



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**METODOLOGÍA PARA GENERAR MODELOS
BIDIMENSIONALES DE ESTRUCTURAS DE HUESO
ESPONJOSO**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO MECÁNICO

P R E S E N T A :

JOSÉ SALVADOR LARA RAMÍREZ



DIRECTOR DE TESIS:

M. en I. EDGAR ISAAC RAMÍREZ DÍAZ

CD.UNIVERSITARIA

2015

Dedicatoria

*A la memoria de mi tío Manuel y mi abuela
Angela*

Agradecimientos

A mis padres por apoyarme y aconsejarme, por sus sacrificios, por creer en mí, por enseñarme que el esfuerzo y la dedicación son las bases para alcanzar nuestras metas, por ser el pilar fundamental de la persona que soy y sobre todo por su cariño.

A mis hermanos por todos esos momentos de felicidad que hemos pasado juntos, por estar junto a mí tanto para las buenas como para las malas, y sin importar que nos depare la vida siempre estaré ahí para ustedes.

A mi familia que creyó y sigue creyendo en mí, y por comprender la importancia de este gran logro.

A mis amigos y compañeros que estuvieron cerca de mí apoyándome y brindándome aliento para seguir adelante en esta gran etapa de mi vida.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Ingeniería por la formación académica y personal que se me fue dada en todos estos años.

A mi asesor, el M. en I. Edgar Isaac Ramírez Díaz por sus comentarios, recomendaciones y apoyo para el desarrollo de este proyecto, así como para el desarrollo de mi formación profesional.

Al proyecto PAPIIT "Validación experimental de modelos de tejido óseo desarrollados en elemento finito" IN115415, por los recursos otorgados para el desarrollo de mi tesis.

A mis sinodales el Dr. Armando Ortiz Prado, M. en I. Osvaldo Ruiz Cervantes, Ing. Jorge Luis Romero Hernández y al Ing. Martín Bárcenas Escobar por las aportaciones, recomendaciones y sugerencias para el desarrollo de este trabajo.

Prólogo

El hueso es un tejido fundamental existente en la mayoría de los seres vivos, su importancia radica en que es el encargado de formar la estructura del organismo, es decir, de dar soporte y protección a tejidos blandos, además de ser el elemento principal involucrado en la locomoción. Ante este panorama, no es difícil imaginar que el hueso es un material complejo desde su composición hasta las geometrías que este puede poseer en un ser vivo.

El hueso, a su vez, a través de diversos procesos en el organismo puede adaptarse a los distintos estímulos que su ambiente le imponga, siendo capaz de modificar su tamaño, forma y estructura, así como de regenerarse. Sin embargo, dicha capacidad se ve afectada por factores tales como edad, salud, género o especie.

La porción trabecular del hueso se ve afectada enormemente por los factores anteriores, por lo que en la actualidad el estudio del hueso trabecular ha ganado una importancia significativa en el área de la biomecánica ya que se busca mejorar la comprensión de su comportamiento y el papel que juega dentro del organismo, con la finalidad de llegar a la construcción o fabricación de biomateriales que puedan ser implementados en casos en donde se requiera una sustitución del tejido óseo.

Analizar el hueso trabecular en un entorno virtual tiene varias ventajas sobre la determinación experimental: es posible evaluar el comportamiento con diferentes condiciones, analizando el efecto de cada una de éstas. Sin embargo, en algunos casos se consideran idealizaciones que no contribuyen a una correcta representación de la realidad. En el caso del hueso trabecular una de las principales idealizaciones que se realizan, es considerar que la estructura puede ser representada por simplificaciones geométricas que ignoran la orientación de las trabéculas, impidiendo que se representen las direcciones preferenciales de la estructura.

El objetivo de este proyecto es desarrollar una metodología que permita crear modelos bidimensionales virtuales de hueso esponjoso que representen las orientaciones preferenciales que pudiese tener una estructura, por medio del uso de herramientas computacionales. Tomando como base imágenes donde se muestren distintas arquitecturas de una muestra de hueso trabecular, y donde los modelos generados sean adecuados para simular ensayos mecánicos en ellos.

Con el desarrollo de esta metodología se pretende que en un futuro sea posible su implementación en la simulación de ensayos mecánicos en donde se consideren propiedades mecánicas con direcciones preferenciales dentro del material de la estructura trabecular y así mismo desarrollar diversos ensayos mecánicos en los modelos que se produzcan.

A continuación se realiza una descripción breve del contenido de los capítulos presentes en esta tesis:

En el primer capítulo se hace una recopilación de la información más relevante en cuanto a procesos, funciones, características y formas de clasificar al hueso, a su vez se presentan las principales características de los dos tipos de hueso: cortical y trabecular. Además se aborda de manera más detallada las características celulares, así como el comportamiento mecánico del hueso trabecular, donde se presentaran algunos estudios donde se analizan dichas propiedades.

El segundo capítulo presenta las principales metodologías que utilizan al método de los elementos finitos para hacer un modelado virtual del hueso trabecular, además se presentan las diversas maneras en que varios investigadores realizan la representación de la estructura trabecular para una simulación posterior.

El tercer capítulo trata de otras metodologías que a diferencia del capítulo anterior, tienen como finalidad realizar una representación más apegada a la realidad de la estructura trabecular, ya sea por medio de consideraciones en el material o por representaciones geométricas.

En el cuarto capítulo se detalla la metodología desarrollada en este trabajo, primero explicando los pasos que sigue el código de programación generado y después indicando el uso que se dio a diversas herramientas computacionales para simular un ensayo de compresión, de igual forma se presenta el proceso que se llevó a cabo para obtener las imágenes de hueso trabecular y a su vez se presentan los modelos generados a partir de dichas imágenes.

El quinto capítulo muestra el análisis de los resultados del ensayo de compresión realizado en los modelos generados de hueso trabecular, así como la explicación de los comportamientos de cada uno de ellos.

Finalmente en el sexto capítulo se presentan las conclusiones a las que se llegó con relación al método de generación de los modelos, así como de los resultados obtenidos en sus simulaciones correspondientes.

JOSÉ SALVADOR LARA RAMÍREZ

Cd. Universitaria Abril 2015

Índice

Prólogo	I
1 Características y comportamiento del hueso trabecular	1
1.1 Generalidades del hueso	1
1.2 Hueso cortical y trabecular	4
1.3 Sólidos celulares	6
1.4 Estructura celular del hueso trabecular	8
1.5 Comportamiento mecánico del hueso trabecular	10
2 Metodologías de modelado de hueso trabecular por medio del método de elementos finitos.....	15
2.1 Análisis por imágenes tomográficas de alta resolución.....	15
2.2 Análisis por repetición de celdas microestructuradas.....	24
2.3 Análisis de modelos bidimensionales	27
3 Representaciones de la estructura del hueso trabecular.....	31
3.1 Representación a través de la variación del comportamiento de las propiedades mecánicas.....	31
3.2 Representación a través de consideraciones geométricas	36
4 Metodología para generar modelos bidimensionales de hueso esponjoso	39
4.1 Obtención de datos de una imagen de hueso trabecular	39
4.2 Generación del modelo	40
4.2.1 Análisis previo a la construcción del modelo	40
4.2.2 Proceso de construcción.....	42
4.3 Obtención de imágenes de hueso trabecular	47
4.4 Simulación de ensayo de compresión	51
4.5 Generación de modelos de hueso	53

5 Análisis de resultados.....	57
6 Conclusiones	63
Anexos	65
Obras de consulta.....	73

1 Características y comportamiento del hueso trabecular

1.1 Generalidades del hueso

El hueso es el tejido del que está compuesta la estructura ósea en los seres vivos vertebrados, éste da una estructura de soporte a los mismos, así como protección al cuerpo, provee de eslabones cinéticos que permiten la unión de varios huesos y a su vez del movimiento de uno con respecto de otro u otros a lo largo del sistema óseo, además del posicionamiento adecuado de músculos en el cuerpo. Dentro de las funciones biológicas del hueso en los seres vivos está la del metabolismo mineral y de la producción de células sanguíneas.

El hueso está compuesto aproximadamente de un 60% a 70% por minerales donde la hidroxapatita ($\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$) es el componente, y por su composición es la encargada de dar la dureza y rigidez a los huesos. Por otra parte, de un 25% a 30% los huesos están compuestos de matriz orgánica, donde dicha matriz está compuesta en un 90% de colágeno (tipo I) y el resto son proteínas, finalmente de entre 5% a 10% de la composición de los huesos es agua, por lo que se puede considerar al hueso como un material compuesto producto de la unión de materiales orgánicos e inorgánicos (Smith, 2006).

El hueso es posible considerarlo como un material inteligente, ya que además de tener la capacidad de regenerarse ante una fractura o fisura, tiene la capacidad de detectar los estímulos del ambiente y responder a estos, es decir, es capaz de modificar su tamaño, forma y estructura según las demandas mecánicas que se le imponen. A esta capacidad de ganar masa ósea en función de los niveles de esfuerzo que se le presenten se le conoce como remodelado.

A su vez las células encargadas de realizar dicha labor son los osteoblastos, las cuales trabajan en grupos para segregar, y después mineralizar, paquetes de matriz ósea. Al microscopio, los osteoblastos activos aparecen como células en forma de cubo, con un retículo endoplásmico, característico de las células secretoras de proteínas, situadas sobre las superficies óseas. Estas células segregan abundantemente fosfatasa alcalina, enzima que contribuye a la mineralización de la matriz liberando fosfato inorgánico.

Por otra parte, los osteoclastos son los encargados de la destrucción del hueso. Son células grandes, móviles, que reabsorben las superficies óseas formando lagunas. Una vez adheridos firmemente a la superficie del hueso, segregan iones hidrogeno (H^+) que disuelven la fase mineral de la matriz y enzimas, como la catepsina K, que degradan el colágeno. La matriz mineralizada es reabsorbida por los osteoclastos y después sustituida por capas concéntricas o laminillas de hueso nuevo formadas por la acción de grupos de osteoblastos.

Esta secuencia de fenómenos está estrechamente coordinada, en el tiempo y el espacio. En circunstancias normales, en los individuos jóvenes el remodelado mantiene la masa esquelética total prácticamente invariable.

Sin embargo, con el envejecimiento, la menopausia o algunas enfermedades, se altera el balance de manera que la resorción predomina sobre la formación y se produce una pérdida neta de hueso que conduce a la osteoporosis.

Las fases del remodelado son: la fase quiescente o fase de reposo, donde como el nombre lo indica, se considera al hueso en una condición de reposo hasta que inicie propiamente el proceso de remodelado, la fase de activación donde los osteoclastos comienzan a absorber la matriz mineralizada, la fase de reabsorción donde los osteoclastos han disuelto la matriz y abren espacio para la intervención de los osteoblastos, la fase de formación donde los osteoblastos son atraídos a la zona para empezar a generar las laminillas protéicas que generaran la sección de hueso nuevo y finalmente la fase de mineralización donde los osteoblastos una vez que terminan de rellenar la zona disuelta, las laminillas comienzan a mineralizar de tal forma que se regresa a la fase quiescente nuevamente. En la figura 1.1 se muestra el proceso de remodelado de hueso.

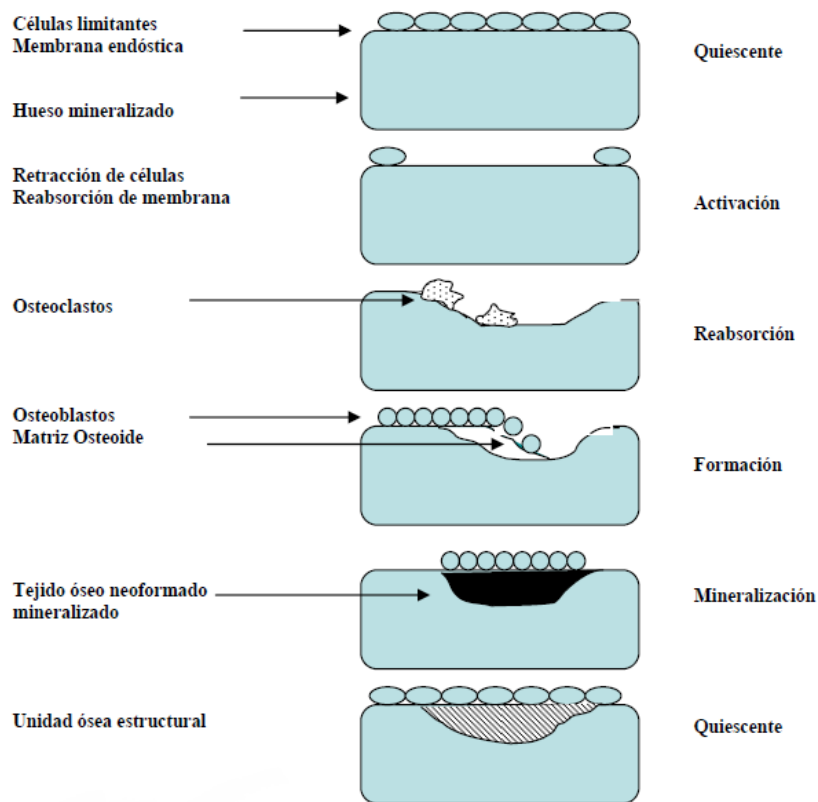


Figura 1.1 Proceso de remodelado de hueso. (Fernández et al. 2005)

Una de las formas en las que se pueden clasificar los huesos es según su geometría, los cuales son: huesos largos, donde la longitud de estos prevalece sobre su anchura y su grosor, además de tener forma tubular y estar implicados en la locomoción; los huesos cortos, tienen forma cúbica, son los encargados de la absorción y transmisión de fuerzas; los huesos planos, donde la longitud y anchura predominan sobre su grosor, son los encargados de delimitar cavidades, así como de reforzar o proteger órganos internos; los huesos irregulares, no tienen una relación entre sus dimensiones como las clasificaciones anteriores; finalmente los huesos sesamoideos, los cuales se encargan de proteger los tendones del desgaste y proveen una ventaja mecánica. En la figura 1.2 se pueden ver algunos ejemplos de los tipos de hueso anteriormente descritos, de acuerdo a su localización dentro del cuerpo humano.

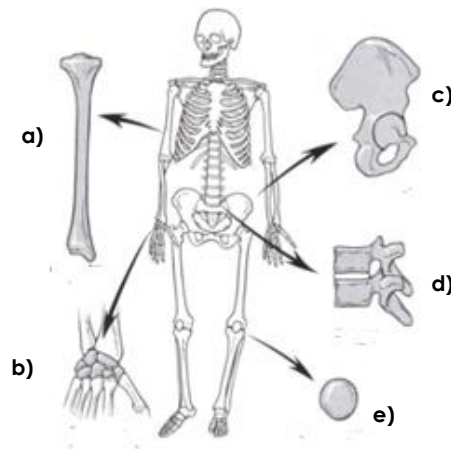


Figura 1.2 Clasificación de huesos según su geometría: a) hueso largo, húmero, b) hueso corto, carpo de la muñeca, c) hueso plano, ilion, d) hueso irregular, vertebra y e) hueso sesamoideo, rótula. (Castro y Miranda, 2009)

En el caso de los huesos largos es posible identificar varias zonas dentro del hueso permitiendo así un mejor análisis de los mismos. La parte tubular central de dicho tipo de huesos es conocida como diáfisis, las zonas redondeadas a los extremos del hueso son conocidas como epífisis y las zonas cónicas que unen a la diáfisis con las epífisis, son conocidas como metáfisis. En la figura 1.3 se señalan la localización de las zonas antes descritas, sobre un hueso largo.

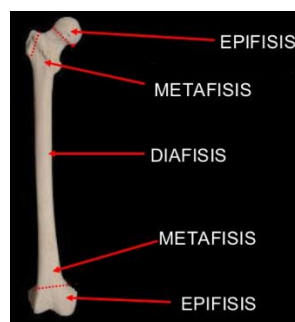


Figura 1.3 Localización de las distintas zonas identificables en un hueso largo. (Castro y Miranda, 2009)

1.2 Hueso cortical y trabecular

La ubicación de las zonas anteriormente descritas en el hueso largo permite abordar una clasificación más, en cuanto al tipo de tejido del que está constituido el hueso: el cortical y el trabecular.

El hueso cortical o compacto es el tejido principal dentro de la estructura ósea siendo que aproximadamente 80% de la composición de ésta es hueso cortical, dentro de las zonas del hueso largo, la diáfisis es la que contiene la mayor proporción de hueso cortical y la metáfisis contiene una menor proporción. Este tipo de tejido es el que constituye la protección y el soporte para el cuerpo. La porosidad del hueso cortical es baja teniendo un valor aproximado del 10% (Bustillo, 2008).

La estructura del hueso cortical consta de láminas o anillos concéntricos alrededor de canales centrales llamados canales de Havers que se extienden longitudinalmente. Los canales de Havers están conectados con otros canales llamados canales de Volkmann que perforan el periostio. Ambos canales son utilizados por los vasos sanguíneos, linfáticos y nervios para extenderse por el hueso. Entre las láminas concéntricas o lamelas de matriz mineralizada hay pequeños orificios llamados lagunas donde se encuentran los osteocitos lo cuales son las células encargadas de intercambiar nutrientes con el líquido intersticial, cada laguna dispone de una serie de canalículos por donde se extienden prolongaciones de los osteocitos. Los canalículos están conectados entre sí y eventualmente a los canales de Havers. El conjunto de un canal central, las láminas concéntricas que lo rodean y las lagunas, canalículos y osteocitos en ellas incluidos recibe el nombre de osteón o sistema de Havers. Las restantes láminas entre osteones se llaman láminas intersticiales. De manera general, el hueso cortical se encarga de absorber en mayor medida las cargas producidas por torsión y flexión

Por otra parte el hueso trabecular o esponjoso, por consiguiente ocupa el 20% restante del tejido óseo, en los huesos largos, el hueso trabecular se encuentra principalmente en las epífisis y en menor medida en la metáfisis, donde en esta última se tiene una capa de hueso cortical que cubre al trabecular. La estructura del hueso trabecular, a diferencia de la del hueso cortical no cuenta con un arreglo parecido al de los osteones sino que las láminas intersticiales están dispuestas de forma irregular formando una red de placas o vigas llamadas trabéculas.

Estas trabéculas forman una estructura esponjosa dejando huecos que están llenos de médula ósea roja. Dentro de éstas están los osteocitos que yacen en sus lagunas con canalículos que irradian desde las mismas. En este caso, los vasos sanguíneos penetran directamente en el hueso esponjoso y permiten el intercambio de nutrientes con los osteocitos. En la figura 1.4 se puede apreciar la localización del hueso cortical y trabecular en un hueso largo, así como algunos de los elementos mencionados para el hueso cortical. La porosidad del hueso trabecular ronda del 50% al 90% debido al tipo de arreglo estructural que tiene (Ramírez, 2007).

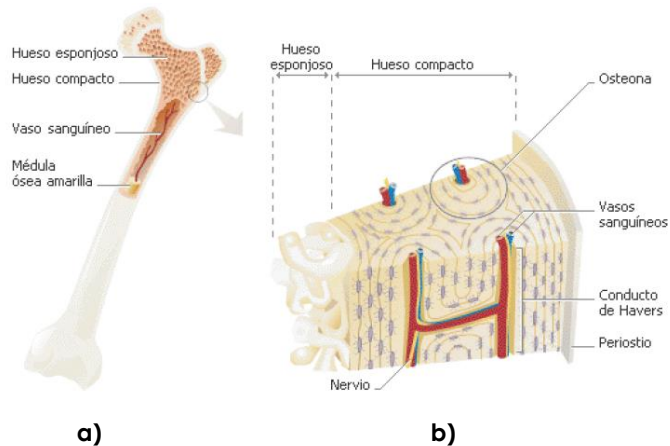


Figura 1.4 a) Ubicación del hueso cortical y esponjoso. b) Distintas estructuras y elementos que se encuentran en el tejido cortical. (Pérez, 2008)

Por otra parte el hueso esponjoso tiene una mayor velocidad de restitución o remodelado dentro del tejido óseo en comparación con el cortical, es decir, el hueso esponjoso presenta una mayor velocidad de regeneración cuando se presenta algún tipo de pérdida, teniendo una velocidad de restitución cercana al 25% anual, en comparación con el 3% anual del cortical, ocasionando que las zonas que tienen una mayor cantidad de hueso trabecular sean más susceptibles a fracturarse en la vejez (Bustillo, 2008).

Como para cualquier otro material una forma conveniente de determinar las propiedades mecánicas del hueso trabecular y cortical es por medio de un ensayo mecánico uniaxial de carga. Donde el comportamiento de ambos tipos de hueso es completamente diferente. El hueso cortical tiene mayor densidad y es más rígido que el trabecular; sin embargo, también es más frágil. Por otra parte, el hueso trabecular es menos denso, y es capaz de soportar una mayor cantidad de carga antes de fallar, y gracias a su estructura porosa la tenacidad del mismo es mayor. En la figura 1.5 se muestran las curvas comunes de esfuerzo contra deformación para hueso trabecular y cortical, bajo diferentes condiciones de densidad aparente.

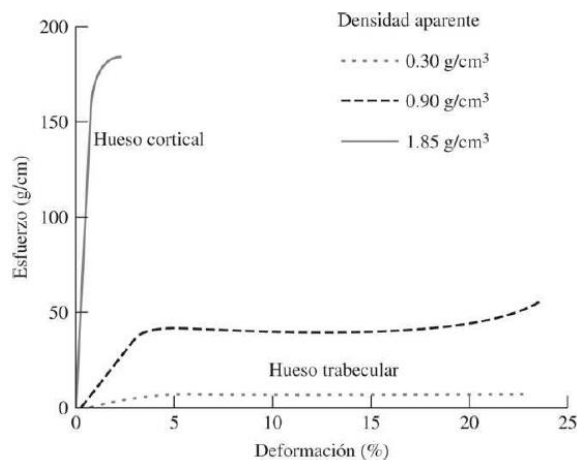


Figura 1.5 Curvas características de esfuerzo contra deformación del hueso cortical y trabecular, considerando diversas densidades aparentes. (Smith, 2006)

Las distintas propiedades mecánicas del hueso varían en función, aparte de las condiciones biológicas, de las cargas a las que esté sometido, por lo que cambian de acuerdo a la localización del hueso dentro del cuerpo. Pero de manera general el tejido óseo se comporta mejor bajo cargas de compresión que de tracción, por lo que los ligamentos y músculos son los encargados de transformar las diversas cargas que se presenten a carga de compresión para transmitir las a los huesos. Cabe mencionar que como dichas propiedades también varían en función de otros factores como lo son la edad, el sexo y la especie, es difícil tener resultados puntuales que describan el comportamiento del hueso.

1.3 Sólidos celulares

El hueso trabecular puede considerarse como un sólido celular, dado que cumple con las características más importantes de estos. Los sólidos celulares son materiales cuya microestructura está constituida por una red de barras o placas sólidas, que al estar conectadas entre sí forman celdas. Una de las estructuras más sencillas para los sólidos celulares, es la estructura tipo panal, llamada así debido a que están formados por una red bidimensional de celdas hexagonales, asemejándose a las estructuras que construyen las abejas en sus panales como se ve en la figura 1.6.

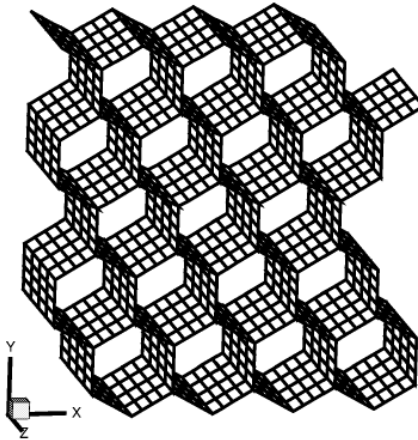


Figura. 1.6 Esquema de la estructura de los sólidos celulares tipo panal. (Pernich et al., 2004)

Otro tipo de estructura que presentan los sólidos celulares son las espumas las cuales se dan cuando las celdas son poliedros que se empaquetan en tres dimensiones para llenar un volumen. A su vez la estructura de espuma se subdivide en tres categorías: la estructura abierta, la estructura cerrada y la estructura mixta.

En la estructura abierta, las celdas se conectan por sus bordes, es decir, la cara de las celdas están abiertas. En la estructura cerrada se presentan celdas cuyas caras son sólidas, de forma que cada celda queda aislada de las celdas vecinas. Las celdas mixtas presentan características parciales de las ya mencionadas. En la figura 1.7, se presentan ejemplos de los tipos de estructura de celda abierta y cerrada.

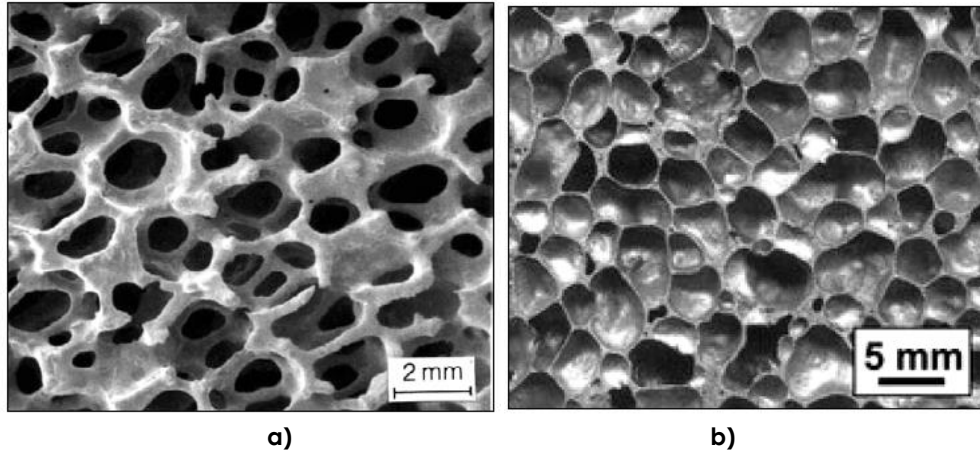


Figura. 1.7 Ejemplos de estructura de celda abierta y celda cerrada en espumas: a) espuma de níquel de celda abierta y b) espuma metálica de celda cerrada. (Presas, 2008)

Las propiedades mecánicas de los sólidos celulares, dependen de varios factores entre ellos del material (metales, cerámicos o polímeros), a su vez la conectividad y forma que tiene las celdas en ellos también es un factor, ya que de esto dependerá la reacción del material ante las cargas que se le presenten.

Otra característica importante de los sólidos celulares, es su densidad relativa $\left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)$, la cual es el cociente de la densidad del sólido celular (aparente) ρ^* , y la densidad del material de los bordes ρ_s , es decir, del material del que están hechas las celdas. Por medio de la densidad relativa también es posible conocer la porosidad $\left(1 - \frac{\rho^*}{\rho_s}\right)$, la cual permite conocer la fracción de huecos en el material.

Las propiedades antes mencionadas, hacen que estos materiales sean ligeros conservando elevados valores de resistencia y dureza. Además de tener una baja rigidez lo cual los hace más que eficientes para cumplir funciones de amortiguamiento. En general, sus propiedades mecánicas suelen ser muy buenas.

El empleo de materiales celulares permite la optimización simultánea de los valores de dureza, resistencia, peso, conductividad térmica, área de contacto y permeabilidad. Por este motivo, estos materiales son empleados en un gran número de aplicaciones de ingeniería.

La distinción, entre propiedades y tipo de estructuras en los sólidos celulares, es sumamente importante para realizar un modelado de algún material de interés con este tipo de estructura, siendo mucho más fácil modelar la estructura de panal que la estructura de espuma.

1.4 Estructura celular del hueso trabecular

El hueso trabecular, como ya se ha mencionado, al tener una estructura formada de trabéculas, es posible considerarlo como un material con estructura celular. Cabe señalar que la estructura celular del hueso trabecular es correspondiente a la de una espuma como se muestra en la figura 1.8. Considerar al hueso esponjoso como un sólido celular ha hecho posible idealizar una celda unitaria que al ser repetida sea posible formar la estructura trabecular.

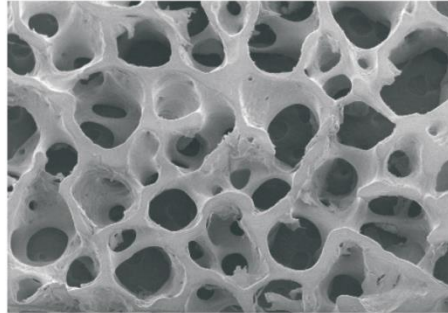


Figura 1.8 Microestructura de hueso trabecular a 200X (Narváez, 2004)

Es así como una primera construcción, acerca de una posible celda unitaria para el hueso trabecular consiste en un bloque dividido en arreglos tridimensionales de elementos cúbicos uno sólido y uno hueco. De esta manera en 1985 Beaupré y Hayes, idealizaron una estructura cúbica que describiera la estructura, en donde dicha celda contiene una cavidad esférica en el centro, donde ésta tiene un diámetro mucho mayor que la longitud de la celda, de tal forma que la celda tiene un orificio circular en cada una de sus caras, ocasionando que estos huecos queden interconectados en función del material dentro de la estructura, por lo que la celda pareciese que está constituida por barras o placas delgadas, en la figura 1.9 se puede ver la celda antes mencionada.

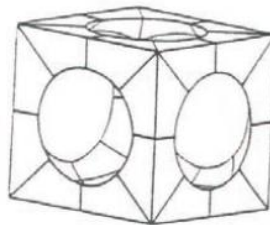


Figura. 1.9 Idealización de celda unitaria que permite la construcción de la estructura trabecular del hueso esponjoso. (Beaupré, 1985)

Beaupré y Hayes, por otra parte, también realizan otra suposición, en donde consideran celdas equiaxiales, que en función de la densidad del hueso se tienen diferentes estructuras dentro de dichas celdas: cuando se tenía una alta densidad la estructura estaba constituida por placas perforadas y si la densidad era baja la estructura era la de una red de barras delgadas.

Cabe señalar que esto es debido a que las propiedades mecánicas del hueso trabecular, están en función de la zona anatómica en el que se encuentre el miembro que se pretende analizar, así como de su función, y de la salud del individuo. A partir de la estructura idealizada por Beaupré y Hayes, Gibson y Ashby en 1997, suponen una estructura de celdas similar sólo que las celdas no son equiaxiales, es decir, se encuentran desfasadas lo cual permite flexión en sus paredes.

A su vez Gibson en 1985, dice que existen cuatro estructuras básicas de celda que conforman al hueso trabecular, las cuales son: la celda asimétrica con estructura de barras y abierta; la celda asimétrica con estructura de placas y cerrada; la celda columnar con estructura de barras y abierta; y la celda columnar con estructura de placas y cerrada.

Donde las estructuras abiertas presentan una menor densidad relativa en comparación con las celdas cerradas. Las celdas asimétricas permiten la transmisión de esfuerzos en un patrón más complejo que las celdas columnares, donde estas últimas lo hacen en un patrón uniaxial. En la figura 1.10 se muestran las celdas de Gibson, ordenadas en intervalos de acuerdo a su densidad relativa así como del patrón que presentan para transmitir los esfuerzos.

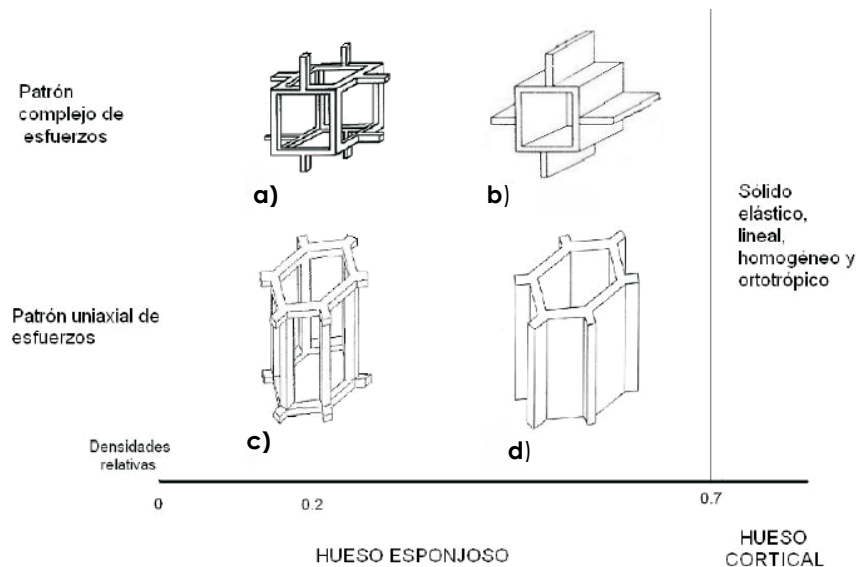


Figura 1.10 Celdas unitarias de la estructura del hueso esponjoso: a) estructura asimétrica abierta de barras, b) estructura asimétrica cerrada de placas, c) estructura columnar abierta de barras y d) estructura columnar cerrada de placas. (Gibson, 1985)

El principal problema con las estructuras antes descritas, es que al ser modelos muy idealizados no permiten tomar en cuenta la anisotropía estructural del hueso trabecular en la mayoría de los casos. Además las geometrías utilizadas en los modelos no permiten variaciones entre el modelo y la estructura real, de tal forma que si la estructura no es precisa en la realidad como en el modelo puede perjudicar en el cálculo de propiedades o de predicciones en el comportamiento.

Para ejemplificar esto la figura 1.11 muestra una comparación entre estructuras reales de hueso trabecular con sus correspondientes modelos.

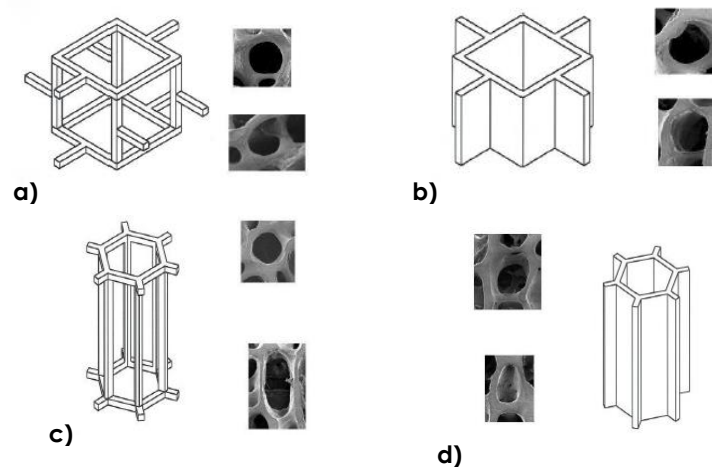


Figura 1.11 Comparación entre los modelos de celda y su versión real: a) estructura asimétrica abierta de barras, b) estructura asimétrica cerrada de placas, c) estructura columnar abierta de barras y d) estructura columnar cerrada de placas. (Cerrud et al., 2005)

1.5 Comportamiento mecánico del hueso trabecular

En la red de trabéculas que componen al tejido esponjoso la anisotropía está dada por las direcciones preferenciales en las que estén orientadas las trabéculas, esto permite absorber y transmitir las cargas a las que está sometido el hueso hacia el tejido cortical, donde como ya se ha mencionado tiene una mayor capacidad de soportar dichas cargas.

Debido a que el hueso esponjoso tiene una estructura de placas y vigas, es posible analizar su comportamiento por medio de sus curvas esfuerzo-deformación para un sólido celular, en esta se observan tres regiones de análisis: la región de elasticidad lineal es la primera, la cual ocurre cuando en la prueba las paredes o los bordes se deforman; la siguiente región es la de colapso plástico, donde las trabéculas tienden a colapsar debido a la deformación que sufren en la región anterior; y por último la zona de densificación donde el colapso llega a un determinado punto donde el material tiende a encimarse ocasionando un endurecimiento aparente en la probeta. La figura 1.12 muestra algunas curvas características de los sólidos celulares para distintos valores de densidad relativa con el fin de mostrar las tres regiones antes indicadas.

Para tomar medidas acerca de las propiedades mecánicas del hueso trabecular, es necesario realizar varias pruebas, tales como: las pruebas de tracción, donde las dimensiones de las probetas generadas permiten tratar al hueso trabecular como un medio continuo; la prueba de flexión en 3 o 4 puntos, permite evaluar el comportamiento de huesos largos, en estas pruebas las probetas fallan en la zona donde se presentan cargas de tracción.

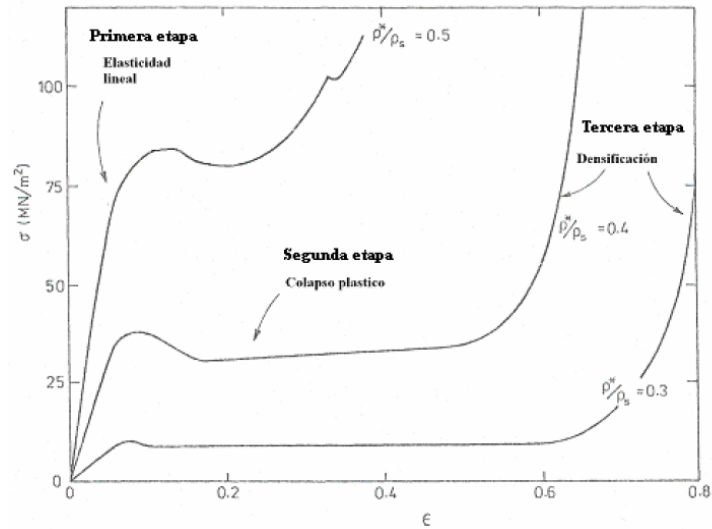


Figura 1.12 Curvas características de los sólidos celulares bajo distintos valores de densidad relativa, aplicable al comportamiento mecánico del hueso esponjoso. (Gibson, 2004)

Las pruebas en sitios específicos, donde interesa conocer el comportamiento de los huesos en diferentes puntos a lo largo de estos; las pruebas de indentación, donde se mide la dureza del espécimen; pruebas acústicas, con las cuales se pueden conocer las propiedades elásticas y la densidad del hueso; además de utilizar las pruebas de fatiga, cortante puro e impacto, lo cual permite ampliar los datos sobre su comportamiento mecánico. En la figura 1.13 se hace una representación general de las distintas cargas a las que puede estar sometido el hueso, para indicar los ensayos pertinentes que se deben realizar para representar dicho comportamiento.

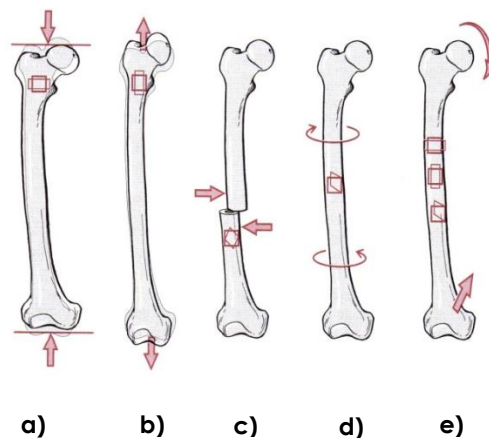


Figura 1.13 Representación general de las distintas pruebas mecánicas sobre hueso a) compresión, b) tracción, c) aplicación de cortante puro, d) torsión y e) flexión. (Castro y Miranda, 2009)

A lo largo de la historia diversos científicos han demostrado algunas relaciones mecánicas que cumple el hueso, como Carter y Hayes que demostraron en 1977 que el módulo elástico aparente es proporcional a la densidad aparente elevada a la tercera potencia, pero que la resistencia a la compresión es proporcional a la densidad aparente elevada a la cuarta potencia.

Por otra parte, en 1985 Gibson determinó que para densidades menores a 350 [Kg/m³], en el cálculo del módulo de elasticidad la densidad debe elevarse al cuadrado y para densidades mayores debe elevarse al cubo. Turner y otros investigadores en 1990 por medio del análisis de trabajos previos concluyeron que el módulo de elasticidad y el esfuerzo de cedencia se relacionan con el cuadrado de la densidad aparente. En 2003 Yeni y Fyhrie por medio de resultados experimentales demostraron que la fracción volumétrica es proporcional a la densidad aparente asumiendo que la masa del hueso es igual a la masa trabecular, donde obtuvieron una relación lineal entre la resistencia última y la fracción volumétrica.

A su vez, Borchers en 1995, por medio de una serie de experimentos sobre muestras de procedencia bovina, logró demostrar que las propiedades mecánicas del hueso trabecular, específicamente la resistencia y el módulo de elasticidad no se reducen en un rango de temperatura de -20 °C a -70°C, pero que otro tipo de tratamientos como liofilización, en donde se congela el hueso hasta -80 °C, en este caso, y posteriormente se introduce en una cámara de vacío para realizar la separación del agua por sublimación, dicho tratamiento presenta una pequeña reducción de las propiedades mecánicas. Por otra parte, Borchers aplicó un tratamiento de enfriamiento cíclico, el cual consiste en enfriar muestras de hueso a -20 °C y después dejar a temperatura ambiente por una hora, y repetir el proceso ocho veces, los resultados demostraron que las propiedades tampoco varían, los tratamientos finales aplicados fueron de autoclave y de ebullición, donde los resultados demuestran que las propiedades mecánicas se reducen en gran medida. La figura 1.14 muestra la variación de dichas propiedades bajo los distintos tratamientos térmicos aplicados.

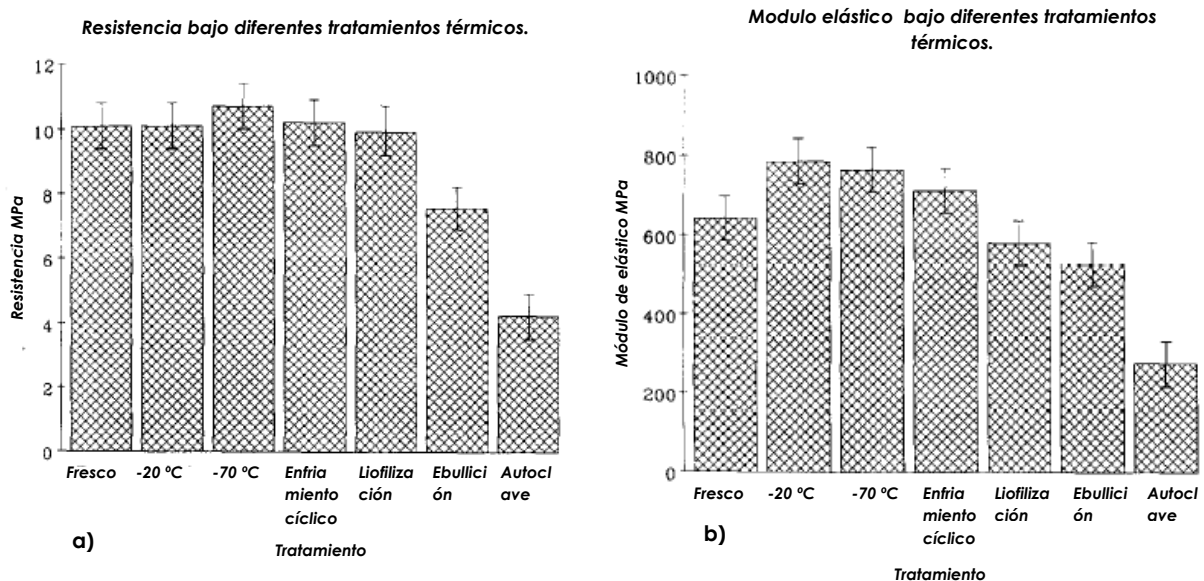


Figura 1.14 Gráficos de barras del comportamiento de las propiedades mecánicas del hueso trabecular de bovino bajo distintos tipos de tratamientos térmicos: a) comportamiento de la resistencia y b) comportamiento del módulo de elasticidad. (Borchers, 1995)

Por otra parte, muchos otros han tratado de encontrar una relación matemática entre dos propiedades mecánicas del hueso, para con esto a partir de resultados obtenidos por medio de experimentación, sea posible extrapolar dichos resultados con el fin de hacer predicciones más precisas del comportamiento del hueso trabecular ante distintos tipo de cargas.

Tal es el caso de Morgan que en 2003 obtuvo una relación entre el módulo elástico y la densidad aparente del hueso trabecular para distintas zonas anatómicas del cuerpo humano, donde dichas zonas son: vértebras, la tibia proximal, el trocánter femoral mayor y el cuello femoral. Sin embargo, la relación módulo elástico-densidad aparente no es constante entre cada uno de los miembros antes descritos, ya que según los resultados de Morgan se tiene una variación entre cada relación de entre el 39% al 60%, además se indica que los datos recopilados se realizan sobre un dirección preferencial lo cual hace que no se tenga una relación constante que permita caracterizar al hueso trabecular, sin embargo es posible extrapolar resultados tomando una de estas relaciones para un miembro específico sobre una dirección específica. En la figura 1.15 se ven los datos generados en el experimento de Morgan, así como un ejemplo de la extrapolación que es posible realizar a partir de una relación dada.

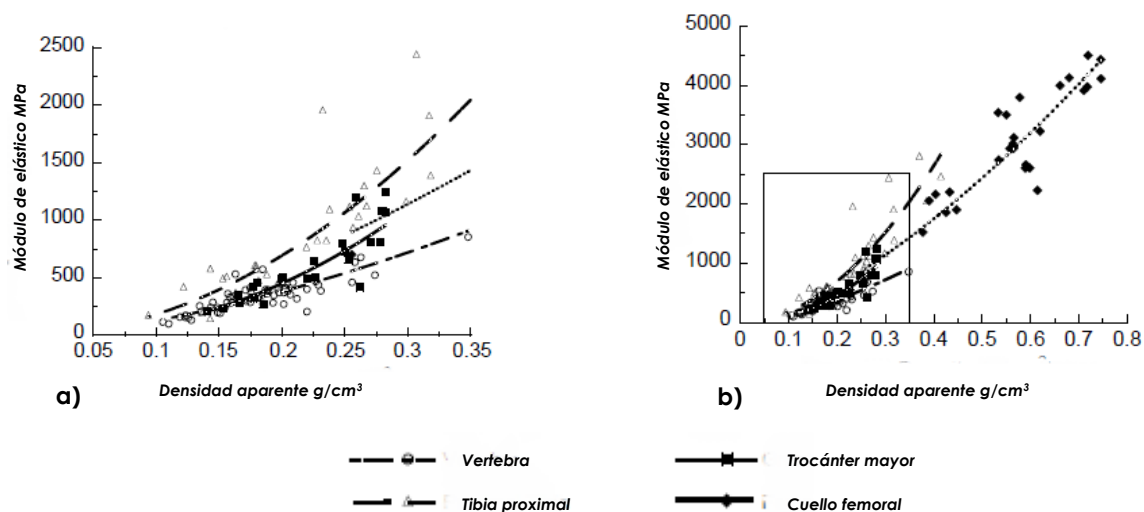


Figura 1.15 Gráficos que indican el comportamiento del módulo elástico contra la densidad aparente: a) muestra de datos con sus respectivas regresiones del experimento de Morgan y b) ejemplo de extrapolación a partir de la relación entre la densidad y el modulo. (Morgan, 2003)

Dunham en 2005, optó por realizar pruebas mecánicas sobre huesos que estuvieran en zonas específicas del cuerpo. Realizó pruebas de indentación sobre el húmero, de tal forma que lograra tomar varias probetas de este hueso, de distintas zonas y de distintos especímenes. Las probetas que se tomaron se obtuvieron de distintas zonas con el fin de visualizar la variación de las propiedades mecánicas en función de la zona dentro del hueso, donde la zona específica de análisis fue la epífisis en la zona distal del húmero (es la zona próxima a la metáfisis).

Para lo cual fue necesario cortar rodajas de hueso perpendiculares a la diáfisis. Cada una de estas rodajas fue marcada de tal forma que se lograran distinguir las siguientes zonas en la sección transversal: anterior lateral (AL), lateral (L), posterior lateral (PL), anterior (A), central (C), posterior (P), anterior medial (AM), medial (M) y posterior medial (PM).

En la figura 1.16 se muestra el ensayo que aplicó Dunham a las probetas que obtuvo de húmero así como la localización de las zonas de interés para su experimento en la probeta.

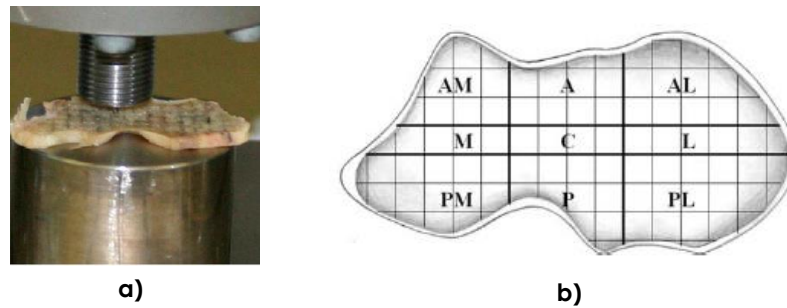


Figura 1.16 a) Prueba de indentación realizada por Dunham a probetas de húmero. b) Localización de las zonas de interés para Dunham en el área transversal de la probeta de húmero anterior lateral (AL), lateral (L), posterior lateral (PL), anterior (A), central (C), posterior (P), anterior medial (AM), medial (M) y posterior medial (PM). (Dunham, 2005)

Las propiedades de interés para Dunham, en este caso fueron el módulo de indentación, el cual es un análogo al módulo de elasticidad en el caso de ensayos uniaxiales, y el límite de cedencia del hueso. Los resultados indicaron que se tiene una gran variación de los valores de módulo de indentación y límite de cedencia de todas las regiones de la probeta, además de que se logró observar que para el caso del módulo de indentación su valor más bajo se daba en la zona de posterior lateral (PL) por lo que dicha zona es la más factible a deformarse ante cargas que se le presenten. En la figura 1.17 se muestran los resultados tanto de límite elástico como de módulo de indentación para el experimento hecho.

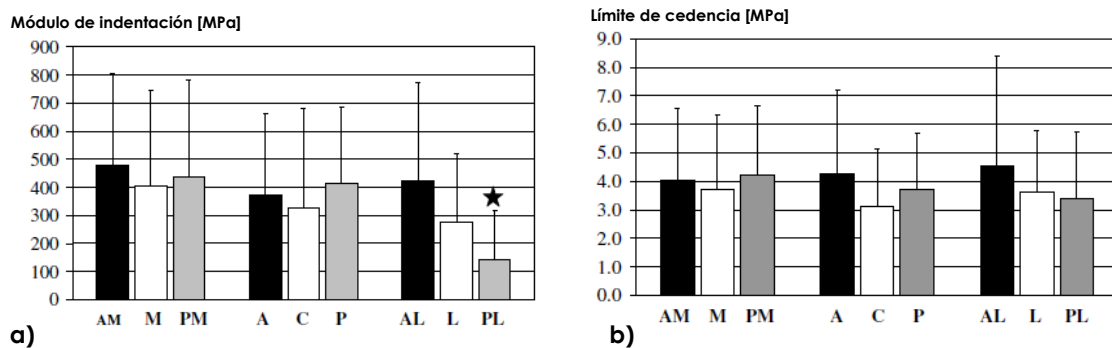


Figura 1.17 a) Gráfico de barras de la media del módulo de indentación para las distintas zonas en la probeta de hueso. b) Gráfico de barras de la variación del límite de cedencia en las distintas zonas de la probeta. Donde las zonas son: anterior lateral (AL), lateral (L), posterior lateral (PL), anterior (A), central (C), posterior (P), anterior medial (AM), medial (M) y posterior medial (PM). (Dunham, 2005)

2 Metodologías de modelado de hueso trabecular por medio del método de elementos finitos

Uno de los distintos métodos que se han y se siguen desarrollando para realizar predicciones sobre el comportamiento mecánico del hueso trabecular es el de elementos finitos (FEM). El método ha demostrado a lo largo de los años, ser una herramienta útil para el diseño de prótesis, así como para realizar aproximaciones sobre el comportamiento biomecánico de la estructura ósea y a su vez ha permitido estudiar los procesos del hueso y como estos afectan a sus propiedades mecánicas. Sin embargo, las formas en cuanto a la utilización del método varían mucho entre los que lo han empleado para el fin antes mencionado.

2.1 Análisis por imágenes tomográficas de alta resolución

Uno de los métodos basados en FEM, es aquel que emula la estructura del hueso esponjoso por medio de una reconstrucción de imágenes a través de computadora para generar modelos tridimensionales, para después aplicar el método de elemento finito y realizar su respectivo análisis. Al considerar la estructura en tercera dimensión es posible realizar una mejor predicción del comportamiento mecánico del tejido. Müller y Rüegsegger en 1995 realizaron una metodología basado en lo anterior.

El procedimiento tenía como finalidad obtener valores de propiedades mecánicas tales como la resistencia, rigidez y densidad, sin utilizar técnicas invasivas (ensayos de tracción, compresión, torsión, etc.). El método consistió en utilizar tomografías computarizadas a través de un examen periférico de las muestras (pQCT)¹ donde éstas debían ser de alta resolución, para rebanadas de 0.48 mm de espesor del espécimen, tal que se pudiera reconstruir todo el volumen de hueso. En la figura 2.1 se muestra una de las tomografías típicas utilizadas.

El siguiente paso, fue segmentar los datos obtenidos en las tomografías con el fin de separar el tejido trabecular del tejido muscular, ya que en éstas aparecen ambos, para lograr esto se seleccionó un volumen de interés a partir de los datos en bruto obtenidos de las tomografías, dicho volumen debía contener una parte del hueso esponjoso, por lo que el tamaño y posición de dicho volumen se seleccionó de manera manual y a criterio del operario.

A partir del volumen de interés se utilizó un método basado en derivadas direccionales, donde éstas se calculan a partir de un polinomio de aproximación utilizando una regresión por mínimos cuadrados a partir de los datos originales.

¹ Tomografía computarizada cuantitativa periférica (pQCT), es un tipo de tomografía computarizada (CT), que se utiliza para la toma de mediciones de la densidad mineral ósea en una parte periférica del cuerpo, tales como los antebrazos y las piernas.

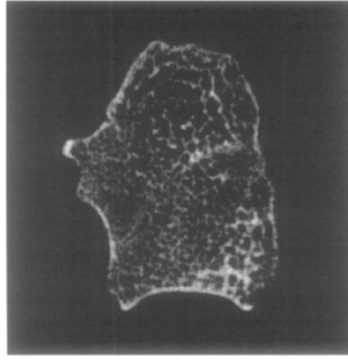


Figura 2.1 Tomografía utilizada por medio del método pQCT a la sección distal del radio, con una resolución de 512 x 512 píxeles. (Müller y Rüeggsegger, 1995)

Como resultado se obtuvo un volumen binario compuesto de placas y vigas que representaban la estructura trabecular. Para pasar estos datos binarios a una representación tridimensional, se usó el algoritmo llamado "cubos en marcha" desarrollado por Lorensen y Cline en 1987.

El algoritmo de "cubos en marcha" se basa en tomar los datos binarios y de estos se generan cubos a partir de unificar 8 nodos vecinos que así lo permitan, y luego se toman 8 nodos más para generar un cubo más y así sucesivamente hasta completar la mayoría de los datos y reconstruir el modelo. Estos cubos, debido a la configuración de los nodos se puede decir que están formados por superficies triangulares, donde dichas superficies se constituyen a partir de los datos correspondientes a cada nodo. Cabe señalar que el modelo fue generado a partir del software BASYS ® (Bone Analysis System),

La repetición de dichos cubos es capaz de generar la estructura del volumen de interés, filtrado adecuadamente para sólo analizar lo correspondiente al hueso trabecular. En la figura 2.2 se muestra una imagen reconstruida a partir del método de cubos en marcha.

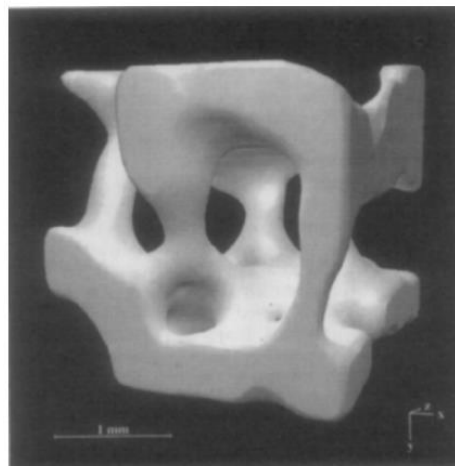


Figura 2.2 Imagen tridimensional de una sección de hueso trabecular reconstruida a partir del método de cubos en marcha, donde se usaron 21 x 20 x 20 nodos. (Müller y Rüeggsegger, 1995)

Una vez realizada la representación tridimensional, Müller y Rügsegger prosiguieron con la aplicación del método de elementos finitos, donde para esto fue necesario realizar el mallado al modelo, para lo cual se basaron nuevamente en el método de cubos en marcha y tomando los cubos generados por este, en vez de estar formados por superficies triangulares, estarían formados por volúmenes tetragonales.

Bajo la interpretación anterior, el método de mallado es conocido como "cubos en marcha volumétricos" (VOMAC), donde el elemento básico del mallado son los tetraedros, que se obtienen a partir de la representación de cubos en reconstrucción tridimensional.

Para el modelado por elemento finito el siguiente paso que realizaron, fue definir las propiedades que se le asignarían al modelo, para lo cual se basaron en una relación empírica formulada por Rho en 1993 la cual relaciona el módulo de Young (E) con la densidad aparente (ρ^*), donde dicha relación considera que el hueso es lineal, elástico e isotrópico. La ecuación 2.1 muestra la relación formulada Rho.

$$E = -0.29 + 4.2\rho^* + 1.8\rho^{*2} \dots \dots \dots (2.1)$$

Donde E está en GPa y ρ^* en g/cm³. A su vez, a través de dicha relación y considerando una densidad aparente de 1.764 g/cm³, se obtuvo que el módulo de Young correspondiente para una trabécula individual es de 12.72 GPa, donde la densidad la obtuvieron a partir del análisis densitométrico² generado por el método pQCT y consideraron una relación de Poisson (ν) de 0.3.

Usando el programa de análisis por elementos finitos I-DEAS Master Series ® para sistemas AXP (Structural Dynamics Research Company, Milford, OH, USA), emularon un ensayo de compresión aplicado en el eje Z, con las propiedades mecánicas establecidas, predefiniendo una deformación máxima del 0.6%, y una malla con 29532 tetraedros y con 7690 nodos. La figura 2.3 muestra el volumen mallado tridimensional.

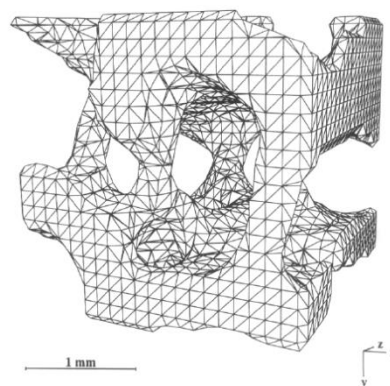


Figura 2.3 Volumen mallado generado en el experimento, el cual cuenta con 29536 tetraedros y 7690 nodos. (Müller y Rügsegger, 1995)

² Análisis que permite conocer la densidad de un material.

El resultado del análisis fue que bajo la deformación máxima el modelo generó fuerzas de reacción de 41.1 N, y a su vez el correspondiente esfuerzo fue de 3.39 MPa, y finalmente el módulo de Young obtenido para dichos valores fue de 564 MPa. La figura 2.4 muestra el estado de esfuerzos y deformaciones para los distintos planos de corte realizados al modelo.

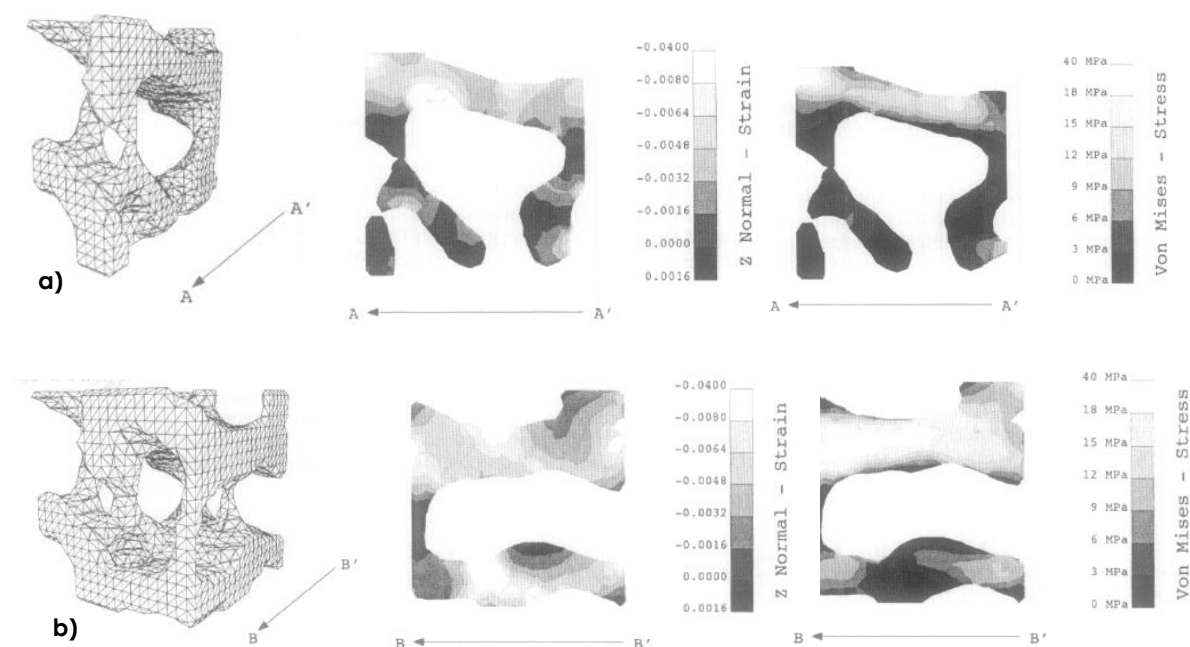


Figura 2.4 Estado de esfuerzos bajo distintos planos de corte a) Estado para el plano A-A' b) Estado para el corte B-B'. (Müller y Rügsegger, 1995)

Los resultados de Müller y Rügsegger, se comparan con los obtenidos por otros científicos que realizaron el ensayo de compresión en cuanto al valor del módulo de Young, en la tabla 2.1.

Tabla 2.1. Comparación del módulo de Young obtenido por Müller y Rügsegger, con los obtenidos por otros métodos. (Müller y Rügsegger, 1995)

Científicos	Material.	Método	E (MPa)
Carter y Hayes (1977)	Hueso trabecular de tibia.	Compresión.	20-200
Williams y Lewis (1982)	Hueso trabecular de tibia.	Compresión.	100-500
Odgaard y Linde (1991)	Hueso trabecular de tibia.	Compresión.	100-1600
Müller y Rügsegger (1995)	Hueso trabecular de radio	Elemento finito.	564

Otra metodología que de igual manera se basa en el análisis a partir de imágenes tomográficas fue desarrollada en 2009 por Bevill y Keaveny, en donde gracias a los adelantos tecnológicos de la época era posible utilizar tomógrafos de mejor resolución en comparación con los utilizados por Müller y Rüegegger.

Bevill y Keaveny, tenían como objetivo obtener un valor de módulo de Young y de límite de cedencia para los modelos tridimensionales de hueso trabecular que generaran a partir de la reconstrucción de las imágenes tomográficas obtenidas. A diferencia del método de Müller y Rüegegger, realizaron los cálculos correspondientes para obtener un valor del límite de cedencia del tejido esponjoso.

Lo anterior se debía a que en la época de Müller y Rüegegger, el software que trabajaba con elementos finitos aun no contaba con el suficiente adelanto tecnológico para realizar predicciones sobre un valor que no presenta linealidad, a diferencia del módulo de Young que presenta linealidad con la densidad ósea.

Por otra parte uno de los factores que facilitan las predicciones de límite de cedencia, es una alta resolución de las imágenes obtenidas por parte del análisis tomográfico realizado a las muestras, el método que utiliza tomografías de alta resolución es conocido como microtomografía computarizada (μ CT), donde dicho método se caracteriza por generar en los modelos tridimensionales pixeles volumétricos o vóxeles de tamaño menor a 120 μ m de lado.

El método consistió, en obtener probetas de sitios específicos del cuerpo humano los cuales fueron del cuello femoral donde se obtuvieron 14 probetas, del trocánter mayor de igual forma se obtuvieron 14 probetas y del cuerpo vertebral donde se obtuvieron 18 probetas, cada probeta tenía 8.1 mm de diámetro y 20 mm de longitud, a su vez se procuró que los especímenes procedieran de sujetos que no tuvieran antecedentes de enfermedades óseas o cáncer.

Las probetas fueron escaneadas con un microtomógrafo donde se obtuvieron imágenes con vóxeles de 20 μ m, después se realizó lo mismo para generar imágenes que tuvieran vóxeles cuyos lados midieran 40, 80 y 120 μ m, para que después el tomógrafo realizara la reconstrucción 3D de la probeta.

Cabe señalar, que las imágenes fueron seleccionadas de tal manera que fuera posible trabajar en modelos que tuvieran aproximadamente la misma fracción volumétrica ósea (BV/TV), este valor es un cociente que indica la proporción de volumen óseo (BV) respecto al volumen total del espécimen (TV). Este valor varía de acuerdo al sitio anatómico de interés, la tabla 2.2 indica los valores de fracción volumétrica ósea incluyendo la desviación estándar a considerar dada por el análisis μ CT. (Bevill y Keaveny, 2009)

Tabla 2.2. Valor de fracción volumétrica ósea correspondiente a los distintos sitios anatómicos considerados en el experimento. (Bevill y Keaveny, 2009)

Sitio anatómico	BV/TV
Cuello femoral.	0.25 ± 0.06
Trocánter mayor.	0.10 ± 0.02
Cuerpo vertebral.	0.11 ± 0.03

En la figura 2.5 se muestran las reconstrucciones tridimensionales realizadas por Bevill y Keaveny, donde se observan sus variaciones respecto al tamaño de vóxel seleccionado, cabe señalar que dichas imágenes corresponden a probetas que tuvieran aproximadamente la misma fracción volumétrica ósea.

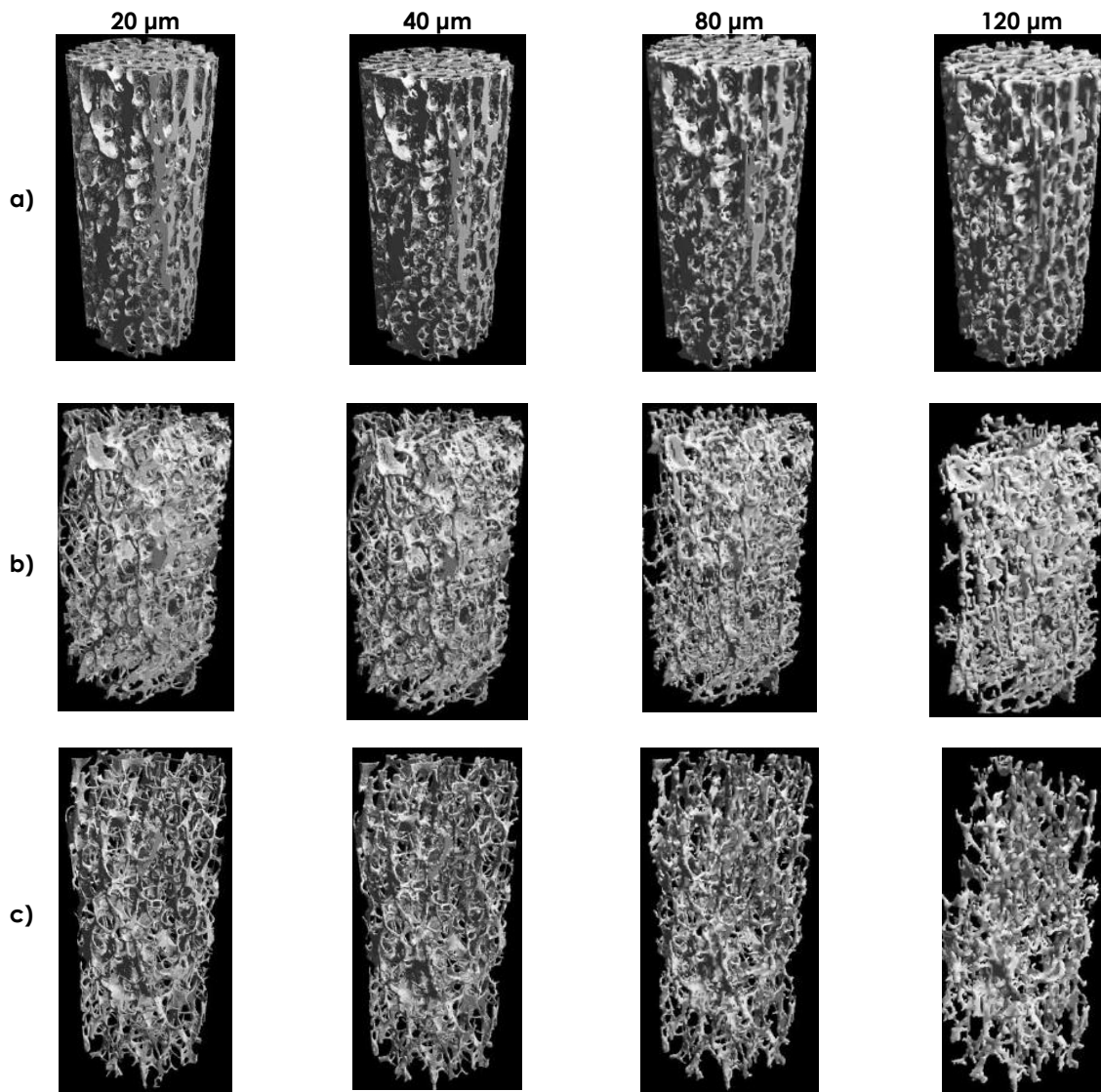


Figura 2.5 Imágenes reconstruidas de probetas por medio de la técnica μ CT, para distintos tamaños de vóxeles, para los distintos sitios anatómicos: a) cuello femoral, b) trocánter mayor y c) cuerpo vertebral. (Bevill y Keaveny, 2009)

Los resultados obtenidos para el modelo con vóxeles de tamaño de 20 μm , fueron tomados como referencia para comparar los valores para los otros tamaños, debido a que un menor tamaño de vóxel permitiría obtener un menor porcentaje de error en cuanto al comportamiento real, sin embargo para obtener resultados del experimento se consideró al material como homogéneo e isotrópico, y de esta manera se indicó un módulo elástico de 10 GPa, una relación de Poisson de 0.3, así como unas deformaciones de cedencia para tracción y compresión de 0.33% y 0.81%, respectivamente (Bevill et al., 2006).

Posteriormente se simuló por medio de una supercomputadora Cray-Dell PowerEdge Xeon®, un ensayo de compresión para una deformación de 1%. En la figura 2.6 se observan las gráficas que muestran la comparación de módulo elástico, así como de límite de cedencia para las imágenes generadas para vóxeles de 40, 80 y 120 μm con respecto al valor obtenido para las imágenes generadas para vóxeles de tamaño de 20 μm .

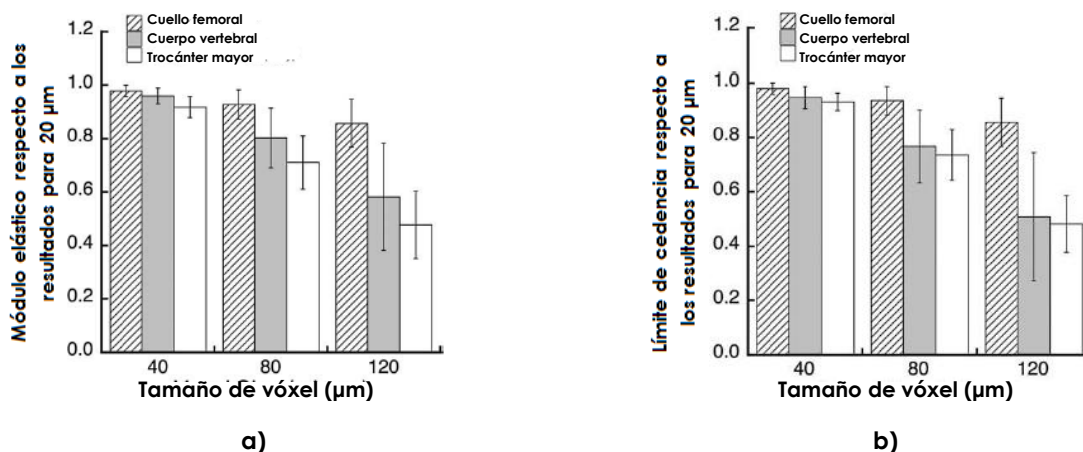


Figura 2.6 Proporción de los resultados de modulo elástico y límite de cedencia de los diversos sitios anatómicos para los distintos tamaños de vóxel a) Módulo elástico, b) Límite de cedencia. (Bevill y Keaveny, 2009)

Finalmente realizaron el mismo procedimiento para distintos valores de fracción volumétrica ósea, donde lograron demostrar que el error para imágenes de tamaño de vóxel de 80 y 120 μm , es poco siendo cercano al 15% para probetas del cuello femoral, sin embargo para el caso del trocánter mayor y del cuerpo vertebral el error se hace considerable pudiendo variar de 20% a 70%.

A su vez, encontraron que la fracción volumétrica ósea es un factor determinante en el valor del límite de cedencia, además que los errores se vuelven más apreciables cuando se sobrepasa una fracción volumétrica ósea cercana al 15% para el caso de las tres medidas a comparar.

En la figura 2.7 se observa una gráfica que muestra la variación de los errores del límite de cedencia conforme cambia la fracción volumétrica ósea para los tamaños de vóxel de 40, 80 y 120 μm .

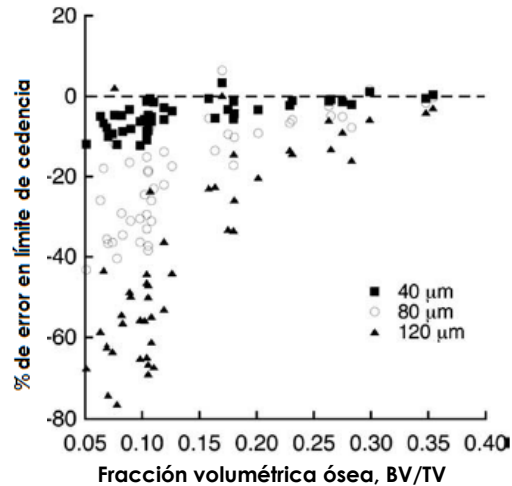


Figura 2.7 Variación del error de los valores de límite de cedencia de imágenes de tamaño de voxel de 40, 80 y 120 μm . (Bevill y Keaveny, 2009)

Por otra parte en 2013 Depalle en colaboración con otros investigadores se basaron en una metodología similar a la de Bevill y Keaveny, sin embargo consideraron que la forma cúbica de los vóxeles constituyentes de los modelos tridimensionales generados a partir del método μCT , provocaba variaciones en los resultados finales de la simulación debido a la geometría de los mismos, obteniendo así resultados alejados de los valores reales.

Por lo anterior Depalle, consideró modificar los vóxeles de los modelos tridimensionales, para que adoptaran una forma hexaédrica, que a su criterio dicha forma reduciría los errores al momento de realizar el análisis por elementos finitos.

En cuanto al procedimiento previo el método utilizado es muy parecido al de Bevill y Keaveny, ya que se realizaron probetas exclusivamente del cuerpo vertebral humano, que tuvieran 8.5 mm de diámetro por 15 mm de altura, posteriormente con un microtomógrafo se generaron los modelos tridimensionales a partir de la reconstrucción de imágenes, para los tamaños de voxel de 20, 40 y 80 μm , donde se seleccionaron las imágenes con una fracción volumétrica ósea de $7.7 \pm 2.5\%$.

Por otra parte, en este método se seleccionaron subvolúmenes cúbicos del centro de los modelos reconstruidos que tuvieran 5.6 mm de lado, a partir de estos utilizaron programación en lenguaje C para convertir los vóxeles de las imágenes tridimensionales a elementos hexaédricos, donde se generaron tres diferentes elementos, primeramente uno que se constituía por 8 nodos, el siguiente que se conoce como de integración reducida de igual forma a 8 nodos pero el cálculo se basa en el centro del elemento, y por último uno que se basa en 20 nodos para su construcción, la figura 2.8 muestra los diferentes tipos de elementos hexaédricos antes mencionados.

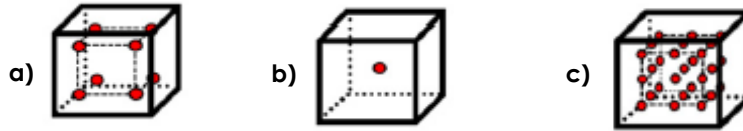


Figura 2.8 Distintos tipos de elementos hexaédricos que se generaron a partir de vóxeles en el método de Depalle: a) 8 nodos, b) Integración reducida y c) 20 nodos. (Depalle et al., 2013)

Las propiedades que se dieron al material fueron las correspondientes a las de un modelo lineal, isotrópico y elástico, donde se estableció un módulo de Young de 8 GPa y una relación de Poisson de 0.3, después por medio de ABAQUS ® se simuló un ensayo de compresión para una deformación del 2%, donde para este caso el parámetro de interés fue el esfuerzo efectivo de von Mises, donde a su vez los resultados obtenidos para los modelos tridimensionales correspondientes a un tamaño de vóxel de 20 μm y 8 nodos fueron tomados como punto de comparación para el resto de modelos para los distintos tamaños de vóxel.

La figura 2.9 muestra una gráfica que indica el valor del esfuerzo efectivo de von Mises para los modelos con diferentes tamaños de vóxel, de acuerdo para cada tipo de elemento hexaédrico, la figura 2.10 muestra la distribución del esfuerzo de von Mises.

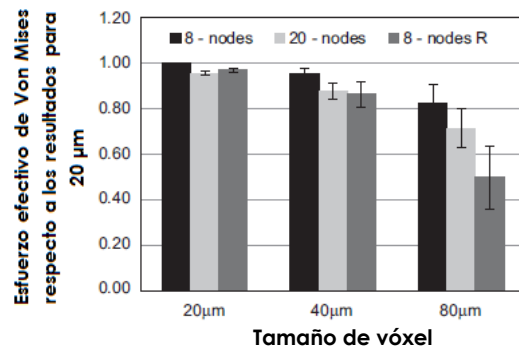


Figura 2.9 Comparación del esfuerzo efectivo de von Mises para los modelos a distintos tamaño de vóxel y distinto elemento hexaédrico, referenciados al valor para un tamaño de vóxel de 20 μm y 8 nodos. (Depalle et al., 2013)

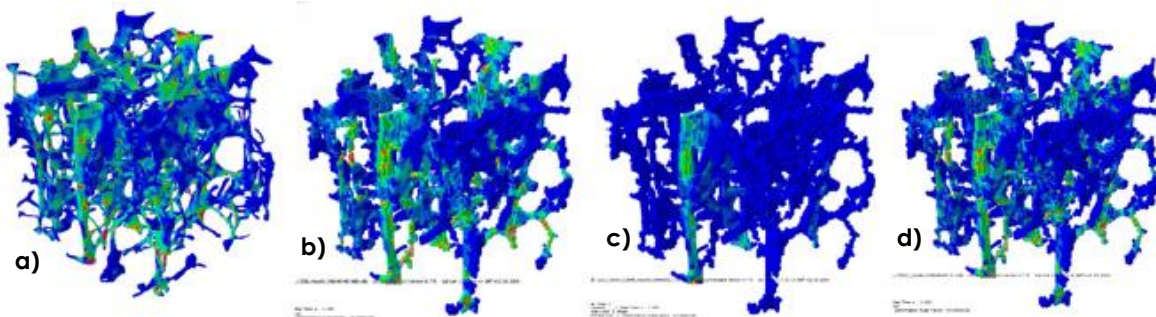


Figura 2.10 Distribución del esfuerzo de von Mises para los modelos para distintas imágenes a diferente tamaño de vóxel y elemento hexaédrico: a) 20 μm y 8 nodos, b) 80 μm y 8 nodos y c) 80 μm e integración reducida, d) 80 μm y 20 nodos. (Depalle et al., 2013)

2.2 Análisis por repetición de celdas microestructuradas

Una metodología que también emplea el método de elementos finitos es aquella que sigue una idealización a base de celdas unitarias que se repiten tal y como lo realizó Gibson en 1985, sin embargo debido a que estas celdas no consideran la anisotropía estructural del hueso generan resultados erróneos, lo cual hace que se necesiten producir celdas que permitan tomar en cuenta este comportamiento.

Kowalczyk en 2003, desarrolló una metodología que se basa en lo anterior, para lo cual se tuvo que hacer una consideración fundamental, la cual concierne al comportamiento anisotrópico del hueso, en donde a partir de distintos experimentos realizados por Cowin en 1989, se obtuvo que considerar al hueso trabecular como un material transversalmente isotrópico, permite dar una buena aproximación al comportamiento real.

El método empleado por Kowalczyk, presenta ventajas sobre los métodos experimentales ya que en estos, según menciona, los datos obtenidos no permiten hacer una extrapolación para todo un volumen de hueso ni para distintos huesos según su ubicación en un ser vivo, además de que los daños iniciales sobre una trabécula provocan una variación de los resultados de toda la probeta generando una subestimación de los mismos, y por otra parte difícilmente es posible obtener una deformación homogénea en toda la pieza así como los resultados de módulo elástico obtenidos no consideran las direcciones preferenciales del material.

En comparación con el método de Müller y Rüegegger, el método utilizado por Kowalczyk, tiene la principal ventaja de que considera hasta cierto grado la anisotropía del material, ya que lo considera transversalmente isotrópico. Además, de que analiza por medio del método de elementos finitos celdas unitarias que permitan reconstruir la estructura trabecular.

El análisis realizado en la metodología se basó en dos tipos de celdas prismáticas: una celda cúbica y una celda triangular. Por otra parte, el interior de dichas celdas, contaba con una geometría que representaban una trabécula, la cual a su vez contaba con ciertos parámetros geométricos tales que permitieran tener las mismas propiedades mecánicas en las direcciones x_1 y x_2 , sin embargo estas simplificaciones afectarían a los resultados finales.

En la figura 2.11 se muestran las celdas cúbica y triangular, que se plantearon. Las características geométricas de las celdas están delimitadas por los parámetros t_c , t_h y t_v , indicados respectivamente para cada tipo de celda. El parámetro t_c indica el espesor de las placas en forma de cruz de la trabécula dentro de las celdas y a su vez t_h y t_v indican el ancho de las placas de dicha cruz, respectivamente. Por otra parte Kowalczyk también menciona que los parámetros t_h y t_v deben ser necesariamente mayores o iguales al parámetro t_c ($t_h \geq t_c, t_v \geq t_c$).

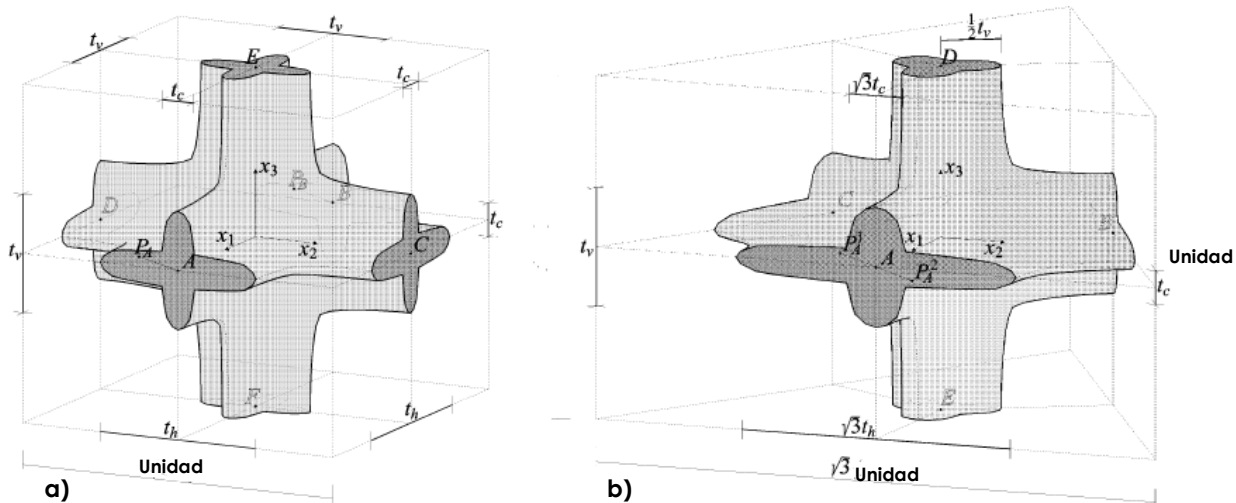


Figura 2.11 Celdas unitarias idealizadas en la metodología de Kowalczyk: a) celda cúbica y b) celda triangular. (Kowalczyk, 2003)

La figura 2.12 muestra como la variación de los parámetros geométricos dan distintas figuras para las celdas cúbica y triangular, así como los posibles modelos que se generarían si se realizara la repetición de las celdas.

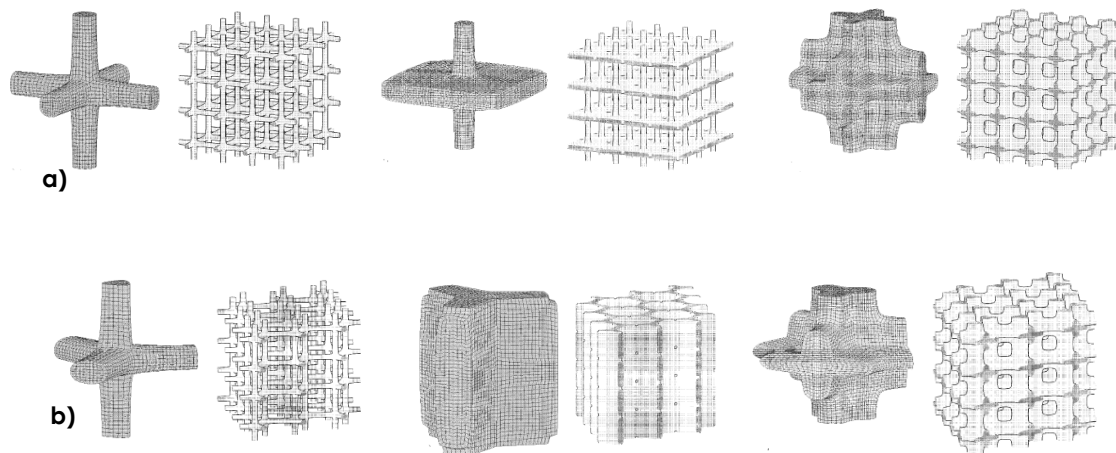


Figura 2.12 Diversas celdas unitarias resultantes de variar los parámetros t_c , t_h y t_v , así como el mallado correspondiente para la celda y la estructura formada si se repitiesen: a) estructuras de la celda cúbica y b) estructuras de la celda triangular. (Kowalczyk, 2003)

Al considerarse en esta metodología al hueso como un sólido elástico transversalmente isotrópico, se tienen un total de cinco constantes mecánicas asociadas al tensor de rigidez del material. Para encontrar los valores, se aplicó el método de elementos finitos, donde, primero fue necesario definir el tipo de mallado. En la figura 2.12, se muestran los distintos tipos de mallado para las diversas geometrías que pueden tomar las celdas en función de los parámetros geométricos.

El método empleado se basa en analizar individualmente una celda, por lo que es necesario definir condiciones de frontera en la misma, para este caso se definió un desplazamiento que se aplicó, a las caras A, B, C, D, E, F, indicadas en la figura 2.11 para la celda cúbica y A, B, C, D, E, corresponden a la celda triangular, dicho desplazamiento fue aplicado en la zona central de las caras indicadas.

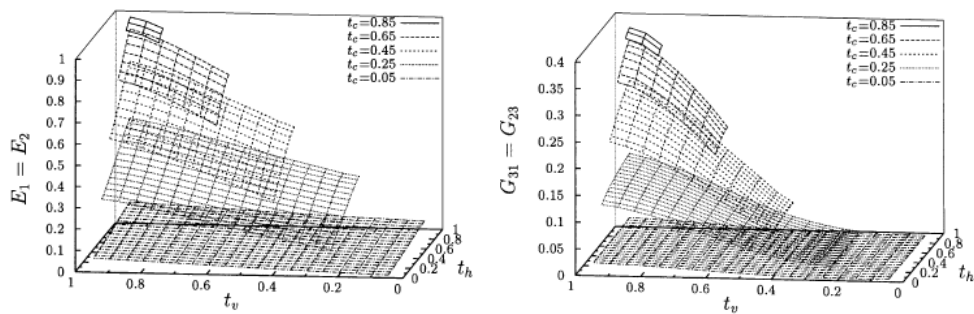
La condición a cumplir es que el desplazamiento en las caras sobre un mismo eje sea proporcional para la celda cúbica, y para el caso de la celda triangular la proporcionalidad se debe satisfacer en las caras A, B y C, y en las caras E y D. Por otra parte Kowalczyk, define una magnitud de deformación (ϵ) de 0.001, por lo cual el campo de desplazamientos ($\mathbf{u}$) puede ser representado por la ecuación 2.2.

$$(u_1, u_2, u_3) = (k_1 \epsilon, k_2 \epsilon, k_3 \epsilon) \dots \dots \dots (2.2)$$

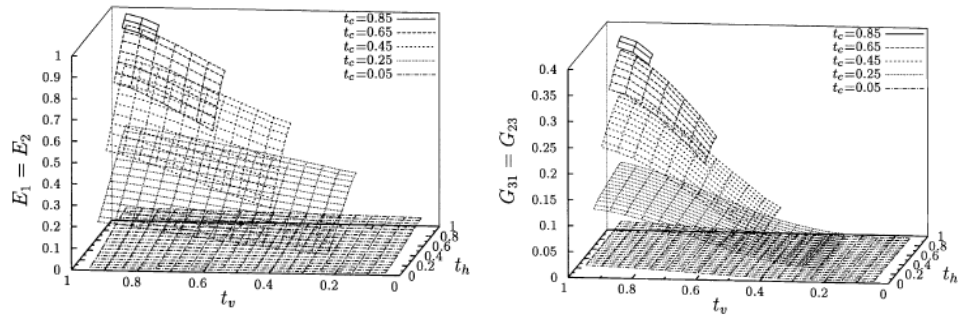
Donde los factores k_1 , k_2 y k_3 son valores que deben multiplicarse a la magnitud de la deformación tal que sea posible obtener desplazamientos que cumplan con las condiciones de frontera establecidas en las caras de las celdas. De acuerdo a los valores dados a t_c , t_h y t_v el número de nodos en las celdas variaría de 1520 a 25,144 para el caso de la celda cúbica, y de 1140 a 18,858 para la celda prismática.

Por medio del software ABAQUS®, se realizó la simulación para las condiciones descritas, considerando que las propiedades mecánicas en las direcciones x_1 y x_2 son las mismas por lo que de esto se dice que $E_1=E_2$, $G_{12}=G_{31}$ y $\nu_{31}E_2=\nu_{23}E_3$, además se indicó un valor de la relación de Poisson de 0.3 para ν_{12} .

Cabe señalar que los parámetros geométricos t_c , t_h y t_v son adimensionales por lo que las propiedades mecánicas al estar relacionadas con estos en su obtención, también carecen de dimensiones, esto a su vez permite obtener un valor sin importar las dimensiones de la geometría del espécimen. La figura 2.13 muestra los planos generados por algunas propiedades mecánicas de acuerdo a las variaciones de los parámetros t_h y t_v , para distintos valores de t_c para el caso de ambas celdas.



a)



b)

Figura 2.13 Gráficas de los resultados de algunas las constantes mecánicas de interés ante la variación de los parámetros geométricos: a) celda cúbica y b) celda triangular. (Kowalczyk, 2003)

2.3 Análisis de modelos bidimensionales

Otro método que permite analizar el hueso trabecular, es aquel que se basa en generar modelos bidimensionales para posteriormente analizarlos por medio del método de elementos finitos. Una manera de realizar esto es a partir de generar dichos modelos utilizando las llamadas celdas de Voronoi, dichas celdas permiten representar la estructura trabecular del tejido óseo, el método antes descrito fue utilizado por Ramírez en colaboración por otros investigadores en 2010.

El método de celdas de Voronoi se basa principalmente en que partiendo de un cierto número de puntos de nucleación en un plano, si dichos puntos se expandieran a una velocidad uniforme conservando una forma circular, hasta que cada uno ocupe el mayor espacio posible sin traslapar el espacio de otro círculo, el resultado será un conjunto de celdas, cuyas fronteras representan las mediatrices de dos puntos subsecuentes. En la figura 2.14 se muestra un conjunto de celdas de Voronoi generadas a partir de lo antes descrito.

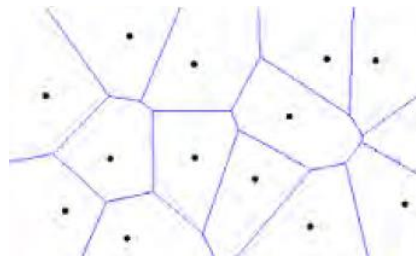


Figura 2.14 Representación de celdas de Voronoi generadas a partir de puntos de nucleación distribuidos de manera aleatoria. (Ruíz, 2010)

En cuanto al trabajo de Ramírez, primero se realizó una caracterización del hueso esponjoso a través de 10 probetas obtenidas de la cabeza femoral, donde estas cumplieran con una relación longitud-diámetro de 2:1, donde la longitud fue de 2 cm.

La caracterización permitió tener valores aproximados de las propiedades mecánicas del espécimen, y así proseguir con el método de modelado. Lo anterior se realizó por medio de ensayos de compresión, donde se obtuvo en promedio un módulo de Young de 128.1 ± 29.05 GPa, una deformación máxima de 5.8 ± 1.41 % y un esfuerzo máximo de 5.7 ± 1.08 Mpa. (Ramírez et al., 2007)

A su vez para realizar la parte de modelado se obtuvieron otras tres probetas de dimensiones iguales a las generadas en la parte de caracterización, dichas probetas fueron divididas por la mitad por medio de una cortadora de diamante. Posteriormente se utilizó un microscopio óptico para obtener imágenes del área transversal a 100X, para las tres diferentes probetas, para así reconstruir la estructura por medio de Corel Draw®. En la figura 2.15 se muestra el corte realizado a las probetas, así como las imágenes reconstruidas para estas tres muestras.

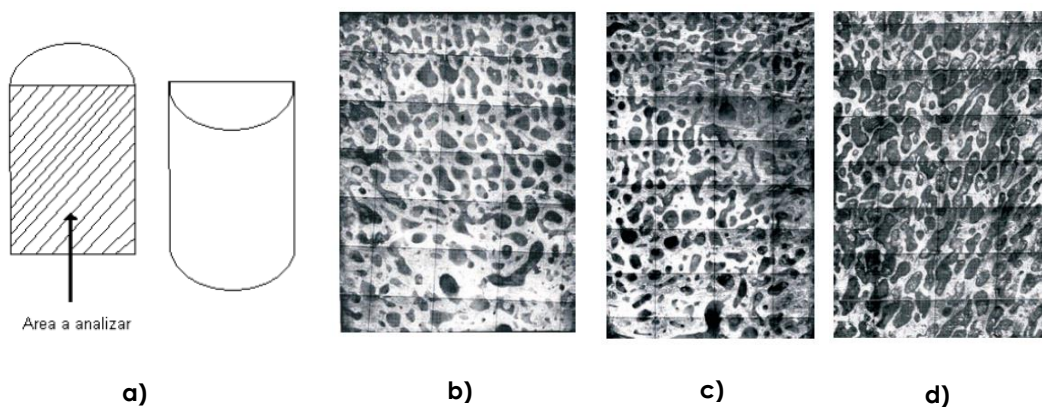


Figura 2.15 a) Representación del corte realizado a las probetas para visualización. b) Imagen del corte transversal de la probeta 1. c) Imagen del corte transversal de la probeta 2. d) Imagen del corte transversal de la probeta 3. (Ramírez et al., 2010)

Un factor fundamental que se tomó en cuenta en esta metodología, fue que la zona de unión entre las trabéculas presenta un aumento en el espesor de las mismas lo cual afecta a la exactitud de las propiedades mecánicas a obtener. Kim y Al-Hassani en 2002 generaron un modelo de celda unitaria hexagonal que considera lo anterior mencionado. La figura 2.16 muestra la celda unitaria idealizada por Kim y Al-Hassani.

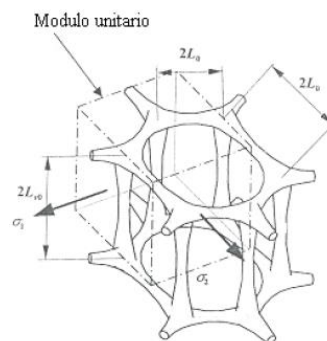


Figura 2.16 Celda hexagonal unitaria que muestra un aumento en el grosor de las trabéculas en sus puntos de unión. (Kim et al., 2002)

En cuanto a la metodología, de las imágenes obtenidas a partir del microscopio óptico, fue necesario realizar la medición para conocer el aumento de grosor de las trabéculas para lo cual se dividieron las imágenes en tres secciones debido a la variación del espesor a lo largo de la altura de la probeta, y se procedió a realizar las mediciones pertinentes de los parámetros: L el cual indica espesor trabecular en la zona de unión con las demás trabéculas, y el valor I que representa el espesor mínimo en la zona media de la trabécula. La figura 2.17 indica la localización de los parámetros L e I , en una trabécula.

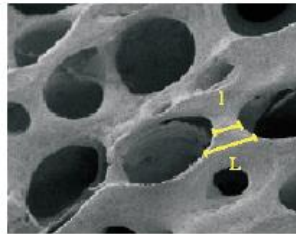


Figura 2.17 Localización de los parámetros L e I en una trabécula. (Ramírez et al., 2010)

Utilizando las imágenes del microscopio óptico, se obtuvieron las coordenadas del centro de cada uno de los poros generados por la estructura trabecular, para después por medio de Mathematica® generar los diagramas de Voronoi correspondientes a cada una de las tres probetas. Los datos generados en el paso anterior fueron transferidos a ABAQUS® para aplicar el análisis por elementos finitos, para esto fue necesario darle a las celdas de Voronoi generadas una forma que cumpliera con la condición de engrosamiento en la zona de unión de las trabéculas, por lo que a las barras de la estructura se les dio una forma tal que en los extremos se tuvieran dos circunferencias de radio igual a $L/2$, y a su vez el espesor de la sección media tuviera el valor I , correspondiente a las mediciones realizadas. En la figura 2.18 se observa la forma dada a las barras de las celdas de Voronoi, así como los modelos bidimensionales considerando la forma dada a estas barras.

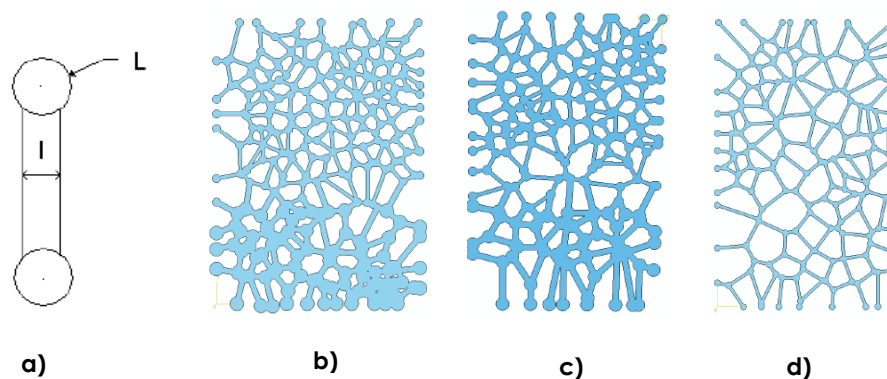


Figura 2.18 a) Geometría dada a las barras de las celdas de Voronoi. b) Celdas de Voronoi de la probeta 1. c) Celdas de Voronoi de la probeta 2. d) Celdas de Voronoi de la probeta 3. (Ramírez et al., 2010)

Para obtener un criterio que permitiera determinar el momento en el que la estructura colapsa, de los ensayos de compresión el valor de deformación máxima fue de 5.5%, las pruebas se realizaron para valores de deformación del 2 al 6%, donde para determinar el grado de colapso de las trabéculas se hizo una comparación entre las trabéculas faltantes después de la deformación y antes de ella, para esto se usó nuevamente el microscopio óptico y se tomaron imágenes de la sección transversal de las probetas a las que se les realizó el ensayo a 6% de la deformación, ya que en dicho valor se genera la falla de la estructura.

Del resultado se obtuvo que debido al ensayo a 6% de la deformación, faltaron 235 trabéculas de un total de 652, lo que indica que aproximadamente el 36% de las trabéculas fallaron. A partir de esto se observó que comparando las imágenes de las probetas donde se mostraba la evolución de la falla en el ensayo de compresión y las obtenidas de las tres probetas iniciales, la probeta número tres es la que presenta una estructura común entre las imágenes de los dos tipos de probetas, por lo que para esta se realizó la simulación para un valor de deformación del 5.5% asignándole un módulo de Young de 1 GPa, una razón de Poisson de 0.3, se ajustó el modelo para que el 36% de las trabéculas quedaran fuera de la simulación, esto con la finalidad de obtener un esfuerzo máximo de 5.5 MPa, por lo cual se obtuvo un módulo de 323 MPa. Aplicando el valor de módulo a las otras dos probetas iniciales y realizando una simulación igual, se encontró que en el caso de la probeta uno se presenta un esfuerzo máximo de 10 MPa y para el caso de la segunda probeta un esfuerzo de 9.4 MPa (Ramírez et al., 2010).

La figura 2.19 muestra el estado de esfuerzos generado en la simulación para los modelos de las tres probetas para un módulo de elasticidad de 323 MPa.

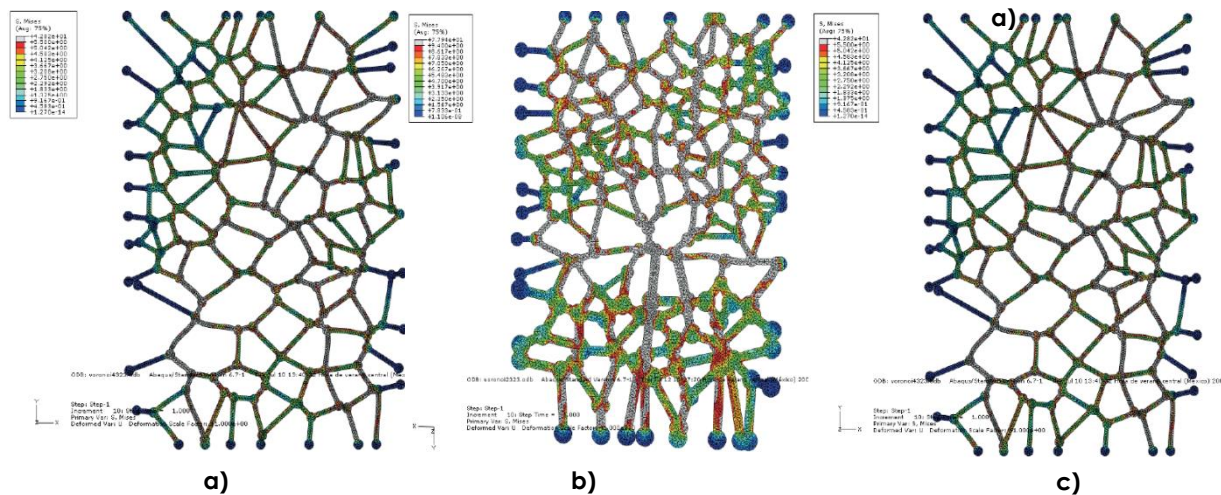


Figura 2.19 Estado de esfuerzos para las distintas estructuras para un módulo elástico de 323 MPa a) Estructura de probeta1. b) Estructura de probeta 2. c) Estructura de probeta 3. (Ramírez et al., 2010)

3 Representaciones de la estructura del hueso trabecular

El análisis de hueso trabecular por medio del método de elementos finitos, es una herramienta que permite cuantificar sus propiedades mecánicas en un entorno virtual, sin embargo, las consideraciones realizadas o representaciones que se usan para simular la estructura trabecular muchas veces no son adecuadas para representar la geometría, o bien, para generar una simulación que se apegue al comportamiento real del hueso. A continuación se presentan varias metodologías las cuales tiene como objetivo hacer una representación de la complejidad de la estructura trabecular.

3.1 Representación a través de la variación del comportamiento de las propiedades mecánicas

Una primera forma de representación es aquella en la cual se considera al hueso trabecular de una unidad ósea como un medio continuo, sin embargo, la representación de la estructura repercute en el hecho de asignar propiedades mecánicas con direcciones preferenciales.

Con base en lo anterior, Hazrati en colaboración con otros investigadores en 2013, realizaron una metodología en la cual a través de la base de datos obtenida de los escaneos CT realizados a 33 muestras de fémur humano, generaron modelos de hueso trabecular, para después aplicar el análisis por medio del método de elementos finitos y cuantificar sus propiedades mecánicas. Su objetivo era obtener modelos que se apegaran lo más posible al comportamiento anisotrópico de la estructura de las muestras.

Al igual que las metodologías analizadas en el capítulo anterior, el primer paso fue un escaneo microtomográfico (μ CT), a su vez el propio tomógrafo realizó la separación del tejido cortical y el trabecular.

Cabe señalar que los elementos finitos usados para describir los modelos fueron tetraédricos de orden dos con una longitud de arista de 2 mm y cada modelo contenía de 80000 a 90000 elementos. A cada elemento finito se le asignó un volumen esférico de diámetro de 4mm (VOI), dado que siguiendo una metodología descrita por Harrigan en 1988, es posible obtener una variación menor en cuanto a resultados. Por otra parte, el propio análisis tomográfico dio a conocer un valor de la fracción volumétrica ósea (BV/TV).

La figura 3.1 muestra a grandes rasgos el proceso realizado concerniente a la separación de la estructura cortical de la trabecular, el mallado de los modelos, la definición de la fracción volumétrica ósea y el volumen esférico definido en cada elemento.

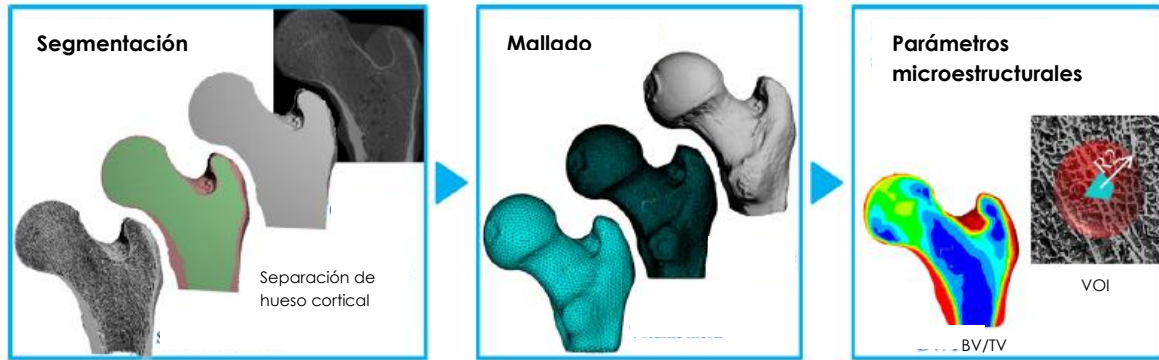


Figura 3.1 Proceso de generación de modelos por elementos finito. (Hazrati et al., 2013)

Lo siguiente, fue tomar 10 de los modelos al azar, a cada uno de estos y con el fin de tener un criterio de comparación en cuanto a los resultados finales, se les aplicaron tres tipos diferentes de asignación de sus propiedades mecánicas. El primer tipo consistió en asignar un comportamiento ortotrópico a los modelos donde las propiedades mecánicas estarían dadas por la orientación trabecular resultado de las imágenes obtenidas y por los resultados de densidad dados en el análisis tomográfico, se le denominó como modelo estándar y fue la referencia para el resto del estudio.

En el segundo tipo, de manera similar al primero, se hizo una consideración ortotrópica y la densidad se tomó como el valor arrojado en el análisis tomográfico, sin embargo la ortotropía se asignó de acuerdo a una base de datos del modelo, entendiendo esto último como aquellos datos de imágenes de alta resolución, que pueden ser utilizados para hacer un seguimiento más detallado de la orientación trabecular. El tercer tipo de asignación de propiedades se refiere a una consideración de comportamiento isotrópico sobre el tejido, y basándose únicamente en la densidad arrojada por el análisis tomográfico sin considerar su orientación.

En cuanto al segundo tipo de asignación de propiedades mecánicas, la selección de la base de datos, no se realizó al azar, para elegir la adecuada a cada modelo, dentro de las bases de datos correspondientes a las 33 muestras de fémur, se hizo una comparación de la distribución de densidades de cada modelo con la correspondiente de analizar las bases de datos, es decir, cuando la distribución de densidades de una base de datos fuera similar a la de un modelo, entonces dicha base de datos se asignaría a ese modelo.

Para hacer coincidir la orientación de los elementos finitos de los modelos con las direcciones principales correspondientes a la orientación de las trabéculas, fue necesario girar los elementos finitos de tal forma que se orientaran con dichas direcciones principales, para lo cual Hazrati, colocó un sistema coordenado ortonormal $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ en cada uno de los elementos finitos de cada modelo, a su vez tomó como base una triada de vectores $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$ definidos en alguno de los nodos extremos del elemento tetragonal. En la figura 3.2 se muestra la representación del giro de los elementos tetragonales así como la colocación del sistema coordenado ortonormal.

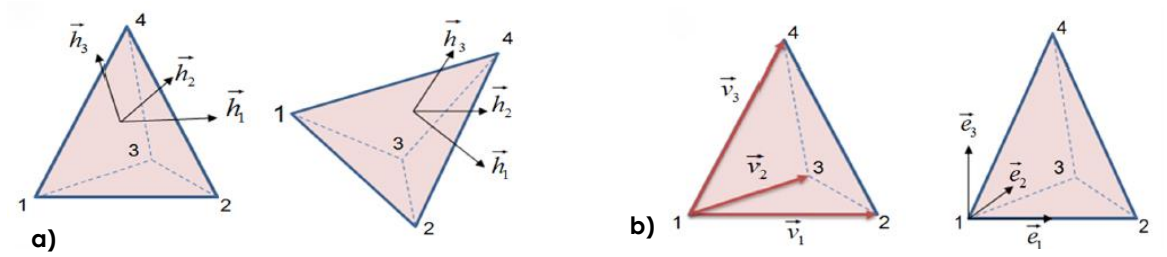


Figura 3.2 a) Representación del giro que es necesario hacerle a los elementos tetraédricos para que coincidan con las direcciones principales de la estructura trabecular, b) Definición del sistema coordenado ortonormal en los elementos tetraédricos. (Hazrati et al., 2013)

Para determinar las propiedades mecánicas que se asignarían a los modelos a través de la matriz de rigidez (**C**), Hazrati se basó en los trabajos previos de Zysset y Curnier, los cuales en 1995 definieron una relación que incluye a las constantes elásticas E_0 , ν_0 y G_0 , así como definen al tensor de tejido (**M**, "Fabric tensor") como aquel que incluye la información sobre la orientación estructural de las trabéculas.

Para el caso de la estructura isotrópica el tensor de tejido es igual al tensor identidad debido al propio comportamiento de la estructura, esto hace que los modelos isotrópicos presenten una menor rigidez en comparación con la que se tiene en las direcciones principales del caso ortotrópico.

Por esta razón, Hazrati definió dos tipos de análisis en cuanto a consideraciones isotrópicas, la primera correspondería al caso en donde el tensor de tejido es igual al tensor identidad; el segundo tipo consideraría un factor α que multiplica al tensor identidad, tal que el tensor de tejido es $\mathbf{M} = \alpha \mathbf{I}$, el valor de α debe ser mayor a 1 para que sea posible aumentar la rigidez en comparación con el primer modelo isotrópico, por otra parte dicho valor se daría por un análisis lineal elástico basándose en el modelo ortotrópico que no considera las bases de datos. La figura 3.3 muestra una representación del tensor de tejido para el modelo ortotrópico que considera bases de datos y los modelos isotrópicos.

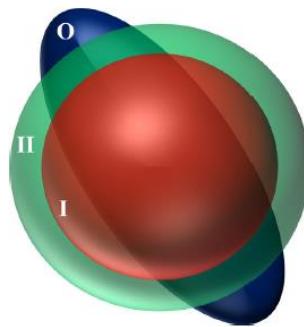


Figura 3.3 Representación de la variación del tensor de tejido (**M**) para los tipos de modelos ortotrópico con base de datos (O), isotrópico tipo 1 (I) e isotrópico tipo 2 (II). (Hazrati et. al. 2013)

Posteriormente, se realizó la simulación de un ensayo de compresión para cada uno de los modelos, donde el daño se cuantificó a través del parámetro D, el cual varía de 0 a 1 en función de si es mínimo o es máximo, según corresponda. La simulación fue realizada para un desplazamiento total aplicado de 3 mm, donde se usaron 100 incrementos de carga y para cada incremento se obtuvo la reacción total.

Los parámetros de rigidez y de carga última obtenidos del análisis de la simulación hecha sobre los modelos de estructura ortotrópica considerando una base de datos y los dos modelos isotrópicos, fueron comparados con los obtenidos del modelo ortotrópico estándar, esto con el fin de medir las diferencias, para lo cual se usó una fórmula de errores relativos con base en la obtención de la raíz cuadrada de los parámetros de interés.

El software ANOVA® fue utilizado para el manejo estadístico de los modelos que utilizaran bases de datos. Lo siguiente fue realizar una comparación entre el modelo ortotrópico estándar y el modelo con base de datos, para lo cual en la imagen 3.4 se muestra la comparación de las direcciones del tejido óseo basándose en una representación de la magnitud de los eigenvalores, de los sistemas ortonormales definidos en cada elemento finito.

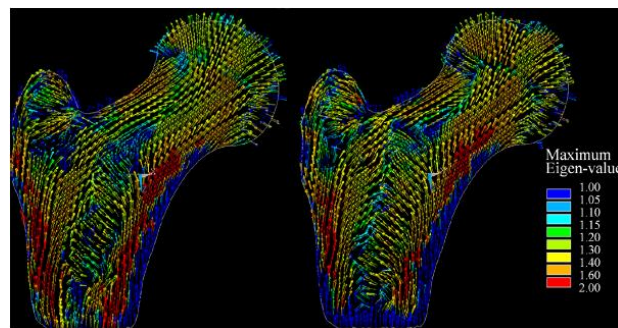


Figura 3.4 Representación de los eigenvalores correspondientes a los sistemas ortonormales sobre los modelos ortotrópico estándar (izquierda) y ortotrópico con base de datos (derecha).
(Hazrati et al., 2013)

En cuanto a los parámetros de interés establecidos por Hazrati, en la figura 3.5 se observan los resultados obtenidos de la simulación comparándolos con los correspondientes al modelo ortotrópico estándar, donde se ve que para el esfuerzo equivalente de von Mises el modelo isotrópico 1 lo subestima, el modelo isotrópico 2 lo sobrestima y el modelo ortotrópico con base de datos lo sobrestima.

En cuanto al daño D, los modelos isotrópicos lo subestiman y el modelo ortotrópico con base de datos lo sobrestima, y en cuanto a la densidad de energía de deformación el modelo ortotrópico con base de datos lo sobrestima y los modelos isotrópicos lo subestiman.

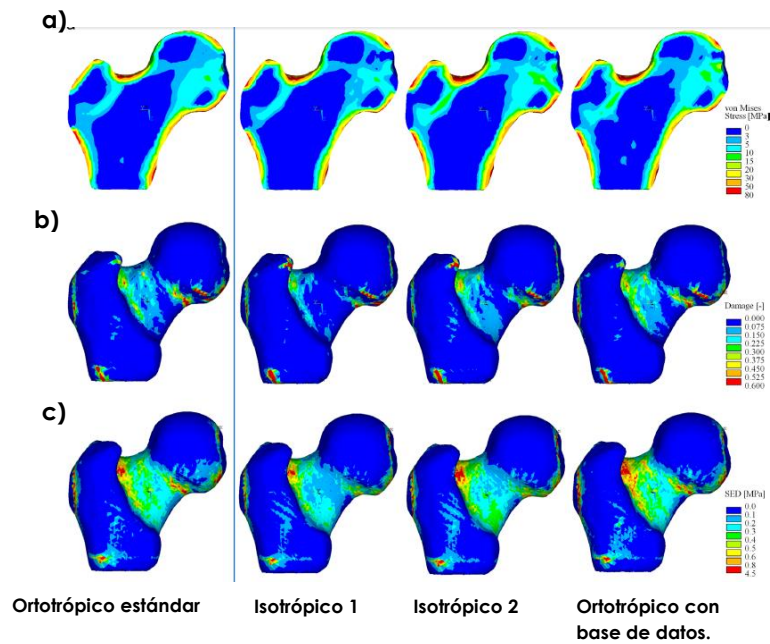


Figura 3.5 Resultados de la simulación de los parámetros de interés a) Esfuerzo equivalente de von Mises, b) Daño D, c) Densidad de energía de deformación. (Hazrati et al., 2013)

En cuanto al error relativo se obtuvo que el modelo ortotrópico con base de datos presentó un error de 4.9% respecto a la rigidez donde se sobrestimó el valor, y el modelo isotrópico tipo 1 presentó 26.3% de error, donde el modelo subestimó la rigidez del material. En cuanto a la carga máxima el modelo isotrópico tipo 1 la subestimó presentando 14.5% de error, el modelo isotrópico tipo 2 la sobrestimó con un error de 7.92%, el modelo ortotrópico con base de datos de igual forma sobrestimó la carga máxima con un error de 3.1%. Por lo que el modelo ortotrópico con base de datos presenta la mejor aproximación al modelo estándar. La figura 3.6 muestra las curvas carga desplazamiento de las pruebas de compresión realizadas a los modelos.

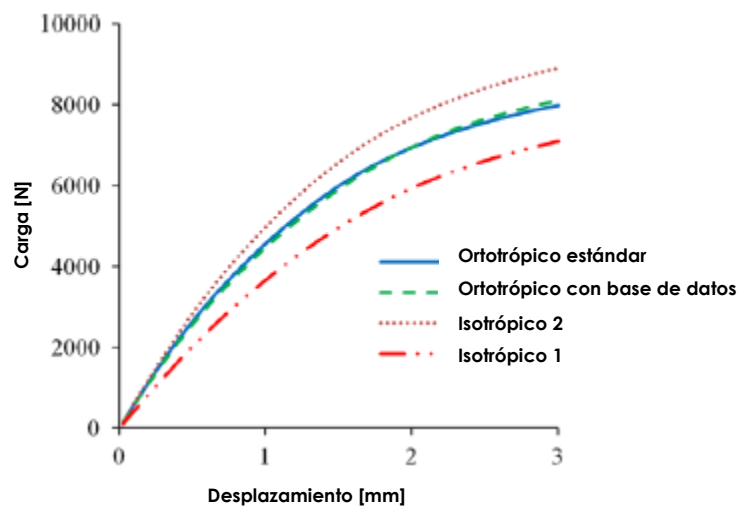


Figura 3.6 Curvas carga desplazamiento de la prueba de compresión simulada a cada uno de los modelos realizados. (Hazrati et al., 2013)

3.2 Representación a través de consideraciones geométricas

En 2004 Saha y Wehrli, desarrollaron una metodología que analiza directamente la estructura trabecular con la finalidad de hacer una representación de la dirección preferencial de las trabéculas, para lo cual incluyeron el concepto de tensor de escala, éste es el encargado de almacenar e implementar posteriormente este comportamiento.

Para el proceso de construcción del tensor de escala, se partió de tener una tomografía de un hueso, donde a su vez se mostrara la estructura trabecular, en ella se localizó un punto o pixel p sobre la imagen, éste a su vez sería la referencia. El punto p , debe seleccionarse en la zona donde se localice una trabécula, y a su vez debe colocarse en la zona central de la misma.

Cabe señalar que la imagen a analizar se segmentó previamente, en las trabéculas que componen al tejido esponjoso, de tal forma que cada una tuviera un punto p que permitiera referenciar la construcción del tensor. La asignación del punto p , se realiza para establecer una elipse cuyo centro sea precisamente el punto p y en la cual se aplique la información del tensor de escala.

Para realizar dicha elipse, primero se trazaron una serie de líneas rectas que pasaran por el punto p del segmento de imagen, donde las líneas deberían estar distribuidas de forma angularmente uniforme. Además de indicar la longitud de dichas líneas, ya que este dato se utilizó posteriormente en el proceso de cómputo, y para facilitar el proceso, la longitud fue igual para todas las líneas a trazar. Después sobre las líneas trazadas se indicó con puntos las intersecciones entre los límites de la trabécula del segmento de imagen y las líneas trazadas. La resolución de las imágenes tomográficas tiene un papel muy importante en cuanto a la ubicación de estos puntos, ya que una alta resolución permite localizarlos de manera más eficiente.

Posteriormente se calculó la distancia entre cada uno de los puntos indicados sobre las líneas y el punto p . Al querer construir una elipse se basaron en la simetría axial de la misma, de tal forma que se seleccionaron los puntos que tuvieran una menor distancia con el punto p , tal que se colocaron unos puntos simétricos a estos, con respecto al punto p , sobre las líneas que tenían los puntos que se descartaron. La elipse a construir se adaptaría a estos últimos puntos.

En la figura 3.7 se muestra la construcción de la elipse a través del método antes descrito, el punto rojo indica al punto p sobre la trabécula a analizar, las líneas azules son la líneas trazadas a partir del punto p , los puntos naranjas y rosas son aquellos donde se cruzan las líneas azules y los límites de la trabécula, sin embargo los puntos naranjas son aquellos que tienen una menor distancia con respecto al punto p , los puntos amarillos son simétricos a los naranjas, con respecto a p .

El siguiente paso, consistió en almacenar la información del tensor de escala, así como la de la elipse. En lo correspondiente a la elipse, se tuvo que obtener tres datos importantes para su construcción, el tamaño de sus dos semiejes y su orientación.

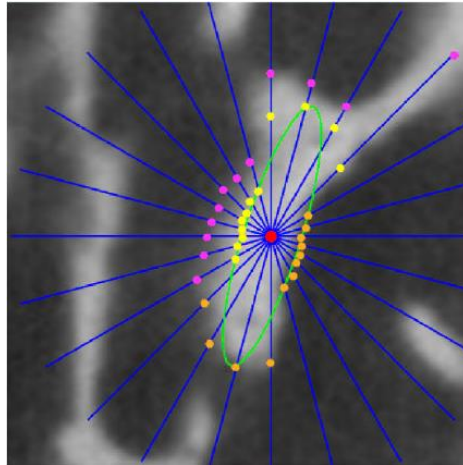


Figura 3.7 Construcción de la elipse sobre la trabécula a analizar para la aplicación del tensor de escala. (Saha y Wehrli, 2004)

La orientación de la elipse se daría por el ángulo de los eigenvectores del tensor de escala (Σ), el cual es una representación paramétrica de una región que está contenida en una elipse en un caso bidimensional o de un elipsoide para un caso tridimensional.

Para este caso el tensor tiene la forma de una matriz simétrica de 2x2, cuyos elementos fueron obtenidos para cada trabécula a partir de diversos cálculos realizados por estos investigadores, donde utilizaron principalmente las coordenadas de los puntos generados en cada trabécula. A su vez utilizaron los elementos del tensor para calcular los valores de los semiejes de cada elipse, a través del uso de diversas fórmulas implementadas en la metodología.

La longitud usada por Saha y Wehrli para las líneas que partían del punto p fue de 704 μm , donde se menciona que dicha longitud debe ser más grande que el grosor de la trabécula a analizar, por otra parte la cantidad de líneas que se deben usar para este barrido, queda a criterio del que esté realizando el método, sin embargo un número grande de líneas aumenta el tiempo de cómputo, por lo que se recomiendan usar sólo 30 como máximo. Sin embargo, la resolución de las tomografías afecta de igual manera la selección del número de líneas a utilizar, ya que una mejor resolución, permite usar una mayor cantidad de líneas.

Para obtener las imágenes tomográficas, usaron un microtomógrafo SCANCO Medical $\mu\text{-CT 20}$ ®, donde se escanearon probetas de 9mm de altura por 9mm de diámetro, de la parte distal del radio humano, donde se generaron diversas tomografías a distintos tamaños de pixel (22 μm , 44 μm , 66 μm y 88 μm , respectivamente). Por otra parte la generación del tensor de escala en las trabéculas de las imágenes, se obtuvo de manera manual utilizando un lenguaje interactivo de datos (IDL) basado en interfaz gráfica.

Para la representación de la orientación y grosor de la trabécula a analizar se utilizó un código de colores conocido como matiz-saturación-intensidad (HSI), que para este caso el matiz que representa la imagen, indica la orientación de la trabécula.

La saturación del color indica el grado en el que la trabécula se orienta en una determinada dirección, es decir, mientras más colores aparezcan sobre una misma imagen de hueso más direcciones preferenciales presenta. La intensidad indica el grosor de la trabécula, por lo que un color más intenso indica un mayor grosor en la misma.

La figura 3.8 indica uno de los resultados en cuanto a la representación estructural dada por el tensor de escala en la metodología de Saha y Wehrli. Se muestra una tomografía realizada a una probeta de la sección distal del radio con un tamaño de pixel de 22 μm de lado (a), además el código de colores HSI para indicar la orientación y grosor de la trabécula (b), por otra parte se observa la misma tomografía de 22 μm bajo las condiciones del código HSI establecido (c) y finalmente diversas elipses producto de la variación de la resolución de las tomografías utilizadas (d).

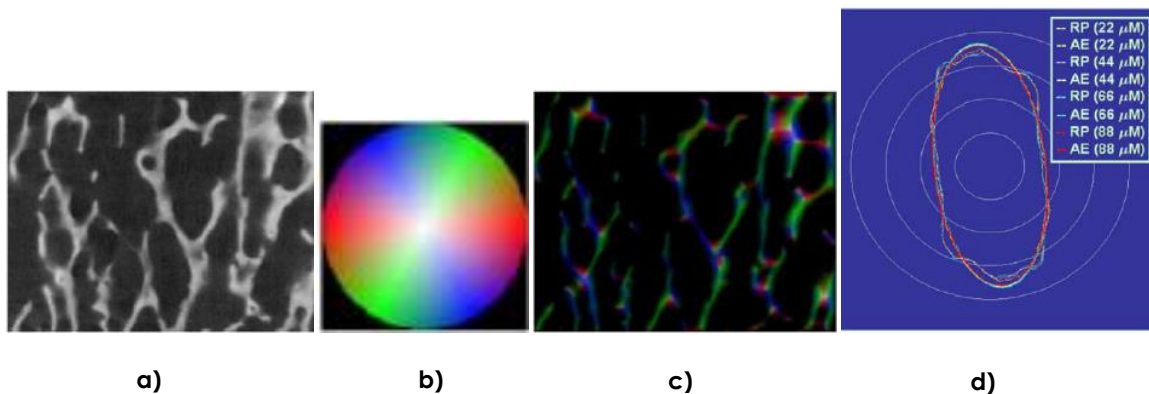


Figura 3.8 a) Tomografía de la sección distal de radio humano, b) Código de colores HSI, para la orientación preferencial de las trabéculas, c) Tomografía de 22 μm , bajo la representación del código HSI, d) Representación de la elipse del tensor de escala para distintas resoluciones.

(Saha y Wehrli, 2004)

4 Metodología para generar modelos bidimensionales de hueso esponjoso

4.1 Obtención de datos de una imagen de hueso trabecular

La metodología que se desarrolla a continuación, toma como base la realizada por Saha y Wehrli en 2004, la cual se presentó en la sección anterior, únicamente en cuanto a la forma en que son consideradas las trabéculas de una estructura dada. Es necesario realizar un análisis de una imagen en la que se muestre la estructura trabecular de hueso, de esta imagen se indicaran los puntos intermedios que existen en las trabéculas del hueso esponjoso, al ser geometrías complejas la asignación de los puntos deberá realizarse a criterio del operario.

La figura 4.1 muestra un ejemplo de la asignación aproximada de los puntos intermedios en las barras o trabéculas de la estructura de una imagen de microscopia.

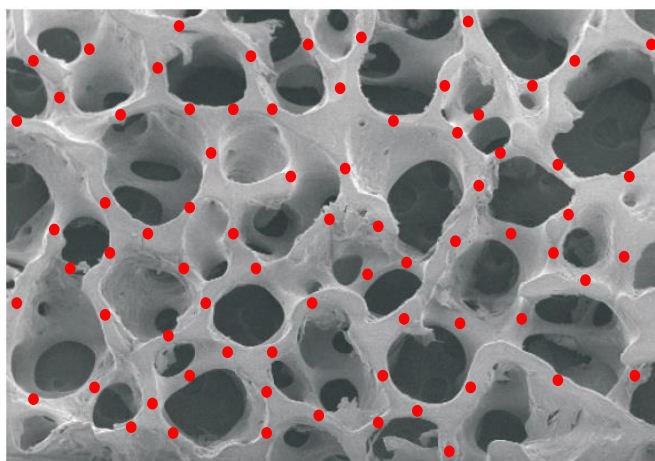


Figura 4.1 Representación de una forma de asignación de los puntos intermedios de las trabéculas en el hueso esponjoso. Imagen de microscopia a 200X. (Narváez, 2004)

En la metodología de Saha y Wehril se utiliza un método de barrido sobre las trabéculas para la generación de elipses que las representen. A partir de este barrido se obtienen los valores de longitud de los semiejes de la elipse así como de su ángulo de inclinación. Para el caso de esta metodología se optará por omitir el barrido, y en su lugar se tomará de manera directa de la imagen de hueso trabecular, dos puntos que permitirán la representación de las trabéculas a partir de las elipses.

Uno de los puntos anteriormente mencionados es tomado en la zona de unión de la trabécula en turno, a la que se le quiera hacer su representación. Cabe señalar que este punto tiene como finalidad, obtener el valor del semieje mayor de la elipse, partiendo del cálculo de la distancia entre este punto y el punto central tomado previamente.

Por otra parte, el segundo punto a obtener debe de tomarse en el borde o límite de la trabécula que se esté analizando, dicho punto debe estar aproximadamente colineal con el punto central y a un ángulo de 90 grados con respecto al eje mayor de la trabécula, lo que permitirá calcular el semieje menor de la elipse, a partir de la distancia entre éste y el punto central de la trabécula. La asignación de estos puntos queda a criterio del operario, por lo que se debe considerar la complejidad geométrica de la trabécula que se esté analizando.

El ángulo de inclinación de la elipse se calculará generando un vector entre el punto central de la trabécula y el punto obtenido para el cálculo del semieje mayor, se obtendrá el ángulo del vector, y éste se asignará como el ángulo de inclinación de la elipse, dicho cálculo se explicará más adelante. La figura 4.2 a) muestra los puntos respectivos para el cálculo del semieje mayor y el semieje menor, que deben obtenerse. Por otra parte la figura 4.2 b) muestra el ángulo que se considerará para indicar el giro de cada elipse.

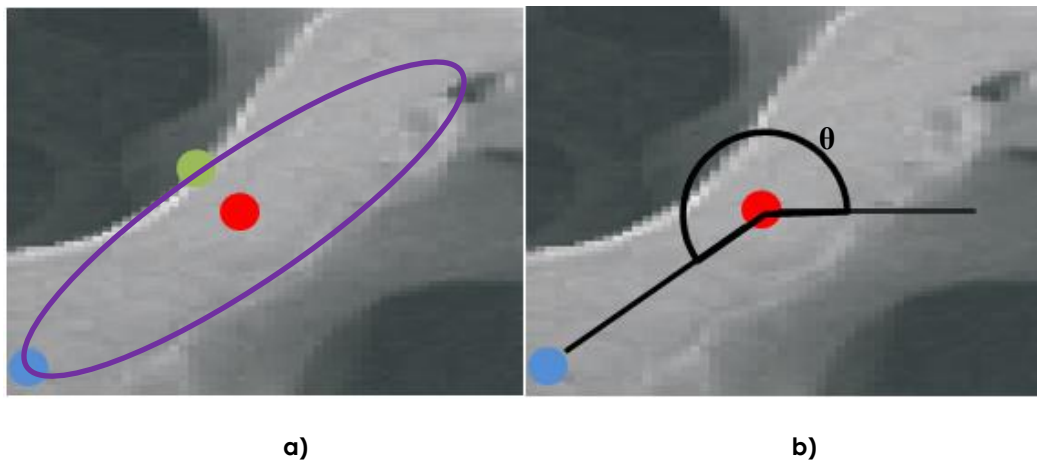


Figura 4.2 Proceso de la toma de datos para la representación de trabéculas a partir de elipses: a) asignación de los puntos para el cálculo del semieje mayor (azul) y el semieje menor (verde), respecto al punto central (rojo) y b) ángulo de inclinación de la elipse a representar.

4.2 Generación del modelo

4.2.1 Análisis previo a la construcción del modelo

Una vez que se han obtenido los puntos correspondientes a cada trabécula dentro de la imagen que se desea representar, se debe usar algún programa de cómputo que permita el procesamiento de los datos con la finalidad de obtener los valores de los semiejes de las elipses y del ángulo de inclinación, para el desarrollo de este trabajo el programa utilizado fue Mathematica®, en el cual para el cálculo de las longitudes de los semiejes se programó una función que determinó la distancia entre dos puntos dados por el usuario, y por otra parte se utilizó la función predefinida por el programa para el cálculo de la tangente inversa, con lo que se obtiene el valor del ángulo de inclinación, indicando las componentes del vector definido entre el centro de la elipse y el punto para el cálculo del semieje mayor, como se indicó en la figura 4.2 b).

Mathematica® tiene definida la función para generar elementos circulares, a partir de indicar un centro y un radio, para el caso de la construcción de elipses se define el centro de la misma, así como las longitudes de sus semiejes. Utilizando el comando de rotación es posible girar los elementos indicando un ángulo, por lo que utilizando dicho comando se giraron las elipses.

En la figura 4.3 se muestra un ejemplo idealizado de hueso trabecular representado con el método desarrollado hasta este punto. Cabe señalar, que esta representación permite realizar una primera comparación en cuanto a similitud entre el modelo que se está generando y la imagen de hueso trabecular de la muestra.

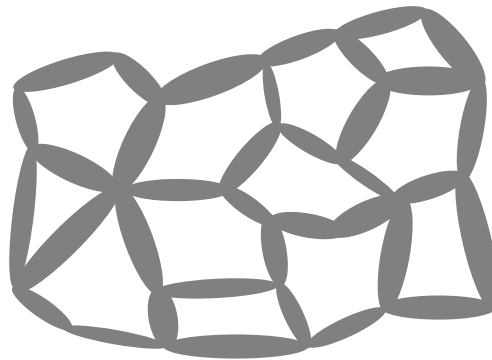


Figura 4.3 Ejemplo idealizado de estructura trabecular construida a partir de su representación con elipses.

Lo siguiente, fue analizar la representación por medio de elipses para la posterior construcción del modelo en el programa Abaqus® a través del lenguaje de programación Python®. El primer paso consistió en enumerar las elipses con el objetivo de construir dos listas.

La primera lista, se denominara como lista de poros, está asociada a los poros o huecos dentro de la estructura trabecular. Esta lista a su vez contiene otras listas, las cuales indican las elipses que están alrededor de cada poro. Por lo que el número de listas contenidas es igual al número de poros de la representación.

La segunda lista, se denominara como lista de contorno, está asociada con las elipses que se encuentran en la periferia de la estructura obtenida, con la finalidad de darle un contorno al modelo final. El número de elementos de esta segunda lista es igual al número de elipses que estén en la periferia de la representación.

La figura 4.4 muestra los pasos anteriormente descritos para el ejemplo presentado en la figura 4.3. En la figura 4.4 a) se muestra la enumeración de las elipses, la figura 4.4 b) es un ejemplo de la asociación de las elipses que están entorno a un poro dentro de la representación, los números de estas elipses deben de indicarse en un elemento de la lista de poros. La figura 4.4 c) muestra cuales son las elipses que tienen que indicarse en la lista de contorno.

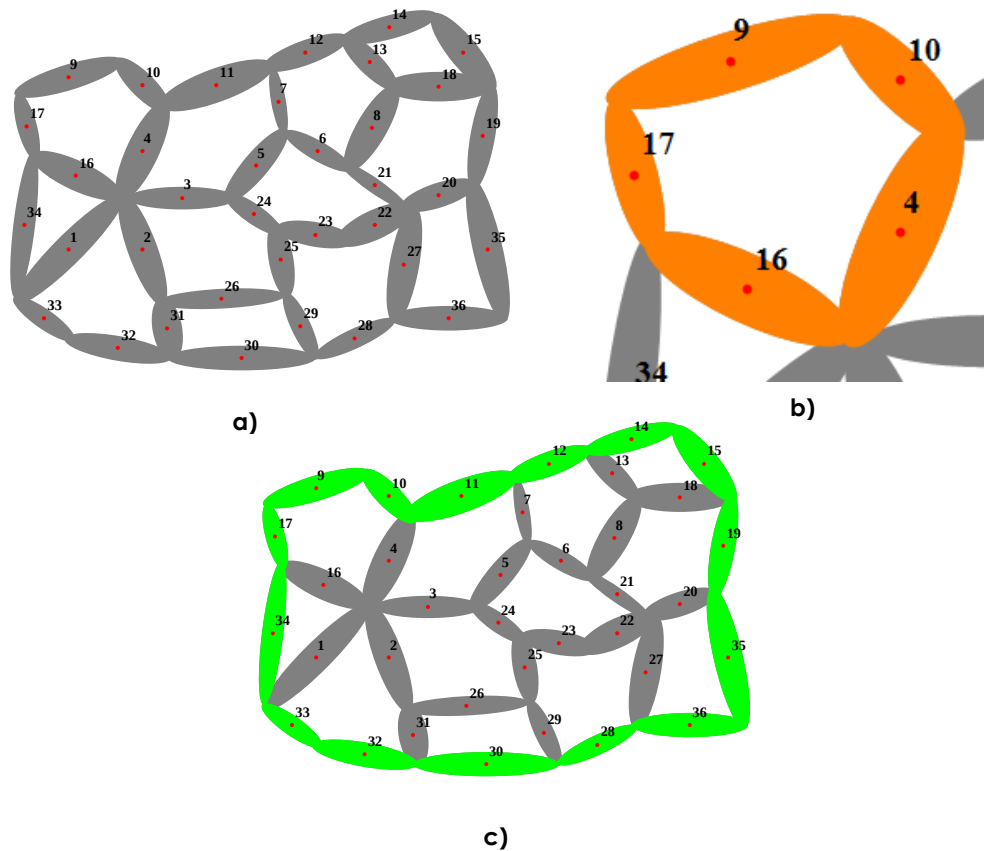


Figura 4.4 Análisis previo requerido a la construcción del modelo. a) Enumeración de las elipses de la representación, b) asociación de las elipses que están alrededor de un poro (naranja) y c) elipses que se indican para conformar el contorno del modelo (verde).

4.2.2 Proceso de construcción

Como se mencionó con anterioridad, la construcción del modelo virtual, se llevó a cabo mediante el programa Abaqus® por medio del lenguaje de programación Python®. El proceso de construcción consistió en generar un código de programación que tomara los datos de las coordenadas de los puntos obtenidos a partir de la imagen de hueso trabecular, así como la lista de poros y la lista de contorno.

La principal herramienta que se utilizó en Abaqus® es "Spline", dicha herramienta permite generar curvas complejas tan sólo con indicar algunos puntos por donde éstas cruzan. Esta herramienta se utilizó para generar el contorno del modelo así como el contorno de los poros. Como se indicó, fue necesario obtener los puntos asociados a cada una de estas curvas.

Para el caso de la obtención de los puntos asociados a los poros, primero se programó en Python® las líneas de comando que permitieran obtener un punto intermedio en cada poro, el cual se obtuvo calculando un punto intermedio entre los puntos centrales de las trabéculas que estuviesen asociadas a cada poro, para lo cual se usó la información contenida en la lista de poros.

Una vez obtenido dicho punto central, se generó un vector que fuera del punto central de cada trabécula al punto central del poro al que estuviese asociado, a dicho vector se le denominara como vector de poro. A este vector se le determinó su ángulo utilizando la función de tangente inversa, de manera similar a como se obtuvo el ángulo de inclinación de las elipses en el análisis previo.

La figura 4.5 muestra la asignación de los puntos centrales a cada poro dentro de una estructura de hueso, así como la representación de los vectores de poro entre las elipses y el punto medio asociado a un poro. Cabe señalar que se utiliza Mathematica® para hacer una mejor visualización de lo antes descrito.

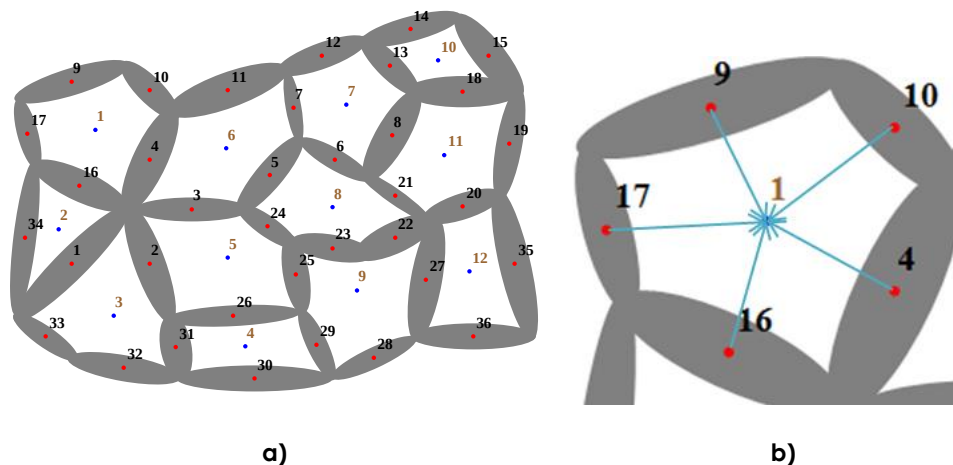


Figura 4.5 a) Puntos medios respectivos a los poros de la representación por elipses (azul) y b) vectores de poro asociados con el poro y trabéculas, respectivas.

Después se buscó una manera de colocar un punto tangente en cada elipse asociada a cada poro, con la finalidad de que sobre estos puntos tangentes se usara la herramienta "Spline" y así generar el poro correspondiente.

Para esto se definió una función que se encarga de realizar una comparación entre el ángulo del vector de poro y el ángulo de inclinación de cada elipse. De inicio, esta función compara cuál de estos dos ángulos es mayor, en el caso de que el ángulo de inclinación fuera mayor al ángulo del vector de poro, se restaría el valor del ángulo del vector de poro al valor del ángulo de inclinación, del valor de esta resta se haría una comparación nueva: si dicho valor fuese menor a 180 grados entonces se definiría el punto tangente de la elipse sobre un vector auxiliar que tuviese un ángulo 90 grados menor al ángulo de inclinación de la elipse y a una distancia, con respecto al centro de la elipse, del valor del semieje menor; si el valor fuese mayor a 180 grados entonces el punto tangente se colocaría sobre un vector con un ángulo 90 grados mayor al ángulo de inclinación de la elipse y de igual forma a una distancia igual al valor del semieje menor.

La figura 4.6 muestra dos ejemplos de los casos anteriormente descritos cuando se tiene que el ángulo del vector de poro es mayor al ángulo de inclinación de la elipse, así como la asignación respectiva de los puntos tangentes.

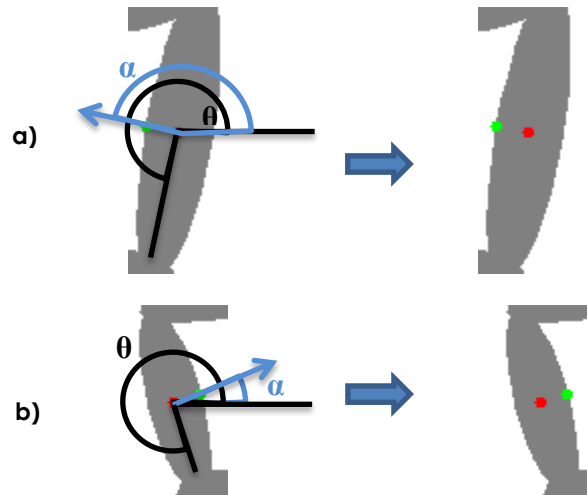


Figura 4.6 Ejemplos de cuando el ángulo de inclinación (θ) de la elipse supera al del vector de poro (α), y ejemplos de la asignación de los puntos tangentes (verde): a) diferencia de ángulos, menor a 180 grados y b) diferencia de ángulos, mayor a 180 grados.

Para el caso en que el ángulo de inclinación fuera menor al ángulo del vector de poro, entonces la función restaría el valor del ángulo de inclinación al valor del ángulo de vector de poro, de acuerdo al valor de esta resta se realizaría la siguiente comparación: si el valor fuese menor a 180 grados el punto tangente de la elipse se colocaría en un vector auxiliar con un ángulo 90 grados mayor al ángulo de inclinación; si el valor fuese mayor a 180 grados, el punto tangente de la elipse se colocaría en un vector 90 grados menor al ángulo de inclinación de la elipse. Cabe señalar que para estos dos casos, de igual forma que para los casos anteriores, la distancia que separa al punto tangente del centro de la elipse en cuestión, debe ser igual al valor del semieje menor.

En la figura 4.7 se muestran ejemplos de los casos anteriormente dichos cuando el ángulo del vector de poro es mayor a la inclinación de la elipse, y la asignación respectiva de los puntos tangentes.

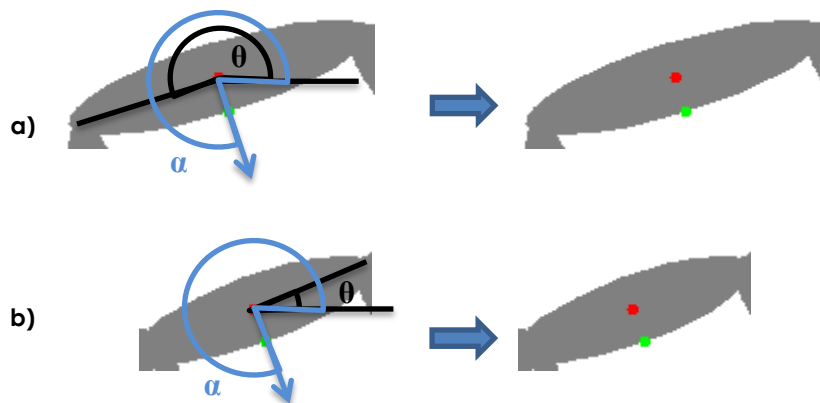


Figura 4.7 Ejemplos de cuando el ángulo de inclinación (θ) de la elipse es menor al del vector de poro (α), y ejemplos de la asignación de los puntos tangentes (verde): a) diferencia de ángulos, menor a 180 grados y b) diferencia de ángulos, mayor a 180 grados.

Con el fin de evitar posibles errores se definieron dos casos más: el primero si la diferencia entre el ángulo de inclinación y el del vector de poro fuese igual a 180 grados, y el otro caso si ambos ángulos fuesen iguales. Para ambos casos el punto tangente se colocaría en la dirección del vector de poro a una distancia del centro de la elipse igual al valor del semieje mayor. Cabe señalar que estos casos sólo se darían si el centro del poro y el punto de unión de la trabécula con otras, estuviesen en la misma dirección, por lo que esto puede deberse a un error en la adquisición de datos.

La figura 4.8 muestra la representación de los puntos tangentes a cada elipse según los poros que tengan asociados, para el ejemplo que se ha venido mostrando, a su vez se muestra un acercamiento a un poro con los respectivos puntos tangentes.

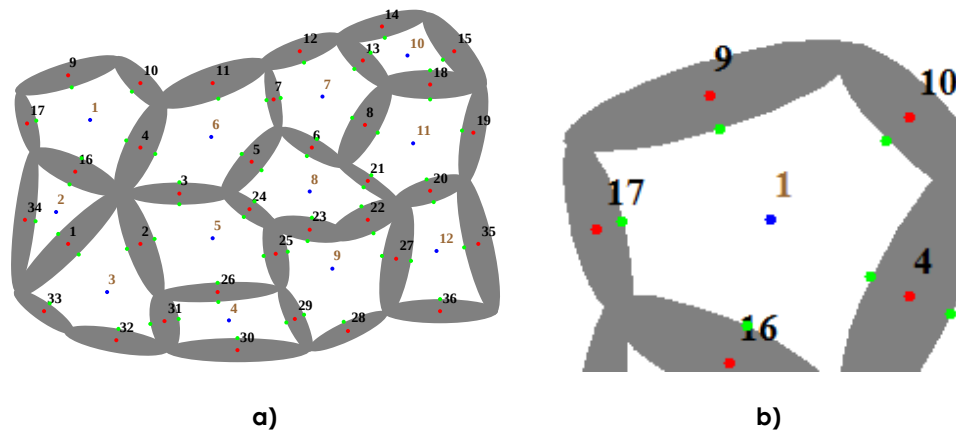


Figura 4.8 Representación de los puntos tangentes para correspondientes a la generación de poros: a) estructura y b) poro particular.

Para la generación de la curva que delimitará el contorno del modelo usando la herramienta "Spline", fue necesario definir dentro del código de programación la obtención de unos puntos que estuviesen en el perímetro de las elipses que estén en el contorno de la representación, y además dichos puntos deben de estar en dirección opuesta al vector asociado al poro correspondiente para cada elipse del contorno de la representación, es decir, los puntos para la generación del contorno deben ser opuestos en dirección a los obtenidos para la generación de la geometría de los poros, pero sólo para las elipses del contorno de la representación.

Por lo anterior mencionado, se utilizó la lista de contorno obtenida en el análisis previo a la construcción, con la cual se indicó en el código de programación a cuales elipses se les debía asignar el punto necesario para aplicar el "Spline" para formar el contorno del modelo.

Para generar estos puntos se tomó como sistema de referencia local el centro de cada elipse, luego a los ángulos obtenidos previamente para los distintos casos en los que se pueden representar los puntos tangentes correspondientes, se les sumó 180°, sólo para las elipses indicadas en la lista de contorno, con estos nuevos ángulos se establecieron los puntos a una distancia de separación del centro de la elipse correspondiente del valor de su semieje menor. En la figura 4.9 se muestra la obtención de los puntos necesario para la construcción del contorno del modelo, usando el ejemplo.

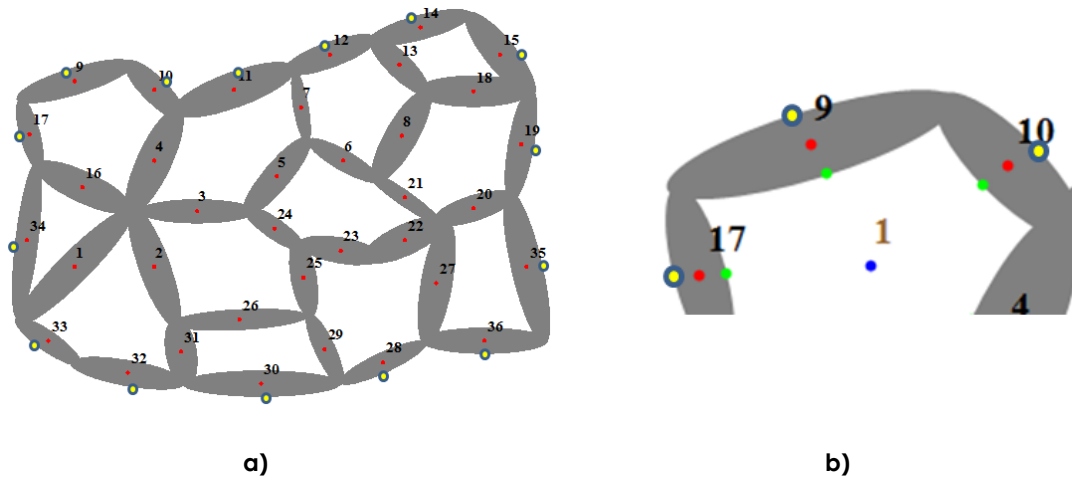


Figura 4.9 Obtención de los puntos de contorno para la generación del “Spline” del contorno del modelo: a) puntos de contorno colocados en las elipses correspondientes (amarillo) y b) comparación de la dirección entre los puntos necesarios para definir la geometría de los poros (verde) y los puntos necesarios para definir el contorno (amarillo).

En la figura 4.10 a) se muestra la representación del modelo construido con los “Splines” realizados tanto para los poros como para el contorno del ejemplo que se ha venido representando. A su vez, la figura 4.10 b) muestra el modelo bidimensional generado en Abaqus®.

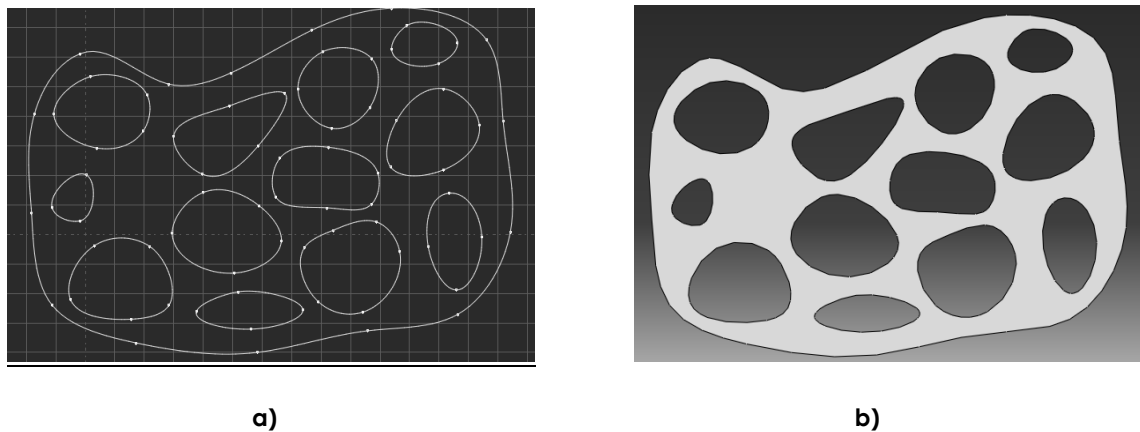


Figura 4.10 Modelo bidimensional para un ejemplo de hueso trabecular: a) bosquejo realizado empleando la herramienta “Spline” y b) modelo bidimensional construido con base en la metodología descrita.

El código realizado en Python® de acuerdo con el procedimiento antes descrito, se muestra en la sección de anexos de este trabajo.

4.3 Obtención de imágenes de hueso trabecular

Como se ha indicado con anterioridad, la metodología utilizada se basa en tener una imagen en donde se muestre una estructura de hueso trabecular, para la obtención de los puntos necesarios para la representación por medio de elipses y a su vez para la posterior generación del modelo.

Las imágenes para desarrollar esta metodología, fueron obtenidas de un espécimen de fémur de res, debido a que éste es fácil de conseguir. Sin embargo, la sección del fémur con la que se trabajó fue la correspondiente a la epífisis, específicamente las secciones a considerar fueron la cabeza femoral, el trocánter mayor y a su vez las secciones intermedias entre estas dos últimas. En la figura 4.11 se muestra unas imágenes del fémur donde se indican distintas regiones dentro de la epífisis.

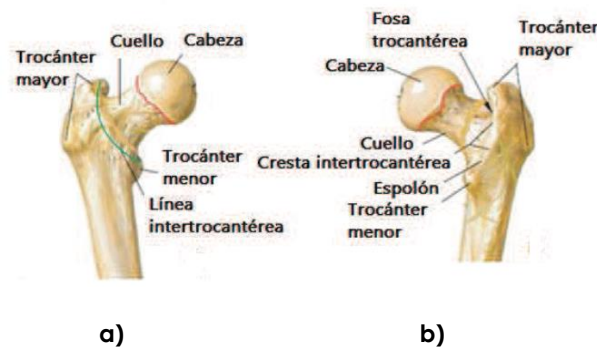


Figura 4.11 Vistas anterior (a) y posterior (b) del fémur humano mostrando distintas regiones.
(Netter, 2012)

Lo primero fue realizar los cortes pertinentes al fémur bovino; el primer corte se hizo aproximadamente a la altura del trocánter menor de forma perpendicular al eje principal del fémur con esto, se retiraron las secciones de interés antes mencionadas. Posteriormente se realizó un corte por la mitad de manera paralela al eje principal del fémur, en la porción que se retiró en el corte anterior. Cabe mencionar que dichos cortes se realizaron con una cortadora de sierra vertical. La figura 4.12 muestra los cortes hechos en el fémur.



Figura 4.12 Cortes hechos en el fémur bovino usado.

Posteriormente, se seleccionó una de las mitades obtenidas. A dicha mitad se le realizó una cocción sumergiéndola en agua, con la finalidad de retirar tejidos blandos y la medula roja interna en los poros de la estructura trabecular, este proceso duró aproximadamente 3 horas, en donde fue necesario revisarlo constantemente para realizar cambios de agua, en caso de que el espécimen desprendiera muchos residuos.

El siguiente paso consistió en sumergir el espécimen en agua oxigenada en solución al 3.5%, lo cual tenía la finalidad de desprender residuos remanentes después de la cocción, desinfectar el espécimen y a su vez otorgarle una tonalidad blanquecina. Este proceso duró aproximadamente 16 horas y se usaron 1.5 litros de agua oxigenada. La figura 4.13 muestra una comparación entre la mitad seleccionada, una previamente a los procesos de cocción y exposición al agua oxigenada (figura 4.13 a)), y la otra posterior a estos (figura 4.13 b)).

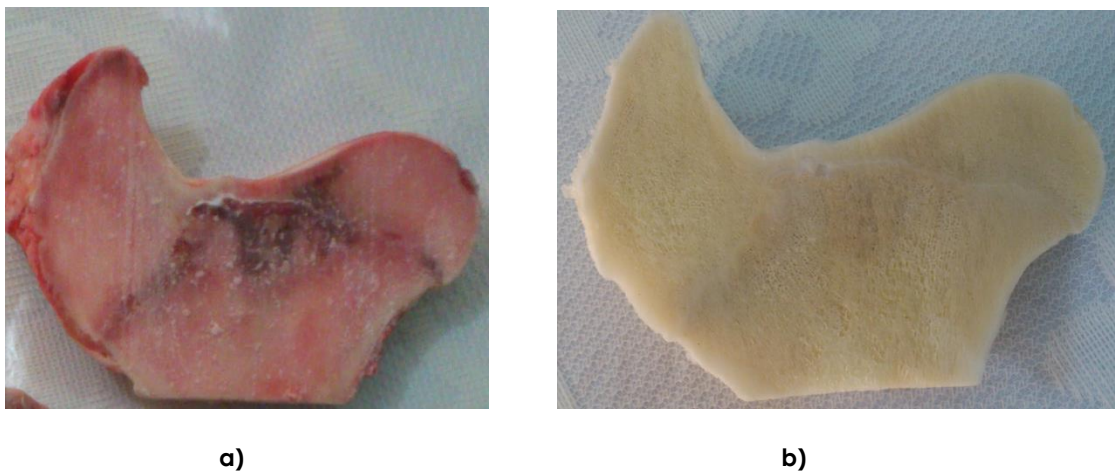


Figura 4.13 Comparación del espécimen utilizado para la obtención de las imágenes de hueso trabecular: a) previo a los métodos de cocción y exposición a agua oxigenada y b) posterior a los métodos antes indicados.

Una vez realizados los pasos anteriores, fue posible observar de una mejor manera la estructura trabecular del espécimen, de la cual se lograron identificar tres regiones apreciablemente distintas:

- Región 1: las trabéculas se presentan sin una orientación aparentemente preferencial, ésta aparece desde la zona del trocánter mayor hasta la zona conocida como triángulo de Ward.
- Región 2: las trabéculas están orientadas de forma diagonal hacia la dirección de la cabeza femoral, la región corresponde a la sección del cuello femoral y previo a la cabeza femoral.
- Región 3: las trabéculas no tienen una orientación apreciable, sin embargo, el grosor de éstas es visiblemente mayor al de las trabéculas en los comportamientos anteriores, ésta fue vista en la región de la cabeza femoral.

Las imágenes que se seleccionaron serían de cada uno de las regiones anteriores, para lo cual se seleccionaron áreas rectangulares de 2 cm x 1 cm sobre la superficie trabecular del espécimen, un área para cada tipo de región.

La razón de seleccionar áreas del tamaño indicado, es para asemejar el área del plano intermedio paralelo al eje principal de una probeta cilíndrica de hueso trabecular para un ensayo de compresión. La figura 4.14 muestra las dimensiones para una probeta de hueso trabecular para ensayo de compresión, así como el área de interés para esta metodología y un par de ejemplos de este tipo de probetas.

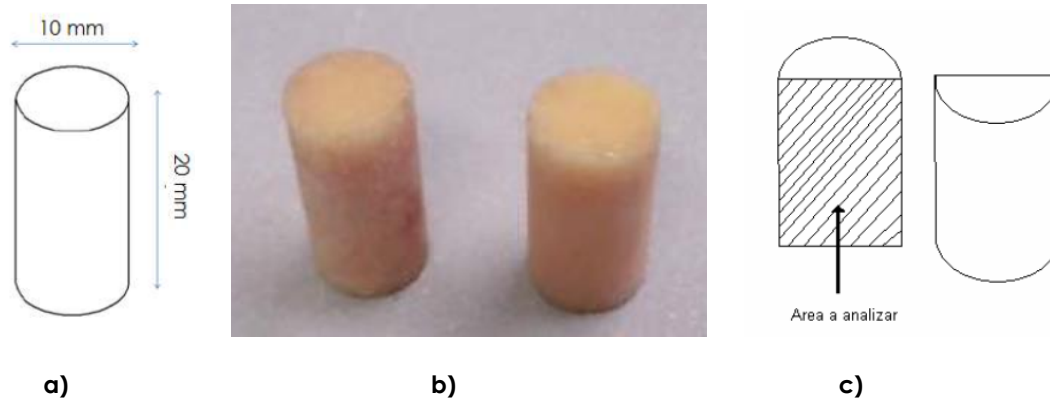


Figura 4.14 a) Medidas de una probeta de hueso a la que se le realizará un ensayo de compresión. b) Ejemplos de probetas de hueso. c) Área de interés que se intenta asemejar para el desarrollo de esta metodología. (Ángeles, 2014), (Ramírez, 2007)

De acuerdo con lo anterior la figura 4.15 muestra las tres áreas seleccionadas que se tomaron en cuenta para generar las imágenes correspondientes a las distintas regiones visiblemente apreciables,

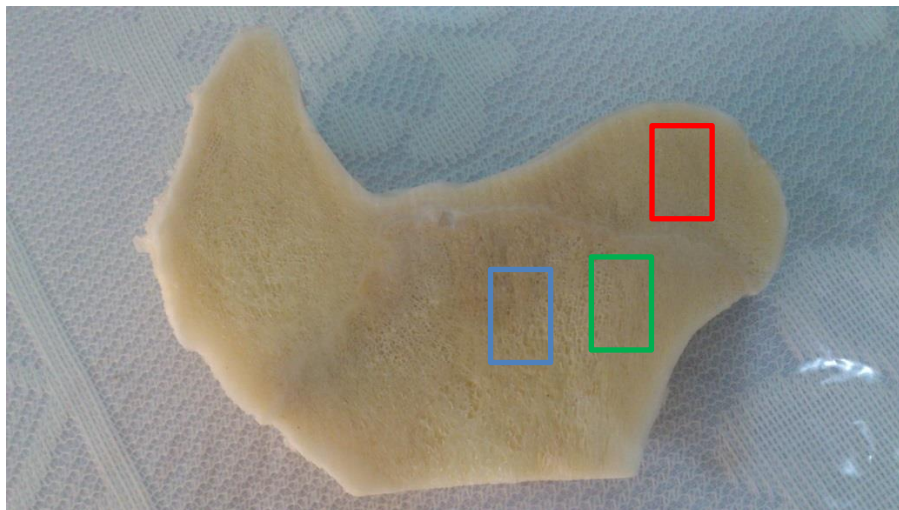


Figura 4.15. Áreas seleccionadas para obtener las imágenes de las regiones de hueso trabecular presentes en el espécimen: región 1 (azul), región 2(verde) y región 3(rojo).

Las imágenes de las áreas indicadas fueron tomadas con una cámara de 14 Mpx de resolución, previamente, las zonas fueron entintadas de color azul, con la finalidad de mejorar la apreciación al momento de realizar la toma de datos correspondiente. La figura 4.16 muestra las tres imágenes en las que se aplicó la metodología ya descrita.

Figura 4.16 Imágenes de hueso trabecular mostrando las distintas regiones presentes en el hueso trabecular del espécimen: a) región 1, b) región 2 y c) región 3.

4.4 Simulación de ensayo de compresión

Con la finalidad de comprobar el comportamiento de los modelos, con la ventaja de que dichos modelos poseen las dimensiones del plano intermedio de una probeta para ensayos de compresión, se realizó una simulación sencilla de un ensayo de compresión en cada modelo.

De inicio fue necesario asegurar que cada uno de los modelos tenía las dimensiones establecidas de 2 cm x 1 cm; para lo cual en Abaqus® se realizó una nueva parte bidimensional, la cual fue un marco rectangular cuya principal característica fue que tuviera un hueco rectangular de las dimensiones requeridas en cada modelo.

Posteriormente, se realizó un corte donde el marco rectangular cortó a cada modelo respectivamente. Para ejemplificar lo anterior se usará el modelo generado para la imagen de la región 1, como se mencionó anteriormente estos modelos se detallarán en la sección correspondiente. La figura 4.17 muestra el proceso de corte realizado en Abaqus® para el modelo anteriormente dicho.

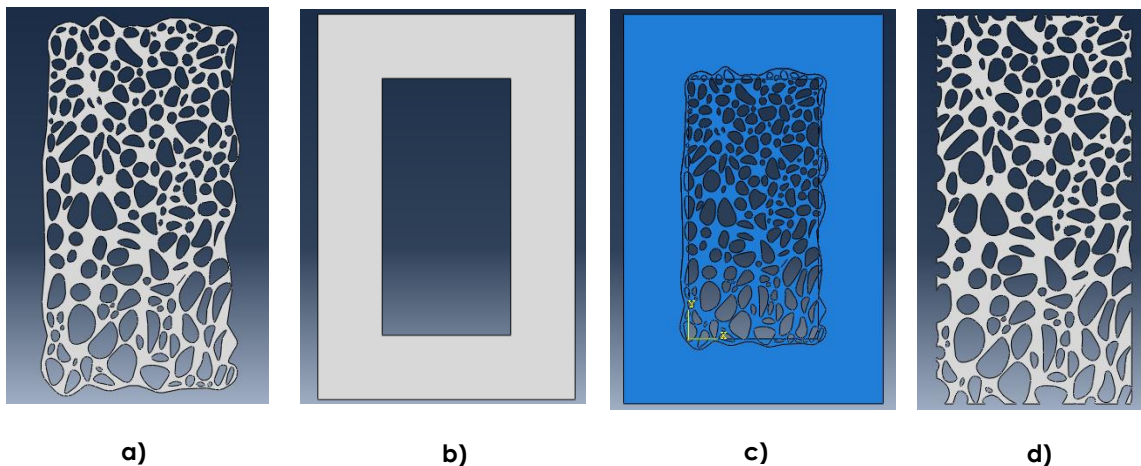


Figura 4.17 Proceso de corte hecho en un modelo de hueso trabecular: a) modelo generado por Abaqus® a través de Python®, b) marco que realizará el corte al modelo, c) acomodo del modelo y del marco previo al corte y d) modelo cortado.

Para el desarrollo de la simulación otro factor que es necesario definir dentro de Abaqus®, son las propiedades que se asignarán al material. En este caso en específico como se ha mostrado en las secciones anteriores, las propiedades mecánicas del hueso trabecular varían de acuerdo a diversos factores tales como edad y salud de los individuos. Para los fines establecidos en este trabajo, se considerará al hueso trabecular como un material isotrópico.

La propiedad indispensable que fue necesaria definir fue el módulo de Young para el cual se utilizó la relación empírica desarrollada por Rho en 1993, la cual se muestra en el capítulo 2 a través de la fórmula 2.1. Dicha relación permite obtener un valor del módulo de Young para el material de las trabéculas, considerándolo como un material isotrópico, elástico y lineal, a partir de la densidad aparente del hueso trabecular.

Para este trabajo se consideró un valor para la densidad aparente igual a 0.4 g/cm^3 , dicho valor fue utilizado por Guerrero en 2014. Con el valor mencionado de densidad aparente, la relación da un valor de módulo de Young igual a 1.678 GPa . Por otra parte se asignó un valor para la relación de Poisson igual a 0.3 , y una densidad igual a 1.8 g/cm^3 (Ruiz, 2010).

Como parte de la simulación del ensayo de compresión fue necesario crear una parte analíticamente rígida, la cual representa el cabezal de la máquina universal de ensayos, para este caso se definió un rectángulo de $0.5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$, que se colocaría en la parte superior de cada modelo para realizar su respectivo ensayo.

Se estableció que el cabezal se moviera 0.89 mm hacia abajo, que de acuerdo con las pruebas de Ramírez en 2007, dicho desplazamiento corresponde a un 5.5% de la deformación de la probeta. Dentro de las condiciones de frontera para la simulación, se sobrerestringió la parte inferior de cada modelo respectivamente. Por otra parte dentro de la sección de interacciones, se definió una entre el cabezal y el modelo, para lo cual se usó una interacción superficie a superficie asignando un coeficiente de fricción de 0.27 en el apartado de propiedades para esta interacción (Davim et al., 2004).

Otra interacción que fue necesario definir fue el auto-contacto sin fricción, esta condición se definió en cada uno de los poros respectivos a cada modelo, dicha condición es necesaria en caso de que en algún punto de la simulación una trabécula entre en contacto con otra. La figura 4.18 muestra algunas de las características mencionadas del proceso, se usa nuevamente el modelo de la región 1 para ejemplificar.

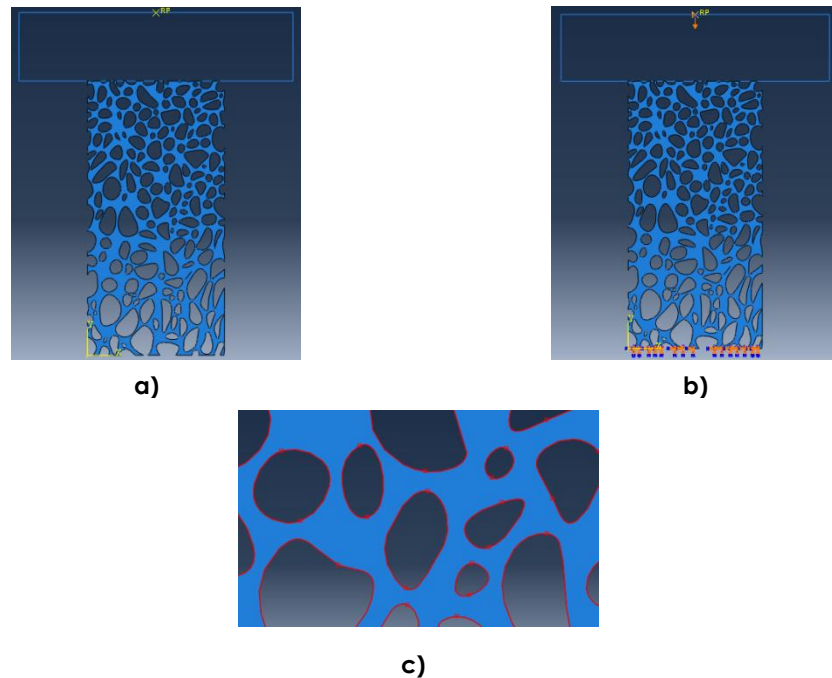


Figura 4.18 a) Ensamble de un modelo con el cabezal. b) Indicaciones del empotramiento del modelo y el desplazamiento del cabezal. c) Asignación del auto contacto para algunos poros del modelo.

En cuanto al mallado de cada modelo se usaron elementos triangulares debido a la complejidad geométrica presente, el tamaño de los elementos usados en cada modelo así como la cantidad de elementos a utilizar varió de acuerdo a las características de cada estructura. Cabe señalar que dentro de la sección de mallado se asignaron condiciones de esfuerzo plano para la simulación de cada modelo. La figura 4.19 muestra una porción del mallado del modelo de la región 1.

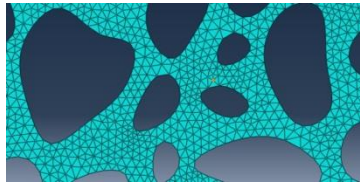


Figura 4.19 Mallado triangular del modelo.

4.5 Generación de modelos de hueso

A continuación se presentan los datos más relevantes obtenidos en cuanto a la generación de los modelos, así como las imágenes correspondientes de representaciones y modelos. Los modelos que se muestran son posteriores al corte hecho usando el marco rectangular indicado en la sección anterior. Por otra parte, otro factor fundamental que será indicado, es la fracción de área ocupada por cada modelo ya que de acuerdo con lo reportado por Ruiz en 2013, la fracción volumétrica puede ser estimada de forma imparcial a partir de la fracción de área.

El modelo de la región 1 cuenta con un total de 532 trabéculas y a su vez tiene un total de 196 poros. Por otra parte, este modelo tiene que el espesor promedio de las trabéculas que lo conforman es de 0.258 ± 0.073 mm, y a su vez la orientación preferencial de la mayoría de las trabéculas se encuentra entre 80° y 105° con 127 repeticiones. Por otra parte, el área ocupada por el material en el modelo es de 0.966 cm^2 , por lo cual la fracción de área ocupada por el hueso en la sección rectangular de 2 cm^2 es 48.3%. La figura 4.20 muestra la comparación de la imagen original, con respecto al modelo con elipses, los contornos hechos con "Spline" y el modelo final realizado en Abaqus@.

Para el modelo de la región 2 se contabilizaron un total de 619 trabéculas y 209 poros. El espesor promedio de las trabéculas de este modelo es 0.257 ± 0.077 mm, y la orientación preferencial de sus trabéculas se encuentra entre 55° y 80° con 200 repeticiones. El área ocupada por el modelo es de 1.088 cm^2 , esto hace que la fracción de área ocupada por el hueso sea de 54.39%. La figura 4.21 muestra la comparación respectiva para este modelo.

El tercer modelo correspondiente a la región 3, cuenta con una cantidad de 1120 trabéculas y con 375 poros. En este modelo las trabéculas cuentan con un espesor promedio de 0.251 ± 0.058 mm, y la orientación preferencial de sus trabéculas se encuentra entre 75° y 100° con 271 repeticiones. El área ocupada por el material en el modelo es de 1.312 cm^2 , lo cual implica que el porcentaje de área ocupada es de 65.6%. La figura 4.22 muestra la comparación entre el modelo, la representación hecha con elipses, la representación con la herramienta "Spline" y la imagen original para este caso.

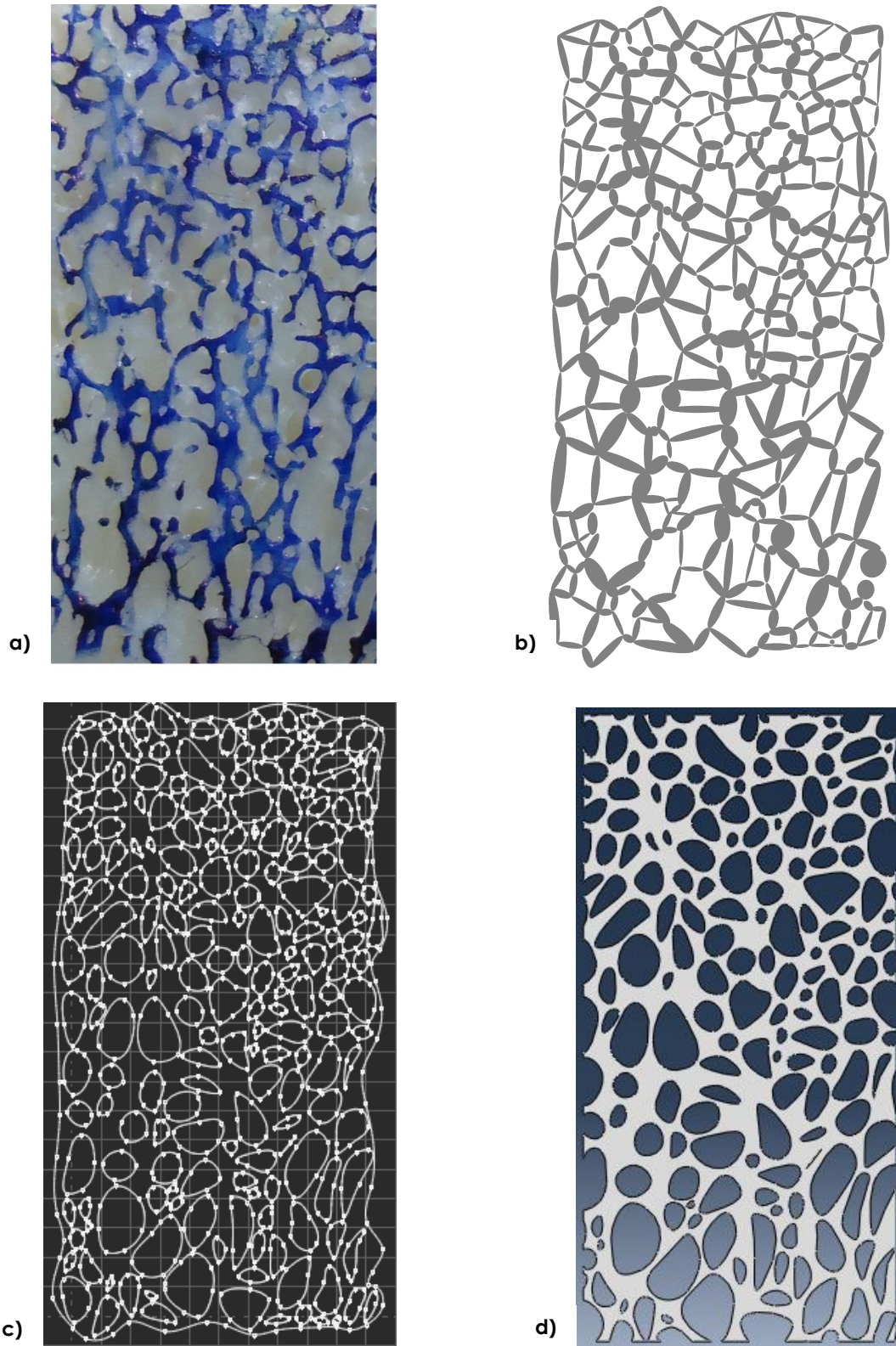


Figura 4.20 Comparación de las representaciones de la imagen de la región 1: a) imagen original, b) representación con elipses, c) esquema hecho con herramienta "Spline" y d) modelo hecho en Abaqus®.

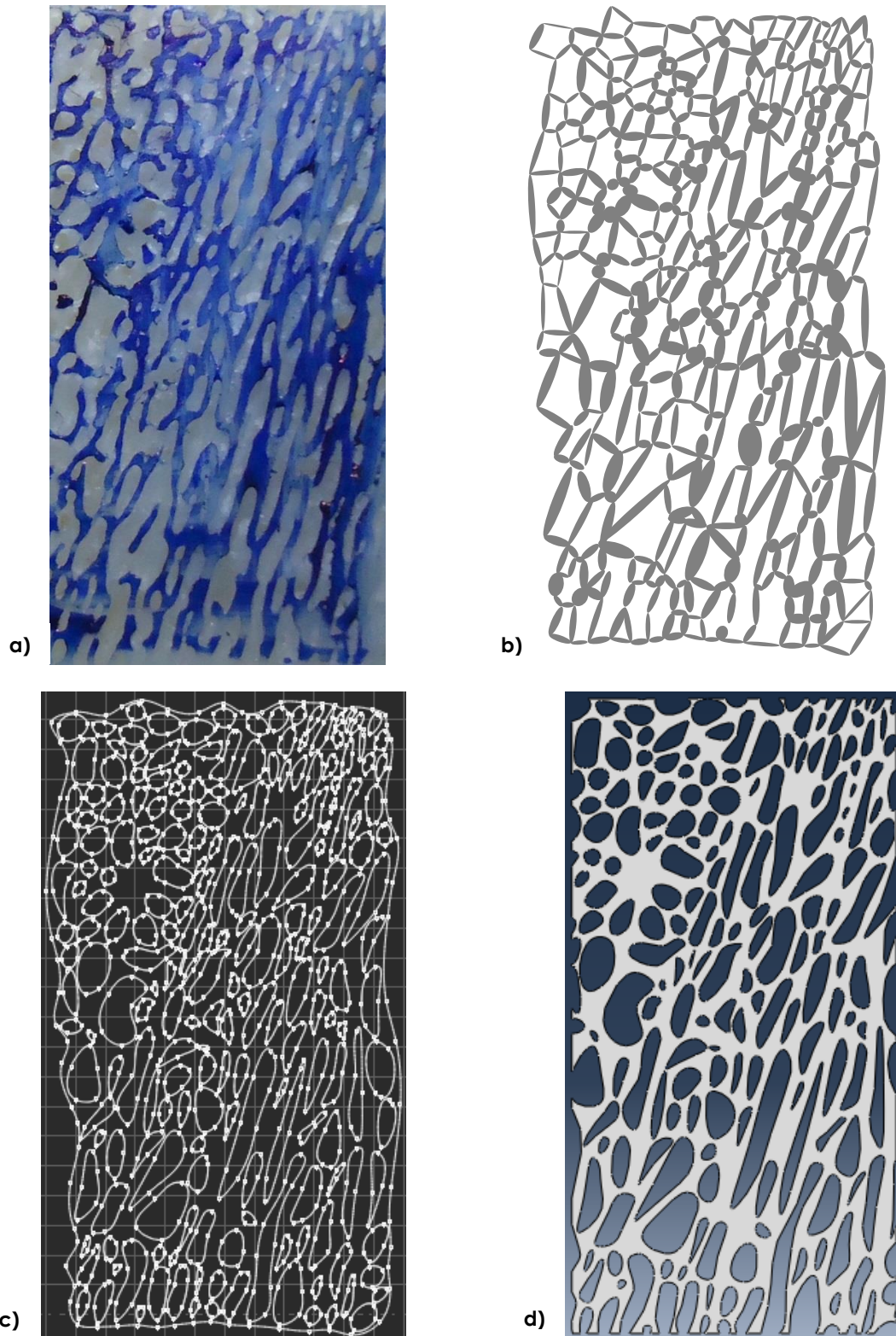


Figura 4.21 Comparación de las representaciones de la imagen de la región 2: a) imagen original, b) representación con elipses, c) esquema hecho con herramienta "Spline" y d) modelo hecho en Abaqus@.

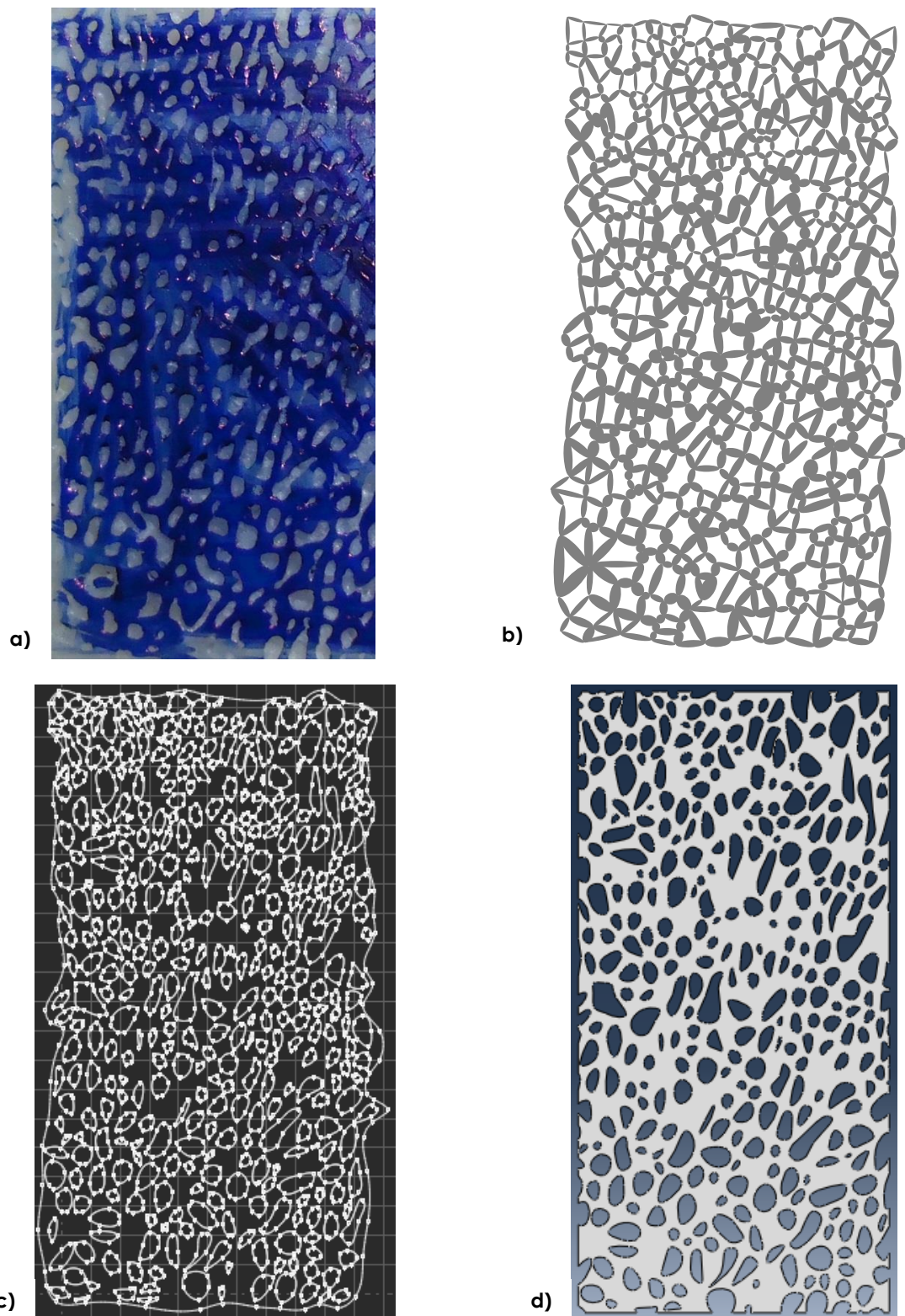


Figura 4.22 Comparación de las representaciones de la imagen de la región 3: a) imagen original, b) representación con elipses, c) esquema hecho con herramienta "Spline" y d) modelo hecho en Abaqus@.

5 Análisis de resultados

En esta sección se mostrarán los resultados correspondientes al ensayo de compresión hecho en cada una de las muestras. Cabe mencionar que en estas simulaciones se consideraron condiciones muy limitadas, ya que sólo pretende demostrar que la metodología es útil para generar modelos similares a la realidad y que permitan en un futuro modelarlos con condiciones más complejas.

Para los tres análisis realizados se consideró un mismo valor de resistencia máxima a la compresión, este valor a su vez puede variar en un rango de entre 100 y 140 MPa (Cowin, 2001), por lo que para este trabajo se consideró un valor de 100 MPa para el esfuerzo máximo.

El criterio de cedencia que se utilizó para analizar cada uno de los modelos, fue el criterio de von Mises. Si bien para materiales anisotrópicos, como el hueso, los criterios más convenientes a utilizar serían, ya sea el criterio de Hill o bien el criterio de Tsai y Wu, sin embargo, en los modelos se ha mencionado que se considera al hueso como un material isotrópico, por lo que para este trabajo en particular el criterio de von Mises resulta más conveniente, ya que en los criterios antes descritos se necesitan parámetros de anisotropía dados por el material.

Para el primer modelo se utilizó un mallado que generó 23,950 elementos triangulares. La figura 5.1 a) muestra el nivel de esfuerzos en este modelo, a través de una escala de color, donde las zonas grisáceas son aquellas en donde se ha superado el valor de esfuerzo máximo, por lo que en dichas zonas se puede iniciar la falla de la estructura. Para apreciar mejor estas zonas la figura 5.1 b) resalta únicamente las zonas que han superado el valor de 100 MPa.

En este análisis se puede apreciar que sólo algunas trabéculas de la estructura han superado el valor máximo de esfuerzo, localizando éstas, mayoritariamente, en la sección cercana a la base del modelo, en su esquina superior derecha y en algunas trabéculas intermedias. Lo cual indica que la distribución de esfuerzos a lo largo de la estructura se concentra en las secciones antes descritas.

Por otra parte cabe señalar que se pueden apreciar varias regiones en tonalidad azul (figura 5.1a), las cuales, de acuerdo con la escala de color, presentan el menor nivel de esfuerzo, por lo que en estas zonas la carga no está siendo distribuida, muchas de ellas es debido a que se encuentran en los extremos por lo que no tienen conectividad con otras trabéculas, ocasionando que otras zonas sean las que soportan la sollicitación dada.

En la figura 5.4 se muestra la curva de fuerza de reacción contra desplazamiento (F_r vs u) del modelo 1, dicha gráfica aparentemente no presenta cambios en su pendiente, los cuales implicarían que en algún punto de la simulación algunas trabéculas entraron en contacto ocasionando cambios en el comportamiento de la fuerza de reacción a medida que se desarrolla el ensayo.

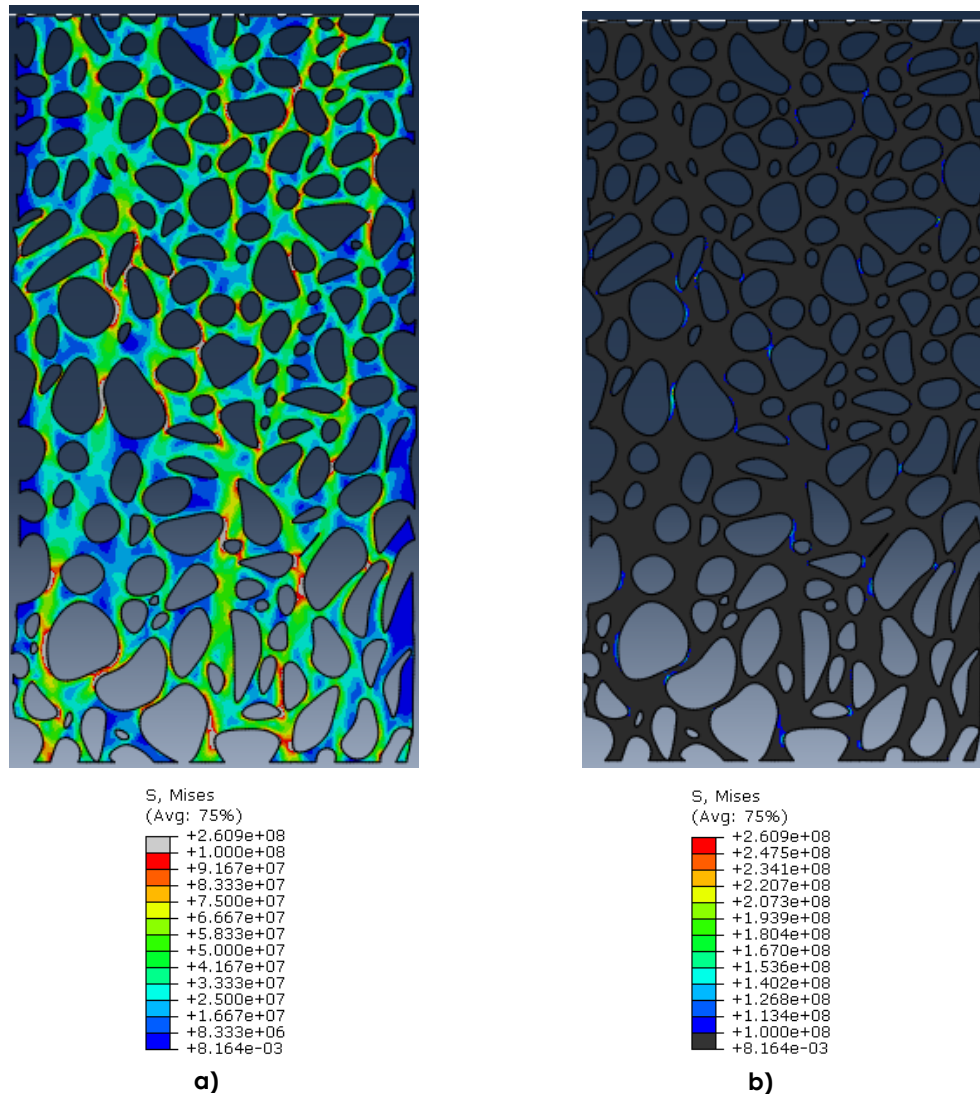


Figura 5.1 Niveles de esfuerzo de von Mises, para el modelo 1 con 5.5% de deformación: a) distribución de esfuerzo en toda la estructura y b) especificación de las zonas que han superado 100 MPa.

Para el segundo modelo se usaron un total de 30,692 elementos triangulares para el mallado correspondiente. La figura 5.2 a) muestra el estado de esfuerzos en toda la estructura del modelo cuando ha sido deformado al 5.5%. De igual forma, las regiones en gris son aquellas que han superado el valor de 100 MPa, y por lo tanto son regiones con tendencia a fallar primero. La figura 5.2 b) resalta estas zonas.

Dichas zonas abarcan principalmente algunas trabéculas localizadas de manera diagonal desde la esquina inferior izquierda hasta la esquina superior derecha del modelo, es decir, las trabéculas que han fallado son las que componen a la estructura con una orientación más clara de la red de hueso esponjoso y es por esta región por donde se transmite la carga.

Además se aprecia que las regiones que presentan los menores niveles de esfuerzo, se encuentran en la esquina superior izquierda e inferior derecha del modelo, es decir, estas regiones están soportando la carga en menor medida, en comparación con la zonas que tienen una orientación preferencial de las trabéculas.

La figura 5.4, por otra parte, muestra la curva fuerza de reacción contra desplazamiento (F_r vs u), en la cual a diferencia de la del modelo 1, se puede apreciar más claramente un cambio de pendiente a lo largo de la curva, lo cual implica que algunas trabéculas se deformaron a tal grado que empezaron a interactuar con otras dentro de la estructura, ocasionando así variaciones en la fuerza con la que el modelo reacciona.

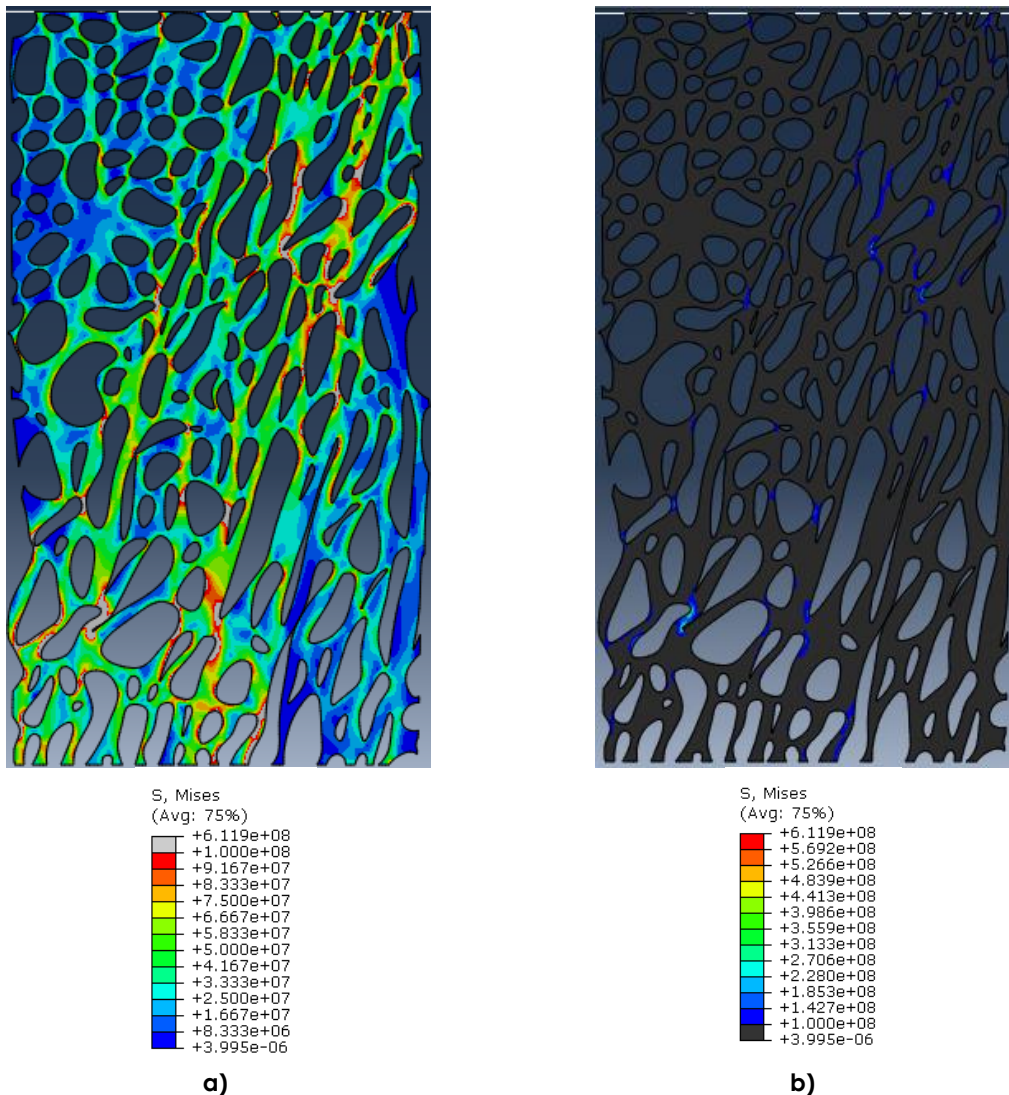


Figura 5.2 Niveles de esfuerzo de von Mises, para el modelo 2 con 5.5% de deformación: a) distribución de esfuerzo en toda la estructura y b) especificación de las zonas que han superado 100 MPa.

Para el modelo correspondiente a la región 3, la malla utilizada contuvo un total de 40,245 elementos. La figura 5.3 a) muestra la distribución de esfuerzos en esta estructura cuando tiene el 5.5% de la deformación. Al igual que en los modelos anteriores las zonas en gris son aquellas que han superado el valor de esfuerzo máximo de 100 MPa. Estas zonas se localizan en algunas áreas específicas dentro de la estructura, de forma similar que en los modelos anteriores, estas zonas se encuentran en mayor medida en áreas cercanas a la base del modelo, y en menor medida en algunas áreas cerca de la zona superior y zona media del modelo. También se muestra una imagen que permite ubicar de mejor manera estas zonas, presentada en la figura 5.3 b).

En comparación con los modelos anteriores, en éste se aprecian una mayor cantidad de zonas que presentan tonalidades diferentes al azul, es decir, la mayoría de los elementos presentes en esta estructura están soportando la carga de la sollicitación, por lo que la distribución de esfuerzos se realiza de manera más uniforme en esta estructura en comparación con las anteriores. Lo anterior indica que esta estructura es más eficiente y tiene una mayor resistencia debido a su fracción de área y a su arquitectura trabecular ya que todos los elementos presentan carga, e inclusive se logra apreciar que los elementos que han alcanzado el mayor nivel de esfuerzo tiene una orientación vertical en dirección del desplazamiento al que es sometido el modelo.

La figura 5.4 muestra la curva de fuerza de reacción contra desplazamiento, para la simulación hecha en este modelo. En esta gráfica se aprecia un comportamiento similar al presentado en el modelo 1, es decir, la relación entre la fuerza de reacción y el desplazamiento parece tener un comportamiento lineal, lo cual parece indicar que durante la simulación no se llevó a cabo el contacto entre las trabéculas.

A su vez, en la figura 5.4 se muestra la comparación entre las curvas de fuerza de reacción y desplazamiento de los tres modelos. En este gráfico se logra apreciar más claramente, los aparentes cambios de pendiente del modelo 2 en comparación con los otros dos modelos. Por otra parte en cuanto al tercer modelo se ve que éste es el que presenta una mayor fuerza de reacción al final de la simulación, esto es debido a que éste tiene una mayor fracción de área y también una arquitectura más adecuada para la sollicitación, por lo mismo el modelo 1 al ser que tiene una menor fracción de área es el que presenta la menor fuerza de reacción, además de que su arquitectura no es adecuada para el ensayo.

Por otra parte la figura 5.5 muestra una gráfica de fuerza de reacción máxima contra fracción de área, para los tres modelos, donde se puede apreciar de una manera más clara, como el área que ocupa un modelo provoca variaciones en la fuerza de reacción, por lo que una mayor área hace que la fuerza de reacción aumente. Sin embargo cabe resaltar que el incremento de la fuerza de reacción no es lineal con la fracción de área, esto es debido a la arquitectura propia de cada modelo, lo cual es otro factor que determina la forma en que reacciona un modelo ante las sollicitaciones a las que sea sometido.

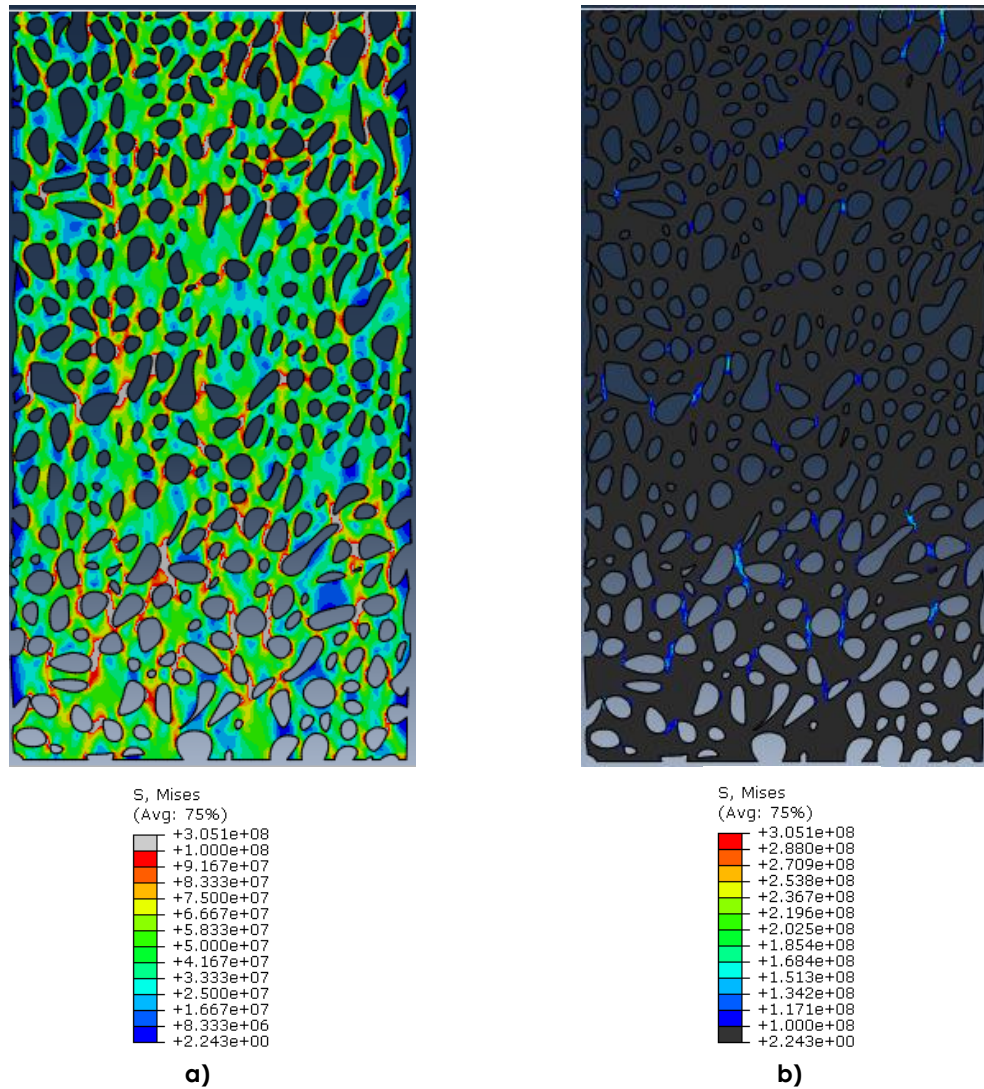


Figura 5.3 Niveles de esfuerzo de von Mises, para el modelo 3 con 5.5% de deformación: a) distribución de esfuerzo en toda la estructura y b) especificación de las zonas que han superado 100 MPa.

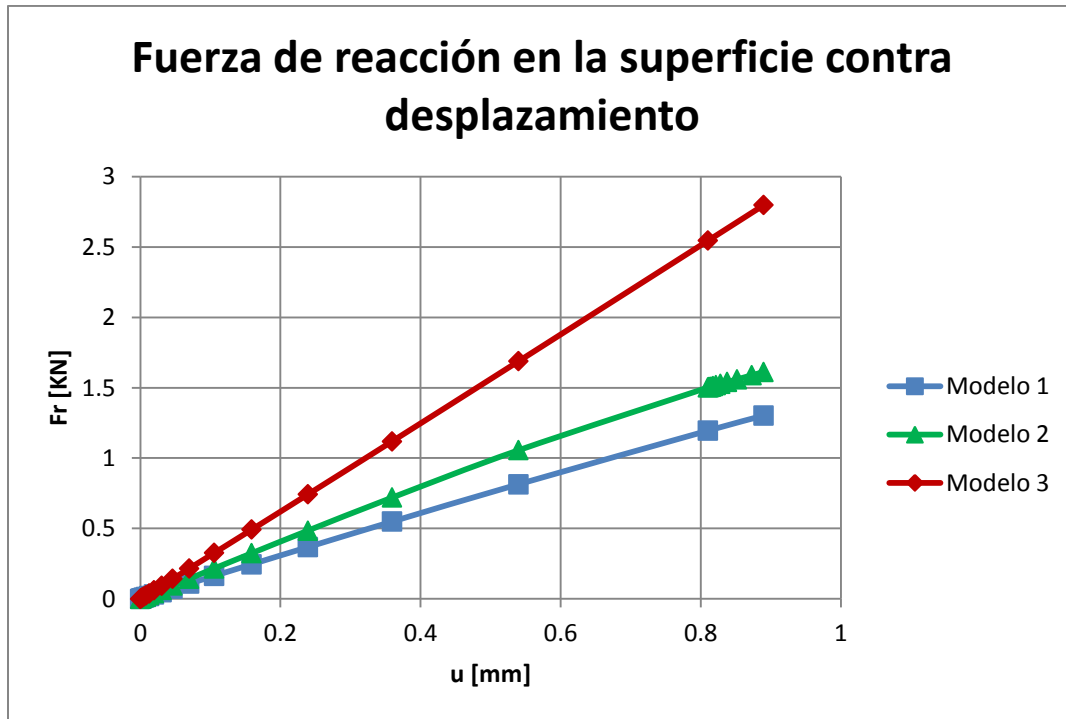


Figura 5.4 Gráficas de fuerza de reacción contra desplazamiento, para las simulaciones respectivas a cada modelo.

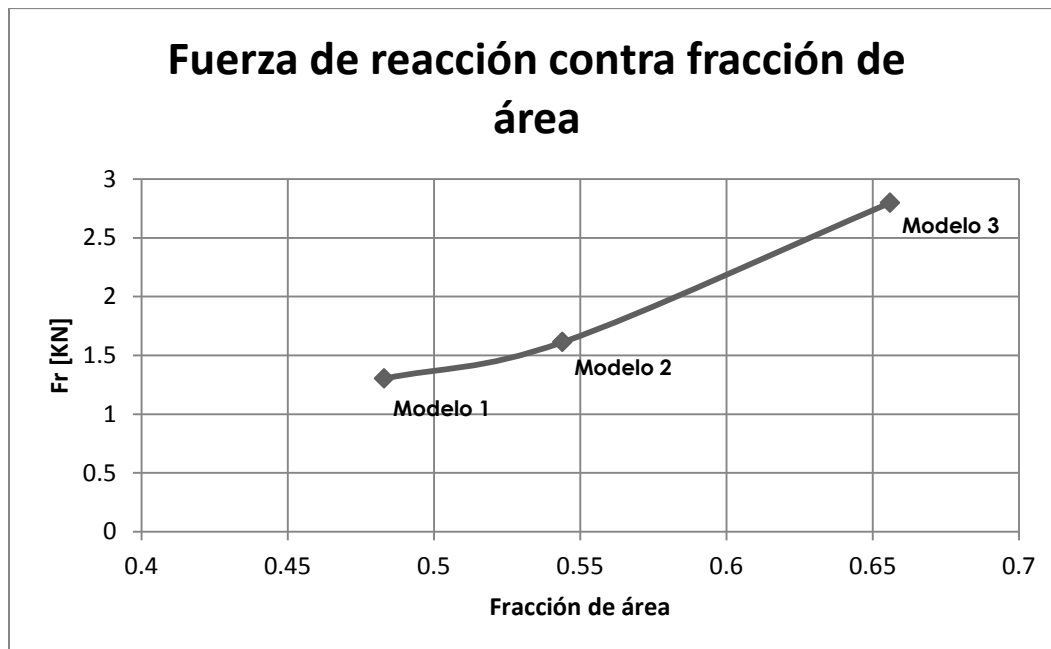


Figura 5.5 Gráfica de fuerza de reacción máxima contra la fracción de área, en cada modelo.

6 Conclusiones

En cuanto al uso de la metodología descrita, debe mencionarse que el trabajo manual necesario para obtener los datos de los puntos requeridos para representar cada trabécula de una imagen de hueso, implica un tiempo prolongado de realización, ya que no se cuenta con un software que haga estas mediciones. Por otro lado los modelos finales pueden presentar errores significativos debido a las consideraciones que se realicen en las mediciones en cuanto a la asignación de puntos.

En cuanto a los modelos finales que pueden obtenerse, la geometría de cada trabécula, así como la estructura trabecular, pueden representarse de manera muy similar a como se muestren en la imagen original correspondiente. Lo anterior se corrobora con los tres modelos obtenidos en este trabajo, ya que cada uno de ellos representa una imagen de hueso trabecular, en donde se tienen características distintas en cuanto a la arquitectura de las trabéculas y sus geometrías.

La representación hecha con elipses, si bien no es un paso necesario para obtener los modelos finales, si es recomendable, ya que esta representación permite detectar errores de medición hechos en trabéculas particulares de una manera más eficaz, específicamente, gracias a las herramientas gráficas del programa Mathematica® fue posible, en el desarrollo de los modelos indicados, localizar trabéculas con errores de medición por medio de enumeraciones en las elipses y en los poros o bien utilizando puntos de referencia para ubicarlas de mejor manera en las series de datos obtenidas después de las mediciones y hacer las correcciones pertinentes. Sin mencionar que esta representación da una visualización de cómo quedará el modelo final, además ayuda a realizar, de una manera más eficiente, la elaboración de la lista de poros y la lista de contorno, necesarias para usar la herramienta "Spline" para generar los poros y el contorno de un modelo, respectivamente.

En cuanto al método utilizado para obtener las imágenes de las cuales se basaron los modelos, dicho método resultó ser muy fácil de realizar, ya que otros métodos convencionales en los cuales se obtiene una imagen de hueso trabecular utilizan microscopios ópticos, dichos métodos pueden resultar difíciles dada la cantidad de imágenes a ensamblar para la construcción de la probeta completa. Por lo que el método usado puede ser realizado con pocos recursos, y reproducido de manera más sencilla.

Dentro de las simulaciones realizadas, se logró apreciar que las diferentes arquitecturas así como los diferentes valores de fracción de área, repercuten en los resultados finales, tanto en las regiones de falla de cada modelo así como en las gráficas de fuerza de reacción contra desplazamiento y de fuerza máxima de reacción contra fracción de área. Dado que en cada simulación se establecieron los mismos parámetros característicos del ensayo, así como las mismas propiedades mecánicas para el material, la diferencia en los resultados depende únicamente de la estructura formada por las trabéculas, así como de la fracción de área ocupada por el hueso, donde cabe señalar nuevamente que este último valor es una medida que indica indirectamente la fracción volumétrica del hueso trabecular.

Lo anterior puede corroborarse al hacer una comparación entre el modelo 1 y el modelo 3, ya que ambos aparentemente no presentan una orientación preferencial, sin embargo, en el modelo 1 se encuentran varias zonas que no están soportando la sollicitación del ensayo, mientras que el modelo 3 presenta una mejor distribución de esfuerzos, es decir, en el modelo 3 la gran mayoría de sus elementos están trabajando para soportar el desplazamiento dado, por lo que su arquitectura es más eficiente, para este tipo de sollicitación. Por otra parte la fuerza de reacción de este modelo es muy superior comparada con la del modelo 1, lo cual indica que una mayor fracción de área favorece al aumento de la fuerza de reacción que una estructura pueda presentar.

En el modelo 2, específicamente, se aprecian zonas mucho más visibles que no están trabajando para soportar el ensayo, esto se atribuye a que la dirección en la que fue comprimido el modelo no favoreció a la orientación preferencial de la mayoría de sus trabéculas, ocasionando interacciones entre éstas permitiendo que el colapso de la estructura se diera mucho antes en comparación con los otros dos modelos, iniciando éste con la falla de las trabéculas con orientación preferencial. Además, estas interacciones afectan directamente a la fuerza de reacción lo cual se nota en los ligeros cambios de pendiente de la gráfica correspondiente, donde la disminución de la pendiente se debe a la condición de no fricción asignada en el autocontacto de las trabéculas. De igual forma se corrobora el papel que tiene la fracción de área, ya que la fuerza de reacción máxima de este modelo, es mayor que la presentada por el modelo 1 pero menor a la presentada por el modelo 3. Cabe mencionar, que si la imagen de hueso se hubiera tomado de tal forma que la dirección de la compresión coincidiera con la de las trabéculas, los resultados hubieran demostrado una mayor resistencia en la estructura.

Las consideraciones isotrópicas hechas sobre el material, para la realización de estas simulaciones, no son las más pertinentes, ya que hay estudios donde se consideran las características anisotrópicas del hueso, por lo que considerarlo como un material isotrópico, elástico y lineal, es una idealización que permite generar conclusiones aproximadas de su comportamiento ante diferentes condiciones de carga. Sin embargo, el objetivo de este proyecto, el cual se cumple, es únicamente el obtener una metodología que permita hacer una representación digital de la estructura del hueso trabecular.

En cuestiones de trabajos futuros que pretendan utilizar esta metodología se recomienda mejorar en el aspecto de medición de los datos de cada trabécula, ya sea por uso de software comercial o por la generación de un software que permita realizar este proceso de manera que se pueda reducir el tiempo de medición.

Por otra parte, también se recomienda la implementación de otras metodologías que permitan asignar propiedades anisotrópicas u ortotrópicas al material del hueso trabecular con la finalidad de reproducir de manera más exacta su comportamiento real en un ensayo mecánico, por medio del método de elementos finitos. También se recomienda implementar otros tipos de ensayos mecánicos o bien de simular condiciones en las que el hueso trabecular trabaja normalmente en el organismo, para así ampliar el conocimiento sobre su comportamiento y el uso de esta metodología.

Anexos

Anexo 1: Descripción por diagramas de flujos

La forma en que se programó el código de esta metodología se basa en una estructura de funciones principalmente. A continuación se muestran los diagramas de flujo de las funciones principales que fueron definidas en el código realizado en Python®, estas funciones son las encargadas de generar las condiciones, así como los puntos para utilizar la herramienta "Spline" y realizar el modelo.

La función 1 (figura A.1) corresponde al proceso por el cual se obtienen el ángulo de inclinación y los valores de los semiejes de cada elipse, partiendo de los puntos tomados de la imagen de hueso.

La función 2 (figura A.2) indica los pasos a seguir para obtener la coordenada del centro de cada poro, indispensable para calcular posteriormente los puntos tangentes a cada elipse, para lo cual es necesario la lista de poros.

La función 3 (figura A.3) indica la orientación con respecto al centro de la elipse, de los puntos tangentes de cada trabécula, y por ende los puntos que se usan como base para generar los poros, lo cual se realiza a través de una comparación entre el ángulo del vector de poro de cada elipse y el ángulo de inclinación de la misma.

La función 4 (figura A.4) permite generar una lista que almacene las coordenadas de los puntos tangentes de las trabéculas asociadas a cada poro, para ser dibujados usando la herramienta "Spline" posteriormente. Cabe señalar que esta función requiere de las funciones 1, 2 y 3.

Finalmente la función 5 (figura A.5) obtiene los puntos tangentes correspondientes a las elipses del contorno de la representación, dichos puntos permiten generar el contorno del modelo, para lo cual se necesita la lista de contorno, y de igual forma que la función 4, se usan las funciones 1, 2 y 3.

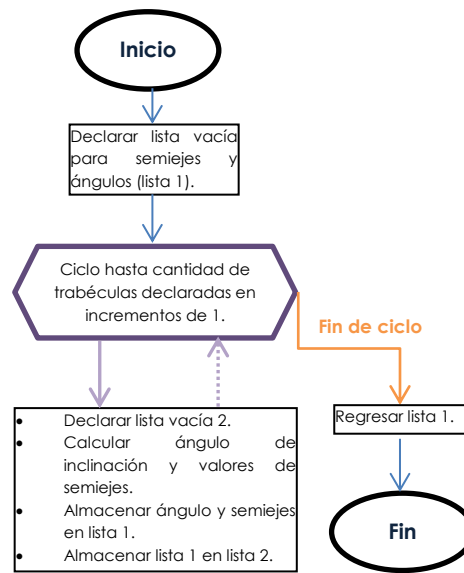


Figura A.1 Diagrama de flujo para la función que obtiene los valores de ángulo de inclinación y semiejes de cada elipse (función 1).

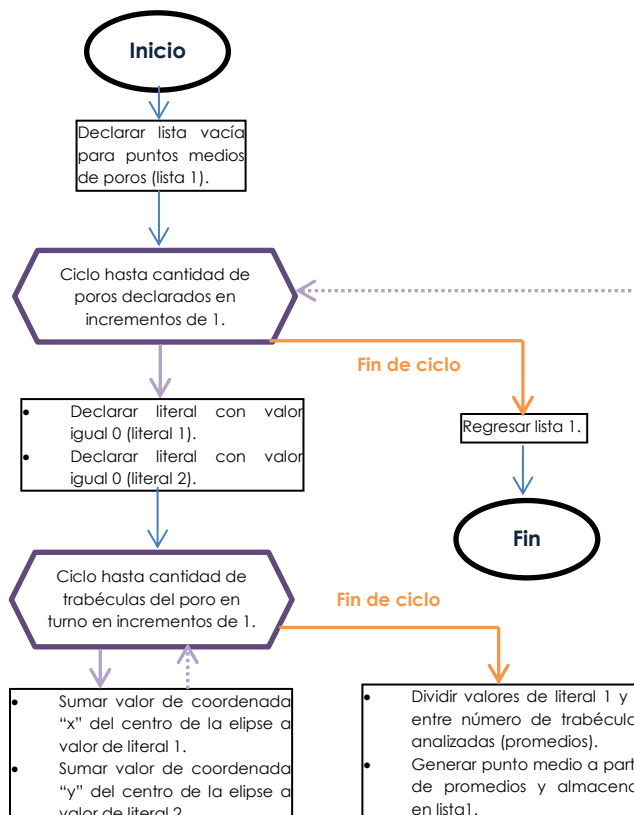


Figura A.2 Diagrama de flujo para obtener los puntos medios de los poros indicados (función 2).

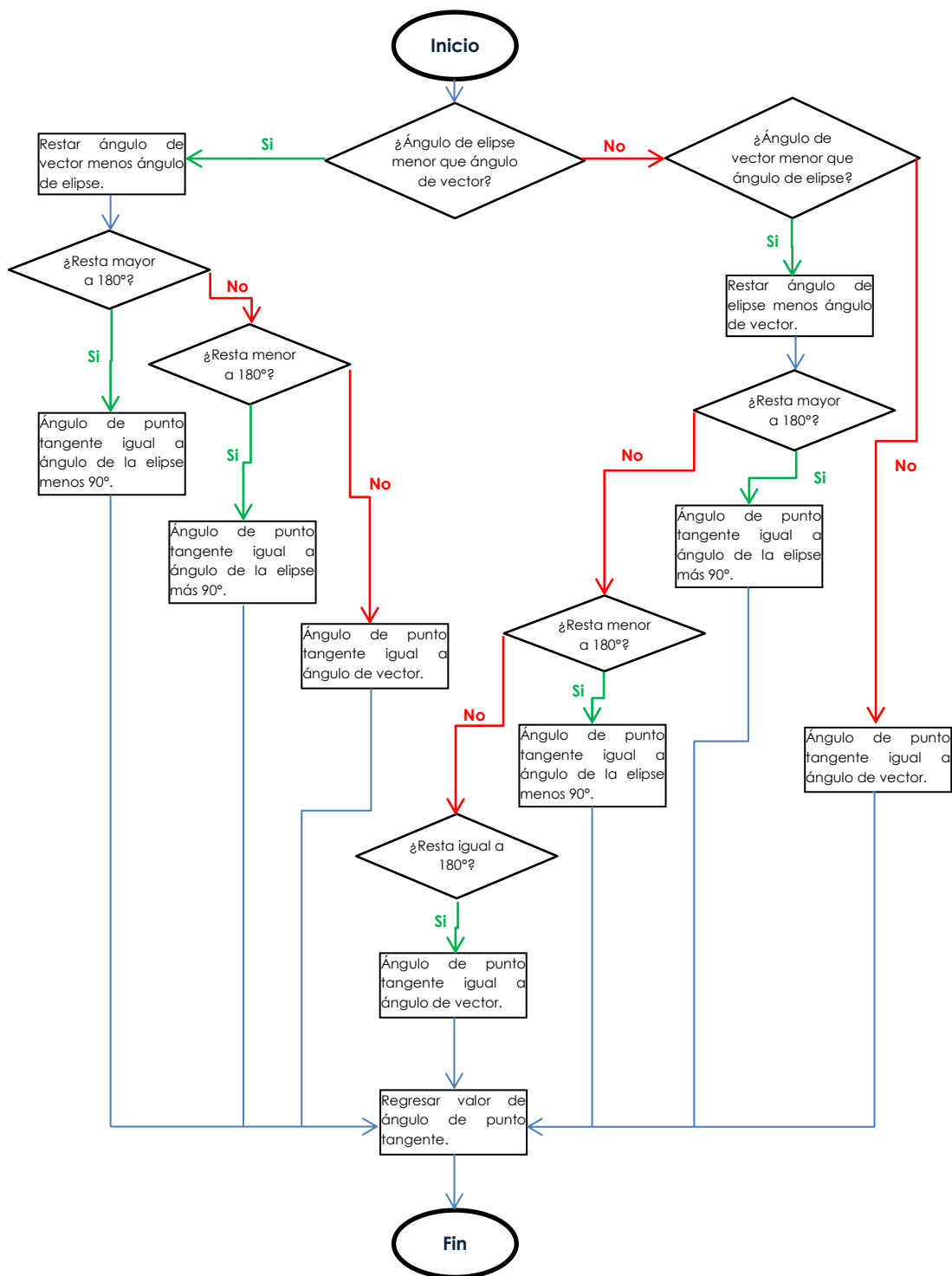


Figura A.3 Diagrama de flujo de la función que designa la orientación de los puntos tangentes de cada trabécula (función 3).

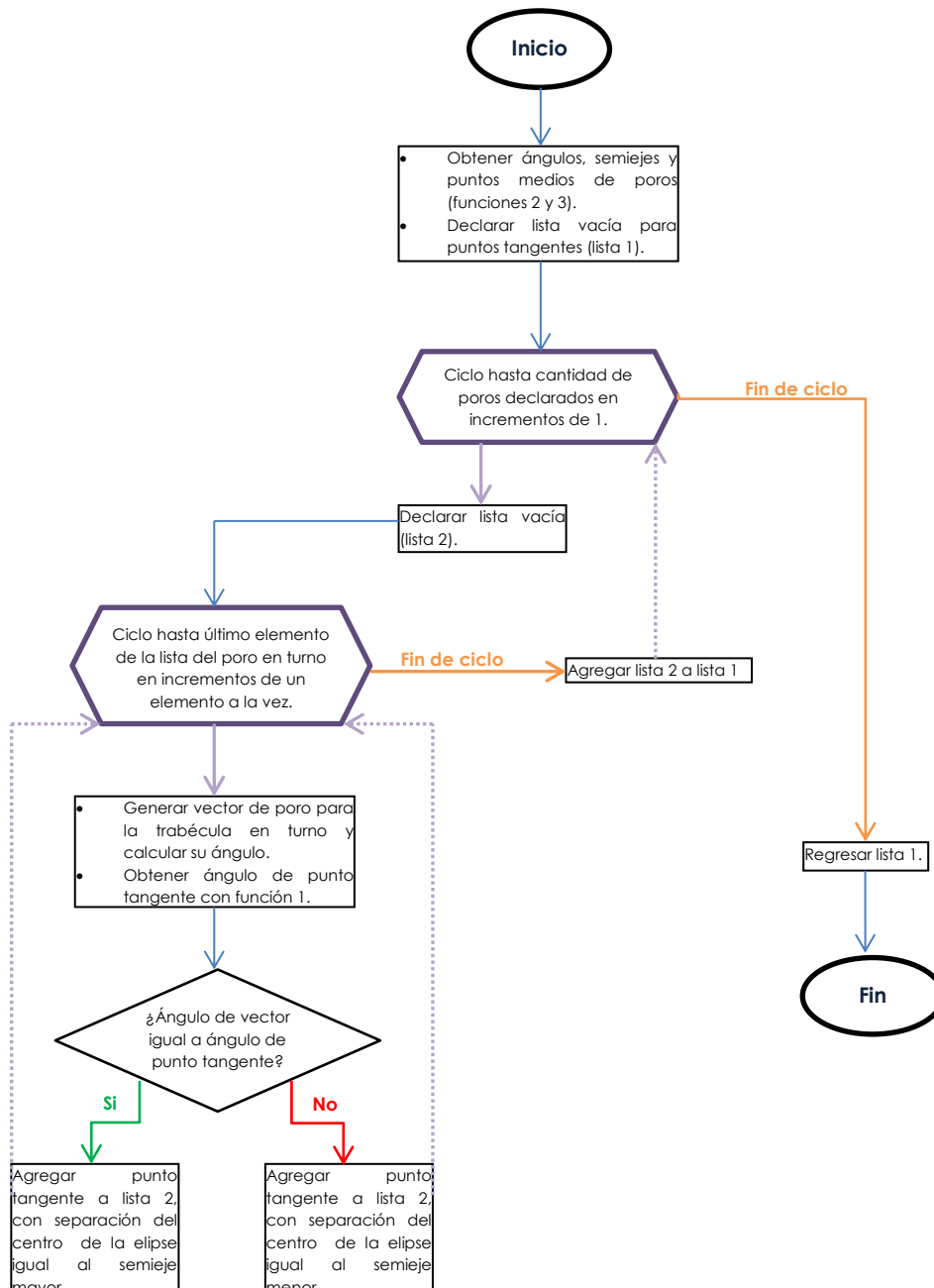


Figura A.4 Diagrama de flujo para obtener las coordenadas de los puntos tangentes para la generación de poros (función 4).

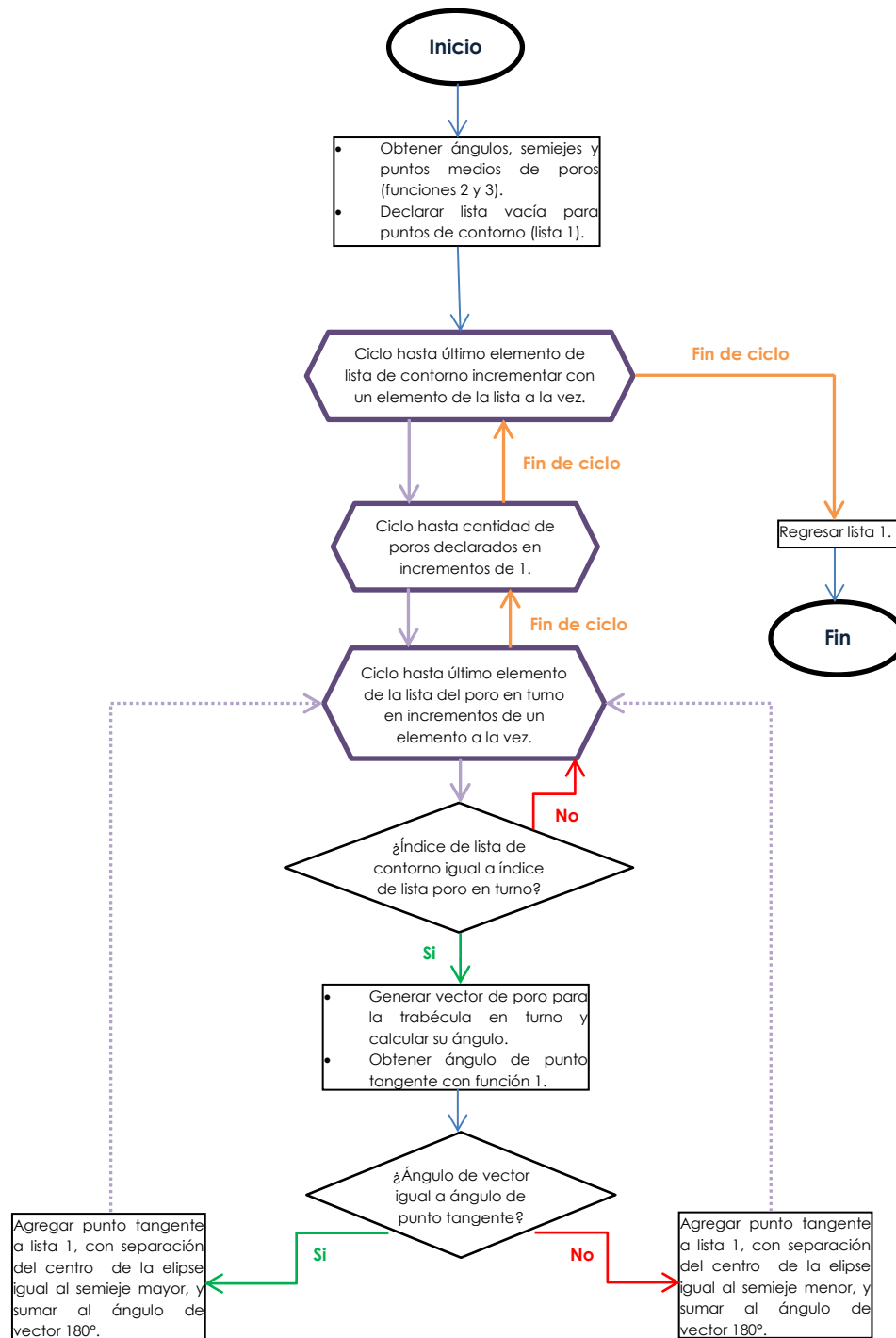


Figura A.5 Diagrama de flujo para obtener las coordenadas de los puntos tangentes para la generación del contorno del modelo de hueso (función 5).

Anexo 2: Script en Python® para generar modelos bidimensionales de hueso trabecular

```
"""
Modelo bidimensional de hueso trabecular
"""
#Sentencias base para Abaqus®
from abaqus import *
from abaqusConstants import *
backwardCompatibility.setValues(includeDeprecated=True,reportDeprecated=False)
import sketch
import part
from math import *

#Algunas funciones sencillas requeridas para sentencias posteriores
#Función para calcular el ángulo de un vector
def angp(y,x):
    z=atan2(y,x)
    if z<0:
        z=(2*pi)+z
    return z

#Obtención de un punto a partir de otro, a través de una distancia y una dirección
def trab(nod,dist,ang):
    nodd=[nod[0]+(dist*cos(ang)),nod[1]+(dist*sin(ang))]
    return nodd

#Distancia entre dos puntos
def distp(p1,p2):
    D =sqrt(((p2[0]-p1[0])**2)+((p2[1]-p1[1])**2))
    return D

#Cálculo de ángulo de inclinación y valores de semiejes para cada elipse (Función 1)
def valos(nod,esup,einf):
    angdist=[]
    for h in range(len(nod)):
        ad=[]
        vloc=[esup[h][0]-nod[h][0],esup[h][1]-nod[h][1]]
        anl=angp(vloc[1],vloc[0])
        dma=distp(nod[h],esup[h])
        dmi=distp(nod[h],einf[h])
        ad.append(anl)
        ad.append(dma)
        ad.append(dmi)
        angdist.append(ad)
    return angdist

#Cálculo de los puntos medios de los poros (Función 2)
def pmv(vv,nod):
    ptn=[]
    for t in range(len(vv)):
        xn=0
        yn=0
        for w in vv[t]:
            xn+=nod[w][0]
            yn+=nod[w][1]
        vn=[xn/len(vv[t]),yn/len(vv[t])]
        ptn.append(vn)
    return ptn
```

#Función que permite asignar la orientación del punto tangente a una elipse (Función 3)

```
def cang (ange,angl):
    if ange<angl:
        angr=angl-ange
        if angr>pi:
            angf=ange-(pi/2)
        elif angr<pi:
            angf=ange+(pi/2)
        elif angr==pi:
            angf=angl
    elif ange>angl:
        angr=ange-angl
        if angr>pi:
            angf=ange+(pi/2)
        elif angr<pi:
            angf=ange-(pi/2)
        elif angr==pi:
            angf=angl
    elif ange==angl:
        angf=angl
    return angf
```

#Puntos tangentes a las elipses del poro correspondiente (Función 4)

```
def ptt(vv,nod,AS):
    pv=pmv(vv,nod)
    ptv=[]
    for f in range(len(vv)):
        pcs=[]
        for q in vv[f]:
            v1=[pv[f][0]-nod[q][0],pv[f][1]-nod[q][1]]
            angl=angp(v1[1],v1[0])
            ang=cang(AS[q][0],angl)
            if ang==angl:
                pcs.append(trab(nod[q],AS[q][1],angl))
            else:
                pcs.append(trab(nod[q],AS[q][2],ang))
        ptv.append(pcs)
    return ptv
```

#Puntos exteriores para generar el contorno del modelo (Función 5)

```
def ptex(vv,nod,AS,vext):
    pvex=pmv(vv,nod)
    ptvex=[]
    for s in vext:
        for f in range(len(vv)):
            for q in vv[f]:
                if s==q:
                    v1e=[pvex[f][0]-nod[s][0],pvex[f][1]-nod[s][1]]
                    anget=(angp(v1e[1],v1e[0]))
                    ange=cang(AS[s][0],anget)
                    if AS[s][0]==anget:
                        ptvex.append(trab(nod[s],AS[s][1],anget+pi))
                    else:
                        ptvex.append(trab(nod[s],AS[s][2],ange+pi))
    return ptvex
```



```

#Asignación de las coordenadas en forma de listas de las mediciones hechas en la
imagen de hueso
nodos=[[],[],...]
sup=[[],[],...]
inf=[[],[],...]

#Asignación de la lista de poros y la lista de contorno
vv=[[],[],...]
vex=[,,...]

#Asignación ángulos de inclinación y semiejes
angsem=valos(nodos,sup,inf)

#Generación del modelo y sketch en Abaqus®
myModel=mdb.Model(name='Hueso trabecular')
mySketch=myModel.ConstrainedSketch(name='M',sheetSize=20.0)

#Asignación de puntos tangentes y puntos de contorno
pttang=ptt(vv,nodos,angsem)
pext=ptex(vv,nodos,angsem,vex)

#Creación de poros y contorno con herramienta “Spline”
for z in range (len(pttang)):
    ptspli=pttang[z]
    ptspli.append(pttang[z][0])
    mySketch.Spline(points=ptspli)
pext.append(pext[0])
mySketch.Spline(points=pext)

#Creación de modelo 2D de hueso en el módulo “Part” de Abaqus®
mypart=myModel.Part(name='Modelo',dimensionality=TWO_D_PLANAR,type=DEFORMABLE_BODY)
mypart.BaseShell(sketch=mySketch)

```

Obras de consulta

- [1] Ángeles J. "Caracterización mecánica del comportamiento viscoelástico de muestras de hueso trabecular bovino." Licenciatura. FI-UNAM. México. 2014.
- [2] Bevill G. y Keaveny T. "Trabecular bone strength predictions using finite element analysis of micro-scale images at limited spatial resolution." Bone 44. EUA. 2009.
- [3] Bustillo I. y López R. "Investigación en "in silico" de las propiedades mecánicas del hueso trabecular." Licenciatura. FI-UNAM. México. 2008.
- [4] Beaupré G. y Hayes W. "Finite element analysis for three dimensional open-celled model for trabecular bone." Journal of Biomechanical Engineering 107. 1985.
- [5] Borchers R., Gibson L., Burchardt H. y Hayes W. "Effects of selected thermal variables on the mechanical properties of trabecular bone." Biomaterials 16. Gran Bretaña. 1995.
- [6] Carter D. y Hayes W. "The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure." The Journal of Bone and Joint Surgery 59. 1977.
- [7] Cerrud S., Narváez M., Muñoz V. y Schouwenaars R. "Modelado del comportamiento mecánico del hueso (análisis de los efectos del grado de hidratación)." Sociedad Mexicana de ingeniería Mecánica. Vol.1. México. 2005.
- [8] Cowin S. "Bone Mechanics Handbook." FL: CRC Press. EUA. 2001
- [9] Davim J. y Marques N. "Dynamical experimental study of friction and wear behavior of bovine cancellous bone sliding against a metallic counterface in water lubricated environment." Journal of Materials Processing Technology 152. Portugal. 2004.
- [10] Depalle B., Chapurlat R., Wlatter-Le-Berre H., Bou-Said B. y Follet H. "Finite element dependence of stress evaluation for human trabecular bone." Journal of the mechanical behavior of biomedical materials 18. Francia. 2013.
- [11] Dunham C., Takaki S., Johnson J. y Dunning C. "Mechanical properties of cancellous bone of the distal humerus." Clinical Biomechanics 20. EUA. 2005.
- [12] Fernández I., Alobera M., Canto M. y Blanco L. "Bases fisiológicas de la regeneración ósea II. El proceso de remodelado." Medicina oral. España. 2005.
- [13] Gibson L. "The mechanical behavior of cancellous bone." Journal of Biomechanics 18. EUA. 1985.
- [14] Gibson L. y Ashby M. "Cellular solids: structure and properties." Cambridge university press. 1997.
- [15] Gibson L. J. "Biomechanics of cellular solids." Journal of Biomechanics 38. EUA. 2004.
- [16] Guerrero L. "Análisis de un modelo de hueso femoral mediante FEM." Licenciatura. FI-UNAM. México. 2014.
- [17] Hazrati Marangalou J., Ito K., Cataldi M., Taddei F. y van Rietbergen B. "A novel approaches to estimate trabecular bone anisotropy using a database approach." Journal of biomechanics 46. Holanda. 2013.
- [18] Hernández I. "Modelado de hueso trabecular mediante estructuras básicas tridimensionales por paquetería básica de elemento finito." Licenciatura. FI-UNAM. México. 2011.
- [19] Kim H. y Al-Hassani S. "A morphological model of vertebral trabecular bone." Journal of Biomechanics 35. 2002.

- [20] Kowalczyk P. "Elastic properties of cancellous bone derived from finite element models of parameterized microstructure cells." *Journal of biomechanics* 36. Polonia. 2003.
- [21] Morgan E., Bayraktar H. y Keaveny T. "Trabecular bone modulus–density relationships depend on anatomic site." *Journal of biomechanics* 36. EUA. 2003.
- [22] Müller R. y Rüegsegger P. "Three-dimensional finite element modelling of non-invasively assessed trabecular bone structures." *Med. Eng. Phys.* 17. No. 2. Gran Bretaña. 1995.
- [23] Narváez M. "Propuesta para el análisis de las propiedades mecánicas del hueso esponjoso vertebral." *Licenciatura. FI-UNAM. México.* 2004.
- [24] Netter F. "Atlas de anatomía humana." Elsevier Masson. España. 2012
- [25] Pernich A., Flores F. y Godoy L. "Modelado de la inestabilidad de sólidos celulares en compresión." *Revista internacional de métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería* 20. No. 1. España. 2004.
- [26] Presas M. "Comportamiento mecánico de materiales celulares de carburo de silicio." *Licenciatura. Escuela técnica superior de ingenieros de caminos, canales y puertos.* España. 2008.
- [27] Ramírez E. "Desarrollo de un modelo micromecánico para la predicción de propiedades de hueso mediante paquetería de elemento finito." *Maestría. FI-UNAM. México.* 2007.
- [28] Ramírez E., Ortiz A., Schouwenaars R. y Ruiz O. "Metodología para el modelado del comportamiento mecánico de hueso esponjoso a partir de sus microestructuras." *Ingeniería investigación y tecnología* 9. No. 2. FI-UNAM. México. 2010.
- [29] Rho J., Ashman R. y Turner C. "Young's modulus of trabecular and cortical bone material: ultrasonic and microtensile measurements." *Journal of Biomechanics* 26. No. 2. Gran Bretaña. 1993.
- [30] Ruiz O. "Efecto en la resistencia mecánica del hueso esponjoso al variar la densidad y la arquitectura trabecular." *Maestría. FI-UNAM. México.* 2010.
- [31] Ruiz O. R. "Caracterización de hueso esponjoso bovino mediante la medición de parámetros microestructurales." *Licenciatura. FI-UNAM. México.* 2013
- [32] Saha P.K. y Wehrli F.W. "A robust method for measuring trabecular bone orientation anisotropy at in vivo resolution using tensor scale." *The journal of the pattern recognition society* 37. EUA. 2004.
- [33] Smith W. "Fundamentos de ciencia e ingeniería de materiales." McGraw-Hill. México. 2006.
- [34] Turner C., Cowin S., Rho J., Ashman R. y Rice J. "The fabric dependence of the orthotropic elastic constants of cancellous bone." *Journal of Biomechanics* 23. EUA. 1990.
- [35] Wachenchauzer R., Manterola M., Curia M., Medrano M. y Páez N. "Algoritmos y programación I con lenguaje Python." Creative Commons. Argentina. 2011.
- [36] Yeni Y. y Fyhrie D. "A rate-dependent microcrack-bridging model that can explain the strain rate dependence of cortical bone apparent yield strength." *Journal of Biomechanics* 36. EUA. 2003.
- [37] Simulia ABAQUS®6.12, "Introduction to the Abaqus Scripting Interface." ABAQUS® Abaqus Scripting User's Manual. Sección 2. 2012.

- [38] Simulia ABAQUS®6.12, "Simple examples." ABAQUS® Abaqus Scripting User's Manual. Sección 3. 2012.
- [39] Simulia ABAQUS®6.12 "Using the Abaqus Python development environment." ABAQUS® Abaqus Scripting User's Manual. Sección 7. 2012.
- [40] <http://www.slideshare.net/leconca/5-biomecanica-del-hueso>, Varias imágenes, "Biomecánica del tejido óseo", Castro R. y Miranda V., Fecha de consulta 23/08/14.
- [41] <http://biofisicamedica.tripod.com/elast2.pdf>, Imagen, "Biomecánica del hueso", Pérez P., Fecha de consulta 23/08/14.