



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Generación de vórtices anulares en flujo pulsado

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Aeroespacial

P R E S E N T A

Jorge Gutiérrez Tafoya

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Martín Salinas Vázquez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2026



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Titulación con trabajo escrito)**



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado GENERACION DE VORTICES ANULARES EN FLUJO PULSADO que presenté para obtener el título de INGENIERO AEROESPACIAL es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

JORGE GUTIERREZ TAFOYA
Número de cuenta: 318146702

Resumen

En la presente tesis se estudia la simulación numérica de vórtices anulares en flujo pulsado mediante la evolución de propiedades fundamentales como la circulación y el impulso hidrodinámico, la visualización de campos de vorticidad y el trazo de perfiles de vorticidad y presión promedio. Se empleó el lenguaje de programación Fortran 90 mediante el método de diferencias finitas en la resolución de ecuaciones de transporte. En las simulaciones realizadas se modificó la orientación de los historiales de velocidad del pistón y el tiempo de reposo entre pulsos. Con la visualización de los campos de vorticidad y el uso de isocontornos se mostró que al orientar la curva del historial a la derecha se incrementa el tamaño de la región identificada del vórtice, pero al orientarlo a la izquierda se obtienen mayores magnitudes de vorticidad. Se identificaron irregularidades en el uso del criterio de vorticidad a partir de la existencia de regiones desprendidas en la estela. Los resultados obtenidos representaron mediante gráficas de circulación los retrasos en la posición y el apareamiento de los vórtices, ambos derivados de la modificación de la orientación del historial de velocidad del pistón y del incremento del tiempo de reposo. Se observaron casos en los que se eliminó la influencia de los vórtices primarios en la presión de los vórtices secundarios, aun cuando no se realizaron comparaciones en las que el efecto sobre el impulso fuera completamente despreciado. En conjunto, los datos vistos se pueden aplicar en la propulsión de vehículos, tales como los drones submarinos; donde se pueden incorporar las contribuciones del flujo circundante en el análisis del impulso total de un cuerpo en movimiento, así como su geometría y las nociones sobre posicionamiento de regiones de baja presión.

Agradecimientos

Para dar inicio a esta tesis es necesario agradecer a diversos entes fundamentales en mi desarrollo académico y personal. Esta vida y los cinco años de licenciatura han tenido tantas dificultades como metros de altura tiene el Pico de Orizaba, pero se han vuelto aceptables gracias a la influencia de estos personajes y su calidad humana.

Para comenzar agradezco a mis progenitores, autores de mi existencia, responsables de mi creación y artífices de mi nacimiento, Laura Patricia Tafoya Ramos y José de Jesús Gutiérrez Arce. Sin ellos, yo no existiría. Les agradezco por aceptarme en su familia aún con lo quemados frente a la sociedad que los he dejado durante estos años. También le mando un saludo a mi hermano Roberto, aunque me tire de la cama y me genere ansiedad con sus alertas de sismos, igual es buen muchacho.

Agradezco a mis abuelos, los que están y ya no, José Trinidad, Sara, Eliseo y Soledad. También agradezco a mis tíos, aunque me critiquen por ver caricaturas, escuchar música fuerte, dormirme de madrugada, vestirme como vagabundo, usar manga larga y ponerle salsa de la que no pica a los tacos. Tampoco me olvido de mis primos, les mando un saludo. El azar de este mundo no podría haberme dado una mejor familia.

Hay otras personas que en estos años de licenciatura me han ayudado a mantenerme de pie y avanzando. Comienzo con los colegas del laboratorio de dinámica de fluidos computacional, por acompañarme en este viaje llamado “acabar la tesis en quince días y dos años de leer artículos y mandar simulaciones”. También considero a los amigos que conocí en la carrera, gracias por aceptarme y dejarme estar con ustedes aun cuando solo tengo como tres temas de conversación, ustedes son lo máximo. También hago mención de los instructores de Cursos FI, sí me dieron ganas de ser profesor. Tampoco me olvido de los

compañeros de kendo, practicarlos fue de lo mejor de los últimos años de carrera y perdón por no memorizarme el orden de Bokuto. Vivir la universidad es algo que jamás habría logrado solo.

Esta vida no sería la misma sin gente de confianza, personas del mismo dolor, colegas, camaradas. Han sido tantas personas a lo largo de estos años que no las puedo listar una por una, así que voy a categorizarlas por la situación en la que nos conocimos. Empiezo con los amigos que conocí en la preparatoria, ya hace falta vernos nuevamente, los tengo muy presentes en mi mente. Agradezco a mis hermanos de diferente estado de la república (y país), nadie ha entendido mejor lo importante que es hablar de cualquier cosa por la noche mientras nos torturamos con comedias románticas sabiendo que a nosotros no nos quieren (aún); ustedes, más que nadie, han comprendido mi dolor. Le mando un agradecimiento a mis camaradas de la secundaria y compañeros de vida, ustedes fueron capaces de devolverme el alma en días que tenía el cerebro tostado de tanto ver letras raras en el pizarrón. Aunque es lejano, también añado el recuerdo de algunos compañeros de primaria que me ayudaron a no sentirme tan solo en esas épocas convulsas, sé que hay quien no podrá leer esta tesis por las circunstancias que la vida nos ha dado, pero su rastro permanecerá por siempre.

Agradezco al Dr. Martín Salinas Vázquez por dar seguimiento a este trabajo asesorándome en las diferentes etapas de este proyecto y por aceptarme en sus clases y al M.I. Diego André Silva Soto por ser una persona clave en mi entendimiento de los vórtices anulares y responder todas mis dudas de forma oportuna siempre que lo necesité. La Universidad Nacional Autónoma de México, la Facultad de Ingeniería y el Instituto de Ingeniería han sido un segundo hogar que, con el apoyo de sus profesores me han transformado de una persona que dudaba de sus conocimientos a la misma persona pero que ahora sabe algo más de aviones.

Objetivo general

Estudiar numéricamente la generación de vórtices anulares pulsados y reportar el desarrollo de sus propiedades, tales como la circulación y el impulso hidrodinámico, variando el historial de velocidad del pistón usado para su generación y el tiempo de reposo entre pulso y pulso. Todo lo anterior como una primera aproximación de la influencia de los vórtices sobre un vehículo.

Objetivos específicos

1. Llevar a cabo simulaciones de vórtices anulares en flujos cíclicos con diferentes intervalos entre la formación de estructura y estructura y modificando los tiempos que conforman al historial de velocidad del pistón de generación.
2. Obtener los campos de vorticidad, la circulación y la posición longitudinal de los vórtices anulares generados como una primera aproximación a las características que tiene el flujo pulsado cuantificando su influencia en la propulsión de drones submarinos, así como visualizar los efectos del apareamiento en estas propiedades.
3. Trazar los perfiles de presión promedio para identificar regiones de baja presión durante los ciclos de generación para estudiar la influencia entre pulsos para escenarios de propulsión submarina.
4. Estudiar el flujo completo generado.

Contenido

Resumen	2
Agradecimientos.....	3
Objetivo general	5
Objetivos específicos	5
Introducción.....	7
I. Marco Teórico	9
I.I. Descripción general de los vórtices.....	9
I.II. Número de Reynolds para vórtices anulares	16
I.III. Criterios de identificación	18
II. Metodología.....	21
II.I. Método EDAC para ecuaciones de gobierno	21
II.II. Esquema numérico	22
II.III. Condiciones iniciales y de frontera.....	23
II.IV. Configuración numérica.....	27
II.V. Particularidades de las simulaciones.....	28
III. Validación.....	30
IV. Resultados	31
IV.I. Visualización general.....	31
IV.II. Vorticidad promedio e ilustración de una interacción.....	34
IV.III. Perfiles de presión promedio	36
IV.IV. Desplazamiento de los vórtices.....	38
IV.V. Circulación y presión de vórtices primarios	40
IV.VI. Impulso de vórtices	42
V. Conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros.....	44
Referencias	46

Introducción

Wu et al. [1] definen a los vórtices como un estado de movimiento de fluidos caracterizado por su tendencia a la rotación. Dicha tendencia se expresa mediante la vorticidad y establece al vórtice como una región conexas con una alta concentración de tal propiedad en contraste con su entorno. Sadrehaghghi [2] presenta ejemplos de vórtices en los desagües, en la salida de hélices o en el nado de cuerpos adyacentes. En la aeronáutica son estructuras que se manifiestan en el tren de aterrizaje desplegado durante vuelo, o de acuerdo con los ejemplos de Seddon [3], en los bordes de salida de las alas de los aviones o en la aerodinámica de las alas de helicópteros.

Los vórtices anulares son una forma particular de vórtices en la que el fluido se enrolla al ser expulsado a través de un orificio dotándole de una geometría toroidal [4]. Esta estructura es muy común en la naturaleza y su estudio se ha centrado en su generación, formación y evolución [5].

Es posible encontrar vórtices anulares en la expulsión de gases en los volcanes, en la salida de los tubos de escape de vehículos, en la descarga de sangre en dirección del ventrículo izquierdo del corazón [5] o en la inyección de combustible en motores de combustión interna [6].

Los vórtices anulares han sido observados en la propulsión de animales acuáticos, como pueden ser algunos tipos de medusas. Anderson y Grosenbaugh [7] estudiaron este fenómeno para la especie *Loligo pealei* imitando este efecto en chorros generados por arreglos cilindro-pistón. Zhu y Xiao [8] han reportado la física de la propulsión inspirada en medusas, donde han explorado el trabajo en robots nadadores de Krieg y Mohseni [9], Giorgio-Serchi et al. [10], Christianson et al. [11], entre otros.

De acuerdo con Krueger et al. [12], para la propulsión submarina el estudio adquiere un enfoque en el impulso total, el cual además de considerar los efectos del impulso

hidrodinámico del vórtice anular en el proceso de formación, añade las contribuciones del fluido circundante y del fluido en movimiento que lo envuelve. En tales regiones se considera el efecto de un “over-pressure” en el plano de salida del orificio. Athaniassidis y Hart [13], por ejemplo, incorporaron al análisis de ciertas configuraciones de propulsores distintas ideas de posicionamiento mediante las frecuencias de los pulsos y de los vórtices anulares al generarse bajo las condiciones adecuadas.

Para la identificación de vórtices anulares existen diversos criterios que permiten la delimitación de áreas sobre las que se pueden estudiar sus propiedades. Estos han buscado ser independientes de las propiedades de los fluidos, acercarse más a las características cinemáticas y tratado de separarse del uso de límites arbitrarios [14].

I. Marco Teórico

En este capítulo se abordarán las principales características de los vórtices anulares, detallando aspectos desde su formación, el modelado de sus propiedades físicas mediante ecuaciones, algunos de los criterios de identificación y su clasificación.

I.I. Descripción general de los vórtices

I.I.I. Definición

Akhmetov [4] define a los vórtices anulares como porciones de fluido con movimiento en remolino en forma de superficie de revolución en circunferencia o directamente toroidal. Estos se encuentran sumergidos en un medio que les permite desplazarse. En la figura 1 se muestran ejemplos donde se cumplen las características que propician la formación de estas estructuras, siendo en a) para la salida de fluido en un cilindro mediante un gas y b) en la propulsión submarina de una especie de medusa.

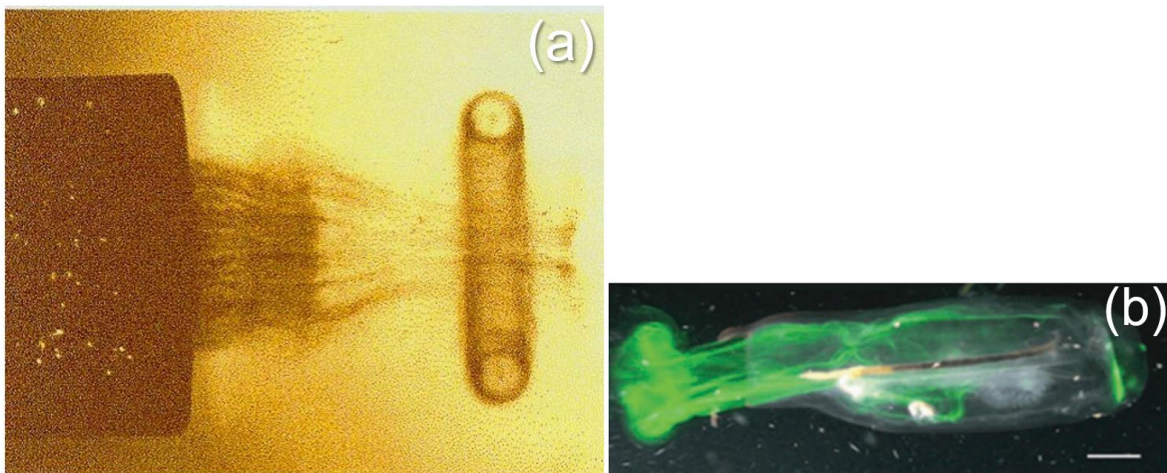


Figura 1: Vórtices anulares en a) la salida de un arma, Lyon y Kenneth [15] y b) en la propulsión de una medusa *C. affinis solitary*, Sutherland y Madin [16].

El fluido en forma de vórtice anular se desplaza conservando una simetría alrededor de un eje. Sobre él se define un vector de vorticidad calculado mediante el rotacional de la velocidad que tiene la dirección del eje circular de la geometría toroidal. Además, se debe considerar al volumen de fluido que rodea al anillo y se conoce como fluido circundante, a través del cual circulan las líneas de flujo que rodean al núcleo toroidal. Estas características se representan en la figura 2.

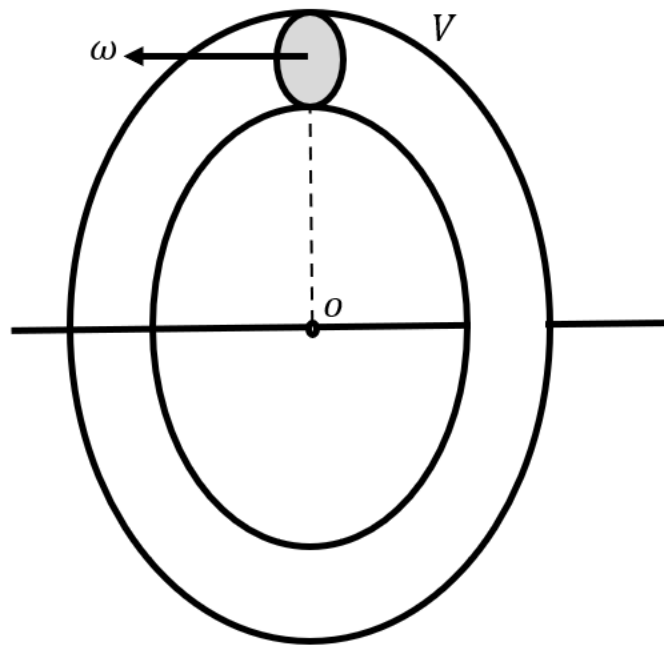


Figura 2: Representación de un vórtice anular, su simetría, vorticidad y volumen circundante.

Según su formación y características, hay dos tipos de vórtices anulares. El primero se trata de los anillos flotantes, donde un volumen compacto de fluido ligero se sostiene flotando en un medio de alta densidad. El segundo son los vórtices anulares de pulso, los cuales se originan cuando se dota de momentum a una porción compacta de fluido. Estos comúnmente son generados al empujar un fluido desde un orificio circular en una pared plana o por el borde de un tubo circular.

Una forma común de lograr el proceso de generación, descrita por Gharib et al. [5] es mediante sistemas de cilindro-pistón para empujar volúmenes de fluido. Al ser

expulsado a través de un orificio se propicia una separación de capa límite causando un enrollamiento.

Para generar vórtices anulares se puede disponer de sistemas cilindro-pistón con la capacidad de empujar volúmenes de fluido a través de un orificio. Al ser expulsado se genera una separación de la capa límite y un enrollamiento.

I.1.II. Proceso de generación

A continuación, se explica a detalle el proceso de generación que describe Akhmetov [4] y que se muestra en la figura 3:

- En 1 se inicia la descarga del chorro sumergido una velocidad constante por un tiempo determinado tomando como punto de partida el orificio del tubo cilíndrico de diámetro relevante D_0 .
- En 2 se observa que tras la salida del chorro del tubo a través del orificio se genera el enrollamiento, provocando la forma espiral toroidal y dando origen al núcleo de vórtice anular. El movimiento del chorro provoca que el vórtice avance alejándose del borde del orificio.
- El borde de la cabeza del vórtice, establecido por su fluido circundante, delimita la porción de fluido que originalmente estaba en el tubo previamente a la generación. Durante la mayoría del tiempo de descarga del chorro la velocidad de movimiento del vórtice será la mitad de la velocidad del chorro.
- El chorro se mantiene alimentando al vórtice y conserva una forma cilíndrica en camino a la entrada del vórtice, como se puede ver de 3 a 7. El centro del vórtice se forma desde la capa de mezcla en el límite lateral del chorro y es enrollada en espiral en su entrada, arrastrando una porción de fluido que rodea al vórtice hacia él.
- La descarga del chorro termina al mismo tiempo que el borde de salida del chorro, coincidiendo con la sección de salida del tubo. El vórtice se fortalece

con el fluido de la estela del chorro localizada entre la salida y la posición del vórtice, como se observa de 8 en adelante.

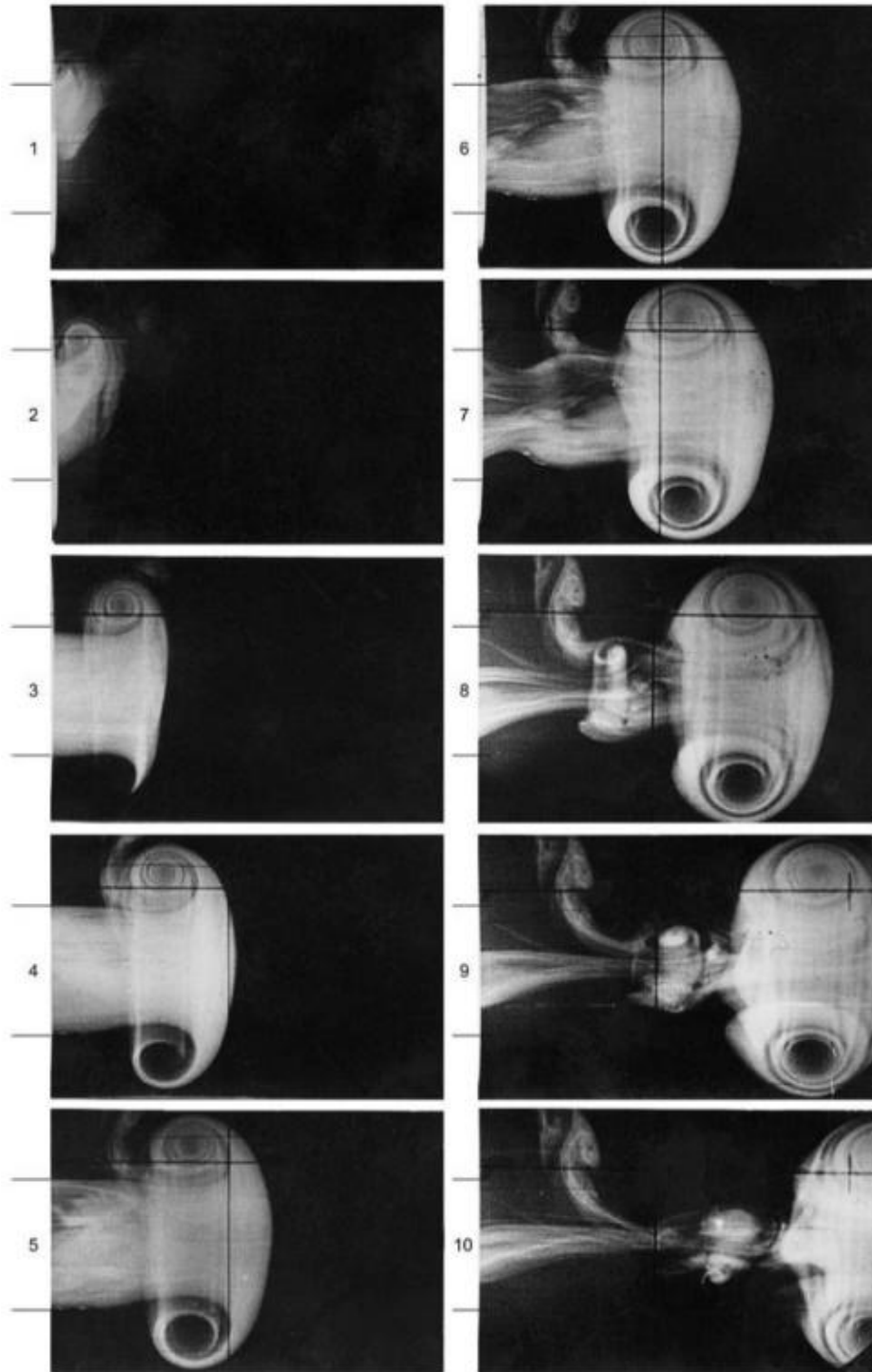


Figura 3: Etapas de generación de un vórtice anular. Akhmetov [4].

I.1.III. Número de formación

Cuando se genera un vórtice este es acompañado por una estela de fluido, cuyo comportamiento está descrito por la relación teórica L/D , la cual relaciona la longitud del pistón y su diámetro. Gharib [5] encontró que su punto de transición se encuentra en 4, conocido como “número de formación”. Como se puede ver en la figura 4, en valores superiores al número de formación se generará un vórtice simple (a), mientras que en valores inferiores se obtendrá un vórtice acompañado por una estela de fluido (c).

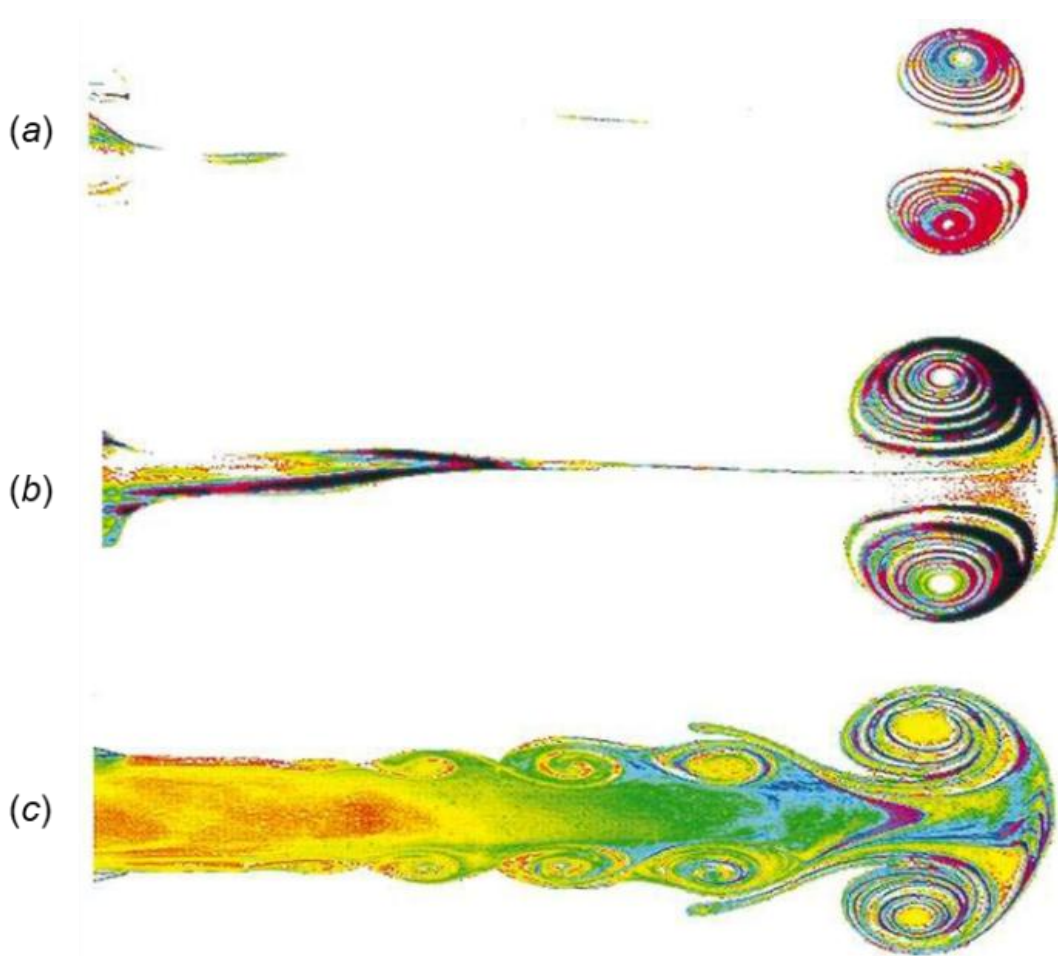


Figura 4: Visualización de vórtices anulares para (a) $L/D = 2$, (b) $L/D = 3.8$ y (c) $L/D = 14.5$. Gharib et al. [5].

I.I.IV. Propiedades de los vórtices anulares

Para caracterizar la rotación de los elementos del fluido se utiliza la vorticidad. Esta se define de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}. \quad (I.1)$$

La ecuación (I.1) representa el producto cruz del operador nabla ∇ con el campo de velocidad del vórtice \mathbf{u} , lo que también puede entenderse como su rotacional.

La circulación se define como la integral de contorno del campo de velocidad a lo largo de una curva.

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l}. \quad (I.2)$$

Al tratarse de una curva cerrada, se aplica el teorema de Stokes, con el que se obtiene que la circulación será el flujo de vorticidad a través de una superficie delimitada por dicha curva. Para aproximarse más al sistema trabajado con la malla, se dejará en términos del diferencial de área:

$$\Gamma = \iint_A \boldsymbol{\omega} \cdot d\mathbf{A}. \quad (I.3)$$

Se define a la energía cinética como la energía de movimiento del fluido en el interior del vórtice. Para calcular la energía cinética de un fluido, Akhmetov [4] simplifica su definición de la siguiente forma:

$$E = \pi \rho \iint_A \psi \boldsymbol{\omega} \cdot d\mathbf{A}, \quad (I.4)$$

donde ψ es la función de corriente de Stokes. Sin embargo, la forma de calcular esta propiedad de manera dependiente de la velocidad del flujo y la distribución de la vorticidad es:

$$E = \pi \int_A (u^2 + v^2) \boldsymbol{\omega} \cdot d\mathbf{A}. \quad (I.5)$$

Lamb [17] planteó la existencia de una distribución de fuerzas impulsivas por unidad de masa con la capacidad de generar movimiento instantáneo desde el reposo. En este contexto definió al impulso de vórtice como el impulso de fuerzas externas necesarias de aplicar al fluido para generar determinado movimiento a partir del reposo.

Considerando que la vorticidad para coordenadas cilíndricas es una función de variable escalar en la forma $\omega = \omega(0,0,\omega)$, utilizando ecuaciones como la propuesta por Gharib et. al. [5] ajustando a un diferencial de área se tiene:

$$I = \pi\rho \iint_A \omega r^2 dA. \quad (I.6)$$

La helicidad de los vórtices anulares constituye una propiedad que cuantifica el grado de torsión de las líneas de corriente en su interior. Para su cálculo se puede disponer de la siguiente expresión:

$$H = \int_V \mathbf{u} \cdot (\omega \times \mathbf{u}) dV. \quad (I.7)$$

El momento angular para un vórtice anular es descrito por Palacios [18] mediante la siguiente expresión:

$$M = -\frac{1}{2}\rho \int r^2 \omega dV. \quad (I.8)$$

Si el vórtice no tiene velocidad azimutal, la helicidad H y el momento angular M son cero.

Con el objetivo de identificar el centro del vórtice y con este su posición a través del dominio computacional se utilizó un criterio de mayor curvatura mediante la formulación propuesta por Braun [19] y utilizada en el fenómeno de vórtices anulares por Palacios y Zenit [20]:

$$k(t) = \frac{|\mathbf{u} \times \partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \times [\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}]|}{|\mathbf{u}|^3}, \quad (I.9)$$

donde u representa al campo de velocidad y ∂_t es la derivada parcial con respecto al tiempo.

I.II. Número de Reynolds para vórtices anulares

El número de Reynolds representa la relación entre fuerzas inerciales y viscosas en un fluido. Está clásicamente definido como:

$$Re = \frac{U_c L_c}{\nu}, \quad (I.10)$$

donde L_c es una longitud característica, ν es la viscosidad cinemática y U_c la velocidad característica.

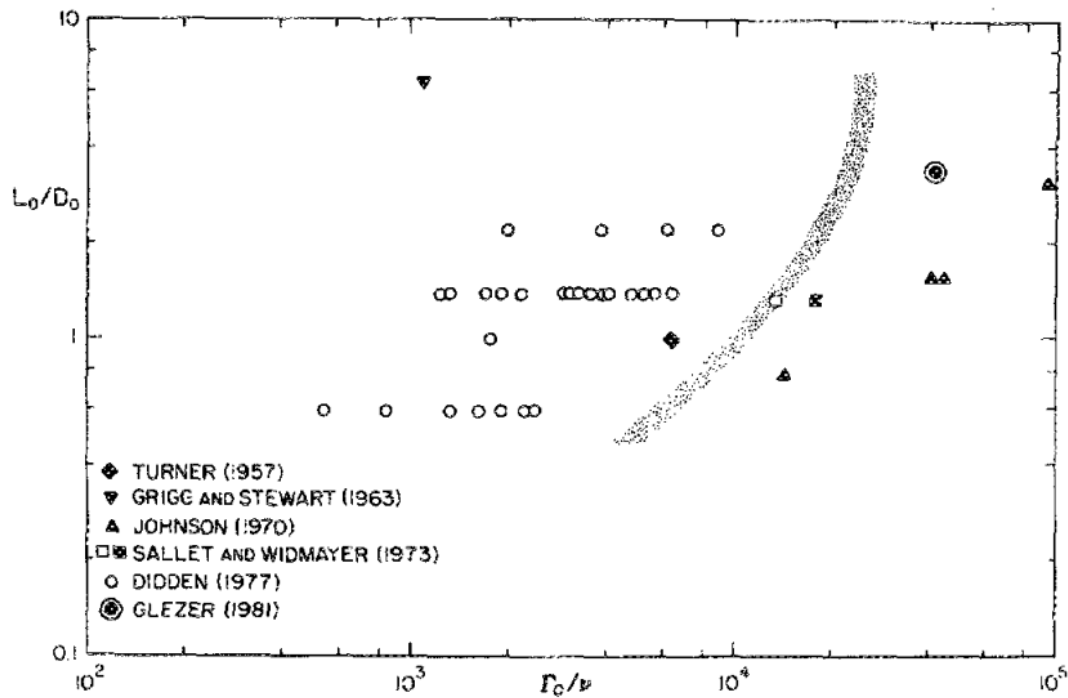


Figura 5: Mapa de transición de condiciones de flujo para vórtices anulares. Glezer [21].

De acuerdo con Glezer [21], es posible obtener una versión modificada del número de Reynolds que considera al valor máximo de circulación Γ_0 (obtenido con la

ecuación (I.2)) que sirve como parámetro de identificación del comportamiento de un vórtice anular. Esta se expresa en la ecuación siguiente:

$$Re_{\Gamma} = \frac{\Gamma_0}{\nu}, \quad (I.11)$$

y es utilizada en conjunto con la relación L_0/D_0 durante su ciclo de vida completo, incluyendo la formación mediante el mapa de transición de la figura 5.

Las diferencias entre los vórtices generados en condiciones laminares y turbulentas se pueden apreciar en la figura 6. Mientras que el vórtice laminar observado en la figura 6a muestra un rastro fino y una definición clara de la región del anillo, el caso turbulento observado en la figura 6b tiene una estela trasera mucho más gruesa asemejándose a un chorro continuo y una región de anillo con una delimitación menos definida.

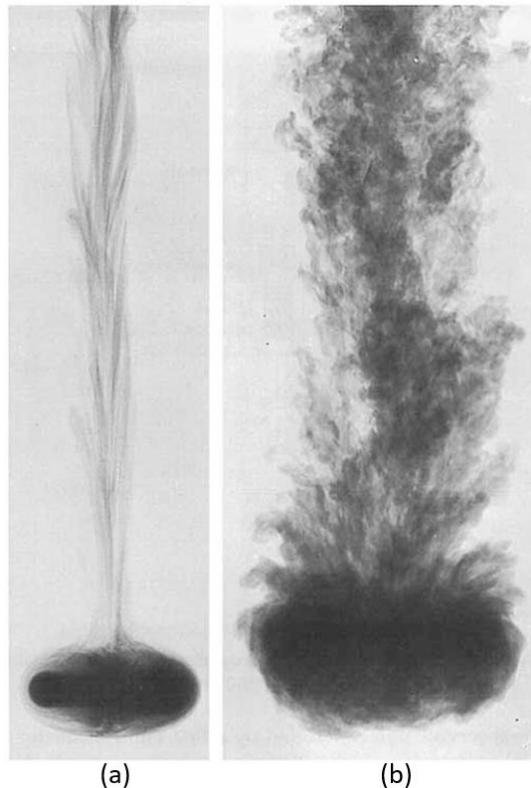


Figura 6: Fotografías con tinta del flujo de vórtices anulares en estado a) laminar con $Re = 7500$ y b) turbulento con $Re = 27000$. Glezer [21].

I.III. Criterios de identificación

I.III.I Generalidades de los criterios

Epps [14] recopila algunas de las características esperables de los criterios de identificación a partir de las descripciones de diferentes autores, afirmando que estos deben cumplir con:

- Identificar la misma región con cualquier marco de referencia de traslación y/o rotación.
- Ser válida para flujo compresible.
- Ser un criterio completamente cinemático, evitando que dependa de propiedades del fluido.
- Que todas las partes del vórtice tengan vorticidad diferente de cero.
- Eliminar la vorticidad debida a flujo cortante.
- Identificar el eje y orientación del remolino.
- Tolerar la evaluación ante datos de velocidad imperfectos.
- Evitar utilizar límites arbitrarios.
- Asegurar que hay un movimiento coherente de las partículas del material, permaneciendo estas mayormente juntas.

I.III.II Criterio de vorticidad

De forma cualitativa se puede afirmar que un vórtice es una región conexas de fluido con una alta concentración de vorticidad en comparación con su entorno. Es por eso que para el criterio de vorticidad se establece un valor umbral que debe ser superado para lograr la identificación:

$$|\omega| > \omega_{umbral}. \quad (I.12)$$

Aunque esta propiedad ha sido utilizada para determinar estructuras coherentes y representar núcleos de vórtices, tiene contradicciones con algunas de las características listadas anteriormente. Ha fallado en el análisis con flujos de cortante

libre y se apoya en un valor arbitrario, por lo que las fronteras del núcleo del vórtice son ambiguas. Si el núcleo está incrustado en el fluido circundante y existe un cortante equiparable a la vorticidad dentro del núcleo entonces la vorticidad máxima se podría localizar incluso fuera de este, causando una identificación incorrecta (Jeong y Hussain [22]).

I.III.III. Criterio Q

El criterio Q fue propuesto por Hunt et al. [23] y se sustenta en lo siguiente:

- i) $Q > Q_{umbral}$
- ii) La presión tiende al mínimo en algún punto de la zona.

Nominalmente se considera que $Q_{umbral} = 0$, por lo que se requiere de la segunda condición al $Q > 0$ al no garantizar un mínimo de presión dentro de la región. En este criterio se asume un flujo incompresible y se establece a Q como:

$$Q = \frac{1}{2} (|\boldsymbol{\Omega}|^2 - |\boldsymbol{S}|^2). \quad (I.13)$$

La condición $Q > 0$ establece al vórtice como una región en la que hay más rotación que estiramiento.

I.III.IV Criterio λ_2

Este criterio fue propuesto por Jeong y Hussain [22] se apoya de la existencia de un mínimo de presión a través del núcleo del vórtice encontrando una presión mínima sin ser causada por efectos de deformación inestables y efectos viscosos. Para estos fines obtuvieron una ecuación de transporte para la variación del tensor de deformación:

$$\frac{D\boldsymbol{S}}{Dt} - \nu \nabla^2 \boldsymbol{S} + \boldsymbol{S}^2 + \boldsymbol{\Omega}^2 = -\frac{1}{\rho} \nabla(\nabla p), \quad (I.14)$$

que puede simplificar a:

$$\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2 \approx -\frac{1}{\rho} \nabla(\nabla p). \quad (I.15)$$

En la ecuación simplificada, λ_2 es el segundo mayor valor característico de $\mathbf{\Omega}^2 + \mathbf{S}^2$ y al ser negativo (Jeong y Hussain [22]), se puede hacer una traducción a la siguiente condición:

$$\lambda_2 < 0. \quad (I.16)$$

II. Metodología

En este capítulo se detallarán las ecuaciones principales que gobiernan al fenómeno, así como los métodos numéricos utilizados para resolverlas. Además, se mostrarán las condiciones iniciales y de frontera dispuestas en los diferentes casos, así como las características de la malla y los historiales de velocidad del pistón de generación.

II.I. Método EDAC para ecuaciones de gobierno

Para el estudio del comportamiento numérico del método de compresibilidad artificial entrópicamente amortiguado (EDAC, Entropically Damped Artificial Compressibility), se utilizaron las técnicas de compresibilidad artificial y lattice-Boltzmann en la forma que propone Clausen [24] reformulando las ecuaciones de gobierno como:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = S, \quad (II.1)$$

donde $U = (p, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3)^T$ es un vector con las variables de solución y $S = (0,0,0,0)^T$ es un vector que contiene a los términos fuente, anulándose al no haber fuerzas de cuerpo. Para $i \in (1,2,3)$ y considerando una viscosidad $\mu = 1.0$ al tratarse de un fluido newtoniano y $\beta = 0.2$, el vector de flujo F_i queda definido de la siguiente forma:

$$F_i = \begin{bmatrix} \rho u_i + \frac{1}{\beta^2} \rho u_i - \frac{\eta}{Re} \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ \rho u_i + \frac{1}{\beta^2} \rho u_i - \frac{\eta}{Re} D_{i1} \\ \rho u_i + \frac{1}{\beta^2} \rho u_i - \frac{\eta}{Re} D_{i2} \\ \rho u_i + \frac{1}{\beta^2} \rho u_i - \frac{\eta}{Re} D_{i3} \end{bmatrix}, \quad (II.2)$$

donde ρ es la densidad, p es la presión. El tensor de velocidad de deformación para un flujo incompresible en donde x_i representa las componentes espaciales y u_i las componentes de velocidad, tendrá la forma que se representa a continuación:

$$D_{ij} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (II.3)$$

II.II. Esquema numérico

Se utilizó un esquema compacto de diferencias finitas de 6to orden para discretizar las ecuaciones espacialmente a través de las derivadas internas para el cálculo de flujos. Para aplicar el método numérico se partió de la aproximación propuesta por Lele [25] con la forma:

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6h} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h} + a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}. \quad (II.4)$$

Para obtener las relaciones entre los coeficientes faltantes se vincularon los coeficientes de la expansión en series de Taylor de diferentes órdenes, concluyendo que tienen los siguientes valores:

$$\alpha = \frac{1}{3}, \quad \beta = 0,$$

$$a = \frac{14}{9}, \quad b = \frac{1}{9}, \quad c = 0.$$

Para la discretización temporal se utilizó el método TVD-RK3 (Total Variation Diminishing Runge-Kutta de 3er orden), descrito por Gottlieb y Shu [26] para ecuaciones de conservación hiperbólicas con discretización espacial de la forma en que lo muestran las siguientes ecuaciones:

$$u^{(1)} = u^n + \Delta t L(u^n), \quad (II.5)$$

$$u^{(2)} = \frac{3}{4}u^n + \frac{1}{4}u^{(1)} + \frac{1}{4}\Delta t L(u^{(1)}), \quad (II.6)$$

$$u^{n+1} = \frac{1}{3}u^n + \frac{2}{3}u^{(2)} + \frac{2}{3}\Delta t L(u^{(2)}), \quad (II.7)$$

donde se utilizó un valor de CFL $c = 1$.

II.III. Condiciones iniciales y de frontera

Las condiciones iniciales y de frontera se resumen en la figura 7. Se iniciaron los nodos del dominio en un estado de reposo con vectores de velocidad $\bar{u} = (0,0,0)$ y presión inicial $p_0 = p_{ref}$. En la salida se obtuvieron los datos de velocidad, presión y temperatura para 37 instantes de tiempo con intervalos de 0.5 entre cada uno.

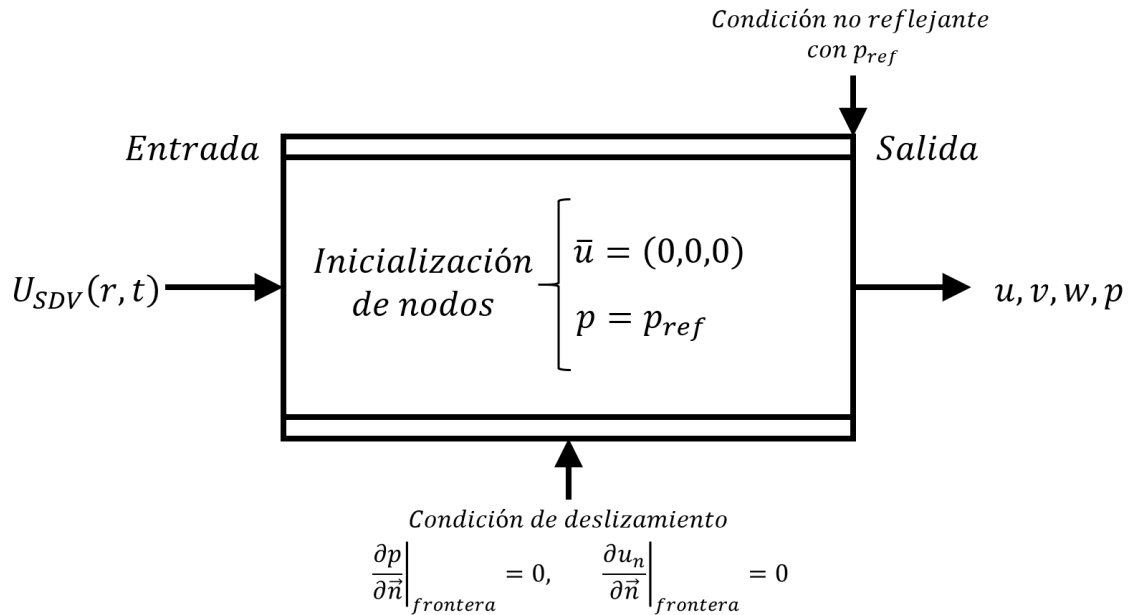


Figura 7: Condiciones iniciales y de frontera de la simulación.

Para la determinación de condiciones de frontera se utilizó la metodología propuesta por Poinso y Lele [27] para las simulaciones de flujos viscosos compresibles utilizando las relaciones de onda características a través de las fronteras, obtenida a partir de las ecuaciones de Euler y generalizada a las ecuaciones de Navier-

Stokes, conocida como el método NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions).

Dado que los casos analizados corresponden a configuraciones sin confinamiento, se utilizó una condición de presión $\partial p / \partial \vec{n}|_{frontera} = 0$ y una condición de deslizamiento para la velocidad $\partial u_n / \partial \vec{n}|_{frontera} = 0$ en las 4 paredes laterales. A la salida del dominio se impuso una condición no reflejante para la presión de referencia.

En la entrada se prescribió la velocidad usando un modelo de velocidad de descarga específica (SDV) en la dirección X, mientras que en las direcciones restantes fue nula. Este modelo fue propuesto por Danaila [28] en la generación de vórtices anulares laminares y se presenta en la ecuación (II. 8):

$$U_{SDV}(r, t) = U_{CL}(t)U_p(t)U_b(r, t), \quad (II. 8)$$

donde $U_p(t)$ es el historial de velocidad del pistón, $U_{CL}(t)$ la velocidad de línea central y $U_b(r, t)$ añade la dependencia radial:

Para el historial de velocidad del pistón $U_p(t)$ se utilizó el modelo de Zhao [29], que hereda características del historial de inyección de Stewart [30] en simulaciones con vórtices anulares confinados:

$$U_p(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\pi \frac{t}{t_1} \right) \right], & t \leq t_1 \\ \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\pi \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} \right) \right], & t_1 < t \leq t_2 \end{cases}. \quad (II. 9)$$

Para introducir el ciclado a la función de movimiento del pistón se creó una nueva variable de periodo total. Usando la función $MOD()$ con el tiempo instantáneo y el periodo total como argumentos, se segmentó el tiempo en ciclos de repetición constante. En las figuras 8 y 9 se ilustran los historiales de velocidad utilizados, variando la simetría de la onda y el tiempo de reposo respectivamente.

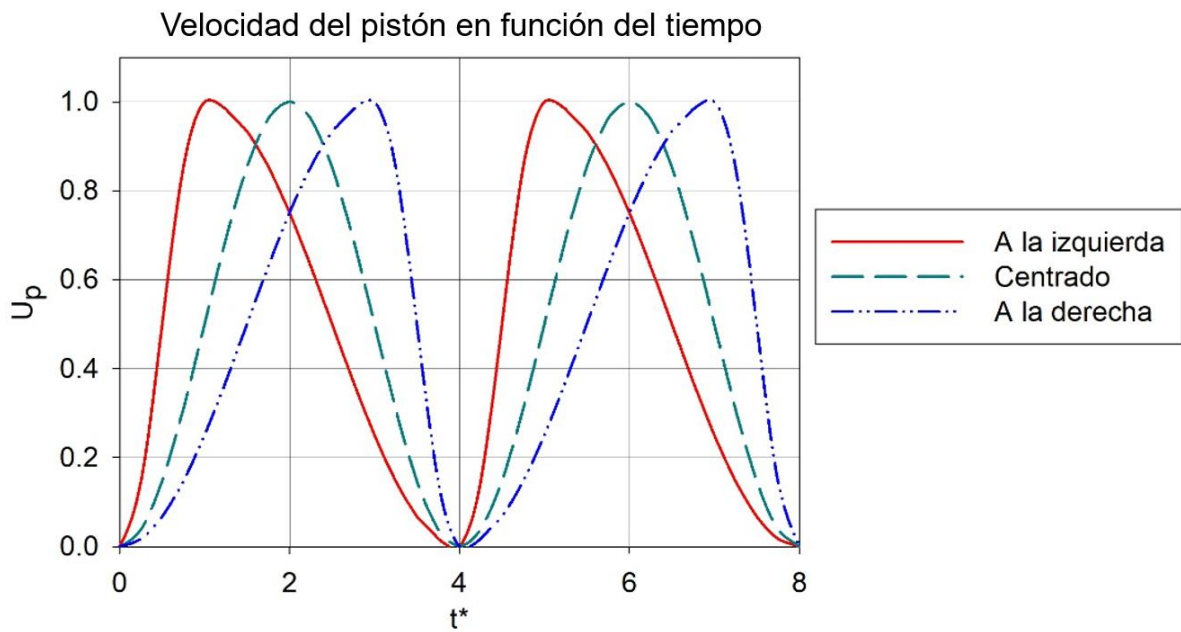


Figura 8: Orientaciones de los historiales de velocidad del pistón utilizados para tiempos de reposo nulos.



Figura 9: Historiales de velocidad del pistón centrados con tiempos de reposo extremos.

En la tabla 1 se resumen los tiempos utilizados en cada tipo de historial. Estas denominaciones serán utilizadas para describir los casos correspondientes en los resultados.

Tabla 1: Tiempos para las orientaciones de historiales de velocidad del pistón

Orientación del historial	t_1	t_2
A la izquierda	1.0	4.0
Centrado	2.0	4.0
A la derecha	3.0	4.0

La velocidad en la línea central se calcula a partir el modelo de capa límite corregido propuesto por Dabiri y Gharib [31], utilizando la ecuación siguiente:

$$U_{CL}(t) = U_0 \left(1 + \frac{8}{\sqrt{\pi Re}} \sqrt{t} \right), \quad (II.10)$$

para el que se considera $U_0 = 1.0$.

Para describir la dependencia radial del historial de velocidad se dispone de la ecuación de Michalke [32]:

$$U_b(r, t) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \tanh \left[\frac{1}{4\Theta(t)} \left(1 - \frac{r}{R_{jet}(t)} \right) \right] \right\}, \quad (II.11)$$

donde Θ es el espesor de la capa límite y R_{jet} es el radio del chorro, ambos dependientes del tiempo y expresados como sigue:

$$\Theta(t) = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{\pi}} B(t), \quad (II.12)$$

$$R_{jet}(t) = \frac{1}{2} - 0.477B(t), \quad (II.13)$$

donde $B(t)$ se define de la siguiente forma:

$$B(t) = \frac{2\sqrt{t}}{\sqrt{Re}}. \quad (II.14)$$

II.IV. Configuración numérica

La configuración realizada responde a la necesidad de simular diferentes casos de generación de vórtices anulares en flujo pulsado al inyectar un fluido a través de un orificio con diámetro D_0 ayudado por un pistón cuyo historial de velocidad se describe por $U_p(t)$.

Para generar los vórtices se normalizaron los parámetros de la curva de SDV mediante D_0 como escala de longitud y U_{mean} como escala de velocidad:

$$U_{mean} = \frac{1}{t} \int_0^t U_p(t) dt. \quad (II.15)$$

Para efectuar las simulaciones se estableció un marco ortogonal cartesiano y se definió un dominio computacional limitado las longitudes $L_x \times L_y \times L_z$ que se representan en la figura 10.

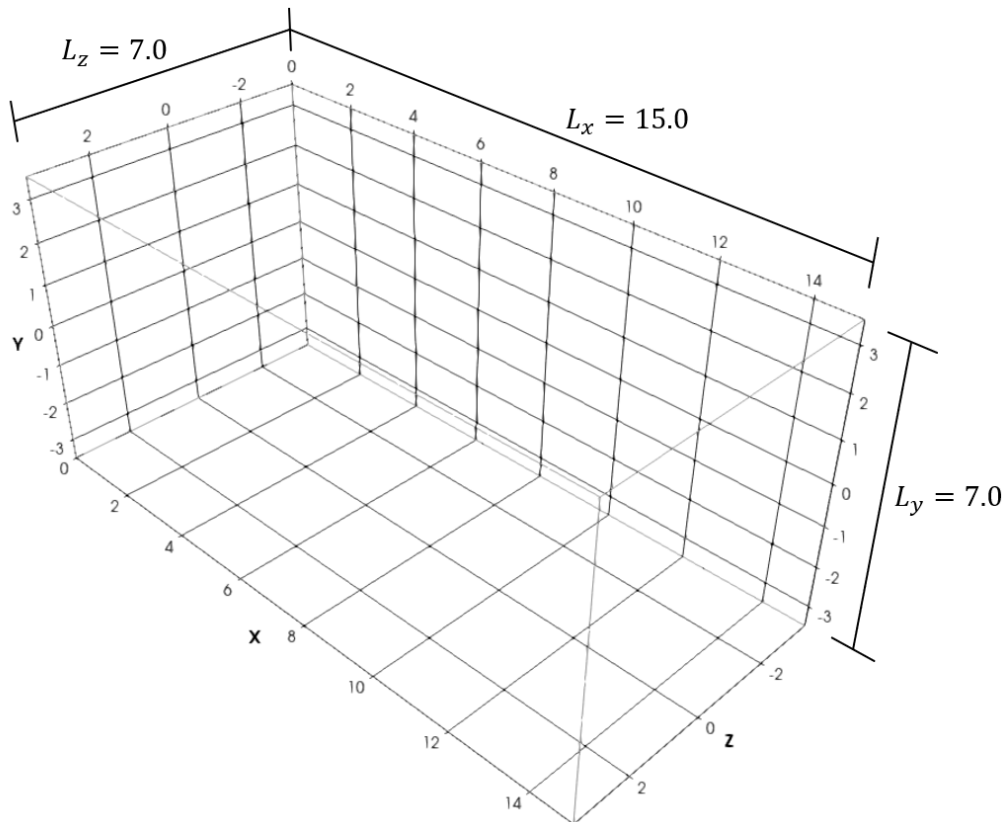


Figura 10: Dominio computacional en representación cartesiana.

La malla utilizada tiene forma de prisma rectangular con dimensiones de $15.0 \times 7.0 \times 7.0$. Al tratarse de un caso sin confinamiento se optó por incrementar la resolución en la región de entrada y se utilizó una distribución uniforme en la dirección X.

Se llevó a cabo un análisis de independencia de malla conservando las mismas dimensiones en todos los casos, modificando únicamente el número de nodos en el plano definido por los ejes Y y Z utilizando la vorticidad máxima como propiedad de interés para analizar su variación entre diferentes mallas. Los resultados se resumen en la tabla 2.

Tabla 2: Análisis de independencia de malla

$N_x \times N_y \times N_z$	$\omega_{\text{máx}}$	% de variación
$283 \times 147 \times 147$	8.36	0.48%
$283 \times 123 \times 123$	8.32	0.84%
$283 \times 103 \times 103$	8.25	- -

Aun cuando la variación entre las vorticidades máximas no excedió ni siquiera el 1% en ninguno de los casos, se optó por la malla de $283 \times 147 \times 147$ nodos para efectuar las simulaciones al tener el menor porcentaje de variación promedio, permitiendo concluir que el análisis es adecuado.

II.V. Particularidades de las simulaciones

II.V.I Lista de casos simulados

En la tabla 3 se listan los principales casos simulados, contando estos con los tres tipos de historial de velocidad del pistón y tres tiempos de reposo para historiales centrados. Todos estos utilizaron la siguiente relación de longitud característica por diámetro con base en el número de formación planteado por Gharib et al. [5]:

$$\frac{L}{D_0} = 2. \quad (II.16)$$

Tabla 3: Lista de casos utilizados.

Caso	Orientación del historial	t_{rep}^*	Re
1	A la izquierda	0.0	2000.0
2	Centrado	0.0	2000.0
3	A la derecha	0.0	2000.0
4	Centrado	1.0	2000.0
5	Centrado	2.0	2000.0

II.V.II. Adimensionalización de variables

A continuación, se resumen las adimensionalizaciones utilizadas para las principales propiedades que se reportarán en la sección de resultados:

$$x^* = \frac{x}{D_0}, \quad (II.17)$$

$$y^* = \frac{y}{D_0}, \quad (II.18)$$

$$I^* = \frac{I}{\rho D_0^2 U_0}, \quad (II.19)$$

$$p^* = \frac{p}{p_{ref}}, \quad (II.20)$$

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{U_0 D_0}, \quad (II.21)$$

$$t^* = \frac{t U_0}{D_0}. \quad (II.22)$$

En las ecuaciones anteriores se usaron como referencia el diámetro del cilindro del pistón $D_0 = 1.0$, la velocidad $U_0 = 1.0$, la presión $p_{ref} = 1.0$ y la densidad $\rho = 1.0$.

III. Validación

En este capítulo se justificará el uso del código para las simulaciones contrastando la información con experimentos reales demostrando su viabilidad.

Para comprobar que el código utilizado proporciona a los resultados una precisión asociada a mediciones reales, se han utilizado como referencia los datos experimentales del trabajo realizado por Stewart et al. [30] para la evolución de la circulación considerando $Re = 1750$, $L/D_0 = 1.2$ y un ambiente sin confinamiento. La figura 11 permite comparar los datos experimentales y los simulados en las condiciones mencionadas. Calculando el porcentaje de error absoluto promedio contrastando los datos experimentales con los simulados se obtuvo un 8.4%, el cual representa una diferencia aceptable.

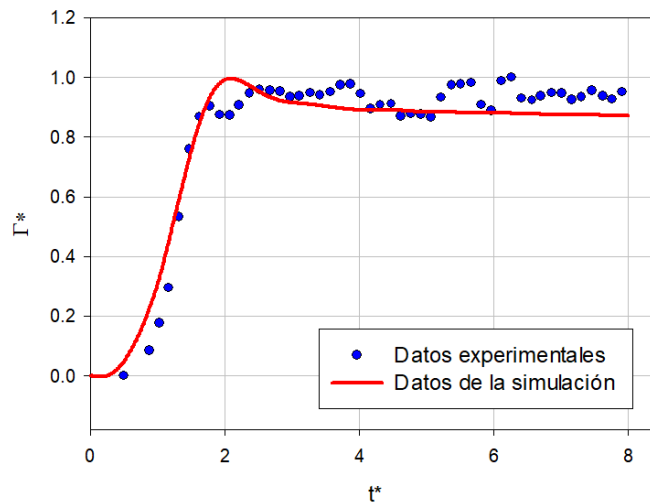


Figura 11: Circulación de un vórtice simulada y experimental.

Cualitativamente las gráficas de la figura 11 muestran un comportamiento similar, faltando a la experimental el pequeño pico previo a la estabilización y un menor decrecimiento en tiempos avanzados. Esta validación permitió efectuar con seguridad las diferentes simulaciones, cuyos datos de salida procesados se plasmaron en la sección de resultados.

IV. Resultados

En este capítulo se presentarán los resultados obtenidos de las simulaciones efectuadas para orientar múltiples observaciones sobre el fenómeno de estudio, usando propiedades como la vorticidad, la presión, la circulación y el impulso.

IV.I. Visualización general

En la figura 12 se observan los vórtices generados en las tres dimensiones del dominio computacional identificados mediante el criterio Q (ecuación 1.12).

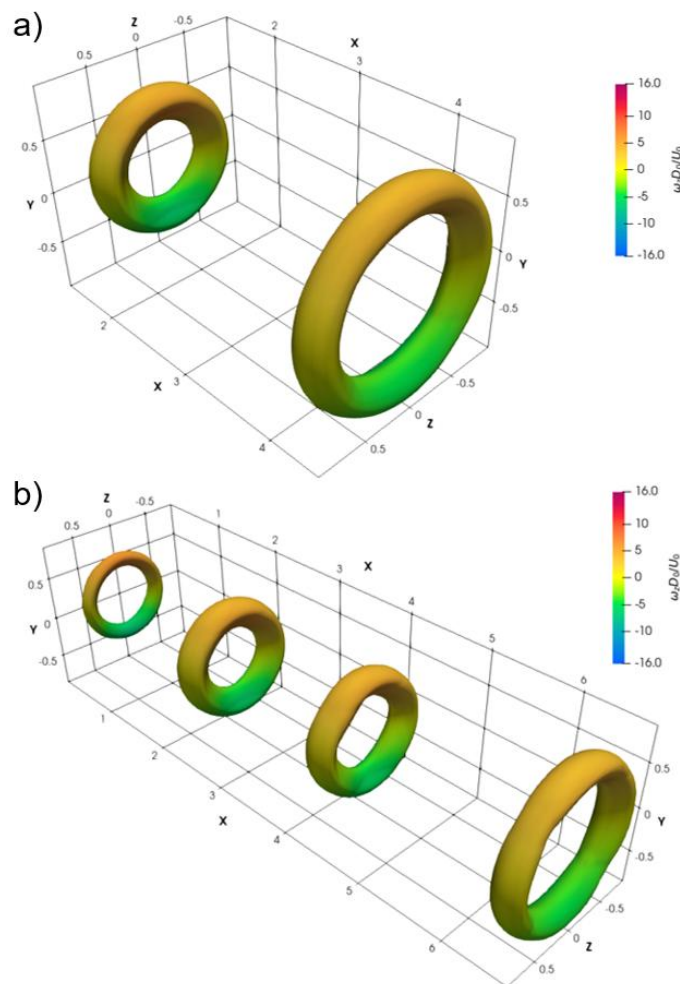


Figura 12: Visualización tridimensional del caso 1 para a) $t^* = 25$ y b) $t^* = 35$.

Los vórtices se pueden observar a la perfección en la representación de la figura 12, pero al tratarse de un fenómeno axisimétrico se analizaron sus propiedades únicamente en el plano XY, permitiendo reducir el tiempo de post procesamiento al efectuar cálculos en menos nodos. Asimismo, se prefirió el uso del criterio de vorticidad, el cual resultó suficiente para la identificación de vórtices con el fin de relacionar tal propiedad con el apareamiento y separar sus regiones de acción.

En la figura 13 se presenta la comparación de los vórtices generados mediante los tres tipos de historiales, a) orientado a la izquierda, b) centrado y c) orientado a la derecha, todos con tiempo de reposo nulo. Tales imágenes se obtuvieron a partir de un corte en el plano medio del dominio en la dirección Z de las longitudes del dominio computacional. Asimismo, se utilizó únicamente el lado superior del dominio al tratarse de un fenómeno axisimétrico.

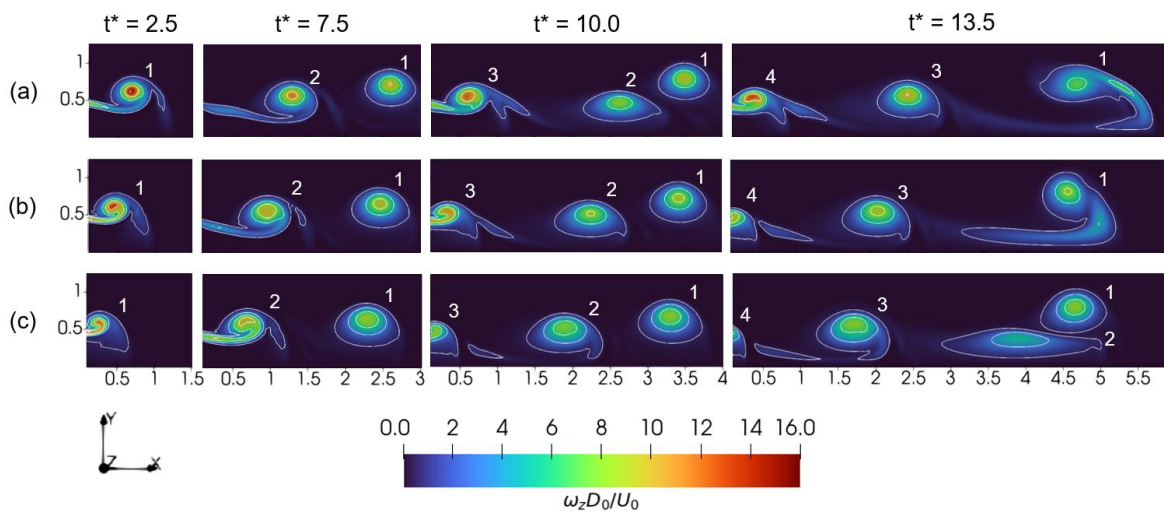


Figura 13: Tiempos arbitrarios de las simulaciones con tiempo de reposo cero para a) caso 1, b) caso 2 y c) caso 3.

En la figura 13 puede observarse que los valores máximos de vorticidad en la generación son diferentes en cada caso, siendo superiores con historiales a la izquierda e inferiores a la derecha. Este comportamiento indica que, entre más rápidamente el pistón alcanza su velocidad máxima, mayor es la magnitud de vorticidad inducida en la etapa de formación del vórtice, mientras que al hacerlo de

forma más lenta favorece una distribución más amplia de la vorticidad. Los valores pico de vorticidad son alcanzados durante la fase de generación y posteriormente se difunden conforme el vórtice avanza a lo largo del dominio computacional.

Se identifica en la figura 13 un fenómeno de apareamiento entre el primer y segundo vórtice generado, donde el primario se alimenta del secundario, el cual se enrolla alrededor de él. Se observa que dicha interacción se retrasa con el aumento del tiempo en que el historial del pistón alcanza su velocidad máxima.

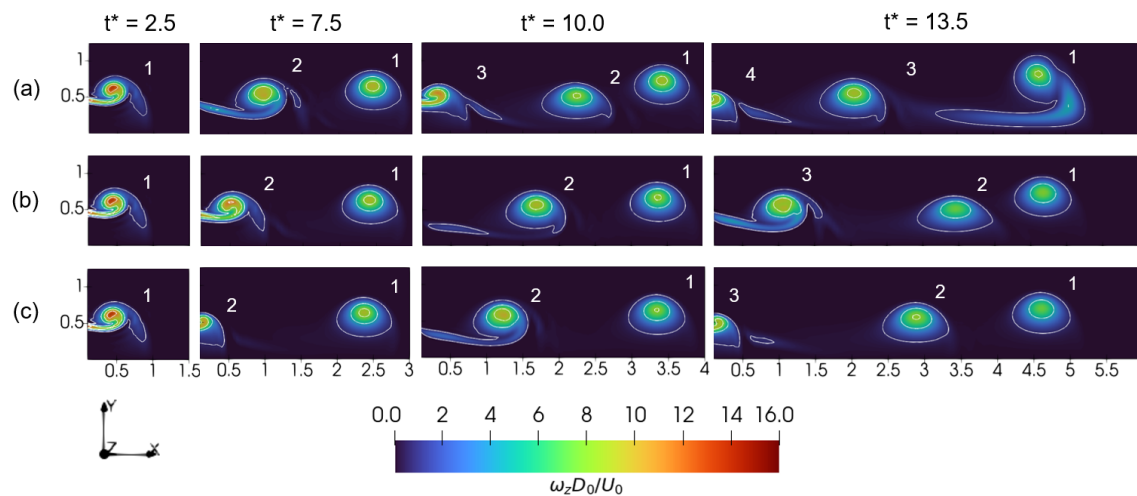


Figura 14: Tiempos arbitrarios de las simulaciones con historial centrados para a) $t_{rep}^* = 0.0$, b) $t_{rep}^* = 1.0$ y c) $t_{rep}^* = 2.0$ (casos 2, 4 y 5 respectivamente)

En la figura 14 se comparan los vórtices generados bajo distintos tiempos de reposo. Se aprecia mediante los isocontornos que ni la posición del primer vórtice generado ni la intensidad de su vorticidad son notablemente alterados antes del apareamiento. Sin embargo, los vórtices secundarios y terciarios tienen un retraso notable y acumulado, de modo que, en el intervalo de tiempo delimitado se generaron menos vórtices al incrementar el tiempo de reposo.

Un ejemplo de apareamiento de vórtices se puede observar en la figura 17 en el instante $t^* = 13.5$. Para identificar el instante de apareamiento se delimitó la geometría de los vórtices utilizando como frontera el isocontorno establecido por el 5% del pico de vorticidad registrado en cada caso. Cuando el límite de los vórtices

constituyó una misma línea continua rodeando los dos cuerpos se determinó que la interacción se había realizado y se registró el tiempo correspondiente. En la tabla 4 se resumen los tiempos en que la interacción se presentó para cada caso.

Tabla 4: Tiempos de apareamiento registrado para los casos utilizados

Caso	Tiempo de apareamiento
1	11.5
2	13.0
3	14.0
4	16.5
5	--

IV.II. Vorticidad promedio e ilustración de una interacción

La vorticidad promedio fue calculada a través de la dirección en X^* del dominio, abarcando a todos los vórtices presentes en los instantes de tiempo seleccionados.

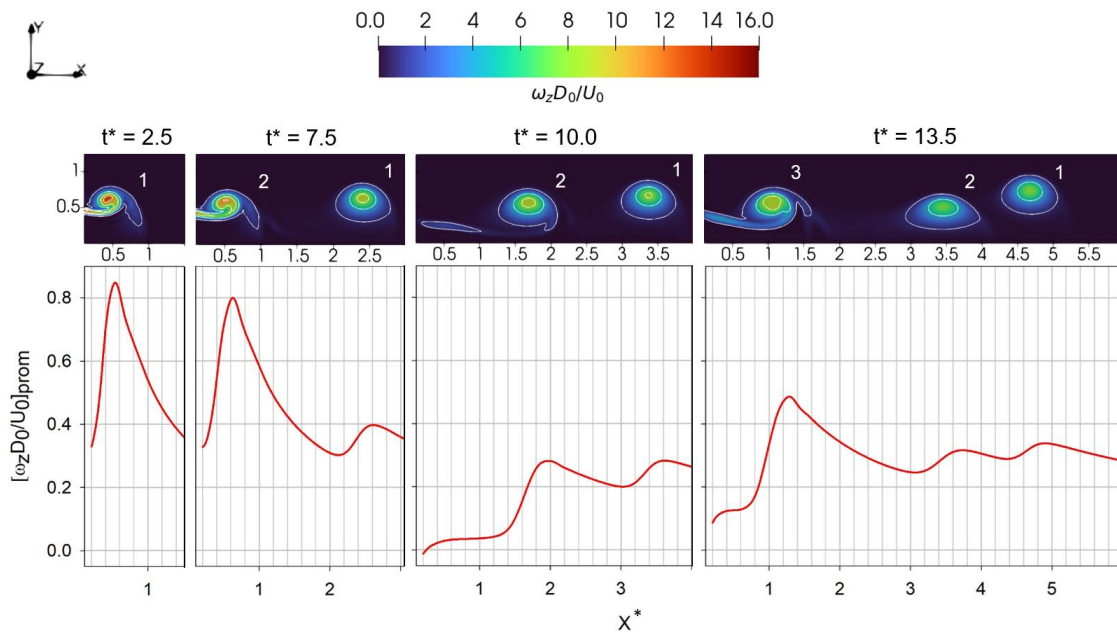


Figura 15: Vorticidad promedio frente a los campos de vorticidad del caso 4.

En los perfiles obtenidos y representados en la figura 15 se observa que los vórtices se manifiestan como picos locales de vorticidad cuya magnitud decrece progresivamente conforme avanza en el dominio computacional.

Es posible observar en la figura 15 que los segmentos separados de la estela del vórtice también generan incrementos en la vorticidad, lo que evidencia que el uso de otros criterios de identificación podría otorgar resultados más precisos al determinar la geometría del vórtice y su región de acción.

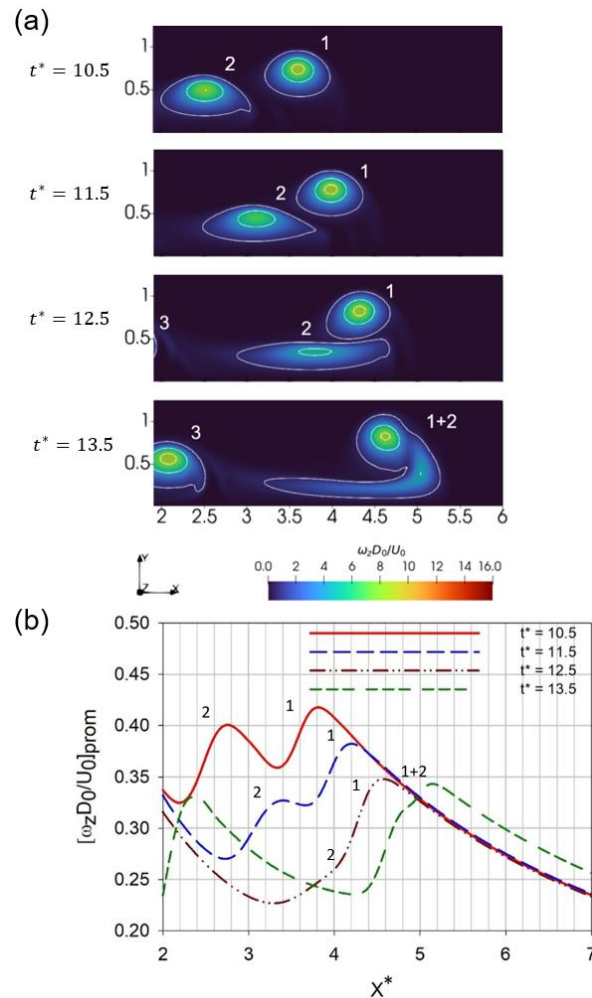


Figura 16: a) Campos de vorticidad y b) vorticidad promedio para el caso 2.

A partir de los tiempos observables en la figura 16a se ilustra mediante la vorticidad promedio en la figura 16b el proceso de interacción entre un vórtice primario y uno secundario. Cuando el vórtice secundario empieza a aproximarse al primario existe

un pequeño incremento en la vorticidad que no es suficiente para fortalecer la magnitud de vorticidad a un nivel semejante al visible en el proceso de generación. Dicho fortalecimiento se diluye completamente según avanza el apareamiento, los dos picos de vorticidad se convergen en uno solo de menor magnitud que sigue avanzando a través de la dirección X^* del dominio computacional.

IV.III. Perfiles de presión promedio

Para el análisis de la presión promedio se seleccionaron instantes de tiempo equivalentes en la generación de los primeros tres vórtices, en los cuales se identificaron valores mínimos de presión en determinados puntos a lo largo de X . Dichos puntos se reportan en la tabla 5 y se visualizan en la figura 17 tanto con gráficas de presión promedio, como con perfiles de presión en la línea del punto mínimo y con isocontornos de presión para el caso 4.

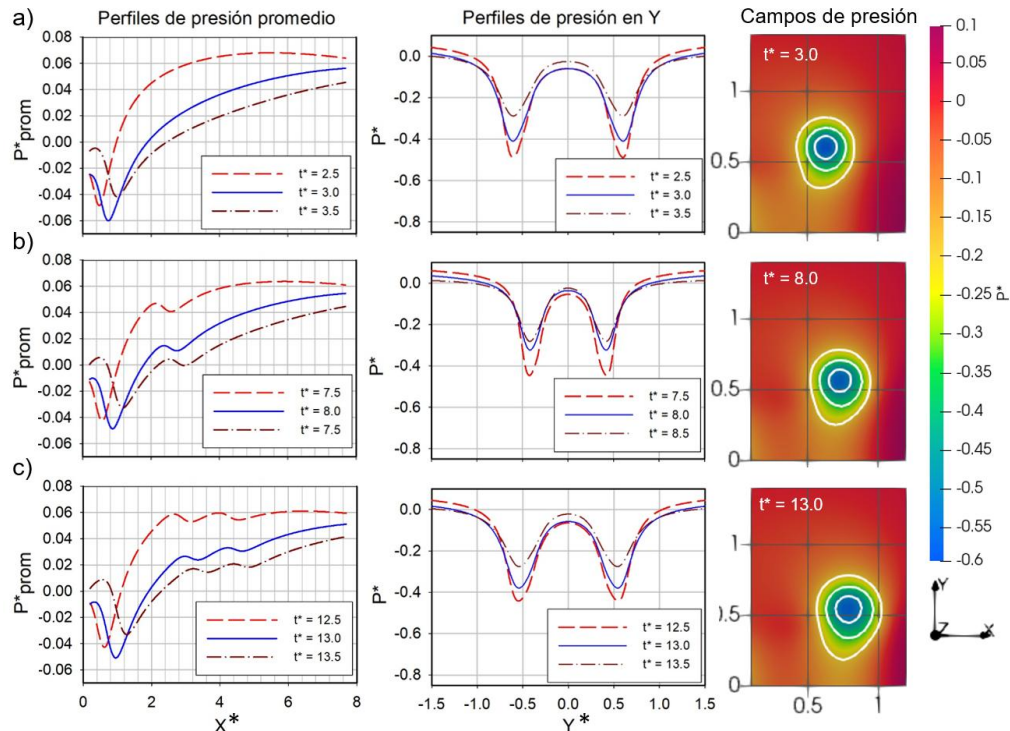


Figura 17: Presión promedio longitudinal, perfil vertical y campos de presión del caso 4 en vórtices a) primario, b) secundario y c) terciario en tiempos equivalentes.

Se observa en la figura 17 que conforme aumenta el número de vórtices a la derecha del vórtice generado, el punto mínimo de presión se va recorriendo hacia la derecha de la misma forma que los contornos de presión.

Los casos estudiados no permiten identificar un comportamiento concluyente respecto a las magnitudes de presión en los puntos mínimos, pues como se observa en la columna de perfiles en Y de la figura 17, estos no necesariamente corresponden con valores mínimos en los perfiles, sino que son una consecuencia del estado de presión de la línea sobre la que se efectúa el cálculo del promedio.

Tabla 5: Posiciones de los puntos mínimos representados en la figura 17

t^*	Vórtice	X^*
3.0	Primario	0.752
8.0	Secundario	0.899
13.0	Terciario	0.949

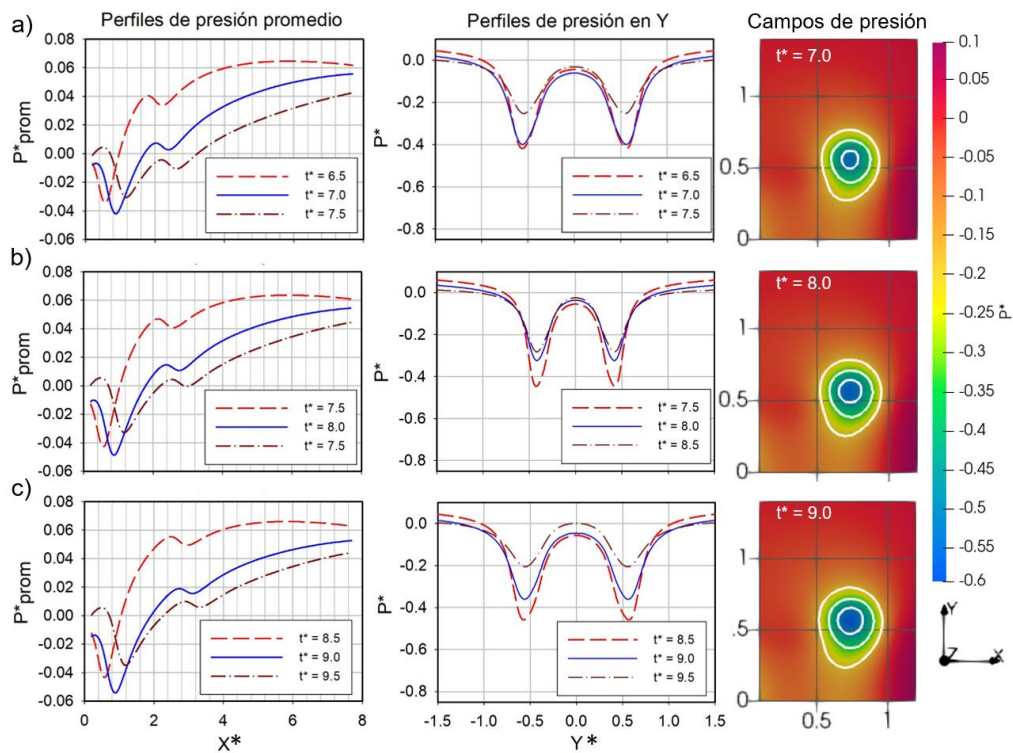


Figura 18: Presión promedio longitudinal, perfil vertical y campos de presión de vórtices secundarios para los casos a) 2, b) 4 y c) 5 en tiempos equivalentes.

En la figura 18 se compara la generación de vórtices secundarios en casos con diferente tiempo de reposo. Aunque se observa una variación de la posición del punto mínimo de presión y de los contornos en los campos correspondientes, este se queda fijo a partir del tiempo de reposo de 1.0. Este comportamiento sugiere que el vórtice generado se encuentra fuera de la región de influencia del vórtice primario.

Tabla 6: Posiciones de los puntos mínimos representados en la figura 18.

t^*	t_{rep}^*	X^*
7.0	0.0	0.85
8.0	1.0	0.899
9.0	2.0	0.899

IV.IV. Desplazamiento de los vórtices

En la figura 19a se contrastan las posiciones registradas del vórtice primario para los casos en que se ha modificado el tipo de historial de velocidad del pistón. A pesar de que las trayectorias presentan un comportamiento con tendencia principalmente lineal, la pendiente de las rectas observadas no permanece estrictamente constante. Se observa una ligera disminución de la pendiente, y por ende de la velocidad, alrededor de los tiempos de interacción reportados en la tabla 4 para cada caso. Los cambios de trayectoria se compensan una vez ya se ha efectuado el apareamiento e incluso muestran indicios de aumentar en el tiempo que los vórtices mezclados recuperan su desplazamiento.

En la figura 19b se compara la posición del vórtice primario modificando los tiempos de reposo. Se puede observar que en el tiempo delimitado por la simulación solo se puede apreciar el cambio de pendiente en el caso 2 ($t_{rep}^* = 0$), pues es el único que consigue el apareamiento a plenitud, resultando en un incremento considerable de la velocidad tras la interacción.

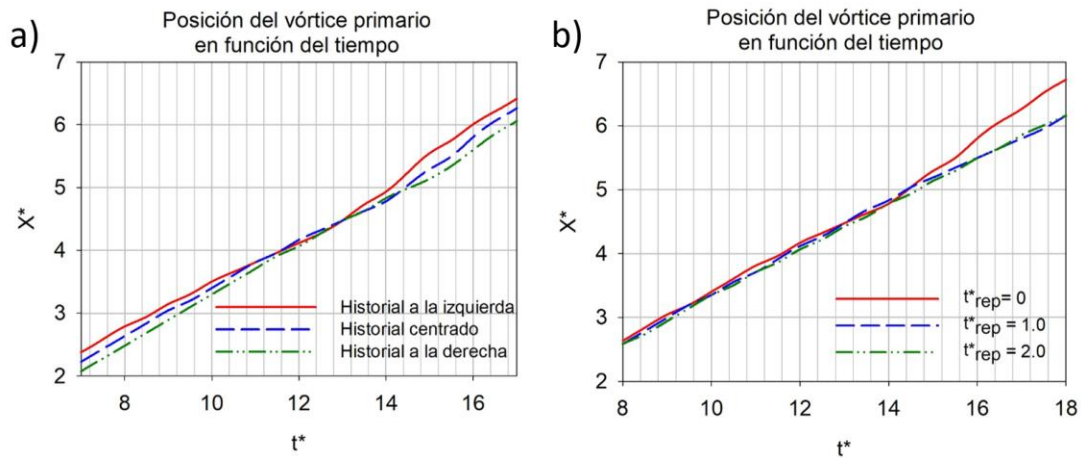


Figura 19: Posición en función del tiempo de vórtices primarios a) variando el tipo de historial y b) el tiempo de reposo.

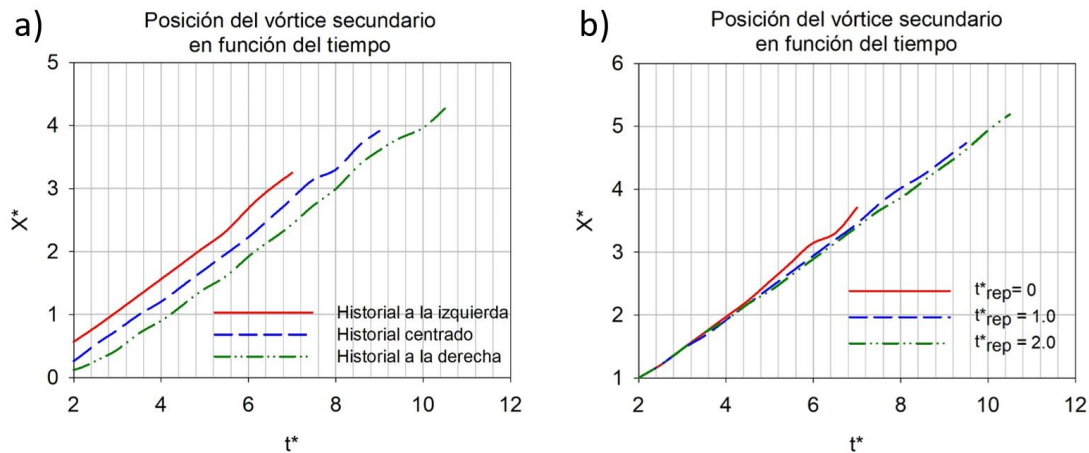


Figura 20: Posición en función del tiempo de vórtices secundarios a) variando el tipo de historial y b) el tiempo de reposo.

Como se puede observar en la figura 20a, para los vórtices secundarios en los casos en que se modifica la forma del historial de pistón, la diferencia de posición entre los vórtices generados se volvió más pronunciada. Es posible notar una caída de velocidad semejante a la vista en los vórtices primarios, pero con una menor intensidad. En contraste, al colocar el origen de los vórtices secundarios en cero para los casos en que se modifica el tiempo de reposo, como se muestra en la figura 20b, no existe variación en la formación, pues todos son generados en condiciones muy parecidas. Es, sin embargo, cerca del final cuando se logra apreciar un

aumento en la velocidad que se sugiere puede ser debido al efecto del vórtice que le antecede y que le va a absorber.

IV.V. Circulación y presión de vórtices primarios

Es posible observar en las gráficas de circulación representadas en la figura 21 que en todos los casos visualizados el primer pico se presenta antes del desprendimiento completo del vórtice, siendo seguido por un intervalo de tiempo en que se estabiliza la curva y que está presente en la mayor parte del recorrido. Se identifica una ligera disminución de circulación previa al apareamiento. Una vez se concreta la interacción se presenta un incremento significativo en la circulación seguido por un pico adicional. Este comportamiento puede apreciarse geoméricamente en las figuras 13 y 14, donde el isocontorno límite de vorticidad abarca una región de mayor extensión. Es importante señalar que este aumento en circulación no implica que los valores de vorticidad máxima se incrementen, sino una redistribución de la vorticidad en un área mayor. Tras el segundo pico de circulación las curvas se vuelven a estabilizar brevemente hasta que se observa una ligera caída. Este comportamiento se atribuye a que la influencia del vórtice primario acelera la difusión del secundario, propiciando la separación de segmentos de la estela.

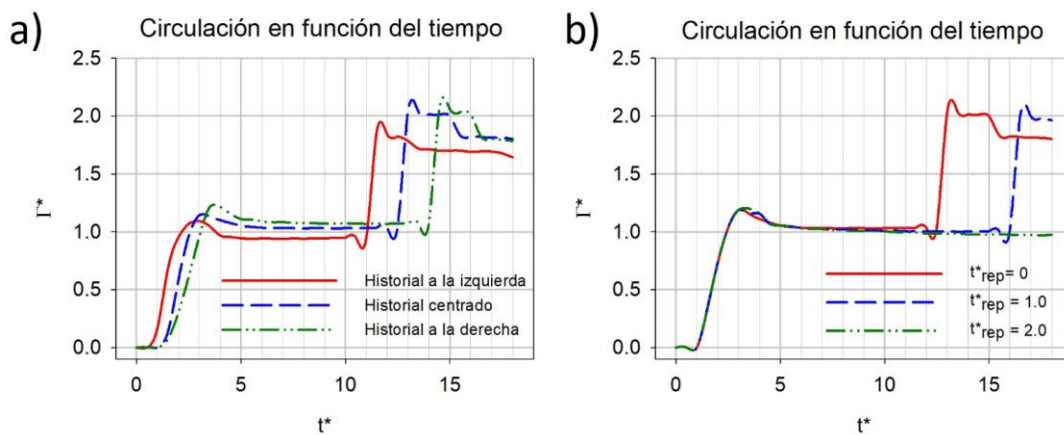


Figura 21: Circulación del vórtice primario variando a) el tipo de historial de pistón y b) el tiempo de reposo.

Contrastando los tres casos representados en la figura 21a, se puede observar un desfase temporal asociado a la generación tal como se apreció en la figura 13. No obstante, a medida que aumenta dicho desfase la circulación presenta aún mayores magnitudes máximas, sugiriendo que entre más tiempo le tome al pistón alcanzar su máxima velocidad, mayor será la circulación acumulada del vórtice desde su formación y en su trayectoria.

En la figura 21b se contrasta la circulación para los casos en que se modifica el tiempo de reposo (casos 1, 4 y 5). El comportamiento general de la circulación es el mismo. Las principales diferencias radican en el retraso del apareamiento en el tiempo y en que las magnitudes máximas a mayores tiempos de reposo son ligeramente inferiores, pues al darse en tiempos más avanzados los vórtices ya se han difundido, reduciendo el fortalecimiento resultante.

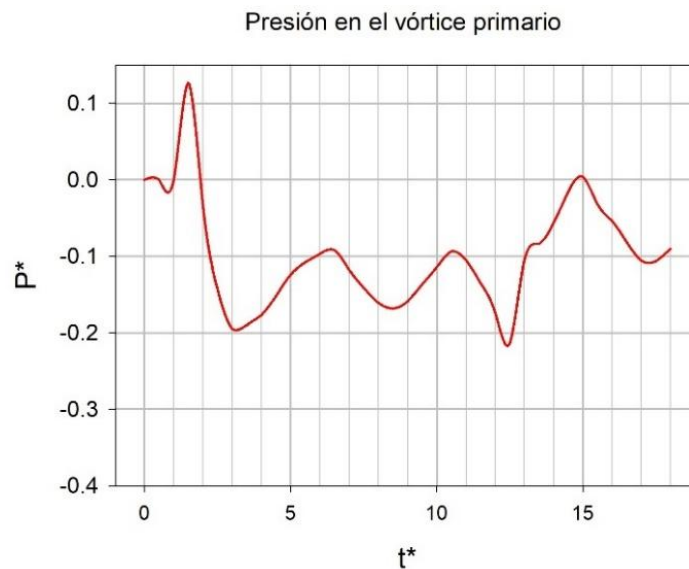


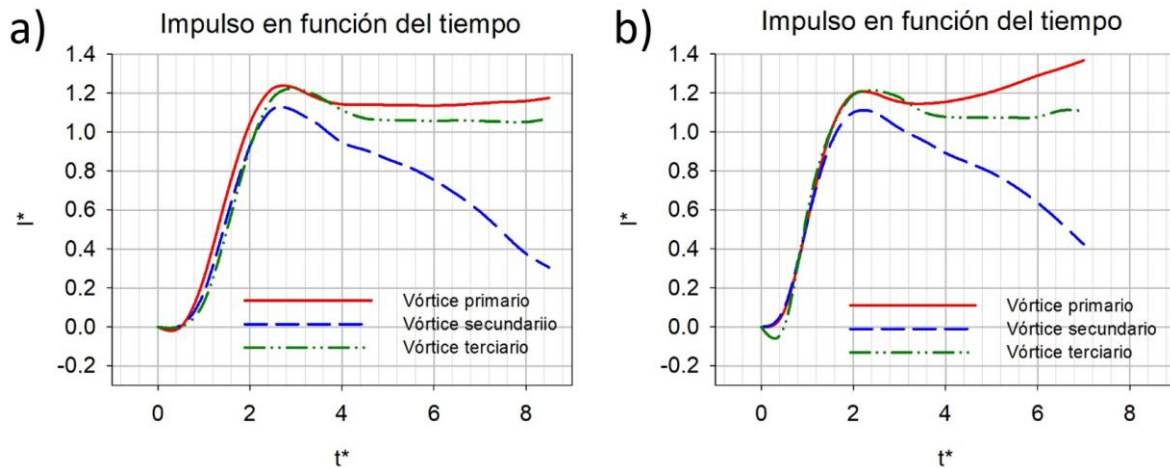
Figura 22: Presión en el vórtice primario para el caso 4.

Con respecto a la presión dentro de la región delimitada por un vórtice primario representada en la figura 22, se observa que el vórtice crea un pequeño pico que es seguido posteriormente por una zona de baja presión. Una segunda región de

baja presión se manifiesta en el tiempo de interacción, para la cual se observó que el tiempo de reposo la hace retrasarse.

IV.VI. Impulso de vórtices

Para el análisis del impulso hidrodinámico se comparó el comportamiento de los primeros tres vórtices generados en los casos extremos de tiempos de reposo (casos 2 y 5).



Figuras 23: Impulso hidrodinámico en vórtices para los casos a) 2 y b) 5.

En la figura 23 se observa que el vórtice primario presenta un incremento progresivo del impulso conforme avanza a lo largo del dominio computacional. Este comportamiento indica que el proceso de apareamiento con el vórtice secundario contribuye a su fortalecimiento dinámico. En contraste, el vórtice secundario experimenta una pérdida de impulso inducida por la influencia del vórtice primario. Por su parte, el vórtice terciario presenta una influencia considerablemente menor por parte de los vórtices que le anteceden, pues el secundario ya no está presente en la mayor parte de su recorrido permitiéndole estabilizar su impulso. Aún con lo mencionado anteriormente, se debe añadir que de acuerdo con la tabla 7, los

vórtices alcanzan valores máximos de impulso equiparables aún con el secundario por debajo y con mayor diferencia.

Tabla 7: Impulso máximo en los vórtices del caso 2

Vórtice	Impulso máximo $I_{máx}^*$
Primario	1.197
Secundario	1.101
Terciario	1.191

Un comportamiento cualitativamente similar al observado en la figura 23 a) es obtenido en el caso opuesto, representado en la figura 23 b). Este resultado comprueba que el retraso o ausencia del apareamiento con un vórtice antecedente limita el fortalecimiento del vórtice primario, mientras que el secundario conserva su impulso un poco durante más tiempo al avanzar en el dominio computacional. Los máximos reportados en la tabla 8 mantienen el mismo patrón que la tabla 7, pero son en general superiores, evidenciando de forma general el beneficio en impulso obtenido por los vórtices con mayor separación.

Tabla 8: Impulso máximo en los vórtices del caso 5

Vórtice	Impulso máximo $I_{máx}^*$
Primario	1.226
Secundario	1.119
Terciario	1.224

V. Conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros

En este capítulo se expresará un condensado del análisis del capítulo IV para resaltar las relaciones y variaciones de las propiedades de los vórtices vistas. Todo lo anterior se presentará con un enfoque a los objetivos del trabajo.

A partir de las simulaciones numéricas de vórtices anulares en flujo pulsado realizadas fue posible reportar las variaciones de su comportamiento modificando la orientación del historial de velocidad del pistón de generación y el tiempo de reposo entre pulsos. Para este análisis se reportaron varias de las principales propiedades físicas de estas estructuras, tales como la circulación y el impulso hidrodinámico, así como la presión y la vorticidad para la identificación de vórtices, la visualización del apareamiento y el análisis de los efectos generales en el fluido.

La principal alteración que se encontró en la mayoría de perfiles y gráficas de propiedades reportados fue el desfase del desplazamiento y del apareamiento derivado tanto de la modificación de los historiales de velocidad de pistón como del incremento del tiempo de reposo. Mientras que aplazar el tiempo en que el pistón alcanza su velocidad máxima retrasó a los vórtices y su interacción por no más de 1.5 segundos, la frecuencia de generación siguió propiciando su acumulación y por ende la influencia entre ellos. Por su parte, la modificación del tiempo de reposo indujo un retraso acumulado en la generación que llegó a más de 3.5 segundos para la interacción y que permitió a los vórtices reducir la influencia entre ellos.

Los perfiles de vorticidad promedio probaron la viabilidad de esta propiedad para ilustrar el movimiento de los vórtices y el apareamiento mediante magnitudes máximas y la unión de picos. No obstante, en los campos de vorticidad se encontraron regiones inconexas a los vórtices, indicando que el uso del criterio de vorticidad podría no ser suficiente para un análisis riguroso de las regiones de dicha estructura. Una consecuencia de estas irregularidades se encontró en las gráficas

de circulación, donde el desprendimiento de regiones en la estela indujo pequeñas caídas en las curvas reportadas de hasta un 9.45% del valor máximo.

El análisis realizado con los perfiles de presión promedio mostró que el incremento del número de vórtices en el dominio computacional fue la principal influencia en el desplazamiento del punto de mínima presión en los ciclos de generación equivalentes, habiendo una diferencia de 0.2 entre un vórtice primario y uno terciario. Tales regiones de baja presión son relevantes en la propulsión de vehículos al fungir como fuerzas de reacción consecuencia del flujo del ambiente en la formación del vórtice. Por su parte, se observó que para tiempos de reposo superiores al utilizado en el caso 4 los vórtices primarios ya no presentan influencia en los secundarios. Tales conclusiones pueden dar pie a un estudio de la optimización en posiciones de vórtices para la identificación de límites de influencia y extrapolarse a otras propiedades fundamentales.

De la comparación del impulso hidrodinámico de los vórtices se observó que aún con tiempos de reposo superiores este se vio mermado por la influencia del vórtice primario. Dado que los vórtices terciarios lograron una mejor estabilidad en general durante su avance, alcanzando hasta un 99.8% del impulso máximo del vórtice primario, podría establecerse como referencia la tendencia del vórtice a beneficiar la propulsión de un cuerpo mediante el incremento de la separación con el antecesor para identificar posiciones óptimas que conserven el impulso en futuros estudios.

En futuros estudios de simulaciones numéricas de vórtices anulares en flujo pulsado se podrían reportar las gráficas de energía cinética y evaluar sus efectos con las mismas modificaciones en la formación que fueron utilizadas. En la generación de vórtices existe toda una capa de profundidad que podría estudiarse al modificar el número de Reynolds, por lo que las variaciones y las regiones de influencia apreciadas podrían tener efectos diferentes. El análisis de los vórtices anulares hacia sus efectos en propulsión aplicada a vehículos submarinos podría incorporar geometrías de propulsor, los efectos del "over-pressure" y más elementos de posicionamiento e influencia entre vórtices.

Referencias

- [1] J. Wu, H. Ma y M. Zhou, *Vorticity and Vortex Dynamics*, Berlin: Springer Science & Business Media, 2007.
- [2] I. Sadrehighi, *Vortex & Vorticity*, Annapolis, Maryland: CFD Open Series.
- [3] J. Seddon, *Basic Helicopter Aerodynamics*, West Sussex: John Wiley & Sons, 2011.
- [4] D. Akhmetov, *Vortex Rings*, Novosvirsk: Springer, 2009.
- [5] M. Gharib, E. Rambod y K. Shariff, «A universal time scale for vortex ring formation,» *J. Fluid Mech.*, vol. 360, pp. 121-140, 1998.
- [6] S. Begg, «Vortex ring-like structures in gasoline fuel sprays under cold-start conditions,» *International Journal of Engine Research*, vol. 3, nº 10, pp. 195-214, 2009.
- [7] E. Anderson y M. Grosenbaugh, «Jet flow in steadily swimming adult squid,» *The Journal of Experimental Biology*, nº 208, pp. 1125-1146, 2005.
- [8] Q. Zhu y Q. Xiao, «Physics and applications of squid-inspired jetting,» *Bioinspiration & Biomimetics*, nº 17, 2022.
- [9] M. Krieg y K. Mohseni, «Thrust characterization of a bioinspired vortex ring thruster for locomotion of underwater robots,» *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 33, nº 2, pp. 123-132, 2008.
- [10] F. Giorgio-Serchi, A. Arienti, I. Baldoli y C. Laschi, «An elastic pulsed-jet thruster for soft unmanned underwater vehicles,» *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 5103-5110, 2013.
- [11] C. Christianson, Y. Cui, M. Ishida, X. Bi, Q. Zhu, G. Pawlak y M. Tolley, «Cephalopod-inspired robot capable of cyclic jet propulsion through shape change,» *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 1, nº 16, 2021.
- [12] P. Krueger, A. Moslemi, T. Nichols, I. Bartol y S. W., «Vortex rings in bio-inspired and biological jet propulsion,» *Advances in Science and Technology*, vol. 58, pp. 237-246, 2008.
- [13] G. Athanassiadis y D. Hart, «Effects of multijet coupling on propulsive performance in underwater pulsed jet,» *Physical Review Fluids*, vol. 1, 2016.
- [14] B. Epps, «Review of vortex identification methods,» de *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017.

- [15] D. Lyon y G. Kenneth Lucey Jr., «Spark photography image of a vortex ring in flight,» Armament Research, Development and Engineering Center, 7 Agosto 2011. [En línea]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Vortex_ring#/media/File:Vortex_Ring_Gun_Schlierin.jpg. [Último acceso: 3 Septiembre 2025].
- [16] K. Sutherland y L. Madin, «Comparative jet wake structure and swimming performance of salps,» *The Journal of Experim*, nº 213, pp. 2967 - 2975, 2010.
- [17] H. Lamb, *Hydrodynamics*, Nueva York: Dover Publications Inc., 1932.
- [18] C. Palacios, *Dynamics of Non-Newtonian Vortex Rings*, Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México, 2010.
- [19] W. Braun, F. De Lillo y B. Eckhardt, «Geometry of particle paths in turbulent flows,» *Journal of Turbulence*, vol. 7, nº 62, 2006.
- [20] C. Palacios y R. Zenit, «Vortex ring formation for low Re numbers,» *Acta Mechanica*, vol. 2, nº 224, pp. 383-397, 2013.
- [21] A. Glezer, «The formation of vortex rings,» *Physics of Fluids*, vol. 37, nº 8, pp. 3532-3542, 1988.
- [22] J. Jeong y F. Hussain, «On the identification of a vortex,» *J. Fluid Mech*, vol. 285, pp. 69-94, 1995.
- [23] J. Hunt, A. Wray y P. Molin, «Eddies, streams and convergence zones in turbulent flows,» Center for Turbulence Research, 1988.
- [24] R. Clausen, «Entropically damped form of artificial compressibility for explicit simulation of incompressible flow,» *Physical Review*, vol. 87, pp. 013309-1 - 013309-12, 2013.
- [25] S. Lele, «Compact finite difference schemes with spectral like resolution,» *Journal of Computational Physics*, vol. 103, nº 1, pp. 16 - 42, 1992.
- [26] S. Gottlieb y C. Shu, «Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes,» National Aeronautics and Space Administration, Hampton, Virginia, 1996.
- [27] J. Poinsot y S. Lele, «Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows,» *Journal of Computational Physics*, vol. 101, nº 1, pp. 104 - 129, 1992.
- [28] I. Danaila, C. Vadean y S. Danaila, «Specified discharge velocity models for numerical simulations of laminar vortex rings,» *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, vol. 23, pp. 317-332, 2009.

- [29] W. Zhao, S. Frankel y L. Mongeau, «Effects of trailing jet instability on vortex ring formation,» *Physics of Fluids*, vol. 12, pp. 589-596, 2000.
- [30] K. Stewart, C. Niebel, S. Jung y P. Vlachos, «The decay of confined vortex rings,» *Experiments in Fluids*, vol. 53, pp. 163-171, 2012.
- [31] J. Dabiri y M. Gharib, «A revised slug model boundary layer correction for starting jet vorticity flux,» *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, vol. 17, pp. 293-295, 2004.
- [32] A. Michalke, «Survey on jet instability theory,» *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 21, pp. 159-199, 1984.