



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Cavitación aplicada a la  
ruptura de materiales para la  
exploración submarina, así  
como en cuerpos celestes  
con océanos**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniera Aeroespacial**

**P R E S E N T A**

Jeniffer Hernández Martínez

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Martín Salinas Vázquez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2026



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y  
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL**  
(Titulación con trabajo escrito)



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado CAVITACION APLICADA A LA RUPTURA DE MATERIALES PARA LA EXPLORACION SUBMARINA, ASI COMO EN CUERPOS CELESTES CON OCEANOS que presenté para obtener el título de INGENIERA AEROSPAZIAL es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

---

JENIFFER HERNANDEZ MARTINEZ

Número de cuenta: 318043883

*“Sabiduría ante todo; adquiere sabiduría;  
y sobre todas tus posesiones adquiere inteligencia.”*  
**Proverbios 4:7**

## Dedicatoria

A mis padres: Este trabajo está dedicado a ustedes, por su esfuerzo incansable, sacrificios y amor incondicional. Hicieron posible cada paso de este camino en la vida. Gracias por trabajar día tras día, por priorizar mis sueños, incluso antes que los suyos, por enseñarme el valor de la disciplina, la constancia, la resiliencia, el respeto. Cada página de esta tesis representa horas de estudio, así como años de ejemplo, apoyo y confianza que ustedes sembraron en mí. Si hoy culmino esta etapa, es porque caminaron siempre a mi lado, incluso cuando el camino parecía difícil. Este logro no es solo mío, es de ustedes. Con todo mi amor y gratitud.

A los chicos de BTS: RM, Jin, Suga, J-Hope, Jimin, V y Jungkook:

Quiero expresar un agradecimiento especial a cada uno de ustedes, quienes, aunque no estuvieron físicamente en mi vida, me acompañaron durante muchos momentos de esta carrera. Su música fue un refugio en los días difíciles, en las largas noches de estudio y en los momentos en los que parecía que rendirse era más fácil que continuar. Se que algún día podré verlos

Gracias por cada canción, por cada palabra y por cada mensaje de esfuerzo y perseverancia. Sus canciones, sus presentaciones y hasta las fotos que veía en los momentos de descanso fueron pequeños recordatorios de que debía seguir adelante. También estuvieron presentes durante la escritura de esta tesis, acompañándome en cada momento, haciendo más llevadero el proceso y dándome ánimo para continuar.

En más de una ocasión, cuando el cansancio y la frustración aparecían, su música me dio la fuerza para no darme por vencida. Hoy, al llegar al final de mi ingeniería, también les agradezco por haber estado presentes de esta manera tan especial durante todo este camino.

De alguna forma, su arte me acompañó a levantarme, a seguir intentando y a recordar que los sueños se alcanzan con constancia, dedicación y esperanza.

## Agradecimientos

A mi papá: Gracias por ser el pilar firme que sostuvo mis sueños. Por salir a trabajar día tras día, enfrentando el frío, el calor y el cansancio, muchas veces con hambre y agotamiento, pero nunca con queja. Gracias por darme los recursos y las oportunidades para estudiar, por asegurarte de que llegara segura y puntual (a veces), y por estar pendiente incluso en los detalles que parecían pequeños pero significaban todo. Tu esfuerzo silencioso, tu responsabilidad y tu ejemplo de fortaleza son la base sobre la que hoy se construye este logro. Esta tesis también lleva tu sacrificio y tu trabajo constante.

A mi mamá: Gracias por siempre apoyarme y nunca soltarme. Por decirme que yo solo me dedicara a la escuela mientras tú te encargabas de todo lo demás. Gracias por hacerme mis comidas, por darme desayuno todos los días, por cuidarme, acompañarme y sostenerme en los momentos difíciles. Gracias por repetirme que sí podía cuando yo dudaba. Tu amor, tu entrega y tu confianza fueron mi impulso diario. Si hoy llego hasta aquí, es porque siempre estuviste a mi lado recordándome que era capaz.

A mi hermana: A ti, hermana, gracias por ser mi apoyo incondicional en cada etapa de mi vida. Gracias por siempre recordarme que no debo dudar de mí, por decirme que si algo no me hacía feliz lo pensara dos veces, que mi bienestar y mi felicidad eran lo más importante. Gracias por enseñarme a escucharme, a valorarme y a no conformarme con menos de lo que merezco. Tu voz ha sido muchas veces mi conciencia y mi fuerza cuando yo misma no sabía qué hacer. Estoy profundamente agradecida por tu amor, tu paciencia y tu manera tan única de cuidarme. Te quiero muchísimo y siempre llevaré conmigo todo lo que me has enseñado.

A mi hermano: A ti, hermano, gracias por creer en mí incluso cuando yo dudaba. Gracias por repetirme tantas veces que soy inteligente, por decirme lo orgulloso que estás de mí y de lo que soy capaz. Tus palabras han sido un impulso enorme para seguir adelante y confiar en mis capacidades. Saber que cuento con tu admiración y tu apoyo me ha dado una seguridad que no tiene precio. Estoy muy agradecida por tu cariño, por tu confianza y por siempre motivarme a dar lo mejor de mí. Te quiero muchísimo y siempre recordaré que fuiste de los primeros en hacerme creer en mi propio potencial.

A mi sobrina: Gracias por estar ahí cuando las fuerzas se me acababan, por abrazarme en silencio cuando las lágrimas no salían con palabras y por recordarme, con tu cariño, que nunca estuve sola. Tu amor fue un refugio en los momentos más difíciles.

A mi cuñada: Gracias por tus palabras de aliento, por recordarme que merezco ser feliz y por impulsarme a seguir adelante incluso cuando dudaba de mí. Tu apoyo y confianza fueron una luz constante en este camino.

A mi abuelita: Gracias por creer en mí desde el inicio, por decirme que terminara mi carrera y por impulsarme a no rendirme. Tus consejos, tu fe y tu amor han sido una guía invaluable en mi vida.

Al Doctor Martín Salinas, mi tutor: Gracias por guiarme a lo largo de este proceso con paciencia, amabilidad y dedicación. Su disposición para enseñar, su constante apoyo y su forma clara de transmitir el conocimiento hicieron de este camino una experiencia de gran aprendizaje.

Gracias por su infinita paciencia, por brindarme la confianza para organizar convivencias y adornar el laboratorio, creando un ambiente de trabajo más humano, cercano y agradable. Gracias también por aceptarme tal como soy, con todo y mis chinitos, y por hacerme sentir siempre bienvenida. Su calidad humana y su vocación por la enseñanza marcaron profundamente mi formación académica y personal.

A mis compañeros de laboratorio: Gracias por cada risa, cada convivencia y cada momento compartido dentro y fuera del laboratorio. Gracias por su paciencia para explicarme los conceptos, por su apoyo con el Fortran y por estar siempre dispuestos a ayudar. Entre cálculos, simulaciones y largas jornadas, logramos crear un ambiente lleno de compañerismo, aprendizaje y mucha chispa, que hizo de este camino una experiencia inolvidable.

A Ham y André: Gracias por estar siempre ahí, por ayudarme y apoyarme en los momentos más difíciles, por ser mis mayores haters y, al mismo tiempo, quienes más me impulsaron a dar lo mejor de mí. Su honestidad, su exigencia y su apoyo incondicional hicieron una gran diferencia en este camino.

Quiero agradecerles, Frida, Pamela y Jiimena, por haber estado a mi lado durante todo este proceso. Gracias por su apoyo constante, por el cariño sincero que siempre me brindaron y por su comprensión en cada momento. Su compañía hizo que los días difíciles fueran más ligeros y que los buenos momentos se volvieran inolvidables.

Gracias por cada palabra de ánimo, por escucharme, por impulsarme cuando lo necesitaba y, sobre todo, por todas las risas compartidas que llenaron este camino de alegría. Tenerlas cerca fue un regalo enorme. Las quiero mucho y valoro profundamente todo lo que hemos vivido juntas.

Quiero agradecerte, Fernanda, por estos 9 años de amistad tan increíbles. Gracias por acompañarme en cada etapa de mi vida, por estar presente en los momentos felices y también en los difíciles. Tu apoyo incondicional, tus palabras, tus risas y hasta tus regaños han sido parte fundamental de mi crecimiento. Siempre has estado ahí conmigo, sin importar las circunstancias, y eso es algo que valoro más de lo que puedo expresar con palabras. Te quiero mucho, amix. Deseo que sigamos creciendo juntas, cumpliendo sueños, apoyándonos siempre y que nuestra amistad nos acompañe hasta que estemos viejitas contando todas nuestras historias.

Quiero agradecerte, Mónica, por haber sido una guía tan importante en mi formación. Gracias por enseñarme que las matemáticas no eran difíciles, sino que necesitaban paciencia, práctica y confianza. Tu manera de explicar, siempre con claridad, dedicación y calma, hizo que entendiera conceptos que antes me parecían imposibles.

Gracias por tu paciencia infinita, por tomarte el tiempo de resolver cada duda y por motivarme a no rendirme. Más que enseñarme números y fórmulas, me enseñaste a creer en mis capacidades. Gracias a todo lo que aprendí contigo y a la confianza que sembraste en mí, me decidí por estudiar una ingeniería. Te estoy profundamente agradecida por el conocimiento, la inspiración y la seguridad que me ayudaste a construir.

A mí misma:

Gracias por no rendirte cuando todo parecía demasiado. Gracias por levantarte cada día, incluso cuando las fuerzas eran pocas y las dudas muchas. Gracias por esforzarte desde el primer día de la carrera, por seguir adelante aun cuando llorabas a diario, por no desistir aunque el cansancio, el miedo y la incertidumbre intentaran detenerte.

Gracias por creer en ti cuando parecía más fácil dudar. Por repetirte una y otra vez que sí podías, incluso cuando el camino se volvía cuesta arriba. Por aprender a confiar en tu capacidad, en tu inteligencia y en tu fortaleza. Por no abandonar tus sueños, aun cuando parecían lejanos.

Gracias por aprender a amarte, por ser paciente contigo, por comprender tus procesos y respetar tus tiempos. Por reconocer tus logros, incluso los más pequeños, y por aceptar tus errores como parte del aprendizaje. Gracias por sanar, por crecer y por convertir cada dificultad en una oportunidad para ser más fuerte.

Hoy puedes mirar atrás con orgullo y decir que lo lograste. Que cada lágrima, cada desvelo y cada sacrificio valieron la pena. Este logro es el reflejo de tu constancia, tu valentía y tu fe inquebrantable en ti misma.

También quiero hacer un agradecimiento a Jungkook y V. A Junkook, por tu talento, dedicación y la energía que transmite, y también por las amistades tan bonitas que muestra, como la que comparte con Cha Eun-woo, que reflejan apoyo, compañerismo y alegría.

Y a V, por su sensibilidad, su arte y su forma tan especial de ver la vida, además de las amistades que también inspiran, como la que tiene con Park Bo-gum, mostrando siempre cercanía, respeto y calidez.

De alguna manera, ver esas amistades, su forma de apoyarse y la alegría que transmiten también fue una motivación durante este camino. Incluso en los momentos más pesados de la carrera y en la escritura de esta tesis, sus canciones, sus momentos y todo lo que comparten con sus fans me recordaron que siempre vale la pena seguir adelante.

## Agradecimiento a Park Bo-gum

Quiero expresar un agradecimiento muy especial a Park Bo-gum. Aunque quizá nunca llegue a saberlo, su sonrisa, su talento y la forma tan genuina en la que transmite alegría fueron una gran motivación durante este proceso. En los momentos de cansancio o duda mientras trabajaba en esta tesis, su trabajo, su dedicación y la calidez que siempre muestra hacia sus fans me recordaban la importancia de seguir adelante con esfuerzo y entusiasmo. Admiro profundamente no solo su talento como artista, sino también su amabilidad y la forma tan sincera en la que trata a quienes lo apoyan. Esa calidez que transmite hacia sus fans inspira a muchas personas, incluida yo, a dar lo mejor de nosotros mismos. También agradezco la oportunidad tan especial de haberlo conocido en su fan meeting en septiembre de 2025. Fue un momento muy significativo que guardaré siempre con cariño, y que me dio aún más motivación para continuar y terminar este trabajo. Gracias por ser, sin saberlo, una fuente de inspiración y alegría durante este camino. Su luz y su dedicación hicieron que este proceso fuera más llevadero y, de alguna manera, también forman parte de la historia detrás de esta tesis.

A Cha Eun-woo:

Quiero expresar un agradecimiento muy especial a Cha Eun Woo, cuya presencia a través de sus k-dramas, su música y su dedicación artística me acompañaron durante los momentos más importantes de mi carrera. A lo largo de estos años de estudio, sus proyectos se convirtieron en un espacio de inspiración y motivación que me ayudó a continuar incluso en los momentos de mayor cansancio.

Sus canciones y sus interpretaciones en los k-dramas estuvieron presentes durante largas horas de estudio y también durante la escritura de esta tesis, brindándome ánimo, compañía y momentos de tranquilidad cuando más lo necesitaba. Aunque la distancia es grande y probablemente nunca sepa del impacto que tiene en la vida de sus fans, su trabajo fue una pequeña luz que hizo más llevadero este camino académico.

Gracias por el esfuerzo y la pasión que pone en cada proyecto, porque de alguna manera también me acompañaron para no rendirme y poder llegar hasta la conclusión de mi carrera y de esta tesis. Su dedicación me recordó que el trabajo constante y el amor por lo que uno hace siempre dan frutos.

Gracias por compartir tu talento y esfuerzo. Estaré esperando con ilusión tu regreso del servicio militar.

A la Facultad de Ingeniería:

Agradezco profundamente a la Facultad de Ingeniería por estos cinco años llenos de experiencias, aprendizajes y crecimiento personal y profesional. Durante este tiempo tuve la oportunidad de adquirir conocimientos, desarrollar habilidades y enfrentar retos que fortalecieron mi formación como ingeniera.

Gracias por brindarme un espacio donde pude aprender de grandes profesores, compartir con compañeros que hicieron este camino más enriquecedor y descubrir la pasión por mi área de estudio. Cada clase, proyecto y desafío contribuyó a mi desarrollo y me permitió prepararme para los retos que vendrán.

Me llevo no solo conocimientos académicos, sino también recuerdos, amistades y experiencias que marcarán una etapa muy importante de mi vida. Gracias por ser parte fundamental de mi formación y por abrirme las puertas al futuro profesional.

Al Instituto de Ingeniería:

Agradezco sinceramente al Instituto de Ingeniería, y en especial a la Torre de Ingeniería, por abrirme sus puertas y acogerme durante esta etapa tan importante de mi formación. Gracias por brindarme un espacio donde pude aprender, crecer académicamente y acercarme más al mundo de la investigación y la ingeniería.

Durante este tiempo tuve la oportunidad de adquirir nuevos conocimientos, desarrollar habilidades y aprender de personas que con su experiencia y dedicación contribuyeron a mi formación. Cada momento vivido en este lugar representó una oportunidad para seguir creciendo y fortalecer mi vocación por la ingeniería.

Me llevo valiosos aprendizajes, experiencias y recuerdos que siempre formarán parte de mi camino profesional. Gracias por la confianza, por las enseñanzas y por haber sido parte fundamental de mi desarrollo.

## Resumen

El presente trabajo estudia el fenómeno de la cavitación provocado por un mecanismo bioinspirado en el camarón mantis, el cual es capaz de generar daño, debido a el impacto directo así como la cavitación inducida. Este crustáceo es conocido por su golpe a una alta velocidad, lo que produce variaciones extremas de presión favoreciendo la formación y colapso de burbujas de vapor, liberando grandes cantidades de energía (microchorros). A partir de este principio, el presente escrito busca reproducir y analizar numéricamente dicho comportamiento, con el fin de comprender los mecanismos físicos involucrados y su posible aplicación en diferentes procesos. Este estudio se basa en la simulación numérica del fenómeno de cavitación, analizando tres casos de estudio mediante la modificación del término fuente de la cavitación, con el propósito de evaluar su influencia en la formación, crecimiento, transporte y colapso de las burbujas de vapor, así como en los gradientes de presión generados. El objetivo principal se basa en el estudio numérico del fenómeno provocado por un golpe muy rápido, analizando cómo este proceso puede aprovecharse en aplicaciones prácticas, como en procesos de extracción de minerales. En este contexto, la cavitación de manera localizada podría emplearse como un mecanismo viable para provocar la erosión controlada de materiales. Finalmente, las conclusiones obtenidas permitieron identificar el caso más representativo para la generación de cavitación y la producción localizada de burbujas. Para este análisis de resultados, se emplearon imágenes de isosuperficies y gráficas temporales. Las cuales permiten observar el comportamiento dinámico del sistema, la evolución temporal de las variables principales y la interacción entre la presión, la concentración de vapor y el término fuente.

## Motivación

Actualmente, el planeta Tierra atraviesa un momento crítico en cuanto a la disponibilidad de recursos naturales, lo que ha motivado la búsqueda de nuevas alternativas para su obtención. En el ámbito minero, la sobreexplotación de los yacimientos superficiales ha generado la necesidad de explorar entornos no tradicionales, como los océanos y mares, que se presentan como fuentes potencialmente ricas en minerales.

El interés por expandir la obtención de recursos fuera del planeta ha dado pie a querer incursionar en la minería espacial. Esta nueva frontera se fundamenta en el conocimiento de que muchos de los minerales presentes en la Tierra provienen originalmente del espacio exterior, permitiendo explorar otros cuerpos celestes como fuentes de materias primas. Sin embargo, es fundamental que estas exploraciones se lleven a cabo con responsabilidad y bajo criterios de sostenibilidad, a fin de evitar repetir los errores de sobreexplotación cometidos en la tierra.

Por otro lado, el descubrimiento de océanos y mares compuestos por sustancias distintas al agua, como los mares de metano líquido en algunas lunas de Saturno, sugiere nuevas oportunidades para la aplicación de técnicas como la cavitación en ambientes extraterrestres. Dado que dicho proceso requiere de un medio líquido, su eventual implementación en contextos fuera de la Tierra podría representar un avance significativo en las estrategias de extracción de minerales, con potencial beneficio para la humanidad en el futuro.

# 1. Objetivos

Objetivo general: Realizar el estudio numérico del fenómeno de cavitación inducido por un golpe rápido y fuerte en un material duro e indeformable. Este mecanismo bioinspirado en la pinza del camarón mantis, tiene el potencial de incrementar los esfuerzos sobre el material golpeado, debido al fenómeno de cavitación que se genera en el medio líquido. La cavitación se genera al reducir la presión local de un líquido por debajo de su presión de saturación a la temperatura ambiente. Esto genera burbujas de vapor que al viajar a zonas de mayor presión implotan generando grandes esfuerzos en el medio. Este fenómeno se podría encontrar en procesos de extracción de minerales y manufactura en medios líquidos, tanto en la Tierra como en cuerpos celestes que presentan depósitos líquidos.

Objetivos particulares

1. Modelar el fenómeno de cavitación generado por el golpe súbito de un material sobre otro inmersos en un líquido, identificando los principios físicos que puedan ser representados numéricamente.

2. Simular numéricamente el comportamiento bajo las condiciones, analizando tres casos diferentes del término fuente, con el fin de evaluar la influencia en la dinámica del flujo, la transferencia de masa mediante el estudio de campos temporales y gráficas temporales.

3. Analizar la sensibilidad del modelo frente a la variación del término fuente, identificando el efecto en la aparición, evolución e intensidad de la cavitación a partir de la comparación de campos de presión en diferentes tiempos.

# Índice general

1. Objetivos	13
<b>I. Introducción</b>	<b>16</b>
2. Cavitación	16
3. Cavitación hidrodinámica	17
4. Camarón mantis	18
5. Generación de burbujas de vapor	21
6. Cavitación fluidos criogénicos	23
7. Erosión por cavitación	23
8. Minería submarina	24
9. Minería espacial	25
<b>II. Ecuaciones de gobierno</b>	<b>26</b>
10. Ecuación de continuidad y ecuación de cantidad de movimiento (Navier-Stokes)	26
11. Modelo de turbulencia (LES)	27
12. Esquema numérico	30
12.1. Diferencias finitas	30
12.2. Método Runge-Kutta 3° Orden	32
13. Modelo Cavitación	33
<b>III. Configuración del sistema</b>	<b>35</b>
14. Configuración a simular	35
15. Características de la malla computacional	37
16. Condiciones iniciales y de frontera	39
17. Término fuente de cavitación	40
18. Fronteras inmersas	44
<b>IV. Resultados</b>	<b>45</b>
19. Validación de la simulación numérica	45
20. Descripción de los casos estudiados	46
21. Descripción general del fenómeno. Caso 1	47
22. Síntesis del análisis. Caso 1	57
23. Esfuerzos hidrodinámicos asociados a la implosión	58
24. Análisis comparativo de los casos	59
25. Resumen de los resultados	61
26. Selección de un punto en el dominio	62
27. Criterio de selección	63

28. Análisis temporal. Caso 1	64
29. Análisis temporal comparativo caso 2 y 3	67
<b>V. Conclusiones</b>	<b>70</b>
30. Trabajos futuros	71

# Capítulo I

## Introducción

En este capítulo se presenta el contexto general del estudio, abordando el fenómeno de la cavitación. Se describe cómo se origina a partir de variaciones de presión en un medio líquido, dando lugar a la formación y colapso de burbujas de vapor que liberan grandes cantidades de energía. Asimismo, se introduce el mecanismo bioinspirado en el camarón mantis, destacando su capacidad de provocar cavitación mediante un golpe de alta velocidad, lo que produce un doble impacto sobre sus presas. Este fenómeno natural sirve como base para el desarrollo del presente trabajo.

## 2. Cavitación

El estudio de la cavitación ha sido investigado y analizado durante largos períodos históricos, dado que puede manifestarse en la presencia de cualquier medio líquido. Este fenómeno se caracteriza por la violenta acción que ocurre cuando las burbujas de vapor formadas en el fluido colapsan repentinamente, provocando una implosión. Dicha implosión, se puede entender como una contracción súbita y agresiva, se produce cuando la presión local del líquido desciende por debajo de la presión de saturación. Al entrar nuevamente en contacto con una región de mayor presión, se genera este proceso de cavitación.

Dada su relevancia, la Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio (NASA) cuenta con su propio centro especializado en mecánica de fluidos para el estudio de la cavitación, así como de la dinámica de gases, flujos supersónicos y criogénicos. Este centro, denominado Glenn Research Center, se ubica en Cleveland, Ohio, Estados Unidos.

La cavitación cuenta con múltiples aplicaciones dado su agresividad, en la medicina se emplea para romper cálculos renales, en procedimientos químicos para acelerar los procesos mediante las ondas que se producen, también en procesos de agroindustria, entre otros. Como se observa, la cavitación es un acontecimiento con múltiples aplicaciones. Aunque su presencia suele representar un riesgo para componentes mecánicos y sistemas hidráulicos, el aprovechamiento controlado de sus efectos violentos puede resultar beneficioso en ciertos contextos tecnológicos.

### 3. Cavitación hidrodinámica

La cavitación hidrodinámica ocurre con la presencia de burbujas de vapor en una zona de menor presión, inferior a la presión de saturación del fluido. Estas cavidades se expanden, alcanzando un tamaño máximo; posteriormente, al ingresar en una zona de mayor presión, colapsan a altas velocidades. Esto produce ondas de choque provocando erosión en la superficie de los materiales sólidos. Para determinar si habrá posible cavitación se emplea un número adimensional llamado número de cavitación:

$$C = \frac{p - p_v}{\rho v^2 / 2} \quad (1.1)$$

- $p$  Presión absoluta en el punto de interés
- $p_v$  Presión de vapor del líquido
- $\rho$  Densidad del líquido
- $v^2$  Velocidad no perturbada o de referencia

Para saber si habrá cavitación este número debe ser menor a 1.0 ya que si es mayor a eso, existirá una presencia baja de cavitación. Como en diversas industrias se emplea este método para ciertas áreas, podemos ver en la siguiente tabla el número de cavitación que se emplea para dichos procesos, vemos que la mayoría son menores a 1.0

Tabla I.1: Número de cavitación óptimo para aplicaciones agroindustriales [Gutiérrez-Mosquera et al., 2019](#).

Aplicación	C óptimo
Tratamiento de aguas residuales	0.15 – 0.55
Remoción de microorganismos y algas en fuentes de agua	0.10 – 0.54
Inactivación de <i>Saccharomyces cerevisiae</i>	0.29 – 0.44
Producción de biodiesel a partir de aceites vegetales	0.10 – 0.20
Hidrólisis de aceites	0.15-0.50
Depolimerización de goma guar	0.25 – 0.38
Emulsificación	0.16 – 0.23
Síntesis de nano-partículas	0.10-0.61
Extracción de lípidos a partir de microalgas	1.17
Pre-tratamiento de biomasa lignocelulósica	0.017 – 0.048
Mejoramiento del proceso de producción de cerveza	0.10 – 0.30
Disminución de viscosidad en líquidos	0.42-0.64

Otros de los números adimensionales presentes en la cavitación son: número de reynolds y número de prandtl. A continuación una breve explicación de cada uno.

El número de Reynolds representa el comportamiento del fluido, si será laminar o turbulento ya que relaciona las fuerzas de inercia con las viscosas, entre más viscosidad presente menor será el Reynolds lo que provoca un flujo laminar donde los movimientos son suaves en trayectorias paralelas y ordenadas. Por otro lado un flujo turbulento se mueve de manera caótica dando lugar a variaciones rápidas de velocidades y presión, estas fluctuaciones de presión pueden dar origen a que en ciertas zonas descienda la presión por debajo de la de saturación favoreciendo la formación de cavidades o burbujas. El número de Reynolds se define como:

$$\text{Re} = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (1.2)$$

donde:

- Re es el número de Reynolds (adimensional),
- $\rho$  es la densidad del fluido ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),
- $v$  es la velocidad del fluido ( $\text{m}/\text{s}$ ),
- $L$  es la longitud característica (m),
- $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ).

El número de Prandtl nos indica la relación que existe entre la viscosidad y la difusividad térmica, indicando con qué rapidez se transfiere el calor respecto al movimiento del fluido. En la cavitación es importante debido a que al colapsar las burbujas de manera abrupta se libera mucha energía ocasionado altas temperaturas que puede ser en el centro o alrededor de las cavidades, provocando los impactos en las superficies sólidas. El número de Prandtl se define como:

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (1.3)$$

donde:

- Pr es el número de Prandtl (adimensional),
- $c_p$  es el calor específico a presión constante ( $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ),
- $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ),
- $k$  es la conductividad térmica del fluido ( $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ).

## 4. Camarón mantis

El crustáceo cuenta con un mecanismo que utiliza para atacar a sus presas, conformado por dos apéndices, estos se encargan de dar un golpe determinado con una alta velocidad provocando lesiones en sus presas, en el caso de las conchas las rompe con el impacto. Esto sucede debido que al ser un movimiento extremadamente rápido, se genera cavitación entre el apéndice y la superficie que golpea, ocasionado

doble impacto, el segundo por la formación de burbujas de vapor. Investigaciones demuestran que la velocidad máxima que alcanza son de 14 a 23 m/s, con velocidades angulares que rondan de 670 a 990 rad/s y una aceleración máxima de 65 a 104  $km/s^2$ . [Patek et al., 2004].

A continuación se muestra una imagen sobre cómo está el apéndice del camarón mantis:

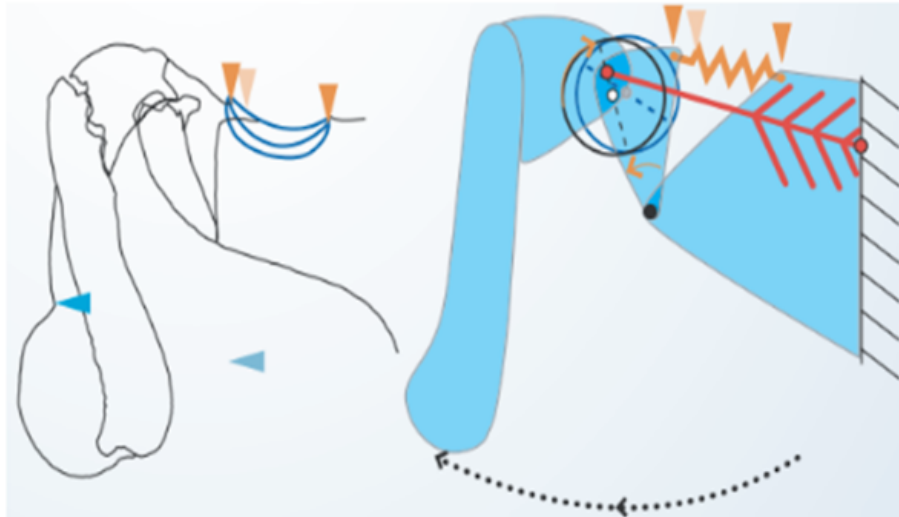


Figura I.1: Mecanismo de la pinza del camarón mantis. [Patek et al., 2004]

Observamos que en la imagen representan el movimiento como si fuera un resorte ya que se almacena una energía elástica, que retrae su exoesqueleto para posteriormente lanzar el golpe permitiendo la extensión de la pinza para atacar a la presa. La cavitación se forma entre la parte que golpea al sólido de la siguiente manera:



Figura I.2: Formación de la cavitación entre la pinza y el sólido

Se puede observar la formación de burbujas entre las superficies de la pinza y la concha marina, debido al golpe, este erosiona el material provocando desprendimientos en el mismo y la ruptura. Gracias al mecanismo que tiene este crustáceo,

modelaron la forma en la que golpea a sus presas, mediante un mecanismo que simulara el apéndice, junto con ligas para simular el movimiento y ver la cavitación que provoca esto.

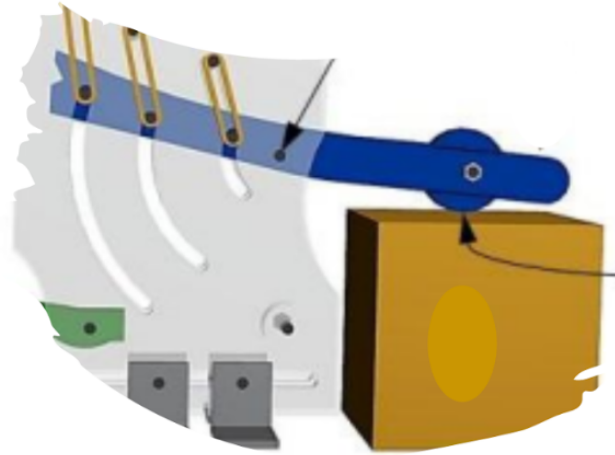


Figura I.3: Mecanismo realizado de manera experimental. [Godínez et al., 2021]

El experimento realizado por Godínez [Godínez et al., 2021], se introdujo en un tanque rectangular con agua con dimensiones  $44 \times 44 \times 22 \text{ cm}^3$ , colocando un prisma de aluminio en la base del tanque para que el extremo golpeará la superficie del aluminio. La palanca se lanzó con un disparador mecánico, grabando su movimiento con una cámara SONY Rx100 V.

La cavitación se muestra en la figura I.4, fotograma 9 en indicando con la flecha, obteniendo resultados satisfactorios donde presenciaron la formación de las cavidades entre las superficies de contacto dentro del fluido así como las produce el crustáceo.

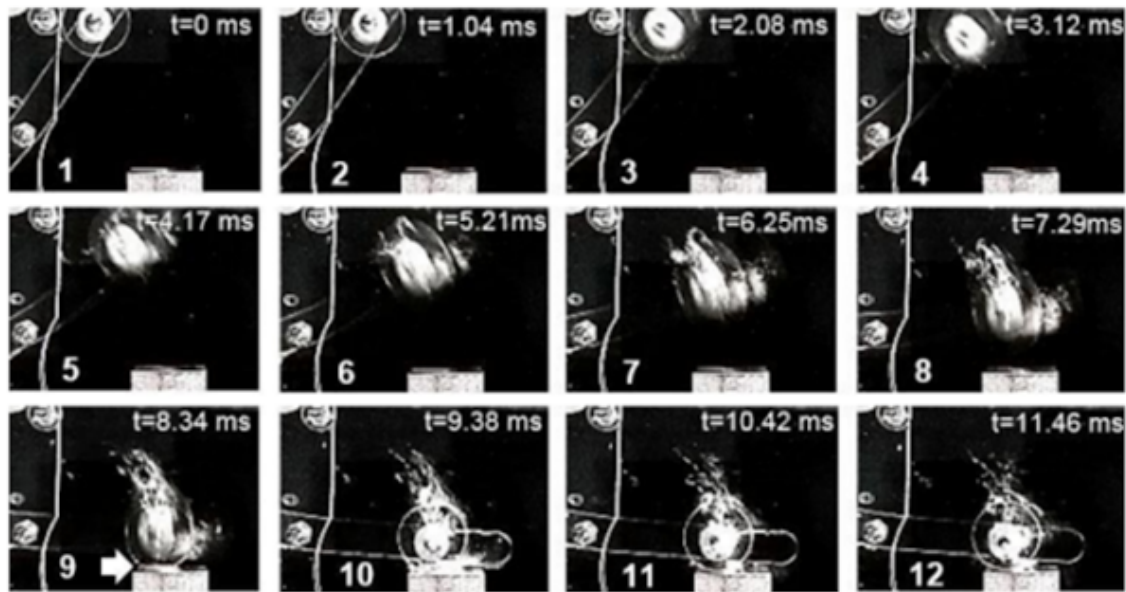


Figura I.4: Fotografías de la formación de cavitación con el mecanismo realizado de manera experimental. [\[Godínez et al., 2021\]](#)

## 5. Generación de burbujas de vapor

La cavitación sabemos que ocurre cuando la presión local desciende por debajo de la presión de saturación. Esta presión de saturación es a la cual el líquido puede coexistir de manera que se encuentra en equilibrio termodinámico con su vapor a una temperatura dada.

Entonces cuando:

$$p \leq p_{\text{sat}}$$

La presión externa ya no puede ser lo suficiente para mantener al líquido cohesionado por lo que las fuerzas intermoleculares que mantienen la fase líquida se empiezan a debilitar, dando lugar a la separación de las moléculas, formando núcleos de vapor los cuales crecen de manera rápida dando lugar a las burbujas de vapor.

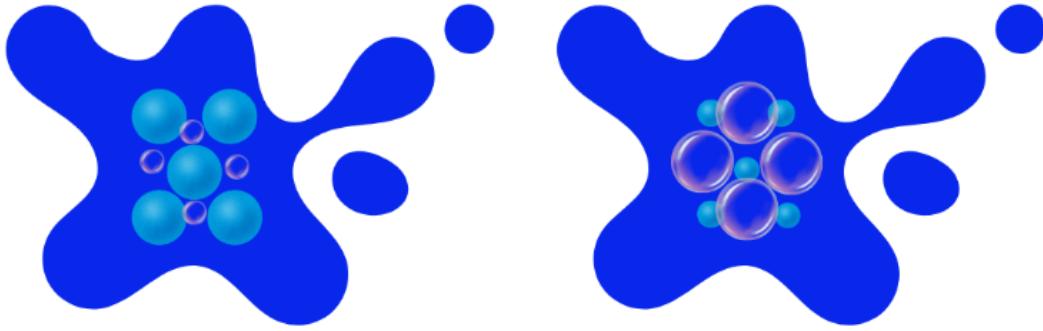


Figura I.5: Formación de núcleos de vapor

En la figura I.5 se muestra cómo las moléculas al comenzar a separarse forman los núcleos de vapor y como crecen de manera rápida hasta formarse las burbujas de vapor.

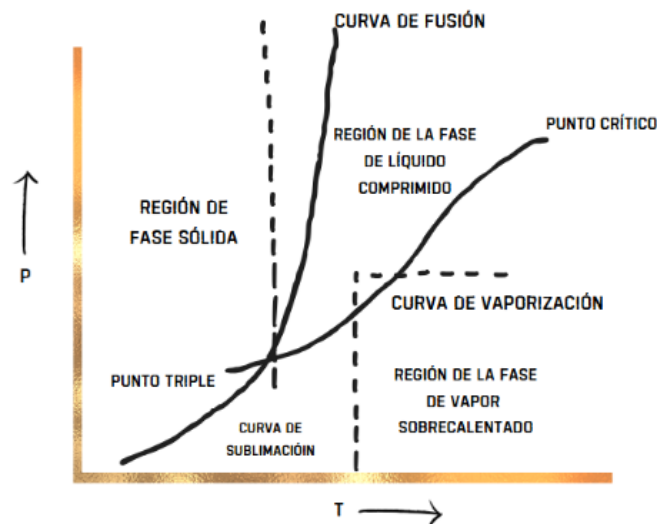


Figura I.6: Campana de saturación

La cavitación también se puede explicar con el diagrama de fases líquido-vapor. El fluido se encuentra en la región de líquido comprimido, es decir, el fluido se encuentra en estado completamente líquido a una presión mayor que la de saturación, correspondiente a una temperatura, sin embargo una presencia de disminución local de la presión hace que se desplace el estado termodinámico del fluido de manera vertical hacia abajo, en la campana de saturación P-T. Cuando la presión alcanza el valor de la presión de saturación, el estado del fluido cruza la línea de líquido saturado, el cual es cuando se encuentra exactamente en la condición límite ya que puede comenzar el cambio de fase de vapor. A continuación ingresa a la región bifásica dando comienzo a la formación de burbujas de vapor. Estas burbujas colapsan cuando abandonan la campana de fases e ingresan a zonas de mayor presión.

## 6. Cavitación fluidos criogénicos

Los fluidos criogénicos son compuestos que permanecen en estado líquido a temperaturas significativamente por debajo de los cero grados Celsius. Entre los más comunes se encuentran el hidrógeno, el oxígeno y el metano. La NASA ha llevado a cabo diversos estudios relacionados con la cavitación en este tipo de sustancias. Especialmente en el informe titulado *Cavitation in Liquid Cryogens* de Edmonds [\[Edmonds and Hord, 1968\]](#) analizó dicho fenómeno en el hidrógeno, implementando dos enfoques: la cavitación incipiente, que se refiere a la detección de la formación inicial de vapor, y la cavitación desarrollada, caracterizada por la creación de burbujas con perfiles de presión y temperatura medibles. Con este estudio pudieron comprender cómo la cavitación influye en el comportamiento de estos fluidos, dado que puede generar ondas de choque capaces de provocar erosión en los materiales. Por esta razón, la cavitación es considerada un fenómeno de naturaleza altamente agresiva

## 7. Erosión por cavitación

La erosión es un proceso que ocurre de forma natural o puede ser inducido por la mano humana. Se representa como el desgaste de una superficie, ya sea en suelos, rocas, sedimentos, metales, entre otros materiales. En el ámbito de la ingeniería, este fenómeno es especialmente relevante en metales y estructuras hidráulicas, donde la cavitación desempeña un papel esencial. Las burbujas que se producen, al colapsar, generan ondas de choque y microchorros (microjets) de alta energía. Los primeros consisten en pequeños chorros de líquido que impactan en la superficie, mientras que los segundos generan microfisuras y provocan fatiga en el material.

Debido a la intensidad del proceso, la cavitación puede ser aprovechada intencionalmente para inducir erosión controlada. Un ejemplo de ello se puede observar en la naturaleza, en el mecanismo de ataque del camarón mantis, el cual utiliza su pinza para generar cavitación en sus presas. El golpe es extremadamente rápido por lo que se forman burbujas que implodionan, generando un doble impacto: uno mecánico, por el golpe de la pinza, y otro, causado por el colapso de las burbujas, lo cual permite fracturar o romper estructuras duras como caparazones de caracoles y conchas.

Un trabajo de investigación de tesis de Cruz-Arrieta [\[Ledezma Cabrera, 2009\]](#) realizó unas pruebas de desgaste unitario por cavitación donde se puede observar cuánto material se desprende provocado por las cavidades, mostrando una serie de imágenes. Explicando como una sola burbuja provoca un piquete en forma de cráter y como varias burbujas de tamaños diferentes produce una falla local por fatiga.

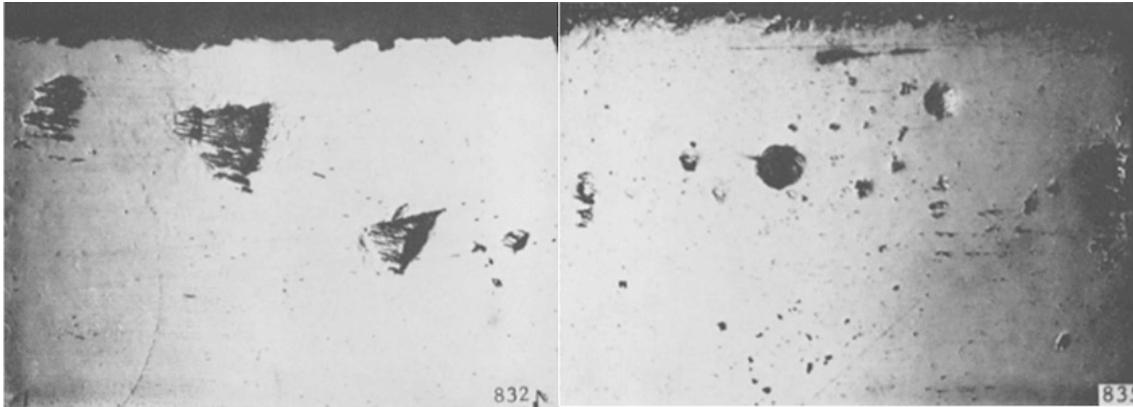


Figura I.7: Erosión inducida por la cavitación. Ledezma Cabrera, 2009

Por lo que observamos la cavitación provoca daños como la erosión en los materiales sólidos, de tal manera que se podría aplicar para erosionar minerales e implementarlo en la minería submarina ya que el océano cuenta con muchos recursos mineros, como en otros lugares que posean almacenamientos de agua fuera del planeta tierra.

## 8. Minería submarina

La minería submarina es una de las actividades que han surgido en busca de aprovechar los recursos minerales que existen en el fondo de los océanos. Esta práctica ha sido relevante en los últimos años debido a la demanda de minerales como el cobalto, el níquel, el cobre, el manganeso, entre otros; para la fabricación de baterías, dispositivos electrónicos y tecnologías de energía renovable. El proceso para extraer es mediante el uso de vehículos robóticos y sistemas de succión. Estos equipos, están conectados a una plataforma en la superficie, los cuales se encargan de recolectar o cortar los materiales para transportarlos a través de tuberías.. Los métodos que se utilizan cambian dependiendo de lo que se quiera explorar y extraer. Existen diferentes técnicas pero todos estos métodos son agresivos ya que levantan sedimentos marinos. Ante esta situación la comunidad científica y tecnológica ha comenzado a explorar alternativas menos destructivas para el ecosistema marino. Uno de esos métodos que se podrían probar es la cavitación controlada. Gracias a este principio físico, la cavitación se podría reducir la cantidad de sedimentos suspendidos, evitar la erosión excesiva y limitar el área afectada por la extracción. Al poderse aplicar seleccionado las zonas con alta concentración de minerales, representa una alternativa más precisa y de menor impacto ambiental. Aunque la cavitación se encuentra en una etapa experimental en diversas áreas de aplicación, su desarrollo para la minería submarina podría ser algo beneficioso para la vida marina. La combinación de tecnologías menos invasivas, combinando evaluaciones ambientales rigurosas y regulaciones internacionales, resultaría para mantener la conservación de los ecosistemas oceánicos.

## 9. Minería espacial

La minería es una de las actividades principales que consiste en la exploración y extracción de minerales destinados a diversos sectores industriales, como la construcción, la tecnología y la producción de energía. Ante la creciente demanda y la progresiva escasez de estos recursos en la Tierra, se ha comenzado a explorar nuevas alternativas, entre ellas la minería espacial, la cual busca obtener minerales valiosos en cuerpos celestes.

En este contexto, la NASA llevó a cabo una misión con una sonda espacial llamada OSIRIS-REx, cuyo objetivo fue recolectar muestras del asteroide Bennu para su análisis. Los estudios revelaron que este cuerpo celeste presenta una composición rica en carbono, nitrógeno, fosfato de magnesio, sodio y compuestos orgánicos. Estas características sugieren que Bennu podría haberse desprendido de un antiguo y pequeño mundo oceánico, actualmente inexistente.

Dado que la sonda OSIRIS-REx aún contaba con combustible tras completar su misión principal, la NASA decidió redirigirla a una nueva expedición, esta vez al asteroide Apofis. La misión tiene como objetivo principal estudiar los posibles cambios físicos y químicos en la superficie del asteroide provocados por su acercamiento a la Tierra, previsto para mediados de abril de 2029. Para ello, se utilizarán diversos instrumentos científicos, entre ellos cámaras de alta resolución, espectrómetros y un altímetro láser, con el fin de mapear su superficie y analizar su composición química. Cabe destacar que Apofis contiene minerales de interés como silicatos y aleaciones de níquel-hierro.

Debido al creciente interés por la minería interplanetaria refleja la necesidad de explorar nuevas fuentes de recursos minerales ante la limitación de los existentes en la Tierra. Sin embargo, como ocurre con todo nuevo campo de desarrollo tecnológico, es fundamental llevar a cabo pruebas preliminares y validaciones en condiciones controladas, es decir, en nuestro propio planeta. Por esta razón, el presente trabajo se enfoca en el análisis del fenómeno de cavitación con aplicaciones en minería submarina, como una etapa previa para su posible implementación en ambientes externos a la tierra. Particularmente, se considera relevante su aplicación en cuerpos celestes que presentan depósitos líquidos, como las lunas de Saturno. Un caso destacado es Titán, la cual posee mares y ríos de hidrocarburos, lo que la convierte en un candidato potencial para la futura exploración y explotación minera mediante tecnologías inspiradas en el entorno terrestre.

# Capítulo II

## Ecuaciones de gobierno

En este capítulo se presentan las ecuaciones fundamentales que describen el comportamiento del flujo y permiten modelar el fenómeno de cavitación desde un enfoque numérico. Se desarrollan las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento, conocidas como ecuaciones de continuidad y de Navier-Stokes, considerando un flujo compresible. Se describe la implementación del modelo de turbulencia basado en la simulación a grandes escalas (LES), el cual permite capturar las estructuras principales del flujo mientras modela los efectos de las escalas más pequeñas mediante un modelo de submalla. También se introduce el modelo de cavitación utilizado, basado en la dinámica de burbujas, que considera los procesos de evaporación y condensación.

### 10. Ecuación de continuidad y ecuación de cantidad de movimiento (Navier-Stokes)

Para representar las ecuaciones de movimiento de un flujo compresible, el cual la densidad del fluido cambia durante el movimiento debido a las altas velocidades. Se expresan de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} = \mathbf{S}_o \quad (\text{II.1})$$

Donde:

$$\mathbf{U} = (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3) \quad (\text{II.2})$$

$\mathbf{U}$  es el vector velocidad y  $\rho$  la densidad, estas ecuaciones representan la ecuación de continuidad (conservación de la masa) y de Navier-Stokes (cantidad de movimiento). Estas se basan en el método de compresibilidad artificial amortiguada entrópicamente EDAC; el objetivo es mejorar la estabilidad así como la precisión en las simulaciones.

Los flujos  $F_i \forall i \in \{1, 2, 3\}$  para un fluido newtoniano están dados por:

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} \rho u_i + \frac{1}{M^2} \rho u_i - \frac{1}{Re} \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - \frac{\mu}{Re} S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - \frac{\mu}{Re} S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - \frac{\mu}{Re} S_{i3} \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

$u_i$  representa el componente de velocidad en la dirección  $i$ , y  $p$  es la presión. La densidad ( $\rho$ ), la viscosidad dinámica ( $\mu$ ) y la viscosidad cinemática ( $\nu$ ) se consideran constantes.

Por último,  $\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker y  $S_{ij}$  es el tensor de tasa de deformación.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (\text{II.4})$$

El método EDAC considera un balance de entropía para cerrar el sistema de ecuaciones, asumiendo un comportamiento isentrópico (no hay cambio de entropía durante el proceso) y minimizando las fluctuaciones de densidad. [Salinas-Vázquez et al., 2022](#)

## 11. Modelo de turbulencia (LES)

La simulación a grandes escalas es una técnica empleada para modelar aquellos flujos turbulentos, ya que este es un evento caótico donde están presentes remolinos y vórtices de gran escala así como de menor escala. Los primeros transportan mayormente la energía cinética del flujo, son anisotrópicas ya que su comportamiento varía con la dirección. Las pequeñas poseen menor energía, la cual convierten en calor y son isotrópicas dado que su comportamiento es similar en todas las direcciones. Este procedimiento se encarga de simular las grandes escalas mientras que las de menor tamaño son filtradas ya que su efecto influye dentro del movimiento de las grandes escalas partiendo de un modelo submalla.

Las ecuaciones LES aplican un promediado a la Ecuación de continuidad y a la Ecuación de cantidad de movimiento,  $G_\Delta(x)$ , mediante un filtro de tamaño  $\Delta$ , para poder eliminar las escalas más pequeñas en el filtro delta, llamadas escalas de submalla.

La operación matemática de filtrado pertenece a la integral de convolución de una cantidad  $f(x, t)$  del flujo con la función filtro  $G_\Delta(x)$ , la cual nos ayuda a filtrar el campo para promediar un valor tomando en cuenta una vecindad alrededor de cada punto. Esta expresión está dada por:

$$\tilde{f}(x, t) = \int \tilde{f}(x, t) G_\Delta(x - y) dy \quad (\text{II.5})$$

El tamaño del filtro es delta y la parte de la submalla es la desviación del flujo actual con respecto del campo que se ha filtrado:

$$f(x, t) = \tilde{f}(x, t) + f'(x, t) \quad (\text{II.6})$$

Aplicando el filtro a las ecuaciones incomprensibles de Navier-Stokes, se obtiene:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{F}_3}{\partial x_3} = \bar{S}_0 \quad (\text{II.7})$$

En la simulación a grandes escalas es muy empleado el promedio de Favre, dado que las variables como velocidad o energía cinética interactúan con la densidad variable, por lo que se realiza este promediado, se define como:

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}} \quad (\text{II.8})$$

- $\tilde{f}$  : es el promedio de Favre de una variable  $f$ .
- $\rho$  : es la densidad.
- $\overline{\rho f}$  : es el promedio del producto de la densidad y la variable.
- $\bar{\rho}$  : es el promedio de la densidad.

Los flujos son resueltos quedando de la siguiente manera:

$$\mathbf{F}_l = \begin{pmatrix} \rho \bar{u}_l \\ \rho \bar{u}_1 u_i + p \delta_{1i} + 2\mu S_{1i} \\ \rho \bar{u}_2 u_i + p \delta_{2i} + 2\mu S_{2i} \\ \rho \bar{u}_3 u_i + p \delta_{3i} + 2\mu S_{3i} \end{pmatrix} \quad (\text{II.9})$$

El tensor de esfuerzo  $\tau_{ij}$  submalla , se introduce como:

$$\bar{\tau}_{ij} = -\bar{u}_i u_j + \rho \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (\text{II.10})$$

Se puede dividir en dos partes el tensor de esfuerzo submalla, una parte deviatorica, la cual describe la deformación sin cambio en el volumen e isotrópica, reescribiendo queda como

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{ll} \delta_{ij} + \frac{1}{3} \tau_{ll} \delta_{ij} \quad (\text{II.11})$$

$$\tau_{ij} = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{ll} \delta_{ij} \quad (\text{II.12})$$

Por lo que las ecuaciones de navier stokes que se le aplicó el filtro se pueden expresar de la siguiente forma:

$$\bar{\mathbf{F}}_l = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \bar{u}_l \\ \bar{\rho} \bar{u}_1 u_i + \left(\bar{p} - \frac{1}{3} \tau_{ll}\right) \delta_{1i} - \tau_{1i} - \overline{2\mu S_{1l}} \\ \bar{\rho} \bar{u}_2 u_i + \left(\bar{p} - \frac{1}{3} \tau_{ll}\right) \delta_{2i} - \tau_{2i} - \overline{2\mu S_{2l}} \\ \bar{\rho} \bar{u}_3 u_i + \left(\bar{p} - \frac{1}{3} \tau_{ll}\right) \delta_{3i} - \tau_{3i} - \overline{2\mu S_{3l}} \end{pmatrix} \quad (\text{II.13})$$

$$\bar{\mathbf{F}}_l = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \bar{u}_l \\ \bar{\rho} \bar{u}_1 u_i + \bar{\omega} \delta_{1i} - \tau_{1i} - \overline{2\mu S_{1l}} \\ \bar{\rho} \bar{u}_2 u_i + \bar{\omega} \delta_{2i} - \tau_{2i} - \overline{2\mu S_{2l}} \\ \bar{\rho} \bar{u}_3 u_i + \bar{\omega} \delta_{3i} - \tau_{3i} - \overline{2\mu S_{3l}} \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

El sistema, al utilizar los modelos de submalla, pretende representar los efectos de las escalas pequeñas sobre las grandes; por lo que se introduce la viscosidad turbulenta, que actúa como una viscosidad adicional. De esta manera, se pueden expresar los términos desconocidos en función de las variables conocidas del flujo, cerrando el sistema.

La viscosidad turbulenta se representa como:

$$\tau_{ij} = \bar{\rho} C_p \mu_t S_{ij} \quad (\text{II.15})$$

$$Q_{ij} = \bar{\rho} C_p \frac{\mu}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (\text{II.16})$$

Si el número de Reynolds es alto, los efectos viscosos son menos importantes que los efectos inerciales, por lo que la viscosidad molecular se considera de menor relevancia, obteniendo:

$$\tilde{\mathbf{F}}_l = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}_l \\ \bar{\rho} \tilde{u}_1 \tilde{u}_l + \bar{\omega} \delta_{i1} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{l1} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_2 \tilde{u}_l + \bar{\omega} \delta_{i2} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{l2} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_3 \tilde{u}_l + \bar{\omega} \delta_{i3} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t) \tilde{S}_{l3} \end{pmatrix} \quad (\text{II.17})$$

Uno de los elementos más notables de esta formulación en el sistema LES, se pueden derivar de manera directa de las ecuaciones de Navier-Stokes originales, aplicando los siguientes cambios:

$$u_i \rightarrow \tilde{u}_i, \quad \rho \rightarrow \bar{\rho}, \quad p \rightarrow \bar{\omega}, \quad \mu \rightarrow \bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_t \quad (\text{II.18})$$

Esto aporta al código numérico un sencillo uso para LES sin realizar modificaciones severas. Las expresiones empleadas para vt en las simulaciones compresibles corresponden a los modelos incompresibles de Lasier y Metais [Lesieur and Metais, 1996], con la diferencia del uso del promedio de Favre, mencionado anteriormente.

El modelo de submalla empleado es un modelo selectivo basado en la función estructura permitiendo activar únicamente la viscosidad turbulenta local en aquellas regiones del flujo donde se encuentran las pequeñas estructuras turbulentas no resueltas, evitando añadir difusión artificial en zonas donde no es necesaria para mejorar la presión del modelo. Esta viscosidad turbulenta local está expresada de la siguiente forma:

$$\nu_t(x, \Delta, t) = C_{ssf} \Delta \sqrt{\bar{\Lambda}(x, \Delta, t)} \quad (\text{II.19})$$

$C_{ssf}$  se expresa como función de la constante de Kolmogorov, a lo cual  $C_{ssf} = 0.104$ ,  $C_k = 1.4$  y  $\Delta$  se toma como:

$$\Delta = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3}$$

donde  $\Delta x_1$ ,  $\Delta x_2$ ,  $\Delta x_3$  son tamaños de malla locales en las tres direcciones espaciales.

$$C_{ssf} = f\left(C_k^{-\frac{3}{2}}\right) \quad (\text{II.20})$$

Se tiene que  $\bar{\Lambda}(x, \Delta, t)$ , es la función: de estructura de segundo orden de la velocidad basada en el campo de velocidad filtrado  $\bar{u}$ . Esta función se calcula en cada punto  $x$  de dicha malla computacional, empleando un promedio estadístico local de las diferencias de velocidad entre el punto y sus seis vecinos más cercanos. Para la interpolación se hace uso de la ley de Kolmogorov, la cual se comporta con las variaciones de la velocidad en flujos turbulentos y sirve para la construcción de esta función de estructura.

La viscosidad turbulenta se apaga cuando la turbulencia no es suficientemente tridimensional, conforme a David [David, 1993]. En el caso de ser tridimensional, se hace uso de un criterio basado en la orientación del vector de vorticidad para poder activar de manera selectiva la viscosidad turbulenta.

En un momento dado, se calcula el ángulo que se genera entre la vorticidad local de un punto y el promedio vectorial de vorticidad de sus seis vecinos más cercanos en la malla. Si este ángulo es menor a 20 grados, se considera que el flujo en esa región No hay cambios bruscos en la dirección o magnitud del flujo entre un punto y sus puntos cercanos, por lo que se desactiva la acción del modelo submalla, dicho de esta manera, la viscosidad turbulenta se anula donde este ángulo es más pequeño de lo mencionado anteriormente.

## 12. Esquema numérico

Las ecuaciones se realizaron discretizadas espacialmente haciendo uso de un esquema de diferencia finita compacto de 6° orden propuesto por Lele en 1992. La integración temporal se realizó con un esquema explícito de 3° orden Runge-Kutta con propiedades TVD ( Total Variation Diminishing) ya que este método ayuda para avanzar en el tiempo sin necesidad de introducir oscilaciones no físicas en la solución.

Debido a que los esquemas compactos de orden superior presentan una característica de no disipativos, no poseen mecanismos numéricos que permitan atenuar las oscilaciones que pueden ocurrir en la simulación a diferencia de los esquemas difusivos. Para resolver este inconveniente se hace empleo de un filtro numérico de 10 ° orden que se aplica a las variables conservativas del sistema. La técnica de filtrado utilizada sigue un enfoque propuesto por Visbal [Visbal and Gaitonde, 2002], este es explícito, simétrico y de alta precisión, permitiendo conservar la estabilidad numérica del sistema sin introducir errores de dispersión o difusión significativa.

### 12.1. Diferencias finitas

Las diferencias finitas son un tipo de método que se emplea para poder aproximar las derivadas de funciones discretizadas. En el artículo de Compact finite difference schemes with spectral-like resolution [Lele, 1992], se hace uso de los esquemas compactos de diferencia finita, permitiendo una resolución spectral-like, haciendo uso

de plantillas compactas. Aquellas donde la derivada de un punto dado es expresada en función de los valores y de las derivadas en puntos cercanos, e implícita, debido a que dicha derivada depende de sí misma, así como de las cercanas. Al emplear plantillas compactas, se tiene un menor error de dispersión y atenuación, por lo que se mantiene una buena resolución.

El esquema se construye mediante la expansión en series de Taylor de los términos involucrados alrededor del nodo  $x_i$ . La derivada en un punto se expresa como una combinación lineal de las derivadas en nodos vecinos, lo que permite una precisión utilizando un número menor de puntos de la malla, provocando que el primer término nulo del error sea del orden  $h^6$ , quedando de sexto orden.

El esquema utiliza una combinación lineal de derivadas vecinas:

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2}. \quad (\text{II.21})$$

Y se iguala a una combinación lineal de diferencias centrales:

$$c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6h} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h} + a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}. \quad (\text{II.22})$$

De tal manera que se seleccionen los coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  para que todos los términos de error hasta orden  $h^5$  se cancelen.

Se expanden todos los términos de ambos lados alrededor de  $x_i$ :

$$f'_{i+1} = f'_i + hf''_i + \frac{h^2}{2}f'''_i + \frac{h^3}{6}f''''_i + \frac{h^4}{24}f^{(5)}_i + \frac{h^5}{120}f^{(6)}_i + \mathcal{O}(h^6). \quad (\text{II.23})$$

$$\frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}, \quad \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h}, \quad \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6h}. \quad (\text{II.24})$$

El esquema utiliza una combinación lineal de derivadas vecinas:

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2}. \quad (\text{II.25})$$

Y se iguala a una combinación lineal de diferencias centrales:

$$c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6h} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h} + a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}. \quad (\text{II.26})$$

De tal manera que se seleccionen los coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  para que todos los términos de error hasta orden  $h^5$  se cancelen.

Se expanden todos los términos de ambos lados alrededor de  $x_i$ :

$$f'_{i+1} = f'_i + hf''_i + \frac{h^2}{2}f'''_i + \frac{h^3}{6}f''''_i + \frac{h^4}{24}f^{(5)}_i + \frac{h^5}{120}f^{(6)}_i + \mathcal{O}(h^6). \quad (\text{II.27})$$

$$\frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}, \quad \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h}, \quad \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6h}. \quad (\text{II.28})$$

## 12.2. Método Runge-Kutta 3° Orden

El método Runge-Kutta 3do Orden con propiedades TVD, es empleado para resolver las ecuaciones diferenciales, es un método explícito de integración temporal diseñado para poder evitar la presencia de nuevas oscilaciones numéricas. En la lectura de métodos numéricos de la universidad de Oxford se muestra una descripción de cómo se llega a este método.

En primer lugar, se avanza un paso de Euler para la solución en el tiempo  $t^n + \Delta t$ .

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} + \vec{V}^n \cdot \nabla \phi^n = 0 \quad (\text{II.29})$$

Donde

- $\phi$ : Variable escalar transportada
- $\phi^n$ : Valor de  $\phi$  en el tiempo actual  $t^n$ .
- $\phi^{n+1}$ : Valor de  $\phi$  en el siguiente paso de tiempo  $t^{n+1}$ .
- $\Delta t$ : Tamaño del paso de tiempo.
- $\vec{V}^n$ : Campo de velocidades en el tiempo  $t^n$ .
- $\nabla \phi^n$ : Gradiente espacial de  $\phi$  en el tiempo  $t^n$ .
- $\vec{V}^n \cdot \nabla \phi^n$ : Término de advección (producto punto entre el campo de velocidad y el gradiente de  $\phi$ ).

Posteriormente, se realiza un segundo avance de Euler para la solución en el tiempo  $t^n + 2\Delta t$ .

$$\frac{\phi^{n+2} - \phi^{n+1}}{\Delta t} + \vec{V}^{n+1} \cdot \nabla \phi^{n+1} = 0 \quad (\text{II.30})$$

En seguida se realiza un promediado

$$\phi^{n+\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}\phi^n + \frac{1}{4}\phi^{n+2} \quad (\text{II.31})$$

Este promediado realiza una aproximación de  $\phi$  en el tiempo  $t^n + \frac{1}{2}\Delta t$ . De esta manera, se puede dar un avance para la solución en el tiempo  $t^n + \frac{3}{2}\Delta t$ .

$$\frac{\phi^{n+\frac{3}{2}} - \phi^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} + \vec{V}^{n+\frac{1}{2}} \cdot \nabla \phi^{n+\frac{1}{2}} = 0 \quad (\text{II.32})$$

Por último se hace un segundo promediado

$$\phi^{n+1} = \frac{1}{3}\phi^n + \frac{2}{3}\phi^{n+\frac{3}{2}} \quad (\text{II.33})$$

Esto nos permite tener una aproximación de tercer orden para  $\phi$  en el tiempo  $t^n + \Delta t$ . Al tener una región de estabilidad más amplia, este método tolera una porción de valores imaginarios, ya que se extiende de manera parcial sobre el eje imaginario del plano complejo, permitiendo que el esquema no explote de inmediato.

### 13. Modelo Cavitación

Los modelos de cavitación son herramientas que nos ayudan a simular la formación de las burbujas de vapor en los fluidos. Existen varios modelos, en este caso nos concentramos en dos, el primero es el modelo de Zwart-Gerber-Belamri y Schnerr-Sauer el cual está basado en la física de las burbujas de Rayleigh-Plesset. La ecuación que representa el transporte volumétrico de vapor de agua está dada por:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial u_i C}{\partial x_i} = R_v - R_c \quad (\text{II.34})$$

Donde  $R_v - R_c$  son términos fuente del proceso de evaporación y condensación. El modelo de Zwart-Gerber-Belamri (Zwart et al., 2004) describe lo siguiente:

$$R_v = F_v \frac{3\alpha_n(1-\alpha)}{R_b} \sqrt{\frac{2p_v - p}{3\rho_w}}, \quad p_v > p \quad (\text{II.35})$$

$$R_c = F_c \frac{3\alpha}{R_b} \sqrt{\frac{2p - p_v}{3\rho_w}}, \quad p \geq p_v \quad (\text{II.36})$$

- $R_v$ : Tasa de generación de vapor (evaporación). Se activa cuando la presión local es menor que la presión de vapor del líquido.
- $R_c$ : Tasa de condensación de vapor (colapso de burbujas). Se activa cuando la presión local es mayor o igual a la presión de vapor.
- $F_v$ : Coeficiente de evaporación. Controla la intensidad del proceso de formación de vapor.
- $F_c$ : Coeficiente de condensación. Controla la intensidad del colapso de burbujas.
- $\alpha$ : Fracción de volumen de vapor. Indica la proporción del volumen ocupado por vapor.
- $\alpha_n$ : Fracción volumétrica de sitios de nucleación. Los sitios de nucleación son microburbujas en el líquido que actúan como iniciadores de cavitación.
- $R_b$ : Radio de burbuja. Representa el tamaño de las burbujas en el flujo.
- $p$ : Presión local del fluido en una celda o punto determinado del dominio.
- $p_v$ : Presión de vapor del líquido.
- $\rho_w$ : Densidad del líquido.

Se retiran los términos de segundo orden y la fuerza de tensión superficial de la ecuación Rayleigh-Plesset. El cambio de densidad y viscosidad provocado por la formación de vapor se considera en las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{U} = (p, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3)^T \quad (\text{II.37})$$

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} \rho u_i + \frac{1}{M^2} \rho u_i - \frac{\nu}{Re} \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - \frac{\mu}{Re} S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - \frac{\mu}{Re} S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - \frac{\mu}{Re} S_{i3} \end{bmatrix} \quad (\text{II.38})$$

Quedando de la siguiente manera:

$$\rho = \rho_m = C \rho_s + (1 - C) \rho_w, \quad \mu = \mu_m = C \mu_s + (1 - C) \mu_w \quad (\text{II.39})$$

Donde los subíndices que se muestran m, w y s denotan las propiedades de mezcla, agua y vapor.

# Capítulo III

## Configuración del sistema

En este capítulo se describe la configuración del sistema físico utilizado en las simulaciones. Se presenta la geometría simplificada del modelo, la cual representa de manera idealizada el mecanismo del camarón mantis, con el objetivo de facilitar su análisis sin perder el significado físico del problema. Asimismo, se detallan las características de la malla computacional, incluyendo su tipo y refinamiento en regiones críticas donde ocurren variaciones significativas de presión. Se establecen las condiciones iniciales y de frontera. Finalmente, se introduce el término fuente de cavitación, el cual representa la interacción entre la transferencia de masa y los efectos de compresibilidad, siendo un elemento clave en la simulación del fenómeno.

### 14. Configuración a simular

El sistema a simular está basado en la geometría de una manera simplificada, la cual representa la forma y funcionamiento de la pinza del camarón mantis. Esto debido a que la estructura del crustáceo está compuesta por una morfología con curvaturas irregulares, tornándose complejo. Por ello se optó por una aproximación geométrica idealizada; en este caso, un círculo. Con esto, podemos capturar el comportamiento del sistema sin sumar complejidades estructurales.

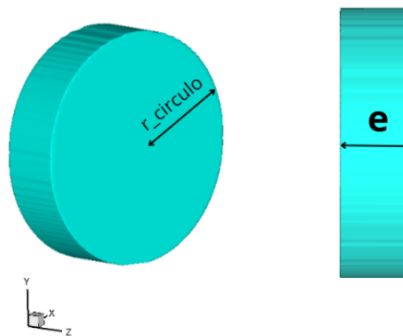


Figura III.1: Geometría a simular

En la imagen se muestra la geometría, la cual fue tomada mediante uso de teclot 360. Se tiene una vista isométrica así como la vista lateral donde se observa

el espesor de dicha figura. Al hacer uso de esta forma geométrica regular, facilita la discretización del dominio y conjuntamente obtenemos el modelo representativo del mecanismo natural para una simulación eficiente, conservando el significado físico del sistema del crustáceo.

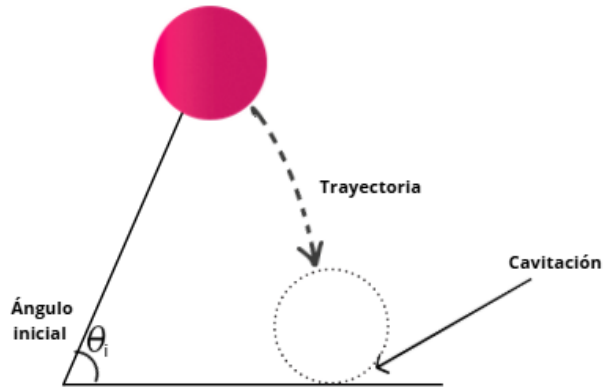


Figura III.2: Comportamiento del movimiento de la pinza

La imagen muestra el comportamiento del sistema, mostrando el ángulo inicial y la trayectoria que sigue la caída de la pinza, así como el punto donde ocurre el fenómeno de la cavitación al interactuar con la superficie (suelo).

## 15. Características de la malla computacional

La malla computacional que se empleó para la simulación, sus elementos están formados por hexaedros los cuales son muy útiles para el análisis de CFD. Este tipo de elementos nos permite tener una representación precisa de las regiones donde ocurren ciertos cambios de parámetros significativos. En la imagen se aprecia la configuración del mallado. Esta no es uniforme a lo largo del dominio, debido a un afinamiento localizado en la parte posterior de la geometría. Consiste en disminuir el tamaño de los elementos en ciertas zonas críticas, de esta manera se incrementa la resolución numérica para obtener los parámetros que nos interesan.

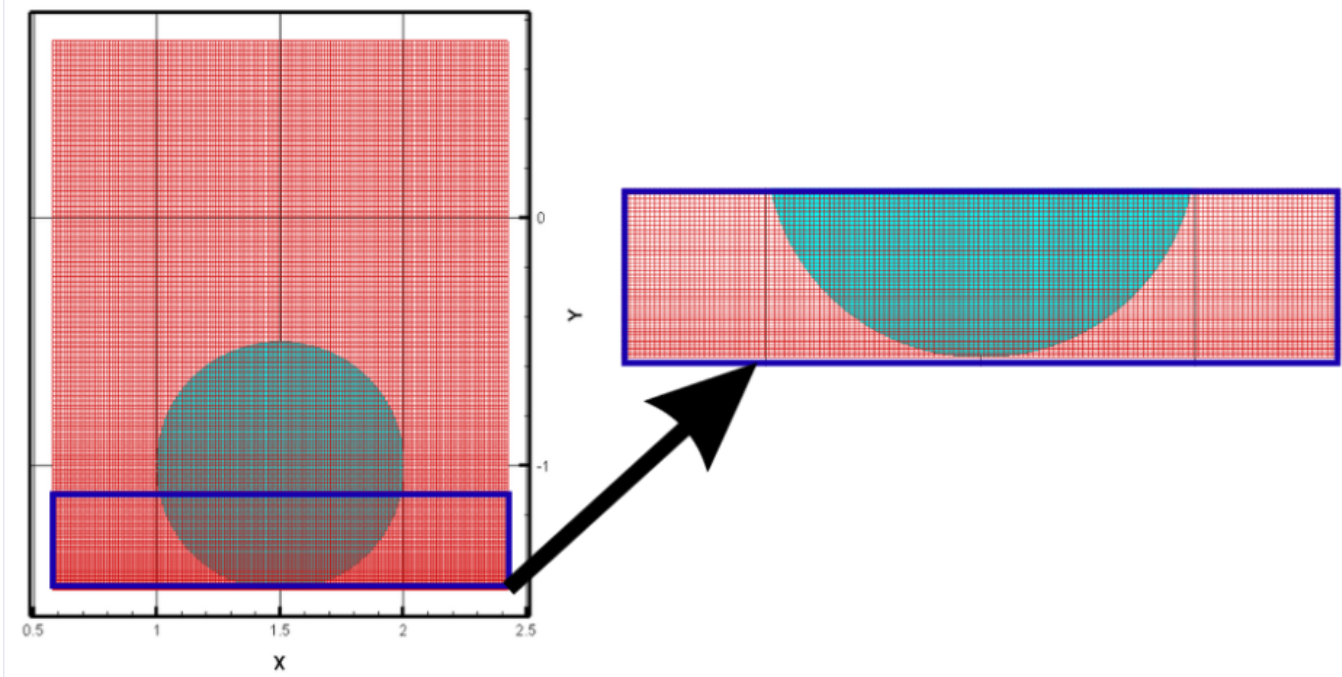


Figura III.3: Geometría a simular

Tabla III.1: Tabla de dimensiones de la malla

<b>Lx</b>	<b>Ly</b>	<b>Lz</b>	<b>Nx</b>	<b>Ny</b>	<b>Nz</b>
3	3	1	260	250	161

En este caso, la principal razón de este refinamiento en esta zona específica es por los cambios pronunciados de presión, los cuales son los principales causantes para la formación de burbujas de vapor, fenómeno que origina la cavitación. Como nuestra variable de interés es la concentración de las burbujas y como estas implotan, se requiere que la malla tenga más elementos en esa zona donde ocurren las caídas de presión.

## 16. Condiciones iniciales y de frontera

En las condiciones iniciales de la simulación, se iniciaron con valores de las variables termodinámicas ambientales  $P=101$  [Pa],  $T=20^{\circ}\text{C}$  y velocidad nula cero.

Se parte de una circunferencia que actúa como la configuración geométrica inicial del sistema. La posición de esta circunferencia en el dominio no es fija ya que tiene movimiento y este se encuentra descrito por un ángulo  $\theta(t)$ , mediante la función

$$\text{Ángulo} = 1,1701 - 0,0149t - 3,0139t^2 + 1,8538t^3.$$

Esta función define cómo se desplaza la circunferencia en el tiempo, especificando su trayectoria angular desde el instante inicial.

Por otra parte, la velocidad inicial del movimiento está determinada por una función, la cual describe cómo evoluciona la velocidad en función del tiempo. Esta velocidad queda definida por la función

$$v = -(-0,0149 - 6,0278t + 5,5614t^2).$$

Con esta información, la simulación da inicio con un estado cinemático completamente definido, donde el movimiento angular del círculo como su velocidad están formalmente descritos.

Se observa que ambas funciones describen el movimiento. La primera expresa cómo cambia el ángulo con respecto a la variable de tiempo. La segunda describe qué tan rápido cambia ese ángulo, es decir, la velocidad angular, que matemáticamente es la derivada del ángulo.

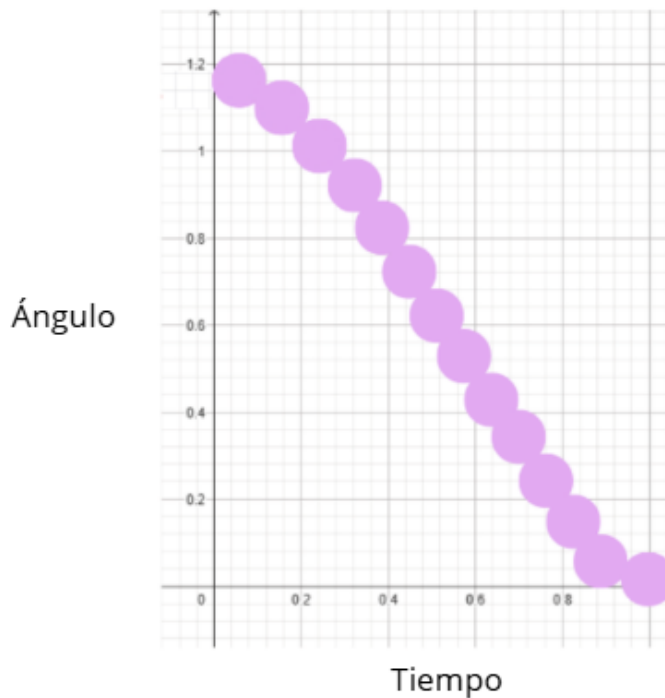


Figura III.4: Trayectoria descrita por el ángulo

Observamos que en la imagen se muestra como es la trayectoria de la geometría a simular y como esta va descendiendo al igual que el mecanismo del camarón mantis, al lanzar el golpe sigue una trayectoria con cierto ángulo, como en este caso la ecuación que describe ese desplazamiento del círculo. Por último las condiciones de frontera, todas las paredes se consideran paredes con deslizamiento.

## 17. Término fuente de cavitación

La representación física del término fuente en la simulación es la interacción que está presente entre el cambio de fase que ocurre en la cavitación y cómo evoluciona la presión en un punto específico. Está compuesto de dos efectos, principalmente: uno de ellos es la transferencia de masa y el otro es la compresibilidad de vapor. El primer término muestra el efecto de transferencia de masa, es decir, el cambio de fase que ocurre en este proceso. El segundo término refleja el efecto de la compresibilidad del vapor. El término fuente (S) cuantifica cómo la cavitación puede alterar la densidad y el volumen del fluido, afectando la propagación de ondas de presión en el fluido. A continuación, se hace un desglose de las ecuaciones para llegar al término fuente, de acuerdo con el artículo de D. Zhang [\[Geng et al., 2022\]](#). Se basaron en un modelo de mezcla homogénea, donde se presenta la fase de vapor y agua, las cuales comparten la misma velocidad.

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{u}) = 0 \quad (\text{III.1})$$

$$\frac{\partial (\rho_m \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \left[ (\mu_m + \mu_t) \left( \nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \right] \quad (\text{III.2})$$

Donde:

- $t$ : tiempo
- $\mathbf{u}$ : velocidad
- $p$ : presión de la mezcla
- $\mu_t$ : viscosidad turbulenta de remolino
- $\mu_m$ : viscosidad dinámica de la mezcla
- $\rho_m$ : densidad de la mezcla

La viscosidad dinámica de la mezcla y la densidad se escriben de la siguiente manera:

$$\mu_m = \alpha_v \mu_v + (1 - \alpha_v) \mu_l \quad (\text{III.3})$$

$$\rho_m = \alpha_v \rho_v + (1 - \alpha_v) \rho_l \quad (\text{III.4})$$

Donde:

- $\rho_v$ : densidad del vapor
- $\rho_l$ : densidad del agua
- $\mu_v$ : viscosidad dinámica del vapor
- $\mu_l$ : viscosidad dinámica del agua
- $\alpha_v$ : fracción de volumen de vapor

La fracción de volumen de vapor la obtuvieron de la ecuación de conservación de masa del vapor:

$$\frac{\partial \alpha_v}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_v \mathbf{u}) = \frac{\dot{m}}{\rho_v} \quad (\text{III.5})$$

La  $\dot{m}$  representa la transferencia de masa del modelo Sauer. El objetivo principal de este modelo es determinar la tasa de transferencia de masa entre las fases líquida y gaseosa.

El modelo de Sauer se define de la siguiente manera:

$$\dot{m} = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho_m} \alpha_v (1 - \alpha_v) \frac{3}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p_v - p)}{\rho_l}}, \quad (p \leq p_v) \quad (\text{III.6})$$

$$\dot{m} = -\frac{\rho_v \rho_l}{\rho_m} \alpha_v (1 - \alpha_v) \frac{3}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p - p_v)}{\rho_l}}, \quad (p \geq p_v) \quad (\text{III.7})$$

**Donde:**

- $R_B$ : radio de la burbuja de vapor
- $n_b$ : variable relacionada con densidad de número de burbujas

Y la fracción de volumen de vapor se define de la siguiente manera:

$$R_B = \left( \frac{3 \alpha_v}{4\pi n_b (1 - \alpha_v)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{III.8})$$

En el modelo de erosión que emplean, toma en cuenta el colapso de las cavidades de vapor, las cuales se caracterizan por su energía potencial, de tal forma que, queda definida de la siguiente forma:

$$E_{\text{pot}} = \Delta p V_{\text{vap}} = (p_d - p_{\text{vap}}) V_{\text{vap}} \quad (\text{III.9})$$

**Donde:**

- $p_d$ : presión impulsora la cual hace colapsar la cavidad
- $V_{\text{vap}}$ : volumen de vapor

Posteriormente se define la potencia instantánea  $P_{pot}$  con derivadas materiales quedando de la siguiente manera:

$$P_{pot} = \frac{DE_{pot}}{Dt} = (p_d - p_{vap}) \frac{DV_{vap}}{Dt} + V_{vap} \frac{Dp_d}{Dt} \quad (III.10)$$

Dado que el volumen de vapor tiene relación con la fracción de volumen de vapor

$$\alpha_v = \frac{V_{vap}}{V_{celda}} \quad (III.11)$$

de tal manera que la potencia de erosión  $P_{den}$  se escribe de la siguiente manera:

$$P_{den} = \frac{P_{pot}}{V_{cell}} = (p_d - p_{vap}) \frac{D\alpha_v}{Dt} + \alpha_v \frac{Dp_d}{Dt} \quad (III.12)$$

Esta ecuación viene de la derivada material de la energía potencial, está dada como:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\phi \quad (III.13)$$

La derivada material nos representa la tasa de cambio de una propiedad, en este caso  $\phi$  es la cantidad de flujo respecto al tiempo y el término de advección representa el proceso físico de una propiedad que es transportada por el movimiento.

De la ecuación de  $P_{den}$  se determina cuáles términos representan el término fuente, quedando de la siguiente manera:

$$S = (p_d - p_{vap}) \frac{D\alpha_v}{Dt} + \alpha_v \frac{Dp_d}{Dt} \quad (III.14)$$

El término del lado izquierdo representa el efecto de transferencia de masa, el cambio de fase, en la ecuación de la conservación de masa. Por otro lado el término del lado derecho representa el efecto de la compresibilidad del vapor en la presión global de la mezcla

Por lo tanto la ecuación de fase queda como:

$$\frac{D\alpha}{Dt} = B + A \quad (III.15)$$

Donde A y B sale del modelo de Sauer B representa la vaporización y A representa la condensación

$$\dot{m} = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho_m} \alpha_v (1 - \alpha_v) \frac{3}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p_v - p)}{\rho_l}}, \quad (p \leq p_v) \quad (III.16)$$

$$\dot{m} = -\frac{\rho_v \rho_l}{\rho_m} \alpha_v (1 - \alpha_v) \frac{3}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p - p_v)}{\rho_l}}, \quad (p \geq p_v) \quad (III.17)$$

La parte de vaporización corresponde en donde la presión ( $p \leq p_v$ ) Vap (B) y la condensación donde la presión ( $p \geq p_v$ ) Cond(A) Se sustituyen términos quedando de la siguiente forma:

$$X = (P - P_{vap}) \frac{D\alpha}{Dt} = (P - P_{vap}) A \quad (III.18)$$

x: es el efecto de transferencia de masa

$$y = \alpha \frac{DP}{Dt} = \alpha \left( \frac{1}{\mu^2} + \frac{1}{Re} \nabla^2 P \right) \quad (\text{III.19})$$

y: es el efecto de la compresibilidad del vapor

Sustituyendo los términos queda finalmente agregado el término fuente a la ecuación global

$$\frac{DP}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P u_i}{\partial x_i} = (1 + \alpha) \left( \frac{1}{\mu^2} + \frac{1}{Re} \nabla^2 P \right) + \underbrace{(P - P_{vap})}_{\text{término}} A \quad (\text{III.20})$$

El último término representa el término fuente del fenómeno, multiplicado por el factor de amplitud ( $A$ ), que en este caso es la parte de condensación en el modelo de Sauer donde la presión es ( $p \geq p_v$ ). Este factor es el encargado de incrementar la intensidad del término fuente.



Figura III.5: Ejemplo de condensación

En la figura 3.4 observamos como la condensación el vapor pasa a líquido. En este caso la moléculas pierden energía térmica lo que hace que se muevan de manera más lenta, provocando que las fuerzas de atracción entre ellas se mantengan unidas formando el estado líquido.

## 18. Fronteras inmersas

El método de fronteras inmersas se utiliza para el estudio de geometrías curvilíneas, ya que permite el estudio en mallas cartesianas, de manera más sencilla. En este caso, el círculo que tenemos es colocado dentro del dominio computacional. La parte sólida, es la geometría y, alrededor de él, es fluido. Por lo tanto, se hace uso de una función llamada level set  $\phi(x)$ , para que identifique el cuerpo sólido. En este caso,  $\phi = 0$  será considerado sólido y  $\phi = 1$  es considerado líquido.

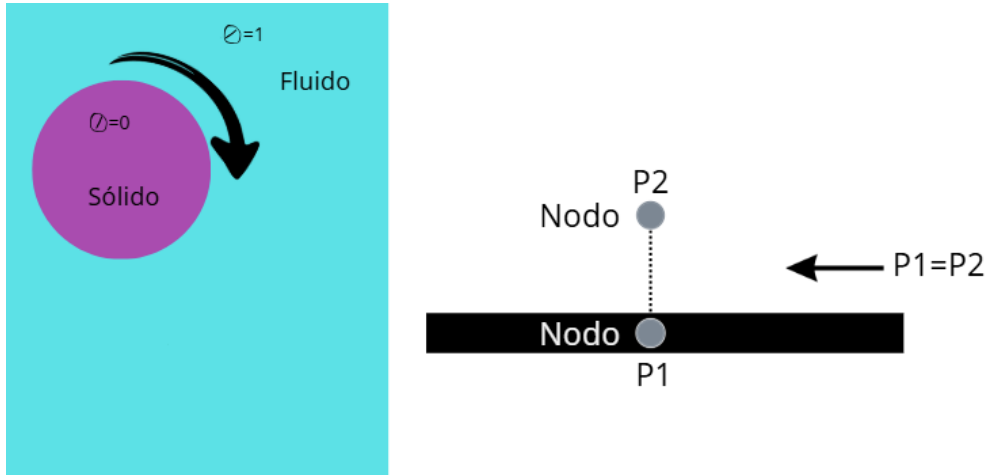


Figura III.6: Representación de  $\phi$  en la simulación respecto a las fronteras inmersas

Cuando  $\phi = 0$  se fija la velocidad a la que se mueve el círculo y cuando vale  $\phi = 1$  es la velocidad del fluido. El gradiente de presión en las paredes de la geometría es nulo respecto a la normal.

La presión  $P2$  del nodo perpendicular a la superficie es igual a la presión  $P1$ , cumpliendo que  $P1=P2$  por lo el gradiente de presión es nulo:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 0$$

# Capítulo IV

## Resultados

En este apartado se presentan los resultados que se obtuvieron a partir de la simulación numérica que se realizó para el análisis del comportamiento de la presión, y la formación de concentración de burbujas de vapor, que dan origen a la cavitación. El objetivo del capítulo es analizar la respuesta del sistema ante la presencia del término fuente implementado en la simulación y cómo afecta a la presencia de concentración de burbujas de vapor, así como a la baja presión. En el análisis se abordan dos perspectivas: la primera, mediante visualización con ayuda del software Tecplot 360, lo cual permite observar las ondas de presión que se generan, la presión y la concentración, permitiendo identificar regiones críticas para la formación de cavitación dentro del dominio.

El segundo análisis es temporal, a través de gráficas, viendo la evolución de las variables como la presión, término fuente y concentración en un punto específico del dominio, con el fin de observar cómo afecta el término fuente en la simulación. En este estudio se contemplaron tres casos numéricos, donde el término fuente en cada uno es diferente. El caso 1 es utilizado como base, permitiendo un análisis detallado; por otro lado, el caso 2 y 3 se presentan como casos comparativos, enfocando en las diferencias respecto al caso de referencia, permitiendo evaluar de forma clara el impacto de las variaciones del término fuente en el sistema.

### 19. Validación de la simulación numérica

La validación es el proceso por el cual se verifica que un modelo numérico se realiza de manera adecuada, de acuerdo al comportamiento del sistema experimental.

En este caso se realiza una validación cualitativa donde se compara el comportamiento experimental y de la simulación. Dicho estudio se realizó en el laboratorio del Instituto de Ingeniería en Monterrey por el Dr. Godínez.



Figura IV.1: Comparación de comportamiento experimental y simulación. Las zonas claras representan el vapor



Figura IV.2: Comparación de comportamiento de la formación de burbujas de vapor (Zonas claras) de manera experimental y simulación

En ambas figuras se observa la comparación entre los resultados experimentales los del lado izquierdo así como los obtenidos en la simulación lado derecho. En ambos casos se visualiza la formación de burbujas de vapor (zonas claras), en la región inferior del dominio, cerca de la superficie sólida. La simulación reproduce de manera correcta la localización, así como la forma general y distribución espacial de la cavitación vista de manera experimental. La correspondencia cualitativa nos confirma que el modelo que se empleó captura de manera correcta la física dominante del fenómeno, validando de esta manera el empleo para análisis del comportamiento de la presión y cavitación.

## 20. Descripción de los casos estudiados

Con el fin de analizar la influencia del término fuente ante la formación de cavitación, propagación de ondas de presión, y la presión. Se definieron 3 casos de estudio. Cada caso corresponde a una configuración del término fuente, manteniendo constantes las condiciones geométricas e iniciales del sistema. Permitiendo una comparación directa entre dichos casos.

Caso 1: referencia. El término fuente de este caso se contempló de un valor constante de 1.0 ya que este valor permite analizar el comportamiento de una manera idónea del fenómeno físico que deseamos analizar. El comportamiento visto en este caso se utiliza como base para identificar posibles cambios en las ondas de presión, así como las zonas de baja presión donde es viable la formación de cavitación para los casos modificados.

Caso 2: modificación controlada. En este caso se introduce la modificación del término fuente, siendo de un valor constante de 0.0, manteniendo los demás parámetros de la simulación. El objetivo de este cambio es ver como la ausencia de este término afecta al comportamiento de la formación de las ondas de presión así como las zonas de baja presión.

Caso 3: modificación controlada. Este último cambio corresponde a un valor constante de término fuente de 10.0. Con el fin de observar la respuesta del sistema si presenta tendencias similares o contrastes respecto al caso base, haciendo el análisis comparativo de los tres casos.

Tabla IV.1: Tabla comparativa de los casos estudiados

<b>Característica</b>	<b>Caso 1</b>	<b>Caso 2</b>	<b>Caso 3</b>
Geometría	Igual	Igual	Igual
Término fuente	1.0	0.0	10.0
Condiciones iniciales	Igual	Igual	Igual

## 21. Descripción general del fenómeno. Caso 1

Esta sección correspondiente al caso 1, es un análisis que se realiza a partir de la visualización de los campos instantáneos donde se observa la onda de presión, presión y la concentración de vapor.

Se emplea este caso de referencia debido a que presenta un comportamiento completo del fenómeno. Esto nos permite establecer un patrón base de propagación de ondas de presión, distribución de campo de presión y formación de burbujas de vapor.

El análisis detallado de este caso, nos proporciona un entorno de comparación consistente ya que nos permite identificar regiones que son más sensibles del dominio y los instantes de tiempo más representativos del fenómeno.

El tiempo adimensional está definido por  $t/t_{total}$ , donde tiempo total, es el tiempo que le toma a la geometría llegar al piso (plano).

Tiempo  $t_1$  correspondiente a 0.91 tiempo adimensional

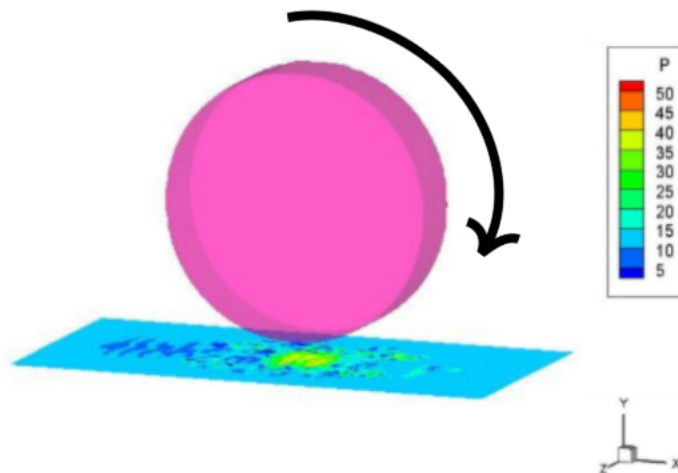


Figura IV.3: Geometría descendiendo hacia el plano J (piso) y formación de ondas de presión correspondiente a  $t = 0,91$  tiempo adimensional

En la imagen se muestra una isosuperficie de la geometría descendiendo al suelo. El círculo de color rosa representa el sólido que, en este caso, simboliza la pinza del cangrejo, mostrando un movimiento descendente, el cual aún no entra en contacto con el piso. La aproximación al plano inferior provoca que se formen ondas debido a las perturbaciones transitorias de la presión, las cuales se propagan a través del fluido debido a su compresibilidad. Esto se observa en el plano, donde se ve la distribución de presión, mostrando una escala de colores. Las zonas de mayor presión en la imagen se muestran de color verde y amarillo; estas se concentran justo por debajo de la geometría, provocado por la compresión local del fluido causada por el desplazamiento del cuerpo hacia abajo. A medida que la distancia aumenta, la presión va disminuyendo, mostrando color azul de este efecto, por lo que se ve la propagación a lo largo del plano. Este comportamiento es distintivo de la fase previa al impacto.

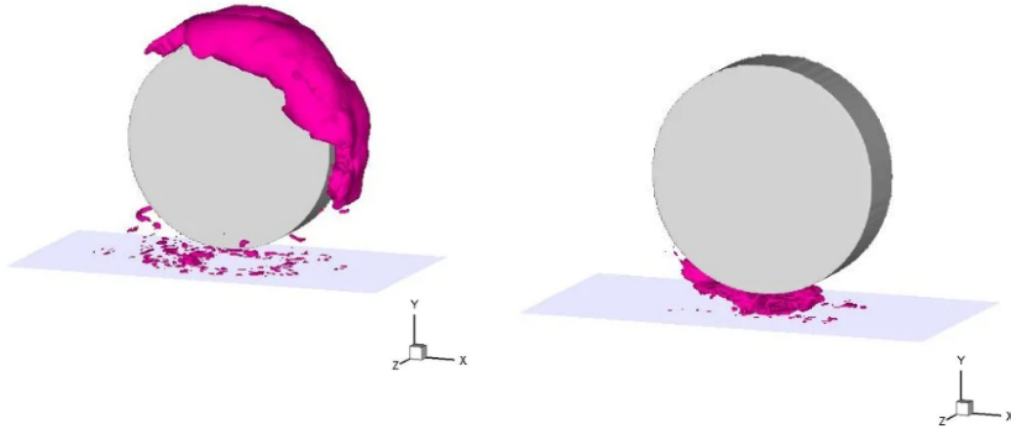


Figura IV.4: Presión alrededor de la geometría, en la parte superior e inferior, en el tiempo  $t = 0,91$  tiempo adimensional. La presión superior tiene un valor de 9.30 y la presión inferior 23.30

Se muestran dos isosuperficie en el mismo tiempo, sin embargo cada una tiene un valor de presión distinto. La geometría del lado izquierdo se ve envuelta por la presión ya que está desplazándose hacia abajo a una alta velocidad, provocando que la presión disminuya, debido a esto se llega a formar un poco de burbujas de vapor en la parte superior de la geometría por las altas velocidades en la que se está desplazando el fluido. En la imagen de la derecha se ve como comienza a concentrarse presión en la parte posterior del círculo aumentando la presión por la compresibilidad del fluido. Los valores de la presión están dados de forma adimensional. Donde la presión adimensional esta dada por:

$$P = \frac{P}{\rho v_{ref}^2}$$

La velocidad que se empleó está dada por una velocidad de referencia , por lo tanto:

$$L_{ref} = D$$

$t_{ref}$  = tiempo que tarda en bajar la pinza

$$V_{ref} = \frac{L_{ref}}{t_{ref}}$$

Tabla IV.2: Tabla de presiones en el mismo instante  $t_1$

Presión superior	Presión inferior.
$p = 9,056$	$p = 23,47$

La presión atmosférica es de 12.48. Por lo tanto la presión superior esta por debajo de la  $P_{atmosferica}$  y la inferior esta por arriba de la  $P_{atmosferica}$ .

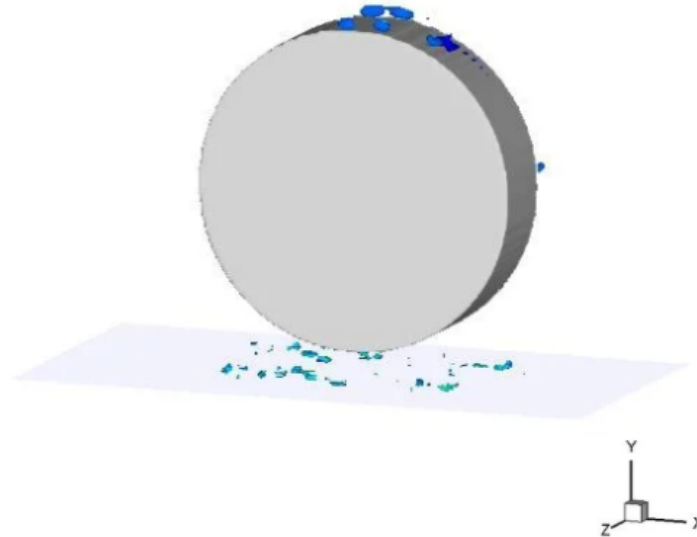


Figura IV.5: Burbujas de vapor formándose en la parte superior del círculo por la estela y el plano J (piso) el instante correspondiente a  $t_1 = 0,91$  y valor de concentración de burbujas de vapor es de 0.256

Se observa como empieza la formación de concentración de burbujas de vapor, en las partículas de color azul, se ve en la parte posterior e inferior del círculo como se forman, esto a lo mencionado anteriormente que al ir a altas velocidades se forma una estela, provovando que la presión comience a disminuir, sin embargo este valor de concentración de burbujas de vapor es de 0.256. La distribución que aparece no es uniforme ya que se ve dispersa en el dominio en el plano J (suelo), esto se debe a que hay ciertas zonas con presiones mayores y otras menores por lo que las burbujas no se concentran en un solo punto.

Tiempo  $t_2$  correspondiente a 1.0 tiempo adimensional. El círculo pega con el piso.

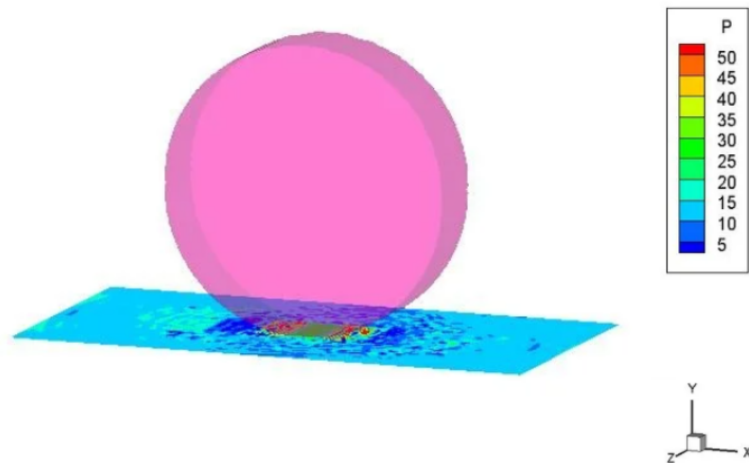


Figura IV.6: Geometría en contacto con el plano J (suelo) y formación de ondas de presión correspondiente a  $t_2 = 1,0$  tiempo adimensional. La presión llega a ser 4 veces más que la presión atmosférica

En la imagen se muestra el campo instantáneo que corresponde al tiempo 1.0 (este tiempo adimensional  $t=1$ , corresponde a  $t = 9ms$ . El cual es el tiempo total de caída), en este momento la geometría ha entrado en contacto con el plano J (piso). Tras este choque se observa como esta presente una región de alta presión, mostrándose de color rojo por la compresión entre el sólido y la superficie debido al golpe. Así mismo se muestran zonas donde la presión ha disminuido favoreciendo la formación de burbujas de vapor. El fluido al haber sido comprimido comienza con un proceso el cual procede a expandirse por lo que al hacerlo de manera rápida el sistema no se distribuye de manera uniforme ocasionando las regiones adyacentes de baja presión ocasionado al impacto de la geometría.

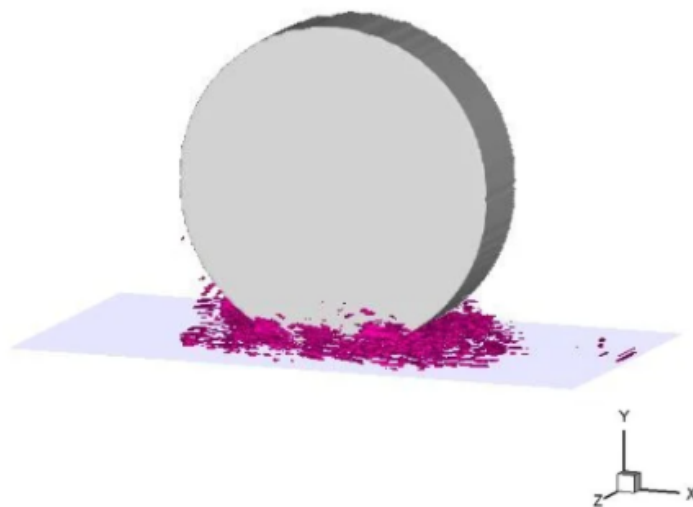


Figura IV.7: Zonas de baja presión formándose por debajo de la geometría en el instante de 1.0 tiempo adimensional. Esta presión corresponde a un valor de 7.46

En esta imagen se observa como la presión se empieza a concentrar debajo de la geometría (color magenta), al ir disminuyendo esa presión va a favorecer la formación de burbujas. El valor de esta presión es de 7.46.

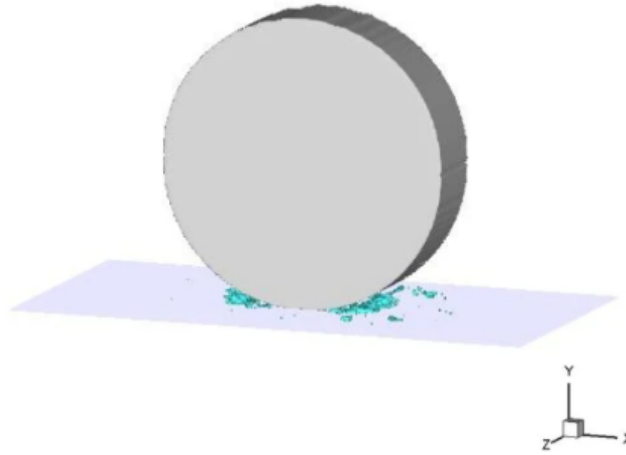


Figura IV.8: Formación de burbujas de vapor en los extremos inferiores de la geometría en el instante de 1.0 tiempo adimensional. Concentración de burbujas de vapor con valor de 0.35

En este instante la presencia de burbujas es mayor en el dominio, como se observa en la figura. El color azul representa la concentración de burbujas. Debido a que la expansión del fluido no es uniforme provoca las zonas adyacentes de baja presión por lo que favorece la cavitación, es por ello que se muestra en la imagen como en la parte posterior del círculo a los lados se concentra estas burbujas. El valor de esta concentración corresponde a 0.35, siendo 1 el valor máximo.

Tiempo  $t_3$  correspondiente a 1.02 tiempo adimensional

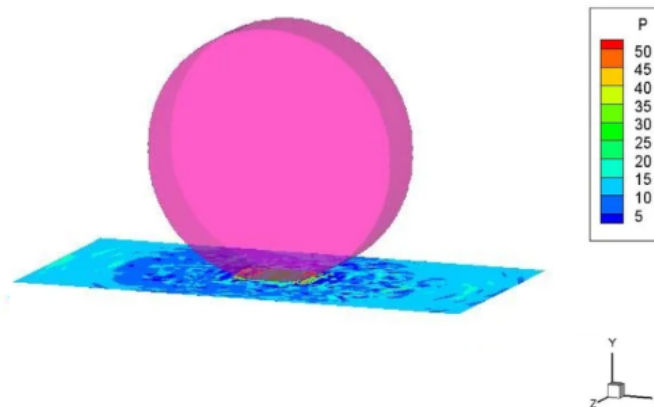


Figura IV.9: Geomtría tocando el plano J (suelo) posterior al impacto y formación de ondas de presión correspondiente a  $t_3 = 1,02$  tiempo adimensional

En este campo instantáneo corresponde a un instante posterior del impacto por lo que se ve como va disminuyendo la presión a medida que se propaga en el plano. Sin embargo, el área de contacto entre el sólido y el plano sigue teniendo una alta presión por la compresibilidad.

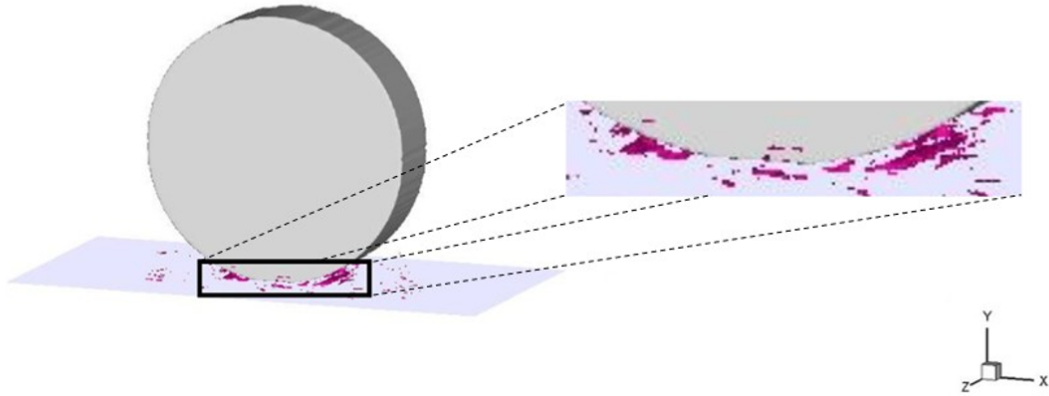


Figura IV.10: Zonas por debajo de la presión de saturación correspondiente al instante de  $t_3 = 1,02$  tiempo adimensional. Valor de la presión de 0.5

En este caso la presión ha bajado significativamente siendo un valor de 0.5. Mostrando en la parte inferior a los costados (color magenta).

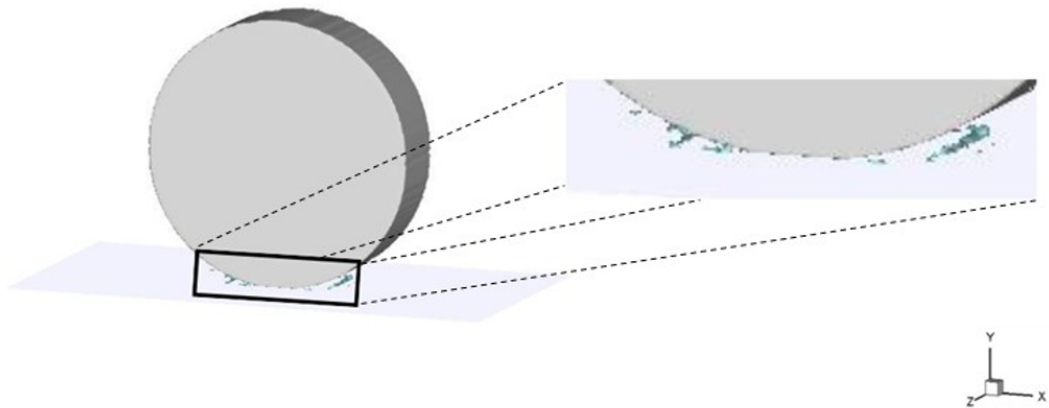


Figura IV.11: Formación de burbujas de vapor en los extremos inferiores del círculo con un valor de 0.57 en el instante de  $t_3 = 1,02$  tiempo adimensional.

En esta isosuperficie la concentración de burbujas de vapor se ha formado en los extremos inferiores, parece poca concentración, sin embargo su valor ha aumentado a 0.57, siendo  $c > 0$ .

Timepo  $t_4$  correspondiente a 1.1 tiempo adimensional

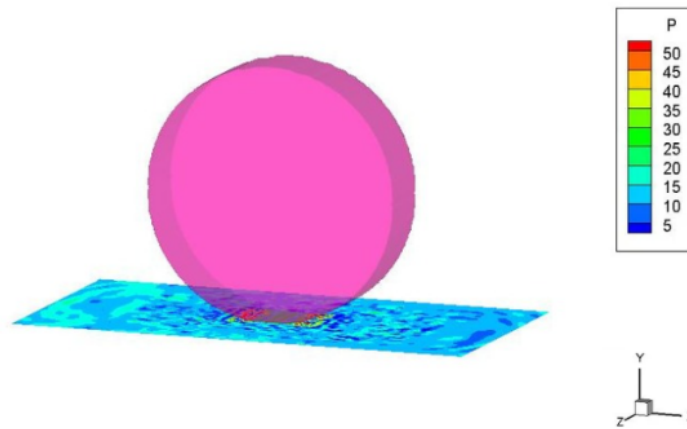


Figura IV.12: Geometría en contacto con el suelo y formación de ondas de presión correspondiente a  $t_4 = 1,1$  tiempo adimensional

En este instante la isosuperficie muestra nuevamente un crecimiento en la propagación de la presión en el plano debido a que en este tiempo algunas de las burbujas que se han formado comienzan a implotar, al entrar en contacto con zonas de mayor presión, ocasionando un desplazamiento del fluido por lo que se ve de color verde algunas zonas que indican que la presión ha aumentado.

La presión en esta región se encuentra en 0.35, siendo menor a la presión de saturación la cual tiene un valor de 0.5052. Se aprecia como no está distribuida de manera uniforme, ya que se ve de manera un poco dispersa el plano en J.

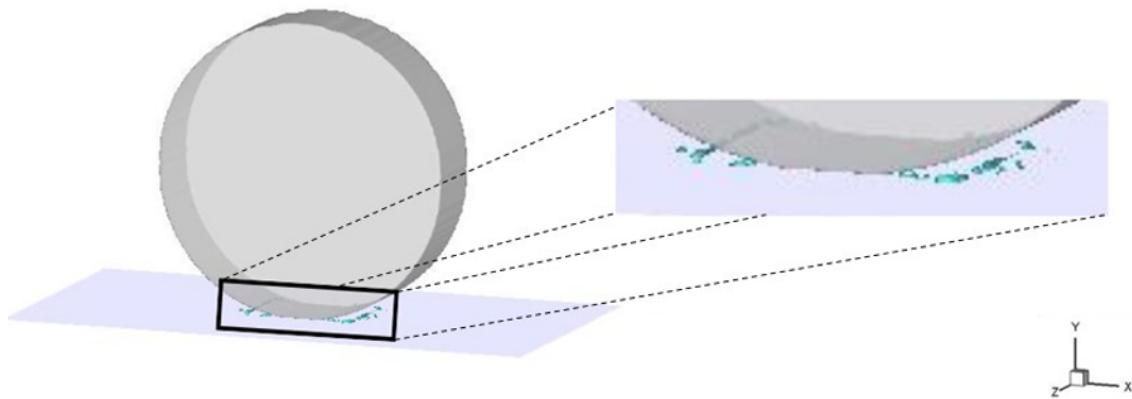


Figura IV.13: Formación de concentración de burbujas de vapor en los extremos inferiores en el instante de 1.1 tiempo adimensional. Valor correspondiente a 0.51

Se observa como la concentración de burbujas de vapor ha disminuido siendo de 0.51, pero hay que tomar en cuenta que la formación de burbujas no es del todo uniforme así como la presión, en el plano por lo que hay zonas donde han comenzado a colapsar y zonas en las que aún se siguen formando burbujas de vapor.

Tiempo  $t_5$  correspondiente a 1.2 tiempo adimensional

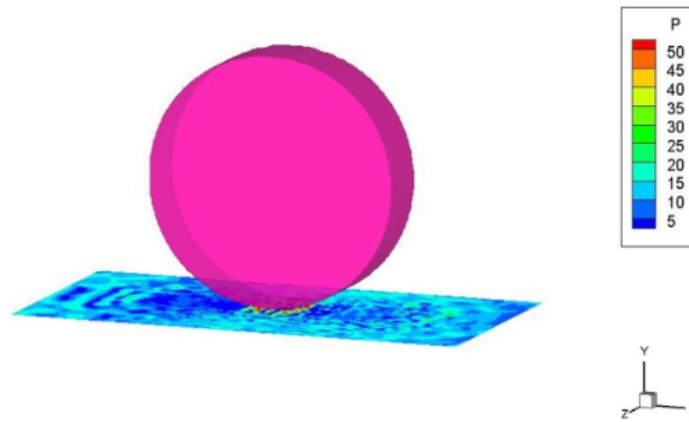


Figura IV.14: Geometría en contacto con el suelo y generación de ondas de presión en el último instante, correspondiente a  $t_5 = 1,2$  tiempo adimensional

Esta isosuperficie corresponde al instante final de la simulación, se logra apreciar nuevamente como se atenúa la presión, mostrando un color azul fuerte, al haber transcurrido un tiempo, esta presión se fue atenuando nuevamente, como se observa en el plano J. Del lado izquierdo se nota un color azul más intenso donde la presión ha bajado más que del lado derecho.

Se muestra como la concentración ha disminuido siendo de 0.51, pero hay que tomar en cuenta que la formación de burbujas no es del todo uniforme así como la presión, en el plano por lo que hay zonas donde han comenzado a colapsar y zonas en las que aún se siguen formando burbujas de vapor.

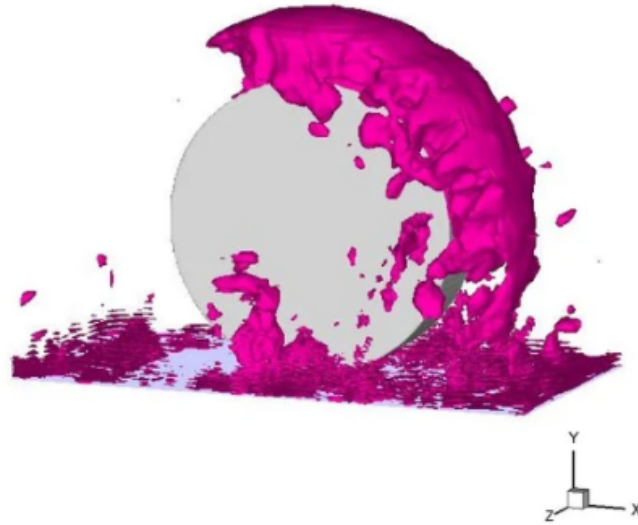


Figura IV.15: Presión envolviendo la geometría en el último instante de tiempo correspondiente a  $t_5 = 1,2$  tiempo adimensional. Valor de la presión correspondiente a 15.77

En este caso al finalizar el tiempo, la geometría vuelve a ser envuelta por la presión con un valor de 15.77. Dado que en este instante la geometría ha quedado estática por completo por lo que el fluido vuelve a reincorporarse al rededor de esta, provocando que aumente la presión. Esto se debe a la acción de la presión hidrostática, la cual provoca que la columna de fluido situada encima de la geometría, hace que el cuerpo quede envuelto por el campo de presión. Sin embargo del lado izquierdo donde ya se había visto la presión baja, no se ve envuelto por la alta presión.

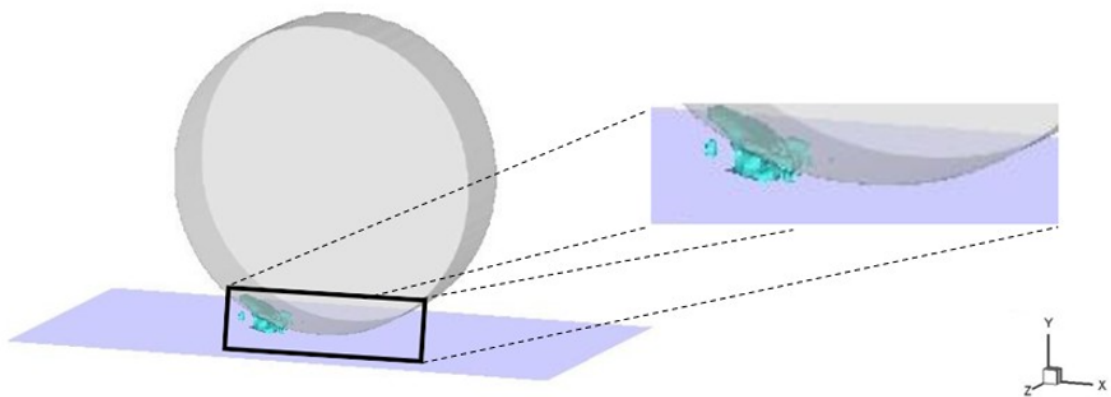


Figura IV.16: Formación de de burbujas de vapor en la parte infeior izquierdo de la geometría correspondiente al instante  $t_5 1,2$  tiempo adimensional. El valor de concentración de burbujas de vapor es 0.81

En este último instante se ve formación de burbujas de vapor del lado izquierdo con un valor de 0.81, tenemos que tener en cuenta que la concentración no es de manera uniforme ya que este fenómeno ocurre demasiado rápido a muy altas velocidades por lo que favorece la cavitación al tener zonas de baja presión.

## 22. Síntesis del análisis. Caso 1

El fenómeno observado está ocurriendo en un intervalo de tiempo adimensional corto, lo que indica que el sistema tiene una respuesta altamente transitoria a la perturbación inducida por el impacto del sólido contra la superficie del plano J. Este golpe ocurre demasiado rápido por lo que la aceleración aumenta provocando, gradientes de velocidad muy altos, en las regiones adyacentes a la superficie del sólido y el plano, provocando que existan zonas de baja presión que son menores a la presión de saturación favoreciendo la formación de burbujas de vapor.

En este proceso el fluido queda momentáneamente confinado entre el sólido y el plano J, debido a esto están presentes zonas de alta velocidad y zonas de fuerte compresión. En las zonas donde se encuentra la compresión, la velocidad del fluido disminuye abruptamente por lo que la presión aumenta de manera significativa.

La coexistencia entre las regiones de baja presión (expansión) y de alta presión (compresión), es una característica del fenómeno. Las burbujas de vapor que se forman en las zonas de baja presión son transportadas por el flujo hacia las regiones donde se encuentran las zonas de mayor presión, cuando estas entran en contacto en esa zona, el equilibrio termodinámico que las mantiene estables se rompe dando lugar al colapso de estas burbujas. La presión externa sobrepasa la presión interna de la burbuja, provocando la implosión y liberación de microchorros de las mismas.

El ciclo de manera puntual por el que pasa este proceso se puede describir de la siguiente manera:

1. La alta velocidad ocasiona una caída local de presión, esto origina formación de burbujas de vapor.
2. El impacto sólido-plano J, genera zonas de compresión esto provoca zonas de alta presión.
3. El transporte de burbujas hacia las regiones de mayor presión ocasionan la implosión y con ello se liberan microchorros.

Con este proceso del caso 1, que es el general, se observa cómo al ser tiempos adimensionales muy cortos, nos permite entender cómo el fenómeno es altamente transitorio ya que las variables físicas varían continuamente con el tiempo, gracias a esto se observa la generación de daño por cavitación en las superficies sólidas.

A continuación se muestra una tabla de presión y concentración en los cinco tiempos del primer caso, en donde vemos cuando la presión está por debajo de la presión de saturación, incrementa la concentración de burbujas favoreciendo la cavitación.

Tabla IV.3: Tabla de presión y concentración en los cinco tiempos del caso 1.

Tiempo	Presión	Concentración	Presión de saturación
0.91	9.056	0.256	0.5052
1.00	7.46	0.35	0.5052
1.02	0.5	0.57	0.5052
1.10	0.35	0.51	0.5052
1.20	0.4	0.81	0.5052

## 23. Esfuerzos hidrodinámicos asociados a la implosión

La presión se puede definir como la fuerza normal que es ejercida por un fluido sobre una superficie, dividida entre el área sobre la cual actúa.

$$P = \frac{F}{A} \quad (\text{IV.1})$$

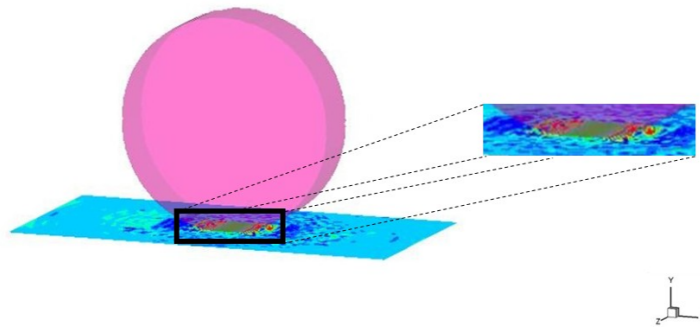


Figura IV.17: Geometría en contacto con el suelo, mostrando alta presión por el impacto en tonalidades de color rojo

La geometría impacta de manera directa contra una superficie, provocando que el fluido se comprime por lo que la velocidad tiende a disminuir. De tal manera que la energía cinética del fluido asociada a la velocidad es transformada en energía de presión es por ello que la presión local aumenta. Estas zonas que son de alta presión favorece el colapso de burbujas de vapor, generando microchorros provocando la erosión de la superficie. La energía que se libera es elevada durante el colapso ya que esta energía se concentra en un volumen muy pequeño. De acuerdo a la conservación de la energía, al reducir el volumen, la velocidad aumenta, generando impactos localizados. La energía almacenada de la burbuja se puede expresar como:

$$E \approx P \cdot V$$

donde  $E$  es la energía almacenada en la burbuja,  $P$  es la presión del fluido circundante y  $V$  es el volumen de la burbuja.

Igualamos la energía almacenada de la burbuja con la energía cinética, obteniendo una relación aproximada:

$$P \cdot V \approx \frac{1}{2} \rho v_f^2$$

En la expresión se observa que cuando el volumen disminuye, la velocidad del fluido debe incrementar para conservar la energía total del sistema, por ello al momento de colapsar se generan microchorros con velocidades altas, debido a este impacto se generan presiones altas que se pueden representar como:

$$P_d = \frac{1}{2} \rho v^2$$

En la ecuación muestra como la presión generada por el microchorro aumenta proporcionalmente al cuadrado de su velocidad, por lo tanto, estas presiones transitorias son las responsables de generar daños como erosión por cavitación.

## 24. Análisis comparativo de los casos

En el caso 2, el término fuente se encuentra multiplicado por cero, sin embargo el comportamiento es de manera similar por lo que no se encuentran muchas diferencias entre los comportamientos.

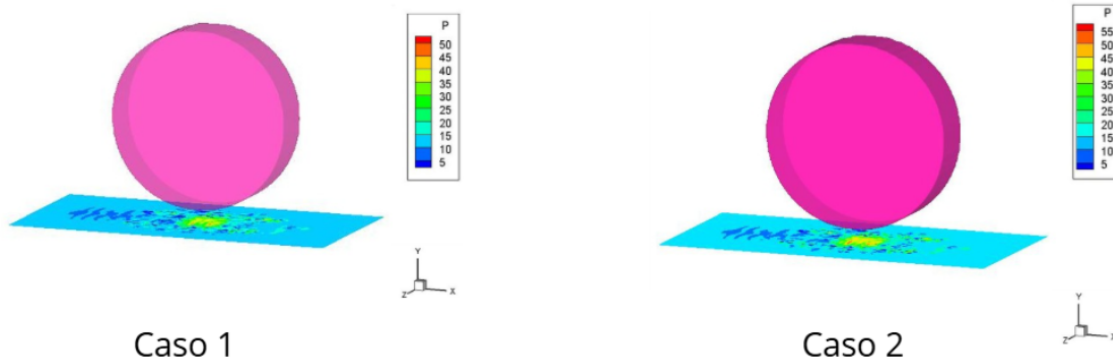


Figura IV.18: Comparación de las isosuperficies mostrando el descenso de la geometría del caso 1 y 2 en el tiempo  $t_1 = 0,91$  adimensional

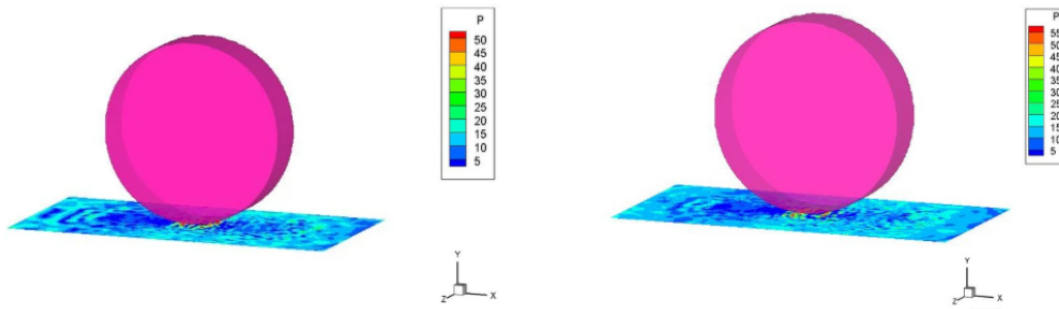


Figura IV.19: Comparación de las isosuperficies mostrando el contacto entre el círculo y el plano (suelo) del caso 1 y 2 en el tiempo  $t_5 = 1,2$  adimensional

En la figura IV.18 y IV.19 se muestra la comparación entre el caso 1 y 2, donde se observan pequeñas variaciones ya que el comportamiento es muy similar entre ambos casos. Sin embargo en el caso 2 las ondas se propagan de manera más lenta. Al eliminar el término fuente la propagación ocurre de esta manera, debido a que se elimina el significado de la transferencia de masa (el cambio de fase que ocurre en el proceso).

Tabla IV.4: Tabla de presión y concentración caso 1 y caso 2.

Presión de saturación 0.5052	Presión		Concentración	
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
Tiempo				
0.91	9.056	9.30	0.256	0.3550
1.00	7.46	0.3035	0.35	0.51
1.02	0.50	0.3036	0.57	0.55
1.10	0.35	0.3031	0.51	0.51
1.20	0.40	0.3037	0.81	0.81

En la tabla se observa como la presión en el caso 2 se mantiene casi constante sin muchas variaciones debido a la ausencia de transferencia de masa por el término fuente, que al ser anulado, que fuera la retroalimentación dinámica de las burbujas. Por lo que el campo de presión queda únicamente gobernado por el balance hidrodinámico. Este balance representa el equilibrio de fuerzas inerciales, viscosas y de presión por las ecuaciones de cantidad de movimiento, por lo que el campo de presión se ajusta a las condiciones de flujo y permanecen casi constante en el tiempo. Al anular el término fuente, la diferencia de presión deja de actuar como la fuerza motriz del cambio de fase por lo que el campo de presión solo evoluciona por transporte, es decir las burbujas son trasladadas y distribuidas.

En este último caso el término fuente se multiplicó por 10, es decir, el cambio de fase ocurre 10 veces más rápido. Por lo que provoca una respuesta muy rápida y violenta del campo de presión.

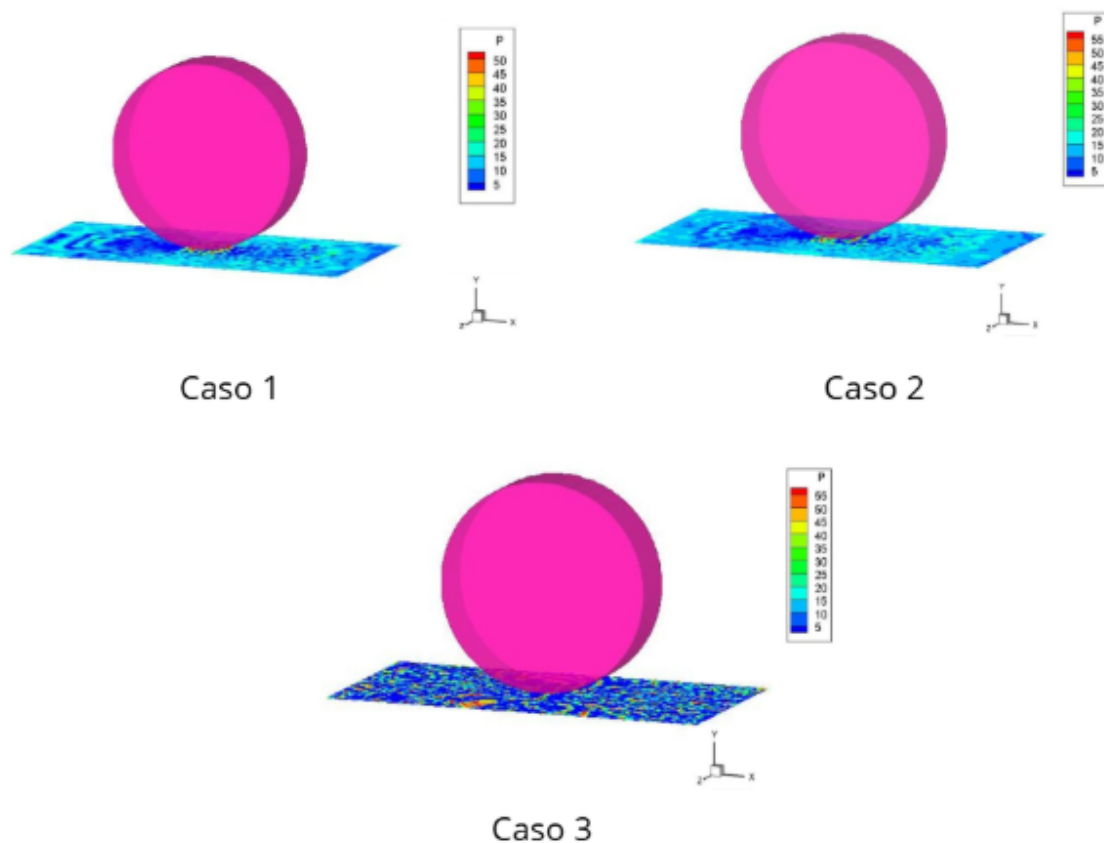


Figura IV.20: Comparación de los 3 casos cuando la geometría se encuentra en contacto en el último instante de tiempo  $t_5 = 1,2$  adimensional

La intensificación del término fuente hace que la concentración de burbujas se manifieste de forma dispersa e intermitente a diferencia de los casos 1 y 2. Es por ello que en el caso 3 en la figura IV.20 se muestra el patrón de la propagación de presión de manera irregular sobre el plano J, es más notorio en el tiempo 1.2 del caso 3 como la baja presión está por todo el plano siendo de manera no uniforme, ya que al tener un incremento de 10 veces el término fuente, la cavitación no se concentra en la región inferior a la geometría por el comportamiento tan violento.

## 25. Resumen de los resultados

El término fuente al representar la transferencia de masa asociado al cambio de fase, siendo la capacidad del modelo de generar o condensar vapor en función de la diferencia de la presión local y presión de saturación. Se observa que modifica la variación de la magnitud de manera directa el acoplamiento entre la concentración de burbujas y el campo de presión.

Caso 1: El término fuente tiene un valor de 1 por lo que se ve una respuesta física equilibrada ante la formación de una región definida de baja presión en la parte inferior de la geometría cumpliendo que  $p - p_{sat}$  de acuerdo al término fuente.

Caso 2: El término fuente es nulo por lo que se elimina la transferencia de masa asociada al cambio de fase, por lo que la concentración de burbujas solo evoluciona por transporte y no porque el campo de presión lo obligue como en el caso 1 por ello colapsan, debido a esto la presión permanente casi de manera constante dominado por el balance hidrodinámico del flujo.

Caso 3: El término fuente tiene un valor multiplicado por 10 por lo que el fenómeno ocurre de manera más rápida e intensa provocando fluctuaciones locales de presión debido al crecimiento y colapso de las burbujas por lo que la baja presión se vuelve fragmentada de manera no uniforme en la superficie del plano J de tal forma que la concentración se forme de manera dispersa e intermitente. Viendo la comparación de los 3 casos vemos cómo el término fuente es parámetro clave de la respuesta del sistema ante las condiciones de presión por debajo de la presión de saturación. Mostrando así si la concentración de burbujas de vapor es controlada o altamente intensificada.

Tabla IV.5: Tabla resumen de los casos

<b>Caso</b>	<b>Valor término fuente</b>	<b>Comportamiento de la presión</b>	<b>Concentración de burbujas</b>
Caso 1	1	Región con picos y valles a lo largo	Concentrada en un lugar
Caso 2	0	Presión casi constante	Evoluciona por transporte
Caso 3	1	Fluctuaciones fuertes no uniformes	Fragmentada e inestable

## 26. Selección de un punto en el dominio

En este apartado se presenta la selección de un punto representativo dentro del dominio de estudio, con el fin de analizar la evolución temporal de las principales variables del modelo. Se presentan distintas gráficas que nos permiten observar dicho comportamiento de la presión, la concentración y el término fuente a lo largo del tiempo de la simulación.

El análisis temporal mediante las gráficas nos va a permitir identificar la aparición de picos o valles pronunciados los cuales están relacionados. Al detectar las caídas bruscas de presión que caen por debajo de la de saturación, permite comprender cuándo y dónde es que se producen las condiciones más favorables para la formación de burbujas de vapor dentro del fluido.

De este modo el estudio de la evolución de la concentración y el término fuente en el mismo punto dentro del dominio permite relacionar los valores con las variaciones de presión aportando una visión completa del comportamiento físico del sistema.

## 27. Criterio de selección

A continuación se muestra dicho punto dentro del dominio, este punto fue seleccionado de acuerdo al comportamiento del fenómeno por lo que se encuentra cerca de la zona inferior de la geometría en donde muestra zonas de baja presión menor a la de saturación así como altas presiones por el impacto.

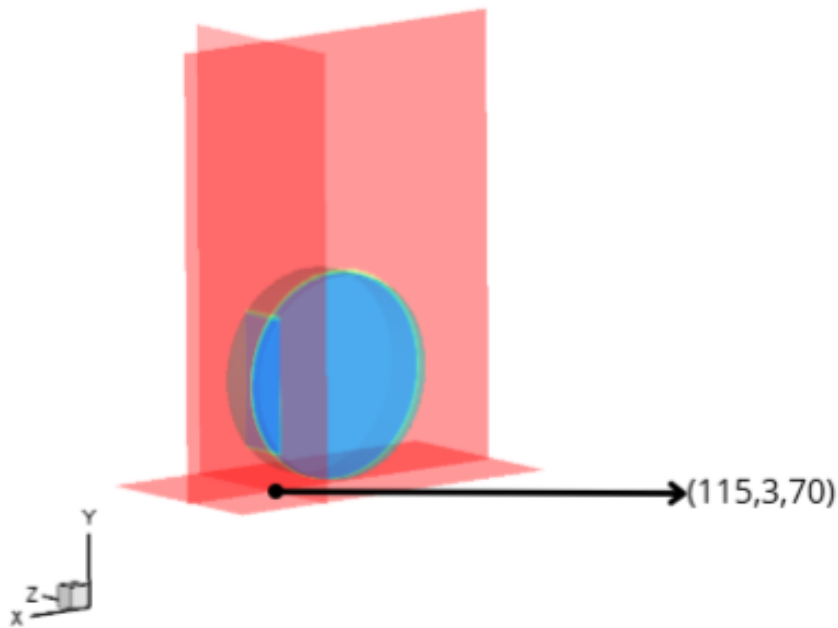


Figura IV.21: Ubicación del punto seleccionado cerca de la geometría donde se visualiza zonas de baja presión dentro del dominio.

## 28. Análisis temporal. Caso 1

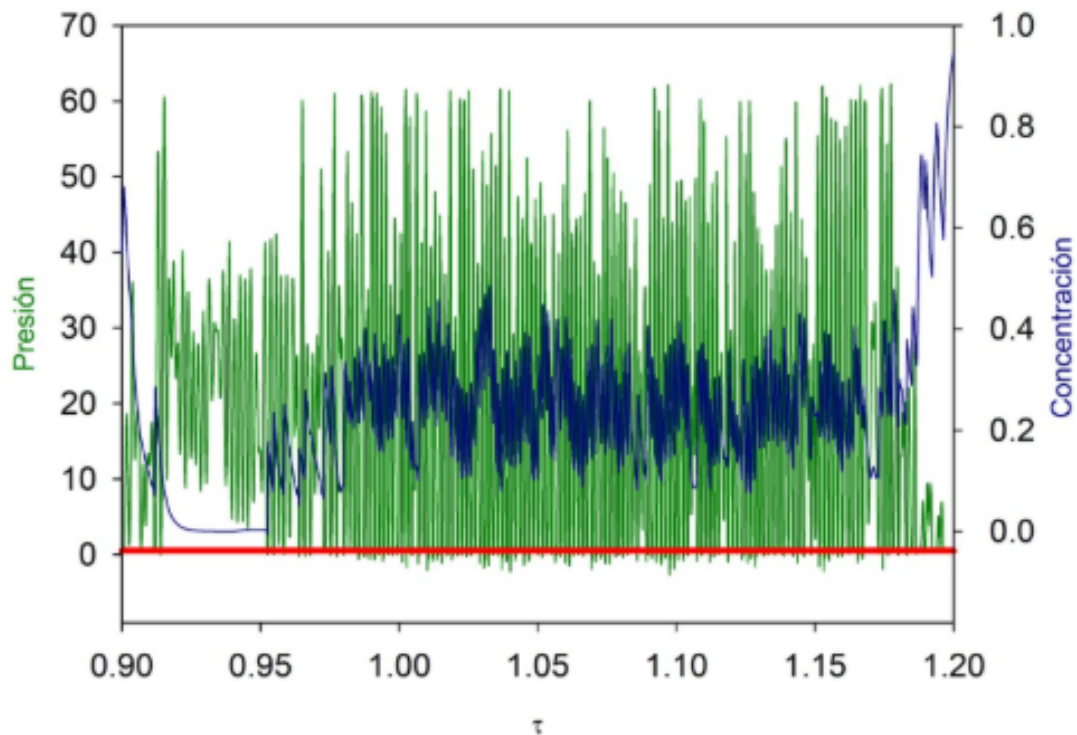


Figura IV.22: Gráfica de presión y concentración del punto con coordenadas (115,3,70). Caso1. La línea color rojo horizontal, representa el valor de saturación.

En la gráfica se muestra, en el eje izquierdo, la presión de color verde; esta presenta oscilaciones rápidas, con picos que alcanzan alrededor de 60 y 70, lo que muestra un comportamiento altamente transitorio del campo de presión, típico en fenómenos como la cavitación. En el eje derecho se representa la concentración, que va de 0 a 1, respondiendo ante las fluctuaciones de la presión; cuando esta cae por debajo de la presión de saturación, es representada con la línea de color rojo para apreciar de mejor forma los picos y valles de la presión, así como la concentración a lo largo del tiempo. Se seleccionó un tiempo de 0.9 a 1.2, ya que en ese lapso la pinza comienza a descender cerca de la superficie, de tal manera que se aprecia de mejor forma el fenómeno de cavitación.

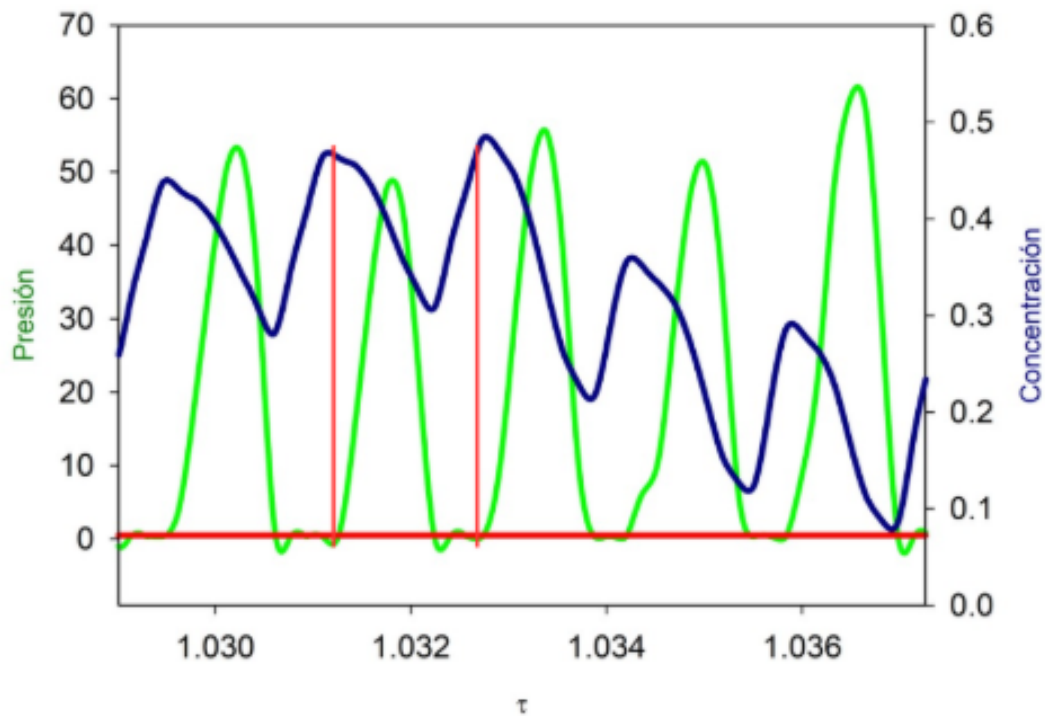


Figura IV.23: Gráfica de presión y concentración. Caso 1 selección de un tramo de tiempo

En la gráfica muestra la evolución temporal de la presión así como la concentración de vapor en un tramo específico de tiempo comprendido de 1.02901 a 1.03726, el cual fue seleccionado ya que se encuentra en contacto la geometría con la superficie, permitiendo el desarrollo del fenómeno de cavitación. En la gráfica se observa que la presión presenta un comportamiento oscilatorio con fases de expansión y compresión. Durante la expansión la presión muestra valores mínimos que llegan a ser inferiores a los de saturación, esto se representa mediante la línea roja horizontal. Cuando la presión llega a ese punto o más abajo, la concentración de vapor refleja incrementos. Esto señalado mediante líneas verticales rojas, mostrando la relación entre los mínimos de presión y la nucleación de burbujas. También se puede apreciar un pequeño desfase temporal entre el mínimo de presión y máximo de concentración, esto puede atribuirse a la dinámica del crecimiento de burbujas así como el tiempo de respuesta de la transferencia de masa.

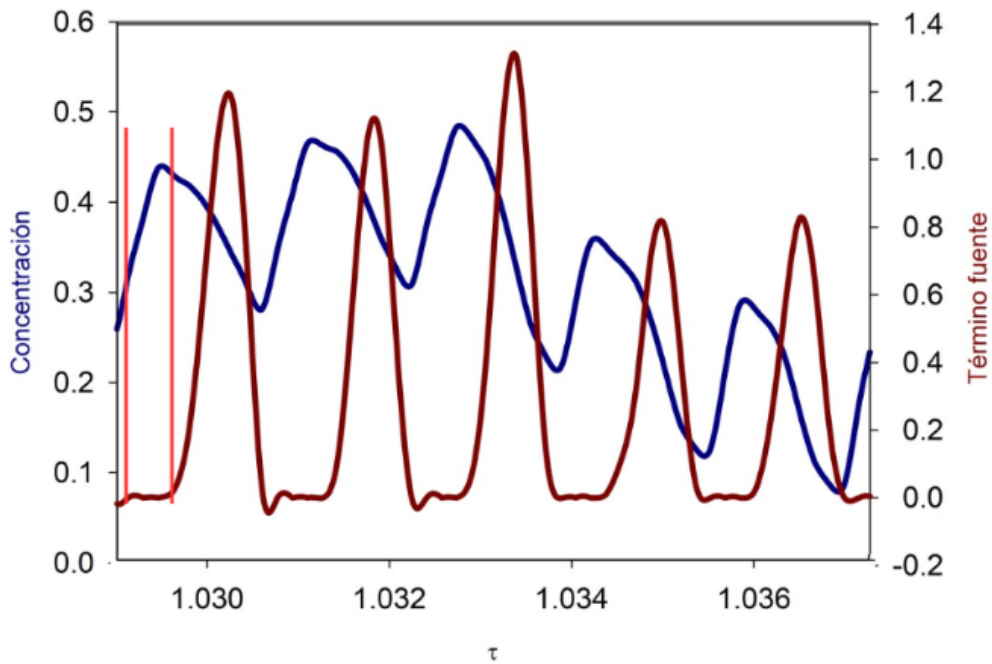


Figura IV.24: Gráfica caso 1 selección de un tramo de tiempo Concentración y término fuente

En la gráfica se presenta la evolución temporal de la concentración y el término fuente en el mismo intervalo analizado anteriormente, permitiendo analizar de manera directa la dinámica de la generación de vapor con la transferencia de masa. La concentración muestra un comportamiento oscilatorio así como el término fuente. Cuando la concentración aumenta y alcanza valores máximos, el término fuente tiende a disminuir. Esto se debe a que, si existe una fracción significativa de vapor, la cantidad de líquido que se encuentra disponible para el proceso de vaporización es menor, reduciendo la transferencia de masa. Por otro lado, cuando la concentración disminuye, el término fuente aumenta ya que existe una mayor cantidad de líquido para el cambio de fase. Este comportamiento muestra la dinámica del modelo cuando predomina el líquido se intensifica dicho término S y se atenúa cuando la concentración es elevada.

## 29. Análisis temporal comparativo caso 2 y 3

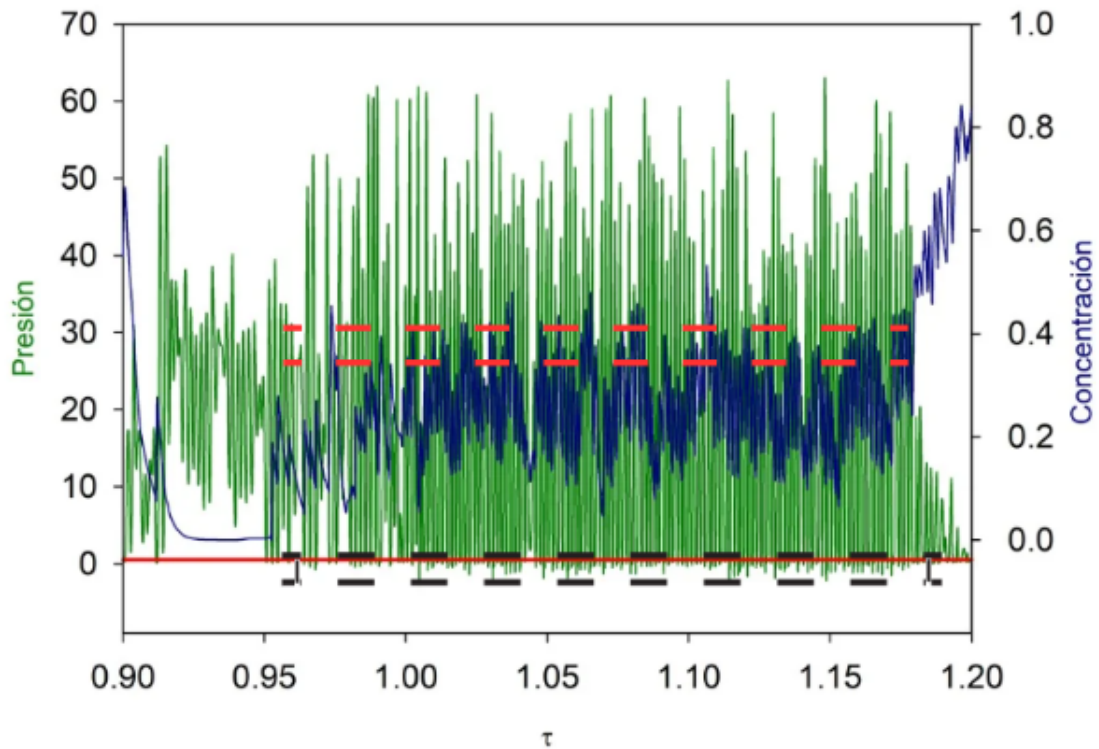


Figura IV.25: Gráfica de presión y concentración del punto con coordenadas (115,3,70). Caso 2

En la gráfica muestra el análisis temporal en el punto con coordenadas (115, 3, 70) para el caso 2, mostrando como evoluciona la presión así como la concentración en el tiempo. Durante este intervalo se señala mediante líneas punteadas de color negro como la presión se mantiene casi constante en valores que se encuentran por debajo de la presión de saturación. Esto también se puede observar en la tabla 4.4 de presión y concentración, caso 1 y caso 2. Así mismo se explica porque la concentración también se mantiene casi en los mismos valores, esto representado mediante las líneas punteadas naranjas. Como resultado la concentración se mantiene en un rango relativamente estable ya que el término fuente aquí vale cero.

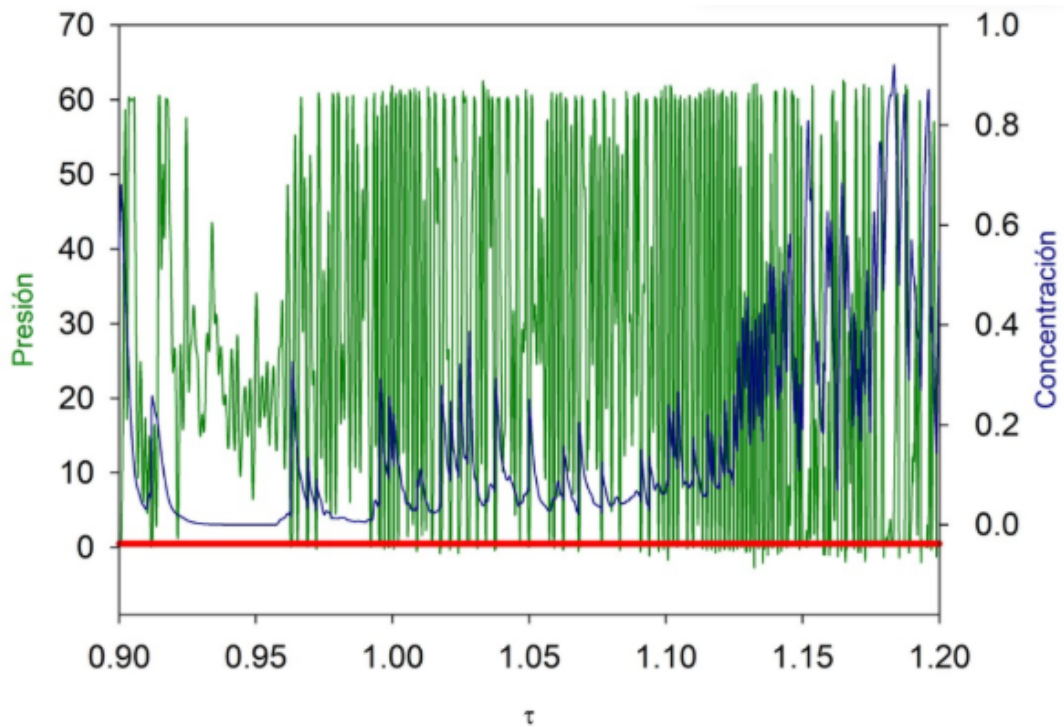


Figura IV.26: Gráfica presión y concentración del punto con coordenadas (115,3,70). Caso 3

Para el caso 3 la gráfica muestra la evolución temporal de la presión y la concentración de vapor en el punto con coordenadas (115, 3, 70). En este caso se aprecia un comportamiento más intenso y de manera desordenada en comparación con el caso 1 y 2. Se presentan picos y valles más pronunciados indicando que la dinámica es más agresiva ya que en el caso 2 se mantenía en un valor casi constante. En este caso la presión muestra variaciones muy abruptas que cruzan el umbral de saturación. Como respuesta a esto la concentración presenta incrementos y descensos más violentos y de más irregulares. Esto está relacionado con que el término fuente multiplicado por diez, por lo que se observa cómo se pierde el patrón oscilatorio dando lugar a un sistema menos uniforme y más dispersa, siendo un comportamiento más caótico y menos localizada la cavitación

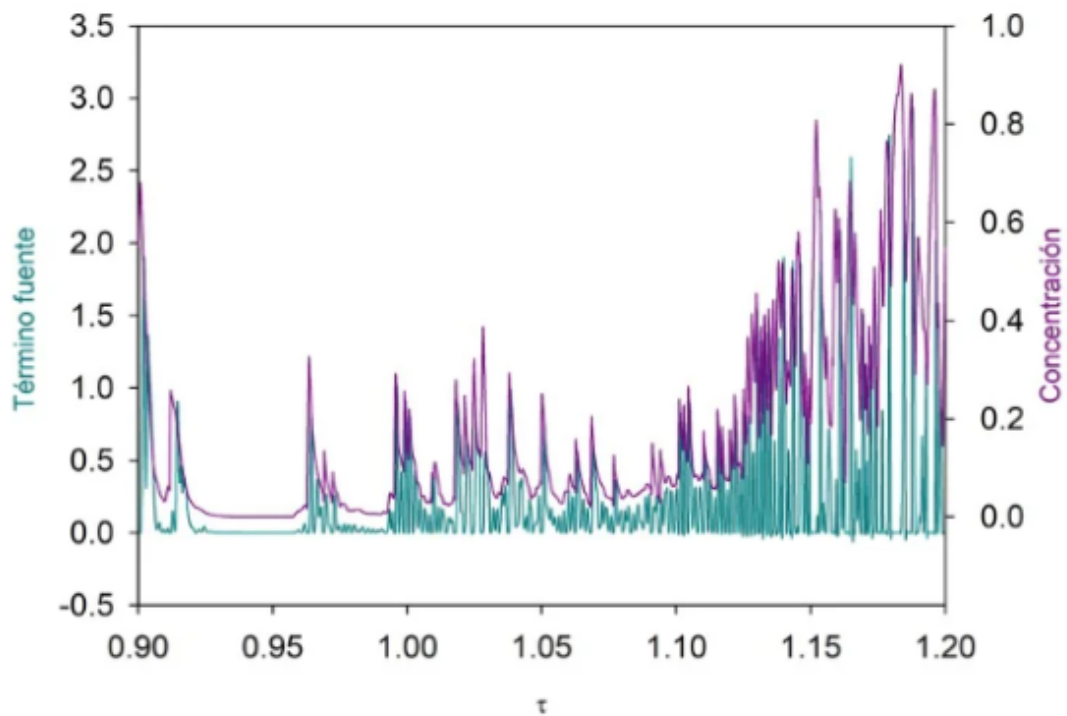


Figura IV.27: Gráfica término fuente y concentración caso 3

En este caso la gráfica muestra el comportamiento del término fuente así como la concentración, exhibiendo un comportamiento altamente irregular sin presentar un patrón oscilatorio a diferencia del caso 1. Aquí la dinámica se encuentra de manera más inestable, ya que el término fuente muestra incrementos muy grandes, esto relacionado con el aumento del parámetro, por lo que pequeñas variaciones de la presión provocan una respuesta amplificadas, con crecimientos rápidos seguidos de descensos abruptos. Por otro lado en la parte final del tiempo se muestra como las amplitudes de ambos parámetros incrementan lo que sugiere inestabilidades del sistema. De este modo se observa como un aumento del término fuente reduce el control sobre la cavitación de manera localizada, volviendo el fenómeno caótico y descontrolado.

# Capítulo V

## Conclusiones

El estudio de esta tesis, basada en simulación numérica, la cual nos permitió ver el comportamiento de la cavitación bioinspirada en la pinza del camarón mantis. La cual es un golpe contra una superficie de manera muy rápida, provocando la aparición de burbujas de vapor; estas, al colapsar, generan daño, provocando la erosión de los materiales. De este modo, se analizó la influencia del término fuente en la generación y colapso de las burbujas. Para ello, se simularon tres casos con distintos valores del término fuente, evaluando el comportamiento mediante isosuperficies, campos instantáneos y gráficas temporales. De este modo, se analizaron los resultados en diferentes instantes de tiempo, en todos los casos.

El caso uno ( $S = 1$ ) presentó un comportamiento de forma equilibrada, donde se pudo apreciar cómo interactúa el fenómeno. De este modo, se observó que el término fuente, al estar asociado con el cambio de fase, muestra cómo los campos de presión oscilan, mostrando picos y zonas de baja presión, favoreciendo la formación de concentración de burbujas, las cuales, al perder el equilibrio termodinámico, colapsan. Al tener este número de  $S$ , se muestra de manera más uniforme cómo, al disminuir la presión por debajo de la de saturación, comienza a incrementar la concentración, mostrando picos de manera oscilatoria; así mismo, con el término fuente, al mostrar disminución, incrementa la concentración, debido a que, cuando hay poco líquido, este es menor para el cambio de fase, por lo que el término fuente disminuye. De tal manera, se observó que el caso 1 es el más representativo del fenómeno, ya que muestra de manera localizada, donde impacta el golpe, la formación de las burbujas para erosionar la superficie de los materiales.

El caso dos ( $S = 0$ ) presentó un comportamiento similar al caso uno; sin embargo, al anular el término fuente, el campo de concentración se mantuvo casi constante en bajas presiones, alrededor de 0.3, que es por debajo de la presión de saturación, por lo que, al tener anulado  $S$ , las burbujas sólo se trasladan. Es decir, la evolución está únicamente dominada por mecanismos de transporte convectivo. Por lo que la propagación de campos de presión es un poco más lenta que en el caso uno.

El caso tres ( $S = 10$ ) presentó campos de presiones con muchas variaciones oscilantes, por lo que no se dan zonas de baja presión de manera localizada, como en el primer caso, mostrando en la isosuperficie (Imagen 4.24. Comparación del caso 1, 2 y 3 en el tiempo 1.2 adimensional) cómo no está de manera controlada la formación de burbujas, ya que, al tenerlo multiplicado por diez, provoca un incremento de 10

veces más el cambio de fase, por lo que esta opción es la menos favorable para la cavitación controlada, con el fin de provocar erosión en los materiales con el colapso violento de las burbujas.

Al tener en cuenta los tres casos de estudio, el caso número uno, que es la base, es el mejor para la aplicación que se desea para desgastar superficies, en este caso, provocando la erosión localizada, cumpliendo los objetivos, modelando el fenómeno de cavitación, identificando los cambios físicos que se representaron numéricamente. En este caso, el término fuente, la concentración y la presión, viendo el comportamiento ante la sensibilidad de variar el término fuente en la simulación.

## **30. Trabajos futuros**

Como trabajos futuros, se propone extender y ampliar el presente estudio mediante la búsqueda sistemática de diferentes geometrías, con el objetivo de identificar configuraciones que favorezcan la generación de burbujas de vapor de manera localizada; esto permitirá controlar y potenciar dicho fenómeno en regiones específicas para la erosión de materiales. Asimismo, el estudio de estas geometrías va a permitir comprender la relación que existe entre la dinámica de las burbujas, su colapso y el nivel de daño superficial provocado por la erosión por cavitación, dependiendo de la aplicación requerida.

# Bibliografía

- [David, 1993] David, E. (1993). Modélisation des écoulements compressibles et hypersoniques: Une approche instationnaire.
- [Domínguez Martínez, 2018] Domínguez Martínez, J. A. (2018). La cavitación hidrodinámica / hydrodynamic cavitation. parte i. *Ciencia Universitaria*, 16(1).
- [Dular and Coutier-Delgosha, 2009] Dular, M. and Coutier-Delgosha, O. (2009). Numerical modelling of cavitation erosion. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 61:1388–1410.
- [Dular et al., 2006] Dular, M., Stoffel, B., and Sirok, B. (2006). Development of a cavitation erosion model. *Wear*, 261(5–6):642–655.
- [Edmonds and Hord, 1968] Edmonds, D. K. and Hord, J. (1968). Cavitation in liquid cryogenes. Technical Report NASA Report No. N69-31350, National Bureau of Standards, Cryogenics Division.
- [Ezekoye et al., 2024] Ezekoye, D. et al. (2024). Numerical implementation and verification of the zwart–gerber–belamri cavitation model with the consideration of thermodynamic effect. *Journal of Physics: Conference Series*, 2707:012135.
- [Ferrari, 2017] Ferrari, A. (2017). Fluid dynamics of acoustic and hydrodynamic cavitation in hydraulic power systems. *Proceedings of the Royal Society A*, 473:20160345.
- [Geng et al., 2022] Geng, L., Zhang, D., Chen, J., De La Torre, O., and Escaler, X. (2022). Prediction of cavitation erosion with different erosion risk indicators. *Ocean Engineering*, 247:110633.
- [Godínez et al., 2021] Godínez, F. A., Gutiérrez, A., Dávalos-Orozco, L. A., and Zenit, R. (2021). A device inspired by the mantis shrimp’s strike to produce cavitation bubbles on solid surfaces. *Journal of Physics: Conference Series*, 1723:012014.
- [Gutiérrez-Mosquera et al., 2019] Gutiérrez-Mosquera, L. F., Arias-Giraldo, S., and Cardona-Naranjo, D. F. (2019). Hydrodynamic cavitation: Engineering and agribusiness approach / cavitación hidrodinámica: Un enfoque desde la ingeniería y la agroindustria. *Scientia et Technica*, 24(2):290–299.
- [Ledezma Cabrera, 2009] Ledezma Cabrera, C. E. (2009). Mecanismo de daño por cavitación.

- [Lele, 1992] Lele, S. K. (1992). Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics*, 103(1):16–42.
- [Lesieur and Metais, 1996] Lesieur, M. and Metais, O. (1996). New trends in large-eddy simulations of turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 28:45–82.
- [Lyu et al., 2021] Lyu, X., Zhu, Y., Zhang, C., Hu, X., and Adams, N. (2021). Modeling of cavitation bubble cloud with discrete lagrangian tracking. *Water*, 13(19):2684.
- [Patek et al., 2004] Patek, S. N., Korff, W. L., and Caldwell, R. L. (2004). Deadly strike mechanism of a mantis shrimp. *Nature*, 428(6985):819–820.
- [Peters et al., 2015] Peters, A., Sagar, H., Lantermann, U., and el Moctar, O. (2015). Numerical modelling and prediction of cavitation erosion. *Wear*, 338–339:189–201.
- [Ramírez Céspedes, 2021] Ramírez Céspedes, F. (2021). Dispositivo mecánico para acelerar la corrosión-erosión por cavitación hidrodinámica en muestras metálicas.
- [Salinas-Vázquez et al., 2022] Salinas-Vázquez, M., Godínez Rojano, F. A., Vicente, W., Guzmán Vázquez, J. E. V., Valdés, J., and Palacios-Morales, C. A. (2022). Numerical simulation of a flow induced by the high-speed closure of a bioinspired claw. *Journal of Fluids and Structures*, 113:103654.
- [University of Oxford, 2005] University of Oxford (2005). Lecture 2. University of Oxford. Apuntes de clase, curso de Métodos numéricos.
- [Visbal and Gaitonde, 2002] Visbal, M. R. and Gaitonde, D. K. (2002). On the use of high-order finite-difference schemes on curvilinear and deforming meshes. *Journal of Computational Physics*, 181:155–185.