



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Modelación numérica de la inyección
de nanopartículas de dióxido de
silicio (SiO_2) para recuperación
mejorada de hidrocarburos**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Petrolero

P R E S E N T A

Eduardo Ramírez Guerrero

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Víctor Leonardo Teja Juárez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2025



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Titulación con trabajo escrito)**



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado MODELACION NUMERICA DE LA INYECCION DE NANOPARTICULAS DE DIOXIDO DE SILICIO (SIO₂) PARA RECUPERACION MEJORADA DE HIDROCARBUROS que presenté para obtener el título de INGENIERO PETROLERO es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

EDUARDO RAMIREZ GUERRERO
Número de cuenta: 316142193

Dedicatoria ...

A mi madre, María Guadalupe Guerrero Soriano, un faro de amor y sabiduría que iluminó cada paso de mi camino hacia esta meta. Tu apoyo incondicional y tus palabras de aliento fueron el motor que me impulsó en los momentos más desafiantes.

A mi hermana, Diana Ramírez Guerrero, cuya presencia ha sido mi ancla en los mares turbulentos de mi vida. Tu compañía, comprensión y ánimo constante han sido esenciales para mantenerme firme en este viaje.

Agradecimientos ...

Al Dr. Víctor Leonardo Teja Juárez, mi mentor y guía en este viaje académico. Agradezco profundamente su dedicación, paciencia y conocimiento experto, que han enriquecido mi formación como ingeniero petrolero. Cada consejo y dirección proporcionados fueron fundamentales para el desarrollo de esta tesis.

Al ingeniero José Armando Torres López, cuyo apoyo y orientación fueron indispensables para abordar los desafíos técnicos de mi investigación. Su disposición para compartir su experiencia y conocimiento contribuyó significativamente a la calidad de mi trabajo.

A mis amigos, tanto dentro como fuera del ámbito académico, quienes han sido mi red de apoyo y fuente inagotable de ánimo. Sus palabras de aliento, risas compartidas y momentos de distracción fueron un bálsamo en los momentos de estrés y fatiga.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, la máxima casa de estudios, mi alma mater, que ha sido el cimiento sobre el cual he construido mi formación académica y personal.

A ExxonMobil por haberme otorgado la Beca de Excelencia a la Investigación 2024, por reconocer la innovación de mi proyecto de tesis y por confiar en mi capacidad para llevarlo a cabo. Su apoyo ha sido fundamental en el desarrollo de esta investigación.

Al proyecto “Simulación numérica en yacimientos de hidrocarburos tipo shale mediante la aplicación de algoritmos de aprendizaje automático” de la convocatoria CAPSEM I+DT 2024, por haber facilitado los recursos computacionales necesarios para la realización de este trabajo de tesis.

A todos aquellos que creyeron en mí y me brindaron su respaldo a lo largo de esta travesía, les dedico con profunda gratitud este logro. Vuestra confianza y apoyo han sido pilares fundamentales en mi camino hacia la culminación de este proyecto.

Resumen

Se desarrolló desde cero un simulador numérico para modelar la inyección de nanofluidos en medios porosos, sin depender de software comercial. Este simulador se construyó a partir de ecuaciones de flujo bifásico (agua y aceite) y transporte de nanopartículas, verificándose mediante comparaciones con estudios previos reportados en la literatura. Para probar su eficacia, se simuló un campo análogo basado en el yacimiento Ixtoc, escalado en un factor de 1:10. Se utilizaron datos reales del yacimiento, incluyendo la heterogeneidad de porosidad y permeabilidad, así como la geometría exacta del campo mediante la técnica de apagado de celdas. Esta metodología permite simular geometrías irregulares de manera precisa. Además, el simulador fue optimizado con técnicas como formato fila comprimida dispersa (*Compressed Sparse Row, CSR*) y pasos adaptativos en los intervalos de simulación, lo que mejora su rendimiento y precisión.

El simulador permitió evaluar la efectividad de la inyección de nanofluidos en diferentes escenarios, comparando la inyección convencional de agua con la de nanofluidos inteligentes, así como variando las concentraciones de nanopartículas. Aunque en este estudio se utilizó dióxido de silicio (SiO_2), el simulador fue diseñado para ser adaptable a cualquier tipo de nanopartícula, siempre que se disponga de datos de laboratorio específicos, como curvas de permeabilidad relativa (para considerar el cambio de mojabilidad en la formación), curvas de presión capilar y constantes que describen el comportamiento de las nanopartículas, como el coeficiente de difusividad.

Los resultados mostraron que la inyección de nanofluido mejora significativamente la recuperación de petróleo en comparación con la inyección de agua convencional, además de ser potencialmente viable desde el punto de vista económico bajo las condiciones actuales del mercado. No obstante, se identificaron desafíos importantes, como la optimización del diseño y la ubicación de los pozos inyectores. Para estudios futuros, se recomienda analizar la inyección intermitente y explorar proveedores a escala industrial para hacer esta tecnología más accesible.

La inyección de nanofluidos representa una estrategia innovadora para mejorar la recuperación de hidrocarburos. Sin embargo, la optimización de costos y metodologías de aplicación será clave para consolidar esta tecnología en la industria petrolera.

Notación y Significado de Variables

Variable	Símbolo	Unidades
Superíndice empirico utilizado en el modelo de transporte para describir ciertas relaciones o fenómenos	(l)	--
Superíndice tiempo anterior	(n)	--
Superíndice tiempo actual	$(n+1)$	--
Área del medio poroso en dirección “ x ” o “ y ”	$A_{x,y}$	$[ft^2]$
Concentración en volumen de nanopartículas en el intervalo (subíndice i)	C_i	$\left[\frac{ft^3}{ft^3}\right]$
Compresibilidad de la roca	C_r	$\left[\frac{1}{psi}\right]$
Coefficiente de difusión de la nanopartícula en el intervalo (subíndice i)	D_i	$\left[\frac{ft^2}{Dia}\right]$
Diámetro de las nanopartículas suspendidas en el medio poroso	$d\rho$	$[ft]$
Residual de aceite o agua	$F_{o,w}$	--
Factor de flujo de eficiencia o fracción del área transversal abierta para el flujo de fluido en el medio poroso (Ecuación de transporte)	f	$[adimensional]$
Presión capilar agua-aceite	P_{cow}	$[psi]$

Variable	Símbolo	Unidades
Presión de aceite o agua	$P_{o,w}$	$[psi]$
Gasto del cambio del volumen de partículas en el intervalo (subíndice i)	Q_i	$\left[\frac{ft^3}{Día}\right]$
Retención de nanopartículas por taponamiento de las gargantas o paredes de los poros	R_i	--
Saturación de aceite o agua	$S_{o,w}$	$[fracción]$
Volumen de roca del medio poroso	V_r	$[ft^3]$
Well Index o Índice del Pozo	WI	--
Superficie específica de un núcleo o partícula en contacto con los fluidos	a_{sp}	$[ft^2]$
Suma total del área superficial de todas las nanopartículas que interactúan con los fluidos	a_{tot}	$[ft^2]$
Factor de conversión volumétrica del aceite o agua $\left[\frac{1}{\beta_{o,w}}\right]$	$b_{o,w}$	$[fracción]$
Barriles por día	$\frac{bbl}{día}$	$[bbl/día]$
Espesor neto de la formación	h	$[ft]$
Permeabilidad Absoluta de la formación	k	$[mD]$
Permeabilidad absoluta inicial del medio poroso antes de que se produzcan cambios o interacciones con los fluidos	k_0	$[mD]$

Variable	Símbolo	Unidades
Permeabilidad Absoluta de la formación en el espesor h	k_h	$[mD]$
Constante que caracteriza el gasto de filtración del fluido a través de los poros tapados del medio poroso	k_f	$[adimensional]$
Permeabilidad Relativa de aceite o agua	$k_{r(o,w)}$	$[fracción]$
Permeabilidad Relativa de aceite o agua inicial, antes de que se produzcan cambios o interacciones con los fluidos	$k_{r(o,w),0}$	$[fracción]$
Permeabilidad Relativa de aceite o agua, con cambios o interacciones de los fluidos	$k_{r(o,w),n}$	$[fracción]$
Permeabilidad Relativa de aceite o agua, cuando la superficie por unidad de volumen del medio poroso esta complemente ocupado por nanopartículas	$k_{r(o,w),c}$	$[fracción]$
Miles de barriles	Mbbl	$[Mbbl]$
Miles de barriles diarios	$\frac{Mbbl}{día}$	$[Mbbl/día]$
Millones de barriles	MMbbl	$[MMbbl]$
Millones de Dólares Americanos	MMUSD	$[MMUSD]$
Nanómetro	nm	$[nm]$

Variable	Símbolo	Unidades
Gasto de producción o inyección de aceite o agua (Ecuación de Flujo)	$q_{o,w}$	$\left[\frac{ft^3}{Día} \right]$
Velocidad media de aceite o agua (Ecuación de Flujo)	$q_{o,w}^*$	$\left[\frac{ft}{Día} \right]$
Radio de Drene	r_e	$[ft]$
Radio del Pozo	r_w	$[ft]$
Tiempo transcurrido	t	$[Días]$
Toneladas métricas	ton	$[ton]$
Velocidad Darcy del líquido	u_l	$\left[\frac{ft}{Día} \right]$
Velocidad crítica del líquido	u_{lc}	$\left[\frac{ft}{Día} \right]$
Dólares Americanos	USD	$[USD]$
Dólares por barril	$\frac{USD}{bbl}$	$[USD/bbl]$
Volumen de nanopartículas en contacto con la fase agua en la superficie de los poros por unidad de volumen de roca del medio poroso en el intervalo (subíndice i)	$v_{1,i}$	--
Volumen de nanopartículas atrapadas en las gargantas de los poros de la suspensión por unidad de volumen de roca del medio poroso en el intervalo (subíndice i)	$v_{2,i}$	--

Variable	Símbolo	Unidades
Factor de conversión alpha	α	$\left[\frac{ft^2 cP}{mDpsiDías} \right]$
Coeficiente que describe la relación entre el área superficial real y el área proyectada de una partícula	β	$[adimensional]$
Factor de volumen del fluido (agua o aceite)	$\beta_{o,w}$	$\left[\frac{ft^3}{ft^3} \right]$
Ecuación de transporte. Coeficiente de velocidad que describe la retención superficial de las nanopartículas en un intervalo de tamaño específico de la fase	$\gamma_{d,i}$	$\left[\frac{1}{ft} \right]$
Ecuación de transporte. Coeficiente de velocidad que describe el arrastre de las nanopartículas en un intervalo de tamaño específico en la fase	$\gamma_{e,i}$	$\left[\frac{1}{ft} \right]$
Ecuación de transporte. Coeficiente que representa la eficiencia del flujo de fluido a través del medio poroso en un intervalo de tamaño específico	$\gamma_{f,i}$	$\left[\frac{1}{ft} \right]$
Ecuación de Flujo	$\gamma_{o,w}$	$\left[\frac{1}{ft} \right]$
Ecuación de transporte. Constante que caracteriza el bloqueo de la garganta de poro en un intervalo de tamaño específico	$\gamma_{pt,i}$	$\left[\frac{1}{ft} \right]$
Intervalo de tiempo transcurrido	Δt	$[Días]$
Variación de porosidad por la adsorción o desorción de nanopartículas con la superficie	$\delta\emptyset$	$[Fracción]$

Variable	Símbolo	Unidades
Relación que describe el cambio de la permeabilidad relativa del aceite o agua por la adherencia a la nanopartícula	$\theta_{o,w}$	[<i>fracción</i>]
Viscosidad de aceite o agua	$\mu_{o,w}$	[<i>cP</i>]
Porosidad del medio poroso en un momento específico durante el proceso	$\emptyset$	[<i>fracción</i>]
Porosidad inicial del medio poroso antes de que se produzcan cambios o interacciones con los fluidos	$\emptyset_0$	[<i>fracción</i>]
Diferenciales respecto a dirección “ <i>x</i> ”, “ <i>y</i> ” o respecto al tiempo	$\partial_x, \partial_y, \partial_t$	--
Término de gravedad	$\frac{\partial D}{\partial_{x,y}}$	--

Índice general

Notación y Significado de Variables	IV
Introducción	XIV
1. Antecedentes	2
1.1. Nanotecnología	2
1.2. Nanopartículas	2
1.3. Nanotecnología y la industria petrolera	5
1.4. Nanofluidos	7
1.5. Recuperación mejorada de hidrocarburos y los nanofluidos	7
1.6. Estado del arte	9
2. Modelación matemática computacional del transporte de nanopartículas	15
2.1. Modelo conceptual	15
2.2. Modelo matemático	16
2.3. Modelo numérico	19
2.4. Modelo computacional	33
3. Verificación del simulador	36
3.1. Verificación de ecuación de difusión	36
3.2. Verificación de transporte de nanopartículas	44
4. Propuesta de aplicación	47
4.1. Consideraciones de aplicación	47
4.2. Campo Ixtoc	47
4.3. Simulación reescalada del campo Ixtoc	50
4.4. Resultados 3D	58
4.5. Proyección de rentabilidad	60
4.6. Sostenibilidad en la inyección de nanopartículas	63
4.6.1. Impacto ambiental	63
4.6.2. Perspectiva social	64
5. Conclusiones	66
6. Recomendaciones	67
7. Referencias Bibliográficas	69

Índice de figuras

1.1. Comparación entre Nanopartículas y ADN (Generado con IA Clipdrop).	3
1.2. Capas de una Nanopartícula (Generado con IA StableDiffusion).	5
2.1. Diagrama de Flujo del Modelo Computacional.Lucidchart	33
2.2. Malla inicial.	34
2.3. Intersección.	34
2.4. Celdas activas.	34
2.5. Resultados de saturaciones con tiempo logarítmico.	35
2.6. Resultados de saturaciones con tiempo adaptativo.	35
3.1. Saturación de agua (S_w) (500 días).	37
3.2. Saturación de agua (S_w) (1,000 días).	37
3.3. Saturación de agua (S_w) (1,500 días).	37
3.4. Saturación de agua (S_w) (3,000 días).	38
3.5. Saturación de agua (S_w) (4,500 días).	38
3.6. Saturación de agua (S_w) (7,900 días).	38
3.7. Saturación de agua (S_w)	38
3.8. Presión de aceite (P_o)	38
3.9. Velocidad del flujo (U_w)	39
3.10. Gráfica de Producción: Pozo productor.	39
3.11. Malla de la Geometría 01.	40
3.12. Producción de Geometría 01.	40
3.13. Saturación de agua (S_w) en CCA.	41
3.14. Saturación de agua (S_w) en AC.	41
3.15. Presión de aceite (P_o) en CCA.	41
3.16. Presión de aceite (P_o) en AC.	41
3.17. Malla de la Geometría 02.	42
3.18. Producción de fluidos en la Geometría 02.	42
3.19. Saturación de agua (S_w) en CCA.	43
3.20. Saturación de agua (S_w) en AC.	43
3.21. Presión de aceite (P_o) en CCA.	43
3.22. Presión de aceite (P_o) en AC.	43
3.23. Simulación Eliezer (1989) a 1,500 [días].	45
3.24. Simulación codificada a 1,500 [días].	45
3.25. Simulación Eliezer (1989) a 3,000 [días].	45
3.26. Simulación codificada a 3,000 [días].	45
4.1. Imagen satelital: Campo Ixtoc.IICNIH	48
4.2. Imagen satelital de la asignación A-0161-4M-CAMPO IXTOC. IICNIH	49
4.3. Gráfica de producción del Campo Ixtoc. CNH	50
4.4. Malla del campo simulado en 3D.	52

4.5. Posición de los pozos a simular.	53
4.6. Producción de aceite en el pozo 1A.	54
4.7. Producción de agua en el pozo 1A.	54
4.8. Producción de aceite en el pozo 25.	55
4.9. Producción de agua en el pozo 25.	55
4.10. Producción de aceite en el pozo 22.	55
4.11. Producción de agua en el pozo 22.	55
4.12. Producción acumulada de aceite en el pozo 1A.	56
4.13. Producción acumulada de agua en el pozo 22.	56
4.14. Producción acumulada de aceite en el pozo 25.	56
4.15. Curvas de permeabilidad relativa.	57
4.16. Presión de aceite (P_o)	58
4.17. Saturación de Agua (S_w)	58
4.18. Velocidad del flujo (U_w)	58
4.19. Permeabilidad en dirección x antes de la inyección de nanopartículas.. . . .	59
4.20. Permeabilidad en dirección x después de la inyección de nanopartículas.. . . .	59
4.21. Permeabilidad en dirección y antes de la inyección de nanopartículas.. . . .	59
4.22. Permeabilidad en dirección y después de la inyección de nanopartículas.. . . .	59
4.23. Porosidad antes de la inyección de nanopartículas.	60
4.24. Porosidad después de la inyección de nanopartículas.. . . .	60
4.25. Volúmenes de inyección de agua en el pozo inyector.	60
4.26. Precios de la mezcla mexicana de petróleo en 2024.	61

Índice de cuadros

1.1. Aplicaciones de nanomateriales en la industria petrolera. Nota: La información presentada en esta tabla se basa en Cruz Santiago (2013).	6
3.1. Parámetros de entrada para la simulación del problema de Chen (2006). . .	36
3.2. Parámetros de entrada para la simulación del problema de Eliezer (1989) .	44
4.1. Parámetros de entrada para simular el campo Ixtoc	51
4.2. Concentraciones de nanopartículas por escenario.	54
4.3. Resultados del total requerido para inyectar nanopartículas	61
4.4. Resultados de producción por inyección de nanopartículas	62

Introducción

En el contexto de una creciente demanda energética y los desafíos inherentes al agotamiento y la complejidad de los recursos tradicionales de hidrocarburos, la nanotecnología se posiciona como una herramienta revolucionaria con un impacto transformador en la industria petrolera. Este campo interdisciplinario, centrado en la manipulación de materiales a escala nanométrica, explota las propiedades únicas de las partículas para enfrentar problemas científicos y tecnológicos de manera innovadora. Dentro de esta industria, la nanotecnología ofrece soluciones prometedoras en procesos clave como la extracción, refinación y transporte, contribuyendo a una operación más eficiente y sostenible.

Una de las áreas más relevantes es la Recuperación Mejorada de Aceite, conocida como *EOR* (*Enhance Oil Recovery*) por sus siglas en inglés, donde las técnicas tradicionales están limitadas para satisfacer la creciente demanda mundial. En este contexto, los nanofluidos han surgido como una innovación importante, capaz de mejorar significativamente la movilidad y recuperación del petróleo atrapado en yacimientos maduros. Entre ellos, los nanofluidos a base de dióxido de silicio (SiO_2) destacan por su capacidad para modificar las propiedades físicas de los fluidos y optimizar su comportamiento en condiciones de yacimiento.

Este trabajo tiene como objetivo modelar numéricamente la inyección de nanopartículas de dióxido de silicio para la recuperación mejorada de hidrocarburos y cuantificar el volumen adicional de petróleo recuperado mediante simulaciones computacionales en un lenguaje de programación de alto nivel. Para ello, se desarrolló desde cero un simulador numérico basado en la revisión exhaustiva de metodologías reportadas en la literatura científica, sin depender de software comercial. Los objetivos específicos son:

1. Revisar la literatura científica para analizar los avances en modelos numéricos aplicados a la inyección de nanopartículas como técnica EOR.
2. Desarrollar e implementar un código numérico de flujo bifásico (agua y aceite) en medios porosos, integrando el transporte de nanopartículas mediante ecuaciones de advección-difusión.
3. Verificar la implementación de los códigos numéricos y comparar los resultados del modelo con estudios previos para verificar su precisión y confiabilidad.
4. Ampliar los códigos numéricos utilizando apagado de celdas para manejar geometrías complejas.
5. Seleccionar un yacimiento mexicano adecuado: Analizar la viabilidad de aplicar la inyección de nanopartículas de SiO_2 como técnica de recuperación mejorada.

Un aspecto fundamental de esta investigación es la exploración de los mecanismos de entrapamiento que influyen en la interacción de las nanopartículas con las propiedades del yacimiento. Variables como la presión capilar y la permeabilidad relativa son

cuidadosamente evaluadas para garantizar resultados realistas y útiles. El simulador desarrollado se verificó en tres etapas: primero, se validó la precisión de la ecuación de difusión en un área convencional cuadrada; posteriormente, se verificó la ecuación de difusión en dos áreas irregulares utilizando la técnica de apagado de celdas (AC) con coordenadas de cuerpo ajustado (CCA), cuya comparativa fue presentada y aprobada en la Reunión Anual UGM 2024; finalmente, se integraron las características específicas del transporte de nanopartículas. Este enfoque garantiza la flexibilidad y adaptabilidad del código, desarrollado íntegramente en Python.

La simulación se aplicó a un campo análogo que posee las propiedades y geometría del campo mexicano Ixtoc, pero con un área contractual reducida (1:10). Este campo fue seleccionado debido a que sus propiedades petrofísicas, como porosidad, permeabilidad y condiciones de presión, son similares a las reportadas en estudios previos que sirvieron como base para la construcción del simulador. Esta similitud garantiza una implementación robusta y resultados confiables, ya que permite verificar el modelo numérico con datos consistentes y representativos. Además, el campo Ixtoc es un ejemplo relevante de yacimientos maduros en México, lo que lo convierte en un caso de estudio ideal para evaluar la viabilidad de la inyección de nanofluidos. Se utilizaron datos reales del yacimiento, como geometría, propiedades fisicoquímicas y condiciones operativas, asegurando una representación del comportamiento del yacimiento bajo la inyección de nanofluido. Se evaluaron escenarios comparativos entre la inyección convencional de agua y el uso de nanofluidos inteligentes con SiO_2 . Los resultados obtenidos permiten cuantificar no solo el volumen adicional de aceite recuperado, sino también analizar la rentabilidad de esta técnica en términos de costos y beneficios a largo plazo.

Esta investigación representa una contribución significativa al desarrollo de tecnologías innovadoras en la industria petrolera, al tiempo que proporciona una base sólida para futuras aplicaciones de nanotecnología en yacimientos maduros. El enfoque multidisciplinario empleado combina simulaciones avanzadas con fundamentos teóricos, estableciendo un marco robusto para optimizar la eficiencia de recuperación y responder a los desafíos energéticos globales. La modelación del campo análogo no solo valida el potencial de los nanofluidos como herramienta estratégica, sino que también impulsa un cambio hacia operaciones más sostenibles y tecnológicamente avanzadas en la cadena de valor del petróleo.

Capítulo 1: Antecedentes

1.1 Nanotecnología

La *National Human Genome Research Institute*, define la nanotecnología como la comprensión y el aprovechamiento de la materia en una escala atómica y molecular para fines industriales, lo que implica la manipulación de la materia a escala nanométrica¹. La unidad de medida en la que opera, el nanómetro², equivale a una mil millonésima parte de un metro (1E-09) o una millonésima parte de un milímetro (1E-06).

A escala nanométrica, la materia puede experimentar cambios en sus propiedades físicas³ y químicas⁴. El resultado de la manipulación de materia a esta escala da lugar a los nanomateriales, que son similares a los materiales comunes pero con propiedades y comportamientos diferentes a las que se encuentran normalmente en la naturaleza. Estas propiedades pueden ser alteradas y controladas según las necesidades, lo que permite la creación de materiales más resistentes, más conductores y, al mismo tiempo, más ligeros.

El concepto de nanotecnología fue introducido por el físico Richard Feynman en 1959 con su conferencia titulada *“There’s Plenty of Room at the Bottom”*, donde por primera vez sugirió la posibilidad de manipular materiales y construir dispositivos a escala atómica. Sin embargo, el campo de la nanotecnología comenzó a emerger 20 años después, en la década de los ochenta. Las aplicaciones de la nanotecnología actualmente son vastas y abarcan diversos sectores, desde la medicina y la electrónica hasta la industria textil y la construcción.

1.2 Nanopartículas

Las nanopartículas tienen un rango de dimensiones que va desde 1 hasta 100 nanómetros [nm]. Para proporcionar un punto de referencia, el diámetro de una hélice de ADN mide aproximadamente 2 [nm]⁵ (Fig.1.1). En esta perspectiva se difumina la distinción entre lo que es considerado vivo y no vivo, ya que se opera a nivel atómico, y todos los materiales tanto orgánicos como no orgánicos están compuestos por átomos.

Debido a su tamaño tan reducido, las nanopartículas presentan una relación extremadamente alta entre su área superficial y su volumen, lo que tiene implicaciones significativas en las propiedades y el comportamiento del material. Esta relación es la responsable de

¹National Human Genome Research Institute, “Definición de nanotecnología”, *Glosario parlante de términos genómicos y genéticos*, NIH, 2023, Nanotecnología (genome.gov).

²Mundo Microscópico, “Nanómetro”, *Equivalencias de las unidades de longitud*, MM, 2023, Nanómetro (Definición y Conversión).

³Masa, volumen, densidad, punto de fusión, punto de ebullición, conductividad eléctrica, color y dureza.

⁴Reactividad, estabilidad química, capacidad de combustión, acidez o basicidad, capacidad de oxidación, inestabilidad química, toxicidad y capacidad de formar enlaces.

⁵Junta de Andalucía, “ADN”, *Principios de genética*, Andalucía, 2023, juntadeandalucia.es

las propiedades altamente mejoradas en comparación con sus contrapartes a escala macroscópica.

A nivel nanométrico, los efectos cuánticos comienzan a dominar el comportamiento de los materiales. Las fuerzas superficiales, como la tensión superficial⁶ y las fuerzas de van der Waals⁷, desempeñan un papel significativo en este contexto. Estas fuerzas pueden influir en la estabilidad de las estructuras nanométricas y en las interacciones entre ellas.

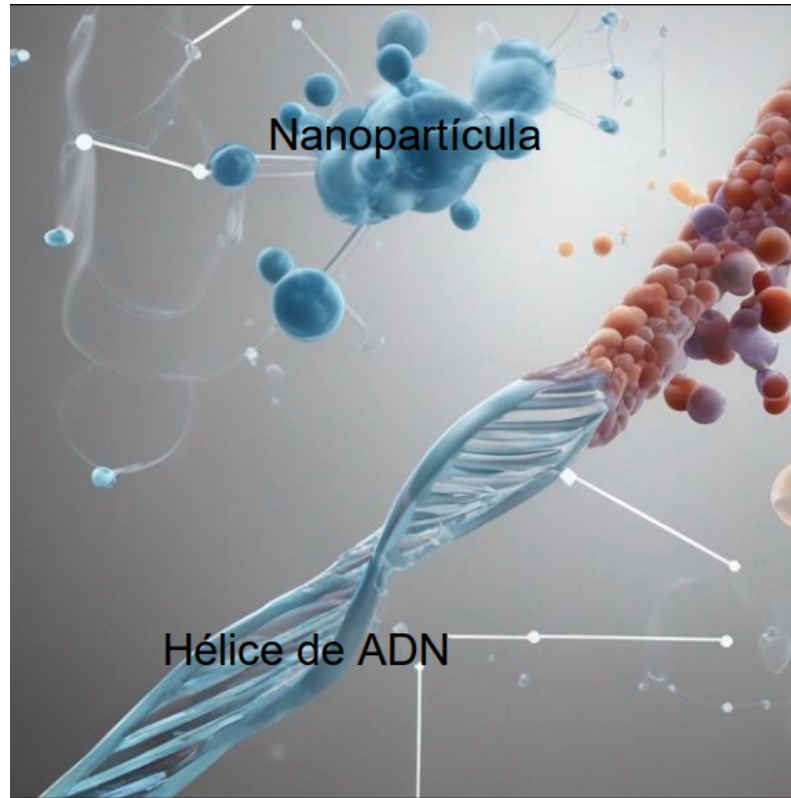


Figura 1.1: Comparación entre Nanopartículas y ADN (Generado con IA Clipdrop).

Las nanopartículas pueden modificarse de forma que llegan a estar compuestas de distintas capas (Fig.1.2): el núcleo, la superficie y una cubierta adicional. El núcleo, situado en el centro, a menudo determina el tipo de nanopartícula, ya sea cerámica⁸, metálica⁹ o polimérica.

Por ejemplo, el núcleo cerámico se compone de materiales inorgánicos no metálicos que se caracterizan por ser duros, frágiles, no conductores de electricidad y tener alta resistencia a la temperatura y la corrosión. Por otro lado, el núcleo metálico exhibe propiedades como alta conductividad eléctrica y térmica, maleabilidad y ductilidad, presenta propiedades

⁶Fuerza necesaria para romper las fuerzas de atracción entre las moléculas en la superficie del líquido.

⁷“Son atracciones débiles que mantienen unidas a moléculas eléctricamente neutras” (Portal Académico CCH, 2017)

⁸Materiales cerámicos incluyen óxidos como el dióxido de silicio (SiO_2), óxido de aluminio (Al_2O_3) o nitruro de silicio (Si_3N_4)

⁹Materiales metálicos incluyen oro, plata, cobre o hierro.

como flexibilidad, resistencia mecánica y capacidad de ser moldeado en diferentes formas. Las propiedades de interés de las nanopartículas se atribuyen principalmente a este núcleo, que define sus características y aplicaciones específicas.

A continuación, se describe brevemente los componentes de las nanopartículas. La superficie de la nanopartícula es una capa externa que envuelve al núcleo y puede estar compuesta por iones metálicos, surfactantes o polímeros. Esta capa es fundamental ya que es donde ocurren la mayoría de las interacciones químicas con el entorno. La composición y estructura de esta capa superficial pueden ser modificadas para controlar las propiedades de la nanopartícula, como su estabilidad coloidal, su afinidad por ciertos disolventes o su capacidad para interactuar con otras moléculas. Por ejemplo, los iones metálicos pueden estar unidos a la superficie de la nanopartícula mediante enlaces químicos¹⁰, o pueden estar adsorbidos¹¹ de manera más débil.

Usualmente se utilizan surfactantes o polímeros para modificar a las nanopartículas. Los surfactantes son moléculas que poseen una porción hidrofílica¹² y una porción hidrofóbica¹³. Estos pueden estabilizar las nanopartículas en la disolución, prevenir su aglomeración y controlar su interacción con otras moléculas o interfaces.

Los polímeros presentes en la superficie pueden formar una capa más gruesa y flexible en comparación con los surfactantes. Esta capa polimérica puede proporcionar una mayor estabilidad a las nanopartículas y protegerlas de la degradación o de la adsorción no deseada de otras moléculas.

La última capa de la nanopartícula, conocida como cubierta adicional, está compuesta por un material diferente al del núcleo y la superficie. Esta cubierta es fundamental ya que debe interactuar con el entorno circundante de manera específica. En muchos casos, esta capa puede ser hidrofílica o hidrofóbica, dependiendo de las interacciones requeridas con el medio ambiente. La composición de la cubierta adicional puede influir en la estabilidad de la nanopartícula en solventes específicos o en su comportamiento en sistemas acuosos.¹⁴

No existen reglas estrictas para la combinación de materiales del núcleo, la superficie y la cubierta adicional de las nanopartículas. Sin embargo, es posible seguir consideraciones como la compatibilidad química entre los materiales, las propiedades deseadas y las interacciones de superficie para optimizar las propiedades y las aplicaciones de las nanopartículas.

¹⁰Pueden ser enlaces iónicos, covalentes o metálicos.

¹¹Esta adhesión es física, no química, lo que significa que las moléculas de adsorbato se unen a la superficie del adsorbente debido a fuerzas intermoleculares, como fuerzas de van der Waals o interacciones electrostáticas.

¹²Afinidad por el agua

¹³Repelente al agua

¹⁴Moedano, D. (2022). “Modelado y simulación de la inyección de nanopartículas como método de recuperación mejorada de hidrocarburos en un núcleo de yacimiento naturalmente fracturado” (Tesis de maestría). p. 07, *Universidad Nacional Autónoma de México*, Recuperado de Tesis

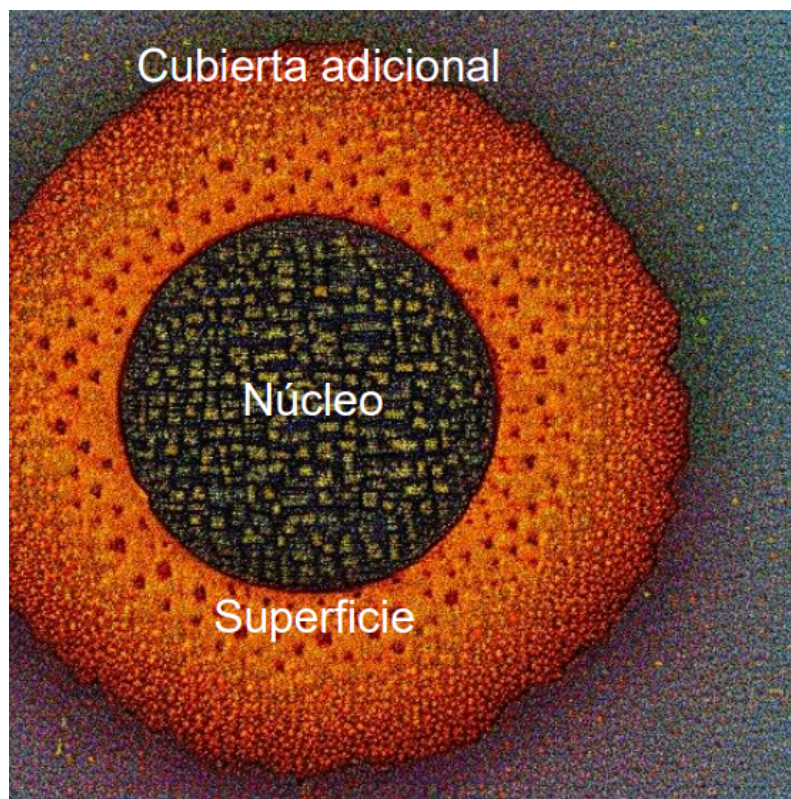


Figura 1.2: Capas de una Nanopartícula (Generado con IA StableDiffusion).

1.3 Nanotecnología y la industria petrolera

Para el año 2050, se proyecta una población mundial de 9,000 millones de personas, casi 2,000 millones más que en la actualidad. Muchos individuos de naciones con economías en desarrollo se unirán a la clase media global, implicando una mayor adquisición de electrodomésticos, computadoras y otros dispositivos o comodidades que consumen energía. Además, se anticipa que el número de vehículos automotores se duplicará en comparación con la cifra actual, resultando en un aumento en la cantidad de calles y carreteras.¹⁵ Todo esto generará un aumento en la demanda de energía, que podría duplicarse o incluso triplicarse, planteando así un desafío que solo puede ser superado mediante avances en la ciencia y la tecnología energética.¹⁶

Los combustibles fósiles mantendrán su posición como la principal fuente de energía durante al menos los próximos 30 años. Las reservas existentes están disminuyendo y en el caso de México, los descubrimientos que podrían aumentar las reservas son limitados. La exploración y producción de petróleo y gas enfrentan desafíos técnicos en constante aumento.¹⁷

¹⁵Shell plt, “El futuro de la energía”, *Shell*, 2023, El futuro de la energía—Shell México

¹⁶David, H, “Hechos y tendencias hacia el año 2050”, *Energía y cambio climático WBCSD*, agosto 2004, wbcscd.org

¹⁷Moedano, D., op. cit., p. 12

La nanotecnología es una disciplina con amplias aplicaciones en la industria petrolera, abarcando procesos que van desde la perforación y exploración hasta la refinación y la petroquímica. En el ámbito de los equipos rotativos, la nanotecnología permite desarrollar recubrimientos que ofrecen propiedades como resistencia a fracturas, desgastes y fatigas, lo que resulta en equipos de perforación y sistemas de sellado más duraderos y resistentes.

Los avances en nanotecnología han permitido el desarrollo de nanomateriales con propiedades altamente deseables para la industria petrolera. A continuación, se resume en una tabla (Cuadro.1.1) las características y aplicaciones de estos materiales en el sector¹⁸.

Nanomaterial	Características	Aplicaciones en la industria petrolera
Nanotubos	- Livianos - Fuertes - Resistentes a la corrosión	- Construcción de plataformas marinas - Resolución de problemas en producción, regasificación, transporte y almacenamiento de hidrocarburos - Elaboración de cables de alimentación con nanotubos de carbono (ejemplo: Baker Hughes)¹⁹
Nanomembranas	- Mejoran la eliminación de impurezas en gases y líquidos	- Útiles en diversas etapas del proceso petrolero para purificación y separación de fluidos
Nanosensores	- Exploración física de fluidos y rocas del yacimiento - Mediciones precisas	- Mejora de la caracterización del yacimiento - Análisis de interacciones entre roca y fluidos - Medición precisa de presión, temperatura y cantidad de hidrocarburos atrapados
Otros Nanomateriales	- Resistencia a la corrosión - Cero erosión - Cero fricción	- Aplicaciones generales en la industria petrolera para mejorar durabilidad y eficiencia en equipos y procesos

Cuadro 1.1: Aplicaciones de nanomateriales en la industria petrolera.

Nota: La información presentada en esta tabla se basa en Cruz Santiago (2013).

La nanotecnología ofrece la esperanza de prolongar la vida útil de los recursos energéticos actuales y tiene el potencial de modernizar la infraestructura petrolera, mejorar la recuperación de hidrocarburos y encontrar soluciones para desafíos en la industria petrolera. Por ende, la industria petrolera debe considerar investigaciones hacia el desarrollo de nanotecnología, y su aplicación en este entorno complejo.

¹⁸Cruz Santiago, J. F. (2013). “Nanotecnología Aplicada a la Industria Petrolera” (Tesis de licenciatura), p. 21, *Universidad Nacional Autónoma de México*, Recuperado de Tesis Digital

1.4 Nanofluidos

Los nanofluidos, o fluidos inteligentes, son suspensiones que contienen partículas sólidas de tamaño nanométrico en bajas concentraciones en un fluido base, comúnmente es salmuera en el caso de la recuperación mejorada de hidrocarburos. Esta combinación resulta en una mezcla con características únicas y sin precedentes, las cuales pueden ser diseñadas de acuerdo con las necesidades específicas. Estos nanofluidos tienen la capacidad de alterar las propiedades físicas de la base líquida^{20, 21}

La creación de fluidos inteligentes podría eliminar la necesidad de utilizar aditivos en los fluidos, permitiendo que un solo tipo de fluido pueda llevar a cabo múltiples operaciones. Esta innovación puede llevar a una reducción en los costos totales de los fluidos inyectados.

La estabilidad de los nanofluidos durante su uso en la industria petrolera es crucial, especialmente bajo condiciones de altas presiones, temperaturas elevadas y grandes profundidades. Para lograr estabilidad, es esencial comprender que el movimiento de las nanopartículas es el resultado de interacciones que involucran fuerzas de van der Waals, acciones eléctricas de doble capa²² y acción estérica²³.

La estabilidad de un fluido inteligente radica en que la repulsión de Coulomb²⁴ entre las nanopartículas debe ser mayor a las fuerzas de atracción de van der Waals. De lo contrario, estas tienden a agruparse y formar flóculos²⁵ que, con el tiempo, pueden sedimentarse debido a la gravedad. Esta situación cancela las ventajas de su tamaño nanométrico y su alta reactividad, ocasionando problemas de obstrucción en las gargantas de los poros por donde circula el fluido deseado. Esto resulta en una disminución de la permeabilidad y la porosidad del yacimiento. Por lo tanto, es fundamental mantener las nanopartículas dispersas y en suspensión para garantizar un rendimiento y estabilidad óptimos de los nanofluidos.

1.5 Recuperación mejorada de hidrocarburos y los nanofluidos

Los métodos de recuperación mejorada de hidrocarburos, desempeñan un papel de gran importancia en el cumplimiento de la demanda mundial de aceite. A pesar de la aplicación de métodos de recuperación primaria y secundaria, en promedio, los yacimientos

²⁰Viscosidad, densidad y transferencia de calor.

²¹Pedraza Luque, P. (2016). "Análisis de los nanofluidos y su aplicación como fluido HTF" (Proyecto de fin de carrera), p. 32, *Universidad de Sevilla*, Recuperado de PFC Patricia Pedraza Luque

²²"Estructura que aparece en la superficie de un objeto cuando se expone a un fluido" es importante en los procesos electroquímicos (Cordis, 2022)

²³"La estabilización estérica es un método químico que introduce pequeñas cantidades de surfactante en el nanofluido para modificar las propiedades superficiales de las nanopartículas" (Moedano, D., 2022)

²⁴"Principio de la electrostática que describe la interacción entre dos cargas eléctricas de igual signo" (Fernández, J. L. 2023).

²⁵Masa coagulada de partículas en un líquido.

aún conservan alrededor del 55 % del aceite original en sitio.²⁶

Los métodos de recuperación primaria y secundaria se ven limitados por dos factores que no afectan a los métodos de recuperación mejorada:

- A nivel de la escala de los poros, el aceite alcanza una saturación residual suficientemente baja como para quedar en forma de pequeñas gotas discontinuas, atrapadas debido a las fuerzas capilares.
- A nivel de escala del yacimiento, existen zonas donde el fluido inyectado durante la recuperación secundaria no puede penetrar a causa de la baja permeabilidad de esas áreas, la formación de caminos preferenciales que siguen los fluidos o la disposición poco favorable de los pozos.²⁷

Para alcanzar los objetivos de la recuperación mejorada, que incluyen aumentar el volumen de aceite recuperado en la superficie, se pueden implementan las siguientes estrategias²⁸:

- Drene miscible mediante microemulsiones.
- Drene inmisible mediante soluciones de surfactantes y polímeros.
- Inyección de vapor con surfactantes para formar espumas.

Para comprender el alcance de los diversos métodos de recuperación mejorada, es crucial entender la naturaleza de los fenómenos involucrados. La ley fundamental de la capilaridad describe el comportamiento de los fluidos en medios porosos, como los yacimientos petroleros, donde la tensión superficial y las fuerzas capilares influyen en la distribución y movimiento de los fluidos. Este fenómeno se cuantifica mediante la ecuación de Laplace, que relaciona la diferencia de presión (presión capilar) a través de una interfase curva entre dos fluidos inmiscibles, como el petróleo y el agua, con la tensión superficial y los radios de curvatura de la interfase. La tensión interfacial, que es la energía libre de Gibbs por unidad de área, juega un papel clave en este proceso, ya que depende de las sustancias adsorbidas en la interfase. Esto se debe a que las moléculas cerca de una interfase experimentan interacciones moleculares distintas de las que experimentan moléculas equivalentes en el fluido circundante. En la industria petrolera, la presión capilar es crucial para entender la saturación de fluidos en el yacimiento, la eficiencia de la recuperación de hidrocarburos y la formación de barreras de flujo, especialmente en procesos como la inyección de agua o surfactantes, donde la reducción de la tensión interfacial mejora el desplazamiento del petróleo y maximiza su recuperación.²⁹

El rápido crecimiento de la demanda mundial de petróleo puede abordarse de dos formas principales: buscar nuevos recursos de hidrocarburos o mejorar la recuperación de aceite en las reservas existentes mediante la implementación de *EOR*.

²⁶Wang, L., “Advances in improved/enhanced oil recovery technologies for tight and shale reservoirs”, ELSEVIER. *Department of Petroleum Engineering*, USA, 2017, p. 2, EOR UA

²⁷Salager, J.L., “Recuperación Mejorada del Petróleo”, Cuaderno FIRP. *Universidad de los Andes*, Venezuela, N° S357C, marzo 2005, p. 5, EOR UA

²⁸*Idem*.

²⁹*Ibidem*, pp. 5-8

La nanotecnología ofrece mejoras significativas en varias áreas de la industria petrolera, como se ha mencionado. Además, la nanotecnología podría ser aplicada en la recuperación mejorada en forma de surfactantes³⁰. Estos compuestos podrían ser añadidos al yacimiento de manera más controlada a las sustancias existentes, liberando más aceite de manera efectiva.

Con respecto a la preparación de nanofluidos, es fundamental considerar dos mecanismos principales de entrapamiento de aceite en un yacimiento. El primero es el entrapamiento macroscópico, donde la matriz del yacimiento está saturada de aceite y las capas excluidas se deben en gran parte a la estratificación y las fracturas presentes. El segundo mecanismo, conocido como entrapamiento microscópico, opera a escala de poros de la roca y se debe a la heterogeneidad en la red de gargantas de poros, la mojabilidad y la tensión interfacial, también llamada eficiencia de desplazamiento microscópico.

El tamaño de las nanopartículas desempeña un papel crucial en este contexto. Dado que los diámetros de los poros de los yacimientos suelen ser del orden de micrómetros, las nanopartículas no solo deben entrar en los poros, también deben mostrar un efecto de penetración impulsado por la energía térmica y dinámica.

La caracterización de los yacimientos exige el uso de software de modelado y simulaciones para comprender el comportamiento de los fluidos y las rocas durante la producción y generar pronósticos. Sin embargo, dichos pronósticos presentan incertidumbre, por lo que es esencial contar con datos físicos precisos. Diversas fuentes, como estudios geológicos, levantamientos sísmicos, registros y pruebas de pozos, así como datos de producción, proveen información de entrada para crear una representación precisa del yacimiento.

1.6 Estado del arte

Después de explotar un yacimiento de hidrocarburos con recuperación primaria y/o secundaria, en promedio se recupera entre el 35 % y 45 % del aceite original en sitio. Los métodos de recuperación mejorada de hidrocarburos tienen como objetivo mejorar la eficiencia de barrido y aumentar la recuperación promedio de hidrocarburos.³¹

La nanotecnología, en combinación con fluidos de inyección, tienen el potencial de revolucionar los procesos de *EOR*, ya que pueden mejorar drásticamente las propiedades de los fluidos inyectados³² y su interacción con la roca³³, en comparación con los fluidos de inyección convencionales, para lo cual nanopartículas con tamaños de entre 1 a 100 nanómetros [nm] y con ciertas especificaciones³⁴ que resultan útiles para liberar aceite

³⁰“Una sustancia química que se adsorbe preferentemente en una interfase, disminuyendo la tensión superficial o la tensión interfacial entre los fluidos o entre un fluido y un sólido.” (Energy Glossary, SLB, 2023)

³¹Batista, Ramón, et al., “Microbiología y biotecnología aplicadas a la exploración y producción petroleras”, *Revista CENIC Ciencias Biológicas*, Vol. 42, No. 1, pp. 35-41, enero-abril, 2011, Redalyc.

³²Mejoran la viscosidad, densidad, reducen la tensión superficial, mejoran las emulsiones y la conductividad térmica.

³³Alteran la mojabilidad y el coeficiente de transferencia de calor.

³⁴Especificaciones térmicas, propiedades ópticas, eléctricas, reológicas o incluso interfaciales.

atrapado en los poros de la formación, suelen tener dimensiones del orden de 5 a 50 [micras]. Mediante el uso de nanopartículas, es posible penetrar los poros de tamaño reducido sin quedar atrapadas, provocando una reducción en los costos de inyección.³⁵

Las nanopartículas están diseñadas para no adherirse a la superficie de la roca o al hidrocarburo, y se desplazan a mayor velocidad que los trazadores químicos tradicionales.³⁶ Además de penetrar los poros del yacimiento, estas partículas exhiben un efecto de penetración estimulado por la energía térmica y dinámica, como resultado de los cambios en el depósito.³⁷ Al implementar nanopartículas, se mejora la difusividad de los materiales en los poros de la roca, se modifican las interfases de los fluidos en los canales de microescala, se reduce la fuerza cohesiva del aceite en la roca, se produce un cambio en la mojabilidad, se trata la obstrucción causada por partículas no deseadas y se mejora el movimiento de los fluidos, provocando un incremento en la eficiencia de recuperación mejorada.³⁸

Es importante tener en cuenta algunas consideraciones al planificar el uso de nanopartículas, ya que varios laboratorios han estudiado el flujo de nanopartículas en diversos medios porosos y han concluido que los factores que afectan su movilización son la carga de la partícula³⁹, el tipo de inyección⁴⁰, el tamaño de la partícula⁴¹, los iones o moléculas presentes en el sistema⁴² y también por su carácter hidrófobo o hidrófilo.⁴³

El polisilicón es un compuesto cuyo componente principal es el dióxido de silicio (SiO_2), según su fórmula química. Este material se sintetiza mediante la incorporación de un aditivo específico bajo condiciones de activación radiactiva, lo que permite su formación y modificación estructural. El resultado es un polvo ultrafino con un diámetro de partícula que oscila entre 10 y 500 nanómetros [nm].⁴⁴

El polisilicón se puede clasificar en tres tipos según la mojabilidad de la superficie de la partícula:⁴⁵

1. Polisilicón Lipofóbico e Hidrofílico o *Lipophobic and Hydrophilic Polysilicon (LHP)*.

³⁵Roustaei, Abbas, et al., “An experimental investigation of polysilicon nanoparticles recovery efficiencies through changes in interfacial tension and wettability alteration”, *SPE International Oilfield Nanotechnology*, Países Bajos, SPE 156976, 12–14 junio 2012, DOI/10.2118/156976-MS.

³⁶Cruz Santiago, J. F, *op. cit.*, págs. 71-81

³⁷Ayatollahi, Shahab, et al., “Nanotechnology-Assisted EOR Techniques: New solutions to old challenges”, *SPE International Oilfield Nanotechnology*, Países Bajos, SPE 157094, 12–14 junio 2012, DOI/10.2118/157094-MS.

³⁸Cruz Santiago, J. F, *op. cit.*, págs. 76-77

³⁹Se observó que una carga negativa genera una menor retención en la superficie por las fuerzas de repulsión.

⁴⁰Pelley y Tufenkji demostraron que aumentando la velocidad de inyección existe menor retención en superficie debido a que las partículas tienen menos contacto a mayor velocidad.

⁴¹Pelley y Tufenkji demostraron que entre mayor es la partícula, mayor es la retención en la superficie.

⁴²Las fuerzas iónicas reducen la carga de la superficie y aumentan la retención de nanopartículas por el incremento de las fuerzas de van der Waals.

⁴³*Ibidem*, p. 79.

⁴⁴Ju, B., et al., “A study of wettability and permeability change caused by Adsorption of nanometer structured polysilicon on the Surface of porous media”, (p. 2), *SPE Asia Pacific Oil and Gas*, China, núm. 77938, 8-10 de octubre 2002, DOI/10.2118/77938-MS.

⁴⁵*Idem*.

Este tipo de polisilicón altera la mojabilidad de la superficie de la roca, pasando de ser mojada por petróleo a ser mojada por agua. Como resultado la permeabilidad relativa del aceite aumenta, mientras que la permeabilidad relativa del agua disminuye.

2. Polisilicón Humectable Neutro o *Neutral Wetttable Polysilicon (NWP)*. Este tipo de polisilicón elimina la tensión superficial. Al hacerlo, mejora la movilidad del aceite y aumenta la eficiencia de desplazamiento en yacimientos que experimentan un empuje de agua.
3. Polisilicón Hidrofóbico y Lipofílico o *Hydrophobic and Lipophilic Polysilicon (HLP)*. Este tipo de polisilicón mejora los gastos de inyección en pozos inyectoros de agua en yacimientos de baja permeabilidad.

Existen diversos estudios que intentan representar de manera teórica y práctica los efectos causados por la aplicación de nanofluidos en un medio poroso. A continuación, analizaremos los siguientes artículos que han proporcionado una base teórica sólida para la investigación: El-Amin et al. (2013); El-Amin et al. (2017); Ju et al. (2002); Ju et al. (2006); Li et al. (2013); Moedano (2022); Nazari et al. (2015); Roustaei et al. (2015) y Sepehri et al. (2019).

El-Amin et al. (2013): Este estudio, realizado por El-Amin y colaboradores se centra en los efectos de las nanopartículas *HLP* y *LHP* en la recuperación mejorada de hidrocarburos. Utiliza un modelo de simulación de transporte de nanopartículas en flujo bifásico en un medio poroso y lo amplía al incorporar la presión capilar y correlaciones de permeabilidad relativa mixta para adaptarlo al sistema de mojabilidad mixta. Sus ecuaciones y resultados gráficos presentados fueron fundamentales para construir el Modelo Conceptual 2.1 y Modelo Matemático 2.2, descritos en este trabajo.

El-Amin et al. (2017): Desarrollaron un modelo que describe el transporte de las nanopartículas en medios porosos fracturados y heterogéneos. Emplearon el modelo de fracturas discretas (*DFM*) para considerar las fracturas como discontinuidades en el medio, y el transporte de nanopartículas se modeló como un flujo de dos fases inmiscibles e incompresibles. El sistema de ecuaciones incluye la Ley de Darcy para el cálculo de velocidades y tiene en cuenta los cambios de porosidad y permeabilidad debido a la adsorción y el entrapamiento de nanopartículas en las paredes y gargantas de los poros, respectivamente.

El modelo propuesto plantea ecuaciones de saturación y transporte tanto en el dominio de la matriz como en el de las fracturas. Para superar las restricciones causadas por los cambios rápidos de presión y saturación debido a los efectos de capilaridad y las concentraciones en la matriz o la fractura, se utilizó la técnica de escala de tiempo múltiple en las simulaciones. Los autores emplearon un intervalo de tiempo grande en el dominio de la matriz y uno más pequeño para las fracturas. Esta consideración inspiró el uso del paso adaptativo en la codificación presentada en este trabajo.

Además, se utilizó el esquema implícito en presión, explícito en saturación e implícito en concentración, también conocido como *Implicit Pressure Explicit Saturation-Implicit Concentration (IMPES-IMC)* por sus siglas en inglés, para resolver las ecuaciones que gobiernan el transporte de nanopartículas en medios porosos fracturados. En cuanto a

la discretización espacial, se empleó el método de diferencias finitas con celdas centradas (*Cell-Centered Finite Difference, CCFD*), el cual permite una aproximación numérica robusta y eficiente para la resolución de las ecuaciones diferenciales en el dominio discretizado.

Ju et al. (2002): Este artículo se centra en el estudio de las nanopartículas *HLP* base aceite en medios porosos, demostrando una mejora en los gastos de inyección, usada en yacimientos de baja permeabilidad⁴⁶.

Los autores tenían en cuenta que las propiedades de la superficie de los minerales determinan la mojabilidad de las paredes porosas, explicando por qué cada roca presenta una mojabilidad diferente. La mojabilidad de una roca influye significativamente en la distribución del aceite, agua y gas, en la permeabilidad relativa del agua y el aceite, y en la dinámica de los fluidos. En sus experimentos de desplazamiento en núcleos, los investigadores utilizan nanopartículas de *HLP* mezcladas completamente con diésel en proporciones de 1.5 [g] por 1 [L] de diésel. La inyectabilidad⁴⁷ del agua se evaluó comparando la permeabilidad efectiva del agua antes y después del tratamiento. Es importante tener en cuenta el rango de permeabilidad de la roca y la cantidad de *HLP* utilizado, ya que el *HLP* puede reducir los canales porosos al adherirse a las superficies de la roca.

Sus simulaciones numéricas fueron validadas con experimentos de laboratorio representativos. Las partículas de *HLP* no son uniformes, como consecuencia de su rango de diámetros que van de 10 y 500 [nm]. Por lo antes mencionado se observó que los parámetros clave en el simulador son la composición, el diámetro y la concentración de las nanopartículas.

Después del tratamiento con *HLP*, las permeabilidades locales de cada núcleo disminuyen, especialmente cerca de la entrada, resultando en un daño severo en la permeabilidad absoluta del medio poroso. Sin embargo, las permeabilidades efectivas locales aumentan para cada núcleo después del tratamiento con *HLP*.

Para mejorar la inyección de agua, se utilizó un rango de concentraciones de *HLP* de 0.5 a 2 [g] por 1 [L] de disolvente. Concentraciones más bajas requieren más volúmenes de disolvente para una determinada masa de *HLP*, lo que aumenta el tiempo y los costos de inyección. Es importante tener en cuenta que volúmenes de inyección excesivos bajo una cierta concentración pueden resultar en una reducción de la permeabilidad efectiva causada por la retención de *HLP*.

Ju et al. (2006): Presentan las consideraciones matemáticas de su modelo de simulación, utilizando un modelo no lineal y empleando diferencias finitas para resolver el sistema de ecuaciones no lineales. Para la resolución de la ecuación presión-saturación, se utilizó el método implícito en presión y explícito en saturación (*Implicit Pressure Explicit Saturation, IMPES*), mientras que para la ecuación de continuidad se aplicó un esquema de discretización completamente implícito.

⁴⁶Enfocándose en yacimientos donde la inyección de agua no es posible por ser yacimientos de lutitas, de arenas compactas o carbonatos de baja permeabilidad.

⁴⁷Capacidad de un producto para ser introducido en un medio sin perder sus propiedades ni causar daños.

Liu et al. (1993): Construyeron un modelo predictivo para arenas que permite predecir el daño causado por partículas indeseadas, como sales minerales. Se considera importante esta investigación por el desarrollo de su ecuación de transporte y ecuaciones constitutivas, similares a las usadas por los anteriores autores. Además, es uno de los artículos más completos, ya que presenta todos los datos de simulación utilizados, así como sus resultados.

Moedano (2022): Es el texto más reciente consultado y aborda el uso de nanopartículas en la recuperación mejorada de hidrocarburos, proporcionando una visión general de los avances y aplicaciones recientes en el campo. Es uno de los textos más importantes porque ayudó a identificar los autores más relevantes en investigaciones sobre nanopartículas, además de comprender el comportamiento de las nanopartículas dentro de una formación rocosa. El trabajo es de naturaleza teórica y utiliza el software CMG para modelar y simular estos procesos.

Moedano aplicó nanopartículas de *HLP* a un núcleo de carbonato con fractura anular y observó una disminución significativa en la tensión interfacial⁴⁸ del aceite con la salmuera. Esto facilita el flujo del aceite atrapado en los poros, lo que resulta en una mejor recuperación de aceite. A través de su investigación, se observó que estas nanopartículas generan una mejor reducción en la tensión interfacial en comparación con las nanopartículas de *NWP*.

Nazari et al. (2015): El estudio se enfoca en pruebas a carbonatos mojados por aceite, donde se inyectaron diversos nanofluidos, incluido el SiO_2 . Se logró una recuperación máxima de un 30 % de aceite residual. En los experimentos de núcleo, se inyectaron 2 volúmenes porosos (VP) de nanofluido y, después de un remojo de 24 horas, se llevó a cabo un desplazamiento con salmuera de 8VP. Como resultado, se obtuvo en promedio un 9 % adicional de aceite original en sitio después del tratamiento con nanofluido.

Roustaei et al. (2015): Este estudio experimental analiza el uso de nanopartículas de SiO_2 en carbonatos mojados por aceite. Se utilizó una concentración de $4[\frac{g}{L}]$ y se encontró que se requiere un mínimo de 1 hora de reposo para lograr un cambio en la mojabilidad.

Los resultados experimentales muestran lo siguiente:

- En primer lugar, se lleva a cabo un desplazamiento con agua, seguido de la inyección de 1 VP de nanofluido, lo cual resulta en una recuperación de aceite del 9-12 %.
- Tras 24 horas de reposo se realiza un desplazamiento con agua, logrando una recuperación de aceite del 16-17 % lo cual mejora significativamente la recuperación de aceite cuando se utilizan las nanopartículas de SiO_2 en los carbonatos mojados por aceite.

Sepehri et al. (2019): Sepehri y su equipo presentan un modelo matemático que considera el flujo bifásico para carbonatos no fracturados, teniendo en cuenta el cambio de mojabilidad por nanopartículas *LHP*. En el experimento, se inyectó un VP de salmuera, seguido de un VP de nanofluido y finalmente se inyectaron 4 VP de salmuera.

⁴⁸Redujo la fuerza de fricción entre el aceite y el fluido inyectado.

Los resultados obtenidos indican lo siguiente:

- Se encontró que a medida que aumenta la concentración de nanopartículas, aumentó la recuperación de aceite. Además, se observa una disminución en el corte de agua producido por el cambio de mojabilidad.
- Las curvas de permeabilidad relativa muestran mayor alteración de la mojabilidad, alcanzando mayor cambio al inyectar únicamente un volumen poroso de nanofluido.
- Si la concentración de nanopartículas supera los $2[g/L]$, no se registra un aumento significativo en la recuperación de aceite. Esto se debe a que la superficie porosa se cubre completamente con las nanopartículas adsorbidas, lo que resulta en una disminución de la porosidad y permeabilidad de la formación.
- En los bloques cercanos al punto de inyección, se observa un cambio mayor en la mojabilidad, lo que resulta en un mayor daño. Como consecuencia, una menor cantidad de nanopartículas puede atravesar el medio poroso, ya que los poros se taponan, lo que conlleva a una pérdida de nanopartículas.

Los modelos conceptual, matemático y numérico desarrollados en esta investigación están fuertemente influenciados por las investigaciones de El-Amin et al. (2013); Ju et al. (2002) y Sepehri et al. (2019). Estos estudios han sido fundamentales para llevar a cabo un análisis detallado y preciso de la inyección de nanopartículas de dióxido de silicio, específicamente en el contexto de la recuperación mejorada de hidrocarburos.

El estudio de El-Amin et al. (2013) proporciona un marco teórico sólido al centrarse en los efectos de las nanopartículas de *HLP* y *LHP* en la recuperación mejorada de hidrocarburos. El modelado de transporte de nanopartículas en flujo bifásico en un medio poroso, ampliado con la incorporación de la presión capilar y correlaciones de permeabilidad relativa mixta, ha servido como referencia para el desarrollo del modelo conceptual 2.1 y matemático 2.2.

La investigación de Ju et al. (2002) ha demostrado la eficacia de las nanopartículas en la mejora de los gastos de inyección, especialmente en yacimientos de baja permeabilidad. Sus experimentos de desplazamiento de núcleos han proporcionado datos cruciales sobre los efectos de las nanopartículas *HLP* en la alteración de la permeabilidad absoluta y porosidad del medio poroso. Estos hallazgos han sido fundamentales para formular una estrategia de inyección de nanopartículas y un correcto cálculo de los cambios de propiedades.

Finalmente, Sepehri et al. (2019) ha contribuido al proporcionar un modelo matemático detallado que considera el flujo bifásico, teniendo en cuenta el cambio de mojabilidad por nanopartículas *LHP*. Sus resultados han arrojado luz sobre la relación entre la concentración de nanopartículas y la recuperación de aceite, también sobre los efectos de la saturación de nanopartículas en los cambios de las curvas de permeabilidades relativas de la formación.

Capítulo 2: Modelación matemática computacional del transporte de nanopartículas

2.1 Modelo conceptual

En esta sección se presentan las consideraciones y suposiciones físicas fundamentales para el desarrollo del modelo matemático.

- El medio poroso se considera heterogéneo, con variaciones espaciales y temporales en las propiedades de porosidad y permeabilidad, las cuales son alteradas dinámicamente por el fenómeno de entrapamiento de nanopartículas inyectadas. Este fenómeno influye directamente en la capacidad del medio poroso para transportar fluidos, generando modificaciones locales en sus propiedades.
- El flujo en el medio poroso está gobernado por la Ley de Darcy y las ecuaciones de conservación de masa, considerando un sistema bifásico inmiscible compuesto por agua y aceite. Estas ecuaciones integran tanto la interacción entre las fases como la transferencia de masa, permitiendo capturar la dinámica compleja del sistema.
- El modelo supone un flujo isotérmico, bidimensional y compresible, con viscosidad y densidad constantes para ambos fluidos, los cuales se comportan como fluidos newtonianos. Esto implica que las propiedades reológicas de los fluidos permanecen inalteradas bajo las condiciones de operación.
- Se desprecian los efectos de la gravedad, bajo la suposición de un proceso isotérmico y transitorio, priorizando las dinámicas internas del sistema en lugar de las influencias externas. Las nanopartículas presentes en la suspensión acuosa se modelan con geometría esférica constante y su movimiento está dominado por el movimiento Browniano, lo que permite describir su dispersión dentro del medio poroso de forma realista.
- Además, se considera la influencia de la presión capilar, integrada como parte fundamental del modelo conceptual. Este fenómeno afecta tanto la distribución como la movilidad de las fases dentro del medio poroso, particularmente en regiones donde los gradientes de saturación son más pronunciados.
- No se incluyen reacciones químicas en el modelo, simplificando el análisis para enfocarse exclusivamente en los aspectos físicos y mecánicos del flujo y transporte. Esta decisión no compromete la aplicabilidad del modelo, ya que las condiciones evaluadas no involucran fenómenos de transformación química significativos.

- Este modelo conceptual proporciona una base robusta para capturar los principales mecanismos físicos del sistema, al tiempo que permite incorporar fenómenos avanzados, como el transporte y la retención de nanopartículas, con un balance adecuado entre complejidad y precisión.

2.2 Modelo matemático

El modelo toma en cuenta las consideraciones físicas descritas anteriormente y se fundamenta en un conjunto de ecuaciones de conservación propuestas para cada fase y en ecuaciones constitutivas que permiten obtener un sistema matemáticamente cerrado. Estas ecuaciones en conjunto describen el comportamiento de los fluidos, las nanopartículas y su interacción con el medio poroso, proporcionando una representación matemática completa del proceso.

Ecuación general de flujo

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{kk_{rf}b_f}{\mu_f} \left(\frac{\partial P_f}{\partial x} - \gamma_f \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{kk_{rf}b_f}{\mu_f} \left(\frac{\partial P_f}{\partial y} - \gamma_f \frac{\partial D}{\partial y} \right) \right) + (\beta_f q_f^* b_f) = \frac{\partial}{\partial t} (\emptyset S_f b_f) \quad (2.1)$$

$$u_l = \frac{kk_{rf}b_f}{\mu_f} \left(\frac{\partial P_f}{\partial x} \right) \quad (2.2)$$

donde el subíndice **f** representa el tipo de fase, en nuestro caso agua (*w*) o aceite (*o*). La presión del fluido, la viscosidad del fluido y la saturación del fluido son **P_f**, **μ_f** y **S_f**, respectivamente, expresadas en [psi], [cP] y [fracción], respectivamente. La permeabilidad absoluta es **k** en [mD], y la permeabilidad relativa de la fase es **k_{rf}**, en [fracción]. La porosidad se denota como **∅**, y el factor de conversión volumétrica del fluido es **b_f**, en [fracción]. El factor de volumen del fluido es **β_f** en $\frac{ft^3}{ft^3}$. **D** es el coeficiente de difusión de la nanopartícula en $\frac{ft^2}{Dia}$. El término $\gamma_f \frac{\partial D}{\partial y}$ corresponde al potencial o término de gravedad.

De la Ecuación (2.1) se obtuvieron las ecuaciones de difusión correspondientes para cada una de las fases del modelo.

Ecuación de flujo de aceite

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial y} - \gamma_o \frac{\partial D}{\partial y} \right) \right) + (\beta_o q_o^* b_o) = \frac{\partial}{\partial t} (\emptyset S_o b_o) \quad (2.3)$$

Ecuación de flujo de agua

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{kk_{rw}b_w}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} - \gamma_w \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{kk_{rw}b_w}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial y} - \gamma_w \frac{\partial D}{\partial y} \right) \right) + (\beta_w q_w^* b_w) = \frac{\partial}{\partial t} (\emptyset S_w b_w) \quad (2.4)$$

Las siguientes expresiones matemáticas son necesarias para un correcto balance de masa, iniciando con las saturación del medio:

$$S_o + S_w = 1 \quad (2.5)$$

donde $\mathbf{S}_o$ y $\mathbf{S}_w$ son las saturaciones de aceite y agua, respectivamente en [fracción].

Para la presión capilar agua-aceite se tiene:

$$P_{cow} = P_o - P_w \quad (2.6)$$

donde $\mathbf{P}_{cow}$ es la presión capilar agua-aceite en [psi]. $\mathbf{P}_o$ y $\mathbf{P}_w$ son presión de aceite y presión de agua, respectivamente en [psi].

Ecuación de transporte de nanopartículas

Esta ecuación de transporte fue recuperada y complementada de dos estudios, El-Amin et al. (2013) y Sepehri et al. (2019).

$$u_{l,x} \frac{\partial C_i}{\partial x} + u_{l,y} \frac{\partial C_i}{\partial y} + \emptyset S_f \frac{\partial C_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\emptyset S_f D_i \frac{\partial C_i}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\emptyset S_f D_i \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) + R_i + Q_i = 0 \quad (2.7)$$

$$u_{l,(x,y)} = -\frac{k k_{rw}}{2\Delta(x,y)} (\Delta P_w) \quad (2.8)$$

donde el subíndice $\mathbf{f}$ es el tipo de fase, en nuestro caso agua (w) o aceite (o). $\mathbf{u}_l$ es la velocidad Darcy en $\left[\frac{ft}{Días}\right]$ en su dirección, x (subíndice x) o y (subíndice y) del fluido inyectado $\mathbf{l}$. $\mathbf{S}_f$ es la saturación en [fracción] de la fase f . $\mathbf{C}_i$ es la concentración en volumen de nanopartículas en el intervalo (subíndice i), en $\left[\frac{ft^3}{ft^3}\right]$. $\mathbf{D}_i$ es el coeficiente de difusión en $\left[\frac{ft^2}{Días}\right]$ en el intervalo (subíndice i). $\mathbf{Q}_i$ es el gasto del cambio del volumen de nanopartículas en el intervalo (subíndice i) en $\left[\frac{ft^3}{Días}\right]$. $\mathbf{R}_i$ es la retención de las nanopartículas por taponamiento de las gargantas de poros o en otros sitios del poro.

Adicionalmente, para cerrar el sistema la ecuación de retención de nanopartículas en el proceso de transporte se expresa como:

$$Ri = \frac{\partial (v_{1,i} + v_{2,i})}{\partial t} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial (v_{1,i})}{\partial t} = \begin{cases} (\gamma_{d,i}) |u_l| C_i; & |u_l| \leq |u_{lc}| \\ (\gamma_{d,i}) |u_l| C_i - \gamma_{e,i} v_{1,i} |u_l - u_{lc}|; & |u_l| > |u_{lc}| \end{cases} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial (v_{2,i})}{\partial t} = \gamma_{pt,i} |u_l| C_i; \quad (2.11)$$

$$Ri = \begin{cases} (\gamma_{d,i} + \gamma_{pt,i}) |u_l| C_i; & |u_l| \leq |u_{lc}| \\ (\gamma_{d,i} + \gamma_{pt,i}) |u_l| C_i - \gamma_{e,i} v_{1,i} |u_l - u_{lc}| C_i; & |u_l| > |u_{lc}| \end{cases} \quad (2.12)$$

donde $\mathbf{v}_{1,i}$ es el volumen de nanopartículas en contacto con la fase agua en la superficie de los poros por unidad de volumen de roca del medio poroso en el intervalo (subíndice i) y $\mathbf{v}_{2,i}$ es el volumen de nanopartículas atrapadas en las gargantas de los poros de la suspensión por unidad de volumen de roca del medio poroso en el intervalo (subíndice i).

CAPÍTULO 2. MODELACIÓN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL DEL TRANSPORTE DE NANOPARTÍCULAS

$\gamma_{e,i}$ es el coeficiente de velocidad que describe el arrastre de las nanopartículas en el intervalo (subíndice i) en $\left[\frac{1}{ft}\right]$. $\gamma_{d,i}$ es el coeficiente de velocidad que describe la retención superficial de las nanopartículas en el intervalo (subíndice i) en $\left[\frac{1}{ft}\right]$. $\gamma_{pt,i}$ es la constante que caracteriza el bloqueo de la garganta de poro en el intervalo (subíndice i) en $\left[\frac{1}{ft}\right]$. u_{lc} es la velocidad crítica en $\left[\frac{ft}{Dia}\right]$ del líquido.

Para considerar los efectos en los cambios de la permeabilidad relativa se consideran las siguientes ecuaciones:

$$k_{rf,n} = \left[k_{rf,0} + \frac{a_{tot}}{a_{sp}} (k_{rf,c} - k_{rf,0}) \right] \quad (2.13)$$

$$k_{rf,c} = k_{rf,0} (\theta_f) \quad (2.14)$$

donde el subíndice f es el tipo de fase, en nuestro caso agua (w) o aceite (o). a_{sp} es la superficie específica de un núcleo o partícula en contacto con los fluidos. a_{tot} es la suma total del área superficial de todas las nanopartículas que interactúan con los fluidos. $k_{rf,0}$ es la permeabilidad relativa inicial antes que se produzcan cambios o interacciones con los fluidos. $k_{rf,c}$ es la permeabilidad relativa cuando la superficie por unidad de volumen del medio poroso totalmente ocupado por nanopartículas. θ_f es la relación que describe el cambio de la permeabilidad relativa del agua o aceite por la adherencia a la nanopartícula en [fracción].

$$a_{sp} = 7000\emptyset \sqrt{\frac{\emptyset}{k}} \quad (2.15)$$

donde $\emptyset$ es la porosidad durante la inyección de nanopartículas en [fracción]. k es la permeabilidad durante la inyección de nanopartículas en [mD]. Estos cálculos de nuevas propiedades obedecen a la alteración de propiedades debido al taponamiento que se genera al inyectar nanopartículas.

$$a_{tot} = \beta(v_{1,i} + v_{2,i}) \frac{6}{d\rho} \quad (2.16)$$

donde β es un coeficiente que describe la relación entre el área superficial real y el área proyectada de una nanopartícula en [adimensional]. $d\rho$ es el diámetro de las nanopartículas suspendidas en el medio poroso en [ft].

Cuando $a_{tot} \geq a_{sp}$, la superficie total por unidad de volumen del medio poroso está completamente cubierta por la adsorción de nanopartículas sobre la superficie del poro o por su entrapamiento en las gargantas de los poros. En cambio, cuando $a_{tot} < a_{sp}$, la superficie por unidad de volumen del medio poroso está parcialmente cubierta por las nanopartículas. Para describir esta relación de cobertura, se define el parámetro r_a como la razón entre áreas, expresada como $r_a = \frac{a_{tot}}{a_{sp}}$.

De acuerdo con la teoría analizada y respaldada por el estado del arte presentado en este documento, se evidencia que el incremento en el tamaño de las partículas, junto con

una mayor concentración de las mismas, favorece significativamente la recuperación de fluidos. Sin embargo, es importante tener en cuenta que estos cambios también afectan la porosidad y permeabilidad del medio. Es decir, a medida que se incrementa el tamaño y la concentración de las partículas, podrían generarse cambios significativos en la estructura de poros y en la capacidad de flujo del medio.

Para incorporar los efectos de los cambios en la porosidad, se emplean las siguientes ecuaciones:

$$\emptyset = (\emptyset_0 - \delta\emptyset) \quad (2.17)$$

$$\delta\emptyset = v_{1,i} + v_{2,i} \quad (2.18)$$

donde $\emptyset_0$ es la porosidad inicial en [fracción] y $\delta\emptyset$ es la variación de porosidad por la adsorción o desorción de nanopartículas con la superficie en [fracción].

Para incluir los efectos de los cambios en la permeabilidad absoluta, se considera la siguiente ecuación:

$$k = k_0 \left[(1 - f) k_f + \frac{f\emptyset}{\emptyset_0} \right]^l \quad (2.19)$$

$$f = 1 - \sum_i \gamma_{f,i} v_{2,i} \quad (2.20)$$

donde k_0 es la permeabilidad absoluta inicial en [mD]. k_f es la constante que caracteriza el gasto de filtración del fluido inyectado a través de los poros tapados del medio en [adimensional]. f es el factor de flujo de eficiencia o fracción del área transversal abierta para el flujo de fluido en el medio poroso. l es el coeficiente empírico utilizado en el modelo para describir ciertas relaciones o fenómenos en [adimensional].

Para considerar los efectos de las variaciones en los volúmenes, se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$v_{1,i}^{n+1} = \begin{cases} \gamma_{d,i} |u_l| C_i (\Delta t) + v_{1,i}^n; & |u_l| \leq u_{lc} \\ \frac{\gamma_{d,i} |u_l| C_i + \frac{(v_{1,i}^n)}{(\Delta t)}}{\frac{1}{(\Delta t)} + \gamma_{ei} |u_l - u_{lc}|}; & |u_l| > u_{lc} \end{cases} \quad (2.21)$$

$$v_{2,i}^{n+1} = \gamma_{pt,i} |u_l| C_i (\Delta t) + (v_{2,i}^n) \quad (2.22)$$

2.3 Modelo numérico

Para representar el fenómeno de inyección de nanopartículas, fue esencial asegurar que las dimensiones de las ecuaciones y los datos de entrada fueran consistentes. La creación de la variable α , que se presenta en el siguiente modelo numérico, fue un resultado directo de desarrollo dimensional. Este enfoque garantiza la coherencia y la representación precisa de las magnitudes involucradas en el fenómeno de inyección de nanopartículas del modelo.

Ecuación de flujo de aceite

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial y} - \gamma_o \frac{\partial D}{\partial y} \right) \right) + (\beta_o q_o^* b_o) = \frac{\partial}{\partial t} (\emptyset S_o b_o) \quad (2.23)$$

Sin considerar efectos gravitacionales.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o} \frac{\partial P_o}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial y} \right) \right) + (\beta_o q_o^* b_o) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi S_o b_o) \quad (2.24)$$

Discretizando la ecuación (2.24), mediante diferencias finitas.

Sustituyendo: $S_o = 1 - S_w$ y todo por $(A_x)_{i,j} = (\text{Altura del yac})$ (*Espesor del yac*)

$$\begin{aligned} & -(A_x)_{i,j} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o \Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} P_{oi+1,j}^{n+1} \\ & -(A_x)_{i,j} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o \Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} P_{oi,j}^{n+1} \\ & -(A_x)_{i,j} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o \Delta x} \right)_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} P_{oi,j}^{n+1} \\ & +(A_x)_{i,j} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o \Delta x} \right)_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} P_{oi-1,j}^{n+1} \\ & +(A_y)_{i,j} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o \Delta y} \right)_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} P_{oi,j+1}^{n+1} \\ & -(A_y)_{i,j} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o \Delta y} \right)_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} P_{oi,j}^{n+1} \\ & -(A_y)_{i,j} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o \Delta y} \right)_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1} P_{oi,j}^{n+1} \\ & +(A_y)_{i,j} \left(\alpha \frac{kk_{ro}b_o}{\mu_o \Delta y} \right)_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1} P_{oi,j-1}^{n+1} \\ & +(\beta_o q_o b_o)_{i,j}^{n+1} \\ & = \left(\frac{V_r}{\Delta t} b_o \right)_{i,j} \left[(\emptyset (1 - S_w))_{i,j}^{n+1} - (\emptyset (1 - S_w))_{i,j}^n \right] \end{aligned}$$

Definiendo las transmisibilidades del aceite:

$$\begin{aligned} T_{o_{i+\frac{1}{2}}, j}^{n+1} &= \alpha \left(\frac{A_x k}{\Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2}, j} \left(\frac{k_{ro} b_o}{\mu_o} \right)_{i+1, j}^{n+1} \\ T_{o_{i-\frac{1}{2}}, j}^{n+1} &= \alpha \left(\frac{A_x k}{\Delta x} \right)_{i-\frac{1}{2}, j} \left(\frac{k_{ro} b_o}{\mu_o} \right)_{i-1, j}^{n+1} \\ T_{o_i, j+\frac{1}{2}}^{n+1} &= \alpha \left(\frac{A_y k}{\Delta y} \right)_{i, j+\frac{1}{2}} \left(\frac{k_{ro} b_o}{\mu_o} \right)_{i, j+1}^{n+1} \\ T_{o_i, j-\frac{1}{2}}^{n+1} &= \alpha \left(\frac{A_y k}{\Delta y} \right)_{i, j-\frac{1}{2}} \left(\frac{k_{ro} b_o}{\mu_o} \right)_{i, j-1}^{n+1} \end{aligned}$$

Sustituyendo trasmisibilidades en la discretización:

$$\begin{aligned} & - \left(T_{o_{i+\frac{1}{2}}, j}^{n+1} P_{oi+1, j}^{n+1} \right) - \left(T_{o_{i+\frac{1}{2}}, j}^{n+1} P_{oi, j}^{n+1} \right) - \left(T_{o_{i-\frac{1}{2}}, j}^{n+1} P_{oi, j}^{n+1} \right) + \left(T_{o_{i-\frac{1}{2}}, j}^{n+1} P_{oi-1, j}^{n+1} \right) \\ & + \left(T_{o_i, j+\frac{1}{2}}^{n+1} P_{oi, j+1}^{n+1} \right) - \left(T_{o_i, j+\frac{1}{2}}^{n+1} P_{oi, j}^{n+1} \right) - \left(T_{o_i, j-\frac{1}{2}}^{n+1} P_{oi, j}^{n+1} \right) + \left(T_{o_i, j-\frac{1}{2}}^{n+1} P_{oi, j-1}^{n+1} \right) \\ & + (\beta_o q_o b_o)_{i, j}^{n+1} \\ & = \left(\frac{V_r}{\Delta t} b_o \right)_{i, j} \left[(\emptyset)_{i, j}^n (1 + C_r (P_{oi, j}^{n+1} - P_{oi, j}^n)) ((1 - S_{atw}))_{i, j}^{n+1} - (\emptyset (1 - S_{atw}))_{i, j}^n \right] \end{aligned}$$

Si definimos:

$$TE_o = T_{o_{i+\frac{1}{2}}, j}^{n+1} \quad TW_o = T_{o_{i-\frac{1}{2}}, j}^{n+1} \quad TN_o = T_{o_i, j+\frac{1}{2}}^{n+1} \quad TS_o = T_{o_i, j-\frac{1}{2}}^{n+1}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} & - (TE_o P_{oi+1, j}^{n+1}) - (TE_o P_{oi, j}^{n+1}) - (TW_o P_{oi, j}^{n+1}) + (TW_o P_{oi-1, j}^{n+1}) \\ & + (TN_o P_{oi, j+1}^{n+1}) - (TN_o P_{oi, j}^{n+1}) - (TS_o P_{oi, j}^{n+1}) + (TS_o P_{oi, j-1}^{n+1}) \\ & + (\beta_o q_o b_o)_{i, j}^{n+1} \\ & = \left(\frac{V_r}{\Delta t} b_o \emptyset^n \right)_{i, j} \left[(1 + C_r (P_{oi, j}^{n+1} - P_{oi, j}^n)) ((1 - S_{atw}))_{i, j}^{n+1} - ((1 - S_{atw}))_{i, j}^n \right] \end{aligned}$$

Definiendo acumulación:

$$ACUM_o = \left(\frac{V_r}{\Delta t} b_o \emptyset^n \right)_{i, j} \left[((1 - S_{atw}))_{i, j}^{n+1} + ((1 - S_{atw}))_{i, j}^{n+1} C_r (P_{oi, j}^{n+1} - P_{oi, j}^n) - ((1 - S_{atw}))_{i, j}^n \right]$$

CAPÍTULO 2. MODELACIÓN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL DEL TRANSPORTE DE NANOPARTÍCULAS

Entonces:

$$\begin{aligned} & - (TE_o P_{oi+1,j}^{n+1}) - (TE_o P_{oi,j}^{n+1}) - (TW_o P_{oi,j}^{n+1}) + (TW_o P_{oi-1,j}^{n+1}) \\ & + (TN_o P_{oi,j+1}^{n+1}) - (TN_o P_{oi,j}^{n+1}) - (TS_o P_{oi,j}^{n+1}) + (TS_o P_{oi,j-1}^{n+1}) \\ & + (\beta_o q_o b_o)_{i,j}^{n+1} = ACUM_o \end{aligned}$$

Si definimos:

$$TC_o = - (TE_o + TW_o + TN_o + TS_o)$$

La ecuación sería:

$$\begin{aligned} & - (TE_o P_{oi+1,j}^{n+1}) + (TC_o P_{oi,j}^{n+1}) + (TW_o P_{oi-1,j}^{n+1}) + (TN_o P_{oi,j+1}^{n+1}) + (TS_o P_{oi,j-1}^{n+1}) \\ & + (\beta_o q_o b_o)_{i,j}^{n+1} = ACUM_o \end{aligned}$$

Igualando a cero se obtiene el residual de aceite:

$$\mathbf{F}_o = \left[\begin{aligned} & (\mathbf{TE}_o \mathbf{P}_{oi+1,j}^{n+1}) + (\mathbf{TC}_o \mathbf{P}_{oi,j}^{n+1}) + (\mathbf{TW}_o \mathbf{P}_{oi-1,j}^{n+1}) \\ & + (\mathbf{TN}_o \mathbf{P}_{oi,j+1}^{n+1}) + (\mathbf{TS}_o \mathbf{P}_{oi,j-1}^{n+1}) \\ & + (\beta \mathbf{q}_o \mathbf{b}_o)_{i,j}^{n+1} - \mathbf{ACUM}_o \end{aligned} \right] \quad (2.25)$$

Ecuación de flujo de agua

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{kk_{rw} b_w}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} - \gamma_w \frac{\partial D}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{kk_{rw} b_w}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial y} - \gamma_w \frac{\partial D}{\partial y} \right) \right) + (\beta_w q_w^* b_w) = \frac{\partial}{\partial t} (\emptyset S_w b_w) \quad (2.26)$$

Sin considerar efectos gravitacionales.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{kk_{rw} b_w}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{kk_{rw} b_w}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial y} \right) \right) + (\beta_w q_w^* b_w) = \frac{\partial}{\partial t} (\emptyset S_w b_w) \quad (2.27)$$

Despejando la P_w de la definición de presión capilar

$$P_{cow} = P_o - P_w$$

$$P_w = P_o - P_{cow}$$

Discretizando la ecuación (2.27), mediante diferencias finitas.

Sustituyendo Pw y todo por $(A_x)_{i,j} = (\text{Altura del yac}) (\text{Espesor del yac})$

$$\begin{aligned}
 & -(A_x)_{i,j} \left(\alpha \frac{k k_{rw} b_w}{\mu_w \Delta x} \right)_{(i+\frac{1}{2}),j}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i+1,j}^{n+1} \\
 & -(A_x)_{i,j} \left(\alpha \frac{k k_{rw} b_w}{\mu_w \Delta x} \right)_{(i+\frac{1}{2}),j}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \\
 & -(A_x)_{i,j} \left(\alpha \frac{k k_{rw} b_w}{\mu_w \Delta x} \right)_{(i-\frac{1}{2}),j}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \\
 & +(A_x)_{i,j} \left(\alpha \frac{k k_{rw} b_w}{\mu_w \Delta x} \right)_{(i-\frac{1}{2}),j}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i-1,j}^{n+1} \\
 & +(A_y)_{i,j} \left(\alpha \frac{k k_{rw} b_w}{\mu_w \Delta x} \right)_{i,(j+\frac{1}{2})}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j+1}^{n+1} \\
 & -(A_y)_{i,j} \left(\alpha \frac{k k_{rw} b_w}{\mu_w \Delta x} \right)_{i,(j+\frac{1}{2})}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \\
 & -(A_y)_{i,j} \left(\alpha \frac{k k_{rw} b_w}{\mu_w \Delta x} \right)_{i,(j-\frac{1}{2})}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \\
 & +(A_y)_{i,j} \left(\alpha \frac{k k_{rw} b_w}{\mu_w \Delta x} \right)_{i,(j-\frac{1}{2})}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j-1}^{n+1} \\
 & \quad + (\beta_w q_w b_w)_{i,j}^{n+1} \\
 & = \left(\frac{V_r}{\Delta t} b_w \right)_{i,j} \left[(\emptyset S_w)_{i,j}^{n+1} - (\emptyset S_w)_{i,j}^n \right]
 \end{aligned}$$

Definiendo las transmisibilidades del agua:

$$\begin{aligned}
 T_{w_{i+\frac{1}{2}}, j}^{n+1} &= \alpha \left(\frac{A_x k}{\Delta x} \right)_{i+\frac{1}{2},j} \left(\frac{k_{rw} b_w}{\mu_w} \right)_{i+1,j}^{n+1} \\
 T_{w_{i-\frac{1}{2}}, j}^{n+1} &= \alpha \left(\frac{A_x k}{\Delta x} \right)_{i-\frac{1}{2},j} \left(\frac{k_{rw} b_w}{\mu_w} \right)_{i-1,j}^{n+1} \\
 T_{w_i, j+\frac{1}{2}}^{n+1} &= \alpha \left(\frac{A_x k}{\Delta x} \right)_{i,j+\frac{1}{2}} \left(\frac{k_{rw} b_w}{\mu_w} \right)_{i,j+1}^{n+1} \\
 T_{w_i, j-\frac{1}{2}}^{n+1} &= \alpha \left(\frac{A_x k}{\Delta x} \right)_{i,j-\frac{1}{2}} \left(\frac{k_{rw} b_w}{\mu_w} \right)_{i,j-1}^{n+1}
 \end{aligned}$$

CAPÍTULO 2. MODELACIÓN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL DEL TRANSPORTE DE NANOPARTÍCULAS

Sustituyendo en las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
& - \left[T_{w_{i+\frac{1}{2}}, j}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i+1,j}^{n+1} \right] - \left[T_{w_{i+\frac{1}{2}}, j}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] - \left[T_{w_{i-\frac{1}{2}}, j}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] \\
& + \left[T_{w_{i-\frac{1}{2}}, j}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i-1,j}^{n+1} \right] + \left[T_{w_i, j+\frac{1}{2}}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j+1}^{n+1} \right] - \left[T_{w_i, j+\frac{1}{2}}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] \\
& - \left[T_{w_i, j-\frac{1}{2}}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] + \left[T_{w_i, j-\frac{1}{2}}^{n+1} (P_o - P_{cow})_{i,j-1}^{n+1} \right] + (\beta_w q_w b_w)_{i,j}^{n+1} \\
& = \left(\frac{V_r}{\Delta t} b_w \right)_{i,j} \left\{ (\emptyset)_{i,j}^n [1 + C_r (P_{o,i,j}^{n+1} - P_{o,i,j}^n)] (S_w)_{i,j}^{n+1} - (\emptyset S_w)_{i,j}^n \right\}
\end{aligned}$$

Si definimos:

$$\mathbf{TE}_w = T_{w_{i+\frac{1}{2}}, j}^{n+1} \quad \mathbf{TW}_w = T_{w_{i-\frac{1}{2}}, j}^{n+1} \quad \mathbf{TN}_w = T_{w_i, j+\frac{1}{2}}^{n+1} \quad \mathbf{TS}_w = T_{w_i, j-\frac{1}{2}}^{n+1}$$

Entonces la ecuación sería:

$$\begin{aligned}
& - \left[TE_w (P_o - P_{cow})_{i+1,j}^{n+1} \right] - \left[TE_w (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] - \left[TW_w (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] \\
& + \left[TW_w (P_o - P_{cow})_{i-1,j}^{n+1} \right] + \left[TN_w (P_o - P_{cow})_{i,j+1}^{n+1} \right] - \left[TN_w (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] \\
& - \left[TS_w (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] + \left[TS_w (P_o - P_{cow})_{i,j-1}^{n+1} \right] + (\beta_w q_w b_w)_{i,j}^{n+1} \\
& = \left(\frac{V_r}{\Delta t} b_w \emptyset^n \right)_{i,j} \left\{ [1 + C_r (P_o^{n+1} - P_o^n)] (S_w)_{i,j}^{n+1} - (S_w)_{i,j}^n \right\}
\end{aligned}$$

Definiendo acumulación:

$$\mathbf{ACUM}_w = \left(\frac{V_r}{\Delta t} b_w \emptyset^n \right)_{i,j} \left[(S_w)_{i,j}^{n+1} + (S_w)_{i,j}^{n+1} C_r (P_{o,i,j}^{n+1} - P_{o,i,j}^n) - (S_w)_{i,j}^n \right]$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
& - \left[TE_w (P_o - P_{cow})_{i+1,j}^{n+1} \right] - \left[TE_w (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] - \left[TW_w (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] \\
& + \left[TW_w (P_o - P_{cow})_{i-1,j}^{n+1} \right] + \left[TN_w (P_o - P_{cow})_{i,j+1}^{n+1} \right] - \left[TN_w (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] \\
& - \left[TS_w (P_o - P_{cow})_{i,j}^{n+1} \right] + \left[TS_w (P_o - P_{cow})_{i,j-1}^{n+1} \right] + (\beta_w q_w b_w)_{i,j}^{n+1} \\
& = \mathbf{ACUM}_w
\end{aligned}$$

Si definimos:

$$\mathbf{TC}_w = - (TE_w + TW_w + TN_w + TS_w)$$

Sustituyendo $\mathbf{TC}_w$ y agrupando términos. La discretización será:

$$\begin{aligned} & - [TE_w P_{oi+1,j}^{n+1}] + [TC_w P_{oi,j}^{n+1}] + [TW_w P_{oi-1,j}^{n+1}] + [TN_w P_{oi,j+1}^{n+1}] \\ & + [TS_w P_{oi,j-1}^{n+1}] [-TE_w P_{cowi+1,j}^{n+1}] - [TC_w P_{cowi,j}^{n+1}] - [TW_w P_{cowi-1,j}^{n+1}] \\ & - [TN_w P_{cowi,j+1}^{n+1}] - [TS_w P_{cowi,j-1}^{n+1}] + (\beta_w q_w b_w)_{i,j}^{n+1} = ACUM_w \end{aligned}$$

Igualando a cero se obtiene el residual de agua:

$$\mathbf{F}_w = \left[\begin{array}{c} (\mathbf{TE}_w \mathbf{P}_{o,i+1,j}^{n+1}) + (\mathbf{TC}_w \mathbf{P}_{o,i,j}^{n+1}) + (\mathbf{TW}_w \mathbf{P}_{o,i-1,j}^{n+1}) \\ + (\mathbf{TN}_w \mathbf{P}_{o,i,j+1}^{n+1}) + (\mathbf{TS}_w \mathbf{P}_{o,i,j-1}^{n+1}) - (\mathbf{TE}_w \mathbf{P}_{cow,i+1,j}^{n+1}) \\ - (\mathbf{TC}_w \mathbf{P}_{cow,i,j}^{n+1}) - (\mathbf{TW}_w \mathbf{P}_{cow,i-1,j}^{n+1}) - (\mathbf{TN}_w \mathbf{P}_{cow,i,j+1}^{n+1}) \\ - (\mathbf{TS}_w \mathbf{P}_{cow,i,j-1}^{n+1}) + (\beta_w \mathbf{q}_w \mathbf{b}_w)_{i,j}^{n+1} \\ - \mathbf{ACUM}_w \end{array} \right] \quad (2.28)$$

Ecuación de transporte de nanopartículas

$$u_{l,x} \frac{\partial C_i}{\partial x} + u_{l,y} \frac{\partial C_i}{\partial y} + \emptyset S_f \frac{\partial C_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\emptyset S_f D_i \frac{\partial C_i}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\emptyset S_f D_i \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) + R_i + Q_i = 0 \quad (2.8)$$

Compactando términos y asignando fase de transporte.

$$\emptyset \mathbf{S}_w \left(\frac{\partial C_i}{\partial t} \right) = \emptyset \mathbf{S}_w D_i \left(\frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} \right) - u_{l,x} \frac{\partial C_i}{\partial x} - u_{l,y} \frac{\partial C_i}{\partial y} + R_i + Q_i \quad (2.29)$$

Discretizando la ecuación (2.29), mediante diferencias finitas.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta x^2} \right)_{i,j}^{n+1} (C_{i+1,j}^{n+1} - 2C_{i,j}^{n+1} + C_{i-1,j}^{n+1}) \\ & + \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta y^2} \right)_{i,j}^{n+1} (C_{i,j+1}^{n+1} - 2C_{i,j}^{n+1} + C_{i,j-1}^{n+1}) \\ & - \frac{u_{l,x}}{2\Delta x} (C_{i+1,j}^{n+1} - C_{i-1,j}^{n+1}) - \frac{u_{l,y}}{2\Delta y} (C_{i,j+1}^{n+1} - C_{i,j-1}^{n+1}) \\ & = \emptyset S_w \frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j}^n}{\Delta t} \end{aligned}$$

Agrupando términos y factorizando:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta x^2} \right)_{i,j}^{n+1} C_{i+1,j}^{n+1} - \left(2 \frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta x^2} \right)_{i,j}^{n+1} C_{i,j}^{n+1} + \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta x^2} \right)_{i,j}^{n+1} C_{i-1,j}^{n+1} \\ & + \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta y^2} \right)_{i,j}^{n+1} C_{i,j+1}^{n+1} - \left(2 \frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta y^2} \right)_{i,j}^{n+1} C_{i,j}^{n+1} + \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta y^2} \right)_{i,j}^{n+1} C_{i,j-1}^{n+1} \\ & = - \left(\frac{\emptyset S_w}{\Delta t} \right)_{i,j}^{n+1} C_i^n \end{aligned}$$

Definiendo:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{TE} &= \mathbf{T}_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} = \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta x^2} \right)_{i,j}^{n+1} - \left(\frac{u_{l,x}}{2\Delta x} \right)_{i,j}^{n+1} \\
 \mathbf{TW} &= \mathbf{T}_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} = \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta x^2} \right)_{i,j}^{n+1} + \left(\frac{u_{l,x}}{2\Delta x} \right)_{i,j}^{n+1} \\
 \mathbf{TN} &= \mathbf{T}_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} = \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta y^2} \right)_{i,j}^{n+1} - \left(\frac{v_{l,y}}{2\Delta y} \right)_{i,j}^{n+1} \\
 \mathbf{TS} &= \mathbf{T}_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1} = \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta y^2} \right)_{i,j}^{n+1} + \left(\frac{v_{l,y}}{2\Delta y} \right)_{i,j}^{n+1} \\
 \mathbf{TC} &= - \left(2 \frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta x^2} \right)_{i,j}^{n+1} + \left(\frac{\emptyset S_w}{\Delta t} \right)_{i,j}^{n+1} + \left(2 \frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta y^2} \right)_{i,j}^{n+1} \\
 \mathbf{B_c} &= - \left(\frac{\emptyset S_w}{\Delta t} \right)_{i,j}^{n+1} C_{i,j}^n + R_i + Q_i^*
 \end{aligned}$$

Entonces la ecuación discretizada final sería:

$$\mathbf{TE} \mathbf{C}_{i+1,j}^{n+1} + \mathbf{TC} \mathbf{C}_{i,j}^{n+1} + \mathbf{TW} \mathbf{C}_{i-1,j}^{n+1} + \mathbf{TN} \mathbf{C}_{i,j+1}^{n+1} + \mathbf{TS} \mathbf{C}_{i,j-1}^{n+1} = \mathbf{B_c} \quad (2.30)$$

Una vez obtenidas las ecuaciones discretizadas, se declaran las variables primarias:

- **Presión de Aceite (Po)**
- **Saturación de Agua (Sw)**
- **Concentración de Nanopartículas (Ci)**

Definiendo Función de Residuos de Aceite para la implementación del método Iterativo de Newton-Raphson:

$$\mathbf{F_o} = \left[\begin{aligned} &(\mathbf{TE_o} \mathbf{P_{o_{i+1,j}}}^{n+1}) + (\mathbf{TC_o} \mathbf{P_{o_{i,j}}}^{n+1}) + (\mathbf{TW_o} \mathbf{P_{o_{i-1,j}}}^{n+1}) \\ &+ (\mathbf{TN_o} \mathbf{P_{o_{i,j+1}}}^{n+1}) + (\mathbf{TS_o} \mathbf{P_{o_{i,j-1}}}^{n+1}) \\ &+ (\beta \mathbf{q_o} \mathbf{b_o})_{i,j}^{n+1} - \mathbf{ACUM_o} \end{aligned} \right] \quad (25)$$

Considerando Flujo Bifásico (aceite y agua), para un medio poroso en dirección x e y , la función de residuos de aceite dependerá de:

$$F_o^{n+1} = \left(\begin{array}{c} (P_o, S_w)_{i+1,j}^{n+1}, (P_o, S_w)_{i,j}^{n+1}, (P_o, S_w)_{i-1,j}^{n+1} \\ (P_o, S_w)_{i,j+1}^{n+1}, (P_o, S_w)_{i,j-1}^{n+1} \end{array} \right)$$

Aplicando series de Tylor y truncando en su primera derivada (Método de Newton-Raphson).

$$\begin{pmatrix}
 F_o^v + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial P_o} \right)^v_{i+1,j} \delta P_{oi+1,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial S_w} \right)^v_{i+1,j} \delta S_{wi+1,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial P_o} \right)^v_{i,j} \delta P_{oi,j}^{v+1} \right] \\
 + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial S_w} \right)^v_{i,j} \delta S_{wi,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial P_o} \right)^v_{i-1,j} \delta P_{oi-1,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial S_w} \right)^v_{i-1,j} \delta S_{wi-1,j}^{v+1} \right] \\
 + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial P_o} \right)^v_{i,j+1} \delta P_{oi,j+1}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial S_w} \right)^v_{i,j+1} \delta S_{wi,j+1}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial P_o} \right)^v_{i,j-1} \delta P_{oi,j-1}^{v+1} \right] \\
 + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial S_w} \right)^v_{i,j-1} \delta S_{wi,j-1}^{v+1} \right]
 \end{pmatrix} \approx 0$$

$$\begin{pmatrix}
 \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial P_o} \right)^v_{i+1,j} \delta P_{oi+1,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial S_w} \right)^v_{i+1,j} \delta S_{wi+1,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial P_o} \right)^v_{i,j} \delta P_{oi,j}^{v+1} \right] \\
 + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial S_w} \right)^v_{i,j} \delta S_{wi,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial P_o} \right)^v_{i-1,j} \delta P_{oi-1,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial S_w} \right)^v_{i-1,j} \delta S_{wi-1,j}^{v+1} \right] \\
 + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial P_o} \right)^v_{i,j+1} \delta P_{oi,j+1}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial S_w} \right)^v_{i,j+1} \delta S_{wi,j+1}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial P_o} \right)^v_{i,j-1} \delta P_{oi,j-1}^{v+1} \right] \\
 + \left[\left(\frac{\partial F_o}{\partial S_w} \right)^v_{i,j-1} \delta S_{wi,j-1}^{v+1} \right]
 \end{pmatrix} \approx -F_o^v$$

Definiendo Función de Residuos de Agua para la implementación del método Iterativo de Newton-Raphson:

$$\mathbf{F}_w = \begin{bmatrix}
 (\mathbf{TE}_w \mathbf{P}_{o,i+1,j}^{n+1}) + (\mathbf{TC}_w \mathbf{P}_{o,i,j}^{n+1}) + (\mathbf{TW}_w \mathbf{P}_{o,i-1,j}^{n+1}) \\
 + (\mathbf{TN}_w \mathbf{P}_{o,i,j+1}^{n+1}) + (\mathbf{TS}_w \mathbf{P}_{o,i,j-1}^{n+1}) - (\mathbf{TE}_w \mathbf{P}_{\text{cow},i+1,j}^{n+1}) \\
 - (\mathbf{TC}_w \mathbf{P}_{\text{cow},i,j}^{n+1}) - (\mathbf{TW}_w \mathbf{P}_{\text{cow},i-1,j}^{n+1}) - (\mathbf{TN}_w \mathbf{P}_{\text{cow},i,j+1}^{n+1}) \\
 - (\mathbf{TS}_w \mathbf{P}_{\text{cow},i,j-1}^{n+1}) + (\beta_w \mathbf{q}_w \mathbf{b}_w)_{i,j}^{n+1} \\
 - \mathbf{ACUM}_w
 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Considerando Flujo Bifásico (aceite y agua), para un medio poroso en dirección x e y , la función de residuos de aceite dependerá de:

$$F_w^{n+1} = \begin{pmatrix}
 (P_o, S_w)_{i+1,j}^{n+1}, (P_o, S_w)_{i,j}^{n+1}, (P_o, S_w)_{i-1,j}^{n+1} \\
 (P_o, S_w)_{i,j+1}^{n+1}, (P_o, S_w)_{i,j-1}^{n+1}
 \end{pmatrix}$$

Aplicando series de Tylor y truncando en su primera derivada (Método de Newton-Raphson)

$$\begin{pmatrix}
 F_w^v + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial P_o} \right)^v_{i+1,j} \delta P_{oi+1,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial S_w} \right)^v_{i+1,j} \delta S_{wi+1,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial P_o} \right)^v_{i,j} \delta P_{oi,j}^{v+1} \right] \\
 + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial S_w} \right)^v_{i,j} \delta S_{wi,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial P_o} \right)^v_{i-1,j} \delta P_{oi-1,j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial S_w} \right)^v_{i-1,j} \delta S_{wi-1,j}^{v+1} \right] \\
 + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial P_o} \right)^v_{i,j+1} \delta P_{oi,j+1}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial S_w} \right)^v_{i,j+1} \delta S_{wi,j+1}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial P_o} \right)^v_{i,j-1} \delta P_{oi,j-1}^{v+1} \right] \\
 + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial S_w} \right)^v_{i,j-1} \delta S_{wi,j-1}^{v+1} \right]
 \end{pmatrix} \approx 0$$

$$\left(\begin{array}{l} \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial P_o} \right)^v_{i+1, j} \delta P_{oi+1, j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial S_w} \right)^v_{i+1, j} \delta S_{wi+1, j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial P_o} \right)^v_{i, j} \delta P_{oi, j}^{v+1} \right] \\ + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial S_w} \right)^v_{i, j} \delta S_{wi, j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial P_o} \right)^v_{i-1, j} \delta P_{oi-1, j}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial S_w} \right)^v_{i-1, j} \delta S_{wi-1, j}^{v+1} \right] \\ + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial P_o} \right)^v_{i, j+1} \delta P_{oi, j+1}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial S_w} \right)^v_{i, j+1} \delta S_{wi, j+1}^{v+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial P_o} \right)^v_{i, j-1} \delta P_{oi, j-1}^{v+1} \right] \\ + \left[\left(\frac{\partial F_w}{\partial S_w} \right)^v_{i, j-1} \delta S_{wi, j-1}^{v+1} \right] \end{array} \right) \approx -F_w^v$$

Definiendo los Deltas de las variables primarias $[\delta(P_o, S_w)]$

$$\delta P_{oi+1, j}^{v+1} = P_{oi+1, j}^v - P_{oi+1, j}^n$$

$$\delta P_{oi, j}^{v+1} = P_{oi, j}^v - P_{oi, j}^n$$

$$\delta P_{oi-1, j}^{v+1} = P_{oi-1, j}^v - P_{oi-1, j}^n$$

$$\delta P_{oi, j+1}^{v+1} = P_{oi, j+1}^v - P_{oi, j+1}^n$$

$$\delta P_{oi, j-1}^{v+1} = P_{oi, j-1}^v - P_{oi, j-1}^n$$

$$\delta S_{wi+1, j}^{v+1} = S_{wi+1, j}^v - S_{wi+1, j}^n$$

$$\delta S_{wi, j}^{v+1} = S_{wi, j}^v - S_{wi, j}^n$$

$$\delta S_{wi-1, j}^{v+1} = S_{wi-1, j}^v - S_{wi-1, j}^n$$

$$\delta S_{wi, j+1}^{v+1} = S_{wi, j+1}^v - S_{wi, j+1}^n$$

$$\delta S_{wi, j-1}^{v+1} = S_{wi, j-1}^v - S_{wi, j-1}^n$$

La matriz que resolverá la ecuación de continuidad quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} C & E & & N \\ W & \ddots & \ddots & \ddots \\ & \ddots & \ddots & \ddots \\ S & & \ddots & \ddots \\ & \ddots & & \ddots \end{bmatrix}^v \begin{bmatrix} \delta P_o \\ \delta S_w \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}^{v+1} = - \begin{bmatrix} F_o \\ F_w \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}^v$$

Donde:

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_o}{\partial P_o} & \frac{\partial F_o}{\partial S_w} \\ \frac{\partial F_w}{\partial P_o} & \frac{\partial F_w}{\partial S_w} \end{bmatrix}_{i, j}^v \quad E = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_o}{\partial P_o} & \frac{\partial F_o}{\partial S_w} \\ \frac{\partial F_w}{\partial P_o} & \frac{\partial F_w}{\partial S_w} \end{bmatrix}_{i+1, j}^v \quad W = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_o}{\partial P_o} & \frac{\partial F_o}{\partial S_w} \\ \frac{\partial F_w}{\partial P_o} & \frac{\partial F_w}{\partial S_w} \end{bmatrix}_{i-1, j}^v$$

$$N = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_o}{\partial P_o} & \frac{\partial F_o}{\partial S_w} \\ \frac{\partial F_w}{\partial P_o} & \frac{\partial F_w}{\partial S_w} \end{bmatrix}_{i, j+1}^v \quad S = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_o}{\partial P_o} & \frac{\partial F_o}{\partial S_w} \\ \frac{\partial F_w}{\partial P_o} & \frac{\partial F_w}{\partial S_w} \end{bmatrix}_{i, j-1}^v$$

Este sistema puede escribirse como:

$$[J]^v \begin{bmatrix} \delta P_o \\ \delta S_w \end{bmatrix}^{v+1} = - \begin{bmatrix} F_o \\ F_w \end{bmatrix}^v$$

Para solucionar la matriz que resuelve la ecuación de transporte de nanopartículas ya no es necesario aplicar el método iterativo y queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} C & E & & N & \\ W & \ddots & \ddots & & \ddots \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ S & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & \ddots & & \ddots & \ddots \end{bmatrix}^v \begin{bmatrix} C \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}^{v+1} = - \begin{bmatrix} F_c \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}^v$$

Donde:

$$\begin{aligned} C &= [TC_c]_{i,j}^v \\ E &= [TE_c]_{i+1,j}^v \\ W &= [TW_c]_{i-1,j}^v \\ N &= [TN_c]_{i,j+1}^v \\ S &= [TS_c]_{i,j-1}^v \end{aligned}$$

Este sistema puede escribirse como:

$$[J]^v \begin{bmatrix} C \end{bmatrix}^{v+1} = - \begin{bmatrix} F_c \end{bmatrix}^v$$

Como primer paso, se calcularon las derivadas generales de las ecuaciones residuales en relación con las variables primarias que aparecen en la solución matricial, que son la presión del aceite (P_o) y la saturación de agua (S_w) para el caso de flujo bifásico. Después de obtener las derivadas generales de cada residual, se aplicaron las consideraciones establecidas en el Modelo Conceptual 2.1. Este proceso generó definiciones específicas de derivadas reduciendo el sistema.

Las derivadas de la función de residuos de aceite con las consideraciones del Modelo Conceptual son las siguientes:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_o &= \begin{bmatrix} (\mathbf{TE}_o \mathbf{P}_{o,i+1,j}^{n+1}) + (\mathbf{TC}_o \mathbf{P}_{o,i,j}^{n+1}) + (\mathbf{TW}_o \mathbf{P}_{o,i-1,j}^{n+1}) \\ + (\mathbf{TN}_o \mathbf{P}_{o,i,j+1}^{n+1}) + (\mathbf{TS}_o \mathbf{P}_{o,i,j-1}^{n+1}) \\ + (\beta \mathbf{q}_o \mathbf{b}_o)_{i,j}^{n+1} - \mathbf{ACUM}_o \end{bmatrix} \quad (25) \\ \frac{\partial F_o^{n+1}}{\partial P_o} \Big|_{i,j+1} &= TN_o^{n+1} + P_{o,i,j+1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{o,i,j+1}^{n+1}} (TN_o^{n+1}) \end{aligned}$$

CAPÍTULO 2. MODELACIÓN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL DEL
TRANSPORTE DE NANOPARTÍCULAS

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_o^{n+1}}{\partial P_o} \Big|_{i+1,j} &= TE_o^{n+1} + Po_{i+1,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi+1,j}} (TE_o^{n+1}) \\
\frac{\partial F_o^{n+1}}{\partial P_o} \Big|_{i,j} &= TC_o^{n+1} + Po_{i,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_o} (TC_o^{n+1}) - \left[\left(\frac{V_r}{\Delta t} b_o \emptyset^n \right) (1 - S_w)^{n+1} C_r \right] \\
\frac{\partial F_o^{n+1}}{\partial P_o} \Big|_{i-1,j} &= TW_o^{n+1} + Po_{i-1,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi-1,j}} (TW_o^{n+1}) \\
\frac{\partial F_o^{n+1}}{\partial P_o} \Big|_{i,j-1} &= TS_o^{n+1} + Po_{i,j-1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi,j-1}} (TS_o^{n+1}) \\
\frac{\partial F_o^{n+1}}{\partial S_w} \Big|_{i,j+1} &= Po_{i,j+1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_{wi,j+1}} (TN_o^{n+1}) \\
\frac{\partial F_o^{n+1}}{\partial S_w} \Big|_{i+1,j} &= Po_{i+1,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_{wi+1,j}} (TE_o^{n+1}) \\
\frac{\partial F_o^{n+1}}{\partial S_w} \Big|_{i,j} &= Po_{i,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_w} (TC_o^{n+1}) - \left(\frac{V_r}{\Delta t} b_o \emptyset^n \right) [(-1) + (Po_{i,j}^{n+1} - Po_{i,j}^n) (-C_r)] \\
\frac{\partial F_o^{n+1}}{\partial S_w} \Big|_{i-1,j} &= Po_{i-1,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_{wi-1,j}} (TW_o^{n+1}) \\
\frac{\partial F_o^{n+1}}{\partial S_w} \Big|_{i,j-1} &= Po_{i,j-1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_{wi,j-1}} (TS_o^{n+1})
\end{aligned}$$

Las derivadas de la función de residuos de agua con las consideraciones del Modelo Conceptual son las siguientes:

$$\mathbf{F}_w = \left[\begin{array}{c} (\mathbf{TE}_w \mathbf{P}_{o,i+1,j}^{n+1}) + (\mathbf{TC}_w \mathbf{P}_{o,i,j}^{n+1}) + (\mathbf{TW}_w \mathbf{P}_{o,i-1,j}^{n+1}) \\ + (\mathbf{TN}_w \mathbf{P}_{o,i,j+1}^{n+1}) + (\mathbf{TS}_w \mathbf{P}_{o,i,j-1}^{n+1}) - (\mathbf{TE}_w \mathbf{P}_{cow,i+1,j}^{n+1}) \\ - (\mathbf{TC}_w \mathbf{P}_{cow,i,j}^{n+1}) - (\mathbf{TW}_w \mathbf{P}_{cow,i-1,j}^{n+1}) - (\mathbf{TN}_w \mathbf{P}_{cow,i,j+1}^{n+1}) \\ - (\mathbf{TS}_w \mathbf{P}_{cow,i,j-1}^{n+1}) + (\beta_w \mathbf{Q}_w \mathbf{b}_w)_{i,j}^{n+1} \\ - \mathbf{ACUM}_w \end{array} \right] \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_w^{n+1}}{\partial P_o} \Big|_{i,j+1} &= TN_w^{n+1} + Po_{i,j+1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi,j+1}} (TN_w^{n+1}) - P_{cow,i,j+1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi,j+1}} (TN_w^{n+1}) \\
\frac{\partial F_w^{n+1}}{\partial P_o} \Big|_{i+1,j} &= TE_w^{n+1} + Po_{i+1,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi+1,j}} (TE_w^{n+1}) - P_{cow,i+1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi+1}} (TE_w^{n+1}) \\
\frac{\partial F_w^{n+1}}{\partial P_o} \Big|_{i,j} &= TC_w^{n+1} + Po_{i,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_o} (TC_w^{n+1}) - P_{cow,i,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_o} (TC_w^{n+1}) - \left[\left(\frac{V_r}{\Delta t} b_w \emptyset^n \right)_{i,j} (S_{wi,j})^v C_r \right] \\
\frac{\partial F_w^{n+1}}{\partial P_o} \Big|_{i-1,j} &= TW_w^{n+1} + Po_{i-1,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi-1,j}} (TW_w^{n+1}) - P_{cow,i-1,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi-1,j}} (TW_w^{n+1})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_w^{n+1}}{\partial P_o} \Big|_{i,j-1} &= TS_w^{n+1} + P_{oi,j-1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi,j-1}} (TS_w^{n+1}) - P_{cowi,j-1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi,j-1}} (TS_w^{n+1}) \\
 \frac{\partial F_w^{n+1}}{\partial S_w} \Big|_{i,j+1} &= TN_w^{n+1} + P_{oi,j+1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi,j+1}} (TN_w^{n+1}) - P_{cowi,j+1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi,j+1}} (TN_w^{n+1}) \\
 \frac{\partial F_w^{n+1}}{\partial S_w} \Big|_{i+1,j} &= TE_w^{n+1} + P_{oi+1,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi+1,j}} (TE_w^{n+1}) - P_{cowi+1,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial P_{oi+1,j}} (TE_w^{n+1}) \\
 \frac{\partial F_w^{n+1}}{\partial S_w} \Big|_{i,j} &= P_o^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_w} (TC_w^{n+1})_{i,j} - TC_w^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_w} (P_{cowo})_{i,j}^{n+1} - \left(\frac{V_r}{\Delta t} b_w \emptyset^n \right)_{i,j} + [(1) (P_o^{n+1} - P_o^n) (C_r)] \\
 \frac{\partial F_w^{n+1}}{\partial S_w} \Big|_{i-1,j} &= P_{oi-1,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_{wi-1,j}} (TW_w^{n+1}) - TW_w^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_{wi-1,j}} (P_{cowi-1,j}^{n+1}) \\
 &\quad - P_{cowi-1,j}^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_{wi-1,j}} (TW_w^{n+1}) \\
 \frac{\partial F_w^{n+1}}{\partial S_w} \Big|_{i,j-1} &= P_{oi,j-1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_{wi,j-1}} (TS_w^{n+1}) - TS_w^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_{wi,j-1}} (P_{cowi,j-1}^{n+1}) \\
 &\quad - P_{cowi,j-1}^{n+1} \frac{\partial}{\partial S_{wi,j-1}} (TS_w^{n+1})
 \end{aligned}$$

Las derivadas obtenidas son implementadas en el simulador desarrollado por el autor de este trabajo, el cual fue construido desde cero con base en las consideraciones establecidas en el modelo conceptual previamente descrito. Este simulador resuelve el flujo bifásico mediante el método iterativo de Newton-Raphson, permitiendo el análisis dinámico del sistema a lo largo del tiempo. Se consideró de particular importancia simular escenarios en los cuales la producción y/o inyección de fluidos se realiza a gasto constante, mientras que la presión de fondo fluyendo (pwf) varía. Además, se desarrollaron los casos en los que se mantiene constante la presión de fondo fluyendo (pwf), lo que implica un gasto variable.

Para la solución numérica de la ecuación de transporte se siguen pasos similares, tomando en cuenta que las velocidades de Darcy ya son conocidas.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{TE} &= \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta x^2} \right)_{i,j}^{n+1} - \left(\frac{u_{l,x}}{2\Delta x} \right)_{i,j}^{n+1} \\
 \mathbf{TW} &= \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta x^2} \right)_{i,j}^{n+1} + \left(\frac{u_{l,x}}{2\Delta x} \right)_{i,j}^{n+1} \\
 \mathbf{TN} &= \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta y^2} \right)_{i,j}^{n+1} - \left(\frac{v_{l,y}}{2\Delta y} \right)_{i,j}^{n+1} \\
 \mathbf{TS} &= \left(\frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta y^2} \right)_{i,j}^{n+1} + \left(\frac{v_{l,y}}{2\Delta y} \right)_{i,j}^{n+1}
 \end{aligned}$$

CAPÍTULO 2. MODELACIÓN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL DEL
TRANSPORTE DE NANOPARTÍCULAS

$$\begin{aligned}\mathbf{TC} &= - \left(2 \frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta x^2} \right)_{i,j}^{n+1} + \left(\frac{\emptyset S_w}{\Delta t} \right)_{i,j}^{n+1} + \left(2 \frac{\emptyset S_w D_i}{\Delta y^2} \right)_{i,j}^{n+1} \\ \mathbf{B_c} &= - \left(\frac{\emptyset S_w}{\Delta t} \right)_{i,j}^{n+1} C_{i,j}^n + R_i + Q_i^*\end{aligned}$$

2.4 Modelo computacional

El Modelo Computacional se resuelve siguiendo el diagrama de flujo presentado a continuación:

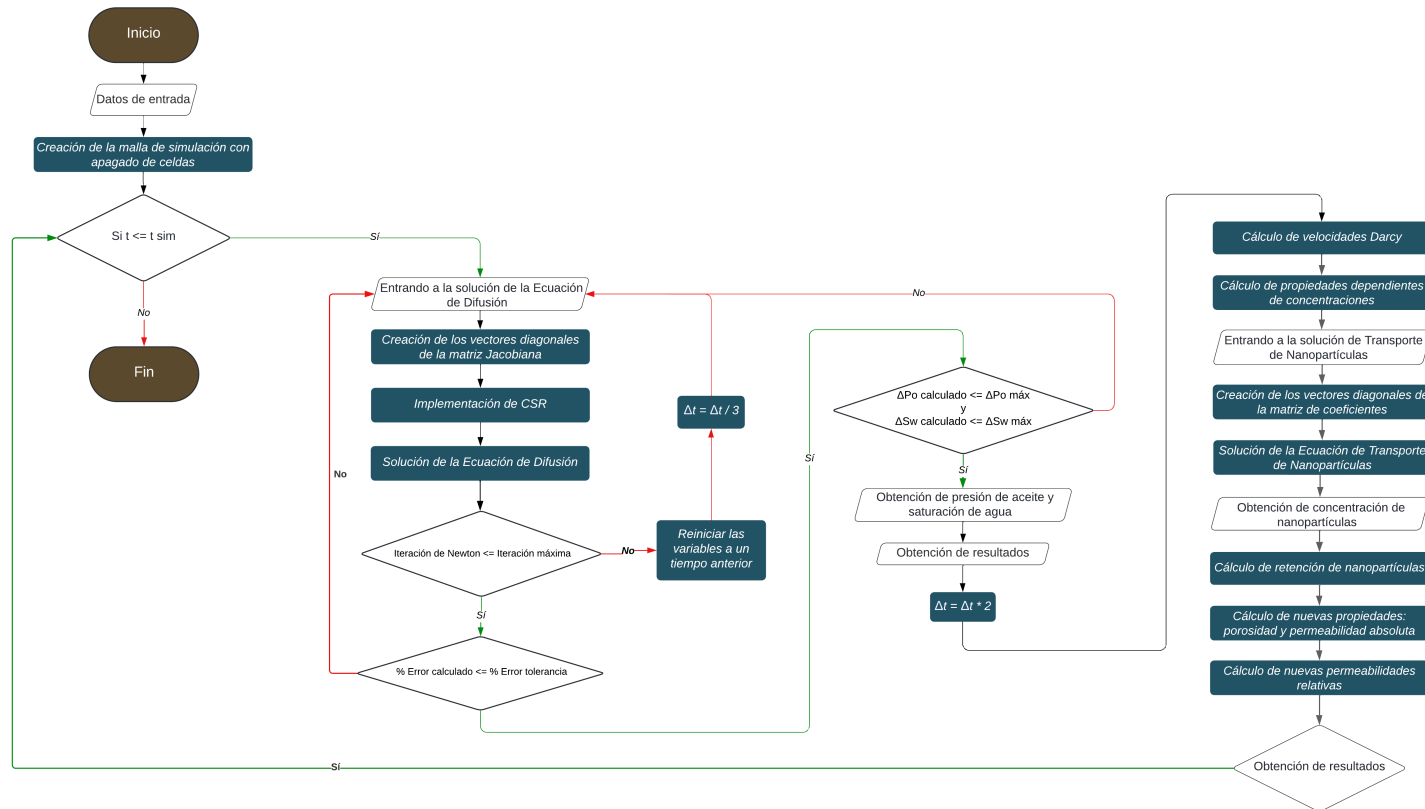


Figura 2.1: Diagrama de Flujo del Modelo Computacional.Lucidchart

Este diagrama de flujo (Fig.2.1) proporciona una representación visual del proceso de resolución del Modelo Computacional, guiando a través de las etapas clave desde la entrada de datos hasta la obtención de resultados.

CAPÍTULO 2. MODELACIÓN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL DEL TRANSPORTE DE NANOPARTÍCULAS

En la primera etapa, se inició con la introducción de parámetros y datos necesarios para la simulación, abarcando información estática y dinámica como propiedades de fluidos, condiciones iniciales y geometría del sistema.

Posteriormente, se procedió a la creación de una malla con apagado de celdas utilizando la librería GeoPandas¹ de *Python*, que extiende la funcionalidad de la biblioteca Pandas² al agregar soporte para datos geoespaciales. En primer lugar, se construyó una malla inicial con las dimensiones y densidad deseadas (Fig.2.2). Luego, se definió un polígono representativo del área de interés (Fig.2.3), para finalmente realizar una intersección entre este polígono y la malla (Fig.2.4). Como resultado, las celdas dentro del área se asignaron como activas (valor 1) y las celdas fuera de esta se desactivaron (valor 0).

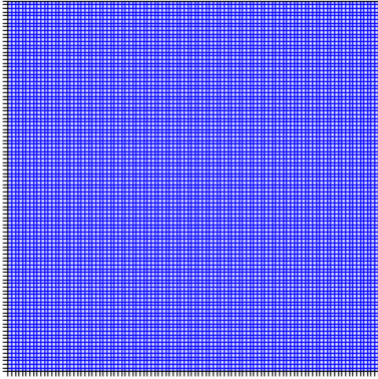


Figura 2.2: Malla inicial.

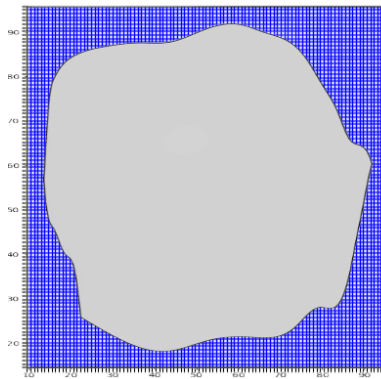


Figura 2.3: Intersección.

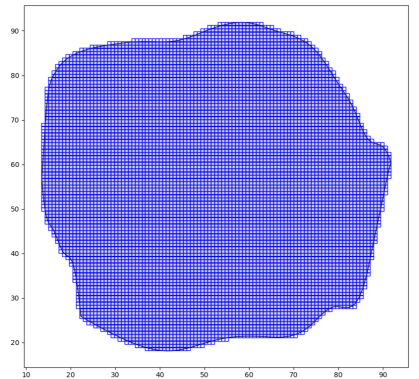


Figura 2.4: Celdas activas.

Este proceso permitió generar una malla que se ajusta con precisión a la geometría irregular de interés, optimizando la cantidad de cálculos al enfocarse únicamente en las celdas activas. Lo cual resultó en una matriz altamente dispersa, motivando la incorporación del formato fila comprimida dispersa (*Compressed Sparse Row, CSR*)³ en el modelo para gestionar eficientemente los datos.

A continuación, se implementó la resolución numérica mediante el método de Newton-Raphson en cada punto del dominio discretizado. Esta etapa implicó iterar a lo largo del tiempo para simular la evolución del sistema en intervalos discretos. El método iterativo de Newton-Raphson produjo resultados según la fórmula:

$$Val^{v+1} = \delta Val^{v+1} + Val^v$$

Durante las simulaciones, se identificó un error de cálculo persistente que provocaba oscilaciones en los resultados (Fig.2.5). Para mitigar este problema, se aplicó un paso de tiempo adaptativo, ajustando dinámicamente el intervalo de tiempo en función del error estimado en cada iteración (Fig.2.6).

¹GeoPandas, “Introduction to GeoPandas”, *GeoPandas*, 2024, GeoPandas.

²Pandas, “10 minutes to Pandas”, *Pandas*, 2024, Pandas.

³Rathi, Aarti. , “Sparse Matrix Representations — Set 3 (CSR)”, *GeeksforGeeks*, 29 de noviembre 2022, GeeksforGeeks.

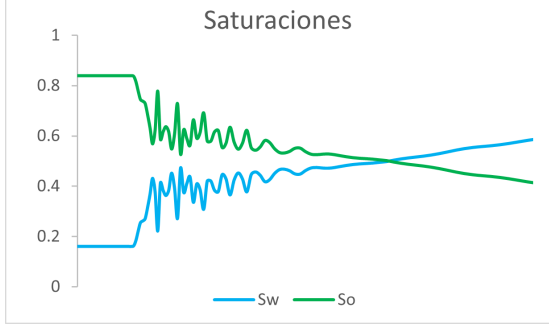


Figura 2.5: Resultados de saturaciones con tiempo logarítmico.

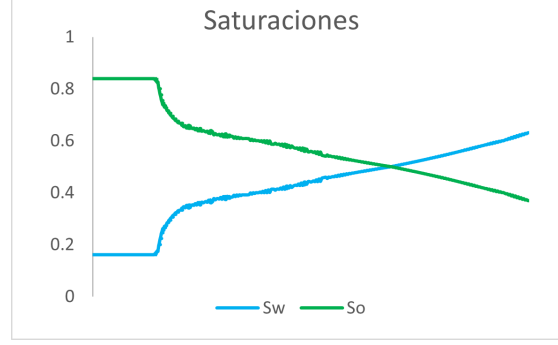


Figura 2.6: Resultados de saturaciones con tiempo adaptativo.

Este enfoque mejoró significativamente la precisión, eliminando oscilaciones y evitando la acumulación de errores de cálculo.

Un paso de tiempo fijo no es óptimo en todas las regiones del intervalo temporal, ya que ciertas áreas pueden requerir un paso más pequeño para preservar la precisión, mientras que otras permiten intervalos más grandes. El paso de tiempo adaptativo se ajustó iterativamente según el error estimado, optimizando la eficiencia del algoritmo.

Durante el proceso, se evaluó la precisión verificando si las iteraciones de Newton-Raphson permanecían dentro del número máximo permitido. Si el número de iteraciones superaba el límite o el error excedía la tolerancia establecida, se reiniciaba el cálculo al paso de tiempo anterior, reduciendo el intervalo de tiempo ($(\Delta t)^{v+1} = (\Delta t)^v/3$) para garantizar la convergencia. Este procedimiento se repitió tantas veces como fuera necesario para cumplir los criterios de convergencia. Cuando se alcanzaba una tolerancia adecuada para el método de Newton-Raphson ($\epsilon \leq \epsilon_{tol}$), se validaban los deltas de presión de aceite (δP_o) y saturación de agua (δS_w). Si estos deltas eran mayores a los valores máximos permitidos, el proceso iterativo continuaba refinando los resultados. Por el contrario, si los deltas eran menores o iguales a los límites establecidos, se registraban las soluciones y el paso de tiempo se incrementaba ($(\Delta t)^{v+1} = 2(\Delta t)^v$).

Concluida la simulación de difusión, se calcularon las velocidades de Darcy, indispensables para resolver el problema de transporte de nanopartículas. En esta etapa, el transporte no requirió iteraciones, ya que generó resultados directos. Una vez determinadas las concentraciones de nanopartículas, se evaluó la retención de estas, considerando sus efectos sobre la porosidad y permeabilidad del medio, y se calcularon las nuevas permeabilidades relativas.

Finalmente, se procedió a la visualización de resultados, generando gráficos para analizar la precisión del modelo mediante la comparación de sus resultados con soluciones analíticas conocidas. Se realizó una evaluación exhaustiva de los resultados, permitiendo ajustar parámetros o modificar el modelo para optimizar su precisión y adaptarlo a condiciones específicas.

Capítulo 3: Verificación del simulador

La verificación del modelo se realizó de forma segmentada, dado que no existe una solución analítica para el problema de inyección de agua y transporte de nanopartículas que considere apagado de celdas y todas las características del modelo desarrollado.

3.1 Verificación de ecuación de difusión

En la primera etapa, se verificaron exclusivamente los resultados de la ecuación de difusión en una geometría constante y cuadrada, utilizando el modelo de Teja (2018), que valida la implementación del código numérico bidimensional. Este modelo se respaldó en la solución analítica propuesta por Chen (2006).

Esta verificación permitió evaluar la concordancia entre los modelos, estableciendo una base sólida para implementar todas las consideraciones matemáticas presentadas previamente. Los parámetros de entrada para la simulación del problema se tomaron de Chen (2006) y se resumen en la siguiente tabla:

Propiedad	Valor
Permeabilidad absoluta (k)	100 [mD]
Porosidad ($\emptyset$)	0.20 [fracción]
Posición del pozo inyector (x_{inj} , y_{inj})	(50 , 50) [ft]
Posición del pozo productor (x_{prod} , y_{prod})	(950 , 950) [ft]
Presión inicial del aceite (P_i)	3,600 [psi]
Presión de inyección en el fondo pozo (p_{wf}^{inj})	3,700 [psi]
Presión de producción en el fondo del pozo (p_{wf}^{prod})	3,500 [psi]
Saturación residual del aceite (S_{or})	0.20 [fracción]
Saturación residual del agua (S_{wr})	0.22 [fracción]
Tamaño del dominio $L_x \times L_y \times L_z$	1,000 $\times$ 1,000 $\times$ 100 [ft]
Viscosidad del aceite (μ_o)	1.14 [cP]
Viscosidad del agua (μ_w)	0.096 [cP]

Cuadro 3.1: Parámetros de entrada para la simulación del problema de Chen (2006).

El tiempo total de simulación fue de 8,000 días, reportando resultados en intervalos de 500 días. A continuación, se presentan los perfiles de saturación (S_w) en seis tiempos distintos. La escala de color presente en las figuras representa la saturación de agua, donde

3.1. VERIFICACIÓN DE ECUACIÓN DE DIFUSIÓN

los tonos amarillos indican la saturación más alta y los tonos oscuros, cercanos a los morados, representan la saturación más baja.

A los 500 días, el agua ha barrido aproximadamente la mitad del dominio. Esto indica que el frente de avance del agua está progresando de manera uniforme desde el pozo inyector hacia el pozo productor. En la Figura 3.1, se observa cómo la saturación de agua (S_w) ha alcanzado un valor significativo en la región central del dominio.

Para los 1,000 días, el agua ha cubierto todo el dominio, como se muestra en la Figura 3.2. En este punto, el frente de agua ha llegado al pozo productor, lo que indica que el agua inyectada está comenzando a ser producida. La saturación de agua (S_w) es máxima en las cercanías del pozo productor.

A partir de los 1,500 días, el agua ya está siendo producida, habiendo barrido más de la mitad del aceite. En la Figura 3.3, se observa que la saturación de agua (S_w) es predominante en gran parte del dominio, lo que indica una alta eficiencia de barrido. Sin embargo, aún quedan regiones con saturación de aceite residual.

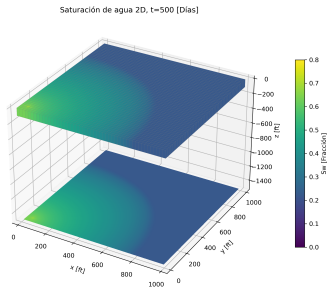


Figura 3.1: Saturación de agua (S_w) (500 días).

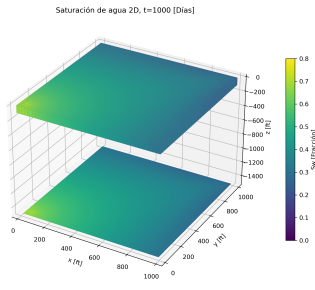


Figura 3.2: Saturación de agua (S_w) (1,000 días).

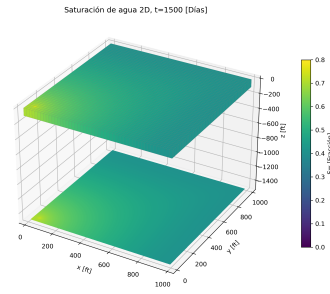


Figura 3.3: Saturación de agua (S_w) (1,500 días).

En los últimos tiempos de simulación (3,000, 4,500 y 7,900 días), el agua inunda completamente el dominio, alcanzándose la máxima producción de aceite. El barrido de aceite es completo u óptimo para la zona, lo que indica que la mayor parte del aceite móvil ha sido recuperado. En las Figuras 3.4, 3.5 y 3.6, se observa que la saturación de agua (S_w) es predominante en casi todo el dominio, con solo pequeñas regiones de aceite residual.

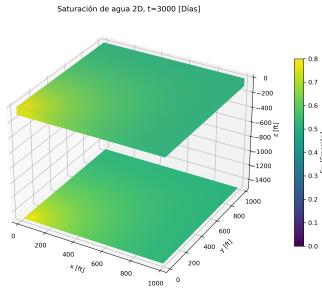


Figura 3.4: Saturación de agua (S_w) (3,000 días).

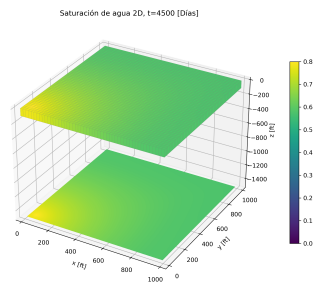


Figura 3.5: Saturación de agua (S_w) (4,500 días).

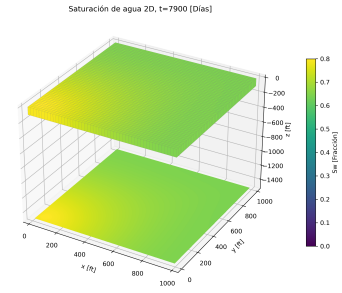


Figura 3.6: Saturación de agua (S_w) (7,900 días).

Asimismo, se analizaron los perfiles de presión (P_o) en los mismos tiempos, observándose una tendencia similar. A continuación, se incluyen los GIFs que ilustran el comportamiento de la saturación de agua (Fig. 3.7), la presión del aceite (Fig. 3.8) y los vectores de velocidad del flujo (Fig. 3.9). Para visualizarlos correctamente, es necesario abrir el documento en *Adobe PDF Reader*, ya que esta aplicación es compatible con este tipo de archivos.

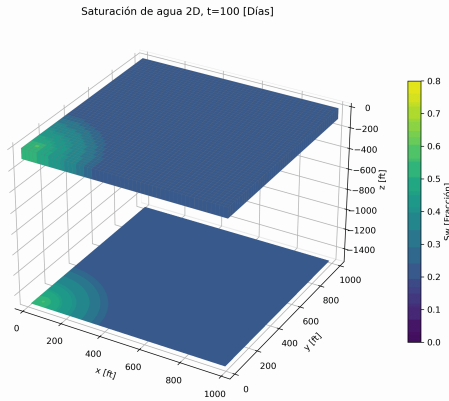


Figura 3.7: Saturación de agua (S_w)

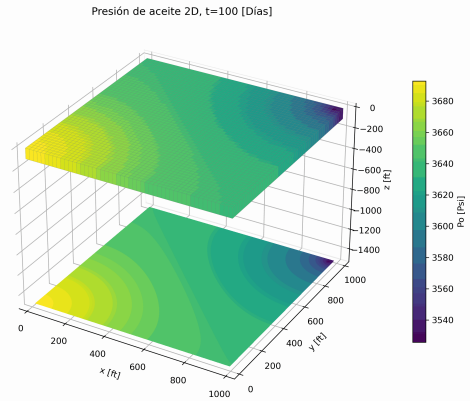


Figura 3.8: Presión de aceite (P_o)

Para verificar los resultados, se compararon las producciones de fluidos simuladas con los resultados reportados por Chen (2006) y Teja (2018) para el pozo productor (Fig.3.10). Los resultados obtenidos son cualitativamente similares, destacándose el corte de agua alrededor de los 1,000 días, tal como lo muestran los autores de referencia. Estas comparaciones confirman que el modelo numérico bidimensional está correctamente implementado.

3.1. VERIFICACIÓN DE ECUACIÓN DE DIFUSIÓN

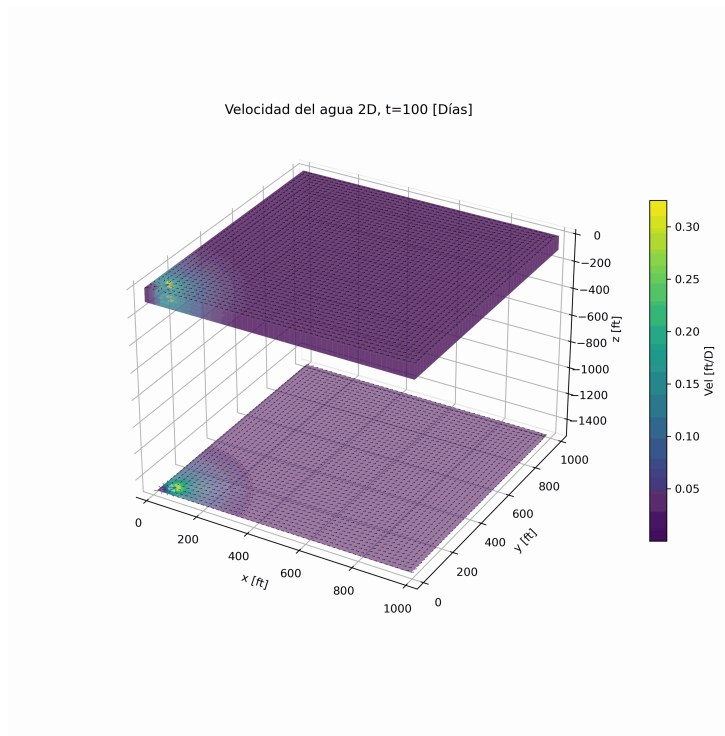


Figura 3.9: Velocidad del flujo (U_w)

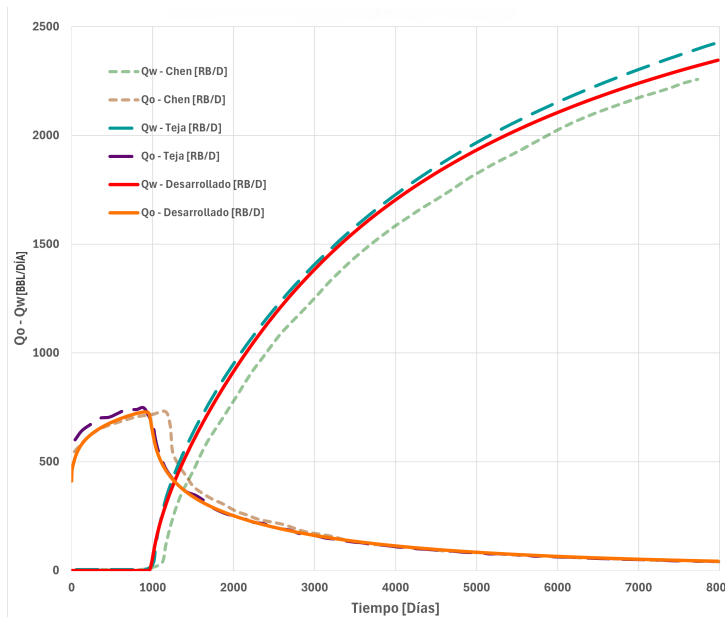


Figura 3.10: Gráfica de Producción: Pozo productor.

Una vez verificado el código de flujo bifásico bidimensional en una geometría cuadrada, se procedió a la validación del método de apagado de celdas (AC) para geometrías irregulares utilizando el enfoque de coordenadas de cuerpo ajustado (CCA), siguiendo la

metodología propuesta por Teja (2018).

El objetivo de esta validación es confirmar que el simulador desarrollado es capaz de manejar geometrías irregulares de manera efectiva. Para ello, se analizaron dos geometrías distintas, evaluando el comportamiento de la saturación de agua (S_w), la presión de aceite (P_o) y los gastos de fluidos producidos (agua y aceite). Este procedimiento sigue un enfoque similar al utilizado en la verificación anterior, con el fin de garantizar la consistencia y confiabilidad de los resultados.

La **Geometría 01** se presenta a continuación, mostrando la malla generada para su simulación:

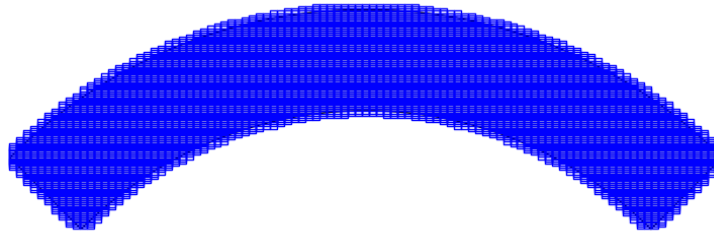


Figura 3.11: Malla de la Geometría 01.

La comparación de los gastos de producción de fluidos simulados demuestra que el comportamiento observado es consistente con las expectativas teóricas (Fig. 3.12). Esto confirma que el simulador es capaz de manejar geometrías irregulares sin comprometer la precisión de los resultados, incluso cuando la malla está altamente deformada.

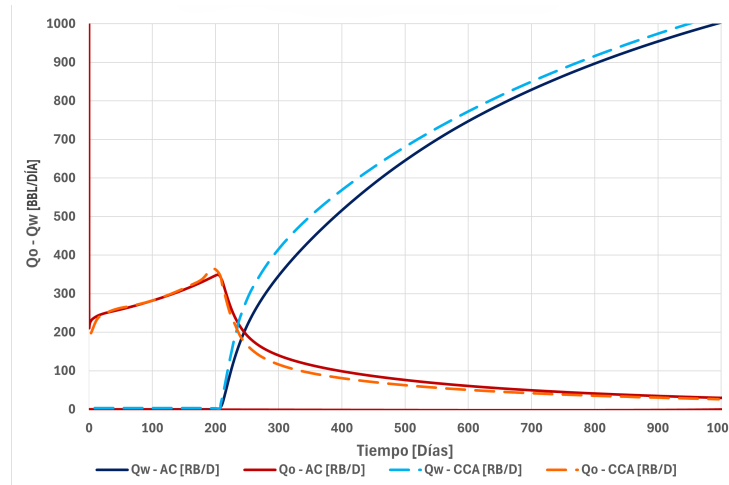


Figura 3.12: Producción de Geometría 01.

Los resultados correspondientes a la saturación de agua (S_w) y la presión de aceite (P_o) en los casos de apagado de celdas (AC) y coordenadas de cuerpo ajustado (CCA) deben visualizarse utilizando *Adobe PDF Reader*, ya que este software es compatible con archivos de tipo GIF. A continuación, se presentan las animaciones que muestran el comportamiento de la saturación y la presión en ambos enfoques.

3.1. VERIFICACIÓN DE ECUACIÓN DE DIFUSIÓN

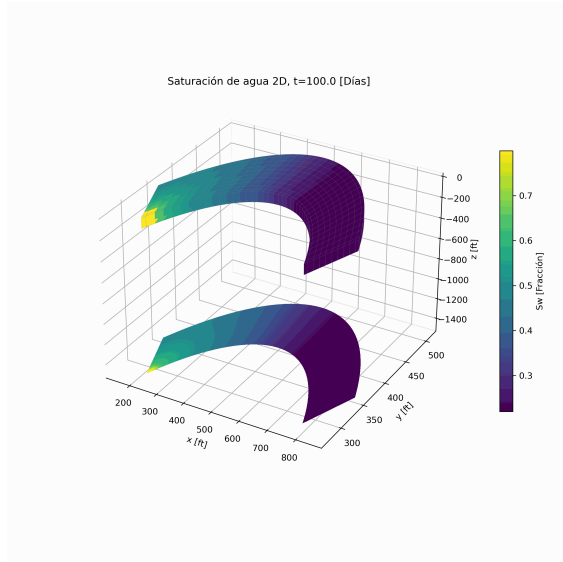


Figura 3.13: Saturación de agua (S_w) en CCA.

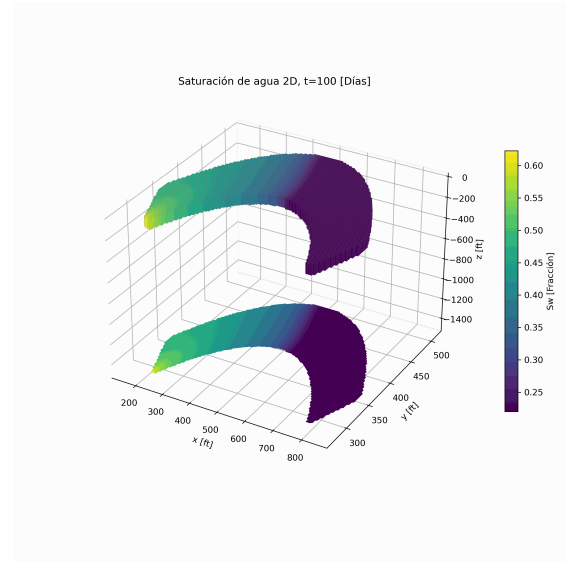


Figura 3.14: Saturación de agua (S_w) en AC.

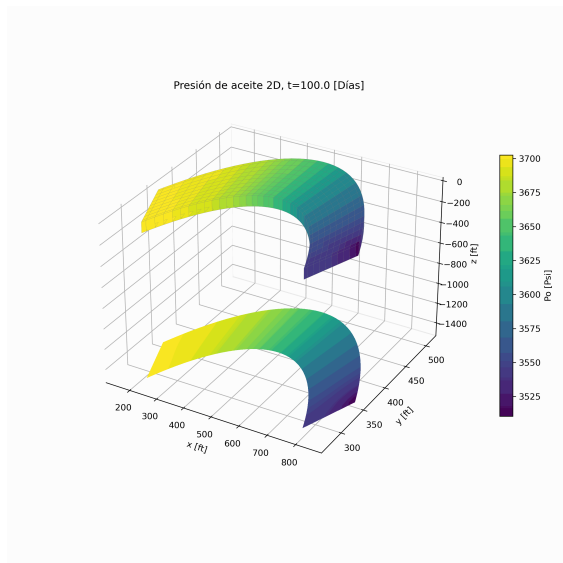


Figura 3.15: Presión de aceite (P_o) en CCA.

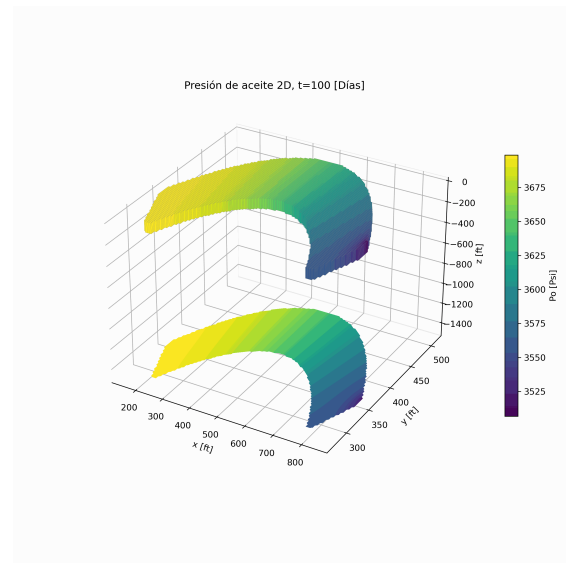


Figura 3.16: Presión de aceite (P_o) en AC.

La malla de la geometría 02 tiene la siguiente configuración:

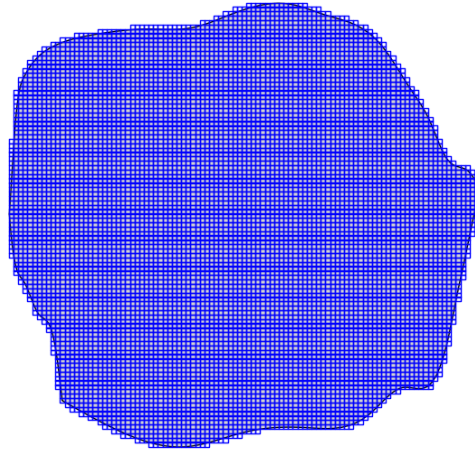


Figura 3.17: Malla de la Geometría 02.

Al comparar los gastos de producción de los fluidos simulados, se observa que el comportamiento es consistente con las expectativas teóricas. La Figura 3.18 muestra los resultados de la producción de fluidos para esta geometría.

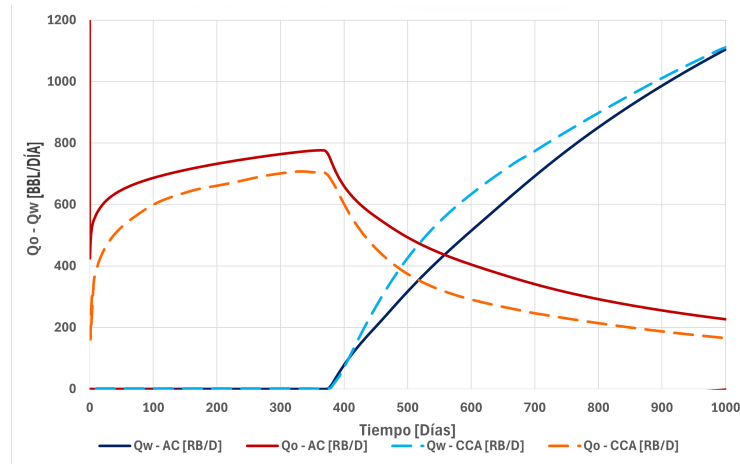


Figura 3.18: Producción de fluidos en la Geometría 02.

Para analizar los comportamientos de saturación y presión en los casos de apagado de celdas (AC) y coordenadas de cuerpo ajustado (CCA), se recomienda la visualización en *Adobe PDF Reader* debido a su compatibilidad con archivos GIF. A continuación, se presentan las animaciones correspondientes:

3.1. VERIFICACIÓN DE ECUACIÓN DE DIFUSIÓN

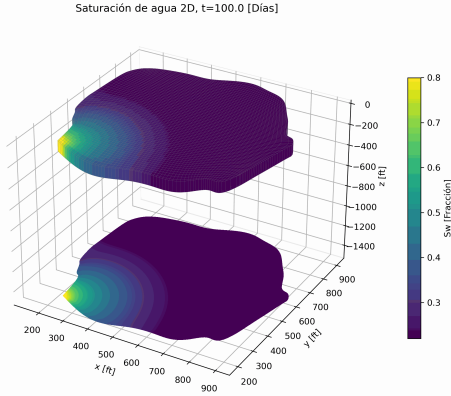


Figura 3.19: Saturación de agua (S_w) en CCA.

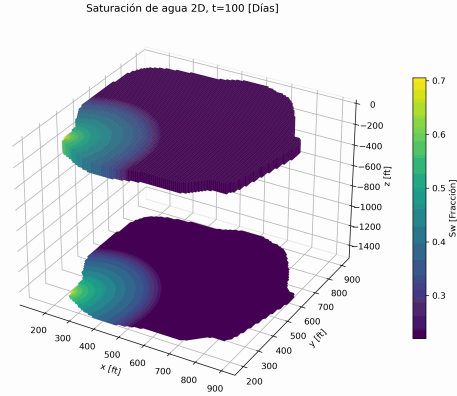


Figura 3.20: Saturación de agua (S_w) en AC.

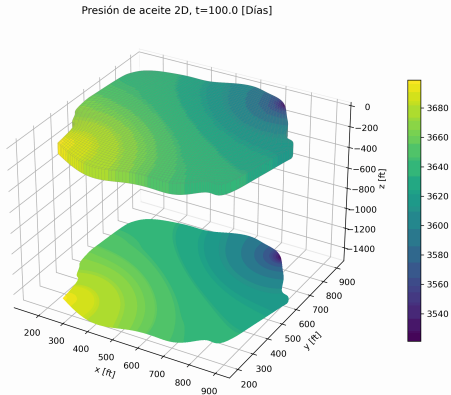


Figura 3.21: Presión de aceite (P_o) en CCA.

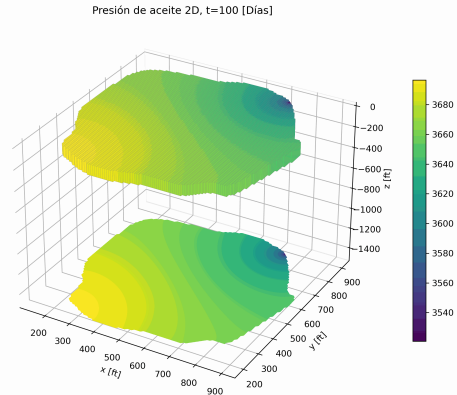


Figura 3.22: Presión de aceite (P_o) en AC.

La verificación del código de simulación de apagado de celdas (AC) para geometrías irregulares ha demostrado que el método implementado es robusto y confiable. A través de la comparación con la técnica de coordenadas de cuerpo ajustado (CCA), se pudo confirmar que el simulador es capaz de manejar diferentes tipos de geometrías irregulares con resultados consistentes y precisos.

En particular, el análisis de la geometría 01 y la geometría 02 mostró que los comportamientos de saturación de agua (S_w) y presión de aceite (P_o) son similares en ambos enfoques (AC y CCA), lo que valida la efectividad del método de apagado de celdas. Además, los gastos de producción de fluidos simulados presentaron un comportamiento consistente con las expectativas teóricas, confirmando que el simulador es capaz de reproducir adecuadamente los fenómenos físicos involucrados.

La capacidad del código para manejar geometrías irregulares, incluso en casos donde la malla está altamente deformada, resalta su versatilidad y aplicabilidad en problemas reales de ingeniería de yacimientos. Esto es particularmente relevante en escenarios donde las geometrías complejas son comunes.

Una vez que se logró la verificación del modelo de flujo bifásico con las consideraciones iniciales en el modelo conceptual de flujo, el código está listo para incorporar la parte de transporte de nanopartículas, considerando las especificaciones finales del modelo conceptual. Esto permitirá ampliar la funcionalidad del simulador para abordar la inyección de nanopartículas.

3.2 Verificación de transporte de nanopartículas

Por último, se verificó el transporte de nanopartículas utilizando la solución analítica de la ecuación de transporte bidimensional desarrollada por Eliezer (1989) en un medio poroso. Este autor planteó el problema de un acuífero de ancho infinito con una fuente de soluto de ancho finito, cuya formulación matemática sirvió como base para calibrar el código desarrollado en este trabajo.

Los datos de entrada empleados para el simulador fueron los siguientes:

Propiedad	Valor
Coeficiente de Difusión en eje x	200 $[ft^2/día]$
Coeficiente de Difusión en eje y	60 $[ft^2/día]$
Concentración de nanopartículas	1,000 $[mg/L]$
Longitud en x	4,500 $[ft]$
Longitud en y	3,000 $[ft]$
Punto de inyección	0, $[(1,200 - 800) < y < (1,200 + 800)]$
Tiempo de simulación	3,000 $[días]$
Velocidad en eje x	1.0 $[ft/día]$
Velocidad en eje y	0.0 $[ft/día]$

Cuadro 3.2: Parámetros de entrada para la simulación del problema de Eliezer (1989)

La comparación entre la solución analítica de Eliezer (1989) y la solución numérica simulada mostró una alta concordancia, evidenciada por perfiles similares de concentración en distintas etapas temporales y una representación precisa de la propagación del frente de soluto en el medio poroso. Este nivel de semejanza valida satisfactoriamente el fenómeno de transporte modelado.

En la Figura 3.23, se observa la simulación de Eliezer (1989) a 1,500 días, donde se aprecia la distribución de la concentración en el medio poroso. Por otro lado, en la Figura 3.24, se presenta la simulación codificada a 1,500 días, mostrando un comportamiento similar al de la solución analítica.

3.2. VERIFICACIÓN DE TRANSPORTE DE NANOPARTÍCULAS

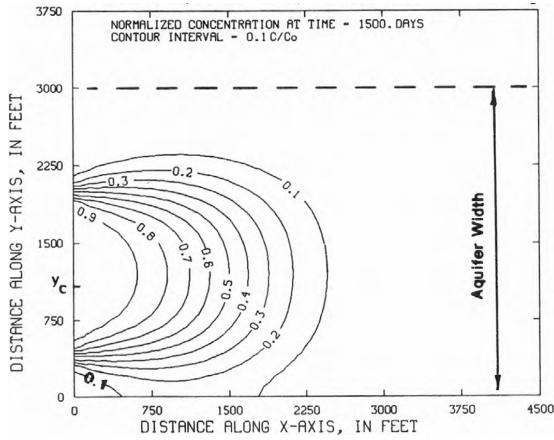


Figura 3.23: Simulación Eliezer (1989) a 1,500 [días].

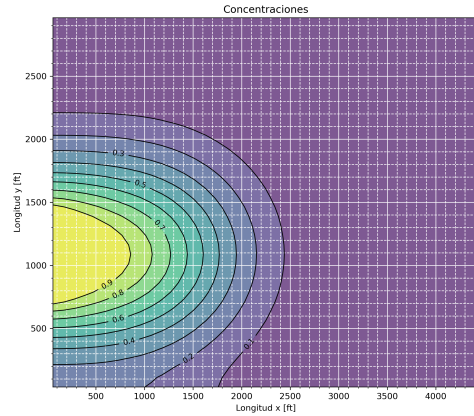


Figura 3.24: Simulación codificada a 1,500 [días].

Para un tiempo de simulación de 3,000 días, la Figura 3.25 muestra la simulación de Eliezer (1989), donde se observa una mayor propagación del frente inyectado en comparación con la etapa anterior. En la Figura 3.26, se presenta la simulación codificada a 3,000 días, demostrando nuevamente una alta concordancia con la solución analítica.

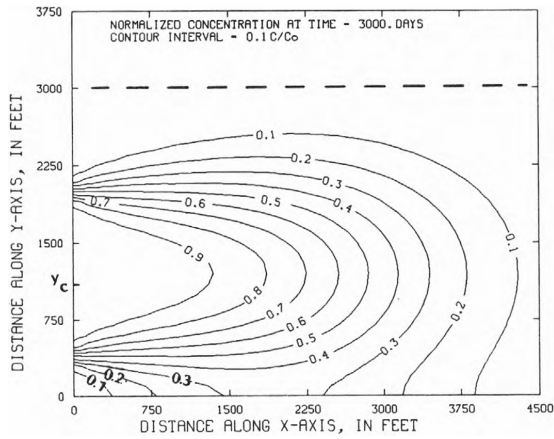


Figura 3.25: Simulación Eliezer (1989) a 3,000 [días].

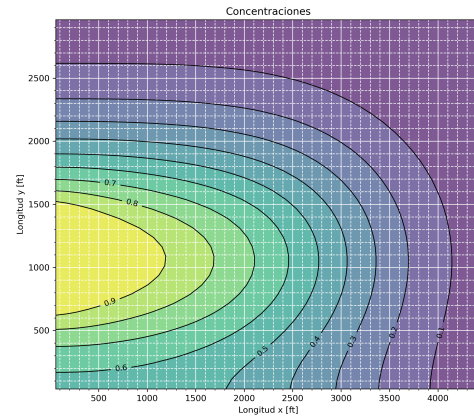


Figura 3.26: Simulación codificada a 3,000 [días].

Las diferencias observadas entre las simulaciones se deben a las condiciones de frontera utilizadas en cada caso. En la simulación reportada por Eliezer (1989), la inyección se realizó a lo largo de un rango continuo del eje y , lo que generó una distribución inicial más amplia y homogénea, permitiendo la formación de líneas de concentración más extendidas y con mayor simetría a lo largo del flujo principal. En contraste, la simulación desarrollada para este estudio utilizó un punto único de inyección de nanofluido, lo que produjo una dispersión inicial localizada y un patrón de concentración con forma radial alrededor del punto de inyección. Estas diferencias en el comportamiento son consistentes con las condiciones de frontera impuestas, ya que una fuente lineal genera gradientes de concentración más uniformes, mientras que una fuente puntual produce gradientes más

pronunciados y una propagación más concentrada. Por lo tanto, ambos resultados son físicamente coherentes y reflejan las características esperadas de los sistemas modelados.

Cabe destacar que una diferencia clave de esta investigación es el modelado del transporte a nivel yacimiento, ya que a diferencia de la mayoría de los estudios consultados están limitados a simular un comportamiento en escala núcleo. Este enfoque a nivel yacimiento no solo amplía el alcance de las predicciones, sino que también permite analizar los efectos de la inyección de nanofluido de dióxido de silicio en escenarios más representativos de las condiciones operativas reales. Esto resulta crucial para evaluar la viabilidad técnica y económica de implementación para esta tecnología a gran escala.

Capítulo 4: Propuesta de aplicación

4.1 Consideraciones de aplicación

La mayoría de los experimentos analizados en el estado del arte, realizados con inyección de SiO_2 , se han llevado a cabo en formaciones con propiedades similares, es decir, en carbonatos con gravedades API de aceite comparables y en núcleos limpios sin intervenciones previas. Esto no asegura que el simulador se comporte correctamente con valores distintos a los ya validados en laboratorio por los trabajos citados. Bajo esta consideración, se llevó a cabo una primera búsqueda de yacimientos mexicanos con características específicas:

- **Alta densidad °API del crudo:** Se buscó crudo ligero a superligero.
- **Yacimiento en declinación:** Debe tener aún una cantidad de reservas importante.
- **Ausencia de intervención de recuperación mejorada:** Aunque los experimentos no mencionan ninguna limitación de aplicación, es crucial tener en cuenta la química involucrada, ya que los resultados de la aplicación pueden verse alterados por intervenciones previas.

Considerando lo anterior, se analizaron ciertos candidatos para llevar a cabo la simulación numérica, entre estos se encontraron los campos Ixtoc, Cinco Presidentes, Akal, entre otros, la mayoría pertenecientes a la cuenca del Sureste.

Finalmente, se seleccionó el campo Ixtoc debido a su historia de caracterización estática y dinámica, donde no se conocía con certeza la magnitud del yacimiento. Además, posee los rangos de aplicación antes mencionados.

4.2 Campo Ixtoc

El campo Ixtoc se encuentra en la región marina de México, aproximadamente a 90 km al noroeste de Ciudad del Carmen, Campeche. Se ubica al occidente de la plataforma de Yucatán y al oeste de la provincia Pilar Reforma Akal.¹

¹Grajales, M., “Geología del petróleo”, (p. 2), *GEOS*, GP-2, vol. 28, núm. 2, octubre 2008,GP-2).



Figura 4.1: Imagen satelital: Campo Ixtoc.IICNIH

El campo fue descubierto en 1979 mediante el pozo Ixtoc-1, perforado a una profundidad aproximada de 3,500 metros por la empresa mexicana PEMEX. El 3 de junio de ese mismo año, la plataforma Ixtoc-1 sufrió un colapso de seguridad, lo que provocó un incendio y, eventualmente, la fuga masiva de petróleo crudo en el Golfo de México. Se estima que entre 140,000 y 160,000 barriles de petróleo crudo [bbl] se vertieron al océano cada día durante 9 meses, hasta que se contuvo en marzo de 1980. En total, se liberaron aproximadamente 4.9 millones de barriles de crudo [MMbbl].²

Este desastre tuvo un impacto devastador en el ecosistema marino y costero, así como en la economía local y las comunidades pesqueras que dependían del Golfo de México para su sustento. También generó una mayor conciencia sobre los riesgos asociados con la perforación petrolera en aguas profundas y la necesidad de mejores regulaciones y prácticas de seguridad en la industria petrolera. Aunque han pasado décadas desde el derrame de Ixtoc, su legado aún se siente en la región.³

En el momento de su descubrimiento (1979), el volumen certificado del yacimiento era de 142 millones de barriles [MMbbls]. La explotación del campo comenzó en mayo de 1984 y se prolongó durante 20 años, con solo dos pozos en producción: el Ixtoc-16 e Ixtoc-18.⁴

En 2007, se tenía una producción acumulada de 74.4 [MMbbls] del yacimiento fracturado del Cretácico superior bajo condiciones de presión estables. Esto significa que se tenía un factor de recuperación mayor al 50 %, lo que era un valor poco probable desde la perspectiva física y de ingeniería. La gran estabilidad de las presiones y el elevado factor de recuperación solo sugerían que la estructura era más grande, lo que implicaba una mayor área y volumen de almacenamiento. Era necesario realizar una nueva caracterización del campo.

En 2008, se perforó el pozo Ixtoc-36 y se llevaron a cabo nuevos estudios de caracterización estática y dinámica, lo que generó una nueva interpretación del marco estructural. En el mismo año se determinó un incremento en los volúmenes de las reservas del yacimiento.⁵

² *Idem.*

³ *Idem.*

⁴ *Idem.*

⁵ Mariano, E., “Análisis sísmico-estratigráfico de Ixtoc-Kambesah”, *Energy&Commerce*, mayo

Este incremento fue considerable, estableciendo las reservas en 657.3 [MMbbls], casi 5 veces más al volumen establecido en 1979.

Hasta 2011, el campo produjo con 3 pozos. Con base en el comportamiento dinámico del mismo, se replanteó el esquema de desarrollo para la explotación de la zona sur, proponiendo la perforación de ocho pozos adicionales: Ixtoc-76, 12, 14, 15, 17, 19, 20 y 21. Entre 2011 y 2013, además de la perforación de estos nuevos pozos, se consideró la aplicación de sistemas artificiales de producción (SAP) de bombeo neumático continuo (BNC) para los pozos nuevos y existentes, con la finalidad de ayudar en el momento en que la presión del yacimiento no sea suficiente y los pozos continúen con su vida productiva.⁶

En 2024, el campo Ixtoc se encuentra en el área contractual A-0161-4M - CAMPO IXTOC, con una vigencia de 10 años, es decir, termina el 13 de agosto del 2034. El área fue otorgada a PEMEX y tiene una superficie de 40 [km²]. En la actualidad, el campo cuenta con 18 pozos, de los cuales 7 se encuentran activos y son productores de aceite de 31° API.⁷

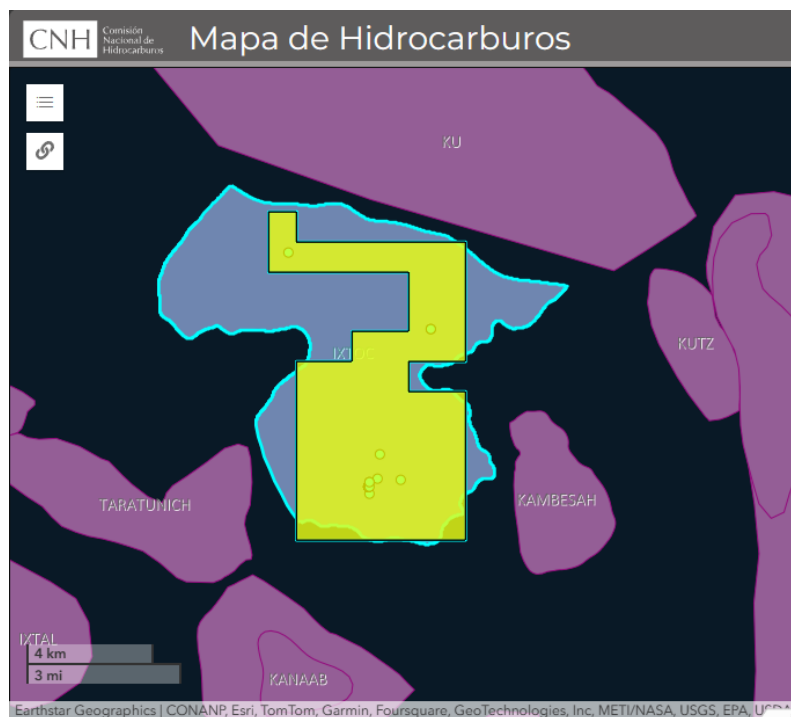


Figura 4.2: Imagen satelital de la asignación A-0161-4M-CAMPO IXTOC. IICNIH

Su producción más grande fue en octubre de 2014, con 38 mil de barriles por día [Mbbl/día]. Desde ese momento, la producción ha estado en constante declive. Para febrero 2021, Oil&Gas).

⁶Jiménez, C., et al., “Desarrollo de nueva infraestructura e implementación de estrategias operativas para el manejo de producción adicional en el Campo Ixtoc”, *Biblat*, febrero 2015, pp. 73-74, Ingeniería Petrolera).

⁷CNH, “Dictamen técnico de la modificación al plan de desarrollo para la extracción de hidrocarburos. ASIGNACIÓN A-0161-M-CAMPO IXTOC”, *PEP*, julio 2019, pp. 3-14, Dictamen 2019.

de 2024, la producción era de 3 [Mbbbl/día], lo que significa una caída aproximada del 90 %. El campo se encuentra en una fase avanzada de extracción.⁸

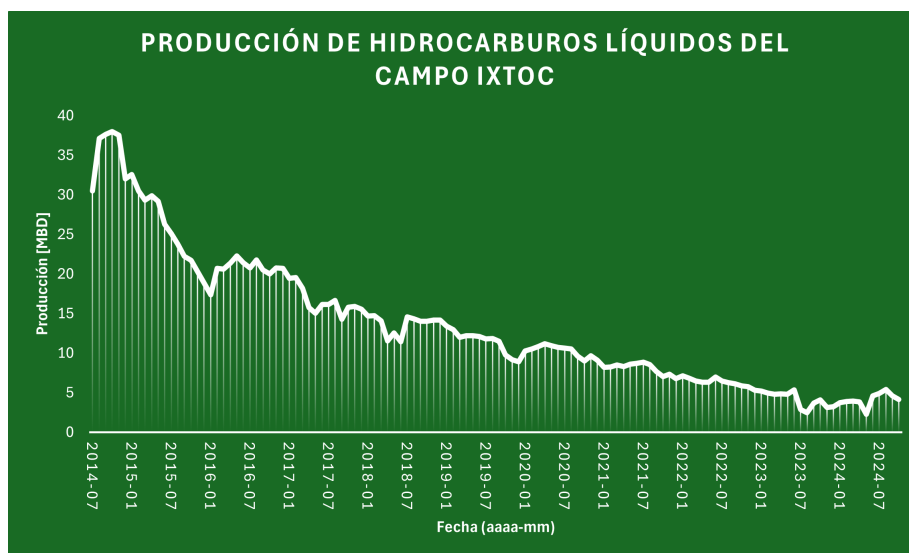


Figura 4.3: Gráfica de producción del Campo Ixtoc. CNH

4.3 Simulación reescalada del campo Ixtoc

La simulación del campo tuvo que ser reescalada debido a las limitaciones computacionales y a los escenarios propuestos, ya que el número de pozos es muy reducido en comparación con la gran extensión del área. Por ello, se decidió reducir únicamente la magnitud del área en una proporción de 1 : 10. Cabe destacar que el objetivo principal no es replicar el comportamiento exacto del campo real, sino demostrar la capacidad del simulador desarrollado en este estudio para modelar distintos escenarios de inyección con una geometría real e irregular y distintas concentraciones de nanopartículas.

Los datos utilizados para la simulación del campo reescalado provienen de una recopilación de propiedades descritas en los dictámenes técnicos que actualizan el plan de desarrollo para la extracción de hidrocarburos, presentados por la Comisión Nacional de Hidrocarburos (CNH) en julio de 2019⁹ y noviembre de 2022¹⁰. En particular, se utilizaron las propiedades de la brecha del Cretácico Superior (BKS). Además, se empleó el Mapa de Hidrocarburos de la CNH para recrear la geometría real del campo (Fig. 4.4) y determinar las coordenadas precisas de los pozos existentes al momento de la redacción de esta investigación.

⁸CNH, “Tablero de producción”, *PEP*, abril 2024, Producción

⁹CNH, “Dictamen técnico de la modificación al plan de desarrollo para la extracción de hidrocarburos asignación A-0161-M-CAMPO IXTOC”, *PEP*, julio 2019, Dictamen 2019.

¹⁰CNH, “Dictamen técnico de la modificación al plan de desarrollo para la extracción de hidrocarburos asignación A-0161-3M-CAMPO IXTOC”, *PEP*, noviembre 2022, Dictamen 2022.

4.3. SIMULACIÓN REESCALADA DEL CAMPO IXTOC

Para la simulación del transporte de nanopartículas, la mayoría de los datos de entrada se basaron en la investigación de El-Amin et al. (2013), cuyos enfoques proporcionan parámetros validados en laboratorio con características similares a las del campo. Estas características se explican mejor en las consideraciones de aplicación de este documento con el propósito de optimizar la recuperación de aceite en el modelo reescalado.

Los datos de entrada del simulador se muestran en el Cuadro 4.1.

Propiedad	Valor
(l)	3 [adimensional]
β	0.8 [adimensional]
Coeficiente de difusión (D_i)	0.05207 [ft ² /día]
Concentración (C_i)	200, 500 y 1,000 [ppm]
Densidad relativa del aceite	0.8707 [adimensional]
γ_d	4.8768 [1/ft]
γ_e	9.1441 [1/ft]
γ_f	0.0305 [1/ft]
γ_{pt}	0.3901 [1/ft]
k_f	0.6 [adimensional]
Longitud en x	3,615 [ft]
Longitud en y	4,140 [ft]
Longitud en z	170 [ft]
Permeabilidad absoluta (k)	1,575 - 1,925 [mD]
Porosidad ($\emptyset$)	0.09 - 0.11 [fracción]
Presión actual del aceite (P_i)	2,360 [psi]
Presión de inyección (P_{iny})	2,460 [psi]
Presión de producción (P_{prod})	2,260 [psi]
Radio del pozo (r_w)	0.5833 [ft]
Saturación actual del agua ($S_{w,ini}$)	0.21 [fracción]
θ_o	3 [adimensional]
θ_w	0.6 [adimensional]
$v_{1,ini}$	0.0 [ft ³]
$v_{2,ini}$	0.0 [ft ³]
Velocidad crítica del fluido u_c	0.0 [ft ³]
Viscosidad del aceite μ_o	0.4 [cP]
Viscosidad del agua μ_w	1.0 [cP]

Cuadro 4.1: Parámetros de entrada para simular el campo Ixtoc

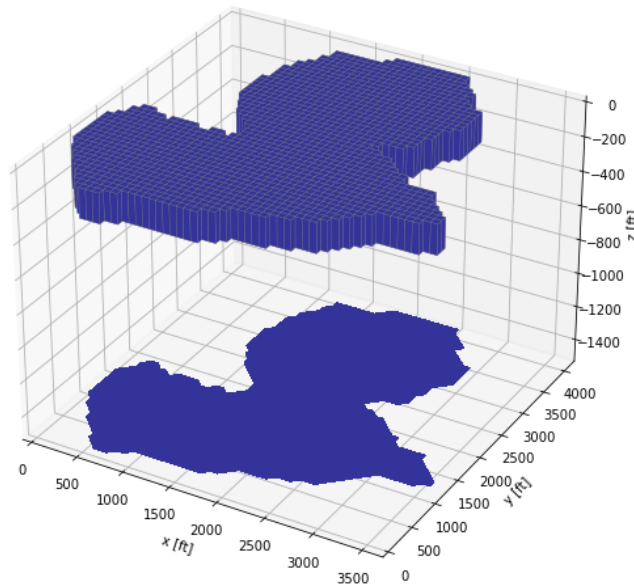


Figura 4.4: Malla del campo simulado en 3D.

Para las propiedades aleatorias, como la porosidad y la permeabilidad, se empleó una función en Python con una semilla fija, lo que garantiza que las propiedades generadas de manera aleatoria sean consistentes en todas las simulaciones. Este enfoque permite realizar una comparación precisa y controlada entre los diferentes escenarios evaluados, eliminando variaciones no deseadas en los parámetros del modelo.

En cuanto a las curvas de permeabilidad relativa y presión capilar iniciales, se adoptaron los valores reportados por El-Amin et al. (2013). Su investigación presenta condiciones que se asemejan considerablemente al campo de estudio y fueron seleccionadas debido a la falta de datos específicos del campo Ixtoc en las fuentes públicas disponibles de la CNIH. Este enfoque asegura que el modelo esté basado en parámetros validados y representativos, aunque no sean específicos del yacimiento simulado.

La simulación incluye cuatro pozos (Fig. 4.5), de los cuales tres son reales del campo Ixtoc:

- **Pozo 25:** Actualmente cerrado, originalmente de desarrollo.
- **Pozo 22:** Inactivo, también de desarrollo, con producción previa de aceite.
- **Pozo 1A:** Pozo exploratorio cerrado.

Se añadió un cuarto pozo inyector, ubicado estratégicamente cerca de los tres pozos existentes, con el objetivo de maximizar la cobertura del yacimiento y reactivar la producción de los pozos ya perforados. Este pozo representa la única infraestructura nueva considerada en la inversión inicial.

4.3. SIMULACIÓN REESCALADA DEL CAMPO IXTOC

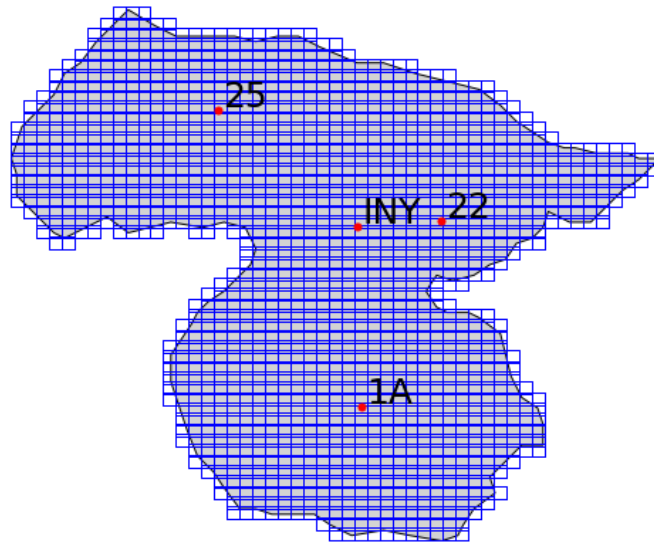


Figura 4.5: Posición de los pozos a simular.

La propuesta de inyección se diseñó para optimizar la recuperación de hidrocarburos mediante una estrategia basada en un enfoque geométrico. No se siguieron estrictas metodologías de colocación, sino que se aplicó un criterio en el que se asignó un radio de drene de igual magnitud a cada pozo productor, posicionando el pozo inyector de manera que su influencia abarcara en mayor medida dichos radios. La ubicación final fue determinada a criterio del autor, considerando la mejor distribución posible dentro de la malla de simulación de 51x51 celdas. Se evaluaron dos escenarios bajo condiciones de inyección y producción con presión de fondo (pwf) constante:

- **Inyección de agua:** Este escenario se consideró como un método de recuperación secundaria del yacimiento, sirviendo como punto de referencia para evaluar la efectividad de técnicas avanzadas. La inyección se simuló durante 1,500 días.
- **Inyección combinada:** En este caso, se simuló un periodo total de 1,500 días, iniciando con la inyección de agua durante los primeros 500 días, seguida por la inyección de nanofluido a tres concentraciones distintas: 200, 500 y 1,000 [ppm]. Estas concentraciones, propuestas por Arguillo (2021), se aplicaron entre los días 500 y 1,500 con el objetivo de mejorar la recuperación de petróleo, reduciendo los efectos de entrapamiento y optimizando el flujo de fluidos en el medio poroso.

Estos escenarios permiten analizar el impacto de la inyección de nanofluido en la recuperación de aceite en comparación con un método de recuperación secundaria, con el objetivo de validar su viabilidad como una solución mejorada para reactivar yacimientos maduros. Además, se busca evaluar cómo la concentración de nanopartículas influye en la recuperación y cómo este simulador codificado puede servir como una herramienta para determinar la concentración óptima en función de las características específicas del yacimiento modelado.

Se simularon tres escenarios con concentraciones de nanopartículas de 200, 500 y 1000 [ppm]. Para cada caso, se calculó el volumen acumulado de aceite recuperado (NP) por los pozos productores 1A, 22 y 25 (Cuadro. 4.2). Tras analizar los datos, se determinó que la concentración más eficiente para este yacimiento, dadas sus propiedades particulares, es de 200 [ppm]. Aunque esta es la concentración más baja, sus resultados son comparables a los obtenidos con 500 y 1000 [ppm]. Por otro lado, una concentración de 1000 [ppm], a pesar de lograr una recuperación ligeramente mayor (solo un 2% más), incrementa significativamente los costos debido al mayor uso de nanopartículas, ya que requiere una concentración cinco veces superior para obtener una mejora marginal en la recuperación.

Pozo/Concentración	200 [ppm]	500 [ppm]	1000 [ppm]
1A	6,237 [Mbbl]	6,189 [Mbbl]	6,416 [Mbbl]
22	2,161 [Mbbl]	2,101 [Mbbl]	2,105 [Mbbl]
25	5,980 [Mbbl]	5,943 [Mbbl]	6,144 [Mbbl]

Cuadro 4.2: Concentraciones de nanopartículas por escenario.

Los siguientes resultados se basan en una inyección con una concentración de 200 [ppm]. La comparación de los volúmenes producidos por los tres pozos bajo ambos escenarios (inyección de agua e inyección de nanofluido) mostró un incremento significativo en la recuperación de aceite al implementar la inyección de nanofluido. Este comportamiento resalta la efectividad del cambio de mojabilidad inducido por las nanopartículas, que mejoran la eficiencia del desplazamiento de fluidos y favorecen la liberación de hidrocarburos atrapados en el medio poroso.

El pozo 1A presenta una declinación controlada en la producción de aceite (Fig.4.6), lo que sugiere un proceso de extracción más sostenido y eficiente temporalmente. Paralelamente, la producción de agua (Fig. 4.7) en este pozo experimenta una reducción notable, asociada al atrapamiento de fluidos acuosos causado por el cambio de mojabilidad inducido. Este fenómeno redistribuye los flujos en el medio poroso, priorizando la movilización de hidrocarburos. El pozo 25 tiene un comportamiento similar al 1A en su producción de aceite (Fig.4.8) y agua (Fig.4.9) aunque a menor volumen.

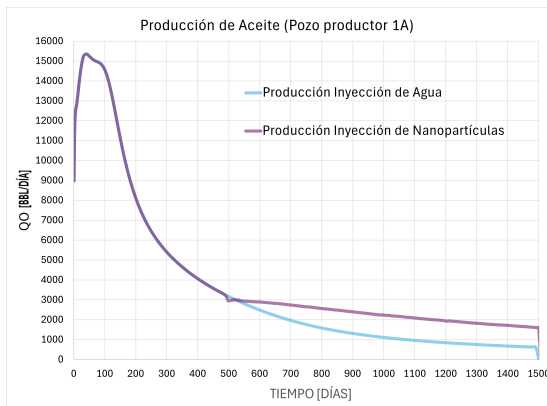


Figura 4.6: Producción de aceite en el pozo 1A.

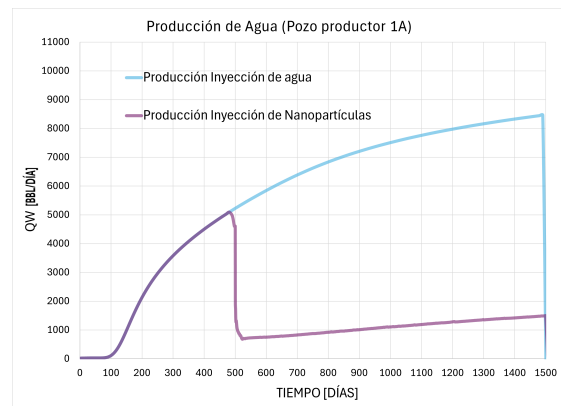


Figura 4.7: Producción de agua en el pozo 1A.

4.3. SIMULACIÓN REESCALADA DEL CAMPO IXTOC

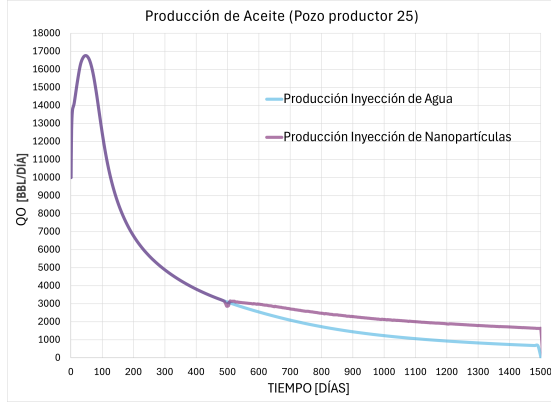


Figura 4.8: Producción de aceite en el pozo 25.

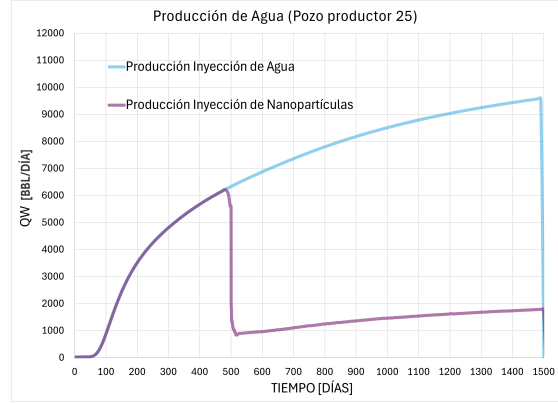


Figura 4.9: Producción de agua en el pozo 25.

En el pozo productor 22, si bien se observa un aumento en la producción de aceite (Fig.4.10), este resulta menos significativo comparado con los otros dos pozos. Este comportamiento se explica por su cercanía al pozo inyector, que genera una saturación acelerada de agua en la zona adyacente (Fig. 4.11), limitando el efecto del nanofluido. Adicionalmente, el daño de formación caracterizado por la disminución de porosidad y permeabilidad reduce la capacidad del yacimiento para movilizar fluidos, disminuyendo el impacto esperado del nanofluido.

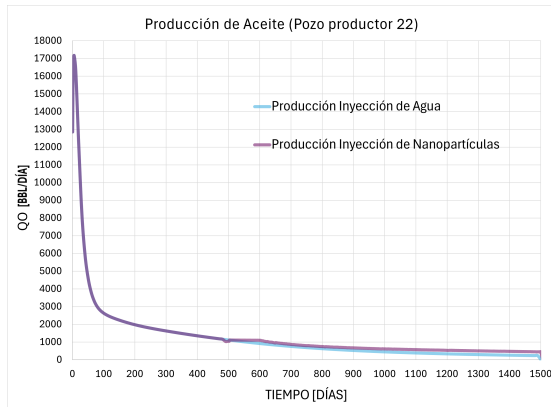


Figura 4.10: Producción de aceite en el pozo 22.

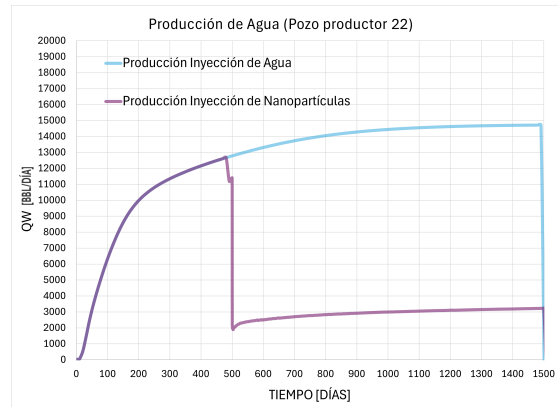


Figura 4.11: Producción de agua en el pozo 22.

Estos resultados reflejan la importancia de una planificación estratégica en la ubicación de los pozos y el entendimiento de las condiciones locales del yacimiento para maximizar los beneficios de la inyección de nanofluido y optimizar la recuperación de hidrocarburos. Se calculó la producción acumulada de aceite en ambos escenarios (inyección de agua e inyección de nanofluido) para cuantificar la recuperación adicional atribuida al uso de nanofluidos. Este análisis permitió evaluar la efectividad de la técnica en términos de incremento porcentual y volumen producido por cada pozo.

En el pozo 1A (Fig. 4.12), se logró una recuperación adicional de 883 [Mbbbl] de aceite, lo que representa un incremento del 16 % en comparación con la recuperación obtenida únicamente mediante la inyección de agua. El pozo 22 (Fig. 4.13), aunque mostró un incremento menos significativo debido a los factores previamente mencionados, registró

una recuperación adicional de 340 [Mbbbl] de aceite, equivalente a un aumento del 19 %. Por último, en el pozo 25 (Fig. 4.14), se produjeron 853 [Mbbbl] adicionales, lo que corresponde a un incremento del 17 % con respecto a la inyección solo con agua.

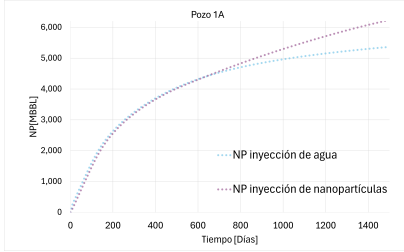


Figura 4.12: Producción acumulada de aceite en el pozo 1A.

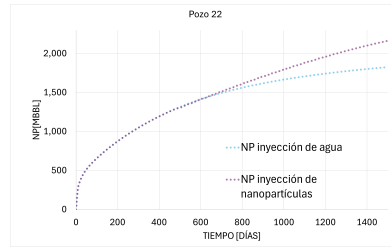


Figura 4.13: Producción acumulada de agua en el pozo 22.

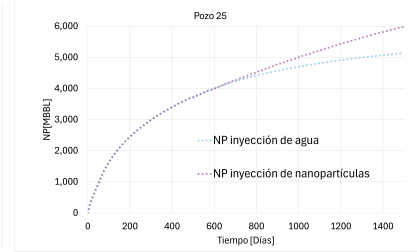


Figura 4.14: Producción acumulada de aceite en el pozo 25.

En general, estos resultados evidencian el beneficio de la inyección de nanofluidos para optimizar la recuperación de hidrocarburos. En este caso específico, se logró un incremento del 17 % en el volumen total recuperado de los tres pozos, lo que resalta la importancia de su implementación estratégica para maximizar la producción acumulada en el yacimiento.

La inyección de nanofluido de SiO_2 modifica significativamente las curvas de permeabilidad relativa¹¹, alterando el comportamiento del flujo en el medio poroso. Este cambio es fundamental para mejorar los volúmenes recuperados de hidrocarburos, ya que:

- Las nanopartículas de SiO_2 alteran la superficie del medio poroso, transformando su mojabilidad hacia una condición más favorable para el desplazamiento del aceite atrapado (medio preferiblemente mojado por agua).
- Liberación de mayor volumen de aceite, este cambio permite superar barreras capilares y movilizar fracciones de petróleo previamente no recuperables.

El fenómeno de cambio de mojabilidad es fundamental en la inyección de nanofluido, ya que las influye directamente en las curvas de permeabilidad relativa. Las curvas punteadas reflejan los valores alcanzados cuando la concentración de nanopartículas en el medio alcanza su máximo (Fig.4.15), estableciendo un límite máximo al cambio de permeabilidad relativa. Es importante señalar que este límite es específico para las nanopartículas utilizadas, ya que, dependiendo de su tipo, el límite máximo al cambio puede variar.

¹¹Sepehri, M. (2019). "Experimental study and numerical modeling for enhancing oil recovery from carbonate reservoirs by nanoparticle flooding" IFP, *Energies nouvelles*, Recuperado de DOI/10.2516

4.3. SIMULACIÓN REESCALADA DEL CAMPO IXTOC

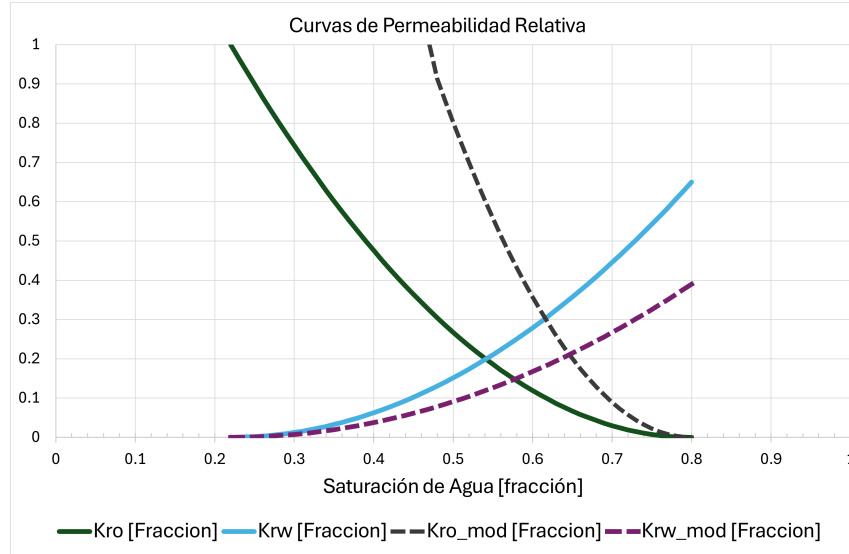


Figura 4.15: Curvas de permeabilidad relativa.

El punto de intersección entre las curvas proporciona una referencia rápida sobre el cambio de mojabilidad, indicando si se favorece una mojabilidad preferente por agua o por aceite.¹² En este caso, el cruce se desplazó hacia la derecha, lo que sugiere un cambio hacia una mojabilidad preferente por agua. Este desplazamiento puede variar dependiendo del tipo de nanofluido empleado. Algunas nanopartículas podrían mover el cruce aún más hacia la derecha, incrementando la mojabilidad por agua, mientras que otras podrían desplazarlo hacia la izquierda, favoreciendo una mojabilidad por aceite, lo cual sería contraproducente para la recuperación de hidrocarburos, aunque existen aplicaciones específicas para este comportamiento.

El proceso de modificación de la permeabilidad relativa ocurre entre las curvas originales y las modificadas, dependiendo de la saturación de nanopartículas presente en el sistema. Este fenómeno está estrechamente relacionado con el tiempo, ya que, a medida que aumenta el período de inyección, el cambio en la mojabilidad de la roca se intensifica hasta alcanzar un límite máximo, definido por las curvas punteadas. Este punto es crucial para detener la inyección de nanopartículas, ya que representa el momento óptimo en el que se logra maximizar la recuperación de hidrocarburos mientras se minimiza el daño a la formación.

Este análisis no solo permite comprender cómo la dinámica de las nanopartículas afecta las propiedades del medio poroso, sino que también contribuye a optimizar la producción de hidrocarburos y los beneficios económicos, asegurando la inyección de la cantidad precisa de nanopartículas.

¹²Trejo, R. (2010). "Determinación de las curvas de permeabilidades relativas para el sistema agua-aceite a partir de datos de saturación de agua y de presión capilar." (Tesis de licenciatura). p. 13, Universidad Nacional Autónoma de México, Recuperado de Tesis Digital.

4.4 Resultados 3D

Se analizaron los patrones y distribución de flujo en el yacimiento. Para una correcta visualización del comportamiento de presión del aceite, saturación de agua y velocidad de los fluidos, se recomienda abrir el documento PDF con *Adobe PDF Reader*, ya que este software es compatible con documentos que contienen gráficos en formato GIF.

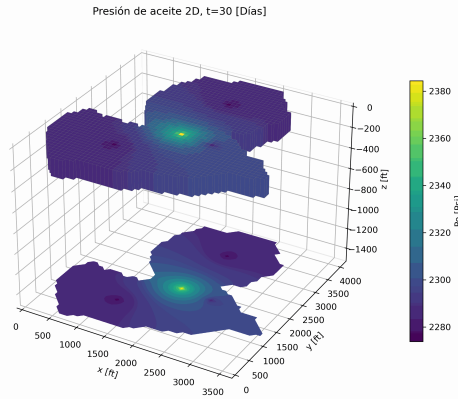


Figura 4.16: Presión de aceite (P_o)

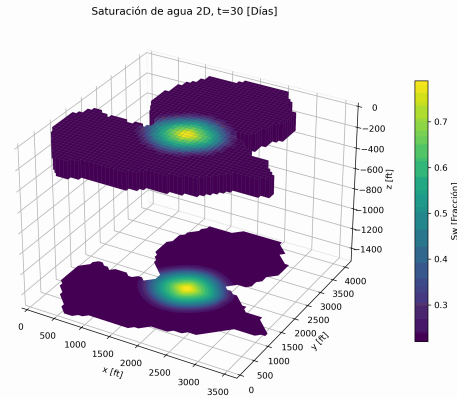


Figura 4.17: Saturación de Agua (S_w)

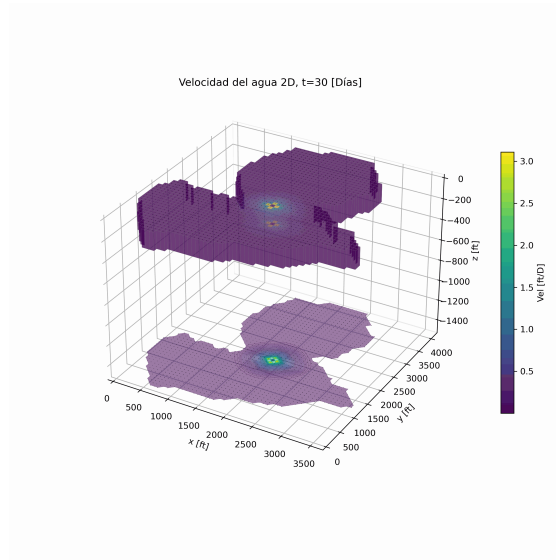


Figura 4.18: Velocidad del flujo (U_w)

Un efecto característico de la inyección de nanopartículas en medios porosos es la reducción de las propiedades de porosidad y permeabilidad. Según El-Amin et al. (2013), esta reducción tiene un límite máximo de aproximadamente un 10 % en ambas propiedades. Este fenómeno, conocido como taponamiento, se debe al efecto de entrapamiento o retención de las nanopartículas en el medio poroso.

4.4. RESULTADOS 3D

A continuación, se muestra una comparación de las propiedades aleatorias de permeabilidad y porosidad antes y después de la inyección de nanopartículas, ilustrando claramente el impacto de este proceso en el medio poroso.

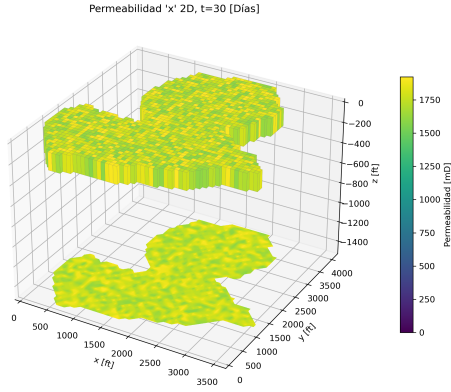


Figura 4.19: Permeabilidad en dirección x antes de la inyección de nanopartículas..

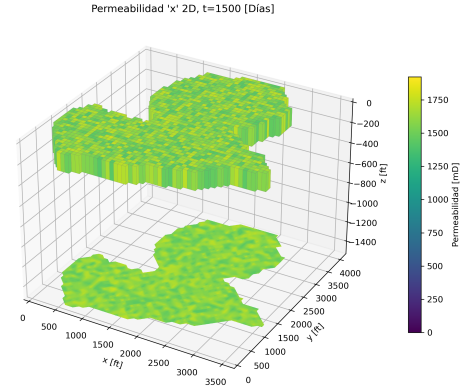


Figura 4.20: Permeabilidad en dirección x después de la inyección de nanopartículas..

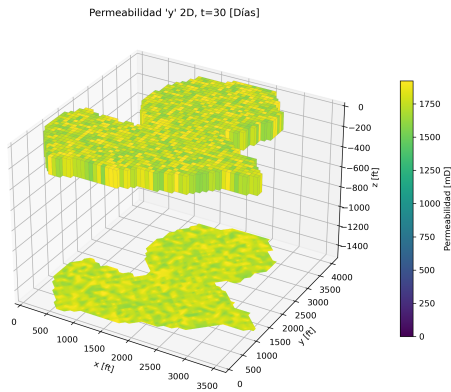


Figura 4.21: Permeabilidad en dirección y antes de la inyección de nanopartículas..

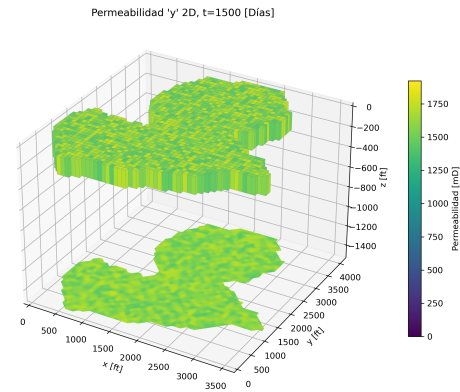


Figura 4.22: Permeabilidad en dirección y después de la inyección de nanopartículas..

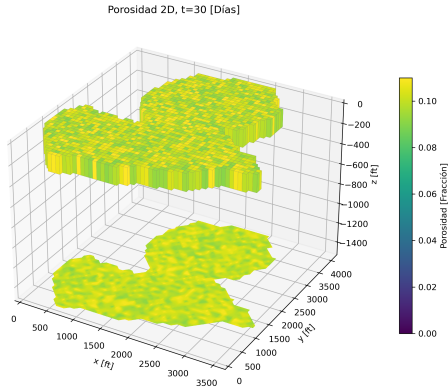


Figura 4.23: Porosidad antes de la inyección de nanopartículas.

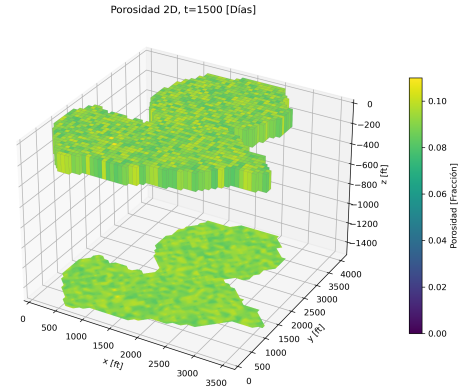


Figura 4.24: Porosidad después de la inyección de nanopartículas..

4.5 Proyección de rentabilidad

Los resultados y la siguiente proyección de rentabilidad son válidos para el sistema hipotético simulado. Según los resultados de la simulación ideal del campo Ixtoc reescalado, para mantener la presión en los pozos productores es necesaria una inyección inicial de agua de más de 40,000 barriles diarios [bbl/día]. Una vez que se inicia la inyección de nanofluido, el volumen de agua requerido se reduce, siendo necesario inyectar un promedio de 25,000 [bbl/día], para mantener la presión de fondo y garantizar los volúmenes producidos (Fig. 4.25).

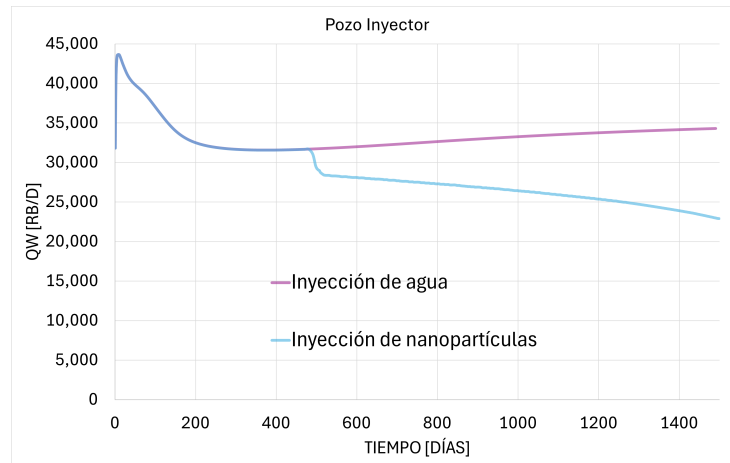


Figura 4.25: Volúmenes de inyección de agua en el pozo inyector.

Considerando estos volúmenes y recordando que la concentración de nanopartículas es de 200 [ppm], se realizó una conversión a barriles. Así, el volumen necesario de nanopartícu-

4.5. PROYECCIÓN DE RENTABILIDAD

las sería de 2 barriles equivalentes por día, lo que representa una cantidad relativamente pequeña comparada con el volumen total de inyección.

Para estimar los costos, se identificó a la empresa SSNANO, especializada en nanopartículas para laboratorio. El producto más cercano a las especificaciones simuladas es el producto 6810DL, con un precio de \$196 [USD] por kilogramo, una densidad de 2.3296 [g/cc], y un tamaño de partícula entre 20 y 60 [nm]. Dada esta densidad, se requieren 65.97 [kg] para llenar 1 [ft^3] o 370.38 [kg] por barril equivalente. Esto implica que para inyectar 2 barriles equivalentes diarios serían necesarios 795 [kg/día].

Dado que la simulación abarca 1,000 días de inyección, el total necesario sería de 795 toneladas, con un costo estimado de \$156 [MMUSD] adicionales a la inyección de agua, excluyendo los gastos de perforación de un pozo inyector en la ubicación propuesta.

En la siguiente tabla se analizan tres períodos de inyección de nanofluido: 600, 800 y 1,000 días, posteriores a los 500 días iniciales de inyección de agua. Se presentan las cantidades de nanopartículas necesarias, expresadas en toneladas, junto con su costo del proveedor de laboratorio SSNANO: Con base en datos del Banco de México¹³, el precio

Días de Inyección	Nanopartículas necesarias [kg/día]	Total requerido [ton]	Costo total [MMUSD]
1,000	795	795	155
800	795	636	125
600	795	477	94

Cuadro 4.3: Resultados del total requerido para inyectar nanopartículas

promedio de la mezcla mexicana de petróleo en 2024 fue de 71.22 [USD/BBL]. Las secciones en blanco de la gráfica corresponden a fechas en las que no se registró cotización para la mezcla mexicana, lo que genera los vacíos en la misma.

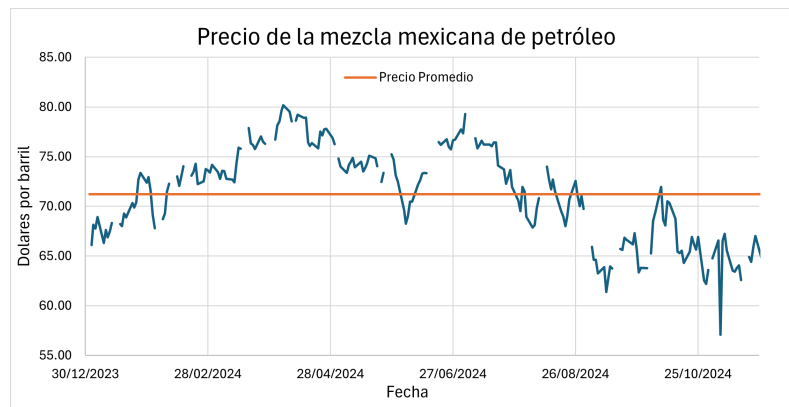


Figura 4.26: Precios de la mezcla mexicana de petróleo en 2024.

A partir del precio reportado por Banxico y considerando una inyección de nanofluido

¹³Banco de México, “Precio de la mezcla de petróleo”, *BM*, recuperado en 2024 de: Precio.

durante 1,000 días, se obtuvo una recuperación acumulada de 14,380 [Mbbl] de aceite, equivalente a \$1,024 [MMUSD]. A continuación, se detalla la producción acumulada de cada pozo para diferentes períodos, así como la producción total de los tres pozos y su respectivo valor equivalente en [MMUSD]:

Días de Inyección	Producción por pozo [Mbbl]	Producción total [Mbbl]	Recuperación [MMUSD]
1,000	P1A: 6,238 P22: 2,162 P25: 5,981	14,380	1,024
800	P1A: 5,886 P22: 2,036 P25: 5,627	13,549	965
600	P1A: 5,507 P22: 1,883 P25: 5,226	12,616	899

Cuadro 4.4: Resultados de producción por inyección de nanopartículas

Es importante destacar que la proyección se realizó utilizando costos por kilogramo, los cuales pueden diferir significativamente de los costos por tonelada. Esta diferencia podría impactar los resultados económicos de manera más favorable al considerar volúmenes mayores.

Además, no se incorporó la metodología propuesta por Roustaei et al. (2015) debido a la codificación actual del simulador, la cual impide realizar el cambio de inyección de nanofluido a agua, aunque se prevé su implementación en el futuro. En dicha metodología, se inyecta únicamente el volumen de nanopartículas necesario para alcanzar la saturación máxima de concentración en el medio poroso. Este enfoque optimiza los beneficios al minimizar cambios en las propiedades del medio y, a su vez, reducir costos. A diferencia del presente estudio, en el cual se consideraron inyecciones continuas durante 1,000 días, este método propone inyectar hasta alcanzar la saturación máxima, permitir un periodo de reposo y posteriormente reanudar la inyección de agua.

La inyección de nanopartículas demuestra ser económicamente viable en los tres escenarios evaluados de tiempo de inyección de nanofluidos, dado que las ganancias proyectadas superan los costos asociados, aunque se debe considerar el costo adicional de perforar un nuevo pozo. No obstante, este análisis sugiere áreas de mejora, entre ellas la necesidad de explorar estrategias operativas que maximicen el impacto de las nanopartículas sin incrementar significativamente los costos.

Cabe resaltar que, al comparar los periodos de 600, 800 y 1,000 días, se observa que el costo-beneficio es elevado en todos los casos, pero decrece conforme aumenta el tiempo de inyección. A los 600 días, la ganancia equivale a 8.5 veces la inversión inicial, mientras que a los 800 días esta relación disminuye a 6.7 veces, y a los 1,000 días se reduce a 5.6 veces. Esto indica que la rentabilidad de la técnica es mayor en etapas tempranas y su eficiencia económica decrece con el tiempo.

4.6 Sostenibilidad en la inyección de nanopartículas

4.6.1 Impacto ambiental

El desarrollo de procesos productivos que minimicen el impacto ambiental sin comprometer la rentabilidad es uno de los retos más importantes en la industria petrolera. En este contexto, la nanotecnología, particularmente la inyección de nanofluido de dióxido de silicio (SiO_2) como método de recuperación mejorada, ha demostrado su potencial para incrementar la eficiencia en la extracción de hidrocarburos. Sin embargo, su implementación requiere un análisis exhaustivo de sus impactos ambientales y operacionales.

Si bien las nanopartículas de SiO_2 presentan alta estabilidad química y térmica, su acumulación en unidades de procesamiento podría comprometer la eficiencia de los catalizadores. Según Zanella R. (2021), algunas nanopartículas pueden alterar las propiedades fisicoquímicas de los fluidos, lo que afecta directamente el rendimiento del proceso. Estudios recientes, como el de Villagómez et al. (2023), han demostrado que los efectos adversos del silicio dependen del tamaño, la concentración y las condiciones ambientales de las nanopartículas. En la refinación, resulta crucial evaluar si es posible eliminar estas nanopartículas en etapas previas al craqueo o hidrotratamiento, con el fin de minimizar su interferencia y optimizar la eficiencia del proceso.

Uno de los principales riesgos asociados a la inyección de nanofluido de SiO_2 en yacimientos es su posible precipitación y acumulación en el medio poroso, lo que podría reducir la permeabilidad del yacimiento. La preocupación ambiental más relevante no radica en su presencia en el crudo producido, sino en su posible arrastre en el agua producida. Aunque la industria ha implementado estrategias para tratar las aguas residuales antes de su disposición, es necesario realizar estudios detallados sobre la eficiencia de estos procesos para garantizar que las nanopartículas no generen efectos adversos a largo plazo en los ecosistemas acuáticos.

El uso de nanopartículas de SiO_2 en la recuperación mejorada representa una estrategia prometedora para optimizar la extracción de hidrocarburos con un impacto ambiental menor en comparación con otros métodos convencionales. Sin embargo, su implementación requiere un análisis integral que contemple tanto los aspectos operacionales como los ambientales. El principal desafío radica en evitar su acumulación en el agua producida y en asegurar que su presencia no comprometa la eficiencia de los catalizadores en la refinación. Para ello, se recomienda:

- Implementar estudios sobre la afinidad de las nanopartículas con el agua y el aceite para predecir su comportamiento en sistemas de producción.
- Evaluar su impacto en la eficiencia de los catalizadores y en la producción de petroquímicos.
- Mejorar los tratamientos de agua producida para garantizar la eliminación de nanopartículas antes de su disposición final.

Las nanopartículas de SiO_2 no representan una amenaza mayor que la propia contaminación derivada de la producción. No obstante, su integración en la industria requiere una

evaluación rigurosa para asegurar que su implementación sea segura y eficiente en todas las etapas del proceso productivo. Como concluyen Bera A., et al. (2016), el éxito de las tecnologías basadas en nanopartículas dependerá de la capacidad de la industria para abordar los desafíos técnicos y ambientales asociados a su uso.

4.6.2 Perspectiva social

La adopción de nanotecnología en la industria petrolera no solo podría promover la sostenibilidad ambiental, sino también mejorar la percepción pública de un sector históricamente asociado con altos niveles de contaminación. Al demostrar un compromiso con el uso de tecnologías más limpias y responsables, como las nanopartículas de dióxido de silicio (SiO_2), las empresas pueden generar confianza en las comunidades locales y fortalecer sus relaciones con los grupos de interés. Cabe destacar que el silicio es el tercer elemento más abundante en la corteza terrestre, lo que hace que las nanopartículas de SiO_2 sean económicas y ampliamente disponibles. Además, estas nanopartículas presentan una toxicidad significativamente menor en comparación con otros nanomateriales, lo que ha facilitado su uso en diversas industrias, incluyendo la petrolera.

Sin embargo, la falta de regulaciones claras y específicas sobre el manejo de nanopartículas en la industria petrolera de México podría generar incertidumbre tanto en las comunidades cercanas a los proyectos como en los trabajadores de las instalaciones. Sin un marco normativo que garantice la seguridad y efectividad del uso de nanopartículas, podrían surgir preocupaciones relacionadas con la salud pública y los riesgos ambientales. Aunque las nanopartículas de SiO_2 son menos tóxicas que otras, su manejo inadecuado o la falta de controles podrían derivar en impactos no deseados.

Es esencial desarrollar políticas públicas y normativas que regulen todos los aspectos de la aplicación de nanopartículas, desde su producción y transporte hasta su inyección en yacimientos y la gestión de posibles contingencias. Esto no solo ayudaría a mitigar riesgos, sino que también podría aumentar la aceptación social de proyectos que utilicen estas tecnologías, especialmente en regiones donde las comunidades han mostrado resistencia a las operaciones petroleras tradicionales.

Es necesario compartir toda la información con las personas sobre los beneficios de implementar nanofluidos, eliminando la desinformación que sataniza a la industria petrolera. La transparencia en la comunicación y la divulgación de datos científicos pueden ayudar a contrarrestar percepciones negativas y demostrar cómo estas tecnologías contribuyen a una operación más sostenible y responsable. Al involucrar a las comunidades en el proceso y explicar los avances tecnológicos, se puede construir un diálogo constructivo que fomente la confianza y el apoyo hacia los proyectos petroleros.

Las nanopartículas también tienen el potencial de generar beneficios sociales directos. Al permitir la reactivación de yacimientos en declive y optimizar el uso de recursos, estas tecnologías podrían fomentar la creación de empleos locales y generar ingresos adicionales para las comunidades a través de programas de responsabilidad social corporativa. Sin embargo, garantizar estos beneficios requiere una planificación adecuada y un enfoque que considere las necesidades y preocupaciones de las partes interesadas.

4.6. SOSTENIBILIDAD EN LA INYECCIÓN DE NANOPARTÍCULAS

La regulación no solo asegura la protección ambiental y social, sino que también establece estándares claros para las empresas, brindando mayor certeza en sus inversiones. Esto facilita el acceso a financiamiento sostenible y atrae inversionistas que buscan proyectos alineados con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS). La convergencia entre beneficios ambientales, sociales y económicos puede posicionar a los nanofluidos, en particular las nanopartículas de SiO_2 , como una tecnología clave para transformar la industria petrolera en un sector más responsable, competitivo y sostenible.

Capítulo 5: Conclusiones

En este trabajo se desarrolló desde cero e implementó un simulador numérico para reproducir el comportamiento de la inyección de nanofluidos en yacimientos de hidrocarburos. Las ecuaciones de continuidad y transporte se resolvieron de manera secuencial, verificando los resultados mediante comparación con estudios reportados en la literatura. Además, se incorporaron al modelo efectos como el daño a la formación (afectaciones a la porosidad y permeabilidad) y el incremento en la recuperación de aceite debido al cambio de mojabilidad de la roca, siguiendo el método propuesto por El-Amin et al. (2013).

Los escenarios hipotéticos simulados en el campo reescalado Ixtoc demostró que, bajo las condiciones actuales, la inyección de nanopartículas es económicamente viable. Sin embargo, es fundamental explorar proveedores a escala industrial y optimizar los escenarios de aplicación para reducir costos. Asimismo, la ubicación y diseño de los pozos inyectoros requieren una planeación detallada para maximizar la eficiencia tanto de la inyección como de la producción. En futuros trabajos se propone aplicar la metodología de Roustaei et al. (2015), la cual sugiere una inyección intermitente hasta alcanzar la saturación máxima de nanofluido, seguida de un periodo de reposo antes de continuar con la inyección de agua. Este enfoque no solo maximiza los beneficios de los nanofluidos, sino que también reduce los cambios en las propiedades del medio y los costos asociados.

Aunque los precios actuales de la mezcla mexicana de petróleo son favorables, su volatilidad podría afectar la rentabilidad de este método en el futuro. Además, los costos de producción de nanopartículas, que actualmente representan una limitación importante, podrían disminuir con el avance tecnológico. Esto sugiere que, a pesar de los resultados prometedores a nivel de laboratorio, la aplicación a gran escala de esta técnica está limitada por factores económicos y tecnológicos.

Para que la inyección de nanopartículas se consolide como un método de recuperación mejorada rentable y sostenible, es crucial continuar investigando en dos áreas principales: la reducción de costos de fabricación de nanopartículas y la optimización de su aplicación en campo. Solo mediante estos avances será posible superar las barreras actuales y maximizar el potencial de esta tecnología en la industria de hidrocarburos.

Capítulo 6: Recomendaciones

1. Optimización del Simulador:

- Incorporar una representación tridimensional del modelo para reflejar mejor las condiciones reales del yacimiento.
- Incluir cambios dinámicos en la presión capilar y las propiedades PVT en lugar de asumir valores constantes. Esto permitirá un análisis más realista de la interacción entre los fluidos y las nanopartículas.
- Implementar métodos adicionales de cómputo de alto rendimiento, como el uso de Numba, que puede optimizar aún más los tiempos de cálculo. Aunque ya se implementó la técnica de *Compressed Sparse Row* (CSR) para mejorar la eficiencia, el tiempo de cómputo podría reducirse significativamente al combinarlo con optimizaciones adicionales proporcionadas por Numba u otras herramientas avanzadas.

2. Evaluación Económica:

- Realizar un estudio de mercado para identificar proveedores de nanopartículas a escala industrial, evaluando la posibilidad de obtener costos más competitivos.
- Simular escenarios con fluctuaciones en los precios del petróleo para analizar su impacto en la rentabilidad del método de recuperación mejorada.
- Evaluar los costos asociados a la perforación y mantenimiento de los pozos inyectores, así como el impacto de la reducción de permeabilidad y porosidad en el largo plazo.

3. Planeación Operativa:

- Diseñar una estrategia de colocación óptima de los pozos inyectores mediante simulaciones adicionales que consideren diferentes geometrías y propiedades del yacimiento.
- Analizar la viabilidad de realizar pruebas piloto a escala reducida en un campo con pozos existentes, donde se disponga de la mayoría de las instalaciones necesarias, con el objetivo de minimizar costos. Además, estas pruebas permitirían validar los resultados obtenidos en las simulaciones y ajustar los parámetros del modelo en función de los datos obtenidos en el campo.

4. Innovación y Colaboración:

- Fomentar la colaboración con universidades, institutos de investigación y empresas especializadas en nanotecnología para el desarrollo de nanopartículas diseñadas específicamente para aplicaciones petroleras.

- Considerar el uso de simuladores avanzados y técnicas de optimización numérica, como machine learning, para mejorar la precisión de las predicciones y reducir los tiempos de cálculo.

Capítulo 7: Referencias Bibliográficas

ARGUIJO, D. (2021), “Evaluación de Nanofluido para Recuperación Mejorada de Aceite.” (Tesis de licenciatura). Universidad Nacional Autónoma de México, Recuperado de Tesis Digital.

BERA, Achinta, *et al.*, “Application of nanotechnology by means of nanoparticles and nanodispersions in oil recovery - A comprehensive review”, *ELSEVIER*, Vol. 34, agosto 2016, DOI/10.1016.

CHEN, Z. (2006). “Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media”. *SIAM*. Recuperado de Libro.

CRUZ SANTIAGO, J. F. (2013). “Nanotecnología Aplicada a la Industria Petrolera” (Tesis de licenciatura). *Universidad Nacional Autónoma de México*, Recuperado de Tesis Digital.

DAVID, H., “Hechos y tendencias hacia el año 2050”, *Energía y cambio climático* WBCSD, agosto 2004, URL/WBCSD.

EL-AMIN, Mohamed, *et al.*, “Enhanced Oil Recovery by Nanoparticles Injection: Modeling and Simulation”, *SPE Middle East Oil and Gas*, Bahrain, SPE 164333, 10–13 marzo 2013, DOI/10.2118.

EL-AMIN, Mohamed, *et al.*, “Numerical Modeling of Nanoparticles Transport with Two-Phase Flow in Porous Media Using Iterative Implicit Method”, *Cornell University*, 17 octubre 2017, DOI/10.48550.

EL-AMIN, Mohamed, *et al.*, “Numerical simulation of magnetic nanoparticles injection into two-phase flow in a porous medium”, *International Conference on Computational Science*, Suiza, ICCS 2017, 12-14 June 2017, DOI/10.1016.

ELIEZER, J. (1989). “Analytical solutions for one-, two-, and three-dimensional solute transport in ground-water systems with uniform flow”. *U.S. GEOLOGICAL SURVEY*. Open-File Report 89-56.

JU, Binshan, *et al.*, “A study of wettability and permeability change caused by Adsorption of nanometer structured polysilicon on the Surface of porous media”, *SPE Asia Pacific Oil and Gas*, China, SPE 77938, 8-10 de octubre 2002, DOI/10.2118.

JU, Binshan, *et al.*, “Enhanced oil recovery by flooding with hydrophilic nanoparticles”, *CHINA PARTICUOLOGY*, China, Vol. 4, núm. 1, 2006, DOI/10.1016.

JUNTA DE ANDALUCÍA, “ADN”, *Principios de genética*, Andalucía, 2023, URL/Junta de Andalucía.

LIU, Xinghui, *et al.*, “Characterization and prediction of formation damage in two-phase flow systems”, *SPE North America Oil and Gas*, E.U.A, SPE 25429, 21–23 marzo 1993, DOI/10.2118.

CAPÍTULO 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MOEDANO, D. (2022), “Modelado y simulación de la inyección de nanopartículas como método de recuperación mejorada de aceite en un núcleo de yacimiento naturalmente fracturado” (Tesis de maestría). *Universidad Nacional Autónoma de México*, Recuperado de Tesis Digital.

MUNDO MICROSCÓPIO, “Nanómetro”, *Equivalencias de las unidades de longitud*, MM, 2023, URL/Mundo Microscópico.

NATIONAL HUMAN GENOME RESERCH INSTITUTE, “Definición de nanotecnología”, *Glosario parlante de términos genómicos y genéticos*, NIH, 2023, URL/NHGRI.

NAZARI, Rasoul, *et al.*, “Comparative Study of Using Nanoparticles for Enhanced Oil Recovery: Wettability Alteration of Carbonate Rocks”, *energy & fuels*, 2015, DOI/10.1021.

PEDRAZA LUQUE, P. (2016). “Análisis de los nanofluidos y su aplicación como fluido HTF” (Proyecto de fin de carrera). *Universidad de Sevilla*, Recuperado de PFC_Patricia Pedraza Luque (us.es).

ROUSTAEI, Abbas, *et al.*, “Experimental investigation of SiO_2 nanoparticles on enhanced oil recovery of carbonate reservoirs”, *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*, Iran, 2015, DOI/10.1007.

SALAGER, Jean-Louis., “Recuperación Mejorada del Petróleo”, *Cuaderno FIRP. Universidad de los Andes*, Venezuela, N° S357C, marzo 2005, URL/Oil Production.

SEPEHRI, Mehrdad, *et al.*, “Experimental study and numerical modeling for enhancing oil recovery from carbonate reservoirs by nanoparticle flooding”, *IFP Energies nouvelles*, Vol. 74, núm. 5, 10 enero 2019, DOI/10.2516.

SHELL PLT, “El futuro de la energía”, *Shell*, 2023, URL/Shell.

TEJA, Victor. (2018). “Modelado Numérico de Procesos Térmicos de Recuperación Mejorada de Hidrocarburos” (Tesis de doctorado). *Universidad Nacional Autónoma de México*. Recuperado de Tesis Digital.

TREJO, Roberto. (2010), “Determinación de las curvas de permeabilidades relativas para el sistema agua-aceite a partir de datos de saturación de agua y de presión capilar.” (Tesis de licenciatura). *Universidad Nacional Autónoma de México*, Recuperado de Tesis Digital.

VILLAGOMÉZ, Eduardo, *et al.* (2023). “Nanopartículas de silicio como vehículos de transporte para moléculas de interés agrícola.” *Scielo*, CDMX, Vol. 16, No. 30. DOI: 10.22201.

ZANELLA, Rodolfo. (2021). “Aplicación de los nanomateriales en catálisis.” *Scielo*, UNAM, Vol. 7, No. 12. Scielo.