



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería

**ESTIMACIÓN INDIRECTA DEL NIVEL DE PRESFUERZO EN
VIGAS PRESFORZADAS EN SERVICIO**

TESIS

que para obtener el grado de:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

presenta:

VÍCTOR CECILIO ROMOALDO

Director de tesis:

Dr. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ

México DF, enero de 2013

RESUMEN

Se proponen dos procedimientos para estimar, indirectamente, la magnitud del presfuerzo actuante en vigas de concreto presforzado. Estos métodos pueden ayudar a obtener una mayor cantidad de información en la revisión de puentes estructurados a base de vigas presforzadas. Los métodos propuestos en este trabajo, se basan en determinar la cantidad de presfuerzo actuante mediante la medición de características dinámicas y estructurales de vigas presforzadas, como la frecuencia natural ω y deflexión máxima δ , así como las propiedades mecánicas de sus materiales. Finalmente, se presentan ejemplos de aplicación de los métodos propuestos y se discute sobre sus ventajas y desventajas.

ABSTRACT

Two methods to estimate, indirectly, the prestress magnitude acting in prestressed concrete beams, are proposed. These methods can help to get more information in the review of bridges structured by using prestressed beams. The methods proposed in this work, are based in determining the amount of prestress acting on prestressed beams by measuring their dynamic and structural characteristics, such as natural frequency ω and maximum deflection δ , and mechanical properties of their materials. Finally, examples of application of the proposed methods and their advantages and disadvantages, are presented.

CONTENIDO

RESUMEN	iii
ABSTRACT	v
CONTENIDO	vii
CAPÍTULO 1. CONCRETO PRESFORZADO	1
1.1. INTRODUCCIÓN	1
1.1.1. Concreto presforzado	1
1.1.2. Usos de los elementos presforzados	2
CAPÍTULO 2. PÉRDIDAS EN EL PRESFUERZO	5
2.1. DE PÉRDIDAS EN EL PRESFUERZO.....	5
2.2. PÉRDIDAS DE PRESFUERZO INSTANTÁNEAS.....	6
2.2.1. Pérdida debido al acortamiento elástico.....	6
2.2.2. Pérdida debido a la relajación instantánea del acero de presfuerzo	7
2.2.3. Pérdida debido al deslizamiento del anclaje.....	7
2.2.4. Pérdida debido a la fricción.....	7
2.2.5. Pérdida debido a la desviación de torones.....	8
2.3. PÉRDIDAS DE PRESFUERZO DIFERIDAS	8
2.3.1. Pérdida debido a la contracción del concreto.....	8
2.3.2. Pérdida debido al flujo plástico.....	9
2.3.3. Pérdida debido a la relajación diferida	9
2.4. MÉTODOS PARA ESTIMAR LAS PÉRDIDAS DE PRESFUERZO	10
CAPÍTULO 3. PROPUESTA PARA CALCULAR EL NIVEL DE PRESFUERZO EN UNA VIGA PRESFORZADA EN SERVICIO	13
3.1. MÉTODO PARA DETERMINAR EL NIVEL DE PRESFUERZO EFECTIVO PROPUESTO POR LAS NTCC-2004.....	13
3.2. RELACIÓN PRESFUERZO-FRECUENCIA DE VIBRACIÓN DE UNA VIGA PRESFORZADA	13
3.3. RELACIÓN PRESFUERZO-DEFLEXIÓN DE UNA VIGA PRESFORZADA.....	15

CAPÍTULO 4. APLICACIÓN	19
4.1. VIGAS ANALIZADAS	19
4.1.1. Viga de sección rectangular (<i>V-R</i>).....	19
4.1.2. Viga de sección W (<i>V-W</i>).....	19
4.1.3. Viga AASHTO A1 (<i>V-A1</i>)	20
4.1.4. Viga AASHTO A2 (<i>V-A2</i>)	21
4.2. RESULTADOS	21
4.2.1. Viga <i>V-R</i>	22
4.2.2. Viga <i>V-W</i>	24
4.2.3. Viga <i>V-A1</i>	26
4.2.4. Viga <i>V-A2</i>	28
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	31
AGRADECIMIENTOS	33
REFERENCIAS	35

CAPÍTULO 1

CONCRETO PRESFORZADO

1.1. INTRODUCCIÓN

La filosofía de diseño de estructuras de concreto presforzado consiste en crear deliberadamente, mediante el uso de tendones de presfuerzo (alambres, torones o varillas de acero de aleación), esfuerzos permanentes en los elementos estructurales.

Con esto, se mejora su comportamiento de servicio y aumenta su resistencia. Su finalidad es transmitir esfuerzos en el concreto, producto del pretensado de los mismos, para contrarrestar los esfuerzos que actúan en el mismo por las cargas de diseño.

1.1.1. Concreto presforzado

Debido a la combinación del concreto y el acero de presfuerzo, en los elementos de concreto presforzados, es posible producir esfuerzos y deformaciones (Figura 1.1) que contrarresten total o parcialmente a los producidos por las cargas gravitacionales que actúan en el elemento, lográndose así diseños más eficientes (Reinoso *et al.*, 2000).

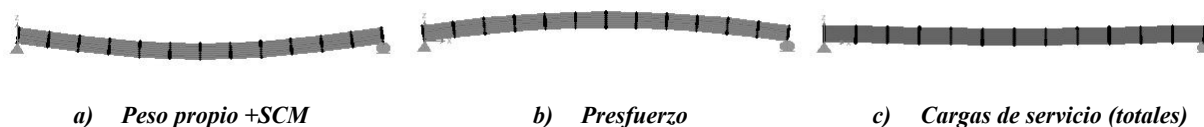


Figura 1.1. Deflexiones de una viga presforzada

El efecto que produzca el presfuerzo sobre los elementos estructurales dependerá, del nivel efectivo de presfuerzo y del arreglo del acero de presfuerzo en el elemento estructural. Así, para arreglos diferentes y niveles de presfuerzo similares, en un elemento estructural, se tendrán comportamientos diferentes entre sí. En la Figura 1.2, se muestra el efecto que tiene el presfuerzo en los momentos flexionantes de una viga para diferentes arreglos del acero de presfuerzo.

Para la viga *A*, se observa un presfuerzo axial donde los momentos flexionantes finales de la viga no se ven afectados por el presfuerzo, por lo que desde este punto de vista no hay ventajas al colocar presfuerzo axial. En la viga *B*, el arreglo del acero de presfuerzo es excéntrico con respecto al eje neutro (*EN*) de la viga; por lo que, los momentos flexionantes totales de la viga son modificados por el momento producto del presfuerzo P y su excentricidad e , con lo que se logra contrarrestar el momento máximo al centro de la viga pero también se producen momentos excesivos en los extremos de la viga. Finalmente, la viga *C* presenta un acero de presfuerzo con una trayectoria parabólica, para este caso se observa que los momentos flexionantes totales de la viga son nulos; esto se debe a que la distribución de momentos debida al presfuerzo es similar a la curva provocada por las carga w (Reinoso *et al.*, 2000).

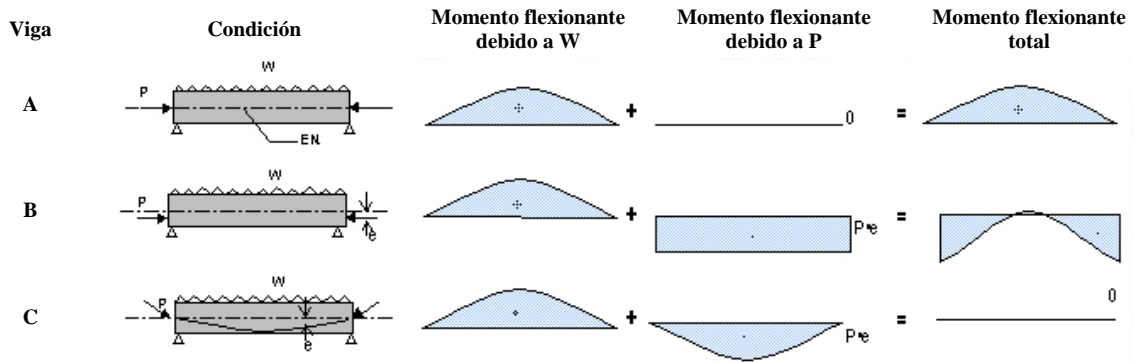


Figura 1.2. Momentos flexionantes de una viga presforzada para diferentes arreglos de presfuerzo (Reinoso *et al.*, 2000)

En la Figura 1.3, se muestran los esfuerzos en la sección transversal al centro del claro así como también en los extremos de vigas presforzadas para los arreglos del acero de presfuerzo vistos en la Figura 1.2. Para las tres vigas se observa que los esfuerzos de tensión al centro de claro disminuyen debido al esfuerzo de compresión del presfuerzo y para las vigas *B* y *C* también se debe al esfuerzo provocado por momento flexionante $M=Pe$, el cual origina tanto esfuerzos de compresión y tensión en la viga. Por otra parte, los esfuerzos en los extremos de la viga aumentan, presentándose grandes esfuerzos de compresión; siendo el caso más desfavorable el de la viga *B*, en la que aparecen esfuerzos tanto de compresión como de tensión.

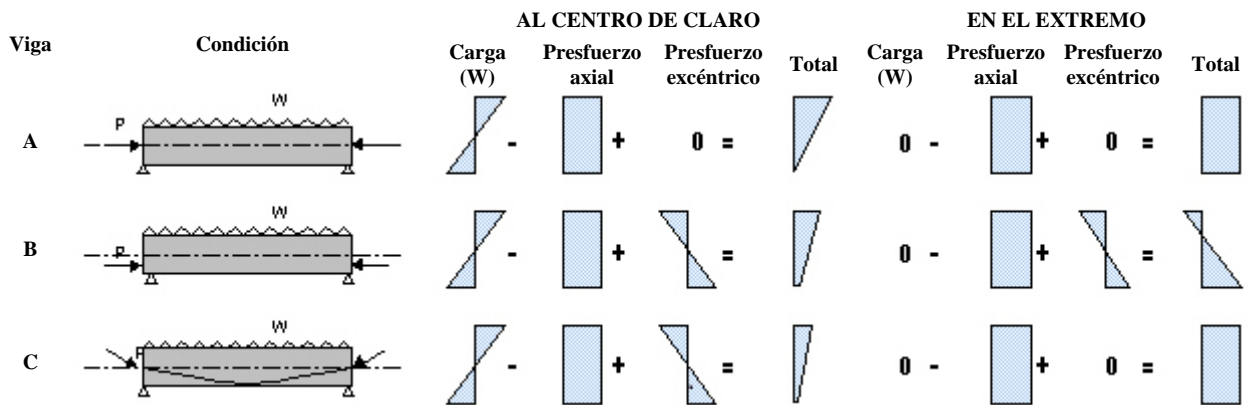


Figura 1.3. Esfuerzos de una viga presforzada para diferentes arreglos de presfuerzo (Reinoso *et al.*, 2000)

1.1.2. Usos de los elementos presforzados

Los elementos presforzados van desde una vigueta para casa habitación hasta traveses para puentes de grandes claros (Figura 1.4) y con aplicaciones tan variadas como durmientes para vías de ferrocarril, tanques de almacenamiento, etc.



Figura 1.4. Estructuras con elementos presforzados

CAPÍTULO 2

PÉRDIDAS EN EL PRESFUERZO

Existen múltiples razones por las que la fuerza de presfuerzo efectiva que actuará en un elemento presforzado en servicio es menor que la fuerza aplicada en el momento de su fabricación. A esta reducción se le denomina como pérdida de presfuerzo y puede llegar a ser mayor al 30 por ciento en los elementos estructurales comúnmente empleados (Reinoso *et al.*, 2000). En este capítulo se presentan las principales causas de las pérdidas de presfuerzo, así como también los métodos que existen para estimarlas.

2.1. PÉRDIDAS EN EL PRESFUERZO

Si bien la resistencia última de los elementos presforzados no disminuye debido a las pérdidas de presfuerzo, ya que esta resistencia está en función del equilibrio interno de esfuerzos y deformaciones, estas pérdidas sí afectan el comportamiento del elemento en su etapa de servicio (Rodríguez *et al.*, 2011; Reinoso *et al.*, 2000).

Por lo que, subestimar o sobrestimar las pérdidas de presfuerzo conduce a errar en la estimación de los esfuerzos y deformaciones que se presentarán en las distintas etapas de servicio. En la Figura 2.1, se muestran los diferentes niveles de esfuerzo axial, que se presenta en la sección transversal al centro del claro de una viga de sección rectangular, para diferentes porcentajes de pérdidas de presfuerzo.

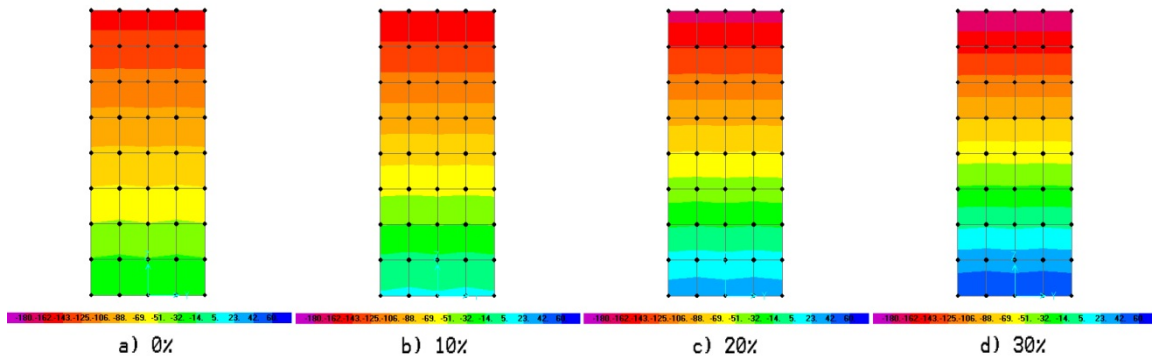


Figura 2.1. Esfuerzos (kg/cm^2) al centro del claro de una viga de sección transversal rectangular para diferentes porcentajes de pérdida de presfuerzo.

En general, las pérdidas de presfuerzo en los elementos de concreto presforzado, se pueden englobar en pérdidas instantáneas y diferidas. Las primeras se presentan en la transferencia de la fuerza de presfuerzo por parte del gato, al elemento prefabricado. Por otro lado, las pérdidas diferidas dependen del tiempo y el comportamiento inherente de los materiales (tales como contracción y flujo plástico del concreto y relajación del acero de presfuerzo).

Las pérdidas totales de presfuerzo, ΔP_T , que presente un elemento presforzado estarán dadas por la suma de las pérdidas instantáneas, ΔP_i , más las diferidas, ΔP_d , esto es:

$$\Delta P_T = \Delta P_i + \Delta P_d \quad (2.1)$$

2.2. PÉRDIDAS DE PRESFUERZO INSTANTÁNEAS

Las pérdidas de presfuerzo instantáneas, son aquellas que se presentan en la etapa de transferencia de la fuerza presforzante al elemento, estas pérdidas son causadas por diferentes causas, tales como:

- Acortamiento elástico (Δ_{AE}).
- Relajación instantánea del acero de presfuerzo (Δ_{Ri}).
- Deslizamiento de anclaje (Δ_{DA}).
- Fricción (Δ_{FR}).
- Desviación de torones (Δ_{DT}).

Por lo que, las pérdidas instantáneas están definidas como la suma de las pérdidas de presfuerzo debidas a cada una de las causas enlistadas anteriormente, esto es:

$$\Delta P_i = \Delta_{AE} + \Delta_{Ri} + \Delta_{DA} + \Delta_{FR} + \Delta_{DT} \quad (2.2)$$

A continuación, se presenta brevemente en qué consiste cada de las causas de pérdidas de presfuerzo instantáneas.

2.2.1. Pérdida debido al acortamiento elástico

Durante la transferencia de la fuerza presforzante al elemento estructural, se presentará un acortamiento elástico en el concreto debido a la carga axial impuesta por el presfuerzo, lo cual origina una pérdida de éste. Estas pérdidas de presfuerzo, se pueden determinar a partir de la relación esfuerzo-deformación del concreto (Zia *et al.*, 1979, Reinoso *et al.*, 2000).

Para los elementos pretensados, esta pérdida está dada por:

$$\Delta_{AE} = \frac{E_{sp}}{E_{ci}} f_{cgp} \quad (2.3)$$

donde E_{sp} , es el módulo de elasticidad del acero de presfuerzo; E_{ci} , el módulo de elasticidad del concreto calculado para la resistencia f'_{ci} que tenga durante la transferencia; y f_{cgp} , es la suma de los esfuerzos en el centro de gravedad de los tendones de presfuerzo debidos al peso propio de la estructura y a la fuerza de presfuerzo inmediatamente después de la transferencia en la sección de momento máximo, tomando en cuenta las pérdidas instantáneas que ya se hayan presentado en el torón como la relajación instantánea, fricción, etc.

2.2.2. Pérdida debido a la relajación instantánea del acero de presfuerzo

De acuerdo con la mecánica de materiales, cuando un elemento de determinado material es esforzado manteniendo una misma longitud en éste se presentará una pérdida de esfuerzo, a este comportamiento de los materiales se le conoce como *relajamiento*. Por lo que, cuando el acero de presfuerzo se tensa hasta los niveles usuales experimenta relajamiento.

Para calcular esta pérdida de presfuerzo existen dos etapas: la que se presenta al momento del tensado del acero, y la que se presentará a lo largo del tiempo. La primera es una pérdida instantánea y para miembros pretensados, con una tensión inicial al 50% de sus resistencia a la ruptura (f_{sr}), puede tomarse como (Reinoso *et al.*, 2000).

$$\Delta_{Ri} = \frac{\log(t)}{10} \left(\frac{f_{pj}}{f_{py}} - 0.55 \right) f_{pj} \quad (2.4)$$

donde t , es el tiempo en horas desde el tensado hasta la transferencia; f_{pj} , es el esfuerzo en el tendón al final del tensado; y f_{py} , es el esfuerzo de fluencia del acero de presfuerzo.

2.2.3. Pérdida debido al deslizamiento del anclaje

La fuerza de presfuerzo en los elementos postensados es transferida del gato al elemento de concreto por medio de dispositivos de anclajes. Entre el acero de presfuerzo y el dispositivo de anclaje existe inevitablemente un deslizamiento a medida que las cuñas realizan el anclaje mecánico de los tendones, o medida que se deforma el anclaje. La pérdida por esta causa se puede calcular como (Reinoso *et al.*, 2000):

$$\Delta_{DA} = eE = \frac{\delta l}{L} E_{sp} \quad (2.5)$$

donde L , es la longitud del tendón; y δl , es el deslizamiento del anclaje, el cual debe ser especificado por el fabricante del mismo.

2.2.4. Pérdida debido a la fricción

Las pérdidas de presfuerzo por fricción, al igual que las debidas a deslizamiento de anclaje, son exclusivas de los elementos postensados. Esta pérdida de presfuerzo se presenta durante el proceso de tensado debido a que, a medida que los tendones se deslizan a través del ducto, entre ellos se desarrolla una fuerza de fricción; por lo que, la fuerza de tensión en el extremo anclado es menor que la tensión en el gato. Las pérdidas fricción se pueden obtener como (Keyder, 1990; Reinoso *et al.*, 2000).

$$\Delta_{FR} = f_{pj} (1 - e^{-(Kx + \mu\alpha)}) \quad (2.6)$$

donde x , es la distancia desde el anclaje hasta el punto en consideración en m; K , es el coeficiente de fricción secundario o de deformación no intencional en m^{-1} ; μ , es el coeficiente de fricción primario por curvatura intencional en rad^{-1} ; y α , es la suma total de los valores absolutos del cambio angular de la trayectoria del presfuerzo desde el anclaje hasta el punto en consideración, en rad.

2.2.5. Pérdida debido a la desviación de torones

En los elementos pretensados en donde son utilizados mecanismos de desvío de torones con la finalidad de mejorar su comportamiento ante las cargas de servicio, se pueden presentar pérdidas de presfuerzo significativas debido a estos mecanismos. El valor de estas pérdidas de presfuerzo dependerá de las características propias del mecanismo de desvío empleado y es necesario que el fabricante del dispositivo especifique en la ficha técnica el valor de las pérdidas.

2.3. PÉRDIDAS DE PRESFUERZO DIFERIDAS

Las pérdidas de presfuerzo diferidas o a largo plazo, son aquellas que dependen del tiempo de servicio del elemento presforzado. Al igual que las pérdidas de presfuerzo instantáneas, las diferidas se deben a diferentes causas, tales como:

- Contracción del concreto (Δ_{CC}).
- Flujo plástico (Δ_{FP}).
- Relajación diferida (Δ_{Rd}).

Por lo que, las pérdidas diferidas se definen como la suma de las pérdidas de presfuerzo debidas a cada una de las causas enlistadas anteriormente, esto es:

$$\Delta P_d = \Delta_{CC} + \Delta_{FP} + \Delta_{Rd} \quad (2.7)$$

A continuación, se presenta brevemente en qué consiste cada de las causas de pérdidas de presfuerzo diferidas.

2.3.1. Pérdida debido a la contracción del concreto

Cuando el concreto fragua experimenta una contracción por la reacción química del cemento, lo cual provoca una reducción en la deformación del acero de presfuerzo igual a la deformación que produce esa contracción. Como es evidente, esta reducción de la deformación del acero de presfuerzo causa a su vez una reducción del esfuerzo en el acero de presfuerzo y constituye un componente importante de la pérdida de presfuerzo para los elementos presforzados. El valor de esta pérdida de presfuerzo, se puede obtener considerando que, de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto Reforzado, NTCC-04, del Reglamento de Construcciones para El Distrito Federal vigente, la deformación del concreto por contracción por secado es $\varepsilon_c=0.001$ (Reinoso *et al.*, 2000). Así,

$$\Delta_{CC} = \varepsilon_c E_{sp} \quad (2.8)$$

Alternativamente, a lo sugerido por la NTCC-2004, existen otras expresiones con las que se puede calcular el valor de la pérdida de presfuerzo por contracción del concreto. Tales como la propuesta en el AASHTO estándar, en donde el valor de la pérdida por contracción dependerá de la humedad relativa (Reinoso *et al.*, 2000), las ecuaciones propuestas en el AASHTO son:

$$\Delta_{CC} = 1193 - 10.5H \quad (2.9a)$$

$$\Delta_{CC} = 954 - 8.4H \quad (2.9b)$$

donde H , es la humedad relativa anual promedio en porcentaje. Las ecuaciones (2.9a) y (2.9b) son válidas para elementos pretensados y postensados, respectivamente.

Otra expresión para obtener Δ_{CC} , es la que se presenta en Zia *et al.*, 1979, la cual no sólo toma en cuenta la humedad relativa sino también la relación volumen-superficie del elemento y el valor de deformación del concreto:

$$\Delta_{CC} = 8.2 \times 10^{-6} K_{SH} E_{sp} \left(1 - 0.024 \frac{V}{S} \right) (100 - H) \quad (2.10)$$

donde V/S , relación volumen sobre superficie; K_{SH} , es un valor adimensional que depende el tipo de presfuerzo que se aplique al elemento, para elementos pretensados es igual a 1.0 y para los elementos postensados su valor depende del tiempo desde el término del curado hasta la aplicación del presfuerzo.

2.3.2. Pérdida debido al flujo plástico

Esta pérdida de presfuerzo se debe a la deformación que experimenta el concreto ante la acción de cargas sostenidas como son la carga muerta y el presfuerzo. De acuerdo con Zia *et al.*, 1979, la pérdida de presfuerzo por flujo plástico se puede estimar como:

$$\Delta_{FP} = K_{cr} \frac{E_{sp}}{E_c} (f_{cgp} - f_{cds}) \quad (2.11)$$

donde f_{cds} , es el esfuerzo en la sección a la altura del centro de gravedad de los torones debido a cargas muertas aplicadas después del tensado; E_c , es el módulo de elasticidad del concreto; y K_{cr} , es un valor adimensional que vale 2.0 para concreto normal y 1.60 para concreto ligero.

Otra expresión para calcular la pérdida de presfuerzo debida al flujo plástico, es la que se presenta en el manual de AASHTO (Reinoso *et al.*, 2000).

$$\Delta_{FP} = 12f_{cgp} - 7f_{cds} \geq 0 \quad (2.12)$$

2.3.3. Pérdida debido a la relajación diferida

La pérdida por relajación del acero de presfuerzo diferida, se presenta después de la etapa de transferencia de esfuerzos. Esta pérdida se puede obtener como:

$$\Delta_{Rd} = 1406 - 0.4\Delta_{AE} - 0.2(\Delta_{CC} + \Delta_{FP}) \quad (2.13)$$

$$\Delta_{Rd} = 1406 - 0.3\Delta_{FR} - 0.4\Delta_{AE} - 0.2(\Delta_{CC} + \Delta_{FP}) \quad (2.14)$$

Las ecuaciones (2.13) y (2.14) son válidas para elementos pretensados y postensados, respectivamente. Para aceros de baja relajación se deberá usar el 25 por ciento de Δ_{Rd} .

2.4. MÉTODOS PARA ESTIMAR LAS PÉRDIDAS DE PRESFUERZO

De acuerdo con las NTCC-04, la elección de un método para la evaluar las pérdidas de presfuerzo dependerá del tipo de estructura, modalidades del presfuerzo y grado de precisión requerido. En las NTCC-2004, se proponen tres métodos para evaluar las pérdidas de presfuerzo; los cuales se presentan a la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Métodos de estimación de pérdidas de presfuerzo (NTCC-2004)

Método	Descripción
A Estimación global	Las pérdidas de presfuerzo se definen como un porcentaje de la fuerza aplicada por el gato.
B Estimación individual	Las pérdidas de presfuerzo se valúan de manera individual mediante fórmulas. Las contribuciones de cada una de ellas se suman para obtener la pérdida total.
C Estimación por el método de los intervalos	Las pérdidas inmediatas se calculan con el método de estimación individual y la estimación de pérdidas diferidas se efectúa estableciendo como mínimo cuatro intervalos de tiempo, que toman en cuenta la edad del concreto en la cual ocurre la pérdida.

El método de la estimación global sólo se deberá utilizar en caso de no contar con la información para evaluar las pérdidas de presfuerzo. Para los elementos pretensados se puede suponer que el valor de las pérdidas de presfuerzo varía entre 20 y 25 por ciento de la fuerza aplicada por el gato. En el caso de postensados, las pérdidas, sin incluir las de fricción, se puede suponer que varían entre 15 y 20 por ciento de la fuerza aplicada por el gato.

Para seleccionar el método adecuado para la obtención de pérdidas de presfuerzo, en las NTCC-2004 se define el criterio de selección de la Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Criterios para seleccionar el método de evaluación de pérdidas de presfuerzo (NTCC-2004)

Pretensado		Postensado	
Estimación preliminar	Estimación definitiva	Estimación preliminar	Estimación definitiva
A	B	A	C

Los resultados de dichos métodos, se suelen comparar con esfuerzos máximos recomendados (Tablas 2.3 y 2.4).

Tabla 2.3. Pérdidas de presfuerzo máximas recomendadas para elementos presforzados (Naaman, 1982)

Tipo de acero de presfuerzo	Pérdidas máximas* en kg/cm^2 (MPa)	
	Concreto normal	Concreto ligero
Relevado de esfuerzos	3517 (345)	3875 (380)
Baja relajación	2814 (276)	3171 (311)

*Para $f_{pi} \leq 0.83f_{py}$

Tabla 2.4. Estimaciones sugeridas de pérdidas de presfuerzo en función del tiempo después de la transferencia de presfuerzo para diseño (Naaman, 1982)

	$(f_{pi} - f_{pe})^*$ en kg/cm^2 (MPA)	
	Acero relevado de esfuerzos	Acero de baja relajación
Miembros presforzados		
Concreto normal	2814 (276)	2467 (242)
Estructuras de concreto ligero	3161 (310)	2814 (276)
Miembros postensados		
Concreto normal	2467 (242)	2110 (207)
Estructuras de concreto ligero	2814 (276)	2467 (242)

*Para $f_{pi} \leq 0.83f_{py}$

Estos métodos se valúan a continuación.

CAPÍTULO 3

PROPUESTA PARA CALCULAR EL NIVEL DE PRESFUERZO DE UNA VIGA PRESFORZADA EN SERVICIO

Conocer el nivel de presfuerzo efectivo de una trabe presforzada que ha estado en servicio durante determinado tiempo, no es un proceso simple ni directo. Para poder llegar a determinar el nivel de presfuerzo efectivo es necesario conocer una cantidad considerable de factores que intervienen en el cálculo de las pérdidas de presfuerzo. Por lo que, surge la necesidad de proponer métodos que simplifiquen la obtención del nivel de presfuerzo efectivo. En este capítulo se presentan dos propuestas para obtener el nivel de presfuerzo de una trabe presforzada en servicio.

3.1. MÉTODO PARA DETERMINAR EL NIVEL DE PRESFUERZO EFECTIVO PROPUESTO POR LAS NTCC-2004

De acuerdo con las NTCC-2004, el procedimiento a seguir para determinar el nivel de presfuerzo efectivo de una viga presforzada que ha estado en servicio durante cierto tiempo es:

- Se necesita conocer la fuerza de presfuerzo con la que fue fabricada o diseñada la viga.
- Se calcula el valor de las pérdidas de presfuerzo que se han presentado en el elemento, por los métodos indicados en la Tabla 2.1 y siguiendo los criterios de la Tabla 2.2.
- Por último, el valor del nivel de presfuerzo efectivo de la viga será la resta algebraica del presfuerzo de diseño menos las pérdidas que hayan sucedido a lo largo del tiempo de servicio de la viga. Esto es:

$$P_{ef} = P_i + \Delta P_T \quad (3.1)$$

donde P_{ef} , es el presfuerzo efectivo de la viga; P_i , el presfuerzo de diseño o inicial sin pérdidas; y ΔP_T , son las pérdidas totales de presfuerzo.

Para poder aplicar el procedimiento mencionado, es necesario poder calcular el valor de las pérdidas de presfuerzo que se han presentado a lo largo del tiempo de servicio de la viga. Esto implicar tener que conocer el valor de diferentes factores que intervienen en el cálculo de las pérdidas. Como se vio en el capítulo 2 anterior, estos no siempre son datos disponibles. Por lo que este método para determinar el nivel de presfuerzo efectivo puede resultar un procedimiento bastante complejo.

3.2. RELACIÓN PRESFUERZO-FRECUENCIA DE VIBRACIÓN DE UNA VIGA PRESFORZADA

De acuerdo con Blevins (1979), Paz (1992), y Saiidi *et al.* (1994), la presencia de una fuerza axial que actúa en una viga prismática modifica sus frecuencias de vibración debido al efecto del fenómeno

conocido como “ablandamiento por compresión”. Por lo que, un método indirecto, que se puede establecer para determinar el nivel de presfuerzo efectivo de una viga de concreto presforzado que ha estado en servicio durante cierto tiempo, consiste en relacionar el nivel de presfuerzo actuante en una viga que presente la frecuencia natural de vibración.

Los autores antes mencionados han establecido, a lo largo del tiempo, diferentes modelos matemáticos que relacionan la fuerza axial que actúa sobre una viga con su frecuencia natural de vibración. Tal es el caso de Saïidi *et al.*, 1994, quienes realizaron estudios de una viga de concreto simplemente apoyada, sujeta a la acción de una carga axial suministrada por medio de un tendón de presfuerzo (Figura 3.1).

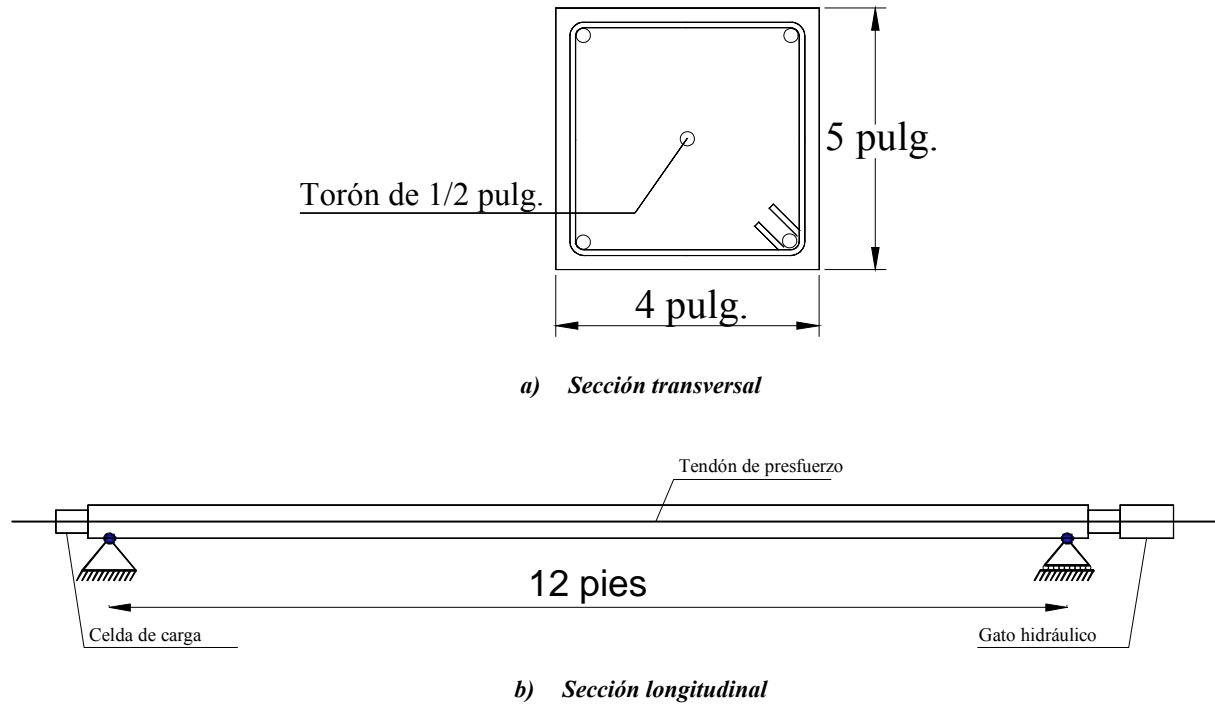


Figura 3.1. Viga estudiada por Saïidi *et al.*, 1994

A partir de este estudio, se estableció un modelo matemático para una viga simplemente apoyada prismática. En él se relaciona el valor de la fuerza axial actuante con las frecuencias naturales de la viga, esto es:

$$\omega_n^2 = -\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{P}{m_L} + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 \frac{EI}{m_L} \quad (3.2)$$

donde ω_n , es la frecuencia de vibración de la viga para el n -ésimo modo, en *rad/s*; n , es el n -ésimo modo de vibrar de la viga; P , es la fuerza de axial de compresión positiva; m_L , es masa de la viga por unidad de longitud; E , es el módulo de elasticidad del concreto de la viga; I , su momento de inercia; y L , la longitud de su claro.

En la ecuación (3.2) se observa que, a medida que se incremente la fuerza axial de compresión (fuerza de presfuerzo) el valor de la frecuencia natural disminuye y viceversa. Si se considera la relación que existe entre la frecuencia y el periodo de vibración de una estructura, lo anterior también se puede

escribir como que a medida que se incrementa la fuerza axial de compresión que actúa en una viga también lo hace su periodo.

La ecuación (3.2) fue propuesta para poder predecir el valor de las frecuencias de vibración de una viga bajo la acción de una fuerza axial de compresión o presfuerzo conocida. Por lo que, a partir de esta ecuación se puede llegar a determinar el nivel de presfuerzo efectivo de una viga presforzada en servicio.

Al despejar el valor P de la ecuación (3.2), se obtiene:

$$P = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 EI - \frac{\omega_n^2 m_L}{\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2} \quad (3.3)$$

Si se establece que el valor de P es el del presfuerzo efectivo de la viga, P_{ef} . Con base en lo anterior se puede establecer, para una viga prismática con cargas uniformemente distribuidas y con un presfuerzo uniforme a lo largo de toda su longitud, la ecuación (3.4) con la que se puede obtener el nivel de presfuerzo efectivo, P_{ef} , de la misma, a partir del valor experimental de la frecuencia de vibración, obtenida de una prueba de vibración ambiental, esto es:

$$P_{ef} = \mu^2 EI - \mu^{-2} \omega_n^2 m_L \quad (3.4)$$

donde $\mu = n\pi/L$; n , es n -ésimo modo de vibrar de la viga; el valor de ω_n , se obtendrá de una prueba de vibración ambiental; en el cálculo de m_L , se deberán incluir todas cargas uniformemente distribuidas y que intervenga en el comportamiento dinámico de la viga presforzada.

3.3. RELACIÓN PRESFUERZO-DEFLEXIÓN DE UNA VIGA PRESFORZADA

Comúnmente, la configuración estructural en la cual trabaja una viga presforzada es la simplemente apoyada. Partiendo de este hecho, se puede llegar a establecer lo siguiente:

En una viga simplemente apoyada como la de la Figura 3.2, las cargas de servicio que actúan sobre ella, producen una flecha hacia abajo, Δ_w , que se puede determinar analíticamente de acuerdo con la mecánica de materiales, como:

$$\Delta_w = -\frac{5L^4 w}{384EI} \quad (3.5)$$

donde w , es la carga uniformemente distribuida sobre la viga.

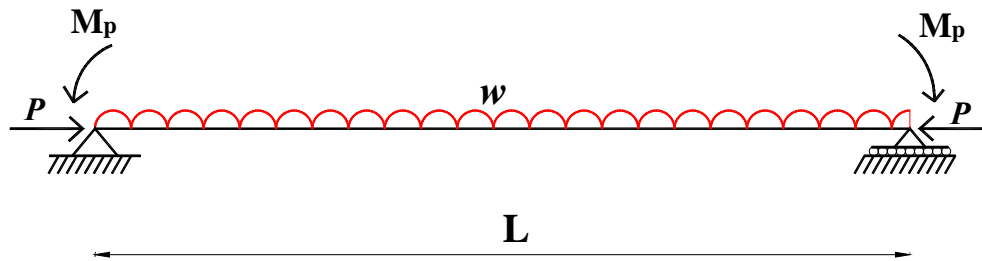


Figura 3.2. Cargas que actúan en una viga presforzada simplemente apoyada

Adicionalmente, la aplicación del presfuerzo en la misma viga produce una flecha hacia arriba. El valor de la contraflecha de una viga presforzada dependerá directamente del nivel de presfuerzo de la misma y se puede calcular de acuerdo con las ecuaciones de la mecánica de materiales. Así, para una viga presforzada con trayectoria recta del presfuerzo y donde la cantidad de éste es constante en toda su longitud, es decir no se presenta engrase de torones, su desplazamiento máximo por flexión debida al presfuerzo, Δ_p , será:

$$\Delta_p = \frac{L^2}{8EI} P e \quad (3.6)$$

donde e , es la excentricidad que existe entre la línea de acción del presfuerzo y el centroide de la sección de la viga.

Finalmente, la flecha total de una viga será igual a la suma de los efectos provocados por las cargas de servicio y la fuerza de presfuerzo.

$$\Delta_t = \Delta_p + \Delta_w \quad (3.7)$$

La ecuación (3.7), representa el desplazamiento o deflexión máxima de una viga presforzada en su etapa de *comportamiento elástico*, ya que en esa ecuación no se incluye el comportamiento inelástico de los materiales que se presentarán en la etapa de servicio de la viga (tales como el flujo plástico del concreto y la relajación diferida del acero de presfuerzo).

Por otra parte, el efecto de las pérdidas de presfuerzo, tales como contracción, flujo plástico y relajamiento, reduce gradualmente la flecha producida por la fuerza de presfuerzo inicial. Sin embargo, el efecto del flujo plástico es doble, ya que mientras se produce una reducción en la flecha por presfuerzo debido a la pérdida de presfuerzo, las deformaciones que provoca en el concreto aumentan la contraflecha. Por lo general, el segundo efecto es el que predomina, y la contraflecha aumenta con el tiempo a pesar de la reducción de la fuerza de presfuerzo (Reinoso *et al.*, 2000).

Tomando en cuenta todo lo anterior, se puede establecer un segundo método indirecto para estimar el nivel de presfuerzo efectivo de vigas, en el cual se relaciona el nivel de presfuerzo efectivo, P_{ef} , con el valor de la deflexión de una viga presforzada δ , esto es:

$$P_{ef} = \frac{8EI}{L^2 e(2 + Cf)} [2\Delta_{CP}(1 + Cf) + 2\Delta_{CV} - 2\delta - \Delta_{Pi}Cf] \quad (3.8)$$

donde:

$$\Delta_{CP} = \frac{5L^4 w_{CP}}{384EI} \quad ; \quad \Delta_{Pi} = \frac{L^2 e}{8EI} P_i$$

Δ_{CV} , es la fecha de la viga debido a la presencia de las cargas vivas; e , es la excentricidad entre la línea de acción del presfuerzo y el centroide de la sección transversal de la viga; Cf , es el coeficiente de flujo plástico que, de acuerdo con la literatura, $Cf=2.40$; δ , es el valor de la flecha medida al centro de claro (cuando la flecha es hacia abajo este valor se tomará como positivo); w_{CP} , es la carga uniformemente repartida de servicio (en éstas se incluye todas la cargas permanentes de servicio). En la ecuación (3.8), se consideran los efectos de flujo plástico del concreto.

CAPÍTULO 4

APLICACIÓN

Con el método de los elementos finitos se modelaron cuatro vigas presforzadas de diferente sección transversal y cantidad de presfuerzo. Para todas vigas se varió el nivel de presfuerzo actuante de 100 a 0 por ciento. El modelo de elementos finitos de las vigas, fue calibrado utilizando los esfuerzos teóricos que se presentarán al centro de claro para un nivel de presfuerzo del 100 por ciento.

4.1. VIGAS ANALIZADAS

4.1.1. Viga de sección rectangular (*V-R*)

Viga presforzada con sección transversal rectangular de 10 cm de base por 25 cm de altura, con una longitud de 6 m. La viga está presforzada por dos torones de $\phi=1/2''$, sometidos a una tensión de 70 por ciento de su resistencia a la ruptura, f_{sr} (Figura 4.1).

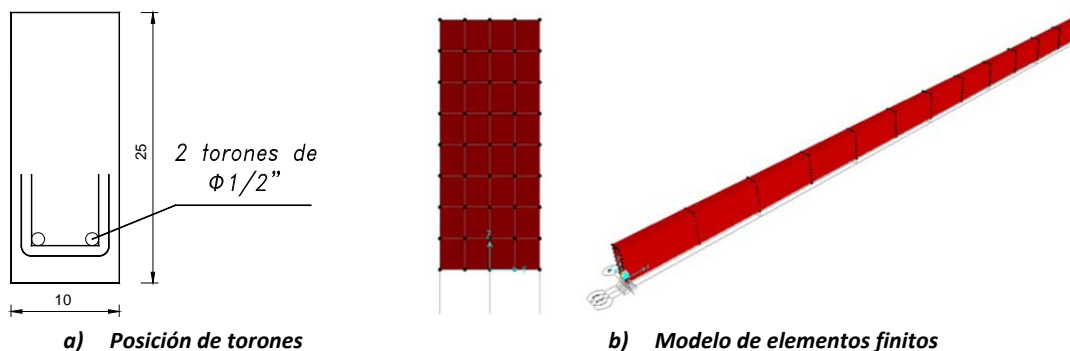


Figura 4.1. Viga presforzada rectangular (*V-R*)

En la viga *V-R*, se utilizó un concreto clase I con un $f'c=350 \text{ kg/cm}^2$ y acero de presfuerzo con un $f_{sr}=19,000 \text{ kg/cm}^2$. Para el modelo de elementos finitos de la viga, se calcularon las propiedades de los materiales de acuerdo con las NTCC-2004.

4.1.2. Viga de sección W (*V-W*)

Viga presforzada de sección transversal en forma de W. Con un ancho total de 10.5 m, peralte de 2 m y claro de 30 m. La viga está presforzada por 186 torones de $\phi=1/2''$, sometidos a una tensión de 74 por ciento de su resistencia a la ruptura, f_{sr} (Figura 4.2).

Para la viga *V-W*, se utilizó un concreto clase I con un $f'c=600 \text{ kg/cm}^2$ y acero de presfuerzo con un $f_{sr}=19,000 \text{ kg/cm}^2$. Para el modelo de elementos finitos de la viga, se calcularon las propiedades de los materiales de acuerdo con las NTCC-2004.

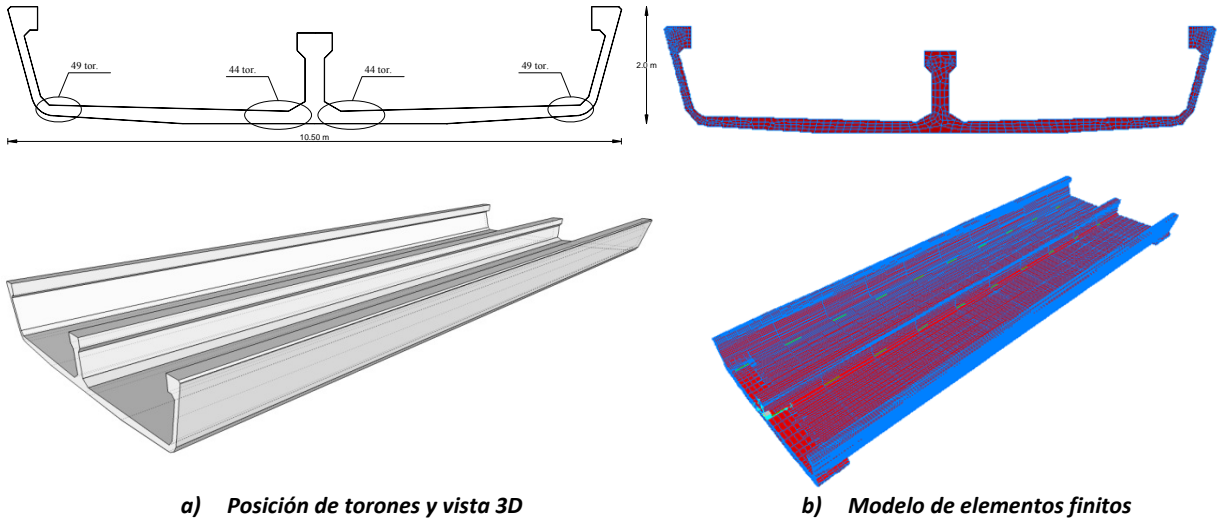


Figura 4.2. Viga presforzada W (V-W)

4.1.3. Viga AASHTO A1 (V-A1)

Viga tipo AASHTO. con una base de 66 cm, peralte de 135 cm y claro de 27 m (Figura 4.3). La viga está presforzada por 36 torones de $\phi=1/2''$, sometidos a una tensión de 75 por ciento de su resistencia a la ruptura, f_{sr} .

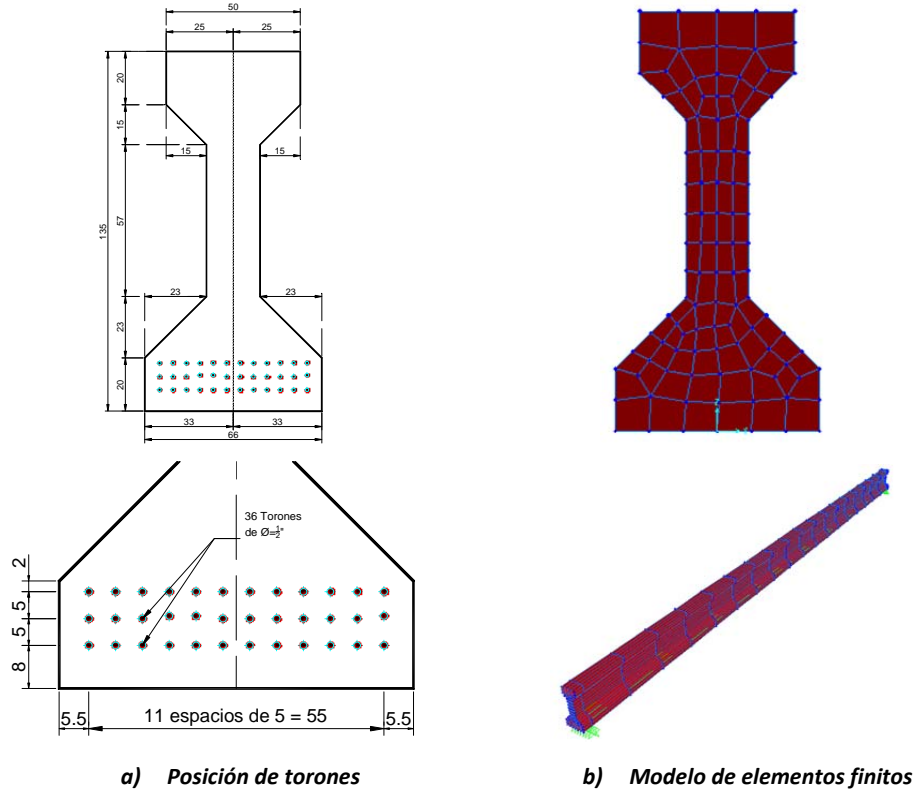


Figura 4.3. Viga presforzada AASHTO A1 (V-A1), acotaciones en cm

4.1.4. Viga AASHTO A2 (V-A2)

Viga tipo AASHTO, con una base de 66 cm, peralte de 135 cm y claro de 30 m (Figura 4.4). La viga está presforzada por 42 torones de $\phi=1/2''$, sometidos a una tensión de 75 por ciento de su resistencia a la ruptura, f_{sr} .

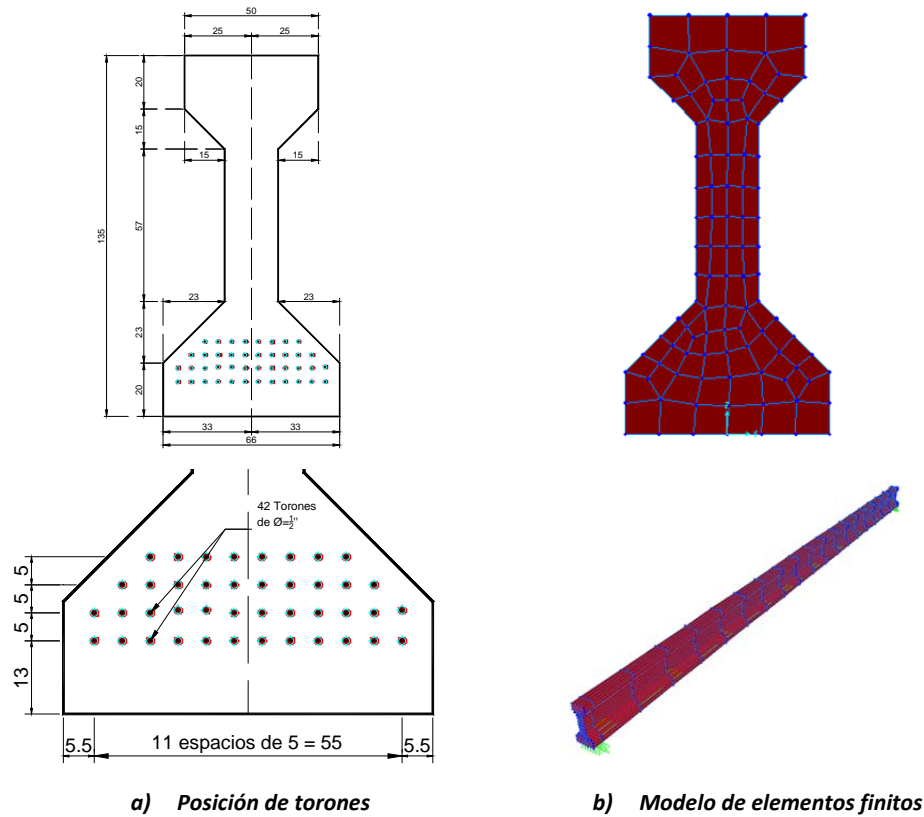


Figura 4.4. Viga presforzada AASHTO A2 (V-A2), acotaciones en cm

Para las vigas V-A1 y V-A2, se utilizó un concreto clase I con un $f'c=350 \text{ kg/cm}^2$ y acero de presfuerzo con un $f_{sr}=19,000 \text{ kg/cm}^2$. Para el modelo de elementos finitos de la viga, se calcularon las propiedades de los materiales de acuerdo con las NTCC-2004.

4.2. RESULTADOS

A partir de los modelos de elementos finitos de las vigas presforzadas, se obtuvieron los valores de las flechas al centro de claro, δ_{max} , así como las frecuencias naturales de vibración respectivas. Adicionalmente, los resultados obtenidos de los modelos de elementos finitos de las vigas, fueron usados para obtener el valor de P_{ef} utilizando las ecuaciones (3.4) y (3.8). A continuación se compararon los resultados obtenidos de las ecuaciones (3.4) y (3.8) con los valores reales del presfuerzo de los modelos.

4.2.1. Viga V-R

Dado que el modelo de elementos finitos tiene comportamiento lineal, el valor de las flechas máximas, δ_{max} , se produce en el intervalo de comportamiento elástico. Por lo que, para poder comparar los resultados obtenidos en el modelo de analítico de la viga con los de la ecuación (3.8), ésta se modificó de la siguiente manera:

$$P_{ef} = \frac{8EI}{L^2e} [\Delta_{CP} + \Delta_{CV} - \delta] \quad (3.8 \text{ modificada})$$

En la gráfica de la Figura 4.5, se muestran los valores de δ para distintos niveles de presfuerzo, obtenidos del modelo de elementos finitos de la viga y de la ecuación (3.8 modificada).

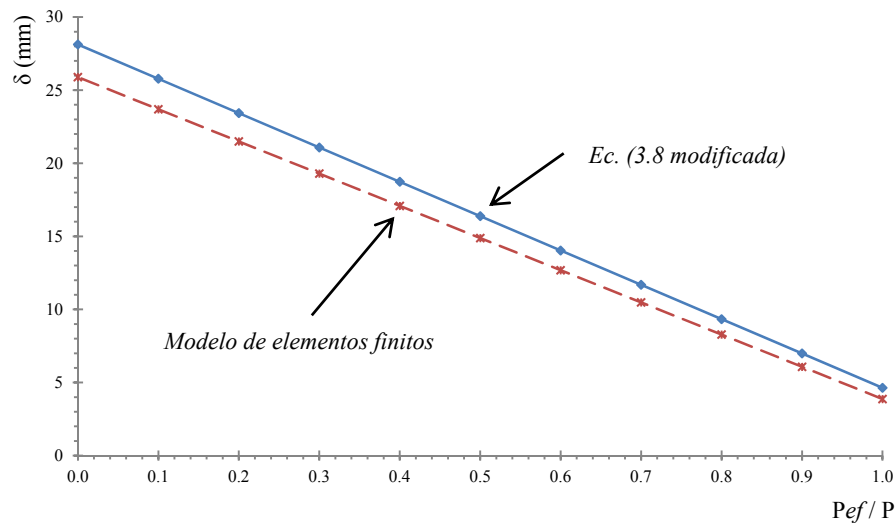


Figura 4.5. Relación flecha-nivel de presfuerzo de la viga V-R

En la Figura 4.5, se observa que los resultados obtenidos del modelo y de la ecuación (3.8 modificada) son muy similares entre sí. Al comparar estos resultados, se encuentra que el error relativo mayor es del 20% y se presenta cuando las pérdidas del presfuerzo son del 100% y que el menor valor del error relativo es de 9% en el caso en donde las pérdidas son menores al 40%.

Por otra parte, en la Tabla 4.1 se muestran los resultados del cálculo del presfuerzo efectivo, P_{ef} , utilizando la ecuación (3.8 modificada), así como también la comparación con el valor de P real que actúa en el modelo de elementos finitos de la viga V-R.

En la Tabla 4.1, se puede observar que mientras menores sean las pérdidas de presfuerzo, el error relativo es menor y viceversa. Adicionalmente, para pérdidas de presfuerzo menores al 50%, los errores relativos son menores al 10%.

Por otro lado, debido a que el modelo de elementos finitos no considera la acción de la fuerza de presfuerzo en el cálculo de sus frecuencias naturales; sólo se pudieron comparar las frecuencias naturales, obtenidas con el modelo de elementos finitos y la ecuación (3.4), considerando que la fuerza de presfuerzo vale cero.

Tabla 4.1. Valores del P_{ef} obtenido con la ecuación (3.8 modificada) y P real de la viga V-R

P (kg)	Pérdidas de presfuerzo	δ_{tot} (cm)	P_{ef} (kg)	Error relativo ϵ (%)
21067	0%	0.39	21752	3.3
18960	10%	0.61	19777	4.3
16854	20%	0.83	17802	5.6
14747	30%	1.05	15827	7.3
12640	40%	1.27	13852	9.6
10534	50%	1.49	11877	12.8
8427	60%	1.71	9902	17.5
6320	70%	1.93	7927	25.4
4213	80%	2.15	5952	41.3
2107	90%	2.37	3977	88.8

En la Tabla 4.2 se presentan las frecuencias de vibración obtenidas con el modelo de elementos finitos y con la ecuación (3.4), así como también el error relativo entre ambos valores. Las frecuencias de los tres primeros modos de la viga en el plano se obtuvieron para una fuerza de presfuerzo igual a cero.

Tabla 4.2. Frecuencias naturales de la viga V-R

Modo	Modelo de elementos finitos		Ecuación (3.4)		Error relativo ϵ (%)
	ω (rad/s)	T (s)	ω (rad/s)	T (s)	
1	21.74	0.29	21.14	0.30	-2.75
2	85.64	0.07	84.57	0.07	-1.24
3	180.55	0.03	190.29	0.03	5.39

En la Tabla 4.2 se puede observar que, para este caso, la ecuación (3.4) proporciona como resultado valores muy cercanos a los obtenidos con el modelo de elementos finitos (errores relativos menores que el 6 %).

En la Figura 4.6, se muestra la variación de la frecuencia natural debida a la acción de la fuerza, para el primer modo de vibrar de la viga.

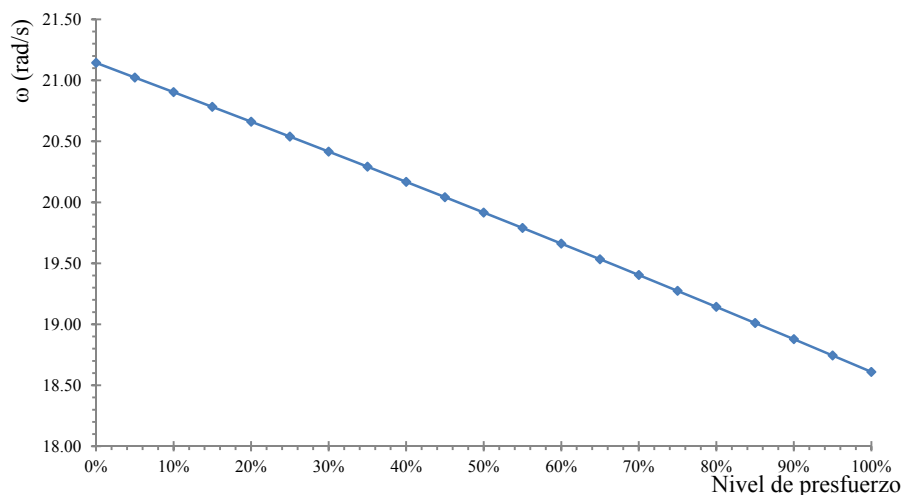


Figura 4.6. Variación de la frecuencia natural de la viga V-R, debido a la acción de la fuerza de presfuerzo

En la Figura 4.6, se observa que el valor de la frecuencia natural de vibración disminuye a medida que aumenta la fuerza de presfuerzo actuante en la viga. Se tiene un decremento del 12% cuando la fuerza de presfuerzo es del 100% de la fuerza de diseño.

En este caso se observó la importancia de la influencia del nivel del presfuerzo en la reducción de la flecha y la variación de la frecuencia natural de la viga.

4.2.2. Viga V-W

En la Figura 4.7, se muestran los valores de δ para distintos niveles de presfuerzo, obtenidos del modelo de elementos finitos de la viga y de la ecuación (3.8 modificada).

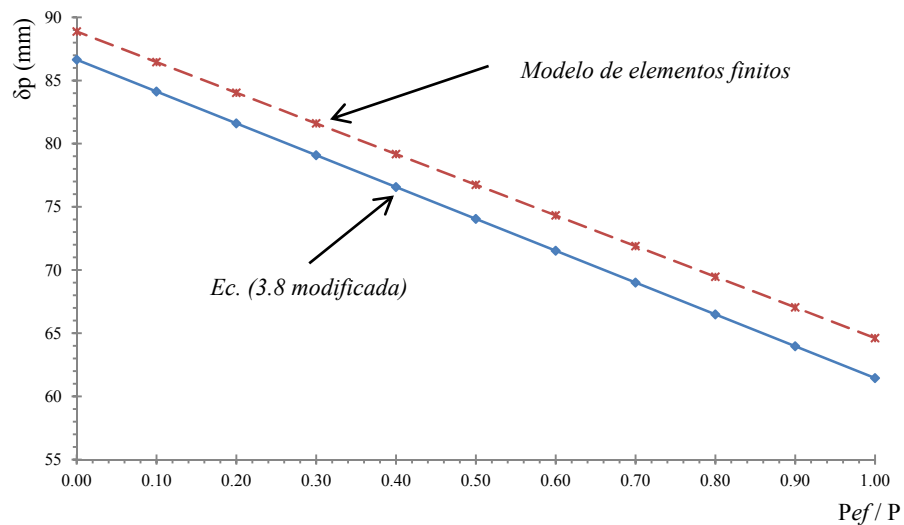


Figura 4.7. Relación flecha-nivel de presfuerzo de la viga V-W

En la Figura 4.7 se observa que los resultados obtenidos por la ecuación (3.8 modificada) y el modelo de elementos finitos desarrollan el mismo comportamiento. Al comparar los valores obtenidos de las flechas, δ , los errores relativos son menores que el 5%.

En la Tabla 4.3 se muestran los resultados del cálculo del presfuerzo efectivo, P_{ef} , con la ecuación (3.8 modificada), así como también el error relativo con respecto al valor de P real, del presfuerzo actuante en el modelo de elementos finitos de la viga V-W.

Tabla 4.3. Valor del P_{ef} obtenido con la ecuación (3.8 modificada) y P real de la viga V-W

P (t)	Pérdidas de presfuerzo	δ_{tot} (cm)	P_{ef} (kg)	Error relativo ϵ (%)
2201	0%	6.46	1924	-12.6
1981	10%	6.70	1712	-13.6
1761	20%	6.95	1500	-14.8
1540	30%	7.19	1288	-16.4
1320	40%	7.43	1076	-18.5
1100	50%	7.67	864	-21.5
880	60%	7.92	652	-25.9
660	70%	8.16	440	-33.3
440	80%	8.40	228	-48.1
220	90%	8.65	16	-92.5

En la Tabla 4.3, al igual que lo observado para el caso de la viga $V-R$, donde las pérdidas de presfuerzo son menores también son los errores relativos.

También se obtuvieron las frecuencias de los tres primeros modos de la viga en el plano para una fuerza de presfuerzo igual a cero. En la Tabla 4.4, se presentan las frecuencias naturales de vibración obtenidas con el modelo de elementos finitos y con la ecuación (3.4), así como también el error relativo entre ambos.

Tabla 4.4. Frecuencias naturales de la viga $V-W$

Modo	Modelo de elementos finitos		Ecuación (3.4)		Error relativo ϵ (%)
	ω (rad/s)	T (s)	ω (rad/s)	T (s)	
1	13.14	0.48	12.05	0.52	-8
2	46.18	0.14	48.19	0.13	4
3	75.89	0.08	108.42	0.06	43

En la Tabla 4.4 se observa que los resultados de la frecuencia natural obtenidos con la ecuación (3.4), para los dos primeros modos de vibrar, en este caso son muy similares a lo que se obtienen con el modelo de elementos finitos de la viga y no así en el tercer modo; ya que se presenta un error relativo del 43%.

Por último, aplicando la ecuación (3.4) se obtuvo la variación de la frecuencia natural de la viga respecto al nivel de presfuerzo (Figura 4.8).

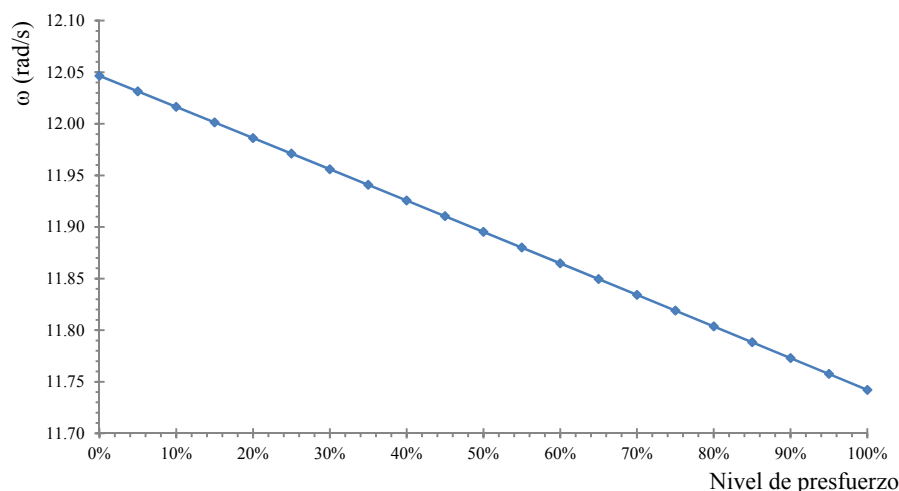


Figura 4.8. Variación de la frecuencia natural de la viga $V-W$, debido a la acción de la fuerza de presfuerzo

En la Figura 4.8 se observa que en este caso la influencia del presfuerzo en la frecuencia de la viga es casi despreciable; ya que la frecuencia de la viga sólo sufre un decremento del 3% para un presfuerzo del 100% de P .

De acuerdo con los resultados obtenidos para la viga $V-W$, se puede observar que en este caso, el nivel del presfuerzo efectivo es importante sólo en la disminución de la flecha y no así en la variación de la

frecuencia natural de la viga. Lo anterior, se debe a que la rigidez de la viga es lo suficientemente grande y no sea sensible al fenómeno de “ablandamiento por compresión”.

4.2.3. Viga *V-AI*

En la Figura 4.9, se muestran los valores de δ para distintos niveles de presfuerzo, obtenidos del modelo de elementos finitos de la viga *V-AI* y de la ecuación (3.8 modificada).

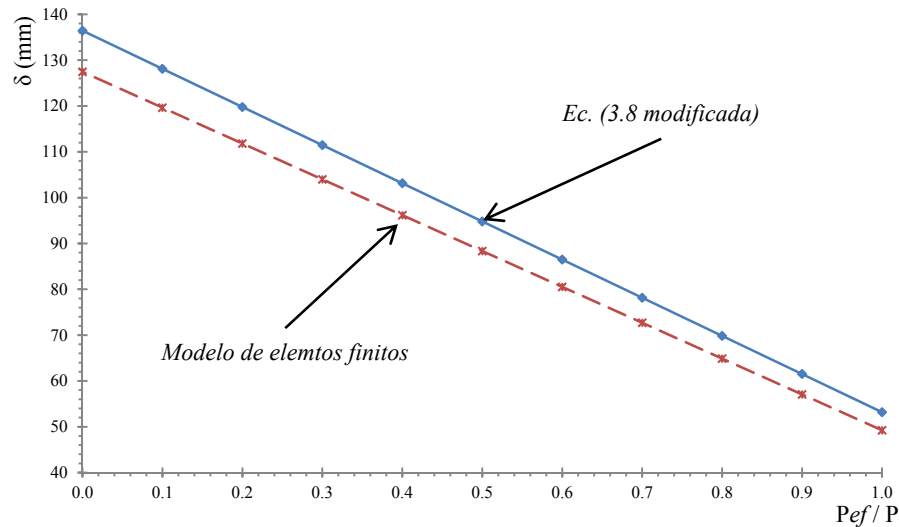


Figura 4.9. Relación flecha-nivel de presfuerzo de la viga *V-AI*

En la Figura 4.9 se observa que los resultados obtenidos por la ecuación (3.8 modificada) y el modelo de elementos finitos presentaron el mismo comportamiento. Al comparar los valores obtenidos de las flechas, δ , los errores relativos máximos son del 8%.

En la Tabla 4.5 se muestran los resultados del cálculo del presfuerzo efectivo, P_{ef} , con la ecuación (3.8 modificada), así como también el error relativo con respecto al valor de P real, del presfuerzo actuante en el modelo de elementos finitos de la viga *V-AI*.

Tabla 4.5. Valores del P_{ef} obtenido con la ecuación (3.8 modificada) y P real de la viga *V-AI*

P (t)	Pérdidas de presfuerzo	δ_{tot} (cm)	P_{ef} (kg)	Error relativo ϵ (%)
506331	0%	4.92	530361	4.7
455698	10%	5.71	482783	5.9
405065	20%	6.49	435204	7.4
354432	30%	7.27	387620	9.4
303799	40%	8.05	340041	11.9
253166	50%	8.83	292463	15.5
202532	60%	9.62	244884	20.9
151899	70%	10.40	197306	29.9
101266	80%	11.18	149727	47.9
50633	90%	11.96	102149	101.7

Al igual que en las dos vigas previamente analizadas, en la Tabla 4.5, se observa que donde las pérdidas de presfuerzo son menores también lo son así los errores relativos. Presentándose, para este

caso, errores relativos menores al 12% en el caso donde las pérdidas de presfuerzo son menores al 50%.

Se obtuvieron las frecuencias de los tres primeros modos de la viga en el plano para una fuerza de presfuerzo igual a cero. En la Tabla 4.6, se presentan las frecuencias naturales obtenidas con el modelo de elementos finitos y con la ecuación (3.4), así como también el error relativo entre ambos.

Tabla 4.6. Frecuencias naturales de la viga V-A1

Modo	Modelo de elementos finitos		Ecuación (3.4)		Error relativo ϵ (%)
	ω (rad/s)	T (s)	ω (rad/s)	T (s)	
1	9.79	0.64	9.60	0.65	-1.99
2	37.69	0.17	38.40	0.16	1.89
3	72.69	0.09	86.40	0.07	18.86

En la Tabla 4.6, se observa que los valores de las frecuencias obtenidos con la ecuación (3.4), para los dos primeros modos de vibrar, resultaron muy similares a lo que se obtienen con el modelo de elementos finitos de la viga, ya que el error relativo es menor al 2%. Por otra parte, para el tercer modo el error relativo resulto ser del 19%.

En la Figura 4.10, se muestra la variación de la frecuencia natural, para el primer modo de vibrar de la viga.

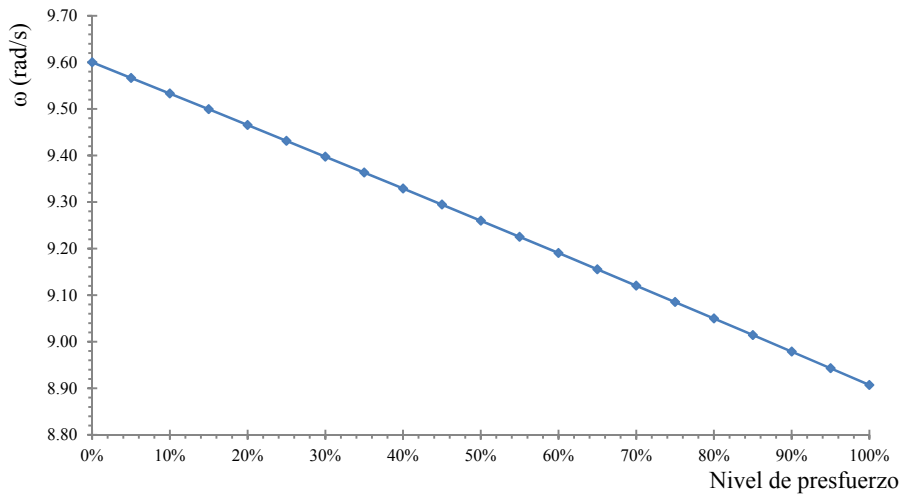


Figura 4.10. Variación de la frecuencia natural de la viga V-A1, debido a la acción de la fuerza de presfuerzo

En la Figura 4.10, se observa que el valor de la frecuencia natural de vibración disminuye a medida que aumenta la fuerza de presfuerzo actuante en la viga. Sufriendo un decremento del 7.2% cuando la fuerza de presfuerzo es del 100% de la fuerza de diseño.

De acuerdo con los resultados obtenidos para la viga V-A1, se puede decir que el nivel del presfuerzo efectivo es importante tanto en la disminución de la flecha como en la variación de la frecuencia natural de la viga.

4.2.4. Viga V-A2

En la Figura 4.11, se muestran los valores de δ para distintos niveles de presfuerzo, obtenidos del modelo de elementos finitos de la viga V-A2 y de la ecuación (3.8 modificada).

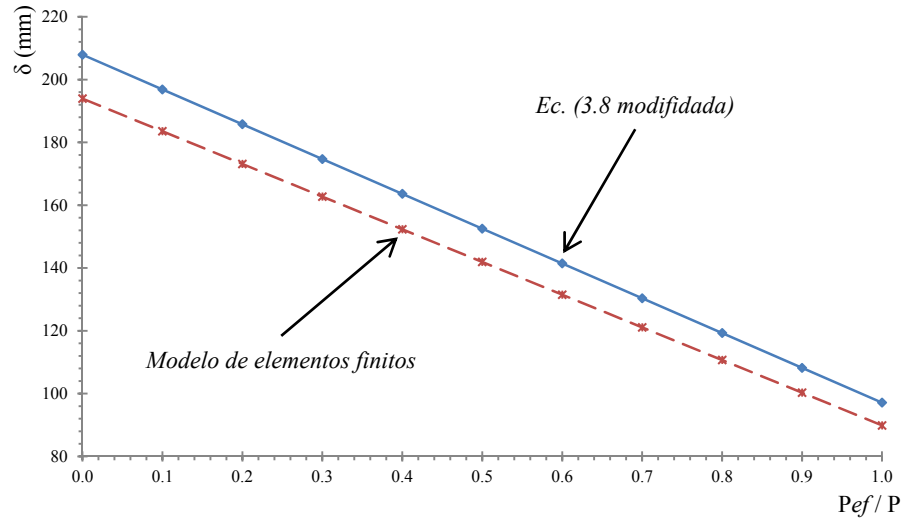


Figura 4.11. Relación flecha-nivel de presfuerzo de la viga V-A2

En la Figura 4.11 se observa que los resultados obtenidos de la ecuación (3.8 modificada) presentan el mismo comportamiento que el modelo de elementos finitos. Los valores máximos de los errores relativos de las flechas, δ , son del 8.1%.

En la Tabla 4.7 se muestran los resultados del cálculo del presfuerzo efectivo, P_{ef} , con la ecuación (3.8 modificada), así como también el error relativo con respecto al valor de P real, del presfuerzo actuante en el modelo de elementos finitos de la viga V-A2.

Tabla 4.7. Valores del P_{ef} obtenido con la ecuación (3.8 modificada) y P real de la viga V-A2

P (t)	Pérdidas de presfuerzo	δ_{tot} (cm)	P_{ef} (kg)	Error relativo ϵ (%)
590720	0%	8.99	629315	6.5
531648	10%	10.03	573840	7.9
472576	20%	11.07	518366	9.7
413504	30%	12.11	462891	11.9
354432	40%	13.15	407416	14.9
295360	50%	14.19	351941	19.2
236288	60%	15.23	296466	25.5
177216	70%	16.27	240997	36.0
118144	80%	17.31	185522	57.0
59072	90%	18.35	130047	120.2

En los resultados de la Tabla 4.7, se observa que mientras el valor de la pérdida de presfuerzo sea menor también lo son los errores relativos que se presentan entre los resultados del modelo de elementos finitos y la ecuación (3.8 modificada). Presentándose, valores menores al 15% en el caso donde las pérdidas de presfuerzo son menores al 40%.

Se obtuvieron las frecuencias de los tres primeros modos de la viga en el plano para una fuerza de presfuerzo igual a cero. En la Tabla 4.8, se presentan las frecuencias naturales obtenidas con el modelo de elementos finitos y con la ecuación (3.4), así como también el error relativo entre ambos.

Tabla 4.8. Frecuencias naturales de la viga V-A2

Modo	Modelo de elementos finitos		Ecuación 3.4		Error relativo ϵ (%)
	ω (rad/s)	T (s)	ω (rad/s)	T (s)	
1	7.95	0.79	7.78	0.81	-2.22
2	30.84	0.20	31.10	0.20	0.84
3	62.50	0.10	69.98	0.09	11.97

En la Tabla 4.8, se observa que la ecuación (3.4) predice de manera casi exacta el valor de los primeros dos modos de vibrar de la viga, ya que el error relativo es menor al 3%. Por otra parte, para el tercer modo el error relativo resulto ser del 12%.

En la Figura 4.12, se muestra la variación de la frecuencia natural, para el primer modo de vibrar de la viga.

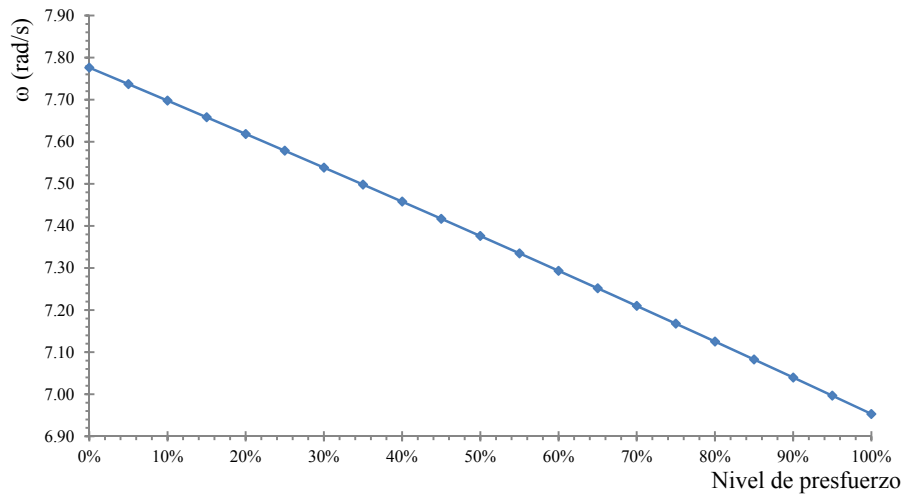


Figura 4.12. Variación de la frecuencia natural de la viga V-A2, debido a la acción de la fuerza de presfuerzo

En la Figura 4.12, se observa que, para este caso, la frecuencia natural de vibración disminuye a medida que aumenta el valor de la fuerza de presfuerzo actuante en la viga. Presentándose un decremento del 10.6% cuando la fuerza de presfuerzo es del 100% de la fuerza de diseño.

De acuerdo con los resultados obtenidos para la viga V-A2, se puede concluir en este caso que el nivel del presfuerzo efectivo es importante en la disminución de la flecha y la variación de la frecuencia natural de la viga.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se propusieron dos procedimientos para estimar de manera indirecta la cantidad de presfuerzo efectivo o actuante en vigas presforzadas en servicio. Estos métodos pueden ayudar a obtener una mayor cantidad de información en la revisión de puentes estructurados a base de vigas presforzadas.

Los métodos propuestos en este trabajo, se basan en determinar la cantidad de presfuerzo efectivo, indirectamente, mediante la medición de características medibles de vigas presforzadas, como la frecuencia natural ω y deflexión máxima δ , y en las ecuaciones básicas de la mecánica de materiales y dinámicas de una viga.

Estos métodos tienen como ventaja, frente a otros ya existentes (en los que se estima el presfuerzo actuante en servicio calculando las pérdidas que se presentarán en éste, mediante el uso de expresiones que implican el manejo de varios coeficientes), que usan valores que se pueden medir a través de pruebas con metodologías ya existentes.

Adicionalmente, cuando se inspeccionan puentes presforzados, los valores de ω y δ son determinados regularmente dentro de la metodología misma de inspección. Lo anterior implica que estos métodos no requieren de pruebas adicionales a las que ya se realizan cuando se revisa un puente de este tipo, por lo que sólo se utilizan los datos existentes para obtener resultados más completos de las pruebas que se realizan a tales estructuras.

Por otra parte, se construyeron modelos de elementos finitos de cuatro vigas presforzada sujetas a diferentes niveles de presfuerzo efectivo (diferentes porcentajes de pérdidas de presfuerzo) y se comparó la respuesta de éstos con la que se obtienen de los métodos propuestos.

Con base en los resultados obtenidos en el presente trabajo, se tienen las siguientes conclusiones para los modelos estudiados:

- Las ecuaciones (3.4) y (3.8) propuestas, reprodujeron de manera muy aproximada los valores de ω y δ que se obtuvieron con los modelos de elementos finitos de las vigas analizadas.
- Se observó que en el caso de la viga de sección transversal rectangular (**V-R**), el nivel de presfuerzo efectivo afectó de manera importante el valor de la frecuencia natural y flecha de la viga.
- En la viga de sección transversal W (**V-W**), el nivel de presfuerzo produce efectos importantes en la flecha de la viga y no así en el cálculo de la frecuencia natural.
- En la viga tipo AASHTO (L=27 m), el nivel de presfuerzo efectivo afectó de manera importante el valor de la frecuencia natural y flechas de la viga.
- En la viga AASHTO (L=30 m), el nivel de presfuerzo efectivo afectó de manera importante el valor de la frecuencia natural y flechas de la viga.

- En el caso particular de las vigas tipo AASHTO, en donde se tienen la misma sección transversal pero diferente cantidad de presfuerzo y claro libre, 36 torones y claro de 27 m en la primera y 42 torones y claro de 30 m para la segunda, se observó que la influencia del presfuerzo fue mayor para la de 30 m, ya que los desplazamientos y la variación de la frecuencia natural resultó ser mayor en ella.
- Cuando las pérdidas de presfuerzo son menores al 40%, se presentan los errores relativos menores. Esto pueda dar certidumbre a los métodos propuestos, ya que de acuerdo con la literatura existente las pérdidas de presfuerzo en viga son menores al 40% del presfuerzo de diseño.

Por último, se recomienda realizar pruebas experimentales en vigas y puentes presforzados, para poder comparar los resultados obtenidos de los métodos aquí propuestos con los valores experimentales.

AGRADECIMIENTOS

A mi mamá *Martha*, por el apoyo y cariño incondicional que ha dado a lo largo de toda mi vida.

A mi *familia*, que ha estado ahí cuando los he necesitado.

A la *UNAM* y muy en especial al Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, por brindarme la oportunidad de realizar mis estudios de posgrado.

Al *Instituto de Ingeniería* de la *UNAM*, por la beca que me otorgó para realizar mis estudios de Maestría y por las facilidades técnicas y económicas proporcionadas durante la realización de esta tesis.

A mis *amigos* de la Facultad de Ingeniería, por la gran amistad que nos ha unido.

A mis compañeros de posgrado, por compartir junto conmigo la gran experiencia de estudiar un posgrado.

Al Dr. *José Alberto Escobar Sánchez*, mi más sincero agradecimiento, no existen palabras y no dispongo de la habilidad para expresarle cuanto le estoy agradecido. Le agradezco el tiempo, dedicación, paciencia, asesoría y confianza brindados a lo largo de la realización de este trabajo. Pero sobre todo le doy gracias por la gran amistad que me ha brindado, la cual deseo y espero conservar por el resto de mi vida.

A mis *profesores* de la Unidad de Posgrado de Ingeniería, gracias por todos los conocimientos brindados.

Y las personas que directa o indirectamente han contribuido a que yo me encuentre en esta etapa de mi vida académica.

REFERENCIAS

Blevins, R. D. (1979), "Formulas for natural frequency and mode shape", Robert E. Krieger Publishing, New York, EUA.

Keyder, E. (1990), "Friction losses in prestressed steel by equivalent load method", PCI journal, EUA.

Naaman, A. (1982), "Prestressed concrete analysis and design fundamentals", McGraw-Hill College, EUA.

NTCC-04 (2004), "Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto", Gaceta Oficial del Distrito Federal, México.

Paz, M. (1992), "Dinámica estructural, teoría y cálculo", Editorial Reverté, Barcelona, España.

Reinoso, E., Rodríguez, M. y Betancourt, R. (2000), "Manual de diseño de estructuras prefabricadas y presforzadas", ANIPPAC. México.

Rodríguez, F., Drago, R. y Juárez, L. (2011), "Curso básico para el diseño de elementos prefabricados", Memorias del 3er. Congreso Internacional de Estructuras Prefabricadas, Puebla, Pue.

Saiidi, M. Douglas, B. y Feng, S. (1994), "Prestress force effect on vibration frequency of concrete bridges", Journal of Structural Engineering, Vol. 120, No. 7.

Zia, P., Preston, H. K., Scott, N. L. y Workman, E. B. (1979), "Estimating prestress losses", *Concrete International*, V. 1, No. 6, pp. 32-38.