



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA**

G-601335



**NOTAS SOBRE LOS
METODOS DE SOLUCION
AL TRANSITO DE AVENIDAS
POR UN VASO DE
ALMACENAMIENTO**

FLORENTINO MEJIA CHAVEZ

El presente trabajo está dirigido a los alumnos que cursan las asignaturas de Hidrología y Obras Hidráulicas.

La constante solicitud de asesoría sobre el tema, - por parte de los alumnos que cursan las asignaturas antes mencionadas, así como los malos informes que presentan de la práctica de laboratorio, nos ha hecho pensar que la bibliografía existente no está a su alcance, para aclarar sus dudas.

Estas notas tienen como finalidad, reducir las horas-alumno en la elaboración de proyectos que se den en los grupos de teoría y los informes de las prácticas de laboratorio.

En primer lugar se presentan las ecuaciones que gobiernan el fenómeno y las formas de resolverlas y posteriormente se resuelve un ejemplo por los métodos Semigráfico y Gráfico.

NOTAS SOBRE LOS METODOS DE SOLUCION
AL TRANSITO DE AVENIDAS POR UN VASO
DE ALMACENAMIENTO.

CONTENIDO

I.- ECUACION DE CONTINUIDAD

II.- METODOS DE SOLUCION

a).- Tanteos

b).- Semigráfico

c).- Gráfico.

III.- EJEMPLO RESUELTO

a).- Método Semigráfico

b).- Método Gráfico.

S I M B O L O G I A

102 76 2000TEM 20J 37802 20107

$E \text{ ó } Q_e$	Gasto de entrada	30
$S \text{ ó } Q_s$	Gasto de salida	
A	Volumen almacenado	
t	Tiempo	
E_i	Gasto de entrada en el tiempo i .	
E_{i+1}	Gasto de entrada en el tiempo $i+1$.	
S_i	Gasto de salida en el tiempo i .	
S_{i+1}	Gasto de salida en el tiempo $i+1$.	
A_i	Volumen almacenado en el tiempo i .	
A_{i+1}	Volumen almacenado en el tiempo $i+1$.	
Δt	Incremento de tiempo	
h	Altura, desde algún nivel de referencia	
NAMO	Nivel de Aguas Máximo Ordinario	
m.s.n.m	Metros sobre el nivel del mar	
(h)	hora	
(m^3/s)	Metros cúbicos por segundo	
($m^3 \times 10^6$)	Millones de metros cúbicos.	

Ecuación de continuidad para el tránsito de una avenida por un vaso de Almacenamiento.

ECUACION CONTINUA:

$$E = S + \frac{dA}{dt}$$

ECUACION DISCRETA:

$$E = S + \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

La ecuación anterior en diferencias finitas, centrada en el tiempo es:

$$\frac{E_{i+1} + E_i}{2} - \frac{A_{i+1} - A_i}{\Delta t} - \frac{S_{i+1} + S_i}{2} = 0 \quad (I)$$

¿QUE SE DESCONOCE EN I?

$$A_{i+1} \text{ y } S_{i+1}$$

¿COMO? ¡HAY 1 ECUACION Y 2 INCOGNITAS!

¿QUE HACER?

- 1.- Resolverla por TANTEOS, suponiendo un valor de A_{i+1} ó S_{i+1} y verificándolo con la curva Elevaciones-Volúmenes (MUY LABORIOSO).
- 2.- Resolverla por algún método gráfico o SEMIGRAFICO.

METODO SEMIGRAFICO

de I se tiene:

$$\left[\frac{2A}{\Delta t} + S \right]_{i+1} = E_{i+1} + E_i + \left[\frac{2A}{\Delta t} - S \right]_i \quad (II)$$

Para resolver II es necesario tener la relación entre S y A; el parámetro que las relaciona es la altura sobre el vertedor o túnel (h); es decir, a una "h" le corresponde sólo una S y también sólo una A.

La relación buscada es la llamada "CURVA AUXILIAR". de coordenadas.

$$\frac{2A}{\Delta t} + S \quad \text{y} \quad \frac{2A}{\Delta t} - S \quad (\text{m}^3 / \text{s})$$

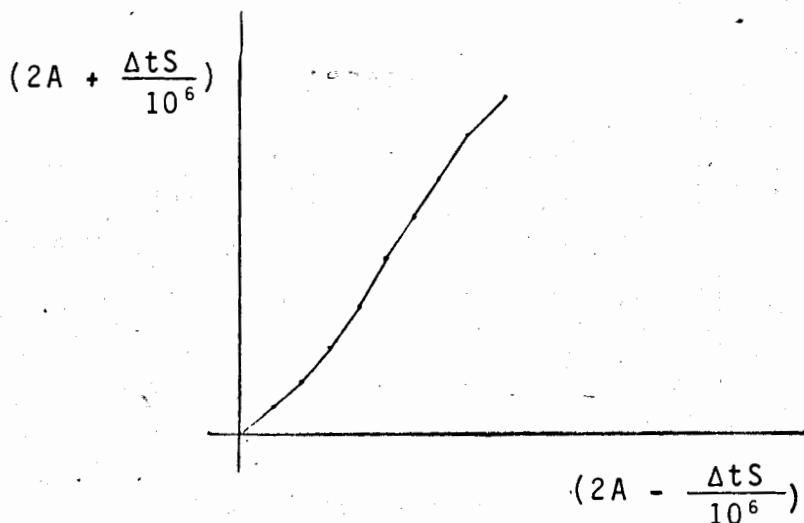
ó

$$2A + \frac{\Delta t S}{10^6} \quad \text{y} \quad 2A - \frac{\Delta t S}{10^6} \quad (\text{Millones de m}^3 \text{ por unidad tiempo}).$$

TABLA PARA CALCULAR LA CURVA AUXILIAR

h	S	A	2A	$(2A + \frac{\Delta t S}{10^6})$	$(2A - \frac{\Delta t S}{10^6})$

CURVA AUXILIAR



EL PROBLEMA DEL TRANSITO SE RESUELVE FACILMENTE HACIENDO USO DE LA SIGUIENTE -

TABLA.

1	2	3	4	5	6	7
Δt	E_i	$(E_{i+1} + E_i) \Delta t$	$(2A - \frac{\Delta t S}{10^6})_i$	$(2A + \frac{\Delta t S}{10^6})_i$	S_i	A_i
0		→	+ →	=		
1		→ +	→ ←	=	↘ c.auxiliar	
2			→ ←	=	→	
.						
.						
.						
i						
.						
.						
.						
.						
.						
.						
n-1						
n						

DATOS INICIALES

- Hidrograma de entradas (E_i)
- Almacenamiento inicial (A_0)
- Descarga inicial (S_0)
- Curva elevaciones-Almacenamiento
- Curva o ley de descargas.

PROCEDIMIENTO

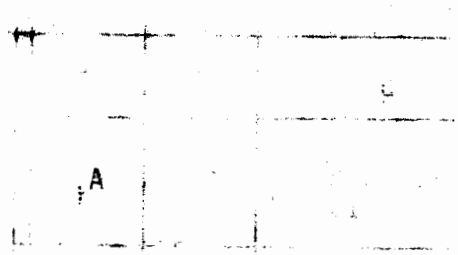
Para las condiciones iniciales, de la ecuación II, se tiene:

Para $i = 0$

$$(2A + \frac{\Delta t S}{10^6})_1 = (E_1 + E_0) \Delta t + (2A - \frac{\Delta t S}{10^6})_0 = K_1;$$

5a. columna.

PROCEDIMIENTO:



con $(2A + \frac{\Delta t S}{10^6})_1$ (columnas 3+columna 4)

y curva auxiliar se obtiene $(2A - \frac{\Delta t S}{10^6})_1$

Con el valor $(2A - \frac{\Delta t S}{10^6})_1$ (columna 4) y-

$\Delta t (E_1 + E_2)$; (columna 3) sumados según la ecuación II, dan el siguiente renglón de la columna 5 (VER TABLA ANTERIOR). Con el valor de las COLUMNAS y C. AUXILIAR - se calcula el valor del mismo renglón de la columna 4; el proceso se repite hasta cubrir todo el tiempo ($i=n$).

¿PERO FALTA CONOCER LOS VALORES DE LAS COLUMNAS 6 y 7 ?

Para calcular S_i se tiene:
$$\frac{\text{columna 5} - \text{columna 4}}{2} = \frac{2S_i}{2} = S_i$$

Para calcular A_i se tiene:
$$\frac{\text{columna 4} + \text{columna 5}}{4} = \frac{4A_i}{4} = A_i$$

Graficar Δt vs S_i , para obtener el hidrograma de salida, en la misma gráfica que el hidrograma de entradas y a la misma escala.

" METODO GRAFICO "

Este método, como el semigráfico, consiste en relacionar A y S, el parámetro que las relaciona es h, altura que generalmente se considera a partir de la cresta vertedora o la plantilla del túnel, según se trate de obra de excedencias u obra de desvío.

Los datos iniciales son los antes mencionados.

Para llevar a efecto el tránsito, es necesario también construir curvas auxiliares. Las coordenadas de las Curvas Auxiliares deben ser:

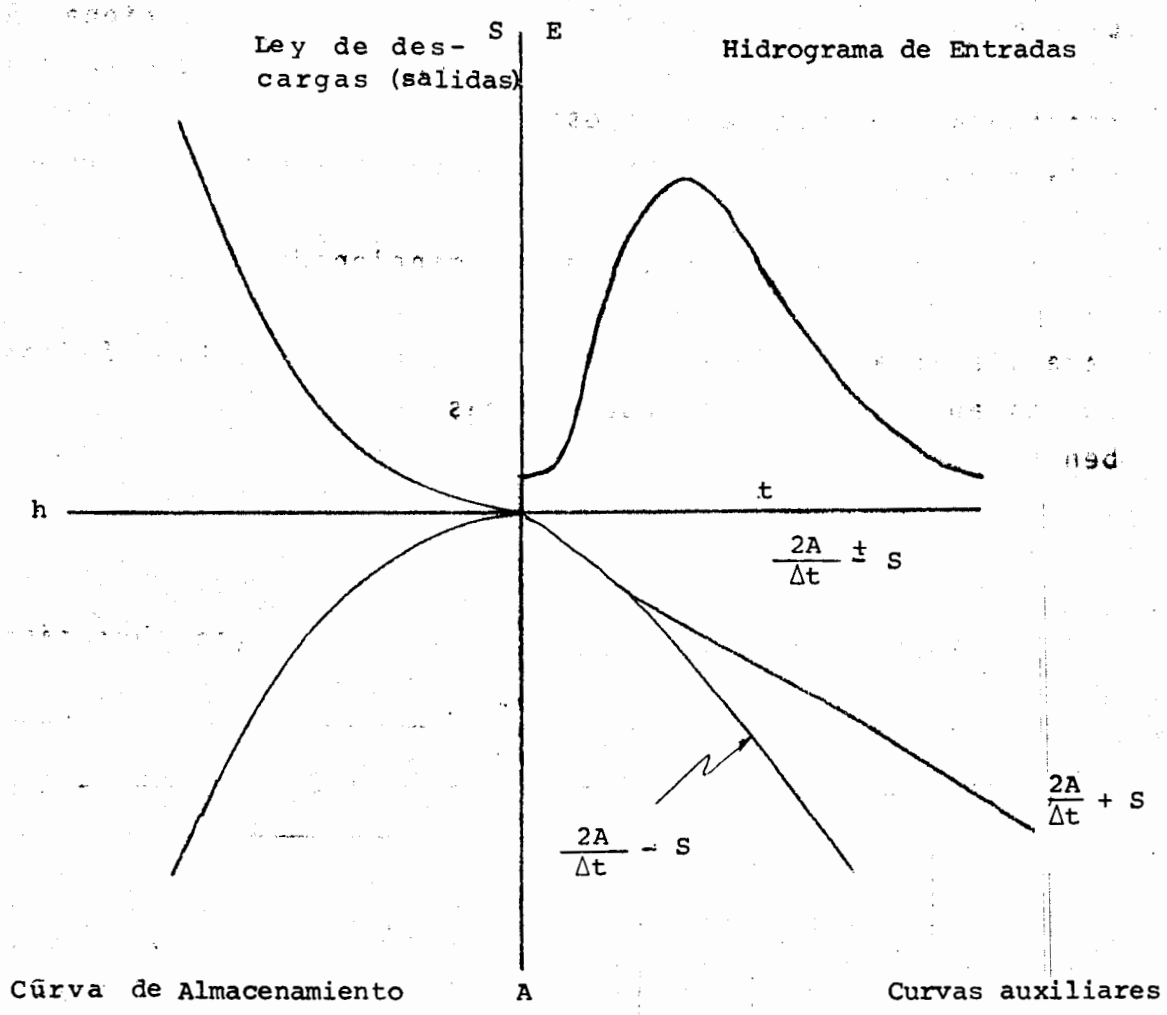
$$\left(\frac{2A}{\Delta t}\right) \pm S \text{ vs. } A$$

TABLA PARA LA CONSTRUCCION DE LAS CURVAS AUXILIARES.

h	A	S	$\frac{2A}{\Delta t}$	$\frac{2A}{\Delta t} + S$	$\frac{2A}{\Delta t} - S$

Las gráficas que el método utiliza son las mismas que el semigráfico, es decir: h-A, h-S, curva auxiliar, e hidrograma de entradas; la diferencia estriba en la composición de ellas, de tal suerte que resulta cómodo su manejo sin necesidad de formar la tabla laboriosa presentada en el Método Semigráfico.

"DISPOSICION DE CURVAS"



NOTA: Los ejes de referencia deben estar a la misma escala y - las unidades deben también ser homogéneas.

Procedimiento para realizar el trénsito.

De la ecuación II.

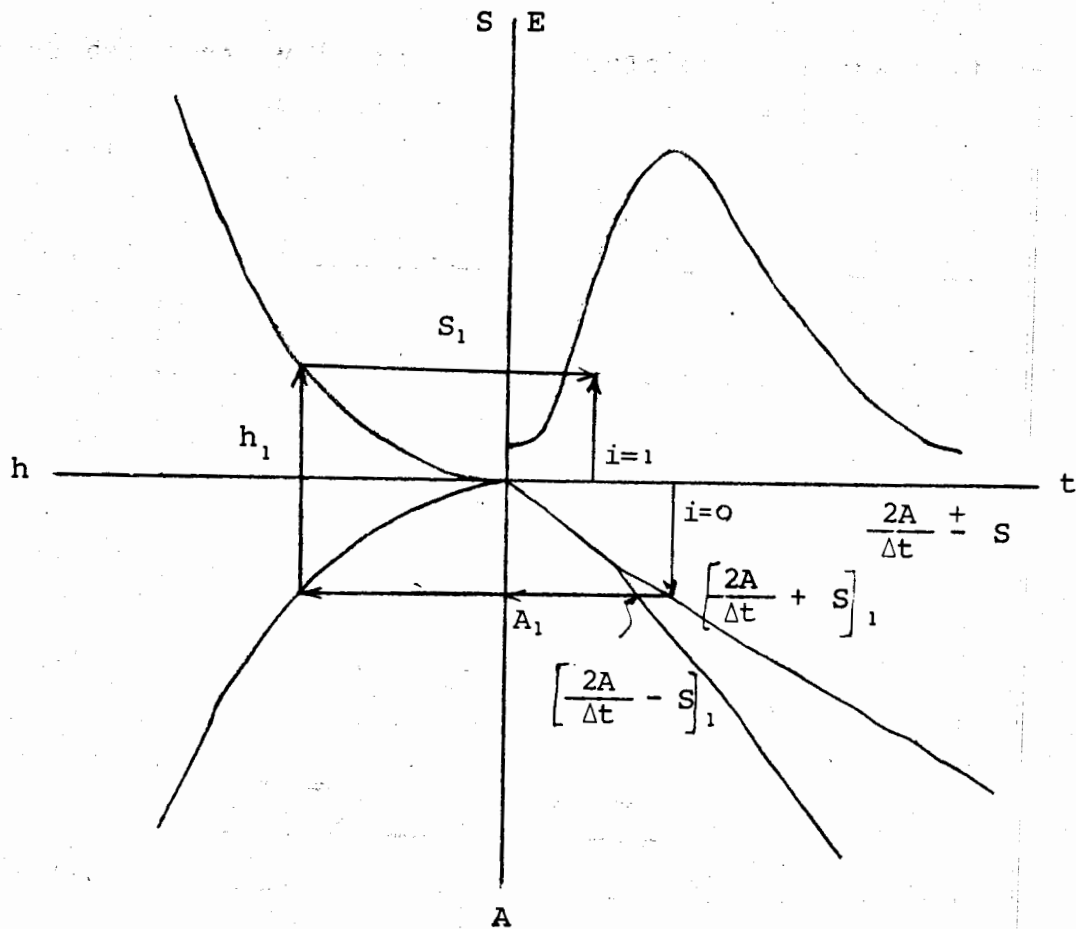
$$\left[\frac{2A}{\Delta t} + S \right]_{i+1} = E_{i+1} + E_i + \left[\frac{2A}{\Delta t} - S \right]_i$$

Para $i = 0$

$$\left[\frac{2A}{\Delta t} + S \right]_1 = E_1 + E_0 + \left[\frac{2A}{\Delta t} - S \right]_0$$

El segundo miembro de la ecuación anterior, se conoce; ya que todos los términos son los datos iniciales.

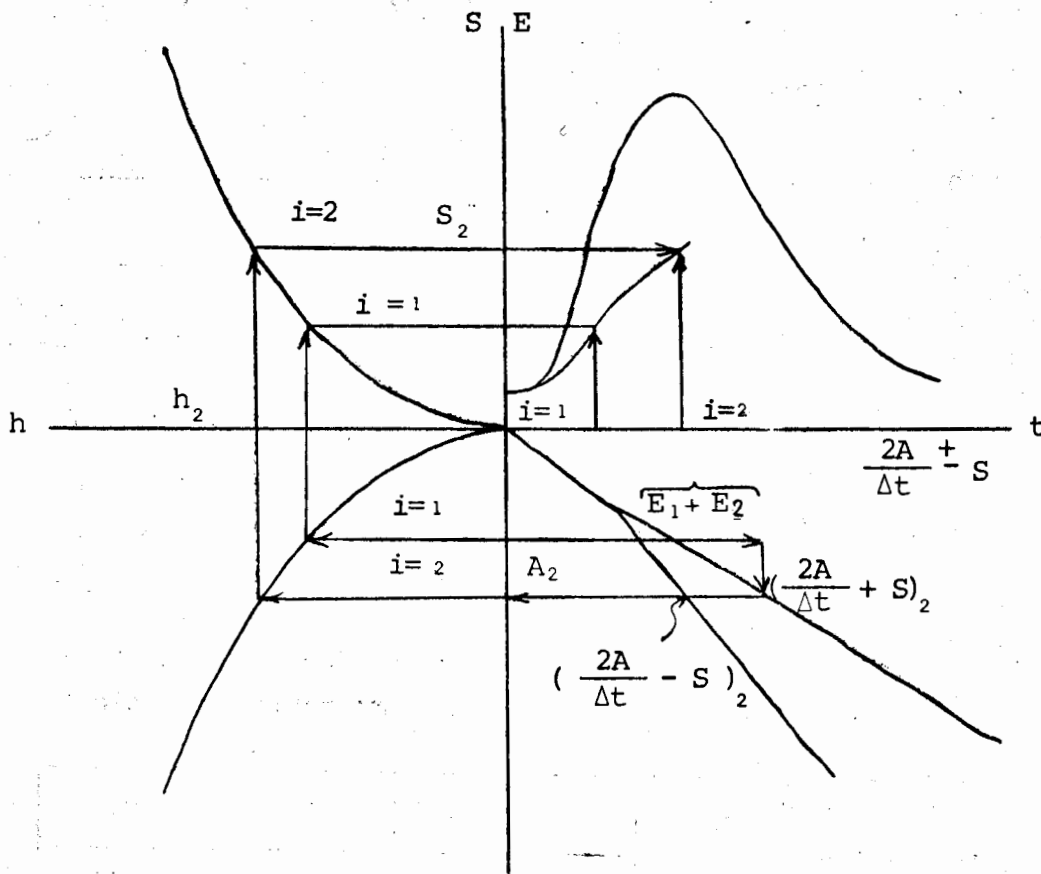
Con este valor $\left[\frac{2A}{\Delta t} + S\right]_1$ se entra a la curva auxiliar y se obtiene A y S - para $i=1$



Para un mejor control se recomienda llenar una tabla de la siguiente forma:

Δt_j	E_j	$E_{i+1} + E_j$	A_j	S_j
0	D	D	Dato	Dato
1	A	A	A_1	S_1
2	T	T		
...				
i	O	O		
...				
n	S	S		

Para el cálculo de $(A \text{ y } S)_2$, se empieza en el punto $(\frac{2A}{\Delta t} - S)_1$ - marcado en la secuencia anterior y la curva (-) sumándole el valor de $(E_2 + E_1)$, se traza una vertical hasta cortar la curva (+) - empezando el ciclo y termina con la obtención de A_2 y S_2 , este procedimiento se repite hasta cubrir todo el hidrograma de entradas.



Ejemplo:

Realizar el tránsito de avenidas para el vaso las Tortugas sobre el río Baluarte en el estado de Sinaloa.

Datos:

Elevación de la cresta vertedora 61.90 m.s.n.m.
 Capacidad al NAMO 100.047 m³ x 10⁶
 Longitud del vertedor 50.00 m

La ley de descargas y la relación elevación almacenamiento, así como el hidrograma de entrada (avenida de diseño) se dan en las tablas siguientes:

TABLA 1

h (m.s.n.m)	Q Descarga (m ³ /s)	Almacenamiento A (m ³ x10 ⁶)
61.90	0	100.05
62.00	3	101.17
62.50	38	106.77
63.00	92	112.31
63.50	169	117.97
64.00	252	123.57
64.50	353	129.17
65.00	466	134.97
65.50	593	143.20
66.00	731	151.63
66.50	880	159.87
67.00	1038	168.50
67.50	1206	176.90

TABLA 2

AVENIDA DE DISEÑO

t (h)	Q (m ³ /s)
0	0
1	14
2	27
3	70
4	311

t (h)	Q (m ³ /s)
5	1177
6	1383
7	1091
8	699
9	643

t (h)	Q (m ³ /s)
10	997
11	1383
12	1383
13	1426
14	1426

AVENIDA DE DISEÑO

t (h)	Q (m ³ /s)
15	2160
16	2758
17	3356
18	2417
19	2161
20	1660
21	1297
22	954
23	920
24	713

t (h)	Q (m ³ /s)
25	615
26	572
27	452
28	400
29	353
30	317
31	280
32	262
33	243
34	225

t (h)	Q (m ³ /s)
35	206
36	188
37	173
38	157
39	142
40	128
41	114
42	104
43	93
44	93
45	84
46	0

Solución:

METODO SEMIGRAFICO

Lo primero que se debe hacer es, dibujar las tablas de datos:

h vs. Qs (ley de descargas)

h vs. A (altura-almacenamiento)

Q vs. t (hidrograma de entradas)

véanse figuras 1, 2 y 3.

Cálculo de las coordenadas de la curva auxiliar.

Seleccionar Δt :

Para este caso se usará $\Delta t=1$ hora

El incremento de tiempo deberá escogerse de acuerdo a la forma -- del Hidrograma de entradas (recordándose que Δt pequeño implica -- mucho trabajo y un Δt grande traerá grandes errores).

La ecuación del tránsito queda para $i = 0$

$$(2A + \frac{\Delta t}{10^6} S)_1 = 0 + 0.0491 + (200.094) = 200.1431$$

entrando a la curva auxiliar con $(2A + \frac{\Delta t}{10^6} S)_1 = 200.1431$

se obtiene $(2A - \frac{\Delta t}{10^6} S)_1 = 200.14$

CURVA DE DESCARGAS

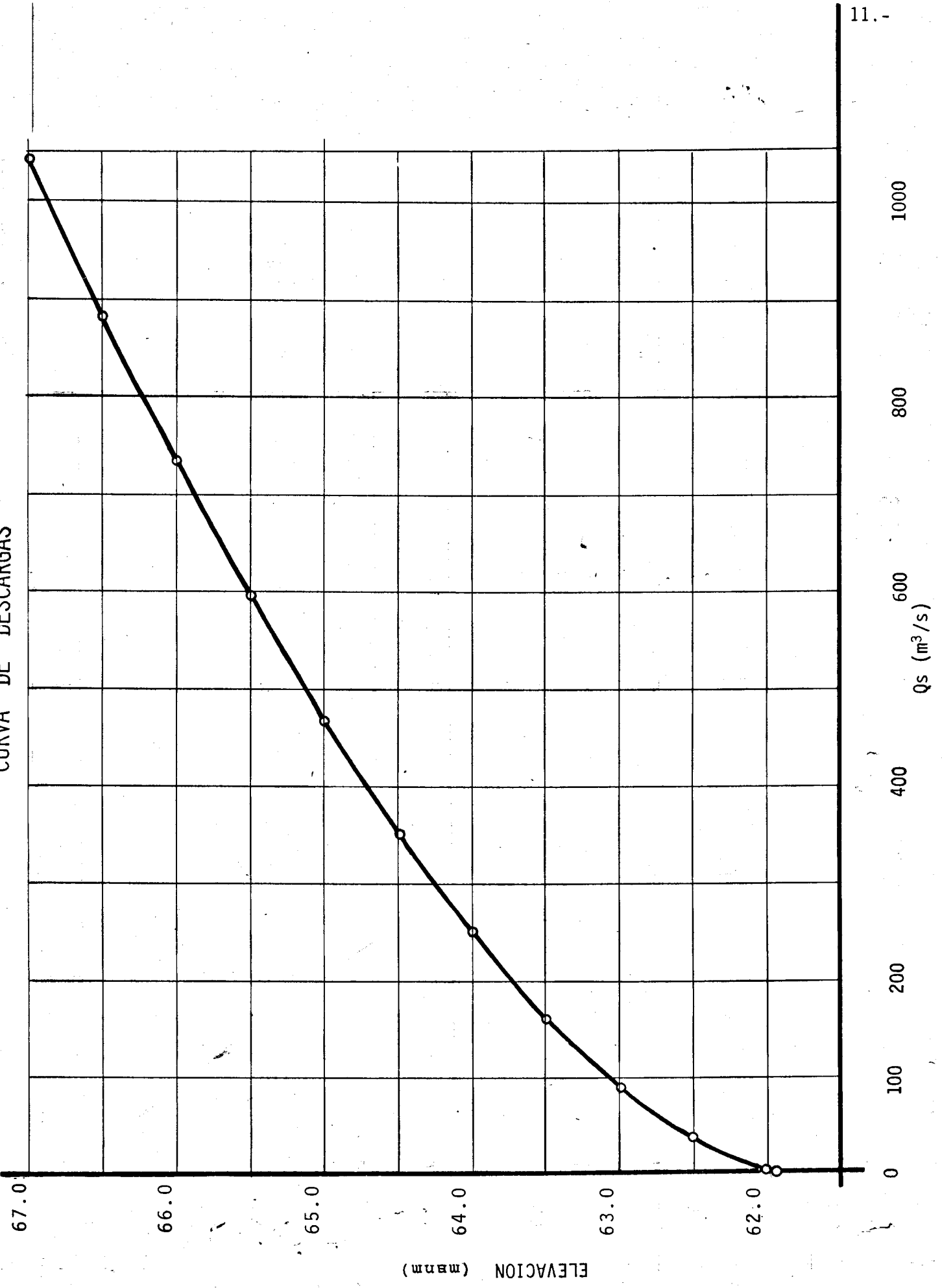
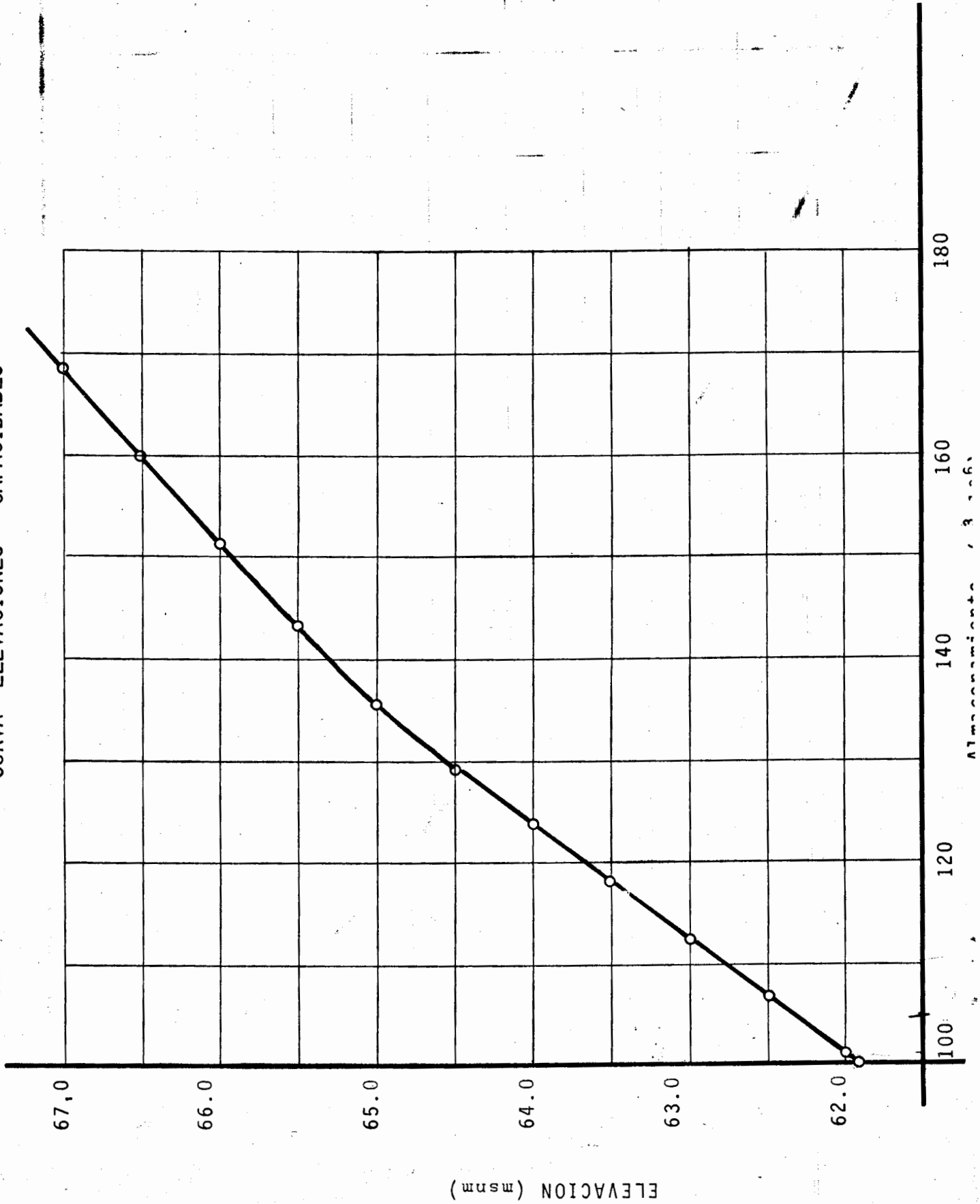


FIGURA 2

CURVA ELEVACIONES - CAPACIDADES



Atmósfera, 3-1-66

HIDROGRAMA DE ENTRADAS

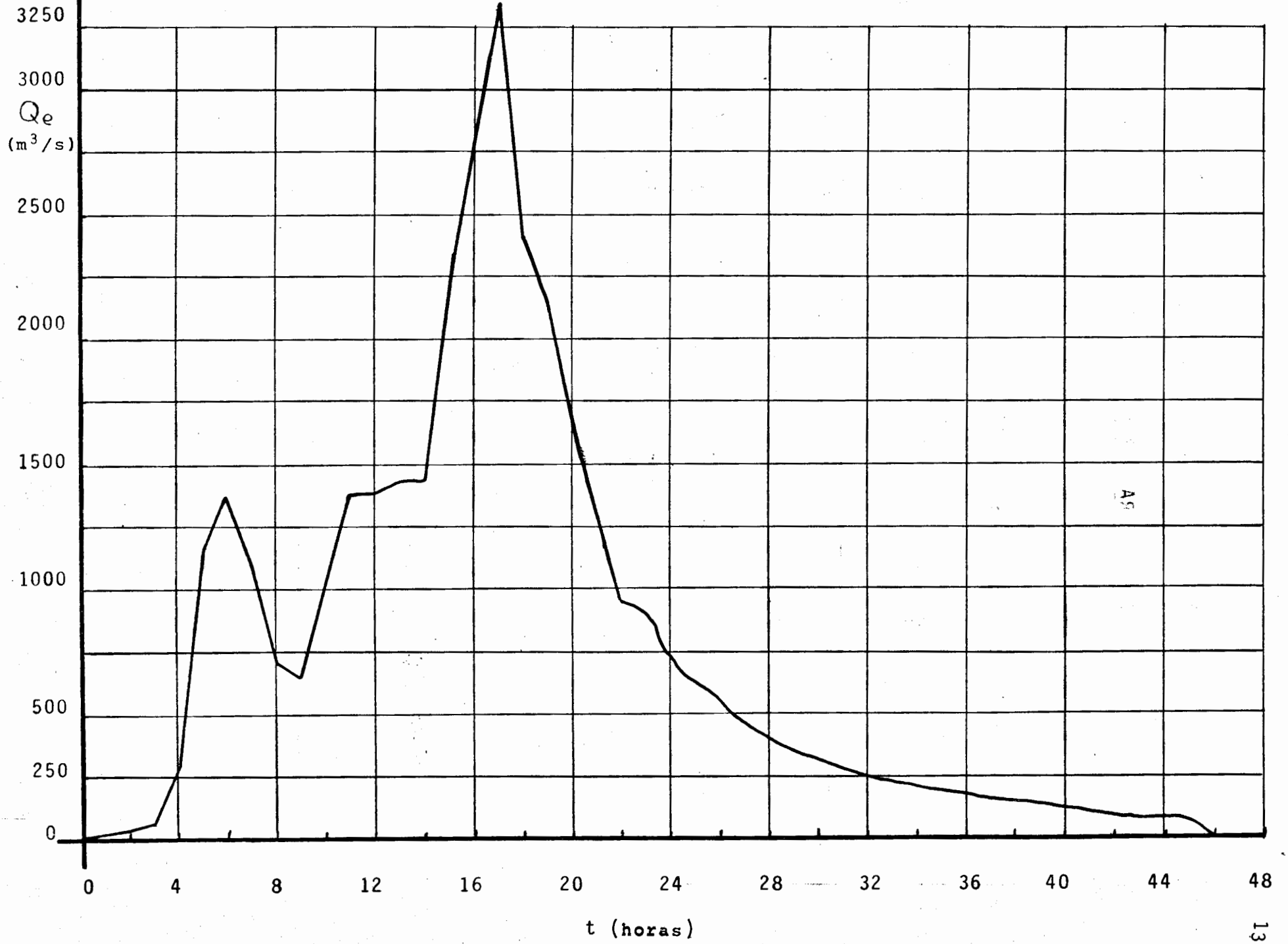


FIGURA 3

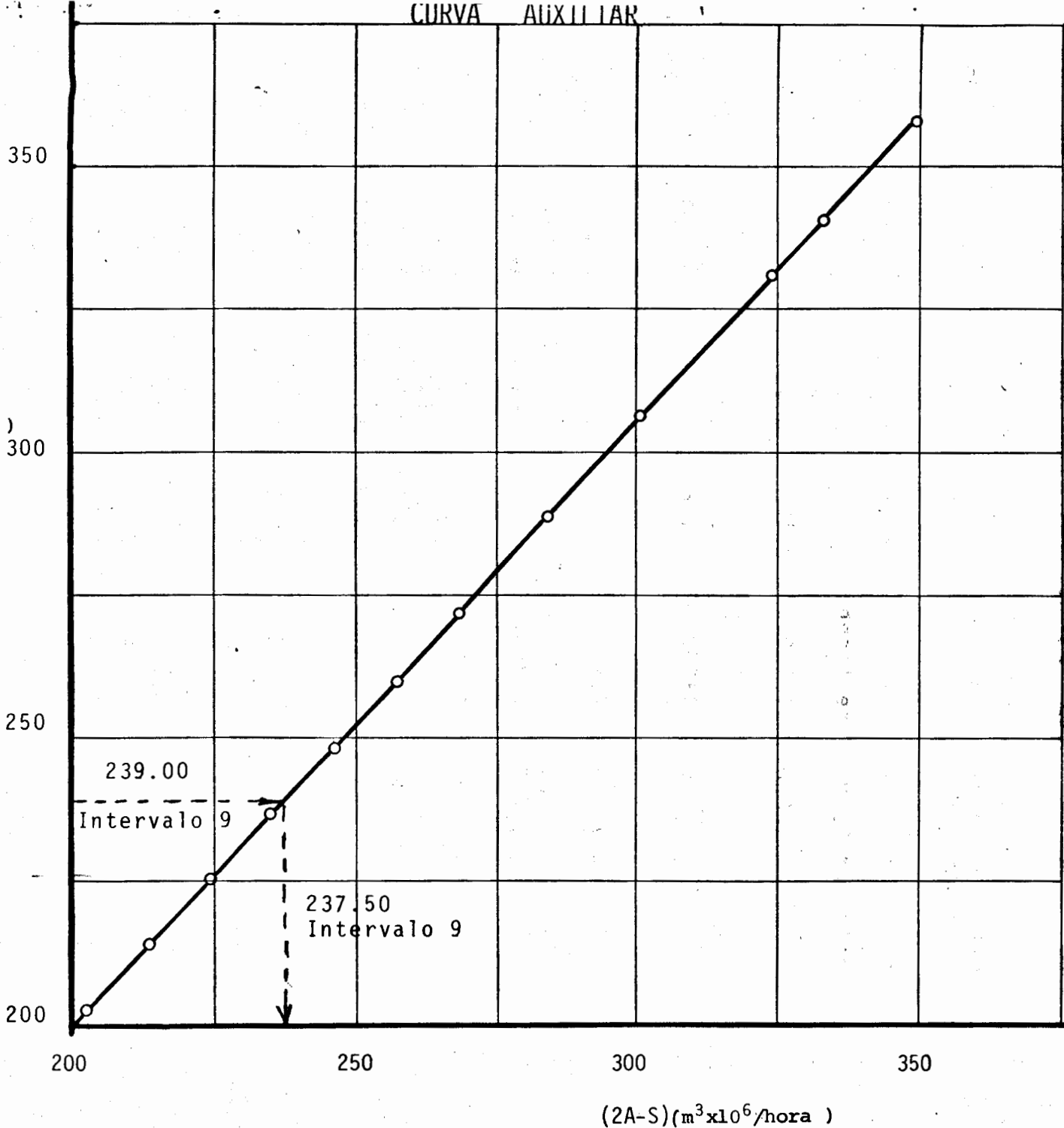
TABLA 3

TABLA PARA CURVA AUXILIAR

ELEVACION (m.s.n.m.)	S $\times 10^6 \text{ m}^3/\text{1h}$	S $(\text{m}^3) \times 10^6$	2A	2A+S	2A-S
61.90	0.0000	100.047	200.094	200.094	200.094
62.00	0.0099	101.166	202.332	202.3419	202.3221
62.50	0.1372	106.767	213.534	213.6712	213.3968
63.00	0.3303	112.305	224.6100	224.9403	224.2797
63.50	0.6090	117.968	235.9360	236.5450	235.3270
64.00	0.9087	123.569	247.138	248.0467	246.2293
64.50	1.2719	129.169	258.3380	259.6099	257.0661
65.00	1.6791	134.967	269.9340	271.6131	268.2549
65.50	2.1354	143.199	286.3980	288.5334	284.2626
66.00	2.6327	151.632	303.2640	305.8967	300.6313
66.50	3.1560	159.865	319.7300	322.8860	316.5740
67.00	3.7398	168.496	336.9920	340.7318	333.2522
67.50	4.3427	176.904	353.8080	358.1507	349.4653

CURVA AUXILIAR

(2A+S)
(m³x10⁶/hora)



(2A-S)(m³x10⁶/hora)

FIGURA 4

NOTA: Es muy importante que se tome la lectura lo mejor posible.

$$\text{Par } i = 1; (2A + \frac{\Delta t}{10^6} S)_2 = 0.1472 + (200.14) = 200.2872$$

$$\text{con } (2A + \frac{\Delta t}{10^6} S)_2 = 200.2872 \text{ y C. Auxiliar se obtiene } (2A - \frac{\Delta t}{10^6} S)_2 = 200.28,$$

repetiéndose el proceso hasta terminar.

Los valores se aprecian en la tabla 4.

para calcular S_i y A_i se tiene:

$$S_1 = \left(\frac{200.1431 - 200.14}{2} \right) \frac{10^6}{3600} = 0.43 \text{ (m}^3/\text{s)}$$

$$A_1 = \left(\frac{200.1431 + 200.14}{4} \right) \times 10^6 = 100.07 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$S_2 = \left(\frac{200.2872 - 200.28}{2} \right) \frac{10^6}{3600} = 1.00 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A_2 = \left(\frac{200.2872 + 200.28}{4} \right) \times 10^6 = 100.14 \times 10^6 \text{ m}^3$$

Al terminar con todo lo anterior, solamente falta dibujar el hidrograma de salida sobre la misma figura que el hidrograma de entrada. (Ver figura No. 5).

TABLA 4

TRANSITO DE AVENIDAS POR VASOS

- TORTUGAS -

INTERVALO	E_i	E_i	$E_{i+1}+E_i$	$(2A-S)_i$	$(2A+S)_i$	S_i	A_i
i	(m ³ /s)	(m ³ x10 ⁶ /h)	(m ³ x10 ⁶ /h)	(m ³ x10 ⁶ /h)	(m ³ x10 ⁶ /h)	(m ³ /s)	(m ³ x10 ⁶)
0	0.00	0.000	0.0491	200.094	200.0940	0	100.047
1	13.63	0.0491	0.1472	200.14	200.1431	0.43	100.07
2	27.26	0.0981	0.3501	200.28	200.2872	1.00	100.14
3	69.99	0.2520	1.3732	200.60	200.6301	4.18	100.31
4	311.46	1.1213	5.3577	201.90	201.9732	10.17	100.97
5	1176.79	4.2364	9.2155	207.00	207.2577	35.79	103.56
6	1383.08	4.9791	8.9072	215.80	216.2155	57.71	108.00
7	1091.14	3.9281	6.4432	224.00	224.7072	98.22	112.18
8	698.63	2.5151	4.8286	229.50	230.4432	131.00	114.99
9	642.64	2.3135	5.9028	233.10	234.3286	170.64	116.86
10	997.02	3.5893	8.5684	237.50	239.0028	208.72	119.13
11	1383.08	4.9791	9.9582	244.50	246.0684	217.83	122.64
12	1383.08	4.9791	10.1140	252.40	254.4582	285.86	126.71
13	1426.37	5.1349	10.2699	260.00	262.5140	349.17	130.63
14	1426.37	5.1349	12.9122	267.30	270.2699	412.49	134.39
15	2160.35	7.7773	17.7069	276.70	280.2122	487.81	139.23
16	2758.24	9.9297	22.0110	290.00	294.4069	612.07	146.10
17	3355.94	12.0814	20.7817	306.00	312.0110	834.86	154.50
18	2416.76	8.7003	16.4783	320.00	326.7817	941.90	161.70
19	2160.55	7.7780	13.7524	329.30	336.4783	996.99	166.44
20	1659.55	5.9744	10.6425	335.50	343.0525	1048.94	169.64
21	1296.69	4.6681	8.1028	338.30	346.1425	1089.23	171.11
22	954.10	3.4348	6.7462	338.60	346.4028	1083.72	171.25
23	919.84	3.3114	5.8769	337.60	345.3462	1075.86	170.74
24	712.63	2.5655	4.7782	335.80	343.4769	1066.24	169.82

INTERVALO i	E_i (m ³ /s)	E_i (m ³ x10 ⁶ /h)	$E_{i+1}+E_i$ (m ³ x10 ⁶ /h)	$(2A-S)_i$ (m ³ x10 ⁶ /h)	$(2A+S)_i$ (m ³ x10 ⁶ /h)	S_i (m ³ /s)	A_i (m ³ x10 ⁶)
25	614.64	2.2127	4.2736	333.30	340.5782	1024.75	168.44
26	572.46	2.0609	3.6867	330.20	337.4736	1010.22	166.92
27	451.63	1.6259	3.0661	326.80	333.8867	984.26	165.17
28	400.06	1.4402	2.7127	323.00	329.8661	953.63	163.22
29	353.46	1.2725	2.4130	319.00	325.7127	932.32	161.18
30	316.81	1.1405	2.1484	315.00	321.4130	890.69	159.10
31	279.97	1.0079	1.9495	310.80	317.1484	881.72	156.99
32	261.55	0.9416	1.8168	306.70	312.7495	840.21	154.86
33	243.13	0.8753	1.6842	302.80	308.5168	794.00	152.83
34	224.71	0.8090	1.5516	299.00	304.4842	761.69	150.87
35	206.29	0.7426	1.4190	295.40	300.5516	715.50	148.99
36	187.87	0.6763	1.2976	292.10	296.8190	655.42	147.23
37	172.58	0.6213	1.1869	289.00	293.3976	610.78	145.60
38	157.11	0.5656	1.0762	286.00	290.1869	581.50	144.05
39	141.83	0.5106	0.9714	283.00	287.0762	566.14	142.52
40	128.01	0.4608	0.8720				
41	114.20	0.4111	0.7844				
42	103.70	0.3733	0.7088				
43	93.20	0.3355	0.6710				
44	93.20	0.3355	0.6392				
45	84.36	0.3037	0.3037				
46	0.00	0.0000					

VASO LAS TORTUGAS

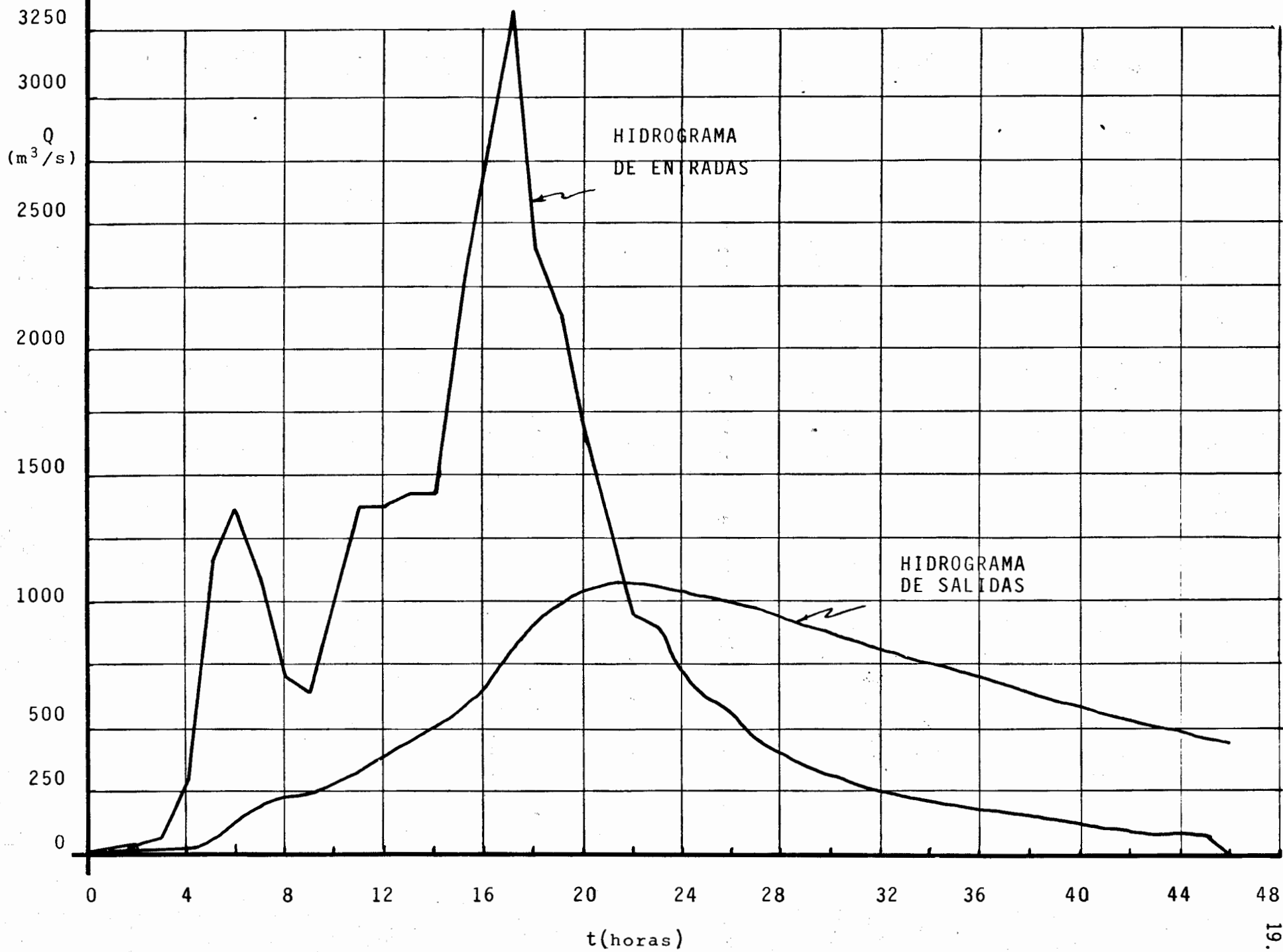


FIGURA 5

M E T O D O G R A F I C O

Para realizar el tránsito solamente es necesario construir las - curvas de acuerdo a lo mencionado anteriormente (Ver figura No.6) y tener la 4a. columna de la tabla No. 4.

Para empezar tenemos que:

$$(2A + \frac{\Delta t}{10^6} S)_1 = 0.0491 + (200.094) = 200.1431$$

con:

$$(2A + \frac{\Delta t}{10^6} S)_1 = 200.1431 \text{ entrar a la curva auxiliar y --}$$

marcar los valores $(2A - \frac{\Delta t}{10^6} S)_1$, A_1 , h_1 y Q_{s_1} .

Al tener Q_{s_1} , se dibuja sobre la curva Q vst cerrando el ciclo.

Para obtener Q_{s_2} se hace lo siguiente:

con el punto marcado sobre la curva $(2A - \frac{\Delta t}{10^6} S)$ para $i = 1$, se - suma gráficamente el valor de $E_1 + E_2 = 0.1472$ (en forma horizontal); se traza una vertical hasta cortar la curva $(2A + \frac{\Delta t}{10^6} S)$ y para el mismo tiempo ($i = 2$) obtener $(2A - \frac{\Delta t}{10^6} S)_2$, A_2 , h_2 y Q_{s_2} de la misma forma que el anterior; este procedimiento se repite hasta $i=n$.

Al hacer lo anterior se obtiene directamente el hidrograma de salida; también si se desea se pueden vaciar los datos de A y Q_s en una tabla. (Ver figura No. 6).

METODO GRAFICO

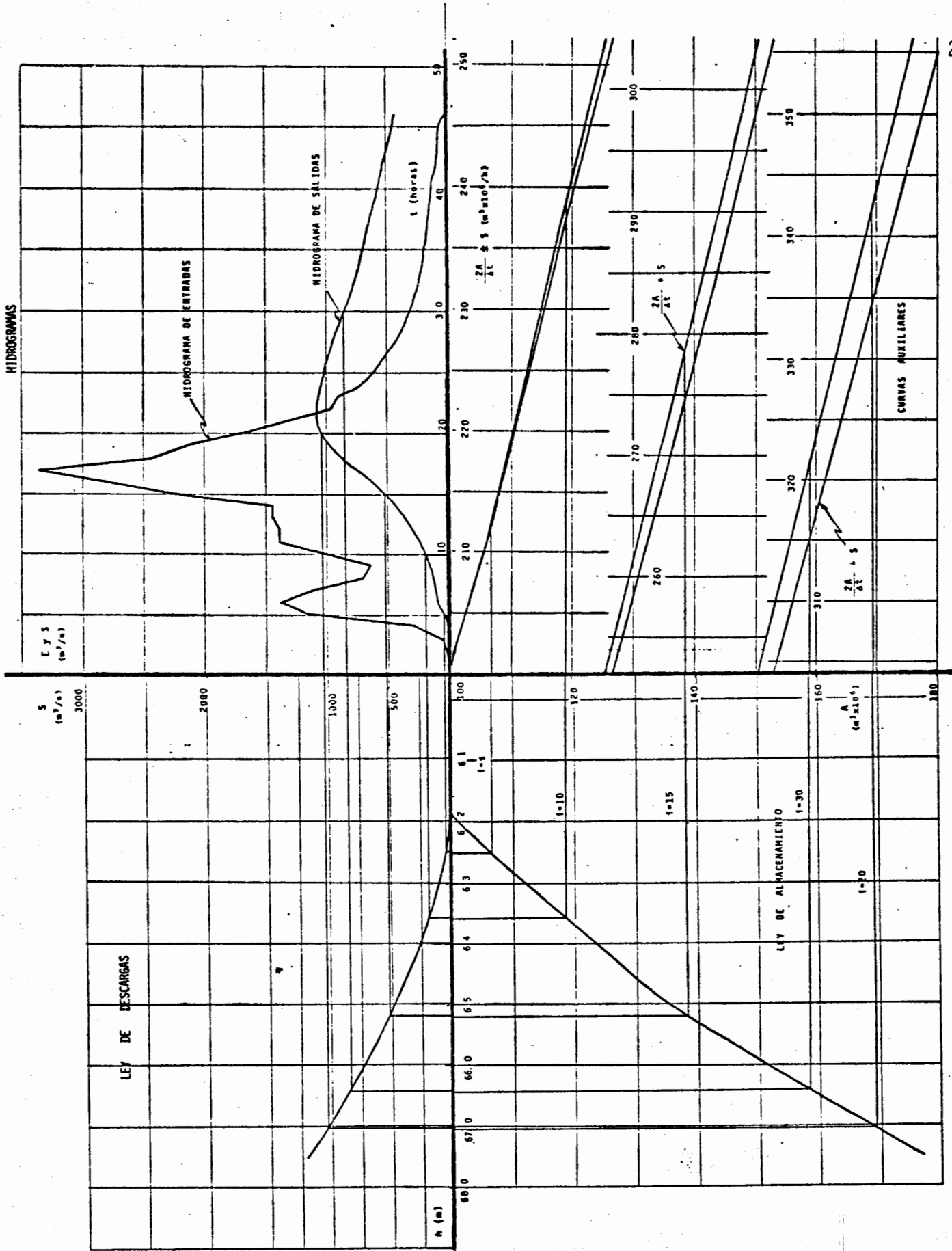


FIGURA 6

B I B L I O G R A F I A

- 1.- Linsley, Kohler y Paulus. "Hidrología para Ingenieros". Segunda Edición, -- Mc.Graw Hill.

- 2.- Viessman, W. Introduction to Hydrology. Second Edition, IEP.

La impresión se realizó en la
Unidad de Difusión de la Facultad de Ingeniería