

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

CLASIFICACIÓN DE SEÑALES DE ELECTROCORTICOGRAMA UTILIZANDO TRANSFORMADAS DE LONGITUD/ENERGÍA Y PROYECCIONES SUBESPACIALES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO ELÉCTRICO ELECTRÓNICO

PRESENTA:

GABRIELA GARCÍA VELASCO



DIRECTOR DE TESIS: Dr. DAVID GUTIÉRREZ RUIZ

MEXICO, D.F. AGOSTO 2006

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme una excelente educación. Y brindarme la oportunidad de conocer a gente excelente desde mis profesores hasta mis grandes amigos y compañeros

Igualmente agradezco a la Facultad de Ingeniería por su labor en la formación de nuevos ingenieros.

También agradezco al Departamento de Sistemas Computacionales y Automatización (DISCA) del Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y Sistemas (IIMAS) por las facilidades prestadas en la realización de esta tesis. Muchas gracias a las personas que laboran en esta institución por su apoyo.

Al igual agradezco a los sinodales, Dr. Fabián García, Ing. Francisco Javier Cárdenas, M en I. Juan Manuel Gómez y M. en I. Ricardo Garibay, por tomarse el tiempo para la revisión de la tesis, así como por sus valiosas opiniones.

Y sobretodo mi mayor agradecimiento es para mi director de tesis, Dr. David Gutiérrez, pues de no ser por él esta tesis no sería posible. Gracias a su apoyo en cada etapa de esta tesis, así como su interés y preocupación por sacarla adelante.

Agradezco a mis papás por haberme dado la oportunidad de estudiar lo que me gustó. Por brindarme su cariño y porque siempre han tratado de darme lo mejor. También porque han sido un gran ejemplo para mi superación y en mi vida.

A mi hermana le agradezco por que me ayudo en cuanto pudo, por su apoyo y cariño. Y porque aguanto mis días de mal humor. Y por hacerme reír cuanto lo necesitaba

Le doy las gracias a Miguel porque siempre me apoyo, me dio ánimo a seguir adelante y a terminar la tesis. Y quien siempre me ha dado su cariño y amistad. Además de ser para mí un gran ejemplo.

A todos mis amigos les agradezco su sincera amistad ya que siempre han estado conmigo en los momentos difíciles pero también en los felices, agradezco su apoyo y cariño.

Y también agradezco a los compañeros y profesores que tuve a lo largo de la carrera por brindarme un poco de su tiempo y por su ayuda.

%%

Si tuvieramos que definir la palabra Libertad, se podría recurrir a cualquier diccionario filosofica: "La libertad es una cualidad de la voluntad, por la cual siempre elegimos un bien con preferencia a otros".

Sin embargo, definirla no es suficiente. Es necesario vivirla y, además, vivirla bien, pues el ser humano siempre tiene que elegir y cuando elige, se elige a si mismo, construye su propia vida.

En este sentido la libertad no es una facultad para elegir entre el bien y el mal, sino una facultad para elegir bien o elegir mal.

Carlos Herrero M. (Catedrático) 1997

I N D I C E

CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN…… 1

1.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA…… 2

1.1.1 ELECTROCARDIOGRAMA…… 3

1.1.2 ELECTROCORTICOGRAMA…… 5

1.1.3 PROCESAMIENTO DE SEÑALES…… 6

1.2 OBJETIVO……. 7

1.3 CONTRIBUCIÓN DE LA TESIS..……... 8

1.4 METODOLOGÍA…….…… 8

1.5 ESTRUCTURA DE LA TESIS…… 10

CAPITULO 2: ANTECEDENTES…… 12

2.1 BREVE SEMBLANZA Y ESTADO ACTUAL DE LA INVESTIGACIÓN EN EL ÁREA DE BCIs……... 13

2.2 ANÁLISIS DE SEÑALES PARA BCI …….. 16

2.3 INTERFACES CEREBRO-COMPUTADORA (BCI)
BASADAS EN ELECTROCORTICOGRAFÍA: Estudio previo en la
Universidad de Bonn……..... 22

CAPITULO 3: MÉTODOS PROPUESTOS…… 29

3.1 FILTRADO …… 29

3.2 TRANSFORMACIONES DE LONGITUD Y ENERGÍA…… 30

3.3 COMPRESIÓN: MODELOS AUTOREGRESIVOS……..…… 33

3.4 CLASIFICACIÓN DE LOS DATOS……..…… 34

3.4.1 CLASIFICADOR DE MAHALANOBIS CLÁSICO…… 35

3.4.2 CLASIFICADOR DE PROYECCIÓN SUBESPACIAL… 37

CAPITULO 4: EXPERIMENTOS…… 39

4.1 EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO ENTRE DATOS CRUDOS Y TRANSFORMADOS……..…….. 40

4.1.1 DATOS……....…… 41

4.1.2 PROCESAMIENTO……..…… 41

4.1.3 EVALUACIÓN…… 42

4.1.4 RESULTADOS …… 43

4.2 EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO ENTRE EL CLASIFICADOR CLÁSICO Y EL DE PROYECCIÓN SUBESPACIAL……. 49

4.3 CÁLCULO DEL TAMAÑO DE LA VENTANA DE PROCESAMIENTO q…… 53

CAPITULO 5: CONCLUSIONES Y COMENTARIOS…… 55

5.1 CONCLUSIONES GENERALES…… 56

5.2 TRABAJO FUTURO…… 59

APÉNDICE A: INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE LA DISTANCIA DE MAHALANOBIS (DM)…… 60

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS…… 68

C A P I T U L O 1

I N T R O D U C C I Ó N

1.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

La ingeniería biomédica es una disciplina que impulsa el avance del conocimiento en biología, medicina y en algunas ramas de la ingeniería como: computación, electrónica y mecánica, principalmente, ayudando a mejorar la salud humana mediante actividades interdisciplinarias que se integran a la práctica clínica[1]. La medicina y la ingeniería han trabajado de la mano desde hace varias décadas para mejorar la calidad de los servicios médicos, ayudando al diagnóstico y a la prevención de padecimientos. Pero a medida que avanza los conocimientos en biomédica se crean nuevas áreas debido a las necesidades que surgen. Algunas de las áreas que conforman la ingeniería biomédica son: robótica en cirugía, bioMEMS, biomecánica, instrumentación, sensores y medición, ingeniería de rehabilitación, telemedicina, procesamiento de señales biológicas, entre otras [2]. Gracias a esta colaboración se han encontrado mecanismos que facilitan la rehabilitación de los pacientes o que les ayudan en sus tareas diarias.

Un área de investigación con enorme potencial para ayudar a pacientes con problemas motrices es la de **interfaces cerebro-computadora** (Brain *Computer Interface* o BCI, en Inglés). Una BCI puede definirse como un dispositivo de comunicación directa entre el cerebro y una computadora, el cual le permite al usuario interactuar a través de sus pensamientos con un ambiente computarizado [3]**.** Una BCI pueden entonces ayudar a las personas que sufrieron lesiones cervicales altas, parálisis cerebrales, esclerosis múltiple o distrofias 65musculares, proporcionándoles la posibilidad para realizar una

tarea, a través de una línea de comunicación entre el cerebro y un dispositivo externo, por ejemplo: una prótesis, mover un cursor, etc. En general, una BCI funciona de la siguiente manera: al paciente se le colocan electrodos para captar señales del cerebro; las señales son interpretadas por una computadora que previamente fue "entrenada" y esta manda una orden al dispositivo para que realice la función que le fue asignada (Figura 1.1).

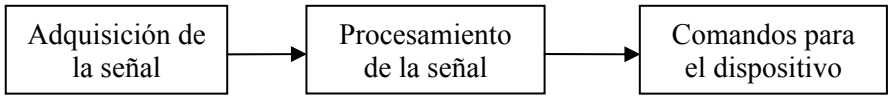


Figura 1.1. Esquema del funcionamiento de una BCI

Entonces, la implementación de una BCI se inicia con la adquisición de la información de la actividad cerebral del paciente mediante técnicas de medición no-invasivas o invasivas, tal como el electroencefalograma (EEG) o el electrocorticograma (ECoG), respectivamente. A continuación explicamos brevemente cada una de estas técnicas.

1.1.1 ELECTROENCEFALOGRAMA

El EEG es un estudio mediante el cual se mide la actividad eléctrica del cerebro, o lo que se denominan ondas cerebrales (Figura 1.2). Un EEG mide estas ondas a través de pequeños electrodos en forma de botón que se colocan sobre el cuero cabelludo y de esa manera se registran las variaciones en el potencial eléctrico que son proporcionales a la actividad cerebral [4].



Figura 1.2 EEG en pruebas experimentales de respuesta evocada. Imagen proporcionada por el Instituto Max Planck de Ciencias Cognitivas y Cerebro Humano, Munich, Alemania.

La actividad eléctrica presente en un área limitada del cerebro puede ser vista como un segmento aislado de corriente producido por la actividad de miles de neuronas en una región específica de la corteza cerebral. A este segmento de corriente se le denomina corriente bipolar [5].

El EEG está compuesto por una serie de ondas eléctricas generadas por la corteza cerebral (Tabla 1.1). La amplitud de las señales se encuentra en el rango de 5 a 300 μV con un ancho de banda desde DC a 150 Hz [6]. La mayor parte del tiempo estás son asíncronas y no tienen un patrón. La aparición de patrones se asocia con la existencia de patologías cerebrales (por ejemplo: epilepsia).

Ritmo	Delta (δ)	Teta (θ)	Alfa (α)	Beta (β)
Componentes en frecuencia (Hz)	Hasta 4	4.1 – 8	8.1 – 13	β1: 13 – 25 β2: 25 – 50
Amplitud (mV)	100	Niños 50 Adultos 10	Infantes 20 Niños 75 Adultos 50	10 – 20
Región craneal	Frontal	Temporal	Parietal Occipital	Frontal
Condición	Sueño profundo (adulto)	Somnolencia	Reposo con ojos cerrados	Reposo con ojos abiertos
Forma de onda				

Tabla 1.1 Características de las ondas componentes de la señal electroencefalográfica *[5].*

Un problema que se presenta en el registro del EEG es la atenuación de la señal producida por el efecto aislante del cuero cabelludo, cráneo y líquido cefalorraquídeo, además de la presencia de artefactos[1] tales como movimientos oculares, de parpados, etc. Este problema, inherente al EEG, se puede evitar mediante registros invasivos efectuados directamente sobre la corteza cerebral, tal como es el caso del ECoG.

1.1.2 ELECTROCORTICOGRAMA

El ECoG (Figura 1.3) es una medida del potencial eléctrico directamente sobre la corteza del cerebro [7]. Al eliminar el efecto aislante de las capas superiores se logra un mejor registro de la

---

[1] Artefacto en medicina y biología se refiere a cualquier componente de una señal que sea extraña a la variable representada por la señal.

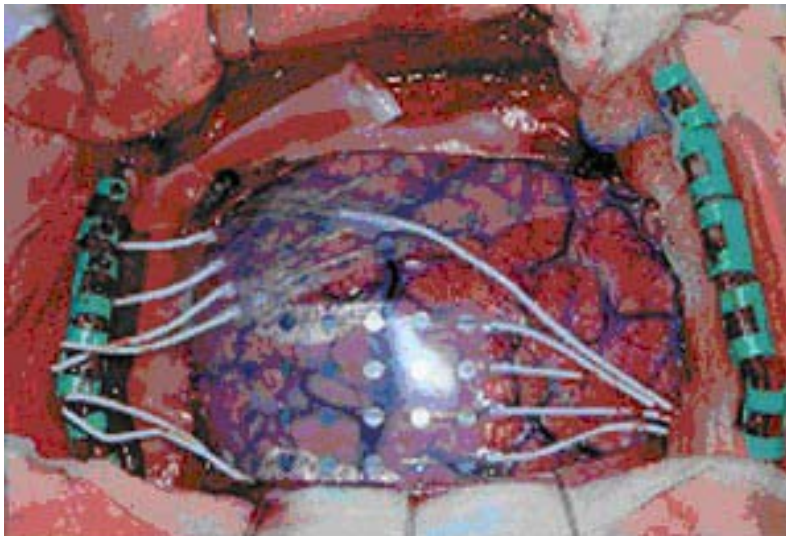


Figura 1.3 Colocación de los electrodos durante un ECoG. Imagen proporcionada por la Universidad de Bonn, Alemania.

actividad cerebral. El ECoG se efectúa durante la neurocirugía, previa remoción de un trozo del cráneo y demás tejidos, con ayuda de una malla de electrodos colocados directamente sobre la corteza. Las señales obtenidas son de un orden de amplitud de 10 a 5000 μV y son señales particularmente libres de artefactos [6].

1.1.3 PROCESAMIENTO DE LAS SEÑALES

Una vez realizada la adquisición de las señales, el siguiente paso en la implementación de la BCI es el acondicionamiento y procesamiento de las señales. Esto usualmente involucra cuestiones de filtrado, amplificación y compresión de las señales, entre otros. Finalmente, la tarea más complicada de la BCI es la de clasificar las señales para relacionarlas con algún proceso cognitivo o motriz. Un diagrama que ejemplifica estos pasos se muestra en la Figura 1.4.

Es entonces que, el tema de esta tesis se centra en el procesamiento de señales para la clasificación de los procesos cognitivos provenientes del ECoG para el caso de señales motrices imaginarias, tal como se explicará a continuación.

1.2 OBJETIVO

Recientemente, muchos clasificadores lineales y no-lineales han sido propuestos en la literatura, algunos de los cuales reportan excelente funcionamiento en la clasificación de las diferentes tareas cognitivas y motrices [9]. Sin embargo, el clasificador basado en la distancia de Mahalanobis [10] es preferido en muchas de las aplicaciones de BCI dado su capacidad de clasificar datos de EEG y ECoG con mucha exactitud, aún cuando se utilice un número reducido de canales [11].

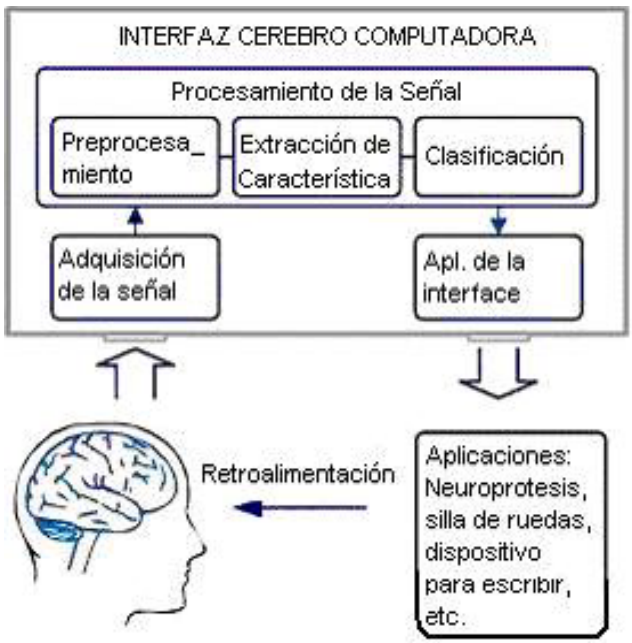


***Figura 1.4. Diagrama de implementación de una BCI** [8].*

Por lo tanto, el clasificador de Mahalanobis es útil en la reducción de la carga de procesamiento y facilita la implementación de BCIs.

Por lo anterior el objetivo de esta tesis es mejorar el desempeño del clasificador de Mahalanobis en el proceso de identificación de señales de electrocorticografía (ECoG) mediante el uso de las transformadas de longitud y energía en el acondicionamiento de las señales, y el empleo de técnicas de proyección subespacial en el proceso de clasificación. El desempeño se determinará en términos del porcentaje de clasificaciones correctas de eventos motrices imaginarios. Igualmente se propone mejorar el desempeño del clasificador de señales aún cuando se utilice un número reducido de electrodos durante las mediciones.

1.3 CONTRIBUCIÓN DE LA TESIS

La principal contribución de esta tesis está en ofrecer un método de procesamiento de señales de ECoG que permite la eficiente clasificación de procesos motrices imaginarios aún cuando se use un número reducido de electrodos para las mediciones. El método propuesto es de fácil implementación, lo que asegura su buen desempeño computacional y, eventualmente, su implementación en sistemas de BCI para aplicaciones en tiempo real.

Igualmente, con esta tesis se espera contribuir al desarrollo de las BCIs, ya que a nivel internacional tiene gran difusión la investigación es esta área y el desarrollo de estos sistemas, debido al impacto que pueden llegar a tener en el mejoramiento de la vida de pacientes con discapacidades motrices

1.4 METODOLOGÍA

Las pruebas que se realizaron en esta tesis están basadas en mediciones reales de ECoG proporcionadas por el departamento de epileptología de la Universidad de Bonn, Alemania, y corresponden a la actividad cerebral medida sobre la corteza durante dos actividades motrices imaginarias: el deseo de mover el dedo meñique izquierdo o el deseo de mover la lengua. El problema es entonces clasificar las señales adquiridas dependiendo de la actividad realizada basándose exclusivamente en las propiedades intrínsecas de la señal y sin conocimiento previo de su origen.

Se propone utilizar una versión modificada del clasificador de Mahalanobis, el cual es un método basado en una distancia estadística de orden cuadrático[10]. Para mejorar su desempeño en el caso de contar con un número de mediciones reducido, se plantea un método de preprocesamiento de las señales basado en las transformadas de longitud y energía, con lo cual se elimina información irrelevante y se mantiene la información correspondiente a la variabilidad asociada al evento motriz imaginario. Para determinar el rendimiento óptimo de estas transformaciones, se realizarán experimentos para evaluar el desempeño en términos del porcentaje de clasificaciones correctas de distintas ventanas de procesamiento y a distintos órdenes de comprensión de la señal (la compresión de la señal es una práctica común en BCIs y se efectúa en el dominio de los modelos autoregresivos).

Originalmente, el clasificador de Mahalanobis se basa en la matriz de covarianza, la cual se calcula a partir de datos de entrenamiento. Entonces, el rendimiento del clasificador depende del número de datos de entrenamiento disponible. Por ello, en esta tesis se propone una versión modificada del clasificador que depende no de la matriz de covarianza sino de una proyección subespacial de los datos, con lo que se espera reducir el número de datos de entrenamiento requeridos para obtener un buen desempeño. Para probar dicho desempeño, se realizarán pruebas al clasificador utilizando cada vez menos datos de entrenamiento. Igualmente, se realizará la comparación correspondiente entre el método de clasificación original y su versión modificada y se sacarán conclusiones.

1.5 ESTRUCTURA DE LA TESIS

Esta tesis consta de cuatro capítulos principales (además del presente capitulo introductorio):

En el capítulo 2 se habla de los antecedentes de este trabajo. Allí se describe brevemente el trabajo previo que se realizó en la Universidad de Bonn en el campo de las BCIs. Esta breve descripción se realiza ya que las señales que se ocuparon en la realización de esta tesis fueron las mismas que se utilizaron en Alemania y, al final de este trabajo se compararán los desempeños de ambas metodologías.

En el capítulo 3 se explica cada uno de los pasos seguidos para el desarrollo de la BCI propuesta, tales como: fase de filtrado, transformadas de longitud y de energía; incluyendo sus definiciones

matemáticas. En este capítulo también se describen los dos clasificadores utilizados: el clasificador clásico y modificado, así como sus diferencias.

El capitulo 4 se compone de la evaluación del rendimiento de los clasificadores propuestos, el cual fue dividido de acuerdo a dos características de los clasificadores que servirán para evaluar. La primera consta de la evaluación del rendimiento de los datos sin ningún preprocesamiento previo y los datos sometidos al preprocesamiento. Ahí también se mencionan las características de las señales que se ocuparon y de los experimentos a los cuales fueron sometidos. Además se muestran los resultados de dichos experimentos. La segunda parte trata del rendimiento entre los dos clasificadores y sus resultados en los diferentes experimentos a los cuales fueron sometidas las señales. Estos resultados constan de gráficas para una mejor observación del rendimiento de los clasificadores.

El capitulo 5 se muestras las conclusiones a las que se llegaron después de haber hecho los diferentes experimentos y comparar los resultados obtenidos, así como el trabajo futuro que se puede realizar basándose en el método propuesto en esta tesis.

Finalmente, esta tesis incluye un Apéndice el cual consiste de un ejemplo de la Distancia de Mahalanobis, el cual es ocupado en este trabajo como base del clasificador. Aquí igualmente se muestra el por qué de la preferencia de su utilización para aplicaciones en BCI.

C A P I T U L O 2

A N T E C E D E N T E S

2.1 BREVE SEMBLANZA Y ESTADO ACTUAL DE LA INVESTIGACIÓN EN EL ÁREA DE BCIs

Por muchos años se ha especulado sobre la forma en que la actividad del EEG u otras medidas electrofisiológicas del cerebro pueden proporcionar un nuevo canal no-muscular para enviar mensajes y comandos al mundo exterior.

En los últimos 15 años, los programas de investigación relacionados con BCI han aumentado. Esto ha sido fomentado por un nuevo entendimiento del funcionamiento del cerebro, por el avance de los equipos de computación a bajos costos, y por el crecimiento reconocido de las necesidades y potenciales de la gente con discapacidad e intereses bélicos.

Los programas en investigación de BCI se han concentrado en desarrollar nuevas formas de comunicación y control para personas con desórdenes neuromusculares severos, tales como esclerosis lateral, apoplejía cerebral, y lesión de la médula espinal. La meta inmediata es proporcionar a esos pacientes paralizados pero con sus capacidades cognitivas intactas, un medio para expresar sus deseos a otras personas, o a un programa de procesamiento de palabras o a una neuroprótesis.

En la actualidad las BCIs determinan la respuesta de los usuarios a una variedad de señales electrofisiológicas. Estas señales incluyen potenciales corticales lentos**,** potenciales P300[2], y ritmos μ o β

[2] *En neurofisiología, los potenciales P300 corresponden a picos*

registrados sobre el cuero cabelludo o por medio de la actividad cortical registrada con implantes de electrodos [3]. Estas señales son traducidas en tiempo real a comandos para una computadora u otro dispositivo. La operación acertada requiere que el usuario codifique los comandos de estas señales y que la BCI interprete los comandos correspondientes. Así, tanto el usuario como el sistema BCI necesitan adaptarse uno con el otro inicialmente y continuamente para asegurar que el funcionamiento sea estable. Las BCIs actuales tienen una velocidad máxima de transferencia de información de 10 a 25 bits/min. [3]. Este tiempo es medido desde la adquisición de la señal, hasta la etapa de procesamiento y la de interpretación. Sin embargo, muchas posibles aplicaciones en BCI, tal como el control de neuroprótesis, pueden requerir velocidades de transferencia de información más alta.

El futuro progreso en el desarrollo de BCIs más eficientes dependerá de:

- el reconocimiento de la investigación de la BCI y su desarrollo como un problema interdisciplinario, que involucra neurobiología, psicología, ingeniería y ciencias de la computación;

- la identificación de las señales, tanto de: potenciales evocados, ritmos espontáneos, o velocidades neuronales de disparo. Además los usuarios deben ser capaces de controlarlas independiente de la actividad;

---

positivos en la señal 300 [ms] después de un estimulo. Estos potenciales aparecen típicamente en eventos motrices.

- el desarrollo de métodos de entrenamiento para ayudar a los usuarios a ganar y mantener este control;
- delinear mejores algoritmos para la interpretación de las señales;
- atender a la identificación y eliminación de artefactos tales como la actividad electromiográfica y electrooculográfica;
- adoptar procedimientos más exactos y objetivos para evaluar el desempeño de la BCI;
- reconocer la necesidad del análisis a corto y largo plazo del desempeño de la BCI;
- la identificación de aplicaciones adecuadas de BCI y de igualar aplicaciones y usuarios;
- poner atención a factores que afectan la aceptación de los usuarios a la tecnología, incluyendo facilidad de empleo, disposición y control de las capacidades que son más importantes para el usuario.

El desarrollo de tecnología de BCI actualmente cuenta con un gran interés y énfasis en publicaciones de investigación a nivel internacional, con lo que se evita que se creen perspectivas frecuentemente engañosas de parte de los medios masivos de comunicación que tienden a generar expectativas poco reales en el público y escepticismo en otras investigaciones. Con el

reconocimiento adecuado y con publicaciones internacionales que protejan las investigaciones, los sistemas de BCI podrían proporcionar eventualmente nuevas opciones para la comunicación y el control de esas discapacidades motoras y podrían también dar un canal suplementario de control o un canal de control útil en circunstancias especiales, inclusive en el caso de personas no necesariamente discapacitadas.

2.2 ANÁLISIS DE SEÑALES PARA BCI

La tarea del procesamiento de las señales en un sistema BCI es maximizar la relación señal-ruido (SNR) del EEG/ECoG. Al resaltarse las características de la señal, se favorece la interpretación de los mensajes y comandos de los usuarios.

Numerosas opciones están disponibles para el procesamiento de señales de BCI. Actualmente estas son comparadas en experimentos en línea que miden la velocidad y la precisión. Diferentes filtros espaciales y métodos de análisis espectral pueden ser implementados y comparados en vista de su funcionamiento en línea.

La estimación de parámetros para modelos autoregresivos (AR) es una forma útil de describir la actividad del EEG/ECoG y poder probar las aplicaciones de BCI. Cuando una señal esta contaminada con datos fuera de rango, una estimación robusta de probabilidad generalizada máxima (GM) puede ser de ayuda. Este método está basado en una modificación del filtro de Kalman [12]. Los métodos GM producen resultados similares a la estimación de un modelo AR para datos

Gausianos[3], pero el rendimiento es mejor para datos que no son de forma Gaussiana. Los algoritmos Bayesianos pueden evaluar la certeza de que la interpretación hecha por el sistema al estimulo del usuario es correcta, y también pueden probar ser útiles [13]. Éstos pueden detener la comunicación cuando la certeza caiga a un nivel de criterio bajo y de esta forma reducir los errores en el funcionamiento de la BCI.

Los métodos para el procesamiento de señales son importantes en el diseño de BCI, pero estos no pueden resolver todos los problemas. Mientras estos métodos pueden mejorar la relación señal-ruido, no pueden tratar directamente con el impacto del cambio en la señal misma.

Cuando se realiza la adquisición de la señal se deben cuidar algunos factores que pueden modificar dichas señales, ya que al ser señales provenientes del cerebro, y si el paciente no esta concentrado, se pueden generar señales diferentes a las que nos interesan. Factores tales como la motivación, la intención, la frustración, la fatiga y el aprendizaje afectan las características de entrada que el usuario proporciona (ver Tabla 1.1). Entonces, el desarrollo de la BCI depende del manejo apropiado de las interacciones adaptivas entre el sistema y el usuario, así como de la selección apropiada del método de procesamiento de la señal.

La traducción de las señales a comandos se logra mediante algoritmos de interpretación. Un algoritmo de interpretación es una serie de

[3] *Los procesos Gausianos son procesos en los que se considera que la señal está contaminada y, el ruido tiene o se asume que tiene, una distribución Gaussiana.*

cálculos que transforman las características de entrada de la BCI derivadas en la etapa de procesamiento de la señal en comandos de control para un dispositivo. Dicho de otro modo, un algoritmo de interpretación toma aspectos específicos de los estados actuales del EEG/ECoG del usuario o de la una sola actividad (por ejemplo: aspectos que codifiquen los mensajes que el usuario quiere para comunicarse) y transforman estos aspectos en comandos para un dispositivo.

Para diferentes BCIs son usados diferentes algoritmos de interpretación. Cada algoritmo puede ser clasificado de acuerdo a tres características principales (ver Tabla 2.1):

- función de transferencia,
- capacidad adaptiva y
- salida.

Característica	Tipo	Ejemplo
Función de Transferencia	Lineal	Discriminación Lineal, Ecuaciones Lineales.
	No lineal	Cuadráticos o de órdenes superiores, Redes neuronales, lógica difusa
Capacidad Adaptiva	Adaptivo	Un algoritmo adaptivo puede hacer uso de simples reglas *"ad hoc"* o un algoritmo más sofisticado de aprendizaje
	No adaptivo	
Salida	Discreta	Selección de una letra
	Continua	El movimiento de un cursor

Tabla 2.1. Clasificación de los algoritmos de interpretación de acuerdo a sus características.

La diversidad en los algoritmos de interpretación entre los grupos de investigación se debe en parte a la diversidad en sus usos previstos en el mundo. Sin embargo, en todos los casos la meta es maximizar el desempeño y la factibilidad para la aplicación escogida.

Las consideraciones actuales de los de algoritmos de interpretación se centran sobre todo en aplicaciones para la actividad del EEG, porque al ser una técnica no-invasiva, es preferible a la invasiva. Conforme las tecnologías invasivas (electrodos de cono o los arreglos intracorticotal o subdural) se mejoren, deberán presentarse nuevos algoritmos, además de que requerirán una evaluación adicional.

Una BCI puede emplear una característica simple, por ejemplo la amplitud en una banda de frecuencia específica en una región cerebral. O una combinación en tiempos múltiples y/o características en el dominio de la frecuencia, por ejemplo potenciales corticales lentos, ondas μ, etcétera, producidos por múltiples procesos fisiológicos. Las demandas de la aplicación escogida ayudarán en la selección del algoritmo de interpretación que proporcione una combinación aceptable de velocidad y precisión. Porque el cerebro humano es un regulador altamente adaptable que confía en métodos de predicción e información retroalimentada, es deseable y quizás esencial que el algoritmo de interpretación de una BCI también sea adaptivo. Así pues, los algoritmos actuales pueden adaptarse continuamente a la amplitud media y/o a la variación de las características del EEG/ECoG.

Un algoritmo de interpretación no sería exitoso sin un desarrollo comprensivo y una estrategia de aplicación. Sin tales estrategias, el desarrollo de programas de BCI podría degradar las optimizaciones de las medidas de desempeño sin mantener la pertinente relación con el mundo. Así por ejemplo, la precisión y velocidad de la BCI que controla el movimiento de un cursor es trascendente sólo en el contexto de su desempeño en un protocolo específico. Mientras la investigación en BCIs implica importantes cuestiones teóricas y tienen consecuencias para el entendimiento de la función del cerebro, su principal impulso es el potencial para beneficiar a aquellos individuos con discapacidades motoras severas.

El progreso continuo en el desarrollo de estas aplicaciones requiere del esfuerzo combinado de diferentes grupos de trabajo o laboratorios dedicados a la investigación de BCI. Los protocolos de entrenamiento podrán ser estandarizados dentro de cada grupo de trabajo y quizás por otros laboratorios. Además, los métodos para el procesamiento de señales y los algoritmos de interpretación más sofisticados tienden a ser poco exitosos sin la participación de neurocientíficos, psicólogos, médicos y especialistas de rehabilitación quienes trabajan con personas que están usando comunicaciones y dispositivos de control basadas en BCI. Su orientación es esencial para garantizar que la tecnología de BCI no sólo sea efectiva de manera teórica sino que también sean usadas por gente para propósitos significativos en el mundo.

La evaluación de un algoritmo de interpretación se reduce a determinar si se logran los tres niveles de adaptación siguientes:

- la adaptación inicial al usuario;
- adaptación continua a los cambios espontáneos en el desempeño de los usuarios (por ejemplo la fatiga, el nivel de atención);
- y la adaptación continua que estimula y guía la adaptación del usuario a la BCI (por ejemplo el entrenamiento de usuarios).

En las evaluaciones del primer nivel, los algoritmos alternativos son aplicados fuera de línea a un conjunto de datos reunidos de uno o más usuarios. Típicamente, porciones de los datos son usados para colocar los parámetros del algoritmo (como sería en el caso de redes neuronales en la etapa de entrenamiento), el cual es después aplicado al resto de los datos, a los cuales se les nombran datos de prueba. La valoración del rendimiento del algoritmo se realiza de acuerdo al número de clasificaciones correctas hechas por el algoritmo.

La evaluación del segundo nivel de adaptación tiende a favorecer a los algoritmos simples. Es probable que la adaptación de parámetros sea más difícil y más vulnerable a la inestabilidad para algoritmos complejos tales como las redes neuronales o las ecuaciones no lineales que a algoritmos simples, como los usados en las ecuaciones lineales con relativamente pocas variables.

El tercer nivel de adaptación se utiliza en línea. La meta de esta adaptación es inducir al usuario a desarrollar y mantener el más alto nivel posible de correlación entre su estímulo y la señal característica que emplea la BCI para descifrar ese estímulo.

2.3 INTERFACES CEREBRO-COMPUTADORA (BCI) BASADAS EN ELECTROCORTICOGRAFÍA: Estudio previo en la Universidad de Bonn

Como se mencionó anteriormente, el desarrollo de una BCI requiere tomar en cuenta distintos aspectos del procesamiento de las señales involucradas. Sin embargo, la mayoría de los esfuerzos actuales ponen un mayor énfasis en la parte del entrenamiento de la BCI [14] [15].Ya que al no haber dos cerebros iguales, el entrenamiento debe ser personalizado. Por lo tanto, las investigaciones en este campo se enfocan en realizar algoritmos más eficientes para la clasificación de señales, así como en utilizar menos tiempo y menos recursos (hardware) para su entrenamiento.

La mayoría de las BCIs están basadas actualmente en mediciones de EEG. Sin embargo, en esta tesis nos enfocamos en BCIs basadas en mediciones de ECoG. Científicos de la Universidad Brown, en Estados Unidos, han dado cuenta de un experimento en el que un primate fue capaz de controlar el cursor en una pantalla de computadora (así como de un brazo robótico) a través del pensamiento monitoreado por electrodos implantados dentro de la parte de su cerebro correspondiente a la corteza motriz [14], [15], [16]. En nuestro caso, los datos usados corresponden a humanos y fueron obtenidos en el departamento de epileptología de la Universidad de Bonn, Alemania [14], donde inicialmente se utilizaron para implementar BCIs en pacientes epilépticos, como se describe a continuación:

En las pruebas participaron tres pacientes epilépticos, a los que se les colocó un arreglo de electrodos en la parte baja de la corteza de la duramadre cubriendo el área motriz primaria y premotriz, así como en la región fronto-temporal del hemisferio derecho o izquierdo. A los pacientes se les colocaron de 20 a 64 electrodos de acuerdo a la información mostrada en la Tabla 2.2

	Electrodos implantados	Prueba	Experimentos
I	64 en el hemisferio derecho, 2 arreglos de 4 en el interhemisferio	Mano derecha e izquierda	200
II	64 en el hemisferio derecho	Lengua y dedo meñique izquierdo	150
III	20 central, 4 arreglos de 16 en zona frontal	Lengua y dedo meñique derecho	100

Tabla 2.2. Posición de los electrodos. Los tres pacientes tienen una malla de electrodos implantada que parcialmente cubre la corteza motora derecha o izquierda.

Los pacientes conservaron los electrodos por una o dos semanas. Aprovechando esta situación se hicieron pruebas con actividades motrices específicas. Estas tareas motrices fueron tareas relacionadas con imaginar movimientos de mano, el dedo meñique o la lengua.

Los datos del ECoG de los tres pacientes fueron registrados originalmente con muestreo de 1000 Hz. Como se ve en la Tabla 2.2, los tres pacientes tuvieron dos diferentes tareas motrices.

Al paciente II se le pidió que imaginara dos clases de movimientos: mover la lengua o el dedo meñique izquierdo. Estas actividades fueron escogidas debido a que en el hemisferio derecho, donde fue colocado el arreglo de electrodos (8x8), se encuentran las regiones que controlan estas dos actividades motrices (ver Figura 2.1)

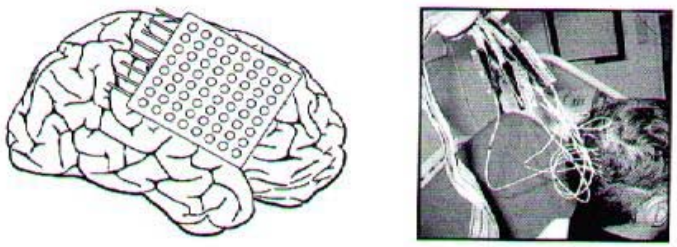


Figura 2.1. La imagen de la izquierda muestra la posición de la malla de electrodos de 8x8 del paciente II. A la derecha se muestra la conexión de los electrodos a un amplificador vía cables que son pasados a través del cráneo.

El paciente fue sentado en una cama de frente a un monitor y se le mostraron repetidamente dos imágenes que le indicaban el movimiento a imaginar. Al principio de cada prueba, una pequeña cruz era desplegada en el centro de la pantalla para fijar la atención del paciente. A los 4 segundos empezaba la fase de imaginación con una señal que era presentada como la imagen de una lengua o un dedo meñique. Las imágenes que fueron usadas como señal son mostradas en la Figura 2.2.

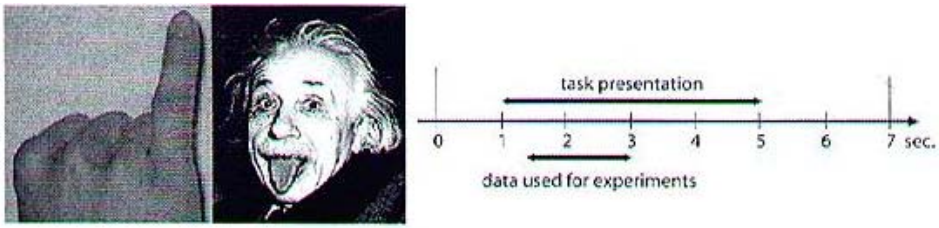


Figura 2.2. Se les pedía a los pacientes que imaginaran dos diferentes movimientos. Esta figura muestra dos estímulos que fueron usados como señal para las tareas. La estructura del experimento se muestra a la derecha. La fase de imaginación duró 4 segundos. Se extrajo segmentos de 1.5 segundos del registro del ECoG para analizar.

A continuación se resume el método de clasificación utilizado por el grupo de investigación Alemán y sus resultados:

> Empezando medio segundo después de la visualización de la imagen, se extrajo una ventana de longitud de 1.5 segundos de los datos de cada electrodo (Figura 2.2). Para cada experimento y cada electrodo se obtuvo una secuencia de ECoG que consistía de 1500 muestras. La tendencia lineal de cada secuencia fue eliminada. Después se ocupó un modelo autoregresivo de orden 3 para cada secuencia.
>
> El método de clasificación utilizado en este caso se basa en RFE (Recursive Feature Elimination, en Inglés). RFE es un método de selección en donde las características no deseadas son removidas por iteración de los datos hasta que los criterios predefinidos son encontrados. En cada iteración, una Máquina de Soporte Vectorial (SVM) fue entrenada y su vector de peso fue analizado. Para evaluar el funcionamiento de la clasificación del SVM, ésta fue entrenada en un subconjunto específico de canales, donde se calculó su error de predicción en un conjunto de pruebas por separado.
>
> El proceso de clasificación de señales se realizó dividiendo los datos en dos grupos: 80% de los datos se utilizaron para entrenar la SVM y el restante 20 % se utilizó para probar el clasificador. La división de los datos se realizó de manera aleatoria y se repitió 50 veces, con lo que se realizaron 50 experimentos de clasificación independientes cuyos resultados fueron promediados para obtener los resultados finales.

> Los resultados indican un porcentaje de clasificación correcta de 74.3 ± 7.6%, utilizando 64 canales (paciente II, Tabla 2.2). Después se redujo la selección de canales a una tercera parte, sin embargo este proceso no produjo un gran incremento en el desempeño.

Aunque los resultados fueron prometedores, el método propuesto por el grupo Alemán es a nuestro parecer laborioso y poco robusto. Por ello, es este trabajo proponemos un método de clasificación que requerirá menos mediciones y recursos, y con un desempeño similar o mejor al descrito anteriormente.

C A P I T U L O 3

M É T O D O S P R O P U E S T O S

En este trabajo se propone un método para la clasificación de señales de ECoG, basado en técnicas de preprocesamiento y compresión de los datos que facilitan el proceso de clasificación y permiten la implementación de BCIs en tiempo real.

Dicho método de clasificación cuenta con los siguientes pasos (Figura3.1):

- Filtrado de datos
- Preprocesamiento de los datos usando las Transformadas de Longitud o Energía
- Modelado autoregresivo de los datos transformados, y
- Clasificación basada en la distancia de Mahalanobis

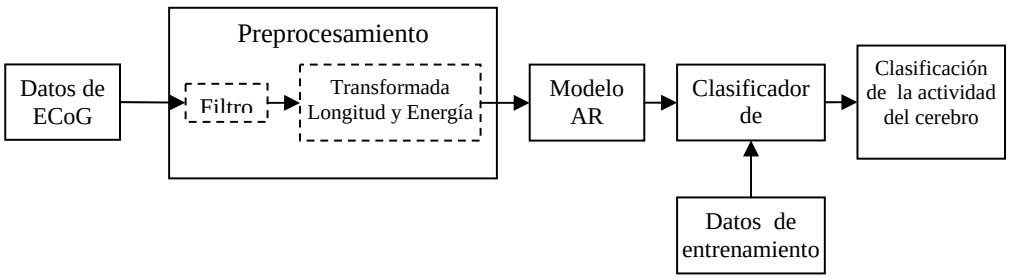


Figura 3.1. Diagrama de bloques del clasificador propuesto.

A continuación se describe en detalle cada uno de los componentes de nuestro método de clasificación.

3.1 FILTRADO

La fase de filtrado permite eliminar componentes de la señal que no son útiles en nuestro análisis, tales como el ruido, artefactos y algunas componentes de la señal en bandas de frecuencia distintas a las de interés. En el caso de las señales estudiadas en esta tesis la banda de frecuencia de interés va de los 8 Hz a los 40 Hz, ya que en esta banda se encuentra la actividad neuronal relacionada con la imaginación [11].

El éxito para la extracción de información está en el desarrollo de un modelo matemático apropiado para la representación de la señal y después emplear este modelo para diseñar un proceso adecuado. Varios modelos han sido propuestos, pero el más usado y el cual ha obtenido un mayor número de resultados consistentes, es aquel en el cual la forma de la onda medida supone ser una señal la cual contiene ruido:

$$r(t) = s(t) + n(t) \qquad (3.1)$$

donde *r(t)* es la señal medida, *s(t)* es la componente asociada con el potencial evocado (señal deseada), y *n(t)* es la componente de la onda independiente del potencial evocado (ruido).

La señal *s(t)* en la ecuación (3.1) puede ser extraída de *r(t)* mediante diversas técnicas de procesamiento de señales, los que dependen de las características medidas o asumidas de *s(t)* y de *n(t)*. Las técnicas más extensamente reportadas están basadas en un supuesto que el

ruido y frecuentemente la señal son muestras de funciones de procesos estacionarios aleatorios.

El ancho de banda de los potenciales evocados (ERPs) va desde menos de 1 Hz, cerca de DC, a casi 1 KHz. Pero las componentes de alta frecuencia son generalmente las componentes del dominio del tiempo y éstas frecuentemente pueden filtrarse. Típicamente el rango del ancho de banda del filtro es de 0.1 Hz a 50 Hz. Así que en nuestro caso, el filtrado se compone de un filtro digital Butterworth paso-bajas de orden 5 (aplicado a cada canal), con una frecuencia de corte a 40 Hz (ver Figura 3.2).

Las ventajas de ocupar dicho filtro es que su respuesta en frecuencia es máximamente plana (con mínimas ondulaciones) en la banda de paso [17]. Además que es el único filtro que mantiene su forma para ordenes mayores (aunque la caída de la pendiente es mayor).

Una desventaja de este filtro es que introduce un retraso en la señal. Sin embargo, en esté caso, el retraso no influye en el proceso de clasificación.

3.2 TRANSFORMACIONES DE LONGITUD Y ENERGÍA

Las transformadas de longitud y energía aparecen en el contexto del procesamiento de señales de multicanal, específicamente en el

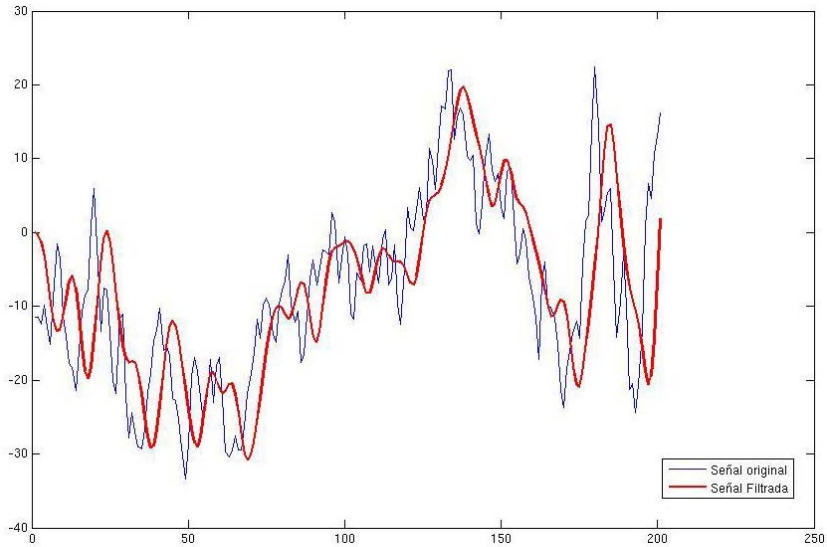


Figura 3.2. Se muestra la señal original y la señal ya filtrada, puede observarse como la señal filtrada ya no tiene componentes de alta frecuencia.

problema de la detección del complejo QRS en electrocardiografía (ECG), y en el análisis en tiempo real de magnetocardiografía (MCG) [18]. Sin embargo, estas transformaciones también son usadas para el análisis de un solo canal, como en nuestro caso.

Es así entonces que se define la Transformada de Longitud (TL) y la Transformada de Energía (TE) para el caso de un sólo canal de procesamiento de la siguiente manera:

Se llama a la señal medida en el m-enésimo canal como $x_m(n)$ para n=1, 2,. . ., N muestras de tiempo y m= 1, 2,. . ., M canales.

Entonces, la TL se define por [19]:

$$l_m(n) = \sum_{k=n}^{n+q-1} \left| x_m(k) - x_m(k-1) \right| , \qquad (3.2)$$

En donde *q* es el número de muestras de la ventana de procesamiento.

La TL es una versión suavizada temporalmente de los datos en una ventana de tiempo determinada, y puede ser interpretada como una medida de la longitud de la trayectoria tomada por la señal desde $x_m(1)$ hasta $x_m(N)$.

De manera similar, podemos definir la TE como:

$$e_m(n) = \sum_{k=n}^{n+q-1} \left(x_m(k) - x_m(k-1) \right)^2 , \qquad (3.3)$$

la cual puede ser interpretada como una estimación en un periodo corto de tiempo de la energía de la señal .

La TL y TE tienen la ventaja de ser fáciles de implementar y son convenientes para el procesamiento en línea, que es una característica deseada en aplicaciones de BCI. La TL y TE aparecen en el contexto de la detección de las ondas QRS, donde ambas transformadas han mostrado un mejor desempeño en la extracción de características comparado a las transformadas convencionales, siendo el trabajo particular de la TL bueno en casos de complejos QRS pequeños [18].

El uso de la TL y TE en el procesamiento de señales de EEG fue expuesto en un trabajo previo [20]. En ese trabajo de investigación las transformadas reportaron ventajas similares a las mencionadas

anteriormente. Así que, basándonos en esta experiencia previa, se decidió utilizar estas transformadas para el procesamiento de los datos de ECoG.

Así pues, los datos del ECoG son transformados usando alguna de las dos transformaciones (3.2) o (3.3), y los resultados son reacomodados en vectores de datos tales que:

$$\boldsymbol{l}_m = \left[l_m(1), l_m(2), \ldots, l_m(N-q+1)\right]^T \ , \qquad (3.4)$$

y

$$\boldsymbol{e}_m = \left[e_m(1), e_m(2), \ldots, e_m(N-q+1)\right]^T \ . \qquad (3.5)$$

Si este procedimiento es repetido para cada uno de los M canales del ECoG, podemos recoger las correspondientes transformadas $\boldsymbol{l}_m$ y $\boldsymbol{e}_m$ en vectores largos que contienen la información de todo el arreglo de sensores, es decir:

$$\boldsymbol{l} = \left[\boldsymbol{l}_1^T, \boldsymbol{l}_2^T, \ldots, \boldsymbol{l}_M^T\right]^T , \qquad (3.6)$$

y

$$\boldsymbol{e} = \left[\boldsymbol{e}_1^T, \boldsymbol{e}_2^T, \ldots, \boldsymbol{e}_M^T\right]^T , \qquad (3.7)$$

respectivamente.

3.3 COMPRESIÓN: MODELOS AUTOREGRESIVOS

Una de las técnicas más comúnmente usadas para la compresión de datos es el modelado autoregresivo (AR). Un modelo AR de orden p reduce la dimensión de los datos aproximando la señal como la

respuesta de filtrar ruido blanco con varianza unitaria por medio de un filtro FIR de orden *p* [12]. Entonces, la reducción de la dimensión de los datos esta en función del orden del modelo AR seleccionado.

En esta tesis se utilizó un algoritmo recursivo basado en mínimos cuadrados y el criterio Bayesiano de Schwartz para la determinación del orden óptimo del modelo a utilizar en el problema de clasificación. Más información de este algoritmo y su implementación en Matlab se encuentra disponible gratuitamente en internet en [21].

Una vez que se hizo la transformación de los datos, se prosiguió a calcular el modelo AR óptimo. Para reducir la dimensión del problema de la clasificación, se calculan los modelos AR de $\boldsymbol{l}_{(\cdot)}$ y $\boldsymbol{e}_{(\cdot)}$, los cuales pueden ser representados como:

$$\tilde{\boldsymbol{l}} = \left[\mathrm{AR}\left(\boldsymbol{l}_1^T\right)_p, \mathrm{AR}\left(\boldsymbol{l}_2^T\right)_p, \ldots, \mathrm{AR}\left(\boldsymbol{l}_M^T\right)_p\right]^T, \qquad (3.8)$$

y

$$\tilde{\boldsymbol{e}} = \left[\mathrm{AR}\left(\boldsymbol{e}_1^T\right)_p, \mathrm{AR}\left(\boldsymbol{e}_2^T\right)_p, \ldots, \mathrm{AR}\left(\boldsymbol{e}_M^T\right)_p\right]^T, \qquad (3.9)$$

respectivamente. En donde $\mathrm{AR}(\cdot)_p$ indica el modelo AR de orden *p*. Por lo tanto, se puede reducir la dimensión del tamaño de los datos de $(N-q+1)M \times 1$ a $pM \times 1$.

3.4 CLASIFICACIÓN DE LOS DATOS

En esta tesis se utilizaron dos tipos de clasificadores. El primero esta basado en la definición clásica de la distancia de Mahalanobis, y el

segundo corresponde a una versión modificada de dicha distancia utilizando proyecciones ortogonales.

3.4.1 CLASIFICADOR DE MAHALANOBIS CLÁSICO

Recientemente, muchos clasificadores lineales y no-lineales han sido propuestos en la literatura, algunos de los cuales reportan excelente funcionamiento en la clasificación de las diferentes tareas cognitivas y motrices [9]. Sin embargo, el clasificador basado en la distancia de Mahalanobis es preferido en muchas de las aplicaciones de BCI dado su capacidad de clasificar datos de EEG y ECoG con exactitud, aún si se usa un número reducido de canales [11]. Por lo tanto, el clasificador de Mahalanobis es útil en la reducción de la carga de procesamiento y facilita la implementación de BCIs.

Las técnicas multivariantes para clasificación de datos están basadas frecuentemente en la medida de la distancia entre los datos. Las medidas de la distancia más comúnmente usadas son la distancia Euclidiana (DE) y la distancia de Mahalanobis (DM).
Actualmente, la DM es usada para diferentes propósitos estadísticos: para la detección de datos fuera de rango, la selección de muestras de la calibración de una medida fija grande y para investigar la representación entre datos fijos. En el reconocimiento de patrones, la DM es aplicada como medida para el agrupamiento de datos en el método del vecino k más cercano (kNN).

Más detalles de las diferencias e interpretación gráfica de la DM y DE se pueden encontrar en el Apéndice de esta tesis. A continuación procedemos a definir la DM.

La DM de un nuevo vector $\boldsymbol{y}_{new}$ medido a un grupo de los datos Y es definido como:

$$\mathrm{DM}(\boldsymbol{y}_{new}) = \sqrt{(\boldsymbol{y}_{new} - \bar{\boldsymbol{y}})^T R^{-1} (\boldsymbol{y}_{new} - \bar{\boldsymbol{y}})} \qquad (3.10)$$

donde $\bar{\boldsymbol{y}}$ y R son el vector promedio y la matriz de covarianza de las muestras, respectivamente, de los datos de la matriz $Y = [\boldsymbol{y}_1 \ \boldsymbol{y}_2 \ldots \boldsymbol{y}_J]$, es decir:

$$\bar{\mathbf{y}} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^{J} \mathrm{y}_j \qquad (3.11)$$

y

$$R = \left(\frac{1}{J} \sum_{j=1}^{J} \boldsymbol{y}_j \boldsymbol{y}_j^T \right) - \bar{\boldsymbol{y}} \bar{\boldsymbol{y}}^T \ . \qquad (3.12)$$

La DM puede ser usada en un modelo global para hacer la discriminación entre diferentes clases usando el siguiente procedimiento [10]: un vector $\boldsymbol{y}$ pertenece a la i-enésima clase hacia la cual tiene la menor distancia d_i. Las distancias d_i para i=1,2,.....,I clases, están dadas por:

$$d_i = (\boldsymbol{y} - \bar{\boldsymbol{y}}_i)^T R_i^{-1} (\boldsymbol{y} - \bar{\boldsymbol{y}_i}) \qquad (3.13)$$

donde $\bar{\boldsymbol{y}_i}$ y R_i son el vector promedio y la matriz de covarianza de las muestras, respectivamente, de la i-enésima clase con la matriz de datos $Y_i = [\boldsymbol{y}_{i1} \ \boldsymbol{y}_{i2} \ldots \boldsymbol{y}_{iJ}]$.

La ecuación (3.13) corresponde al modelo global del clasificador de Mahalanobis, y puede ser interpretado como el cálculo de DM entre la nueva medida y el centroide de la *i*-enésima clase.

3.4.2 CLASIFICADOR DE PROYECCIÓN SUBESPACIAL

Aunque el clasificador de Mahalanobis ha sido extensamente usado para diferentes técnicas de agrupación de datos y métodos para discriminación, tiene la desventaja de que requiere el calculo de R_i^{-1}. Cuando los datos de investigación son medidos sobre un número grande de variables, la matriz *R* puede contener información redundante o correlacionada. Esta *multicolinealidad* en los datos conduce a una matriz de covarianza singular o casi singular que no puede ser invertida. Las alternativas posibles son usar una pseudoinversa o un método diagonal, pero estos a menudo conducen a soluciones suboptimas. Por esta razón, nosotros proponemos un modelo alternativo para la clasificación la cual esta basado en una proyección ortogonal.

La versión modificada del clasificador de Mahalanobis tiene la siguiente estructura:

$$\tilde{d}_i = \left(\mathbf{y} - \overline{\mathbf{y}_i}\right)^T \Pi_i^{\perp} \left(\mathbf{y} - \overline{\mathbf{y}_i}\right) \qquad (3.14)$$

donde $\Pi_i^{\perp}$ reemplaza a R_i^{-1} de la solución clásica, ecuación (3.13), y corresponde a la proyección ortogonal de los datos Y_{i} sobre el espacio nulo de la matriz de covarianza R_i. Esta clase de proyección ortogonal esta relacionada con las pseudoinversas oblicuas y es usada como operador cancelador en aplicaciones de procesamiento de

arreglos de sensores. En nuestro caso, la matriz de proyección $\Pi_i^{\perp}$, esta definida como:

$$\Pi_i^{\perp} = U_0 U_0^T \qquad (3.15)$$

donde U_0 es la matriz la cual tiene columnas que son eigenvectores ortonormales de R_i que corresponde a sus eigenvalores cero, y U_0^T es la matriz transpuesta.

El uso de una proyección ortogonal es motivado por la inherente singularidad de *R*. En la mayoría de las aplicaciones de BCI, los datos de entrenamiento disponibles son insuficientes para obtener una estimación de rango completo de la matriz de covarianza. Es por ello que proponemos considerar esta característica de rango incompleto y modificar la ecuación (3.13). Modelos similares han sido usados en investigaciones previas para el análisis de datos de neuroeléctrica y neuromagnetismo.

Así pues, en la clasificación de los datos de ECoG se utiliza la ecuación (3.13) o (3.14), donde el vector a clasificar corresponde a los datos en la forma de $\tilde{\boldsymbol{l}}$ o $\tilde{\boldsymbol{e}}$, y sus pares $\{\overline{\boldsymbol{y_i}}, R_i\}$ son calculados del grupo de datos de entrenamiento en experimentos independientes (pruebas) de la correspondiente actividad del cerebro. En esta tesis, se evaluó el funcionamiento de todas las combinaciones posibles de los datos transformados y la clasificación se evaluó en términos del porcentaje de clasificaciones correctas.

C A P I T U L O 4

E X P E R I M E N T O S

En este capítulo se evaluará el desempeño del algoritmo observándose dos características:

1) El desempeño del clasificador al utilizar datos sin transformar (datos crudos) o datos transformados, y

2) el desempeño del clasificador modificado en comparación al clasificador clásico

En la primera parte de este capítulo, se definen las características de los datos utilizados, así como del procesamiento y finalmente los resultados obtenidos con el algoritmo propuesto (Figura 3.1). Y para la segunda parte, correspondiente a la evaluación de los dos clasificadores, se mencionará el comportamiento de ambos clasificadores para los diferentes experimentos al cual fue sometido el algoritmo.

También se realizaron pruebas en las cuales de acuerdo a las ecuaciones (3.2) y (3.3) dependen del parámetro q el cual corresponde al número de muestras de la ventana de procesamiento. Por ello se hicieron pruebas variando este parámetro para poder encontrar el tamaño óptimo y determinar como influye este parámetro en el algoritmo al momento de realizar la clasificación.

4.1 EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO ENTRE DATOS CRUDOS Y TRANSFORMADOS

4.1.1 DATOS

Se utilizaron datos de ECoG de un paciente al que se le tomaron mediciones en 64 canales a una frecuencia de muestreo de 1 kHz (sección 2.3). De estos datos, se tomaron para los experimentos una selección de sólo 16 canales distribuidos simétricamente. El número de experimentos que se tomaron para "entrenar" el algoritmo fueron 60 y la frecuencia de muestreo fue reducida a 200 Hz. Al realizar esta reducción en la frecuencia no se ve afectada nuestra clasificación ya que en este rango se encuentran las componentes de la señal que nos interesan. Estas reducciones, tanto de rango de frecuencia como en el número de experimentos, se realizaron para disminuir la carga computacional. Así, en resumen, para los experimentos se ocuparon 16 canales con un número de 201 muestras y con un máximo de 60 experimentos.

Las pruebas hechas para la obtención de las señales de ECoG fueron realizadas 100 veces en experimentos independientes, de los cuales 50 corresponden al deseo de mover la lengua y 50 al deseo de mover el dedo meñique izquierdo.

4.1.2 PROCESAMIENTO

Una vez que se tienen las señales con las características mencionadas, se procede a someterlos a una fase de filtrado, con un filtro digital Butterworth pasa-bajas de orden 5, aplicado a cada canal, con una frecuencia de corte a 40 Hz.

En esta etapa del trabajo se utilizo Matlab, ya que es una herramienta que nos permite una rápida implementación del algoritmo propuesto, dejándose para posteriores trabajos la implementación del mismo en lenguaje C o ensamblador, para las aplicaciones reales.

Los datos una vez filtrados, fueron analizados de tres formas alternativas:

- datos crudos (son aquellos que no se les aplicó ninguna transformación),
- datos transformados con TL (ecuación 3.2) y
- datos transformados con TE (ecuación 3.3)

En el caso de los datos transformados se ocuparon diferentes ventanas de procesamiento *q* que su tamaño varió de 3 a 15 muestras. Además cuando se aplicó la compresión a los datos, el modelo AR fue probado para distintos ordenes: 3, 5, 7 y 9. Estos ordenes del modelo AR fueron escogidos, porque órdenes mayores no proporcionan un buen nivel de clasificación, pero además, como se mencionó en la sesión 3.3, el objetivo del modelo AR es poder reducir la dimensión de los datos para hacer más rápido el procesamiento.

4.1.3 EVALUACIÓN

Para esta etapa se ocupó una evaluación de primer nivel, (adaptación inicial al usuario) tal como se describió en la sección 2.2, en donde los datos fueron analizados fuera de línea, divididos en dos grupos: una parte de los datos fueron usados para el entrenamiento del algoritmo (realizando así los

cálculos de los parámetros $\overline{y_1}, \overline{y_2}$, R_1 y R_2 de acuerdo con las ecuaciones 3.11 y 3.12 y el otro grupo fue ocupado como datos de prueba para evaluar el desempeño.

Para los datos de entrenamiento se probó con distintos números de experimentos: de 10 a 60, en incrementos de 5. Esto se hizo con el fin de poder evaluar si nuestro algoritmo es eficiente con un número pequeño de datos de entrenamiento.

4.1.4 RESULTADOS

El desempeño del algoritmo de clasificación fue medido en términos del número de clasificaciones correctas en los datos de prueba. Ya que se conocen de antemano el origen de los datos utilizados para las pruebas, entonces se puede determinar si el clasificador realizó correctamente la asignación del proceso cognitivo o no. El porcentaje de clasificaciones correctas se calcula sobre el total de clasificaciones realizadas con los datos de prueba, que en nuestro caso es de 100.

Para la evaluación primero se mencionarán los resultados obtenidos en el entrenamiento de la BCI. Así de este modo los resultados para los datos crudos se obtuvo una clasificación del 60 % al 100 %. Para los datos con transformada de longitud y transformada de energía los datos de entrenamiento alcanzaron en su mayoría el 100 %.

Para la evaluación de los datos de prueba, recurrimos a unas gráficas, que se realizaron interpolando los resultados obtenidos, para poder hacer mejores

comparaciones entre los datos crudos, los datos con TL y TE. Estas gráficas se presentan en la Figura 4.1.

Podemos observar que el desempeño del clasificador mejora significativamente cuando utilizamos los datos transformados (Figura 4.1 (b) y (c)) en comparación a los datos crudos (ver Figura 4.1 (a)), ya que las zonas señaladas con un circulo tiene más regiones en rojo, que representan mayores clasificaciones correctas, en aquellas que representan a las transformadas. Pero también entre los datos transformados hay diferencia y podemos ver que la TL (ver Figura 4.1 (b)), tiene un mejor desempeño que la TE (ver Figura 4.1 (c)), ya que la regiones rojas, encerradas en círculos, son más para la TL; además se puede observar que para tener un buen desempeño para la TE se necesita un número de experimentos y un modelo AR mayor, que los ocupados para el buen rendimiento de la TL.

Ahora bien, la razón por la cual los datos crudos no presentan un desempeño más satisfactorio, como en el caso de los datos transformados se puede ver en la Figura 4.3, donde se muestran las matrices de covarianza (antes de comprimir los datos con el modelo AR; Figura 3.1), para los casos de datos crudos, TL y TE, y ambos procesos motrices imaginarios. En ellas podemos observar que las matrices de covarianza para los datos crudos (ver Figura 4.3 (a) y (b)) presentan alta multicolinearidad, mientras que en los datos transformados la multicolinearidad se reduce significativamente dejando solo aquellas correlaciones que son relevantes para nuestro proceso de clasificación (Figura 4.3 de (c) a (f)). Esto sin duda mejora el desempeño del clasificador, ya que le es más fácil al clasificador distinguir entre los dos procesos cognitivos.

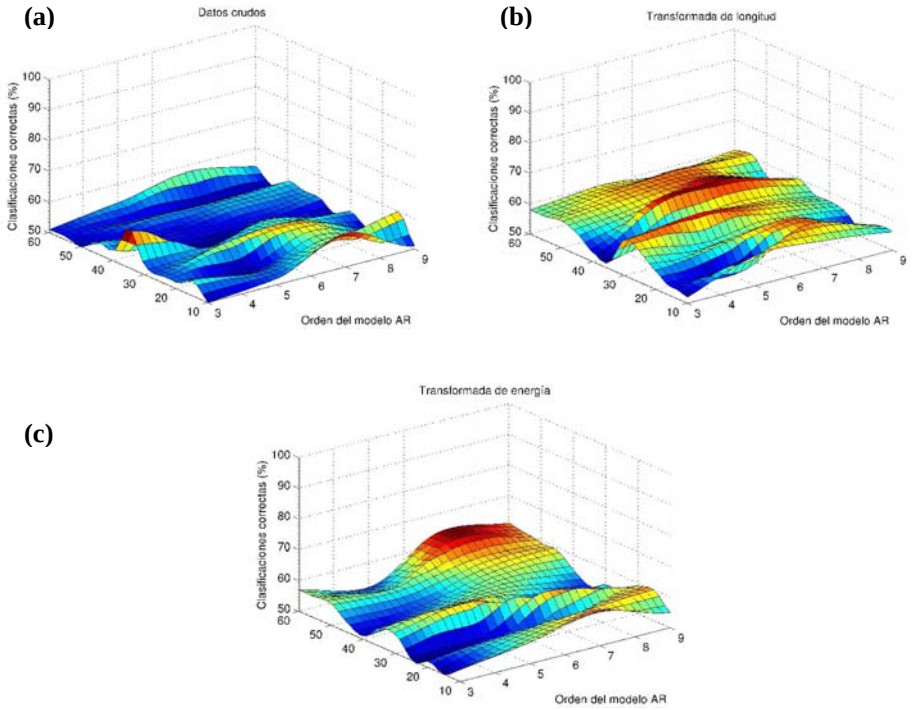
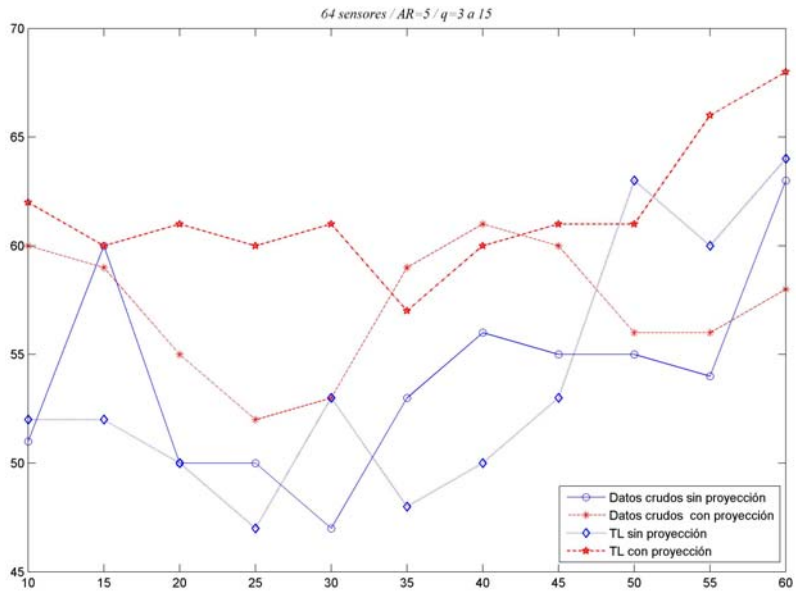


Figura 4.1 Porcentaje de clasificaciones correctas para los casos: (a) datos crudos, (b)TL y (c)TE, en función del orden del modelo AR y el número de experimentos.

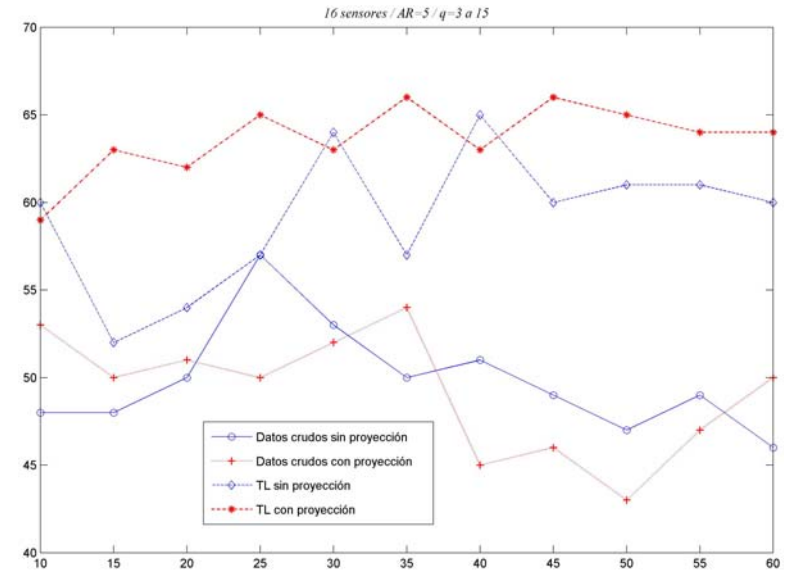
Se realizó una prueba extra, con las mismas condiciones anteriormente mencionadas para los datos, pero utilizando los 64 canales (Tabla 2.2). Esta prueba se realizó para poder comparar si el algoritmo al tener un mayor número de datos mejoraba la clasificación a la presentada con los 16 sensores hasta ahora utilizados. Estas pruebas se hicieron sólo para los datos crudos y con TL.

Como se ve en la Figura 4.2 (a) el número de clasificaciones correctas para ambos casos (crudos y TL) son similares a la que se observa para los 16 canales (Figura 4.2 (b)). Esto indica que no mejora el número de

clasificaciones correctas, además de que las fluctuaciones de la gráfica (ver Figura 4.2) es mayor para el caso de los 64 canales (TL sin proyección) que para el mismo caso en los 16 canales; el caso de los 64 sensores además de no ayudar a mejorar el rendimiento del algoritmo, si presenta una gran desventaja, en estás pruebas el tiempo de ejecución del algoritmo fue mayor y requiere mayores recursos computacionales. Otro inconveniente que presenta es que para obtener un buen rendimiento requiere de mayor número de experimentos (50), por lo tanto más datos, y en el caso de los 16 sensores aunque se tenga un número de reducido de experimentos (10), el algoritmo presentará un buen desempeño.

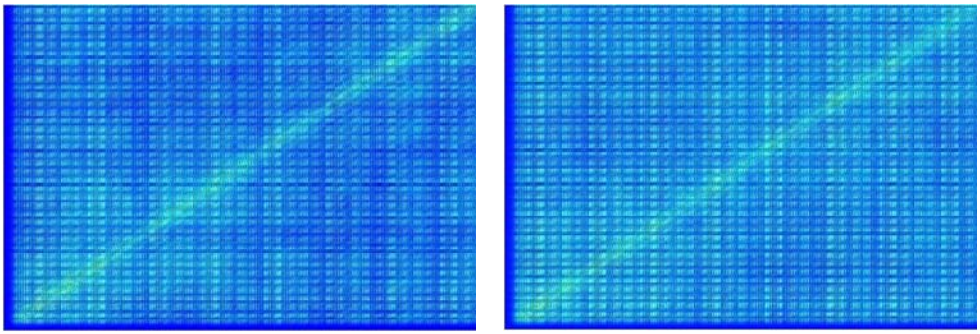


(a)

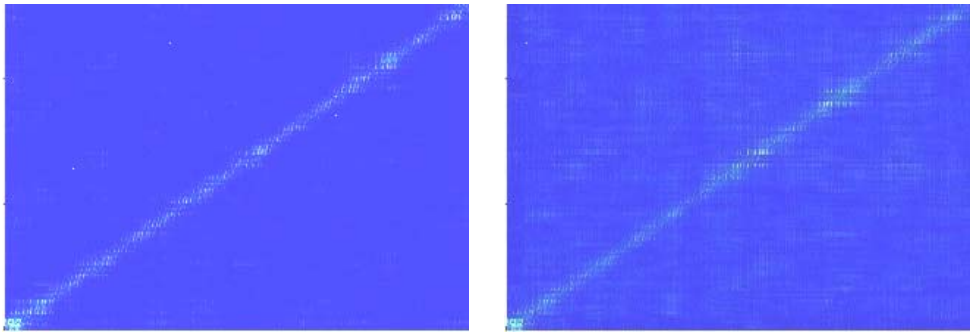


(b)

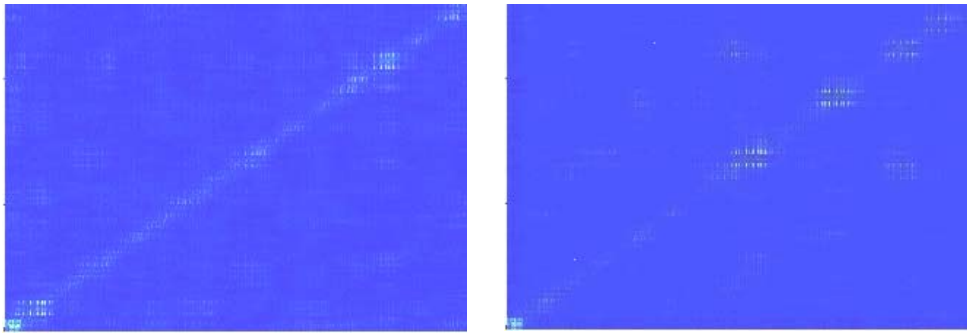
Figura 4.2 Se muestran las gráficas para los datos crudos, TL y TE. Número de experimentos vs. el número de clasificaciones correctas: a) para los 64 canales y b) para los 16 canales.



(a) (b)



(c) (d)



(e) (f)

Figura 4.3 Matrices de covarianza de: (a, b) datos crudos, (c, d) TL y (e, f) TE. Las figuras (a, c, e) corresponden al deseo de mover la lengua, mientras que (b, d, f) son las matrices correspondientes al deseo de mover el dedo meñique izquierdo.

4.2 EVALUACIÓN DEL RENDIMIENTO ENTRE EL CLASIFICADOR CLÁSICO Y EL DE PROYECCIÓN SUBESPACIAL

Se realizaron experimentos de clasificación similares a las pruebas anteriores, pero en estas se hicieron con el fin de comparar el desempeño del clasificador clásico con el clasificador modificado.

En los experimentos se varió el orden del modelo AR, así como el número de experimentos independientes utilizados para entrenar al clasificador.

Los resultados para los datos de entrenamiento con el clasificador modificado fueron los siguientes: los datos crudos y los datos con alguna transformación alcanzaron un rendimiento del 100%; en comparación de la variación que presentaron los datos con el clasificador clásico, así que se obtuvo para los datos crudos del 60% al 100% y para datos transformados en su mayoría alcanzaron el 100%. Esto demuestra que el clasificador modificado tiene un mejor desempeño a diferencia del clasificador clásico. Sin embargo, no hay que olvidar que estos son resultados sólo para datos de entrenamiento. Los resultados para los datos de prueba se muestran en la Figura 4.4. Estas gráficas se obtuvieron al interpolar los resultados obtenidos y así poder observar mejor su tendencia.

En la Figura 4.4 (b, d, f), las gráficas corresponden al clasificador modificado, tiene una mayor región en rojo de datos clasificados correctamente (encerrado en un círculo), que las observadas en la Figura 4.4 (a, c, e) lo cual indica que el desempeño del clasificador modificado es mayor al del clasificador clásico.

También se ve que existen diferencias entre las propias gráficas del clasificador modificado, Figura 4.4 (b, d, f), ya que aquellas que corresponden a los datos a los cuales fueron sometidos a la TL (Figura 4.4 (d)) y TE (Figura 4.4 (f)), mostrando un mejor desempeño que aquel que corresponde a los datos crudos (Figura 4.4 (b)). El uso de estas transformadas en conjunto con el clasificador modificado indica que se necesita un modelo AR menor, así como también un número de experimentos menor para tener un mejor rendimiento que el necesario para el clasificador clásico, con lo cual podemos obtener una menor carga computacional al tener menos datos para procesar y reducir el tiempo de ejecución del algoritmo.

Al ver las regiones encerradas de las Figuras 4.4 (d) y (f), la correspondiente a la TL tiene mayor cantidad regiones en rojo (las cuales representan un mayor número datos clasificados correctamente) que las regiones en rojo de la TE. Esto indica que la TL tiene un mejor desempeño que la TE. Específicamente, con la TL y el clasificador modificado se alcanzo el 70 % de clasificaciones correctas logrado con un modelo AR=7 y con un número de experimentos de 20, mientras que para la TE y clasificador modificado se logro un 66% con un AR=7 y número de experimentos de 45. Esto también nos confirma que la TE requiere de un mayor numero de experimentos que la TL.

Ayudándonos de la gráfica mostrada en la Figura 4.2, que son los resultados de la prueba realizada con los 64 sensores, se pueden comparar los dos clasificadores. Ahí vemos como el comportamiento correspondiente a la TL con proyección (clasificador modificado) es levemente mayor en número de clasificaciones correctas, alcanzando el 68%, que la que corresponde a los 16

sensores, que llega al 66%. Sin embargo, las desventajas de la realización de esta prueba es mayor que las ventajas, ya que la prueba con 16 sensores sigue mostrando un mejor rendimiento con un número de experimentos menor que los necesarios para un desempeño similar para los 64 sensores, así como un menor tiempo de ejecución del algoritmo, por ello se optó a continuar trabajando con los 16 sensores.

En la Figura 4.2 también se puede observar el comportamiento de ambos clasificadores con TL y se ve que el correspondiente al clasificador modificado muestra fluctuaciones menores (tanto para 64 como para 16 sensores) en comparación a las observadas para el clasificador clásico (sin proyección), así como de un mejor rendimiento del clasificador modificado con respecto al clasificador clásico.

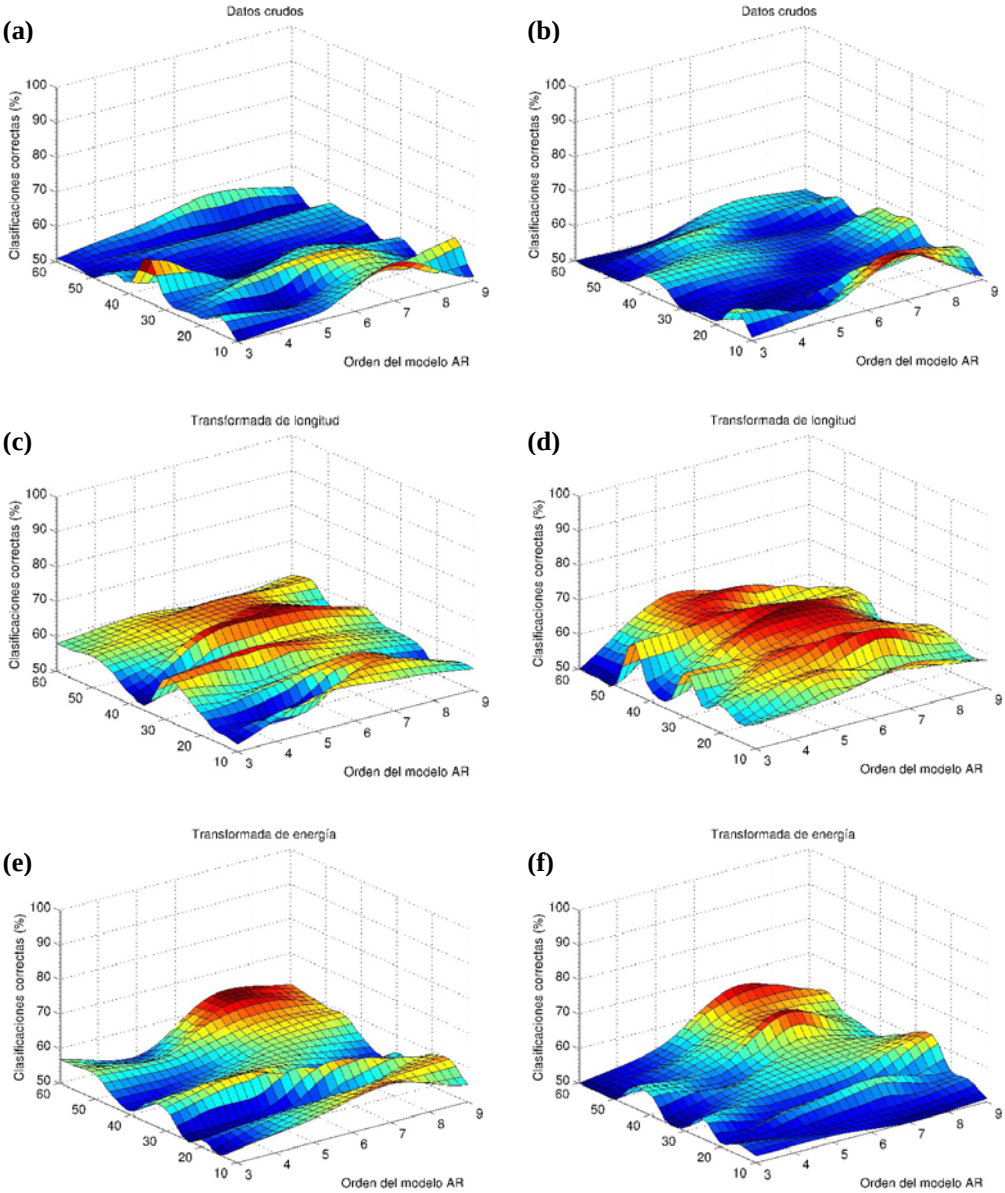


Figura 4.4 Porcentaje de clasificaciones correctas para los casos de: (a, b) datos crudos, (c, d) TL y (e, f) TE, como función del orden del modelo AR y el número de experimentos. Las figuras (a, c, e) corresponden a los resultados obtenidos con el clasificador clásico, y las figuras (b, d, f) al clasificador modificado.

4.3 CÁLCULO DEL TAMAÑO DE LA VENTANA DE PROCESAMIENTO *q*

Debido a que para obtener el tamaño óptimo de *q* de forma analítica se requieren de cálculos que llegan a ser complejos, entonces se optó por realizar una serie de pruebas para determinar cuantitativamente el valor de la ventana de procesamiento *q* óptima, con diferentes ordenes de modelo AR (3, 5, 7, 9) y números de experimentos que van de 10 a 60 en aumentos de 5.

Utilizando las ecuaciones (3.2) y (3.3), el parámetro *q* fue variado de 3 a 15, para poder analizar la influencia de este parámetro en nuestros cálculos, así como poder encontrar la *q* óptima. En la Tabla 4.1, se muestran los resultados de estas pruebas: las desviaciones estándar fueron obtenidas promediando la desviación estándar del porcentaje de clasificaciones correctas para cada una de las pruebas hechas, y por cada variación de número de experimentos.

No existe una forma para determinar un tamaño *q* óptimo y único de la ventana de procesamiento. Sin embargo, nuestras pruebas muestran que existe poca variabilidad en el desempeño para ventanas comprendidas entre 3 y 15, por lo que se concluye que es seguro seleccionar un valor pequeño de *q* teniendo la seguridad que el desempeño no variará significativamente.

Así que si se escoge una longitud ventana dentro del rango ya mencionado y se utiliza junto con el clasificador modificado y alguna de las dos transformadas (TL o TE) se puede asegurar que está variabilidad en los resultados de clasificación serán menores.

	AR=3				AR=5				AR=7				AR=9		
	Cr[5]	TL	TE		Cr	TL	TE		Cr	TL	TE		Cr	TL	TE
Clásico	4.7	3.9	4.01		3.0	4.6	2.91		6.0	3.76	3.7		3.83	3.69	3.28
Modificado	2.7	4.84	3.91		3.5	5.4	2.35		5.3	3.72	3.2		4.86	3.09	3.37

Tabla 4.1. Desviación estándar promedio[4] del porcentaje de clasificaciones correctas para ventanas de procesamiento de 3 a 15

[4] Nota: promedio de 10 hasta 60 experimentos.
[5] Cr= Crudos

CAPITULO 5

C O N C L U S I O N E S Y C O M E N T A R I O S

Respecto al número de canales, al hacer el uso de los 64 canales para las pruebas, pudimos ver que no mejoran la clasificación, pero si se requiere de más tiempo de procesamiento para los datos, ya que al haber más sensores, hay más datos y por consiguiente las matrices de covarianza son más grandes. Por ello, podemos concluir que el uso del algoritmo puede realizarse con pocos datos y aún así obtendremos una buena clasificación, pero esto sólo es válido para el caso del clasificador de Mahalanobis.

La etapa de compresión nos ayuda mucho ya que podemos comprimir la señal sin perder características importantes de ella, e igualmente podemos reducir notablemente la carga computacional para una buena clasificación. Uno de los objetivos de una BCI es que el tiempo de ejecución del algoritmo sea el más pequeño posible y el uso de modelos AR nos ayuda.

Sabemos que originalmente, el clasificador de Mahalanobis se basa en la matriz de covarianza, la cual se calcula a partir de los datos de entrenamiento. Entonces, el rendimiento del clasificador depende del número de datos de entrenamiento disponibles. Así que cuando los datos de entrenamiento son insuficientes para obtener una estimación exacta de las matrices de covarianza, se propone el uso de una proyección ortogonal de los datos. Del uso del clasificador clásico o del clasificador modificado, podemos concluir que, este último tiene mejor desempeño, aún cuando se tenga un número reducido de experimentos, así como de canales. El comportamiento de las

fluctuaciones del clasificador modificado es menor con los diferentes números de experimentos que el registrado para el clasificador clásico.

Ahora bien, el desempeño del clasificador modificado junto con alguna de las dos transformadas (longitud o energía) registra un mejor rendimiento que cuando se utilizan datos crudos. Sin embargo el uso de la TL muestra tener mejores resultados que los que se obtienen con la TE.

Para que la TL y el clasificador modificado tenga un buen rendimiento podemos ver que necesita de modelos AR dentro del rango de 5 a 8, y un número pequeño de experimentos, mientras que para la TE se necesita modelos AR más grande, de 6 a 9, y un número de experimentos mayor, de 40 a 60.

Dentro de las ventajas que se obtuvieron con el clasificador modificado fue que dentro de la variación del tamaño de la ventana de procesamiento *q*, podemos escoger cualquier ventana con la seguridad de que la variación del desempeño será más pequeña que la variación registrada para el clasificador clásico.

En cuanto al mayor número de clasificaron correctas, 70%, en comparación con otros algoritmos, el desempeño de nuestro algoritmo es aceptable, aunque se desearía que fuera mayor. Así que para futuras aplicaciones, se espera mejorar este algoritmo para poder llegar a un desempeño mayor, ya que como vimos modificando el clasificador clásico se pudo mejorar el rendimiento del clasificador, así que sería posible encontrar otra técnica que nos permita mejorar el rendimiento;

también es importante tratar de encontrar otra técnica que nos permita calcular las matrices de covarianza de forma más sencilla.

5.2 TRABAJO FUTURO

Un trabajo futuro que se puede desarrollar es poder probar el algoritmo con otros datos, en los cuales los procesos motrices imaginarios puedan encontrarse en regiones diferentes del cerebro, para evitar la multicolinealidad de los datos y con ello podría ser posible lograr obtener un mejor rendimiento del clasificador. Así como con datos que se adquieran con otras técnicas diferentes al ECoG.

También sería importante después de haber desarrollado el algoritmo se pueda implementar este con algún dispositivo externo una prótesis, un mouse, entre otros. Para comprobar su funcionalidad en la vida cotidiana.

Un trabajo importante es tratar de darle mayor difusión al estudio de las BCIs en México, ya que se han hecho muy pocos trabajos en esta área, y es un área con gran potencial de desarrollo, al tener muchas aplicaciones y al poder ayudar a mucha gente con alguna discapacidad motora.

APÉNDICE A

INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE LA DISTANCIA DE MAHALANOBIS (DM)

El cálculo de la DM y DE será primero ilustrado con un simple ejemplo en dos dimensiones, $\boldsymbol{x}_1$ y $\boldsymbol{x}_2$ (ver tabla A.1). La DE respecto al centro de los datos puede ser calculada para cada uno de los *n* objetos como:

$$DE_i = \sqrt{\left(x_{i1} - \overline{x_1}\right)^2 + \left(x_{i2} - \overline{x_2}\right)^2} \qquad \text{para} \quad i = 1 \ldots n$$

donde x_{i1} y x_{i2} son los valores del objeto *i* para las variables x_1 y x_2, respectivamente; $\overline{x_1}$ y $\overline{x_2}$ son los promedio de los *n* valores de $\boldsymbol{x}_1$ y $\boldsymbol{x}_2$, respectivamente.

Para el primer objeto tenemos que x_{11}=4 y x_{12}=3 y sus promedios son 6 y 5.35 respectivamente (Tabla A.1), por lo tanto la DE respecto al centro del espacio de la variable es calculado como:

$$DE_1 = \sqrt{\left(4-6\right)^2 + \left(3-5.350\right)^2} = 3.086$$

Esto puede ser repetido para los objetos restantes (ver Tabla A.2, DE). En la Figura A.1(a) se muestra que los datos trazaron en el espacio original variable. Las variables x_1 y x_2 están claramente correlacionadas, desde que todos los puntos aparecen en una línea. Los círculos representan DE iguales al punto central de los datos.

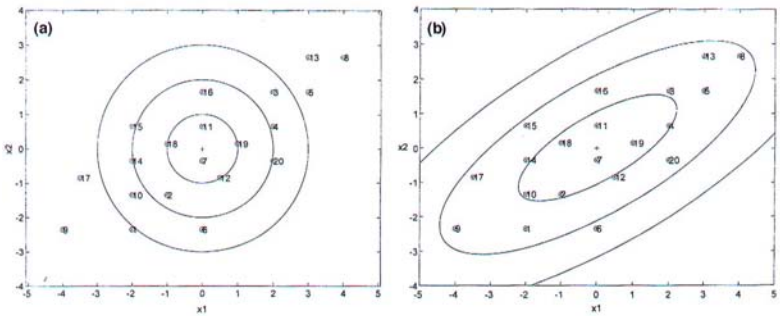


Figura A.1. (a) Trazo de la simulación de los datos para dos variables x_1 y x_2 junto con los círculos representando igual DE respecto al punto del centro. (b) Trazo de la simulación de los datos para dos variables x_1 y x_2 junto con las elipses representando igual DM respecto al punto central

No. de objeto (i)	x_1	x_2
1	4	3
2	5	4
3	8	7
4	8	6
5	9	7
6	6	3
7	6	5
8	10	8
9	2	3
10	4	4
11	6	6
12	6.5	4.5
13	9	8
14	4	5
15	4	6
16	6	7
17	2.5	4.5
18	5	5.5
19	7	5.5
20	8	5
$\bar{x}$	6	5.35
σ^2	4.921	2.397

Tabla A.1. Los datos simulados con dos variable (x_1 y x_2)

No. de objeto (i)	DE	DM
1	3.0859	1.5464
2	1.68	0.9122
3	2.5928	1.0814
4	2.103	0.9652
5	3.4238	1.3576
6	2.35	2.2133
7	0.35	0.3296
8	4.7982	1.8947
9	4.6392	1.8278
10	2.413	0.9549
11	0.65	0.6122
12	0.9862	1.064
13	4.0028	1.7186
14	2.0304	1.0983
15	2.103	1.8097
16	1.65	1.554
17	3.6017	1.8037
18	1.0112	0.7664
19	1.0112	0.5629
20	2.0304	1.571

Tabla A.2. La DE y DM para cada objeto respecto al centroide del grupo de datos calculados usando solo las variables x_1 y x_2.

Para poder calcular la DM, primero hay que calcular la matriz de covarianza:

$$C_x = \frac{1}{(n-1)}(X_C)^T(X_C) \qquad \text{(A.1)}$$

donde X es la matriz de datos que contiene n objetos medidos en renglones para w variables. X_c es la matriz de los datos columna-centrada $(X - \overline{X})$ y $(X_C)^T$ es su transpuesta. En el caso de dos variables x_1 y x_2, la matriz de covarianza es:

$$C_x = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 \\ \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \qquad \text{(A.2)}$$

donde σ_1^2 y σ_2^2 son las varianzas de los valores x_1 y x_2, respectivamente; $\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$ es la covarianza entre las dos variables.

Para nuestro ejemplo (ver Tabla A.1). Sustituyendo en la ecuación (A.2), con σ_1^2 =4.921 y σ_2^2 =2.397; la matriz de covarianza es igual a:

$$C_x = \begin{bmatrix} 4.921 & 2.500 \\ 2.500 & 2.397 \end{bmatrix}$$

con $\rho_{12} = \dfrac{2.5}{\sqrt{4.921}\sqrt{2.397}} = 0.728$. La DM para cada objeto x_i es entonces:

$$DM_i = \sqrt{(\boldsymbol{x}_i - \bar{x})C_x^{-1}(\boldsymbol{x}_i - \bar{x})^T} \qquad \text{(A.3)}$$

Para un objeto x_i medido en dos variables, x_1 y x_2, la ecuación (A.3) puede ser rescrita, de la siguiente forma:

$$\left[(x_1 - \bar{x})(x_2 - \bar{x})\right] C_x^{-1} \begin{bmatrix} (x_1 - \bar{x}) \\ (x_2 - \bar{x}) \end{bmatrix}$$

de manera que:

$$DM_i = \sqrt{\left(\frac{x_{i1} - \overline{x_1}}{\sigma_1}\right)^2 + \left[\left\{\left(\frac{x_{i2} - \overline{x_2}}{\sigma_2}\right) - \rho_{12}\left(\frac{x_{i1} - \overline{x_1}}{\sigma_1}\right)\right\}\frac{1}{\sqrt{1-\rho_{12}^2}}\right]^2} \qquad \text{(A.4)}$$

Para nuestro ejemplo la DM, queda de la siguiente forma:

$$DM_1 = \sqrt{\left(\frac{-2}{\sqrt{4.921}}\right)^2 + \left[\left\{\left(\frac{-2.350}{\sqrt{2.397}}\right) - 0.728\left(\frac{-2}{\sqrt{4.921}}\right)\right\}\frac{1}{\sqrt{1-(0.728)^2}}\right]^2} = 1.5464$$

Las elipses en la Figura A.1(b) representa iguales DM del punto central en el espacio original x_1, x_2.

R E F E R E N C I A S

B I B L I O G R A F I C A S

[1] “Definition of Biomedical Engineering”, The Whitaker Foundation. Extraído de: http://www.whitaker.org/glance/definition.html

[2] “EMBS Career Guide”, IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Disponible en: http://www.embs.org.

[3] J.R. Wolpaw, N. Birbaumer, D.J. McFarland, G. Pfurtscheller y T.M. Vaughan, **“Brain-computer interfaces for communication and control,”** *Clin. Neurophysiol.*, vol.113, no.6, pp. 767-791, 2002.

[4] “Encefalograma digital y mapeo cerebral”. Disponible en: http://www.cerebrito.com/electroencefalograma.htm

[5] Ma. Teresa García González, “**Potenciales bioeléctricos: origen y registro,”** edit. UAM, Unidad Iztapalapa, México D.F. 1998.

[6] John G Webster, “**Medical Instrumentation: Application and design**,” Ed. Houghton Mifflin, Boston, 1998.

[7] M.A. Kramer, E. Edwards, M. Soltani, M.S. Berger, R.T. Knight y A.J. Szeri, “**Synchronization measures of bursting data: Application to the electrocorticogram of an auditory event-related experiment**,” *Physical Review E70*, pp. 70-74, 2004.

[8] "Brain-computer communication- A brief introduction-". BCI-info. Portal for Brain-Computer Interfaces. Disponible en: http://www.bci-info.tugraz.at/Research_Info/documents/articles/briefintro

[9] K.R. Müller, C.W. Anderson, y G. E. Birch, **"Linear and non-linear methods for brain-computer interfaces,"** en *2nd International Meeting on Brain-Computer Interfaces,* Rensselaerville, New York, 2002.

[10] R. De Maesschalck, D. Jouan-Rimbaud, D.L. Massart, **"The Mahalanobis distance,"** *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems,* vol. 50, no. 1, pp. 1-18, 2000.

[11] F. Babiloni, L. Bianchi, F. Semeraro, J.R. Millán, J. Mourino, A. Cattini, S. Salinari, M.G. Marciani, and F. Cincotti**, "Mahalanobis distance-based classifiers are able to recognize EEG patterns by using few EEG electrodes,"** en *Proceedings of the 23th Annual Conf. IEEE EMBS,* pp. 651-654, Estambul, Turquia, 2001.

[12] Monson H. Hayes, **"Statistical Digital Signal Processing and Modeling,"** Ed. Wiley, New York, 1996.

[13] H. Van Trees, **"Detection, Estimation and Modulation Theory, Part I,"** Ed. Wiley-Interscience, 2001.

[14] T.N. Lal, T. Hinterberger, G. Widman, M. Schröder, J. Hill, W. Rosenstiel, C.E. Elger, B. Schlökopf , y N. Birbaumer, **"Methods towards invasive human brain computer interfaces,"** en *Advances in Neural Information Processing Systems 17*, pp.737-744, Cambridge, MA, 2005.

[15] J.M. Carmena, M.A. Lebedev, R.E. Crist, O´Doherty, J.E., Santucci, D. M., Dimitrov, D. F., Patil, P.G., Henriquez, C.S., Nicolelis, **"Learning to control a brain-machine interface for reaching and grasping by primates"** *PLoS Biology*, vol. 1, no.2, pp.193-208, 2003.

[16] "Brain-computer interface". Wikipedia, The Free Encyclopedia. Disponible en: http://en.wikipedia.org/wiki/Brain-computer_interface

[17] Oppenheim y Wilskey, "**Señales y Sistemas,**" Ed. Prentice-Hall Hispanoamericana, 2000.

[18] F. Gritzali, G. Frangakis, y G. Papakonstantinou, **"A comparison of the length and energy transformations for the QRS detection,"** en *Proceedings of the 9th Annu. Conf. IEEE EMBS*, pp 549-550, Boston, MA, 1987.

[19] F. Gritzali, **"Towards a generalized scheme for QRS detection in ECG,"** *Signal Processing*, vol. 15, no.2, pp 183-192, 1988.

[20] D. Gutiérrez, F. García-Nocetti, and J. Solano-González, **"Classification of multichannel EEG data using length/energy transforms,"** en *Proceedings of the 2005 1st IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing*, pp. 221-224, Puerto Vallarta, Mexico,2005.

[21] T. Schneider y A. Neumaier, **"Algorithm 808: ARfit –A Matlab package for the estimation of parameters and eigenmodes of multivariate autorregresive models,"** *ACM Trans. Math. Softw.*, vol.27, pp.58-65, 2001. Disponible en: http://www.gps.cl.tech.edu/~tapio/arfit