

F - DE PFI
D 7 6
1 9 8 8
E J. 4

DEPFI

INFLUENCIA DE LOS DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES EN LA INESTABILIDAD DE MARCOS RIGIDOS REGULARES

José Manuel Jara Guerrero



División de Estudios de Posgrado
Facultad de Ingeniería
U.N.A.M.

INDICE

RESUMEN	I
INTRODUCCION	II
INESTABILIDAD DE CONJUNTO	1
METODOS PARA OBTENER LA CARGA CRITICA ELASTICA	2
METODOS PARA OBTENER LA CARGA CRITICA INELASTICA	4
EFEKTOS DE SEGUNDO ORDEN	7
EJEMPLO DE APLICACION	9
CONCLUSIONES	9
REFERENCIAS	11
TABLAS	13
FIGURAS	17

T-DEPFI
D-76
1988
54



DEPFI

RESUMEN

Se presenta una revisión de los métodos más comunes para obtener la carga máxima en marcos rígidos regulares de acero sin contraventear, sometidos a cargas verticales y a su combinación con cargas horizontales. Se determina la influencia, en condiciones de servicio y de falla, del efecto P-Delta cuando existen sobrecargas, y se describen los principales métodos para considerar este efecto. Finalmente se analizó un marco de acero aceptando que tiene desplazamientos laterales iniciales e incluyendo el efecto P-Delta.



INTRODUCCION

Es práctica común en la actualidad, calcular los elementos mecánicos de diseño mediante un análisis de primer orden, o sea formular las ecuaciones de equilibrio sobre la geometría inicial del marco; sin embargo, se puede demostrar que al realizar un análisis de segundo orden, la rigidez y resistencia del marco disminuyen con respecto al análisis de primer orden.

Es recomendable, al realizar el análisis y diseño de un marco rígido, considerar su comportamiento bajo condiciones de servicio y de falla. Tradicionalmente, para el diseño de estructuras metálicas, se ha utilizado el método de esfuerzos permisibles, con lo que se obtiene un coeficiente de seguridad contra el inicio de la fluencia de alguno de los elementos que forman el marco, pero no se conoce el grado de seguridad real contra la falla.

Existen diversos métodos que nos permiten conocer la carga máxima que soporta un marco; una gran mayoría se limita a su estudio bajo cargas verticales simétricas únicamente.

El objetivo del presente trabajo es hacer una revisión de los métodos más comunes para calcular la carga máxima que soporta un marco, así como de las principales recomendaciones para considerar el efecto P-Delta en condiciones de servicio y de falla. Se incluyen también los resultados del análisis de un marco aplicando los métodos mencionados; un tratamiento más completo del tema se puede consultar en la referencia 21.

La única forma posible de falla que se considera en este trabajo es la producida por inestabilidad de conjunto del marco.



INESTABILIDAD DE CONJUNTO

La falla por inestabilidad de conjunto puede presentarse por dos posibles formas que se ilustran a continuación: Si el marco es simétrico en geometría y está sometido a cargas verticales simétricas únicamente, la falla, teóricamente, es por pandeo (fig 1), caracterizado por carecer de deformaciones laterales hasta alcanzar un punto (bifurcación del equilibrio) a partir del cual el marco puede seguir soportando incrementos de carga, o bien iniciar los desplazamientos laterales bajo carga constante (carga crítica). Cuando las cargas verticales no son simétricas, existen desplazamientos laterales iniciales, o actúan fuerzas horizontales, el comportamiento del marco se modifica considerablemente (fig 2), los desplazamientos laterales se inician desde el momento de aplicación de la carga y continúan incrementándose conforme la carga aumenta hasta llegar a la carga máxima.

Los desplazamientos horizontales afectan de manera importante el valor de la carga crítica de un marco; diversos autores lo han demostrado al estudiar analítica y experimentalmente el comportamiento hasta la falla (1,2); en ambos casos se demuestra que la carga crítica de un marco sin ningún impedimento para desplazarse lateralmente, es considerablemente menor a la obtenida al impedir dichos desplazamientos.

Para valuar la carga crítica de marcos sin contraventear se pueden utilizar métodos considerados como "exactos", uno de ellos denominado método de la rigideces establece por equilibrio

$$[K] [X] = [P] \dots\dots\dots (1)$$

[K] = Matriz de rigideces
[X] = Vector de desplazamientos nodales
[P] = Vector de cargas externas

Se alcanza la condición crítica cuando existen incrementos en los desplazamientos sin incrementos en el valor de las cargas, de aquí que

$$[K] [\delta X] = [0] \dots\dots\dots (2)$$

Si se desea una solución diferente a la trivial es necesario que

$$|[K]| = 0 \dots\dots\dots (3)$$

|[K]| = Determinante de la matriz de rigideces

Es decir, la condición de inestabilidad se cumple cuando el

determinante de la matriz de rigideces es nulo.

Sin embargo en marcos de varios niveles resulta complicado obtener el determinante anterior, por lo que se proponen métodos aproximados; dentro de éstos, los más comúnmente usados los podemos agrupar de acuerdo a la zona de falla, elástica o inelástica.

METODOS PARA OBTENER LA CARGA CRITICA ELASTICA

Al aislar un entrepiso del resto del marco y considerarlo desplazado lateralmente, Rosenblueth demuestra (3) que los desplazamientos totales del entrepiso están dados por

$$X = \frac{V}{K - \alpha W/h} \dots\dots\dots (4)$$

donde

X = Desplazamiento producido por la carga horizontal más el generado por las cargas verticales actuando sobre el marco desplazado lateralmente

V = Fuerza cortante aplicada sobre el entrepiso

K = Rigidez del entrepiso; fuerza cortante aplicada en el entrepiso entre el desplazamiento lateral producido por ella

α = Constante para considerar la rigidez de las vigas, varía desde 1.0 para vigas muy flexibles, hasta 1.22 para vigas infinitamente rígidas

W = Suma de las cargas desde el nivel de azotea hasta el entrepiso considerado.

h = Altura de entrepiso.

De la expresión anterior, si V=0 (cargas verticales únicamente), para que X sea diferente de cero,

$$W_{cr} = \frac{Kh}{\alpha} \dots\dots\dots (5)$$

Expresiones similares proponen LeMessurier (4) y Schilling (5). LeMessurier presenta una gráfica que permite obtener el factor $CL = \alpha - 1$ en función de las rigideces de vigas y columnas en sus extremos superior e inferior.

Si se considera todo el marco, Wood (6,7) propone un método para calcular la carga crítica de pandeo auxiliándose del "marco de Grinter" (fig 3) y basado en hacer la rigidez nula de uno de los nudos. Para el análisis utiliza funciones de estabilidad de cortante nulo (es decir, una columna en la cual las fuerzas cortantes son nulas); al definir la rigidez de una columna unida en su extremo inferior a dos vigas y al cumplir que en ese extremo la rigidez sea nula, elabora gráficas para obtener el factor "K" de longitud efectiva y la carga crítica para la cual la rigidez del nudo es cero. Para marcos de varios niveles el procedimiento es iterativo; se supone un valor de P y se escoge un nudo en el cual se verifica que la rigidez sea nula, se calcula la rigidez en el nudo partiendo de arriba hacia abajo y de abajo hacia arriba (en el caso de que el nudo que se escogió sea intermedio); cuando se escoja un valor de P tal que la suma de rigideces de columnas y vigas que concurren al nudo sea nula, se habrá encontrado la carga crítica.

Si se supone que los puntos de inflexión de las columnas y vigas que forman un marco están a la mitad de su altura, Cheong-Siat-Moy (8) propone utilizar subconjuntos (fig 4) para calcular la rigidez de un entrepiso como

$$S = \frac{12E}{h^3} \sum \frac{I_c}{1+U \emptyset} - \frac{\sum P}{h} \dots (6)$$

E = Módulo de elasticidad de los elementos que forman el marco.

h = Altura del Entrepiso

I_c = Momento de inercia de las columnas

P = Suma de las cargas desde el último nivel hasta el nivel de consideración

$$U = \frac{P_1 + P_u}{P_1} \quad \emptyset = \frac{(I/h)c}{\sum (i/l)v}$$

P₁ = Cargas sobre las columnas superiores al entrepiso considerado

P_u = Cargas sobre las columnas inferiores al entrepiso considerado

El término EP/h que se resta a la rigidez de entrepiso se incluyó para considerar el efecto de segundo orden P-Δ.

El "Column Research Council" al estudiar una columna con ciertas restricciones en sus extremos, elaboró dos nomogramas para calcular el factor de longitud efectiva K de pandeo que, multiplicado por la longitud original de la columna y al sustituirlo en la fórmula de Euler, nos proporciona su carga crítica; sin embargo, al suponer que todo el entrepiso se pandea al mismo tiempo, el resultado es en general, conservador.

METODOS PARA OBTENER LA CARGA CRITICA INELASTICA

El método desarrollado por Cheong-Siat-Moy, mencionado anteriormente, se puede utilizar para obtener la carga crítica inelástica considerando que la rigidez de los elementos del marco se deterioran al formarse articulaciones plásticas (9); se recomienda utilizar los momentos de inercia mostrados en la fig 5.

Yura (10), al considerar que el comportamiento inelástico del marco está dado por el módulo de elasticidad tangente y suponiendo que $E_t/E = F_a/F'e$ propone un método iterativo para obtener la carga crítica inelástica de un entrepiso; el procedimiento se puede resumir en los siguientes pasos:

1. Calcular K , factor de longitud efectiva, utilizando el nomograma recomendado por el Column Research Council y adoptado por el AISC (11) y las Normas Técnicas Complementarias del Distrito Federal (12).

2. Se calcula KL/r ; si $KL/r > C_c = \sqrt{2\pi^2 E/F_y}$ la columna falla en el intervalo elástico por lo que no se requiere ninguna iteración y se obtiene P_{cr} con la longitud efectiva KL sustituida en la fórmula de Euler; en caso contrario se continúa con el paso 3.

3. Se obtiene $(G)_{inelástico} = (F_a/F'e)(G)_{elástico}$, en los extremos superior e inferior de la columna.

4. Se calcula K con $(G)_{inelástico}$; si este valor de K es igual al obtenido en el paso 1 se termina la iteración, en caso contrario se regresa al paso 2 y se repite lo anterior hasta la convergencia.

Al obtener $(G)_{inelástico}$ como $(F_a/F'e)(G)_{elástico}$, se está cometiendo un pequeño error debido a que $F'e$ es la carga crítica de Euler y su factor de seguridad es siempre igual a 1.92 (de acuerdo con el AISC), mientras que F_a es la carga crítica de la columna elástica o inelástica dependiendo del valor de la carga que obra sobre ella y su geometría, por lo que el factor de carga varía de 1.92 ($KL/r = C_c$) a 1.67 ($KL/r = 0$). La carga crítica del entrepiso se obtiene como la

suma de las cargas críticas de las columnas que la forman. Para evitar el pequeño error de Yura, Smith (13) propone obtener $E_t/E = \alpha^2(2 - \alpha^2)$ donde, $\alpha = (KL/r)/C_c$; el procedimiento iterativo es exactamente el mismo pero ahora $(G)_{inelástico} = \alpha^2(2 - \alpha^2)(G)_{elástico}$.

Otro procedimiento iterativo, considerando un entrepiso aislado del marco, lo propone LeMessurier (4). Consiste en satisfacer la siguiente igualdad

$$\Sigma[\beta \tau EI/h] = EP + \Sigma(CL)(P) \dots\dots\dots (7)$$

Que es, después de sustituir $K=V/\Delta$ e incluir τ , la misma expresión recomendada para calcular la carga crítica elástica; β y Cl son constantes que dependen de las restricciones de los extremos (en la referencia se proporciona una gráfica para evaluarlas), y τ está dado por $\tau = 4(1 - F_a/F_y)F_a/F_y$ que es el valor a partir del cual Smith propone E_t/E .

El AISI propone para el pandeo inelástico una parábola, basado en esto Schilling (5) propone una fórmula empírica para obtener la carga crítica de un entrepiso dada por

$$P_{cr} = P_y - \frac{0.30 P_y^2}{K_h} \dots\dots\dots (8)$$

válida para $P_{cr} > P_y/2$

P_y = Suma de cargas que provocan la fluencia de las columnas que forman el entrepiso

K = Rigidez de entrepiso

Se han desarrollado también programas de computadora para obtener la carga crítica de marcos no contraventados, un ejemplo es el de la ref 14.

Merchant propuso una curva de interacción que considera la disminución de resistencia por formación de articulaciones plásticas; esta expresión está dada por:

$$\frac{\beta_f}{\beta_p} + \frac{\beta_f}{\beta_c} = 1$$

β_f = Factor de carga crítica considerando la posible formación de articulaciones plásticas

β_p = Factor de carga considerando que el marco falla con un mecanismo rígido-plástico

β_c = Factor de carga crítico elástico

Cuando además de las cargas verticales existen cargas horizontales, los métodos mencionados anteriormente, a excepción del de Merchant, no son aplicables. En la Universidad de Lehigh (15) se desarrolló un método para calcular la respuesta de un entrepiso sometido a carga vertical constante y a carga horizontal incrementada hasta la falla; El procedimiento consiste en dividir al entrepiso en subconjuntos (fig. 6) y calcular la curva fuerza horizontal - desplazamiento lateral de cada subconjunto que, sumadas gráficamente, proporcionan la curva fuerza-desplazamiento del entrepiso.

Para utilizar este método se requieren ayudas de diseño que, si no se cuenta con ellas o los parámetros con que se elaboraron no coinciden con los del entrepiso que se analiza, hace imposible aplicarlo.

De Buen(1) considerando lo anterior, modificó el método de manera que se pueda prescindir de las ayudas de diseño; propone que se utilicen las siguientes expresiones en su lugar.

$$\frac{\Delta_n}{h} = \frac{M_r}{12E I_c} + \theta \dots \dots \dots (9)$$

$$Q_n = \frac{M_r}{h} - P_n \frac{\Delta_n}{h} \dots \dots (10)$$

Δ_n = Desplazamiento relativo del entrepiso n

M_r = Momento restrictivo proporcionado por las trabes a la columna del subconjunto

θ = Giro del nudo del subconjunto

P_n = Carga total, del último nivel al nivel n, sobre la columna del subconjunto

I_c = Momento de Inercia de la columna del subconjunto

h = Altura del entrepiso

Q_n = Fuerza horizontal actuando sobre el subconjunto

El procedimiento consiste en aplicar las cargas verticales e incrementar las cargas horizontales hasta formar la primera articulación del subconjunto y se calcula, para este caso, el

valor de M_{r1} y θ_1 . Utilizando las ecuaciones anteriores se obtiene $(\Delta n/h)_1$ y $(Q_n)_1$, es decir, el primer punto de la gráfica $Q_n - \Delta n/h$ que se une con el origen por medio de una línea recta; si el subconjunto se convirtió en un mecanismo con esta primera articulación, se obtiene la recta de descarga partiendo de la ec. 10, ya que, conocido M_r , se puede saber el valor de Q_n cuando $\Delta n/h=0$ y el de $\Delta n/h$ cuando $Q_n=0$.

Si el subconjunto no se convierte aún en un mecanismo, se incrementa la carga horizontal hasta formar una segunda articulación; en este momento se calcula M_{r2} y θ_2 , con lo que se obtiene otro punto $(\Delta n/h)_2$ y $(Q_n)_2$, este se une por medio de una línea recta con el primer punto; si el subconjunto, en este momento, se convirtió en un mecanismo, se traza la recta descendente como se mencionó en el párrafo anterior, pero considerando a $M_r = \Sigma M_r = M_{r1} + M_{r2}$, en caso contrario se sigue el procedimiento señalado al principio de este párrafo.

La curva $Q_n - \Delta n/h$ de todo el entrepiso, se obtiene sumando las curvas de todos los subconjuntos que lo forman.

El método tiene una ventaja: permite conocer el comportamiento del marco en condiciones de servicio y de falla (al obtener la curva completa $Q_n - \Delta n/h$), además, considera el efecto de segundo orden de mayor influencia, el efecto $P - \Delta$.

EFFECTOS DE SEGUNDO ORDEN

Al considerar una columna en un marco desplazado lateralmente (fig. 7) se observa que aparecen efectos que no se toman en cuenta en los análisis convencionales de marcos rígidos. Algunos de estos efectos son:

1. Efecto $P - \delta$
2. Efecto $P - \Delta$
3. Disminución de la rigidez de los elementos por acción de la carga axial.

El primero de los efectos mencionados es un momento adicional que aparece al actuar la carga vertical sobre las columnas flexionadas (fig. 7); expresiones exactas para valuar este momento se mencionan en la ref 1. En la actualidad este efecto suele considerarse en los reglamentos (11,12) utilizando un factor de amplificación encontrado por Timoshenko.

El efecto $P - \Delta$ es un momento que aparece al actuar las cargas verticales sobre las columnas desplazadas lateralmente; se obtiene al multiplicar la carga P , que obra sobre la columna, por el desplazamiento de la línea recta que une sus extremos con respecto a su posición inicial.

El tercer efecto puede evaluarse al resolver la ecuación diferencial de una barra con cargas axiales y momentos aplicados en sus extremos. Se han elaborado tablas en función de la carga P que permiten obtener coeficientes (funciones de estabilidad) que multiplicados por EI/L dan los valores de la rigidez angular reducida del elemento.

Se han propuesto varios métodos para considerar el efecto P-Δ en el análisis de un marco rígido. Uno de ellos, que parece el más sencillo, incrementa los momentos en los extremos de la columna que resultan de un análisis de primer orden, mediante la aplicación de un factor de amplificación, y considera como principal hipótesis que cada entrepiso es independiente del resto del marco. El valor de este factor está dado por (3,4,5):

$$F.A. = 1 + \frac{W/h}{K - \alpha W/h}$$

Todas las variables ya fueron definidas anteriormente; en las refs. 16 y 17 se incluye este factor, pero con α=1.0 que es un caso particular.

La exactitud de la expresión anterior fué comprobada para marcos rígidos regulares por De Buen y Gerard (18).

Un procedimiento que evita la hipótesis anterior se recomienda en la ref. 19, donde se recurre a un proceso iterativo para evaluar el efecto P-Δ. Basado en la fig 8 se observa que al actuar las cargas sobre el marco, éste se desplaza lateralmente, y al considerar las cargas verticales se generan cortantes adicionales V'i, debidos a los desplazamientos relativos entre los entrepisos. Al restar las fuerzas cortantes adicionales de dos niveles consecutivos se obtienen las fuerzas adicionales H'i que deben sumarse a las fuerzas horizontales iniciales para repetir el análisis de primer orden; el proceso se continua hasta que los valores de H'i sean suficientemente pequeños.

Al valuar V'i se observa que aparece un factor lambda, este es el factor de carga que se incorpora para considerar el comportamiento no lineal del marco.

Un tercer procedimiento que desarrolló Nixon y se menciona en la ref 20, se basa en insertar diagonales ficticias al marco (fig 9), con un area dada por la expresión:

$$A = - \frac{P}{L} - \frac{Lo}{E \cos^2 \beta} \dots \dots (12)$$

donde:

P = Suma de cargas en las columnas desde el nivel superior hasta el entrepiso considerado

E = Módulo de elasticidad de las columnas

Las demás variables se definen en la fig 9. La finalidad de esta diagonales es hacer al marco más flexible (nótese que son de área negativa) con lo que se obtienen, con un análisis de primer orden, los momentos amplificados por el efecto P- Δ .

EJEMPLO DE APLICACION

Se analizó el marco mostrado en la fig.10 y se efectuaron los siguientes análisis: 1) Se aplicaron las cargas verticales incrementándolas hasta el colapso del marco mientras la carga horizontal se mantuvo constante (tabla 1). 2) Se incrementó la carga horizontal hasta el colapso mientras las cargas verticales se mantuvieron constantes (tabla 2). 3) Se calculó la influencia del efecto P- Δ en condiciones de servicio (tabla 3); y 4) Se calculó el valor de las cargas críticas elásticas e inelásticas del marco (tablas 4 y 5).

En los análisis anteriores se aceptó que pueden existir desplazamientos iniciales de $\Delta/h = 0.004, 0.008, 0.012$ y 0.016 , para analizar su influencia en condiciones de servicio y de falla.

El efecto P- Δ en condiciones de servicio se calculó iterativamente siguiendo la recomendación de Wood (19); comparaciones entre estos valores y los obtenidos con factores de amplificación se dan en las tablas 6 y 7.

El análisis 2 se realizó, también, con el método propuesto por De Buen (1). En la tabla 8 se hace una comparación de los resultados.

CONCLUSIONES

1. La manera más sencilla de considerar el efecto P- Δ es utilizando factores de amplificación, sin embargo, sólo es aplicable a edificios regulares que se comportan como edificios de cortante. El que mejores resultados proporciona es el recomendado en la ref. 12.

2. Los métodos aproximados para obtener cargas críticas dan valores semejantes; el más sencillo de aplicar es el de las refs. 3,4 y 5 para la elástica y el de la ref. 10 para la inelástica.

3. La influencia del efecto $P-\Delta$, cuando existen desplazamientos iniciales, al incrementar la carga horizontal y mantener la carga vertical constante, tiene mayor influencia en condiciones de servicio que en las de falla.

4. El efecto $P-\Delta$ y los desplazamientos iniciales tienen una mayor influencia, sobre la carga de falla del marco, al incrementar la carga vertical que al incrementar la carga horizontal.

5. Es necesario encaminar los estudios a la obtención de métodos sencillos para considerar, en condiciones de servicio y falla, fuerzas horizontales y verticales incluyendo efectos de segundo orden.

6. En el ejemplo resuelto, la fórmula de Merchant dá muy buena aproximación de la carga horizontal máxima que soporta el marco, sin embargo, no es posible conocer con este procedimiento, el comportamiento en condiciones de servicio.

REFERENCIAS

1. De Buen López de Heredia O., "Estructuras de Acero", Limusa, 1980.
2. Lu, L. W., "Inelastic Buckling of Steel Frames", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 91, No ST6, dic., 1965, pp. 185-214.
3. Rosenblueth E., "Efectos de Esbeltez en Edificios", Revista de Ingeniería, Vol XXXV, No. 1, ene., 1965, pp 1-25.
4. LeMessurier, Wm. J., "A Practical Method of Second Order Analysis". Part 2. Rigid Frames, Engineering Journal, AISC, VOL 14, No. 2, 1977, pp. 49-67.
5. Schilling. C.G., "Buckling of One-Story Frames", Engineer Journal, AISC, Vol 20, No. 2, 1983, pp. 49-57.
6. Wood, R. H., "Effective Lengths of Columns in Multi-Storey Buildings". Part 1, The Structural Engineer, julio 1974, No 7, Vol 52, pp 235-244.
7. Wood, R. H., "Effective Lengths of Columns in Multi-Storey Buildings", Part 2, The Structural Engineer, agosto 1974, No. 8, Vol. 52, pp 295-302.
8. Cheong-Siat-Moy, F., "Multistory Frame Design Using Story Stiffness Concept", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. ST6, June 1976, pp. 1197,1212.
9. Cheong-Siat-Moy, F., "Inelastic Sway Buckling of Multistory Frames", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. ST1, January, 1976, pp. 65-75
10. Yura, J. A., "The Effective Length of Columns in Unbraced Frames", Engineering Journal, AISC, Vol. 8, No. 2, April 1971, pp. 37-42.
11. "Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings", American Institute of Steel Construction, 1978.
12. "Normas Técnicas Complementarias para el diseño de Estructuras Metálicas",DDF, 1987.
13. Smith, C. V, Jr., "On Inelastic Column Buckling", Engineering Journal, AISC, Vol. 13, Third Quarter, 1976, pp. 86-88.

14. Mc Namee, R.M., Inelastic Multistory Frame Buckling, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, No. ST7, July, 1972, pp. 1613-1631.
15. Daniels, J. H., "A Plastic Method for Unbraced Frame Design", Engineering Journal, AISC, October, 1966, pp. 141-149.
16. Cheong-Siat-Moy, F., "Consideration of Secondary Effects in Frame Design", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST20, October, 1977, pp. 2005-2019.
17. "Tentative Provisions for The Development of Seismic Regulations for Buildings", Applied Technology Council, junio, 1978, sec 4.6.
18. De Buen, O. y Gerard, Series del Instituto de Ingeniería, No. 386, 1977.
19. Wood, B. R., "Column Design by P-Delta Method", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, No. ST2, February, 1976, pp. 411-427.
20. MacGregor, J. G., "Stability Analysis And Design of Concrete Frames", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST10, October, 1977, pp. 1953-1970.
21. Jara, J. M., "Efecto de Desplazamientos Horizontales en la Inestabilidad de una Estructura", trabajo para obtener el grado de Maestro en Ingeniería (Estructuras). U.N.A.M., 1986.

(Δ /h)inic.	EFEECTO P- Δ	Pcolapso (TON)	Δ_{max} (CM)	FACTOR DE CARGA	F.C. C/RESPEC. AL 1o. (%)	F.C. C/RESPEC. AL 2o. (%)
0	NO	712.17	3.44	6.15	100	
0	SI	411.09	7.21	3.55	58	100
0.004	SI	341.61	11.13	2.95	48	83
0.008	SI	306.87	15.41	2.65	43	75
0.012	SI	266.34	18.41	2.30	37	65
0.016	SI	254.76	22.23	2.20	36	62

TABLA 1: Carga horizontal constante y carga vertical incrementada hasta el colapso

(Δ /h)inic.	EFEECTO P- Δ	Vcolapso (TON)	Δ_{max} (CM)	FACTOR DE CARGA	F.C. C/RESPEC. AL 1o. (%)	F.C. C/RESPEC. AL 2o. (%)
0	NO	19.50	10.80	2.55	100	
0	SI	17.43	10.70	2.28	89	100
0.004	SI	16.90	13.85	2.21	87	97
0.008	SI	16.28	17.07	2.13	84	93
0.012	SI	15.68	20.27	2.05	80	90
0.016	SI	15.07	23.47	1.97	77	86

TABLA 2: Carga vertical constante y carga horizontal incrementada hasta el colapso

TIPO DE ANALISIS	EFFECTO P- Δ	(Δ /h)ini	DESPLAZAMIENTO INICIAL (CM)	INCREMENTO DE DESPLAZAMIENTO (CM)	DIFERENCIA C/RESPEC. A NO P-.. (%)	F.A.
CV	NO	0	0	0.00		
CV	SI	0.004	3.20	0.40		
CV	SI	0.008	6.40	0.78		
CV	SI	0.012	9.60	1.16		
CV	SI	0.016	12.80	1.55		
CV+CH 1	NO	0	0	3.35	0	1.00
CV+CH 1	SI	0	0	3.65	9	1.09
CV+CH 1	SI	0.004	3.20	3.93	17	1.17
CV+CH 1	SI	0.008	6.60	4.22	26	1.26
CV+CH 1	SI	0.012	9.60	4.51	35	1.35
CV+CH 1	SI	0.016	12.80	4.80	43	1.43
CV+CH 2	NO	0	0	3.33	0	
CV+CH 2	SI	0	0	3.63	9	
CV+CH 2	SI	0.004	3.20	3.91	17	
CV+CH 2	SI	0.016	12.80	4.77	43	

CV+CH 1 = Carga horizontal aplicada de izquierda a derecha
CV+CH 2 = Carga horizontal aplicada de derecha a izquierda

TABLA 3: Efecto P- Δ en condiciones de servicio

METODO	Pcr ELASTICA (TON)	FACTOR DE CARGA
REF 3	1527	13.20
REF 5	1527	13.20
NOMOGRAMA*	1294	11.20
NOMOGRAMA**	1488	12.80
REF 6	1492	12.90
REF 7	1526	13.20
REF 4	1608	13.90

TABLA 4: Comparación entre cargas críticas elásticas

METODO	Pcr INELASTICA (TON)	FACTOR DE CARGA
REF 10	580	5.00
REF 4	521	4.50
REF 5	602	5.20

TABLA 5: Comparación entre cargas críticas inelásticas

(Δ/h) _{inic.}	REF 16 (M)	REFS 12 Y 1 (M)	PROGRAMA ITERATIVO (M)
0.004	0.0680	0.0714	0.0713
0.008	0.1040	0.1063	0.1061
0.012	0.1382	0.1412	0.1410
0.016	0.1724	0.1761	0.1760

TABLA 6: Comparación entre los desplazamientos obtenidos al utilizar factores de amplificación para considerar los desplazamientos iniciales

METODO	FACTOR DE AMPLIF.	DIFERENCIA C/RESPECTO AL PROGRAMA ITERATIVO
ITERATIVO	1.089	0.00
REF 3	1.068	1.90
REF 12 Y 1	1.091	0.18

TABLA 7: Comparación entre factores de amplificación con $\Delta/h=0$.

METODO DE LA REF 1		METODO ITERATIVO		DIFERENCIA EN V (%)	DIFERENCIA EN Δ (%)
Δ (CM)	V (TON)	Δ (CM)	V (TON)		
3.65	7.65	3.70	7.65		1.40
7.80	16.14	7.70	16.05	0.56	
8.30	16.68	8.00	16.48	1.21	
10.80	17.57	10.70	17.43	0.80	

TABLA B: Comparación en condiciones de servicio y de falla entre la ref 1 y el método iterativo

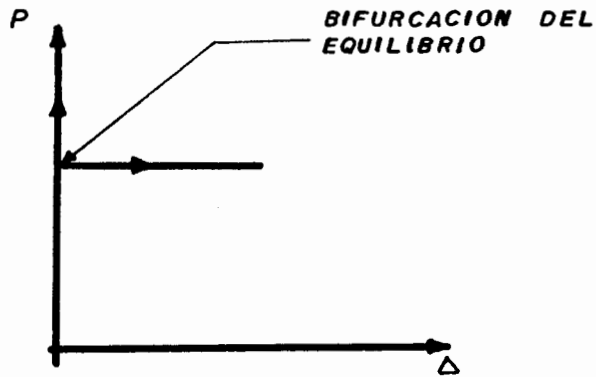


FIGURA 1

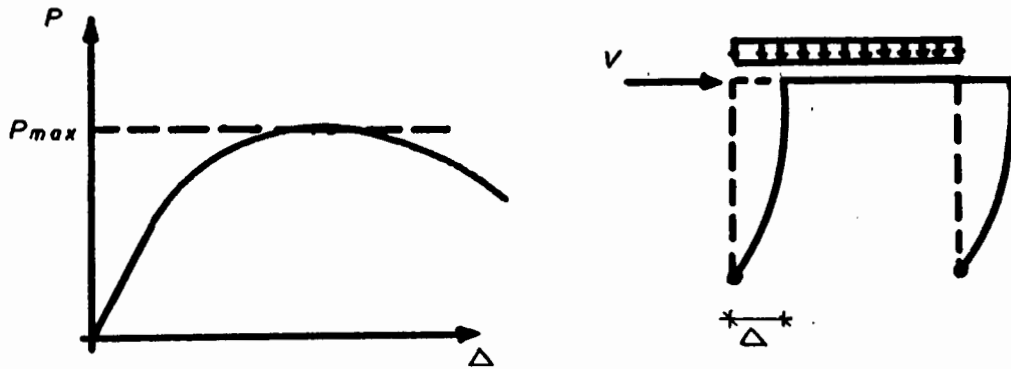


FIGURA 2

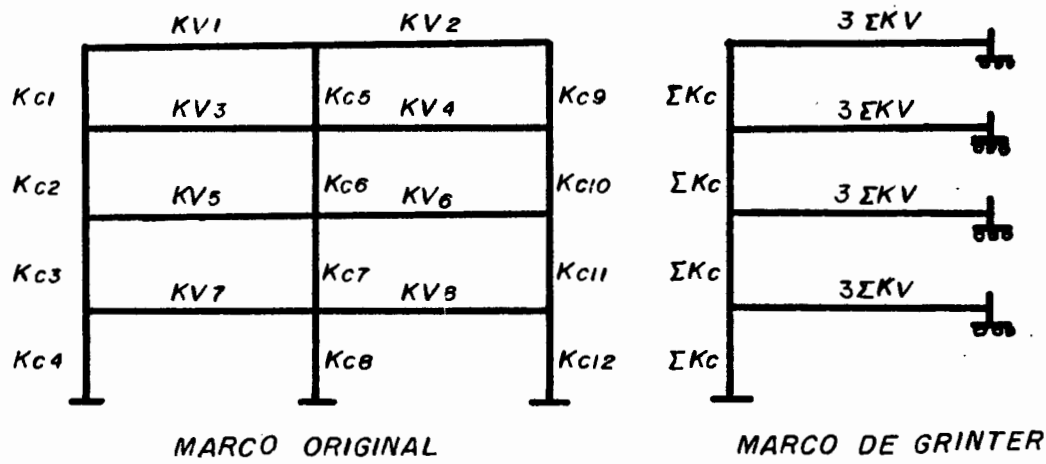


FIGURA 3

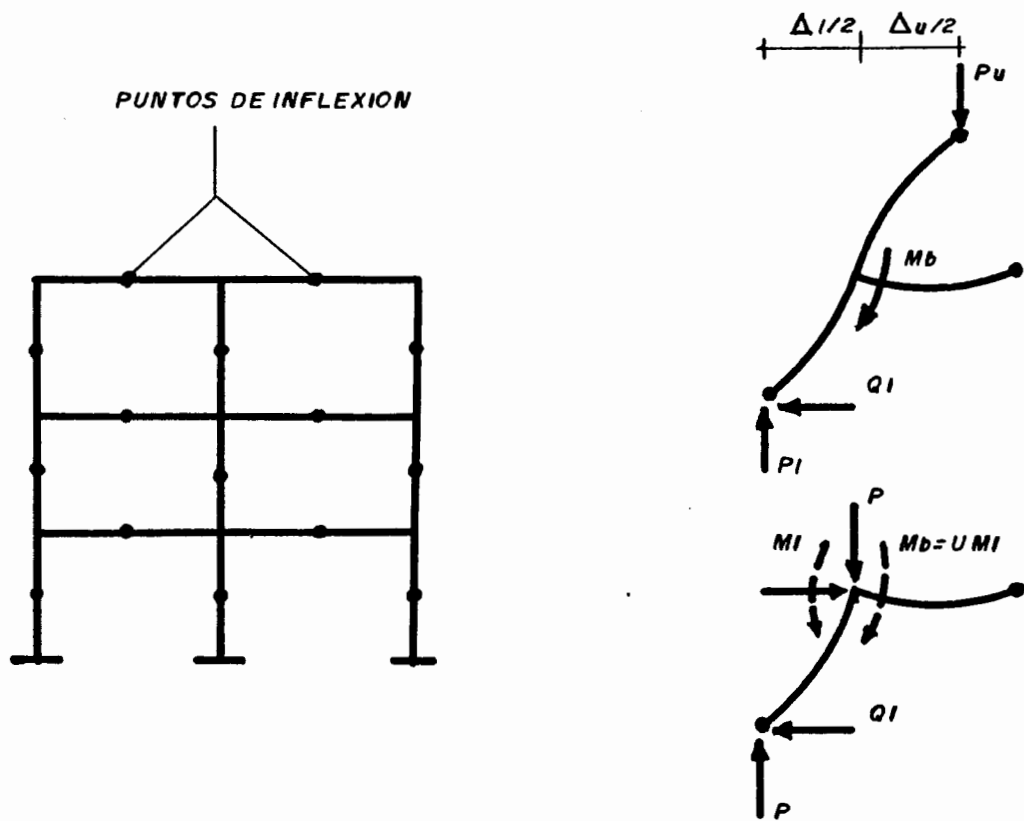


FIGURA 4

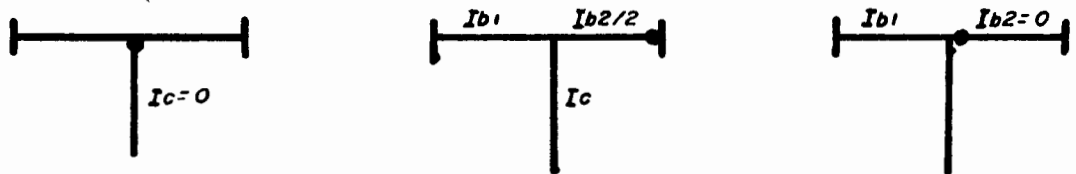
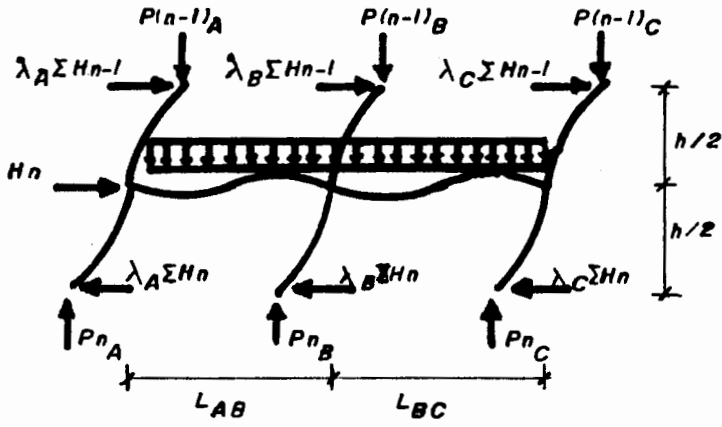


FIGURA 5



$\lambda =$ FACTOR QUE DISTRIBUYE LAS FUERZAS CORTANTES EN LAS COLUMNAS

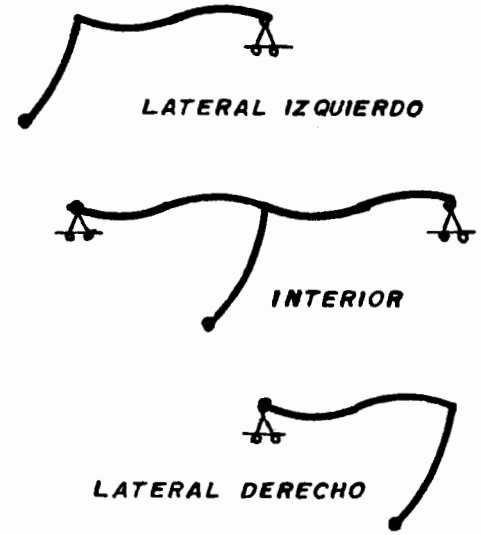
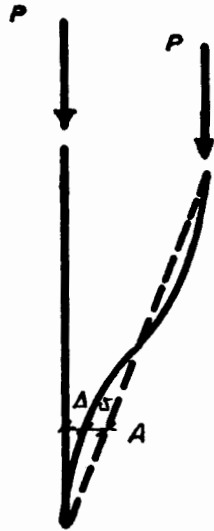


FIGURA 6



$$M_A = P\Delta + P\delta$$

FIGURA 7



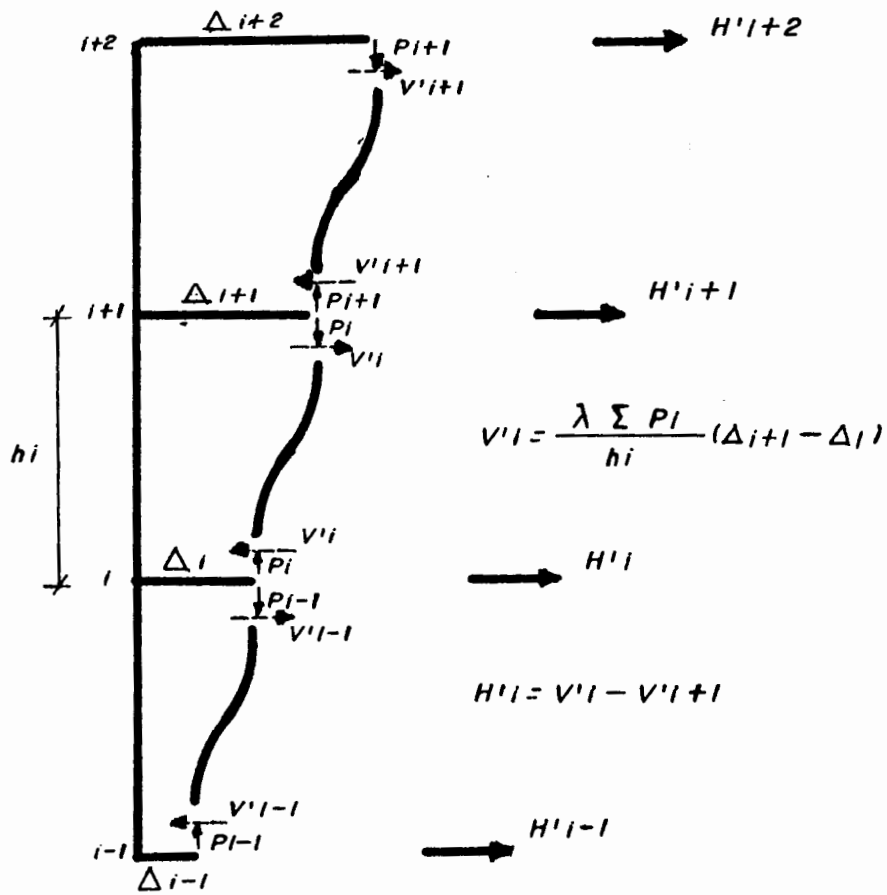
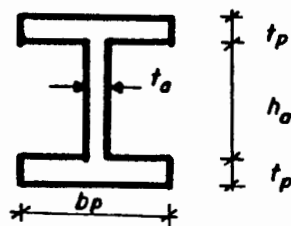
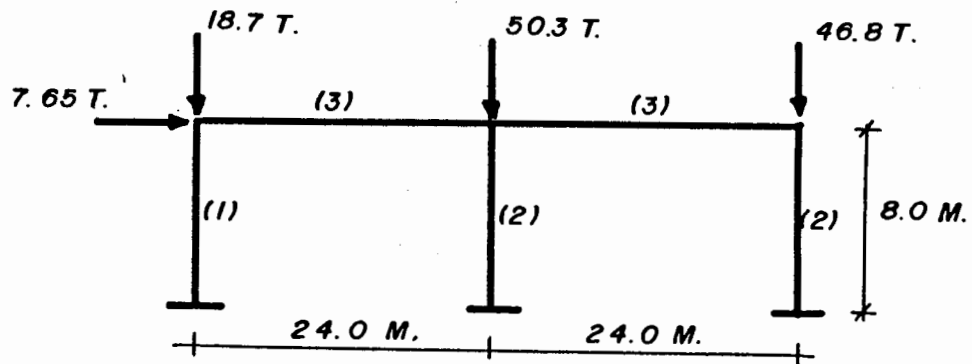


FIGURA 8



FIGURA 9



SECCION	h_a	b_p	t_p	t_a
1	25.40	25.40	1.27	0.63
2	30.50	25.40	1.27	0.95
3	84.70	42.30	4.30	2.10

FIGURA 10



F-DEPFI/D-76/1988/Ej.4



711494

F-DEPFI
D-76
1988
Ej.4

•(2)- 11494