



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL - INGENIERÍA SÍSMICA

CAMPOS DIFUSOS GENERALIZADOS PARA TOMOGRAFÍA DE VALLES ALUVIALES:  
EL CASO DEL VALLE DE LA CIUDAD DE MÉXICO

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTORA EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
MARCELA ELVIRA BAENA RIVERA

TUTOR PRINCIPAL  
DR. FRANCISCO JOSÉ SÁNCHEZ SESMA - INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM

COMITÉ TUTOR  
DR. LUÍS ESTEVA MARABOTO - INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM  
DR. EDUARDO REINOSO ANGULO - INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM  
DR. FRANCISCO JOSÉ CHÁVEZ GARCÍA - INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM

CIUDAD DE MÉXICO, JUNIO 2017



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. LUÍS ESTEVA MARABOTO  
Secretario: DR. EDUARDO REINOSO ANGULO  
Vocal: DR. FRANCISCO JOSÉ SÁNCHEZ SESMA  
1<sup>er</sup>. Suplente: DR. LEONARDO RAMÍREZ GUZMÁN  
2<sup>do</sup>. Suplente: DR. ARTURO IGLESIAS MENDOZA

CIUDAD DE MÉXICO, MÉXICO

**TUTOR DE TESIS:**  
DR. FRANCISCO JOSÉ SÁNCHEZ SESMA

---

**FIRMA**



---

*A Manolo y Matías*



---

# Agradecimientos

Expreso mis más sinceros agradecimientos a todas las personas que me apoyaron en el transcurso de esta investigación.

Agradezco muy especialmente...

A Dios.

A mi esposo Juan Manuel Fuentes García y mi hijo Matías Fuentes Baena, por su amor, su confianza, su brazo fuerte para apoyarme, su paciencia.

A mis padres Luz Amparo Rivera Montoya y Darío de la Cruz Baena Salazar, y mis hermanos Rubén Darío Baena Rivera y Jairo Alonso Baena Rivera, por sus consejos certeros y su apoyo.

A mi tutor el Dr. Francisco José Sánchez Sesma, mi maestro en este camino de la investigación y la academia, por darme la oportunidad y la confianza de hacer parte de su equipo de trabajo.

Al Dr. Mathieu Perton, al Dr. Juan Camilo Molina Villegas, al Dr. Leonardo Ramírez Guzmán, y al Dr. Luís Eduardo Pérez Rocha, por la transmisión genuina del conocimiento, y por sus enseñanzas en mi formación académica.

A la Dra. Ileana Tibuleac, al Dr. Michel Campillo, al Dr. Victor Tsai, al Dr. Richard Weaver, y al Dr. Víctor Manuel Cruz Atienza, por sus valiosas y útiles asesorías en el transcurso de esta investigación.

Al M.I. Armando Cuellar Martínez del Centro de Instrumentación y Registro Sísmico (CIRES) por la disponibilidad en proporcionarme la base de datos de la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM), y atender mis solicitudes. Así mismo al Ing. Lucio Camarillo Barranco, y al equipo de ingenieros del CIRES por el importante apoyo en las mediciones de campo realizadas durante esta investigación.

Al Dr. Luís Quintanar Robles del Instituto de Geofísica de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), por facilitarme algunos registros sísmicos de la Red del Valle de México (RVM).

A mis compañeros de equipo en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, la Ing. Nayeli Chávez Zamorate, la Ing. Patsy Franco Cruz, el M.I. Marcial Alberto Contreras Zazueta, el M.C. José Piña Flores, el Ing. Julio César Pardo Dañino, la Ing. Michelle Sainos Vizuet, y el Ing. Naín Vera Chávez.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por brindarme los recursos durante mis estudios y por el apoyo económico en la finalización de este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) a través de la Subdirección de Becas Nacionales, por el apoyo económico durante el período de estudio.

Esta investigación fue parcialmente financiada por AXA *Research Fund Project* y por la Dirección General de Asuntos del Personal Académico de la UNAM por medio de los proyectos IN104712 e IN100917.



---

# Resumen

En esta investigación se construyen tomografías sísmicas de las velocidades de grupo de ondas de Rayleigh en una porción del Valle de México a partir de las funciones de Green (FG) del medio, las cuales fueron obtenidas empleando familias de registros sísmicos históricos observados por la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM) entre 1988 y 2015. De acuerdo con la teoría de campos difusos, la FG de un sistema puede ser recuperada por medio del promedio de las correlaciones cruzadas entre los movimientos registrados en dos observadores dentro de un campo de ondas difuso. Aunque cada registro sísmico no exhibe características de un campo difuso, se emplea un conjunto de ellos para conformar una iluminación del Valle lo suficientemente buena para obtener las FG de los trayectos entre los pares de estaciones de la RACM. Cada registro es empleado en su totalidad, puesto que la hipótesis de esta investigación se basa en que los campos de onda registrados son el producto de la difracción múltiple a lo largo de sus caminos desde las fuentes sísmicas distantes y también por difracción local dentro del Valle, la cual genera ondas superficiales, inclusive desde el comienzo de los registros. Cada familia de señales que es conformada por ondas que han sufrido difracción distante y local, se denomina aquí campo difuso generalizado (CDG). Se obtuvieron curvas de dispersión para velocidades de grupo de ondas de Rayleigh a partir del promedio de las correlaciones cruzadas de los CDG y se obtuvieron mapas tomográficos a partir de tales curvas.

Se verificó con modelos sintéticos de valles aluviales en configuraciones 2D que una iluminación parcial, como es el caso del Valle de México, permite recuperar las FG de los depósitos blandos.

Se realizaron análisis espectrales en el dominio frecuencia-número de onda ( $f$ - $\mathbf{k}$ ) para algunos eventos sísmicos registrados por la RACM, donde se evidencia la generación de ondas superficiales por la geología local. Estos resultados se consideran clave para la construcción de la tomografía sísmica de ondas superficiales del Valle de México.

Se calcularon cocientes espectrales  $H/V$  (componentes horizontal entre vertical) para evaluar cualitativamente el contenido de ondas superficiales en los CDG.

Al final, se señalan las implicaciones de los resultados obtenidos y se indican algunas tareas que se deberían emprender para reducir las incertidumbres en la respuesta sísmica del Valle de México.



---

# Abstract

In this research, seismic tomographies of the Rayleigh wave group velocity in a portion of the Valley of Mexico are constructed from the Green functions (FG, for its acronym in Spanish) of the medium, which were obtained using records ensembles of historical seismic records observed by the Mexico City Accelerometric Network (RACM, for its acronym in Spanish) between 1988 and 2015. According to the diffuse field theory, the FG of a system can be recovered by the average cross-correlations between the movements recorded in two observers within a diffuse wave field. Although each seismic record does not exhibit characteristics of a diffuse field, a set of them is used to form a Valley illumination good enough to obtain the FG of the paths between the pairs of RACM stations. Each record is used in its entirety, since the hypothesis of this research is based on the fact that the recorded wave fields are the product of multiple scattering along their paths from distant seismic sources and also by local scattering within the Valley which generates surface waves, even at the onset of recordings. Each signal ensemble which is formed by waves that have undergone distant and local scattering, is here referred to as generalized diffuse field (CDG, for its acronym in Spanish). Dispersion curves for Rayleigh wave group velocities were retrieved from the average cross-correlations of CDG and tomographic maps were obtained from such curves.

Synthetic experiments were carried out with alluvial valley models in 2D configurations to verify that partial illumination, such as the Valley of Mexico, allows the recovery of FG of soft deposits.

Spectral analyzes were carried out on the frequency-wave number ( $f$ - $\mathbf{k}$ ) domain on some seismic events recorded by the RACM, where the generation of surface waves by local geology is being pointed out. The results of these analyzes are considered key for the construction of the surface wave seismic tomography of the Valley of Mexico.

Spectral ratios  $H/V$  (horizontal between vertical components) were calculated to qualitatively evaluate the content of surface waves in the CDG.

At the end, the various implications of the findings obtained are pointed out. Several tasks are suggested in order to reduce uncertainties in the assessment of seismic response of the Valley of Mexico.



---

# Índice general

	<b>Página</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Datos</b>	<b>9</b>
1.1. Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM) . . . . .	9
1.2. Características de los registros de la RACM . . . . .	11
1.3. Asignación de tiempo absoluto a los registros de la RACM . . . . .	14
<b>2. Función de Green (FG)</b>	<b>23</b>
2.1. Teoría de campos difusos . . . . .	23
2.2. Equipartición de la energía . . . . .	26
2.3. Recuperación de la FG teórica a partir de un campo difuso generalizado . . . . .	28
<b>3. Cociente espectral <math>H/V</math></b>	<b>31</b>
3.1. Cálculo de $H/V$ a partir de campos difusos . . . . .	33
3.2. $H/V$ en la Ciudad de México calculados con campos difusos generalizados . . . . .	34
3.3. $H/V$ calculados con ruido sísmico ambiental vs. campos difusos generalizados . . . . .	36
3.3.1. Campaña de medición de ruido sísmico ambiental . . . . .	36
3.3.2. Comparación de $H/V$ . . . . .	36
3.3.3. Frecuencia dominante de los $H/V$ calculados con ruido sísmico ambiental . . . . .	40
<b>4. Análisis de las densidades de potencia espectral en el dominio frecuencia-número de onda (<math>f-k</math>)</b>	<b>43</b>
4.1. Densidades de potencia espectral $f-k$ . . . . .	44
4.2. Descomposición vectorial cinemática . . . . .	44
4.3. Representación espectral cinemática . . . . .	45
4.4. Análisis $f-k$ de un evento sísmico registrado por la RACM . . . . .	45

<b>5. Tomografía sísmica</b>	<b>47</b>
5.1. Funciones de Green empíricas . . . . .	48
5.1.1. Funciones de Green empíricas empleando campos difusos generalizados . .	50
5.1.2. Funciones de Green empíricas empleando ruido sísmico ambiental . . . . .	54
5.2. Curvas de dispersión de velocidad de grupo de las ondas de Rayleigh . . . . .	57
5.3. Revisión del problema de no-unicidad de la tomografía sísmica . . . . .	66
5.4. Tomografía sísmica de ondas superficiales en la Ciudad de México . . . . .	68
 <b>Apéndices</b>	 <b>75</b>
<b>A. Surface Waves Retrieval from Generalized Diffuse Fields in 2D Synthetic Models of Alluvial Valleys</b>	<b>77</b>
<b>B. Frequency-Wavenumber Analysis of Strong Ground Motion in Mexico City</b>	<b>91</b>
<b>C. Estado del arte de la tomografía sísmica de ondas superficiales</b>	<b>111</b>
C.1. Tomografía sísmica . . . . .	111
C.2. Tomografía sísmica de ondas superficiales . . . . .	112
C.2.1. Representación de la estructura . . . . .	112
C.2.2. Solución del problema directo: predicción de datos . . . . .	113
C.2.3. Solución del problema inverso: inversión de los tiempos de viaje . . . . .	117
 <b>Bibliografía</b>	 <b>123</b>

---

# Abreviaturas

1D	Unidimensional
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
CDG	Campo Difuso Generalizado
CIRES	Centro de Instrumentación y Registro Sísmico
FG	Función de Green
$f-k$	Frecuencia-Número de Onda
FMM	<i>Fast Marching Method</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
$H/V$	Relación entre componentes Horizontal y Vertical
IBEM	<i>Indirect Boundary Element Method</i> (Método Indirecto de Elementos de Frontera)
MCAN	<i>Mexico City Accelerometric Network</i>
mps	Muestras Por Segundo
NTCsismo	Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo
RACM	Red Acelerométrica de la Ciudad de México
RAD	Registrador Acelerométrico Digital
RAII	Red Acelerométrica del Instituto de Ingeniería
RCDF	Reglamento de Construcción del Distrito Federal
RSA	Ruido Sísmico Ambiental
RVM	Red del Valle de México
SIS	<i>Subspace Inversion Scheme</i>
SNT	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
SSN	Servicio Sismológico Nacional





---

# Introducción

Con el objetivo de contribuir en el conocimiento del subsuelo de la Ciudad de México, se construyen en esta investigación tomografías sísmicas de ondas superficiales en una porción del Valle de México, en función de la frecuencia. Estos mapas se construyeron a partir del cálculo de las funciones de Green (FG) del medio, las cuales fueron obtenidas empleando familias de registros sísmicos históricos observados por la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM) entre 1988 y 2015.

La construcción de tomografías sísmicas de ondas superficiales requiere la determinación de las curvas de dispersión de tales ondas en el medio en estudio. Una curva de dispersión describe la variación de la velocidad de propagación de las ondas superficiales en un medio estratificado en función de la frecuencia. La curva de dispersión de las ondas superficiales del medio entre dos puntos se obtiene a partir de la estimación de FG o respuesta impulsiva del medio, o simplemente la respuesta en uno de los puntos cuando se aplica una fuerza impulsiva en el otro. Esto es posible ya que la parte más prominente de la FG, especialmente para cargas superficiales, está compuesta por ondas superficiales. La curva de dispersión se construye al filtrar la FG en diferentes bandas de frecuencia, lo cual da cuenta de los tiempos de viaje de las ondas superficiales para cada frecuencia central de filtrado, y conociendo además la distancia entre los dos puntos, permite calcular las velocidades del medio.

La técnica que se emplea en esta investigación para el cálculo de las FG es la técnica de imagen pasiva (Lobkis y Weaver, 2001; Snieder, 2004; Sánchez-Sesma y Campillo, 2006; Wapenaar, 2004), basada en la teoría de campos difusos, en la cual el promedio de las correlaciones cruzadas de un campo difuso es proporcional a la parte imaginaria de la FG del sistema. Tanto la coda de los sismogramas (Campillo y Paul, 2003) como el ruido sísmico ambiental (RSA) (Gaité *et al.*, 2012; Shapiro *et al.*, 2005), han sido aceptados como realizaciones de campos difusos y se han obtenido a partir de ellos las FG en diferentes estudios alrededor del mundo, que van desde estudios de la corteza terrestre (Asano *et al.*, 2016; Campillo y Paul, 2003; Gaité *et al.*, 2012; Sabra *et al.*, 2005; Shapiro y Campillo, 2004; Shapiro *et al.*, 2005; Stehly *et al.*, 2009), sismología de exploración (Aki, 1957; Halliday y Curtis, 2008; Louie, 2001), hasta investigaciones de ultrasonido (Malcolm *et al.*, 2004; Weaver y Lobkis, 2001; Wijk, 2006).

Esta investigación es exploratoria pues se emplean aquí los datos de aceleración de terremotos históricos registrados por las 70 estaciones en campo libre de la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM) (ver Figura 2), que opera desde 1987, para la obtención de las FG entre los pares de estaciones de la Red. La elección de este tipo de datos se fundamenta en el hecho de que al ser movimientos más energéticos que la coda de los sismogramas o el RSA, puede iluminar y muestrear el subsuelo de la Ciudad a pesar de los altos niveles de amortiguamiento. Además, se consideró que era importante hacer uso de un amplio acervo de registros sísmicos que datan de 1987 hasta la fecha.

A pesar de que cada señal no constituye por si misma un campo difuso, puesto que la envolvente de la energía de cada una no presenta un decaimiento como el esperado en un régimen difusivo, un ensamble de los registros en cada estación puede ser útil para alcanzar este propósito. Nuestra hipótesis se basa en que cada registro está constituido por el campo de ondas incidente que ha sido sometido a difracción múltiple a lo largo de sus trayectos desde las fuentes, localizadas principalmente en la zona de subducción mexicana a más de 200 km de distancia hasta la Ciudad de México. Además, hay una importante proporción de ondas superficiales generadas localmente debido a la geometría y características propias de la Cuenca, inclusive desde el comienzo de los registros. Por lo tanto, un ensamble de registros logrará muestrear el subsuelo del Valle desde un amplio abanico de direcciones. El ensamble de registros de sismos fuertes en una estación se denomina aquí campo difuso generalizado (CDG) (Baena-Rivera *et al.*, 2016). Estos registros históricos de aceleración del terreno no tienen en general tiempo absoluto pues no se pensó su uso para estudiar la propagación de ondas en el Valle. Por ello una parte esencial del procesamiento de la información es la asignación de tiempos comunes a los registros de cada sismo.

Una vez que se tienen las FG del trayecto entre cada par de estaciones de la RACM, se construyen las curvas de dispersión asociadas a cada uno mediante la técnica de filtro múltiple y con estas se estiman los mapas de velocidad de las ondas superficiales en las frecuencias de interés.

## **Problemática del subsuelo del Valle de México**

El Valle de México (o Valle de la Ciudad de México), junto con los Valles Cuautitlán, Apan y Tizayuca conforman la Cuenca de México (Figura 1). Debido a que originalmente esta Cuenca no tenía salidas hacia el océano, se considera que fue una cuenca endorreica. Los escurrimientos de las lluvias y las filtraciones provenientes de las montañas circundantes formaron un gran lago ubicado en el sur-occidente de la Cuenca de México, que estaba conformado por los lagos de Zumpango, Xaltocan, Texcoco, Xochimilco, y Chalco (ver Figura 1), de los cuales solo quedan remanentes.

Este gran lago comenzó a secarse de manera natural por el surgimiento de la Sierra Chichinautzin que ocasionó fracturas por las que se filtró el agua. Adicionalmente, algunos efectos ma-

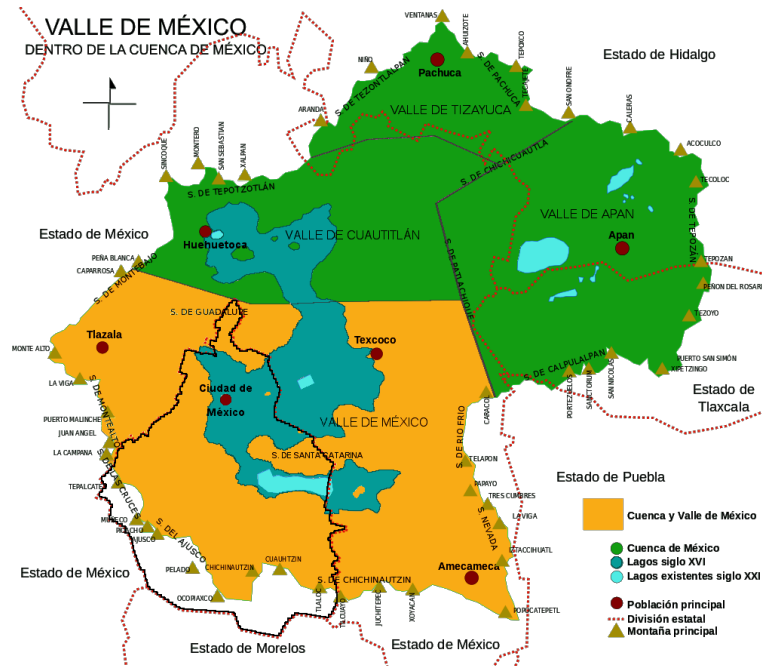


Figura 1: Cuenca de México dividida por los Valles de México, de Cuautitlán, de Apan y de Tizayuca. Se muestra el gran lago existente en el siglo XVI conformado por los lagos de Zumpango, Xaltocan, Texcoco, Xochimilco, y Chalco. La línea negra dentro del Valle de México enmarca la Ciudad de México.

rosísmicos permitieron otras filtraciones que ocasionaron que el lago se extendiera hacia el norte. Posteriormente, en la época de la conquista española, comenzaron los trabajos de desagüe de la Cuenca. A principios del siglo XX se terminó de construir el gran canal de desagüe y en la década de 1960 inició la construcción del drenaje profundo para evacuar las aguas negras provenientes de la urbanización de la Cuenca.

La Ciudad de México se encuentra asentada dentro del Valle de México. El desecamiento de la Cuenca dio paso a la conformación de diversos tipos de suelo. Marsal y Mazari (1959) dividieron Valle de México en tres zonas geotécnicas representadas en la Figura 2: (1) Zona de Lomas o Zona III, localizada en terreno elevado, es suelo duro compuesto por capas superficiales de flujos de lava y tobas volcánicas sin cubrimiento de sedimentos; (2) Zona de Transición o Zona II, que rodea la base de cráteres volcánicos, compuesta por arenas aluviales y limos, con intervalos ocasionales de arcilla; y (3) Zona del Lago o Zona I, localizada principalmente en el centro del Valle, la cual está integrada por depósitos de arcilla altamente compresible, separados por capas arenosas con contenido diverso de limo o arcilla. Los depósitos lacustres suelen estar cubiertos superficialmente por suelos aluviales, materiales desecados y rellenos artificiales que forman una costra dura. El espesor de este conjunto puede variar desde los 20 hasta los 80 metros. Estos depósitos finalmente descansan sobre estratos arenosos competentes.

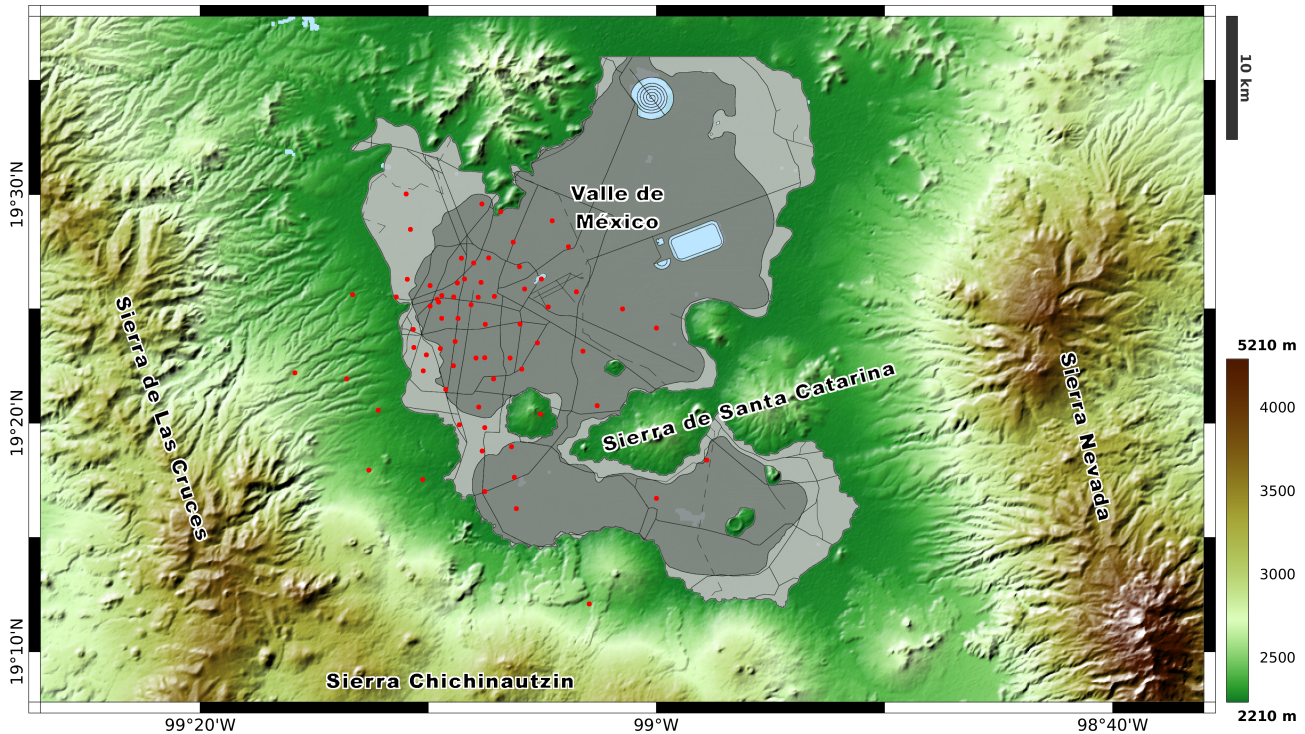


Figura 2: Mapa de elevaciones del Valle de México y zonificación geotécnica. Se muestran las cadenas montañosas que enmarcan el Valle: "Sierra de Las Cruces", "Sierra Chichinautzin", "Sierra de Santa Catarina" y "Sierra Nevada". Las áreas grises en el interior del Valle indican la ubicación de los depósitos lacustres y es donde está asentada la Ciudad de México. El área gris oscuro corresponde a la Zona de Lago, y el área gris claro corresponde a la Zona de Transición. Fuera de estas áreas, comienza la Zona de Lomas (arriba de 2,300 metros sobre el nivel del mar), con color verde. Los puntos rojos indican las ubicaciones de las estaciones de la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM), que opera desde 1987 hasta la fecha.

En la Figura 2 se muestra un mapa actualizado del Valle de México, la zonificación geotécnica propuesta por Marsal y Mazari (1959), así como su orografía.

La energía del campo de ondas incidente de un evento sísmico es atrapada por los depósitos blandos haciendo que la respuesta sísmica experimente amplificaciones significativas. Además, los registros sísmicos dan cuenta de importantes incrementos en la duración del movimiento del suelo, prolongándose hasta tres veces la duración del movimiento debido a las ondas incidentes. Estudios recientes atribuyen la prolongada duración de los sismogramas al atrapamiento de modos superiores de ondas superficiales por las estructuras profundas de la cuenca (Cruz-Atienza *et al.*, 2016), con menor influencia de la difracción múltiple de las ondas en la corteza. Este tipo de efectos aparecen normalmente en estructuras geológicas sedimentarias cerradas o semicerradas, como las cuencas sedimentarias y los valles aluviales, tal es el caso del Valle de México.

Las importantes sollicitaciones sísmicas a las que se ven sometidos los edificios desplazados en el Valle de México, que involucran grandes desplazamientos y fatiga a causa de la larga duración

de las ondas superficiales, obliga a considerar estrictamente los efectos de sitio en su diseño sísmico. Actualmente, las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Reglamento de Construcción del Distrito Federal (NTCsismo-RCDF) incluyen los efectos sísmicos locales al considerar una columna de suelo unidimensional (1D) del sitio de interés. Sin embargo, aunque el análisis 1D ha permitido explicar la principal amplificación observada del movimiento del suelo y el incremento de daño en algunos casos, con otras observaciones se destaca la importancia de los efectos tridimensionales (3D) de la estructura del subsuelo, que pueden causar mayores amplificaciones y ayudan a explicar la prolongación de la duración del movimiento.

Desde hace varias décadas se ha buscado conocer con mayor precisión las características de la estratigrafía del Valle de México, actualizar el mapa de la zonificación geotécnica, explicar las importantes amplificaciones sísmicas y el incremento significativo de la duración, tener la capacidad de predecir el movimiento del suelo ante eventos sísmicos fuertes, y mejorar los diseños sísmicos de cimentaciones y estructuras desplantadas en el Valle.

Diversos estudios geotécnicos y geofísicos han significado importantes aportes a la caracterización del subsuelo del Valle de México y han permitido actualizar el modelo de la estructura superficial en algunas áreas del Valle (Auvinet y Juárez, 2011).

Por otro lado, con el fin establecer los niveles esperados de movimiento del suelo para futuros terremotos, se desarrolló un modelo empírico construido a partir de los cocientes espectrales entre los registros de aceleración en diversos puntos de la ciudad y una estación de referencia, que corresponde a la estación CU (en el campus principal de la UNAM). Dichas relaciones espectrales se han calculado para un gran número de sismos registrados en la Ciudad, revelando una notable estabilidad, siendo de esta manera independiente del origen del evento, del mecanismo de ruptura y de la magnitud (Reinoso-Angulo, 1988). Pérez-Rocha (1998) aplicó un esquema de interpolación basado en la suposición de variación espacial suave del período dominante y en la teoría de vibraciones aleatorias (*Random Vibration Theory*) (Boore, 1983) para obtener la respuesta espectral en cualquier punto dentro del arreglo. Este enfoque ha hecho de la RACM uno de los proyectos más exitosos para la definición del diseño sísmico en la Ciudad de México, ya que tuvo profundos impactos en la ingeniería práctica actual, incluyendo las recientes versiones de las NTCsismo-RCDF.

## Trabajo de investigación subsecuente

Este estudio es un eslabón de una investigación a largo plazo sobre la estimación de la respuesta sísmica del Valle de México. Una vez construidos los mapas de velocidades de las ondas superficiales en diferentes frecuencias, pueden emplearse técnicas de inversión de las curvas de dispersión locales para obtener modelos de la estructura estratigráfica del subsuelo del Valle de México en diferentes puntos. Estos modelos en profundidad podrían ser usados para construir modelos estruc-

turales realistas en 2D y 3D, a partir de los cuales será posible calcular la respuesta sísmica ante eventos específicos, y a través de comparaciones con la respuesta observada ante otros sismos, se podrá establecer el poder predictivo y de resolución del movimiento del suelo ante terremotos futuros. Como consecuencia, se contará con estimaciones confiables del peligro sísmico en el Valle de México.

## Estructura de la tesis

Este trabajo está formado por cinco capítulos, a lo largo de los cuales se desarrolla la narrativa del proceso que se llevó a cabo en esta investigación.

El capítulo 1 aborda la descripción de los datos disponibles para la aplicación de las técnicas de tomografía. Esta descripción incluye una breve reseña del origen de la RACM, las características principales de los aparatos que la conforman, así como las actualizaciones que han tenido hasta hoy. Se describen ampliamente las características de los registros y particularidades que los hacían en un comienzo no aptos para el propósito de este estudio. A raíz de los inconvenientes encontrados, se desarrolló el procedimiento que se utilizó para adecuar los datos y que consistió, brevemente, en una clasificación de los sismos según su profundidad y distancia epicentral con respecto a la Ciudad de México, a partir de la cual se realizó una evaluación minuciosa de las señales, la corrección del tiempo absoluto, y polaridad.

En el capítulo 2 se lleva a cabo una verificación sintética de la utilidad de los datos de la RACM para la recuperación de la FG. Se demuestra que un CDG, es decir, una familia de terremotos que son el resultado de difracción múltiple tanto a lo largo de sus trayectos como localmente, pueden recuperar la respuesta impulsiva del medio que iluminan, a pesar de que no constituyen en rigor un campo difuso. La verificación consistió en comparar la respuesta impulsiva de modelos de valles aluviales sometidos a la incidencia de ondas planas distribuidas tanto isotrópicamente como parcialmente en el espacio, con la respuesta exacta. La condición de falta de isotropía espacial, condición necesaria para tener un campo difuso, se debe a que en la realidad, las principales fuentes sísmicas que iluminan la Ciudad de México están ubicadas en un abanico cerrado que corresponde a la zona de subducción mexicana, en el límite de la placa de Cocos y la placa de Norteamérica, y no cubren todo el espacio alrededor de la Ciudad. En el artículo Baena-Rivera *et al.* (2016), que se anexa, se describen los resultados más relevantes del experimento.

En el capítulo 3 se calculan los cocientes espectrales  $H/V$  (Componentes horizontales entre la componente vertical) en cada estación de la RACM empleando los CDG. A partir de la teoría de campos difusos para la recuperación de la FG de un sistema, se presenta el modelado del cociente  $H/V$  con base en la hipótesis de campos difusos. Uno de los usos más populares de este cociente es la determinación del período fundamental de un sitio. Otro de los usos, que es el foco en esta

investigación, es su empleo como un marcador para determinar el tipo de ondas, de cuerpo o superficiales, predominante en una señal. Puesto que el propósito de la investigación es hacer tomografía de ondas superficiales, es importante conocer cuál es el contenido de estas en los registros sísmicos que se pretenden emplear. Los cálculos demuestran que en las Zonas de Lago y de Transición el contenido de ondas superficiales es alto, diremos que se trata de iluminación 3D ya que proviene de todas las direcciones inclusive de la superficie. El contenido de ondas superficiales en Zona de Lomas en general es bajo, en estos casos la iluminación es principalmente de ondas de cuerpo, a lo que llamaremos iluminación 1D. Estos cocientes espectrales se compararon con los obtenidos empleando un mes de RSA registrado en siete estaciones de la RACM, de lo que se encontró un buen acuerdo entre ambos cocientes.

En el capítulo 4 se calculan las densidades espectrales en el dominio frecuencia-número de onda ( $f-k$ ) a algunos eventos sísmicos registrados por la RACM. Los diagramas  $f-k$  permiten seguir la propagación de las ondas a través de los arreglos de estaciones analizados y estimar sus velocidades de fase, direcciones y amplitudes. En el caso de la RACM fue posible seguir el accidentado viaje de paquetes de ondas tanto del campo incidente como de ondas superficiales generadas localmente. En efecto, los espectros cinemáticos construidos nos permitieron detectar la generación de ondas superficiales entre 0.2 y 0.75 Hz debido a la geometría propia del Valle y que incluso estos paquetes de ondas viajan en sentido contrario al del campo incidente logrando muestrear el subsuelo. Este capítulo viene acompañado del artículo Baena-Rivera *et al.* (2017).

Finalmente, el capítulo 5 describe la construcción de la tomografía sísmica. Se da el marco teórico sobre las técnicas seleccionadas, y para el proceso de la información se describen: el procesamiento de los registros sísmicos, el cálculo de las FG entre los pares de estaciones de la RACM, la obtención de las curvas de dispersión asociadas y la inversión de las mismas para construir las tomografías en varias frecuencias de interés. En este capítulo se discute un aspecto clave del proceso que es la selección de las curvas de dispersión, se toman en cuenta propuestas y conclusiones de trabajos actuales sobre el movimiento dominante del subsuelo de la Ciudad de México, determinantes para la correcta elección de las curvas.

## Datos y recursos

La base de datos de los registros sísmicos de aceleración de la RACM fue proporcionada por el CIRES.

En este trabajo se desarrollaron códigos informáticos propios en el lenguaje de programación MATLAB R2016a-Student License, para los siguientes procedimientos: alineación de los sismogramas; cálculo de las FG empíricas a través del promedio de correlaciones cruzadas; método de filtro múltiple para la construcción de las curvas de dispersión; cálculo de los cocientes espectra-

les  $H/V$ ; y el cálculo de las densidades espectrales en el dominio frecuencia-número de onda ( $f$ - $\mathbf{k}$ ) empleado en el artículo Baena-Rivera *et al.* (2017).

Los sismogramas sintéticos utilizados en el artículo Baena-Rivera *et al.* (2016) fueron calculados por medio de códigos propios del equipo de trabajo, donde se implementa el Método Indirecto de Elementos de Frontera (IBEM, por sus siglas en inglés) (Sánchez-Sesma y Campillo, 1991).

Las curvas de dispersión teóricas para modelos estratificados de capas planas fueron calculados con el programa GEOPSY versión 2.9.1, módulo `gplivemodel`.

La tomografía sísmica se obtuvo mediante el programa FMST: Fast Marching Surface Tomography, desarrollado por el Profesor Nick Rawlinson de la *Research School of Earth Sciences, Australian National University* (Rawlinson y Sambridge, 2005).



---

# Capítulo 1

## Datos

Los datos usados en este estudio corresponden al acervo de registros sísmicos de la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM), la cual ha captado la mayor parte de los terremotos que han provocado aceleraciones importantes en la Ciudad de México. La mayoría de estos eventos son originados en la zona de subducción mexicana, en el límite de la placa de Cocos y la placa de Norteamérica, y en menor cantidad son sismos originados en fallas intraslab (Figura 1.2). Desde su instalación en 1987 hasta noviembre de 2015 la Red registró 150 terremotos en las estaciones ubicadas en campo libre.

A continuación se describe el origen de la RACM, las características de sus instrumentos, las particularidades de los registros de aceleración y los procesos que se llevaron a cabo para hacerlos aptos para este estudio de tomografía sísmica.

### 1.1. Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM)

El despliegue de la RACM data de 1987. Tuvo lugar después de las catastróficas consecuencias del sismo del 19 de septiembre de 1985, Ms8.1. En 1987 el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico (CIRES) emprendió la instalación de la Red con el fin de estimar la respuesta espectral de cada sitio y con esto contribuir a mitigar la vulnerabilidad sísmica de las estructuras. Las ubicaciones de las estaciones fueron seleccionadas de acuerdo con el criterio de expertos en mecánica de suelos e ingeniería sísmica guiados por el interés y necesidad de que reflejaran los efectos de sitio.

En la actualidad, la RACM está compuesta por 80 estaciones: 70 en campo libre, cuatro en cubiertas de edificios y seis en pozos. Los equipos son acelerómetros triaxiales Kinometrics SSA-1 y Terra Tecnología DCA-333, ambos discontinuados por los fabricantes en 1995. Por este motivo el CIRES ha hecho un esfuerzo por mantener vigentes los aparatos con el desarrollo e implementación de sistemas digitales de medición y registro accesibles como es el Registrador Acelerométrico Digital (RAD), que desde su creación ha tenido dos actualizaciones. Durante el período 2011 -

2012, el CIRES llevó a cabo mejoras en la red que contempló la renovación de los equipos con el sistema RAD-12/16, el incrementó de la resolución dinámica de 12 a 16 bits, y la instalación de antenas GPS en todas las estaciones.

Las estaciones están equipadas con un umbral de disparo y memoria que permite ajustar el tiempo de pre- y pos- evento. Los eventos se almacenan en tarjetas PCMCIA que permiten grabar hasta 34 minutos de datos con una frecuencia de 100 muestras por segundo (mps).

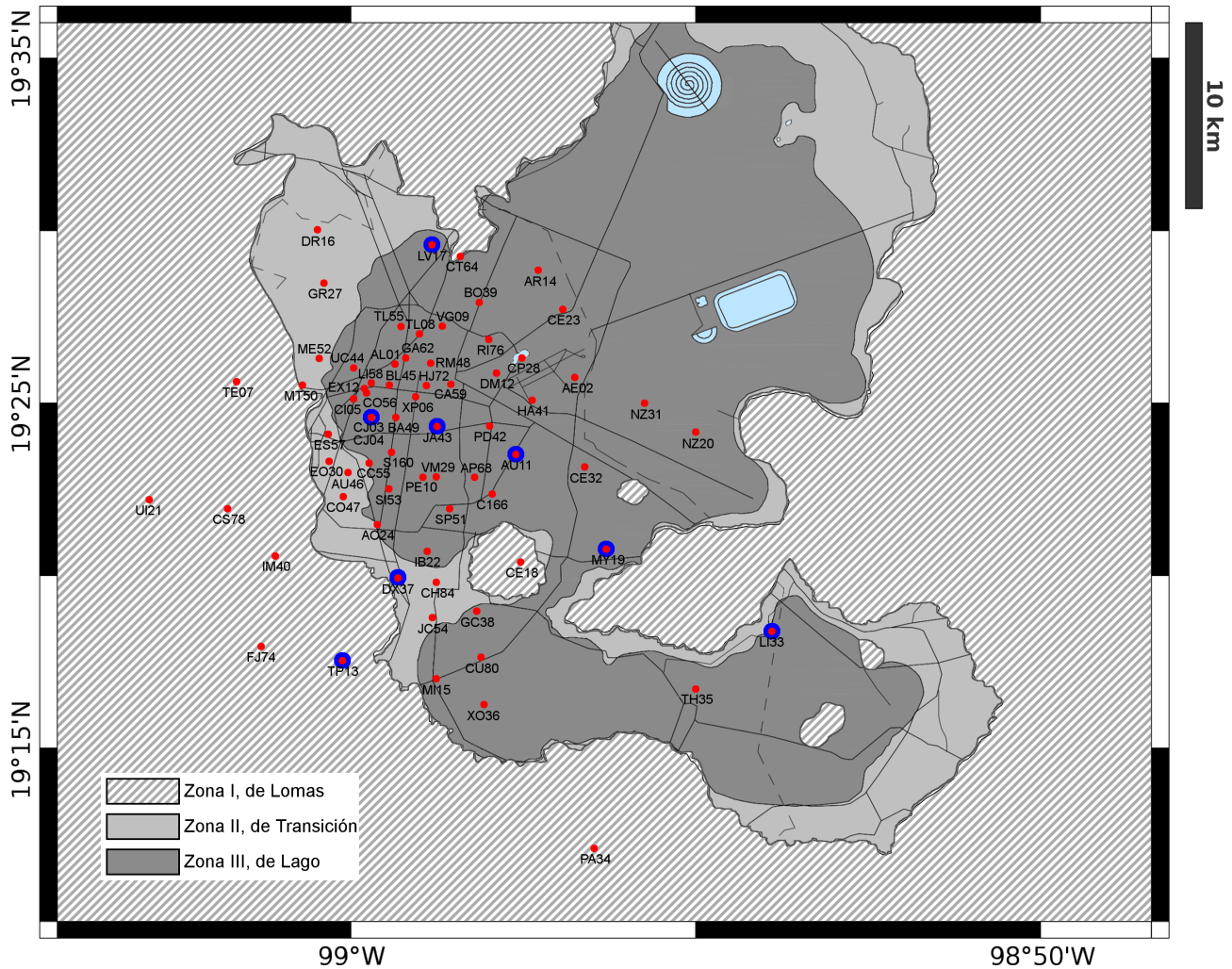


Figura 1.1: Valle de México y zonificación geotécnica. El área gris oscuro en el interior de la cuenca corresponde a la Zona de Lago (Zona III), el área gris claro a la Zona de Transición (Zona II), y el área exterior sombreada a la Zona de Lomas (Zona I). Los puntos rojos indican las ubicaciones de las estaciones de la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM) con sus nombres. Los puntos rojos que están enmarcados por círculos azules indican ocho estaciones donde se midió un mes de ruido sísmico ambiental (RSA).

## 1.2. Características de los registros de la RACM

Las configuraciones de grabación de la RACM desde sus orígenes no fueron diseñadas para propósitos de tomografía y por lo tanto los datos presentan, en un primer acercamiento, inconsistencias que los hacen inapropiados para este fin, siendo las más relevantes: (1) los umbrales de disparo de las estaciones son modificados manualmente por el operador de la Red, atendiendo a un criterio subjetivo que depende de los efectos locales de cada sitio. En Zona de Lomas y Zona de Transición, donde casi no hay amplificación de las ondas sísmicas, los umbrales son inferiores a los de las estaciones ubicadas en Zona de Lago, donde el ruido antropogénico puede disparar los instrumentos. Por lo tanto, para reducir el número de registros de baja calidad, los umbrales de algunas estaciones son modificados de acuerdo con las circunstancias. Esto puede explicar por qué algunos eventos sísmicos no fueron bien registrados por todas las estaciones de la Red, refiriéndose con esto a que algunos registros comienzan decenas de segundos o incluso minutos después de las primeras llegadas, o terminan abruptamente, lo que explica la ausencia de coda en las trazas; (2) otro inconveniente surge de la baja calidad dinámica de los registros grabados antes de 2011, en los que se observa que las formas de onda o la amplitud del movimiento están altamente contaminados por el ruido electrónico; (3) por último, debido a que en los comienzos de la Red no era una prioridad que los registros tuvieran tiempo absoluto, la mayor parte de las trazas no están sincronizadas.

A pesar de que la cantidad de registros disponibles es considerable, las particularidades que se han descrito acerca de las grabaciones, que en el presente estudio se toman como desventajas, hacen que la mayoría de ellas no puedan ser utilizadas en esta investigación.

El primer paso para seleccionar los registros que podrían ser utilizados para la tomografía de ondas superficiales fue clasificarlos según la profundidad del hipocentro ( $h$ ) y la distancia epicentral ( $d$ ) con respecto a la Ciudad de México. Dependiendo de la profundidad se catalogaron como *someros* los ocurridos a menos de 20 km y *profundos* los ocurridos a más de 20 km. Según la distancia epicentral con respecto a la Ciudad de México se consideraron *cercanos* a aquellos con distancias menores a 250 km, y *lejanos* con distancias mayores a 250 km. En la Figura 1.2 se muestra un mapa de la República Mexicana en donde se indican los epicentros de estos eventos sísmicos y su clasificación.

En segunda instancia se integraron dos veces los registros de aceleración para obtener desplazamientos, a partir de los cuales se realizó una evaluación minuciosa por grupos de eventos (según la clasificación descrita), la cual consideró el número de estaciones que los registraron, la duración y calidad de las grabaciones, y si contenía las primeras llegadas de las ondas balísticas con las cuales se pudieran alinear todas las trazas.

La clasificación de acuerdo con la profundidad y la distancia epicentral permitió observar que

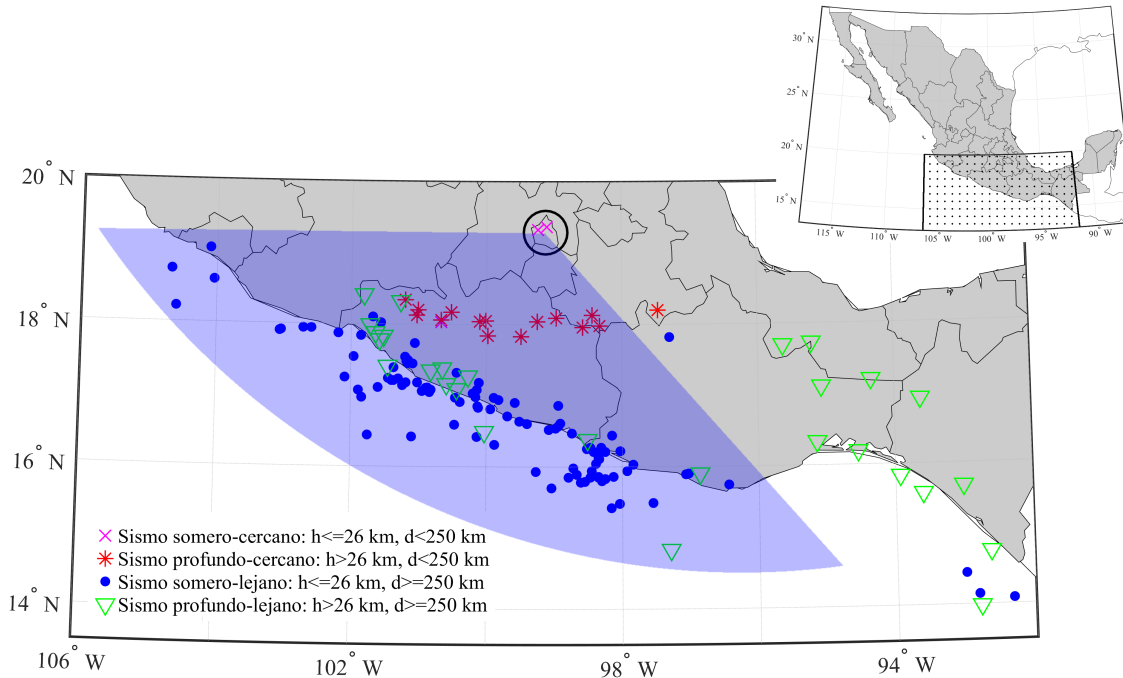


Figura 1.2: Localización de los epicentros de los eventos registrados por la RACM desde 1987 hasta 2015 y clasificación según la profundidad del hipocentro ( $h$ ) y la distancia epicentral ( $d$ ) con respecto a la Ciudad de México (enmarcada con un círculo negro). El mapa en primer plano es la ampliación de la zona punteada en el mapa de México ubicado en la esquina superior derecha. Los eventos *someros-cercanos* están indicados con equis fucsia (3 sismos), los *profundos-cercanos* con asteriscos rojos (15 sismos), los *someros-lejanos* con puntos azules (104 sismos), y los *profundos-lejanos* se muestran con triángulos invertidos verdes (28 sismos). El triángulo sombreado destaca la dirección de los eventos originados en la zona de subducción mexicana y que en su mayoría coinciden con los eventos *someros-lejanos*.

la mayoría de los eventos *someros-lejanos* y *profundos-cercanos*, tienen el mejor nivel de registro por la RACM, ya que son eventos en su mayoría de magnitud superior a 5.4, que generaron aceleraciones importantes en la Ciudad y por lo mismo fueron detectados por la mayoría de las estaciones de la Red, cuyos registros son de buena calidad sin estar contaminados por ruido electrónico, y han sido grabados desde las primeras llegadas de las ondas balísticas.

Contrario a esto, los eventos *someros-cercanos* y algunos *profundos-lejanos*, no tienen un buen nivel de registro por lo que fueron descartados de este estudio. Los de baja magnitud, fueron detectados por muy pocas estaciones de la Red ya que generaron pequeñas aceleraciones en la Ciudad, y por lo mismo son registros saturados por el ruido electrónico y son de muy corta duración (menores a 60 s). Por otro lado, los de magnitud alta, a pesar de tener aparentemente buenos registros, están incompletos en su comienzo, por lo que no fue posible la localización de alguna onda balística para su alineación.

Las primeras llegadas de los eventos sísmicos al sitio de observación, tienen formas de onda

y amplitudes características que dependen de la distancia epicentral, profundidad y tipo de falla, principalmente. En los sismos *someros-lejanos*, los cuales coinciden con los sismos originados en la zona de subducción mexicana, se observó una prominente onda similar a un pulso de Ricker de aproximadamente 10 s de período y al analizar los desplazamientos vertical y horizontales, filtrados entre 0.05 y 0.15 Hz, se revela como una onda de Rayleigh. En los registros verticales sin filtrar se detecta fácilmente esta onda de Rayleigh de 10 s, cuya forma de onda, es decir, amplitud y período, es similar en todas las estaciones de registro (ver Figura 1.7 b, segundo 65). Esto se debe a que el movimiento en esta dirección tiene efectos de sitio que son muy pequeños o imperceptibles. Las diferencias son por ondas de menor amplitud y período que se superponen a esta gran onda. No ocurre lo mismo con las dos direcciones horizontales, en las cuales la amplitud de las ondas se ve afectada significativamente por el tipo de suelo.

Esta onda ha sido observada por Campillo *et al.* (1989) y Sánchez-Sesma *et al.* (1993), para los sismos del 19 de septiembre de 1985 y 25 de abril de 1989, respectivamente, y en este trabajo ha sido detectada en los eventos *someros-lejanos*. Este pulso viaja a una velocidad cercana a los 3.1 km/s (Campillo *et al.*, 1989). Esta velocidad promedio se observó también en la mayoría de los registros de la RACM para los eventos ocurridos en la zona de subducción mexicana a partir del año 2012, puesto que en el 2011 las estaciones fueron provistas con antenas GPS, aunque algunas estaciones se mostraron desalineadas. Tanto la Red del Valle de México (RVM) del Servicio Sismológico Nacional (SSN), como la Red Acelerométrica del Instituto de Ingeniería (RAII), proporcionaron a esta investigación algunos registros de sus estaciones localizadas dentro del Valle de México, para coadyuvar en la correcta alineación de los registros de la RACM. A pesar de que los registros proporcionados por la RVM son a partir del año 2011, fueron útiles para corroborar también con ellos la velocidad promedio de 3.1 km/s de esta onda de Rayleigh.

La localización en los registros de la onda de Rayleigh de 10 s, en cuestión, ha sido clave para su correcta alineación. Además de esto, se ha visto en análisis espectrales en el dominio frecuencia-número de onda  $f-k$  realizado sobre algunos eventos sísmicos en este trabajo, la presencia de esta onda de Rayleigh de 10 s que viene desde la fuente (Baena-Rivera *et al.*, 2017). Los análisis  $f-k$  también han servido para revelar que los eventos sísmicos *someros-lejanos* generan localmente un nivel importante de ondas superficiales por la interacción de las primeras llegadas con la geología superficial local, lo cual se ve con detalle en el capítulo 4.

Los eventos *profundos-cercanos*, que corresponden a sismos intraslab, iluminan el Valle de México desde abajo, es decir, con ángulos de incidencia casi verticales. El nivel de ondas superficiales que generan este tipo de eventos en el Valle, es bajo, por lo tanto, no fueron empleados para la tomografía.

La clasificación de los eventos sísmicos en función de la profundidad y la distancia epicentral, y la selección de acuerdo con la calidad de los registros, arrojó que 88 eventos fueran descartados

y 62 fueran catalogados como candidatos para ser alineados, de los cuales, 52 corresponden a los *someros-lejanos* que fueron elegidos para la tomografía sísmica de ondas superficiales. En la Figura 1.3 esquematiza el resultado de la selección de los eventos en función de la magnitud y distancia epicentral con respecto a la Ciudad de México.

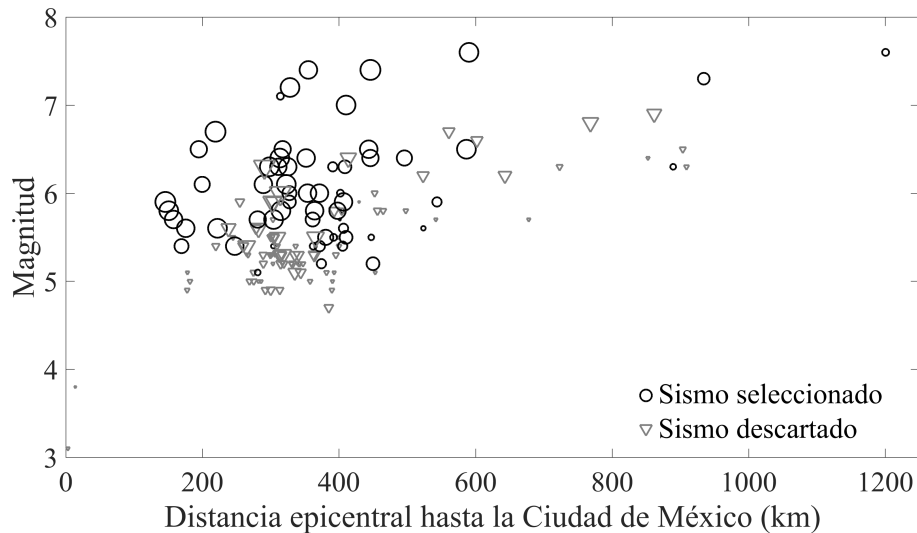


Figura 1.3: Distancia epicentral contra magnitud de los eventos sísmicos registrados por la RACM. Los círculos corresponden a los eventos seleccionados para alinear, y los triángulos invertidos indican los eventos que han sido descartados por deficiencias en sus registros. El tamaño de los marcadores depende del número de estaciones que registraron el evento, el menor número de estaciones que registraron un evento es 5, y el mayor 67.

En la Tabla 1.1 se presenta una lista de los sismos seleccionados para el proceso de tomografía, con los datos de magnitud, ubicación, distancia con respecto a la Ciudad de México y el número de estaciones de la RACM que los registraron.

### 1.3. Asignación de tiempo absoluto a los registros de la RACM

La asignación de tiempo absoluto común o la alineación de los registros sísmicos de la RACM dependió de la calidad de cada grabación y de la clasificación de cada evento según la profundidad y distancia epicentral con respecto a la Ciudad de México. En la sección 1.2 se explicó esta clasificación, a partir de la cual se seleccionaron los eventos *someros-lejanos* y algunos *profundos-lejanos* como los mejores candidatos a ser alineados por contener en sus registros una prominente onda de Rayleigh de 10 s de período, que se propaga desde la fuente. El desplazamiento vertical que genera esta onda en el Valle de México no es afectado por los efectos de sitio, por lo que su amplitud y período permanecen casi intactos en todas las estaciones de registro de la RACM (ver sección 1.2). La detección de esta onda de Rayleigh facilitó el proceso de alineación.

Tabla 1.1: Sismos seleccionados para tomografía sísmica.

Núm.	Sismo	Magnitud	Latitud	Longitud	Profundidad, h (km)	Distancia epicentral a la CDMX, d (km)	Núm. registros de la RACM
1	19890425142900	6.3	16.60	-99.40	19	311.40	55
2	19900531073526	5.8	17.11	-100.89	16	315.14	62
3	19910401073445	5.5	16.04	-98.39	26	380.34	50
4	19930515030939	5.9	16.47	-98.74	20	327.41	43
5	19930515031156	6	16.47	-98.74	15	327.41	44
6	19930910105023	7.1	16.57	-98.94	20	314.35	19
7	19930910191254	6.3	14.14	-92.82	14	889.28	16
8	19931024075218	6.5	16.54	-98.98	19	317.44	55
9	19940523014146	5.6	18.03	-100.67	23	222.05	61
10	19940704213643	5.9	14.83	-97.29	31	543.33	28
11	19941029164404	5.1	16.97	-99.89	24	281.05	16
12	19941210164646	6.3	18.02	-101.56	20	298.07	63
13	19950914140430	6.4	16.31	-99.88	22	351.75	59
14	19951009153551	6.5	18.74	-104.67	5	586.65	62
15	19960225030813	5.9	15.83	-98.25	3	406.72	57
16	19960225091757	5.6	15.86	-98.13	17	406.59	28
17	19960715212338	5.7	17.45	-101.16	20	304.22	62
18	19970111202827	6.5	17.91	-103.04	17	443.70	57
19	19970719073437	5.7	15.86	-98.35	5	401.17	6
20	19970719142204	6.3	15.80	-98.30	5	408.80	40
21	19971216114402	5.5	15.70	-99.04	16	410.52	41
22	19980203030201	6.4	15.74	-96.44	23	495.83	52
23	19980712081129	5.4	16.97	-100.46	5	303.81	12
24	19990930163114	7.4	15.89	-97.07	12	446.11	65
25	20000809114147	7	17.94	-102.71	9	410.29	64
26	20010113173346	7.6	13.15	-89.94	10	1200.27	23

Tabla 1.2: Continuación de la Tabla 1.1.

Núm.	Sismo	Magnitud	Latitud	Longitud	Profundidad, h (km)	Distancia epicentral a la CDMX, d (km)	Núm. registros de la RACM
27	20011008033919	6.1	16.98	-100.16	10	289.47	57
28	20011110170913	6	15.85	-98.35	20	402.26	20
29	20020418050245	6.3	16.42	-101.10	15	390.72	30
30	20030122020634	7.6	18.22	-104.60	10	590.25	61
31	20040101233149	6.3	17.39	-101.37	10	324.76	57
32	20040113212858	5.5	15.90	-97.03	16	447.22	17
33	20040614225421	5.8	16.03	-97.84	10	397.81	55
34	20090427164627	5.7	16.90	-99.58	7	281.15	54
35	20100630072227	6	16.22	-98.03	8	371.24	58
36	20120320180247	7.4	16.25	-98.52	16	355.02	60
37	20120402173642	6	16.27	-98.47	10	353.97	59
38	20120411225510	6.4	17.90	-103.06	16	446.08	53
39	20120413101003	5.2	16.11	-98.34	14	374.24	31
40	20120922122957	5.4	16.23	-98.30	2	362.25	20
41	20120929071110	5.5	15.89	-98.67	15	392.30	22
42	20121107163551	7.3	14.08	-92.32	16	934.33	38
43	20130220212311	5.6	18.60	-104.04	5	523.66	14
44	20130326130445	5.4	15.78	-98.61	10	405.24	28
45	20130422011634	5.8	17.87	-102.19	10	364.22	59
46	20140310003757	5.8	15.79	-98.55	16	405.05	11
47	20140418142723	7.2	17.18	-101.19	10	328.40	61
48	20140508170016	6.4	17.11	-100.87	17	313.35	63
49	20140510073601	6.1	17.06	-100.95	12	322.84	61
50	20140524082445	5.7	16.21	-98.42	18	361.57	48
51	20140723002814	5.2	16.59	-100.47	10	342.30	9
52	20140813064811	5.4	16.13	-98.35	10	371.84	32



En el proceso de alineación se siguieron las directrices descritas a continuación: 1) preparación de los datos, que involucra la corrección de línea base, filtro pasa banda entre 0.05 y 10 Hz para eliminar tanto ondas de gran longitud que involucran la totalidad del Valle, como ondas de alta frecuencia atribuidas al ruido electrónico, y diezmado de los registros cuyo muestreo fuera mayor a 100 mps; 2) doble integración de los registros en aceleración para obtener desplazamientos; 3) filtro en una banda de frecuencias entre 0.05 y 0.15 Hz, con el objetivo de aislar la onda de Rayleigh de 0.1 Hz; 4) se realiza la correlación cruzada de todas las trazas con la señal de una estación de referencia; 5) corrimiento de las trazas a partir del tiempo en el que se ubica el pico de máxima correlación, con lo cual el tiempo de arribo de la onda de Rayleigh en todas las estaciones es el mismo; y 6) finalmente, se aplica un segundo corrimiento en tiempo en el cual se calcula el tiempo de llegada de la onda de Rayleigh a cada estación teniendo en cuenta la distancia de cada una al epicentro y la velocidad de esta onda, la cual se eligió igual a 3.1 km/s. Esta velocidad ha sido observada en diferentes trabajos (Campillo *et al.*, 1989; Sánchez-Sesma *et al.*, 1993).

Esta onda de Rayleigh se observa en la Figura 1.4, en la cual se grafican los desplazamientos promedio de los registros de la RACM (55 trazas) del sismo del 25 de abril de 1989, en las tres direcciones principales, filtrados entre 0.05 y 0.15 Hz. La ubicación del epicentro de este evento se encuentra en la Figura 1.5.

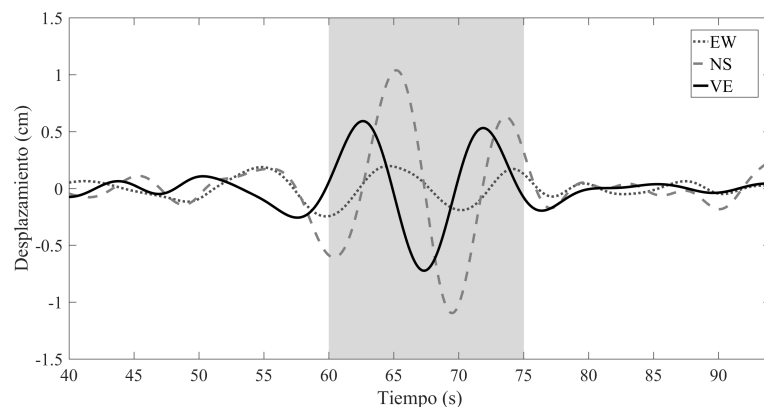


Figura 1.4: Desplazamientos promedio de los registros de la RACM (55 trazas) del sismo del 25 de abril de 1989, filtrados entre 0.05 y 0.15 Hz. Las líneas punteada gris, discontinua gris y continua negra, corresponden a las dirección Este-Oeste (EW), Norte-Sur (NS) y Vertical (VE), respectivamente. El área sombreada indica la ventana de tiempo que contiene la onda de Rayleigh de 10 s de período.

Para verificar que ciertamente se trata de una onda de Rayleigh que viene desde la fuente, se graficaron odogramas o diagramas de movimiento de partícula, de la ventana de tiempo de todos los registros sísmicos que presuntamente contiene esta onda. Como se quiso saber cuál era la dirección de propagación horizontal de esta onda en superficie, se emplearon los dos desplazamientos horizontales, es decir, en el eje de las abscisas se graficaron los desplazamiento en dirección Este-Oeste

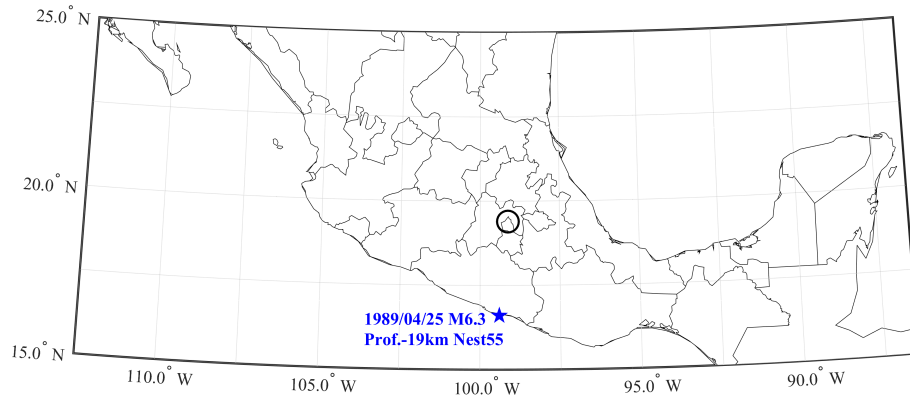


Figura 1.5: Ubicación del epicentro del sismo del 25 de abril de 1989, indicada con estrella azul. El círculo negro enmarca la Ciudad de México.

(EW) y en el eje de las ordenadas se graficaron los desplazamientos en dirección Norte-Sur (NS). En la Figura 1.6 se muestran los odogramas de la onda de Rayleigh de 10 s del sismo del 25 de abril de 1989 observada en 12 estaciones representativas, cuya dirección coincide con la dirección entre el epicentro y el centroide de la RACM, marcada en la figura con línea negra. Esto es un indicativo de que se trata de una onda que se propaga desde el epicentro. Estos mismos resultados se encontraron para los eventos *someros-lejanos* que fueron buenos candidatos para ser alineados.

Al comparar las Figuras 1.5 y 1.6 puede observarse que la dirección del sismo en cuestión coincide con la dirección encontrada en los odogramas para la onda de Rayleigh de 10 s.

Las Figuras 1.7 y 1.8, muestran los desplazamientos verticales sin tiempo absoluto correcto (original) y corregido, registrados por la RACM para los sismos del 25 de abril de 1989 (Mw6.3), y 11 de abril de 2012 (Mw6.4), respectivamente. Se puede observar en todas las trazas alineadas la onda de Rayleigh de 10 s que se usó para la alineación.

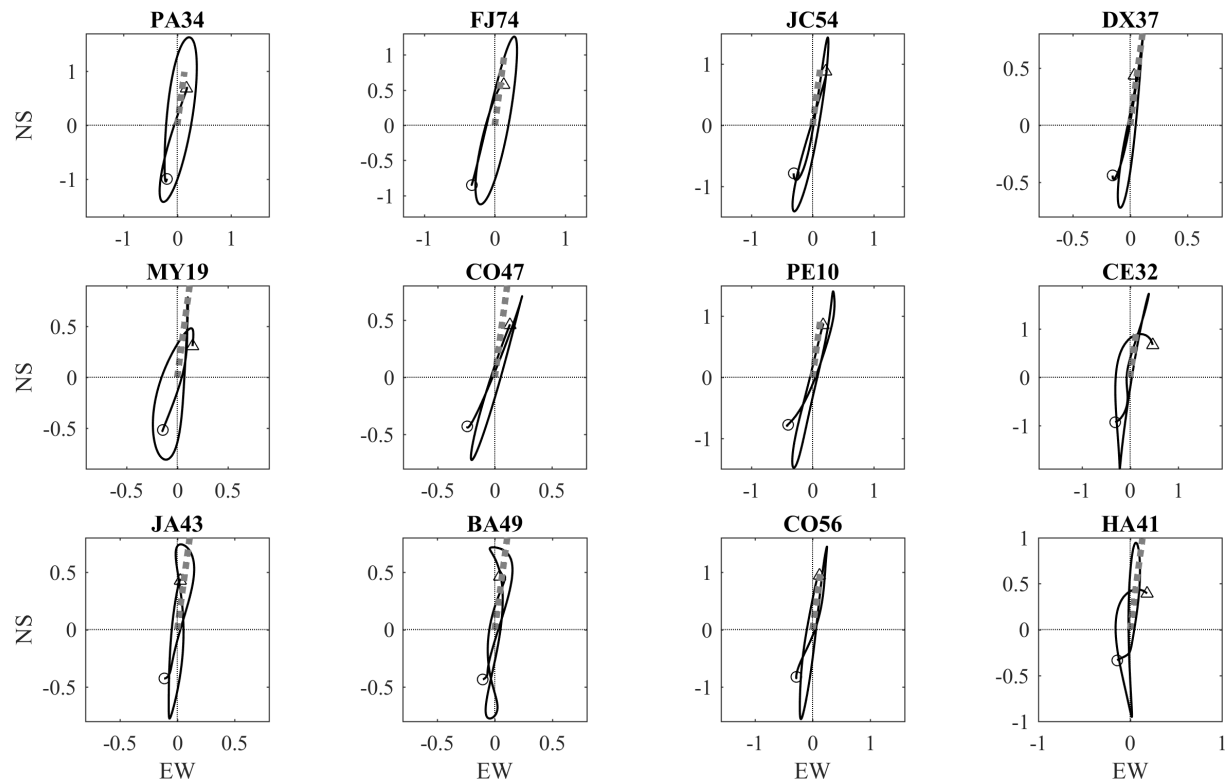


Figura 1.6: Odogramas (línea negra) de la onda de Rayleigh señalada en la Figura 1.4, detectada en los registros del sismo del 25 de abril de 1989, en las estaciones indicadas en cada gráfica. Con línea punteada gris se indica la dirección entre el epicentro y el centroide de la RACM. Los marcadores círculo y triángulo, indican el comienzo y fin de cada curva, respectivamente.

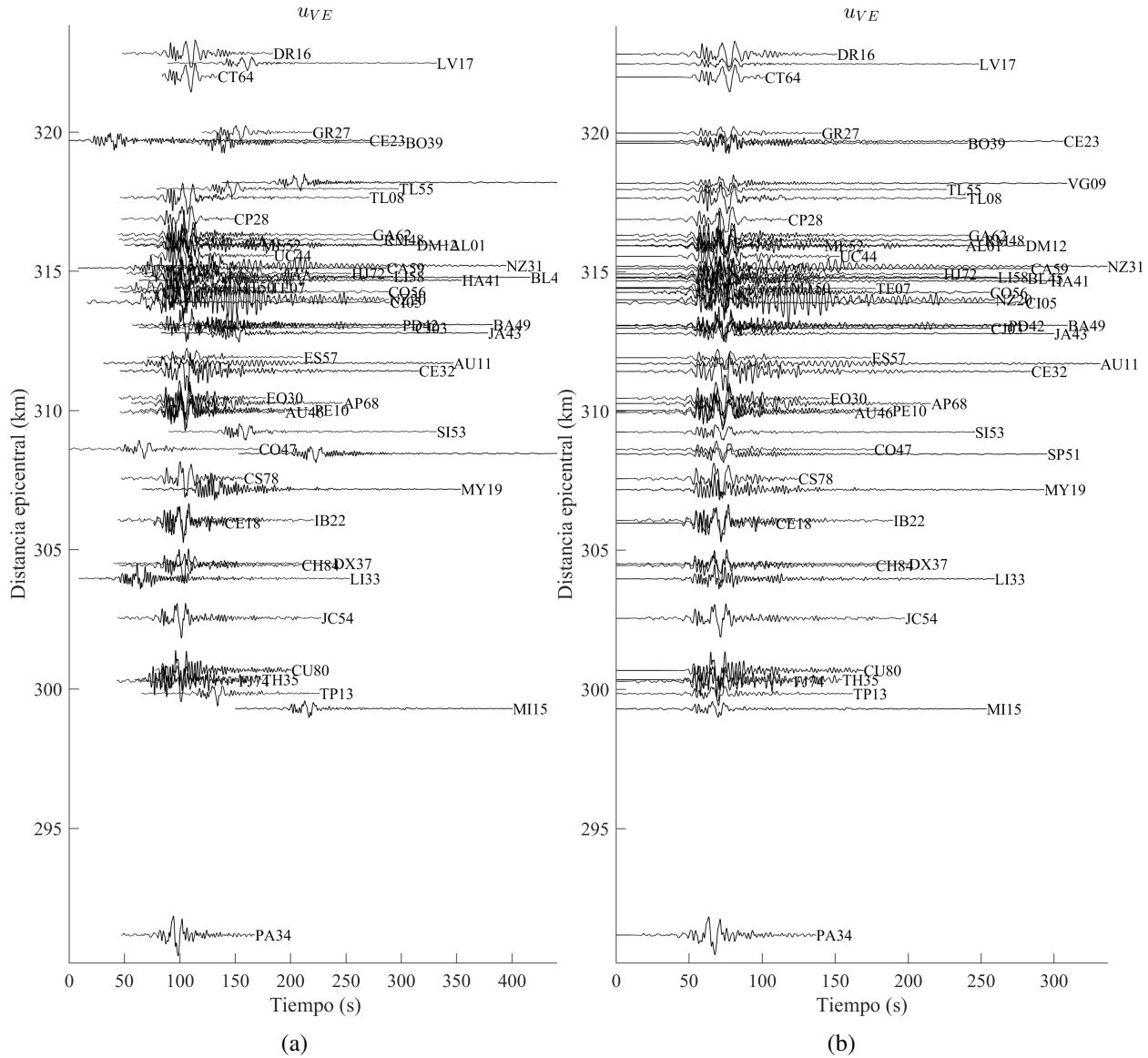


Figura 1.7: Desplazamientos verticales del sismo del 25 de abril de 1989, Mw6.3, registrado por 55 estaciones de la RACM, ubicados en el eje de las ordenadas según la distancia epicentral con respecto a cada estación, cuyos nombres se encuentran al final de cada traza. a) Registros sin tiempo absoluto correcto, y (b) registros con el tiempo absoluto asignado (alineados). Filtro entre 0.05 y 10 Hz.

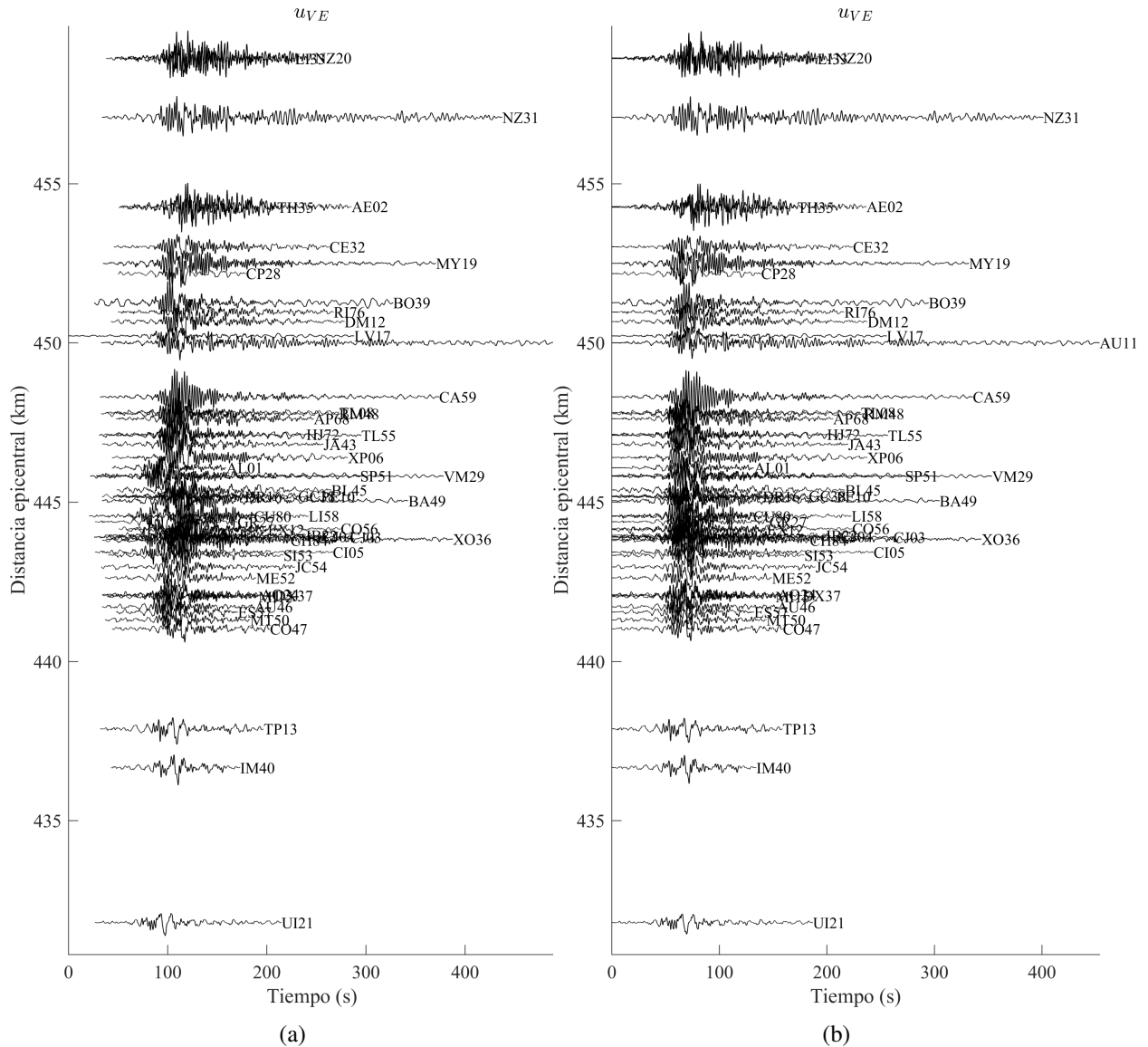


Figura 1.8: Desplazamientos verticales del sismo del 11 de abril de 2012, Mw6.4, registrado por 53 estaciones de la RACM, ubicados en el eje de las ordenadas según la distancia epicentral con respecto a cada estación, cuyos nombres se encuentran al final de cada traza. a) Registros sin tiempo absoluto correcto, y (b) registros con el tiempo absoluto asignado (alineados). Filtro entre 0.05 y 10 Hz.



---

## Capítulo 2

# Función de Green (FG)

Para la obtención de los mapas tomográficos de velocidades de las ondas superficiales, el cual se explica detalladamente en el capítulo 5, se requiere previamente el cálculo de la respuesta impulsiva del medio en cuestión. Esta respuesta es conocida como la función de Green (FG) del sistema,  $G_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ , es decir, el desplazamiento en dirección  $i$  en un punto  $\mathbf{A}$  ante una carga unitaria impulsiva en dirección  $j$  aplicada en otro punto  $\mathbf{B}$ .

La FG completa está compuesta por ondas de cuerpo y ondas superficiales. En la mayoría de los casos estas últimas son más prominentes pues por ser guiadas por la superficie libre y las estratigrafías, tienen menor atenuación. Si se conoce la FG en un sitio, se podría inferir, en principio, cuál va a ser el comportamiento del lugar ante un evento sísmico que contenga cualquier tipo de onda. Si la FG contiene únicamente la respuesta del sitio ante el arribo de ondas superficiales, de Rayleigh o de Love, su tratamiento permite conocer el comportamiento dispersivo de estas ondas, es decir, permite conocer sus velocidades como una función de la frecuencia.

### 2.1. Teoría de campos difusos

Una de las acepciones más conocidas de la palabra “difuso” se refiere a algo poco claro o poco preciso, podría decirse borroso. En acústica hablar de campo difuso es, *grosso modo*, el arribo en un punto de observación de ondas que cubren isotrópicamente el espacio y cuyas energías obedecen a las proporciones dictadas por el principio de equipartición de la energía, concepto que se tratará en la sección 2.2. En un día nublado la iluminación directa del sol se difracta por el choque con las nubes, haciendo que en un punto de observación en la tierra la iluminación provenga de todos lados con la misma cantidad de energía o intensidad, por lo tanto no hay sombras, es una iluminación difusa.

Desde un punto de vista matemático las ecuaciones de transporte de la energía son similares a las ecuaciones que gobiernan procesos difusivos. Eso ha permitido estudiar las envolventes de energía

de los sismogramas y extraer información relevante del medio (Sato *et al.*, 2012).

Se ha aceptado en múltiples trabajos que en un punto sobre la superficie de la tierra tanto las mediciones de RSA como la coda de los terremotos, pueden ser usados para recuperar la función de Green del medio y se les da la denominación de campos difusos. En el caso del ruido sísmico, este puede entenderse como la superposición de un conjunto de ondas elásticas independientes generadas por fuentes aleatorias no correlacionadas entre sí, localizadas alrededor de un punto de observación, y aunque sus intensidades no tienen necesariamente amplitudes similares, o existan direcciones que contengan mayor cantidad de fuentes, los métodos de tratamiento de señales que equalizan sus amplitudes y les asignan un peso dependiendo del sector angular en donde se encuentren, con el fin de que no hayan fuentes o regiones más energéticas que otras. En el caso de la coda sísmica, al tratarse de las últimas ondas de los sismogramas, son campos de ondas que han sido sometidos tanto a difracción múltiple por las heterogeneidades del suelo a través de su viaje desde la fuente al receptor, como por difracción local, todo esto implica el intercambio de energía entre todos los estados del sistema (entendiéndose estados como las ondas  $P$ ,  $SV$ ,  $SH$  y superficiales), hasta tener porcentajes iguales; como resultado se tiene que en el punto de observación haya una iluminación con isotropía espacial, con iguales porcentajes de energía en todas las direcciones.

Una vez que la iluminación entra en contacto con las heterogeneidades geométricas del medio estudiado, se producen reflexiones, refracciones y difracciones que modifican el carácter isótropo del campo elástico pero no le hacen perder sus características de campo difuso. La isotropía como condición de difusividad es aplicable solo a la iluminación. Aun cuando esta no sea isótropa la difracción múltiple suele estabilizar las características difusivas (ver p ej Sánchez-Sesma *et al.*, 2006).

De acuerdo con la teoría de campos difusos se ha demostrado que en un sistema de estratos elástico, heterogéneo, irregular y posiblemente anisótropo, el promedio de las correlaciones cruzadas entre campos de onda difusos registrados en dos observadores, permite la recuperación de la FG del sistema (Campillo y Paul, 2003; Sánchez-Sesma y Campillo, 2006; Sánchez-Sesma *et al.*, 2006, 2008). Esto es posible gracias a que en un campo difuso la coherencia residual de las ondas hace que el promedio de correlaciones cruzadas de ventanas independientes lleve a la emergencia de la FG, y es aun más notoria si se dispone de un número razonable de ventanas de tiempo de registro.

La Figura 2.1, tomada de Stehly *et al.* (2006), esquematiza el efecto de la distribución espacial de las fuentes alrededor de dos puntos de observación, en las FG obtenidas a partir del promedio de correlaciones cruzadas de RSA.

La FG es una cantidad compleja, tiene parte real (Re) e imaginaria (Im):

$$G_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{B}; \omega) = \text{Re}[G_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{B}; \omega)] + i \cdot \text{Im}[G_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{B}; \omega)], \quad (2.1)$$



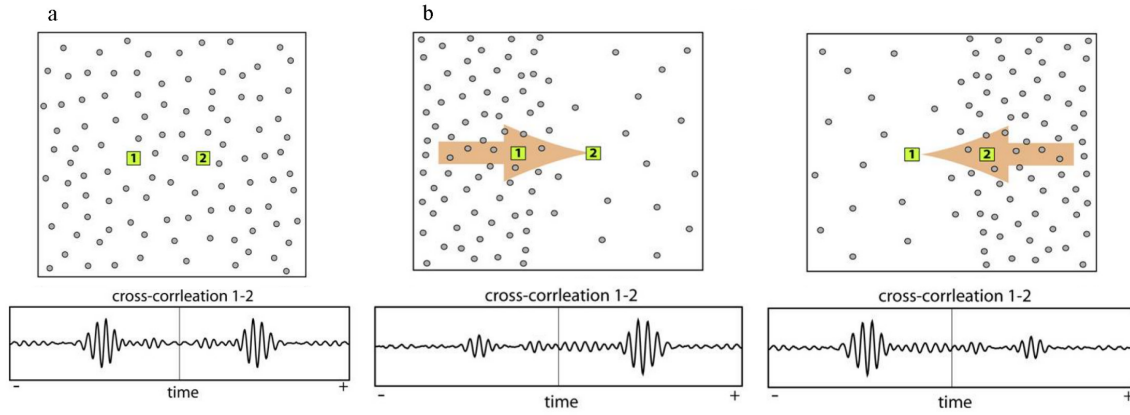


Figura 2.1: Esquema del efecto de la isotropía espacial de fuentes alrededor de dos puntos de observación 1 y 2, en las FG obtenidas a partir del promedio de correlaciones cruzadas de RSA: (a) fuentes isotrópicamente distribuidas alrededor de 1 y 2, lo cual resulta en FG simétricas, (b) presenta dos casos, mayor densidad de fuentes en el lado izquierdo y luego en el lado derecho, de 1 y 2, lo que resulta en FG asimétricas en amplitud pero con tiempos de llegada correctos. (Tomada de Stehly *et al.* (2006)).

donde  $\omega$  es frecuencia angular.

Por tratarse de una fuerza concentrada, la solución matemática en el dominio de la frecuencia implica que la parte real sea infinita cuando la fuerza está aplicada en el origen, es decir, en  $r = 0$  (donde  $r$  es la distancia entre el punto de aplicación de la carga  $\mathbf{B}$  y el observador  $\mathbf{A}$ ), lo cual es el caso estático. Teniendo en cuenta que la parte real y la parte imaginaria constituyen un par de Hilbert en el dominio de la frecuencia (Kawase y Aki, 1989), como se muestra en la Figura 2.2, es posible la recuperación de la FG completa si solo se tiene acceso a la parte imaginaria de  $G_{ij}$ . En el dominio del tiempo, las partes causales son idénticas; por consiguiente, todo lo que se requiere para la obtención de las curvas de dispersión (ver Capítulo 5) y para la evaluación de los cocientes espectrales  $H/V$  (ver Capítulo 3), está contenido en la parte imaginaria de la FG.

Como consecuencia de esto, el promedio de las correlaciones cruzadas entre campos de onda difusos es proporcional a la parte imaginaria de la FG del sistema. La expresión que resume esta teoría es la siguiente,

$$\text{Re} \langle u_i(\mathbf{A}; \omega) u_j^*(\mathbf{B}; \omega) \rangle \propto \text{Im}[G_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{B}; \omega)], \quad (2.2)$$

donde  $u_i(\mathbf{A})$  es el desplazamiento en dirección  $i$  en un punto  $\mathbf{A}$ , y  $u_j(\mathbf{B})$  es el desplazamiento en dirección  $j$  en un punto  $\mathbf{B}$  (con  $i, j = 1, 2, \text{ y } 3$ ); el superíndice '\*' indica complejo conjugado. Los ángulos  $\langle \cdot \rangle$  significan promedio.

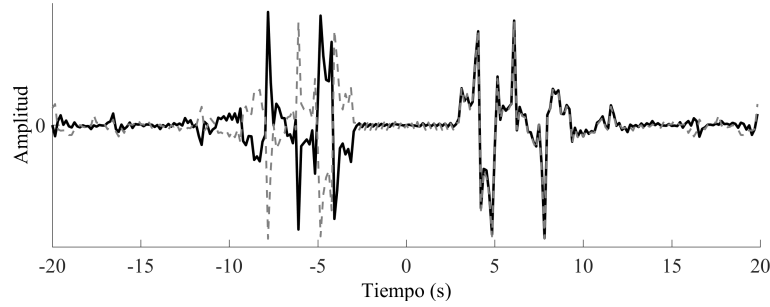


Figura 2.2: Par de Hilbert en el dominio del tiempo de una FG sintética obtenido a partir de la transformada de Fourier inversa de la parte real:  $FFT^{-1}[\text{Re}(G_{ij}(\omega))]$ , y la parte imaginaria:  $FFT^{-1}[i \cdot \text{Im}(G_{ij}(\omega))]$ . La parte real se muestra con línea discontinua gris y la parte imaginaria con línea continua negra. Las partes causales son iguales y las anticausales se anulan.

## 2.2. Equipartición de la energía

Equipartición es un estado estadístico alcanzado por un campo aleatorio, independiente de las condiciones iniciales o las fuentes, en el límite de un gran número de conversión de modos, dispersiones o reflexiones (Weaver, 2010). La equipartición puede entenderse como un estado en el que la energía de todos los posibles modos de onda en un sistema llegan a ser iguales (Nakahara y Margerin, 2011), y en el mismo sentido, también se entiende como la estabilidad de la energía entre todos los estados del sistema (Weaver, 1982), entendiéndose por estados a todos los posibles tipos de onda,  $P$  y  $S$  en el caso de un medio infinito, más la contribución de las ondas superficiales si se tratara de un semiespacio. En sismología el término equipartición significa el estado de un campo difuso en el cual la energía de las ondas es particionada entre ondas longitudinales y transversales en una relación precisa (Weaver 2010). Un régimen equiparticionado, donde el flujo neto de energía es igual a cero, toma lugar después de una suficientemente larga dispersión múltiple del campo de ondas entre las heterogeneidades en el medio desordenado (Malcolm *et al.*, 2004; Wapenaar, 2004), lo que resulta en múltiples conversiones entre diferentes modos de onda.

La equipartición implica que las energías de las ondas de compresión ( $E_P$ ) y de las ondas de corte ( $E_S$ ), de un campo de ondas elásticas difusas, decaen exponencialmente con el tiempo, y la relación  $E_S/E_P$ , tiende a una constante. En un medio homogéneo e infinito 3D, esta relación de energías es igual a (Weaver, 1982):

$$\frac{E_S}{E_P} = 2 \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^3, \quad (2.3)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son las velocidades de las ondas  $P$  y  $S$ , respectivamente. Este resultado se deduce en Weaver (1982) con un procedimiento de conteo de modos, en el cual la densidad modal es vista por ser inversamente proporcional al cubo de la longitud de onda. El factor 2 surge de las dos

polarizaciones independientes de las ondas de corte ( $S$ ).

En un medio homogéneo e infinito 2D, esta constante tiende a (Baena-Rivera *et al.*, 2016):

$$\frac{E_S}{E_P} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2, \quad (2.4)$$

donde solo se considera una polarización de las ondas  $S$ .

El equilibrio de estas relaciones, eqs. (2.4) y (2.3), es completamente independiente de la naturaleza de los dispersores y del tipo de fuente (Margerin *et al.*, 2009), y es controlada por las estructuras de velocidad  $P$  y  $S$ , y la velocidad de transición hacia el equilibrio es gobernada por la conversión de los coeficientes de dispersión, que dependen de las heterogeneidades a pequeña escala en la velocidad de las estructuras (Nakahara y Margerin, 2011). Margerin *et al.* (2000) comprobaron esto numericamente y encontraron que este comportamiento puede ocurrir luego de solo pocos eventos de dispersión. Shapiro *et al.* (2000) y Hennino *et al.* (2001), probaron esto experimentalmente en México y encontraron una rápida estabilización de las relaciones de energía, con lo cual probaron que la propagación de ondas elásticas de período corto en regiones tectónicamente activas es dominada por la dispersión múltiple.

En problemas escalares, si una porción del espacio es iluminada isotrópicamente, y el flujo neto de energía es nulo, se encuentra que el promedio de las correlaciones del campo es proporcional a la parte impar no causal de la FG. En el dominio de la frecuencia ese promedio es proporcional a la parte imaginaria de la FG. Por otro lado, en el caso elástico (problemas vectoriales donde hay ondas  $P$  y  $S$ ), además de la isotropía espacial, la presencia de un régimen equiparticionado es, idealmente, una condición necesaria para obtener con exactitud la FG de un medio a partir del promedio de correlaciones cruzadas. Este resultado teórico fue demostrado en estudios de ultrasonido (Derode *et al.*, 2003; Lobkis y Weaver, 2001; Malcolm *et al.*, 2004), y ondas sísmicas superficiales (Campillo y Paul, 2003; Shapiro y Campillo, 2004).

A pesar de que estas condiciones ideales, características de un campo difuso: isotropía espacial de las fuentes y equipartición de la energía, son deseables para obtener FG robustas y confiables, algunas investigaciones experimentales han logrado recuperar las FG de un sistema sin el estricto cumplimiento de ellas, como en el caso del RSA, del cual no se ha comprobado abiertamente su naturaleza difusa, pero que al ser registros de larga duración (contado en meses), permite que los tiempos de viaje de las ondas superficiales coherentes y redundantes emerja notablemente en las FG. Mulargia (2012) concluyó que el ruido sísmico no es un campo difuso, puesto que la iluminación no es isótropa y por lo tanto no es apto para recuperar la FG de un medio. Sin embargo, Tsai (2010) a través de un trabajo teórico concluyó que en estudios de tomografía empleando RSA, sólo es necesario el cumplimiento parcial de la equipartición para obtener FG veraces. En este sentido, Snieder (2004) usó un argumento de fase estacionaria para mostrar que algo muy parecido a

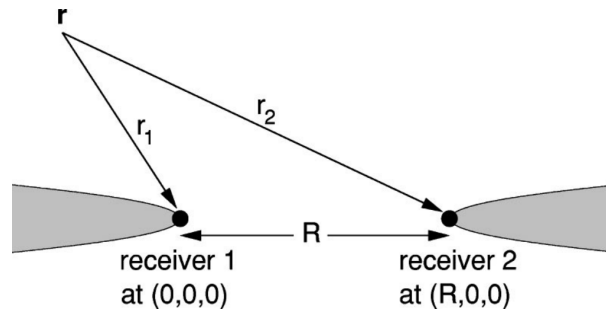


Figura 2.3: Definición de las variables geométricas para las ondas que viajan desde un difractor en la posición  $r$  a dos receptores. La región de interferencia constructiva está indicada por las regiones sombreadas. (Figura tomada de Snieder (2004))

la FG se obtiene aun en ausencia de equipartición, dando una justificación teórica para la inferencia de los tiempos de viaje a partir de las formas de onda de correlación, y da validez a los estudios de tomografías sísmicas de velocidades de onda basados en correlaciones de ruido. En ese estudio se argumenta que el promedio de correlaciones cruzadas de RSA registrado en dos estaciones, está dominado por la contribución de fuentes localizadas en la proximidad de la línea que conecta estas estaciones (Figura 2.3), y por lo tanto la presencia de una cantidad suficiente de fuentes de ruido localizadas favorablemente dará lugar al surgimiento de las ondas superficiales en la FG.

### 2.3. Recuperación de la FG teórica a partir de un campo difuso generalizado

En este estudio se llama campo difuso generalizado (CDG) al conjunto de las respuestas sísmicas (registros) en una red de observadores localizada en un valle aluvial, ante la ocurrencia de múltiples fuentes sísmicas fuertes lejanas independientes. Cada señal del conjunto estará compuesta por ondas balísticas que han experimentado difracción múltiple a lo largo de sus trayectos y por difracción local debido a la geometría del valle, la cual genera un nivel importante de ondas superficiales observada desde tiempos tempranos del registro.

Hasta este punto del texto se ha explicado que la recuperación de la FG de un medio a partir del promedio de la correlación cruzadas entre dos puntos requiere que las señales registradas en esos dos puntos sean realizaciones de campos difusos, dándole tal categoría, en el campo de la sismología, al RSA y a la coda de los sismogramas. Es necesario, por lo tanto, validar teóricamente que los CDG o ensambles de sismogramas completos, pueden ser empleados para el mismo fin, a sabiendas de que tanto en la teoría como en la práctica no son en rigor un campo difuso, tanto por su anisotropía espacial (ver Figura 1.2), como por la poca certeza de que la iluminación del conjunto de registros alcance la equipartición de la energía.

Para esta comprobación se calculó la respuesta de modelos de valles aluviales sintéticos en configuraciones 2D, parecidos al Valle de México. Estos modelos se sometieron a la incidencia de ondas planas en los casos independientes *SH* y *P-SV*. En cada caso se emplearon dos tipos de iluminación: con distribución isotropa y con distribución parcial. Esta última condición se debe a que se quiso reproducir el caso del Valle de México en donde las principales fuentes están ubicadas en un abanico cerrado que corresponde a la zona de subducción mexicana, en el límite de la placa de Cocos y la placa de Norteamérica, como se indica con el triángulo sombreado en la Figura 1.2 y no cubren todo el espacio alrededor del Valle. Los sismogramas sintéticos se calcularon con el Método Indirecto de Elementos de Frontera (IBEM, por sus siglas en inglés).

Los resultados de esta validación sintética se presentan en el Apéndice A, que contiene el trabajo de Baena-Rivera *et al.* (2016) (*Surface Waves Retrieval from Generalized Diffuse Fields in 2D Synthetic Models of Alluvial Valleys*), en el cual se concluye que una familia de sismos con las características descritas para un CDG puede recuperar la FG de valles aluviales como el caso del Valle de México.



---

## Capítulo 3

### Cociente espectral $H/V$

Para emprender un estudio de tomografía sísmica de ondas superficiales se requiere que los datos que van a ser empleados tengan un contenido importante de este tipo de ondas. En los casos de la coda de los sismogramas y del RSA, que son ampliamente usados para estudios de tomografía de ondas superficiales, ha sido demostrado su alto contenido de este tipo de ondas. En el caso de las codas fueron observadas por Campillo y Paul (2003), y en el caso del RSA fue documentado por Bard (1999), quien hace una revisión bibliográfica del RSA como estimador de los efectos de sitio. Según ese trabajo el origen del RSA está asociado a diferentes escenarios según el intervalo de frecuencias de interés. En este sentido, el RSA de período largo (entre  $<0.3$  y  $0.5$  Hz) se debe al oleaje a grandes distancias, el RSA de períodos intermedios (entre  $0.5$  y  $1.0$  Hz) se debe al oleaje cercano y al viento, y el RSA de períodos cortos ( $> 1.0$  Hz) se debe a la actividad humana. Por lo tanto, en estudios de interferometría en escalas locales las principales fuentes que contribuyen al RSA están ubicadas en superficie (Snieder, 2004).

En el caso particular de este estudio, en el que se emplearon CDG o ensambles de terremotos para la construcción de tomografías sísmicas, fue necesario llevar a cabo una evaluación cualitativa de los CDG para determinar sus contenidos de ondas superficiales.

El cociente espectral  $H/V$  (componente horizontal entre componente vertical) de microtemblores, MHVSR (por sus siglas en inglés), además de ser ampliamente utilizado para encontrar la frecuencia dominante de un sitio (Lermo y Chávez-García, 1994; Nakamura, 1989), se ha empleado actualmente por varios autores para identificar el tipo de incidencias de los registros sísmicos en un área determinada, con base en la forma característica de este cociente espectral.

En este sentido, Kawase *et al.* (2011) exploró la aplicación del concepto de campo difuso para analizar los registros de terremotos en Japón. Encontraron que los cocientes espectrales  $H/V$  de estos sismos fuertes son bastante estables y convergen rápidamente. Además, encontraron que la forma de este cociente exhibe un pico particular en la frecuencia dominante de cada sitio y varios picos más con amplitudes importantes en altas frecuencias, los cuales se asocian a la aparición de

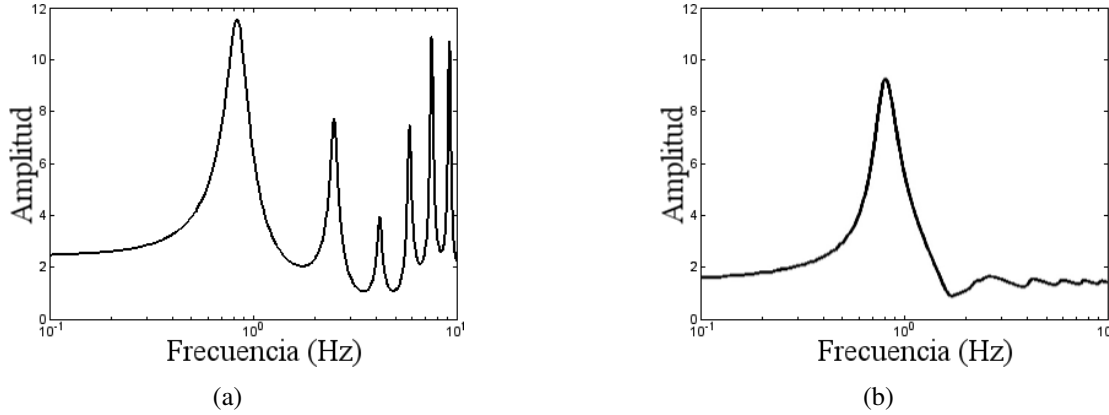


Figura 3.1: Formas del cociente espectral  $H/V$ . (a) Calculado con iluminación vertical 1D (ver Kawase *et al.*, 2011), y (b) calculado con iluminación 3D (ver Salinas *et al.*, 2014).

modos superiores. Esta forma particular del  $H/V$  se muestra en la Figura 3.1 (a) y sugiere fuertemente que el efecto de sitio puede ser descrito usando una descripción de onda 1D que es producida por fuentes sísmicas profundas con incidencias casi verticales, con poco o ningún contenido de ondas de superficiales (Claerbout, 1968; Scherbaum, 1987).

Salinas *et al.* (2014) calcularon la relación  $H/V$  utilizando los promedios independientes de ventanas de ondas  $P$ ,  $S$ , de la coda y de los registros completos, en la estación CI05 de la RACM (ver Salinas *et al.*, 2014, para más detalles). Ellos encontraron que el uso independiente de cualquiera de estas cuatro partes de la señal en el cálculo del cociente espectral  $H/V$ , da como resultado formas que presentan un pico principal ubicado en la frecuencia dominante del sitio y una forma relativamente plana en las altas frecuencias (ver 3.1 b), estas últimas asociadas a modos superiores. Esto se debe a que, en un medio estratificado, las asíntotas de alta frecuencia de la parte imaginaria de las funciones de Green tienen un crecimiento similar *vs.* la frecuencia (Sánchez-Sesma *et al.*, 2011). Salinas *et al.* (2014) indicaron que un campo totalmente difuso, como el asociado a microtemores en un medio estratificado, tiene este comportamiento típico, el cual es la firma de un campo difuso cuya iluminación es 3D, que incluye tanto las ondas de cuerpo como las ondas de superficiales. Un enfoque analítico basado en la integración de contorno y la aplicación del teorema de residuos de Cauchy permitió separar las contribuciones de las ondas de cuerpo y de superficie en los  $H/V$  teóricos (Piña-Flores, 2015). En los resultados de este trabajo se observa que la forma del cociente  $H/V$  calculado solo con la contribución de ondas superficiales también tiene la forma característica de una iluminación 3D, y la forma del cociente con la contribución únicamente de las ondas de cuerpo presenta una forma similar a una iluminación vertical 1D.



### 3.1. Cálculo de $H/V$ a partir de campos difusos

El cociente espectral  $H/V$  se calcula a partir de la raíz cuadrada del cociente de las densidades de energía direccionales,  $E$ , de los movimientos horizontales entre el movimiento vertical:

$$[H/V](\mathbf{A}; \omega) = \sqrt{\frac{E_1(\mathbf{A}; \omega) + E_2(\mathbf{A}; \omega)}{E_3(\mathbf{A}; \omega)}}, \quad (3.1)$$

donde  $E_i(\mathbf{A}; \omega)$  es la densidad de energía en la dirección  $i$  en el punto  $\mathbf{A}$  (con  $i = 1, 2$  y  $3$ ); los subíndices 1 y 2 se refieren a las dos direcciones horizontales, y 3 a la dirección vertical;  $\omega$  es frecuencia angular.

Esta expresión también puede escribirse expresando las densidades de energía direccionales en términos de los promedios de las autocorrelaciones del desplazamiento en el dominio de la frecuencia, cuando fuente y receptor se encuentran en el mismo punto, de la siguiente manera:

$$[H/V](\mathbf{A}; \omega) = \sqrt{\frac{\langle u_1(\mathbf{A}; \omega)u_1^*(\mathbf{A}; \omega) \rangle + \langle u_2(\mathbf{A}; \omega)u_2^*(\mathbf{A}; \omega) \rangle}{\langle u_3(\mathbf{A}; \omega)u_3^*(\mathbf{A}; \omega) \rangle}}, \quad (3.2)$$

donde  $u_i(\mathbf{A}; \omega)$  es el desplazamiento en la dirección  $i$  en el punto  $\mathbf{A}$  (con  $i, j = 1, 2$  y  $3$ ); los ángulos  $\langle \cdot \rangle$  significan promedio.

Bajo la suposición de que el campo es difuso, en el cual el campo de ondas contiene todos los tipos de ondas elásticas, se ha propuesto una teoría para el cociente espectral  $H/V$  empleando los promedios de las autocorrelaciones de la respuesta en las dos direcciones horizontales y la vertical en los puntos de observación, las cuales son proporcionales a la parte imaginaria de la función de Green en el punto de observación (ver eq. (3.3)), y es una medida de la energía inyectada al medio por la fuerza aplicada (ver Sánchez-Sesma *et al.*, 2011, para más detalles). Esta teoría une las densidades de energía promediadas con la función de Green en 3D y considera la relación  $H/V$  como una propiedad intrínseca del medio.

$$\begin{aligned} E_1(\mathbf{A}; \omega) &\propto \langle u_1(\mathbf{A}; \omega)u_1^*(\mathbf{A}; \omega) \rangle \propto \text{Im}[G_{11}(\mathbf{A}, \mathbf{A}; \omega)], \\ E_2(\mathbf{A}; \omega) &\propto \langle u_2(\mathbf{A}; \omega)u_2^*(\mathbf{A}; \omega) \rangle \propto \text{Im}[G_{22}(\mathbf{A}, \mathbf{A}; \omega)], \\ E_3(\mathbf{A}; \omega) &\propto \langle u_3(\mathbf{A}; \omega)u_3^*(\mathbf{A}; \omega) \rangle \propto \text{Im}[G_{33}(\mathbf{A}, \mathbf{A}; \omega)], \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde  $G_{ii}(\mathbf{A}, \mathbf{A}; \omega)$ , sin usar la convención de suma que sugieren los subíndices repetidos, es la función de Green cuando fuente y receptor coinciden en el punto  $\mathbf{A}$ , es decir, el desplazamiento en la dirección  $i$  en el punto  $\mathbf{A}$  debido a una carga armónica unitaria aplicada en la dirección  $i$  en el mismo punto (con  $i = 1, 2$  and  $3$ );  $\text{Im}$  es la parte imaginaria.

Teniendo en cuenta las aproximaciones de la ec. (3.3), el cociente  $H/V$  puede escribirse como (Sánchez-Sesma *et al.*, 2011):

$$[H/V](\mathbf{A}; \omega) = \sqrt{\frac{\text{Im}[G_{11}(\mathbf{A}, \mathbf{A}; \omega)] + \text{Im}[G_{22}(\mathbf{A}, \mathbf{A}; \omega)]}{\text{Im}[G_{33}(\mathbf{A}, \mathbf{A}; \omega)]}}, \quad (3.4)$$

que lo muestra como una cantidad intrínsecamente dependiente del sistema físico sin referencia a las fuentes de las excitaciones.

## 3.2. $H/V$ en la Ciudad de México calculados con campos difusos generalizados

En este estudio se calcularon los cocientes espectrales  $H/V$  para todas las ubicaciones de las estaciones de la RACM. Los datos empleados fueron los CDG de cada estación de la Red. La normalización de cada registro se realizó siguiendo el criterio de energías unitarias, en el cual la suma de las energías de las tres direcciones de registro, en cada ventana, se hace igual a uno. El promedio espectral de las ventanas es posterior. Así para el cálculo de  $H/V$  con los datos de la Red, se empleó una expresión equivalente a la ec. (3.2):

$$[H/V](\mathbf{x}; \omega) = \sqrt{\frac{\langle |NS(\mathbf{x}; \omega)|^2 \rangle + \langle |EW(\mathbf{x}; \omega)|^2 \rangle}{\langle |VE(\mathbf{x}; \omega)|^2 \rangle}}, \quad (3.5)$$

donde  $\langle |NS(\mathbf{A}; \omega)|^2 \rangle$ ,  $\langle |EW(\mathbf{A}; \omega)|^2 \rangle$  y  $\langle |VE(\mathbf{A}; \omega)|^2 \rangle$  son los promedios de las autocorrelaciones en el dominio de la frecuencia de los registros en las direcciones  $NS$  (Norte-Sur),  $EW$  (Este-Oeste) y  $VE$  (Vertical), respectivamente, en el punto de observación  $\mathbf{x}$ .

La Figura 3.2 muestra un mapa del Valle de México con la ubicación de las estaciones de la RACM y la forma del cociente espectral  $H/V$  para cada una. Puede observarse que las formas de los  $H/V$  en Zona de Lago, calculados con los CDG, tienen la forma característica de una iluminación 3D como se discute en (Salinas *et al.*, 2014) y como fue planteado en la sección 3, al igual que para la Zona de Transición aunque con menores amplitudes, lo que sugiere que en estas dos Zonas el contenido de ondas superficiales en los registros de sismos fuertes es relevante. Por el contrario, las formas de los cocientes  $H/V$  en Zona de Lomas son aplanados en todas las frecuencias y sugiere una iluminación 1D en los registros.

La Figura 3.3 muestra los cocientes  $H/V$  de la RACM calculados con CDG, es decir, con familias de sismos fuertes. Los  $H/V$  se ubicaron en el eje de las ordenadas por zonas geotécnicas (ver Figura 1.1) y dentro de cada zona se organizaron tomando en cuenta la frecuencia del pico máximo de cada traza. De esta manera, se observa que los  $H/V$  de las estaciones ubicadas en Zona I

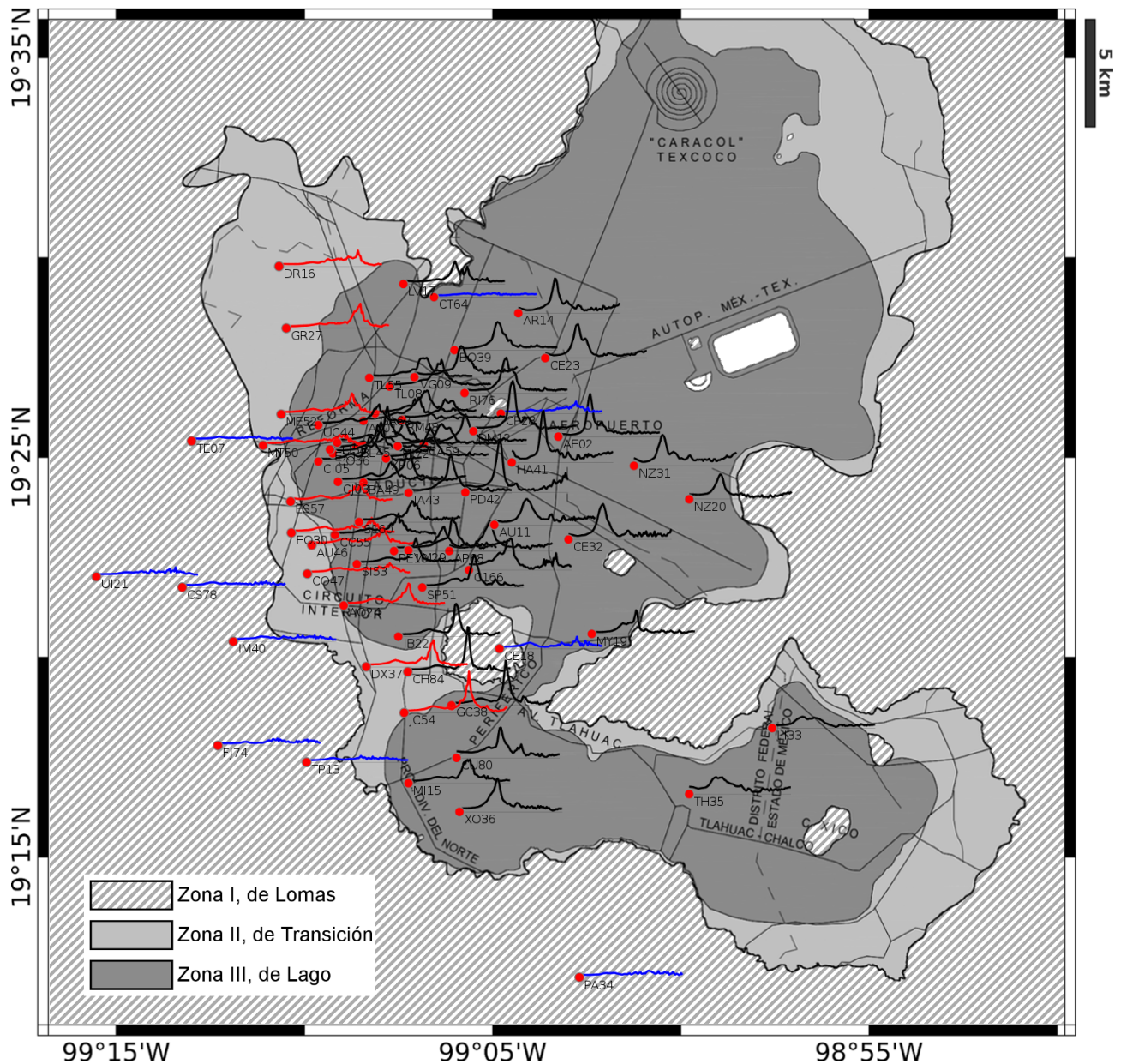


Figura 3.2: Mapa del Valle de México con la delimitación de las principales zonas geotécnicas en que está dividido. En color gris oscuro se resalta la Zona de Lago, con color gris claro se resalta la Zona de Transición y fuera de estos límites se resalta con sombreado la Zona de Lomas. Se superponen las formas de los cocientes espectrales  $H/V$  calculados para todas las estaciones de la RACM, con el total de registros de sismos fuertes de cada estación. Con líneas negras se grafican los  $H/V$  de las estaciones ubicadas en Zona de Lago, con líneas rojas los ubicados en Zona de Transición y con líneas azules los ubicados en Zona de Lomas. Para cada diagrama el eje de las abscisas es frecuencia logarítmica en un intervalo de 0.01 a 10 Hz, y el eje de las ordenadas es lineal y corresponde a la amplitud, la cual está normalizada con respecto a la amplitud máxima del conjunto de  $H/V$ s.

tienen formas aplanadas, en las que es difícil distinguir una frecuencia dominante; en las estaciones ubicadas en Zona II, el intervalo de períodos dominantes está entre 0.5 s y 1.2 s; finalmente, en la Zona III, el intervalo de períodos dominantes está entre 1.2 s y 5 s.

El notorio pico en los  $H/V$  de las estaciones localizadas en las Zonas II y III, se debe probablemente al alto contraste de impedancias entre los sedimentos superficiales y la estructura que le subyace. El caso contrario se observa en las estaciones localizadas en la Zona I, lo que puede explicar las formas aplanadas del cociente (Bard, 1999).

### **3.3. $H/V$ calculados con ruido sísmico ambiental vs. campos difusos generalizados**

Con la finalidad de tener medidas de comparación de los resultados obtenidos empleando CDG, tanto en el caso de los cocientes espectrales  $H/V$  como en el de las correlaciones cruzadas entre estaciones (visto en las secciones 5.1.1 y 5.1.2), se llevó a cabo la medición de un mes de RSA en ocho estaciones de la RACM.

#### **3.3.1. Campaña de medición de ruido sísmico ambiental**

Entre el 19 de marzo y 24 de abril del año 2014, se emprendió una campaña de medición de RSA en colaboración con el CIRES, en ocho estaciones de la RACM: AU11, CJ03, JA43, LI33, LV17, MY19 (localizadas en Zona III, de Lago), DX37 (localizada en Zona II, de Transición) y TP13 (localizada en Zona I, de Lomas), y cuya localización puede observarse en la Figura 1.1.

Los equipos empleados fueron Guralp de banda ancha, propiedad del Instituto de Ingeniería de la UNAM, los cuales grabaron en promedio un mes de RSA con una frecuencia de 100 mps. Los modelos de los instrumentos empleados en cada estación se muestran en la Tabla 3.1.

#### **3.3.2. Comparación de $H/V$**

El acondicionamiento de las señales de RSA previo al procedimiento del cálculo del cociente espectral  $H/V$ , consistió en: (1) corrección instrumental; (2) corrección de línea base; (3) filtro pasabanda entre 0.1 y 20 Hz; y finalmente, (4) normalización espectral de las señales en la cual el espectro de cada dirección se dividió entre la suma de las energías potenciales de las tres direcciones (dos horizontales y una vertical) en cada estación; como resultado se obtiene energía unitaria de la suma de las amplitudes espectrales de las tres direcciones. Esta normalización se seleccionó por tratarse de un cociente que involucra el movimiento de las dos direcciones horizontales entre el vertical.

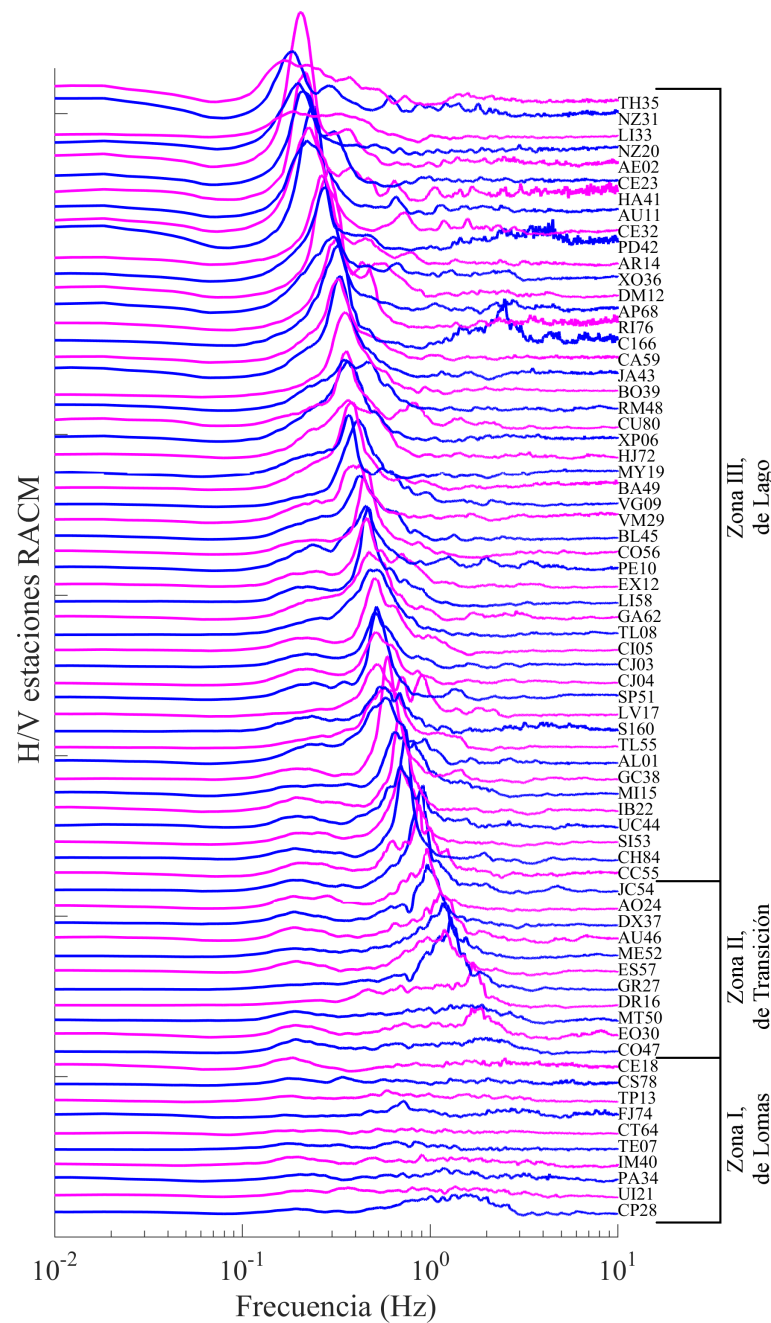


Figura 3.3: Cocientes espectrales  $H/V$  de la RACM, calculados con familias de sismos fuertes registrados en cada estación. Las trazas corresponden al cociente de cada estación y están organizadas según la zona geotécnica donde se encuentran. Dentro de cada zona geotécnica, las trazas se organizaron tomando en cuenta la frecuencia del pico máximo. Al final de cada traza se encuentra el nombre de la estación a la que pertenece.

Tabla 3.1: Instrumentos empleados en la medición de RSA.

Estación	Sensor			Digitalizador
	Modelo	Serial	Periodo de corte (s)	
AU11	GURALP CMG-40T	T4291	40	A2490
CJ03	GURALP CMG-40T-1	T4T98	40	A3327
DX37	GURALP CMG-40T	T4Q75	40	A1541
JA43	GURALP CMG-40T-1	T4U04	40	A3330
LI33	GURALP CMG-40T-1	T4U13	40	A3332
LV17	GURALP CMG-40T	T4R21	40	A2494
MY19	GURALP CMG-40T-1	T4U00	40	A3331
TP13	GURALP CMG-40T	T4S31	40	A2492

En la Figura 3.4 se presentan los  $H/V$  calculados con un mes de registro de RSA y CDG. En la figura se presenta también la desviación estándar de las amplitudes ( $\sigma_a$ ) del  $H/V$  empleando RSA. Debido a que el cociente espectral que se calcula en este estudio es un cociente de promedios de ventanas temporales, la  $\sigma_a$  se calculó relacionando los  $H/V$  de cada hora de registro con el obtenido del mes completo de registro. La  $\sigma_a$  es una medida de la estabilidad del cociente a lo largo del tiempo. Por lo tanto, se concluye que el empleo de pocas horas de RSA para el cálculo del  $H/V$ , arroja valores confiables que pueden ser usados para propósitos ingenieriles.

La  $\sigma_a$  empleando CDG no fue calculada debido a que existe una alta diversidad de formas espectrales proveniente de cada sismo, y que son las que contribuyen a obtener la forma del cociente final. La evaluación del cociente espectral  $H/V$  calculado con cada registro independiente no representaría una medición confiable, más sí el conjunto de ellos como puede verse en la Figura 3.4.

Las señales de RSA están compuestas principalmente por ondas superficiales viniendo de todas las direcciones. Por lo tanto, la notable similitud entre los cocientes espectrales  $H/V$  obtenidos tanto con RSA como con familias de terremotos, nos permite concluir que los registros sísmicos en la Ciudad de México de eventos originados en la zona de subducción mexicana, tienen contribuciones importantes de ondas superficiales generadas localmente, y que el conjunto de estos registros en cada estación presenta características de iluminación 3D capaz de muestrear el medio por el cual viajan, y que por lo tanto los hace aptos para propósitos de tomografía sísmica de ondas superficiales.

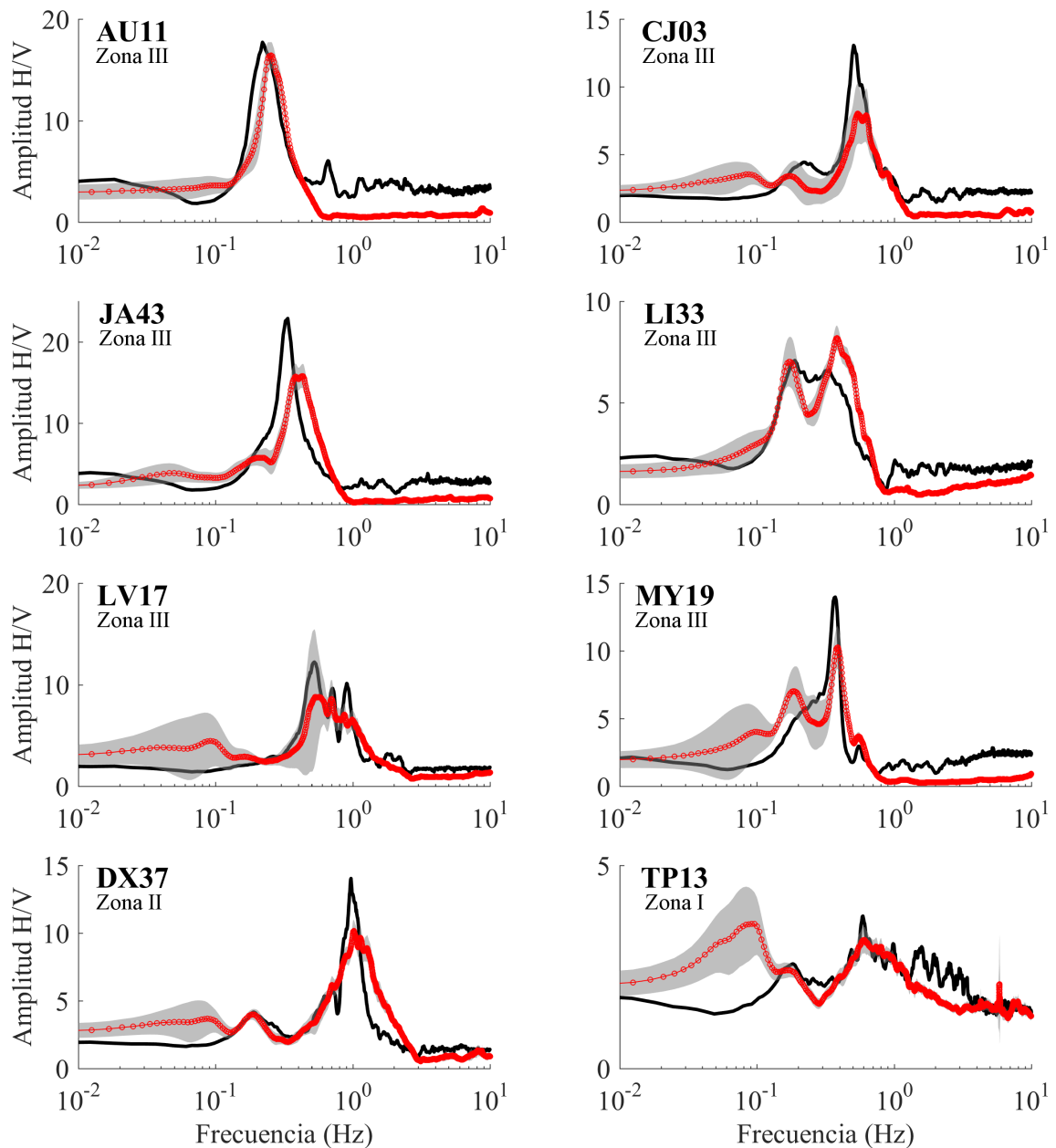


Figura 3.4: Cocientes espectrales  $H/V$  calculados en ocho estaciones de la RACM: AU11, CJ03, JA43, LI33, LV17, MY19 (localizadas en Zona III, de Lago), DX37 (localizada en Zona II, de Transición) y TP13 (localizada en Zona I, de Lomas) (ver Figura 1.1). Con línea negra se grafican los cocientes calculados con campos difusos generalizados (CDG), es decir, con familias de sismos fuertes registrados en cada estación, y con línea roja y círculos se grafican los cocientes empleando un mes de registro de RSA, ambos sin normalizar. La desviación estándar ( $\sigma_a$ ) del  $H/V$  calculado con RSA se indica con sombreado gris.

### 3.3.3. Frecuencia dominante de los $H/V$ calculados con ruido sísmico ambiental

De acuerdo con Nogoshi y Igarashi (1971), la frecuencia del pico máximo del cociente  $H/V$  calculado para un sitio coincide con la frecuencia fundamental de resonancia del mismo lugar, con base en la coincidencia entre este cociente y la curva de elipticidad de las ondas de Rayleigh las cuales predominan en la componente vertical del movimiento (Bard, 1999).

En la Tabla 3.2 se muestran las frecuencias dominantes ( $f_d$ ) de los sitios donde se localizaron las estaciones que midieron el RSA, medidas a partir del cociente espectral  $H/V$  calculado con dichos datos. También se consignan las desviaciones estándar de la frecuencia dominante ( $\sigma_{f_d}$ ), calculadas a partir de la relación de las  $f_d$  de cada hora de registro con la obtenida del mes completo de registro.

Tabla 3.2: Frecuencia dominante ( $f_d$ ) y desviación estándar  $\sigma_{f_d}$  de los cocientes espectrales  $H/V$  calculados con RSA.

Estación	frecuencia dominante ( $f_d$ ) (Hz)	$\sigma_{f_d}$
AU11	0.25	0.018
CJ03	0.55	0.030
DX37	1.00	0.017
JA43	0.39	0.035
LI33	0.17	0.010
LV17	0.53	0.045
MY19	0.18	0.078
TP13	0.60	0.052

Los valores de  $\sigma_{f_d}$  (Tabla 3.2) indican la estabilidad del  $H/V$  en la Ciudad de México. Por lo tanto, se ratifica lo concluido en la sección 3.3.2, que con pocas horas de medición de RSA para el cálculo de este cociente, se obtienen valores confiables tanto para la amplitud como para la  $f_d$  de un sitio que pueden ser usados para propósitos ingenieriles.

En la Figura 3.5 se presentan como ejemplo los cocientes espectrales  $H/V$  en la estación JA43 de la RACM calculados con cada hora de registro de RSA independiente, y el obtenido con el mes completo de registro.



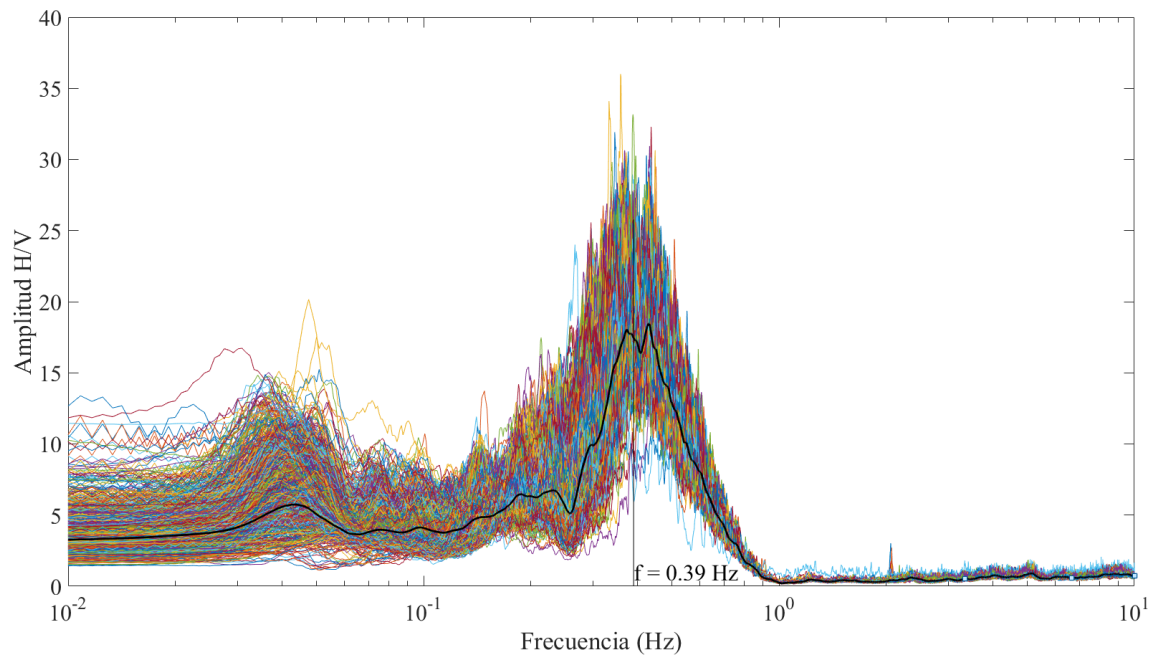


Figura 3.5: Cocientes espectrales  $H/V$  de la estación JA43 de la RACM. Las trazas de colores en el fondo corresponden a los  $H/V$  calculados con cada hora de registro de RSA independiente. Al frente con línea gruesa negra se grafica el  $H/V$  calculado con el total del registro de un mes de RSA. Se indica la ubicación de la frecuencia dominante en 0.39 Hz.



---

## Capítulo 4

# Análisis de las densidades de potencia espectral en el dominio frecuencia-número de onda ( $f$ - $k$ )

Derivado del proceso de asignación de tiempo absoluto a los eventos sísmicos registrados por la RACM, se consideró conveniente calcular las densidades de potencia espectral en el dominio frecuencia-número de onda ( $f$ - $k$ ) de algunos eventos sísmicos registrados por la RACM.

El análisis espectral  $f$ - $k$  de un conjunto de registros sísmicos capturado por una red de estaciones debido un evento determinado, provee información de la dirección de propagación de las ondas sísmicas, velocidad de fase y amplitud espectral, según su frecuencia.

Con este propósito, en las décadas de 1960 y 1970 se difundió ampliamente el uso de redes sísmicas de gran apertura, diseñadas para la detección óptima de eventos regionales y telesísmicos. Dos ejemplos son los proyectos *Large Aperture Seismic Array* (LASA) y *Norwegian Seismic Array* (NORSAR). LASA, ubicado en Montana (EE.UU.), era un conjunto de 525 sismómetros de corta duración que cubrían un radio de 100 km por grupos de 25 sensores dispuestos concéntricamente. En cada grupo, los sensores estaban igualmente distribuidos en un área de 3.5 km de radio (Green *et al.*, 1965). NORSAR, instalado en 1968 en el norte de Noruega, consistió en un arreglo de 132 sismómetros de corto período y cubrió un radio de 50 km. Al igual que en estos dos arreglos donde solo se registró la componente vertical del movimiento, el uso posterior de arreglos sísmicos de un solo componente ha sido muy útil para la detección de la primera llegada y para la identificación de las velocidades de fase y direcciones aparentes de los campos de ondas incidentes. En Ringdal y Husebye (1982) se encuentra una revisión detallada de estos proyectos. A partir de estas primeras experiencias, se han propuesto diversas teorías para caracterizar el movimiento en términos de estimadores de densidad de potencia en el dominio  $f$ - $k$ .

En general, se supone que el movimiento registrado por una red de estaciones es un proceso

aleatorio estacionario con media cero y desviación estándar  $\sigma$ . Cuando el movimiento es coherente, la varianza del proceso es un buen estimador de la densidad espectral de potencia (Yaglom, 1962). Sin embargo, la resolución de este estimador se pierde rápidamente cuando la coherencia de los registros disminuye. Por lo tanto, los estimadores de alta resolución han recibido más atención. Uno es el filtro de máxima verosimilitud (Capon, 1969; Capon *et al.*, 1967; Kvaerna y Doornbos, 1986), especialmente recomendado para arreglos distribuidos irregularmente.

En el trabajo de Baena-Rivera *et al.* (2017), contenido en el Apéndice B, se presenta el marco teórico del análisis espectral  $f$ - $\mathbf{k}$ , ejemplos sintéticos de aplicación en configuraciones 2D y 3D, y el análisis de un evento sísmico registrado por la RACM. Particularmente, en este estudio se emplea el filtro de máxima verosimilitud de Capon (Capon, 1969) para el cálculo de las densidades espectrales  $f$ - $\mathbf{k}$ .

## 4.1. Densidades de potencia espectral $f$ - $\mathbf{k}$

Los análisis  $f$ - $\mathbf{k}$  teóricos se realizan generalmente para arreglos equiespaciados. No es el caso de la RACM. Por lo tanto, para estimar las transformadas de Fourier espaciales se realizó una adaptación de las ecuaciones para el caso ideal. Se construyeron vectores preestablecidos para el número de onda en la dirección  $x$  ( $k_x$ ) y para el número de onda en la dirección  $y$  ( $k_y$ ), cuyos valores máximos dependen de la distancia mínima entre estaciones. Para el cálculo de cada combinación de  $k_{xi}$  y  $k_{yj}$  (donde  $i$  y  $j$  son cada una de las estaciones en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente), intervienen las coordenadas de todas las estaciones y a su vez el área de influencia de cada una. Esta área de influencia se eligió como el área del círculo cuyo radio es la distancia mínima de la estación en cuestión y el resto de las estaciones.

En la sección *Power Spectral Density* del Apéndice B se presentan las expresiones del método de Capon (Capon, 1969) que fueron empleadas en este estudio para la aplicación del análisis espectral  $f$ - $\mathbf{k}$  tanto en arreglos de estaciones equiespaciados como irregulares.

## 4.2. Descomposición vectorial cinemática

Al suponer que las ondas  $P$  (con polarización longitudinal) y las ondas  $S$  (con polarización transversal) se propagan en un medio 2D, es posible realizar una separación vectorial de los espectros de los componentes Este-Oeste (EW) y Norte-Sur (NS), para obtener espectros  $f$ - $\mathbf{k}$  con polarizaciones longitudinales y transversales con respecto a la dirección entre el epicentro y la red analizada, que en este caso es la RACM. En el plano, la componente longitudinal corresponde al componente horizontal de las ondas de Rayleigh, mientras que el componente transversal corresponde a las ondas de Love, como se discute en Sánchez-Sesma y Campillo (2006).

Para efectuar esta descomposición, se diseñó un filtro de máxima verosimilitud basado en la descomposición cinemática de Helmholtz y el método de Capon. La derivación matemática se encuentra en la sección *Kinematic Decomposition* del Apéndice B.

En la sección *Numerical Example on a 2D Space* del Apéndice B se presentan los resultados del análisis espectral  $f$ - $\mathbf{k}$  de un modelo sintético 2D con un arreglo de estaciones irregular, ante la incidencia de dos ondas planas,  $P$  y  $SV$ , con el objetivo de ver claramente la separación del campo de desplazamientos en las polarizaciones longitudinales (solo hay presencia de onda  $P$ ) y transversales (solo hay presencia de onda  $S$ ).

### 4.3. Representación espectral cinemática

Los espectros de energía resultantes de la descomposición vectorial de los componentes EW y NS en movimientos longitudinales y transversales, de un conjunto de registros sísmicos capturado por una red de estaciones en un evento determinado, pueden ser analizados en una representación espectral cinemática. Esta representación provee información de la dirección de propagación de las ondas sísmicas, velocidad de fase y amplitud espectral, según su frecuencia.

La aplicación de este análisis sobre diferentes ventanas de tiempo de las señales puede revelar las direcciones de propagación de las ondas, desde los primeros arribos que se encuentran en la misma dirección epicentro-red, hasta ondas que se regresan por posibles rebotes que se generan como consecuencia de las interacciones con la geología superficial.

En la sección *Numerical Example on a 3D Alluvial Valley* del Apéndice B se presentan los resultados del análisis espectral  $f$ - $\mathbf{k}$  de un modelo sintético 3D de un valle aluvial en forma de *croissant* con un arreglo equiespaciado, ante la incidencia de ondas planas  $P$ ,  $SV$ , y de Rayleigh. Se construyeron los espectros cinemáticos en los cuales fue posible determinar las características del campo de ondas incidente y sus refracciones y difracciones.

### 4.4. Análisis $f$ - $\mathbf{k}$ de un evento sísmico registrado por la RACM

Se aplicó el análisis espectral  $f$ - $\mathbf{k}$  para el sismo del 20 de marzo de 2012, Mw7.4, cuyo epicentro se localiza en la zona de subducción mexicana y tiene una distancia epicentral con respecto a la Ciudad de México de 355 m. Fue registrado por 60 estaciones de la RACM. El objetivo era averiguar el comportamiento de los campos de ondas incidentes y emitidos dentro del Valle.

Los resultados de este análisis se encuentran en la sección *Analysis of Seismic Data Recorded by MCAN* en el Apéndice B. La coherencia entre los registros reveló la propagación de paquetes de ondas a través del Valle. Se concluyó que desde tiempos tempranos de los sismogramas se presenta

la generación local de ondas superficiales que viajan en direcciones diferentes del campo de ondas incidente.

---

## Capítulo 5

# Tomografía sísmica

La tomografía sísmica es la construcción de imágenes del interior de la tierra, específicamente de la litosfera y el manto superior, a partir del tratamiento de los tiempos de viaje de las ondas sísmicas observadas en estaciones de registro localizadas en el área de interés.

La tomografía sísmica sigue un proceso compuesto por cuatro pasos: (1) representación del área de estudio por un modelo paramétrico inicial; (2) solución del problema directo de predicción de datos; (3) solución del problema inverso de ajuste de parámetros del modelo propuesto, y finalmente; y (4) inversión de la estructura de velocidades sísmicas en profundidad.

En este trabajo se eligió como modelo inicial una parametrización regular para representar la estructura de velocidades sísmicas del Valle de México. En este sentido, el espacio se divide en bloques con propiedades sísmicas uniformes. Todas las celdas tienen el mismo tamaño, que permanece constante para todas las frecuencias de análisis, es decir, la malla no se actualiza a lo largo del proceso de la tomografía.

Para la solución del problema directo de encontrar el camino que la energía sísmica toma entre la fuente y el receptor en un determinado mapa de velocidades, se empleó el técnica Fast Marching Method (FMM) (Rawlinson y Sambridge, 2004; Sethian, 1996; Sethian y Popovici, 1999). Este método corresponde a un algoritmo numérico basado en mallas que resuelve el problema de seguir la evolución de interfaces que avanzan a lo largo de una banda estrecha de nodos. La forma de la banda estrecha se aproxima a la forma del frente de onda de las primeras llegadas, y la idea es extender esto a través de la malla hasta que todos los puntos tengan valores de tiempo de viaje conocidos. Los valores obtenidos son actualizados resolviendo la ecuación eikonal, con base en una plantilla de diferencias finitas y en la satisfacción de una condición de entropía, en la cual la propagación solo puede pasar a través de un punto una vez. La ecuación eikonal establece que la magnitud del gradiente del tiempo de viaje en cualquier punto a lo largo del frente de onda es igual a la lentitud en ese punto.

En el caso del problema inverso se utilizó el método *Subspace Inversion Scheme* (SIS) (Kennett

*et al.*, 1988; Rawlinson *et al.*, 2006; Sambridge, 1990; Williamson, 1990), el cual es un método de gradiente y por ello requiere el ajuste de los parámetros del modelo para satisfacer los datos observados. Este proceso está sujeto a restricciones y regularización que reducen el tamaño del subespacio de soluciones. El propósito de estos métodos de inversión es determinar las perturbaciones del modelo actual para generar un nuevo modelo.

Los pasos (2) y (3), solución de los problemas directo e inverso, se aplican en secuencia y de forma iterativa con la finalidad de ajustar los parámetros del modelo inicial hasta encontrar un modelo solución cuyos datos sísmicos predichos tengan el mejor ajuste con los datos observados en campo o cuando el cambio en la función objetivo llega a ser lo suficientemente pequeño.

En el apéndice C se incluye una revisión bibliográfica sobre la teoría subyacente y la manera de aplicar el FMM y el SIS.

La inversión de la estructura de velocidades sísmicas en profundidad está fuera de los alcances de este trabajo, aunque en la actualidad es objeto de estudio por nuestro equipo de investigación.

## 5.1. Funciones de Green empíricas

Con base en la teoría de campos difusos, en la cual el promedio de las correlaciones cruzadas entre dos observadores sometidos a un campo de ondas difuso puede estimar la FG entre dichos observadores. Este concepto general inicialmente desarrollado en la acústica física, actualmente es aplicado en el campo de la sismología para la caracterización del subsuelo ((Shapiro y Campillo, 2004)). La expresión asociada a este concepto es:

$$\text{Re} \left\langle u_i(\mathbf{A}; \omega) u_j^*(\mathbf{B}; \omega) \right\rangle \propto \text{Im}[G_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{B}; \omega)], \quad (5.1)$$

que se explica con detalle en la sección 2.1 (ver eq. 2.2).

El proceso general que se empleó en este trabajo para el cálculo de la FG del trayecto entre dos estaciones se resume en el diagrama de flujo de la Figura 5.1.

La normalización temporal (ver Figura 5.1) se usa para reducir el efecto de los sismos, irregularidades instrumentales y fuentes de ruido no estacionarias cerca de las estaciones, en las funciones de Green obtenidas de las correlaciones cruzadas y que enmascaran la contribución de señales coherentes de menor amplitud (Bensen *et al.*, 2007). En este trabajo se empleó el 1-bit, en el cual cada muestra de la señal en tiempo se reemplaza por la unidad y se conserva el signo (Campillo y Paul, 2003; Shapiro *et al.*, 2005).

La normalización espectral (ver Figura 5.1) consiste en dividir el espectro de cada señal por una versión suavizada de este, para obtener un espectro donde no hay frecuencias cuyas amplitudes sobresalgan considerablemente a las demás. El objetivo es homogeneizar las amplitudes de



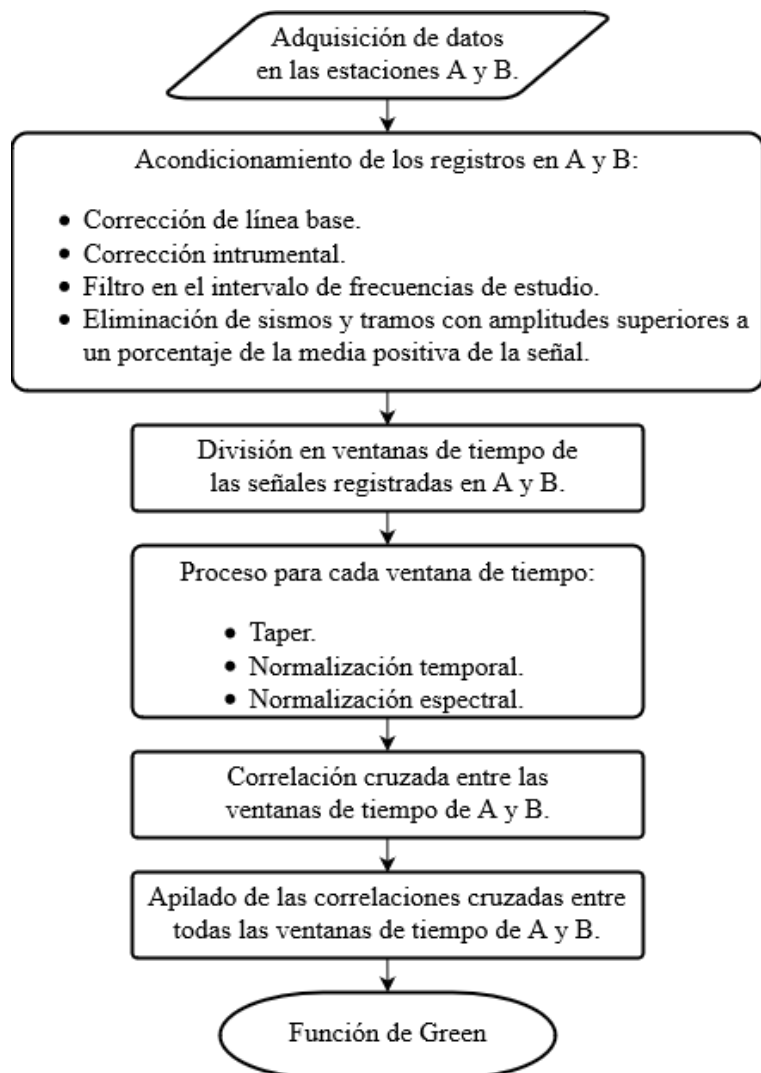


Figura 5.1: Diagrama de flujo del proceso general empleado en este trabajo para el cálculo de la función de Green (FG) empírica del trayecto entre dos estaciones A y B.

los espectros para tener en las correlaciones cruzadas ondas superficiales en una banda ancha de frecuencias, se reduce por lo tanto el efecto de microsismos y de fuentes monocromáticas persistentes en las correlaciones cruzadas, que se evidencian en los espectros de las señales como picos importantes (Bensen *et al.*, 2007).

En el cálculo de las FG empleando tanto RSA como CDG, los cuales son vistos en las secciones 5.1.1 y 5.1.2, respectivamente, no se emplearon todos los pasos del proceso mostrado en la Figura 5.1, debido a que se trata de dos tipos diferentes de señales, a las cuales se le aplicaron procesos particulares que se enuncian en las respectivas secciones.

### 5.1.1. Funciones de Green empíricas empleando campos difusos generalizados

El proceso para la obtención de las FG empleando las familias de sismos registrados por la RACM o CDG se basó en el mostrado en la Figura 5.1. Puesto que la alineación inicial de los registros requirió de ciertos acondicionamientos como corrección de línea base y filtro inicial entre 0.05 y 10.0 Hz, no fue necesario repetir estos pasos. Por lo tanto, el proceso consistió en:

- (1) integración de los registros de aceleración para obtener velocidades;
- (2) filtro pasabanda entre 0.15 y 5.0 Hz con el fin de eliminar tanto ondas de períodos largos que pudieran cubrir la totalidad del Valle, tal es el caso de la onda de Rayleigh de 10 s que se usó para la alineación (ver sección 1.3), como ondas de alta frecuencia atribuidas al ruido electrónico;
- (3) división de cada sismo en ventanas de 5 minutos superpuestas 50 %. La longitud de las ventanas obedeció tanto a las bajas velocidades que se esperaban observar en los depósitos superficiales de la Cuenca, en el intervalo de frecuencias entre 0.2 y 1 Hz, como a la longitud media entre estaciones;
- (4) normalización temporal (1-bit) para equilibrar las amplitudes y rescatar la contribución de señales coherentes de baja amplitud en las FG;
- (5) cálculo de las correlaciones cruzadas entre los pares de estaciones de la RACM aplicando el lado izquierdo de la eq. (5.1) a cada ventana de tiempo; y finalmente,
- (6) Apilado de las correlaciones cruzadas para obtener la FG.

Se calcularon todas las correlaciones cruzadas posibles entre las 70 estaciones que componen la RACM, en el dominio de la frecuencia. En total se obtuvieron 2412 FG, tanto para el tensor de Green asociado a las ondas de Rayleigh, compuesto por  $G_{11}$ ,  $G_{13}$ ,  $G_{31}$ , y  $G_{33}$ , como  $G_{22}$  asociada a las ondas de Love. Los subíndices 1, 2 y 3 corresponden al desplazamiento radial, transversal y vertical, respectivamente. Los desplazamientos radiales y transversales se obtuvieron luego de rotar los sismogramas originales en las direcciones NS y EW.

En las Figuras 5.2 y 5.3 se grafican las  $G_{33}$ , filtradas entre 0.2 y 0.4 Hz, y entre 0.45 y 0.75 Hz, respectivamente, entre los pares de estaciones ubicados en el sector Roma Norte, Zona de Lago, donde la densidad de estaciones es mayor que en el resto del arreglo. En total son 21 estaciones, de las cuales se obtienen 210 FG. En ambas figuras se observa la falta de simetría entre las partes causales y anticausales, y los bajos niveles del *Signal-to-Noise Ratio* (SNR). La razón de esta asimetría se debe a que la iluminación de las estaciones no es rigurosamente isotrópica a pesar de que se ha demostrado que se genera difracción múltiple por la geometría de la cuenca, pero desafortunadamente la duración de las señales no es lo suficientemente larga para que las ondas superficiales emerjan con claridad de las FG. En la Figura 5.2 es posible detectar un pulso característico de ondas superficiales en las trazas, y que corresponde a la onda de Rayleigh de 10 s que fue detectada en los sismogramas. El eje del tiempo se limitó al intervalo (-50,50) para que pudiera observarse con

claridad este pulso. A pesar de que esta onda se filtró en los sismogramas antes de las correlaciones cruzadas, siguen apareciendo rastros de su paso por el arreglo. En la Figura 5.3 no es posible detectar algún pulso común de ondas superficiales en las trazas.

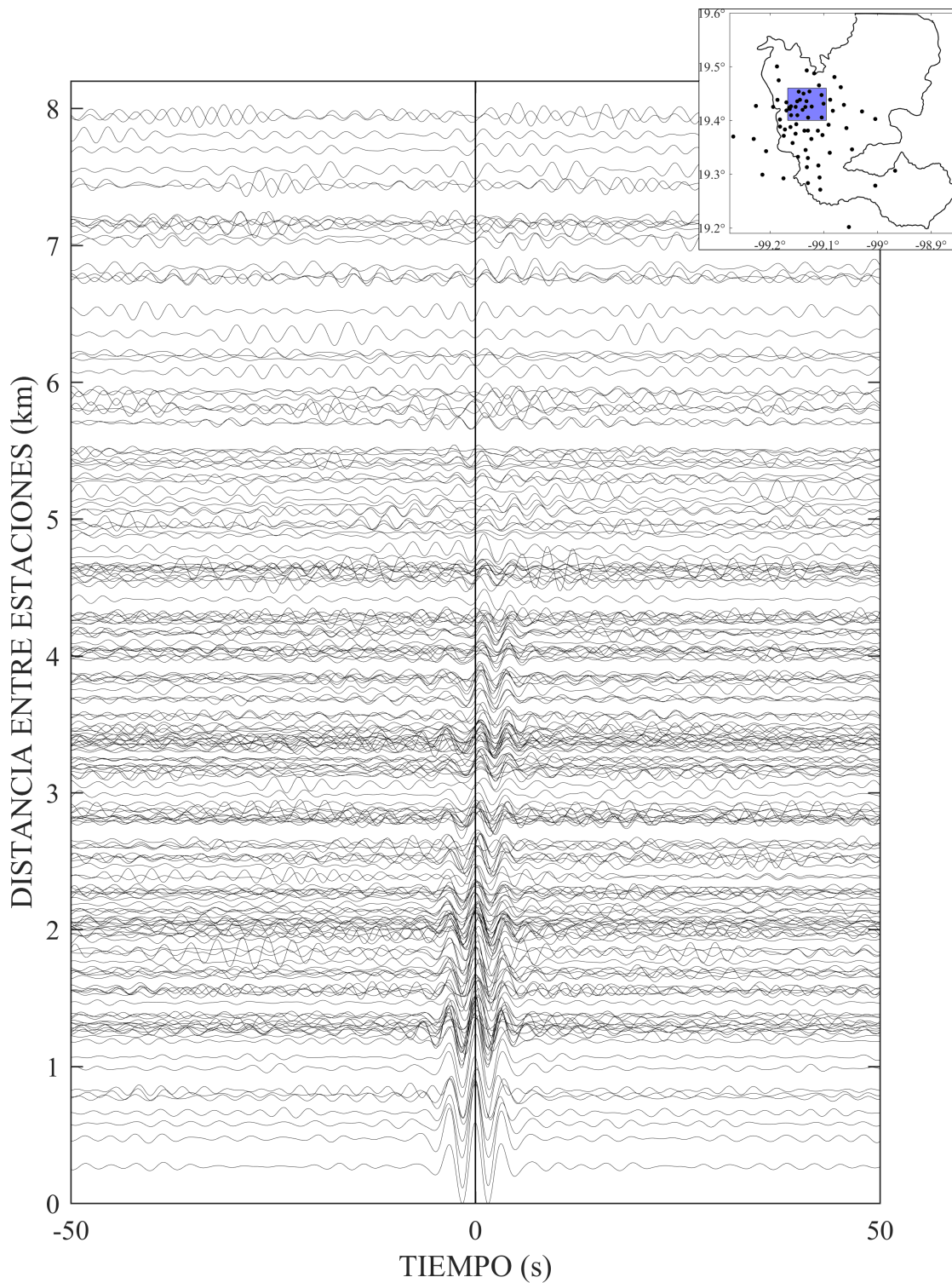


Figura 5.2: Funciones de Green  $G_{33}$  filtradas entre 0.2 y 0.4 Hz, correspondientes a los trayectos entre los pares de estaciones que se encuentran dentro del rectángulo sombreado del mapa de la esquina superior derecha (21 estaciones, 210 FG).

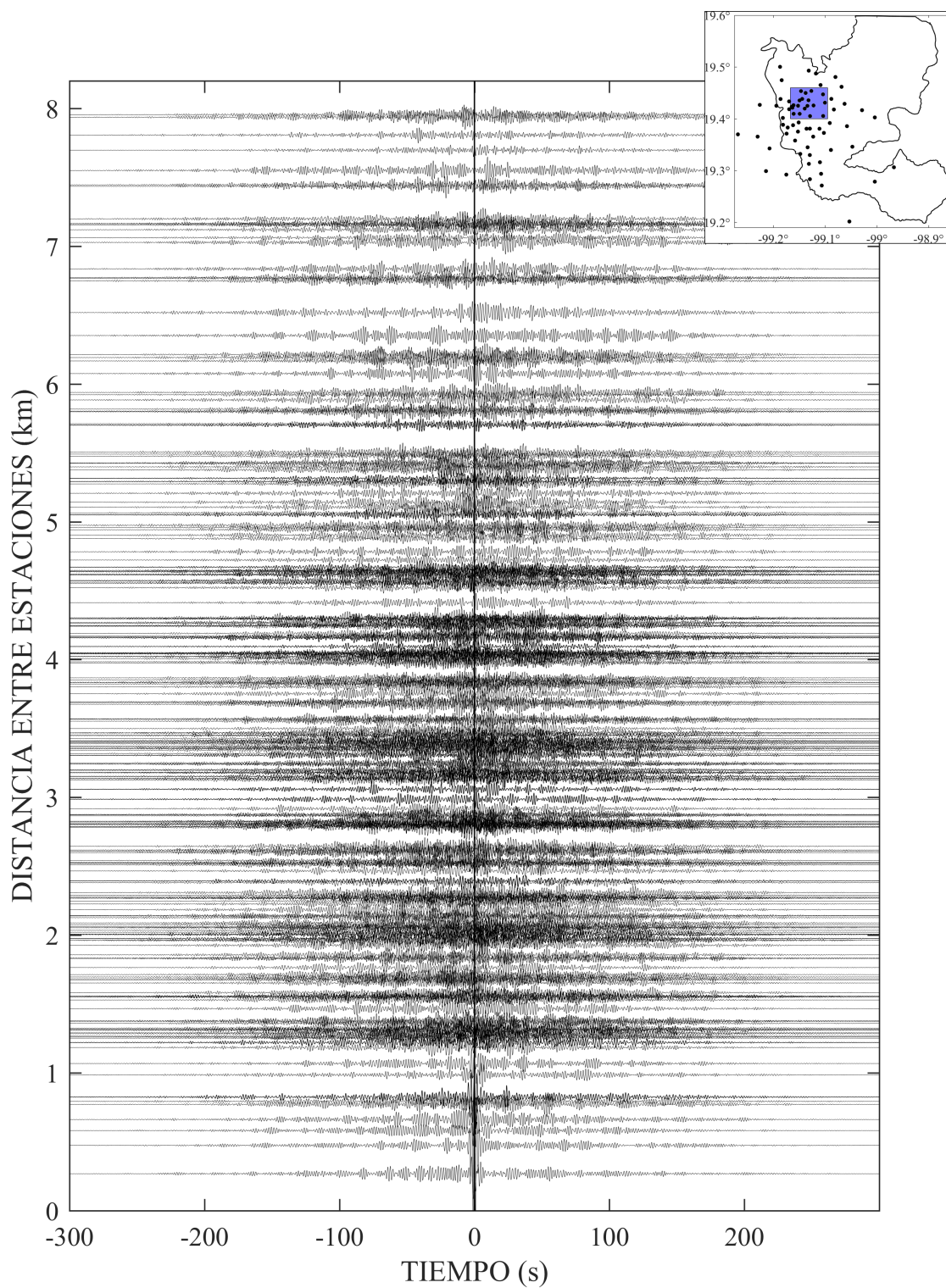


Figura 5.3: Funciones de Green  $G_{33}$  filtradas entre 0.45 y 0.75 Hz, correspondientes a los trayectos entre los pares de estaciones que se encuentran dentro del rectángulo sombreado del mapa de la esquina superior derecha. (21 estaciones, 210 FG).

A menor cercanía entre estaciones, las FG presentan alta coherencia en el tiempo 0, porque son ondas que llegan casi al mismo tiempo a ambas estaciones y se ve como una autocorrelación, como puede observarse en la Figura 5.3 en distancias entre estaciones inferiores a 1 km. En las curvas de dispersión se observa este hecho al tener concentraciones de energía en velocidades muy altas, superiores a los 1000 m/s. Se trató de eliminar este efecto filtrando todos los registros desde origen entre 0.15 y 10 Hz. Además, el intervalo de velocidades de interés es entre 50 y 300 m/s, por lo que las velocidades superiores se descartan ya que pueden corresponder al modo fundamental de la onda de Rayleigh que viaja a través de la corteza.

### 5.1.2. Funciones de Green empíricas empleando ruido sísmico ambiental

A partir de las mediciones de un mes de RSA en ocho estaciones de la RACM (ver sección 3.3.1 para más detalles del experimento), se calcularon también las  $G_{33}$  entre los pares de estaciones posibles.

El proceso para la obtención de las FG empleando las señales de RSA se basó en el mostrado en la Figura 5.1. Los detalles de este proceso son:

- (1) corrección de línea base;
- (2) corrección instrumental;
- (3) filtro pasabanda entre 0.15 y 2.0 Hz;
- (4) eliminación de los sismos ocurridos entre el 19 de marzo de 2014 y el 23 de abril de 2014, con magnitudes superiores a 4.0, con base en la base de datos del SSN. En este lapso ocurrieron los sismos del 18 de marzo de 2014, Mw7.2, y del 19 de marzo de 2014, Mw5.2, ambos al sur de Petatlán, Guerrero;
- (5) eliminación de tramos con amplitudes superiores a ocho veces la media positiva de la señal;
- (6) división de cada registro de una hora en ventanas de 2 minutos;
- (7) normalización temporal (1-bit);
- (8) normalización espectral;
- (9) cálculo de las correlaciones cruzadas entre los pares de estaciones aplicando el lado izquierdo de la eq. (5.1) a cada ventana de tiempo; y finalmente,
- (10) Apilado de las correlaciones cruzadas para obtener la FG.

En la Figura 5.4 (a-d) se muestran las FG calculadas con RSA filtradas en cuatro bandas de frecuencias entre: 0.2 y 1.0 Hz, 0.2 y 0.8 Hz, 0.2 y 0.6 Hz, y 0.2 y 0.4 Hz, respectivamente. Se observa poca simetría entre las partes causales y anticausales, y el nivel del SNR es bajo. Por lo tanto, se deduce la falta de isotropía espacial en las fuentes que iluminaron las estaciones. Puede deberse también a que la duración de los registros sigue siendo escasa para que emerjan y se equilibren las FG. Sin embargo, es posible detectar un pulso correspondiente a las ondas de Rayleigh,

---

el cual es más prominente en las partes anticausales. Este pulso viaja a una velocidad aproximada de 300 m/s y puede asociarse a algún modo superior de las ondas de Rayleigh, al compararlo con las curvas teóricas mostradas en la Figura 5.5 (b). En intervalos de frecuencias superiores no se detectan pulsos comunes entre los pares de estaciones.

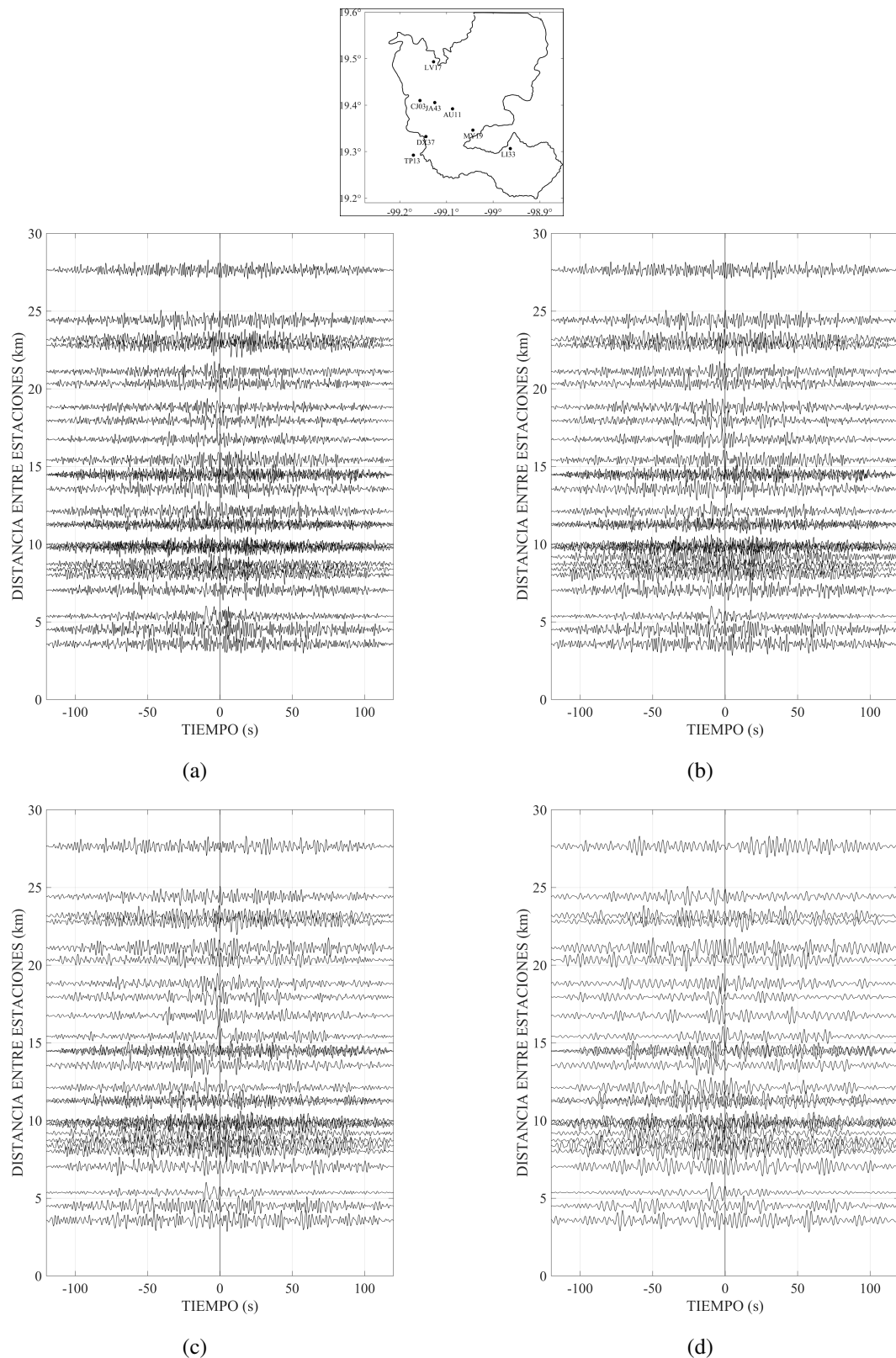


Figura 5.4: Funciones de Green  $G_{33}$  de los trayectos entre los pares de estaciones indicados en el mapa de la parte superior, calculadas con un mes de RSA, filtradas entre: (a) 0.2 y 1.0 Hz, (b) 0.2 y 0.8 Hz, (c) 0.2 y 0.6 Hz, y (d) 0.2 y 0.4 Hz.



## 5.2. Curvas de dispersión de velocidad de grupo de las ondas de Rayleigh

Aun teniendo conocimiento de las deficiencias encontradas en las FG, y de los bajos niveles del SNR, se procedió a extraer de ellas las curvas de dispersión de velocidad de grupo de las ondas de Rayleigh. Se empleó únicamente  $G_{33}$  para este cálculo debido a que presentaba mayor estabilidad ante las demás FG.

Se aplicó la técnica de filtro múltiple (FM) (Dziewonski *et al.*, 1969) a todas las  $G_{33}$  obtenidas, para extraer las curvas de dispersión del trayecto entre cada par de estaciones. Los filtros aplicados a las FG fueron filtros Gaussianos móviles en el dominio de la frecuencia. La expresión para este tipo de filtros es la siguiente,

$$f(\omega_n, \omega) = \exp \left[ -a \left( \frac{\omega - \omega_n}{\omega_p} \right)^2 \right], \quad (5.2)$$

donde  $a$  es un parámetro que controla la pendiente del filtro;  $\omega$  es frecuencia angular;  $n$  es cada uno de los filtros que serán empleados, los cuales se mueven en frecuencia con un paso  $\Delta\omega$ ;  $\omega_n$  es la frecuencia central del filtro Gaussiano; y  $\omega_p$  es la frecuencia característica del filtro que crece en función de  $\omega_n$ . El uso de filtros cuyo  $\omega_p$  crece con  $\omega_n$  se deriva de ejemplos sintéticos donde la construcción de las curvas de dispersión es más precisa que la obtenida con filtros de período constante. En este estudio  $a = \pi$ , y  $\Delta\omega = 0.01$  Hz.

Cada una de las señales filtradas se llevó al dominio del tiempo mediante la aplicación de la transformada inversa de Fourier. Se utilizó la transformada de Hilbert para calcular sus envolventes. Los máximos de estas curvas envolventes corresponden a los tiempos de viaje de paquetes de ondas asociados con cada  $\omega_n$  de filtrado. Por lo tanto, cada envolvente se dividió entre la distancia entre estaciones para obtener la velocidad de grupo de las ondas con frecuencia  $\omega_n$ . Finalmente, se construyeron mapas de contorno dibujando todas las curvas de velocidad de grupo juntas, ubicando cada una en la correspondiente frecuencia  $\omega_n$  a lo largo del eje de las abscisas. Por lo tanto, en estos mapas de contornos, el eje de las abscisas corresponde a frecuencia, y el eje de las ordenadas a velocidad de grupo. Los máximos del mapa de contornos forman las curvas de dispersión del trayecto entre las dos estaciones implicadas.

Es común en este tipo de trabajos que las partes causales y anticausales de las FG se promedien gracias a la simetría que puede haber entre ambas partes, tanto en amplitud como en forma. Promediar ambas partes sin que exista una indudable simetría acarrearía construcciones incorrectas de las curvas de dispersión. Por consiguiente, en este trabajo dicho promedio no se realizó por la notable falta de simetría en las FG y porque ambos lados presentan pulsos importantes, que al momento de promediarse pueden perderse. Se decidió aplicarles el FM de forma independiente. De esta manera,

las curvas de dispersión se seleccionaron comparando cada uno de los dos lados de las FG con la banda de velocidades dictada por las curvas de dispersión teóricas de la velocidad de las ondas de corte ( $V_s$ ) de la estratigrafía de cuatro pozos existentes en la Ciudad, que datan de 1986, uno de ellos se muestra en la Figura 5.5, y también comparándolas entre ellas mismas, entre trayectos de pares de estaciones con distancias y direcciones similares.

La identificación de las curvas de dispersión es una de las cuestiones más importantes en la construcción de tomografías sísmicas. La adecuada selección del mismo modo entre todos los pares de estaciones es crucial para obtener mapas de velocidad confiables. Es común el uso del modo fundamental de las ondas superficiales porque es el más energético, pero estudios previos han observado en el Valle de México que los modos superiores son más dominantes que el fundamental dentro de la Cuenca (Cruz-Atienza *et al.*, 2016; Rivet *et al.*, 2015; Shapiro *et al.*, 2001).

La concordancia entre los desplazamientos máximos en diferentes profundidades de pozos en la Zona de Lago para varios terremotos de subducción, con *eigenfunciones* o formas modales teóricas para los primeros modos de las ondas de Rayleigh en la Cuenca, revela la predominancia de los modos superiores de las ondas superficiales en el Valle (Shapiro *et al.*, 2001). Por lo tanto, el desplazamiento en profundidad decrece más rápidamente para el modo fundamental que para los modos superiores, haciendo ineficaz el transporte de energía a través del modo fundamental de la onda de Rayleigh (Rivet *et al.*, 2015).

De la misma manera, a través de simulaciones de una configuración realista 3D de la Cuenca del Valle de México, Cruz-Atienza *et al.* (2016) encontraron que la respuesta sísmica de la Cuenca está dominada por los modos superiores de las ondas de superficie más que por el modo fundamental que es rápidamente disipado por la atenuación. Aunque la cuenca sedimentaria es altamente disipativa, los modos superiores de las ondas superficiales propician una eficiente propagación de la energía sísmica a través de la cuenca profunda, lo que aumenta la generación y propagación de ondas superficiales, y el incremento de la duración del movimiento del suelo.

Tokimatsu *et al.* (1992) encontraron que en algunos casos de medios estratificados en los que la velocidad de las ondas de corte ( $V_s$ ) varía irregularmente con la profundidad, la dispersión característica observada no corresponde necesariamente al modo fundamental, sino a un modo más alto, o incluso múltiples modos. Ese estudio propuso el uso de una curva de dispersión evidente resultante de la propagación de todos los modos contribuyentes en la inversión de perfiles de  $V_s$  estimados por el método de las ondas superficiales para reducir el problema de no unicidad de la solución.

En esta investigación se ha encontrado que al comparar las curvas de dispersión de velocidad de grupo de ondas de Rayleigh obtenidas a partir del promedio de correlaciones cruzadas de sismos fuertes con las curvas teóricas (Figura 5.5 (b)) para el modelo utilizado para la Cuenca (Figura 5.5 (a)), se observan concentraciones de energía en velocidades cercanas al modo fundamental y los

modos superiores, en el intervalo de frecuencias entre 0.4 y 1.0 Hz. Sin embargo, en muchos casos los niveles de energía de los modos superiores son mayores al del modo fundamental, llegando a opacarlo e incluso puede no apreciarse en absoluto. Esta observación está de acuerdo con lo concluido en el trabajo de Cruz-Atienza *et al.* (2016) para el Valle de México y que fue también señalado por Tokimatsu *et al.* (1992) para otros valles aluviales.

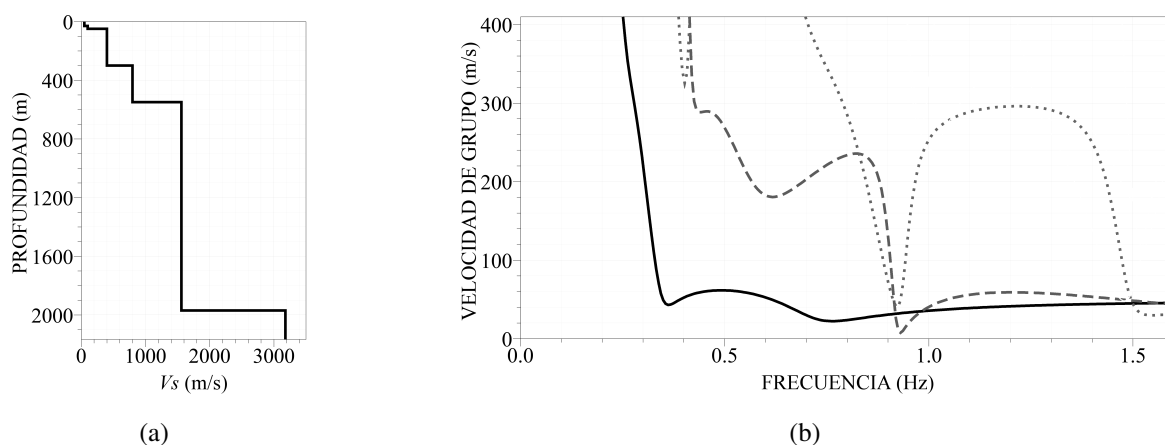


Figura 5.5: Perfil de velocidades de grupo de la onda de corte ( $V_s$ ) para el Valle de México. (a) Perfil de velocidades de corte (datos tomados de Cruz-Atienza *et al.* (2016)). (b) Modo fundamental con línea negra continua, y los dos primeros modos con líneas grises discontinuas y punteadas, respectivamente, de las curvas de dispersión de las ondas de Rayleigh del modelo mostrado en (a).

La propagación del modo fundamental en grandes distancias, en las que las ondas sísmicas cruzan por varios tipos de suelos, puede ser inhibida por: la alta atenuación propia del subsuelo del Valle de México, la atenuación geométrica debida a la alta irregularidad de los estratos, o las fallas geológicas presentes a lo largo de los posibles trayectos de las ondas. Por lo tanto, el modo fundamental se muestra como un modo débil en los mapas de contorno que resultan del FM o no aparece por la falta de redundancia en la propagación de las ondas.

Se ha observado en los resultados de este trabajo que en distancias entre los 2 y 10 km aproximadamente es fácil detectar el modo fundamental. En distancias mayores, los modos superiores son más notables, aunque no son estables entre todos los pares de estaciones. La mayoría de los pares de estaciones con distancias superiores a 15 km aproximadamente, fueron descartados porque no se detectó el modo fundamental. Aunado a esto, algunos pares de estaciones tuvieron pocos registros sísmicos en común, por lo tanto no se presentaron acumulaciones importantes de energía en las velocidades de interés que pudieran permitir la selección de una curva de dispersión veraz.

La selección de las curvas de dispersión se realizó de manera semiautomática, en la que se tuvo autonomía para elegir los intervalos de velocidades y frecuencias donde estaban ubicadas las curvas, y para ajustar en determinados casos las trazas. Se realizó una evaluación minuciosa de cada

mapa de contornos, asegurando la selección únicamente del modo fundamental. Sin embargo, a pesar del cuidado que se tuvo en la selección de las curvas, se admite que es inevitable la posibilidad de haber seleccionado un modo superior. Puesto que el problema del Valle de México ha sido objeto de múltiples estudios, a partir de los cuales se conoce la irregularidad geométrica de la Cuenca, se siguió una guía de lo ya conocido sobre la zonificación geotécnica para la selección de las curvas de dispersión. Además de esto, se seleccionaron curvas de dispersión evidentes, de acuerdo con Tokimatsu *et al.* (1992), conformadas por la contribución de varios modos, guiadas principalmente por el modo fundamental.

Se seleccionaron en total 1445 curvas de dispersión de las 2412 FG disponibles. En la Figura 5.6, se presenta una gráfica con el contorno del Valle de México, las estaciones de la RACM y los 1445 trayectos entre pares de estaciones, de los cuales fueron seleccionadas sus curvas de dispersión.

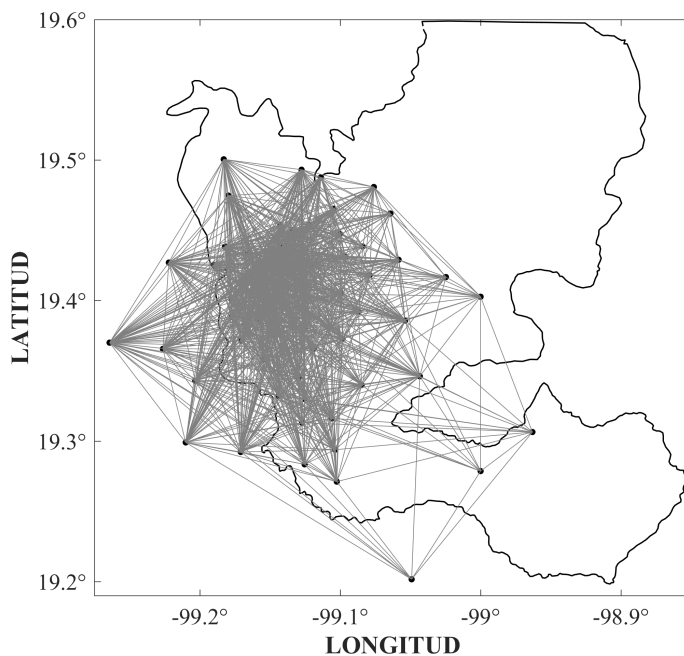


Figura 5.6: Valle de México, con las estaciones de la RACM indicadas con puntos negros. Las líneas grises indican los trayectos rectos entre pares de estaciones, cuyas curvas de dispersión fueron seleccionadas.

En las Figuras 5.7, 5.8, 5.9, y 5.10, se muestran 32 curvas de dispersión evidentes seleccionadas para los trayectos dentro del Valle indicados en cada caso. Aunque las velocidades seleccionadas en el intervalo de frecuencias entre 0.4 y 1.0 Hz son cercanas a las velocidades del modo fundamental de las curvas de dispersión teóricas (Figura 5.5), las curvas de dispersión para la mayoría de los trayectos son aplanadas, es decir, hay poca dispersión.

En algunos mapas de contornos de las Figuras 5.7, 5.8, 5.9, y 5.10, se nota una acumulación de energía en velocidades cercanas a los modos superiores en una banda de velocidades entre 200 y

300 m/s, como sugiere la Figura 5.5.

A pesar de que las curvas se seleccionaron aproximadamente desde 0.1 Hz. En este estudio se consideraron como válidas las frecuencias a partir de 0.2 Hz hasta 1.0 Hz, que corresponde al intervalo de interés. Las bajas frecuencias aparentan no ser verídicas, en primer lugar porque se aplicó un filtro inicial entre 0.15 y 10.0 Hz, y además porque las cortas distancias entre las estaciones no permitiría observar ondas de períodos largos mayores a las distancias entre estaciones.

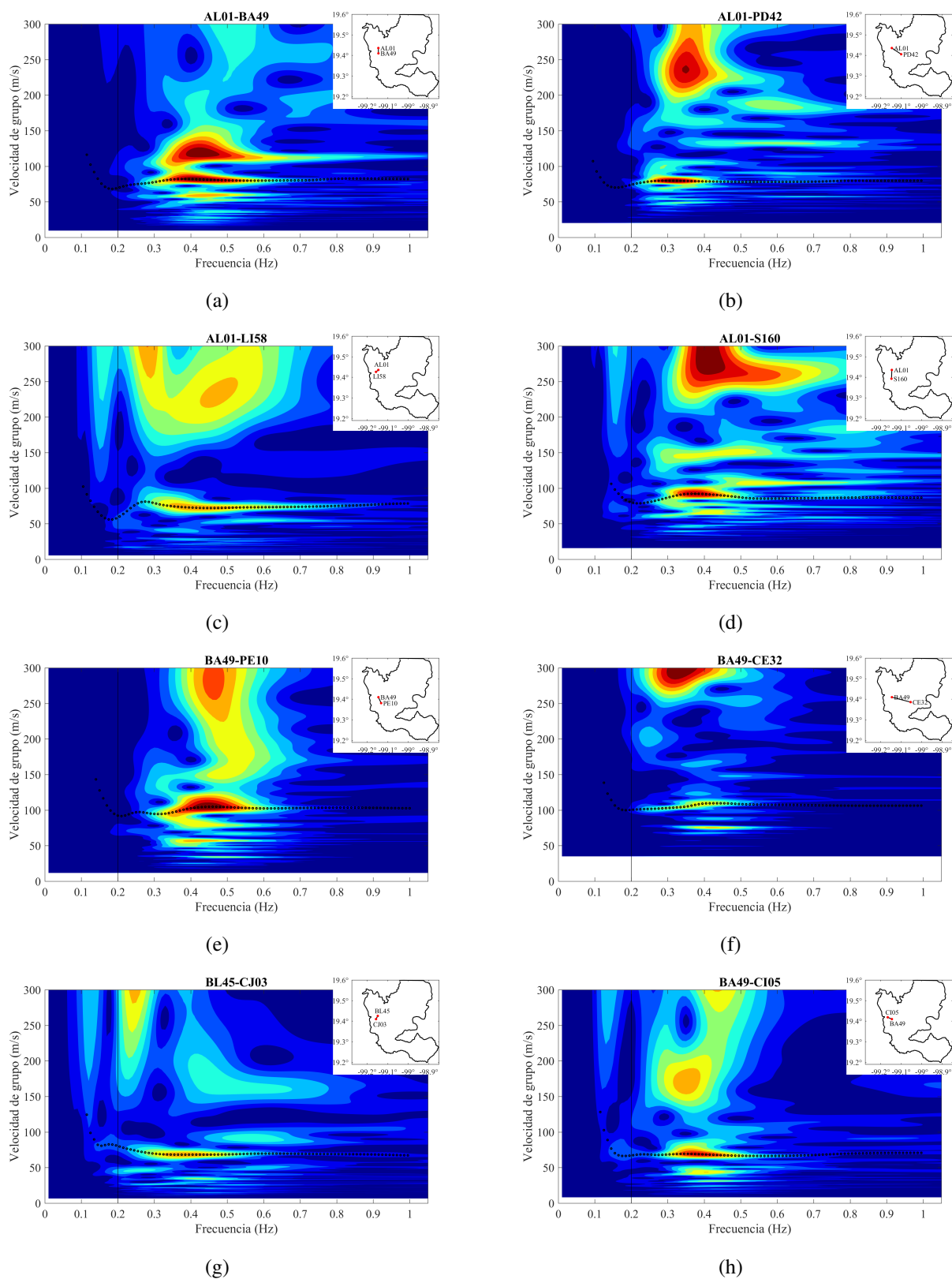


Figura 5.7: Mapas de contorno de las curvas de dispersión de velocidad de grupo de las ondas de Rayleigh, para los trayectos entre estaciones indicados en cada gráfica. El modo fundamental se indica con círculos negros. En la esquina superior derecha de cada gráfica está la ubicación del par de estaciones dentro del Valle de México.

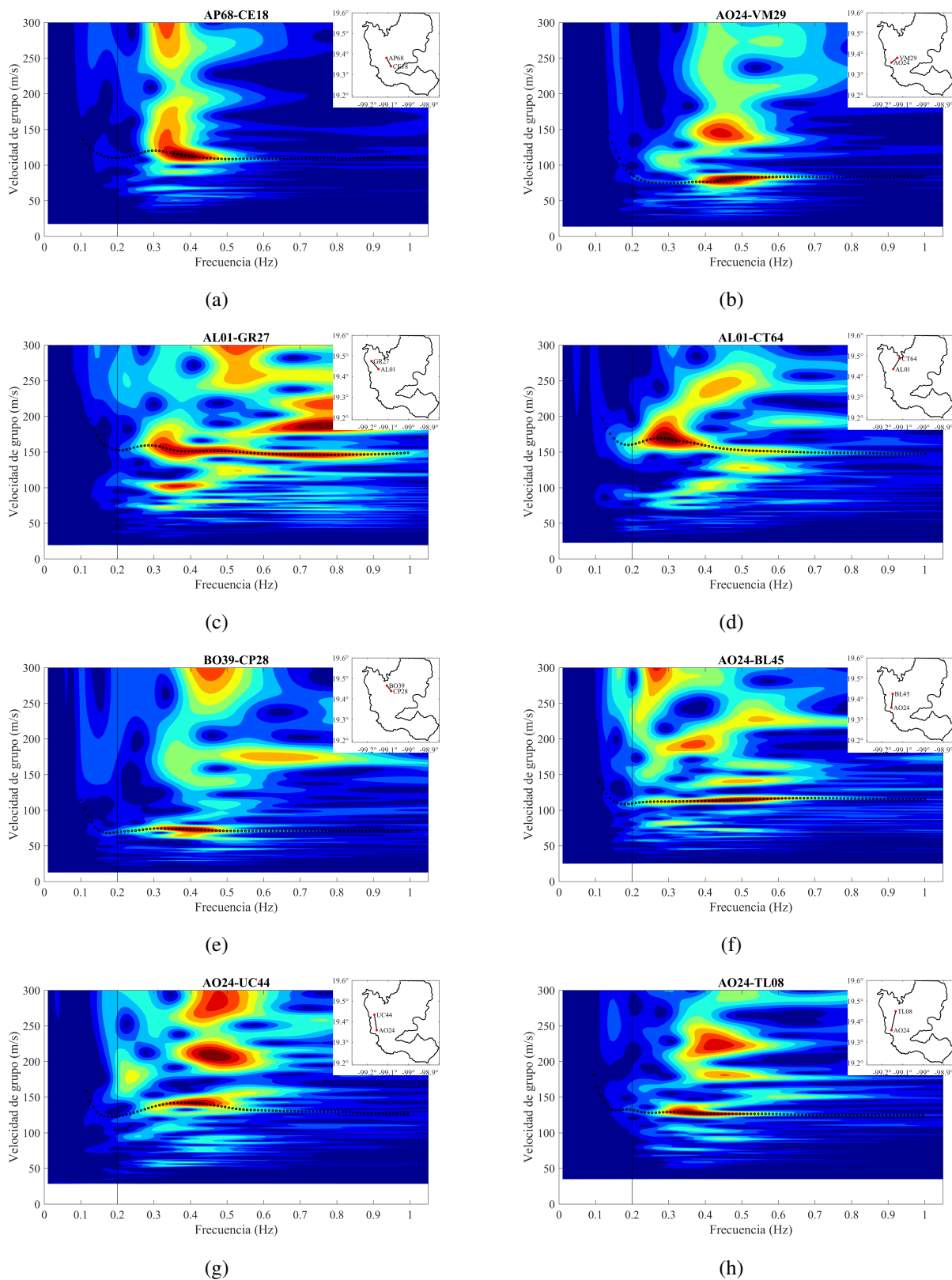


Figura 5.8: Continuación de la Figura 5.7.

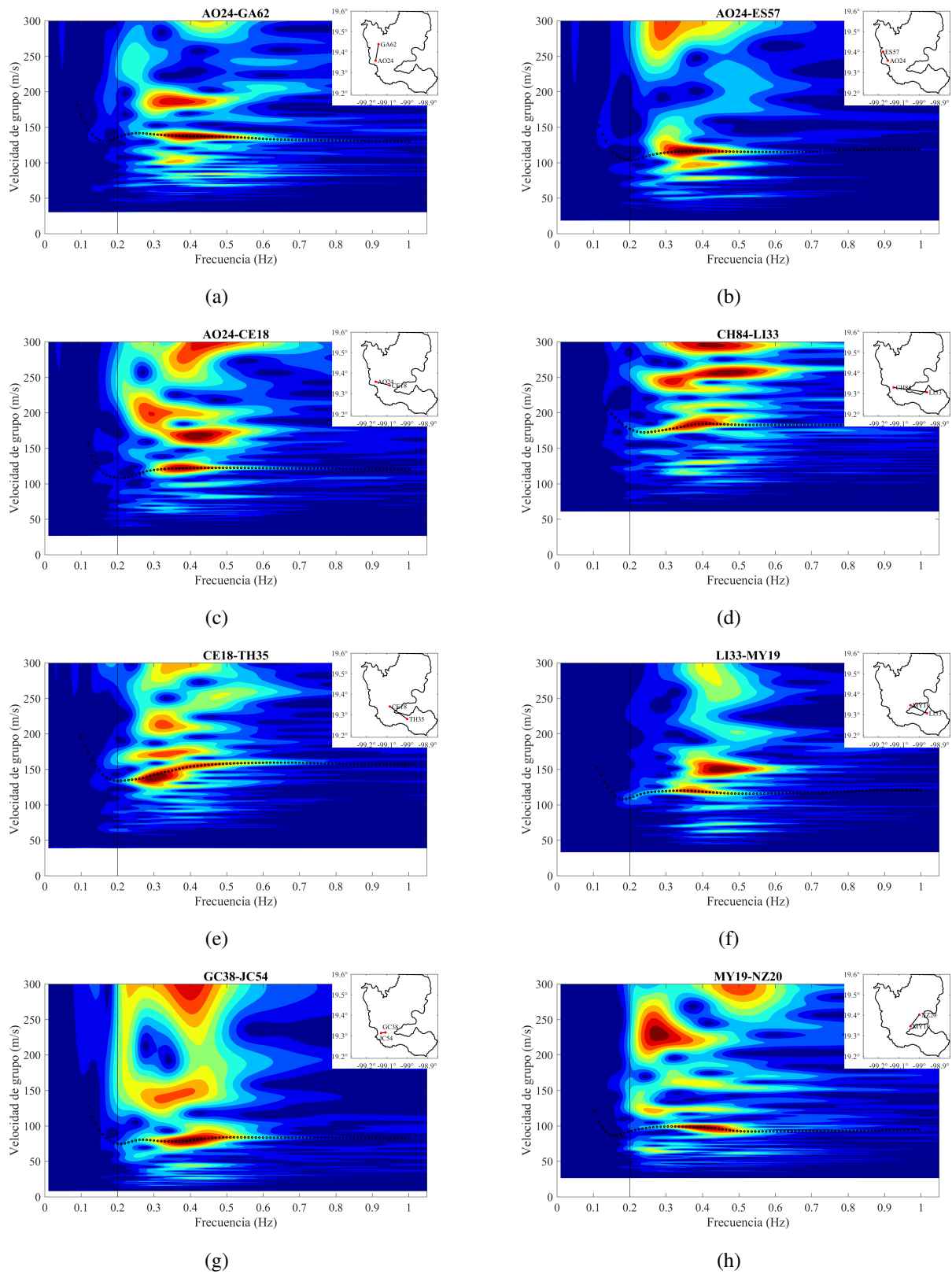


Figura 5.9: Continuación de la Figura 5.7.



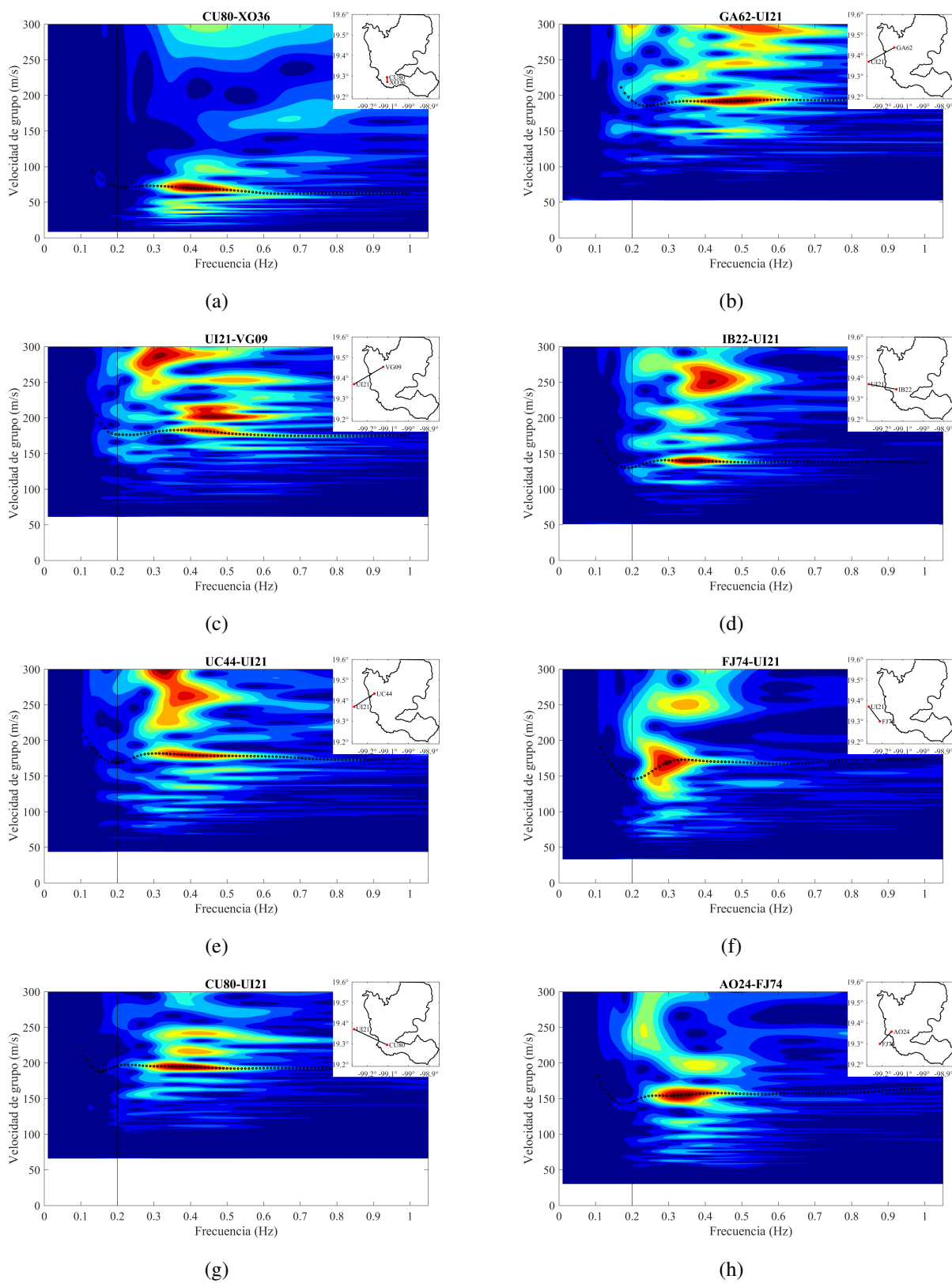


Figura 5.10: Continuación de la Figura 5.7.

### 5.3. Revisión del problema de no-unicidad de la tomografía sísmica

El proceso descrito para la tomografía puede dar lugar al hallazgo de varios modelos que sean solución de los datos observados en campo. Esta condición se conoce como el problema de no-unicidad. Para reducir las posibilidades de aparición de este problema, se han desarrollado técnicas de análisis que evalúan la robustez de la solución. Una de ellas es la prueba de resolución sintética que emplea un modelo heterogéneo de entrada para predecir los datos, con la misma geometría fuente-receptor que se tiene en campo. La robustez de la solución se mide por su estabilidad ante pequeñas perturbaciones, alcanzando a reconstruir el modelo de entrada. Un ejemplo de esta técnica es la prueba de resolución del *checkerboard* que usa un modelo de entrada consistente en un patrón alternado de velocidades altas y bajas. Debido a que los resultados de estas pruebas de resolución sintéticas pueden variar de acuerdo a la estructura de entrada utilizada, es conveniente realizar pruebas con diferentes estructuras para comprobar que la resolución sea consistente.

Los resultados de las pruebas de robustez *checkerboard* en la RACM se muestran en la Figura 5.11 utilizando tres patrones de escala diferentes para la estructura de velocidades. La distribución de las estaciones se puede ver en el fondo. Los resultados muestran en los tres casos que la recuperación de los patrones de velocidad sintética es satisfactoria.

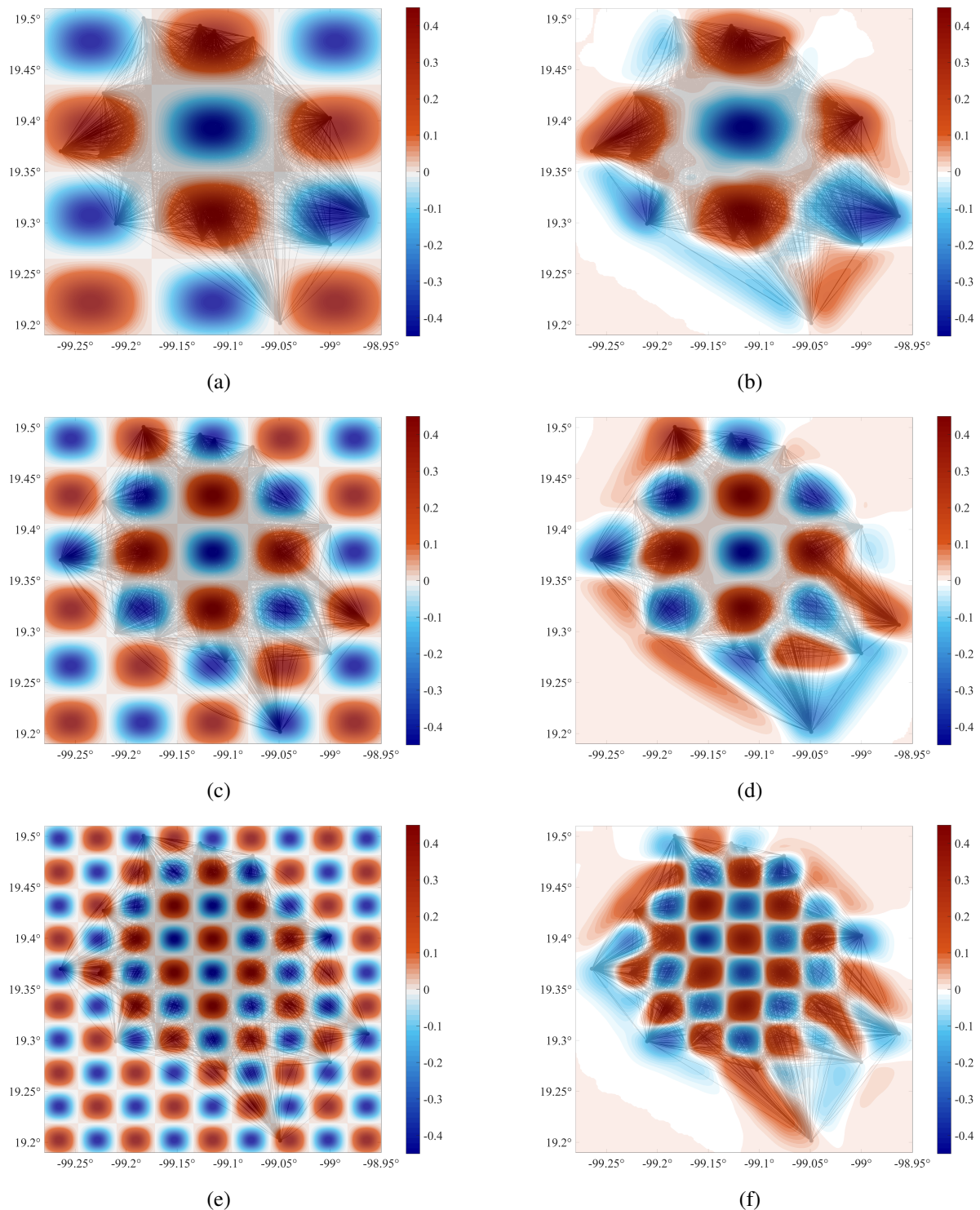


Figura 5.11: Pruebas de robustés *Checkerboard* para la distribución espacial de estaciones de la RACM, empleando cuatro patrones de estructura de velocidades: (a), (c) y (e) modelos de entrada; (b), (d) y (f) modelos recuperados para (a), (c) y (e), respectivamente. Al fondo se encuentra la distribución de estaciones indicadas con puntos negros y los rayos trazados entre ellas con líneas negras.

## 5.4. Tomografía sísmica de ondas superficiales en la Ciudad de México

En las Figuras 5.12 y 5.13, se presentan las tomografías sísmicas para las velocidades de grupo de la onda de Rayleigh para las frecuencias 0.25, 0.50, 0.75, y 1.0 Hz. Son muy similares entre sí por la forma plana de las curvas de dispersión en este intervalo de frecuencias (ver como ejemplo la Figura 5.7).

Las tomografías coinciden con lo observado en trabajos de investigación geotécnicos reconocidos. Se puede detectar zonas de alta velocidad en los cerros de la Estrella Chiquihuite y en la zona poniente del Valle. también se detectan zonas de baja velocidad asociadas indudablemente a los depósitos sedimentarios profundos, principalmente en el suelo cerca del aeropuerto de la Ciudad de México y en la colonia Nezahualcóyotl al oriente de la Ciudad, y en Xochimilco, donde todavía se encuentran remanentes de uno de los lagos que conformaban el gran lago de la Cuenca de México (ver Figura 1). Algunas zonas presentan discordancia con los datos conocidos del Valle como la zona de Tlahuac, esto se debe a la falta de rayos que la cubren.

A pesar de que los registros sísmicos empleados no constituyen *per se* datos idóneos para realizar este tipo de estudios tomográficos, su adecuado procesamiento ha permitido satisfactoriamente revelar aspectos ya conocidos de la cuenca. La resolución que nos permiten los datos es baja, el nivel de detalle no es el mejor, pero nos da paso a confiar en que es posible obtener tomografías más realistas y resolutivas si se cuenta con una red de banda ancha distribuida simétricamente en una cuadrícula, con distancias entre estaciones que no superen los cientos de metros y que cubra la totalidad del Valle. Además, es conveniente que los registros obtenidos sean lo suficientemente largos, superiores a un mes, para permitir que emerjan los pulsos característicos de las ondas superficiales en las FG.

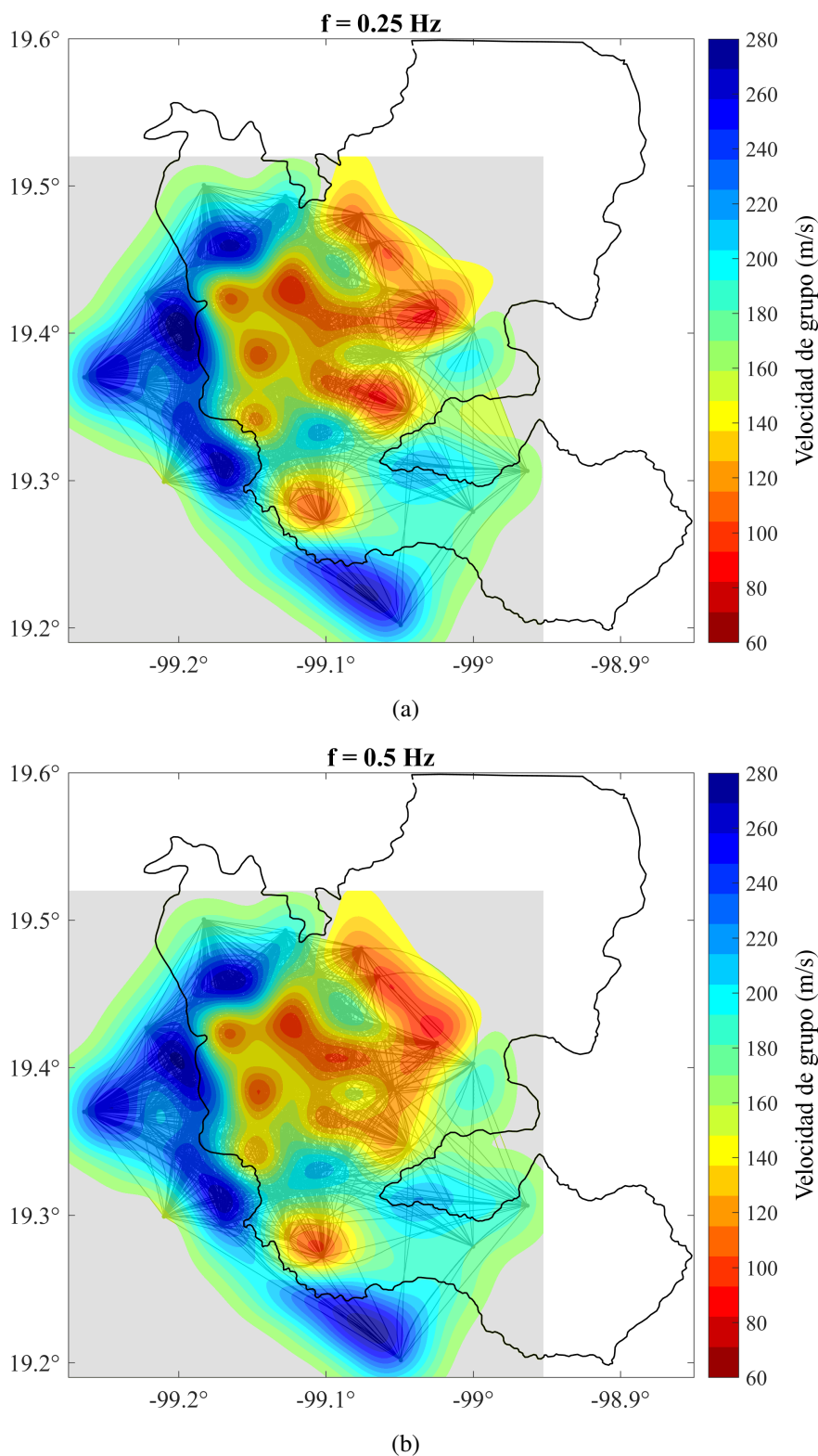
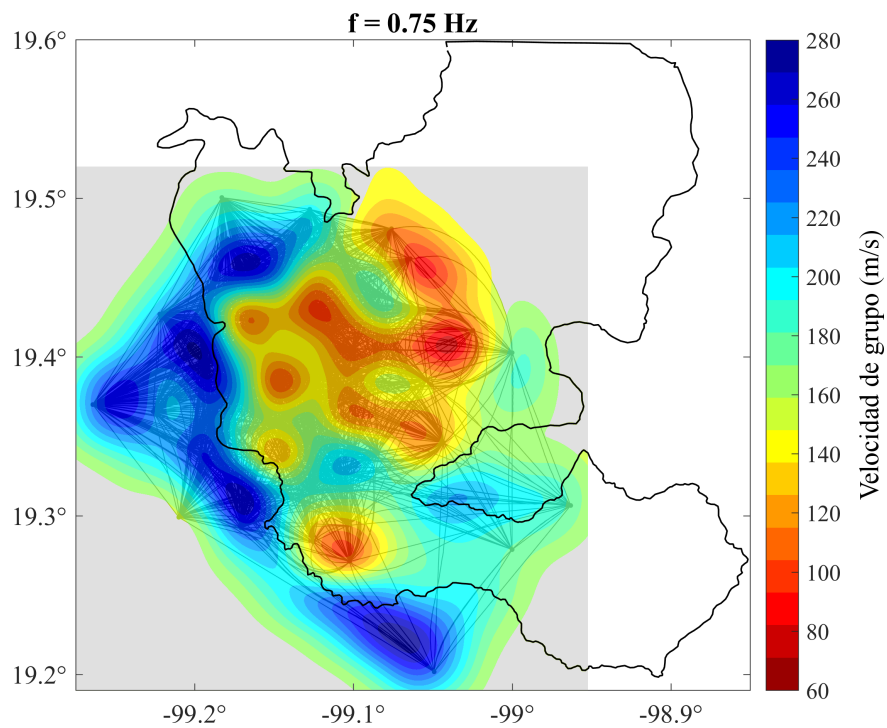
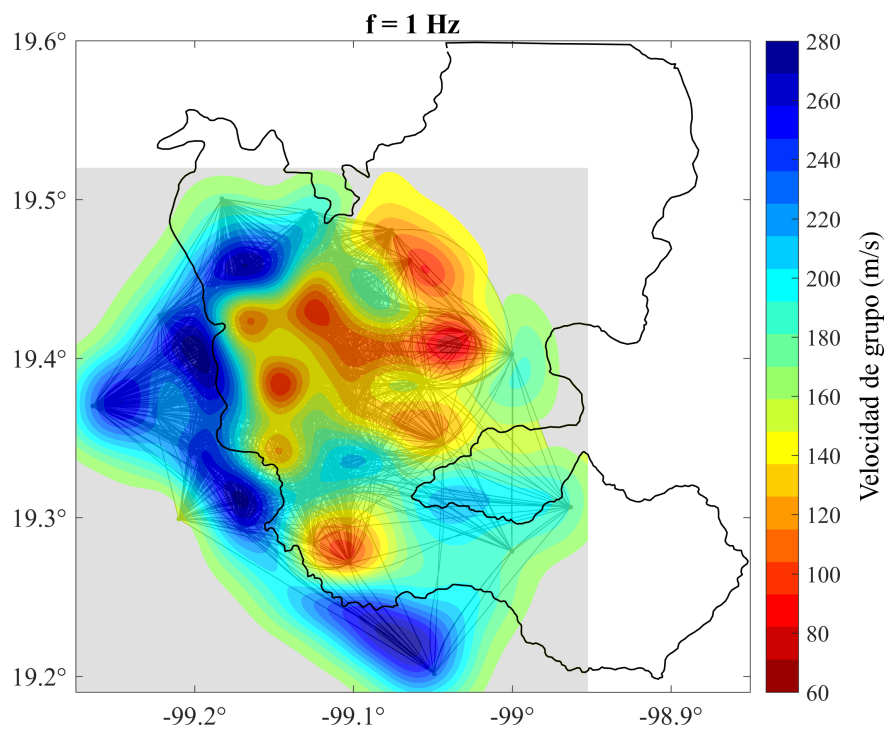


Figura 5.12: Tomografías sísmicas de las velocidades de grupo de las ondas de Rayleigh en el Valle de México, para las frecuencias: (a) 0.25 Hz, y (b) 0.50 Hz. La distribución de las estaciones se observa en el fondo con puntos negros, al igual que los trayectos entre pares de estaciones con líneas. La línea negra delinea el límite de los depósitos lacustres, propuesto por Marsal y Mazari (1959).



(a)



(b)

Figura 5.13: Continuación de la Figura 5.12, para las frecuencias: (a) 0.75 Hz, y (b) 1.00 Hz.

---

# Conclusiones

En esta investigación se aplicaron técnicas de interferometría a una extensa base de datos compuesta por los registros sísmicos históricos de aceleración en el Valle de México, originados principalmente en la zona de subducción mexicana y que han sido observados por la RACM desde 1987. El objetivo fue extraer de ellos información valiosa de su recorrido por el subsuelo del Valle de México, y que eventualmente pudiera ser usada para mejorar su caracterización. Las técnicas empleadas son: obtención de cocientes espectrales  $H/V$ , análisis espectral  $f-k$  y tomografía sísmica de velocidad de grupo de las ondas de Rayleigh dentro de la cuenca.

Para obtener resultados fidedignos aplicando estas técnicas se seleccionaron eventos sísmicos que fueran candidatos para estos estudios (considerando magnitud y distancia) y se acondicionaron corrigiendo su línea base y asignando tiempo absoluto. Esto se hizo a la mayoría de las señales, especialmente las que datan de 1987 a 2011, año en el cual todas las estaciones de registro fueron equipadas con antenas GPS.

Una observación importante, señalada en los trabajos de Campillo *et al.* (1989) y Sánchez-Sesma *et al.* (1993), en los eventos originados en la zona de subducción mexicana, es la prominente onda de Rayleigh proveniente de la zona epicentral que viaja en la región con una velocidad aproximada de 3.1 m/s, guiada por la corteza y que es claramente detectada en los registros de la RACM sin mayores modificaciones en amplitud y período en el componente vertical de los registros. La detección de esta onda fue crucial para la correcta alineación de los eventos sísmicos.

A través de la simulación de un campo difuso con la superposición de ondas planas  $P-SV$  y de Rayleigh, equiparticionadas, ha sido demostrado con modelos sintéticos 2D de valles aluviales, que la función de Green del medio entre dos puntos de observación puede recuperarse tanto con iluminación isótropa, como con iluminación parcial. Es sabido que la iluminación isótropa espacialmente es una de las principales características de un campo difuso y que por lo tanto no es de sorprender la recuperación de la FG. Sin embargo, empleando iluminación parcial también fue posible recuperar la FG del medio, a pesar de que no cumple con la isotropía espacial de un campo difuso. La razón se debe a que la dinámica de las ondas dentro del valle aluvial, conformada por múltiples reflexiones y difracción, permite esta recuperación. Aunque las amplitudes de la FG obtenida de la iluminación parcial tiene menores amplitudes que la FG exacta, las fases y forma de las ondas se

conservan. La idea de estas simulaciones surgió de la necesidad de validar la eficacia de las señales registradas por la RACM para la recuperación de las FG del Valle de México, especialmente el hecho de que las ondas sísmicas vienen de una dirección predominante y no iluminan la Ciudad desde todas las direcciones. Los resultados de este estudio particular se encuentran publicados en Baena-Rivera *et al.* (2016).

El cálculo de los cocientes espectrales  $H/V$  en cada estación de la RACM empleando CDG, han servido para determinar la naturaleza 3D de los campos de onda contenidos en los registros sísmicos empleados en el estudio, lo cual demuestra la presencia de ondas superficiales en los mismos. Se encontró un buen acuerdo entre estos cocientes espectrales  $H/V$  y los obtenidos usando un mes de ruido sísmico ambiental medido en ocho estaciones de la RACM.

Los cocientes espectrales  $H/V$  calculados con RSA han servido también para obtener la desviación estándar en amplitud ( $\sigma_a$ ) y frecuencia dominante ( $\sigma_{f_d}$ ) de un sitio, al relacionar los cocientes obtenidos con cada hora de registro y la medición completa de un mes. Se obtuvieron valores bajos tanto para  $\sigma_a$ , especialmente en el intervalo de frecuencias donde se encuentra la frecuencia dominante, como para  $\sigma_{f_d}$ . Esto indica la estabilidad del  $H/V$  en la Ciudad de México, en donde aun con el empleo de pocas horas de medición de RSA, se obtienen valores confiables tanto para la amplitud como para la  $f_d$  de un sitio que pueden ser usados para propósitos ingenieriles.

La hipótesis en esta investigación, que consiste en atribuir la generación de ondas superficiales al importante nivel de difracción que se produce dentro de la Cuenca debido a la geología local, después de la incidencia de los primeros arribos de los eventos sísmicos de subducción, ha sido corroborada en esta investigación a través de la construcción de espectros cinemáticos a partir del análisis espectral  $f$ - $\mathbf{k}$  de algunos eventos sísmicos de subducción, el cual reveló la dinámica del Valle y la influencia de la geometría y propiedades geológicas de la Cuenca en la generación de las ondas superficiales presentes en los sismogramas. Los resultados de este estudio se encuentran en Baena-Rivera *et al.* (2017). Esto concuerda con lo concluido en Cruz-Atienza *et al.* (2016), donde atribuyen el incremento en las duraciones de los sismogramas de dos a tres veces la duración del campo de onda incidente, entre 0.3 y 0.5 Hz, a la geometría propia de la Cuenca, la cual captura los modos superiores de las ondas superficiales y permite que sobrevivan en largas distancias.

En el proceso de cálculo de las FG entre pares de estaciones empleando los CDG, quedó de manifiesto que el tipo de datos empleado no es el idóneo para estos estudios tomográficos u otros basados en campos difusos, puesto que es evidente la falta de simetría en las FG y la dificultad de hallar ondas coherentes que tengan redundancia a lo largo del ensamble de señales. Esto puede atribuirse parcialmente a falta de isotropía espacial de la iluminación y de manera significativa a los altos niveles de atenuación que exhiben los estratos someros del Valle y que inhiben la equipartición de la energía y la formación de campos difusos.

Además de la ausencia de propiedades difusivas en los datos, la alta atenuación propia del Valle



es la causante del rápido decaimiento del modo fundamental, y que por lo mismo no es posible verlo o es confundido con los modos superiores. Tanto en este estudio como en los de Cruz-Atienza *et al.* (2016) y Tokimatsu *et al.* (1992), se insiste en que los modos superiores pueden llegar a ser más energéticos que el modo fundamental en valles aluviales como el caso del Valle de México, y puesto que no se ven tan afectados por la atenuación del medio como el modo fundamental, pueden llegar a tener alta coherencia en largas distancias. Por ello, sería conveniente hacer tomografías de modos superiores en estudios futuros. Es deseable además, realizar el mismo estudio con registros sísmicos de larga duración, donde sí existe equipartición en las codas o en ausencia de esta, emplear registros de ruido sísmico ambiental de meses para que las FG alcancen la estabilidad, teniendo presente nuevamente la alta atenuación del medio.

Aunque cada registro sísmico histórico no tiene todas las características de un campo difuso, el promedio de correlaciones cruzadas de un ensamble de ellos, ha revelado los tiempos de viaje de las ondas a través de la Cuenca en un intervalo de frecuencias entre 0.2 y 1.0 Hz, gracias a la difracción local dentro del Valle, lo cual genera una presencia significativa de ondas superficiales desde el comienzo de los registros.

Se construyeron tomografías de la velocidad de grupo de las ondas de Rayleigh en una porción del Valle de México, en un intervalo de frecuencias entre 0.2 y 1.0 Hz, que cualitativamente están acorde con los mapas de zonificación geotécnica que se emplean habitualmente para el Valle de México. Pueden detectarse las zonas de baja velocidad de ondas de corte, inferiores a 100 m/s, asociadas a los depósitos someros.

Los resultados corresponden a una banda de frecuencias ciertamente estrecha, que permiten ver la respuesta global del Valle. Sin embargo, la baja resolución de las tomografías, las hace insuficientes para realizar inversiones en profundidad.

## Contribuciones

Los logros de esta investigación se resumen a continuación:

- Asignación de tiempo absoluto correcto a 62 sismos registrados en la Ciudad de México por la RACM desde 1987, de los cuales 52 sismos fueron catalogados como *someros-lejanos*, cuyo principal origen es en la zona de subducción mexicana, y 10 sismos fueron catalogados como *profundos-cercanos*, generados por fallas intraplaca.

- Exploración en conjunto y de manera sistemática de los registros sísmicos de la RACM.
- Validación sintética de la obtención de la función de Green en valles aluviales donde no hay isotropía espacial del campo de ondas incidente.

- Cálculo de los cocientes espectrales  $H/V$  en las 70 ubicaciones de las estaciones de la RACM empleando ensambles de sismos fuertes históricos, y en ocho de estas ubicaciones el cálculo de

este cociente empleando además registros de un mes de ruido sísmico ambiental.

- Desviación estándar de las amplitudes ( $\sigma_a$ ) y de la frecuencia dominante ( $\sigma_{f_d}$ ) de los cocientes espectrales  $H/V$  calculados con RSA en ocho estaciones de la RACM.

- Análisis espectrales en el dominio frecuencia-número de onda ( $f$ - $\mathbf{k}$ ) sobre algunos eventos sísmicos registrados por la RACM.

- Tomografías de la velocidad de grupo de las ondas de Rayleigh en una porción del Valle de México, en un intervalo de frecuencias entre 0.2 y 1.0 Hz, empleando ensambles de sismos fuertes históricos.

## Tareas subsecuentes

Esta investigación ha dejado claro que es viable la construcción de tomografías sísmicas de alta resolución del Valle de México empleando registros de ruido sísmico ambiental de larga duración, o un ensamble de codas de terremotos lo suficientemente largas para garantizar la presencia de un campo difuso. Dependiendo de su calidad y resolución, estas tomografías podrán ser empleadas para realizar inversiones en profundidad de la velocidad de las ondas de corte en una malla simétrica en la Ciudad de México. Las inversiones a su vez darían paso a la elaboración de un modelo realista 3D de la Cuenca con el cual puedan realizarse simulaciones que permitan conocer la respuesta sísmica del Valle ante la ocurrencia de eventos sísmicos que se saben peligrosos para la estabilidad de las estructuras de la Ciudad.

Parece conveniente estudiar mediante el análisis  $f$ - $\mathbf{k}$  la atenuación efectiva de las ondas superficiales y explorar si es posible remover sus efectos antes de hacer las correlaciones. Esta corrección direccional permitiría recuperar el modo fundamental en zonas donde hubiera cobertura instrumental.

Como consecuencia inmediata del conocimiento de la respuesta sísmica del Valle de México, se espera la actualización de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Reglamento de Construcción del Distrito Federal (NTCsismo-RCDF), en donde se consideren los efectos 3D de la Cuenca, es decir, la influencia de las ondas superficiales en los diseños sísmicos, y los efectos no lineales.

Se propone la reubicación de las estaciones que componen la RACM e instalación de nuevas estaciones, en una malla simétrica, además de la transición al registro continuo del movimiento del suelo. Lo anterior dará paso a la aplicación de nuevas técnicas para el estudio detallado del Valle de México y numerosas investigaciones que contribuyan a un conocimiento completo de la Cuenca.

---

# Apéndices



## **Apéndices A**

# **Surface Waves Retrieval from Generalized Diffuse Fields in 2D Synthetic Models of Alluvial Valleys**

Marcela Baena-Rivera, Mathieu Pertou, and Francisco J. Sánchez-Sesma

Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México

Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 106, No. 6, December 2016, doi: 10.1785/0120160084

## Abstract

Among other methods, passive imaging technique is widely applied to obtain surface waves velocities. This technique implies that the average cross-correlations between diffuse wavefields recorded at two observers is proportional to the imaginary part of the Green's function. For this purpose, most applications rely on both seismic ambient noise and coda of earthquakes. Instead, we use a Generalized Diffuse Field (GDF) defined as the waves produced by a multiplicity of distant seismic sources. These wavefields undergo multiple scattering along their ways and at the local surface geology.

In this communication, we use GDF to extract from the retrieved Green's function the locally generated surface waves in a 2D alluvial valley model for both in-plane and anti-plane cases. For in-plane case, an equipartitioned cocktail of plane  $P$ ,  $SV$  and Rayleigh waves is used while for the anti-plane case, the incidence is a set of plane  $SH$  waves. In addition to isotropic illumination, we explore the partial illumination from one side of the valley.

In both cases, we obtain dispersion curves for the Rayleigh and Love waves group velocities from the retrieved Green's functions and found good agreement with the exact result for the fundamental modes of both Love and Rayleigh waves in an infinite horizontal layer.

This theoretical validation is a proof of concept within an ongoing project whose aim is to improve the characterization of Mexico City subsoil throughout tomography maps of surface wave velocities using a collection of historical strong earthquakes recorded by the Mexico City Accelerometric Network.

## Introduction

In addition to source and path effects, the influence of soft soil on the seismic response of alluvial valleys may produce significant amplifications of ground motion and significant increase of duration. This problem has been the subject of numerous studies (see e.g., Singh *et al.*, 1988; Aki, 1988; Sánchez-Sesma *et al.*, 1988; Kawase and Aki, 1989; Campillo *et al.*, 1989; Ordaz and Singh, 1992). The uppermost soft layers trap the seismic wave energy causing significant amplifications of ground motions at certain frequencies and this severely affects buildings with nearby resonant frequencies. Traditionally, the assessment of seismic response considers the 1D behavior and the local generation of surface waves (Bard and Bouchon, 1980a, 1980b). To improve the understanding of the seismic response of alluvial valleys it is convenient to establish the frequency-space structure of the surface wave velocities that may propagate inside them.

Surface wave velocities retrieval is currently achieved through passive imaging technique (Lobkis and Weaver, 2001; Snieder, 2004; Wapenaar, 2004; Sánchez-Sesma and Campillo, 2006). This

implies that the average cross-correlations between diffuse wavefields recorded at two observers is proportional to the imaginary part of the corresponding Green's function. It has been carried out by researchers in several areas that range from crustal seismology (Campillo and Paul, 2003; Shapiro *et al.*, 2005; Sabra *et al.*, 2005), exploration seismology (Aki, 1957; Louie, 2001; Halliday and Curtis, 2008) to ultrasound (Weaver and Lobkis, 2001; Malcolm *et al.*, 2004; van Wijk, 2006). Both seismic ambient noise (Shapiro *et al.*, 2005; Gaité *et al.*, 2012) and earthquakes' coda (Campillo and Paul, 2003) have been used for Green's function retrieval because they are valid realizations of a diffuse field. Instead, we are exploring the use of an ensemble of records due to strong motions for the Green's function retrieval of alluvial valleys. This set of signals are the product of multiple scattering that waves undergo through their paths until reaching the receivers and also, perhaps more significantly, by the local scattering inside the valley which induce the local generation of surface waves. We called this type of data Generalized Diffuse Fields (GDF).

This communication delves into the GDF concept and validates its utility to Green's function retrieval through the study of a 2D synthetic model of an alluvial valley for the in-plane and anti-plane cases. To start, the ideal incident wavefield is a cocktail of plane  $P$ ,  $SV$  and Rayleigh waves weighted with the right proportion of energy densities regarding the equipartition of elastic waves, for the in-plane synthetic case, and a set of plane  $SH$  waves, for the anti-plane synthetic case. In general, the GDF within the valley emerges from these equipartitioned, incident plane waves and by the scattering that these incidences undergo within the valley. Two excitation types are considered: (1) isotropic illumination, and (2) partial (and random) illumination in which the waves are coming from one side of the valley. Furthermore, by using the Green's function retrieved from the cross-correlations of isotropic and partial illumination as well, we obtain the dispersion curves of group velocities for both Rayleigh and Love surface waves. The agreement with results for an infinite horizontal layer is good.

This theoretical validation effort is the first part of our current project whose aim is to improve the characterization of Mexico City subsoil by the construction of tomography maps of surface wave velocities through passive imaging technique. The data available is an ensemble of historical strong earthquakes recorded by the Mexico City Accelerometric Network (MCAN). These records include the scattering that seismic waves undergo from their source in the Mexican subduction zone, to the basin of the City, and the local scattering as well. In a future work, we will present both the processing of the data from MCAN and the velocity maps.

## **Analytical Approaches for Green's Function Retrieval**

It is accepted that the real part of the average of cross-correlations between two observers subjected to a diffuse field is proportional to the imaginary part of Green's function for this station

pair in frequency domain (Campillo and Paul, 2003; Sánchez-Sesma and Campillo, 2006). This relationship is given by the following equation:

$$\text{Re} \langle u_i(\mathbf{A}; \omega) u_j^*(\mathbf{B}; \omega) \rangle \propto \text{Im} [G_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{B}; \omega)], \quad (\text{A.1})$$

where,  $u_i(\mathbf{A})$  is the displacement in the direction  $i$  at point  $\mathbf{A}$ , and  $u_j^*(\mathbf{B})$  is the displacement in the direction  $j$  at point  $\mathbf{B}$  (with  $i, j = 1, 2, \text{ and } 3$ ); the superscript  $*$  indicates the complex conjugate;  $\omega$  is angular frequency; the brackets  $\langle \cdot \rangle$  mean average and  $\text{Re}$  is real part. On the right hand side,  $G_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  is the Green's function between  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{B}$  points which represents the displacement in the direction  $i$  at  $\mathbf{A}$  due to a unit harmonic load applied in the direction  $j$  at  $\mathbf{B}$ ;  $\text{Im}$  is imaginary part.

Green's function retrieval from average cross-correlation has been verified using, among others, two data types: signals resulting from uncorrelated sources, without assuming diffusivity of the wavefield (e.g. Wapenaar, 2004; Shapiro *et al.*, 2005; Gaite *et al.*, 2012) and diffuse fields from multiply scattered waves generated by a distant source (Weaver, 1984; Campillo and Paul, 2003). These two situations illustrate well the theoretical assumptions required for Green's function retrieval: isotropic illumination and equipartition.

## Illumination from Uncorrelated Sources

A good example of these signals is the ambient seismic noise. Scattering is not required, but there must be sources enough to illuminate the receiver from multiple directions. Since the sources are assumed uncorrelated, each of them may present different spectral shapes. Data process requires adequate normalizations in order to balance the influence of strong sources with small ones and to smooth out narrow band sources. This is equivalent to impose an almost constant amplitude spectrum for each signal window when considering the stacking of the data correlations. Bensen *et al.* (2007) describe the usual steps of this data processing.

This illumination corresponds to the uncorrelated sources approach (see Fig. A.1). The Green's function is retrieved from a weighted sum over all sources placed along an arbitrary contour that enclose the receivers (Wapenaar, 2004).

## Illumination from a Distant Source

The earthquake coda generally represents this type of illumination, which embody the characteristics of a diffuse field. For instance, the energy envelope decays as in a diffusion regime. This signature is the consequence of the multiple scattering that occurred from the original, tectonic, distant source to the receiver. Multiple scattering can be thought as the set of emissions from secondary sources distributed throughout the space, i.e. the waves reaching a receiver come from all directions



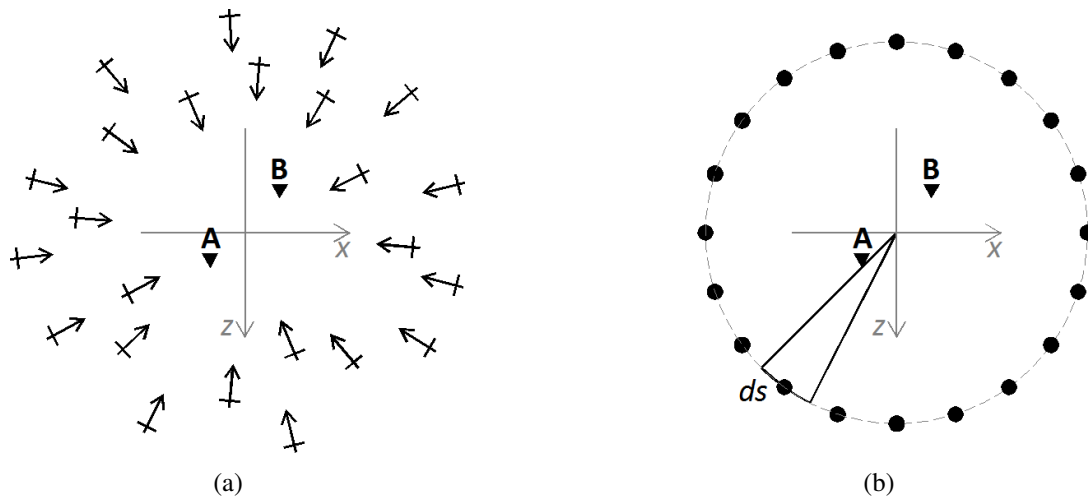


Figure A.1: Two illumination visions of Green's function retrieval between observers **A** and **B** (a) with black dots uncorrelated point sources in a closed contour,  $ds$  is the angular sector, and (b) with an ensemble of equipartitioned plane waves represented by arrows.

as if scatterers were located everywhere around, as in the case of noise. Thus, data processing for coda or seismic ambient noise is the same. Moreover, their intensities may be different but, during the data analysis, this is balanced.

The accuracy of the retrieved Green's function depends on the richness of the illumination from multiple scattering and on the signal duration. After some time  $P$  and  $S$  states are transmitted and reflected back and forth many times within the heterogeneous medium leading to mode conversions and the exchange of energy between the states. Energy ratios between modes stabilize and converge ideally to the levels predicted by equipartition (Malcolm *et al.*, 2004, Weaver, 2010).

This illumination corresponds to the equipartitioned plane waves approach (see Fig. A.1). Canonical examples of Green's function retrieval considered uncorrelated plane waves propagating in all directions in 2D and 3D settings (Sánchez-Sesma and Campillo, 2006).

## Green's Function Retrieval from Generalized Diffuse Field (GDF)

The GDF observed in the receivers shall be composed by a set of incident waves from multiple strong sources that have been scattered along their ways and also have been subjected to local scattering that generate surface waves. This incoming wavefield is not necessarily isotropic in space. Thus, in order to avoid the over-representation of certain directions with high concentration of seismic sources, the cross-correlation for each event receive a weight in terms of the number of events within each angular sector of incidence.

As there is equivalence between waves from distant sources and illumination with plane waves

weighted according to equipartition, we use it to validate the Green's function retrieval using incident plane waves. Our aim is to simulate the case of Mexico City whose main sources are located in the Mexican subduction zone.

In what follows, we apply our approach in a synthetic 2D model of an alluvial valley. To compute the model responses, the Indirect Boundary Element Method, IBEM (Sánchez-Sesma and Campillo, 1991), is used (see Data and Resources section). It allows trustworthy simulation of wave propagation including the local generation of surface waves.

## Equipartitioned Wavefield

Together with isotropic illumination, the equipartition of the energy carried by diffuse seismic waves within an elastic medium are both necessary conditions for the exact retrieval of Green's functions from average cross-correlations of motions at given points. Equipartition establishes that in a 2D elastic space, the ratio between the energy densities of the  $P$  and  $SV$  waves stabilizes to a constant value, given by:

$$E_P/E_{SV} = (\alpha/\beta)^2 = R^2, \quad (\text{A.2})$$

where  $R$  is the ratio of compressional to shear wave velocities, denoted by  $\alpha$  and  $\beta$  respectively, and  $E_P$  and  $E_{SV}$  are the energy densities of the  $P$  and  $SV$  waves.

To produce a diffuse field taking into account the free surface we have to generate equipartitioned illumination by incoming body and surface waves. The recipe for  $P$  and  $SV$  body plane waves consists in just taken from the deep space the corresponding partition values, considering their reflected consequences (Weaver, 1985). Moreover, two Rayleigh waves from each side of the valley are included, because of the 2D nature of problem. The weight for each wave type depends on the associated energy density regarding the equipartition of elastic waves. Weaver (1982, 1985) obtained the energy densities  $\zeta$ , associated to  $P$ ,  $SV$  and Rayleigh ( $Rw$ ) waves for the 3D case. Here they are adapted for the 2D case:

$$\zeta_P = \zeta(1 + R^2)^{\ell} - 1, \quad (\text{A.3})$$

$$\zeta_{SV} = \zeta R^2(1 + R^2)^{\ell} - 1, \quad (\text{A.4})$$

$$\zeta_{Rw} = \zeta 2\alpha^2(\omega c_{Rw})^{\ell} - 1(1 + R^2)^{\ell} - 1, \quad (\text{A.5})$$

in which  $c_{Rw}$  is the Rayleigh wave velocity and  $\omega$  is angular frequency. Once integrated with depth (Weaver, 1982; Perton *et al.*, 2009), the frequency dependence disappears and the amplitude of incoming Rayleigh waves depends only on the elastic parameters.

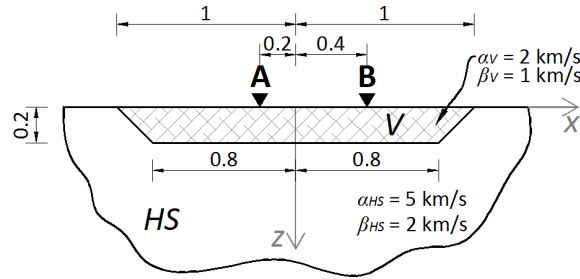


Figura A.2: Geometry of the studied valley model. Region  $V$  corresponds to the alluvial valley and region  $HS$  corresponds to the half-space. The location of receivers **A** and **B** is asymmetric. The model's dimensions are in km.

## Alluvial Valley Model

The valley model used is a symmetric inverted trapeze with 2 km of surface width, depth of 0.2 km and 0.8 km of bottom width (see Fig. B.2). The half-space (region  $HS$ ) and the valley (region  $V$ ) have shear wave velocities of 2.5 km/s and 1 km/s, respectively; mass density of 1000 kg/m<sup>3</sup> and Poisson ratio of 0.25 for both media. Observers **A** and **B** are located asymmetrically on the valley surface.

For the in-plane case, we used two sets of plane  $P$  and  $SV$  waves (200 plane waves each one) in order to represent isotropically distributed bulk waves in mode space, together with two Rayleigh plane waves coming from each side of the valley (Fig. B.3). Also two sets of plane  $P$  and  $SV$  waves (50 plane waves each one) coming randomly from one side of the valley were used to represent the partial illumination of bulk waves (Fig. B.3). This latter aims to simulate the preferred location of sources that illuminate Mexico City.

For the anti-plane case, we used the same distribution for incoming waves as showed in Figure B.3, but only using a set of 200 plane  $SH$  waves uniformly distributed to represent the isotropic illumination, and a set of 50 plane  $SH$  waves randomly distributed in one side of the valley to represent the partial illumination.

## Results

The imaginary part of Green's function between receivers **A** and **B** is the real part of the average of cross-correlations of the whole signals recorded at receivers **A** and **B** due to the plane waves, in frequency domain as implied in eq. (A.1). The cross-correlations of the responses due to each incident plane wave have a diversity of shapes, not shown here, that enrich the Green's function retrieval.

Figure B.4 depicts the Green's functions retrieval for the valley for the in-plane and anti-plane cases using both complete and partial illumination. When the incidences are isotropic, the Green's

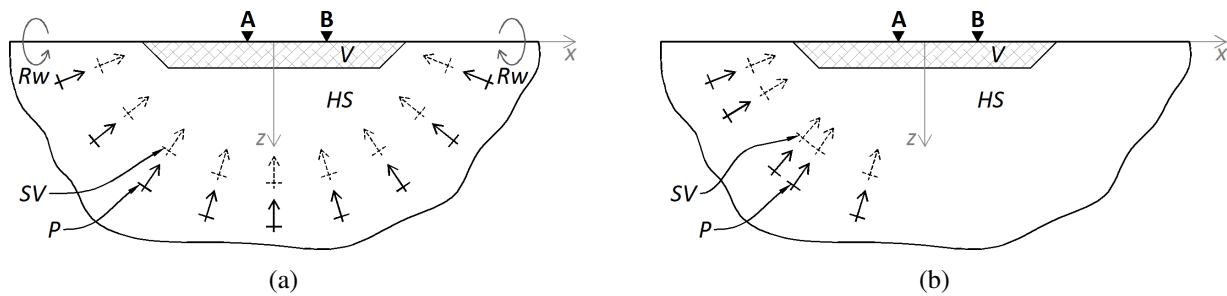


Figura A.3: Two types of excitations for the in-plane case: (a) Valley with isotropic illumination given by two sets of 200 plane  $P$  and  $SV$  waves each one ( $\theta$  from  $\pi/2$  to  $-\pi/2$ , with respect to  $z$  axis), uniformly distributed and two Rayleigh waves from each side of the valley. (b) Valley with partial illumination of two sets of 50 plane  $P$  and  $SV$  waves each one, randomly distributed ( $\theta$  from 0 to  $-\pi/2$ , with respect to  $z$  axis). (The arrows distribution is only indicative). The same distributions were used for the anti-plane case but only using plane  $SH$  waves.

function retrieval in both amplitudes and phases is achieved. On the other hand, if only partial and random illumination is considered, it is still possible to retrieve a reasonable Green's function. There is good recovery of phases, but there are deficiencies in the amplitudes, especially when illumination becomes poorer.

These differences in amplitude between the exact Green's function and those obtained from cross-correlations of partial illumination do not significantly affect the dispersion curves. Rather, they are more sensitive to differences in phases.

To obtain the dispersion curves the Multiple Filter Technique is applied (Dziewonski *et al.*, 1969). Since this is a thin valley, most of the Green's function is composed of surface waves. In this sense, it is equivalent to have a 1D model. Therefore, we compared dispersion curves constructed from the Green's function against the theoretical curves computed for the model of an infinite layer over a half-space with thickness equal to the one of the studied valley.

Figure B.5 shows the system dispersion curves for the Rayleigh waves group velocities which were constructed from the sum of the components of the Green's tensor (Fig. B.4a-d), since each component contributes to the curves in frequency domain. Figure B.5 presents the case of isotropic illumination, while Figure B.5 depicts the case of partial and random illumination. The agreement between both calculations with the dispersion curves of an infinite layer over a half-space is very good and confirms that in an open layered system and within an alluvial valley, surface waves are the most conspicuous part of the Green's functions as they carry most of the input energy. However, it should be noted that the low frequencies are better retrieved in the case of isotropic illumination. High frequencies are well retrieved in both illumination cases.

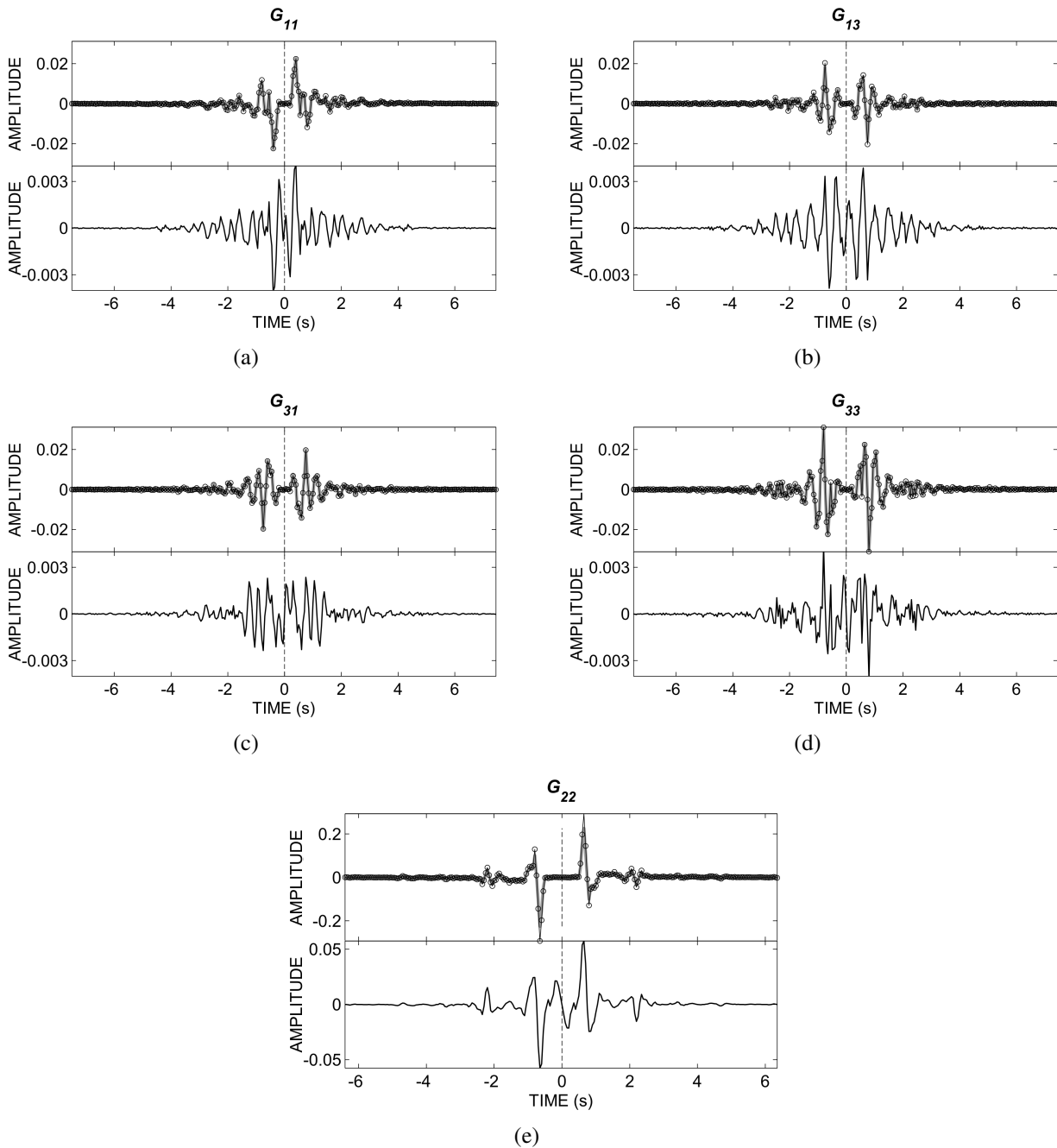


Figure A.4: Green's functions retrieval for the valley for the in-plane and anti-plane cases. (a)  $G_{11}$ , (b)  $G_{13}$ , (c)  $G_{31}$ , (d)  $G_{33}$ , and (e)  $G_{22}$ . At the top of each  $G_{ij}$  are the exact Green's function with solid gray line, and the retrieval from isotropic illumination corresponding to model showed in Figure B.3, with black line and 'o' markers, both responses are almost completely overlapping. In the bottom of each  $G_{ij}$  is the retrieval from partial and random illumination corresponds to model showed in Figure B.3, which preserves the phases of the exact Green's functions but its amplitude decreases.

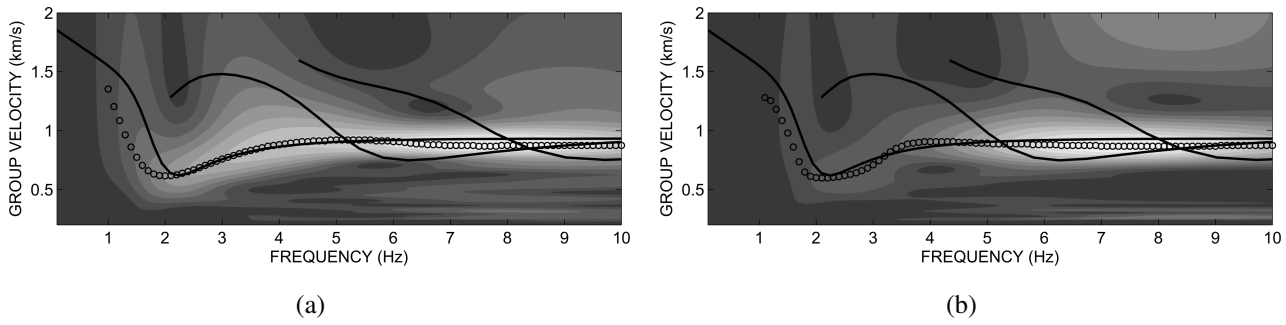


Figure A.5: Alluvial valley dispersion curves for the Rayleigh waves group velocities from (a) isotropic illumination (see Fig. B.3), and (b) partial and random illumination (see Fig. B.3) are depicted with the contour-maps grayscale and their maximum amplitudes are indicated by circumferences. The Rayleigh dispersion curves (the fundamental mode and first and second modes) of an infinite layer over a half-space are shown in solid black lines.

Figure B.6 gives the dispersion curves for Love waves which were constructed from the Green's function  $G_{22}$  (Fig. A.4). The curves computed using isotropic and partial illumination are depicted in Figure B.6 and B.6, respectively. As in the previous case, the agreement with the Love dispersion curves of an infinite layer over a half-space is very good. In both cases the low frequencies are well retrieved. Note that in the case of isotropic illumination, the high frequency energy is carried by the higher modes, whereas in the case of partial illumination, the energy is guided by the fundamental mode.

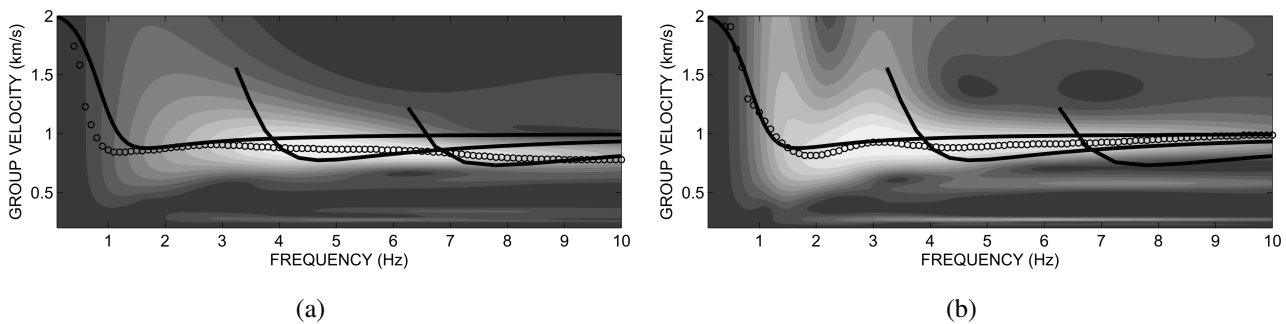


Figure A.6: Alluvial valley dispersion curves for the Love waves group velocities from (a) isotropic illumination, and (b) partial and random illumination, are depicted with the contour-maps grayscale and their maximum amplitudes are indicated by circumferences. The Love dispersion curves (the fundamental mode and first and second modes) of an infinite layer over a half-space are shown in solid black lines.

---

## Conclusions

In this communication, we introduced the Generalized Diffuse Field (GDF) concept as a set of records due to independent distant sources. These waves undergo multiple scattering throughout their paths. Furthermore, at the arrival to the valley, incoming waves experience strong local scattering in the soft sediments producing local surface waves. The cross-correlation of a GDF may lead to the Green's function of the system.

The cross-correlations average for two points using GDF, for which the sources are not uniform, requires weighting according to the number of events present in each angular sector. In order to prevent that most energetic events have more influence on the Green's function, the sum of the energies in the three space directions is made unitary.

The synthetic examples of alluvial valleys assuming both isotropic incidence of a cocktail of equipartitioned plane  $P$ ,  $SV$  and Rayleigh waves, and the partial and random incidence of plane  $P$  and  $SV$  waves, allowed a successful retrieval of the exact Green's function for in-plane 2D synthetic case. The Green's function retrieved for the anti-plane 2D synthetic case is also satisfactory for both isotropic and partial illumination. Causal and non-causal Green's functions, made mainly of surface waves within the valley, emerge naturally, even if the incidence is partial, due to the strong local scattering.

Cross-correlations gave us information on travel times of waves with different frequencies for station pairs. We found a very good agreement between the Rayleigh and Love dispersion curves obtained by: (1) filtering the Green's function obtained from the average cross-correlations of partial illumination for the in-plane and anti-plane 2D synthetic cases, and (2) analytical results for a laterally infinite layer (same thickness of the valley) over a half-space. These theoretical findings are encouraging. They clearly show that the presented approach may give us the key to retrieve surface waves in realistic settings from a set of earthquake records.

## Data and Resources

Synthetic seismograms used in this study were computed by means of our own computer codes that implement the Indirect Boundary Element Method, IBEM.

## Acknowledgements

Thanks are given to Francisco Luzón, José Piña-Flores and Marcial A. Contreras-Zazueta, for their comments, suggestions and enlightening discussions, and to Elizabeth Plata and Guillermina Sánchez of *Unidad de Servicios de Información* (USI) of the Institute of Engineering of UNAM for

locating useful references. This study is partially supported by AXA Research Fund project and by DGAPA-UNAM under Project IN104712.

## References

Aki, K. (1957). Space and time spectra of stationary stochastic waves with special reference to microtremors, *Bull. Earthquake Res. Inst.* **35** 415-456.

Aki, K. (1988). Local site effects on strong ground motion, in *Earthquake Engineering and Soil Dynamics II—Recent Advances in Ground Motion Evaluation*, J. L. Von Thun (Editor), New York: American Society of Civil Engineers, 103-155.

Bard, P. Y., and M. Bouchon (1980a). The seismic response of sediment filled valleys. Part 1: the case of incident SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **70** 1263-1286.

Bard, P. Y., and M. Bouchon (1980b). The seismic response of sediment filled valleys. Part 2: the case of incident P and SV waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **70** 1921-1941.

Bensen, G. D., M. H. Ritzwoller, M. P. Barmin, A. L. Levshin, F. Lin, M. P. Moschetti, N. M. Shapiro, and Y. Yang (2007). Processing seismic ambient noise data to obtain reliable broad-band surface wave dispersion measurements, *Geophys. J. Int.* **169** 1239-1260.

Campillo, M., J. C. Gariel, K. Aki, and F. J. Sánchez-Sesma (1989). Destructive strong ground motion in Mexico City: Source, path, and site effects during great 1985 Michoacán earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.* **79** 1718-1735.

Campillo, M., and A. Paul (2003). Long-range correlations in the diffuse seismic coda, *Science* **299** 547-549.

Dziewonski, A., S. Bloch, and M. Landisman (1969). A technique for the analysis of transient seismic signals, *Bull. Seism. Soc. Am.* **59** 427-444.

Gaite, B., A. Iglesias, A. Villaseñor, M. Herraiz, and J. F. Pacheco (2012). Crustal structure of Mexico and surrounding regions from seismic ambient noise tomography, *Geophys. J. Int.* **188** 1413-1424.

Halliday, D., and A. Curtis (2008). Seismic interferometry, surface waves and source distribution, *Geophys. J. Int.* **175** 1067-1087.

Kawase, H., and K. Aki (1989). A study on the response of a soft basin for incident S, P and Rayleigh waves with special reference to the long duration observed in Mexico City, *Bull. Seism. Soc. Am.* **79** 1361-1382.

Lobkis, O. I., and R. L. Weaver (2001). On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field, *J. Acoust. Soc. Am.* **110** 3011-3017.

Louie, J. N. (2001). Faster, better: Shear-wave velocity to 100 meters depth from refraction microtremor arrays, *Bull. Seism. Soc. Am.* **91** 347-364.



Malcolm, A. E., J. A. Scales, and B. A. van Tiggelen (2004). Extracting the Green function from diffuse, equipartition waves, *Phys. Rev. E* **70** 015601/1-4.

Ordaz, M., and S. K. Singh (1992). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City, *Bull. Seism. Soc. Am.* **82** 24-43.

Perton, M., F. J. Sánchez-Sesma, A. Rodríguez-Castellanos, M. Campillo, and R. L. Weaver (2009). Two perspectives on equipartition in diffuse elastic fields in three dimensions, *J. Acoust. Soc. Am.* **126** 1125-1130.

Sabra, K. G., P. Gerstoft, P. Roux, W. A. Kuperman, and M. C. Fehler (2005). Surface wave tomography from microseisms in southern California, *Geophys. Res. Lett.* **32** L14311/1-4.

Sánchez-Sesma, F. J., S. Chávez-Pérez, M. Suárez, M. A. Bravo, and L. E. Pérez-Rocha (1988). The Mexico earthquake of September 19, 1985: On the seismic response of the Valley of Mexico, *Earthquake Spectra* **4** 569-589.

Sánchez-Sesma, F. J., and M. Campillo (1991). Diffraction of P, SV and Rayleigh waves by topographic features: a boundary integral formulation, *Bull. Seism. Soc. Am.* **81** 2234-2253.

Sánchez-Sesma, F. J., and M. Campillo (2006). Retrieval of the Green's function from cross-correlation: The canonical elastic problem, *Bull. Seism. Soc. Am.* **96** 1182-1191.

Shapiro, N. M., M. Campillo, L. Stehly, and M. H. Ritzwoller (2005). High-resolution surface-wave tomography from ambient seismic noise, *Science* **307** 1615-1618.

Singh, S. K., E. Mena, and R. Castro (1988). Some aspects of source characteristics of the 19 September 1985 Michoacán earthquake and ground motion amplification in and near Mexico City from strong motion data, *Bull. Seism. Soc. Am.* **78** 451-477.

Snieder, R. (2004). Extracting the Green's function from the correlation of coda waves: A derivation based on stationary phase, *Phys. Rev. E* **69** 046610/1-8.

van Wijk, K. (2006). On estimating the impulse response between receivers in a controlled ultrasonic experiment, *Geophysics* **71** SI79-SI84.

Wapenaar, K. (2004). Retrieving the elastodynamic Green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation, *Phys. Rev. Lett.* **93** 254301/1-4.

Weaver, R. L. (1982). On diffuse waves in solid media, *J. Acoust. Soc. Am.* **71** 1608-1609.

Weaver, R. L. (1984). Diffuse waves in finite plates, *J. Sound Vib.* **94** 319-335.

Weaver, R. L. (1985). Diffuse elastic waves at a free surface, *J. Acoust. Soc. Am.* **78** 131-136.

Weaver, R. L., and O. I. Lobkis (2001). Ultrasonics without a source: Thermal fluctuation correlations at MHz frequencies, *Phys. Rev. Lett.* **87** 134301/1-4.

Weaver, R. L. (2010). Equipartition and retrieval of Green's function, *Earthq. Sci.* **23** 1-6.

Instituto de Ingeniería  
Universidad Nacional Autónoma de México  
Circuito Escolar s/n, Ciudad Universitaria  
Coyoacán 04510, CDMX, México  
mbaenar@gmail.com

Manuscript received 12 March 2016

## **Apéndices B**

# **Frequency-Wavenumber Analysis of Strong Ground Motion in Mexico City**

Marcela Baena-Rivera<sup>1</sup>, L. Eduardo Pérez-Rocha<sup>2</sup>, and Francisco J. Sánchez-Sesma<sup>1</sup>

1. Instituto de Ingeniería UNAM; Ciudad Universitaria, Coyoacán 04510, CDMX, México

2. Instituto de Investigaciones Eléctricas; Cuernavaca 62490, Morelos, México

Geofísica Internacional, Vol. 56, No. 1, January 2017, DOI:  
10.19155/geofint.2017.055.4.5

## Resumen

Se presentan los resultados del análisis de las densidades de potencia espectral en el dominio frecuencia-número de onda ( $f$ - $\mathbf{k}$ ) de los movimientos sísmicos registrados por la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (MCAN, por sus siglas en inglés). En este trabajo se analizaron las series de tiempo de un evento sísmico registrado por la MCAN. Se acepta que cada registro es una realización de un campo aleatorio homogéneo cuya representación espectral revela las diversas ondas que se propagan en el medio. Se hizo una descomposición cinemática que separa las ondas según sus desplazamientos en las direcciones longitudinal y transversal, las cuales se asocian con los componentes horizontales de las ondas de Rayleigh y de Love, respectivamente. El análisis se aplicó a diferentes ventanas de tiempo de las señales para identificar las ondas generadas localmente que se propagan hacia diversas direcciones como resultado de su interacción con la geología superficial. Para cada componente longitudinal y transversal se estimó la densidad espectral de potencia en el dominio  $f$ - $\mathbf{k}$ , la cual aporta las amplitudes, velocidades y direcciones de propagación de las ondas más significativas. Estos valores en función de la frecuencia constituyen los espectros cinemáticos del campo ondulatorio. Los resultados permiten establecer escenarios coherentes del campo de ondas en el valle de México identificando las ondas superficiales generadas localmente.

Palabras clave: Frecuencia-número de onda ( $f$ - $\mathbf{k}$ ), propagación de ondas, ondas superficiales, espectros cinemáticos.

## Abstract

An analysis of frequency-wavenumber ( $f$ - $\mathbf{k}$ ) spectral power densities of strong ground motion recorded by the Mexico City Accelerometric Network (MCAN) is presented. Time histories a seismic event recorded by the MCAN are analysed. Each recorded motion is assumed to be a realization of a homogeneous random field whose spectral representation reveals an assortment of propagating waves. A kinematic decomposition that separates the waves in longitudinal and transversal displacements was made. These motions are associated to Rayleigh and Love waves, respectively. The analysis on different time windows of the MCAN signals to identify back-propagating waves locally generated as result of their interactions with shallow geological features was apply. For each component, we estimate the  $f$ - $\mathbf{k}$  spectral power density, which provide the amplitudes, velocities and directions of propagation of the most significant waves. These values, as functions of frequency, constitute the kinematic spectra of the wavefield. Results obtained using this method allow establishing coherent scenarios of the wavefield in Mexico City Valley that imply pointing out locally generated surface waves.

Key words: Frequency-wavenumber ( $f$ - $\mathbf{k}$ ), wave propagation, surface waves, kinematic spectra.

## Introduction

Analysis of seismic data from an array of sensors has been very useful to study wave propagation, particularly, to discriminate between natural earthquakes and underground nuclear explosions. With this purpose, in the 1960s and 1970s it was widely spread the use of large aperture seismic arrays, generally designed for optimal detection of regional and teleseismic events. For example, the LASA (Large Aperture Seismic Array) located in Montana (USA), was an array of 525 short-period seismometers covering a radius of 100 km by groups of 25 sensors concentrically arranged. In each group, the sensors were equally distributed in an area of 3.5 km radius (Green *et al.*, 1965). Another large aperture arrangement was NORSAR, located at the north of Norway. With a similar configuration, NORSAR consisted of 132 short-period seismometers and covered a radius of 50 km. The sensors of these two arrangements recorded only the vertical component of the movement. Over the years, the use of arrays of seismic sensors of a single component has been very helpful in the first arrival detection and in the identification of apparent velocities and directions of the fields of incident waves. Ringdal and Husebye (1982) made a detailed review of these experiences. Since the first experiences, diverse theories have been proposed aimed to characterize the motion in terms of power density estimators in the  $f$ - $\mathbf{k}$  domain.

In general, it has been assumed that the motion, recorded by an array, is a stationary random process with zero mean and standard deviation  $\sigma$ . When the motion is coherent, the variance of the process is a good estimator of the power spectral density (Yaglom, 1962). However, the resolution of this conventional estimator is rapidly lost when the coherence of records decreases. As a result, high resolution estimators have received more attention. One is the maximum likelihood filter (Capon *et al.*, 1967; Capon, 1969; Kværna and Doornbos, 1986), especially recommended for irregularly distributed arrays.

In the analysis of teleseismic data, it is common to classify the wavefields components in terms of their apparent velocities (Aki and Richards, 1980). In many cases, the particle motion analysis, as the one proposed by Jurkevics (1988), can be used as a complement in the recognition of waves type. Mykkeltveit *et al.* (1983) note that this procedure allows to distinguish prominent phases in seismograms. The  $f$ - $\mathbf{k}$  analysis applied to seismic data is also known as Multichannel Analysis of Surface Waves method (MASW; see Park *et al.*, 2007).

The accelerograms of the Michoacán Earthquake of September 19, 1985 (Ms 8.1) recorded by some stations within the Mexico City Valley showed, among many other aspects, the coherence between records (Campillo *et al.* 1989) and allowed to identify the presence of conspicuous waves of long and short period. This fact served to calibrate a regional crustal model. After this earthquake, the MCAN was deployed. The ensuing strong-motion recorded in Mexico City, clearly show large amplifications beyond the level predicted using simple one-dimensional (1D) shear models

(Sánchez-Sesma *et al.*, 1988; Kawase and Aki, 1989). This strongly suggests significant lateral effects of three-dimensional (3D) nature. The spatial variability and polarization of observed ground motion have been interpreted as 3D effects (Pérez-Rocha *et al.* 1991; Sánchez-Sesma *et al.*, 1993).

Currently, the MCAN has over 70 three-axial surface accelerometers irregularly distributed in the city, the area covered is of approximately 600 km<sup>2</sup>. More than 170 intense and moderate events, mainly from the coast, have been recorded by this network.

In this work, we analysed seismic records of motion caused by a well recorded earthquake in Mexico City Valley (March 20, 2012). Our results reveal the propagation of wave components across the Valley in both longitudinal and transversal motions. The characteristics of these components allow identifying the interaction of incoming waves with the geological structure of the Mexico City Valley.

In order to estimate the power spectra of the kinematic wave components in the  $f$ - $\mathbf{k}$  domain, we perform a wave decomposition, implementing a maximum likelihood filter, based on the Helmholtz theorem and the Capon method (1969). A spectral representation that displays amplitudes, directions and propagation velocities of waves with longitudinal and transversal polarization allows to interpret the behaviour of waves trapped in a sedimentary environment.

## Power Spectral Density of the Kinematic Components of a Wavefield

Fourier analysis in time domain is an usual tool in seismology and it is the keystone of many developments in mathematical-physics. Its extension to space-time configurations in which one or various coordinates are dealt with analytically shows the great resolving power of Fourier analysis. This is the case when it is used in regular arrays. In many instances it comes out that arrays in which data is available, are not regular and even an approximate description is desirable.

We present here an analysis of the kinematic components of a vector wavefield starting from the continuous description of a vector field in the space-time frame and use the results within the frame of approximate spectral estimation based on the maximum likelihood theory of Capon (1969).

### Power Spectral Density

The displacement field  $u(\mathbf{x}; \omega)$  due to the propagation of a harmonic plane wave is given by:

$$u(\mathbf{x}; \omega) = u_0 e^{-i\mathbf{a}\cdot\mathbf{x}} e^{i\omega t} = u_0 e^{-ia_x x} e^{-ia_y y} e^{i\omega t}, \quad (\text{B.1})$$

where  $u_0 = u_0(\omega)$  is the spectrum of the signal with information of its waveform. Here  $\mathbf{a} = (a_x, a_y)^T = (\omega/c)\mathbf{n}$  is the wavenumber vector with components  $a_x = \omega n_x/c$ , and  $a_y = \omega n_y/c$ ;  $\omega$  is the angular frequency and  $c$  is wave propagation velocity. The wave direction is given by vector  $\mathbf{n} = (n_x, n_y)^T$ . Finally,  $\mathbf{x} = (x, y)^T$  is the position vector.

After the spatial Fourier transform, the field in wavenumber domain is:

$$u(\mathbf{k}; \omega) = \int \int u(\mathbf{x}; \omega) e^{ik_x x} e^{ik_y y} dx dy, \quad (\text{B.2})$$

$$u(\mathbf{k}; \omega) = u_0 \delta(k_x - a_x) \delta(k_y - a_y), \quad (\text{B.3})$$

where  $\delta(\cdot)$  is the Dirac's Delta function:

$$\delta(k - a) = \begin{cases} 1 & \text{if } k = a \\ 0 & \text{if } k \neq a \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

Therefore, the spectrum in the wavenumber domain given by eq. (B.2) is theoretically zero for the coordinates indicated by the vector  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)^T$  that differs to  $\mathbf{a} = (a_x, a_y)^T$ . This represent a prominent peak in the spectrum and leads to determine the direction and velocity of propagation of a plane wave.

The velocity  $c$  and the azimuthal direction of propagation  $\theta$  are obtained with the following equations:

$$c = \frac{\omega}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}, \quad (\text{B.5})$$

$$\theta = \arctan(a_x/a_y). \quad (\text{B.6})$$

It is clear that the azimuth is measured with respect North-South (NS) direction. Capon (1969) designed a high resolution filter to estimate the  $f$ - $\mathbf{k}$  power spectral density  $|u(\mathbf{k}; \omega)|^2$  when the field is only known in  $M$  sensors distributed in the  $x - y$  space. This estimator allows the undistorted passage of any monochromatic plane wave that propagates with wavenumber vector  $\mathbf{a}$ :

$$|u(\mathbf{k}; \omega)|^2 = \left[ \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^M g_{ij}(\omega) e^{i\mathbf{k} \cdot (x_j - x_l)} \right]^{-1}, \quad (\text{B.7})$$

where  $g_{ij}(\omega)$  is the  $jl$  element of the matrix  $G = F^{-1}$  and  $F$  is the spectral correlation matrix; each element  $jl$  of  $F$  is given by  $f_{jl}(\omega) = u_j(\mathbf{x}; \omega) u_l^*(\mathbf{x}; \omega)$  (here  $*$  denotes complex conjugate).

## Kinematic Decomposition

Assume that  $P$  waves (with longitudinal polarization of particle motion) and  $S$  waves (with transversal polarization of particle motion) propagate in a medium. According to the kinematic decomposition of Helmholtz, if  $\Phi$  and  $\Psi$  are the displacement potentials for  $P$  and  $S$  waves, respectively, with  $\nabla \cdot \Psi = 0$ , then the total displacements field is written as:

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi, \quad (\text{B.8})$$

by definition  $\mathbf{u}^P = \nabla\Phi$  and  $\mathbf{u}^S = \nabla \times \Psi$ . Then, it can be written

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^P + \mathbf{u}^S. \quad (\text{B.9})$$

The total horizontal displacements in the plane  $x - y$ , admit the next representation:

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{\partial\Phi}{\partial x} + \frac{\partial\Psi}{\partial y}, \\ u_y &= \frac{\partial\Phi}{\partial y} - \frac{\partial\Psi}{\partial x}, \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

since  $\Psi = (0, 0, \Psi)$ . If the potentials  $\Phi$  and  $\Psi$  are harmonic and represented by:

$$\Phi = \Phi_0 e^{i\omega t - ik_x x - ik_y y}, \quad (\text{B.11})$$

$$\Psi = \Psi_0 e^{i\omega t - ik_x x - ik_y y}. \quad (\text{B.12})$$

Then, the components of the displacements field in the  $x$  and  $y$  directions acquire the forms:

$$u_x = -i(\Phi k_x + \Psi k_y), \quad (\text{B.13})$$

$$u_y = -i(\Phi k_y - \Psi k_x). \quad (\text{B.14})$$

If  $\mathbf{l} = (k_y, -k_x)^T$ , the total field  $u(\mathbf{k}; \omega)$  can be written as:

$$u(\mathbf{k}; \omega) = -i [\Phi(\mathbf{k}; \omega)\mathbf{k} + \Psi(\mathbf{k}; \omega)\mathbf{l}], \quad (\text{B.15})$$

where  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{l} = 0$ .

In this result can be recognized that the propagation vectors associated with  $P$  and  $S$  waves are parallel and perpendicular to the vector  $\mathbf{k}$ , respectively. Moreover, the displacement field produced



by  $P$  waves is the component of the total field in the direction of the vector  $\mathbf{k}$ , whereas the field produced by  $S$  waves is the component of the total field in the direction of the vector  $\mathbf{l}$ :

$$\mathbf{u}^P(\mathbf{k}; \omega) = [\mathbf{u}(\mathbf{k}; \omega) \cdot \mathbf{n}] \mathbf{n}, \quad (\text{B.16})$$

$$\mathbf{u}^S(\mathbf{k}; \omega) = [\mathbf{u}(\mathbf{k}; \omega) \cdot \mathbf{m}] \mathbf{m}. \quad (\text{B.17})$$

The unit vectors  $\mathbf{n}$  and  $\mathbf{m}$  indicate the directions of propagation of the wavenumbers  $\mathbf{k}$  and  $\mathbf{l}$ , respectively, and are given by,

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x/|\mathbf{k}| \\ k_y/|\mathbf{k}| \end{bmatrix}, \quad (\text{B.18})$$

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_y/|\mathbf{k}| \\ -k_x/|\mathbf{k}| \end{bmatrix}, \quad (\text{B.19})$$

where  $|\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ . This kinematic decomposition is developed for the plane  $x - y$ , therefore the longitudinal component of Rayleigh waves is analogous to  $P$  waves in the above development. In the same way, the transversal component of Love waves is regarded as  $S$  waves.

## Numerical Example on a 2D Space

The kinematic decomposition is validated in a 2D setting by simulating the propagation of two plane waves. Thus, two plane  $P$  and  $SV$  waves are considered with propagation velocities of 2.6 and 1.5 km/s, respectively. The respective azimuths are 60 and -20 degrees. Both waveforms are Ricker wavelets with characteristic frequency of 1 Hz.

The array used in this example is shown in Figure B.1. This is composed of a random distribution of 30 stations in a square of 4 km x 4 km. The purpose of applying the  $f$ - $\mathbf{k}$  spectral analysis in a random array with few stations is check the robustness of the kinematic decomposition formulation to describe the total field in longitudinal and transversal components.

Figure B.2 displays the  $k_x - k_y$  diagrams of the longitudinal and transversal displacements, associated with the frequency of 1 Hz. The component distinctions emerge from the application of the separation vector described in eqs. (B.16) y (B.17).

In each diagram, one can observe energy concentrations that are associated with the incidence or emission of coherent waves observed in a large number of array's stations and they can be detected by this analysis. Using the wavenumbers  $(k_x, k_y)$  in which each peak is located, the wave propagation speed,  $c$ , and direction,  $\theta$ , can be determined by applying eqs. (B.5) y (B.6). The

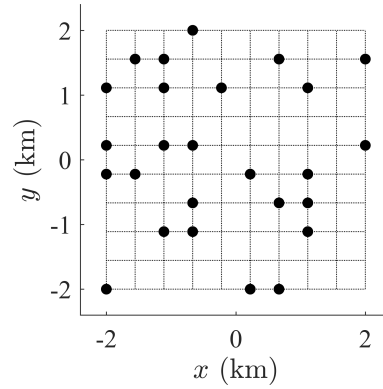


Figura B.1: Spatial array of 30 stations randomly distributed in a square of 4 km x 4 km.

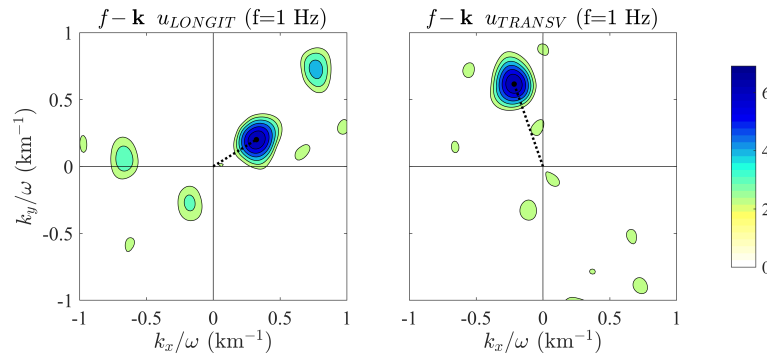


Figura B.2:  $k_x - k_y$  diagrams of components longitudinal ( $u_{LONGIT}$ ) and transversal ( $u_{TRANSV}$ ) components, at the left and right, respectively, associated to the frequency of 1 Hz for two  $P$  and  $SV$  plane waves propagating in a 2D space and crosses the array depicted in Figure B.1. The black dotted lines indicate the vector of the principal peak for each diagram.

direction corresponds to the azimuth, which is measured from NS direction or in this particular case from  $y$  axis. Therefore,  $k_x = (c/\omega) \sin \theta$  and  $k_y = (c/\omega) \cos \theta$ .

Figure B.2 clearly depicts a longitudinal wave located in  $k_x/\omega = 0.32 \text{ km}^{-1}$  and  $k_y/\omega = 0.2 \text{ km}^{-1}$ , which represent a wave traveling with  $c = 2.63 \text{ km/s}$  and  $\theta = 58$  degrees. A transversal wave is also observed in  $k_x/\omega = -0.22 \text{ km}^{-1}$  and  $k_y/\omega = 0.62 \text{ km}^{-1}$ , which corresponds to a wave with  $c = 1.53 \text{ km/s}$  and  $\theta = -19$  degrees. The description of these two waves from  $f$ - $\mathbf{k}$  analysis exactly matches the initial parameters of the incident waves.

## Numerical Example on a 3D Alluvial Valley

In order to calibrate this kinematic decomposition, the surface field of an elastic 3D alluvial valley on an elastic half-space under the incidence of plane waves ( $P$ ,  $SV$ ,  $SH$  and Rayleigh) is separated in terms of longitudinal and transversal spectral motion. The reference results were computed with IBEM for the model presented by Sánchez-Sesma and Luzón (1995) for the scattering

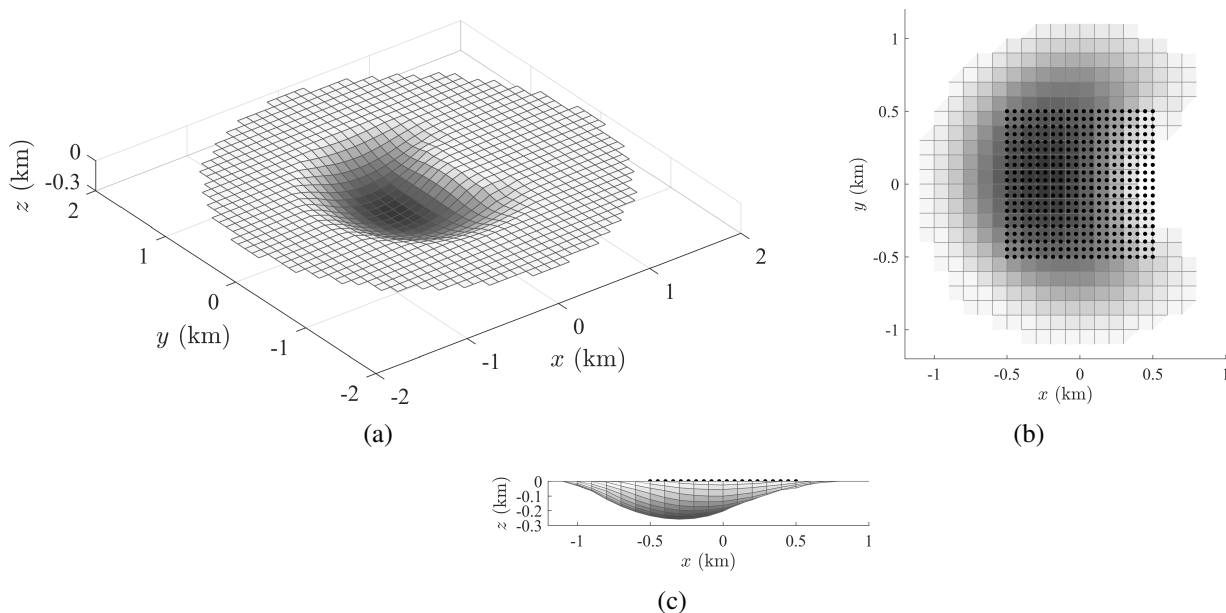


Figure B.3: Synthetic model of a *croissant*-type alluvial valley. (a) Depict the 3D topography of the interface; (b) *croissant* plan view, where the location of the array is indicated with black dots, which is composed of a distribution of 20x20 equally spaced stations, and (c) valley's lateral view.

and diffraction of elastic waves by soft elastic inclusion models of alluvial deposits in an elastic half-space.

This is a closed irregular *croissant*-type alluvial valley ( $V$ ) over a half-space ( $HS$ ), depicted in Figure B.3. The valley is 0.25 km depth, and is 2 km of longitude in its longest side. The free surface of both the valley and the half-space are assumed flat. The shear wave speeds are  $\beta_V = 1$  km/s and  $\beta_{HS} = 2$  km/s; the Poisson ratios are  $\nu_V = 0.35$ ,  $\nu_{HS} = 0.25$ , and the mass densities satisfy  $\rho_V = 0.8\rho_{HS}$ . A quality factor of 100 was assumed for both  $P$  and  $S$  waves inside the valley. The half-space has no internal attenuation.

The array has 20 x 20 stations equally spaced ( $\Delta x = 0.0526$  km) within a square. It is located inside the *croissant* valley on free surface as depicted in Figure B.3. Note that the right side of the array cross the valley's edge. The side's length of this square array is  $L = 1$  km.

Both dimensional parameters:  $L$  in the studied direction, and  $\Delta x$ , control the confidence limits of the wavenumbers in the  $f$ - $\mathbf{k}$  analysis. In an arbitrary array, the minimum wavenumber that should be analysed is:  $k_{min} = \Delta k/2\pi = 1/L$ , and the maximum wavenumber, or Nyquist ( $Nq$ ) wavenumber, that should be studied is  $k_{max} = k_{Nq}/2\pi = 1/2\Delta x$ . In this particular case, these two dimensional parameters are:  $k_{min} = 1$  cycles/km, and  $k_{max} = 9.5$  cycles/km.

We consider the incidence of a  $SV$  wave with  $\theta = -10$  degrees, and a Rayleigh wave with  $\theta = 90$  degrees. Both of them with propagation velocity of 0.5 km/s. It was assumed for the incoming waves Ricker wavelets with characteristic period equal to 0.33 Hz. Synthetic seismograms are

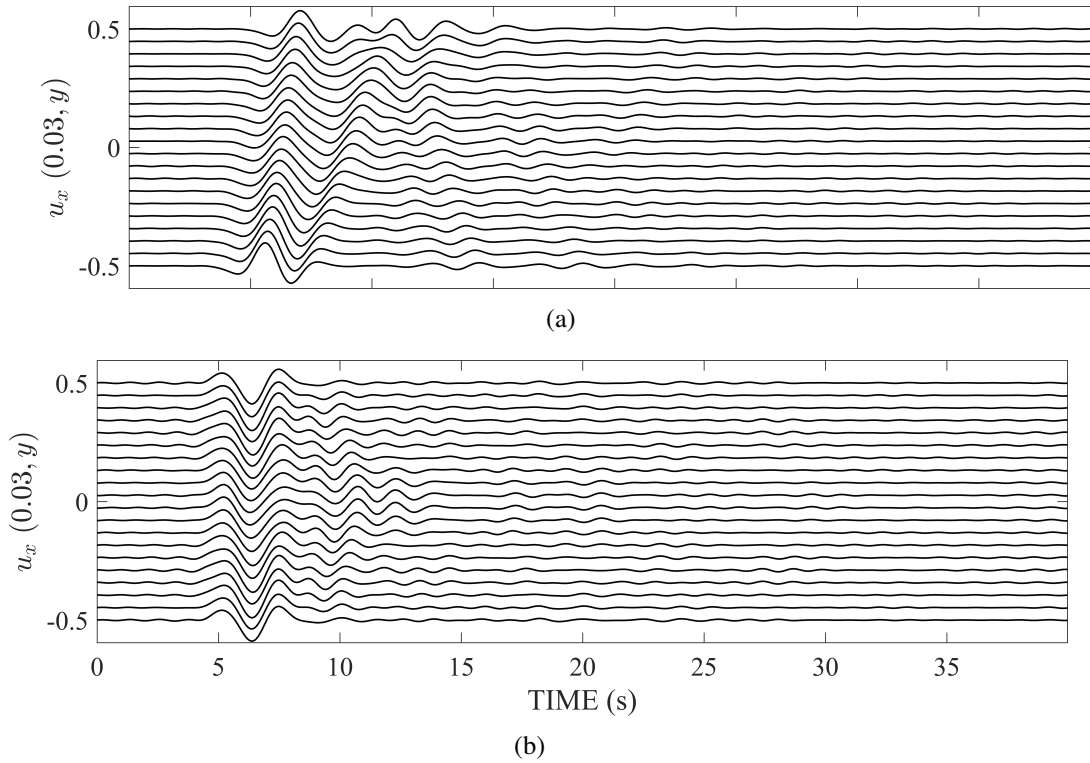


Figura B.4: Displacements at stations located in  $x = 0.03$  km of the synthetic model shown in Figure B.3 subjected to the incidence of two plane waves: (a) a  $SV$  with  $\theta = -10$  degrees, and (b) a Rayleigh wave with  $\theta = 90$  degrees.

depicted in Figure B.4.

We apply the  $f$ - $\mathbf{k}$  analysis in four time windows of 10 s with an overlap of 2 s: 0 – 10 s, 8 – 18 s, 16 – 26 s, and 24 – 34 s (see Figure B.4), in order to follow waves both incident or emitted by the edges of the valley, and identify their type, velocities and directions of propagation.

The windows' length depends on the desired level of detail in the analysis. Generally, the records' total duration can be used, but waves with large amplitudes overwhelm coherent waves with low amplitudes in the coda and thus prevent their detection. The window's resolution depends on the signal frequency, the likely apparent velocity and the array's spatial dimension. It is recommended that the time window contains at least three wavelengths to allow that the said propagating waveform is contained in the selected window, so that their spectrum amplitude and phase are well retrieved.

For each time window we construct kinematic spectra of the amplitudes, velocities and directions of propagation for the longitudinal, transversal and vertical displacements of the wavefield. These spectra are constructed from the wavenumbers  $(k_x, k_y)$  of the peaks detected in the  $k_x - k_y$  diagrams for each frequency using eqs.(B.5) and (B.6) to compute  $c$  and  $\theta$ , respectively.

The vertical component is used jointly with the longitudinal one to corroborate the possible

presence of Rayleigh waves. The propagation velocities and directions of these waves must be equal in both the longitudinal and vertical components, and in the amplitudes, vertical component must be slightly larger, at least for a prevailing fundamental mode.

The kinematic spectra for the time window 0 – 10 s depicted in Figure B.5, using both the longitudinal and vertical components a prominent Rayleigh wave is observed, with frequency between 0.3 and 0.4 Hz,  $c = 0.4$  km/s approximately and  $\theta = 90$  degrees. From the transversal component it can be seen a  $S$  wave of  $f = 0.35$  Hz,  $c = 0.5$  km/s and  $\theta = -20$  degrees. In the same time span, it can be seen another  $S$  wave with  $f = 0.3$  Hz,  $c = 0.5$  km/s and  $\theta = 135$  degrees, almost opposite to the previous one.

Figure B.5 corresponding to time window between 8 and 18 s. It reveals a principal  $S$  wave  $f = 0.35$  Hz,  $c = 0.4$  km/s, and  $\theta = -10$  degrees. No prominent waves in the longitudinal component can be seen in this time window.

The results depicted in Figure B.5 and B.5 correspond to time windows 16 – 26 s and 24 – 34 s, respectively, reveal very interesting patterns of interference of the refracted waves inside the basin and, in some cases, significant emission of waves is observed.

From Figure B.5, that covers time window 16 – 26 s, we can see the propagation of initial waves with  $f = 0.5$  Hz in the three components. In the longitudinal component it travels with  $c = 0.3$  km/s, and  $\theta = 45$  degrees. In the transversal component, it reveals three  $S$  waves with  $c = 0.3$  km/s, in a range of directions of approximately 5, 65 and 130 degrees.

From Figure B.5, corresponding to time window 24 – 34 s, we can see in the longitudinal component: the propagation of a wave with a range of frequencies between 0.7 and 0.77 Hz, with  $c = 0.3$  km/s, and  $\theta = -145$  degrees, i.e., it is traveling backward. With the same frequencies and velocity but with smaller amplitudes there are two waves propagating with  $\theta = 17$  and 57 degrees, almost opposite to the first one.

There is also a wave with  $f = 0.4$  Hz, with  $c = 0.35$  km/s, and  $\theta = 40$  degrees. In the transversal component, the propagation of three  $S$  waves are spotted for an interval of frequencies between 0.7 and 0.77 Hz, with velocities in the interval of 0.27 and 0.32 km/s, and directions of -30, 11 and 125 degrees. Moreover, one can infer the propagation of a transversal cylindrical wave with  $f = 0.5$  Hz, velocity around 0.3 km/s, coming from N135E, i.e., traveling back.

We attribute the changes in the propagation directions and the presence of several peaks in the power spectra as an evidence of the scattering and diffraction of the incident wave field by the basin's edge.

Figure B.6 shows the  $k_x - k_y$  diagrams associated to only one frequency for each of the four time windows analyzed. The various panels presented give support to the kinematic spectra depicted in Figure B.5.

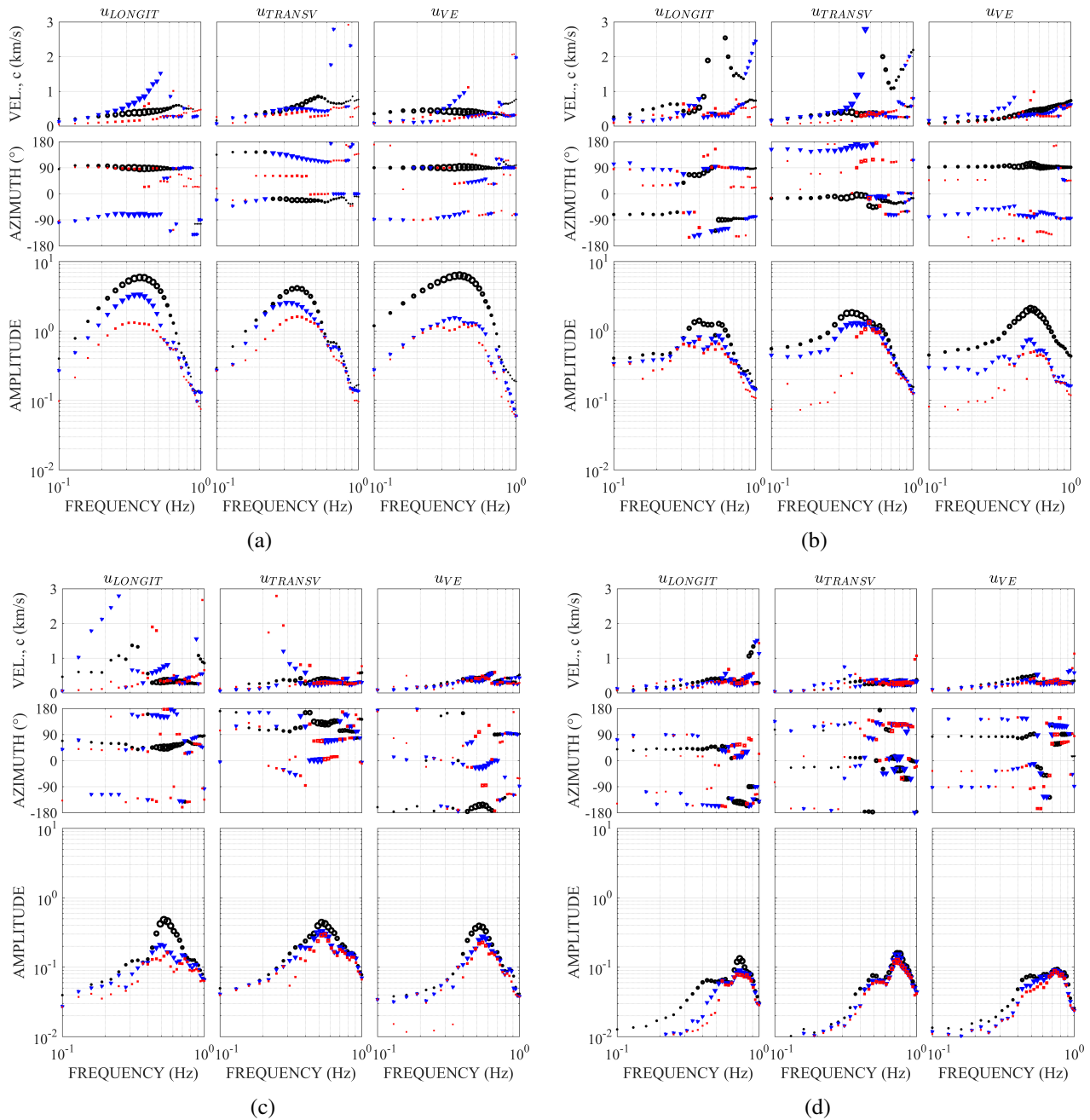


Figure B.5: Kinematic spectra of longitudinal ( $u_{LONGIT}$ ), transversal ( $u_{TRANSV}$ ), and vertical ( $u_{VE}$ ) displacements of the 3D synthetic model depicted in Figure B.3, corresponding to the time windows (a) 0 – 10 s, (b) 8 – 18 s, (c) 16 – 26 s, and (d) 24 – 34 s. The propagations velocities are at the top, the azimuths are at the middle and the amplitudes are at the bottom. The markers' types indicate the relevance of the peaks detected in the  $k_x - k_y$  diagrams; thus, higher amplitudes are indicated with black circles, followed by blue triangles and then by red squares. The markers' sizes depend on the amplitude of each frequency normalized with respect to the maximum amplitude for all frequencies.

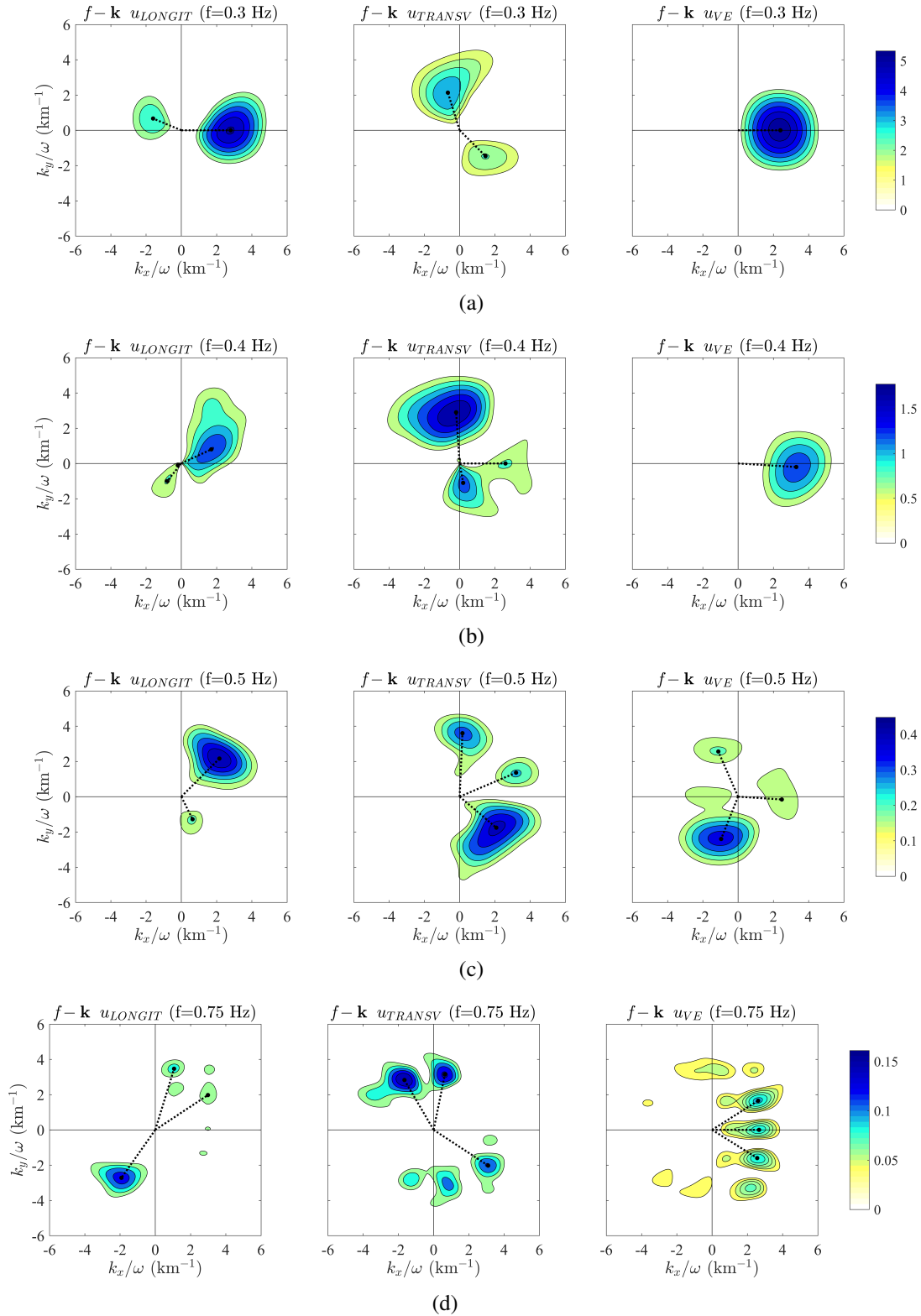


Figure B.6: Diagrams in the  $k_x - k_y$  space for the four studied time windows (a-d). Each one is associated to the spectra shown in Figure B.3. The diagrams correspond to a single frequency. For each case, the window limits and the associated frequency are: (a) 0 – 10 s for  $f = 0.35$  Hz, (b) 8 – 18 s for  $f = 0.35$  Hz, (c) 16 – 26 s for  $f = 0.5$  Hz and (d) 24 – 34 s for  $f = 0.75$  Hz. In each row, longitudinal ( $u_{LONGIT}$ ), transversal ( $u_{TRANSV}$ ) and vertical ( $u_{VE}$ ) displacement amplitudes are at the left, center, and right, respectively. The black dotted lines indicate the vector of the principal peaks for each diagram.

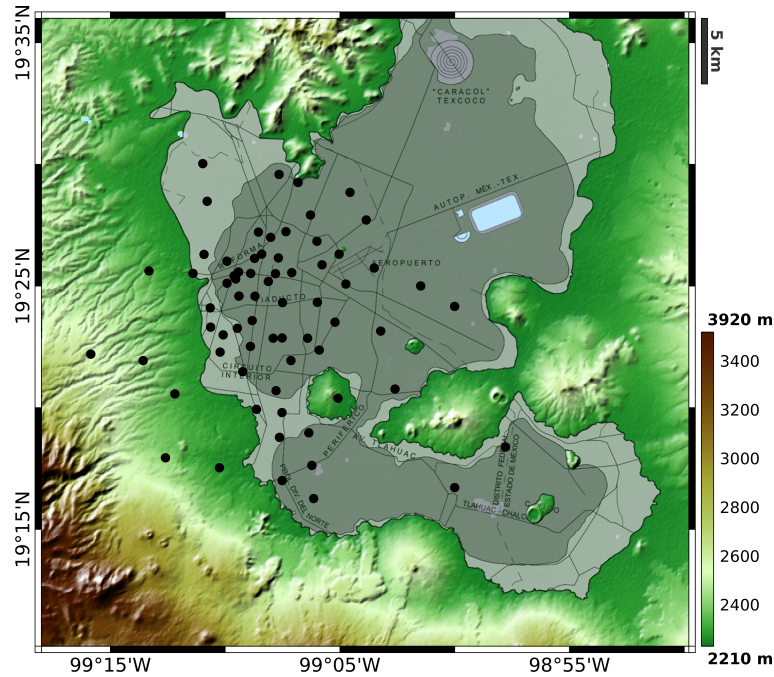


Figura B.7: Elevation map of Mexico City Valley and Geotechnical Zonation. The black line inside the basin delineates the edges of the lacustrine deposits. Within these edges is the Lake Zone shaded in solid dark gray, and the Transition Zone is represented by solid light gray. Outside these edges, the Hill Zone begins in green (above 2,300 m.a.s.l.). The black dots indicate the locations of Mexico City Accelerometric Network (MCAN).

## Analysis of Seismic Data Recorded by MCAN

The important site effects that the Mexico City subsoil has on the earthquakes, especially the long duration and the increased amplitudes of the seismograms recorded in free surface inside de City lead us to search ways to improve the understanding on the mechanisms that control these phenomena.

In this study, we apply a time-space spectral analysis to obtain in the  $f$ - $\mathbf{k}$  domain spectral power densities of the strong ground motion recorded by the MCAN. This method will allow us to figure out the behaviour of the incident and emitted wavefields within the Valley.

Figure B.7 shows the distribution of the MCAN as well as the Geotechnical Zonation where is located. Two parameters control the confidence limits of the wavenumbers in the  $f$ - $\mathbf{k}$  analysis. They are: the array length in the studied direction,  $L = 30$  km for both sides, and the average separation between stations,  $\Delta x = 3.33$  km which comes from the maximum instrument density located in the central area of the network. Therefore, taking into account these two values, the minimum wavenumber that should be analysed is  $k_{min} = \Delta k / 2\pi = 0.033$  cycles/km, and the maximum wavenumber, or Nyquist ( $Nq$ ) wavenumber, that should be studied is  $k_{max} = 0.15$  cycles/km.

Previous studies (Campillo *et al.*, 1989, and Sánchez-Sesma *et al.*, 1993) identified in the ver-



tical component of the displacements recorded inside Mexico City Valley crustal surface waves coming from the Mexican subduction zone. Campillo *et al.* (1989) identified two prominent surface waves with characteristic periods of 0.1 Hz and 0.33 Hz in the records produced by the 19 September 1985 Michoacán earthquake (Mw8.1) and proposed a cortical model that allowed them to postulate that the long-period waveform of 0.1 Hz corresponds to the fundamental mode of Rayleigh surface wave, and is preceded by a short-period waveform of 0.33 Hz which is associated with the propagation of higher modes of Lg surface waves. Sanchez-Sesma *et al.* (1993) detected also these two particular waves in the MCAN's records of the 25 April 1989 earthquake (Mw6.9) by applying the  $f$ - $\mathbf{k}$  analysis.

In this study we selected a more recent event (with characteristics similar to the ones mentioned above) to be analysed, i.e., large magnitude with its epicenter in the Mexican subduction zone, and with important site effects when arrive to Mexico City Valley. The event is the March 20, 2012 earthquake (Mw7.4) recorded at 60 stations of the MCAN.

The displacements in six arbitrary sites of MCAN due to this event after the double integration of the accelerograms appear in Figure B.8. In the vertical displacement of the set of records is also possible to observe two conspicuous incidences: Rayleigh ( $f = 0.1$  Hz) and Lg ( $f = 0.33$  Hz) surface waves between 80 and 130 s.

A successive  $f$ - $\mathbf{k}$  analysis of time windows can determine the wavefield behaviour of the records at late times, which are very likely the result of multi-pathing inside the Valley, i.e., the product of waves interaction with the edges of the basin. This interpretation should be subjected to closer scrutiny considering more realistic cortical models and the correlation with surficial geological structures.

In this sense, the displacement spectral densities and the kinematic decomposition in longitudinal and transversal components, for four time windows: (a) 80 – 130 s, (b) 120 – 170 s, (c) 160 – 210 s, and (d) 200 – 250 s were estimated. The last three time windows correspond to the early coda of the earthquakes.

Figure B.9 displays the kinematic velocity spectra, direction of propagation and Fourier amplitudes for the four time windows in the frequency band between 0.06 and 0.6 Hz. These spectra were constructed with the three maximum peaks of the  $k_x - k_y$  diagrams for each frequency. This representation allows identifying the spectral characteristics of the wavefield components.

Figure B.9 shows three representative peaks in all components at frequencies equal to 0.11, 0.15 and 0.33 Hz. The first peak with relevant amplitudes can be observed in an interval of frequencies between 0.1 and 0.13 Hz which propagates in direction around -10.3 degrees, with velocity equal to 2.9 km/s. This peak appears in the longitudinal and vertical direction, which strongly suggests that it is the fundamental mode of Rayleigh waves. Another representative peak is in 0.33 Hz in transversal component, which propagates in -13 degrees with a velocity equal to 3.6 km/s. We

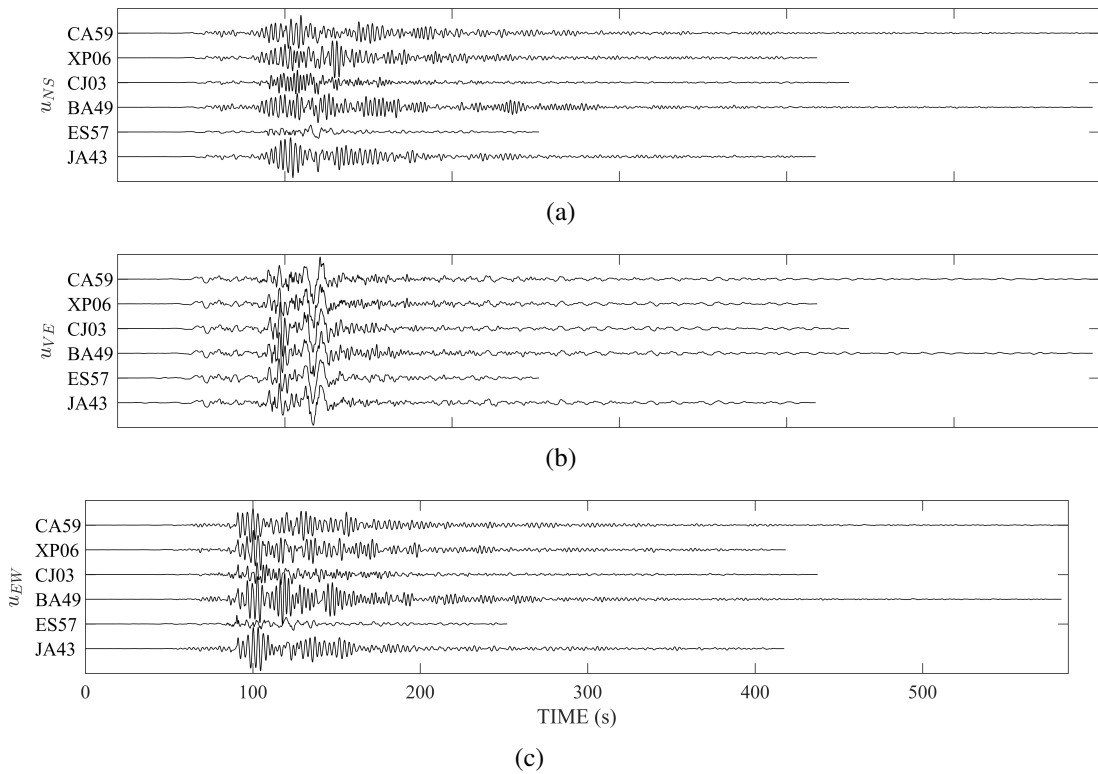


Figura B.8: Displacements of the March 20, 2012 earthquake after the double integration of the accelerograms observed in six arbitrary stations of the MCAN. (a) North-South component ( $u_{NS}$ ), (b) Vertical component ( $u_{VE}$ ), and (c) East-West component ( $u_{EW}$ ). The stations' names are indicated on the left of each trace. The  $u_{VE}$  traces are scaled by a factor of 5.

associate this wave with Lg surface waves. The direction of propagation of these two waves are very close to the epicentral direction N10W. This fact suggests that they are incident waves coming from the source. The inferred type of wave and velocities matches with the ones identified by Campillo *et al.* (1989). The speed and direction of propagation of these two wave episodes are seen on seismograms directly. Therefore, we consider this a validation of our method that can track waves crossing the Valley and are not clearly detected on seismograms. Another identified waves episode in the transversal component corresponds to the  $f = 0.15$  Hz, with  $c = 2.8$  km/s, and  $\theta = -18$  degrees.

Figure B.9b-d which correspond to the early coda of the seismograms show the kinematic spectra of the longitudinal, transversal, and vertical components. It can be seen, in the interval of frequencies between 0.2 to 0.5 Hz, comparable amplitudes in the three kinematic components with significant changes in directions and velocities of propagation. As in the synthetic model case of a *croissant*-type alluvial valley, we attribute this behavior of the wavefield to an evidence of the diffraction of the incident field due to its interaction with the edges of the basin, and in this real case, also to the multipath that waves take from the epicenter to the Mexico Valley. Moreover, for these frequencies our results suggest that the field is composed by surface waves higher modes, Rg and Lg, in agreement with Campillo *et al.* (1989).

The phase velocities obtained from the analysis of the MCAN data, in the range of frequencies between 0.1 to 0.5 Hz are consistent with those obtained from the dispersion curves of the accepted theoretical crustal models for central Mexico (see Gaite *et al.* 2012). A discontinuity in the experimental results about  $f = 0.2$  Hz, both in phase velocities and propagation directions, suggests a possible conversion of surface wave to higher Rg and Lg modes, probably generated on the south edge of the Transmexican Volcanic Belt. Apparently, the cortical paths from this geological structure towards the Valley of Mexico, is very efficient for the propagation of these mode shapes. This follows from the conspicuous amplitudes of the power spectrum of these forms of propagation and could be related with the regional amplification identified by Ordaz and Singh (1992).

The resolution of the power density estimators decreases rapidly for frequencies larger than about 0.5 Hz. This is a consequence of the decrease of the signal-to-noise ratio mainly because of the minimum distance between the MCAN sensors is around 3 km and wavelengths are less than 6 km, because waves propagate typically with horizontal velocities less than 3 km/s.

## Conclusions

The importance of estimating the  $f$ - $\mathbf{k}$  power spectral densities within the analysis of wave propagation from data of an array of sensors has been discussed. Higher resolution filters based on Capon's (1969) maximum likelihood estimators, were applied. We have also proposed a kinema-

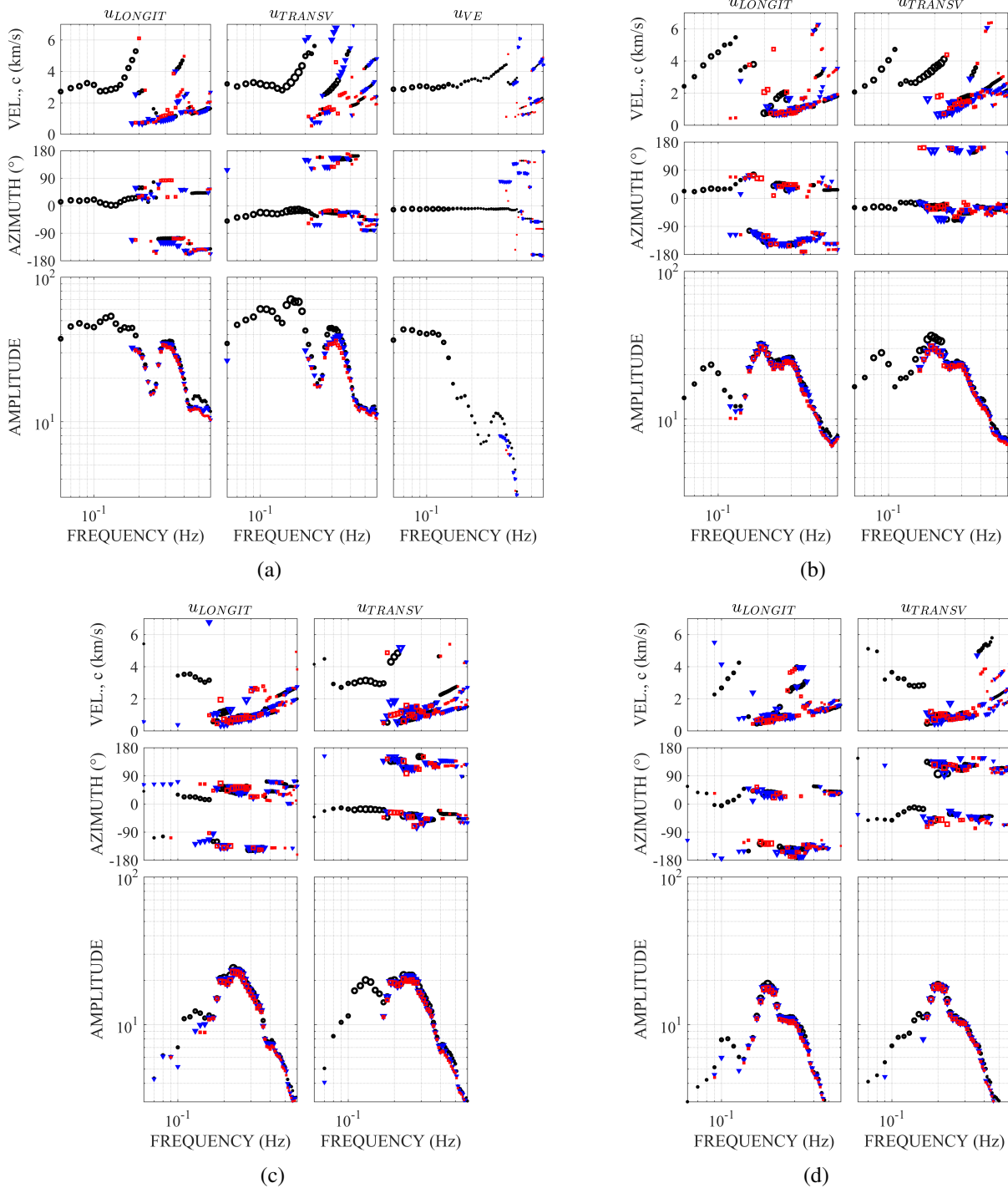


Figure B.9: Kinematic spectra of longitudinal ( $u_{LONGIT}$ ), transversal ( $u_{TRANSV}$ ), and vertical ( $u_{VE}$ ) displacements observed in the March 20, 2012 earthquake (see Figure B.8), corresponding to the time windows (a) 80 – 130 s, (b) 120 – 170 s, (c) 160 – 210 s, and (d) 200 – 250 s. Because of the low amplitudes of the vertical components, the only one where is depicted is in case (a). The propagations velocities are at the top, the azimuths are at the middle and the amplitudes are at the bottom. The markers' types indicate the relevance of the peaks detected in the  $k_x - k_y$  diagrams; thus, higher amplitudes are indicated with black circles, followed by blue triangles and then by red squares. The markers' sizes depend on the amplitude of each frequency normalized with respect to the maximum amplitude for all frequencies.

tic decomposition of the wavefield in longitudinal and transversal components, which permits to observe the directions, velocities, and polarizations of the surface displacement field.

For validation, the kinematical decomposition was implemented for two synthetic models, in 2D and 3D configurations, respectively. The results were successful because the parameters of the incident wavefield like wave type, velocity and direction of propagation were well identified. The 3D model was a *croissant*-type alluvial valley, in which the influence of basin geometry was identified in surface motion.

For the March 20, 2012 earthquake recorded by the MCAN, the  $f$ - $\mathbf{k}$  analysis and the kinematic decomposition in longitudinal and transversal components permitted us detecting the propagation of waves in different time windows. In early times of seismograms, the incident wavefield is recognized, while for late times, the analysis made possible to follow the variety of waves with frequencies between 0.2 and 0.5 Hz that are propagating across the Valley. They may be the result of the interactions of the incident wavefield with the edges of the basin. The analysis of early times also reveal locally generated surface waves. They are somehow shadow by incident waves, but their distinct azimuths may allow their detection. These facts may clarify the retrieved surface waves from correlations of strong ground motion for pairs of observers inside the Valley.

## Acknowledgements

Thanks are given to A. Arciniega-Ceballos for her suggestions and detailed review of the manuscript, and to M. A. Contreras-Zazueta for computing the frequency response for the array within the *croissant*-type alluvial valley. The help of E. Plata and G. Sánchez and their team of Unidad de Servicios de Información (USI) of Instituto de Ingeniería UNAM was crucial to locate useful references. This work was partially supported by AXA Research Fund, and by Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) of UNAM, under Grant Number IN104712.

## References

- Aki K., Richards P.G., 1980, Quantitative Seismology: Theory and Methods. *Ed. W.H. Freeman, San Francisco, 948 pp.*
- Campillo M., Gariel J.C., Aki K., Sánchez-Sesma F. J., 1989, Destructive strong ground motion in Mexico City: Source, path and site effects during the great 1985 Michoacán earthquake. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 79, 1718-1735.
- Capon J., Greenfield R.J., Kolker R.J., 1967, Multidimensional maximum-likelihood processing of a large aperture seismic array. *Proc. IEEE*, 55, 192-211.

Capon J., 1969, High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proc. IEEE*, 57, 1408-1418.

Gaite B., Iglesias A., Villaseñor A., Herraiz M., Pacheco J.F., 2012, Crustal structure of Mexico and surrounding regions from seismic ambient noise tomography. *Geophys. J. Int.*, 188, 1413-1424.

Green P.E.Jr., Frosch R.A., Romney C.F., 1965, Principles of an experimental large aperture seismic array (LASA). *Proc. IEEE*, 53, 1821-1833.

Jurkevics A., 1988, Polarization analysis of three-component array data. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 1725-1743.

Kawase H., Aki K., 1989, A study on the response of a soft basin for incident S, P, and Rayleigh waves with special reference to the long duration observed in Mexico City. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 79, 1361-1382.

Kværna T., Doornbos D.J., 1986, An integrated approach to slowness analysis with arrays and three-component stations, in *NORSAR Sci., Rept., Semiannual Technical Summary, No. 2-85/86, Kjeller, Norway, 1 October 1985-31 March 1986*.

Mykkeltveit S., Åstebøl K., Doornbos D., Husebye E., 1983, Seismic array configuration optimization. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 73, 173-186.

Ordaz M., Singh S.K., 1992, Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 82, 24-43.

Park C.B., Miller R.D., Xia J., Ivanov J., 2007, Multichannel analysis of surface waves (MASW)-active and passive methods. *The Leading Edge*, 1-6.

Pérez-Rocha L.E., Sánchez-Sesma F.J., Reinoso E., 1991, Three-dimensional site effects in Mexico City: evidence from accelerometric network observations and theoretical results, in 4th International Conference on Seismic Zonation, Stanford, California, 26-29 August. *Earthquake Engineering Research Institute*, 2, 327-334.

Ringdal F., Husebye E.S., 1982, Application of arrays in the detection, location and identification of seismic events. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 72, S201-S224.

Sánchez-Sesma F.J., Chávez-Pérez S., Suarez M., Bravo M.A., Pérez-Rocha L.E., 1988, On the seismic response of the Valley of Mexico. *Earthquake Spectra*, 4, 569-589.

Sánchez-Sesma F.J., Pérez-Rocha L.E., Reinoso E., 1993, Ground motion in Mexico City during the April 25, 1989 Guerrero Earthquake. *Tectonophysics*, 218, 127-140.

Sánchez-Sesma F.J., Luzón F., 1995, Seismic response of three-dimensional alluvial valleys for incident P, S, and Rayleigh waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 85, 269-284.

Yaglom A.M., 1962, An introduction to the Theory of Stationary Random Functions. *Englewood Cliffs, N. J. Prentice Hall*.

---

## Apéndices C

# Estado del arte de la tomografía sísmica de ondas superficiales

### C.1. Tomografía sísmica

La tomografía sísmica es la construcción de imágenes del interior de la tierra a partir del tratamiento de los tiempos de viaje de las ondas sísmicas observadas en estaciones de registro.

Los estudios pioneros en el campo de la tomografía sísmica, con técnicas que han estado en constante estudio y perfeccionamiento, se remontan a los trabajos de Bois *et al.* (1972) quienes invirtieron la estructura de velocidad 2D en una sección transversal del campo petrolero Lacq del suroeste de Francia; Aki y Lee (1976) determinaron la estructura de velocidades debajo de California; Aki *et al.* (1977) mapearon la estructura de velocidad 3D bajo el arreglo sísmico de Noruega (Norsar); y Dziewonski *et al.* (1977) emprendieron un estudio global donde mapearon la estructura de velocidad del manto de la Tierra.

A partir de estos trabajos pioneros, la tomografía sísmica ha tenido un impacto significativo en estudios a diferentes escalas, desde análisis locales hasta regionales y globales. Los estudios locales usan arreglos temporales de sensores para mapear la corteza y el manto superior en regiones geográficas limitadas. Los estudios regionales y globales utilizan información de redes permanentes que abarcan áreas continentales, en conjunto con datos de arreglos temporales, para mapear el manto superior la Tierra en su totalidad o parte de ella.

Entre los tipos de tomografía sísmica local se encuentran la tomografía de difracción, tomografía de reflexión, tomografía de forma de onda completa, tomografía telesísmica y tomografía de ondas superficiales. En el caso de la tomografía regional y global, se han realizado estudios de tomografía de ondas de cuerpo y de ondas superficiales. Tanto la tomografía sísmica local como regional, se basan principalmente en el tratamiento de los tiempos de viaje de las ondas desde fuentes naturales (terremotos) o artificiales (explosiones) hasta las estaciones de registro.

Otro tipo de tomografía sísmica que se ha explorado es la tomografía de atenuación, que recupera las variaciones laterales del parámetro  $Q$  anelástico. Esta tomografía es sensible a las variaciones de temperatura, por lo que es posible mapear *hot spots*, columnas del manto y zonas de subducción. Para ello emplean generalmente ondas de superficie, centrándose así en la parte superior del manto.

## C.2. Tomografía sísmica de ondas superficiales

Con base en resultados teóricos y experimentales, recientemente se ha popularizado el empleo de ruido sísmico ambiental para la construcción de mapas tomográficos de ondas superficiales en una variedad de escalas (Gaité *et al.*, 2012; Shapiro *et al.*, 2005). Esto se debe a la propiedad que relaciona el promedio de correlaciones cruzadas de un campo difuso registrado entre dos puntos del medio, con la parte imaginaria de la función de Green del mismo (Campillo y Paul, 2003; Lobkis y Weaver, 2001; Snieder, 2004; Wapenaar, 2004). Esta técnica es conocida como Imagen Pasiva porque cada una de las estaciones de registro se considera como una fuente virtual y su respuesta se correlaciona con la observada en las demás estaciones. La técnica extrae los tiempos de viaje de las ondas superficiales (de Love y de Rayleigh) de las señales para diferentes bandas de frecuencia. A partir de estos tiempos de viaje se construyen las curvas de dispersión del medio en estudio, que finalmente se invierten para obtener la distribución de velocidades de las ondas sísmicas con la profundidad.

La tomografía sísmica sigue un proceso compuesto por cuatro pasos: representación de la estructura, solución del problema de predicción de datos, solución del problema inverso, e inversión de la estructura de velocidades sísmicas en profundidad. Los primeros tres pasos son descritos a continuación así como las técnicas que se han empleado con mayor frecuencia en cada uno de ellos.

### C.2.1. Representación de la estructura

La representación de las distribuciones de velocidades del medio se realiza por medio de un modelo que se discretiza espacialmente. Esta discretización impacta de forma directa en el nivel de resolución del campo de velocidades. El tipo de representación elegida, está vinculada con la selección de las técnicas a seguir en la tomografía.

La parametrización puede ser regular o irregular. La forma más sencilla de parametrización es el mallado regular, en donde el espacio es dividido en bloques con propiedades sísmicas uniformes. La desventaja de esta parametrización es que limita la longitud de escala mínima de heterogeneidad al espaciado de la cuadrícula elegida, y sólo permite variaciones suaves en la velocidad de propagación. Además, debido a que las discontinuidades entre cada bloque no son realistas, puede conducir a zonas de sombra de rayos injustificados y triplicaciones. Para mitigar estos problemas se ha recu-



ruido al uso de celdas triangulares (2D) o tetraedros (3D) con un gradiente constante de velocidad. La parametrización irregular por el contrario, toma en cuenta que la distribución geográfica limitada de fuentes y receptores conduce a un muestreo irregular del subsuelo por la energía sísmica registrada, por lo tanto ajusta dinámicamente el número y/o ubicación de los parámetros a lo largo de la inversión, y de esta manera se adapta a las variaciones espaciales de los datos disponibles.

### C.2.2. Solución del problema directo: predicción de datos

El problema de encontrar el camino que toma la energía sísmica entre fuente y receptor se resuelve por medio de técnicas basadas en el trazado de rayos o por métodos basados en mallas. Por consiguiente, dado un mapa de velocidad, es posible predecir los tiempos de viaje y trayectos de las ondas sísmicas desde la fuente al receptor.

Los métodos basados en rayos como lo es el método de disparo, formulan la ecuación cinemática de rayos (que describe trayectorias ortogonales al frente de onda) como un problema de valores iniciales, en donde la ubicación de la fuente y la dirección del rayo inicial son valores conocidos que permitirán el trazado completo de los rayos. El problema de valor en la frontera para la localización del trayecto fuente-receptor se resuelve con un enfoque iterativo no-lineal, en el que se disparan rayos a través del medio que son perturbados en cada iteración hasta llegar al punto final deseado (Rawlinson *et al.*, 2010).

Otro esquema basado en rayos son los métodos de doblado, en donde se ajusta iterativamente la geometría de algún trayecto arbitrario entre fuente y receptor hasta que este llega a ser cercano al trayecto verdadero del rayo. Satisface el principio de Fermat de tiempo estacionario. Una alternativa de este método son los métodos de pseudo-doblado, que usan el mismo principio pero evitan la solución directa de la ecuación cinemática de rayos. Describen la trayectoria del rayo con un conjunto de puntos interpolados linealmente. Lanza un trayecto arbitrario inicial definido por un número pequeño de puntos cuya localización se ajusta aplicando el principio de Fermat; una vez que se satisfaga el criterio de convergencia, se interpolan nuevos puntos entre los existentes y el procedimiento iterativo continúa hasta que se alcanza la exactitud deseada.

Los métodos basados en el trazado de rayos tienen una convergencia pobre con la solución del rayo verdadero entre fuente y receptor, debido a la incertidumbre en la selección del rayo inicial, llegando a ser más evidente si la complejidad del medio aumenta; además, existe la posibilidad de que más de un trayecto satisfaga el tiempo de viaje observado. El costo computacional de estos métodos es alto, y se incrementa con el aumento en el número de fuentes y receptores utilizado.

Otro enfoque son los métodos basados en mallas que son solucionadores de la ecuación eikonal, la cual establece que la magnitud del gradiente del tiempo de viaje,  $\nabla_x T$ , en cualquier punto a lo largo del frente de onda es igual a la inversa de la velocidad (lentitud),  $s(x)$ , en ese punto:

$$|\nabla_x T| = s(x). \quad (\text{C.1})$$

La ecuación (C.1) gobierna la propagación de ondas sísmicas a través de medios isótropos. Calculan los tiempos de viaje de todos los puntos de la malla espacial. Esto contendrá explícitamente la geometría del frente de onda como una función del tiempo, y todas las posibles trayectorias de rayos. Su exactitud depende altamente del espaciado de la malla, y presentan dificultades al calcular cantidades diferentes a los tiempos de viaje, como las amplitudes.

El método de diferencias finitas se ha usado para la solución de la ecuación eikonal, donde se calcula el campo completo de tiempos de viaje de la malla de velocidades, para posteriormente extraer los tiempos de viaje entre fuente y receptor. La desventaja de este método es que sufre de problemas de estabilidad.

El *Fast Marching Method* (FMM) (Sethian, 1996; Sethian y Popovici, 1999) es un método derivado del método de diferencias finitas que proporciona la solución de la ecuación eikonal, además es rápido y muy estable. Es un algoritmo numérico que rastrea la evolución del frente de onda del primer arribo a lo largo de una banda estrecha de nodos con valores son actualizados, resolviendo la ecuación eikonal por medio de una plantilla de diferencias finitas para aproximar los términos del gradiente. La estabilidad del esquema se debe a que impone una condición de entropía, donde el frente de onda a medida que evoluciona sólo puede pasar por un punto una vez.

Una alternativa que evita la solución de la ecuación eikonal, basada también en el esquema de malla, es el trazado de trayectos de rayos más corto, en donde se forma una red o cuadrícula que conecta nodos vecinos con el trazado de segmentos de tiempos de viaje. Se emplean algoritmos de Dijkstra (algoritmo de caminos mínimos) para encontrar el trayecto con el tiempo de viaje más corto entre fuente y receptor que, de acuerdo al principio de Fermat de tiempo estacionario, corresponderá a un trayecto de rayo válido. Es un método numéricamente estable y su exactitud incrementa en la medida que el espaciado de la malla sea más pequeño.

A continuación se describe el método FMM que es el empleado en esta investigación.

### **Fast Marching Method (FMM)**

El FMM es un solucionador de la ecuación eikonal (ver ec. (C.1)) basado en mallas, usado actualmente en el campo de la sismología para resolver el problema directo de la predicción de los tiempos de viaje entre fuente y receptor. Es un esquema que combina estabilidad y rapidez computacional que le dan ventaja sobre otros métodos desarrollados para la predicción de los tiempos de viaje, como es el caso de los métodos basados en el trazado de rayos entre los que se encuentran el disparo de rayos (Bulant, 1996; Cassell, 1982; Julian y Gubbins, 1977; Rawlinson *et al.*, 2001; Sambridge y Kennett, 1990; Červený, 1987) y de doblado de rayos (Grechka y McMechan, 1996;

Julian y Gubbins, 1977; Pereyra *et al.*, 1980; Prothero *et al.*, 1988; Um y Thurber, 1987; Zhao *et al.*, 1992), que están basados en mallas como solucionadores de la ecuación eikonal a partir de diferencias finitas (Afnimar y Koketsu, 2000; Hole y Zelt, 1995; Vidale, 1988, 1990) y el trazado de rayos con el trayecto más corto (SPR por sus siglas en inglés) (Cheng y House, 1996; Fischer y Lees, 1993; Moser, 1991; Nakanishi y Yamaguchi, 1986), y métodos para la construcción del frente de onda (WC por sus siglas en inglés) empleando el trazado de rayos y métodos de mallas (Ettrich y Gajewski, 1996; Gudmundsson *et al.*, 1994; Lambaré *et al.*, 1996; Lucio *et al.*, 1996; Vinje *et al.*, 1993, 1999).

Este esquema fue desarrollado en el campo de la matemática computacional por (Sethian, 1996) como un método general para rastrear la evolución de frentes que avanzan monótonicamente. Ha sido aplicado a una amplia variedad de problemas incluyendo el desarrollo fotolitográfico, geodesia, deposición de sedimentos, imagenología médica y planteamiento de trayectorias óptimas (Sethian, 1996; Sethian y Popovici, 1999) y actualmente en sismología. Forma parte de los métodos del conjunto de nivel (*Level Set Methods*), que son técnicas numéricas para el cálculo de la posición de un frente de propagación. Se basan en una ecuación diferencial parcial de una función de propagación con valor inicial y usa técnicas tomadas de las leyes de conservación hiperbólicas.

El FMM se aplica para seguir la evolución de un frente que se propaga normal a sí mismo con velocidad  $F$  que depende sólo de la posición y es siempre positiva o negativa. Este método permite obtener de forma natural cambios topológicos, esquinas y cúspides, y determina con precisión las propiedades geométricas como la curvatura y la dirección normal.

En los trabajos de de Kool *et al.* (2006); Rawlinson y Sambridge (2004, 2005) pueden encontrarse descripciones detalladas del FMM. Este algoritmo numérico está basado en mallas que resuelven el problema de rastrear la evolución de interfaces que avanzan monótonicamente a lo largo de una banda estrecha de nodos donde los valores son actualizados resolviendo la ecuación eikonal a través del método de diferencias finitas y satisfaciendo la condición de entropía upwind. Su destacada estabilidad se debe a que direcciona apropiadamente el desarrollo y propagación de las discontinuidades del gradiente en la evolución del frente de onda.

La ecuación eikonal no puede ser resuelta con facilidad si existen discontinuidades en el gradiente del frente de onda, pues requiere que  $\nabla_x T$  esté definida. Desafortunadamente, la solución de esta ecuación para el campo del frente de onda del primer arribo con el método de diferencias finitas, puede arrojar estas discontinuidades. Una manera de resolver este obstáculo es buscando soluciones débiles, lo que resulta en un  $T(x)$  continuo pero no necesariamente un  $\nabla_x T$  continuo. Una solución débil se puede obtener resolviendo la versión "viscosa" de la ecuación eikonal:

$$|\nabla_x T| = s(x) + \epsilon \nabla_x^2 T, \quad (\text{C.2})$$

donde  $\epsilon$  es el límite viscoso que tiende a cero, y controla la suavidad impuesta a la solución. El

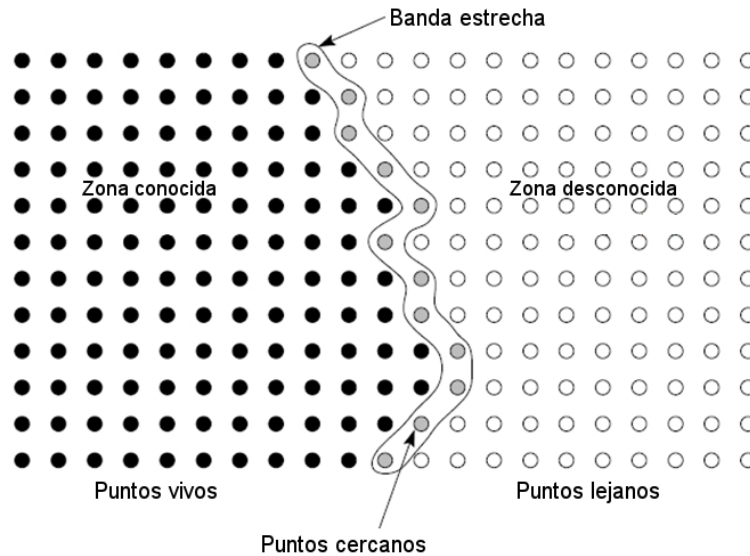


Figura C.1: (a) Principio del método de *narrow band* o banda estrecha. Los *alive points* o puntos vivos (nodos negros), están en la región *upwind*, tienen tiempos de viaje conocidos; los *close points* o puntos cercanos (nodos grises), se encuentran en la *narrow band* y es sobre los que se calculan los tiempos de viaje ( ec. (11)); y los *far points* o puntos lejanos (nodos vacíos) están en la región *downwind* y no tienen asignado un tiempo de viaje. (b) Ejemplo de la evolución de la *narrow band* desde la fuente. Figura adaptada de Rawlinson y Sambridge (2004).

límite de soluciones suaves es una solución débil que corresponde al frente de onda del primer arribo. Por definición, la propagación del frente de onda del primer arribo satisface una condición de entropía porque ella sólo puede pasar por un punto una vez. Esta condición de entropía se establece mediante la estrategia expresada como: “una vez que un punto se quema, permanece quemado” (Sethian y Popovici, 1999). La estabilidad del FMM recae en el estricto cumplimiento de esta condición.

En la Figura C.1 se presenta un esquema del proceso que lleva a cabo el FMM, en donde los nuevos tiempos de viaje se calculan a partir de tiempos de viaje conocidos de nodos adyacentes, que se encuentran en la región *upwind* y son nombrados como *alive points* o puntos vivos. El orden en el cual los nodos son actualizados debe ser consistente con la dirección del flujo de información, es decir, desde los valores pequeños de  $T$  hasta los valores grandes. Para lograr esto, el FMM construye sistemáticamente los tiempos de viaje  $T$  de la región *downwind* a partir de los valores conocidos de la región *upwind* empleando un enfoque de *narrow band* o banda estrecha. La *narrow band* evoluciona identificando los *close points* con mínimo tiempo de viaje y etiquetándolos como *alive points*. La forma de esta banda, se aproxima a la forma del frente de onda del primer arribo, y la idea es propagarla a través de la malla hasta que todos los puntos tengan valores de tiempos de viaje conocidos.

Este esquema se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
& [\max(D_a^{-x}T, -D_b^{+x}T, 0)]^2 + \\
& \max(D_c^{-y}T, -D_d^{+y}T, 0)^2 + \\
& \max(D_e^{-z}T, -D_f^{+z}T, 0)^2 \Big|_{ijk}^{\frac{1}{2}} = s_{i,j,k},
\end{aligned} \tag{C.3}$$

donde  $T$  es tiempo de viaje,  $(i, j, k)$  son las variables de incremento de la malla en  $(x, y, z)$ , y las variables enteras  $a, b, c, d, e, f$  controlan la exactitud de los operadores de diferencias finitas en la región *upwind*. Como ejemplo se expresan tres operadores  $D^{-x}T_i$  correspondientes a los tres primeros órdenes de exactitud:

$$\begin{aligned}
D_1^{-x}T_i &= \frac{T_i - T_{i-1}}{\delta_x}, \\
D_2^{-x}T_i &= \frac{3T_i - 4T_{i-1} + T_{i-2}}{2\delta_x}, \\
D_3^{-x}T_i &= \frac{11T_i - 18T_{i-1} + 9T_{i-2} - 2T_{i-3}}{6\delta_x},
\end{aligned} \tag{C.4}$$

donde  $\delta_x$  es el espaciado de la malla en dirección  $x$ . Estos operadores se derivan de las expansiones en series de Taylor para  $T_{i-1}$ ,  $T_{i-2}$  y  $T_{i-3}$ . El orden de los operadores que deben emplearse depende de la disponibilidad de los tiempos de viaje de los nodos de la región *upwind* y del máximo orden permitido. Por lo tanto, si el máximo orden permitido para el operador es  $n$ , esto no implica que el orden de exactitud sea estrictamente  $n$ .

Los trayectos de los rayos se encuentran posteriormente usando el campo de tiempos de viaje calculados. Esto se lleva a cabo comenzando en cada receptor y siguiendo el gradiente del tiempo de viaje  $\nabla T$  de regreso a la fuente.

Los métodos para la solución del problema directo del cálculo de los trayectos de los rayos, como es el caso del *Fast Marching Method* (FMM), se aplican en secuencia y de forma iterativa con un método que resuelve el problema inverso. Este enfoque iterativo se aplica hasta que los cambios en el ajuste de los datos y la perturbación del modelo sean insignificantes.

### C.2.3. Solución del problema inverso: inversión de los tiempos de viaje

Finalmente se resuelve el problema inverso, que consiste en el ajuste de los parámetros del modelo de la estructura de velocidades sísmicas para satisfacer los datos observados en campo. Este proceso es sujeto a regularizaciones (ej. la suavidad, la desviación a partir del modelo inicial) que reducen el tamaño del subespacio de soluciones, lo que hace más sencilla la selección de

modelos a ser evaluados.

El problema inverso es un problema no-lineal, porque a pesar de que los tiempos de viaje están linealmente relacionados con un trayecto dado, el camino tomado por la energía sísmica tiene una dependencia no-lineal con el campo de velocidad, que cambia como resultado de la inversión.

El problema inverso puede solucionarse a través de las técnicas de *Backprojection*, que resuelve el sistema lineal de ecuaciones  $d = Gm$ , donde  $d$  representa las perturbaciones de los tiempos de viaje,  $m$  las perturbaciones de la lentitud, y  $G$  es la matriz con la longitud de los rayos, que es la distancia que atraviesa cada rayo en cada bloque. Existen dos técnicas para la aplicación del *Backprojection*, la Reconstrucción Algebraica y Reconstrucción Iterativa Simultánea:

En la técnica de Reconstrucción Algebraica, cada tiempo de viaje se distribuye a lo largo del rayo ajustando la lentitud en cada celda proporcionalmente a la longitud del segmento de rayo en cada celda. Antes de repetir este proceso para el siguiente rayo, el tiempo de viaje residual se calcula a partir del campo de velocidad actualizado. La inversión se completa una vez que se realiza esto para todos los rayos, o se encuentran nuevos rayos para el modelo actualizado y se repite el *Backprojection*, hasta que los tiempos residuales satisfagan algún criterio de convergencia. La desventaja de esta técnica radica en que su convergencia es pobre.

La técnica de Reconstrucción Iterativa Simultánea tiene mejores propiedades de convergencia; en lugar de actualizar el modelo rayo por rayo, promedia las perturbaciones aplicadas en cada celda a partir de todos los rayos que la atraviesan.

Estas técnicas de *Backprojection* son simples de implementar y rápidas computacionalmente, pero tienen problemas de estabilidad y convergencia.

El problema también se puede resolver a través de los métodos de gradiente, que requieren del cálculo de la derivada del modelo de predicciones, conocida como la matriz de Fréchet,  $G = \partial g / \partial m$ , que describe la tasa de cambio de los datos observados con respecto a los parámetros del modelo. Estos esquemas frecuentemente implican la minimización de una función objetivo. Esta minimización depende de parámetros de amortiguamiento y suavizado, que gobiernan el equilibrio entre la cercanía de la solución a los datos, la proximidad del modelo solución al modelo inicial y la suavidad del modelo de solución.

Los métodos de inversión descritos dependen de la precisión de los modelos iniciales y no proveen medidas robustas de la incertidumbre del modelo. Además, son métodos locales pues sólo trabajan con la información en regiones limitadas del modelo espacial para llegar a la solución. A diferencia de estos métodos y como una alternativa atractiva, se han desarrollado técnicas de inversión no-lineales que producen un ensamble de modelos de datos satisfactorios que pueden ser interrogados usando algoritmos de búsqueda no-lineales para iluminar solo aquellas características que son requeridas por los datos. Estos algoritmos de búsqueda pueden ser los algoritmos genéticos, que utilizan un análogo a la evolución biológica con el fin de conducir la búsqueda de nuevos

modelos a partir de un grupo inicial de modelos generados en forma aleatoria; y los algoritmos de *simulated annealing*, que se basan en un análogo de la recristalización física en sistemas termodinámicos para guiar las variaciones de los parámetros del modelo. La desventaja de este tipo de inversión no-lineal es que requiere de grandes recursos de computo. Una opción práctica para su aplicación es comenzar con un modelo parametrizado grueso, aplicar una técnica de búsqueda no-lineal y usar la solución como el modelo inicial para emplearla en una minimización basada en gradiente local con un mayor número de parámetros. La idea es localizar un punto en el modelo espacial lo suficientemente cerca de la solución mínima global.

A continuación se describen los métodos de mínimos cuadrados y de *Subspace Inversion* para la solución del problema inverso, de los cuales, el segundo es el empleado en esta investigación.

### Método de mínimos cuadrados

La inversión de las velocidades locales se realiza teniendo en cuenta los trayectos entre pares de estaciones y empleando un enfoque de mínimos cuadrados amortiguados.

La región en estudio se discretiza con una malla regular. El tiempo de propagación de la energía sobre un rayo  $l$ , comprendido entre las estaciones  $A$  y  $B$ , será:

$$t = \sum_A^B \frac{1}{V_g(\omega_0, i, j)} dl_{ij}, \quad (\text{C.5})$$

donde  $(i, j)$  es la posición de cada celda en la malla, y por lo tanto  $V_g(\omega_0, i, j)$  es la velocidad constante de la celda  $(i, j)$ , y  $dl_{ij}$  la longitud del rayo que la atraviesa.  $\omega_0$  es la frecuencia en particular para la que se obtiene el mapa de velocidades.

La función objetivo en el enfoque de mínimos cuadrados amortiguados emplea la combinación del error,  $E$ , y la longitud de la solución,  $L$ , que es una medida para cuantificar la proximidad del modelo solución al modelo anterior. Se expresa de la siguiente manera:

$$f(m) = E + \epsilon^2 L = \sum_{i=1}^N e_i^2 + \epsilon^2 \sum_{i=1}^N m_i^2, \quad (\text{C.6})$$

donde  $e = d^{obs} - d^{pre}$  es el error medido como la diferencia entre los datos observados y los predichos por el modelo,  $m = m^k - m^{k-1}$  es la diferencia de los parámetros del modelo actual con los del modelo anterior, y  $\epsilon$  es el factor de amortiguamiento que determina la importancia relativa dada al error de la predicción y la longitud de la solución.

La inversión de los datos busca establecer  $V_g(\omega_0, i, j)$  que permite verificar:

$$\frac{AB}{V_g(\omega_0, A, B)} = \sum_A^B \frac{dl_{ij}}{V_g(\omega_0, i, j)}. \quad (\text{C.7})$$

El término de la izquierda de la ec. (C.7) corresponde a los datos de los tiempos de propagación observados,  $d^{obs}$ , calculados previamente con las curvas de dispersión, y el término de la derecha contiene los datos predichos por el modelo,  $d^{pre}$ . De esta manera y tomando en cuenta la ec. (C.6), la función a minimizar para cada trayecto  $AB$  será de la forma:

$$f = \sum_{AB} \left[ \frac{AB}{V_g(\omega_0, A, B)} - \sum_A^B \frac{dl_{ij}}{V_g^k(\omega_0, i, j)} \right]^2 + \epsilon^2 \sum_{i,j} \left[ \frac{1}{V_g^k(\omega_0, i, j)} - \frac{1}{V_g^{k-1}(\omega_0, i, j)} \right]^2, \quad (C.8)$$

donde el superíndice  $k$  indica el número de la iteración.

Realizando el siguiente cambio de variables: el vector de los tiempos de propagación,  $y = \frac{AB}{V_g(\omega_0, A, B)}$ ; la matriz de las distancias proyectadas en el mapa,  $D = [dl_{ij}]$ ; y la matriz de las lentitudes de grupo,  $S_{\omega_0}^k \frac{1}{V_g^k(\omega_0, i, j)}$ , la ec. (C.8) puede simplificarse de la siguiente manera:

$$f = (y - DS_{\omega_0}^k)^2 + \epsilon^2 (S_{\omega_0}^k - S_{\omega_0}^{k-1})^2. \quad (C.9)$$

La solución se obtiene mediante:

$$S_{\omega_0}^k = S_{\omega_0}^{k-1} + \left[ (D^T D + \epsilon^2 I)^{-1} D^T (y - DS_{\omega_0}^k) \right], \quad (C.10)$$

donde  $I$  es la matriz identidad.

### Método de *Subspace Inversion*

Un esquema de solución del problema inverso es el *subspace inversion* (Kennett *et al.*, 1988; Rawlinson *et al.*, 2006; Sambridge, 1990; Williamson, 1990). Es un método de gradiente y como tal requiere el ajuste de los parámetros del modelo para satisfacer los datos observados, y está sujeto a restricciones de regularización. En estudios de tomografía sísmica, los datos son los tiempos de viaje entre pares de estaciones, y la incógnita es el campo de velocidades en los vértices de la malla.

El problema inverso resuelto a través de los esquemas de gradiente involucra la minimización de una función objetivo  $S(m)$  (donde  $m$  son los parámetros del modelo de predicciones), que contiene un término de datos residuales y uno o más términos de regularización. La función objetivo es de la forma:



$$S(m) = (g(m - d_{obs}))^T C_d^{-1} (g(m) - d_{obs}) + \epsilon (m - m_0)^T C_m^{-1} (m - m_0) + \eta m^T D^T D m, \quad (C.11)$$

donde  $g(m)$  son los datos predichos por el modelo,  $d_{obs}$  son los observados,  $C_d$  es la matriz de covarianza de los datos iniciales,  $m_0$  es el modelo de referencia,  $C_m$  es la matriz de covarianza del modelo inicial, y  $D$  es la segunda derivada del operador de suavizado.  $\epsilon$  y  $\eta$  son parámetros de amortiguamiento y suavizado, respectivamente. Los dos últimos términos de la ec. (C.11) son de regularización, y tienen el efecto de limitar el número de modelos de ajuste aceptables.

Los factores de amortiguamiento y suavizado, mencionados en el párrafo anterior, son controlados por el usuario. El factor de amortiguamiento previene al modelo solución de alejarse demasiado del modelo inicial, y el factor de suavizado restringe la suavidad del modelo solución. El fin de estas dos variables es el de gobernar el equilibrio entre la cercanía de la solución a los datos, la proximidad del modelo solución al modelo anterior, y la suavidad del modelo solución.

El objetivo de los métodos de inversión basados en gradiente es determinar las perturbaciones,  $\delta m$ , del modelo actual, suministradas por el método *subspace inversion*. De esta manera, para cada modelo  $m_i$ , se produce un nuevo modelo  $m_{i+1} = m_i + \delta m_i$ . El esquema progresa hasta que los datos observados sean predichos por el modelo solución o cuando el cambio en  $S(m)$  llegue a ser lo suficientemente pequeño.

El nombre de este método de inversión se debe a que proyecta la aproximación cuadrática de  $S(m)$  en un subespacio  $n$ -dimensional del modelo espacial. El usuario es quien define el tamaño de la dimensión del subespacio. La solución del problema inverso queda entonces reducida a la inversión de una matriz  $n \times n$ .

Para una función objetivo como la de la ec. (C.11), la perturbación,  $\delta m$ , se calcula con la siguiente expresión:

$$\delta m = -A \left[ A^T \left( G^T C_d^{-1} \epsilon C_m^{-1} + \eta D^T D \right) A \right]^{-1} A^T \widehat{\gamma}, \quad (C.12)$$

donde  $A = [a^j]$  es la matriz proyección de  $M \times n$  ( $M$  son las incógnitas),  $G = \partial g / \partial m$  es la matriz de las derivadas parciales de Fréchet, que mide la tasa de cambio de los datos observados con respecto al modelo de parámetros, y  $\widehat{\gamma}$  es el vector gradiente ( $\gamma = \partial S / \partial m$ ).

El conjunto de vectores que conforman el subespacio  $n$ -dimensional se calculan con el vector gradiente y la matriz Hessiana del modelo espacial. Para evitar dependencias lineales entre los vectores ( $a^j$ ) de la matriz  $A$ , se emplea la descomposición en valores singulares, SVD (por sus siglas en inglés), para producir una base ortogonal de  $n$  vectores. Si  $n$  es grande, el conjunto de  $a^j$  no puede abarcar completamente las  $n$  dimensiones. En estos casos, el SVD identificará en cada

iteración los vectores base innecesarios y los eliminará de  $A$ . Según el autor de los códigos, no tiene mucho sentido el establecimiento de un valor mayor que 10 para  $n$ , pues en la práctica tiende a variar entre 7 y 10 en las iteraciones. Una vez que la matriz  $A$  se calcula y ortogonaliza, se obtiene la perturbación  $\delta m$  actualizada, a través de la inversión de una matriz  $n \times n$  relativamente pequeña.

---

# Bibliografía

- Afnimar y Koketsu K. (2000). Finite difference travelttime calculation for head waves travelling along an irregular interface. *Geophysical Journal International* **143**, 729–734.
- Aki K. (1957). Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors. *Bulletin of the Earthquake Research Institute* **35**, 415–456.
- Aki K., Christoffersson A. y Husebye E. S. (1977). Determination of the three dimensional seismic structure of the lithosphere. *Journal of Geophysical Research* **82**, 277–296.
- Aki K. y Lee W. H. K. (1976). Determination of the three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquakes: 1. a homogeneous initial model. *Journal of Geophysical Research* **81**, 4381–4399.
- Asano K., Iwata T., Sekiguchi H., Somei K., Miyakoshi K., Aoi S. y Kunugi T. (2016). Surface wave group velocity tomography in the osaka sedimentary basin, japan, using ambient noise cross-correlation functions. En: *5th IASPEI/IAEE International Symposium: Effects of Surface Geology on Seismic Motion*.
- Auvinet G. y Juárez M. (2011). Geotechnical characterization of mexico city subsoil. En: *Pan-Am CGS Geotechnical Conference*.
- Baena-Rivera M., Perton M. y Sánchez-Sesma F. J. (2016). Surface waves retrieval from generalized diffuse fields in 2d synthetic models of alluvial valleys. *Bulletin of the Seismological Society of America* **106** (6).
- Baena-Rivera M., Pérez-Rocha L. E. y Sánchez-Sesma F. J. (2017). Frecuency wavenumber analysis of strong ground motion in mexico city. *Geofísica Internacional* **56** (1), 275–291.
- Bard P.-Y. (1999). Microtremor measurements: a tool for site effect estimation? *The Effects of Surface Geology on Seismic Motion* **3**, 1251–1279.

- Bensen G. D., Ritzwoller M. H., Barmin M. P., Levshin A. L., Lin F., Moschetti M. P., Shapiro N. M. y Yang Y. (2007). Processing seismic ambient noise data to obtain reliable broad-band surface wave dispersion measurements. *Geophysical Journal International* **169**, 1239–1260.
- Bois P., Porte M. L., Lavergne M. y Thomas G. (1972). Well-to-well seismic measurements. *Geophysics* **37**, 471–480.
- Boore D. M. (1983). Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra. *Bulletin of the Seismological Society of America* **73** (6), 1865–1894.
- Bulant P. (1996). Two-point ray tracing in 3-d. *Pure and Applied Geophysics* **148**, 421–447.
- Campillo M., Gariel J. C., Aki K. y Sánchez-Sesma F. J. (1989). Destructive strong ground motion in Mexico City: Source, path, and site effects during great 1985 Michoacán earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America* **79** (6), 1718–1735.
- Campillo M. y Paul A. (2003). Long-range correlations in the diffuse seismic coda. *Science* **299** (5606), 547–549.
- Capon J. (1969). High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE* **57**, 1408–1418.
- Capon J., Greenfield R. J. y Kolker R. J. (1967). Multidimensional maximum-likelihood processing of a large aperture seismic array. *Proceedings of the IEEE* **55**, 192–211.
- Cassell B. R. (1982). A method for calculating synthetic seismograms in laterally varying media. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* **69**, 339–354.
- Cheng N. y House L. (1996). Minimum traveltimes calculations in 3-d graph theory. *Geophysics* **61**, 1895–1898.
- Claerbout J. F. (1968). Synthesis of a layered medium from its acoustic transmission response. *Geophysics* **33** (2), 264–269.
- Cruz-Atienza V. M., Tago J., Sanabria-Gómez J. D., Chaljub E., Etienne V., Virieux J. y Quintanar L. (2016). Long duration of ground motion in the paradigmatic valley of Mexico. *Nature Scientific Reports* **6:38807**, 1–9.
- de Kool M., Rawlinson N. y Sambridge M. (2006). A practical grid-based method for tracking multiple refraction and reflection phases in three-dimensional heterogeneous media. *Geophysical Journal International* **167**, 253–270.

- Derode A., Larose E., Tanter M., de Rosny J., Tourin A., Campillo M. y Fink M. (2003). Recovering the green's function from field-field correlations in an open scattering medium (I). *Journal of the Acoustical Society of America* **113** (6), 2973–2976.
- Dziewonski A., Bloch S. y Landisman M. (1969). A technique for the analysis of transient seismic signals. *Bulletin of the Seismological Society of America* **59** (1), 427–444.
- Dziewonski A., Hager B. H. y O'Connell R. J. (1977). Large-scale heterogeneities in the lower mantle. *Journal of Geophysical Research* **82**, 239–255.
- Ettrich N. y Gajewski D. (1996). Wave front construction in smooth media for prestack depth migration. *Pageophysical* **148**, 481–502.
- Fischer R. y Lees J. M. (1993). Shortest path ray tracing with sparse graphs. *Geophysics* **58**, 987–996.
- Gaite B., Iglesias A., Villaseñor A., Herraiz M. y Pacheco J. F. (2012). Crustal structure of Mexico and surrounding regions from seismic ambient noise tomography. *Geophysical Journal International* **188** (3), 1413–1424.
- Grechka V. Y. y McMechan G. A. (1996). 3-d two-point ray tracing for heterogeneous, weakly transversely isotropic media. *Geophysics* **61**, 1883–1894.
- Green P. E. J., Frosch R. A. y Romney C. F. (1965). Principles of an experimental large aperture seismic array (lasa). *Proceedings of the IEEE* **53**, 1821–1833.
- Gudmundsson O., Brandsdottir B., Menke W. y Sigvaldason G. E. (1994). The crustal magma chamber of the katla volcano in south iceland revealed by 2-d seismic undershooting. *Geophysical Journal International* **119**, 277–296.
- Halliday D. y Curtis A. (2008). Seismic interferometry, surface waves and source distribution. *Geophysical Journal International* **175** (3), 1067–1087.
- Hennino R., Trégourès N., Shapiro N. M., Margerin L., Campillo M., van Tiggelen B. A. y Weaver R. L. (2001). Observation of equipartition of seismic waves. *Physical Review Letters* **86** (15), 3447–3450.
- Hole J. A. y Zelt B. C. (1995). 3-d finite-difference reflection travel times. *Geophysical Journal International* **121**, 427–434.
- Julian B. R. y Gubbins D. (1977). Three-dimensional seismic ray tracing. *Journal of Geophysical Research* **43**, 95–113.

- Kawase H. y Aki K. (1989). A study on the response of a soft basin for incident s, p and rayleigh waves with special reference to the long duration observed in Mexico City. *Bulletin of the Seismological Society of America* **79** (5), 1361–1382.
- Kawase H., Sánchez-Sesma F. J. y Matsushima S. (2011). The optimal use of horizontal-to-vertical spectral ratios of earthquake motions for velocity inversions based on diffuse-field theory for plane waves. *Bulletin of the Seismological Society of America* **101** (5), 2001–2014.
- Kennett B. L. N., Sambridge M. S. y Williamson P. R. (1988). Subspace methods for large inverse problems with multiple parameter classes. *Geophysical Journal International* **94**, 237–247.
- Kvaerna T. y Doornbos D. J. (1986). An integrated approach to slowness analysis with arrays and three-component stations. Semiannual Tech. Summary 2-85/86, NORSEAR, Kjeller, Norway.
- Lambaré G., Lucio P. S. y Hanyga A. (1996). Two-dimensional multivalued traveltimes and amplitude maps by uniform sampling of a ray field. *Geophysical Journal International* **125**, 584–598.
- Lermo J. y Chávez-García F. J. (1994). Are microtremors useful in site response evaluation? *Bulletin of the Seismological Society of America* **84** (5), 1350–1364.
- Lobkis O. I. y Weaver R. L. (2001). On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field. *Journal of the Acoustical Society of America* **110** (6), 3011–3017.
- Louie J. N. (2001). Faster, better: shear-wave velocity to 100 meters depth from refraction microtremor arrays. *Bulletin of the Seismological Society of America* **91** (2), 347–364.
- Lucio P. S., Lambaré G. y Hanyga A. (1996). 3D multivalued travel time and amplitude maps. *Pageophysical* **148**, 449–479.
- Malcolm A. E., Scales J. A. y van Tiggelen B. A. (2004). Extracting the Green function from diffuse, equipartitioned waves. *Physical Review E* **70** (1), 015601–1/4.
- Margerin L., Campillo M., Tiggelen B. A. V. y Hennino R. (2009). Energy partition of seismic coda waves in layered media: theory and application to Pinyon Flats Observatory. *Geophysical Journal International* **177**, 571–585.
- Margerin L., Campillo M. y Tiggelen B. V. (2000). Monte Carlo simulation of multiple scattering of elastic waves. *Journal of Geophysical Research* **105** (B4), 7873–7892.
- Marsal R. J. y Mazari M. (1959). The subsoil of Mexico City. *First Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*.

- Moser T. J. (1991). Shortest path calculation of seismic rays. *Geophysics* **56**, 59–67.
- Mulargia F. (2012). The seismic noise wavefield is not diffuse. *The Journal of the Acoustical Society of America* **131** (4), 2853–2858.
- Nakahara H. y Margerin L. (2011). Testing equipartition for s-wave coda using borehole records of local earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America* **101** (5), 2243–2251.
- Nakamura Y. (1989). A method for dynamic characteristics estimation of subsurface using microtremor on the ground surface. *Railway Technical Research Institute, Quarterly Reports* **30** (1), 25–33.
- Nakanishi I. y Yamaguchi K. (1986). A numerical experiment on nonlinear image reconstruction from first-arrival times for two-dimensional island arc structure. *Journal of Physics of the Earth* **34**, 195–201.
- Nogoshi M. y Igarashi T. (1971). On the amplitude characteristics of microtremor (part 2). *Journal of the Seismological Society of Japan* **24** (1), 26–40.
- Pereyra V., Lee W. H. K. y Keller H. B. (1980). Solving two-point seismic-ray tracing problems in a heterogeneous medium. *Bulletin of the Seismological Society of America* **70**, 79–99.
- Piña-Flores J. (2015). *Cálculo e inversión del cociente H/V a partir de ruido ambiental*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, México, D. F.
- Prothero W. A., Taylor W. J. y Eickemeyer J. A. (1988). A fast, two-point, three-dimensional raytracing algorithm using a simple step search method. *Bulletin of the Seismological Society of America* **78**, 1190–1198.
- Pérez-Rocha L. E. (1998). *Respuesta sísmica estructural: efectos de sitio e interacción suelo-estructura (aplicaciones al Valle de México)*. Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, México, D. F.
- Rawlinson N., Houseman G. A. y Collins C. D. N. (2001). Inversion of seismic refraction and wide-angle reflection traveltimes for 3-d layered crustal structure. *Geophysical Journal International* **145**, 381–401.
- Rawlinson N., Pozgay S. y Fishwick S. (2010). Review: Seismic tomography: A window into deep earth. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* **178**, 101–135.
- Rawlinson N., Reading A. M. y Kennett B. L. N. (2006). Lithospheric structure of tasmania from a novel form of teleseismic tomography. *Journal of Geophysical Research* **111**, B02301/1–21.

- Rawlinson N. y Sambridge M. (2004). Multiple reflection and transmission phases in complex layered media using a multistage fast marching method. *Geophysics* **69**, 1338–1350.
- Rawlinson N. y Sambridge M. (2005). The fast marching method: An effective tool for tomographic imaging and tracking multiple phases in complex layered media. *Exploration Geophysics* **36**, 341–350.
- Reinoso-Angulo E. (1988). *Un algoritmo para el cálculo aproximado de espectros de respuesta sísmica basado en la teoría de vibraciones casuales*. Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, México, D. F.
- Ringdal F. y Husebye E. S. (1982). Application of arrays in the detection, location and identification of seismic events. *Bulletin of the Seismological Society of America* **72**, S201–S224.
- Rivet D., Campillo M., Sánchez-Sesma F. J., Shapiro N. M. y Singh S. K. (2015). Identification of surface wave higher modes using a methodology based on seismic noise and coda waves. *Geophysical Journal International* **203**, 856–868.
- Sabra K. G., Gerstoft P., Roux P., Kuperman W. A. y Fehler M. C. (2005). Surface wave tomography from microseisms in southern california. *Geophysical Research Letters* **32**, L14311–1/4.
- Salinas V., Luzón F., García-Jerez A., Sánchez-Sesma F. J., Kawase H., Matsushima S., Suarez M., Cuellar A. y Campillo M. (2014). Using diffuse field theory to interpret the h/v spectral ratio from earthquake records in cibeles seismic station, mexico city. *Bulletin of the Seismological Society of America* **104** (2), 995–1001.
- Sambridge M. S. (1990). Non-linear arrival time inversion: constraining velocity anomalies by seeking smooth models in 3-d. *Geophysical Journal International* **102**, 653–677.
- Sambridge M. S. y Kennett B. L. N. (1990). Boundary value ray tracing in a heterogeneous medium: a simple and versatile algorithm. *Geophysical Journal International* **101**, 157–168.
- Sato H., Fehler M. C. y Maeda T. (2012). *Seismic wave propagation and scattering in the heterogeneous earth*. Springer, 2 ed.
- Scherbaum F. (1987). Seismic imaging of the site response using microearthquake recordings. part i. method. *Bulletin of the Seismological Society of America* **77** (6), 1905–1923.
- Sethian J. A. (1996). A fast marching level set method for monotonically advancing fronts. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* **93**, 1591–1595.



- Sethian J. A. y Popovici A. M. (1999). 3-d travelttime computation using the fast marching method. *Geophysics* **64**, 516–523.
- Shapiro N. M. y Campillo M. (2004). Emergence of broadband rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise. *Geophysical Research Letters* **31**, L07614–1/4.
- Shapiro N. M., Campillo M., Margerin L., Singh S. K., Kostoglodov V. y Pacheco J. (2000). The energy partitioning and the diffusive character of the seismic coda. *Bulletin of the Seismological Society of America* **90** (3), 655–665.
- Shapiro N. M., Campillo M., Stehly L. y Ritzwoller M. H. (2005). High-resolution surface-wave tomography from ambient seismic noise. *Science* **307** (5715), 1615–1618.
- Shapiro N. M., Singh S. K., Almora D. y Ayala M. (2001). Evidence of the dominance of higher-mode surface waves in the lake-bed zone of the valley of mexico. *Geophysical Journal International* **147**, 517–527.
- Snieder R. (2004). Extracting the green's function from the correlation of coda waves: A derivation based on stationary phase. *Physical Review E* **69** (4), 046610–1/8.
- Stehly L., Campillo M. y Shapiro N. M. (2006). A study of the seismic noise from its long-range correlation properties. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012)* **111** (B10), B10306–1/12.
- Stehly L., Fry B., Campillo M., Shapiro N. M., Guilbert J., Boschi L. y Giardini D. (2009). Tomography of the alpine region from observations of seismic ambient noise. *Geophysical Journal International* **178** (1), 338–350.
- Sánchez-Sesma F. J. y Campillo M. (1991). Diffraction of p, sv, and rayleigh waves by topographic features: a boundary integral formulation. *Bulletin of the Seismological Society of America* **81** (6), 2234–2253.
- Sánchez-Sesma F. J. y Campillo M. (2006). Retrieval of the green's function from cross correlation: The canonical elastic problem. *Bulletin of the Seismological Society of America* **96** (3), 1182–1191.
- Sánchez-Sesma F. J., Pérez-Rocha L. E. y Reinoso E. (1993). Ground motion in mexico city during the april 25, 1989, guerrero earthquake. *Tectonophysics* **218**, 127–140.
- Sánchez-Sesma F. J., Pérez-Ruiz J. A., Campillo M. y Luzón F. (2006). Elastodynamic 2d green function retrieval from cross-correlation: Canonical inclusion problem. *Geophysical Research Letters* **33**, L13305–1/6.

- Sánchez-Sesma F. J., Pérez-Ruiz J. A., Luzón F., Campillo M. y Rodríguez-Castellanos A. (2008). Diffuse fields in dynamic elasticity. *Wave Motion* **45**, 641–654.
- Sánchez-Sesma F. J., Rodríguez M., Iturrarán-Viveros U., Luzón F., Campillo M., Margerin L., García-Jerez A., Suarez M., Santoyo M. A. y Rodríguez-Castellanos A. (2011). A theory for microtremor h/v spectral ratio: application for a layered medium. *Geophysical Journal International* **186**, 221–225.
- Tokimatsu K., Tamura S. y Kojima H. (1992). Effects of multiple modes on rayleigh wave dispersion characteristics. *Journal of Geotechnical Engineering* **118** (10), 1529–1543.
- Tsai V. (2010). The relationship between noise correlation and the green's function in the presence of degeneracy and the absence of equipartition. *Geophysical Journal International* **182**, 1509–1514.
- Um J. y Thurber C. (1987). A fast algorithm for two-point seismic ray tracing. *Bulletin of the Seismological Society of America* **77**, 972–986.
- Vidale J. E. (1988). Finite-difference calculations of traveltimes. *Bulletin of the Seismological Society of America* **78**, 2062–2076.
- Vidale J. E. (1990). Finite-difference calculations of traveltimes in three dimensions. *Geophysics* **55**, 521–526.
- Vinje V., Iversen E. y Gjøystdal H. (1993). Traveltime and amplitude estimation using wavefront construction. *Geophysics* **58**, 1157–1166.
- Vinje V., Åstebøl K., Iversen E. y Gjøystdal H. (1999). 3-d ray modelling by wavefront construction in open models. *Geophysical Prospecting* **64**, 1912–1919.
- Wapenaar K. (2004). Retrieving the elastodynamic green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation. *Physical Review Letters* **93** (25), 254301–1/4.
- Weaver R. L. (1982). On diffuse waves in solid media. *Journal of the Acoustical Society of America* **71** (6), 1608–1609.
- Weaver R. L. (2010). Equipartition and retrieval of green's function. *Earthquake Science* **23**, 1–6.
- Weaver R. L. y Lobkis O. I. (2001). Ultrasonics without a source: thermal fluctuation correlations at mhz frequencies. *Physical Review Letters* **87** (13), 134301–1/4.
- Wijk K. V. (2006). On estimating the impulse response between receivers in a controlled ultrasonic experiment. *Geophysics* **71** (4), SI79–SI84.

- Williamson P. R. (1990). Tomographic inversion in reflection seismology. *Geophysical Journal International* **100**, 255–274.
- Yaglom A. M. (1962). *An introduction to the theory of stationary random functions*. N. J. Prentice Hall.
- Zhao D., Hasegawa A. y Horiuchi S. (1992). Tomographic imaging of p and s wave velocity structure beneath northeastern japan. *Journal of Geophysical Research* **97**, 19909–19928.
- Červený V. (1987). Ray tracing algorithms in three-dimensional laterally varying layered structures. En: *Seismic Tomography: With Applications in Global Seismology and Exploration Geophysics*, cap. 5. Springer Netherlands, pp. 99–133.