

DIRECTORIO DE PROFESORES DEL CURSO DISEÑO SISMICO
DE EDIFICIOS 1980.

1. M. en I. Enrique Bazán Zurita
Investigador
Instituto de Ingeniería
UNAM
5 48 97 94
2. Dr. Vitelmo V. Bertero
Department of Civil Engineering
Division of Structural Engineering
and Structural Mechanics
University of California
Berkeley, California 94720
3. Ing. Oscar de Buen López de Heredia
Gerente General
Colinas de Buen, S.A.
V. M. Alemán 190
Col. Narvarte
México 12, D.F.
519.72.40
4. M. en C. Enrique Del Valle Calderón
Asesor
Ingeniería de Sistemas de Transporte Metropolitano
Legaríá 252
Col. Pensil
México 17, D.F.
399.69.22 Ext. 215
5. Dr. Luis Esteva Maraboto
Investigador
Instituto de Ingeniería
UNAM
448 97 94
6. Dr. Roberto Meli Piralla (Coordinador)
Coordinador de la Sección de Estructuras
Instituto de Ingeniería
UNAM
548 97 94
7. Dr. Octavio A. Rascón Chávez
Investigador
Instituto de Ingeniería
UNAM
548 54 79



DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS - 1980

FECHA	HORARIO	T E M A	PROFESOR
28 de julio	17:00 a 18:30	COMPORTAMIENTO DE MATERIALES Y ELEMENTOS ESTRUCTURALES ANTE CARGAS REPETIDAS	DR. ROBERTO MELI
	18:30 a 20:00	LECCIONES DE SISMOS RECIENTES	M. en C. ENRIQUE DEL VALLE
30 de julio	17:00 a 18:30	CRITERIOS DE DISEÑO SISMICO	DR. LUIS ESTEVA
	18:30 a 20:00	ANALISIS DE ESTRUCTURAS ANTE CARGAS LATERALES	M. en C. ENRIQUE BAZAN
1 de agosto	17:00 a 18:30	CRITERIOS DE DISEÑO SISMICO	DR. LUIS ESTEVA
	18:30 a 20:00	ANALISIS DE ESTRUCTURAS ANTE CARGAS LATERALES	M. en C. ENRIQUE BAZAN
4 de agosto	17:00 a 18:30	ESTRUCTURAS DE CONCRETO	DR. ROBERTO MELI
	18:30 a 20:00	ANALISIS DE ESTRUCTURAS ANTE CARGAS LATERALES	M. en C. ENRIQUE BAZAN
6 de agosto	17:00 a 18:30	ESTRUCTURAS DE CONCRETO	DR. ROBERTO MELI
	18:30 a 20:00	ANALISIS DE ESTRUCTURAS ANTE CARGAS LATERALES	M. en C. ENRIQUE BAZAN
8 de agosto	17:00 a 18:30	CRITERIOS DE ESTRUCTURACION Y METODOS DE DISEÑO	DR. V.V. BERTERO
	18:30 a 20:00	CRITERIOS DE ESTRUCTURACION Y METODOS DE DISEÑO	DR. V.V. BERTERO
11 de agosto	17:00 a 18:30	ESTRUCTURAS DE CONCRETO	DR. ROBERTO MELI
	18:30 a 20:00	EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO	M. en C. ENRIQUE DEL VALLE
13 de agosto	17:00 a 18:30	ESTRUCTURAS DE CONCRETO	DR. ROBERTO MELI
	18:30 a 20:00	EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO	M. en C. ENRIQUE DEL VALLE
15 de agosto	17:00 a 18:30	ESTRUCTURAS DE ACERO	ING. OSCAR DE BUEN
	18:30 a 20:00	EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO	M. en C. ENRIQUE DEL VALLE
18 de agosto	17:00 a 18:30	ESTRUCTURAS DE ACERO	ING. OSCAR DE BUEN
	18:30 a 20:00	EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO	DR. OCTAVIO RASCON

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS - 1980

FECHA	HORARIO	T E M A	PROFESOR
20 de agosto	17:00 a 18:30	ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERIA Y MADERA	DR. ROBERTO MELI
	18:30 a 20:00	EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO	DR. OCTAVIO RASCON
22 de agosto	17:00 a 18:30	ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERIA Y MADERA	DR. ROBERTO MELI
	18:30 a 20:00	EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO	DR. OCTAVIO RASCON



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

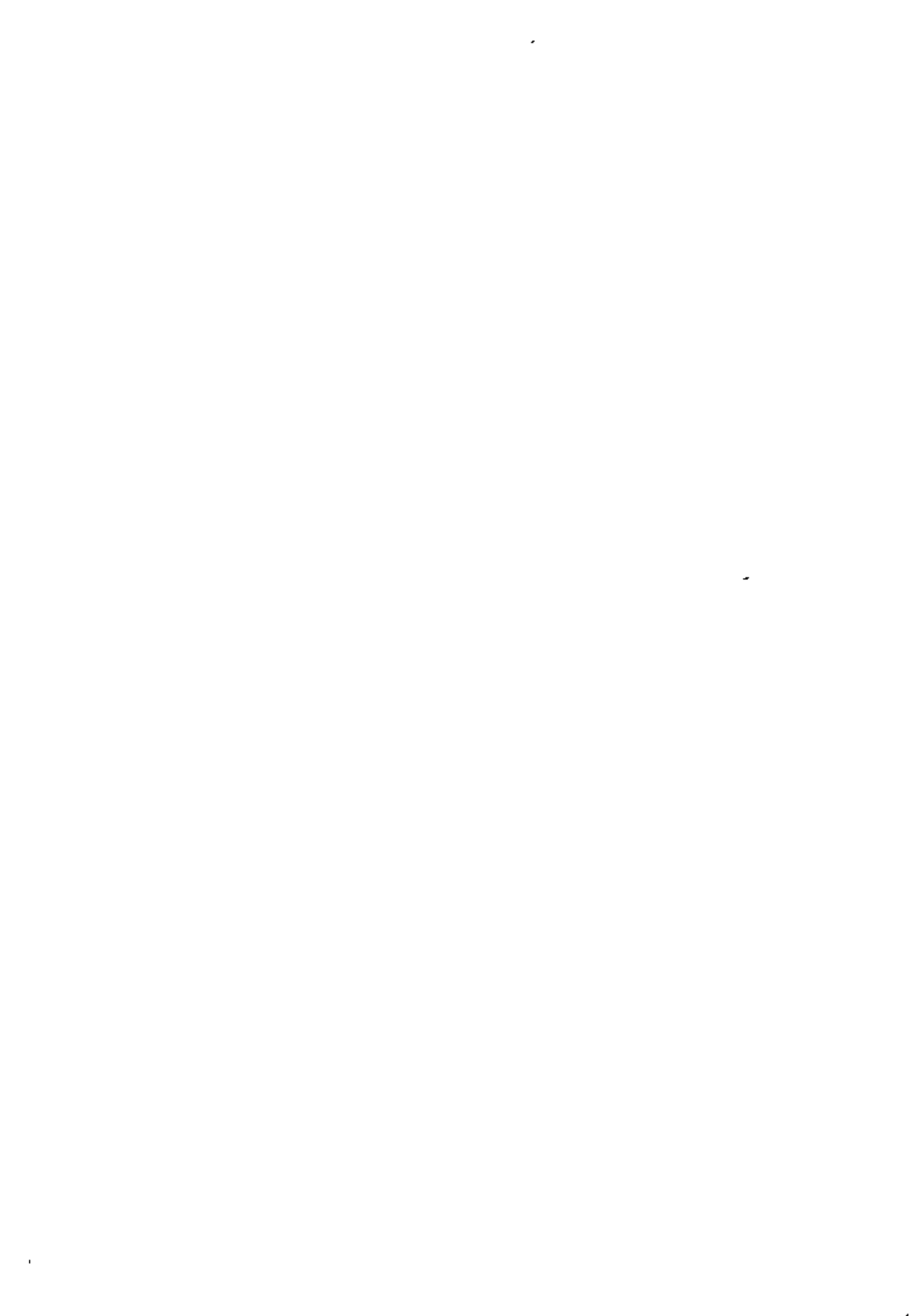
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 1

COMPORTAMIENTO DE MATERIALES Y ELEMENTOS ESTRUCTURALES ANTE CARGAS REPETIDAS

DR. ROBERTO MELI PIRALLA

AGOSTO, 1980



DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 1: COMPORTAMIENTO DE MATERIALES Y ELEMENTOS ESTRUCTURALES ANTE CARGAS REPETIDAS (Texto: Capitulo 13 de la Ref 1 pp 381 a 422)

1. Características que definen la respuesta sísmica

La respuesta sísmica de una estructura depende de sus características carga-deformación ante cargas dinámicas alternadas.

La filosofía implícita en los reglamentos de diseño admite que las estructuras sobrepasen el intervalo de comportamiento elástico bajo el efecto del sismo de diseño. Interesa por tanto el comportamiento hasta la ruptura.

La respuesta de la estructura completa depende de la de los elementos que la componen y esta de la de las secciones y de los materiales. Es necesario entonces conocer las relaciones esfuerzo-deformación de los principales materiales y elementos estructurales.

Una relación carga-deformación típica ante carga monótonicamente creciente se muestra en la fig 1. Los parámetros de la curva que interesan son rigidez, resistencia y ductilidad. De la rigidez dependen no solo las deformaciones que va a presentar la estructura bajo una acción dada, sino también la magnitud de la acción sísmica que esta va a tener que soportar. De la ductilidad depende esencialmente la capacidad de disipar la energía del sismo. Para muchos materiales es válida una idealización elastoplástica de la relación carga-deformación.

El factor de ductilidad Δ_u / Δ_y es la medida más común de la ductilidad; un material frágil tiene factor de ductilidad cercano a uno, como por ejemplo el concreto no reforzado sujeto a tensión; el acero de grado estructural puede alcanzar factores de ductilidad superiores a 20.

La ductilidad de una estructura en su conjunto es generalmente mucho menor que la ductilidad local que puede desarrollar una sección: depende del número de secciones que entran en fluencia antes del colapso de la estructura,

fig 2. Para el comportamiento sísmico de una estructura interesa su ductilidad global; para lograr un factor de ductilidad global alto se requiere que las secciones individuales tengan ductilidades grandes y que en el mecanismo de colapso de la estructura intervenga el mayor número posible de articulaciones plásticas.

Ante repeticiones de cargas alternadas la relación carga-deformación se modifica en forma más importante mientras más se sobrepase el intervalo "Elástico" de comportamiento, fig 3b. Las curvas descendentes (de descarga) difieren cada vez más de las de carga y se forman "lazos" o ciclos histeréticos. La respuesta sísmica depende fundamentalmente del área incluida en los lazos histeréticos que define la energía disipada por la estructura y por tanto su amortiguamiento histerético, fig 4.

En algunos materiales y en ciertos elementos estructurales las curvas histeréticas se asemejan a las de un comportamiento *elastoplástico* perfecto, fig 3c, en los que la curva para el primer ciclo de carga se mantiene aproximadamente constante ante repeticiones de ciclos y se tiene una gran capacidad de disipación de energía a través de ciclos histeréticos estables.

Otros materiales dan lugar también a ciclos histeréticos estables pero con una forma radicalmente distinta a la del primer ciclo y que incluye un área mucho menor que la que se tiene en un comportamiento elastoplástico, fig 3d; finalmente en otros casos se tiene un deterioro progresivo de rigidez y resistencia, fig 3e, que representa un daño irreversible en la estructura y una reducción progresiva de su capacidad de absorción de energía.

Se han propuesto diversos modelos teóricos del comportamiento histerético, los cuales se emplean para estudiar el comportamiento dinámico no lineal de estructuras (Masing, Ramberg-Osgood, Trilinear, etc).

El comportamiento sísmico en el intervalo inelástico depende esencialmente de las características de los ciclos histeréticos, el parámetro *ductilidad* no es suficiente para definir el comportamiento sísmico ya que a un mismo factor de ductilidad pueden corresponder capacidades muy distintas de disipación de energía.

Comportamiento ante cargas dinámicas y estáticas: La mayoría de los estudios sobre el comportamiento inelástico de estructuras se han realizado con ensayos ante pocos ciclos de carga estática alternadas. Se ha considerado siempre que esto es conservador con respecto al comportamiento ante cargas dinámicas, aunque hay algunos casos en que parece no ser así.

2. Comportamiento de materiales (medido en especímenes estándar)

a) Concreto simple (ref 2 pp 65 a 150)

La curva σ - ϵ en compresión y tensión, fig 5, muestra un comportamiento frágil en ambos casos. Las deformaciones de falla son pequeñas. El microagrietamiento causa desviaciones de la linealidad a partir de $0.4 f'_c$ y produce deformaciones irreversibles.

Efecto de la velocidad de carga, fig 6. Aumenta la resistencia y la rigidez, pero disminuye las deformaciones de falla, y vuelve más frágil el comportamiento.

Efecto del confinamiento en el concreto (ver ref 3 pp 20 a 30). Al aumentar el esfuerzo de confinamiento aumentan tanto la resistencia como la capacidad de deformación, fig 7; los resultados de ensayos de compresión triaxial son extrapolables para el estudio del efecto del confinamiento proporcionado por el refuerzo transversal. La diferencia de eficacia de un zuncho espiral y de estribos se muestra en la fig 7b. Con espiral puede incrementarse resistencia y ductilidad; con estribos solo ductilidad, pero en forma mucho menor que con espiral.

Efecto de la repetición de carga, fig 8. Para repeticiones esfuerzos altos de compresión el concreto no confinado se deteriora rápidamente.

b) Acero estructural, de refuerzo y de presfuerzo (ref 4 pp 42 a 64)

La curva esfuerzo-deformación del acero depende de su composición química y del tratamiento a que haya sido sometido. El módulo de elasticidad es cons

tante. El esfuerzo de fluencia (real o aparente) aumenta con el contenido de carbono y puede incrementarse por una reducción de área o por torcido efectuado en frío, fig 9. La meseta de fluencia se pierde a medida que aumenta f_y y si se trabaja en frío. La relación f_u/f_y y la ϵ_u disminuyen al aumentar f_y . Los factores de ductilidad son siempre grandes, exceden de 10 aún para los aceros menos dúctiles.

El efecto de la velocidad de carga en la resistencia y en la ductilidad es poco importante.

Ante el efecto de cargas alternadas que exceden la fluencia, el límite de proporcionalidad se reduce y la $\sigma-\epsilon$ se hace más redondeada (efecto de Bauschinger); los ciclos son muy estables y no muestran deterioro (fig 10).

c) Otros materiales

En los metales el comportamiento es cualitativamente como el del acero.

En la mampostería varía mucho según los materiales que la compongan (piezas y morteros). La fig 11 muestra algunas curvas típicas para mampostería, ref.5. El comportamiento en general muy frágil, especialmente cuando se emplean materiales de alta resistencia. El comportamiento ante cargas alternadas muestra un deterioro total a menos que se cuente con un refuerzo adecuado.

Las propiedades de la madera varían según la especie, la densidad, el contenido de humedad y son muy sensibles a la velocidad de aplicación de la carga, fig 12. El modo de falla del material es muy frágil aunque las estructuras de madera pueden tener alta disipación de energía si se detallan adecuadamente las uniones (ver capítulo correspondiente).

3. Comportamiento de elementos estructurales

3.1 Vigas y columnas de concreto reforzado (ver ref 3 pp 195 a 169)

a) Flexión: La relación momento-curvatura de secciones de concreto

reforzado se obtiene a partir de las hipótesis básicas del comportamiento del concreto en flexocompresión. Las curvas de la fig 13 muestran la influencia en la resistencia y la ductilidad de las cuantías de acero de tensión y compresión en su relación con la cuantía balanceada. Se concluye que si la cuantía de refuerzo de tensión es muy inferior a la balanceada se obtienen grandes ductilidades (comparables a las del acero). El refuerzo de compresión es de gran ayuda en incrementar la ductilidad. El efecto del refuerzo transversal en la relación momento curvatura de vigas se ve en la fig 14. El confinamiento que este proporciona aumenta la ductilidad cuando la falla es cercana a la balanceada.

b) *Flexocompresión:* La relación momento curvatura puede calcularse con el mismo procedimiento que para elementos en flexión. La ductilidad depende del nivel de carga axial (fig 15). Para falla de compresión la ductilidad es casi nula a menos que se cuente con confinamiento importante, fig 16. Para falla de tensión se tiene cierta ductilidad, pero solo para cargas axiales muy pequeñas esta es importante.

c) *Efecto de cargas repetidas en elementos en flexocompresión:* En flexión simple y con cuantías bajas de acero el comportamiento es cualitativamente como el del acero; gran ductilidad y poco deterioro. Puede predecirse con buena aproximación empleando las hipótesis para concreto en flexocompresión. El deterioro ocurre solo para deformaciones muy altas debido al pandeo del acero de compresión. La degradación es mucho mayor cuando hay esfuerzos cortantes altos en las secciones críticas (articulaciones plásticas) o también cuando hay posibilidad de deslizamiento de las barras por adherencia, ver fig 17. Importantes estudios al respecto han sido realizados en Berkeley (ref 6), y en Nueva Zelanda. Se recomiendan estribos poco espaciados para evitar pandeo de barras y para confinar el concreto, altas cuantías de acero de compresión y despreciar la contribución del concreto a la resistencia en cortante. En el tema de estructuras de concreto se tratará con mayor detalle este punto.

Cuando hay cargas axiales importantes la ductilidad es baja y el deterioro ante repetición de cargas es importante, fig 17c.

d) *Cortante, torsión y adherencia.* El modo de falla ante cortante y torsión es netamente frágil; aún cuando exista refuerzo transversal se gana poca ductilidad y el deterioro es muy rápido. Algo similar es el comportamiento cuando hay problemas de adherencia. Por tanto deben tomarse factores de seguridad mayores contra estos efectos que contra flexión.

3.2 *Elementos de concreto presforzado (ver ref 7 pp 49 a 81)*

Su comportamiento no difiere mucho del reforzado: pueden alcanzarse las mismas ductilidades siempre que la cuantía de refuerzo sea baja ($\rho \leq 0.2$) y el nivel de carga vertical también. El admitir que ante el sismo de diseño fluya el acero de presfuerzo es debatible, porque si fluye se pierde el presfuerzo y es difícil restaurarlo.

Ante cargas repetidas el comportamiento es distinto: fig 18; se tiene mucho menos disipación de energía; por tanto para resistir un mismo sismo se requiere mayor resistencia o mayor deformación inelástica que en concreto reforzado, fig 19.

El empleo de elementos continuos presforzados es poco usual.

3.3 *Elementos de acero estructural (ver ref 8 pp 125 a 159)*

El comportamiento en flexión es sumamente dúctil, pero la ductilidad puede verse afectada por pandeo local o pandeo lateral después de la fluencia, fig 20. El efecto de Bauschinger suaviza el acero y lo hace más propenso al pandeo. Hay que restringir las dimensiones de las secciones para asegurar la plastificación total sin que ocurra pandeo o colocar atiesadores poco espaciados. Secciones compactas. En columnas la capacidad de rotación es muy reducida. La práctica recomendable es sobrediseñar las columnas de manera que las articulaciones plásticas se formen en las vigas.

Ante cargas alternadas los ciclos son muy estables (si no hay problemas de pandeo) y hay gran disipación de energía, fig 21.

Hay que tener cuidado con las uniones: deben sobrediseñarse porque normalmente son menos ductiles que las secciones de las vigas.

3.4 Muros

Son elementos que proporcionan gran rigidez a las estructuras y frecuentemente se requieren en edificios de mediana o gran altura para limitar las deflexiones a valores admisibles.

a) *Muros de concreto* (ver ref 3 pp 610 a 660). Su comportamiento depende esencialmente de su relación altura a longitud H/L (o más correctamente de $\frac{M}{VL}$). Usualmente $H/L > 2$ y son por lo tanto elementos de flexión con bajos niveles de carga axial. Se comportan como vigas; mucha ductilidad, fig 22. Ante cargas alternadas su absorción de energía es alta y su deterioro bajo si rige flexión, fig 23. Si rige cortante mucho deterioro, fig 24. En muros bajos rige cortante casi siempre y la falla es poco dúctil y hay mucho deterioro. Problemas en las vigas que acoplan los muros entre sí o con marcos (se verán con más detalle en el tema de Estructuras de Concreto).

b) *Muros de mampostería*: (ver ref 9). Son elementos rígidos y frágiles; aceptan muy poca deformación lateral. Requieren de confinamiento y/o refuerzo para tener cierta ductilidad, fig 25. Tienen mucho deterioro especialmente si las piezas son huecas. Pueden diseñarse para que rija flexión, entonces el comportamiento puede ser mucho más favorable.

REFERENCIAS

1. N M Newmark y E Rosenblueth "Fundamentals of Earthquake Engineering" Prentice Hall, 1971
2. A M Neville "Properties of Hardend Concrete" en *Reinforced Concrete Engineering*, editado por B Bresler. Vol 1, Cap 3, J Wiley, 1974
3. R Parks y T Paulay "Reinforced Concrete Structures" J Wiley, 1975
4. J F McDermott "Reinforcing Steel" en *Reinforced Concrete Engineering* Vol 1 Cap 2 editado por B Bresler, J Wiley, 1974
5. R Mali y A Reyes "Propiedades Mecánicas de la Mampostería" Instituto de Ingeniería, Informe No. 288 (Jul 1971)
6. V V Bertero y E P Popov "Hysteretic Behavior of Ductile Moment-Resisting Reinforced Concrete Frame Components" Report No EERC 75-16 Univ of California, Berkeley, 1975
7. R W G Blakeley "Prestressed Concrete Design" en *Structural Design for Earthquakes*, publicado por Centre for Continuing Education, The University of Auckland N. Zeland 1972
8. G W Butcher "Steel Design" en *Structural Design for Earthquakes*, publicado por Centre for Continuing Education, Univ of Auckland, N Z 1972
9. R Mali "Comportamiento sísmico de muros de mampostería", Instituto de Ingeniería, Informe No. 352 Abr 1975

REFERENCIAS ADICIONALES

- J A Blume, N M Newmark y L H Corning "Design of Multistory Reinforced Concrete Building for Earthquake Motions", Portland Cement Association, 1961
- D J Dowrick "Earthquake Resistant Design", J Wiley, 1977

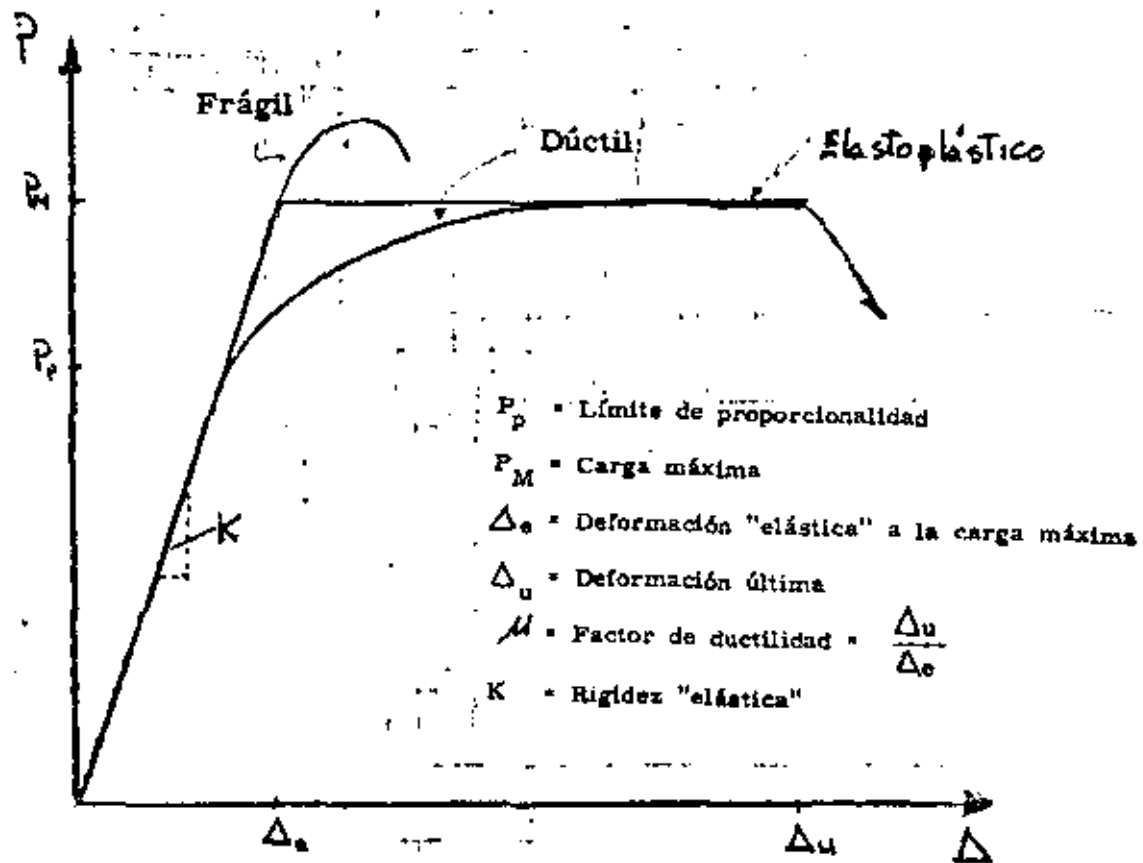
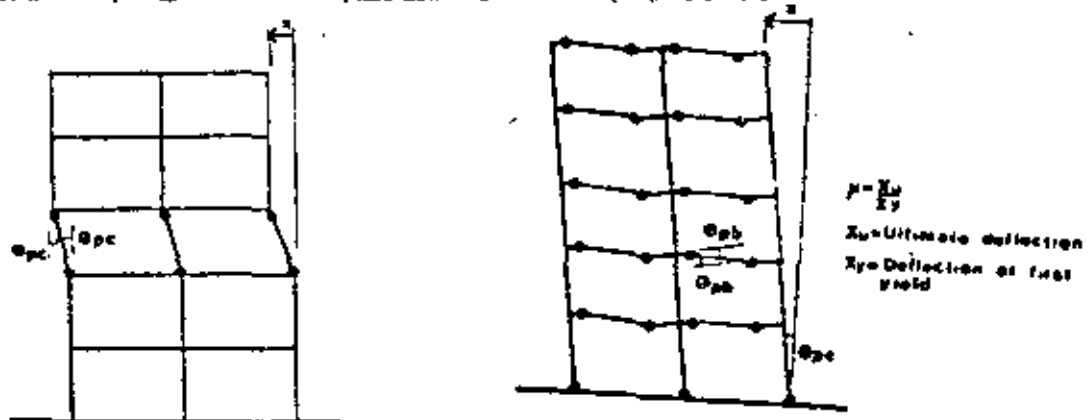


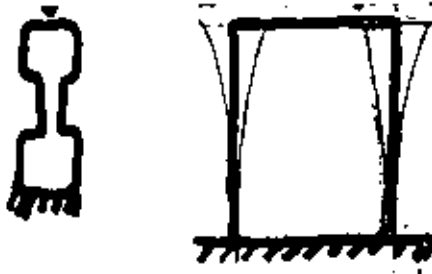
Fig 1 CURVA TÍPICA CARGA-DEFORMACION DE UN ELEMENTO ESTRUCTURAL



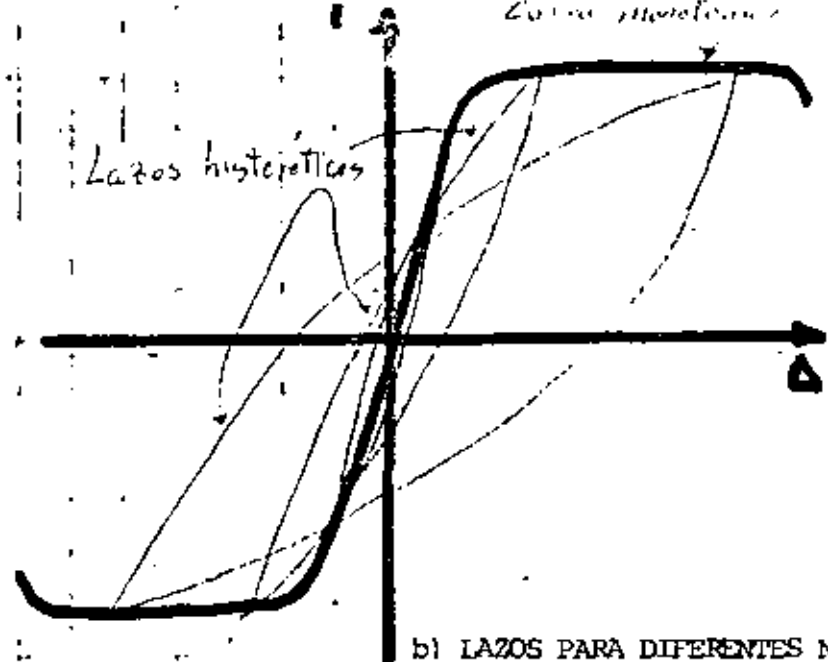
para $x_u/x_y = 4$
 $\theta_u/\theta_y = 122$

para $x_u/x_y = 4$
 $\theta_u/\theta_y = 18$

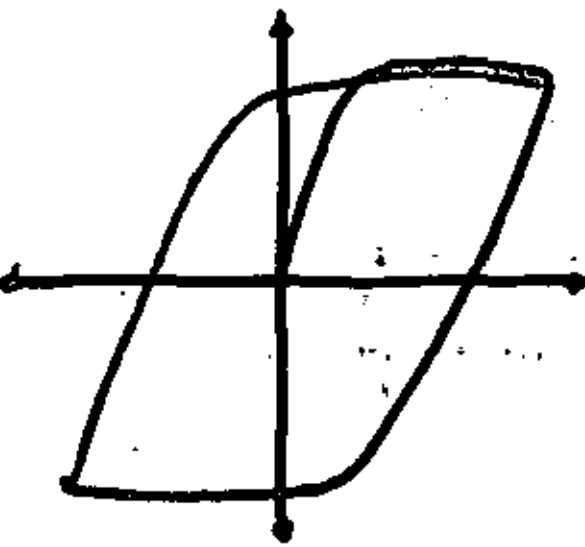
Fig 2 RELACION ENTRE DUCTILIDAD TOTAL Y DUCTILIDAD LOCAL DE UNA ESTRUCTURA



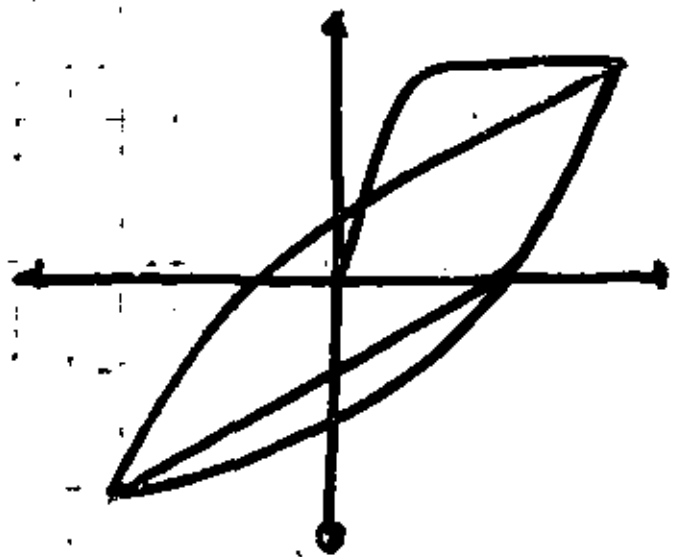
a) ENSAYES TIPOICOS



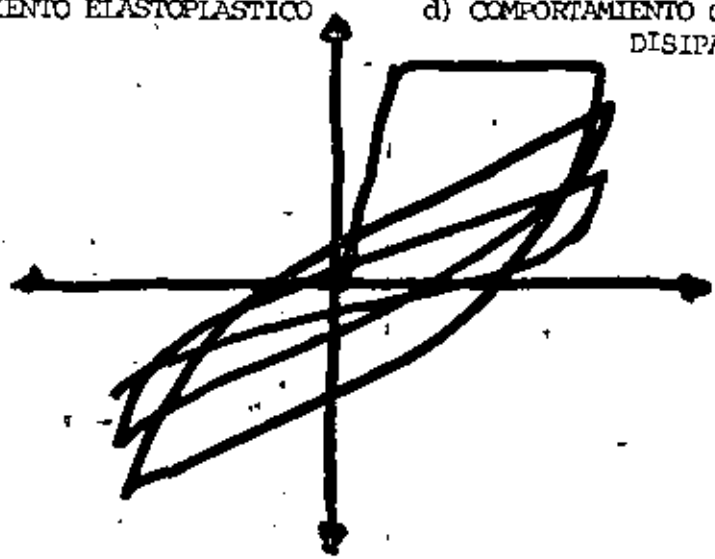
b) LAZOS PARA DIFERENTES NIVELES DE CARGA



c) COMPORTAMIENTO ELASTOPLASTICO



d) COMPORTAMIENTO CON DETERIORO DE CAPACIDAD DE DISIPACION DE ENERGIA



e) COMPORTAMIENTO CON DETERIORO DE RESISTENCIA

Fig 3 COMPORTAMIENTO HISTERETICO

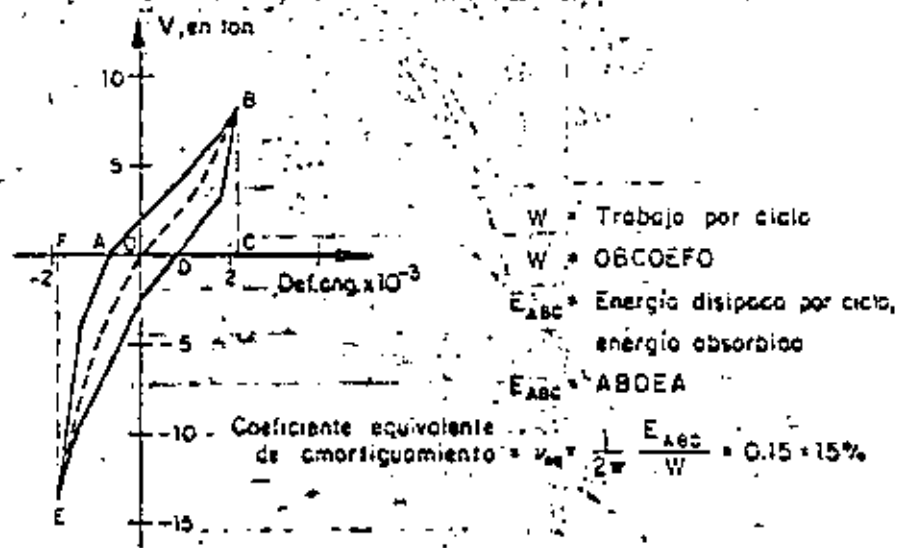
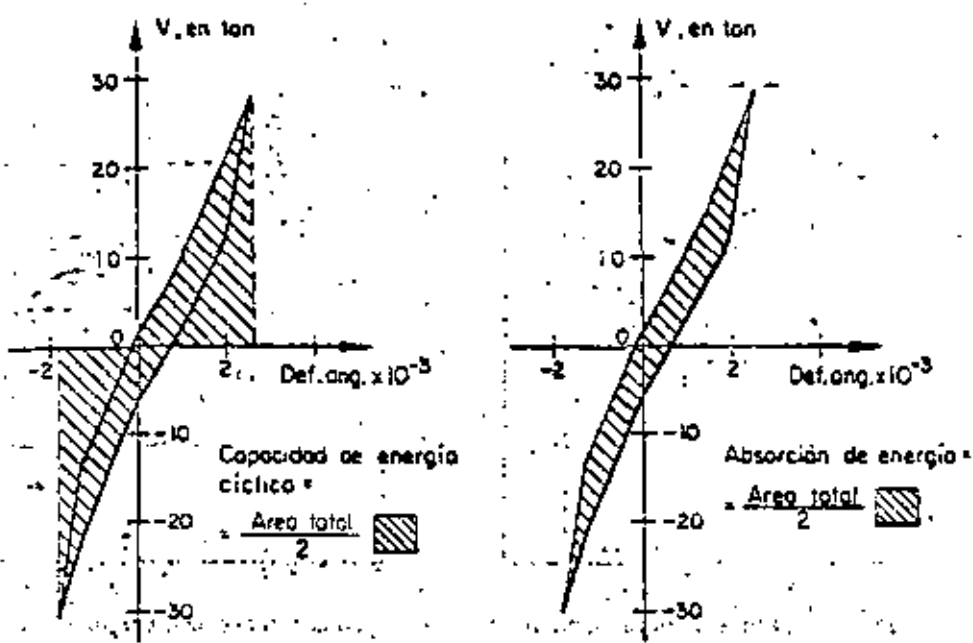
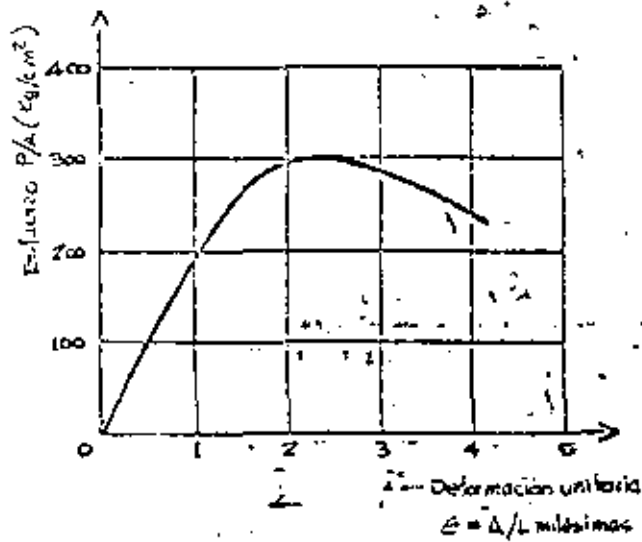


Fig 4 Definición de términos relacionados con la capacidad de disipación de energía



CURVA ESFUERZO-DEFORMACION DEL CONCRETO EN COMPRESION

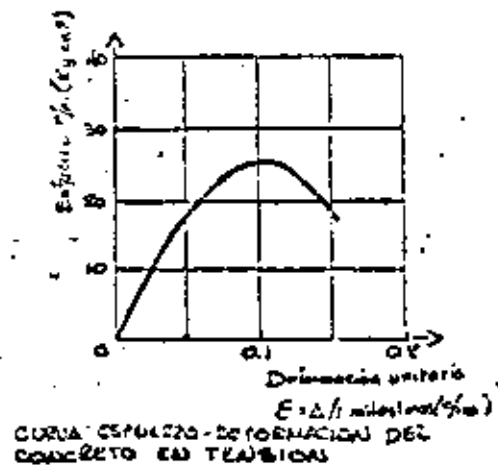


Fig 5 Curvas esfuerzo deformación del concreto simple

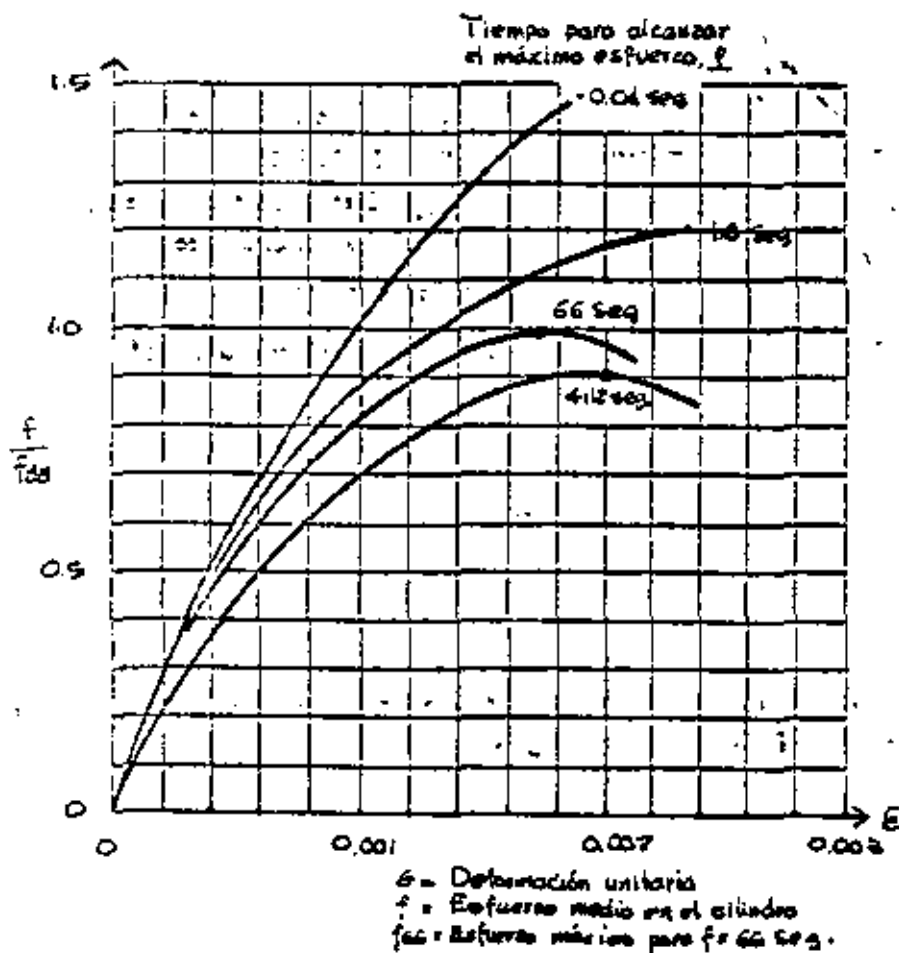
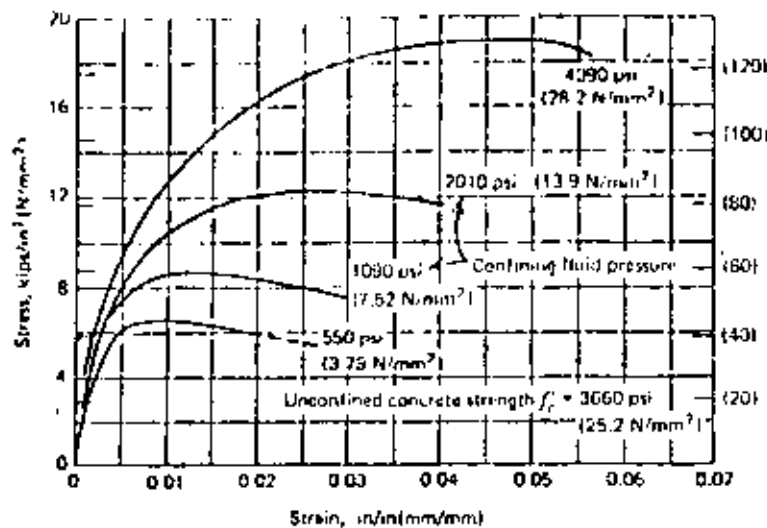
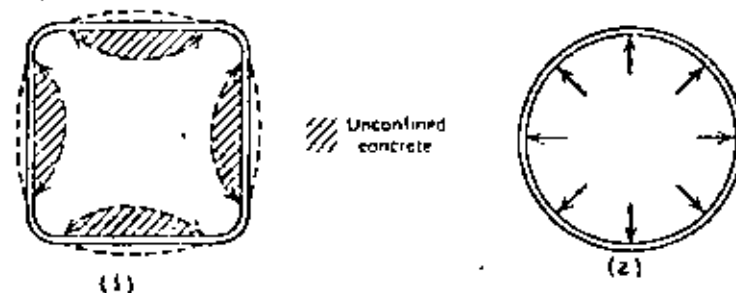


Fig 6 EFECTO DE LA VELOCIDAD DE CARGA (Hatakeyama)

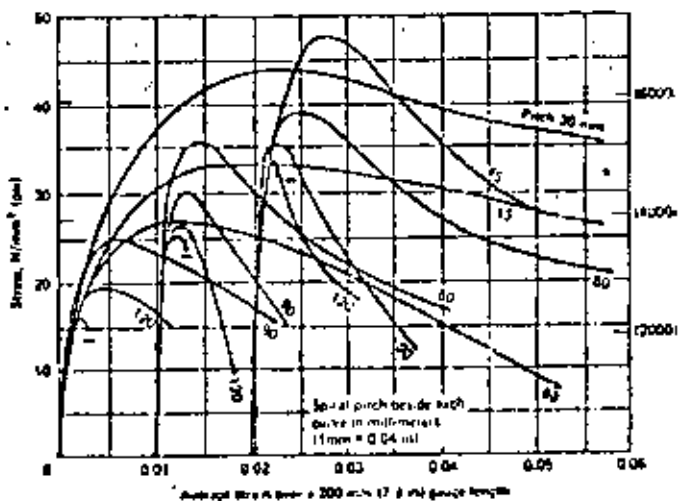


$$f_{cr} = f_c + 4.1 f_l$$

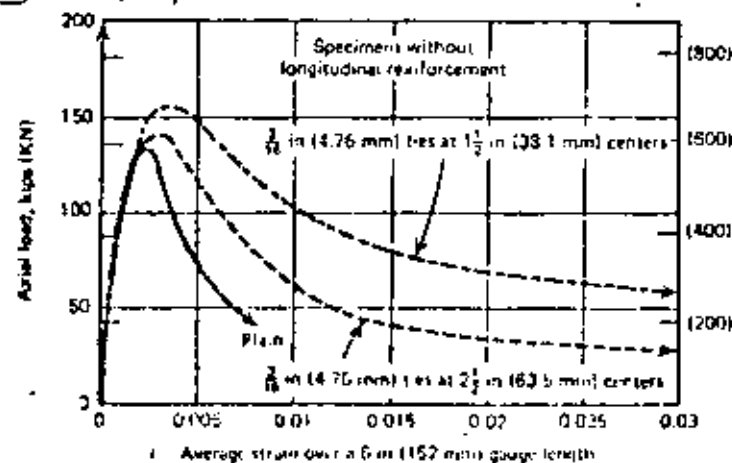
a) Resultados de ensayos a compresión triaxial



b) Confinamiento proporcionado por estribos (1) y por hélices (2)



c) Curvas esfuerzo deformación de cilindros de concreto reforzados con hélices 6.5 mm de diámetro, de acero grado estructural y distintos espaciamientos



d) Curvas esfuerzo deformación de prismas de concreto con diversos contenidos de estribos

Fig 7 Efecto del confinamiento en la curva esfuerzo deformación del concreto

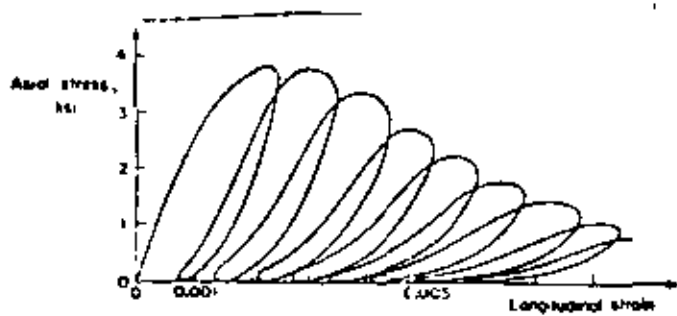


Fig 8 Efecto de la repetición de esfuerzos de compresión en el concreto simple

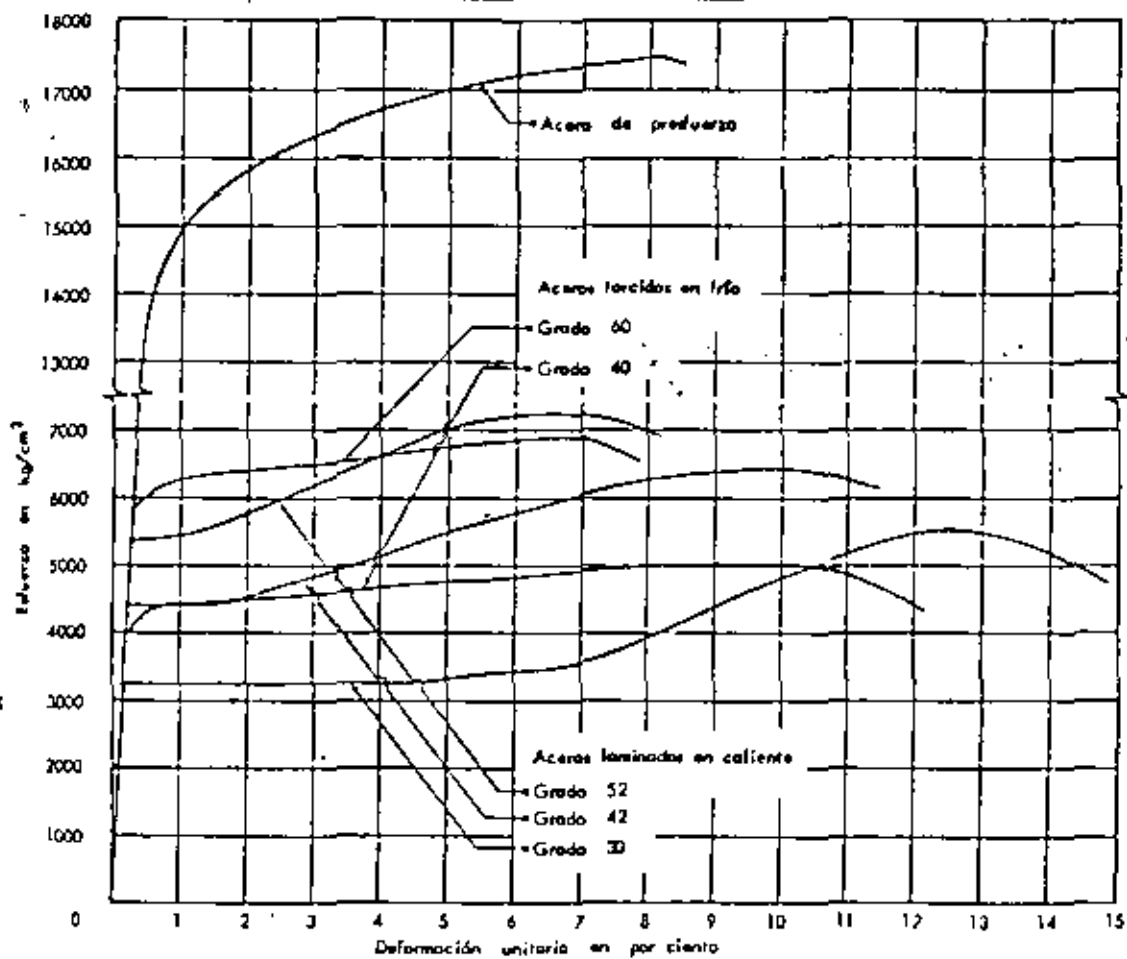


Fig 9 Curvas típicas esfuerzo-deformación para distintos tipos de acero-de-refuerzo

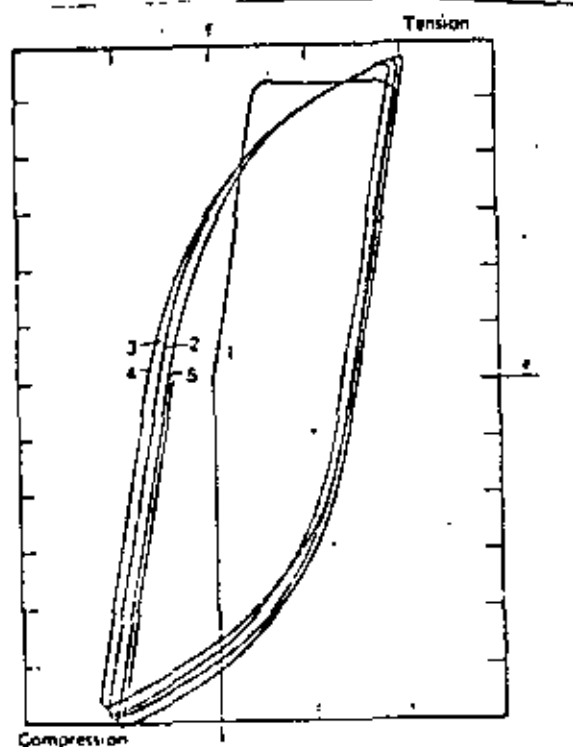


Fig 10 Ciclos histeréticos en una barra de refuerzo

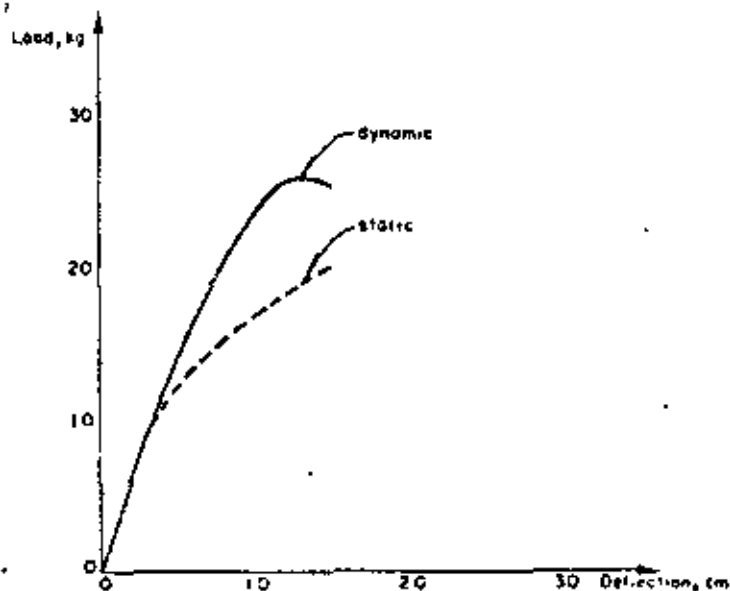


Fig 12 Curvas carga-deformación estática y dinámica para la madera

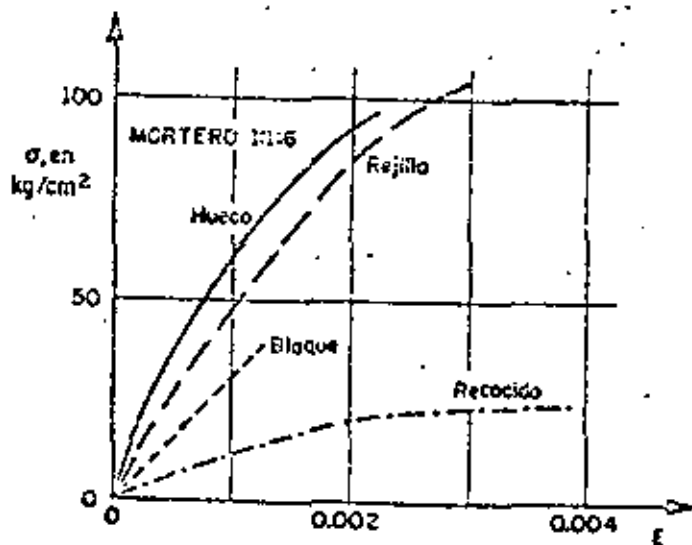
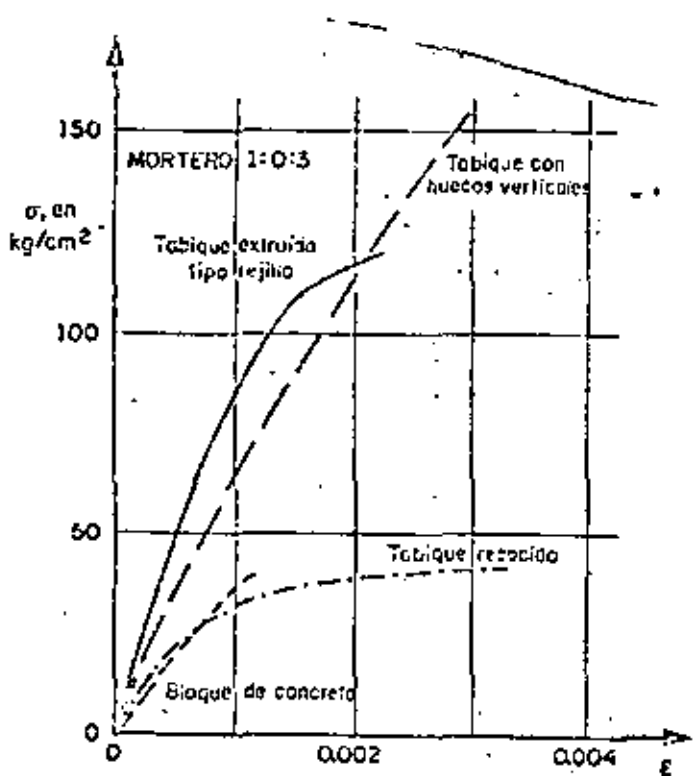


Fig 11 Curvas carga-deformación para mampostería en compresión

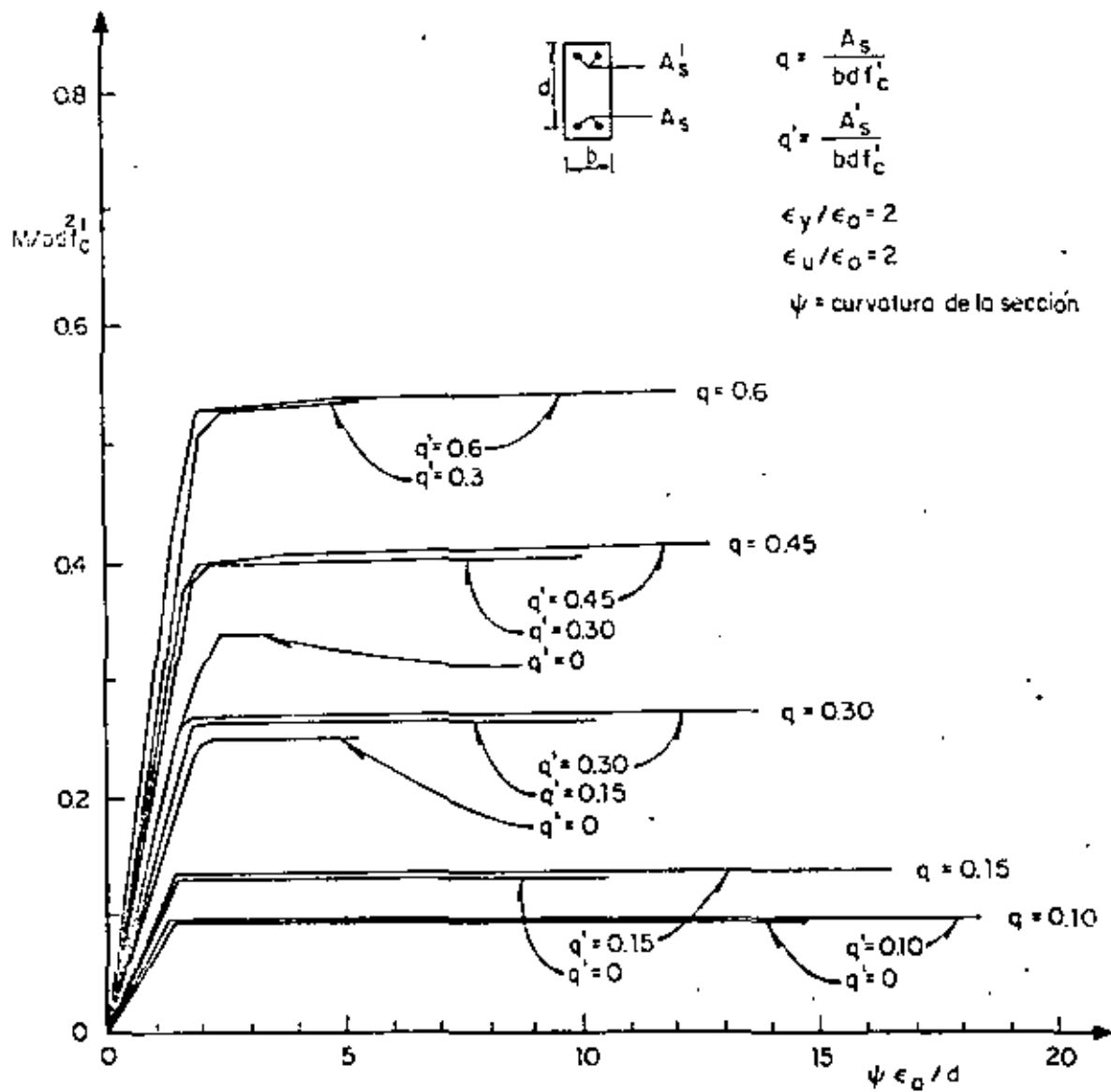
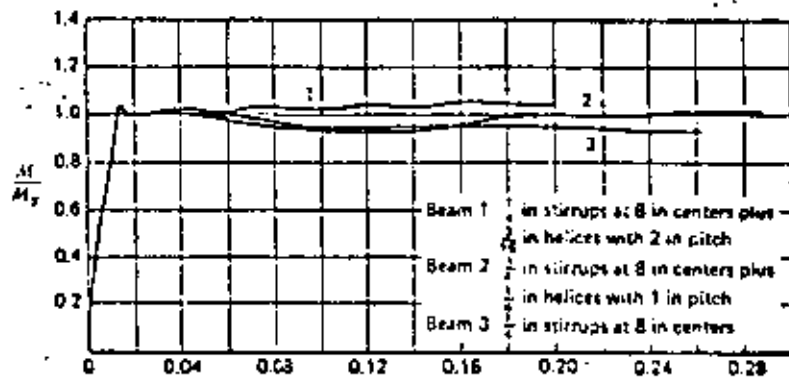
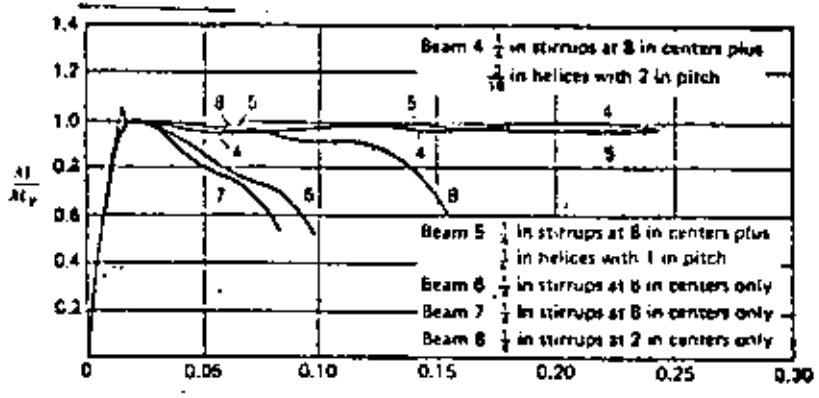


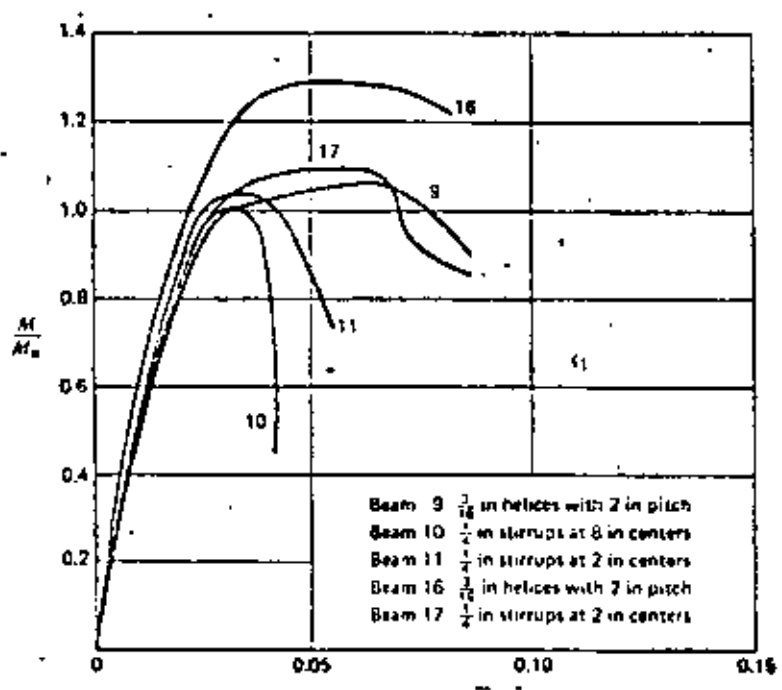
Fig 13 Relaciones Momento-Curvatura para secciones de concreto reforzado sujetas a flexión



a) Vigas subreforzadas

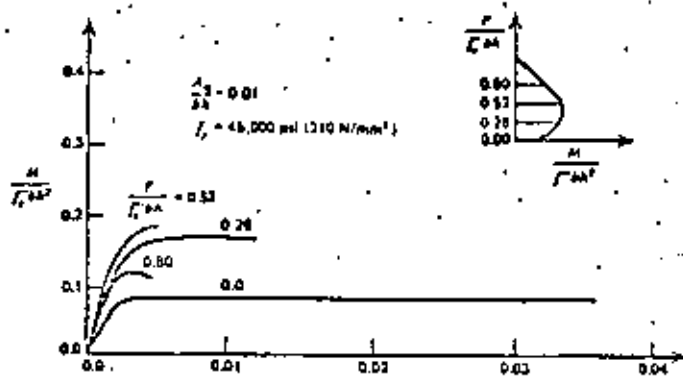


b) Vigas con falla balanceada

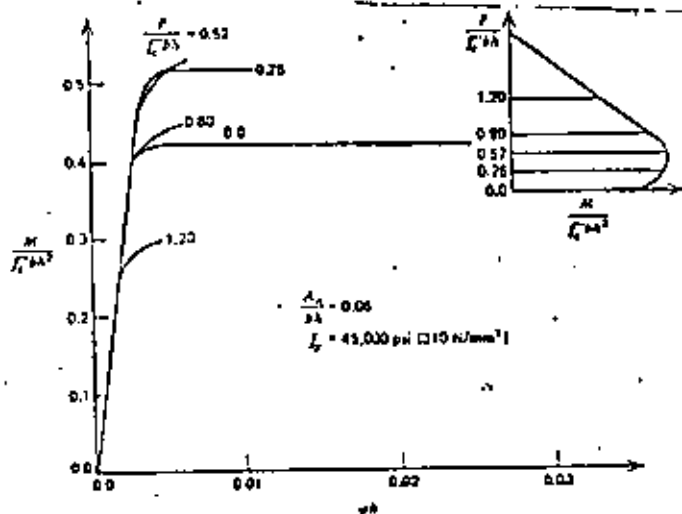


c) Vigas sobreforzadas

Fig 14 Efecto del refuerzo transversal en la relación momento-curvatura de concreto reforzado sujeto a flexión



a) Columna con baja cantidad de refuerzo



b) Columna con alta cantidad de refuerzo

Fig 15 Relaciones momento-curvatura de secciones de concreto sujetas a flexocompresión

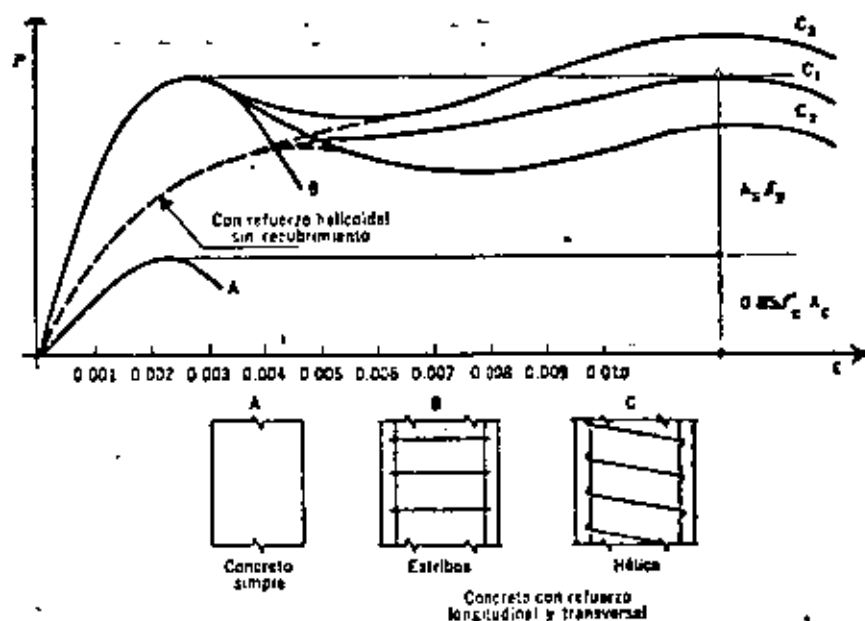
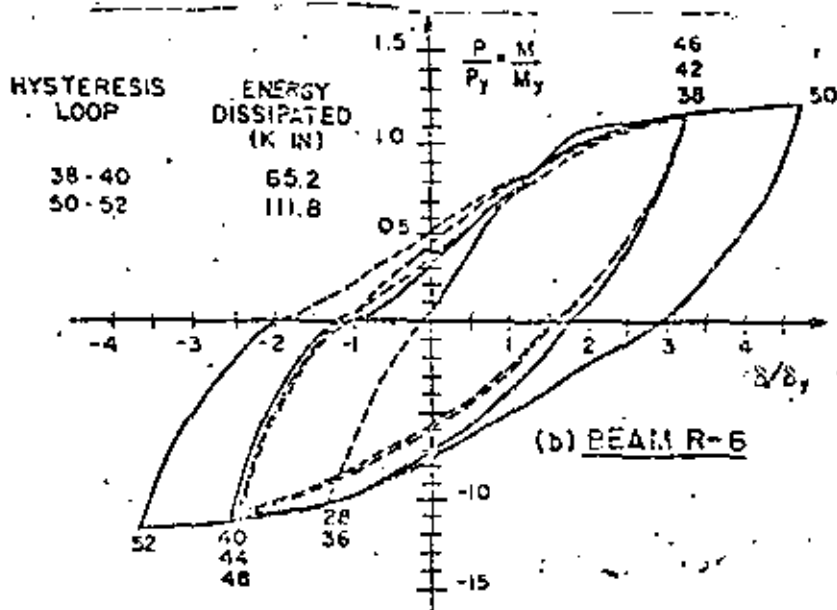
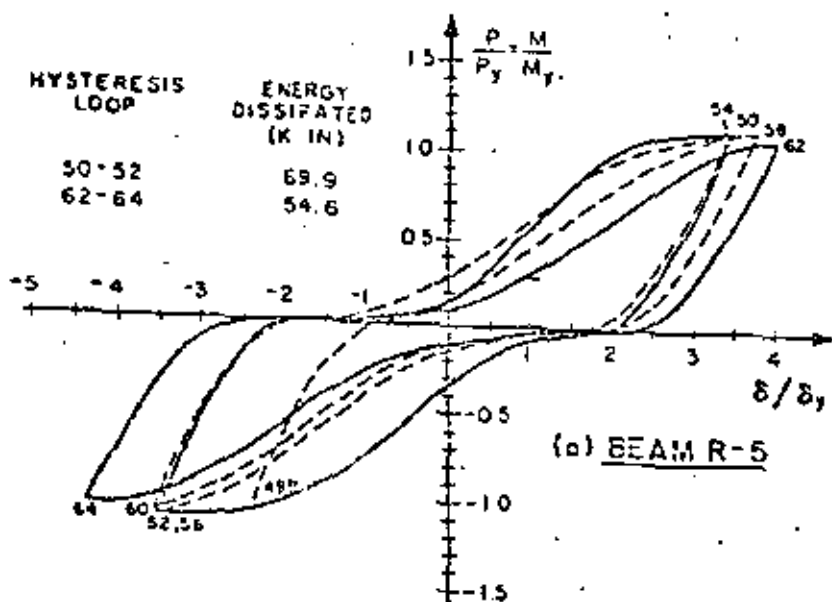


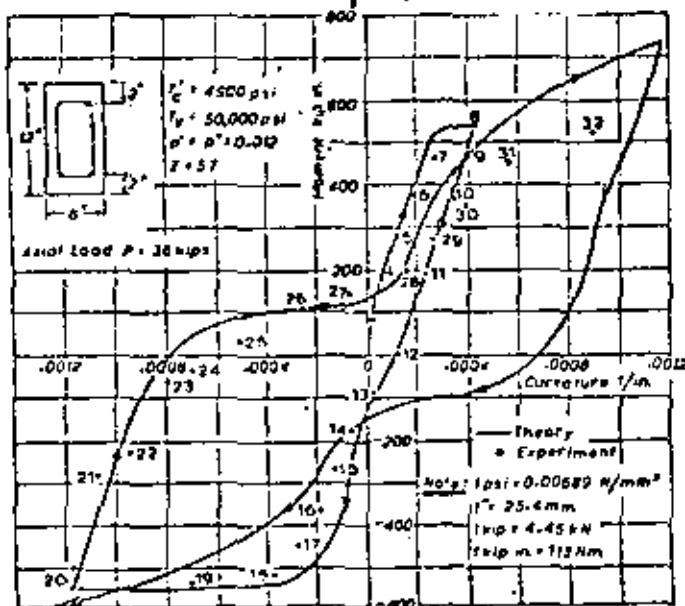
Fig 16 Efecto de confinamiento en la ductilidad de columnas



a) Falla por flexión con esfuerzos cortantes bajos



b) Falla por flexión con esfuerzos cortantes altos



c) Columna con carga axial baja

Fig 17 Comportamiento histerético de secciones de concreto reforzado

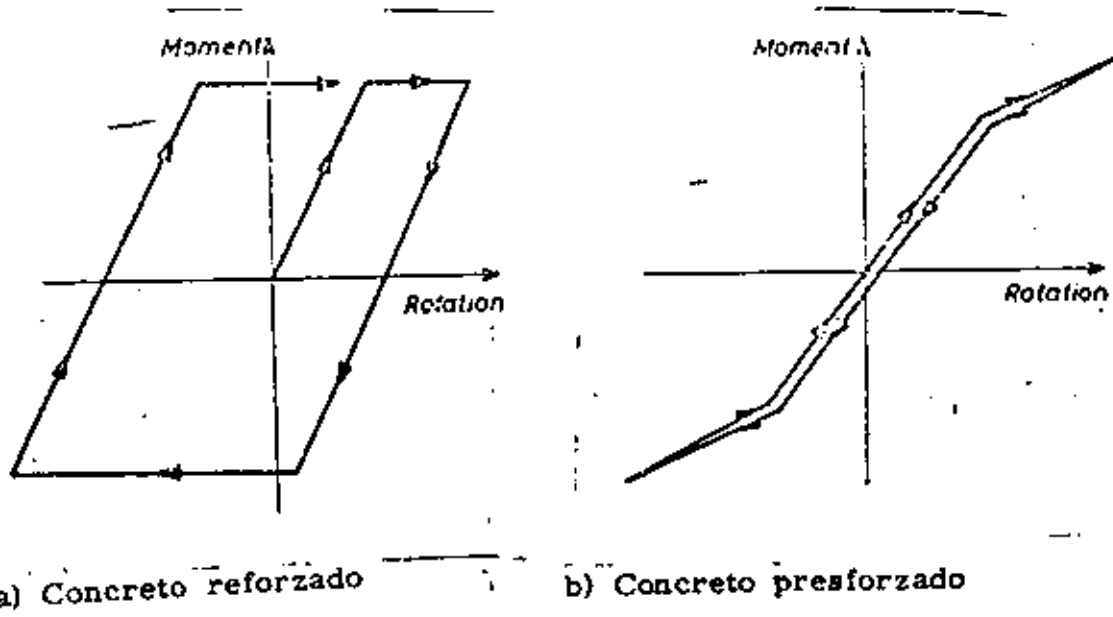


Fig 18 Comparación del comportamiento histerético del concreto reforzado y presforzado

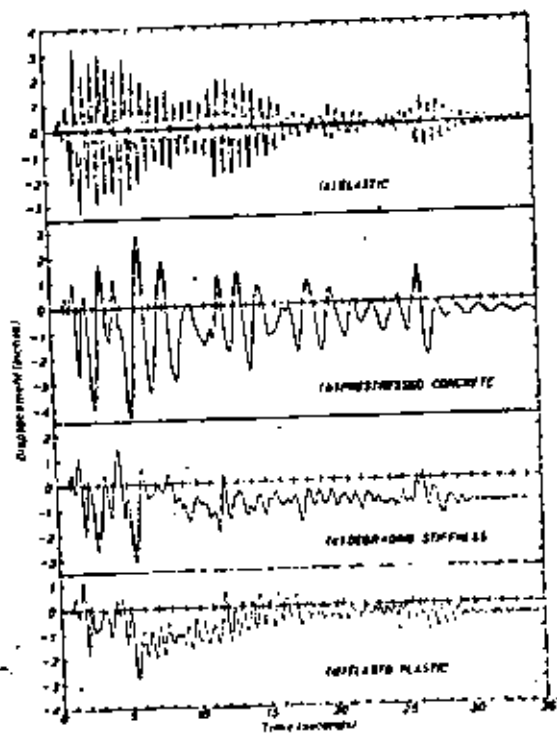
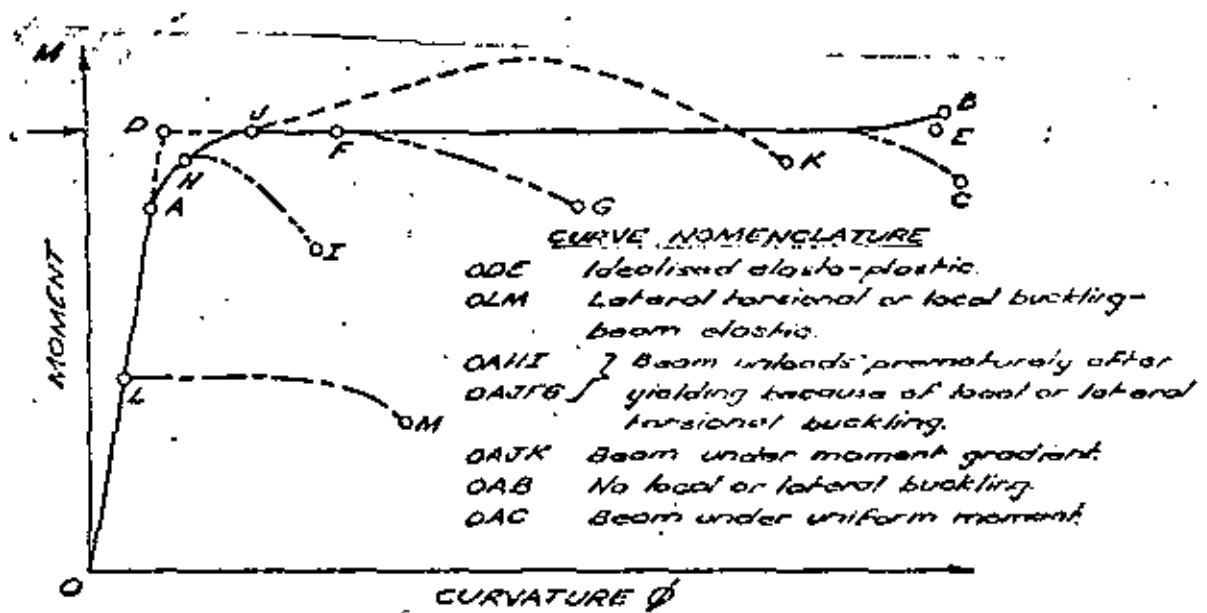


Fig 19 Comparación de deformaciones ante un sismo de un elemento de concreto reforzado y uno presforzado



a) Vigas

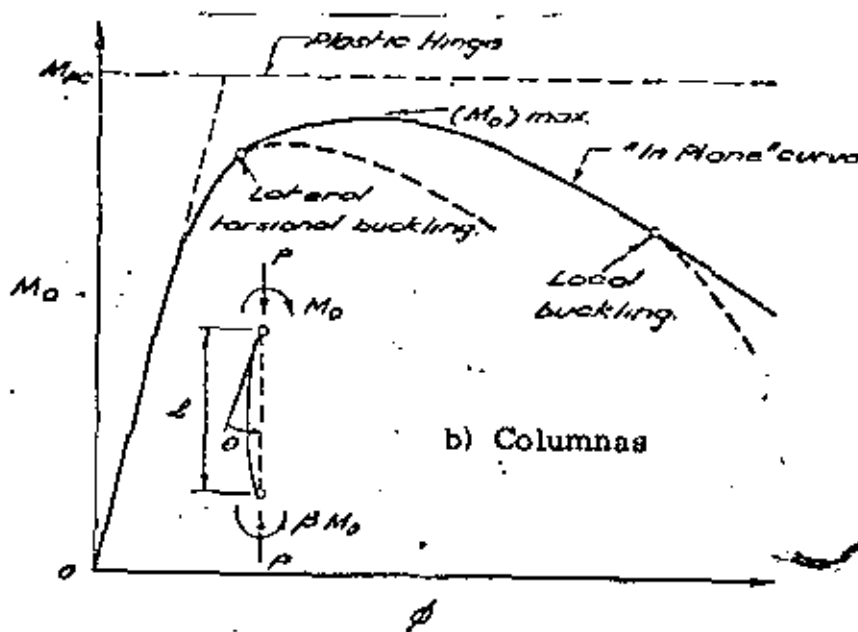


Fig 20 Relaciones momento-curvatura idealizadas en elementos de acero estructural

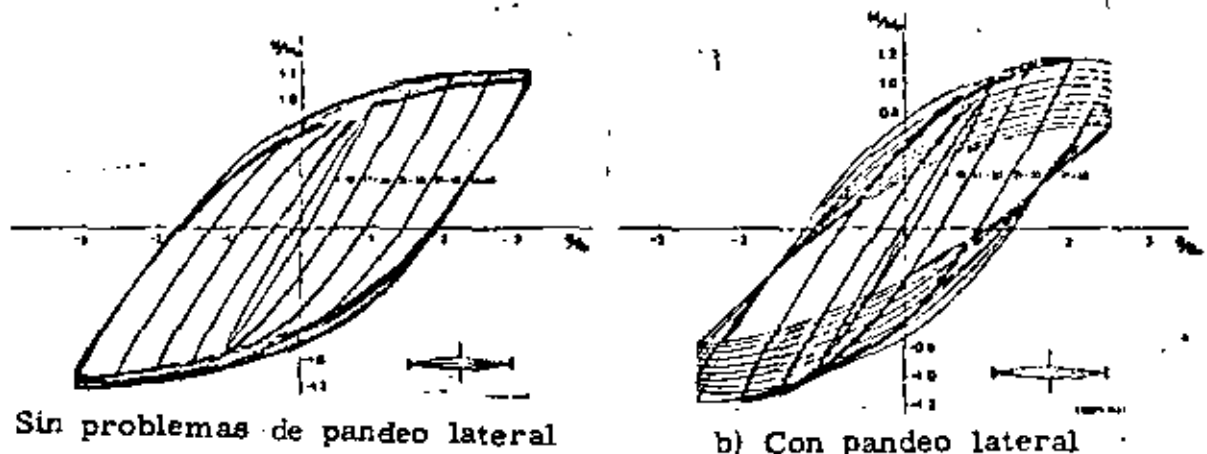
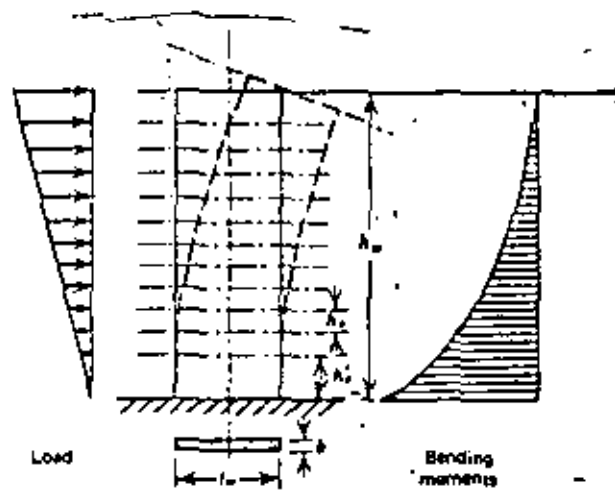
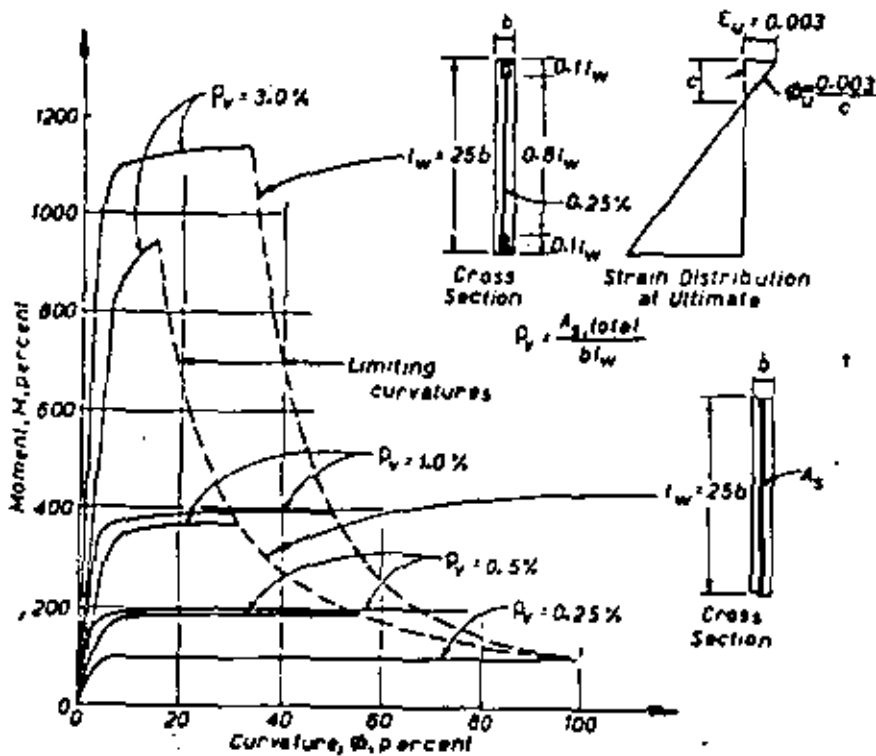


Fig 21 Comportamiento histerético de elementos de acero estructural

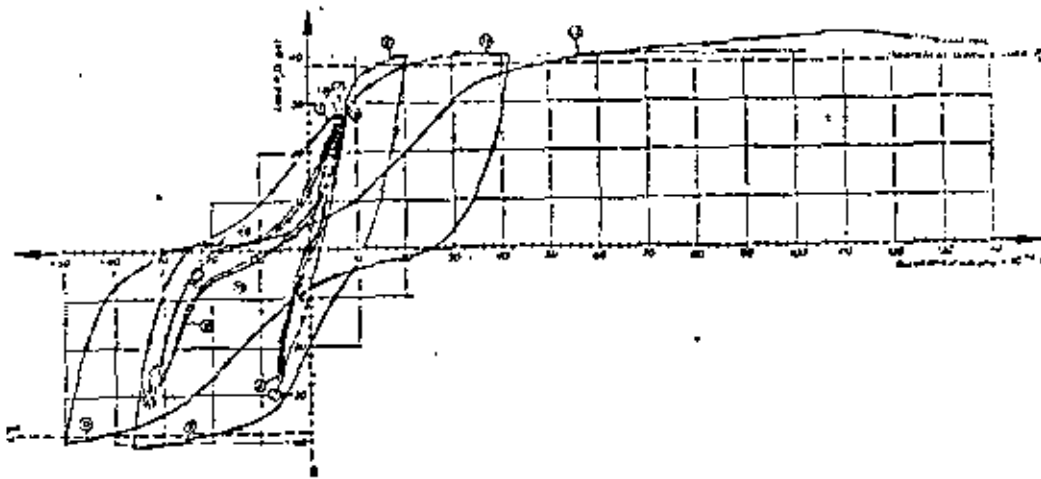


a) Deformaciones

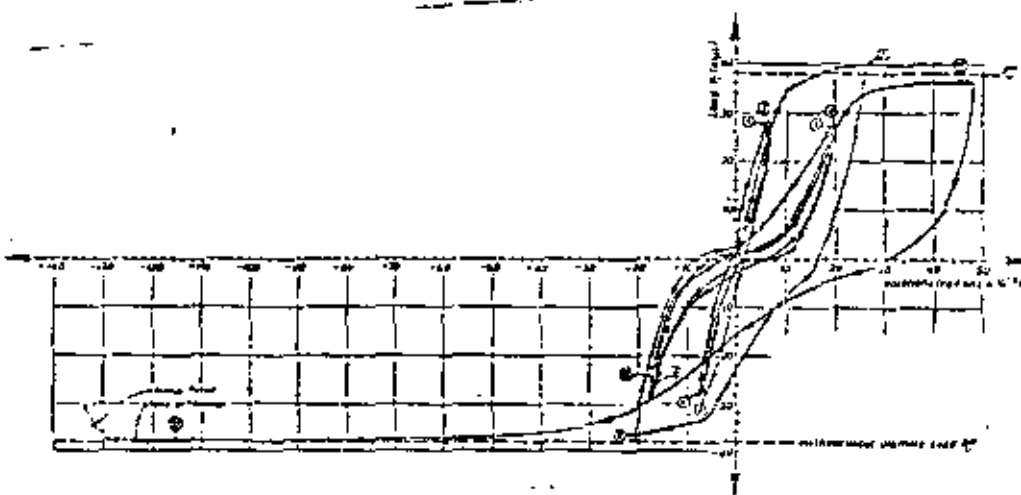


b) Relación momento-curvatura para distintas cuantías de refuerzo

Fig 22 Comportamiento de muros altos sujetos a cargas laterales

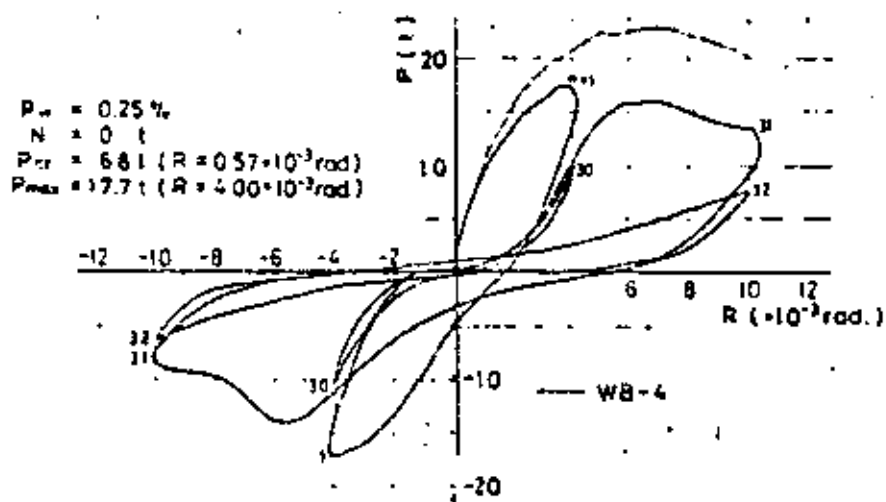


a) Falla por flexión sin agrietamiento diagonal

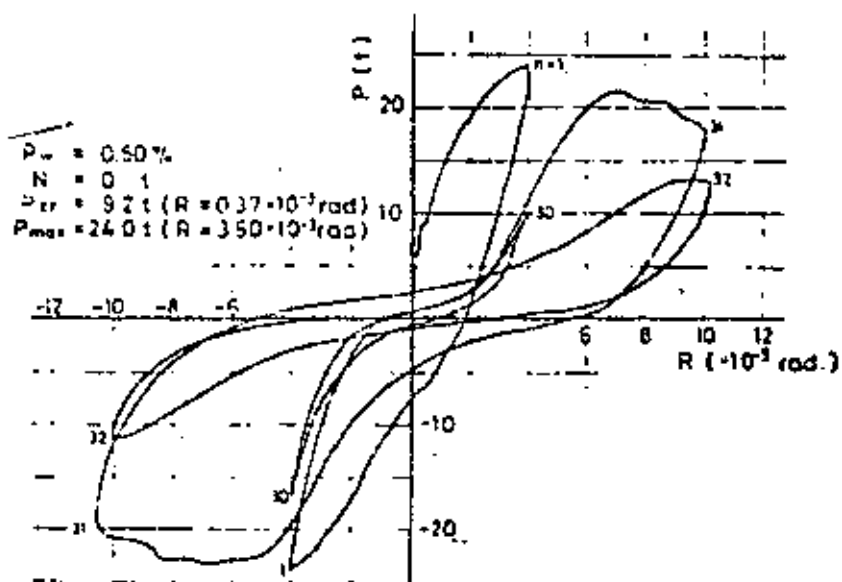


b) Falla por flexión después de agrietamiento diagonal

Fig 23 Ciclos histeréticos para muros cortos con falla por flexión

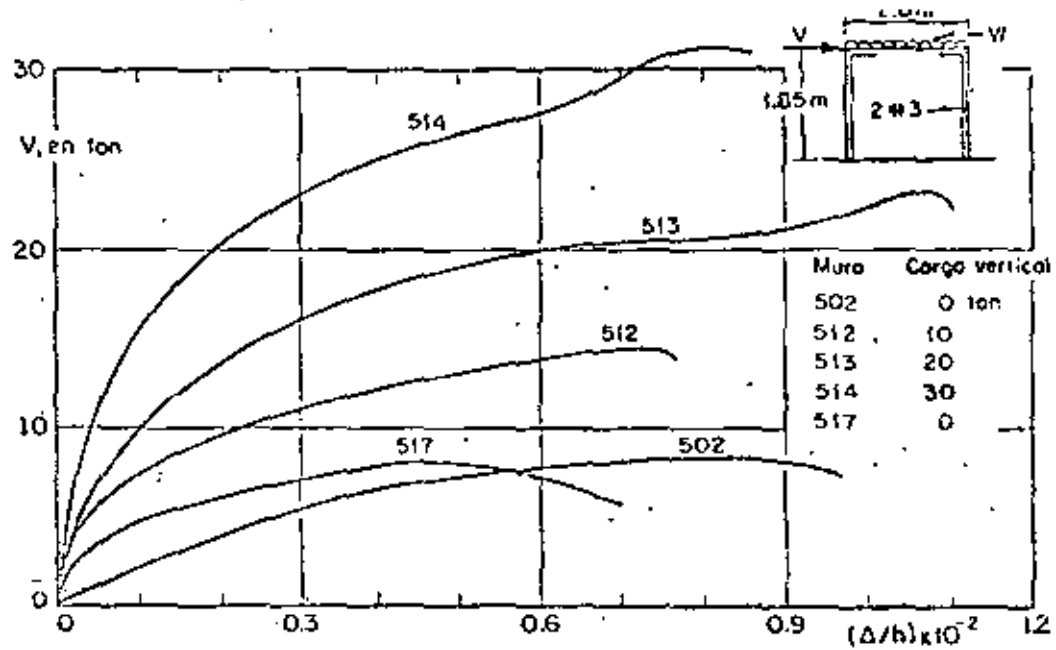


a) Cantidad de refuerzo horizontal 0.25%

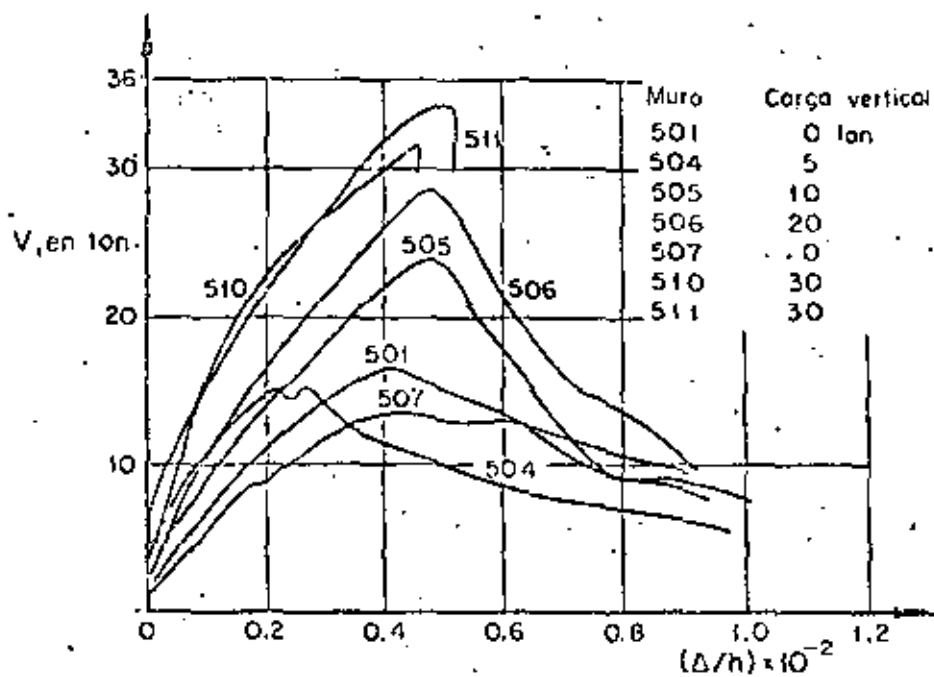


b) Cantidad de refuerzo horizontal 0.5%

Fig 24 Ciclos histeréticos en muros cortos con falla por cortante



Muros de bloque de concreto. Falla en flexión. Efecto de la carga vertical



Muros de bloque de concreto. Falla en tensión diagonal. Efecto de la carga vertical

Fig 25 Curvas Carga deformación para muros de mampostería





centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 5

LECCIONES DE SISMOS RECIENTES

M. EN C. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON

AGOSTO, 1980

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that this is crucial for ensuring transparency and accountability in the organization's operations.

2. The second part of the document outlines the various methods and tools used to collect and analyze data. It highlights the need for consistent data collection procedures and the use of advanced analytical techniques to derive meaningful insights from the data.

3. The third part of the document focuses on the challenges and risks associated with data management. It identifies common pitfalls such as data loss, security breaches, and inconsistent data quality, and provides strategies to mitigate these risks.

4. The fourth part of the document discusses the role of data in decision-making and strategic planning. It explains how data-driven insights can help organizations identify opportunities, optimize resources, and make informed decisions that drive growth and success.

5. The fifth part of the document addresses the ethical considerations and legal requirements surrounding data collection and use. It emphasizes the importance of obtaining proper consent, ensuring data privacy, and complying with relevant regulations to maintain trust and integrity.

6. The sixth part of the document provides a summary of the key findings and recommendations. It reiterates the importance of a robust data management strategy and offers practical advice on how to implement and maintain such a strategy effectively.

7. Finally, the document concludes with a call to action, encouraging all stakeholders to take ownership of their data and work together to create a data-driven culture that fosters innovation and long-term success.

LECCIONES DE SISMOS RECIENTES*

Enrique del Valle C.**

Introducción

La ocurrencia de un movimiento sísmico intenso despierta siempre la atención de gran número de ingenieros, sismólogos y autoridades gubernamentales, pues mucho es aún lo que debemos aprender para poder reducir cada vez más los daños y pérdidas de vidas que producen dichos movimientos.

Las deficiencias de los reglamentos de construcción, que tienen siempre un cierto atraso en relación con los avances logrados en el campo de la ingeniería sísmica; las deficiencias en cálculo, en parte también por falta de actualización de los ingenieros; los defectos constructivos o el comportamiento indeseable de ciertos materiales de construcción; mala conservación o la acumulación de daños ocultos a través de varios temblores, son espectacularmente expuestos a raíz de un sismo intenso. Dentro de ciertos intervalos, entre más antigua sea una construcción, mayor será la probabilidad de que alguno de los conceptos antes mencionados se manifieste.

Uno de los problemas que suelen presentarse es la falta de costumbre de la gente o su incredulidad, cuando se dice que en un cierto lugar de la tierra el riesgo sísmico es elevado. Como es sabido, los períodos de recurrencia de los sismos intensos son afortunadamente, largos, lo que hace que muchas veces las personas se olviden del riesgo que corren y empiecen a relajarse incluso los reglamentos o bien, no se preocupe nadie por establecerlos en caso

* Material preparado para el curso Diseño sísmico de Edificios, que se imparte en la DEPEI dentro del V Curso Internacional de Ingeniería Sísmica.

** Profesor Titular, Tiempo Completo. DEPEI UNAM.

de que no existan. Sólo cuando se presenta un movimiento intenso y provoca muchos daños, surge la necesidad de componer la situación, pero esta efervescencia por desgracia es pasajera y al cabo de unos meses, todo se olvida y decae el interés.

Otras personas consideran también que sismos de mediana intensidad son suficientes para probar las bondades de ciertas prácticas de cálculo o constructivas, y animados por la ausencia de daños ante estos movimientos leves, insisten en su práctica, no siempre sana, a pesar de que temblores intensos han demostrado, quizá en otra parte del mundo, que no debe seguirse y estas experiencias son de su conocimiento.

Poco a poco, a través de errores y fracasos, el hombre ha ido logrando el perfeccionamiento de los sistemas constructivos, así como el mejor conocimiento del comportamiento de los materiales al ser sometidos a los efectos de sismos intensos; sin embargo, aún falta mucho por hacer, sobre todo al nivel de vivienda popular, en países poco desarrollados o en vías de desarrollo, donde la intervención del ingeniero no existe y siguen repitiéndose los errores, como por ejemplo, del uso de mampostería de adobe, sin reforzar, combinada con sistemas de techos pesados y que no contribuyen a la resistencia.

Sistemas estructurales

Para resistir las fuerzas laterales provocadas por los sismos, se dispone básicamente de sistemas estructurales a base de muros, sistemas estructurales a base de marcos rígidos constituidos por trabes y columnas unidas adecuadamente y sistemas estructurales constituidos por combinaciones de muros y marcos rígidos (ref

1)...

Los muros pueden ser de carga o rigidez y estar hechos de adobe, piedra, tabique hueco o macizo o bloques huecos de concreto o bien ser de concreto reforzado. En general son bastante eficientes para resistir fuerzas elevadas en su plano si se toman precauciones especiales para evitar problemas de falla frágil. La ductilidad que pueden alcanzar estos sistemas, como se verá en otra parte del curso, es variable, pero en general, es menor que la que se alcanza con otros sistemas.

En ocasiones se usan grupos de muros unidos entre sí y para formar tubos verticales, que pueden comportarse de manera muy eficiente para resistir los efectos sísmicos, con ductilidad adecuada.

En muchos casos los muros no son considerados como elementos resistentes al momento de calcular la estructura; sin embargo, la falta de indicación de esto en los planos constructivos, aunada a prácticas constructivas deficientes, muchas veces de buena fé, pero ignorantes del problema que puede ocasionarse, hace que se integren a los elementos que resistirán los efectos sísmicos, provocando serios problemas, como se verá más adelante.

Los sistemas estructurales a base de marcos rígidos son bastante empleados en la construcción de edificios de uso general, en los que se desconoce la distribución de los espacios, durante la etapa de cálculo y desea dar amplia libertad de uso. Se conocen también como estructuras esqueléticas y se construyen principalmente de concreto reforzado o de acero estructural aunque también suele usarse la madera en ciertos casos.

Este tipo de estructuras puede desarrollar una buena ductilidad bajo la acción de los efectos sísmicos, como también se verá en otra parte del curso.

Su elevada hiperestaticidad y el comportamiento más allá del límite elástico, permiten la redistribución de efectos sísmicos y los hace especialmente adecuados para resistir fuerzas laterales en edificios altos; sin embargo, es frecuente que su comportamiento se vea obstaculizado por elementos no estructurales, lo que conduce a problemas de mayor o menor importancia.

Las deformaciones laterales de este tipo de estructuras son mayores, en general, que las de sistemas a base de muros, y deben dejarse las holguras constructivas necesarias para que esas deformaciones puedan tener lugar previendo las conexiones adecuadas de instalaciones, fachadas, muros divisorios, etc. En algunas ocasiones se emplean contravientos diagonales o muros de rigidez con objeto de reducir las deformaciones.

El empleo cada vez más frecuente de computadoras digitales para el análisis de este tipo de sistemas ha ido eliminando los problemas asociados a subestimaciones o sobre estimaciones de sus propiedades elástico-geométricas por el empleo de métodos aproximados de análisis sin verificar si se cumplen las restricciones de dichos métodos. Puede citarse como ejemplo la determinación de rigideces de entrepiso, y por consiguiente, de las deformaciones laterales que sufrirá la estructura, en marcos construidos por columnas relativamente robustas en comparación con las trabes (ref 2).

Es bastante frecuente en nuestros días la combinación de sistemas a base de muros y a base de marcos. El problema fundamental de esta combinación es la determinación de la compatibilidad de deformaciones de ambos sistemas al estar sometidos a fuerzas horizontales, ya que su comportamiento aislado es completamente diferente . . . Puede ser muy eficiente esta combinación en edificios de gran altura. El empleo de computadoras digitales en el análisis es imprescindible para lograr una predicción adecuada del comportamiento de la estructura.

La estructuración que se adopte es fundamental en el éxito o fracaso de un edificio. El ingeniero estructurista no puede lograr que una forma estructural pobre, tal vez por causa de un capricho arquitectónico, se comporte satisfactoriamente en un temblor. Existe una serie de recomendaciones de tipo general (referencia 3), que es conveniente seguir para lograr buenos resultados. Aun cuando no existe una forma universal para un tipo particular de estructura, esta debe de ser, siempre que sea posible: simple; simétrica; no demasiado alargada ni en planta ni en elevación; ser uniforme y tener su resistencia distribuida en forma uniforme, sin cambios bruscos; tener miembros horizontales en los que se formen articulaciones plásticas, antes que en los miembros verticales y tener su rigidez en relación con las propiedades del subsuelo.

Esta última condición no se ha respetado en muchas ocasiones y ha sido causa de problemas importantes. En general, se sabe que una estructura flexible se comporta mejor cuando está desplantada en un suelo rígido y una rígida cuando lo está en suelo blando. Aunque en esta definición quedan demasiado vagos los térmi

nes de rigidez de estructuras y suelos, lo importante es que haya bastante diferencia, de ser posible, entre los periodos dominantes propios del terreno y de la estructura, como se verá en otra parte del curso.

Elementos no estructurales

Se consideran como elementos no estructurales aquellos que no contribuyen, teóricamente, a la resistencia de la estructura al ser sometida a los efectos sísmicos, tales como muros divisorios o de colindancia, fachadas, plafones, instalaciones hidráulicas, eléctricas, o de otro tipo, tanques, antenas, etc.

Los principales problemas son causados por la unión inadecuada de estos elementos a la estructura, provocando que, al deformarse ésta, se recargue con mayor o menor intensidad en aquellos, que al no estar diseñados para resistir los efectos del sismo, pueden sufrir daños considerables.

En muchos temblores recientes, las mayores pérdidas económicas han ocurrido en elementos no estructurales, sobre todo en muros divisorios, de colindancia o de fachadas, debido a su elevada rigidez (no siempre compatible con su resistencia) que impide la deformación de la estructura si no hay holguras constructivas adecuadas.

Es frecuente que la estructura también resienta daños importantes, pues no está diseñada para tomar los esfuerzos que le transmiten los muros.

Resulta pues sumamente importante definir claramente en los planos constructivos cuales son los elementos que forman parte integrante de la estructura y cuales son no estructurales, indican

do la forma en que deben colocarse, las holguras constructivas que deben dejarse, incluyendo los acabados y otras precauciones que se juzgue pertinentes.

Daños observados

A continuación se ilustrarán y discutirán los principales tipos de daños observados en temblores recientes; tomando en cuenta los comentarios hechos con anterioridad.

Es necesario definir si los daños pueden poner en peligro la estabilidad de la estructura o son en elementos no estructurales, sin peligro de colapso, pero con costos de reposición elevados.

Los daños pueden consistir en:

- agrietamientos ligeros de acabados y muros no estructurales
- agrietamientos fuertes de acabados y muros no estructurales
- agrietamientos ligeros en muros estructurales
- agrietamientos severos de muros estructurales
- formación de articulaciones plásticas en columnas o fracturas importantes
- colapsos parciales de elementos no estructurales
- colapsos parciales de elementos estructurales
- colapsos totales
- pérdida de verticalidad de la estructura
- fallas de anclaje del refuerzo
- desconchamiento del recubrimiento
- pandeo local o generalizado
- rupturas de tuberías o ductos de instalaciones

- colapso de plafones
- golpeo contra construcciones vecinas por flexibilidad excesiva
- fractura de losas o escaleras.

Los informes que se anexan a continuación, sobre los temblores de Managua el 23 de diciembre de 1972 y del ocurrido en una amplia región de México el 28 de agosto de 1973, ilustran la mayoría de los daños antes mencionados.

Se puede encontrar información adicional en numerosas publicaciones, algunas del mismo Instituto de Ingeniería de la UNAM, por ejemplo las referencias 4 a 6, o bien, descripciones de daños por temblor que han sido presentadas en los distintos congresos mundiales de ingeniería sísmica, referencias 7 a 12. El capítulo 9 de la referencia 13 ilustra el comportamiento de estructuras en los Estados Unidos, a través de diversos temblores.

Como puede observarse muchos de los daños que se han presentado podrían haberse evitado tomando precauciones mínimas durante la construcción. En otros casos, la intensidad del movimiento rebasó las predicciones que tenían, o superó la capacidad estimada para las estructuras, obligando en ambos casos a modificar los reglamentos de construcción.

Actualmente se han refinado bastante las técnicas para estimar la sismicidad de un lugar como se vió en el curso de Sismología y Sismicidad.

La determinación de la resistencia de las estructuras sometidas a sismos es también motivo de numerosas investigaciones. El uso de mesas vibratoras capaces de reproducir los movimientos sísmicos será cada vez frecuente en el futuro, lo que permitirá

estudiar mejor estos efectos en modelos sin tener que esperar a que ocurran sismos intensos que descubran un nuevo tipo de falla, así como ensayar distintas formas de mejorar la resistencia de las construcciones.

Algunos comentarios sobre la reparación de estructuras dañadas

Después de cada temblor intenso, un buen número de estructuras quedan con daños estructurales más o menos severos y es necesario decidir si se reparan o se demuelen. En caso de repararlas, es preciso definir cómo debe llevarse a cabo la reparación.

No es fácil, de la simple observación de los daños, apreciar que tan afectada puede estar una estructura. Es poco también lo que se conoce en relación con la acumulación de daños por temblor a través de varios movimientos intensos.

La reparación de una estructura debe hacerse a partir de un análisis muy detallado de la misma, teniendo especial cuidado de no alterar localmente sus propiedades resistentes, pues temblores futuros se encargarán de poner en evidencia las fallas que han sido inadecuadamente reparadas. La reparación local de elementos resistentes, bastante frecuente, puede conducir a un aumento en la rigidez del elemento reparado por lo que, en otro sismo, tomará mayor fuerza sísmica y puede volver a fallar, quizá con resultados peores que en la primera ocasión. Es muy frecuente que sea necesario reforzar elementos sanos con objeto de repartir las cargas sísmicas en una forma más adecuada. En ocasiones es conveniente poner una nueva estructura, quizá metálica, adosada a la dañada, más rígida que ésta, para absorber los efectos sísmicos en su totalidad cuidando que los sistemas de piso sean capaces de

transmitir las fuerzas sísmicas adecuadamente.

En muchas construcciones de mampostería, el simple resane de los agrietamientos, sin estudiar por qué se agrietaron y qué puede pasar en temblores futuros, es muy peligroso, pues la estructura puede haber perdido gran parte de su capacidad a fuerzas laterales y sufrir colapsos importantes en temblores futuros. En ocasiones es mejor sustituir el elemento de mampostería dañado o reforzarlo adecuadamente. Se ha visto que un aplanado reforzado con malla puede restituir eficientemente la resistencia; sin embargo, será necesario estudiar el comportamiento de conjunto de la estructura, para decidir si sólo se refuerzan los elementos dañados o también se refuerzan otros elementos, aparentemente sanos, pero que requieren ser reforzados para lograr un trabajo de conjunto eficiente.

Es muy frecuente que ciertas deficiencias en sistemas constructivos o estructurales hayan sido puestas en evidencia en un lugar y que esos mismos defectos sean comunes en otro lugar con sismicidad semejante, pero en el cual, hace tiempo que no han ocurrido temblores.

Lo normal es, que a pesar de saber que puede haber serios daños en el segundo lugar cuando ocurra un sismo, no se haga nada para prevenirlos. Ciertamente es difícil, como ya se dijo antes, convencer a la gente del riesgo en que se encuentra, y tal vez tengamos que esperar a que ocurran los daños, para que se tomen cartas en el asunto. Evidentemente, la divulgación de este problema a nivel de autoridades gubernamentales, compañías de seguros, ingenieros estructuralistas, arquitectos, etc. ayudará en la solución de este dilema. Esperamos que este curso sirva para eso también.

Referencias

1. Response of buildings to lateral forces. Reporte del Comité ACI 442. Journal ACI, Febrero 1971.
2. Dynamic characteristics of multistory buildings.
John A. Blume. Journal of the Structural Division, ASCE, Febrero 1968.
3. Earthquake Resistant Design. D. J. Dowrick, Wiley Interscience Publications. John Wiley and Sons, 1977.
4. El temblor de Caracas, Julio 19 de 1967. L. Esteva, R. Díaz de Cossío, J. Elorduy, Publicación 168 Instituto de Ingeniería, UNAM, julio 1968.
5. Los efectos del terremoto del 28 de julio y la consiguiente revisión de los criterios para el diseño sísmico de estructuras. R. J. Marsal, E. Rosenblueth y F. Hiriart.
Revista Ingeniería, enero 1958. (Publicación No. 6 del Instituto de Ingeniería, UNAM).
6. Temblores chilenos de mayo 1960; sus efectos en estructuras civiles. E. Rosenblueth. Revista Ingeniería, enero 1961, (Publicación No. 14 del Instituto de Ingeniería, UNAM).
7. Proceedings, First World Conference on Earthquake Engineering. 1 WCEE, Berkeley, California, 1956.
8. Proceedings, Second World Conference on Earthquake Engineering. 2 WCEE, Tokio y Kioto, Japón, 1960.
9. Proceedings, Third World Conference on Earthquake Engineering. 3 WCEE, Nueva Zelanda, 1965.
10. Proceedings, Fourth World Conference on Earthquake Engineering. 4 WCEE, Santiago de Chile, 1969.

11. Proceedings, Fifth World Conference on Earthquake Engineering, 5 WCEE, Roma, Italia, 1973.
12. Proceedings, Sixth World Conference on Earthquake Engineering, 6 WCEE, Nueva Delhi, India, 1977.
13. Earthquake Engineering, Robert L. Wiegel, editor. Prentice Hall, 1970.



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

CRITERIOS DE DISEÑO SISMICO

DR. LUIS ESTEVA MARABOTO

AGOSTO, 1980

1950

1951

1952



THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

3 Design: General

L. Esteva

3.1 NATURE AND OBJECTIVES OF EARTHQUAKE RESISTANT DESIGN

Engineering design is rooted on society's need to optimize. It implies considering alternate lines of action, assessing their consequences and making the best choice. In earthquake engineering, every alternate line of action includes the adoption of both a structural system and a seismic design criterion, while assessing consequences implies estimating structural response and hence the expected cost of damage. The choice is based on comparison of initial, maintenance and repair costs for the various alternatives. However obvious these concepts may appear to the authors of design codes, they are often not explicit in those codes and hence they are not always present in the minds of those who apply design prescriptions to practical problems. Equally concealed within the regulations of seismic design codes are the approximations implicit in conventional criteria for the prediction of structural response: the accuracy of their predictions is often strongly dependent on the type of structural system considered. Base shear coefficients and design response spectra are taken as measures of response parameters, as the latter are usually expressed in terms of accelerations and equivalent lateral forces acting on linear systems. But these variables are no more than indirect measures of system performance during earthquakes: they serve to control the values of more significant variables, such as lateral deflections of actual nonlinear systems, global and local ductilities, and safety margins with respect to instability failure (second-order effects). Because the relations of control variables to actual response are affected by the type and features of the structural system, better designs will be obtained if these relations are understood and accounted for, in contrast with blindly applying codified recommendations. In seismic design more than in any other field of engineering, it is easy to fall on a strict — but blind — application of the most advanced regulations and yet to produce a structure bound to perform poorly. This chapter does not intend to summarize modern design specifications; it aims, instead, at discussing the main concepts on which they are based, analyzing their virtues and their weaknesses, and stating the conditions for which acceptable results are to be expected.

Codified values of design intensities and of allowable values of response control variables stem from formal or informal cost-benefit studies. As

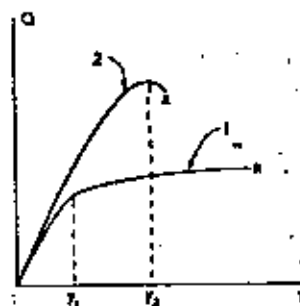


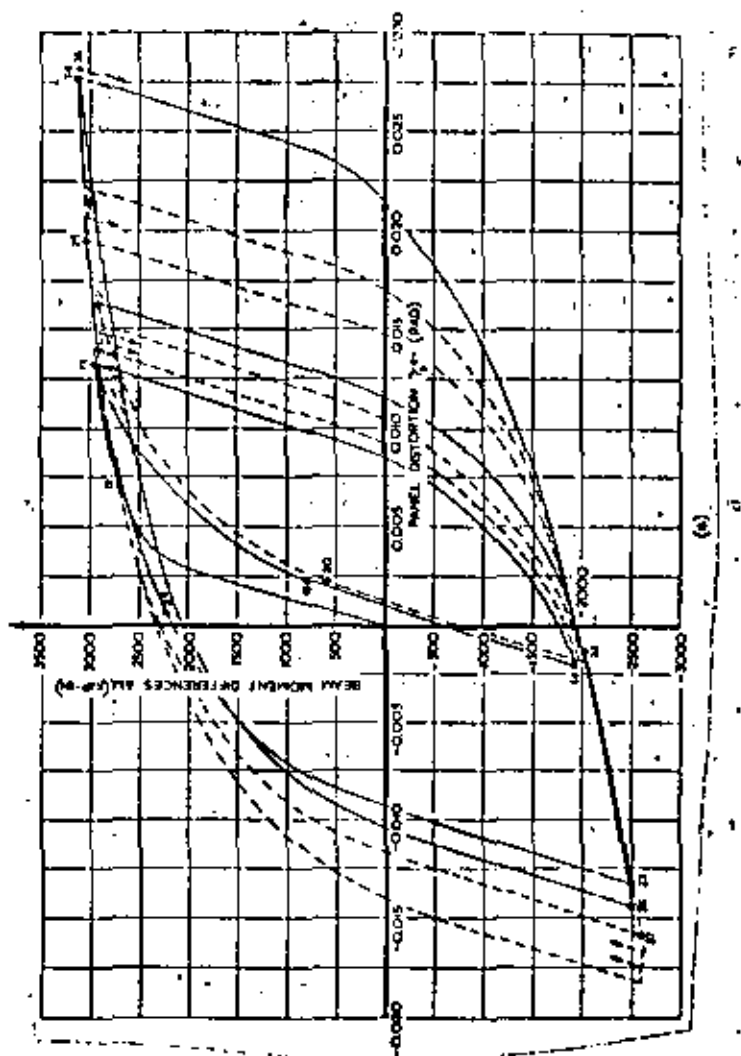
Fig. 3.1 Ductile and brittle systems

implicit in these studies, the general goal of optimization can be expressed in terms of direct, particular objectives: seismic design aims at providing adequate safety levels with respect to collapse in the face of exceptionally intense earthquakes, as well as with respect to damage to adjacent constructions; it also seeks to protect structures against excessive material damage under the action of moderate intensity earthquakes, to ensure simplicity of the required repair, reconstruction or strengthening works in case damage takes place, and to provide protection against the accumulation of structural damage during series of earthquakes. Finally, safety and comfort of occupants and of public in general is to be preserved by ensuring that structural response during moderate intensity earthquakes will not exceed given tolerance levels and that panic will not occur during earthquakes of moderate and high intensity, particularly in buildings where frequent gathering of people is expected.

Achievement of the foregoing objectives requires much more than dimensioning structural members for given internal forces. It implies explicit consideration of those objectives and of the problems related with nonlinear structural response and with the behavior of materials, members, and connections when subjected to several cycles of high-load reversals. It implies as well identifying serviceability conditions and formulating acceptance criteria with respect to them.

3.2 STRUCTURAL RESPONSE AND CONTROL VARIABLES

format ?
3.2.1 Ductility and strength. A structural system is said to be ductile if it is capable of undergoing substantial deformations at nearly constant load, without suffering excessive damage or loss of strength in face of subsequent load applications. Curves 1 and 2 in Figure 3.1 show typical load Q vs. deflection y relations for first load application in ductile and brittle systems, respectively. Curve 1 corresponds to the response under lateral load of an



(a)

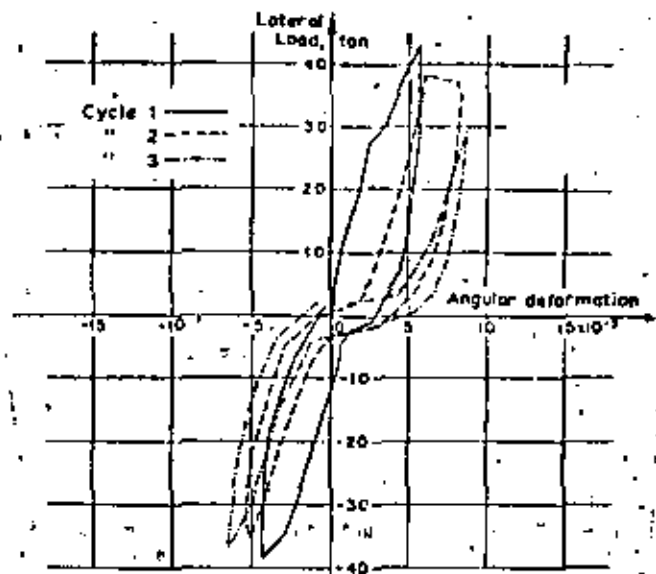


Fig. 3.2 (a) Non degrading stiffness (after Krawinkler et al.^{3,4}) (b) Degrading stiffness (after Everts^{3,5})

adequately detailed reinforced concrete frame where slenderness effects are not significant; curve 2 is typical of weakly reinforced hollow block masonry. But when the effect of several loading cycles has to be considered, ductile behavior cannot be inferred from looking only at curves such as these for first load application; damage produced during the first cycles may impair the system's energy absorption capacity for subsequent cycles, and stiffness can degrade, as in Figure 3.2(b), typical of plain masonry shear walls confined by reinforced concrete frames^{3,4}. In this case, stiffness degradation is associated with diagonal tension cracking of the infilling wall panel and the ensuing residual strains. Practically stable hysteresis cycles found for structural steel joints^{3,4} as shown in Figure 3.2(a) are synonymous with negligible damage.

As shown in Section 3.2.2, the ability of structural systems to respond to dynamic excitations according to load deflection curves similar to Figure 3.2(a) provides support to conventional seismic design criteria, which require structures to sustain only a fraction of the lateral forces they should have to resist would they be demanded to remain within their linear range of behavior during strong earthquakes. Thus, safety against collapse can be provided by making a structure strong, by making it ductile, or by designing it for an economic combination of both properties. For some types of materials and structural members, ductility is difficult to achieve, and

stiffness



Fig. 3.3 Instability failure.

economy dictates designing for relatively high lateral forces; for others, providing ductility is much cheaper than providing lateral capacity, and design practice reflects this. But material ductility does not necessarily imply system ductility, as $P-\Delta$ effects (that is, interaction between lateral deflections and internal forces produced by gravity loads acting on the deformed structure) can lead to instability failure when the effective lateral stiffness is too low (see Figure 3.3).

Nonlinear ductile behavior of complex systems usually stems as a consequence of *local or concentrated* ductile deformations that take place at those particular sections of a given structure where yielding strains are reached (Figure 3.4). Numerically, local ductility can be expressed either as the ratio of total to yield-limit curvatures at a given section or as the ratio of total to yield-limit rotation at a member end^{1,2}. *Global or overall* ductility is a property of a load-deformation curve expressed in terms of the resultant of external loads acting on a large portion of a given system. For instance, building frames are often dealt with as shear systems for the purpose of estimating their dynamic nonlinear response to seismic excitation. Global or overall ductilities can then be expressed in terms of the curves tying shear forces with lateral distortions. Numerical values of local ductilities determined by the above alternate criteria do not coincide among themselves, nor does overall ductility at a given story idealized as a segment of a shear beam coincide with the values of concentrated ductilities developed at the corresponding locations of the story, as overall ductility is a function of the ratio of the contributions to story distortion of concentrated ductile deformations and distributed elastic strains. Because beams are usually capable of developing larger ductilities than columns subjected to significant compressive loads, many building frames are designed under the 'strong column-weak girder' criterion, according to which different load factors are

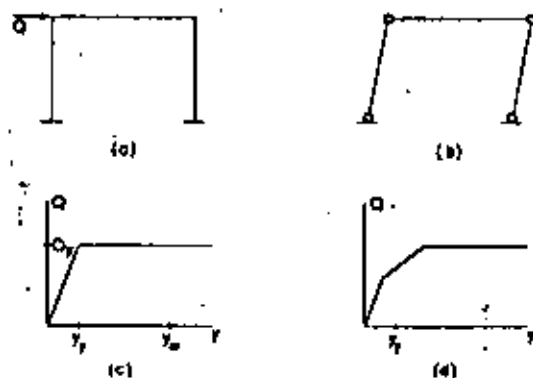


Fig. 3.4 Local and general ductility under lateral loads: (a) loads, (b) failure mechanism, (c) simultaneous yielding, (d) sequential yielding.

adopted for different internal forces so as to make yielding much more likely at beam- than at column-ends. Under these conditions, significant coupling is introduced between nonlinear deformations of adjacent stories, and the shear-beam model may cease to apply. Whether the model in question strictly applies or not, nominal story ductilities are only indicators of their local values, and features contributing to ductility concentrations have to be held in mind while designing.

The relation between local and overall ductility is illustrated for a simple frame in Figure 3.4. Figure 3.4(b) shows the ideal case where moment-curvature graphs at critical sections are elasto-plastic and yielding is reached simultaneously at the four column-ends. If the frame is forced to undergo additional deformations at constant load, local curvatures at the yielding locations will increase and the lateral deflection of the frame will grow from y_1 to y_u (Figure 3.4(c)). Local ductility can be measured by the ratio of the final and yielding values of the curvatures mentioned. Overall ductility is given by y_u/y_1 and is a function of local ductility and of the lengths of the member segments along which curvatures will be greater than their values at yielding. Those lengths are functions of the type of material, the local details and the relative variation of bending moment ordinates and structural section strength.

Consider now a frame subjected to a constant system of vertical loads Q_2 (Figure 3.5) that produce an initial state of internal forces. If a system Q_1 of lateral loads is gradually applied, the ordinates of bending moment diagrams (b) and (c) will be additive at some locations and subtractive at others. Yielding will occur sequentially, say in the order D, C, B, A, giving place to the load-deflection curve shown in Figure 3.5(d). Local ductilities will differ at the mentioned locations; they will depend, among other things, on the

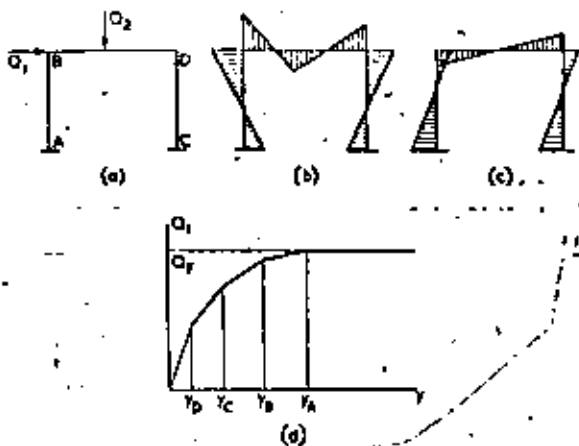


Fig 35 Inelastic behaviour under vertical and lateral loads. (a) loads, (b) vertical-load moment, (c) lateral load moment, (d) resulting load-deflection curve

order in which they reached their yield moments. Where axial loads are important, they can have a significant influence on these moments.

The following sections describe the quantitative relationships tying ductility demands with strength and stiffness in simple structural systems, as well as some problems found when trying to extrapolate those relationships to complex systems, representative of those encountered by engineers in their design practice.

Dynamic response of simple nonlinear systems A usual idealization of ductile structures is the elastoplastic system with load-deflection curve as shown in Figure 3.6(b), with stiffness k in the linear range of behavior, coefficient of viscous damping ζ , and top mass m . When the system responds to a strong earthquake, the maximum relative displacement D will exceed the yield deformation y_p , while the maximum lateral force will remain at the yield value Q_f , if $P-\Delta$ effects are neglected. Failure is said to occur if the ductility demand D/y_p is greater than the available ductility μ . Figure 3.7 is a plot of yield deformations required to make ductility demand equal to available ductility for different values of this parameter, for the range of natural periods (computed in terms of the initial tangent stiffness of the elastoplastic system) most significant in practice, and for damping ratio $\zeta = 0.5\%$ (k/m)^{-1/2} equal to 0.02. Pseudo-accelerations kD/m can be read on the proper scale in the same plot. Inspection of these curves shows that, provided the natural period is not too short, required yield deformations — and hence required base shear coefficients — vary inversely with ductility. The same conclusion is reached if one reads along the scale of spectral pseudoaccelerations. But this favorable influence of ductility in reducing the required base-shear coefficient is less

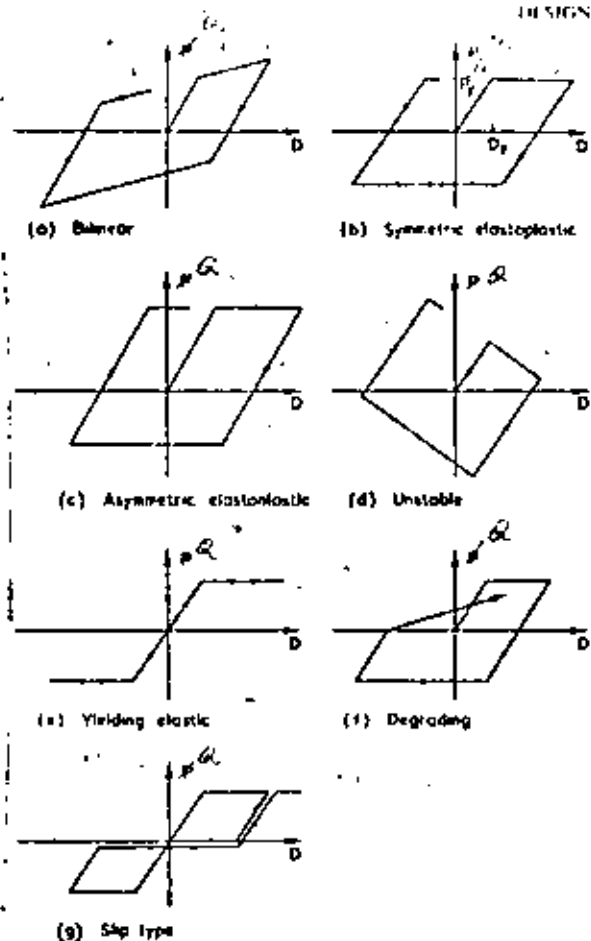


Fig 36 Models of nonlinear behaviour

pronounced in the range of short natural periods, say shorter than $2\pi/\alpha$, where r and α are peak values of ground velocity and acceleration, respectively; as the system becomes stiffer, T tends to zero and spectral pseudo-acceleration tends to α , regardless of μ , assuming that μ has to remain bounded. Actual values of lateral relative displacements are equal to μy_p , which means that, for moderate and long natural periods, those displacements are nearly insensitive to μ , while for very short natural periods they

moments

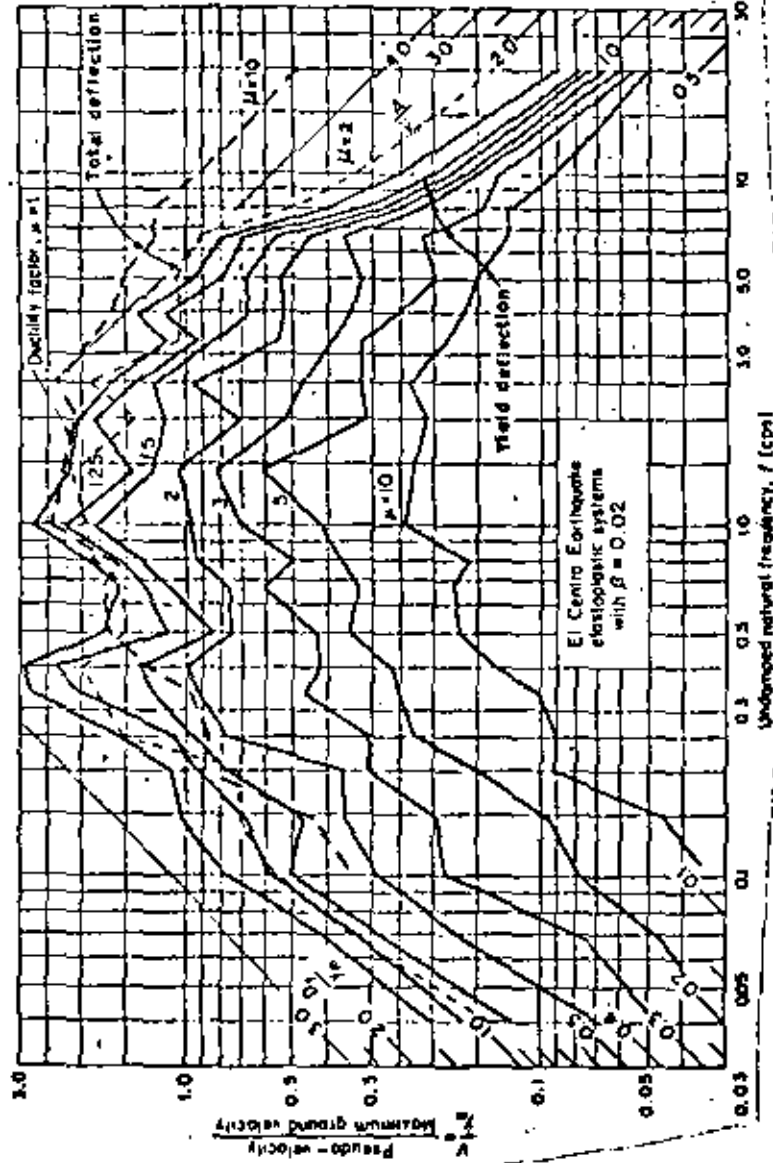


Fig. 3.7 Deformation spectra for elastoplastic systems with 2% critical damping subjected to the 1940 El Centro earthquake (after Newmark¹⁻¹⁷)

adapted from

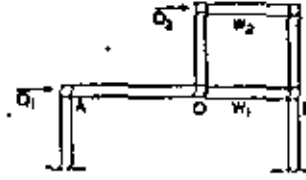


Fig. 3.8 Structure with asymmetric load-deflection curve

tend to be proportional to μ . The results just described can be expressed as follows: if a simple elastoplastic system with initial natural period T is to develop a ductility factor μ during an earthquake, the required base shear coefficient can be obtained by applying a reduction factor to the corresponding spectral value for an elastic system having equal natural period and damping; for moderate and long values of T , the reduction factor is approximately equal to μ^{-1} , while for short natural periods it will be comprised between μ^{-1} and 1. Relative displacements will equal μ times those of an elastic system subjected to the reduced base shear; that is, they will be approximately equal to those of the elastic system subjected to the actual, unreduced earthquake, if T is not too short, or 10μ times the latter values if T is nearly zero. This is shown by a comparison of the dashed and full lines in Figure 3.7.

Similar conclusions have been derived from other earthquake records obtained on firm ground. Although these conclusions can be expected to be qualitatively valid for soft soil conditions, corresponding approximate quantitative rules are still to be derived.

The foregoing conclusions have to be modified when considering systems whose response cannot be idealized as elastoplastic. Other usual idealizations are depicted in Figures 3.6(e) (f). Lateral strengths required for not exceeding given ductility demands in these systems are as a rule greater in 10 to 50% than those valid for the conventional elastoplastic system¹⁻¹⁷. In the asymmetric elastoplastic case, yield strength is different for each direction of load application. It occurs, for instance, as a consequence of gravity loads giving place to increased or decreased lateral capacity of the second story of the system shown in Figure 3.8, depending on whether the vertical reaction to force Q_2 , transmitted to beam AB at O, is directed upwards or downwards. Slip-type curves (Figure 3.9) usually stem as a result of lateral loads being carried by elements such as cross-braces or tie-cables, which can only carry tensile stresses. Yielding elastic curves are close approximations to the behavior of some prestressed concrete beams, subjected to antisymmetric end moments; these curves are often characterized by very narrow hysteretic loops. Degrading curves are frequently found in systems where a significant portion of the lateral capacity is due to members built with brittle materials and where no special precautions have been taken to prevent excessive damage in each cycle of load application. Such is the case, for

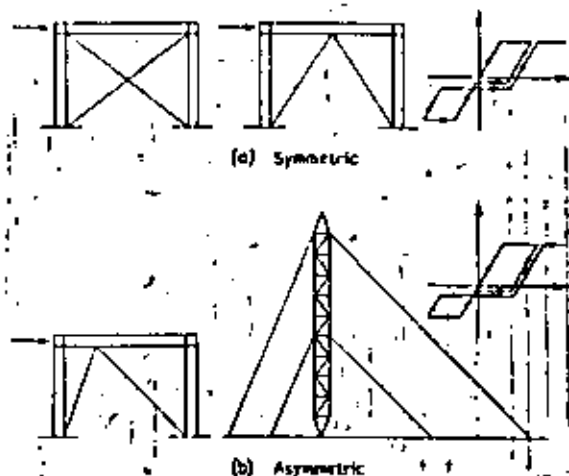


Fig. 3.9 Slip-type systems

instance, in masonry shear diaphragms or poorly detailed reinforced concrete frames.

Unstable curves (Figure 3.6(d)) are produced by the influence of significant vertical loads acting on the displacements of the deformed structure. The influence of instability effects on ductility demands and on safety against collapse can be much more drastic than that associated with the features of the curves previously discussed, and is usually controlled in design practice by the specification of amplification factors for lateral deflections and internal forces that account for increments associated with second order effects.

Ductility demands in complex systems. Local ductility demands vary from point to point. Their distribution depends on that of local strength throughout the system, with significant interaction taking place between energy dissipation at different sections. The general patterns of ductility demands in complex systems have been studied almost exclusively in building frames, idealized either as shear beams or as assemblages of beams and columns where yielding is restricted to occur at plastic hinges located at the bar ends. Some results are plotted in Figures 3.10 and 3.11 for shear beams and frame systems, respectively. Each set of results corresponds to a different set of simulated earthquakes with frequency content similar to that observed under normal conditions on firm ground in the western coast of the United States. Structures were designed for the average ordinates, with respect to each set of motions, of the elastoplastic response spectrum corresponding to a ductility factor of 4. The systems in Figure 3.10 were

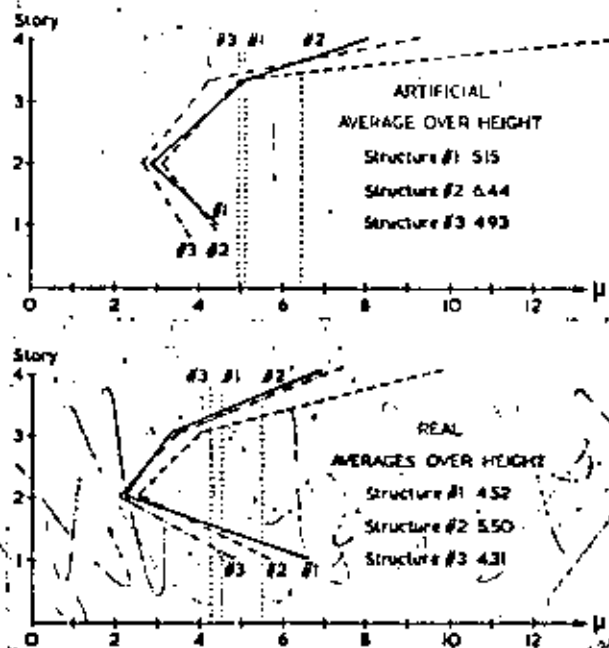


Fig. 3.10 Ductility demands in shear systems subjected to simulated earthquakes (after Frank et al. 1964)

designed for the contribution of the fundamental mode of vibration alone, while that in Figure 3.11 was designed for the superposition of its four natural modes, in accordance with the criterion of square root of sum of squares advocated in Ref. 3.10. The load factor was in all cases taken as unity. Ductilities were expressed in terms of story sway for the shear beams and of local curvature at hinges for the framed system; thus, their absolute values cannot be compared. Their variability throughout the building is evident, however, as is the occurrence of large ductilities at the upper portion of systems for which the response associated with higher natural modes was neglected.

More pronounced variability in ductility demands has been observed in some shear systems with fundamental periods shorter than the dominant period of the ground motion, and in those whose safety factors with respect to design story shears vary significantly through the building height¹¹. Such variability may be a consequence of architectural requirements, which often lead to some stories possessing elements stronger than they need to be in order to comply with the seismic coefficient adopted. When this happens,

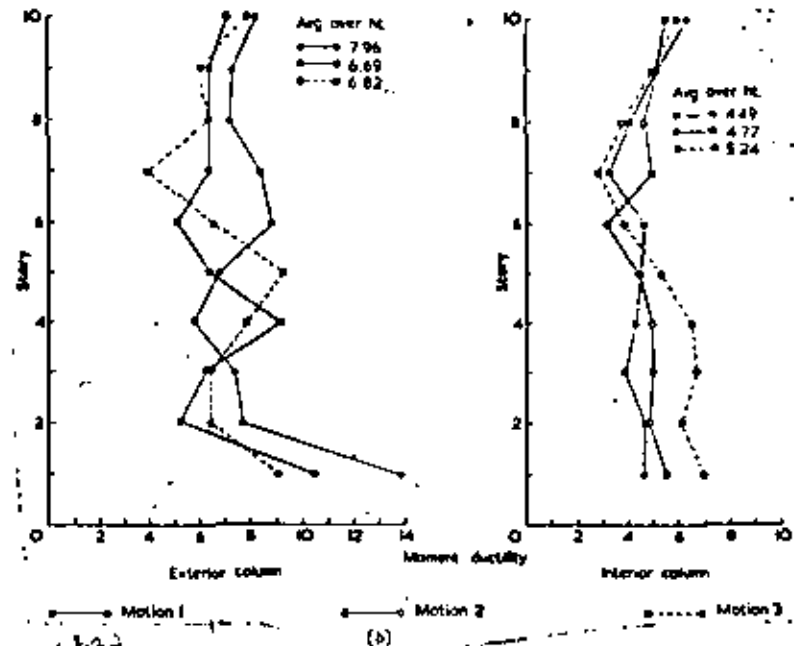
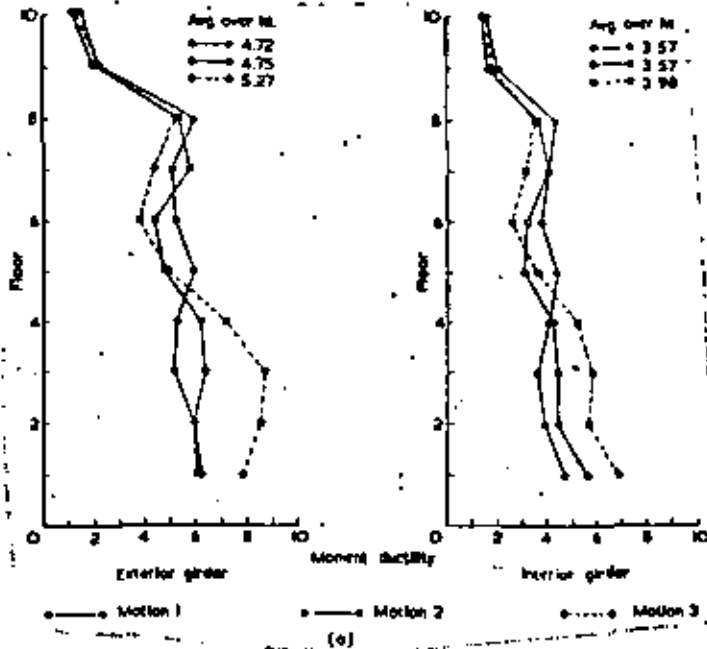


Fig. 3.11 (a) Maximum column ductility factors for gravity and earthquake design (ref. 3.4) (b) Maximum column ductility factors for gravity and earthquake design (ref. 3.4)

Local ductilities in
frames subjected to
multiaxial earthquakes
girders, (b) columns
adapted from
Lavland et al 3.4

the relative contribution of each story to the hysteretic dissipation of kinetic energy changes, and those stories possessing the smallest safety factors are subjected to higher ductility demands than if the safety factor were uniform throughout the structure. When these increased ductility demands cannot be met with adequate yielding capacity, the lateral force coefficient has to be raised. Because of the large displacements implied, slenderness effects may become specially significant.

3.2.2 Stiffness and deformations

Structural stiffness controls natural period and hence seismic forces. The latter are lower for longer periods, that is, for small stiffnesses, but then displacements and deformations may become excessive. In addition to ensuring adequate safety factors against collapse, seismic criteria should aim at controlling deformations, because they are directly responsible for damage to nonstructural elements, impact with adjacent structures, panic and discomfort.

Stiffness is also the main variable controlling safety against instability,

Lateral displacements and internal forces produced by horizontal ground motion are amplified by interaction between gravity loads and the displacements mentioned. The amplification function varies in a nonlinear fashion with respect to lateral stiffness and reaches very high values when the latter variable approaches a certain critical value. In ductile structures, safety against instability failure is a function of effective stiffness, that is, of the slope of the line joining the origin of the force-deflection graph with the point representing the maximum deflection and the corresponding lateral force (in elastoplastic systems, this is the same as the value of the tangent initial stiffness divided by the ductility factor). The increasing rate of variation of the amplification function mentioned with respect to lateral stiffness when the latter is made to approach its critical value hinders the possibility of designing for very small lateral forces through the construction of very ductile structures (Figure 3.3).

3.2.3 Damage and energy absorption

Ductile hysteretic response provides a manner of transforming and

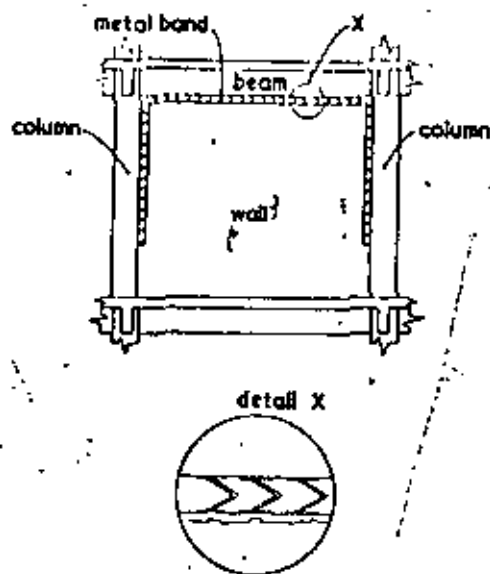
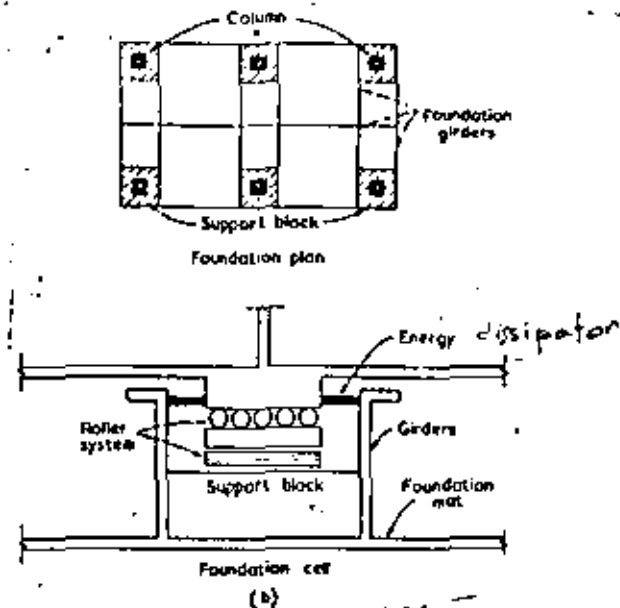


Fig. 3.12 Energy-absorbing and shock-limiting devices. (a) Metal band to protect partitions (after Newmark and Rosenbluth^{11,12}). (b) Roller support (after Ruizeta¹³)
Ruiz et al

dissipating the kinetic energy imparted to a structure through its base. Such response usually implies some degree of damage, and possibly the deterioration of the system to withstand future severe earthquakes. Damage may accumulate during successive events, and the system's capacity may be seriously impaired. Decisions concerning the extent and level of damage that it is advisable to admit are mostly of an economic nature. In general, the degree of structural damage and its harmful effects on future performance can be controlled at some cost through selection of adequate materials and construction details, as described in Chapter 8. Damage to nonstructural members can be prevented through their isolation from the deformations of the structure. However, economy may dictate taking advantage of energy dissipation associated with damage. Architectural elements or ad hoc devices can be used for this purpose (Figure 3.12). In either case, considerations on facility of repair or replacement should form part of design.

The use of metal bands around partitions as shown in Figure 3.12(a) may serve the purposes of limiting the lateral forces that the structure will transmit to the partitions and at the same time taking advantage of the capacity of the partitions to resist such forces and making use of the energy absorbing capacity of the bands^{11,12}. In other cases, designing for significant damage on partitions may prove to be attractive.



Anchor bolts that yield during severe ground motion can provide protection to slender chimney stacks against local buckling or overall bending failure^{12,13}, at the expense of nonrecoverable elongations. Adequate performance of anchor bolts during sequences of earthquakes demands adjusting nuts after each event and replacing those bolts for which the sum of previous residual elongations is excessive.

Large concentrated deformations are frequent at spandrel beams connecting coupled shear-walls (Figure 3.16(b)) or at the ends of beams meeting shear-wall edges, and hence constitute adequate locations for energy-absorbing devices.

Partial isolation of building foundations from the ground motion has been advocated as a means to control structural response and nonstructural damage^{12,13,15}. Isolating systems may consist of pads of very flexible material, assemblages of rollers or the like. Relative displacements between foundation and ground can be controlled by means of passive energy absorbing devices located at the ground-foundation interface (Figure 3.12(b)).

3.3 DESIGN PRINCIPLES

3.3.1 Design requirements and basic principles

The art of designing for earthquakes does not consist in producing structures capable of withstanding given sets of lateral forces, although that capability is part of a sound design. It involves producing systems characterized by an optimum combination of properties such as strength, stiffness, energy-absorption, and ductile-deformation capacities that will enable them to respond to frequent, moderate earthquakes without suffering significant damage, and to exceptional, severe earthquakes without endangering their own stability, their contents, or human life and limb. Achievement of this purpose means much more than application of codified rules; it demands understanding of the basic factors that determine the seismic response of structures, as well as ingenuity to produce systems with the required properties.

Codified requirements set optimum design levels in accordance with implicit cost-benefit analyses that balance initial construction costs with expected costs of damage and failure. They also recommend criteria and algorithms deemed adequate for the evaluation of the design actions tied to the optimum design levels. These recommendations serve the purpose of implementing sufficiently simple design criteria at the expense of narrowing the range of conditions where they give place to accurate predictions of response. It is the role of the engineer to recognize the possible deviations and to apply basic principles before trying to extrapolate general requirements to the particular problem at hand.

Static criteria of seismic design are stated in terms of the coefficients by which the masses of each structure have to be multiplied in order to produce the set of lateral forces to be designed for; but in most cases those coefficients stem from the dynamic response of linear shear beams possessing approximately uniform distributions of mass and stiffness. The meaning of the mentioned lateral forces must be clearly understood: they aim at providing a diagram of story shears that correspond to consistent safety levels; but they fail to predict other significant effects. Thus, reduction factors for overturning moment are required to account for the fact that maximum story shears do not occur simultaneously, and special algorithms have to be used to determine local effects, such as response of appendages and diaphragm stresses in floor systems, corresponding to safety levels consistent with those intended for story shear.

Dynamic criteria of design usually require performing a modal analysis, and hence variability of masses and stiffnesses is accounted for in the computation of the lateral force coefficients. Modal analysis however fails to predict the influence of nonlinear behavior except for some simple cases in which hysteretic dissipation of energy is distributed uniformly throughout the system and it is incapable of predicting ductility-demand concentrations and nonlinear interactions for the simultaneous action of several ground motion components. Whatever design criterion is adopted, departures of

actual conditions from those leading to uniform energy dissipation have to be recognized and their possible influence on behavior evaluated.

Given a set of design requirements and response control variables, a criterion of structural analysis capable of predicting with sufficient accuracy those variables must be applied to determine internal forces and deformed configuration. Simultaneous action of the significant components of ground motion has to be considered, including a scaling factor applied to each component in order to account for its probable value when the maximum absolute value of their combination takes place (see Chapter 2). The criterion of structural analysis adopted must be such as to recognize the possible concentrations of nonlinear behavior and to attain a sufficiently low probability that they occur at undesirable locations, as a consequence of inaccuracies of that criterion. This means that prediction of displacements and internal forces must account for stiffness and continuity, including all significant deformations; in particular, $P - \Delta$ effects must be considered at least by means of an approximate analysis intended to define the desirability of more refined studies. Some building code regulations state simple rules for deciding when $P - \Delta$ effects can be disregarded^{2, 11}. The contribution of the so-called nonstructural elements to stiffness should not be neglected, unless those elements are properly isolated from the structure or it is shown that they can not be harmful to its behavior.

Attention should be given to inertia forces associated with all significant components of local acceleration, namely angular acceleration (rotational inertia) of umbrella-like canopies or segments of stacks and vertical accelerations of long-span girders in bridges or industrial bents. Both types of acceleration are produced by horizontal, vertical, or rotational ground motion.

Adequate stress paths must be provided in order to guarantee that design forces can be transmitted down to the foundation. Deformability of the substructure and of the ground underlying it must be considered when defining the stiffness matrix of the whole system or the support conditions of the superstructure on the foundation. Distribution of contact pressures between ground and substructure should be computed on the bases that no tensile stresses can be transmitted at the interface, unless special provisions are taken, such as the construction of anchors or tension bearing piles.

Safety of structural and nonstructural elements to withstand the effects of local accelerations should be studied; in particular, overturning of walls and parapets produced by forces normal to their planes must be prevented by adequate reinforcement and anchorage.

3.3.2 Framing systems

Decisions concerning the selection of a framing system are influenced by many factors. Basic criteria are best illustrated by discussing some typical problems, as done in what follows.

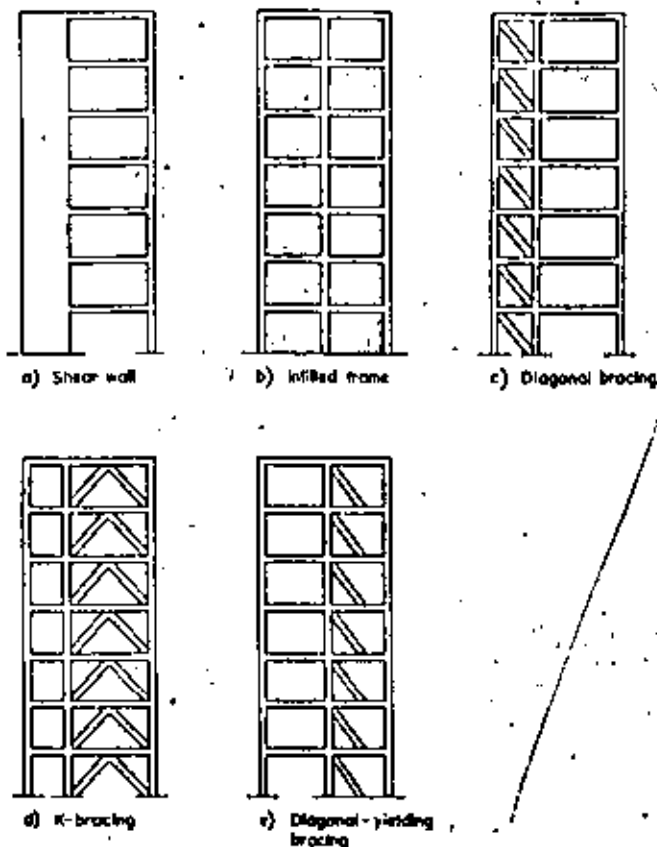
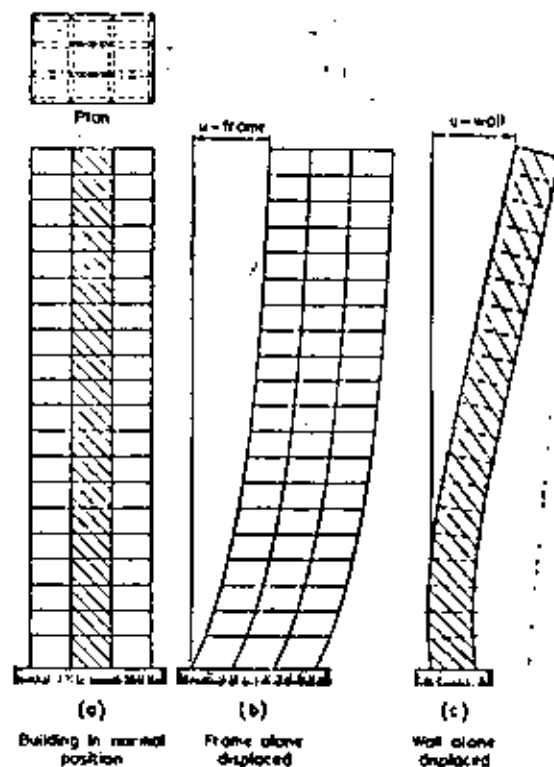


Fig. 3.13. Stiffening elements

Stiffening elements. Continuous frames can usually resist seismic forces by developing rather uniform stress paths. Their main asset is that they can easily be designed and built so as to withstand large ductility demands. However, their efficiency, based on the bending capacity of beams and columns, is lower than that of systems that base their strength on that of elements subjected to simple shear or axial forces. Besides permitting the development of larger lateral capacities without excessive costs, stiffening systems can be decisive in the control of damage associated with lateral distortions. But economic and architectural considerations may preclude the use of these elements in some instances, and they may show significant

Fig. 3.14. Lateral load response of shear walls and frames (after Newmark²²)

technical disadvantages in others. In tall buildings, enhanced stiffness is usually provided by diaphragms and cross braces; the former built in reinforced concrete or masonry, the latter in reinforced concrete or steel (Figure 3.13). Use of cross bracing is usually to be preferred over that of diaphragms in low buildings and industrial bents, except in those instances where the diaphragms are required for architectural reasons. In intermediate and tall buildings the reverse is usually true, mainly on account of the large cross-sectional dimensions that would be required for the bracing members and of the serious problems posed by their anchorage, particularly in reinforced concrete structures.

The efficiency of cross-braced bays and shear walls is reduced as their aspect ratio (height-to-width ratio) increases. The reason for this can be understood from Figure 3.14, which compares the deflected shapes of a

Webster's New Calk
Dictionary, G. E. C. M.
Springfield, Mass (1977)
defines beam as
a transverse member
to carry lateral and
or vertical loads



Fig. 3.15 Efficient shear wall sections

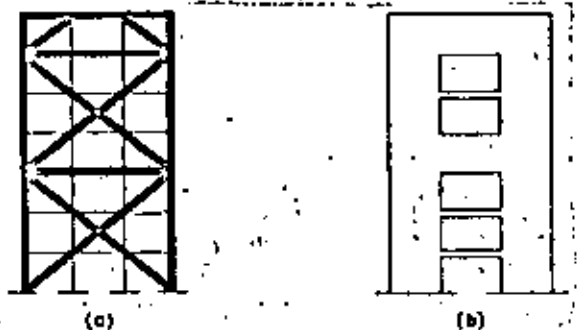


Fig. 3.16 Efficient use of stiffening elements, (a) cross braces, (b) shear walls and spandrel beams

braced bay or a wall acting as a flexural beam fixed at its base and a continuous frame acting essentially as a shear beam when both are subjected to a system of lateral forces. For equal top deflections, near the bottom the slopes of the flexural beam will be much smaller than those of the shear beam, but near the top the reverse will be true. The greater the aspect ratio of the flexural beam, the more important will be this effect. It follows that, when a system of lateral forces is resisted by the combination of a continuous frame and a slender wall, the latter will take a significant portion of the total story shear in the lower stories, but will fail to do so in the upper ones, as there the wall will tend to lean on the frame, instead of helping it to withstand the total story shear. The occurrence of large rotations of the wall horizontal sections gives place to excessive local deformations and ductility demands at the ends of beams connected to the wall edges. These problems can be aggravated by the occurrence of significant displacements associated with the flexibility of the foundation at the base of the wall. Adoption of cross sections as shown in Figure 3.15 can significantly enhance the efficiency of slender shear walls by increasing their flexural stiffness; but the most effective manner of reducing overall bending deflections is to get as wide a portion of a given bay to contribute to overall bending stiffness. In braced systems, this can be accomplished by adopting configurations as shown in Figure 3.16(a). Where architectural requirements force the adoption of a number of separate walls in the same plane, one solution consists in coupling several of them and

making them act together by means of sufficiently stiff and strong spandrel beams (Figure 3.16(b)). Then stems the problem of attaining ductile behavior in these beams (see Chapter 5).

Use of stiffening elements may bring about other problems: the flexibility of the foundation and that of the floor diaphragms may be significant in comparison with that of the stiffening elements and have to be accounted for when obtaining the distribution of internal forces. In-plane deformability of horizontal diaphragms may become very important in buildings long in plan where lateral forces are resisted by shear walls located near the ends of the building plan. Not only stiffness, but also strength of the floor diaphragms in their own plane becomes then a relevant variable.

Symmetry The distressing influence of asymmetry in structural behavior has been recognized, and perhaps over-emphasized. Efforts to avoid its effects have concentrated on the problem of adjusting stiffnesses so as to avoid torsional eccentricities; but even if computed eccentricities are negligible, important torques can develop, for instance, when high stiffnesses of certain structural members on one end of the building plan are balanced by very dissimilar elements on the other, as the relative values of the computed stiffnesses may be little reliable. In addition, eccentricities of variable magnitude may occur as a consequence of nonlinear behavior, even in those cases where conventional linear analysis predicts no torsional stresses. For this reason, it is desirable that structures be symmetric not only with respect to stiffnesses, but also to types of structural members.

Uniformity Adoption of very different spans in a given frame gives place to high shears and bending moments in the girders covering the shortest spans. These internal forces may reach excessive values in tall buildings, and even give place to objectionable variations on the axial loads of the adjacent columns; those variations can in turn affect foundation design. In low rise buildings these effects may be insignificant; the degree of uniformity which may be desirable in tall buildings may thus be objectionable in the lower ones, if it prevents taking advantage of the irregularly located points put forward by the architect. For instance, in the reinforced concrete frame structure whose floor plan is shown in Figure 3.17(a), the arrangement of service walls permits locating columns at points A, B, C, D. Such columns would reduce beam spans, and hence they would be desirable in a two- to five-story building; probably, they would be objectionable in a building having more than eight or ten stories. Nevertheless, it may in some cases be advantageous to locate columns at points that imply marked discrepancies between the spans of a tall building. It is then advisable to decrease the stiffnesses of the girders connecting those columns, mainly by reducing their depth, as shown in Figure 3.17(b).

As a consequence of vertical displacements produced by lengthening and shortening of columns, problems derived from excessive stiffness of short span beams tend to augment. Stiffness reduction called for by a good design for lateral loads might then be inconvenient because of limitations related

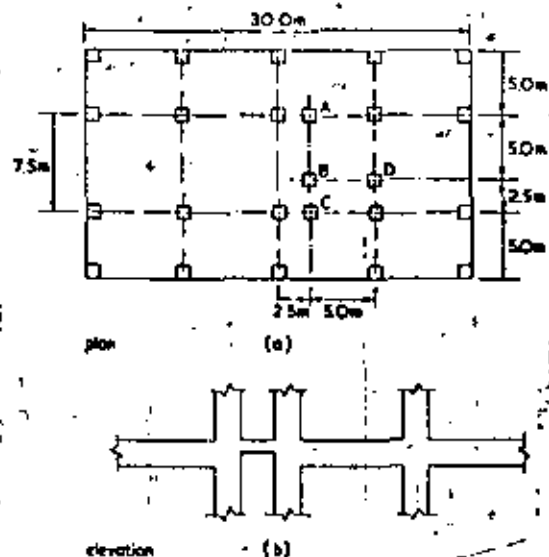


Fig. 3.17 Structural solution for building with frames in spans (after Newmark and Rosenbluth¹⁹)

with vertical load deflections. It is then advisable to project plastic hinges at the ends of the elements under consideration.

Buildings having irregular plans that include two or more main sections interconnected by narrow corridors (Figure 3.18) pose special problems of analysis and design: excessive stresses in the corridor diaphragms and significant twisting forces in the building sections can result as a consequence of interaction among those sections. Evaluation of these effects is in general a difficult task including explicit consideration of diaphragm deformability. The problem can be successfully handled by means of properly located vertical construction joints.

Staggered lines of defense. A large number of buildings base their lateral strength on the contribution of brittle elements that crack while they absorb energy during the strongest phases of a shock. Design of such buildings is often done assuming no reduction in the elastic spectral ordinates on account of ductility, as cracking may be tantamount to collapse. Their performance is greatly improved, and the design forces for a given reliability sharply reduced, however, if the system is provided with a second line of defense, capable of developing a fraction of the lateral strength of the brittle elements and of showing ductile behavior after cracking of the first, stronger and usually stiffer system. This property has been recognized by some building codes^{5,10,3,20}, which specify nearly equal ductilities for moment resisting

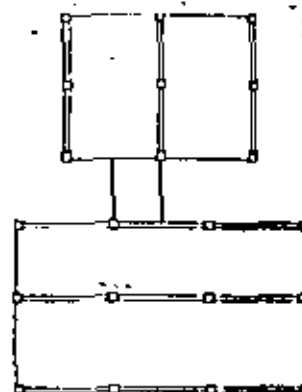


Fig. 3.18 Building sections interconnected by narrow corridors

structural frames as for dual systems that resist lateral forces by a combination of vertical bracing trusses, reinforced concrete or reinforced masonry shear walls and ductile moment resisting frames, provided the frames take at least 25% of the prescribed seismic forces.

3.3.3 Design for ductility and energy absorption

Neither local nor global ductilities can be ensured by use of a ductile material; both properties depend as well on the types of potential failure modes and on the relative values of the safety factors with respect to each of them. Thus, onset of instability precluded taking full advantage of the ductility inherent in the material used in the structure of Figure 3.3. While the stress-strain law for the material can be represented by Figure 3.6(b), the relationship between lateral force and displacement is better described by Figure 3.6(d), and this non-ductile curve will dominate system behavior unless the lateral stiffness is increased or the vertical load decreased; only the first of these actions is ordinarily feasible. Likewise, premature local buckling of a beam-flange may prevent the development of a ductile plastic hinge at the same cross section.

In order to attain ductile behavior, one must identify potential failure modes, determine those characterized by ductile behavior, and adopt a set of safety factors leading to a sufficiently low probability for the event that limit states with respect to brittle modes of behavior will be reached before those associated with ductile modes. For instance, reduction factors for lateral forces specified by Mexico City building code¹⁶ for ordinary moment resisting reinforced concrete frames correspond to an assumed ductility of 4, but the code permits that parameter to be taken as 6 if some special requirements are satisfied. Among those requirements, load factors of 1.4 are

specified for brittle-failure limit states, such as those associated with shear force, torsion and buckling, for the superposition of permanent loads and earthquake, instead of 1.1, applicable to ductile limit states.

Details and connections Because global ductility of usual structures depends as a rule on local ductilities of small regions, careful design and detailing of those regions is mandatory. In building frames, yielding is usually restricted to occur at plastic hinges located at the sections where the ratios of capacity to action are lowest. As a rule, it is feasible and convenient to have those sections at the member ends. Chapters 4 and 5 deal with the specific design criteria intended to ensure that sufficiently ductile plastic hinges will form at predetermined locations.

Brittle modes of behavior are often the consequence of exceedance of structural capacity at some particular regions where drastic changes in mechanical properties of the structural members take place. As a rule, brittleness of behavior can in those cases be ascribed to local nonlinear buckling or to stress concentrations usually unaccounted for in ordinary design. Typical among the vulnerable regions are connections between structural members. In steel structures, local brittle behavior usually results from local buckling or welding failure, while in reinforced concrete, problems of bond, diagonal tension, and stress transfer between reinforcement of different members dominate. On account of the complexity of the stress patterns usually involved, the problem is in general not only one of brittleness but also one of ignorance or carelessness in the evaluation of the structural capacity of the joint. Practical recommendations for evaluation of this capacity are provided in Chapters 4 and 5. The condition that the probability of brittle failure is sufficiently smaller than that of ductile failure is attained by adopting larger safety factors with respect to capacity of the joint than to that of the members it connects; but often the difference in safety factors is insufficient to override the wide uncertainties associated with joint behavior.

Ductility of members and subsystems In members and subsystems, ratios of safety factors with respect to brittle and ductile modes depend on the capacities of critical sections with respect to various combinations of internal forces and on the ratios between those internal forces when the member or subsystem deforms beyond the failure limit states of the critical sections. Thus, a reinforced concrete beam acted on its ends by moments M_1 and M_2 produced by permanent loads and by seismic couples M'_1 and M'_2 which grow from zero to their final values, will attain its bending capacity if either $M_1 + M'_1$ or $M_2 + M'_2$ reach the corresponding strength. Failure will be ductile if the beam is under-reinforced, i.e. if tensile bending failure governs. Brittle failure will take place if the member is over-reinforced or if development of the bending capacity is precluded by premature failure in diagonal tension. As couples M'_1 and M'_2 grow, end shears vary as $[V = V_0 \pm (M'_1 + M'_2)/L]$, where V_0 is the effect of permanent loads and L is the member span, and the member fails prematurely in diagonal tension if the

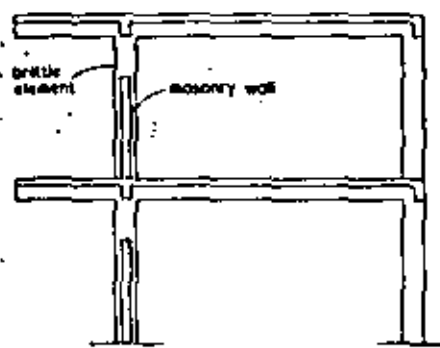


Fig. 3.19 Low ductility structure

shear at either end reaches the beam capacity before moments $M_1 + M'_1$ and $M_2 + M'_2$ reach the corresponding bending strengths.

Large values of L imply small values of the shear force for given values of M'_1 and M'_2 and bending failure is likely to dominate; ductile behavior will take place at ordinary under-reinforced members. For small values of L the opposite will be the case: brittle-type diagonal tension failure will be reached before bending failure, unless special precautions are taken to ensure that the safety factor with respect to the former mode is greater than that applicable to the latter.

The condition is often encountered in buildings with irregular plan, as shown in Figure 3.17(a); adoption of a smaller beam depth can lead to a ratio of shear to bending strengths capable of ensuring ductile behavior. The same problem is characteristic of the structural system shown in Figure 3.19, typical of school buildings in some countries: the clear height of some columns is reduced by their interaction with masonry panels lower than the story height. This leads on one hand to shear concentrations and torsional response, and on the other to large ratios of shear force to bending moments, and hence to brittle failure, under usual conditions. All these problems can be avoided if the columns are liberated from restrictions throughout the full story height, either by placing a flexible joint between wall panels and columns, or by locating frame and wall on different, parallel planes. Alternatively, ductile behavior can be accomplished in this case by designing the free-standing portion of a given column for a shear capacity equal to or larger than the sum of the bending capacities at the ends of the mentioned portion divided by its height. Interaction with axial forces must not be forgotten. In the extreme case of very short spandrel beams used for providing coupled action of adjacent shear walls (Figure 3.20), special reinforcement has to be furnished in order to attain ductile behavior under diagonal tension.

Axial loads reduce available ductility at columns ends; the larger the axial

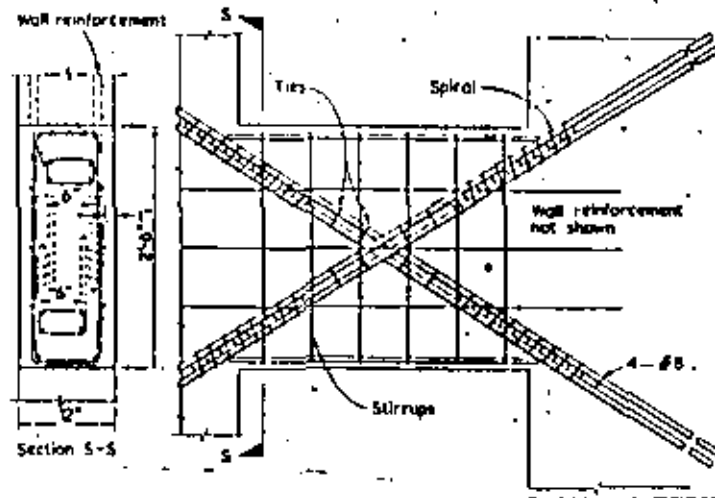


Fig. 3.20 Suggested reinforcement for coupling beam (after Paulay¹²)

stress, the larger the reduction, as shown in Figure 3.21 for a reinforced concrete column of given characteristics. Hence the criterion that suggests that plastic hinges occur at the end of beams, rather than of columns; this can be accomplished with reasonable reliability by adopting slightly higher load factors (say 10 or 20%) for column than for beam design.

The consequences of designing exclusively for strength, with neglect of ductility considerations, can be as serious as displayed in Figure 3.23, which shows the brittle failure of a large number of columns of a building having the cross section shown in Figure 3.22, during the Caracas earthquake of 1967¹⁷. Axial loads due to gravity forces and to seismic response impaired the capacity of the otherwise strong columns to develop sufficient ductility; the situation may have been aggravated because the upper stories, being much stronger in shear than the lower ones, must have given place to the occurrence of specially higher ductility demands at the columns under consideration.

3.4 SAFETY CRITERIA

3.4.1 Structural safety

Uncertainty and safety in seismic design Neither loads acting on buildings nor strengths of structural members can be predicted with sufficient accuracy that uncertainty can be neglected in design. Nominal values of loads and strengths are most unfavorable values only in the sense that the probability

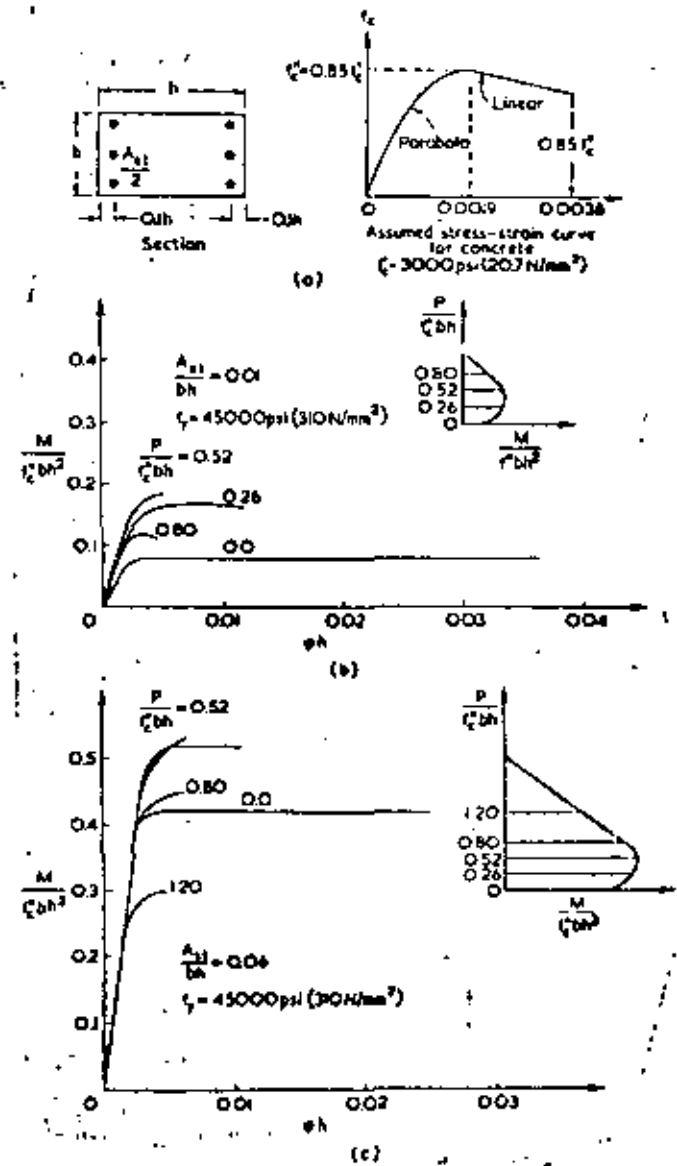


Fig. 3.21 Influence of axial load on column ductility (after Park and Paulay¹³)

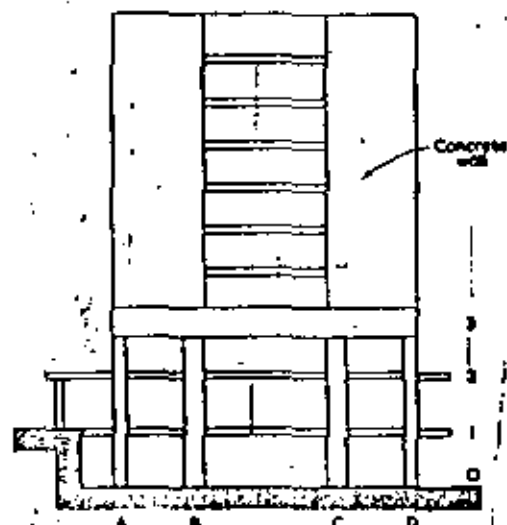


Fig. 3.22 Schematic cross-section of building damaged during Caracas 1967 earthquake¹⁷

that those loads and strengths adopt values more dangerous for the performance of a given system is sufficiently small. If the actual value of the internal force acting on a critical section or subassemblage of a structure exceeds the actual value of the corresponding strength, failure occurs. Structural safety is measured by the probability of survival, that is, that failure does not take place. When only a single load application is contemplated the probability of survival is determined by the probability distributions of load and strength at the instant when the load is applied, provided the safety margin, i.e. the difference between strength and load does not decrease with time. Seismic excitation however consists of a random number of events of random intensities taking place at random instants in time, and seismic safety cannot be described by a single probability of survival under a given load application, but rather by a time-dependent reliability function $f(t)$, equal to the probability that the structure survives all combinations of dead, live and seismic actions that affect it during an interval of length t starting at the same time as construction.

Limitation of material losses and other forms of damage is as important an aim of earthquake resistant design as is safety against collapse. For the sake of simplicity, these two objectives are usually pursued by design codes through the specification of a design earthquake for which collapse safety and deformation restrictions have to be verified. Some special structures are analyzed for two different design earthquakes; safety requirements with respect to collapse limit states are established for an extreme intensity event,

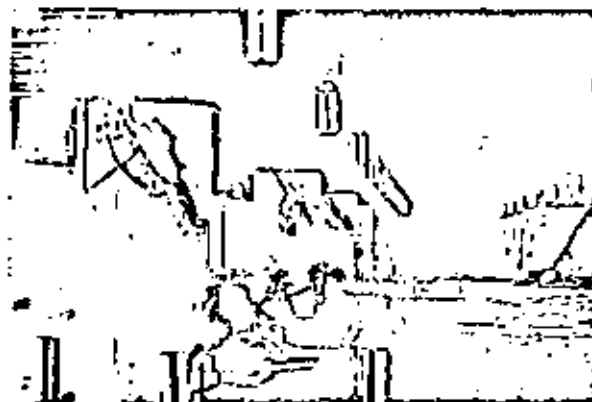


Fig. 3.23 Failure of reinforced concrete columns

while limitation of non-structural damage is aimed for through the control of stresses and deformations for shocks of moderate intensity, likely to be exceeded several times during the structure's life.

Complying with collapse safety design conditions does not mean that failure probability is annulled: it is rarely possible to set sufficiently low upper bounds to seismic intensity at a site or to structural response that designing for them will be economical or even feasible. Besides, neither structural strength nor performance for a given intensity can be predicted with certainty. Establishment of design conditions follows cost-benefit studies, where the initial costs required to provide given safety levels and degrees of protection with respect to material losses are compared with the present value of the expected consequences of structural behavior. This is obtained by adding up the costs of failure and damage that may occur during given time intervals, multiplied by their corresponding probabilities and by actualization factors that convert monetary values at arbitrary instants in the future into equivalent values at the moment of making the initial investment.

Evaluation of failure and damage probabilities implies an analysis of the uncertainties associated with structural parameters, such as mass, strength, stiffness and damping¹⁸, and with those defining seismic excitation, such as motion intensity and relation of the latter to the ordinates of the response spectra for given periods and damping values, or to other variables closely correlated with structural response. Conversely, attainment of given safety levels and degrees of protection for material losses is accomplished through the specification of nominal values of design parameters used to compute structural capacity and response and of safety factors that must relate the latter variables.

Optimum safety. The formal application of cost-benefit studies to decision making in earthquake engineering is often hindered by problems that arise in the evaluation of expected performance of structures. Prominent among them is the difficulty to express different types of failure consequences in the same unit or, more specifically, to assign monetary values to concepts such as panic, injury, death and even loss of prestige of designers, contractors or regulating agencies responsible for safety policies. Those difficulties can be overcome through adoption of decision-making models that account for uncertainty in the mentioned concepts and of policies for assessing that uncertainty. An important asset of decision oriented cost-benefit studies, however informal they may be, is their providing of insight into the relevant variables and the manner in which optimum design intensities and safety factors should vary with respect to those variables. Thus, it is concluded that optimum design intensity is an increasing function of the derivative of initial cost with respect to capacity to the expected cost of failure, and is a decreasing function of seismic activity at a site.

The latter conclusion means that the higher the activity the higher the optimum level of risk to be accepted in design^{17,18}. This is often neglected, as it contradicts the widely extended concept that in seismic design consistent safety means design for intensities having a given return period, regardless of initial costs.

The benefits of adopting safety levels that depend on the consequences of failure have been recognized in some modern design regulations. For instance, structures are classified in Mexico City Building Code¹⁹ in three categories according to their usage, namely provisional, ordinary and specially important. The second category includes apartment and office buildings, and the third includes structures the failure of which would have especially important consequences, the good performance of which is critical just after an earthquake (hospitals, fire stations), or the contents of which are very valuable (museums). Structures in the first category do not require formal earthquake resistant design, while those in the third category are designed for 1.3 times the spectral ordinates specified for the second group.

In the recently proposed Recommended Comprehensive Seismic Design Provisions for Buildings²⁰, structures are classified into three main groups according to their seismic hazard exposure, that is, the relative hazard to the public based on the intended use of the building. In decreasing order of importance, these groups include, respectively, buildings housing critical facilities which are necessary to post-disaster recovery, those which have a high density of occupancy or which restrict the movements of occupants, and other structures. Seismic design spectra are based in all seismic regions on intensities that may be exceeded with 10% probability in 50 years. Differences in the optimum safety levels for different building usages are not recognized in the adoption of different seismic coefficients, but only in the restrictions concerning height and types of structural systems and in the refinement of the criteria for structural analysis and design, which are made to depend on the seismic zone and the seismic hazard exposure.

3.4.2 Design values

Nominal values of design variables and safety factors — and hence of implicit safety levels — have been traditionally established by trial and error and engineering judgement. Although explicit optimization as described above seems the ideal framework for design, its direct application by designers is at present impractical, with the exception, perhaps, of extremely expensive structures, such as nuclear reactors, or structures built in large numbers from the same design, such as offshore drilling platforms. Design values specified in a building code should be based on optimization studies covering the types of structures contemplated by that code, and optimization should be referred to the expected population of those structures. The fact that explicit optimization is not directly applied to each individual structure implies that we are dealing with suboptimization, that is, optimization within given restrictions: design formats must be kept simple, and the number of relevant variables small. As a consequence, what is optimum for a population of structures may not be optimum for every individual member.

Nevertheless, the theory of structural reliability has provided the framework for recent attempts to attain consistency between those rules and to extrapolate them to more general conditions; simplified formulations derived from the basic concepts have led to design criteria that approach consistency while not departing from the simplicity required for practical applications^{21,22,24}. Nominal values of the design variables are chosen such that the probability that each variable will adopt a more unfavorable value does not exceed a certain limit; often, the probability limit specification is substituted with a criterion stating a number of standard deviations above or below the mean value of each variable. Consistent safety levels based on cost-benefit studies are approached through proper handling of load factors and strength reduction factors²³.

Permanent loads. Dead and live loads affect seismic design conditions in various manners: they give place to internal forces produced by gravity — thus reducing capacity available to resist seismic forces — and they influence seismic response, both with regard to the structure's vibration periods and to the relation between mass, acceleration and force. The influence on natural periods is usually disregarded when specifying design loads, but can be accounted for by stating probable ranges of variation of those periods with respect to their computed values. Because dead loads are essentially constant in time, their design values for the combination of permanent and accidental loads coincide with those valid for the action of the former alone. Design values for live loads to be used in combination with earthquake must be obtained from the probability distributions of their value at an arbitrary instant in time, rather than of their maximum during a relatively long interval; the fact that the cost of failure in case it occurs is a function of the acting live load has been accounted for in some recent cost-benefit studies²⁵. These considerations substantiate the requirements of some design codes that state different design live loads for their combination with permanent and accidental loads or with permanent loads alone²⁶.

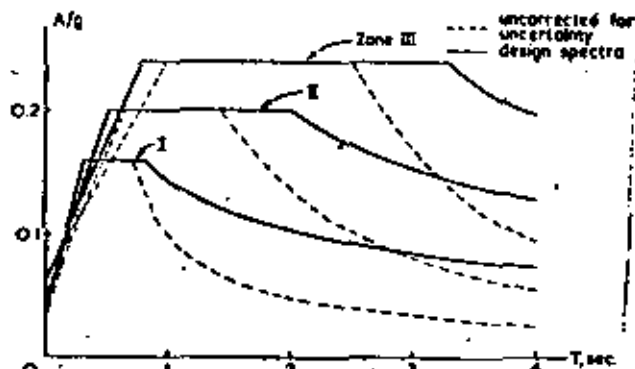
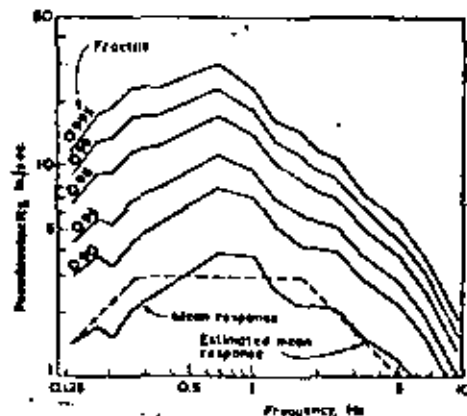


Fig. 3.24 Design spectra corrected for uncertainty in natural period

Natural periods Uncertainty in natural periods stems from that associated with mass and stiffness as well as with soil-structure interaction; its significance arises from the sensitivity of spectral ordinates to this parameter. That uncertainty can be taken into account by adopting unfavorable values derived either by applying corrective factors to those computed in terms of nominal values of the relevant parameters or by covering those uncertainties by means of suitable modifications to the ordinates of the nominal design spectra. As a rule, corrective factors greater than unity are applied to periods lying in the ascending branch of the acceleration spectrum, and values smaller than unity are applied otherwise. For instance, Figure 3.24 shows design spectra for three microzones in Mexico City both for deterministically known and uncertain natural periods^{3,16}. For multidegree of freedom systems this criterion errs on the safe side, as it neglects probabilistic correlation among natural periods.

Design spectra Detailed characteristics of earthquakes are only approximately specified when a design intensity is adopted. Specification of design spectra for linear systems involves making decisions with respect to the design intensity and to the probability of exceedance of the proposed spectral ordinates given that intensity. Because the frequency content of ground motion varies with magnitude, focal mechanism, and site-to-source distance, earthquake intensity by itself does not determine the probability distribution of spectral ordinates for all ranges of natural periods. Unless seismic risk at a site can be ascribed exclusively to shocks that may generate at the same source, design spectra can not be made to correspond to the 'worst probable earthquake' to be expected at the site; rather, they should be obtained from the probability distributions of maximum response for different natural periods, regardless of the seismic source where every particular shock may have originated.

Fig. 3.25 Response spectra for different exceedance probabilities after McGuire¹⁴

As a rule, the probability distributions of maximum spectral ordinates referred to in the foregoing paragraphs cannot be directly inferred from strong-motion records obtained at the site of interest, as only exceptionally is a large enough sample of those records available for the site. Instead, those distributions are usually generated from stochastic process models of local seismicity in the near-by seismic sources and the transformation of magnitudes and source locations into intensities at the site by means of attenuation laws that relate the pertinent variables with site-to-source distance^{17,21,22}. Spectral ordinates corresponding to given probabilities of exceedance for a given magnitude and distance are shown in Figure 3.25, obtained from ref. 29. If peak ground acceleration and velocity are given, mean values of design spectra or values corresponding to given exceedance probabilities for different damping ratios can be readily estimated, as shown in Figure 2.1.

Use of elastic spectra on firm ground as the basis for constructing inelastic design spectra is illustrated in Figure 2.3. The solid line represents an elastic design spectrum constructed according to the criterion of Ref. 3.30; ordinates are pseudovelocities and abscissas are natural frequencies, and both scales are logarithmic. The dashed line represents the nonlinear spectrum for the same damping as the elastic spectrum and a ductility factor μ ; spectral accelerations can be directly read from the dashed-line plot by referring it to an adequate system of straight lines sloping down from the left, and total displacements of the inelastic system are obtained by multiplying those corresponding to the dashed line by the ductility factor μ (dash-point line). The relation between the various segments of the reduced acceleration spectrum $D^*V^*A^*_g$ and their counterparts for the elastic case is as follows^{3,30}. The extreme right-hand portion of the spectrum, where the

response is governed by the maximum ground acceleration, remains at the same acceleration level as for the elastic case, and therefore at a corresponding increased total displacement level; the ordinates of segments II and V in the small and intermediate frequency ranges, respectively, are divided by μ , and the ordinates of segment A are reduced according to an equal-energy criterion, which for elasto-plastic systems is tantamount to dividing by $(2\mu - 1)^{1/2}$.

The accelerograms of some earthquakes recorded on the surface of thick sediments of soft soil are characterized by their long duration and by their nearly harmonic nature. These properties are reflected in their linear response spectra, which show very narrow and pronounced peaks at one or more dominant periods (Figure 3.26). The validity of the foregoing rules for transforming linear spectra into their nonlinear counterparts has not been assessed yet, but some significant features have been qualitatively applied in the formulation of design spectra for the soft soil region in Mexico City. As Figure 3.26 shows, the design spectra uncorrected for uncertainty in natural period shows a wide plateau of constant ordinates, which is intended to cover the tendency of structures possessing natural periods shorter than those dominant in the ground motion to show increased responses as their effective periods grow as a consequence of nonlinear behavior.

Figure 3.26 also shows a correction for uncertainty in natural periods on both sides of the region of maximum ordinates; it also shows that on the long period side, specified ordinates are made to decay at a significantly slower rate than in the recorded spectrum. The latter requirement stands for the convenience of covering the decrease in reliability due to the possibility of occurrence of a large number of failure modes, and of providing additional protection with respect to unfavorable behavior caused by phenomena typical of long period structures and not normally considered in analysis, such as some forms of soil-structure interaction, concentrations of ductility demand, and slenderness effects in excess of computed values.

Damping and ductility. The recommendations of some modern building codes^{14, 22} are formulated as though design spectra were actually based on linear response spectra for 5 to 10% viscous damping, with correction factors intended to account for ductilities in the approximate range of 1 to 6. But structural damping at small strains is much smaller than openly recognized in design specifications. Thus, while linear response spectra that provide the basis for the recommendations of Ref. 3.16 correspond to a damping ratio of 0.05 of critical, tests on actual structures subjected to small amplitude vibration show that this value should not exceed 2 to 3% for reinforced concrete structures or 0.5 to 1% for welded steel structures with low density of nonstructural elements. Apparent inconsistencies are rather a matter of tradition and of nomenclature than of actual safety, as most damping, even at low strains, must be ascribed to nonlinear response and deterioration rather than to viscous, non-damaging behavior. Nominal ductile capacity for given structures has not been derived from probabilistic

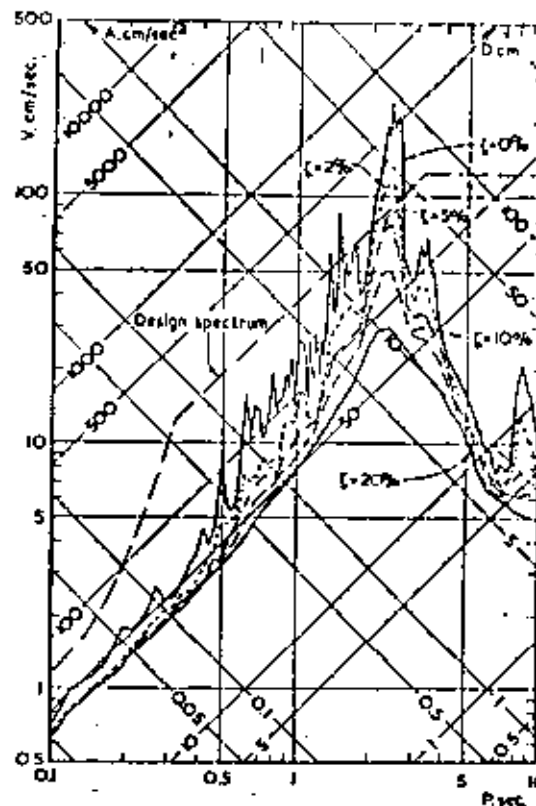


Fig. 3.26. Typical response spectra on soft clay in Mexico City.

analysis of the measured ductilities developed by various structural systems subjected to dynamic excitation, but rather by semi-empirical adjustment of design coefficients based on engineering judgement, economic considerations, and study of the observed response of structures of known properties to severe ground shaking.

3.4.3 Reliability analysis in seismic design

As mentioned above, the reliability function of a system in a given environment is the probability that the system survives all the actions exerted upon it by the environment during a given time interval. Its computation is based on the probability distribution of the minimum safety margin during

the given interval, and this probability is in turn dependent on the probability distributions of system strength and environment action at every instant within the interval. In seismic reliability problems the environment is described by stochastic models of dead, live and seismic loads, while system strength is described by probabilities of occurrence of given failure modes for given combinations of the mentioned loads. Uncertainty in seismic loads arises from randomness in earthquake origin, magnitude, rupture mechanism and wave propagation path, as well as from uncertainty in dynamic response for a given earthquake intensity. A brief description of the basic concepts of seismic reliability analysis is presented in the following, with the intention that it will provide a conceptual framework for the rational determination of safety levels and hence of pertinent design values and safety factors. More complete studies can be found in Refs. 3.21, 3.27 and 3.31.

Seismicity. Let Y be earthquake intensity, expressed in terms of a set of parameters (such as peak ground acceleration or velocity, spectral response for given period and damping) that can be directly correlated with structural response or performance. Seismicity will be described by the stochastic process of occurrence of significant events, that is earthquakes having at the site of interest an intensity sufficiently high as to affect engineering structures, and by the conditional probability distribution of intensity given the occurrence of an event. Let T be the interval between occurrence of successive significant events, T_1 the time from the instant observations are started to the first event, and $f_r(t)$, $f_1(t)$ the respective probability density functions. The probability density function of the time to the r th significant event is obtained recursively as follows:

$$f_r(t) = \int_0^t f_{r-1}(t-\tau) f_1(\tau) d\tau, \quad r > 1 \quad (3.1)$$

thus, the probability density function of the time to first exceedance of intensity y equals

$$g_1(t) = \sum_{r=1}^{\infty} f_r(t) P^{r-1} \quad (3.2)$$

where $Q(y)$ (assumed independent of r and n) is the conditional cumulative probability distribution of intensity given that a significant event has occurred, and $P = 1 - Q$. The probability density function of the time to failure for a structure having a deterministically known strength Y_n can be obtained by means of Equation 3.2, making $Q = Q(Y_n)$.

Different expressions have been proposed for f_T and f_1 ^{3,28}. The simplest of them, although not the most realistic, assumes significant events to take place in accordance with a Poisson process, that is,

$$f_1(t) = f_T(t) = \nu \exp(-\nu t)$$

where ν is the mean rate of occurrence of the mentioned events. Under this assumption, Equation 3.2 leads to

$$g_1(t) = \nu P e^{-\nu t} \quad (3.3)$$

The discussion that follows will be confined to this assumption. A more general treatment can be found in Ref. 3.31.

Structural response. Let D be the cost of damage caused by an earthquake on a structure. It can vary between 0 and $D_0 + A$, where D_0 is the total cost of the structure and A that of its contents, as well as all other consequences (such as loss of human lives and indirect effects) expressed in monetary terms, diminished by the salvage value. A probability density function of D conditional to every possible value of intensity can be established^{3,22}. If that function is denoted by $f_{D|Y}(d|y)$, the probability density function of D every time a significant event takes place is

$$f_D(d) = \int_0^{\infty} f_{D|Y}(d|y) p(y) dy \quad (3.4)$$

It may be advantageous to express the domain of possible damage levels of a given structure by a set of potential failure modes. If $p_i(y)$ is the probability of failure in mode i given an intensity equal to y , and D_i is the corresponding cost of damage, then the marginal probability of failure in mode i given the occurrence of a significant event is

$$\bar{p}_i = \int_0^{\infty} \frac{dQ_i(y)}{dy} p(y) dy \quad (3.5)$$

and the expected cost of damage for each event is

$$\bar{D} = \sum_i D_i \bar{p}_i \quad (3.6)$$

the \bar{p}_i 's are functions of acting permanent loads, design parameters, and safety factors with respect to all relevant failure modes. By changing relative values of those safety factors it is possible to make failure modes with the highest consequences (in general, brittle modes) much less likely than those leading to lower damage levels. Thus, adoption of higher load factors for column than for beam bending moments may be advisable when significant axial loads hinder the development of enough ductile capacity at column ends; or it may be advantageous to make a structure safer with respect to overturning moment than to lateral yielding. Quantitative assessment of adequate increments of load factors can be established from economic considerations within the cost-benefit framework advocated in the sequel.

Optimum design Let $C(x_1, \dots, x_n)$ be the initial cost of a given structure, and x_1, \dots, x_n a set of design parameters (resistances, stiffnesses, ductilities). Optimal values of those parameters are those maximizing the function

$$V = B - C - Z \quad (3.7)$$

where B and Z , also functions of the set of design parameters, are present values of the expected benefits and failure consequences, respectively. In other words: if $H(t)$ is the expected value of benefits at time t derived from performance of the structure, and γ is a discount rate such that present values of future losses or benefits can be obtained through multiplication of the latter by $\exp(-\gamma t)$, then

$$B = \int_0^{\infty} H(t) \exp(-\gamma t) dt \quad (3.8)$$

and

$$Z = \int_0^{\infty} v \delta \exp(-\gamma t) I(t) dt \quad (3.9)$$

where $I(t)$ is the reliability function defined above. The meaning of $I(t)$ in Equations 3.8 and 3.9 is that production of benefits and losses is subjected to the condition that the structure has survived all previous loads. For the case of deterministically known strength Y_s , Equation 3.3 leads to

$$I(t) = \exp(-v P_s t) \quad (3.10)$$

where

$$P_s = P(Y_s)$$

From Equations 3.8, 3.10 and the assumption that $b(t) = b$ is constant,

$$B = \frac{b}{\gamma + v P_s} \quad (3.11)$$

Likewise, from Equation 3.9,

$$Z = \frac{v \delta}{\gamma + v P_s} \quad (3.12)$$

and the expression for utility becomes

$$U = \frac{b}{\gamma + v P_s} - C - \frac{v \delta}{\gamma + v P_s} \quad (3.13)$$

If Y_s is the minimum intensity of significant events, that is, an intensity below which no damage can occur, then v can be approximately expressed as $K Y_s^r$, where K and r depend on the activity of seismic sources near the site^{1,24}. Under these conditions, $P_s = (Y_s/Y_d)^r$.

Expressing b , P_s and δ in terms of the set of design parameters and differentiating with respect to them, a system of equations is obtained from which optimum values of those parameters can be determined.

If structural strength for a given set of design parameters is uncertain, Equations 3.10 and 3.13 become respectively

$$I(t) = E[\exp(-v P_s t)] \quad (3.14)$$

$$U = E\left[\frac{b}{\gamma + v P_s} - C - \frac{v \delta}{\gamma + v P_s}\right] \quad (3.15)$$

The expectations in the above equations are taken with respect to the probability density functions of structural strength Y_s .

Different expressions for U can be obtained, depending on the policy adopted *a priori* with regard to repair and reconstruction measures to be taken after every damaging event²¹. Optimum design parameters may be strongly influenced by that policy.

Specification of safety in codified design According to the optimization criteria described above, determination of design resistances, stiffnesses and ductilities is not based on the expected response to a single event, defined by a given spectrum and assumed to correspond to a given return period. Instead, design parameters are optimum in the sense that they lead to the best investment of resources taking into account long term expected behavior under the action of a random number of random loads. However, by comparison with safety requirements for permanent loads, it is usually advantageous to specify seismic safety in terms of a design earthquake, assumed to correspond to a given return period, a set of rules to define minimum probable resistances from their expected values and variation coefficients, and a set of load factors. Safety under the action of the design earthquake is not significant by itself, but because it is an indirect measure of the reliability function $I(t)$.

Member and system reliability In the applications of the theory of structural reliability to the formulation of consistent safety design criteria for a single load application, nominal capacities of members or critical sections are often defined by either of the following expressions^{2,21,22}

$$R^* = \bar{R} \exp(-\alpha V_R) \quad (3.16)$$

$$R^* = \bar{R} / (1 + \alpha V_R) \quad (3.17)$$

Here, R^* denotes nominal value of the random strength R , \bar{R} its expected

value, V_i its coefficient of variation and α a constant that depends on the probability that R is smaller than its nominal value. It is clear that the ratio R^0/R is smaller than unity and decreases when V_i increases.

The capacity with respect to some failure modes in ductile systems can be expressed as the sum of the contributions of the capacities of a number of critical sections. Take for instance the shear capacity of a given story of a frame building and consider that capacity to be made up of the contributions of the moment capacities at all column ends. The coefficient of variation of the story shear capacity is equal to

$$V = \left(\sum_i p_{ij} V_i R_i \right)^{1/2} / \sum R_i$$

where R_i is the strength at the i th critical section, R_i and V_i respectively its expected value and coefficient of variation and p_{ij} the correlation coefficient between R_i and R_j . If the latter variables are stochastically independent,

$$V = \left(\sum_i V_i R_i^2 \right)^{1/2} / \sum R_i$$

and if all V_i 's are equal to v ,

$$V = v \left(\sum_i R_i^2 \right)^{1/2} / \sum R_i$$

hence, $V \leq 1$ and the nominal value of R that would be obtained by direct application of Equations 3.17(a) or (b) with the adequate value of V will exceed that obtained by simple addition of the nominal values R_i^0 of the contributions of all critical sections. This result is an analytical way of expressing an often intuitively derived principle: that under similar safety conditions for individual critical sections the reliability of ductile systems with respect to failure modes that require the development of the capacity of n critical sections decreases with decreasing n . Because design criteria for the revision of safety conditions are usually stated in terms of the ratio of structural capacity to internal load at each individual critical section, the effect under study has to be accounted for by making required safety factors vary with the number of critical sections involved in a failure mode. This is the basis for the prescription in the 1976 Mexico City Building Code stating that the generalized force acting on every shear wall or column that takes up more than 20% of the story generalized force (shear, torque or overturning moment) be increased 20% or by the prescription concerning nonredundant systems in ATC recommendations^{7, 26} stating that when a building system is designed or constructed so that the failure of a single member, connection or component would endanger the stability of the building, that member,

connection or component should be provided with a strength at least 50% greater than otherwise required.

Superposition of modal contributions Maximum contributions of all natural modes to a given response — internal force at a critical section, displacement or deformation — do not take place simultaneously. The design value of a response parameter is assumed proportional to its standard deviation at the end of the earthquake. After some simplifications^{2, 10}, this criterion leads to the following expression:

$$S = \left(\sum_i \frac{S_i^2}{1 + \epsilon_i} \right)^{1/2} \quad (3.18)$$

In which

$$\epsilon_i = \frac{\omega_i^2 - \omega_0^2}{\omega_i^2 + \omega_0^2} \quad (3.19)$$

and S_i is the maximum absolute value of the contribution of the i th mode to the response of interest; it is to be taken with the sign adopted by the unit impulse response function of the response of interest to a ground velocity step-increment when the mentioned function attains its maximum numerical value.

In Equation 3.19, ω_i = undamped circular frequency of i th natural mode,

$\omega_i = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}$ = damped circular frequency of i th natural mode,

$$\zeta_i = \zeta_i + 2/\omega_i s$$

ζ_i = damping ratio of i th natural mode (assumed equal to 0.05 unless a different value is justified), and s = duration of segment of stationary white noise equivalent to the family of actual design earthquakes; s may range from 20 to 40 seconds for ground conditions ranging from firm ground to thick deposits of very soft material. The influence of stochastic correlation between the instants when the response associated with each mode reaches its maximum is reflected in Equation 3.18 through the participation of ϵ_i ; when ϵ_i differs significantly from ω_i^2/ω_0^2 , it is large and S^2 approaches the sum of the squares of the individual mode contributions, $\sum S_i^2$. However, when ω_i is

close to ω_0 , ϵ_i tends to zero and the cross-product terms $S_i S_j$ for $i \neq j$, become significant. The fact that each of these terms can be either positive or negative accounts for the possibilities of strongly correlated modal responses taking place with phase angles close to either 0 or 180°.

In buildings, cross-product terms are usually negligible. Exceptions occur, for instance, in the modal analysis of buildings possessing small torsional eccentricities, when torsional degrees of freedom are taken into account, or in the analysis of any type of structure when the response of an appendage

(portion characterized by a mass much smaller than the others into which the system has been discretized) is taken as a degree of freedom in the computation of modal shapes and frequencies^{18, 19}.

Superposition of ground motion components. It has been customary to design structures so that they resist the envelope of effects of the various components of earthquake motion as though these components acted one at a time. There is growing consciousness that design should recognize the simultaneous action of all the components, as a number of conditions have been identified where superposition of those components significantly affects safety. Take, for instance, a building possessing continuous frames in two orthogonal directions, another with an asymmetrical plan, and a long continuous bridge with several supports. If the columns in the first structure are built in reinforced concrete and possess a square cross section, the most unfavorable direction of application of seismic forces will be along their diagonal, rather than parallel to either system of orthogonal frames. In addition, if the nonlinear response of the structure is analyzed and substantial ductility is developed at the column ends, effective stiffnesses of the frames in one direction will depend at any instant on the simultaneous state of deformation of the other system of frames; in other words, significant interaction will exist between ductility demands in both directions. Frames normal to the direction of asymmetry in the second case are subjected to the effects of direct shear produced by the horizontal ground component parallel to them, and to the torsional effects associated with the other horizontal component. Out of phase motion of the various supports in the third structure affect qualitatively and quantitatively the distribution of internal forces.

An approximate criterion to account for the foregoing effects has been recently developed; it evolved from a simplification of a second moment formulation of structural safety^{20, 21} and consists of the following²²:

- (1) Compute the responses to gravity loads and to the components of ground motion regarded as potentially significant. Let those responses be arranged into vectors $R = R_0$ and R_i , respectively, with $i = 1, 2, \dots, n$.
- (2) Obtain vectors

$$R = R_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i R_i$$

assigning plus and minus signs to $\alpha_i R_i$, ordering the R_i 's in all possible permutations, and giving the α_i 's the values in Table 3.1.

- (3) If the problem is one of analysis, find out whether all points fall within the failure surface. If the problem is one of design, assign the design parameters such values that the safe domain will contain all the points.

In the analysis and design of towers and chimney stacks it is advisable to take α_i equal to 0.5 instead of 0.3 for $i \geq 2$. This recommendation stems from two considerations: in towers having square or rectangular plan, supported on four equal columns, application of the foregoing criterion with $\alpha_i = 0.3$ to safety checking with respect to axial stresses produced by overturning

TABLE 3.1 Values of α_i and maximum errors in amplitude of seismic response vector (after Ref. 3.27)

i of n	α_i	max. error (%)	α_i	Max. error safe side (%)	Max. error unsafe side (%)
1	1.000	0.0	1.0	0.0	0.0
2	0.336	5.5	0.3	4.4	8.1
3	0.250	8.4	0.3	8.6	7.6
4	0.206	10.4	0.3	12.7	5.0
5	0.179	11.8	0.3	16.6	1.6
6	0.160	13.0	0.3	20.4	-2.1
7	0.146	13.9	0.3	24.1	-5.8
8	0.135	14.7	0.3	27.7	-9.6
9	0.126	15.4	0.3	31.1	-13.3
10	0.118	16.0	0.3	34.5	-17.0

moment leads to systematic errors on the unsafe side; and in structures nominally having radial symmetry, such as chimney stacks, an apparently insignificant asymmetry causes an appreciable degree of coupling between modes of vibration involving orthogonal horizontal displacements.

3.4.4 Repair and strengthening of existing structures

Historical monuments, damaged structures and those to be remodeled or the use of which is modified, often pose the problem of deciding about adequate safety levels and compliance with current building codes. In some regions, large portions of important buildings have been designed and built according to standards that were afterwards deemed insufficiently strict, and there are large numbers of unengineered dwelling units. Adoption of standards applicable to new structures is cumbersome and expensive in most cases mentioned above. The situation must be coped with having in mind that the objective of engineering design is to optimize for society. Decision models dealing with these cases have recently been developed²².

REFERENCES

- 3.1 Esteva, L., 'Behavior Under Alternating Loads of Masonry Diaphragms Framed by Reinforced Concrete Members', *Proc. Int. symposium on the Effects of Repeated Loading of Materials and Structures*, RII I.M., Mexico City (1966).
- 3.2 Krawinkler, H., Bertero, V. V., and Popov, F. P., 'Inelastic Behavior of Steel Beam-to-Column Subassemblies', *Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, Univ. California, UC RC 71-7*, Berkeley, Cal. (1971).
- 3.3 Frank, R. A., Anagnostopoulou, S. A., Biggs, J. M. and Vanmarcke, E. H., 'Variability of Structural Response Due to Real and Artificial Ground Motions', MIT Department of Civil Engineering, *Research Report R76-6* (1976).

- 34 Haviland, R. W., Biggs, J. M. and Anagnostopoulos, S. A., 'Inelastic Response Spectrum Design Procedures for Steel Frames', MIT Department of Civil Engineering Research Report R76-40 (1976)
- 35 Veletsos, A. S., 'Maximum Deformations of Certain Nonlinear Systems', *Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile (1969)
- 36 Dugal, J., 'Dynamic Response of Single-Degree-of-Freedom Bilinear Systems', Master's Thesis, Rice University, Houston, Tex. (1966)
- 37 Spencer, R. A., 'The Nonlinear Response of Multistory Prestressed Concrete Structures to Earthquake Excitation', *Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile (1969)
- 38 Penzien, J. and Liu, S. C., 'Nondeterministic Analysis of Nonlinear Structures Subjected to Earthquake Excitation', *Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile (1969)
- 39 Ramirez, J., 'Efectos de Inestabilidad en la Respuesta Sismica de Estructuras de Cortante Inelásticas', Master's Thesis, Faculty of Engineering, National University of Mexico (1972)
- 40 Newmark, N. M. and Rosenblueth, E., 'Fundamentals of Earthquake Engineering', Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1971)
- 41 Guerra, O. R. and Esteva, L., 'Equivalent Properties and Ductility Requirements in Seismic Dynamic Analysis of Nonlinear Systems', *Proc. Sixth World Conference on Earthquake Engineering*, New Delhi, India (1977)
- 42 Rosenblueth, E., 'Temblor de Chikeno de Mayo 1970 Sus Efectos en Estructuras Civiles', *Ingeniería*, 31, 1, Mexico, D.F. (1963)
- 43 Gonzalez-Flores, M., 'Súmula para Estimar los Esfuerzos Peligrosos que los Temblores Causan en las Estructuras', *Quinto Congreso Mexicano de la Industria de la Construcción*, Mexico, D.F. (1964)
- 44 Skinner, R. I., Kelly, J. M. and Heine, A. J., 'Energy Absorption Devices for Earthquake Resistant Structures', *Proc. Eighth World Conference on Earthquake Engineering*, Rome, Italy (1973)
- 45 Ruiz, S. E., Esteva, L. and Guerra, O. R., 'Desarrollo y Evaluación de Sistemas para Limitar las Acciones Sísmicas sobre Edificios', *Ingeniería*, 47, 2, México, D.F. (1977)
- 46 'Diseño estructural', Mexico City Building Code, Mexico, D.F. (1977)
- 47 Esteva, L., Diaz de Cossio, R. and Jorday, J., 'El Temblor de Caracas, Julio de 1967', *Ingeniería*, 38, 3, México, D.F. (1968)
- 48 Haviland, R., 'A Study of the Uncertainties in the Fundamental Translational Periods and Damping Values for Real Buildings', MIT, Department of Civil Engineering Research Report R76-12 (1976)
- 49 Esteva, L., 'Seismic Risk and Seismic Design Decisions', *Seminars on Seismic Design of Nuclear Power Plants*, MIT Press, Cambridge, Mass. (1969)
- 50 'Recommended Comprehensive Seismic Design Provisions for Buildings', Applied Technology Council, Palo Alto, Calif. (1973)
- 51 Rosenblueth, E. and Esteva, L., 'Reliability Basis for Some Mexican Codes', American Concrete Institute, Special Publication 31 (1971)
- 52 Méh, R., 'Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal', *Institute of Engineering, National University of Mexico*, Report 375 (1976)
- 53 Esteva, L., 'Regionalización Sísmica de México para Fines de Ingeniería', Institute of Engineering, National University of Mexico, Report 246 (1970) 4
- 54 Rosenblueth, E., 'Code Specification of Safety and Serviceability', State of Art Report 2, Technical Committee 10 Structural Safety and Probabilistic Methods, ASCE-IABSE Joint Committee on Planning and Design of Tall Buildings, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Bethlehem, Pa. (1972)
- 55 Lind, N. C., 'Deterministic Format for the Probabilistic Design of Structures', in *An Introduction to Structural Optimization*, Solid Mechanics Division, Univ. Waterloo, Waterloo, Ont., Canada, SM Study 3 (1969)
- 56 Rosenblueth, E. and Mendoza, E., 'Optimum Seismic Design of Auditoriums', *Proc. Fifth World Conference on Earthquake Engineering*, 2, Rome, Italy (1973)
- 57 Esteva, L., 'Criterios para la Construcción de Espectros de Diseño Sísmico', Institute of Engineering, National University of Mexico, Report 178 (1968)
- 58 Esteva, L., 'Seismicity', Chapter 6 of *Seismic Risk and Engineering Decisions* (Edited by C. Lomnitz and E. Rosenblueth), Elsevier, Amsterdam (1976)
- 59 McGuire, R. K., 'Seismic Structural Response Risk Analysis, Incorporation Peak Response Regressions on Earthquake Magnitude and Distance', Ph.D. Thesis, MIT Department of Civil Engineering (1974)
- 60 Newmark, N. M. and Hall, W. J., 'Procedures and Criteria for Earthquake Resistant Design', *Building Practices for Disaster Mitigation, Building Science Series 46*, National Bureau of Standards, Washington, D.C. (1971)
- 61 Rosenblueth, E., 'Optimum Design for Intrequent Disturbances', *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.* 579 (Sept. 1974)
- 62 Rosenblueth, E., 'Decisiones Óptimas para Estructuras Existentes en Zona Sísmica. Primera etapa', Institute of Engineering, National University of Mexico (in press)
- 63 Newmark, N. M., 'Current Trends in the Seismic Analysis and Design of High-Rise Structures', in *Earthquake Engineering* (Edited by R. Wiegell), Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1970)
- 64 Paulay, T., 'Coupling Beams of Reinforced Concrete Shear Walls', *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.* 97, ST3 (March, 1971)
- 65 Park, R. and Paulay, T., 'Reinforced Concrete Structures', John Wiley and Sons, New York, N.Y. (1975)
- 66 Hasofer, A. M. and Lind, N. C., 'Exact and Invariant Second Moment Code Format', *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.* 104, EM1 (1974)
- 67 Rosenblueth, E. and Contreras, H., 'Approximate Design for Multicomponent Earthquakes', Submitted for publication to *J. Engrg. Mech. Div. Am. Soc. Civ. Engrs.*

DUCTILIDAD Y COMPORTAMIENTO SISMICO**

L. Esteve*

1. Naturaleza del diseño sísmico

El diseño en ingeniería se halla arraigado en la necesidad social de optimar. Implica considerar acciones alternativas, estimar sus consecuencias y hacer la mejor selección. En ingeniería sísmica, cada posible línea de acción incluye la adopción de un sistema estructural y un criterio de diseño sísmico, mientras que la evaluación de las consecuencias implica estimar respuestas estructurales y costos esperados de daños. Los criterios usuales de diseño sísmico adoptan coeficientes de cortante y ordenadas espectrales como medidas de la respuesta estructural, ya que esta se expresa en general en términos de aceleraciones y fuerzas laterales equivalentes actuando sobre sistemas lineales. Pero estas variables no son sino medidas indirectas del comportamiento del sistema durante temblores: sirven para controlar los valores de variables más significativas, tales como deflexiones laterales de los sistemas no lineales reales; ductilidades locales y de conjunto, y márgenes de seguridad con respecto a falla por inestabilidad (efectos de segundo orden). En vista de que las relaciones entre variables de control y respuesta real dependen del tipo y características del sistema estructural, la comprensión de estas relaciones es requisito para el logro de diseños adecuados. Este concepto se opone a la aplicación ciega de requisitos reglamentarios: en diseño sísmico, más que en otros campos de ingeniería, es fácil caer en la aplicación estricta, pero ciega, de las más avanzadas normas y,

sin embargo, producir una estructura destinada a comportarse pobremente.

La optimación que es meta del diseño sísmico puede expresarse en términos de varios objetivos directos: el diseño sísmico trata de proporcionar niveles adecuados de seguridad con respecto al colapso ante temblores excepcionalmente intensos, así como con respecto a daños a construcciones adyacentes; busca también proteger a las construcciones contra daños materiales excesivos bajo la acción de temblores de intensidad moderada, asegurar la facilidad de los trabajos de reparación, reconstrucción o refuerzo en caso de daños, y proporcionar protección contra la acumulación de daño estructural durante series de temblores. Finalmente, se trata de preservar la seguridad y la comodidad de los ocupantes y del público en general, logrando que la respuesta estructural durante temblores de intensidad moderada no exceda ciertos niveles de tolerancia, y evitando el pánico durante temblores de intensidad moderada o alta, particularmente en edificios en donde se espera frecuente aglomeración de personas.

La consecución de los objetivos anteriores requiere mucho más que el dimensionamiento de los miembros estructurales para fuerzas internas dadas. Es indispensable tomar en cuenta explícitamente dichos objetivos, así como los problemas relacionados con la respuesta estructural no lineal y con el comportamiento de materiales, miembros y conexiones sometidos a varios ciclos de carga alternada. Implica también la identificación de condiciones de servicio y la formulación de los criterios de aceptación correspondientes.

2. Comportamiento no lineal, ductilidad y respuesta sísmica

Se dice que un sistema estructural es dúctil si es capaz de soportar deformaciones importantes a carga prácticamente constante, sin alcanzar niveles excesivos de daño o de disminución de la resistencia ante aplicaciones subsecuentes de cargas. Las curvas a y b en la fig 1 muestran relaciones típicas entre carga (F) y deflexión (D) para la primera aplicación de carga en sistemas dúctiles y frágiles, respectivamente. La curva a corresponde a la respuesta bajo carga lateral de un marco de concreto reforzado adecuadamente detallado, en donde los efectos de esbeltez no son significati-

* Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, México 20, D. F. MEXICO

** Resumen de una conferencia presentada en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Barcelona

vos; la curva b es típica de mampostería de bloques huecos con escaso refuerzo. Para estructuras que deban soportar sismos, no puede inferirse comportamiento dúctil simplemente de observar curvas carga-deformación para el primer ciclo de carga, ya que el daño producido durante los primeros ciclos puede deteriorar la capacidad de absorción de energía del sistema para ciclos posteriores: la rigidez puede degradarse en forma apreciable, como ocurre en muros de cortante de albañilería o en marcos de concreto reforzado detallados de manera deficiente.

La capacidad de sistemas estructurales para absorber energía mediante comportamiento histerético sirve de apoyo a los criterios convencionales de diseño sísmico, que requieren que las estructuras se diseñen para fuerzas laterales de magnitud muy inferior a la necesaria para mantenerlas dentro de su intervalo de comportamiento lineal durante temblores severos. Así la seguridad contra colapso ante sismos puede lograrse haciendo una estructura resistente, haciéndola dúctil o diseñando para una combinación económica de ambas propiedades. Para algunos tipos de materiales y miembros estructurales, la ductilidad es difícil de lograr, y la economía dicta la conveniencia de diseñar para cargas laterales relativamente elevadas; para otras, es mucho más barato lograr ductilidad que resistencia, y la práctica de diseño refleja este hecho. Pero el empleo de materiales dúctiles no implica necesariamente el logro de sistemas dúctiles; por ejemplo, las concentraciones de esfuerzos en juntas soldadas pueden propiciar la ocurrencia de falla prematura, de naturaleza frágil, en dichas juntas, y los efectos P - Δ (interacción entre deflexiones laterales y fuerzas internas causadas por la acción de cargas gravitacionales actuando sobre la estructura deformada) pueden ocasionar falla por inestabilidad cuando la rigidez lateral efectiva es demasiado baja.

En este trabajo se describen las relaciones cuantitativas que ligan demandas de ductilidad con resistencia y rigidez en sistemas simples sometidos a excitación sísmica, así como algunos problemas que se encuentran al tratar de extrapolar dichas relaciones a sistemas complejos, representativos de los que encuentran los ingenieros en la práctica de diseño. La descripción citada se orienta a la identificación de condiciones que influyen en la capacidad de las estructuras para respon-

der dúctilmente ante temblores sin fallar, y a la definición de los criterios pertinentes de diseño estructural.

3. *Ductilidad local y global*

El comportamiento dúctil no lineal de sistemas complejos resulta en general de las deformaciones dúctiles locales, o concentradas, que ocurren en las secciones particulares de una estructura dada en donde se alcanzan deformaciones de fluencia: La ductilidad de conjunto, o global, es una propiedad de una curva carga-deformación expresada en términos de la resultante de las cargas externas que actúan en una porción importante de un sistema dado; por ejemplo, los marcos de edificios suelen tratarse como vigas de cortante para fines de estimar su respuesta dinámica no lineal ante excitación sísmica. Las ductilidades globales se expresan entonces en términos de las curvas que ligan fuerzas cortantes con deformaciones laterales en cada entrepiso. En general, el valor numérico adoptado por la ductilidad global en un entrepiso no coincide con los valores de las ductilidades concentradas que se desarrollan en los puntos correspondientes del entrepiso, ya que la ductilidad del conjunto es función de la relación entre las contribuciones a la deformación de entrepiso de las deformaciones dúctiles concentradas y de las elásticas distribuidas. En sistemas que no pueden idealizarse como vigas de cortante, las relaciones entre ductilidades de conjunto y locales dependen de las configuraciones deformadas de dichos sistemas, y por tanto varían durante un sismo dado. En forma aproximada, pueden adoptarse las relaciones entre ductilidad global y local que correspondan a la configuración que se obtiene de considerar que las deformaciones máximas de los entrepisos ocurren simultáneamente.

La ductilidad global disponible puede controlarse mediante el diseño y la ejecución de los detalles estructurales que permitan el desarrollo de ductilidades locales adecuadas. La demanda local de ductilidad varía entre puntos diferentes de un sistema complejo. En un punto dado, dicha demanda es función de la resistencia local y de la variación de la resistencia en todo el sistema. Esto es consecuencia de la interacción entre la disipación de energía por histéresis en diversas secciones. En marcos de edificios, la ca-

riabilidad en la ductilidad requerida en diversos puntos suele ser consecuencia de la superposición de las fuerzas internas debidas a cargas permanentes y a excitaciones accidentales. Influyen en dicha ductilidad el orden en que se alcance el límite de cedencia en los diversos puntos y la interacción entre momentos flexionantes, fuerzas cortantes y fuerzas axiales, entre otros factores.

4. Respuesta dinámica de sistemas simples elasto-plásticos

La idealización más usual de estructuras dúctiles es el sistema elasto-plástico (fig 2). Para ellos se define el factor de ductilidad como el cociente de la deformación máxima desarrollada entre la que corresponde al límite de cedencia: $Q = D/D_y$. Si se analiza la respuesta de sistemas elasto-plásticos de un grado de libertad y de rigidez y masa dadas ante excitaciones sísmicas, y se obtienen curvas de las deformaciones de cedencia que deben caracterizar a dichos sistemas para lograr demandas de ductilidad que no excedan de ciertos valores dados, se observa que, para periodos naturales de vibración que no sean demasiado cortos, las deformaciones de cedencia que se requieren — y por tanto los correspondientes coeficientes de constante en la base — varían en razón inversa con la ductilidad. La fig 3 ilustra esta afirmación para el temblor de El Centro, 1940. En las abscisas se tienen frecuencias naturales f en escala logarítmica, y en las ordenadas, pseudo-velocidades (obtenidas como el producto de frecuencia natural por deformación de cedencia requerida) en el mismo tipo de escala, para diversos valores del factor de ductilidad. Dada la forma en que se definieron las ordenadas en esta figura, es fácil demostrar que las deformaciones requeridas de cedencia pueden leerse refiriéndose a un sistema de rectas a 45° que suben de izquierda a derecha, y que las pseudo-aceleraciones $(2\pi f)^2 D_y$ pueden leerse tomando como base un sistema de rectas a 45° que bajan de izquierda a derecha. Las curvas obtenidas según se acaba de describir constituyen los espectros de deformación para sistemas elasto-plásticos. En la figura se observa que para frecuencias naturales que no excedan de 1 cps, las ordenadas espectrales son aproximadamente proporcionales al recíproco del factor de ductilidad, teniendo en cuenta que la deformación lateral D es igual a la de cedencia D_y multiplicada por

el factor de ductilidad Q . La proporcionalidad inversa aproximada entre D_y y Q implica que para periodos naturales mayores que 1 seg. D es prácticamente independiente de Q y por tanto de la resistencia lateral del sistema. Para periodos naturales cortos, la deformación de cedencia y la pseudo-aceleración espectrales resultan poco sensibles a la ductilidad, y en el límite, para periodos naturales nulos, o estructuras infinitamente rígidas, la pseudo-aceleración es igual a la máxima aceleración del terreno, y la deformación total $D = QD_y$ es proporcional a la ductilidad. En otras palabras, la deformación total es prácticamente insensible al factor de ductilidad para periodos naturales moderados y largos, y tiende a ser proporcional a dicho factor para periodos muy cortos; la pseudo-aceleración espectral es inversamente proporcional al factor de ductilidad para periodos naturales moderados y largos, y se torna casi insensible a dicho factor para periodos muy cortos. En consecuencia, para sistemas elastoplásticos de un grado de libertad y de periodo natural no menor que 0.8 seg. aproximadamente, las aceleraciones espectrales de diseño pueden tomarse iguales a las que corresponden a sistemas lineales divididas entre el factor de ductilidad permisible, según el tipo de estructura; para estructuras de periodos cortos las reducciones que pueden lograrse en las fuerzas laterales de diseño son menos sensibles a la ductilidad. En estructuras que hayan de construirse sobre terreno blando, el límite aproximado de 0.8seg deberá tal vez subirse, teniendo en cuenta los periodos dominantes del movimiento del terreno. La poca eficiencia de la ductilidad para reducir las ordenadas espectrales en el intervalo de periodos menores que los dominantes del movimiento puede también interpretarse en términos del alargamiento del periodo de vibración efectivo de un sistema que resulta de su respuesta no lineal y de la tendencia general de crecimiento de las ordenadas espectrales con el periodo natural en el intervalo citado. Aunque el problema no ha sido suficientemente estudiado, las normas de diseño sísmico de la Ciudad de México proponen espectros de aceleraciones en terreno blando caracterizados por ordenadas constantes para un amplio intervalo de periodos naturales menores que los dominantes del terreno, claramente identificados en los espectros elásticos (fig 4).

Las conclusiones que anteceden son válidas para sistemas que puedan idealizarse como elasto-plásticos. Pa-

ra algunos sistemas estructurales tal idealización no es válida. La curva carga-deformación puede caracterizarse por límites de cedencia distintos para cada sen tido de aplicación de la carga; la capacidad de absorción de energía por histéresis para una deformación dada puede reducirse drásticamente de ciclo a ciclo, como consecuencia de las deformaciones residuales en elementos, como los cables de arriostamiento, que sólo pueden tomar fuerzas de un mismo signo; los ciclos de histéresis son muy angostos en marcos de concreto presforzado; la ocurrencia de daños puede causar la degradación de las rigideces en las curvas carga-deformación después de unos cuantos ciclos, y la influencia de efectos de esbeltez puede dar lugar a pendientes negativas significativas en el intervalo posterior a la cedencia. Cualquiera de estos efectos puede conducir a coeficientes sísmicos superiores a los aplicables al caso elasto-plástico convencional.

5. Ductilidad y deterioro.

La fig 5 representa el caso típico de respuesta ante carga altamente sin deterioro. Se trata de una junta entre trabe y columna de una estructura de acero, sometida a momentos de igual signo en los extremos de las trabes (Krawinkler et al, 1976). En las ordenadas se muestra la suma de momentos y en las abscisas la distorsión angular del tablero en la zona de unión. Se aprecia en ella el efecto Bauschinger, es decir, la desaparición de la ley prácticamente bilineal carga-deformación válida para la primera aplicación de carga, y la sustitución de la curva correspondiente por otra en que las pendientes varían gradual y monotónicamente, desde un máximo para cargas pequeñas, hasta un mínimo, para deformaciones grandes. Los cambios de pendientes, y por tanto en la capacidad de disipación de energía por histéresis, son significativos sólo entre la primera aplicación de carga y la curva de descarga inmediata. A partir de ella, los ciclos de histéresis son prácticamente estables para un número de repeticiones superior al que puede ocurrir bajo la acción de unos cuantos temblores. Esta condición favorece la disipación de energía cinética durante sismos intensos y contribuye a controlar amplitudes de respuesta y niveles de daños.

No todas las construcciones se caracterizan por curvas estables y de gran capacidad de disipación como

estas; un ejemplo de lo contrario se mostró en la fig 1b. Estas propiedades dependen del material empleado y de los modos de falla que rijan el comportamiento; en sistemas estructurales, dependen de los detalles constructivos en los miembros y en las uniones. En construcciones de acero soldadas, la condición para obtener curvas como las de la fig 5 es contar con factores de seguridad suficientemente elevadas contra inestabilidad local; sin embargo, las esbelteces de los miembros que se emplean conducen con frecuencia a curvas como las de la fig 6, características de sistemas en que es significativa la inestabilidad de conjunto.

En estructuras de concreto, el logro de ductilidades y capacidades de disipación de energía adecuadas requiere estudio cuidadoso de uniones, anclajes, porcentajes de refuerzo, factores de seguridad en distintos modos de falla, entre otros conceptos. El estudio experimental de estas variables ha recibido atención durante los últimos años. Bertero y Popov (1975) estudiaron el comportamiento ante carga alternante de subconjuntos constituidos por tramos de vigas y columnas (fig 7). Las variables analizadas incluyeron el tipo y cuantía de refuerzo en las juntas y en los extremos de los miembros (fig 8), la influencia de la inestabilidad (fig 9) y de la fuerza cortante (fig 10) y el deslizamiento de las juntas (fig 11). Es clara la influencia que estas variables pueden tener en ductilidad y en capacidad de absorción de energía.

Las vigas de acoplamiento entre muros rigidizantes se caracterizan a menudo por relaciones elevadas de peralte a claro, lo que ocasiona relaciones elevadas de fuerza cortante a momento flexionante. La fig 12 muestra curvas carga-deformación para los diferentes porcentajes de refuerzo longitudinal y transversal. Estudios recientes (Paulay, 1971) han demostrado que la disposición del refuerzo como en la fig 13 conduce a curvas más satisfactorias y a daños de menor cuantía.

La influencia de la carga axial en la ductilidad de miembros de concreto reforzado sometidos a flexocompresión ha sido estudiada teóricamente por Park y Paulay (1975), considerando la curva carga-deformación de concreto sin confinar. En la fig 14 se resumen las hipótesis y las conclusiones de tales estudios. Es clara la reducción de la ductilidad disponi-

ble (en términos de la relación momento-curvatura) asociada aun con niveles moderados de carga axial. Este efecto sustenta el criterio de diseño designado como columna fuerte-trabe débil, orientado al desarrollo de deformaciones inelásticas en las trabes, con preferencia a las columnas.

De naturaleza teórica son también los estudios (Park y Paulay, 1975) en que se basan las curvas carga-deformación para muros de concreto que fallan en flexión (fig 15). En la figura citada se observa que mediante cuantías y distribuciones adecuadas de refuerzo es posible obtener ductilidades elevadas en este tipo de elementos. Otros factores a considerarse, poco estudiados a la fecha, son la posibilidad de pandeo de borde y la influencia de carga vertical y fuerza cortante, tanto en la curva ante la primera aplicación de carga como en las que corresponden a cargas repetidas.

Los miembros presforzados suelen caracterizarse por curvas semejantes a la fig 16 (Spencer, 1969): la rigidez decrece para deformaciones grandes y los ciclos histeréticos angostos implican poca capacidad para disipar energía.

6. Respuesta de sistemas simples con diversas leyes carga-deformación

La fig 17 presenta algunas idealizaciones usuales de curvas carga-deformación empleadas para representar a las descritas en los párrafos anteriores. El caso bilineal de la fig 17a es una buena aproximación a las curvas de la fig 5. El caso 17b es el elastoplástico convencional, mientras que el 17c se caracteriza por niveles de fluencia distintos en los dos sentidos de aplicación de las cargas laterales. Esta condición se presenta, por ejemplo, en marcos como el de la fig 18a, en donde la descarga sobre la viga AB en O puede actuar a favor o en contra de las cargas permanentes. La pendiente negativa en la fig 17d se debe a la acción de las cargas gravitacionales actuando sobre la configuración deformada (desplazamiento lateral) del sistema, y es función de la suma de cargas verticales por encima del entrepiso que interesa, de la altura de este y de su rigidez lateral (Rosenbluth, 1955). La fig 17e es una idealización de los ciclos histeréticos angostos típicos de elementos

presforzados, y la 17f representa casos con deterioro moderado de rigidez, como es de esperarse en miembros contruidos parcialmente con materiales frágiles, y en donde no se han tomado precauciones especiales para evitar daños excesivos en cada ciclo de carga. Tal es el caso, por ejemplo, en diaframas de cortante de mampostería o en marcos de concreto reforzado pobremente detallados. La curva de la fig 17g suele designarse como modelo de deslizamiento (en inglés: slip-type curve) y es típica de casos en que la carga lateral es resistida fundamentalmente por elementos de arriostramiento (fig 18b) o cables atirantados (fig 18c) que sólo pueden resistir esfuerzos de tensión. La ocurrencia de niveles de fluencia distintos en cada sentido de acción de las cargas laterales (fig 17c) ocasiona la acumulación de deformaciones plásticas en el sentido del menor nivel. El problema fue estudiado cuantitativamente por Bielak (1966), quien determinó la respuesta sísmica de sistemas con curva carga-deformación elastoplástica en un sentido y elástica, de capacidad ilimitada, en el otro. Para el temblor de El Centro 1940, los resultados se muestran en la fig 20, y deben compararse con los de la fig 29, que corresponden a sistemas elastoplásticos usuales. El factor de fluencia c es la relación entre la capacidad de fluencia y la que se requeriría para asegurar comportamiento lineal del sistema.

Ramírez (1977) obtuvo la respuesta de diversos sistemas de cortante de varios grados de libertad, incluyendo la influencia de esbeltez (efectos P- δ) ante acelerogramas típicos de los que se obtienen en la zona de suelo compresible de la ciudad de México. Entre los casos analizados se incluyeron sistemas con períodos naturales de 0.5seg y 2.5seg, que son, respectivamente, menores y aproximadamente iguales a los dominantes del movimiento (ver fig 21). La esbeltez se definió por la relación entre el valor absoluto de la rigidez de la rama negativa de la curva carga-deformación (fig 17d) y la de la rama inicial. En términos de los parámetros de diseño y de respuesta bajo un análisis ordinario que no incluya los efectos de esbeltez, este parámetro es igual a $\beta = 1.2/Qc$, en donde c es el coeficiente de cargas laterales adoptado en el diseño, Q el factor de ductilidad y β la relación entre la deformación lateral de entrepiso, calculada con las fuerzas laterales de diseño, y la altura de entrepiso. En todos los casos analizados se tomó

$B=0.01$ en la planta baja, y valores menores en los pisos superiores, dependientes de la distribución de rigideces y masas de todo el sistema. El valor citado es pequeño, ya que en estructuras usuales son de esperarse con frecuencia valores del orden de 0.04. Se determinaron valores del factor de amplificación de deformaciones laterales, definido como la relación entre la deformación de entrepiso obtenida mediante un análisis dinámico que incluya la influencia de los efectos P- Δ y la deformación que se obtendría para el mismo entrepiso si dicha influencia se despreciara. Dichos factores se compararon con los valores aproximados determinados bajo la hipótesis de que el sistema de interés se encuentra sometido al sistema de cargas laterales necesario para ocasionar, mediante su acción estática, el sistema de desplazamientos obtenidos de un análisis que omita los efectos de esbeltez. La comparación se muestra en las figs 22 y 23 para estructuras con periodos de 0.5 y 2.5 seg, respectivamente, y ductilidades nominales de diseño de 4. Es claro que mientras para los casos estudiados el factor de amplificación estático no se aparta mucho de 1, el factor dinámico puede en ocasiones alcanzar valores excesivos.*

Las respuestas de estructuras presforzadas depende de la proporción en que participen elementos presforzados y de concreto reforzado ordinario en la disipación de energía. Spencer (1969) ha comparado las respuestas de los sistemas de interés para ciertos valores de los parámetros pertinentes. En el caso extremo, un sistema presforzado puede idealizarse mediante la gráfica elástica bilineal de la fig 17e. La relación entre las amplitudes máximas de las respuestas del sistema bilineal e histerético se presenta en función de la frecuencia normalizada para el acelerograma de El Centro en la fig 23, para varios valores de la relación de fluencia, c . La relación en estudio crece con la frecuencia.

El comportamiento de sistemas de deslizamiento (fig 17g) se describe en la fig 24. En ella se observan

* En las normas de diseño sísmico de la ciudad de México las posibles consecuencias desfavorables de esta discrepancia están cubiertas por la forma conservadora en que se especifican los espectros de diseño.

amplitudes sistemáticamente mayores para estructuras con este tipo de curva que para las correspondientes elastoplásticas.

7. Demandas de ductilidad en sistemas complejos

Al las demandas de ductilidad por entrepiso en sistemas que puedan idealizarse como vigas de cortante, ni las de ductilidad local en los extremos de miembros de marcos continuos suelen ser uniformes en los sistemas estructurales ordinarios.

Influyen en la distribución de dichas demandas las características de cada sismo, así como las distribuciones de masas, rigideces y resistencias en la estructura en cuestión. Frank et al (1976), determinaron la respuesta dinámica de sistemas de cortante de cuatro grados de libertad ante una familia de temblores reales normalizados a la misma aceleración máxima del terreno, y ante otra de temblores simulados. Para cada temblor se determinó el espectro elastoplástico de diseño que correspondía a un factor de ductilidad de 4, y se determinó el promedio de dichos espectros para cada una de las familias citadas. Se diseñaron estructuras de cortante de cuatro grados de libertad, para cada uno de los espectros elastoplásticos, mediante un análisis modal convencional que incluyó únicamente el modo fundamental de vibración. Para cada uno de los acelerogramas se determinó la respuesta del sistema no lineal resultante, mediante un procedimiento de integración numérica paso a paso. Se encontró que los coeficientes de variación de las demandas de ductilidad de entrepiso eran muy elevados, y que los valores medios estaban muy por encima, en los extremos superior e inferior del edificio, del valor de 4 supuesto en el diseño (fig 25). Esto implica que aún para estos sistemas simples y uniformes, los criterios convencionales de diseño basados en análisis dinámico modal conducen a discrepancias sistemáticas entre los efectos sísmicos reales y los nominales. En un intento por estudiar las demandas de ductilidad en edificios con diferentes periodos naturales y formas de variación de la rigidez de entrepiso, Guerra y Esteva (1977) determinaron la respuesta de sistemas de cortante ante los acelerogramas de tres sismos registrados en la zona de terreno compresible de la ciudad de México. Los espectros lineales mostraban aproximadamente el mismo periodo dominante (2.5 seg), y casi

iguales ordenadas espectrales para dicho periodo, aun que para periodos cortos uno de ellos mostraba ordenadas apreciablemente superiores a las de los otros dos. Además de estudiar edificios con entrepisos que poseen las resistencias que resultan de un criterio convencional de análisis y diseño para el espectro medio de los temblores considerados, se enfocó la atención a la influencia sobre la respuesta sísmica de la variabilidad de los factores de seguridad con respecto a cortantes de entrepiso en la altura de cada edificio. Tal variabilidad a menudo proviene de los requisitos arquitectónicos, como consecuencia de los cuales algunos entrepisos pueden poseer resistencias mayores que las requeridas de acuerdo con el coeficiente sísmico para diseño. Cuando esto ocurre, se altera la contribución relativa de cada entrepiso a la disipación histerética de energía cinética con respecto a la que se presentaría para edificios con factor de seguridad uniforme, y los entrepisos que poseen los factores de seguridad más pequeños se ven sometidos a demandas de ductilidad más elevadas que las del caso uniforme. Por procedimientos de integración numérica paso a paso se determinaron las respuestas de diversos edificios de cortante de diez niveles. Se tomaron periodos naturales de 0.5, 1.0 y 2.5seg y amortiguamiento viscoso de 0.02. Las curvas carga-deformación de los entrepisos eran elasto-plásticas, con capacidades de fluencia obtenidas del análisis modal ante un espectro de diseño aproximadamente igual al promedio de los tres temblores estudiados, para un factor de ductilidad 4.* En algunos de los sistemas se tomaron factores de sobre-resistencia (relación entre capacidad lateral disponible y requerida en el diseño) no uniformes, a fin de simular la contribución frecuente e indispensable de los elementos no estructurales.

* Los espectros elastoplásticos no se obtuvieron de manera rigurosa. La aproximación consistió en dividir entre 4 todas las ordenadas del espectro elástico de aceleraciones para periodos mayores de 2.5seg (donde ocurren máximos del espectro) y entre un factor que variaba linealmente entre 1 y 4 con el periodo natural, para valores de este último comprendido entre 0 y 2.5 seg. Dado que las ductilidades en el intervalo de periodos cortos son muy sensibles a la relación de resistencia de fluencia a respuesta elástica, las ordenadas espectrales adoptadas pueden corresponder a ductilidades nominales muy diferentes de 4.

La fig 26 resume los casos estudiados, y la 27 algunos de los resultados. Se observa que un efecto de proporcionar resistencia excesiva en algunas secciones de sistemas de cortante es aumentar las demandas de ductilidad en otras. El aumento es más significativo para sistemas de periodo corto. Aun para casos con factor de sobre-resistencia unitario (es decir, resistencia disponible igual a la requerida) las demandas de ductilidad de los entrepisos inferiores suelen resultar mayores que las nominales de diseño. La principal diferencia cualitativa entre estos resultados y los de Frank et al (fig 25) la constituyen las elevadas ductilidades en el extremo superior del edificio para este último caso, que no se muestran en los estudios de Guerra y Esteva. La diferencia se explica por que los diseños de estos últimos tomaron en cuenta la contribución de los modos superiores de vibración, y los de los primeros autores omitieron dicha contribución.

Los resultados descritos señalan la conveniencia de estudiar criterios alternativos para especificar la distribución de capacidades de cortante de entrepiso, a fin de reducir la variabilidad de las demandas de ductilidad. Para ello se estudiaron varios sistemas adicionales. En algunos de ellos la resistencia de la planta baja se tomó 10 por ciento superior a la de diseño. La fig 28a muestra que en ciertos casos un pequeño incremento en la resistencia de la planta baja transfiere demandas sustanciales de ductilidad al segundo entrepiso. Puesto que en sistemas reales pueden esperarse variaciones aleatorias de resistencia mayores que la que aquí se considera, dicha variabilidad debe tomarse en cuenta mediante modelos probabilísticos. En otro grupo de edificios se estudió la influencia, en las demandas de ductilidad, de diseñar considerando o ignorando la contribución de los modos superiores de vibración. La fig 28b muestra diferencias significativas en las ductilidades de los pisos superiores, a pesar de que las diferencias de resistencia son pequeñas.

De lo anterior se concluye que para sistemas de cortante los criterios convencionales de análisis y diseño sísmico no proporcionan un control adecuado de respuesta sísmica expresada en términos de ductilidades. En algunos sistemas, en donde el factor de seguridad, definido como la relación de la resistencia disponi-

ble a la fuerza de diseño predicha por el análisis lineal, varía apreciablemente de una a otra sección crítica; las demandas de ductilidad pueden resultar mucho mayores que las que ocurrirían en las mismas secciones, con los mismos factores de seguridad, si estos fueran uniformes en la estructura. Las implicaciones de estos resultados deberían trasladarse a la práctica de diseño estructural.

Los pocos estudios disponibles sobre demandas locales de ductilidad en marcos continuos muestran que la distribución de dichas demandas en sistemas con factor de seguridad constante presenta variaciones menos acentuadas que las descritas para sistemas de cortante. Se han propuesto diversos criterios para definir las ductilidades locales. Havi and et al (1976) proponen dos alternativas (fig 29): la primera es la relación del giro en el extremo de una barra al que ocurriría en dicho extremo cuando en ambos se alcanzara simultáneamente el momento de fluencia respectivo. A esta la denotan ductilidad rotacional. La segunda de flexión, designada como ductilidad de momento o de curvatura, es la relación entre la curvatura local en una sección y la que corresponde al momento de fluencia. La variación de ambas medidas de la ductilidad local fue estudiada por los autores citados en diversos marcos diseñados para diversas ductilidades nominales empleando análisis modal elástico. En la fig 30 se presenta un caso típico estudiado, y en las 31 y 32 los máximos factores de ductilidad para traveses y columnas en cada nivel, cuando la ductilidad nominal de diseño era 4. Sólo deben obtenerse conclusiones sobre los valores relativos y no sobre los absolutos, en comparación con la ductilidad nominal de 4, ya que las figuras se refieren a ductilidad local y la última cifra citada es ductilidad global de entrepiso.

Los estudios descritos se han referido a marcos regulares, sin variaciones bruscas en las dimensiones de sus miembros ni en sus claros horizontales y verticales. La ocurrencia de tales variaciones es con frecuencia causa de concentraciones importantes de demandas de ductilidad, y no es raro que las condiciones que ocasionan tales demandas sean también motivo de incapacidad de los miembros afectados para responder a ellas. Así, por ejemplo, la restricción que imponen los muros de la fig 33 a las columnas A hacen que el claro efectivo de dichas columnas sea igual a su

longitud libre, entre el sistema de cubierta y el borde superior del muro; la rigidez lateral de cada una de estas columnas resulta mucho mayor que las de las que no se encuentran restringidas, y las fuerzas cortantes respectivas -- y por tanto las demandas de ductilidad -- varían de igual manera. Debido a su baja relación de claro a peralte, las columnas A suelen ofrecer menores factores de seguridad ante tensión diagonal que ante tensión por flexión y por ende tienden a presentar comportamiento poco dúctil. Condiciones semejantes se presentan en las traveses de menor claro localizadas en marcos con separaciones muy desiguales entre ejes de columnas, o en traveses que inciden en puntos de los bordes de muros rigidizantes en donde se presentan giros y desplazamientos verticales importantes (fig 34). En todos estos casos los problemas pueden aliviarse modificando rigideces relativas (por ejemplo, reduciendo peraltes de claros cortos), o diseñando de tal manera de lograr que dominen los modos de falla dúctiles. La fig 13, por ejemplo, muestra el tipo de refuerzo recomendable para elementos peraltados que ligan dos muros rigidizantes acoplados (Paulay, 1971).

8. Comentarios finales

A pesar de que la importancia de la capacidad de disipación de energía mediante comportamiento dúctil para resistir sismos severos ha sido bien reconocida, no se cuenta a la fecha con criterios de análisis y diseño que consideren a las demandas de ductilidad, o a las deformaciones inelásticas, como las variables de control. Los procedimientos usuales de análisis, tanto estático como dinámico, adoptan las fuerzas internas que provienen de estudios de respuesta lineales, como medidas de la capacidad que debe proporcionarse a los miembros estructurales para que las demandas locales de ductilidad se mantengan dentro de límites tolerables. Pero dichas demandas son muy sensibles a las características de las estructuras, y a los detalles de cada excitación sísmica, y no es raro encontrar que sus valores se alejan significativamente de los nominales de diseño. Por otra parte, no existen criterios suficientemente probados para producir miembros estructurales capaces de desarrollar ductilidad específicas. A lo más que parecen poder aspirar los ingenieros en este aspecto en un futuro cercano es a identificar las irregularidades

que pueden causar concentraciones excesivas de ductilidad y a tratar de evitarlas. El campo de investigación es muy vasto y estimulante: abarca el desarrollo de procedimientos prácticos y eficientes para predecir las demandas de ductilidad en estructuras dadas, y la formulación de criterios de diseño para lograr el desarrollo de ductilidades específicas.

9. Referencias

1. Arnold, P., Adams, P.F. & Lu, L.W. (1966), "The Effect of Instability on the Cyclic Behavior of a Frame", Proc. International Symposium on the Effects of Repeated Loading of Materials and Structures, RILEM, 4.
2. Bertero, V.V., & Popov, E.P. (1975), "Hysteretic Behavior of Ductile Moment Resisting Reinforced Concrete Frame Components", Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, EERC 75-16.
3. Bielak, J. (1966), "Dynamic Response of Single - Degree - of Freedom Bilinear Systems", Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science, Rice University, Houston, Texas
4. Frank, R., Anagnostopoulos, S., Biggs, J.M., Vamvatsikos, E. K. (1976), "Variability of Inelastic Structural Response Due to Real and Artificial Ground Motions", MIT Department of Civil Engineering Research Report R76-6, Order No. 529
5. Guerra, O. R. & Esteva, L. (1977), "Equivalent Properties and Ductility Requirements in Seismic Dynamic Analysis of Nonlinear Systems", Proc. Sixth World Conference on Earthquake Engineering, New Delhi
6. Haviland, R.W., Biggs, J.M. & Anagnostopoulos, S. (1976), "Inelastic Response Spectrum Design Procedures for Steel Frames", MIT Department of Civil Engineering, Research Report R76-40, Order No. 557
7. Krawinkler, H., Bertero, V.V., & Popov, E.P. (1976), "Inelastic Behavior of Steel Beam-to-Column Subassemblies", Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, EERC 76-22
8. Park, R., & Paulay, T. (1975), "Reinforced Concrete Structures", John Wiley & Sons, New York
9. Paulay, T. (1971), "Coupling Beams of Reinforced Concrete Shear Walls", Journal of the Structural Division, ASCE, 97, ST3, 843-862
10. Ramirez, J. (1977), "Efectos de inestabilidad en la respuesta sísmica de estructuras de cortante inelásticas", Tesis de Maestría, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México
11. Rosenbluth, E. (1965), "Slenderness Effects in Buildings", Journal of the Structural Division, ASCE, 91, ST1, 229-52
12. Spencer, R.A. (1969), "The Nonlinear Response of Multistory Prestressed Concrete Structures to Earthquake Excitation", Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile

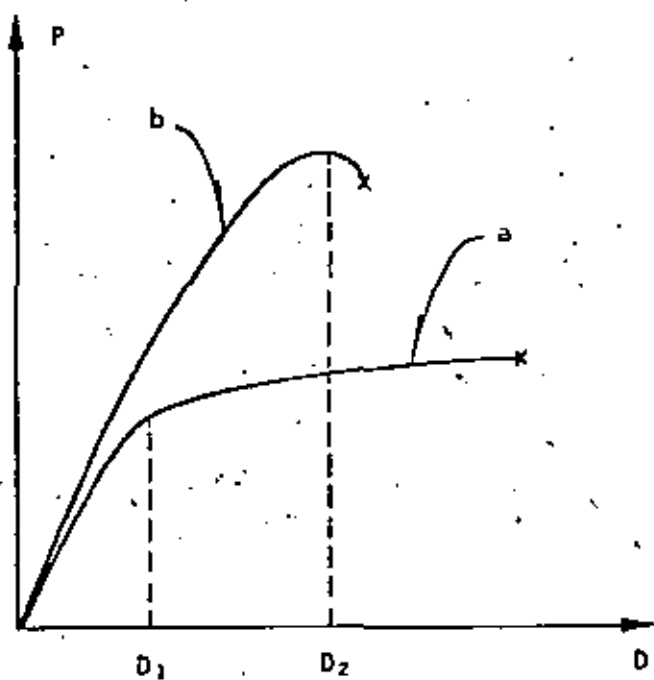


Fig 1. Sistemas dúctiles y frágiles

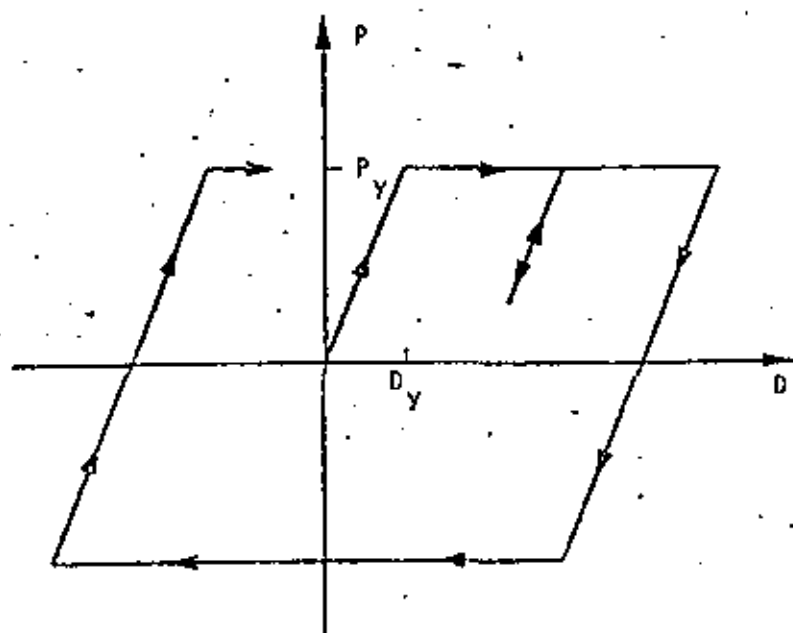


Fig 2. Sistema elastoplástico

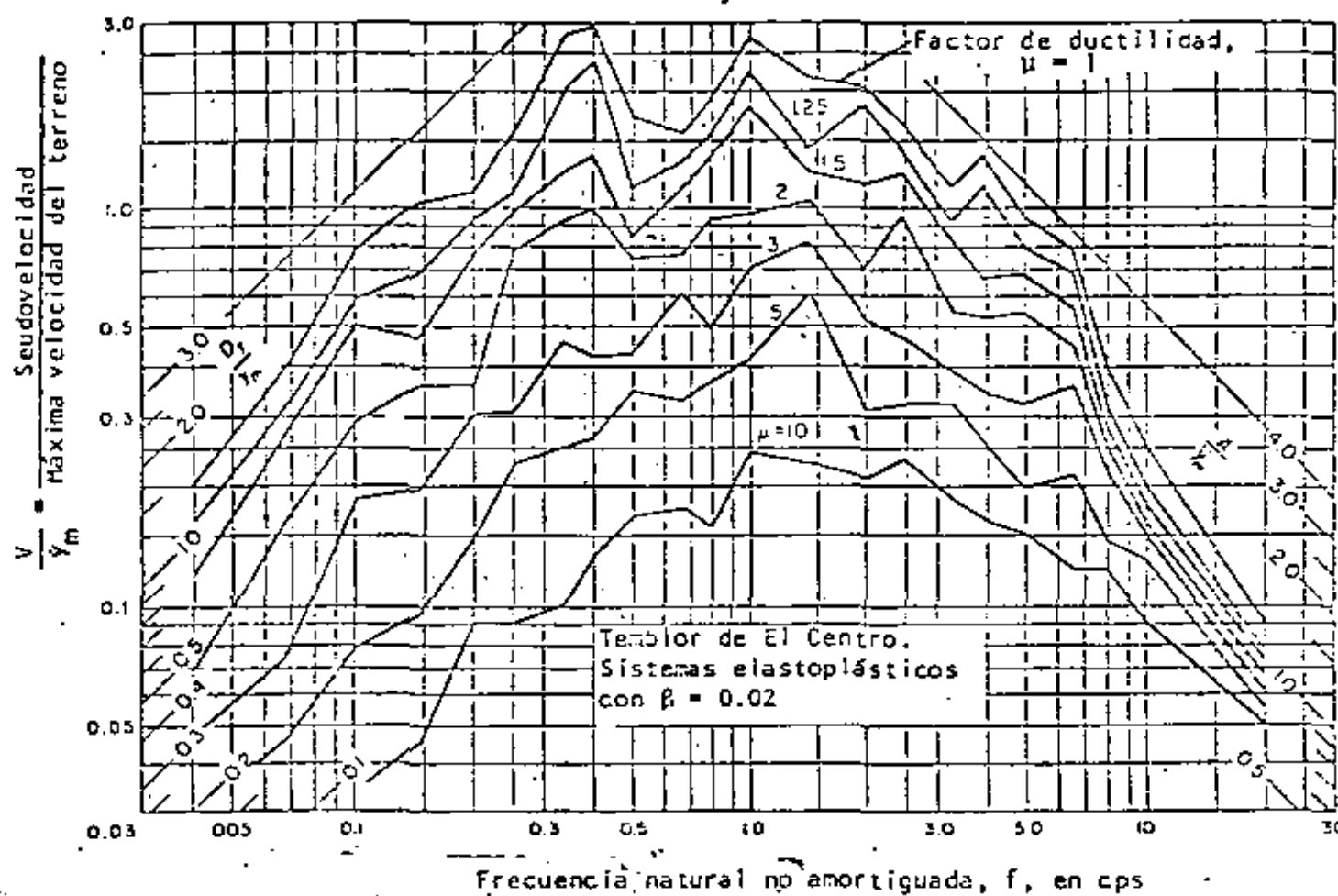
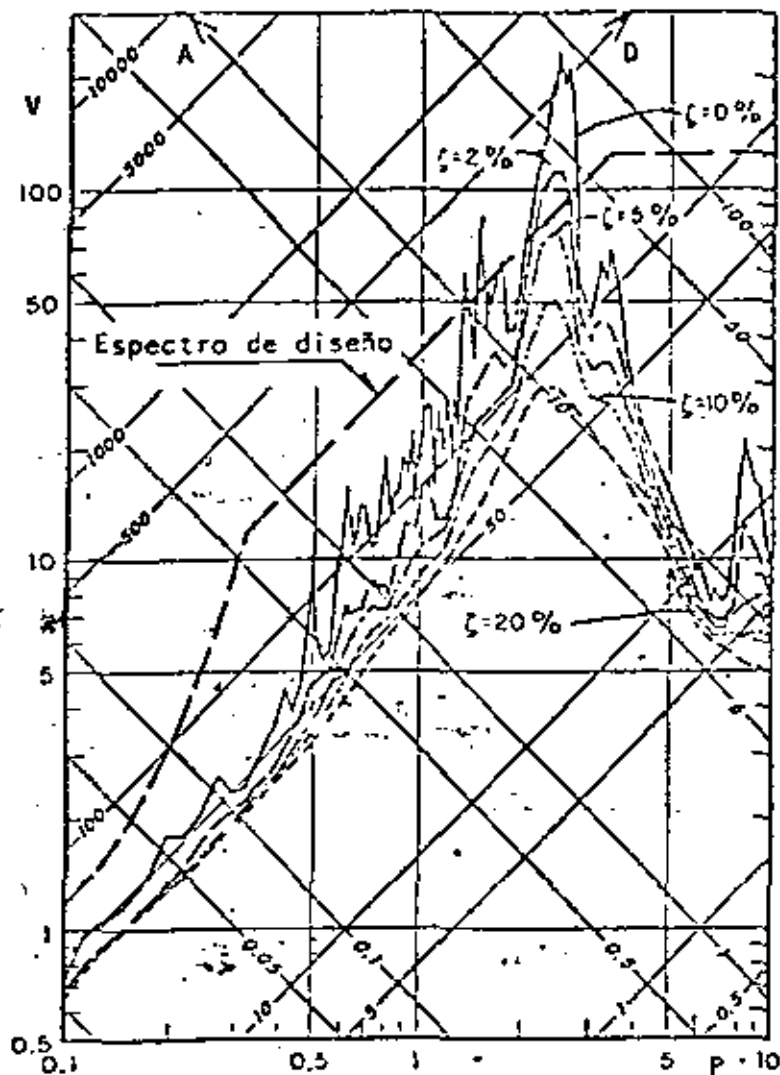


Fig 3. Espectros de deformaciones para sistemas elastoplásticos con amortiguamiento 0.02 del crítico.



A aceleración, en cm/seg²
 D desplazamiento, en cm
 P periodo, en seg
 V velocidad, en cm/seg

Fig 4. Espectro de diseño y espectro típico de temblores en la formación de arcilla blanda del Valle de México

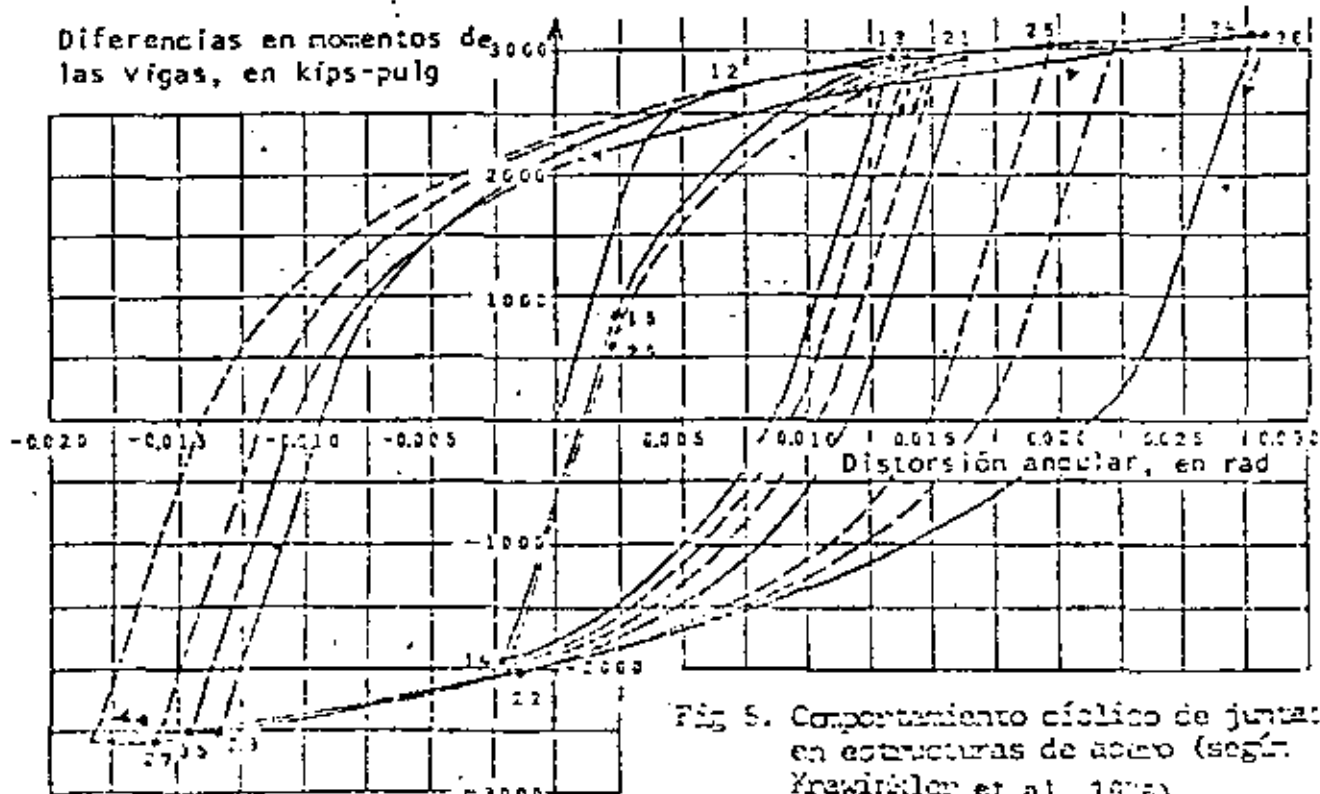


Fig 5. Comportamiento cíclico de juntas en estructuras de acero (según Krawinkler et al, 1976)

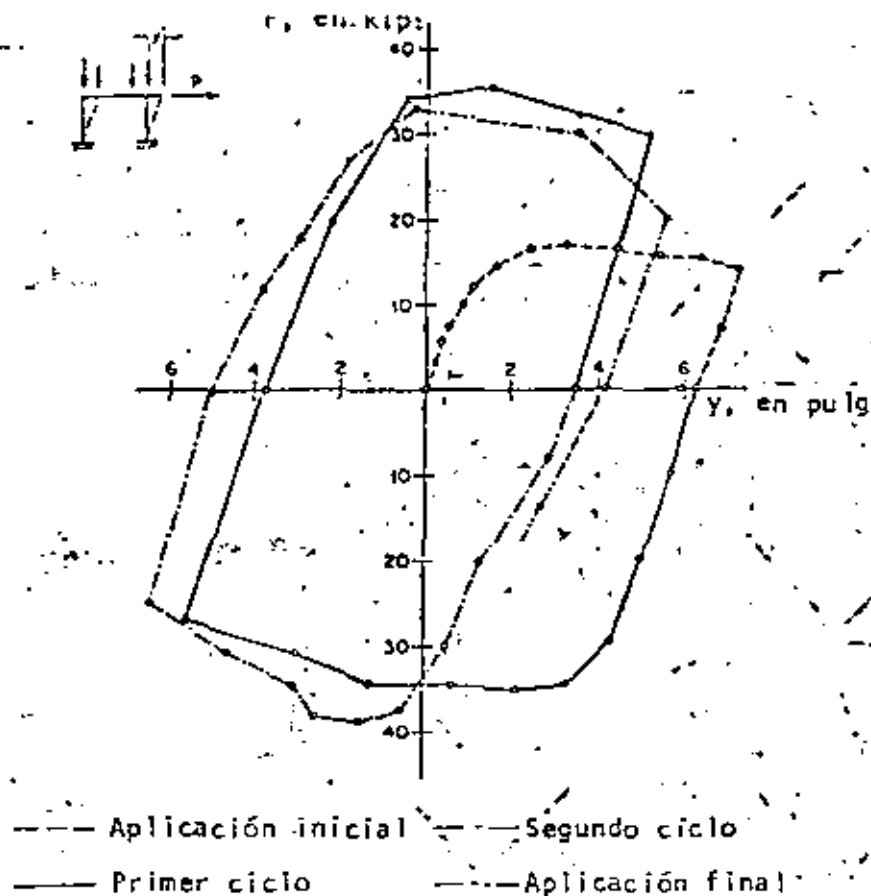


Fig 6. Marco de acero con efectos de esbeltez
(según Arnold, Adams y Lu, 1966)

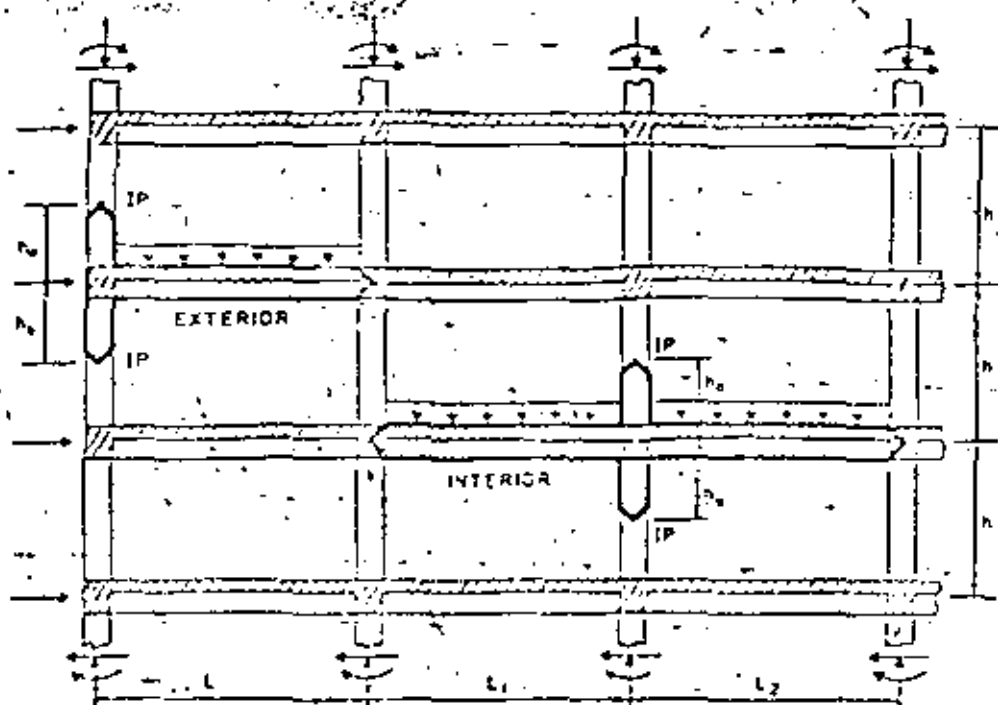
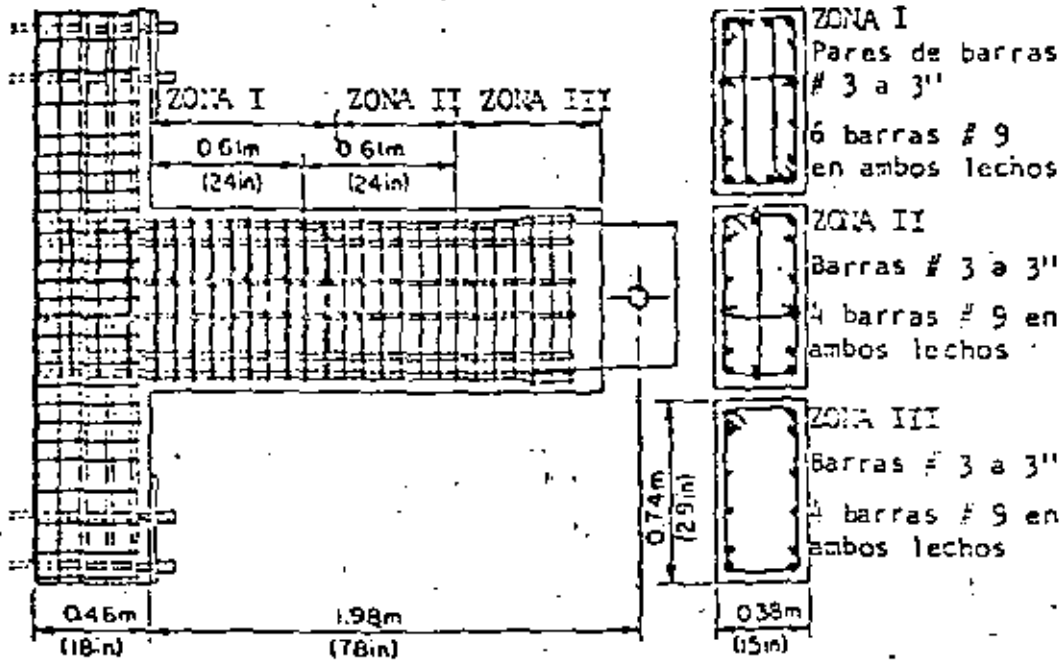
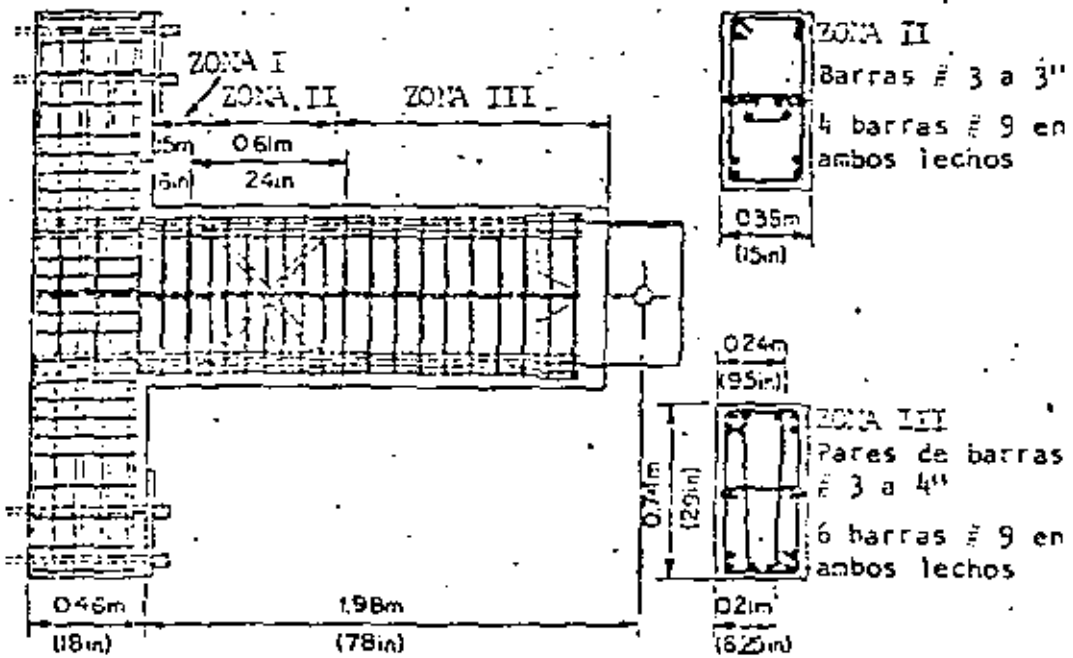


Fig 7. Subconjuntos de marcos de concreto reforzado
(según Barto y Popov, 1975)



a) VIGA 33 P



b) VIGA 33 L

Fig 2. Detalles de refuerzo para controlar la localización de articulación plástica (según Bertaro y Popov, 1975)

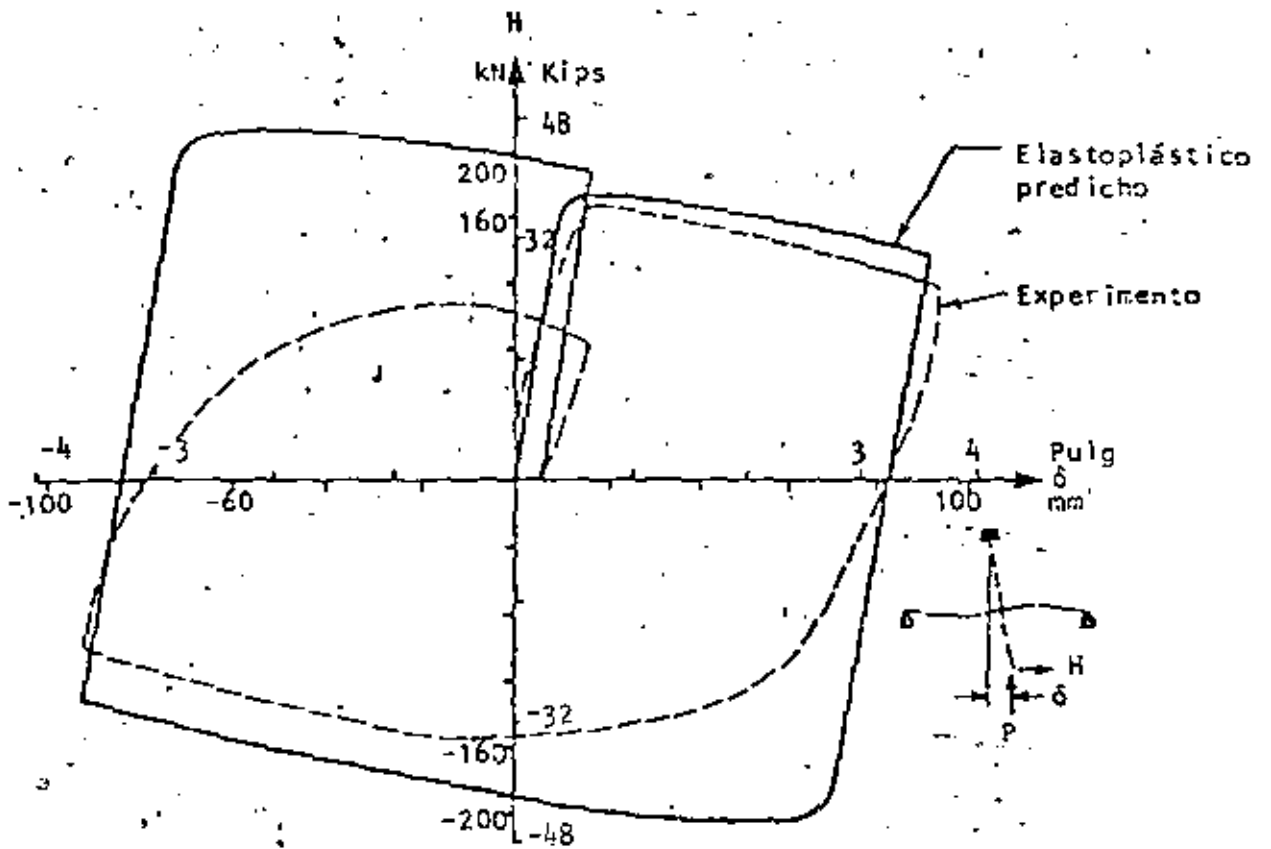


Fig 9. Influencia de la inestabilidad en el comportamiento de subconjuntos (según Bartero y Popov, 1975)

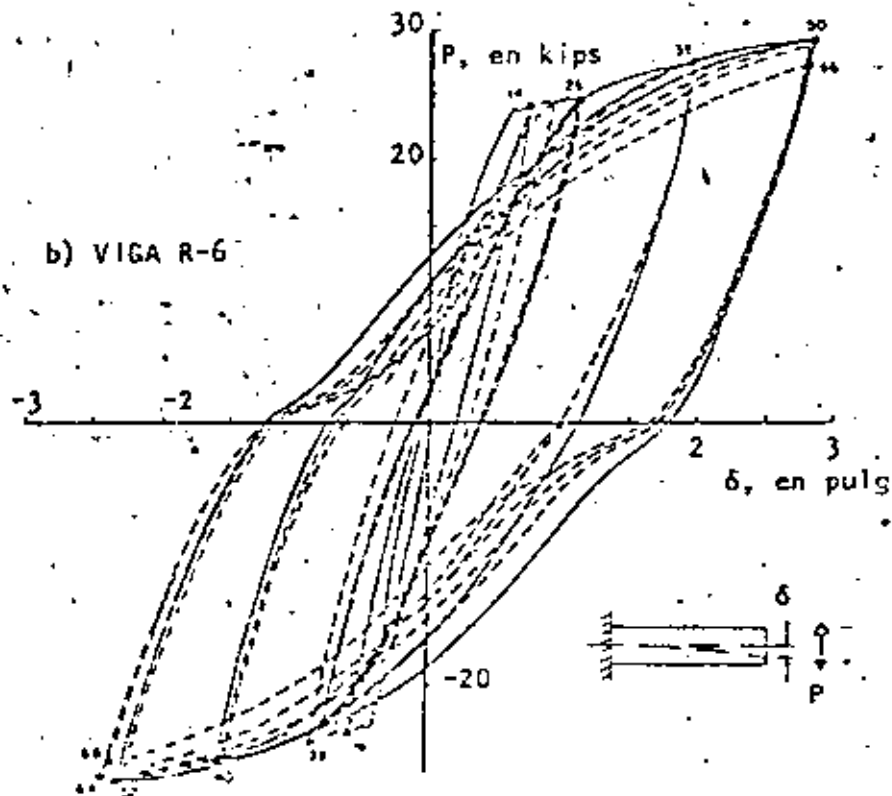
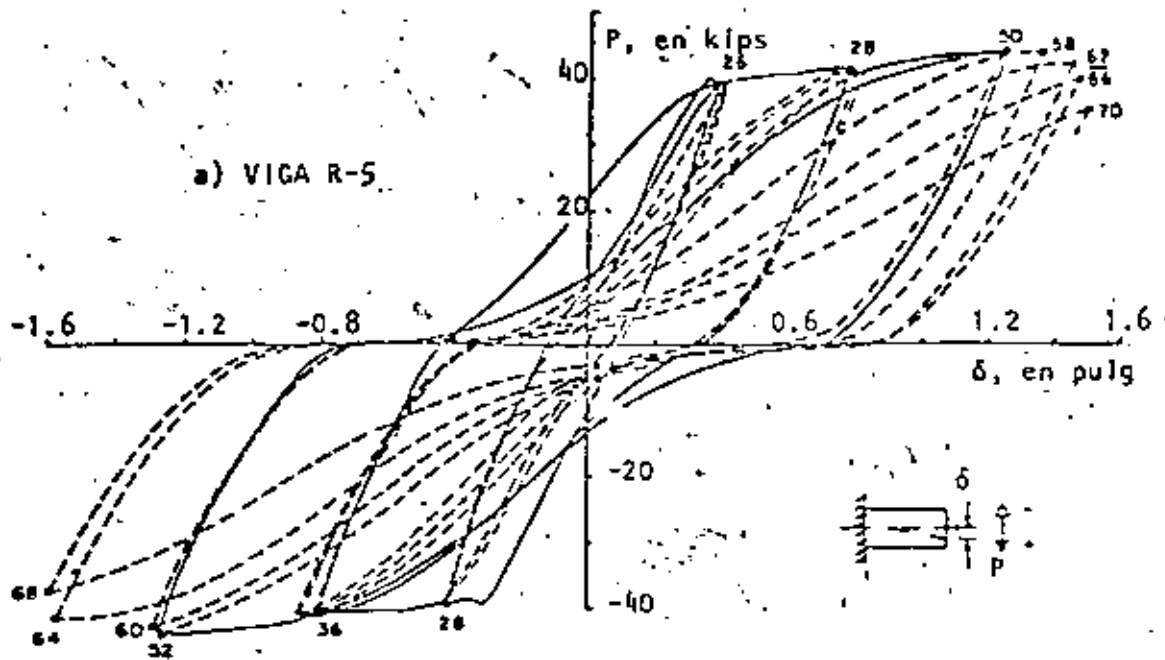
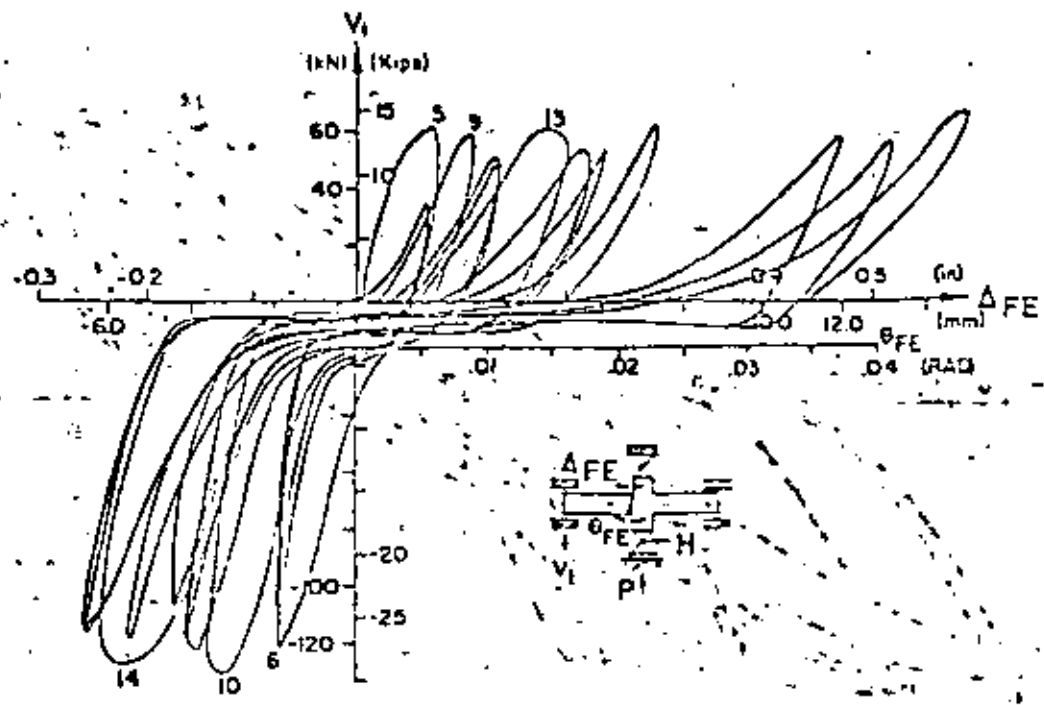
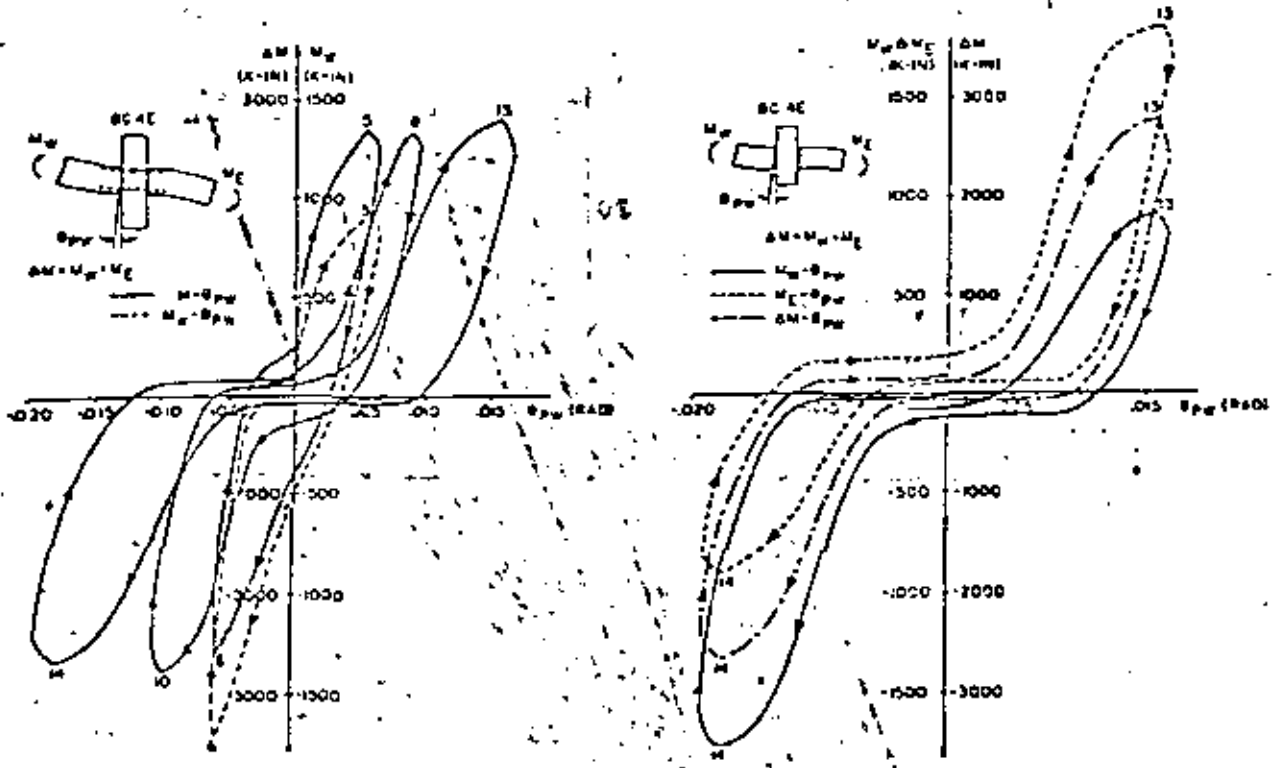


Fig 10. Influencia de esfuerzos cortantes en el comportamiento histérico de miembros de flexión (según Bartero y Popov, 1975)



a) DIAGRAMA DE DESLIZAMIENTO vs CORTANTE



b) DIAGRAMA DE DESLIZAMIENTO vs MOMENTO EN LA JUNTA

Fig 11.-Deslizamiento en juntas

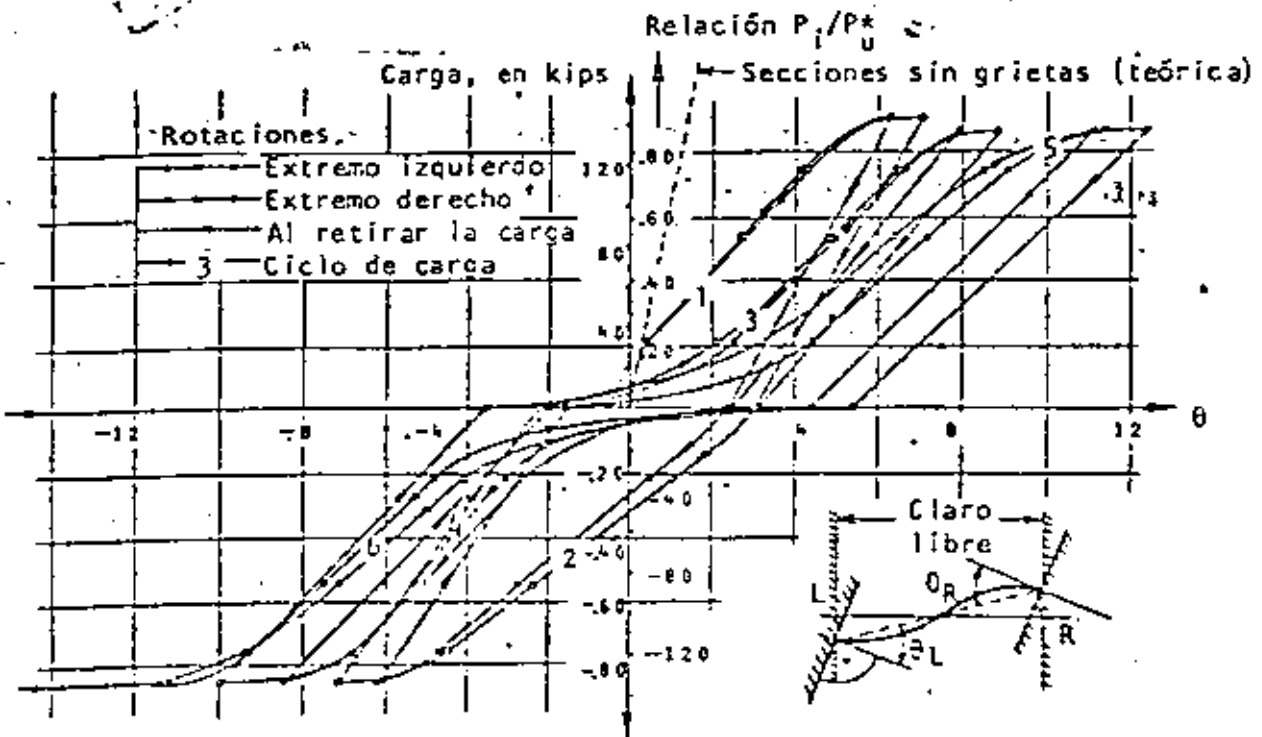
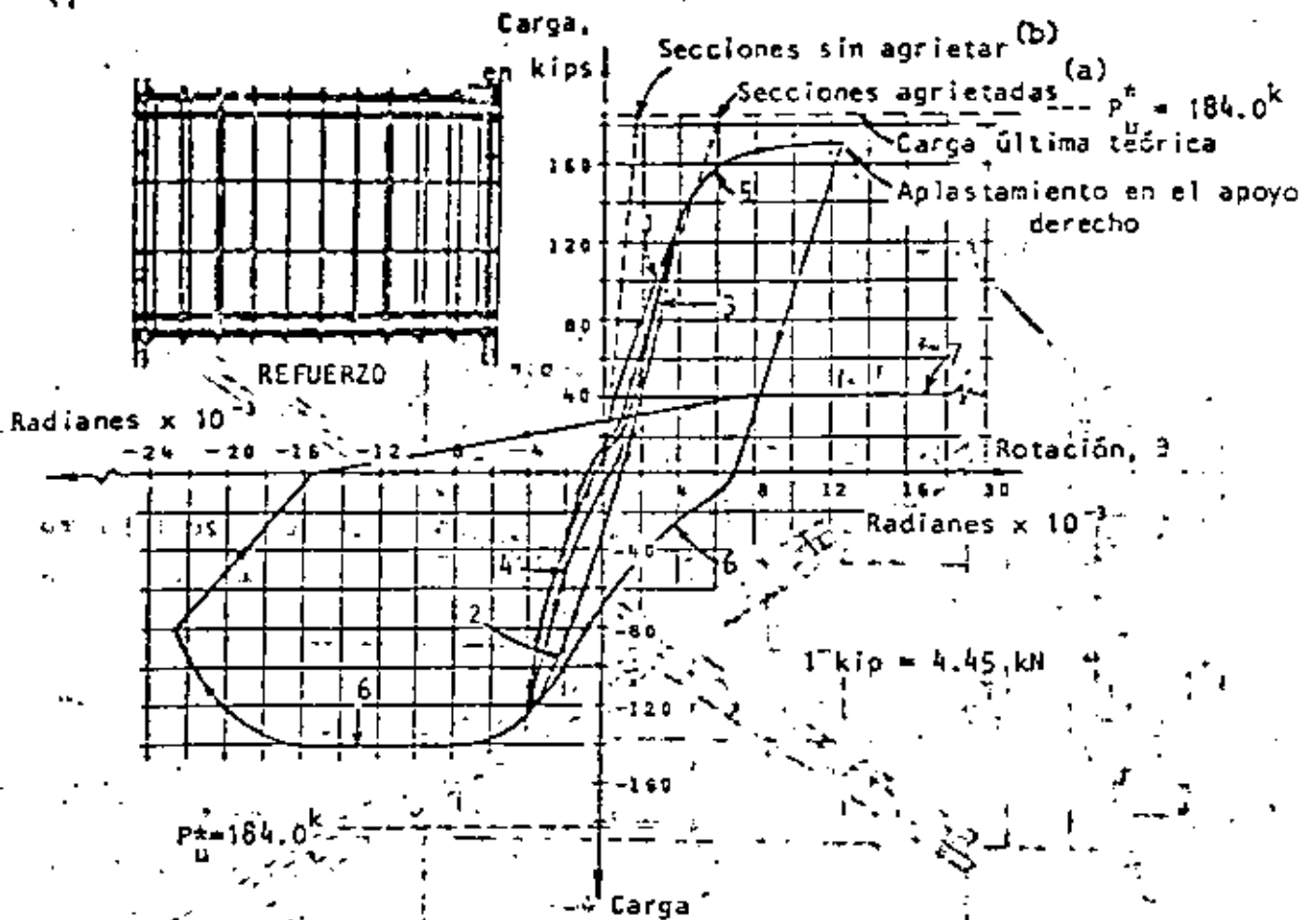


Fig 12. Curvas carga-rotación para vigas de acoplamiento de arcos rigidizantes. Refuerzo del alma: a) adecuado, b) escaso (según Park y Paulay, 1975)

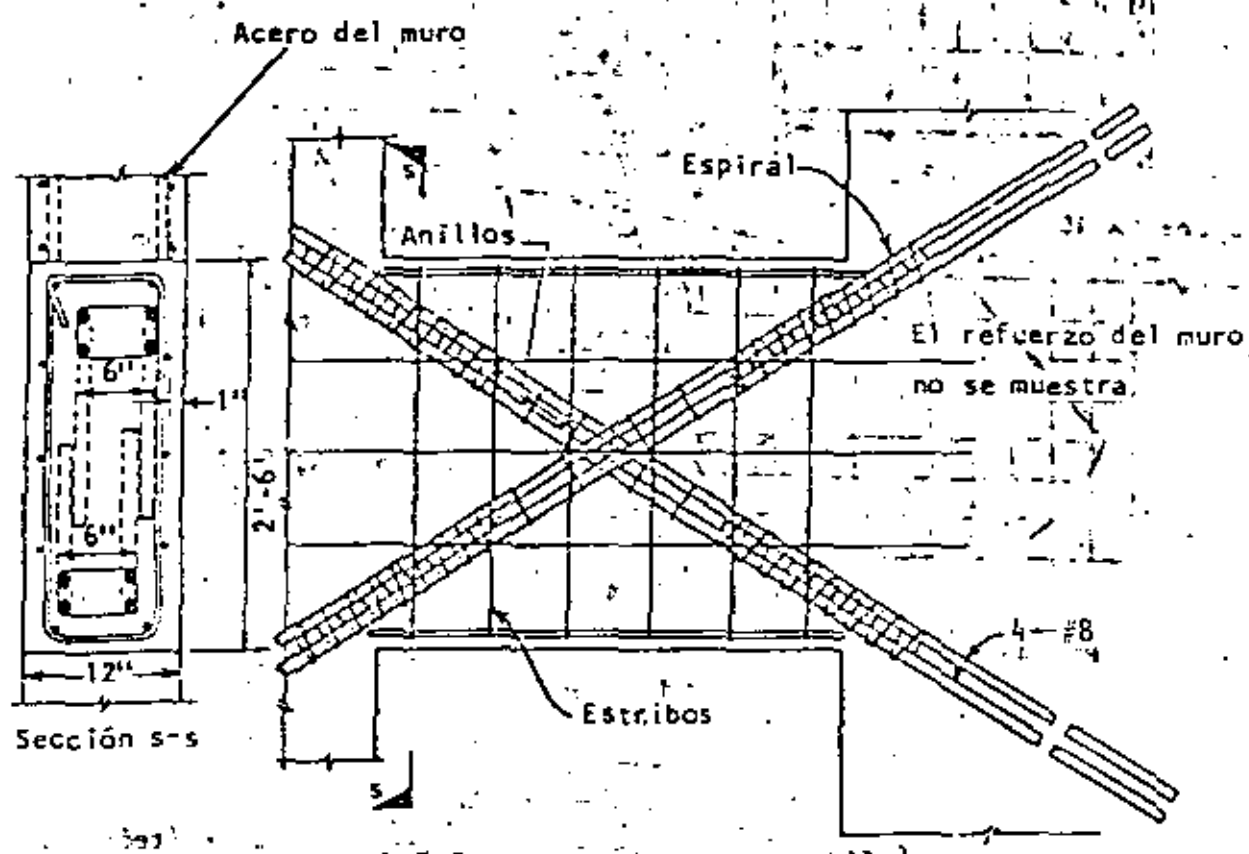
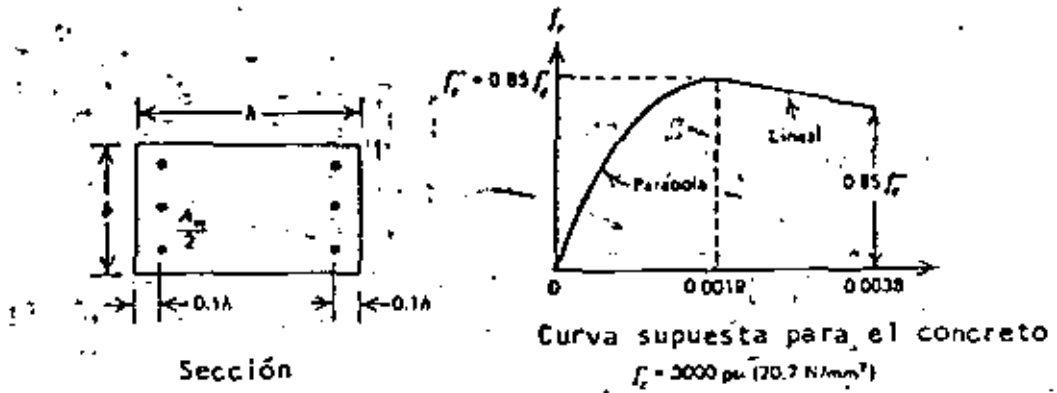
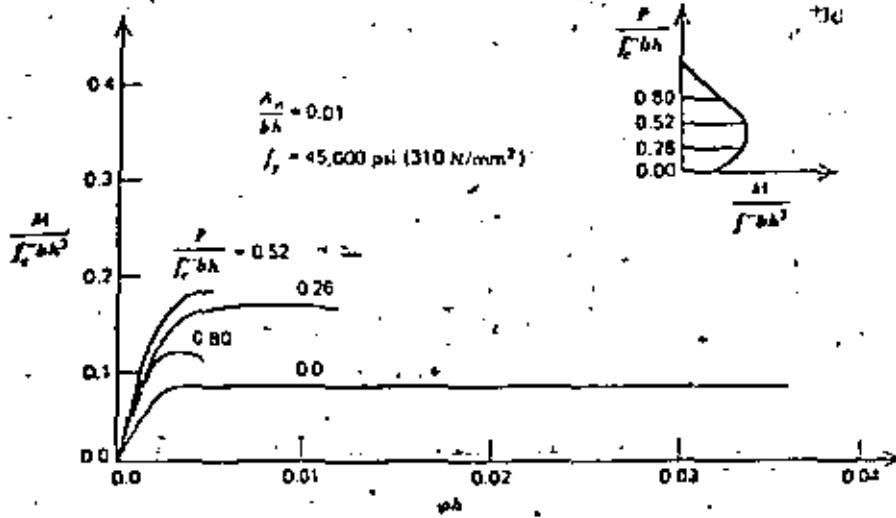


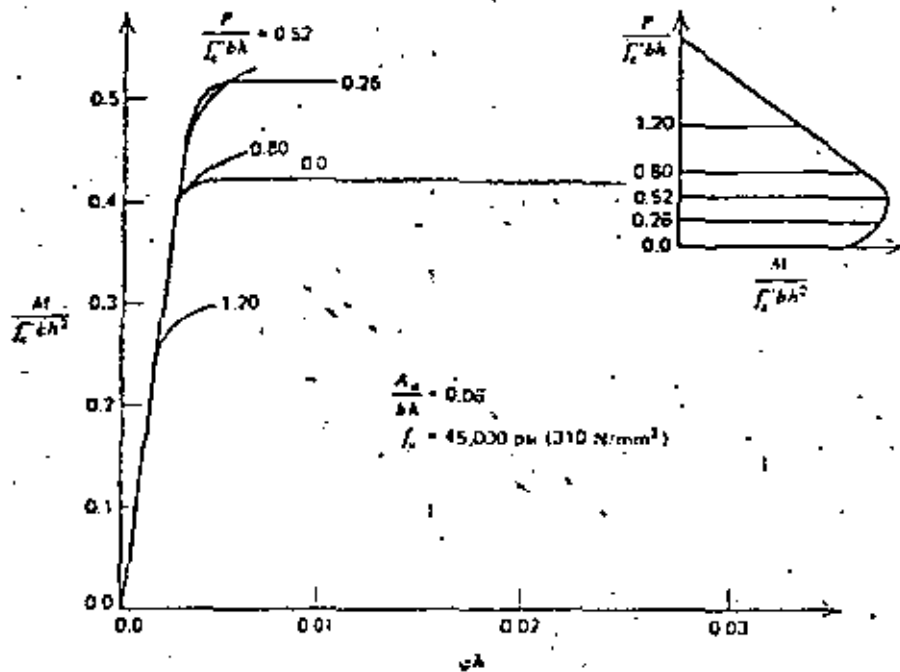
Fig 13. Disposición sugerida del acero en una viga de acoplamiento con refuerzo diagonal (adaptada de Paulay, 1971)



a)



b)



c)

Fig 14. Relaciones momento-curvatura para secciones de columnas a diversos niveles de carga axial (según Park y Paulay, 1975)

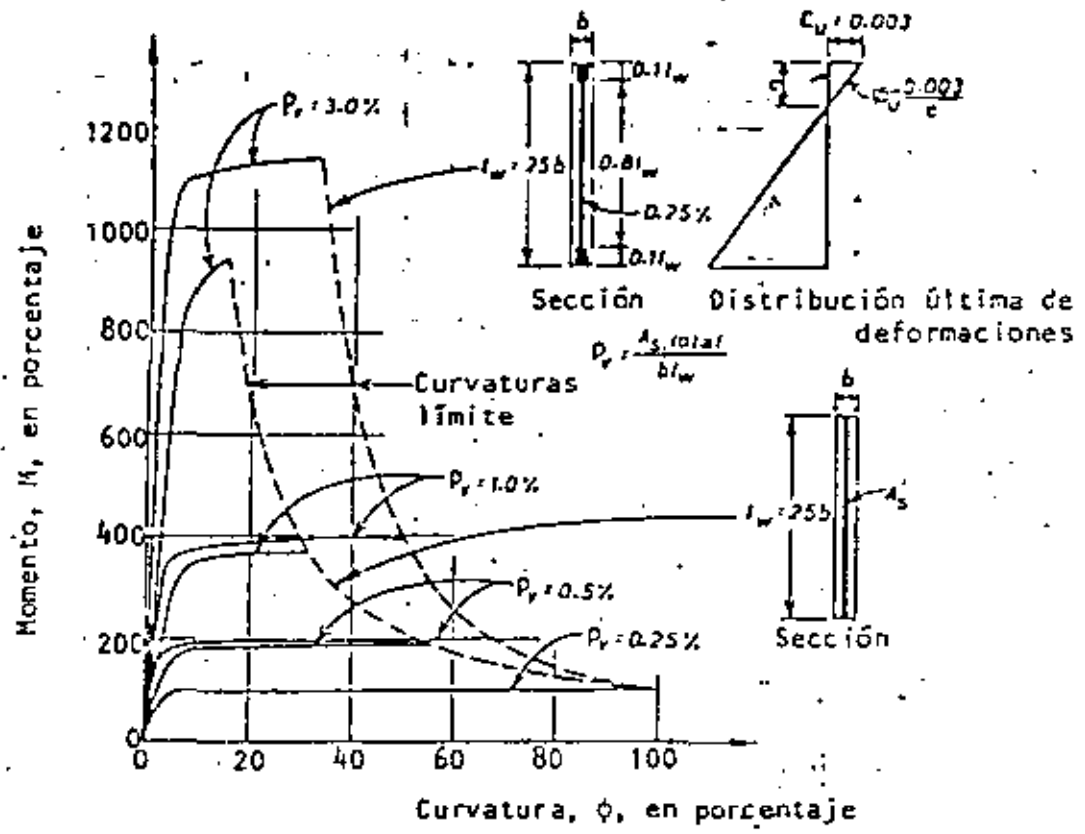


Fig 15. Influencia de cantidad y distribución de refuerzo vertical en curvatura última (según Park y Paulay, 1975).

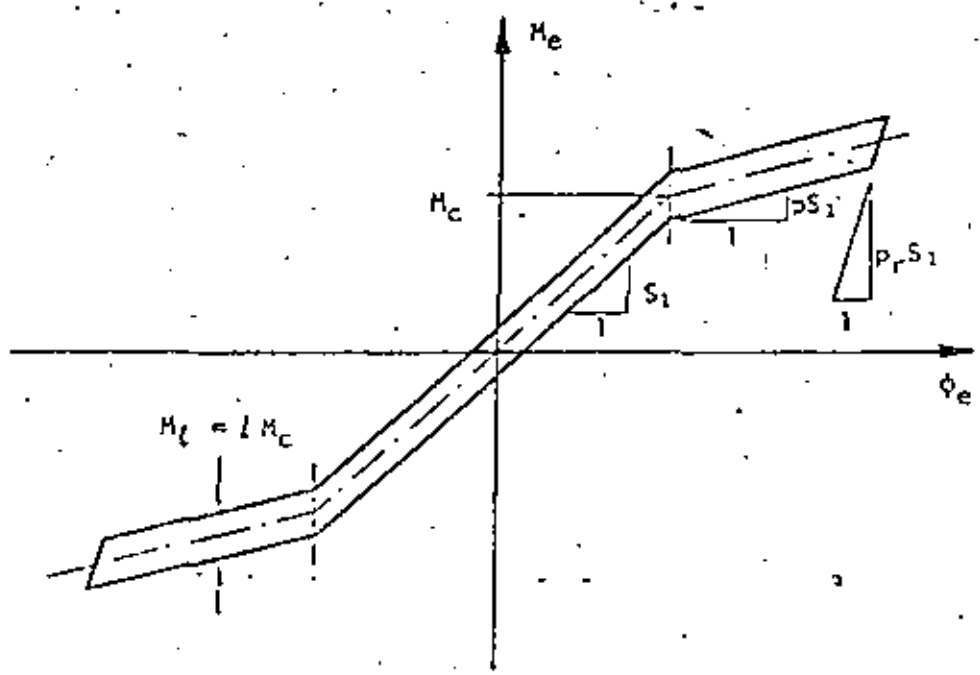
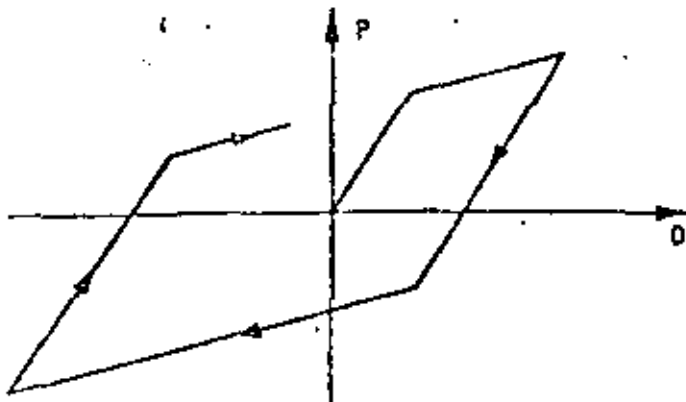
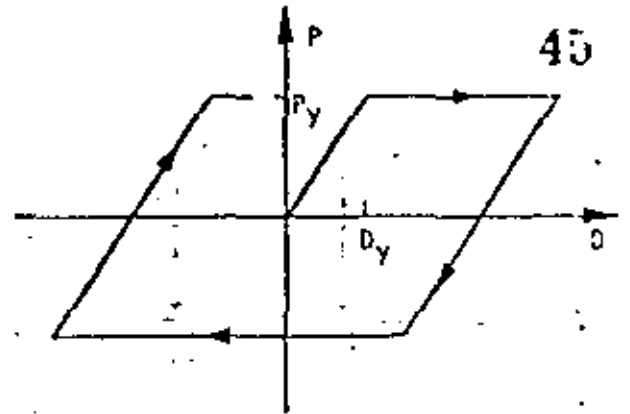


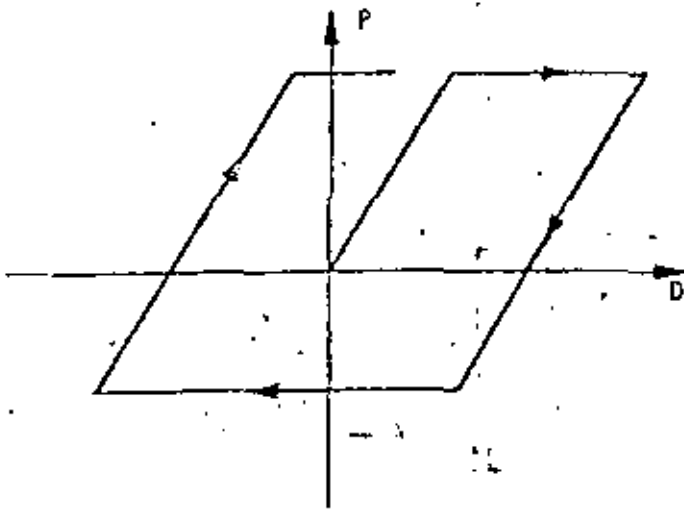
Fig 16. Ciclo de histéresis típico para miembros de concreto pretensado



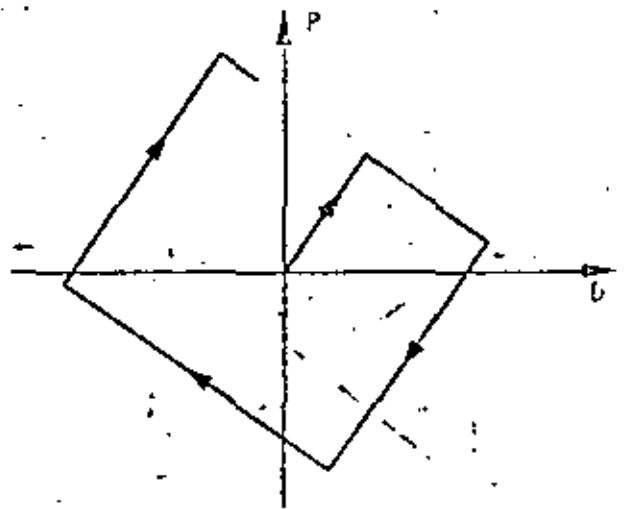
a) Bilinear



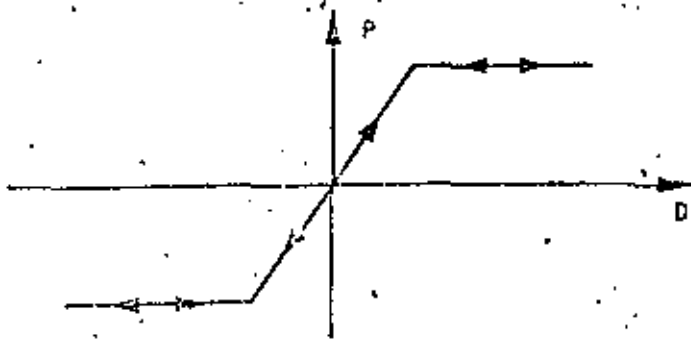
b) Elastoplástico simétrico



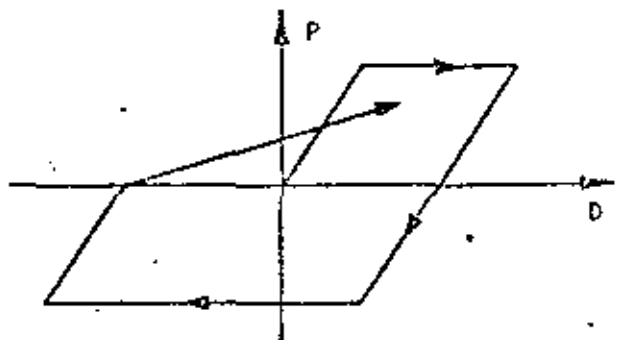
c) Elastoplástico asimétrico



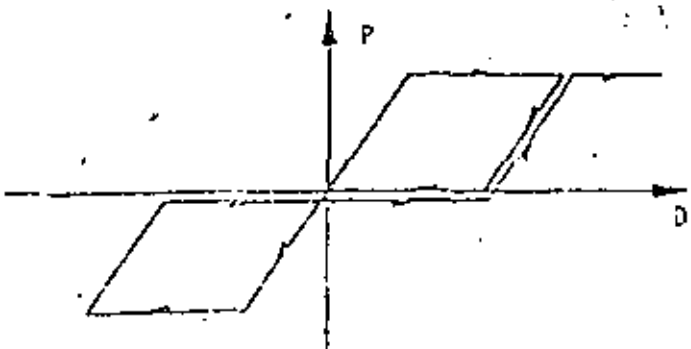
d) Inestable



e) Elástico cedente

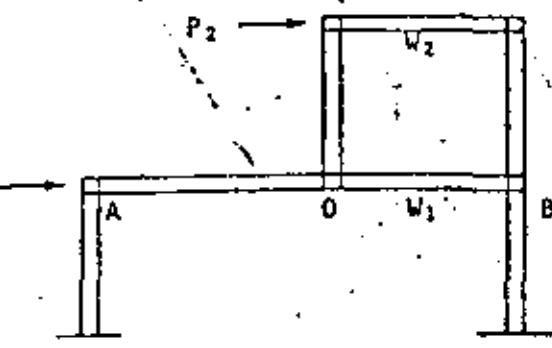


f) Degradante

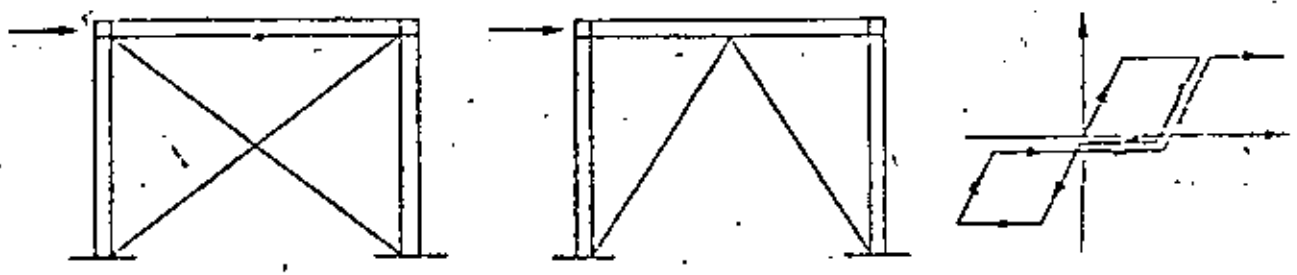


g) Tipo deslizamiento

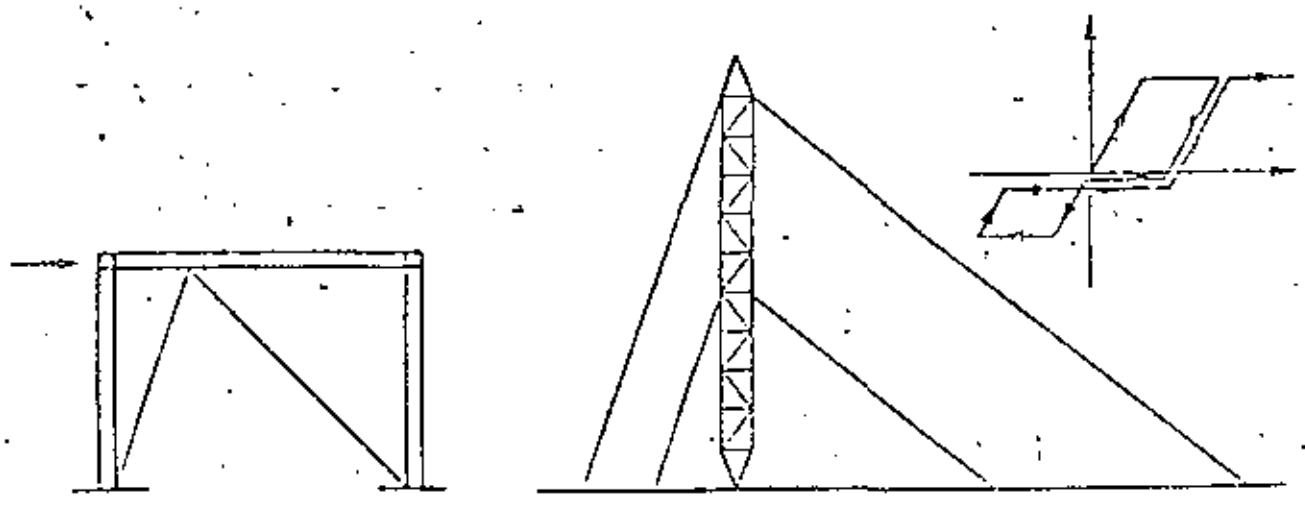
Fig 17. Modelos de comportamiento no lineal



a) Sistema típico con relación asimétrica carga-deformación



b) Sistema con relación sinétrica tipo deslizamiento



c) Sistema con relación asimétrica tipo deslizamiento

Fig 18. Estructuras especiales

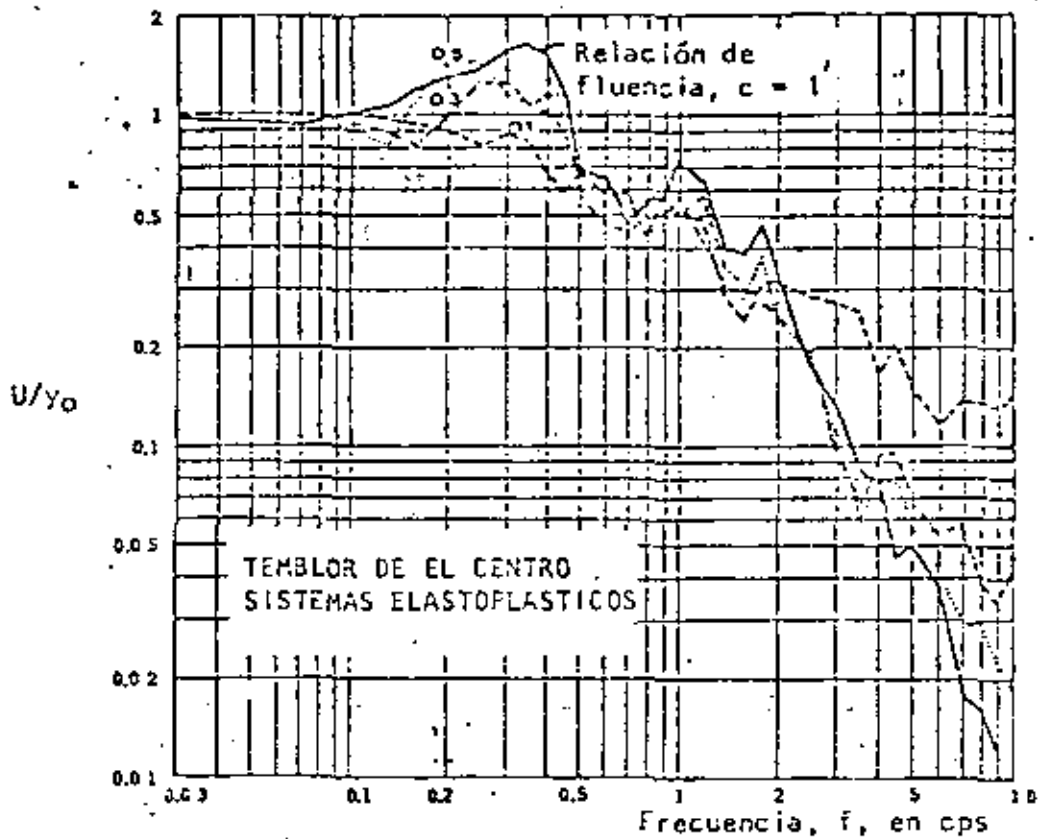


Fig 19. Espectro de deformaciones para sistemas elastoplásticos con amortiguamiento viscoso de 0.02 (según Bielak, 1966)

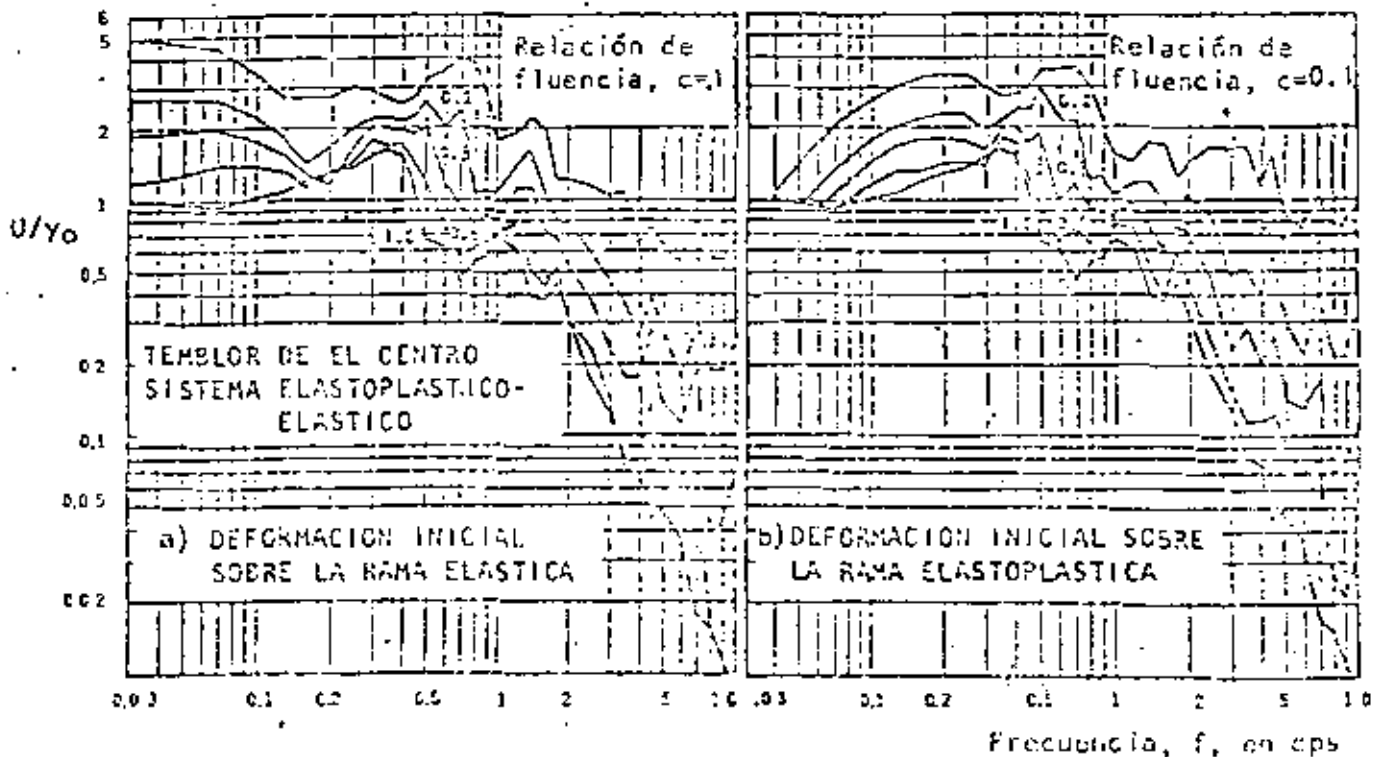


Fig. 20. Espectros de deformación para sistemas de curva asimétrica con amortiguamiento viscoso de 0.02 (según Bielak, 1966)

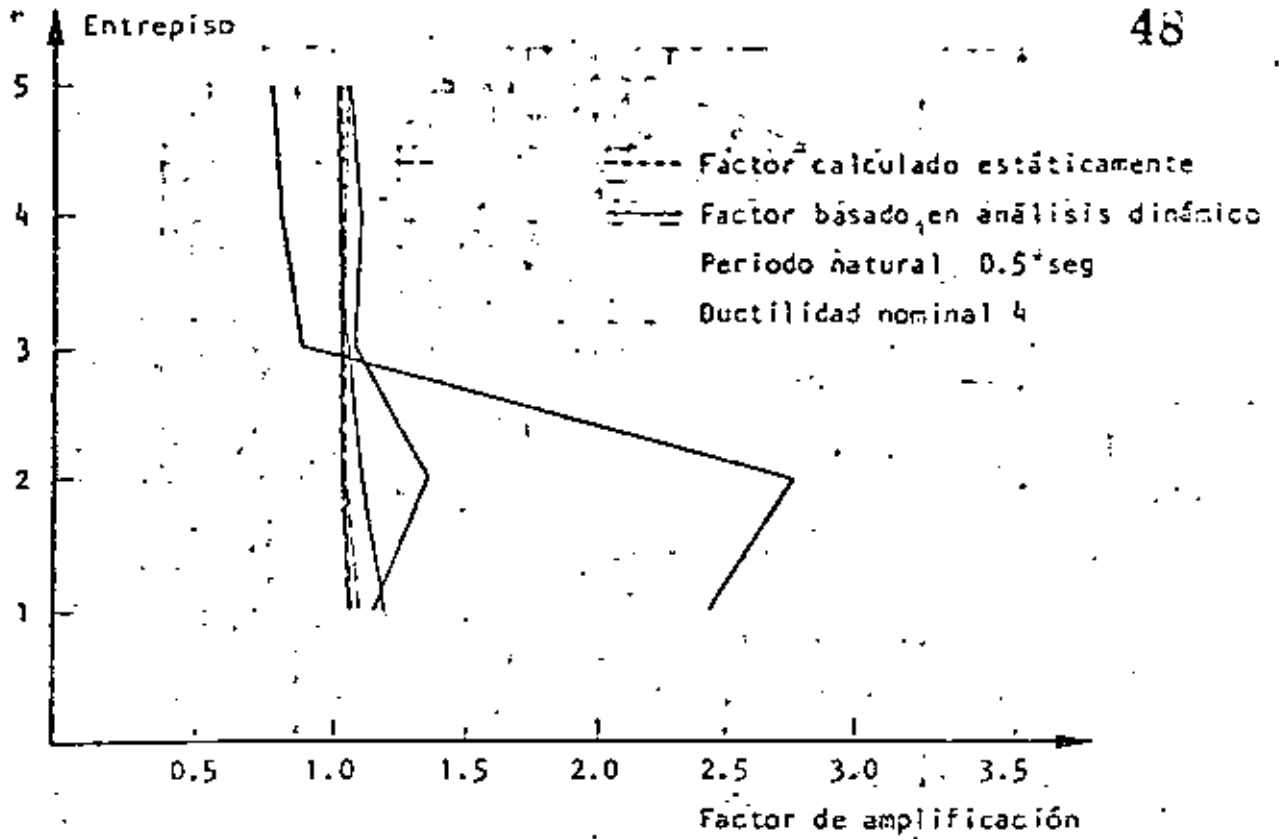


Fig 21. Factores de amplificación por esbeltez.

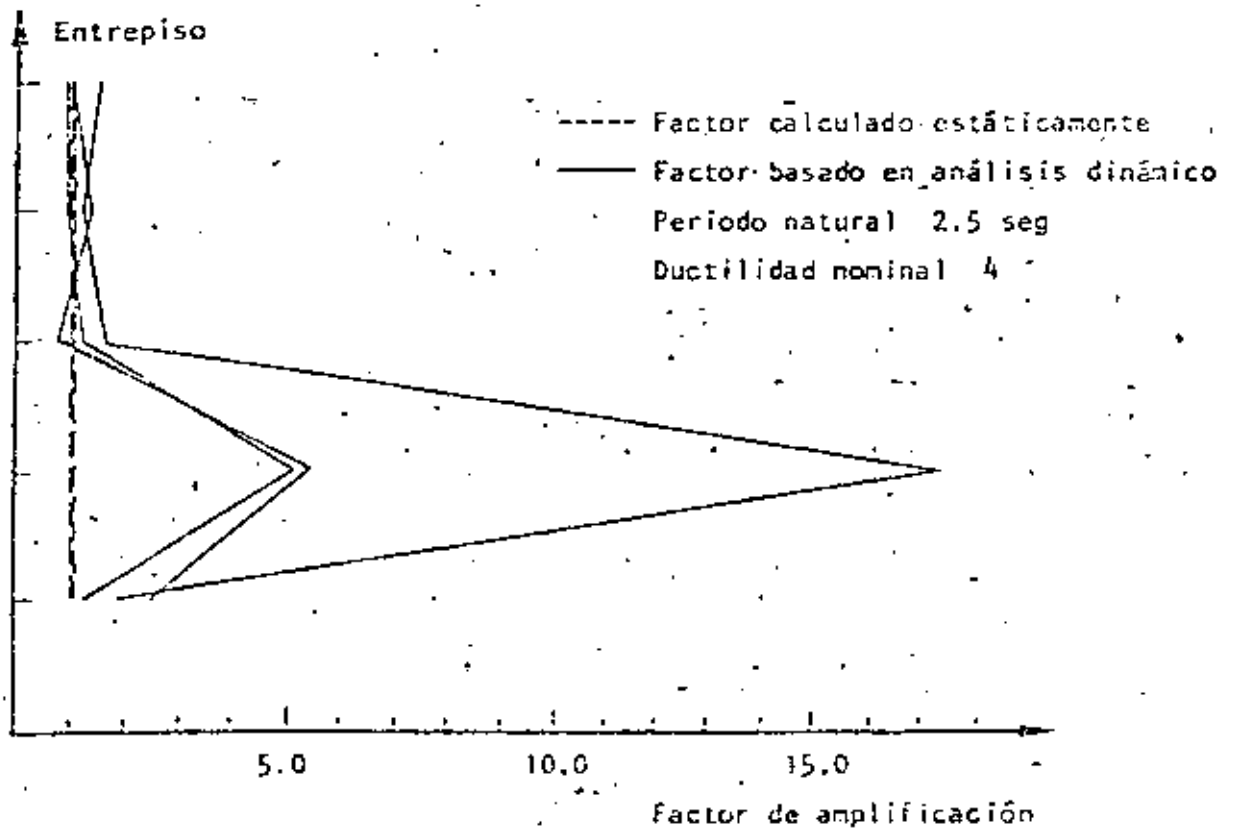


Fig 22. Factores de amplificación por esbeltez.

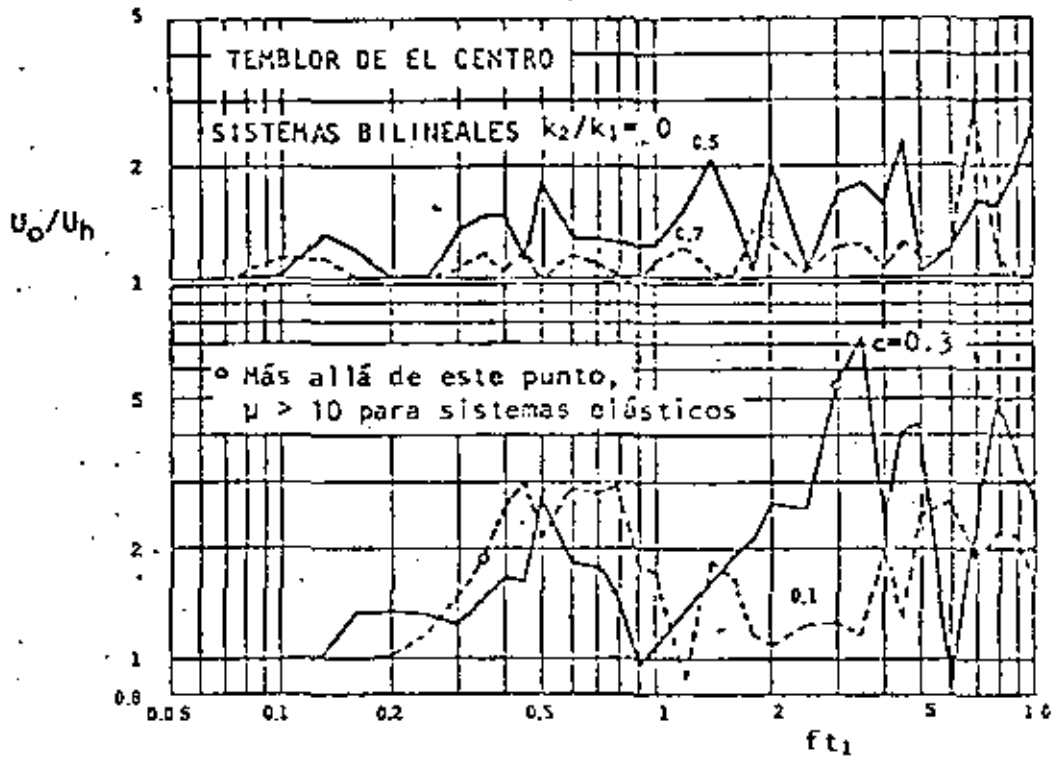


Fig 23. Espectros de la relación de deformaciones máximas de sistemas bilineales elásticos e histeréticos (según Bielak, 1966)

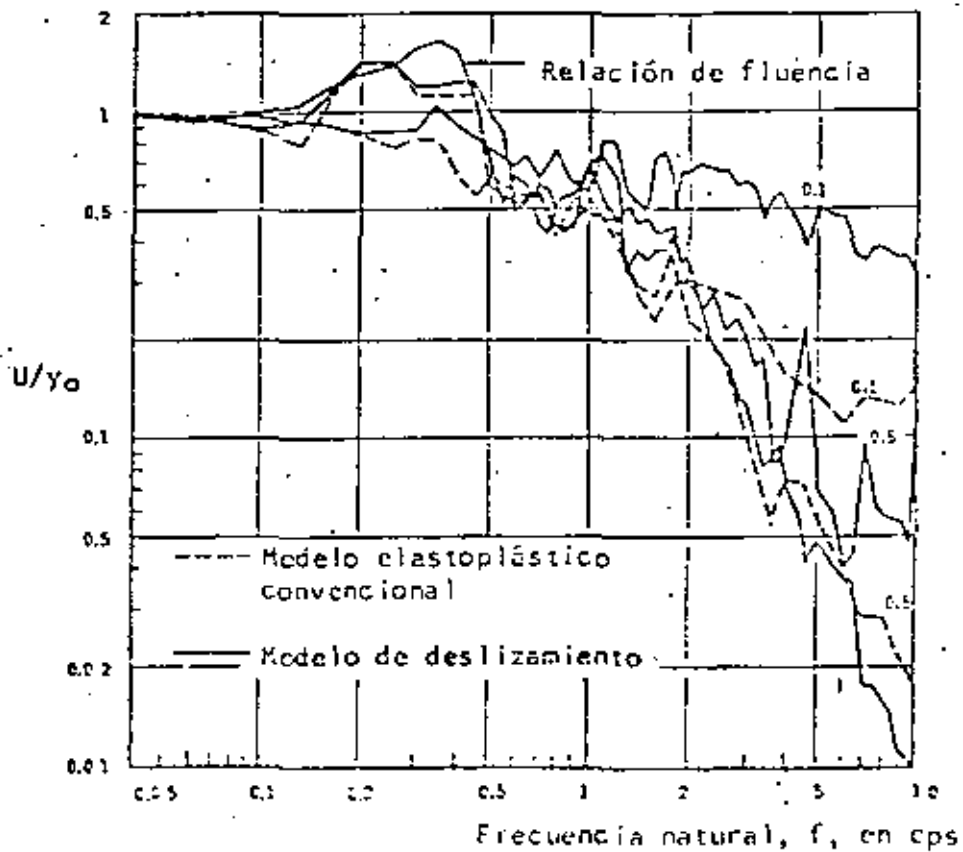


Fig 24. Espectros para sistemas elastoplásticos convencionales y de deslizamiento. Temblor de El Centro. Amortiguamiento 0.02 (según Volitzos, 1968)

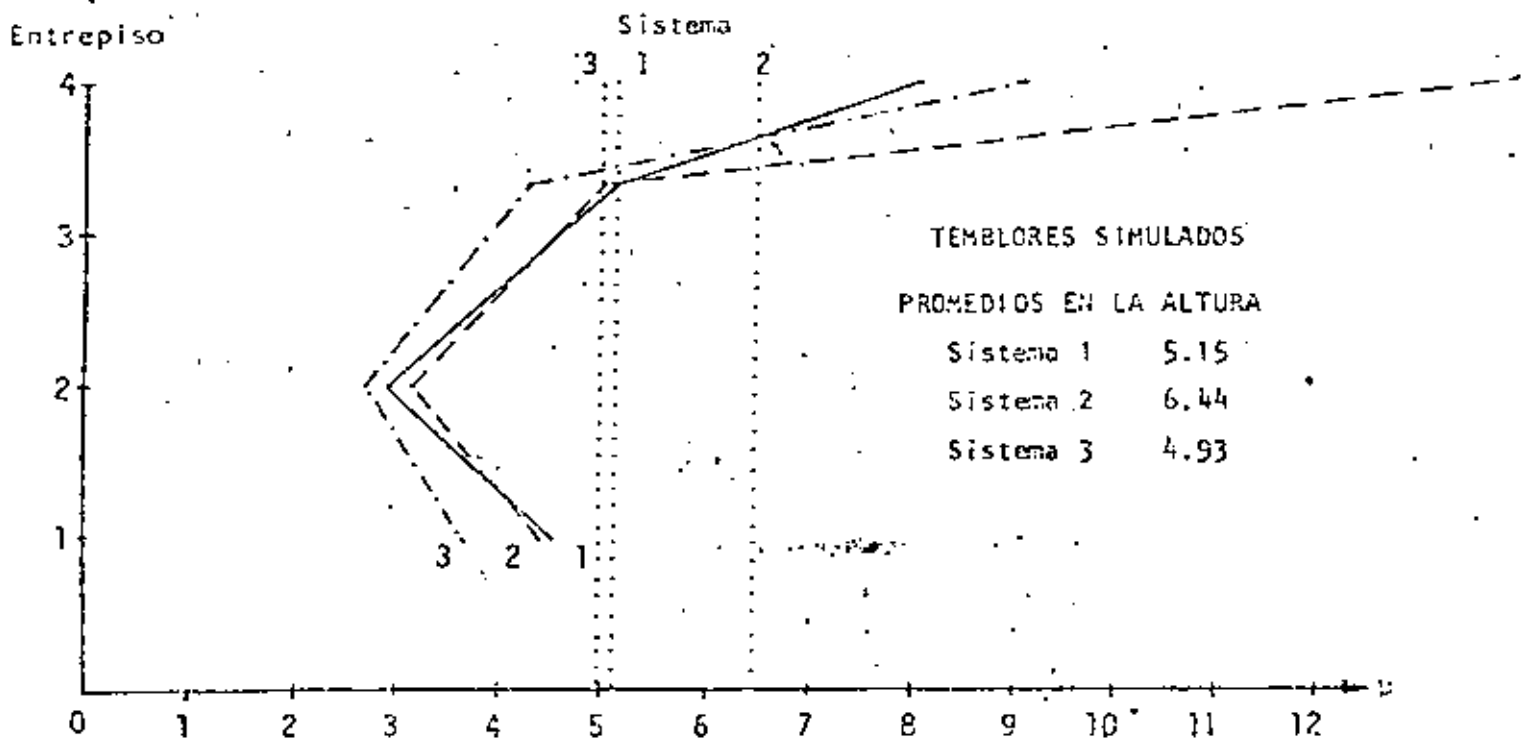
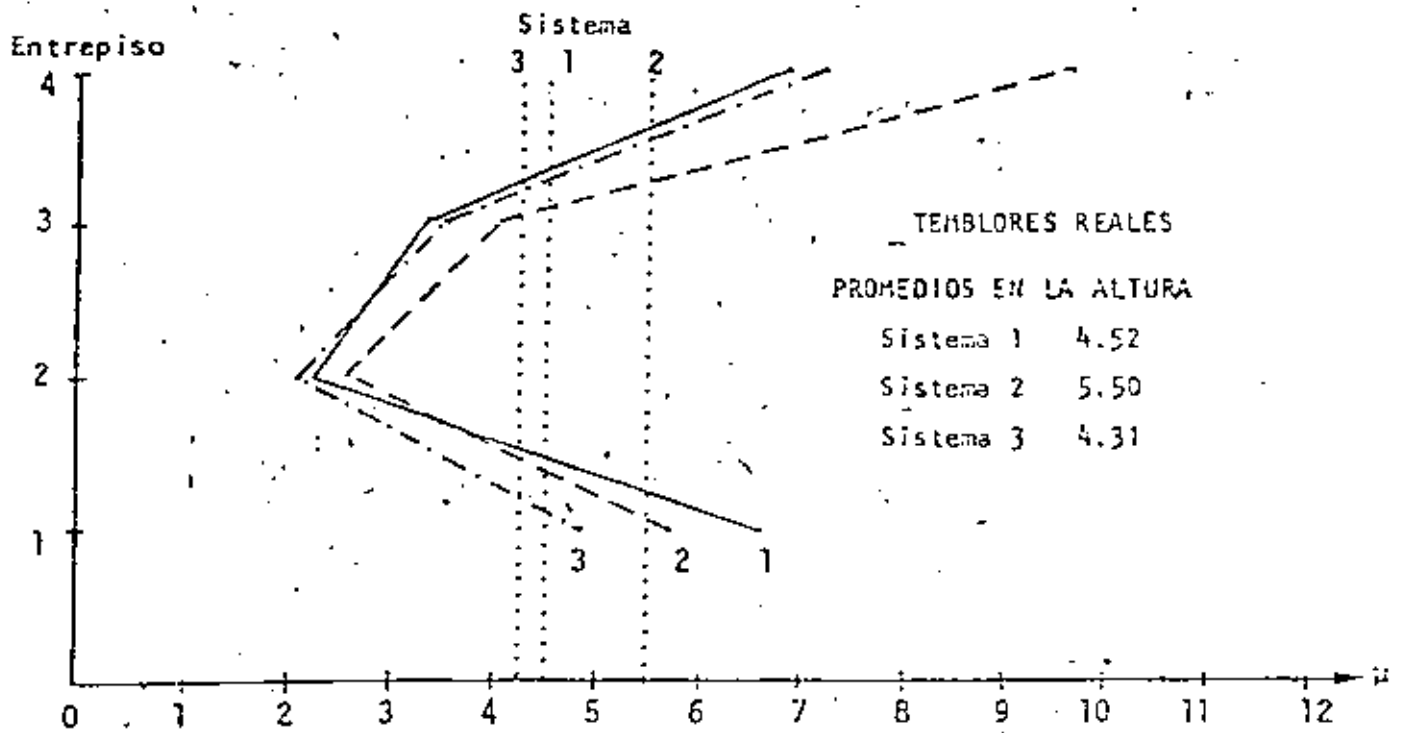


Fig. 25. Ductilidades medias para tres sistemas de constante (según Frank et al, 197).

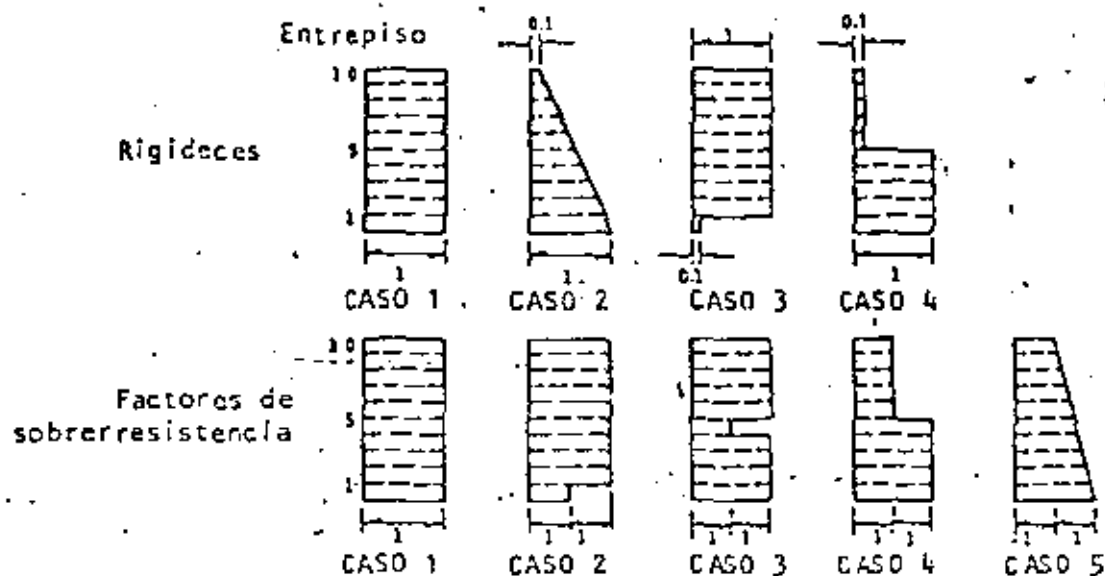


Fig 26. Variación de rigideces y factores de sobrerresistencia en edificios de cortante

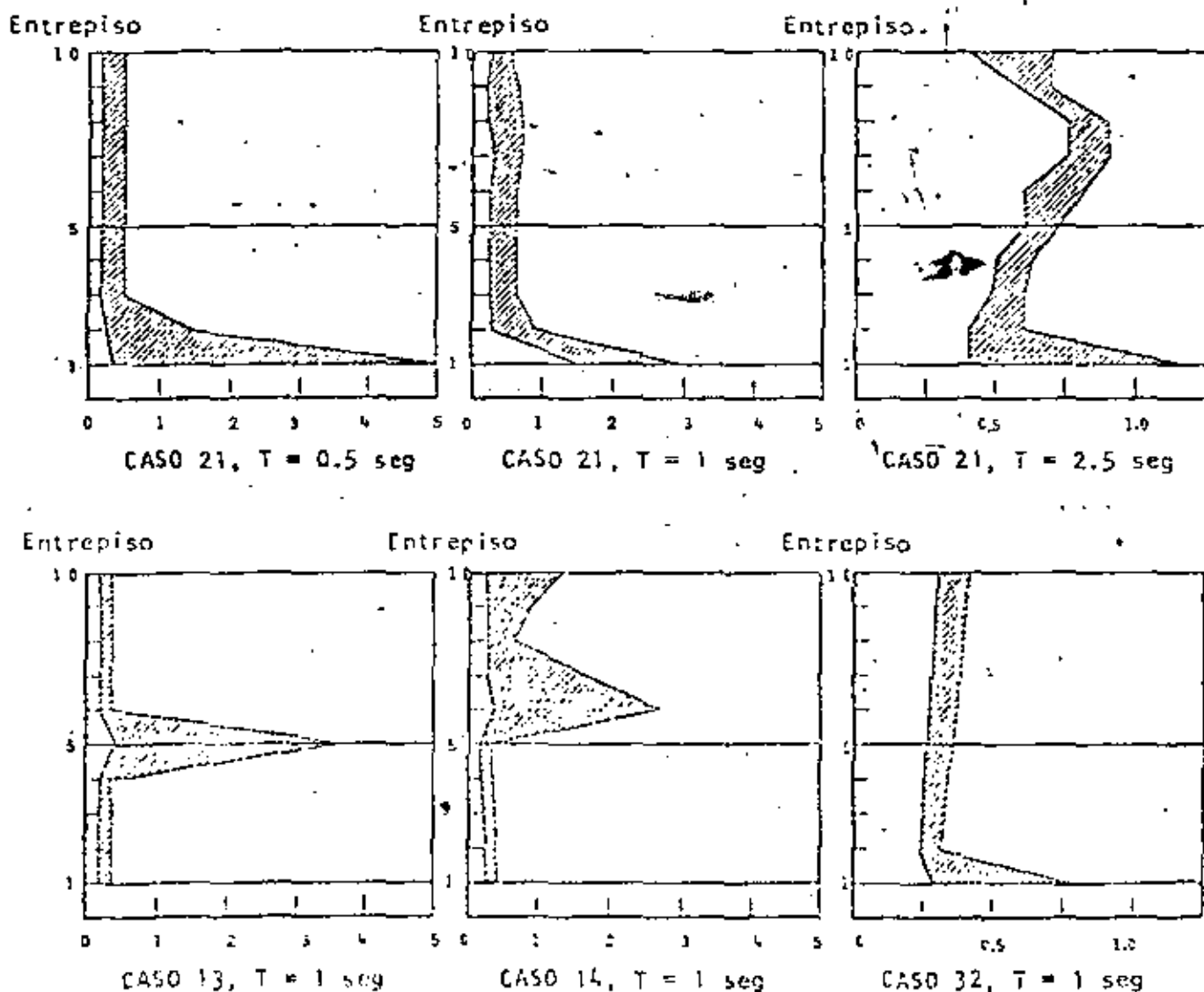
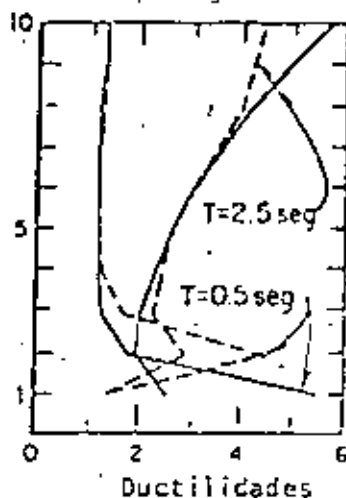
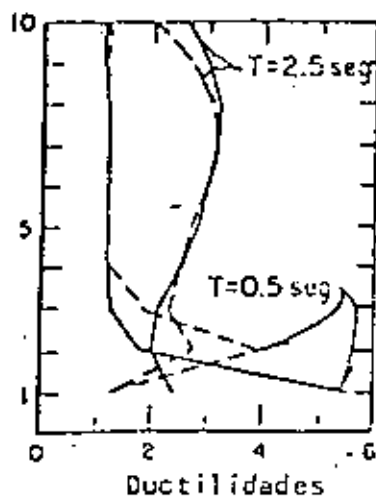


Fig 27. Relaciones entre ductilidades reales y mínimas

Entrepiso

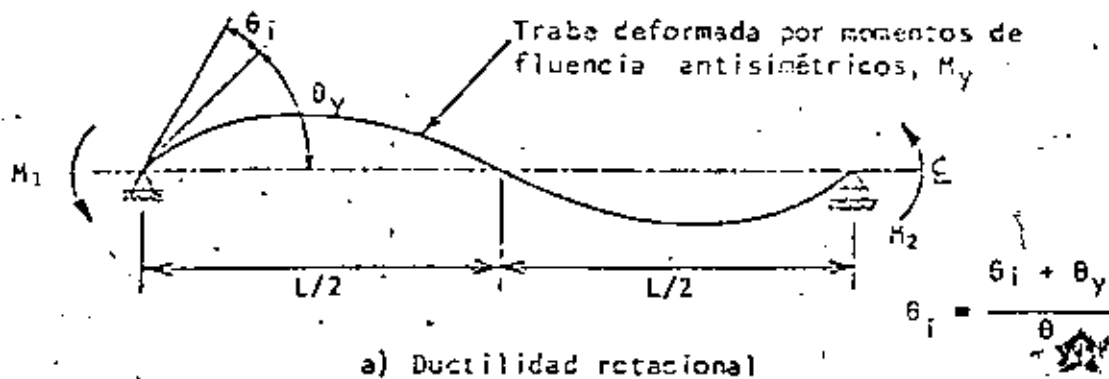
Entrepiso



a)

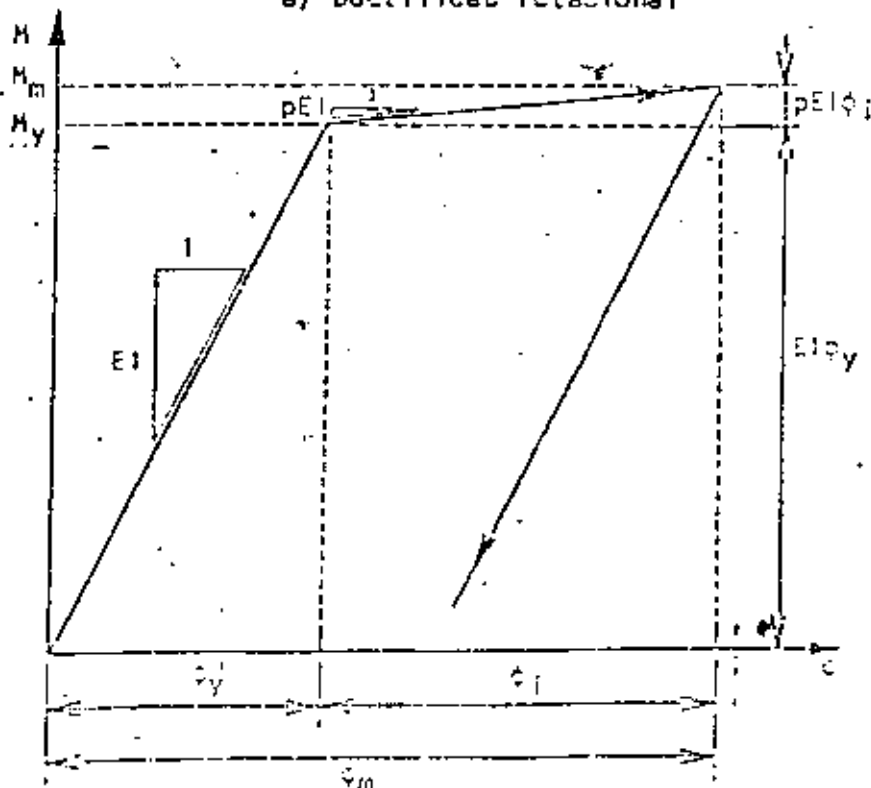
b)

Fig 28. Relaciones entre ductilidades y criterios de diseño



$$\theta_i = \frac{\theta_i + \theta_y}{\theta}$$

a) Ductilidad rotacional



b) ductilidad de momentos o de curvaturas

Fig 29. Definiciones de ductilidad local (según Hayward et al, 1976)

MASAS DE P150, en kg-seg²/pulg

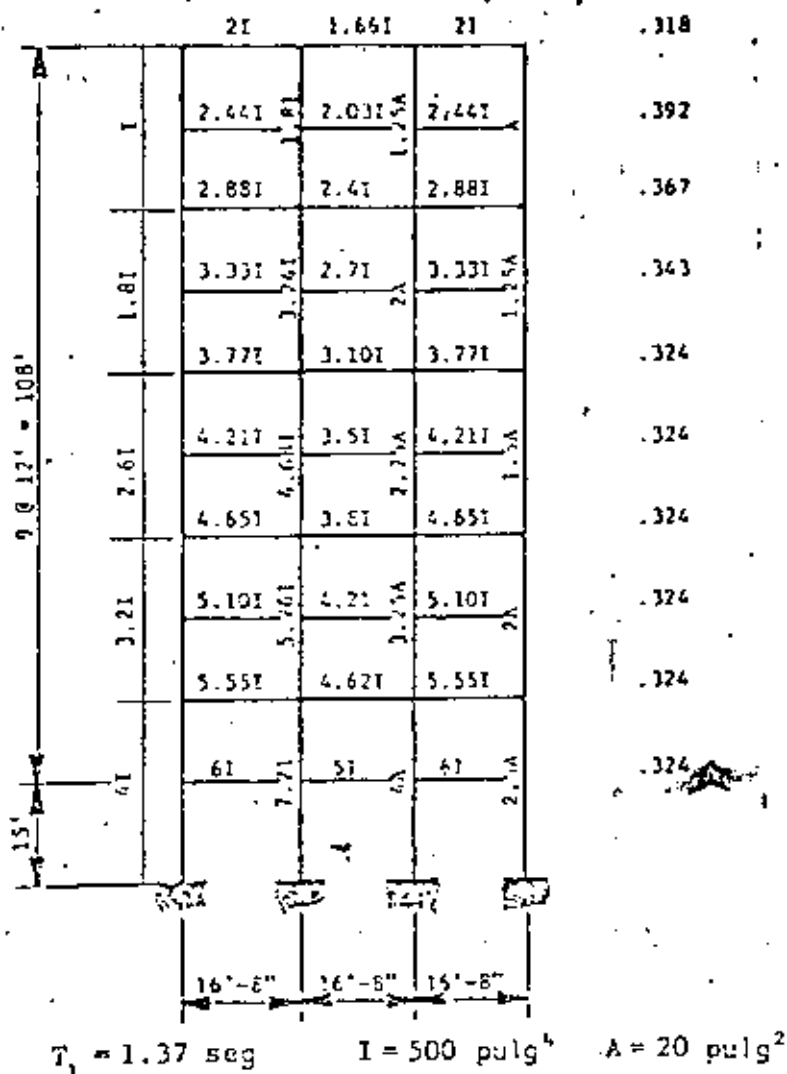
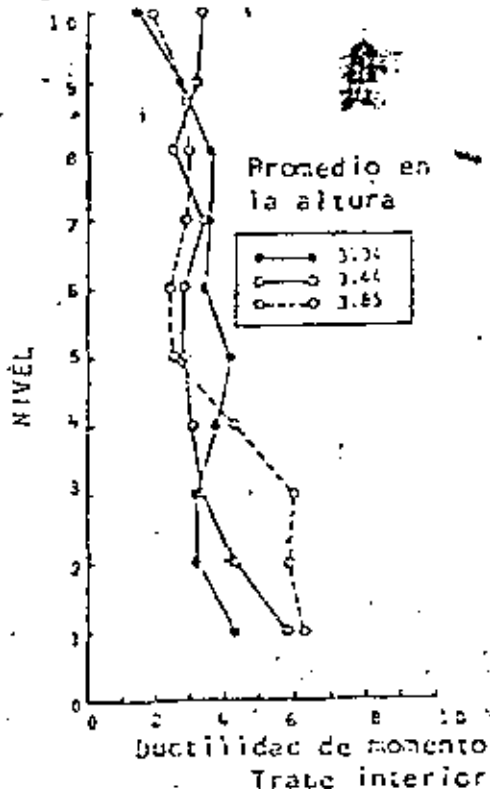
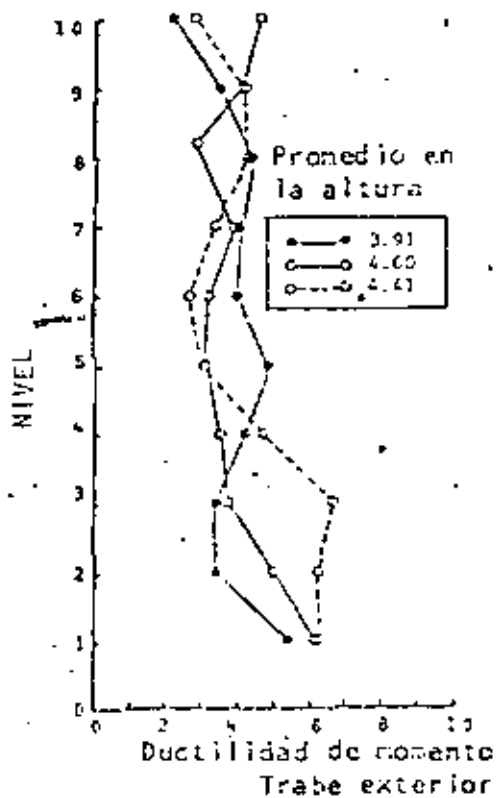
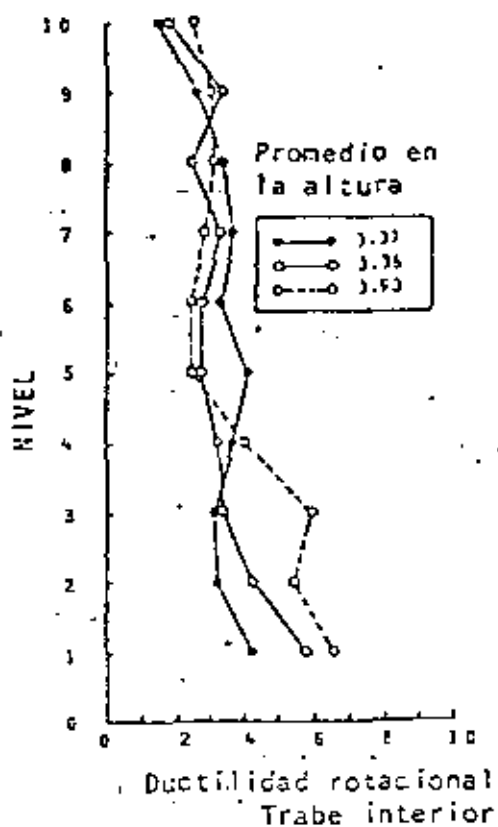
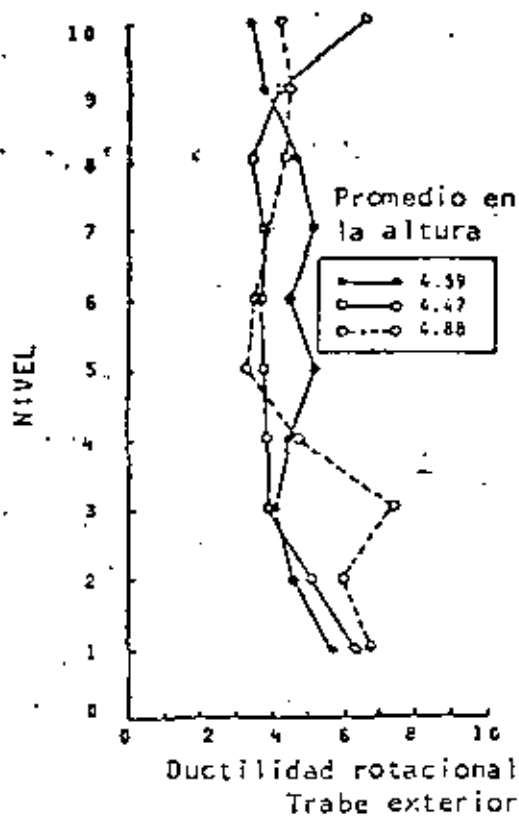
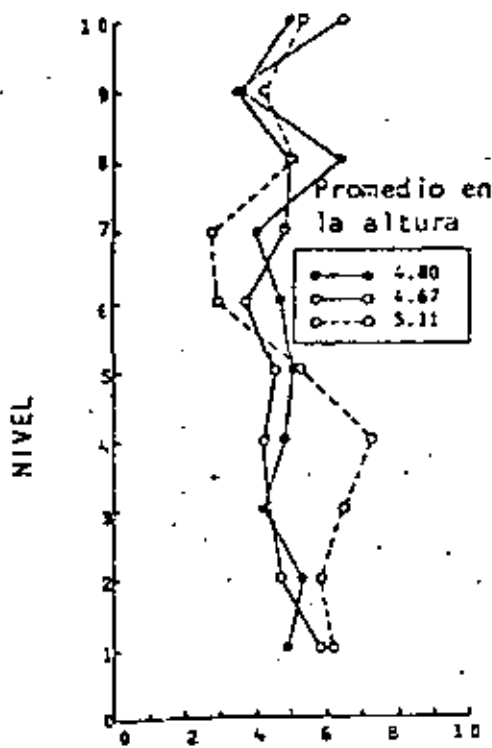


Fig 30. Marco para estudio de ductilidades locales

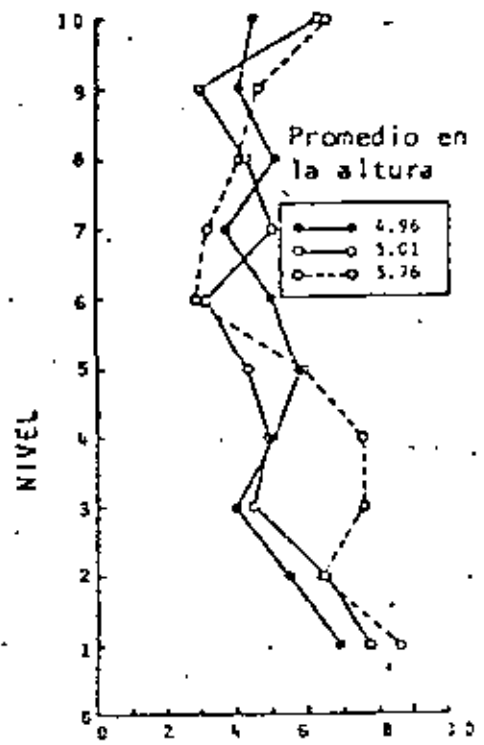


● Registro 1 ○ Registro 2 ○ Registro 3

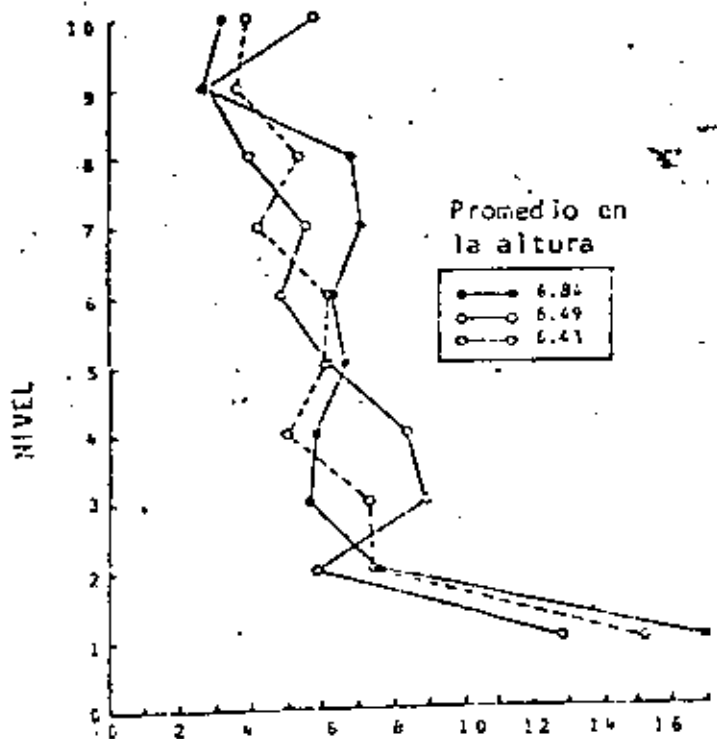
Fig. 31. Máximos valores de ductilidad en traveses (según Hawiland et al, 1976)



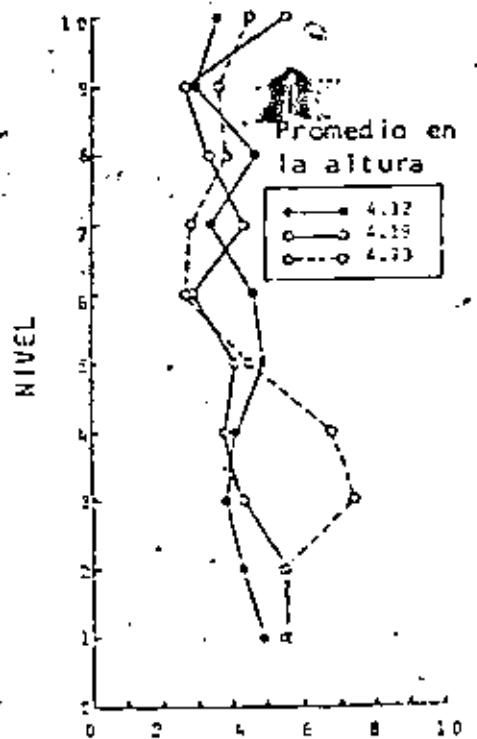
Ductilidad rotacional-
Columna exterior



Ductilidad rotacional
Columna interior



Ductilidad de momento, Columna exterior



Ductilidad de momento
Columna interior

● Registro 1 ○ Registro 2 ○ Registro 3

Fig 32. Mínimos factores de ductilidad en columnas
(según Haviland et al, 1975)

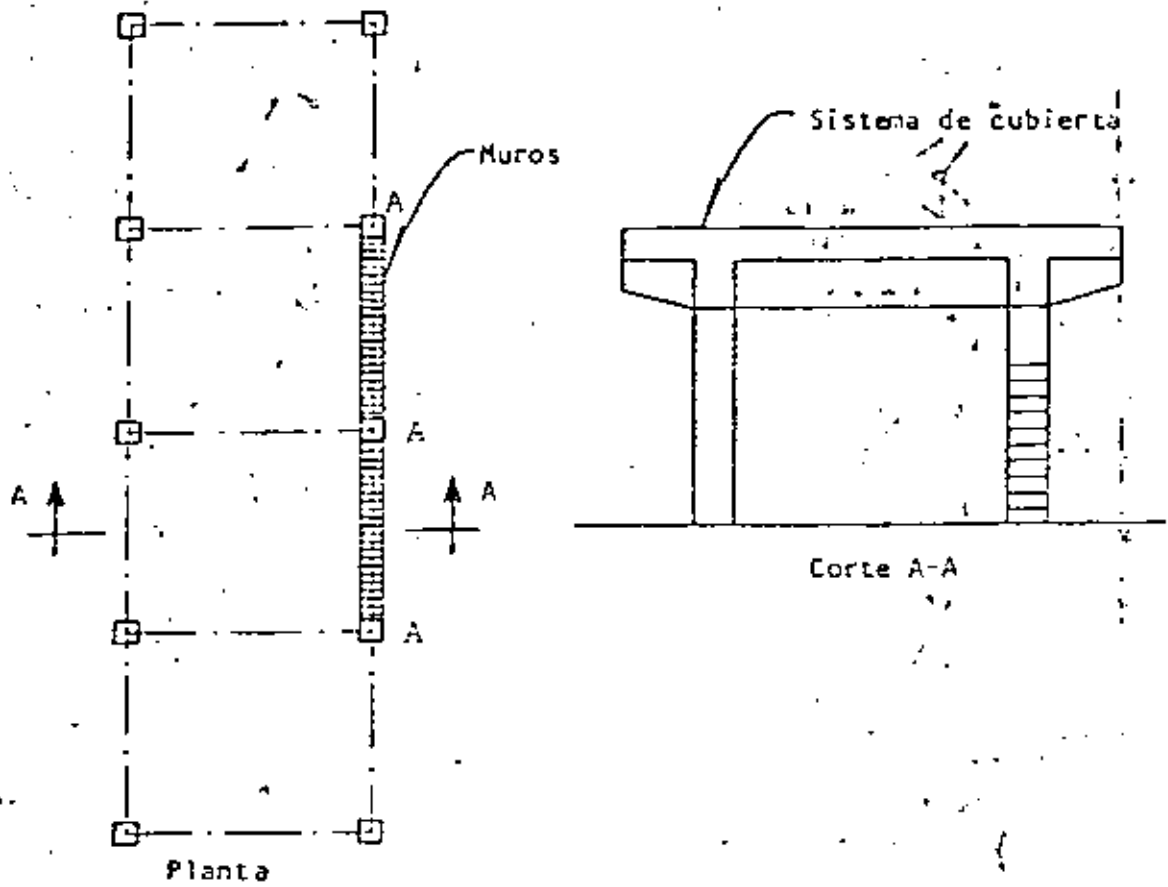


Fig 33. Columnas parcialmente restringidas.

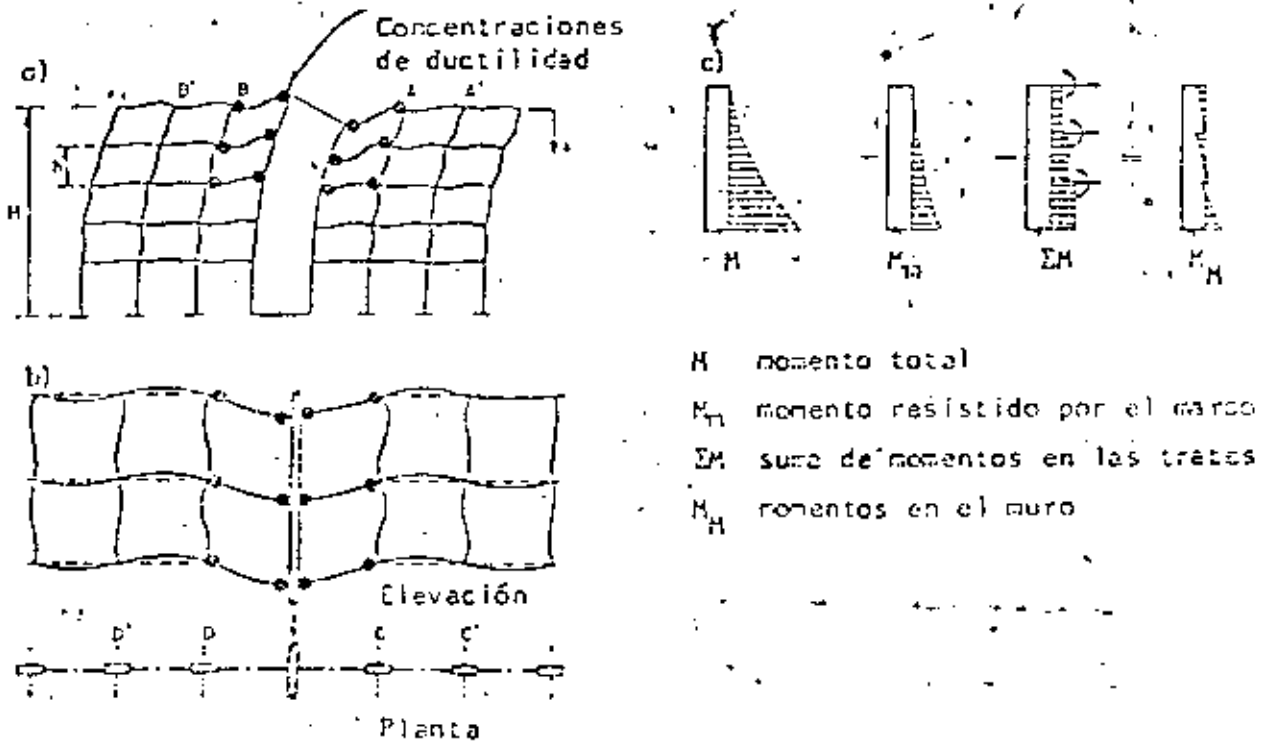


Fig 34. Deformaciones en sistemas rigidizantes



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

ANALISIS DE ESTRUCTURAS ANTE CARGAS
LATERALES

M. en I. ENRIQUE BAZAN ZURITA

AGOSTO, 1980



1. MARCOS

En la práctica revisten importancia el análisis de marcos de edificios sujetos a fuerzas laterales y el cálculo de sus rigideces. Este capítulo describe e ilustra con ejemplos los principales métodos aproximados y exactos, cuya aplicación es práctica en problemas usuales. Se incluye en cada caso un resumen de las hipótesis de partida, a fin de permitir el juicio sobre la aplicabilidad a cada problema concreto.

En los ejemplos se analiza por cada método propuesto el marco B (fig 1).

1.1 Métodos aproximados

Con base en la ref 1 se describen a continuación dos métodos aplicables a marcos en los que los efectos de deformaciones axiales de los miembros son despreciables.

En la referencia citada se presentan otros métodos.

1.1.1 Método de Bowman

Como resultado del estudio de un gran número de marcos resueltos por métodos "exactos", se ha propuesto un método aproximado de acuerdo con las siguientes hipótesis.

1. Los puntos de inflexión en las trabes exteriores se encuentran a 0.55 de su claro, a partir de su extremo exterior. En trabes interiores, el punto de inflexión se

encuentra al centro del claro, excepto en la crujía central cuando el número de crujías es impar, o en las dos centrales si es par. En estas crujías la posición de puntos de inflexión en las trabes está forzada por condiciones de simetría y equilibrio.

2. Los puntos de inflexión en las columnas del primer entrepiso se encuentran a 0.60 de su altura, a partir de la base.

En marcos de dos o más, tres o más, o cuatro o más entrepisos, respectivamente, los puntos de inflexión en las columnas de los entrepisos último, penúltimo y antepenúltimo, respectivamente, se encuentran a 0.65, 0.60 y 0.55 de la altura correspondiente, a partir del extremo superior. En edificios de cinco o más entrepisos, los puntos de inflexión en columnas para las cuales no se ha especificado la posición, se encuentran al centro de su altura.

Esto se resume gráficamente en la fig 2.

3. La fuerza cortante de cada entrepiso se distribuye en la forma siguiente.

En el primer entrepiso:

Una fuerza cortante igual a

$$V_c = \frac{N - 0.5V}{N + 1} V$$

se distribuye directamente entre las columnas proporcionalmente a sus rigideces. La fuerza cortante $V_t = V - V_c$ se distribuye entre las crujiás proporcionalmente a la rigidez de la trabe que la limita en la parte superior. La cortante de cada crujiá se distribuye en partes iguales entre las dos columnas que la limitan.

En pisos superiores:

Una fuerza cortante

$$V_c = \frac{N - 2}{N + 1} V$$

se distribuye directamente entre las columnas. La cortante $V_t = V - V_c$ se distribuye entre las crujiás como se hizo para planta baja.

En estas expresiones,

V = fuerza cortante total en un entrepiso

N = número de crujiás del marco en el entrepiso considerado.

Una variante del método consiste en respetar los puntos 2 y 3, pero determinar los momentos en las trabes equilibrando en cada nudo la suma de momentos en los extremos de las columnas con momentos proporcionales a la rigidez angular natural de cada trabe. La fig 3 es la aplicación de este método al análisis del marco B. En la fig 4 se muestran

algunos pasos intermedios.

1.1.2 Método de distribución en voladizo (Grinter-Tsao)

Este método es rigurosamente aplicable sólo en marcos simétricos de una cruzja y a aquellos de varias cruzjas cuyas rigideces guarden relaciones tales que sea posible descomponerlos en varios marcos simétricos de una cruzja cada uno. Sin embargo, puede aplicarse en forma aproximada al análisis de cualquier marco que se idealice como simétrico y de una cruzja, igualando la suma de rigideces de trabes y columnas en cada entrepiso en el marco original y en el idealizado. Esto equivale a suponer que todos los nudos de un mismo nivel sufren la misma rotación.

El método consiste en lo siguiente (fig 5a).

Permítase el desplazamiento lineal de todos los nudos, hasta que se logre el equilibrio de fuerza cortante en cada entrepiso. En esta etapa los momentos exteriores $-M_0$ impiden el giro de los nudos (fig 5b). Elimínense ahora estos momentos permitiendo simultáneamente giros y nuevos desplazamientos lineales sin que se altere la fuerza cortante de cada entrepiso (fig 5c).

Considérese una columna (fig 5d) a uno de cuyos extremos se permite giro y desplazamiento transversal simultáneo. Partiendo de que es nula la cortante que proviene de esta

deformación, las ecuaciones de pendiente-deformación suministran las relaciones

$$M_{12} = 2EK_{12} (\theta_1 - 3\psi_2) \quad (1)$$

$$M_{21} = 2EK_{12} (\theta_1 - 3\psi_{12}) \quad (2)$$

Al no haber fuerza cortante,

$$M_{21} = M_{12} \quad (3)$$

De las ecs 1, 9 y 1.11,

$$\theta_1 = 2\psi_{12}$$

$$M_{12} = EK_{12} \theta_1 \quad (4)$$

Teniendo en cuenta las ecs 3 y 4 y considerando que la deformación de la estructura será antisimétrica se reduce el problema a la solución de la mitad del marco por distribución de momentos. En este proceso las rigideces de las trabes se calculan como $6EK$, las de las columnas como EK y el factor de transporte en las columnas es -1 .

El método se aplica en la fig 6 al de cada columna se obtuvo como la suma de rigideces de todas las columnas del entrepiso, y la rigidez de las trabes como $2 \times 6 = 12$ veces la suma de rigideces de las trabes en el nivel considerado. (El coeficiente 6 toma en cuenta la rigidez modificada y el 2 toma en cuenta la rigidez de cada trabe en sus dos extremos).

La tabla que aparece en la fig 6 es idéntica a una distribución de momentos por el método de Cross, por lo que no merece explicación. Obsérvese solamente que los momentos de empotramiento se obtuvieron como el producto de la fuerza cortante en cada entrepiso por la mitad de la altura correspondiente.

Calculados los momentos en la estructura simplificada, es necesario obtener elementos mecánicos, en el marco original. Para ello se distribuyen los que se obtuvieron en aquella proporcionalmente a las rigideces de las piezas de éste. El resultado de la operación se consigna en el renglón 2 correspondiente a cada pieza en la fig 6.

Puede verificarse que el equilibrio de cortante en cada entrepiso se satisface. No así el equilibrio de cada nudo, ya que la hipótesis de giros iguales de todos los nudos de un nivel no necesariamente es correcta. En los renglones 3-5 se lleva a cabo una distribución de momentos con los nudos fijos linealmente. En el renglón 6 se anota el resultado final de esta distribución.

Al efectuar la distribución descrita se desequilibran las cortantes de entrepiso. Ello se observa al comparar los valores de E_m para todas las columnas de un entrepiso con el producto V_h correspondiente. Los errores son tan pequeños en este caso que no justifican un refinamiento mayor; no obstante, los residuos que aquí se obtienen pueden considerarse como un nuevo sistema de cargas horizontales al cual puede

aplicarse el mismo procedimiento.

1.1.3 Fórmulas de Wilbur

La rigidez de entrepiso es la relación entre la fuerza cortante resistida por un marco, muro o contraviento en un entrepiso y el desplazamiento horizontal relativo entre los dos niveles consecutivos. La rigidez así definida no es independiente del sistema de fuerzas laterales. Por tanto, para calcularla con rigor debe conocerse tal sistema con anterioridad, lo cual en general no es posible.

En marcos ordinarios de edificios el empleo de sistemas de cargas que no son estrictamente proporcionales al definitivo de análisis introduce errores de poca importancia, y usualmente las rigideces calculadas a partir de hipótesis simplificadoras sobre la forma del sistema de fuerzas laterales son satisfactorias. En muros, contravientos y ciertos marcos es indispensable tener en cuenta la variación de la carga lateral.

Las fórmulas de Wilbur son aplicables a marcos regulares formados por piezas de momento de inercia constante.

1. Los giros en todos los nudos de un nivel y de los dos niveles adyacentes son iguales (excepto en el nivel de desplante, en donde puede suponerse empotramiento o articulación según el caso).

2. La fuerza cortante en los dos entrepisos adyacentes al que interesa son iguales a la de éste.

De aquí resultan las siguientes expresiones.

Suponiendo columnas empotradas en la cimentación

$$R_1 = \frac{48E}{h_1 \left[\frac{4h_1}{\Sigma K_{C,1}} + \frac{h_1 + h_2}{\Sigma K_{t_1} + \frac{\Sigma K_{C,1}}{12}} \right]}$$

Suponiendo las columnas articuladas en la cimentación

$$R_1 = \frac{24E}{h_1 \left[\frac{8h_1}{\Sigma K_{C,1}} + \frac{2h_1 + h_2}{\Sigma K_{t_1}} \right]}$$

Para el segundo entrepiso:

Suponiendo las columnas empotradas en la cimentación

$$R_2 = \frac{48E}{h_2 \left[\frac{4h_2}{\Sigma K_{C,2}} + \frac{h_1 + h_2}{\Sigma K_{t_1} + \frac{\Sigma K_{C,1}}{12}} + \frac{h_2 + h_3}{\Sigma K_{t_2}} \right]}$$

Suponiendo las columnas articuladas en la cimentación

$$R_2 = \frac{48E}{h_2 \left[\frac{8h_2}{\Sigma K_{C,2}} + \frac{2h_1 + h_2}{\Sigma K_{t_1}} + \frac{2h_2 + h_3}{\Sigma K_{t_2}} \right]}$$

Para entrepisos intermedios:

$$R_n = \frac{48E}{h_n \left[\frac{4h_n}{\sum K_{c,n}} + \frac{h_m + h_n}{\sum K_{tm}} + \frac{h_n + h_o}{\sum K_{tn}} \right]}$$

En estas ecuaciones.

R_n = rigidez del entrepiso en cuestión

K_{tn} = rigidez (I/L) de traveses del nivel sobre el entrepiso n

K_{cn} = rigidez (I/L) de columnas del entrepiso n

m, n, o = índices que identifican tres niveles consecutivos de abajo hacia arriba

h_n = altura del entrepiso n.

La deducción de estas fórmulas y su ampliación para el caso de vigas de sección variable se presenta en la ref 2.

Como ya se ha mencionado, los métodos de Bowman, Grinter, Tsao y las fórmulas de Wilbur son aplicables solamente a estructuras de cortante (marcos) y no a estructuras de flexión (muros) (fig 7) en las cuales las deformaciones de las columnas sean depreciables. Para determinar cuando una cierta estructura puede ser considerado en uno de los dos tipos citados es útil evaluar el parámetro p, denominado índice de rotación, definido por la relación:

$$P = \frac{\sum I_v / L}{\sum I_c / H}$$

Si p es mayor que 0.1 es aceptable suponer que la estructura en cuestión es de cortante.

Para el marco B (fig 1) se tiene:

$$R_1 = \frac{48 \times 1500000}{600 \left[\frac{4 \times 600}{550} + \frac{600 + 450}{500 + \frac{550}{12}} \right]} = 19086 \text{ kg/cm}$$

$$R_2 = \frac{48 \times 1500000}{450 \left[\frac{4 \times 450}{425} + \frac{600 + 450}{500 + \frac{550}{12}} + \frac{450 + 400}{500} \right]} = 20359 \text{ kg/cm}$$

$$R_3 = \frac{48 \times 1500000}{400 \left[\frac{4 \times 400}{275} + \frac{450 + 400}{500} + \frac{400 + 400}{375} \right]} = 18650 \text{ kg/cm}$$

$$R_4 = \frac{48 \times 1500000}{400 \left[\frac{4 \times 400}{100} + \frac{400 + 400}{375} + \frac{400}{250} \right]} = 9122 \text{ kg/cm}$$

1.2 Métodos exactos

Aceptando las hipótesis de comportamiento elástico lineal se puede considerar como exactos a los métodos matriciales. Estos métodos se clasifican en dos: de rigideces o de desplazamientos, y de flexibilidades o de las fuerzas; los nombres aluden a las cantidades que se consideran como incógnitas en el planteamiento del problema de análisis. Ambos métodos son aplicables a todo tipo de carga y en la literatura se presentan con bastante detalle (véanse por ejemplo las ref 3, 4 y 5). Para marcos y estructuras de edificios el método más adecuado es el de rigideces que, brevemente, se presenta

a continuación con énfasis en los aspectos relacionados con cargas laterales.

Existen ciertos métodos desarrollados para trabajo manual que se pueden considerar como formas particulares de los métodos matriciales. Por ejemplo, el método de Kani es el método de rigideces aplicado a marcos en que las deformaciones axiales son despreciables, y resolviendo el sistema de ecuaciones por iteraciones. Estos procedimientos han ido perdiendo vigencia con la aparición y difusión de las computadoras digitales, que son muy apropiadas para manejar métodos matriciales.

1.2 Método de rigideces

Para ilustrar la operación del método considérese la estructura de la fig 8a.

Grado de libertad es la potencialidad que tiene un nudo de moverse en forma independiente, en cierta dirección. En marcos los movimientos son giros o desplazamientos en los nudos como se muestra en la fig 8b. Si no se consideran las deformaciones axiales de las vigas y columnas los grados de libertad se reducirán a solamente los seis primeros.

Aprovechando la simetría, se puede reducir el problema a uno de 4 grados de libertad. (figs 8c y d)

En primer lugar es necesario obtener la matriz de rigideces

de los elementos (vigas y columnas) que forman la estructura para los grados de libertad que les correspondan.

En este ejemplo los elementos tienen los grados de libertad mostrados en la fig 9a.

El elemento k_{ij} de una matriz \underline{k} de rigideces es la fuerza o momento que se necesita aplicar a la estructura en el sentido del grado de libertad i para que se produzca un desplazamiento unitario en el sentido del grado de libertad j .

Las matrices de rigideces son cuadradas, simétricas y su tamaño es igual al número de grados de libertad.

De acuerdo con lo anterior, se deduce de la fig 9b que es, en este caso:

$$\frac{K_v}{v} = \frac{3EI_v}{l}$$

si $\theta = 1$,

$$M = k_{11} = \frac{3EI_v}{l}$$

Para las columnas la matriz de rigideces es:

$$\underline{K}_C = \begin{bmatrix} \text{I} & & & & \\ & \text{II} & & & \\ & & \text{III} & & \\ & & & \text{IV} & \\ & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \frac{EI_C}{h^3} & -12 \frac{EI_C}{h^3} & -6 \frac{EI_C}{h^2} & -6 \frac{EI_C}{h^2} \\ -12 \frac{EI_C}{h^3} & 12 \frac{EI_C}{h^3} & 6 \frac{EI_C}{h^2} & 6 \frac{EI_C}{h^2} \\ -6 \frac{EI_C}{h^2} & 6 \frac{EI_C}{h^2} & 4 \frac{EI_C}{h} & 2 \frac{EI_C}{h} \\ -6 \frac{EI_C}{h^2} & 6 \frac{EI_C}{h^2} & 2 \frac{EI_C}{h} & 4 \frac{EI_C}{h} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \end{matrix}$$

Las columnas 1a y 3a. Se obtuvieron de la fig 9c. . . .

La matriz de rigideces de la estructura original es de 6 x 6, y la de la estructura reducida es de 4 x 4. Ambas se obtienen sumando los términos de las matrices de rigideces de los elementos en los lugares que les corresponden, de acuerdo con la numeración de los grados de libertad; esta forma de proceder se denomina método directo de rigideces y se presenta detalladamente en la ref 4.

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{H^3} & -\frac{12EI}{H^3} & -\frac{6EI}{H^2} & -\frac{6EI}{H^2} \\ \left(\frac{12EI}{H^3} + \frac{12EI}{H^3 \cdot 2}\right) & \frac{6EI}{H^2} & \left(\frac{6EI}{H^2} - \frac{6EI}{H^2 \cdot 2}\right) & \\ & \left(\frac{4EI}{H} + \frac{3EI}{L}\right) & \frac{2EI}{H} & \\ \text{simétrica} & & \left(\frac{4EI}{H} + \frac{4EI}{H} + \frac{3EI}{L}\right) & \end{bmatrix}$$

Como $I_1 = I$, $I_2 = 2I$, y suponiendo que $L = 1.5H$ tenemos:

$$\begin{bmatrix} \frac{12}{H^2} & -\frac{12}{H^2} & -\frac{6}{H} & -\frac{6}{H} \\ \left(\frac{12}{H^2} + \frac{12 \times 2}{H^2}\right) & \frac{6}{H} & \frac{6}{H} - \frac{6 \times 2}{H} & \\ & \left(4 + \frac{3 \times 2}{1.5}\right) & 2 & \\ \text{simétrica} & & \left(4 + 4 \times 2 + \frac{3 \times 2}{1.5}\right) & \end{bmatrix}$$

o también

$$\underline{K} = \frac{EI}{H} \begin{bmatrix} \frac{12}{H^2} & \frac{12}{H^2} & -\frac{6}{H} & -\frac{6}{H} \\ -\frac{12}{H^2} & \frac{36}{H^2} & \frac{6}{H} & \frac{6}{H} \\ -\frac{6}{H} & \frac{6}{H} & 8 & 2 \\ -\frac{6}{H} & \frac{6}{H} & 2 & 16 \end{bmatrix}$$

Las cargas son momentos y cargas laterales aplicados en los nudos y se numeran en concordancia con la numeración de los grados de libertad. Se define así el vector de cargas \underline{F} que para el ejemplo tratado resulta:

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} P \\ 0.5P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{bmatrix}$$

Los desplazamientos, arreglados en el mismo orden constituyen el vector de desplazamientos \underline{r} :

$$\underline{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \theta_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para conocer \underline{r} es necesario resolver el sistema de ecuaciones

lineales siguientes:

$$\underline{K} \underline{r} = \underline{P}$$

que en este caso, en forma desarrollada, se escribe:

$$\frac{EI}{H} \begin{bmatrix} \frac{12}{H^2} & -\frac{12}{H^2} & -\frac{6}{H} & -\frac{6}{H} \\ -\frac{12}{H^2} & \frac{36}{H^2} & \frac{6}{H} & -\frac{6}{H} \\ -\frac{6}{H} & \frac{6}{H} & 8 & 2 \\ -\frac{6}{H} & \frac{6}{H} & 2 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ .5P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (a)$$

Definanse ahora las siguientes matrices y vectores:

$$\begin{aligned} \underline{K}_{TT} &= \frac{EI}{H} \begin{bmatrix} \frac{12}{H^2} & -\frac{12}{H^2} \\ -\frac{12}{H^2} & \frac{36}{H^2} \end{bmatrix}; & \underline{K}_{T\theta} &= \frac{EI}{H} \begin{bmatrix} -\frac{6}{H} & \frac{6}{H} \\ \frac{6}{H} & -\frac{6}{H} \end{bmatrix}; \\ \underline{K}_{\theta\theta} &= \frac{EI}{H} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 16 \end{bmatrix}; & \underline{T} &= \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}; & \underline{\theta} &= \begin{bmatrix} \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix}; \\ \underline{P} &= \begin{bmatrix} P \\ 0.5P \end{bmatrix}; & \underline{Q} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Así la expresión (a) se puede expresar:

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{TT} & \underline{K}_{T\theta} \\ \underline{K}_{T\theta}^T & \underline{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{T} \\ \underline{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P} \\ \underline{Q} \end{bmatrix}$$

desarrollando el producto del primer miembro:

$$\underline{K}_{\tau\tau}\underline{\tau} + \underline{K}_{\tau\theta}\underline{\theta} = \underline{P} \quad (b)$$

$$\underline{K}_{\tau\theta}^T \underline{\tau} + \underline{K}_{\theta\theta}\underline{\theta} = \underline{0} \quad (c)$$

de (c) se obtiene:

$$\underline{\theta} = - \underline{K}_{\theta\theta}^{-1} \underline{K}_{\tau\theta}^T \underline{\tau} \quad (d)$$

y reemplazando en (b) se escribe:

$$(\underline{K}_{\tau\tau} - \underline{K}_{\tau\theta} \underline{K}_{\theta\theta}^{-1} \underline{K}_{\tau\theta}^T) \underline{\tau} = \underline{P} \quad (e)$$

este procedimiento se conoce como condensación estática y nótese que la matriz original de 4 x 4 se reduce a la matriz de 2 x 2 siguiente:

$$\underline{K}_{\tau\tau}^* = \underline{K}_{\tau\tau} - \underline{K}_{\tau\theta} \underline{K}_{\theta\theta}^{-1} \underline{K}_{\tau\theta}^T \quad (f)$$

$\underline{K}_{\tau\tau}^*$ se denomina matriz de rigideces lateral.

La expresión 9d) se convierte en:

$$\underline{K}_{\tau\tau}^* \underline{\tau} = \underline{P} \quad (g)$$

(matriz de rigideces lateral) x (desplazamientos laterales)
= (cargas laterales)

$\underline{K}_{\tau\tau}^*$ se puede calcular ejecutando las operaciones matriciales de la expresión (f), como sigue:

$$\underline{K}^{-1}_{\theta\theta} = \frac{H}{62EI} \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} ; \quad \underline{K}^{-1}_{\theta\theta} \underline{K}^T_{\tau\theta} = \frac{3}{31H} \begin{bmatrix} -7 & 9 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\underline{K}_{\tau\theta} \underline{K}^{-1}_{\theta\theta} \underline{K}^T_{\tau\theta} = \frac{18EI}{31H^3} \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -4 & 14 \end{bmatrix} \quad (h)$$

y entonces de (f) se llega a:

$$\underline{K}^*_{\tau\tau} = \frac{12EI}{H^3} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} - \frac{36EI}{31H^3} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\underline{K}^*_{\tau\tau} = \frac{12EI}{31H^3} \begin{bmatrix} 16 & -25 \\ -25 & 72 \end{bmatrix}$$

De la expresión (g) se deduce que: $\underline{\tau} = \underline{K}^{*-1}_{\tau\tau} \underline{P}$, es decir:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \frac{31H^3}{6324EI} \begin{bmatrix} 72 & 25 \\ 25 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ 0.5P \end{bmatrix} = \frac{PH^3}{204EI} \begin{bmatrix} 84.5 \\ 33.0 \end{bmatrix}$$

$$\tau_1 = \frac{84.5PH^3}{204EI} = 0.41422 \frac{PH^3}{EI}$$

$$\tau_2 = \frac{33PH^3}{204EI} = 0.16176 \frac{PH^3}{EI}$$

Conocido el vector $\underline{\tau}$ podemos, con la expresión (d), calcular el vector $\underline{\theta}$. Notando

$$\underline{\theta} = - \underline{K}^{-1}_{\theta\theta} \underline{K}^T_{\tau\theta} \underline{\tau}$$

que ya se ha evaluado en (h) el producto $\underline{K}^{-1}_{\theta\theta} \underline{K}^T_{\tau\theta}$, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = \frac{PH^2}{2108EI} \begin{bmatrix} 294.5 \\ 418.5 \end{bmatrix}; \text{ es decir} \quad \begin{aligned} \theta_3 &= 0.13971 PH^2/EI \\ \theta_4 &= 0.19853 PH^2/EI \end{aligned} \quad (J)$$

Se puede ahora proceder a calcular los elementos mecánicos de cada una de las vigas y columnas, como el producto de la matriz de rigideces (de la viga o columna) por los respectivos desplazamientos, los cuales son ya conocidos.

Así para la viga del primer nivel tenemos:

$$K_v = \frac{3EI_v}{l} = \frac{3E \times 2I}{1.5 H} = \frac{4EI}{H}$$

el desplazamiento que le corresponde es el giro θ_4 , entonces:

$$M = \frac{4EI}{H} \cdot 0.19853 \frac{PH^2}{EI} = 0.794PH$$

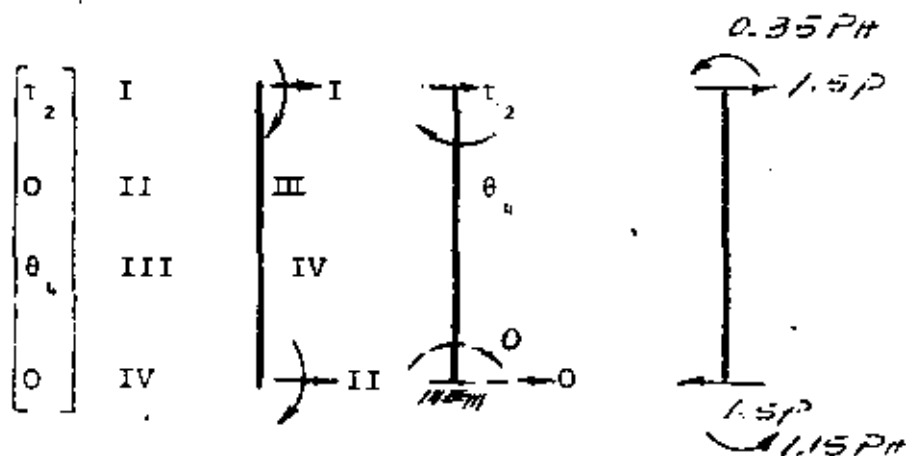
Para la columna del primer piso se tiene:

$$K_c = \begin{bmatrix} \frac{24EI}{H^3} & -\frac{24EI}{H^3} & -\frac{12EI}{H^2} & -\frac{12EI}{H^2} & \text{I} \\ -\frac{24EI}{H^3} & \frac{24EI}{H^3} & \frac{12EI}{H^2} & \frac{12EI}{H^2} & \text{II} \\ -\frac{12EI}{H^2} & \frac{12EI}{H^2} & \frac{8EI}{H} & \frac{4EI}{H} & \text{III} \\ -\frac{12EI}{H^2} & \frac{12EI}{H^2} & \frac{4EI}{H} & \frac{8EI}{H} & \text{IV} \end{bmatrix}$$

I II III IV

Los números romanos se refieren al orden de los grados de libertad de la columna (fig 9a) los valores que asumen los

mismos se muestran en la fig



Efectuando el producto \underline{K} por los respectivos desplazamientos se obtienen los correspondientes momentos y fuerzas cortantes (a un giro le corresponde un momento y a un desplazamiento, una fuerza cortante). Se llega a:

$$\begin{bmatrix} V_I \\ V_{II} \\ M_{III} \\ M_{IV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \times 0.16176 P & -12 \times 0.19853 P \\ -24 \times 0.16176 P & +12 \times 0.19853 P \\ -12 \times 0.16176 PH & +8 \times 0.19853 PH \\ -12 \times 0.16176 PH & +4 \times 0.19853 PH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.50 P \\ -1.50 P \\ -0.35 PH \\ -1.15 PH \end{bmatrix}$$

Estas fuerzas se muestran en la fig ; nótese que están en equilibrio, que V_{II} y M_{IV} son las reacciones en la base, y que la fuerza cortante vale $1.5P$, lo cual puede deducirse por inspección de la estructura (fig 8a).

En la fig 10 se presenta la solución del marco B (fig 1) mediante el método de rigideces. No se consideraron los efectos de alargamiento y acortamiento de los miembros.

REFERENCIAS

1. Esteva, L y Rosenblueth, E, "Folleto complementario de diseño sísmico de edificios", Ediciones Ingeniería, México, 1962
2. Loera, S, "Contribución a un manual para diseño de losas de concreto reforzado", Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1964
3. Kardestuncer, H, "Introducción al análisis estructural con matrices", McGraw Hill, 1975
4. Meek, JL, "Matrix structural analysis", McGraw Hill-Kogakusha, 1971
5. Ghali, A y Neville, AM, "Structural analysis, a unified classical and matrix approach", Chapman and Hall, Londres, 1978
6. Zienkiewicz, OC "The finite element method", McGraw Hill (UK), 1977

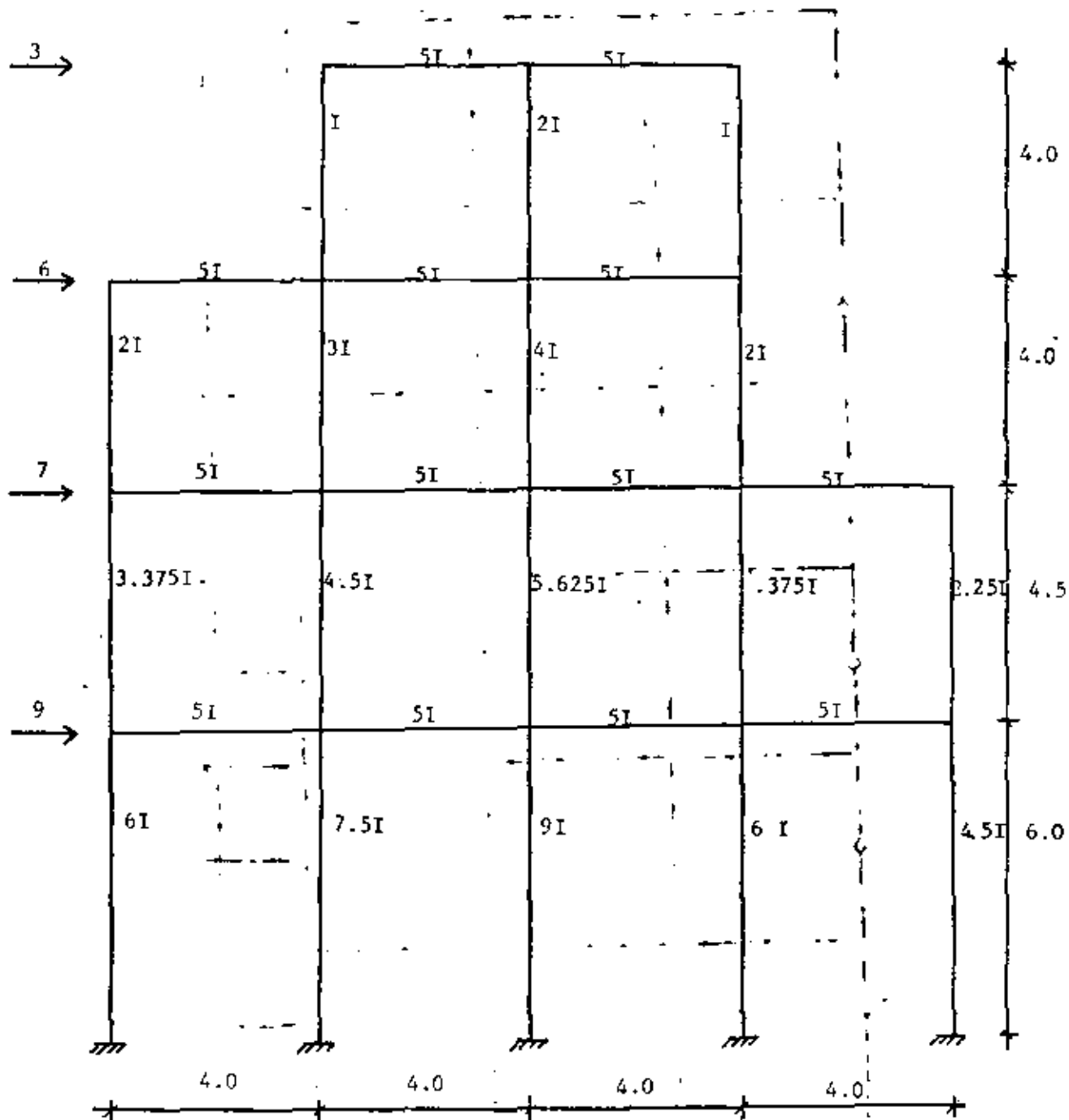


Fig 1. Marco empleado para ilustrar ejemplos
(marco B en la ref 1)

Fuerzas en toneladas y longitudes en metros

$$I = 10,000 \text{ cm}^4 \quad E = 1500,000 \text{ Kg/cm}^2$$

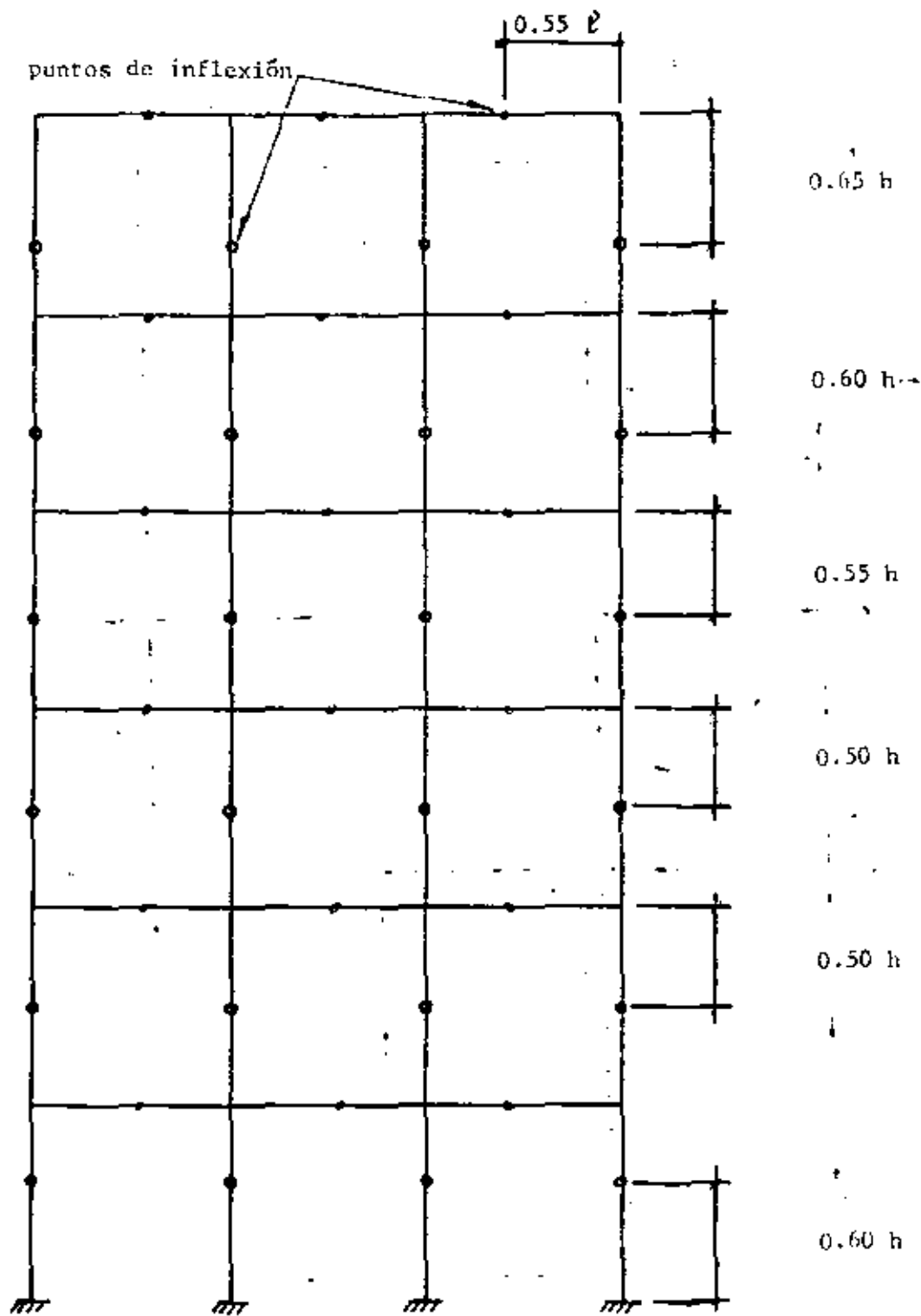


FIG. 2 METODO DE BOWMAN

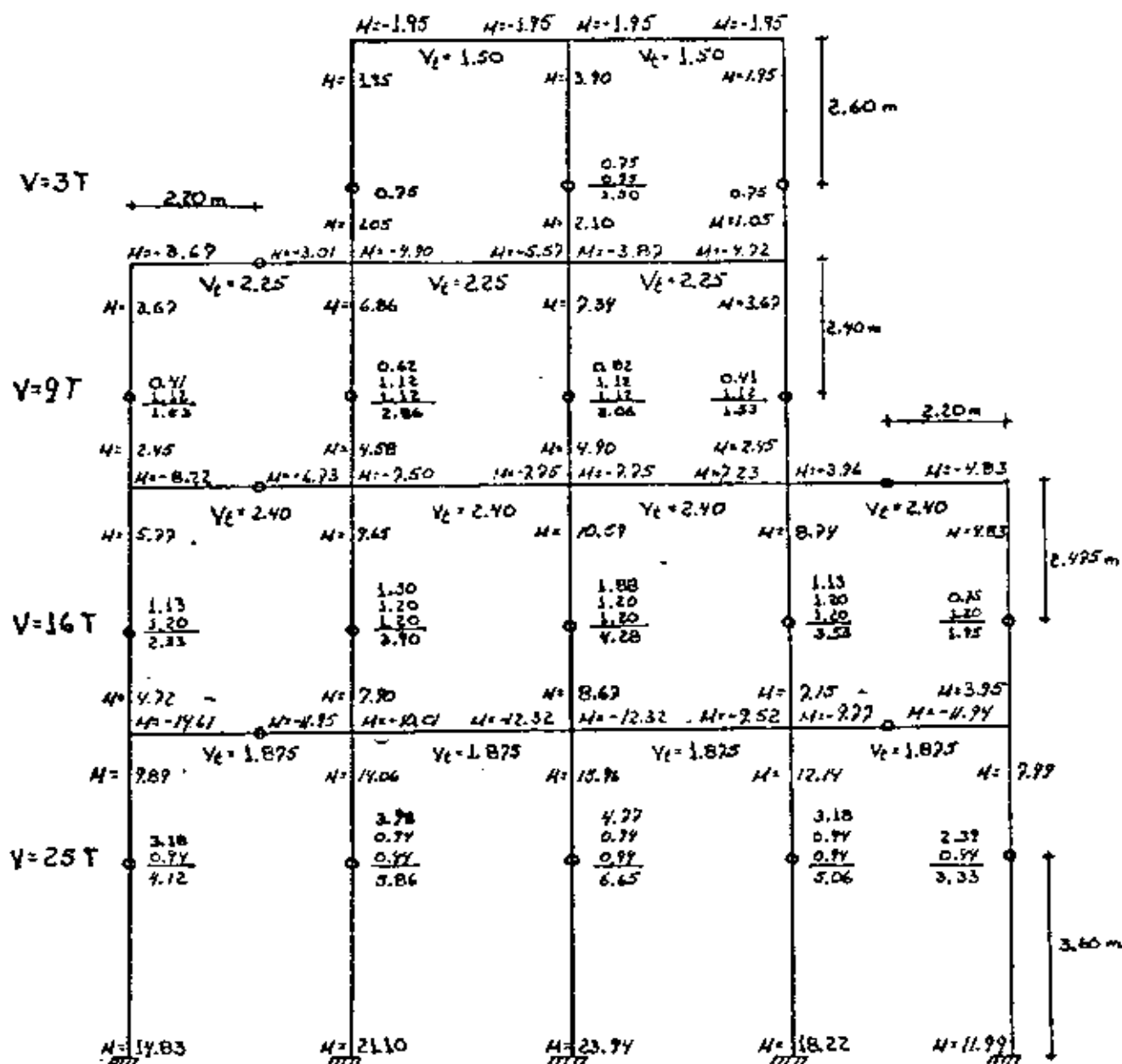


FIG. 3. METODO DE BOWMAN APLICADO AL MARCO B

Distribución de cortantes

primer entrepiso

$$V = 25 \text{ ton}$$

$$V_c = \frac{4 - 0.5}{4 + 1} \times 25 = 17.5$$

$$V_t = 25 - 17.5 = 7.5$$

$$\Sigma K_c = 4 + 5 +$$

$$\Sigma K_t = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$$

segundo entrepiso

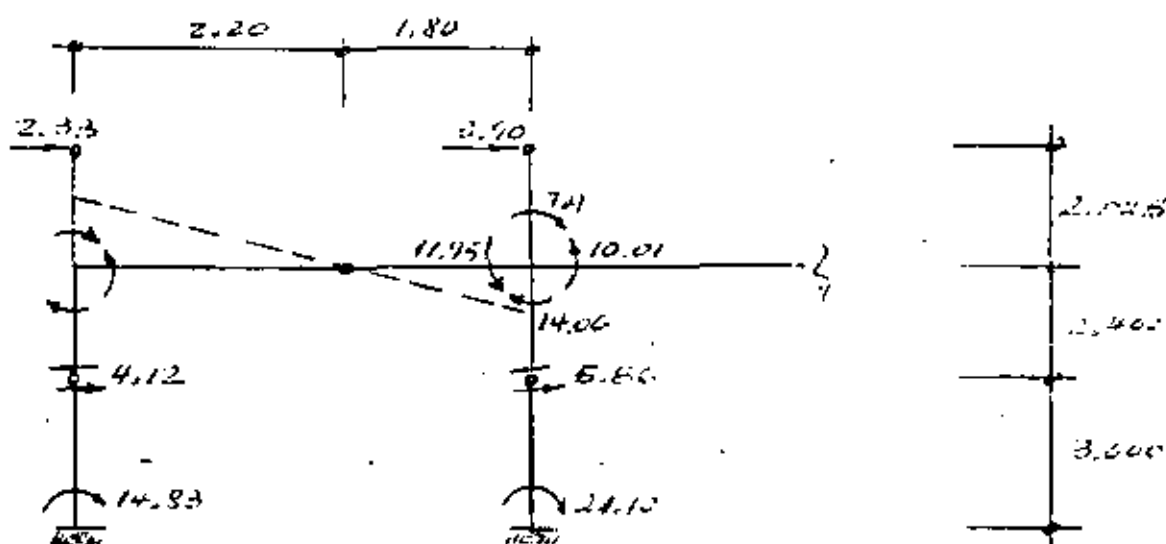
$$V = 16 \text{ ton}$$

$$V_c = \frac{6 - 2}{4 + 1} \times 16 = 6.4$$

$$V_t = 16 - 6.4 = 9.6$$

$$\Sigma K_c = 3 + 4 + 5 + 3 + 2 = 17$$

$$\Sigma K_t = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$$



Operaciones

$$4.12 \times 2.4 = 9.89 ; 4.12 \times 3.6 = 14.83$$

$$2.33 \times 2.025 = 4.72 ; 9.89 + 4.72 = 14.61$$

$$14.61 \times 1.80 / 2.20 = 11.95$$

$$3.90 \times 2.025 = 7.90 ; 5.86 \times 2.4 = 14.06$$

$$14.06 + 7.9 - 11.95 = 10.01$$

Fig. 4. Algunas operaciones para aplicar el método de Bowman al marco de la fig 1.

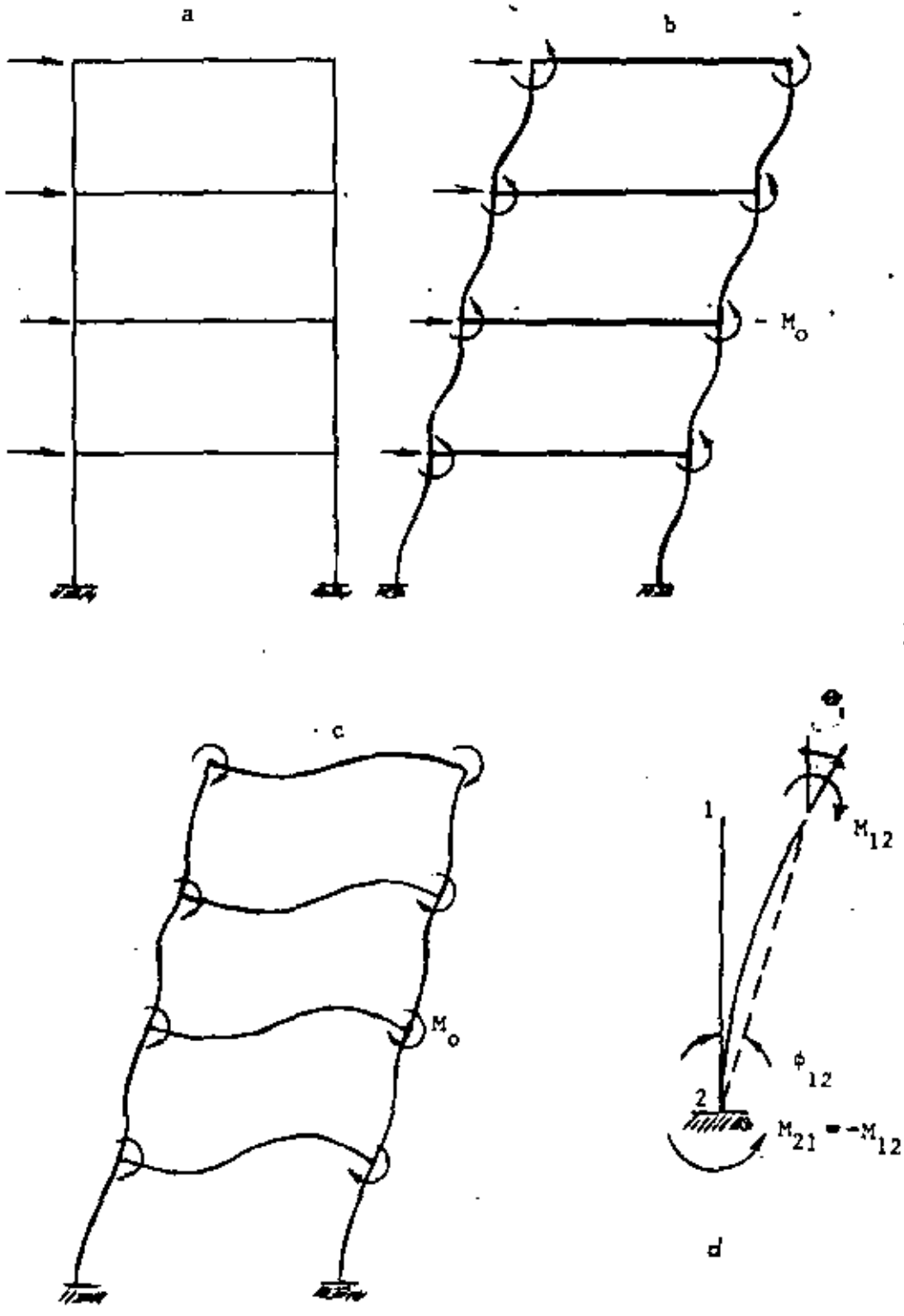
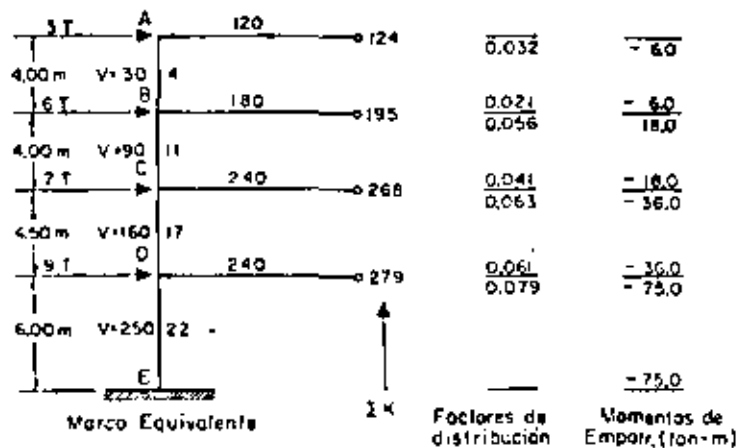
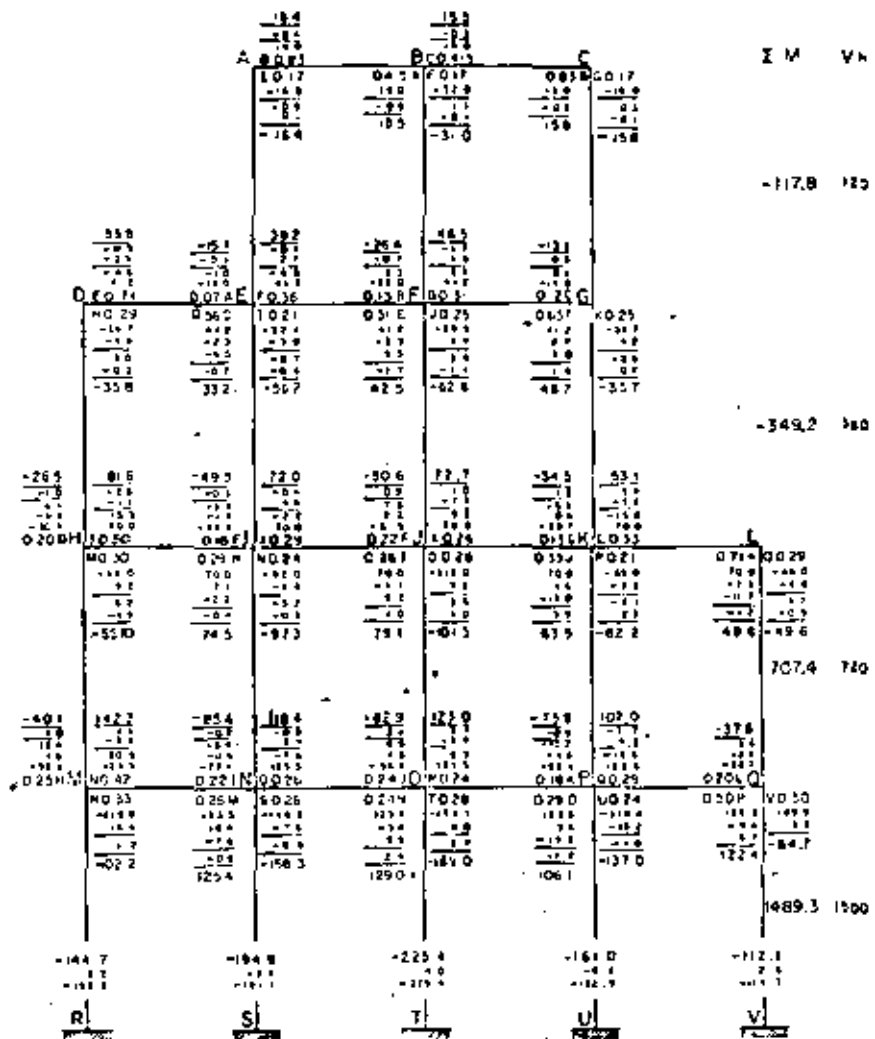


Fig 5. Método de Grinter-Teao

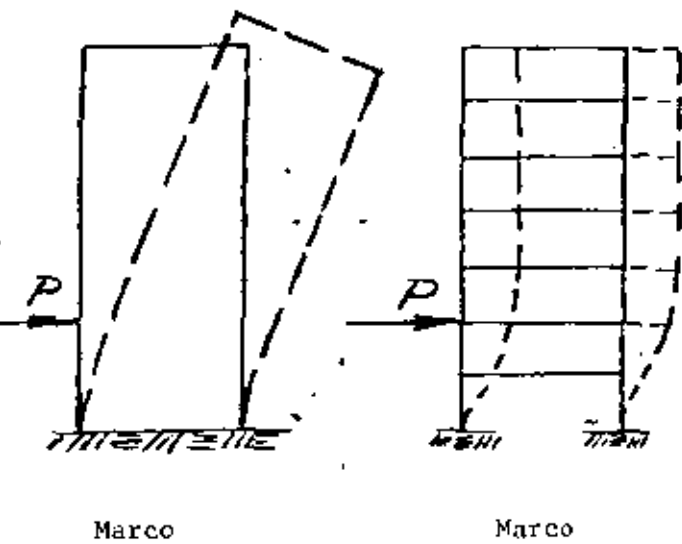


MIEMBRO	AB	BA	BC	CB	CD	DC	DE	ED
FACTORES DE DISTRIBUCION	0.032	0.021	0.056	0.041	0.063	0.061	0.079	—
MOM. NUDOS FIJOS BALANCEO	-60	-60	-180	-180	-360	-360	-750	-750
TRANSPORTE BALANCEO	-50	-20	-220	-130	-68.0	-34.0	—	-68.0
TRANSPORTE	+10	0	-3.0	-1.0	+2.0	-5.0	—	-3.0
MOMENTOS EN LAS COLUMNAS	-64	-56	-191	-169	-391	-329	-659	-841
MOMENTOS EN LAS TRABES	+64	+247	+560	+988	—	—	—	—

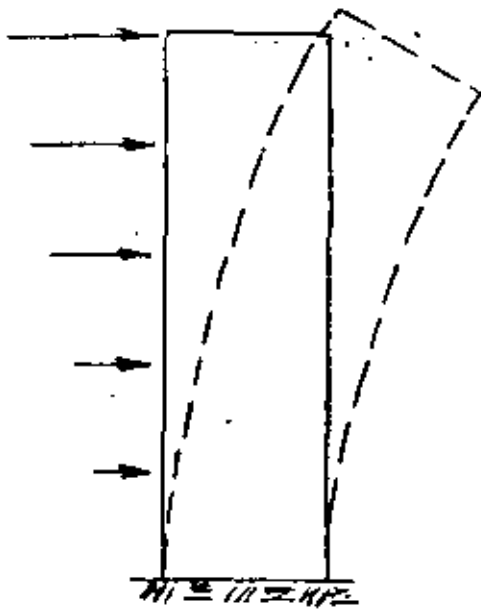


METODO DE GRANTER-TSAO-CROSS
EJEMPLO

Fig. C. Ejemplo de aplicación (marco B)



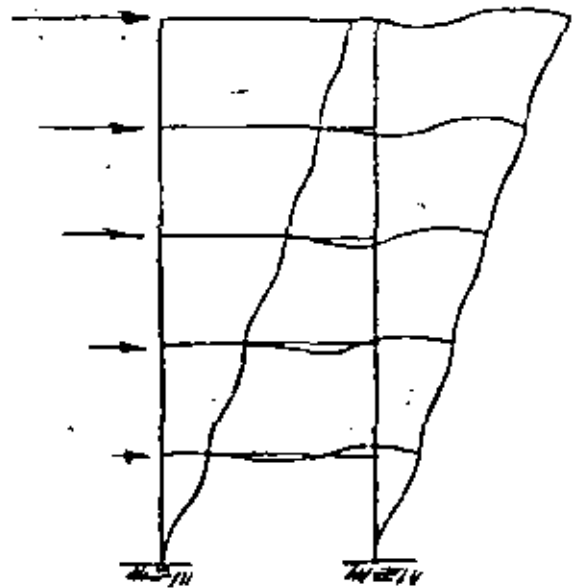
Si muro y marco se ligan lateralmente, en la parte superior el muro se apoya en el marco y le introduce fuerzas cortantes



No hay punto de inflexión

$$p = \frac{\sum I_v / L}{\sum I_c / H}$$

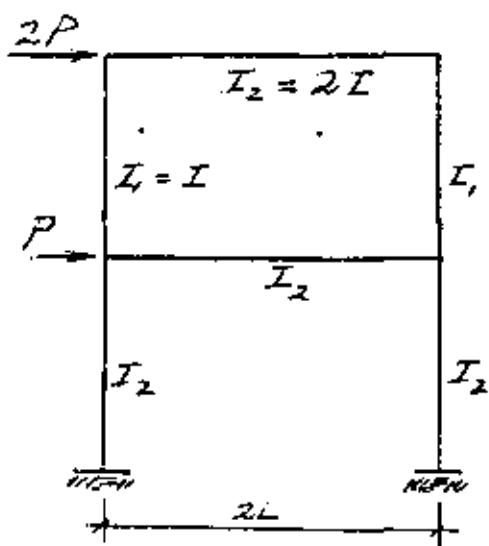
Si $p > 1$ el comportamiento es de marco



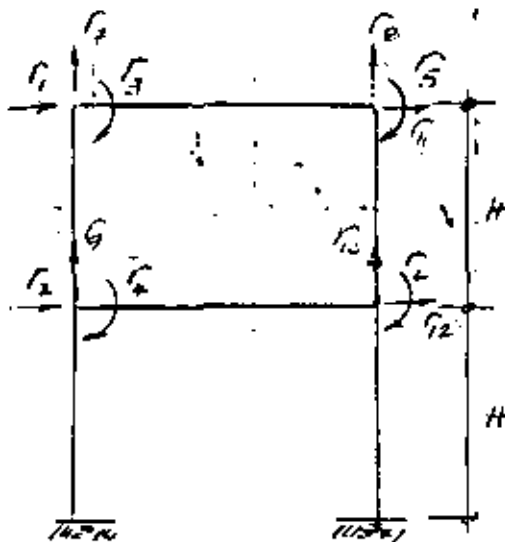
Puntos de inflexión aproximadamente en los puntos medios de los elementos.

Fig 7. Comportamiento de muros y marcos ante carga lateral

$E = \text{constante}$

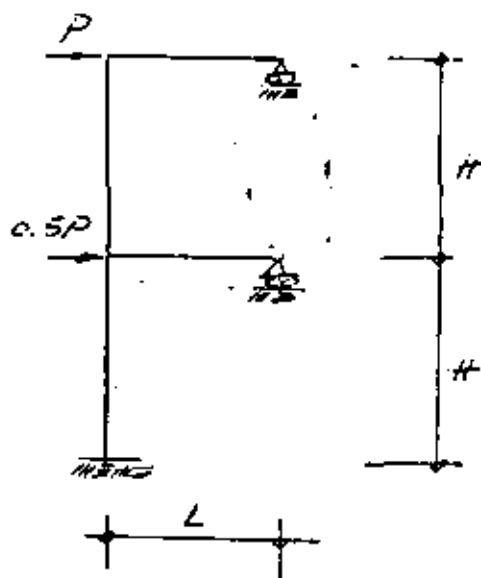


(a)

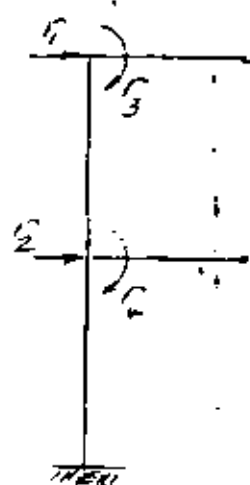


grados de libertad

(b)

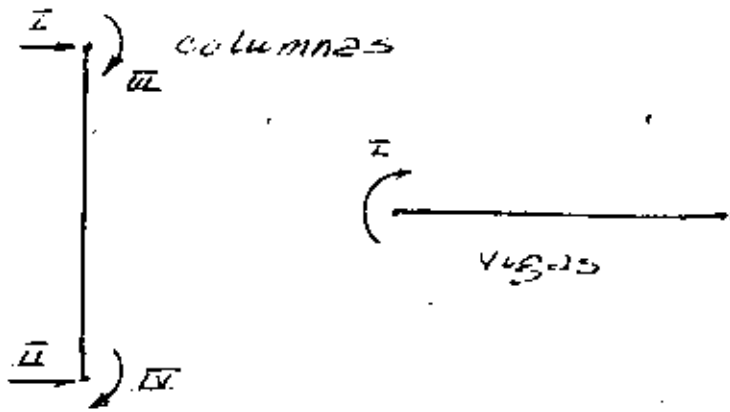


(c)

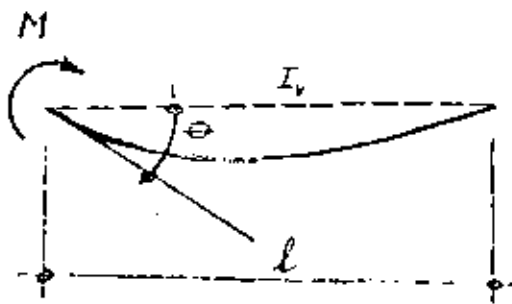


(d)

Fig 8. Estructura para ilustrar el método de rigideces

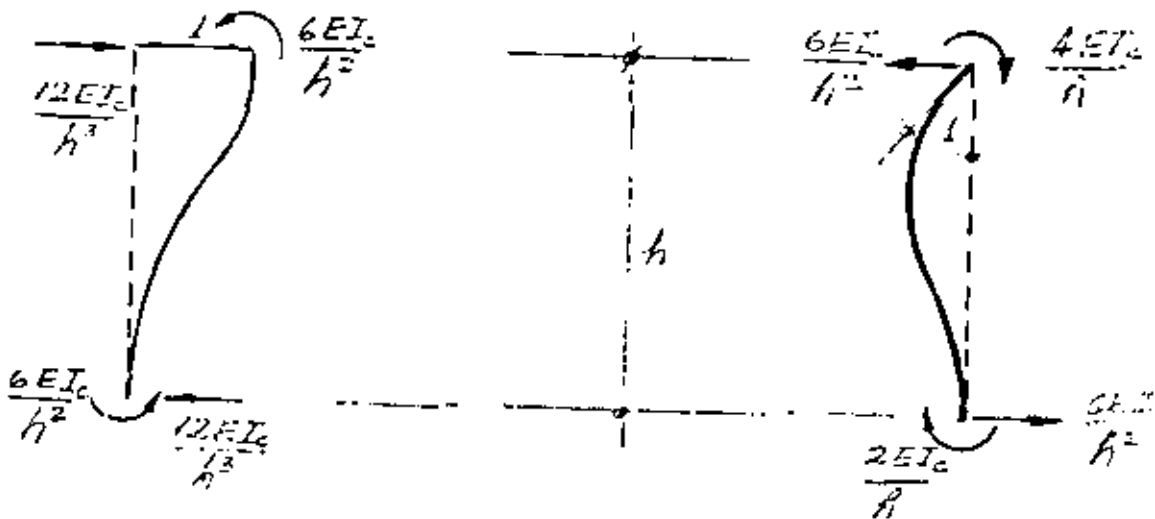


a) grados de libertad de elementos distantes



Si $\theta = 1$,
 $M = k_{\theta} = \frac{3EI_v}{l}$

b) vigas

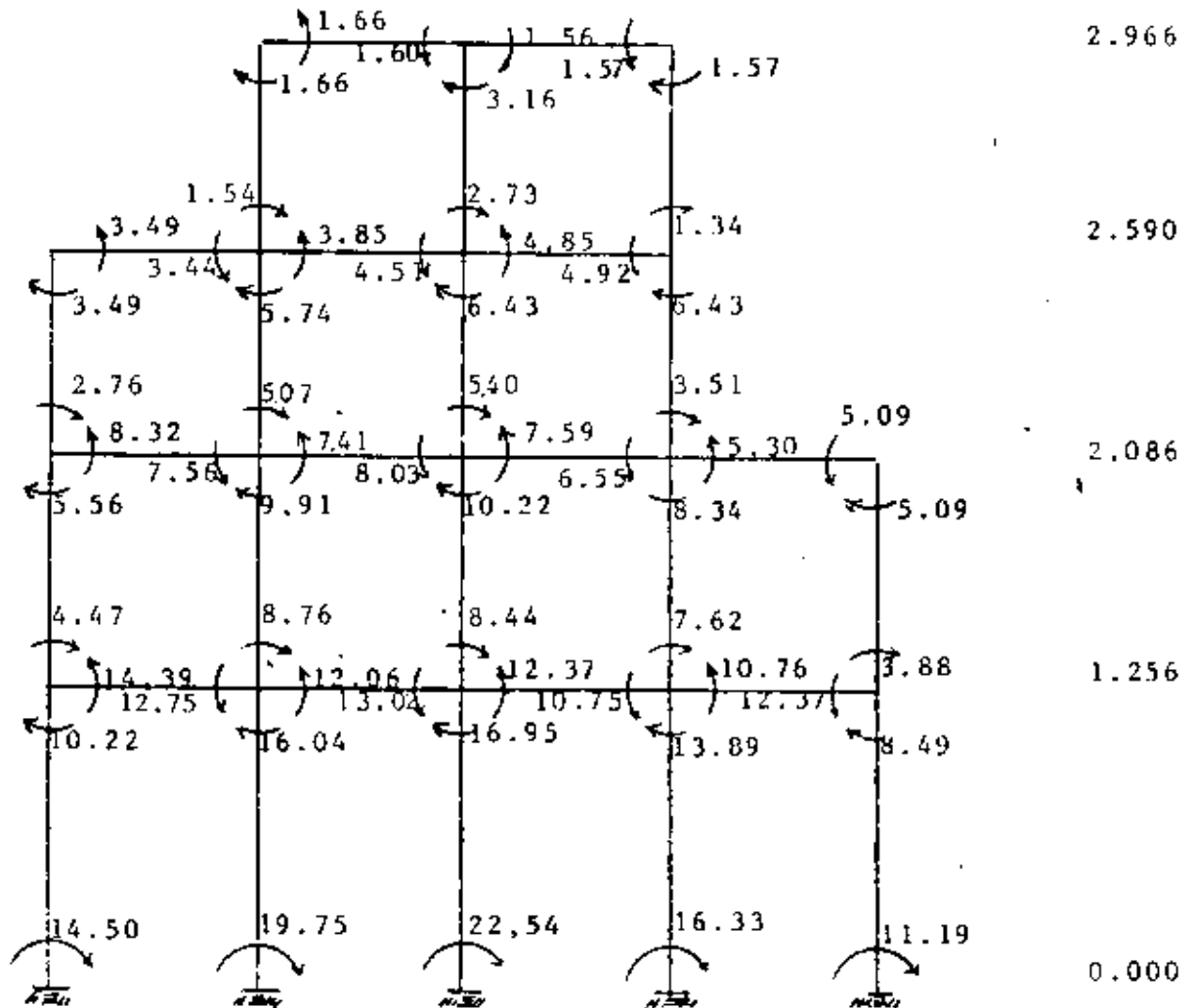


c) columnas

Fig 9. Elementos de las matrices de rigideces

Momentos flexionantes (Ton - m)

Despl. laterales (cm)



$$V = \frac{\sum N_{col}}{h} = \frac{10.22 + 14.50 + 19.75 + 16.95 + 22.54 + 13.89 + 8.49 + 11.19}{6.0}$$

$$V = 24.98 \approx 25.00$$

Fig 10 Marco B (fig 1) resuelto con el método de rigideces

2. MUROS

Actualmente el método del elemento finito constituye la más poderosa herramienta para analizar estructuras complejas, como ciertos edificios que tienen muros con geometría complicada. Para fines prácticos las soluciones proporcionados por este método pueden considerarse exactas. Básicamente la formulación del método citado en términos de desplazamientos consiste en dividir la estructura en cierto número de sobrerregiones, denominadas elementos finitos, dentro de las cuales se prescribe la forma en que varían los desplazamientos, en función de los valores correspondientes a ciertos puntos denominados nudos. Con base en las leyes constitutivas del material correspondiente (esto es en las relaciones que existen entre esfuerzos y deformaciones), en la forma adoptada para el campo de desplazamientos dentro del mismo, y en las relaciones entre deformaciones y desplazamientos, se determina la matriz de rigideces de cada elemento, haciendo uso del principio del trabajo virtuales. Para una presentación detallada puede consultarse la ref 6.

Una aproximación excelente para análisis elástico se obtiene con el método de la columna ancha, que se verifica e ilustra en uno de los artículos que se anexara; se verá que los resultados obtenidos con columnas anchas difieren muy poco de los correspondientes a elementos finitos. Este método ha sido incorporado en los programas de computadora más modernos (ref 13 y 14).

Existen también métodos simplificados para el análisis de sistemas muro marco que se ilustran en las fig 24 a 26 y se citan en la tabla 7, tomadas de la ref 15.

En la fig 4 de esta misma ref se ilustra con más detalle el método del medio continuo equivalente que se emplea para muros con una (o a veces más hileras de huecos); en la tabla 4 (misma ref) se listan artículos que tratan este método, se han incluido trabajos recientes que no existían cuando se publicó la ref 15.

ANALISIS DE SISTEMAS MARCO-MURO

Las figuras y tablas siguientes han sido tomadas y adaptadas de la ref 15

La numeración es de dicha ref.

Fig. 24. Deformación de una viga adyacente a una columna flexible.

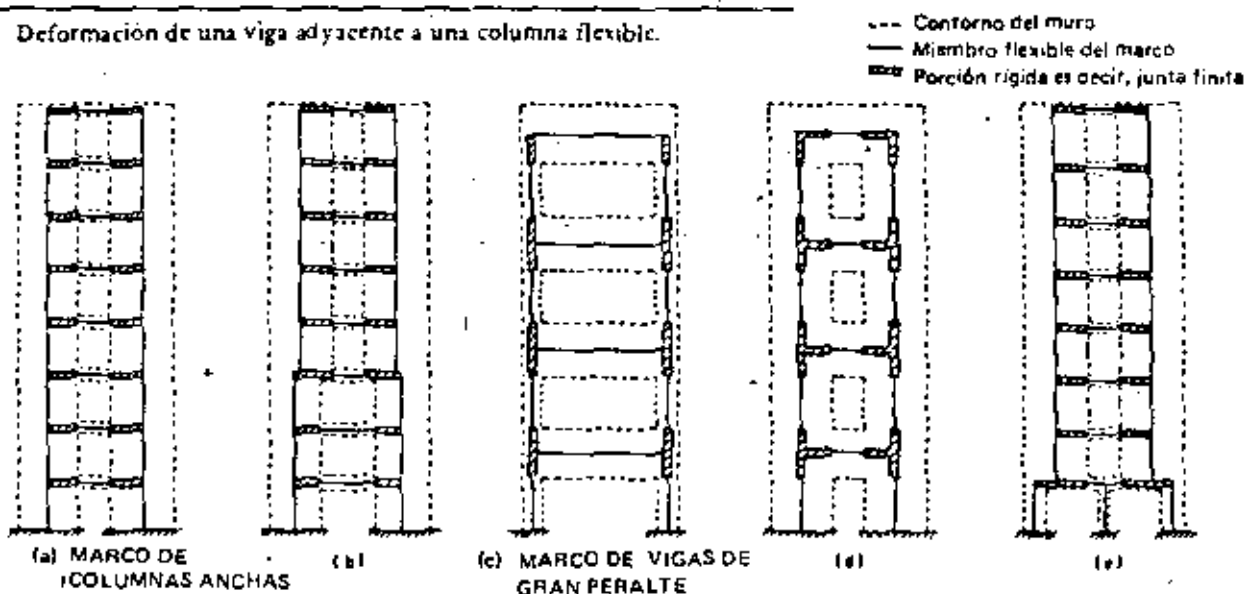


Fig. 25. Marcos con juntas finitas

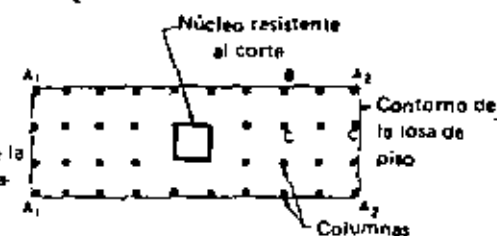
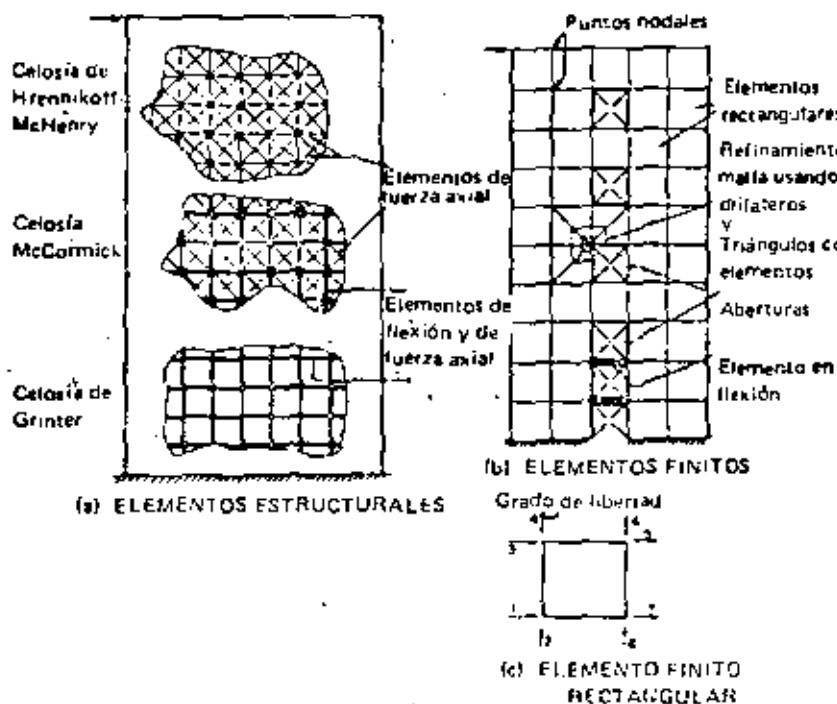
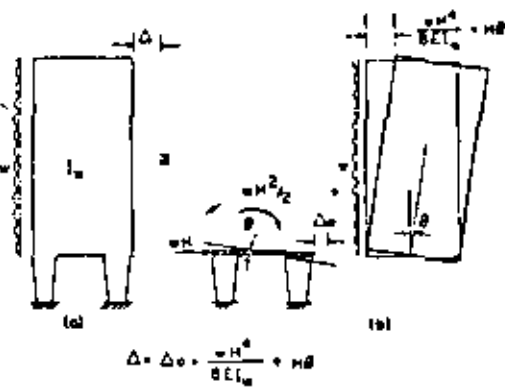


Fig. 27. Planta de una estructura con muchos pisos

Fig. 26. Estructuras y elementos finitos



17. Muro de cortante apoyado en columnas.

$$H = H \sqrt{\frac{12I_b}{hb^3} \left[\frac{L^3}{(I_{c1} + I_{c2})} + \frac{A_1 + A_2}{A_1 A_2} \right]}$$

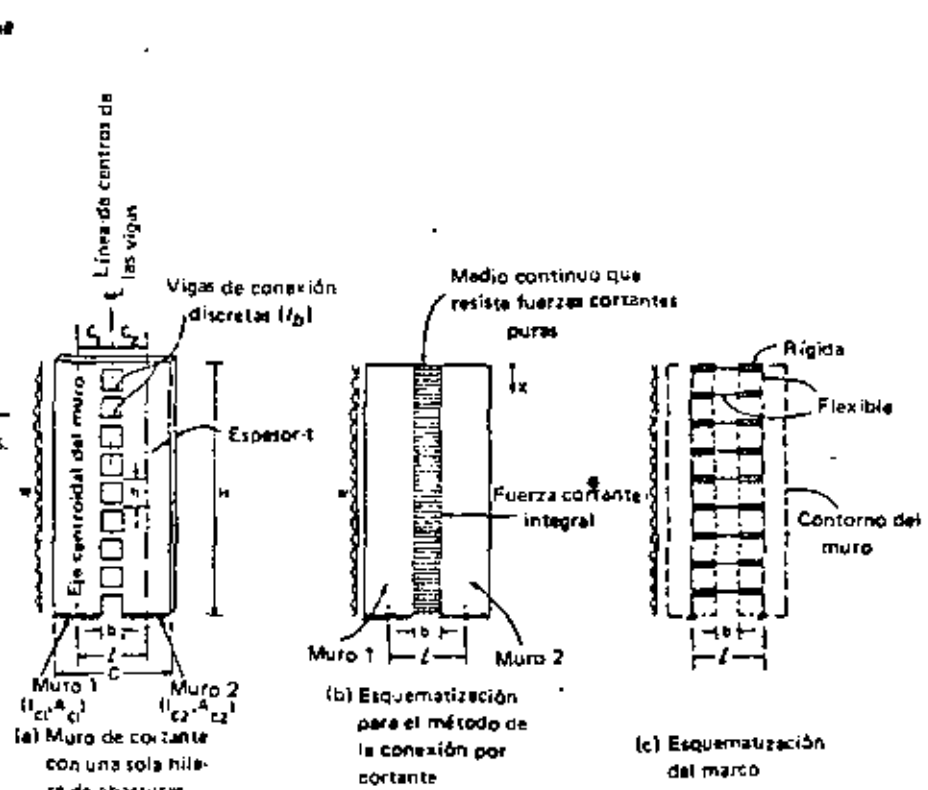


Fig. 18. Esquemización de marcos con aberturas.

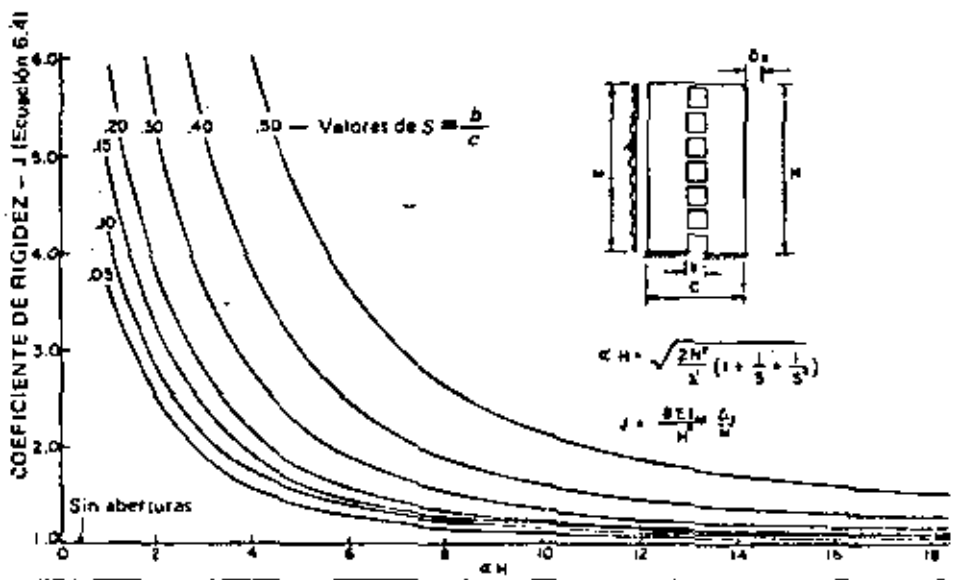


Fig. 19. Variación de la rigidez del muro de cortante con una sola fila de aberturas.

Tabla 3. Comportamiento de los muros de cortante con una sola hilera de aberturas.

αH^*	Comportamiento
> 8	Se aproxima al del muro sin aberturas. La deformación axial de las columnas es muy importante en el cálculo de la rigidez.
4-8	Transición
0-4	Dos muros conectados. El comportamiento se aproxima al de un marco rígido.

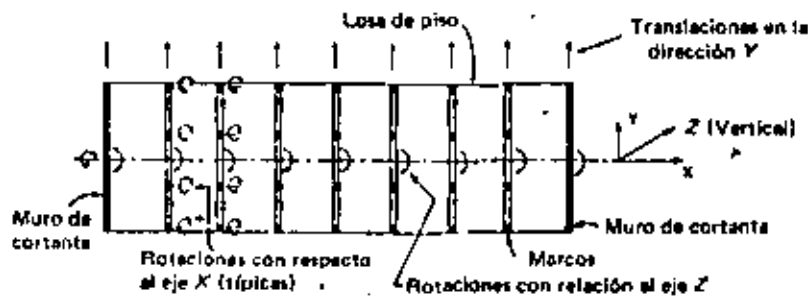


Fig. 30. Planta de estructura mostrando los grados de libertad usados cuando el piso actúa como viga horizontal (referencia 54)

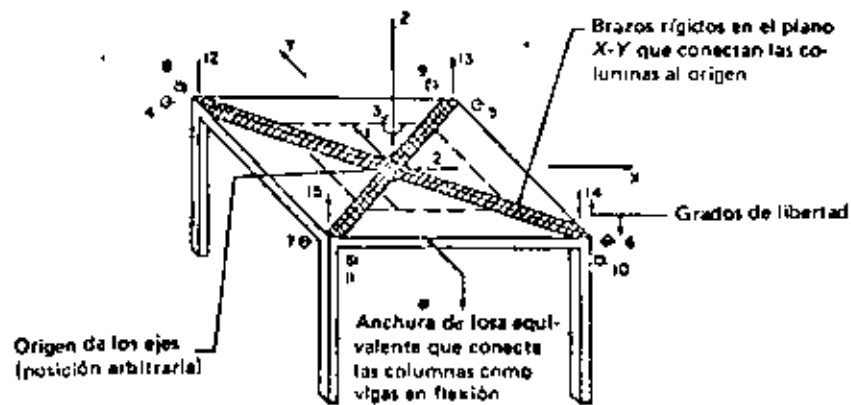


Fig. 31. Estructura con la forma de mesa mostrando los grados de libertad por el método del piso rígido.

Tabla 7. Métodos manuales para el análisis de la interacción de los muros de cortante con marcos.

Referencia	Detalles que se incluyen							Cálculos que se requieren
	Deformación axial de las columnas	Deformación por cortante	Movimiento de la cimentación	Flexión de las vigas adyacentes al muro de cortante	Variación de las propiedades con la altura	Los puntos de inflexión no están a la altura de las columnas	Se dan gráficas para simplificar los cálculos	
(2) Khan & Sbarounis	X	-	X	X	X	X	X	Análisis del marco por Distribución de momentos sin movimiento horizontal o por el método pendiente-deflexión. Cálculo de la deflexión del marco y del muro de cortante. Proceso iterativo.
(3, 65) Parne	-	-	-	-	X	X	X	Conjunto de ecuaciones diferenciales simultáneas de orden igual al número de pisos; la forma de las ecuaciones simplifica la solución.
(66) Gould	-	-	-	X	X	X	-	Como Parne: El método de resolver las ecuaciones no se describe.
(67) Rosenblueth & Holtz	-	X	X	-	X	-	-	Aproximaciones sucesivas para las fuerzas de interacción.
(68) Cardan	-	X	X	X	-	-	-	Substitución en ecuaciones. No se usan ecuaciones simultáneas ni iteración.
(69) Rosman	-	-	X	-	-	-	-	Como Cardan.

-X significa SI; - significa NO

Tabla 4. Artículos sobre el método de la conexión por cortante.

Referencia	Número de hileras de aberturas		Carga			Condiciones de la cimentación				Variación de las propiedades con la altura			Presentación				Comentarios
	Una sola o dos simétricas	2 o más	Carga concentrada en el extremo superior	Uniformemente distribuida	Triangular	Fija	Elástica	Variación en el piso inferior	Asentamiento diferencial	No varían	Continuamente	Escala-nada mente	Ecuaciones	Gráficas			
														Fuerzas cortantes en las vigas	Momentos en las columnas	Dellección	
(14) Beck	X	-	-	X	-	X	-	-	-	X	-	-	X	X	X	X	Notación equivalente a y all
(15, 16) Coull & Choudhury	X	-	X	X	X	X	-	-	-	X	-	-	X	X	X	X	
(17) Magnus	X	-	-	X	-	X	X	-	X	X	-	-	X	X	X	X	Notación equivalente a \sqrt{ah} y all
(18) Eriksson	X	X	-	X	-	X	-	-	-	X	-	-	X	-	-	-	
(19) Rosman	X	-	X	-	-	X	X	X	-	X	-	-	X	-	-	-	
(20) Rosman	X	-	-	X	-	-	-	X	-	X	-	-	X	-	-	-	
(21) Rosman	X	X	X	X	X	X	X	X	-	X	-	-	X	-	-	-	En alemán
(22) Rosman	X	-	X	X	X	X	-	-	-	X	-	-	X	X	X	-	En alemán y en inglés
(23) Rosman	X	-	-	X	-	X	-	-	-	-	-	X	X	-	-	-	En alemán
(24) Coull & Puri	X	-	-	X	-	X	-	-	-	X	-	X	X	-	-	-	Para la variación con la altura, las rigideces de los muros y vigas deben variar proporcionalmente
(25) Triam	X	-	-	X	-	X	-	-	-	-	-	X	X	-	-	-	El método es esencialmente el mismo que en la Ref. 23
(26) Burns	X	-	-	-	X	X	-	-	-	X	X	-	X	X	-	X	Variación parabólica del espesor
(27) Barnard & Schweighofer	X	-	-	X	-	X	-	-	-	X	-	-	X	-	-	-	Se hacen aproximaciones para reducir el cálculo

X significa SI; - significa NO

- Tso, W. K and Chan H. B. "Dynamic Analysis of Plane Coupled Shear Walls" Journal ASCE Eng. Mech. Div. Feb 1971
 Tso, W. K and Biswas, J. K. "General Analysis of Nonplanar coupled shear Walls" Journal ASC Struct. Div. Marzo 1973
 Pekon, O. A. and Gocovski, V. "Behaviour of Coupled Non-linear Shear Walls" Proc. Central American Conf. on Earth. Eng. San Salvador, 1978

1. INTRODUCCION

El análisis sísmico estático de los edificios y una variante del análisis dinámico espectral, consisten en:

- 1) Obtener las fuerzas laterales que representan la acción sísmica sobre el edificio en dos direcciones ortogonales
- 2) Distribuir estas fuerzas entre los elementos resistentes (marcos y/o muros)
- 3) Determinar los elementos mecánicos que se generan en los miembros de cada elemento resistente.

El Reglamento de construcciones para el Distrito Federal (Ref. 1) especifica cómo realizar el paso 1. En este trabajo se presentan procedimientos para efectuar los pasos 2 y 3, satisfaciendo las exigencias de este Reglamento; los mismos métodos pueden aplicarse, casi sin modificaciones, cuando los edificios se encuentren en otros lugares o cuando se trate de cargas laterales distintas de las sísmicas.

• La presentación es matricial porque cuando existen muros rigidizantes no es posible usar los procedimientos tradicionales, basados en el concepto de rigidez de entrepiso, que no se pueden definir con precisión en este caso.

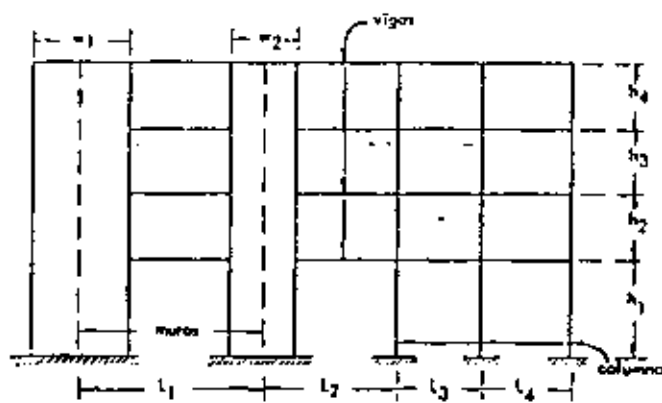


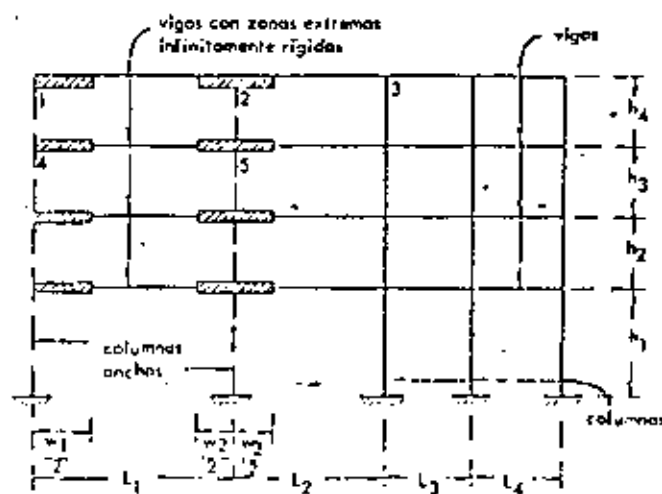
Fig. 1.- Sistema plano rectangular típico.

2.-ANÁLISIS TRIDIMENSIONAL DE EDIFICIOS

Para hacer el análisis tridimensional de edificios se aceptan las siguientes hipótesis:

- i) La estructura tiene un comportamiento elástico lineal.
- ii) El edificio está formado por sistemas planos rectangulares verticales, conectados horizontalmente por los sistemas de piso, en cada uno de los niveles. La Fig. 1 muestra un sistema plano típico.
- iii) La rigidez de los sistemas de piso en su propio plano es infinita, por lo cual funcionan como diafragmas rígidos.
- iv) Los muros se representan adecuadamente como columnas anchas y se considera que las zonas de las vigas que están dentro de ellos no se deforman por flexión (Fig. 2).
- v) Se desprecia la rigidez torsional de vigas, columnas y muros
- vi) Las fuerzas laterales están aplicadas a nivel de los sistemas de piso.

Fig. 2.- Idealización del sistema plano de la Fig. 1.



Las hipótesis (ii) y (iii) implican que cada sistema plano rectangular tiene sólo un grado de libertad lateral por nivel, y que el edificio completo tiene tres: dos traslaciones en las direcciones de dos ejes ortogonales y una rotación alrededor de un eje normal al piso.

La hipótesis (iv) fue propuesta por Frischman y otros (Ref. 3) y ha sido usada por varios autores (Refs. 4 y 5). En el desarrollo de este trabajo se han comparado sus resultados con soluciones obtenidas con elementos finitos y con métodos aproximados propuestos por Stamatou y Stafford-Smith (Ref. 6); las diferencias no fueron significativas en ninguno de los casos estudiados. En una columna ancha, a diferencia de las normales, son significativas las deformaciones debidas a cortante; esto se incluye en el análisis en la forma descrita en el Apéndice A. La manera de tomar en cuenta que una viga tiene zonas indeformables en sus extremos se presenta en este mismo Apéndice.

Con base en las hipótesis mencionadas, el análisis tridimensional de edificios puede hacerse de la siguiente manera:

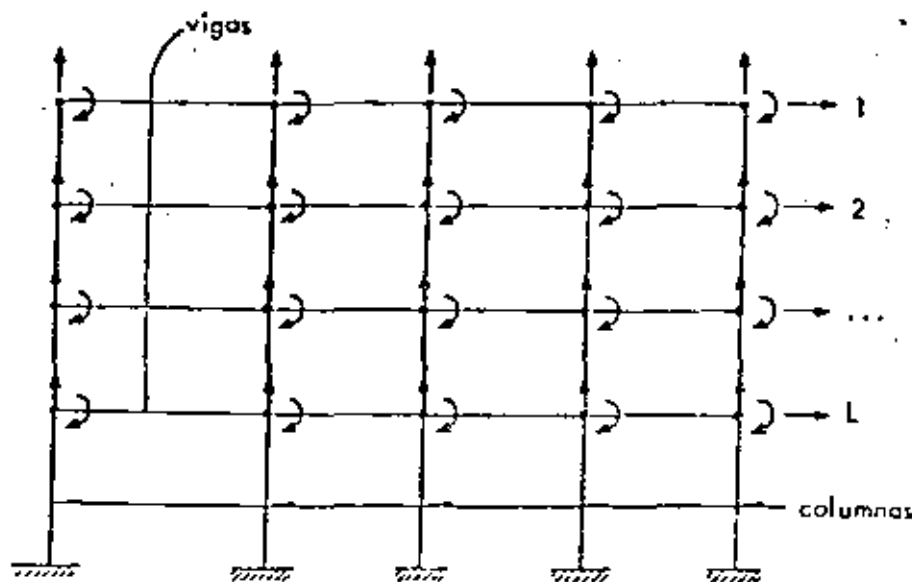
- I) Se calcula la matriz de rigidez lateral K_j de cada sistema plano j .
- II) Se calcula la matriz de rigidez del edificio completo K .
- III) Para cada caso de fuerzas laterales E , se calculan los desplazamientos U del edificio completo, los desplazamientos laterales D_j de cada sistema plano y los elementos mecánicos de las vigas, columnas y/o muros que los formen.

A continuación se describen dos métodos para ejecutar estos pasos:

2.1. Método General

Paso I. En cada sistema plano j se permiten los siguientes grados de libertad: un desplazamiento vertical y un giro en el plano del sistema por cada nodo y un desplazamiento horizontal por cada nivel, como se ilustra en la Fig. 3. La matriz de rigidez correspondiente a estos grados de libertad se obtiene sumando los aportes de las vigas, que pueden tener extremos infinitamente rígidos, y las columnas, que pueden ser anchas; en el Apéndice A se dan estas matrices. Si se tiene N nudos y L niveles, la matriz resultante es de orden $2N \times L$, y de ella se eliminan los grados de libertad correspondientes a los nudos para obtener la matriz de rigidez lateral K_j , en términos de solamente los desplazamientos de los niveles y de orden $L \times L$. El proceso de eliminación se denomina condensación estática y la forma eficiente de efectuarlo se describe en la Ref. 10.

Paso II. Se expresa la matriz de rigidez lateral K_j de cada sistema plano en términos de los grados de libertad del edificio completo. Esta transformación se describe en detalle en el Apéndice B, y se llama K_j^* a la matriz resultante, que es de orden $3L \times 3L$. La matriz de rigidez del edificio es: $K = \sum_j K_j^*$, también de $3L \times 3L$.



Nota: Las columnas pueden ser anchas y las vigas pueden tener extremos infinitamente rígidos.

Fig. 3.— Grados de libertad en un sistema plano idealizado, para emplear el método general.

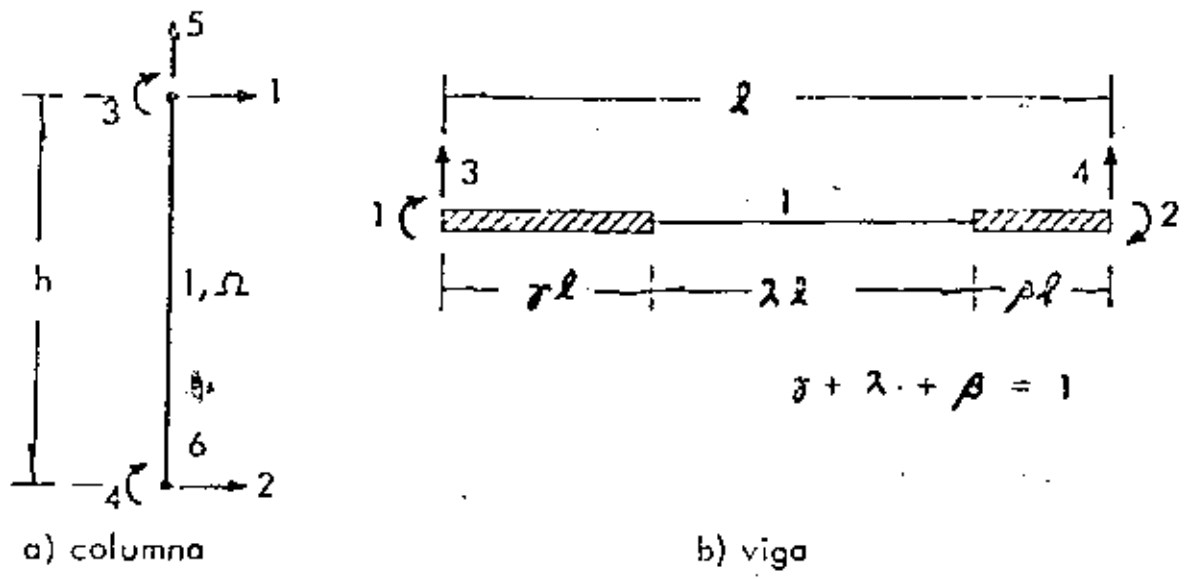


Fig. 4.- Grados de libertad de una columna y de una viga con extremos infinitamente rígidos.

Paso III. Para calcular los desplazamientos laterales del edificio completo se resuelve el sistema $\underline{K} \underline{U} = \underline{F}$; en la Ref. 10 se discuten las formas eficientes de hacerlo. \underline{F} en general está formado por dos fuerzas ortogonales y un momento torsionante por cada nivel, que corresponden a los tres grados de libertad considerados para el edificio en tal nivel. Empleando las relaciones geométricas entre los desplazamientos laterales \underline{D}_j de cada sistema plano y los de los pisos del edificio \underline{U} , se calcula \underline{D}_j (véase la expresión B 3 del Apéndice B).

Los desplazamientos correspondientes a los grados de libertad eliminados en el Paso I se pueden calcular a partir de \underline{D}_j (Ref. 10). Así se conocen todos los desplazamientos de todos los nudos y, usando las matrices de cada viga o columna (Apéndice A), se pueden calcular sus respectivos elementos mecánicos.

2.2.- Método Simplificado

Paso I. Para determinar la matriz de rigidez lateral de cada sistema plano j se usa un sistema plano reducido equivalente, que se describe en la Sección 3, y que tiene mucho menos grados de libertad que el sistema original. La simplificación resulta, esencialmente, de que cada elemento del sistema equivalente representa a varios elementos del sistema real.

A partir de las matrices de rigidez lateral de cada sistema plano j , se pueden efectuar los pasos II y III

de la misma manera que en el método general, hasta el cálculo de \underline{D}_j .

Los giros de todos los nudos no fueron considerados en el paso I y, en consecuencia, no es posible calcularlos en forma directa a partir de \underline{D}_j . Pero puede usarse el método de distribución de momentos para calcular los momentos flexionantes, partiendo de momentos de empotramiento en las columnas que valen $\frac{6 E I \delta}{(1 + \alpha) h^2}$, donde δ es el des-

plazamiento del entrepiso correspondiente. $E, I,$ y h están definidos en el Apéndice A, en el cual se explica cómo modificar los coeficientes de rigidez y los factores de transporte, para incluir el efecto de las deformaciones por cortante en las columnas y la existencia de zonas extremas, infinitamente rígidas en las vigas. Un problema que hay que notar en este procedimiento es que las fuerzas laterales E_j que actúan en el sistema plano j valen $E_j = K_j D_j$, y producen unos cortantes V_j en los entrepisos, por otro lado, la suma de momentos en columnas sobre las alturas da lugar a unos cortantes V_j^* , que no serán exactamente iguales a V_j . Para subsanar esta dificultad se sugiere calcular en cada entrepiso i la relación $R_i = V_{ij}/V_j^*$ y multiplicar los momentos de todas las columnas de ese entrepiso por R_i , a fin de conservar el equilibrio se pueden multiplicar los momentos en las vigas del piso i por $\frac{1}{2} (R_i + R_{i+1})$.

2.3 - Observaciones y comentarios

De los métodos propuestos en las secciones 2.1 y 2.2 se puede considerar como "exacto" el método general, en el sentido de que es la forma más precisa de proceder dentro de las limitaciones que imponen las hipótesis generales, por lo que se recomienda usar este método cuando se disponga de la computadora y los programas apropiados, como el que se presenta en la Ref. 9. Cuando no se cuente con tales herramientas, puede usarse el método simplificado.

El procedimiento general de análisis, seguido en ambos métodos, sólo hace compatibles, mediante los pisos rígidos, a los desplazamientos laterales de los niveles de todos los sistemas planos que forman el edificio. Los demás grados de libertad se consideran independientes de un sistema plano a otro, condición que no cumplen los desplazamientos verticales de las columnas que se encuentran en la intersección de dos sistemas planos y pertenecen a ambos. Una forma aproximada de tomar en cuenta este hecho, para fines de diseño, es considerar que la carga axial en tales columnas es igual a la suma de las que se obtienen para ellas en cada uno de los sistemas planos a que pertenecen. También debe notarse que los giros de estas columnas sólo son independientes entre sí cuando los sistemas planos son ortogonales; por esto, los métodos aquí propuestos no deben usarse cuando los sistemas planos que componen un edificio se corten en ángulos muy agudos en planta. Además, cuando los pisos son flexibles en su propio plano, no es válida la suposición de que los sistemas planos están unidos por diafragmas infinitamente rígidos, lo cual invalida los procedimientos aquí propuestos.

En el método simplificado se usan matrices de rigidez lateral obtenidas en forma aproximada; sin embargo, los errores en los valores de los desplazamientos son pequeños (menores que el 3% en todos los casos estudiados). Una limitación más restrictiva de este método es que no toma en cuenta los grados de libertad verticales, lo que implica despreciar los efectos de alargamientos y acortamientos de las columnas, que son más importantes en edificios con vigas rígidas y/o gran relación altura/ancho. No se han establecido criterios definitivos para decidir cuándo pueden despreciarse estos efectos. (La Ref. 11 considera que puede hacerse cuando la relación altura/ancho del edificio sea tres o menor).

Para tener una idea de las diferencias en los resultados entre los métodos general y simplificado se analizó con ambos un edificio de 6 pisos, cuyas características y cargas se dan en la Fig. 8. En la Tabla 1 se comparan los resultados obtenidos para dos sistemas planos de ese edificio, que son los que más se desplazan en las cargas usadas, por lo que en ellos los errores serán más importantes. Nótese que estos últimos son menores que el 1%, aunque hay que señalar que en el método general no se permitieron desplazamientos verticales para que las diferencias se debieran exclusivamente al uso de sistemas planos reducidos.

3.- SISTEMA EQUIVALENTE PARA CALCULAR LA RIGIDEZ LATERAL DE UN SISTEMA PLANO

Se trata de calcular la matriz de rigidez lateral de un sistema plano como el mostrado en la Fig. 1. Varios autores han estudiado este problema para proponer formas de determinar los elementos mecánicos correspondientes a los componentes del sistema (muros, vigas y columnas) cuando está sujeto a cargas laterales (Refs. 6, 7 y 8). La citada matriz puede determinarse con el procedimiento descrito en la Sección 2.1, el cual resulta apropiado para programarse en una computadora grande, especialmente si se trata de un sistema plano con muchos nudos. Como no siempre se dispone de tal herramienta, es conveniente contar con un método simplificado que, sin pérdidas exageradas en la precisión, permita obtener la matriz de rigidez lateral con una computadora pequeña, o bien en forma manual. El método que aquí se propone logra este objetivo.

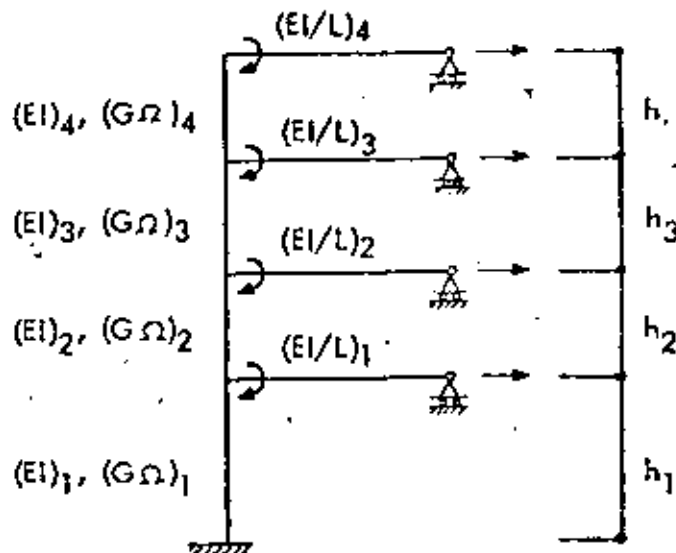
El componente básico del sistema equivalente es el conjunto de vigas y columnas mostrado esquemáticamente en la Fig. 5, en la cual se indican las cantidades que son necesarias para definirlo y los grados de libertad que le corresponden. Las alturas son las del sistema real. Cada columna y cada viga representan, respectivamente, a un conjunto de columnas o vigas del sistema plano real. Si E es el módulo de elasticidad, I , el momento de inercia, G , el módulo de cortante y Ω , el área efectiva de cortante de una columna o viga del sistema real, entonces las propiedades en cada nivel i del componente básico son:

- $(EI)_i$ = Suma de EI de las columnas de un piso, que representa el componente.
- $(G\Omega)_i$ = Suma de $G\Omega$ de las columnas de ese piso, que representará el componente.
- $\left(\frac{EI}{L}\right)_i$ = Suma de $\frac{2EI}{L} \left(\frac{1}{\lambda^3}\right)$ por cada vez que una viga llega a una columna representada en el componente (λ se define en la Fig. 4).

Dentro de las columnas se incluye a los muros. En las columnas de dimensiones normales no es necesario considerar deformaciones por cortante y no se necesita el valor de $(G\Omega)_i$, que es indispensable para los muros. Cuando una viga llega a un muro, λ tendrá un valor menor que 1; para las vigas que llegan a columnas normales $\lambda = 1$.

Para construir el sistema equivalente se divide a las columnas del sistema plano en grupos tales que cada uno de ellos contenga columnas de propiedades similares. Se ha comprobado en este trabajo que los errores son pequeños si el valor de EI de la columna más rígida de un grupo no es mayor que ocho veces el de la columna menos rígida de ese mismo grupo. Generalmente son necesarios dos grupos: uno contiene a las columnas normales y el otro a los muros.

A cada grupo le corresponde un componente básico cuyas propiedades se calculan como ya se ha descrito en esta Sección. Todos los componentes básicos que resulten se acoplan de modo que sus desplazamientos laterales sean los mismos, como se ilustra en la Fig. 6. Nótese que los componentes básicos pueden no tener el mismo número de nive-

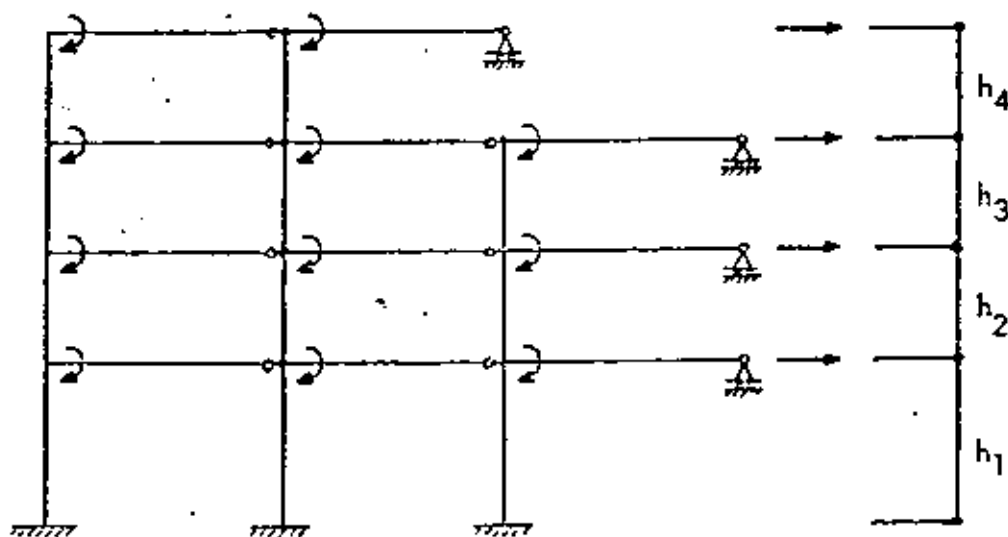


Nota: las flechas indican los grados de libertad

Fig. 5.— Componente básico del sistema equivalente.

les; que puede tratarse de un solo componente, en cuyo caso no se necesita hacer el acoplamiento; y que los giros de un componente son independientes de los giros de los demás.

Se calcula la matriz de rigidez de cada componente, referida a todos sus grados de libertad (Fig. 5) y, por condensación estática (Ref. 10), se eliminan las rotaciones y se obtiene la matriz de rigidez lateral del componente. La matriz de rigidez lateral del sistema equivalente se obtiene sumando las de todos sus componentes básicos. Este procedimiento se ilustra en el Apéndice D:



Nota: las flechas indican los grados de libertad

Fig. 6.— Acoplamiento de componentes básicos para formar un sistema equivalente.

Fig. 7.- Grados de libertad del edificio y del sistema plano j, en el nivel i.

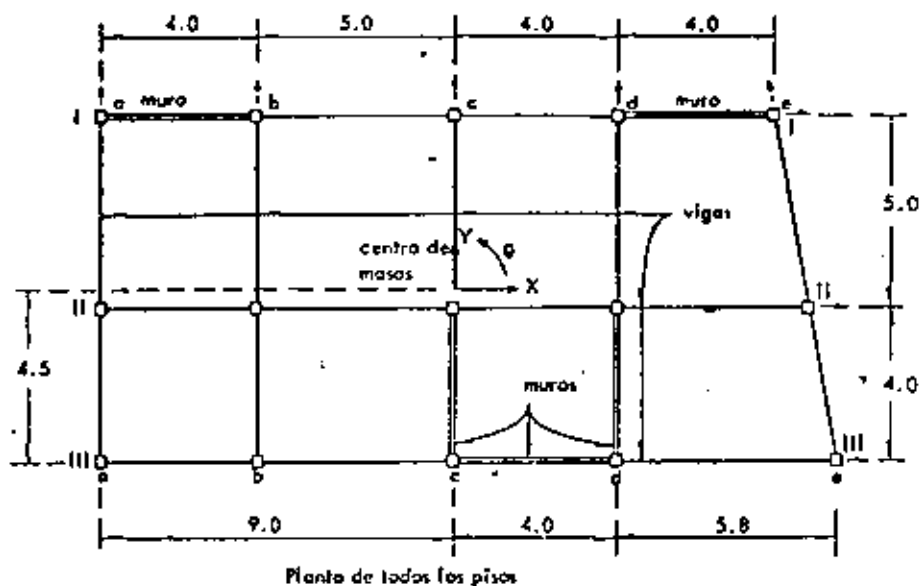
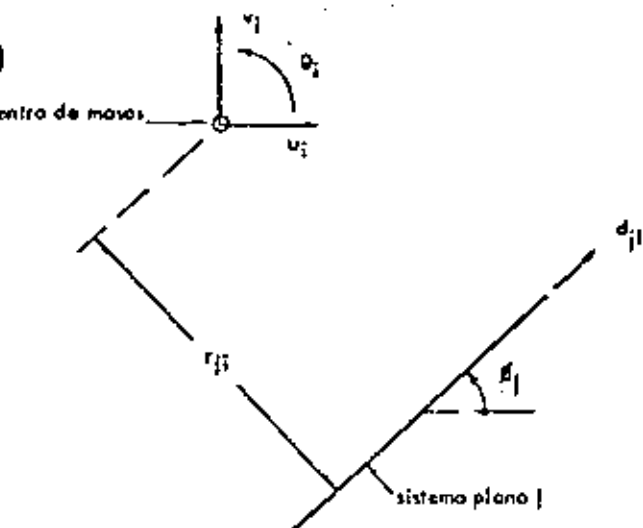


Fig. 8.- Planta, dimensiones, propiedades y cargas laterales del edificio que se usa para comparar los métodos general y simplificado.

Notas: espesor de los muros = 0.15 m
 módulo de elasticidad de todos los elementos = 2 000 000 (ton/m)
 módulo de constante de todos los elementos = 633 333 ton/m³
 momento de inercia de todas las vigas = 0.00256 m⁴
 las flechas indican los sentidos positivos de los desplazamientos laterales
 las distancias están en metros

Fuerzas (ton) y momentos (ton-m)

Nivel	Columnas (m x m)	Altura (m)	Por sistema en X		Por sistema en Y	
			F _x	M _x	F _y	M _y
1	40 x 40	4.0	4.51	4.069	4.61	8.479
2	40 x 40	3.0	7.89	7.101	7.89	14.833
3	40 x 40	3.0	11.27	10.143	11.27	21.183
4	30 x 30	3.0	14.65	13.185	14.65	27.547
5	30 x 30	3.0	18.03	16.277	18.03	33.816
6	20 x 30	3.0	21.41	19.269	21.41	40.251

4.- PROCEDIMIENTOS PARA EL ANALISIS SISMICO

Los métodos de análisis tridimensional expuestos en la Sección 2 no se pueden usar directamente para el análisis sísmico de edificios de acuerdo con el Reglamento de construcciones para el Distrito Federal que exige, en su artículo 240, considerar dos combinaciones de las excentricidades de las fuerzas cortantes y, en su artículo 237, estipula que se sumen vectorialmente los efectos de un componente del movimiento horizontal del terreno con 0.3 de los del otro. El procedimiento que a continuación se propone permite tomar en cuenta tales requisitos.

Considérese que la matriz de rigidez lateral del edificio \underline{K} se ha partido en la forma:

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{LL} & \underline{K}_{L\theta} \\ \underline{K}_{L\theta}^T & \underline{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

donde los subíndices L y θ se refieren, respectivamente, a los desplazamientos laterales y a los giros de los pisos del edificio. Entonces se pueden seguir los pasos siguientes:

- a) Se escogen dos direcciones ortogonales X y Y en la planta del edificio.
- b) Para cada dirección:
 - b.1) Se determina la fuerza horizontal aplicada en el centro de masas de cada piso i, de acuerdo con los artículos 240 o 241 del Reglamento de construcciones para el Distrito Federal. Sea \underline{F} el vector formado por estas fuerzas.
 - b.2) Se calculan los desplazamientos laterales $\underline{\delta}_o$ del edificio, sin permitir giros en los pisos:

$$\underline{\delta}_o = \underline{K}_{LL}^{-1} \underline{F}$$
 - b.3) Se calculan los momentos debidos a la excentricidad directa, que valen:

$$\underline{M}_d = - \underline{K}_{L\theta}^T \underline{\delta}_o$$

y se les acumula para obtener los momentos torsionantes en los entrepisos \underline{M}_d .

- b.4) Se calculan los momentos torsionantes en los entrepisos \underline{M}_d . Para el entrepiso i se tiene: $M_{di}^* = 0.1^a b_i V_i$, donde b_i es la dimensión máxima de la planta i del edificio, medida perpendicularmente a la dirección en que están aplicadas las fuerzas sísmicas, y V_i , el cortante en el entrepiso i.
- b.5) Para cada nivel i se calculan las siguientes combinaciones de momentos torsionantes: $M_{1i}^* = 1.5 M_{di}^* - M_{ai}^*$ y $M_{2i}^* = M_{di}^* + M_{ai}^*$
- b.6) Con los valores obtenidos en el paso anterior se calculan los respectivos momentos en los niveles \underline{M}_1 y \underline{M}_2 , de la misma manera como se pueden calcular las fuerzas aplicadas en los niveles a partir de las fuerzas cortantes en los entrepisos; es decir, que en cualquier nivel el momento aplicado es la diferencia entre el momento torsionante del entrepiso inferior y el del entrepiso superior.
- b.7) Se calculan los giros y desplazamientos que producen los momentos \underline{M}_1 y \underline{M}_2 resolviendo los sistemas de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{LL} & \underline{K}_{L\theta} \\ \underline{K}_{L\theta}^T & \underline{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\delta}_j \\ \underline{\theta}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{M}_j \end{bmatrix}, j=1,2$$

- b.8) El Reglamento de construcciones para el Distrito Federal exige dos combinaciones de giros y desplazamientos:

Combinación	Desplazamientos	Giros
(1)	$\underline{\delta}_o + \underline{\delta}_1$	$\underline{\theta}_1$
(2)	$\underline{\delta}_o + \underline{\delta}_2$	$\underline{\theta}_2$

Para todos los niveles de cada sistema plano m se calculan los desplazamientos de entrepiso producidos por estas combinaciones y se escogen los que tengan mayor valor absoluto. Sea \underline{z}_m^x el vector formado por estos valores cuando el sismo actúa en la dirección X; y \underline{z}_m^y el correspondiente a la dirección Y.

Tabla 1.— Comparación de desplazamientos laterales (m) de los sistemas planos III III y aa, cuando el sismo actúa en las direcciones X y Y, respectivamente.

Nivel	Sistema plano III III; fuerza sísmica en X			Sistema plano aa; fuerza sísmica en Y		
	MS	MG	error (%)	MS	MG	error (%)
1	0.000754	0.000756	0.26	0.001358	0.001362	0.29
2	0.001773	0.001778	0.28	0.003176	0.003190	0.44
3	0.003023	0.003033	0.33	0.005383	0.005412	0.54
4	0.004433	0.004449	0.36	0.007902	0.007949	0.59
5	0.005883	0.005908	0.42	0.010477	0.010547	0.66
6	0.007298	0.007334	0.49	0.012969	0.013066	0.74

MS Método simplificado

MG Método general

c) Para cada entrepiso i de cada sistema plano m se calculan

$$(z_{mi}^x + 0.3 z_{mi}^y) \text{ y } (0.3 z_{mi}^x + z_{mi}^y).$$

Se utilizará el mayor de estos valores para calcular los elementos mecánicos producidos por el sismo.

En el Apéndice C se presenta un procedimiento eficiente para efectuar las operaciones matriciales necesarias para el cálculo de giros, desplazamientos y momentos torsionantes.

Cuando las fuerzas laterales se determinan por el método dinámico espectral es también útil la matriz de rigidez lateral del edificio \underline{K} . Si denominamos \underline{K}_{xx} a la submatriz asociada a los desplazamientos en la dirección X, entonces los vectores modales $\underline{\phi}$ y las respectivas frecuencias de vibración ω en tal dirección se obtienen resolviendo el problema de valores característicos $\underline{K}_{xx} \underline{\phi} = \omega^2 \underline{M} \underline{\phi}$, donde \underline{M} es una matriz diagonal cuyos elementos son las masas concentradas en los niveles. Los métodos para resolver este problema se discuten ampliamente en la Ref. 10. Lo mismo puede decirse para la dirección Y, y si se desea considerar las torsiones en planta debe usarse la matriz \underline{K} completa.

APENDICE A.— Matrices de rigidez de una viga con zonas extremas infinitamente rígidas y de una columna incluyendo deformaciones por cortante.

Para los grados de libertad y los parámetros β , γ , λ definidos en la Fig. 4b, la matriz de rigidez de una viga con extremos infinitamente rígidos es:

	$4 + 12 \frac{\gamma}{\lambda} (1 + \frac{\gamma}{\lambda})$	simétrica		
$\frac{EI}{\lambda l}$	$2 + 6 (\frac{\gamma + \beta}{\lambda}) + 12 \frac{\gamma \beta}{\lambda^2}$	$4 + 12 \frac{\beta}{\lambda} (1 + \frac{\beta}{\lambda})$		
	$-\frac{6}{\lambda l} (1 + \frac{2\gamma}{\lambda})$	$-\frac{6}{\lambda l} (1 + \frac{2\beta}{\lambda})$	$\frac{12}{\lambda^2 l^2}$	
	$\frac{6}{\lambda l} (1 + \frac{2\gamma}{\lambda})$	$\frac{6}{\lambda l} (1 + \frac{2\beta}{\lambda})$	$-\frac{12}{\lambda^2 l^2}$	$\frac{12}{\lambda^2 l^2}$

E , I , h son, respectivamente, el módulo de elasticidad, el momento de inercia y la longitud total de la viga. Para los grados de libertad definidos en la Fig. 4a, la matriz de rigidez de una columna, incluyendo deformaciones por cortante, es:

$\frac{12 EI}{(1+\alpha)h^3}$					
$\frac{12 EI}{(1+\alpha)h^3}$	$\frac{12 EI}{(1+\alpha)h^3}$	simétrica			
$\frac{6 EI}{(1+\alpha)h^2}$	$\frac{6 EI}{(1+\alpha)h^2}$	$\frac{(4+\alpha) EI}{(1+\alpha)h}$			
$\frac{6 EI}{(1+\alpha)h^2}$	$\frac{6 EI}{(1+\alpha)h^2}$	$\frac{(2-\alpha) EI}{(1+\alpha)h}$	$\frac{(4+\alpha) EI}{(1+\alpha)h}$		
0	0	0	0	$\frac{EA}{h}$	
0	0	0	0	$-\frac{EA}{h}$	$\frac{EA}{h}$

el valor de α es $\frac{12 EI}{h^2 G \Omega}$

donde E , I , h y G son, respectivamente, el módulo de elasticidad, el momento de inercia, la altura y el módulo de cortante de la columna; Ω es su área reducida por cortante; la reducción depende de la distribución del cortante en la sección, el cual a su vez depende de la forma de la sección; para secciones rectangulares $\Omega = A/1.2$, donde A es el área total de la sección de la columna.

En el caso de la viga, nótese que si $\beta = \gamma = 0$, es decir, que si no existen extremos rígidos, se tiene $\lambda = 1$, y la matriz de rigidez que se obtiene

reemplazando estos valores coincide con la ya conocida para una viga normal.

También en las columnas, si no se desea considerar deformaciones por cortante, $\alpha = 0$, y la matriz de rigidez se convierte en la ya conocida para este caso.

De estas matrices pueden obtenerse coeficientes de rigidez y factores de transporte modificados para usar el método de Cross. Por ejemplo, cuando se desea considerar deformaciones por cortante, en lugar de $\frac{4EI}{h}$ debe usarse $(\frac{4+\alpha}{1+\alpha}) \frac{EI}{h}$, y el factor de transporte en lugar de 0.5, vale: $(\frac{2-\alpha}{4+\alpha})$.

APENDICE B.— Transformación de la matriz de rigidez lateral de un sistema plano a las coordenadas del edificio.

En la Fig. 7 se muestra la ubicación del sistema plano j en la planta del nivel i del edificio.

Este sistema solamente tiene un desplazamiento lateral d_{ji} en este nivel, cuya dirección positiva es la indicada por la flecha. También se muestra el centro de masas del nivel i y las direcciones positivas de los tres grados de libertad que tiene el edificio en tal nivel.

Considerando que el ángulo θ_i es pequeño, la relación entre d_{ji} y los desplazamientos del edificio se puede escribir como:

$$d_{ji} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & \sin \theta_j & r_{ji} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \end{bmatrix} \quad B.1$$

donde θ_j es el ángulo que se forma entre la dirección positiva de u_i y la dirección positiva de d_{ji} ; r_{ji} es la distancia del sistema plano j al centro de masas en el nivel i y, para saber su signo, se supone que la dirección positiva de d_{ji} "gira" alrededor del centro de masas; si este "giro" tiene el mismo sentido que θ_i , entonces r_{ji} es positivo; en caso contrario es negativo. En la Fig. 7, de acuerdo con estas convenciones, θ_j y r_{ji} son positivos.

La expresión B.1 se puede escribir en forma más compacta como:

$$d_{ji} = b_{ji} u_i \quad B.2$$

donde:

$$b_{ji} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & \sin \theta_j & r_{ji} \end{bmatrix}$$

$$u_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \end{bmatrix}$$

si se consideran los n niveles del edificio, se tiene:

$$D_j = B_j U \quad B.3$$

donde:

$$D_j = \begin{bmatrix} d_{j1} \\ d_{j2} \\ \vdots \\ d_{jn} \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

(n elementos) (3 n elementos)

$$B_j = \begin{bmatrix} b_{j1} & & & \\ & b_{j2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & b_{jn} \end{bmatrix}$$

(n por 3 n elementos; los no mostrados son ceros)

La expresión B.3 relaciona los desplazamientos de los pisos del edificio con los desplazamientos laterales del sistema plano j , y la matriz K_j expresada en términos de las coordenadas del edificio es $K_j^T = B_j^T K_j B_j$.

Efectuando la partición y descomposición de la matriz de rigidez lateral del edificio, se obtiene el producto $\underline{S}^T \underline{\delta}$, donde \underline{S} es triangular superior:

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{LL} & \underline{K}_{L\theta} \\ \underline{K}_{L\theta}^T & \underline{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{S}_{LL}^T & \underline{0} \\ \underline{S}_{L\theta}^T & \underline{S}_{\theta\theta}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{S}_{LL} & \underline{S}_{L\theta} \\ \underline{0} & \underline{S}_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

efectuando el producto del segundo miembro se deduce que:

$$\underline{K}_{LL} = \underline{S}_{LL}^T \underline{S}_{LL}, \underline{K}_{L\theta} = \underline{S}_{LL}^T \underline{S}_{L\theta}$$

$$\text{y } \underline{K}_{\theta\theta} = \underline{S}_{LL}^T \underline{S}_{L\theta} \cdot \underline{K}_{\theta\theta} = \underline{S}_{L\theta}^T \underline{S}_{L\theta} + \underline{S}_{\theta\theta}^T \underline{S}_{\theta\theta} \quad (C1)$$

El sistema del paso b.1 del procedimiento propuesto en la Sección 4 es:

$$\underline{K}_{LL} \underline{\delta}_o = \underline{S}_{LL}^T \underline{S}_{LL} \underline{\delta}_o = \underline{S}_{LL}^T \underline{Y} = \underline{F} \quad (C2)$$

donde se ha definido el vector \underline{Y} por:

$$\underline{Y} = \underline{S}_{LL} \underline{\delta}_o \quad (C3)$$

Los vectores \underline{Y} y $\underline{\delta}_o$ pueden calcularse fácilmente por ser \underline{S}_{LL}^T y \underline{S}_{LL} triangulares.

El vector \underline{M}_d del paso b.3 vale $-\underline{K}_{L\theta}^T \underline{\delta}_o$, y usando las expresiones C1 y C3 se puede escribir:

$$\underline{M}_d = -\underline{S}_{L\theta}^T \underline{S}_{LL} \underline{S}_{LL}^{-1} \underline{Y} = -\underline{S}_{L\theta}^T \underline{Y} \quad (C4)$$

Por otro lado, los sistemas del paso b.7 son:

$$\underline{K}_{LL} \underline{\delta}_j + \underline{K}_{L\theta} \underline{\Theta}_j = \underline{0}$$

$$\underline{K}_{L\theta}^T \underline{\delta}_j + \underline{K}_{\theta\theta} \underline{\Theta}_j = \underline{M}_j, j = 1, 2$$

de la primera de estas ecuaciones se tiene:

$$\underline{\delta}_j = -\underline{K}_{LL}^{-1} \underline{K}_{L\theta} \underline{\Theta}_j \quad (C5)$$

y reemplazando este valor en la segunda ecuación queda:

$$(\underline{K}_{\theta\theta} - \underline{K}_{L\theta}^T \underline{K}_{LL}^{-1} \underline{K}_{L\theta}) \underline{\Theta}_j = \underline{K}_{\theta\theta}^* \underline{\Theta}_j = \underline{M}_j \quad (C6)$$

Con $\underline{K}_{\theta\theta}^* = \underline{K}_{\theta\theta} - \underline{K}_{L\theta}^T \underline{K}_{LL}^{-1} \underline{K}_{L\theta}$, usando las expresiones C1 y simplificando, se obtiene:

$$\begin{aligned} \underline{K}_{\theta\theta}^* &= (\underline{S}_{L\theta}^T \underline{S}_{L\theta} + \underline{S}_{\theta\theta}^T \underline{S}_{\theta\theta}) - (\underline{S}_{L\theta}^T \underline{S}_{LL}) \\ &(\underline{S}_{LL}^{-1} \underline{S}_{LL}^T) (\underline{S}_{LL}^T \underline{S}_{L\theta}) = \underline{S}_{\theta\theta}^T \underline{S}_{\theta\theta} \end{aligned}$$

Esto muestra que ya se tiene la descomposición necesaria para resolver el sistema C6 y conocer $\underline{\Theta}_j$. Para encontrar $\underline{\delta}_j$ se usan las expresiones C1, que permiten escribir C5 en la forma:

$$\underline{\delta}_j = -(\underline{S}_{LL}^{-1} \underline{S}_{LL}^T) (\underline{S}_{LL}^T \underline{S}_{L\theta}) \underline{\Theta}_j = -\underline{S}_{LL}^{-1} \underline{S}_{L\theta} \underline{\Theta}_j$$

Pre-multiplicando la última igualdad por \underline{S}_{LL} queda:

$$\underline{S}_{LL} \underline{\delta}_j = -\underline{S}_{L\theta} \underline{\Theta}_j \quad (C7)$$

cuya solución es directa, puesto que \underline{S}_{LL} es triangular superior y ya se conoce.

Nótese que para encontrar todos los desplazamientos y giros que requiere el análisis sísmico es necesario descomponer una sola vez la matriz \underline{K} en el producto de una matriz triangular superior por su transpuesta.

**APENDICE D.- Obtención de la matriz de rigidez
ral de un sistema marco-muro con el método
plificado.**

De acuerdo con la Sección 3, el sistema equiva-
lente correspondiente al sistema plano de la Figura
9 tiene dos componentes básicos. El primero de
ellos representa a las columnas de dimensiones
normales, y sus propiedades son, en los dos niveles:

$$EI = 5 (2 \times 10^6 \times 0.005) = 50,000 \text{ (columnas)}$$

$$G\Omega = 0 \text{ (columnas)}$$

$$EI/L = 2 (2 \times 10^6 \times 0.001) \left[\frac{2}{4} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5(0.8)^3} + \frac{1}{4(0.75)^3} + \frac{2}{4} + \frac{1}{5(0.7)^3} \right]$$

$$= 11,865 \text{ (vigas)}$$

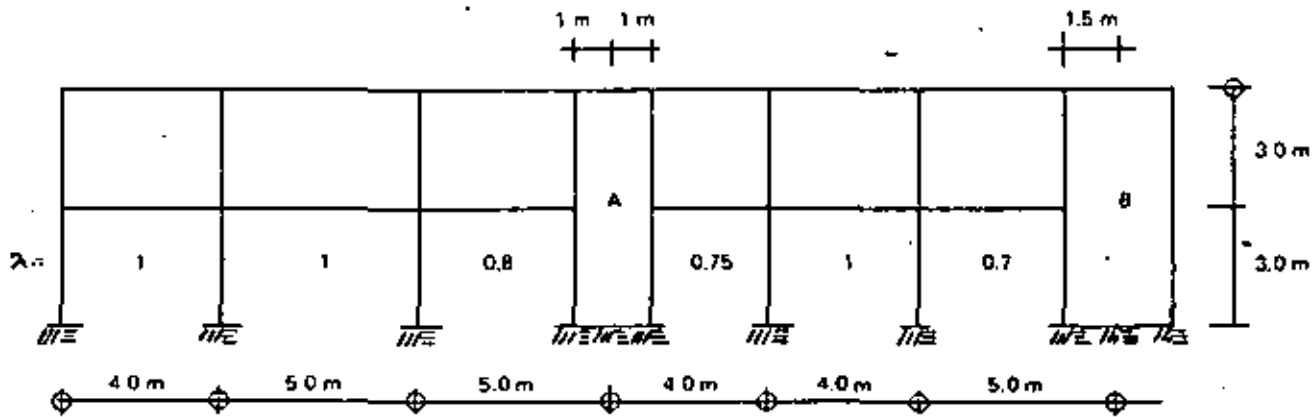
El segundo componente básico representa a los
muros y para él se tiene, en los dos niveles:

$$EI_{\perp} = 2 \times 10^6 (0.1 + 0.2) = 600,000 \text{ (columnas)}$$

$$G\Omega = 8 \times 10^5 (0.3 + 0.4) = 560,000 \text{ (columnas)}$$

$$EI/L = 2(2 \times 10^6 \times 0.001) \left[\frac{1}{5(0.8)^3} + \frac{1}{4(0.75)^3} + \frac{1}{5(0.7)^3} \right] = 6,265 \text{ (vigas)}$$

Fig. 9.- Sistema plano utilizado para ejemplificar el método simplificado.



- Notas: módulo de elasticidad de todos los elementos = 2 000 000 Tm/m²
 módulo de cortante de los muros A y B = 800 000 Tm/m²
 momento de inercia de todas las vigas = 0.001 m⁴
 momento de inercia de todas las columnas = 0.0005 m⁴
 momento de inercia del muro A = 0.1 m⁴
 momento de inercia del muro B = 0.2 m⁴
 área de cortante del muro A = 0.30 m²
 área de cortante del muro B = 0.40 m²

En la Figura 10 se muestra un esquema del sistema equivalente y se ilustran los grados de libertad que tiene cada uno de sus componentes básicos.

La matriz de rigidez de las columnas se proporciona en el Apéndice A. Para el primer componente básico $\alpha = 0$, $EI = 50,000$, $h = 3$. Interesan solamente las cuatro primeras filas y columnas de la matriz en cuestión que, efectuando las operaciones, se escriben:

$$\begin{bmatrix} 22,222 & & & \\ -22,222 & 22,222 & & \\ -33,333 & 33,333 & 66,667 & \\ -33,333 & 33,333 & 33,333 & 66,667 \end{bmatrix} \quad \text{simétrica}$$

La rigidez de las vigas es simplemente

$$\frac{3 EI}{L} = 3 \times 11,865 = 35,595$$

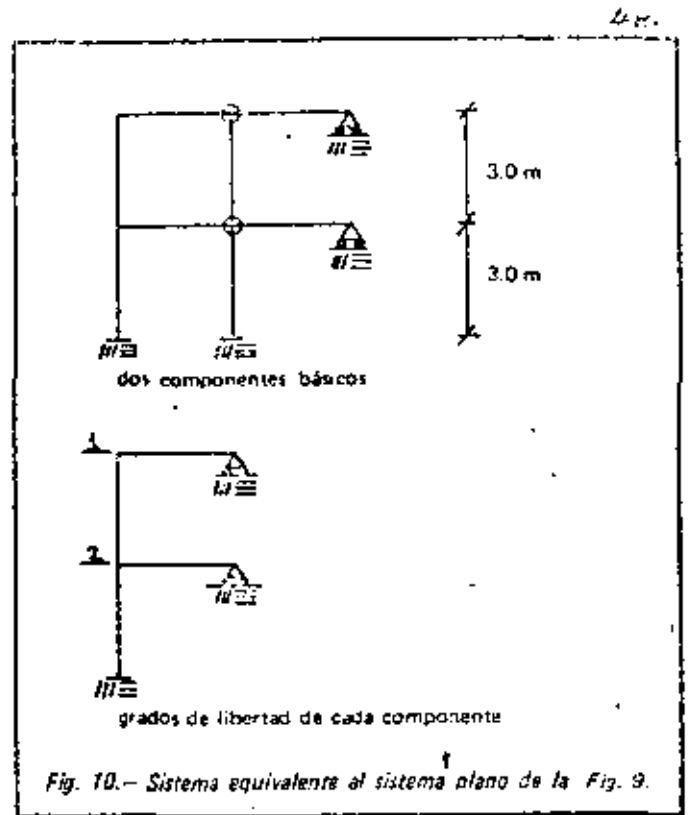
Sumando los respectivos aportes de las vigas y columnas (método directo de rigideces) se obtiene la matriz de rigidez del primer componente básico, que es:

$$\begin{bmatrix} 22,222 & & & & \\ -22,222 & (22,222 + 22,222) & & & \\ -33,333 & -33,333 & (66,667 + 35,595) & & \\ -33,333 & (33,333 - 33,333) & 33,333 & (66,667 + 66,667 + 35,595) & \end{bmatrix} \quad \text{simétrica}$$

$$\begin{bmatrix} 22,222 & -22,222 & -33,333 & -33,333 \\ -22,222 & 44,444 & 33,333 & 0 \\ -33,333 & 33,333 & 102,262 & 33,333 \\ -33,333 & 0 & 33,333 & 168,929 \end{bmatrix}$$

Para obtener la matriz de rigidez lateral K_1 de este componente se eliminan, mediante condensación estática, los últimos dos grados de libertad, y se obtiene así:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 22,222 & -22,222 \\ -22,222 & 44,444 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -33,333 & -33,333 \\ 33,333 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102,262 & 33,333 \\ 33,333 & 168,929 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -33,333 & 33,333 \\ -33,333 & 0 \end{bmatrix}$$



$$K_1 = \begin{bmatrix} 8,163 & -12,901 \\ -12,901 & 32,832 \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez lateral del sistema plano marco-muro completo es la suma $K_1 + K_2$, que da:

$$K = \begin{bmatrix} 35,591 & -67,178 \\ -67,178 & 193,880 \end{bmatrix}$$

Con el mismo procedimiento se obtiene la matriz de rigidez lateral K_2 del componente 2. La diferencia más importante es que esta vez para calcular la matriz de rigidez de las columnas (Apéndice A) hay que considerar $\alpha = (12 \times 600,000) / (9 \times 560,000) = 1.429$. El resultado es:

$$K_2 = \begin{bmatrix} 27,428 & -54,277 \\ -54,277 & 161,048 \end{bmatrix}$$

En este ejemplo se tuvieron que invertir dos matrices de 2 por 2. Con el método general se habría necesitado invertir una matriz de 14 por 14. Esto da una idea de las ventajas del método simplificado aquí propuesto.

RECONOCIMIENTO

Este artículo está basado en el aporte del autor a la Ref. 2, trabajo que fue patrocinado por el INFONAVIT. Se agradece a Roberto Meli la revisión crítica del artículo y a Luis Esteva sus valiosas sugerencias.

REFERENCIAS

1. "Requisitos de seguridad y servicio para las estructuras. Título IV del Reglamento de construcciones para el Distrito Federal, con comentarios". Informe 400, Instituto de Ingeniería, julio de 1977.
2. Bazán, E. y Barousse, E., "Análisis ante cargas laterales de edificios a base de muros de carga". Informe, Instituto de Ingeniería, junio de 1976.
3. Frischman, W.W., Prebbu, S.S. y Topolier, J.F., "Multi-story Frames and Interconnected Shear Walls, Subjected to Lateral Loads", Concrete and Construction Engineering, 1963.
4. MacLeod, I.A., "Lateral Stiffness of Shear Walls with Openings, in Tall Buildings", Proc. of a Symposium on Tall Buildings, Pergamon Press, 1967.
5. Clough, R.M., King, I.P. y Wilson, E.L., "Structural Analysis of Multistory Buildings", Proc. ASCE, Vol. 90, 1964.
6. Stramato, M.C. y Stafford-Smith, B., "An Approximate Method for the Three Dimensional Analysis of Tall Buildings", Proc. Inst. Civ. Engrs., Vol. 43, julio de 1969.
7. Khan, F.R. y Soudki, J.A., "Interaction of Shear Walls and Frames", Proc. ASCE, junio de 1964.
8. Rosenbluth, E. y Holtz, J., "Elastic Analysis of Shear Walls in Tall Buildings", Proc. ACI, Vol. 56, junio de 1960.
9. Wilson, E.L. y Dovey, "Three Dimensional Analysis of Building Systems TABS", Publicación EERC 7 d, University of California, Berkeley, 1972.
10. Batho, K. J. y Wilson, E., "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice Hall, 1976.
11. Comité ACI 402, "Response of buildings to Lateral Forces", ACI Journal, Vol. 68, febrero de 1971.

MUROS DE MAMPOSTERIA ANTE CARGAS
LATERALES (capítulo 5)
por E. Bazán Z.

5. MUROS DE MAMPOSTERIA CONFINADOS POR MARCOS DE CONCRETO

5.1 Antecedentes

El caso de muros de mampostería confinados por marcos de concreto y sujetos a cargas laterales, ha sido materia de numerosas investigaciones experimentales y analíticas

Desde los primeros trabajos experimentales (ref 39 a 41) se reconocieron las siguientes etapas de comportamiento en este tipo de sistema estructural: para cargas laterales bajas muro y marco trabajan esencialmente como una viga peraltada en la cual son importantes las deformaciones debidas a flexión y a cortante; para cargas mayores, aunque apreciablemente me-nores que la máxima, ocurre una separación en parte de la zona de contacto entre muro y marco confinante y el muro queda apoyado en dos esquinas opuestas del marco (fig 59).

trabajando básicamente como una diagonal en compresión; si el marco tiene suficiente resistencia para admitir las fuerzas axiales y cortantes que le trasmite el muro, la carga máxima se alcanza usualmente cuando el muro se agrieta en la dirección de su diagonal comprimida; si el marco tiene ductilidad suficiente, dicha carga se sostiene aún después del agrietamiento diagonal. Este tipo de comportamiento difiere por completo del que tienen muro y marco actuando independientemente uno del otro.

Los actuales reglamentos para diseño de construcciones

requieren análisis elásticos para estimar las acciones que los sismos producen en los edificios; a pesar de que existen programas para computadora muy generales para análisis elástico (ref 42), es impráctico en este caso modelar cada muro con varios elementos finitos como se hace en este trabajo, porque se tendrían que manejar demasiados grados de libertad, lo cual no solo requiere del uso apreciable de tiempos de computadora, sino que dificulta bastante la preparación de datos y la interpretación de resultados. Por ello es conveniente representar un muro mediante uno o pocos elementos estructurales cuyas características sean familiares a los ingenieros estructurales; varios autores (ref 40, 43 y 44), habiendo advertido la separación entre muro y marco confinante, han propuesto diagonales equivalentes para determinar la rigidez lateral de dichos sistemas, los resultados se basaron en estudios

analíticos elásticos con hipótesis sencillas sobre las distribuciones de esfuerzos, o en ensayos en especímenes a escala. Posteriormente se han efectuado estudios paramétricos empleando el método del elemento finito para atacar el problema de análisis elástico de forma más realista, considerando la separación entre muro y marco en zonas donde los esfuerzos son de tensión (ref 45), y deslizamientos en donde, existiendo esfuerzos de compresión, los esfuerzos cortantes exceden cierta resistencia a fricción (ref 46 y 47); como resultados finales se proponen, para su uso en la práctica, coeficientes de flexibilidad (ref 45) o puntales diagonales equivalentes (ref 46).

MacLeod (ref 48) y Braga (ref 49) examinando distintos métodos para el análisis elástico de muros con una hilera central de huecos, encontraron que se obtienen resultados bastante precisos considerando los muros como columnas, pero tomando en cuenta las deformaciones por cortante, y suponiendo que las zonas de las vigas que se encuentran dentro de los muros son infinitamente rígidas a flexión (fig 56). Este método, denominado de la columna ancha, tiene la ventaja de que puede ser fácilmente incorporado en los procedimientos para analizar edificios a base de marcos (ref 50),

e inclusive ha servido de base para desarrollar métodos simplificados de análisis (ref 51). Para verificar la aplicabilidad de este método cuando los muros son de mampostería, se analizó en este trabajo el conjunto muro-marco

mostrado en la fig 56 con elementos finitos (que puede considerarse exacto) como con el método citado. Se aprecia en dicha figura que los errores en desplazamientos son menores que dos por ciento.

Recientemente, empleando técnicas de subestructuración, se ha desarrollado un grupo de elementos de 12 grados de libertad para representar a los muros de relleno (ref 52); aunque el problema numérico se reduce bastante en comparación con la representación de un muro con varios elementos finitos, sigue siendo alto el número de grados de libertad, puesto que hay que añadirle algunos correspondientes al marco y serían 24 en total. Por ello sigue siendo atractivo el uso de diagonales equivalentes y de columnas anchas; en el primer caso el número de grados de libertad se mantiene igual, y en el segundo se reduce, con respecto al del marco sin muro. También debe considerarse que no se justifica un análisis elástico refinado cuando se tienen incertidumbres en las propiedades mecánicas y geométricas de los elementos, y en la correlación de este análisis con el comportamiento inelástico de la estructura, que ocurrirá ante sísmos severos.

5.2 . Casos analizados

En este capítulo, empleando programas escritos especialmente, se analizaron, ante una carga lateral, 11 tableros muro-marco confinante como el de la fig 57. Las mallas de elementos finitos adoptadas fueron similares a la de la fig 58. Se mantuvieron constantes las propiedades mecánicas, siendo la relación entre los módulos de elasticidad del marco E_c y de la mampostería E_m igual a 10; como se supuso que $G_m = E_m/2.6$, la relación E_c/G_m vale 26. Tampoco cambiaron la altura del muro (300 cm) ni su espesor (15 cm). Las propiedades geométricas adicionales que definen los 11 casos se dan en la tabla 6; como variables más importantes se consideraron la relación de aspecto del muro, que asumió los valores 1.0, 1.5 y 2.0, y las dimensiones de la sección transversal del marco que, en cm, se hizo variar entre 15 x 15 y 40 x 40.

Siguiendo el comportamiento observado experimentalmente, para cada caso se analizaron tres etapas: en la primera muro y marco están completamente ligados; en la segunda se permite agrietamiento en la zona de contacto entre muro y marco, y en la tercera, además se considera una grieta en la dirección de la diagonal en compresión del muro (fig 58). En la segunda etapa se supone que muro y marco se separan cuando entre ellos hay esfuerzos normales de tensión, y si éstos son de compresión,

que hay deslizamiento cuando los esfuerzos cortantes son mayores que 0.3 veces los esfuerzos normales. El agrietamiento diagonal se reproduce mediante elementos finitos previamente agrietados (fig 58) que tienen rigidez solo en la dirección de la diagonal.

Un aspecto de interés se refiere al ancho de la zona agrietada diagonalmente, que se ha denominado W . Cambiando el número de elementos agrietados y/o el tamaño de la malla se modificó la relación W/l_d (l_d es la dimensión de la diagonal) y se encontró que la misma influye muy poco en los resultados que interesan para este trabajo; por ejemplo, como se aprecia en la fig 58, la rigidez lateral varía solo 3 por ciento cuando W/l_d cambia de 0.115 a 0.278; los cambios en esfuerzos de interés no excedieron del 5 por ciento. En los casos aquí estudiados se emplearon valores de W/l_d comprendidos entre 0.17 y 0.21.

En el cap 3 se mencionó que el proceso de separación y deslizamiento de nudos en la zona de contacto entre muro y marco no siempre es convergente; y de hecho no lo ha sido en varios casos analizados en este capítulo; sin embargo como en estos casos la divergencia proviene de que uno o pocos nudos se unen y se separan, se analizaron los marcos con dichos nudos separados y unidos, y dado que no se encontraron diferencias importantes en las cantidades de interés, se

consideró que se tenían resultados aceptables.

Los resultados de análisis en que se considera la separación entre muro y marco dependen obviamente del tipo de carga; durante un temblor el estado de cargas sobre un muro es una combinación variable de cargas axiales y cortantes y momentos flexionantes. Stetson (ref 45) comparó las flexibilidades que se obtienen al aplicar dos fuerzas iguales y opuestas en los extremos superiores de las columnas, esto es un par, con las correspondientes a una carga lateral como la empleada en este trabajo, y encontró que eran similares, debido a que la mayor parte de la disminución de la rigidez del sistema muro-marco se debe al agrietamiento en las partes inferior e izquierda de la zona de contacto, el cual se presentó en forma parecida en ambos casos. Las cargas verticales, que debido a la diferencia de módulos de elasticidad se transmiten en su mayor parte a través de las columnas, evitan a veces las separaciones verticales entre muro y marco, pero, ante cargas laterales altas, se producen en su lugar deslizamientos, que provocan un deterioro de la rigidez lateral muy similar al debido a las separaciones. Por lo anterior se ha juzgado adecuado usar en este estudio una carga lateral en la parte superior del muro.

Para dar más generalidad a los resultados se les ha expresado en forma adimensional. Cabe notar que en cualquier caso los valores adimensionales son estrictamente los

mismos que en otro caso en el cual se hayan multiplicado por una constante las dos dimensiones en el plano del muro, o las tres dimensiones, sin variar las demás propiedades:

o también para otro caso en que los módulos de elasticidad E_m , E_c de muro y marco y sus respectivos espesores t_m y t_c se cambian manteniendo $E_c t_c / E_m t_m$ constante. Dado que los resultados indican que en el sistema muro-marco se comporta esencialmente como una viga I, en la cual las columnas constituyen los patines, resistiendo el momento de volteo mediante cargas axiales, y el muro es el alma, trabajando a cortante, se ha empleado como parámetro principal el cociente $\lambda = E_c A_c / G_m A_m$, que contiene a las propiedades físicas y geométricas más relevantes. Examinando algunos resultados de Stetson (ref 45), quien analizó varios muros cuadrados, se encontró que para aquellos casos en que el parámetro citado es el mismo, los resultados son muy similares, a pesar de tener distintas dimensiones y secciones transversales, y diferentes módulos de elasticidad.

5.3 Tableros cuadrados

Los resultados para tableros cuadrados se presentan gráficamente en las fig 59 a 63; en la primera de ellas se muestran las configuraciones típicas de grietas entre muro y marco; cuando no existe grieta diagonal, debido a los esfuerzos de tensión, se abre casi toda la parte inferior e izquierda de la zona de contacto; en la parte superior y derecha el

agrietamiento es menos extendido. Cuando ocurre una grieta diagonal se cierra parte de la grieta entre muro y marco, sobre todo en la parte inferior, y hay deslizamiento del muro sobre el marco en lugar de separación entre ambos. Lo anterior se debe a que la grieta diagonal desliga al triángulo superior derecho del muro del inferior izquierdo, y permite que ambos se apoyen más en el marco. Analizando las distribuciones de esfuerzos correspondientes a distintos niveles de agrietamiento se comprenden las características esenciales del trabajo combinado muro-marco confinante ante cargas laterales.

5.3.1 Esfuerzos

En la fig 60 se muestran los esfuerzos cortantes y principales a tensión y compresión máximos, en la sección vertical del muro,

en función de un esfuerzo nominal definido como el cociente V/A_m , donde V es la fuerza cortante y A_m el área de la sección transversal del muro. Se aprecia que la grieta entre

muro y marco hace crecer sensiblemente los esfuerzos mencio-

nados; la grieta diagonal aumenta aún más los esfuerzos de compresión (los esfuerzos de tensión y cortantes son nulos de acuerdo con el modelo adoptado para representar esta grieta). Los valores máximos de los esfuerzos cortantes son en general mayores que V/A_m . Para un estado dado de agrietamiento todos los esfuerzos centrales en el muro disminuyen al crecer el área del marco; la explicación es que el marco toma más fuerza cortante mientras mayor sea su rigidez con

respecto a la del muro; esto se verificó examinando los esfuerzos en las columnas.

Lo anterior sugiere que puede obtenerse una mejor estimación de los esfuerzos cortantes considerando también las áreas de las columnas al definir el esfuerzo nominal, es decir, expresándolos en función de $\tau^* = V/(A_m + 2A_c)$; esto se hizo en la fig 60 para los esfuerzos correspondientes a agrietamiento entre muro y marco, con y sin grieta diagonal; y se concluye que, cuando no hay grieta diagonal, los esfuerzos en el centro del muro se pueden calcular, prácticamente sin cometer errores, con las expresiones

$$\begin{aligned}\tau &= 1.6 \tau^* \text{ (esfuerzo cortante)} \\ \sigma_I &= 0.7 \tau^* \text{ (esfuerzo principal de tensión)} \\ \sigma_{II} &= 2.5 \tau^* \text{ (esfuerzo principal de compresión)}\end{aligned}\quad 5.1$$

Si existe grieta diagonal los esfuerzos de compresión se pueden estimar, en forma conservadora cuando λ es grande, como

$$\sigma_{II} = 4.5 \tau^* \quad 5.2$$

En la fig 61 se presentan los esfuerzos cortantes y normales en las columnas del marco, para adimensionalizarlos, se han empleado las cantidades τ' y σ' definidas en la fig 57. Si una columna tomara toda la fuerza cortante tendría un esfuerzo promedio igual a τ' , se aprecia que los esfuerzos cortantes

cuando muro y marco están ligados completamente son relativamente pequeños y van creciendo al aumentar λ , esto es, al crecer la rigidez de las columnas con respecto a la del marco. Cuando ocurre el agrietamiento entre muro y marco los esfuerzos cortantes alcanzan sus máximos valores y una de las columnas llega a tomar más de la mitad de la fuerza cortante total, esto se debe a la grieta que existe en la parte inferior de la unión entre muro y marco. El agrietamiento diagonal hace que parte del muro se vuelva a apoyar en el marco y por tanto se reducen las fuerzas cortantes en las columnas.

Los esfuerzos de tensión σ_t y compresión σ_c en las columnas serían iguales a σ' si el momento de volteo fuese resistido exclusivamente por el par de fuerzas axiales en dichas columnas. Inicialmente σ_t y σ_c crecen junto con λ , porque aumenta la rigidez axial de las columnas y toman una mayor parte del movimiento de volteo. Cuando λ crece más, los esfuerzos en cuestión se mantienen más o menos constantes o disminuyen, debido a que las columnas van resistiendo por flexión parte del momento de volteo, esto es más notorio si el muro está agrietado diagonalmente porque aumentan las deformaciones laterales, y por tanto mayores momentos tienen las columnas. Existen casos en que σ_t es mayor que σ_c , que se explican porque el brazo del par es menor que la distancia entre columnas empleado para definir σ' .

De acuerdo con la fig 61 es aceptablemente conservador, estimar los esfuerzos máximos en las columnas del marco, como:

$$\tau_c = 0.60 \tau' = 0.6 V/A_c \tag{5.3}$$

$$\sigma_t = 1.05 \sigma' = \frac{vh}{(0.95\ell)A_c}$$

$$\sigma_c = 0.95 \sigma'$$

5.3.2 Rigidez lateral

Cuando no existen grietas la rigidez lateral K del sistema se puede calcular como en una columna ancha (fig 23), esto es, con la expresión:

$$\frac{1}{K} = \frac{\ell^3}{3E_c I} + \frac{\ell}{G_m A_t} \tag{5.4}$$

donde el momento de inercia proviene exclusivamente de la rigidez axial de las columnas ($I = A_c \ell^2/2$) y el área de cortante es la suma de las áreas de muro y columnas ($A_t = A_m + 2A_c$). Se cometen con esta expresión errores comprendidos entre 2 y 5 por ciento con respecto a los valores obtenidos con elementos finitos.

Para los casos en que existe agrietamiento entre muro y marco, con o sin grieta diagonal, se proponen dos alternativas para calcular la rigidez; la primera consiste en conservar las

propiedades geométricas y físicas del marco y remplazar el muro por una diagonal con módulo de elasticidad $E_m = 2.6 G_m$, cuyo ancho es tal que el sistema marco diagonal tiene la rigidez lateral obtenida con elementos finitos. En la segunda alternativa se sugiere considerar que muro y marco siguen constituyendo después del agrietamiento una columna ancha. Así para valuar la rigidez se utiliza la expresión 5.3, salvo que en vez de A_c debe considerarse un valor menor, para coincidir con los resultados del método de elementos finitos.

En la fig 62 se presentan los resultados correspondientes a agrietamiento entre muro y marco que permiten calcular la rigidez denominada k_0 en los modelos trilineales estudiados en el capítulo anterior, se observa que el área de cortante A_0 crece al aumentar λ , debido a que la rigidez a cortante de las columnas del marco es cada vez más importante; por esta razón A_0 varía mucho menos con λ cuando se expresa como fracción del área total de la sección transversal A_t que cuando se da como fracción del área del muro A_m .

También el ancho de la diagonal equivalente w_0 , que en la fig 62 se da como fracción de la altura h del muro, crece junto con λ ; esto parece deberse a que la diagonal no restringe los giros de las esquinas del marco como lo hace el muro; esta restricción es más importante mientras mayores son las dimensiones de la sección transversal del marco.

Dado que en la forma en que se han expresado A_0 y w_0 varían de manera prácticamente lineal con λ , se incluyen en la fig 62 las rectas definidas por:

$$\frac{A_0}{A_t} = 0.25 + 0.023 \lambda \quad 5.5$$

$$\frac{w_0}{h} = 0.35 + 0.022 \lambda \quad 5.6$$

Ambas ecuaciones producen errores menores de 5 por-cien to con respecto a los valores calculados para los casos estudiados.

De acuerdo con lo concluido en el capítulo precedente, son de más interés los casos en que existe agrietamiento diagonal además de grietas entre muro y marco, porque permiten calcular la rigidez secante k_1 , que se propone emplear para el análisis sísmico de edificios. Estos resultados se presentan en la fig 63; se percibe que tanto el área de cortante equivalente A_1 , como el ancho de la diagonal equivalente w_1 varían más suavemente con λ que A_0 y w_0 , correspondientes a cuando no hay grieta diagonal (fig 62).

Como era de esperarse A_1 y w_1 son menores que A_0 y w_0 , respectivamente, debido al mayor deterioro del muro.

También A_1 y w_1 cambian casi linealmente con λ , y se pueden calcular mediante las siguientes expresiones (ambas

incluidas en la fig 63):

$$\frac{A_1}{A_t} = 0.15 + 0.01 \lambda \quad 5.7$$

$$\frac{w_1}{h} = 0.22 + 0.0085 \lambda \quad 5.8$$

Con la ec 5.7 se cometen errores menores que 5 por ciento en el intervalo de valores de λ estudiado; la ec 5.8 produce la misma aproximación salvo para valores bajos de λ en que se yerra hasta en 10 por ciento.

Se calcularon, empleando resultados del método de elementos finitos, las relaciones k_1/k_0 para los cuatro tableros cuadrados analizados, y se obtuvieron los valores 0.65, 0.64, 0.69 y 0.70; ninguno de ellos difiere en más de 4% de 0.67, que corresponde según la tabla 2 a muros diafragma de piezas macizas, de acuerdo con datos experimentales.

5.4 Tableros con relación de aspecto distinta de 1

Para tableros con relaciones de aspecto iguales a 1.5 y 2.0 (fig 57) se obtuvieron los mismos resultados que para tableros cuadrados, y se presentan, en forma adimensional, en las fig 64 a 67. Se ha procurado reproducir

estos resultados mediante expresiones sencillas en las que aparezca como parámetro adicional la relación de aspecto ζ , con el propósito de poderlos interpolar y extrapolar a casos no estudiados.

5.4.1 Esfuerzos

Los esfuerzos cortantes τ y principales de tensión σ_I en la sección central del muro, cuando solo existe agrietamiento entre muro y marco, se presentan en la fig 64. Se percibe que la variación de ambos con λ es pequeña y que es adecuado estimarlos independientemente del valor de este parámetro. τ se puede calcular como $1.6 \tau^*$, tanto cuando ζ vale 1.5 como 2.0; esta estimación es además la misma que se propuso para $\zeta = 1$ (ec 5.1).

Para σ_I se puede emplear la expresión

$$\sigma_I = (0.9 - 0.2 \zeta) \tau^* \quad 5.9$$

esta sí dependiente de ζ ; con ella σ_I/τ^* vale 0.6 para $\zeta = 1.5$ y 0.5 para $\zeta = 2.0$; solo para valores altos de λ se

cometen errores perceptibles, del lado de la seguridad. La ec 5.9 incluye como caso particular a los tableros cuadrados, puesto que para $\zeta = 1$ coincide con la ec 5.1.

Para los esfuerzos de compresión cuando existe agrietamiento diagonal es aplicable la ec 5.2, aunque para valores altos de λ , es conservadora. Nótese nuevamente la independencia de ζ .

Los esfuerzos en las columnas del marco confinante se presentan en la fig 65. Los esfuerzos cortantes máximos se pueden estimar, de manera conservadora para valores bajos de λ , como $\tau_c = 0.6 \tau'$, para $\zeta = 1.5$ y como $\tau_c = 0.55 \tau'$ para $\zeta = 2.0$. Recordando que para tableros cuadrados $\tau_c = 0.6 \tau'$ (ec 5.3) parece adecuado, por sencillez emplear esta última aproximación independientemente de ζ .

Para calcular los esfuerzos máximos axiales, σ_t de tensión y σ_c de compresión se pueden adoptar las expresiones:

$$\sigma_t = \frac{Vh}{zIA_c} \tag{5.10}$$

$$\sigma_c = z \frac{Vh}{IA_c}$$

con $z = 1.15 - 0.2 \zeta \leq 1.0$

En la variación de z con ζ se refleja la disminución del brazo del par interno al crecer la relación de aspecto. También estas expresiones coinciden con las propuestas para tableros cuadrados (ec 5.3).

5.4.2 Rigidez lateral

Para fines de valuar la rigidez lateral

la expresión 5.4 es también aplicable para $\zeta = 1.5$ y 2.0 , cuando no existe grieta alguna en el sistema muro-marco. Los errores involucrados son menores que 4 por ciento.

Para la situación de agrietamiento entre muro y marco, solamente, se muestran en la fig 66 las áreas de cortante A_o y ancho de diagonales w_o equivalentes. Se observa que, en la forma adimensional en que se han presentado, ambas cantidades varían en forma sensiblemente lineal con el parámetro λ ; por ello A_o se puede calcular aproximadamente con:

$$\frac{A_o}{A_t} = 0.37 - 0.12 \zeta + 0.023 \lambda \quad 5.11$$

Los errores máximos en que se incurre con la expresión anterior son menores que 5 por ciento.

Para w_o se puede emplear la ec 5.6, propuesta para $\zeta = 1.0$; los errores son menores que 4 por ciento, salvo para $\zeta = 1.5$ en que para valores λ menores que 1.5 se yerra hasta en 10 por ciento. Procede notar que aunque w_o tenga un mismo valor para λ y h dados, independientemente de ζ , la diagonal equivalente sí será más rígida lateralmente cuando ζ aumenta, puesto que estará más inclinada horizontalmente.

Los resultados para los casos en que existen grietas entre muro y marco, y en la diagonal del muro, se muestran en la fig 67. Otra vez, se percibe que tanto el área de cortante A_1 y el ancho de la diagonal w_1 equivalentes, tienen variación prácticamente lineal con λ ; la ecuación dibujada como aproximación para A_1 es:

$$\frac{A_1}{A_t} = 0.20 - 0.05 \zeta + 0.019 \lambda \quad 5.12$$

Esta ecuación coincide con la ec 5.7 cuando $\zeta=1.0$; los errores que implica su uso son menores que 5 por ciento.

Se puede calcular w_1 con:

$$\frac{w_1}{h} = 0.19 + 0.03 \zeta + 0.0035 \lambda \quad 5.13$$

expresión que también coincide en la propuesta para tableros cuadrados (ec 5.7)

Lo pequeño de los coeficientes de ζ y λ sugiere que un valor constante de w_1/h podría constituir una aproximación razonable. Si se usan 0.28 como este valor constante se tienen en la rigidez lateral resultados que difieren en menos del 10 por ciento de los 11 obtenidos con elementos finitos, salvo cuando $\zeta = 1.0$ y $\lambda = 1.38$, y $\zeta = 1.5$ y $\lambda = 0.90$ en que los errores son 23 y 16 por ciento respectivamente.

Todas las expresiones dadas para obtener áreas de cortante

cuando existe agrietamiento son crecientes con λ ; se podrían obtener menos variaciones si diera más peso al área de las columnas en A_t (definida con $2A_c + A_m$), esto se debe a que la rigidez lateral proveniente de las columnas es más importante en este estado que cuando no existe agrietamiento, caso en el cual la variación con λ es imperceptible si se considera que el área de cortante es igual a A_t , para cualquier valor de ζ .

5.5 Conclusiones y comentarios

Se ha encontrado en este capítulo expresiones sencillas para estimar esfuerzos y rigideces de muros de mampostería, confinados por marcos de concreto sujeto a carga lateral, para distintos niveles de agrietamiento. De los resultados se desprende que los momentos flexionantes son resistidos principalmente por las columnas trabajando como patines de una viga doble T, y las fuerzas cortantes por el muro y las columnas, siendo la participación de estas últimas más importante mientras más agrietamiento haya.

Las variables más importantes en el trabajo combinado de muro y marco se pueden tomar en cuenta mediante los parámetros adimensionales λ , que mide la rigidez relativa entre muro y marco, y ζ , relación de aspecto del sistema (fig 57). Aunque se han cubierto intervalos limitados de estos dos parámetros la mayoría de los casos prácticos caen dentro de dichos intervalos, además, es razonable extrapolar limitadamente ciertos resultados, porque, en la mayoría de los casos, los mismos tienen una variación sensiblemente lineal; así, se considera que las expresiones aquí deducidas son válidas para $0.75 \leq \zeta \leq 2.5$ y para $0.9 \leq \lambda \leq 1$, y difícilmente habrán casos prácticos que caigan fuera de estos límites.

Los resultados obtenidos son válidos no solo para muros de mampostería y marcos de concreto, sino para sistemas muro marco de otros materiales, por ejemplo muros de concreto confinados por

marcos de acero.

Este capítulo muestra la forma en que las conclusiones extraídas en los capítulos anteriores pueden emplearse para obtener resultados prácticos, incluyendo efectos no lineales, pero sin la necesidad de laboriosos y costosos análisis paso a paso. La idea de estudiar sistemas estructurales con estados preestablecidos de deterioro no es aplicable solamente a la mampostería y al agrietamiento, sino a otros materiales y otros tipos de falla. Por ejemplo, se pueden así tratar problemas de concreto reforzado incluyendo agrietamientos y fallas por compresión en el concreto y fluencia del refuerzo, con los criterios expuestos en el segundo capítulo de este trabajo.

Engineering and Structural Dynamics, 7,3 (may-jun 1979)

33. Newmark, N M, "A method of computation for structural dynamics", *Journal of the Engineering Mechanics Division, Procs ASCE*, 85, EM3 (jul 1959)
 34. Bathe, K J y Wilson, E L, *Numerical methods in finite element analysis*, Prentice Hall Inc, Nueva Jersey (1976)
 35. Hilber, H M, "Analysis and design of numerical integration methods in structural dynamics", *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 76-79, Berkeley* (1976)
 36. Hernández, O "Diseño de muros de concreto con falla por cortante", Tesis Doctoral, *Facultad de Ingeniería, UNAM* (abr 1980)
 37. "Rationalisation of safety and serviceability factors in structural codes", *Construction Industry Research and Information Association*, 63, Londres (jul 1977)
 38. Esteva L, Conferencia no publicada, *Colegio de Ingenieros Civiles de México*, 1979
- ← REFERENCIAS (CAP 5)
39. Benjamin, J R y Williams, E A, "The behavior of one-story brick shear walls", *Journal of the Structural Division, Procs, ASCE*, 84, ST4 (jul 1958)
 40. Poliakov, S V, "On the interaction between masonry

- filler walls and enclosing frame when loaded in the plane of the wall", *Translations in Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Research Institute, San Francisco* (1960)
41. Esteva, L "Estudios teóricos y experimentales para el diseño sísmico de edificios con muros rigidizantes de mampostería", *Memorias, I Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Guadalajara* (nov 1965)
 42. Bathe, K J, Wilson, E L y Peterson, F E, "SAP IV: A structural analysis program for static and dynamic response of linear systems", *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 73-11, Berkeley* (1973)
 43. Holmes, M "Steel frames with brickwork and concrete infilling", *Procs, Institution of Civil Engineers*, 19 (1961)
 44. Stafford Smith, B, "Lateral stiffness of infilled frames", *Journal of the Structural Division, Procs, ASCE*, 88, ST 6 (dic 1972)
 45. Stetson, M, "Finite element study of the elastic behavior of plane frames with filler walls", *Tesis Doctoral, Universidad de Illinois, Urbana* (jul 1971)
 46. Riddintong, J R y Stafford Smith, B, "Analysis of

- infilled frames subjected to racking with design recommendations", *The Structural Engineer*, 5, 6 (jun 1977)
47. King, G J W y Paudey, P C, "The analysis of infilled frames using finite elements", *Procs, Institution of Civil Engineers, Parte 2*, 65 (dic 1978)
48. McLeod, I A, "Lateral stiffness of shear walls with openings", publicado en *Tall Buildings* (Eds A Coull y B Stafford Smith), Pergamon Press Ltd, Londres (1967)
49. Braga, L "Comparative study of shear walls with openings by the finite element method and as a frame structure", *Proc, Regional Conference on Tall Buildings, Madrid* (sep 1973)
50. Wilson, E L y Dovey, H H, "Three dimensional analysis of building systems-TABS", *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 72-8, Berkeley* (dic 1972)
51. Bazán, E, "Análisis sísmico de edificios con muros rigidizantes", *IMCVC*, 41, 91, México (mar-abr 1978)
52. Axley, J W y Bertero, V V, "Infill panels: their influence on seismic response of building", *Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, UCB/EERC 79 28, Berkeley* (1979)

TABLA 6. PROPIEDADES DE LOS CASOS ANALIZADOS

Relación de aspecto ζ	Sección del marco (cm x cm)	$\lambda = \frac{E_c A_c}{G_m A_m}$
1.0	15 x 15	1.37
	20 x 20	2.45
	30 x 30	5.78
	40 x 40	10.67
1.5	15 x 15	0.90
	20 x 20	1.61
	30 x 30	3.71
	40 x 40	6.76
2.0	20 x 20	1.20
	30 x 30	2.74
	40 x 40	4.95

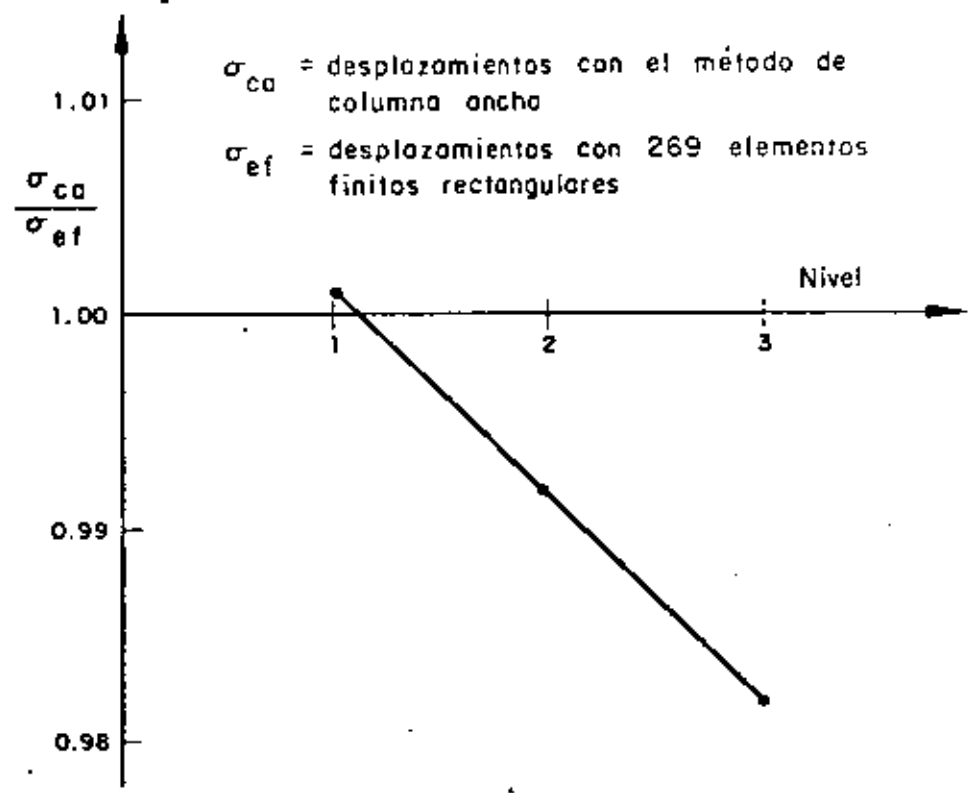
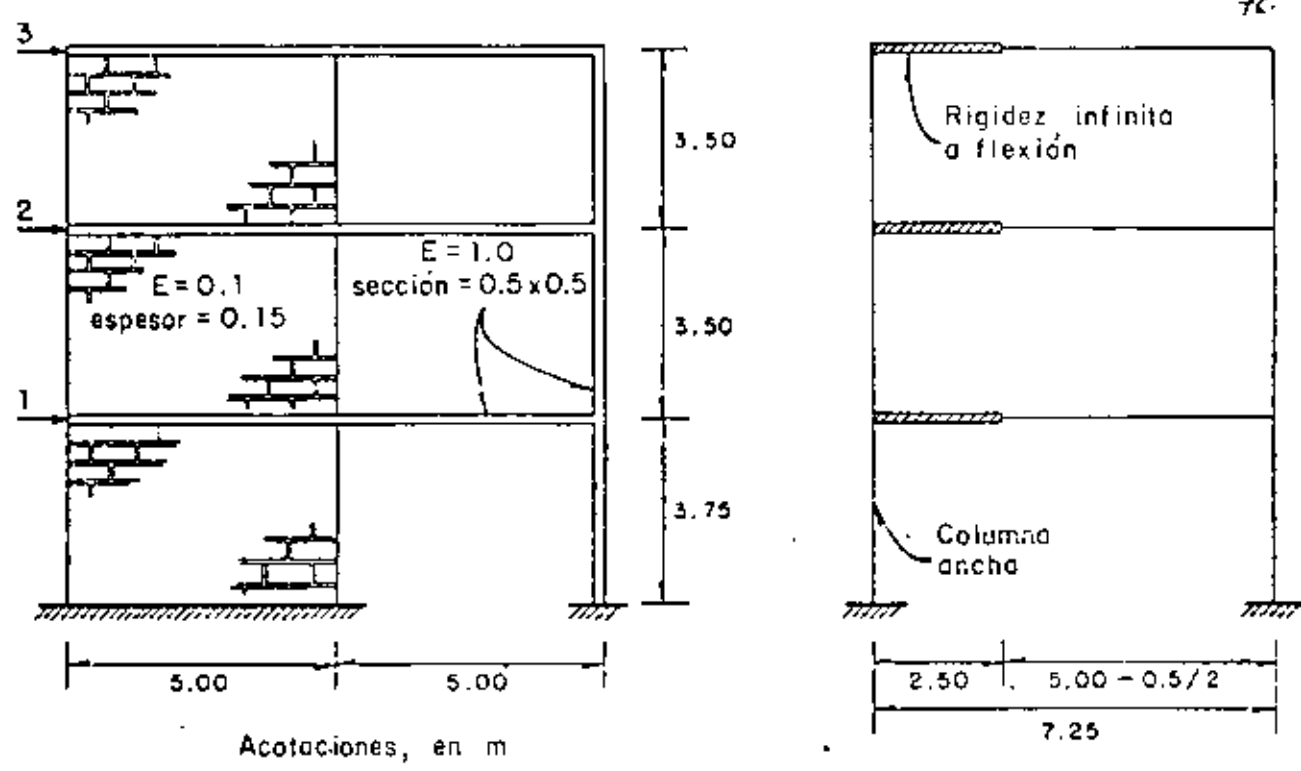
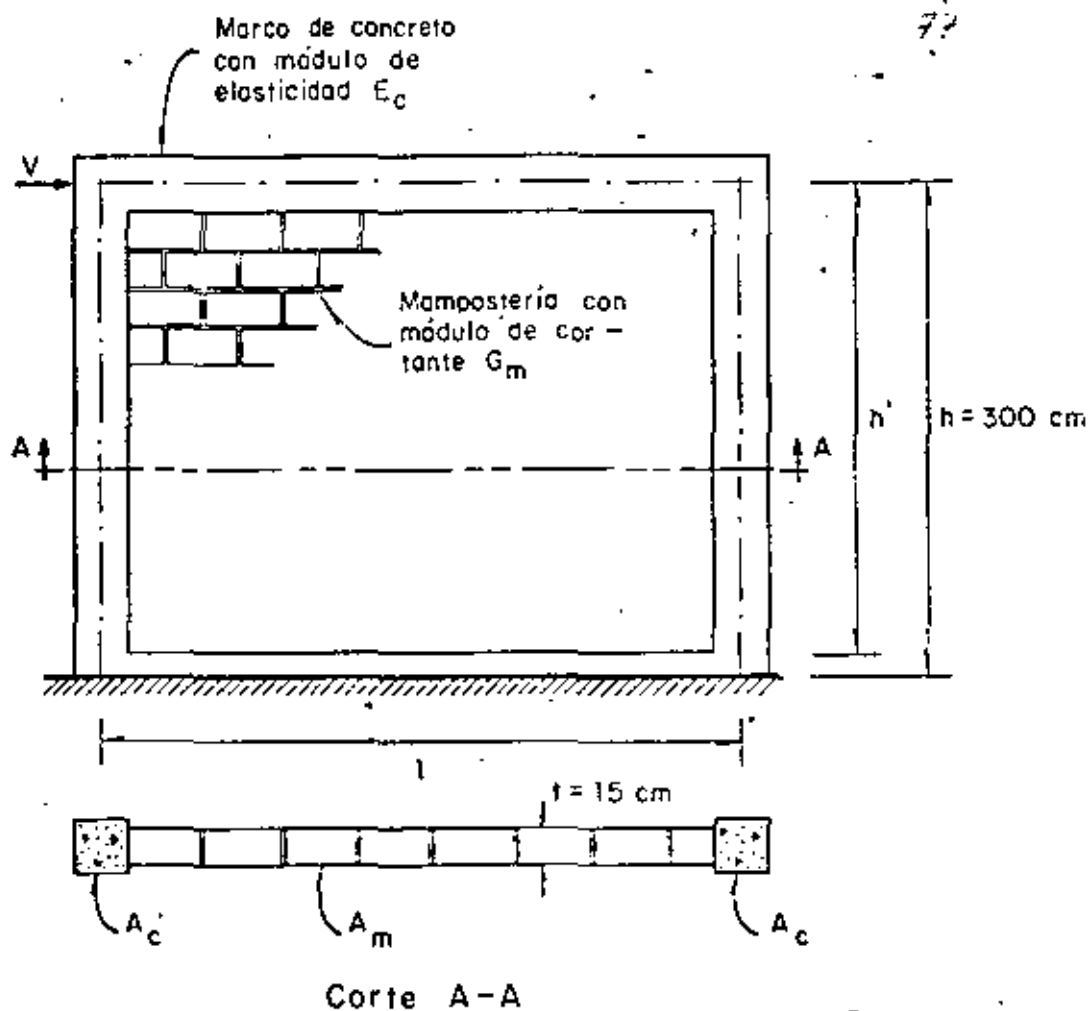


Fig 56. Comparación del método de elementos finitos con el de la columna ancha



Definiciones

$$\tau^* = \frac{V}{(A_m + 2A_c)}$$

$$\zeta = \frac{l}{h} = \text{relación de aspecto}$$

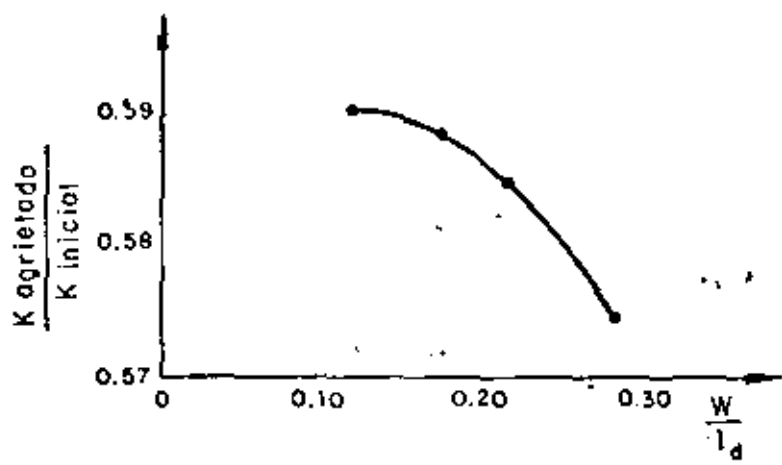
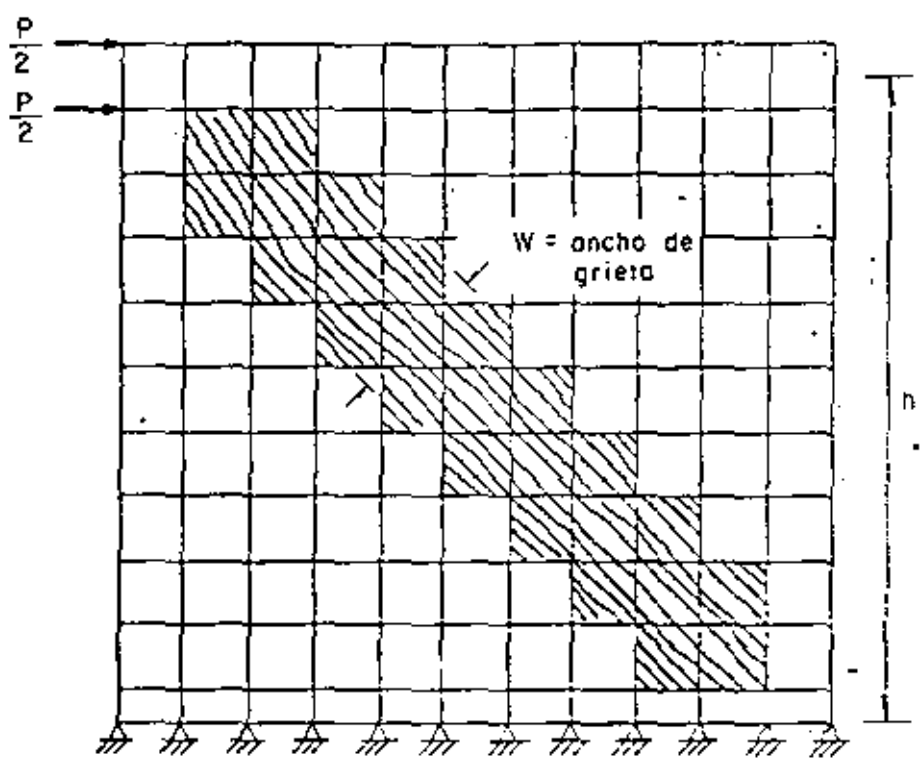
$$\tau' = \frac{V}{A_c}$$

$$\lambda = \frac{E_c A_c}{G_m A_m}$$

$$\sigma' = \frac{Ph'}{l A_c}$$

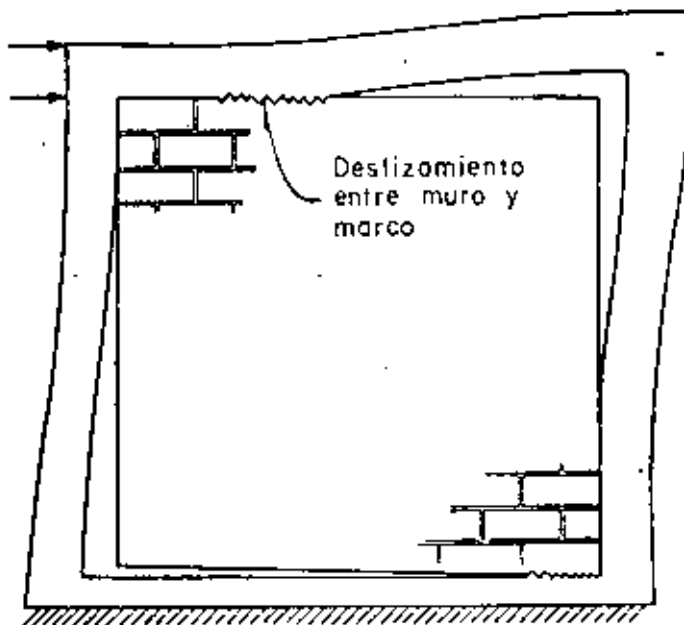
$$I = \frac{A_c l^2}{2}$$

Fig 57. Esquema de los muros analizados y definiciones empleados

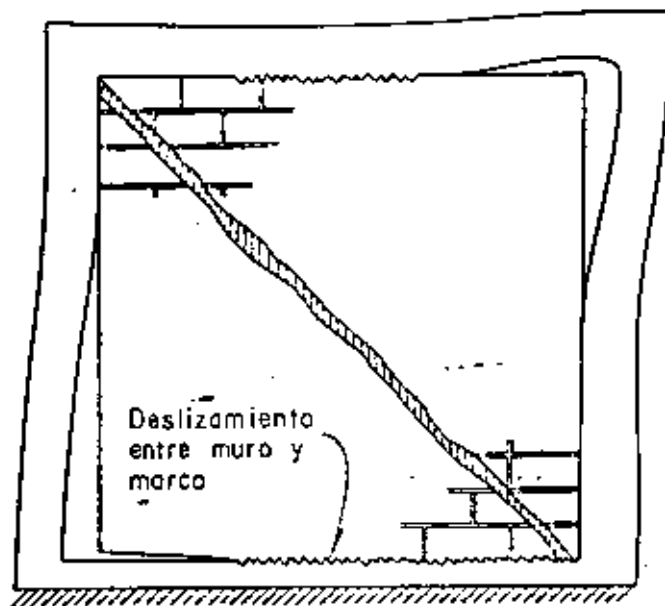


l_d = Longitud de la diagonal del muro

Fig 58. Efecto del ancho de una grieta diagonal en la rigidez lateral de un muro con mano confinante

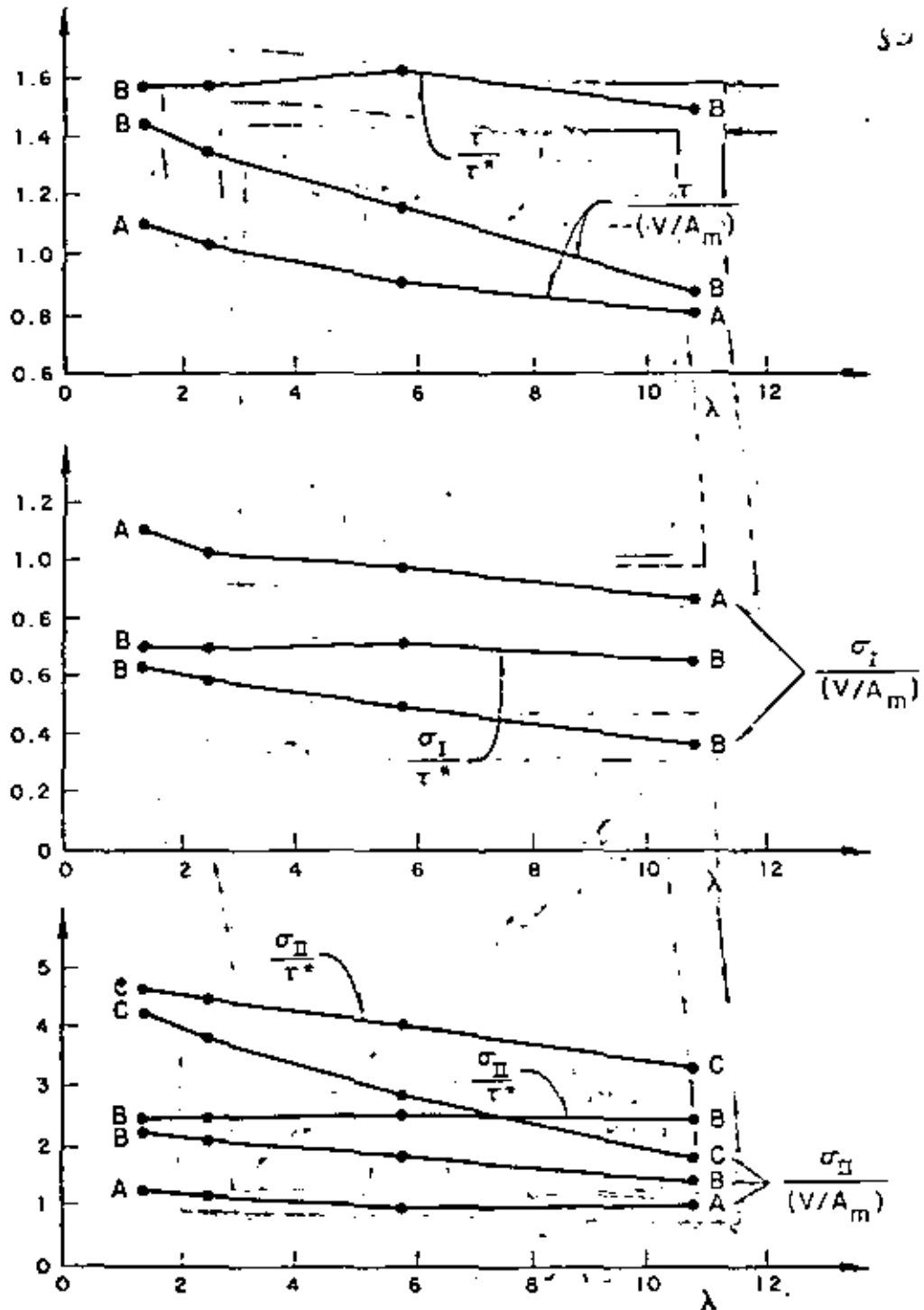


a) Sin grieta diagonal.



b) Con grieta diagonal

Fig 59. Configuración típica de agrietamiento entre muro y marco



A = Sin grietas
 B = Con grietas entre muro y marco solamente
 C = Con grietas entre muro y marco, y en la diagonal

Fig 60. Tableros cuadrados. Esfuerzos cortantes τ y principales σ_I (tensión) y σ_{II} (compresión) en la sección central del muro (V , A_m , τ^* y λ se definen en la fig 57)

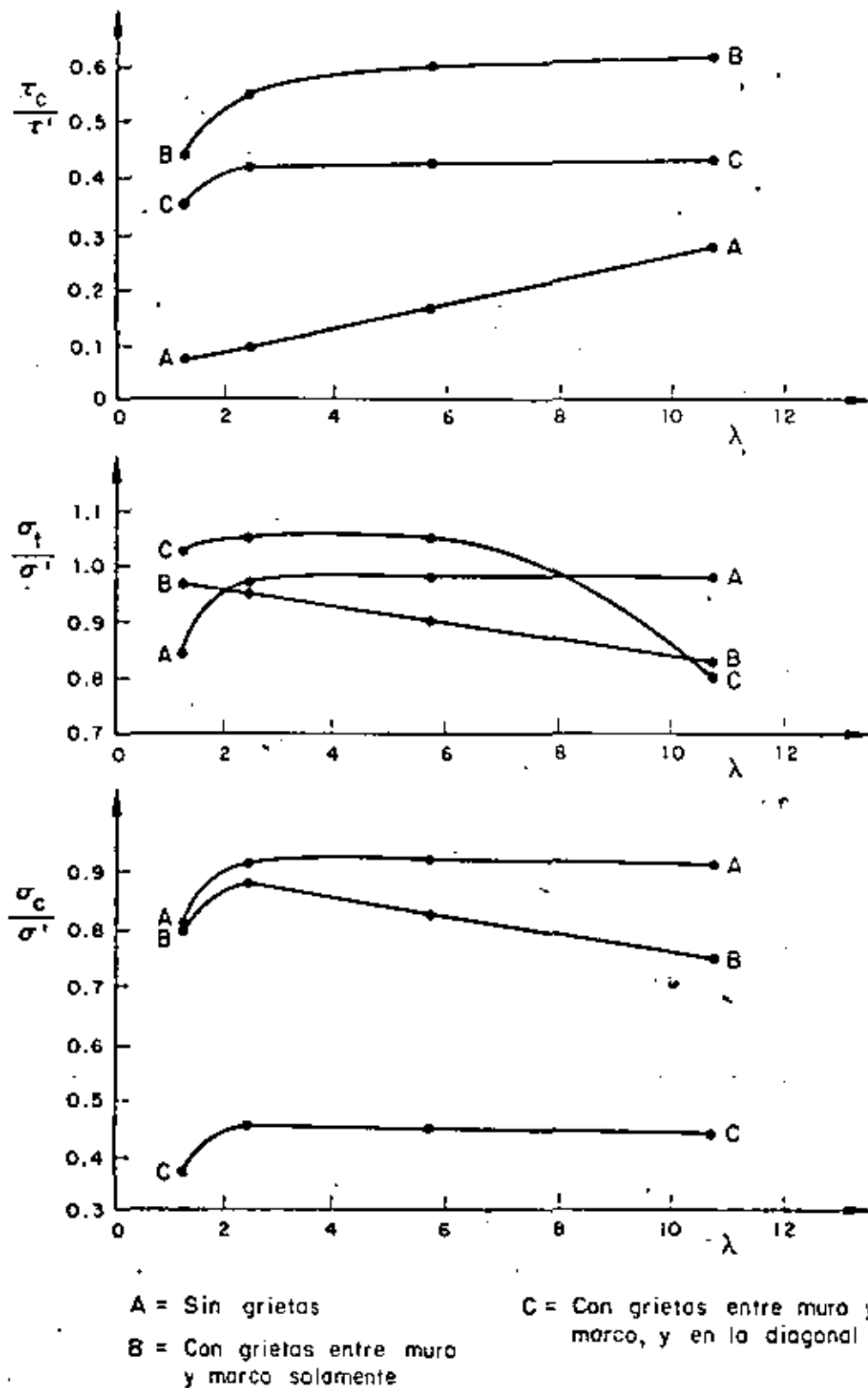
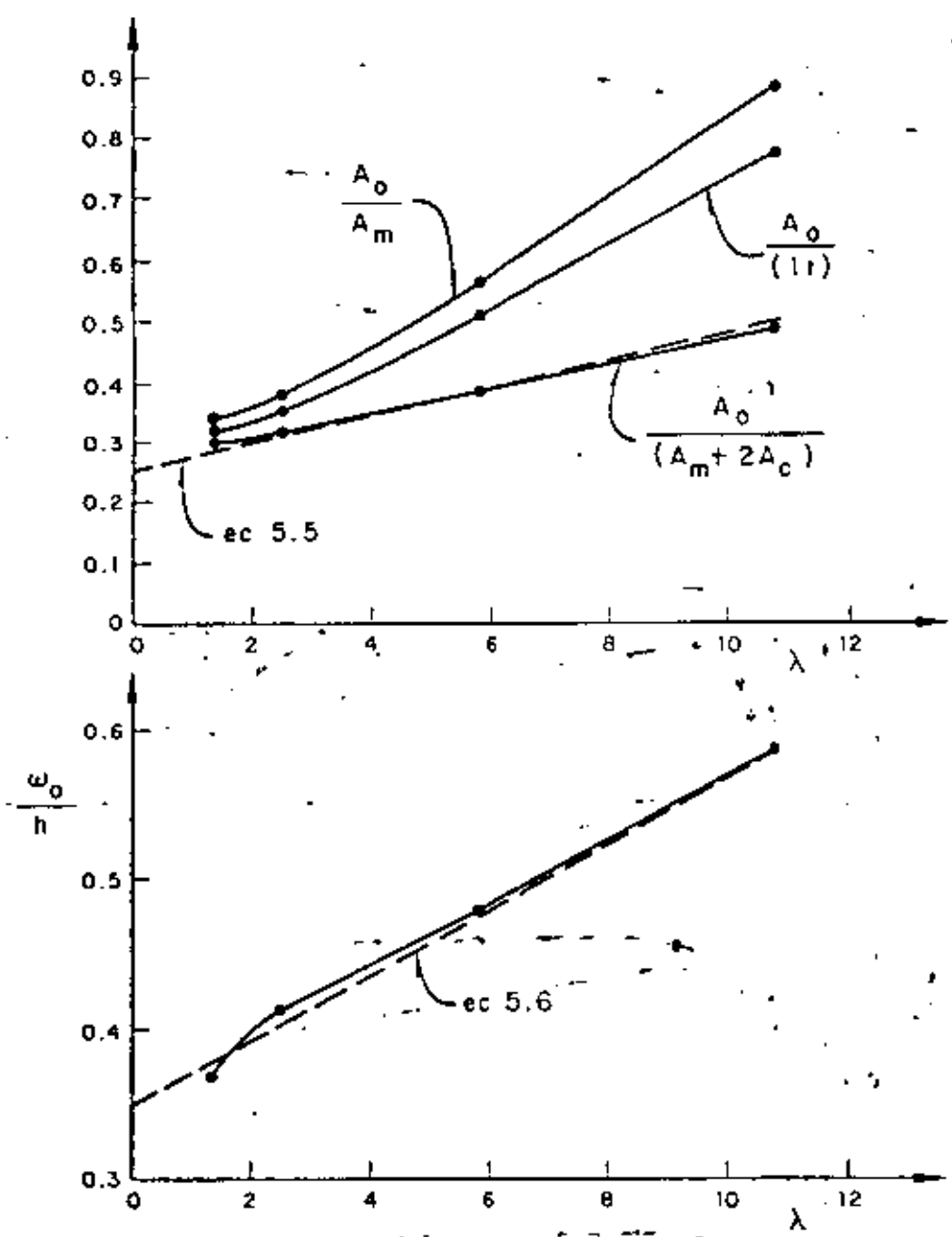
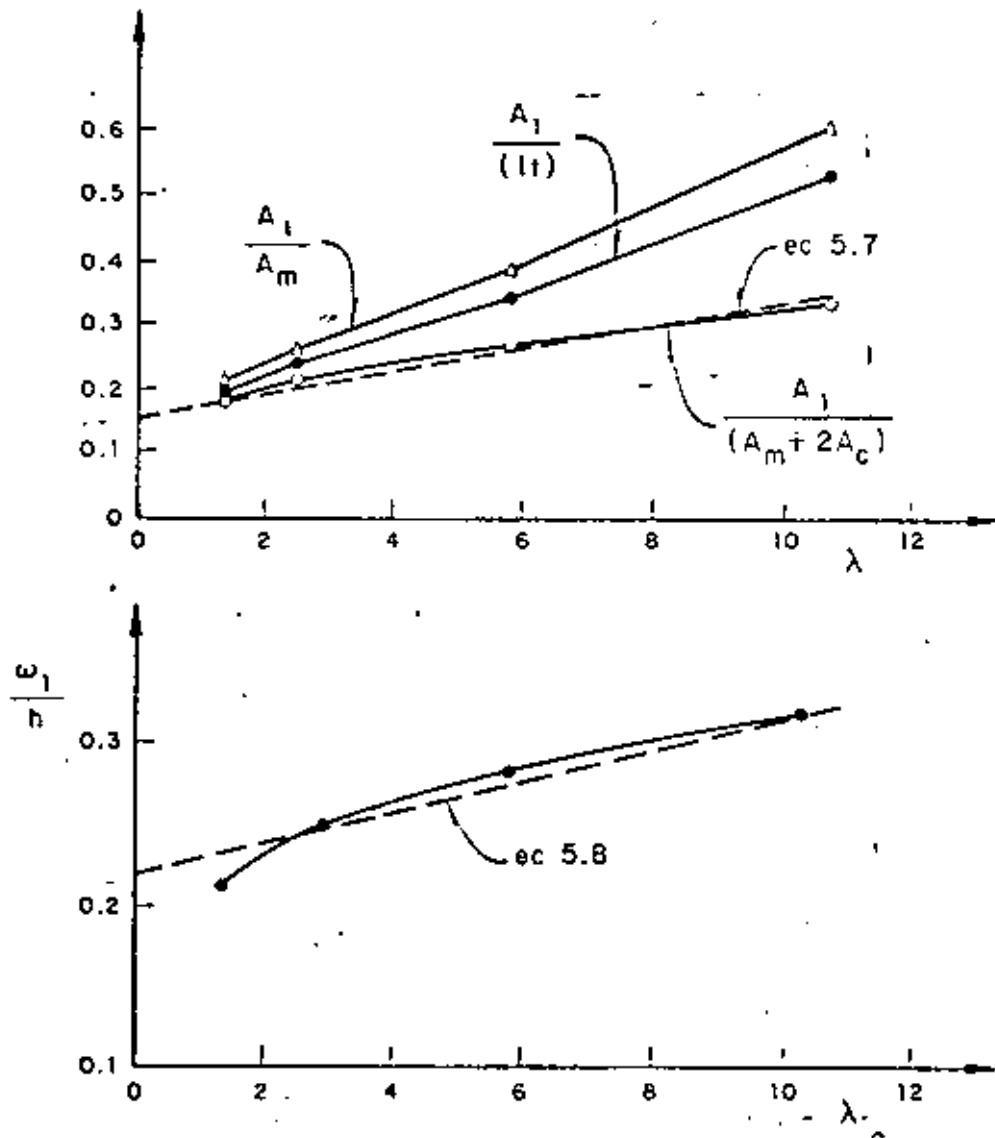


Fig 61. Tableros cuadrados. Esfuerzos máximos en las columnas del marco confinado: τ_c , cortante, σ_t , de tensión, y σ_c , de compresión (τ' , σ' y λ se definen en la fig 57)



A_0 = área de cortante equivalente
 ω_0 = ancho de la diagonal equivalente
 A_m, A_c, i, h, t y λ se definen en la fig 57

Fig 62. Tableros cuadrados. Areas de cortante y diagonales equivalentes cuando solo hay agrietamiento entre muro y marco



A_1 = área de cortante equivalente
 ω_1 = ancho de la diagonal equivalente
 A_m, A_c, l, h, t y λ se definen en la fig 57

Fig 63. Tableros cuadrados. Áreas de cortante y diagonales equivalentes cuando hay agrietamiento entre muro y marco y en la diagonal

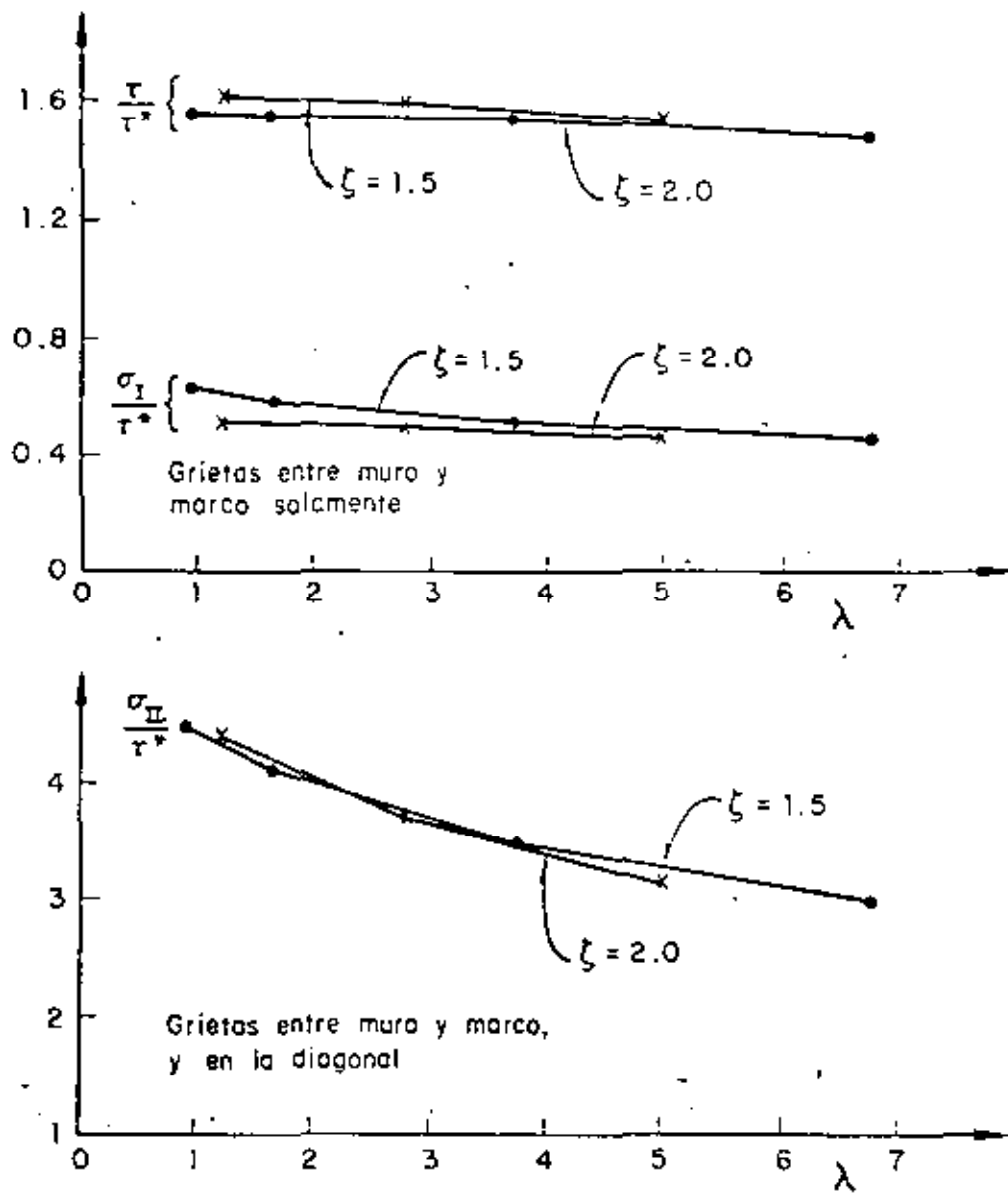


Fig 64. Tableros con relación de aspecto ζ mayor que 1. Esfuerzos cortantes τ y principales σ_I (tensión) y σ_{II} (compresión) en la sección central del muro. τ^* y λ se definen en la fig 57

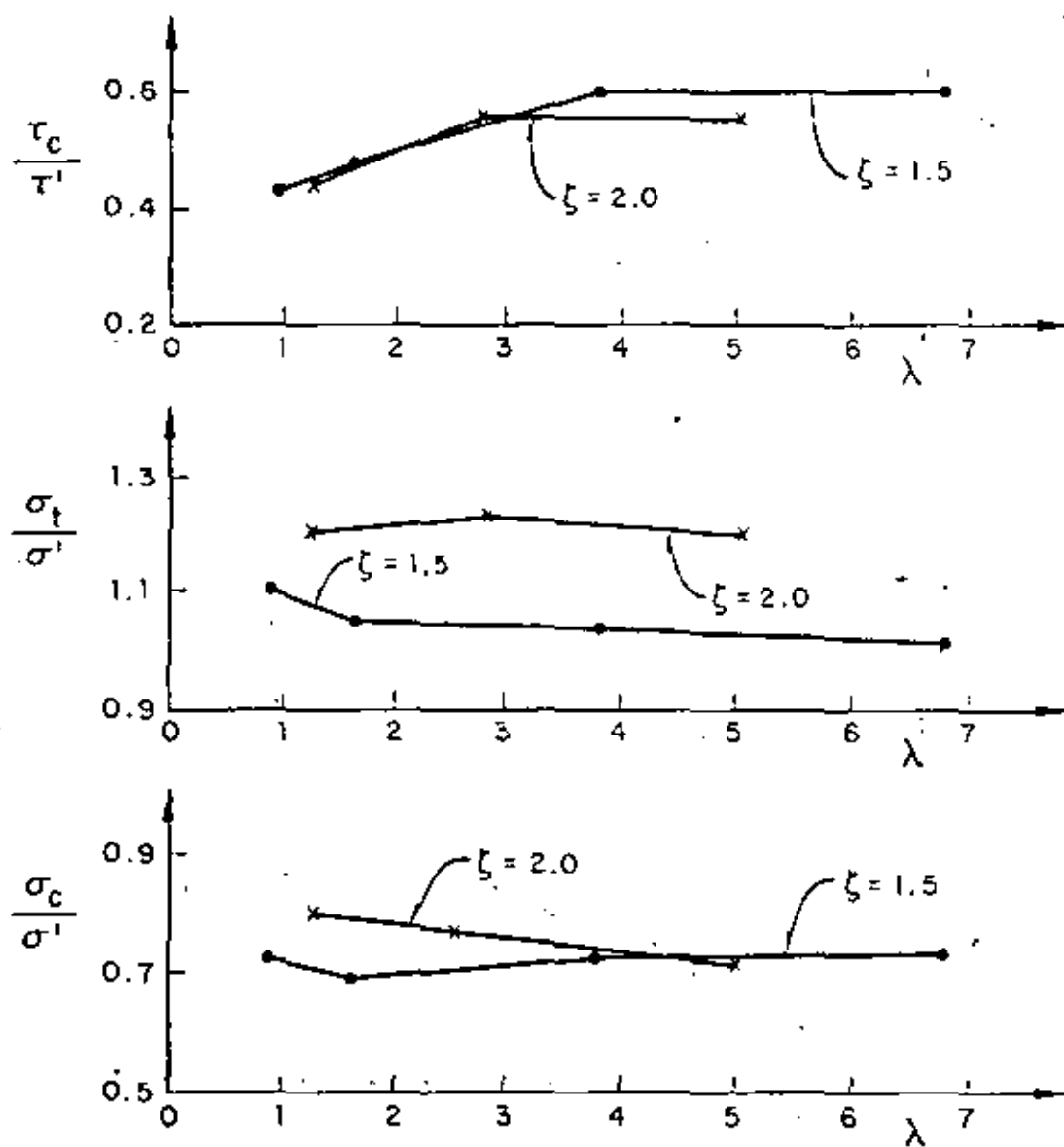
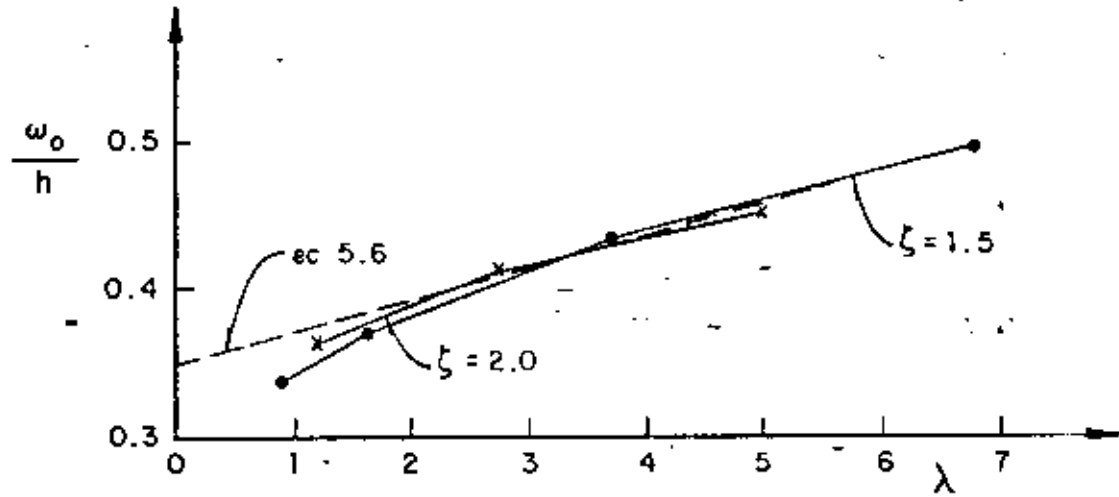
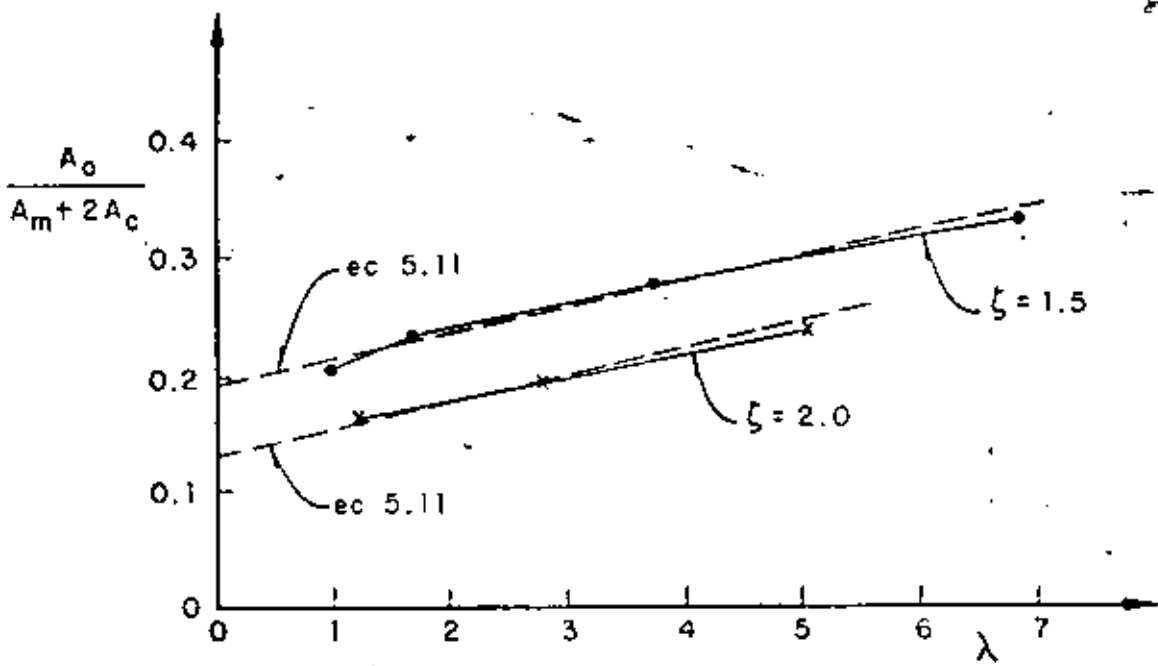
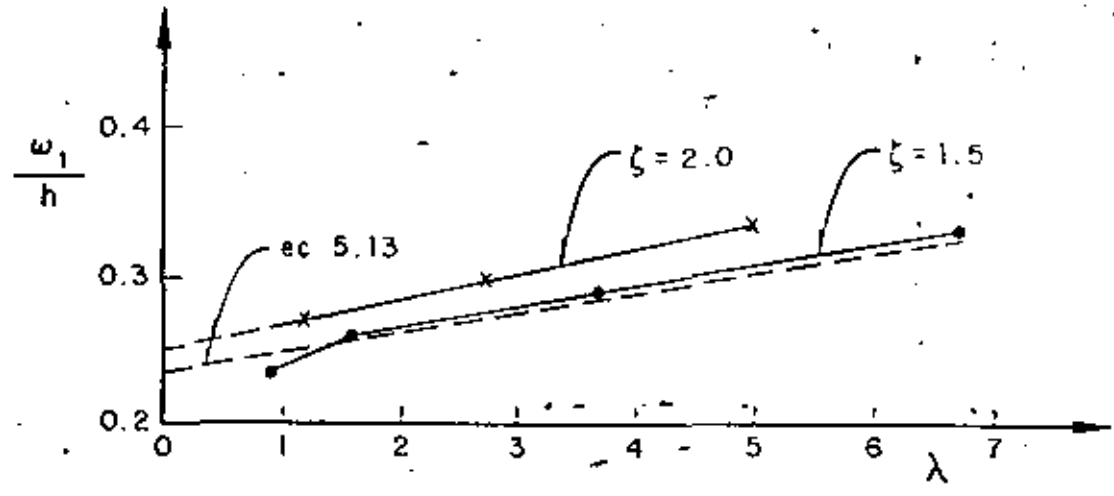
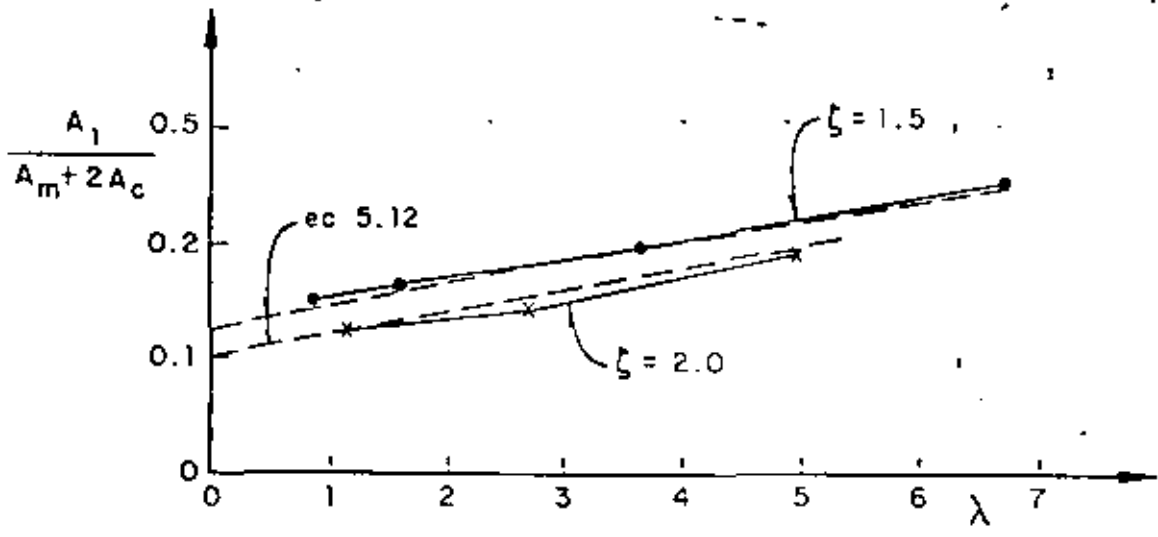


Fig 65. Tableros con relación de aspecto ζ mayor que 1. Esfuerzos máximos en las columnas: τ_c cortante, σ_t de tensión y σ_c de compresión (τ' , σ' y λ se definen en la fig 57)



A_o = Area de cortante equivalente
 ω_o = Ancho de la diagonal equivalente
 A_m, A_c, h y λ se definen en la fig 57

Fig 66. Tableros con relación de aspecto ζ mayor que 1. Áreas de cortante y diagonales equivalentes cuando solo hay agrietamiento entre muro y marco



A_1 = Area de cortante equivalente
 ω_1 = Ancho de la diagonal equivalente
 A_m, A_c, h y λ se definen en la fig 57

Fig 67. Tableros con relación de aspecto ζ mayor que 1. Areas de cortante y diagonales equivalentes, cuando hay agrietamiento entre muro y marco y en la diagonal

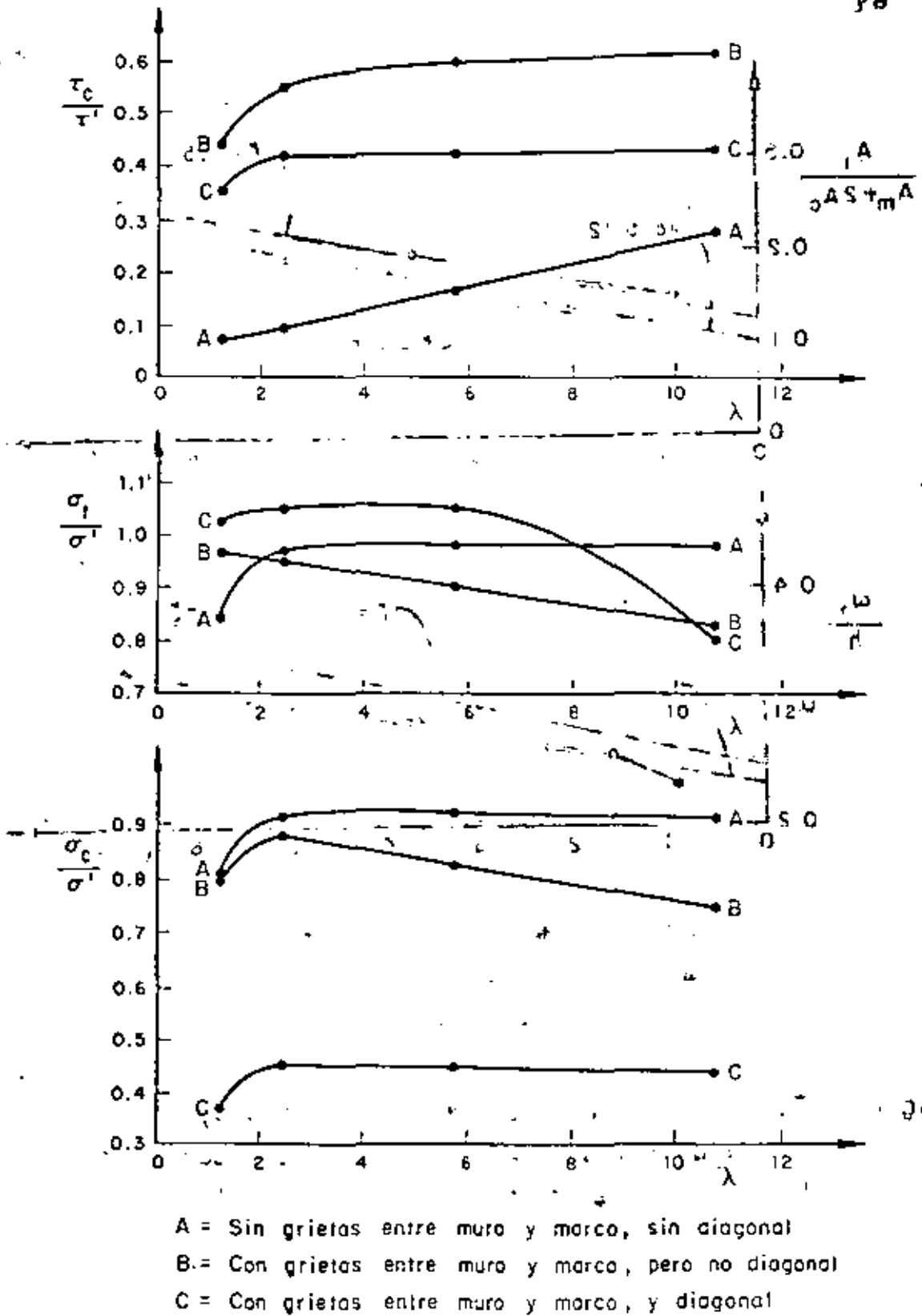
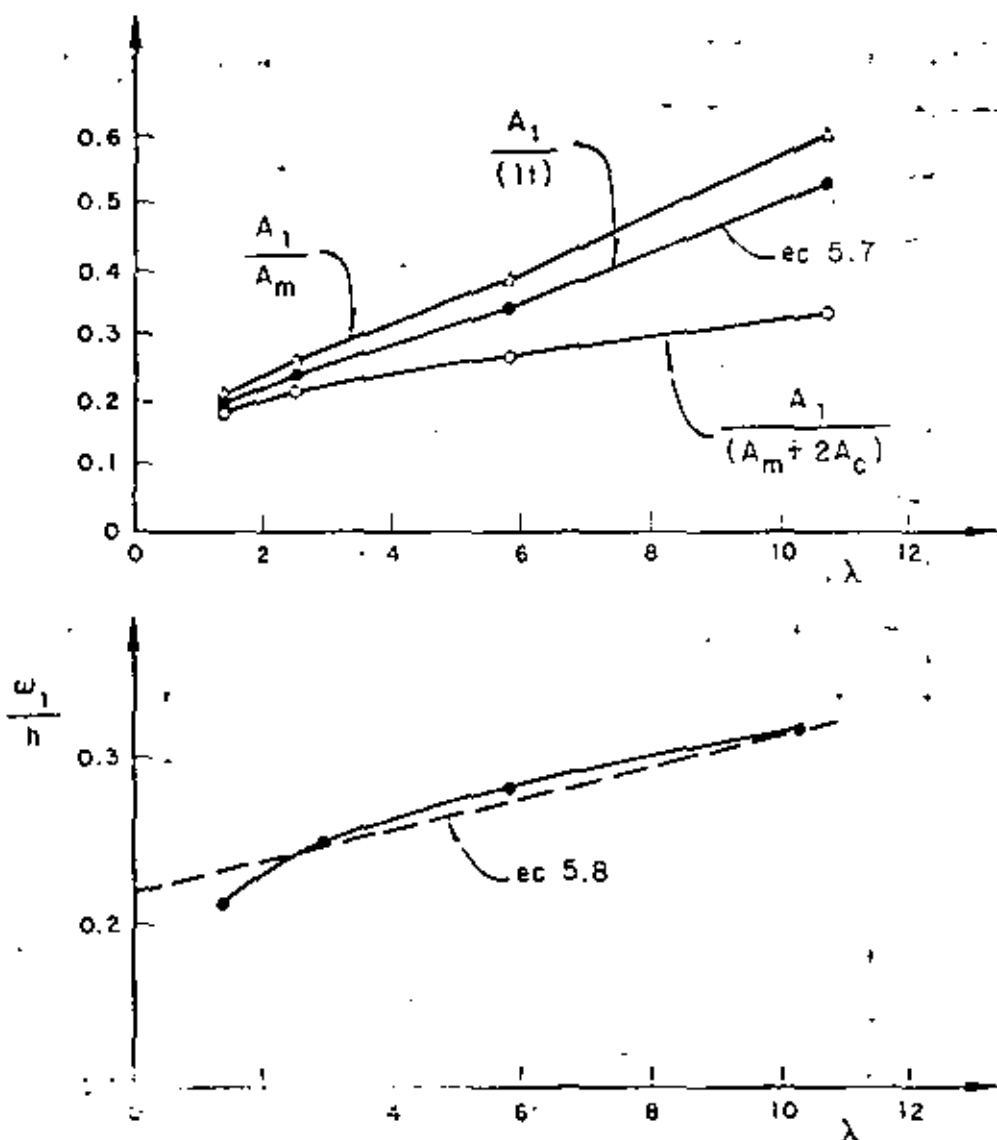


Fig 61. Tableros cuadrados. Esfuerzos máximos en las columnas del marco confinado: τ_c , cortante, σ_t , de tensión, y σ_c , de compresión (τ^0, σ^0 y λ se definen en la fig 57)



A_1 = área de cortante equivalente
 ω_1 = ancho de la diagonal equivalente
 A_m, A_c, l, h, t y λ se definen en la fig 57

Fig 63. Tableros cuadrados. Areas de cortante y diagonales equivalentes cuando hay agrietamiento entre muro y marco y en la diagonal

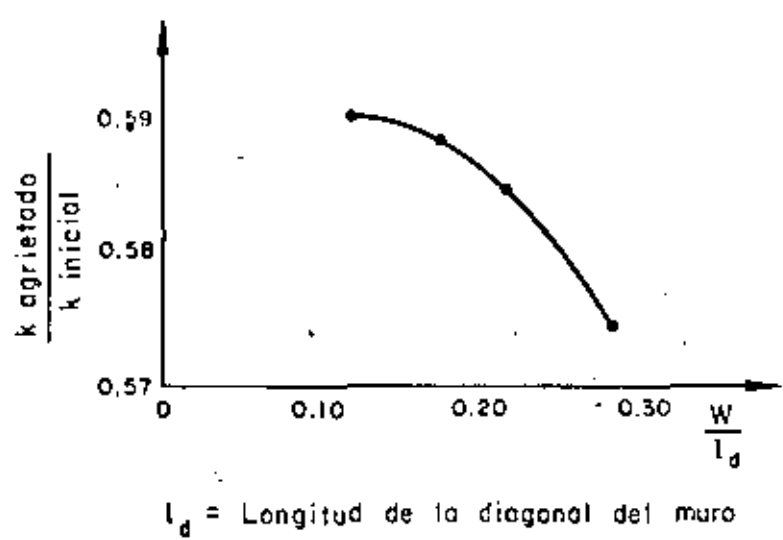
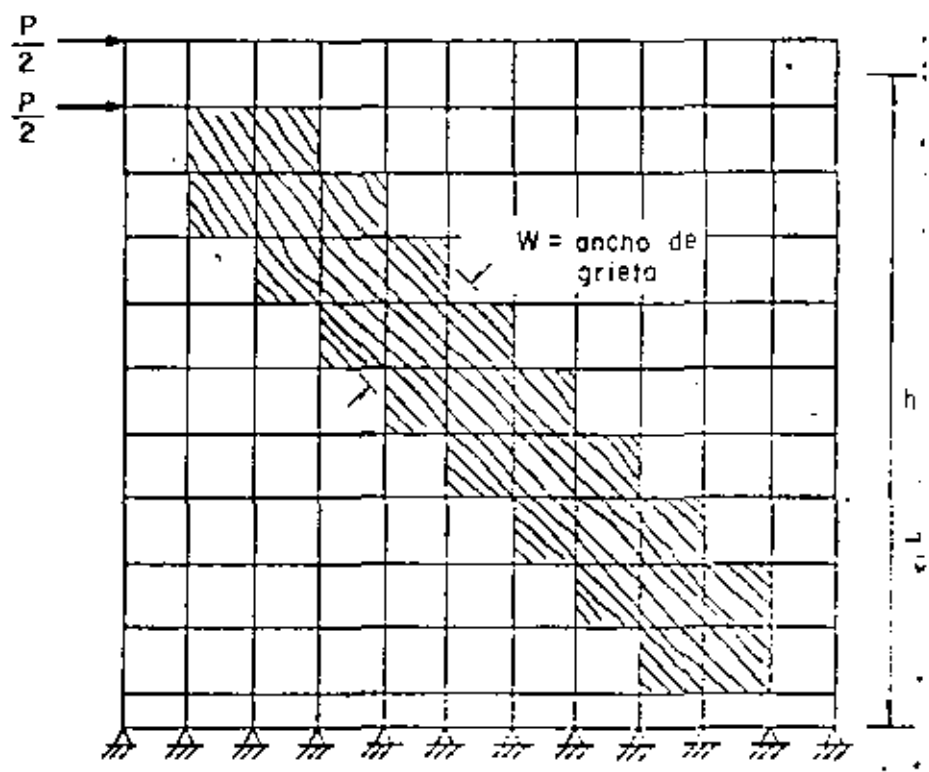
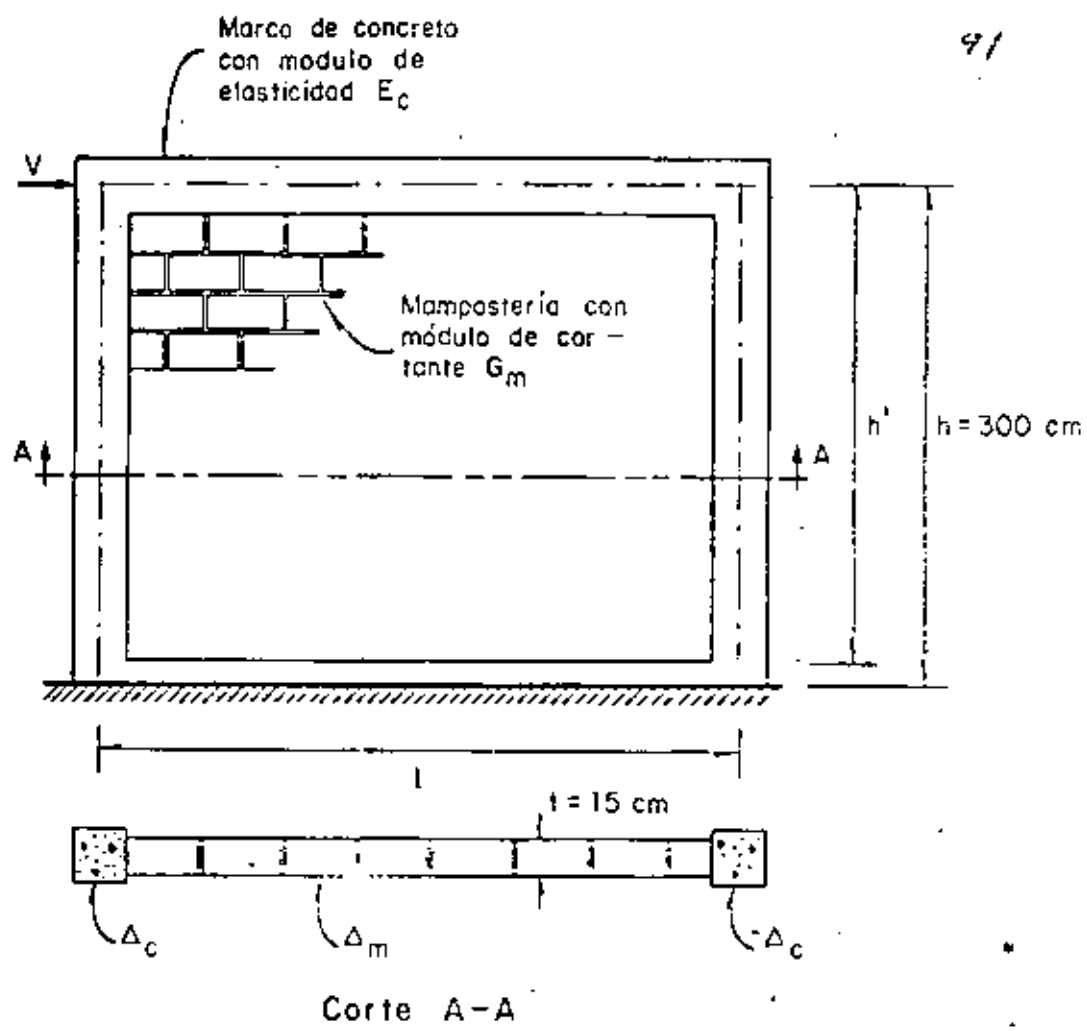


Fig 58. Efecto del ancho de una grieta diagonal en la rigidez lateral de un muro con mano confinante



Definiciones

$\tau^* = \frac{V}{(V_m + 2\Delta_c)}$	$\zeta = \frac{l}{h} = \text{relación de aspecto}$
$\tau' = \frac{V}{\Delta_c}$	$\lambda = \frac{E_c A_c}{G_m A_m}$
$\sigma' = \frac{Ph'}{l\Delta_c}$	$I = \frac{A_c l^2}{2}$

Fig 57. Esquema de los muros analizados y definiciones empleadas

3.4 EFECTOS DE ESBELTEZ.

Los efectos de esbeltez en edificios se presentan de dos maneras: la primera se puede denominar local y consiste en que en las columnas los momentos flexionantes se ven incrementados por el valor Pv donde P es la carga axial y v es la deformación (elástica) de la columna con respecto a su eje originalmente recto; la segunda, que es de conjunto, se refiere a que cuando existe un desplazamiento de entrepiso Δ se produce un momento $P\Delta$ que debe ser resistido por las columnas de tal entrepiso (este efecto se conoce como $P-\Delta$) en la fig. 16 y 17 se ilustran los efectos mencionados:

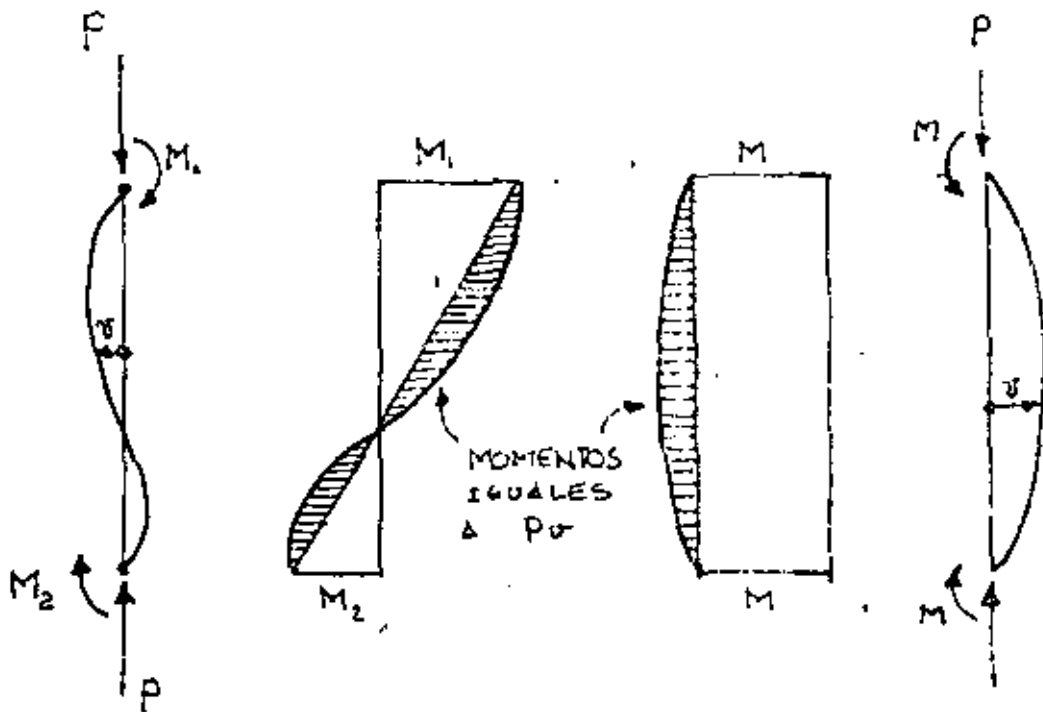


Fig. 16 Efecto-local de esbeltez.

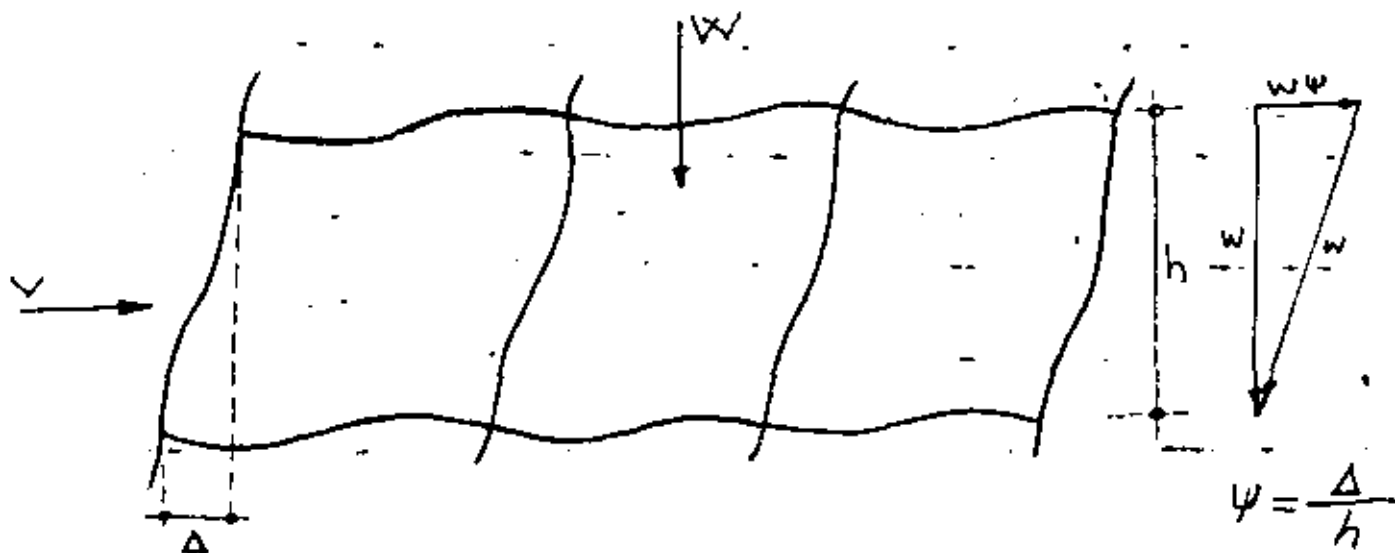


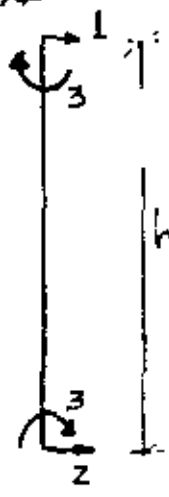
Fig. 17 Efecto de Conjunto

Nótese en la fig. 16 que el efecto local es más importante cuando la columna no tiene punto de inflexión; esto en general no ocurre en marcos sujetos a cargas laterales, salvo tal vez en el piso inferior.

i) Efecto Local.

Además de la amplificación de momentos, el efecto local se refleja en una reducción de la rigidez del elemento (cuando la fuerza axial es de compresión). También se modifican los momentos de empotramiento. Una forma de considerar estos efectos, que en detalle se presentan en la ref. 22, es mediante las llamadas funciones de estabilidad y de carga, que conducen a expresar la matriz de rigideces de la columna en la forma siguiente:

$2ts(1+c)\frac{EI}{h^2}$	$-2ts(1+c)\frac{EI}{h^2}$	$-s(1+c)\frac{EI}{h^2}$	$-s(1+c)\frac{EI}{h^2}$
	$2ts(1+c)\frac{EI}{h^2}$	$s(1+c)\frac{EI}{h^2}$	$s(1+c)\frac{EI}{h^2}$
		$s\frac{EI}{h}$	$sc\frac{EI}{h}$
			$-s\frac{EI}{h}$



Los valores de S, C y t se obtienen planteando la ecuación diferencial de equilibrio de la columna, incluyendo en el momento flexionante el término Pv. Es conveniente expresar estas funciones en términos de la relación adimensional n definida como:

$$\eta = \frac{P}{\left(\frac{\pi^2 EI}{h^2}\right)} ; \quad P = \text{Carga axial actuante.}$$

En la fig. 19 se muestra como varían tales funciones con n (n positivo corresponde a compresión).

Se muestra también la función m por la cual hay que multiplicar $\frac{wl^2}{12}$

para obtener el momento de empotramiento modificado por efectos de esbeltez cuando hay una carga uniformemente distribuida perpendicular al eje de la columna.

Nótese que para $n=0$, $s=4$, $c=0.5$ y $t=1$ que son los valores correspondientes a vigas prismáticas, cuando se ignoran los efectos de cargas axiales.

En el caso de fuerzas de compresión las expresiones que definen a las funciones son:

$$S = \frac{U(\operatorname{sen} U - U \operatorname{cos} U)}{2(1 - \operatorname{cos} U) - U \operatorname{sen} U} \quad ; \quad C = \frac{U - \operatorname{sen} U}{\operatorname{sen} U - U \operatorname{cos} U}$$

$$t = 1 - \frac{\pi^2 n}{2S(1+C)} \quad \text{donde} \quad U = \pi \sqrt{n}$$

Si la fuerza es de tensión se reemplaza $\operatorname{sen} U$ por $\operatorname{Senh} U$ y $\operatorname{cos} U$ por $\operatorname{cosh} U$, aunque este no es un caso de interés práctico *en edificios*.

Nótese Fig. (19) que al aumentar las fuerzas no disminuye S , lo cual físicamente significa que es más fácil, en la fig. (18), dar un giro unitario en el extremo A cuando la fuerza P está presente. También obsérvese que c , que es el factor de transporte, aumenta con P y que puede llegar a ser mayor que 1 o negativo, y además que S puede hacerse cero o negativo.

Al analizar un marco no se conocen de antemano las cargas axiales en las columnas, por lo que, para considerar su efecto se tiene que seguir un procedimiento iterativo que consiste en analizar el marco sin considerar el efecto de fuerzas axiales, es decir el análisis usual, luego con las fuerzas que así se obtienen modificar las matrices de rigideces y volver a analizar. En este segundo análisis se obtendrán fuerzas axiales diferentes a las obtenidas en el primero y se tendría en rigor que volver a modificar las rigideces y volver a analizar hasta que las cargas axiales no cambien en dos ciclos sucesivos. En la práctica es por lo común suficiente hacer dos análisis, sobre todo cuando las cargas axiales son apreciablemente menores que las cargas de Pandeo de las columnas. (En estos casos se pueden incluso no considerar estos efectos).

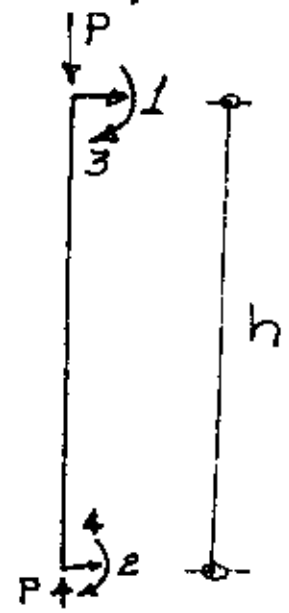
Una forma menos precisa, pero más sencilla de modificar las matrices de ri

gideces de las columnas es la siguiente:

$$\underline{K}_{modif} = \underline{K} - \underline{K}_g$$

Donde \underline{K} es la matriz correspondiente al caso en que no se consideran fuerzas axiales y \underline{K}_g , que se denomina matriz de rigideces geométrica, está dada por:

$$\underline{K}_g = P \begin{bmatrix} \frac{6}{5h} & -\frac{6}{5h} & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ & \frac{6}{5h} & \frac{1}{10} & \frac{1}{10} \\ & & \frac{2}{15h} & -\frac{1}{30h} \\ & & & \frac{2}{15h} \end{bmatrix}$$



ii) Efecto de Conjunto

Un planteamiento "exacto" de este problema requeriría determinar las ecuaciones de equilibrio sobre la configuración deformada, y esto tendría que hacerse iterativamente, puesto que de las ecuaciones se obtienen los desplazamientos y se usan estos desplazamientos para obtener las ecuaciones. Además tendría que tomarse en cuenta los efectos locales.

Esto exigen las Normas Técnicas Complementarias de la ref. 1 para los casos en que la relación de esbeltez de las columnas sea mayor que 100, y se denomina análisis de segundo orden.

Una forma aproximada de considerar estos efectos, que se desarrollan en la ref. 24, es la que se resume a continuación:

En la fig. 17 el momento total de entrepiso es:

$$M = Vh + W\Delta \quad (\Rightarrow)$$

Sea R la rigidez de entrepiso en el análisis convencional del marco suje-

to a cargas laterales, y suponiendo que los diagramas de momentos en las columnas, debidas a W , son proporcionales a las que producen esas cargas laterales se tiene que:

$$M = (P\Delta)h \quad (b)$$

$$(P\Delta)h = Vh + W\Delta$$

$$\Delta = \frac{V}{P - (W/h)}$$

$$M = Vh \left[1 + \frac{W/h}{P - (W/h)} \right]$$

y los efectos de esbeltez pueden considerarse entonces multiplicando los momentos que producen las cargas laterales por el factor de amplificación:

$$\phi = 1 + \frac{W/h}{P - (W/h)}$$

por este factor se multiplicarán también todas las deformaciones y esfuerzos que producen las cargas laterales.

Con referencia a la fig. 17 esto significa que la acción combinada de las cargas verticales y de una fuerza constante, V , equivale a la de una fuerza cortante incrementada $V + W\psi$

Es necesaria una corrección del factor de amplificación para tomar en cuenta que en realidad las columnas no permanecen rectas, esto es más notable cuando las vigas son infinitamente rígidas, y para este caso es la ref. 24 se tiene:

$$M = Vh \left(1 + \frac{W/h}{P - 1.2 W/h} \right)$$

La ecuación (f) es la que aparece en unos métodos que, para tomar en cuenta efectos de esbeltez, se propone en las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, con la variante de que en vez de R se pone $\frac{R}{Q}$ (esto resulta de que $V = \frac{R\Delta}{Q}$ para estructuras dúctiles).

La ecuación (e) puede escribirse en forma diferente si consideramos que

$$\frac{V}{W} = \frac{R\Delta}{W} = c \text{ y que } \frac{\Delta}{h} = \psi \text{ resulta:}$$

$$\phi = 1 + \frac{(R\Delta/ch)}{R - \frac{R\Delta}{ch}} = 1 + \frac{\psi/c}{1 - \psi/c} = 1 + \frac{\psi}{c}$$

ψ Normalmente viene limitado en los Reglamentos lo mismo que c que es el coeficiente sísmico.

Por ejemplo: si $\psi = 0.008$ y $c = 0.08$

entonces: $\phi = 1.1$

REFERENCIAS (continuación)

13. Wilson, E. L., Hollings, J.P. y Dovey, H. H., "Three dimensional analysis of buildings systems (extended version)", publicación EERC 75-13, University of California, Berkeley, 1975.
14. Aranda, R. y Ayala, G., "Análisis tridimensional de edificios (implementación del programa ETABS)", Instituto de Ingeniería, 1976.
15. MacLeod, I.A., "Shear wall-frame interaction a design aid with commentary", SP3, Portland Cement Association, 1971. En español LIMUSA 1977
16. Burns, R.J., "An approximate method of analyzing coupled shear walls subjected to triangular loading", Proc. Third WCEE, Nueva Zelandia, 1965.

17. Allen, F. H. y Darvall P., "Lateral load Characteristics of plate structures", Proc. Fifth Australian Congress on the Mechanics of Structures and Materials, Melbourne, 1975
18. Coull, A. y Choudhury, J. R., "Analysis of coupled shear walls", ACI Journal Vol 64 set 1967
19. López R., J. y De la Orta, S. "Análisis matricial avanzado de estructuras reticulares, Parte 1, Análisis estático" IPN 1977

20. Ghali, A. y Neville, A. M. "Structural Analysis a Unified Classical and Matrix Approach", Intext Educational Publishers, 1972. También Chapman and Hall, Londres, 1976.
21. Smolira, "Analysis of Tall Buildings by the Force-displacement Method", Mc Graw Hill U.K., 1975
22. Beaufait, F., Rowan, W., Hoadley, P. y Hackett, R. "Computer Methods of Structural Analysis", Prentice Hall, 1970
23. Przemienieki, J.S., "Theory of Matrix Structural Analysis", Mc Graw Hill, 1968
24. Rosenblueth, E. "Efectos de esbeltez en Edificios", Revista Ingeniería, Vol XXXV, Num 4, Enero 1965
25. Horne, R. M y Merchant, W. "The stability of frames", Pergamon Press, 1965
26. Desai, C.S y Abel, J.F., "Introduction to the Finite Element Method", Van Nostran Reinhold Company, 1972
27. Zienkiewicz, O.C., "The Finite Element Method in Engineering Science", McGraw Hill, 1971, 3^a ed., 1977
28. Rubinstein, M.F., "Structural Systems-Statics, Dynamics and Stability" Prentice Hall, 1970
29. Brebia, C.A. and Connor, J.J., "Fundamentals of Finite Element Techniques", Butherwords, 1973
30. Cook, R.D., "Concepts and Applications of Finite Element Analysis" Wiloy, 1974

3.5 Comentarios y Guía de Estudio

En las secciones precedentes se han presentado en forma muy sucinta algunos métodos de análisis ante cargas laterales estáticas. Se ha hecho intencionalmente énfasis en los métodos matriciales y en los simplificados porque se piensa que son los de más utilidad en la situación actual de conocimiento sobre el tema.

En cualquier caso en que se requieran resultados "exactos" hay que recurrir a procedimientos matriciales, cuyo uso se ha facilitado por la rápida difusión del empleo de computadoras grandes y pequeñas, que son cada vez más veloces y con mayor capacidad.

Los métodos simplificados han sido y siguen siendo útiles en etapas preliminares de dimensionamiento y estructuración. En la actualidad sirven también para verificar los órdenes de magnitud de resultados obtenidos con métodos matriciales.

En lo que sigue se comenta brevemente el contenido de algunas referencias que, entre las muchas que existen, se pueden utilizar como guía para estudiar los métodos mencionados.

En la ref 31 se presenta una introducción sencilla a los métodos matriciales; para un nivel más avanzado puede consultarse la ref 32, que en particular trata en su capítulo 7 el método directo de rigideces, y que está orientado hacia el uso de computadoras. El aprendizaje de métodos matriciales requiere, si se desea plantear problemas realistas, de programas que permitan efectuar las operaciones matriciales involucradas; uno de estos programas, es el llamado CAL (Ref. 33), desarrollado en la Universidad de California en Berkeley, diseñado especialmente para fines docentes y para trabajar inclusive en minicomputadoras.

Se han desarrollado métodos numéricos especiales que son muy eficientes para resolver sistemas de ecuaciones y otras operaciones matriciales. Los mismos aprovechan las características de las matrices de rigideces, como simetría, términos dominantes en la diagonal, etc. Conviene señalar por ejemplo que invertir una matriz no es una forma recomendable para resolver un sistema de ecuaciones lineales o para condensar estáticamente una matriz. La ref 34 es una excelente presentación de los citados métodos numéricos e incluye, para su aplicación, las correspondientes subrutinas en FORTRAN IV. En los últimos años se han ido sistematizando técnicas dominadoras de subestructuración, que son muy convenientes para el análisis de estructuras, complejas; la ref 34, es uno de los más completos y recientes trabajos en esa duración.

El método del elemento finito puede ser considerado como en forma más avanzada de los métodos matriciales; su uso es prácticamente obligado en estructuras de geometría complicada. El método se presenta a nivel introductorio en las ref 29 y 31; un tratamiento más completo y actualizado se hace en la ref 37 (ed. 1977). Los conceptos básicos están bien presentados en las ref 28 y 36, que constituyen publicaciones "clásicas". Algunos problemas particulares de aplicación del método se encuentran en la ref 30.

Las facilidades que existen actualmente para resolver problemas de análisis estructural permiten a los ingenieros concentrar más su atención en aspectos como la estructuración e idealización adecuadas de edificios, que de estar mal resueltos no pueden remediarse con un análisis estructural por muy refinado que sea.

En lo referente a métodos simplificados la ref 12 hace una presentación bastante completa de aquéllos que son aplicables ante cargas laterales. Para el caso de muros la ref 15 contiene una relación comentada de los trabajos más relevantes. El concepto de rigidez de entrepiso para el caso de vigas no prismáticas

(de sección variable) se presenta en la ref 37.

Lo que aquí, se ha denominado efectos de esbeltez constituye un caso particular de lo que en la literatura se trata como no linealidad geométrica, véanse por ejemplo las ref 23, 27 y 28. El comité Euro-Internacional del Concreto, en su último modelo de Reglamentos propone entre los procedimientos para tratar este problema, el denominado "método de la columna modelo" , el cual se describe con detalle en la ref 38, que presenta también otros métodos y ayudas de diseño para aplicarlos.

Para análisis estructural de edificios el libro de Ghali y Neville (ref 20) es probablemente la publicación más completa sobre el tema. Se trata de una presentación balanceada de métodos matriciales, manuales y simplificadas. Es en consecuencia bastante recomendable.

Referencias (continuación)

- 31. Kardestuncer, H. "Introducción al análisis estructural con matrices", Mc Graw Hill, 1975
- 32. Meek, J. L. "Matrix Structural Analysis" Mc Graw Hill-Kogakusha 1971
- 33. Wilson, E. L. "CAL, Computer Analysis Language for the Static and Dynamic Analysis of Structural Systems", publicación UC SEM 77-2, Universidad de California, Berkeley, 1977
- 34. Bathe, K. J. y Wilson, E. L., "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice Hall 1976
- 35. Row, D. G. y Powell, G. H., "A Substructure Technique for Nonlinear Static and Dynamic Analysis", publicación UCB/EERC-78/15, Universidad de California, Berkeley, 1978
- 36. Argyris, J. H., "Energy Theorems and Structural Analysis"
- 37. Loera P. S., "Contribución a un manual para diseño de losas de concreto reforzado", Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1964
- 38. CEB Design Manual on Buckling, Comité Euro-Internacional del Concreto, Boletín de Información No. 123, París, 1977



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

ESTRUCTURAS DE CONCRETO

DR. ROBERTO MELI PIRALLA

AGOSTO, 1980



CURSO DE DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA: ESTRUCTURAS DE CONCRETO

GUIA DE ESTUDIO

R. Meli

1. COMPORTAMIENTO Y ANALISIS DE ESTRUCTURAS HIPERESTATICAS DE CONCRETO
(ver ref 1 pp 496 a 515)

En las estructuras isostáticas la distribución de fuerzas internas (momentos, cortantes, etc) está determinada por condiciones de equilibrio y no depende de las propiedades del material. En las hiperestáticas depende de las rigideces de los elementos y más propiamente de las características momento-curvatura ($M - \phi$) de las secciones. Como la relación M/ϕ puede variar con el nivel de carga, también la distribución de fuerzas internas varía. La relación $M-\phi$ para una sección de concreto puede idealizarse como trilineal (fig 1a). Si una sección se agrieta el elemento pierde rigidez y la distribución de momento cambia. Una redistribución mucho mayor ocurre si una sección llega a su momento de fluencia y se forma una "articulación plástica" (fig 1b). Los momentos en las distintas secciones pueden variar al hacerlo las rigideces de los elementos; lo que se mantiene constante son ciertas relaciones entre los momentos y las cargas que se deben cumplir por equilibrio. Por ejemplo el momento isostático en vigas ($\frac{w l^2}{8}$ o $\frac{P L}{4}$ según el tipo de carga) debe ser equilibrado por la relación $1/2(M_1^- + M_D^- + M^+)$ (ver fig 2a). El momento de entrepiso en un marco sujeto a cargas laterales (VH) debe ser equilibrado por la suma de momentos en las columnas (ver fig 2b). Si las secciones tienen la suficiente capacidad de rotación, no importa cuáles sean los momentos resistentes en cada sección, si su suma cumple con el mismo momento isostático se tendrá la misma carga resistente. En este principio se basan los métodos de análisis plástico (al límite) de estructuras de concreto (ver ref 1 pp 516 a 544).

En estructuras de concreto puede variarse la resistencia de una a otra sección modificando la cantidad o la posición del refuerzo y puede hacerse que el diagrama de momentos resistentes se ajuste prácticamente a cualquier diagrama de momentos actuantes. Esto hace que, si se proporciona el refuerzo para resistir

momentos proporcionales a los que resultan de un análisis elástico, todas las secciones pasarán simultáneamente de una etapa del comportamiento a otra y no habrá prácticamente redistribución de momentos. Todas las articulaciones plásticas necesarias para que se forme el mecanismo ocurrirán al mismo tiempo (teóricamente). Si se refuerza para resistir momentos distintos de los que resultan del análisis elástico, pero que dan lugar al mismo momento isostático (o sea a una configuración de momentos en equilibrio bajo la misma carga última) - se tendrá la misma carga de falla, aunque algunas secciones hayan llegado prematuramente a la fluencia dando lugar a redistribuciones de momentos. Para que esto sea cierto se requiere comprobar que ninguna articulación plástica deba, para la formación del mecanismo, tener rotaciones mayores que las que es capaz de soportar. La dificultad de esta comprobación es la razón principal de que los métodos de análisis plástico no se empleen en la práctica para estructuras de concreto.

Si la distribución de momentos no difiere mucho de la elástica, las rotaciones necesarias para la formación del mecanismo serán pequeñas y las secciones que cumplan con los requisitos reglamentarios podrán soportarlas.

De lo anterior se deduce que el diagrama de momentos a la falla se ajustará a aquel según el cual se ha dimensionado la estructura y será independiente de las rigideces relativas de los elementos. Es muy conveniente, sin embargo, reforzar la estructura según el diagrama de momentos "elástico" ya que con ello se tendrá un mínimo de deformaciones inelásticas y agrietamientos antes de la falla y un comportamiento óptimo en condiciones de servicio.

Los reglamentos admiten "redistribuir" los momentos elásticos en distintas proporciones. Los ensayos de Mattock (ref 2) ilustrados en la fig 3 muestran muy claramente que, en una viga sub-reforzada, redistribuciones de momentos de 25% no producen cambios de comportamiento ni a la falla ni en condiciones de servicio.

En dichos ensayos la viga NR1 se reforzó de acuerdo con el diagrama de momento elástico; la viga R1 se reforzó para resistir un diagrama de momentos en que el negativo en el apoyo interior se había reducido en 25%; mientras que

los positivos en el dentro del claro se incrementaron en 12.5% para mantener el mismo momento isostático resistente. La viga R2 se reforzó para el mismo diagrama de momentos que la R1 pero empleando acero con esfuerzo de fluencia de 4 000 kg/cm² en lugar de 2 800 kg/cm².

Se aprecia como las tres vigas soportaron muy aproximadamente la misma carga máxima, fig 3i, y que las deflexiones y los agrietamientos bajo carga de servicio fueron similares. Al observar las gráficas de momentos medidos se aprecia como en la viga NR1 se obtuvo casi simultáneamente la fluencia del refuerzo negativo y el positivo, mientras que en la R1 el negativo fluyó prematuramente obligando a que el momento en el apoyo se mantuviera constante mientras que el positivo aumentaba mucho más rápidamente hasta alcanzar la fluencia y la falla por formación de mecanismo.

Los reglamentos difieren en el porcentaje de redistribución que admiten; el del Distrito Federal admite 30% para vigas (dúctiles) mientras que el ACI71 hace variar la redistribución admisible según la cuantía de refuerzo, según la fórmula.

$$\% \text{ redistribución} = 20 \left(1 - \frac{\rho - \rho'}{\rho_b} \right)$$

Las ventajas de aprovechar la redistribución no son muy grandes. La principal es poder simplificar la distribución del refuerzo y descongestionar zonas en que se acumulen muchas barras (por ejemplo en uniones viga-columna). Cuando se debe diseñar para la envolvente de distintas combinaciones de cargas, esta envolvente puede reducirse aprovechando la redistribución.

El saber que se puede contar con cierta redistribución, da confianza en el uso de propiedades geométricas y mecánicas de la estructura que pueden determinarse con muy poca precisión, como el módulo de elasticidad del concreto y el momento de inercia efectivo de las secciones. El cometer un error en estos parámetros dará lugar a una distribución de momentos distinta a la que se va a presentar inicialmente, pero a la cual tenderán los momentos debido a la redistribución.

Para el análisis sísmico se suelen considerar las propiedades "estáticas" de

los materiales; para el módulo de elasticidad una buena estimación se obtiene con la expresión $E = 15\,000 \sqrt{f'_c}$ (ACI 71); sin embargo los concretos del Distrito Federal tienen módulos de elasticidad mucho menores que corresponden a la expresión $E = 10\,000 \sqrt{f'_c}$ (Reglamento D.F. 76).

Para los momentos de inercia hay criterios muy distintos. El más razonable es el de considerar el momento de inercia de la sección bruta para las columnas y los elementos que es de esperarse no estén agrietados en condiciones de servicio.

Para los elementos de flexión parece mejor emplear el momento de inercia de la sección agrietada transformada el cual para cuantías normales de refuerzo corresponde aproximadamente a 60% de el de la sección bruta.

La fig 4 ilustra cuál es la diferencia en los momentos resultantes según se defina el momento de inercia de las secciones. Solo gracias a la redistribución de momentos, estructuras analizadas con tan distintos criterios pueden tener un comportamiento aceptable.

La capacidad de que las secciones sostengan grandes rotaciones y que pueda haber redistribuciones de momentos es particularmente importante en estructuras que deben soportar sismos. Como se ha explicado en otros temas de este curso, las fuerzas que pueden introducirse en una estructura en un sismo son muy superiores a las que los reglamentos especifican para un diseño estático, por ejemplo; esto implica que para disipar la energía de un sismo intenso la estructura debe entrar en un intervalo inelástico de esfuerzos y se requiere de ella gran capacidad de deformación y de disipación de energía.

En la situación descrita, un análisis elástico solo puede servir para apreciar donde se presentan las mayores fuerzas internas antes de que la estructura entre en un comportamiento inelástico. Nuevamente hay una ventaja importante en reforzar una estructura para un diagrama de momento proporcional al que resulta de un análisis elástico. Todas las secciones llegarán aproximadamente al mismo tiempo a la fluencia y se requerirá en ellas un mínimo de deformación inelástica.

Hay que tomar en cuenta que si no todas las articulaciones plásticas ocurren simultáneamente, se requieren en las secciones que fluyen primero, factores de ductilidad locales muy altos para obtener un factor de ductilidad aceptable para la estructura en su totalidad (ver ref 1 pp 547 a 562). Lo anterior se ilustra en la fig 5 de la que se deduce que para tener un factor de ductilidad de 4 en un marco de 10 pisos se requiere un factor de ductilidad de 125 en las columnas de un piso cualquiera si ocurre un mecanismo de falla que involucre a las columnas y un factor de ductilidad de 8 si ocurre un mecanismo de falla que implique articulaciones plásticas en un gran número de vigas.

Lo anterior recalca la importancia de tener una distribución uniforme de resistencias en todos los elementos y la inconveniencia de tener zonas sobrediseñadas y otras subdiseñadas.

2. DISEÑO DE VIGAS, COLUMNAS Y UNIONES EN MARCOS DE CONCRETO (ver ref 3 pp 393 a 432)

El marco continuo ha sido el sistema más empleado en estructuras de concreto, ya que aprovecha el monolitismo y la continuidad que se pueden lograr fácilmente en este material para obtener una estructura hiperestática eficiente. La principal ventaja de este sistema en zonas sísmicas es la gran ductilidad con que puede contarse si se toman algunas precauciones en cuanto a la disposición del refuerzo. Una limitación que presenta es su poca rigidez ante cargas laterales que hace difícil mantener las deflexiones laterales dentro de los límites admisibles en edificios de varios pisos.

La capacidad de disipación de energía y la ductilidad de los marcos dependerán de las características de los tres elementos que los forman: vigas, columnas y uniones viga-columna. Como se ha visto en temas anteriores, en concreto reforzado solo pueden lograrse grandes ductilidades en elementos en que rige la flexión (vigas); por tanto habrá que diseñar de manera que las articulaciones plásticas se formen en las vigas, aunque conviene que en los tres elementos se trate de lograr la máxima ductilidad.

Los reglamentos modernos incluyen disposiciones de refuerzo para lograr ducti

lidad y así poder diseñar para fuerzas sísmicas reducidas, tomando en cuenta que la estructura es capaz de disipar energía con deformaciones inelásticas. Existe sin embargo mucha discrepancia en el grado de severidad de los requisitos que diversos reglamentos consideran deben cumplirse para asegurar una ductilidad y capacidad de disipación de energía satisfactorias. Se aprecia además una clara tendencia a que los requisitos se vuelven cada vez mas estrictos en sucesivas versiones de un mismo código. Tomando como ejemplo el código ACI; en las versiones 71 y 77 se han mantenido los mismos requisitos de refuerzo en el apéndice A que se refiere a recomendaciones para lograr ductilidad en zonas sísmicas. Sin embargo el comité ad hoc del ACI ha preparado unos nuevos requisitos mucho más rigurosos que probablemente se pondrán en vigor en la próxima versión del código. De manera similar el nuevo reglamento de construcciones de Nueva Zelanda incluye requisitos sumamente estrictos al respecto; por otra parte el reglamento del Distrito Federal es mucho menos riguroso que los códigos anteriores en cuanto a las exigencias para ductilidad.

Se resumirán a continuación los principales requisitos del ACI-77 con comentarios acerca de otros códigos.

En cuanto a los requisitos de tipo general se especifica que deben emplearse concretos con $f'_c \geq 200 \text{ kg/cm}^2$ y aceros con $f_y \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$. Este último requisito pretende asegurar que el acero sea muy dúctil.

a) *Diseño de vigas.* Además de diseñar para las fuerzas que resultan del análisis sísmico hay que cumplir con los requisitos siguientes:

- . Cantidad máxima de refuerzo igual a 50% de la balanceada; ver valores en la tabla de la fig 6
- . Tener un refuerzo mínimo positivo y negativo en todas las secciones ($p_{\min} = 14/f_y$); mínimo dos barras en cada lecho
- . Colocar en los extremos refuerzo positivo que proporcione un momento resistente igual por lo menos a la mitad del negativo
- . Por lo menos una tercera parte del refuerzo negativo debe extenderse hasta un cuarto del claro y una cuarta parte debe ser continua en todo el lecho superior

- . No cortar refuerzo en zonas de posibles articulaciones plásticas (a 2d del apoyo); si no pueden evitarse traslapes, deberán colocarse estribos a lo largo de los mismos
- . Estribos, mínimo #3, a d/2 en toda la viga y a d/4 en una distancia de 4 peraltes a partir del apoyo. En esta zona $A_v \geq 0.15A'_s/d$ o $0.15A_s/d$
- . En la zona de articulación plástica (2d del apoyo) las barras que puedan tener que trabajar en compresión deberán estar confinadas por estribos (mínimo #3) a una separación no mayor de 16ϕ ni 30 cm
- . Debe diseñarse para la fuerza cortante que se presenta en la viga cuando se alcanzan los momentos últimos en los extremos, fig 7. Esto es con la finalidad de que pueda desarrollarse un mecanismo de falla por flexión

Con estos requisitos se asegura un factor de ductilidad del orden de 10 en las vigas. Otros códigos incluyen recomendaciones más conservadoras, como son estribos de confinamiento separados a no más de 6ϕ en los extremos, despreciar la contribución del concreto en la resistencia al corte o aumentar el factor de seguridad para el diseño por cortante.

b) Diseño de columnas

Los requisitos se ilustran en la fig 8 y se describen a continuación

- . Cuantía de refuerzo entre 1 y 6%
- . La suma de las capacidades en flexión de las columnas que concurren a una unión debe ser mayor que la suma de capacidades de las vigas que concurren a la misma. Esto tiende a asegurar que las articulaciones plásticas se formen en las vigas. No se dice cuánto deben sobrediseñarse las columnas.
- . Si $P \leq 0.4 P_b$ (carga axial para falla balanceada) deben respetarse en la columna los mismos requisitos que para vigas.
- . Cuando $P > 0.4 P_b$ hay que confinar el núcleo de la columna por medio de espiral o estribos en una distancia igual a un peralte, 1/6 de la altura de la columna o 45 cm (la mayor de las tres) a partir de la cara de la viga.
- . La cuantía de refuerzo espiral será $\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$
- . El área de estribos de confinamiento será por lo menos igual a $A_{sh} = \frac{s_s s_h}{2}$; s_h no mayor que 10 cm

- Para reducir la longitud l_h pueden emplearse ganchos del mismo diámetro que los estribos cuya deformación se requiere restringir
- Separación máxima de estribos: $d/2$; diseñados para resistir el cortante que se introduce en la columna al formarse las articulaciones plásticas en las vigas.

No hay que olvidar que ante la combinación de carga vertical y sismo las columnas van a estar sujetas a un estado de flexocompresión biaxial para el cual deberán diseñarse.

c) Uniones viga-columna

La falta de anclaje del refuerzo en la conexión y la falta de refuerzo transversal en la misma ha sido una de las causas más frecuentes de fallas de marcos de concreto a raíz de temblores. Solo hasta muy recientemente se han empezado a estudiar el comportamiento y a desarrollar procedimientos de diseño para estas uniones. El apéndice A del Reglamento ACI 71 contiene disposiciones algo limitadas al respecto. Más recientemente la misma institución ha publicado recomendaciones más completas y estrictas para el diseño de uniones (ref 5). Estas se presentarán más adelante.

Ante el efecto de carga vertical más sismo, la zona de unión está sujeta a las condiciones de esfuerzo que se ilustran en la fig 9 y que introducen en ellas tensiones diagonales que pueden causar la falla. Mucho más grave es la situación de conexiones de extremo en las que se vuelve crítico el anclaje del refuerzo.

Diversos ensayos efectuados muestran que el comportamiento ante cargas alternadas de las conexiones es muy poco favorable cuando se llega cerca de su máxima capacidad de carga; esto lleva a la necesidad de diseñar las juntas de manera que los elementos por ellas conectados pueden desarrollar toda su resistencia y que puedan formarse articulaciones plásticas en las vigas sin que las uniones se dañen. Para ello hay que tener las siguientes precauciones: colocar refuerzo transversal en la junta para que confine al concreto y para que evite falla por cortante y dar al refuerzo el anclaje adecuado.

Las recomendaciones de la ref 5 indican que las uniones de marcos que deben resistir sismos se revisen

- 1) *Por confinamiento* se deberá proporcionar el mismo refuerzo que en los extremos de la columna: si $P_u > 0.4 P_b$ espiral o zuncho de estribos como se ha descrito en la sección anterior; sin embargo si existen vigas en los cuatro lados de la conexión, la separación de estribos puede aumentarse al doble
- 2) *Por cortante* la fuerza cortante actuante se calculará con el diagrama de cuerpo libre de la fig 9 considerando que el refuerzo longitudinal puede llegar a trabajar a un esfuerzo igual a $1.25 f_y$ ya que puede entrar en la zona de endurecimiento; esto da lugar a

$$V_u = 1.25 f_y (A_{Sb} + A_{St}) - V_{col}$$

$$V_{col} = (M_{ub} + M_{ut})/H \quad (\text{ver fig 9})$$

La resistencia al corte en la junta se calcula como la suma de una contribución del concreto

$$v_c = 0.9 \sqrt{f'_c (1 + 0.03 N_u/A_g)}$$

en que N_u/A_g es el esfuerzo de compresión sobre la columna y $\gamma = 1.4$ si la unión está confinada normalmente a la dirección del cortante (si hay vigas transversales) y $\gamma = 1$ si no es así.

La contribución del refuerzo al esfuerzo cortante resistente se calcula como

$$v_s = \frac{A_v f_y d}{s A_{cv}}, \quad A_{cv} \text{ es el área del núcleo}$$

En todo caso

$$\frac{2}{3} v_u \leq v_s \leq 4 \sqrt{f'_c}$$

3) Por anclaje no se admiten traslapes en las uniones; las barras deberán tener, a partir del borde del núcleo, una longitud de desarrollo igual a

$$l_s = \frac{0.06 A_b (1.25 f_y - f_h)}{\psi \sqrt{f'_c}} \quad \text{ver fig 10}$$

en que ψ depende del confinamiento del núcleo y vale normalmente 1.4; f_h es la fuerza que resiste el gancho estándar, en caso de existir, la cual se calcula como

$$f_h = 185' (1 - 0.012 d_b) \psi \sqrt{f'_c}; \quad d_b \text{ diámetro de la barra}$$

Con los requisitos anteriores se asegura un buen comportamiento de la junta pero a costas de un refuerzo muy elaborado y difícil de colocar, ver fig 11. Hay algunas alternativas para evitar esa cantidad de refuerzo. Por ejemplo el hacer ampliaciones a la sección de la junta o usar anclajes mecánicos o soldados, ver fig 12.

El caso más crítico de uniones son las juntas de rodilla. En las que se presentan esfuerzos críticos tanto ante cargas que tiendan a abrirlas como ante las que tiendan a cerrarlas, fig 13. Se requiere en ellas formas de refuerzo particulares como las mostradas en la fig 13c.

En general parece que las recomendaciones del comité en cuestión son excesivamente severas, muy laboriosas de seguir y dan lugar a un refuerzo en las conexiones que es difícil de ejecutar.

3. SISTEMAS LOSA PLANA-COLUMNA

Las losas planas son ampliamente usadas en edificios debido a diversas ventajas como la sencillez de la cimbra y el peralte reducido a que dan lugar. Hay distintas versiones: con o sin capiteles, y macizas o aligeradas, fig 14. Ante cargas verticales su comportamiento está muy estudiado y los procedimientos de diseño muy comprobados, ACI-71.

En lo que respecta a su eficiencia para resistir efectos sísmicos, hay muchas controversias. Las limitaciones se refieren a su escasa rigidez ante cargas laterales y, especialmente, a la poca ductilidad que puede lograrse en este sistema, ya que es difícil evitar que la falla sea regida por cortante en la zona de conexión entre viga y columna. En diversos países, no se permite que se aproveche este sistema para resistir fuerzas sísmicas; cuando se use se requiere que las fuerzas sísmicas sean tomadas íntegramente por muros de rigidez u otros sistemas. En México, sin embargo, es muy frecuente que al sistema losa plana-columna deba resistir una porción importante de las fuerzas sísmicas.

Para fines de análisis por cargas laterales, la losa se sustituye por una viga de rigidez equivalente; sin embargo, no es aplicable el criterio del ACI-71 en que la viga tiene la rigidez de la losa de centro a centro de claros adyacentes; análisis teóricos suponiendo un comportamiento elástico del conjunto indican que ante cargas laterales resulta adecuado el criterio especificado en el Reglamento del D.F., según el cual el ancho de losa a cada lado de la columna que es efectivo para trabajar como viga puede calcularse como, fig 15,

$$L_{eq} = \frac{0.5 L_2}{1 + 1.67 L_2/L_1} + 0.3 c_2$$

Resultados experimentales indican que las rigideces para niveles de carga del orden de los de diseño son menores que las calculadas a partir de la expresión anterior y que el ancho equivalente total de la losa no debe tomarse mayor que $c_2 + 3h$, siendo c_2 en ancho de la columna y h el peralte total de la losa.

Por lo anterior la rigidez ante cargas laterales del sistema losa plana-columna suele ser bastante reducida y resulta difícil cumplir con las limitaciones de deflexiones laterales admisibles.

El análisis sísmico, una vez definidas la viga equivalente, se realiza como en un marco y los momentos obtenidos por el marco se distribuyen entre las franjas de columna y central con los mismos coeficientes que para los momentos debidos a cargas verticales. Resulta conveniente que el momento debido

a sismo sea absorbido por la franja de columna exclusivamente y de preferencia por las nervaduras que llegan directamente a la columna.

El problema principal en este sistema es la transmisión del momento de desequilibrio de columnas a viga, fig 16. El momento debido a sismo se trasmite a la losa por una combinación de flexión y cortante. El modo de falla es local y no permite la formación de una articulación plástica, sino que da lugar a una falla local que es muy frágil a menos que se proporcione un refuerzo por cortante. De los diversos procedimientos de refuerzo propuestos (fig 17), el más satisfactorio es el desarrollado por Hawkins que consiste en reforzar vigas ahogadas en el espesor de la losa, en un ancho igual al de la columna más un peralte de la losa, en las cuales puede colocarse abundante refuerzo transversal.

El procedimiento de diseño puede extrapolarse del especificado por el ACI-71 en que se supone que una fracción del momento de desequilibrio (en general 60%) es tomada por momento y el resto por la variación, supuesta lineal, de las fuerzas cortantes en la sección crítica, fig 16.

En cuanto a la resistencia al cortante, el esfuerzo resistente del concreto se puede tomar como $v_c = \sqrt{f'_c}$ (el doble que para vigas) y la contribución de los estribos v_s se calcula igual que en vigas (fig 18); sin embargo cuando se requiere refuerzo la contribución del concreto debe reducirse a la mitad y no se admite que $v_u > 1.5 \sqrt{f'_c}$. Aunque el incremento en resistencia por efecto del refuerzo transversal sea limitado, su presencia es indispensable para dar cierta ductilidad a la falla.

Por lo que se ha descrito es evidente que en caso de emplear este sistema para resistir fuerzas sísmicas las reducciones por ductilidad que deban considerarse son muy inferiores a las que son admisibles para marcos. Los ensayos realizados de estos sistemas ante cargas laterales alternadas indican que no es recomendable emplear un factor de reducción por ductilidad superior a dos.

4. MUROS DE RIGIDEZ

En edificios de altura mediana o grande resulta antieconómico proporcionar la rigidez ante cargas laterales exclusivamente con marcos; la solución más empleada es que la rigidez y resistencia sísmica estén proporcionadas principalmente por muros de concreto. En temas anteriores se ha descrito el comportamiento de estos elementos ante cargas alternadas distinguiendo los muros altos en que el comportamiento está regido principalmente por los momentos flexionantes y que pueden diseñarse con los mismos procedimientos empleados para vigas, de los muros bajos en las que predomina el efecto de las deformaciones por cortante. En otro tema se ha tratado el análisis sísmico de sistemas con muros de rigidez, el cual presenta dificultades mayores que el de sistema base exclusivamente de marcos.

La ductilidad y disipación inelástica de energía que puede lograrse en muros de rigidez es muy variable según rija la flexión o el cortante y según haya o no cargas verticales altas sobre el muro. Sin embargo los reglamentos suelen tratar todos los muros con el mismo criterio fijando factores reductivos por ductilidad mucho menores para estos sistemas que para los marcos.

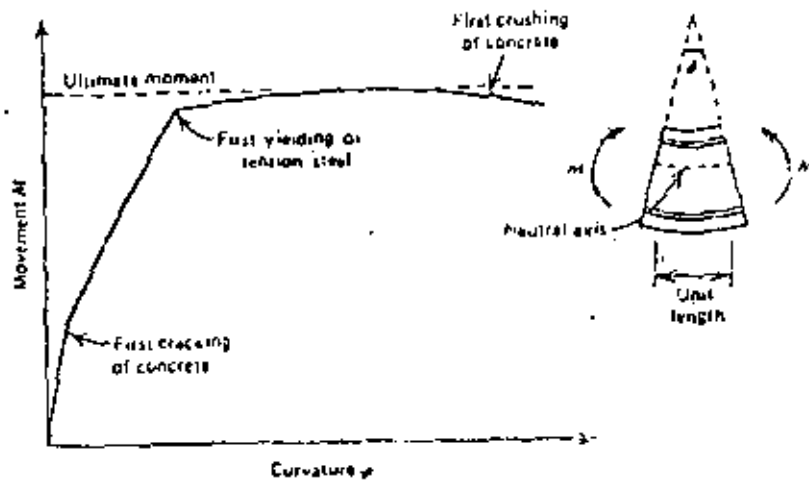
Los procedimientos de diseño de muros están dados, por ejemplo, en el ACI-71; si se trata de muros altos, tanto para flexocompresión como para cortante, se emplean los mismos métodos que para vigas y columnas; en muros cortos la resistencia a cortante es mayor y se dan expresiones particulares. Para refuerzo por cortante se requieren barras horizontales, pero en muros cortos es necesario proporcionar también refuerzo vertical, ver fig 19.

El apéndice A del ACI 71 da requisitos especiales también para muros de rigidez. Se requiere una cuantía mínima de refuerzo de 0.0025 tanto vertical como horizontal. Si la carga axial es menor que 40% de la balanceada se requiere un refuerzo mínimo de flexión de $14/f_y$; si es mayor se exige que se coloquen columnas (elementos de extremos) con la capacidad suficiente para resistir la carga axial total sobre el muro. Esto último con la función de tener confinamiento al refuerzo de compresión.

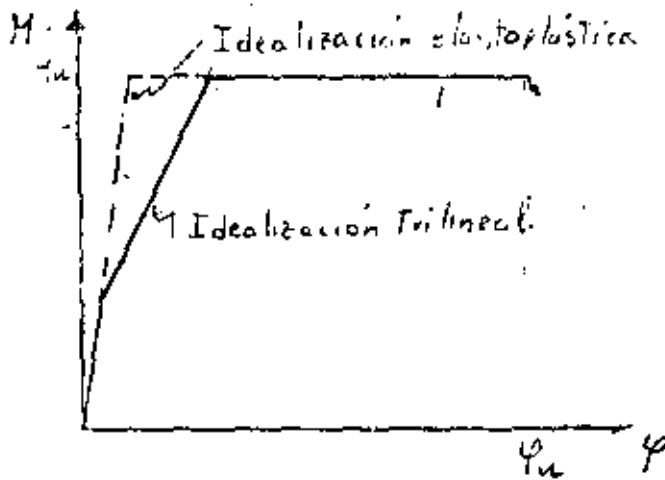
El diseño de estructuras prefabricadas así como el de estructuras especiales de concreto como tanques, chimeneas y muros de retención se trata en forma adecuada en la ref 7.

REFERENCIAS

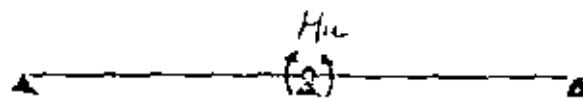
1. R Park y T Paulay "Reinforced Concrete Structures" J. Wiley 1975
2. A. H. Mattock "Redistribution of bending moments in reinforced concrete continuous beams" Proc The Institution of Civil Engineering"VI3, may 1959
3. A. T. Derecho y M. Fintel "Earthquake Resistant Structures" Cap 12 de Handbook of Concrete Engineering, editado por M. Fintel, Van Nostrand, 1975
4. V.V. Bertero y E. Popov "Hysteretic Behavior of Ductile Moment-Resisting Reinforced Concrete Frame Components" Rep No. EERC 75-16 Univ. California Berkeley, 1975
5. Comité ACI-ASCE 352 "Recommendations for Design of Beam-Column Joints in Monolithic Reinforced Concrete Structures". Journal ACI, V 73, julio 1976
6. Comité ACI-ASCE 426 "The Shear Strength of Concrete Members Slabs" Journal Struct Div ASCE vol 100 ST8, ago 1974 pp 1543-1591
7. D J Dowrick "Earthquake Resistant Design" J Wiley. 1977
8. Meli R y Rodríguez M. "Waffle Slab-Column Connections Under Seismic Actions" CEB, Bull No. 132, may 1979



a) Forma típica de la relación $M-\varphi$

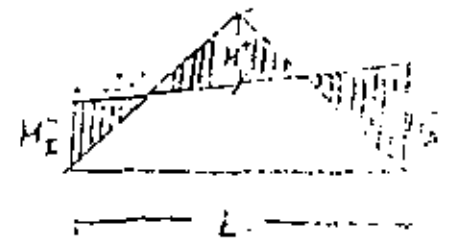
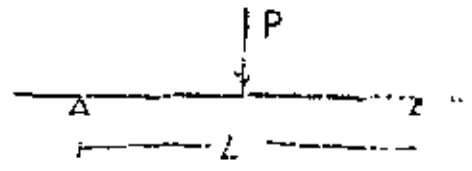
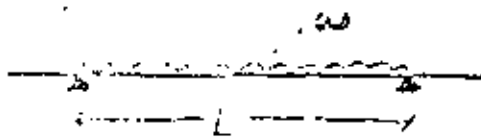


b) Idealizaciones de la $M-\varphi$



c) Articulación Plástica

Fig 1 Relaciones momento-curvatura en elementos de concreto reforzado

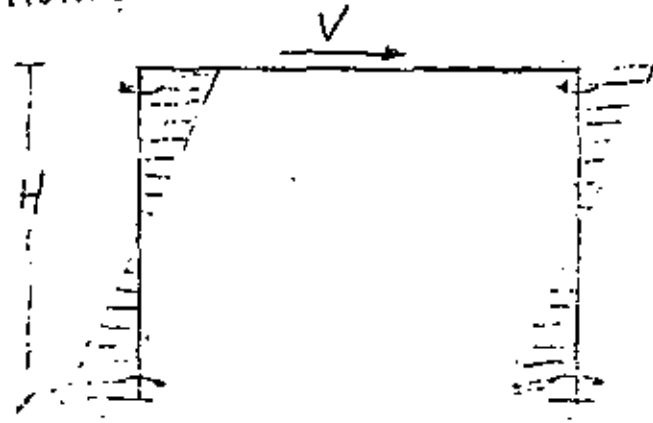


$$M_o = \frac{M_E + M_D}{2} + M^o = \frac{wL^2}{8}$$

$$M_o = \frac{M_E + M_D}{2} + M^o = \frac{PL}{4}$$

a) Viga con carga uniforme

b) viga con carga puntual



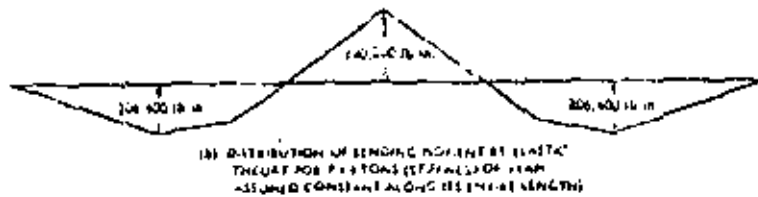
$$\sum M_c = V H$$

c) Marco con cargas laterales

Fig 2 Momentos isostáticos



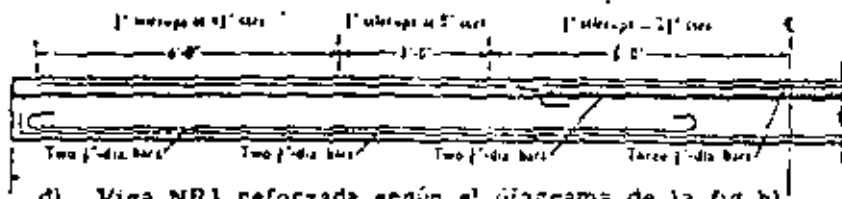
a) Forma de carga



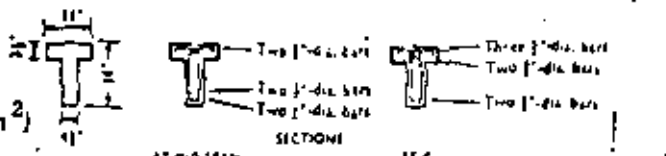
b) Diagrama de momentos según análisis elástico (P = 4 tons)



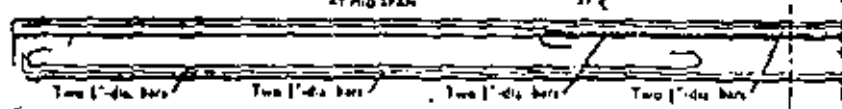
c) Diagrama de momentos considerando redistribución de momentos



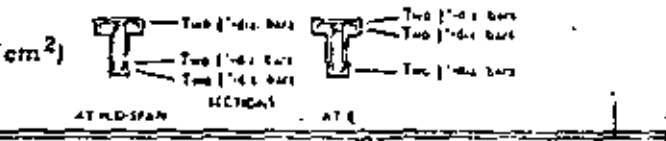
d) Viga NR1 reforzada según el diagrama de la fig b)



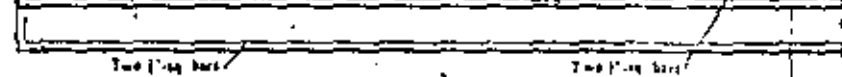
($f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$)



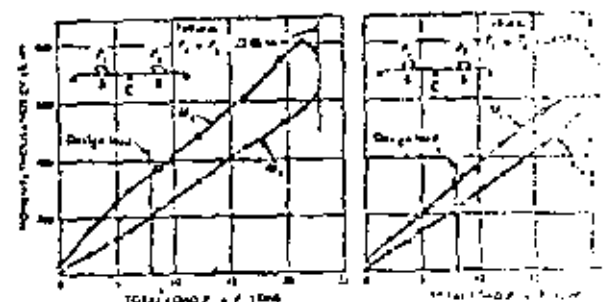
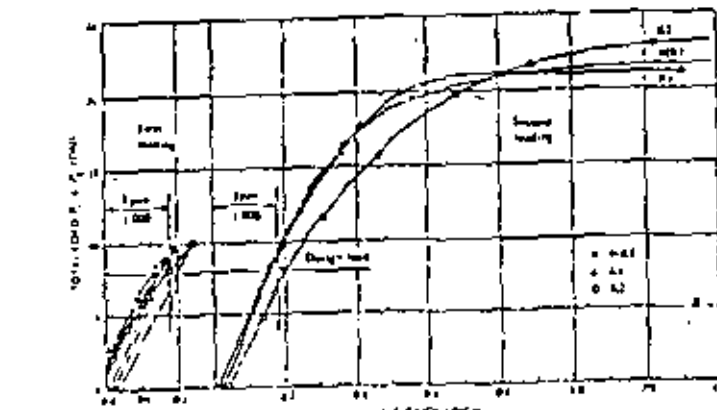
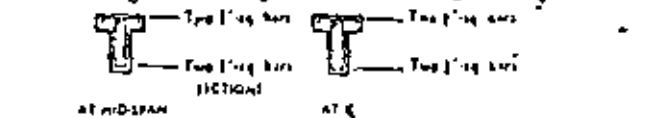
e) Viga R1 reforzada según el diagrama de la fig c)



($f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$)



f) Viga R2 reforzada según el diagrama de la fig c) ($f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$)



g) Momentos medidos en la viga R1

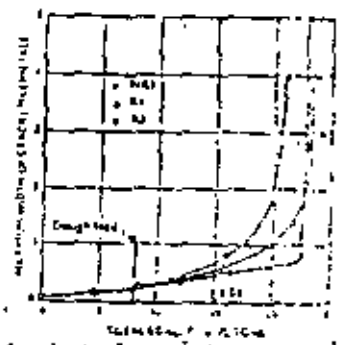
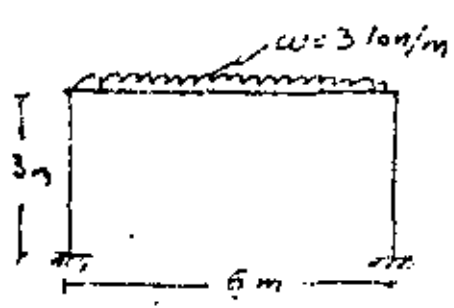
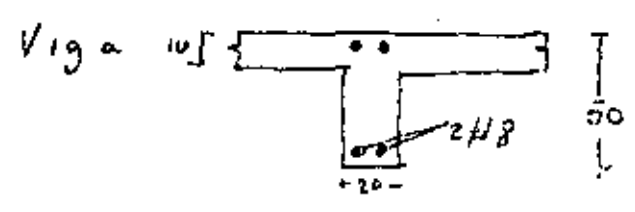


Fig. 3 REDISTRIBUCION DE MOMENTOS EN VIGAS CONTINUAS



Columna : 40 x 40 cm



$I_{columna} = 2.13 \times 10^5 \text{ cm}^4$ (sección bruta)

$I_{viga} =$	{	$2.08 \times 10^5 \text{ cm}^4$	sección bruta de la viga rectangular	$\left[\frac{b^3}{12} \right]$
		4.45×10^5	- - - - -	T
		1.19	- - - - -	agrietada transformada de la viga real
		2.17	- - - - -	T

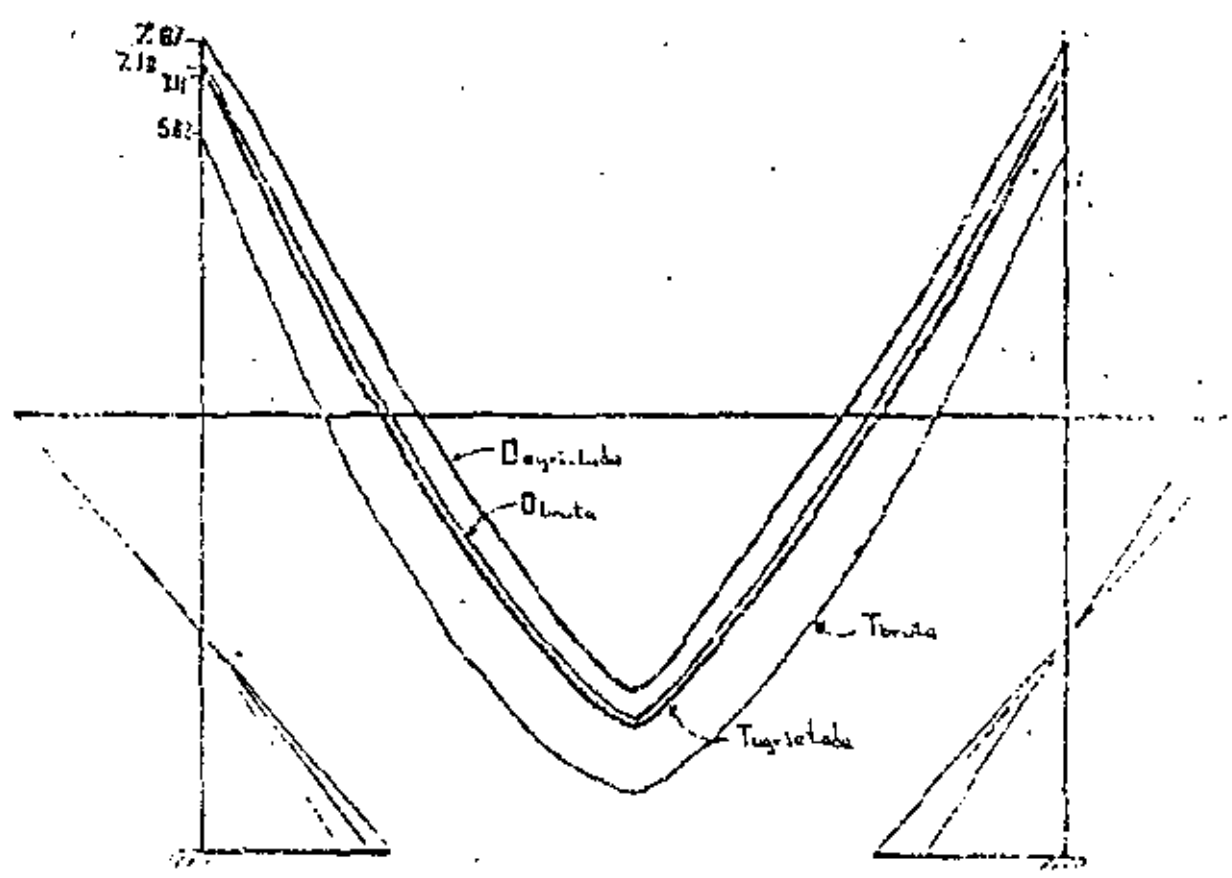
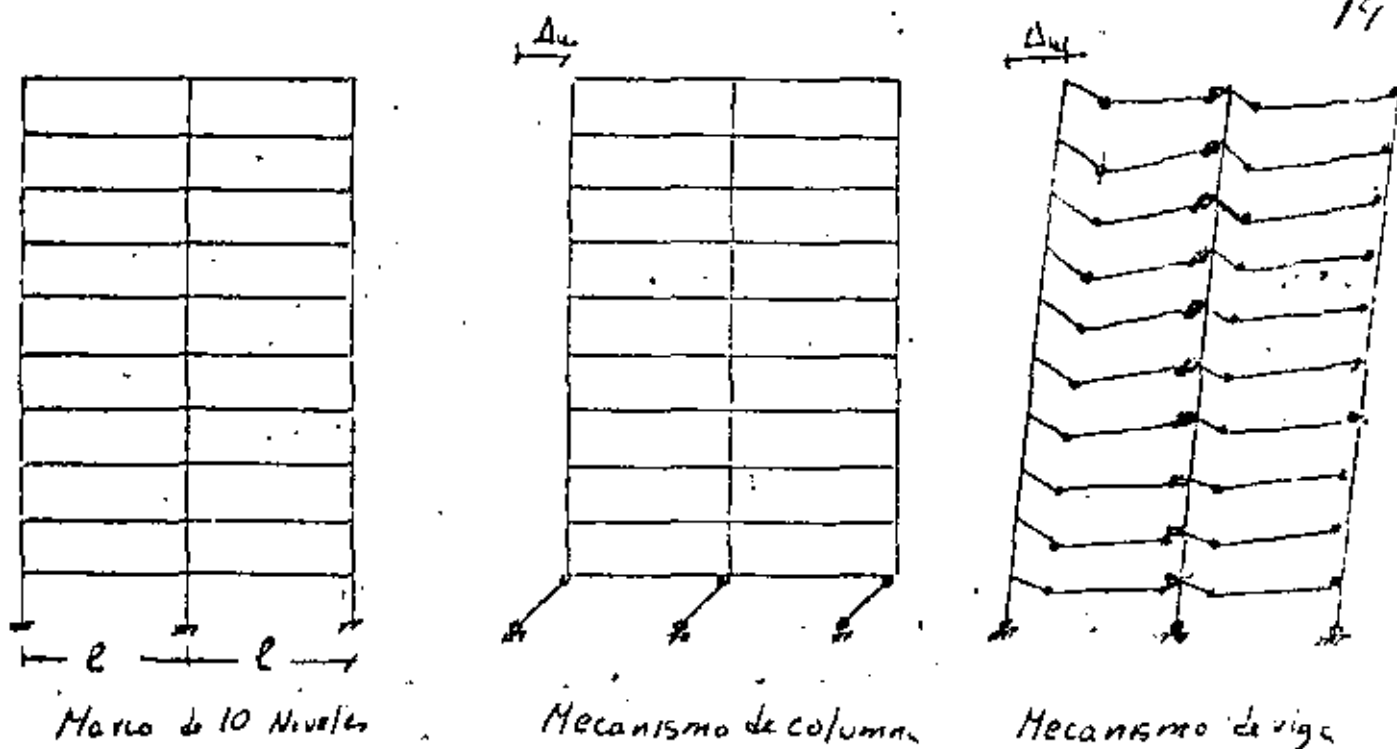


Fig 4 Comparación de diagramas de momentos obtenidos con distintas hipótesis sobre el momento de inercia de la viga



$M = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$, factor de ductilidad global para la estructura

$M' = \frac{\psi_u}{\psi_y}$, factor de ductilidad local para la seccion critica

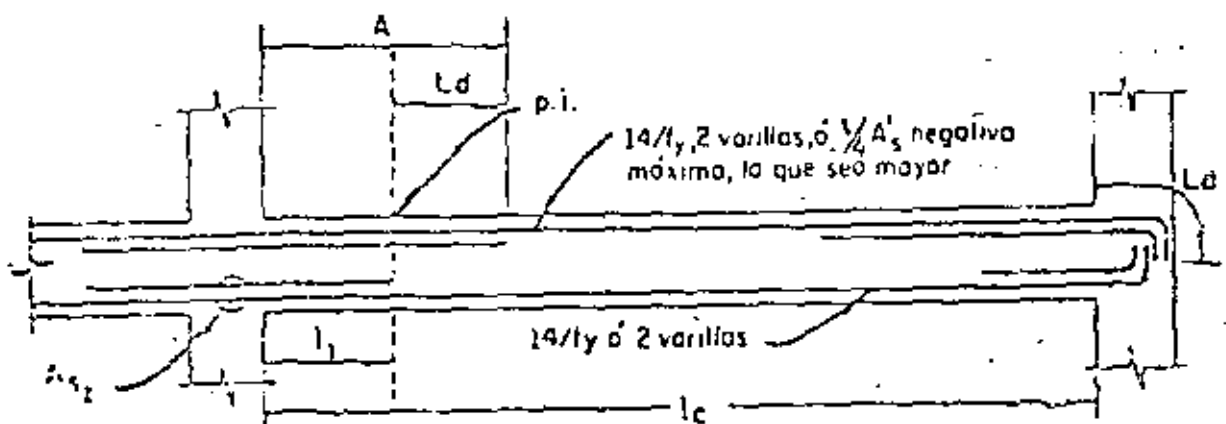
Para lograr $M=4$ en un marco de n pisos, se requieren los siguientes valores de M'

n de pisos	3	5	10	20
M' para mecanismo de columna	37	62	125	250
M' para mecanismo de viga	7.6	8	8.3	8.5

Fig 5 Relacion entre ductilidad global y ductilidad local

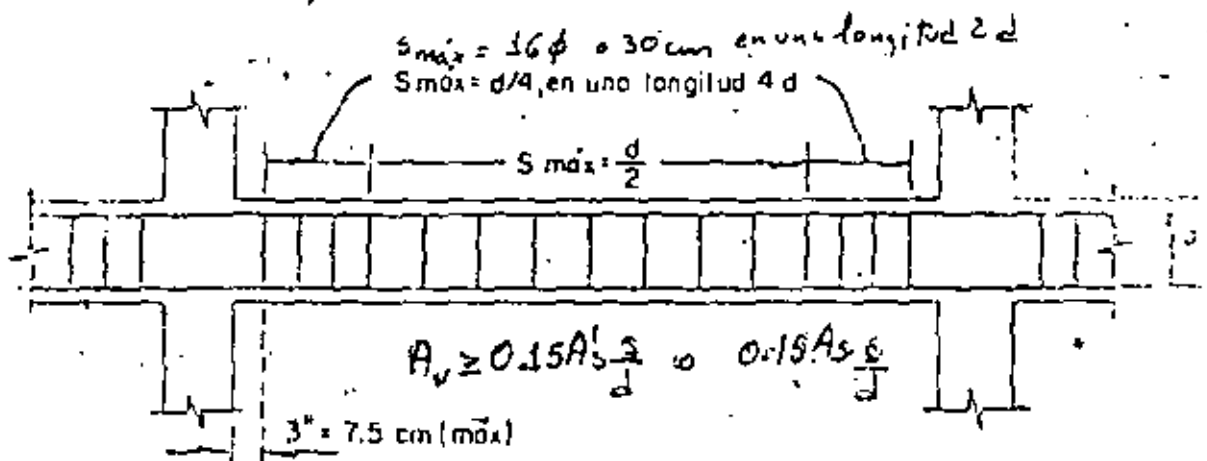
(No puede cortarse más de la tercera parte del acero negativo en esta longitud que debe ser por lo menos de $0.25l_c$)

$$\geq 0.5l_b$$



- A_{s1} Esta cantidad de acero debe ser tal que la resistencia por momento positivo sea por lo menos el 50% de la resistencia por momento negativo
- l_1 Distancia requerida por momento más la longitud de anclaje
- p.i. Punto de inflexión (posición más desfavorable)

a) Refuerzo longitudinal



b) Refuerzo Transversal

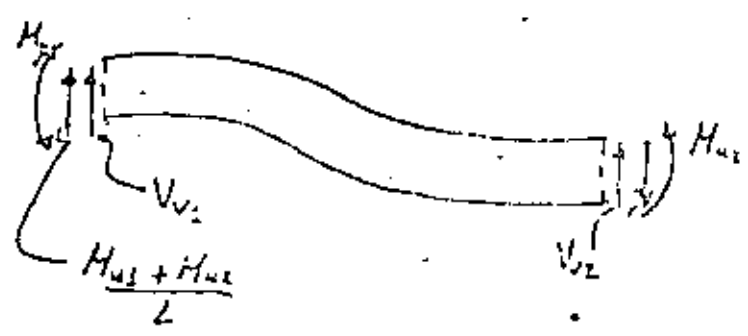
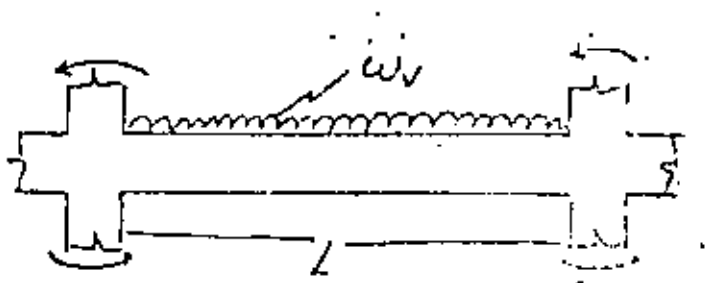
Cantidad máxima de refuerzo de tensión para elementos de marcos puros

Valor de $\rho = 0.5 \rho'$

f'_c	200	280	350
2800	0.0186	0.0247	0.0291
4200	0.0107	0.0143	0.0168

ρ = cuantía de refuerzo de tensión $\rho = A_s/bd$
 ρ' = cuantía de refuerzo de compresión $\rho' = A'_s/bd$

c) Cuantías máximas

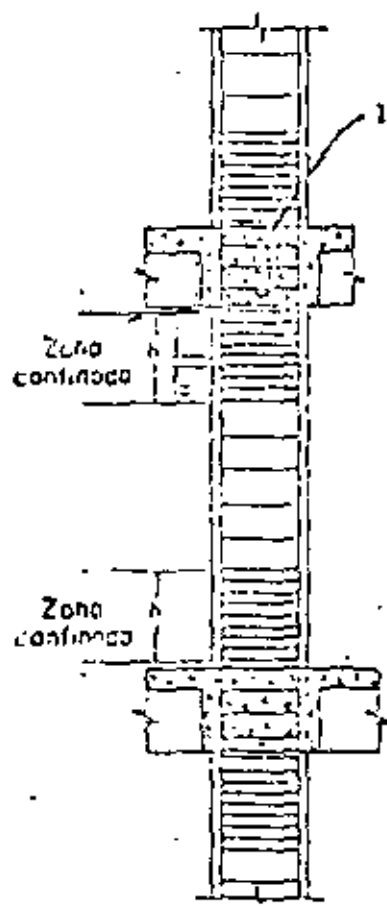


$$V_1 = V_{v1} + \frac{M_{u1} - M_{u2}}{L} \quad V_2 = V_{v2} + \frac{M_{u2} - M_{u1}}{L}$$

M_{u1}, M_{u2} momentos últimos resistidos por las secciones

V_{v1}, V_{v2} fuerzas cortantes debidas a las cargas verticales de diseño

Fig 7 Fuerzas cortantes de diseño en vigas



$0.01 \leq \rho \leq 0.06$
 $\sum M_{RC} \geq \sum M_{EV}$
 Si $\rho \leq 0.4 \rho_b$ como vigas
 Si $\rho > 0.4 \rho_b$: confinamiento

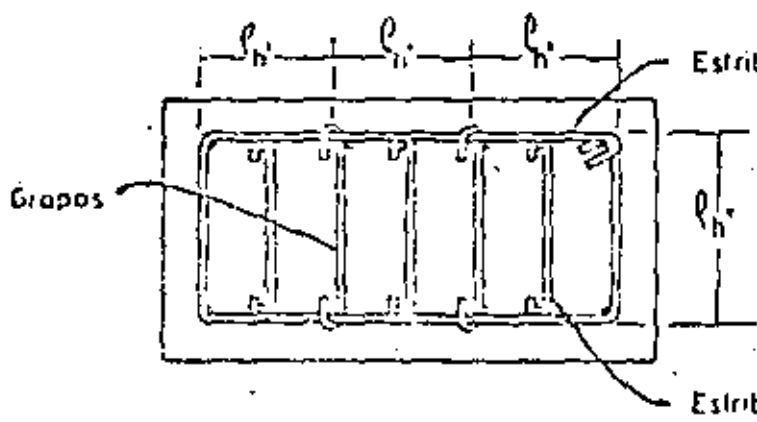
1. El refuerzo de la intersección puede separarse $2a$, cuando hay vigas en los cuatro lados; para otras condiciones, la separación debe ser a

$$\rho_b = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f_c}{f_y} \geq 0.12 \frac{f_c}{f_y}$$



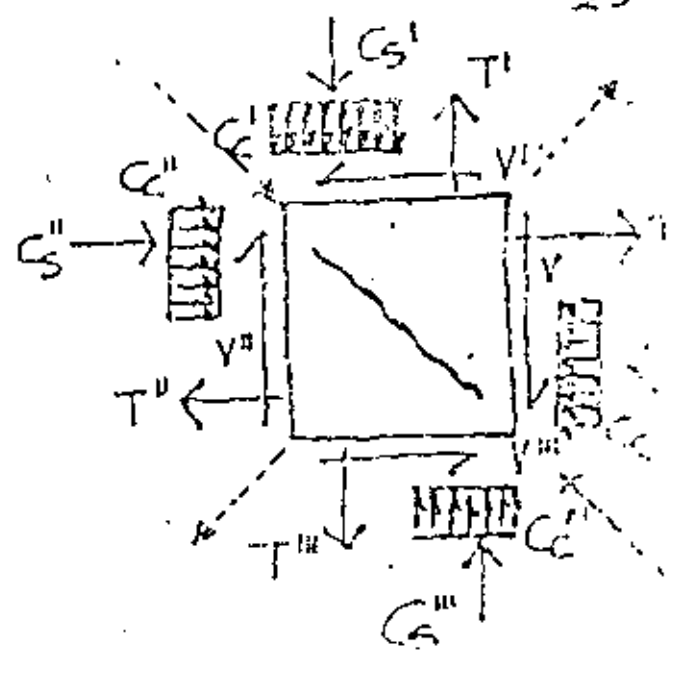
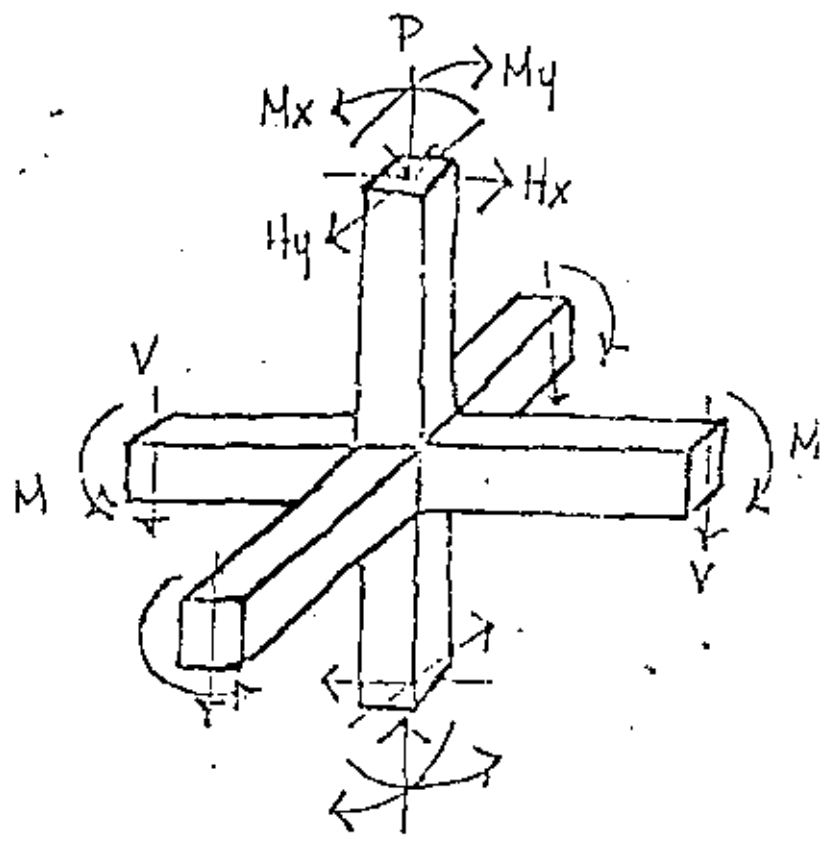
Estribos de confinamiento

a = Separación del refuerzo transversal
 h = Dimensión máxima de la columna, pero no menor de 45 cm, ni de un sexto de la altura libre

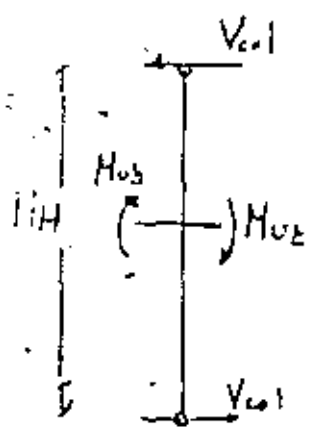
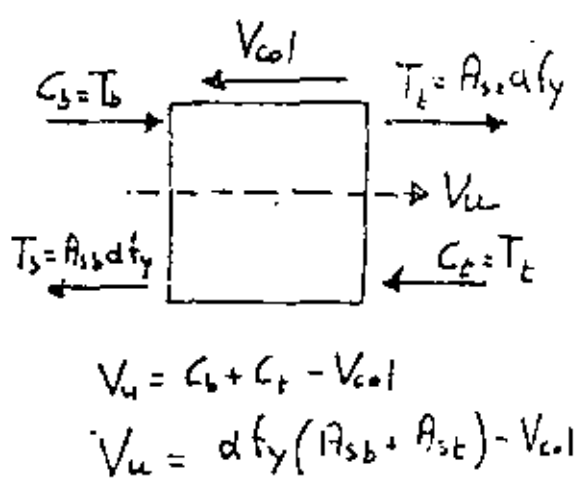


$$A_{sh} = \frac{l_h \cdot l_s \cdot s_v}{2}$$

Fig 8 Refuerzo por ductilidad en columnas



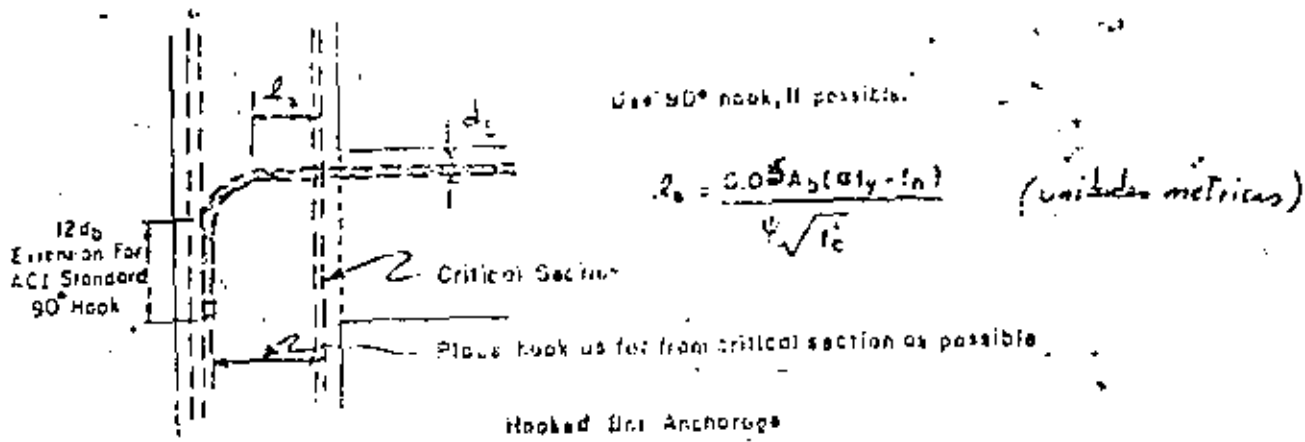
a) Cargas en la conexión



$$V_{col} = \frac{M_{u1} + M_{u2}}{H}$$

c) Fuerza cortante de diseño en la unión

Fig 9 Diseño por cortante de la unión rigida columna



A_b = área de la barra
 $\psi = 1.4$ (en condiciones usuales)
 $f_n = 185(1 - 0.012d_b)\psi\sqrt{f_c}$

Fig 10 Requisitos de anclaje en la unión

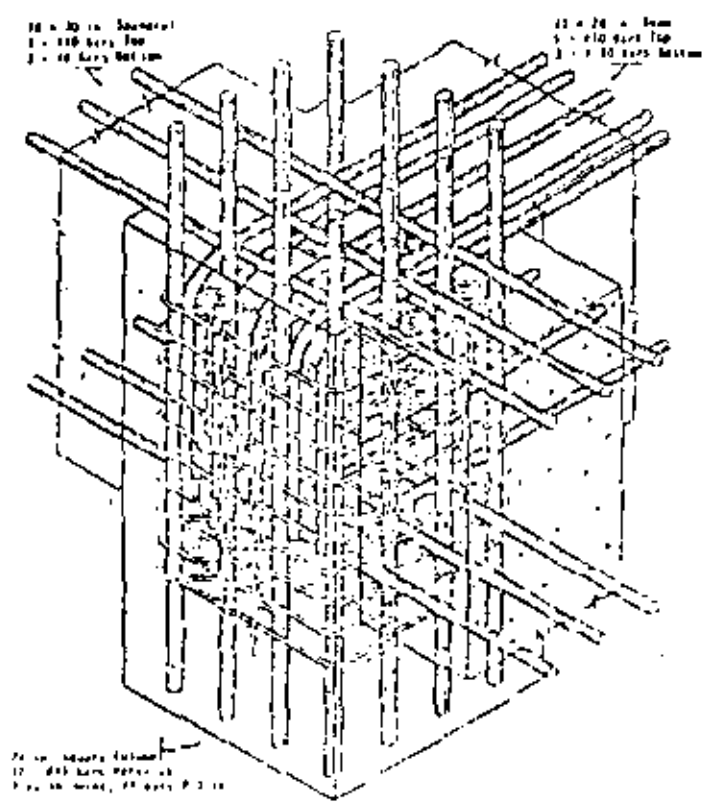


Fig 11 Refuerzo de unión de acuerdo con los requisitos del Com. ACI-ASCE 318

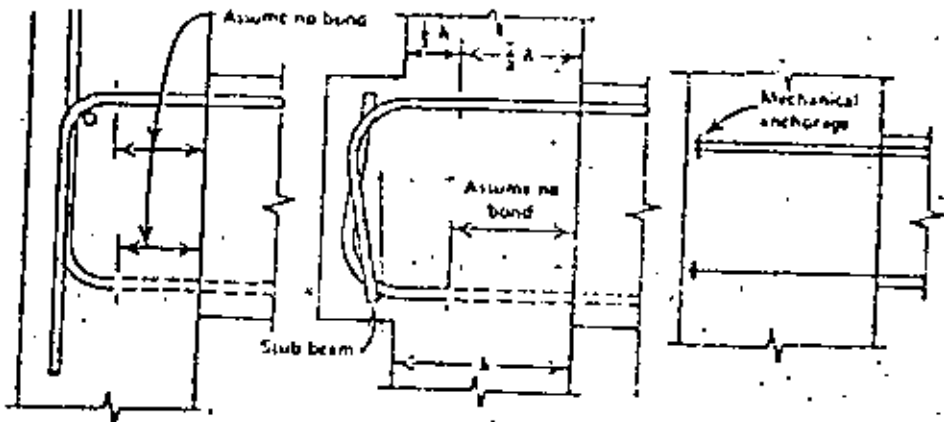
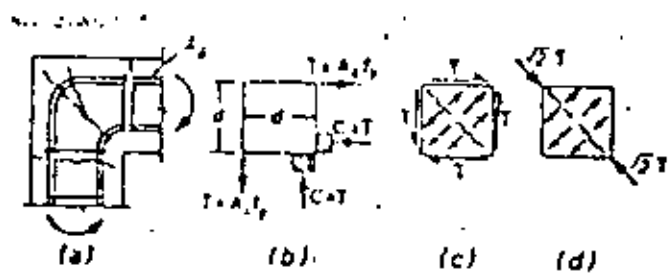
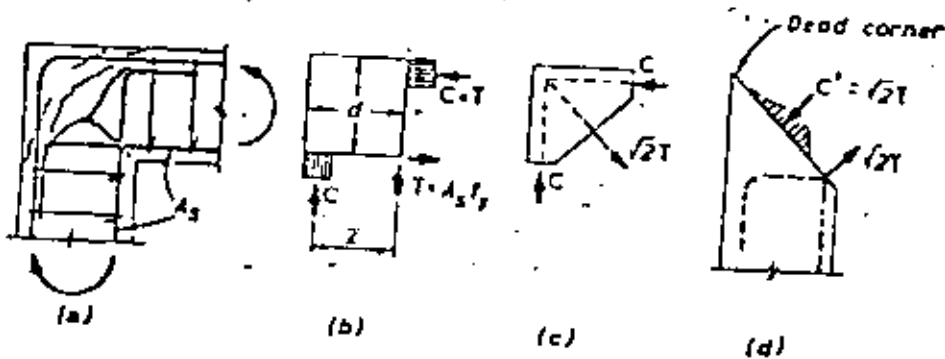


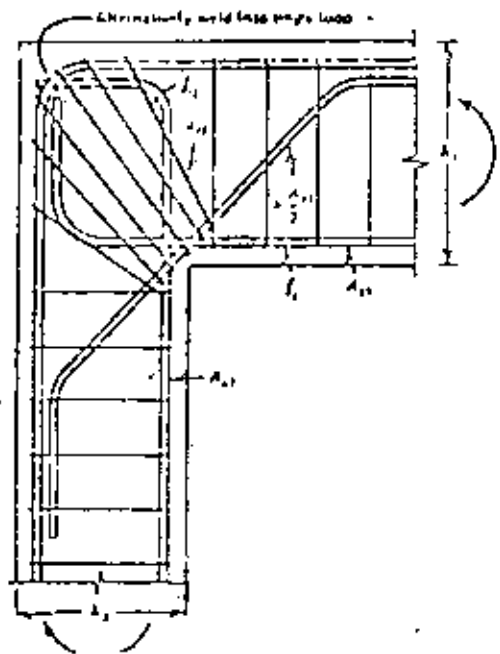
Fig 12 Formas alternativas de anclaje de refuerzo en las uniones



a) estuercos al cerrarse la unión



b) retorno al abrirse la unión



c) Refuerzo recomendable en uniones de rodilla para abros grandes

Fig 13 Condiciones de estuercos y modalidades de refuerzo en juntas de rodillos

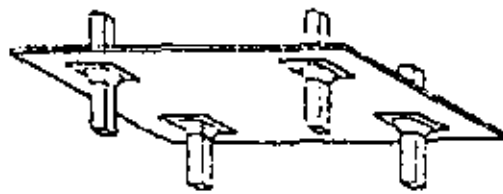


Fig. 1-The flat slab

a) losa plana con bases y pilas

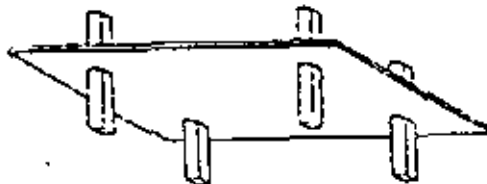
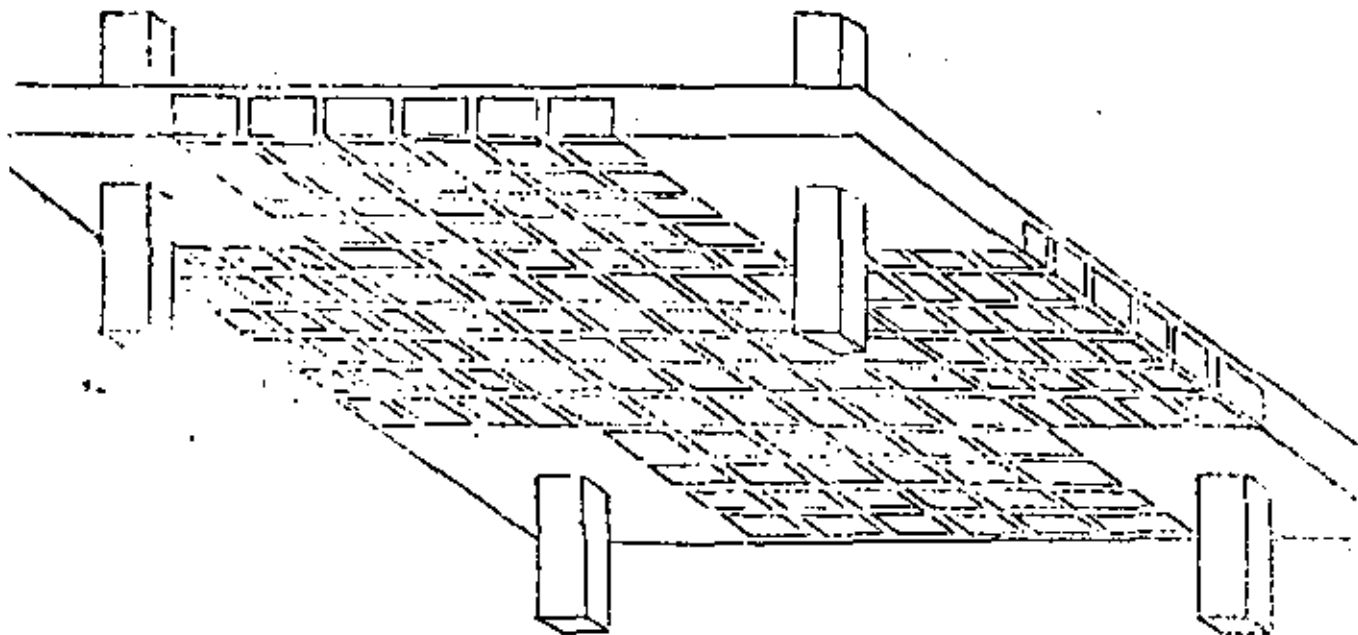


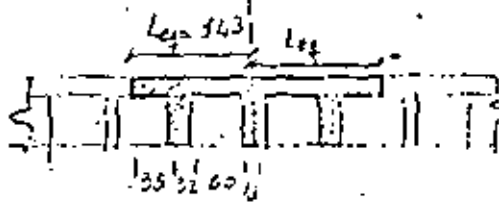
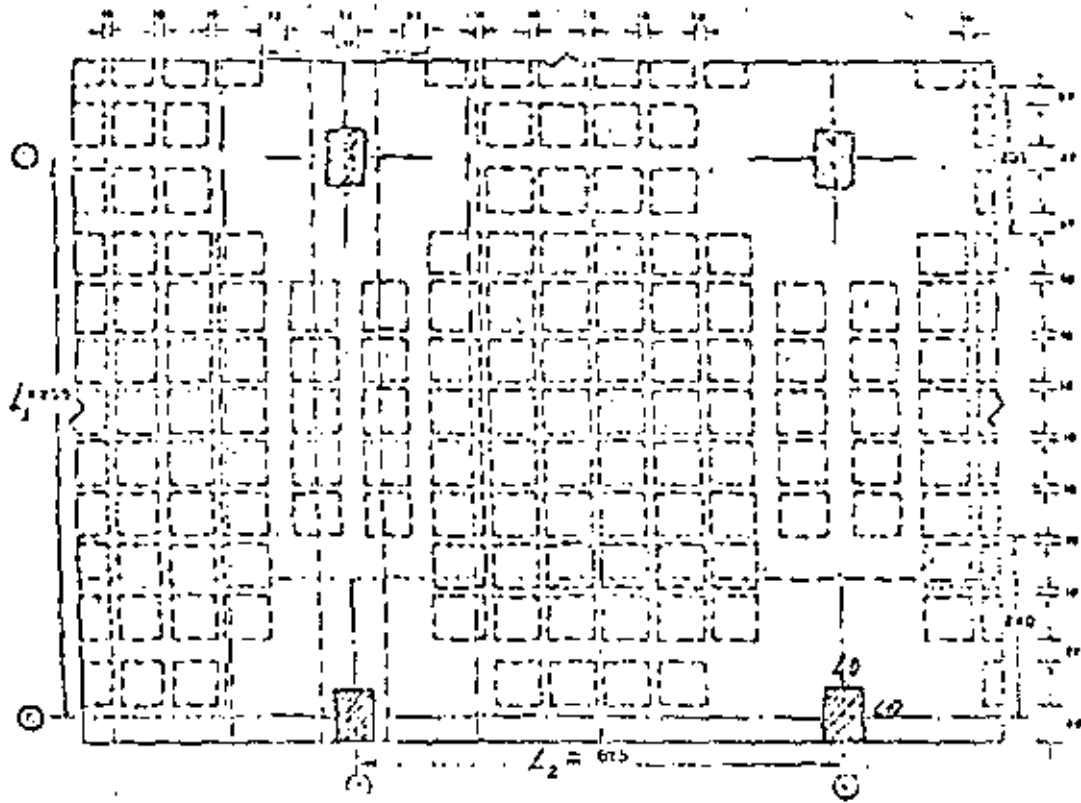
Fig. 2-The flat slab

b) Placa y lerna



c) losa plana aligerada

Fig. 14 Modalidades de losas planas

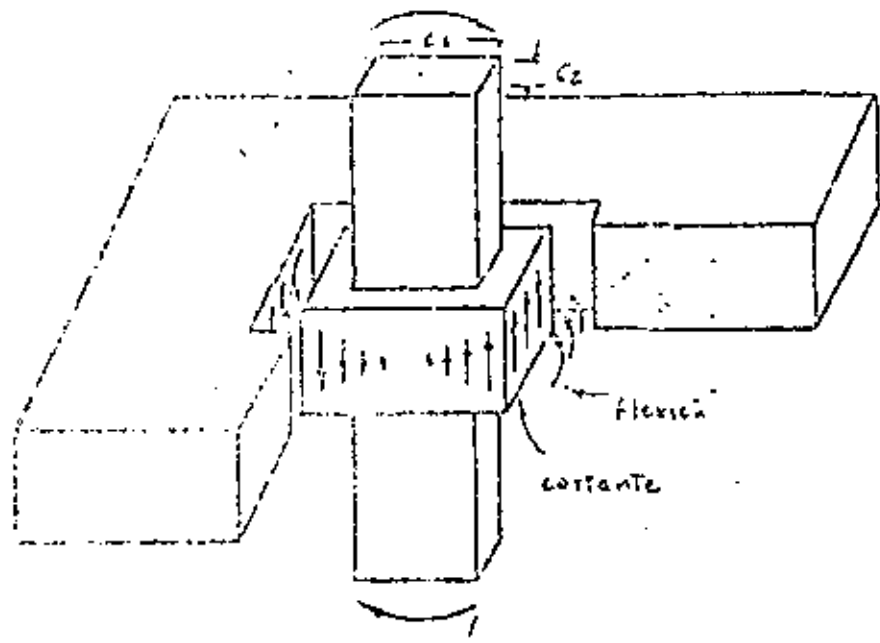


Viga equivalente

$$L_{eq} = \frac{0.5L_1}{1 + 0.67L_1/L_2} + 0.3C_2$$

$$L_{eq} = \frac{0.25 \times 675}{1 + 0.67 \times \frac{675}{750}} + 0.3 \times 40 = 543 \text{ cm}$$

Fig 15. Viga equivalente para análisis por cargas laterales

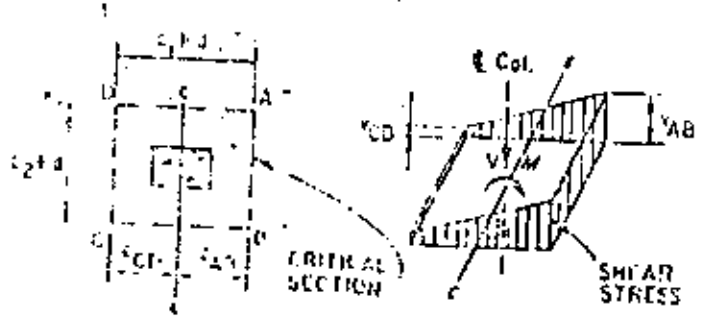


Por cortante $\propto M_D$

Por flexión $(1-\alpha)M_D$

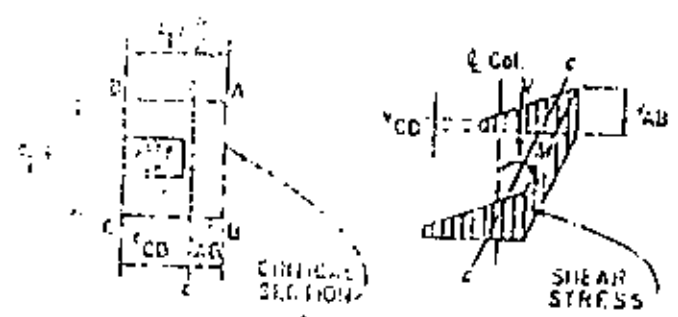
$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}}$$

a) Función de la concentración



(b) INTERIOR COLUMN

$$\sigma_{AB} = \frac{V}{A_c} + d \frac{dV}{dx}$$



(b) EDGE COLUMN

$$\sigma_{CB} = \frac{V}{A_c} - d \frac{dV}{dx}$$

by Distribución de esfuerzos
dentro de la zona crítica

Fig. 10. Distribución de momentos de columna + los

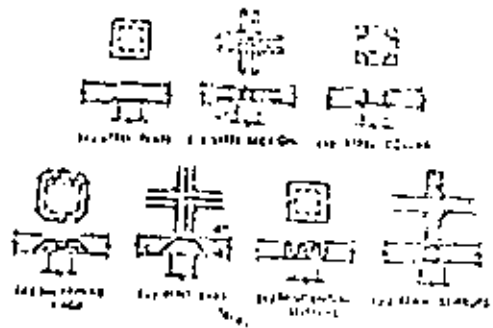
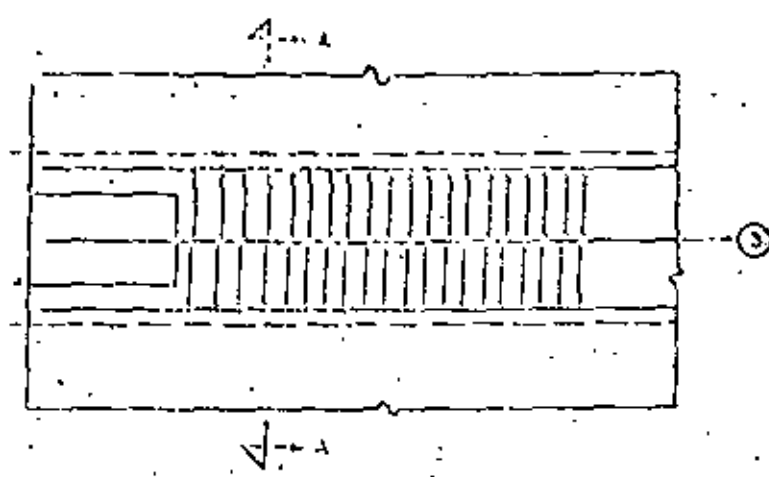


Fig 17 Modalidades de reforço por cortante em laços planas



$$V_u = \frac{V}{4} + \frac{\alpha M_c}{S_c}$$

$$V_c = \sqrt{f_c}$$

si $V_u > V_c$

Se require

$$V_s = \frac{V_u - V_c}{2}$$

$$V_s = \frac{\rho_v f_y}{s b}$$

Mo α admiss

$$V_u > 1.5 \sqrt{f_c}$$

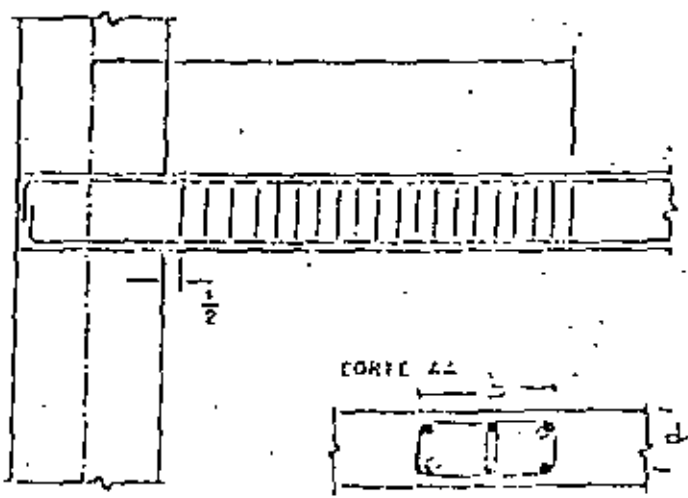


Fig 18 Desenho de reforço por cortante em laços planas





centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 4

COMPORTAMIENTO SISMICO Y CRITERIOS DE ESTRUCTURACION DE EDIFICIOS
DE CONCRETO

DR. VITELMO BERTERO

AGOSTO, 1980



APUNTES SOBRE

"LA DUCTILIDAD DISPONIBLE EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO"

por

Vitelmo V. Bertero

Professor de Ingeniería Civil
Universidad de California, Berkeley, California

LA IMPORTANCIA DE PREDECIR LA DUCTILIDAD DISPONIBLE EN ESTRUCTURAS DE C/A

Se espera que las estructuras de concreto armado, situadas en zonas de alto riesgo sísmico y diseñadas según las especificaciones de la norma o código vigente, experimenten varios ciclos de deformación con incursiones bien dentro del rango anelástico cuando se sometan a los movimientos sísmicos del suelo máximos del lugar. Se han desarrollado métodos analíticos para obtener una aproximación de la demanda por ductilidad de una estructura [1-5]. Una vez fijada la "ductilidad requerida," el diseñador debe de disponer de algún procedimiento para predecir la ductilidad disponible de la estructura seleccionada a fin de diseñarla y detallarla para la ductilidad requerida. Debe destacarse que, dado que los métodos utilizados actualmente para estimar la demanda por ductilidad están basados en modelos matemáticos simplificados y procedimientos que pudieran conducir a estimaciones no conservadoras de la demanda real, el diseñador debe asegurarse que la estructura tenga una ductilidad mayor que la requerida.

El requisito de una mayor ductilidad para el desplazamiento lateral puede obtenerse a través de deformaciones anelásticas localizadas de ocurrencia en determinadas zonas críticas a lo largo de los elementos de

la estructura. Estas zonas críticas están ubicadas generalmente alrededor de las secciones donde las tensiones en el acero o en el concreto alcanzan sus valores de fluencia. En estructuras de concreto armado esto puede ocurrir prácticamente en cualquier sección ya que cada elemento puede ser diseñado con resistencia variable; es posible ajustar el acero de refuerzo y las dimensiones de las secciones a cualquier envolvente seleccionada o estimada de los esfuerzos internos. Afortunadamente, dadas las consideraciones económicas y las incertidumbres respecto de las condiciones de carga, es decir, la selección de la envolvente de los momentos internos, el dimensionamiento de los elementos y la distribución de los refuerzos son hechos generalmente de una forma tal que las zonas críticas se localizan alrededor de los puntos con valores extremos de los esfuerzos internos. Estas zonas se ilustran en la Fig. 1 para un solo nivel, señalándose ocho zonas diferentes. Estas zonas se denominarán "zonas críticas" de aquí en adelante.

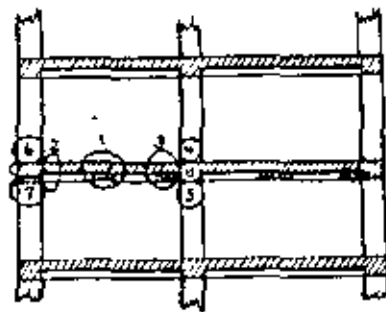


Fig. 1 ZONAS CRÍTICAS EN UN MARCO DE CONCRETO ARMADO RESISTENTE A FLEXIÓN

Dependiendo del tipo de sistema estructural, de la rigidez relativa de los elementos, del detalle de estos elementos y sus conexiones, las necesidades de ductilidad para que deformaciones locales ocurran en las zonas críticas, pueden exceder considerablemente aquellas del desplazamiento lateral. De aquí que la necesidad de un factor de ductilidad

basado en el desplazamiento lateral, aunque necesario, no es suficiente por si misma para prevenir la falla bajo un sismo fuerte. Los resultados obtenidos en un estudio (6) han demostrado que el análisis basado en una respuesta elasto-lineal sobrestima generalmente la ductilidad de deformación en las columnas y la subestima en las vigas, comparadas con aquellas obtenidas por un análisis elasto-plástico. Para estructuras de concreto armado es crucial la obtención de valores precisos de la ductilidad requerida en las zonas críticas ya que la capacidad de rotación disponible es sensible al tipo, cuantía y detalle del refuerzo.

De este modo, para obtener la ductilidad requerida de una estructura de concreto armado es necesario predecir la ductilidad de sus elementos, la que a su vez depende de la ductilidad de sus zonas críticas. Esta última se mide generalmente por la capacidad de rotación obtenida a partir de la ductilidad de la curvatura de sus secciones utilizando los principios de la mecánica de medios continuos.

Para lograr una gran ductilidad bajo excitaciones dinámicas generalizadas inducidas por fuertes movimientos del suelo, la estructura debe ser diseñada y detallada de tal manera que la flexión controle el comportamiento de las zonas críticas. Los siguientes párrafos repasan la ductilidad disponible de las zonas críticas en flexión.

DUCTILIDAD DISPONIBLE DE ZONAS CRÍTICAS EN FLEXIÓN DE C/A SOMETIDAS A MOMENTOS DE FLEXIÓN MONÓTONAMENTE CRECIENTES

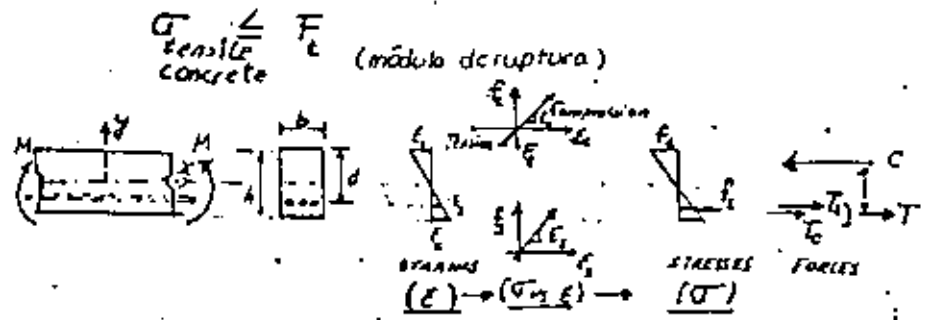
El comportamiento de las zonas críticas de C/A es muy sensible a la historia de las solicitaciones que actúan sobre ellas. Para determinar la ductilidad de dichas zonas deben distinguirse dos tipos de com-

portamiento: (1) momento de flexión monotonamente creciente y (2) momento de flexión repetitivo-generalizado o variable.

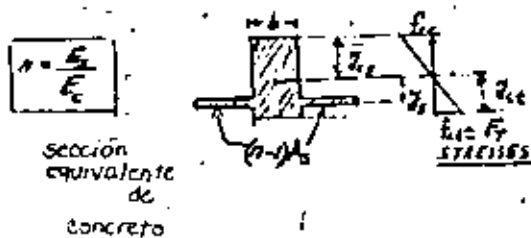
COMPORTAMIENTO MECANICO DE ZONAS CON ARMADURA SIMPLE SOMETIDAS A MOMENTO DE FLEXION MONOTONAMENTE CRECIENTE

Las ecuaciones para predecir el comportamiento mecánico de zonas y elementos de concreto con armadura simple se obtienen a partir de los principios básicos de la mecánica de medios continuos y están resumidas a continuación.

Fase 1 : No agrietado



Es conveniente trabajar con la sección equivalente no agrietada.



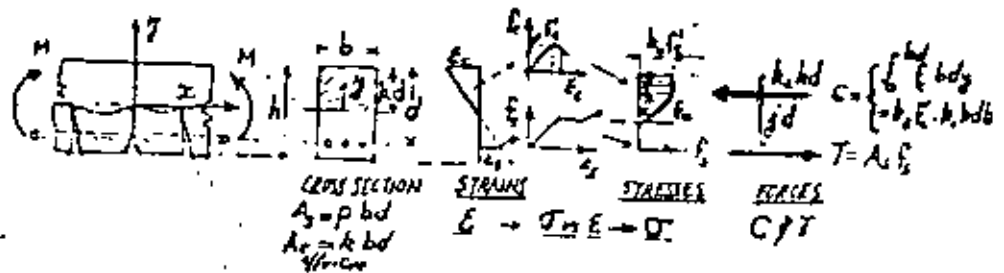
la solución está basada en la mecánica de vigas homogéneas flectadas en el rango *linear elástico*.

- (1) El eje neutro \bar{Y}_{cg} pasa por el centro de gravedad de la sección
- (2) $f_c = \frac{M}{I} Y$
- (3) $M_{\text{agrietamiento}} = F_T \cdot (I/Y_{ct}) - F_T(S_T) \quad f_s = \left(\frac{M_{\text{agrietamiento}}}{I} Y \right) \cdot n$

$$(4) \phi_{\text{agrietamiento}} = \frac{\epsilon_{ct}}{Y_{ct}} = \frac{(\epsilon_{cc})_{\text{cracking}}}{Y_{cg}} = \frac{(\epsilon_s)_{\text{cracking}}}{Y_s}$$

Fase 2 : Agrietado

Hipótesis { Las secciones planas permanecen planas
Se desprecia la resistencia a la tracción del concreto



1. Geometría

A partir de $\frac{\epsilon_y}{Y} = \frac{(\epsilon_c)_{\max}}{kd} = \frac{\epsilon_s}{d-kd}$ $k = \frac{(\epsilon_c)_{\max}}{(\epsilon_c)_{\max} + \epsilon_s}$ (1)

Curvatura de la Sección $\phi = \frac{(\epsilon_c)_{\max}}{Y} \rightarrow$ $\phi = \frac{(\epsilon_c)_{\max}}{kd} = \frac{\epsilon_s}{d(1-k)}$ (2)

2. Equilibrio

(a) $\sum F_x = 0 \quad T = C \quad C = K_1 K_3 f'_c (bkd)$ (3)

$c = \int_0^{kd} \bar{f}_c b dy = \bar{f}_c (bkd) = \underbrace{k_1 (k_3 f'_c)}_{\text{average stress}} (bkd)$ $T = f_s \rho b d$ (4)

$$jd = d = k_2 kd \quad j = (1 - k_2 k) \quad (5)$$

$$\text{de } C = T \quad K = \frac{P \cdot f_s}{K_1 K_3 f'_c} \quad (6)$$

$$\text{de (6)} \quad P = \frac{K K_1 K_3 f'_c}{f_s} \quad (7)$$

$$(b) \quad \sum M = 0 \quad M = T \cdot jd = C \cdot jd$$

usando (4) & (5) usando (6)

$$M = T \cdot jd = P f_s b d \cdot (1 - k_2 k) d \rightarrow \frac{M}{b d^2} = P f_s \left(1 - \frac{k_2 P f_s}{K_1 K_3 f'_c}\right)$$

$$\text{definiendo } q \text{ como el índice de refuerzo de tracción} \quad q = p \frac{f_s}{f'_c} \quad (8)$$

$$\frac{M}{b d^2} \cdot \frac{1}{f'_c} = q \left(1 - \frac{k_2}{K_1 K_3} q\right) \quad (9)$$

Utilizando \leftarrow usando (3) y (5) \rightarrow

$$M = C \cdot jd = k_1 k_3 f'_c b k d (1 - k_2 k) d$$

$$\frac{M}{b d^2} \cdot \frac{1}{f'_c} = k_1 k_3 (1 - k_2 k) \quad (10)$$

Nótese que estas ecuaciones son generales y válidas para cualquier distribución de tensiones. Para obtener los valores numéricos de k , k_1 , k_2 , y k_3 debemos elegir la distribución de tensiones ^{del bloque de concreto en compresión,} es decir, necesitamos la RELACIÓN TENSION-DEFORMACIÓN.

RELACIÓN TENSION-DEFORMACIÓN DE LOS MATERIALES DEL C/A
Refuerzo de Acero

Las curvas tensión-deformación para las barras de refuerzo de acero utilizadas en la construcción de concreto armado se ilustran en la Fig. 2. Estas curvas fueron obtenidas cargando las barras monotonamente en tracción. Idealizaciones típicas se muestran en la Fig. 3.

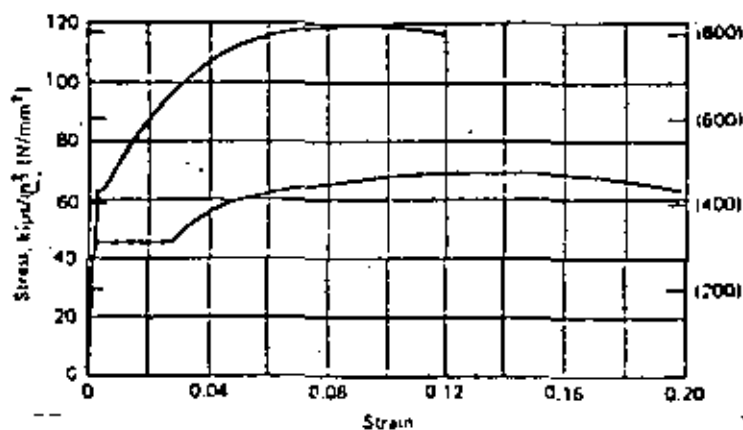


Fig. 2 CURVAS DE TENSION-DEFORMACION TÍPICAS DEL ACERO DE REFUERZO

Concreto

En la discusión de la relación tensión-deformación para este material debemos distinguir entre concreto no confinado y confinado.

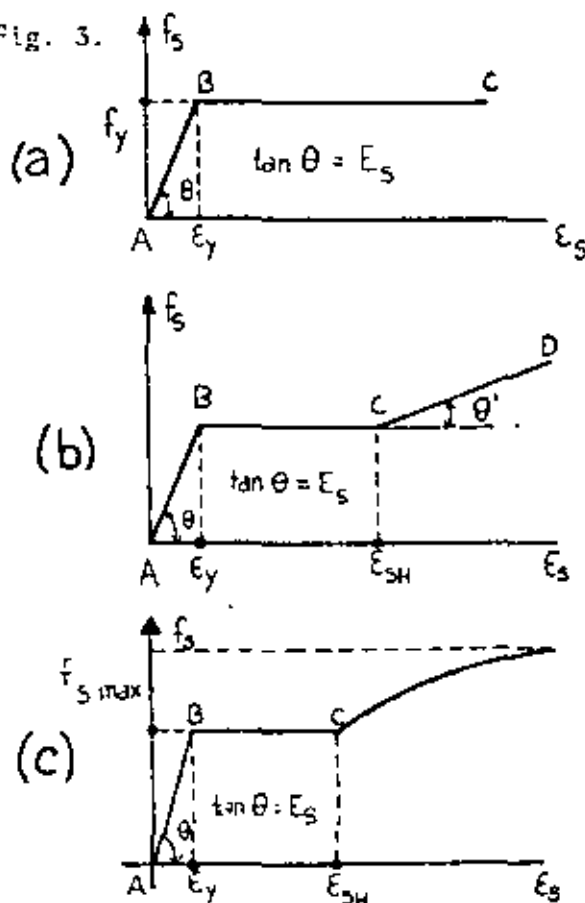


Fig. 3 IDEALIZACIONES DE LAS CURVAS TENSION-DEFORMACION DEL ACERO DE REFUERZO

Concreto No Confinado - En la Fig. 4 se muestran curvas típicas de tensión-deformación de este material obtenidas a partir de ensayos de compresión uniaxial de probetas cilíndricas de concreto. Curvas idealizadas de tensión-deformación se muestran en la Fig. 5.

Concreto Confinado - Debe establecerse la distinción entre concreto confinado por presión activa y aquél por refuerzo transversal, el que actúa por presión pasiva. En la Fig. 6 se muestran curvas de tensión-deformación axiales típicas obtenidas a partir de ensayos de compresión triaxiales para el concreto. Curvas de tensión-deformación para el concreto confinado con distintos tipos de refuerzos transversales se ilustran en la Fig. 7. Finalmente, en la Fig. 8 se muestran diagramas de tensión-deformación idealizados para el concreto confinado.

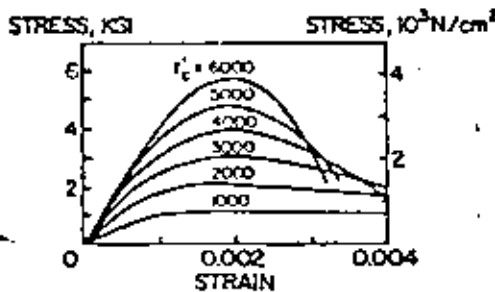


Fig. 4 CURVAS TÍPICAS DE TENSIÓN-DEFORMACIÓN PARA CONCRETO NO CONFINADO EN COMPRESIÓN UNIAxIAL

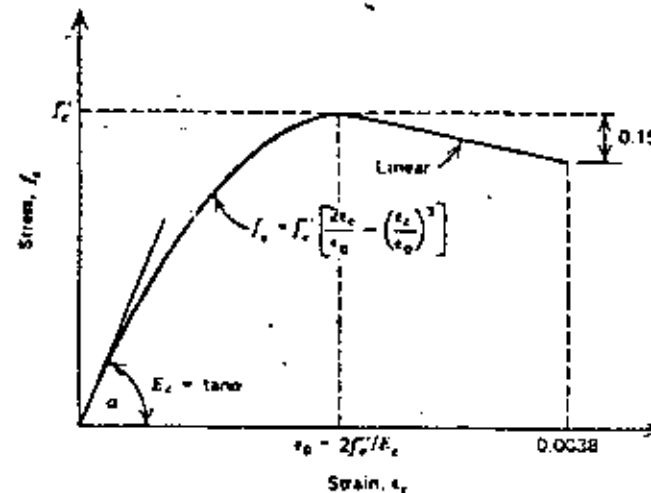


Fig. 5 CURVA IDEALIZADA DE TENSIÓN-DEFORMACIÓN PARA CONCRETO NO CONFINADO EN COMPRESIÓN UNIAxIAL

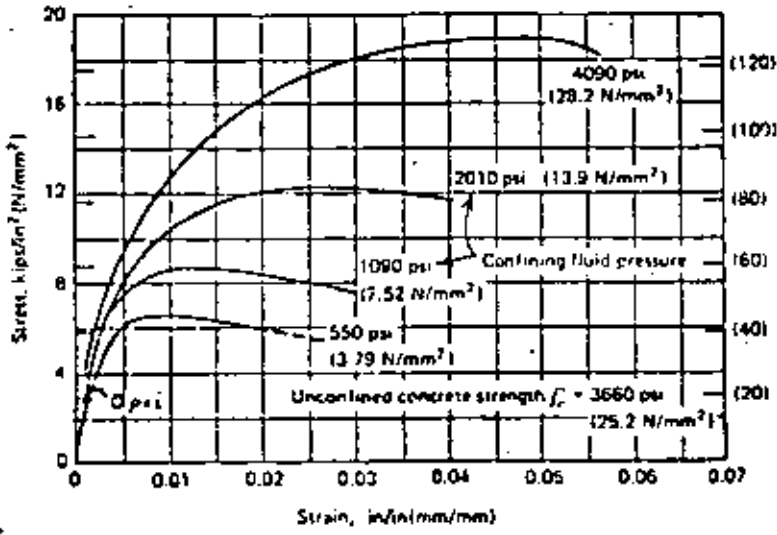


Fig 6 CURVAS DE TENSIÓN-DEFORMACIÓN AXIALES OBTENIDAS DE ENSAYOS DE COMPRESIÓN TRIAXIAL EN PROBETAS CILÍNDRICAS DE CONCRETO

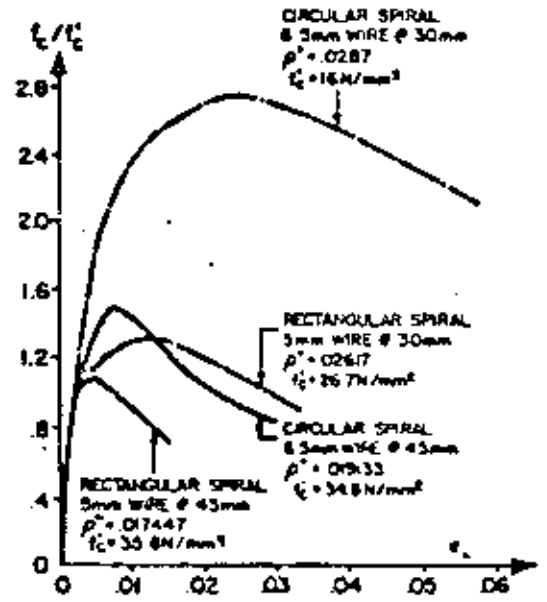


Fig. 7 COMPARACIÓN DE LAS RELACIONES TENSIÓN-DEFORMACIÓN PARA CONCRETO CONFINADO CON ESPIRALES CIRCULARES Y RECTANGULARES

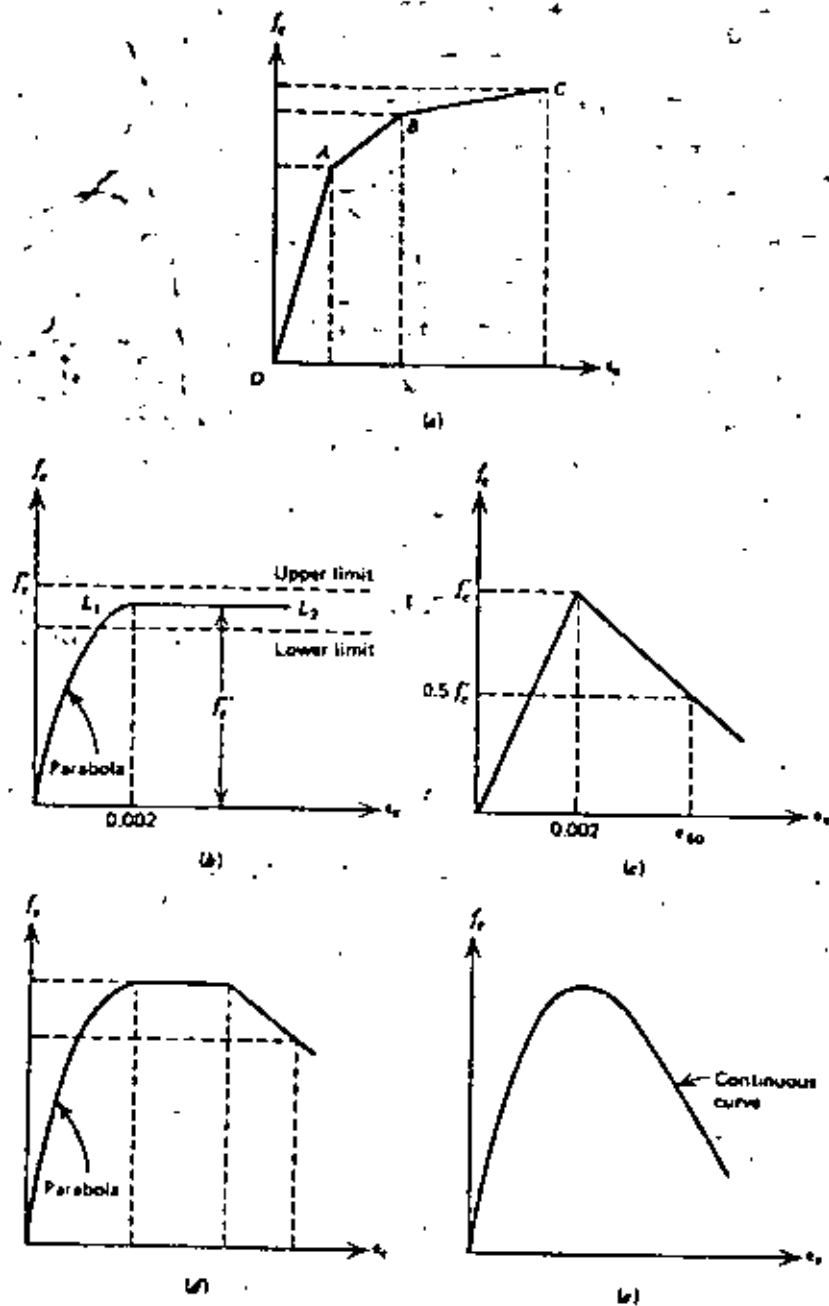


Fig 8 ALGUNAS CURVAS PROPUESTAS DE TENSION-DEFORMACION PARA CONCRETO CONFINADO CON ANILLOS RECTANGULARES. (a) CHAN AND BLUME ET AL., (b) BAKER, (c) ROY AND SOZEN, (d) SOLIMAN AND YU, (e) SARGIN ET AL. [2].

DUCTILIDAD DISPONIBLE EN SECCIONES CON ARMADURA SIMPLE

La ductilidad disponible en una sección de C/A puede calcularse obteniendo en primer término el diagrama momento-curvatura ($M - \phi$) de la sección para una curvatura creciente monótonamente desde cero hasta su valor máximo ϕ_{max} . Tal diagrama se ilustra en la Fig. 9 incluyendo los puntos más significativos de la relación momento-curvatura promedio ($M - \phi_{promedio}$). Los valores de M y $\phi_{promedio}$ correspondientes a estos puntos en la fase de agrietamiento pueden ser obtenidos utilizando las ecuaciones (2) y (9) ó (10). Nótese que, en esta fase y en términos rigurosos, no es posible definir la curvatura en una sección agrietada. Más aún, ya que no es posible medir la curvatura en la sección, es más realista trabajar con M vs. $\phi_{promedio}$.

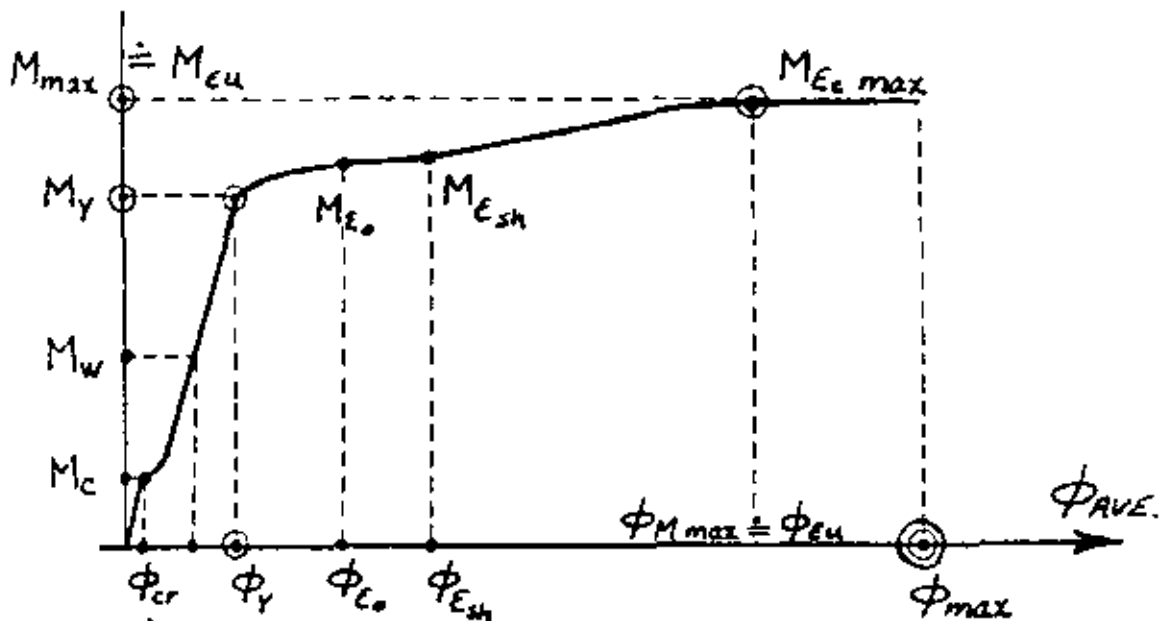


Fig. 9 RELACION MOMENTO-CURVATURA EN UNA SECCION DE UNA VIGA DE C/A

De acuerdo con la definición general de cociente o factor de

ductilidad y con la notación empleada en la Fig. 9, el cociente de ductilidad para la curvatura, μ_ϕ , puede definirse como:

$$\mu_\phi = \frac{\text{curvatura en la falla}}{\text{curvatura en la fluencia}} = \frac{\phi_{\max}}{\phi_y} \quad (11)$$

Curvatura en la fluencia ϕ_y - Utilizando la ecuación (2) y asumiendo que la sección no ~~está con~~ *es sobrerreforzada*, obtenemos

$$\phi_y = \frac{(\epsilon_s)_y}{d[1-k_y]} \quad (13)$$

donde

$$k_y = \sqrt{(\rho n)^2 + 2 \rho n} - \rho n \quad (14)$$

Ya que ϕ_{\max} está controlada por la deformación máxima del concreto, $\epsilon_{c_{\max}}$, entonces, de la expresión (2)

$$\phi_{\max} = \frac{\epsilon_{c_{\max}}}{(k) \epsilon_{c_{\max}} d} \quad (15)$$

Introduciendo las ecuaciones (13) y (15) en la ecuación (11), la ductilidad disponible en la sección puede escribirse como

$$\mu_\phi = \frac{\epsilon_{c_{\max}} (1 - k_y)}{\epsilon_{sy} (k) \epsilon_{c_{\max}}} \quad (16)$$

Esta expresión muestra que para obtener valores más grandes de μ_ϕ se debe

1. Utilizar concreto con mayor $\epsilon_{c\max}$
2. Utilizar acero de refuerzo de menor ϵ_{sy}
3. Reforzar la sección de manera tal que tenga un menor k_y y $(k)\epsilon_{c\max}$

De la ecuación (14) se desprende claramente que a un valor menor de

$\rho = A_s/(bd)$ corresponde un valor menor de k_y .

De la ecuación (6)

$$(k)\epsilon_{c\max} = \frac{\rho(f_s)\epsilon_{c\max}}{(k_1 k_3)\epsilon_{c\max} f'_c} \quad (17)$$

Tal como lo muestra la Eq. (17), mientras menores sean los valores de

ρ y $(f_s)\epsilon_{c\max}$ y más altos aquellos de $(k_1 k_3)\epsilon_{c\max}$ y f'_c , menor será el

valor de $(k)\epsilon_{c\max}$. Ya que generalmente el valor de $(k_1 k_3)\epsilon_{c\max}$ es

cercano a $(0.85 \cdot 0.85) = 0.72$, la obtención de un valor alto de μ_ϕ mayor requerirá

del uso de una pequeña cuantía de acero de refuerzo principal, ρ , de

un acero de límite de fluencia f_{sy} bajo y características de endureci-

miento bajas, es decir, $(f_s)\epsilon_{c\max}$ bajo, y de un concreto con la mayor

$\epsilon_{c\max}$. El efecto de ρ en el valor de μ_ϕ puede apreciarse en la Fig. 10.

(de f'_c)

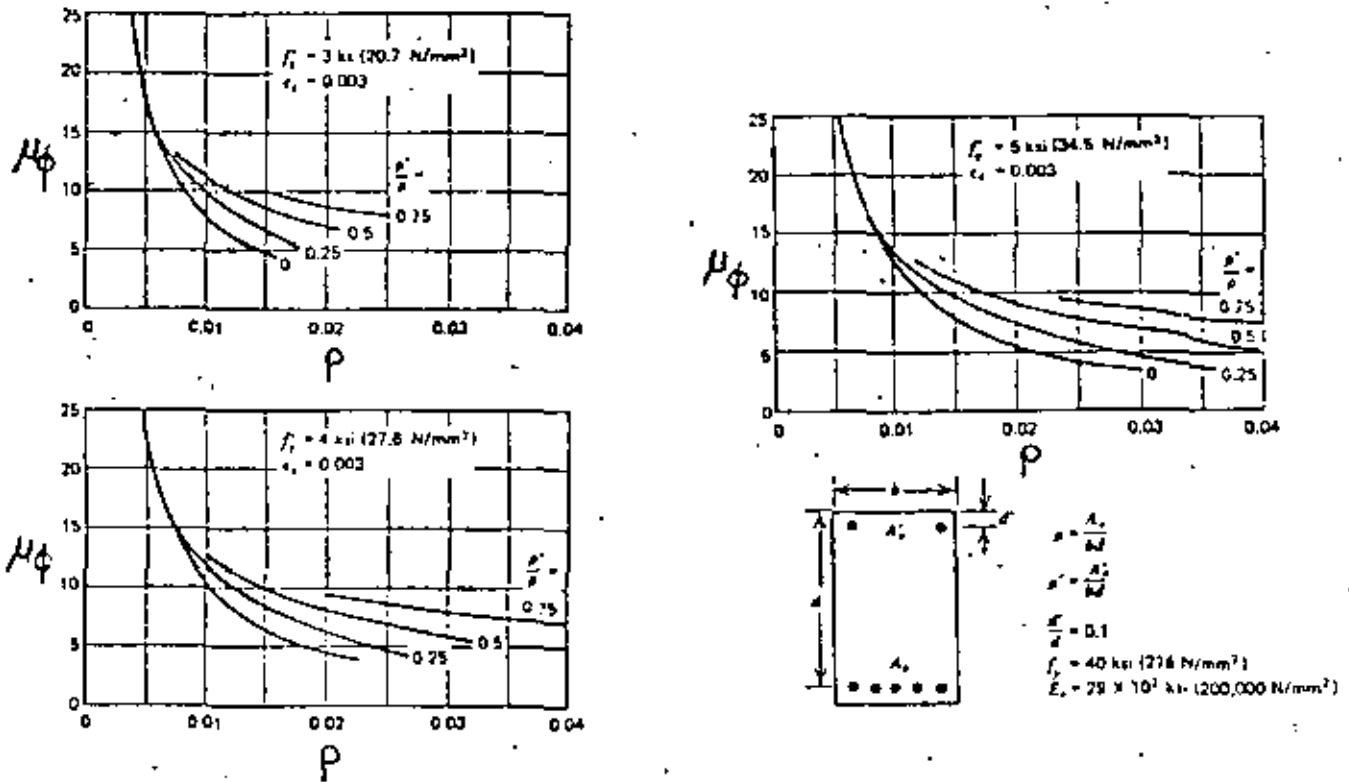


Fig 10 EFECTO DE ρ Y ρ' EN LA DUCTILIDAD PARA LA CURVATURA, μ_ϕ

DUCTILIDAD DISPONIBLE EN SECCIONES DOBLEMENTE ARMADAS

El procedimiento para determinar el μ_ϕ de las secciones con armadura doble es idéntico al utilizado para las secciones con armadura simple. La única diferencia estriba en que las ecuaciones de los factores de posición del eje neutro, k_y y $(k)_{\epsilon_{c \max}}$, son mucho más complejas debida a la presencia del acero en compresión. Las ecuaciones que aquí se presentan fueron extraídas de la Ref [2], secciones 6.3.1 y 10.2.3.

El factor de posición del eje neutro k_y está dado por

$$k_y = \sqrt{[(\rho + \rho')^2 n^2 + 2(\rho + \frac{\rho' d'}{d})n]} - (\rho + \rho')n \quad (18)$$

donde ρ' es la cuantía del acero en compresión.

La ecuación para calcular $(k)_{\epsilon_{c\max}}$ depende de si el acero en compresión ha alcanzado la fluencia o no cuando la fibra comprimida extrema alcanza su valor máximo $\epsilon_{c\max}$. Si se ha alcanzado la fluencia

$$(k)_{\epsilon_{c\max}} = \frac{(\rho - \rho') f_{sy} d}{(k_1 k_3)_{\epsilon_{c\max}} f'_c} \quad (19)$$

lo que determina una ductilidad

$$\mu_\phi = \frac{\epsilon_{c\max}}{\epsilon_{sy}} \frac{[1 + (\rho + \rho')n - \sqrt{(\rho + \rho')^2 n^2 + 2(\rho + \frac{\rho' d'}{d})n}]}{(\rho - \rho') f_{sy}} (k_1 k_3)_{\epsilon_{c\max}} \frac{f'_c}{\epsilon_{c\max}} \quad (20)$$

Una ecuación similar puede obtenerse (Ref. [2]) cuando el acero en compresión no está en fluencia. Los efectos sobre μ_ϕ de las propiedades de la sección doblemente armada pueden obtenerse analizando los diferentes términos de la ecuación (20). Los resultados se ilustran en las Figs. 10 y 11.

De estos resultados se desprende claramente que un incremento en

la cantidad del acero en compresión, mientras todas las otras variables permanecen constantes, determinará una disminución de los valores de K_y y $(k)\epsilon_{c_{max}}$ y un incremento auxiliar del factor de ductilidad.

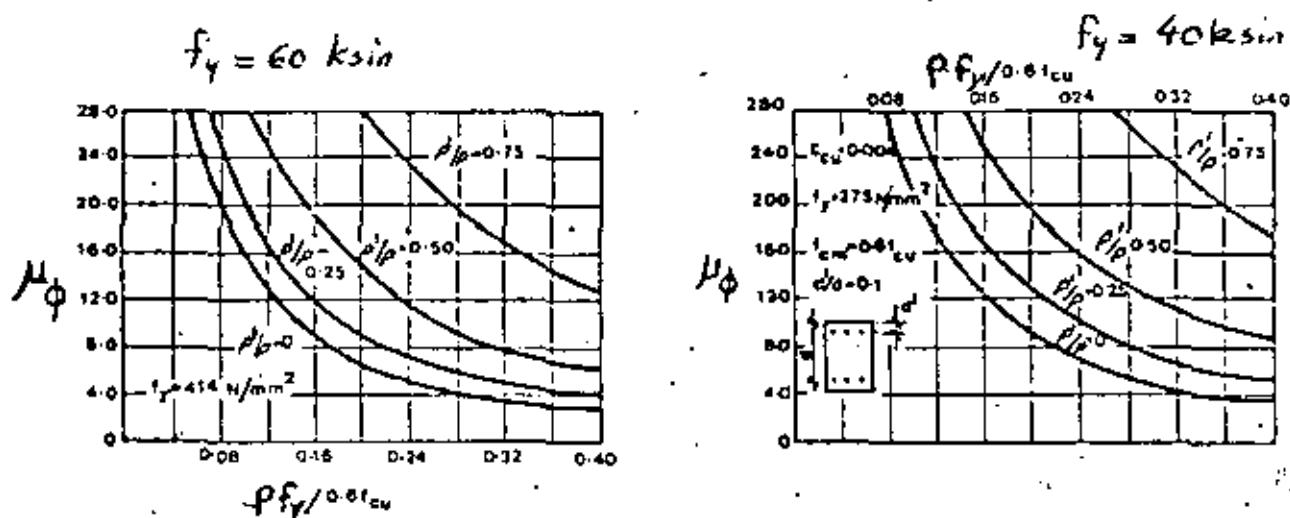


Fig. 11 VARIACION DE LA DUCTILIDAD PARA CURVATURA, NO CONFINADO CON ARMADURAS SIMPLE Y DOBLE.

Estudiando la Eq. (20), que puede considerarse como representativa del caso general de una sección en flexión, observamos que es directamente proporcional a $\epsilon_{c_{max}}$. En el caso de concreto no confinado este valor se toma generalmente como 0.003, valor para el cual generalmente la sección alcanza su resistencia en flexión máxima. Sin embargo, no ocurre una reducción significativa de la resistencia hasta $\epsilon_{c_{max}} = 0.004$, cuando se detecta en el concreto algún desgranamiento. De aquí que el factor de ductilidad para la curvatura esté limitado por este valor bajo de $\epsilon_{c_{max}}$. Para sobrepasar este cociente de ductilidad bajo es necesario incrementar $\epsilon_{c_{max}}$ confinando el concreto en la zona comprimida por medio de refuerzos transversales muy cercanos unos a otros.

EFFECTO DEL CONFINAMIENTO DEL CONCRETO

Es bien sabido que la presión de confinamiento aplicada por el refuerzo al concreto mejora las características de tensión-deformación del concreto para deformaciones mayores que la correspondiente a la resistencia uniaxial del concreto no confinado. Aunque varios investigadores han demostrado las ventajas del concreto confinado, no se han desarrollado métodos confiables para predecir sus relaciones tensión-deformación. Desafortunadamente, las ventajas y desventajas de las diferentes formas y distribución del refuerzo transversal utilizadas en la práctica no han sido establecidas de una manera adecuada. Comparando las representaciones gráficas que se muestran en la Fig. 12, se observan numerosas discrepancias entre las diferentes fórmulas sugeridas para predecir la relación tensión-deformación del concreto confinado. Para una discusión detallada del estado del arte en esta materia, ver las referencias [2] y [7].

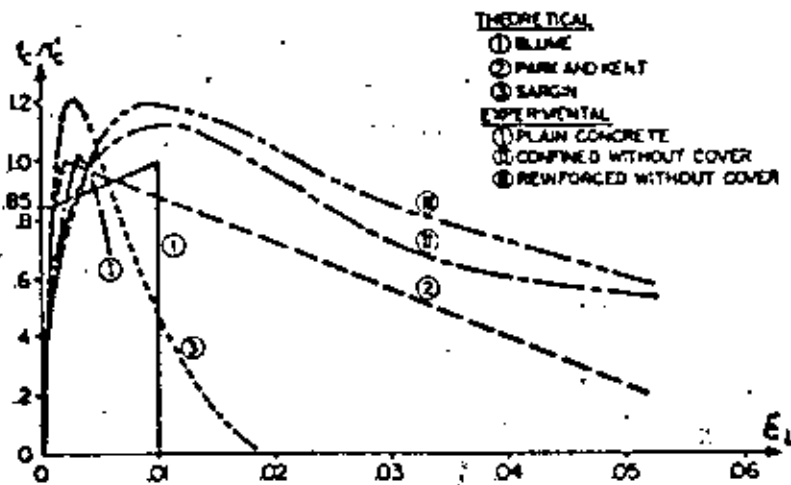


Fig. 12: CONCRETO CONFINADO. COMPARACIÓN DE RELACIONES TENSIÓN-DEFORMACIÓN ANALÍTICAS CON RESULTADOS EXPERIMENTALES

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los estudios realizados por Bertero y Felippa [8] han demostrado

que la capacidad de rotación de las zonas críticas de elementos de C/A en flexión puede controlarse con la ductilidad del refuerzo en vez de la del concreto si se utiliza adecuadamente el refuerzo transversal y de compresión.

Algunos de sus hallazgos se describen en los siguientes párrafos. La Fig. 13 muestra las curvas $M-\phi$ obtenidas a partir de ensayos realizados en vigas sometidas a momento de flexión puro en sus partes centrales. Todas las vigas fueron construidas con miras a obtener la resistencia cilíndrica de 4.48 MPa (6500 psi). El refuerzo longitudinal consistió de barras ASTM-A432 con un límite de fluencia bien definido de alrededor de 427.5 MPa (62 Ksi). Aunque no se manifestó un incremento en la resistencia al incorporar estribos de 4.8mm (3/16 in.) espaciados a 38.1mm (1 1/2 in.), la ductilidad se incrementó considerablemente. Sin embargo, se obtuvo una respuesta anelástica global mejor cuando los estribos de 4.8mm (3/16 in.) fueron colocados espaciados a 63.5mm (2 1/2 in.) y dos barras N° 3 se utilizaron como refuerzo de compresión. Aquí, el pandeo del refuerzo de compresión controló el comienzo de la porción decreciente de la curva aunque esto ocurrió cerca del nivel en que se producía la estricción en el refuerzo de tracción.

Cuando se utilizaron dos barras N° 3 como refuerzo de compresión en combinación con estribos de 4.8mm (3/16 in.) espaciados a 38.1mm (1 1/2 in.), la ductilidad del refuerzo de tracción controló la capacidad de rotación del elemento. El elemento rotó bajo un momento casi constante hasta que se produjo la estricción en la barra de tracción.

Simultáneamente con estos resultados, es interesante analizar

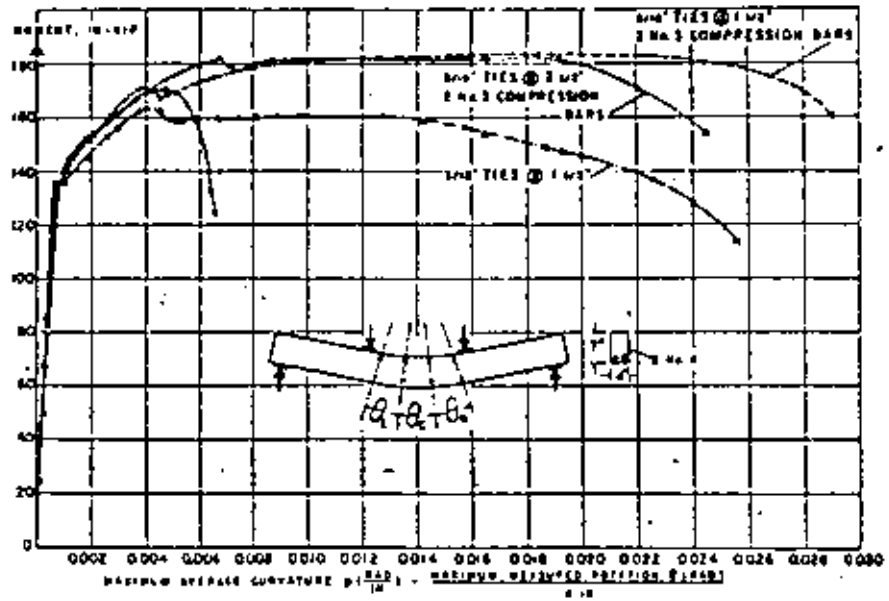


Fig. 13 DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA

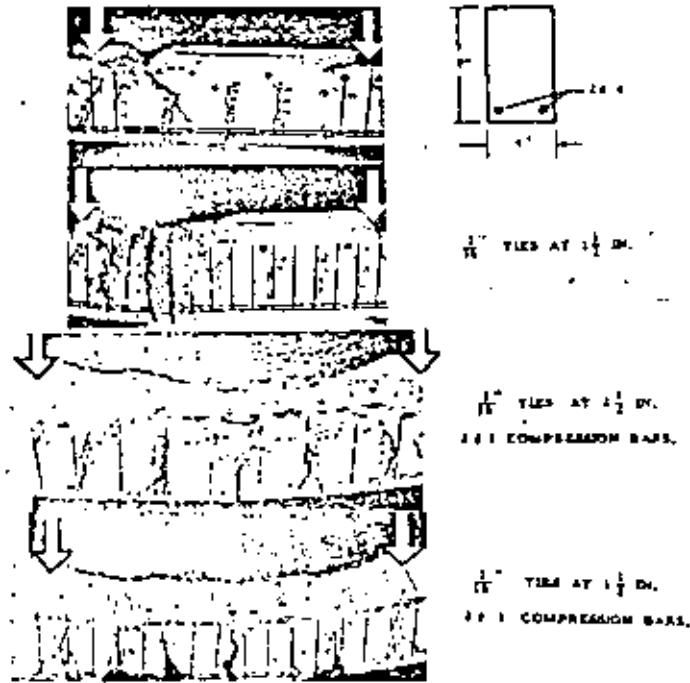


Fig. 14 APARIENCIA DE LAS VIGAS LUEGO DE LA FALLA, ILUSTRANDO LA EXTENSIÓN DE LAS DEFORMACIONES ANELASTICAS EN LA ZONA DE MOMENTO CONSTANTE

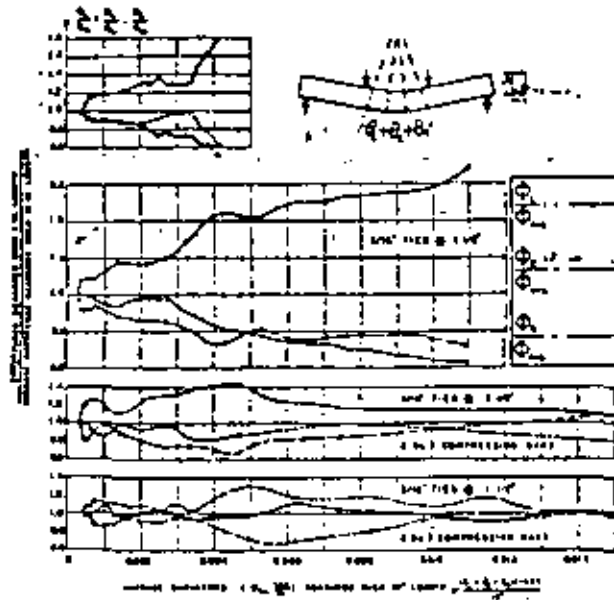


Fig. 15 VARIACION DE LA CURVATURA A LO LARGO DE LA ZONA DE MOMENTO CONSTANTE

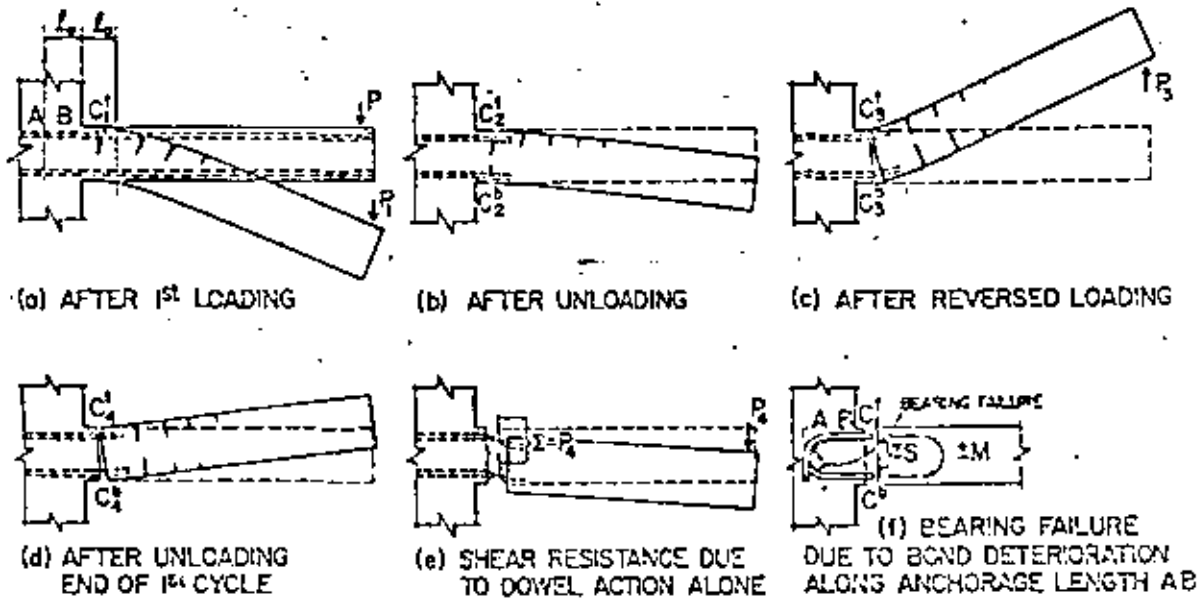


Fig. 16 EFECTO DE CARGAS ALTERNANTES EN EL CONCRETO ARMADO

el efecto de los refuerzos transversales y de tracción en la extensión de las deformaciones anelásticas. Esto puede hacerse analizando las fotografías de la Fig 14 ~~que puede verse en el~~ caso de vigas sin refuerzos transversales ni de compresión la rotación anelástica se concentró en una zona donde la longitud era menor que la profundidad efectiva. Cuando se utilizaron los estribos espaciados a 38.1mm (1 1/2 in.), la rotación anelástica se extendió a lo largo de una longitud mayor, pero la mayor parte del daño se concentró aún en una zona de longitud igual aproximadamente a la profundidad efectiva. Por otro lado, cuando se utilizaron dos barras N^o3 en compresión junto a los estribos espaciados a 63.5mm (2 1/2 in.) y 38.1mm (1 1/2 in.), la deformación anelástica se extendió a toda la zona sometida a momento constante. También, no se observó daño alguno cuando los estribos se espaciaron tan cercanos unos de otros, a 38.1mm (1 1/2 in.), que previnieron el pandeo del acero en compresión.

En la Fig 15 se muestra la información cuantitativa respecto de la extensión de las deformaciones anelásticas en la zona de momento constante. Esta figura representa gráficamente el cociente entre las curvaturas calculadas a partir de la rotación medida en diferentes partes a lo largo de la zona de momento constante y su valor promedio versus este valor promedio. Las curvas que se presentan en esta figura indican que el refuerzo de compresión junto al concreto confinado por medio de estribos muy cercanos los unos de los otros, estabilizan las deformaciones anelásticas, y les permiten extenderse a lo largo de toda la zona de momento constante.

Se desprende claramente de los resultados presentados aquí, que

la incorporación de estribos puede mejorar la capacidad de rotación de los elementos de concreto armado sometidos a flexión pura. Más aún, una combinación adecuada de estribos y refuerzos de compresión puede ofrecer ventajas económicas y resultar en un comportamiento global mejor.

COMPORTAMIENTO DE ZONAS CRÍTICAS EN FLEXIÓN SOMETIDAS A CARGAS REPETITIVAS VARIABLES Y GENERALIZADAS

Los experimentos realizados en Berkeley y en otras partes [9, 10], indican que el comportamiento de los elementos estructurales de C/A, sometidos a solicitaciones generalizadas similares a aquellas que se producen por efecto de movimientos sísmicos fuertes del suelo, incluyendo momentos de flexión alternantes, se caracteriza por una pérdida de la rigidez que se incrementa a medida que el número de ciclos de deformaciones alternantes aumenta. Aunque la pérdida de rigidez no impidió que las zonas críticas, reforzadas adecuadamente, desarrollaran su resistencia última, la rigidez inicial disminuyó frente a las cargas alternantes y la deformación para la cual se llegó a la capacidad de trabajo aumentó a medida que el número de ciclos de las cargas alternantes se incrementó. Esta reducción de la rigidez también se observó en ensayos realizados en edificios de varios pisos reales [11, 12, 13, 14].

Para las estructuras de concreto armado diseñadas de acuerdo a las especificaciones de la norma o código, el problema más serio parece ser, entonces, el del deterioro de la rigidez en vez del de la resistencia.

MECÁNICA DEL DETERIORO DE LA RIGIDEZ

El momento y la curvatura en las zonas críticas de los elementos estructurales de concreto armado sometidos a grandes deformaciones anelásticas son sensibles a: (1) el comportamiento anelástico del acero de refuerzo el cual a menudo presenta un efecto de Bauschinger pronunciado; (2) el grado o nivel de agrietamiento del concreto; (3) la efectividad de la interacción (adherencia) entre el acero y el concreto; (4) la posibilidad de deslizamiento o pérdida del anclaje efectivo, y (5) la presencia de deformaciones por corte y agrietamiento diagonal por corte. Estos factores son todos sensibles a la historia de las tensiones en la estructura durante el sismo y conducen a menudo a una disminución de la rigidez durante ciclos sucesivos de carga. Se hace referencia a esta disminución, generalmente, como la "degradación" o el "deterioro."

El papel que juegan algunos de los factores mencionados más arriba en el deterioro de la rigidez ha sido descrito en publicaciones previas [9, 10, 15] y se resume más abajo haciendo referencia a la viga en voladizo que se muestra en la Figura 16.

Si se carga un elemento de concreto doblemente armado bien dentro del rango anelástico tal que el acero de tracción alcanza la fluencia, la grieta de flexión principal, que se denota por C_1^t en la Fig. 16(a), no se cerrará completamente luego de la descarga, Fig. 16(b). El grado de apertura dependerá del nivel de deformaciones que el acero de tracción haya alcanzado dentro del rango plástico durante la primera etapa de carga. Si se ha deformado bastante más allá que en la fluencia inicial, puede originarse una grieta C_2^b en la parte inferior durante la descarga.

Si luego se carga el elemento en la dirección opuesta, la sección crítica, que ya está agrietada, ofrecerá una resistencia considerablemente menor a la rotación que durante la primera etapa de carga. Esta disminución de la resistencia puede deberse a un contacto imperfecto entre las dos caras de una grieta C_2^t previa. La grieta en la parte superior puede cerrarse o no dependiendo del valor extremo de la carga de sentido opuesto P_3 comparada con P_1 — las cuantías de los aceros de refuerzo superior e inferior — y de otros factores. Ya que en el concreto ha comenzado un proceso de despedazamiento en las dos caras, debería producirse una reducción en la rigidez de la sección crítica aún cuando la grieta se cerrara.

Para la carga P_3 , si la dirección opuesta alcanza el mismo valor externo que P_1 , el ancho de la grieta C_3^b será mayor que el de C_1^t obtenido para P_1 . Si se descarga ahora el elemento, la sección crítica estará agrietada entre $C_4^t - C_4^b$ y el ancho de la grieta dependerá fundamentalmente de la cuantía de la fluencia en el acero, de la efectividad de la adherencia entre el acero y el concreto, y, aunque en menor extensión, del grado de resquebrajamiento del concreto.

Al comienzo de un nuevo ciclo de carga alternante, la sección de concreto original se comportará como una sección de acero formada por los refuerzos de acero de tracción y de compresión. Si el acero de refuerzo presenta un efecto de Bauschinger pronunciado, esto conducirá a una reducción de la rigidez en la sección crítica. Más aún, la presencia del esfuerzo de corte en esta etapa tenderá a producir un desplazamiento relativo entre las caras de la grieta, como se muestra en la Fig. 16(e). Esta tendencia es resistida por la acción de

"dowel" del refuerzo principal y causará que las barras de acero sean presionadas contra el concreto y probablemente conduzca a un resquebrajamiento longitudinal del concreto. El grado del daño introducido por este efecto del corte dependerá del espaciamiento de los estribos pero, probablemente, afectará la adherencia y, consecuentemente, la rigidez global del elemento.

El deterioro de la adherencia en secciones bien agrietadas, incrementado por el corte, puede causar fallas locales en cualquier punto de discontinuidad del refuerzo principales y, particularmente, en la unión de la viga a la columna exterior. Por ejemplo, en la unión que se muestra en la Fig. 16(f), el deterioro de la adherencia a lo largo de la longitud AB debido a las tensiones alternantes del acero y el efecto de cualquier esfuerzo de corte actuando en la sección $C^t - C^b$, pueden conducir al desarrollo de tensiones radiales altas en A y luego a una falla por alabeo. Esto podría producir un deslizamiento significativo de la barra y a un movimiento hacia afuera de la parte vertical del gancho, induciendo un despedazamiento con desprendimiento del concreto en la cara posterior de la columna, en particular si el confinamiento del concreto en la unión no es adecuado. Este tipo de falla ha sido observado por otros investigadores y en inspecciones en terreno de los daños producidos por un terremoto (ver sección 13.8.3. de la Ref. [2]).

EFFECTO DE LOS ESFUERZOS AXIALES Y DE CORTE

La relación momento-curvatura está influenciada significativamente por los esfuerzos axiales y de corte, particularmente en el rango anelástico. La magnitud del esfuerzo axial en las vigas es pequeño generalmente y su efecto puede despreciarse en la relación $M-\phi$. El esfuerzo

de corte en la vigas, incluyendo tanto sus componentes debidas a los efectos de la gravedad como a los de las fuerzas de inercia, no pueden ser despreciados, especialmente en los niveles bajos de edificios altos con vanos de poca luz, ya que puede afectar a la curvatura en forma significativa. Cuando el efecto de las fuerzas gravitacionales es grande, la magnitud del esfuerzo de corte varía a lo largo de la longitud de la viga siendo muy significativa en la unión viga-columna y menos importante en las vecindades del centro de la luz. De aquí que en el estudio de las zonas críticas que se presentan en una viga, debieran considerarse dos casos diferentes: (1) las zonas críticas deben incluir los esfuerzos de corte de magnitud considerable que se presentan generalmente en la unión viga-columna y (2) el efecto del esfuerzo de corte es pequeño y puede ser despreciado. Este último caso se presenta en la vecindad del Centro de la luz de la viga así como en los extremos de vigas de grandes luces.

El comportamiento de la zona crítica en la unión viga-columna puede ser afectado tanto por el esfuerzo de corte como por los detalles de anclaje de los refuerzos de la viga. En particular, el detalle del acero para una conexión monolítica entre la columna exterior y la viga puede contribuir al deterioro de la rigidez. Ver las Ref. [17] y [18] para una discusión en detalle del efecto del esfuerzo de corte en zonas críticas en flexión.

REFERENCES

1. Dowrick, D. J., "Earthquake Resistant Design," A Manual for Engineers and Architects, J. Wiley and Sons, 1977, Section 5.2.4.
2. Park, R. and Paulay, T., "Reinforced Concrete Structures," J. Wiley and Sons, 1975, Section 11.6.4.
3. Mahin, S. A. and Bertero, V. V., "Problems in Establishing and Predicting Ductility in Seismic Design." Proceedings of the International Symposium on Earthquake Structural Engineering, St. Louis, Missouri, U.S.A., August 1976.
4. Mahin, S. A., "On the Use of Computer in Seismic Resistant Design of Reinforced Concrete Building." Proceedings of the Workshop on Earthquake Resistant R/C Building Construction, University Extension of California, Berkeley, California, July 1977.
5. Powell, G. H., "Computer Programs for Analysis of Seismic Response of R/C Buildings." Proceedings of the Workshop on Earthquake Resistant R/C Building Construction, University Extension of California, Berkeley, California, July 1977.
6. Clough, R. E. and Benuska, K. L., "FHA Study of Seismic Design Criteria for High Rise Buildings," Report HUD Ts-3, Federal Housing Administration, Washington, D.C., August 1966.
7. Bertero, V. V. and Vallenias, J., "Confined Concrete, Research and Development Needs." Proceedings of the Workshop on Earthquake Resistant R/C Building Construction, University Extension of California, Berkeley, California, July 1977.
8. Bertero, V. V. and Felippa, C., "A Discussion on Ductility of Concrete." Proceedings of the International Symposium on "Flexural Mechanics of Reinforced Concrete," Miami, Florida, Nov. 1964, ACI Publication SP12, pp. 227-234.
9. Bertero, V. V., Bresler, B., and Liao, H., "Stiffness Degradation of Reinforced Concrete Members Subjected to Cyclic Flexural Moments;" Earthquake Engineering Research Center, Report no. EERC 69-12, December 1969, University of California, Berkeley, CA.
10. Bertero, V. V., "Experimental Studies Concerning Reinforced, Prestressed and Partially Prestressed Concrete Structures and their Elements," International Association for Bridge and Structural Engineering Symposium Acted on by Well Defined Repeated Loads," Introductory Report. Lisboa, 1972.
11. Aoyama, H., "Restoring Force Characteristics Under Reveral of Loading of Reinforced Concrete Members and Structures," A Review of Japanese Research - Report of the United States - Japan Seminar on "Basic Research in Concrete as Related to Behavior of Structures in Earthquakes," Tokyo, Feb. 1967, 14 pages.

12. Funahashi, I., Kinashita, K. and Aoyama, H., "Vibration Tests and Test to Failure of a Seven Story Building that Survived a Severe Earthquake," Proceedings of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Chile, 1969, Volume I, pp. B-1, 26-42.
13. Mayes, R. and Galambos, T., "Large Scale Dynamic Shaking of an Eleven-Story Concrete Building," Proceedings of the Workshop on Earthquake Resistant R/C Building Construction, University Extension, University of California, Berkeley, 1977.
14. Freeman, S. A., Honda, K. K. and Blume, J., "Dynamic Response Investigations of Real Buildings," Proceedings of the Workshop on Earthquake Resistant R/C Building Construction, University Extension, University of California, Berkeley, California, July 1977.
15. Bertero, V. V. and Bresler, B., "Seismic Behavior of Reinforced Concrete Framed Structures," Proceedings of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Chile, 1969, Volume I, pp. B-2, 109-124.
16. Hanson, N. W. and Connor, H. W., "Seismic Resistance of Reinforced Concrete Beam-Column Joints," Journal of the Structural Division, ASCE. Vol. 93, No. ST5, Proc. Paper 5537, Oct. 1967, pp. 533-560.
17. Ma, S. Y. M., Bertero, V. V. and Popov, E. P., "Experimental and Analytical Studies on the Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Rectangular and T-Beams," Earthquake Engineering Research Center, Report No., EERC 76-2, University of California, Berkeley, California.
18. Bertero, V. V., Popov, E. P., and Wang, T. N., "Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Flexural Members with Special Web Reinforcement," Earthquake Engineering Research Center, Report No., EERC 74-9, University of California, Berkeley, California.

APUNTES SOBRE

"EL ROL DE LA DUCTILIDAD EN EL DISEÑO SISMO-RESISTENTE DE ESTRUCTURAS"

por

Vitelmo V. Bertero

Profesor de Ingeniería Civil
Universidad de California
Berkeley, California

DUCTILIDAD DEL MATERIAL

DEFINICIONES

1. Ductilidad: es la capacidad de un material para deformarse plásticamente, si un material es capaz de experimentar una deformación permanente apreciable, se dice que dicho material es *dúctil*; si tal deformación es pequeña, el material es entonces *frágil*. "Dúctil" y "frágil" son entonces términos relativos. La ductilidad de un material se mide por la deformación plástica en la rotura. La medida más corriente de la ductilidad en la ingeniería práctica es el porcentaje de elongación en un ensayo de tracción, es decir, el porcentaje de deformación en la rotura:

$$\epsilon_f = (l_f - l_0) / l_0 \times 100$$

Tal vez una medida más precisa es la deformación real en la rotura:

$$\epsilon_f = L_n (l_f / l_0)$$

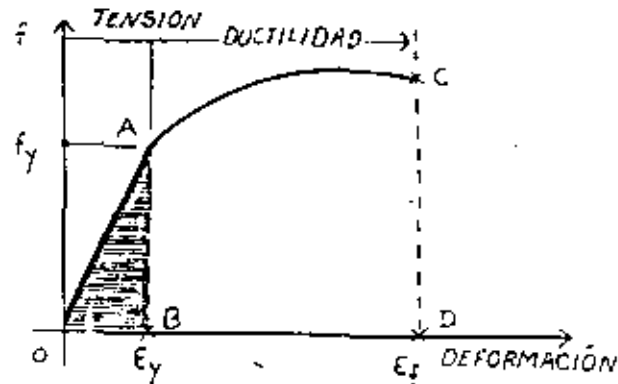
La ductilidad en la rotura es muy sensible con respecto al estado de tensiones y deformaciones en la zona donde se presenta la rotura. Aunque no es usada corrientemente en el diseño de estructuras sometidas a cargas habituales o normales, la ductilidad es muy importante ya que es el factor que determina la seguridad de la estructura. Sin embargo, es mejor utilizar la tenacidad en vez de la ductilidad.

2. Tenacidad: es la cantidad de energía que un elemento puede absorber hasta la rotura, es decir, es la capacidad de un material para absorber energía durante deformaciones plásticas. En un ensayo de tracción estático, tal energía se mide por el área bajo la curva tensión-deformación que representa el trabajo requerido para llevar el espécimen hasta la rotura. (Fig. 1)

$$T = W_{II} = \int_0^{\epsilon_f} f \, d\epsilon$$

Fig. 1 Representación esquemática de tenacidad y resiliencia

Area OACD es una medida de la tenacidad
Area OAB es una medida de la resiliencia



3. Resiliencia: es la capacidad de un material para basorber energía en el rango elástico. (Fig. 1)

4. Capacidades de Absorción de Energía y de Disipación de Energía: son términos usados corrientemente, y a menudo indistintamente, en la literatura del diseño sismo-resistente. Una distinción clara debiera de hacerse entre el significado técnico de cada uno de estos términos. Tal diferencia se ilustra en la Figura 2.

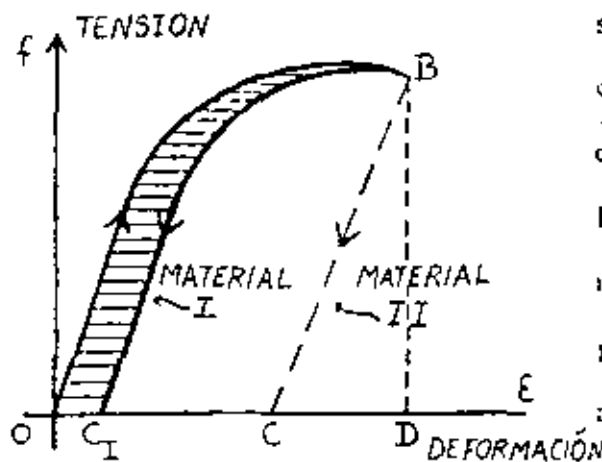


Fig 2 Representación esquemática de las capacidades de absorción y disipación de energía

Los dos materiales, I y II, tienen la misma capacidad para absorber energía (tenacidad), representada por el área OBD. Sin embargo, sus capacidades para disipar energía son clara-

mente distintas. Mientras la capacidad de disipación de energía del material I está dada por el área de histéresis OBC_1 , la del material II es igual al área mucho mayor OBC_{11} . Una propiedad deseada en el diseño sismo-resistente es una capacidad alta de la estructura para disipar energía.

IMPORTANCIA DE LA DUCTILIDAD EN EL DISEÑO SISMO-RESISTENTE DE ESTRUCTURAS

Una comparación entre el espectro de diseño elasto-lineal (EDEL) correspondiente al movimiento de suelo máximo posible en una zona de alto riesgo sísmico, con el espectro de diseño de la Norma o Código, muestra que, desde un punto de vista económico, no es factible utilizar las fuerzas obtenidas del EDEL para diseñar la mayor parte de los edificios en zonas de alto riesgo. Fuerzas de diseño menores podrán usarse si la capacidad del edificio para absorber y disipar energía por deformaciones anelásticas puede ser utilizada. A raíz de las incertidumbres originadas al considerar la naturaleza de los futuros movimientos del suelo y las características del comportamiento dinámico de los sistemas suelo-estructura reales, los edificios deben ser capaces de disipar una cantidad considerable de energía.

Mientras pueden tolerarse grandes deformaciones anelásticas para eventos sísmicos de ocurrencia poco frecuente, estas deformaciones deben ser controladas a fin de prevenir pérdida de resistencia, grandes desplazamientos u otros hechos que pueden conducir al colapso de la estructura o a pérdida de vidas. Para evaluar la respuesta sísmica de una estructura es deseable describir las características principales de su comportamiento de histéresis en términos de algunos índices numéricos. Ya que el comportamiento de histéresis de sistemas estructurales reales

es complejo, su descripción cuantitativa precisa es difícil.

Ha sido de uso corriente en el análisis estructural anelástico el expresar los desplazamientos máximos requeridos en términos de factores de ductilidad (1). Tales factores se definen generalmente como el cociente entre un desplazamiento determinado del sistema y el desplazamiento correspondiente cuando comienza la fluencia del material. Si la relación carga desplazamiento bajo estudio puede ser idealizada como per-

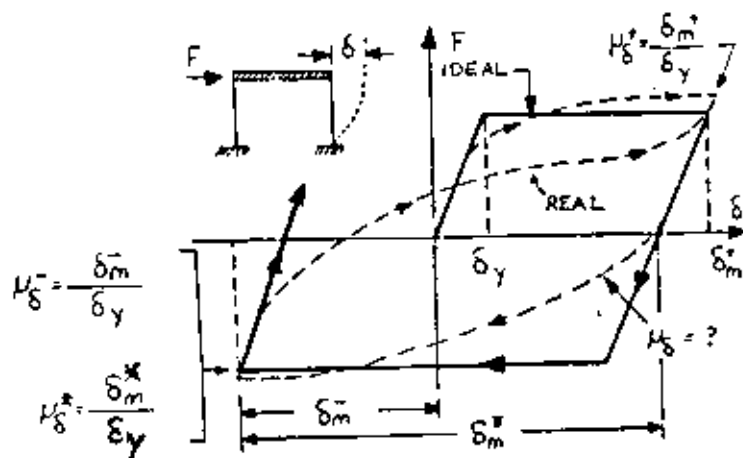


Fig. 3 DEFINICION DE LOS FACTORES DE DUCTILIDAD

fectamente elástico-plástica, la historia de la correspondiente demanda por ductilidad definirá de manera precisa el comportamiento histéresis completo. Desafortunadamente, el comportamiento de histéresis de los sistemas reales difiere generalmente en forma significativa de esta simple idealización (Fig. 3) y aunque los factores de ductilidad pueden ser utilizados para describir los desplazamientos máximos, generalmente fallan en la cuantificación de la energía disipada.

PROBLEMAS EN LA DEFINICION DE LOS FACTORES DE DUCTILIDAD

En la mayor parte de los casos no es conveniente, ni siquiera posible, examinar el comportamiento de histéresis de un sistema en detalle. Los factores de ductilidad, tales como fueron definidos previamente-

te, son índices de comparación útiles de la severidad de las deformaciones anelásticas. Como tales, los factores de ductilidad pueden aplicarse a casi todos los parámetros de la respuesta incluyendo desplazamientos, desplazamientos relativos, rotaciones, curvaturas y deformaciones. Sin embargo, debe tenerse presente que los factores de ductilidad basados en diferentes parámetros de la respuesta no tendrán valores numéricos similares, generalmente. Más aún, la relación carga desplazamiento para cada uno de estos parámetros no muestra, generalmente, un punto de fluencia claro. Consecuentemente, los parámetros de la respuesta utilizados como base en la definición de un factor de ductilidad particular y el método utilizado para determinar el valor correspondiente en fluencia, deben tenerse definidos en forma clara.

DEFINICION DE LOS FACTORES DE DUCTILIDAD - los sistemas estructurales reales pueden no tener definidos en forma clara los puntos de fluencia. Esto puede deberse a las propiedades mecánicas del material o a que en las estructuras de varios pisos la fluencia generalmente no ocurre en forma instantánea en todas las zonas o secciones que se requieren para desarrollar el mecanismo de colapso o falla. Las estructuras podran experimentar, entonces, reducciones graduales de sus rigideces en vez de reducciones súbitas. Por ejemplo, la relación esfuerzo de corte basal-desplazamiento del techo, calculada para un marco de dos pisos o niveles, de concreto armado (Fig. 4), difiere notablemente de la forma perfectamente elasto-plástica. La relación carga lateral-desplazamiento para tales sistemas de varios grados de libertad no es única y depende de la distribución y la historia de la sollicitación.

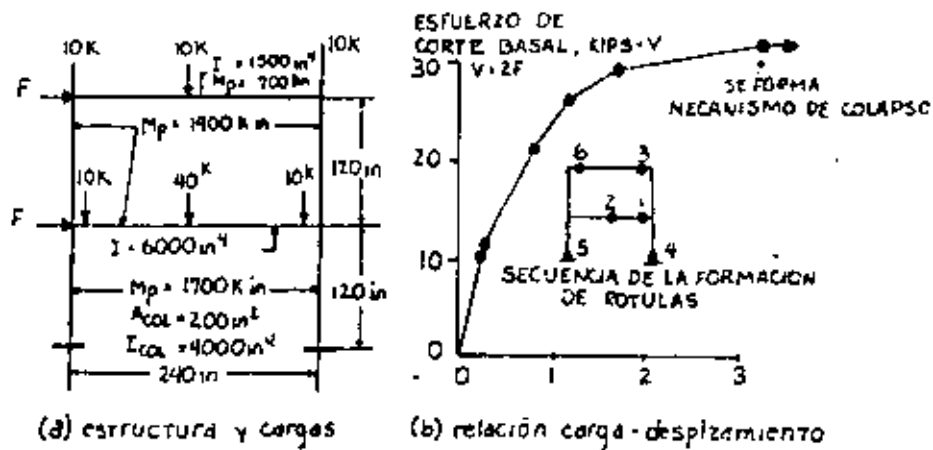


Fig. 4 RESPUESTA NO-LINEAL DE UNA ESTRUCTURA A CARGAS LATERALES MONOTAMENTE CRECIENTES (1 K = 4.45kN; 1 in. = 25.4 mm)

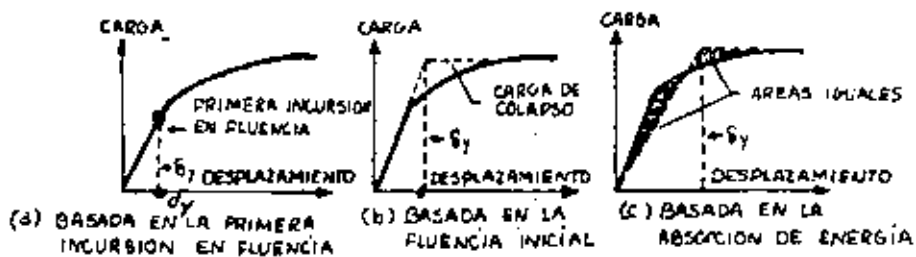


Fig 5 ALTERNATIVAS PARA LA DEFINICIÓN DE DESPLAZAMIENTOS EN FLUENCIA

Muchos otros parámetros tales como las variaciones en las cargas gravitales, velocidades de carga altas, cambios en las condiciones del medio ambiente; redistribución de las tensiones debida a largos períodos de carga, etc., pueden afectar la relación carga lateral-desplazamiento considerablemente. No será posible, entonces, en estos casos una determinación precisa de los valores correspondientes en fluencia. Las posibles estimaciones de estos valores en fluencia incluyen el desplazamiento en la primera incursión en la fluencia, el desplazamiento corres-

pondiente a la carga de colapso si la estructura hubiera permanecido en régimen elástico, o el desplazamiento en la fluencia de un sistema elasto-plástico de igual capacidad de absorción de energía que la estructura real (Fig. 5). En muchos casos puede perderse el significado físico del desplazamiento en la fluencia.

Surgen problemas adicionales cuando ocurren desplazamientos cíclicos. Mientras los factores de ductilidad, tales como fueron definidos previamente, son índices apropiados del desplazamiento máximo del sistema, no miden necesariamente la severidad de la mayor deformación anelástica. Para resolver este problema, ilustrado esquemáticamente en la Fig. 3, puede emplearse un factor de ductilidad cíclico, μ^* (1). El origen utilizado para medir la deformación del sistema se desplaza, en este caso, a fin de considerar incursiones anelásticas previas.

La suma de los valores absolutos de todas las deformaciones anelásticas dividida por el valor correspondiente en fluencia es otro índice útil de la severidad de la deformación anelástica total (2). Una definición de ductilidad que mida en forma más directa la disipación total de energía anelástica sería muy útil, en particular para aquellos sistemas degradantes en rigidez y/o resistencia. Una definición de este tipo iguala la energía de histéresis total, E_H , disipada por el sistema real con aquella disipada por un sistema equivalente perfectamente elasto-plástico con una misma resistencia en la fluencia, R_y , y desplazamiento en fluencia, d_y , que el sistema real. El factor ductilidad para el sistema equivalente está dado por la siguiente relación:

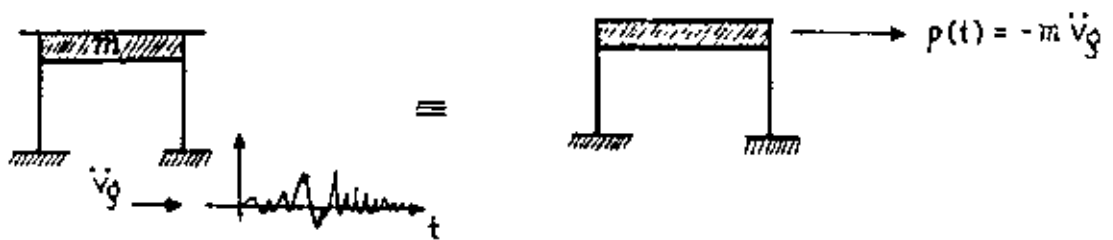
$$\mu_{\text{equiv}} = \frac{E_H}{R_y \delta_y} + 1$$

Más aún, es conveniente complementar la información respecto de la ductilidad de un sistema con el número de ciclos de grandes deformaciones anelásticas y descargas. Este dato en conjunto con los diversos factores de ductilidad, proporcionan una mejor base para fijar el comportamiento de histéresis de un sistema que el empleo de un solo factor de ductilidad específico.

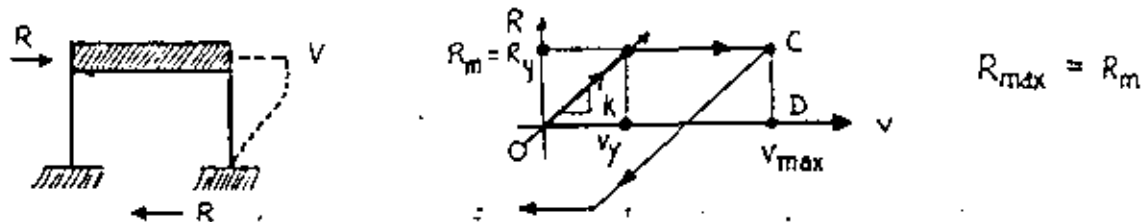
FACTORES DE DUCTILIDAD PARA LA RESPUESTA GLOBAL. - Los factores de ductilidad pueden clasificarse en dos categorías generales: (1) factores utilizados para describir la respuesta global de un sistema estructural, y (2) factores utilizados para describir el comportamiento de regiones o zonas críticas particulares. La primera categoría comprende, generalmente, los factores de ductilidad basados en desplazamientos y giros.

IMPORTANCIA DEL FACTOR DE DUCTILIDAD DE DESPLAZAMIENTO - El efecto de la ductilidad basada en desplazamientos de una estructura en la reducción de las fuerzas sísmicas (resistencia o esfuerzo de corte basal requeridos) para las cuales debe diseñarse, puede ilustrarse resolviendo el siguiente problema.

DADO: Un sistema estructural de un grado de libertad (UGDL) sometido a una aceleración del suelo horizontal.



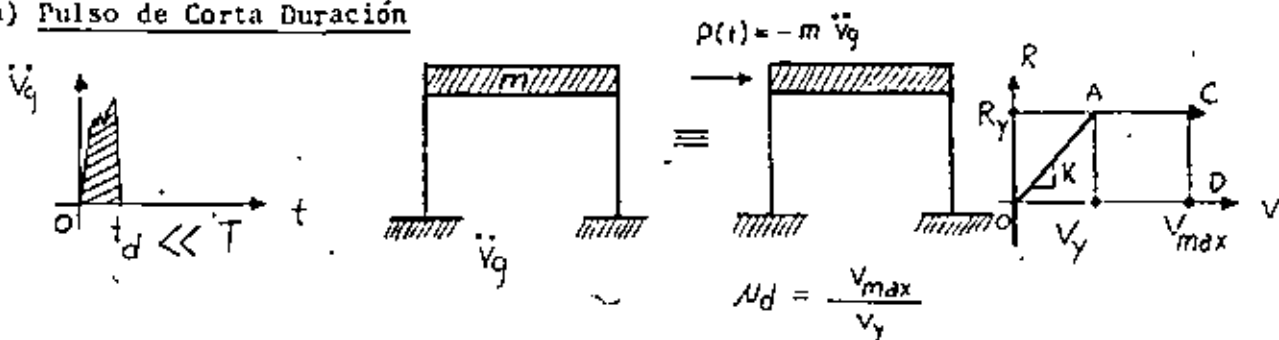
HIPOTESIS: La función de resistencia real de la estructura puede modelarse mecánicamente (matemáticamente) como perfectamente elasto-plástica (PEP).



REQUERIDO: La determinación de la resistencia máxima $R_{max} = R_y$, para la cual la estructura debe diseñarse cuando sea solicitada por diferentes aceleraciones del suelo. Comparar la resistencia máxima R_{max} con aquella requerida R_e si el comportamiento de la estructura hubiera permanecido en régimen elasto-lineal.

SOLUCION: Considerense dos casos sencillos, aunque límites, de las aceleraciones del suelo: (a) un pulso de aceleración de muy corta duración comparada con el periodo natural o propio de la estructura, T ; y (b) un pulso de muy larga duración.

(a) Pulso de Corta Duración



La carga equivalente P_t puede ser considerada como un solo impulso, I , que le proporciona a la masa de la estructura una velocidad inicial, \dot{v} .

$$\dot{v} = \frac{I}{m} = \frac{\int_0^{t_d} P(t) dt}{m}$$

(1)

La energía cinética, KE, está dada entonces por,

$$KE = \frac{m\dot{v}^2}{2} = \frac{I^2}{2m}$$

(2)

para el desplazamiento máximo v_{\max} , la energía cinética es absorbida por el resorte del sistema o energía de deformación, SE, que está dada por el área OACD, es decir,

$$SE = R_y \left(v_{\max} - \frac{v_y}{2} \right)$$

(3)

ya que $KE = SE$, utilizando las ecuaciones (2) y (3) se obtiene,

$$\frac{m\dot{v}^2}{2} = \frac{I^2}{2m} = R_y \left(v_{\max} - \frac{v_y}{2} \right)$$

(4)

Considerando que por definición la razón de ductilidad de desplazamiento μ_d , esta dada por

$$\mu_d = \frac{v_{\max}}{v_y}$$

(5)

y que, además,

$$v_y = \frac{R_y}{K} = \frac{R_m}{K} \quad (6)$$

Y

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (7)$$

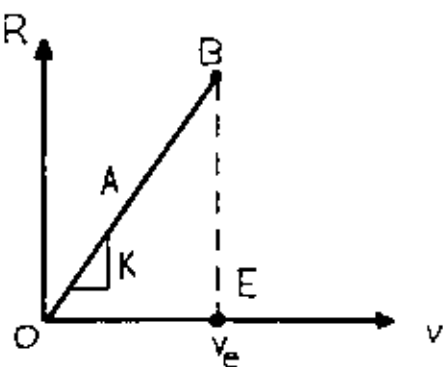
La resistencia requerida es

$$R_m = R_y = \frac{I \frac{2\pi}{T}}{\sqrt{2\mu_d - 1}} \quad (8)$$

Para un comportamiento elasto-lineal, $\mu_d = 1$, la resistencia requerida R_e puede calcularse directamente a partir de la ecuación (8),

$$R_e = I \cdot \frac{2\pi}{T} \quad (9)$$

Repetiendo el procedimiento de solución anterior pero incluyendo ahora la energía de deformación SE dada por el área OBE,

$$SE = \frac{R_e v_e}{2} = \frac{R_e^2}{2K} \quad (10)$$


y utilizando las ecuaciones (8) y (9), se obtiene,

$$R_m \text{ requerida} = R_y = \frac{R_e}{\sqrt{2\mu_d - 1}}$$

(11)

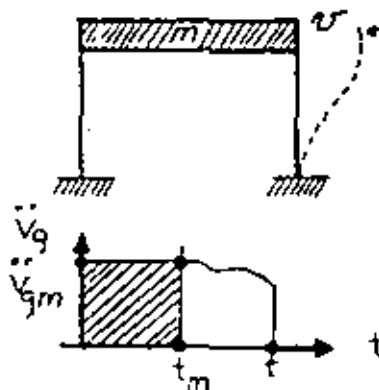
considerando los resultados para R_y/R_e , es evidente entonces la economía de diseño asociada a las grandes deformaciones anelásticas, es decir, μ_d grande.

μ_d disponible	2.5	5	8.5	13	∞
R_y/R_e requerida	$1/2$	$1/3$	$1/4$	$1/5$	0

Nótese que el desarrollo anterior es válido únicamente cuando $t_d \leq T/5$ en cuyo caso la forma del pulso de aceleración no tiene importancia; lo importante es el área del pulso que determina el incremento de velocidad.

(b) Pulso de Larga Duración

Si se supone que la aceleración varía lentamente de modo que su variación hasta el tiempo de respuesta mínima, t_m , es despreciable, la energía total entregada al sistema será igual al trabajo externo desarrollado por $p(t)$, W_e .



$$p(t) = -m \ddot{v}_{gm}$$

$$W_e = m \ddot{v}_{gm} v_{\max}$$

(12)

donde v_{\max} es la respuesta máxima. Si la función de resistencia es perfectamente elasto-plástica, la energía de deformación correspondiente al desplazamiento máximo, v_{\max} , será

$$SE = R_y \left(v_{\max} - \frac{v_y}{2} \right) = R_y v_{\max} \left(1 - \frac{1}{2\mu_d} \right) \quad (13)$$

Ya que el trabajo desarrollado por $p(t)$ debe ser igual a SE en el desplazamiento máximo (porque $\dot{v} = 0$ cuando $v = v_{\max}$), entonces la ec. (12) = ec. (13) y

$$R_m \text{ requerida} = R_y = \frac{m \ddot{v}_{gm}}{1 - \frac{1}{2\mu_d}} \quad (14)$$

Para una respuesta en régimen elástico donde $\mu_d = 1$, $R_m = R_e$ debe ser el doble del valor de la fuerza externa equivalente, $P(t) = |m \ddot{v}_{gm}|$, resultando en

$$R_e = 2 m \ddot{v}_{gm} \quad (15)$$

Entonces, permitiendo grandes deformaciones plásticas, el diseñador puede reducir la resistencia de la estructura a la mitad. Sin embargo, ella debe tener presente que para este tipo de pulso de aceleración, la estructura debe ser diseñada con un coeficiente de resistencia sísmico en fluencia C_y igual o mayor que 1.

$$R_y = C_y W \quad (16)$$

donde

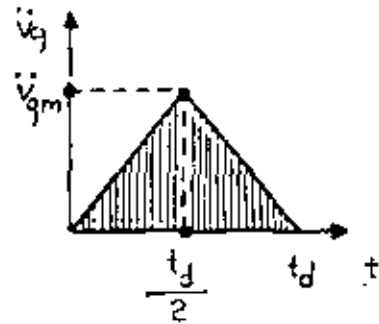
$$C_y = \frac{\ddot{v}_{gm}/g}{1 - \frac{1}{2\mu_d}}$$

(17)

y W es el peso de la masa excitada, o $W = mg$

Estos resultados destacan claramente la importancia de los pulsos de aceleración de larga duración en el diseño de estructuras sismo-resistentes. Aunque generalmente estos pulsos de aceleración no tienen una forma rectangular, o un tiempo nulo (cero) en su generación, estudios realizados utilizando pulsos de forma sinusoidal, parabólica o aún triangular, muestran que cuando $t_d \geq T$ es necesario diseñar la estructura para un valor alto de C_y . Por ejemplo, en el caso de un pulso de aceleración de forma triangular en que $t_d = T$, si es posible desarrollar y aceptar un valor para $\mu_d = 4$, C_y debería ser mayor que 0.7. La importancia de reconocer la diferencia entre los efectos de pulsos de aceleración de larga y corta duración en el diseño anelástico de estructuras,

debe enfatizarse ~~en el diseño~~. Por ejemplo, si consideramos un pulso de aceleración de corta duración de forma rectangular con $t_d = \frac{T}{2\pi}$, puede demostrarse que dado que



$$I = (m \ddot{v}_{gm}) t_d$$

la ecuación (8) determina,

$$R_y \text{ requerida} = \frac{m \ddot{v}_{gm}}{\sqrt{2\mu_d - 1}} = \frac{1}{\sqrt{2\mu_d - 1}} \frac{\ddot{v}_{gm}}{g} W \quad (18)$$

entonces,

$$C_y = \frac{\ddot{v}_{gm}/g}{\sqrt{2\mu_d - 1}} \quad (19)$$

Una comparación entre las ecuaciones (17) y (19) destaca claramente que la economía potencial en el diseño asociada a un valor alto de μ_d , es considerablemente mayor para pulsos de muy corta duración que para aquellos de larga duración.



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

JOURNAL OF THE ENGINEERING MECHANICS DIVISION
SEISMIC ANALYSIS OF SOME STEEL BUILDING FRAMES

DR. VITELMO V. BERTERO

AGOSTO, 1980

Handwritten text at the top of the page, possibly a header or title, which is mostly illegible due to fading and bleed-through.

Handwritten text in the upper middle section of the page.

Handwritten text in the middle section of the page.

Handwritten text in the lower middle section of the page.

Handwritten text at the bottom of the page.

JOURNAL OF THE ENGINEERING MECHANICS DIVISION

SEISMIC ANALYSIS OF SOME STEEL BUILDING FRAMES*

By Egor P. Popov¹ and Vitelmo V. Bertero,² Fellows, ASCE

INTRODUCTION

Assurance of ductile behavior under inelastic load reversals occurring during severe seismic disturbances is basic for earthquake-resistant design of structural frames. The principal features encountered in the analysis of this behavior for three major types of steel building frames are considered in this paper. The widely used moment-resisting framing is considered first. This is followed by an examination of conventionally braced frames. Lastly, a novel bracing system in which the diagonal braces are made eccentric with respect to the beam-column joint are considered.

Although determination of the seismic forces is not the subject of this paper, it is good to recall the procedures commonly employed. The most widely used approach for determining the seismic forces in a frame is based on an equivalent lateral static force distribution (25). Except for assigning the lateral load distribution in the form of a triangle with an apex at the ground level, this approach is very similar to that commonly used in wind analyses. Justification for this type of loading may be found in Ref. 3. Alternatively, a building may be modeled as a system of masses lumped at the floor levels supported on an elastic frame. By an appropriate superposition of a few dynamic modes and the use of modal seismic design coefficients,³ the story shears may be found (24). This dynamic approach is more appropriate for irregularly shaped buildings but is somewhat inaccurate by virtue of assuming purely elastic behavior. For this reason, major buildings are sometimes analyzed by modeling their inelastic behavior and subjecting the idealized structural frame to selected maximum credible earthquakes. By using a step-by-step integration, the inelastic response

Note.—Discussion open until July 1, 1980. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the Manager of Technical and Professional Publications, ASCE. This paper is part of the copyrighted Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 106, No. EM2, February, 1980. Manuscript was submitted for review for possible publication on June 12, 1979.

*Presented at the April 2-6, 1979, ASCE Convention and Exposition and Continuing Education Program, held at Boston, Mass. (Preprint 3599).

¹Prof., Dept. of Civ. Engrg., Univ. of California, Berkeley, Calif.

²Prof., Dept. of Civ. Engrg., Univ. of California, Berkeley, Calif.

history for a frame is obtained. Except for its cost and complexity, this method is the best available procedure for structural seismic analysis because of its intrinsic conceptual accuracy (7,23), although the precise intensity and duration of a future earthquake, as always, remains unknown.

It should be carefully noted that the lateral design forces specified by widely used building codes (18,25) are much smaller than the forces that can be expected to act on a structure during a major earthquake (1,27). Unlike the essentially elastic behavior expected to occur in a building during a severe windstorm, a designer must clearly recognize that a major earthquake will cause the critical elements of a structure to behave inelastically and produce large deformations. Therefore, the need for ductile behavior in members and joints subjected to severe load reversals is essential. Such behavior must be assured regardless of the method used in determining the hypothetical force distribution in a frame. The inelastic cyclic behavior of the frames under consideration is described in the following; it is basic to the state-of-the-art approach given.

The main features encountered in the seismic resistant design of three major frame types are presented in the following, including a new frame design concept for eccentrically braced frames. For each frame type, after a general description, some concluding remarks generic to that frame type are given. In the general conclusions at the end of the paper, the main characteristics pertaining to the seismic design of the three types of steel frames are summarized.

MOMENT-RESISTING FRAMES

The most widely used structural steel framing depends for its capacity to resist lateral forces on moment-resisting beam-column joints. After the internal forces in such frames are determined, the members are sized in a conventional manner. However, since it is recognized that the normally specified design lateral loads are significantly smaller than those expected to occur during a major earthquake, much reliance is placed on assuring oneself of stable ductile behavior beyond the elastic range under repeated reversing loads. It is generally believed that with proper detailing, the moment-resisting frames can fulfill these requirements, and the building codes place this structural system into the preferential category (24,25). This is accomplished by specifying smaller lateral loads for this type of construction compared to others.

In following the conventional procedures for determining the size of the members, it is a generally accepted practice (18) to proportion the members in such a way that the plastic hinges form first in the girders, i.e., before they develop in the columns. This is referred to as the strong column-weak beam approach to sizing the frame. It will be assumed that this procedure has been adhered to herein.

Beam-to-Column Connections.—For moment-resisting frames, the design of beam-column joints is a particularly important aspect of the problem, since connections of members have generally been a critical element in failures during past earthquakes (24). To introduce this problem, consider a part of a moment-resisting frame shown in Fig. 1. Experimental and analytical studies of portions of this frame (subassemblages) provide much of the needed information on the behavior of a frame as a whole (2,14). For this reason, a subassemblage, somewhat similar to that shown hatched in the figure for an exterior joint,

was used to determine the behavior of connections between beams and column stubs. Details of some such connections are shown in Fig. 2. In the connection shown in Fig. 2(a), the shear plate and the two bolts are presumably for erection purposes. The total web shear is transferred by a vertical weld. The seven high-strength bolts shown in Fig. 2(b) serve a dual purpose: for erection and to develop the full shear capacity of the member. In either type of connection, the beam flanges are welded to the column stub with full-penetration downhand welds. Conventional stiffeners, per American Institute of Steel Construction (AISC) specifications (11), are used in the column to transfer the forces from

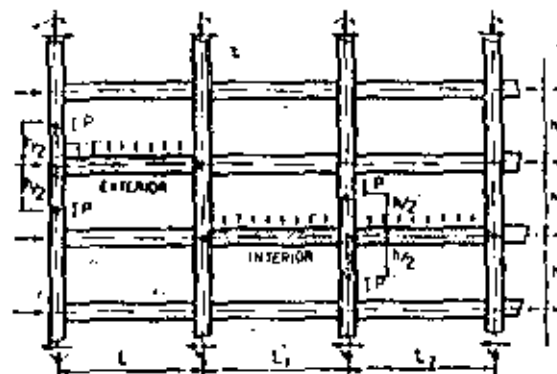


FIG. 1.—Part of Moment-Resisting Frame and Possible Beam-Column Subassemblages (B)

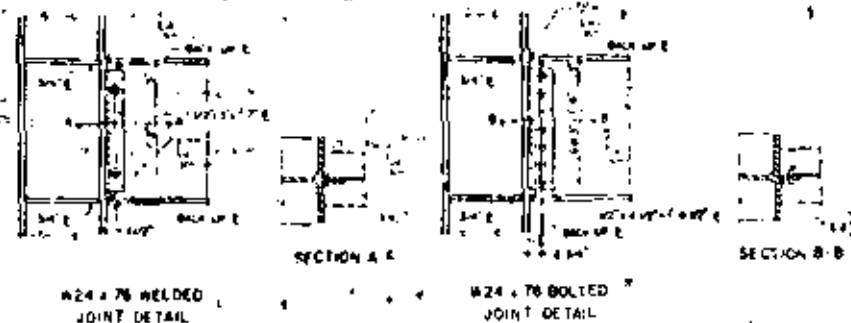


FIG. 2.—Details for Test Specimens (14) (1 in. = 25.4 mm)

the beam flanges to the column web. The full capacity of the beam is considered to be developed in this manner. To verify whether this is true under severe cyclic load applications of relevance in seismic design, a number of experiments have been conducted (14).

The results from a cyclic experiment for the connection of Fig. 2(b) are shown in Fig. 3. Note that the moment carrying capacity for this 7-ft. 6-in. (2.3-m) cantilever loaded cyclically at the tip exceeds the plastic moment M_p of the member. Similar results were found for several other mem' The

repetitiveness of the hysteretic loops for the same level of the applied displacement shows that steel members can experience several severe inelastic excursions without deterioration. This behavior of structural steel connections is of great importance in seismic design. In general, the all-welded connections could resist a larger number of cycles before failure. However, in this series of experiments, the connections with bolted webs and welded flanges performed well and, for reasons of economy, are widely accepted in practice.

Column Panel Zones.—A critical region in a moment-resisting joint is the column web referred to as a panel zone, shown for an interior beam-column subassembly in Fig. 4. Under the action of lateral loads, these panel zones can experience very large shears. In the limiting case, the beam end-moments due to gravity loads are augmented, and others are entirely overcome, and full plastic beam moments of the same sense can develop on both sides of a column. The nature of the internal forces in and around a panel zone are shown in Fig. 5. For

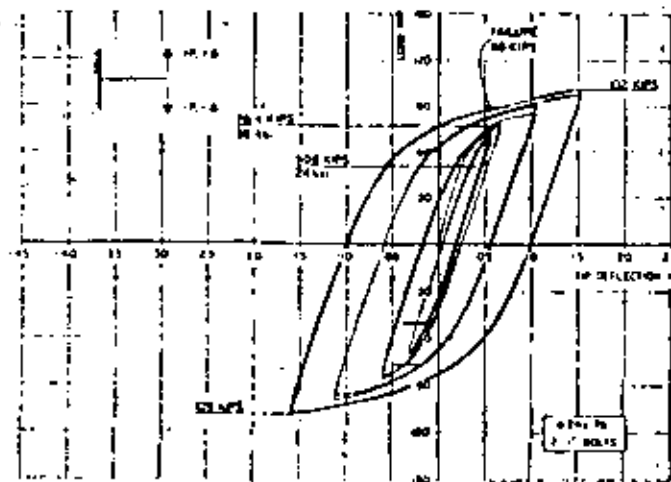


FIG. 3.—Load-Deflection Hysteretic Loops for Specimen (14) (1 in. = 25.4 mm; 1 kip = 4.45 kN; 1 ksi = 6.89 MPa)

the purposes of determining the shearing forces acting on the panel zone, each of the moments, such as M_1 and M_2 , are frequently set equal to the full plastic beam moments. This assumption is consistent with the design concept of forming plastic hinges in the beams with columns remaining elastic. The end columns, since only one beam need be considered causing shearing stresses in the panel zone, are usually less critically stressed.

The importance of shear distortions of a panel zone may be clarified by examining Fig. 6. For simplicity, in this figure, it is assumed that the points of inflection occur at the midheight of columns and at midspans of beams. The story drift, δ , is caused by three sources: (1) The rotation of the beams θ causing the deflection, δ_1 ; (2) the deflection of the columns, δ_2 ; and (3) the deflection, δ_3 , caused by the shear distortion of the panel zone. The shear distortion of the panel zone can add significantly to a story drift. Therefore,

in many instances, doubler plates are provided to reduce the story drift, rather than out of concern for the calculated shearing stresses (22). The shearing distortions add an additional degree-of-freedom to a structural frame, and some computer programs are now available to take this effect into account (7). A story drift due to this cause is shown in Fig. 7.

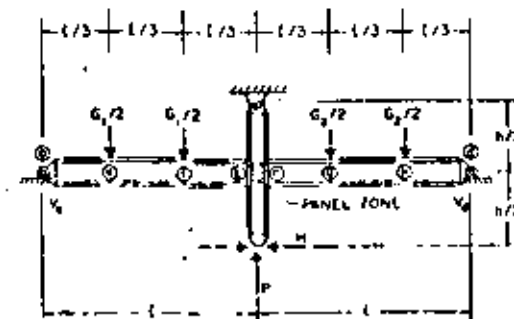


FIG. 4.—Idealized Model of Interior Subassembly (2)

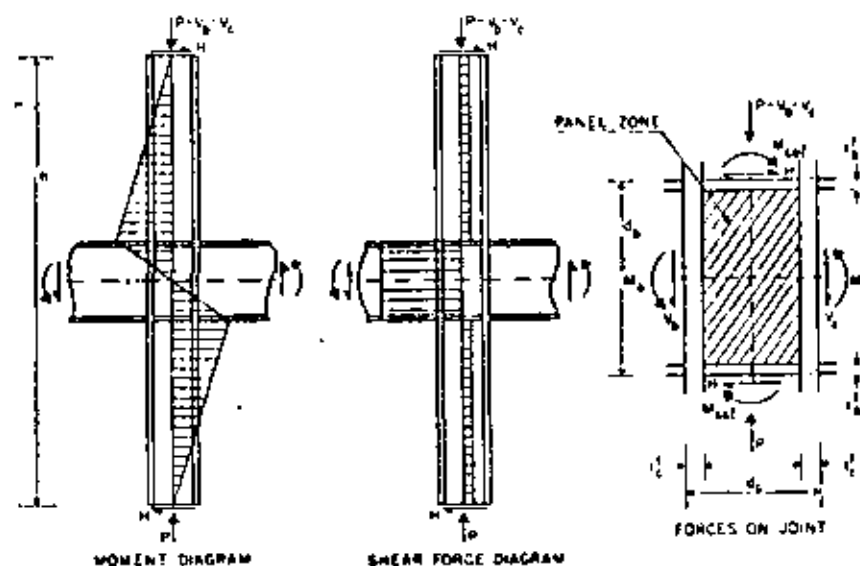


FIG. 5.—Internal Forces for Interior Column (8)

Further insight into the importance of the shearing distortions of a panel zone may be obtained by examining Figs. 8 and 9. These show the results on a one-third scale experiment with subassemblies of the type shown in Fig. 4 subjected to monotonically increasing horizontal force, H . This subassembly modeled the members at the 17th floor of a 20-story building. Similar experiments with models at the fifth floor level, where heavier columns occur,

not show the dramatic effects shown here. From Fig. 8, note the progressively increasing importance of the panel zone's contribution to the story drift. The same effect can be observed in Fig. 9. Predictions of the structural behavior neglecting the $P-\delta$ effect, which must include the distortions of the panel zone, lead to gross errors. However, although the capacity of this subassembly is greatly reduced due to the $P-\delta$ effect, the specimen exhibited excellent ductility. Further details on this work can be found in Refs. 2 and 8.

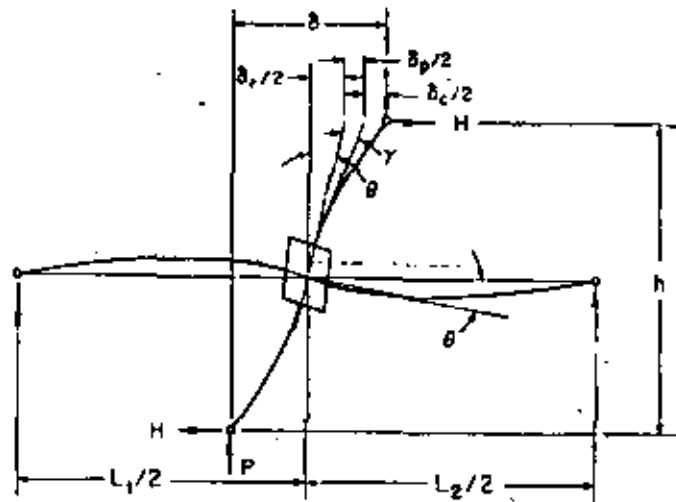


FIG. 6.—Components of Lateral Deflection in Beam-Column Subassemblies (9)

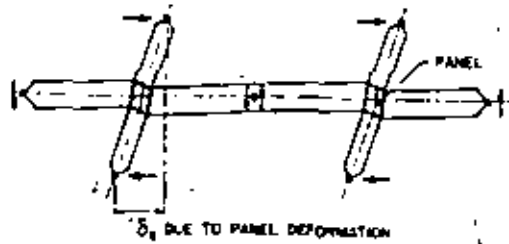


FIG. 7.—Story Drift Due to Panel Deformation

Also studied was the behavior of a similar subassembly subjected to severe cyclic loading causing substantial inelastic activity both in the panel zone and the beams (2). Some of the results obtained are shown in Fig. 10. The overall response of the subassembly to the application of a cyclic horizontal force, H , is shown in Fig. 10(a). In general, excellent ductile behavior is apparent. At smaller values of H , the hysteretic loops exhibit strengthening characteristics, which is due to the strain-hardening of steel. At large values of H , the loops show low slopes that are associated with the motion of a subassembly as a mechanism. This is due to the powerful $P-\delta$ effect that tends to cause a collapse of the system. This is due to the deterioration in the mechanical properties

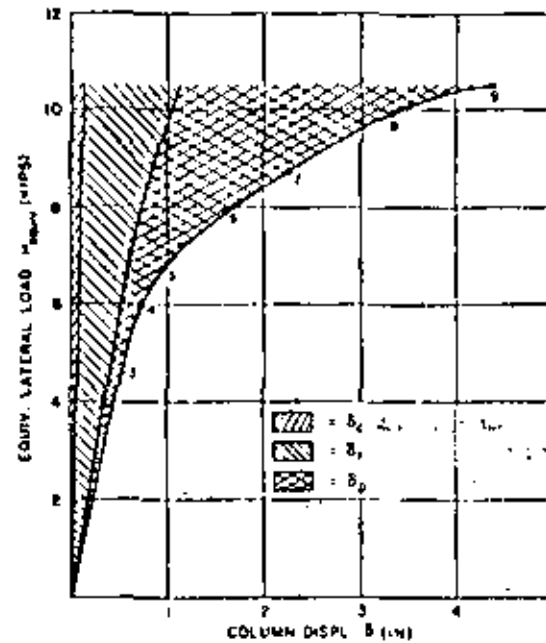


FIG. 8.—Column Displacement Components for Specimen A-2 (B)

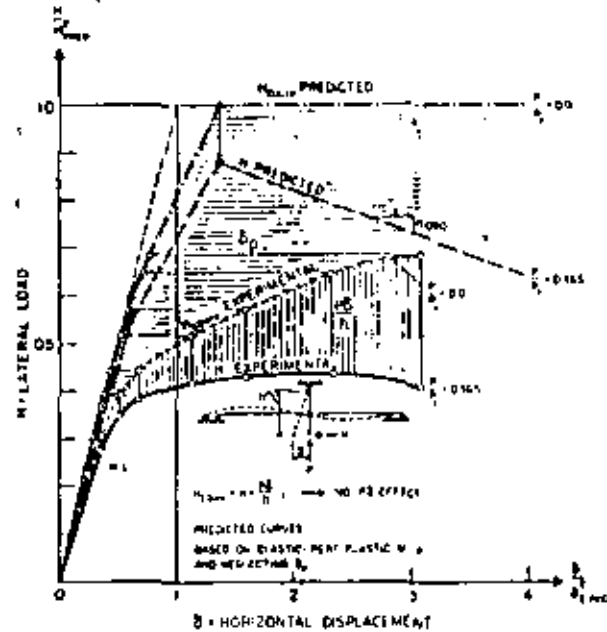


FIG. 9.—Horizontal Load-Displacement Diagrams for Specimen A-2 (Z)

of the members, or of the joint, but rather to the large geometrical changes that took place in the specimen. By separating out the P - δ effect, the intrinsic capacity of the system continues to increase as may be seen from Fig. 10(b).

Concluding Remarks.—The foregoing analysis dealt with the two major problems encountered in the analysis of moment-resisting steel frames: (1) The connection of beams to columns; and (2) the necessity for considering both strength and deformation characteristics of the panel zones. The first requirement can be easily accomplished with the use of high-strength bolts in combination with welds; the second may necessitate the use of doubler-plates. To minimize the size of such plates, the contribution of column flanges in resisting shear can be taken into account (9). Properly designed joints will result in the stable

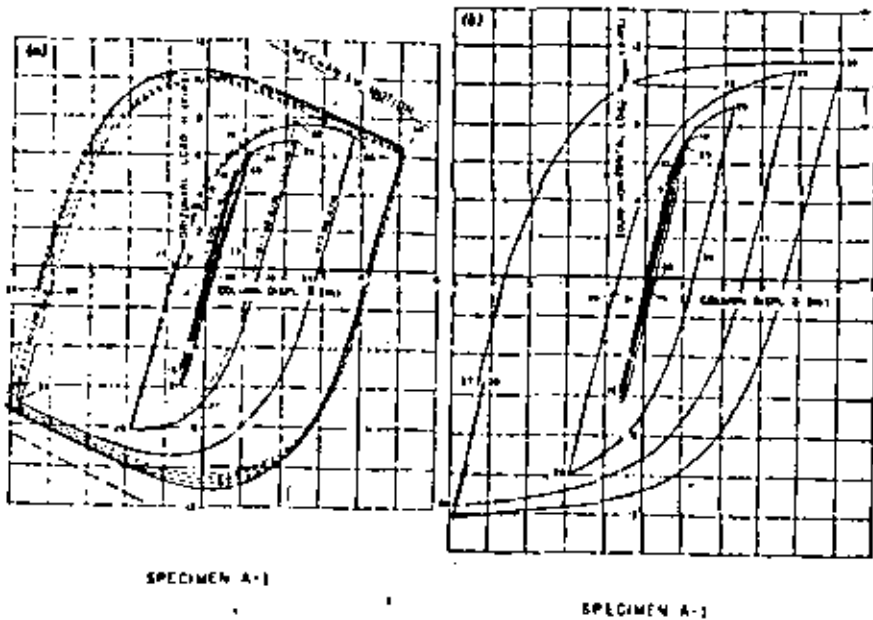


FIG. 10.—Diagrams for Specimen A-1: (a) H - b ; (b) H - δ (δ) (1 in. = 25.4 mm; 1 kip = 4.45 kN)

ductile behavior of a frame under severe cyclic loading such as may occur during a major earthquake.

CONCENTRICALLY BRACED FRAMES

Diagonal bracing of frames is an efficient, versatile method for resisting lateral forces. Some of the possible arrangements are shown in Fig. 11. In such arrangements, it is customary to intersect the center lines of the members at the joints. In this paper such systems are referred to as concentrically braced frames. This type of bracing is often employed along the narrow end walls of buildings where they do not interfere with the architectural features. In seismic applications, however, there is some reluctance to employ them. This is reflected

by the fact that standard codes (18,24,25) specify higher lateral forces on buildings depending on braced systems for resisting earthquake loads. In part, this is due to the fact that braced structures attract higher seismic forces by virtue of their greater rigidity than that of moment-resisting frames, but also in part to the unsatisfactory performance of some braced structures during earthquakes.

Whereas the greater frame stiffness is desirable, as it tends to minimize both structural and nonstructural damage of a building in an earthquake, there are some problems with the mechanical performance of braces. For this reason, some engineers, as well as codes (18), specify a backup system consisting of moment-resisting frames. The particularly poor performance of braced frames

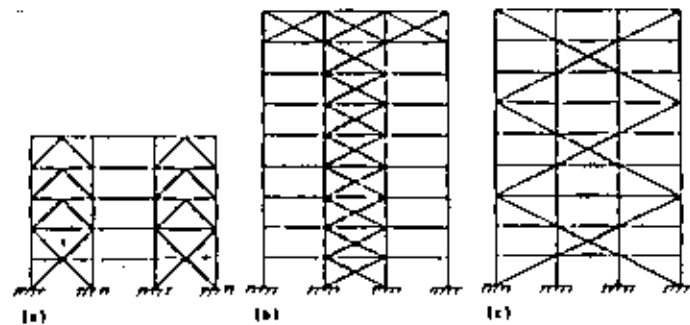


FIG. 11.—Arrangements of Bracing Systems

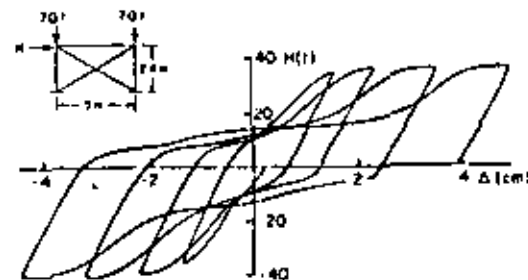


FIG. 12.—Typical Pinched Hysteretic Loops for Concentrically Braced Frame (26) (1 cm = 0.39 in.; 1 ton = 2.20 kips)

has been observed in the designs employing only tension members to form a bracing system. For example, when X-bracing is used, a strong earthquake shock in one direction stretches one of the diagonals. Upon a reapplication of the lateral force in the same direction, the stretched diagonal offers no resistance until it again becomes taut and is being stretched further. This results in the so-called pinched hysteretic loops such as those shown in Fig. 12 (26). Note the large lateral displacements that take place at very small increases in lateral loads. As a result, the system absorbs and dissipates less than optimum of the energy input caused by an earthquake. Recognizing these problems, some provisions for seismic design of buildings rule out braces capable of resisting

tensile forces only. For example, in Ref. 24 one finds that for braced frames over two stories in height, the braces "shall have a compressive strength equal to at least 50 percent of the required tensile strength."

Some reluctance to the use of braced framing in part is also due to the relatively little research that has been done on cyclic buckling of columns, and the available information remains fragmentary. The behavior of a strut under reversing loads is complex and is not widely understood. A typical behavior

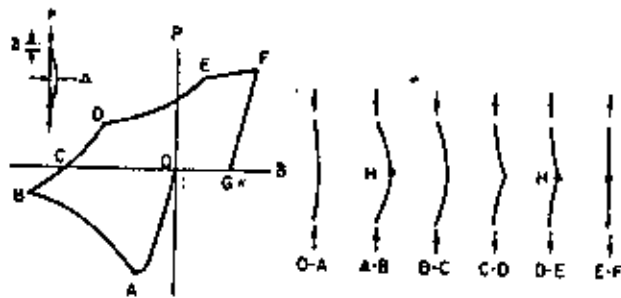


FIG. 13.—Typical Axial Load-Axial Deformation for Steel Bar (15)

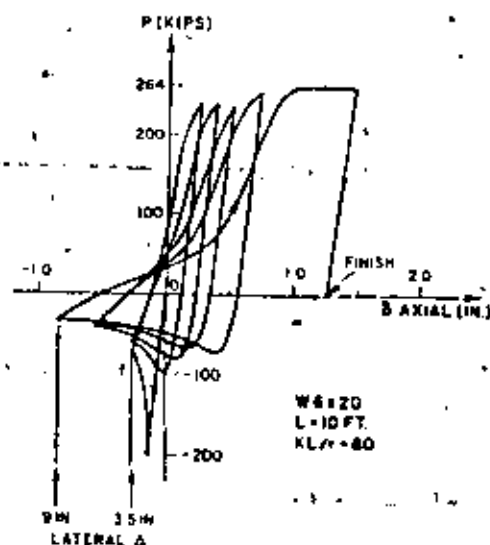


FIG. 14.—Experimental Hysteretic Loops for Cyclically Loaded Member (1 in. = 25.4 mm; 1 kip = 4.45 kN)

of a strut subjected to one cycle of loading is shown in Fig. 13. The initial buckling or ultimate compressive load, or both, corresponding to point A can be well estimated from conventional formulas (11). The subsequent load-deformation path is as follows (15). The zone A-B is dominated by the inelastic bending of the member due to the $P-\Delta$ moments induced by the compressive force, P . This zone is characterized by large lateral deflections at the center

and decreasing load. The zone B-C corresponds to the elastic unloading of the column, whereas the zone C-D represents a region of elastic bending with member lengthening. At point D the member is fully straightened. Plastic elongation of the member occurs in zone D-E. The zone E-F corresponds to elastic unloading.

The behavior of a brace under a cyclic loading is shown in Fig. 14. Only very recently is such information becoming generally available (16,17). Note the dramatic decrease in the member's ability to carry the compressive load on the reapplication of the cyclic force. This is due to the Bauschinger effect that is strongly exhibited by all steels, i.e., on reapplying the load in an opposite sense, the tangent modulus of the material is greatly decreased. This, in terms of a generalized Euler column formula employing the tangent modulus E_t , offers an explanation to the observed phenomenon. Moreover, a compressive load is reapplied to a member that progressively becomes more bowed. Theoretical quantitative deductions await further development; for the present, the behavior of a strut must be modeled by mimicking the observed behavior.

Analyzing braced frames for seismic loadings following a code requires few special considerations. However, for a more accurate appraisal of the behavior,

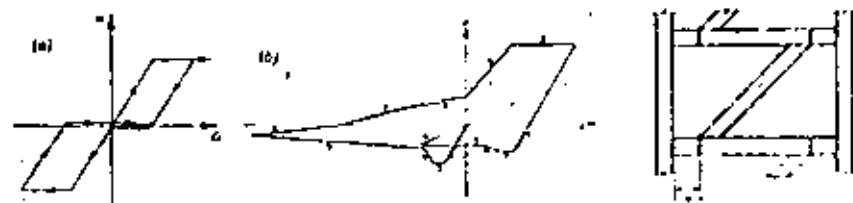


FIG. 15.—Idealization of Bar Hysteretic Loops: (a) Slip Model; (b) Refined Model (15,19)

FIG. 16.—Typical Eccentric Bracing Arrangement (13)

the time-history of a structure subjected to a credible earthquake must be calculated. In making such analyses, the cyclic behavior of braces must be postulated, as they have dominant influence on the response of a whole frame. The slip model of cyclic brace behavior shown in Fig. 15(a) has been used in the past (15). It is intended to represent the behavior of braces that act only in tension. As mentioned earlier, in such situations the active member becomes stretched, and does not become reengaged until reloaded by a force having the same sense. The reloading can take place only at significant displacements. Since this type of bracing is no longer favored for major buildings, the newer models for braces capable of resisting both tensile and compressive forces attempt to describe the cyclic behavior of a brace more accurately in the manner shown in Fig. 15(b). Computer programs incorporating this type of brace behavior for the general dynamic analysis of frames are becoming available (6,16,19).

Concluding Remarks.—Conventional concentric bracing can be effectively employed for developing the seismic capabilities of structural steel frames. For low-rise buildings code provisions and standard design procedures appear to be adequate. However, for tall or unusual framing the use of concentric bracing

must be approached with caution. With the recently developed computer programs, reasonable estimates for predicting the structural response of braced frames under dynamic loads is now in hand, and the advantage of using such programs should be taken. In designing its offshore platform braced towers for seismic loads, the petroleum industry is actively pursuing this approach (10).

ECCENTRICALLY BRACED FRAMES

Recent studies have shown that steel braced frames with eccentric connections offer considerable potential as seismic resistant structures (13,20). They are

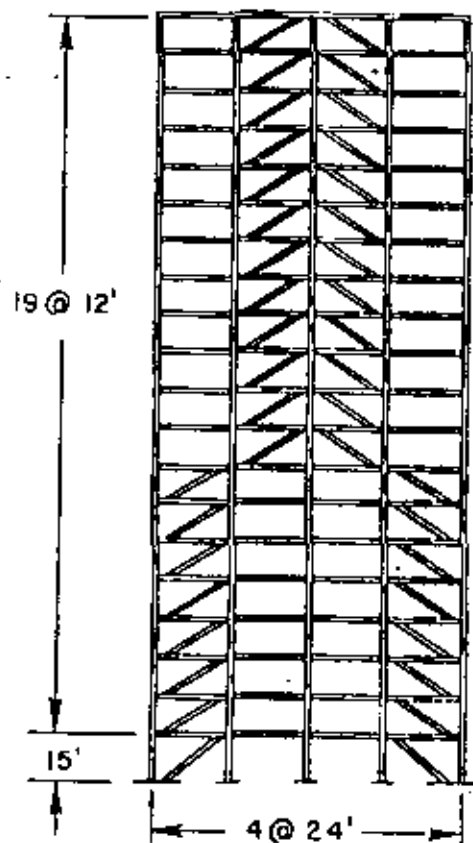


FIG. 17.—Elevation of Eccentrically Braced Frame (19) (1 ft = 0.305 m)

nearly as stiff as the concentrically braced frames, and, at the same time, they can provide an excellent mechanism for absorbing and dissipating energy. The type of eccentric connection that has been studied in some detail is shown in Fig. 16. As can be seen from this figure, in contrast to conventional design, the thrust line of a brace does not go through the intersection of beam and

column center lines. An appreciable eccentricity, e , is deliberately introduced. A method for determining its value will be considered shortly.

A possible arrangement of this novel bracing for an exterior frame of a 20-story building is shown in Fig. 17. To reduce the high tensile or compressive forces due to lateral loads in the lower columns, some of the bracing is indicated in the middle two bays. Larger column forces would result in the outer columns if braces were located only in the outer bays.

The short segments of the beam providing the eccentricity, e , must be carefully proportioned. It was found that the following approach can be used. First assume that at each floor level the braces provide 70%-85% of the lateral stiffness. This implies that the braces carry this percentage of shear, which gives an estimation of the force in any given brace. Using this force the horizontal beam can be selected. This beam should be designed to first yield in shear

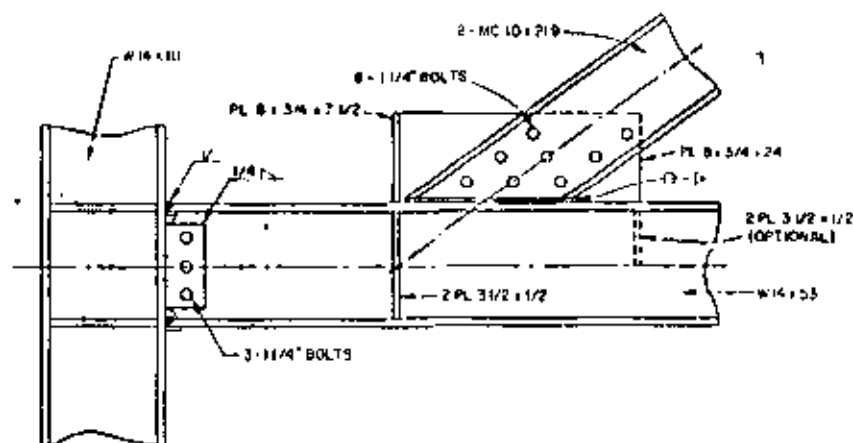


FIG. 18.—Typical Eccentric Brace Detail (13) (1 in. = 25.4 mm)

(13). The shear capacity, V , of a wide-flange beam can be determined from the equation (as loads are cyclic, the web may need stiffeners)

$$V = 0.55 \sigma_y t_w d \quad (1)$$

in which σ_y = the yield stress of the steel; t_w = the web thickness; and d = the depth of the beam. Because of the high shear in the eccentric beam element, instead of the conventional plastic moment capacity, M_p , the reduced moment capacity, M_p^* , given by the following formula must be used

$$M_p^* = (b - t_w) t_f \sigma_y (d - t_f) \quad (2)$$

in which b = the flange width; and t_f = its thickness. In some designs both V and M_p may have to be further reduced if the gathering beams attached to the floor slab apply an axial force to the short coupling beam.

After selecting the beam for its required shear capacity, it should be checked to assure that plastic hinges form at both ends of the eccentric beam element shortly after shear yielding. This can be accomplished by requiring that $2M_p^*/e$ be somewhat larger than V . To obtain the desired balance, it may be necessary

to adjust eccentricity or beam size. The use of web doubler plates to achieve these ends was found to be very undesirable (21). The columns are selected using the strong column-weak beam approach examined in this paper in the section on moment-resisting frames. This also holds true for the design of the beam-column joints. A frame designed in this manner is ready to be checked elastically. For this purpose the use of a computer program is advantageous (12,19). The results of an elastic analysis may suggest some revisions.

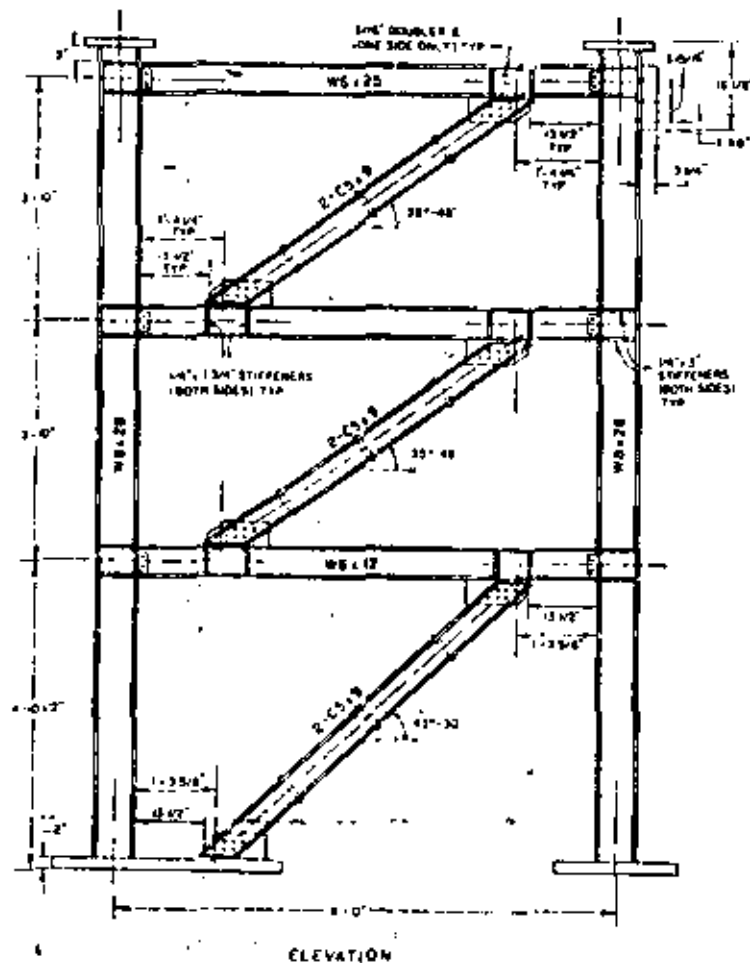


FIG. 19.—Details of Test Frame 1 (19) (1 ft = 0.305 m; 1 in. = 25.4 mm)

A typical design of an eccentric element is shown in Fig. 18. Note that in order to develop full web shear at the column, although not particularly desirable, both welds and high-strength bolts may be necessary. The two stiffener plates on the beam web at the brace are essential for having stiff elements all around the beam shear panel. This requirement is similar to that specified for plate

girders (11). The beam element designed in this manner would yield in shear first, providing an excellent means of absorbing and dissipating energy. Unlike the concentrically braced frames, the forces delivered to the columns are strictly

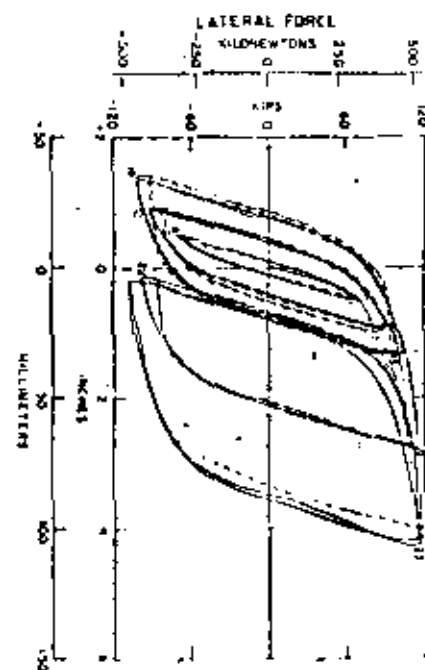


FIG. 20.—Comparison of Analytical and Experimental Results for Test Frame 1 at Third Floor Level (19)

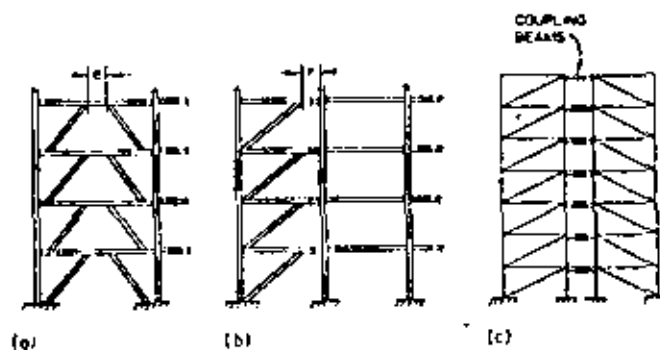


FIG. 21.—Possible Framing Arrangements

limited by the shear capacity of these elements. It is recommended to oversize the diagonals to avoid their premature buckling.

The overall behavior of eccentrically braced frames was studied experimentally using one-third scale models of the left-hand bay of the lower three stories

of a 20-story building shown in Fig. 17. The details for one of these frames are given in Fig. 19. A comparison of hysteretic loops for an analytical model with experimental results is shown in Fig. 20 and is seen to be excellent. Further details on this study including the listing of a computer program can be found in Refs. 19 and 20.

Concluding Remarks.—The novel bracing system considered in this section utilizing eccentric connections at the columns appears promising. Such a system endows a frame with excellent stiffness, and provides an effective energy absorbing and dissipating mechanism at large overloads. This system acts efficiently by engaging large areas of webs in cyclic plastic shear. Moreover, for structural steel design in seismic areas, where moment-resisting joints are widely used, this bracing system offers not only material savings, but also lower fabrication costs.

In view of the apparent advantage of the eccentric bracing system, further studies are in order. For example, the split-K bracing shown in Fig. 21(a) looks promising. The earlier studies of this design by Fujimoto, et al. (5) can be extended using the concepts reported here. Preliminary studies also indicate that it may be advantageous to have a large eccentricity, e , only on one side of a diagonal brace [Fig. 21(b)].

A somewhat different concept of using coupling beams between two conventionally designed braced frames, first suggested in Ref. 15, is also of considerable interest for further exploration. Using this approach, which in essence is analogous to that of coupled shear walls, may be particularly useful in reducing axial forces on columns. This may be of importance when difficult foundation problems arise.

GENERAL CONCLUSIONS

Well designed buildings employing structural steel framing have performed satisfactorily during major earthquakes. The 1906 San Francisco earthquake is one of the examples frequently cited. Other cases in point may be found from more recent experiences (4,27). It must be noted, however, that the design of construction details has changed. Therefore, continuing research is needed to update our knowledge on the behavior of members and joints. Because of the likelihood of developing very large forces in the structural framing during a major earthquake, basic information on inelastic cyclic behavior of the member connections, joints, and subassemblages is essential. In this paper the main features associated with the detailed analysis of three different types of steel frames are considered. Some of the general conclusions for these may be summarized as follows:

1. *Moment-resisting frames* are the most widely accepted type of steel framing, and they offer the advantages of the largest unobstructed areas in a wall. For a building with a wide facade, standard moment-resisting joinery can be used. This type of framing tends to be somewhat flexible under the action of extreme lateral forces, and to avoid nonstructural damage, the panel zones may have to be reinforced with doubler plates.

2. *Concentrically braced frames* are widely used along the narrow widths of buildings having large floor plans. For low-rise buildings this type of bracing

is fully acceptable. For taller buildings the danger of brace buckling under repeated loads must be examined. For such applications the use of braces working in tension only is discouraged. The wall space is obstructed where braces are present.

3. *Eccentrically braced frames* are new. However, both the experimental and the analytical investigations to-date, as well as the few preliminary designs that already have been completed, indicate their considerable advantage over concentrically braced frames. Like the latter they can be used only in walls which need not have large unobstructed areas. The new system at small and moderate lateral loads, possesses excellent stiffness comparable to that of concentrically braced frames, and at the same time is capable of absorbing and dissipating large amounts of energy at extreme cyclic overloads. Moreover, it appears that significant reductions in weight can be achieved compared to a moment-resisting frame, while the fabrication details are usually simpler than for a concentrically braced frame. Extensions of the concept of eccentric joints can be made to other bracing arrangements.

By highlighting the seismic behavior of the three types of structural steel frames, it is not by any means implied that other framing systems are not worthy of attention in the future. To mention but one, the framed tube, may be particularly economical in some high-rise applications.

ACKNOWLEDGMENTS

The findings reported in this paper are a result of research extending over several years. The American Iron and Steel Institute supported this work first as Project 145, and later as Project 193. The support from the National Science Foundation was principally under Grant ENV76-04263. A number of graduate students participated in these projects. Several of them are co-authors of the cited paper. It is a pleasure to acknowledge all of this help with gratitude.

APPENDIX.—REFERENCES

1. Berg, G. V., and Stratta, J. L., "Anchorage and the Alaska Earthquake of March 27, 1974," American Iron and Steel Institute, New York, N.Y., 1964.
2. Bertero, V. V., Popov, E. P., and Krawinkler, H., "Beam-Column Subassemblages Under Repeated Loading," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 98, No. ST5, Proc. Paper 8915, May, 1972, pp. 1137-1159.
3. Degenkolb, H. J., "Earthquake Forces on Tall Structures," Bethlehem Steel Co., Bethlehem, Pa., 1977.
4. Degenkolb, H. J., "Practical Design (Aseismic) of Steel Structures," *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 6, No. 2, 1979, pp. 292-307.
5. Fujimoto, M., et al., "Structural Characteristics of Eccentric K-Braced Frames," *Transactions, Architectural Institute of Japan*, No. 195, May, 1972.
6. Goel, S. C., and Hanson, R. D., "Seismic Behavior of Multistory Braced Steel Frames," *Bulletin No. 22*, American Iron and Steel Institute, New York, N.Y., Apr., 1972.
7. Kannan, A., and Powell, G. H., "DRAIN-2D, A General Purpose Computer Program for Inelastic Dynamic Response of Plane Structures," *EERC Report 73-6*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Calif., Apr., 1973.
8. Krawinkler, H., Bertero, V. V., and Popov, E. P., "Inelastic Behavior of Steel Beam to Column Subassemblages," *EERC Report 71-7*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Calif., Oct., 1971.

JOURNAL OF THE ENGINEERING MECHANICS DIVISION

SPURIOUS CORRELATION IN DIMENSIONAL ANALYSIS

By Khalid Mahmood,¹ M. ASCE and M. M. Siddiqui²

INTRODUCTION

Investigations of engineering phenomena are generally reported in terms of dimensionless parameters obtained by dimensional analysis (7,8,13). The reasons for using dimensionless quantities and for performing dimensional analysis are that: (1) Dimensions are man-invented concepts and natural phenomena do not have to correspond to these; (2) functional representations in terms of dimensionless quantities are the simplest form of dimensionally homogeneous relations and are invariant of the units of measurement; and (3) dimensional analysis reduces the number of variables to be studied in a phenomenon generally by the number of basic dimensions involved. For example, most engineering problems involve mass, length, and time as the basic dimensions, and the numbers of dimensionless parameters is three less than the number of variables related to the problem. These reasons are valid, and usage over the years has also attributed a semblance of elegance to dimensionless representation in engineering analysis.

Many analytical situations in engineering pertain to predictive inference, and the primary interest is to develop predictive inference for an individual outside the sample. In many such cases the value of a (dependent) variable, is to be predicted in terms of other (independent) variables. A dimensionless representation of the obtained relations then involves a dependent parameter containing the dependent variable and other independent parameters containing the independent variables. Some independent variables appear in both the dependent and independent parameters. The presence of common variables in the dependent and independent parameters can introduce a statistical correlation that may not

Note.—Discussion open until July 1, 1980. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the Manager of Technical and Professional Publications, ASCE. This paper is part of the copyrighted Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 106, No. EM1, February, 1980. Manuscript was submitted for review for possible publication on November 22, 1978.

¹Prof. and Dir., Environmental and Water Resources Program, Dept. of Civ., Mech., and Environmental Engrg., George Washington Univ., Washington, D.C.

²Prof. of Mathematical Statistics, Dept. of Statistics, Colorado State Univ., Fort Collins, Colo.

2/10/54 E. Popov

Design of an Eccentrically Braced Steel Frame

EGOR P. POPOV AND CHARLES W. ROEDER

In the design of earthquake resistant structures, two basic requirements must be met. First, the structure must remain serviceable during the ordinary, frequently occurring load applications. This is usually accomplished by designing the structure so that it remains elastic and provides adequate stiffness to limit deflections. The second requirement is to preclude a disaster during a major earthquake. For such an extreme event, considerable inelastic deformation is usually allowed. Thus, structures must possess sufficient ductility and inelastic stability to withstand these extreme excitations.

Recent studies^{1,2} have shown that eccentrically braced frames offer considerable potential as seismic resistant structures. They are very stiff and can easily satisfy story drift limitations, and they can be designed to provide excellent inelastic behavior and energy dissipation characteristics. Therefore, such structures are likely to remain serviceable during the smaller, more frequently occurring earthquakes, and prevent collapse during severe, infrequent earthquakes. Eccentrically braced steel frames also appear to be very economical structures, indicating savings for some framing arrangements on the order of 30% in weight of steel over unbraced frames.¹ This unique structural system offers several design advantages, but it also employs several unusual design requirements. The purpose of this paper is to summarize these special design requirements and to show a simple example illustrating their application.

GENERAL DESIGN APPROACH

The eccentrically braced frame discussed here employs a brace which has a thrust line that does not go through the intersection of beam and column center lines, but, instead, is framed as shown in Fig. 1. The eccentric beam element provides a ductile fuse which assures good inelastic behavior and energy dissipation. Tests have shown^{1,3} that the inelastic behavior of this structural system is very good, provided the beam is designed to yield in shear. This shear yield behavior is generally attained if the clear eccentricity

e is on the order of two times the beam depth. A good design is achieved if plastic hinges form at both ends of the eccentric beam element shortly after shear yielding. Therefore, the eccentricity and plastic moment capacity must be carefully balanced to assure the proper yield mechanism.

The preliminary design of an eccentrically braced frame is best performed by employing plastic design concepts, such as given in Part 2 of the AISC Specification.⁴ The factored design forces can be determined by using the moment balancing approach.^{1,5} This is a lower bound technique, which is obtained by designing the structure for any distribution of internal forces and bending moments which satisfy statics. Using this method, an efficient design can be obtained if the desired collapse mechanism, shown in Fig. 2, is kept in mind during the distribution process. The first step in attaining a suitable distribution of moments in the

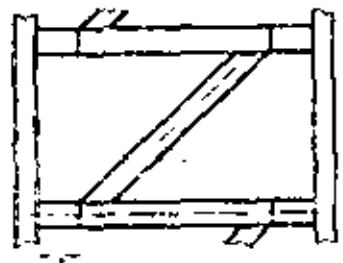


Figure 1

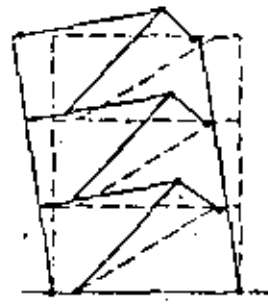


Figure 2

Egor P. Popov is Professor of Civil Engineering, University of California, Berkeley, California.
Charles W. Roeder is Assistant Professor of Civil Engineering, University of Washington, Seattle, Washington.

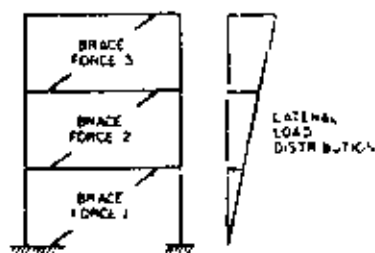


Figure 3

frame is to note that in each panel a brace provides 85% of the lateral stiffness, and so it should correspondingly provide 85% of the lateral shear. This provides a quick estimation of the force in a brace. In the moment balancing procedure, the effect of braces with their forces, as shown in Fig. 3. After distribution, the moment balancing procedure can be done in several different ways; an approach is shown in the following design example.

The members can be designed after complete plastic force distribution. The beam should be designed to first yield in shear without excessive conservatism. The shear capacity, V , of a wide flange beam can be determined from the equation:

$$V = 0.55 \sigma_y t_w d$$

where σ_y is the yield stress of the steel, t_w is the web thickness, and d is the depth of the beam. Because of the high shear force in the eccentric beam element, the conventional plastic moment capacity, M_p , is not used; the moment capacity, M_p^* , given by the following equation must be used:

$$M_p^* = t_f b \sigma_y (d - t_f)$$

where b is the flange width and t_f is the flange thickness. After selecting the beam for its required shear capacity, it should be checked to assure that plastic hinges do not form at the ends of the eccentric beam element shortly after yielding. This can be accomplished by requiring that $2M_p^*/e$ be somewhat larger than V . A relationship among these quantities can be expressed as $1.1 V \leq 2M_p^*/e \leq 1.3 V$. To attain the desired relationship, it may be necessary to adjust eccentricity or to add flange cover plates. Web doubler plates are also used to attain the desired balance.

After the beam is designed, the column should be designed by the "weak beam-strong column" approach. If the beam is designed to attain a moment capacity larger than required by the design forces, the column should be designed in an equally conservative manner. It is very important to avoid buckling of the brace, which can be accomplished by increasing the design axial force in the column to account for increased brace forces induced in the column. A conservative design of the beam, strain hardening

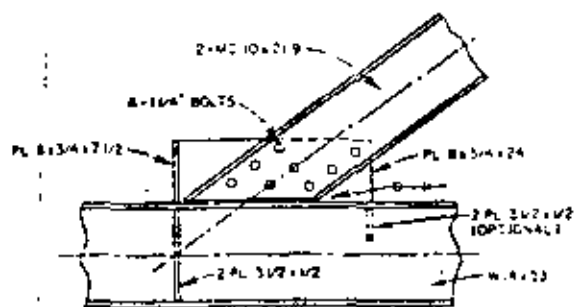


Figure 4

of the beam, or uncertainty in the yield stress of the beam. Thus, it is recommended that the brace be designed for a force at least 50% higher than required by moment balancing.

The brace-to-beam connection can be designed as a bolted connection, as shown in Fig. 4. The number of bolts may be determined using criteria for friction-type bolts; however, the bolt capacity should also be checked in bearing, because bolt slippage can be expected during a severe earthquake.¹ It is suggested that the bearing stresses be limited to the yield stress, σ_y , as opposed to the $1.35\sigma_y$ allowed by AISC.^{1,4} The connection requires a pair of web stiffeners at the toe of the brace. These are required to distribute the shear stress in the web and to assist with the development of the cyclic diagonal tension field during extreme inelastic deformations.^{1,3} The gusset plate attachment for the brace can be built up to form a tee, as shown in Fig. 4. In some designs, a structural tee can be used to advantage. In either case, a tee-shaped attachment to a beam is desirable, since it reduces the eccentricity between the thrust line of the brace and the centroid of the gusset plate welds. The flange of the tee can be directly aligned with the web stiffeners to provide a direct transfer of brace force. The gusset plate must not be allowed to extend into the eccentric beam element,¹ because large deformations can be expected in this region during a severe earthquake. Experiments have shown¹ that, although not essential, a pair of partial depth beam web stiffeners are desirable. These web stiffeners are marked "optional" in Fig. 4, whereas the other stiffeners are essential.

The beam-to-column connection should be a moment-resisting connection, as shown in Fig. 5. The flanges of the beam are welded to the column with full penetration welds. The beam web is bolted to the erection plate with friction-type bolts. However, because of the high shear force in the eccentric beam element, a single row of bolts cannot usually provide sufficient shear capacity, and so a fillet weld along the erection plate is added to act in combination with the friction-type bolts to develop the shear capacity of the beam.

The final design consideration pertains to the lateral support of the members. Due to the high shear force in the eccentric beam element, the moment gradient in it is high

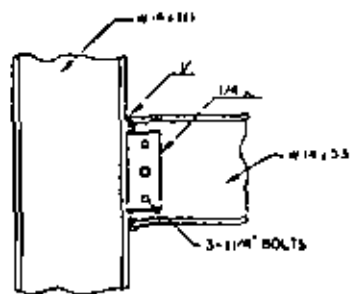


Figure 5

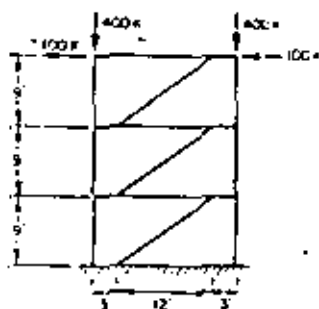


Figure 6

and little additional support is needed for this part of the beam. The moment gradient is much lower in the center beam section, and so lateral torsional buckling is more likely to be a problem in this region. The center section may also be subjected to high compressive force during a load reversal, and so lateral support is needed to prevent lateral torsional and weak-axis buckling. Tests have shown that lateral support provided at the third or quarter points of the beam span may be sufficient, and the floor joists commonly used are likely to provide adequate support.¹ In general, eccentrically braced frames require lateral support to both top and bottom beam flanges, as required by the AISC Specification.⁴

After completion of the preliminary design, the results should be checked using a linear elastic analysis. Such an analysis is useful in determining whether the deflections are acceptable, and it provides the basis for a working stress design check of the preliminary design. The results of such an analysis may warrant some adjustments in the design; in making these, care must be exercised to assure that the inelastic behavior will remain essentially unaltered. Specifically, the beam should retain its weak link feature and should yield first in shear. If the beam sizes are increased, the columns and braces must also be made larger.

PRELIMINARY DESIGN EXAMPLE

Figure 6 shows the frame geometry and loading used to illustrate a preliminary design of an eccentrically braced frame. The given loadings have been multiplied by the appropriate load factors so that one can proceed directly with the analysis. Here the vertical loads can be directly transmitted down their respective columns. It will be assumed that at each level a brace will provide 80% of the lateral stiffness. Therefore, since each brace is designed as an axially loaded member, the axial force in each brace can be set at 200 kips, as shown in Fig. 7. For the subsequent analysis for moments, the braces can be removed from the frame and replaced by an equivalent force system, shown in Fig. 3.

At this point, the moment balancing could proceed in several ways,⁵ but it is desirable to first examine each of the beams with the objective of obtaining a collapse mechanism

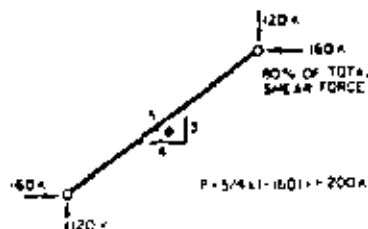


Figure 7



(a) FREE BODY

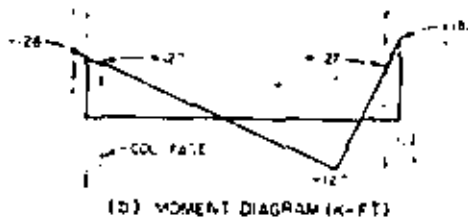


Figure 8

similar to that shown in Fig. 2. For example, consider the top beam, shown as a free body in Fig. 8(a). For this beam to be compatible with the desired collapse mechanism, moments at both ends and a moment at the intersection of the beam-brace center lines should form plastic hinges. However, the plastic end moments can form only at the column faces. Therefore, because of the moment gradients, the moments at the column center lines are larger. In this case, M_2 is significantly larger than the plastic moment, whereas M_1

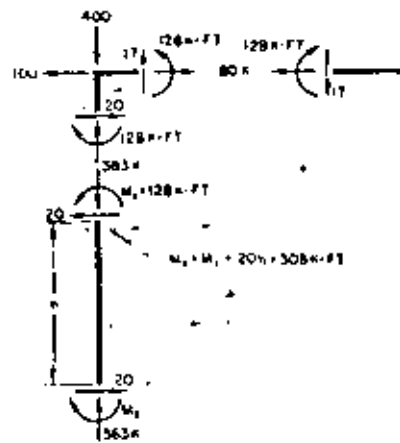


Figure 9

is nearly equal to such a moment [Fig. 8(b)]. By selecting $M_1 = 128$ kip-ft, and $M_2 = 182$ kip-ft,* and assuming columns to be W14 sections, the bending moments at the three plastic hinge locations are approximately 127 kip-ft. End moments for other beams are chosen in a similar manner.

The bending moments for the columns are determined by arbitrarily distributing the lateral shear not taken by the braces to the columns and systematically applying the conditions of statics to each of the beam-column joints. In this example, 20% of the total shear (80% was assigned to the braces) is distributed equally between the two columns. The moment balancing procedure starts at the top joints with the bending moment in the column taken equal to that in the beam (Fig. 9). The moment at the base of a column is found from the known shear force and the moment at the column top; see Fig. 9. The bending moments and shear forces for the lower columns are found by working down the structure. The results of this procedure give the bending moments satisfying the conditions of statics shown in Fig. 10(a). The axial forces are shown in Fig. 10(b); these are obtained by applying the conditions of statics at each joint. The sum of the reactions from the two diagrams keeps the frame in equilibrium.

The forces and moments shown in Fig. 10 can be used for the selection of member sizes and connections, but it should be noted that the columns will have to be designed for single curvature. This can result in an overly conservative column design, which should be avoided. The results of balancing can be substantially improved by slightly changing the proportion of lateral shear that is carried by some or all of the braces and/or columns. For example, if 5% of the shear force is assigned to the top left

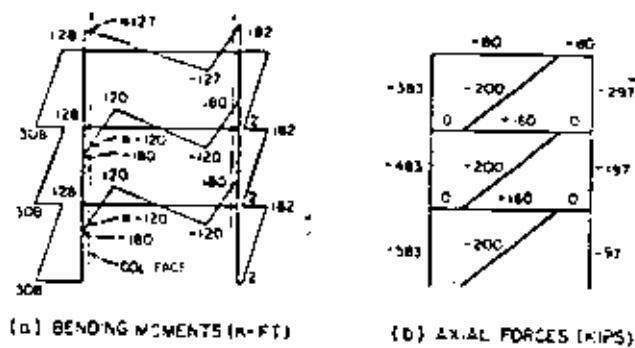


Figure 10

column, and 15% to the top right column, with all other quantities left unchanged, the maximum column design moments would be reduced from 308 to 218 kip-ft.

The selection of members can proceed after the plastic design forces, such as given in Fig. 10, are available. The requirements of beam sizes at all levels are very similar. For example, considering a beam at the first or second floor levels, one notes that the maximum shear is $(180 + 120)/3 = 100$ kips and the maximum moments are approximately 120 kip-ft, assuming W14 columns. Using A36 material, the possible beam sections, together with the relevant properties, are given in Table 1. From the sections given, W18x35 is rejected, as it does not satisfy the slenderness requirements. The W14x53 section is preferable over W16x45, because of its greater lateral stability. For compact sections, the lateral torsional buckling is believed to be dependent upon the local flange buckling, which requires yielding of the flange for a length at least equal to a full wave length.⁸ The clear eccentricity e is approximately $(36 - 1/2) = 29$ in., and, thus, neither the W16x45 nor W14x53 is likely to form flange buckles because of the very steep moment gradient. However, the W14x53 section is preferable because of its wider flanges, which makes the member more stable laterally. The W14x53 should perform satisfactorily with lateral supports applied to the top and bottom flanges at the third points.

For the member selected, bending yield will occur considerably later than shear yielding; as can be noted from $2M_p/v$. Bending yield would occur earlier, and the design

Table 1. Member Properties

Size	M_p (kip-in.)	V_p (kip-in.)	V (kips)	A_f	F_u (kips)
W18x35	2405	1601	104	58.6	306
W16x45	2956	2216	110	45.8	422
W14x53	3132	2536	102	37.5	513
W14x111	7056	—	—	29.0	1112
2-MC10x21.9 with 3/4-in. spacing	—	—	—	60.0	360

* Note that a baseline in Fig. 8(b) connecting the points corresponding to moments M_1 and M_2 , together with a point -127 kip-ft at the brace, defines a moment diagram for a simply supported beam.

would be improved, if the eccentricity e were increased, say, by 8 or 9 in. With this large increase in eccentricity, a new moment balancing should be performed following the procedure previously described.

For unrevised geometry and assuming W14x53 beams, the brace must be designed for an axial force of 306 kips. This follows from the following reasoning. The 200-kip axial force in the brace is increased by 2% to account for the oversized beam ($V = 102$ kips $<$ 100 kips required), and by a factor of 1.5 to assure that the brace would not buckle due to the uncertainties in the material properties of the beam, i.e., its true yield strength and strain hardening characteristics. To satisfy these requirements, a pair of channels, MC10x21.9 with $\frac{3}{4}$ -in. back-to-back separation, can be used for the brace. The bolts are designed for the full 306-kip force at their plastic design stress levels. In addition, bearing stresses on the bolts were also checked at the normal plastic design force of 204 kips to assure that they did not exceed the yield stress, as suggested earlier. Eight $1\frac{1}{4}$ -in. A325 bolts are required for this connection. A fabricated tee-section was used for the gusset plate.

The beam-to-column connection is shown in Fig. 5. It is a moment resisting connection with the beam flanges connected to the column by full penetration welds. The beam web is connected to the column by means of an erection plate with three $1\frac{1}{4}$ -in. A325 friction-type bolts, and, in addition, a small fillet weld is specified along the erection plate in order to develop the full 102-kip shear capacity of the beam.

The preliminary design is now complete. However, as noted earlier, at least an additional iteration of the plastic design is necessary. After being satisfied with the plastic design, the structure should be checked using linear elastic analysis. The latter analysis may require further revisions of the structure. In making these, the basic design principles for this structural system must be kept in mind. These may be summarized as follows:

1. The beam must be designed as the weak link which yields in shear.

2. The brace must be conservatively designed as a compression member, to avoid buckling due to strain hardening or variations in yield strength of the beam.
3. The beam-to-column connection should be designed to be a moment-resisting one capable of developing the full shear capacity of the beam.

ACKNOWLEDGMENTS

The structural system described in this paper was developed under the auspices of AISI, Project 193, with supplementary assistance from NSF under Grant ENV-76-04263. The authors are most grateful for the financial assistance, as well as for valuable advice from the advisory panel during the course of this investigation.

REFERENCES

1. Roeder, C. W. and E. P. Popov: Inelastic Behavior of Eccentrically Braced Steel Frames Under Cyclic Loadings. *EERC Report 77-18, University of California, Berkeley, Aug. 1977.*
2. Roeder, C. W. and E. P. Popov: Eccentrically Braced Steel Frames for Earthquakes. *Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 101, No. S13, March 1978.*
3. Roeder, C. W. and E. P. Popov: Cyclic Shear Yielding of Wide Flange Beams. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 101, No. EM1, Aug. 1978.*
4. Manual of Steel Construction. *Seventh Edition, AISC, New York, 1970.*
5. Horne, M. R.: A Moment Distribution Method for the Analysis and Design of Structures by the Plastic Theory. *Proceedings of Institute of Civil Engineers, Vol. 3, No. 1, April 1954.*
6. Recommended Lateral Force Requirements and Commentary. *Seismology Committee, Structural Engineers Association of California, 1973.*
7. Plastic Design in Steel, A Guide and Commentary. *ASCE Manual 41, ASCE, New York, 1971.*
8. Lay, M. G.: Flange Local Buckling in Wide-Flange Shapes. *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 91, No. S16, Dec. 1965.*

Shear in Beam-Column Joints in Seismic Design of Steel Frames

HELMUT KRAWINKLER

In unbraced steel frames, structural stability and resistance to lateral loads require the transfer of bending moments between beams and columns. Depending upon stiffness and strength requirements, this transfer of bending moments can be achieved by either semi-rigid or rigid beam-column connections. In both cases, the intersection between beams and columns (the beam-column joint) will be subjected to high shears whenever a significant unbalance of beam moments is present at the joint. A significant unbalance usually exists at exterior and corner joints, and at interior joints in the case of lateral load application such as wind or seismic effects. Somewhat simplified, the effect of an unbalance of beam moments on the moment and shear force diagram along the column is illustrated in Figs. 1a and 1b. Figure 1c shows the forces acting on a free body of an interior joint.

The effect of the shear forces in joints must be accounted for in the design of frames. In the design for strength, the joints must be capable of transmitting the high shear forces through the columns in accordance with the selected design procedure, which may be based on allowable stresses or ultimate strength. In the design for stiffness, it may be necessary to verify that the joint distortions caused by the shear forces do not excessively affect the story drift under lateral loads.

The shear design of beam-column joints is of particular importance in frames that may be subjected to severe seismic excitations. Such frames may experience dynamic actions which will cause stresses and deformations by far exceeding the service state values. This imposes ductility requirements on all elements in the structure which may have to undergo severe inelastic deformations. Specific ductility requirements have been incorporated in the design criteria for ductile moment-resisting space frames (Ref. 1, Sect. 2722). This type of frame is required by the Uniform Building Code for all buildings exceeding 160 ft in height (Ref. 1, Sect. 2312).

Helmut Krawinkler is Assistant Professor of Civil Engineering, Stanford University, Stanford, Calif.

This paper deals with the effects of shear in beam-column joints on the strength, stiffness, and ductility of moment-resisting frames under severe earthquake excitations. Emphasis is placed on an evaluation of presently used design criteria for joints in ductile moment-resisting frames. Suggestions are presented for modifications of these design criteria.

AISC DESIGN CRITERIA FOR JOINT SHEAR

For a joint with a web thickness t , the maximum shear force that can be transferred through the joint is given by the AISC Specification² as

$$V_{max}^1 = 0.40F_y d_c t \quad (1)$$

for working stress design, and

$$V_{max}^2 = 0.55F_y d_c t \quad (2)$$

for plastic design.

Equation (1) is obtained by multiplying the allowable shear stress ($0.40F_y$) with the effective shear area which is taken as the product of the column depth d_c times the web thickness t . Equation (2) is obtained by multiplying the yield stress in pure shear (equal to $F_y/\sqrt{3}$ according to von Mises yield criterion) with the effective shear area, which is taken as $0.95d_c t$.

In both working stress and plastic design, V_{max} must be equal to or larger than the design shear force V , which is given by

$$V = \left(\frac{\Delta M}{0.95d_b} - V_{col} \right) \quad (3a)$$

where $\Delta M = M_b + M_r$ (see Fig. 1) and V_{col} is the shear in the column outside the joint. When two beams of unequal depths d_1 and d_2 frame into the joint, V is given by

$$V = \left(\frac{M_b}{0.95d_1} + \frac{M_r}{0.95d_2} - V_{col} \right) \quad (3b)$$

When seismic effects contribute to the design shear force V , the allowable stresses may be increased by 33 percent;

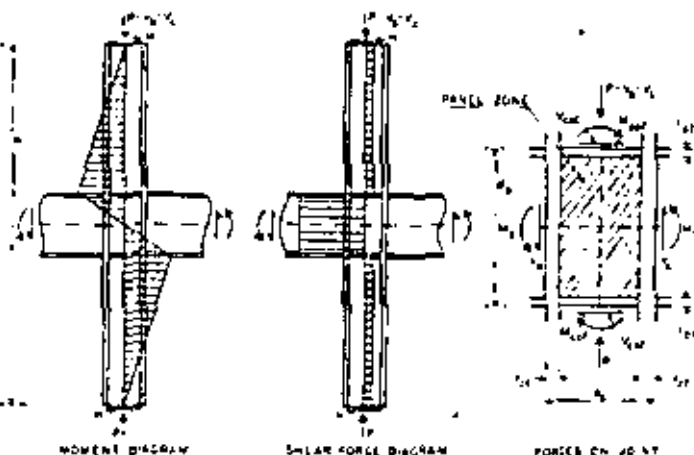


Fig. 1. Forces on column and joint

thus, V_{max} is given by

$$V_{max} = 0.53F_y d_c t \quad (4)$$

It should be noted that this value is very close to that given for plastic design.

In seismic design, the shear design of joints is in most cases based on Eq. (4), and V is calculated from the internal forces (M_b , M_c , and V_{col}) produced by unfactored gravity and seismic loads. However, for ductile moment-resisting frames it is recommended in Ref. 2 that joints be designed for the maximum shear force that can be developed based on the strength capacity of the members framing into the joint. This may significantly modify the response characteristics of frames in severe earthquakes, as compared to frames with joints designed according to allowable stress criteria. The differences in the response characteristics are discussed later in this paper.

SHEAR BEHAVIOR OF JOINTS

The shear behavior of beam-column joints has been the subject of several experimental and analytical studies. References 4 to 10 are examples of more recent work. The observations reported herein are based primarily on the studies reported in more detail in Refs. 7 to 9. These studies were concerned with the monotonic and cyclic response characteristics of interior two-way joints with beams fully welded to the flanges of the column.

Qualitatively, the most important characteristics of the joint behavior can be summarized as follows: The shearing stresses in the panel zone caused by lateral loading are highest at the center of the panel, with a moderate but definite drop towards the four corners. When the joints were stressed beyond the elastic range, yielding in the panel propagated in most cases rather slowly from the center towards the level of the beam flanges. This is reflected in the load-deformational response of joints, which exhibits an elastic range, followed by a range of gradually decreasing stiffness, and then stabilizes to a small and almost constant stiffness for a long range of deformation. The latter

stiffness can largely be attributed to strain-hardening in the material. The transition range between elastic stiffness and strain-hardening stiffness is primarily due to the fact that not only the panel zone in the joint resists the shear caused by an unbalance of beam moments; the elements surrounding the panel zone also contribute significantly to this resistance, in particular the bending resistance of the column flanges and the in-plane stiffness of the beam webs adjacent to the joint. The distribution of shear deformations throughout a joint can be studied from the deformed shape of the joint area of a W8x67 column shown in Fig. 2.

All tested joints exhibited a remarkable ductility and very stable and repetitive hysteresis loops under cyclic loading (see Fig. 3). In carefully detailed joints, no drop in strength was noticeable even at extremely large inelastic distortions, although in some specimens with thin panel zones diagonal buckling in the panel was observed. The only detrimental effect caused by excessive joint distortions was the formation of local kinks in beams and column flanges outside the joint, as illustrated in Fig. 4. These kinks caused high strain concentrations at the regions where the beam flanges were welded to the column, which in turn led to fracture of the material. However, this fracture occurred only after several load reversals at extremely large joint distortions. Thus, if joints are carefully detailed and if all welding in and

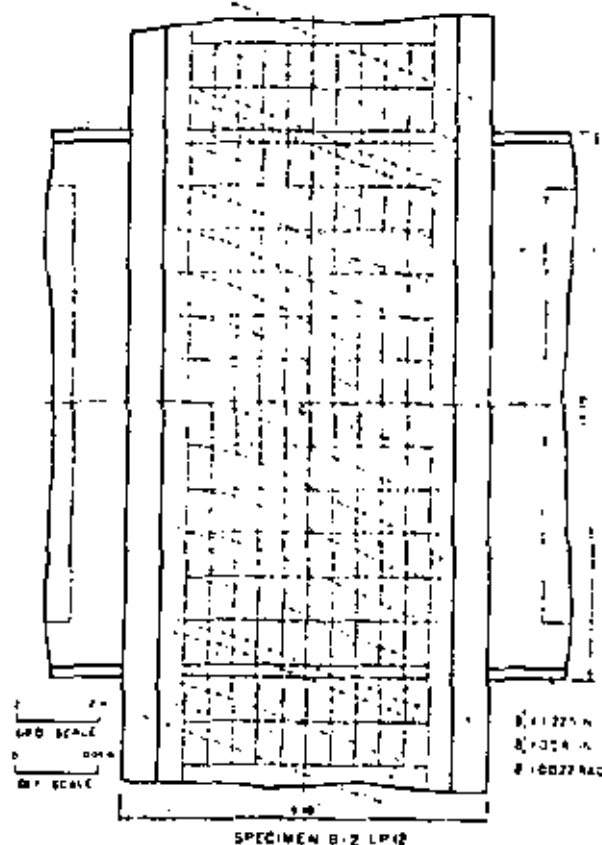


Fig. 2. Deformations in panel zone

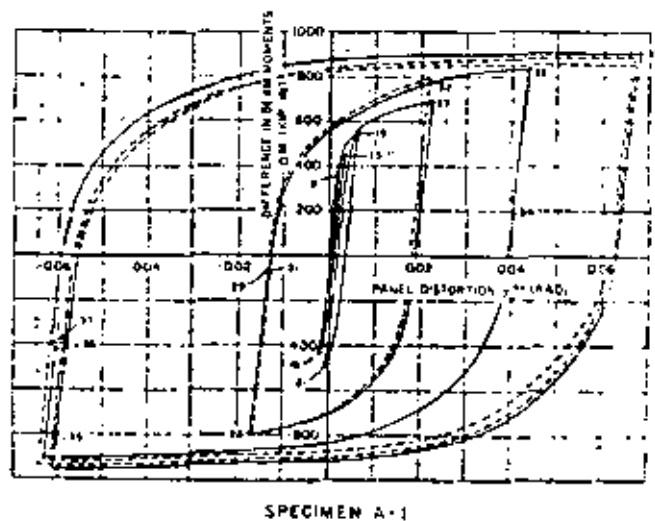


Fig. 3 Load-deformation diagram for joint

around the joint is done carefully, joints *per se* are elements with excellent energy dissipation characteristics.

A quantitative evaluation of the load-deformational response of joints can be made from the graphs shown in Fig. 5. In this figure are plotted the experimentally obtained $V-\gamma_p^{av}$ diagrams of three test specimens whose properties are summarized in Table 1. The shear force V was calculated from Eq. (3a) and the average shear distortion γ_p^{av} was obtained from relative displacement measurements at the four corners of the joints. To permit a direct comparison between different joints, the graphs are normalized with respect to the AISC plastic design strength F_y , as given by Eq. (2), and the corresponding yield strain in shear, $\gamma_y = F_y/(\sqrt{3}G)$.

It can be seen from the graphs that the elastic stiffness of joints is rather accurately defined by the ratio V_y/γ_y , as given by the AISC equation. Nonlinear behavior, caused by yielding in the panel zone, starts at approximately equal

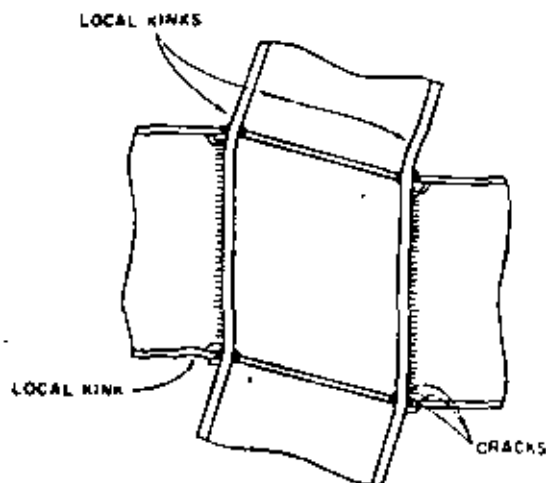


Fig. 4. Effects of excessive joint distortions

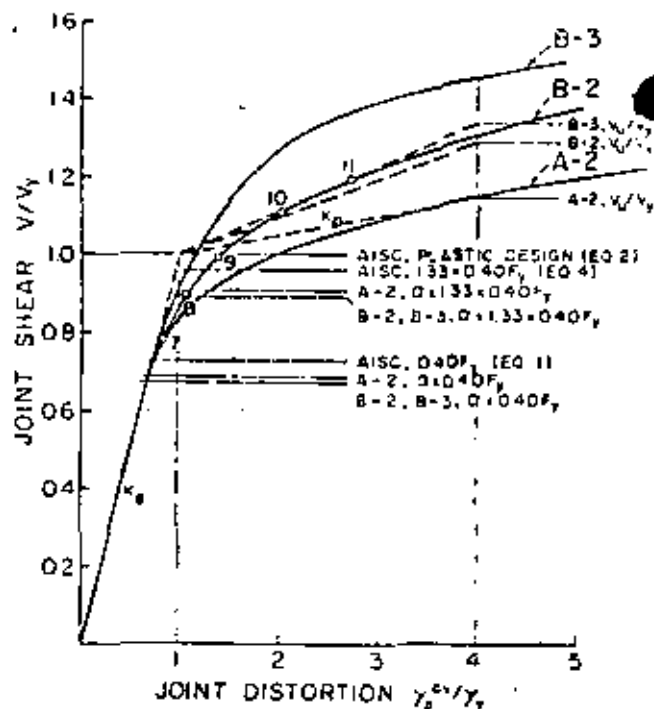


Fig. 5. Shear force-distortion diagrams for joints

shear levels (around 75 percent of V_y) for all three specimens. However, the post-yield stiffness and strength differ remarkably from specimen to specimen. This has also been observed by other investigators^{4,5,6} and has led to several attempts to model more accurately the load-deformation characteristics of joints.

From experimental evidence and analytical studies it can be concluded that the post-yield strength and stiffness of joints depend on the stiffness of the elements surrounding the panel zone, primarily the flexural stiffness of the column flanges, and the aspect ratio d_b/d_c . These factors, as well as the stiffness of the beams and column outside the joint area, will strongly affect the extent of yielding in the panel zone. The propagation of yielding in the panel of specimen B-2 is illustrated in Fig. 6, which shows the yield boundaries for one-quarter of the panel corresponding to load levels indicated on the $V-\gamma_p^{av}$ diagram in Fig. 5.

The mathematical modeling of joints is further complicated by the presence of normal stresses due to axial load and bending effects in the column and the bending moments in the beams. Also, the joint area is not subjected to concentrated shear forces at the beam levels, but to shear forces varying according to the distribution of bending stresses in the beams. Needless to say, design criteria for joints must be based on very simplified mathematical models, which nevertheless should incorporate the most important parameters that contribute to the force transfer within the joint. Based on this general discussion, several comments and suggestions regarding design criteria for joints are made in the following section.

Table 1. Properties of Test Specimens used to determine mode numbers

Spec. No.	d_c (in.)	t_f (in.)	t_w (in.)	b_c (in.)	d_b (in.)	P_{web} (ksi)	P_{flg} (ksi)	P_{col} (ksi)	P_{yld} (ksi)	Horiz. & Suff.
A-2*	8.03	0.255	0.396	5.80	10.03	41.0	40.5	0.32	0.325	yes
B-2*	9.09	0.627	0.908	8.16	13.72	47.0	42.5	0.37	0.412	no
B-3**	9.10	0.626	0.908	8.15	11.98	47.0	42.5	0.37	0.412	no

* Column is W8x24 section with flanges milled to simulate W14x68 prototype

** Column is WBx67 section simulating W14x228 prototype

DESIGN LEVELS FOR JOINT SHEAR

AISC Plastic Design (Eq. 2)—As can be seen from Fig. 5, the shear force corresponding to Eq. (2) causes controlled inelastic deformations which decrease with an increase in column flange thickness (A-2 vs. B-2) and a decrease in the aspect ratio d_b/d_c (B-2 vs. B-3). It can be expected that for heavier columns (thicker flanges) the extent of inelastic deformations will be even smaller. In all cases the shear capacity exceeded this force level; for thick column flanges and small aspect ratios by a large amount. It appears that Eq. (2) is very conservative for plastic design, which is usually concerned with the ultimate strength of elements. A model for ultimate strength is proposed later in this section.

Equation (2) is often taken as a measure of general yielding in the panel zone. As such it gives good results for joints with thin column flanges, but may be rather conservative in the case of very thick column flanges and small aspect ratios. Further research may be necessary to derive a design equation which pays more attention to the stiffness of the elements surrounding the panel.

AISC Allowable Stress Design (Eqs. 1 and 4)—Figure 4 indicates that Eq. (1) defines a force level which will cause essentially elastic response in the joint, although yielding commenced at the center of the panel at about the same level. The shear force defined by Eq. (4) (gravity plus seismic forces) did cause some inelastic response in the joints. Similar observations were made by other investigators.^{5,6} The consequence of these inelastic joint distortions will be a slight increase in story drift at the allowable stress design level. Again, the amount of inelastic distortions decreases significantly for joints with thick column flanges and small aspect ratios.

One reason for the early yielding in the panel zone is the effect of the normal stresses due to axial column loads on the yield stress in shear. This effect can be included in Eqs. (1) and (4) by multiplying the allowable stress values by a factor α , which is given by von Mises yield criterion as

$$\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_y}\right)^2} \quad (5)$$

where P is the axial column load at the design level and P_y is the yield axial load. (The shear forces obtained by including the factor α in Eqs. (1) and (4) are shown in Fig. 5.)

It should be noted that in most cases it is not necessary to include the factor α in Eq. (2) for plastic design. This equation gives a measure of ultimate strength of, at least, general yielding of the panel zone. Experimental evidence has shown that almost all of the axial force in the column is transferred to the column flanges in the joint once the panel zone has yielded in shear. Clearly, this only holds true for columns in which the flanges have the necessary capacity to resist the full axial load plus eventual bending stresses in the yielded joint region.

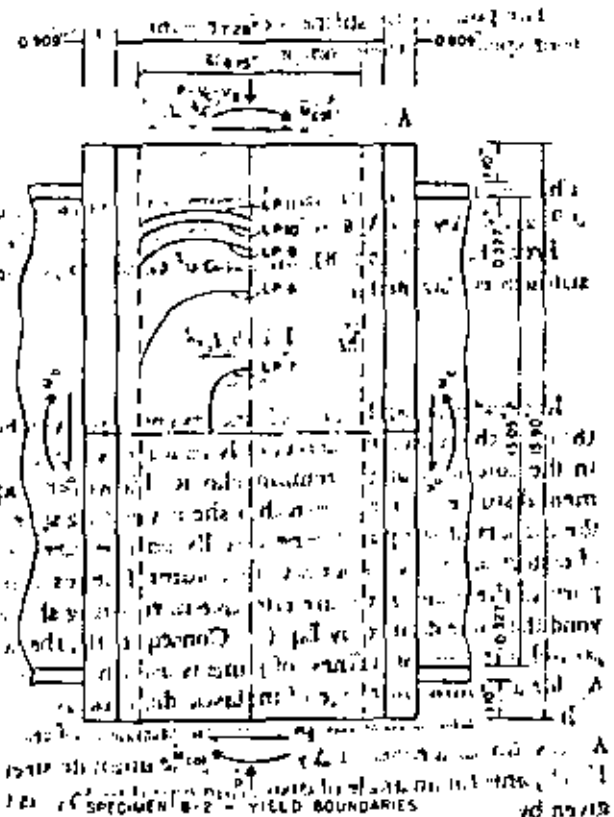


Fig. 6. Propagation of yield boundary in panel

Ultimate Shear Strength of Joints—All experimental evidence has shown that the actual ultimate shear strength of joints is much higher than that given by Eq. (2). However, this ultimate strength usually is associated with unacceptable large inelastic joint distortions. Nevertheless, in plastic design philosophy which is based on the formation of plastic hinges, there appears to be no *a priori* need to design joints such that they behave essentially elastically under the actions of "ultimate" or factored loads. It is reasonably simple to incorporate in mathematical models of frame structures the joints as individual elements and account for their inelastic actions.^{11,12,13} If these inelastic actions do not adversely affect the strength and stiffness requirements for frames, it may be overly conservative to design joints according to Eq. (2).

The load-deformational behavior of joints is peculiar insofar that it does not exhibit an elastic-almost perfectly plastic response, but gradually decreasing stiffness characteristics. It is appropriate, therefore, to associate ultimate strength with that level of shear force that can safely be transferred through the joint with *controlled* inelastic deformations, rather than with essentially elastic behavior. A total angle of distortion equal to four times the angle of distortion γ_y should be acceptable and is used in the following proposed design equation for ultimate shear strength in joints. If this criterion is accepted, it can be seen from Fig. 5 that the corresponding shear strength usually exceeds the AISC plastic design value by a large amount, for instance, by 46 percent for specimen B-3.

The mathematical model for strength and stiffness calculations is shown in Fig. 7. It consists of an elastic-perfectly plastic shear panel surrounded by rigid boundaries with springs at the four corners. These springs simulate the resistance of the elements surrounding the panel zone, in particular the bending resistance of the column flanges. The shear panel is active until general yielding of the panel zone occurs. Equation (2) is used to define general yielding although, as discussed previously, this equation may be rather conservative for joints with thick column flanges and small aspect ratios. Thus, the elastic stiffness is given by

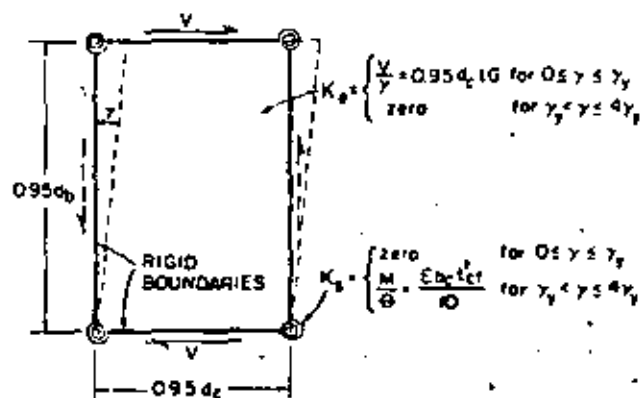


Fig. 7. Mathematical model for joint

$$K_e = \frac{V}{\gamma} = 0.95d_c t G \quad (6)$$

This equation is valid until $\gamma = \gamma_y = F_y / (\sqrt{3} G)$. When this value is substituted in Eq. (6), the shear force at general yielding is obtained as

$$V_y = 0.55 F_y d_c t$$

which is identical to Eq. (2). It should be noted that Eqs. (2) and (6) do account, to some degree, for the beneficial effect of the elements surrounding the panel zone, since the effective shear area is taken as $0.95d_c t$, which is usually larger than the actual shear area. If it is assumed that the shear stress distribution is uniform across the depth of the web and decreases linearly to zero through the column flanges, then the actual shear area would be $(d_c - t_f)t$.

When the panel has yielded uniformly, an additional increase in shear strength $\Delta F'$ can only be attributed to the resistance of the elements surrounding the panel. This resistance can be approximated by springs at the four corners whose stiffness is that corresponding to concentrated rotations of the column flanges at each corner. When the boundaries of the panel zone are assumed to be rigid, this spring stiffness can be approximated by⁷

$$K_s = \frac{M}{\theta} = \frac{E b_c t_f^2}{10} \quad (7)$$

The post-elastic stiffness of the joint, attributable to the four springs, is then computed as

$$K_p = \frac{\Delta F'}{\Delta \gamma} = \frac{1.095 b_c t_f^2 G}{d_b} \quad (8)$$

This equation is obtained from the work equation $0.95d_c \Delta F' \Delta \gamma = 4M\theta$, with $\theta = \Delta \gamma$ and $E = 2.6G$.

From Eqs. (6) and (8), the ratio of elastic to post-elastic stiffness is obtained as

$$\frac{K_p}{K_e} = \frac{1.15 b_c t_f^2}{d_b d_c t} \quad (9)$$

It is evident that the post-elastic stiffness as given by Eq. (8) is mathematically correct only as long as the moments in the column flanges remain elastic. However, experimental studies⁷ have shown that shear yielding spreads to the corners of the panel zone usually only at large angles of distortion, γ , and not only the column flanges, but also parts of the panel zone, are effective in resisting shear beyond the value defined by Eq. (2). Consequently, the actual post-elastic tangent stiffness of joints is usually higher than K_p for a significant range of inelastic distortions.

If it is assumed that the post-elastic stiffness of the joint K_p is valid for a range of $\Delta \gamma = 3\gamma_y$, the ultimate strength V_u of joints (at an angle of distortion equal to $4\gamma_y$) is then given by

$$V_u = K_e \gamma_y + 3K_p \gamma_y$$

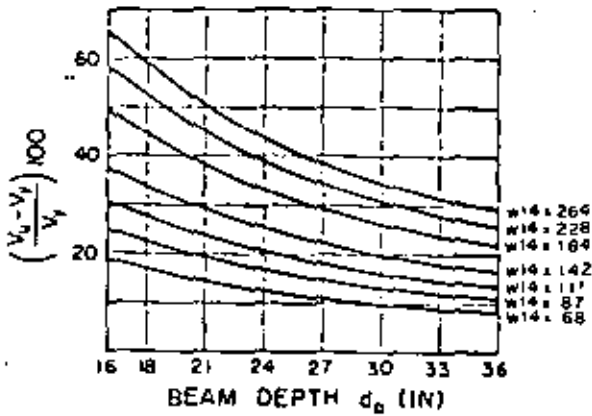


Fig. 8. Ultimate shear strength vs. AISC plastic design strength—increase in percent

Since $K_e \gamma_y$ is equal to V_y , this equation can be rewritten as

$$V_u = V_y \left(1 + \frac{3K_e}{K_e} \right) = 0.55F_y d_w t \left(1 + \frac{3.45b_w t^2}{d_w d_w t} \right) \quad (10)$$

The second term in the brackets represents the increase in strength beyond V_y , which is given by the AISC plastic design equation. In percent, this increase is illustrated in Fig. 8 for several W14 columns with unreinforced webs.

Since for each column section with an unreinforced panel zone the ultimate shear strength depends only on the beam depth d_b , design charts can easily be constructed to facilitate design calculations. Such a design chart, with V_u plotted against d_b , is presented in Fig. 9 for W14x43 to W14x264 sections and $F_y = 36$ ksi.

The ultimate strength values V_u and the bilinear response characteristics of the mathematical model described by K_e and K_p are compared to experimental results in Fig. 5. As can be seen, in all three specimens V_u was attained at distortions equal to or smaller than $4\gamma_y$, and an appreciable reserve strength beyond V_u is evident. It is expected that this model will give good results for interior joints when the axial column load ratio P/P_c is less than 0.50 and when the combined action of axial load and bending moment in the column will not cause yielding outside the joint, since early yielding of the column will decrease the resistance of the elements surrounding the panel zone. The model should not be applied to corner joints which are bounded by framing elements only on two faces of the panel zone. When two beams of different depth frame into the column in interior joints, it is conservative to use the larger value of d_b in Eq. (10).

It should be noted that the computed ultimate shear strength V_u is based on a simplified mathematical model which is in good agreement with experimental results for joints with thin to medium thick column flanges. For joints

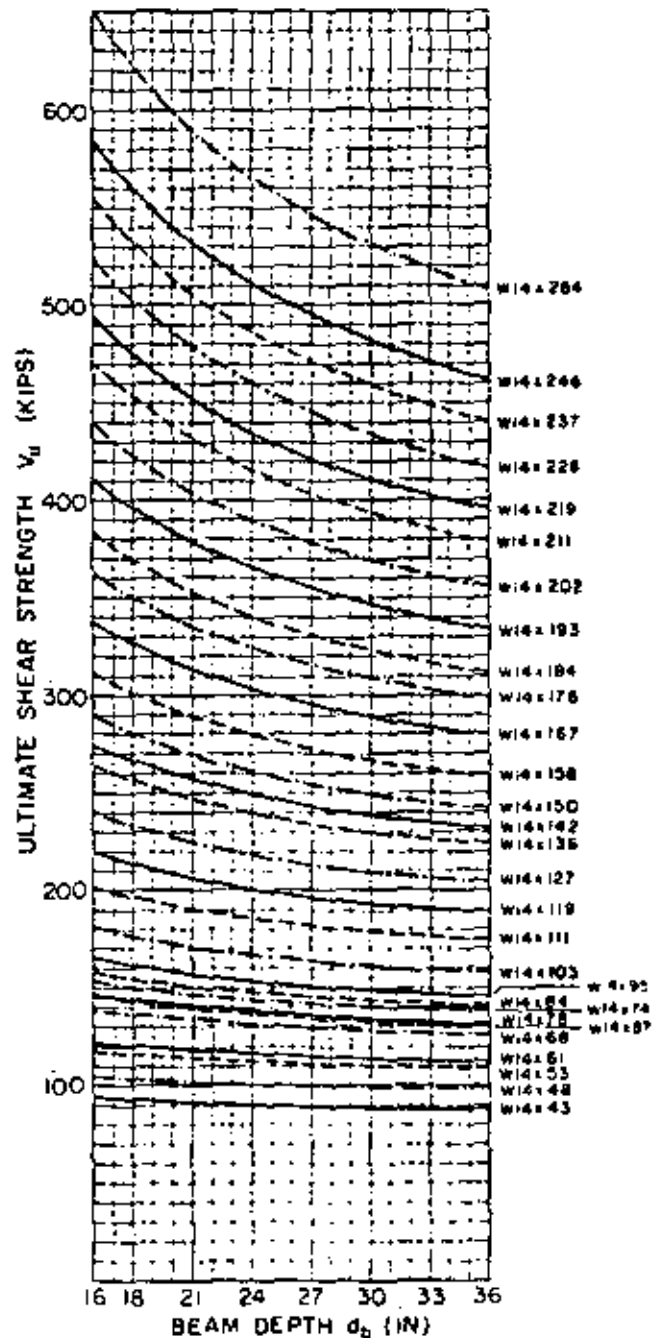


Fig. 9. Ultimate shear strength for unreinforced joints in W14 columns of A36 steel

in columns with very thick flanges, further experimental evidence is needed to verify the predicted shear strength.

Effectiveness of Web Reinforcement—In seismic regions it is customary to use web doubler plates when the column section alone is inadequate to resist the design shear force given by Eqs. (3). Experimental studies^{6,9} have shown that in reinforced webs larger distortions are caused in the column web than in the doubler plates. The difference in

distortions is relatively small for doubler plates in contact with the column web, but is significant when plate stiffeners are welded at a distance away from the column web. Thus, in the latter case the web stiffeners cannot be considered fully effective.

Plate stiffeners are shear elements which, in case they are in contact with the column web, can be treated similarly to column webs. When welded to the column flanges, the effective shear area of a stiffener of thickness t_s and depth $(d_c - 2t_f)$ can be taken as $(d_c - t_f)t_s$ and the shear force V_s that can be transferred through the stiffener can be computed as

$$V_s = F_{des}(d_c - t_f)t_s \quad (11)$$

where F_{des} is the design shear stress, which may be $0.40F_y$, $1.33 \times 0.40F_y$, or $F_y/\sqrt{3}$. Thus, if the design shear force V is larger, by an amount \bar{V} , than the shear force that can be resisted by the unreinforced joint, the required thickness of a web doubler plate is given by

$$t_s(\text{reqd}) = \frac{\bar{V}}{F_{des}(d_c - t_f)} \quad (12)$$

It should be noted that the presence of a web stiffener does not affect the post-elastic stiffness of the previously discussed mathematical model, since K_p depends primarily on the stiffness of the elements surrounding the panel zone. Therefore, the ultimate shear strength of joints with doubler plates is given by

$$V_u = V_{u(\text{col})} + \frac{F_y}{\sqrt{3}}(d_c - t_f)t_s \quad (13)$$

where $V_{u(\text{col})}$ is the ultimate shear strength of the unreinforced joint as given by Eq. (10).

EFFECT OF JOINT STRENGTH AND DEFORMATION ON THE SEISMIC RESPONSE OF FRAMES

In severe earthquakes it must be expected that frames will have to undergo deformations several times larger than those computed under service loads. The amount and distribution of deformations, which may be highly inelastic, depend on the relative strength and stiffness of the individual elements in the frame. Ideally, frames should be designed such that inelastic actions in severe earthquakes be concentrated in those elements which can provide high ductility. At the same time, much attention must be paid to stiffness requirements at all levels of deformation to limit the story drift for damage control and stability considerations.

This points out a problem in the design of joints which usually are very ductile elements, but exhibit a rather small stiffness when stressed significantly beyond the allowable stress value (see Fig. 5). Thus, the stiffness of a frame whose joints are designed just for the beam moments due to code seismic forces will decrease soon after the design force level, since the ultimate strength of such joints will often be too small to permit the attainment of plastic moments in the

beams. The low post-elastic stiffness of the frame will cause an increase in story drift which in turn will magnify the $P-\delta$ effect. The question whether or not this story drift is acceptable from the standpoint of damage and $P-\delta$ control may have to be answered through an inelastic analysis of the structure.

It must be emphasized that, in frames whose joints are close to the shear level given by Eq. (4) under seismic design moments, plastic hinges in the beams often cannot develop, due to the limited shear strength of the joints. In these cases ductility of beams is of less concern, but much attention must be paid to careful detailing of joints, which may have to undergo severe inelastic strain reversals during major earthquakes. Experimental evidence has shown that very large inelastic distortions can be tolerated in carefully detailed joints.

Maximum strength and stiffness of moment-resisting frames is achieved when all joints are designed for the maximum shear force that can possibly be developed, based on the strength capacity of the members framing into the joint. Such a design criterion is recommended for ductile frames in the *SEAOC Recommended Lateral Force Requirements*,² which are widely used in areas of high seismicity. When the AISC plastic design equation [Eq. (2)] is used to fulfill this design criterion, the joints will remain essentially elastic throughout a severe earthquake and inelastic deformations will be concentrated in beams and possibly in several columns. This may impose severe ductility requirements on these elements while the joints, which by nature are ductile elements, will not participate in energy dissipation. Thus, the use of Eq. (2) may be too conservative and may even be detrimental in cases where the framing elements cannot provide the necessary ductility demands. Here it would be advantageous to let joints participate to a larger degree in energy dissipation.

Therefore, whenever it is deemed necessary to design joints for the capacity of the connected members, it is appropriate to use an ultimate strength value for the shear design of joints. Such an ultimate shear strength, which is associated with controlled inelastic distortions, was defined in the previous section by Eqs. (10) and (13). When joints are designed according to these equations, the strength capacity of the connected elements can still be developed and the overall frame stiffness will not be affected significantly. In this case the joints will participate in dissipating energy, which will reduce the ductility requirements for inelastic regions in beams and columns. Also, this will severely reduce the use of heavy doubler plates, whose performance depends strongly on the quality of welding.

The improved behavior of a frame assembly with the joint undergoing larger inelastic distortions versus that with a more rigid joint was verified experimentally on two otherwise identical beam-column subassemblages.⁹ In both cases the stiffness and maximum strength of the subassemblages were almost identical; however, under severe inelastic load reversals, local instabilities in the beams and

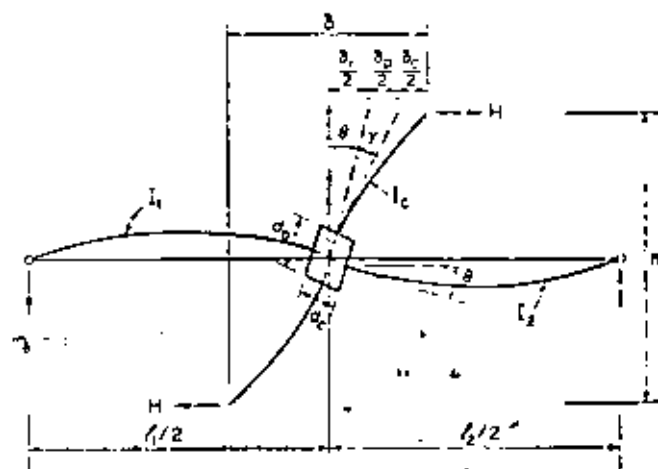


Fig. 10. Components of lateral deflection in beam-column assembly

- δ_c = lateral deflection caused by flexural deformations in the column
- δ_r = lateral deflection caused by flexural deformations in the beams and eventual deformations in the connecting media (in semi-rigid connections)
- δ_p = lateral deflection caused by shear distortions in the joint

When the small vertical deflection of the beams at the column faces is neglected and the beam-to-column connections are rigid, these deflection components can be computed as follows:

$$\delta_c = \frac{(h - d_b)^3}{12EI_c} H \quad (14)$$

$$\delta_r = \frac{h^2 \left(1 - \frac{2d_r}{l_1 + l_2}\right)}{6EI \left(\frac{l_1}{l_1 - d_c} + \frac{l_2}{l_2 - d_c}\right)} H \quad (15)$$

$$\delta_p = \gamma(h - d_b) = \frac{h - d_b}{d_c t G} V \quad (16)$$

The joint shear force V is given by

$$V = \left[\frac{h}{0.95d_b} \left(1 - \frac{2d_c}{l_1 + l_2}\right) - 1 \right] H \quad (16a)$$

but conservatively may be taken as

$$V = \frac{h}{d_b} H \quad (16b)$$

Using Eq. (16b), δ_p is given by

$$\delta_p = \frac{h(h - d_b)}{d_b d_c t G} H \quad (16c)$$

Equation (15) can be simplified if $l_1 = l_2 = l$ and $I_1 = I_2 = I_b$ and becomes

$$\delta_r = \frac{h^2(l - d_c)^2}{12EI_b l} H \quad (15a)$$

When joint distortions are neglected and deflection computations are based on center line dimensions, δ_p from Eqs. (16) and d_b and d_c in Eqs. (14) and (15) become equal to zero.

Clearly, Eqs. (14) to (16) give only an estimate of the story drift, since deflection compatibility between adjacent beam-column assemblies is disregarded. As such, these equations are most useful in the preliminary design phase to evaluate the relative importance of the three drift components and the effect of joint distortions on the story drift.

Numerical results of samples of deflection calculations are shown in Table 2. The two beam-column assemblies A and B were taken from the 17th and 5th story, respec-

a decrease in strength and stiffness did occur much earlier in the subassembly with the more rigid joint.

EFFECT OF JOINT DISTORTION ON THE ELASTIC STIFFNESS OF FRAMES

Methods for incorporating joint strength and stiffness in the analysis of frames have been developed^{11,12,13} and are considered in at least one general purpose frame analysis program.¹¹ The joint response can be represented by a tri-linear model with stiffnesses K_r and K_p [see Eqs. (6) and (8)], followed by a strain-hardening stiffness or perfectly plastic behavior. Whenever the strength of joints is less than that required to develop the capacity of the connected members, an analysis including this tri-linear model will give important information on the actual distribution of inelastic deformations in frames subjected to severe earthquakes.

In the elastic range the frame stiffness is of primary interest for story drift calculations. It is common practice to account for the effect of joint distortions by basing drift calculations on center line dimensions of beams and columns rather than clear span dimensions. Presented below is an approximate method which explicitly accounts for joint distortions in the computation of lateral deflections and permits a direct comparison with deflections based on center line dimensions.

The method is based on portal method assumptions, which implies that a frame can be resolved into simple beam-column assemblies with points of inflections at midspans of beams and midheights of columns. The deflected shape of such a subassembly and its dimensions and properties are shown in Fig. 10. Neglecting second order effects and lateral deflection due to axial column deformations, the story drift δ can be computed as the sum of the three deflection components shown in Fig. 10, where

Table 2. Lateral Deflections of Beam-Column Assemblies

	Column	Beams	Center Line Dimensions			Clear Span Dimensions				(8)
			$t = b_c + b_r$	b_c/b	b_r/b	$b = b_c + b_r + b_p$	b_c/b	b_r/b	b_p/b	
			(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
A	W14x68	W18x45	0.0361/f	0.33	0.67	0.0436/f	0.18	0.51	0.31	1.21
B	W14x228	W24x68	0.0124/f	0.24	0.76	0.0134/f	0.15	0.63	0.24	1.09

tively, of a 20-story steel frame² with a bay width of 24 ft and a story height of 12 ft. In both subassemblies the joints were unreinforced. As can be seen from column (7) of the table, joint distortions did contribute significantly to the story drift in both cases. This contribution is only partially offset by basing deflection calculations on center line dimensions [see column (8)]. The effect of joint distortions on the story drift depends on the stiffness of joints relative to that of beams and columns. This effect may be significant when the shear in joints under design forces is close to the allowable stress value given by Eq. (4), since in this case the joints will be relatively flexible and may experience some inelastic distortion.

SUMMARY AND CONCLUSIONS

This paper discusses the importance of joint shear in the response of frame structures to severe earthquakes. Presently used AISC design criteria for joint shear are reviewed in the light of limited experimental evidence. The effects of high shear in joints on the strength, stiffness, and energy-dissipation characteristics of frames are discussed. The most important conclusions can be briefly summarized:

1. Joints usually are very ductile elements capable of undergoing severe inelastic strain reversal without a decrease in strength.
2. The shear force defined by the AISC design equation for combined gravity and lateral loads [Eq. (4)] usually causes some inelastic deformation in joints. This inelastic deformation is reduced when the allowable shear stress is modified by the factor α [Eq. (5)], which accounts for the effect of the axial force in the column on the yield stress in shear. The significant difference in inelastic deformations in joints with thin versus thick column flanges indicates that the AISC equations do not account fully for the effects of the elements surrounding the panel zone.
3. Experimental evidence shows that joints exhibit a significant reserve strength beyond the AISC plastic design level [Eq. (2)]. Solutions for the ultimate shear strength, associated with controlled inelastic distortions, are given in Eqs. (10) and (13) for joints with unreinforced and reinforced webs, respectively.
4. The response of frames to severe earthquakes depends strongly on the strength and stiffness of joints. When joints are designed according to allowable stress criteria [Eq. (4)], inelastic deformations may be concentrated primarily in

the joints and to a lesser degree in plastic hinge regions of beams and columns.

5. Maximum strength and stiffness of frames is attained when all joints are designed for the maximum shear force that can be developed based on the strength capacity of the members framing into the joint. The need for this design criterion has not been fully established, although it is widely used in areas of high seismicity. If this criterion is used, the joints should be permitted to participate in energy dissipation through inelastic deformations. This can be accomplished by basing the design of joints on the ultimate shear strength value given by Eq. (10) or (13).

6. Joint distortions contribute significantly to the elastic story drift in frames. Equations (14) to (16) permit an estimate of the effect of these distortions on the lateral deflections.

ACKNOWLEDGMENT

Much appreciation is due Professors V. V. Bertero and P. Popov of the University of California, Berkeley, for their supervision and guidance which was carried out the experimental study utilized in this paper.

NOTATION

- b_c = width of column
- d_b = depth of beam
- d_c = depth of column
- E = modulus of elasticity of steel
- F_y = yield stress of steel in tension
- G = shear modulus of steel
- h = story height
- H = horizontal force
- I_b, I_1, I_2 = moment of inertia of beam
- I_r = moment of inertia of column
- K_r = elastic stiffness of joint
- K_p = post-elastic stiffness of joint
- l, l_1, l_2 = bay width, center-to-center of columns
- M_b, M_r = moment in beam at face of column
- t = thickness of web
- t_{cf} = thickness of column flange
- t_s = thickness of web stiffener
- V = design shear force in joint
- V_{col} = shear force in column outside the joint
- V_s = shear strength of web stiffener
- V_u = ultimate shear strength of joint

- V_y = shear force causing general yielding in joint
 ΔM = difference in beam moments at faces of column
 $\delta_c, \delta_p, \delta_r$ = components of lateral deflection
 γ = angle of shear distortion
 γ_p^{av} = average angle of shear distortion in joint
 γ_y = angle of shear distortion at general yielding

REFERENCES

- Uniform Building Code 1976 Edition, International Conference of Building Officials, Whittier, California, 1976.
- Recommended Lateral Force Requirements and Commentary 1975 Edition, Structural Engineers Association of California, San Francisco, 1975.
- Manual of Steel Construction Seventh Edition, American Institute of Steel Construction, New York, 1973.
- Naka, T., et al. Research on the Behavior of Steel Beam-to-Column Connections in the Seismic-Resistant Structure Proceedings, 4th World Conference on Earthquake Engineering, Santiago de Chile, 1969.
- Fielding, D. J., and J. S. Huang Shear in Steel Beam-to-Column Connections Welding Journal, July 1971.
- Becker, R. Panel Zone Effect on the Strength and Stiffness of Steel Rigid Frames Engineering Journal, AISC, Vol. 12, No. 1, 1975.
- Krawinkler, H., V. V. Bertero, and E. P. Popov Inelastic Behavior of Steel Beam-to-Column Subassemblages Earthquake Engineering Research Center Report No. EERC 71-7, University of California, Berkeley, Calif., October 1971.
- Krawinkler, H., V. V. Bertero, and E. P. Popov Shear Behavior of Steel Frame Joints Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, No. ST11, November 1975.
- Bertero, V. V., H. Krawinkler, and E. P. Popov Further Studies on Seismic Behavior of Steel Beam-Column Subassemblages Earthquake Engineering Research Center Report No. EERC 73-27, University of California, Berkeley, Calif., December 1973.
- Pinkney, R. B. and R. W. Clough Cyclic Plastic Analysis of Structural Steel Joints Earthquake Engineering Research Center Report No. EERC 73-15, University of California, Berkeley, Calif., August 1973.
- Kanaan, A. E. and G. H. Powell General Purpose Computer Program for Inelastic Dynamic Response of Plane Structures Earthquake Engineering Research Center Report No. EERC 73-6, University of California, Berkeley, Calif., April 1973.
- Vasquez, J., E. P. Popov, and V. V. Bertero Earthquake Analysis of Steel Frames with Non-Rigid Joints Proceedings, 5th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 1, Rome, Italy, June 1973.
- Fielding, D. J. and W. F. Chen Steel Frame Analysis and Connection Shear Deformation Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. 1, January 1973.

Discussion

Seismic Drift Control and Building Periods

Paper presented by EDWARD J. TEAL,
(2nd Quarter 1976 issue)

Discussion by Glen V. Berg

Mr. Teal's Higgins Lectureship paper is an informative contribution to the understanding of seismic design and seismic drift control. A cautionary word needs to be added for engineers in seismic zones other than Uniform Building Code Zone 4.

The 1976 Uniform Building Code provides zone coefficients as follows:

Zone	Coefficient Z
4	1
3	$\frac{3}{4}$
2	$\frac{3}{8}$
1	$\frac{3}{16}$
0	—

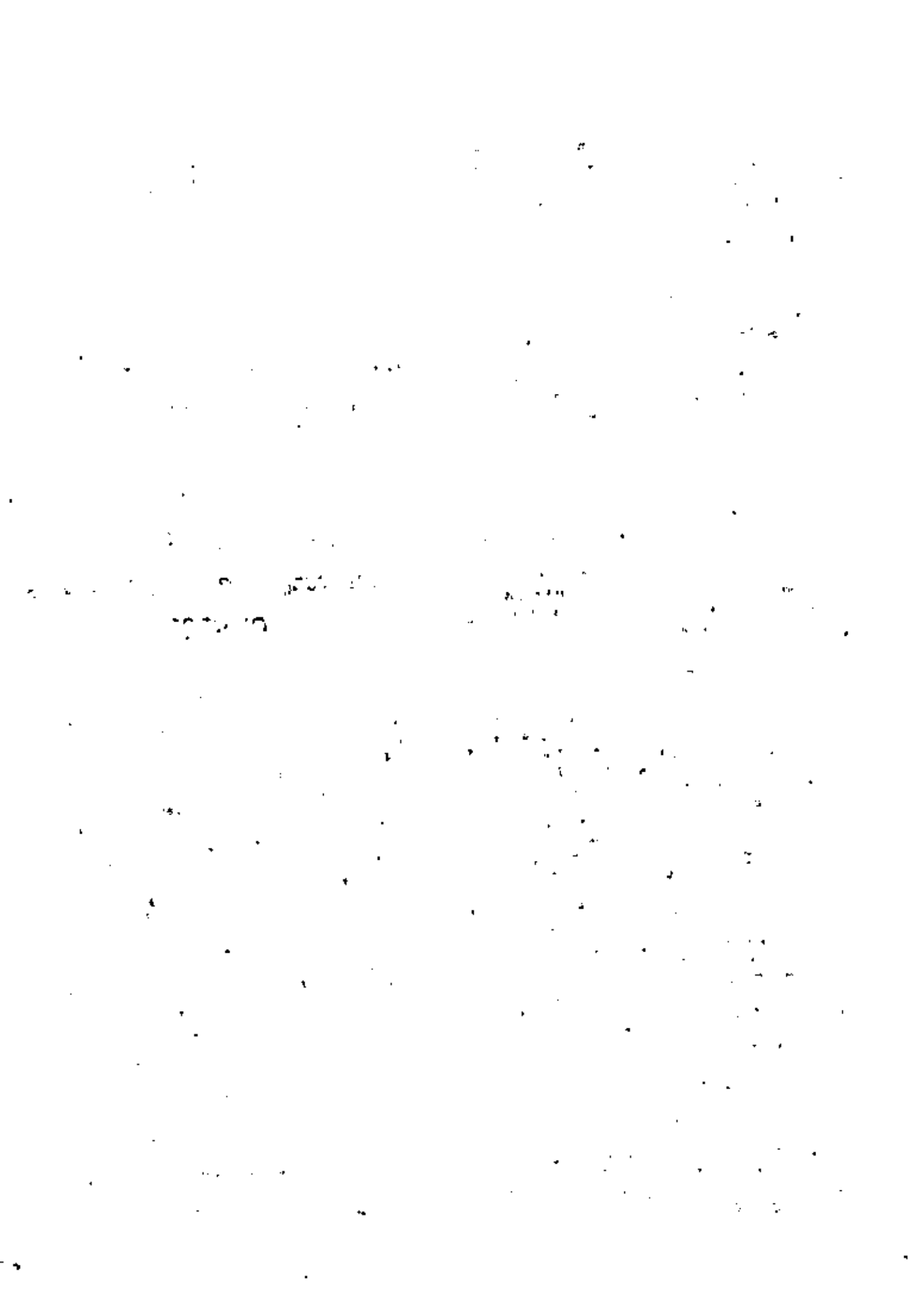
Glen V. Berg is Professor of Civil Engineering, Dept. of Civil Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, Mich.

These differ somewhat from the coefficients given by Mr. Teal, which correspond to those of the next earlier version of UBC. The differences are of no consequence to the paper or to this discussion.

The maximum drift specified in the Uniform Building Code is independent of the zone. The code permits a maximum drift coefficient of 0.005 in Zone 1 as well as in Zone 4. Moreover, UBC provides a period formula:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum w_i \delta_i^2}{g[\sum F_i \delta_i + F_b \delta_b]}}$$

If one were to design for maximum drift, the displacements δ would be proportional to the drift coefficient, and the seismic forces F would be directly proportional to the zone coefficient Z and inversely proportional to \sqrt{T} . With the drift unaffected by the zone coefficient, the period of a structure designed for maximum drift would be proportional to $Z^{-2/3}$. Thus Mr. Teal's example structure, if proportioned for maximum drift, would have a calculated period of 2.71 sec if it were located in Zone 4, but 8.28 sec if it were located in Zone 1. A 2.71-sec period for a seven-story structure is long; an 8-sec period is patently absurd. The designer well acquainted with seismic design, as engineers in Zone 4 tend to be, would recognize the absurdity at once. Designers in Zone 1, who encounter seismic design only rarely, might not.





centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

ESTRUCTURAS DE ACERO

ING. OSCAR DE BUEN LOPEZ DE HEREDIA

AGOSTO, 1980



4.1 INTRODUCCION. Toda la energía que recibe un edificio que se comporta elásticamente durante un temblor, cada vez que su base se mueve en un sentido, es almacenada como energía de deformación, y devuelta durante el movimiento en sentido contrario. En cambio, ^{si} el comportamiento es inelástico, una parte de la energía se disipa en forma de amortiguamiento y flujo plástico, y solamente se almacena el resto.

Puesto que los edificios modernos se diseñan en general tomando como base respuestas mucho menores que las que corresponden a un comportamiento elástico ilimitado, bajo sismos intensos sufren deformaciones plásticas en zonas localizadas, en las que se disipa un porcentaje elevado de la energía; además, a diferencia de las construcciones antiguas, carecen casi totalmente de muros divisorios y otros elementos no estructurales, de manera que la estructura propiamente dicha debe ~~absorber~~ disipar casi toda la energía impartida por los temblores.

Una estructura reticular hiperestática dúctil puede admitir deformaciones inelásticas importantes, localizadas en las zonas en que las solicitaciones son máximas, las que se convierten eventualmente en articulaciones plásticas que permiten que haya una redistribución de elementos mecánicos, de manera que en emergencias severas los miembros menos cargados acuden en ayuda de los más cargados, y la resistencia máxima depende del conjunto y no del elemento más débil en el intervalo elástico. Además, si el número de articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso es elevado, durante su formación y rotación se disipa una gran cantidad de energía, y se reduce considerablemente la demanda de capacidad de absorción en las zonas en que los esfuerzos se mantienen por debajo del límite de elasticidad.

El acero estructural es un material muy dúctil, con el que se pueden obtener estructuras hiperestáticas que llenan los requisitos de los párrafos anteriores; es, por consiguiente, muy adecuado para la construcción en zonas sísmicas. Sin —

embargo, su ductilidad no se conserva necesariamente en las estructuras, por lo que el diseño y la construcción deben hacerse de manera que no se pierda esa propiedad.

4.2 COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE ACERO DURANTE TEMBLORES DEALES (hojas 2A, 3A)

4.3 MARCOS RIGIDOS. El comportamiento de un marco rígido completo, o de un entrepiso de uno de varios niveles, sometido a la acción de cargas verticales constantes y fuerzas horizontales crecientes, queda definido por su gráfica $Q-\Delta$, fuerza horizontal-desplazamiento lateral (Fig. 4.1).

Desde que se inicia el proceso de carga, y hasta que se forma la primera articulación plástica, todo el marco está en el intervalo elástico. (Para simplificar la discusión se están ignorando los esfuerzos residuales y se está suponiendo que el factor de forma de las secciones empleadas en la estructura es igual a 1.0).

Los incrementos adicionales de carga son resistidos por una estructura de rigidez deteriorada por la aparición de la primera articulación plástica, la que experimenta rotaciones crecientes bajo momento flexionante constante, igual al momento plástico resistente de la sección, M_p , cuando aumentan los desplazamientos laterales.

Cuando aparece la segunda articulación plástica disminuye otra vez la rigidez del conjunto, y el proceso continúa, formándose un número cada vez mayor de articulaciones, hasta que la estructura se convierte en un mecanismo que se desplaza lateralmente mientras disminuye la fuerza horizontal. Todas las articulaciones experimentan rotaciones plásticas, que son generalmente máximas en las que se forman primero y disminuyen de magnitud en las siguientes, mientras los momentos se conservan iguales a los momentos plásticos resistentes de las secciones respectivas.

La que se acaba de describir es la forma de trabajo más eficiente de una estructura de acero, ya que la carga que ocasiona la formación del mecanismo de colapso en la estructura completa es la máxima que puede soportar y a la que corresponde una mayor absorción de energía antes de la falla; sin embargo, hay un número

4.2 COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE ACERO DURANTE TEMBLORES REALES. El comportamiento de edificios con estructura de acero durante sismos reales ha sido satisfactorio en general, ^{desde el punto de vista de su resistencia.} Las estructuras han tenido resistencia suficiente aún en edificios de hasta 10 ó 12 pisos diseñados exclusivamente por carga vertical o con juntas flexibles, capaces de transmitir únicamente momentos reducidos. Sin embargo, los muros, cóncoles y otros elementos no estructurales han sufrido en ocasiones daños considerables, debido a una rigidez lateral insuficiente.

Sólo dos temblores intensos han afectado ciudades con un número elevado de edificios altos con estructura de acero: el de San Francisco de 1906 (magnitud $8\frac{1}{4}$, según la escala de Richter) y el de julio de 1957 en la Ciudad de México, de magnitud 7.5.

En San Francisco, los edificios altos con estructura de acero completa se comportaron satisfactoriamente; algunos de ellos estaban provistos de marcos rígidos o contraventeo en diagonal, mientras que otros no tenían más resistencia lateral adicional que la proporcionada por los muros de relleno, omitidos en planta baja en la mayoría de los casos; a pesar de que las juntas viga-columna eran semirígidas, los daños en las estructuras fueron despreciables. Los edificios afectados fueron uno de 19 pisos, uno de 16, ocho entre 11 y 15 y once de 6 a 10 pisos.

Había también un cierto número de construcciones con muros exteriores de carga y marcos interiores de acero, ~~los que~~ ^{aunque} sufrieron más daños, ~~pero~~ no se produjo ningún colapso (ref. A.1).

En 1957 había en la Ciudad de México un número importante de edificios con estructura de acero de alturas comprendidas entre 10 ~~ó~~ y ~~20 ó~~ 22 pisos; además, un par de años antes se terminó la construcción de uno de 45 pisos; este, la Torre Latinoamericana, es bien conocido por su excelente comportamiento, ya que no sufrió daños de ningún tipo durante el temblor.

~~Este edificio, que estaba en construcción, es un edificio de 20 pisos, totalmente soldado en taller y en obra, que tampoco resintió daños aunque se diseñó para fuerzas horizontales estáticas correspondientes a un coeficiente sísmico de tan sólo 0.025, constante en toda la altura.~~ Un edificio de 20 pisos, totalmente soldado en taller y en obra, ~~que~~ tampoco resintió daños aunque se diseñó para fuerzas horizontales estáticas correspondientes a un coeficiente sísmico de tan sólo 0.025, constante en toda la altura.

En la época en que se construyeron estos edificios se utilizaban exclusivamente métodos elásticos de análisis y diseño, y ^{no se tomaba} ninguna precaución especial para asegurar un comportamiento adecuado en el intervalo inelástico; sin embargo, conviene señalar que las especificaciones de diseño en vigor llevaban probablemente a estructuras más robustas que las que se obtendrían ahora.

Muchos edificios diseñados exclusivamente para cargas verticales, o con fuerzas horizontales muy reducidas, soportaron el temblor sin daños estructurales, pero con problemas excesivos en muros, cancelas, etc; varios de ellos tuvieron que ser rigidizados posteriormente, y cuando menos uno fué demolido.

El comportamiento descrito pone en evidencia la alta capacidad que tienen las estructuras de acero para resistir temblores de intensidad mucho mayor que la de diseño, aún cuando no se toman precauciones especiales para aumentar su capacidad de absorción de energía, y la necesidad de utilizar en muchas ocasiones elementos rigidizantes para evitar daños no estructurales excesivos.

Los edificios altos con estructura de acero afectados en temblores posteriores (Anchorage, Alaska, 1964; Caracas, Venezuela, 1967; Managua, Nicaragua, 1972; Ciudad de Guatemala, 1976) han sido pocos, y han tenido también un comportamiento excelente. También se han comportado muy bien durante el sismo del 10 de marzo de 1977 en la ciudad de México.

Deterioro (excesivo) de las estructuras (Muchos más deteriorados en los de concreto que en los de acero).

grande de factores que pueden hacer que el comportamiento no sea el descrito y que la estructura falle bajo cargas menores que la de colapso plástico.

Los fenómenos más importantes que pueden ocasionar una falla prematura son - los siguientes:

1. Incapacidad de alcanzar el momento plástico resistente en alguna o algunas de las secciones en que deben aparecer articulaciones plásticas.
2. Capacidad de rotación insuficiente.
3. Falla de miembros aislados.
4. Falla de conexiones.
5. Inestabilidad de conjunto de la estructura completa o de parte de ella.

El pandeo local de alguno de los elementos planos que la componen, el pandeo lateral del miembro del que forma parte, o la fractura debida a ductilidad insuficiente del material (algunos aceros de alta resistencia; por ejemplo), o a que la pierda durante procesos inadecuados de fabricación, por trabajar a temperaturas muy bajas o sometido a estados triaxiales de esfuerzos o a sollicitaciones que ocasionen fatiga, son fenómenos que pueden hacer que una sección falle cuando el momento no llega todavía al plástico teórico, o bajo el momento plástico pero cuando las rotaciones son menores que las necesarias para que se forme el mecanismo de colapso.

La falla de una viga o columna fuera de las articulaciones plásticas puede - deberse a pandeo local o lateral o a una combinación de ambos, y las conexiones - pueden ser incapaces de resistir los elementos mecánicos que les transmiten las vigas y columnas que concurren en ellas.

Finalmente, si la estructura es poco rígida lateralmente los efectos de segundo orden producidos por las cargas verticales al obrar sobre la estructura deformada pueden ocasionar una falla por inestabilidad de conjunto de la estructura completa o de alguno de sus entrepisos, bajo fuerzas horizontales menores que las que ocasionarían la formación del mecanismo de colapso.

Todos los fenómenos anteriores han sido objeto de copiosas investigaciones, teóricas y experimentales, en elementos estructurales y marcos rígidos completos sometidos a cargas que crecen monotónicamente hasta la falla, pero su comportamiento bajo sollicitaciones cíclicas se ha empezado a estudiar hace relativamente pocos años, y no se cuenta todavía con información suficiente para conocerlo por completo.

Las estructuras deben diseñarse de manera que las deformaciones plásticas se presenten en zonas en las que las sollicitaciones conservan magnitudes elevadas, puesto que el trabajo absorbido es función de las deformaciones y de las fuerzas interiores correspondientes; por este motivo, en los marcos rígidos conviene buscar que las articulaciones se formen en las vigas, que pueden admitir rotaciones importantes cuando actúa en ellas el momento plástico íntegro, y no en las columnas, cuya capacidad de rotación se ve disminuida por fuerza axial y que, aún en los casos en que admiten rotaciones importantes lo hacen bajo un momento reducido, M_{pc} , que puede ser mucho menor que el plástico completo, sobre todo si la compresión es importante.

Además, debe lograrse un equilibrio entre la rigidez y la resistencia de las diversas partes, porque las más rígidas atraen una porción más elevada de la fuerza sísmica, y si no pueden resistirla constituyen eslabones débiles de la estructura; este aspecto debe tenerse en cuenta durante todo el proceso de diseño, desde que empieza a planearse la estructuración hasta que se dimensionan los últimos detalles.

4.4 MIEMBROS ESTRUCTURALES. COMPORTAMIENTO Y DISEÑO. Una curva como la de la Fig. 4.1 contiene toda la información necesaria sobre el comportamiento de un marco bajo cargas verticales constantes y fuerzas horizontales que crecen monotónicamente hasta la falla, pues además de proporcionar su resistencia máxima permite determinar el desplazamiento correspondiente a cualquier intensidad de las fuerzas horizontales y da una medida de su capacidad de absorción de energía. Conocida la curva carga-desplazamiento se puede determinar el coeficiente de seguridad con res-

pecto al colapso y la magnitud de los desplazamientos que experimenta el marco bajo cargas de trabajo; si el primero o los segundos no son aceptables se modifican los perfiles, ajustándolos hasta que la curva indique que el comportamiento es el deseado. En marcos de edificios de varios niveles se necesita, en teoría, la curva de cada uno de los entresijos, pero para fines prácticos de diseño suele bastar con conocer la de un número reducido de ellos, representativos de todos los demás.

El comportamiento de un marco durante un temblor no es igual al que tendría si obraran sobre él fuerzas horizontales de magnitud creciente aplicadas siempre en el mismo sentido, pero las curvas $Q-\Delta$ que se obtienen en esas condiciones proporcionan una buena indicación de su respuesta bajo sollicitaciones sísmicas. Más adelante se discuten algunos resultados relativos al comportamiento de marcos con cargas — horizontales cíclicas.

Para obtener la curva $Q-\Delta$ de una estructura deben conocerse las características de los elementos que la componen, de manera que primero hay que diseñar las vigas y columnas y conexiones entre ellas, y determinar después la curva fuerza — horizontal-desplazamiento, para saber si el trabajo de la estructura en conjunto es adecuado. De aquí la necesidad de estudiar el comportamiento y los métodos de diseño de los elementos que componen la estructura y de las uniones entre ellos.

4.4.1 VIGAS. Las vigas soportan directamente las cargas verticales, vivas y muertas, que obran sobre la estructura, al mismo tiempo que mantienen a las columnas con la configuración necesaria para que puedan resistir fuerzas horizontales (en marcos no contraventeados) y contribuyen a la rigidez del conjunto. Obran sobre ellas fuerzas transversales y momentos aplicados en los extremos que producen flexiones importantes, acompañadas por fuerzas cortantes; las fuerzas normales suelen ser despreciables, excepto cuando las vigas forman parte de crujeas contraventeadas. Se tratan básicamente como miembros en flexión, y la fuerza cortante influye en su — comportamiento sólo en casos poco frecuentes.

Los aspectos fundamentales del comportamiento de las barras flexionadas por momentos de intensidad creciente se determinan estudiando experimentalmente vigas con cargas transversales alojadas en su plano de simetría, que crecen lentamente desde cero hasta llegar a la resistencia máxima de la barra, y trazando las curvas que relacionan las deflexiones en el plano de carga y en planos normales a él con la magnitud de las fuerzas exteriores.

En la Fig. 4.2 se ha dibujado el conjunto de curvas que se obtiene experimentalmente al cargar hasta el colapso la viga mostrada, cuyo tercio central trabaja en flexión pura^{41,43}; los puntos de aplicación de las cargas y los apoyos están provistos de soportes que impiden los desplazamientos laterales de los dos patines y la rotación de las secciones transversales alrededor del eje longitudinal.

En la Fig. 4.2 se muestra el comportamiento de la viga en el plano de la flexión y fuera de él, por medio de las curvas momento-deflexión vertical y momento-deflexión lateral de los patines, trazadas para la sección media del tramo central.

La respuesta inicial, elástica lineal, termina al comenzar el flujo plástico, cuando la suma de los esfuerzos residuales y los normales producidos por las cargas llega por primera vez al esfuerzo de fluencia σ_y , en alguna de las secciones del tramo central.

Al fluir plásticamente una porción cada vez mayor del material de la parte de la viga que está en flexión uniforme disminuye su capacidad para soportar incrementos adicionales de carga, hasta que finalmente desaparece, cuando el momento flexionante iguala al plástico resistente de la sección, M_p ; a partir de ese instante la curva $M-U$ se hace aproximadamente horizontal, pues la deformación crece sin cambio apreciable en la carga hasta que llega a ser varias veces mayor que la existente — cuando se inicia el flujo plástico.

El patín comprimido del tramo central se empieza a desplazar lateralmente cuando el momento flexionante vale M_p , y sus deflexiones aumentan gradualmente al mismo

tiempo que crecen los desplazamientos verticales V_o ; las secciones transversales pierden su forma inicial y se distorsionan como se muestra esquemáticamente en la figura 4.2b .

Finalmente, la resistencia de la viga se agota cuando se pandea localmente el lado crítico del patín comprimido, en la región central.

El comportamiento que se acaba de describir es típico de vigas provistas de - contraventes lateral y formadas por elementos planos con relaciones ancho/grueso - adecuadas para posponer la falla por pandeo lateral o local hasta después de que se presenten deformaciones plásticas importantes bajo un momento igual al de plastificación de sus secciones transversales, pero hay otros posibles comportamientos; algunos de ellos se ilustran en la Fig. 4.3 , por medio de sus curvas momento-de- flexión en el plano de la carga.

La curva ^{IIena}OAB corresponde a vigas que no se pandean lateral ni localmente, cuyo material llega a entrar en el intervalo de endurecimiento por deformación; este caso es poco frecuente en estructuras reales.

La situación más común, que se describió tomando como base la Fig. 4.2 , es la correspondiente a la curva OAC.

OADE corresponde a una viga en la que el momento flexionante varía rápidamente a lo largo del eje; el endurecimiento por deformación en la zona de momento máximo hace que éste suba por arriba de M_p ; después la curva desciende, cuando se inician fenómenos de pandeo lateral y local.

Las curvas OAEG, OAHJ y OJK describen fallas por pandeo lateral o local o por combinación de ambos, las dos primeras en el intervalo inelástico y la tercera en el elástico.

La curva OAB representa el mejor comportamiento posible y OAC corresponde a un comportamiento que es también muy satisfactorio, siempre que la zona III, durante la que se presentan deformaciones crecientes bajo momento M_p constante, sea de amplitud

suficiente para que la barra tenga la ductilidad necesario para el trabajo correcto de la estructura de la que forma parte.

- PANDEO LATERAL. Las curvas de la Fig. 4.4 muestran esquemáticamente el comportamiento de una viga en flexión; la curva $M_0-\theta$, momento-rotación en un extremo, representa el comportamiento en el plano de cargas, y las curvas M_0-u y $M_0-\phi$, momento-desplazamiento lateral o momento-rotación alrededor del eje longitudinal, describen el pandeo lateral. Si la viga fuese perfectamente recta y no hubiese ninguna excentricidad en las cargas, las curvas M_0-u y $M_0-\theta$ serían como las trazadas con líneas llanas, y el punto A correspondería a la bifurcación del equilibrio a partir de él la viga puede, en teoría, admitir momentos mayores manteniéndose en su plano (trayectoria AB) o desplazarse lateralmente bajo momento prácticamente constante, de acuerdo con AC.

En las vigas reales no hay nunca bifurcación del equilibrio, pues las imperfecciones iniciales inevitables hacen que los desplazamientos laterales comiencen desde que se empiezan a aplicar las cargas, y la falla no es por pandeo propiamente dicho; sin embargo, la carga crítica teórica es un límite superior de la resistencia real, que se utiliza con fines de diseño.

Desde el punto de vista de su resistencia al pandeo lateral, una viga de acero en flexión se comporta de alguna de las maneras siguientes: si es muy corta, sus secciones transversales se plastifican por completo antes de pandearse, de manera que resiste el momento M_p y aún lo supera, gracias al endurecimiento por deformación; si es de longitud intermedia su resistencia disminuye por la plastificación parcial que precede al pandeo, que se inicia en el intervalo inelástico, y si es larga su capacidad de carga queda controlada por pandeo elástico; un mismo perfil puede tener cualquiera de los tres comportamientos, dependiendo de la separación que haya entre las secciones transversales fijas lateralmente.

Los tres intervalos en que se descompone el comportamiento de las barras -- flexionadas se ilustran en la Fig. 4.5 , en la que se muestran los momentos resistentes en función de las longitudes libres de pandeo. En las zonas en que se prevé la formación de articulaciones plásticas correspondientes al mecanismo de colapso, las vigas de marcos rígidos de edificios que se construyan en zonas sísmicas deben estar en el primer intervalo, en el que la inestabilidad lateral no evita que se alcance, o aún sobrepase, el momento plástico resistente, ni reduce sustancialmente la capacidad de rotación del perfil. En zonas alejadas de las articulaciones plásticas pueden estar en cualquiera de los otros dos intervalos, pero deben diseñarse con coeficientes de seguridad adecuados para evitar fallas por inestabilidad antes de que se forme el mecanismo.

INESTABILIDAD DE VIGAS COMPLETAMENTE PLASTIFICADAS. En los perfiles de acero de sección I ó H flexionados alrededor del eje de mayor momento de inercia se presentan dos fenómenos de inestabilidad, pandeo lateral y pandeo local, que constituyen debilidades propias de esos perfiles por lo que aparecen siempre, eventualmente, aunque se tomen precauciones para evitarlos; sin embargo, si las relaciones ancho/groeso de los elementos planos que los constituyen se conservan dentro de ciertos límites, y se coloca un contraventeo lateral adecuado, se logra que las dos formas de pandeo se retrasen lo suficiente para que los perfiles mencionados se comporten satisfactoriamente, tanto bajo cargas estáticas como dinámicas, es decir, para que sean capaces de soportar el momento plástico y de mantenerlo durante rotaciones -- importantes.

Las curvas de la Fig. 4.6 muestran un comportamiento adecuado y otro inadecuado, desde el punto de vista de la capacidad de rotación de la viga. (Se supone que ésta puede resistir el momento M_p , pues de no ser así se tendría una situación más desfavorable que cualquiera de las dos mostradas, y la descarga empezaría antes de que el momento llegase a valer M_p).

En un gran número de experiencias (43,44) realizadas con perfiles H flexionados alrededor del eje de mayor momento de inercia se ha observado que las deflexiones laterales se inician en cuanto el momento llega a M_p , independientemente de la distancia entre puntos soportados lateralmente, pero si esa distancia es menor o igual que una cierta longitud crítica el comienzo del pandeo lateral no corresponde a la falla, la que se presenta eventualmente cuando se pandea localmente el patín comprimido, después de que la viga ha experimentado deformaciones laterales importantes sin que disminuya su resistencia.

El comportamiento de las vigas en flexión uniforme es sustancialmente diferente del de las que están sometidas a momentos de intensidad variable a lo largo de su eje. La disminución eventual de resistencia se debe en los dos casos a una combinación de pandeo local y lateral, pero cambia el orden en que se presentan los dos fenómenos; cuando el momento es constante el patín comprimido se plastifica en una longitud considerable, lo que ocasiona una gran pérdida de rigidez que hacen crecer rápidamente las deflexiones laterales y las compresiones en la zona cóncava del patín, hasta que aparece una onda de pandeo local originada por esfuerzos de compresión de dos tipos, unos uniformes, ocasionados por la flexión en el plano de carga, y otros que crecen linealmente a lo ancho del patín, debidos a la flexión lateral. En cambio, cuando el momento varía a lo largo del eje de la viga la zona plastificada del patín comprimido es de longitud reducida, y conserva una rigidez apreciable que hace que las deflexiones laterales aumenten muy poco; la falla se inicia por pandeo local debido a esfuerzos uniformes en todo el patín, ocasionados exclusivamente por flexión en el plano de carga, y el colapso se produce por pandeo lateral debido a la pérdida de rigidez producida por el pandeo local del patín comprimido. El comportamiento descrito se comprueba con resultados experimentales (45) en los que se demuestra que en perfiles H sometidos a flexión bajo momentos que varían rápidamente de intensidad la descarga se debe a desplazamientos laterales grandes, y la importancia de la relación ancho/grueso disminuye drásticamente.

Cuando se forma una articulación plástica en el extremo de una viga de un marco rígido la región plastificada queda sometida a momentos que varían de intensidad rápidamente a lo largo del eje, y las restricciones que hay en sus extremos son elevadas, pues en uno está en contacto con la zona elástica adyacente, bastante más rígida, y en el otro está ligado a la columna; en esas condiciones, se ha demostrado (4.6, 4.7) que para que el patín comprimido se pandee localmente bajo carga estática, debe plastificarse en una longitud igual a la de una onda de pandeo local (Fig. 4.7.)

Si la viga está cargada cíclicamente, de manera que el momento en el extremo conectado con la columna cambia de signo en cada uno de los ciclos, los patines trabajan alternadamente ~~en tensión y compresión, el patín comprimido se pandea localmente~~ en tensión y compresión; el patín comprimido se pandea localmente cuando las sollicitaciones alcanzan un cierto valor, formándose una onda semejante a la que producen las cargas estáticas (Figs. 4.8 y 4.9), la que desaparece cuando cambia el sentido del momento, y se forma en el otro patín; así, las ondas de pandeo en compresión aparecen y desaparecen en cada uno de los ciclos del proceso de carga, y si el pandeo lateral está impedido la falla se inicia eventualmente al formarse una grieta en la zona en que las deformaciones son máximas (ref. 4.8), Fig. 4.8, en la que las severas distorsiones de los patines causan deformaciones inelásticas considerablemente mayores que en el extremo empotrado.

En la ref. 4.8 se resumen los resultados obtenidos cargando cíclicamente vigas en voladizo, por medio de un sistema con el que se controlan los desplazamientos, hacia arriba y abajo, del extremo libre; cuando las deformaciones unitarias en la zona de los patines en contacto con el empotramiento eran de 2.5% no aparecieron grietas en la sección empotrada, y la falla se produjo siempre en la zona de deformaciones máximas de las ondas de pandeo; solamente cuando las deformaciones impuestas

se redujeron a $\pm 1\%$ se inició la falla por agrietamiento en el empotramiento y no en las ondas de pandeo local, después de un número muy elevado de ciclos de carga.

Se deduce de aquí que en estructuras sometidas a solicitaciones que producen condiciones de carga total o parcialmente reversibles el pandeo local es mucho más crítico que la ^{fatiga de bajo número de ciclos} "fatiga de bajo número de ciclos" del material en sí y, si se evita, aumenta considerablemente el número de ciclos que pueden resistir las vigas bajo una deformación dada.

En las Fig. 4.10 se resumen los resultados de las experiencias mencionadas.

De acuerdo con los resultados anteriores, cuando la relación ancho/grueso de los patines se hace menor que la especificada para carga estática aumenta la vida de los perfiles H cargados cíclicamente, al retrasarse la iniciación del pandeo local, y podría lograrse el mismo objeto colocando atiesadores verticales que impidiesen la distorsión de las secciones transversales críticas. Sin embargo, esta conclusión está en desacuerdo con otros resultados experimentales; así en la ref. 4.9 se demuestra que el pandeo local de los patines no ocasiona una pérdida inmediata de resistencia, y se indica que al formarse las ondas de pandeo local y distribuirse las deformaciones máximas puede, incluso, aumentar significativamente la vida de una viga, y en la ref. 4.10 se encuentra que el comportamiento de perfiles H cuyos patines tienen una relación ancho/grueso mayor que la especificada para diseño plástico bajo carga estática (21 en vez de 17) es satisfactorio, pues aunque el pandeo local se inicia muy pronto no afecta significativamente el comportamiento del marco del que forma parte la viga.

A diferencia de las vigas de la ref. 4.8, las de la ref. 4.10 se cargaron con fuerzas verticales que permanecieron constantes mientras se aplicaban las horizontales cíclicas, lo que hizo que las ondas de pandeo local no desaparecieran completamente en cada ciclo; además, estuvieron provistas de contraventeo lateral en puntos separados distancias bastante menores que las especificadas en las normas del AISI,

~~de aproximante Δ/l . Máximas de cada piso, bajo el temblor de diseño más intenso se limitó a 0.03 para evitar problemas por otros resultados experimentales;~~

así, en la ref. 4.9 se demuestra que el pandeo local de los patines no ocasiona una pérdida inmediata de resistencia, y se indica que al formarse las ondas de pandeo local y distribuirse las deformaciones máximas puede, incluso, aumentar significativamente la vida de una viga, y en la ref. 4.10 se encuentra que el comportamiento de perfiles H cuyos patines tienen una relación ancho/grueso mayor que la especificada para diseño plástico bajo carga estática (21 en vez de 17) es satisfactorio, pues aunque el pandeo local se inicia muy pronto no afecta significativamente el comportamiento del marco del que forma parte la viga.

A diferencia de las vigas de la ref. 4.8, las de la ref. 4.10 se cargaron con fuerzas verticales que permanecieron constantes mientras se aplicaban las horizontales cíclicas, lo que hizo que las ondas de pandeo local no desaparecieran completamente en cada ciclo; además, estuvieron provistas de contraventeo lateral en puntos separados distancias bastante menores que las especificadas en las normas del AISC, pero que daban soporte únicamente al patín superior, ya que se trató de reproducir las condiciones existentes en estructuras reales, en las que el sistema de piso proporciona soporte lateral continuo a los patines superiores.

En los resultados de ensayos de subconjuntos formados por una columna y dos vigas, ^(Fig. 4.11) sometidos a cargas verticales constantes y horizontales cíclicas, reportados en la ref. 4.11, se observa que las inversiones de carga acentúan las imperfecciones locales y aceleran la iniciación del pandeo local y torsional en las regiones de las vigas en que se forman articulaciones plásticas, haciendo que disminuyan la resistencia y rigidez de la estructura, lo que lleva a recomendar que se coloque un sistema de contraventeo que proporcione soporte lateral a los patines inferiores, comprimidos, de las regiones plastificadas.

En la ref. 4.12 se describen los resultados obtenidos con dos subconjuntos que difieren exclusivamente en las relaciones ancho/grueso de los patines y alas de las

vigas (11.7 y 47 en el primero, 10.2 y 33 en el segundo), provistos de contraventeo lateral, en los patines superiores, con separaciones menores que las especificadas para carga estática; la capacidad de rotación de las vigas del segundo subconjunto ^{de las vigas} fue apreciablemente mayor que la ^{de las vigas} del primero; en éste apareció una onda de pandeo cal en el patín comprimido cuando la rotación en la articulación plástica era de 0.040rad , y el pandeo lateral se presentó, después de varios ciclos, al invertir la rotación a -0.028rad , con disminución en la resistencia, mientras que en aquel no hubo pandeo local bajo inversiones de la rotación plástica de 0.030rad a -0.016rad , y aunque se formó una pequeña onda al llegar a -0.029rad , el pandeo lateral se inició con rotaciones de 0.040rad , y aún entonces no influyó en la resistencia del espécimen.

Los resultados anteriores indican que el comportamiento de las estructuras mejora cuando se utilizan vigas con relaciones ancho/grueso, en patines y alma, menores que las especificadas para diseño plástico bajo carga estática, y cuando se coloca más contraventeo lateral; sin embargo, en la ref. 4.11 se sugiere que el índice de desplazamiento Δ/h máximo de cada entrepiso, bajo el temblor de diseño más intenso, se limite a 0.03 para evitar problemas excesivos de inestabilidad; en ese caso, si se despreja la contribución al desplazamiento de las deformaciones elásticas e inelásticas de la junta y de las deformaciones elásticas de las columnas y vigas, la capacidad de rotación máxima necesaria en las articulaciones plásticas de los extremos de las vigas puede tomarse conservadoramente igual a 0.03rad , y aunque los estudios efectuados hasta ahora no permiten asegurarlo de manera definitiva, parece que las vigas que cumplen las relaciones ancho/grueso especificadas para carga estática y que tienen el patín superior soportado lateralmente en forma continua pueden admitir rotaciones de esa magnitud, y aún mayores, sin que disminuya su resistencia.

En resumen, aunque la información experimental con que se cuenta no es del todo concluyente, parece indicar que si las vigas están soportadas lateralmente en forma

adecuada basta con que se cumplan las relaciones ancho/grueso especificadas para -
diseño plástico bajo carga estática para que su comportamiento bajo carga cíclica sea
satisfactorio; la situación cambia cuando aumenta la longitud no soportada lateral-
mente, pues en ese caso el pandeo lateral se inicia poco después que el local, y la
combinación de ambos ocasiona una falla prematura. En marcos rígidos de edificios
urbanos es fácil lograr que el sistema de piso proporcione soporte lateral continuo
al patín superior de las vigas y, si es necesario, el inferior puede fijarse por -
medio de atiesadores verticales; sin embargo, en estructuras de otros tipos puede -
ser recomendable escoger límites de las relaciones ancho/grueso y de la separación
entre soportes laterales más conservadoras que las que se fijan para carga estática.

CAPACIDAD DE ROTACION. Cuando no se presentan fallas prematuras, las curvas -
carga-deformación de las vigas tienen la forma indicada en la Fig. 4.12 , en la -
que se han tomado el momento y la rotación en el extremo, M y θ , como parámetros
representativos de los sistemas de cargas y deformaciones.

Llamando θ_u a la rotación en el instante en que se inicia la descarga, y θ_p a
la rotación elástica ficticia correspondiente al momento plástico resistente de la
viga (es decir, el ángulo que habría girado el extremo al llegar el momento a M_p si
el comportamiento fuese elástico hasta entonces) la capacidad de rotación de la -
viga, R , es, por definición,

$$R = (\theta_u / \theta_p) - 1 \quad \text{///}$$

R es nula cuando el miembro no puede soportar el momento M_p durante ningún -
intervalo de rotaciones, pues en ese caso $\theta_u = \theta_p$.

El cociente θ_u / θ_p , o. δ_u / δ_p , donde δ es un desplazamiento lineal -
cualquiera, es el factor de ductilidad de la viga.

En las refs. 4.6, 4.7 y ^{4.13} se presentan expresiones que relacionan la capacidad de
rotación R de vigas H bajo momento uniforme o variable, producido por carga estática,

con los distintos parámetros que afectan su comportamiento; con ellas se puede determinar la separación entre puntos soportados lateralmente necesaria para obtener una capacidad de rotación deseada o, inversamente, calcular la capacidad de rotación para una separación dada. Por ejemplo, si la separación entre contraventeos es $35 \Gamma_y$ en una viga H compacta de acero A36 con tramos adyacentes elásticos, bajo momento uniforme, la capacidad de rotación excede de 10.5, y si se desea una R de 5 basta con soportar lateralmente puntos separados distancias iguales a $60 \Gamma_y$. Bajo momento variable el pandeo lateral es menos importante, y longitudes no contraventeadas del orden de $75 \Gamma_y$ suelen ser adecuadas en la mayoría de los casos.

DISEÑO. En la actualidad no se cuenta con información suficiente sobre la demanda de capacidad de rotación en estructuras sometidas a sismos intensos ni sobre la que éstas pueden proporcionar, por lo que mientras se obtiene mayor información teórica y experimental, en las zonas en que se formarán articulaciones plásticas ligadas con el mecanismo de colapso las vigas de estructuras que se construirán en zonas sísmicas deben satisfacer, cuando menos, los requisitos relativos a relaciones ancho/grueso de patines y almas y a separación entre puntos soportados lateralmente que se exigen en diseño plástico, independientemente de que los métodos empleados para el análisis y diseño sean elásticos, basados en esfuerzos permisibles, o plásticos.

De acuerdo con la ref. 4.15, esos requisitos son

YIELD STRESS (Esfuerzo de fluencia)	MAXIMUM ALLOWABLE WIDTH-TO-THICKNESS RATIOS			MAXIMUM ALLOWABLE LATERALLY UNSUPPORTED DISTANCE ²	
	FLANGES (PATINES)	WEBS (ALMAS)		$1.0 \geq M/M_p > 0.5$	$0.5 \geq M/M_p > 1.0$
		$P/P_y \leq 0.27$	$P/P_y > 0.27$		
36 ksi (24.84 kN/cm ²)	17.0	68.7-96.1 P/P _y	42.8	63.2 Γ_y	38.3 Γ_y
50 ksi (34.50 kN/cm ²)	14.0	58.3-81.6 P/P _y	36.3	52.5 Γ_y	27.5 Γ_y
65 ksi (44.85 kN/cm ²)	12.0	51.1-71.5 P/P _y	31.9	46.2 Γ_y	21.2 Γ_y

1. Relaciones ancho/grueso máximas admisibles
2. Distancias no soportadas lateralmente máximas admisibles

Todas las secciones en que aparezcan articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso deben contraventearse lateralmente en forma adecuada para evitar desplazamientos laterales y torsionales, y la longitud no soportada entre esas secciones y puntos adyacentes contraventeados similarmente no debe sobrepasar la dada en las dos últimas columnas de la tabla, en las que r_y es el radio de giro del miembro alrededor del eje débil, M es el menor de los momentos en los extremos del segmento no contraventado y M/M_p , relación entre momentos en los extremos, es positiva si el segmento se flexiona en curvatura doble y negativa si lo hace en curvatura simple.

El efecto de la fuerza cortante sobre el momento plástico resistente de las vigas es despreciable casi siempre; en la ref. 4.4 se indica que no es necesario modificarlo si la fuerza cortante no excede de $(\sigma_y/\sqrt{3}) w d_w$, donde σ_y es el esfuerzo de fluencia del acero y w y d_w son, respectivamente, el grueso y el peralte del alma.

En los tramos entre articulaciones las vigas se diseñan utilizando métodos elásticos y empleando factores de carga adecuados para evitar fallas prematuras anteriores a la formación del mecanismo de colapso.

4.4.2 COLUMNAS. Las columnas de los marcos rígidos deben ser capaces de soportar las cargas que les transmiten las vigas adyacentes y los tramos de columnas que se encuentran sobre ellas, llevándolas eventualmente a la cimentación, así como los momentos producidos por cargas verticales que reciben de las vigas; además, deben ayudar a soportar las fuerzas horizontales en marcos contraventados, y resistirlas en su totalidad en los que no tienen contraventeo, y contribuir a darle al marco la rigidez necesaria para evitar problemas de pandeo de conjunto. Trabajan fundamentalmente en flexocompresión, y suelen ser despreciables los efectos que ocasionan en ellas las fuerzas cortantes. En general están sometidas a flexocompresión biaxial, pues forman parte simultáneamente de dos marcos, frecuentemente ortogonales.

Una barra flexocomprimida puede fallar por alguna de las causas que se enumeran a continuación, o por una combinación de dos o más de ellas;

1. Porque se alcance su resistencia máxima bajo momento y fuerza axial combinados, al formarse articulaciones plásticas en la sección o secciones en las que el momento tiene su mayor intensidad.
2. Por inestabilidad en el plano de los momentos ocasionada por exceso de flexión en ese plano, teniendo en cuenta la acción simultánea de la fuerza normal.
3. Por pandeo lateral debido a flexotorsión.
4. Por pandeo debido a compresión axial alrededor de los ejes de menor momento de inercia.
5. Por pandeo local.

Cualquiera de las cuatro últimas formas de falla puede iniciarse en el intervalo elástico o en el inelástico, dependiendo de la mayor o menor esbeltez de la pieza en consideración o de los elementos planos que la forman.

La primera forma de falla es crítica cuando la barra tiene paredes gruesas y sus condiciones de apoyo y carga son tales que pueden formarse articulaciones plásticas en la zona central o en uno o en los dos extremos, producidas por fuerzas de menor intensidad que las que ocasionarían la falla por pandeo; esta condición suele corresponder al colapso de columnas aisladas, pero no necesariamente al de las que forman parte de estructuras reticulares.

La segunda condición es crítica en barras flexionadas alrededor de sus ejes de menor momento de inercia, y también cuando la flexión se presenta en el plano de mayor resistencia pero el pandeo lateral está impedido por las características geométricas de las secciones transversales (tubos, secciones en cajón) o por la presencia de elementos exteriores de contraventeo.

La falla por pandeo lateral (condición 3) se presenta en miembros de sección H o similar, flexionados alrededor de sus ejes de mayor momento de inercia, y desprovistos de elementos exteriores adecuados de contraventeo; se caracteriza por una

flexión lateral de la barra en un plano perpendicular al de aplicación de los momentos, acompañada por un retorcimiento alrededor del eje longitudinal.

La condición 4 es crítica cuando la fuerza axial es mucho más importante que la flexión y el comportamiento se aproxima al de una columna en compresión axial, y la 5 cuando las relaciones ancho/groeso de patinos o alma están por encima de ciertos límites.

La forma de falla más común en columnas de edificios es la correspondiente a la combinación de los dos primeros casos, es decir, por formación de un número de articulaciones plásticas suficiente para que se conviertan en un mecanismo, bajo la acción de las solicitaciones incrementadas por efectos de segundo orden debidos a la interacción de la compresión y los desplazamientos ocasionados por los momentos flexionantes.

El pandeo lateral por flexotorsión puede hacer que disminuya la resistencia, pero las longitudes y las dimensiones de las secciones transversales de las columnas de edificios son tales que ese fenómeno no suele ser crítico, y lo mismo sucede con el pandeo local. Tampoco tiene importancia el pandeo de Euler, ya que la flexión juega un papel importante en la gran mayoría de los casos.

Una columna de un marco provisto de contraventeos o de muros de cortante de rigidez y resistencia adecuadas falla cuando se forman en ella tres articulaciones plásticas (Fig. 4.13).

El comportamiento de las columnas de marcos no contraventeados es marcadamente diferente. La estabilidad del conjunto depende básicamente de las vigas; si son muy flexibles las columnas actúan esencialmente como cuerpos rígidos, y el desplazamiento horizontal se debe principalmente a la flexión de las vigas; cada entrepiso se convierte en un mecanismo cuando se forman articulaciones en los extremos de todas ellas, con lo que desaparecen las restricciones y los desplazamientos crecen ilimitadamente, (Fig. 4.14a).

Si las vigas son rígidas las columnas resisten las deflexiones laterales trabajando en flexión; la condición de colapso se alcanza también cuando el entrepiso se convierte en un mecanismo, al formarse articulaciones plásticas en los dos extremos de todas las columnas. (La estabilidad lateral del marco no depende de cada una de ellas en particular, sino del comportamiento de todas las de cada entrepiso, ya que el colapso no se presenta cuando una o más columnas se convierten en mecanismos, pues las restantes siguen proporcionando rigidez lateral al conjunto).

En la Fig. 4.14 b se ha representado el caso teórico de vigas infinitamente rígidas.

Pueden presentarse situaciones intermedias, en las que algunas columnas fallan al formarse articulaciones plásticas en sus dos extremos y otras cuando desaparecen las restricciones proporcionadas por ^{las} vigas; incluso, hay casos en que las dos situaciones tienen lugar en una misma pieza, en uno y otro de sus extremos.

Quando en un entrepiso de un marco no contraventeado se utilizan columnas de resistencias muy diferentes, alguna de ellas puede fallar como se muestra en la Fig. 4.13 b, si las restantes proporcionan resistencia lateral suficiente para posponer la falla del conjunto; sin embargo, esta situación debe evitarse en estructuras construídas en zonas sísmicas, pues se tendrían eslabones débiles que precipitarían la falla.

De acuerdo con la práctica usual, el diseño de estructuras que se construirán en zonas sísmicas se hace de manera que las articulaciones plásticas se formen en las vigas, mientras las columnas se conservan básicamente en el intervalo elástico. Por este motivo se han efectuado menos estudios referentes al comportamiento inelástico de columnas bajo carga cíclica que de vigas en condiciones análogas, pero se cuenta con alguna información, que se discutirá más adelante.

El comportamiento de una barra recta aislada sometida a la acción simultánea de fuerzas de compresión axial y pares aplicados en los extremos puede representarse por medio de la curva momento-rotación en el extremo, obtenida aplicando primero la

fuerza de compresión y después momentos de intensidad creciente, en uno solo o en ambos extremos, mientras la compresión se mantiene constante.

Los parámetros principales que determinan la respuesta de la pieza son su esbeltez, la magnitud de la fuerza de compresión y la manera en que están aplicados los momentos, que pueden producir curvatura simple o doble; además, el problema se complica si la pieza puede fallar por pandeo lateral o cuando uno de sus extremos se desplaza linealmente respecto al otro.

En la Fig. 4.15 se han trazado en forma cualitativa varias curvas $M-\theta$, todas correspondientes a columnas en las que no hay pandeo local ni lateral y cuyos extremos están fijos linealmente; cada colección de curvas ilustra la importancia de uno de los parámetros mencionados arriba.

La Fig. 4.15a corresponde a una columna muy corta, en la que no hay inestabilidad de ninguna clase; cuando la fuerza normal es nula se obtiene la curva $M-\theta$ característica de una pieza en flexión, que resiste un momento de intensidad máxima igual a M_p y lo mantiene durante rotaciones importantes, y al crecer P gradualmente se van obteniendo curvas semejantes a la primera pero cuya ordenada máxima no es M_p sino M_{pc} , momento plástico reducido por efecto de la fuerza normal.

Las otras tres figuras describen el comportamiento de piezas largas. En la b se han trazado varias curvas, obtenidas para valores constantes de q y de L/r y para intensidades crecientes de la fuerza axial (q es el cociente del menor entre el mayor de los momentos en los extremos); al aumentar la compresión disminuye tanto el momento máximo que resiste la pieza como su capacidad de rotación.

Cuando varía L/r , manteniéndose q y P constantes, o cuando la variable es q , mientras las otras dos cantidades se conservan fijas, el efecto sobre el comportamiento de la columna es análogo: al aumentar la relación de esbeltez, o tender los momentos en los extremos hacia valores iguales que producen curvatura simple en flexión pura, disminuyen tanto la resistencia como la capacidad de rotación (Figs. 4.15c y d).

Cualquiera de las curvas de la Fig. 4.15 puede interrumpirse prematuramente si

se presenta un fenómeno de pandeo local o lateral, cuya importancia varía también con los parámetros que caracterizan el problema.

Aún admitida la imposibilidad de que haya pandeo, la resistencia de las barras flexocomprimidas cargadas queda limitada por inestabilidad, como lo demuestra la forma de las curvas de las Figs. 4.15 b, c y d, que tienen una rama ascendente, correspondiente a configuraciones estables, seguida de un punto en el que la pendiente es nula y el equilibrio indiferente (resistencia máxima) y de una rama descendente, característica de estados de equilibrio ^{inestable.} ~~indiferente.~~ La inestabilidad, que se presenta sin que la barra se salga del plano de la flexión, y que no es un fenómeno de pandeo (no hay bifurcación del equilibrio), se debe a la interacción de momentos y fuerza normal y a la disminución de rigidez producida por la plastificación parcial.

La resistencia de una columna flexionada alrededor de su eje de mayor momento de inercia, que se conserva durante todo el proceso de carga en el plano de la flexión, puede determinarse utilizando métodos elásticos o elastoplásticos. En el primer caso se toma como límite de utilidad estructural la aparición del esfuerzo de fluencia en la sección crítica, y no corresponde a la resistencia máxima de la columna, que puede admitir incrementos adicionales de carga hasta su colapso por inestabilidad en el plano de la flexión.

Despreciando los esfuerzos residuales, puede considerarse que el comportamiento elástico termina cuando

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} + \frac{M_{\max}}{S_x} = \sigma_y$$

En M_{\max} se incluye el momento producido por la fuerza P al actuar sobre la pieza deformada.

Dividiendo los dos miembros entre σ_y , teniendo en cuenta que $A\sigma_y = P_y$ y $S_x\sigma_y = (M_x)_y$, y expresando el momento máximo como el producto de un factor de amplificación ϕ por el mayor de los momentos aplicados en los extremos, la ecuación anterior se transforma en

$$\frac{P}{P_y} + \phi \frac{M_o}{(M_x)_y} = 1.0 \quad (1)$$

Las expresiones teóricas exactas de ϕ resultan inadecuadas para diseño, por lo que la ec. (1) suele sustituirse por las dos ecuaciones aproximadas siguientes, que deben satisfacerse simultáneamente:

$$\frac{P}{P_y} + \frac{C_m}{1 - P/P_E} \frac{M_o}{(M_x)_y} \leq 1.0 \quad (2)$$

$$\frac{P}{P_y} + \frac{M_o}{(M_x)_y} \leq 1.0 \quad (3)$$

Con la fórmula (2) se comprueba que los esfuerzos máximos amplificados por -- efectos de segundo orden no exceden el límite de fluencia, y con la (3) se hace la misma comprobación en el extremo de la columna en que actúa el mayor de los momentos exteriores; en los extremos no hay amplificación.

Cu M_o es un momento uniforme ficticio aproximadamente equivalente a los momentos reales variables; si los extremos de la columna no se desplazan linealmente C_m se -- calcula con la expresión $C_m = 0.6 + 0.4 M/M_o \geq 0.4$, en la que M es el menor y M_o el mayor de los momentos en los extremos, y M/M_o es positivo cuando la barra -- se flexiona en curvatura simple y negativo cuando lo hace en curvatura doble; $1/(1 - P/P_E)$, donde P_E es la carga crítica de Euler de pandeo en el plano de la flexión, es un -- factor de amplificación del momento uniforme equivalente $C_m M_o$, que tiene en cuenta, aproximadamente, la interacción fuerza axial-momento.

Se cuenta con varios métodos para calcular la resistencia máxima de las columnas en el intervalo inelástico (refs. 4.17, 4.18), y se han desarrollado procedimientos -- que permiten determinar la curva completa momento-rotación en un extremo (refs. 4.19 a 4.21); esta curva es de importancia fundamental en diseño sísmico, pues con ella se obtienen la capacidad de rotación y de absorción de energía; sin embargo, las curvas han sido deducidas para miembros con carga axial constante y momentos aplicados en --

uno o en los dos extremos que crecen monótonicamente hasta la falla, por lo que proporcionan únicamente una indicación cualitativa del comportamiento de columnas sometidas a solicitaciones dinámicas.

En la Fig. 4.16 (ref. 4.21) se muestran tres curvas momento-rotación típicas obtenidas para tres columnas iguales, con relación de esbeltez en el plano de flexión $L/r_x = 30$ y fuerzas de compresión $P = 0.30 P_y$, sometidas a momentos de intensidad creciente aplicados en los extremos que guardan entre sí relaciones diferentes en cada caso; la columna en curvatura doble es la que se encuentre en la condición más favorable, y la más crítica es la flexionada en curvatura simple; los momentos tienen intensidades iguales en los dos casos.

La columna no puede soportar el momento M_p completo en ninguno de los casos, pues parte de su resistencia debe destinarse a la fuerza de compresión, pero en **a** y **b** tiene una capacidad de rotación importante bajo momento constante igual a M_{pc} , mientras que en **c** los efectos de segundo orden son máximos, el momento resistente no llega a M_{pc} y la capacidad de rotación es muy pequeña; este fenómeno se agudiza cuando aumentan L/r_x y P , de manera que las columnas esbeltas y con compresión importante resisten un momento máximo apreciablemente menor que M_{pc} y tienen una capacidad de rotación muy reducida, o aún nula.

Las columnas de edificios construidos en zonas sísmicas son en general poco esbeltas y la flexión suele ser predominante en su diseño, por lo que sus relaciones P/P_y son bajas; además, se flexionan en curvatura doble bajo la acción combinada de fuerzas verticales y solicitaciones sísmicas; por todo esto, su capacidad de rotación suele ser importante, del orden de la mitad de la predicha para vigas (ref. 4.21).

Las ecuaciones aproximadas 2 y 3 pueden utilizarse también para describir la condición de carga que ocasiona la iniciación del pandeo elástico de una columna, fuera del plano de flexión; para ello, basta sustituir en la ec. 2 a P_y y $(M_x)_c$ por P_{cr} y M_{cr} , que representan la carga crítica de Euler para pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia y el momento crítico de pandeo elástico de la

barra flexionada uniformemente alrededor de su eje y/y de mayor momento de inercia; la ec. (3) se conserva sin cambio.

La resistencia de barras flexocomprimidas que fallan por exceso de flexión en el plano de los momentos es relativamente insensible a cambios en las dimensiones de las secciones transversales, por lo que un solo conjunto de curvas correspondiente a una relación q dada entre momentos extremos es aplicable a todas las secciones H, laminadas o formadas por placas, de dimensiones semejantes a las laminadas; en cambio, la resistencia al pandeo lateral depende de manera importante de la sección transversal de la columna.

Se ha determinado (ref. 4.22) que la relación adimensional K_T/Ad^2 , donde K_T es la constante de torsión de Saint Venant, A el área y d el peralte de la sección, constituye el parámetro geométrico principalmente responsable de cambios en el momento crítico, tanto en el intervalo elástico como en el inelástico, y que la resistencia al pandeo lateral es proporcional a él; todas las variables restantes que definen la geometría de las secciones transversales, reducidas a una forma adimensional, son aproximadamente constantes para relaciones P/P_y y L/r_y fijas, aún en el intervalo inelástico, de manera que pueden construirse curvas ~~que proporcionan las relaciones de esbeltez límite en función de $K_T \times 10^6/Ad^2$ y de P/P_y~~ que proporcionan las relaciones de esbeltez límite en función de $K_T \times 10^6/Ad^2$ y de P/P_y , y que son aplicables a todas las secciones H laminadas con aproximación suficiente para diseño.

Los resultados proporcionados por las curvas son conservadores cuando se aplican a columnas de edificios sobre los que actúan cargas horizontales, pues corresponden a piezas libremente apoyadas con momentos iguales en los extremos que las flexionan en curvatura simple, y las columnas mencionadas siempre tienen restricciones en los extremos y, además, se flexionan en curvatura doble; teniendo ósto en cuenta, y estudiando las curvas, se concluye que el pandeo lateral por flexotorsión no ocasiona disminuciones en la resistencia de la mayoría de las secciones H que se utilizan en

edificios, cuando actúan sobre ellos cargas verticales y horizontales estáticas.

Si en la ec. (2) se sustituye P_y por la carga crítica de pandeo inelástico de la columna comprimida axialmente, correspondiente a la relación de esbeltez más grande, y $(M_e)_y$ por el momento máximo que podría resistir la pieza si estuviese sometida únicamente a flexión, incluyendo efectos de pandeo lateral por flexotorsión cuando sean significativos, se obtiene la ec. (4), que proporciona pares de valores de P y M_o que ocasionan la falla por inestabilidad; aunque empírica, la ec. (4) — proporciona buena precisión para diseño.

La ec. (3) se sustituye por la (5), que describe la condición correspondiente a la formación de una articulación plástica en un extremo; de manera que cuando se — satisface alguna de las ecs. (4) o (5) está a punto de agotarse la resistencia de un miembro sujeto a compresión y a flexión en su plano de mayor resistencia, ya sea por pandeo lateral o por formación de una articulación plástica en uno de sus extremos.

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{C_m}{1 - P/P_{cr}} \frac{M_o}{M_m} = 1.0 \quad (4)$$

$$\frac{P}{P_y} + \frac{M_o}{1.18 M_p} = 1.0 \quad (5)$$

M_m , momento máximo que puede resistir el miembro en ausencia de fuerza normal, puede calcularse aproximadamente con la expresión empírica (ref. A.15)

$$M_m = \left[1.07 - \frac{(L/r_y) \sqrt{6y}}{26500} \right] M_p \leq M_p$$

Esta ecuación proporciona un valor aproximado del momento crítico de pandeo — lateral para $\eta = +1.0$; cuando los valores de los momentos en los extremos guardan — otra relación, puede corregirse utilizando el coeficiente C_m .

De las ecs. (4) y (5) se obtienen dos valores del momento exterior M_o ; el menor de ellos es el máximo que resiste la columna en combinación con la fuerza axial P.

$$M_o = \frac{1}{C_m} \left(1 - \frac{P}{P_{cr}} \right) \left(1 - \frac{P}{P_y} \right) M_m \quad (4')$$

$$M_o = 1.18 (1 - P/P_y) M_p \quad (5')$$

FLEXION BIAXIAL. El problema por resolver es determinar la intensidad máxima de las solicitaciones que puede resistir una columna cuando actúan en ella, simultáneamente, una fuerza axial de compresión y momentos aplicados alrededor de los dos ejes centroidales y principales de sus secciones extremas; no es un problema de pandeo por bifurcación del equilibrio, pues las secciones transversales se desplazan lineal y angularmente desde un principio, sino de inestabilidad producida por la interacción de momentos y fuerza axial.

En la ref. 23 se desarrolla un método aproximado para el diseño elástico de columnas de sección transversal H con pares aplicados en los extremos alrededor de los dos ejes centroidales y principales, que constituye la base de las recomendaciones contenidas en las refs. 4.24 y 4.25.

Para que el esfuerzo normal no sobrepase al de fluencia en ningún punto deben satisfacerse simultáneamente las tres condiciones siguientes:

$$\sigma_a + \sigma'_{bx} + \sigma'_{by} \leq \sigma_y \quad (6)$$

$$\sigma_a + \sigma''_{bx} + \sigma''_{by} \leq \sigma_y \quad (7)$$

$$\sigma_a + N_x \sigma'_{bx} + N_y \sigma'_{by} \leq \sigma \quad (8)$$

$\sigma_a, \sigma'_{bx}, \sigma'_{by}$ son los esfuerzos normales directos producidos por la fuerza axial y por momentos uniformes ficticios equivalentes aplicados alrededor de X y Y, que se calculan con las expresiones

$$(M_x)_{eq} = (1/\sqrt{F})_x M_{ox} = C_{mx} M_{ox}$$

$$(M_y)_{eq} = (1/\sqrt{F})_y M_{oy} = C_{my} M_{oy}$$

en las que M_{ox} y M_{oy} son los momentos mayores alrededor de X y Y y los factores $1/\sqrt{F}$, que están tabulados en la ref. 4.23, son muy semejantes a los coeficientes C_m , calculados para flexión alrededor de cada uno de los ejes centroidales y princi-

pales.

$\sigma'_{bx}, \sigma'_{by}, \sigma''_{bx}$ y σ''_{by} son los esfuerzos máximos en los extremos de la columna, calculados con los momentos exteriores aplicados en ellos, N_x y N_y son factores de amplificación que se determinan con las fórmulas de la ref. 4.23, ~~de la ref. 4.23~~ y σ es un esfuerzo normal reducido para tener en cuenta los efectos de las imperfecciones geométricas inevitables en las columnas.

Los esfuerzos en los dos extremos se revisan con las ecs. 6 y 7 y la condición de estabilidad con la ec. 8.

La resistencia máxima real, en el intervalo inelástico, de columnas aisladas de sección H en flexocompresión biaxial, se ha determinado estableciendo su relación carga-deformación completa, por medio de métodos numéricos en los que las cargas exteriores se aplican en una secuencia de incrementos suficientemente pequeños; se han obtenido así ecuaciones de interacción que expresan las condiciones de falla por formación de una articulación plástica en alguna sección transversal, o por inestabilidad de la columna (refs. 4.26 a 4.30).

En secciones contraventeadas (extremos de la columna) debe satisfacerse la condición

$$\left(\frac{M_x}{M_{pxx}}\right)^2 + \left(\frac{M_y}{M_{pyy}}\right)^2 \leq 1.0 \quad (9)$$

M_x y M_y son los momentos que actúan en la sección considerada y M_{pxx} y M_{pyy} los momentos plásticos, reducidos por fuerza axial, correspondientes a flexión alrededor de X y Y , que se calculan con las ecuaciones

$$M_{pxx} = 1.18 M_{px} [1 - (P/P_y)] \leq M_{px}$$

$$M_{pyy} = 1.19 M_{py} [1 - (P/P_x)] \leq M_{py}$$

en las que M_{px} y M_{py} son los momentos plásticos de la sección.

En secciones H en las que la relación del ancho del patín al peralte del alma está comprendida entre 0.5 y 1.0, ξ está dado por

$$\xi = 1.6 - \frac{P/P_y}{2 \rho_n (P/P_y)}$$

donde ρ_n indica logaritmo natural.

La estabilidad entre puntos contraventados se comprueba con la ecuación

$$\left(\frac{C_{mx} M_x}{M_{uxx}} \right)^\eta + \left(\frac{C_{my} M_y}{M_{uyy}} \right)^\eta \leq 1.0 \quad (10)$$

M_x y M_y son los momentos mayores, aplicados en uno u otro extremo de la columna, y M_{uxx} y M_{uyy} son los momentos resistentes en flexión, disminuidos por pandeo lateral por flexotorsión, cuando éste es crítico.

$$M_{uxx} = M_{ux} [1 - (P/P_u)] [1 - (P/P_{Ex})]$$

$$M_{uyy} = M_{uy} [1 - (P/P_u)] [1 - (P/P_{Ey})]$$

P_u es la carga crítica de pandeo inelástico de la columna (P_{cr} en la ec. 4), P_{Ex} y P_{Ey} las de pandeo elástico, M_{ux} el momento plástico para flexión alrededor de x , reducido por pandeo lateral cuando sea necesario (^{M_{ux} , p. 26} ~~ab. 11~~), y el exponente η vale

$$\eta = 0.4 + P/P_y + b_f/d \geq 1.0, \text{ cuando } b_f/d \geq 0.3$$

$$\eta = 1.0, \text{ cuando } b_f/d < 0.3$$

b_f y d son el ancho del patín y el peralte de la sección I o H.

Para utilizar las ecs. (9) y (10) en el diseño de columnas de marcos no contraventados (sway frames) deben determinarse los momentos producidos por la carga última por medio de un análisis de segundo orden en el que se incluya el efecto PA.

En la ref. 4.30 se recomienda que cuando se utilicen las ecs. 9 y 10 para determinar la resistencia de columnas en flexocompresión biaxial se tengan en cuenta las precauciones siguientes:

1. Las secciones deben dimensionarse de manera que las sollicitaciones producidas por viento o sismo, que son reversibles, no ocasionen esfuerzos que sobrepasen el límite de fluencia nominal.

2. Las secciones deben dimensionarse de manera que las sollicitaciones variables, ocasionadas por viento o sismo más carga vertical (con un factor de carga de 1.5 multiplicado por 0.7, o algo así, para tener en cuenta la probabilidad de ocurrencia) no ocasionen esfuerzos que excedan del límite de fluencia nominal del material.

3. Debe recordarse que el método se ha desarrollado suponiendo que no hay pandeo local prematuro (secciones compactas).

En la ref. 4.16 se recomienda que la resistencia de las columnas en flexocompresión biaxial, ante fallas por inestabilidad, se determine con la ecuación

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{C_{mx} M_x}{M_{crx} (1 - P/P_{Ex})} + \frac{C_{my} M_y}{M_{crys} (1 - P/P_{Ey})} \leq 1.0 \quad (11)$$

que es una extensión de la ec. (4).

COLUMNAS CARGADAS CICLICAMENTE. La información experimental sobre el comportamiento de elementos flexocomprimidos cargados cíclicamente que se posee en la actualidad es todavía bastante reducida, y se limita a secciones flexionadas alrededor de uno sólo de sus ejes centroidales y principales; se carece totalmente de información relativa a miembros en flexocompresión biaxial.

Se han ensayado especímenes aislados de sección transversal H de los tipos que se muestran en la Fig. 4.17; en las experiencias reportadas en las refs. 4.31 a 4.33 se ha utilizado la barra libremente apoyada con una carga aplicada en el centro del claro, y la pieza en voladizo con una fuerza horizontal en el extremo libre se ha empleado en las refs. 4.34 y 4.35; en todos los casos la fuerza transversal Q se aplica cíclicamente mientras la normal P se mantiene constante, cambiando su intensidad de un ensaye a otro para determinar cómo influye en el comportamiento de la columna.

Los incrementos de fuerza axial (que se expresa en general en la forma adimensional P/P_y) producen siempre un efecto desfavorable en la respuesta de la columna; si se evitan los desplazamientos laterales, la falla se inicia ~~adecuadamente~~ por pandeo local de los patines, que crece en ciclos sucesivos de carga y se extiende eventualmente al alma; la combinación de las dos formas de pandeo local ocasiona el colapso del miembro, precedido por un retorcimiento alrededor del eje longitudinal.

Los resultados obtenidos en la ref. 431 se resumen en la Fig. 4.18, en la que se muestra la relación entre las amplitudes de las deflexiones y el número de ciclos de carga que resiste la columna hasta la fractura, para dos valores de P/P_y ; cuando la fuerza axial crece disminuyen las amplitudes de las deflexiones y el número de ciclos que produce la falla.

En la ref. 434 se muestra que la capacidad de rotación disminuye cuando aumentan las relaciones ancho/grueso de patines y alma, o cuando crece la fuerza axial mientras se conservan fijas esas relaciones.

Como los estudios sobre columnas sometidas a cargas cíclicas en el intervalo inelástico distan mucho de ser completas, y no se conoce la influencia de su comportamiento en la respuesta de entrepisos de marcos rígidos, el diseño de éstos se hace, como ya se ha mencionado, de manera que las articulaciones plásticas se formen en las vigas mientras que las columnas se conservan básicamente en el intervalo elástico hasta el colapso. *(la única excepción la constituyen las articulaciones plásticas en las bases)* Sin embargo, la respuesta real de una estructura sometida a la acción simultánea de cargas gravitacionales y sollicitaciones sísmicas es tan compleja que es imposible asegurar que durante temblores intensos no se formarán articulaciones plásticas en algunas columnas, aunque al hacer el diseño se haya tratado de evitarlas; varios son los factores que pueden ocasionar el comportamiento mencionado:

1. El diseño se hace siempre con las dimensiones de las secciones tabuladas en los manuales y tomando como base el esfuerzo de fluencia nominal del acero, y en los perfiles reales tanto éste como aquellas difieren, a veces sustancialmente, de los valores teóricos; como una consecuencia, las resistencias reales pueden ser bastante

-1 diferentes de las calculadas, y la combinación de un aumento de resistencia en una trabe con una disminución en la columna en que se apoya puede hacer que la articulación que teóricamente debería formarse en la primera aparezca en realidad en la segunda.

2. En el análisis y el diseño no suelen tenerse en cuenta las aceleraciones verticales de las masas del edificio, las que incrementan las fuerzas axiales en las columnas, con respecto a las calculadas, y hacen que disminuya su capacidad para resistir flexión.

3. Los efectos de los modos superiores de vibración, que suelen despreciarse, pueden también hacer que se formen articulaciones plásticas en algunas columnas.

Los factores mencionados son tan complejos y las incertidumbres ligadas con ellos tan grandes que no se pueden tener en cuenta explícitamente en el diseño, por lo que es importante reconocer la posibilidad de que se formen articulaciones plásticas en las columnas y prever el comportamiento correspondiente.

En la ref. 4.3 se reportan los resultados obtenidos estudiando experimentalmente seis subconjuntos formados por una columna y las dos vigas que conectan en ella, semejantes a los de las refs. 4.1, 4.2, 4.3, sometidos a compresión constante y fuerzas horizontales cíclicas, cuyas vigas se sobrediseñaron deliberadamente para obligar a que las articulaciones plásticas se formasen en los extremos de las columnas; éstas se flexionan alrededor del eje de mayor momento de inercia en cuatro de los subconjuntos y del de menor en los otros dos. Tomando como base el número limitado de pruebas realizadas, se concluye que puede admitirse que se formen articulaciones plásticas en las columnas en las que P/P_y no excede de 0.5, y que tienen un comportamiento satisfactorio, gracias en gran parte al endurecimiento por deformación, pero que deben evitarse cuando la fuerza axial excede de la mitad de P_y , pues se observó una disminución drástica de resistencia en especímenes con P/P_y de 0.6 y 0.8.

En la ref. 4.10 se llega a conclusiones semejantes en dos marcos, en uno de los cuales las columnas se flexionan alrededor del eje X mientras que en el otro el eje de flexión fué el Y ; las relaciones P/P_y fueron 0.20 y 0.41, respectivamente.

En todas las columnas de las estructuras estudiadas en las refs. 4.10, 4.26 se empleó una sección $W8x48$, que tiene relaciones ancho/grueso de 14.4 en los patines y 16.3 en el alma; la esbeltez L/r_y de las columnas de la ref. 4.36 fué mucho menor que la ^{máxima} admisible para diseño plástico bajo carga estática, pero la de las columnas del marco de la ref. 4.10 flexionadas alrededor de X fué de 52, valor no muy alejado del máximo admisible en secciones H de acero A36 bajo momento variable producido por carga estática, que es 63.2. Aunque la información reportada es limitada, parece indicar que las columnas con relaciones de esbeltez usuales en edificios, cuyos patines y alma cumplen las relaciones ancho/grueso especificadas para diseño plástico, deben tener un comportamiento adecuado en marcos sometidos a efectos sísmicos, e incluso admitir la formación y rotación de articulaciones plásticas, siempre que la fuerza de compresión no exceda de alrededor del cincuenta por ciento de P_y .

4.4.3 CONEXIONES. Las conexiones transmiten los elementos mecánicos, momentos flexionantes y fuerzas cortantes y normales, de las vigas a las columnas y viceversa, así como las fuerzas de las diagonales de contraventeo del marco propiamente dicho, con lo que se logra que todos los elementos de la estructura trabajen en conjunto. En este capítulo se considera únicamente el caso en que los marcos están provistos de juntas rígidas entre vigas y columnas, capaces de transmitir de unas a otras los elementos mecánicos íntegros que hay en ellas, ~~con los desplazamientos~~ ^{de manera que los únicos} desplazamientos lineales o angulares relativos entre sus extremos, son los debidos a las deformaciones de la conexión.

En la Fig. 4.19 se muestran tres tipos de conexiones viga-columna que se emplean comúnmente en marcos de edificios, correspondientes al nivel superior, a una columna lateral y a una interior.

Aunque casi todos los estudios que se han realizado hasta ahora corresponden a marcos planos con las vigas unidas a los patines de las columnas (se ha efectuado también un número reducido de pruebas de laboratorio con especímenes en los que llegan al alma), en estructuras reales casi siempre hay tres o cuatro vigas en cada conexión, que llegan a los patines y a los dos lados del alma y que forman parte de los dos marcos planos que se cruzan en la columna.

Si la columna pasa corrida a través de la junta, que es lo más común en marcos de edificios, el diseño de la conexión consiste fundamentalmente en:

1. Proyecto de las ~~uniones~~ ^{medios de unión} entre traveses y columna para transmitir a ésta los elementos mecánicos que hay en las secciones extremas de cada una de aquellas, utilizando soldadura o pernos de alta resistencia (los remaches no se usan en estructuras modernas); en juntas soldadas la unión puede realizarse en forma directa o por medio de placas soldadas a los patines, ángulos en el alma, etc.

2. Revisión de la columna para determinar si su resistencia y rigidez son adecuadas para soportar los elementos mecánicos que le transmiten las vigas.

3. Diseño:

Depende su caso, de los refuerzos necesarios (atizadores, placas adosadas al alma, etc.).

El diseño de conexiones realizado de acuerdo con la práctica norteamericana (refs 45y46) se basa en los resultados reportados en la ref. 43, en la que se determinan los factores que deben tenerse en cuenta, y la manera de satisfacerlos, para lograr un comportamiento satisfactorio de conexiones viga-columna de marcos rígidos con carga estática, diseñados plásticamente.

Se ensayaron conexiones de dos tipos, unas con dos vigas, soldadas a los patines de la columna, y otras con cuatro, que llegan a los patines y al alma. Las vigas se soldaron directamente a la columna en todos los casos, por que estas conexiones tienen ciertas ventajas económicas y funcionales y, además, al suprimir las placas en los patines y las ménsulas de asiento se eliminan algunas variables que dificultarían la determinación de esfuerzos y deformaciones en la zona de la conexión. Sin embargo, las fórmulas desarrolladas pueden utilizarse también cuando las fuerzas en los patines se transmiten a la columna por medio de placas.

Las vigas fueron iguales en todos los especímenes, trece en total, mientras que se variaron los perfiles de las columnas para simular las condiciones existentes en los niveles superiores, intermedios e inferiores; ~~de diez~~ diez especímenes estuvieron formados por un tramo de columna y dos vigas soldadas a sus patines, y algunos de ellos se reforzaron con atiesadores horizontales colocados entre los patines de las vigas o con placas verticales adosadas al alma de la columna, o paralelas a ella, mientras que en otros no se colocó ningún refuerzo. Las cargas se aplicaron, en todos los casos, como se muestra en la Fig. 4.20, y se incrementaron lentamente hasta la falla.

Tres de los especímenes se hicieron con cuatro vigas, dos conectadas a uno y otro lado del alma de la columna, pero cada uno de ellos idéntico en todo lo demás a uno de los del primer grupo, pues su objeto fue determinar la influencia de las vigas que llegan al alma; se encontró que las juntas del segundo tipo son más rígidas y resistentes que las del primero.

La compresión axial tuvo poca influencia en el comportamiento de las conexiones; las columnas no mostraron ningún indicio particular de falla bajo cargas de 1.65 veces la de trabajo, ni tampoco cuando al final de cada prueba se aumentaron al doble de las de trabajo, conservando al mismo tiempo las fuerzas finales en las vigas (las cargas de trabajo correspondieron a un esfuerzo axial medio de alrededor de 1000 Kg/cm^2 ; el acero empleado fue ASTM A7, con un límite de fluencia teórico de 2320 Kg/cm^2).

Una conexión es satisfactoria cuando puede desarrollar el momento plástico de las vigas mientras obra sobre la columna la compresión producida por las cargas correspondientes y tiene, además, capacidad de rotación suficiente para que se forme una segunda articulación plástica en la zona central de las vigas sin que disminuya su resistencia, o resistencia adecuada para permitir en la primera articulación las rotaciones necesarias para que aparezca la segunda.

Para determinar si el comportamiento es satisfactorio deben investigarse los puntos siguientes:

1. Resistencia de las regiones de la columna adyacentes a los patines en tensión y compresión de las vigas, cuando no se colocan atiesadores.
2. Aumento de la resistencia de la conexión debido a la presencia de atiesadores.
3. Posibilidad de falla de la columna ocasionada por una combinación de esfuerzos normales y cortantes.
4. Efecto sobre el comportamiento de la conexión del par de vigas ligadas al alma de la columna.
5. Rotación requerida en las conexiones y capacidad de giro de las mismas.

Del estudio de los resultados experimentales se deduce que puede despreciarse el efecto de la carga axial en la columna, y que se obtienen resultados conservadores analizando y diseñando las conexiones de cuatro vigas como si no existiesen las que llegan por alma, pues éstas proporcionan una acción atiesadora que refuerza la conexión más que lo que la debilitan los esfuerzos triaxiales que se desarrollan en ella.

El punto 5 se ha investigado analítica y experimentalmente, y aunque la rotación requerida varía con la geometría de la estructura y las condiciones de carga, se ha calculado una rotación tipo, mayor que la necesaria en la mayoría de los casos; — todas las juntas ensayadas admiten rotaciones más grandes, bajo momento prácticamente constante. Además, si se le da a la conexión la resistencia adecuada, la rotación necesaria para la formación del mecanismo de colapso se presenta en el extremo de la viga adyacente a ella.

En la Fig. 4.21a se muestran esquemáticamente los momentos y fuerzas existentes en una junta interior de un marco con cargas verticales, y en la Fig. 4.21b se substituyen los efectos que ocasiona una de las vigas por las fuerzas que aplican sus patines a la columna; se desprecian las fuerzas que actúan en el alma, cuya importancia es secundaria.

Las fuerzas que transmiten los patines a la columna se reparten en un área cada vez mayor, de manera que la intensidad de los esfuerzos disminuye al aumentar la distancia a la cara exterior; puede considerarse que los esfuerzos normales se distribuyen como se muestra en la Fig. 4.21 b, de manera que en la sección donde termina la curva de unión entre el patín y el alma de la columna cada una de las fuerzas es resistida por una porción del alma de longitud $t_b + 5k_c$, donde t_b es el grueso del patín de la viga y k_c la distancia del exterior de la columna a la sección definida arriba.

Si el producto del esfuerzo de fluencia por el área $w(t_b + 5k_c)$, donde w es el grueso del alma de la columna, es menor que la fuerza $A_f \sigma_y$ que transmite uno de los patines de la viga cuando se plastifica su sección extrema (A_f es el área del patín), la columna fluye plásticamente en tensión o compresión frente a los patines de la viga; además, pueden presentarse fallas prematuras por pandeo del alma en la zona comprimida o por fractura de la soldadura del patín en tensión, como se muestra en la Fig. 4.22, en la que se ha dibujado la columna deformada, exagerando, para mayor claridad, la magnitud de las deformaciones.

Para evitar el flujo plástico del alma de la columna frente a cualquiera de los patines de la viga y la posible fractura en la zona de tensión, debe satisfacerse la condición

$$\sigma_y w (t_b + 5k_c) \geq A_f \sigma_y \quad (12)$$

de manera que desde este punto de vista no hacen falta atiesadores si

$$w \geq A_f / (t_b + 5k_c) \quad (13)$$

Si las vigas y la columna están hechas de aceros diferentes, sus esfuerzos de fluencia se conservan al pasar de la ec. (12) a la (13).

Además, para evitar el pandeo de la zona comprimida del alma debe cumplirse también la condición expresada por la fórmula (14), ref. 4.15:

$$w \leq d_c \sqrt{f_y} / 1509 \quad (14)$$

$$d_c \text{ en cm, } \sigma_y \text{ en kg/cm}^2$$

d_c es el paralelismo del alma de la columna, medido entre los bordes de las curvas de transición. ~~(...)~~

La falla más común frente al patín de tensión suele producirse como se describe a continuación: el patín de la columna está compuesto por dos placas que pueden considerarse empotradas en tres de sus bordes, uno en contacto con el alma y dos normales a ella, a una distancia que se determina experimentalmente, y libre a lo largo del otro, cargadas con la fuerza existente en el patín de la viga, que permanece más o menos uniformemente repartida hasta que las placas alcanzan su resistencia última; cuando ésto sucede los bordes exteriores de los patines se curvan hacia fuera, causando una deformación excesiva en la parte central de la soldadura, en la parte central del patín de la columna adyacente a ella y en su unión con el alma, y la falla se presenta eventualmente por agrietamiento de alguna de esas regiones, generalmente la soldadura, cuando se agota su capacidad de fluir plásticamente y no puede seguir la deformación de los patines.

La resistencia total del patín de la columna es aproximadamente igual a la suma de las resistencias de las dos placas y la parte central, rígida, de anchura m (Fig. 4.22), adyacente al alma, que admite esfuerzos de intensidad σ_y ; teniendo ésto en cuenta y haciendo algunas hipótesis conservadoras, se obtiene una expresión con la que se calcula el grueso mínimo del patín de la columna para el que no se necesitan atiesadores:

$$t_c \geq 0.4 \sqrt{A_f} \quad (15)$$

El factor 0.4 se ha obtenido para secciones H laminadas, y puede requerir modificación cuando la ec. (15) se aplique a perfiles hechos con tres placas soldadas.

En resumen, no se necesitan atiesadores frente a los patines comprimidos de -

las vigas si se satisfacen simultáneamente las ecuaciones (13) y (14), ni frente a los que están en tensión si se cumple la condición (13) y el grueso del patín de la columna es igual o mayor que el dado por la ec. (15); en caso contrario deben colocarse atiesadores de las dimensiones necesarias para que su resistencia, sumada a la de la columna, iguale a la fuerza aplicada por la viga. (De acuerdo con las especificaciones AISC, frente a los patines en tensión basta con verificar la ec. 13).

Quando los momentos en las dos vigas de una conexión interior son de signos contrarios y de magnitudes considerablemente diferentes, o cuando son del mismo signo, como sucede en los niveles inferiores de edificios sometidos a efectos sísmicos, aparecen esfuerzos cortantes elevados en el tablero de alma de la columna comprendido entre los patines de las vigas, que pueden hacer que sea necesario reforzarlo.

En la Fig. 4.23 a se muestran los momentos y fuerzas cortantes y normales que actúan en una conexión interior típica, y en la Fig. 4.23 b se ha dibujado el diagrama de cuerpo libre del atiesador superior; las fuerzas horizontales que obran sobre él son la fuerza cortante en la columna superior, V_{col} , las que ejercen los patines de las vigas, T_b y T_c , que son aproximadamente iguales a los momentos respectivos divididos entre el peralte, y la fuerza cortante en el alma, $C_w d_c$, que debe resistir a las anteriores.

Por consiguiente,

$$C_w d_c = \frac{M_b}{d_b} + \frac{M_c}{d_b} - V_{col}$$

Haciendo $C = C_y = G_y / \sqrt{3}$ y despejando w se obtiene el grueso del alma necesario para resistir las fuerzas cortantes:

$$w = \frac{\sqrt{3}}{G_y d_c} \left(\frac{M_b + M_c}{d_b} - V_{col} \right) \quad (16)$$

Quando el grueso del alma de la columna es menor que el calculado con la ec. (16), debe reforzarse por medio de placas adosadas o paralelas a ella o con atiesadores en diagonal.

Si la columna es extrema, los momentos M_b y M_c se reducen a uno sólo.

En el Comentario de la ref. 4.15 se recomienda que el grueso mínimo del alma para el que todavía no se requiere refuerzo se calcule con la ecuación

$$w = \frac{\sqrt{3}}{G_y} \frac{\Delta M}{0.95 d_b \times 0.95 d_c} \quad (17)$$

Se obtienen espesores 20 a 30 por ciento mayores que con la ec. (16), debido a que en la ec. (17) se incluyen factores de 0.95 en los peraltes de viga y columna y no se tiene en cuenta el efecto benéfico de la fuerza cortante en la columna.

Estudios posteriores han confirmado que las reglas propuestas en las especificaciones AISC (ref. 4.15), que son las que se acaban de desarrollar (con excepción de la ec. 16, que proviene de la ref. 4.16), son adecuadas para diseñar conexiones completamente soldadas, o con soldadura en los patines y ménsulas o placas verticales soldadas a la columna y ligadas al alma de la viga con pernos de alta resistencia, cargadas estáticamente; en la ref. 4.39, por ejemplo, se comprueba que las conexiones diseñadas así pueden utilizarse en diseño plástico, pues permiten que se alcance la carga plástica límite de las vigas y tienen rigidez elástica adecuada y capacidad de rotación suficiente.

CONEXIONES VIGA-COLUMNA CARGADAS CICLICAMENTE. Para determinar el comportamiento bajo sollicitaciones sísmicas de los diversos medios de unión que se utilizan en conexiones viga-columna, se han efectuado experiencias de laboratorio con vigas en voladizo ligadas en un extremo a una columna y sometidas en el otro a cargas normales a su eje, de magnitud y sentido variables, aplicadas cíclicamente; las uniones se han hecho con soldadura, pernos de alta resistencia o una combinación de ambos, y en las columnas se han utilizado perfiles de resistencia suficiente para que no haya fallas en ellas; en la mayoría de los casos la viga se ha conectado a un patín de la columna, pero en algunos la conexión se ha hecho por el alma (refs. 4.3, 4.40, 4.41 y 4.42).

Se ha estudiado también el comportamiento del tablero de columna comprendido entre los patines de las vigas, en los subconjuntos sometidos a cargas cíclicas de las refs. 4.11, 4.12, 4.36 y 4.37.

En la ref. 4.9 se reportan los resultados obtenidos al ensayar 17 especímenes de los tipos mostrados en las Figs. 4.24 y 4.25 (~~Fig. 4.24 y 4.25~~) y 6 especímenes en los que la viga se conecta al alma de la columna.

Las conexiones en que los patines y el alma de la viga están soldados directamente a la columna, los primeros con soldaduras de penetración completa y la segunda con soldaduras de filete, fueron las más satisfactorias.

Se ensayaron además ocho especímenes adicionales, todos con los patines soldados directamente a la columna, dos de ellos con el alma también soldado, cinco con el alma unida por medio de pernos de alta resistencia y uno sin ninguna liga entre el alma de la viga y la columna (refs. 4.40, 4.41); los especímenes con pernos tuvieron por objeto determinar el comportamiento de este tipo de juntas, que se emplean con alguna frecuencia en estructuras reales, y el último, en el que no se conectó el alma de la viga, tuvo un carácter exploratorio.

Las conclusiones generales que se obtienen de las experiencias descritas son:

1. Todas las conexiones, incluyendo la que no se soldó en el alma*, desarrollaron resistencias superiores a las predichas por la teoría plástica simple, al mismo tiempo que transmitían fuerzas cortantes importantes; el endurecimiento por deformación contribuye significativamente a ese comportamiento muy satisfactorio.

2. Los diagramas histeréticos carga-deflexión producidos por cargas repetidas son muy estables en todas las juntas ensayadas, y se conservan sin cambio durante ciclos consecutivos de la misma intensidad, lo que indica que las conexiones son muy

* Esto difiere del comportamiento de una conexión semejante reportada en la ref. 4.19 en la que, bajo carga estática exclusivamente, resistió solamente el 51% de la carga máxima predicha por la teoría plástica simple; aunque un solo espécimen no es concluyente, este resultado parece señalar que las juntas cargadas cíclicamente tienen un comportamiento superior al de otras juntas con carga estática.

confiables y absorben una cantidad definida de energía en cada ciclo, para un desplazamiento prescrito (Figs 4.26 y 4.27).

3. Las curvas histeróticas de los especímenes conectados con pernos de alta resistencia en patines y alma tienen una forma característica (Fig. 4.28), ocasionada por el deslizamiento de las superficies de falla. También deslizaron los pernos colocados en el alma de juntas con patines soldados.

4. La capacidad de soportar cargas cíclicas severas parece asegurada en conexiones debidamente diseñadas y fabricadas; su capacidad intrínseca de absorción de energía es grande, y pueden resistir con seguridad adecuada un número de ciclos de carga aparentemente mayor que el que puede esperarse durante la vida útil de estructuras reales.

5. La calidad de la mano de obra y la inspección durante y después de la fabricación son de importancia fundamental para obtener buenos resultados; esto fue puesto en evidencia por la falla prematura de dos especímenes con soldaduras defectuosas.

COMPORTAMIENTO DE LA ZONA DE LA COLUMNA COMPRENDIDA ENTRE LAS VIGAS (" PANEL ZONE") (refs. 4.41, 4.42 y 4.42). La falla de una junta viga-columna puede deberse a — aplastamiento o pandeo del alma de la columna, a distorsión de sus patines ^o flujo o pandeo por cortante del tablero de alma. Ya se han dado recomendaciones para diseño que evitan las tres primeras formas de falla; aunque deducidas para carga estática, se ha comprobado experimentalmente que las conexiones diseñadas de acuerdo con ellas tienen un comportamiento satisfactorio bajo carga cíclica. En lo que sigue se estudia la última forma de falla, y se dan recomendaciones de diseño para lograr un comportamiento correcto, desde ese punto de vista, en estructuras cargadas cíclicamente.

La respuesta de una junta viga-columna de un marco rígido sometido a la acción combinada de fuerzas verticales y horizontales queda representada adecuadamente por

un diagrama $\Delta M - \gamma_p^{av.}$, donde $\gamma_p^{av.}$ es la distorsión angular media de la conexión y ΔM es la suma de los momentos que le transmiten las dos vigas, o el único que llega a la junta en columnas extremas.

La complejidad del problema hace que sea necesario recurrir a simplificaciones y para trazar la curva mencionada, conservando únicamente los parámetros más importantes: resistencia al cortante del tablero, incluyendo placas de refuerzo paralelas al alma de la columna cuando las haya, resistencia de los elementos que rodean al tablero (la resistencia a la flexión de los patines de la columna y la rigidez en el plano de las almas de las vigas juegan un papel muy importante en el comportamiento post-elástico de las juntas), efectos benéficos de las fuerzas cortantes en las columnas, que tienen sentido contrario a las producidas por los momentos de las vigas, y efecto de la carga axial en la columna.

No se ha estudiado la influencia de los elementos de unión en el comportamiento del tablero de alma, pues todos los especímenes ensayados se han fabricado con las vigas soldadas a las columnas, en alma y patines.

En las refs. 4.11 y 4.12, en las que se reportan los resultados obtenidos al ensayar ocho subconjuntos formados por una columna y dos vigas, sujetos a cargas cíclicas representativas de temblores severos, se estudia en detalle el comportamiento de los tableros de alma; en todas las conexiones se evitó el aplastamiento del alma de la columna y la distorsión de sus patines diseñándolos según las recomendaciones de las refs. 4.15 y 4.16, y colocando atiesadores horizontales cuando se necesitaron de acuerdo con ellas; el comportamiento de todas las juntas demostró, como se mencionó arriba, que las recomendaciones indicadas son válidas para estructuras cargadas cíclicamente, aunque se dedujeron originalmente para carga estática.

En dos especímenes de características representativas de los pisos superiores se revisó el tablero de alma utilizando el criterio basado en esfuerzos permisibles; de acuerdo con él no se necesitaron refuerzos en el alma, pero sí atiesadores entre los patines superiores e inferiores de las vigas. Debido a distorsiones importantes del alma de la columna por cortante inelástico no se pudieron formar las articulaciones

plásticas de las vigas, lo que hizo que la resistencia lateral de los especímenes fuese baja, pues la junta constituyó un eslabón débil. Otros dos especímenes semejantes, reforzados con placas adosadas al alma de la columna o paralelas a ella, tuvieron un comportamiento satisfactorio.

Los otros cuatro subconjuntos, característicos de niveles bajos, en los que la rigidez y resistencia de las columnas son grandes respecto a las de las vigas, no requirieron refuerzos de ningún tipo, y las vigas pudieron desarrollar su momento plástico completo.

Las deformaciones excesivas del tablero de alma de las dos primeras conexiones ocasionaron un cambio brusco en la curvatura de la columna al nivel de los atiesadores horizontales, que produjo a su vez dobleces locales en los patines acompañados por concentraciones de esfuerzos elevadas, que llevaron a una fractura del material (Fig. 4.29).

En la Fig. 4.30 se reproducen diagramas histéricos típicos de dos de las juntas; la A1 pertenece a un subconjunto representativo de un nivel superior, y la B1 a uno inferior; se ve en ellos que las conexiones son elementos muy dúctiles y con una gran reserva de resistencia por encima de la iniciación del flujo plástico, que la disminución de rigidez en el intervalo inelástico es pequeña y gradual, y que los ciclos histéricos son muy estables, aún para distorsiones grandes. Todo esto indica que las juntas detalladas cuidadosamente, en las que se evita el aplastamiento del alma y la distorsión de los patines de la columna por medio de atiesadores adecuados, y en las que todas las soldaduras se hacen correctamente, son elementos con gran capacidad de disipación de energía.

Los experimentos muestran claramente que para desarrollar la capacidad total de carga del subconjunto es indispensable que la resistencia de la junta sea igual o mayor que la requerida para desarrollar la capacidad total de las vigas; sin embargo, conviene hacer el diseño de manera que haya cierta deformación plástica en las juntas mientras los miembros que llegan a ellas alcanzan su capacidad última, ya que es preferible que se presenten deformaciones plásticas reducidas en varios elementos estruc

turales a que se concentren en uno sólo; si las conexiones se hacen demasiado rígidas se obliga a que toda la deformación plástica se presente en las vigas, y su capacidad de rotación puede agotarse antes de tiempo, a menos que las relaciones ancho/grueso de patines y alma sean muy reducidas y las secciones soportadas lateralmente estén muy cerca unas de otras.

En las refs. 4.11, 42 se propone la ec. 18 para determinar el esfuerzo cortante medio en el tablero de alma:

$$\tau_{av} = \frac{(\Delta M/d_b)(1-P)}{(d_c - t_f)w + 62.4 I_{cf}/d_b^2} \quad (18)$$

$P = V_{u1} d_b / \Delta M$ corresponde a la acción benéfica de la fuerza cortante en las columnas, arriba y abajo de la junta, y los dos términos del denominador representan las resistencias al cortante del tablero y a la flexión de los patines de la columna; el segundo término es generalmente pequeño comparado con el primero, pero tiene cierta importancia cuando los patines de la columna son gruesos. Se recomienda hacer ΔM igual a la suma de los momentos plásticos resistentes de las dos vigas, para garantizar que se alcanzará la resistencia máxima de los miembros individuales antes de que haya una falla de la junta.

El efecto de la fuerza axial se tiene en cuenta, con buena precisión, calculando un esfuerzo de fluencia por cortante reducido, dado por

$$\bar{\tau}_y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_y}\right)^2} \quad (19)$$

De acuerdo con los estudios efectuados hasta ahora, esta ecuación es aplicable para $P/P_y \leq 0.5$.

Si τ_{av} es menor o igual que $\bar{\tau}_y$ no hay flujo plástico general del tablero y no hace falta reforzarlo; en caso contrario, deben colocarse placas adosadas al alma o paralelas a ella, que resistan el exceso de fuerza cortante.

45 DISEÑO DE MARCOS RIGIDOS. No se puede determinar la cantidad de energía que deberá absorber y disipar una estructura durante el temblor más intenso a que quedará sometida durante su vida útil, ni se sabe el número de ciclos de carga y descarga que tendrá que resistir; tampoco puede conocerse ^{con exactitud} la capacidad de rotación requerida en sus articulaciones plásticas ni, en general, el factor de ductilidad que deberá desarrollar cada uno de sus miembros.

En esas condiciones, la información con que se cuenta sobre la ductilidad y capacidad de absorción de energía de elementos aislados, vigas, columnas y conexiones, o de subconjuntos o marcos completos, no puede utilizarse en forma directa en el diseño. Sin embargo, si se pueden diseñar las estructuras de manera que su respuesta ante sollicitaciones sísmicas intensas sea la más adecuada, a la que correspondan la resistencia y capacidad de absorción de energía máximas posibles.

Para ello, cualquiera que sea el método de análisis y diseño, elástico o plástico, los perfiles de vigas y columnas deben escogerse de manera que tengan capacidades de rotación elevadas, y las juntas diseñarse para que no constituyan eslabones débiles; además, se buscará en general que las articulaciones plásticas ligadas con el mecanismo de colapso se formen en las vigas (con excepción de las que aparecen en las bases de las columnas), aunque se tomarán las medidas necesarias para que los extremos de las columnas puedan admitir rotaciones plásticas importantes sin que disminuya su resistencia.

Así, en estructuras en zonas sísmicas no se utilizarán, por ejemplo, trabes armadas aperaltadas formadas por placas delgadas, aunque desde un punto de vista elástico sean muy eficientes.

En todos los casos deben calcularse los desplazamientos relativos de entrepiso producidos por las sollicitaciones de trabajo y la resistencia máxima de la estructura, para saber si los primeros no ocasionan daños excesivos en elementos no estructurales y conocer el coeficiente de seguridad respecto al colapso.

Una manera ~~de~~ conveniente de estudiar el comportamiento de una estructura bajo cargas de trabajo y cerca del colapso es utilizando un método elasto-plástico para determinar las curvas completas fuerza horizontal-desplazamiento correspondientes a los perfiles obtenidos en un diseño preliminar. Se cuenta con varios programas de computadora, algunos muy completos, para resolver el problema; sin embargo, hasta la fecha se han utilizado principalmente procedimientos simplificados, en los que la estructura se descompone en varios subconjuntos sencillos y relativamente fáciles de analizar, y se obtiene su respuesta como la suma de las de esos subconjuntos (refs. 4.43 a 4.45).

El método aproximado que más se ha utilizado, y que tiene probablemente más ventajas, es el de las refs. 4.44 y 4.45, con el que se determinan las curvas fuerza horizontal-desplazamiento lateral de entrepisos aislados de marcos rígidos; para ello se separa del resto de la estructura el entrepiso que se desea estudiar, sustituyendo las columnas superiores por sus acciones sobre los nudos, se descompone en una serie de subconjuntos, formados por una columna y la viga o vigas que llegan a ella, se obtiene la curva fuerza horizontal-desplazamiento de cada subconjunto y, finalmente, se superponen para determinar la del entrepiso completo.

En la forma en que se ^{suele} emplear, el método descrito subestima el efecto $P\Delta$, pues en el cálculo de los desplazamientos laterales no se tienen en cuenta las deformaciones de las juntas; no es difícil incluirlas, sin embargo, ya sea efectuando un estudio preciso (ref. 4.46) o incrementando los desplazamientos Δ calculados en forma usual en un cierto porcentaje, que depende de la rigidez al cortante de las juntas.

Si en el diseño de vigas, columnas y conexiones, se tienen en cuenta los aspectos discutidos en las secciones anteriores, en lo que se refieren a relaciones ancho/grueso, contraentorno lateral, refuerzo de las conexiones, etc, el comportamiento bajo sollicitaciones sísmicas de los marcos diseñados siguiendo este camino es satisfactorio, como lo demuestran los resultados experimentales reportados.

En las refs. 4.10 a 4.12, 4.16, 4.17, se comprueba que los subconjuntos y marcos completos diseñados de acuerdo con las normas AISC para diseño plástico, y hechos con juntas

viga-columna totalmente soldadas, son sumamente dúctiles y pueden admitir deformaciones inelásticas muy importantes cuando están sometidos a desplazamientos laterales repetidos y de sentido variable; además, su resistencia máxima bajo cargas verticales constantes y horizontales cíclicas excede considerablemente la que tienen cuando las fuerzas horizontales crecen monótonamente, lo que se debe principalmente al endurecimiento por deformación y al efecto $P\Delta$ (ref. 44). Por ejemplo, tres de los marcos de la ref. 40 experimentaron deformaciones inelásticas 14 veces mayores que las producidas por las cargas de trabajo, que corresponden a un índice nominal de desplazamiento ("nominal drift index") de 0.043. En la ref. 41 se recomienda que el diseño se haga de manera que aún bajo temblores extremos los índices de desplazamiento ("story drifts") permanezcan por debajo de 0.03, para evitar problemas de inestabilidad producidos por el efecto $P\Delta$; para ello se sugiere que tanto las vigas como las columnas que concurren en cada nudo sean capaces de resistir el momento total que hay en él aumentado en $0.03 Ph$, donde P es la fuerza de compresión en la columna y h su altura, y se recomienda que se eviten relaciones P/R_y demasiado altas.

Los ciclos histeréticos carga lateral-desplazamiento son sumamente reproducibles, aún para desplazamientos mucho mayores que los que corresponden a la carga máxima.

Es una práctica común limitar los desplazamientos de entrepiso, bajo condiciones de servicio, a valores comprendidos entre 0.0025 y $0.003h$, que se pueden incrementar en 30 por ciento, aproximadamente, cuando en los desplazamientos calculados se incluyen las deformaciones de las juntas; los desplazamientos reales suelen ser menores, pues en los cálculos no se incluye generalmente el efecto rigidizador de elementos no estructurales como cubos de escaleras, muros divisorios, etc, ni la influencia de las losas u otros sistemas de piso.

Cuando el piso es una losa de concreto u otro sistema rígido y resistente, conviene diseñarlo y construirlo para que trabaje en conjunto con las vigas; se logra así que aumente la rigidez del sistema y disminuyan los desplazamientos laterales, al mismo tiempo que crece la resistencia de las vigas, cuando menos en algu-

nas secciones.

Al reconocer el trabajo de conjunto de las trabas y el sistema de piso se obtienen estructuras más económicas y se llega a una descripción más realista de su comportamiento; por ejemplo, cambia la posición de algunas articulaciones plásticas, que pueden incluso formarse en las columnas en vez de en las vigas, como parecería si se tomase en cuenta únicamente la resistencia y rigidez de los elementos de acero (ref. 4.18).

4.6 CONTROL DE DESPLAZAMIENTOS. ("DRIFT CONTROL"). Cualquier control razonable de los desplazamientos de entrepiso evita la falla por inestabilidad de conjunto, aún en el intervalo inelástico, al limitar la intensidad de los momentos $P\Delta$; sin embargo, suele necesitarse un control más estricto para asegurar la integridad de las conexiones y minimizar los daños no estructurales. La conservación de los desplazamientos laterales máximos por debajo de ciertos límites es, pues, esencial para lograr un comportamiento adecuado de cualquier edificio, y al efectuar el diseño debe tenerse en cuenta que la manera en que se controlan los desplazamientos es fundamental para obtener soluciones económicas y eficientes estructuralmente.

Los desplazamientos laterales de entrepiso son producidos por ~~cuatro~~ ^{cinco} factores principales:

1. Deformación, por flexión y cortante, de las columnas (Fig. 4.31a).
2. Rotación de los nudos, producida por las deformaciones elásticas e inelásticas de las vigas y de los medios de unión entre ellas y las columnas (Fig. 4.31b).
3. Distorsiones del tablero de las juntas (Fig. 4.31c).
4. Flexión de conjunto de la estructura, como un resultado de los cambios de longitud de las columnas.
5. Rotación del edificio como un conjunto.

En el cálculo de los desplazamientos debe incluirse el efecto $P\Delta$, tanto bajo condiciones de trabajo como cerca del colapso.

En la Fig. 4.32, tomada de la ref. 4.34, se muestran los desplazamientos totales

de las columnas de dos subconjuntos, y se indican las contribuciones de los tres primeros factores al desplazamiento. (El cambio de longitud de la columna no influye en las deformaciones de los subconjuntos ensayados en la referencia mencionada). Las contribuciones Δ_c , producidas por la deformación de las columnas, son muy pequeñas porque los especímenes ensayados se diseñaron de manera que las columnas se conservasen en el intervalo elástico durante todo el proceso de carga; en A2, que corresponde a un nivel superior y cuya conexión se diseñó elásticamente, predominan los desplazamientos ocasionados por la deformación de la junta, mientras que en B2, tomado de un nivel inferior, en el que el grueso del alma de la columna es mucho mayor, los desplazamientos más importantes son los producidos por las deformaciones de las vigas.

En los especímenes ensayados en la ref. 4.12 se manifiesta la misma tendencia que en B2, lo que indica que la importancia de los desplazamientos ocasionados por las deformaciones de las juntas disminuye drásticamente cuando se diseñan de manera que se satisfagan las condiciones expresadas por las ecs. 18 y 19.

Si las juntas no están atizadas correctamente se producirán deformaciones del alma y los patines de las columnas, frente a los patines de las vigas, que sumadas a las deformaciones por cortante harán que aumenten todavía más los desplazamientos de los entrepisos.

Para controlar económicamente los desplazamientos laterales debe estudiarse cual de las componentes puede disminuirse más con la menor cantidad de material ^{y mano de obra} adicional. ~~Los desplazamientos laterales son generalmente casi proporcionales a los~~ ^{Los desplazamientos laterales son generalmente casi proporcionales a los} ~~coeficientes~~ ^{coeficientes} más eficiente reducir los desplazamientos debidos a las deformaciones de las vigas que los ocasionados por las columnas, pero al hacerlo debe tenerse en cuenta que el aumento de resistencia de las vigas puede ser causa de que cuando se exceda la resistencia elástica de la estructura las articulaciones plásticas se formen en las columnas, lo que no suele ser conveniente.

Si no necesita reforzar los tableros de alma de las juntas para reducir su deformación, puede ser ~~mas~~ económico utilizar columnas más pesadas, con alma más

de las vigas, suele ser

gruesas, ~~se~~ colocar placas de refuerzo.

Una de las variables más importantes en el control de los desplazamientos laterales es el número de columnas que resisten la fuerza cortante total en cada entresque; si se aumentan las columnas aumentan también las juntas, pero cada una de ellas requiere menos soldadura, pues los patines de las vigas resultan más delgadas; además, al aumentar la cantidad de columnas se reduce la longitud de las trabes y disminuye la componente del desplazamiento debida a sus deformaciones. Estas consideraciones llevan a las estructuras tubulares, con muchas columnas, muy juntas, en el perímetro, ligadas entre sí por vigas cortas y apertadas, como una solución adecuada para edificios altos en zonas sísmicas.

En edificios de altura intermedia puede lograrse un control adecuado de los desplazamientos utilizando marcos contraventados o muros de rigidez.

4.7 CONTRAVENTEO. Las estructuras construidas en zonas sísmicas tienen que satisfacer, entre otros, dos requisitos fundamentales: los desplazamientos relativos de entresque producidos por sismos de intensidad moderada no deben sobrepasar ciertos límites, y su resistencia máxima tiene que ser la necesaria para que soporten sismos de intensidad elevada sin fallar ni sufrir daños estructurales excesivos; para ello se requiere que se satisfagan dos condiciones, una de rigidez bajo cargas de trabajo y otra de resistencia y capacidad de absorción de energía.

En estructuras formadas por marcos rígidos ordinarios es difícil satisfacer los dos requisitos simultáneamente, pues si se refuerzan hasta que los desplazamientos de entresque bajo cargas de trabajo queden dentro de límites admisibles se obtienen resistencias mucho mayores que las necesarias.

La rigidez lateral aumenta de una manera económica, sobre todo en edificios de altura media, colocando contraventeos en un cierto número de marcos, compatibles con los requisitos arquitectónicos y funcionales (por ejemplo, en los marcos extremos en que haya muros y en el perímetro del área de elevadores, escaleras y baños); los marcos restantes se apoyan en los contraventeos a través de los diaframas horizontales

tales constituidos por los sistemas de piso. Conviene que los contraventeos se coloquen en toda la altura, ininterrumpidamente, y pueden estar formados por elementos en X, en K o con alguna otra configuración.

Para fines de diseño, los marcos contraventeados se suelen tratar como si estuviesen formados por dos sistemas separados: un marco rígido ordinario, que soporte las cargas permanentes, y un sistema vertical de contraventeo que trabaja como una armadura y resiste las cargas horizontales, al mismo tiempo que proporciona la rigidez necesaria para evitar la inestabilidad de conjunto; las vigas y columnas de las crujeas contraventeadas son comunes a los dos sistemas. El contraventeo ^{se} ~~se~~ diseña como una armadura vertical con articulaciones en los nudos, ~~(debe ser)~~ ~~que~~ que debe resistir las fuerzas horizontales más el efecto $P\Delta$, así como proporcionar rigidez adecuada bajo cargas de trabajo y evitar el pandeo de conjunto cuando actúan sobre la estructura las cargas verticales factorizadas.

En la ref. 4.16 se estudia el contraventeo en X y se proporcionan fórmulas para determinar el área de las diagonales, de manera que satisfagan las condiciones mencionadas, y en la ref. 4.17 se resuelve el mismo problema para contraventeo en K; en las dos referencias se utilizan fuerzas estáticas horizontales equivalentes a las solicitaciones producidas por viento o sismo, y en ninguna de ellas se estudian efectos dinámicos.

Para determinar la respuesta sísmica de un marco contraventado por superposición de la del marco propiamente dicho y la de los elementos de contraventeo se necesita conocer el comportamiento de éstos, por lo que se han realizado experiencias de laboratorio con barras rectas sometidas a tensiones y compresiones alternadas.

En la Fig. 4.33 se describe el comportamiento de una barra de esbeltez moderada, articulada en los dos extremos, con una fuerza axial que es inicialmente de tensión, cambia a compresión, y vuelve a ser finalmente de tensión; para trazar la curva se supone que la barra se pandea cuando la compresión alcanza el valor predicho por la teoría de Euler, P_{cr} , o el límite plástico, P_y .

Al aplicar una tensión creciente la barra se alarga elásticamente desde el origen hasta 1, y bajo carga P_2 constante hasta 2; después de este punto empieza a disminuir la tensión axial, que llega a cero y se convierte en compresión. El miembro se conserva recto hasta que se pandea elásticamente en 3, y se deforma lateralmente hasta que aparece una articulación plástica en el centro, producida por la acción combinada de la fuerza normal P y el momento $P\delta$. Los acortamientos posteriores ocasionan aumentos de los desplazamientos laterales y disminución de la fuerza axial necesaria para que la articulación siga girando, curva 4-5; en 5 cambia la dirección de la deformación axial, y el miembro actúa elásticamente hasta llegar a 6, donde la fuerza axial y el momento se anulan, pero subsiste una deformación axial residual debida a que el eje no recupera la forma recta inicial. Al volver a aplicar fuerzas de tensión aumentan los momentos en la barra hasta que se forma de nuevo la articulación plástica, punto 7, ahora en flexo-tensión, que gira mientras la pieza continúa enderezándose, y crece la tensión hasta regresar eventualmente al punto 2.

El comportamiento determinado experimentalmente concuerda bastante bien con el que se acaba de describir, como lo demuestran las curvas de la Fig. 4.34, que se han obtenido con una barra sometida a ciclos consecutivos de fuerzas alternadas de tensión y compresión, en los que se mantienen constantes las deformaciones. ^{4.51}

Las experiencias realizadas con miembros aislados indican que la fuerza de compresión máxima (carga de pandeo) disminuye al aumentar el número de ciclos, que los miembros cortos tienen mayor capacidad de absorción de energía que los largos y que la respuesta histerética es casi igual a la estática. ^{4.51 a 4.53}

En la ref. 4.54 se demuestra que los resultados predichos analíticamente y los obtenidos experimentalmente concuerdan bastante bien en los primeros ciclos de carga, excepto en las regiones en que las fuerzas de tensión y compresión son máximas; además, la precisión de los métodos analíticos disminuye en ciclos subsecuentes, a causa, aparentemente, de las dificultades para tomar en cuenta los cambios de longitud.

del espécimen; esto hace pensar que tal vez sea conveniente desarrollar relaciones fuerza-deformación empíricas.

En este campo se necesita considerable trabajo experimental y analítico adicional.

Se han efectuado también estudios sobre contraventeos compuestos por dos diagonales cruzadas ^{4.55} y sobre marcos de un piso y una cruzía provistos de contravientos de distintos tipos, con carga vertical constante y horizontal cíclica, para comparar su respuesta con la de marcos similares no contraventeados, y determinar las soluciones más eficientes; las relaciones carga-deformación propuestas para contraventeos sencillos pueden aplicarse a los dobles, o a marcos contraventeados, aplicando el método de superposición.

Finalmente, se cuenta con algunas investigaciones analíticas ^{4.56, 4.57} en las que se ha determinado la respuesta elasto-plástica de marcos contraventeados de varios pisos, sometidos a registros de temblores reales; se ha encontrado que, en general experimentan desplazamientos menores y menos actividad plástica en vigas y columnas que los no contraventeados, y que las diagonales diseñadas con los métodos recomendados en los códigos resultan demasiado esbeltas y fluyen antes que las vigas, de manera que los marcos contraventeados diseñados en forma usual son muy eficientes para resistir las fuerzas estáticas especificadas en los códigos, pero tienen una capacidad de absorción de energía reducida. Para contrarrestar parcialmente esas desventajas es frecuente que se especifique que las diagonales se diseñen con fuerzas mayores que las calculadas. ^{4.63}

Para que los marcos contraventeados tengan capacidad de absorción de energía adecuada debe hacerse un diseño balanceado, que produzca estructuras en las que contraventeos y vigas entren simultáneamente en el intervalo inelástico, con lo que se obtienen las ventajas del contraventeo, mayor rigidez y resistencia con costo reducido, mientras se conserva una capacidad de absorción de energía elevada. Al efectuar el diseño de esta manera los elementos de contraventeo resultan mucho más robustos que los que se obtienen al aplicar las reglas de las refs. 4.5, 4.16, 4.49.

Para incrementar la capacidad de absorción de energía del sistema de ha propuesto introducir excentricidades calculadas en las uniones de las diagonales, de manera que entre ellas y las columnas queden tramos de viga libres, sometidos predominantemente a flexión, en los que se forman articulaciones plásticas. Todavía no se ha utilizado este método en estructuras reales, ^{aparentemente,} pero se han efectuado estudios analíticos bastante completos y algunos experimentales, que indican que el concepto es prometedor. ^{44,167}

4.3 DIAPHRAGMAS. En algunos edificios construidos en los últimos tiempos en el Reino Unido y en los U.S.A. se ha utilizado la lámina de acero canalada en fachadas y muros divisorios interiores ~~(*sección en T*)~~ pues presenta ventajas estéticas, de ligereza, economía y facilidad de construcción.

^{JK} Apenas que se tomen precauciones especiales para deslizarlos, la deformación de los canales de lámina durante un temblor debe ser compatible con la de la estructura, de manera que reciben una parte de las solicitaciones sísmicas proporcional a su rigidez.

Como la distancia entre columnas suele ser mayor que la altura de entrepiso, las láminas se colocan con las canales en posición vertical, para que resistan las fuerzas normales a su superficie, producidas por el viento, por ejemplo, trabajando en el sentido corto. La conexión con las vigas y columnas de la estructura se hace por medio de elementos perimetrales diseñados para transmitir fuerzas cortantes en el plano del tablero, mientras se reduce a un mínimo la transmisión de fuerzas verticales, para evitar el pandeo por compresión de la lámina de acero. En la Fig. 435 se muestra un canal de lámina, en elevación, y un posible detalle de liga con la viga superior, que trabaja de la manera desanda.

El tablero de lámina se liga a los miembros perimetrales por medio de soldaduras de filete colocadas entre la canal y los elementos planos de la lámina, a uno y otro lado de ésta (o de un solo lado si se emplean ángulos como elementos perimetrales), y las láminas se unen entre sí con soldaduras verticales. ~~(*sección en T*)~~

Para valuar la contribución de los cancelos de lámina a la respuesta sísmica del edificio se necesita contar con métodos para obtener su rigidez y resistencia, de manera que se puedan calcular las fuerzas sísmicas que actuarán en ellos y determinar si pueden soportarlas con un coeficiente de seguridad adecuado contra la falla; como sucede siempre en diseño sísmico, las dos propiedades deben estar adecuadamente balanceadas, para obtener los beneficios máximos sin poner en peligro la estabilidad del elemento.

Se han efectuado estudios teóricos y experimentales para determinar la rigidez y resistencia de los tableros de lámina acanalada. ^{4.64 a 4.67}

La flexibilidad de un diafragma completo es la suma de las flexibilidades debidas a la distorsión de las canales de la lámina, a la deformación por cortante del diafragma y a los movimientos y deformaciones de los elementos de liga con las vigas y columnas del marco, y de las soldaduras que ligan las diferentes láminas entre sí; ~~(distorsión de las canales)~~ la falla puede presentarse por desgarramiento de la lámina en las uniones de los bordes, ruptura de las soldaduras en las juntas verticales, flujo plástico, inestabilidad de los elementos perimetrales o falla del tablero por pandeo producido por cortante.

En las refs. 4.64, 4.66 y 4.67 se estudian los distintos factores que intervienen en la flexibilidad y resistencia del conjunto y se dan fórmulas para evaluarlos, y en la ref. 4.65 se investiga el pandeo elástico por cortante y se proporcionan expresiones simplificadas para determinar la resistencia correspondiente. Este tipo de falla es importante porque representa la resistencia máxima que puede proporcionar un diafragma dado, por lo que en muchos casos puede ser conveniente diseñar los elementos de unión de las láminas entre sí y del conjunto con la estructura de manera que no fallen prematuramente, para que la resistencia del diafragma sea la correspondiente al pandeo por cortante.

En la referencia 4.68 se propone que las fuerzas sísmicas sean resistidas por los marcos, haciendo su análisis y diseño en forma ordinaria, y los cancelos divisorios se empleen únicamente para reducir los desplazamientos laterales a valores

aceptables; así, la seguridad de la estructura no depende de los cancelos, pero éstos son fundamentales para que su comportamiento en condiciones de servicio sea adecuado; más adelante, cuando el conjunto diafragma-marco se haya estudiado más a fondo, convendrá seguramente utilizar también la resistencia de los cancelos, para obtener diseños más económicos.

Calculada la rigidez de los cancelos con el método del elemento finito, en la ref. 4.68 se determinan los desplazamientos producidos por un sistema de fuerzas horizontales en un marco de tres crujeas y veintiseis niveles, suponiendo primero que el marco las resiste en su totalidad y colocando después diafragmas hechos con lámina de tres calibres diferentes, 12, 16 y 20, en el entreaje central, en toda la altura. Los diafragmas reducen los desplazamientos laterales a una fracción comprendida entre el 45 y el 65%, aproximadamente, ^{de} los del marco no rigidizado, que se mantiene prácticamente constante en toda la altura. (Los desplazamientos horizontales totales del nivel superior son de 10.09" en el marco, 5.89" (56%) cuando se emplea lámina del nº 20, y 5.28" (52%) y 4.74" (47%) cuando las láminas son del calibre 16 y 12, respectivamente).

4.9 OTRAS ESTRUCTURAS. El estudio de su comportamiento bajo temblores reales y las investigaciones teóricas y experimentales realizadas hasta la fecha, indican que los marcos rígidos de acero, contraventados o no, constituyen sistemas estructurales capaces de resistir las sollicitaciones producidas por sismos intensos y de ~~disipar~~ disipar grandes cantidades de energía, gracias principalmente a que pueden admitir deformaciones inelásticas muy importantes sin pérdida de resistencia. Aunque algunos puntos requieren más estudios, todo parece indicar que se obtienen resistencia y ductilidad suficientes analizando los marcos con métodos elásticos o plásticos, diseñándolos de manera que la mayoría de las articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo eventual de colapso se formen en las vigas, y cumpliendo los requisitos sobre relaciones ancho/grueso y contraventeo lateral que se especifican para diseño plástico de estructuras cargadas estáticamente.

Las condiciones mencionadas se pueden satisfacer sin dificultades especiales en edificios urbanos para oficinas o departamentos, pero no en otros tipos de estructuras de acero, tales como tanques elevados o chimeneas.

Los tanques elevados soportados por una estructura tridimensional formada por cuatro o más columnas ligadas entre sí con puntales horizontales y diagonales cruzadas esbeltas, que trabajan únicamente en tensión, constituyen un sistema estructural cuyo comportamiento en temblores pasados ha sido con frecuencia poco satisfactorio; la falla de una de las diagonales o de alguna de sus conexiones, generalmente en la parte superior de la torre, ocasiona una pérdida de simetría en la estructura resistente que origina momentos de torsión importantes y el colapso por flexión de las columnas que limitan el tablero; puesto que en estas estructuras es difícil obtener niveles apreciables de ductilidad, deben diseñarse para que resistan fuerzas sísmicas altas conservándose en el intervalo elástico, y las diagonales y sus uniones deben dimensionarse con coeficientes de seguridad elevados.

En chimeneas y otras torres altas autosoportadas de acero es importante evitar el pandeo de las paredes, que son generalmente de espesor relativamente pequeño. — Además, como es probable que las sollicitaciones producidas por temblores intensos excedan las utilizadas en el diseño, debe esperarse que partes de la estructura fluyan plásticamente, y conviene concentrar las deformaciones plásticas en elementos que no ocasionen la falla de la estructura y que, en caso necesario, sean fácilmente reemplazables. Los más convenientes son los pernos de anclaje, que deben hacerse de longitud suficiente para permitir deformaciones plásticas bajo las tensiones máximas producidas por el momento de volteo, y que se construyen de manera que puedan ser sustituidos en caso necesario, lo que se logra anclándolos en elementos especiales ahogados en el cimiento de concreto, de los que se desprenden haciéndolos girar.

~~El momento de volteo debe ser suficiente para producir las deformaciones plásticas en los pernos de anclaje.~~

~~El momento de volteo debe ser suficiente para producir las deformaciones plásticas en los pernos de anclaje.~~

4.9 FALLA FRÁGIL Y DESGARRAMIENTO LAMINAR ("LAMELLAR TEARING"). La fractura frágil es más frecuente en las estructuras soldadas que en las que se fabrican con conectores mecánicos, debido a una combinación de posibles defectos en las soldaduras, esfuerzos residuales elevados, y discontinuidad, que reduce la posibilidad de que se detenga la propagación de las grietas. Durante la fabricación y el montaje deben tomarse las medidas necesarias para reducir a un mínimo los fenómenos que pueden ocasionar comportamiento frágil, y si las condiciones son especialmente severas deben utilizarse aceros con propiedades adecuadas a bajas temperaturas.

La soldadura de perfiles laminados o de placas para transmitir fuerzas en la dirección perpendicular a su grueso (Fig. 4.36) debe hacerse con especial cuidado, ya que puede producir desgarramiento laminar del material. La resistencia del acero determinada normalmente al grueso es similar a la longitudinal o transversal, pero su capacidad de deformación en esa dirección es frecuentemente tan solo ligeramente superior a la correspondiente al límite de elasticidad.

El desgarramiento laminar se presenta en placas muy restringidas, en la superficie de contacto ^{entre} las inclusiones no metálicas microscópicas y el acero que las rodea, debido a la incapacidad de éste para admitir las deformaciones en la dirección normal al grueso impuestas por la contracción de soldaduras. Puede presentarse en placas de cualquier espesor, pero es mucho más frecuente en las gruesas, porque en ellas se depositan soldaduras más grandes, que se contraen más al enfriarse.

La experiencia enseña que el desgarramiento laminar no aparece casi nunca en placas de gruesos menores de 20 o 25mm, aunque ha habido algunas excepciones (ref. 4.69). La consideración de diseño más importante consiste en reducir a un mínimo las deformaciones normales al grueso de las placas que se presentan en áreas localizadas.

En la Fig. 4.37 se muestran detalles que pueden ocasionar el fenómeno en estudio, y se dan algunas ideas referentes a cómo mejorarlos.

REFERENCIAS

60

- 4.1 Degenkolb, H.J., "Design of Earthquake-Resistant Structures - Steel Frame Structures", in Earthquake Engineering, R.L. Wiegel, editor, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1970)
- 4.2 Galambos, T.V., "Structural Members and Frames", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1968)
- 4.3 Lee, G.C., and Galambos, T.V., "Post-Buckling Strength of Wide-Flange Beams", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings, American Society of Civil Engineers, Vol. 88, N° EM3 (1962)
- 4.4 Lee, G.C., Ferrara, A.T., and Galambos, T.V., "Experiments on Braced Wide-Flange Beams", Bulletin n° 59, Welding Research Council, New York (1964)
- 4.5 Lukky, A.F., Smith, R.J., Hosain, M.U., and Adams, P.F., "Experiments on Wide-Flange Beams under Moment Gradient", Bulletin N° 142, Welding Research Council, New York (1969)
- 4.6 Lay, H.G., "Flange Local Buckling in Wide-Flange Shapes", Journal of the Structural Division, Proceedings, American Society of Civil Engineers, Vol. 91, N° ST6 (1965).
- 4.7 Lay, H.G., and Galambos, T.V., "Inelastic Beams under Moment Gradient", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 93, N° ST1 (1967).
- 4.8 Bertero, V.V., and Popov, E.P., "Effect of Large Alternating Strains of Steel Beams", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, N° ST1 (1965).
- 4.9 Popov, E.P., and Parkney, U.B., "Cyclic Yield Reversal in Steel Building Connections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 95, N° ST3 (1969).
- 4.10 Carpenter, L.D., and Lu, L.W., "Reversed and Repeated Load Tests of Full-Scale Steel Frames", Bulletin N° 24, American Iron and Steel Institute, New York (1973).
- 4.11 Krawinkler, H., Bertero, V.V., and Popov, E.P., "Inelastic Behavior of Steel Beam-to-Column Subassemblies", Report N° EERC 71-7, Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, Cal. (1971).
- 4.12 Bertero, V.V., Krawinkler, H., and Popov, E.P., "Further Studies on Seismic Behavior of Steel Beam-Column Subassemblies", Report N° EERC-73-77, Earth. Eng. Res. Center, College of Eng., Univ. of California, Berkeley, Cal. (1973).
- 4.13 Galambos, T.V., and Lay, H.G., "Studies on the Ductility of Steel Structures", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, N° ST4 (1965)
- 4.14 Lay, H.G., and Galambos, T.V., "Inelastic Steel Beams under Uniform Moment", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, N° ST6 (1965).
- 4.14 Newmark, N.H., and Rosenbluth, E., "Fundamentals of Earthquake Engineering", Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1971).
- 4.15 "Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings" and Commentary to the Specification, American Institute of Steel Construction (1969), with Supplements N° 1, 2 and 3.

- 4.16 "Plastic Design in Steel - A Guide and Commentary", American Society of Civil Engineers, Manual of Engineering Practice No 41, 2nd Edition (1971)
- 4.17 Ketter, D.L., "Stability of Beam-Columns above the Elastic Limit", Proceedings, ASCE, Vol. 81, Separate No 692 (1953). 61
- 4.18 Galambos, T.V., and Ketter, D.L., "Columns under Combined Bending and Thrust", Transactions, American Society of Civil Engineers, Vol. 126, Part 3 (1961).
- 4.19 Galambos, T.V., Lecture 10, "Plastic Design of Multi-Story Frames - Lecture Notes", Firth Engineering Laboratory Report No 273.20, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1965).
- 4.20 Ojima, M., and Fukumoto, Y., "Monographs for the Solution of Beam-Columns Problems", Bulletin No 78, Welding Research Council, New York (1962).
- 4.21 Galambos, T.V., and Lang, H.G., "Studies on the Buckling of Steel Structures", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, No 579 (1965)
- 4.22 Galambos, T.V., Adams, P.F., and Fukumoto, Y., "Further Studies on the Lateral-Torsional Buckling of Steel Beam-Columns", Bulletin No 115, Welding Research Council, New York (1966).
- 4.23 Balou, J.F., Howe, H.P., and Heyman, J., "The Steel Skeleton", Vol. 2, Cambridge University Press, Cambridge, England (1956)
- 4.24 "Joint Committee Report on Fully Rigid Multi-Storey Welded Steel Frames", The Institution of Structural Engineers, London, England (1964)
- 4.25 "Joint Committee's Second Report on Fully Rigid Multi-Storey Welded Steel Frames", The Institution of Structural Engineers, London, England (1971).
- 4.26 Souttheadaporn, S., and Chen, W.F., "Interaction Curves for Sections under Combined Biaxial Bending and Axial Forces", Bulletin No 198, Welding Research Council, New York (1970).
- 4.27 Chen, W.F., and Atsuta, T., "Interaction Equations for Biaxially Loaded Sections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 98, No 575 (1972)
- 4.28 Souttheadaporn, S., and Chen, W.F., "Analysis of Biaxially Loaded Steel H-Columns", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 99, No 573 (1973)
- 4.29 Tebodge, N., and Chen, W.F., "Design Criteria for H-Columns under Biaxial Loading", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 100, No 573 (1974)
- 4.30 Springfield, J., "Design of Columns Subject to Biaxial Bending", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 12, No 3 (1975)
- 4.31 Yamada, M., "Low Cycle Fatigue Fracture Limits of Various Kinds of Structural Members Subjected to Alternately Repeated Plastic Bending under Axial Compression as an Evaluation Basis of Design Criteria for Axial Capacity", Proceedings, Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile (1969).
- 4.32 Yamada, M., "Effect of Cyclic Loading on Buildings", State of Art Report No 3, Technical Committee 18, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1977).

- 4.33 Suzuki, T., and Ono, T., "An Experimental Study of Inelastic Behavior of Steel Members, Subjected to Repeated Loading", Reprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977). 6.2.
- 4.34 Mitani, I., Makino, M., and Matsui, C., "Influence of Local Buckling on Cyclic Behavior of Steel Beam-Columns", Reprints, Sixth World Conf. on Earthquake Eng., New Delhi, India (1977).
- 4.35 Kato, B., and Akiyama, H., "Inelastic Bar Subjected to Thrust and Cyclic Bending", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST3 (1969).
- 4.36 Popov, E.P., Bertero, V.V., and Chandramouli, S., "Hysteretic Behavior of Steel Columns", Report No. EERC 75-11, Earth. Eng. Res. Center, College of Eng., Univ. of California, Berkeley, Cal. (1975).
- 4.37 Bertero, V.V., Popov, E.P., and Krawinkler, H., "Beam-Column Subassemblage: under Repeated Loading", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 98, No. ST5 (1972).
- 4.38 Graham, J.D., Sherbourne, A.N., Khabbaz, Z.N., and Jensen, C.D., "Welded Interior Beam-to-Column Connections", American Institute of Steel Construction (1959).
- 4.39 Perfit, J., Jr., and Chen, W.F., "Tests of Welded Steel Beam-to-Column Moment Connections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, No. ST1 (1976).
- 4.40 Popov, E.P., and Stephen, R.H., "Cyclic Loading on Full-Size Steel Connections", Report No. EERC 70-3, Earth. Eng. Res. Center, College of Eng., Univ. of California, Berkeley, Cal. (1970).
- 4.41 Popov, E.P., and Bertero, V.V., "Cyclic Loading of Steel Beams and Connections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 99, No. ST6 (1973).
- 4.42 Krawinkler, H., Bertero, V.V., and Popov, E.P., "Shear Behavior of Steel Frame Joints", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 101, No. ST13 (1975).
- 4.43 Popov, E.P., "Low-Cycle Fatigue of Steel Beam-to-Column Connections", IILEM - Instituto de Ingenieria, Mexico City (1966).
- 4.43 Daniels, J.H., and Lu, L.W., "The Subassemblage Method of Designing Unbraced Multi-Storey Frames", Fritz Eng. Lab. Report 273.37, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1966).
- 4.44 de Bree, O., "A-Modification to the Subassemblage Method of Designing Unbraced Multi-Storey Frames", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 6, No. 4 (1969).
- 4.45 Powell, G.H., and M. B. El-Hafez, "Subassemblage Concept for Tall Frame Analysis", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 100, No. STB (1974).
- 4.46 Becker, R., "Panel Zone Effect on the Strength and Stiffness of Steel Rigid Frames", Eng. J., AISC, Vol. 12, No. 1 (1975).
- 4.47 Kato, B., and Lu, L.W., "Instability Effects under Dynamic and Repeated Load", State of Art Report No. 3, Technical Committee 16, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1972).

- 4.48 de Buen, O., "Anti-seismic Design of Multi-story Steel Frames by Plastic Methods," Proceedings, Fourth World Conf. on Earth. Eng., Santiago, Chile (1969) 63
- 4.49 "Plastic Design of Braced Multi-story Steel Frames," American Iron and Steel Institute, New York (1968)
- 4.50 Wakabayashi, M., "Frames under Strong Impulsive, Wind or Seismic Loading," State of Art Report N° 6, Technical Committee N° 15, International Conference on "Planning and Design of Tall Buildings," Lehigh University, Bethlehem, Pa (1972)
- 4.51 Shihata, M., Nozamura, T., Yoshida, N., Morino, S., Nonaka, T., and Wakabayashi, M., "Elasto-Plastic Behavior of Steel Braces under Repeated Axial Loading," Proceedings, Fifth World Conf. on Earth. Eng., Rome, Italy (1974)
- 4.52 Kohn, L.F., and Hanson, B.D., "Inelastic Cycles of Axially Loaded Steel Members," J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, N° ST3 (1976)
- 4.53 Wakabayashi, M., Matsui, C., and Mitani, I., "Cyclic Behavior of a Restrained Steel Brace under Axial Loading," Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)
- 4.54 Higginbotham, A.S., and Hanson, B.D., "Axial Hysteretic Behavior of Steel Members," J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, N° ST7 (1976)
- 4.55 Wakabayashi, M., Nozamura, T., Shihata, M., Yoshida, N., and Masuda, H., "Hysteretic Behavior of Steel Braces Subjected to Horizontal Load due to Earthquake," Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)
- 4.56 Wakabayashi, M., Matsui, C., Kinami, K., and Mitani, I., "Inelastic Behavior of Steel Frames Subjected to Constant Vertical and Alternating Horizontal Loads," Proceedings, Fifth World Conf. on Earth. Eng., Rome, Italy (1974)
- 4.57 Tanabashi, B., Kaneta, K., and Ishida, T., "On the Rigidity and Ductility of Steel Bracing Assemblies," Proceedings, Fifth World Conf. on Earth. Eng., Rome, Italy (1974)
- 4.58 Goel, S.C., and Hanson, B.D., "Seismic Behavior of Multistory Braced Steel Frames," J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 100, N° ST1 (1974)
- 4.59 Anderson, J.C., "Seismic Behavior of K-Braced Framing Systems," J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 101, N° ST10 (1975)
- 4.60 Yamada, M., Tsuji, B., and Nakamishi, S., "Elasto-Plastic Behavior of Braced Frames under Cyclic Horizontal Loading," Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)
- 4.61 Wyllie, L.D., Jr., and Deegenkolb, H.J., "Improving the Seismic Response of Braced Frames," Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)

- 4.62 Koldjian, M.J., "Inelastic Cyclic Response of Split K-Braced Frames", Proceedings, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977). 6.4
- 4.63 "Uniform Building Code", 1976 Edition, International Conference of Building Officials, Whittier, Cal. (1976)
- 4.64 Ryan, E.D., "The Stressed Skin Design of Steel Buildings", Constrada Monographs, Crosby Lockwood Staples, London, England (1972)
- 4.65. Easley, J.T., "Buckling Formulas for Corrugated Metal Shear Diaphragms", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 101, No. ST7 (1975)
- 4.66 Davies, J.M., "Calculation of Steel Diaphragm Behavior", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, No. ST7 (1976)
- 4.67 El-Da Zhaqani, "Shear of Light-Gauge Partitions in Tall Buildings", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, No. ST7 (1976)
- 4.68 Milla, C.J., "Light Gauge Steel Infill Panels in Multistory Steel Frames", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 11, No. 2 (1974)
- 4.69 American Institute of Steel Construction, "Commentary on Slightly Restrained Welded Connections", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 10, No. 3 (1973) (See also discussion by U.B. Jones and W.L. Hinkle, Eng. J., Vol. 12, No. 1 (1975)).

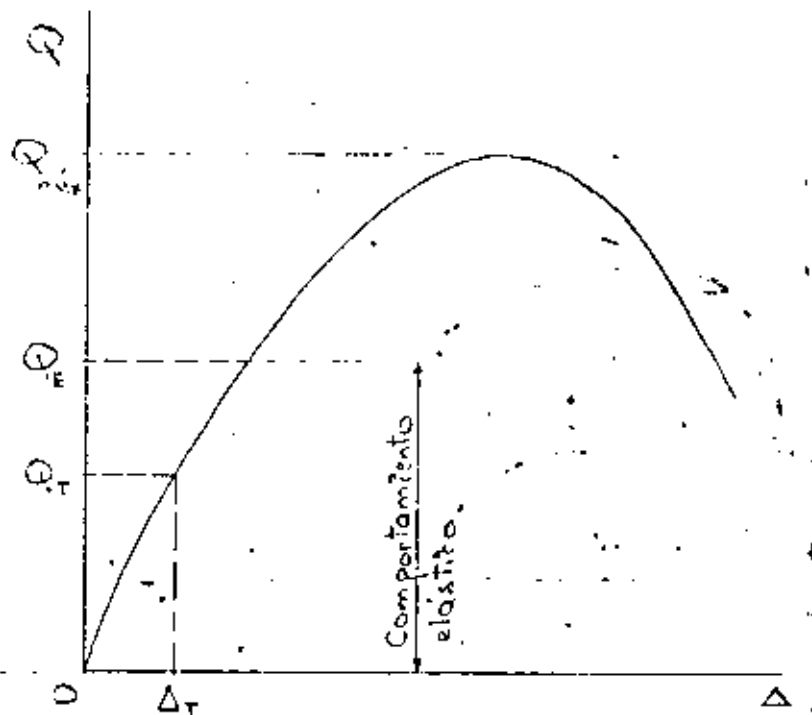


FIG. 4.1 GRÁFICA FUERZA HORIZONTAL-DESPAZAMIENTO LATERAL ($Q-\Delta$) DE UN ENTREPISO

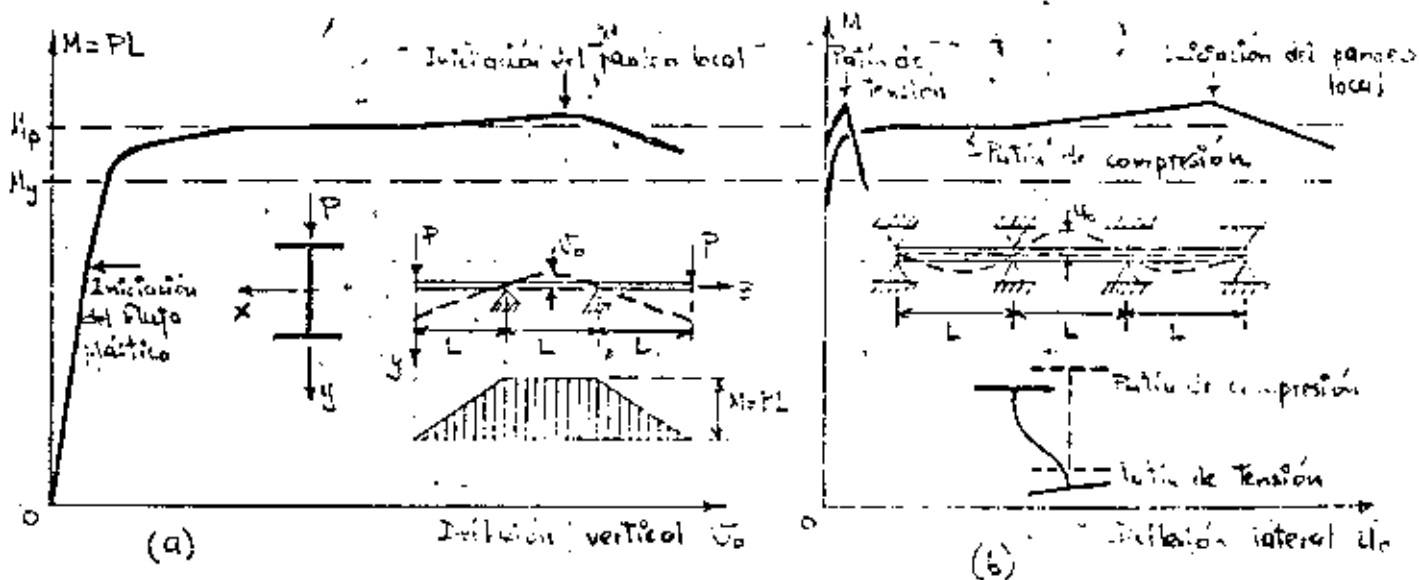


FIG. 4.2 Curvas momento-deflexión de una viga en flexión pura

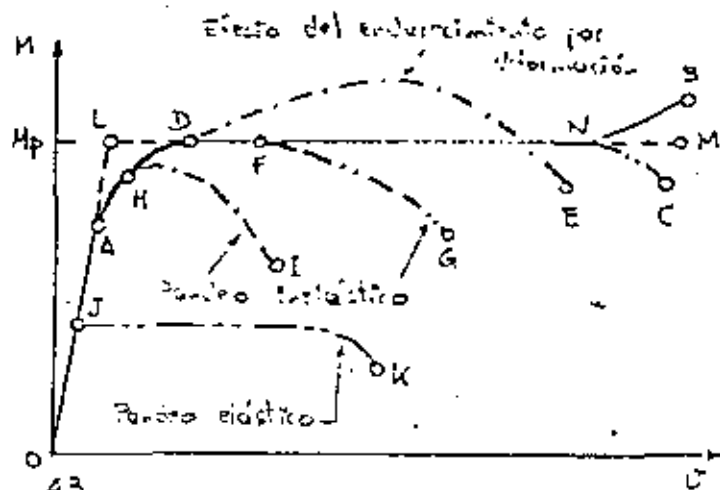


FIG. 23. Curvas momento-rotación de vigas

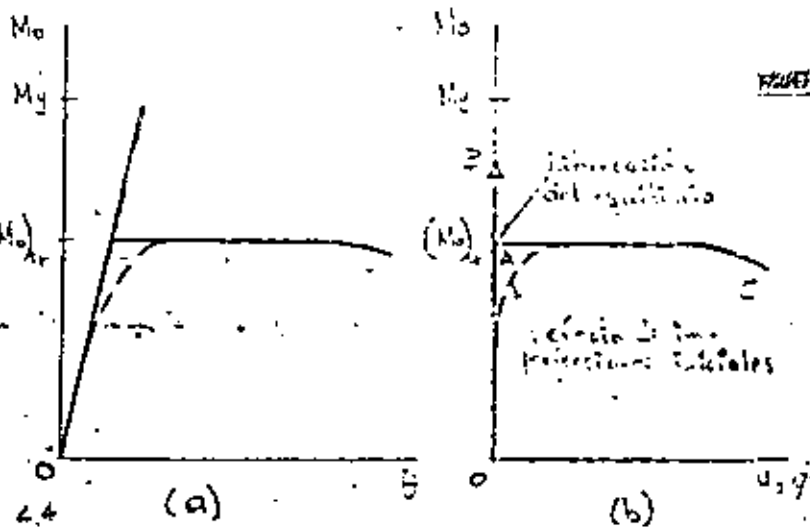


FIG. 24. Comportamiento de una viga en flexión pura

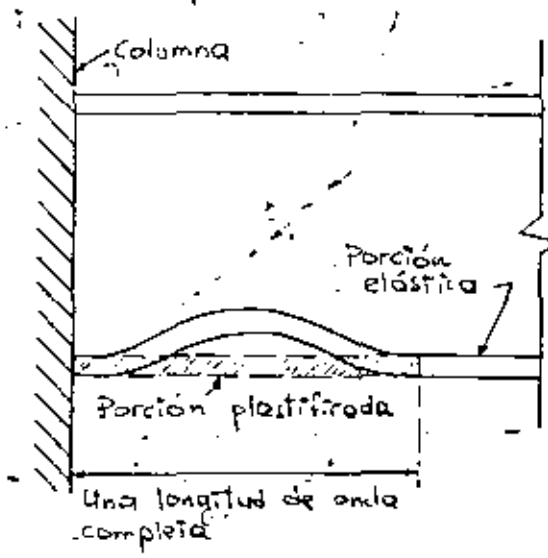
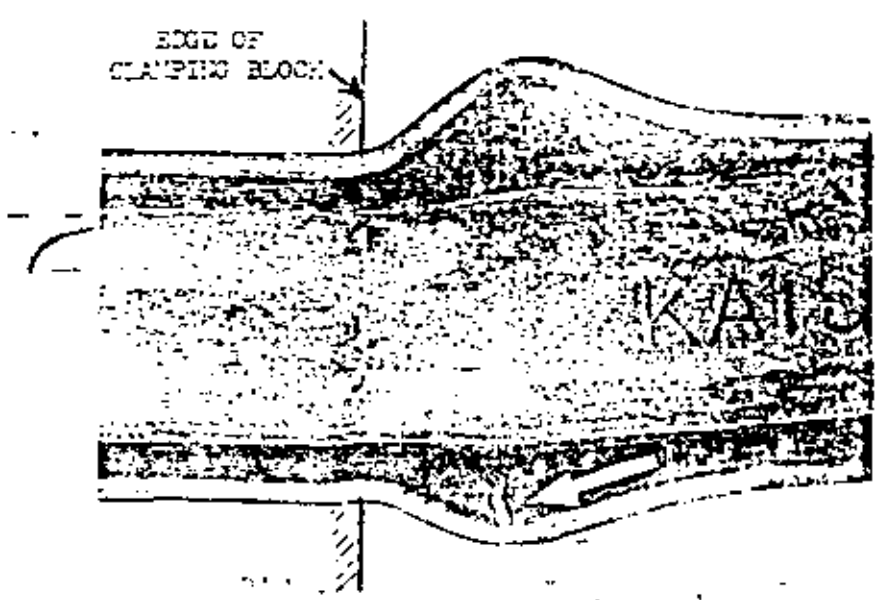


FIG. 47 PANDEO LOCAL DEL PATÍN COMPRESIONADO EN EL EXTREMO DE UNA VIGA



4B
FIG. 48 - TYPICAL INITIATION OF FRACTURE



FIG. 4.9 FLANGE BUCKLING IN BEAM^{4.10}

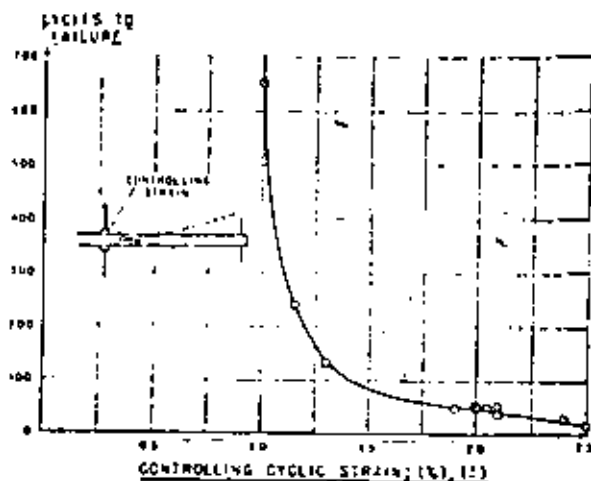


FIG. 7. - NUMBER OF CYCLES REQUIRED TO ATTAIN FAILURE AS A FUNCTION OF THE CONTROLLING CYCLIC STRAIN

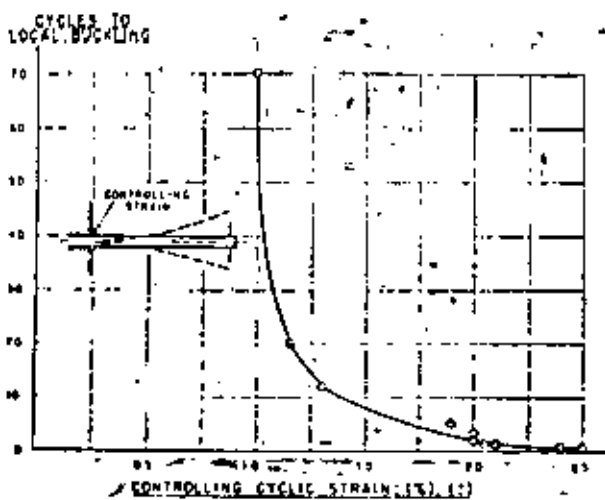


FIG. 9. - NUMBER OF CYCLES AFTER WHICH LOCAL BUCKLING OF PLANGES WAS DETECTED AS A FUNCTION OF THE CONTROLLING CYCLIC STRAIN

FIG. 4.10. NUMBER OF CYCLES REQUIRED TO ATTAIN FAILURE OR LOCAL BUCKLING AS A FUNCTION OF THE CONTROLLING CYCLIC STRAIN. 43

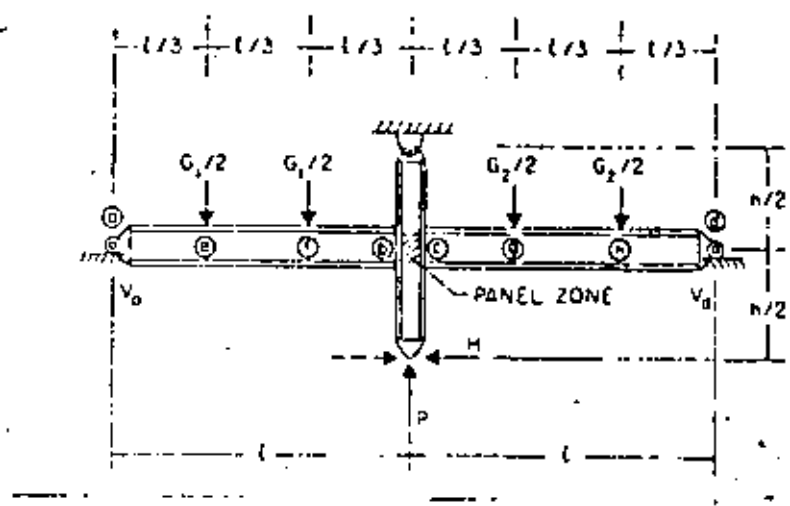


FIG. 4.11

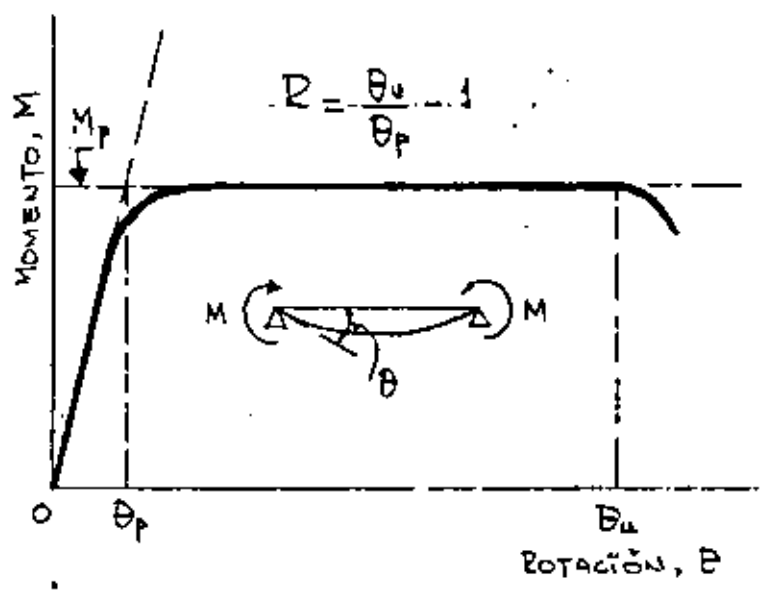
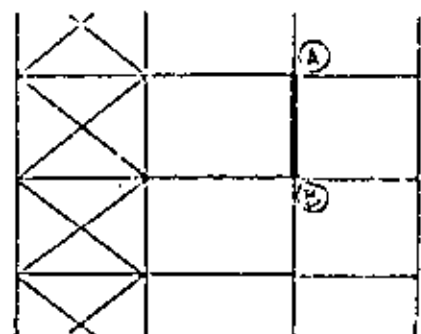


FIG. 4.12 CURVA MOMENTO-ROTACIÓN DE UNA VIGA Y CAPACIDAD DE ROTACIÓN

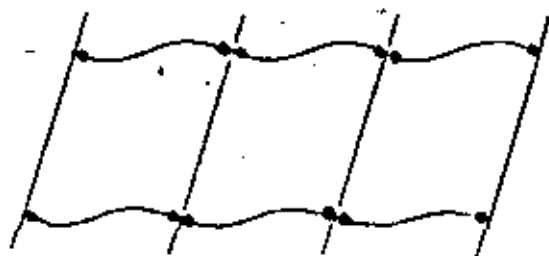


a)

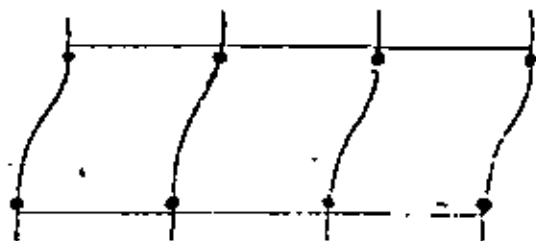


b)

4.13
FIG. 4.13. COLUMNA
DE UN MARCO CON-
TRAVENTADO



(a)



(b)

4.14
FIG. 4.14. COLUMNAS DE LARCOS NO CONTRAVENTADOS

de: $\sigma = \frac{M}{I} y$

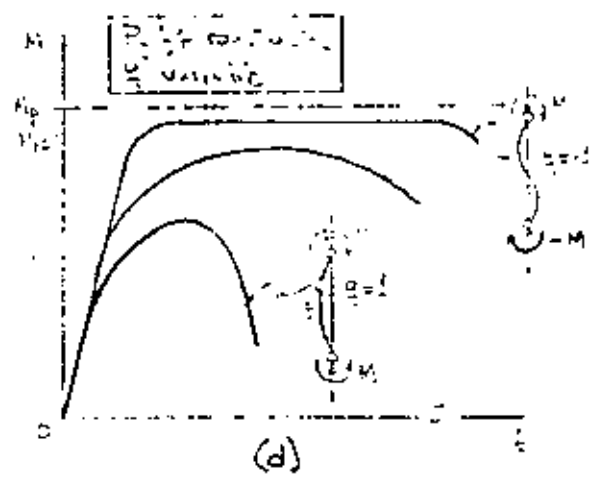
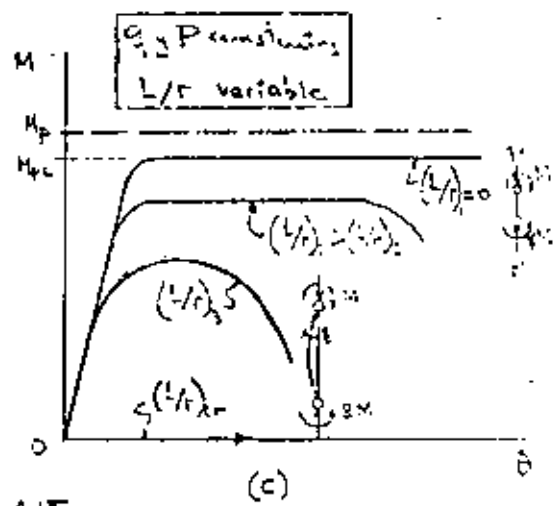
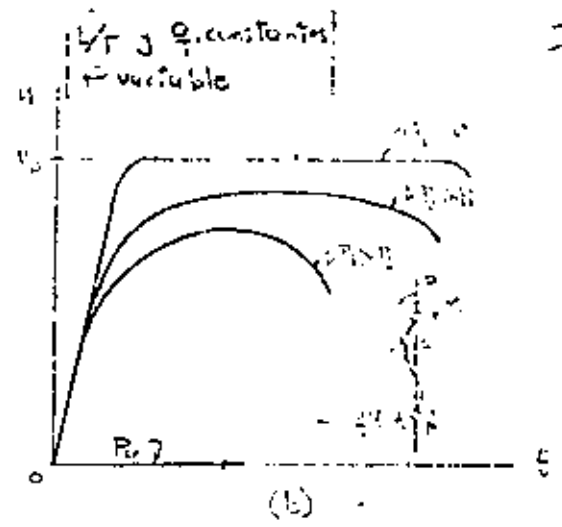
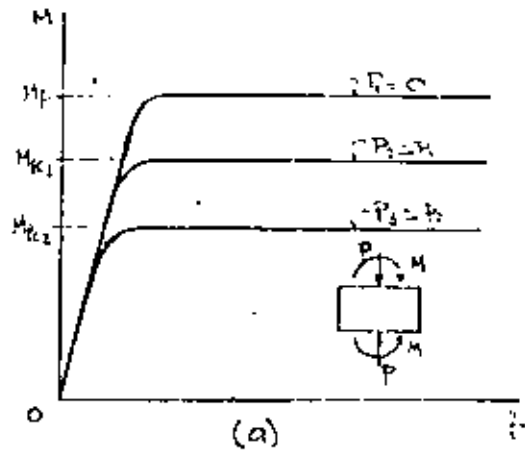


FIG. 4.15. CURVAS MOMENTO-ROTACION DE COLUMNAS QUE FALLAN POR EXCESO DE FLEXION EN EL PLANO DE LOS MOMENTOS.

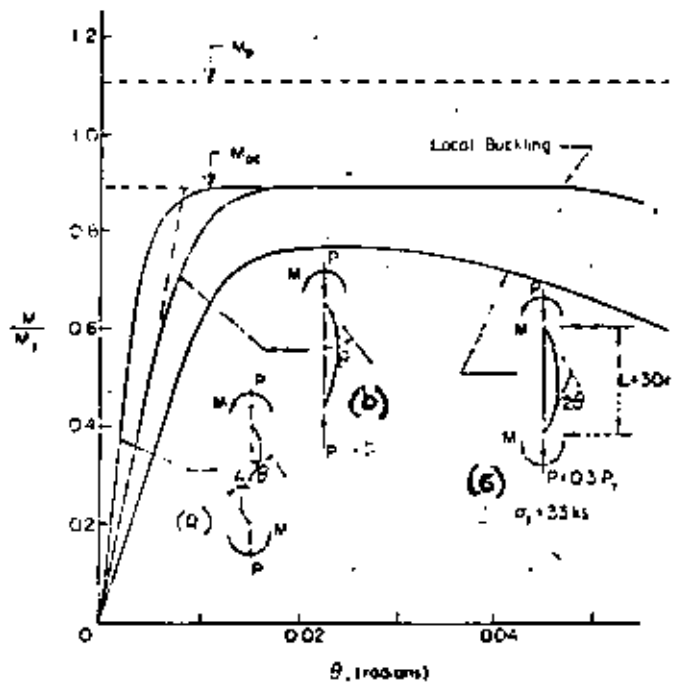


FIG. 4.16 - TYPICAL BEAM-COLUMNS MOMENT ROTATION CURVES.

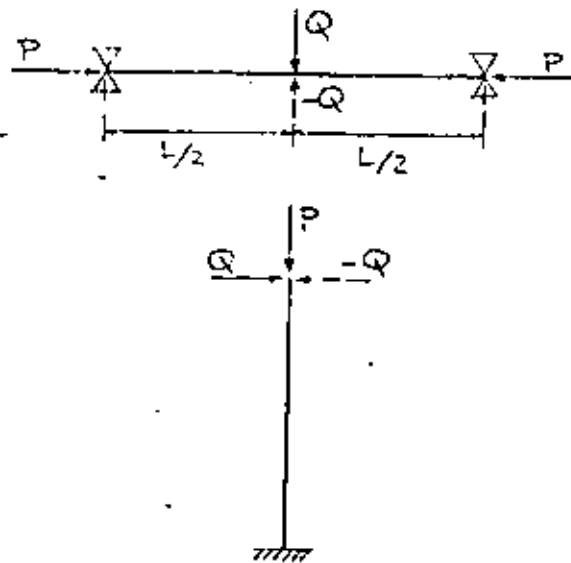
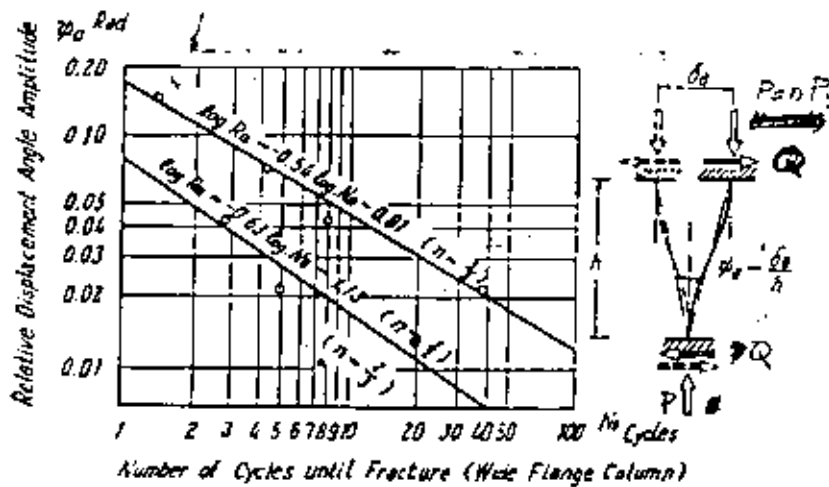


FIG. 4.17 ESPECIMENES UTILIZADOS PARA ESTUDIAR COLUMNAS FLETCOMPRIMIDAS CARGADAS CICLICAMENTE



4.8 4.9.1.32
Fig. 4.8 Low Cycle Fracture Limit of Wide Flange Columns

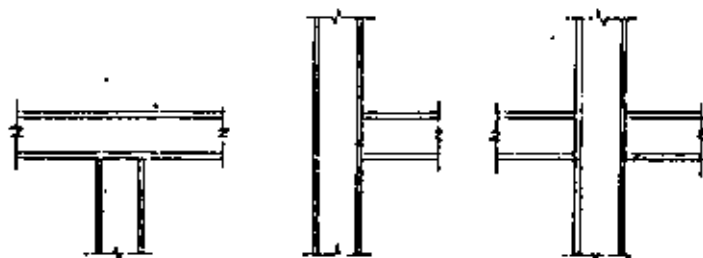


FIG. 4.19 CONEXIONES VIGA-COLUMNA

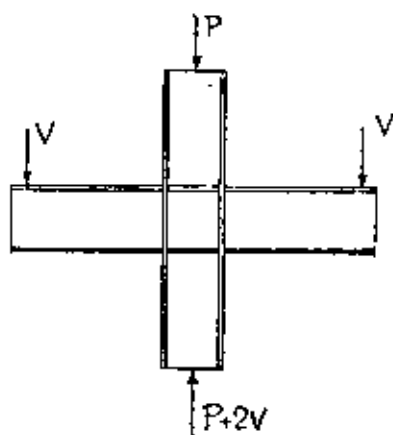


FIG. 4.20 CONDICIÓN DE CARGA DE LOS ESPECÍMENES

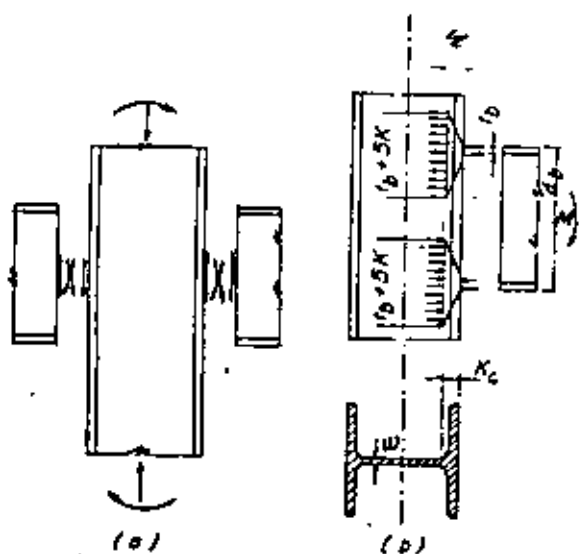


FIGURA 4.21

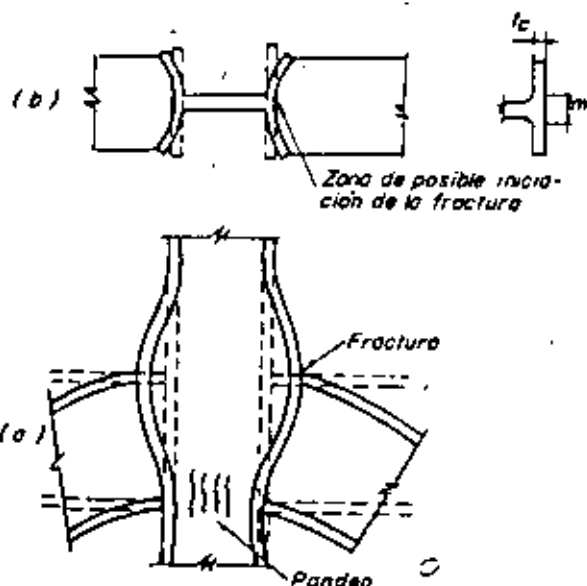


FIGURA 4.22

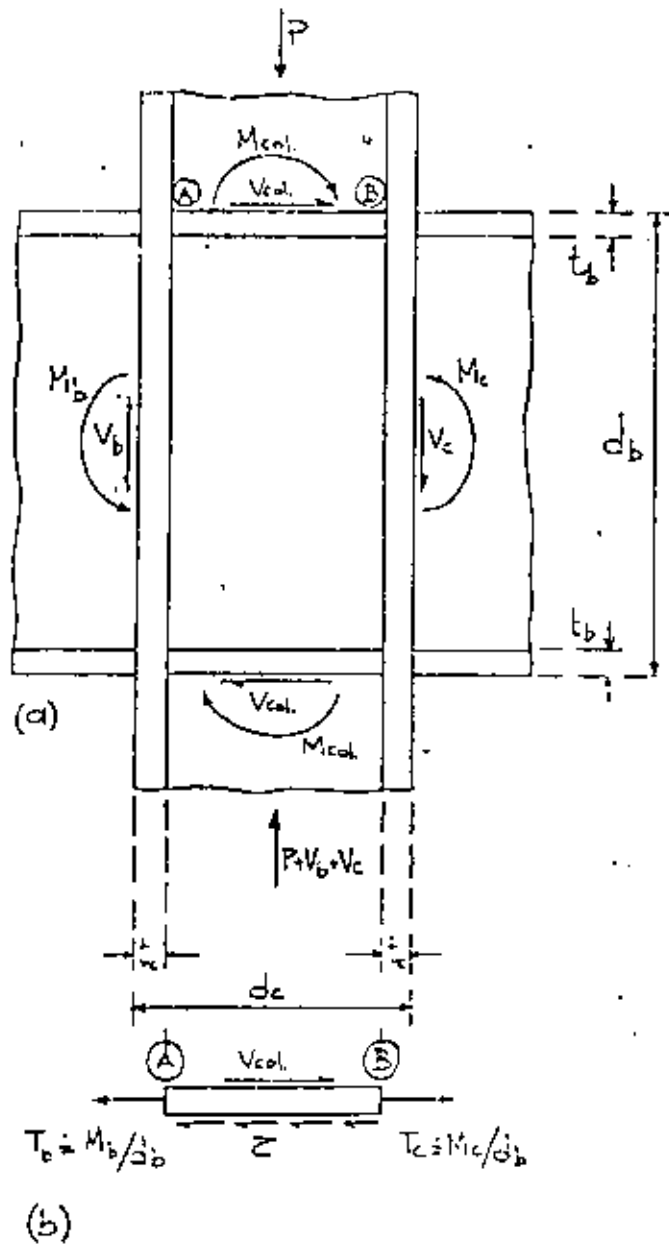
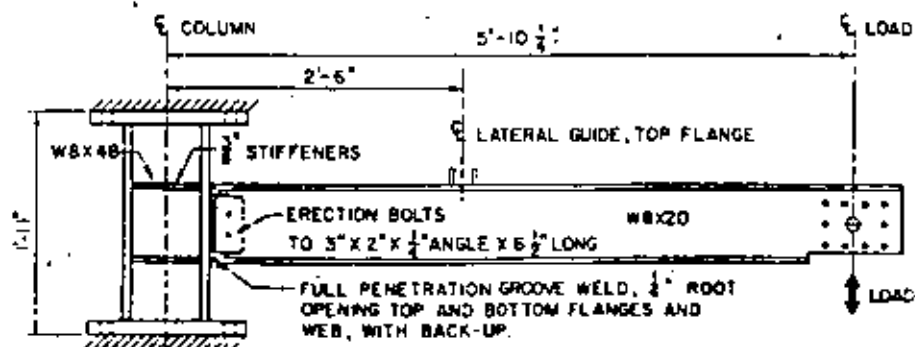


FIG. 4.23 ELEMENTOS MECÁNICOS EN UNA CONEXIÓN VIGA-COLUMNA INTERIOR



424 4.7
Fig. 4. Specimen Type F1.

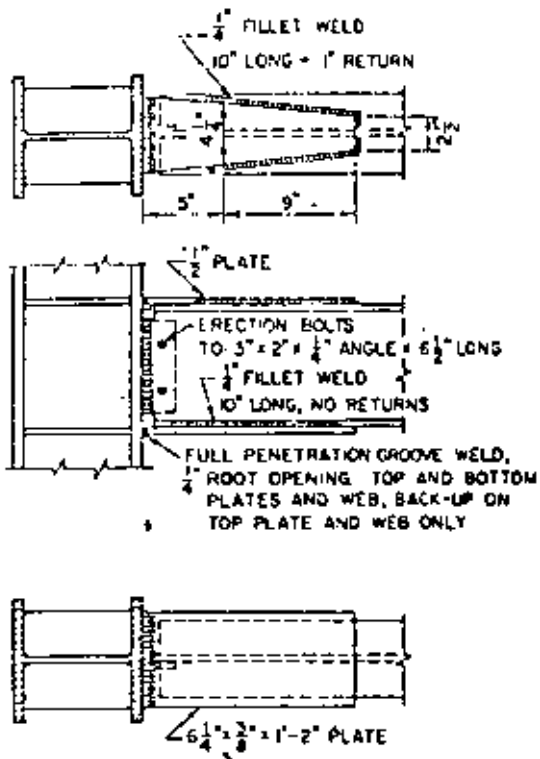


Fig. 2. Connection Type F2. FIG. 4.25^{4.9}

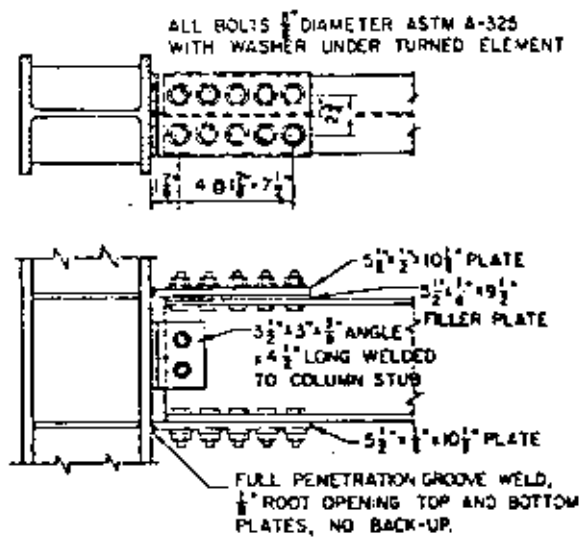


Fig. 3. Connection Type F3.

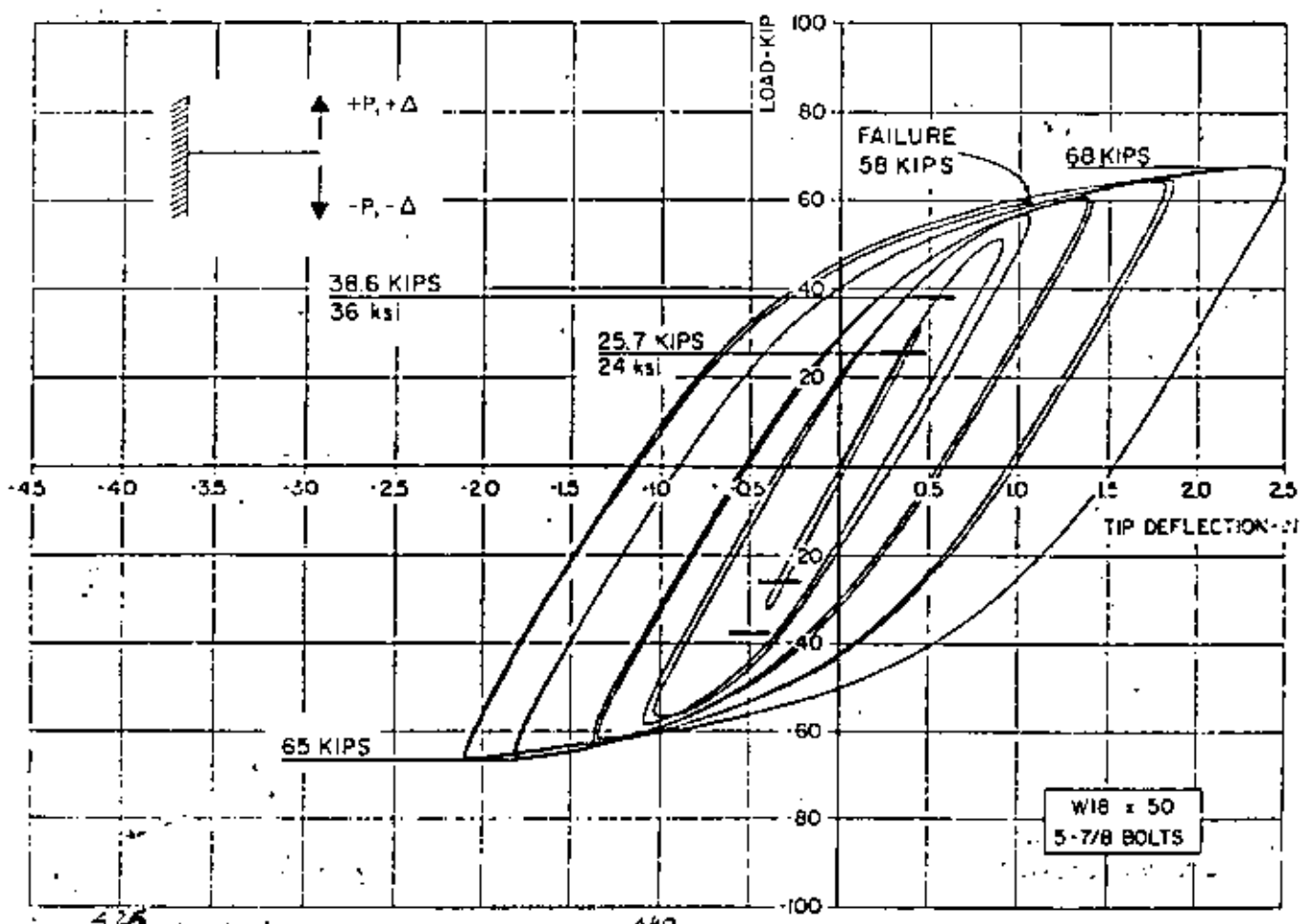


FIGURE 2. Load-deflection hysteresis loops for specimen no. 1

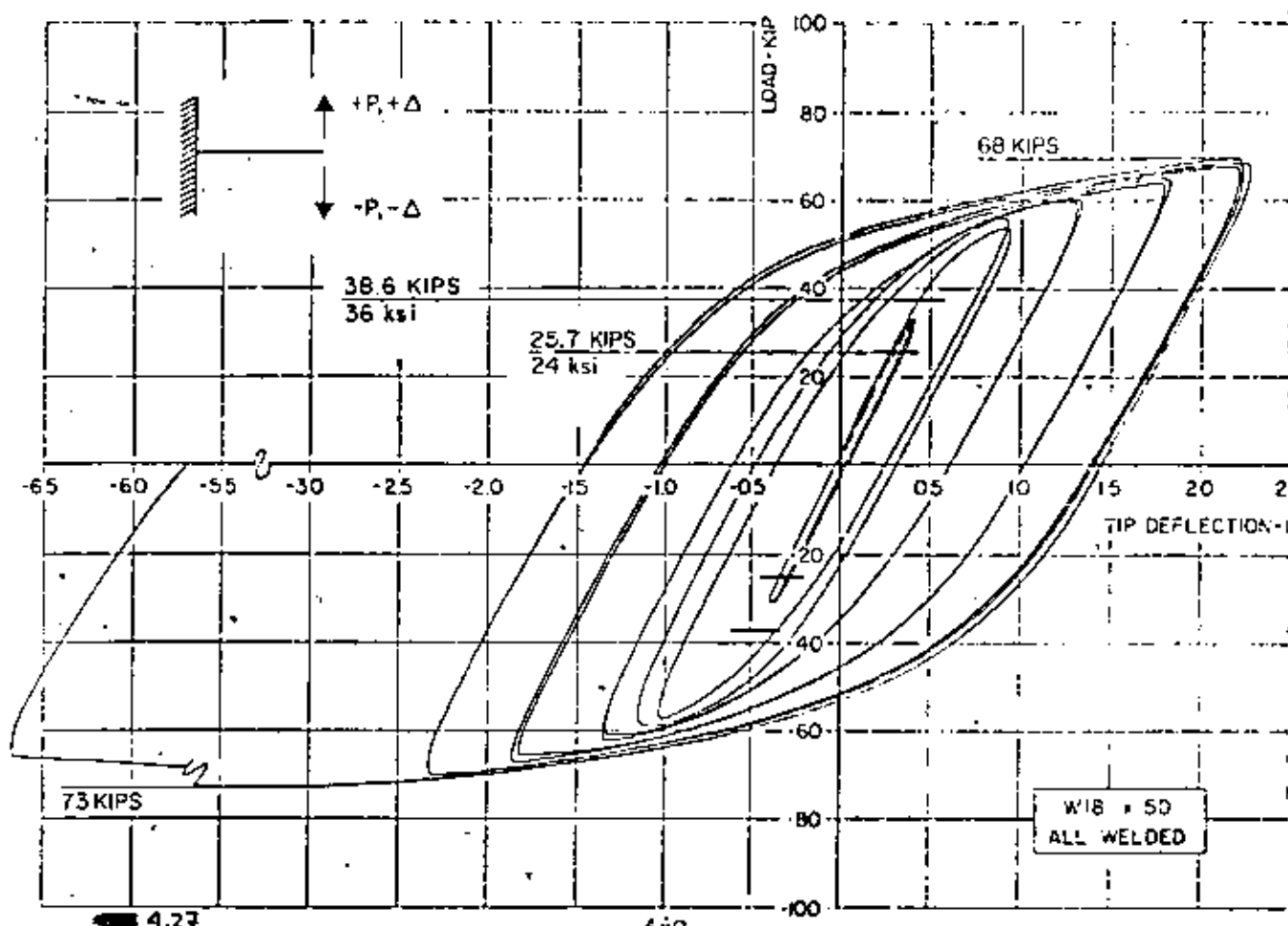


FIGURE 4.27. Load-deflection hysteresis loops for specimen no. 2

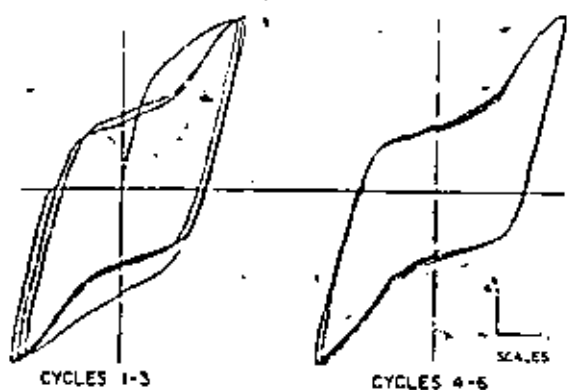


Fig. 4.28. Experimental Load-Deflection hysteresis loops for Specimen F3-C5.

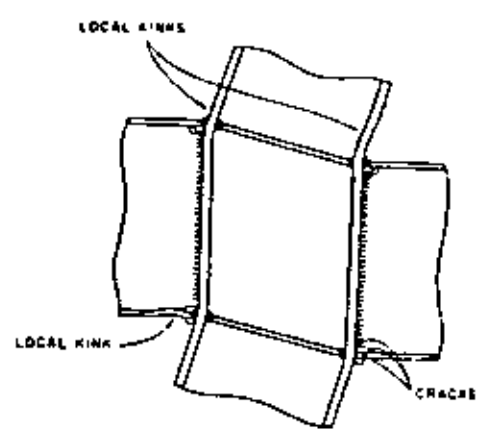
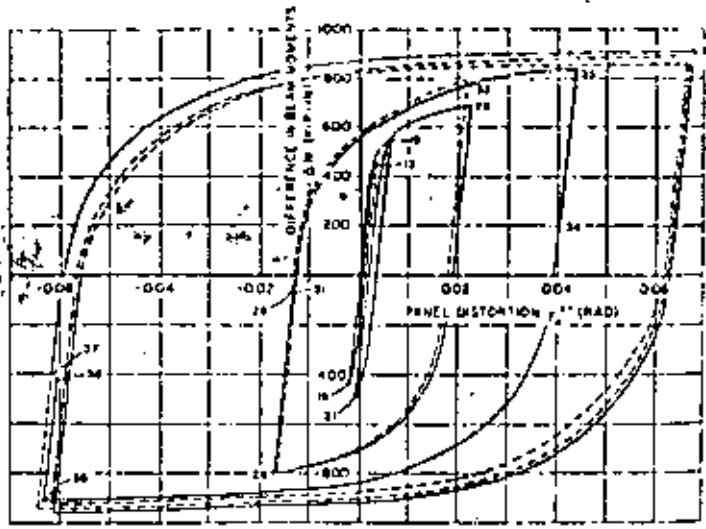
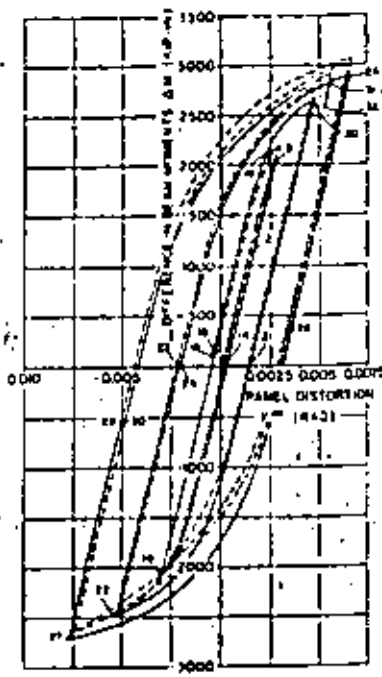


Fig. 4.29. LOCAL EFFECTS CAUSED BY PANEL DISTORTION



(a) SPECIMEN A-1

FIG. 4.30



(c) SPECIMEN B-1

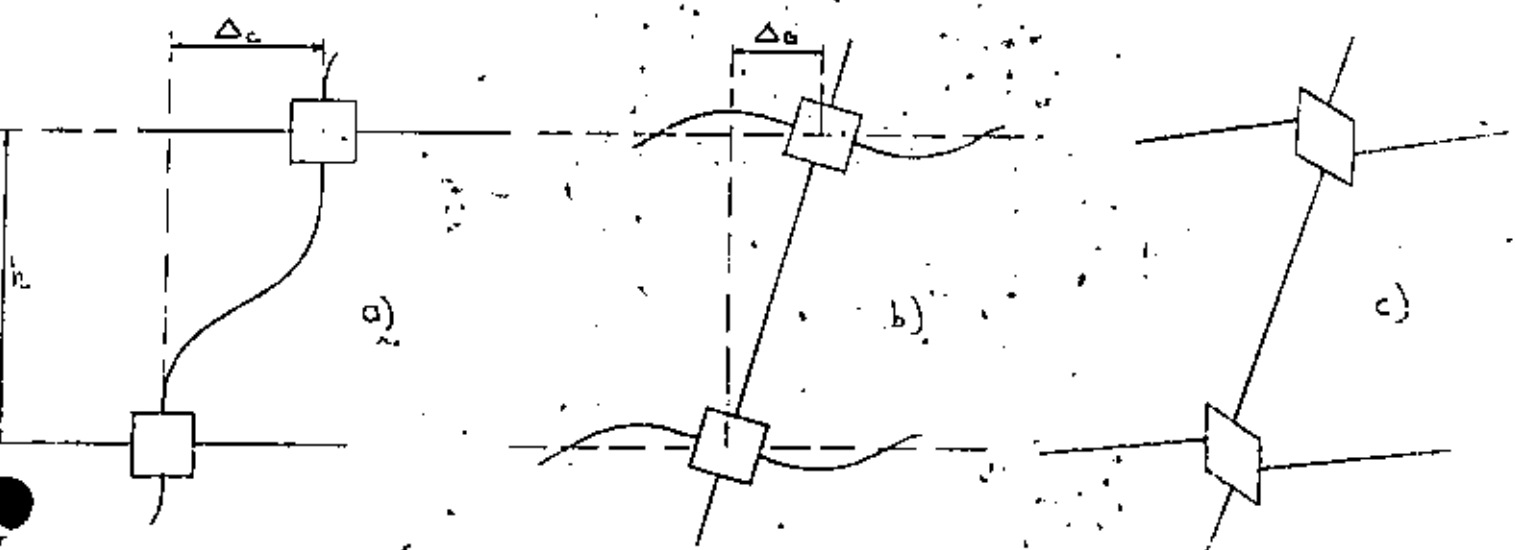
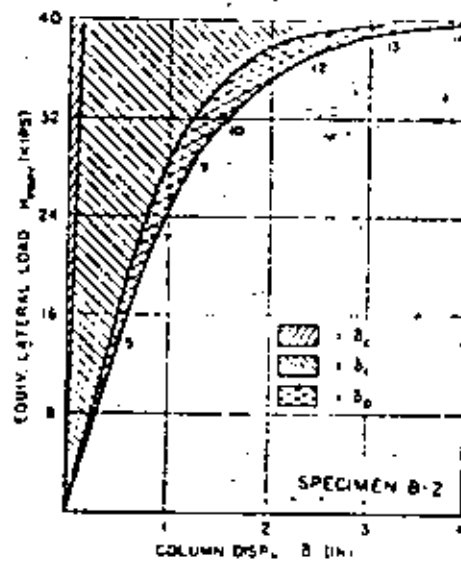
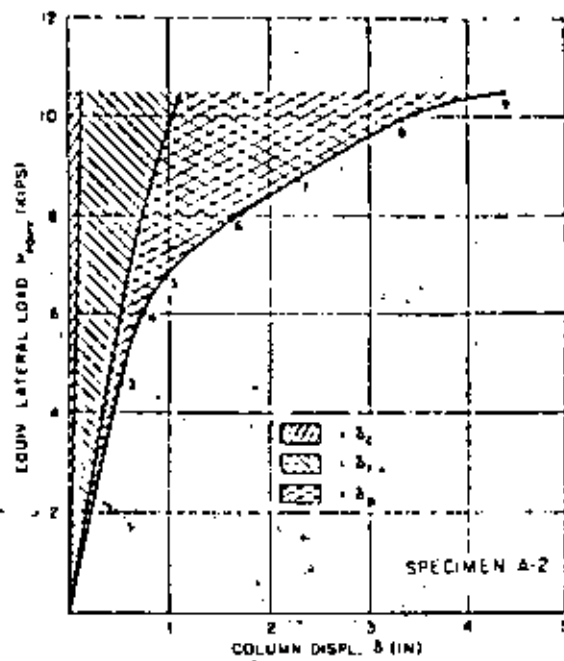


FIG. 4.31 DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTORCESO



4.32

FIG. 4.—COLUMN DISPLACEMENT COMPONENTS (IN) (REF. 4.31)

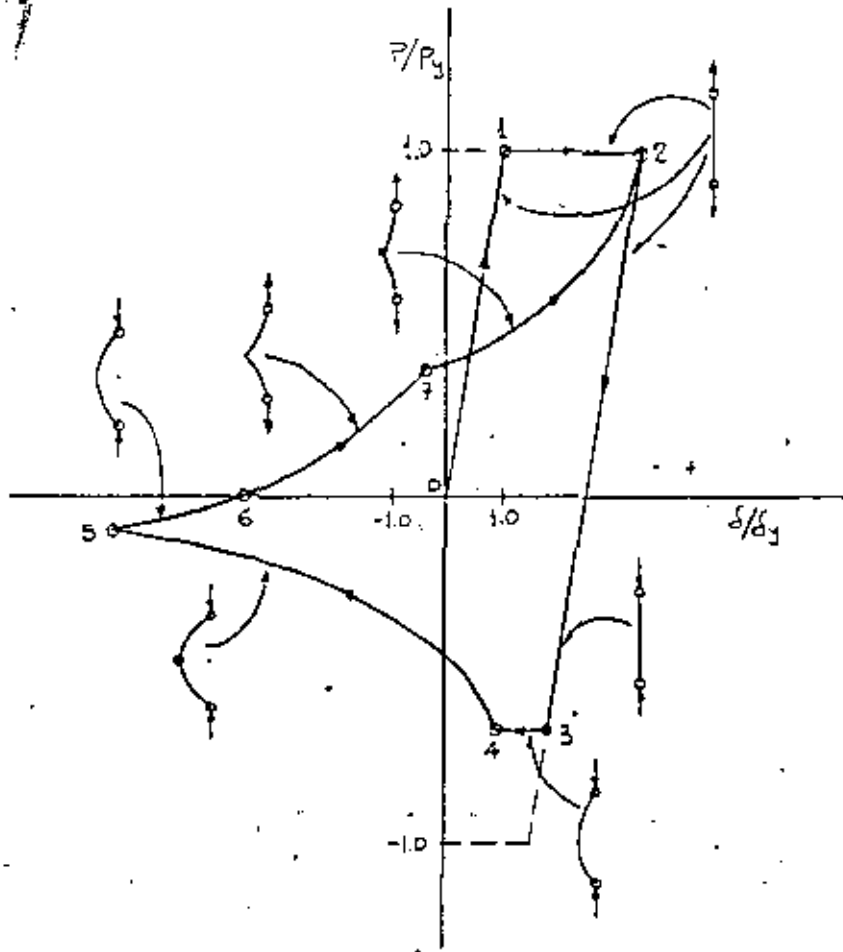
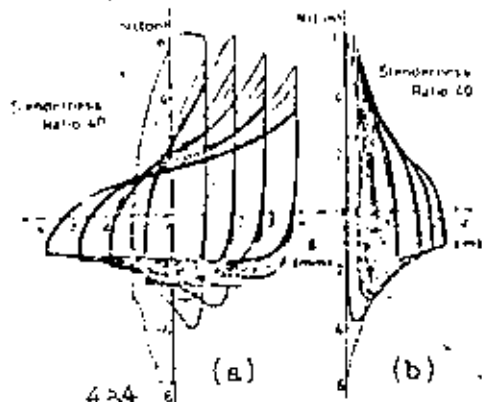


FIG. 4.33. COMPORTAMIENTO DE UNA BARRA EN TENSION-COMPRESION CICLICAS

5.21



434
 Fig. 434 M-L and M-V relations for slenderness ratio 40.

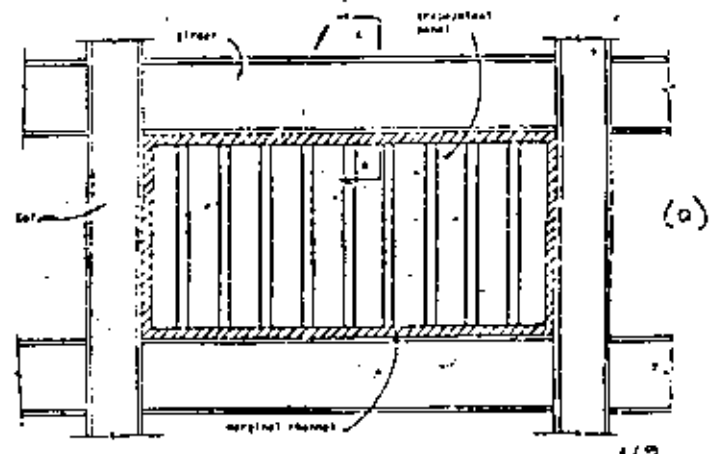


Fig. 435 Proposed construction for infilled frames (elevation)

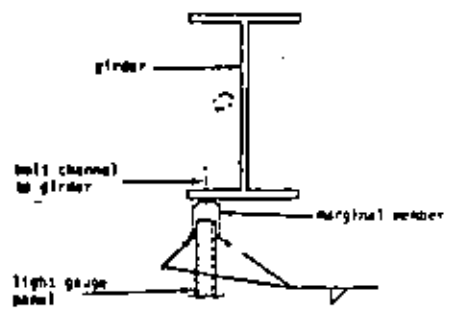


Fig. 435 (b)

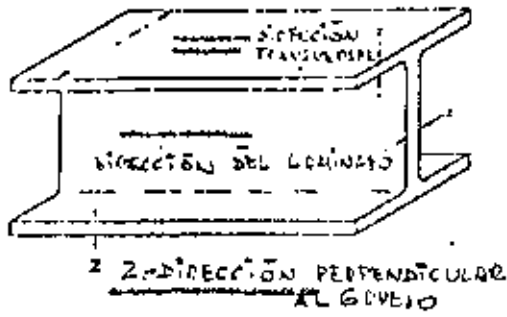


Fig. 436 Terminología relacionada con la DIRECCION DEL LAMINADO

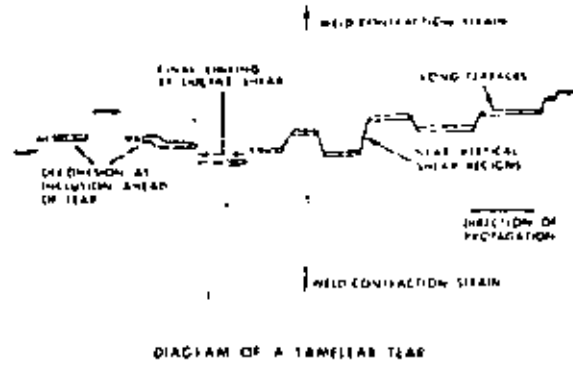
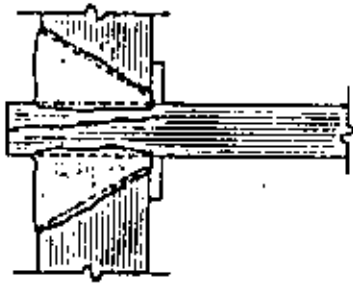
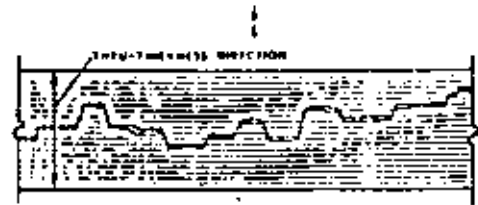
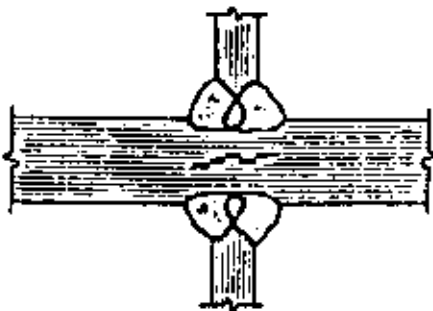


Fig. 7. Diagram of a partially developed lamellar tear

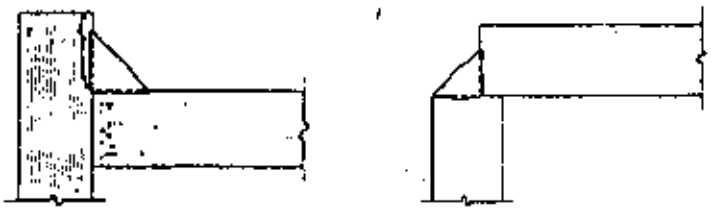
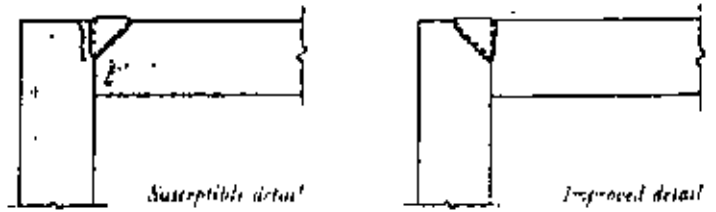
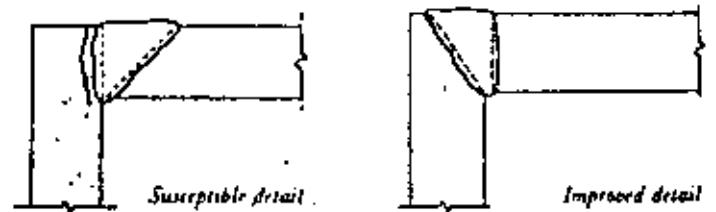


(a)



(b)

Fig. 4.37



Susceptible detail

Improved detail





centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

CASOS PRACTICOS

ING. OSCAR DE BUEN LOPEZ DE HEREDIA

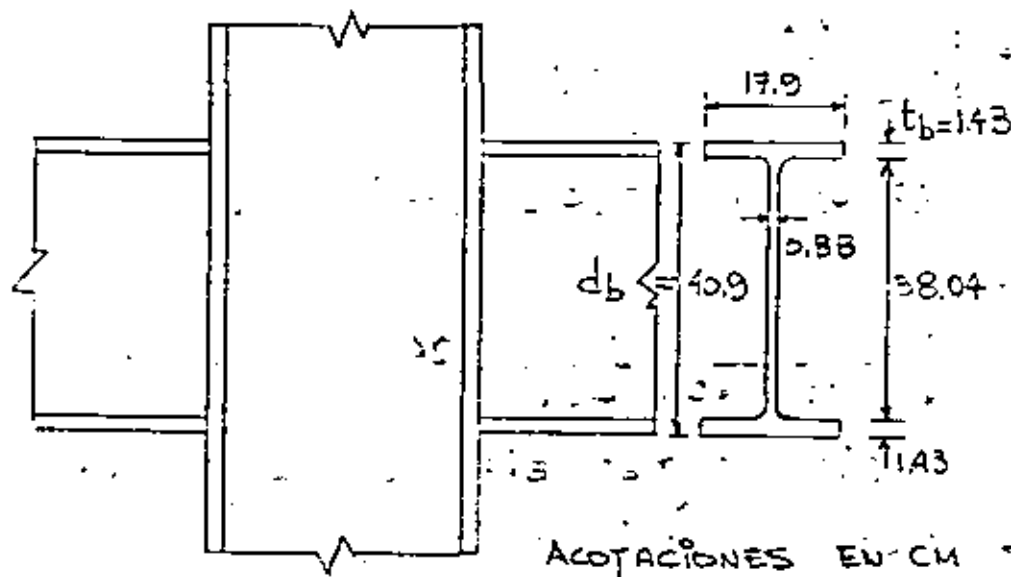
AGOSTO, 1980



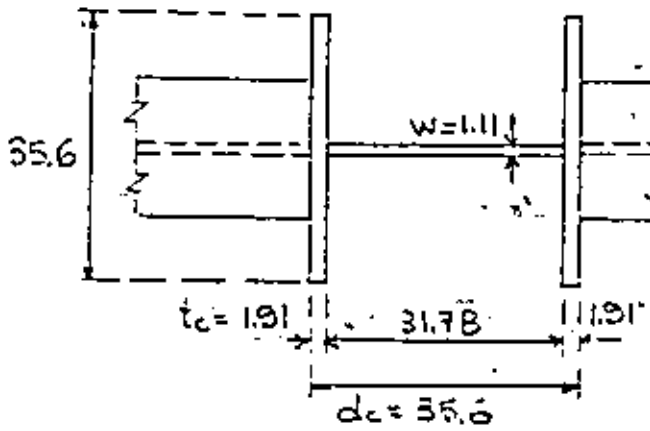
DISEÑO DE UNA CONEXIÓN VIGA-COLUMNA DE UN MARCO RÍGIDO DE EDIFICIO (ACERO A36).

PERFILES. COLUMNA: $\angle H 356 \text{ MM} \times 356 \text{ MM} \times 134 \text{ KG/M}$

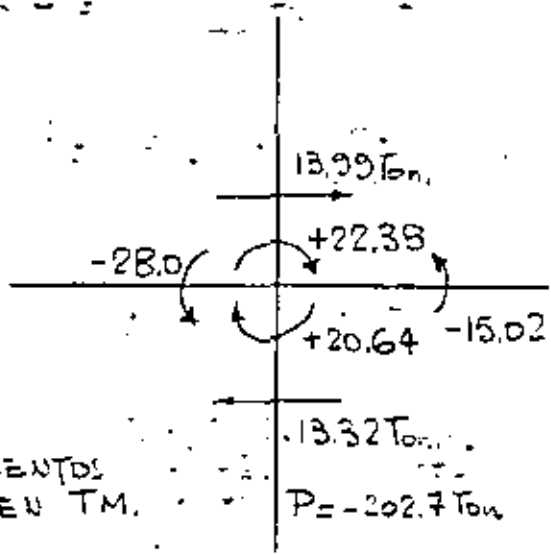
VIGAS: $\angle IPR 16" \times 7" \times 67.1 \text{ KG/M}$



ACOTACIONES EN CM



ELEMENTOS MECÁNICOS POR CARGA VERTICAL + SISMO DE IZQUIERDA + DERECHA



MOMENTOS EN TM.

REVISIÓN DEL GRUESO DEL ALMA DE LA COLUMNA POR CORTANTE

CONVIENE EMPEZAR CON ESTA REVISIÓN, PUES SI HACE FALTA AUMENTAR EL GRUESO DEL ALMA DE LA COLUMNA CAMBIA EL COMPORTAMIENTO DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LOS APESADORNOS HORIZONTALES.

$$\text{Ec. 16. } W_{\text{req}} = \frac{\sqrt{3}}{\sigma_y d_c} \left(\frac{M_b + M_c}{d_b} - V_{\text{col}} \right) = \dots$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2530 \times 35.6} \left(\frac{2800000 + 1502000}{40.9} - 13990 \right) = 1.75 \text{ cm} > 1.11$$

$$\text{Ec. 17. } W_{\text{req}} = \frac{\sqrt{3}}{\sigma_y} \frac{\Delta M}{0.95 d_b \times 0.95 d_c} = 2.24 \text{ cm} = 1.28 \times 1.75$$

LA EC. 17 INDICA QUE SE REQUIERE UN ALMA 28% MÁS GRUESA QUE LA CALCULADA CON LA EC. 16.

$$\text{Ec. 18. } C_{\text{av}} = \frac{(\Delta M / d_b)(1 - \rho)}{(d_c - t_c)W + 62.4 I_x / d_b^2}$$

$$(M_p)_v = Z_x \sigma_y = 1343.7 \times 2530 = 3399600 \text{ Kg.cm}$$

$$\rho = \frac{V_{\text{col}} d_b}{\Delta M} = \frac{13990 \times 40.9}{3399600} = 0.084; \quad I_{\text{ct}} = \frac{b_c t_c^3}{12} = \frac{35.6 \times 1.91^3}{12} = 20.7 \text{ cm}^2$$

$$C_{\text{av}} = \frac{(6799200 / 40.9)(1 - 0.084)}{(35.6 - 1.91)1.11 + 62.4 \times 20.7 / 40.9^2} = \frac{150375}{37.396 + 0.772} = 3989 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Ec. 19: } \bar{C}_y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_y} \right)^2}; \quad P_y = A \sigma_y = 171.27 \times 253 = 433.31 \text{ TON}$$

$$\bar{C}_y = \frac{2530}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{202.7}{433.31} \right)^2} = 1291 \text{ Kg/cm}^2 < 3989$$

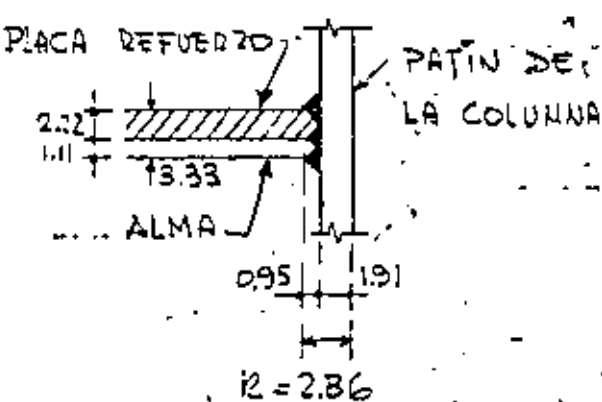
DE ACUERDO CON LAS ECS. 18 Y 19 EL ALMA NECESITA REFUERZO.

DESPRECIANDO LA RESISTENCIA A LA FLEXIÓN DE LOS PATINES DE LA COLUMNA, EL GRUESO DE LA PLACA DE REFUERZO SE CALCULA CON LA EXPRESIÓN

$$t_c = \frac{Z_{AV} - \bar{Z}_y}{\bar{Z}_y} w = \frac{3989 - 1291}{1291} \times 1.11 = 2.32 \text{ cm}$$

SE COLOCARÁ UNA PLACA ADOBADA AL ALMA DE 2.22 CM ($7/8''$) (GRUESO TOTAL = 2.22 + 1.11 = 3.33 CM). (SI SE APLICA LA EC. 10 CON $w = 3.33$ SE OBTIENE $Z_{AV} = 1348 \text{ Kg/cm}^2 = \bar{Z}_y$).

EN GENERAL, DEBE DEVISARSE QUE LA PLACA ADOBADA NO FALLE POR PANDEO POR CORTANTE.



EN LA ZONA DE LA PLACA DE REFUERZO CONVIENE UTILIZAR SOLDADURAS DE PENETRACIÓN COMPLETA EN ELLA Y EN EL ALMA, PARA DESARROLLAR SU RESISTENCIA ÍNTEGRA, Y REFORZARLA CON

CORDONES PARA AUMENTAR LA DISTANCIA k .

ATIESADORES HORIZONTALES

1. FRENTE AL PATÍN COMPRIADO

$$\text{Ec. 13. } w_{\text{req}} = \frac{A_f}{t_b + 5k_c} = \frac{17.9 \times 1.43}{1.43 + 5 \times 2.86} = 1.63 \text{ cm} < 3.33$$

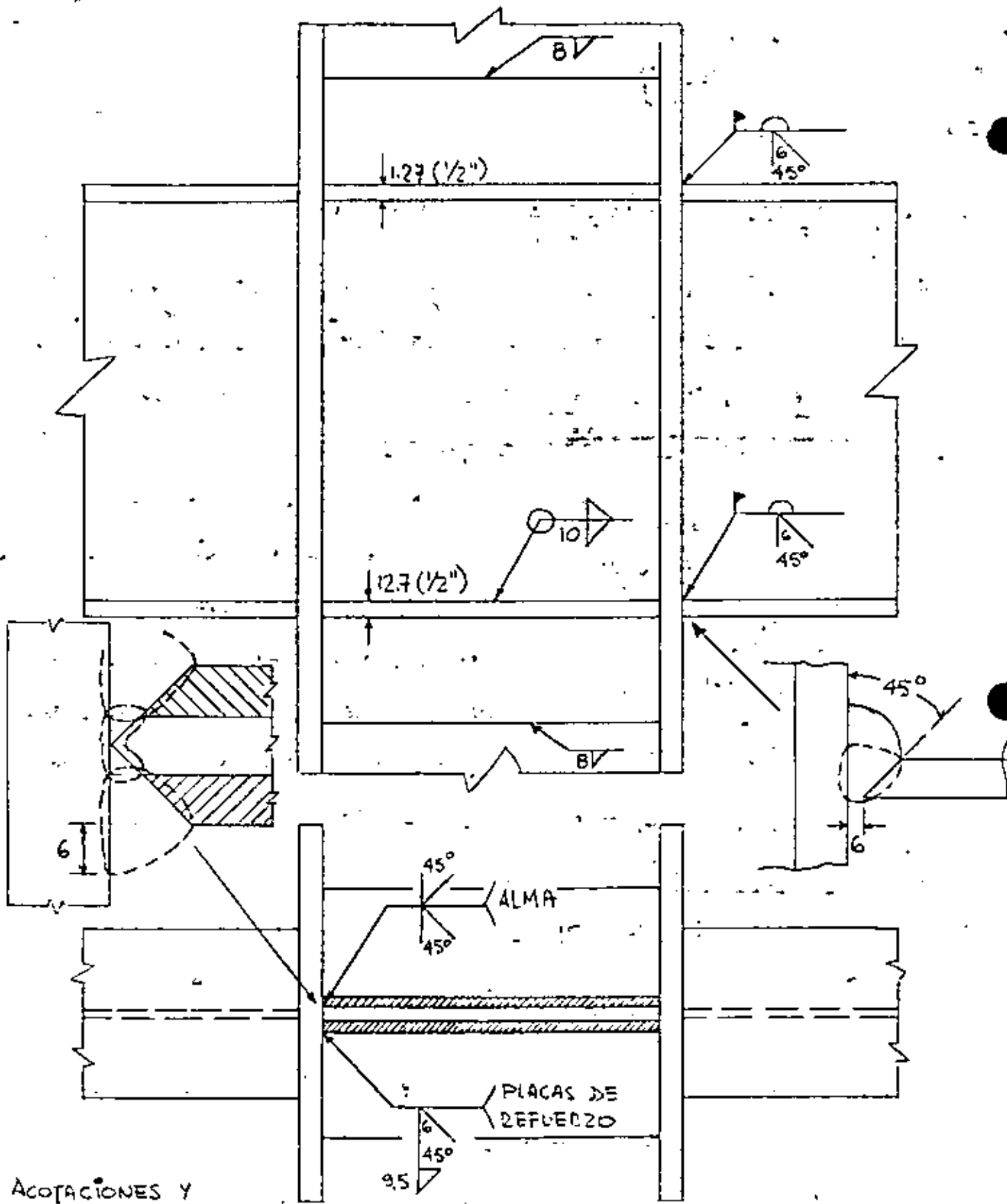
$$\text{Ec. 14. } w \geq d_c \sqrt{V_y} / 1509 = 35.6 \sqrt{2530} / 1509 = 1.19 \text{ cm} < 3.33$$

NO SE NECESITAN ATIESADORES

2. FRENTE AL PATÍN EN TENSIÓN

$$\text{Ec. 15. } t_c = 0.4 \sqrt{A_f} = 0.4 \sqrt{17.9 \times 1.43} = 2.02 \text{ cm} > 1.91$$

SE NECESITAN ATIESADORES. SE COLOCARÁN DE UN TAMAÑO MÍNIMO, PARA EVITAR LA FLEXIÓN DE LOS PATINES DE LA COLUMNA.



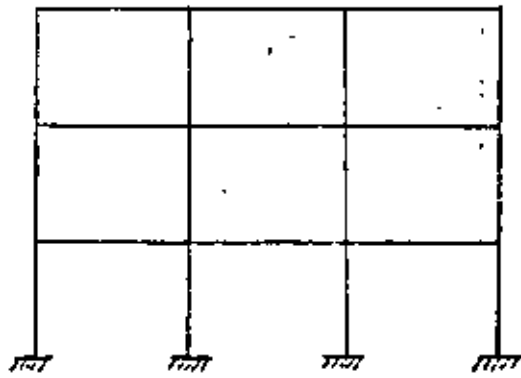
ACOTACIONES Y
TAMAÑOS DE
SOLDADURA EN
MM.

DOS PLACAS DE REFUERZO DE 11.1 MM (7/16") c/u.

SE COLDCAN ATIESADOCES HORIZONTALES FRENTE A LOS DOS
PATINES DE LAS VIGAS TENIENDO EN CUENTA QUE DURANTE UN TIEMPO
CAMBIAN LOS SENTIDOS DE LOS MOMENTOS.

FACTORES DE DUCTILIDAD Q DE ESTRUCTURAS TIPO 1. (REGLAMENTO DE LAS CONSTRUCCIONES PARA EL DF, 1974)

CASO 1: $Q = 6.0$



† LA RESISTENCIA ES SUMINISTRADA EN TODOS LOS NIVELES EXCLUSIVAMENTE POR MARCOS NO CONTRAVENTEADOS DE CONCRETO REFORZADO O DE ACERO CON ZONA DE FLUENCIA DEFINIDA.

† LAS VIGAS Y COLUMNAS DE ACERO CUMPLEN LOS REQUISITOS CORRESPONDIENTES A SECCIONES COMPACTAS (BASTA QUE ESTOS REQUISITOS SE SATISFAGAN EN LOS LUGARES EN QUE SE FORMARÍAN NÓDULOS PLÁSTICOS LIGADOS AL MECANISMO DE COLAPSO; CONVIENE QUE SE FORMEN EN LAS VIGAS).

† LAS JUNTAS DE MARCOS DE ACERO DEBEN SER CAPACES DE ADMITIR ROTACIONES IMPORTANTES ANTES DE FALLAR. (O TENER RESISTENCIA SUFICIENTE PARA QUE LAS ROTACIONES SE PRESENTEN EN LOS EXTREMOS DE LOS MIEMBROS QUE CONCURREN EN ELLAS).

† LAS COLUMNAS DE CONCRETO SON ZUNCHADAS, O POSEEN ESTRIBOS QUE PROPORCIONAN AL NÚCLEO UN CONFINAMIENTO EQUIVALENTE AL DEL ZUNCHO.

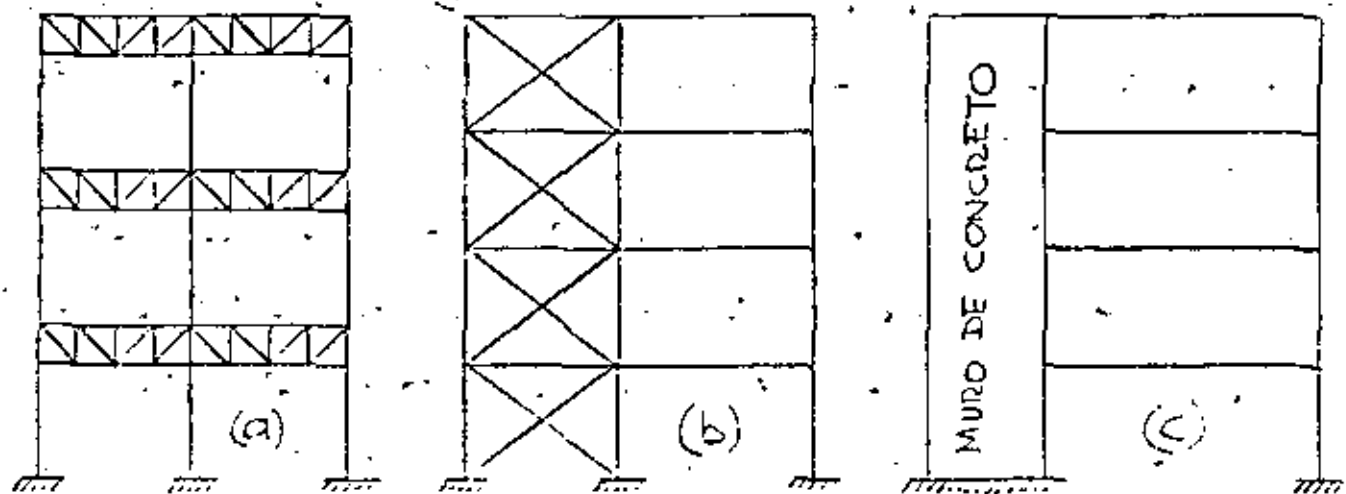
† EL FACTOR DE CARGA CONTRA LA FALLA POR CORTANTE, TORSIÓN, PANDEO, ETC. (EN GENERAL, CONTRA TODAS LAS FORMAS DE FALLA NO DÚCTILES), DEBE SER 1.4 EN VEZ DE 1.1.

† LOS EXTREMOS DE TRABES Y COLUMNAS DE CONCRETO, Y LAS ZONAS EN QUE SE FORMARÍAN LAS ARTICULACIONES.

PLÁSTICAS NECESARIAS PARA QUE EN CADA ENTREPISO DE CADA MARCO SE FORME UN MECANISMO DE COLAPSO, SI LA FUERZA LATERAL ES SUFICIENTEMENTE ELEVADA, CUMPLEN LOS REQUISITOS PARA QUE PUEDAN FORMARSE ARTICULACIONES PLÁSTICAS.

† EL MÍNIMO COCIENTE DE LA RESISTENCIA TOTAL DE CADA ENTREPISO, CALCULADA TOMANDO EN CUENTA TODOS LOS ELEMENTOS QUE CONTRIBUYEN A ELLA, DIVIDIDA ENTRE LA ACCIÓN DE DISEÑO NO DEBE DIFERIR EN MÁS DE 20% DEL PROMEDIO DE ESOS COCIENTES PARA TODOS LOS ENTREPISOS.

CASO 2 : $Q = 4.0$



† LA RESISTENCIA ES SUMINISTRADA EN TODOS LOS NIVELES EXCLUSIVAMENTE POR MARCOS NO CONTRAVENTENIDOS DE CONCRETO, ACERO O MADERA, CON O SIN ZONA DE FLUENCIA DEFINIDA (EL ACERO ESTRUCTURAL TIENE CASI SIEMPRE UNA ZONA DE FLUENCIA DEFINIDA, PERO LOS MIEMBROS HECHOS CON ÉL PUEDEN FALLELLA. EJEMPLOS, LAS BARRAS COMPLICADAS DE ALMADURAS Y LAS SECCIONES CON RELACIONES b/c ELEVADAS), O POR MARCOS CONTRAVENTENIDOS O CON MUROS DE CONCRETO CUYA RESISTENCIA, SIN CONTAR

MUROS NI CONTRAVIENTOS, SEA CUANDO MENOS EL 25% DE LA TOTAL.

† EL MÍNIMO COCIENTE DE LA RESISTENCIA TOTAL DE CADA ENTREPISO DIVIDIDA ENTRE LA ACCIÓN DE DISEÑO, NO DEBE DIFERIR EN MÁS DEL 35% DEL PROMEDIO DE ESOS COCIENTES PARA TODOS LOS ENTREPISOS.

(EL VALOR DEL FACTOR DE DUCTILIDAD Q DISMINUYE PORQUE SE CONSIDERA QUE LA FALLA, EN CASO DE OCURRIR, NO SERÍA POR FORMACIÓN DE UN MECANISMO, POR LO QUE LA DUCTILIDAD Y CAPACIDAD DE ABSORCIÓN DE ENERGÍA DE LA ESTRUCTURA DECRETAN CONSIDERABLEMENTE EN RELACIÓN CON LAS DEL CASO 1).

(NO SE PROPORCIONAN VALORES DE Q PARA EL CASO 2A CUANDO SE DISEÑAN LAS ARMADURAS DE MANERA QUE SU FALLA SEA PRECEDIDA DE DEFORMACIONES PLÁSTICAS IMPORTANTES DE LAS BARRAS EN TENSIÓN NI PARA EL CASO 2B CON DIAGONALES DE CONTRAVIENTO EXCÉNTRICAS)

CASO 3 : $Q = 2.0$

† LA RESISTENCIA A FUERZAS LATERALES ES PROPORCIONAL POR MURLOS O COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO, ACERO O MADERA CONTRAVIENTADOS O NO, O POR MURLOS DE CONCRETO, QUE NO CUMPLEN EN ALGÚN ENTREPISO LOS REQUISITOS ESPECÍFICOS PARA LOS CASOS 1 Y 2, O POR MURLOS DE MAMPOLTERÍA DE PIEDRA MACIZAS CONFINADAS POR CAPILOS, DALAS, COLUMNAS O TORRES DE CONCRETO REFORZADO O DE ACERO.

CASO 4 : $Q = 1.5$

† LA RESISTENCIA A FUERZAS LATERALES ES SUMINISTRADA EN TODOS LOS NIVELES POR MUROS DE MAMPOSTERÍA DE PIEZAS HUECAS CONFINADAS O CON REFUERZO INTERIOR, O POR COMBINACIONES DE ESOS MUROS CON ELEMENTOS COMO LOS DESCRITOS PARA LOS CASOS 1 A 3.

CASO 5 : $Q = 1.0$

(PARA TIPOS DE ESTRUCTURACIÓN 1 A 4)

† ESTRUCTURAS DE CUALQUIER TIPO CUYA RESISTENCIA A FUERZAS LATERALES SEA PROPORCIONADA, AL MENOS PARCIALMENTE, POR ELEMENTOS O MATERIALES DIFERENTES DE LOS ESPECIFICADOS EN LOS CASOS 1 A 4, A MENOS QUE SE HAGA UN ESTUDIO QUE DEMUESTRE QUE SE PUEDE EMPLEAR UN VALOR MÁS ALTO.

DESDE EL PUNTO DE VISTA DE "RESISTENCIA" CONVIENEN LAS ESTRUCTURAS QUE TIENEN UN FACTOR Q ALTO; SIN EMBARGO, EN ELAS PUEDEN TENERSE DIFICULTADES PARA CONTROLAR LAS DEFORMACIONES BAJO CARGAS DE TRABAJO.

ESTADO LÍMITE POR DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES. LAS DEFORMACIONES LATERALES DE CADA ENTREPISO DEBIDAS A FUERZA CORTANTE NO EXCEDERÁN DE 0.008 VECES LA ALTURA DEL ENTREPISO, SALVO CUANDO LOS ELEMENTOS QUE NO FORMAN PARTE INTEGRANTE DE LA ESTRUCTURA ESTÉN LIGADOS A ELLA EN TAL FORMA QUE NO SUFRAN DAÑOS POR LAS DEFORMACIONES DE LA MISMA. EN ESTE CASO, LAS DEFORMACIONES NO EXCEDERÁN DE 0.016. EN EL CÁLCULO DE LOS DESPLAZAMIENTOS SE TOMARÁN EN CUENTA TODOS LOS ELEMENTOS QUE CONTRIBUYAN A LA RIGIDEZ LATERAL DE LA CONSTRUCCIÓN.



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SÍSMICO DE EDIFICIOS

A METHOD FOR THE PLASTIC DESIGN OF UNBRACED MULTISTORY FRAMES

ING. OSCAR DE BUEN LOPEZ DE HEREDIA

AGOSTO, 1980



A Method for the Plastic Design of Unbraced Multistory Frames

OSCAR DE BUEN

In a building without vertical bracing or shear walls, the frames must be able to resist gravity loads and the combination of vertical and horizontal loads, plus second order effects due to vertical load-lateral displacement interaction. Besides, frame stiffness must be sufficient to keep lateral displacements under working loads below maximum allowable values.

Two different load factors are used in plastic design—one for vertical loads only and a smaller one for the combination of vertical permanent and horizontal accidental loads. Design of two or three stories at the top of unbraced buildings is generally governed by gravity loads, because the beams and columns necessary to support vertical loads are also able to resist gravity plus horizontal loads under a reduced load factor. The importance of horizontal forces increases in lower stories, and their design is governed by the combination of both types of loads.

Design of upper stories is usually made with no consideration of lateral displacements. A revision is carried out later in order to verify that the overall critical load is not smaller than the collapse mechanism load. If necessary, the structure is modified or the critical load is taken as the limit of structural usefulness.

When design is governed by combined gravity and lateral loads, collapse takes place by instability, characterized by increasing lateral displacements under horizontal loads that grow to a maximum and decrease afterwards. Behavior of the structure can be ascertained studying the formation of successive plastic hinges due to increasing horizontal forces which act upon the structure, loaded from the beginning with complete factored vertical loads. Beams and columns are assumed to remain in the elastic range between plastic hinges. Influence of axial loads on column bending strength, second order moments, and compatibility conditions must be taken into account.

A method for the design of beams and columns in stories of regular frames governed by the combination of gravity and lateral loads is presented in this paper. To this end,

Oscar de Buen is Professor of Civil Engineering, National University of Mexico, and a Consulting Engineer, Mexico City.

horizontal load-lateral displacement curves ($Q-\Delta$ curves) corresponding to preliminary sizes of beams and columns are plotted for all or some of the stories. If the story behavior, as depicted by the $Q-\Delta$ curve, is not satisfactory from the point of view of strength or lateral stiffness, preliminary sizes are modified and a new curve is plotted.

The method can be easily programmed for use in computerized plastic design. Nevertheless, one of the main advantages of the method is its simplicity, which makes it suitable for simple manual computations. It is, therefore, a powerful tool for the design of medium size, regular buildings that do not justify the use of computers, and for the approximate revision of buildings designed by computer, employing elastic or plastic methods.

The method described in this paper is related to a method originally developed at Lehigh University,¹⁻⁵ which was later simplified by the writer and others.⁶⁻⁹ The amount of numerical work is drastically reduced, although keeping enough accuracy for practical purposes, and computations are systematized by arranging them in tabular form. Besides, the method is based on the condition that plastic hinges shall appear only in beams (with the exception of column bases). This condition is in accordance with modern design philosophy, especially in seismic areas.

SECOND-ORDER ANALYSIS

Analysis of multistory rigid frames has traditionally been made using first-order elastic theory, but second-order effects can be significant, especially in unbraced frames.

In current design practice, second-order effects are usually considered, in an indirect and approximate way, by using interaction equations for column design. Moments computed by a first-order elastic or plastic analysis are more or less arbitrarily amplified, and effective lengths longer than actual lengths are used. Beams are designed using the original first-order moments.¹⁰ Incorrect results are obtained when each column is treated individually, especially if the frames are geometrically irregular or column and beam stiffnesses change considerably in each story or in adjacent stories. Also, design of beams to support first-order

moments is irrational, as they have to equilibrate the amplified moments that columns apply to the joints.

The number of factors that has to be taken into account in an exact elastoplastic second-order analysis is high, but most of them are usually neglected in ordinary design problems.^{11,12} The two most important factors in multistory frame behavior are formation of an increasing number of plastic hinges and interaction of vertical loads and story lateral displacements ($P\Delta$ effect). Only these two factors will be considered in this paper.

EVALUATION OF $P\Delta$ EFFECTS

$P\Delta$ effects can be evaluated making a first-order analysis of the structure under actual vertical loads and horizontal loads, increased in the amount necessary to reproduce, approximately, second-order effects.

The fictitious additional shear force, V_i , that has to be applied to story i of a multistory frame is given by

$$V_i = \frac{P_i}{h_i} \Delta_{i,j-1} \quad (1)$$

where

P_i = weight of the level under consideration plus every level above it

$\Delta_{i,j-1}$ = relative horizontal displacement between the upper and lower levels of the story

h_i = story height (Fig. 1)

BASIC EQUATIONS

Columns in any story of a building subjected to the combined action of gravity loads and horizontal wind or earthquake forces must resist bending moments produced by the horizontal shear force Q , plus those due to the total vertical load P acting upon the laterally deformed structure (Fig. 2). $P\Delta$ moments are similar to those produced by a fictitious shear force $P\Delta/h$.

P and Δ are equal to P_i and $\Delta_{i,j-1}$ in Eq. (1).

Equilibrium of horizontal loads gives:

$$\Sigma M_c = Qh + P\Delta \quad (2)$$

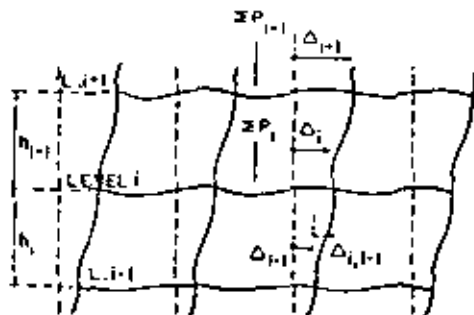


Fig. 1. Lateral displacement of a multistory rigid frame

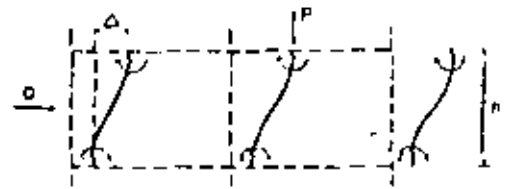


Fig. 2. Forces which produce bending in columns

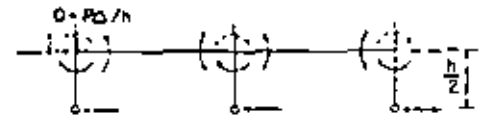


Fig. 3. Substructure corresponding to an intermediate story (vertical loads not shown)

$$Q = \frac{\Sigma M_c}{h} - P \frac{\Delta}{h} \quad (3)$$

ΣM_c is the sum of the moments in both ends of all columns in the story.

Equation (3) shows clearly that the $P\Delta$ effect reduces the structure's capability to resist lateral load.

The substructure in Fig. 3 is obtained assuming that the point of inflection in each column is at mid-height of the column^{2,8} and isolating the upper part of the story. The $P\Delta$ effect is included by increasing the horizontal load. Vertical loads are not shown.

From the equilibrium of horizontal forces:

$$\Sigma M_c = \left(Q + P \frac{\Delta}{h} \right) \frac{h}{2} = \frac{Qh}{2} + P \frac{\Delta}{2} \quad (4)$$

In this equation, and in the rest of the paper, ΣM_c refers only to the moments acting in the upper end of the story columns.

Joint moments are also in equilibrium; then,

$$\Sigma M_j = (\Sigma M_c)_L + (\Sigma M_c)_U$$

where ΣM_j is the sum of moments at both ends of every beam in the level under study, due to horizontal forces, including the fictitious one, $P\Delta/h$, and $(\Sigma M_c)_L$ and $(\Sigma M_c)_U$ are the sums of moments at the ends of the columns connecting to the joints of that level, below and above it, also due to horizontal loads.

Assuming that $(\Sigma M_c)_U = (\Sigma M_c)_L = \Sigma M_c$,

$$\Sigma M_j = 2\Sigma M_c \quad (5)$$

The assumption that leads to Eq. (5) is conservative, but sufficiently accurate for design purposes.²

From Eqs. (4) and (5), $Q = (\Sigma M_j - P\Delta/2)/(h/2)$ and $\Sigma M_c = \Sigma M_j/2$; then,

$$Q = \frac{\Sigma M_j - P\Delta}{h} = \frac{\Sigma M_c}{h} - \frac{P\Delta}{h} \quad (6)$$

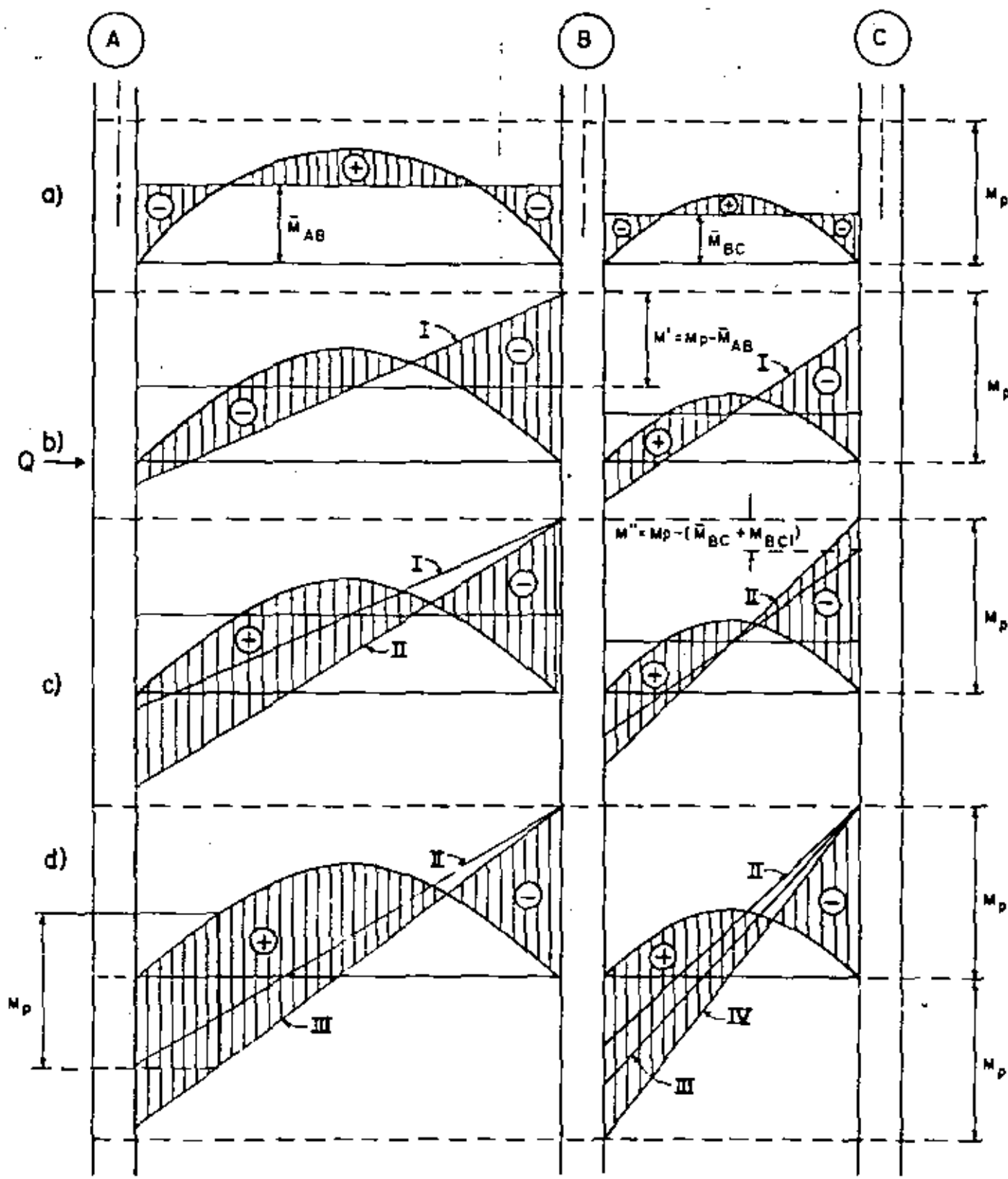


Fig. 4. Bending moment diagrams for the different loading stages .

Application of slope-deflection equations to an isolated column leads to^{6,8}

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{\Sigma_e M_e h}{12EI_c} + \theta \quad (7)$$

where $\Sigma_e M_e$ is the end moment of the beam that connects to an exterior column, or the sum of the end moments of two beams if it is an interior one, θ is the angle of rotation at the column's upper end, and I_c its moment of inertia.

To obtain Eq. (7) it has been assumed that the column behaves elastically and that its stiffness is independent of the axial load. Neither assumption is strictly true, but they do not introduce significant errors in columns with slenderness ratios and axial loads in the range which is usual in buildings.⁸

Equation (7) can be generalized to cover the complete story:

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{h}{12E} \Sigma \frac{M_e}{I_c} + \theta \quad (8)$$

ΣM_e is now the sum of moments at both ends of all beams in the level, and ΣI_c is the sum of moments of inertia of all the columns that contribute to the story's lateral stiffness. It has been assumed that θ is the same for every joint in the level.⁸

Equation (8) can finally be written as:

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{h}{12E\Sigma I_c} \Sigma M_e + \theta \quad (9)$$

The two basic equations to obtain the $Q-\Delta$ curve are Eqs. (6) and (9), developed for a complete building story. They are applied to an isolated frame in the numerical examples at the end of this paper.

Q-Δ CURVE OF A STORY

Loads initially applied to the story are the working gravity loads multiplied by the load factor corresponding to the combination of permanent and accidental loads. Bending moment diagrams are determined using clear beam spans and assuming no rotation at the joints. Unbalanced moments are resisted by the columns meeting at each joint (Fig. 4a).

Upon application of the horizontal load the story deflects laterally and additional moments have to be computed and added to those due to vertical load (Fig. 4b).

The first stage in the loading process ends with the formation of the first plastic hinge. It develops at the leeward end of one of the girders, where vertical and horizontal load moments are additive. The horizontal load additional moment necessary to develop a plastic hinge at the leeward end of each girder is $M' = M_p - \bar{M}$, where M_p and \bar{M} are the girder plastic moment and fixed end moment.

The joint rotation corresponding to each M' moment is now computed:

$$M' = S\theta' = C_1 EK\theta' \quad (10)$$

$$\theta' = M'/C_1 EK$$

where S is the girder stiffness and C_1 a numerical factor.

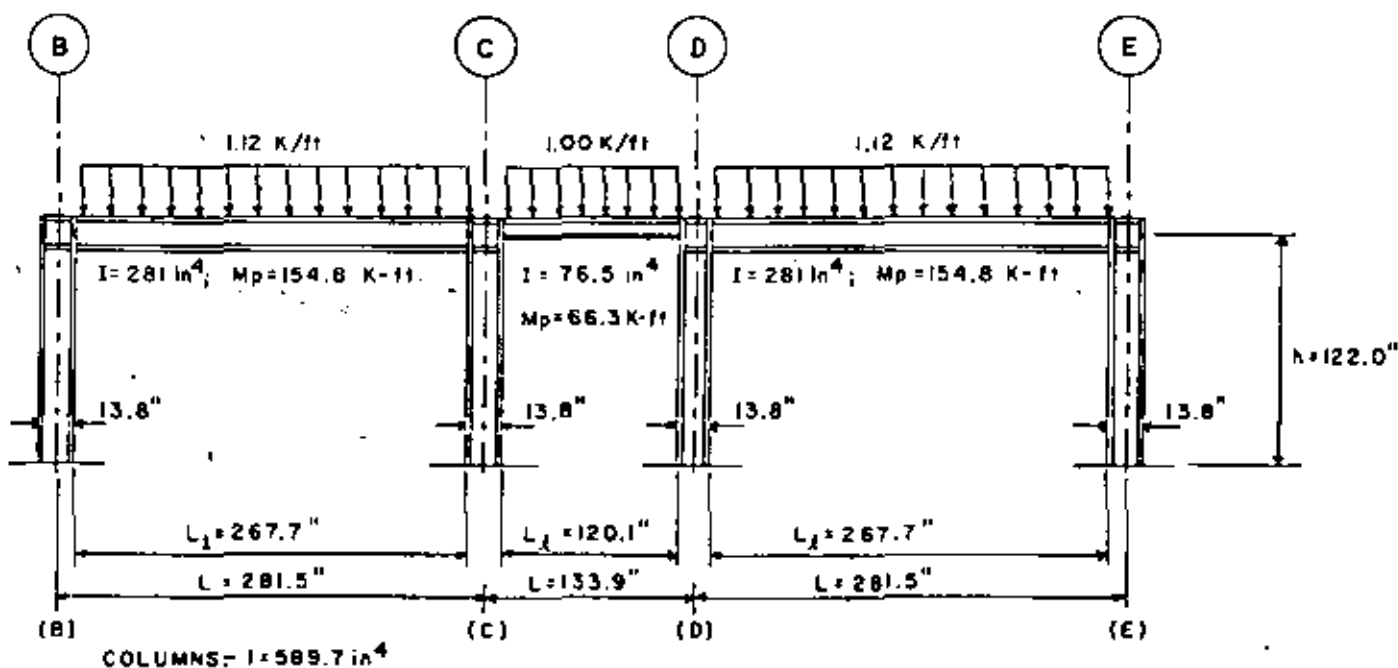


Fig. 5. Frame analyzed in illustrative example No. 1

Table 1

ROW	CONCEPT	UNITS	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	SEQUENCE OF PLASTIC HINGE FORMATION (E)
1	h	in	122.0						
2	P(TOTAL LOAD)	kips	502.2						
3	$K_1 = I_p / L_1$	in^3		1.05		0.64		1.05	
4	M_p	k-in		154.8		66.3		154.8	
5	$M_p = WL_p^2 / 8$	k-in		69.7		12.3		69.7	
6	$\bar{M} = WL_p^2 / 12$	k-in	46.5	46.5	8.3	8.3	46.5	46.5	
7	C_1	—	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	
8	$S_1 = C_1 E K_1$	k-in ²	15225	15225	9280	9280	15225	15225	
9	$M^* = M_p \bar{M}$	k-in ³	108.3	108.3	58.0	58.0	108.3	108.3	
10	$\theta = M^* / S_1$	—	0.00711	0.00711	0.00625	0.00625	0.00711	0.00711	
11	θ_1	—	0.00625						
12	$M_1 = S_1 \theta_1$	k-in	95.2	95.2	58.0	58.0	95.2	95.2	
13	ΣM_1	k-in	496.8						
14	ΣI_c	in^4	2358.8						
15	$(\Delta / h)_1$	—	0.00714						
16	Q_1	kips	45.38						
17	$M_{R1} = Q_1 h - M_1$	k-in		141.7		66.3		141.7	
18	$M_{L1} = \bar{M} - M_1$	k-in		-48.7		-48.7		-48.7	
19	C_2	—	6.0	6.0	3.0	—	6.0	6.0	
20	$S_2 = C_2 E K_2$	k-in ²	15225	15225	4640	—	15225	15225	
21	$M^* = M_p \bar{M}$	k-in ³		13.1		0		13.1	
22	$M^* = M_p \bar{M}$	k-in ³		106.1		16.6		106.1	
23	$\theta = M^* / S_2$	—	0.00697	0.00086	0.00358	—	0.00697	0.00086	
24	θ_2	—	0.00086						
25	$M_2 = S_2 \theta_2$	k-in	13.1	13.1	4.0	—	13.1	13.1	
26	ΣM_2	k-in	56.4						
27	ΣI_c	in^4	2358.8						
28	$(\Delta / h)_2$	—	0.00086						
29	Q_2	kips	5.1						
30	$(\Delta / h)_2$	—	0.00010						
31	$Q_1 + Q_2 = Q$	kips	50.58						
32	$M_{R2} = M_p \bar{M} - M_2$	k-in		-54.8		66.3		-54.8	
33	$M_{L2} = \bar{M} - M_2$	k-in		-61.8		-61.8		-61.8	

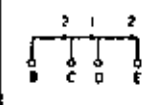
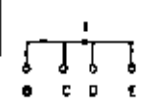
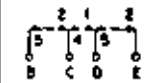
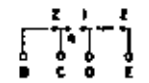


Table 1 (cont'd)

ROW	CONCEPT	UNITS	(B)	(C)	(D)	(E) SEQUENCE OF PLASTIC HINGE FORMATION	
34	C_3	---	3.0	---	3.0	---	
35	$S_3 + C_3 E_n$	K-ft	7612.9	---	7612.5	---	
36	$M_{L1} + M_{L2} + M_{L3}$	K-ft	0	0	0	---	
37	$M_{L1} + M_{L2} + M_{L3}$	K-ft	93.0	12.8	93.0	---	
38	$\theta''' = M''/S_3$	---	0.01222	0.00273	0.01222	---	
39	θ_3	---	0.00272	---	---	---	
40	$M_3 = S_3 \theta_3$	K-ft	20.7	---	20.7	---	
41	ΣM_3	K-ft	34.0	---	---	---	
42	ΣI_c	in ⁴	1759.1	---	---	---	
43	$(\Delta/h)_3$	---	0.00785	---	---	---	
44	Q_3	Kips	3.9	---	---	---	
45	$(\Delta/h)_T$	---	0.01095	---	---	---	
46	Q_T	Kips	24.28	---	---	---	
47	$M_{L1} + M_{L2} + M_{L3}$	K-ft	---	154.8	66.3	154.8	---
48	$M_{L1} + M_{L2} + M_{L3}$	K-ft	-82.5	-66.3	-82.5	---	
49	C_4	---	3.0	---	3.0	---	
50	$S_4 + C_4 E_n$	K-ft	7612.5	---	7612.5	---	
51	$M_{L1} + M_{L2} + M_{L3}$	K-ft	0	0	0	---	
52	$M_{L1} + M_{L2} + M_{L3}$	K-ft	72.3	---	72.3	---	
53	$\theta''' = M''/S_4$	---	0.00930	---	0.00930	---	
54	θ_4	---	0.00930	---	---	---	
55	$M_4 = S_4 \theta_4$	K-ft	72.3	---	72.3	---	
56	ΣM_4	K-ft	144.6	---	---	---	
57	ΣI_c	in ⁴	1759.4	---	---	---	
58	$(\Delta/h)_4$	---	0.00002	---	---	---	
59	Q_4	Kips	9.2	---	---	---	
60	$(\Delta/h)_T$	---	0.02097	---	---	---	
61	Q_T	Kips	63.48	---	---	---	
62	$M_{L1} + M_{L2} + M_{L3}$	K-ft	---	154.8	66.3	154.8	---
63	$M_{L1} + M_{L2} + M_{L3}$	K-ft	-154.8	-66.3	-154.8	---	
64	$\Sigma M_4 / L_1$	Kips	13.88.1	13.88.4	13.25.1	13.88.1	---
65	$W L_1 / Z$	Kips	12.48.1	12.48.4	9.00.1	12.48.1	---
66	V	Kips	1.59.1	26.37.1	6.25.1	1.59.1	26.37.1
67	$h_c / 2$	in	0.58	0.58	0.58	0.58	---
68	$M + M_4 + M_{L2}$	K-ft	155.6	170.1	71.1	155.6	170.1
69	M_{COL}	K-ft	155.6 / 2 = 77.8	241.2 / 2 = 120.6	232.5 / 2 = 116.3	170.1 / 2 = 85.1	---



57

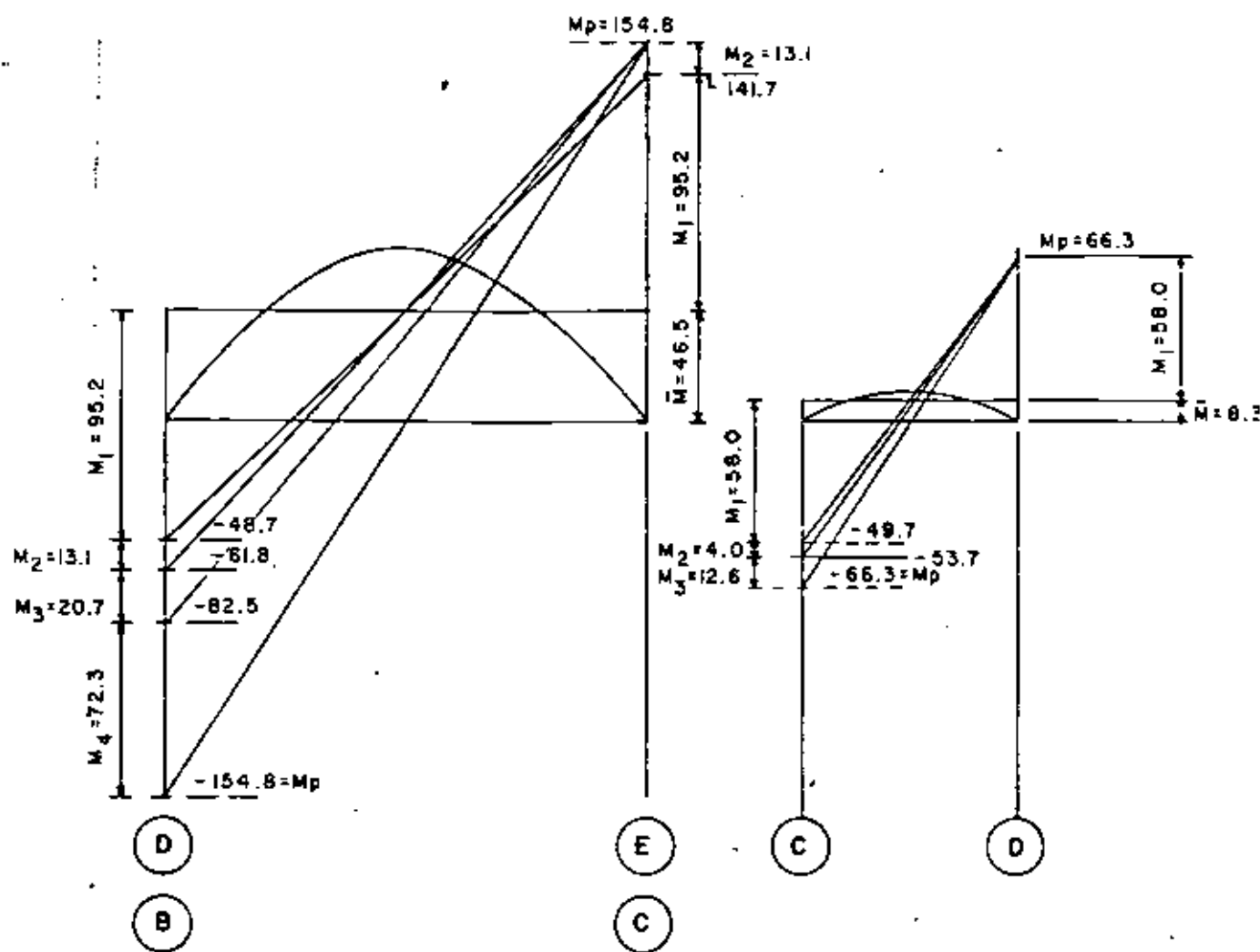


Fig. 6. Bending moment diagrams for illustrative example No. 1

If the girder cross section is constant, $G_1 = 6$, $K = 1/L$.

The smallest θ angle is the one corresponding to the first plastic hinge (in Fig. 4 it has been assumed that the first hinge develops at the leeward end of beam AB). When that angle is known, Eq. (10) is used to compute the moments at the ends of each beam corresponding to it. The sum of the beams end moments, ΣM_e , is taken into Eq. (9), and the lateral displacement determined as Δ/h . Finally, Eq. (6) gives the horizontal load Q that produces that displacement. Coordinates of a point in the $Q-\Delta/h$ curve are now known: the straight line from the origin to that point is a good representation of the first part of the $Q-\Delta/h$ curve.

The bending moment diagram corresponding to the formation of the first plastic hinge is diagram 1, Fig. 4b.

The second stage is similar to the first, but the stiffness of beam AB is reduced because of the plastic hinge developed at the leeward end (if the moment of inertia of the beam is constant, the stiffness is $3EI/L = 3EK$); also, the

moment at the plastic hinge location does not change. The second stage ends when a new plastic hinge develops, at the leeward end of beam BC, for instance (Fig. 4c).

In the third stage of the loading process, both beams have plastic hinges at the leeward end, and column C does not contribute any longer to the story's lateral rigidity. Its moment of inertia is not included in ΣI_e , Eq. (9).

A number of plastic hinges sufficient to transform the story into a mechanism eventually develops (Fig. 4d). Until then, the $Q-\Delta/h$ curve consists of several straight lines connecting the points which represent the termination of each stage. Upon formation of the mechanism, the relationship between horizontal load and lateral displacement is given by a descending straight line that passes through the point corresponding to the last plastic hinge. The equation of this line is:

$$Q = -\frac{P\Delta}{h} + \frac{M_e}{h}$$

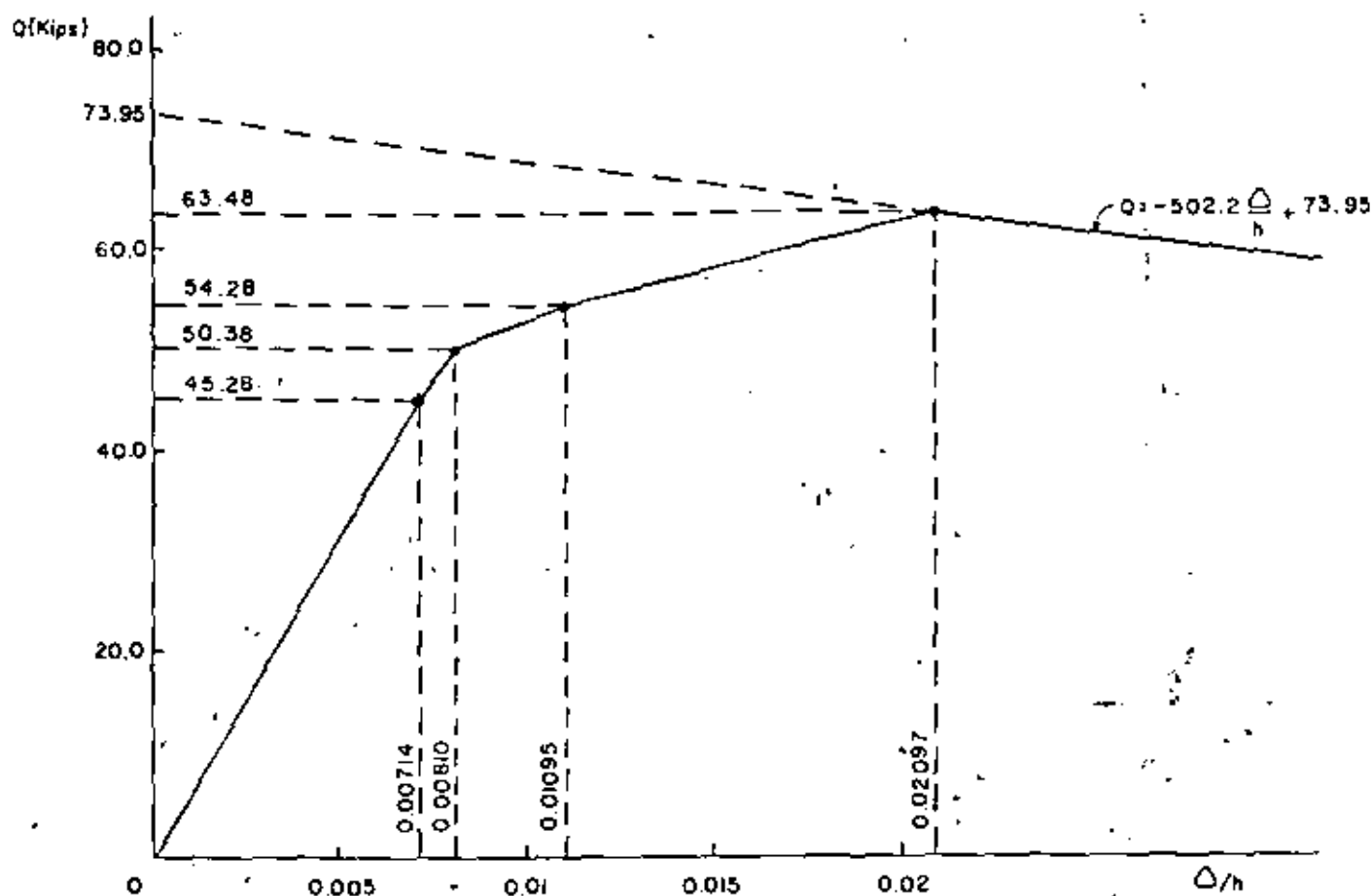


Fig. 7. Horizontal load-lateral deflection curve for illustrative example No. 1

where M_r is the total restraining moment provided by all of the beams in the story when the last plastic hinge develops.

The complete horizontal load-lateral displacement curve can now be plotted.

Numerical solution of a given problem is considerably facilitated by tabulating the computations, as shown in the illustrative example. It is generally convenient to plot simultaneously the bending moment diagrams, as in Fig. 4, to check the numerical results. The diagram is necessary if the second plastic hinge in one or more beams develops in an intermediate section, instead of the windward end, because the hinge position and windward moment are then graphically determined (Fig. 4d). Also, bending moment diagrams are necessary when the beams and the floor slab work as composite members, in order to find the zones of positive and negative bending moment.*

* A paper on this topic will be submitted for publication in the near future.

COLUMN DESIGN

Columns must be able to resist axial loads and bending moments applied to them by the beams until formation of the story collapse mechanism. The moments at the column faces must be increased by $Vd_c/2$ to obtain the design moments at the column center line, where V is the shear force at the girder end and d_c is the column depth.

As the $P\Delta$ effect has already been considered, column sizes are checked using a formula for beam-columns whose ends can not displace laterally.

If the designer wants to make sure that no plastic hinges will develop at the column ends, he can use a load factor bigger than that employed in beam design (if this precaution is not taken, some plastic hinges can possibly develop in the columns because of differences between the assumed and actual response of the structure and factors not considered in analysis and design, such as differences between real and specified yield points or handbook and actual geometric properties of rolled shapes).

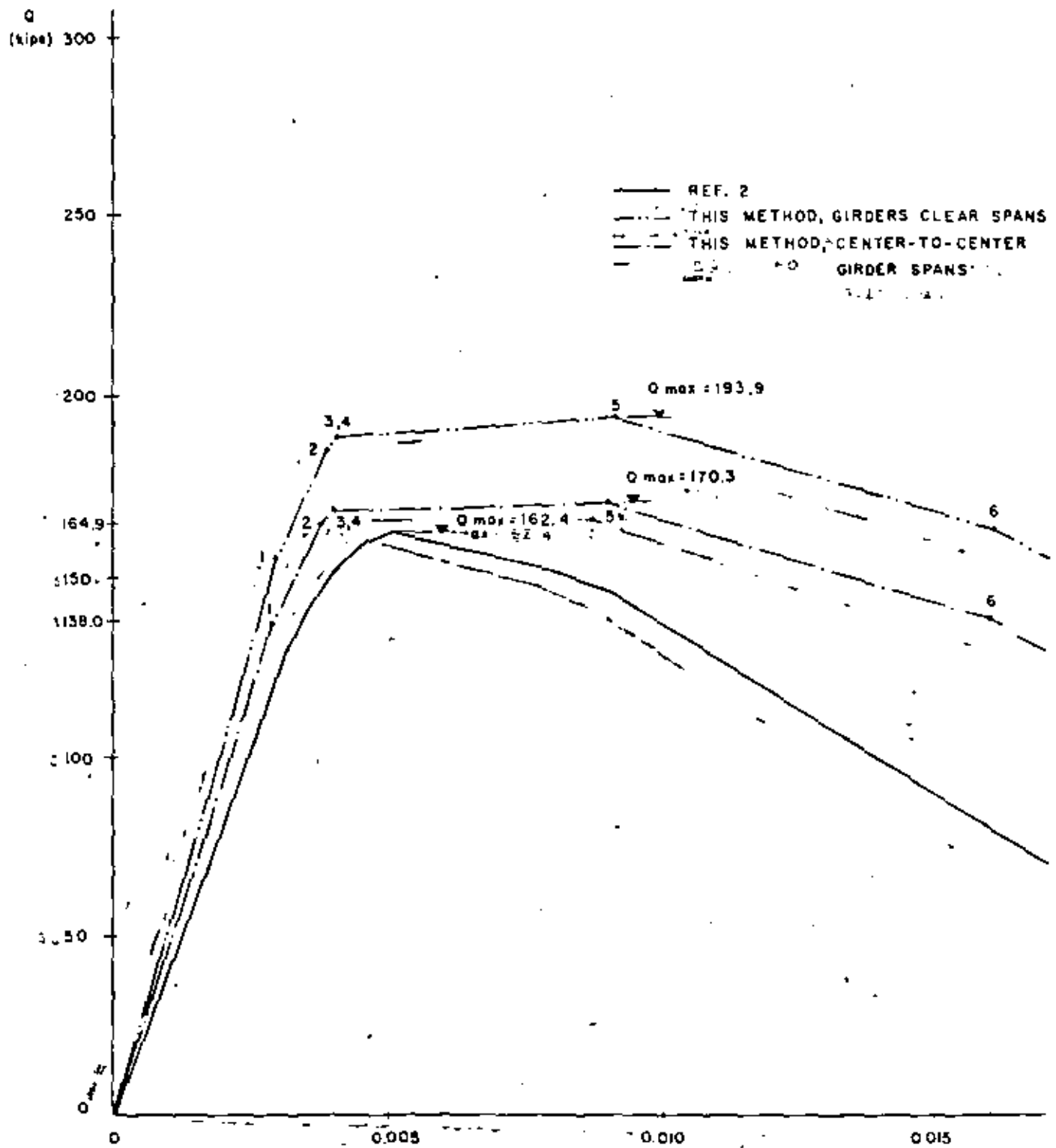
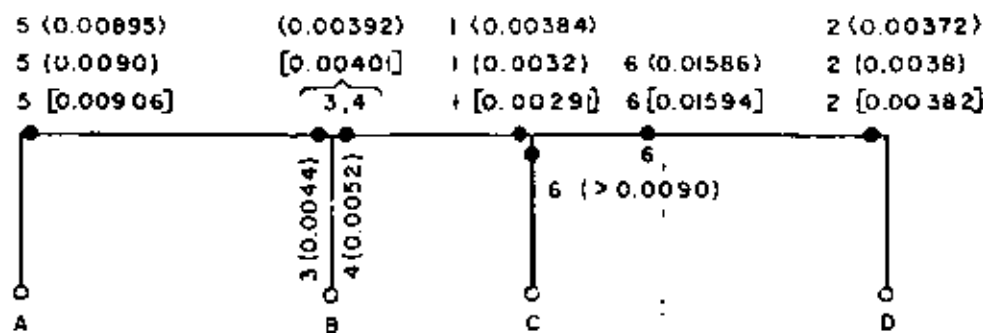


Fig. 8. Horizontal load—lateral deflection curves for illustrative example No. 2



[] THIS METHOD, GIRDERS CLEAR SPANS
 () THIS METHOD, CENTER-TO-CENTER SPANS
 { } REF. 2

Fig. 9. Sequences of plastic hinge formation for illustrative example No. 2

ILLUSTRATIVE EXAMPLES

Example 1—Figure 5 shows a story of a multistory frame belonging to a building which was designed by the allowable stress method in the writer's office. Vertical loads are multiplied by the load factor corresponding to the combination of vertical permanent and horizontal accidental loads.

Computations are shown in Table 1, bending moment diagrams for every loading stage are depicted in Fig. 6, and the horizontal load-lateral deflection curve is shown in Fig. 7.

Example 2—The structure used as an illustrative example in Ref. 2 was analyzed in the following two ways, using the method described in this paper:

- (a) Employing the clear spans of girders, as suggested in this paper.
- (b) Computing restraining moments using center-to-center girder spans, as in Ref. 2.

Results of both analyses are shown in Figs. 8 and 9, which also contain the $Q-\Delta$ curve and the sequence of plastic hinge formation found in Ref. 2. Agreement is fairly good. It is the writer's belief that results based on clear spans are closer to the structure's true behavior.

REFERENCES

1. Driscoll, G. J., Jr. et al. Plastic Design of Multi-Story Frames. *Lecture Notes and Design Aids, Report No. 273.20 and 273.24, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, 1965.*
2. Daniels, J. H., and L. W. Lu. The Subassemblage Method of Designing Unbraced Multi-Story Frames. *Report No. 273.37, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, March 1966.*
3. Daniels, J. H. and L. W. Lu. Design Charts for the Subassemblage Method of Designing Multi-Story Frames. *Report No. 273.54, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Dec. 1966.*
4. Daniels, J. H. A Plastic Method for Unbraced Frame Design. *Engineering Journal, AISC, Vol. 3, No. 4, Oct. 1966.*
5. Driscoll, G. C., J. O. Armarost and W. C. Hanwell. Plastic Design of Multi-Story Frames by Computer. *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 90, No. 571, Jan. 1970.*
6. De Buen, O. Diseño plástico de marcos rígidos no contra-venteados. *II Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Veracruz, May 1968.*
7. De Buen, O. Antisismic Design of Multi-Story Steel Frames by Plastic Methods. *IV World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, Jan. 1969.*
8. De Buen, O. A Modification to the Subassemblage Method of Designing Unbraced Multi-Story Frames. *Engineering Journal, AISC, Vol. 6, No. 4, Oct. 1969.*
9. Duque, R. O. Applied Plastic Design of Unbraced Multistory Frames. *Engineering Journal, AISC, Vol. 5, No. 4, Oct. 1971.*
10. Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings. *AISC, Feb. 1969 (including Supplements 1, 2 and 3, adopted Nov. 1970, Dec. 1971, and June 1974).*
11. Mac Gregor, J. G. Stability of Reinforced Concrete Building Frames. *State of Art Report No. 1, Technical Committee No. 23, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Aug. 1972.*
12. Adams, P. F. Stability of Three-Dimensional Building Frames. *State of Art Report No. 4, Technical Committee No. 16, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Aug. 1972.*



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS

DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ

AGOSTO, 1980

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHYSICS DEPARTMENT

PHYSICS 435

PROBLEM SET 1

DATE: _____

NAME: _____

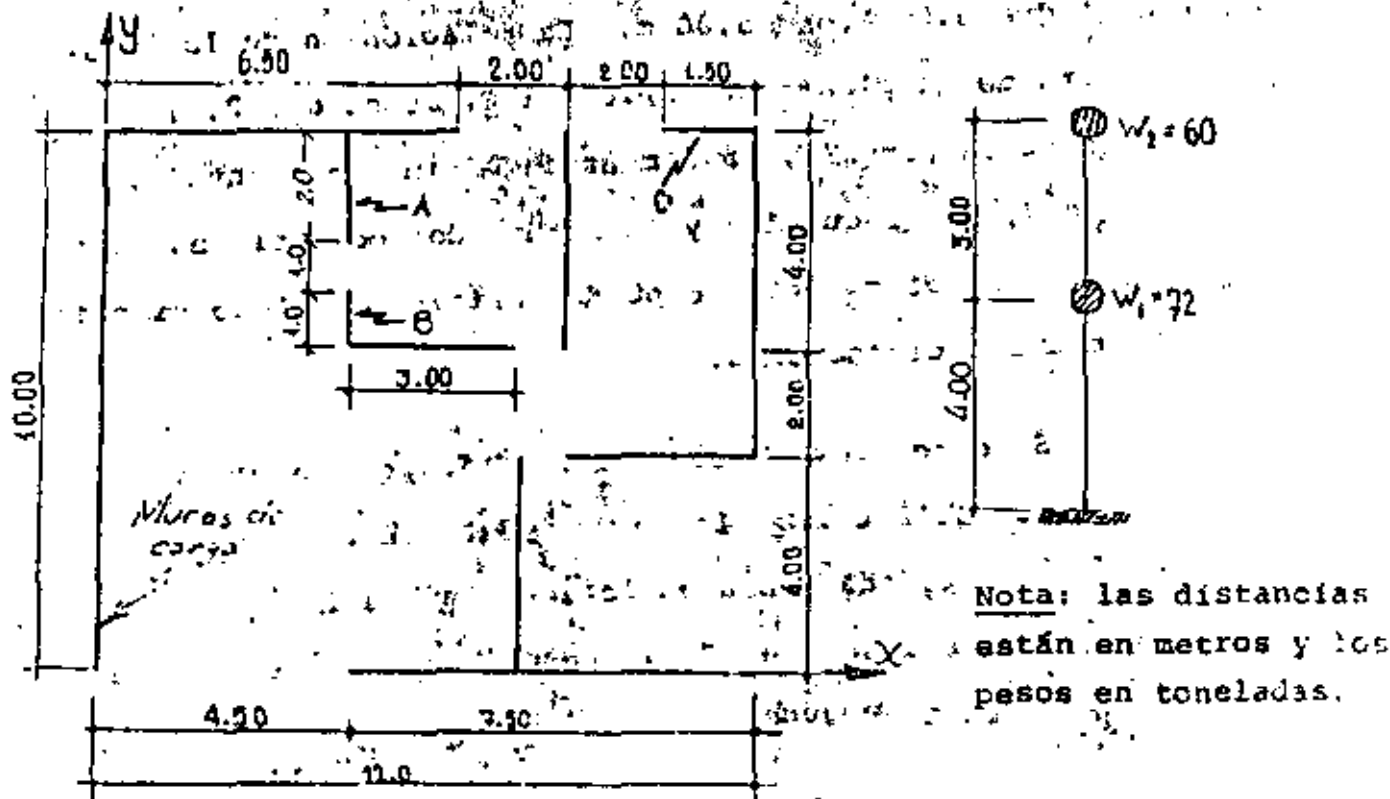
PHYSICS 435, SPRING 2011

5. EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO DE ACUERDO CON EL REGLAMENTO
DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL - 1977

Por Dr. Octavio A. Rasón et al.

5.1 EJEMPLO DEL METODO SIMPLIFICADO

La figura siguiente muestra esquemáticamente las plantas, alturas y pesos de una estructura. Se verificará que se satisfacen las condiciones que se exigen en el artículo 238 y se efectuará el análisis mediante el método simplificado.



Los muros son de tabique recocido,
de 14 cm de espesor, cuya resistencia
al esfuerzo cortante es 1.5 kg/cm^2 .

PLANTA DE LOS DOS PISOS

Observando la planta se puede afirmar que más del 75% de las cargas verticales están soportadas por los muros. Se aprecia también que existen en cada dirección dos muros perimetrales paralelos; las longitudes en que estos muros están ligados a las losas son, en la dirección X: 7.50 m y 6.50 m, mayores que $0.5 \times 12 = 6.00$ m, y en la dirección Y, 10.00 m y 6.00 m, mayores que $0.5 \times 10 = 5.00$ m. La relación entre la longitud y anchura de la planta es $12/10 = 1.2$, menor que 2.0; la relación entre la altura y la dimensión mínima en planta es $7/10 = 0.7$, menor que 1.5 y la altura del edificio es menor que 13 m. En conclusión se puede aplicar el método simplificado en ambas direcciones.

Paso 1. Se determina el coeficiente sísmico de acuerdo con la tabla del artículo 239. Suponiendo que la estructura se edificará en la zona I y teniendo en cuenta que la altura es 7 m, encontramos que el coeficiente sísmico es 0.08

Paso 2. Se calculan las fuerzas y cortantes sísmicas, de la manera especificado en el artículo 240, es decir, como se indica en la tabla siguiente:

Nivel o entrepiso 1	W_i ton	h_i m	$W_i h_i$ ton-m	P_i ton	V_i ton
202 + 23.0	60	7.0	420	6.30	6.32
1	72	4	288	4.32	10.62
Sumas	132		708	10.62	

donde: h_i es la altura del nivel i respecto a la base,

$$P_i = \frac{W_i h_i (0.08 W_i)}{708} = \frac{1}{708} W_i h_i (0.08 \times 132) = 0.015 W_i h_i$$

Las fuerzas P_i actúan en las direcciones X y Y

Paso 3. Se calculan las fuerzas resistentes en las direcciones X, Y. Los muros, cuya relación $\frac{h}{L}$ sea menor que 1.33 tendrán una capacidad de 1.5 kg/cm² (sin ninguna reducción), en la planta baja esto ocurre para muros con una longitud mayor que $4.0/1.33 = 3$ m. En la dirección X hay (6.5+3.0+3.5+7.5) = 20.5 m que cumplen tal condición, y (10.0+4.0+4.0+6.0) = 24 m en la dirección Y.

Los muros A, B y C tienen $L < 3.0$ m y sus esfuerzos resistentes se reducen a

$$\sigma_A = 1.5 \left(\frac{1.33 \times 2.0}{4.0} \right)^2 = 0.66 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_B = 1.5 \left(\frac{1.33 \times 1.0}{4.0} \right)^2 = 0.17 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_C = 1.5 \left(\frac{1.33 \times 1.5}{4.0} \right)^2 = 0.37 \text{ kg/cm}^2$$

La resistencia total en la dirección x es:

$$2950 \times 14 \times 1.5 + 150 \times 14 \times .37 = 43.83\text{-ton}$$

y en la dirección Y:

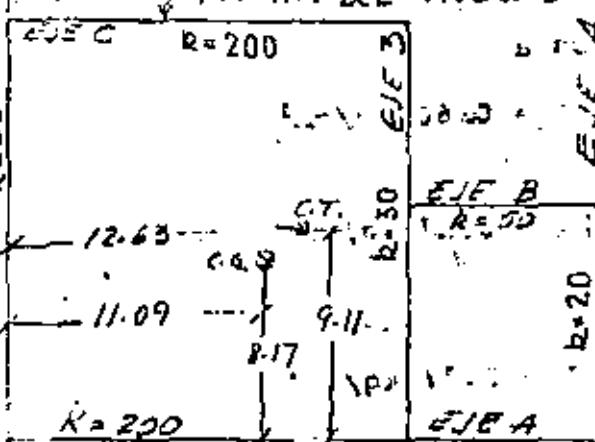
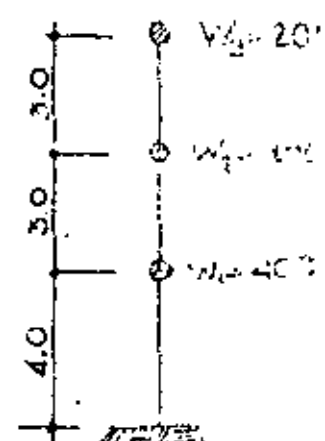
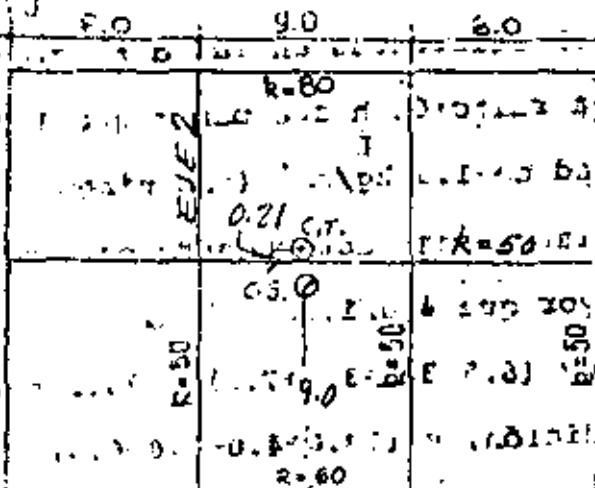
$$2400 \times 14 \times 1.5 + 200 \times 14 \times 0.66 + 100 \times 14 \times 1.17 =$$

$$52.49\text{-ton}$$

ambas mayores que la fuerza cortante actuante 10.62 ton.

5.2 EJEMPLO DE ANALISIS ESTADICO

En las figuras siguientes se muestran la elevación y las plantas esquemáticas de un hospital de tres niveles que se construirá en la zona de terreno firme del Distrito Federal.



Nota: las distancias están en metros, los pesos en toneladas y las rigideces de entrepiso en toneladas sobre centímetros.

Los detalles constructivos y los materiales que se usarán permiten utilizar $Q=4$. Se dan los valores de las rigideces de entrepiso de los marcos, los pesos concentrados en los niveles y las dimensiones. Se determinarán las fuerzas cortantes que correspondan a cada marco utilizando el método estático propuesto en el artículo 240 del Reglamento.

Paso 1. Determinación del coeficiente sísmico; el artículo 240 especifica que la relación entre la fuerza cortante en la base V y el peso total W igual a $\frac{C}{Q}$ o a_0 , el que sea mayor. El valor de C se obtiene de la tabla del artículo 234 y el de a_0 de la tabla del artículo 236, y son parte de la definición del espectro de diseño sísmico.

En seguida se indican los valores correspondientes a la zona de terreno firme (zona I) y a un edificio que se va a usar como hospital (construcción del grupo A, según el artículo 232):

$$a_0 = 0.03, c = 0.16; C = 0.16 \times 1.3 = 0.208$$

$$\text{Usar } \frac{C}{Q} = \frac{0.208}{4} = 0.052 > a_0$$

Paso 2. Cálculo de fuerzas sísmicas en los niveles: según el artículo 240 la fuerza sísmica P_i en el nivel i es igual a $C_i W_i$, donde W_i es el peso de tal nivel y C_i es una constante proporcional a h_i , que es la correspondiente altura con respecto a la base. Digamos:

$$P_i = C_i W_i = a h_i W_i$$

Para determinar a se toma en cuenta que

$$\frac{V}{W} = \frac{\sum P_i}{\sum W_i} = \text{coeficiente sísmico} = S_a$$

$$S_a = \frac{\sum a h_i W_i}{\sum W_i} \Rightarrow a = \frac{S_a \sum W_i}{\sum h_i W_i}$$

de donde:

$$P_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} S_a \sum W_i$$

El cálculo de las P_i para este ejemplo se presenta en la siguiente tabla

Nivel o entrepiso i	W_i (ton)	h_i (m)	$W_i h_i$	P_i (ton)	V_i (ton)
3	200	10	2000	16.25	16.25
2	400	7	2800	22.75	39.00
1	400	4	1600	13.00	52.00
sumas	1000		6400	52.00	

$S_a = 0.052$

$$P_i = \frac{0.052 \times 1000}{6400} W_i h_i$$

$$P_i = 0.008125 W_i h_i$$

Paso 3. Determinación de la posición de las fuerzas cortantes, los centros de rigidez de cada piso, y los momentos torsionantes:

Las fuerzas en los niveles P_j están ubicadas en los centros de gravedad de las cargas W_j . Como las fuerzas cortantes son resultado de las fuerzas P_j , su ubicación estará dada por:

$$x_V = \frac{\sum P_j X_j}{\sum P_j} \quad ; \quad y_V = \frac{\sum P_j Y_j}{\sum P_j}$$

donde $V = \sum P_j$ y las sumas son sólo hasta el nivel en que está aplicada la fuerza cortante V . Supondre

mos en este ejemplo que los centros de gravedad de las cargas coinciden con el centro de gravedad de las áreas de las plantas, es decir que, con referencia a los ejes indicados en las figuras donde se presentan las plantas, las coordenadas de los puntos de aplicación de las fuerzas sísmicas en los niveles son:

Nivel	x_j	y_j
j	(m)	(m)
3	11.09	8.17
1,2	12.50	9.00

En la siguiente tabla se muestran los cálculos para determinar la posición de las fuerzas cortantes.

Nivel o entrepiso	FUERZAS EN DIRECCION X						FUERZAS EN DIRECCION Y					
	P_j	Y_j	$P_j Y_j$	$\sum P_j Y_j$	V	Y_V	P_j	X_j	$P_j X_j$	$\sum P_j X_j$	V	X_V
1	16.25	8.17	132.76	132.76	16.25	8.17	16.25	11.09	180.21	180.21	16.25	11.09
2	22.75	9.00	204.75	337.51	39.00	8.65	22.75	12.50	284.38	464.59	39.00	11.21
3	13.00	9.00	117.00	454.51	52.00	8.74	13.00	12.50	162.50	627.09	52.00	12.06

El centro de torsión es el punto por el que debe pasar la línea de acción de la fuerza cortante sísmica para que el movimiento relativo de los niveles que limitan el entrepiso sea exclusivamente de traslación. Si esto no ocurre existe torsión o rotación relativa entre tales niveles. Las expresiones para calcular el centro de torsión será, en cada entrepiso:

$$X_T = \frac{\sum K_Y X_j}{\sum K_Y} ; Y_T = \frac{\sum K_X Y_j}{\sum K_X}$$

donde K_Y son las rigideces de entrepiso de los marcos orientados en la dirección Y, cuya posición está dada por X. K_X son las rigideces de entrepiso de los marcos orientados en la dirección x, cuya posición está dada por Y. Las sumas se refieren a todos los marcos que hay en el entrepiso en la correspondiente dirección

En la siguiente tabla se muestran los cálculos para el ejemplo que estamos tratando.

MARCOS EN LA DIRECCION Y											
ENTRE PISO	EJE 1		EJE 2		EJE 3		EJE 4		EK _Y	EK _Y X	X _T
	K _Y	X	K _Y	X	K _Y	X	K _Y	X			
3	30	0	—	—	30	17	20	25	80	1010	12.63
2	50	0	50	8	50	17	50	25	200	2500	12.50
1	50	0	50	8	50	17	50	25	200	2500	12.50

MARCOS EN LA DIRECCION X									
ENTRE PISO	EJE A		EJE B		EJE C		EK _X	EK _X Y	Y _T
	K _X	Y	K _X	Y	K _X	Y			
3	200	0	50	10	200	18	450	4100	9.11
2	60	0	50	10	80	18	190	1940	10.21
1	60	0	50	10	80	18	190	1940	10.21

Para determinar los momentos torsionantes es necesario conocer las excentricidades calculadas de las fuerzas cortantes y añadir las amplificaciones prescritas en el punto VII del art 240. Esto se hace en las siguientes tablas, donde también se calculan los momentos torsionantes.

$$e_1 = 1.5 e_2 + 0.16$$

$$e_2 = e_3 - 0.16$$

SISMO EN DIRECCION X

ENTRE PISO	Y_V (m)	Y_T (m)	$e_s = Y_V - Y_T$ (m)	b (m)	e_1 (m)	e_2 (m)	V_x (m)	M_{1x} (ton-m)	M_{2x} (ton-m)
3	8.17	9.11	-0.94	18.0	-3.21	0.86	16.25	-52.16	13.98
2	6.65	10.21	-1.56	18.0	-4.14	0.24	39.00	-161.46	9.36
1	8.74	10.21	-1.47	18.0	-4.01	0.33	52.00	-208.52	17.16

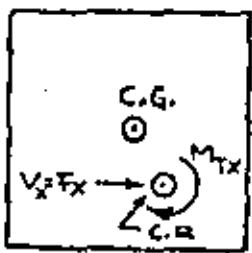
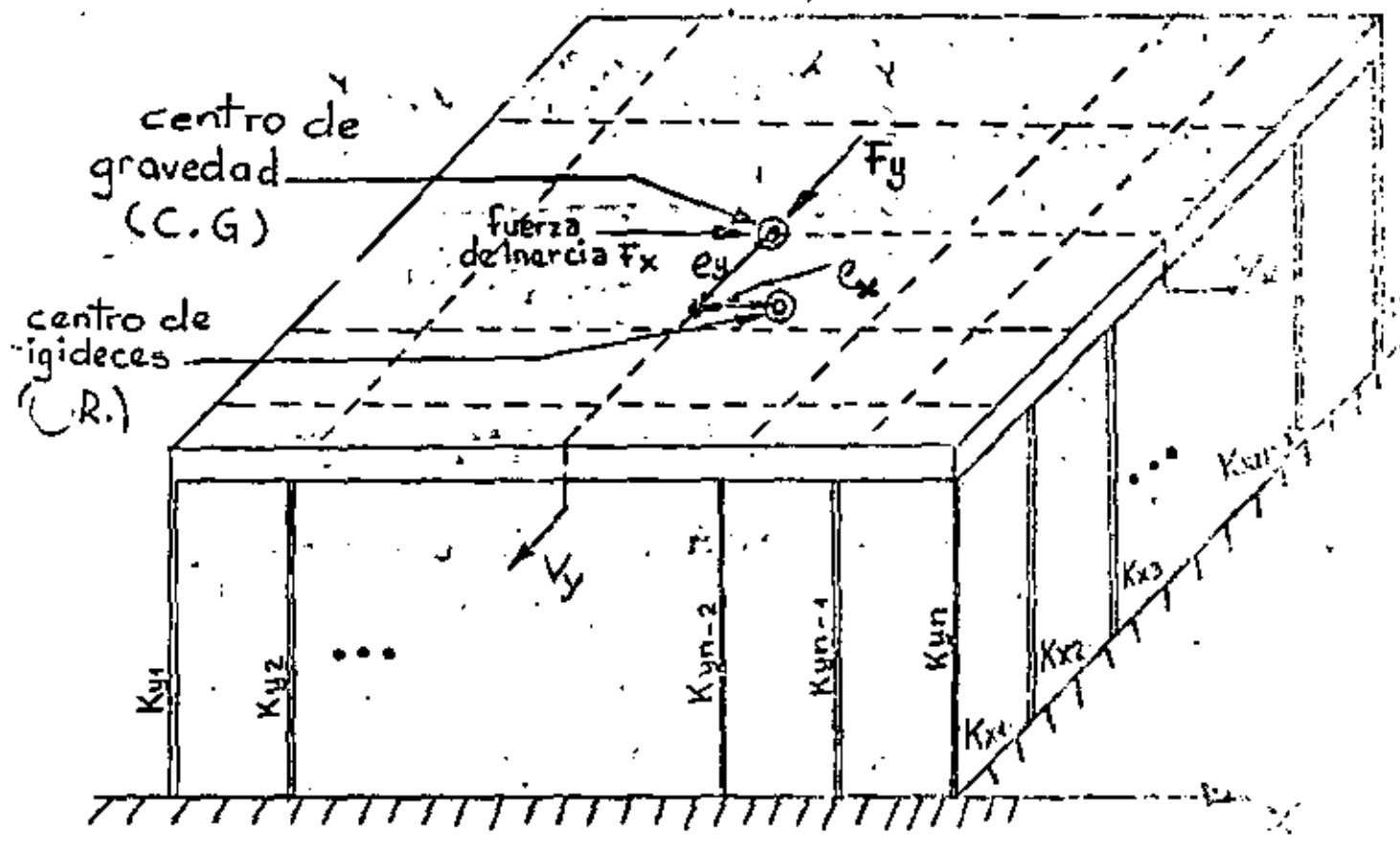
SISMO EN DIRECCION Y

ENTRE PISO	X_V (m)	X_T (m)	$e_s = X_V - X_T$ (m)	b (m)	e_1	e_2	V_Y	$-M_{1Y}$	M_{2Y}
3	11.09	12.63	-1.54	25.0	-4.81	0.96	16.25	-78.16	15.6
2	11.91	12.50	-0.59	25.0	-3.39	1.91	39.00	-132.21	74.49
1	12.06	12.50	-0.44	25.0	-3.16	2.06	52.00	-164.32	107.12

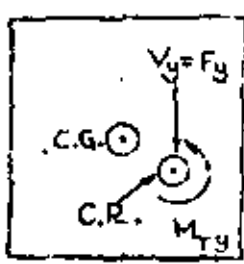
PASO 4 Distribución de las fuerzas cortantes sísmicas en los marcos.

La fuerza cortante que debe resistir un marco cualquiera debe ser la suma de dos efectos: el debido a la fuerza cortante del piso actuando en el centro de rigideces y el debido al momento torsionante del piso. Cuando todos los marcos son paralelos a uno de los ejes X o Y, son válidas las siguientes expresiones:

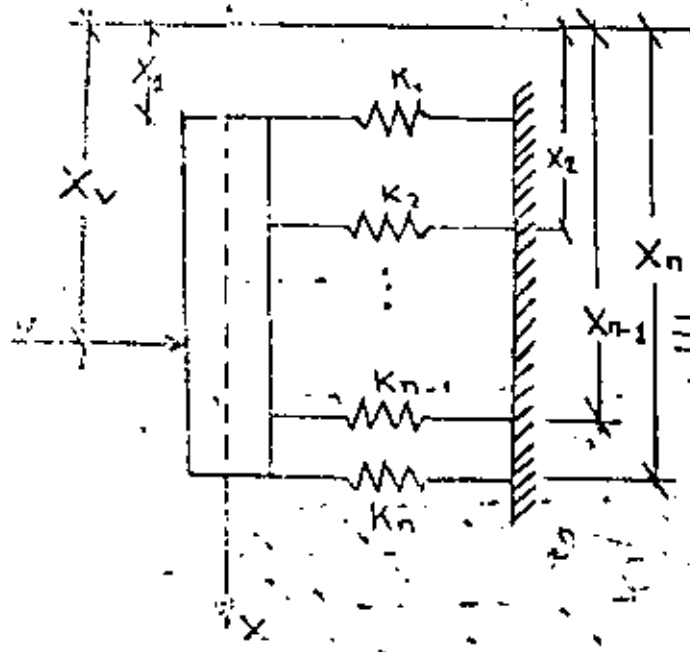
DISTRIBUCION DE FUERZAS CORTANTES DIRECTAS Y POR TORSION



+



DISTRIBUCION DE LAS FUERZAS CORTANTES EN UN ENTREPISO



$$\sum F_i = K_1 \delta + K_2 \delta + \dots + K_n \delta = V = K_{eq} \delta$$

$$\delta \sum K_i = \delta K_{eq}$$

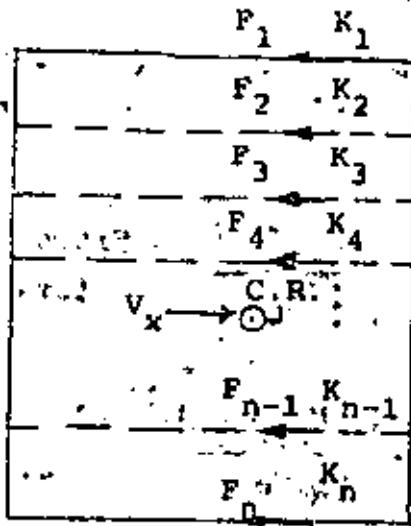
$$K_{eq} = \sum_{i=1}^n K_i$$

$$M_1 = \sum F_i X_i = \sum K_i \delta X_i = \delta \sum K_i X_i = V X_v = K_{eq} \delta X_v$$

$$X_v = \frac{\sum_{i=1}^n K_i X_i}{\sum_{i=1}^n K_i}$$

← POSICION DEL CENTRO DE RIGIDEZES

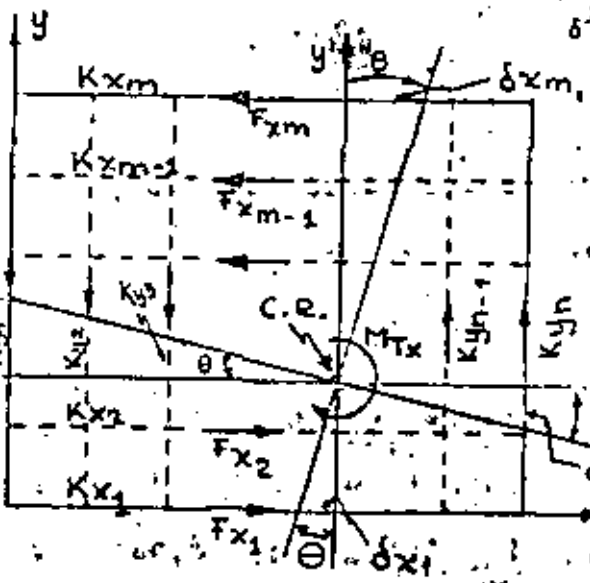
VEAMOS COMO SE DISTRIBUYEN LAS FUERZAS CORTANTES EN DOS MASAS



$$F_i = K_i \delta$$

$$\sum F_i = \sum K_i \delta = V_x \therefore \delta = \frac{V_x}{\sum K_i}$$

$$F_i = V_x \frac{K_i}{\sum_{i=1}^n K_i}$$



$$F_{xi} = K_{xi} \delta x_i = K_{xi} y_i \theta$$

$$F_{yi} = K_{yi} \delta y_i = K_{yi} x_i \theta$$

$$\sum M_{C.R.} = \sum F_{xi} y_i + \sum F_{yi} x_i$$

$$= \theta (\sum K_{xi} y_i^2 + \sum K_{yi} x_i^2)$$

$$= M_{Tx}$$

DE DONDE $\theta =$

$$\frac{M_{Tx}}{\sum K_{xi} y_i^2 + \sum K_{yi} x_i^2}$$

POR LO QUE

$$F_{xi} = M_{Tx} \frac{K_{xi} y_i}{\sum K_{xi} y_i^2 + \sum K_{yi} x_i^2}$$

$$F_{yi} = M_{Tx} \frac{K_{yi} x_i}{\sum K_{xi} y_i^2 + \sum K_{yi} x_i^2}$$

PARA LOS MARCOS PARALELOS A X

PARA MARCOS PARALELOS A Y

1. $V_X \frac{K_X}{\Sigma K_X}$ (Sismo en X)
Directo

$V_Y \frac{K_Y}{\Sigma K_Y}$ (Sismo en Y)
Directo

2. $\frac{M_X K_X \bar{Y}}{R_0}$ (Sismo en X)
torsión

$\frac{M_Y K_Y \bar{X}}{R_0}$ (Sismo en Y)
torsión

3. $\frac{|M_Y K_X \bar{Y}|}{R_0}$ (Sismo en Y)
torsión

$\frac{|M_X K_Y \bar{X}|}{R_0}$ (Sismo en X)
torsión

donde $R_0 = \Sigma K_X \bar{Y}^2 + \Sigma K_Y \bar{X}^2$

\bar{X} , \bar{Y} son las coordenadas de los marcos con respecto al centro de torsión: $\bar{X} = X - X_T$

$\bar{Y} = Y - Y_T$

Nótese que las contribuciones directas (1) y las de torsión que se producen en los marcos perpendiculares a la dirección del sismo (3) son siempre positivas. La contribución (2) puede ser positiva o negativa. Los valores de M_X y M_Y se escogerán, para cada marco, de forma que produzcan la máxima contribución.

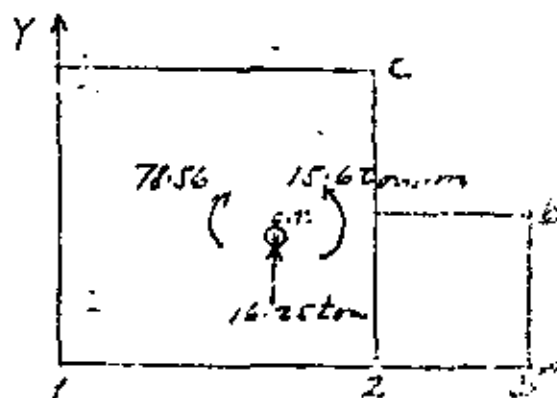
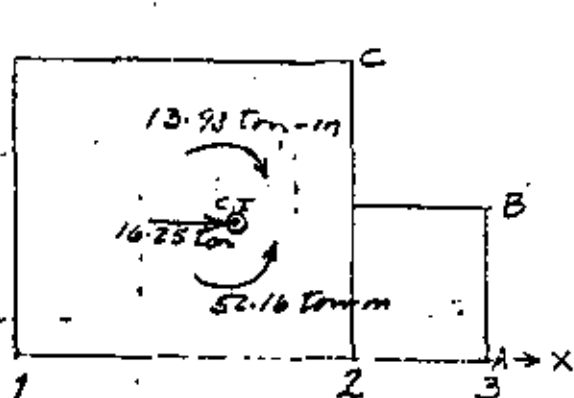
El art 237 del Reglamento exige que las estructuras se analicen bajo la acción de dos componentes ortogonales del movimiento del terreno y que en cada sección crítica se sumarán vectorialmente los efectos gravitacionales con los de un componente del movimiento del terreno y, cuando sea significativo, 0.3 de los efectos del otro. En rigor tal combinación debe hacerse a nivel de desplazamiento y de elementos mecánicos, pero es razonable efectuarlo a nivel de

fuerzas cortantes, que es como se hace en las siguientes tablas.

ENTRE PISO 3

$$V_x = 16.25 \text{ ton} \quad X_T = 12.63 \text{ m}$$

$$V_y = 16.25 \text{ ton} \quad Y_T = 9.11 \text{ m}$$



MARCO	K_x	Y	$\bar{Y} = Y - Y_T$	$K_x \bar{Y}$	$K_x \bar{Y}^2$	Sismo en X		en Y Tors	$1/(X) + .30$	$3/(Y) + 1.10$	V Dism
						Dir.	Tors				
A	200	0	-9.11	-1822	16 598.42	7.22	2.33	3.48	10.59	5.65	19.50
B	50	10	0.89	44.5	39.61	1.81	0.02	0.09	1.80	0.65	2.45
C	200	18	8.89	1778	15 806.42	7.22	0.61	3.40	8.95	5.70	9.00
Σ	450			$\Sigma 0$	$\Sigma 444.45$	16.25					21.50

MARCO	K_y	X	$\bar{X} = X - X_T$	$K_y \bar{X}$	$K_y \bar{X}^2$	Sismo en Y		en X Tors	$1/(X) + .30$	$3/(Y) + 1.10$	V Dism
						Dir.	Tors				
1	30	0	-12.63	-378.9	4785.51	6.09	0.72	0.48	2.52	2.70	5.22
2	30	17	4.37	131.1	572.91	6.09	0.05	0.17	1.89	5.19	7.08
3	20	25	12.37	247.4	3060.34	4.07	0.09	0.35	1.34	4.20	5.54
Σ	80			$\Sigma 0$	$\Sigma 8418.76$	16.25					17.84

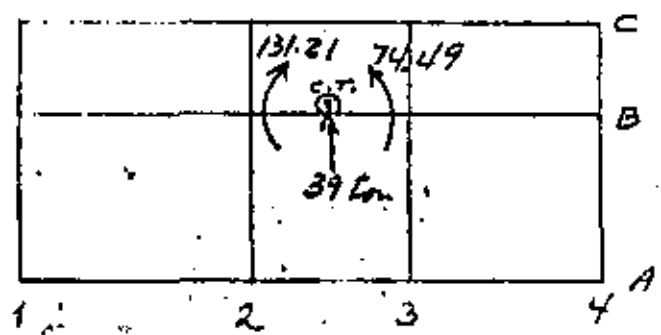
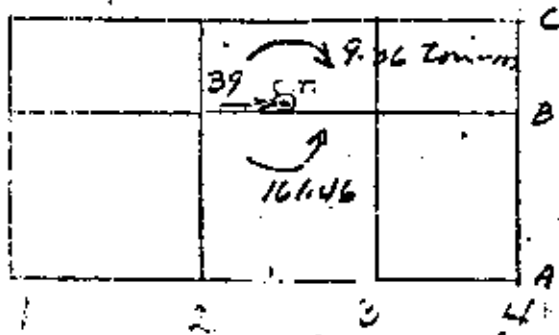
$$\Sigma K_x \bar{Y}^2 + \Sigma K_y \bar{X}^2 = 40,863.21$$

Como comprobación la suma de $K_x \bar{Y}$ y $K_y \bar{X}$ debe ser cero, la suma de los cortantes directos debe ser igual a los respectivos horizontales y la de los de diseño debe ser mayor que tal valor.

ENTREPISO 2

$V_x = 39.0 \text{ ton}$ $V_y = 39.0 \text{ ton}$

$X_T = 12.50 \text{ m}$ $Y_T = 10.21 \text{ m}$



MARCO	X	Y	$\bar{Y} = Y - Y_T$	$K_x \bar{Y}$	$K_x \bar{Y}^2$	Sismo en X		en Y Tors	1(X) + 3(Y)	3(X) + 1(Y)	V dise
						Dir	Tors				
A	60	0	-10.21	-612.6	6254.7	12.32	3.44	2.82	16.61	7.55	16.67
B	50	10	-0.21	-10.5	2.2	10.26	0.06	0.05	10.34	3.15	10.34
C	80	18	7.79	623.2	4854.7	16.42	0.20	2.86	17.48	7.85	17.54
Σ	190			= 0	1111.6	39.0					44.61

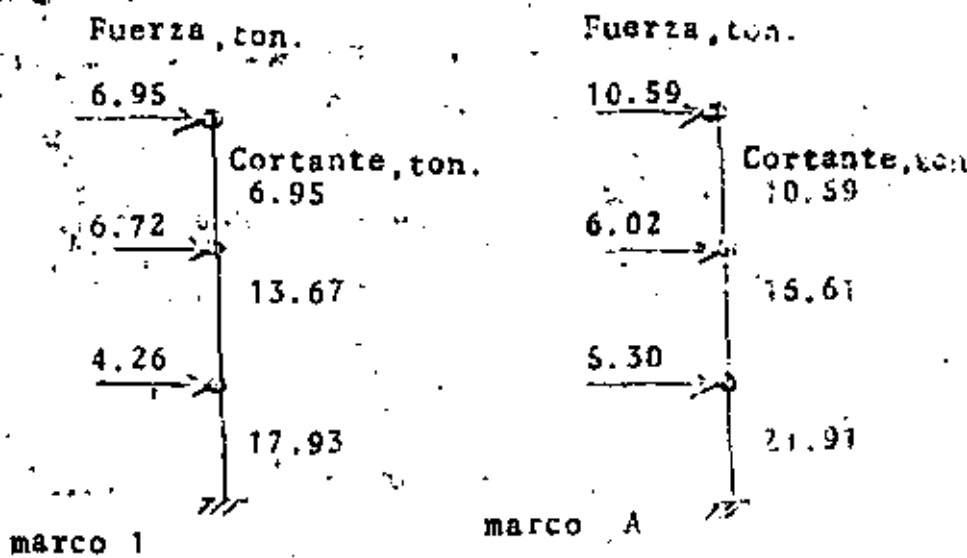
MARCO	Y	X	$\bar{X} = X - X_T$	$K_y \bar{X}$	$K_y \bar{X}^2$	Sismo en Y		en X Tors	1(X) + 3(Y)	3(X) + 1(Y)	V dise
						Dir	Tors				
1	50	0	-12.5	-625	7812.5	9.75	2.87	3.51	7.30	13.67	13.67
2	50	8	-4.5	-225	1012.5	9.75	1.03	1.26	4.49	11.16	11.16
3	50	17	4.5	225	1012.5	9.75	0.58	1.26	4.49	11.16	11.16
4	50	25	12.5	625	7812.5	9.75	1.62	3.56	7.30	13.67	13.67
	200			= 0	17650.0	39.0					49.66

$\Sigma = 28,761.6$

De manera similar resulta para el primer entrepiso:

Marco	A	B	C	1	2	3	4
V diseño	21.91	13.78	23.33	17.93	14.78	14.78	17.93

Al lado se muestran las fuerzas que servirán para analizar los marcos 1 y A.



Dividiendo las fuerzas cortantes entre las rigideces de entrepiso se pueden calcular los desplazamientos de entrepiso, para revisar si son o no aceptables; es importante tener presente que deben multiplicarse por Q, puesto que la reducción por ductilidad se aplica sólo a las fuerzas y no a los desplazamientos. Para los marcos 1 y A tenemos:

Entre-piso	Marco 1			Marco A			
	V (ton)	K (ton/cm)	$\sigma = \frac{QV}{K}$ (cm)	V (ton)	K (ton/cm)	$\sigma = \frac{QV}{K}$ (cm)	$\sigma_{máx}$ (cm)
1	17.93	50	1.43	21.91	60	1.46	3.20
2	13.67	50	1.09	16.61	60	1.11	2.40
3	6.95	30	0.93	10.59	200	0.21	2.40

$\sigma_{máx} = 0.008 h$ (art 242) Todas las deformaciones son aceptables

5.2 EJEMPLO DE REDUCCION DE LAS FUERZAS CORTANTES EN ANALISIS ESTADICO, TOMANDO EN CUENTA EL VALOR DEL PERIODO FUNDAMENTAL.

En la tabla siguiente se muestran los valores de los pesos, rigideces de entrepiso, fuerzas cortantes obtenidas en el ejemplo 5.2.

Para calcular el periodo fundamental, el inciso II del artículo 240 da la expresión:

$$T = 6.3 \left(\frac{\sum W_i X_i^2}{\sum P_i X_i} \right)^{1/2}$$

donde g es la aceleración de la gravedad

Los cálculos se presentan en la siguiente tabla:

Entrepiso o nivel	W_i (ton)	P_i (ton)	K_i (ton/cm)	V_i (ton)	Δ_i (cm)	X_i (cm)	X_i^2	$W_i X_i^2$ (ton-cm ²)	$P_i X_i$ (ton-cm)
3	200	16.25	80	16.25	0.2031	0.6581	.43310	86.620	10.594
2	400	22.75	200	39.00	0.1950	0.4550	.20703	82.810	10.351
1	400	13.00	200	52.00	0.2600	0.2600	.06760	27.040	3.380
T								196.67	24.425

$$T = 6.3 \left(\frac{1}{981} \times \frac{196.67}{24.425} \right)^{1/2} = 0.571 \text{ seg}$$

Para la zona I, $T_1 = 0.3$ y $T_2 = 0.8$ seg

Entonces:

$$0.3 < 0.571 < 0.8 \quad , \quad T_1 < T < T_2$$

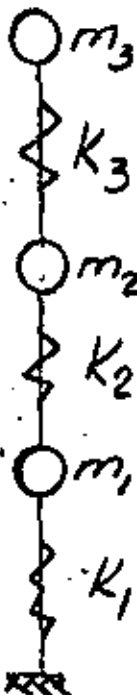
por lo que no se permite reducción en este caso

5.3 EJEMPLO DE ANALISIS DINAMICO

El art 241 del Reglamento acepta que el análisis dinámico puede hacerse por el método denominado modal (en realidad debe llamarse modal espectral), y se aplicará este método al edificio del ejemplo 5.2, cuando el sismo actúa en la dirección Y.

PASO 1. Determinación de modos y frecuencias de vibrar.

El Reglamento exige que se consideren todos los modos con período mayor o igual que 0.4 seg, y nunca menos de 3 modos. Cuando se tienen definidas las rigideces de entrepiso y las masas, el edificio se puede idealizar como se ilustra enseguida:



M_i = masa del nivel i

K_i = rigidez del entrepiso i

Las rigideces de entrepiso de los muros en esa dirección

En el ejemplo:

$$m_1 = m_2 = \frac{400}{981} = 0.407750 \frac{T \cdot \text{seg}^2}{\text{cm}}$$

$$m_3 = \frac{200}{981} = 0.203875 \frac{T \cdot \text{seg}^2}{\text{cm}}$$

$$K_1 = 50 \times 4 = 200 \text{ T/cm} = K_2$$

$$K_3 = 30 + 30 + 20 = 80 \text{ T/cm}$$

Con estos valores se pueden determinar los períodos y modos de vibrar por varios procedimientos de los que ilustraremos dos:

I. Método matricial

Las matrices de masas y de rigideces del sistema son:

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad \underline{K} = \begin{bmatrix} K_1+K_2 & -K_2 & 0 \\ -K_2 & +K_2+K_3 & -K_3 \\ 0 & -K_3 & +K_3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} 0.40775 & 0 & 0 \\ 0 & 0.40775 & 0 \\ 0 & 0 & 0.203875 \end{bmatrix} \quad \underline{K} = \begin{bmatrix} 5 & -2.5 & 0 \\ -2.5 & 3.5 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Necesitamos los valores de ω^2 que cumplen:

$$(\underline{K} - \omega^2 \underline{M}) \underline{X} = 0 \quad (a)$$

es decir $|\underline{K} - \omega^2 \underline{M}| = 0$ o sea:

$$\begin{vmatrix} 5 - 0.40775 \frac{\omega^2}{80} & -2.5 & 0 \\ -2.5 & 3.5 - 0.40775 \frac{\omega^2}{80} & -1 \\ 0 & -1 & 1 - 0.203875 \frac{\omega^2}{80} \end{vmatrix} = 0$$

Haciendo $\frac{\omega^2}{80} = y$ y desarrollando el determinante se llega a:

$$y^3 - 25.7539 y^2 + 157.91 y - 184.42 = 0 \quad (b)$$

cuyas soluciones son:

$$y_1 = 1.525$$

$$y_2 = 7.030$$

$$y_3 = 17.190$$

que, teniendo en cuenta que $T = 2\pi/\omega$, conducen a:

$$\omega_1^2 = 122.0 \quad , \quad \omega_1 = 11.05 \text{ seg}^{-1} \quad , \quad T_1 = 0.5686 \text{ seg}$$

$$\omega_2^2 = 562.4 \quad , \quad \omega_2 = 23.7 \text{ seg}^{-1} \quad , \quad T_2 = 0.2650 \text{ seg}$$

$$\omega_3^2 = 1325.2 \quad , \quad \omega_3 = 37.08 \text{ seg}^{-1} \quad , \quad T_3 = 0.1694 \text{ seg}$$

Los modos se calculan a partir de la expresión (a), reemplazando los valores correspondientes de ω^2 . Para $\omega_1^2 = 122$, tenemos:

$$\begin{bmatrix} (400 - 122x \cdot 40775) & -200 & 0 \\ -200 & (280 - 122x \cdot 40775) & -80 \\ 0 & -80 & (80 - 122x \cdot 203875) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$350.2545 x_1 - 200 x_2 = 0 \quad + x_2 = 1.751 x_1$$

$$-200 x_1 + 230.2545 x_2 - 80 x_3 = 0$$

$$-80 x_2 + 55.1273 x_3 = 0 \quad + x_3 = 1.45117 x_2$$

Si tomamos $x_1 = 1$, entonces: $x_2 = 1.751$

$$x_3 = 2.541$$

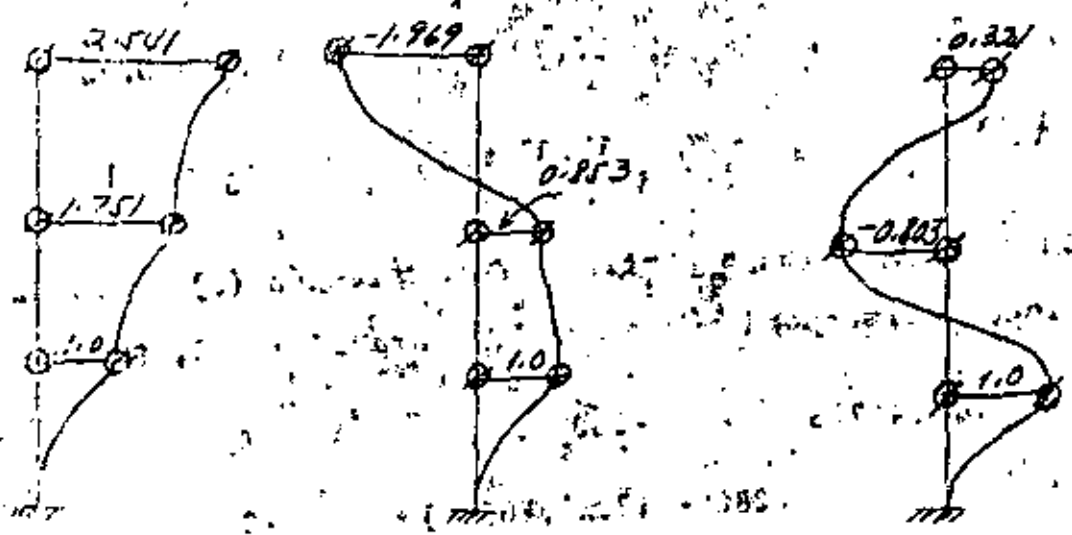
y el vector que corresponde al primer modo, es:

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 1.000 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{bmatrix}$$

Análogamente se obtienen los vectores correspondientes a los modos segundo y tercero:

$$\underline{\phi}_2 = \begin{bmatrix} 1.000 \\ 0.853 \\ -1.969 \end{bmatrix} \quad \underline{\phi}_3 = \begin{bmatrix} 1.000 \\ -0.803 \\ 0.321 \end{bmatrix}$$

que dibujados aparecen como:



$$T_1 = 0.5686 \text{ seg} \quad T_2 = 0.2650 \text{ seg} \quad T_3 = 0.1694 \text{ seg}$$

La matriz modal \underline{R} es:

$$\underline{R} = [\underline{\phi}_1 \quad \underline{\phi}_2 \quad \underline{\phi}_3]$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.751 & 0.853 & -0.803 \\ 2.541 & -1.969 & 0.321 \end{bmatrix}$$

En forma matricial se puede plantear el problema de encontrar los modos y periodos de vibración de estructuras más complejas que la propuesta para este ejemplo. Sin embargo la forma de solución no es desarrollando la ecuación $[\underline{K} - \omega^2 \underline{M}]$ en expresiones como la (b), sino que se usan métodos numéricos iterativos como el de Jacobi, investigación del determinante, subespacios, etc. Véase por ejemplo: Wilson, E.L., Bathe, K.J. y Peterson, F., "SAP IV A Program for Structure Analysis", EERC Report No. 11-73, Universidad de California, Berkeley, 1973.

II. Métodos de Stodolla-Newton-Raphson y Holzer

Estos métodos son apropiados para usar cuando calculamos las raíces de ecuación. El método de Stodolla-Newton-Raphson presenta un inconveniente, y sirve para el 1º modo.

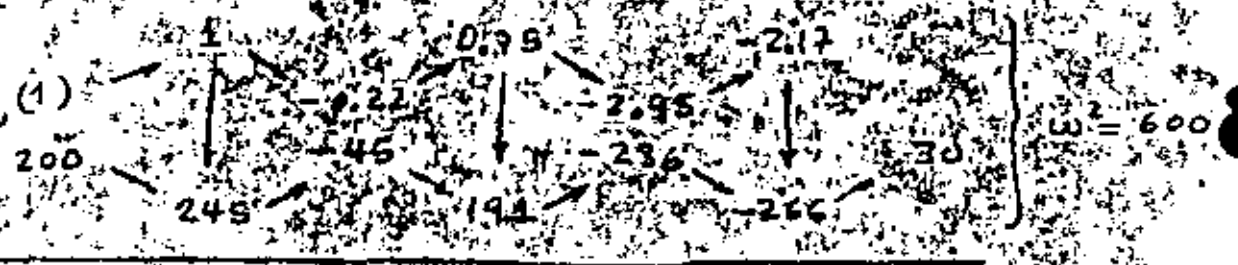
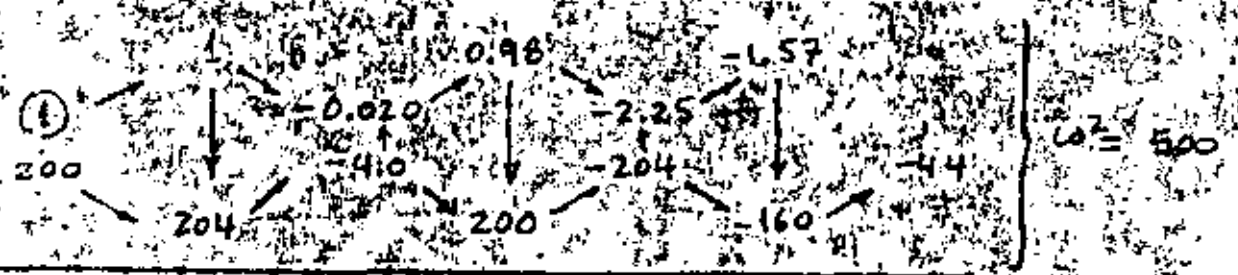
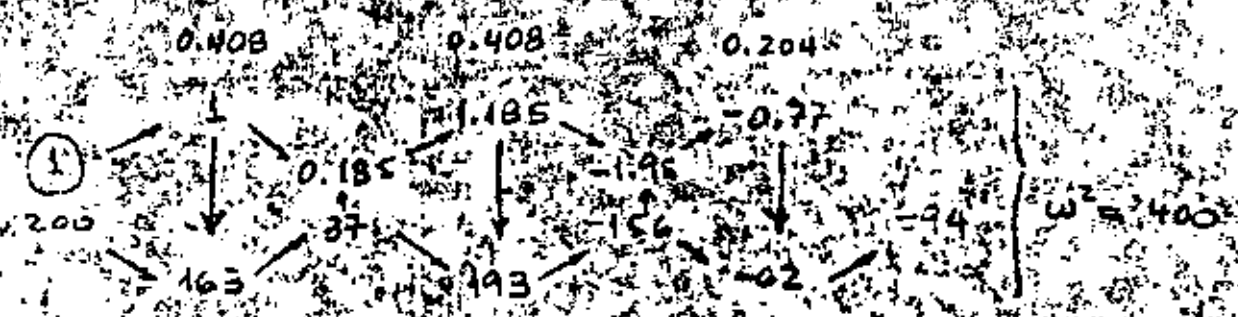
	200	200	80	
K				
M	0.408	0.408	0.204	Tm-sec ² /cm
X_e				B
F	0.408	0.316	0.612	
V	1.836	1.428	0.612	} $V = \sum F_i$ $X_s = \sum \Delta x_i$ $\omega^2 = \dots$
Δx	0.00918	0.00714	0.00745	
X_s	0	0.00918	0.01632	
ω^2	109	123	125	
X_e		1.78	2.61	
F	0.408	0.726	0.582	
V	3.164	1.258	0.532	
Δx	0.00837	0.00629	0.00665	
X_s	0	0.00837	0.01466	
ω^2	119	121	122	
X_e		1.750	2.55	
F	0.408	0.714	0.516	
V	1.642	1.234	0.520	
Δx	0.00821	0.00617	0.00650	
X_s	0	0.00821	0.01438	
ω^2	121.8	121.7	122.1	
	1	1.752	2.543	

Para ω^2 podemos tomar el promedio del último ciclo:

$$\omega_1^2 = 121.9 \text{ seg}^{-2}, \quad \Phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 1.752 \\ 2.543 \end{Bmatrix}$$

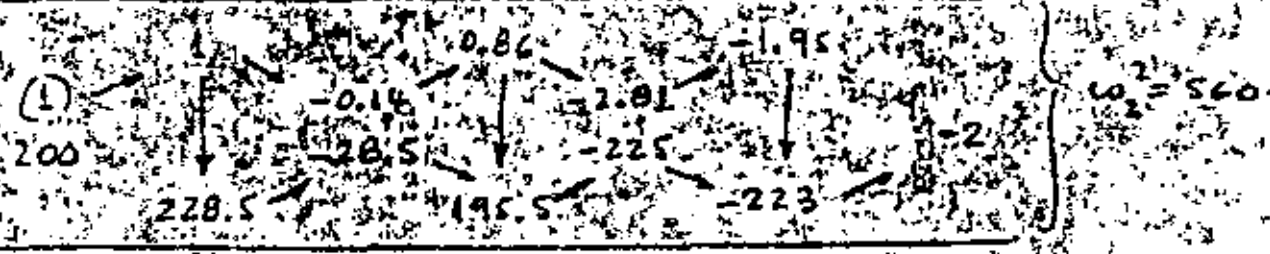
$$T_1 = 0.5686 \text{ seg}$$

para un este ejemplo se aplica como sigue:

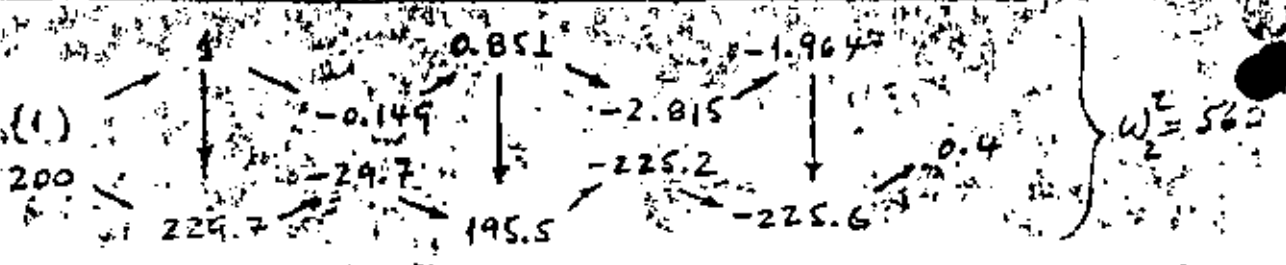


El cambio de signo en el resaca indica que ω^2 está entre 500 y 600 interpolando linealmente obtenemos:

$$\omega = 600 \cdot \frac{228.5}{74} + 500 \cdot \frac{225}{74} = 563$$



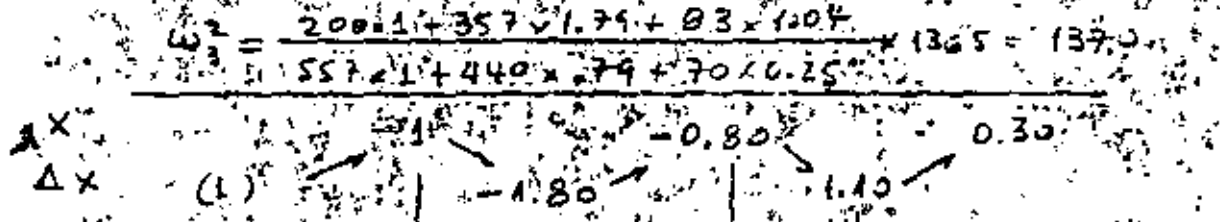
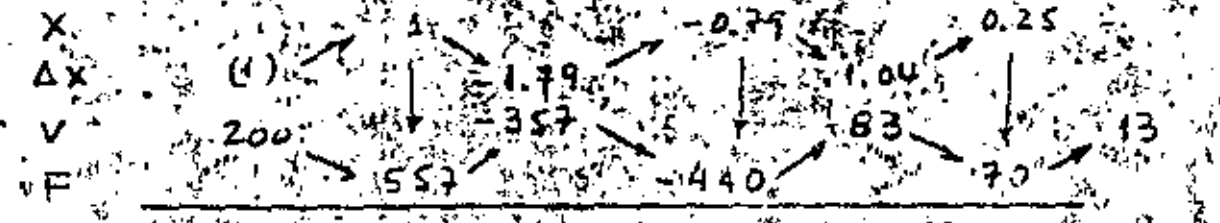
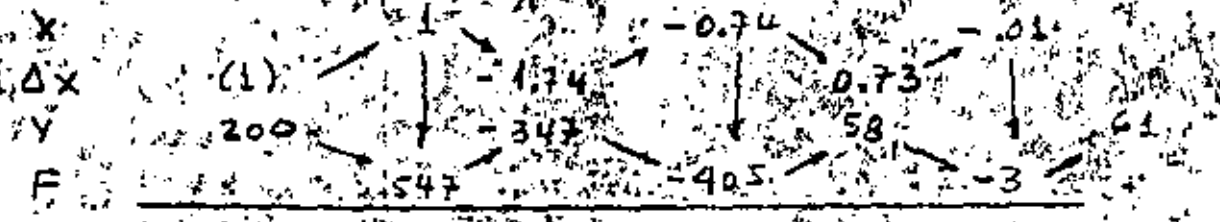
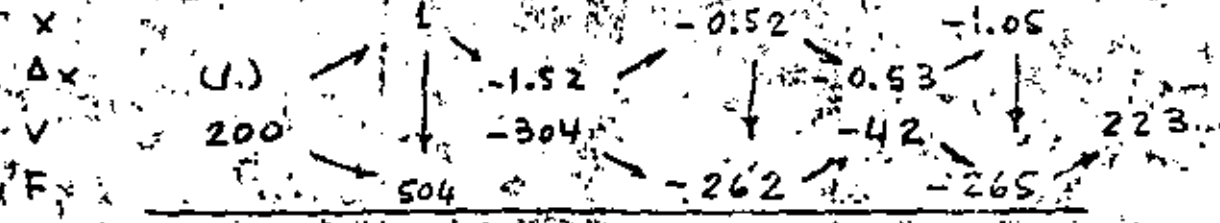
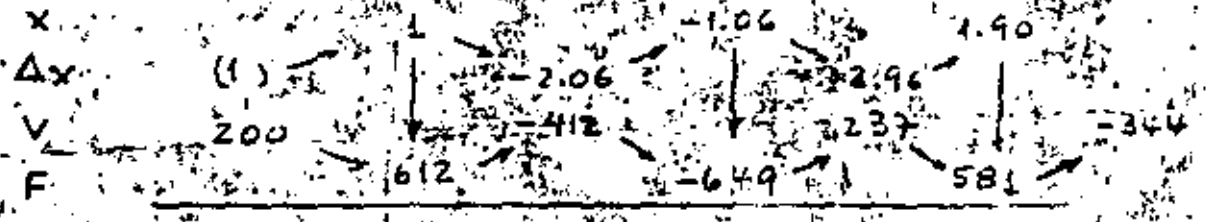
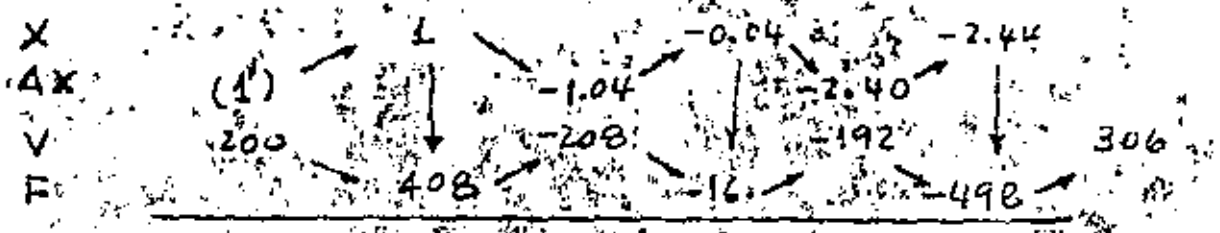
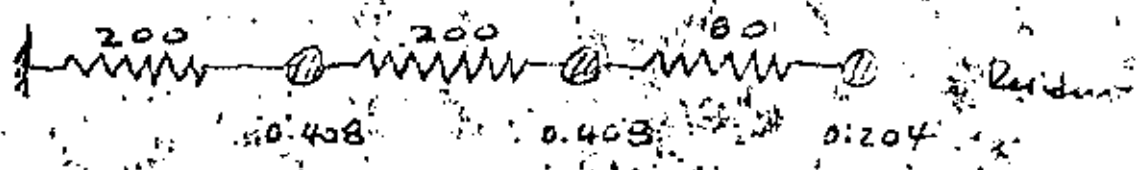
$$\omega_2^2 = \omega^2 \frac{\sum V \Delta X}{\sum F X} = \frac{200 \cdot 1 + 28.5 \cdot 0.14 + 225 \cdot 2.81}{228.5 \cdot 1 + 195.5 \cdot 0.86 + 225 \cdot 1.95} \times 560 = 563$$



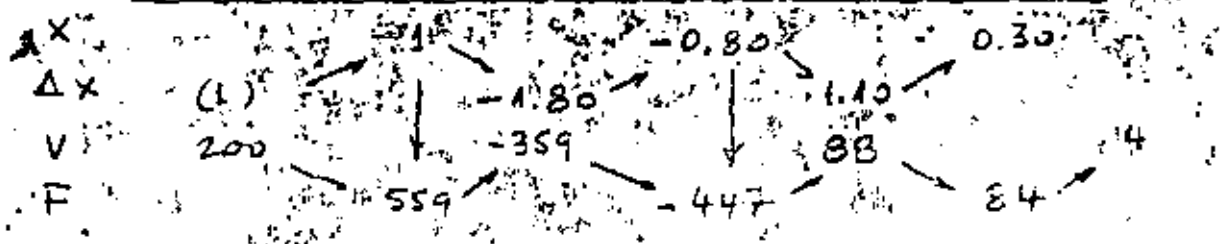
se fijamos del segundo modo esta data para

$$\omega_2^2 = \frac{200 \times 1 + 29.7 \times 1.49 + 225.2 \times 2.815}{229.7 + 196.5 \times 0.851 + 225.6 \times 1.964} = 563 = 563$$

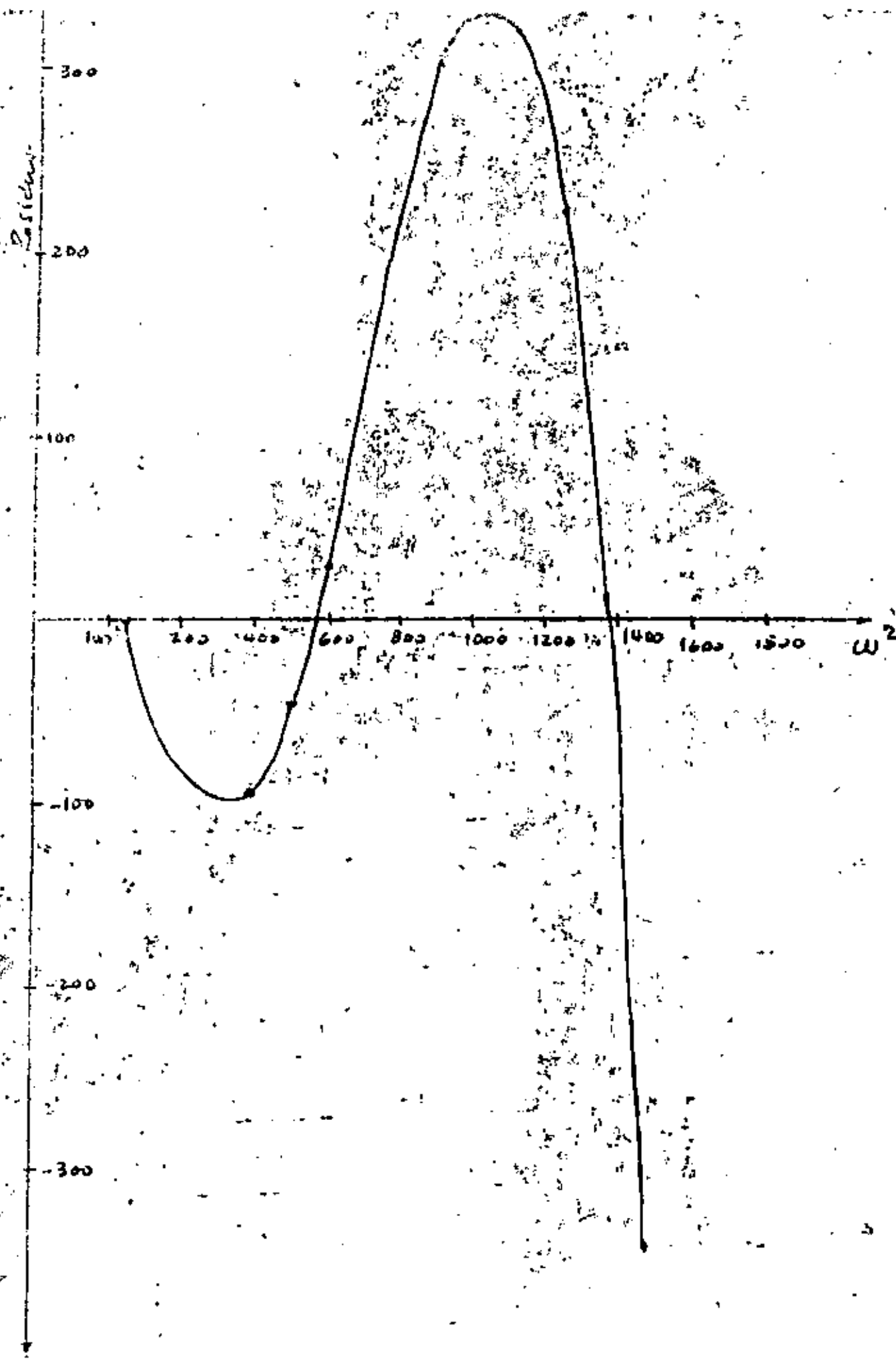
$$T_2 = 0.2650 \text{ seg} \quad \phi_2 = \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 0.851 \\ -1.964 \end{Bmatrix}$$



$$\omega_3^2 = \frac{200 \times 1 + 357 \times 1.79 + 83 \times 1.04}{557 \times 1 + 440 \times 0.79 + 70 \times 0.25} = 1370$$



$\omega_1^2 = 1060$
 $\omega_2^2 = 563$
 $\omega_3^2 = 1370$
 1000×1.5
 1500
 1235
 1500
 1200
 1000



$$w_3 = \frac{200 \times 1 + 359 \times 1.8 + 88 \times 1.1}{559 \times 1 + 447 \times 0.8 + 84 \times 0.3} \times 1370 = 1372$$

podemos tomar entonces:

$$w_3 = 1372$$

$$T_3 = 0.1696$$

$$\theta_3 = \begin{cases} 1.00 \\ -0.80 \\ 0.30 \end{cases}$$

Estos resultados prácticamente coinciden con los del método parcial.

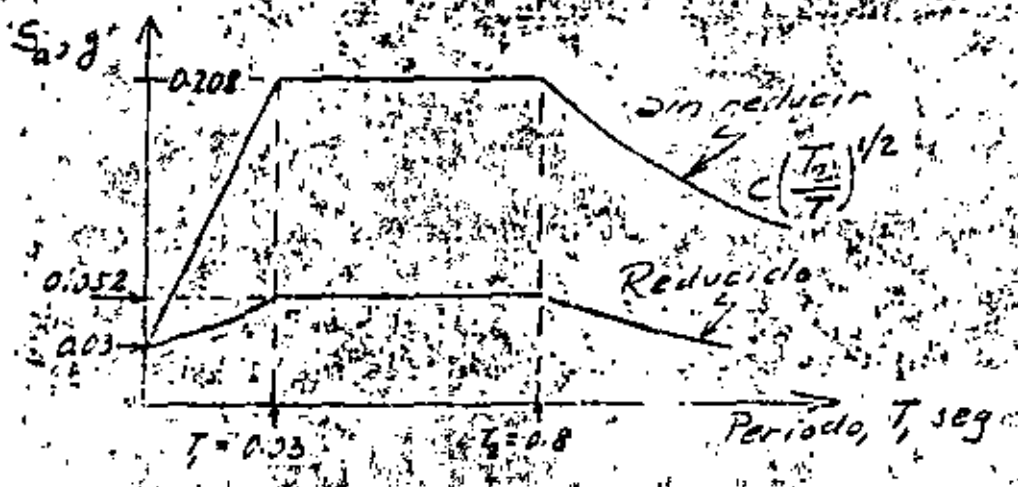
PASO II Obtención de las ordenadas espectrales de diseño.

El espectro para diseño sísmico está definido en el art 236, acápite i. La estructura que estamos tratando se encuentra en la zona 7, y le corresponden, siendo la estructura del grupo A:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= 0.03 \\ T_1 &= 0.3 \\ T_2 &= 0.3 \\ r &= 1/2 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{de la tabla} \\ \text{de la tabla} \\ \text{del art 236} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} c &= 0.16 \times 1.3 \\ &= 0.208 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{de la tabla} \\ \text{del art 236} \end{array}$$

y el espectro queda como la siguiente figura:



Tiene que aplicarse luego la reducción por ductilidad que consiste en dividir entre el factor Q'

$$Q' = \begin{cases} Q & \text{si } T > T_1 \\ 1 + (Q-1) \frac{T}{T_1} & \text{si } T < T_1 \end{cases}$$

Para el primer modo $T = 0.5686 > 0.30 = T_1$, entonces $Q' = 4$ y la ordenada espectral y la aceleración correspondientes valen:

$$S_{a1} = \frac{0.208}{4} = 0.052 \quad a_1 = 0.052g = 51 \text{ cm/seg}^2$$

Para el segundo modo, $T = 0.2650 < 0.30$, por tanto:

$$Q' = 1 + (4-1) \frac{0.2650}{0.3} = 3.650$$

$$S_{a2} = \frac{0.03 + (0.208 - 0.03) \times 0.2650/0.3}{3.65} = 0.051$$

$$a_2 = 0.051g = 50.3 \text{ cm/seg}^2$$

y para el tercer modo, $T = 0.1694 < 0.30$, entonces:

$$Q' = 1 + (4-1) \frac{0.1694}{0.3} = 2.694$$

$$S_{a3} = \frac{0.03 + (0.208 - 0.03) \times 0.1694/0.3}{2.694} = 0.048$$

$$a_3 = 0.48g = 47.5 \text{ cm/seg}^2$$

PASO III Cálculo de las fuerzas cortantes máximas para cada modo de vibración.

La siguiente expresión sirve para calcular los desplazamientos de entrepiso:

$$U_{j\text{máx}} = \frac{a_j}{\omega_j^2} C_j \phi_j$$

donde ω_j es la frecuencia del modo j ; ϕ_j el correspondiente vector modal, a_j la ordenada espectral respectiva y C_j que se denomina coeficiente de participación del j -ésimo modo, está dado por:

$$C_j = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{m_i \phi_{ji}}{m_i \omega_j^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{m_i \phi_{ji}^2}{m_i \omega_j^2}}$$

en esta expresión m_i es la masa del nivel i , y ϕ_{ji} es la componente i del vector modal j .

Los valores de C_j para los modos 1, 2, 3, son:

$$C_1 = \frac{0.40775 \times 1 + 0.40775 \times 1.751 + 0.203875 \times 2.541}{0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times (1.751)^2 + 0.203875 \times (2.541)^2} = 0.551$$

$$C_2 = \frac{0.40775 \times 1 + 0.40775 \times 1.751 + 0.203875 \times (-1.969)}{0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times (1.751)^2 + 0.203875 \times (-1.969)^2} = 0.2369$$

$$C_3 = \frac{0.40775 \times 1 + 0.40775 \times (-0.803) + 0.203875 \times 0.321}{0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times (-0.803)^2 + 0.203875 \times 0.321^2} = 0.210$$

y los desplazamientos máximos son:

$$U_1 = \frac{51.0}{122} \times 0.5510 \begin{bmatrix} 1.000 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2304 \\ 0.4035 \\ 0.5855 \end{bmatrix} \quad \Delta U_1 = \begin{bmatrix} 0.2304 \\ 0.1731 \\ 0.1822 \end{bmatrix}$$

$$U_2 = \frac{50.3}{562.4} \times 0.2369 \begin{bmatrix} 1.000 \\ 0.853 \\ -1.969 \end{bmatrix} \Rightarrow \Delta u_2 = \begin{bmatrix} 0.0212 \\ -0.0031 \\ 0.0598 \end{bmatrix}$$

$$U_3 = \frac{47.5}{325.2} \times 0.2107 \begin{bmatrix} 1.000 \\ -0.803 \\ 0.321 \end{bmatrix} \Rightarrow \Delta u_3 = \begin{bmatrix} 0.0073 \\ -0.0131 \\ 0.0081 \end{bmatrix}$$

Los vectores Δu son los desplazamientos de entrepiso.

Las fuerzas cortantes se obtienen multiplicando los desplazamientos de entrepiso por la respectiva rigidez, como se hace en la siguiente

MODO	ENTREPISO	Δ	K	CORTANTE
1	1	0.2304	200	46.08
1	2	0.1731	200	34.62
1	3	0.1020	200	20.40
2	1	0.0212	200	4.24
2	2	-0.0031	200	-0.62
2	3	0.0598	80	-4.78
3	1	0.0073	200	1.46
3	2	-0.0131	200	-2.62
3	3	0.0081	200	1.62

PASO IV Superposición de los efectos de los modos considerados.

El artículo 241 autoriza, cuando no hay apéndices o no consideran los grados de libertad correspondientes a torsión, que se puede estimar cualquier respuesta de interés R en la expresión:

$$R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2}$$

DONDE R ES LA RESPUESTA QUE SE OBTIENE EN EL MODO 1.

LAS FUERZAS CORTANTES SERIAN ASI:

ENTREPISO	CORTANTE
1	$\sqrt{46.08^2 + 4.24^2 + 1.46^2} = 46.30 \text{ ton}$
2	$\sqrt{34.62^2 + 0.62^2 + 2.62^2} = 34.72 \text{ ton}$
3	$\sqrt{14.56^2 + 4.78^2 + 0.65^2} = 15.36 \text{ ton}$

5.4 EJEMPLO DE CALCULO DEL MOMENTO DE VOLTEO

(Se calculará el momento de volteo para el edificio del ejemplo 5.3.)

De acuerdo con el inciso VI del art. 240 del Reglamento, el momento de volteo que se pueda obtener integrando el diagrama de cortantes puede reducirse "tomándolo igual al calculado multiplicado por $0.8 + 0.2z$ (siendo z la relación entre la altura a la que se calcula el factor reductivo por momento de volteo y la altura de la construcción), pero no menor que el producto de la fuerza cortante en el nivel en cuestión multiplicada por el coeficiente de gravedad de la parte de la estructura que se encuentra por encima de dicho nivel.

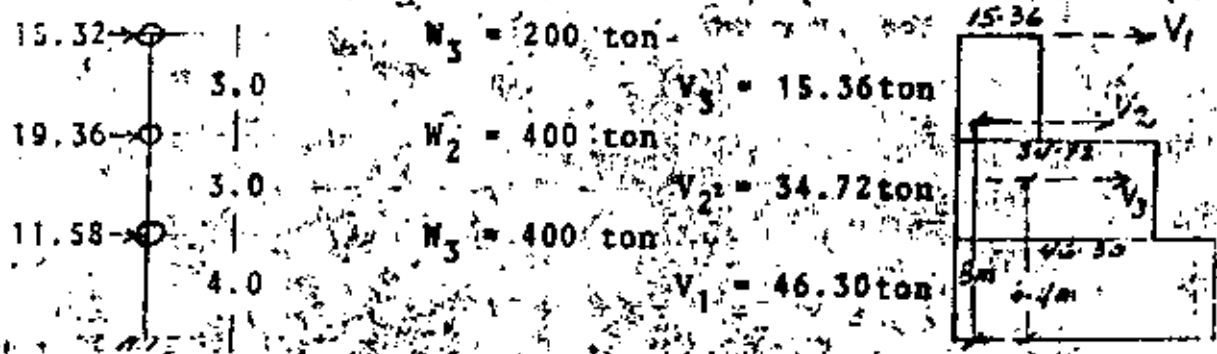
Esta última distancia se puede calcular sabiendo que:

$$d_j = \frac{W_i h_i}{g_j} + \frac{W_{i+1} h_{i+1}}{g_j} + \dots + \frac{W_n h_n}{g_j}$$

donde W_i y h_i son el peso de la altura del nivel i , y la suma se hace para todos los niveles que están encima de aquel en el cual se calcula el momento de volteo (nivel j).

Las fuerzas cortantes obtenidas en el ejemplo 3, así como las fuerzas correspondientes en los niveles se muestran a continuación:

Diagrama de cortantes



En las siguientes tablas se muestran los cálculos necesarios para determinar los momentos de volteo reducidos en los tres niveles

NIVEL	W_i (Ton)	ΣW_i (ton)	h_i (m)	$W_i h_i$ (ton-m)	$\Sigma W_i h_i$ (ton-m)	h_{Gj} (m)
3	200	200	10	2000	2000	10.0
2	400	600	7	2800	4800	8.0
1	400	1000	4	1600	6400	6.4

NIVEL	h_{Gj} (m)	h_j (m)	h_{pj} (m)	V_j (ton)	$h_{pj} V_j$ (ton-m)	M_{cal} (ton-m)	d_j (m)	M_j (ton-m)
2	10	7	3	15.36	46.08	46.08	3.0	46.08
1	8.0	4	3	34.72	104.16	150.24	4.0	138.88
0	6.4	0	4	46.30	185.20	335.44	6.4	296.32

$$M_{cal} = \sum h_{pj} V_j \quad ; \quad M_j = V_j d_j \quad ; \quad M_2 = M_{cal} \times F$$

NIVEL	F	Factor reductivo	M_2 (ton-m)	USAR
2	$7/10 = 0.7$	$0.8 + 0.14 = 0.94$	43.32	46.08
1	$4/10 = 0.4$	$0.8 + 0.08 = 0.88$	132.21	138.88
0	$0/10 = 0$	$0.8 + 0 = 0.80$	268.32	296.32

USAR el mayor entre M_2 y M_j

5.6 EJEMPLO DE REDUCCION DE LAS FUERZAS CORTANTES EN ANALISIS ESTADICO, TOMANDO EN CUENTA EL VALOR DEL PERIODO FUNDAMENTAL.

En la tabla siguiente se muestran los valores de los pesos, rigideces de entrepiso y fuerzas cortantes obtenidas en el ejemplo 5.2.

Para calcular el periodo fundamental, el inciso II del art 240 da la expresi3n:

$$T = 6.3 \left\{ \frac{\sum W_i X_i^2}{g \sum P_i X_i} \right\}^{1/2} \quad \text{donde } g \text{ es la aceleraci3n de la gravedad.}$$

Los c3lculos se presentan en la misma tabla.

Entrepiso o nivel	W_i (ton)	P_i (ton)	K_i (ton/cm)	V_i (ton)	i (cm)	X_i (cm)	X_i^2	$W_i X_i^2$ (toncm)	$P_i X_i$ (toncm)
3	200	16.25	80	16.25	0.2031	0.6581	.43310	86.620	10.125
2	400	22.75	200	39.00	0.1950	0.4550	.20703	82.812	44.625
1	400	13.00	200	52.00	0.2600	0.2600	.06760	27.040	3.380
I								196.67	58.13

$$T = 6.3 \left\{ \frac{1}{981} \times \frac{196.67}{24.425} \right\}^{1/2} = 0.571 \text{ seg}$$

Para la zona I, $T_1 = 0.3$ y $T_2 = 0.8$

Entonces:

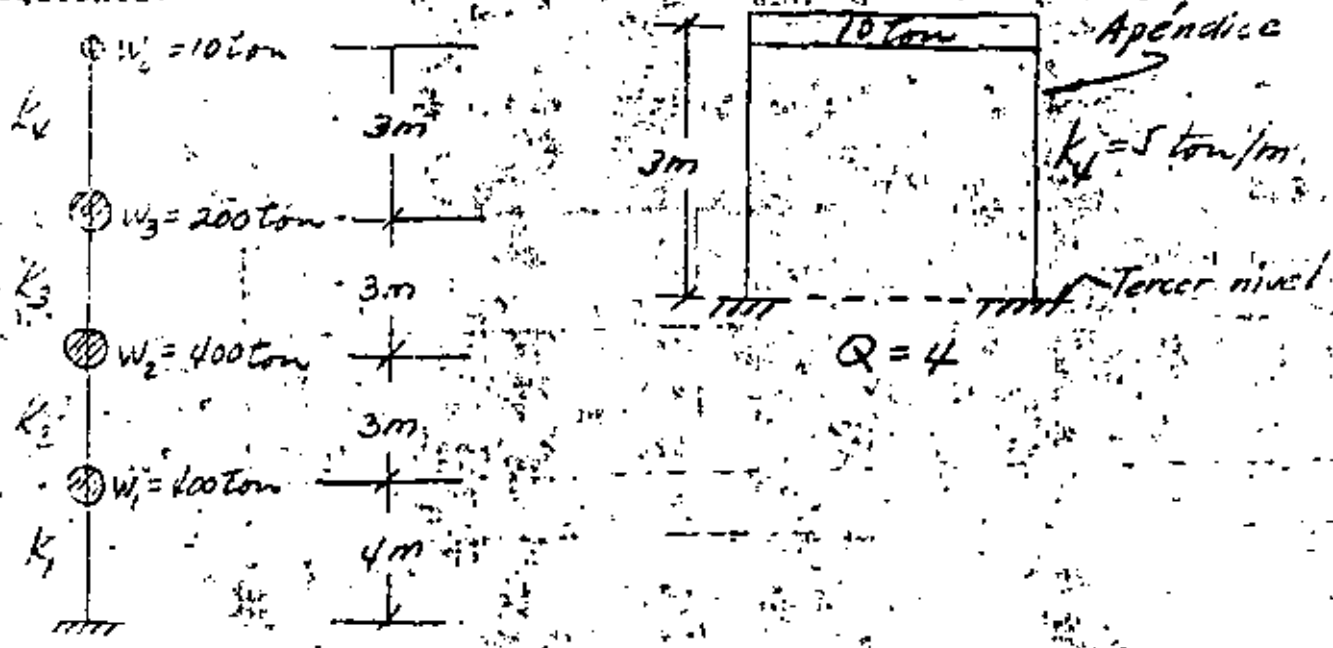
$$3.0 < 0.571 < 0.8 \quad T_1 < T < T_2$$

y no se permite reducci3n en este caso.

5.5. EJEMPLO DE UN EDIFICIO CON APÉNDICES

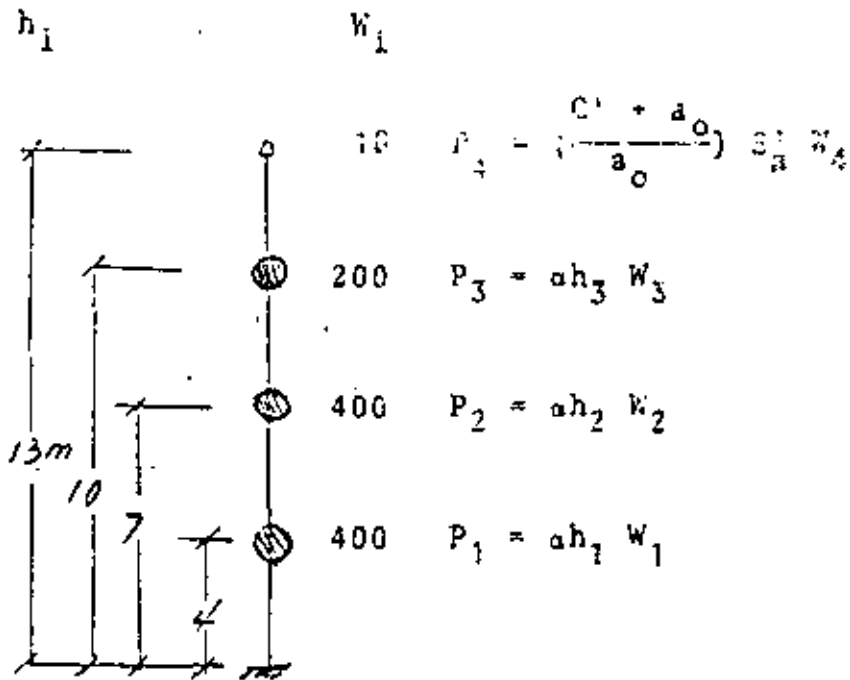
Supóngase que el edificio que se presentó en el ejemplo 5.1 tiene sobre el tercer nivel un tanque de almacenamiento que pesa 10 toneladas y que está soportado por dos marcos que tienen 3 metros de altura sobre el tercer nivel como se indica en la figura. En este ejemplo se calcula la distribución de fuerzas sísmicas que corresponden a este caso, con el método estático del Reglamento.

Esquemáticamente el edificio queda como se muestra en la figura siguiente:



En el inciso V del art 240 del Reglamento establece que debe suponerse que sobre los apéndices actúa la misma distribución de aceleraciones que le correspondería como si estuviese apoyado directamente sobre el terreno, multiplicada por $\frac{c+a}{a_0}$ donde c es el mismo factor por el que se multiplican los pesos a la altura de desplante del apéndice cuando se valúan las fuerzas laterales sobre la construcción.

Recordemos que según el método estático la fuerza sísmica es proporcional a h_i h_i , ^{según} ~~que~~ se muestran en la figura.



El factor por el que se multiplica el peso en el nivel de despl. del apéndice, es $a h_3$, y teniendo presente que para la zona I se $a_0 = 0.03$, se llega a que:

$$\frac{C' + a_0}{a_0} = \frac{a h_3 + 0.03}{0.03}$$

Si el apéndice estuviese apoyado directamente en el suelo, la carga sísmica que le correspondería sería el mayor entre $\frac{C' + a_0}{a_0} W_4$ y $a h_3 W_4$ que según se vió en el ejemplo 5.4 valen:

$$\frac{C}{Q} = \frac{0.305}{4} = 0.052$$

$$v_0 = 0.03$$

Entonces para el apéndice
se toma $S'_a = 0.052$

Para el edificio completo se tiene, también como se vió en el ejemplo 5.1, que

$$S_a = 0.052$$

Para poder aplicar debemos tomar en cuenta que:

$$\frac{\sum P}{\sum W_i} = S_a$$

Es decir:


$$a(h_1 W_1 + h_2 W_2 + h_3 W_3) + \left(\frac{a h_3 + 0.03}{0.03}\right) S'_a W_4 = S_a (W_1 + W_2 + W_3 + W_4)$$

$$a(4 \times 400 + 7 \times 400 + 10 \times 200) + \frac{a \times 10 S'_a + 0.03}{0.03} = S_a (400 + 400 + 200 + 10) \cdot S'_a$$

Reemplazando los valores de S'_a y S_a y despejando:

$$a = 0.007911$$

La distribución de fuerzas es:

	$P_4 = \frac{0.007911 \times 10 + 0.03}{0.03} \times 0.052 \times 10 = 1.89$	costa.
	$P_3 = 0.007911 \times 10 \times 200 = 15.82$	17.71
	$P_2 = 0.007911 \times 7 \times 400 = 22.15$	39.86
	$P_1 = 0.007911 \times 4 \times 400 = 12.66$	52.52

Comprobación: $\frac{52.52}{1010} = 0.052 = S_a$



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TRANSMISION DE FUERZA CORTANTE A TRAVES DE
LAS LOSAS DE ENTREPISO

M. en C. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON

Agosto, 1980

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHILOSOPHY DEPARTMENT

PHILOSOPHY 101

LECTURE NOTES

LECTURE 1: INTRODUCTION

DATE: _____

NAME: _____

TRASMISION DE FUERZA CORTANTE A TRAVES
DE LAS LOSAS DE ENTREPISO

1, Enrique del Valle C.

En cualquier nivel de un edificio aparecerán, bajo el efecto de un sismo, fuerzas de inercia de las distintas masas concentradas en él, que serán equilibradas por fuerzas internas en los elementos resistentes a fuerza lateral, marcos o muros en general.

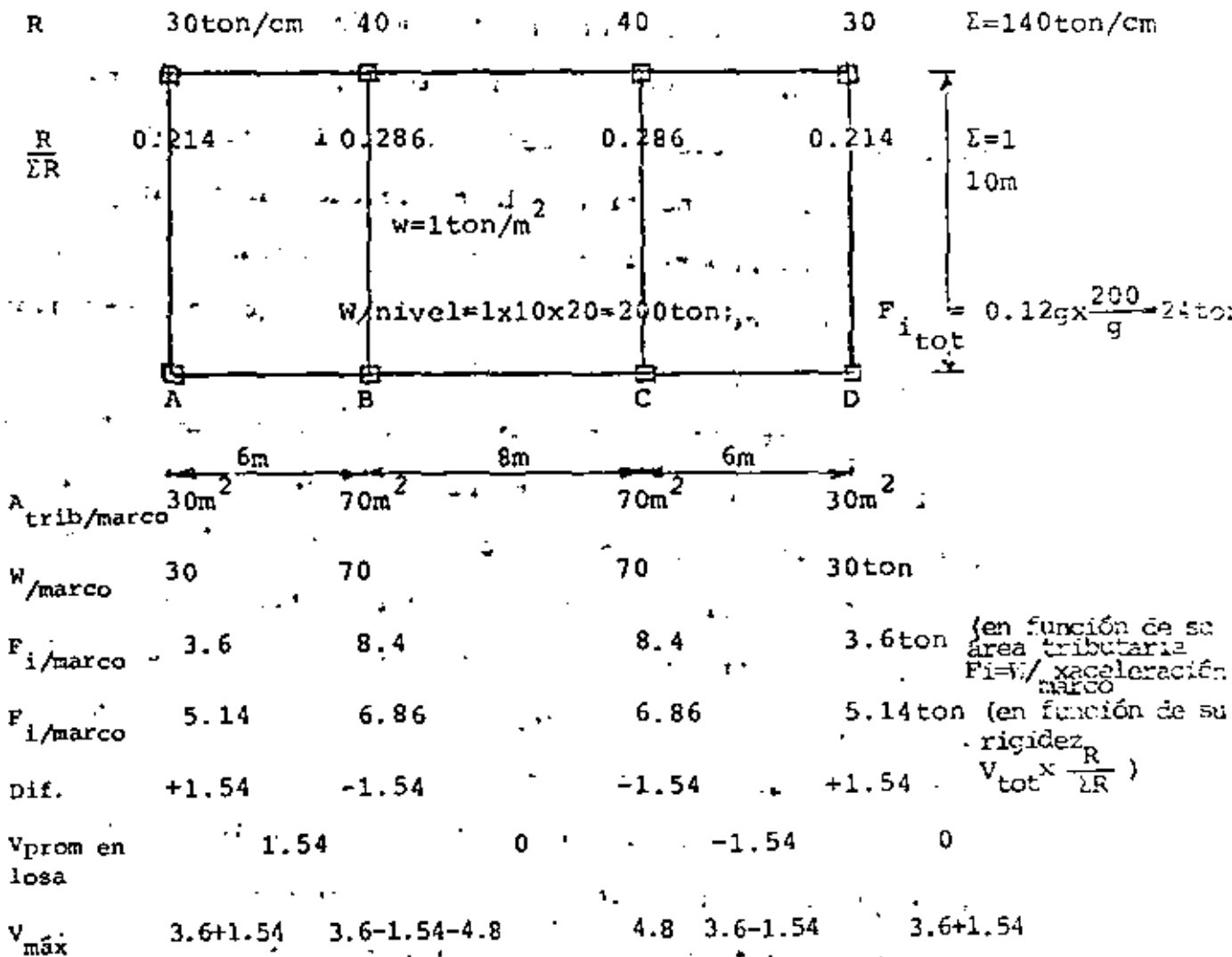
Las fuerzas de inercia serán transmitidas a los elementos resistentes a través de las losas, lo que generará esfuerzos cortantes en éstas, que pueden ser suficientemente altos para hacerlas fallar si no tienen la capacidad suficiente.

La repartición de la fuerza cortante total en cada entrepiso se hace en función de la rigidez (o pseudo-rigidez) de los distintos elementos resistentes.

Por otro lado, asociada a cada uno de estos elementos resistentes habrá un área tributaria, que dará lugar a una cierta fuerza de inercia, que no necesariamente será igual a la fuerza que está absorbiendo ese elemento resistente en función de su rigidez. La diferencia entre esas fuerzas de inercia y las fuerzas que toman los elementos resistentes en función de su rigidez son, entonces, las que deben transmitir las losas.

En consecuencia, entre más uniformemente repartida esté la rigidez, en relación con las masas, menor será la fuerza que debe pasar a través de las losas, y entre más concentrada esté la rigidez en unos cuantos elementos, mayor será la fuerza que debe pasar a través de ellas. Esto es más común cuando la estructura está constituida por muros o por marcos y muros.

Para fijar ideas, supóngase un cierto nivel de un edificio en que la masa está repartida uniformemente y los marcos tienen las rigideces indicadas. Supóngase también que en ese nivel en particular, la aceleración es de $0.12g^*$; por lo que las fuerzas de inercia, totales y por cada marco en función de su área tributaria son las indicadas en la figura siguiente:



* (Calculada de acuerdo con el Reglamento, en la misma forma que para apéndices).

Obsérvese que en este caso los marcos de orilla, A y D tienen una rigidez tal que ayudan a los marcos centrales B y C puesto que toman fuerzas mayores a las que les corresponden por su área tributaria mientras que los centrales, por su rigidez, toman fuerzas menores que las correspondientes a su área tributaria.

Si en vez de marcos se tuviera muros en los ejes A y D, la rigidez de estos ejes, en comparación con la de los marcos anteriores sería mayor seguramente, por lo que tendría que transmitirse una fuerza mayor a través de la losa.

Si los marcos interiores no tuvieran rigidez (por estar articuladas las trabes en sus extremos, por ejemplo) la fuerza que debía transmitirse a través de la losa sería de 8.4ton, correspondiente a la fuerza de inercia de esos marcos centrales que no tienen capacidad para tomarla y que se deben transmitir a los ejes extremos donde hay elementos resistentes, sumada a la fuerza de 3.6 ton, correspondiente a la inercia de la losa situada a la derecha o izquierda de los elementos resistentes correspondientes, esto es, la losa funcionaría entonces como una viga horizontal apoyada en sus extremos, sujeta a una fuerza de inercia uniformemente repartida de 1.2ton/m y la cortante en el contacto de la losa con el muro sería de 12 ton, que multiplicada por un factor de carga de 1.1 daría $V_{\text{diseño}} = 1.1 \times 12 = 13.2 \text{ ton}$.

Si la losa es de 10cm de espesor, el área sería de $0.1 \times 10 = 1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$; la capacidad del concreto podría calcularse con la expresión $V_R = 0.85 F_R \sqrt{f_c}^*$ A; que es la que se emplea para calcular la capacidad a fuerza cortante de muros sometidos a fuerza horizontal.

Suponiendo $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$, $f^* = 0.8 \times 200 = 160 \text{ kg/cm}^2$ y tomando $F_R = 0.80$:

$$V_R = 0.80 \times 0.85 \sqrt{160} \times 10\,000 = 86013 \text{ kg} = 86 \text{ ton} \gg 13.2 \text{ ton}$$

\therefore no se requiere refuerzo adicional.

Si la losa fuera aligerada con capa de compresión muy delgada, podría haber problemas de capacidad de carga lateral.

En ocasiones no se dispone del ancho total pues puede haber aberturas para escaleras, elevadores, etc., y el área disponible se reduce considerablemente, lo que obliga, en ocasiones a reforzar la losa con varillas diagonales para tomar más eficientemente las fuerzas cortantes, siendo necesario en otras, aumentar el espesor de la losa para poder alojar el refuerzo necesario y reducir su cuantía.

También puede ocurrir que por cambios en la rigidez de los elementos resistentes al pasar de uno a otro entrepiso, la losa tenga que absorber parte de la fuerza cortante de los niveles superiores que haya que pasar, de un marco a otro al cambiar de nivel.

Supongamos, por ejemplo, que en el caso anterior, la rigidez de los marcos extremos al llegar a planta baja decreciera considerablemente y los marcos interiores tuvieran que tomar casi la totalidad de la fuerza cortante. Entonces, la cortante que tomaban los marcos extremos hasta el primer entrepiso, debería pasar, a través de la losa, a los marcos centrales. Esto sería una condición bastante crítica, y probablemente la capacidad de 86 ton calculada anteriormente no fuera suficiente por lo que habría que reforzar la losa.



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

ESTRUCTURAS DE MAPOSTERÍA Y MADERA

DR. ROBERTO MELI PIRALLA

22/ AGOSTO, 1980



DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA: ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERIA Y MADERA

GUIA DE ESTUDIO

R. Meli

A. MAMPOSTERIA

1. INTRODUCCION (ver ref 1)

1.1 Comportamiento sísmico observado

Los daños causados por sismos intensos en construcciones de mampostería han sido con frecuencia muy severos y es común que el desempeño de estas construcciones se compare desfavorablemente con el de estructuras de acero y de concreto.

Hay que tomar en cuenta, sin embargo, que la mayoría de las fallas catastróficas han sido de construcciones de mampostería sin refuerzo que, además, casi siempre adolecían de defectos obvios de estructura ción, lo cual refleja el hecho de que usualmente estas construcciones escapan de un diseño cuidadoso como el que es común para estructuras de concreto y acero. Además, si bien es cierto que las estructuras de mampostería, por ser muy rígidas y generalmente frágiles, son particularmente sensibles a los sismos, especialmente cuando estos tienen

epifocos cercanos y superficiales, también se ha comprobado que, con un refuerzo y confinamiento adecuados, puede hacerse que tales estructuras sean capaces de soportar deformaciones apreciables, aunque ello implique cierto agrietamiento de los muros.

Por otra parte los sistemas constructivos a base de muros de carga de mampostería representan, en la mayoría de los casos, la solución más conveniente para construcciones de vivienda económica unifamiliar o multifamiliar, y en general para construcciones de baja o mediana altura en las que se requiera una subdivisión del área total en espacios pequeños.

1.2 Sistemas estructurales a base de muros

Los muros de mampostería se emplean en distintas formas estructurales en las que difieren las solicitaciones que los afectan y el tipo de refuerzo; la identificación de los distintos tipos es importante para comprender su comportamiento estructural.

En construcciones cuya estructura principal está constituida por marcos de concreto o acero, es frecuente que existan muros de mampostería, generalmente confinados en todo su perímetro por los elementos de un marco. Ante cargas laterales, marco y muro actúan como una sola unidad estructural en la cual el muro proporciona la rigidez al actuar como diafragma, mientras que el marco tiene la función de resistir las cargas verticales y la flexión general, así como la de confinar el

muro. J

En algunos casos el muro puede no tener columnas en sus extremos y estar confinado únicamente por los elementos horizontales del sistema de piso superior e inferior (por ejemplo en cubos de escaleras).

En otros tipos de estructuras los muros constituyen el único elemento vertical resistente y por lo tanto deben soportar el efecto de cargas verticales y laterales. El efecto de las cargas laterales puede visualizarse como la superposición de la flexión general de cada muro, considerado como un solo elemento a lo alto de todos los pisos, más el efecto de las restricciones al desplazamiento y las rotaciones que en él induce el sistema de piso en cada nivel; el resultado son fuerzas cortantes, momentos flexionantes y fuerzas normales de tensión o compresión variables en cada nivel.

En zonas sísmicas es usual, especialmente en México, que los muros de carga estén confinados por elementos de concreto verticales (castillos) y horizontales (dadas) de espesor igual al del muro, con el fin de proporcionar a este un confinamiento que mejore su ductilidad y le permita soportar repeticiones de cargas sin deteriorarse excesivamente.

Para muros de piezas huecas se provee generalmente cierto refuerzo vertical y horizontal en el interior de los huecos con el fin de incrementar la resistencia a esfuerzos de tensión, verticales o diagonales,

y es parte mejorar también la ductilidad del comportamiento. Este refuerto interior puede ser adicional al refuerzo exterior a base de castillos y dadas.

2. PROPIEDADES DE PIEZAS Y MORTEROS

Las piezas que se usan para mampostería varían en cuanto al material de que están hechas (barro, concreto, etc), en cuanto a la forma (macizas, huecas) y en cuanto a diversas propiedades.

El índice de calidad más empleado para las piezas es su resistencia a compresión; sin embargo otras propiedades tienen gran importancia en el comportamiento de la mampostería: la adherencia con el mortero, la absorción, la estabilidad volumétrica, etc.

Las propiedades de las piezas tienen gran variabilidad. La tabla 1 muestra los resultados de un muestreo realizado en el Distrito Federal. Se aprecia como para materiales de producción artesanal la dispersión es altísima mientras que esta es más reducida en piezas producidas industrialmente. (ver ref 2)

La calidad de los morteros también se mide a través de su resistencia en compresión, aunque probablemente sean más importantes para su comportamiento estructural, la adherencia con la pieza, el módulo de elasticidad y la manejabilidad. La tabla 2 muestra resultados de resistencias de morteros con distintos proporcionamientos. La tabla 3 con

tiene los morteros recomendados en las Normas para Mampostería del Reglamento del Distrito Federal (ref 3); no se admiten morteros a base únicamente de cal y con resistencias inferiores a 40 kg/cm^2 .

3. PROPIEDADES MECANICAS DE LA MAMPOSTERIA

Las propiedades de la mampostería que mas interesan son su resistencia en compresión y en cortante y sus módulos de elasticidad y de cortante. La resistencia en tensión suele considerarse nula para fines de diseño.

La resistencia en compresión depende principalmente de las propiedades de las piezas y en menor medida de las características del mortero que las une.

La resistencia en compresión del conjunto (eliminando efectos de esbeltez y excentricidad) se mide en pequeñas pilas, (ver ref 4) ensayadas en máquina universal. La resistencia aumenta en forma lineal con la de la pieza y es del orden del 50% de esta para las piezas de concreto y 35% para las de barro. Las Normas admiten tres formas para la determinación de este parámetro: directamente a partir del tipo de pieza (tabla 4); a partir de la resistencia medida de las piezas (tabla 5) y a partir de resultados de ensayos en pilas.

Los tres procedimientos están en orden creciente de aproximación.

De las curvas carga-deformación obtenidas en los ensayos

se aprecia que el comportamiento es aproximadamente lineal y frágil. Se define un módulo de elasticidad que puede predecirse aproximadamente con las expresiones

$$E = 600 f_m, \text{ para piezas de concreto}$$

$$E = 400 f_m, \text{ para piezas de barro}$$

La resistencia a fuerzas cortantes está regida por la falla a través de grietas inclinadas debidas a tensiones diagonales. Estas grietas se forman generalmente a lo largo de las juntas, propiciadas por la debilidad de la unión entre piezas y mortero; solo con piezas de baja resistencia y buena adherencia con el mortero, las grietas atraviesan indistintamente piezas y mortero.

La resistencia a este efecto se puede determinar por medio de ensayos de muros sujetos a cargas laterales o por ensayos de muretes a compresión diagonal. Resultados de ensayos de este último tipo han dado lugar a los valores mostrados en la tabla 4 para el esfuerzo cortante resistente. Se aprecia como las resistencias mayores se obtienen para las piezas con mejor adherencia con el mortero. De estos mismos ensayos se determina el módulo de rigidez al cortante el cual resulta aproximadamente igual al 30% del de elasticidad.

4. COMPORTAMIENTO DE MUROS ANTE CARGAS LATERALES

En un muro sujeto a cargas laterales en su plano la falla puede ocurrir por flexión, o por cortante. Cuando la falla es por flexión esta

2

suele ser bastante dúctil si existe refuerzo vertical adecuadamente colocado y anclado, mientras que si la falla es por cortante esta es frágil aunque puede proporcionarse cierta ductilidad con refuerzo en el interior del muro o en los extremos.

En cuanto al comportamiento ante cargas alternadas este puede ser bastante satisfactorio cuando la falla es por flexión, pero cuando rige el cortante el deterioro es muy notable. Este es más grave cuando solo hay refuerzo en el interior de piezas huecas (fig 1) que cuando hay confinamiento con dalas y castillos (fig 2). Solo se tiene un comportamiento satisfactorio cuando el muro está rodeado por un marco robusto que sea capaz de tomar las fuerzas cortantes que se presentan en las esquinas después del agrietamiento del muro, (fig 3). Es notable el aumento en deterioro que se tiene cuando los muros son de piezas huecas con respecto a los de piezas macizas.

5. DISEÑO SISMICO DE MUROS

Nos referiremos a los procedimientos especificados por las Normas del Reglamento del D.F. Se distinguen tres tipos de muros según su estructuración (refuerzo): confinados, reforzados interiormente y muros diafragma.

Los muros confinados son los que cuentan con dalas y castillos en cantidad y distribución suficiente como para mantener la capacidad del mu

ro después de su agrietamiento. (ver Anexo)

Los muros con refuerzo interior tienen barras de refuerzo vertical en el interior de los huecos y horizontal en piezas especiales; Con esto se incrementa la resistencia a cargas laterales y se da cierta ductilidad. Las cuantías de refuerzo que se exigen en esta modalidad son relativamente altas y superiores a las usuales en la práctica en México.

Los muros diafragma son los que poseen columnas y vigas de suficiente rigidez y resistencia para que el muro trabaje como un puntal de compresión.

La fuerza cortante resistente se especifica como

$$V_R = F_R (0.5 v^* A_T + 0.3P) \leq 1.5 F_R v^* A_T$$

en que F_R es un factor de seguridad (0.6 según el reglamento), A_T el área transversal bruta, P la carga axial sobre el muro y v^* es el esfuerzo cortante resistente según el tipo de mampostería, ver tabla 6.

Para mampostería con refuerzo interior que cumpla con los requisitos prescritos por el Reglamento puede incrementarse en 50% el valor de v^* . Cuando no se tome en cuenta efecto de la carga axial puede emplearse la expresión simplificada

$$V_R = F_R 0.7 v^* A_T$$

Para muros diafragma la resistencia es mayor, debido a que al trabajar como puntales no se introducen en ellos esfuerzos por flexión. La resistencia está dada por

$$V_R = F_R (0.85v * A_T)$$

Además de la fuerza cortante, hay que revisar la flexocompresión en el plano del muro, lo cual puede hacerse con los procedimientos usuales en concreto reforzado o con fórmulas simplificadas incluidas en las normas.

El reglamento de diseño sísmico admite un factor de reducción por ductilidad de 2 para mampostería de piezas macizas confinada o trabajando como diafragma, de 1.5 para mampostería de piezas huecas con refuerzo interior y de 1 para mampostería no reforzada o cuyo refuerzo no cumple con los mínimos especificados por el reglamento. Esto hace que las fuerzas de diseño para la mampostería sean superiores a las que se prescriben para estructuras de acero y de concreto.

6. RECOMENDACIONES GENERALES PARA DISEÑO SISMICO

Debido a la fragilidad del material hay que ser particularmente cuidadoso en las precauciones que eviten concentraciones de esfuerzos, especialmente los de tensión.

Es importante una estructuración simétrica tanto en planta como en elevación. En planta para evitar torsiones y en elevación para evitar concentraciones de disipación de energía de sismo en unos pocos elementos.

La continuidad de la estructura es un aspecto importante. El techo de

be formar un diafragma rígido en el plano y estar ligado a los muros.

Hay que evitar los huecos o reforzar su periferia. Hay que evitar el empleo de piezas con altos porcentajes de huecos por su gran fragilidad y también el de aquellas que por su acabado superficial no permitan buena adherencia con el mortero.

REFERENCIAS

1. R. Meli "Comportamiento sísmico de muros de mampostería" Informe No. 350 del Instituto de Ingeniería, 1975.
2. R. Meli y O. Hernández "Propiedades de piezas para mampostería fabricadas en el D. F.", Informe No. 297, Instituto de Ingeniería, 1977
3. Diseño y construcción de estructuras de mampostería. Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Informe No. 403, Instituto de Ingeniería, 1977
4. R. Meli y A. Reyes "Propiedades mecánicas de piezas para mampostería" Informe No. 288 Instituto de Ingeniería, 1973

TAULA 2. RESULTADOS DE ENSAYES EN PIEZAS

Material	Geometría *	Pmcs. de serie	Clasificación	An/Ab	f _p en kg/cm ² (1)				C, en porcentaje				Abs. en porcentaje	γ _v en ton/m ³	
					Etapas I	Etapas II	Etapas III	Etapas IV	Etapas I	Etapas II	Etapas III	Etapas IV			
Tabique rojo macizo		T 1	B	1.00	52	64	50	58	28	23	24	19	20	1.45	
		T 2	C	1.00	52				29					24	1.37
		T 3	C	1.00	51				34					25	1.37
		T 4	B	1.00	114	112	109		34	25	23			21	1.45
		T 5	C	1.00	80	52			21	17				28	1.38
		T 6	C	1.00	85	109			23	52				21	1.50
		T 7	C	1.00	90	76	65	68	50	19	24	11		25	1.45
		T 8	C	1.00	33				32					28	1.33
		T 9	C	1.00	53				45					25	1.47
		T 10	C	1.00	45	43	47	55	28	22	10	21		25	1.40
		T 11	C	1.00	38	45	51	45	32	26	20	28		27	1.31
Tabiques extruido perforado verticalmente		TE1	A	0.57	215	223			6	11			16	1.75	
		TE2	A	0.63	428	361	394	295	14	25	20	15	10	1.50	
		TE3	B	0.25	225				17					19	1.60
		TE4	B	0.59	181	156			15	15				17	1.27
		TE2	A	0.67	375	338	365	329	11	15	15	15	12	1.85	
		TE3	B	0.59	169				24					20	1.51
		TE5	A	0.55	406	473	575	540	21	19	13	20	4	2.37	
		TE1	A	0.57	129	163			15	15				17	1.60
		TE5	A	0.55	428	400			15	11				6	2.00
		TE5	B	0.65		417				12				7	2.00
TE5	A	0.61	485	465	572	519	22	16	13	15	5	2.15			
Bloque ligero		B 1	A	0.56	37	35			10	12			29	1.21	
		B 2	A	0.59	42	49			16	12			35	1.55	
		B 3	A	0.62	43	41			24	22			24	1.33	
		B 4	B	0.54	17				23				33	1.01	
		B 5	A	1.00	44	42			17	26			40	0.95	
Bloque intermedio		B 1	A	0.56	62	77			24	7			15	1.61	
		B 2	A	0.59	41	74			14	14			21	1.53	
		B 3	A	0.51	82	80			28	21			15	1.70	
		B 4	B	0.54	21				20				27	1.32	
		B 5	C	0.59	40				18				16	1.40	
Bloque pesado		B 1	A	0.56	135	101			31	15			9	2.12	
		B 2	A	0.59	146	143	132	108	23	10	26	7	11	2.15	
		B 3	A	0.63	100	120	104	81	20	21	20	15	10	2.09	
		B 4	B	0.54	71				13				14	1.79	
Tabicón		TC 1	B	1.00	31	65	68	42	24	14	11	15	25	1.45	
		TC 2	A	1.00	76	123	66	101	35	34	19	17	27	1.42	
		TC 3	B	1.00	59	63			23	27				19	1.42
		TC 4	B	1.00	56				23					28	1.35
		TC 5	C	1.00	49	56			35	22				15	1.60
Silicio calcáreo	7x12x24	S	A	1.00	201	177			15	11			15	1.79	

A Fábrica grande y adecuado control de calidad

B Fábrica mediana y nulo control de calidad

C Fábrica rudimentaria ** Bloque macizo

An/Ab Relación de área neta sobre área bruta

f_p resistencia promedio de la pieza

C coeficiente de variación

a paso voltamétrico seco

* Medidas nominales

(1) sobre área bruta medida

(2) sobre volumen neto

TABLA 2 RESULTADOS DE ENSAYES DE MORTEROS ELABORADOS POR UN MISMO ALBAÑIL

PROPORCIONAMIENTO cemento:cal:arena	Número de muestras	Resistencia media, en kg/cm ²	Coefficiente de variación, en %	Percentil 2%, en kg/cm ²
1:0:3	211	205	24	95
1:1/2:5	70	108	19	57
1:0:6	55	106	31	45
1:1:6	26	75	38	23

Los valores individuales son promedio de tres ensayos

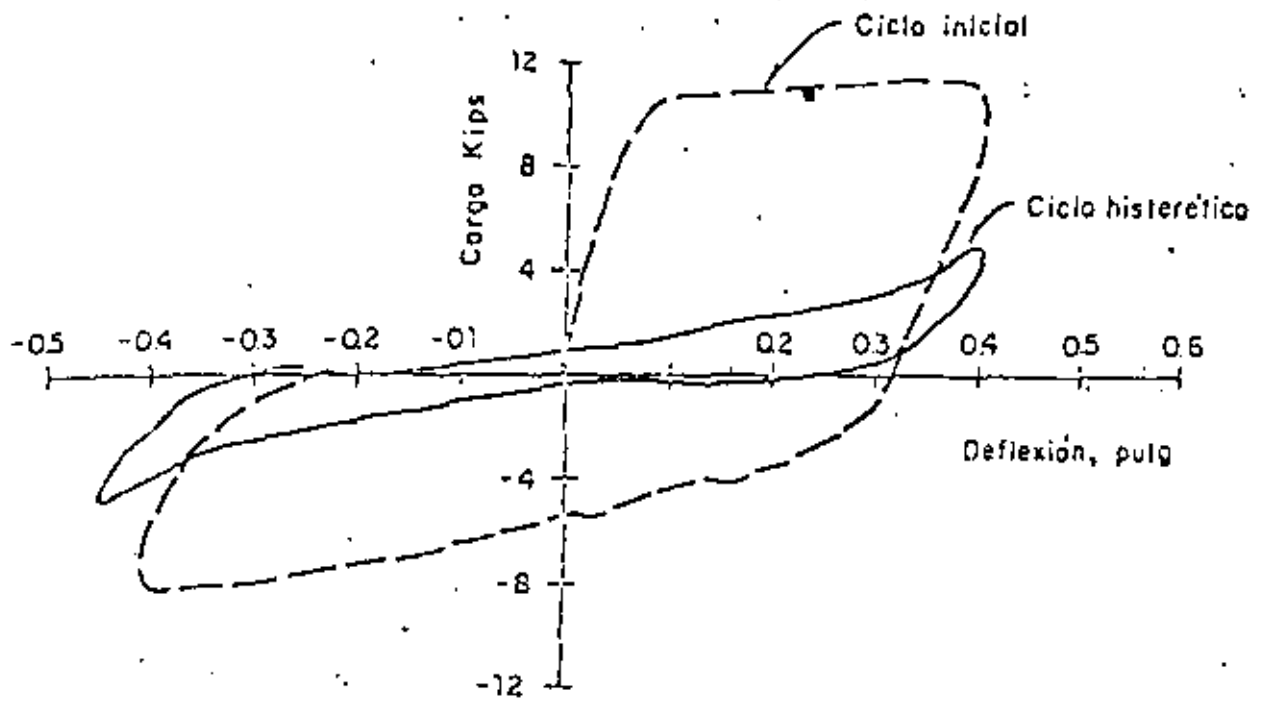
Tabla 3 PROPORCIONAMIENTOS MORTEROS EN VOLUMEN

Tipo Mortero	Partes Cemento	Partes Cemento Mampostería	Partes Cal	Partes Arena	Valor Típico f_b^* kg/cm ²
I	1	— 0 a 1/2	0 a 1/4 —	de 2.25 a 3 veces la suma de cementantes	125
II	1	— 1/2 a 1	1/4 a 1/2 —		75
III	1	— :	1/2 a 1/4 —		40

Tabla 4 PROPIEDADES MAMPOSTERIA

Pieza	Mortero	f_m^*	v^*	para corta duración	
				E	G
Tabique recocido	I	15	3.5	6000	1800
	II	15	3	600	1800
	III	15	3	6000	1800
Tabique extruido	I	40	3	16000	4800
	II	40	2	16000	4800
	III	30	2	12000	3600
Bloque Concreto Pesado	I	20	3.5	12000	3600
	II	15	2.5	9000	2700
	III	15	2.5	9000	2700

Esfuerzos en kg/cm²



a) Muro sin carga vertical

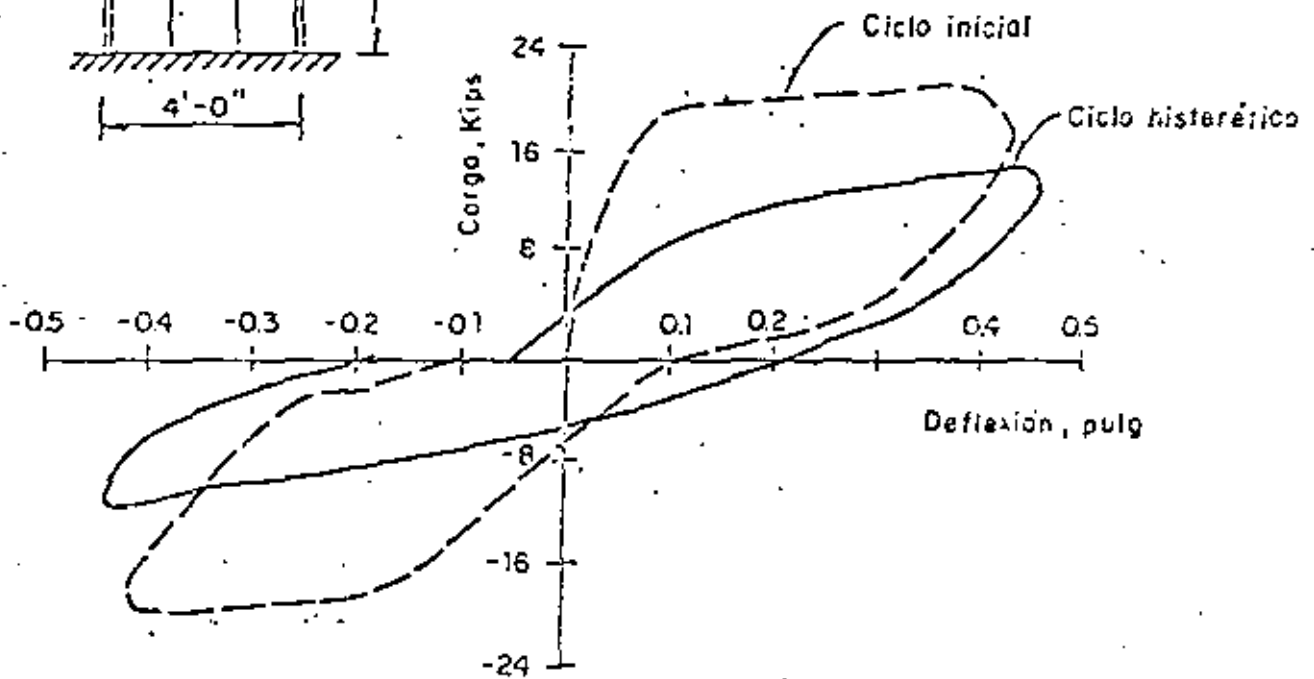
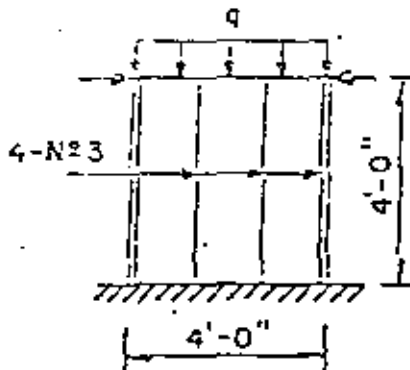
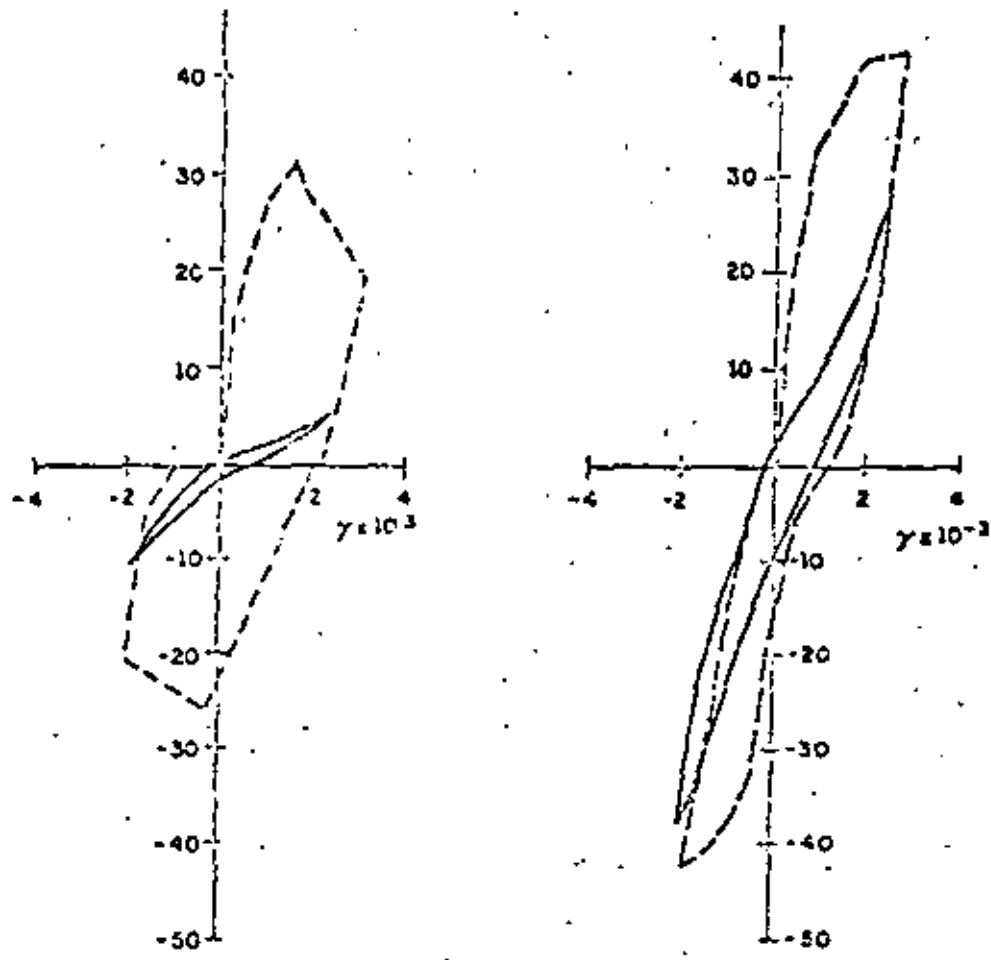
b) Muro con carga vertical, $q=125$ psi

Fig 1 Comportamiento histérico de muros con falla por flexión



a) Sin carga vertical

b) Carga vertical (Esfuerzo de compresión 4.5 kg/cm²)

Fig 2 Comportamiento histerético de muros con refuerzo interior. Falla por cortante

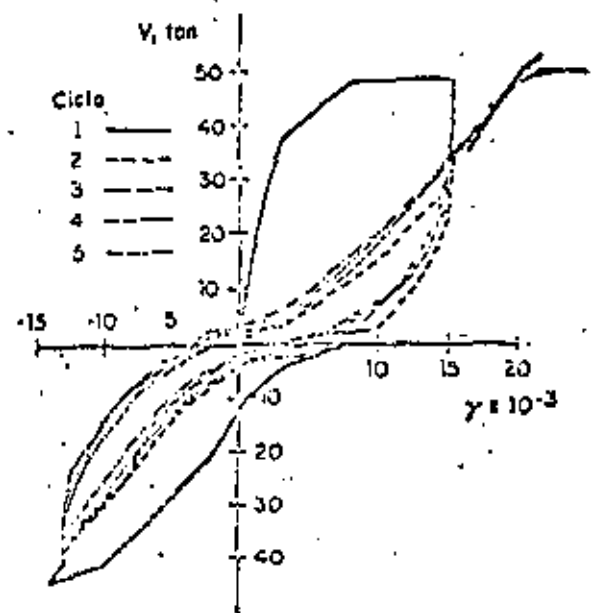


Fig 3 Comportamiento histerético de muro con marco⁶

REQUISITOS DE DISEÑO POR CARGAS LATERALES DE LAS NORMAS TECNICAS
PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION DE ESTRUCTURAS DE MADERA DEL
REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL

4.5 Resistencia a cargas laterales

4.5.1 Consideraciones generales

La resistencia a cargas laterales de un muro deberá revisarse para el efecto de la fuerza cortante, del momento flexionante en su plano y eventualmente también de momentos flexionantes debidos a empujes normales a su plano.

Para fines de diseño por cargas laterales se distinguen los siguientes tipos de muros de acuerdo con su estructuración:

a) Muros-diafragma. Estos son los que se encuentran totalmente rodeados por vigas y columnas de un marco estructural y su función es rigidizarlo para el efecto de fuerzas laterales. Además las columnas y vigas, en una zona igual a una cuarta parte de su longitud libre medida a partir de cada esquina, deberán ser capaces de resistir, cada una, una fuerza cortante igual a la cuarta parte de la que actúa sobre el tablero.

b) Muros confinados. Estos son los que están reforzados con castillos y dadas que cumplen con los requisitos siguientes:

Las dadas o castillos tendrán como dimensión mínima el espesor del muro. El concreto tendrá una resistencia a compresión, f'_c , no menor de 150 kg/cm^2 , y el refuerzo longitudinal estará formado por lo menos de tres barras, cuya área total no será inferior a $0.2 f'_c / f_y$ por el área de castillo y estará anclado en los elementos que limitan al muro de manera que pueda desarrollar su esfuerzo de fluencia.

El área del refuerzo transversal no será inferior a $\frac{1000s}{f_y d_c}$, siendo s la separación de los estribos y d_c el peralte del castillo. La separación de los estribos no excederá $1.5 d_c$ ni 20 cm .

Existirán castillos por lo menos en los extremos de los muros y en puntos intermedios del muro a una separación no mayor que vez y media su altura, ni 4 m .

Existirá una dada en todo extremo horizontal de muro, a menos que este último esté ligado a un elemento de concreto reforzado. Además existirán dadas en el interior del muro a una separación no mayor de 3 m .

Existirán elementos de refuerzo en el perímetro de todo hueco cuya dimensión exceda de la cuarta parte de la dimensión del muro en la misma dirección.

Además si la relación altura a espesor del muro excede de 30 deberán proveerse elementos rigidizantes que eviten la posibilidad de pandeo del muro, por cargas laterales.

c) Muros reforzados interiormente. Estos son muros reforzados con malla o barras corrugadas de acero, horizontales y verticales, colocadas en los huecos de las piezas, en ductos o en las juntas. Para que un muro pueda considerarse como reforzado deberán cumplirse los siguientes requisitos mínimos.

La suma de la cuantía de refuerzo horizontal, p_h , y vertical, p_v , no será menor que 0.002 y ninguna de las dos cuantías será menor que 0.0007. La cuantía de refuerzo horizontal se calculará como $p_h = A_{sh}/st$, donde A_{sh} es el refuerzo horizontal que se colocará en el espesor t del muro a una separación s ; $p_v = A_{sv}/lL$, en que A_{sv} es el área total de refuerzo que se colocará verticalmente en la longitud L del muro.

* Todo espacio que contenga una barra de refuerzo deberá tener una distancia libre mínima entre el refuerzo y las paredes de la pieza igual a la mitad del diámetro de la barra y deberá ser llenado a todo lo largo con mortero o concreto. La distancia libre mínima entre una barra de refuerzo y el exterior del muro será de 1.5 cm o una vez el diámetro de la barra, la que resulte mayor.

Para el colado de las huecos donde se aloje el refuerzo podrá emplearse el mismo mortero que se usa para pegar las piezas, o un concreto de alto revenimiento, con agregado máximo de 1 cm y resistencia a compresión no menor de 75 kg/cm². El

hueco de las piezas tendrá una dimensión mínima mayor de 5 cm y un área no menor de 30 cm².

Deberá colocarse por lo menos una varilla No. 3 en dos huecos consecutivos en todo extremo de muros, en las intersecciones entre ellos o a cada 3 m. El refuerzo vertical y horizontal en el interior del muro tendrá una separación no mayor de 6 veces el espesor del mismo ni 90 cm, la menor de ellas.

Cuando los muros transversales lleguen a tope, sin traslape de piezas, será necesario unirlos mediante dispositivos que aseguren la continuidad de la estructura.

El refuerzo horizontal debe ser continuo en la longitud del muro y anclado en sus extremos. Se deberán cumplir los mismos requisitos de anclaje que para concreto reforzado. Deberá haber refuerzo consistente en una barra No. 4 o su equivalente, alrededor de toda abertura cuya dimensión exceda de 60 cm en cualquier dirección.

La relación altura/espesor de estos muros no será superior a 30, a menos que se provean elementos rigidizantes que eviten la posibilidad de pandeo del muro. Deberá haber una supervisión continua en la obra que se asegure que el refuerzo esté colocado de acuerdo a lo indicado en planos y que los huecos en que se aloja el refuerzo sean colados completamente.

d) Muros no reforzados. Se considerarán como muros no reforzados aquellos que no tengan el refuerzo necesario para ser incluidos en alguna de las tres categorías anteriores.

4.5.2 Esfuerzo cortante medio de diseño

La determinación de la fuerza cortante resistida por la mampostería se basa en el esfuerzo cortante medio de diseño, v^* , el cual se tomará de la tabla del inciso 3.3.

Para materiales no cubiertos en la tabla mencionada, la resistencia a cargas laterales se fijará con base en resultados de ensayos a satisfacción del Departamento.

4.5.3 Fuerza cortante resistida por la mampostería

La fuerza cortante resistente de diseño se determinará como:

a) Para muros diafragma

$$V_R = F_R (0.85 v^* A_T)$$

b) Para otros muros

$$V_R = F_R (0.5 v^* A_T + 0.3 P) \leq 1.5 F_R v^* A_T$$

en que

P es la carga vertical que actúa sobre el muro, sin multiplicar por el factor de carga

Para muros reforzados interiormente de acuerdo con los requisitos de 4.5.1 c), se tomará v^* como 1.5 veces el valor medido en los ensayos para mampostería sin refuerzo o el consignado en la tabla del inciso 3.3.

El factor de reducción de resistencia, F_R , se tomará como:

0.6 para muros diafragma, muros confinados y muros con refuerzo interior que cumplan con los requisitos de 4.5.1

0.3 para muros no reforzados

4.5.4 Contribución del refuerzo

No se considerará ninguna contribución a la resistencia a fuerza cortante por efecto de los castillos y dalas que es necesario colocar en los muros para que

estos puedan considerarse confinados, de acuerdo con lo especificado en 4.5.1 b.

4.5.5 Resistencia a flexocompresión en el plano del muro

La resistencia a flexión y a flexocompresión en el plano del muro se calculará, para muros sin refuerzos, según la teoría de resistencia de materiales suponiendo una distribución lineal de los esfuerzos en la mampostería. Se considerará que la mampostería no resiste tensiones y que la falla ocurre cuando aparece en la sección crítica un esfuerzo de compresión igual a f_m^* .

La capacidad a flexión o flexocompresión en el plano de un muro con refuerzo interior o exterior se calculará con un método de diseño basado en las hipótesis estipuladas en 4.4.5.

Para muros reforzados con barras colocadas simétricamente en sus extremos, las fórmulas simplificadas siguientes dan valores suficientemente aproximados y conservadores del momento resistente de diseño.

Para flexión simple, el momento resistente se calculará como

$$M_D = F_R A_s f_y d^2$$

donde

A_s es el área de acero colocada en el extremo del muro

d^2 la distancia entre los centroides del acero colocado en ambos extremos del muro

Cuando exista carga axial sobre el muro, el momento de la sección se modificará de acuerdo con la ecuación.

$$M_R = M_o + 0.30 P_u d \quad ; \quad \text{si } P_u \leq \frac{P_R}{3}$$

$$M_R = (1.5 M_o + 0.15 P_R d) \left(1 - \frac{P_u}{P_R}\right); \text{ si } P_u > \frac{P_R}{3}$$

donde

P_u es la carga axial de diseno total sobre el muro, que se considerará positiva si es de compresión

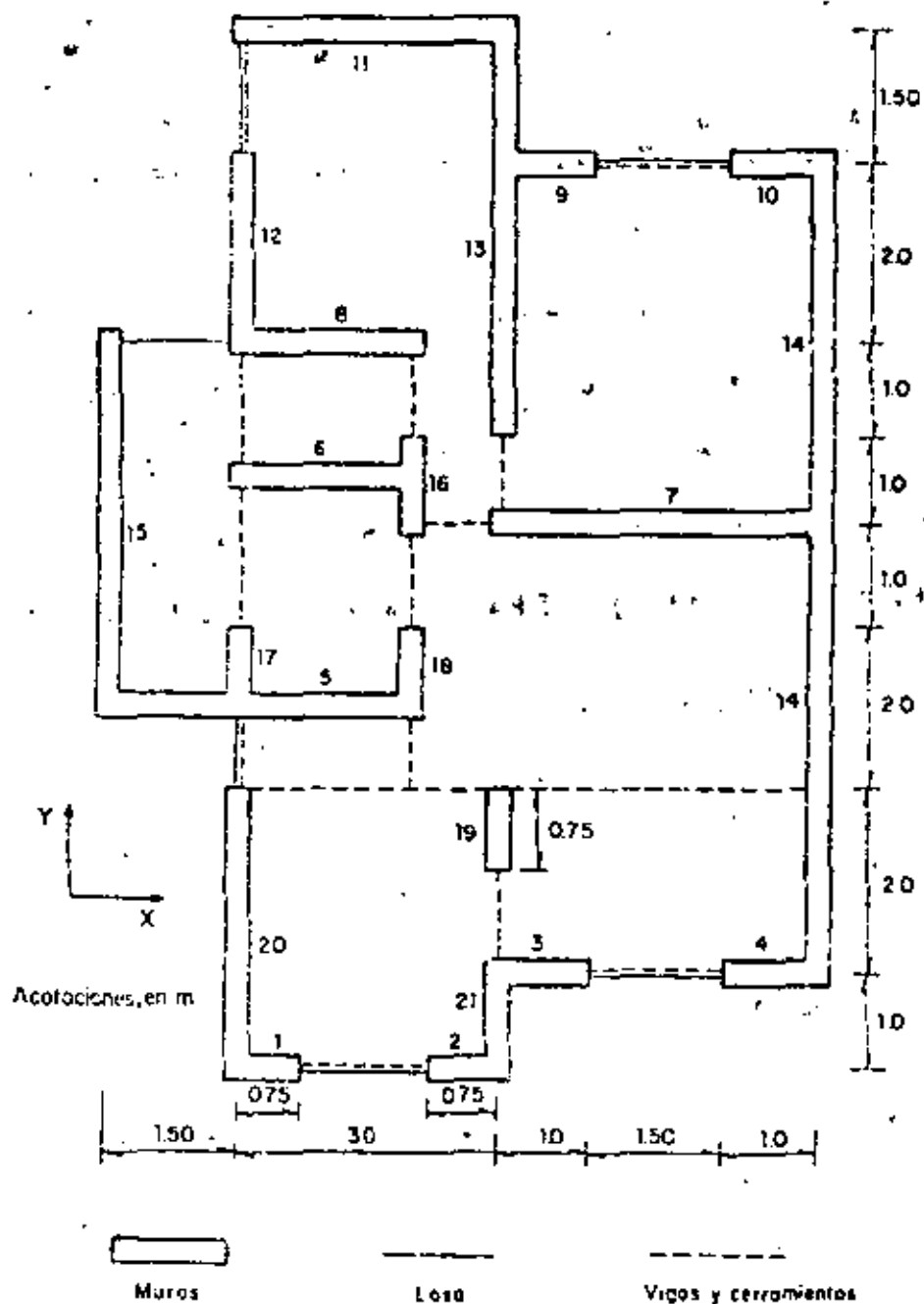
d el peralte efectivo del refuerzo de tensión

P_R la resistencia a compresión axial

F_R n este caso igual a 0.6

DATOS

Construcción para vivienda con dos niveles idénticos en planta, ubicado en zona de terreno compresible del Distrito Federal



Area losa en cada nivel = 73.5 m^2

Altura libre de entrepiso = 2.35 m

Muros de tabique rojo recocido, reforzados con castillos y dalas, Mortero 1:1:6, cemento : cal : arena

Espesor nominal de los muros 14 cm

CARGAS

1 Azotea: carga muerta 350 kg/m^2
 carga viva 100 kg/m^2 (para diseño por carga vertical); 70 kg/m^2 (para
 diseño por sismo)

2 Primer piso: carga muerta 325 kg/m^2
 carga viva 170 kg/m^2 (para diseño por carga vertical); 90 kg/m^2 (para
 diseño por sismo)

Peso muros 450 kg/m

longitud total de muros en planta = 46.7 m

Carga total en muros de planta baja para diseño por cargas verticales

$$W = (350 + 100) 73.5 + (325 + 170) 73.5 + 450 \times 46.7 \times 2 = 111\,500 \text{ kg}$$

Carga total en muros de planta baja para diseño por sismo

$$W_s = (350 + 70) 73.5 + (325 + 90) 73.5 + 450 \times 46.7 \times 2 = 103\,000 \text{ kg}$$

PROPIEDADES DEL MATERIAL

3 $f_m^* = 15 + 4 = 19 \text{ kg/cm}^2$

4 $v^* = 3 \text{ kg/cm}^2$

REVISION POR SISMO

5 Se cumplen los requisitos para el empleo del método simplificado de diseño sísmico

6 $c = 0.09$

7 $V_X = V_Y = c W_s = 0.09 \times 103 = 9.3 \text{ ton}$

$$V_u = 1.1 V = 10.2 \text{ ton}$$

RESISTENCIA EN DIRECCION X

$$V_{RX} = F_R (0.7 v^*) A_T$$

$$A_T = 1 \sum L_i F_i$$

De tabla adjunta $\sum L_i F_i = 15.86 \text{ m} = 1586 \text{ cm}$

$$V_{RX} = 0.6 \times 0.7 \times 3 \times 14 \times 1586 = 28\,000 \text{ kg} > 10\,200 \text{ kg}; \text{ la resistencia es adecuada}$$

En dirección Y la longitud de muros es mayor (22.42 m), por tanto la seguridad contra sismo será adecuada

REVISION POR CARGAS VERTICALES

Revisión de la resistencia total

$$W_U = 1.4 W = 1.4 \times 111.5 = 156.1 \text{ ton}$$

$$W_R = F_R F_E F_m A_T$$

$$F_E A_T = 1 \sum F_E L_i$$

De la tabla adjunta

$$\sum F_E L_i = 30.63 \text{ m} = 3063 \text{ cm}$$

$$W_R = 0.6 \times 19 \times 14 \times 3\,063 = 492\,000 \text{ kg} > 156\,000 \text{ kg}; \text{ adecuada}$$

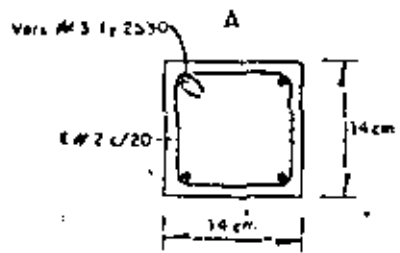
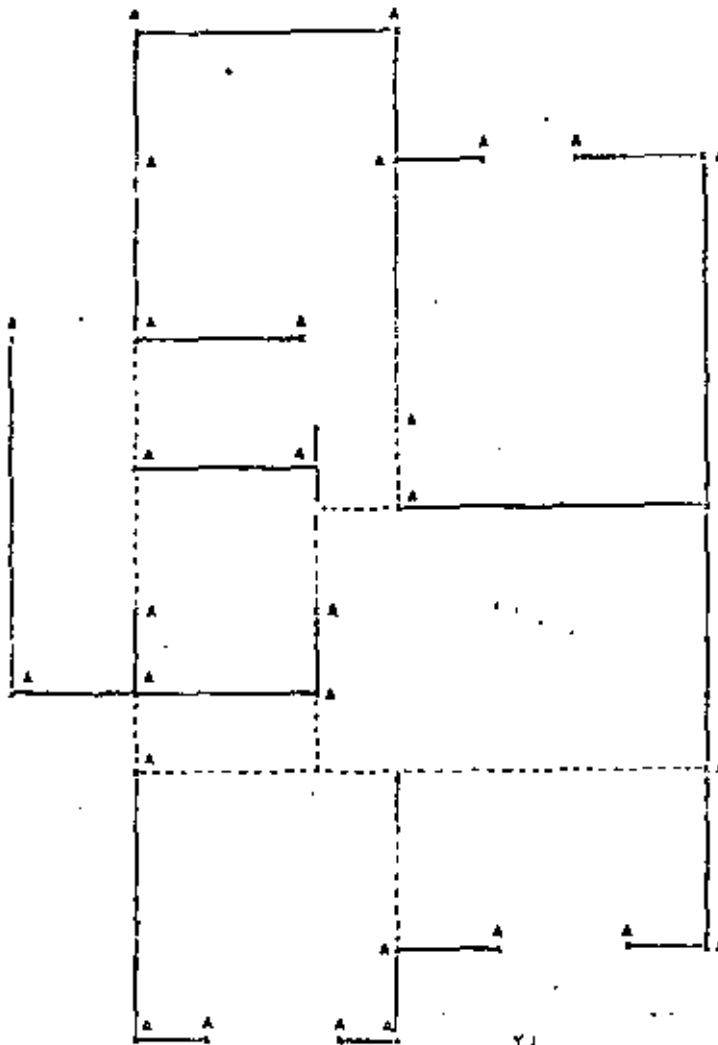
Revisión de muros individuales

Se hace en la tabla adjunta. Resulta que para el muro 19 la resistencia es insuficiente.

Esto puede remediarse aumentando la longitud de este muro, construyéndolo de un material más resistente en compresión o diseñando las castillas como columnas para que tomen la carga vertical actuante.

REFUERZO

- 12 La distribución propuesta de castillos se muestra en el croquis siguiente. No se requieren dadas intermedias.



Nota: a coloración necesaria.

TABLA 1. DATOS PARA LA REVISION DE LA RESISTENCIA DE LOS MUROS

Muro (1)	Longitud L_i , m	Area tributaria, m^2 (2)	F_E (3)	F_i (4)	$F_E \times L_i$	$F_i \times L_i$	Carga viva, kg/m^2 (5)	Carga vertical, kg		
								actuante	resistente	
Dirección X	1	0.75	1.2	0.6	0.18	0.45	0.14	500	3090	7180
	2	0.75	1.2	0.6	0.18	0.45	0.14	500	3090	7180
	3	1.0	1.3	0.6	0.32	0.60	0.32	490	3560	9580
	4	1.0	1.3	0.6	0.32	0.60	0.32	490	3560	9580
	5	3.5	4.5	0.7	1.00	2.80	3.50	320	11310	39100
	6	2.0	2.0	0.7	1.00	1.40	2.00	420	5870	22300
	7	3.5	7.5	0.7	1.00	2.45	3.50	270	15390	39100
	8	2.0	3.2	0.7	1.00	1.40	2.00	350	7560	22300
	9	1.0	1.5	0.6	0.32	0.60	0.32	460	3850	9580
	10	1.25	1.5	0.6	0.50	0.75	0.62	460	4170	11970
	11	3.0	2.3	0.6	1.00	1.80	3.00	400	7560	28700
Suma	19.75				13.30	15.86				
Dirección Y	12	2.0	3.0	0.6	1.00	1.20	2.00	360	7290	19100
	13	3.0	7.0	0.7	1.00	2.10	3.00	280	14100	33500
	14	9.0	12.0	0.7	1.00	6.30	9.00	240	28400	100500
	15	4.0	3.5	0.7	1.00	2.80	4.00	340	10500	44700
	16	1.0	2.8	0.7	0.32	0.70	0.32	370	5750	11200
	17	1.0	1.5	0.7	0.32	0.70	0.32	460	3850	11200
	18	1.0	3.5	0.7	0.32	0.70	0.32	340	6720	11200
	19	0.75	7.5	0.7	0.18	0.53	0.14	270	11900	8400
	20	3.0	3.5	0.6	1.00	1.80	3.00	340	9240	33500
	21	1.0	2.0	0.7	0.32	0.70	0.32	420	4330	28700
	Suma	25.75				17.53				
Suma total					30.83					

- (1) La numeración corresponde a la identificación del plano de la hoja 1
- (2) Area tributaria de losa en cada nivel
- (3) Factor de reducción por excentricidad y esbeltez dado en el inciso 3.2
- (4) $F_i = (1.33 L_i/h)^2$; siendo $h = 2.35$ m
- (5) $w_{Vm} = 120 + 420/\sqrt{A}$; A es el área tributaria de la columna 2
- (6) $W_u = 1.4 ((350 + 100) A + (325 + w_{Vm}) A + 2 \times 450 \times L_i)$
- (7) $W_R = F_R F_E F_m^* A_f$

COMENTARIOS

1. Carga viva para azoteas con pendiente menor de 5%. Art 227 del Reglamento
2. Carga viva para áreas destinadas a habitación $w_{Vm} = 120 + 420 A^{-\frac{1}{2}}$. Se considera el área total de la planta $A = 73.5 \text{ m}^2$
3. Resistencia a compresión, f'_m , tomada de la tabla del inciso 2.4.1c de estas normas; para tabique rojo y mortero Tipo III, $f'_m = 15 \text{ kg/cm}^2$; se añaden 4 kg/cm^2 según lo estipulado en el inciso 2.4.1e) para muros con dadas y castillos que cumplen los requisitos necesarios para considerar los muros como confinados.
4. Resistencia en cortante tomada de la tabla del inciso 3.3 de estas normas para los materiales en cuestión.
5. Se cumplen los requisitos del Art 238 del Reglamento para el empleo del método simplificado de diseño sísmico, relativos a que existan dos muros paralelos que cubren más de 50% de la longitud de la construcción, y a los límites de altura y de relación de lados de la construcción.
6. Coeficiente sísmico de la tabla del Art 239 del Reglamento, para zona III, muros de piezas macizas y altura entre 4 y 7 m.
7. Según el método simplificado de diseño sísmico solo hay que verificar, en cada dirección, que la suma de la fuerza cortante de todos los muros sea igual o mayor que la actuante calculada multiplicando el coeficiente sísmico por el peso de la construcción arriba del nivel en estudio. Solo se revisarán los muros de planta baja, ya que los de primer nivel son obviamente menos críticos.
8. El Art 239 citado especifica que la contribución a la resistencia de muros cuya relación altura a longitud exceda de 1.33 debe reducirse afectándola del coeficiente $(1.33 L/h)^2$. Aquí se prefiere emplear una longitud reducida de muro, afectada por el factor $F_i = (1.33 L/h)^2$. Los volúmenes para cada muro se obtienen en la tabla adjunta. Un procedimiento alternativo que resulta práctico y conservador es el de desprestigiar la contribución de los muros cuya relación altura a longitud es superior a 1.33.
9. Se requiere revisar que cada muro sea capaz de soportar la carga que sobre él actúa; sin embargo, resulta útil e indicativo revisar el margen de seguridad global de la resistencia a carga vertical comparando la carga vertical actuante con la suma de las resistencias de todos los muros. Este cálculo se hará solo para los muros de planta baja.
10. El factor F_E afecta la resistencia de los muros a carga vertical por efecto de excentricidad y esbeltez. Al igual que para la resistencia por sismo, resulta cómodo emplear una longitud equivalente de muro, multiplicando la real por el factor F_E obtenido del inciso 3.2; los cálculos se muestran en la tabla adjunta.

11. La revisión de muros individuales implica el cálculo de la carga viva de diseño para cada uno según su área tributaria (columna 6 de la tabla adjunta) y de la carga actuante sobre cada muro. La resistencia se calcula en la misma forma que para la revisión global.
12. Para que sean aplicables los métodos y los factores de seguridad adoptados el muro debe cumplir los requisitos para mampostería confinada del inciso 4.5.1 b)

II. ESTRUCTURAS DE MADERA

Los usos estructurales más frecuentes de la madera son en techos de construcciones industriales o de vivienda, en los cuales las estructuras de madera no están sujetas a fuerzas sísmicas importantes. En algunos países son frecuentes las viviendas en que tanto los elementos verticales como los horizontales son de madera.

En general el comportamiento observado ante temblores importantes de las estructuras de madera ha sido bueno. Este buen desempeño se atribuye principalmente a que se trata de construcciones muy ligeras en las que las fuerzas de inercia inducidas por el sismo son pequeñas.

Las fallas que se han presentado por efectos de sismo son atribuibles casi exclusivamente a uno de estos factores.

a) Degradación de la madera por efecto de intemperismo o por ataques de insectos; esto es particularmente grave en la madera en contacto con el suelo. Un ejemplo dramático es la falla de cientos de construcciones de "toquezal" en Managua en 1972.

b) Conexiones inadecuadas de los elementos entre sí y falta de anclaje con la cimentación.

Daños importantes han ocurrido también por las grandes deformaciones que se han requerido para que alguna estructura de madera disipara la energía del sismo y que han causado falla en elementos no estructurales frágiles.

Como se ha hecho notar en un tema anterior, la madera es un material con comportamiento frágil ante cualquier modo de falla que se puede presentar (tensión,

compresión, cortante, etc.). Aunque esto es una grave desventaja desde el punto de vista del comportamiento sísmico, existen dos circunstancias que mitigan la situación: la resistencia de la madera aumenta sensiblemente cuando las cargas se aplican dinámicamente (ver fig 1) y el comportamiento ante cargas cíclicas muestra un amortiguamiento notable (amortiguamiento viscoso equivalente de 8 a 10% (ver fig 2) y no presenta deterioro de resistencia hasta la carga máxima. Adicionalmente al amortiguamiento propio del material, se tiene alta disipación de energía a través de movimientos en las conexiones, lo cual hace que sean típicos amortiguamientos totales equivalente de entre 15 y 20%. Lo anterior permite reducir notablemente los espectros elásticos de diseño construidos generalmente para amortiguamiento del orden de 5%. El reglamento del Distrito Federal acepta un factor de reducción de cuatro para construcciones de madera.

Por tratarse de un material natural, la variabilidad de las propiedades mecánicas de la madera es grande. En países en que el uso estructural de la madera es amplio, se adoptan procedimientos de clasificación de los elementos que aseguran una menor variación en las propiedades. La variabilidad es también grande en los productos industriales, como la manera laminada (triplay), por variación de la prima empleada y de los adhesivos.

La ref 1 trata en forma muy clara y resumida sobre el diseño de estructuras de madera; de la pag 43 a 52 se describen las propiedades del material y en el capítulo 29 se trata el comportamiento estructural y el diseño.

Textos más completos sobre el diseño de estructuras de madera son las ref 2 y 3. El diseño según las normas del reglamento para el Distrito Federal se presenta e

ilustra en la ref 4.

Ninguna de las publicaciones anteriores trata sin embargo el diseño sísmico de estas construcciones. Un breve pero muy claro tratamiento de este tema se encuentra en la ref 5 (pag 277 a 289).

Los sistemas estructurales más usuales en madera son las armaduras o las vigas paralelas para techos, en las que la principal función ante el efecto sísmico es la de constituir diafragmas rígidos en su plano que distribuyen las cargas a los elementos verticales resistentes. Es necesario por tanto un contraventeo en el plano de estos elementos para proporcionar dicha rigidez.

El marco rígido de la madera es relativamente poco empleado actualmente debido a la dificultad de lograr continuidad en las conexiones viga-columna y a la baja rigidez lateral de los marcos.

El sistema constructivo más común, especialmente para vivienda, es el formado por diafragmas horizontales y verticales; estos son paneles constituidos por un armazón ligero de madera recubierto por placas de triplay o de yeso o con aplanado de cemento y cal sobre metal desplegado (para exteriores).

En esta forma (fig 3) el comportamiento sísmico es similar al de las estructuras de muros de mampostería con losas de concreto y son aplicables los mismos procedimientos de análisis.

Los requisitos que deben cumplirse son que el diafragma horizontal de piso o techo sea suficientemente rígido en su plano. Para ello el recubrimiento debe

poderse conectar adecuadamente a las vigas de soporte del piso. Cuando el recubrimiento es de triplay o de dueda se especifica una relación máxima entre lado mayor y menor del tablero de piso ($L/B = 4$ según las recomendaciones de N. Zelanda).

Los tableros verticales (muros) deben tener suficiente rigidez y resistencia. La resistencia es muy variable según la calidad del recubrimiento, el tipo de armazón y la forma de unión entre recubrimiento y armazón; se especifican esfuerzos cortantes permisibles variables entre 10 y 50 kg/cm^2 .

El aspecto más importante es el de las conexiones (fig 4) que deben diseñarse para resistir los esfuerzos cortantes que se generan entre elementos horizontales y verticales y los esfuerzos de tensión debidos al momento de volteo.

Recomendaciones detalladas sobre el diseño sísmico de construcciones para vivienda con este sistema se encuentran en la ref 6. Algunos detalles de conexión típicos se muestran en las figs 5 y 6.

Referencias

1. White R N, Gergely P y Sexsmith R, "Structural Engineering. Vol 3, Behavior of Members and Systems", J Wiley, 1974
2. Booth L G y Reece P O, "The Structural Use of Timber. A Commentary on the British Standard Code of Practice CP112". E y FN Spon Ltd, Londres, 1967
3. Gurfinkel G, "Wood Engineering" Southern Forest Product Association, N Orleans, 1973
4. "Diseño y construcción de estructuras de madero" Informe No. 404 del Instituto de Ingeniería, UNAM. México, D.F. 1977
5. Dowrick D J, "Earthquake Resistant Design", J Wiley, 1977
6. "A Methodology for Seismic Design and Construction of Single-family Dwellings" Department of Housing and Urban Development, Washington, 1977

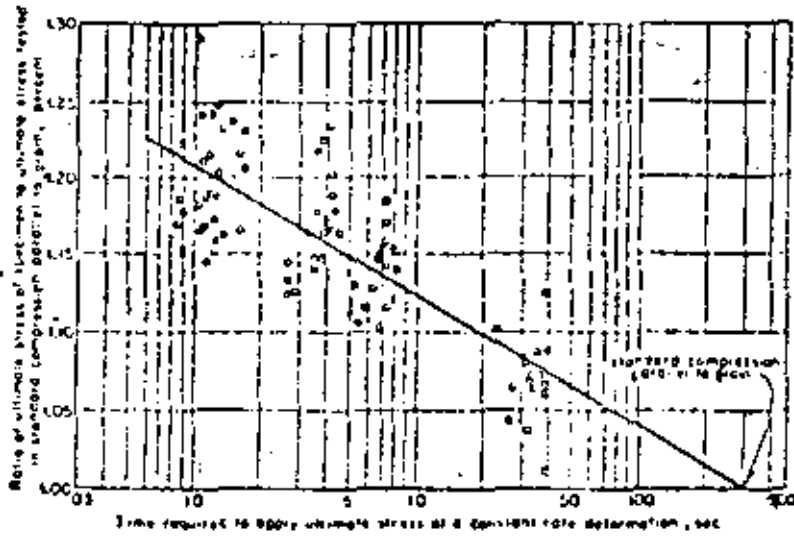


Fig 1 Efecto de la velocidad de carga en la resistencia de la madera

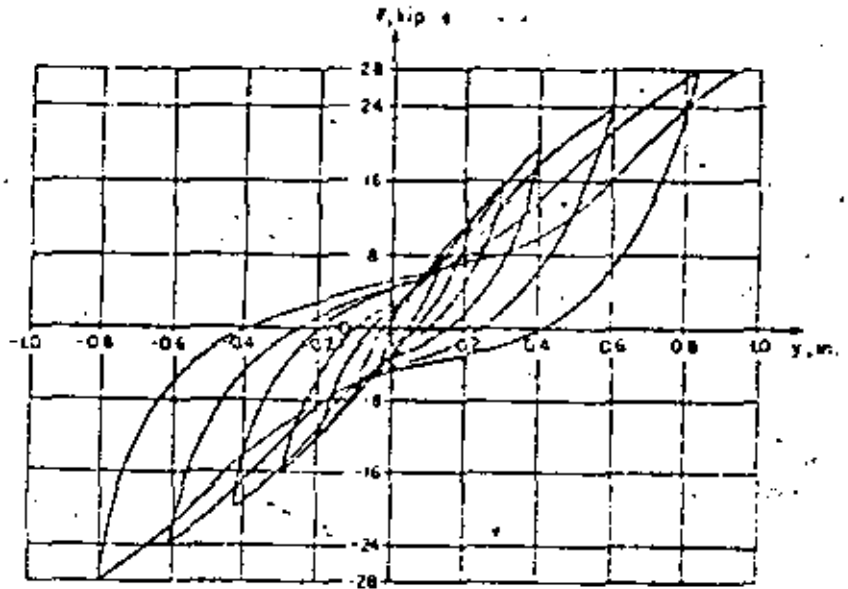


Figure 6.34 Hysteretic behaviour of timber diaphragms under cyclic loading (after Malearis¹⁴)

Fig 2 Comportamiento de tableros de madera ante cargas alternadas repetidas

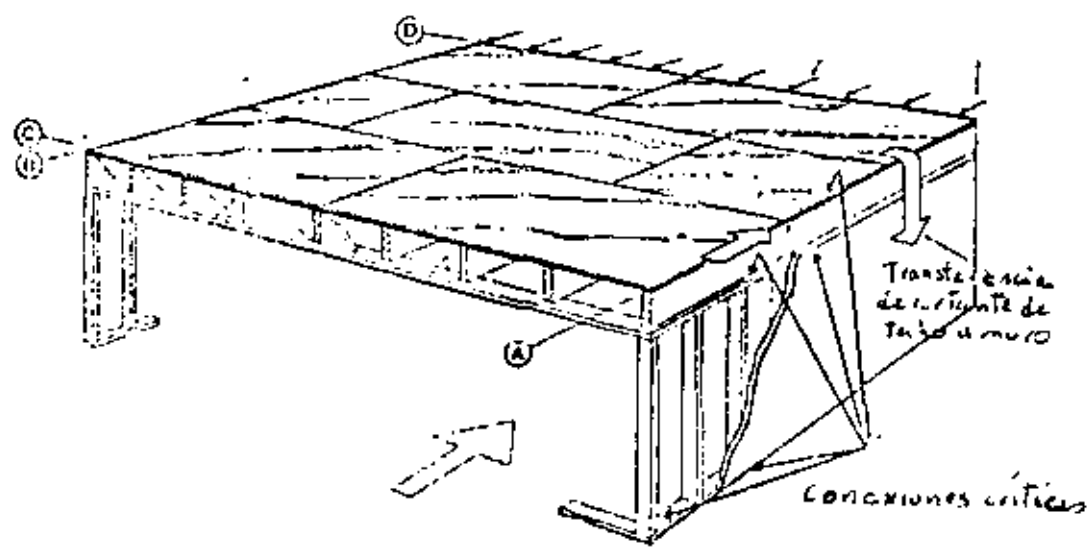


Fig 3 Estructuración típica a base de diafragmas de madera

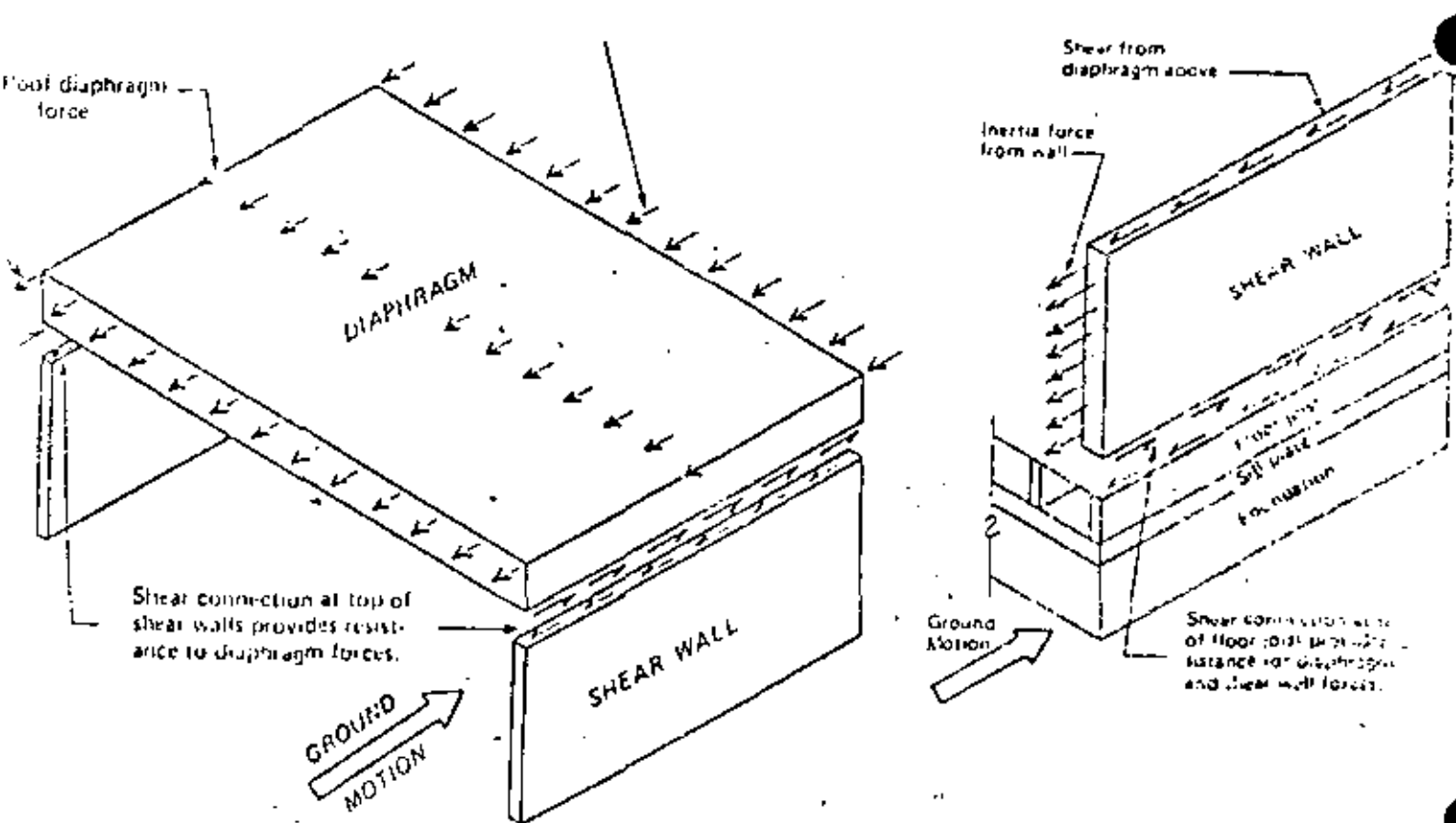


Fig 4 Trasmisión de fuerzas entre los distintos elementos

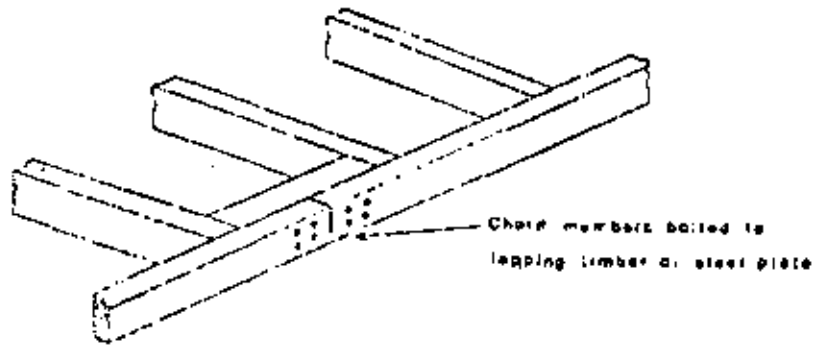


Fig 5 Conexión en las cuerdas del armazón

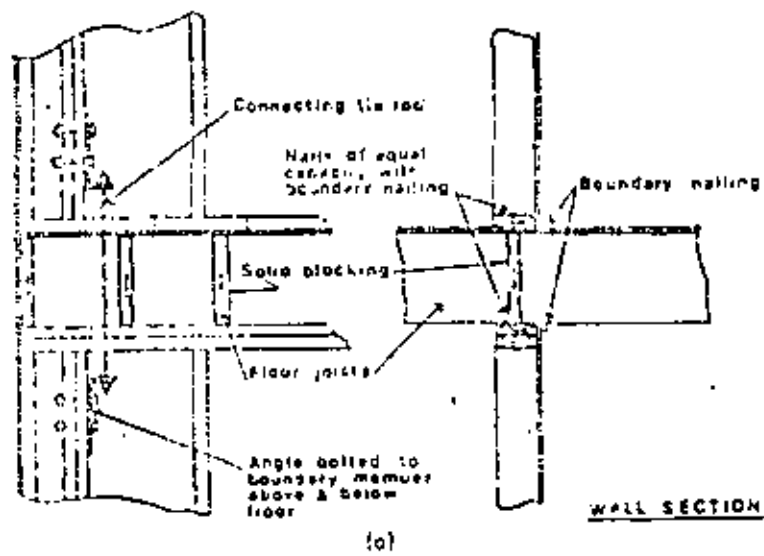


Fig 6 Conexión muros-piso

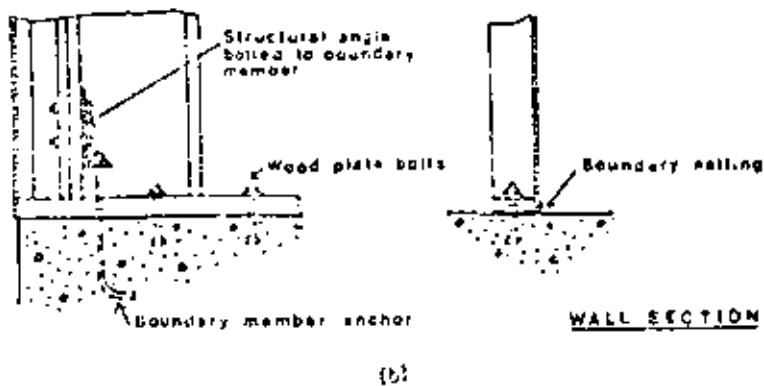


Fig 7 Conexión Muro cimentación





centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



VI CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

EJEMPLOS

DR. ROBERTO MELI PIRALLA

AGOSTO, 1980



EJEMPLO 4

DISEÑO DE UN MURO DE RIGIDEZ

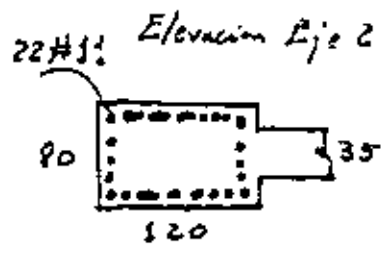
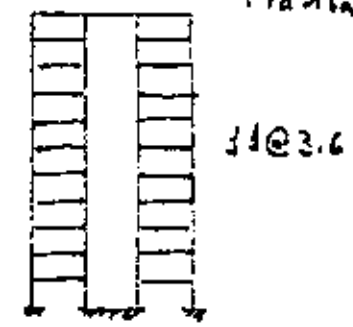
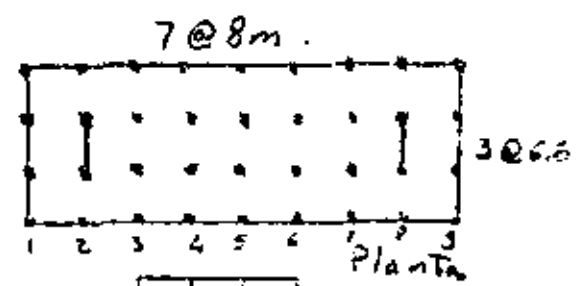
El muro del eje 2 de la estructura mostrada debe ser capaz de resistir en planta baja la siguiente combinación de fuerzas de diseño (últimas)

Por cargas verticales $P_u = 1970 \text{ ton}$

Por viento $\begin{cases} P_u = 1710 \text{ ton} \\ M_u = 6630 \text{ ton-m} \\ V_u = 430 \text{ ton} \end{cases}$

$f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$ $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

La sección propuesta en el diseño preliminar es la mostrada en el croquis



a) Diseño de la columna

Si $P_u > 0.4 P_0$ hay que diseñar las columnas para que tengan toda la carga vertical debida a viento y proporcionarles refuerzo transversal para confinamiento igual al que se requiere para columnas de marcos

La carga axial balanceada puede determinarse en forma aproximada considerando el refuerzo de la columna concentrado en su centroide y despreciando el refuerzo en el muro

Tanto el refuerzo a tensión como el de compresión

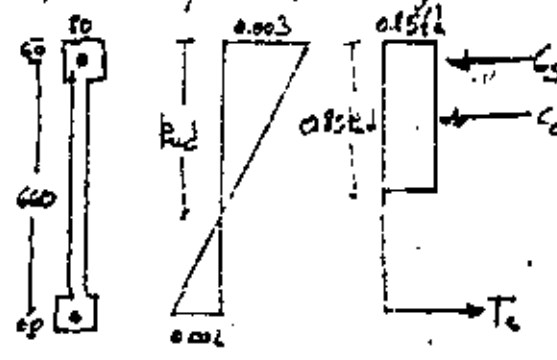
flojan, por tanto $T_s = -C_s$

$$P_b = C_c \left[0.85 f'_c \times 0.95 k_u d \times t + 0.85 f'_c \times h(b-t) \right]$$

$$k_u d = (660 + 60) \frac{3}{5} = 432 \text{ cm}$$

$$P_b = 0.7 \left[0.85 \times 280 \times 0.95 \times 432 \times 35 + 0.85 \times 280 \times 120(80-35) \right] = 3070 \text{ ton}$$

$$0.4 P_b = 1230 \text{ ton} < P_u \Rightarrow \text{requiere diseño especial}$$



Hay que revisar que cada columna sea capaz de resistir la carga axial total debida a carga vertical más mismo $P_u = 1710 \text{ ton}$

Revisando la capacidad de una columna de $80 \times 120 \text{ cm}$ con $22 \# \pm 1$
 $A_g = 220 \text{ cm}^2$ y una excentricidad mínima $e/t = 0.10$

Del diagrama de interacción del SP-17

para $g = 0.8$ $e/t = 0.10$ $\rho_t m = \frac{220}{120 \times 80} \frac{4200}{0.85 \times 280} = 0.4$

Resulta $K = 0.65 \Rightarrow P_R = 0.65 \times 120 \times 80 \times 280 = 1750 \text{ ton} > 1710 = P_u$

a) Refuerzo Transversal en la columna

Se requiere una cantidad que sea
de acuerdo entre los siguientes

$$\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f_c'}{f_y} = 0.45 \left(\frac{10 \times 120}{73 \times 111} - 1 \right) \frac{280}{4200} = 0.008$$

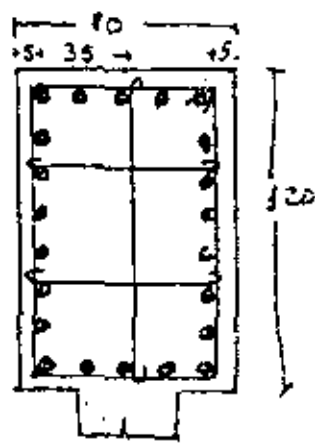
$$\rho_s = 0.12 \frac{f_c'}{f_y} = 0.12 \times \frac{280}{4200} = 0.008 \text{ rige}$$

Usando estribos y ganchos #4 con la distribución
mostrada en la figura de manera que

$$l_n = 35 \text{ cm}$$

$$S_n = \frac{2 A_v}{l_n \rho_s} = \frac{2 \times 1.27}{35 \times 0.008} = 9.5 \text{ cm}$$

Para el estribo se usará #4 @ 9.5



b) Refuerzo en el muro

Porcentaje $\rho_u = \frac{V_u}{\phi B E} = \frac{430000}{0.85 \times 0.8 (80 + 120) 35} = 23.2 \text{ Kg/cm}^2$

Estuerzo constante resistido del concreto; el menor entre:
 $\rho_c = 0.9 \sqrt{f_c'} + 0.25 \frac{M_u}{l b w} = 0.9 \sqrt{280} + \frac{0.25 \times 1060000}{35 \times 780} = 15.1 + 9.7 = 24.8 \text{ Kg/cm}^2$

Como M_u es tan alta el que corresponde a la combi-
ción que proporciona un
valor menor.

$$\rho_c = 0.16 \sqrt{f_c'} + \frac{l w (0.33 \sqrt{f_c'} + 0.2 \frac{M_u}{V_u})}{\frac{M_u}{V_u} - \frac{l w}{2}} = 2.7 + 9.3 = 12 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_{ig} \quad v_c = 12 \text{ Kg/cm}^2 < v_u$$

Se requiere refuerzo horizontal por cortante dado por

$$A_v/s = (v_u - v_c) \frac{b_w}{f_y}$$

$$\rho_h = \frac{A_v}{s b_w} = \frac{v_u - v_c}{f_y} = \frac{23.2 - 12}{4200} = 0.00267 > \rho_{min} = 0.0025$$

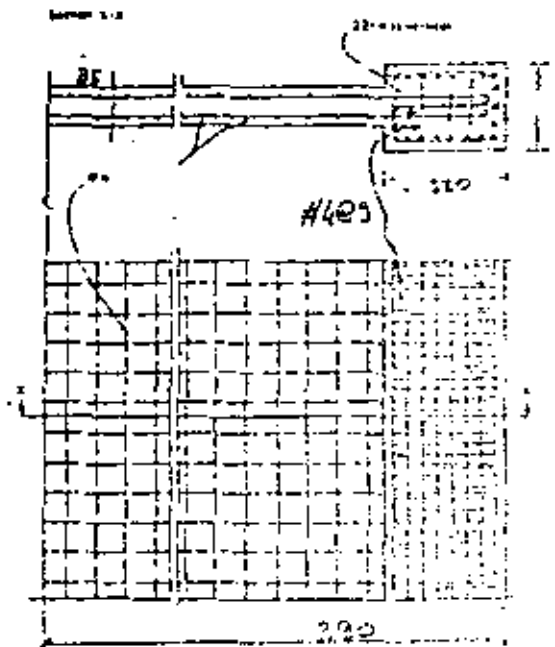
Usando una doble malla #4 $A_v = 2 \times 1.27 = 2.54 \text{ cm}^2$

$$s = \frac{A_v}{\rho_h b_w} = \frac{2.54}{0.00267 \times 35} = 26.8 \text{ cm}$$

Se empleará 2 #4 @ 25 cm

El mismo refuerzo se colocará en posición vertical donde se requiere $\rho_v = 0.0029$

El refuerzo quedará como en la figura



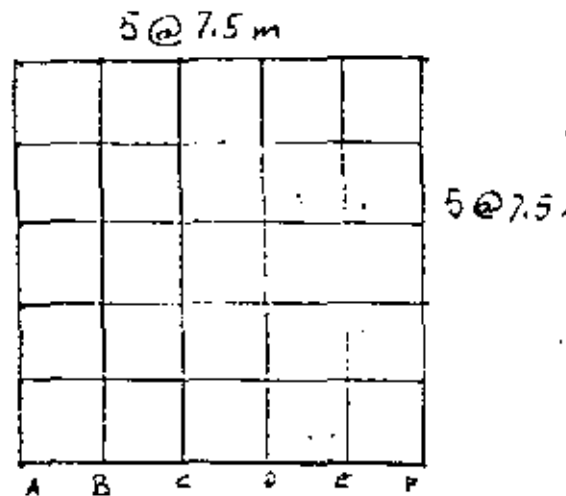
EJEMPLO 5

DISEÑO DE UNA LOSA PLANA ALIGERADA
 Se regirá el Reglamento D.F. EL ACI
 no tiene recomendaciones para el diseño (a+)
 por mismo de este sistema constructivo

$$f'_c = 200 \text{ Kg/cm}^2 \quad f_y = 2200 \text{ Kg/cm}^2$$

Peralte de la losa = 36 cm

efectivo = 32 cm

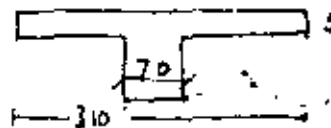


Planta

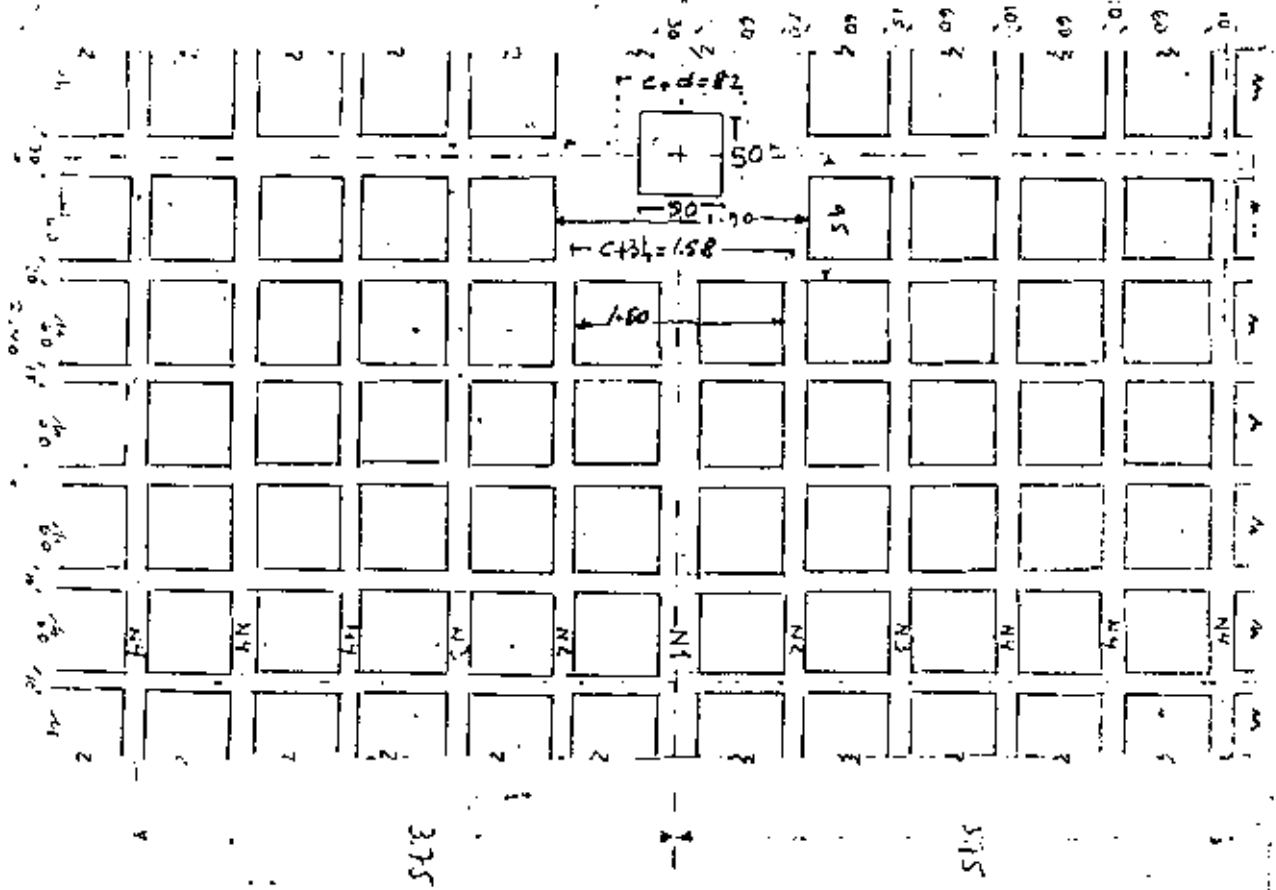
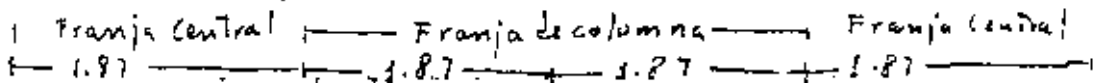
Viga equivalente para análisis

$$0.5l_e = \frac{0.5l_c}{1+1.67\frac{l_c}{l_e}} + 0.3l_c = \frac{0.5 \times 7.5}{1+1.67} + 0.3 \times 7.5$$

$$0.5l_e = 1.95 ; l_e = 3.10$$

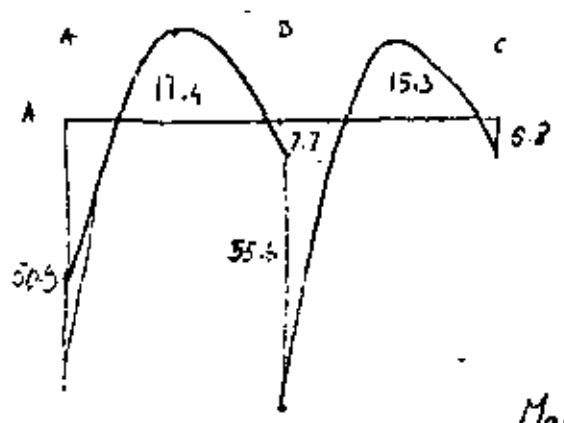


Elevación



Distribución de nervaduras en un tablero típico

Momentos de diseño (últimos) para la condición carga vertical más desfavorable



Fuerzas en la conexión:



Resultado $V_u = 58.9 \text{ ton}$ Fuerza constante directa

Momento de desbalanceo

$$M_0 = 55.6 + 7.7 = 47.9 \text{ ton-m}$$

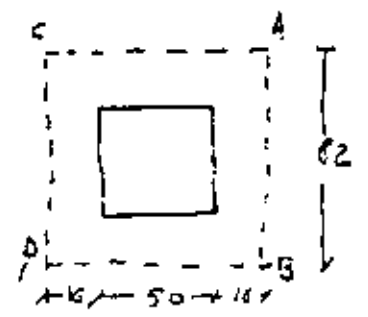
a) Diseño por constante de la conexión

$$A_c = 4(c+d)d = 4 \times 82 \times 32 = 10500 \text{ cm}^2$$

$$J_c = \frac{2}{3}(c+d)^3 d + \frac{1}{6}(c+d)d^3 = 12,200,000 + 470,000$$

$$J_c = 12.6 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

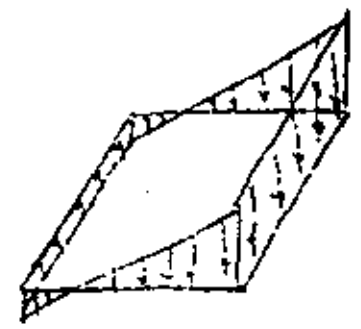
$\alpha = 0.4$ para columnas cuadradas



$$U_{AB} = \frac{V_u}{A_c} + \alpha \cdot \frac{M_u}{J_c} \left(\frac{c_1+d}{2} \right) =$$

$$= \frac{58900}{10700} + 0.4 \times \frac{47.9 \times 10^5}{12.6 \times 10^6} \left(\frac{82}{2} \right) = 5.5 + 6.2 = 11.7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$U_{CB} = 5.5 - 6.2 = -0.7$$



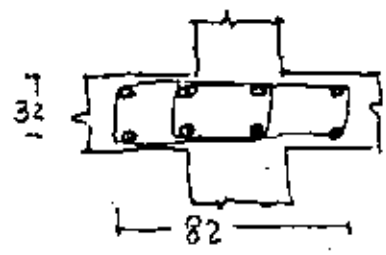
Esfuerzo resistente del concreto

$$U_c = F_c \sqrt{f_c'} \quad f_c' = 0.8 f_c' \quad F_c = 0.8 \text{ para constante}$$

$$U_c = 0.8 \sqrt{160} = 10.1 \text{ Kg/cm}^2 < 11.7 \quad \text{Se requiere refuerzo}$$

El refuerzo se colocará en una viga atornillada en la base, con un ancho $c+d$ y un peralte d

La viga deberá ser capaz de resistir una fuerza cortante total



$$V_u = \tau_{uAB} \cdot \delta d = \tau_u (c+d) \cdot d = 11.8 + 82 \times 32$$

$$V_u = 31 \text{ ton}$$

El concreto de la viga resiste un esfuerzo

$$V_c = 0.5 F_c \sqrt{f'_c} = 5.05 \text{ kg/cm}^2$$

Se requerirán estribos para resistir una fuerza

$$V_s = V_u - V_c = 31000 - 5.05 \times 82 \times 32 = 17.8 \text{ ton}$$

Usando E#2.5 de 4 varillas $A_{v_s} = 4 \times 0.49 = 1.96 \text{ cm}^2$

$$s = \frac{F_c A_{v_s} f_y d}{V_u - V_c} = \frac{0.8 \times 1.96 \times 4200 \times 32.5}{17800} = 12 \text{ cm}$$

$$s_{min} = d/2 = 16 \text{ cm} > 12$$

$$s_{min} = \frac{F_c A_{v_s} f_y}{3.5 b} = \frac{0.8 \times 1.96 \times 4200}{3.5 \times 82} = 23 \text{ cm} > 12 \text{ cm}$$

Se usarán E#2.5 de 4 varillas @ 12 cm

b) Diseño por flexión de la losa en la sección del eje B

Se tiene que resistir un momento negativo

$$M_u = 55.6 \text{ ton-m}$$

De este

$$75\% \text{ en franja de columna} = 0.75 \times 55.6 = 41.7 \text{ ton-m}$$

$$25\% \text{ - - - central} = 0.25 \times 55.6 = 13.9 \text{ ton-m}$$

Además en un ancho $c+3h$ debe resistir $(1-d)$ veces el momento de equilibrio = $0.6 \times 41.7 = 28.7 \text{ ton-m}$

La franja $c+3h = 50 + 3 \times 36 = 158 \text{ cm}$ queda dentro de la zona maciza

el área de acero necesaria resulta (de gráficos de diseño por flexión)

$$A_s = 25.7 \text{ cm}^2 \quad 9 \#6 = 25.7 \text{ cm}^2$$

En el resto de franja de columna debe resistir $41.7 - 28.7 = 13 \text{ ton-m}$

Este momento debe ser resistido por las 4 nervaduras de esta zona (2 de 16 cm y 2 de 15 cm)

para resistir ese momento se requiere una cantidad de refuerzo de 0.0053 que corresponde a 2.9 cm² en las nervaduras de 16 cm
 a 2.7 cm² - - - - - 15 cm

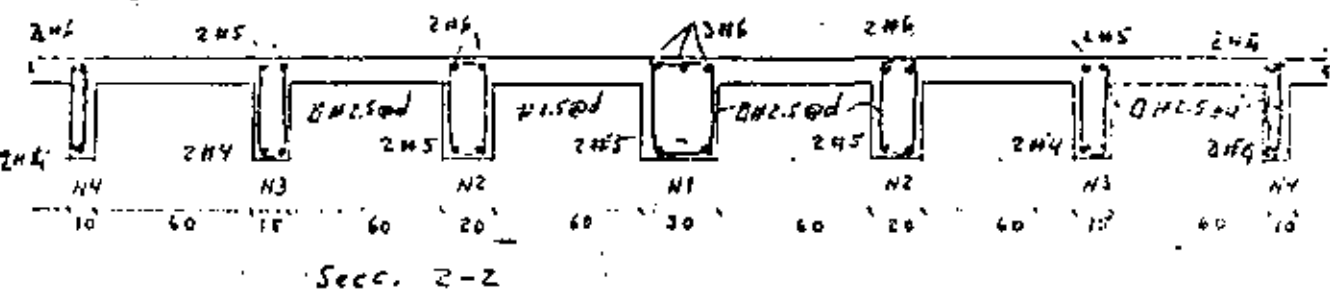
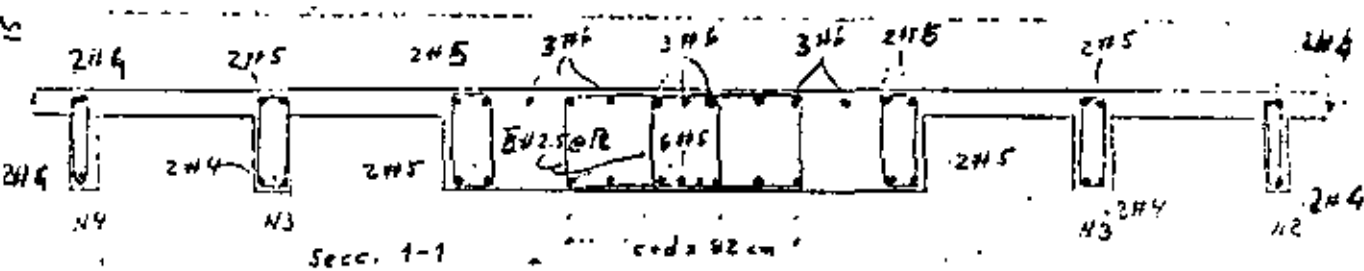
En la franja central para resistir el momento negativo de 13.9 Tm-m se tienen 5 nervaduras de 10 cm y se requiere una cantidad de refuerzo de $\rho = 0.008$, que equivale a un área de refuerzo en cada nervadura de

$$A_s = 0.008 \times 10 \times 32.5 = 2.6 \text{ cm}^2$$

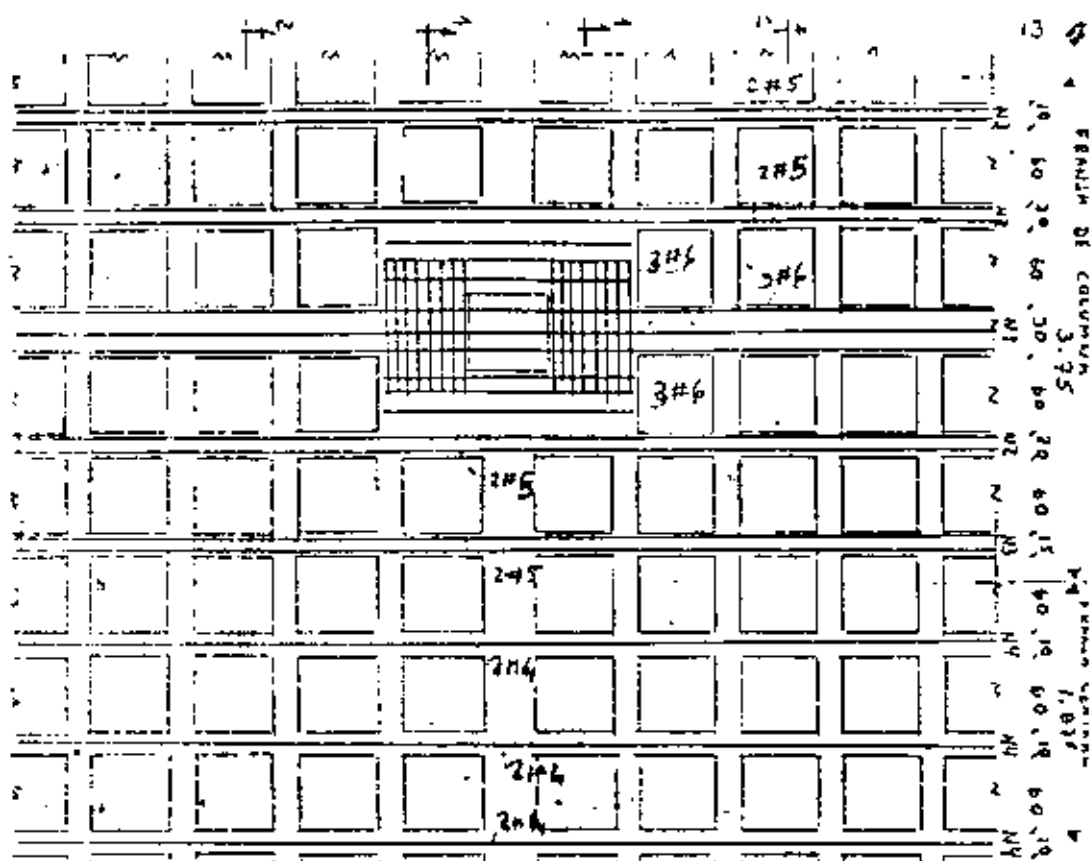
Para el refuerzo de momento positivo en el extremo se colocará 50% del refuerzo negativo, ya que según el diagrama de momentos no aparecen momentos positivos en esa zona

Para refuerzo de momento positivo en el centro del claro rige la condición carga muerta más carga viva de la que resulte un momento de 23.5 Tm-m del que tiene resistirse un 60% en las 6 nervaduras de franja de columna y 40% en las 5 nervaduras de franja central

El refuerzo resultante se muestra a continuación

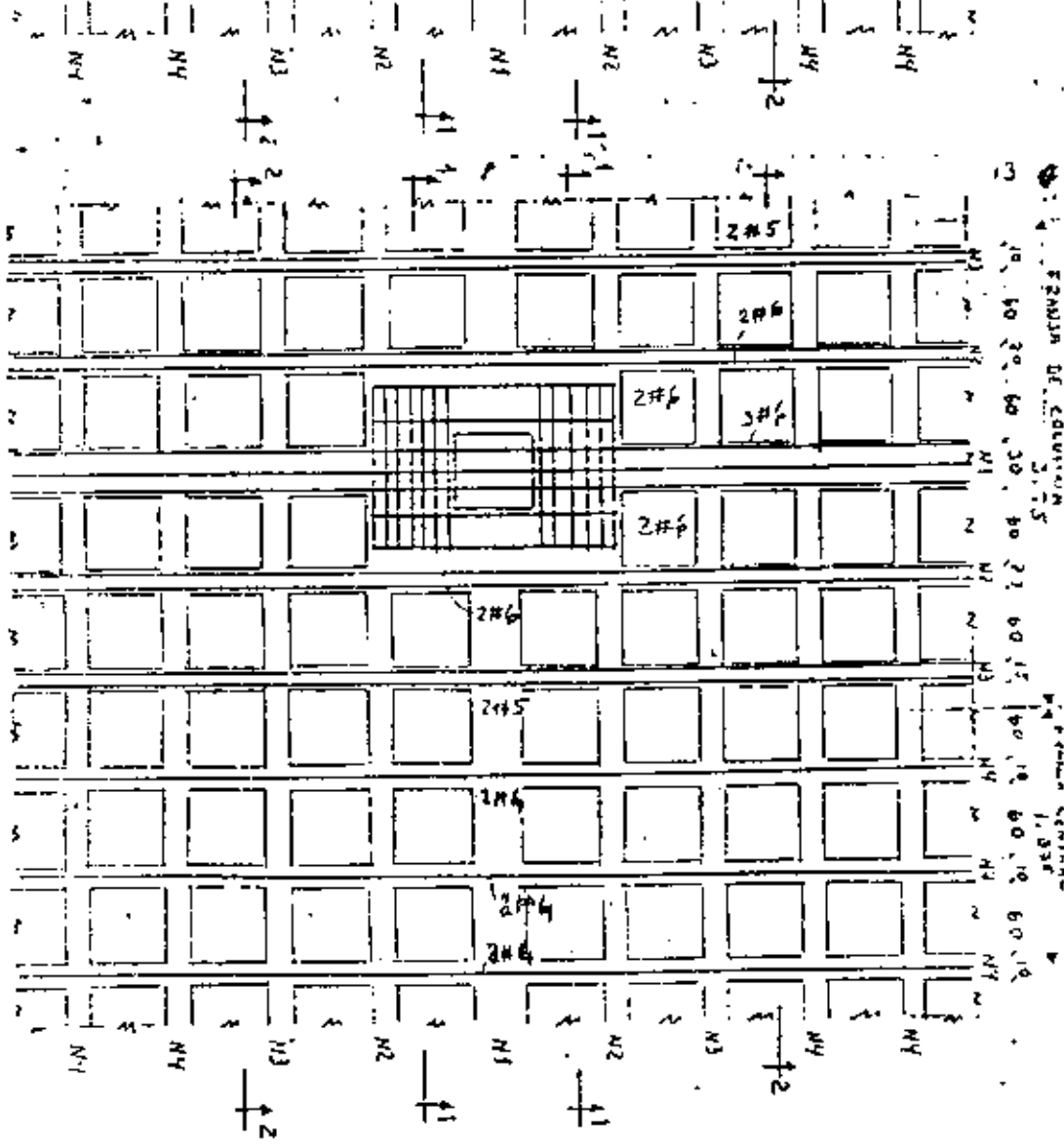


Refuerzo en el apoyo y en el centro del claro



REFUERZO NEGATIVO

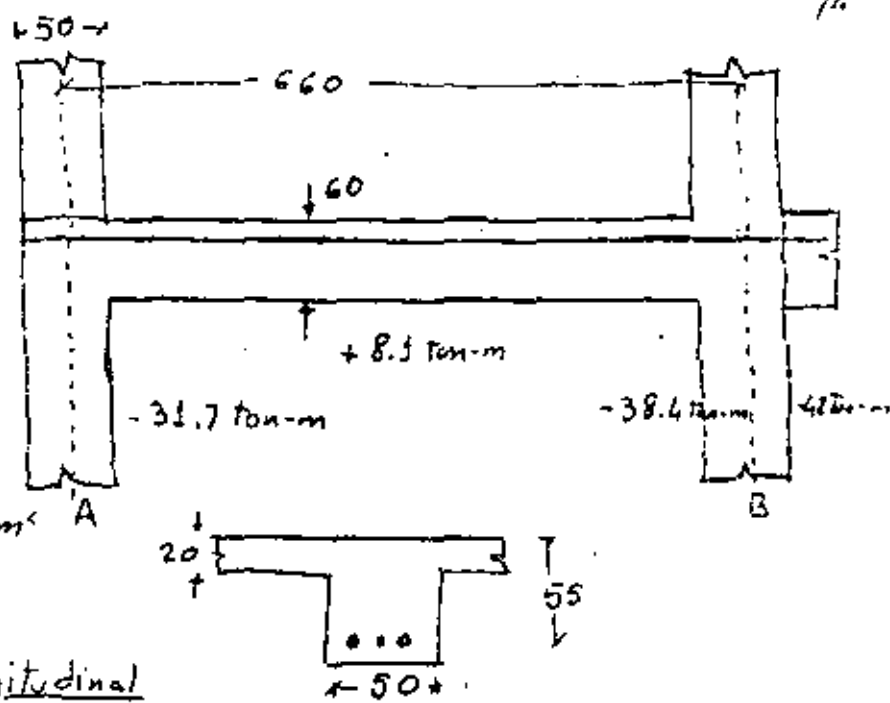
Solo se muestra el refuerzo en una dirección. El refuerzo en la otra dirección es el mismo



REFUERZO POSITIVO

EJEMPLO 1.

Diseñar la viga para los momentos de diseño indicados que incluyen el efecto de sismo y el de una carga vertical de 5.8 Ton/m



$f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$ $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

a) Cuantías límite de refuerzo longitudinal

$\rho - 0.5 \rho' \leq 0.5 \rho_b$ si se refuerza para $\rho' = 0.3 \rho$

$0.75 \rho \leq 0.5 \rho_b$ $\rho = \frac{0.5}{0.75} \cdot \frac{0.85 \beta_1 f'_c}{f_y} \cdot \frac{6000}{6000 + f_y} = \frac{0.85 \times 0.85 \times 280}{4200} \cdot \frac{6000}{10000} = 0.058$

$\rho \geq 14/f_y = \frac{14}{4200} = 0.0033$

$0.0033 \leq \rho \leq 0.058$

b) Refuerzo por flexión

En el extremo B

Se diseñará para el momento de 42 Ton-m

$M_u = 42 \text{ Ton-m}$

$A_s = \frac{M_u}{\phi F_y j' d}$ $\phi = 0.90$ $j' = 0.9$ (se supondrá y se comprobará posteriormente)

$A_s = \frac{4200000}{0.9 \times 4200 \times 0.9 \times 55} = 22.5 \text{ cm}^2$

Se usarán 3 # 30 .. $A_s = 24.4 \text{ cm}^2$ $\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{24.4}{50 \times 55} = 0.0088$

se encuentra entre ρ_{min} y ρ_{max}

Comprobación de j'

$j' d \geq \frac{a}{2}$ $a = \frac{A_s f_y}{0.85 \beta_1 f'_c} = \frac{24.4 \times 4200}{0.85 \times 50 \times 280} = 8.51 \text{ cm}$

$j' d \geq 5 \times 4.2 = 21 \text{ cm}$ $j' = \frac{50 - 8.51}{55} = 0.82$ se considera adecuado

en el extremo A

Momento negativo $M_u = 31.7 \text{ ton-m}$

$$A_s = \frac{3170000}{0.9 \times 4200 + 0.92 \times 55} = 16.5 \text{ cm}^2$$

Se usarán 2 #10 $A_s = 16.3 \text{ cm}^2$ $\rho = \frac{16.3}{50 \times 55} = 0.0059 > \rho_{\min}$

Refuerzo positivo en los apoyos

$$M_u^+ \geq \frac{1}{2} M_u^-$$

en B $M_u^+ = \frac{42}{2} = 21 \text{ ton-m}$

$$A_s = \frac{2100000}{0.9 \times 4200 + 0.92 \times 55} = 11 \text{ cm}^2$$

Se usarán 4 #6 $A_s = 11.4 \text{ cm}^2$

Se prolongarán en todo el claro ya que cubren también el positivo

c) en el centro del claro

c) Longitud de anclaje para la columna exterior

Según el ACI se requiere un gancho estándar y que la longitud a partir del punto sea igual a $2/3$ de la longitud de desarrollo dada por

$$l_d = 0.06 \frac{A_s f_y}{\sqrt{f_c}} \geq 0.0057 d_b f_y$$

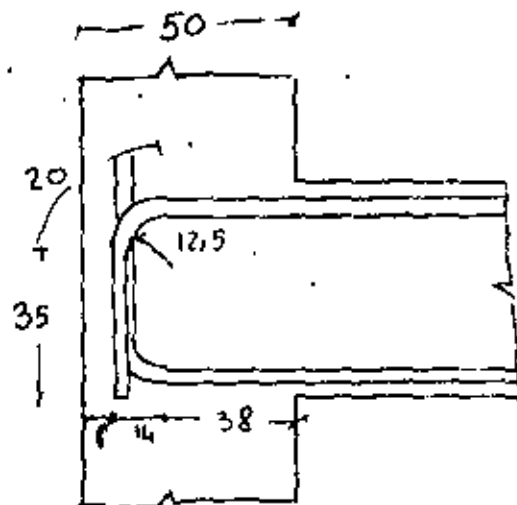
$$l_d = \frac{0.06 \times 8.2 \times 4200}{\sqrt{280}} = 123 \text{ cm} > 0.005 \times 3.23 \times 4200 = 77.2 \text{ cm}$$

$$2/3 l_d = 82.3 \text{ cm}$$

En la figura la longitud requerida se da como 38 cm en columna

20 - - dobléz

35 - vertical



c')

Revisión según el Comité 352

$$l_d = \frac{0.06 A_s (d f_y - f_n)}{4 \sqrt{f_c}}$$

$$f_{th} = 185 (1 - 0.12 d_b) \psi \sqrt{f'_c} = 185 (1 - 0.12 \times 3.23) 1.4 \sqrt{280} = 2650 \text{ kg/cm}^2$$

$$l_s = 0.06 \times 8.2 (1.25 \times 4200 - 2650) / 1.4 \times \sqrt{280} = 54 \text{ cm}$$

Estos 54 cm son a partir del nucleo y antes del doblez, por tanto necesitan en el ancho de columna.

d) Reinvento por cortante

En B $V_u = \frac{M_{Au}^+ + M_{Bu}^-}{L} + \frac{w_u L}{2} \times \cancel{2.5} \times 4$

$$M_{Bu}^- = 24.4 \times 4200 \times 0.92 \times 55 = 51.8 \text{ ton-m}$$

$$M_{Au}^+ = \frac{11.4 \times 51.8}{24.4} = 24.2 \text{ ton-m}$$

$$V_u = \frac{24.2 + 51.8}{6.6} + \frac{5.8 \times 6.6}{2} = 13.5 + 19.1 = 30.6 \text{ ton}$$

En A $V_u = \frac{M_{Au}^- + M_{Bu}^+}{L} + 19.1$

$$M_{Au}^- = \frac{16.3 \times 51.8}{24.4} = 34.6$$

$$M_{Bu}^+ = M_{Au}^+ = 24.2$$

$$V_u = \frac{34.6 + 24.2}{6.6} + 19.1 = 28 \text{ ton}$$

En B $v_u = \frac{V_u}{\phi b d} = \frac{30600}{0.85 \times 50 \times 55} = 13.1 \text{ Kg/cm}^2$

$$v_c = 0.5 \sqrt{f'_c} = 0.5 \sqrt{280} = 8.4 \text{ Kg/cm}^2 < 13.1$$

Se requieren estribos mínimo #3 dos varas $A_v = 2 \times 0.71 = 1.42$

$$s = \frac{A_v f_y}{(v_u - v_c) b} = \frac{1.42 \times 4200}{(13.1 - 8.4) 50} = 25.4$$

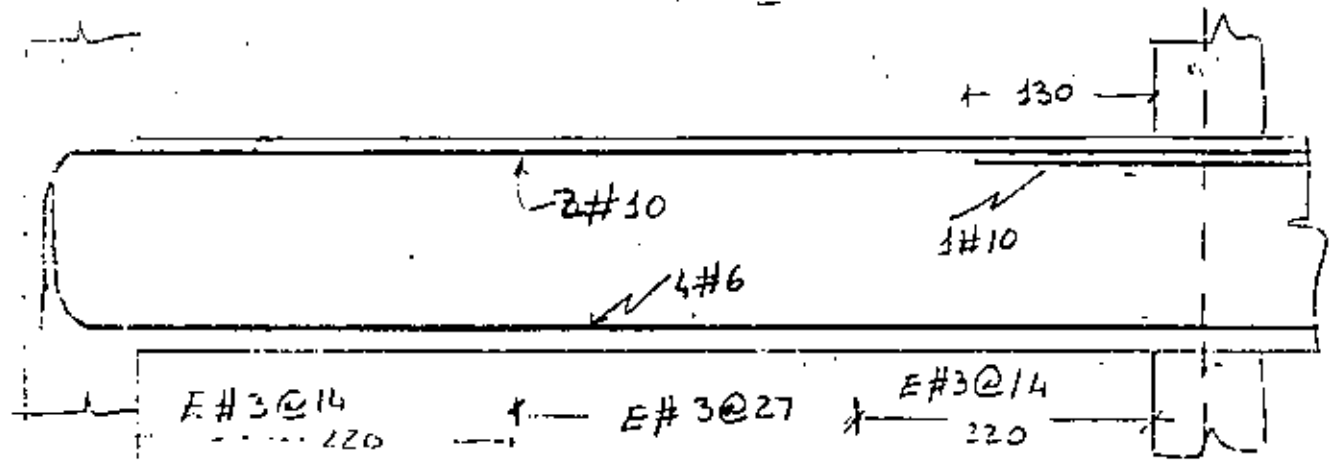
A lo largo de toda la viga se requiere $s \leq d/2 = 27 \text{ cm}$
 En una distancia de $4d = 220 \text{ cm}$ se requiere

$$s \leq d/4 = 14 \text{ cm} < \frac{A_{s,d}}{0.15 A_g} = \frac{1.42 \times 95}{0.15 \times 24.4} = 21.3 \text{ cm}$$

Rige en ambos extremos rige $s = d/4 = 14 \text{ cm}$

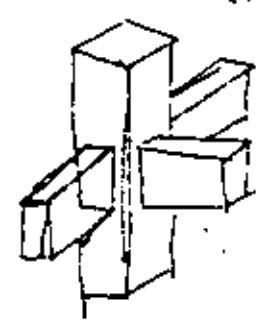
e) Corte de barras

No. se revisará aquí; resulta que la barra # 10 adicional en el extremo B puede cortarse a 130 cm de la cara del apoyo. El refuerzo queda como se ve en la figura



EJEMPLO 2

Diseñar una columna exterior de un marco.
 Las cargas verticales y de mismo producen una combinación crítica que resulte



$$P = 360 \text{ ton} \quad M = 19 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

La sección se ha elegido como de $50 \times 50 \text{ cm}$
 y $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

a) Cuantía mínima de refuerzo.

$$\rho = 0.01 \quad A_s = 0.01 \times 50 \times 50 = 25 \text{ cm}^2$$

b) Revisión de la capacidad de la columna

Usando las gráficas de interacción construidas con el reglamento ACI
 (Publicación SP-17 Chart No 87)

para $f'_c = 4 \text{ ksi}$ $f_y = 60 \text{ ksi}$ $g = 0.8$

$$K = \frac{P_u}{f'_c b t} = \frac{360000}{280 \times 2500} = 0.51$$

$$\frac{e}{t} = \frac{M}{P t} = \frac{19}{360 \times 0.5} = 0.105$$

Se obtiene $\rho_{req} = 0.09 = \rho \frac{f_y}{.85 f'_c}$

$$\rho = 0.09 \times \frac{.85 \times 280}{4200} = 0.005 < 0.01$$

Se reforzará por acero mínimo $\rho = 0.01$

Si se usan 6 # 8 $A_s = 30 \text{ cm}^2$

$$\rho = \frac{30}{2500} = 0.012$$

c) Revisión de que la suma de capacidades de las columnas es mayor que la de vigas

Para la columna $\rho_m = 0.012 \frac{4200}{.85 \times 280} = 0.21$

para $\lambda = 0.51$ resulta de la misma gráfica $\frac{H_u}{K} = \frac{M}{b t f'_c} = 0.08$

$$M_e = 0.08 \times 50^3 \times 280 = 28 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

La ríya en dirección x tiene un momento resistente (requerido) de 35 ton

por tanto $\Sigma M_c = 2 \cdot 28 = 56 > 35 \text{ ton-m}$

c) Refuerzo por confinamiento

de la gráfica anterior se obtiene $P_b = 280 \text{ ton}$

$P_u = 360 \text{ ton} > 0.4 P_b$

se requiere confinamiento

$$\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$$

$$0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} = 0.45 \left(\frac{50^2}{43^2} - 1 \right) \frac{280}{4200} = 0.0114$$

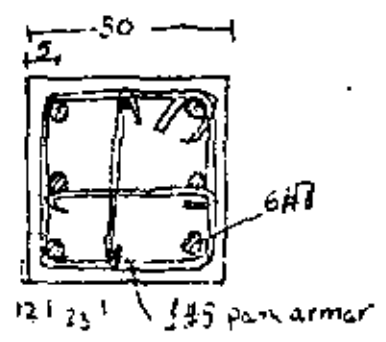
$$0.12 \frac{f'_c}{f_y} = 0.12 \frac{280}{4200} = 0.008 < 0.0114$$

Usando barras #4 con la disposición mostrada

$s_h = 24 \text{ cm} \quad A_{sh} = 1.2 \text{ cm}^2$

$$s_h = \frac{2 A_{sh}}{\rho_s} = \frac{2 \times 1.2}{0.0114} = 210.5 \text{ cm} < 10 \text{ cm}$$

Estos estribos se requerirán en una longitud a partir del punto de $0.45, H/6$ $\text{rig } l = 50 \text{ cm}$



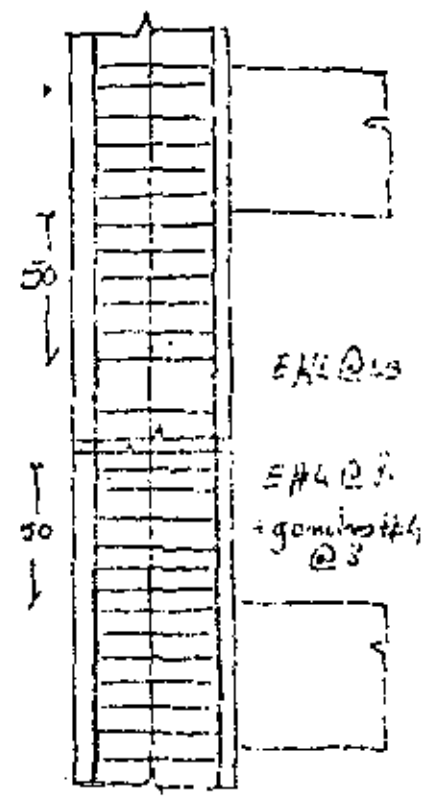
e) Revisión por cortante

$$V_u = \frac{M_u}{H} = \frac{35}{3.6} = 9.7 \text{ ton}$$

$$\sigma_u = \frac{9700}{0.85 \times 50 \times 43} = 5.3 \text{ Kg/cm}^2 < 0.5 \sqrt{f'_c} = 8.4 \text{ Kg/cm}^2$$

No requiere refuerzo transversal, a partir estribos a

$s = d/2 = 22 \text{ cm}$



EJEMPLO 3

Diseñar una conexión para marco dúctil para los requisitos del Comité
ACI-ASCE 352 (ACI Journal Jul. 1976)

Las vigas y columna tienen el refuerzo indicado
en la figura y $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

- a) Anclaje de las barras #10 en la columna.
Hay que proporcionar una escuadra estándar
y revisar la longitud l_s dentro de la columna.

$$l_s = \frac{0.06 A_b (d f_y - f_h)}{\psi \sqrt{f'_c}}$$

$$d = 1.25; \psi = 1.4; A_b = 8.19 \text{ cm}^2; d_b = 3.18 \text{ cm}$$

$$f_h = 185 (1 - 0.12 d_b) \psi \sqrt{f'_c}$$

$$f_h = 185 (1 - 0.12 \times 3.18) 1.4 \sqrt{280} = 2680 \text{ kg/cm}^2$$

$$l_s = \frac{0.06 \times 8.19 (1.25 \times 4200 - 2680)}{1.4 \sqrt{280}} = 53.9 \text{ cm}$$

Longitud disponible (ver figura)

$$60 - 5 - 5 - d_b - 4 d_b = 36 \text{ cm} < l_s$$

No puede realizarse el anclaje adecuado

Hay dos alternativas 1) reducir el diámetro de la barra
colocar un fincamiento para poder emplear $\psi = 1.8$

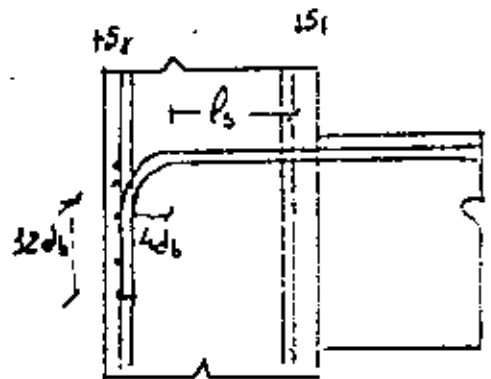
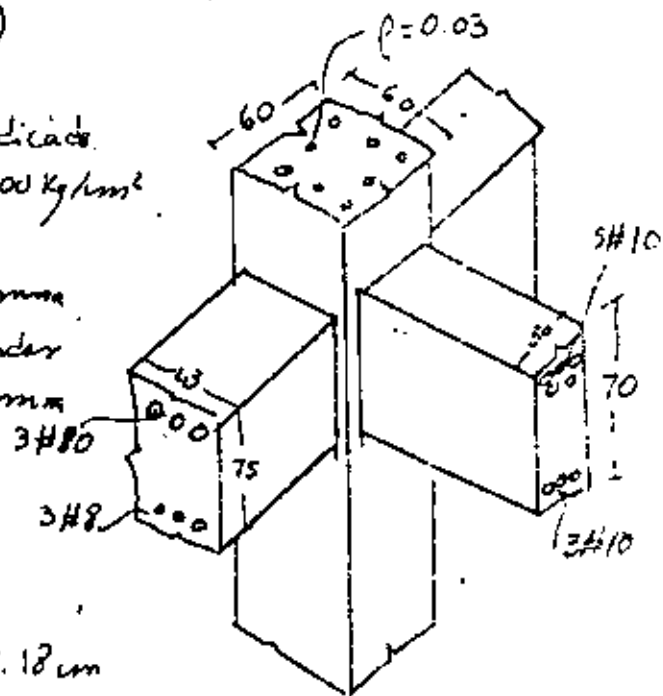
Si se reduce cambia el refuerzo por barras #8

$$A_b = 5 \text{ cm}^2 \quad d_b = 2.5 \text{ cm}$$

$$f_h = 185 (1 - 0.12 \times 2.5) 1.4 \sqrt{280} = 3010 \text{ kg/cm}^2$$

$$l_s = \frac{0.06 \times 5 (1.25 \times 4200 - 3010)}{1.4 \sqrt{280}} = 28.6 \text{ cm}$$

$$\text{Longitud disponible} = 60 - 5 - 5 - 5 \times 2.54 = 37.5 > l_s \text{ O.K.}$$



5) Revisión del cortante en la unión

Fuerza de diseño en la dirección de la viga principal

$$M_u = \alpha A_s f_y j' d = 1.25 \times 40.9 \times 4200 \times 0.9 \times 62 = 119.8 \text{ tm-m}$$

$$V_{col} = \frac{M_u}{h} = \frac{119.8}{3.6} = 33.3 \text{ tm}$$

$$V_u = \alpha A_s f_y - V_{col} = 1.25 \times 40.9 \times 4200 - 33.9 = 214.7 - 33.3$$

$$V_u = 181.4 \text{ tm}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi b d} = \frac{181400}{0.85 \times 60 \times 54} = 65.9 \text{ kg/cm}^2$$

$$v_{u,max} = 5 \sqrt{f'_c} = 5 \sqrt{280} = 83.7 \text{ kg/cm}^2 > 65.9 \text{ o.k.}$$

$$v_c = 0.9 \gamma \sqrt{f'_c} \left(1 + 0.03 \frac{P_u}{A_g}\right)$$

Considerando que la unión se va a confinar $\gamma = 1.4$
Para una carga axial en la condición más desfavorable (mínima)

$$P_u = 120 \text{ Ton}$$

$$v_c = 0.9 \times 1.4 \sqrt{280} \left(1 + 0.03 \cdot \frac{120000}{60 \times 60}\right) = 29.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$v_u - v_c = 65.9 - 29.8 = 36.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{(v_u - v_c) b}{f_y} = \frac{36.1 \cdot 60}{4200} = 0.52$$

Si se emplean 4 ramas de estribos #4

$$A_v = 4 \times 1.26 = 5.08 \text{ cm}^2$$

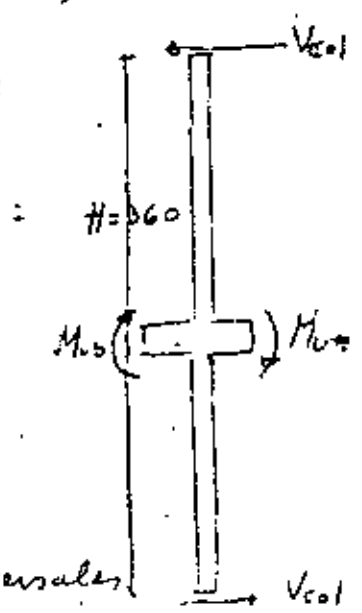
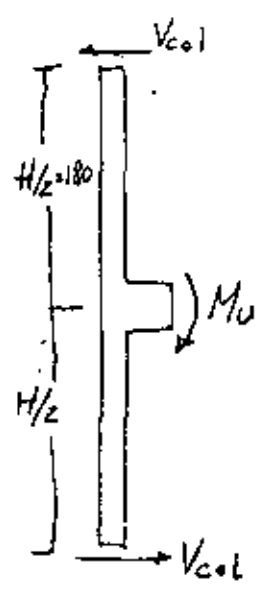
$$s = \frac{A_v}{0.52} = \frac{5.08}{0.52} = 9.8 \text{ cm}$$

Fuerza de diseño en la dirección de las vigas transversales

$$M_{ut} = \alpha A_s f_y j' d = 1.25 \times 3 \times 9.19 \times 4200 \times 0.9 \times 62 = 78.9 \text{ tm-m}$$

$$M_{ub} = 1.25 \times 3 \times 5 \times 4200 \times 0.9 \times 62 = 48.4 \text{ tm-m}$$

$$V_{col} = \frac{M_{ut} + M_{ub}}{h} = \frac{78.8 + 48.4}{3.6} = 35.6 \text{ tm}$$



$$V_u = \phi_t f_y (A_{st} + A_{sb}) = \sqrt{2} s l = 1.25 \times 4200 (24.5 + 15) = 35.6 = 171.8 \text{ ton}$$

$$V_u = \frac{171800}{0.85 \times 56 \times 60} = 62.3 \text{ Kg/cm}^2 < 5 \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.9 \phi \sqrt{f'_c} \left(1 + 0.03 \frac{A_{st}}{A_g} \right) s$$

en este caso $\phi = 1.0$ ya que la unión no está confinada por vigas transversales en ambos lados

$$V_c = 0.9 \sqrt{280} \left(1 + 0.03 \frac{440}{60 \times 60} \right) = 21.3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$V_u - V_c = 62.3 - 21.3 = 41 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{(V_u - V_c) b}{f_y} = \frac{41 \times 56}{4200} = 0.55$$

con 4 varillas de estribo #4 $A_v = 5.08$

$$s = \frac{5.08}{0.55} = 9.3 \text{ cm} \Rightarrow$$

riego estándar $s = 9 \text{ cm}$

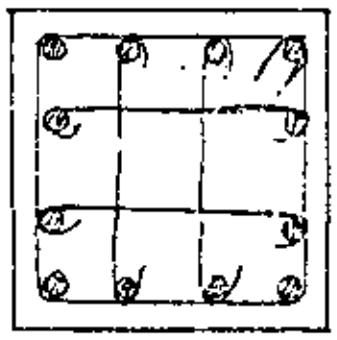
c) Estribos por confinamiento

Supóngase que en la condición más desfavorable $P > 0.4 P_0$

$$A_{sh} = 0.3 l_n s_n \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_y} l_n s_n$$

$$\frac{A_{sh}}{s_n} = 0.3 \times 55 \left[\left(\frac{60}{53} \right)^2 - 1 \right] \frac{280}{4200} = 0.21 \text{ y } 0.12 = \frac{280}{4200} \times 55 = 0.44$$

con considerando la longitud total del estribo la cantidad de refuerzo es menor que la requerida por código
Se usarán E #4 @ 9 (4 ramas)

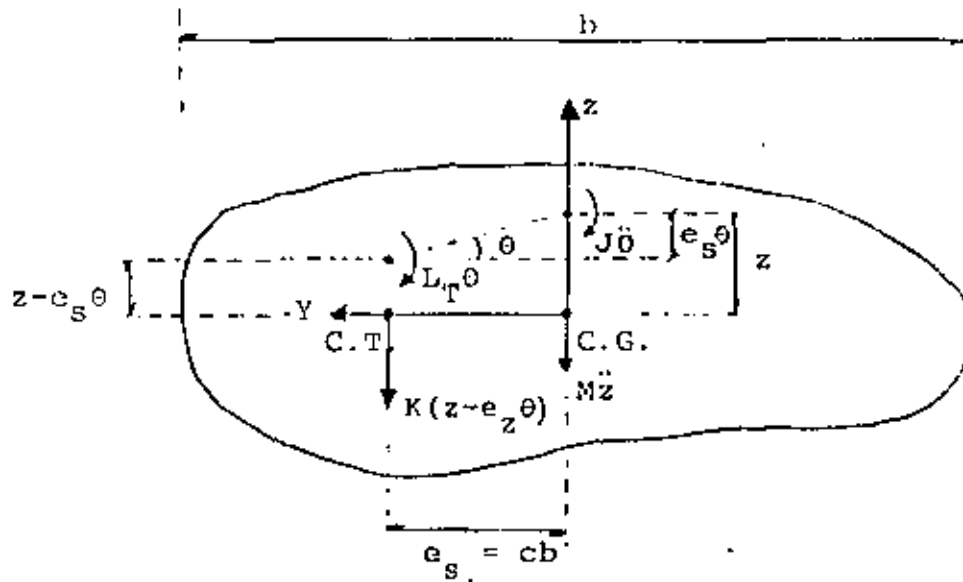




PROBLEMA DE VIBRACIONES DE TORSION

ACOPLADA CON TRASLACION

O. Rascon



$$\Sigma F_z = M\ddot{z} + K(z - e_s \theta) = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma M_{C.G.} = J\ddot{\theta} + L_t \theta - K(z - e_s \theta) e_s = 0$$

$$J\ddot{\theta} + L\theta - Ke_s z = 0 \quad (2)$$

EN DONDE $L = L_t + Ke_s^2$

PUESTO QUE LAS VIBRACIONES SON ARMONICAS:

$$\ddot{\theta} = -\omega^2 \theta \quad \text{y} \quad \ddot{z} = -\omega^2 z$$

$$-\omega^2 Mz + Kz - Ke_s \theta = 0$$

$$(K - \omega^2 M)z - Ke_s \theta = 0 \quad (1')$$

$$-J\omega^2\theta + L_T\theta - Ke_S z = 0$$

$$(L_T - J\omega^2)\theta - Ke_S z = 0 \quad (2')$$

$$\text{Det} \begin{bmatrix} K - \omega^2 M & -Ke_S \\ -Ke_S & L_T - J\omega^2 \end{bmatrix} = 0$$

$$(K - \omega^2 M)(L_T - J\omega^2) - K^2 e_S^2 = 0$$

$$KL_T - KJ\omega^2 - \omega^2 ML_T + MJ\omega^4 - K^2 e_S^2 = 0$$

$$\omega^4 - \frac{KJ + ML_T}{MJ} \omega^2 + \frac{KL_T}{MJ} - \frac{K^2 e_S^2}{MJ} = 0$$

DIVIENDO POR $(K/M)^2$:

$$\frac{\omega^4}{(K/M)^2} - \frac{\omega^2}{K/M} \frac{KJ + ML_T}{(MJ)(K/M)} + \frac{KL_T}{MJ(K/M)^2} - \frac{K^2 e_S^2}{MJ(K/M)^2} = 0$$

SI $\lambda^2 = \omega^2 / (K/M)$ Y CONSIDERANDO $e_S = cb$:

$$\lambda^4 - \lambda^2 \left(1 + \frac{L_T/J}{K/M}\right) + \frac{L_T/J}{K/M} - \frac{c^2}{J/(Mb^2)} = 0$$

SI $(L_T/J)/(K/M) = n$ Y $j^2 = J/(Mb^2)$

$$\lambda^4 - \lambda^2 (1 + n) + n - c^2/j^2 = 0$$

$$\therefore \lambda_{1,2} = \frac{n+1}{2} \pm \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4} + \frac{c^2}{j^2}}$$

$$\Rightarrow \omega_1^2 = \lambda_1 (K/M) \text{ Y } \omega_2^2 = \lambda_2 (K/M)$$

SUSTITUYENDO A ω^2 , EN (1') O EN (2'):

$$\underline{z}_1 = \begin{bmatrix} z_1 \\ 0_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1 - \lambda_1^2}{cb} \end{bmatrix} ;$$

SUSTITUYENDO A ω^2 :

$$\underline{z}_2 = \begin{bmatrix} z_2 \\ 0_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1 - \lambda_2^2}{cb} \end{bmatrix} \quad \text{o: } \underline{z}_n = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1 - \lambda_n^2}{cb} \end{bmatrix}$$



SOLUCION GENERAL PARA EL CASO $\xi = 0$

$$y(t) = C_1 \operatorname{sen} \omega t + C_2 \cos \omega t + \frac{P_0}{M} \frac{\operatorname{sen} \Omega t}{\omega^2 - \Omega^2}$$

SI EL SISTEMA PARTE DEL REPOSO, LAS CONDICIONES INICIALES SON

$y(0) = 0$ y $\dot{y}(0) = 0$. EN ESTE CASO:

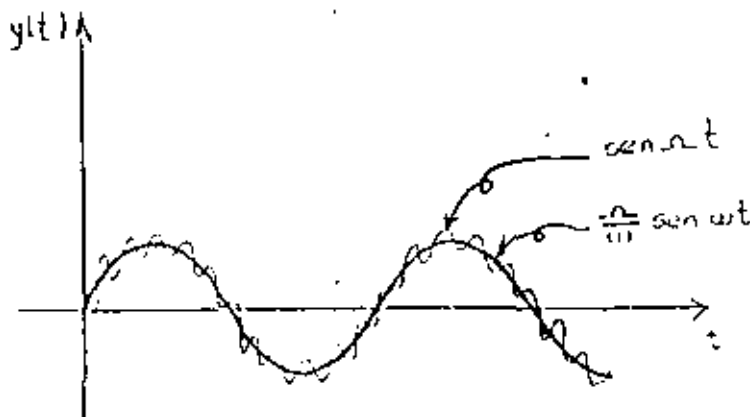
$$\begin{aligned} y(0) = 0 &= C_1 \operatorname{sen}(\omega 0) + C_2 \cos(\omega 0) + \frac{P_0}{M} \frac{\operatorname{sen}(\Omega 0)}{\omega^2 - \Omega^2} = 0 \\ &= 0 + C_2 + 0 = C_2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{y}(0) &= C_1 \omega \cos(\omega 0) - C_2 \omega \operatorname{sen}(\omega 0) + \frac{P_0 \Omega}{M} \frac{\cos(\Omega 0)}{\omega^2 - \Omega^2} = 0 \\ &= C_1 \omega + \frac{P_0 \Omega}{M} \cdot \frac{1}{\omega^2 - \Omega^2} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore C_1 = \frac{-P_0}{M} \frac{(\Omega/\omega)}{\omega^2 - \Omega^2}$$

$$y(t) = \frac{P_0}{M} \left(\frac{\operatorname{sen} \Omega t}{\omega^2 - \Omega^2} - \frac{\Omega}{\omega} \frac{\operatorname{sen} \omega t}{\omega^2 - \Omega^2} \right)$$

$$y(t) = \frac{(P_0/M)}{(1 - \omega^2/\Omega^2)} \left[\operatorname{sen} \omega t - \frac{\Omega}{\omega} \operatorname{sen} \omega t \right] \quad (20')$$



1944

1944

1944

1944

1944

1944

1944

1944

1944

1944

1944

1944

1944

1944

1944

REFERENCIAS RELACIONADAS AL COMPORTAMIENTO
DE PILOTES SUJETOS A SISMOS

1. Sugimura, Y. (1977), "Earthquake Observation and Dynamic Analysis of a Building Supported on Long Piles", Proc. 6th CMIS (Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica), India, Preprints 4, pp 109-114
2. Flores-Berrones, J.R. (1977), "Respuesta Dinámica de Pilotes de Punta Sujetos a Sismos", Publicación No. 1, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Sección de Mecánica de Suelos, UNAM
3. Hisada, et al (1973), "Dynamic Response of Buildings Supported on Piles Extending Through Soft Alluvial Subsoil Layers", Kajima Institute of Construction Technology, Japan
4. Tajimi, T., et al (1965), "Vibrational Properties and Earthquake Response of Tall Buildings, Supported with Caisson or Piles", Proc. 3a. CMIS, Vol. 1, Nueva Zelanda, pp 173
5. Blaney, G.E., Kausel, E., and Roesset, J.M. (1976), "Dynamic Stiffness of Piles", Numerical Methods in Geomechanics, Vol. II, ASCE, pp 1001-1012
6. Kubo, L. (1969), "Vibrational Test of a Structure Supported by Pile Foundation", Proc. 4th CMIS, Vol. III, Chile, pp A-6-1
7. Minami, J.K. and Sakurai, J. (1974), "Seismic Response of Buildings with and without Basements and Piles", Proc. 5th CMIS, Vol. 1, Roma, pp 1371
8. Yamamoto, S. and Seki, T. (1974), "Earthquake Response of Multi-Story Buildings Supported on Piles", Proc. 5th CMIS, Vol. II, Roma, pp 2910
9. Hayashi, S., (1974), "A New Method of Evaluating Seismic Stability of Steel Pile Structures", Proc. 5th CMIS, Vol. II, Roma, pp 2602
10. Ross, G.A., Seed, H.B., and Migliaccio, R. (1969), "Bridge Foundation Behavior in the Alaska Earthquake", Journal del ASCE, SMF, Div. No. 7, (julio)
11. Japan National Committee on Earthquake Engineering (1965), "Niigata Earthquake of 1964", 3a. CMIS, febrero
12. Fukuoka, M. (1966), "Damage to Civil Engineering Structures", Journal del Japan Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, marzo, pp 43
13. Zeevaert, L. (1972), "Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions", Van Nostrand, pp 559

1. The first part of the document is a list of names and addresses.

2. The second part is a list of names and addresses.

3. The third part is a list of names and addresses.

4. The fourth part is a list of names and addresses.

5. The fifth part is a list of names and addresses.

6. The sixth part is a list of names and addresses.

7. The seventh part is a list of names and addresses.

8. The eighth part is a list of names and addresses.

9. The ninth part is a list of names and addresses.

10. The tenth part is a list of names and addresses.

11. The eleventh part is a list of names and addresses.

12. The twelfth part is a list of names and addresses.

13. The thirteenth part is a list of names and addresses.

14. The fourteenth part is a list of names and addresses.

15. The fifteenth part is a list of names and addresses.

14. Penzien, J. (1970), "Soil-Pile Foundation Interaction", Cap. 14, Earthquake Engineering, Editado por Wiegel Prentice Hall
15. Tajimi, H. (1969), "Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum", Proc. 4th CMIS, Chile
16. Martin, P. and Seed, H.B. (1979), "Simplified Procedure for Effective Stress Analysis of Ground Response", Journal del ASCE, Geotechnical Eng'g Div. Vol. 105, No. GT6, junio, pp 739-758
17. Flores-Berrones, J.R. (1977), "Respuesta de Pilotes Sometidos a Una Perturbación Sísmica", Revista de Ingeniería, octubre-diciembre, pp 309-317
18. Idriss, I.M. and Seed, H.B. (1968), "Seismic Response of Horizontal Soil Layers", Journal del ASCE, Vol. 94, SM4, julio
19. Idriss, I.M. and Seed, H.B. (1970), "Seismic Response of Soil Deposits", Journal del ASCE, Vol. 96, SM2, marzo
20. Seed, H.B. and Idriss, I.M. (1970), "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis", Informe EERC 70-10, University of California, Berkeley, (diciembre)
21. Schnabel, P.B., Lysmer, J. and Seed, H.B. (1972), "SHAKE, a Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites", Informe BERG 72-12, College of Engineering, University of California, Berkeley, (diciembre)
22. Margason, E. (1975), "Pile Bending During Earthquake", Design, Construction and Performance of Deep Foundation, University of California, Berkeley, (marzo)
23. Flores-Berrones, J.R. (1978), "Comportamiento Dinámico de Suelos", Apuntes de la División de Educación Continua, UNAM
24. Matlock, H. Foo, S.H.C., and Bryant, L. (1979), "Simulation of Lateral Pile Behavior Under Earthquake Motion", SPASM-Workshop, Fugro, Long Beach, California, julio
25. Streeter, V.L., E.B. Wylie, and F.E. Richart (1974), "Soil Motion Computations by Characteristics Method", Proc. ASCE Journal del Geotechnical Div., Vol. 100, marzo, pp 247-263
26. Idriss, I.M., Dobry, R., Doyle, E.H., and Singh, R.D. (1976), "Behaviour of Soft Clays Under Earthquake Loading Conditions", Proc. OTC (Offshore Technology Conf.), 2671, Houston, Tex., mayo
27. Joyner, W.B. and Chien, T.F. (1975), "Calculations of Nonlinear Ground Response in Earthquakes", Bulletin of Seismology Society of America, Vol. 65, No. 5, octubre, pp 1315-1336

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

...

... ..

28. Idriss, I.M. (1978), "Characteristics of Earthquake Ground Motions", Proc. Earthquake Engineering and Soil Dynamics Conf. Pasadena, Calif., Vol. III, pp 1151-1265
29. Finn, W.D.L., Martin, G.R., and Lee, M.K.W. (1978), "Application of Effective Stress Methods for Offshore Seismic Design in Cohesionless Seafloor Soils", Proc. OTC 3112, Houston, Tex., mayo
30. Tajimi, H. (1977), "Seismic Effects on Piles", Proc. Specialty Session-The Effect of Horizontal Loads on Piles, Due to Surcharge or Seismic Effects, 9th CIMSIC, Tokio, Japón, pp 15-26
31. Flores-Berrones, J.R. (1977), "Parámetros de Diseño en Cimentaciones de Maquinaria", Public No. 389, Instituto de Ingeniería, UNAM
32. Flores-Berrones, J.R. (1977), "Behaviour of End Bearing Piles Under Seismic Forces", Proc. Specialty Session-The Effect of Horizontal Loads on Piles, Due to Surcharge or Seismic Effects, pp 159-164



Directorio de Asistentes del curso Diseño Sísmico de Edificios 1980.

1. Hugo Abarca Herrera
C. F. E.
2. José Luis Angeles Viguera
SPISA
Melchor Ocampo 445
Col. Anzures
México, D.F.
525 02 90
Yácatas 289-3
Z.P.12
543 38 14
3. Rodolfo Aparicio Garduño
C. F. E.
Jefe del Grupo de Estructuras
Thiers 251-4º
México 5, D.F.
531 92 48
Basalto 16
Lomas de Canteras
Naucalpan, Edo. de Méx.
576 39 77
4. Oscar A. Arce Villalobos
Instituto Tecnológico de Costa Rica
Apdo. 159
Cartago, Costa Rica
Calle 30 No. 428 Dist. 2
San José, C.R.
5. David Ivan Barrezueta Barrezueta
Universidad Estatal de Guayaquil
Guayaquil, Ecuador
Machala y Camilo Destruge
Bloque 4
Guayaquil, Ecuador.
6. Rafael Pedro Brito Ramirez
Instituto de Ingeniería
UNAM
548 54 79
Huasteca No. 169
Col. Industrial
Z.P. 14
517 18 30
7. Rafael de Jesús Cabral Enciso
Universidad Autónoma de Zacatecas
Av. López Velarde
Zacatecas, Zac.
2.08.27
Ledesma 219
Zacatecas, Zac.
2 43 90
8. José Jorge Calderón Todo
Av. Tamaulipas 922
Col. Petrolera
Coatzacoalcos, Ver.
2 66 56
9. Luis Campos Rosas
Comec Diplan
Av. Periférico Sur 3455-7º
México 20, D.F.
595 70 33 Ext. 142

10. Fausto Ramón Cárcamo Velázquez
Ing. de Sistemas de Transporte Metropolitano, S.A.
Legaría 252 F.S.T.de Mier Edif. 809 D-12
México 17, D.F. Col. Jardín Balbuena
399.69.22 Ext.215 Z.P.9
768 84 21
11. Teresa Cecilia Codocedo Loayza
Universidad de Guadalajara Carlos Villaseñor 751
Instituto Tecnológico Jardines Alcalde
Blvd. Tlaquepaque Guadalajara, Jal.
Guadalajara, Jal.
23 49 81
12. José Luis Corona Laríos
C. F. E. Cto. Rfo Salinas 22
Thiers 251-4° Paseos de Churubusco
Z.P.5 Z.P. 13
531 92 48 581 70 00
13. Ricardo E. Cruz Cantú
ECA, S.A. Marroquín y Rivera 20
Pte. 146 No.916 Gpe. Ins.
Ind. Vallejo México, D.F.
Z.P.14 537 97 94
587 03 11
14. Roberto Cruz Hernández
COMEDIPLAN Cuauhtémoc 39
Av. Periférico Sur 3453 7°Piso Sn. Fco. Culhuacán
Sn. Jerónimo México, D.F.
Z.P.20 544 83 94
595 70 33
15. Arturo Ferrusca Mercado
Servicios Profesionales de Ingeniería Honduras 105-A
Melchor Ocampo 445 Col. Américas
México 5, D.F. Toluca, Méx.
525 02 90 4 85 69
16. Eduardo Figueroa Gutiérrez
Fondo de la Vivienda ISSSTE Torreón 45
Balderas 58 Tel. 564 20 55
México 1, D.F. Roma Sur
585 56 88 Ext. 166 Z.P.5
17. Xavier Fuentes Castillo
Ingenieros y Contratistas, S.A.
Darwin 102-3°
Z. P.5
33 18 00

18. Alberto Fuentes González
Inst. de Ing.
UNAM
Mexico 20, D.F.
550 52 15 Ext. 3636
Federación Mex. de Futbol 40
Lázaro Cárdenas
Z.P.22
594 53 61
19. Samuel Gabai D.
Diseños Avanzados y Const. A. P.
Cantú 9-102
Z.P.5
545 27 22
20. Francisco García Jarque
Prolong. Martín Mendalce 1755 P.B.
México 12, D.F.
524 69 76
21. Domingo García Rojas
Cardiólogos 70
Sn. Juanico
Z.P.13
Priv. de las Cruces 12
Sn. Juanico
Z.P. 13
670 55 43
22. Jorge Gómez Gutiérrez
C. F. E.
Thiers 251 P.B.
Z.P.5
250 18 20
Congreso 230
Col. Federal
Z.P. 9
762 31 79
23. Vicente González González
S A H O P
Av. Constituyentes 946
Belem de las Flores
271 30 00 -411
Ret. 34 Av. Genaro García 40-A-3
Z.P. 9
571 48 81
24. Carlos González Espinosa
Esc. de Arq.
Univerisidad Autónoma de Puebla
Puebla, Pue.
5 Nte. 4415
Sta. María
Puebla, Pue.
42 11 11
25. Raúl González García
C. F. E.
Thiers 251
Z.P. 5
531 92 48
Palenque 658 B
Z.P.13
26. Saivador Guillén Dueñas
27. Jorge A. Hernández Díaz
Dirección General de Obras Marítimas
Insurgentes Sur 465
Z.P.11
564 76 68
Hda. y C.P. 28
Col. Federal
Z.P. 9
571 54 12

28. Héctor G. Juárez Constantino
Av. Hgo. 66
Amecameca, Edo. de Méx.
8 05 16
29. J. B. Enrique López Aparicio
Servicios Profesionales Ingenieros, S.A.
Melchor Ocampo 445
Z.P.5
525 02 90
Guaymas 33-401
Z. P.7
514 75 71
30. Rafael López Patiño
Esc. de Ing.
Universidad Autónoma de Guerrero
Chilpancingo, Gro.
2 27 41
Calle Colegio Militar 14
Chilpancingo, Gro.
31. Ignacio Magallón Piña
Constructora DACSA
Manuel Gamio
Sinatel Z.P.13
672 57 05
32. Luis Fernando Marín Huerta
C. F. E.
33. Samuel Alberto Martínez Aquino
Inst. Tecnológico de Tehuacan
Sta. María Coacán
Tehuacán, Pue.
Reforma Nte. 306-1
Tehuacán, Pue.
2 27 50
34. J. Abraham Martínez Bani
Es. de Ing. Civil
Universidad Autónoma de Querétaro
Querétaro, Qro.
Gpe. Posada 8
Col. Alcanfores
Querétaro, Qro.
2 51 89
35. José Ignacio Mejía Ordaz
Inst. Mex. del Petróleo
Av. Cien Metros 500
Z.P.14
567 66 00
36. Eduardo Mondragón Toledano
C. F. E.
Thiers 251 P.B.
Z.P.5
545 60 16
Protasio Tagle 138-3
Sn. M. Chapultepec
Z.P. 18
545 60 16

37. Gustavo Olivares Salinas
C. F. E.
Thiers 251
Z.P. 5
531 65 80
Córdoba 498
Valle Dorado
Edo. de Méx.
38. Leopoldo Gerardo Ramírez Mena
C. F. E.
Thiers 251-3º
Z.P. 5
545 33 59
Buenavista 27
Coyoacán
Z.P. 21
554 40 01
39. José Enrique Rebolledo Yange
Universidad Técnica de Machala
Machala, Ecuador
40. José Manuel Reyes Ruiz
Impulsora Industrial de Ing.
Londres 149-1º Col. Juárez
México, D.F.
Tonalá 396 -105
Z.P.12
687 13 63
41. Antonio Ríos Rojas
Aseguradora Mexicana , S.A.
Plaza de los Ferrocarriles 9
Sn. Rafael
Mexico, D.F.
566 52 77 Ext. 141
Héroe de Nacozari 97-201
Col. Morelos
Z.P. 2
789 38 34
42. José Rosales León
Div. de Ing. Civil, Top. y Geod.
Fac. de Ing.
UNAM
548 96 69
Guerrero 330-A-103
U. Nonoalco
Z.P. 3
583 21 18
43. Miguel Angel Ruiz Garza
Impulsora Industrial de Ingeniería, S.A.
Londres 149-1º
Z.P.6
527 77 41
J. Peón Contreras 155-12
Z.P.8
538 44 25
44. Rodolfo Vázquez Zeferino
Esc. de Ing.
Universidad Autónoma de Guerrero
Av. Casa de la Juventud s/n
Chilpancingo, Gro.
2 27 41
Dr. Parra 9
Tixtla, Gro.
45. Carlos Valencia Carmona
Criotto 66-201
Mixeote
Z.P.19
598 50 17

46. Julio Villalobos López
Dirección General de Obras Marítimas
Insurgentes Sur 465
Z.P. 11
564 76 68
Mitle 59
Z.P.16
355 48 21
47. Isidro Villasante Muñoz
Aseguradora Mexicana, S.A.
Plaza de los Ferrocarriles 9
Z.P.6
566 29 22
Abraham Glaz. 67
ZP.4
566 52 77
48. Manuel César Villegas Hernández
Procesos de México Ingeniería, S.A.
Av. de la Paz 26
Z.P.20
550 80 00 Ext. 18
Circ. Rfo Mixteco 80
Fracc. Real del Moral
Z.P.13
49. Luis Zapata Baglietto
José E. Paredes 174
Pueblo Libre, Lima