incluyen los dos sentidos en que puede actuar el sismo de diseño.

Las columnas 13 de las tablas 6.21 y 6.22 se cuantifican de acuerdo con las Ec 5.24, de tal manera que se obtenga la fuerza cortante mayor.

Tabla 6.21 Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje x (cont)					
Eje i-x	V_{1ix}^{cy} (t)	$- V_{1ix}^{cy}$ (t)	V_{1ix}^{cx} (t)	$- V_{1ix}^{cx}$ (t)	V_{1ix} (t)
1-x	-4.89	4.89	3.81	-3.81	17.20
2-x	-1.29	1.29	1.00	-1.00	6.35
3-x	-0.72	0.72	0.56	-0.56	4.59
4-x	-0.26	0.26	0.20	-0.20	4.13
5-x	0.00	0.00	0.00	0.00	3.87
6-x	0.26	-0.26	-0.20	0.20	4.13
7-x	0.72	-0.72	-0.56	0.56	4.59
8-x	1.29	-1.29	-1.00	1.00	6.35
9-x	4.89	-4.89	-3.81	3.81	17.20
Σ					

Tabla 6.22 Fuerzas sísmicas en las rigideces del Entrepiso 1, paralelas al eje y (cont)					
Eje j-y	V_{1jy}^{cy} (t)	$- V_{1jy}^{cy}$ (t)	V_{1jy}^{cx} (t)	$- V_{1jy}^{cx}$ (t)	V_{1jy} (t)
1-y	-1.67	1.67	1.30	-1.30	27.90
2-y	0.18	-0.18	-0.14	0.14	12.18
3-y	1.50	-1.50	-1.17	1.17	17.36
Σ					

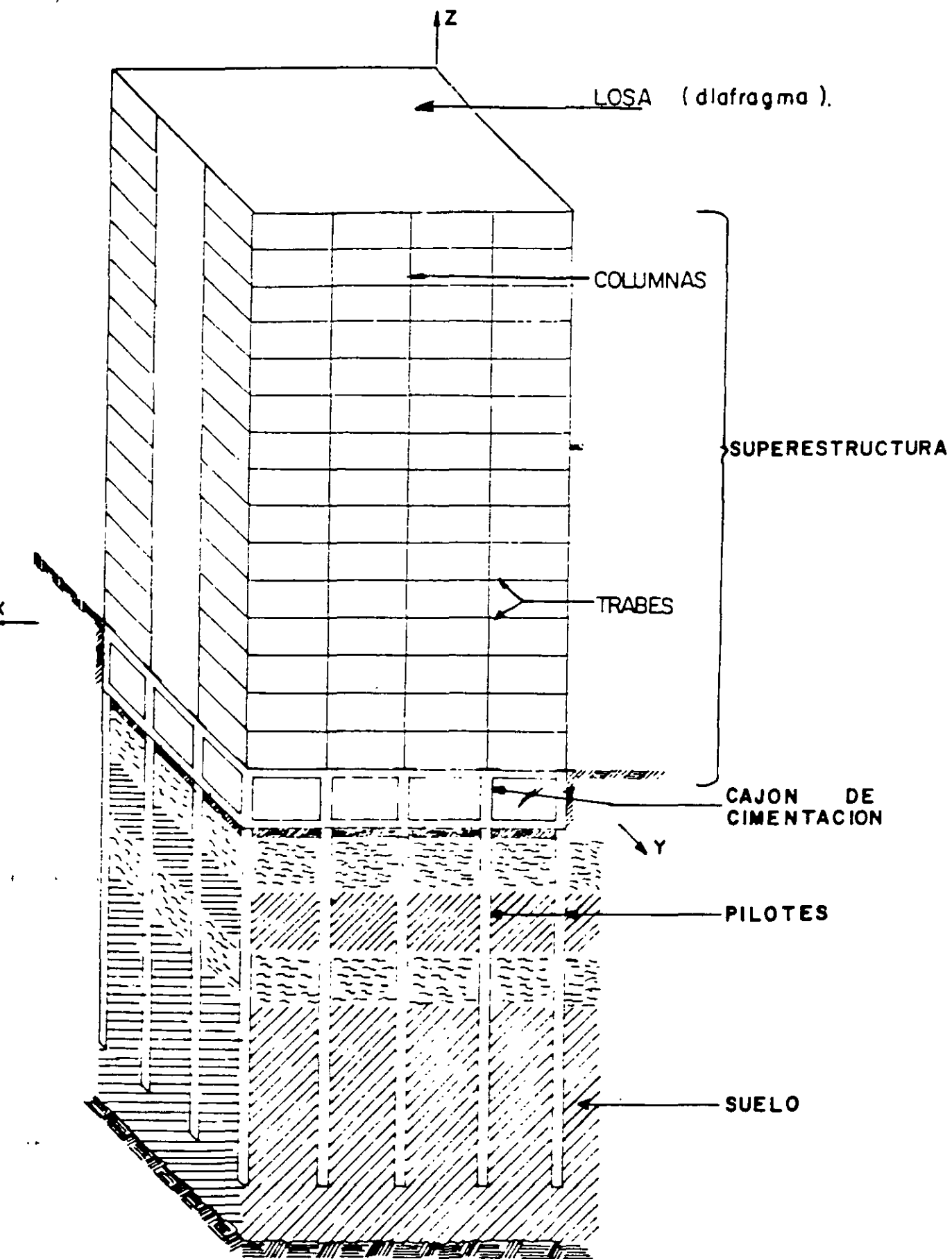


FIG 2.1 Representación esquemática de una edificación

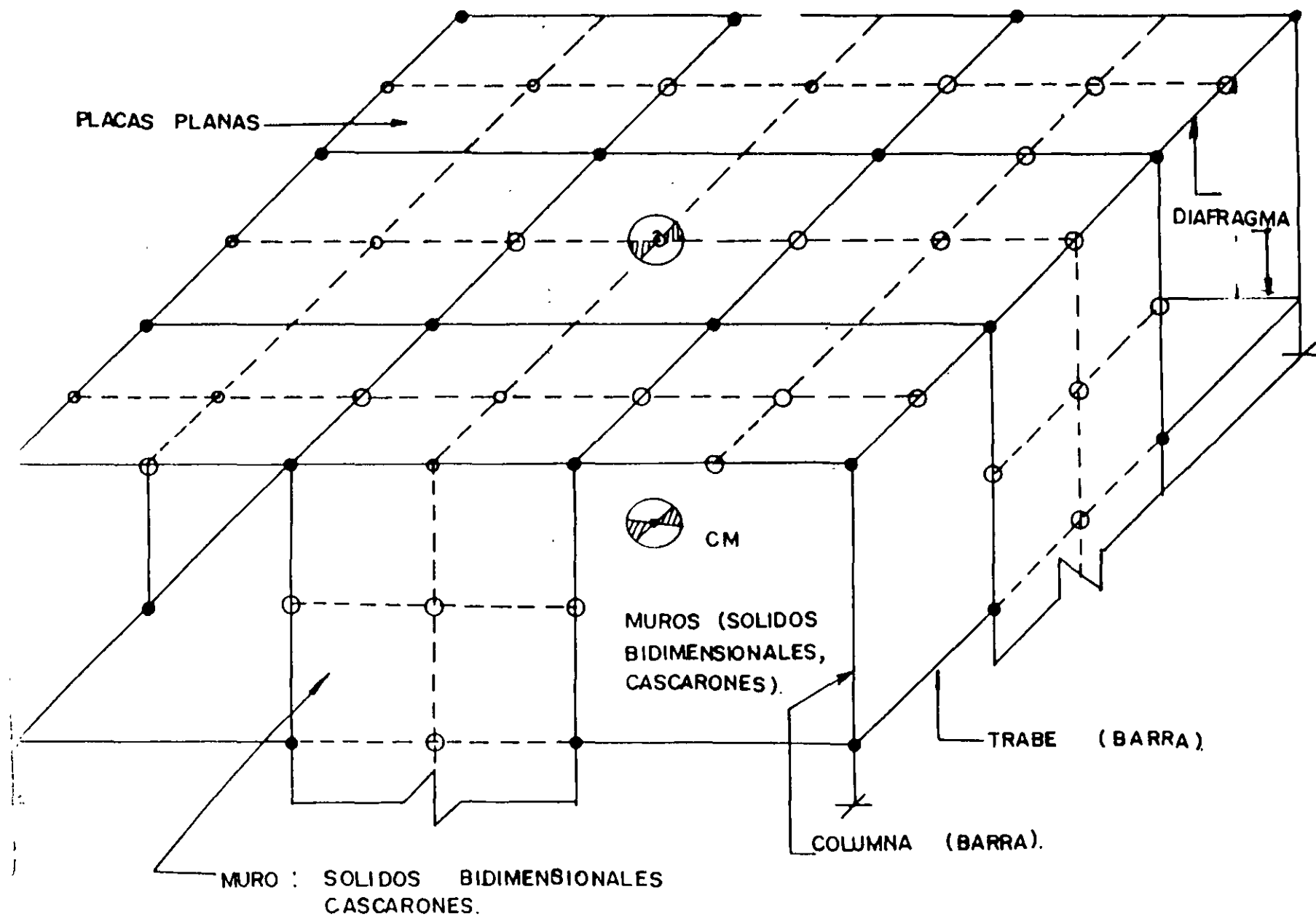


FIG 2.2 ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE UNA EDIFICACION.

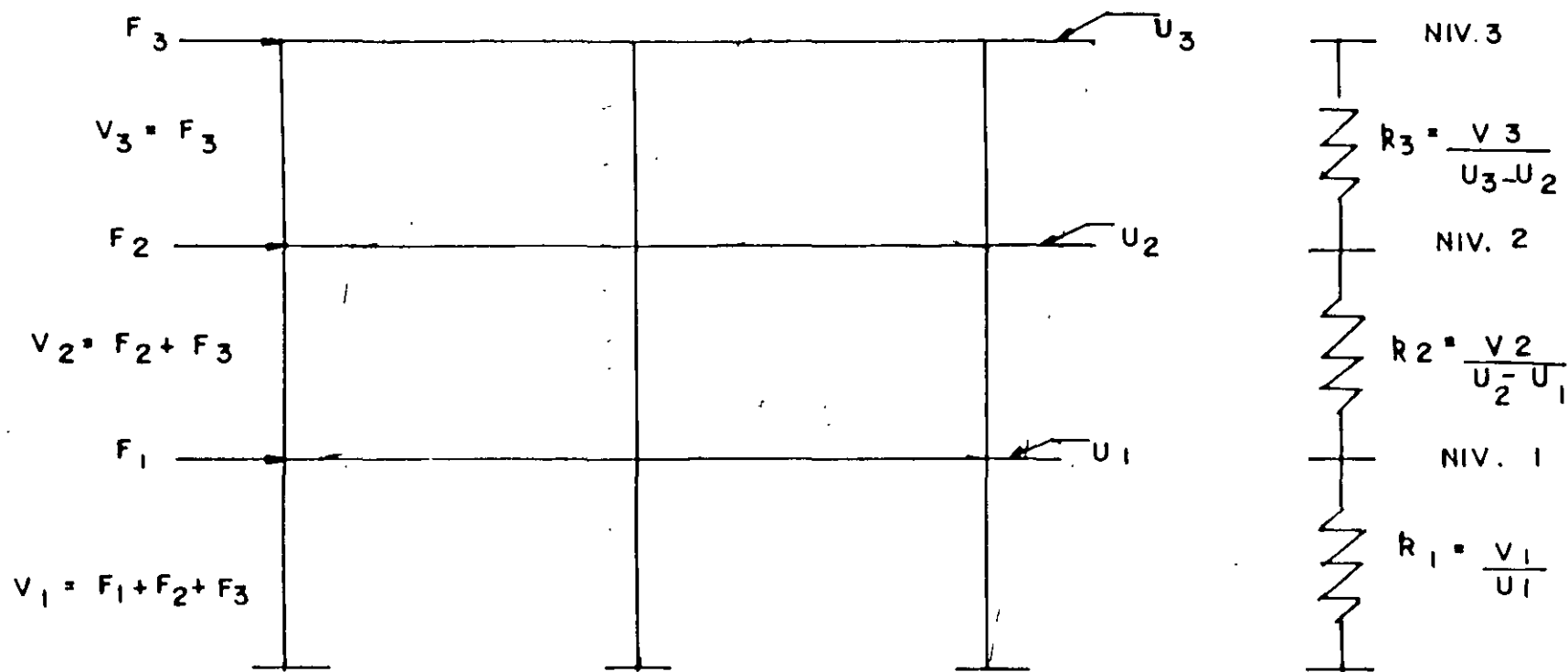


FIG 2.3 IDEALIZACION DE MARCOS PLANOS MEDIANTE RIGIDECES DE ENTREPISO.

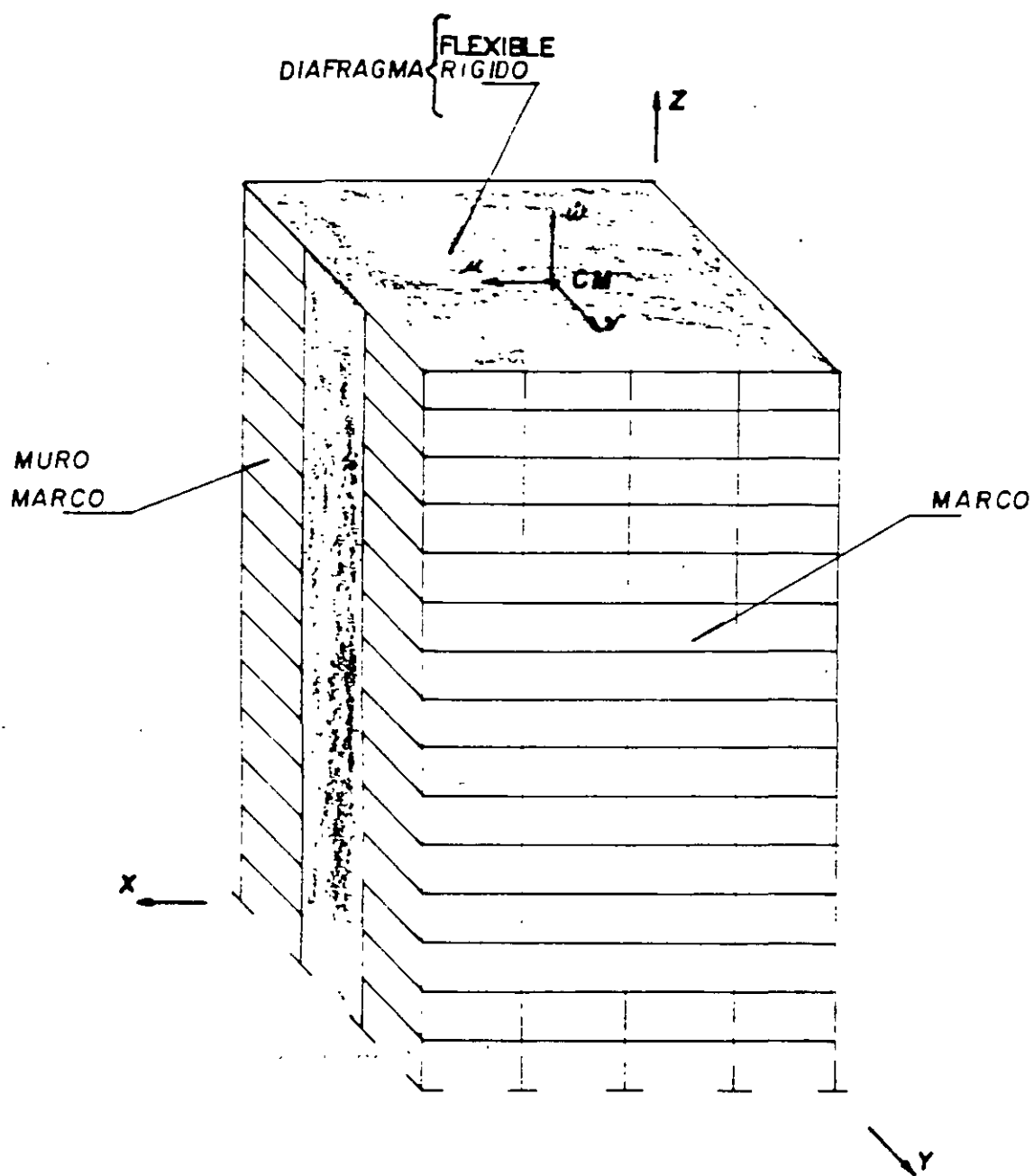


FIG 24 Muros y Muromarcos Tridimensionales
unidos con diafragmas

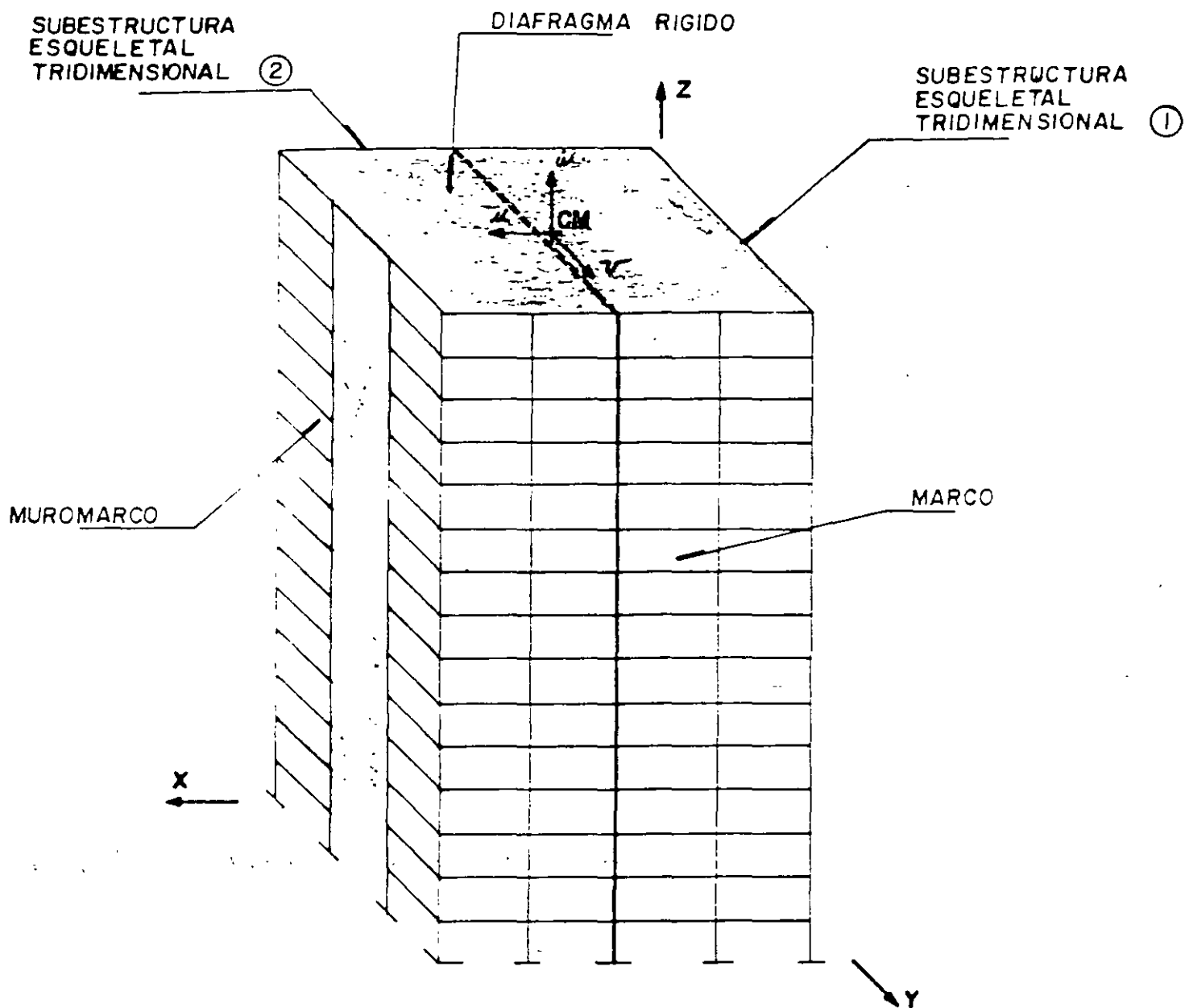


FIG 2.5 Subestructuras formadas con marcos y muromarcos tridimensionales unidos con diafragmas rígidos

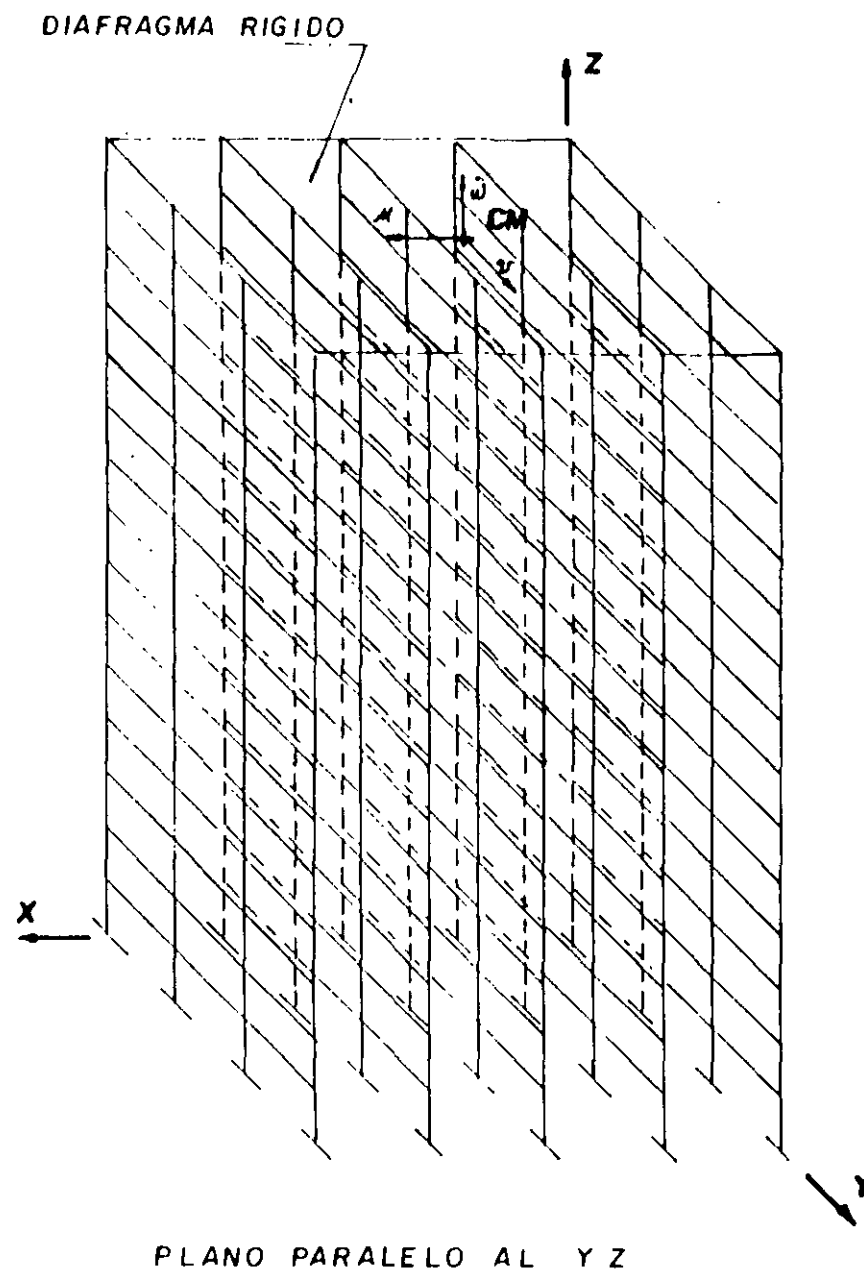
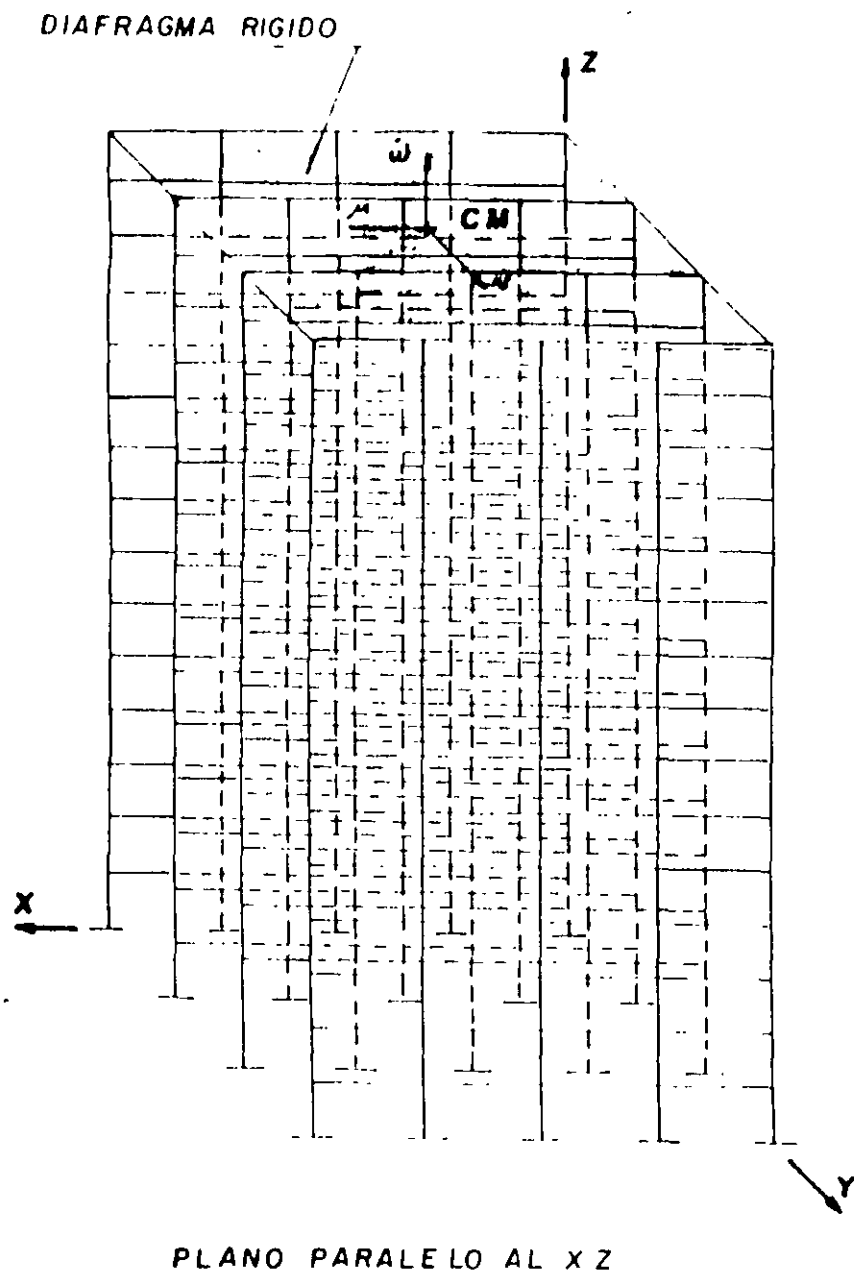


FIG 2.6 Subestructuras formadas con marcos y muromarcos planos unidos con diafragmas rígidos

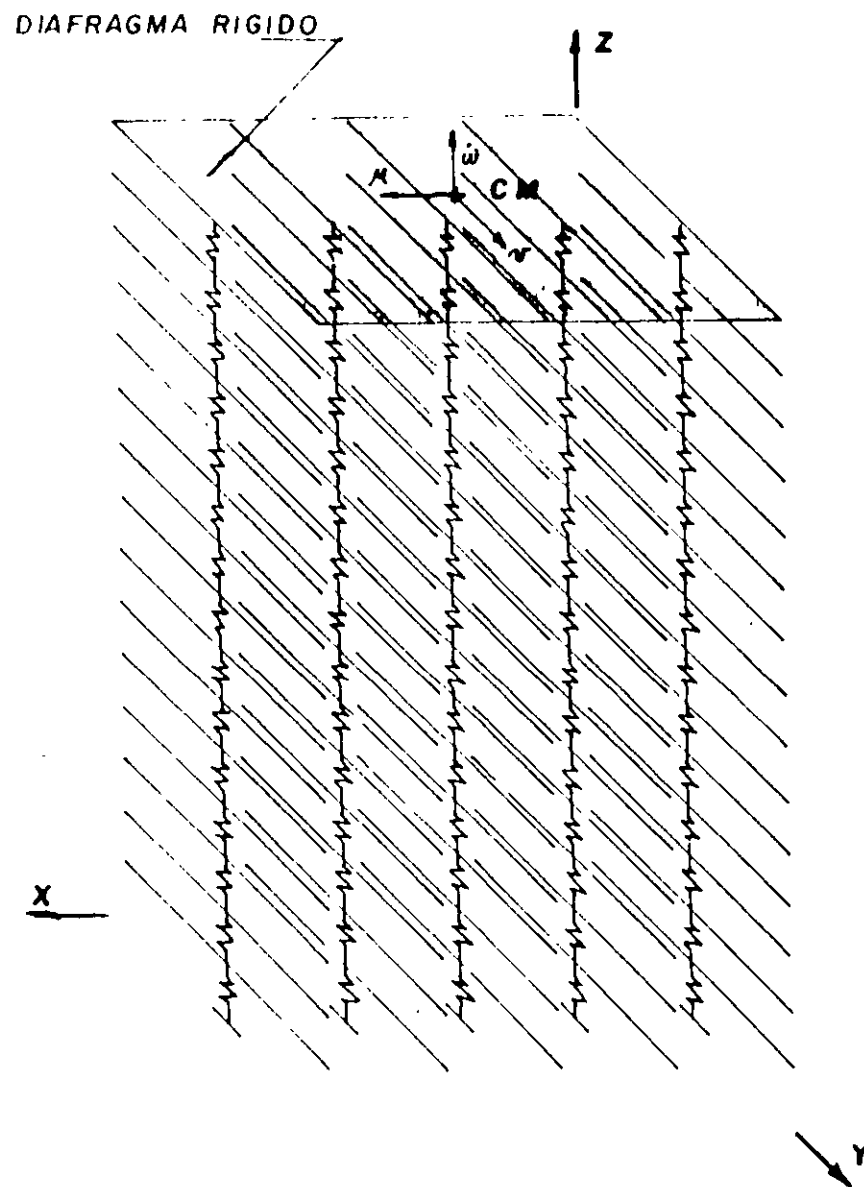
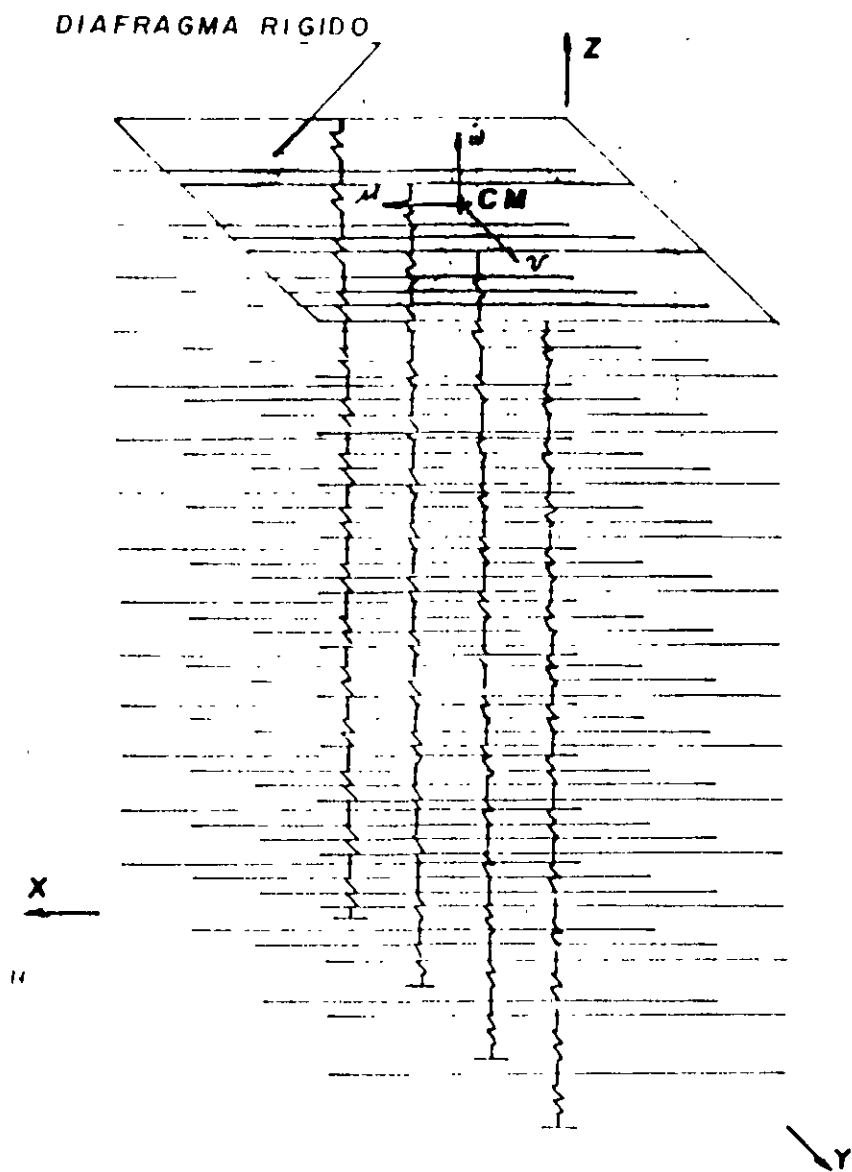
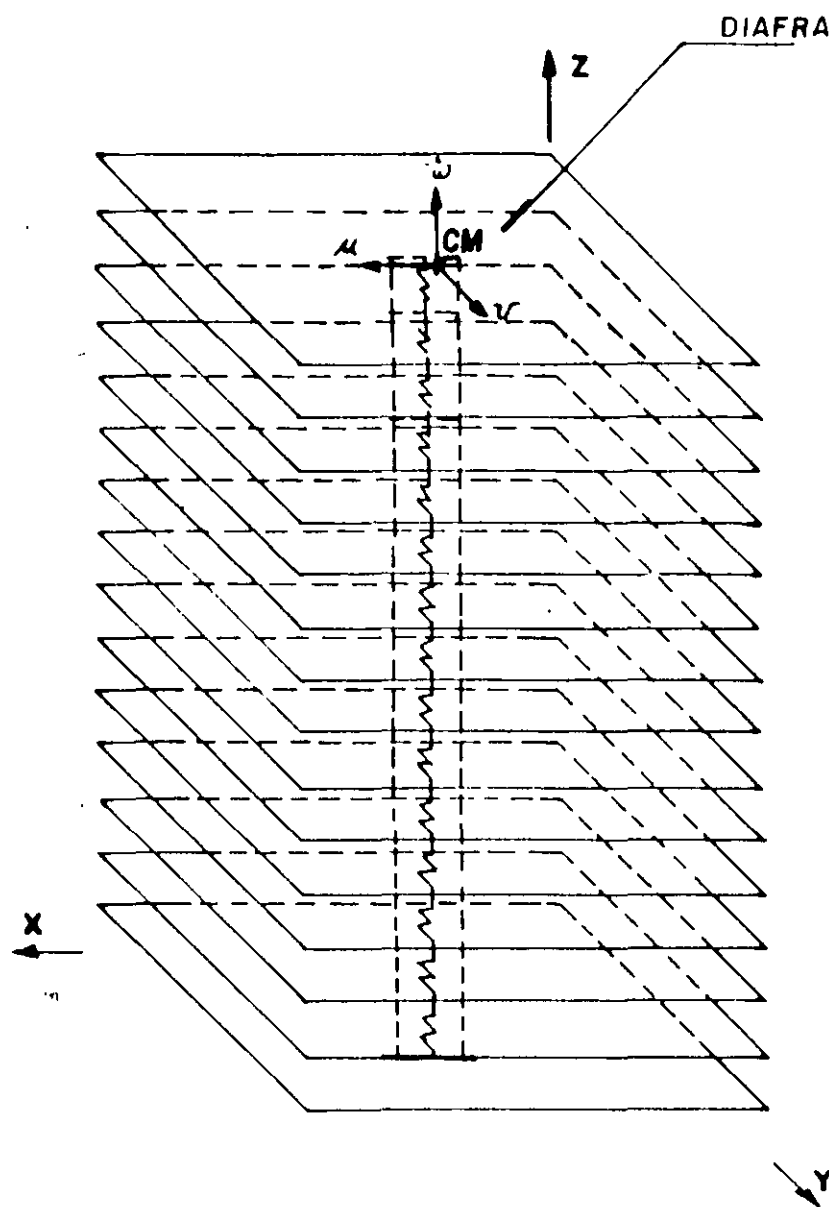
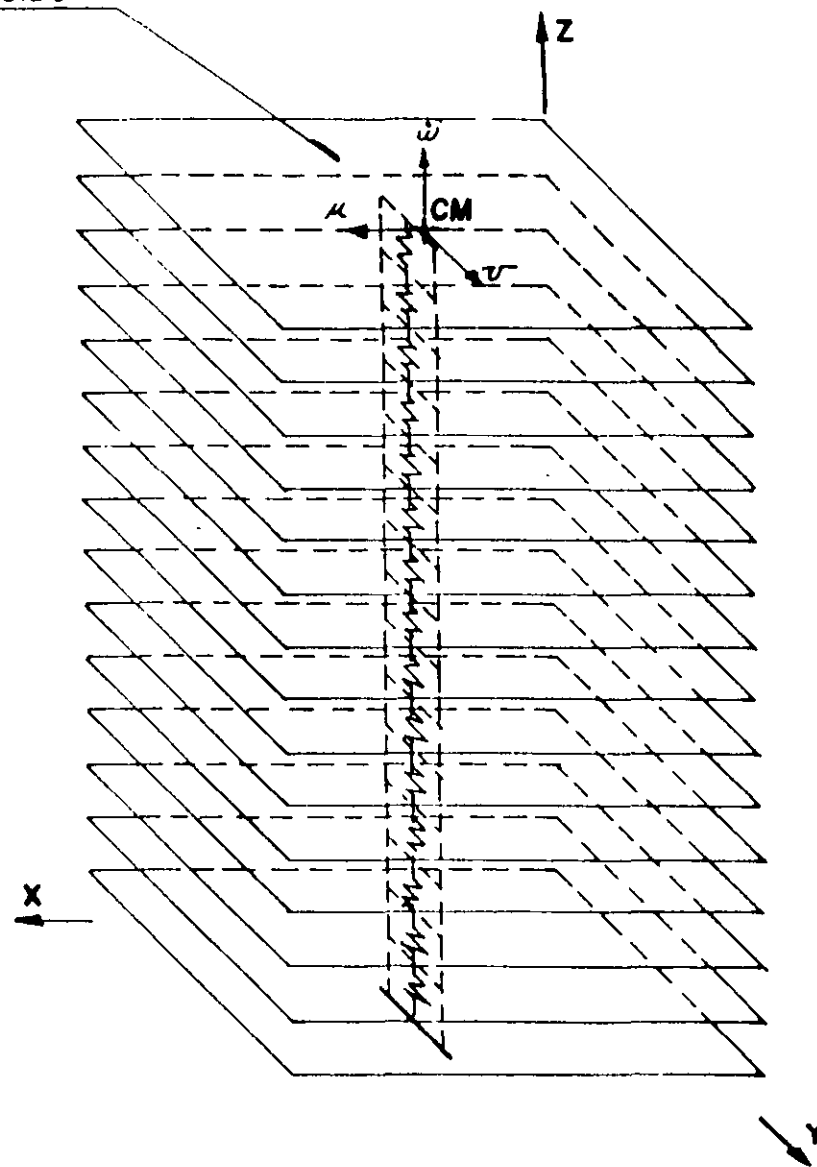


FIG 2.7 Rígideces de entrepiso (resortes) unidas
con diafragmas rígidos



Plano paralelo al XZ



Plano paralelo al YZ

FIG 2.8 MODELOS UNIDIRECCIONALES INDEPENDIENTES FORMADOS CON LAS RIGIDECES DE ENTREPISO.

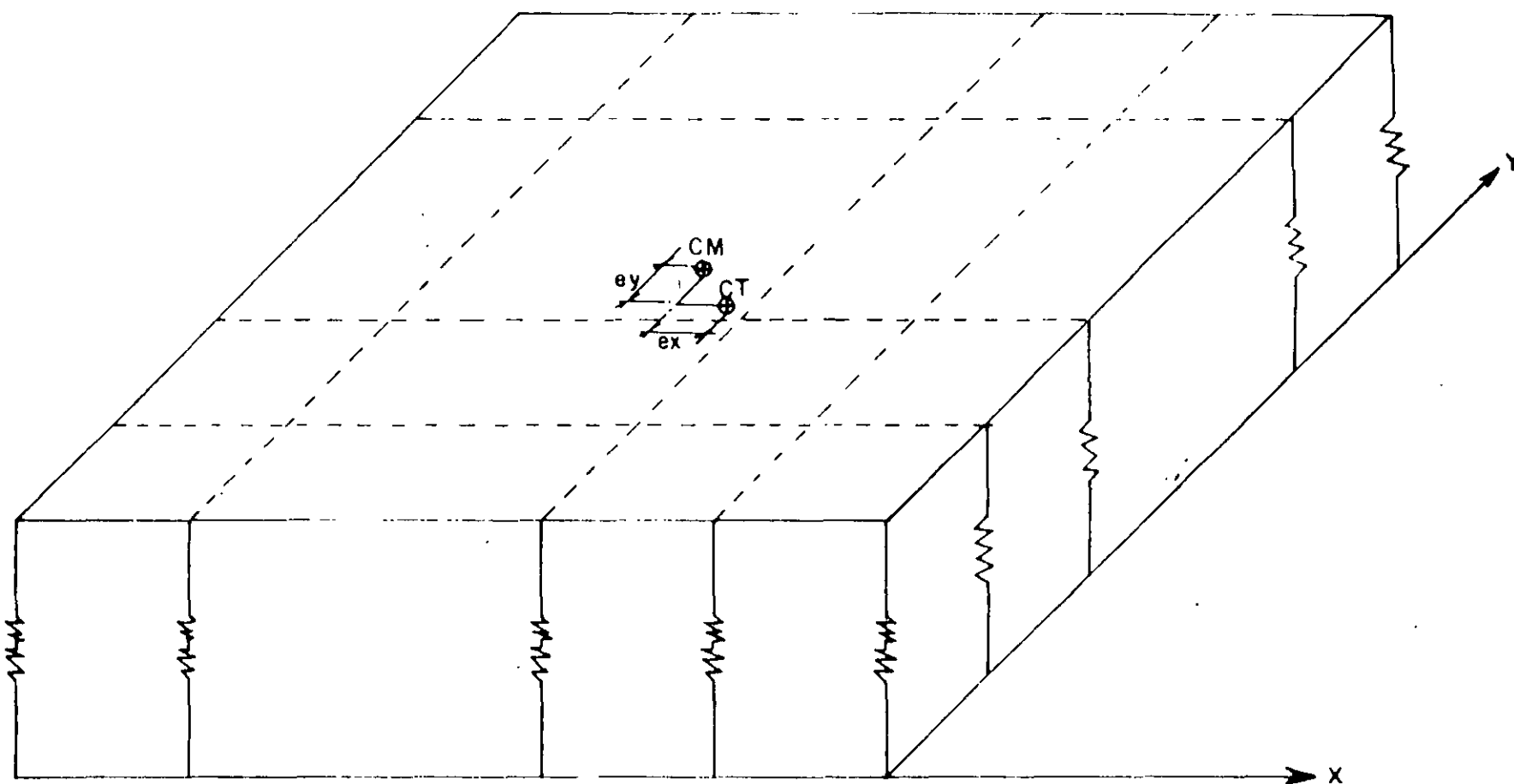
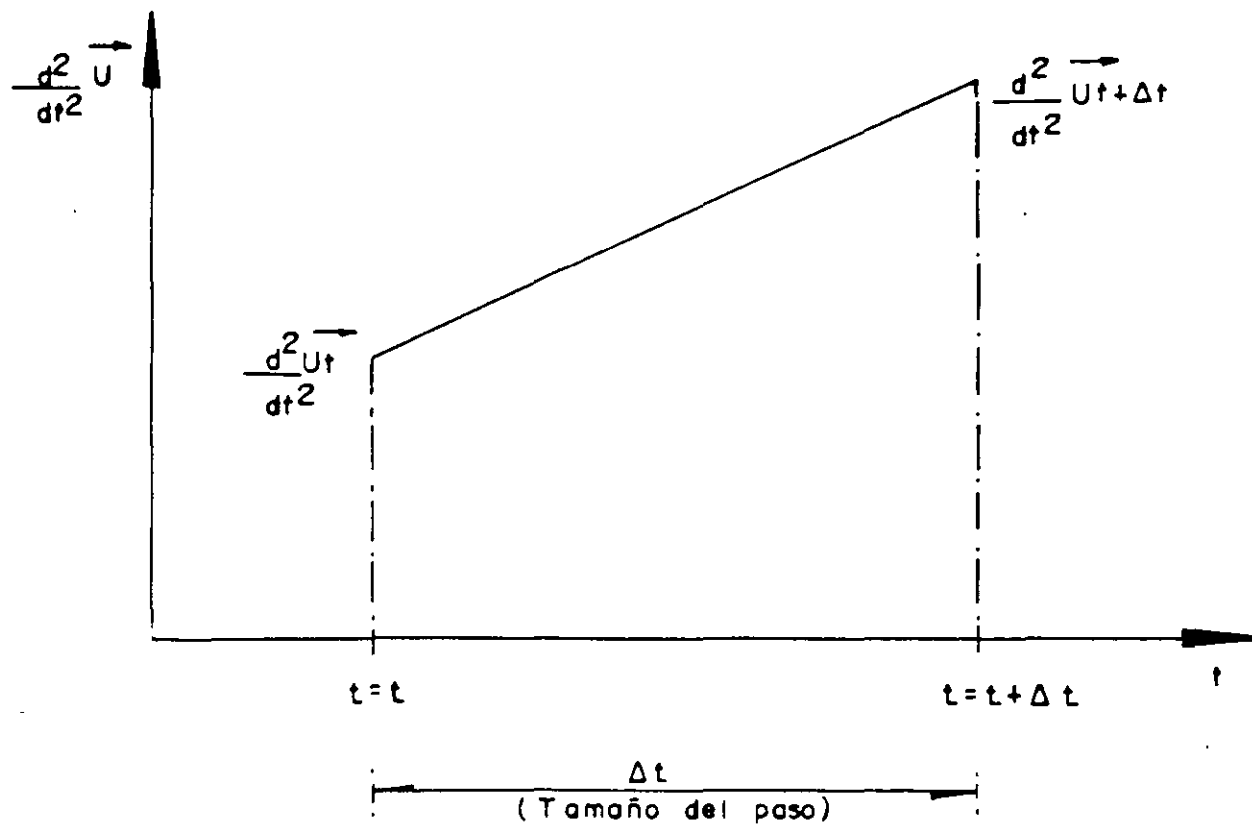


FIG 2.9 DIAFRAGMA RIGIDO UNIDO SOPORTADO LATERALMENTE POR LAS RIGIDECEES DE ENTREPISO QUE LE SUBYACEN.



Valores conocidos al inicio del paso :

$$\begin{array}{l} \vec{U}_t \\ \frac{d}{dt} \vec{U}_t \\ \frac{d^2}{dt^2} \vec{U}_t \end{array}$$

Valores por conocer al final del paso :

$$\begin{array}{l} \vec{U}_{t+\Delta t} \\ \frac{d}{dt} \vec{U}_{t+\Delta t} \\ \frac{d^2}{dt^2} \vec{U}_{t+\Delta t} \end{array}$$

FIG. 4.1 Variación lineal de la aceleración en el intervalo de integración, Δt .

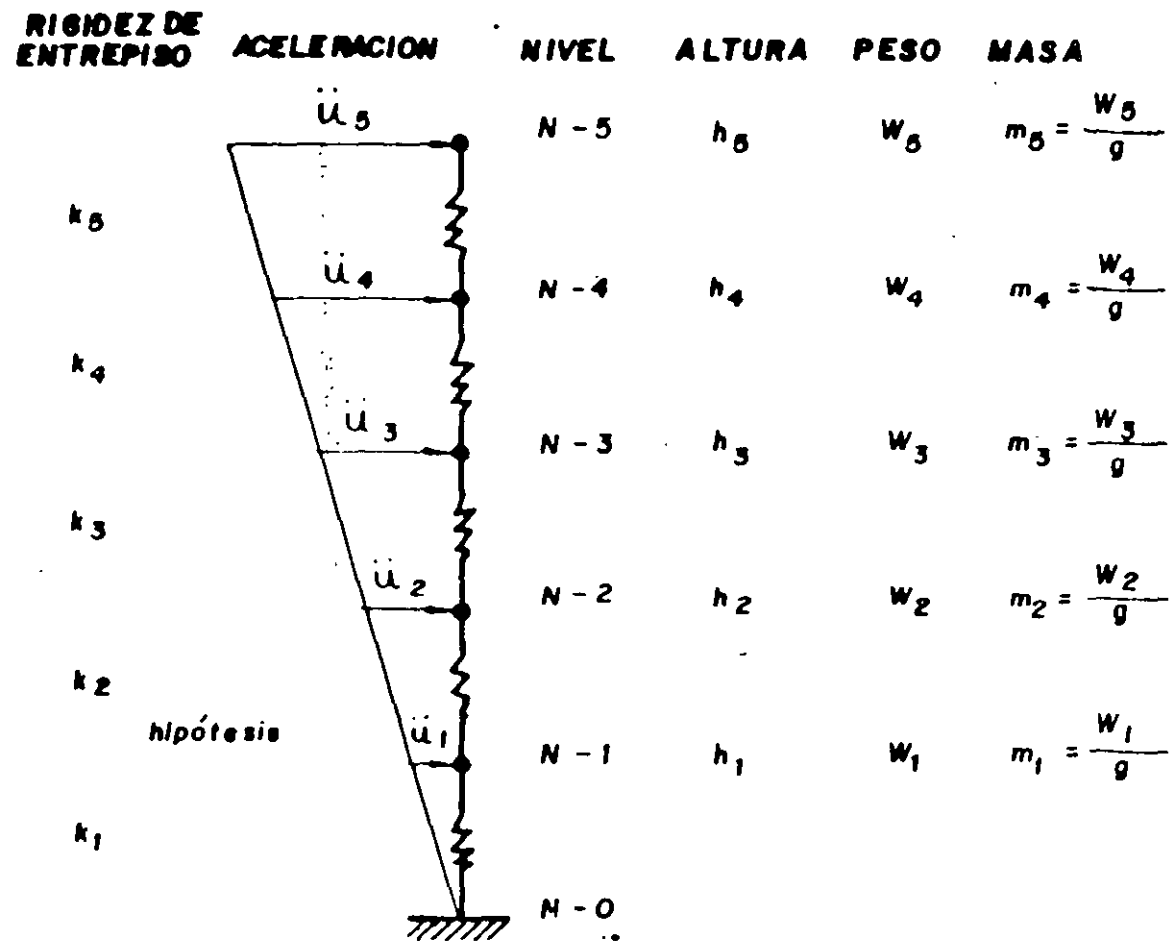
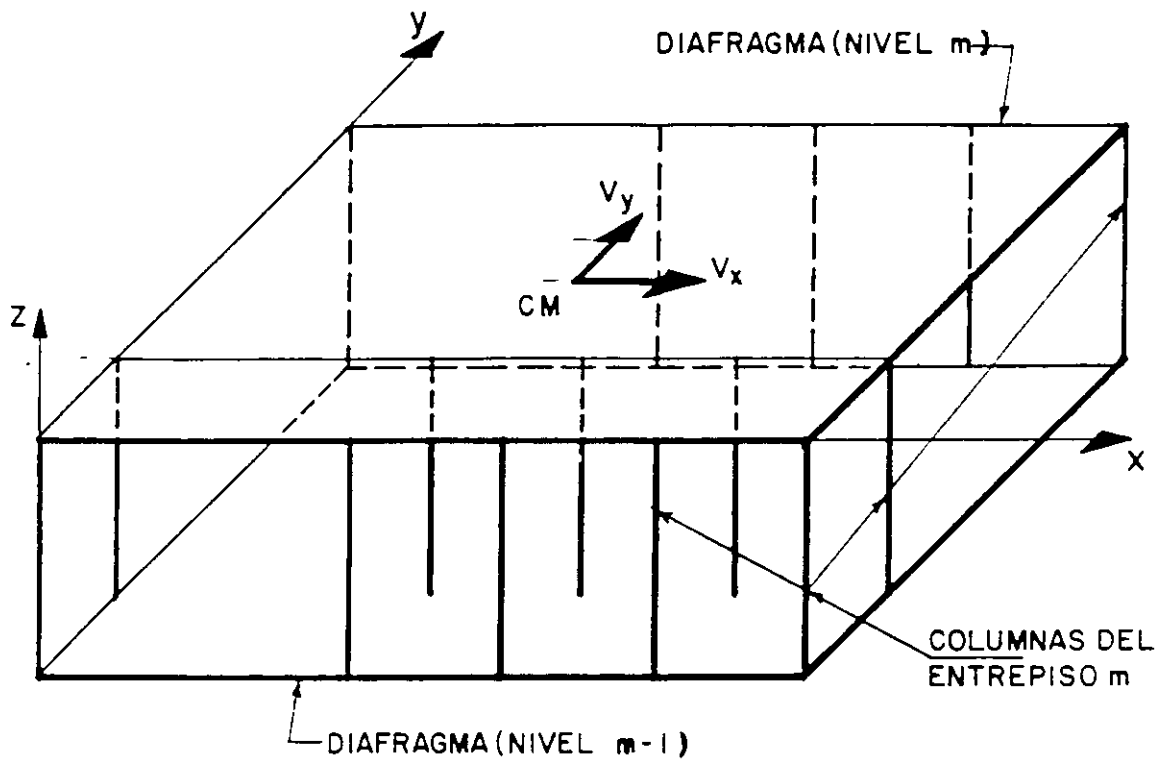


FIG 4.2 Distribución de Aceleraciones en el análisis estático.



IG. 5.1 REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL MODELO ESTRUCTURAL CON RIGIDECEDES DE ENTREPISO.

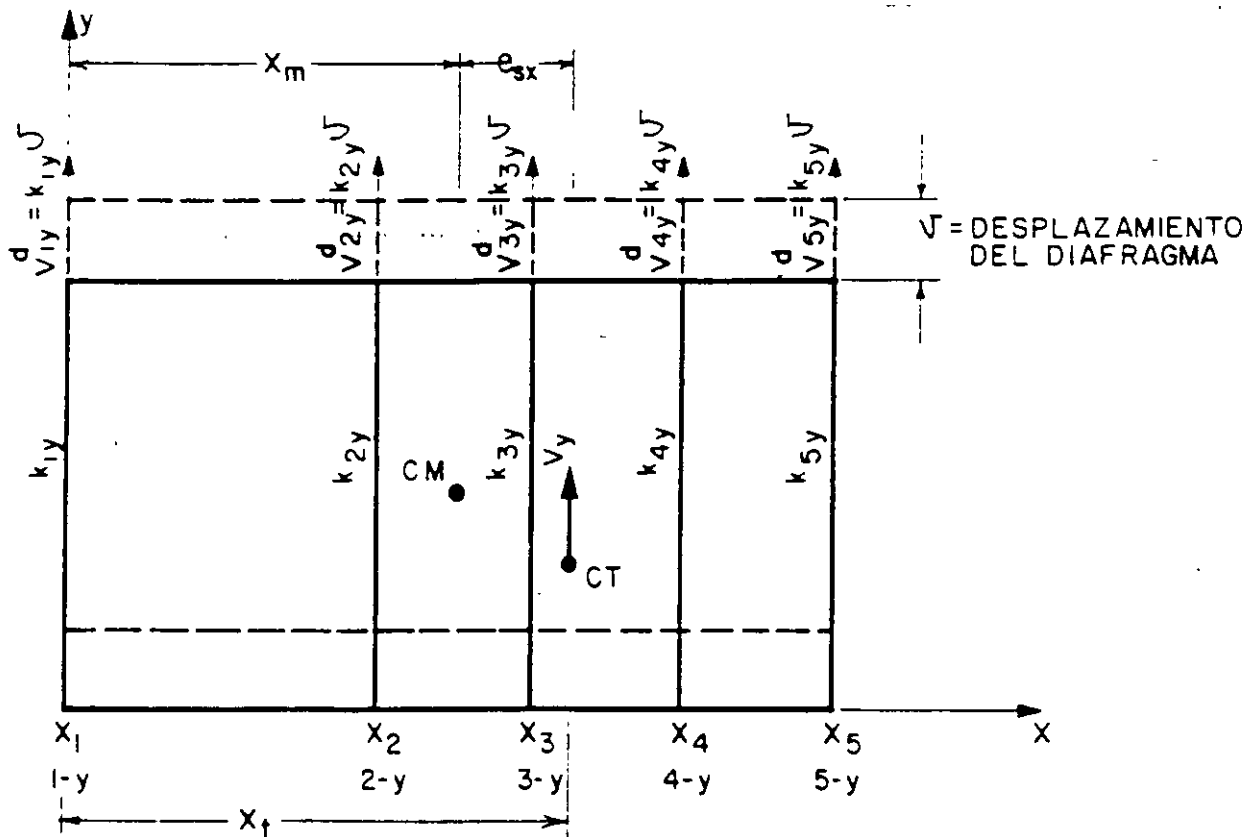


FIG. 5.2 FUERZAS CORTANTES DIRECTAS, V_{iy}^d , PARALELAS AL EJE y .

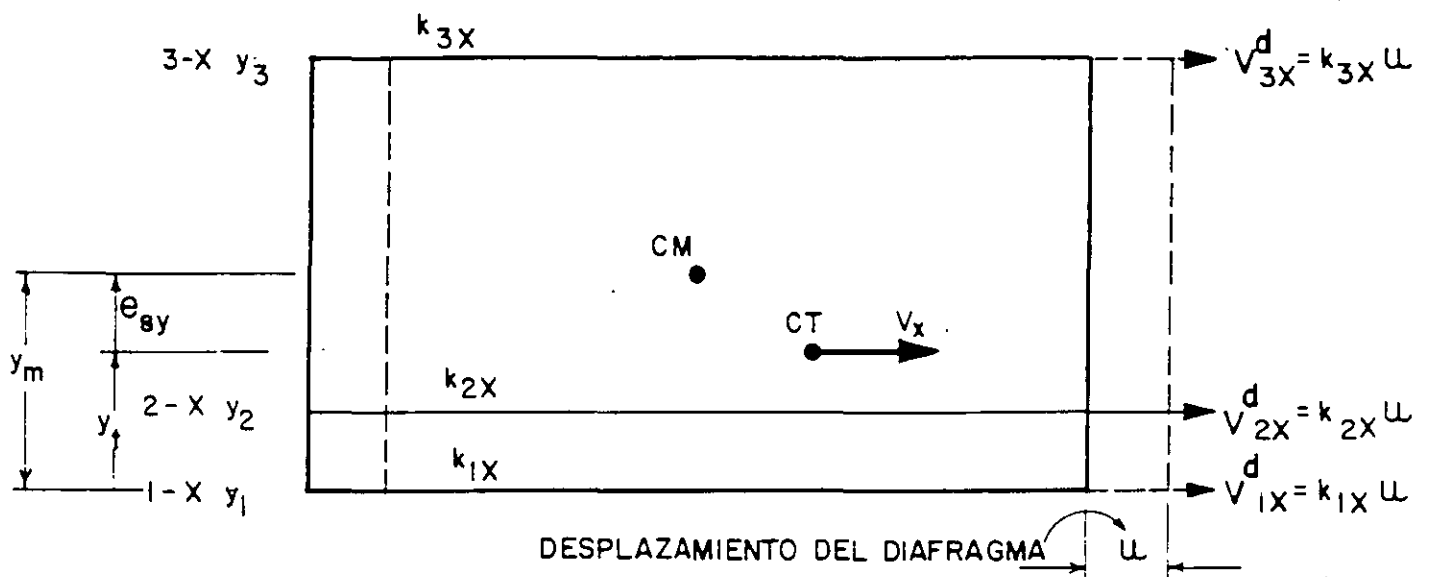


FIG. 5.3 FUERZAS CORTANTES DIRECTAS, V_{ix}^d , PARALELAS AL EJE X.

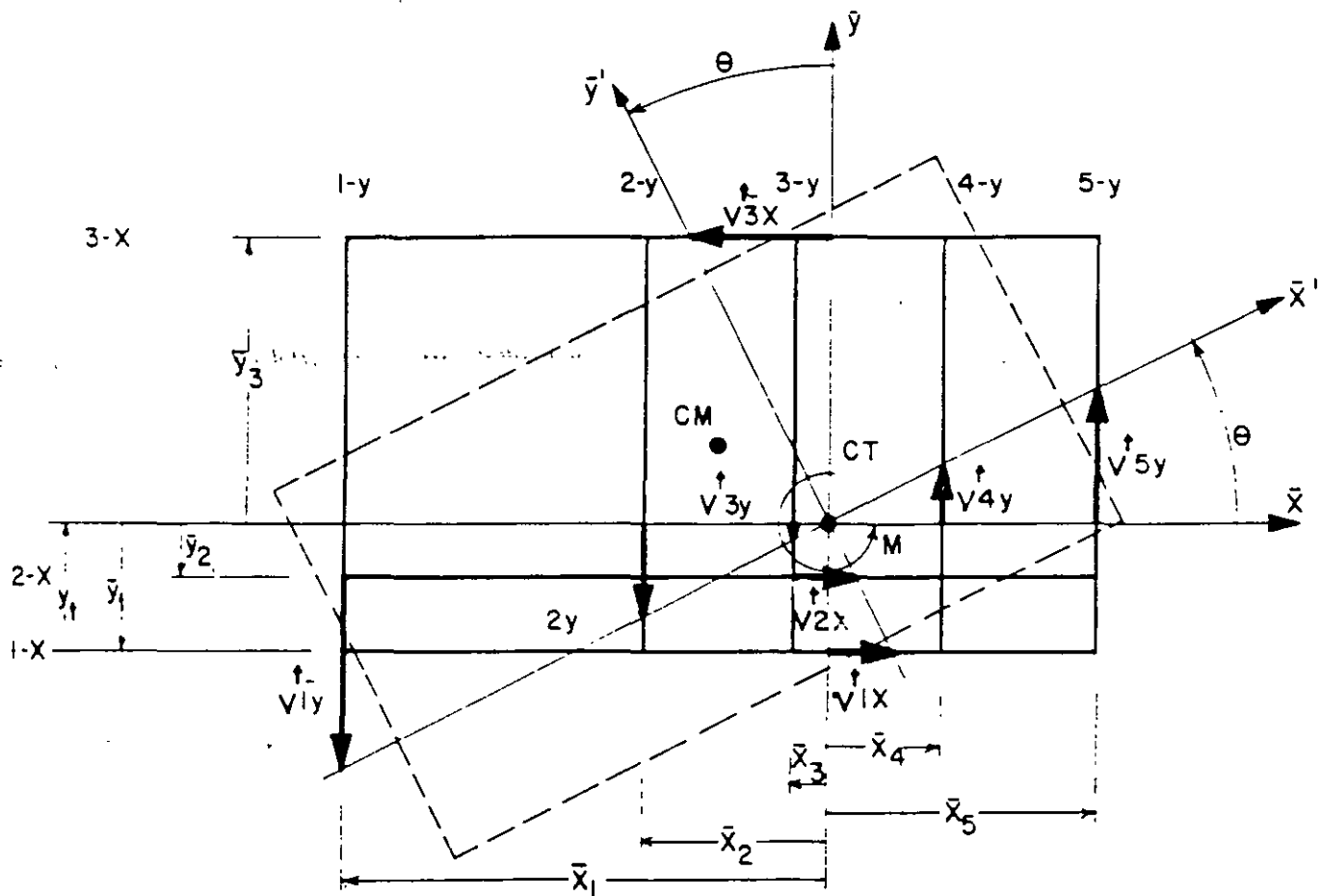
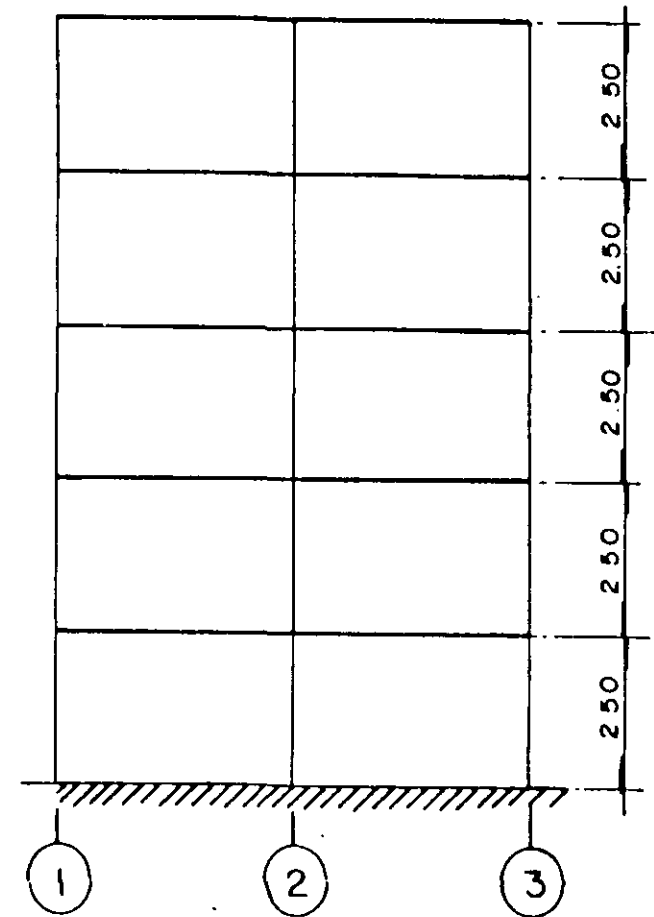
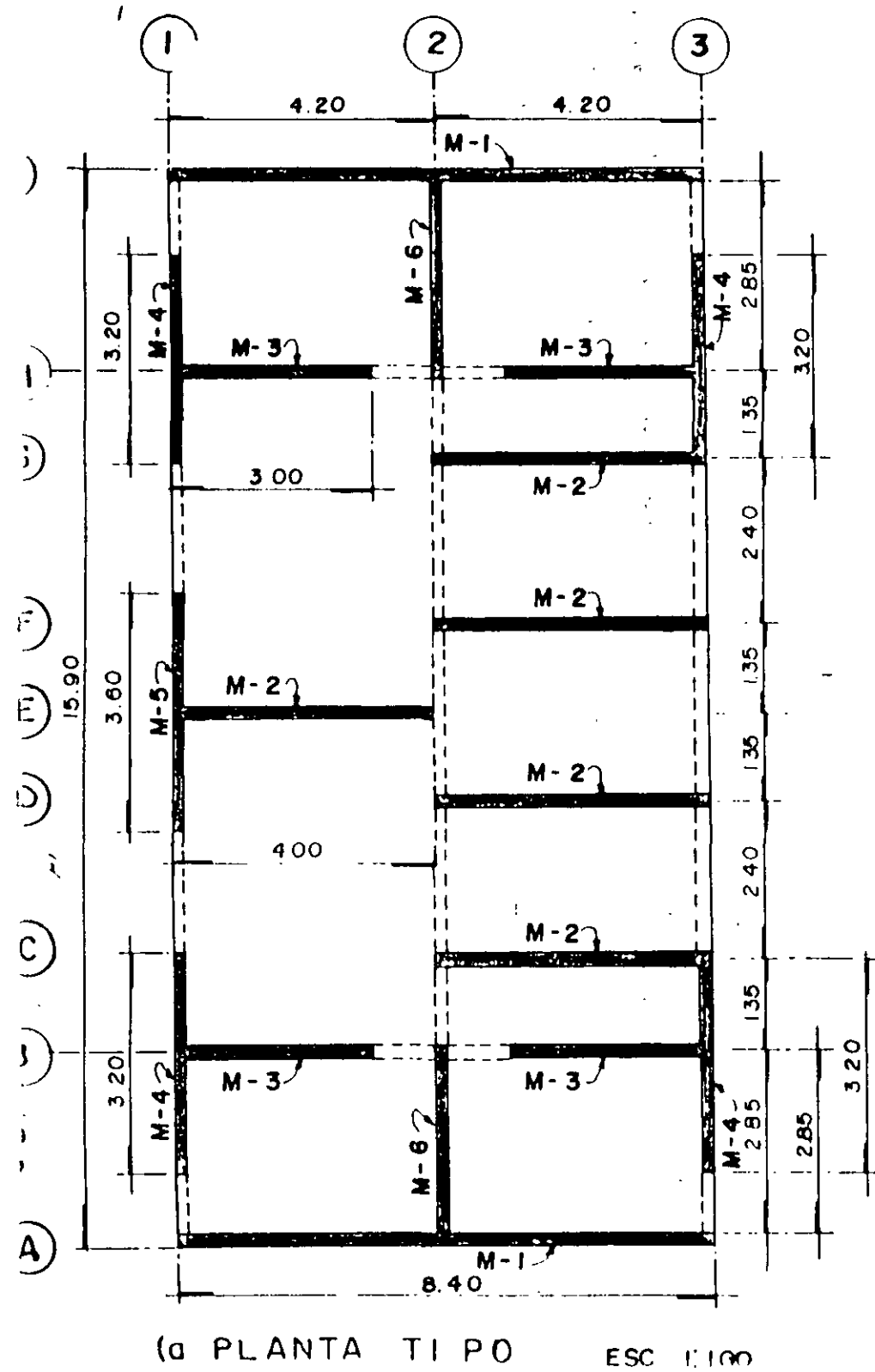


FIG. 5.4 FUERZAS CORTANTES DE TORSION, V_{ix}^t Y V_{jy}^t .



b) ELEVACION ESQUEMATICA DE NIVELES.

FIG 6.1 EDIFICIO PARA DESARROLLAR LOS EJEMPLOS.

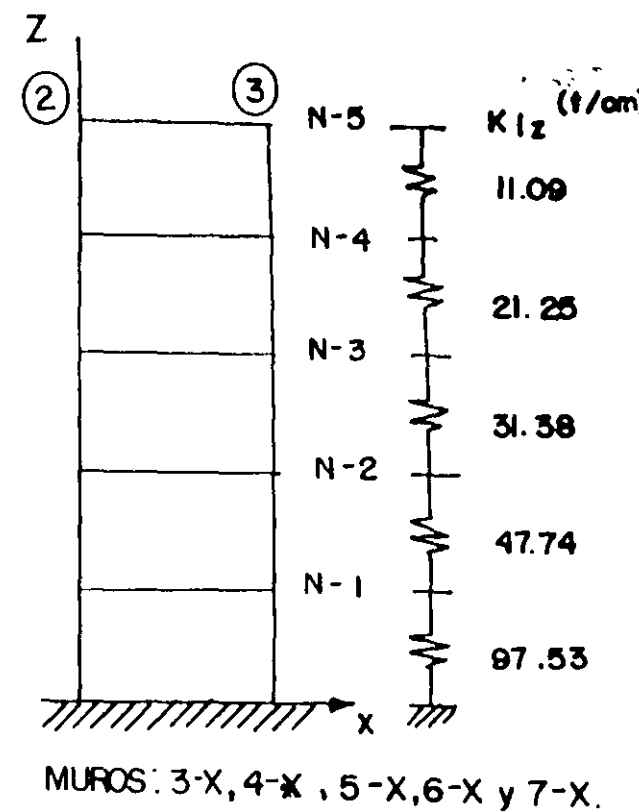
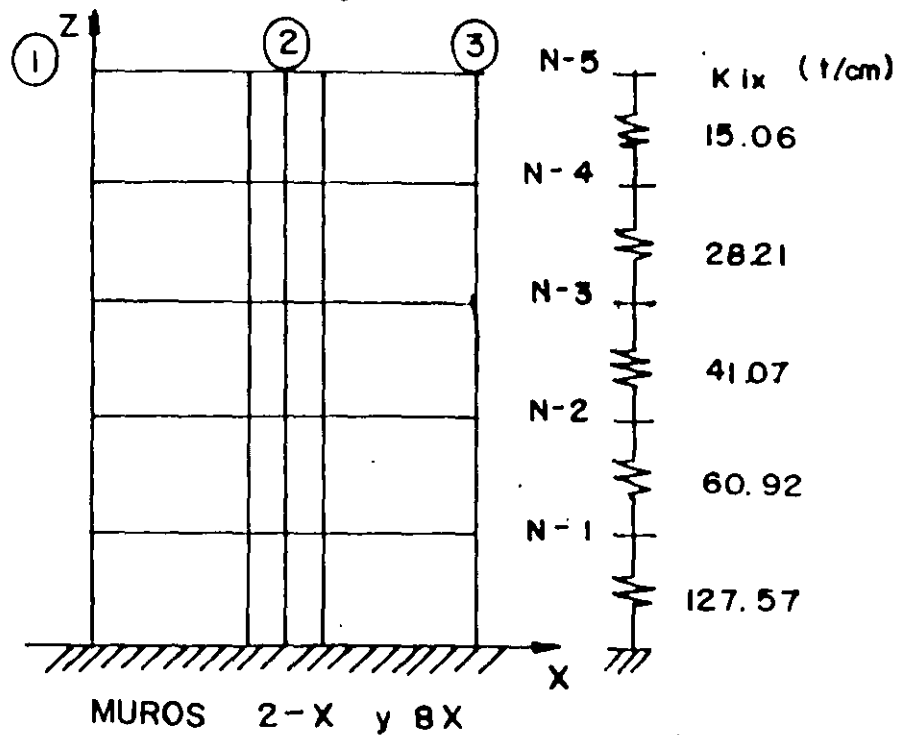
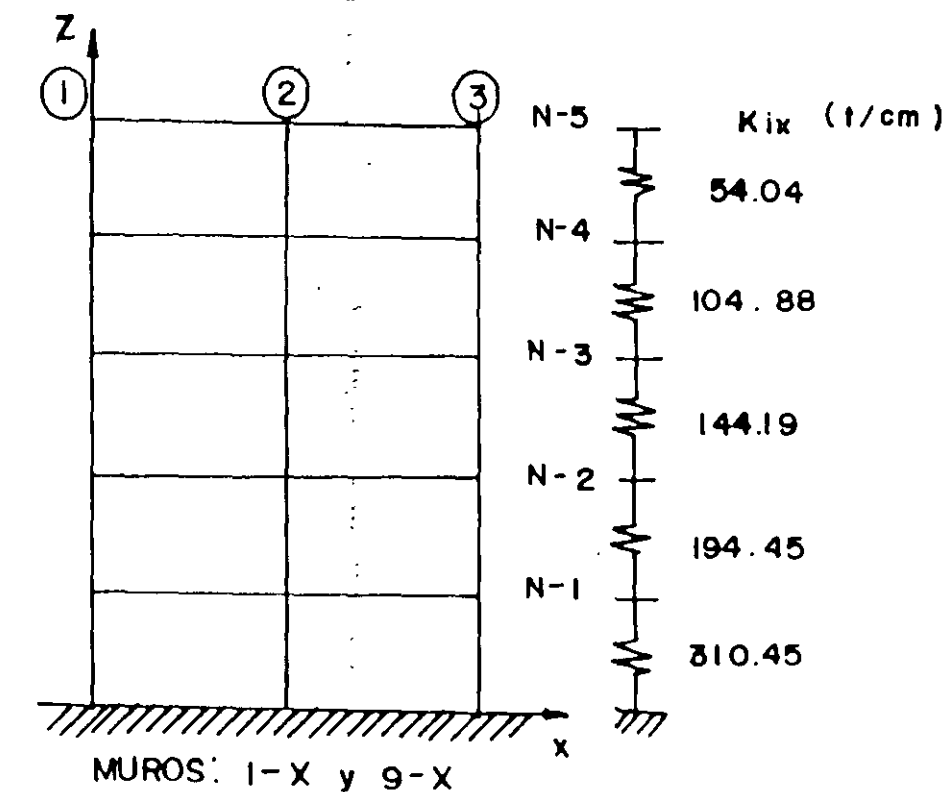


FIG 6.2 REPRESENTACION ESQUEMATICA MEDIANTE RIGIDEZES DE ENTREPISO DE LOS MUROS PARALELOS AL PLANO X Z.

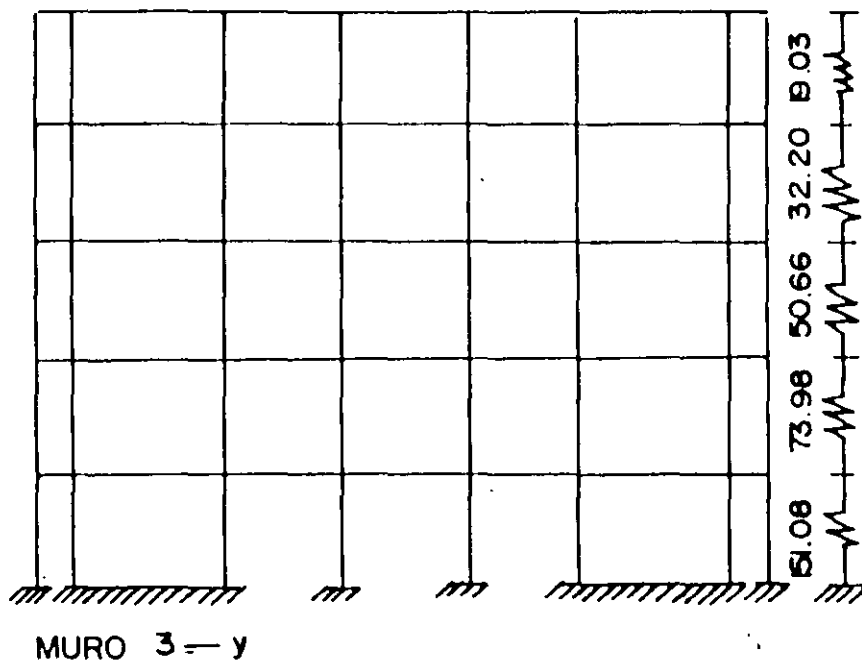
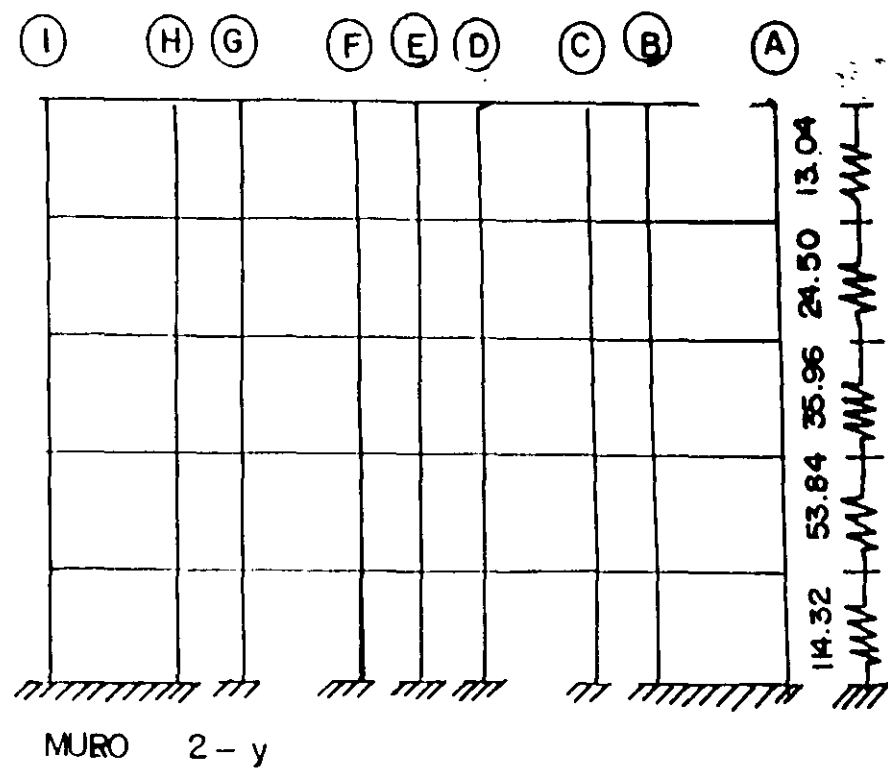
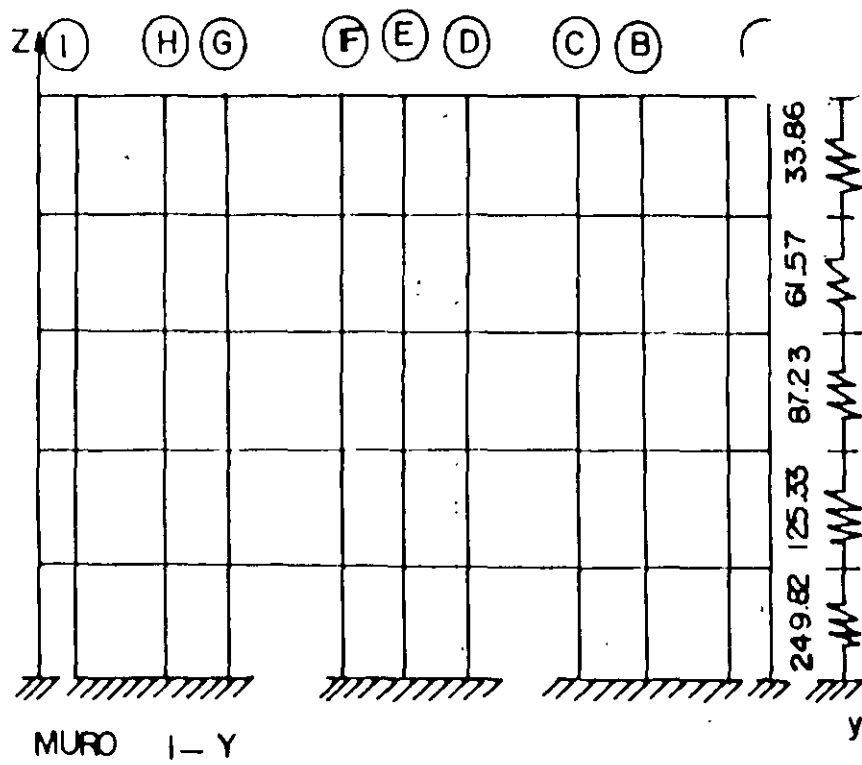


FIG 6.3 REPRESENTACION
ESQUEMATICA MEDIANTE
RIGIDEZES DE ENTREPISO
DE LOS MUROS PARALELOS
AL PLANO $y z$.

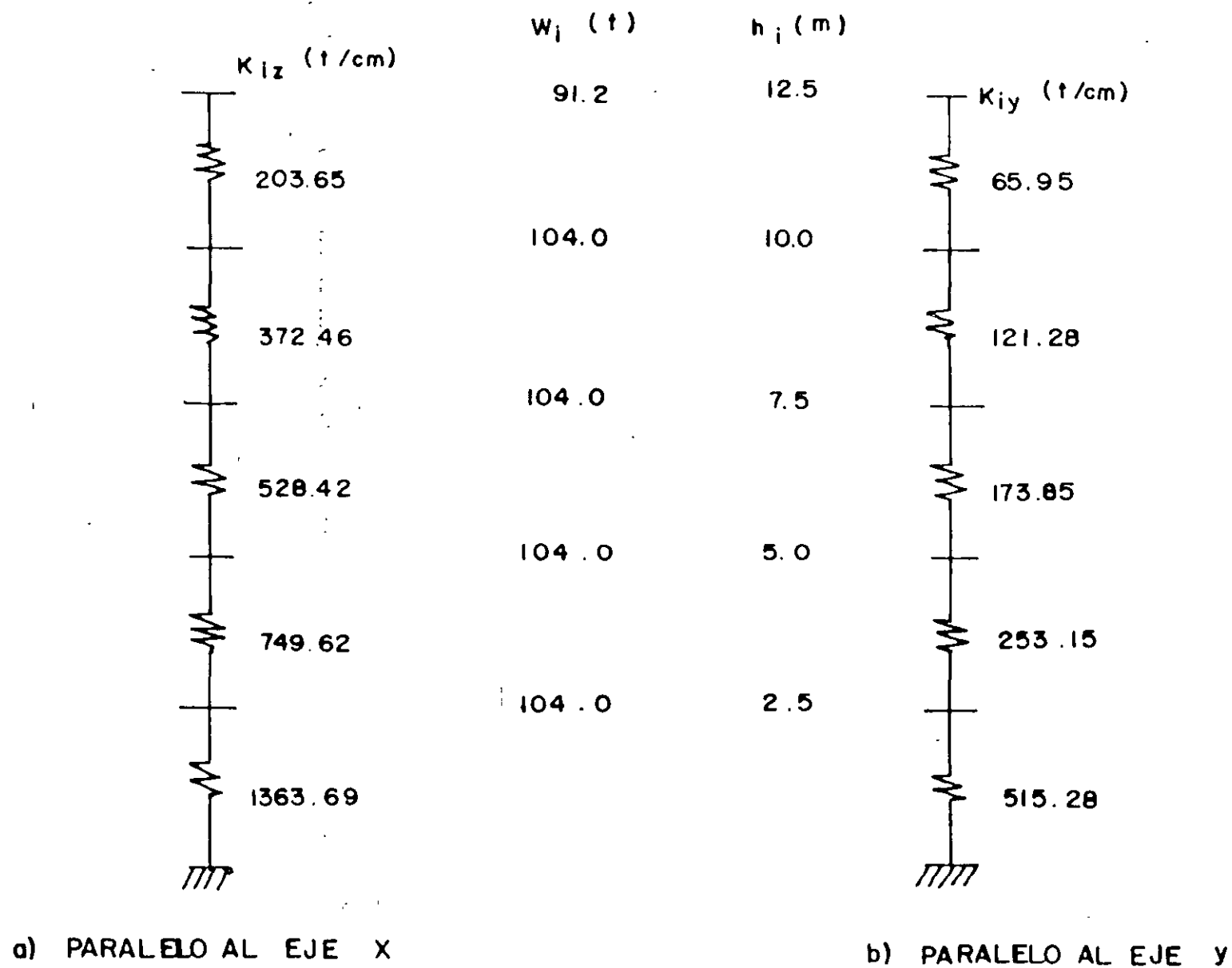
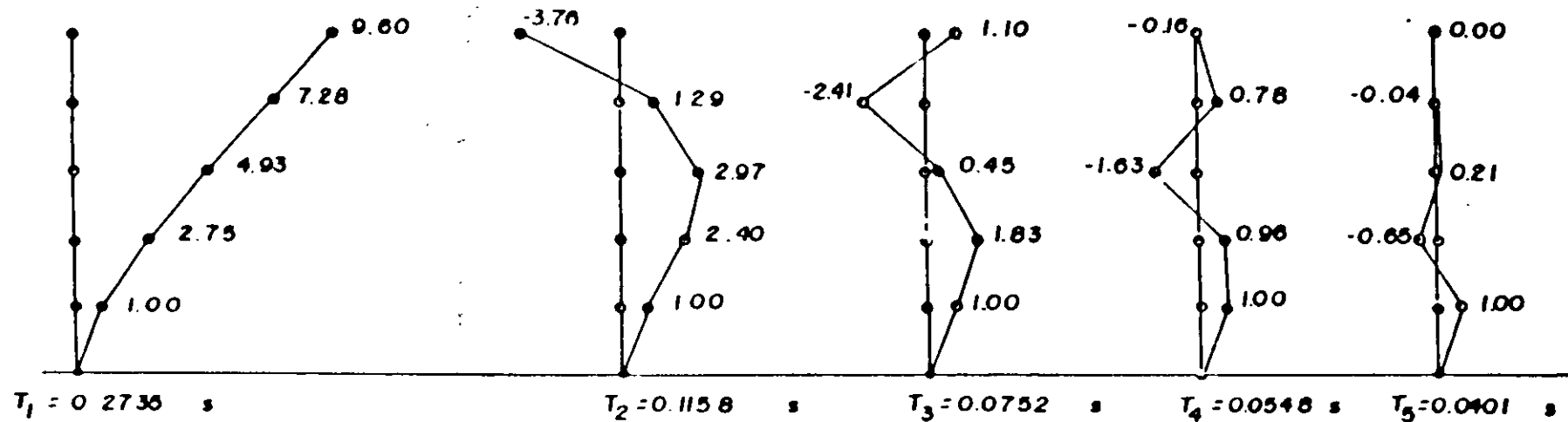


FIG 6.4 MODELOS ESTRUCTURALES UNIDIMENSIONALES DEL EDIFICIO A BASE DE RIGIDECES DE ENTREPISO.

FORMAS NODALES DE LOS MUROS : DIRECCION X



FORMAS NODALES DE LOS MUROS : DIRECCION Y

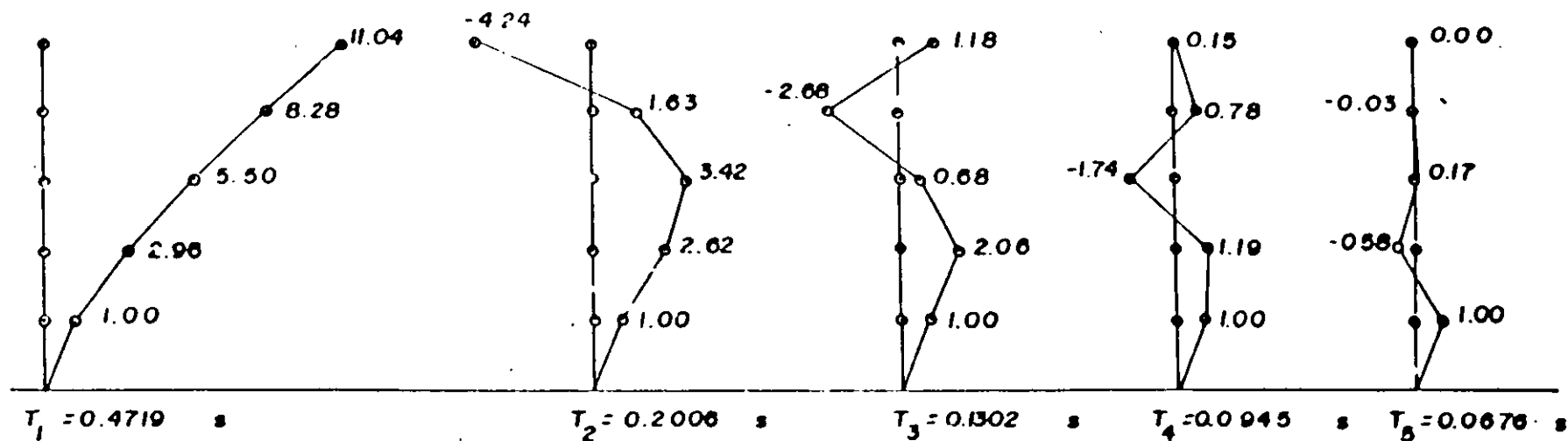


FIG 6.5 FORMAS MODALES (EIGENVECTORES) DE LOS MODELOS ESTRUCTURALES UNIDIMENSIONALES DEL EDIFICIO.

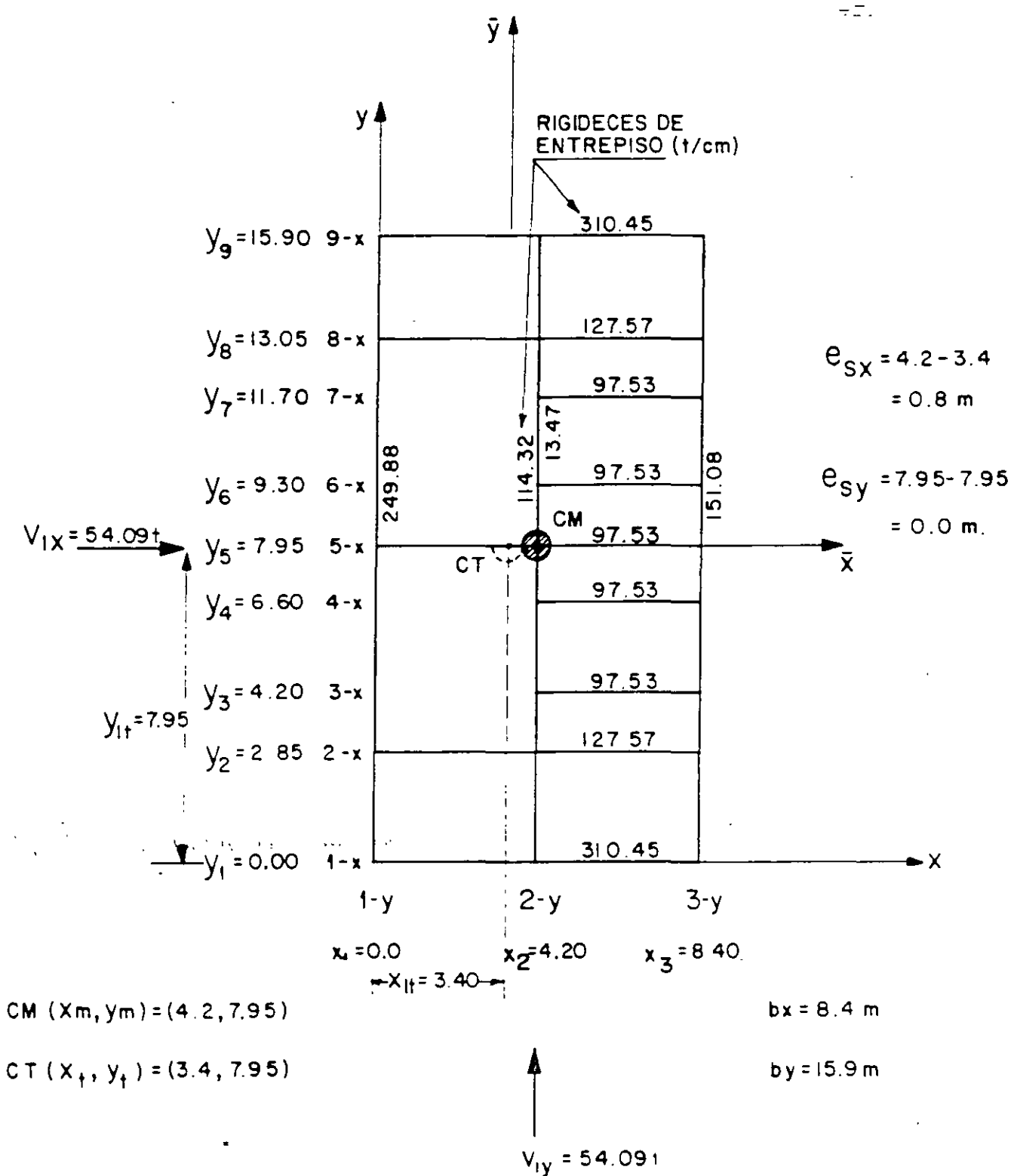
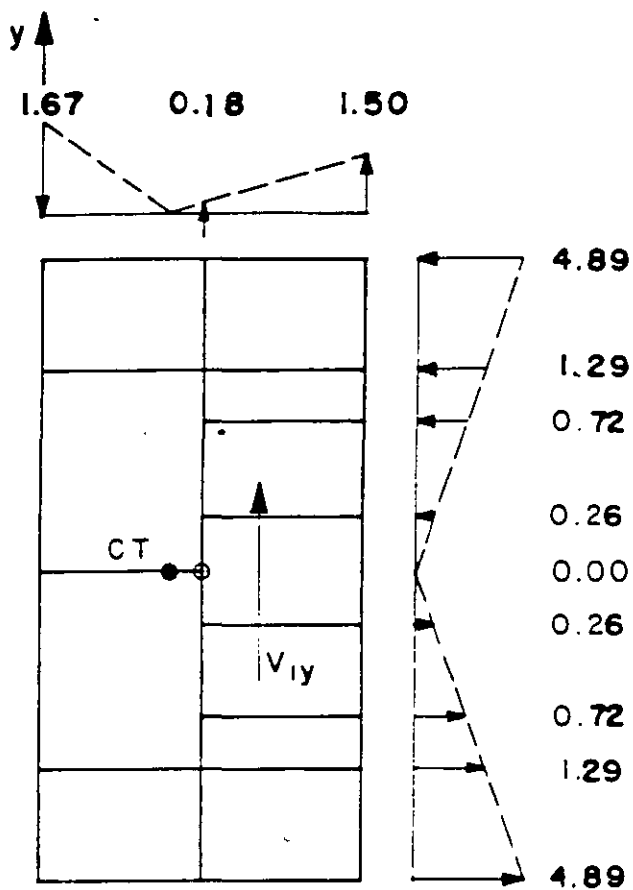
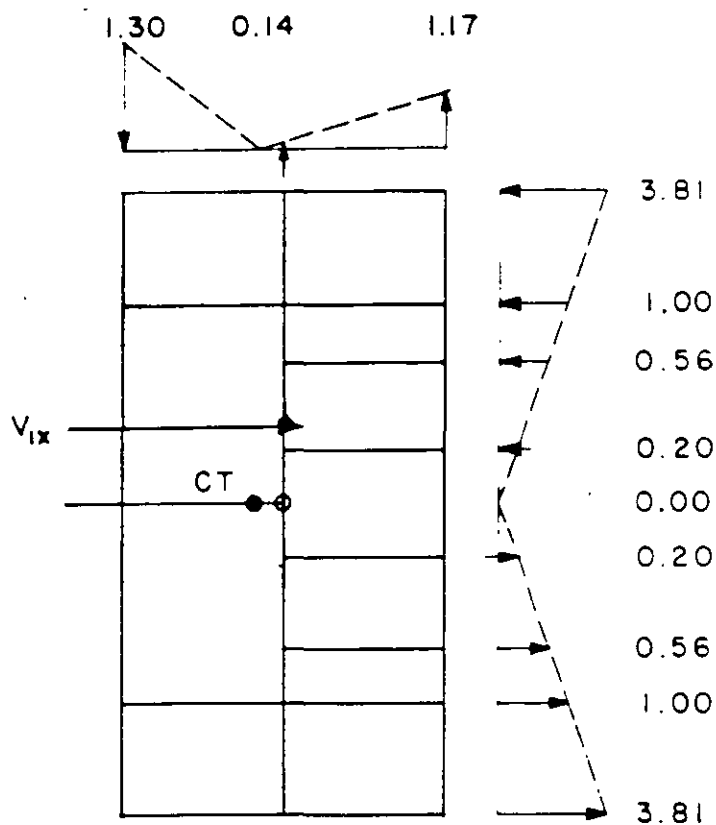


FIG 6.6 DISTRIBUCION DE LAS RIGIDECE DE ENTREPISO QUE LLEGAN AL NIVEL I.

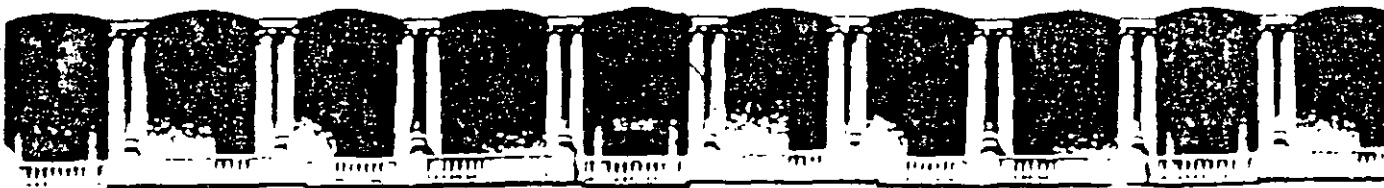


d) MOMENTO TORSIONANTE IGUAL A 110.34 tm.



b) MOMENTO TORSIONANTE IGUAL A 86.00 tm.

FIG 6.7 FUERZAS CORTANTES DEBIDAS A LA TORSION
EN EL NIVEL I.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO I: ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

TEMA

REGLAMENTO Y NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS PARA EL DISEÑO SISMICO

**EXPOSITOR: M. EN I. JOSE LUIS TRIGOS SUAREZ
PALACIO DE MINERIA
AGOSTO DEL 2001**



CIUDAD DE MEXICO
DF

*Gaceta Oficial
del Distrito Federal*

Organo de Difusión del distrito Federal

SEXTA EPOCA	27 DE FEBRERO DE 1995	No. 300 TOMO III
-------------	-----------------------	------------------

SECRETARIA DE OBRAS Y SERVICIOS

NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO POR SISMO

INDICE

NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO POR SISMO

1. NOTACION	5	9. ANALISIS DINAMICO	11
2. ELECCION DEL TIPO DE ANALISIS	5	9.1. Análisis modal	11
2.1. Análisis estatico y dinámico	5	9.2. Análisis paso a paso	12
2.2. Método simplificado de análisis.	6	9.3. Revisión por cortante basal	12
3. ESPECTROS PARA DISEÑO SÍSMICO	6	9.4. Efectos bidireccionales	12
4. REDUCCIÓN DE FUERZAS SISMICAS	6	10. ANALISIS Y DISEÑO DE OTRAS CONSTRUCCIONES NUEVAS	12
4.1. Factor reductivo	6	10.1. Tanques, péndulos invertidos y chimeneas	12
5. FACTOR DE COMPORTAMIENTO SISMICO	7	10.2. Muros de retención	12
6. CONDICIONES DE REGULARIDAD	8	11. ESTRUCTURAS EXISTENTES	12
7. METODO SIMPLIFICADO DE ANALISIS	9	APENDICE	13
8. ANALISIS ESTATICO	9	A1. ALCANCE	13
8.1. Fuerzas cortantes	9	A2. NOTACION ADICIONAL	13
8.2. Reducción de las fuerzas cortantes	9	A3. DEL TIPO DE ANALISIS	14
8.3. Péndulos invertidos	9	A4. ESPECTROS PARA DISEÑO SISMICO	14
8.4. Apendices	10	A5. ANALISIS ESTATICO	14
8.5. Momento de volteo	10	A6. ANALISIS DINAMICO	15
8.6. Efectos de torsión	10	A7. INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA	15
8.7. Efectos de segundo orden	11		
8.8. Efectos bidireccionales	11		
8.9. Falla de cimentacion	11		
8.10. Revisión por rotura de vidrios	11		
8.11. Comportamiento asimétrico	11		

OSCAR ESPINOSA VILLARREAL. Jefe del Departamento del Distrito Federal, con fundamento en los artículos 122, Fracción VI, de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en relación con el quinto Transitorio del Decreto que reforma a la propia Constitución, publicado en el *Diario Oficial de la Federación* el 25 de octubre de 1993, 67, Fracción XXII, del Estatuto de Gobierno del Distrito Federal, 4, 12 y 24 de la Ley Orgánica de la Administración Pública del Distrito Federal; 3o., Fracción XV y Séptimo Transitorio del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, y el Acuerdo por el que deberán expedirse las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, publicado en la *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal* el 7 de noviembre de 1994, he tenido a bien expedir las siguientes:

NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS PARA DISEÑO POR SISMO

1. NOTACION

Cada simbolo empleado en estas normas se define donde aparece por primera vez. Los más importantes son:

a (adimensional)	= ordenada de los espectros de diseño, como fracción de la aceleración de la gravedad, sin reducción con fines de diseño.
b (metros)	= dimension del entrepiso que se analiza, medida perpendicularmente a la dirección 2. de analisis.
c (adimensional)	= coeficiente de diseño sísmico
d (adimensional)	= diferencia en valores de la aceleración horizontal expresada como fracción de la gravedad, que sería necesario aplicar en cada uno de los dos sentidos opuestos de una dirección dada, para que fallara la estructura
e (metros)	= excentricidad torsional
i (adimensional)	= inclinación de una estructura con respecto a la vertical
g (un seg^{-2})	= aceleración de la gravedad
h (metros)	= altura, sobre el terreno, de la masa para la que se calcula una fuerza horizontal
Q (adimensional)	= factor de comportamiento sísmico, independiente de T
Q' (adimensional)	= factor reductivo de fuerzas sísmicas con fines de diseño, función del periodo natural
q (adimensional)	= (T/T)

r (adimensional) = exponente en las expresiones para cálculo de las ordenadas de los espectros de diseño

S	= respuesta de la estructura como combinación de las respuestas modales
S _i	= respuesta de la estructura en el modo natural de vibración i
T (segundos)	= periodo natural de vibración
T _a , T _b (segundos)	= periodos característicos de los espectros de diseño
V _i (toneladas)	= fuerza cortante horizontal en el nivel que se analiza
V ₀ (Toneladas)	= fuerza cortante horizontal en la base de la construcción
W (toneladas)	= peso de la construcción arriba del nivel que se considera, incluyendo la carga viva que se especifica en el capítulo V título VI del Reglamento
W ₀ (toneladas)	= valor de W en la base de la estructura

2. ELECCION DEL TIPO DE ANALISIS

2.1. Análisis estático y dinámico

Toda estructura podrá analizarse mediante un metodo dinámico según se establece en la sección 9 de estas normas. Las estructuras que no pasen de 60 m de alto podrán analizarse, como alternativa, mediante el método estático que describe la sección 8. Con la misma limitación, para estructuras ubicadas en las zonas II o III como se definen en el Artículo 219 del Reglamento, también será admisible emplear los métodos de análisis que especifica el apéndice a las presentes normas, en los cuales se tienen en

cuenta los periodos dominantes del terreno en el sitio de interés y la interacción suelo-estructura

2.2. Método simplificado de análisis.

El método simplificado a que se refiere la sección 7 del presente cuerpo normativo será aplicable al análisis de edificios que cumplan simultáneamente los siguientes requisitos.

- I. En cada planta, al menos el 75 por ciento de las cargas verticales estarán soportadas por muros ligados entre sí mediante losas monolíticas u otros sistemas de piso suficientemente resistentes y rígidos al corte. Dichos muros tendrán distribución sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales y deberán satisfacer las condiciones que establecen las normas complementarias correspondientes. Será admisible cierta asimetría en la distribución de los muros cuando exista en todos los pisos dos muros de carga perimetrales paralelos cada uno con longitud al menos igual a la mitad de la dimensión mayor en planta del edificio. Los muros a que se refiere este párrafo podrán ser de mampostería, concreto reforzado o madera; en este último caso estarán arriostrados con diagonales.
- II. La relación entre longitud y anchura de la planta del edificio no excederá de 2.0 a menos que, para fines de análisis sísmico, se pueda suponer dividida dicha planta en tramos independientes cuya relación entre longitud y anchura satisfaga esta restricción y cada tramo resista según el criterio que marca la sección 7 de las presentes normas
- III La relación entre la altura y la dimensión mínima de la base del edificio no excederá de 1.5 y la altura del edificio no será mayor de 13 m.

3. ESPECTROS PARA DISEÑO SÍSMICO

Cuando se aplique el análisis dinámico modal que especifica la sección 9 de estas normas, se adoptarán las siguientes hipótesis para el análisis de la estructura:

La ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico, a expresada como fracción de la

aceleración de la gravedad, está dada por las siguientes expresiones.

$$a = (1 + 3T/T_a)c/4, \text{ si } T \text{ es menor que } T_a$$

$$a = c, \text{ si } T \text{ esta entre } T_a \text{ y } T_b$$

$$a = qc, \text{ si } T \text{ excede de } T_b$$

$$q = (T_b/T)^r$$

T es el periodo natural de interés; T , T_a y T_b están expresados en segundos; c es el coeficiente sísmico, y r un exponente que depende de la zona en que se halla la estructura.

El coeficiente c se obtiene del Artículo 206 del Reglamento, salvo que en la parte sombreada de la zona II en la figura 3.1 se tomara $c=0.4$ para las estructuras del grupo B, y $c = 0.6$ para las del A

T_a , T_b y r se consignan en la tabla 3.1

Tabla 3.1 Valores de T_a , T_b y r

Zona	T_a	T_b	r
I	0.2	0.6	1/2
II*	0.3	1.5	2/3
III**	0.6	3.9	1

* No sombreada en la figura 3.1

** y parte sombreada de la zona II en la figura 3.1

4. REDUCCIÓN DE FUERZAS SÍSMICAS

4.1. Factor reductivo

Con fines de diseño, las fuerzas sísmicas para análisis estático y las obtenidas del análisis dinámico modal empleando los métodos que fijan estas normas se podrán reducir dividiéndolas entre el factor reductivo Q' . En el diseño sísmico de estructuras que satisfagan las condiciones de regularidad que fija la sección 6 de estas normas, Q' se calculará como sigue:

$Q' = Q$ si se desconoce T o si éste es mayor o igual a T_a

$Q^* = 1 - (T / T_s)(Q - 1)$, si T es menor que T_s

T se tomará igual al período fundamental de vibración cuando se emplee el método estático e igual al período natural de vibración del modo que se considere cuando se emplee el método de análisis modal de la sección 9, y T_s es un período característico del espectro de diseño que se define en la sección 3.

En el diseño sísmico de las estructuras que no satisfagan las condiciones de regularidad que fija la sección 6 de estas normas, se multiplicará por 0.8 el valor de Q^* .

Las deformaciones laterales se calcularán multiplicando por Q las causadas por las fuerzas sísmicas reducidas cuando se emplee el método estático de análisis que se detalla en la sección 8 de las presentes normas o el de análisis modal de la sección 9.

Cuando se adopten dispositivos especiales capaces de disipar energía por amortiguamiento o comportamiento inelástico, podrán emplearse criterios de diseño sísmico que difieran de los aquí especificados, pero congruentes con ellos, si se demuestran a satisfacción del Departamento tanto la eficacia de los dispositivos o soluciones estructurales como la validez de los valores de amortiguamiento y de Q^* que se propongan.

5. FACTOR DE COMPORTAMIENTO SISMICO

Se adoptaran los siguientes valores del factor de comportamiento sísmico a que se refieren la sección 4 de estas normas y el Artículo 207 del Reglamento.

I. Se usará $Q = 4$ cuando se cumplan los requisitos siguientes:

I - La resistencia en todos los entrepisos es suministrada exclusivamente por marcos no contraventeados de acero o concreto reforzado, o bien por marcos contraventeados o con muros de concreto reforzado en los que en cada entrepiso los marcos son capaces de resistir, sin contar muros ni contravientos, cuando menos 50 por ciento de la fuerza sísmica actuante.

2.- Si hay muros ligados a la estructura en la forma especificada en el caso I del Artículo 204 del Reglamento, éstos se deben tener en cuenta en el análisis, pero su contribución a la capacidad ante fuerzas laterales sólo se tomará en cuenta si estos muros son de piezas macizas, y los marcos, sean o no contraventeados, y los muros de concreto reforzado son capaces de resistir al menos 80 por ciento de las fuerzas laterales sin la contribución de los muros de mampostería.

3.- El mínimo cociente de la capacidad resistente de un entrepiso entre la acción de diseño no difiere en más de 35 por ciento del promedio de dichos cocientes para todos los entrepisos. Para verificar el cumplimiento de este requisito se calculará la capacidad resistente de cada entrepiso teniendo en cuenta todos los elementos que puedan contribuir a la resistencia, en particular los muros que se hallen en el caso la que se refiere el Artículo 204 del Reglamento.

4.- Los marcos y muros de concreto reforzado cumplen con los requisitos que fijan las normas complementarias correspondientes para marcos y muros dúctiles.

5.- Los marcos rígidos de acero satisfacen los requisitos para marcos dúctiles que fijan las normas complementarias correspondientes.

II. Se adoptará $Q = 3$ cuando se satisfacen las condiciones 2, 4 y 5 del caso I y en cualquier entrepiso dejan de satisfacerse las condiciones 1 o 3 especificadas para el caso la I pero la resistencia en todos los entrepisos es suministrada por columnas de acero o de concreto reforzado con losas planas, por marcos rígidos de acero, por marcos de concreto reforzado, por muros de este material, por combinaciones de éstos y marcos o por diafragmas de madera contrachapada. Las estructuras con losas planas deberán además satisfacer los requisitos que sobre el particular marcan las normas técnicas complementarias para estructuras de concreto.

III. Se usará $Q = 2$ cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada por losas planas con columnas de acero o de concreto reforzado, por marcos de acero de concreto reforzado.

contraventeados o no, o muros o columnas de concreto reforzado, que no cumplen en algún entrepiso lo especificado por los casos I y II de esta sección, o por muros de mampostería de piezas macizas confinados por castillos, dadas, columnas o trabes de concreto reforzado o de acero que satisfacen los requisitos de las normas complementarias respectivas, o diafragmas contraventeados con duelas inclinadas o por sistemas de muros formados por duelas de madera horizontales o verticales combinados con elementos diagonales de madera maciza. También se usará $Q = 2$ cuando la resistencia es suministrada por elementos de concreto prefabricados o presforzados, con las excepciones que sobre el particular marcan las normas técnicas complementarias para estructuras de concreto.

IV. Se usará $Q = 1.5$ cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada en todos los entrepisos por muros de mampostería de piezas huecas, confinados o con refuerzo interior, que satisfacen los requisitos de las normas complementarias respectivas, o por combinaciones de dichos muros con elementos como los descritos para los casos II y III, o por marcos y armaduras de madera

V. Se usará $Q = 1$ en estructuras cuya resistencia a fuerzas laterales es suministrada al menos parcialmente por elementos o materiales diferentes de los arriba especificados, a menos que se haga un estudio que demuestre, a satisfacción del Departamento, que se puede emplear un valor más alto que el que aquí se especifica.

En todos los casos se usará para toda la estructura en la dirección de análisis el valor mínimo de Q que corresponde a los diversos entrepisos de la estructura en dicha dirección.

El factor Q puede diferir en las dos direcciones ortogonales en que se analiza la estructura, según sean las propiedades de ésta en dichas direcciones

6. CONDICIONES DE REGULARIDAD

Para que una estructura pueda considerarse regular debe satisfacer los siguientes requisitos:

I. Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca

a masas, así como a muros y otros elementos resistentes.

2. La relación de su altura a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5.

3. La relación de largo a ancho de la base no excede de 2.5.

4. En planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se considera de la entrante o saliente.

5. En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.

6. No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión en planta medida paralelamente a la dimensión en que se considera de la abertura, las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren en posición de un piso a otro y el área total de abertura no excede en ningún nivel de 20 por ciento del área de la planta.

7. El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que el del piso inmediato inferior ni, excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso.

8. Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que la del piso inmediato inferior ni menor que 70 por ciento de ésta. Se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción.

9. Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones ortogonales por diafragmas horizontales y por trabes o losas planas.

10. La rigidez al corte de ningún entrepiso excede en más de 100 por ciento a la del entrepiso inmediatamente inferior.

11. En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente, excede del 10 por ciento de la dimensión en planta de ese

entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.

7. METODO SIMPLIFICADO DE ANALISIS

Para aplicar este método se hará caso omiso de los desplazamientos horizontales, torsiones y momentos de volteo. Se verificará únicamente que en cada entrepiso la suma de las resistencias al corte de los muros de carga, proyectados en la dirección en que se considera la aceleración, sea cuando menos igual a la fuerza cortante total que obre en dicho entrepiso, calculada según se especifica en el inciso 1 de la sección 8 de las presentes normas, pero empleando los coeficientes sísmicos reducidos que se establecen en la tabla 7.1 para construcciones del grupo B. Tratándose de las clasificadas en el grupo A estos coeficientes habrán de multiplicarse por 1.5.

8. ANALISIS ESTATICO

8.1. Fuerzas cortantes

Para calcular las fuerzas cortantes a diferentes niveles de una estructura, se supondrá un conjunto de fuerzas horizontales actuando sobre cada uno de los puntos donde se supongan concentradas las masas. Cada una de estas fuerzas se tomará igual al peso de la masa que corresponde multiplicado por un coeficiente proporcional a h , siendo h la altura de la masa en cuestión sobre el desplante (o nivel a partir del cual las deformaciones estructurales pueden ser apreciadas). El coeficiente se tomará de tal manera que la relación V_0 / W_0 sea igual a c/Q ; siendo V_0 la fuerza cortante basal, W_0 el peso de la construcción incluyendo las cargas muertas que fija el capítulo IV, título VI, Q el factor de comportamiento que se fija en la sección 5 de estas normas y el c el coeficiente sísmico que establece el Artículo 206 del Reglamento, salvo que en la parte sombreada de la zona II en la figura 3.1 se tomara $c=0.4$ para estructuras del grupo B y 0.6 para las del A.

8.2 Reducción de las fuerzas cortantes

Podrán adoptarse fuerzas cortantes menores que las calculadas según el inciso anterior. Siempre que se tome en cuenta el valor aproximado del periodo fundamental de vibración de la estructura, de acuerdo con lo siguiente:

- a) El periodo fundamental de vibración, T_0 , se tomará igual a

$$6.3 \left(\sum W_i x_i^2 / g \sum P_i x_i \right)^{1/2}$$

donde W_i es el peso de la masa i , P_i la fuerza horizontal que actúa sobre ella de acuerdo con el inciso 8.1, x_i el correspondiente desplazamiento en la dirección de la fuerza, y g la aceleración de la gravedad.

- b) Si T es menor o igual que T_0 se procederá como en el inciso 8.1, pero de tal manera que la relación V_0/W_0 sea igual a a/Q' , calculándose a y Q' como se especifica respectivamente en las secciones 3 y 4 de las presentes normas.
- c) Si T es mayor que T_0 se procederá como en el párrafo b pero de tal manera que cada una de las fuerzas laterales sea igual a cada una de las fuerzas laterales se tome proporcional al peso de la masa que corresponde multiplicado por un coeficiente igual a $k_1 h_i + k_2 h_i^2$, siendo

$$k_1 = q[1 - r(1 - q)] \sum W / (\sum W_i h_i)$$

$$k_2 = 1.5 \bar{r} q (1 - q) \sum W / (\sum W_i h_i^2)$$

y W_i y h_i respectivamente el peso y la altura de la i -ésima masa sobre el desplante. Además, a no se tomara menor de $c/4$

8.3. Péndulos invertidos

En el análisis de péndulos invertidos (estructuras en que 50 por ciento o más de su masa se halle en el extremo superior y tengan un solo elemento resistente en la dirección de análisis o una sola hilera de columnas perpendicular a ésta), además de la fuerza lateral estipulada se tendrán en cuenta las aceleraciones verticales de la masa superior asociadas al giro de dicha masa con respecto a un eje horizontal normal a la dirección de análisis y que pase por el punto de unión entre la masa y el elemento resistente. El efecto de dichas aceleraciones se tomará equivalente a un par aplicado en el extremo superior del elemento resistente, cuyo valor es $1.5 P \cdot r \cdot u/x$ siendo P la fuerza lateral actuante sobre la masa de acuerdo con el inciso 8.1, r el radio de giro de dicha masa con respecto al eje horizontal en cuestión y u y x el giro y el desplazamiento lateral,

respectivamente, del extremo superior del elemento resistente bajo la acción de la fuerza lateral P_i

8.4. Apéndices

Para valuar las fuerzas sísmicas que obran en tanques, apéndices y demás elementos cuya estructuración difiera radicalmente de la del resto del edificio, se supondrá actuando sobre el elemento en cuestión la distribución de aceleraciones que le correspondería si se apoyara directamente sobre el terreno, multiplicada por $1 - 4c/c'$ donde c' es el factor por el que se multiplican los pesos a la altura de desplante del elemento cuando se valúan las fuerzas laterales sobre la construcción, y sin afectarlo del factor reductivo Q o Q' . Se incluyen en este requisito los parapetos, pretilas, anuncios, ornamentos, ventanales, muros, revestimientos y otros apéndices. Se incluyen, asimismo, los elementos sujetos a esfuerzos que dependen principalmente de su propia aceleración (no de la fuerza cortante ni del momento de volteo), como las losas que transmiten fuerzas de inercia de las masas que soportan.

8.5. Momento de volteo

El momento de volteo para cada marco o grupo de elementos resistentes en un nivel dado podrá reducirse, tomándolo igual al calculado por $0.8 - 0.2z$ (siendo z la relación entre la altura a la que se calcula el factor reductivo por momento de volteo y la altura total de la construcción), pero no menor que el producto de la fuerza cortante en el nivel en cuestión multiplicada por su distancia al centro de gravedad de la parte de la estructura que se

encuentre por encima de dicho nivel. En péndulos invertidos no se permite reducción de momento de volteo

8.6. Efectos de torsión

La excentricidad torsional de rigideces calculada en cada entrepiso, e_t , se tomará como la distancia entre el centro de torsión del entrepiso correspondiente y la fuerza cortante en dicho entrepiso

Para fines de diseño, el momento torsionante se tomará por lo menos igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco o muro resulte más desfavorable de las siguientes: $1.5 e_t + 0.1b$ o $c - 0.1b$, en que b es la dimensión de la planta que se considera medida en la dirección c . Además la excentricidad de diseño en cada sentido no se tomará menor que la mitad del máximo valor de c calculado para los entrepisos que se hallan abajo del que se considera, ni se tomara el momento torsionante de ese entrepiso menor que la mitad del máximo calculado para los entrepisos que están arriba del considerado.

En las estructuras para las que el factor de comportamiento sísmico, Q , que se especifica en la sección 5, sea igual o mayor de 3, en ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente, e_t , deberá exceder de $0.2b$. Para estas estructuras deberá considerarse que el efecto de la torsión se puede incrementar cuando algunos de sus elementos resistentes que significativamente contribuyan a la rigidez total incurrieren en el rango no lineal o fallen.

Tabla 1 Coeficientes sísmicos reducidos para el método simplificado, correspondientes a estructuras del grupo B

ZONA	MUROS DE PIEZAS MACIZAS O DIAFRAGMAS DE MADERA CONTRACHAPADA ALTURA DE LA CONSTRUCCION			MUROS DE PIEZAS HUECAS O DIAFRAGMAS DE DUELAS DE MADERA* ALTURA DE LA CONSTRUCCION		
	Menor de 4 m	Entre 4 y 7 m	Entre 7 y 13 m	Menor de 4 m	Entre 4 y 7 m	Entre 7 y 13 m
I	0.07	0.08	0.08	0.10	0.11	0.11
II y III	0.13	0.16	0.19	0.15	0.19	0.23

- Diafragma de duelas de madera inclinadas o sistemas de muros formados por duelas de madera verticales u horizontales arriostradas con elementos de madera maciza

8.7. Efectos de segundo orden

Deberán tenerse en cuenta explícitamente en el análisis los efectos de segundo orden, esto es, los momentos y cortantes adicionales provocados por las cargas verticales al obrar en la estructura desplazada lateralmente, en toda estructura en que la diferencia en desplazamientos laterales entre dos niveles consecutivos, dividida entre la diferencia de alturas correspondiente, exceda de $0.08V/W_0$ entre cada par de niveles consecutivos, siendo V la fuerza cortante calculada y W_0 el peso de la construcción incluyendo cargas muertas y vivas que obran encima de la elevación que se considera, multiplicado por el factor de carga correspondiente.

8.8. Efectos bidireccionales

Los efectos de ambos componentes horizontales del movimiento del terreno se combinarán tomando, en cada dirección en que se analice la estructura, el 100% de los efectos del componente que obra en esa dirección y el 30% de los efectos del que obra perpendicularmente a ella, con los signos que para cada concepto resulten más desfavorables.

8.9. Falla de cimentación

Se verificará que ni la estructura ni su cimentación alcanza ninguno de los estados límite de falla o de servicio a que se refiere el capítulo VI, título VI del Reglamento. Al revisar con respecto a estados límite de falla de la cimentación se tendrá en cuenta la fuerza de inercia horizontal que obra en el volumen de suelo que se halla bajo los cimientos y que potencialmente se desplazaría al fallar el suelo en cortante, estando dicho volumen sujeto a una aceleración horizontal igual a $c/4$ veces la aceleración de la gravedad.

8.10. Revisión por rotura de vidrios

Al revisar con respecto al estado límite por rotura de vidrios se verificará que alrededor de cada tablero de vidrio o cada marco exista una holgura no menor que el desplazamiento relativo entre los extremos del tablero o marco, calculado a partir de la deformación por cortante de entrepiso y dividido entre $1 - H_0/B_0$, donde B_0 es la base del tablero o marco y H_0 su altura.

8.11. Comportamiento asimétrico

En el diseño de estructuras cuyas relaciones fuerza-deformación difieran en sentidos opuestos se dividirán los factores de resistencia entre $1 + 2.5dQ$, en que d es la diferencia en los valores de a/Q' , expresados como fracción de la gravedad, que causarían la falla o fluencia plástica de la estructura en uno y otro sentido.

9. ANALISIS DINAMICO

Se aceptarán como métodos de análisis dinámico el análisis modal y el cálculo paso a paso de respuestas a temblores específicos.

9.1. Análisis modal

Si se usa el análisis modal, deberá incluirse el efecto de todos los modos naturales de vibración con periodo mayor o igual a 0.4 seg. pero en ningún caso podrán considerarse menos que los tres primeros modos de translación en cada dirección de análisis. Puede despreciarse el efecto dinámico torsional de excentricidades estáticas. En tal caso, el efecto de dichas excentricidades y de la excentricidad accidental se calculará como lo especifica el artículo correspondiente al análisis estático.

Para calcular la participación de cada modo natural en las fuerzas laterales que actúan sobre la estructura, se supondrán las aceleraciones espectrales de diseño especificadas en la sección 3 de estas normas reducidas como se establece en la sección 4 de las mismas.

Las respuestas modales S_i (donde S_i puede ser fuerza cortante, desplazamiento lateral, momento de volteo, etc.), se combinarán para calcular las respuestas totales S de acuerdo con la expresión.

$$S = \left(\sum S_i^2 \right)^{1/2}$$

siempre que los periodos de los modos naturales en cuestión difieran al menos 10% entre sí. Para las respuestas en modos naturales que no cumplen esta condición se tendrá en cuenta el acoplamiento entre ellos. Los desplazamientos laterales así calculados habrán de multiplicarse por Q para calcular efectos de segundo orden, así como para verificar que la estructura no alcanza ninguno de

los estados límite de servicio a los que se refiere el capítulo VI, título VI del Reglamento.

9.2. Análisis paso a paso

Si se emplea el método de cálculo paso a paso de respuestas a temblores específicos, podrá acudir a acelerogramas de temblores reales o de movimientos simulados, o a combinaciones de éstos, siempre que se usen no menos de cuatro movimientos representativos, independientes entre sí, cuyas intensidades sean compatibles con los demás criterios que consignan el Reglamento y estas normas, y que se tengan en cuenta el comportamiento no lineal de la estructura y las incertidumbre que haya en cuanto a sus parámetros.

9.3. Revisión por cortante basal

Si con el método de análisis dinámico que se haya aplicado se encuentra que, en la dirección que se considera, la fuerza cortante basal V_0 es menor que $0.8aW_0/Q$, se incrementarán todas las fuerzas de diseño y desplazamientos laterales correspondientes en una proporción tal que V_0 iguale a este valor.

9.4. Efectos bidireccionales

Cualquiera que sea el método dinámico de análisis que se emplee, los efectos de movimientos horizontales del terreno en direcciones ortogonales se combinarán como se especifica en relación con el método estático de análisis sísmico. Igualmente aplicable son las demás disposiciones de la sección 8 de estas normas en cuanto al cálculo de fuerzas internas y desplazamientos laterales, con las salvedades que señala la presente sección.

10. ANÁLISIS Y DISEÑO DE OTRAS CONSTRUCCIONES NUEVAS.

Las presentes normas complementarias sólo son aplicables en su integridad a edificios. Tratándose de otras estructuras se aplicarán métodos de análisis apropiados al tipo de estructura en cuestión siempre que tales métodos respeten las disposiciones de la presente sección, sean congruentes con este cuerpo normativo y reciban la aprobación del Departamento.

10.1. Tanques, péndulos invertidos y chimeneas

En el diseño de tanques, péndulos invertidos y chimeneas las fuerzas internas debidas al movimiento del terreno en cada una de las direcciones en que se analice se combinarán con el 50% de las que produzca el movimiento del terreno en la dirección perpendicular a ella, tomando estas últimas con el signo que para cada elemento estructural resulte más desfavorable.

En el diseño de tanques deberán tenerse en cuenta las presiones hidrostáticas del líquido almacenado, así como los momentos que obren en el fondo del recipiente.

10.2. Muros de retención

Los empujes que ejercen los rellenos sobre los muros de retención, debidos a la acción de los sismos, se valorarán suponiendo que el muro y la zona de relleno por encima de la superficie crítica de deslizamiento se encuentran en equilibrio límite bajo la acción de las fuerzas debidas a carga vertical y a una aceleración horizontal igual a $c/3$ veces la gravedad. Podrán asimismo emplearse procedimientos diferentes siempre que sean previamente aprobados por el Departamento.

11. ESTRUCTURAS EXISTENTES

En la revisión de la seguridad de un edificio existente se adoptará el valor del factor de comportamiento sísmico Q que, en los términos de la sección 5 de las presentes normas corresponda al caso cuyos requisitos sean esencialmente satisfechos por la estructura, a menos que se justifique a satisfacción del Departamento la adopción de un valor mayor que este.

Tratándose de estructuras cuyo comportamiento en sentidos opuestos sea asimétrico por inclinación de la estructura con respecto a la vertical, si el desplome de la construcción excede de 0.01 veces su altura, se tomará en cuenta la asimetría multiplicando las fuerzas sísmicas de diseño por $1 + 10f$ cuando se use el método simplificado de análisis sísmico, o por $1 + 5Qf$ cuando se use el estático o el dinámico modal, siendo f el desplome de la construcción dividido entre la altura de ésta. Si se emplea el método dinámico de análisis paso a paso se hará consideración explícita de la inclinación.

Cuando se refuerce una construcción del grupo B con elementos estructurales adicionales será válido adoptar los valores de Q que corresponden a estos elementos siempre que sean capaces de resistir en cada entrepiso al menos 50% de la fuerza cortante de diseño, resistiendo la estructura existente al resto, y en cada nivel las resistencias de los elementos añadidos sean compatibles con las fuerzas de diseño que les correspondan. Deberá comprobarse que los sistemas de piso tienen la rigidez y resistencia suficientes para transmitir las fuerzas que se generan en ellos por los elementos de refuerzo que se han colocado y, de no ser así, deberán reforzarse los sistemas de piso para lograrlo

APENDICE

A1. ALCANCE

Para el diseño de estructuras ubicadas en las zonas II o III será permisible tener en cuenta los efectos de los periodos dominantes del terreno en el sitio de interés y de la interaccion suelo-estructura. Cuando así se proceda se aplicarán al cuerpo principal de las presentes normas técnicas complementarias las modificaciones que contiene el presente apendice son aplicables las demás disposiciones de las normas técnicas complementarias

A2. NOTACION ADICIONAL

Se emplean aquí los símbolos del cuerpo principal de estas normas, así como otros, entre los cuales los más importantes son:

$A(m^2)$	= área de la superficie neta de cimentación
$G(t\ m^2)$	= modulo de rigidez del suelo
$H(metros)$	= profundidad de los depositos firmes profundos, medida desde la superficie del terreno
$I(m^4)$	= momento de inercia de la superficie neta de cimentación con respecto a su eje centroidal perpendicular a la dirección que se analiza

$J(ton\ m^2)$	= momento de inercia neto del peso de la construcción con respecto del eje centroidal de su base y perpendicular a la dirección que se analiza, descontando el momento de inercia del peso del suelo desplazado por la infraestructura
$K_i(t/m)$	= rigidez de la cimentación al giro, debida a la rigidez axial de un sistema de pilotes de punta
$K_i(t\cdot m/radián)$	= rigidez equivalente del suelo bajo una estructura, en rotación con respecto al eje centroidal de la base y perpendicular a la dirección que se analiza
$K_v(t/m)$	= rigidez equivalente del suelo bajo una estructura, en dirección vertical
$K_h(t/m)$	= rigidez equivalente del suelo bajo una estructura, en la dirección que se analiza
$M_b(l\cdot m)$	= momento de volteo basal
$R_b(metros)$	= radio equivalente para cálculo de K_v
$R_i(metros)$	= radio equivalente para cálculo de K_i
$T_1(segundos)$	= período fundamental de vibración que tendría la estructura en la dirección que se analiza si descansara sobre base rígida
$T_n(segundos)$	= período fundamental de vibración de la estructura calculado teniendo en cuenta la interacción de esta con el terreno
$T_f(segundos)$	= período natural de vibración que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera girar con respecto al eje centroidal

horizontal perpendicular a la dirección que se analiza

= 0.4 para estructuras del grupo B₀ y 0.6 para las del A. Fuera de las partes sombreadas se adoptará

T_0 (segundos) = periodo dominante más largo del terreno en el sitio de interés

T_1 (segundos) = periodo natural de vibración que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base solo pudiera desplazarse en la dirección que se analiza

W''_0 (toneladas) = valor de W al nivel de desplante de la estructura incluyendo el peso de sus cimientos y descontando el peso del suelo desplazado por la estructura

$$c = \frac{1.6T_a}{4 + T_a^2}$$

Para las estructuras del grupo B, y 1.5 veces este valor para las del A, T_a está en segundos: en estos sitios se tomará $T_1 = 0.64T_0$ en la zona II $T = 0.35T_0$ pero no menor que 0.64 seg. En la III, y T_1 . En ambas zonas. El valor de T_0 se tomará de la figura A4.1 o se determinará a partir de ensayos y análisis de dinámica de suelos que tengan en cuenta la estratigrafía y propiedades locales del suelo y reciban aprobación del Departamento.

A3. DEL TIPO DE ANALISIS

Solamente serán aplicables los métodos estático y dinámico a que se refiere la sección 2 de estas normas complementarias y con las limitaciones que allí se establecen.

A4. ESPECTROS PARA DISEÑO SISMICO

Cuando se aplique el análisis dinámico modal que especifica la sección 9 de estas normas, se adoptará como ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico, a , expresada como fracción de la aceleración de la gravedad, la que se especifica en la sección 3.

El periodo fundamental de vibración de la estructura se calculará teniendo en cuenta su interacción con el terreno, como se especifica en la sección A7.

Para estructuras ubicadas en sitios para los que se desconoce el periodo dominante más largo del sitio, el coeficiente c se obtiene del Artículo 206 del Reglamento, salvo que en las partes sombreadas de la figura 3.1 se tomara $c = 0.4$ para las estructuras del grupo B, y 0.6 para las del A. Para los sitios en que se desconoce dicho periodo T_a , T_b y r se consignan en la tabla 3.1. En sitios en que se conozca el periodo dominante más largo del terreno, T_a y que se hallen en las partes sombreadas de la figura 3.1, también se adoptará c

A5. ANALISIS ESTATICO

Será aplicable el método que describe la sección 8 de las presentes normas siempre que la estructura no exceda de 60 m de alto, tomando en cuenta el valor aproximado del periodo fundamental de vibración de la estructura, con las siguientes salvedades:

- I. En el cálculo del valor aproximado del periodo fundamental de vibración, T_1 , se incluirán las contribuciones previamente de interacción suelo-estructura debidas a desplazamiento horizontal y rotación de la base de la construcción. Tales contribuciones se calcularán como establece la sección A.7 de las presentes normas.
- II. Si T_1 es menor o igual a T_b se procederá como en el inciso I de la sección 8 pero de tal manera que la relación V_0/W_0 sea igual a a/Q' , calculándose V_0 y Q' como se especifica respectivamente en las secciones A4 y 4 de las presentes normas.
- III. En el cálculo de solicitaciones y fuerzas internas se tomarán en cuenta los efectos de desplazamiento y rotaciones de la base como lo especifica la sección A7 de estas normas, así como los debidos a las deformaciones axiales de muros y columnas cuando estos efectos sean significativos. No será necesario incluir

estas contribuciones en la revisión de los estados límite de deformaciones laterales y de rotura de vidrios, más si en el cálculo de los efectos de segundo orden y en el de separaciones entre la construcción y sus linderos con predios vecinos o en juntas de construcción entre cuerpos de un mismo edificio.

- IV. En el cálculo de solicitaciones y fuerzas internas se tomarán en cuenta los efectos de desplazamientos y rotaciones de la base como lo especifica la sección A7 de estas normas, así como los debidos a las deformaciones axiales de muros y columnas cuando estos efectos sean significativos. No será necesario incluir estas contribuciones en la revisión de los estados límite de deformaciones laterales y de rotura de vidrios, más si en el cálculo de los efectos de segundo orden y en el de separaciones entre la construcción y sus linderos con predios vecinos o en juntas de construcción entre cuerpos de un mismo edificio.

A6. ANALISIS DINAMICO

Serán aplicables los métodos que especifica la sección 9 de las presentes normas, con las siguientes salvedades:

Se tomará en cuenta la interacción suelo-estructura. Cuando se emplee el método de análisis modal se dará por satisfecho este requisito si se consideran los efectos de dicha interacción, como lo especifica la sección A7 de las presentes normas, en el periodo y forma del modo fundamental de vibración y en el factor Q correspondiente según estipula la sección 4.

A7. INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA

Como una aproximación a los efectos de interacción suelo-estructura será válido incrementar el periodo fundamental de vibración y los desplazamientos calculados en la estructura bajo la hipótesis de que ésta se apoya rigidamente en su base, de acuerdo con la siguiente expresión.

$$T_1 = (T_0^2 + T_N^2 + T_r^2)^{1/2}$$

En que T_1 es el periodo fundamental de vibración de la estructura en la dirección que se analiza corregido por interacción con el suelo. T_0 el periodo fundamental que tendría la estructura si se apoyara sobre una base rígida T_0 el periodo natural que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base solo pudiera trasladarse en la dirección que se analiza y T_r es el periodo natural que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera girar con respecto a un eje horizontal que pasara por el centroide de la superficie de desplante de la estructura y fuera perpendicular a la dirección que se analiza. Podrán en este caso desprejarse los efectos de la interacción en los periodos superiores de vibración de la estructura.

Para el cálculo de T_1 en la expresión que antecede se supondrá el desplazamiento de la base esta restringido por un elemento elástico cuya rigidez vale K_0 en ton./m:

$$T_a = 2\pi(W_0^2/gK_a)^{1/2}$$

donde T_r está en segundos. W_0 es el peso neto de la construcción al nivel de su desplante, incluyendo el peso de los cimientos y descontando el de el suelo que es desplazado por la infraestructura, en toneladas y g es la aceleración de la gravedad en m/seg^2 . El valor de W_0 no se tomará menor de $0.7 W_0$. Para el cálculo de T_1 se supondrá que la rotación de la base está

$$T_r = 2\pi(J/gK_r)^{1/2}$$

restringida por un elemento elástico de rigidez K_1 , en $t\cdot m/radián$:

donde T_r está en segundos y J es el momento neto de inercia del peso de la construcción, en $t\cdot m^2$, con respecto al eje de rotación, descontando el momento de inercia de la masa del suelo desplazado por la infraestructura. Esta diferencia no se tomará menor de 0.7 veces el momento de inercia calculado con el peso de la construcción.

Tratándose de construcciones que se apoyan sobre zapatas corridas con dimensión mayor en la dirección que se analiza o sobre losa o cascarón que abarque toda el área de cimentación, y que posean suficiente rigidez y resistencia para suponer que su base se desplaza como cuerpo rígido, los valores de K_r y K_1 se obtendrán de la

tabla A 7.1. en que G es el módulo de rigidez media, en t/m, del estrato en que se apoya la construcción y los radios equivalentes R_s y R_r en metros, se calcularán empleando las expresiones

$$R = (A/\pi)^{1/2}$$

$$R_r = (4I/\pi)^{1/2}$$

en las que A en m², es el area de la superficie neta de cimentación, e I, en m⁴, es el momento de inercia de dicha superficie neta con respecto a su eje centroidal perpendicular a la dirección que se analiza.

Tratandose de construcciones suficientemente rígidas y resistentes, cimentadas sobre zapatas corridas con dimension corta en la direccion que se analiza y de construcciones sobre zapatas aisladas, los coeficientes K_R y K_r de la cimentación se calcularan mediante las fórmulas:

$$K_i = \sum x_i^2 K_{vi}$$

$$K_0 = \sum K_{hi}$$

en las que i, denota valores correspondientes a la zapata i-esima, x_i es la distancia en la direccion de analisis, entre el centroide de la zapata y el eje centroidal de la planta de cimentacion, K_{vi} y K_{hi} se determinan de la tabla A7.1, empleando el valor de R_i que corresponde a la zapata en cuestión.

En el caso de cimentaciones sobre pilotes de punta su influencia en el valor de K, se considera con el segundo termino de la expresion correspondiente de la tabla A7.1, empleando para el cálculo de K_p la siguiente expresion

$$K_p = \sum_{i=1}^n k_{pi} d_i^2$$

en la que n es el número de pilotes y K_{pi} y d_i son, respectivamente, la rigidez vertical y distancia del pilote i-ésimo al eje centroidal de rotación.

En la verificación de que la estructura no alcanza los estados limite por desplazamientos laterales y por rotura de vidrios no será necesario tener en cuenta el desplazamiento y rotación de la base. Para el cálculo de efectos de segundo orden debe tenerse en cuenta dicha rotación dada por M_0 / K_r , en radianes, en que M_0 es el momento de volteo que obra en la base de la estructura, en t-m; y en la revision del estado limite por choques entre estructuras deben incluirse tanto los desplazamientos debidos a esta rotación como el desplazamiento de la base, dado por V_0 / K_0 , en metros, en que V_0 es la fuerza cortante basal, n toneladas.

El modulo de rigidez medio G, se determinará mediante pruebas dinámicas de campo o laboratorio. A falta de tales determinaciones se tomará:

$$G = 2(H/T_0)^2$$

Donde G esta en t/m², T_0 es el periodo dominante mas largo del terreno, en segundos, en el sitio donde se halle la estructura y se obtendra de la figura A4.1, y H es la profundidad, en metros, de los depositos firmes profundos en dichos sitios, y se determinará a partir de estudios locales de mecanica de suelos o, si éstos son insuficientes para determinarla, se tomara de la figura A7.1. En los sitios donde no se conoce el valor de G, si G no se determina experimentalmente, se adoptará el valor que resulte más desfavorable entre los límites de 400 y 900 t/m²

Tabla A7.1 Valores de K_0 , K_1 y K_v

Profundidad de desplante (1)	K_0	$K_1(2)$	K_v Losa	K_v Zapata
≤ 1 m	11GR _s	7GR	20GR	12GR
≥ 3 m	16GR _s	11GR	29GR	20GR

En zona III

Profundidad de desplante (1)	K	K			K
		Sobre el terreno	Sobre pilotes de fricción (3)	Sobre pilotes de punta (4)	
≤ 1 m	7GR	6GR	7GR3	6GR	12GR
≥ 3 m	8GR	9GR3	11GR3		16GR

1. Para profundidades de desplante intermedias entre 1 y 3m interpólese linealmente entre los valores de la tabla.
2. Para estructuras cimentadas sobre pilotes o pilas en la zona II supóngase K_0 infinita.
3. Si estos son capaces de resistir por adherencia con el suelo circundante, al menos la mitad del peso bruto de la construcción incluyendo el de sus cimientos. Cuando tienen menos de esta capacidad interpólese linealmente entre los valores consignados en la tabla.
4. K_0 se calculará teniendo en cuenta los pilotes de punta que contribuyan a resistir en momento de volteo calculando la rigidez de estos elementos ante la fuerza axial como si su punta no se desplazara verticalmente.

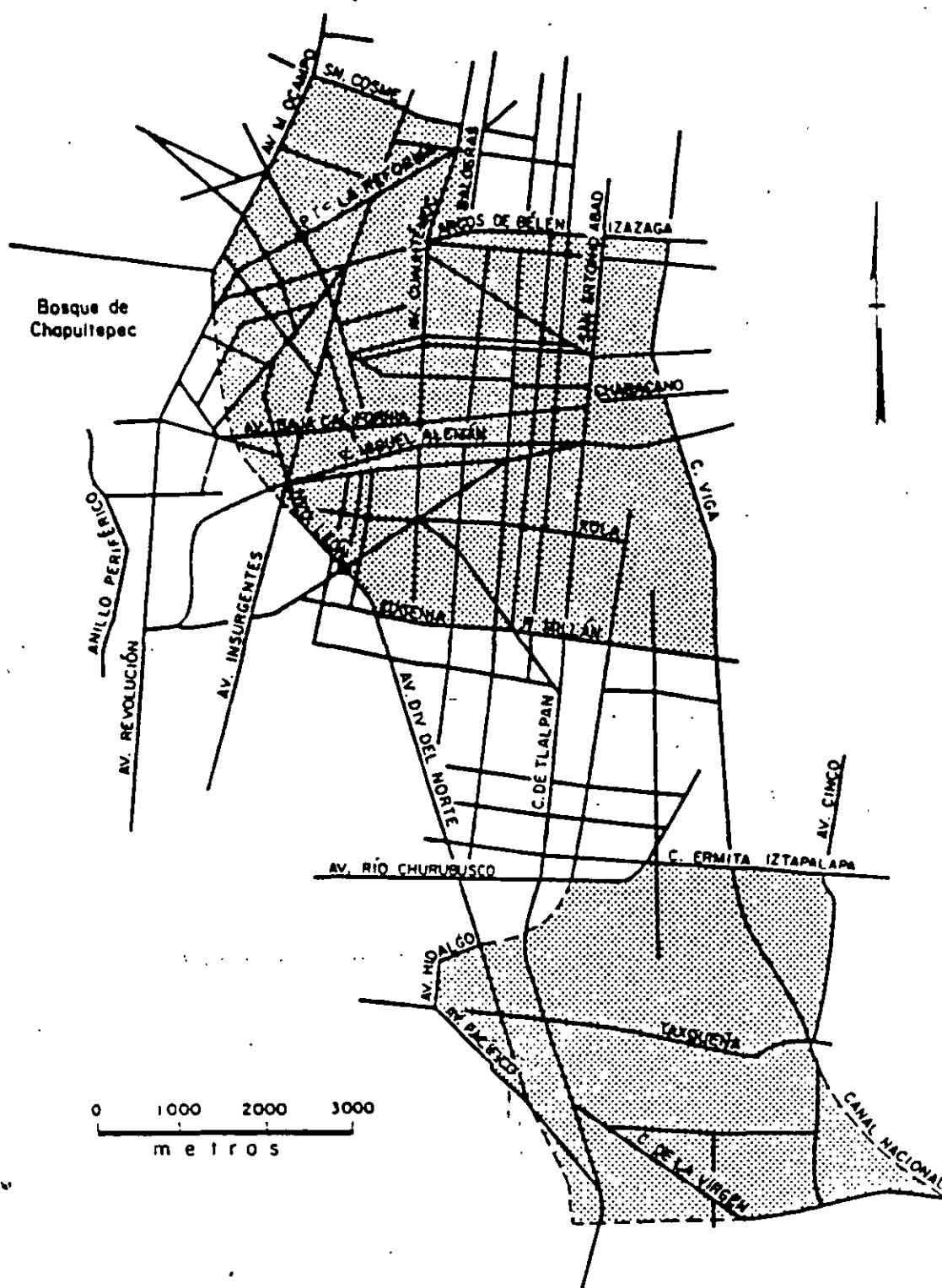


Figura 3.1 Subzonificación de la zona del lago y de la zona de transición.

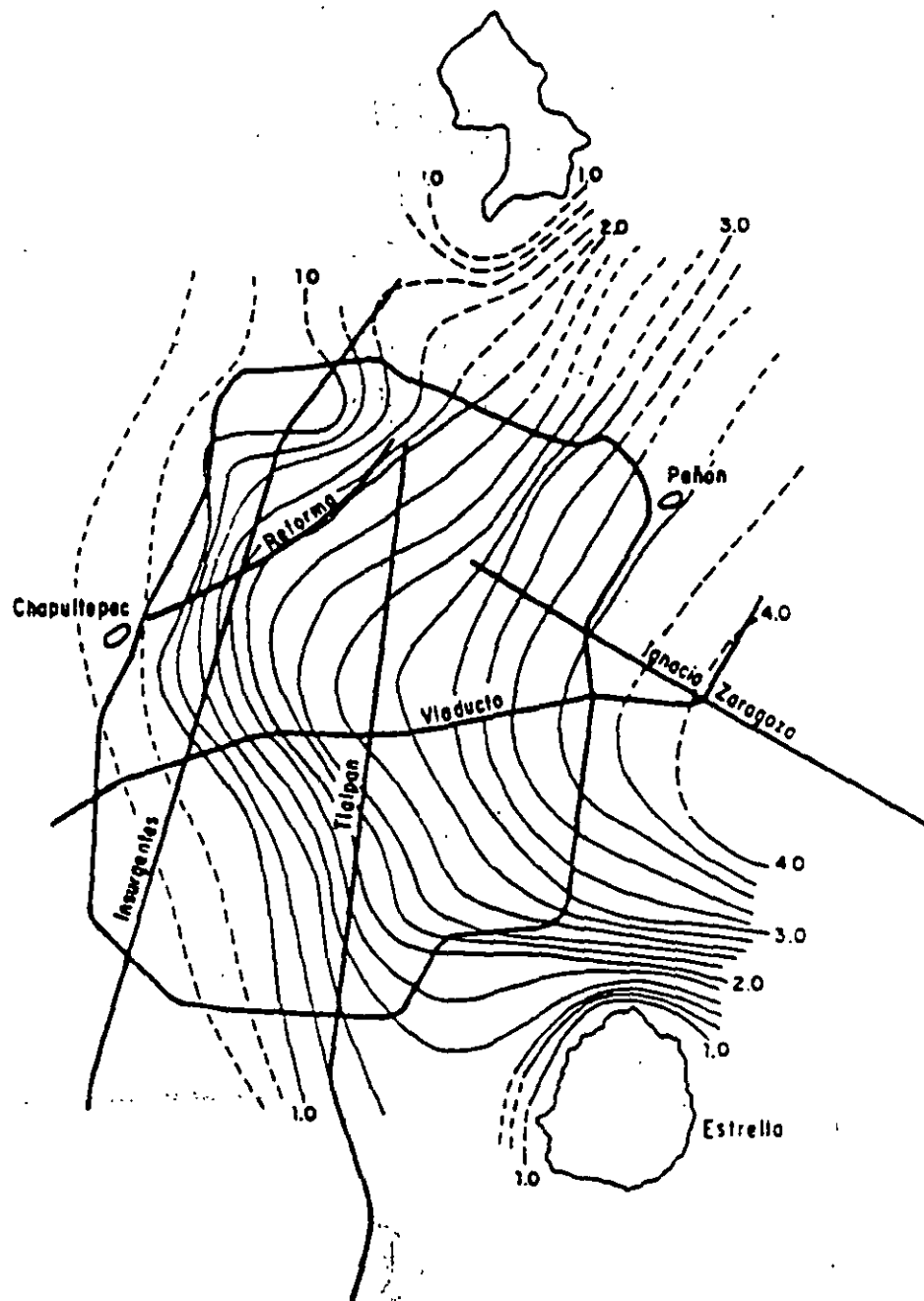


Figura A4.1 Valores de T , en segundos.

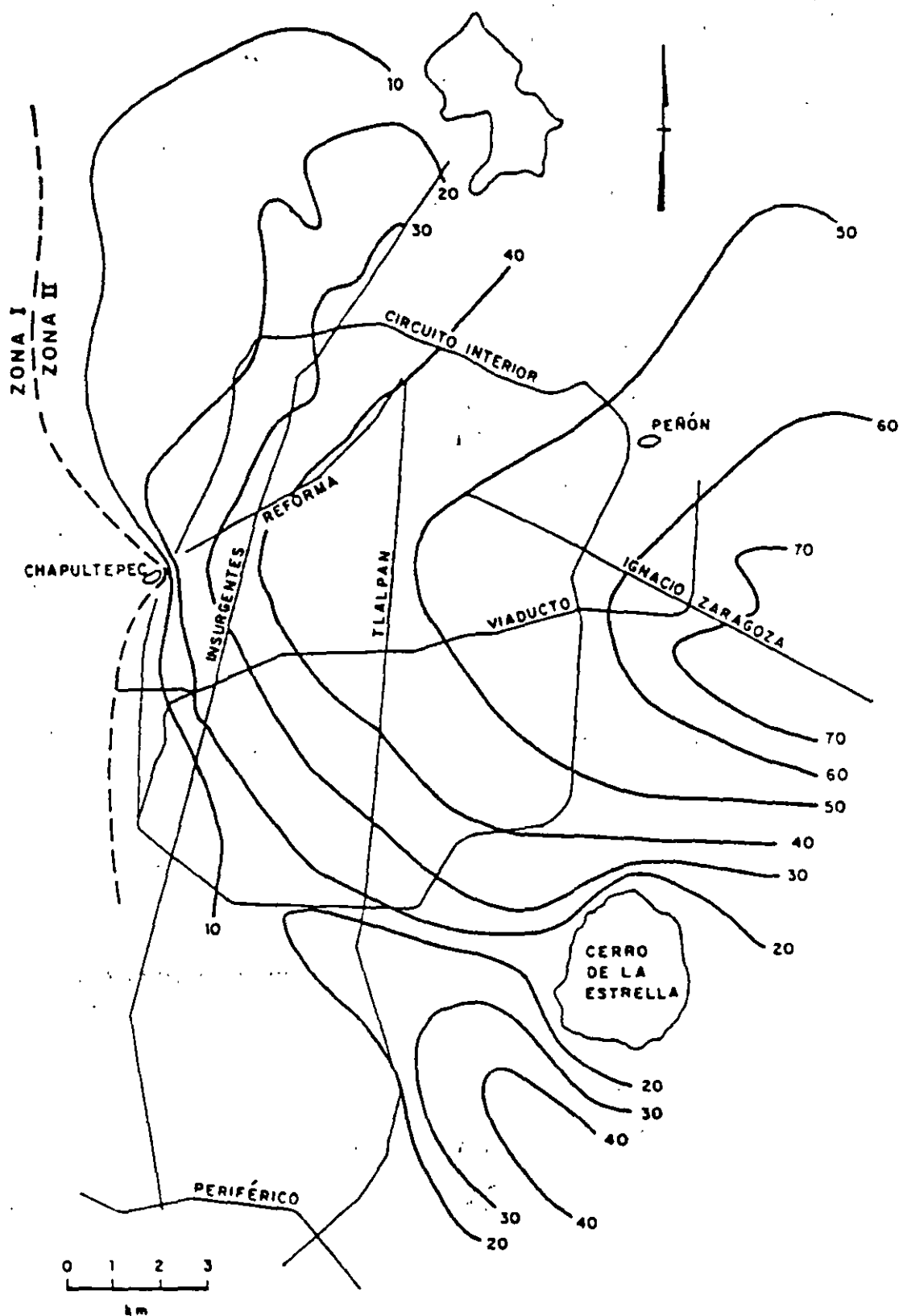


Figura A7.1 Valores de H en metros.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

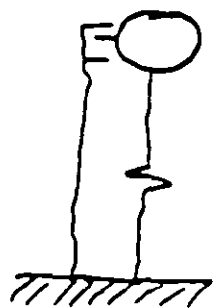
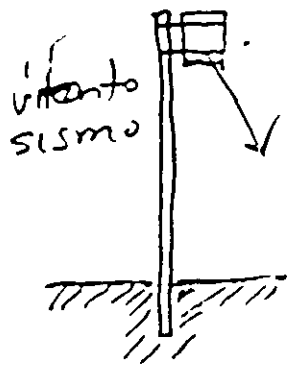
MODULO I: ANÁLISIS ESTATICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

TEMA

DINAMICA ESTRUCTURAL

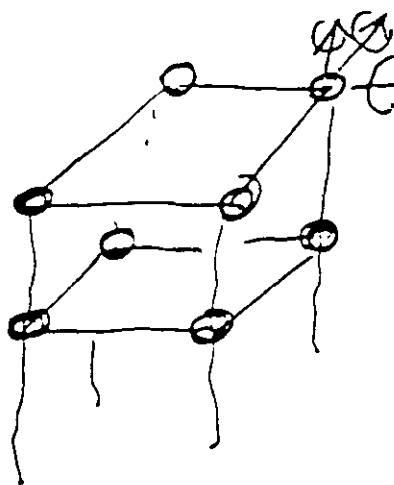
**EXPOSITOR: M. EN I. JOSE LUIS TRIGOS SUAREZ
PALACIO DE MINERIA
AGOSTO DEL 2001**

DINAMICA ESTRUCTURAL

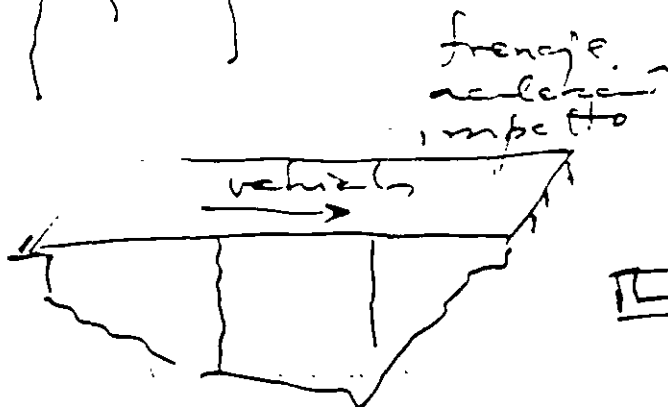


$d(t)$

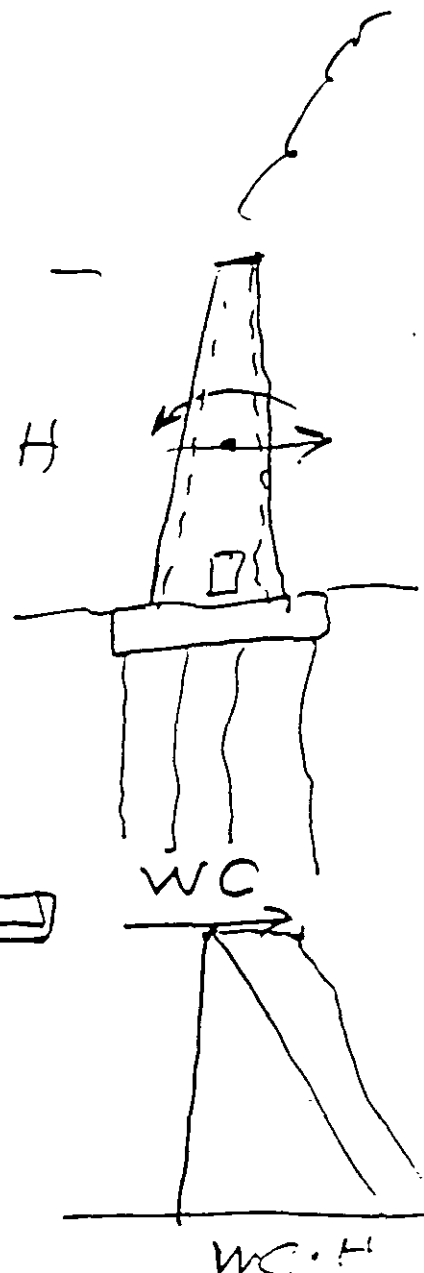
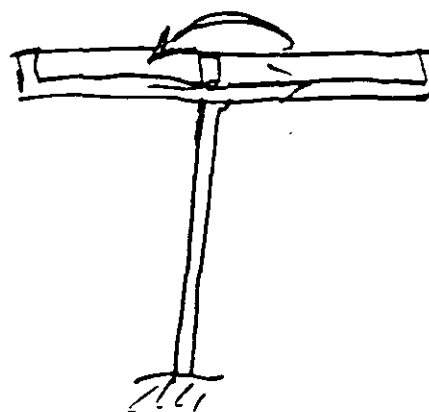
1GL

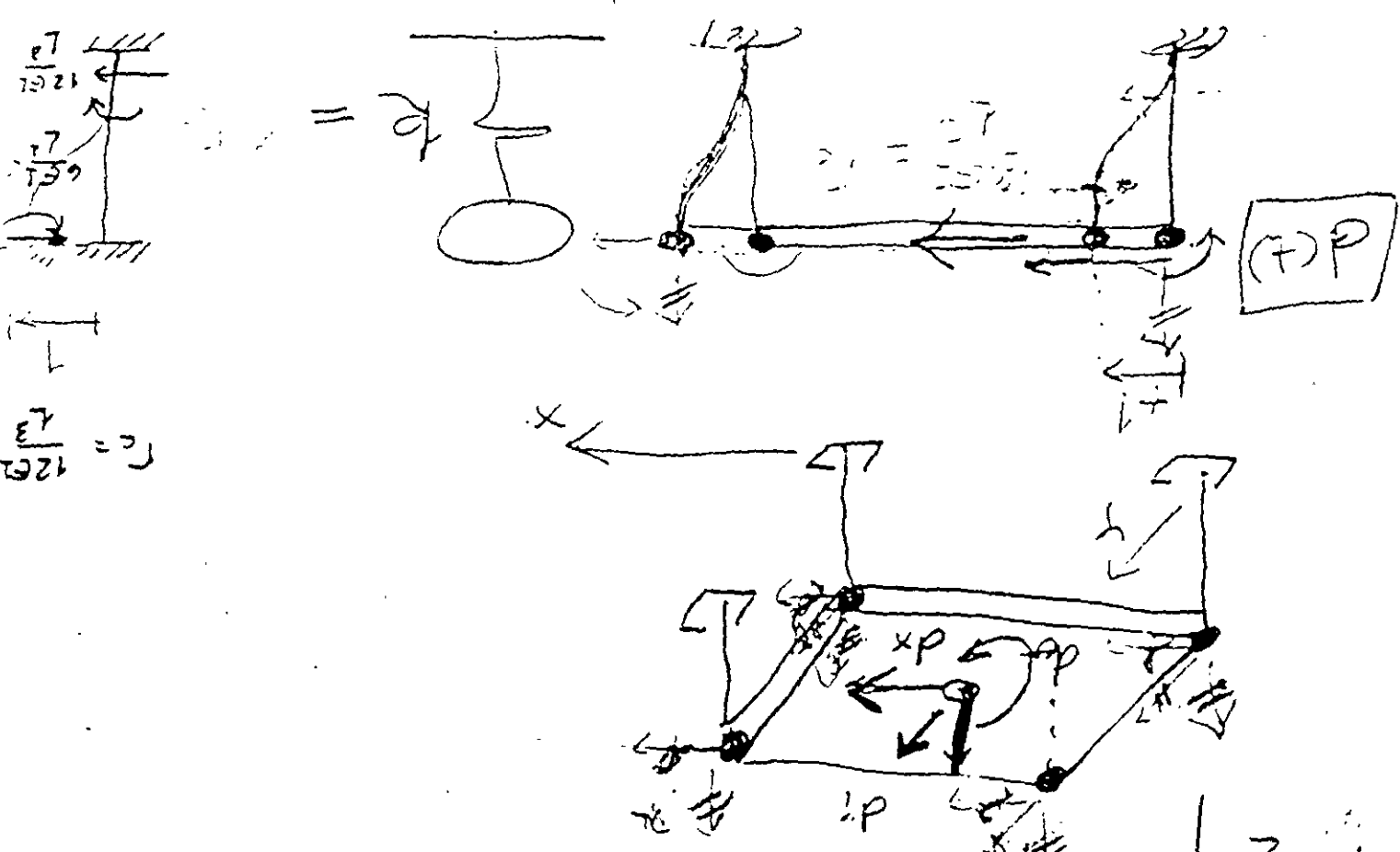
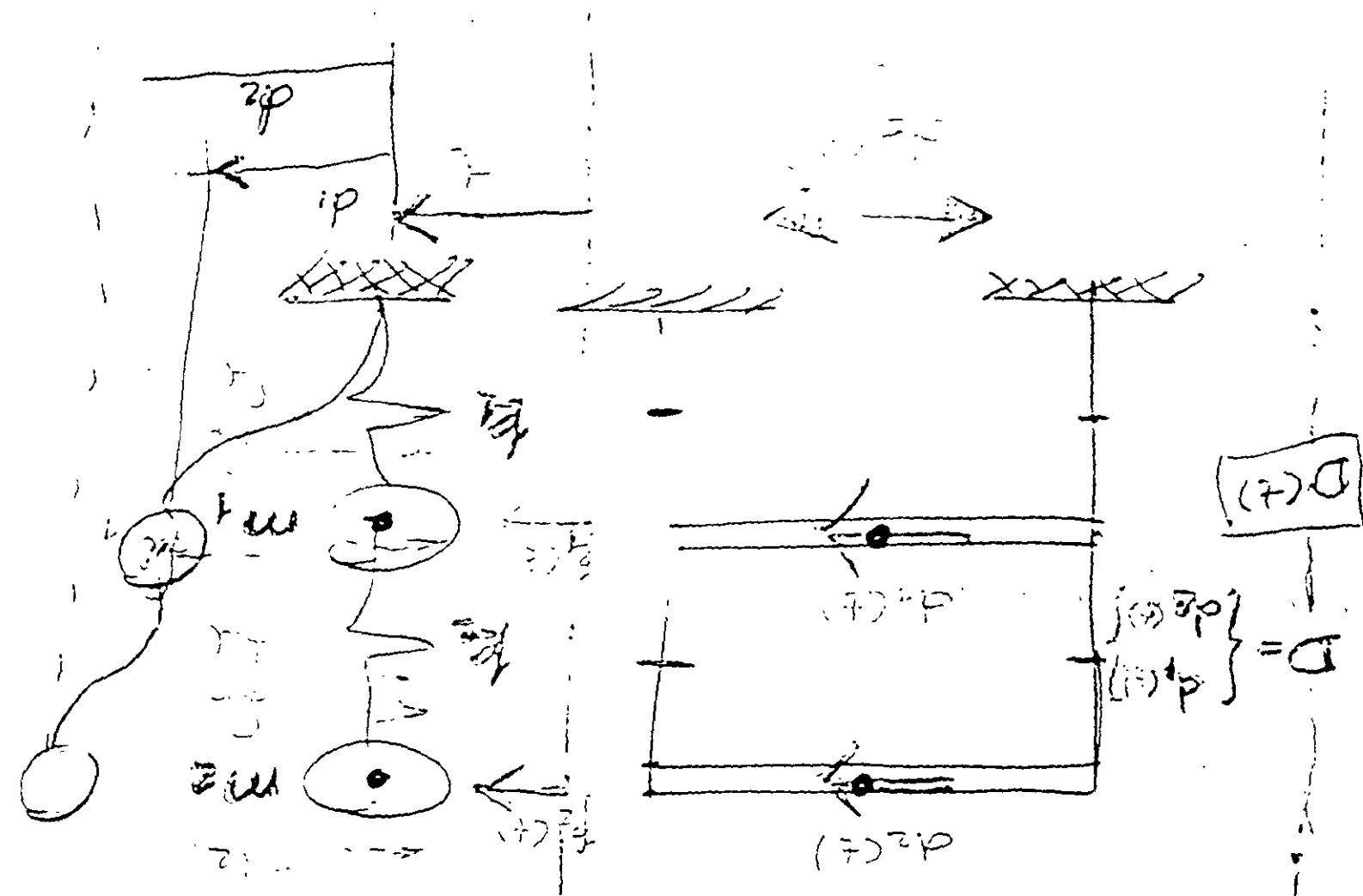


v_{bn} mag. NGL



2GL

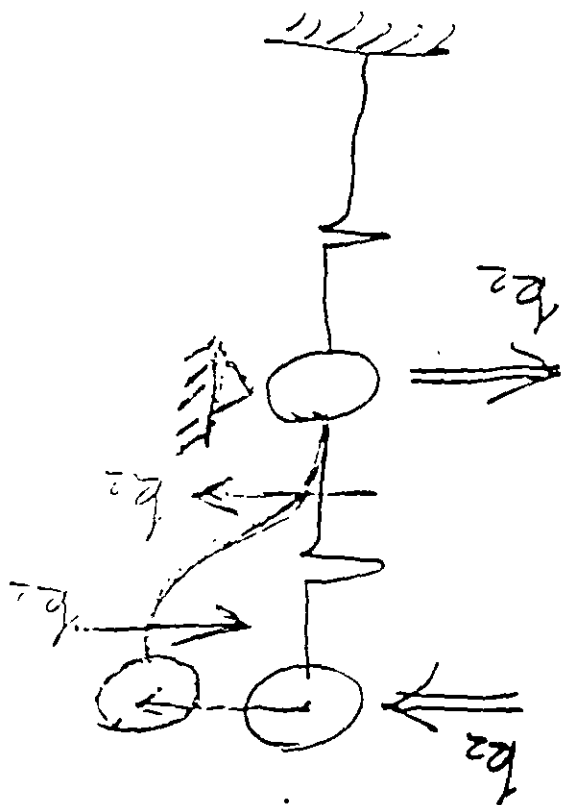




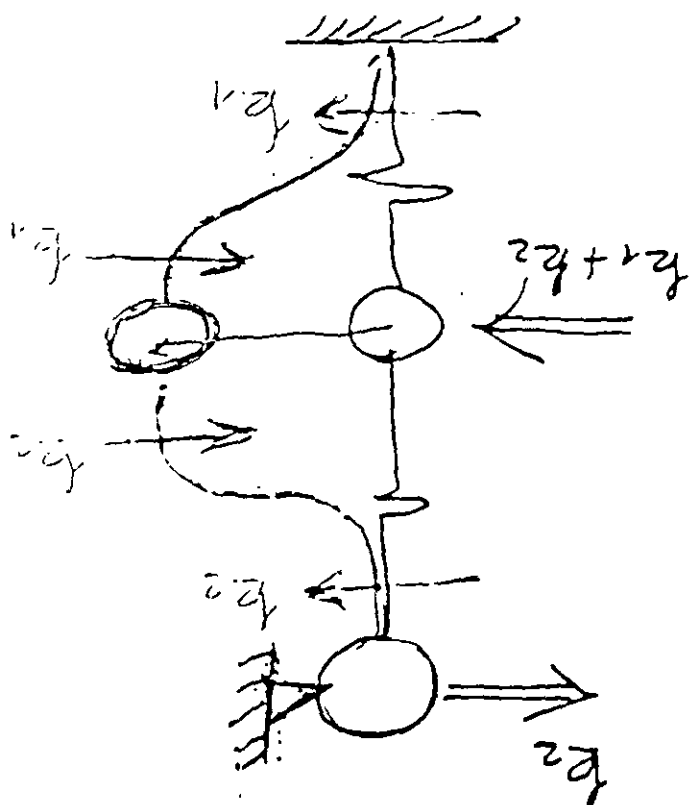
$$M_{(f)}^T = D_{(f)}$$

$$K \supseteq D_{(7)} = F_{(7)}^{\pi}$$

1	$k_1 + k_2$	$-k_2$
2	$-k_2$	k_2



$$i \cdot j = 0$$



It is a

$$F_1(t) = M [\ddot{D}(t) + \int \ddot{d}_s(t)]$$

$$\begin{cases} \ddot{d}_1(t) + \ddot{d}_2(t) = \ddot{d}_s(t) \\ \ddot{d}_1(t) + \ddot{d}_2(t) = \ddot{d}_s(t) \end{cases}$$

$$F_2(t) = M \ddot{D}(t)$$

$$F_D(t) = C \dot{D}(t) = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{d}_1(t) \\ \dot{d}_2(t) \end{Bmatrix}$$

$$F_R(t) = K D(t) = \begin{bmatrix} b_1 + b_2 & -b_2 \\ -b_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases} F_D(t) = \begin{Bmatrix} f_{d1}(t) \\ f_{d2}(t) \end{Bmatrix} \\ F_R(t) = \begin{Bmatrix} f_{r1}(t) \\ f_{r2}(t) \end{Bmatrix} \end{cases}$$

$$F_1(t) + F_D(t) + F_R(t) = P(t)$$

$$P(t) - F_1(t) - F_D(t) - F_R(t) = 0$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & 0 = f_{r1}(t) - f_{d1}(t) - f_{r2}(t) - f_{d2}(t) \\ \textcircled{2} \quad & 0 = f_{r2}(t) - f_{d2}(t) - f_{r1}(t) - f_{d1}(t) \end{aligned}$$

$$d_{T1}(t) = d_1(t) + d_s(t)$$

$$d_{T2}(t) = d_2(t) + d_s(t)$$

$$\ddot{d}_i(t) = \ddot{d}_i(t) + \ddot{d}_s(t)$$

$$f_i(t) = m_i \ddot{d}_i(t)$$

$$\begin{cases} f_{i1}(t) \\ f_{i2}(t) \end{cases} = \begin{cases} m_1 \ddot{d}_{T1}(t) \\ m_2 \ddot{d}_{T2}(t) \end{cases} = \begin{cases} m_1 \ddot{d}_1(t) + m_1 \ddot{d}_s(t) \\ m_2 \ddot{d}_2(t) + m_2 \ddot{d}_s(t) \end{cases}$$

$$\begin{Bmatrix} f_{i1}(t) \\ f_{i2}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{d}_1(t) \\ \ddot{d}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{d}_s(t)$$

$$F_I(t) = M \ddot{D}(t) + M J \ddot{d}_s$$

$$\begin{matrix} (2,2) & (2,1) & (1,1) \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \end{matrix}$$

$$F_I(t) + F_D(t) + F_R(t) = P(t)$$

$$\underbrace{M \ddot{D}(t) + C \dot{D}(t) + K D(t)}_{NGL} = P(t) - M J \ddot{d}_s(t)$$

$$\underbrace{n}_{1GL} \underbrace{\ddot{d}(t)}_{f_i} + \underbrace{c}_{f_d} \underbrace{\dot{d}(t)}_{f_d} + \underbrace{k}_{f_r} \underbrace{d(t)}_{f_r} = \underbrace{p(t)}_{f_{ext}} - \underbrace{m \ddot{d}_s(t)}_{f_{sismo}}$$

VLSA

$$M \ddot{D}(t) + K D(t) = 0$$

a sen w

$$D(t) = \phi q(t) = \phi \text{ sen } \omega t$$

$$\begin{Bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \text{ sen } \omega t$$

$$D = \phi \text{ sen } \omega t$$

$$\dot{D} = \phi \cos \omega t \omega = \omega \phi \cos \omega t$$

$$\ddot{D} = \phi \text{ sen } \omega t (-\omega^2) = -\omega^2 \phi \text{ sen } \omega t$$

$$M \phi (-\omega^2) \text{ sen } \omega t + K \phi \text{ sen } \omega t = 0$$

$$K \phi = \omega^2 M \phi \quad [K - \omega^2 M] \phi = 0$$

$$\begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 2k - \omega^2 m & -k & 0 \\ -k & k - \omega^2 m & 0 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Det $[K - \omega^2 M] = 0$; Solución diferente de la trivial $\phi =$

$$(2k - \omega^2 m)(k - \omega^2 m) - (-k)(-k) = 0$$

$$2k^2 - 2k\omega^2 m - k\omega^2 m + (\omega^2)^2 m^2 - k^2 = 0$$

$$(\omega^2)^2 m^2 - 3km(\omega^2) + k^2 = 0$$

$$\boxed{(\omega^2)^2 - 3 \frac{k}{m} (\omega^2) + \frac{k^2}{m^2} = 0} \quad \begin{matrix} (\omega^2)^2 - 3(k/m)\omega^2 + \\ aX^2 + bX + c = 0 \end{matrix}$$

$$\omega^2 = \frac{\pm \frac{3k}{m} \pm \sqrt{\frac{9k^2}{m^2} - 4 \frac{k^2}{m^2}}}{2}$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \left(\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \right)$$

$$\omega_a^2 = \frac{k}{m} \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right); \omega_b^2 = \frac{k}{m} \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

$$\begin{bmatrix} 2k - \frac{k}{m} \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) m & -k \\ -k & k - \frac{k}{m} \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k \left(2 - \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) \phi_1 - \phi_2 \right) = 0$$

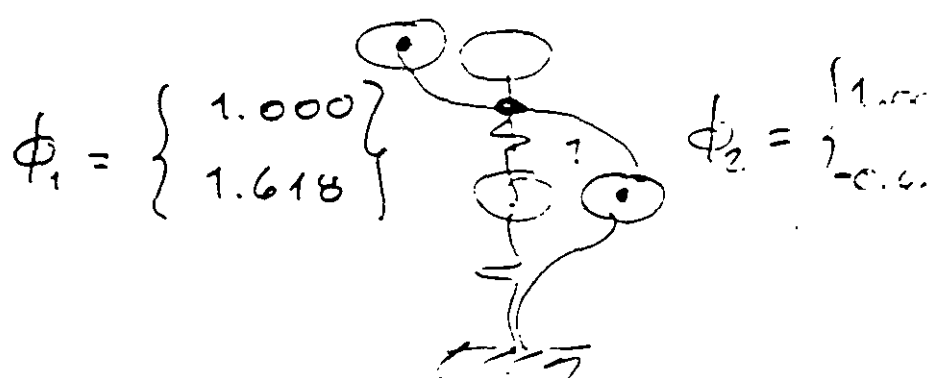
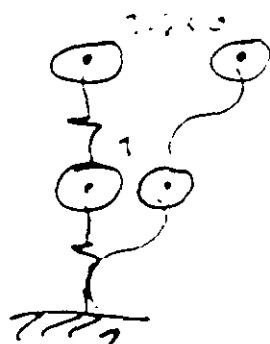
$$k \left(-\phi_1 + \left[1 - \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) \right] \phi_2 \right) = 0$$

$$\Sigma: \phi_1 = 1$$

$$2 - \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) 1 - \phi_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\phi_2 = 1.618}$$

$$\Sigma: \phi_1 = 1$$

$$-1 + \left[1 - \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right] \phi_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\phi_2 = 1.618}$$



$$\omega^2 = \omega_a^2; T_a = \frac{2\pi}{\omega_a} = 0.382 \text{ s/m}$$

$$\omega^2 = \omega_b^2; T_b = \frac{2\pi}{\omega_b}$$

$$\Phi^T M \Phi : M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}; \Phi_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.618 \end{Bmatrix}; \Phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$

$$\Phi_1^T M \Phi_1 = \begin{matrix} \Phi_1^T \\ 1, 1.618 \end{matrix} \begin{matrix} \Phi_1 M \\ m \{1.618m\} \end{matrix} \begin{matrix} \Phi_1 \\ 3.618m \end{matrix}$$

$$\Phi = \{\Phi_1, \Phi_2\} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.618 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.618 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$\Phi^T = \begin{bmatrix} 1 & 1.618 \\ 1 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m & 1.618m \\ m & -0.618m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3.618m & 0 \\ 0 & 1.382m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.618 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$\Phi^T = \begin{bmatrix} 1 & 1.618 \\ 1 & -0.618 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.382k & 0.618k \\ 2.618k & -1.618k \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.382k & 0 \\ 0 & 3.618k \end{bmatrix}$$

$$\frac{F_e/m}{C} = \frac{0.8/m}{1.25C} = \frac{0.8}{1.25C} = \frac{0.64}{C}$$

$$\frac{F_s}{F_e} = 1$$

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.618 \end{Bmatrix}, \phi_2 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.618 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$\Phi^T M \Phi = M \quad \left\{ \begin{array}{l} \neq 0, i=j \\ = 0, i \neq j \end{array} \right. \quad \phi_1^T M \phi_2 = 0$$

PROPERTIES OF ORTHOGONAL MODES, ϕ , CAN BE WRITTEN AS FOLLOWS

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, \bar{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.618 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m & m \\ m & m \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} m & m \\ m & -0.618m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1.382m \\ 0 & 3.618m \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1.382m \\ 0 & 3.618m \end{bmatrix}$$

$$\Phi^T K \Phi = K$$

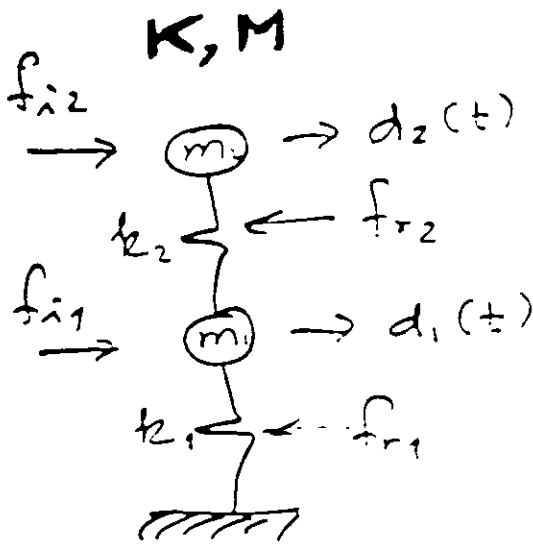
$$\left\{ \begin{array}{l} \neq 0, i=j \\ = 0, i \neq j \end{array} \right. \quad \phi_1^T K \phi_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3.618k \\ 1.382k & 0 \end{bmatrix}$$

VL SA

$$M \ddot{D} + K D = 0$$

$$D(t) = \phi q(t); D = \phi q; \dot{D} = \phi \dot{q}; \ddot{D} = \phi \ddot{q}$$

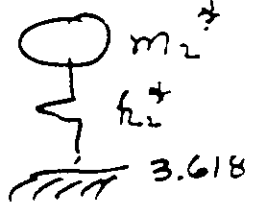
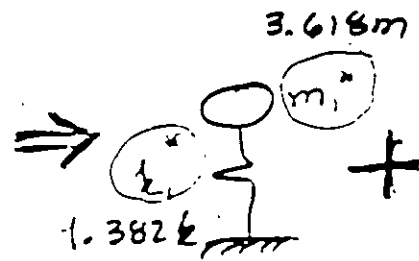


K, M

M, K

$$q_1(t)$$

$$q_2(t)$$



$$\omega_1^2 = \frac{k}{m} = \frac{1.382 k}{3.618 m} = 0.382 k/m$$

$$\omega_2^2 = \frac{3.618 k}{1.382 m} = 2.618 k/m$$

$1 \times N$

$(1, N)$ (N, N) $(N, 1)$

$$M \phi \ddot{q}(t) + K \phi q(t) = 0, \quad \underbrace{\phi^T M \phi}_{m_i^*} \ddot{q}(t) + \underbrace{\phi^T K \phi}_{k_i^*} q(t) = 0$$

$$m^* \ddot{q}(t) + k^* q(t) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} m \ddot{d}(t) + k d(t) = 0 \end{array} \right.$$

$$q(t) = \frac{\dot{q}_0}{\omega} \sin \omega t + q_0 \cos \omega t \quad D(t=0) = \begin{Bmatrix} d_1(t=0) \\ d_2(t=0) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{D}_0 \\ D_0 \end{Bmatrix}$$

$$q_0, \dot{q}_0 \quad ? \quad D_0, \dot{D}_0$$

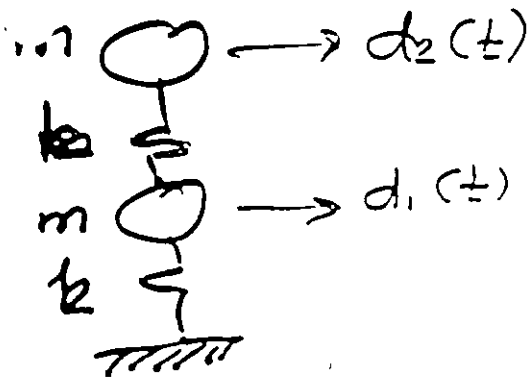
$$D = \phi q; \quad D_0 = \phi q_0; \quad \phi^T M D_0 = \phi^T M \phi q_0$$

$$q_0 = \frac{\phi^T M D_0}{\phi^T M \phi}$$

$$\dot{q}_0 = \frac{\phi^T M \dot{D}_0}{\phi^T M \phi}$$

$$D(t) = \phi q(t); F_e(t) = K D(t)$$

V L S A



$$D(t) = ?$$

$$\boxed{\begin{aligned} D_0 &= \\ \dot{D}_0 &= \end{aligned}}$$

$$D(t) = \phi q(t)$$

1. M

2. K

3. Det. Constant $\rightarrow \omega^2, \omega, T; \phi$

4. a. $q_0 = \frac{\phi^T M D_0}{\phi^T M \phi}$; b. $\dot{q}_0 = \frac{\phi^T M \dot{D}_0}{\phi^T M \phi}$

5. $q(t) = \frac{\dot{q}_0}{\omega} \sin \omega t + q_0 \cos \omega t$

6. $D(t) = \phi q(t)$

7. Superposición de modos.

$$D(t) = \sum_{i=1}^n D_i(t)$$

$$D(t)$$

7. $F_R(t) = K D(t) = K \phi q(t)$

$$\hat{O} / \hat{O}$$

para
cada
modo

$$i = 1, \dots, n$$

VLSA

VFCA

1. $GL \rightarrow N$

M, K

2. $VVC \rightarrow \omega_i^2, \omega_i, T_i, \phi_i$

3. m_i^*, k_i^*

$\ddot{\phi}_s(t)$

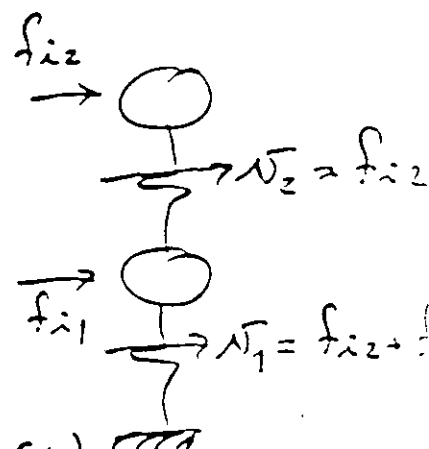
4. CI. $D_o, \dot{D}_o$ $q_{oi}, \dot{q}_{oi}$

$K\phi = M\phi$

5. $q_i(t)$

6. $D_i(t) = \phi_i q_i(t)$

7. $R_i(t); i = 1, \dots, N$

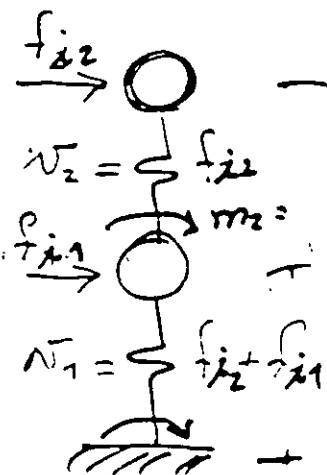


$F_{Ri} = K D_i(t) = K \phi_i q_i(t)$

$F_{Ii} = M \phi_i \omega^2 q_i(t)$

$\gamma_i = S F_{Ii}$

$\begin{Bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{i1} \\ f_{i2} \end{Bmatrix}_1 = \begin{Bmatrix} f_{i1} + f_{i2} \\ f_{i2} \end{Bmatrix}_i$



$M_{(2,2)} \gamma_i = H_{(2,2)} \gamma_i$

$R_T(t) = \sum_{i=1}^N R_i(t)$

$\|F_T\|_{max} = \sum_{i=1}^N \|R_i\|_{max}$

$$K\phi = M\phi\omega^2$$

$$\phi^s$$

$$K\phi^s = M\phi^s\omega^2$$

$$1. \phi^s$$

$$2. K\phi^s = F_k^s$$

$$= F_I^s = M\phi^s$$

$$F_I/\omega^2 = M\phi^s$$

$$f_{i2}$$

$$f_{i1}$$

$$N_2 = f_{i2}$$

$$N_1 = f_{i2} + f_{i1}$$

$$\delta_2 = N_2/k_2$$

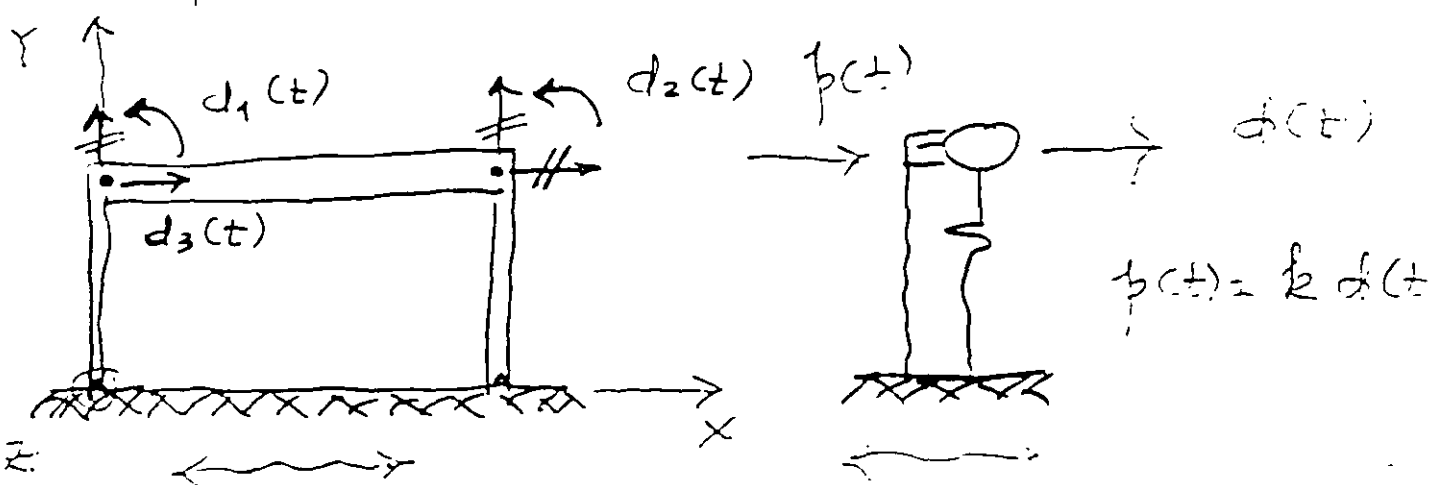
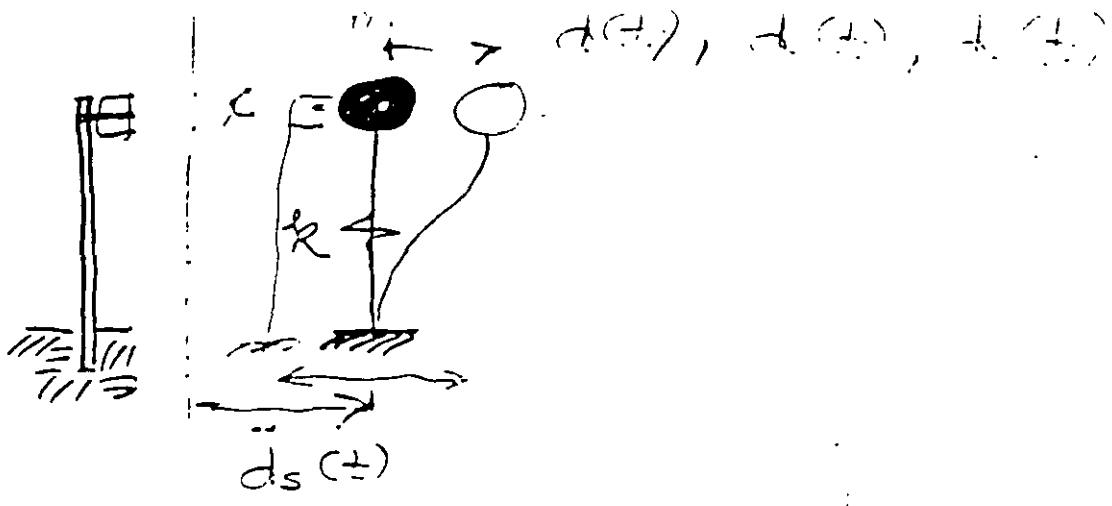
$$\delta_1 = N_1/k_1$$

N	E	m	k	ϕ	f_i/ω^2	N_i/ω^2	δ/ω^2
2	2	m	k	2.00	2m	2m	$\frac{2m}{k}$
1	1	m	k	1.00	1m	3m	$\frac{3m}{k}$

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix}$$

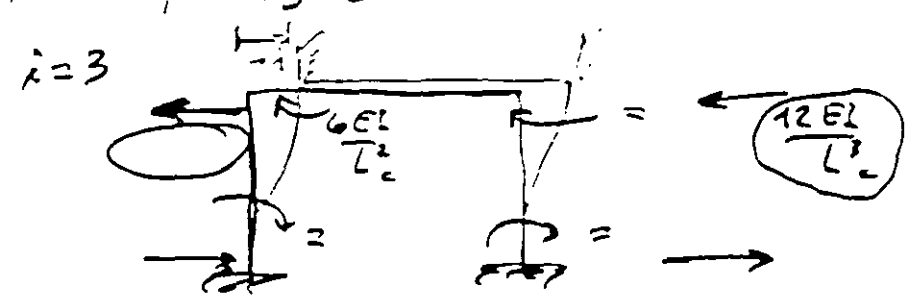
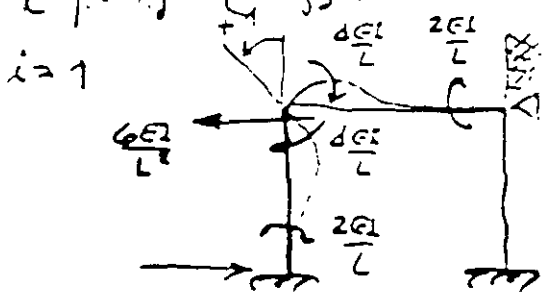
$$M\phi = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} m\phi_1 \\ m\phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{i1} \\ f_{i2} \end{Bmatrix}$$



$$P(t) = K D(t)$$

$$\begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ p_3(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \\ d_3(t) \end{Bmatrix}$$



1	2	3
$\frac{4EI}{L_c} \frac{d_1}{L_t}$	$\frac{2EI}{L_t}$	$-\frac{6EI}{L^2}$
$\frac{2EI}{L_t}$	$\frac{4EI}{L_t}$	$-\frac{6EI}{L^2}$
$-\frac{6EI}{L_c}$	$-\frac{6EI}{L_c}$	$\frac{24EI}{L^3}$

$$\begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} \\ K_{BA} & K_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_A \\ d_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_A \\ p_B \end{Bmatrix}$$

$p_A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$

$$k_{AA} d_A + k_{AB} d_B = p_A = 0 \Rightarrow d_A = -k_{AA}^{-1} k_{AB} d_B$$

$$k_{BA} d_A + k_{BB} d_B = p_B$$

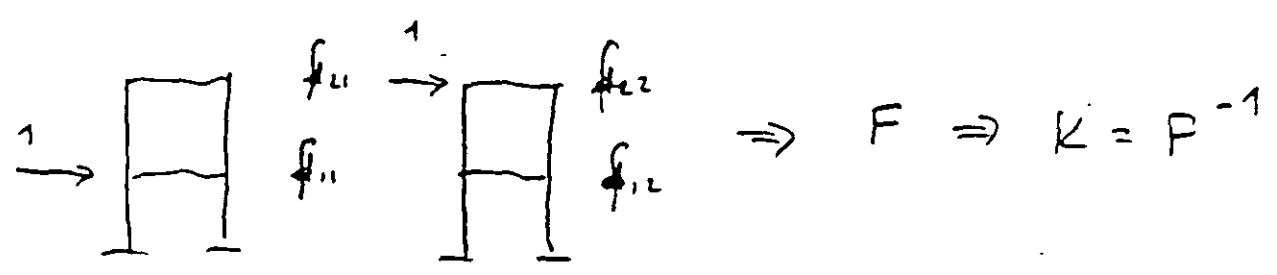
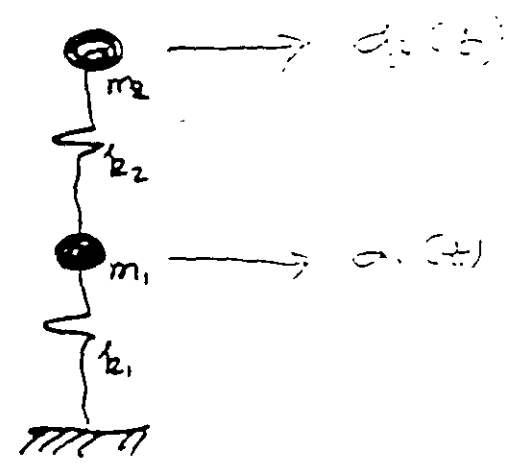
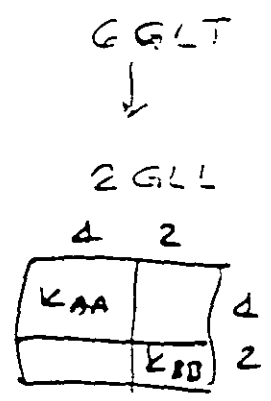
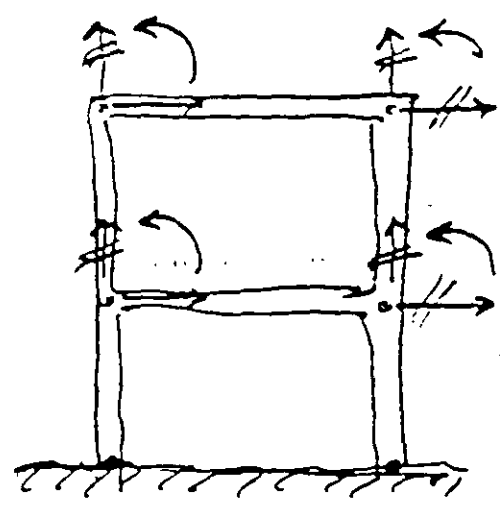
$$-k_{BA} k_{AA}^{-1} k_{AB} d_B + k_{BB} d_B = p_B$$

$$[k_{BB} - k_{BA} k_{AA}^{-1} k_{AB}] d_B = p_B$$

RIGIDIZ DO CENTROPIO

$$p = k d \Rightarrow k \equiv P_L = [$$

$$k_{\frac{4}{m}} = 24 \frac{EI}{L_c^3}$$



ESCALA DE MERCALLI PARA INTENSIDADES

1. Imperceptibles
2. Los perciben las personas en reposo o en pisos superiores
3. Se percibe en el interior de las construcciones. Los objetos colgados oscilan. Se siente como cuando pasan camiones ligeros
4. Los objetos colgados oscilan, y se siente vibración como cuando pasa un camión pesado. Los automóviles parados oscilan. Las ventanas, los platos y las puertas hacen ruido.
5. Se percibe a la intemperie. Quienes duermen despiertan. Los líquidos se mueven y pueden vertirse. Los objetos pequeños se caen o se mueven. Las puertas oscilan. Las persianas y los cuadros se mueven. Los relojes de péndulo se paran, arrancan o cambian de paso.
6. Lo perciben todos. Muchos se asustan y salen a descubierto. Las personas caminan inseguras. Las ventanas, platos y artículos de vidrio se rompen. Los libros se caen de los estantes y los cuadros se caen de los muros. Los muebles se mueven o se vuelcan. Los acabados débiles de los muros se agrietan. Las campanas pequeñas de las iglesias repican. Los árboles se sacuden o se les oye crujir.
7. Es difícil permanecer de pie. Lo notan los conductores de automóvil. Los objetos colgados trepidan. Los muebles se vuelcan. Los muros de mampostería se agrietan. Caen los aplanados. Las chimeneas débiles se rompen. Las cornisas, parapetos y ornamentos arquitectónicos caen. Olas en los estanques. Pequeños deslizamientos y derrumbes en los bancos de arena o de grava. Las campanas grandes repican. Se dañan los canales de riego.
8. Se afecta la conducción de los automóviles. Se dañan bastante los muros de mampostería. Caída de chimeneas, monumentos, torres. Los muros de relleno son arrojados hacia fuera. Se desprenden ramas de los árboles. Aparecen grietas en terreno mojado o inclinado.
9. PÁNICO GENERAL. Se destruyen muchos muros de mampostería de buena calidad. Se dañan los cimientos. Las estructuras crujen. Grietas en el terreno.

10. La mayoría de las estructuras de mampostería y de vigas y columnas se destruyen. Se dañan otros tipos de estructuras, como puentes y presas. Grandes derrumbes en cerros. Rieles doblados ligeramente. El agua se desborda en canales, ríos y presas.

11. Rieles muy doblados. Tuberías subterráneas completamente destruidas.

12. DAÑO CASI TOTAL. Grandes masas de roca desplazadas. Objetos arrojados al aire.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

MODULO I: ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

TEMA

A REPLACEMENT FOR THE SRSS METHOD IN SEISMIC ANALYSIS

**EXPOSITOR: M. EN I. JOSE LUIS TRIGOS SUAREZ
PALACIO DE MINERIA
AGOSTO DEL 2001**

A REPLACEMENT FOR THE SRSS METHOD IN SEISMIC ANALYSIS

by

E. L. Wilson¹, A. Der Kiureghian² and E. P. Bayo³

SUMMARY

It is well-known that the application of the Square-Root-of-Sum-of-Squares (SRSS) method in seismic analysis for combining modal maxima can cause significant errors. Nevertheless, this method continues to be used by the profession for significant buildings. The purpose of this note is to present an improved technique to be used in place of the SRSS method in seismic analysis.

A Complete Quadratic Combination (CQC) method is proposed which reduces errors in modal combination in all examples studied. The CQC method degenerates into the SRSS method for systems with well spaced natural frequencies. Since the CQC method only involves a small increase in numerical effort, it is recommended that the new approach be used as a replacement for the SRSS method in all response spectrum calculations.

INTRODUCTION

The SRSS method of combining modal maxima has found wide acceptance among structural engineers engaged in seismic analysis. For most two-dimensional analyses, the SRSS method appears to yield good results when compared to time-history response calculations. Based upon the early success of the method in two-dimensions, the SRSS approach is now being used for three-dimensional dynamic analysis without having been verified for such structures. In fact, the method is now an integral part of a large number of computer programs for the dynamic analysis of general three-dimensional systems [1,2,3].

1. Professor of Civil Engineering, University of California, Berkeley.

2. Assistant Professor of Civil Engineering, University of California, Berkeley.

3. Graduate Student, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley.

The problem associated with the application of the SRSS method can be illustrated by its application to the four story building shown in Figure (1). The building is symmetrical, however, the center of mass is located 25 in. from the geometric center of the building. The direction of the applied earthquake motion, a table of natural frequencies and the principal directions of the mode shapes are illustrated in Figure (2). One notes the closeness of the frequencies and the complex nature of the mode shapes in which the fundamental mode shape has x, y, as well as torsional components. This type of frequency distribution and coupled mode shapes are very common in asymmetrical building systems.

This structure was subjected to the Taft, 1952, earthquake. The exact maximum base shears for the four exterior frames produced in the first five modes are shown in Figure (3). A mode superposition solution, in which all 12 modes were used, produces base shears as a function of time. The maximum resulting base shears in each of the four frames are plotted in Figure (4a). For this structural model and loads, these base shears represent the "exact" results.

If these modal base shears are combined by the SRSS method, the values shown in Figure (4b) are obtained. The sum of the absolute values of the base shears are shown in Figure (4c). The base shears found by the new "Complete Quadratic Combination" (CQC) method are shown in Figure (4d). Note that the signs of the base shears are not retained in any of these approximate methods.

For this case it is clear that the SRSS method greatly underestimates the forces in the direction of the motion. Also, the base shears in the frames normal to the motion are overestimated by a factor of 14. It is clear that errors of this order are not acceptable. The sum of absolute values, which is a method normally suggested for the case where frequencies are close, gives a good approximation of the forces in the direction of motion but overestimates the forces in the normal frames by a factor of 25. For this example, the double sum method required by the Nuclear Regulatory Commission produces results very close to the sum of the absolute values [8].

The CQC method applied to this example gives an excellent approximation to the exact

results. The main purpose of this note is to present a summary of this new technique for combining modal maxima.

BASIC MODAL EQUATIONS

The dynamic equilibrium equations for a three-dimensional structural system subjected to a ground acceleration, $\ddot{u}_g(t)$, in the x-direction is written as

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{M}_x \langle \ddot{u}_g(t) \rangle \quad (1)$$

where $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ and $\mathbf{K}$ are the mass, damping and stiffness matrices, respectively. The three-dimensional relative displacements, velocities and accelerations are indicated by $\mathbf{U}$, $\dot{\mathbf{U}}$ and $\ddot{\mathbf{U}}$. The column vector $\mathbf{M}_x$ contains the components of mass in the x-direction and zeros in all other directions.

The mode superposition solution involves the introduction of the transformation

$$\mathbf{U} = \Phi \mathbf{Y} \quad (2)$$

where Φ is the matrix containing three-dimensional mode shapes of the system and $\mathbf{Y}$ is the vector of normal coordinates. The introduction of this transformation and the premultiplication of Equation (1) by Φ^T yields

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{Y}} + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\mathbf{Y}} + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \mathbf{Y} = \Phi^T \mathbf{M}_x \langle \ddot{u}_g(t) \rangle \quad (3)$$

For proportional damping the mode shapes have the following properties:

$$\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i = m_i \quad (4)$$

$$\phi_i^T \mathbf{K} \phi_i = \omega_i^2 m_i \quad (5)$$

$$\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i = 2\zeta_i \omega_i m_i \quad (6)$$

in which ϕ_i is the i th column of Φ representing the i th mode shape, m_i is the i th modal mass, and ζ_i is the damping ratio for mode i . Due to the orthogonality properties of the mode shapes, all modal coupling terms of the form $\phi_i^T \mathbf{A} \phi_j$ are zero for $i \neq j$. Thus, Equation (3) reduces to a set of uncoupled equations in which the typical "modal" equation is of the form:

$$\ddot{Y}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = p_i \langle \ddot{u}_g(t) \rangle \quad (7)$$

where

$$p_i = \frac{\phi_i^T \mathbf{M}_x}{m_i} \quad (8)$$

is the participation factor for mode i .

The evaluation of equation (7) for all modes yields the time-history solution for normal coordinates. The total structural displacements, as a function of time, are then obtained from Equation (2).

DEFINITION OF RESPONSE SPECTRUM AND MAXIMUM MODAL DISPLACEMENT

The following equation can be solved for the response $y_i(t)$

$$\ddot{y}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = \ddot{u}_g(t) \quad (9)$$

At the point in time where $|y_i(t)|$ is maximum, the response is defined as $y_{i,max}$. A plot of this maximum displacement versus the frequency ω_i for each ζ_i is by definition the displacement response spectrum for the earthquake $\ddot{u}_g(t)$. A plot of $y_{i,max}\omega_i$ is the pseudo-velocity spectrum and a plot of $y_{i,max}\omega_i^2$ is the pseudo-acceleration spectrum. These pseudo-velocity and acceleration spectra are of the same physical interest but are not an essential part of a response spectrum analysis.

If the dynamic loading on the structure is specified in terms of the displacement spectrum, then the maximum response of each mode is given by

$$Y_{i,max} = p_i y_{i,max} \quad (10)$$

Therefore, the maximum contribution of mode i to the total response of the structure is

$$U_{i,max} = \phi_i p_i y_{i,max} \quad (11)$$

For all modes $y_{i,max}$ is, by definition, positive. The maximum modal displacement $U_{i,max}$ is proportional to the mode shape ϕ_i ; and the sign of the proportionality constant is given by the sign of the modal participation factor. Therefore, each maximum modal displacement has a unique sign, which is given by Equation (11). Also, the maximum internal modal forces, which are consistently evaluated from the maximum modal displacements, have unique signs. These signs for the maximum modal base shears of the example structure are indicated in Figure (3) by arrows.

THE COMPLETE QUADRATIC COMBINATION METHOD (CQC)

The use of random vibration theories can eliminate the previously illustrated errors which are inherent in the absolute sum or the SRSS method. Based on this approach, several other papers have presented more realistic methods for modal combination [4,5]. The complete development of the CQC method, which is now being proposed as a direct replacement for the SRSS technique, is presented by the second author in References [6] and [7]. The CQC method requires that all modal response terms be combined by the application of the following equations:

For a typical displacement component, u_k :

$$u_k = \sqrt{\sum_i \sum_j u_{ki} \rho_{ij} u_{kj}} \quad (12a)$$

and for a typical force component, f_k :

$$f_k = \sqrt{\sum_i \sum_j f_{ki} \rho_{ij} f_{kj}} \quad (12b)$$

where u_{ki} is a typical component of the modal displacement response vector, $U_{i,max}$, and f_{ki} is a typical force component which is produced by the modal displacement vector, $U_{i,max}$. Note that this combination formula is of complete quadratic form including all cross-modal terms, hence, the reason for the name Complete Quadratic Combination. It is also important to note that the cross-modal terms in Equations (12) may assume positive or negative values depending on whether the corresponding modal responses have the same or opposite signs. The signs of the modal responses are, therefore, an important key to the accuracy of the CQC method.

In general the cross-modal coefficients, ρ_{ij} , are functions of the duration and frequency content of the loading and of the modal frequencies and damping ratios of the structure. If the duration of earthquake is long compared to the periods of the structure, and if the earthquake spectrum is smooth over a wide range of frequencies, then, it is possible to approximate these coefficients by [6,7]

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\zeta_i \zeta_j} (\zeta_i + r \zeta_j) r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4\zeta_i \zeta_j r (1+r^2) + 4(\zeta_i^2 + \zeta_j^2) r^2} \quad (13)$$

where $r = \omega_j / \omega_i$. For constant modal damping, ζ , this expression reduces to

$$\rho_{ij} = \frac{8\zeta^2(1+r)r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4\zeta^2r(1+r)^2} \quad (14)$$

Note that for equal damping and $r=1$, $\rho_{ij}=1$. Expressions for the cross terms, which take into account the duration and frequency content of the loading, are given in Reference [7]. Additional modal combination rules giving the variability and the distribution of the peak response are also given in that reference. These rules are useful in non-deterministic analysis.

Considering 5 percent damping and the frequencies of the example structure, the evaluation of Equation (14) yields the cross-correlation coefficients given in Table 1. One notes that if the frequencies are well separated the off-diagonal terms approach zero and the CQC method approaches the SRSS method.

Table 1 Modal Cross-Correlation Coefficients						
Mode	1	2	3	4	5	Freq. rad/s
1	1.000	0.998	0.006	0.006	0.004	13.86
2	0.998	1.000	0.006	0.006	0.004	13.93
3	0.006	0.006	1.000	0.998	0.180	43.98
4	0.006	0.006	0.998	1.000	0.186	44.18
5	0.004	0.004	0.180	0.186	1.000	54.42

COMPUTER PROGRAM IMPLEMENTATION

The CQC method of modal combination has been incorporated in the computer program TABS - Three-Dimensional Analysis of Building Systems [1]. This involved the addition of one subroutine for the evaluation of modal correlation factors, Equation (14), and the replacement of the SRSS by the CQC method as given by Equations (12). The increase in computer execution time due to the addition of the CQC method was insignificant (less than 0.1 percent for a typical structure). Therefore, there is no justification to continue using the potentially erroneous SRSS method. The application of the modified TABS program to several buildings has verified the validity of the CQC method. Other examples are given in Reference [7].

FINAL REMARKS

It should be pointed out that a method similar to the CQC method was first proposed by Rosenblueth et al. [4] in 1969. Their method, which has a somewhat heuristic basis, has a more complicated cross-modal term involving the duration of earthquake as well as the modal

frequencies and damping values. This method has unfortunately been neglected or misrepresented over the past eleven years. For example, the NRC Regulatory Guide [8] recommends it for structures with closely spaced modes, however, it wrongly specifies the cross-modal terms as being always positive. This will result in overly conservative response estimates in some applications. Concern that this earlier method is being misunderstood, and the fact that the CQC method is simpler and more practical, have prompted the writing of this note.

It should also be pointed out that the SRSS method gives good results for some structures subjected to two-directional seismic input, even when the modal frequencies are closely spaced. It can be shown that this is due to canceling of the cross-modal terms corresponding to the two directions of input. This phenomenon, however, is not generally true. For example, when the two components of input are of different intensities, or when the three-dimensional structure is highly asymmetric, the cross-modal terms would still be significant and, therefore, the SRSS method will lead to erroneous results.

Based on the preceding numerical example and the above discussion, it is strongly recommended that the use of the SRSS method for seismic response analysis of structures be immediately discontinued. Continued use of the SRSS technique may dramatically overestimate the required design forces in some structural elements or it may significantly underestimate the forces in other elements. The proposed CQC method is based on fundamental theories of random vibration and consistently yields accurate results when compared to time-history analyses.

REFERENCES

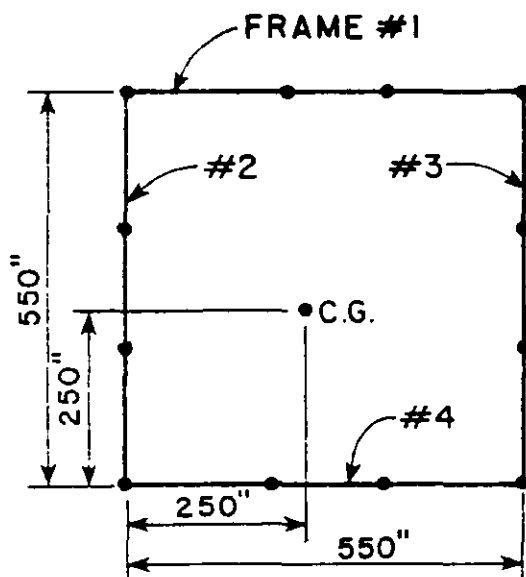
- [1] Wilson, E. L. and Habibullah, A., "A Program for Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Multistory Buildings." *Structural Mechanics Software Series*, Vol. II, University Press of Virginia, 1978.
- [2] Wilson, E. L., Hollings, J. P., and Dovey, H. H., "Three-Dimensional Analysis of Building Systems (Extended Version)," *Report No. UCB/EERC-75/13*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, 1975.
- [3] Bathe, K. J., Wilson, E. L., and Peterson, F. E., "SAP IV A Structural Analysis Program for Response of Linear Systems." *Report No. UCB/EERC-73/11*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, 1973.
- [4] Rosenblueth, E. and Elorduy, J., "Responses of Linear Systems to Certain Transient Disturbances." *Proceedings, Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. I, Santiago, Chile, 1969, pp. 185-196.
- [5] Singh, M. P. and Chu, S. L., "Stochastic Considerations in Seismic Analysis of Structures," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 4, No. 3, March 1976, pp. 295-307.
- [6] Der Kiureghian, A., "On Response of Structures to Stationary Excitation," *Report No. UCB/EERC-79/32*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, December 1979.
- [7] Der Kiureghian, A., "A Response Spectrum Method for Random Vibrations," *Report No. UCB/EERC-80/15*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, June 1980.
- [8] U.S. Nuclear Regulatory Commission, Regulatory Guide 1.92, Revision 1, (1976).

Figure 1. Simple Three-Dimensional Building Example

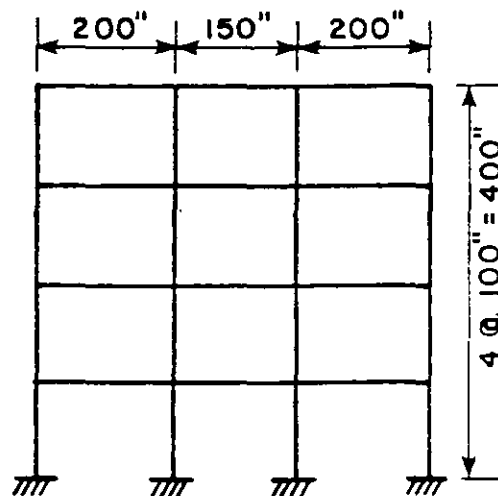
Figure 2. Frequencies and Approximate Directions of Mode Shapes

Figure 3. Base Shears in First Five Modes

Figure 4. Comparison of Modal Combination Methods

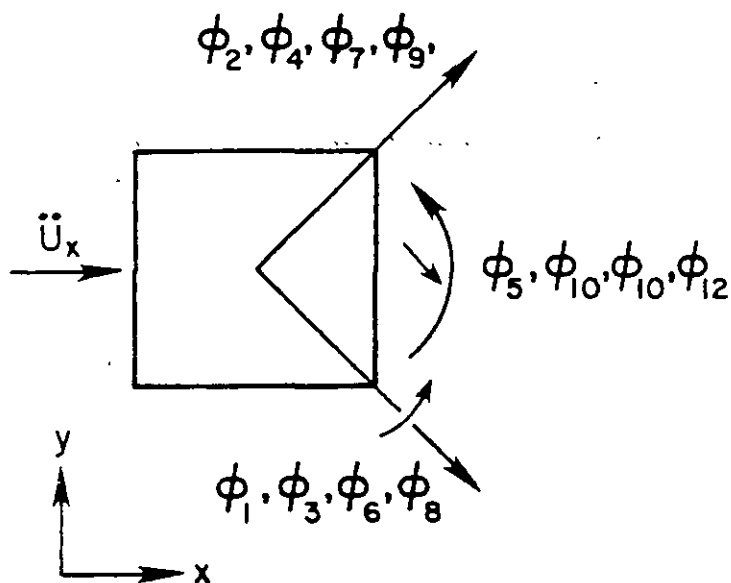


PLAN



ELEVATION
TYPICAL FRAME

Figure 1. Simple Three-Dimensional Building Example



<u>MODE</u>	<u>FREQUENCIES</u> (RADIAN/SEC.)
1	13.869
2	13.931
3	43.995
4	44.189
5	54.418
6	77.686
7	78.029
8	108.32
9	108.80
10	172.613
11	304.80
12	425.00

Figure 2. Frequencies and Approximate Directions of Mode Shapes

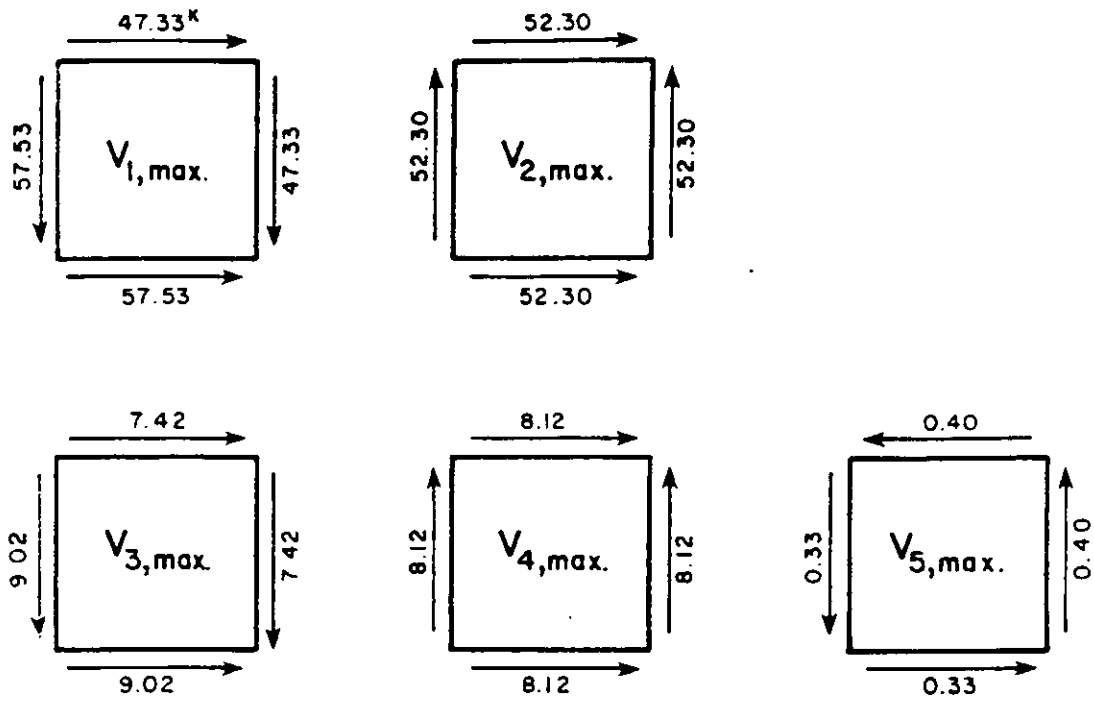


Figure 3. Base Shears in First Five Modes

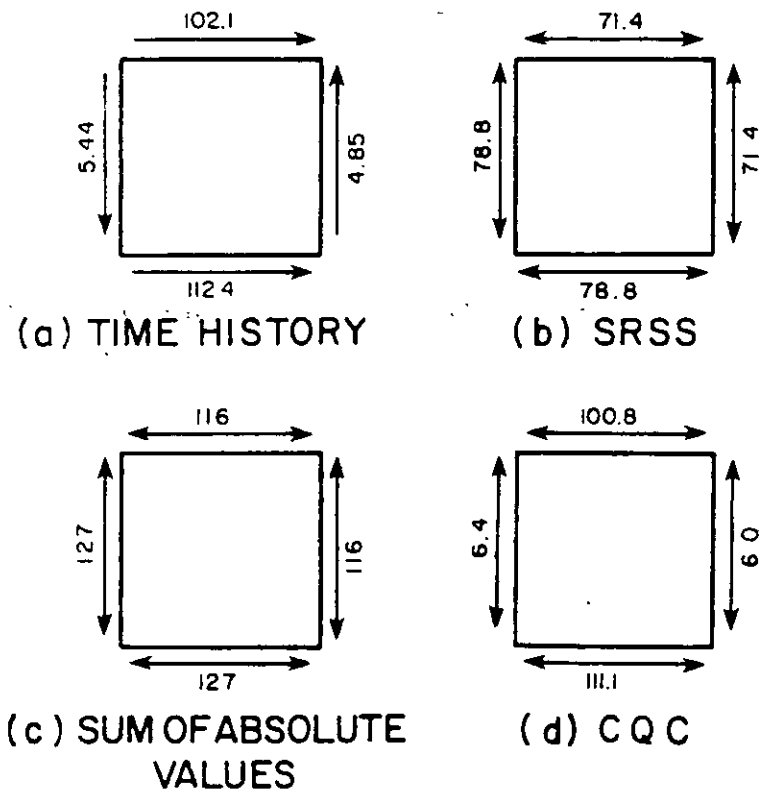


Figure 4. Comparison of Modal Combination Methods



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

"Tres décadas de orgullosa excelencia" 1971 - 2001

CURSOS ABIERTOS

XXVII CURSO INTERNACIONAL EN INGENIERIA SISMICA

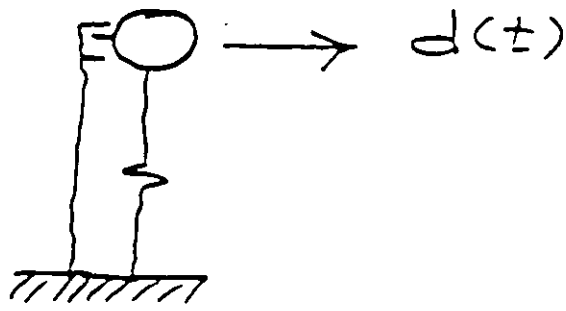
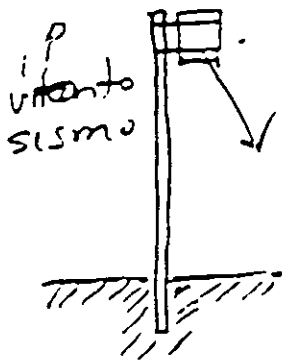
MODULO I: ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINAMICO DE ESTRUCTURAS SUJETAS A SISMO

TEMA

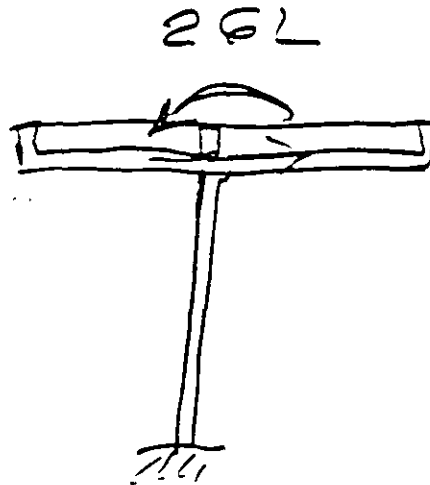
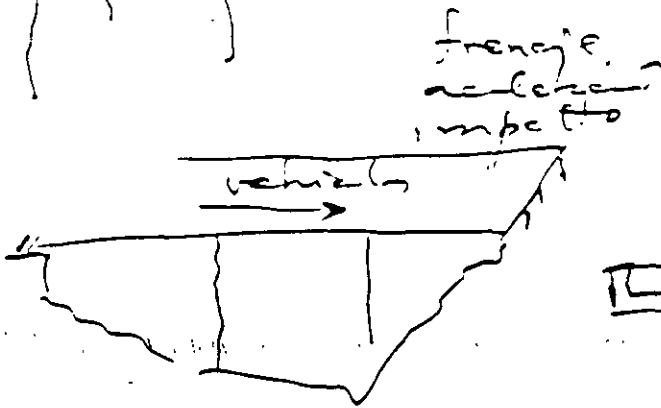
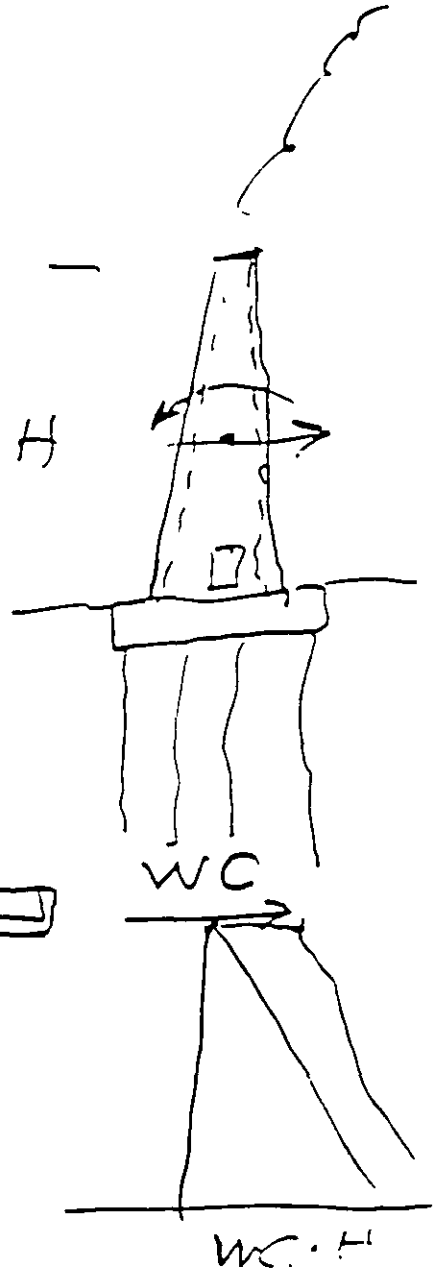
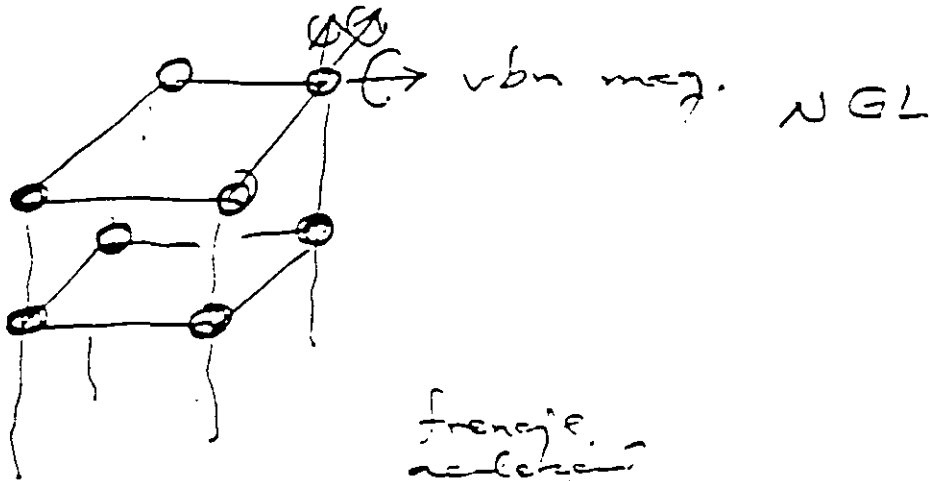
DINAMICA ESTRUCTURAL

**EXPOSITOR: M. EN I. JOSE LUIS TRIGOS SUAREZ
PALACIO DE MINERIA
AGOSTO DEL 2001**

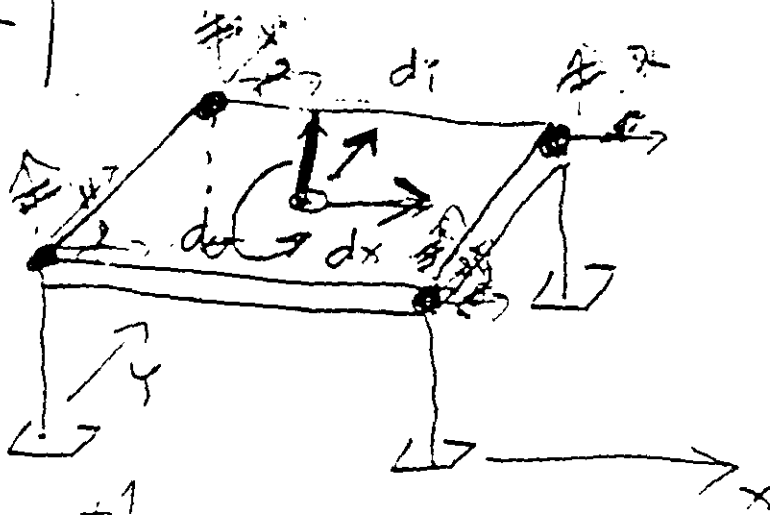
DINAMICA ESTRUCTURAL



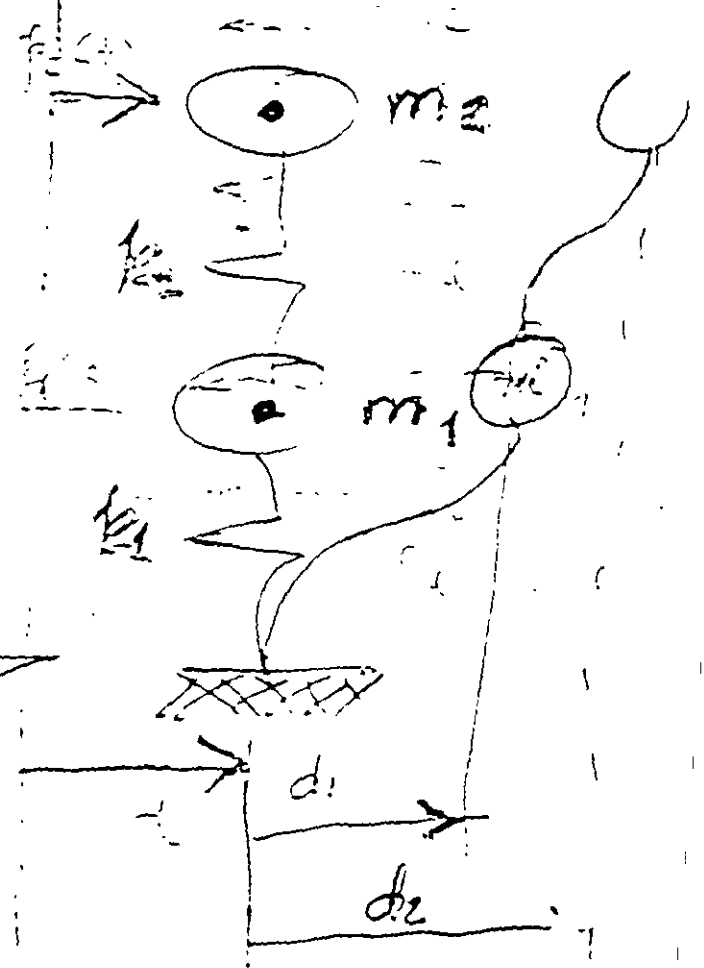
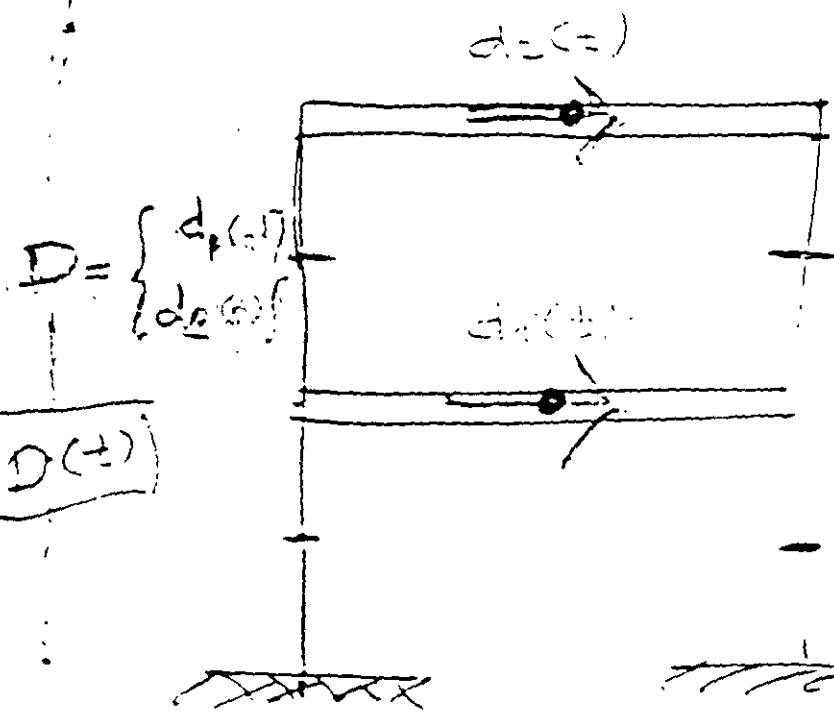
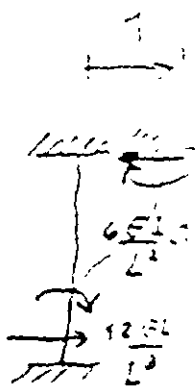
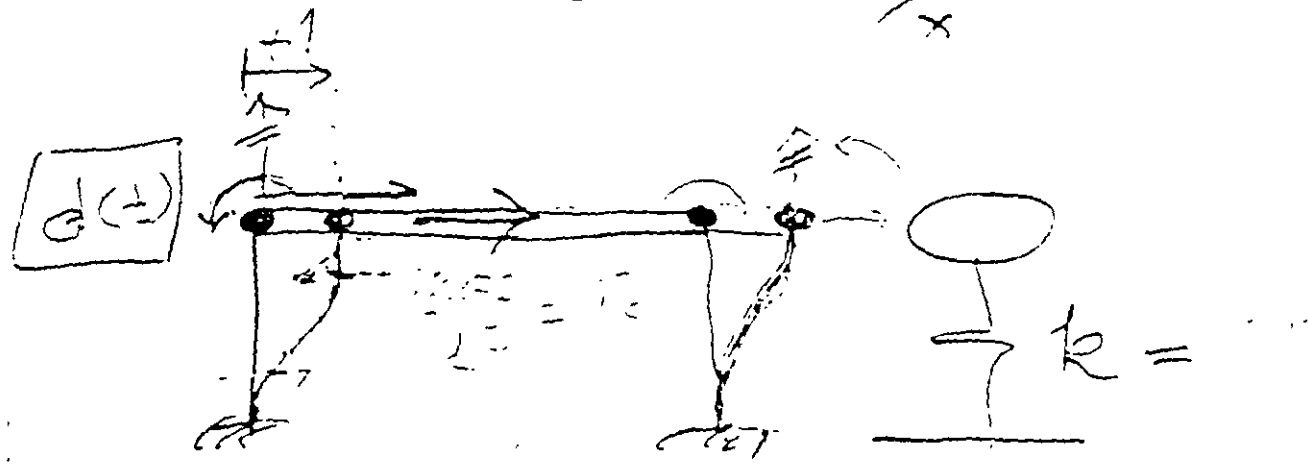
1GL



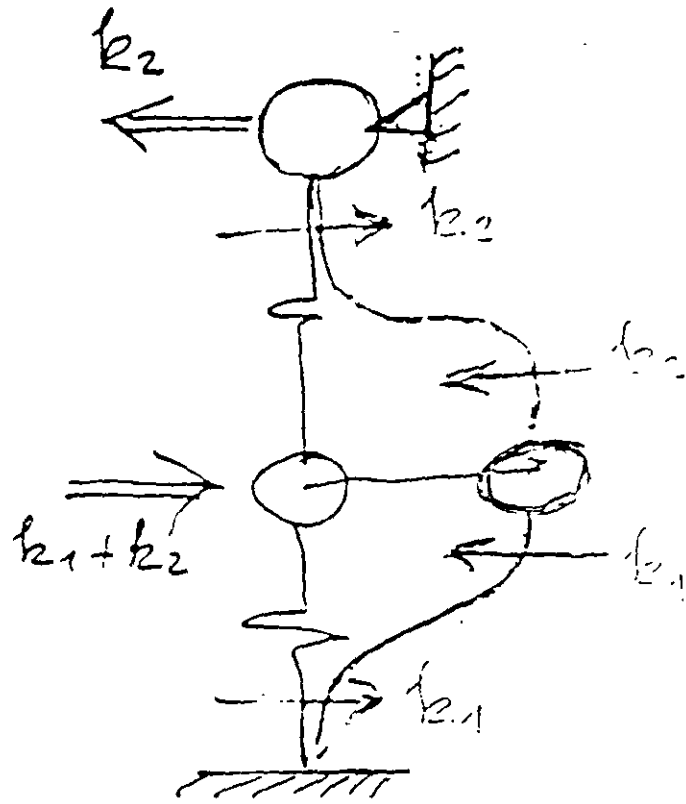
2GL



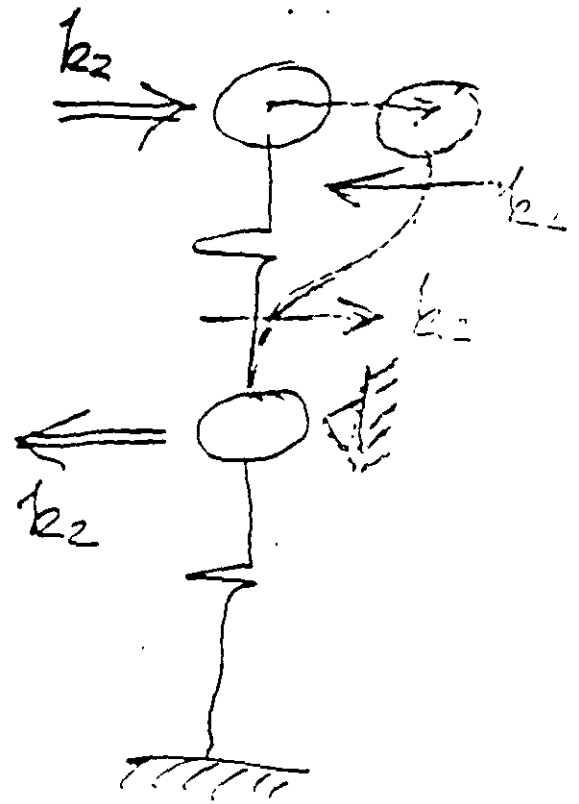
$$r_c = \frac{12EI}{L^3}$$



$$C_1 = +1$$



$$C_2 = +1$$



$$K =$$

1	2	
$k_1 + k_2$	$-k_2$	1
$-k_2$	k_2	2

$$K D^{(t)} = F_E(t)$$

$$C \dot{D}^{(t)} = F_D(t)$$

$$M \ddot{D}^{(t)} = F_I(t)$$

$$\Sigma F = 0$$

$$\textcircled{1} \quad p_1(t) - f_{i1}(t) - f_{d1}(t) - f_{r1}(t) = 0$$

$$\textcircled{2} \quad p_2(t) - f_{i2}(t) - f_{d2}(t) - f_{r2}(t) = 0$$

$$P(t) - F_I(t) - F_D(t) - F_R(t) = 0$$

$$F_I(t) + F_D(t) + F_R(t) = P(t)$$

$$P(t) = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \end{Bmatrix}; \quad F_I(t) = \begin{Bmatrix} f_{i1}(t) \\ f_{i2}(t) \end{Bmatrix}$$

$$F_D(t) = \begin{Bmatrix} f_{d1}(t) \\ f_{d2}(t) \end{Bmatrix}; \quad F_R(t) = \begin{Bmatrix} f_{r1}(t) \\ f_{r2}(t) \end{Bmatrix}$$

$$F_2(t) = K D(t) = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{Bmatrix}$$

$$F_D(t) = C \dot{D}(t) = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{d}_1(t) \\ \dot{d}_2(t) \end{Bmatrix}$$

$$F_I(t) = M \ddot{D}(t)$$

$$\begin{Bmatrix} \ddot{d}_{T1}(t) \\ \ddot{d}_{T2}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ddot{d}_s(t) + \ddot{d}_1(t) \\ \ddot{d}_s(t) + \ddot{d}_2(t) \end{Bmatrix}$$

$$F_I(t) = M [\ddot{D}(t) + J \ddot{d}_s(t)]$$

$$d_{T1}(t) = d_1(t) + d_s(t)$$

$$d_{T2}(t) = d_2(t) + d_s(t)$$

$$\ddot{d}_i(t) = \ddot{d}_i(t) + \ddot{d}_s(t)$$

$$f_i(t) = m_i \ddot{d}_i(t)$$

$$\begin{cases} f_{i1}(t) \\ f_{i2}(t) \end{cases} = \begin{cases} m_1 \ddot{d}_{T1} \\ m_2 \ddot{d}_{T2} \end{cases} = \begin{cases} m_1 \ddot{d}_1 + m_1 \ddot{d}_s \\ m_2 \ddot{d}_2 + m_2 \ddot{d}_s \end{cases}$$

$$\begin{Bmatrix} f_{i1}(t) \\ f_{i2}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{d}_1(t) \\ \ddot{d}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{d}_s(t)$$

$$F_I(t) = M \ddot{D}(t) + M J \ddot{d}_s$$

$$\begin{matrix} (2,2) & (2,1) & (1,1) \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{matrix}$$

$$F_I(t) + F_O(t) + F_R(t) = P(t)$$

$$\underbrace{M \ddot{D}(t) + C \dot{D}(t) + K D(t)}_{NGL} = P(t) - M J \ddot{d}_s(t)$$

$$\underbrace{m \ddot{d}(t)}_{1GL \ f_i} + \underbrace{c \dot{d}(t)}_{f_d} + \underbrace{k d(t)}_{f_r} = \underbrace{p(t)}_{f_{ext}} - \underbrace{m \ddot{d}_s(t)}_{f_{sinn}}$$

VLSA

$$M \ddot{D}(t) + K D(t) = 0$$

a su

$$D(t) = \phi q(t) = \phi \sin \omega t$$

$$\begin{Bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \sin \omega t$$

$$D = \phi \sin \omega t$$

$$\dot{D} = \phi \cos \omega t \omega = \omega \phi \cos \omega t$$

$$\ddot{D} = \phi \sin \omega t (-\omega^2) = -\omega^2 \phi \sin \omega t$$

$$M \phi (-\omega^2) \sin \omega t + K \phi \sin \omega t = 0$$

$$\boxed{K \phi = \omega^2 M \phi} \quad \boxed{[K - \omega^2 M] \phi = 0}$$

$$\begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 2k - \omega^2 m & -k & 0 \\ -k & k - \omega^2 m & 0 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Det $[K - \omega^2 M] = 0$; Solución diferente de la trivial $\phi =$

$$(2k - \omega^2 m)(k - \omega^2 m) - (-k)(-k) = 0$$

$$2k^2 - 2k\omega^2 m - k\omega^2 m + (\omega^2)^2 m^2 - k^2 = 0$$

$$(\omega^2)^2 m^2 - 3km(\omega^2) + k^2 = 0$$

$$\boxed{(\omega^2)^2 - 3 \frac{k}{m} (\omega^2) + \frac{k^2}{m^2} = 0} \quad \begin{matrix} (\omega^2)^2 - 3(k/m)\omega^2 + k^2/m^2 = 0 \\ ax^2 + bx + c = 0 \end{matrix}$$

$$\omega^2 = \frac{\pm \frac{3k}{m} \pm \sqrt{\frac{9k^2}{m^2} - 4 \frac{k^2}{m^2}}}{2}$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \left(\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \right)$$

$$\omega_a^2 = \frac{k}{m} \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right); \omega_b^2 = \frac{k}{m} \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

$$\begin{bmatrix} 2k - \frac{k}{m} \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) m & -k \\ -k & k - \frac{k}{m} \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\cancel{k} (2 - \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) \phi_1 - \phi_2) = 0$$

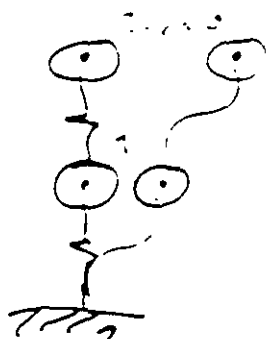
$$\cancel{k} (-\phi_1 + \left[1 - \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) \right] \phi_2) = 0$$

$$\text{Si } \phi_1 = 1$$

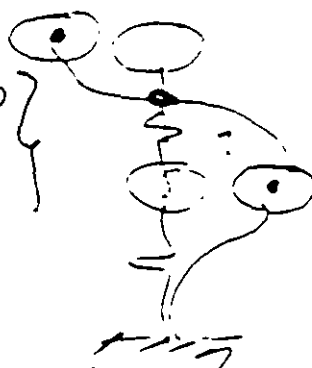
$$2 - \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) 1 - \phi_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\phi_2 = 1.618}$$

$$\text{Si } \phi_1 = 1$$

$$-1 + \left[1 - \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right] \phi_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\phi_2 = 1.618}$$



$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.618 \end{Bmatrix}$$



$$\phi_2 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$

$$\omega^2 = \omega_a^2; T_a = \frac{2\pi}{\omega_a}$$

$$= 0.382 \text{ s/m}$$

$$\omega^2 = \omega_b^2; T_b = \frac{2\pi}{\omega_b}$$

$$\Phi^T M \Phi : M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}; \Phi_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.618 \end{Bmatrix}; \Phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$

$$\Phi_1^T M \Phi_1 = \begin{Bmatrix} 1 & 1.618 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} m & 1.618m \\ 1.618m & 3.618m \end{Bmatrix}$$

$$\Phi = \{ \Phi_1, \Phi_2 \} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.618 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.618 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$\Phi^T = \begin{bmatrix} 1 & 1.618 \\ 1 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 1.618m \\ m & -0.618m \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 3.618m & 0 \\ 0 & 1.382m \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.618 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$\Phi^T M = \begin{bmatrix} 1 & 1.618 & 0.382k & 0.618k \\ 1 & -0.618 & 2.618k & -1.618k \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1.382k & 0 \\ 0 & 3.618k \end{bmatrix}$$

$$\frac{F_e/\mu}{C} = \frac{0.8/\mu}{1.25C} = \frac{0.64}{1.25C}$$

$$\frac{F_e/\mu}{C} = \frac{0.64}{1.25C}$$

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.618 \end{Bmatrix} ; \phi_2 = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$

$$\underline{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.618 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\underline{\Phi}^T M \underline{\Phi} = M^*}$$

$$\phi_i^T M \phi_j \begin{cases} \neq 0, i=j \\ = 0, i \neq j \end{cases}$$

PROPIEDAD DE ORTOGONALIDAD DE LOS MODOS, ϕ , CON RESPECTO A LA MATRIZ M

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} ; \underline{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1.618 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Phi}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1.618 \\ 1 & -0.618 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m & 1.618m \\ m & -0.618m \end{bmatrix}$$

$$M^* = \begin{bmatrix} 3.618m & 0 \\ 0 & 1.382m \end{bmatrix}$$

$m_1^* \quad m_2^*$

$$\boxed{\underline{\Phi}^T K \underline{\Phi} = K^*}$$

$$\phi_i^T K \phi_j \begin{cases} \neq 0, i=j \\ = 0, i \neq j \end{cases}$$

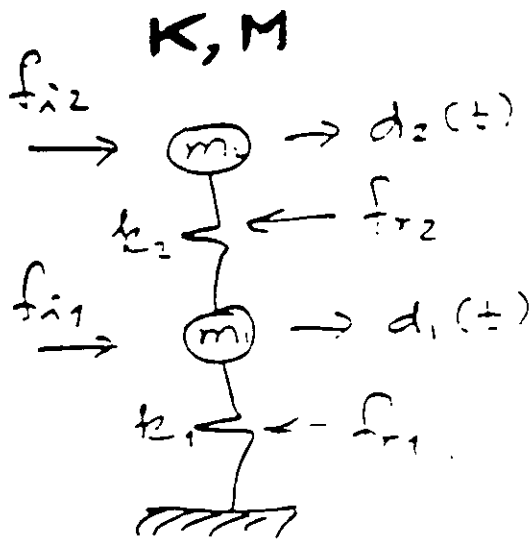
$$K^* = \begin{bmatrix} 1.382k & 0 \\ 0 & 3.618k \end{bmatrix}$$

$k_1^* \quad k_2^*$

VLSA

$$M\ddot{D} + KD = 0$$

$$D(t) = \phi q(t); D = \phi q; \dot{D} = \phi \dot{q}; \ddot{D} = \phi \ddot{q}$$



M, K

ϕ

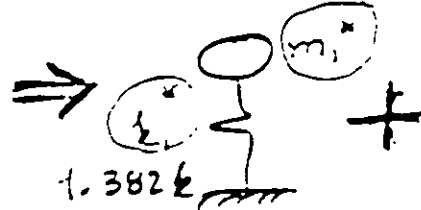
ω_i^2

$q_1(t)$

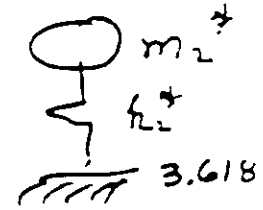
3.618 m

$q_2(t)$

1.382 m



$$\omega_1^2 = \frac{k}{m} = \frac{1.382 k}{3.618 m} = 0.382 k/m$$



$$\omega_2^2 = \frac{3.618 k}{1.382 m} = 2.618 k/m$$

1 x N

$(1, N)$ $N \times 1$ (N, N) $(N, 1)$

$$M\phi \ddot{q}(t) + K\phi q(t) = 0; \underbrace{\phi^T M \phi}_{m_i^*} \ddot{q}(t) + \underbrace{\phi^T K \phi}_{k_i^*} q(t) = 0$$

$$m^* \ddot{q}(t) + k^* q(t) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} m \ddot{d}(t) + k d(t) = 0 \end{array} \right.$$

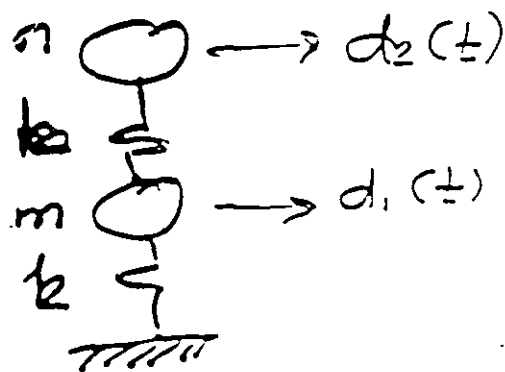
$$q(t) = \frac{\dot{q}_0}{\omega} \sin \omega t + q_0 \cos \omega t \quad \left\{ \begin{array}{l} d_i(t=0) \\ \dot{d}_i(t=0) \end{array} \right\} = \begin{array}{l} q_0, \dot{q}_0 \\ D_0, \dot{D}_0 \end{array}$$

$$D = \phi q; \quad D_0 = \phi q_0; \quad \phi^T M D_0 = \phi^T M \phi q_0$$

$$q_0 = \frac{\phi^T M D_0}{\phi^T M \phi} \quad \dot{q}_0 = \frac{\phi^T M \dot{D}_0}{\phi^T M \phi}$$

$$D(t) = \phi q(t); F_e(t) = KD(t)$$

V L S A



$$D(t) = ?$$

$$\boxed{\begin{aligned} D_0 &= \\ \dot{D}_0 &= \end{aligned}}$$

$$D(t) = \phi q(t)$$

$$1. M$$

$$2. K$$

$$3. \text{ Det. Caracter. } \rightarrow \omega^2, \omega, T; \phi$$

$$4. a. q_0 = \frac{\phi^T M D_0}{\phi^T M \phi}; b. \dot{q}_0 = \frac{\phi^T M \dot{D}_0}{\phi^T M \phi}$$

$$5. q(t) = \frac{\dot{q}_0}{\omega} \sin \omega t + q_0 \cos \omega t$$

$$6. D(t) = \phi q(t)$$

7. Superposición de modos.

$$D(t) = \sum_{i=1}^N D_i(t) \quad D(t)$$

$$7. F_R(t) = K D(t) = K \phi q(t)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{c} \\ \hat{c} \end{pmatrix}$$

para
cada
modo

$$i = 1, \dots, N$$

VLSA

VFCA

1. $GL \rightarrow N$ M, K

2. $VVC \rightarrow \omega_i^2, \omega_i, T_i, \phi_i$

3. m_i^*, k_i^*

4. CI. $D_0, \dot{D}_0$ $q_{0i}, \dot{q}_{0i}$

5. $q_i(t)$

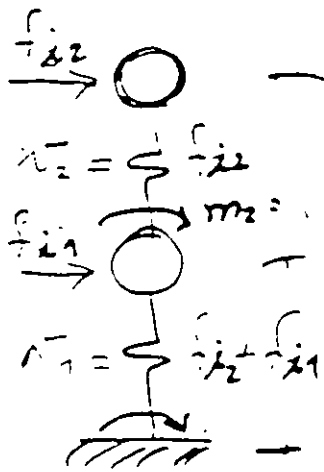
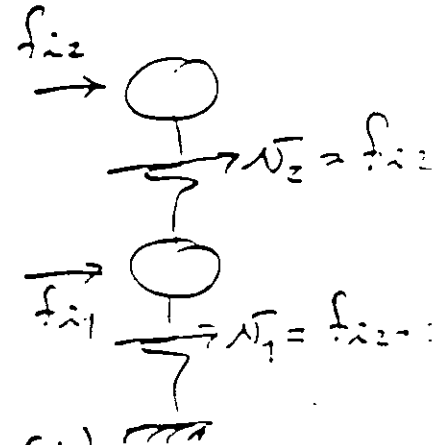
6. $D_i(t) = \phi_i q_i(t)$

7. $R_i(t); i = 1, \dots, N$

$F_{Ri} = K D_i(t) = K \phi_i q_i(t)$

$F_{Si} = M \phi_i \omega^2 q_i(t)$

$K \phi = M \phi$



$\gamma_i = S F_{Si}$

$\begin{Bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{i1} \\ f_{i2} \end{Bmatrix}_1 = \begin{Bmatrix} f_{i1} + f_{i2} \\ f_{i2} \end{Bmatrix}_i$

$\mathcal{M}_i = H \gamma_i$

$R_T(t) = \sum_{i=1}^N R_i(t)$

$\kappa_T^{(max)} = \sum_{i=1}^N \kappa_i^{(max)}$

$$K\phi = M\phi\omega^2$$

$$\phi^s$$

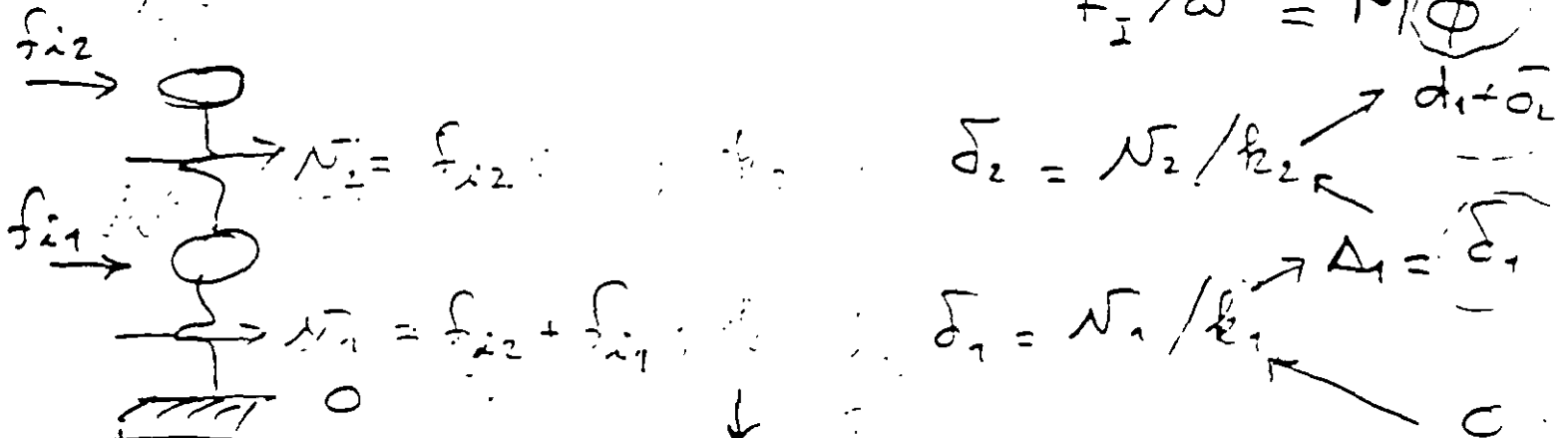
$$K\phi^s = M\phi^s\omega^2$$

$$1. \phi^s$$

$$2. K\phi^s = F_k^s$$

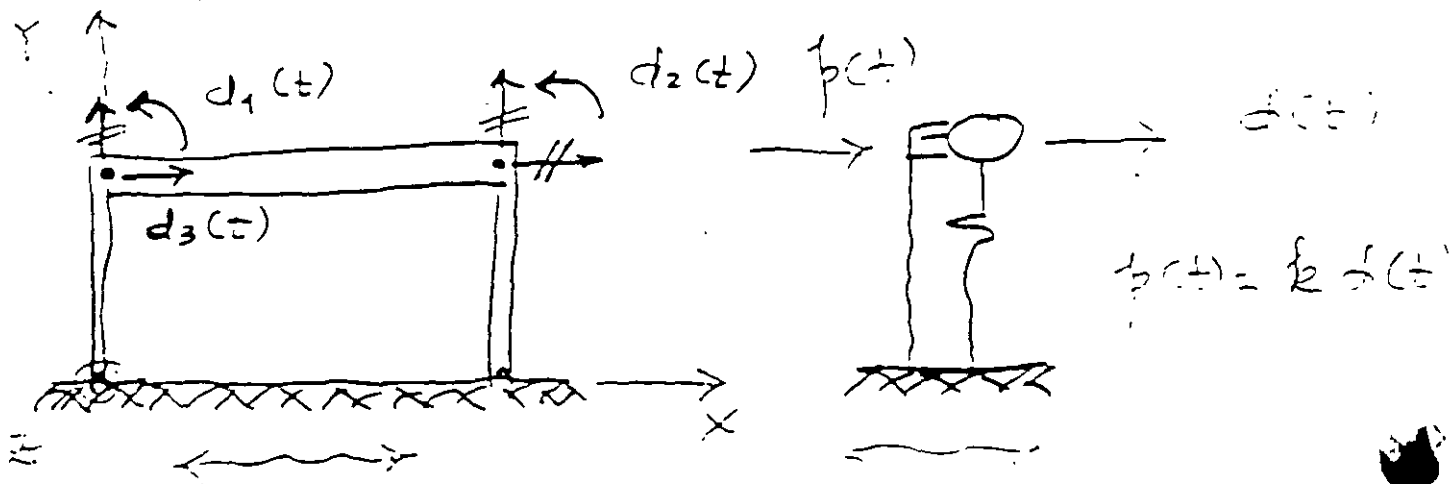
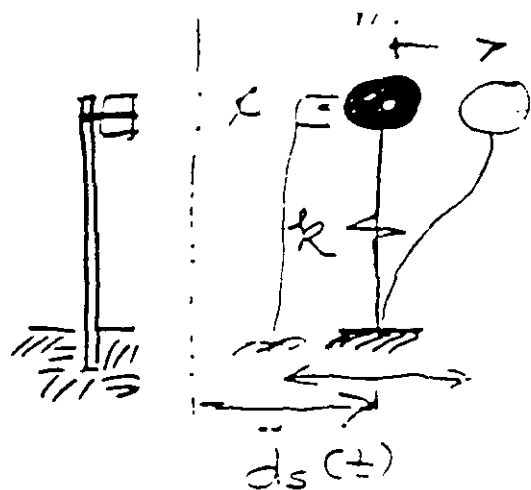
$$= F_I^s = M\phi_c^s$$

$$F_I/\omega^2 = M\phi^s$$



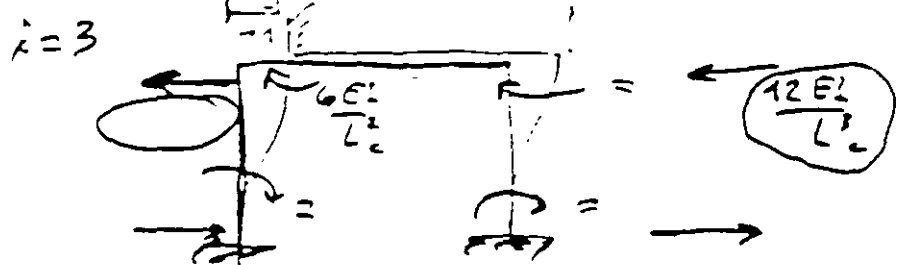
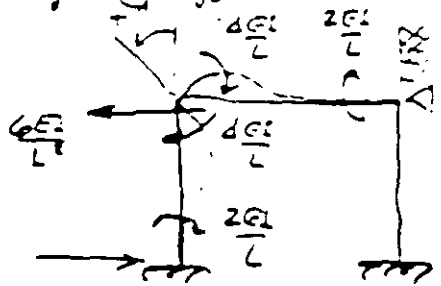
N	E	m	k	ϕ	f_i/ω^2	N_i/ω^2	δ/ω^2
2		m		2.00	$2m$		
	2		k_2			$2m$	$\frac{2m}{k_2}$
1		m		1.00	$1m$		
	1		k_1			$3m$	$\frac{3m}{k_1}$

$$M\phi = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{i1} \\ f_{i2} \end{Bmatrix}$$



$$P(t) = K D(t)$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ p_3(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \\ d_3(t) \end{Bmatrix}$$



	1	2	3	
1	$\frac{4EI}{L_c} \frac{dEI}{L_t}$	$\frac{2EI}{L_t}$	$-\frac{6EI}{L_c}$	
2	$\frac{2EI}{L_t}$	$\frac{4EI}{L_t} + \frac{dEI}{L_c}$	$-\frac{6EI}{L_c}$	
3	$-\frac{6EI}{L_c}$	$-\frac{6EI}{L_c}$	$\frac{24EI}{L_c}$	

$$\begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} \\ K_{BA} & K_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_A \\ d_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_A \\ p_B \end{Bmatrix}$$

$$p_A = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k_{AA} d_A + k_{AB} d_B = p_A = 0 \Rightarrow d_A = -k_{AA}^{-1} k_{AB} d_B$$

$$k_{BA} d_A + k_{BB} d_B = p_B$$

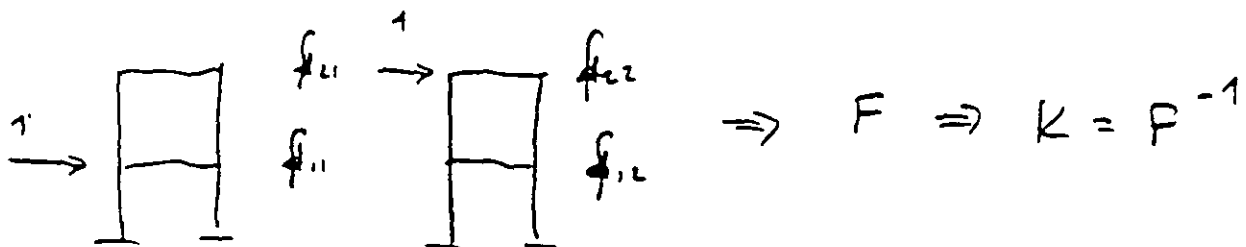
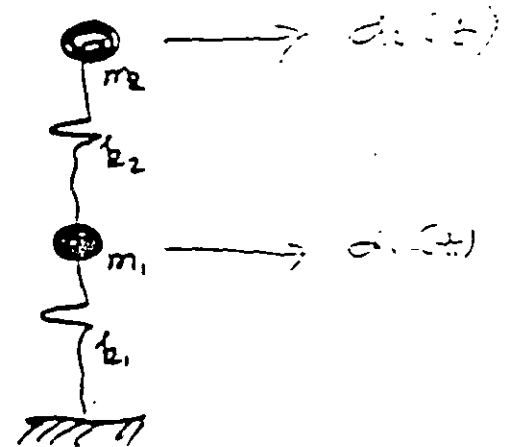
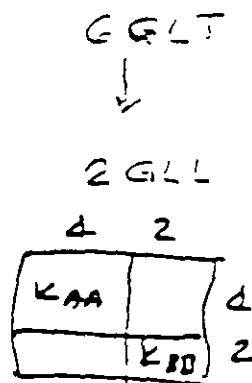
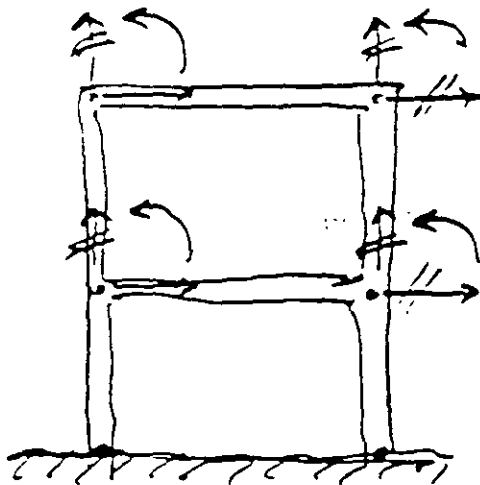
$$-k_{BA} k_{AA}^{-1} k_{AB} d_B + k_{BB} d_B = p_B$$

$$[k_{BB} - k_{BA} k_{AA}^{-1} k_{AB}] d_B = p_B$$

FIGURE 20 ENTREE 20

$$p = k d \Rightarrow k \equiv K_L = [\quad]$$

$$k_{\frac{4}{3}} = 24 \frac{EI}{L_c^3}$$



ESCALA DE MERCALLI PARA INTENSIDADES

1. Imperceptibles
2. Los perciben las personas en reposo o en pisos superiores
3. Se percibe en el interior de las construcciones. Los objetos colgados oscilan. Se siente como cuando pasan camiones ligeros
4. Los objetos colgados oscilan, y se siente vibración como cuando pasa un camión pesado. Los automóviles parados oscilan. Las ventanas, los platos y las puertas hacen ruido.
5. Se percibe a la intemperie. Quienes duermen despiertan. Los líquidos se mueven y pueden vertirse. Los objetos pequeños se caen o se mueven. Las puertas oscilan. Las persianas y los cuadros se mueven. Los relojes de péndulo se paran, arrancan o cambian de paso.
6. Lo perciben todos. Muchos se asustan y salen a descubierto. Las personas caminan inseguras. Las ventanas, platos y artículos de vidrio se rompen. Los libros se caen de los estantes y los cuadros se caen de los muros. Los muebles se mueven o se vuelcan. Los acabados débiles de los muros se agrietan. Las campanas pequeñas de las iglesias repican. Los árboles se sacuden o se les oye crujir.
7. Es difícil permanecer de pie. Lo notan los conductores de automóvil. Los objetos colgados trepidan. Los muebles se vuelcan. Los muros de mampostería se agrietan. Caen los aplanados. Las chimeneas débiles se rompen. Las cornisas, parapetos y ornamentos arquitectónicos caen. Olas en los estanques. Pequeños deslizamientos y derrumbes en los bancos de arena o de grava. Las campanas grandes repican. Se dañan los canales de riego
8. Se afecta la conducción de los automóviles. Se dañan bastante los muros de mampostería. Caída de chimeneas, monumentos, torres. Los muros de relleno son arrojados hacia fuera. Se desprenden ramas de los árboles. Aparecen grietas en terreno mojado o inclinado.
9. PÁNICO GENERAL. Se destruyen muchos muros de mampostería de buena calidad. Se dañan los cimientos. Las estructuras crujen. Grietas en el terreno.

10. La mayoría de las estructuras de mampostería y de vigas y columnas se destruyen. Se dañan otros tipos de estructuras, como puentes y presas. Grandes derrumbes en cerros. Rieles doblados ligeramente. El agua se desborda en canales, ríos y presas.
11. Rieles muy doblados. Tuberías subterráneas completamente destruidas
12. DAÑO CASI TOTAL. Grandes masas de roca desplazadas. Objetos arrojados al aire.