



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam
A LOS ASISTENTES A LOS CURSOS DEL CENTRO DE EDUCACION
CONTINUA



La Facultad de Ingeniería, por conducto del Centro de Educación Continua, otorga constancia de asistencia a quienes cumplan con los requisitos establecidos para cada curso. Las personas que deseen que aparezca su título profesional precediendo a su nombre en el diploma, deberán entregar copia del mismo o de su cédula profesional a más tardar el Segundo Día de Clases, en las oficinas del Centro, con la Señorita Barraza, de lo contrario no será posible. El control de asistencia se efectuará a través de la persona encargada de entregar notas, en la mesa de entrega de material, mediante listas especiales. Las ausencias serán computadas por las autoridades del Centro.

Se recomienda a los asistentes participar activamente con sus ideas y experiencias, pues los cursos que ofrece el Centro están planeados para que los profesores expongan una tesis, pero sobre todo para que coordinen las opiniones de todos los interesados constituyendo verdaderos seminarios.

Al finalizar el curso se hará una evaluación del mismo a través de un cuestionario diseñado para emitir juicios anónimos por parte de los asistentes. Las personas comisionadas por alguna institución deberán pasar a inscribirse en las oficinas del Centro en la misma forma que los demás asistentes.

Con objeto de mejorar los servicios que el Centro de Educación Continua ofrece, es importante que todos los asistentes llenen y entreguen su hoja de inscripción con los datos que se les solicitan al iniciarse el curso.

ATENTAMENTE

ING. SALVADOR MEDINA RIVERO
COORDINADOR DE CURSOS.

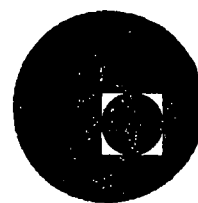
Tacuba 5, primer piso. México 1, D. F.
Teléfonos: 521-30-95 y 513-27-95

JUEGOS DE SIMULACION APLICADOS A LA PLANEACION (del 3 al 18 de junio de 1977)

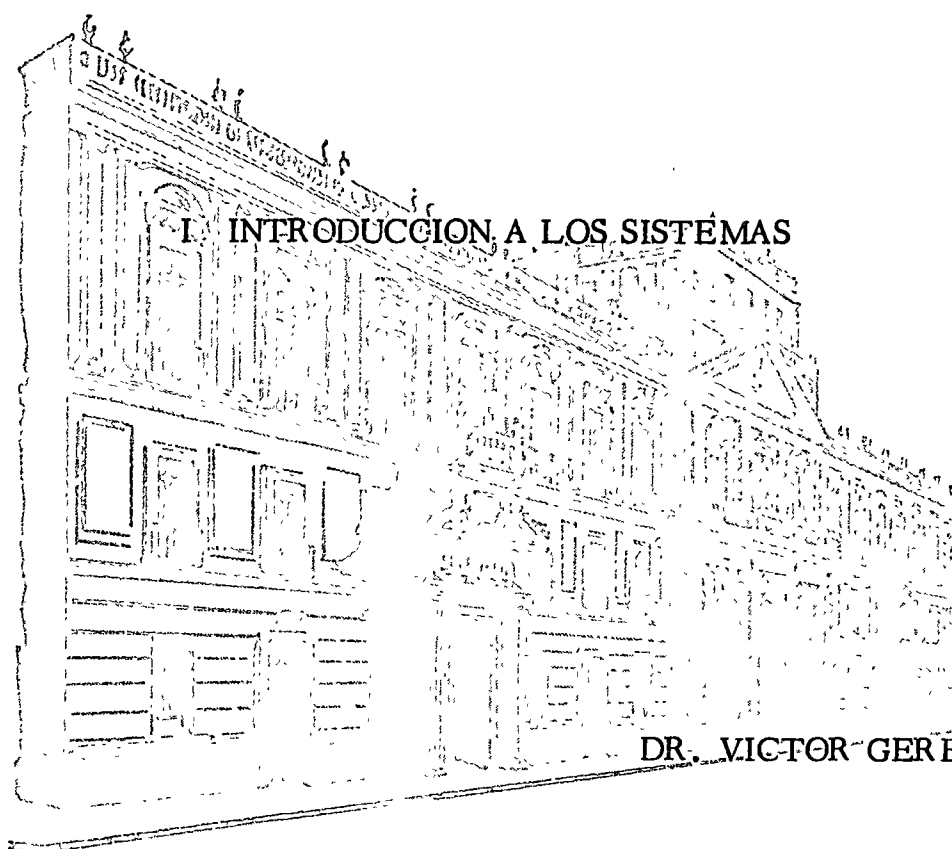
Fecha	Duración	Tema	Profesor
Junio 3	17 a 21 h	I INTRODUCCION A LOS SISTEMAS	Dr. Víctor Gerez Greiser
Junio 4	9 a 13 h	II MODELADO	Dr. Víctor Gerez Greiser
	14 a 18 h	III SIMULACION	Dr. Víctor Gerez Greiser
Junio 10	17 a 21 h	IV LA PROBLEMÁTICA NACIONAL	Ing. Marco Aurelio Torres Herrera
Junio 11	9 a 13 h	V LA PLANEACION URBANA EN MEXICO	Arq. Jacinto Avalos Paz Guzmán
Junio 11	14 a 18 h	VI JUEGOS DE SIMULACION	M. en C. Marcial Portilla Robertson
Junio 17	17 a 21 h	JUEGOS DE SIMULACION	M. en C. Marcial Portilla Robertson
Junio 18	9 a 13 h y de 14 a 18 h		
	18 h	EVALUACION DEL CURSO	
		CLAUSURA	



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



JUEGOS DE SIMULACION APLICADOS A LA PLANEACION URBANA Y REGIONAL



DR. VICTOR GEREZ GREISER

Junio, 1977.



THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY
1000 S. MICHIGAN AVE.
CHICAGO, ILL. 60607

CAPITULO 1

Introducción

1.1 El enfoque de sistemas

1.2 Morfología de sistemas

- 1.2.1 Dimensiones en el análisis de sistemas
- 1.2.2 Fases en el análisis
- 1.2.3 Definición del problema y medición
- 1.2.4 Análisis de datos y modelado
- 1.2.5 Generación de alternativas o síntesis
- 1.2.6 Toma de decisiones o selección
- 1.2.7 Morfología tridimensional
- 1.2.8 Ejemplo

1.3 Descripción de sistemas

- 1.3.1 Introducción
- 1.3.2 Estructura
- 1.3.3 Fronteras
- 1.3.4 Diagramas de bloque y señales
- 1.3.5 Agrupaciones abiertas y realimentación
- 1.3.6 Sistemas con lógica
- 1.3.7 Transformaciones con atraso
- 1.3.8 Sistemas discretos
- 1.3.9 Diagramas de decisión
- 1.3.10 Formatos, códigos y diagramas lógicos
- 1.3.11 Diagramas de flujo de materia y energía
- 1.3.12 Ejemplo de diagramas de flujo de materia y de energía
- 1.3.13 Características distintivas

1.4 Problemas

1.5 Bibliografía

1.1. EL ENFOQUE DE SISTEMAS

*En el siglo XVII, Leeuwenhoek inició una revolución científica al permitir, con ayuda del microscopio, el estudio de un mundo hasta entonces invisible. En este estudio las ideas básicas de las teorías atomísticas de los griegos recibieron comprobación. *Estos descubrimientos y comprobaciones dieron como resultado

establecer una visión microscópica de los fenómenos naturales, ☐ en la cual el interés científico se concentra en las partes que integran un organismo, un átomo, etc.

Aun cuando son muchos los avances de la ciencia que han surgido de ese enfoque microscópico, *el conocimiento, cada vez más amplio que sobre dichas partes ha proporcionado este enfoque, no ha permitido, sin embargo, resolver diversos problemas sociales, económicos y ecológicos.

*No ha sido sino hasta muy recientemente que se empieza a

complementar la visión microscópica con el *enfoque de sistemas*, ☐ el cual pone énfasis en los aspectos generales y en las interacciones entre las partes que lo integran. En tanto que en el enfoque microscópico se estudian los elementos para encontrar relaciones de causa y efecto, en el *enfoque macroscópico* o de *sistemas* se emplea el conocimiento que se tiene de las partes para estudiar el comportamiento de todo un conjunto de partes o subsistemas que interactúan entre sí. *El comportamiento de un conjunto completo de componentes está determinado tanto por las características de las partes como por la interconexión de las mismas.

En el enfoque de sistemas se integran los conocimientos que las diversas ciencias suministran acerca de los componentes de un sistema para conocer el comportamiento del conjunto.

*El análisis de sistemas es una técnica importante que se emplea en las fases de diseño o proyecto, ejecución, puesta en marcha y operación de proyectos de beneficio social, industriales y de servicios.

*Dada la complejidad de esos sistemas, que presentan interacciones entre muchas variables, efectos de atraso** y relaciones en

**Tienen efecto de atraso aquellos fenómenos, donde el resultado de una variable o acción no se manifiesta de inmediato. (Ver sección 1.3.7)

*El invento del microscopio abrió nuevos horizontes a la ciencia.

*Permitió estudiar las partes constitutivas de los sistemas.

☐ La ciencia adopta el enfoque microscópico.

*No todos los problemas se resuelven con el enfoque microscópico.

*El enfoque de sistemas, complementa al enfoque microscópico.

☐ El enfoque de sistemas integra conocimientos.

*El comportamiento de un sistema depende de las partes y de su interacción.

*El análisis de sistemas se emplea en: diseño, ejecución, puesta en marcha y operación de sistemas complejos.

*El análisis de sistemas es una metodología especializada.

20 Introducción

general no lineales entre las variables, es necesario contar con una metodología especializada para la solución de los problemas relacionados con dichos sistemas.

***Además de lo anterior, se requiere integrar grupos de trabajo de carácter interdisciplinario, ya que resulta, prácticamente imposible que un profesional cuente con todos los conocimientos necesarios para atacar los diversos problemas que se presentan en el análisis de sistemas de esta magnitud y complejidad.**

***El profesional que forma parte de un grupo que analiza sistemas, debe tener los conocimientos de su especialidad que le permitan estudiar determinados aspectos particulares de un sistema; y contar, además, con aquellos conocimientos operacionales de diversas disciplinas distintos a los de su campo particular de actuación a fin de que pueda integrarse a un grupo de trabajo interdisciplinario y comunicarse con el resto del mismo.**

***Esta comunicación resulta indispensable para los integrantes del grupo, pues con ella es factible dar al problema una solución que contenga todos los factores relevantes.**

No es difícil encontrar proyectos que satisfacen todos los requisitos de un buen diseño de ingeniería, pero que resultan demasiado costosos por no haberse tomado en cuenta los aspectos económicos. O bien, en otros casos, la ejecución de un proyecto acarrea efectos laterales que, por no estar analizados adecuadamente, disminuyen el beneficio del mismo. Hay ocasiones en las que la realización de un importante proyecto, que representa un cuantioso derrame de dinero en una zona, trae consigo una seria dislocación en la economía y estructura social de la zona no necesariamente benéfica.

Podría continuarse con una larga lista de razones que obligan a formar grupos de trabajo interdisciplinario para la solución de los diversos problemas que se presentan en sistemas de gran tamaño y complejidad; *y de longitud comparable sería la que corresponde a argumentos que hacen necesario que estos grupos de trabajo se hallen integrados por personas con una preparación particular en un campo y conocimientos fundamentales en disciplinas que cubren un amplio espectro del saber humano.

***Por ser los proyectos de una envergadura similar a la citada frecuentemente de ingeniería, una disciplina importante que debe estar representada en dichos grupos de trabajo es precisamente la ingeniería en sus diversas especialidades, *y debe contarse, además, con la colaboración de economistas, sociólogos y especialistas en otras disciplinas de las ciencias naturales.**

***La solución a problemas de sistemas requiere grupos interdisciplinarios.**

***El analista de sistemas debe tener conocimientos especializados y generales.**

***Trabajar en un grupo interdisciplinario requiere comunicación entre sus integrantes.**

***El analista de sistemas debe ser especialista y generalista.**

***Muchos sistemas grandes y complejos corresponden a la ingeniería.**

***Un grupo de análisis de sistemas debe contar con ingenieros, economistas, sociólogos, etc.**

*En los proyectos de ingeniería, probablemente la disciplina auxiliar más importante es la economía. Por esta razón se incluye en esta obra, un gran número de secciones dedicadas a este tema.

*Cabe aclarar que en esta obra, solamente se cubren aquellos aspectos del análisis de sistemas que no corresponden a una disciplina de la ingeniería en particular sino que tienen aplicación en la mayoría de los proyectos de sistemas; no se estudian, por ejemplo, las leyes de Newton ni la resistencia de materiales, pero sí se abarcan los aspectos más importantes de la metodología de optimización.

*El objetivo primordial de esta obra es familiarizar al lector con el enfoque de sistemas, o sea, con una metodología científica que permite analizar, bajo determinada secuencia lógica, problemas complejos. *Si bien el estudio del sistema no sustituye los conocimientos particulares en una rama de la ciencia o técnica, sí en cambio, ayuda a integrar estos conocimientos con los de otras ramas; *mediante lo cual se previene que en el estudio de sistemas complejos se olviden factores importantes que pueden disminuir o, inclusive, anular los beneficios que se esperan de la implementación de un proyecto.

Conviene señalar nuevamente, que la metodología de la ingeniería de sistemas de ninguna manera es sustituto de conocimientos específicos en ramas particulares, sino que únicamente ayuda a integrar conocimientos particulares en un marco de referencia más amplio.

*La aplicación más importante del enfoque de sistemas ha sido hasta el momento dentro de la ingeniería, sin embargo, cada día aumentan sus aplicaciones en otras profesiones, como se señalará en la siguiente sección.

*Economía.

*La metodología de sistemas es aplicable a diversos tipos de proyectos.

*El análisis de sistemas es una metodología científica.

*No substituye conocimientos específicos, sino que ayuda a integrar conocimientos.

*Integración de conocimientos: mejores soluciones

*Aplicación del enfoque de sistemas en ingeniería y otras ramas.

1.2 MORFOLOGIA DE SISTEMAS

1.2.1 Dimensiones en el análisis de sistemas.

*Hall señala (ref. 4) que en problemas de análisis de sistemas pueden distinguirse, fundamentalmente, tres dimensiones:

*1. Tiempo.

*Un proyecto pasa secuencialmente desde su iniciación hasta su obsolescencia por diferentes *fases*, a cuyo término de cada una es necesario tomar una importante decisión.

*El análisis de sistemas tiene tres dimensiones.

*Primera dimensión: Tiempo.

*El tiempo está asociado a las fases del proyecto.

22 Introducción

*2. Metodología de solución del problema.

*La integran los diversos pasos que deben ejecutarse en cualquiera de las fases del proyecto y está caracterizada por una secuencia lógica de actividades.

*3. Conjunto de conocimientos, modelos y procedimientos, que definen una *disciplina* en particular.

□ Puede tomarse como medida de esta dimensión el grado de estructura formal o matemática de la disciplina. Hall (Ref. 4), considera que en esta dimensión es factible citar, en orden decreciente de estructura formal: ingeniería, medicina, arquitectura, administración, ciencias sociales y artes.

*Las dos primeras dimensiones, es decir el tiempo y el conjunto de procedimientos de solución, definen un modelo de metodología para el análisis de sistemas independiente de una disciplina en particular. Esta metodología opera con conceptos que son aplicables a diferentes campos.

La Fig. 1.2.1 muestra un modelo de metodología para el análisis de sistemas.

*Segunda dimensión: Metodología.

*La metodología está asociada a los pasos de solución.

*Tercera dimensión: Conocimientos que forman una disciplina.

□ Medida asociada a la tercera dimensión: Estructura formal de la disciplina.

*Dimensión 1: tiempo

+

Dimensión 2: metodología

definen un modelo de análisis de sistemas.

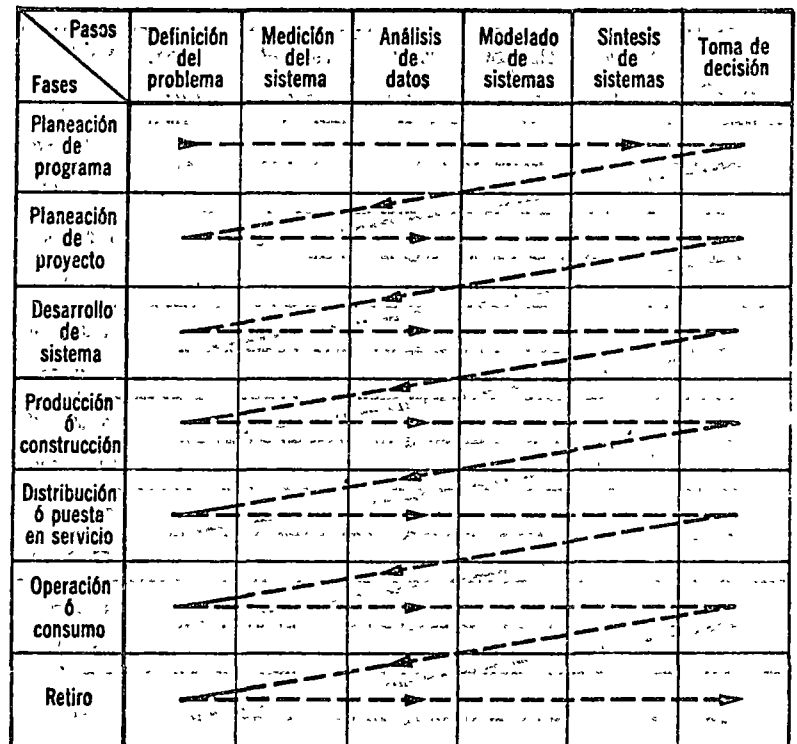


Fig. 1.2.1 Metodología para el análisis de sistemas.

*El anterior modelo de metodología es una matriz de actividades; □sus renglones están asociados a la primer dimensión: el tiempo, y las columnas a la segunda dimensión: Δ la metodología de solución formada por los diversos pasos de solución que sigue una secuencia lógica, tal como muestra la figura 1.2.2.

*Matriz de actividades.

□ Los renglones corresponden al tiempo.

Δ Las columnas corresponden a la metodología de solución.

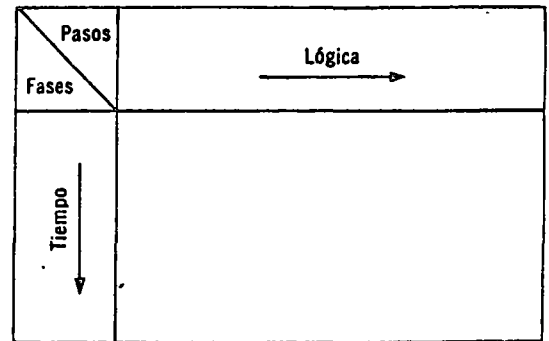


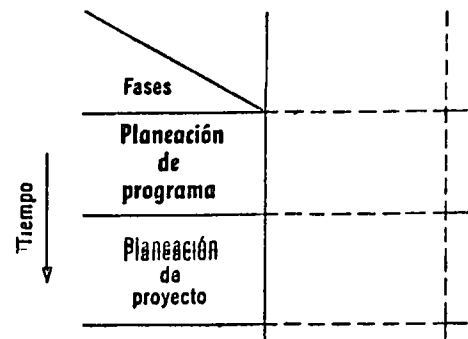
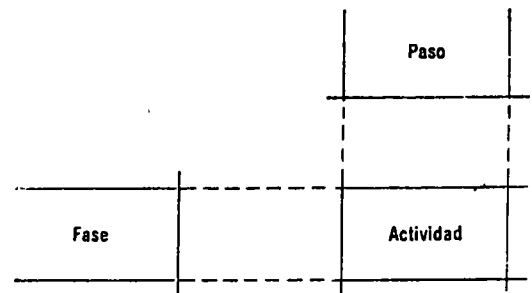
Fig. 1.2.2 Matriz de actividades.

*Cada elemento de la matriz representa una actividad y está definido en forma única por la intersección de una fase de un proyecto y un paso de solución.

A continuación se describen las características más importantes de cada fase de un proyecto.

1.2.2 Fases en el análisis

*Durante la fase de *planeación de programas* □se determinan las actividades o programas que se desean lograr.



□ Determinación de actividades o programas por realizar

Objetivos:

*Al respecto, pueden distinguirse dos objetivos principales: el primero es que se trata de determinar si los programas por realizar son congruentes con las actividades y metas de la organización;

Determinar la congruencia de los programas y establecer una base de información.

24 Introducción

y el segundo es que se busca establecer una extensa base de información que puede servir para la planeación de proyectos específicos.

*En la fase de *planeación de proyecto* □ el interés se concentra en un proyecto en particular; Δ y puede considerarse como terminada cuando se toma la decisión de implementar la mejor de las alternativas generadas (o de concluir con el proyecto de una manera específica).

Planeación de proyecto	
Desarrollo del sistema	

□ Se analiza un proyecto en particular.

Δ Termina esta fase cuando se decide implementar una de las alternativas.

*La fase de *desarrollo de sistema* se inicia después de formular la decisión de confirmar un proyecto específico.

Desarrollo del sistema	
Producción o construcción	

*Su meta es desarrollar un plan de acción que permite realizar el proyecto que se ha seleccionado en la fase anterior. Los pasos correspondientes a esta fase tratan con componentes y no con alternativas generales.

*Puede considerarse terminada cuando se han preparado las especificaciones, dibujos y listas de materiales necesarios para la manufactura o construcción.

*En la siguiente fase, la de *producción o construcción*, □ se procede a implementar un proyecto. Esto puede implicar la producción de un artículo o la construcción de una obra.

* Meta:
desarrollar un plan para implementar un proyecto específico.

* Termina con la preparación de:
especificaciones
dibujos
listas de materiales

Producción o construcción	
Distribución o puesta en servicio	

□ Se implementa un proyecto

*Si se trata de un producto industrial, durante esta fase, el ingeniero industrial determina el flujo de materiales, la secuencia de operaciones y la distribución de las facilidades de manufactura; además, debe diseñarse durante ésta, el herramental necesario para la producción. Como todo proceso de manufactura está sometido a normas de control de calidad, conviene establecer las mismas. *En un proyecto de ingeniería civil, el constructor ejecuta la obra de acuerdo con los planos de proyecto y con las especificaciones.

*En la fase de *distribución o puesta en servicio* se hace llegar a los usuarios el producto manufacturado, o se pone en servicio la obra ejecutada durante la fase anterior.

*Durante esta fase se establece la organización de ventas para el producto.

En el caso de plantas de generación eléctrica, se realizan durante la fase de puesta en servicio todas las pruebas de recepción y puesta en servicio, y se concluye con la entrega de la planta al Departamento de Operación.

*La fase principal de un proyecto de sistemas es la operación del mismo o el consumo final de un producto.

*Finalmente, un sistema pasa a la fase de retiro. En general ésta coincide, en el tiempo, con la fase de puesta en servicio de un nuevo sistema que sustituye al antiguo.

Las siete fases mencionadas definen los renglones de la matriz de actividades, *y a cada una corresponde una serie de pasos de análisis que sigue una determinada secuencia lógica. En las siguientes secciones se describen estos pasos.

*Si el proyecto es de producción determine el flujo de materiales, la secuencia de operaciones, etc.

*Si es de construcción, se ejecuta la obra.

*

Distribución o puesta en servicio	
Operación o consumo	

*Se establece la organización de ventas y se distribuye el producto.

*

Operación o consumo	
Retiro	

*

Retiro	
--------	--

*A cada fase (renglón) corresponden diversos pasos (columnas)

26 Introducción

1.2.3 Definición del problema y medición

*Si bien las fases de análisis descritas tienen para diversos problemas facetas comunes, los aspectos particulares de cada sistema son lo suficientemente importantes para hacer difícil el establecimiento de una disciplina general que estudie estos aspectos para los diferentes sistemas.

Las características de la fase de construcción o producción (fase 4) son muy diferentes en un proyecto civil que en un problema de manufactura. En problemas relacionados con bienes de consumo, la etapa de consumo u operación (fase 6) no presenta en general problemas de interés para el analista de sistemas; sin embargo, en un sistema de potencia esta fase sí es de gran interés.

*La metodología de análisis de todas las etapas caracterizadas por los pasos que se estudiarán en las siguientes secciones, al ser común a todas las etapas, puede estudiarse en una disciplina que se conoce con el nombre de *análisis de sistemas*. Los diferentes capítulos de la presente obra cubren los diversos pasos que se siguen en cada fase de análisis, y como en todas ellas existen por ejemplo, problemas de optimización, esta metodología tiene un carácter general que permite estudiarla libre del contexto de un sistema en particular.

* Cada fase del análisis de sistemas está formada por una serie de pasos que identifican las columnas de la matriz de actividades.

*El primer paso en cada fase del análisis consiste en *definir el problema*.

*En el siguiente paso se realiza una serie de actos que se pueden agrupar bajo el nombre de *medición del sistema*. En este paso se establecen los objetivos del paso de análisis, debiendo hacerse claramente. Un grupo de análisis de sistemas siempre realiza el trabajo para clientes, o dentro de organizaciones que en general tienen claramente definidos sus propósitos.

*El grupo de analistas debe establecer los objetivos de su trabajo, los cuales necesitan coincidir con los propósitos para los cuales se realiza el estudio. Los objetivos pueden ser de diversa índole, siendo entre los más importantes:

1. *Puramente económicos, es decir, de maximización del rendimiento de una inversión y minimización de costos de operación o producción.

*Las fases del análisis difieren en las diversas disciplinas.

*La metodología (etapas) es común en diversas disciplinas.

*Cada fase tiene los mismos pasos.

*

Definición del problema	Medición del sistema
-------------------------------	----------------------------

*

Medición del sistema	Análisis de datos
----------------------------	-------------------------

*Medición del sistema incluye el establecimiento de objetivos.

*

Objetivos:

económicos
distribución del ingreso
maximización del beneficio social

2. Distributivos del ingreso, o sea la promoción del bienestar de un grupo a expensas de otro.
3. Maximización de beneficios que difícilmente se pueden cuantificar, como son la educación y otros servicios sociales.

*Desde luego, los objetivos del análisis varían de acuerdo con el sistema y la fase del estudio.

En un análisis de producción, los objetivos en general son de minimización de costos de producción, que se logran mediante un aprovechamiento adecuado de los recursos financieros y humanos. En la fase de distribución, los objetivos son de minimización de costos de distribución, lo que se logra tomando en cuenta montos de transporte, mantenimiento de inventarios, etc. En un sistema eléctrico de potencia, en la fase de operación, el objetivo puede ser de minimización de costos de operación y maximización de la confiabilidad en el servicio.

*Desde luego, los objetivos de las diversas fases están estrechamente ligados, por lo que en la medición y análisis de las precedentes deben tomarse en cuenta los objetivos de las consecuentes. Por ejemplo, el objetivo en la fase de diseño de un sistema requiere considerar los objetivos de las fases consecuentes o sea, desde la producción hasta el retiro. *Al diseñar un artículo, conviene examinar los aspectos de producción, distribución, operación y retiro del mismo. Un sistema puede satisfacer los objetivos de la fase de desarrollo del sistema (fase 3), de minimización de costos de producción (fase 4), pero por sus propiedades físicas o dimensiones, no satisfacen los objetivos de distribución (fase 5).

*Frecuentemente no corresponde a la misma unidad económica o administrativa la responsabilidad de todas las fases de la "vida" de un sistema o producto, que abarcan desde su planeación hasta su retiro; existen sistemas o artículos que satisfacen los objetivos de todas las fases que corresponden a una unidad o grupo de unidades, pero no satisfacen los de las fases que caen, aparentemente, fuera de su responsabilidad. Por ejemplo, *los envases desechables, indudablemente satisfacen los objetivos inmediatos de los productores y consumidores, es decir, minimizar costos de producción y distribución. *Sin embargo, no se tomaron debidamente en cuenta los objetivos de la fase final: la de retiro del producto, como lo atestiguan la creciente contaminación que han causado, así como los problemas de recolección y disposición. Probablemente se hubiese dado otra solución al problema al considerar el costo social de la contaminación y el monto económico de su recolección y disposición. *Aparentemente este último, no afecta los aspectos de beneficio económico de los productores y consumidores de envases.

*Los objetivos varían con el sistema y la fase.

*Los objetivos de las etapas están ligados.

*Al diseñar un producto, considere:
producción
distribución
operación
y retiro

*Considere los objetivos de todas las fases, aun de las que no caen bajo su responsabilidad.

*Los envases desechables satisfacen objetivos de productores y consumidores.

*No minimizan costos de retiro.

*Los costos de retiro afectan indirectamente a productores y consumidores.

28 Introducción

Sin embargo, se olvida que el costo de recolección y disposición del producto por el sector público se financia, en general, con los impuestos, recayendo en forma indirecta sobre los causantes el costo de retiro. El lector puede identificar fácilmente otras implementaciones de producto o sistemas donde no se han considerado, en conjunto, los objetivos de todas las fases, obteniéndose resultados altamente indeseables.

*Durante el paso de medición deben *identificarse las variables* y establecer el *inventario* de las mismas; para lo cual se fijan los *criterios de evaluación*, o medidas de efectividad de las actividades, que se utilizarán durante las etapas del análisis en proceso.

*El establecimiento de dichos criterios y medidas permite evaluar en qué grado, diferentes soluciones alternativas a un problema satisfacen los objetivos para los cuales han sido desarrolladas. La solución final al problema depende en forma importante de las medidas de efectividad que se hayan seleccionado; si el problema consiste en diseñar una planta manufacturera, la selección de un diseño depende de la medida de efectividad adoptada; y si la medida es solamente la minimización del costo de producción a corto plazo, el mejor diseño será diferente al que se adopte en caso que la medida de efectividad incluya además de factores económicos, la seguridad de los operarios, su estado anímico, etc.

En la tercera sección de este capítulo y en el siguiente se verá lo relativo a los temas de: descripción de sistemas y jerarquización, que en combinación con los temas de medición y teoría del valor, (cap. 7), forman los conocimientos básicos para realizar los pasos descritos en esta sección.

1.2.4 Análisis de datos y modelado

*En el paso tres, el de *análisis de datos*, se realiza el *procesamiento de la información* reunida durante la medición de sistemas. Dicho procesamiento tiene que hacerse en general con ayuda de la computadora digital (los aspectos más importantes de la computación digital se presentan en el cap. 3).

□ Su objetivo es descubrir, con ayuda de técnicas de reconocimiento de patrones y evaluación estadística de parámetros, las relaciones importantes entre las variables.

*Etapas de medición:

identifique variables y establezca un inventario de ellas; establezca además criterios de evaluación.

*De los criterios de evaluación depende la solución del problema.

Análisis de datos	Modelado del sistema
-------------------------	----------------------------

□ Objetivos del análisis de datos: descubrir relaciones entre las variables.

* El grupo de análisis de sistemas procede a ejecutar el paso de *modelado del sistema* cuando en el paso anterior se han llegado a determinar relaciones importantes entre variables.

□ El objetivo de este paso es establecer relaciones, o modelos, que expliquen las interacciones entre las diversas variables del sistema; al respecto, el cap. 4 está enfocado al estudio del problema central del modelado. Este paso es de gran importancia en cualquier fase, ya que los resultados del análisis nunca podrán ser mejores que el modelo que se emplee para el mismo.

* Debe hacerse notar que un problema de análisis puede requerir diferentes modelos, de acuerdo con la etapa o fase del proyecto. En un sistema hidroeléctrico, durante la fase de proyecto se necesita un modelo a escala sobre una mesa vibradora para determinar los efectos de sismos sobre la presa y evaluar de esta manera diferentes diseños alternativos; en cambio, en la etapa de operación se requiere un modelo totalmente distinto, ya que deberá simular la demanda de energía eléctrica y agua para riego, así como los niveles de agua en la presa para determinar una política óptima de aprovechamiento.

1.2.5 Generación de alternativas o síntesis

*

* El objetivo de cada fase del análisis de sistemas es especificar la "mejor solución" de acuerdo con los criterios de evaluación o medidas de efectividad obtenidas durante el paso de medición del sistema.

* Como los problemas que permiten encontrar en forma analítica la solución óptima son tan simples que no tienen interés para el analista de sistemas, es necesario explorar, empleando el modelo del sistema y técnicas de simulación del cap. 5, las medidas de efectividad correspondientes a diferentes alternativas. * En obras grandes y en fases donde se tiene que recurrir a modelos costosos puede resultar cara cada simulación, por lo que es necesario aplicar la experiencia del analista para descartar, sin necesi-

Modelado del sistema	Síntesis de sistemas
----------------------------	----------------------------

□ Objetivo del modelado:
establecimiento de modelos que expliquen relaciones entre variables

* El modelo cambia de acuerdo con la etapa.

Síntesis de sistemas	Toma de decisión
----------------------------	---------------------

* En cada fase se especifica la mejor "solución"

* En sistemas complejos debe simularse el comportamiento de soluciones alternativas empleando modelos.

* Utilice el criterio para descartar, sin recurrir a la simulación de diversas alternativas.

30 Introducción

dad de recurrir a la simulación, diversas alternativas factibles pero no recomendables. *El esfuerzo de generación de alternativas debe concentrarse en aquellas que muestren las mejores medidas de efectividad. *Además el costo de este paso no debe exceder de ninguna manera los beneficios esperados.

*Con objeto de minimizar los costos de este paso es recomendable dividir las soluciones del problema en diferentes clases y evaluar una solución representativa de cada clase, *después deben emplearse los resultados anteriores para determinar la clase más promisorias, para *posteriormente explorar alternativas dentro de ésta.

* Es preferible que el número de alternativas exploradas sea demasiado grande que pequeño, ya que el costo de esta etapa, en general resulta menor que los perjuicios que causa un sistema implementado e inadecuado por falta de una exploración suficiente de alternativas.

*Supóngase que se desea resolver el problema de transporte de una población. ☐ Como dos posibles clases de soluciones podrían considerarse: un sistema de camiones y el Metro. Como primer etapa, en la generación y evaluación de soluciones deben determinarse las medidas de efectividad de un sistema representativo de transporte por camión y por Metro. Si las correspondientes al primer sistema son sensiblemente superiores al del segundo, todo el esfuerzo posterior de análisis debe concentrarse en el transporte por camión, pero si resultan muy similares, será necesario seguir explorando alternativas dentro de ambas clases.

*La exploración de alternativas necesita realizarse de manera ordenada y ☐ observando la variación que sufren las medidas de efectividad al cambiar ciertas características del sistema a fin de seguir manejando aquellas que afecten en forma más positiva las medidas de efectividad. *En este paso es frecuente recurrir a *técnicas de optimización*, estando entre las más importantes, la programación lineal y la dinámica (cap. 6). *La técnica de *programación lineal* permite encontrar para cierto tipo de modelos de sistemas los parámetros que optimicen la medida de efectividad, precisamente determinando aquellos parámetros cuya variación tiene mayor efecto sobre la medida de efectividad. *En otro tipo de modelos de sistemas es necesario recurrir a la técnica de optimización conocida con el nombre de *programación dinámica* (cap. 6), a fin de encontrar las alternativas con mejores medidas de efectividad.

*Concentre el esfuerzo en alternativas promisorias.

*No gaste más de lo que piensa obtener como beneficio.

*Divida las alternativas en clases.

*Determine la clase más promisorias

*Después explore soluciones dentro de dicha clase.

*Trate de explorar el mayor número de alternativas económicamente justificables.

*Problema: Sistema de transporte.

☐ Posibles clases de solución: camiones o Metro.

*Explore ordenadamente, alternativas.

☐ Observe la variación de las medidas de efectividad.

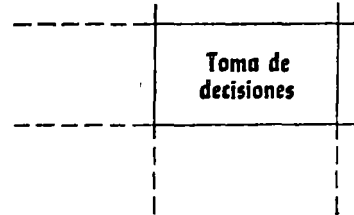
*Recurra a técnicas de optimización cuando se requiera.

*Técnica de optimización: programación lineal.

*Técnica de optimización: programación dinámica.

1.2.6 Toma de decisiones o selección

*



*La mayoría de los sistemas cuyo tamaño y complejidad requieren el empleo de la metodología ya expuesta, deben cumplir con muy diversos objetivos. *Para determinar el grado con que los sistemas cumplen sus objetivos se establecen las medidas de efectividad, *si éstas se pueden reducir a la misma escala y sumarse, es factible establecer una sola función objetivo. Si existe esta función única, se puede emplear alguna de las técnicas de optimización del cap. 6 para llegar a la mejor solución. También es factible recurrir en estos casos a las técnicas de costo-beneficio del cap. 7, donde a todos los beneficios y costos se les da un valor monetario. *En cualquiera de los casos en los que es posible establecer una sola medida de efectividad que agrupe todos los objetivos del sistema, la búsqueda de la "mejor" solución es una operación meramente matemática que se realiza en el paso de generación y evaluación de alternativas.

*Los grandes sistemas cumplen con objetivos diversos.

*Las medidas de efectividad determinan el grado de cumplimiento de un objetivo.

*Sólo si las medidas de efectividad tienen la misma escala, existe una sola función objetivo.

*Con una sola función
objetivo:
seleccionar = optimizar

*Sin embargo, frecuentemente no es posible reducir a la misma escala y sumar todas las medidas de efectividad para obtener, empleando técnicas de optimización o análisis de costo-beneficio, la solución más adecuada. En estos casos hay que seleccionar las mejores alternativas, evaluando todas las medidas de efectividad de cada alternativa, *para lo cual se requiere aplicar a éstas la teoría del valor a fin de decidir entre las posibles alternativas. Las bases de la teoría del valor se presentan en el cap. 7 y las de la teoría de decisiones en el 8.

*Si la función objetivo no es única hay que seleccionar la mejor alternativa.

*Para seleccionar, debe conocerse:
teoría del valor
teoría de decisiones

La fig. 1.2.3. resume los diversos pasos del análisis de sistemas, la metodología básica requerida para realizarlos y los capítulos donde se estudia esta metodología.

Pasos	Definición del problema	Medición del sistema	Análisis de datos	Modelado de sistemas	Síntesis de sistemas	Toma de decisiones
Metodología		Descripción del sistema jerarquización teoría del valor	Procesamiento de información	Construcción de modelos	Simulación y optimización	Teoría del valor y teoría de decisiones
Capítulo		1,2,7	3	4	5,6	7,8

Fig. 1,2,3 Estructura del libro.

32 Introducción

Resumiendo, puede decirse que el análisis de un sistema consta de diversas fases o etapas que abarcan desde la planeación de programa, hasta el retiro u obsolescencia del sistema, las cuales definen los renglones de una matriz de actividades. Durante cada etapa o fase se realiza una serie lógica de pasos que definen las columnas de la matriz de actividades que aparece en la fig. 1.2.1. La secuencia de solución de problemas de sistemas sigue precisamente la ruta señalada en la figura 1.2.1: empieza con la actividad de definición del problema en la fase de planeación de programa y termina con la selección en la fase de retiro.

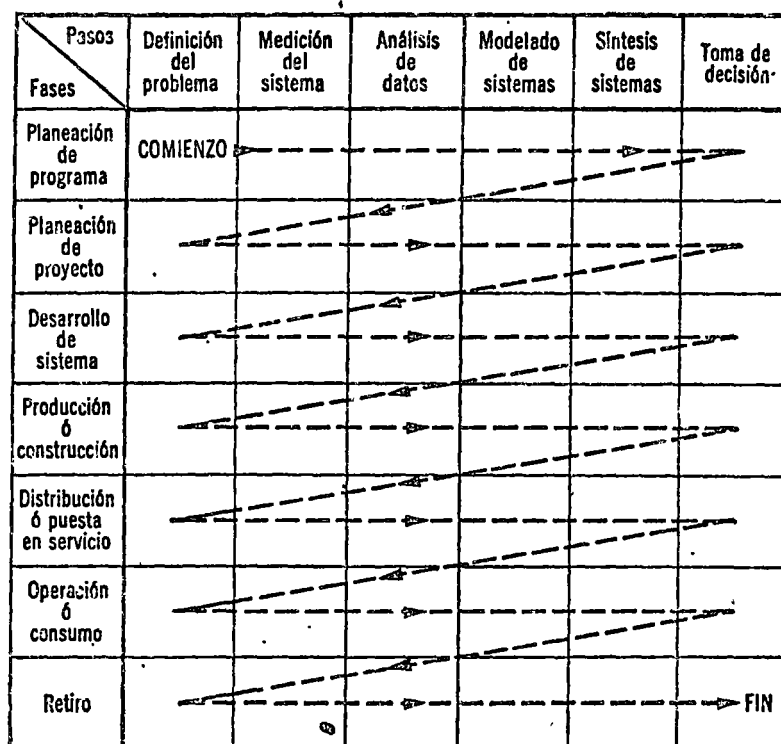


Fig. 1.2.1. Metodología para el análisis de sistemas.

1.2.7 Morfología tridimensional

*Dado que la matriz de actividades de la fig. 1.2.1 incorpora únicamente dos dimensiones del enfoque de sistemas, la tercera dimensión (para la que Hall (ref. 4) propone el grado de estructura formal de la profesión) se incluye en la fig. 1.2.4.

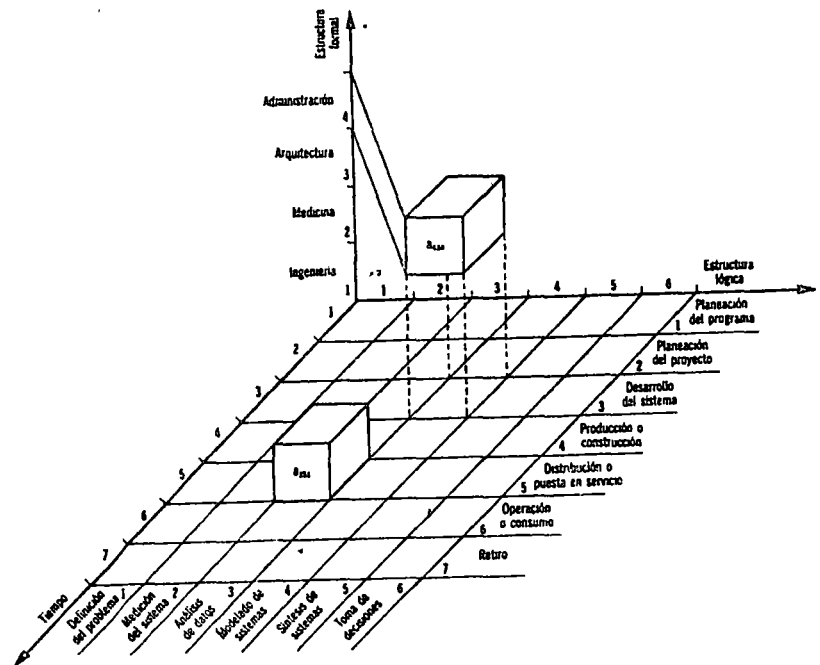


Fig. 1.2.4 Morfología tridimensional.

*Empleando esta morfología pueden definirse actividades específicas del análisis de sistemas.

*Así por ejemplo, la actividad a_{351} mostrada en la fig. 1.2.5 representa el paso de análisis de datos (3er paso) en la fase de distribución (fase 5) en la ingeniería (disciplina 1); es decir, analizar la información para determinar una adecuada política de distribución de un producto.

*La morfología tridimensional define actividades específicas.

34 Introducción

*

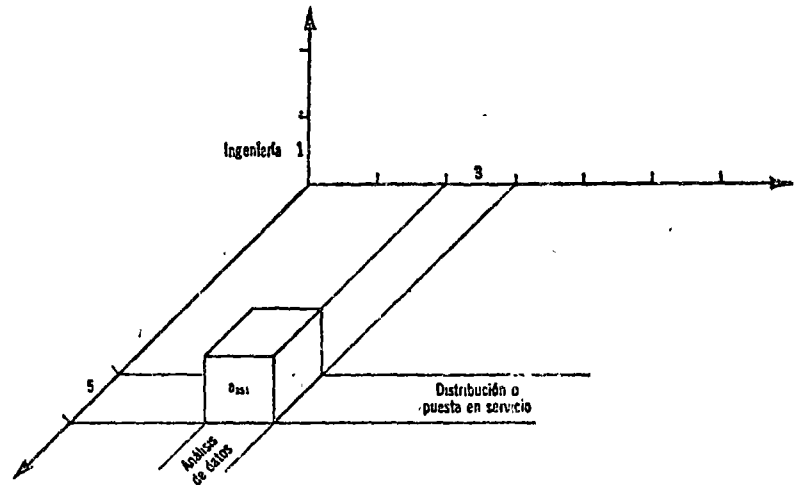


Fig. 1.2.5 Actividad específica en ingeniería.

*La actividad a_{434} que aparece en la fig. 1.2.6 consiste en establecer el modelo (paso 4) de posibles sistemas (fase 3) para un problema de administración (disciplina 4)

*

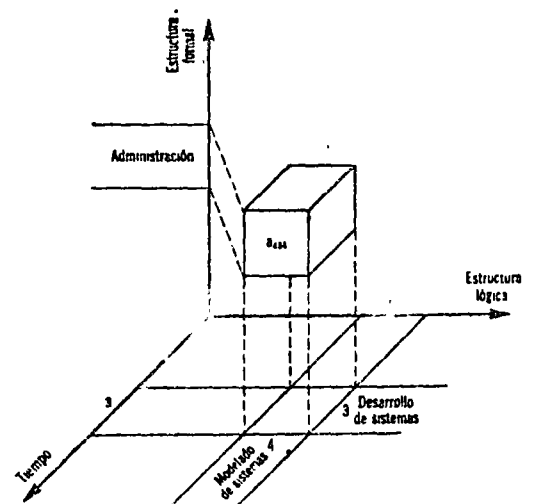


Fig. 1.2.6 Actividad específica en administración.

*Antes de continuar, es necesario volver a señalar que el enfoque de sistemas, que tiene como meta establecer una secuencia lógica para la solución de los problemas en cada fase de análisis de un sistema complejo, solamente es un complemento para el profesionalista en una rama en particular. El conocimiento de toda la metodología del análisis de sistemas, desde la definición del problema hasta la selección, no es suficiente para resolver ningún problema del mundo real. Para resolver estos problemas se requieren conocimientos específicos de una rama de la ciencia o técnica, complementados con la metodología de sistemas.

*Es menester tener presente que la actividad profesional, según esta morfología de Hall (ref. 4), cuenta con tres dimensiones. El enfoque de sistemas sólo se halla relacionado con la dimensión correspondiente a la secuencia lógica (pasos), *por lo que para obtener resultados útiles a la sociedad, es necesario integrar las tres dimensiones del problema, es decir, *dentro de una profesión (dimensión vertical) □ aplicar el enfoque de sistemas (dimensión lógica) *a las diversas fases (dimensión temporal) de un problema.

*Desafortunadamente es común pensar que si se domina la metodología del enfoque de sistemas, se puede resolver cualquier problema. Esta idea, por las razones señaladas, es absolutamente incorrecta.

1.2.8. Ejemplo

*El siguiente ejemplo ilustra la aplicación de la metodología de sistemas a la fase de desarrollo del sistema de un problema de aprovechamiento hidráulico:

*El primer paso es *definir el problema*, o sea planear el aprovechamiento de un río para fines de riego, generación de energía y facilidades de recreo.

*Durante el *paso de medición* del sistema se procede a establecer los objetivos del proyecto y a cuantificarlos, es decir, a fijar medidas de efectividad, además de dar pesos relativos a los tres objetivos: riego, generación y recreo, para lo cual conviene recabar toda la información relevante para el proyecto, como puede ser el escurrimiento de la cuenca, las características geológicas de la misma, superficies de cultivo que se pueden beneficiar o perjudicar por el proyecto, etc., y se determina la disponibilidad de materiales de construcción, vías de comunicación y mano de obra. En resumen, se establece el banco de datos necesario para realizar el proyecto y poder evaluar alternativas.

*En enfoque de sistemas es un complemento.

*La actividad profesional tiene tres dimensiones.

*Para obtener soluciones, deberán integrarse dichas dimensiones.

*Dimensión 1: profesión

□ Dimensión 2: enfoque de sistemas.

*Dimensión 3: tiempo.

*El enfoque de sistemas por sí mismo, no resuelve los problemas.

*Fase de desarrollo en un aprovechamiento hidráulico.

*Definición del problema:

Aprovechamiento para riego, generación y recreo.

*Medición del sistema:

Establecimiento de medidas de efectividad y sus pesos relativos.

Establecimiento de un banco de datos.

36 Introducción

*Durante el tercer paso, el de *análisis de datos*, se emplean los métodos de manejo de datos y se ordena la información obtenida anteriormente para deducir datos de interés para el proyecto como podrían ser: escurrimiento promedio de la cuenca, relaciones entre el costo de materiales y posibles lugares de construcción de la presa, áreas de riego afectadas, etc.

*En el cuarto paso, el de *modelado de sistemas*, se procede al diseño de diferentes alternativas de aprovechamiento, y se establecen los modelos para evaluarlas tomando en cuenta factores técnicos, económicos, sociales y ecológicos.

*Posteriormente se efectúa la *síntesis del sistema*, es decir, que para las diversas alternativas posibles se determinan, empleando los modelos elaborados anteriormente, las medidas de efectividad establecidas en el paso de medición del sistema.

*Como las medidas de efectividad en un proyecto de esta importancia difícilmente pueden reducirse a un solo índice, es necesario proceder a la etapa de *toma de decisiones*, paso en el cual se tomará la decisión respecto a qué alternativa se debe implementar, considerando todas las medidas de efectividad calculadas previamente.

*Análisis de datos:

Ordenamiento de la información y obtención de datos relevantes.

*Modelado del sistema

Diseño de alternativas y modelado de las mismas para evaluación.

*Síntesis de sistemas

Empleo de los modelos para obtener medidas de efectividad.

*Toma de decisiones

Decidir sobre el proyecto que debe implementarse:

1.3 DESCRIPCION DE SISTEMAS

1.3.1 Introducción:

*La mayoría de los grandes sistemas de interés para el analista de sistemas constan de muchas partes, están contruidos por una gran variedad de materiales, y los operan durante varias décadas, bajo muy diversas condiciones, miles de personas.

*El análisis de sistemas, que en cualquier fase se inicia con la descripción del mismo, tiene que basarse en la información que se puede obtener acerca del sistema. *La cantidad de información

asociada a sistemas de la complejidad citada es enorme, ☐ tanto que para obtener de esta gran cantidad de datos los relevantes para los diversos pasos del análisis, es necesario contar con técnicas especiales de organización y codificación, mediante las cuales se reduzca el volumen de datos que se requiere tomar en cuenta para los diversos pasos del análisis sin perder precisión en el estudio.

*Para iniciar el primer paso del análisis de sistemas, el de descripción de un sistema, es necesario definirlo adecuadamente. En

*
Grandes Sistemas: { Tienen múltiples partes.
Están formados por diversos materiales.
Operan durante muchos años bajo distintas condiciones.

*Primer paso: Descripción.

*Describir requiere gran cantidad de información.

☐ Técnicas de codificación y organización de la información.

*Para describir el sistema hay que definirlo

las siguientes secciones se analizará la naturaleza de la información que se requiere para definir adecuadamente un sistema.

*Un sistema puede estar inadecuadamente descrito cuando se conocen sus partes o subsistemas, pero se desconoce la interacción entre ellas. También es factible que se haya entendido el funcionamiento del sistema para un periodo determinado, pero se ignoren los cambios que sus características sufren con el tiempo.

*Otro aspecto importante de la ingeniería de sistemas es el reconocimiento de similitudes entre las características de diversos sistemas o subsistemas, que permite analizar diversos tipos de sistemas empleando la misma metodología.

*Es posible, por ejemplo, utilizar la teoría de ecuaciones diferenciales (una metodología matemática) para analizar el comportamiento dinámico de sistemas eléctricos, térmicos, hidráulicos y mecánicos entre otros (ref. 3).

*En este capítulo se analizarán las principales características de los sistemas que permiten identificar las diferencias y similitudes entre los sistemas.

*Chesnut (ref. 2) establece que los requerimientos básicos de información para un sistema son: estructura, características distintivas, magnitud, probabilidad y tiempo. En este capítulo se seguirá de cerca el artículo citado de Chesnut y la obra de Van Court Hare (refs. 1 y 2).

1.3.2 Estructura

*Puede definirse como estructura de un sistema a la relación de sus partes entre sí: $\square$ estas relaciones pueden ser de *espacio*, *tiempo*, *jerarquía*, *propiedades lógicas* o *de toma de decisiones*.

*La descripción de un sistema es inadecuada si: a) se desconoce la interacción entre partes
b) se ignoran los cambios en el tiempo.

*Reconocimiento de similitudes implica menos métodos particulares.

*Ecuaciones diferenciales sirven para analizar sistemas	$\left\{ \begin{array}{l} \text{mecánicos} \\ \text{eléctricos} \\ \text{hidráulicos} \\ \text{térmicos} \\ \text{económicos} \end{array} \right.$

*Identificación de similitudes y diferencias.

*Requerimientos de información sobre:	Estructura Características distintivas magnitud probabilidad tiempo
---------------------------------------	---

*Relación entre partes = Estructura
 $\square$ Relaciones de: espacio
 tiempo
 jerarquía
 propiedades lógicas
 toma de decisiones

38 Introducción

*Como se señaló en la sección 1.2, antes de iniciar el análisis de un sistema es necesario fijar con claridad cuál es el *objetivo* de dicho análisis, ya que la descripción de la estructura del mismo depende del objeto del análisis. Un ejemplo servirá para aclarar ideas. *La fig. 1.3.1 muestra dos ciudades de un municipio y las carreteras federales que las conectan con los municipios adyacentes; la descripción gráfica del sistema "el municipio" puede ser adecuada si el objetivo del estudio es un análisis del sistema de transporte del municipio.

*Descripción de la estructura depende del objetivo del análisis.

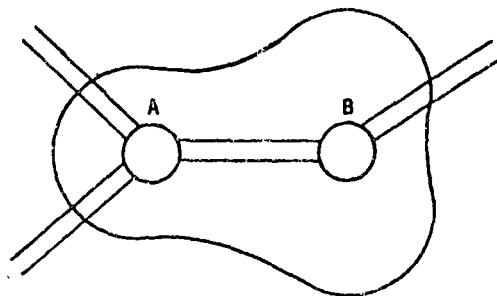


Fig. 1.3.1 Modelo para un estudio de transporte.

*Sin embargo, si el objetivo del estudio es la determinación de una política de aprovechamiento forestal, el mapa de la fig. 1.3.2, o una combinación de ambos es más adecuada.

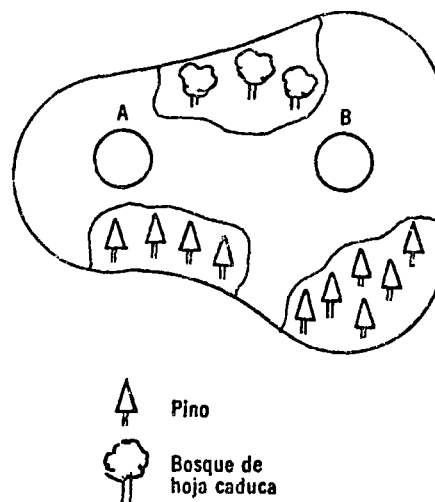


Fig. 1.3.2 Modelo para un estudio de aprovechamiento forestal.

*Además depende del grado de precisión o detalle con que se quiere llevar a cabo el análisis, la información que debe contener la representación del sistema. Así por ejemplo, para un estudio de aprovechamiento forestal, puede ser indispensable incluir en el mapa de la figura edad promedio de los árboles, su densidad y alguna otra información adicional.

*La representación del sistema depende del nivel de precisión deseado.

*Para otro tipo de estudios relacionados con el "municipio" puede requerirse el empleo de representaciones que no tengan similitud con la geografía del municipio, como es el caso de una tabla con el número de habitantes de cada edad dentro del municipio para un estudio demográfico del mismo.

*Para un estudio demográfico requiere tabla de edades (no tiene similitud)

En resumen, puede decirse que las posibles descripciones de un sistema son múltiples, igual que el grado de detalle de las

mismas. Estas descripciones dependen del objeto del análisis y de la precisión con que desea llevarse a cabo. *Existe, sobre todo en analistas de sistemas sin experiencia, la propensión a incluir en las descripciones de un sistema el mayor número posible de información sin tomar en cuenta cuál es el objetivo del análisis. Esto produce presentaciones tan plagadas de detalles, que resultan en general inútiles para los propósitos del estudio. Como suele decirse "Por ver los árboles no se ve el bosque".

1.3.3 Fronteras

Otra fase inicial importante en el análisis de un sistema es la determinación de las *fronteras* del mismo. *Como ningún sistema está totalmente aislado, mientras no se fijen sus fronteras se corre el peligro de definir uno demasiado grande para los propósitos del estudio, o un sistema que resulta en ocasiones imposible o demasiado costoso de analizar en comparación con los beneficios que se espera obtener del análisis.

*Evite exceso de detalles.

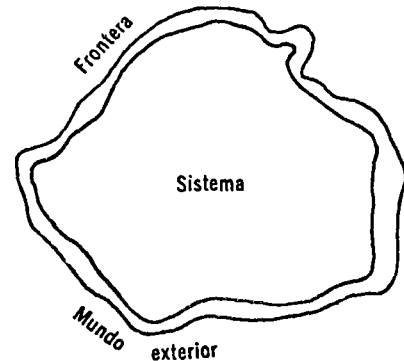


Fig. 1.3.3 Frontera.

La frontera del sistema separa los elementos cuya estructura se desea conocer de aquellos que no se tomarán en cuenta en el estudio. También define qué variables serán analizadas y cuáles consideradas como datos. □ Por ejemplo, si se quiere analizar el sistema económico de México, es necesario fijar una frontera. El funcionamiento de la economía nacional depende no solamente de factores internos, sino externos; por lo que si no se delimita una frontera para el sistema, se terminaría teniendo que describir y posteriormente modelar no únicamente la economía del país, sino de todas las naciones con las que realiza transacciones mercantiles o financieras, es decir, del mundo entero; o sea, se llegaría a un sistema de dimensiones extremadamente grandes.

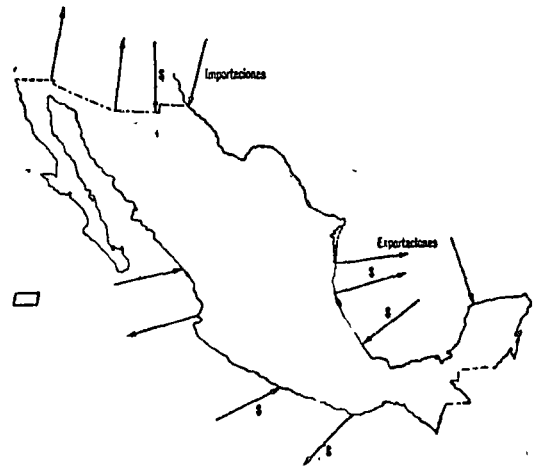


Fig. 1.3.4 Posible frontera para un modelo económico.

*Una vez fijada la frontera del sistema, puede procederse a analizar la estructura del mismo. Conviene empezar por entender cuáles son sus partes principales y sus interacciones más importantes. *Para mostrar la estructura, se recurre en general a representaciones gráficas. □ En este paso del análisis del sistema, se evita entrar en detalles y se pone énfasis *en las interacciones de las diversas partes o subsistemas del mismo y no en variables específicas o en sus relaciones funcionales o en características de parámetros. Durante esta etapa, en general puede obtenerse una visión global del sistema muy útil para el análisis posterior.

*1o. Fijar frontera.

2o. Determinar estructuras.

*Representación gráfica de la estructura.

□ En la representación evite exceso de detalles.

*Inicie poniendo énfasis en las interconexiones.

40 Introducción

En la siguiente sección se estudiará una forma de descripción de un sistema: la de diagramas de bloque y diagramas de señales.

1.3.4 Diagramas de bloque y señales

Los diagramas de bloque y de señales son auxiliares muy importantes no sólo durante esta fase, sino también en etapas posteriores del estudio.

Para representar la transformación de una variable en otra, es decir, una relación entrada-salida, suelen emplearse dos tipos de símbolos: los *bloques* o *cajas negras* y los diagramas de *flujo de señales*. *La fig. 1.3.5. muestra un bloque o caja negra, el cual puede representar el proceso productivo de una fábrica. Las señales de entrada son los insumos del proceso, o sea: capital, mano de obra y materiales; las de salida son los productos elaborados en la fábrica. En este caso particular, la transformación es una *función de producción* (este tipo de relación entrada-salida se estudiará en el capítulo 4). Si el sistema en estudio es un circuito eléctrico, las señales de entrada son las funciones de excitación, las de salida las diversas respuestas (tensiones y corrientes de las ramas) y la relación entrada-salida es una matriz de funciones de transferencia (ref. 3).

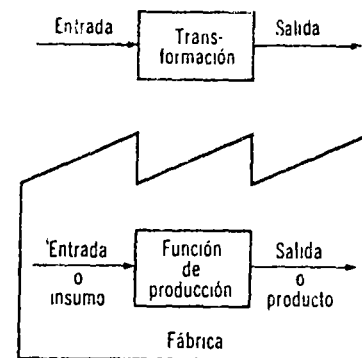


Fig. 1.3.5 Diagrama de bloques.

* La transformación de una variable en otra en un sistema, también puede representarse mediante diagramas de flujo de señales (fig. 1.3.6), en las que los extremos del segmento dirigido corresponden a actividades o señales específicas. La transformación se realiza en la dirección de la flecha; es decir, la señal de salida, asociada a la punta del segmento, es igual a la señal de entrada, asociada al origen del segmento, y sometida a la transformación asociada al segmento. Igual relación es válida en los diagramas de bloque. *Simbólicamente puede escribirse:

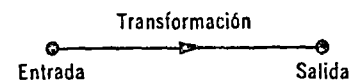


Fig. 1.3.6 Diagrama de flujo de señales.

$$\begin{aligned} *SALIDA &= TRANSFORMACION (EN- \\ &TRADA) \\ S &= T (E) \end{aligned}$$

*Y: ingreso disponible
C: consumo

*Variable de entrada
|||
insumo
|||
Variable independiente

Los diagramas de flujo también se emplean en los sistemas con transición de estado que se estudiarán posteriormente. *En un análisis de sistema económico, la señal de entrada puede ser el ingreso disponible por familia (Y), y la de salida el consumo generado por este ingreso (C). *La transformación será la ecuación que relacione a la variable de entrada (insumo o variable inde-

pendiente), el ingreso, (Y), *con la variable de salida (producto o variable dependiente), el consumo (C), la cual puede ser una

relación del tipo:

*Tanto el bloque como el segmento dirigido de la fig. 1.3.7 representan una transformación que puede considerarse como una

*Variable de salida

|||
Producto

|||
Variable dependiente

$$*C = a Y + b C_{-1}$$

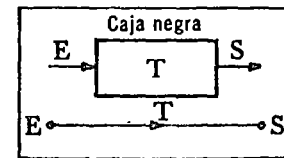


Fig. 1.3.7 Caja negra.

caja negra, o *sea una agrupación de detalle, la cual se seleccionó por no ser necesario incluir mayor detalle en el análisis, o por imposibilidad de llegar a profundizar más. □ La relación entre el consumo C y el ingreso Y representa una agrupación muy grande de detalles. Es fácil encontrar muchas variables adicionales que determinan el consumo C; en lugar de considerar al consumidor como un ser biológico con todos los detalles fisiológicos y psicológicos que sobre su comportamiento se conocen, el modelo expuesto $C = aY + bC_{-1}$ lo considera como una caja negra o un dispositivo al que entra la variable ingreso Y, que tiene memoria y recuerda lo que consumió el periodo anterior, es decir C_{-1} y del que sale la variable C. Para un modelo econométrico este grado de detalle es el adecuado. Para otros fines, es necesario recurrir a otras descripciones del modelo.

*Caja negra:

implica agrupación de detalles.

$$\square C = a Y + b C_{-1}$$

Modelo de caja negra.

*Tanto en representaciones gráficas que empleen bloques como en las que empleen diagramas de flujo, las transformaciones se consideran estables. La transformación operará en el futuro como ha actuado hasta el presente, o sea invariable en el tiempo, tal como ilustra la fig. 1.3.8

La mayoría de los sistemas de interés para el analista están formados por diferentes subsistemas interconectados entre sí. Resulta por lo tanto importante conocer bajo qué condiciones es posible representar estos sistemas interconectando diferentes bloques.

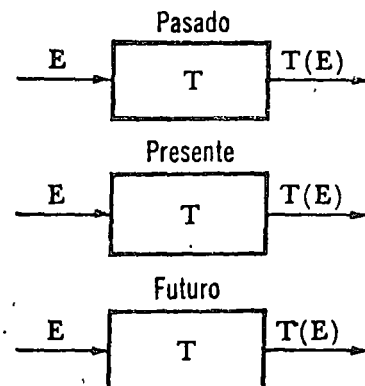


Fig. 1.3.8 Transformaciones estables.

42 Introducción

*La representación de varios subsistemas interconectados entre sí con ayuda de diagramas de bloque o de flujo de señales, solamente puede realizarse si las transformaciones que los diversos subsistemas realizan sobre las señales son *independientes*; es decir, la transformación que un subsistema realiza en las variables asociadas a él, no cambia por la conexión entre subsistemas. La fig. 1.3.9 ilustra esta idea.

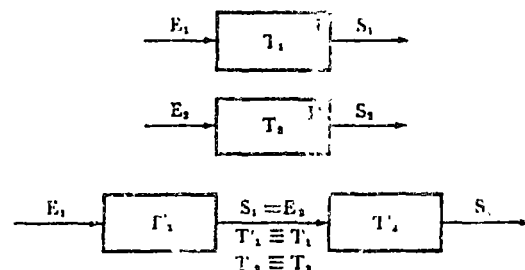


Fig. 1.3.9 Transformaciones que no interactúan.

*Al combinar transformaciones, las entradas y salidas deben ser *compatibles*.

*Conexión de subsistemas o bloques, únicamente con señales compatibles.

*Supóngase que en un diagrama, el bloque 1 representa a la industria de fertilizantes, el bloque 2 al sector agrícola que cultiva trigo y el 3 a la industria molinera. Una conexión de estos bloques de entradas-salidas compatibles se muestra en la fig. 1.3.10. La salida del bloque 1 (fertilizantes) entra al 2, y la salida de este (trigo) entra el bloque 3. Una conexión así se conoce con el nombre de conexión *serie*. La misma figura muestra también ese tipo de conexión, usando un diagrama de flujo de señales.

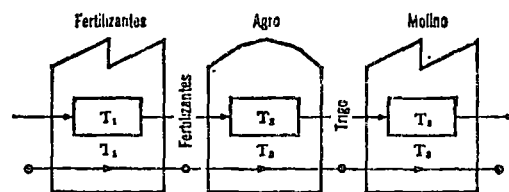


Fig. 1.3.10 Conexión en serie.

*En este tipo de conexión, la relación entre insumo y productos puede representarse simbólicamente conforme la fig. 1.3.11 y

combinando estas tres relaciones como:

es decir, los n bloques en serie que representan transformaciones $T_1, T_2, \dots, T_n$ son equivalentes a un solo bloque que realiza la transformación.

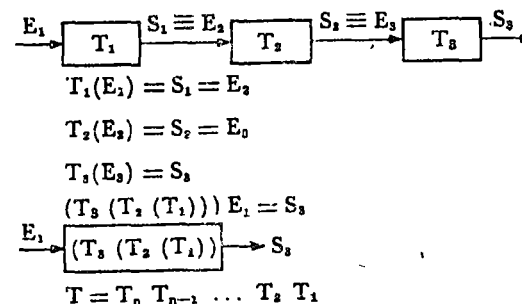


Fig. 1.3.11 Transformación equivalente de n bloques o subsistemas en serie.

*Un símbolo auxiliar en diagramas de bloque es el *punto de suma* (o resta) que aparece en la fig. 1.3.12. En este símbolo,

la variable que sale del punto es igual a la suma algebraica de las señales que entran, es decir:

No debe olvidarse el signo en las señales de entrada. Esta misma operación, empleando diagramas de flujo de señales, se representa usando el símbolo que aparece en la parte inferior de la fig. 1.3.12

*La conexión de subsistemas, utilizando diagramas de bloque que aparecen en la fig. 1.3.13 se conoce con el nombre de *conexión en paralelo*.

Teniendo presente las propiedades del punto de suma, entre las variables que aparecen en las conexiones en paralelo en esa figura, existen las relaciones siguientes:

*de lo que se deduce que varios subsistemas conectados en paralelo realizan sobre la variable de entrada una transformación, equivalente a la suma de las transformaciones de cada uno de los subsistemas, tal como ilustra la fig. 1.3.14.

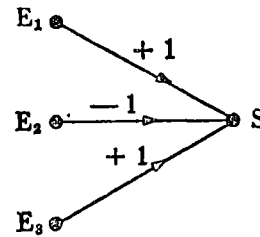
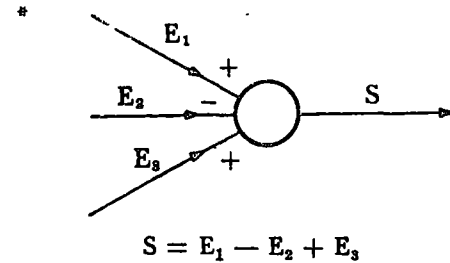
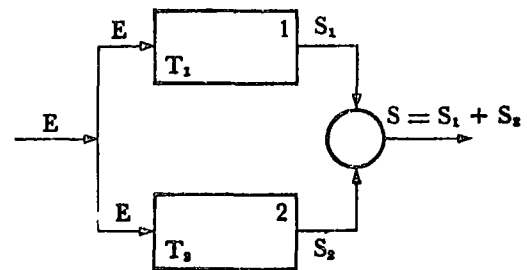


Fig. 1.3.12 Punto de suma.



$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 \\ S_1 &= T_1(E) \\ S_2 &= T_2(E) \\ S &= T_1(E) + T_2(E) \\ S &= (T_1 + T_2)(E) \end{aligned}$$

Fig. 1.3.13 Conexión en paralelo

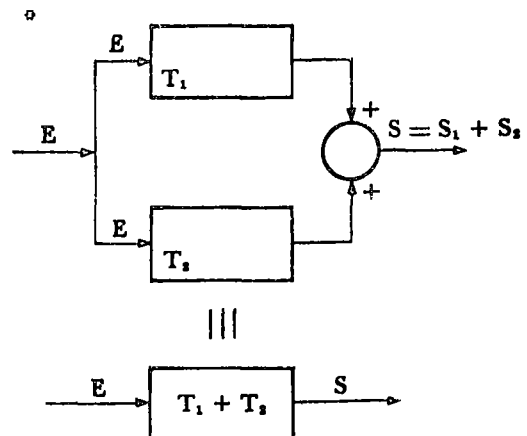


Fig. 1.3.14 Conexión en paralelo.

44 Introducción

*En la fig. 1.3.15 se presenta esa conexión empleando diagramas de flujo de señales.

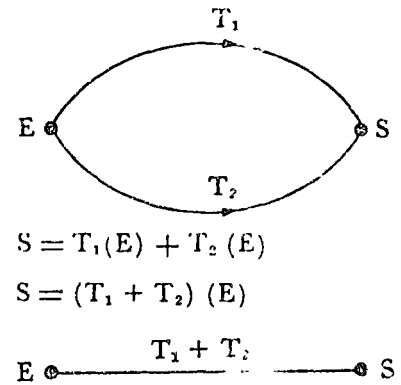


Fig. 1.3.15 Conexión en paralelo.

*En resumen, debe recordarse que por conexión-serie, se entiende una conexión donde la salida de un sistema está conectado a la entrada del siguiente, como muestra la fig. 1.3.16.

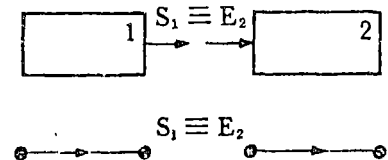


Fig. 1.3.16 Conexión en serie.

*En la conexión en paralelo, los subsistemas conectados de esta forma tienen todos la misma entrada, como se indica en la fig. 1.3.17.

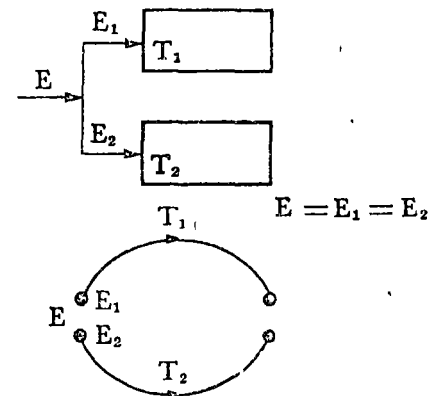


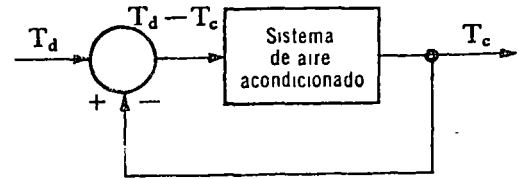
Fig. 1.3.17 Conexión en paralelo.

1.3.5 Agrupaciones abiertas y realimentadas

Otra estructura que con frecuencia se encuentra en sistemas es la retroalimentación. *Se dice que se presenta *realimentación* en un sistema, si la salida de un subsistema actúa sobre la entrada.

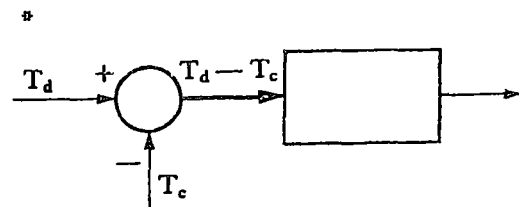
*La salida actúa sobre la entrada en un sistema realimentado.

*Considérese un sistema de control de temperatura de un cuarto. La señal de salida es la temperatura, T_c , del cuarto.



*La señal que hace funcionar al aire acondicionado es la diferencia de temperatura entre la temperatura deseada, T_d , y la real del cuarto o señal de salida, T_c , es decir, $T_d - T_c$. Empleando los diagramas de la sección anterior, esta relación puede presentarse como lo muestra la fig. 1.3.18

No solamente en sistemas de control, como el que acaba de mencionarse, se presenta este fenómeno. En procesos económicos también es frecuente; un ejemplo al respecto se incluye en la siguiente sección.



$T_d - T_c$ = señal que hace actuar al sistema

Fig. 1.3.18 Sistema realimentado.

*En la fig. 1.3.19 aparece representado el sistema realimentado descrito, empleando diagramas de bloque y de flujo.

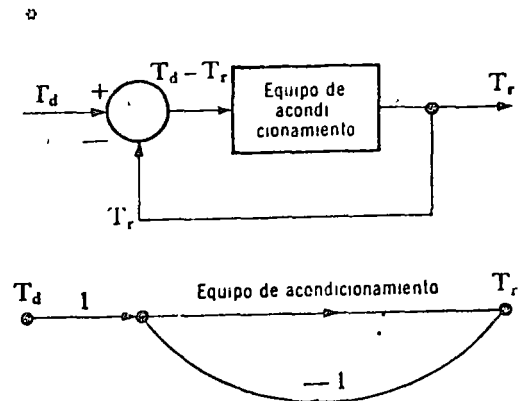


Fig. 1.3.19 Sistema realimentado.

46 Introducción

*En sistemas de cómputo, el contador de un proceso de cálculo basa su operación en una comparación. El diagrama de la fig. 1.3.20 ejemplifica un proceso de cálculo en el que una cantidad se acumula hasta llegar a 1000. En el capítulo 3, correspondiente al procesamiento de información, se estudia este tipo de diagramas con mayor detalle.

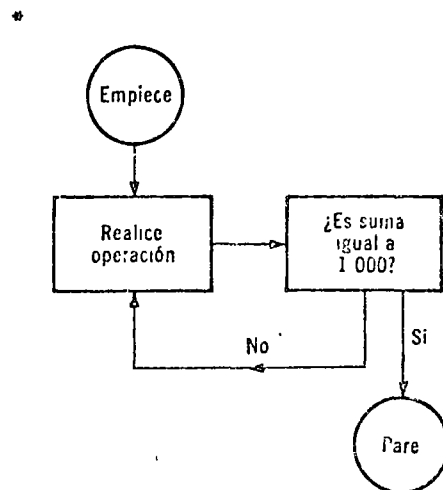


Fig. 1.3.20 Realimentación en diagramas de cómputo.

*Cuando se presenta realimentación en un sistema, pueden existir fenómenos de *inestabilidad*. Esta es una razón por la que es importante detectar la presencia de retroalimentación en sistemas.

*Un sistema realimentado puede ser inestable.

*De una manera informal es factible afirmar que un sistema es inestable si la señal de salida del mismo es, en algún momento, de magnitud ilimitada cuando la señal de entrada tiene una magnitud limitada, como ilustra la fig. 1.3.21.

*

(Inestabilidad $\rightarrow$ La salida aumenta en magnitud sin límite)

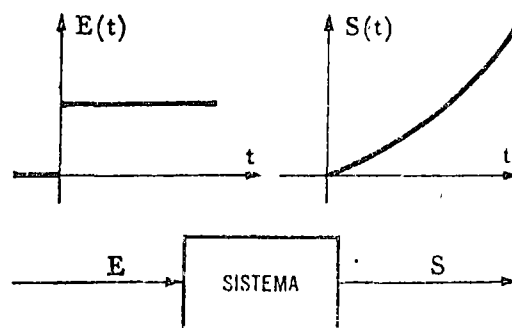


Fig. 1.3.21 Ilustración del concepto de inestabilidad.

1.3.6. Sistemas con lógica

La parte superior de la fig. 1.3.22 muestra el contador de un sistema de cálculo. A continuación se mencionan dos ejemplos de esta función en sistemas.

La parte superior de la fig. 1.3.22 muestra el contador de un sistema de cálculo; consiste en un elemento con lógica, ya que dependiendo del valor de la suma, el proceso se repite o termina.

El punto de suma en un sistema retroalimentado, mostrado en la parte inferior de la fig. 1.3.22, determina el funcionamiento del mismo. Si en el caso del acondicionamiento de aire, la temperatura deseada es mayor que la actual, el sistema debe calentar; si es menor, debe enfriar. Esto constituye una decisión lógica.

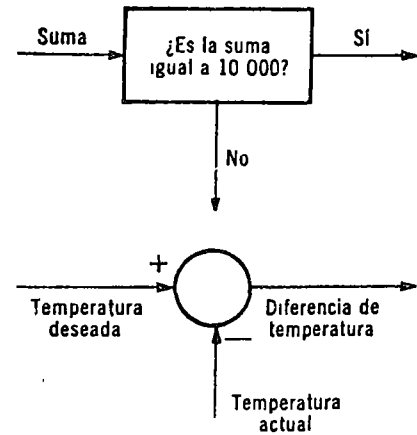


Fig. 1.3.22 Sistemas con lógica.

1.3.7 Transformaciones con atraso

En la mayoría de las transformaciones que aparecen en la ingeniería de sistemas se presentan fenómenos de atraso. *Así, por ejemplo, en una fábrica que transforma ciertos productos semielaborados en otros más elaborados, esto se realiza con atraso; el producto elaborado sale del proceso de manufactura tiempo después de que entran al proceso las materias primas o sea que el cambio de materia prima a producto elaborado no es instantáneo, como ilustra la fig. 1.3.23.

Se señaló que la actividad de consumo puede ser representada mediante la ecuación que aparece al pie de la fig. 1.3.24.

*Empleando un diagrama de bloque esta relación se representa conforme la fig. 1.3.24.

A continuación se ilustrará cómo se traza el diagrama de bloque de un sistema, a partir de la descripción verbal del mismo.

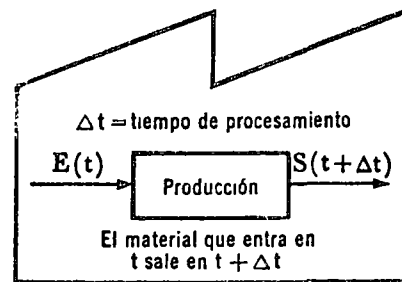


Fig. 1.3.23 Transformación con atraso.

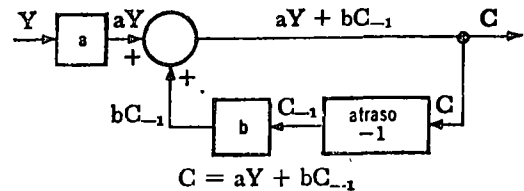


Fig. 1.3.24 Representación de la relación de consumo.

Ilustre con un diagrama de bloques las siguientes transacciones económicas.

Ejemplo 1.3.1.

La industria de fertilizantes de un municipio obtiene sus insumos de otros municipios. El 20% de sus productos se venden en otros municipios, el 30% lo emplean los campos de maíz y el 50% en los campos de trigo. La industria de alimentos para ganado consume el 20% de la cosecha de maíz y el 30% de la cosecha de trigo. El 50% del maíz se consume en los molinos de

48 Introducción

nixtamal y el 30% restante de la cosecha de maíz se vende fuera del municipio. El 40% del trigo se consume en los molinos de trigo del municipio y el 30% restante se vende fuera.

*La fig. 1.3.25 muestra el diagrama de bloques de estas transacciones de mercancías.

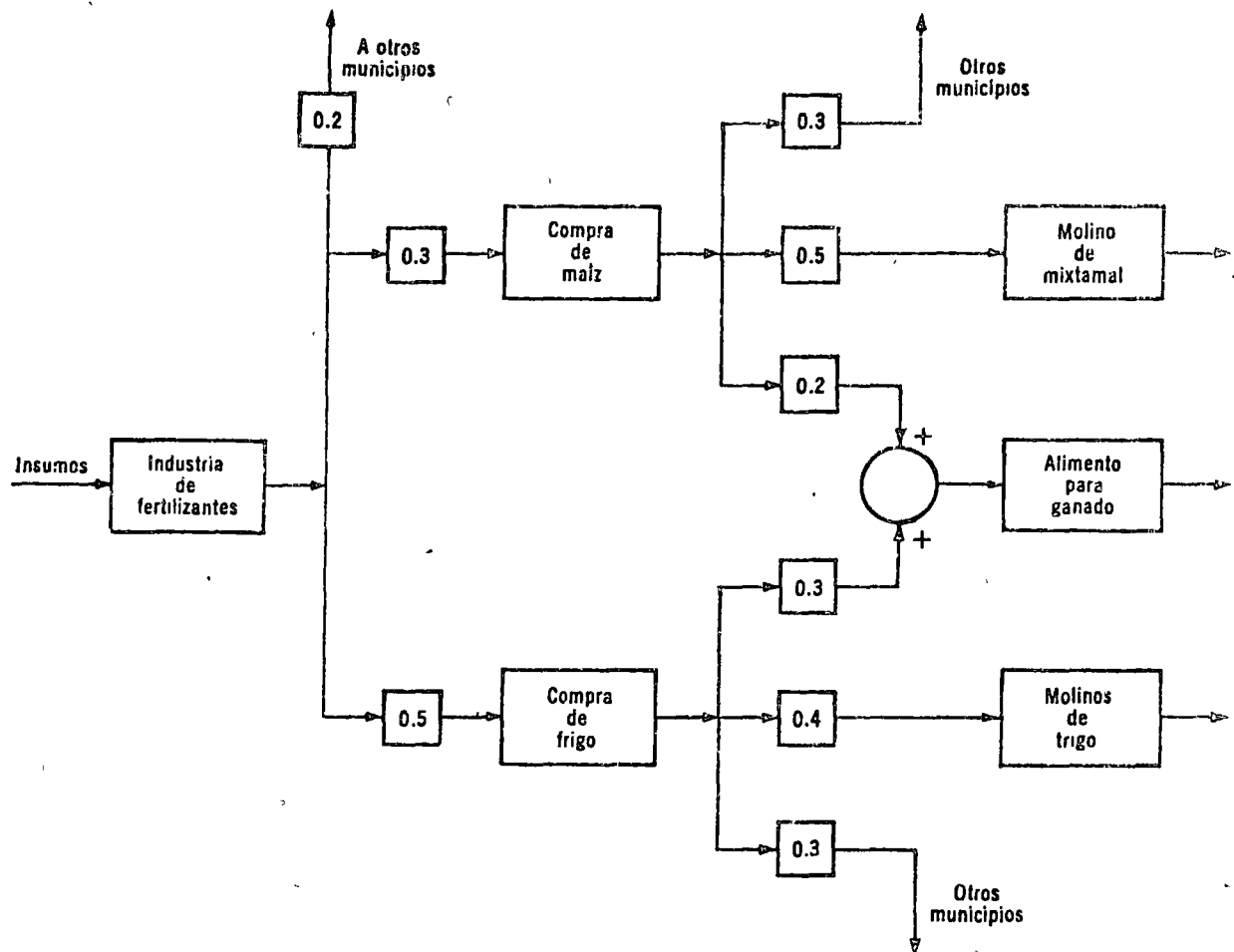


Fig. 1.3.25 Diagrama de bloques de las transacciones del ejemplo 1.3.1.

1.3.8. Sistemas discretos

*Muchos sistemas pueden describirse mediante variables discretas en lugar de continuas. □ Estos casos se presentan cuando los resultados de la toma de una decisión o una transformación son números enteros, o cuando la ausencia o presencia de un atributo se emplea para describir el resultado de una acción. *Pue-

*Son muy frecuentes.

□ Sus variables son números enteros.

*Ejemplos de sistemas discretos.

den encontrarse muchas situaciones que solamente pueden describirse mediante números enteros. □ Por ejemplo, en el estudio del sistema de atención de clientes en un banco, la gente que espera (un atributo muy importante del sistema) es un número siempre entero que representa un *estado* del sistema. (fig. 1.3.26)

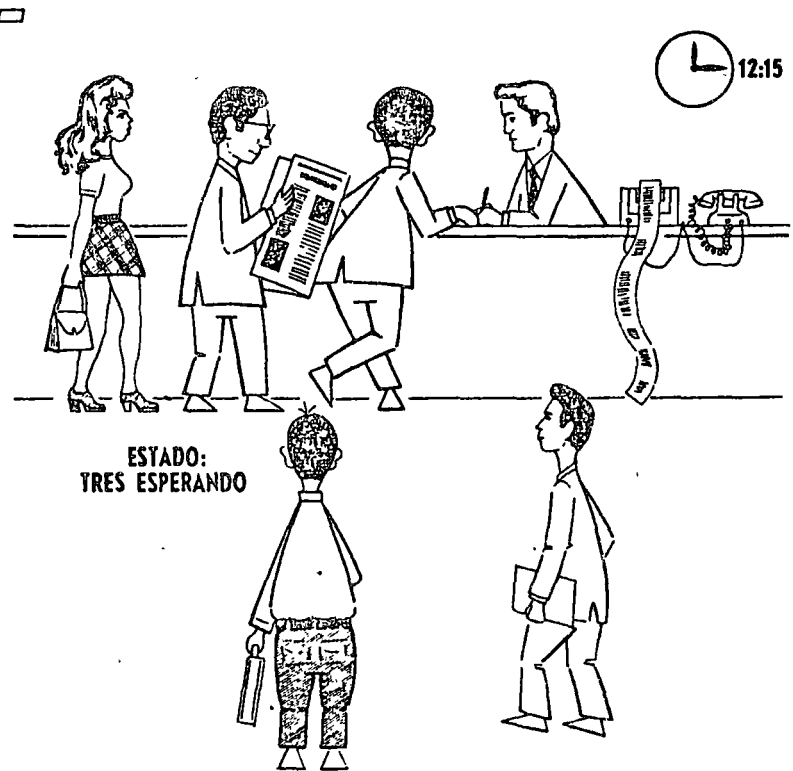


Fig. 1.3.26 Atención a clientes en un banco.

50 Introducción

*Si en un determinado intervalo de tiempo se atiende 1 gente, pero llegan otras 2, se tiene un *cambio* o transición de estado (fig. 1.3.27).

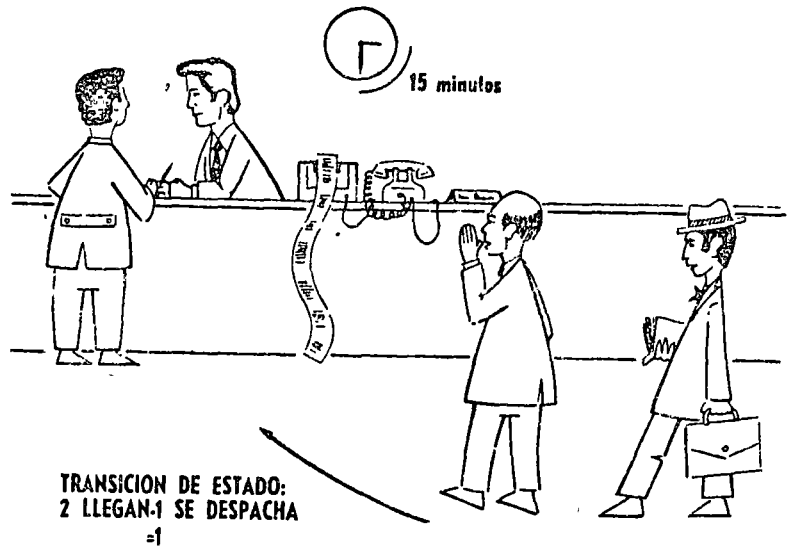


Fig. 1.3.27 Transición de estado.

*Debido a esta transición de estado, el sistema ha cambiado de un sistema con N clientes esperando a un sistema con $N + 2 - 1$ clientes esperando (fig. 1.3.28).

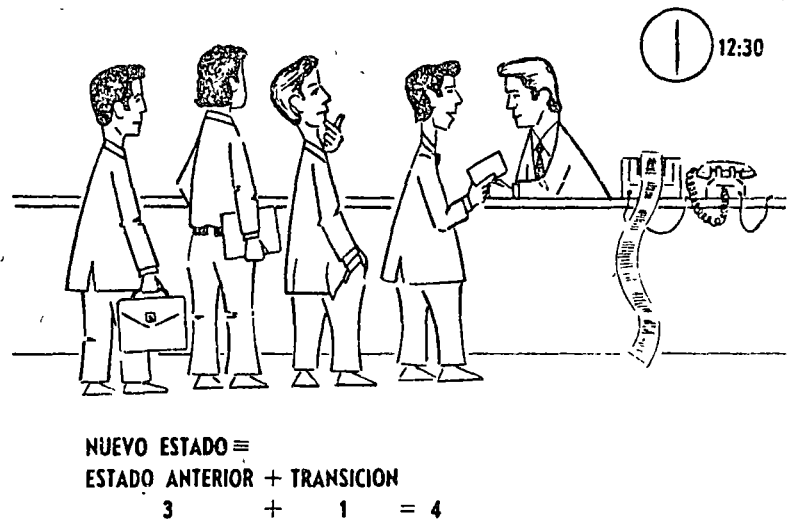


Fig. 1.3.28 Nuevo estado.

*Otro ejemplo de sistema con estados discretos es la iluminación de un cuarto que puede estar prendida o apagada, como ilustra la fig. 1.3.29.

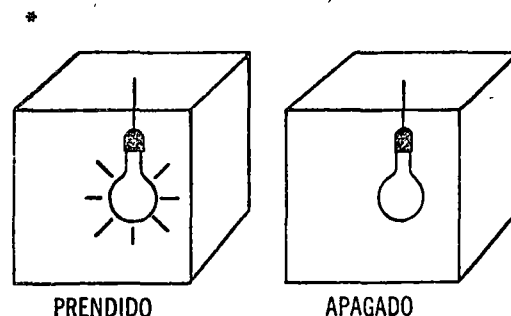


Fig. 1.3.29 Ejemplo de sistema con dos estados.

*Todo sistema continuo puede discretizarse.

Debe mencionarse que todo sistema con variables continuas puede discretizarse. *Para la solución de problemas relacionados con sistemas, se emplea cada día con más frecuencia la computadora digital. Si el sistema es de variables continuas, es necesario primero discretizarlo a fin de analizarlo mediante la computadora digital. En el capítulo 3, relativo al procesamiento de la información, se tratará el problema de discretización de sistemas continuos.

En sistemas del tipo discreto, en general interesa conocer cómo se realiza la transición de un estado al siguiente.

*Dicha transición puede ser *determinística* o *probabilística*.

*Transiciones determinísticas o probabilísticas.

*Unos ejemplos servirán para ilustrar estos conceptos: la fig. 1.3.30 muestra un contador de tres vueltas en el cual cada vuelta del eje hace avanzar un número al contador, y al llegar a la cuarta vuelta regresa a uno. El movimiento puede representarse mediante un diagrama de flujo donde el número 1, asociado a los segmentos dirigidos, indica que las transiciones del estado 1 al 2 al 3 al 1 al 2... se realiza con probabilidad 1, es decir, siempre pasa el sistema de un estado al otro en el orden señalado. La misma información sobre la transición de estado puede también suministrarse empleando la matriz mostrada en la fig. 1.3.30.

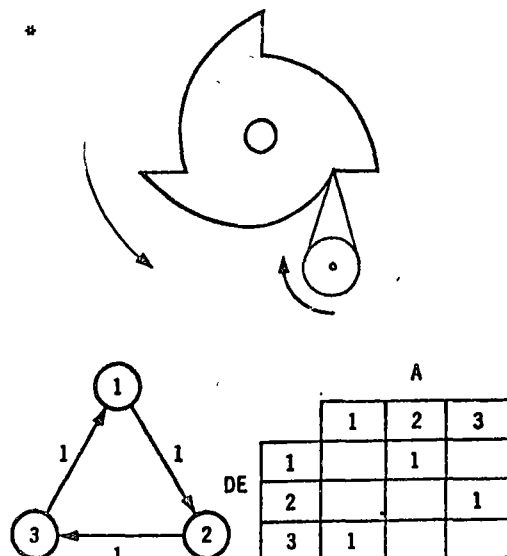


Fig. 1.3.30 Sistema con transición de estado determinística.

52 Introducción

*Considérese ahora un problema de mercadotecnia: una persona puede o no ser un cliente. Así que asíciase 0 y 1 a estas dos posibilidades.

*En la fig. 1.3.31 los segmentos dirigidos y los números asociados a ellos indican la dirección de la transición de estado y la probabilidad con que ésta se presenta. Así por ejemplo, un cliente (estado 0) con 0.06 de probabilidad pasa a no ser cliente (estado 1), y con 0.94 de probabilidad seguirá en el estado 0, es decir, siendo cliente (fig. 1.3.31 parte inferior).

* Problema de mercadotecnia

Estado	Descripción
0	ser cliente
1	no ser cliente

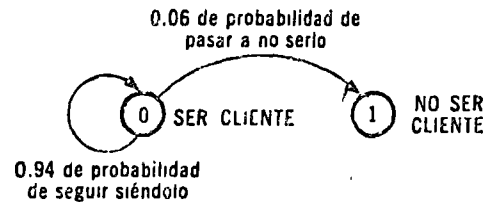
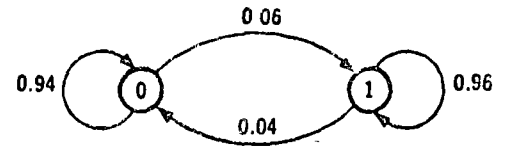
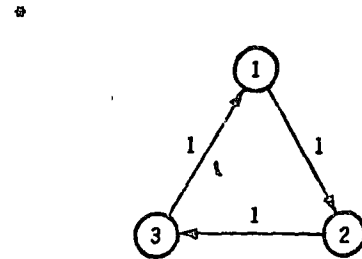
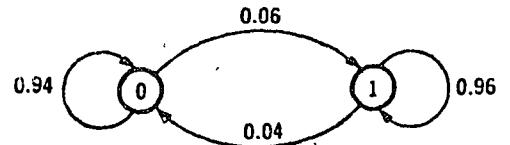


Fig. 1.3.31 Sistema con transición de estado probabilístico.

*En los últimos dos ejemplos figs. 1.3.30, 1.3.31 se ilustra el empleo de diagramas de flujo de señales para mostrar los cambios de estado en sistemas discretos. Si el sistema es discreto como en el caso del contador, los nodos corresponden a los estados de sistema y el segmento dirigido indica la transición de estado. El número asociado al segmento en un sistema determinístico es la unidad, es decir, el sistema tiene una probabilidad 1, que significa "siempre", de pasar de un estado a otro. En sistemas probabilísticos, el número asociado al segmento indica la probabilidad del cambio de estado (fig. 1.3.32).



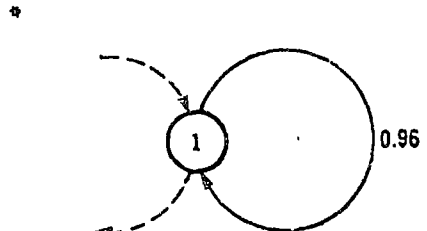
Sistema con transición de estado determinística



Sistema con transición de estado probabilística

Fig. 1.3.32 Empleo de diagramas de flujo de estado para mostrar transiciones de estado.

*Así por ejemplo, el diagrama muestra que el sistema tiene un 0.96 de probabilidad de permanecer en el estado 1.



Probabilidad de permanecer en el estado 1.

*También pueden emplearse matrices para mostrar la transición de un estado a otro (Fig. 1.3.33). Si el sistema es determinístico como el contador, los elementos de la matriz son unitarios. Si es probabilístico, entonces los elementos de la matriz son probabilidades. En resumen, pueden emplearse diagramas de flujo o de señales o matrices para indicar los cambios de estado.

		A		
		1	2	3
DE	1		1	
	2			1
	3	1		

		A	
		0	1
DE	0	0.94	0.06
	1	0.04	0.96

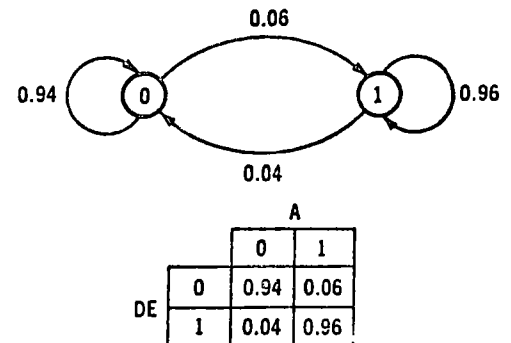
Fig. 1.3.33 Empleo de matrices para mostrar transiciones de estado.

1.3.9 Diagramas de decisión

*Existen múltiples actividades de carácter secuencial y discreto en las cuales un evento tiene dos o más alternativas (fig. 1.3.34):



*Así, por ejemplo, en el caso del problema de mercadotecnia, un cliente (estado 0) puede seguir siendo un cliente (seguir en el estado 0), o dejar de serlo (pasar al estado 1).



		A	
		0	1
DE	0	0.94	0.06
	1	0.04	0.96

Fig. 1.3.34 Sistema con eventos de alternativa múltiple.

*El evento, la acción de entrar una persona a la tienda, tiene dos alternativas: una permanencia en el estado de cliente o un cambio al estado de no cliente.

* **EVENTO:**
Acción de la persona.

ALTERNATIVAS:

1. Permanecer en estado presente.
2. Cambio de estado.

54 Introducción

*Dichos cambios de estado como respuesta a una acción, pueden también representarse en un *árbol de transiciones*. El número asociado a los segmentos de recta indica la probabilidad del cambio; obsérvese que la suma de probabilidades correspondientes a los posibles cambios desde un estado es igual a la unidad (fig. 1.3.35).

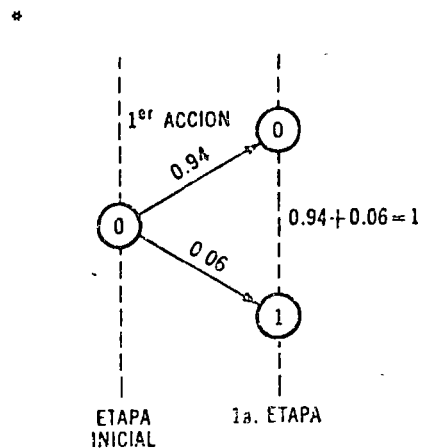


Fig. 1.3.35 Árbol de decisiones después de la 1er. acción.

*Si se realiza una segunda acción "visita a la tienda", el árbol de transiciones adquiere "ramas" adicionales (fig. 1.3.36).

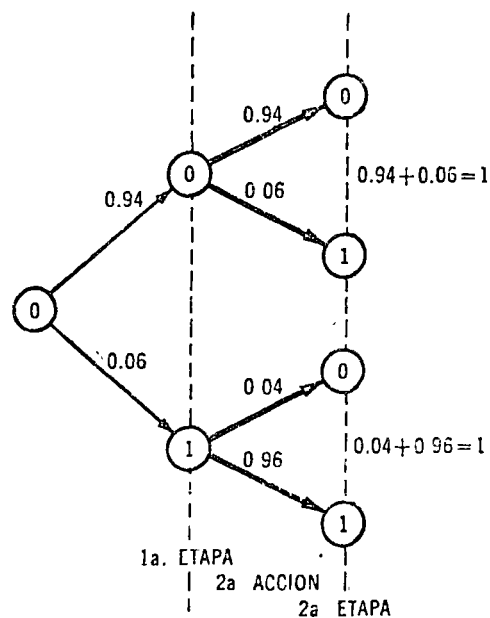


Fig. 1.3.36 Árbol de decisiones después de la 2a. acción.

*Si se designa con P_{ab} la probabilidad de pasar del estado "a" al estado "b", se puede establecer para este sistema:

*la siguiente matriz de probabilidades de transición de estado. Empleando esta matriz, debe hacerse notar que las anteriores relaciones implican que la suma de probabilidades en cada renglón es uno.

Empleando el árbol de transiciones, pueden resolverse algunos problemas de interés como el que se señala a continuación.

*Sea P_0^0 , P_1^0 las probabilidades de que el sistema (la persona) esté inicialmente (antes de entrar en la tienda) en los estados 0 y 1 respectivamente.

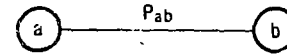
*Considerando P_0^0 y P_1^0 como componentes de un vector que se conoce con el nombre de *vector de estado*, en este caso vector de estado inicial. Se designará (P_0^i, P_1^i) al vector de estado correspondiente a la primera etapa, es decir, después de la primera acción, que en este caso consiste en entrar a la tienda. *Como resultado de la primera acción el sistema pasa del estado inicial (P_0^0, P_1^0) al estado (P_0^1, P_1^1) .

*Nótese que siempre se tiene:

*Es decir, la suma de componentes del vector de estado es igual a la unidad.

*En una etapa determinada, el sistema puede hallarse en el estado 0 ó 1. No existe ninguna otra posibilidad. Además, como el sistema no puede estar simultáneamente en los dos estados, se trata de eventos mutuamente exclusivos y también exhaustivos, ya que cubren todas las posibilidades, de ahí que

*A continuación se determinará el estado en la primera etapa, (P_0^1, P_1^1) , si se conoce el estado inicial y la matriz de transición.



$$P_{aa} + P_{ab} = 1$$

$$P_{ba} + P_{bb} = 1$$

		A		
		a	b	Σ
DE	a	P_{aa}	P_{ab}	1
	b	P_{ba}	P_{bb}	1

*Probabilidad de estar en:
 P_0^0 Estado 0 (ser cliente)
 P_1^0 Estado 1 (no ser cliente)

* (P_0^0, P_1^0) Vector de estado inicial.
 (P_0^1, P_1^1) Vector de estado en la 1a. etapa.

* (P_0^0, P_1^0) estado inicial $\xrightarrow{\text{Acción}}$ (P_0^1, P_1^1) estado en la 1a. etapa

$$P_0^0 + P_1^0 = 1$$

$$P_0^1 + P_1^1 = 1$$

*Suma de componentes del vector de estado = 1

* 0 y 1 son estados mutuamente exhaustivos.

$$P_0^0 + P_1^0 = 1$$

* Problema:
 Encontrar el estado en la 1a. etapa

Datos:
 Matriz de transición
 estado inicial

56 Introducción

*Para que el sistema en la primera etapa se encuentre en el estado P_0^0 , pueden haberse presentado dos situaciones:

1. El sistema se halle inicialmente en estado 0, evento que tiene una probabilidad de P_0^0 y que se hubiese presentado una transición de 0 a 0, acción que tiene una probabilidad de presentarse de P_{00} .
2. El sistema se encuentre inicialmente en estado 1 (probabilidad P_1^0) y se hubiese presentado una transición de 1 a 0 (probabilidad P_{10}).

Toda ocurrencia de P_1^0 requiere que se hayan presentado situaciones análogas a las anteriores.

*Aplicando la metodología básica del cálculo de probabilidades (apéndice B) se tiene:

*Empleando notación matricial, las relaciones anteriores quedan:

*Es decir:

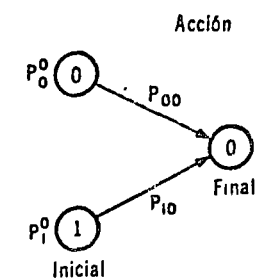
*En otro tipo de problemas también se emplean los diagramas de decisiones o árboles de transición como se verá, al respecto, al estudiar problemas de asignación de recursos en programación dinámica en el capítulo 6. Estos diagramas son muy útiles en el análisis de operaciones y en la planeación de la producción.

*Otra configuración importante que se emplea con frecuencia en procesos de toma de decisiones, organizaciones y equipo es la de *jerarquía o de niveles* múltiples. En el capítulo siguiente se estudiará este tipo de estructuras.

1.3.10 Formatos, códigos y diagramas lógicos

*En diversos problemas de análisis de sistemas, el problema de organización y manejo de la información es de gran importancia. Un formato como el mostrado en la fig. 1.3.37a, permite identificar elementos por su posición en una columna y un renglón, así por ejemplo, el elemento e_{B2} , corresponde al renglón B y a la columna 2.

*Acciones que llevan al estado 0



$$P_0^1 = P_0^0 P_{00} + P_1^0 P_{10}$$

$$P_1^1 = P_0^0 P_{01} + P_1^0 P_{11}$$

$$(P_0^1, P_1^1) = (P_0^0, P_1^0) \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{bmatrix}$$

*Estado siguiente =
estado anterior $\times$
matriz de transición

*Ejemplos de aplicación de árboles de decisiones:
Asignación de recursos.

*Estructuras jerárquicas.

*Organización de la información.

Columna \ Renglón	1	2	3	4
A				
B		e_{B2}		
C				

(a)

Fig. 1.3.37 Formatos para codificar información.
(continúa)

Otra forma estructural que se emplea para codificar información y manejarla posteriormente en computadora, son los formatos mostrados en la fig. 1.3.37b, en los cuales una serie de números o caracteres alfanuméricos tienen un significado determinado de acuerdo con su posición, por ejemplo, en el control de cuentas bancarias, los primeros dos números pueden representar el año de apertura de la cuenta, los siguientes tres el número de la sucursal y los últimos, el número de la cuenta (fig. 1.3.37c).

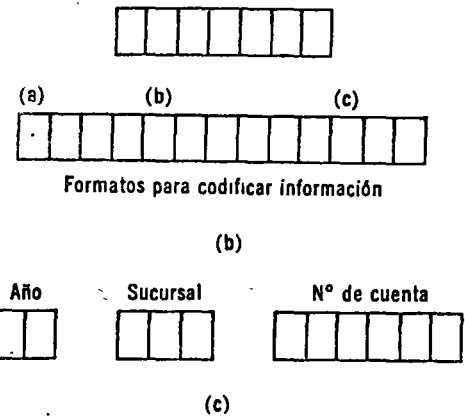


Fig. 1.3.37 Formatos para codificar información.

*Otro elemento estructural importante, que igual que los formatos y códigos mencionados encuentran gran uso en programas de computación, son los diagramas lógicos, mostrado en la fig. 1.3.38. Estos se verán con detalle en el capítulo 3 relativo a computación.

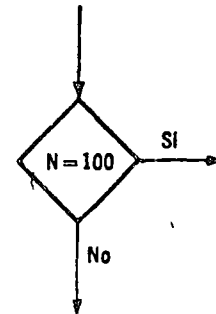


Fig. 1.3.38 Diagrama lógico.

*Antes de continuar, debe notarse que en las diferentes etapas y fases, el análisis de un mismo sistema puede necesitar diferentes estructuras.

*La estructura depende del sistema y de su fase y etapa de análisis.

1.3.11 Diagramas de flujo de materia y energía

*Los problemas de contaminación y en general de deterioro del medio ambiente pueden citarse entre las causas más importantes que han vuelto a despertar interés en el estudio de la *ecología*.

*La ecología es la ciencia que estudia las relaciones de los seres vivos entre sí y con el medio en que viven.

*Los sistemas ecológicos se caracterizan porque en ellos fluye materia en forma circular usándose y reusándose.

Debe considerarse que, además, existe en ellos un flujo de energía que no tiene carácter circular y que termina de acuerdo

Ecología

* Ecología =
Estudio de sistemas con seres animados.

*En sistemas ecológicos fluye la materia y energía.
La materia se usa y reusa
La energía se degrada.

58 Introducción

con la segunda ley de la termodinámica degradándose en forma de calor. Para representar los flujos de materia y energía en este tipo de sistemas se emplean diagramas con símbolos.

*Muchos sistemas que debe analizar un profesionalista tienen un impacto importante sobre la ecología. Por eso es necesario tomarla en cuenta, para evitar posibles efectos colaterales indeseables. Debido a ello, es determinante que el analista de sistemas posea un conocimiento operativo acerca de los diagramas de flujo de materia y energía en sistemas ecológicos. Estos diagramas pueden además utilizarse para modelar el funcionamiento de otros sistemas donde se presentan fenómenos de transporte de materia y energía.

*El símbolo mostrado en la fig. 1.3.39 (a) representa en diagramas de flujo de materia y energía una *fuerza de energía* como pueden ser el sol, combustibles fósiles, etc.

*En sistemas del tipo que se estudia en esta sección, también hay elementos donde se almacena energía en una forma pasiva, como puede ser el bombeo de combustible a un tanque, para representar este almacenaje se utiliza el símbolo de la fig. 1.3.39 (b).

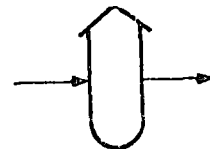
*Como en todo sistema donde hay flujo de energía, una parte de la misma se disipa en forma de calor, otro símbolo de utilidad es el mostrado en la fig. 1.3.39 (c) que corresponde a un *sumidero de calor*.

*Numerosos sistemas reciben su energía en forma de ondas de radiación. Para representar la recepción de energía en esta forma se emplea el símbolo de la fig. 1.3.39(d).

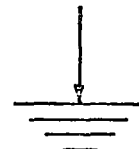
*Los grandes sistemas tienen impacto sobre la ecología.



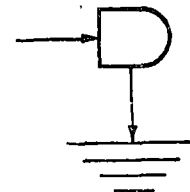
(a) Fuente



(b) Almacenamiento pasivo



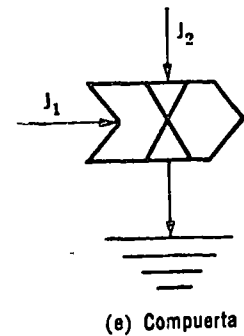
(c) Sumidero de calor



(d) Receptor de energía de radiación

Fig. 1.3.39 Símbolos para diagramas de flujo de materia y energía (continúa).

*En muchos procesos, un flujo de energía hace posible que surja otro flujo de energía. Por ejemplo, el flujo de fertilizantes hace posible mayor producción agrícola. Dicha interacción puede presentarse mediante un símbolo como el de la fig. 1.3.39 (e).



* El símbolo hexagonal de la fig. 1.3.39 (f) representa un subsistema o parte de uno donde la energía potencial almacenada en el mismo es realimentada a la vez que activa el trabajo subsecuente realizado por la unidad. Estos procesos se conocen como autocatalíticos. Este proceso representa una combinación de almacenamiento pasivo, con compuerta y sumidero.

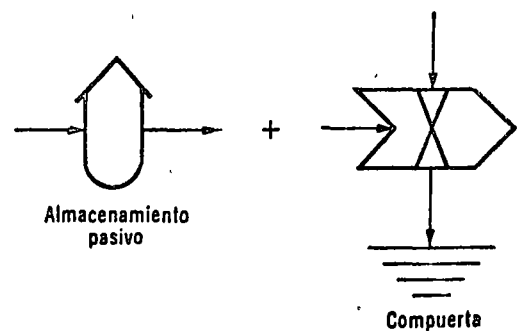
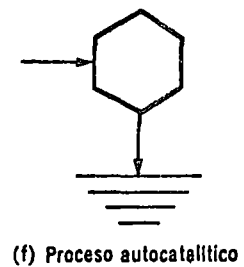
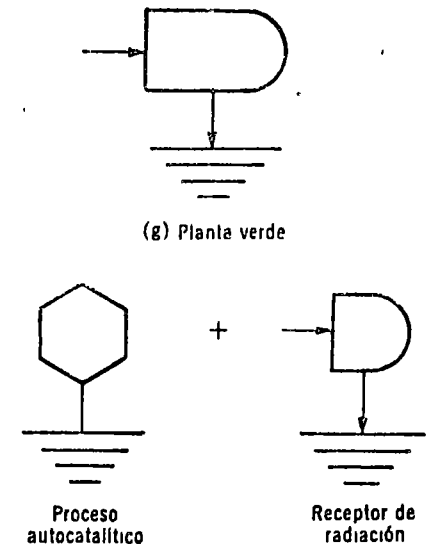


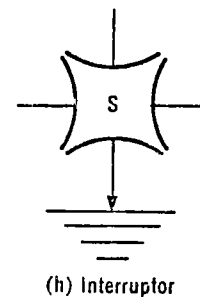
Fig. 1.3.39 Símbolos para diagramas de flujo de materia y energía (continúa).

60 Introducción

*Un proceso autocatalítico puede estar energizado mediante una recepción de energía en forma de radiaciones. En plantas verdes, la radiación solar, que es energía absorbida por éstas, activa otro flujo de energéticos en ella (substancias universales de la tierra, bióxido de carbono) para realizar el proceso de fotosíntesis, siendo almacenada la energía producida por este proceso en la propia planta. Para representar este proceso se emplea el símbolo de la fig. 1.3.39 (g).



* El símbolo de la fig. 1.3.39 (h) representa el control de un flujo mediante acción de interrupción, o sea un acto que sólo tiene dos estados. El proceso de reproducción es de este tipo, o sea la acción de gestación es un acto que sólo tiene dos estados, uno de ellos controla un proceso continuo posterior.



Interruptor $\rightarrow$ Acto con 2 estados

Ejemplo: gestación

Fig. 1.3.39 Símbolos para diagramas de flujo de materia y energía (continúa).

*Tanto en procesos del tipo que se estudia en esta sección como en fenómenos económicos, a un flujo de energía o materiales en un sentido corresponde un flujo monetario en sentido contrario. Esta clase de transacciones se representa con el símbolo de la fig. 1.3.39 (i).

*La suma de dos flujos de energía compatibles se representa con el símbolo de la fig. 1.3.39 (j).

*Muchos componentes desarrollan una reacción proporcional contraria a la acción aplicada. Además, parte de la energía que reciben la almacenan a fin de devolverla al resto del sistema cuando cesa la acción sobre la componente. Dada la similitud de este comportamiento con el de una impedancia en un circuito eléctrico, se les conoce como impedancias activas y se representan con el símbolo de la fig. 1.3.39 (k).

1.3.12 Ejemplos de diagramas de flujo de materia y energía

*Con ayuda de estos símbolos, puede representarse el flujo de materia y energía en sistemas complejos con componentes animales o de otra naturaleza.

Supóngase una comunidad formada por plantas (fig. 1.3.40) que recibe energía solar.

*Durante el día la fotosíntesis procesa energía solar que en combinación con las materias inorgánicas extraídas del suelo, el agua y el bióxido de carbono se convierten en materia orgánica que se almacena en las plantas, además en oxígeno, que se devuelve a la atmósfera y en calor que se disipa. Empleando símbolos químicos muy conocidos, este proceso puede representarse:

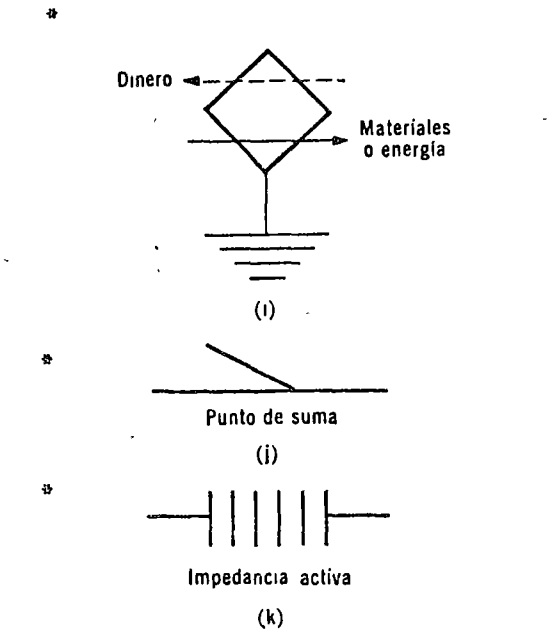


Fig. 1.3.39 Símbolos para diagramas de flujo de materia y energía.

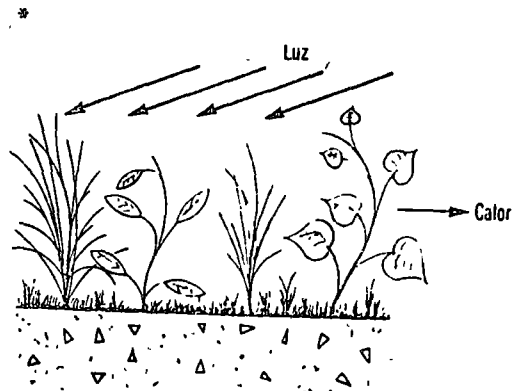
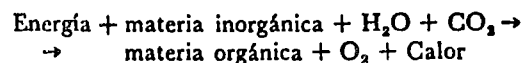


Fig. 1.3.40 Comunidad vegetal.

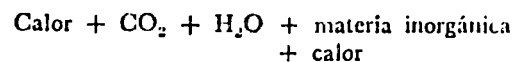
*Durante el día hay fotosíntesis:



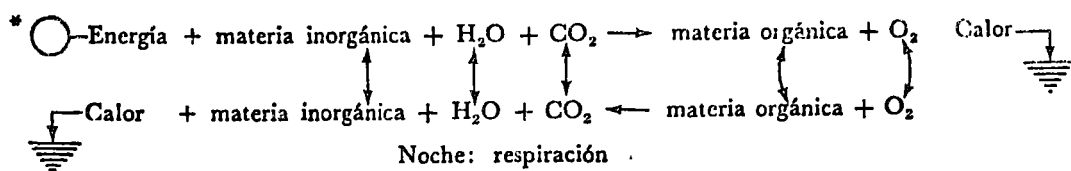
62 Introducción

*Durante la noche las plantas respiran; consumen oxígeno y materias orgánicas para producir elementos minerales, bióxido de carbono, agua y calor. Simbólicamente este proceso se representa como:

*Durante la noche hay respiración.



*Combinando las representaciones de los dos procesos señalados, se nota un intercambio de materia entre los procesos de fotosíntesis y respiración. Los productos de salida del primer proceso son productos de entrada o insumos del proceso respiratorio. A su vez los productos del proceso respiratorio son insumos del de fotosíntesis.



*La naturaleza *circular* del flujo de materia que se acaba de describir puede representarse con ayuda de los símbolos estudiados en la sección anterior de la manera mostrada en la fig. 1.3.41.

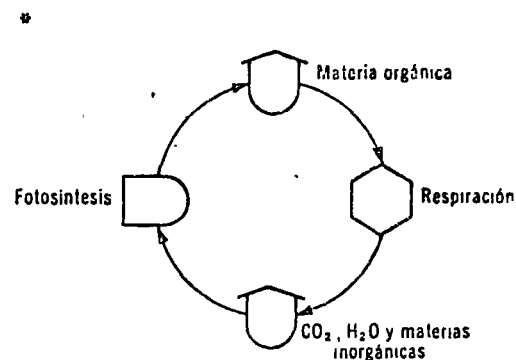


Fig. 1.3.41 Flujo de materia.

El flujo de energía de este proceso no tiene la naturaleza circular del anterior (fig. 1.3.42). *Nótese que el proceso respiratorio es autocatalítico. Este proceso emplea energía almacenada en las plantas y controla otros flujos de materia y energía. En el proceso de fotosíntesis se recibe energía solar que controla un proceso autocatalítico.

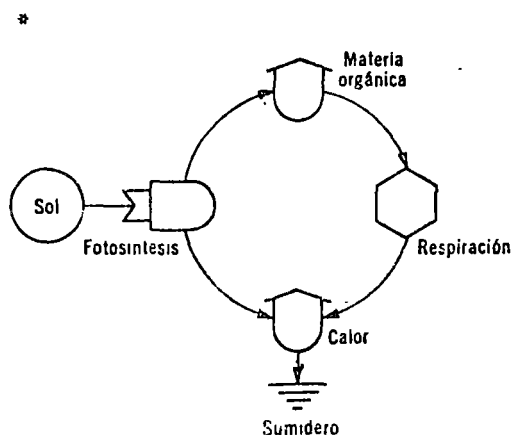


Fig. 1.3.42 Flujo de energía.

*Obsérvese además, que la materia se usa una y otra vez (fig. 1.3.43).

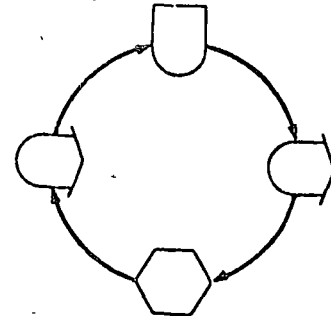


Fig. 1.3.43 Flujo circular de materia.

*El flujo de energía tanto en este sistema sencillo como en cualquier otro, no tiene esa naturaleza circular: siempre una parte de la energía se disipa en forma de calor, tal como muestra el diagrama en la fig. 1.3.44.

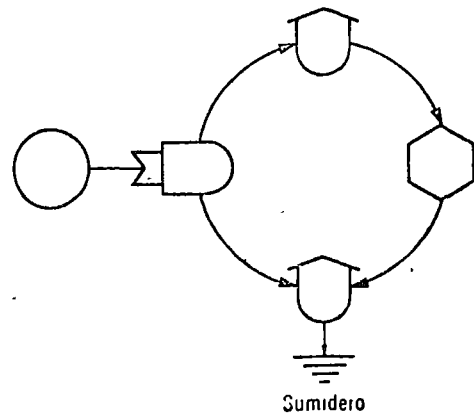


Fig. 1.3.44 Flujo no circular de energía.

1.3.13 Características distintivas

Una vez determinada la estructura de un sistema, es necesario *describir cualitativamente* aquellos parámetros y variables que caracterizan al sistema en estudio y lo distinguen de otros con igual o similar estructura. De estas características dependen los conocimientos que deben tener los integrantes de un grupo de análisis de sistemas, por ejemplo, si los aspectos distintivos del sistema son eléctricos, en el grupo de análisis deben predominar los ingenieros electricistas.

*Hay que tener presente, como se señaló ya en este capítulo, que las características distintivas del análisis de un sistema cambian según la fase y la etapa del estudio, requiriendo de diferentes conocimientos en los analistas.

*Las características distintivas cambian según la fase del análisis.

No existe una secuencia fija en el análisis con relación a los

64 Introducción

problemas de determinación de estructura y de características distintivas.

*Frecuentemente, la determinación de aspectos distintivos antecede a la determinación de la estructura, ya que de éstos depende, en la mayoría de los casos, la estructura que se emplea para describir el sistema; *si éste, por sus características corresponde a control, se emplea un diagrama de flujo o de bloques, si se trata de un problema ecológico, se recurre a un diagrama de flujo de energía y materia; y si se refiere a un problema de información, se usa una estructura formada por palabras.

*Chesnut (ref. 2), muestra entre las características distintivas típicas de los sistemas las siguientes:

*Entre las características físicas de un sistema, pueden citarse las mecánicas, eléctricas, hidráulicas y químicas. El conocimiento de éstas permite no sólo fijar las estructuras más apropiadas para describir al sistema, sino también incluir en esta estructura una descripción de las diversas variables y de las funciones de transferencia asociadas a los diagramas que describen a los sistemas.

*Los sistemas biológicos pueden ser botánicos, zoológicos o bien ecológicos. Al identificar en un sistema esta característica distintiva, es fácil precisar el tipo de estructura que debe emplearse para describirlo.

*Un grupo importante de características distintivas lo constituyen conceptos que pueden agruparse bajo el nombre de *juicios de valor*. Entre éstos cabe citar el costo, comportamiento y confiabilidad. El primero de ellos puede corresponder al costo de implementación de un sistema, de operación o retiro. Es factible definir el comportamiento de un sistema en diferentes formas, como puede ser la eficiencia del sistema y la velocidad de respuesta. La confiabilidad puede referirse a todo el sistema, o a una parte del mismo.

*En este capítulo se ha señalado que el análisis de sistemas es un importante auxiliar en otras disciplinas, y que establece una secuencia lógica en la solución de problemas complejos y abarca una metodología de uso general que puede aplicarse en diferentes ramas de la ciencia y técnica.

La metodología de sistemas, al hacer hincapié en los diferentes factores que intervienen en un problema, disminuye el peligro

*La estructura que se emplea para la descripción del sistema puede depender de sus características distintivas.

*Para un sistema de control, se emplean diagramas de bloque o flujo.

*Características distintivas típicas de los sistemas:

- 1) Físicos
- 2) Biológicos
- 3) Juicios de valor

*Características físicas:

mecánicas
eléctricas
hidráulicas
químicas

*Características biológicas:

botánicas
zoológicas
ecológicas

*Juicio de valor:

costo
comportamiento
confiabilidad

*Análisis de sistemas:

Es una metodología de uso general.

*El análisis de sistemas estudia la interacción entre factores.

de que se pasen por alto elementos que afecten en forma importante al sistema.

Finalmente, todo análisis de sistemas debe iniciarse con la descripción del sistema, para lo cual se emplean diversos diagramas de acuerdo con sus características distintivas. En este capítulo y en el siguiente se incluyen las estructuras más importantes que se emplean para describir sistemas.

1.4 Problemas

Problema 1.1

Una fábrica se especializa en la producción de envases de plástico. Describa las diversas fases de la vida de un envase de 1 litro para aceite desde su concepción hasta su retiro.

Problema 1.2

Describa los pasos que sigue el siguiente proyecto: diseño de una carretera de 2 carriles con carpeta de asfalto entre las localidades A y B.

Problema 1.3

Muestre las transacciones económicas del ejemplo 1.3.1 empleando un diagrama de flujo de señales.

Problema 1.4

La industria minera y metalúrgica en un país consume el 10% de sus productos, exporta el 30% y vende el 60% a la industria de transformación. El 5% del producto de esta última es consumido por la industria minera y metalúrgica, el 45% por la propia industria de transformación, el 20% se exporta, y el 30% restante se vende a consumidores finales. Empleando un diagrama de bloques; muestre las transacciones económicas.

Problema 1.5

Repita el problema anterior empleando un diagrama de flujo de señales.

Problema 1.6

Empleando una matriz como la mostrada en la fig. 1.4.1, muestre las transacciones económicas del problema 4.

De \ A	Ind. minera y met.	Ind. de transf.	Expor-tación	Consum. finales
Ind. min. y met.				
Ind. de trans.				
Otro sector				

Fig. 1.4.1 Matriz para el problema 6.

66 Introducción

Año	Número de alumnos en 1974	PORCENTAJES				Nuevo ingreso
		Aprobados que continúan	Aprobados que no continúan	Reprobados que repiten	Reprobados que no continúan	
1	2000(x_1)	60(a_2)	30(b_1)	5(r_1)	5(s_1)	2200 N_1
2	1500(x_2)	62(a_3)	28(b_3)	5(r_2)	5(s_2)	300 N_2
3	1250(x_3)	64(a_4)	24(b_4)	6(r_3)	6(s_3)	200 N_3
4	1050(x_4)	52(a_5)	26(b_5)	12(r_4)	10(s_4)	150 N_4
5	850(x_5)	72(a_6)	20(b_6)	5(r_5)	3(s_5)	130 N_5
6	700(x_6)		92(b_7)	5(r_6)	3(s_6)	130 N_6

Fig. 1.4.2 Estado de la educación primaria en un municipio.

Problema 1.7

El sistema de educación primaria en un municipio tiene en el año de 1974 los alumnos que muestra la matriz de la fig. 1.4.2. En esta matriz se muestra también el porcentaje que se espera aprueben y sigan los estudios, aprueben y se retiren, reprueben y repitan, reprueben y se retiren y el número total que se estima van a ingresar a los diversos años de otras partes (fig. 1.4.2).

Si se considera como estado del sistema el número de alumnos en cada año escolar, encuentre el estado probable del sistema para 1975.

Problema 1.8

Empleando las variables mostradas en la matriz de la figura 1.4.2. y un superíndice para indicar el año, encuentre las relaciones entre el estado en el año 1974 y 1975, es decir, entre los vectores siguientes:

$$(x_1, x_2, \dots, x_6)^T \text{ y } (x_1, x_2, \dots, x_6)^{T+1}$$

Problema 1.9

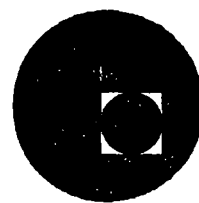
Empleando un diagrama similar al de la figura 1.3.31 e introduciendo un estado 0 para agrupar a todos los estudiantes que no son del municipio, muestre los cambios de estado de la fig. 1.4.2.

1.5. Bibliografía

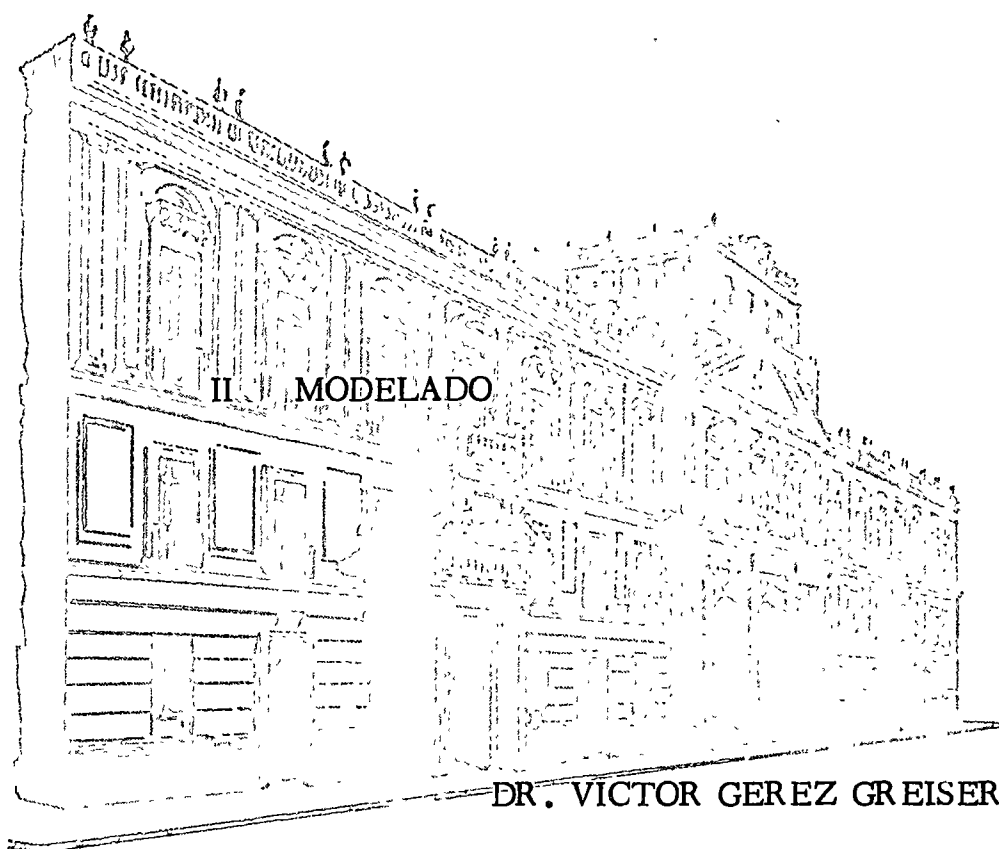
1. Van Caourt Hare, Jr., *System Analysis, a Diagnostic Approach*, Harcourt, Brace & Wold Inc. Nueva York (1967).
2. Chesnut, H., "Information Requirements for System Understanding", *IEEE Trans. on System Science and Cybernetics*, Vol. SSC-6, No. 1, pp. 3-12 (enero 1970).
3. Gerez Greiser V. y Murray-Lasso M.A., *Teoría de Sistemas y Circuitos*, Servicios y Representaciones de Ingeniería, S. A., Méx., D. F. (1972).
4. Hall III, A. D., *There Dimensional Morphology of Systems Engineering*, *IEEE Trans. on System Science and Cybernetics*, Vol. SSC-5, No. 2, pp. 156-160 (abril 1969).
5. Odum, H. T., *Environment, Power and Society*, Wiley Interscience, Nueva York (1971).



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



JUEGOS DE SIMULACION APLICADOS A LA PLANEACION URBANA
Y REGIONAL



Junio, 1977.

- 4. Modelado
 - 4.1 Introducción
 - 4.1.1 Definiciones
 - 4.1.2 Ventajas del modelado
 - 4.2 Clasificación de modelos según sus - características
 - 4.2.1 Modelos materiales y modelos- formales
 - 4.2.2 Modelos estáticos y modelos - dinámicos
 - 4.2.3 Modelos determinísticos y mo- delos probabilísticos
 - 4.2.4 Tabla y clasificación de modelos
 - 4.3 Clasificación de modelos de acuerdo- con sus funciones
 - 4.3.1 Ejemplos
 - 4.3.2 Clases de modelos
 - 4.4 Formulación de modelos
 - 4.4.1 Selección del modelo
 - 4.4.2 Etapas en el desarrollo de modelos

4.4.3 Falacias en la validación de
modelos

4.5 Funciones de producción

4.5.1 La transformación de recursos

4.5.2 La función de producción

4.5.3 Isocuantas

4.5.4 Factores de escala

4.6 Problemas

4.7 Bibliografía

En la sección 1.2.1 se señaló que uno de los pasos más importantes en cualquiera de las fases del análisis de sistemas es el modelado. Del establecimiento del modelo adecuado para la fase del análisis depende en gran medida el éxito del estudio, ya que los resultados nunca podrán ser mejores que el modelo que se emplea para obtenerlo.

La experiencia del analista es probablemente ^(mas) importante en el establecimiento del modelo de una fase del análisis, que en cualquiera de los pasos restantes. Si bien existen algunas reglas generales que deben tomarse en cuenta al establecer los modelos, la experiencia en el campo de modelado y los conocimientos específicos sobre el fenómeno son los factores más importantes en este paso del estudio.

En este capítulo se analizan diversos aspectos de los procesos de modelado. Se empieza definiendo es

tos conceptos y señalando su utilidad en el análisis de sistemas.

Posteriormente se procede a establecer diversas clasificaciones de modelos y se señalan los pasos que deben seguirse para la formulación de los mismos.

Finaliza el capítulo con el estudio de un modelo específico, la función de producción, que es muy importante en el estudio de muchos sistemas.

En la primera sección se definen el concepto de modelado y se indican los beneficios que se obtienen de este proceso.

*En relación con la ingeniería de sistemas puede definirse un modelo como una representación cuantita-

4.1.1 Definiciones

*Modelo = representación del sistema.

34

45

- tiva o cualitativa de un sistema. Esta representación debe mostrar las relaciones entre los diversos factores que son de interés para el análisis que se esté llevando a cabo.

* El número de variables que intervienen en la operación de un sistema suele ser sumamente grande y es siempre necesario por ~~razones~~ ^{razones} de costo, al establecer el modelo, incluir en éste solamente aquellos factores que sean relevantes para el análisis.

* El modelado es de importancia en la ingeniería de sistemas, porque permite estudiar el comportamiento de un sistema bajo diversas condiciones de operación, sin necesidad de construir el sistema y someterlo a las condiciones de operación real.

* En ocasiones, se aplica la metodología de modelado al estudio de sistemas ^{reales} ~~reales~~ ya existentes, ^{con} ~~el~~ objetivo de determinar cuál será el futuro estado del

* Inclúyanse solamente ⁶ solamente las variables relevantes

4.1.2 Ventajas del modelado ⁷

* Economía: es generalmente ⁸ más barato trabajar en un modelo que en el sistema real

* Predicción: determinar ⁹ futuros estados del sistema

sistema. Un ejemplo de esta aplicación es el empleo de modelos en la predicción de la actividad económica de un país. En otras ocasiones estos modelos se emplean para diseñar políticas de control de ^{la} actividad económica. En el primer caso resulta clara la necesidad del empleo de un modelo y en el segundo es demasiado costoso y peligroso experimentar con políticas de control sobre el sistema real.

Otro ejemplo donde es posible emplear un ^{modelo} prototipo para fines de análisis es el siguiente:

* Si se desea investigar los efectos de sismos sobre una presa, resulta demasiado peligroso hacerlo sobre el prototipo, es necesario emplear un modelo (ver Fig. 4.3.9).

^[Los modelos]
También se emplean en el proceso de diseño. En estos casos la construcción de prototipos para las diversas alternativas de diseño puede tener un costo prohibitivo y es necesario evaluar las alternativas

10
* Seguridad: emplear modelos seguros de sistemas peligrosos.
Fig 4.3.9 (11)

de diseño combinando los procesos de modelación y simulación.

4.2 Clasificación de los modelos según sus características

12
71

En esta sección se clasifican los modelos de acuerdo con sus características estructurales. Se presentan además ejemplos ilustrativos de las diferentes clases de modelos. Las características que se toman en cuenta para clasificar los modelos son: La variación o adaptabilidad de los modelos en el tiempo, el grado de intervención de factores aleatorios y la forma o grado de abstracción de los modelos.

En la figura 4.2.5 se presentan en forma esquemática las diferentes clasificaciones, así como ejemplos de las mismas.

De
ser
4.2.1

13
72

4.2.1 Modelos materiales y modelos formalesX

* Por un lado arquitectos e ingenieros han utilizado desde hace varias décadas maquetas, réplicas, mapas y diagramas como auxiliares en su trabajo. Por otra parte, durante siglos los científicos han formulado leyes matemáticas. Sin embargo, fue hace solo unos años que la finalidad común de maquetas y leyes matemáticas se puso de manifiesto (Rosenblueth y Wiener, Ref. 1). Resulta que tanto las leyes matemáticas, como las réplicas a escala, son ejemplos de modelos. Ambas son representaciones -cuantitativas o cualitativas- de sistemas, que muestran las relaciones entre un grupo de factores llamados entradas o excitaciones y otro grupo llamado salidas ó respuestas. (Ver sección 1.3.4)

* Tanto las réplicas a escala como las leyes matemáticas son modelos.

El tipo de modelo que se utiliza depende

del propósito con el que se esté realizando el estudio.

En múltiples ocasiones se emplean réplicas en combinación con modelos matemáticos.

Así por ejemplo, un ingeniero civil puede en un momento dado, necesitar de una maqueta (Fig. 4.2.1) para visualizar los efectos estéticos que la adición de balcones salientes tendría sobre una construcción. Puede suceder que este ingeniero necesite también de la fórmula de la escuadría (Fig. 4.2.2) para cuantificar los esfuerzos producidos en la construcción, por la adición de balcones.

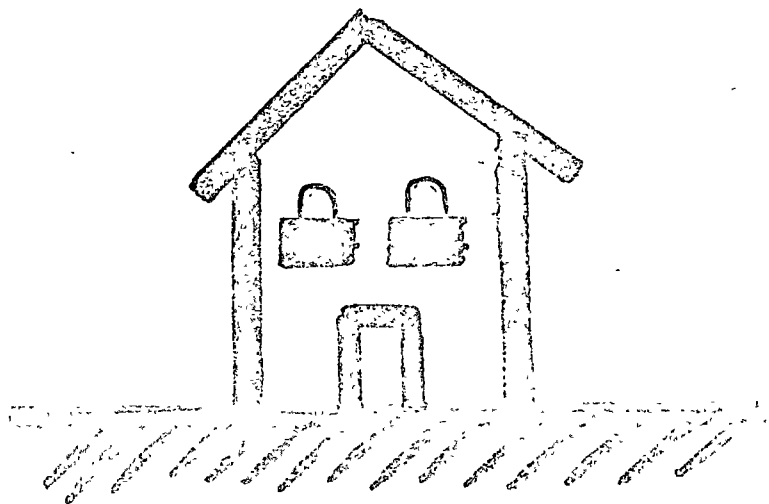


Fig. 4.2.1 Modelo para análisis estético de una construcción.

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M}{I} x$$

σ = Esfuerzo

F = Fuerza normal

A = Area

M = Momento flexionante

I = Momento de inercia

x = Distancia desde centroide

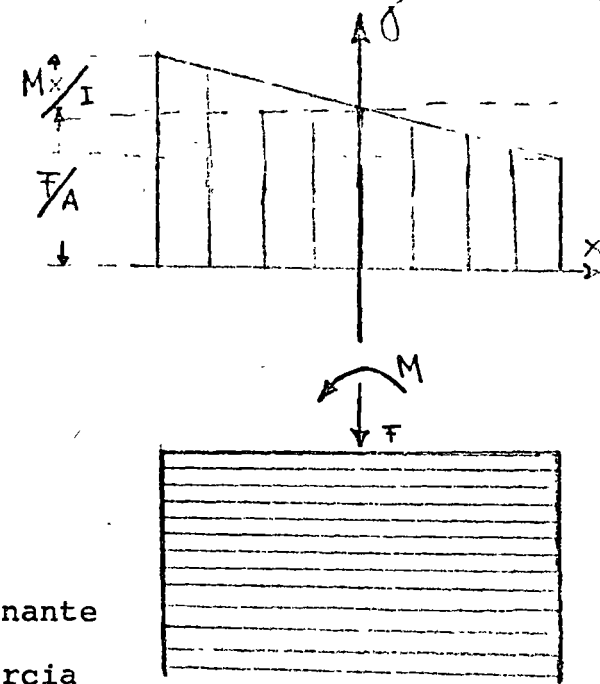


Fig. 4.2.2 Fórmula de la escuadra!

[maquetas]

Modelos materiales

* Las réplicas a escala y las leyes matemáticas son ejemplos, respectivamente, de modelos materiales y modelos formales.

* Representaciones materiales de sistemas del mismo tipo

18

Modelos Materiales

* Estos modelos son transformaciones de los sistemas físicos originales, en otros sistemas, también físicos, más sencillos en general que

* Transformación de un sistema físico en otro más sencillo

19

los originales y que conservan las características esenciales de estos. Ejemplos de este tipo de modelos son: las maquetas y modelos a escala, los mapas de todos tipos, las estatuas de hombres ilustres, fotografías y retratos, las imágenes de televisión, etc.

Modelos formales

* Estos modelos consisten en una serie de aseveraciones, expresadas en términos lógicos, ~~que~~ que representan las propiedades esenciales del sistema original. Ejemplos de este tipo de modelos son: la ley de Ohm, los diez mandamientos, un libro sobre la teoría socialista, un reporte meteorológico, etc.

* Aseveraciones expresadas en términos lógicos

Se estudiará,

A continuación ~~estudiaremos~~ una posible clasificación de los modelos materiales.

Los modelos materiales, también llamados icónicos, se pueden subdividir o clasificar en tres clases de acuerdo con su mayor o menor semejanza con la realidad. Esta subdivisión agrupa los modelos materiales en orden decreciente de realismo.

* Estos modelos son representaciones físicas de los objetos materiales originales; Conservándose, en estas representaciones, la "dimensionalidad" de los objetos originales.

Ejemplos de réplicas son: los duplicados, un modelo a escala de la cuenca de un río, un tren eléctrico de juguete, etc.. Los ejemplos anteriores muestran que las réplicas pueden tener reducción de escala (tren eléctrico de juguete), no tenerla (duplicados),

Modelos Materiales Tipo Réplica

* Representaciones en las mismas dimensiones (largo, ancho y altura)

General
o no la proporcionalidad en todas las dimensiones (en el modelo de la cuenca de un río generalmente la escala horizontal es diferente a la vertical). Nótese que en todos los casos anteriores, el prototipo y el modelo tienen el mismo número de dimensiones, aunque es posible que se hayan empleado diferentes escalas para las diversas dimensiones.

Modelos Materiales Tipo Cuasi-Réplica

* Estos modelos son representaciones físicas de los objetos materiales originales, en las cuales, una o más de las dimensiones del original no son reflejadas en el modelo. Ejemplos de cuasi-réplicas son: fotografías, mapas, cine, televisión, planos, etc. Nótese que en estos casos el original de [por ejemplo] una fotografía es, en general, un objeto tridimensional; mientras que su fotografía, o sea el modelo, es bidimensional.

* Representaciones en las que se pierde una o más de las dimensiones

15

2º

Modelos Materiales Tipo Analógico

* Estos modelos son representaciones físicas de los objetos materiales originales, en las cuales, el modelo no tiene un parecido directo con el objeto original; sin embargo, puede establecerse un mapeo o correspondencia uno a uno entre las variables fundamentales del modelo y las del objeto original. Así por ejemplo en el modelo analógico del sistema mecánico masa-amortiguador-resorte, ilustrado en la figura 2.2.3, las tensiones de salida (variables) de los integradores 1

y 2 representan o corresponden a la velocidad y desplazamiento (variables) de la masa.

En el capítulo 3 se vio la manera de realizar representaciones de sistemas físicos mediante las computadoras analógicas.

Otros ejemplos de modelos materiales tipo analógica son: simular el acto de perder en la ruleta rusa

con la salida de un as al tirar un dado, generar con

"registros de corrimiento" (shift-registers) números aleatorios, etc.

En el capítulo 5 se verán nuevos métodos de generar números aleatorios

Se establece
A continuación

una posible clasi-

ficación de los modelos formales.

* En una analogía el modelo no guarda parecido directo con el original.

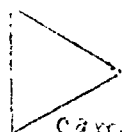
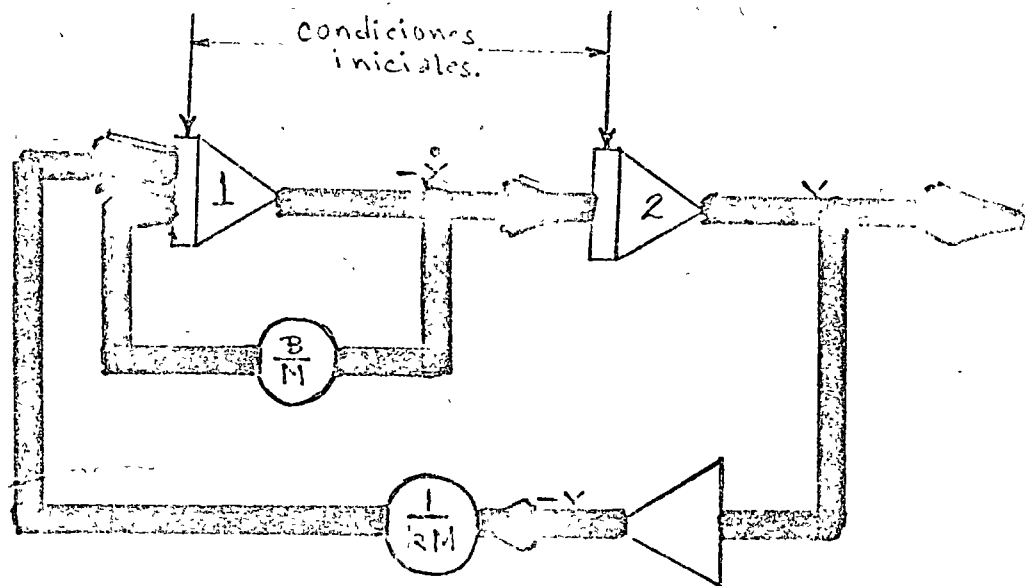
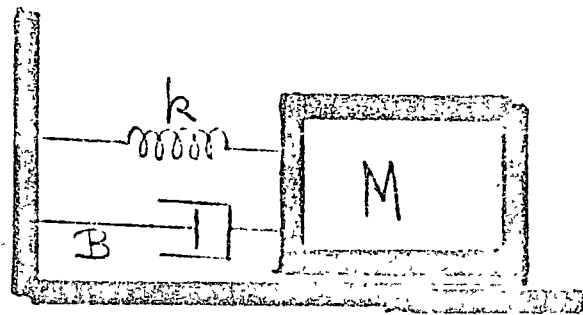
24

$$M \ddot{x} + B \dot{x} + \frac{1}{k} x = 0$$

M = Masa

B = Corriente de amortiguamiento

k = Corriente del resorte



Cambio de
signo.



Integrador.



Multiplador.

Fig. 4.2.3 Computación analógica.

En los modelos formales también llamados simbólicos, como en los modelos materiales, se pueden distinguir tres categorías de acuerdo al mayor o menor grado de abstracción: modelos formales de tipo descriptivo, de tipo simulativo y de tipo formalizativo. A continuación se analizan y ejemplifican las diversas clases de modelos formales.

Modelos Formales Tipo Descriptivo

* Este tipo de modelos~~x~~ consiste en una serie de aseveraciones sobre el sistema original, expresadas en los términos empleados en los lenguajes humanos naturales. Constituyen la clase menos abstracta de los modelos formales~~x~~ y solo pueden ser manipulados y transformados con las reglas de la gramática. Ejemplos de este tipo de modelos son: un libro de divulgación sobre la teoría económica, la constitución de los Estados Unidos Mexicanos, los diez mandamientos, etc.

* Representación en lenguaje humano natural.

Modelos Formales Tipo Simulador

* Este tipo de modelos es más preciso, aunque menos natural que el anterior. Consiste en hacer una serie de aseveraciones sobre el sistema original. Estas aseveraciones están generalmente expresadas en un lenguaje especial de simulación (por ejemplo GASP II, SYMS-CRIPT, GPSS), aunque también pueden contener expresiones en lenguaje humano natural o fórmulas y expresiones matemáticas. Ejemplos de este tipo de modelos son: un algoritmo de ruta crítica, un programa de computadora para jugar ajedrez, tablas de decisiones lógicas, etc.

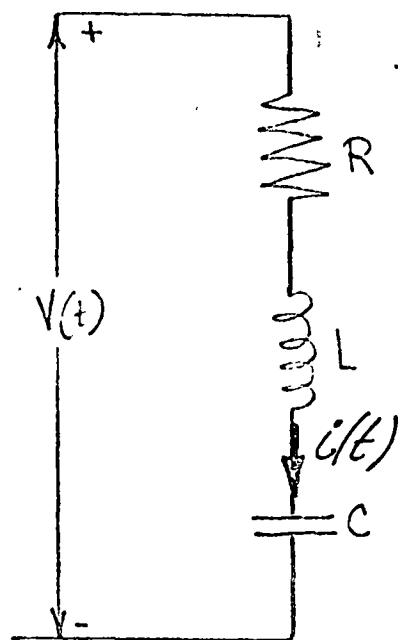
* Representaciones en
lenguajes especiales
de simulación

Modelos Formales Tipo Formal

* Este tipo de modelos consiste en una serie de aseveraciones sobre el sistema original, expresadas en símbolos, manipulados mediante las operaciones definidas por una estructura matemática formal (como el álgebra o el cálculo diferencial). Ejemplos de este tipo de modelos son: la ley de Ohm, una ecuación diferencial que

* Representaciones en
lenguaje matemático
estructura formal

describa el comportamiento de un circuito eléctrico
(Fig. 4.2.4), etc.



$$V(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt$$

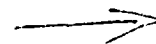


Fig. 4.2.4 Modelo formal de un circuito R.L.C.

4.2.2 Modelos estáticos y modelos dinámicos

En las secciones anteriores hemos clasificado
los modelos en:

Modelos Materiales Tipo Réplica.

Modelos Materiales Tipo Cuasi-Réplica.

Modelos Materiales Tipo Analogía.

Modelos Formales Tipo Descriptivo.

Modelos Formales Tipo Simulativo.

Modelos Formales Tipo Formalizativo.

* Esta clasificación de modelos es mutuamente exclusiva. Es decir, un modelo no puede pertenecer simultáneamente a más de una categoría.

* Mutuamente exclusiva

La clasificación de modelos en dinámicos y estáticos ^{se} que estudia en esta sección, aunque mutuamente exclusiva en sí (un modelo no puede ser simultáneamente estático y dinámico) no lo es con las otras categorías tratadas hasta ahora. Por ejemplo, un modelo puede ser simultáneamente estático y formal de tipo simulativo o dinámico y formal de tipo simulativo.

* Es un modelo en el cual las características fundamentales no varían, de manera apreciable, con el tiempo. Por ejemplo: los 10 mandamientos, las leyes de Kirchhoff, un mapa, etc.

Modelo Estático

* No varía apreciablemente con el tiempo

*

Es un modelo en el cual las características fundamentales varían, de manera apreciable, con el tiempo. Por ejemplo: un tren de juguete, un planetarium, un sistema de leyes en un país, una ecuación diferencial estocástica, etc.

Modelo Dinámico

33

*

Varia apreciablemente con el tiempo

70 to 39

4.2.3 Modelos determinísticos y modelos probabilísticos

35

La clasificación de modelos en determinísticos y probabilísticos es también mutuamente exclusiva entre sí, pero no lo es con respecto a las otras clasificaciones.

*

Son aquellos modelos que contienen elementos probabilísticos, o aleatorios, que afectan el comportamiento del sistema. Ejemplos de este tipo de modelos son: experimentos en genética, pruebas de dosis críticas de ciertos medicamentos o drogas, ecuaciones diferenciales estocásticas, etc.

Modelos Probabilísticos

36

** Contienen elementos aleatorios o probabilísticos*

* Son aquellos que no contienen elementos probabilísticos que afecten el comportamiento del sistema. Por ejemplo: las leyes de Newton, estatuas, mapas, etc.

Modelos Determinísticos

29

* No contienen elementos probabilísticos

4.2.4 Tabla de clasificación de modelos

28

En la tabla 4.2.1 se encuentran todas las clases de modelos mencionados en las secciones anteriores. Cada elemento de la tabla contiene un ejemplo de modelo. El tipo de modelo a que pertenece el ejemplo en cada elemento puede determinarse por el renglón y la columna en las que se encuentra dicho elemento. Por ejemplo: un reporte meteorológico se encuentra en la columna correspondiente a los modelos formales de tipo descriptivo y, en el renglón correspondiente a los modelos estáticos ^{probabilísticos}. Por lo cual, un reporte meteorológico es un modelo estático ^{probabilístico}, formal de tipo descriptivo.

32
39

18 23

En la tabla 4.2.1 los modelos poseen un grado de abstracción mayor a medida que se encuentra más a la derecha. Cuanto más a la derecha se encuentre un modelo en dicha tabla mayor es la facilidad que se tiene para obtener información del mismo. Sin embargo, el grado de realismo del modelo es menor cuanto más a la derecha se encuentre este en la tabla 4.2.1 ;.

Por otro lado el grado de generalidad de los modelos, es mayor cuando más abajo se encuentran en la tabla de la tabla 4.2.1 ..

		MATERIALES.			FORMALES.		
		REPLICA	QUASI-REL.	ANALOGIA	DESCRIT.	SIMUL.	FORMAL.
E S T A T I C O S	DETERMINISTICOS.	Mapa en relieve.	Mapa plano.	Estatua.	Los Diez Mandamientos.	tablas de decisiones lógicas.	Ley de Ohm.
	PROBABILISTICOS.	Prueba de dosis crítica.	Mapa meteorológico.	Dado modelando pelota rusa.	Reporte del Tiempo.	Programa para jugar ajedrez.	Ecuación de equilibrio de Colas.
	DETERMINISTICOS.	tren de juguete.	Planetarium.	Círculo en comportamiento analógico.	Sistema legal.	Algoritmo de ruta crítica.	Leyes de Lanchester.
D I N A M I C O S	PROBABILISTICOS.	Experimento en genética.	Imagen de T.V. con ruido.	Generador de ruido blanco.	Texto de evolución.	Modelo de transporte vehiculo por vehiculo.	Ecuación diferencial estocástica.

Tabla 4.2.1 Tabla de clasificación de modelos

19 - -

4.3 Clasificación de modelos según sus funciones.

40

En esta sección se clasifican los modelos de acuerdo con las funciones que desempeñan.

Antes de proceder a esta clasificación de los mo
delos ^{se} consideran algunos ejemplos.

4.3.1 Ejemplos de modelos

41
40

~~Ejemplo 4.3.1~~

Ejemplo 4.3.1

En la figura 4.3.1 se muestra un modelo cualitativo de un sistema de control. Este modelo describe las entradas, salidas y elementos constituyentes del sistema. Diagramas como el que muestra la figura 4.3.1 pueden trazarse solamente si se tienen conocimientos cualitativos del sistema.

42

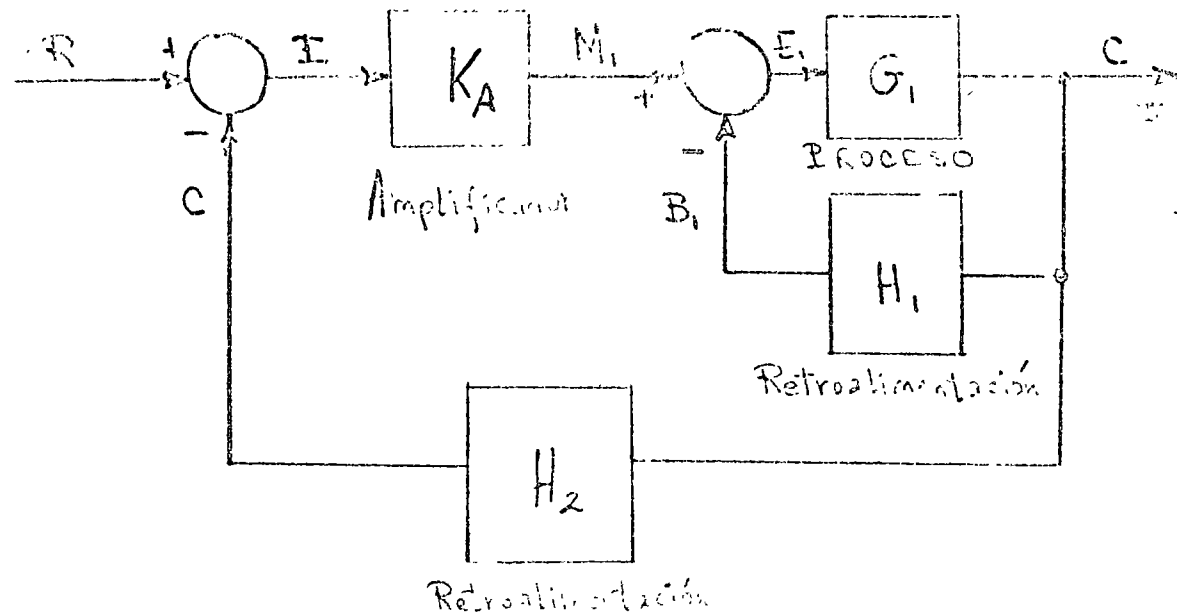


Fig. 4.3.1 Representación cualitativa de un sistema de control

En la figura 4.3.2 se muestran una serie de ecuaciones, correspondientes a un sistema de control, que podrían caracterizar el comportamiento del sistema de la figura 4.3.1,

$$R-C = E$$

$$T_a \frac{dM_1}{dt} + M_1 = K_a E$$

$$M_1 - B_1 = E_1$$

$$T_m T_f \frac{d^3 C}{dt^3} + (T_f + T_m) \frac{d^2 C}{dt^2} + \frac{dC}{dt} = K_1 E_1$$

$$T \frac{dB_1}{dt} + B_1 = K_h \frac{d^2 C}{dt^2}$$

Fig. 4.3.2 Ecuaciones de un sistema de control

La serie de ecuaciones de la figura 4.3.2 proporciona una descripción cuantitativa del sistema de control en estudio. La información contenida en las figuras 4.3.1 y 4.3.2 puede resumirse en un diagrama de bloque con funciones de transferencia (figura 4.3.3).

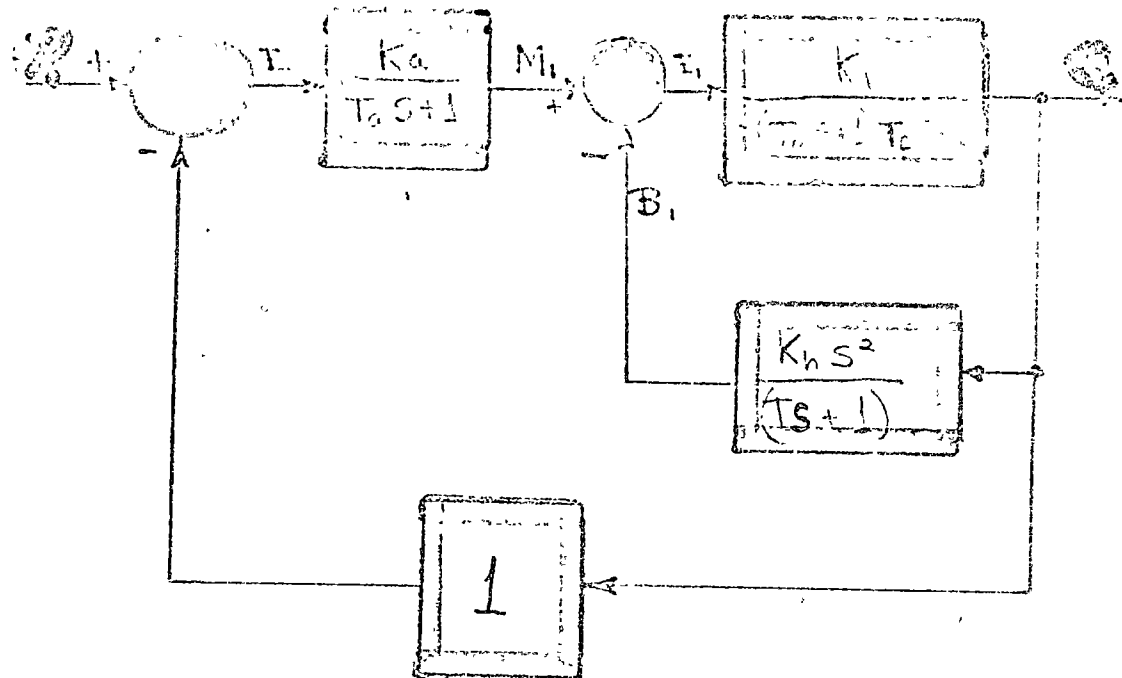


Fig. 4.3.3 Diagrama cualitativo-cuantitativo de un sistema de control

Modelos como los mostrados en las figuras anteriores permiten obtener ciertos resultados de interés para el problema que se está analizando si se conocen los parámetros y las señales de entrada. Sin embargo, este modelo no es una réplica del prototipo, ^(Fig. 4.3.3) no es capaz de suministrar los caballos de fuerza reales en la salida ^(50% ser = 1.15), ni tampoco pueden ^{los} cambios ambientales que el sistema real soporta.

Ejemplo 4.3.2

45 24

46 45
47 46

En la figura 4.3.4 se muestra un sistema mecánico y sus ecuaciones de movimientos en la figura 4.3.5.

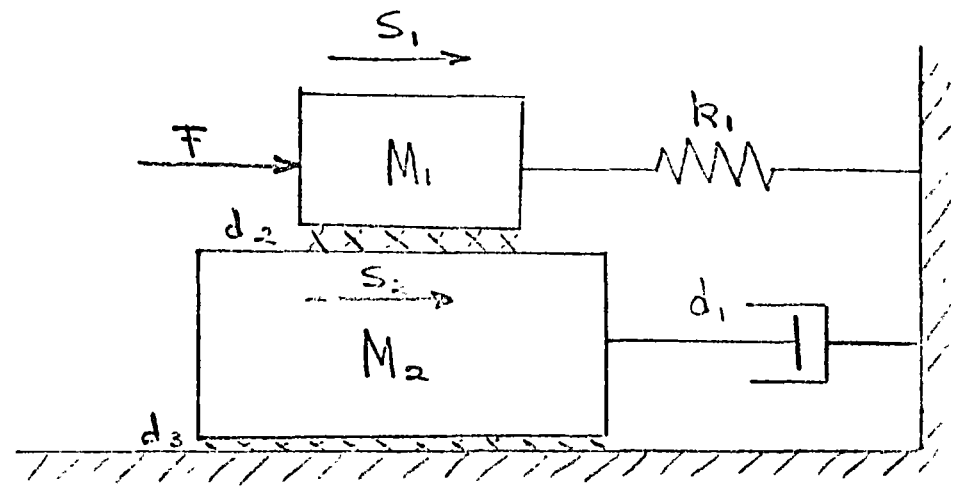


Fig. 4.3.4 Modelo esquemático de un sistema dinámico

$$F = M_1 \frac{ds_1}{dt} + k_1 \int_{-\infty}^t s_1 dt +$$

$$+ d_2 (s_1 - s_2)$$

$$0 = M_2 \frac{ds_2}{dt} + s_2 (d_1 + d_3) +$$

$$+ d_2 (s_2 - s_1)$$

Fig. 4.3.5 Modelo matemático de un sistema dinámico

Las figuras 4.3.6 y 4.3.7 muestran, respectivamente, un sistema eléctrico y las ecuaciones que lo caracterizan.

~~47~~ 48 49

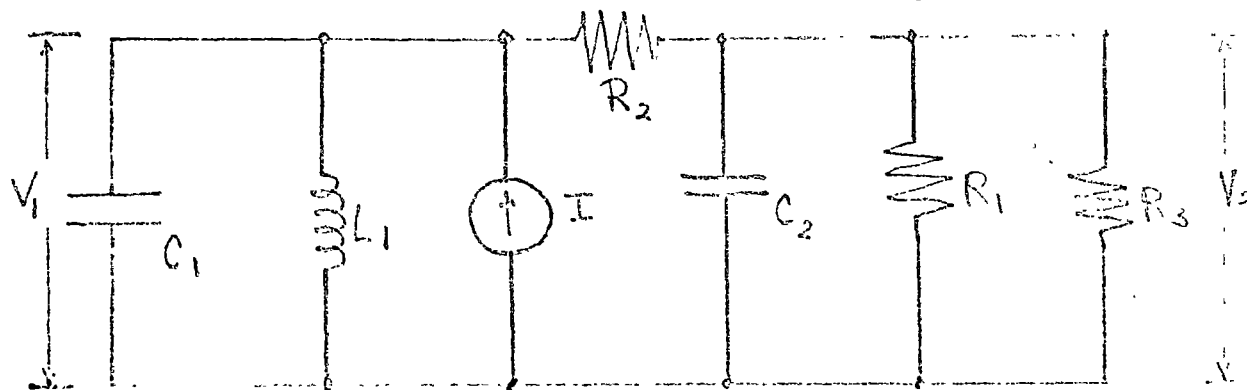
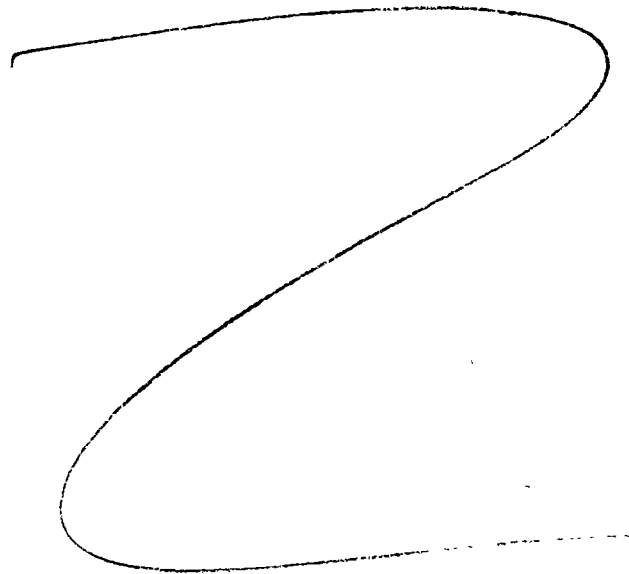


Fig. 4.3.6 Modelo esquemático de un circuito eléctrico

$$\begin{aligned}
 I &= C_1 \frac{dv_1}{dt} + \frac{1}{L_1} \int_{-\infty}^t v_1 dt + \\
 &+ \frac{1}{R_2} (v_1 - v_2) \\
 0 &= C_2 \frac{dv_2}{dt} + v_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) + \\
 &+ \frac{1}{R_2} (v_2 - v_1)
 \end{aligned}$$

Fig. 4.3.7 Modelo matemático de un sistema eléctrico



Si se comparan las ecuaciones de la fig. 4.3.5 con las ecuaciones de la fig. 4.3.7 se notan diversas similitudes. Las ecuaciones de uno y otro sistema tienen el mismo número de términos, el orden máximo de las derivadas es 1 y contienen una integral. Esta similitud puede formalizarse considerando la tabla de equivalencias de la fig. 4.3.8

50

$C_1 = M_1$	$C_2 = M_2$	
$V_1 = S_1$	$V_2 = S_2$	
$L_1 = \frac{1}{k_1}$	$I = F$	
$R_1 = \frac{1}{d_1}$	$R_2 = \frac{1}{d_2}$	$R_3 = \frac{1}{d_3}$

Fig. 4.3.8 Equivalencias

Nótese que dadas las equivalencias de la figura 4.3.8, la serie de ecuaciones de la figura 4.3.5 y 4.3.7 son idénticas. Por lo que es posible aplicar, tomando en cuenta las equivalencias, los resultados obtenidos con uno de los modelos, al otro.

Ejemplo 4.3.3

En la figura 4.3.9 se muestra el modelo de una presa de tierra colocada sobre una mesa vibradora.

En este tipo de modelos, la cortina de la presa se simula construyéndola a escala, tanto en tamaño como en la granulación de tierras y colocándola sobre una mesa que puede ser movida de tal manera que simule todo tipo de movimientos sísmicos. Este modelo se emplea para estudiar los efectos que producen los sismos sobre la cortina.

52

50
51
51

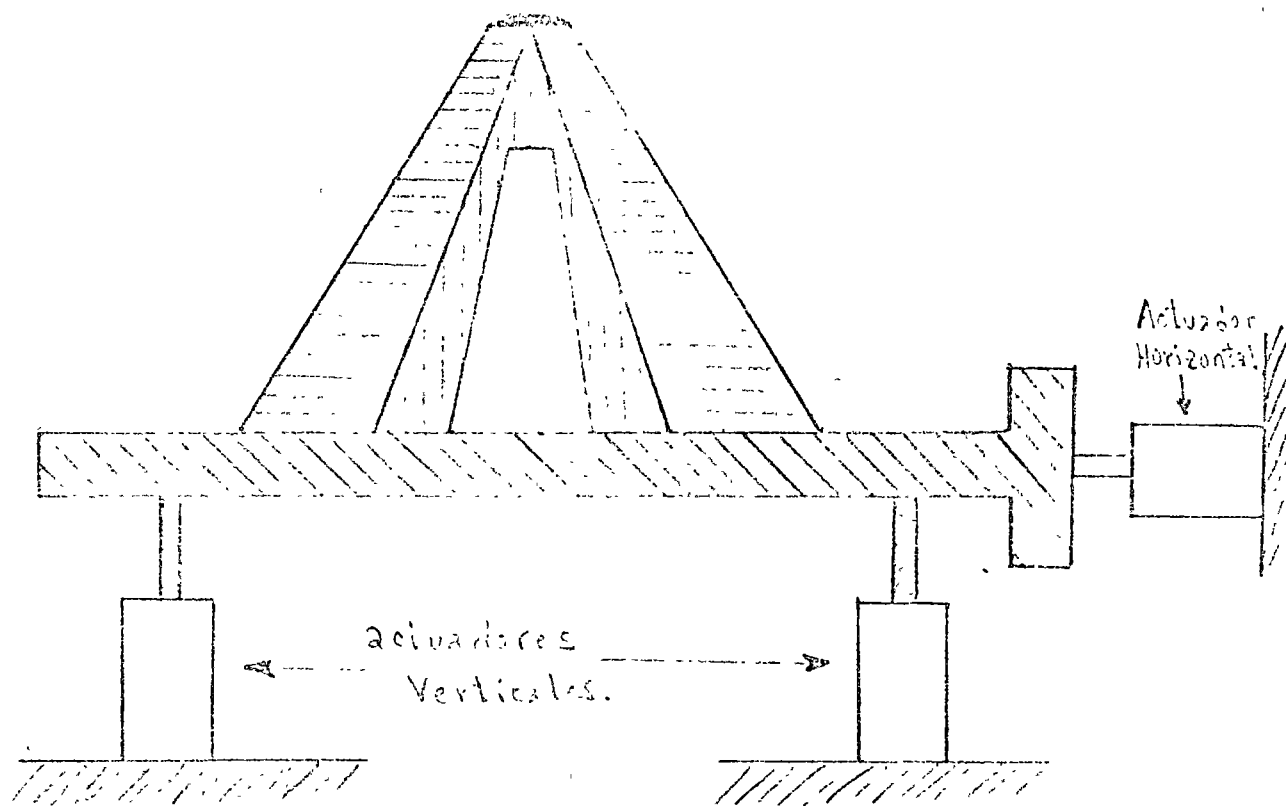


Fig. 4.3.9 Modelo de presa.

Ejemplo 4.3.4

El diagrama de la figura 4.3.10 esquematiza un sistema de transporte "vehículo por vehículo" mediante un transbordador.

53
54

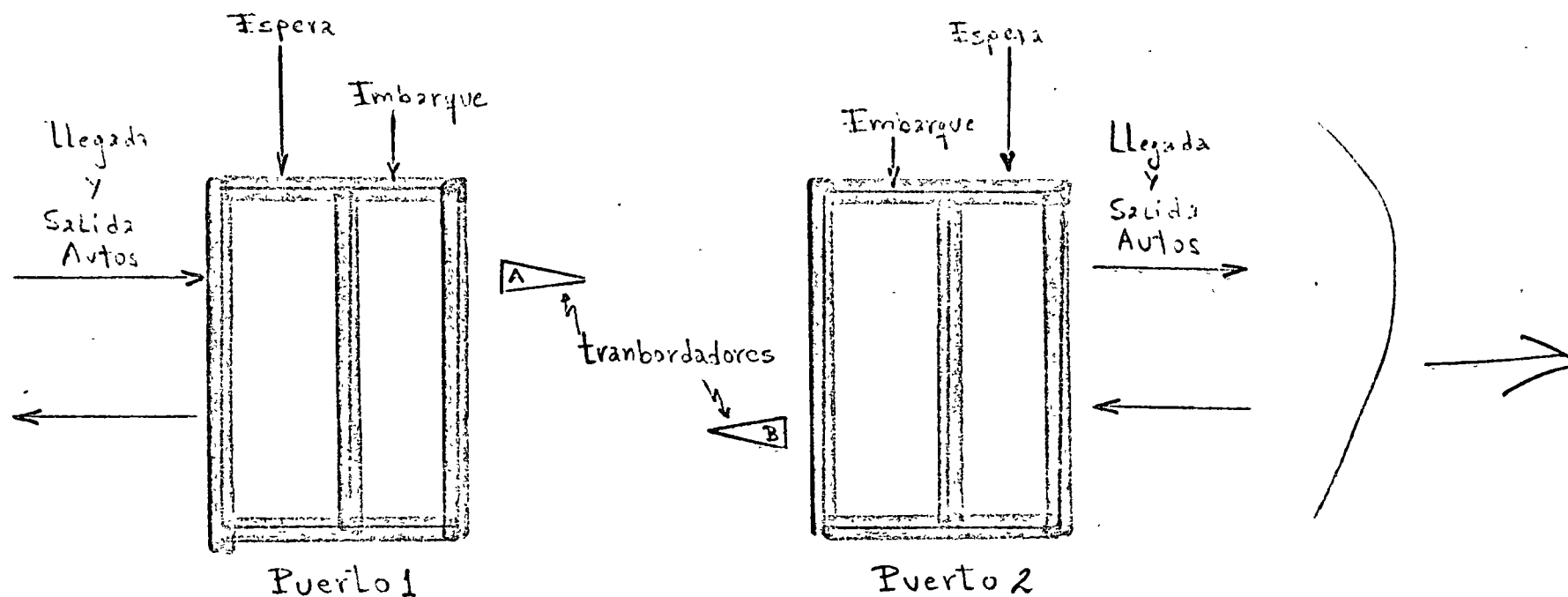


Fig. 4.3.10 Modelo de transbordador.

Un diagrama como el anterior, puede usarse como auxiliar en la elaboración de un programa de computadora para estudiar los efectos que producen, en el sistema, diferentes valores de parámetros; como pueden ser: el horario de los transbordadores, la afluencia de vehículos, etc.

Ejemplo 4.3.5

54
JJ

El balance de energía, en una estación generadora de energía eléctrica, pueden representarse en un esquema como el de la figura 4.3.11. Este balance corresponde a una planta de generación eléctrica, situada en órbita terrestre, que convierte la energía solar en eléctrica empleando celdas solares y ^{transmite dicha} energía a la tierra mediante micro-ondas.

55
36

Ejemplo 4.3.6

56
57

Comunicación
el circuito de comunicación mostrado en la figura 4.3.12. Diagramas como el de esta figura se emplean para visualizar y calcular la probabilidad de falla en la comunicación entre dos puntos (en este caso A y B).

57
58

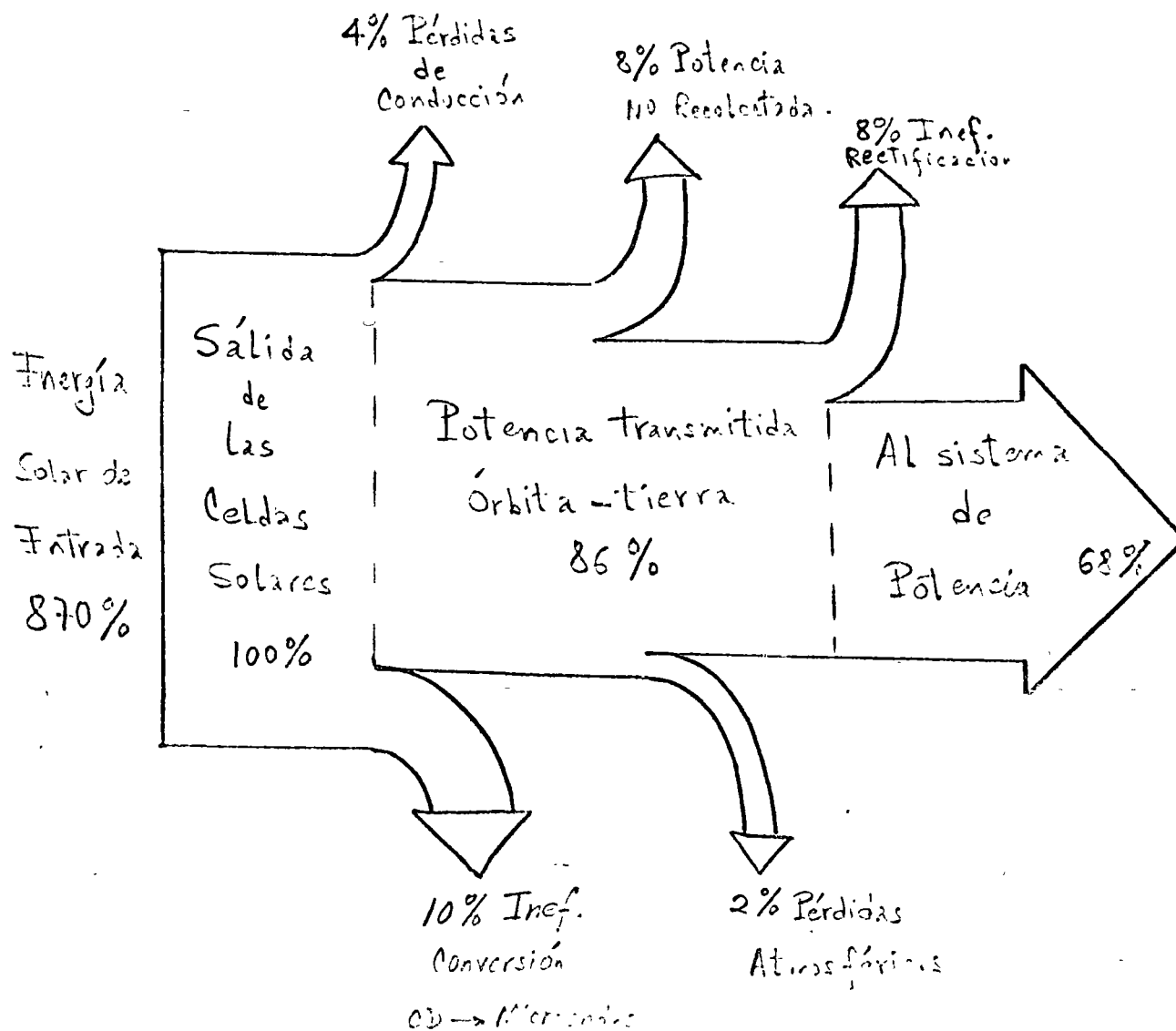
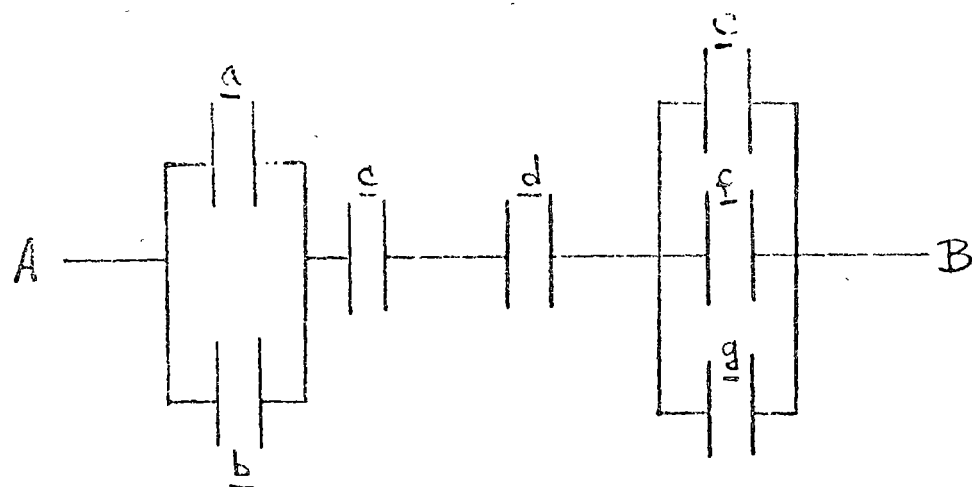


Fig. 4.3.11 Diagrama de pérdidas de operación de generador orbital.



Vínculo
de
Comunicación

$p(a)$ = Probabilidad de que el
Vínculo "a" Falle.

$P(\bar{a})$ = Probabilidad de que el
Vínculo "a" No Falle

Fig. 2.3.12 Diagrama para estudiar confiabilidad

Ejemplo 4.3.7

Las figuras 4.3.13 y 4.3.14 muestran el diagrama y lista de actividades correspondientes a la realización de un programa de control automático de un sistema eléctrico de potencia. Diagramas del tipo que se muestra en la figura 4.3.13, se emplean como auxiliares valiosos para que en la realización de proyectos de ingeniería de sistemas, de magnitud considerable, se cumpla con los tiempos de terminación establecidos. En la sección 6.7 se estudian con mayor detalle estos modelos

Tablas como las de la figura 4.3.14 se pueden completar con descripciones más detalladas de las actividades a realizar en este caso programas, así como con los nombres de los realizadores y responsables de cada etapa.

59

~~58~~

60 59

61 60

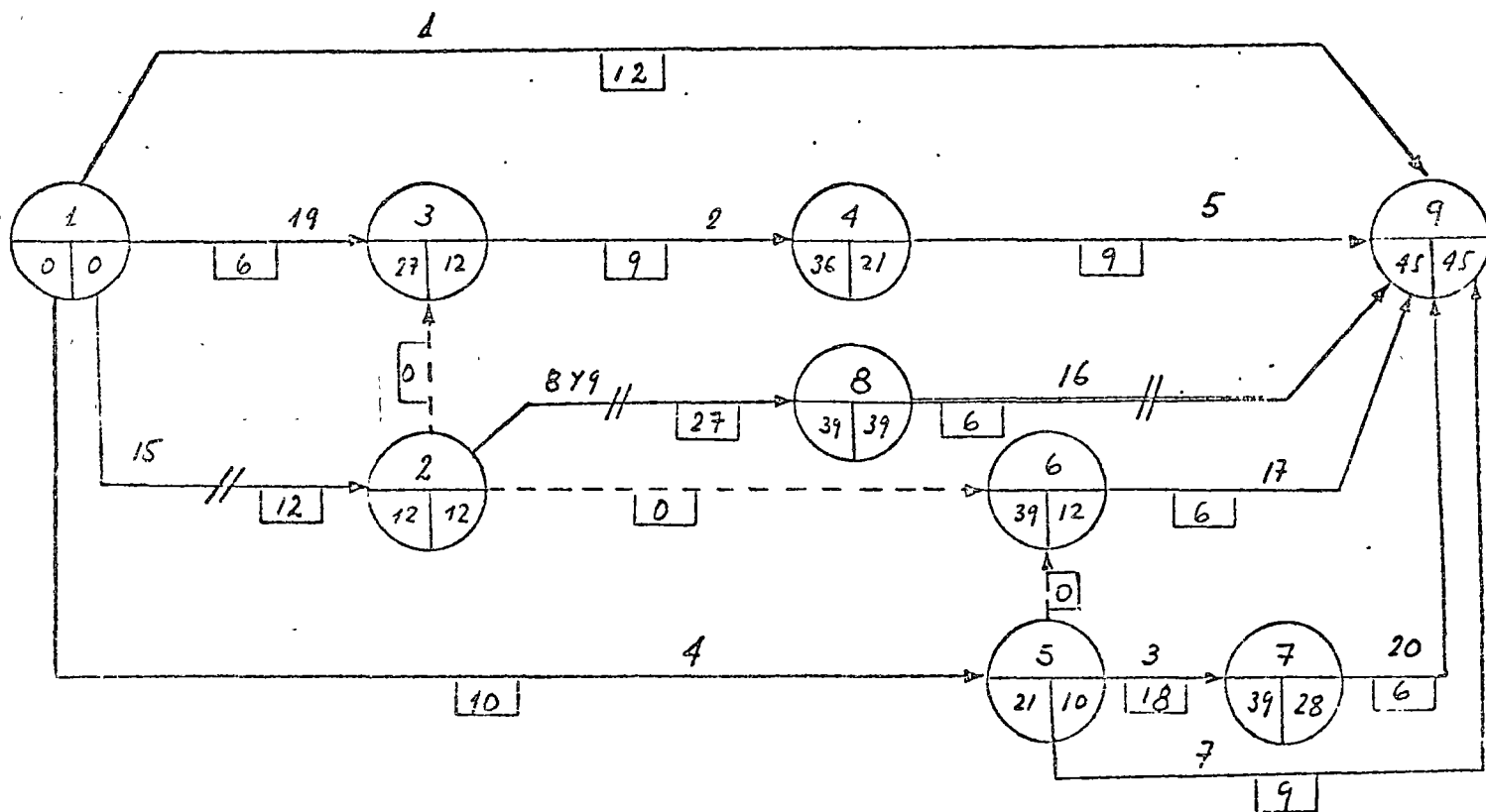
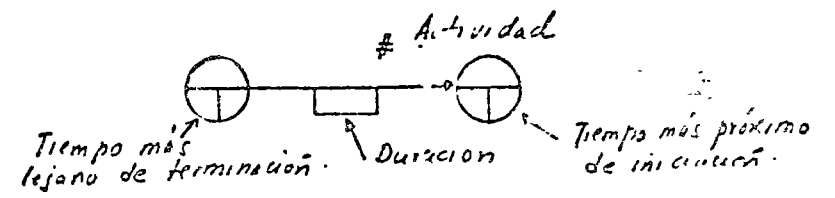


Fig. 4.3.13 Diagrama de actividades

	Cada						Cuando se requiere
	Continuo	2seg	10 min.	1hora	24hrs.		
1 Control de Frecuencia -Carga		E-L					
2 Despacho Económico			E-L				
3 Programación de la Generación Hidroeléctrica					F-L		F-L
4 Predicción de Carga					F-L		F-L
5 Cálculo de Intercambios				E-L			
6 Monitoreo de datos teletransmitidos		E-L					
7 Reserva Rodante del Sistema					F-L		
8 Estimación de Estado			E-L				
9 Identificación del Sistema			E-L				
10 Verificación de Capacidad					F-L		
11 Verificación de Calibración de teletransmisión				E-L			
12 Elaboración del Relatorio				F-L			
13 Flujo lineal de carga D.C.			E-L				
14 Análisis de imprevistos.			E-L				
15 Flujo de carga C.A.				F-L			
16 Análisis posteriores a disturbios							F-L
17 Preprogramación de la generación					F-L		
18 Costo de producción					F-L		
19 Determinación de las constantes B					F-L		
20 Valores proyectados de almacenamiento					F-L		
21 Programas varios de investigación y desarrollo							F-L
22 Procesamiento de E/S del sistema de potencia			E-L				
23 Procesamiento de interfase hombre/máquina	E-L						
24 Comunicación con otras computadoras y TRC	E-L						
25 Administración de datos					F-L		
26 Servicio de Diagnóstico				F-L			F-L

Fig. 4.3.14 Tabla de actividades

4.3.2 Clases de modelos

-61-

62

En la sección 4.3.1 se presentan diversos ejemplos de modelos utilizados en ingeniería de sistemas. Debe notarse, en esos ejemplos, que ^{la} su representación del prototipo, es decir el modelo, cambia de acuerdo con la finalidad a la que se destinen. Entre las finalidades fundamentales que se persiguen al establecer un modelo pueden citarse:

- . Describir el sistema y sus componentes
- . Describir el comportamiento del sistema ante diferentes estímulos
- . Visualizar aspectos de confiabilidad
- . ^{funcionar} Costos y eficiencias
- . Visualizar tiempos y movimientos, etc.

63
-62-

A continuación se clasifican las funciones que pueden realizar los modelos.

Modelos de Descripción

63
64

Estos modelos pueden tomar diferentes formas,

como son:

* a) Un diagrama esquemático donde se muestran los principales elementos constitutivos del sistema.
(Figs. 4.3.1, 4.3.4, 4.3.6).

* Diagrama esquemático

65
64

66 67 68
~~65, 66, 67~~

* b) Un diagrama, o programa de trabajo, que muestra cómo se realiza un trabajo (Ejemplo 4.3.7)

* Programa de trabajo

69
70 69

* c) Descripciones detalladas de procedimientos.

* Descripción de procedimientos

71

* Los modelos de descripción son generalmente de naturaleza cualitativa y permiten tener una visión general del sistema, sus componentes y sus funciones.

* Son de naturaleza cualitativa

Estos modelos pueden hacer énfasis en los componentes y sus relaciones con el sistema (Fig. 4.3.6), en las funciones que debe realizar el sistema (Fig. 4.3.14), o, en la manera como lleva a cabo un proceso (Fig. 4.3.10).

* Los modelos de comportamiento son generalmente de naturaleza cuantitativa, de ellos se pueden obtener características ^{del sistema} como: exactitud, rapidez de respuesta, respuesta en frecuencia, etc. Se establecen tomando en cuenta las características de las componentes y su interconexión (Fig. 4.3.3). Las fórmulas matemáticas utilizadas en ingeniería son también modelos de comportamiento.

Considérense los ejemplos correspondientes a las figuras 4.3.10 y 4.3.13. La característica que sobre-

72 -31
73 -20
74 -23

Modelos de Comportamiento

* Son de naturaleza ⁷⁵
cuantitativa

76

Modelos de Tiempo ⁷⁷
76

77-28
78, 79

sale en este tipo de modelos es el tiempo (tiempos de transporte, de espera, de iniciación, de realización, etc). En particular, este tipo de modelos es de utilidad cuando se desea controlar el tiempo de avance y realización de un proyecto (PERT y Ruta Crítica).

Modelos como el del ejemplo 6, tiene¹ como finalidad fundamental mostrar la parte que cada componente del sistema^X juega en la operación exitosa del mismo. También ayudan en la visualización de cuáles componentes son fundamentales^X y cuáles no lo son, cuáles podrían mejorar la confiabilidad del sistema si contaran con unidades de apoyo en caso de falla, etc.

Modelos como los de los ejemplos de la figura

4.3.11 y 4.3.14 son auxiliares valiosos en la obten-

Modelo de Confiabilidad
80 29-
81 30

Modelos de Costo 82
81

82 29-
83 27

ción de costos por unidad, eficiencias, costos relativos de las diferentes componentes, etc. Como en todo proyecto de ingeniería de sistemas, los costos y eficiencias son factores determinantes de diseño y debe prestárseles la atención debida. Estos modelos son muy útiles. ^{ya que} La decisión de realizar o no un proyecto depende, en ultima instancia, de su rentabilidad. (capítulo 8) El cálculo de esta cantidad puede presentar dificultades en particular cuando intervienen factores intangibles o difíciles de traducir a valor monetario. En estos casos, los modelos prestan valiosa ayuda para visualizar los costos y los precios relativos.

F0635

4.4 Formulación de modelos

86

En esta sección se describen las diversas etapas que se siguen al construir un modelo, las funciones de cada una y la relación entre ellas. Además se presentan métodos, que son útiles para construir modelos.

* Una vez que se ha determinado la función del modelo, es necesario decidir qué tipo de modelo se va a construir y de qué manera se implementará. Para tomar esta decisión, es necesario conocer la naturaleza del sistema que se va a modelar.

La figura 4.4.1 muestra una importante característica que se observa al construir un modelo. A medida que se avanza en la construcción del mismo, aumenta el grado de conocimiento que se tiene del sistema que se está modelando.

4.4.1 Selección de modelo

87
88

- * Para modelar se necesita:
- a) conocer la finalidad del modelo
 - b) conocer la naturaleza del sistema

86
87

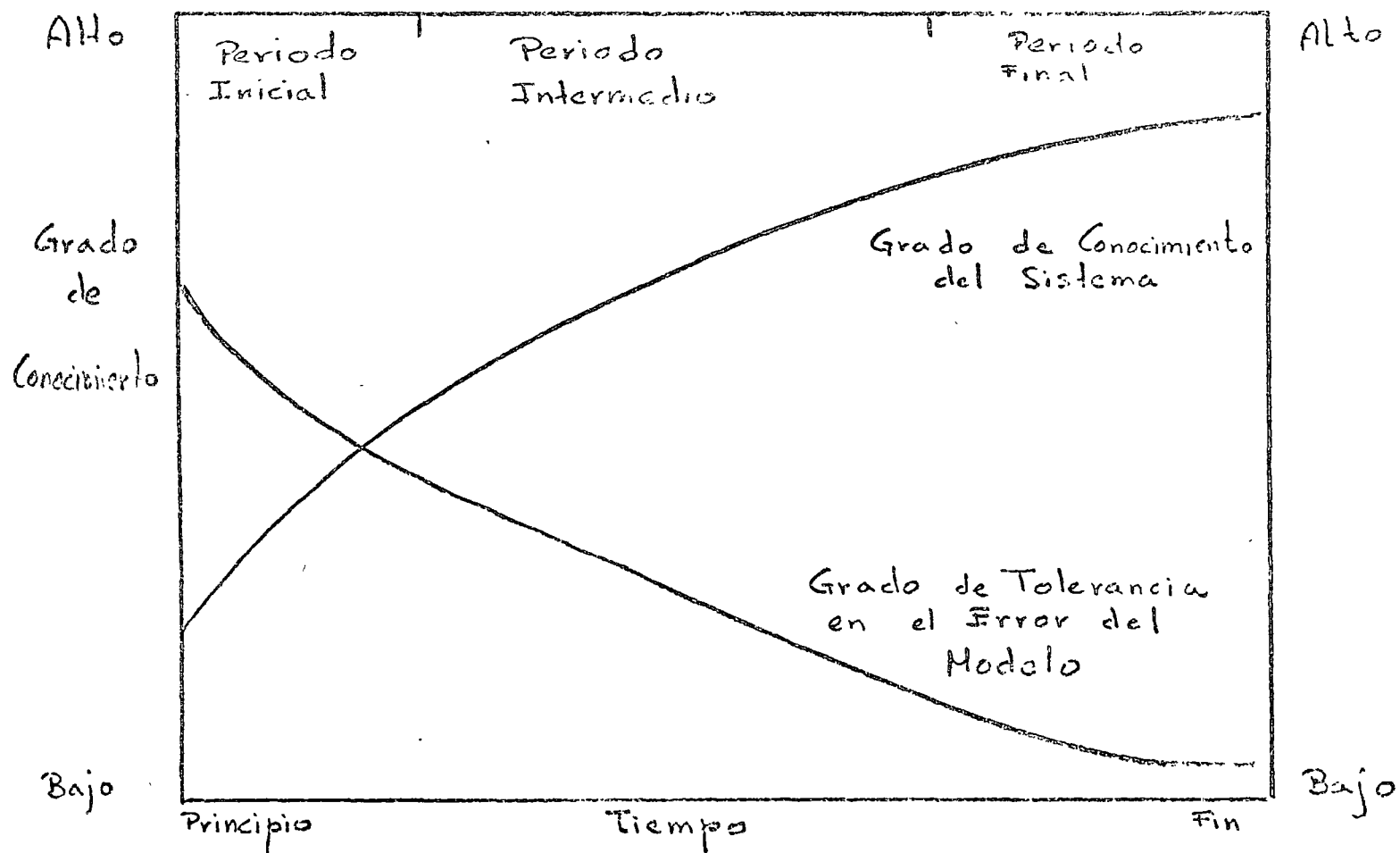


Fig. 4.4.1 Evolución de los modelos.

Este aumento en el conocimiento del sistema permite ir aumentando la complejidad del modelo y como resultado disminuir el error entre las respuestas en el prototipo y las del modelo.

* Como el tipo de modelo que se emplea en un proyecto y su implementación dependen del conocimiento que se tenga del sistema; y este conocimiento aumenta al avanzar en el proyecto, a menudo es conveniente partir de un modelo muy sencillo y evolucionar hacia modelos más complejos.

* Los modelos evolucionan con el sistema

*Al iniciarse el estudio se suelen utilizar modelos sumamente sencillos que permiten obtener solamente resultados muy aproximados, es decir con un gran grado de error. Cuando se tiene un grado intermedio de conocimientos del sistema se pueden realizar modelos que permiten realizar pronósticos basados en correlaciones estadísticas. Para establecer estos modelos se requiere una gran cantidad de datos; *y los resultados obtenidos solo son válidos si el sistema y el medio ambiente se conservan esencialmente invariantes, ó solo sufren cambios pequeños. *Cuando el conocimiento que se tiene del sistema es mayor, se pueden establecer modelos causales. Para establecer estos modelos se requiere un conocimiento de los mecanismos ó relaciones -- causa-efecto que determinan el comportamiento del sistema y, un esfuerzo considerable en su realización; -- sin embargo, permiten obtener resultados precisos aún con grandes variaciones en las condiciones de operación del sistema.

El siguiente ejemplo ilustra la evolución que sufre el modelo al aumentar los conocimientos que se poseen del sistema.

*Modelos de correlación sencillas al principio.

84
90

*Los modelos de correlación -- requieren condiciones invariantes de operación.

91
87

*Los modelos causales permiten estudiar el comportamiento del sistema aun si varían las condiciones de operación.

92
92

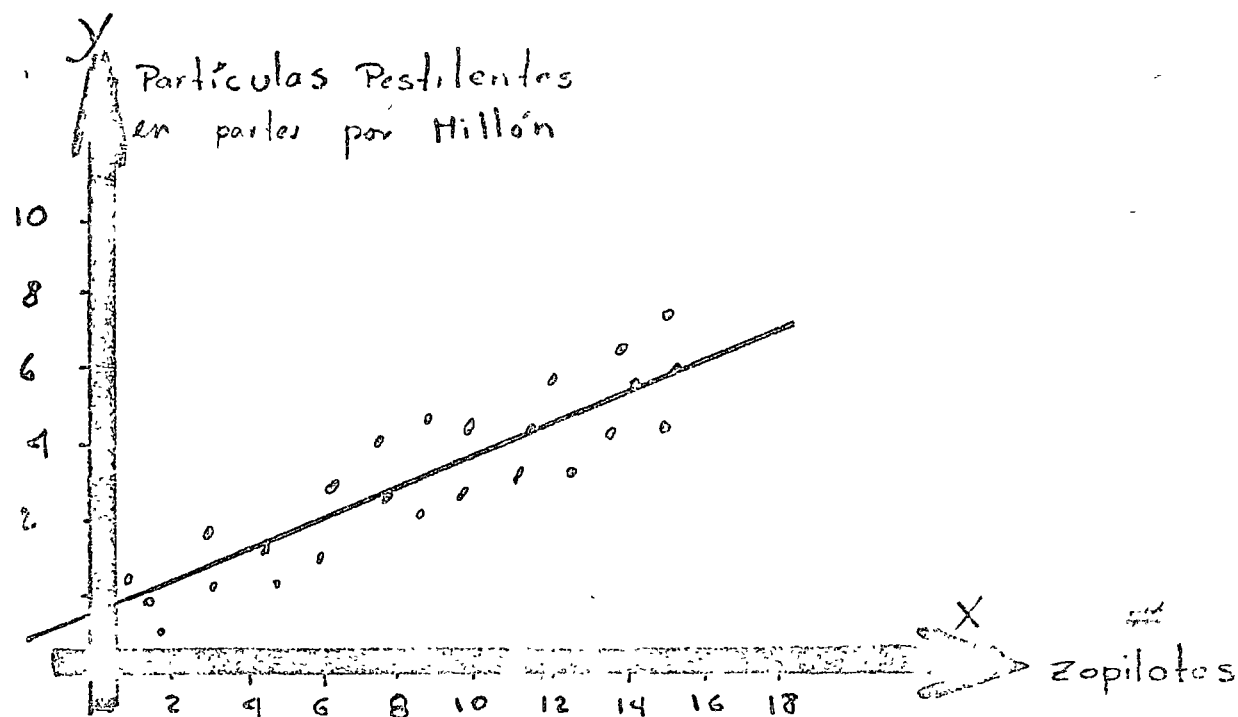
Para un observador que no toma en cuenta las relaciones causa efecto, existe una relación entre el número de zopilotes devorando un cadáver y la pestilencia correspondiente; por lo tanto puede establecer la siguiente hipótesis: los zopilotes producen pestilencia cuando devoran cadáveres. Para probar esta hipótesis ^{se} estudia una serie de casos, Los casos estudiados pueden representarse gráficamente como lo muestra la figura 4.4.2. Esta figura muestra que existe una correlación estadística entre el número de zopilotes ^(x) y la pestilencia ^(y) del tipo: $y = Kx + B$. Sin embargo, dicha correlación es espúrea, ya que la relación causa-efecto correcta es:

$$Y = K \frac{1}{x} + B \quad (4.4.1)$$

donde K y B son constantes por determinar.

Es decir, que la relación causa-efecto es inversa de lo que puede concluirse de la prueba estadística. Los zopilotes en realidad ayudan a evitar que se pro-

duzca pestilencia.



o Representa una observación

/ Representa $Y = 0.38X + 1.5$ (línea de Regresión)

Fig. 4.4.2 Correlación de pestilencia

En la siguiente sección se presentan,
las diferentes etapas por las que pasa el desarrollo de un modelo y la manera como se relacionan entre sí.

4.4.2 Etapas en el desarrollo de modelos

54
46

Cuando se analizan sistemas de grandes dimensiones, donde el empleo de modelos es muy frecuente, conviene seguir los siguientes pasos en el desarrollo del modelo:

94
52

- . Formulación de objetivos del modelo
- . Análisis del sistema
- . Síntesis del sistema,
- . Verificación del modelo
- . Validación del modelo
- . Inferencias

La figura 4.4.3 esquematiza las etapas anteriores, y muestra la relación funcional entre ellas. A continuación describiremos estas etapas.

30.

43

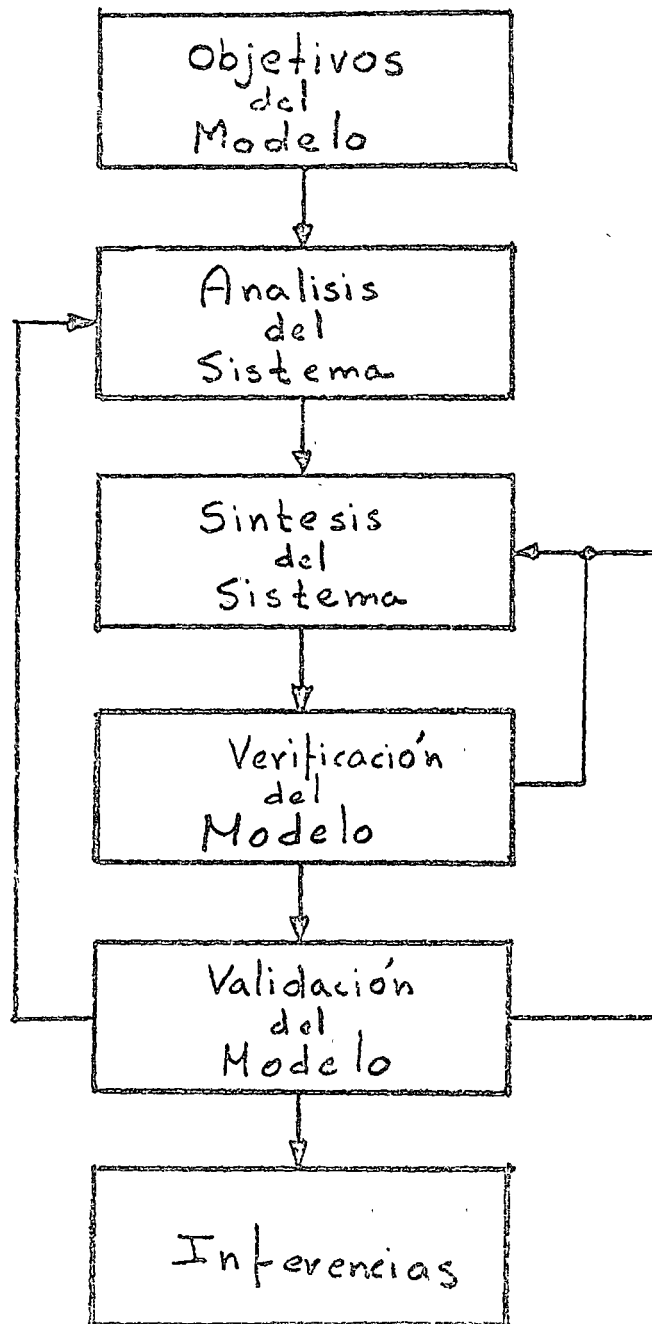


Fig. 4.3

Etapas del proceso de modelado.

Esta etapa puede considerarse como preliminar en el desarrollo de un modelo. Para realizarla adecuadamente es necesario haber establecido como se evaluará el comportamiento del sistema y por lo tanto, el objetivo del sistema. *Es importante que en esta etapa el ingeniero de sistemas se empiece a proyectar ^{se} a sí mismo en el sistema, y sienta, casi intuitivamente, el mecanismo mediante el cual las diferentes partes del sistema interactúan entre sí.

* El diseñador, en el sistema tiene el peligro de proyectar también sus valores y juicios, con lo cual se pierde en parte, la objetividad necesaria para la creación de buenos modelos.

Formulación de los objetivos
del modelo 99

* Proyectarse en el sistema, sentirse parte de él 100

* No proyectar valores y juicios. 101

* Una vez que han sido determinados los objetivos del sistema y las cantidades que se utilizarán como medidas del comportamiento del mismo, se puede proceder al análisis del sistema. La finalidad de esta segunda etapa del modelado es aislar las partes, interacciones, relaciones y mecanismos dinámicos del sistema.

* Al analizar un sistema es muy importante establecer qué variables son endógenas o internas y cuales son exógenas o externas al sistema. La variación del primer tipo de variables depende de la dinámica del sistema, mientras que la variación de las segundas es independiente del mismo. Al establecer el modelo del sistema, es necesario explicar, es decir, establecer relaciones funcionales que determinen la variación de las variables endógenas. No es necesario por otra parte explicar la variación de las variables exógenas, ya que ésta no está determinada por el sistema en estu

Análisis del Sistema 102

* Identifiquense:
componentes
relaciones
mecanismos
variables 103

* Variables: 104

- Endógenas (Internas)
- Exógenas (Externas)

como se señaló anteriormente en la sección 1.3.3

dio, su cambio depende de factores externos. Si se analiza un sistema mecánico, como el esquematizado en la figura 4.3.5, la fuerza F es una variable exógena, es decir, su variación es independiente de la configuración y los parámetros del sistema, ^{ya que} es un dato o una excitación. Por otra parte, variables como las velocidades S_1 y S_2 son variables endógenas, su valor depende de la configuración del sistema y de los parámetros del mismo y, desde luego, de las variables exógenas; en este ejemplo, de la fuerza F .

103

105

Es necesario además señalar que en ciertas fases de un análisis, algunas variables pueden ser exógenas mientras que en otras fases del estudio esas mismas variables se consideran endógenas. En el ejemplo citado en la figura 4.3.5, la fuerza F es una variable exógena, pero el sistema mostrado en esta figura es probablemente parte de un sistema más complejo. Cuando se analiza este último, la variable F pasa a ser una variable endógena.

* Además de identificar las variables endógenas o internas al sistema es necesario identificar las variables de estado del sistema. Con este nombre se conoce a aquel conjunto de variables, cuyo valor es necesario conocer en un determinado instante de tiempo t_1 para poder determinar, dada la variación en las variables exógenas en el intervalo t_1, t_2 , el nuevo estado del sistema en el tiempo t_2 . Así por ejemplo, en un circuito eléctrico es necesario conocer la tensión en todos los capacitores y la corriente en todas las inductancias en el instante t_1 , para poder determinar el nuevo estado del sistema en t_2 , conocidas todas las excitaciones en el intervalo t_1, t_2 .

El conjunto de variables de estado puede contener algunas de las variables endógenas. Entre las variables de estado y las variables endógenas existen relaciones algebraicas.

* Las variables de estado determinan el sistema

* Se deberá también, buscar las leyes que rigen los cambios en las variables de estado. Estos cambios pueden tener lugar de manera discreta, o continua. La manera más apropiada de establecer las leyes de transición de estados, en el caso discreto, es mediante ecuaciones de diferencias ^[como se indicó en la sección 1.3.8] en el caso continuo mediante ^[diferenciales] ecuaciones de diferencia. No siempre es posible establecer las ecuaciones diferenciales (o de diferencias) que rigen las transiciones de las variables de estado, debido principalmente a falta de conocimientos precisos del comportamiento del sistema. En estos casos, se deberán utilizar métodos alternativos para describir las leyes de transición de estados.

Los objetivos de la etapa de análisis del sistema pueden sintetizarse de la siguiente manera:

- a) Determinación de las fronteras del sistema.
- b) Determinación de lo que es el medio ambiente en el que se desenvuelve el sistema.

* Encuentrense las ¹⁰⁵
leyes que rigen ¹⁰⁷
el comportamiento
de las variables
de estado

108

100

- c) Determinación de los elementos que constituyen el sistema.
- d) Determinación de los elementos o actividades, dentro del sistema, que tienen características retroalimentativas.
- e) Determinación de las variables de estado del sistema.
- f) Determinación de las leyes de transición de las variables de estado.

* Una vez concluida la etapa anterior, análisis del sistema, se cuenta con conocimientos suficientes acerca del sistema, para proceder a la tercera etapa del proceso de creación de modelos, la síntesis del sistema. En esta etapa se integran todos los conocimientos que se tienen del sistema, en un modelo que represente, de la mejor manera posible, las características del sistema en las que estamos interesados.

Síntesis del sistema

* Integrense los conocimientos del sistema en un modelo del mismo

* Antes de proceder a la estructuración del modelo, es necesario tomar una decisión sobre el tipo de modelo que se utilizará para estudiar el sistema. Como hemos señalado, el modelo puede ser de tipo réplica o de tipo formal y de tipo estático o de tipo dinámico y de tipo determinístico o de tipo estocástico.

Para decidir que tipo de modelo se va a construir, es necesario considerar tanto el costo de los diferentes tipos de modelo, como el beneficio, o información, que se puede obtener de ellos. Debe escogerse el tipo de modelo que satisfaga, económicamente, las necesidades de cada proyecto.

Nótese además que todo sistema está compuesto a su vez por sistemas menores, o subsistemas; al mismo tiempo que forma parte de un sistema mayor. Dentro de la etapa de síntesis del sistema, la decisión sobre qué tipo de modelo se va a emplear, debe hacerse para el sistema principal, y, para los subsistemas más importantes.

Decidir el tipo de modelo 110

* La verificación de un modelo consiste en determinar si este opera como su planeador ha concebido que debiera hacerlo.

La manera de realizar la verificación del modelo depende del tipo de este. Por ejemplo, la verificación de la maqueta de una construcción, consiste en determinar si ésta luce como su diseñador la ha planeado. La verificación de un modelo, que es un programa de computadora, consiste en una serie de pruebas para eliminar fallas del programa (Bugs) así como corridas de calibración.

Durante esta fase no se determina si el modelo es una representación adecuada del prototipo. Este trabajo se realiza durante la fase de validación, que se describe a continuación.

Verificación 1/10/10 111

* Revisese si el modelo está correctamente realizado

* En esta etapa del proceso de creación de modelos, se ^{comparan} compraran las respuestas obtenidas empleando el modelo, ya verificado en la etapa anterior, con las respuestas correspondientes del sistema real.

No siempre se puede efectuar la validación del modelo. En ocasiones, el sistema real no se encuentra disponible para efectuar las pruebas; o pueden ser sumamente costosos los experimentos de validación. Desde luego que cuando no se puede realizar la etapa de validación, la confiabilidad de los resultados obtenidos con el modelo es baja.

Como se puede apreciar en la figura 4.4.3, si la etapa de validación no se termina con éxito, debe reiniciarse el proceso de creación del modelo, a partir de las etapas de análisis ^{1a} o, síntesis del sistema. Una situación semejante se plantea cuando la etapa anterior, la de verificación del modelo, no se termina correctamente.

Validación del Modelo 112

* Se revisa que el modelo represente correctamente al prototipo

* Con este nombre se conoce la última etapa del proceso de creación de modelos. En esta etapa se obtienen los beneficios del esfuerzo realizado al construir el modelo. Esta fase consiste de una serie de experimentos con una o más de las siguientes finalidades:

* a) Determinar el comportamiento dinámico del sistema como respuesta a ciertas entradas durante un período de tiempo.

* b) Determinar los cambios relativos (marginales) en los resultados producidos por cambios unitarios en los elementos del sistema. A este proceso también se le conoce con el nombre de: Análisis de Sensibilidad.

* c) Determinar puntos óptimos de operación. Dicho de otra manera encontrar las condiciones ambientales y, la mejor combinación de entradas; que hacen que el sistema se comporte de manera óptima, dado un cierto criterio de comportamiento.

Inferencia

2 113

113

113

* Última etapa: utilización del modelo.

* Análisis Dinámico

114

114

* Análisis Marginal

115

115

* Determinación de puntos de operación

116

117

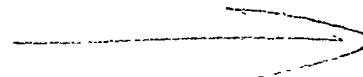
En la sección 4.4.1 al discutir la relación entre la pestilencia y el número de zopilotes se señaló que es fácil caer en ciertas falacias si no se analizan adecuadamente las relaciones causa efecto del fenómeno en estudio. En la sección siguiente se discuten falacias en que puede caer el analista durante la fase de validación de modelos.

Foto 117

4.4.3 Falacias frecuentes en la etapa de validación de modelos.

Las falacias más frecuentes en la validación de modelos son:

- . Falacias de nivel,
- . Falacia individualista,
- . Falacia ecológica,
- . Falacia histórica.



119 +10
←

A continuación se define cada una de estas falacias y se dan ejemplos ilustrativos de ellas.

* La dificultad al manejar grandes cantidades de datos no crece de manera lineal con el número de datos. Por ejemplo, es más fácil calcular el consumo de gas por

120
Falacia de Nivel

* considerar cierto para el todo lo que es cierto para las partes

Considerando

kilómetro en la República Mexicana, que obtener esta última cantidad directamente a partir de los datos de todos los estados. Para entender con más facilidad lo que es la falacia de nivel considérese la figura 4.4.4.

Basándose en los datos obtenidos grupo por grupo, se llega a la conclusión de que :

$$Y = K X \quad (4.4.12)$$

donde K es una constante positiva. Sin embargo, si los datos, de la misma figura 4.4.4, se toman de manera global se llega a la conclusión de que :

$$Y = - K X \quad (4.4.13)$$

donde K es una constante positiva

11300

1021

122¹¹²

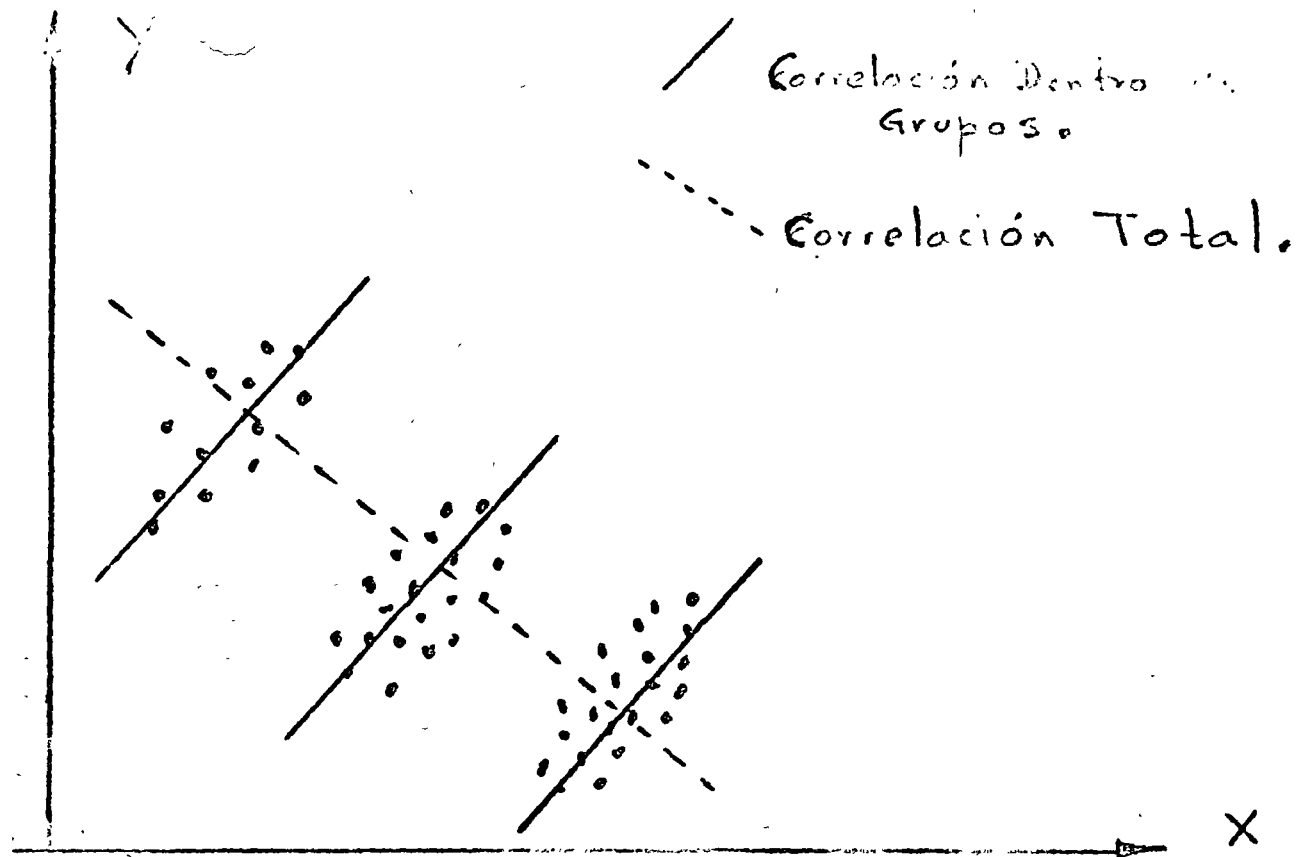


Fig. 4.4.4 Correlación parcial y total.

~~donde K es una constante positiva.~~

Nótese que las relaciones dadas por las ecuaciones 4.4.12 y 4.4.13 representan situaciones diametralmente opuestas; en el primer caso, Y aumenta al aumentar X y en el segundo, Y disminuye al aumentar X . Casos como el mos

2,
trado en la figura 4.4.7 se presentan frecuentemente cuando el agregado afecta el sistema. Por ejemplo el costo de producción aumenta cuando se aumenta esta (dentro de ciertas fronteras), sin embargo, al pasar de ciertos límites se presenta la situación contraria; es decir, el costo de producción disminuye al aumentar la cantidad generada de un producto.

Las diversas categorías, o clases de falacias, que se mencionan a continuación deben su nombre a la relación entre grupos, o entre grupos y total, en figuras semejantes a la 4.4.7.

* Se comete esta falacia cuando se infiere, erróneamente, que lo que es cierto para los individuos es también cierto para los grupos. Por ejemplo, si bien es cierto que la moral hace a los individuos de un pueblo mejores, no necesariamente los pueblos con más moral son los mejores.

90
119
123
Falacia Individuos

* Pensar que lo que es cierto para los individuos es también cierto para el grupo

* Esta falacia es la inversa de la anterior, es decir, inferir, erróneamente, que lo que es cierto para los grupos es cierto para los individuos. Por ejemplo, es cierto que el excesivo ahorro tiene efectos perjudiciales sobre la economía en general de un país, sin embargo, no sucede lo mismo con los seres humanos que forman parte de dicho país, para los cuales ahorrar es beneficioso.

* Consiste en considerar que lo que fue cierto ^{en} un tiempo y lugar lo sigue siendo en otros tiempos y lugares. Este tipo de falacia se comete, por ejemplo, cuando se infiere que los valores y costumbres de otros pueblos son similares a las costumbres y valores del pueblo propio y se utilizan estas extrapolaciones al hacer la planeación de ciertos aspectos sociales de los pueblos ajenos.

Falacia Ecológica 125

* Considerar que lo que es cierto para el grupo lo es para los individuos

Falacia Histórico 126

* Considerar que los sistemas no cambian con el tiempo

Foto 127 76

4.5 Funciones de Producción 103

4.5.1 La transformación de recursos 124

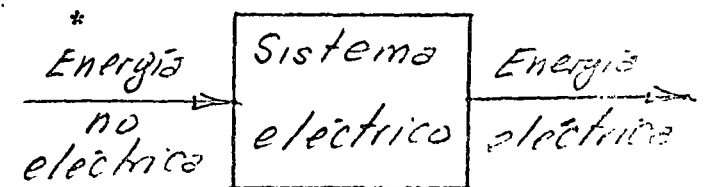
Para terminar con este capítulo, dedicado a modelos, estudiaremos un modelo matemático muy importante en ingeniería de sistemas: Las funciones de -- producción. Esta sección sirve además de enlace con el capítulo 6 sobre optimización y en particular con la sección 6.4 sobre análisis marginal.

*En todas las fases de un análisis de sistemas es necesario tomar decisiones sobre el aprovechamiento óptimo de los recursos limitados disponibles. En las fases de diseño, construcción y operación estos recursos limitados se transforman en recursos de mayor valor.

*Así por ejemplo, en un sistema eléctrico de potencia se transforma un tipo de energía, que puede ser térmica, hidráulica o nuclear, con la ayuda de elementos humanos y equipo que sufren desgaste (todos ellos recursos valiosos), en otro recurso valioso:

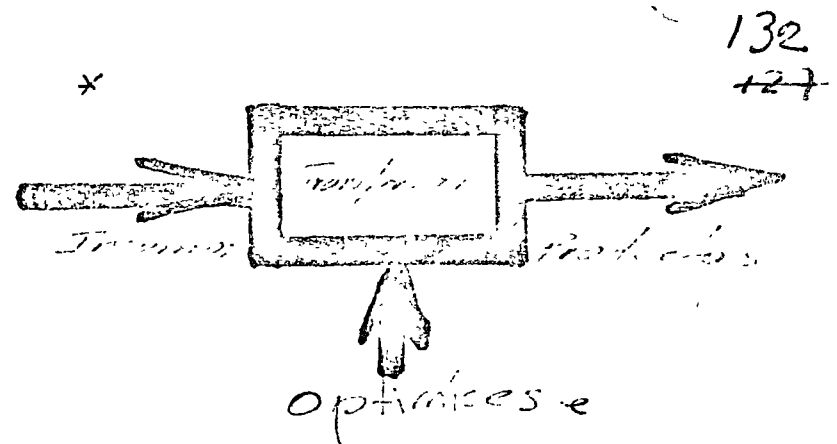
130
128

*Transformación de recursos escasos en recursos de mayor valor.



la energía eléctrica. Tanto durante el diseño como durante la operación del sistema deben tenderse a un aprovechamiento óptimo de los recursos, es decir, deben minimizarse el costo de insumos y maximizarse el valor del producto. * Esta transformación de un conjunto de recursos en otro grupo de mayor valor debe realizarse no solamente de acuerdo con las leyes físicas que gobiernan al proceso de transformación, sino también tomando en cuenta factores económicos. En resumen, el analista de sistema, ^{o sea} ya que se enfrenta a un problema de análisis o de diseño, tiene que tomar en cuenta los factores siguientes:

- * 1) Las leyes físicas o de otra índole que gobiernan la transformación de insumos en productos.
- 2) El valor asociado a los insumos, o sea, a los recursos empleados por el sistema.
- 3) El valor de los productos generados por el sistema.



132
+27

* Tomese en cuenta
leyes físicas
valor de insumos
valor de productos

En esta sección se establecerá un modelo matemático que relaciona los insumos a un proceso industrial o a una unidad económica con los productos ^{los} que se generan.

* Este modelo matemático se conoce con el nombre de función de producción. ^{la cual,} Es una relación entre las cantidades físicas de insumo de un proceso y las unidades físicas del producto que genera. La forma particular de modelo, que debe emplearse para describir ^{esta} esta transformación, depende de las leyes físicas ^o de otra índole que gobiernan al sistema. El estudio de estas leyes cae fuera del campo de la ingeniería de sistemas, y pertenece a una disciplina en particular. El conocimiento de las leyes que rigen la transformación permite establecer el modelo matemático -- que rige a ésta, es decir, la función de producción. Por ser este modelo de gran interés para el analista, la presente sección está dedicada al estudio de sus propiedades.

* La función de producción es un modelo matemático entre cantidades físicas de insumo y producto

154

En muchos problemas el analista de sistemas so
lo puede intervenir en el proceso de transformación⁴
de insumos en productos, ya que el valor de los insumu
mos y los productos esta dado, y no se afecta por la
demanda de insumos que crea el sistema ni por la AA
oferta de productos que genera.

Esta situación es válida para sistemas relativa
Pequeños. Cuando el sistema,
mente es suficientemente grande, su implantación crea
demandas de insumos suficientemente fuertes para --
afectar el costo de estos, y los productos que genera
el sistema pueden crear una oferta que tenga influenci
a sobre los precios de los productos. Si en un -
problema se presenta esta situación, es necesario in
cluir en el análisis un modelo del mecanismo de pre-
cios tanto para los insumos como para los producto
s, ya que estos ya no pueden considerarse como da-
tos del problema. Es decir, en lugar de ser varia--
bles exógenas, pasan a ser variables ^{endógenas} en-dógenas, cu
ya variación es necesario modelar.

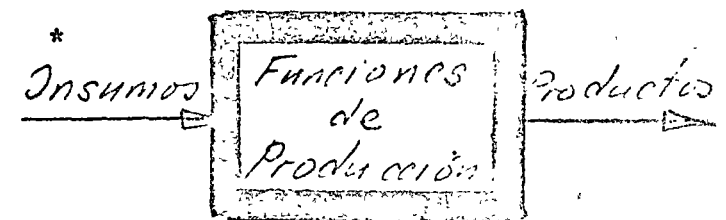
En un sistema grande la frontera abarca el mercado de los insumos y productos. En un sistema de menor importancia, este mercado se encuentra fuera de la frontera que delimita el ámbito del análisis. Puede decirse sin embargo que en todas las fases del análisis de sistemas existe el problema de determinar o asignar insumos o recursos a un sistema para obtener un producto.

En esta obra al concepto de asignación de recursos le daremos un significado amplio.

*La asignación de recursos puede referirse a la asignación de recursos económicos y humanos a un proyecto en particular; por ejemplo, puede referirse a la asignación de plantas termoeléctricas para satisfacer la demanda eléctrica de un sistema.

*Para tomar esta decisión respecto a la asignación más adecuada de recursos, es necesario conocer el modelo que relaciona los insumos con el producto. Este modelo se conoce con el nombre de función de

*Asignación de recursos a un proyecto.



03

producción. Esta función, desarrollada originalmente en la economía, es una representación matemática de la transformación más eficiente, es decir, determina el producto físico máximo que puede obtenerse con un conjunto dado de insumos. En esta función no interviene el valor ni de los insumos ni del producto. En el capítulo 7 de (evaluación de proyectos) se estudia cómo interviene el valor de los insumos y productos en el análisis.

*El problema de asignación de recursos puede describirse con ayuda de tres funciones: Una función que determina el costo de los insumos, que se designará con el nombre de función de costos; una segunda función, la de producción; y una última que determina el costo de los productos, también llamada función de ingreso. Se ha señalado, que la función de producción determina el máximo producto que puede obtenerse, sin tomar en cuenta el valor de los insumos o del producto con un conjunto de recursos dados.

137

* Modelo de asignación de recursos:

- función de costos
- función de producción
- función de ingresos

* En base al costo de los recursos que emplea el sistema se establece la función de costo de insumos y tomando en cuenta el valor del producto, se establece la función de costos *del producto*.

* *función de costos = f(costo insumos)*
de insumos
función de costos = f(costo product,
del producto

Determinar el valor del producto de un sistema no es sencillo, sobre todo cuando se trata de un producto que no puede cuantificarse en unidades monetarias. A este tipo de sistemas pertenecen muchos sistemas públicos, cuyo producto es un servicio, como pueden ser facilidades recreacionales. En el capítulo *en la sección sobre teoría* del valor, se estudiará este problema más a fondo.

En el capítulo *en las secciones sobre* de evaluación de proyectos se estudian las funciones de costos y de ingresos.

4.5.1.
La figura *ilustra* la relación entre las funciones de costo, producción e ingreso.

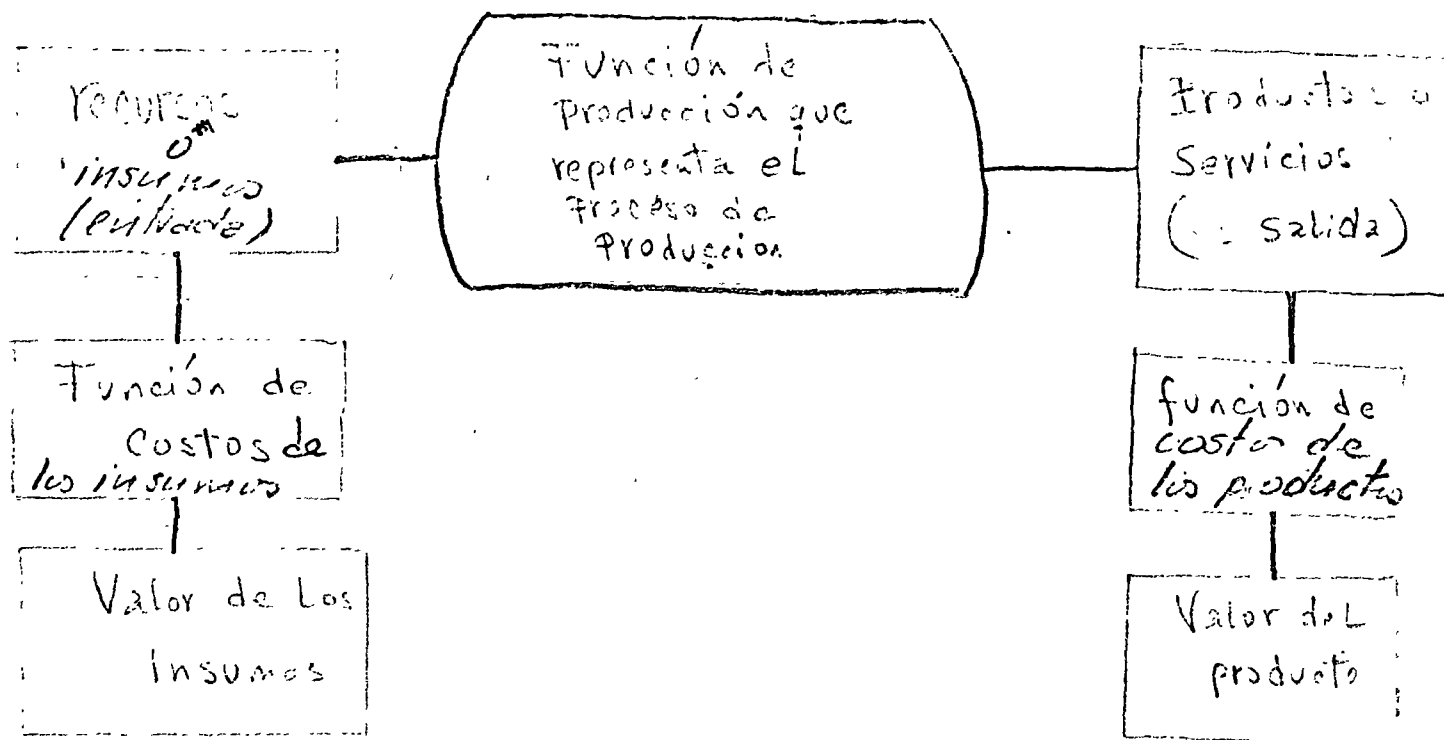


Fig. 4.5.1 Funciones de costo, producción e ingreso.

4.5.2 La función de producción

Como se señaló anteriormente la función de producción es un modelo matemático que permite calcular el máximo producto físico que puede obtenerse con un conjunto físico dado de recursos.

✓
Foto 140
141 142

* La función de producción más conocida, es la -
función de Cobb-Douglas cuya forma es la siguiente:

* Función de producción
de Cobb - Douglas

$$X = \alpha L^{\alpha} K^{\beta} \quad (4.5.1)$$

donde X es el valor del producto, L la mano de obra,
 K el capital y α y β son coeficientes que en micro--
economía*se demuestra son la participación de la ma-
no de obra y del capital en el producto bajo condi--
ciones de libre competencia y maximización del bene-
ficio.

✓ 142

En su forma más general la forma matemática de
la función de producción es:

$$\begin{aligned} P_1(X_1, X_2 \dots X_n) &= f_1(X_1, X_2, \dots X_n) \\ P_2(X_1, X_2 \dots X_n) &= f_2(X_1, X_2, \dots X_n) \\ &\dots \\ P_m(X_1, X_2 \dots X_n) &= f_m(X_1, X_2 \dots X_n) \end{aligned} \quad (4.5.2)$$

4
143

donde se supone que la unidad económica produce m productos diferentes en cantidades físicas $P_1, P_2, \dots, P_m$ con la ayuda de n insumos diferentes que se consumen en cantidades físicas $X_1, X_2, \dots, X_n$. Simbólicamente puede representarse al proceso de transformación de n insumos en m productos, con el diagrama que aparece en la figura.

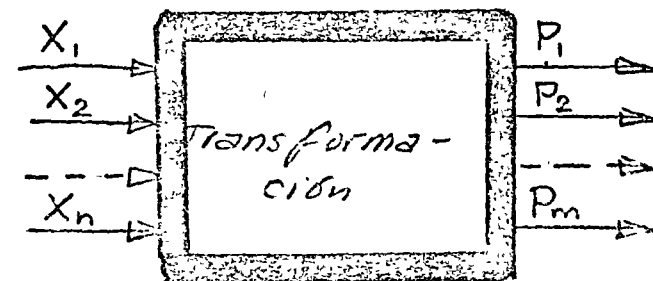


Fig. 4.5.2 Transformación de n recursos $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ en m productos $(P_1, P_2, \dots, P_m)$

Considerando a los insumos como componentes de un vector $\underline{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}$

y a los productos como componentes de otro vector $\underline{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{bmatrix}$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_m \end{bmatrix}$$

la familia de funciones que representa el modelo matemático del proceso de transformación puede escri-

144
138

145

146

birse como:

donde $\underline{f}$ representa una función vectorial cuyas componentes son las funciones $f_1(\cdot)$, $f_2(\cdot)$, ..., $f_m(\cdot)$.

~~XX~~

Con objeto de poder ilustrar gráficamente diversos conceptos relacionados con las funciones de producción, se considerará que el sistema productivo tiene ^{dos} insumos (X_1 y X_2) y genera un solo producto, tal como se esquematiza en la figura 4.5.3

Se ha señalado que la función de producción representa el máximo número de unidades físicas de producto que pueden obtenerse con un conjunto dado de recursos, también cuantificados en unidades físicas. La figura 4.5.4 ilustra gráficamente este concepto, con relación a la función de producción de Cobb-Douglas. Al conjunto dado de recursos, de L_1 unidades de trabajo,

$$\underline{P}(\underline{X}) = \underline{f}(\underline{X}) \quad (4.5.3)$$

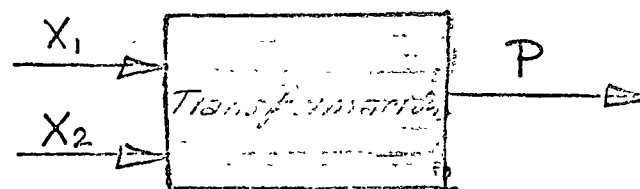


Fig. 4.5.3 Transformación de 2 insumos (X_1, X_2) en un producto P

(en número de hombres-horas) y K_1 unidades de bienes de capital, L_1 (en número de máquinas) representado por el punto D, corresponde ^{de} un máximo posible P del producto, representado por el segmento $\overline{BD}$. Puede desde ^l luego haber condiciones de producción subóptimas, ^h por ejemplo, al conjunto de insumos (L_1, K_1) puede co rresponder la producción $\overline{CD}$. Sin embargo, no es posi ble que con los recursos que representa el punto D, ^h puedan generarse $\overline{AD}$ unidades de producto.

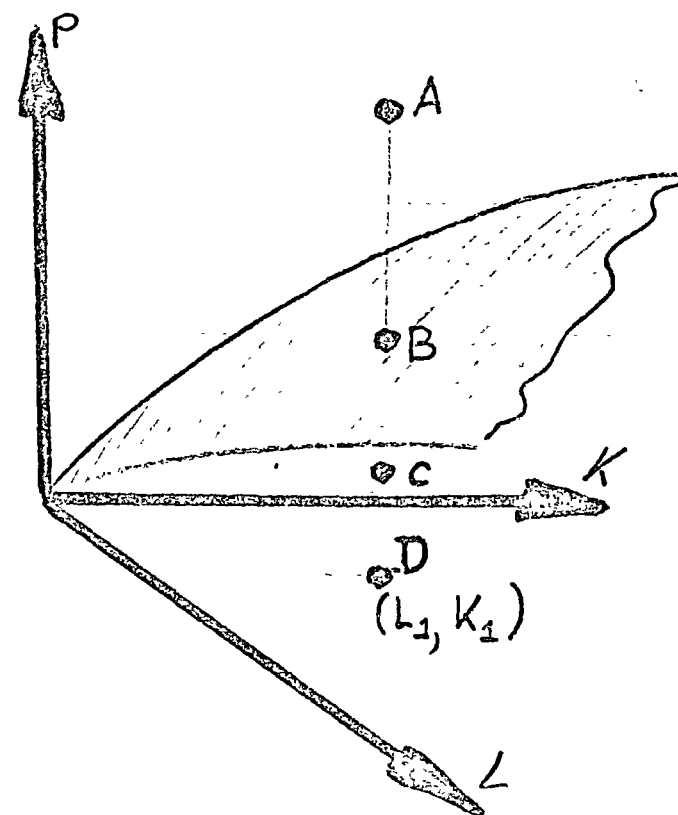


Fig. 4.5.4 Representación gráfica de la función de producción de Cobb-Douglas

No es necesario que la función de producción tenga forma matemática como aparece en las fórmulas dadas anteriormente, puede darse en una forma tabular por ejemplo?

A continuación se estudian las principales características de las funciones de producción.

Empleando un proceso productivo con un solo producto y varios insumos, que puede representarse matemáticamente mediante la relación:

$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Se llama curva de producción a la curva $^*(P, X_i)$ si--
los insumos $X_1^0, \dots, X_{i-1}^0, X_{i+1}^0, \dots, X_n^0$ *A*

son constantes, es decir, todos los insumos *menos* X_i *vemos el*
ísimos son constantes. El proceso de transformación

$P = P(X_1, X_2, \dots, X_n)$ tiene las n curvas de --
producción siguientes:

$$\begin{aligned} (P, X_1^0) &; (X_2^0, X_3^0, \dots, X_n^0)_{\text{cst.}} \\ (P, X_2^0) &; (X_1^0, X_3^0, \dots, X_n^0)_{\text{cst.}} \\ \vdots & \\ (P, X_n^0) &; (X_1^0, X_2^0, \dots, X_{n-1}^0)_{\text{cst.}} \end{aligned}$$

Con objeto de ilustrar gráficamente algunas pro--
piedades de estas curvas de producción supongamos que
el proceso tiene solo dos insumos. La forma de estas
curvas *es* la mostrada en la figura. *14.5.5/*

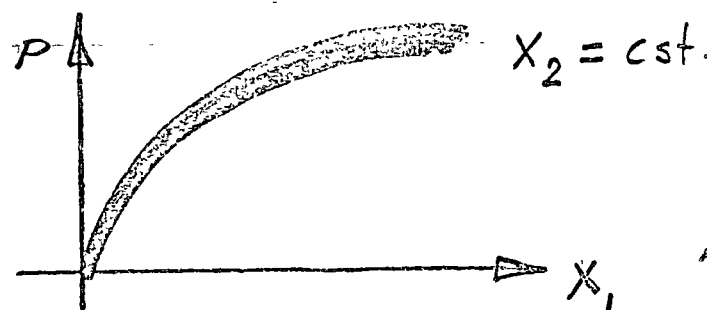


Fig. 4.5.5 Curva de producción

Cuando se combinan diversos recursos para obtener un producto, puede plantearse la siguiente pregunta: ¿En cuánto aumenta el producto P , si se aumenta el empleo de recurso o insumo X_i , manteniendo constante el insumo de los recursos restantes? A este aumento de producto $\frac{\Delta P}{\Delta X_i}$ por unidad de incremento ΔX_i del i 'simo insumo se le conoce con el nombre de producto marginal, PM_i :

PM_i : Definido en términos de incrementos se tiene:

$$PM_i = \frac{\Delta P}{\Delta X_i}$$

o pasando a límites puede escribirse:

$$PM_i = \frac{\partial P}{\partial X_i} \quad (4.5.4)$$

De acuerdo con esta definición, el producto marginal correspondiente al i 'simo insumo, es la pendiente de la curva de producción. La figura 4.5.6 ilustra este concepto para el 1er. insumo.

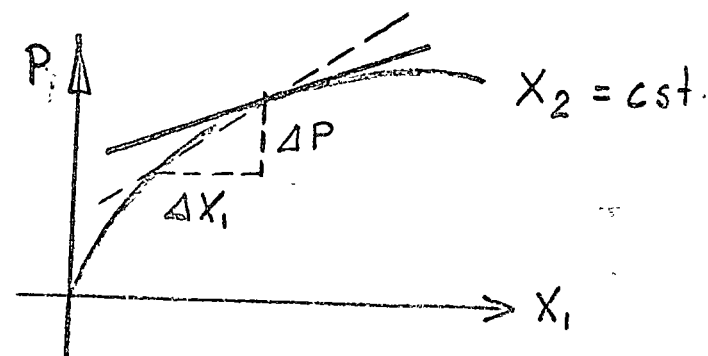


Fig. 4.5.6 Curva de producción y producto marginal

154

Para explicar la variación del producto marginal considérese por el momento una fábrica, cuyo proceso productivo esta caracterizado por una función de producción de Cobb-Douglas. Si se mantiene constante el número de equipo K y se empieza a aumentar el número de horas trabajadas por los obreros, el producto irá en aumento: (Fig. 4.5.7)

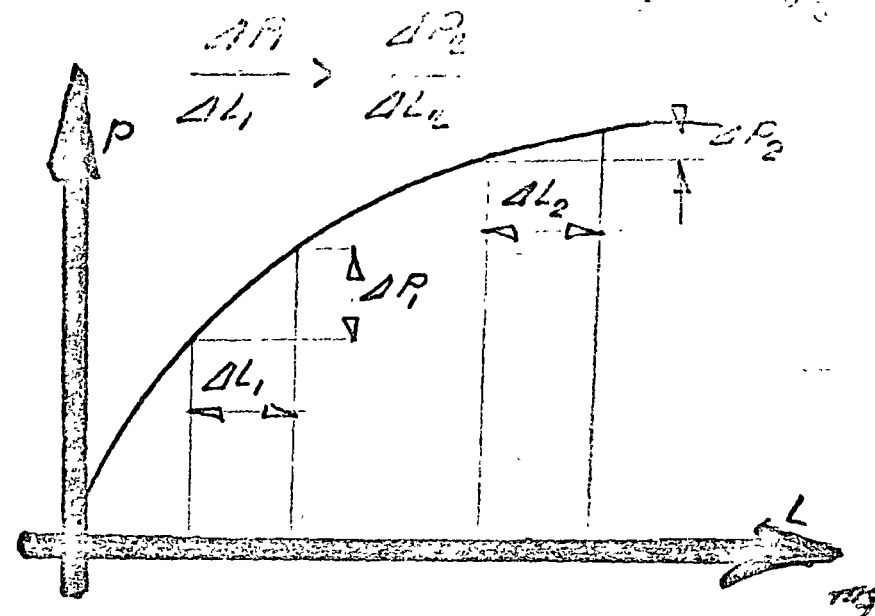


FIG. 4.5.7 Disminución del producto marginal.

Al principio este aumento es grande, pero irá disminuyendo debido a que para aumentar cada vez más el producto será necesario contratar personal menos calificado que rinde menos, o trabajar horas extras en las que el rendimiento disminuye por razones de fatiga. Llegará un momento donde la contratación de hombres-hora adicionales tendrá un efecto negativo sobre el producto, ya que una gran densidad de obreros no favorece precisamente la producción. El producto marginal del trabajo irá por lo tanto primero en aumento para disminuir posteriormente. Se ha observado que en todo proceso de transformación de recursos en productos se presenta esta variación del producto marginal.

Esta figura muestra que un aumento en ΔL en la fuerza laboral a bajos niveles de empleo produce más aumento del producto que a altos niveles de empleo.

* Esta ley de disminución en el producto marginal, garantiza que la función de producción limita a una zona convexa. Esta propiedad de la función de producción es muy importante, ya que garantiza que las funciones de costo e ingreso derivadas de ella, tienen un óptimo fácilmente identificable.

La convexidad de la región limitada por la función de producción es una precondition para poder aplicar algunas técnicas de optimización como son la programación lineal. Otras técnicas de optimización, como la programación dinámica puede emplearse para obtener el óptimo de funciones que no definen regiones convexas. Como la primer técnica de optimiza---

176
* Disminución en el producto
marginal
↓
Funciones de producción
convexas

ción es más eficiente en lo que respecta al uso de memoria y tiempo de computación, conviene, de ser posible, trabajar con funciones que limiten regiones A convexas.

Se dice que una región es convexa, cuando no es posible trazar una línea ^{recta} entre dos puntos de la superficie que limita la región, con puntos de la misma fuera de la región. En la figura 4.5.8 se muestra una región convexa. Cualquier línea, como la $\overline{AB}$, queda en su totalidad dentro de la región.

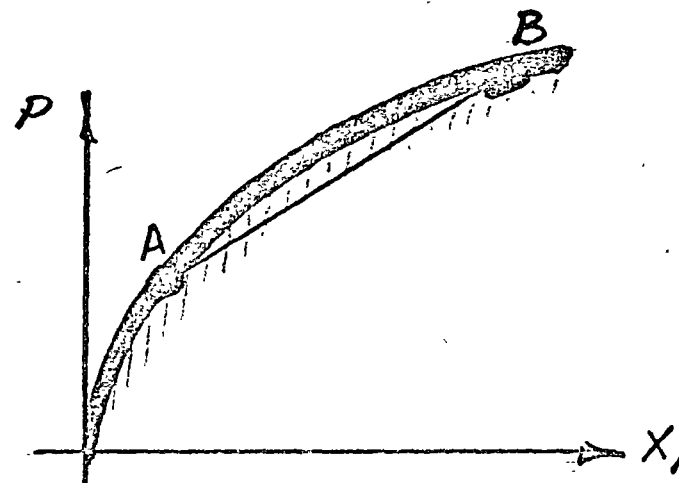


Fig. 4.5.8 Región convexa

Mientras que la línea AB de la fig. 4.5.9 solo queda parcialmente en la región, por lo tanto esta no es convexa.

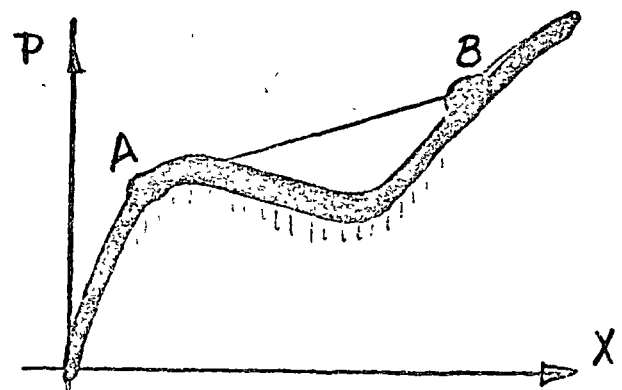


Fig. 4.5.9 Región no convexa

Al diseñar un sistema no se tiene en general - una solución óptima en base a consideraciones técnicas exclusivamente. Es decir, puede suceder que varios diseños sean igual de satisfactorios desde el punto de vista técnico exclusivamente. El diseño óptimo se obtiene si se combinan las consideraciones técnicas implicadas en la mecánica del proceso de transformación y en la función de producción con las consideraciones de valor implícitas en las funciones de costo e ingreso.

Para un nivel determinado de producción, existen, como señala la función de producción, diversas combinaciones de insumos, que representan soluciones técnicamente igual de eficientes. En la figura 4.5.10 cualquier combinación de los insumos, fuerza laboral L y bienes de capital K , situada sobre la curva D' , D , D'' en el plano (L, K) , produce exactamente el mismo producto Z . Recibe el nombre de Isoquanta el lugar-

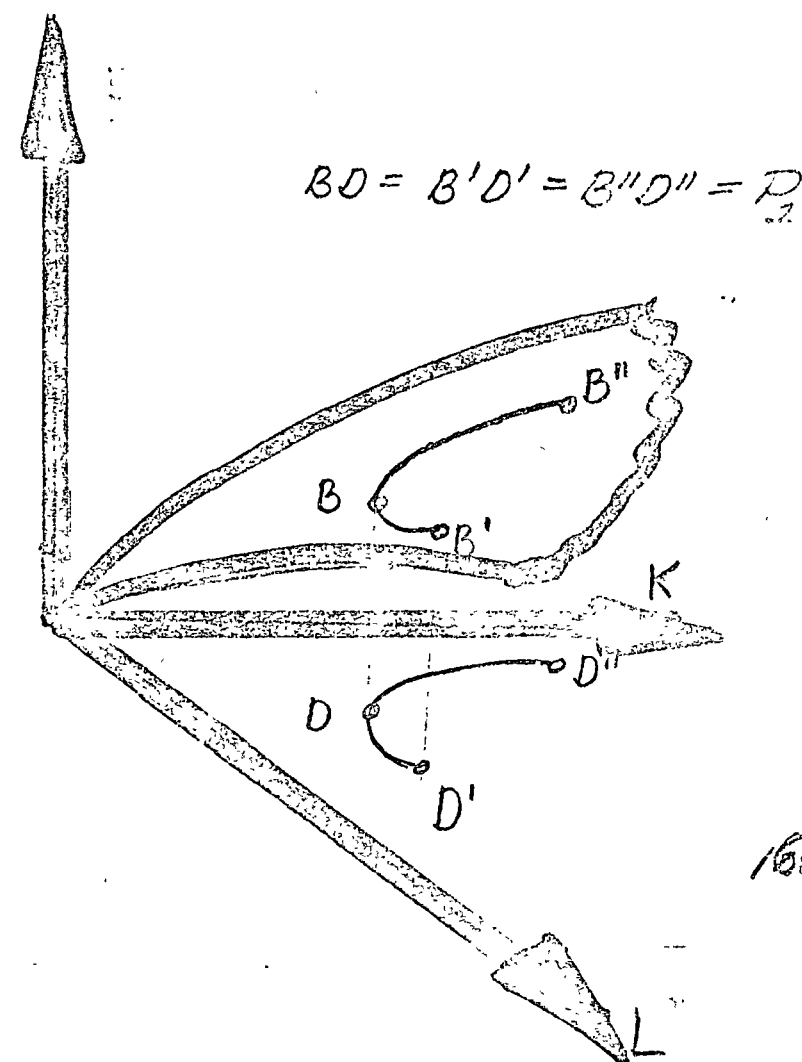


Fig. 4.5.10 Ilustración del concepto de isoquanta

geométrico de todas las posibles combinaciones de insumos para un nivel determinado de producto. En la ^{14.5.10/}figura, la curva B', B, B'' , es la ^{mano}isoquanta que corresponde al nivel de producción P_1 . Todas las combinaciones de insumos correspondientes a un nivel dado ^{de} producción, o sea, a una ^{mano}isoquanta son técnicamente igualmente eficientes. Obsérvese que para mantener constante el producto, al disminuir un insumo, ~~no~~ deben aumentar otros. Debido a esta propiedad la ^Wproyección de cualquier ^{mano}isoquanta, sobre el plano de insumos-recursos R es una curva cóncava como la mostrada en la figura 4.5.11 La curva en esta figura nos señala que al disminuir el insumo, mano de obra, en ΔL , el otro insumo, bien de capital, tiene que aumentar en ΔK , para mantener constante el producto. Podemos decir que desde el punto de vista de la producción, ΔL unidades de fuerza laboral, son sustituibles por ΔK unidades de bienes de capital.

Localizando los ejes de los dos insumos a un-

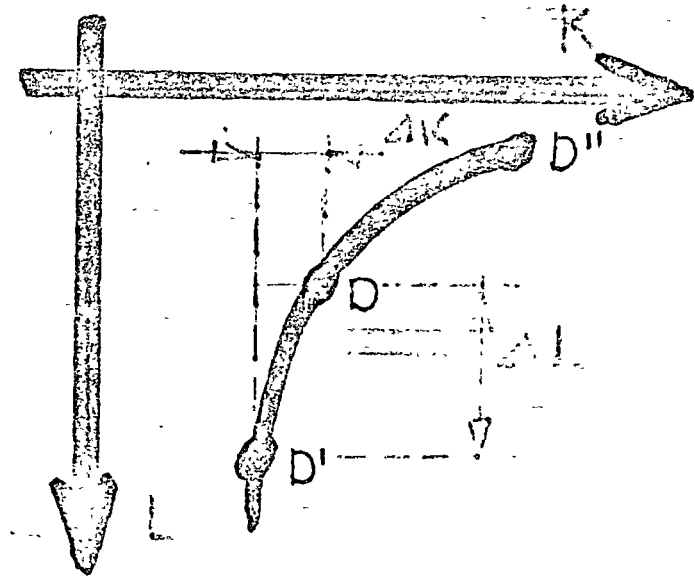


Fig. 4.5.11 Proyección sobre el plano de recursos de una isoquanta

proceso en la dirección usual, las isoquantas son curvas de la forma mostrada en la figura 4.5.12. Si se incrementan todos los insumos dentro de los rangos de operación normales de una transformación, el producto aumenta, tal como lo muestra la figura 4.5.12

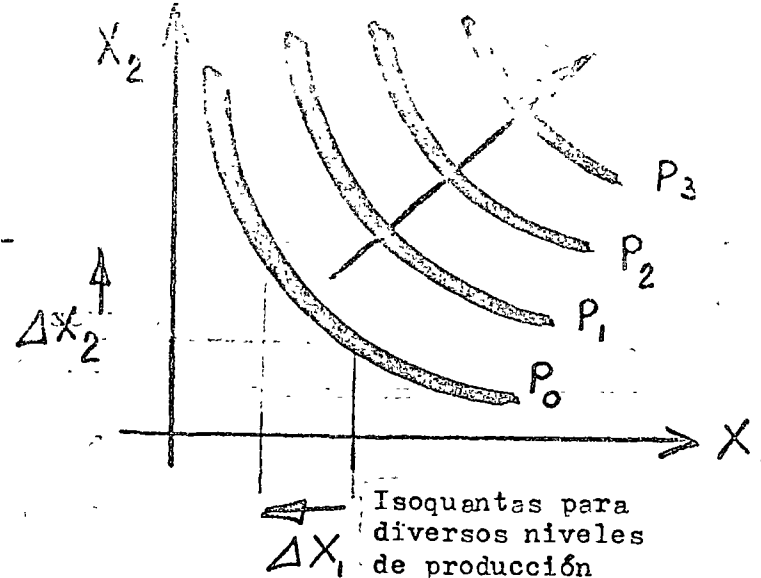


Fig. 4.5.12 Isoquantas para diversos niveles de producción

Haciendo referencia a la isoquanta que se muestra en la figura, se observa que si el insumo X_1 disminuye en ΔX_1 , el insumo X_2 debe aumentar en ΔX_2 si se desea mantener constante el producto.

La posibilidad de sustituir ΔX_1 ^[unidades] del insumo X_1 por ΔX_2 unidades del insumo X_2 puede también visualizarse con ayuda de los diagramas de bloque, tal como se muestra en la figura 4.5.13.

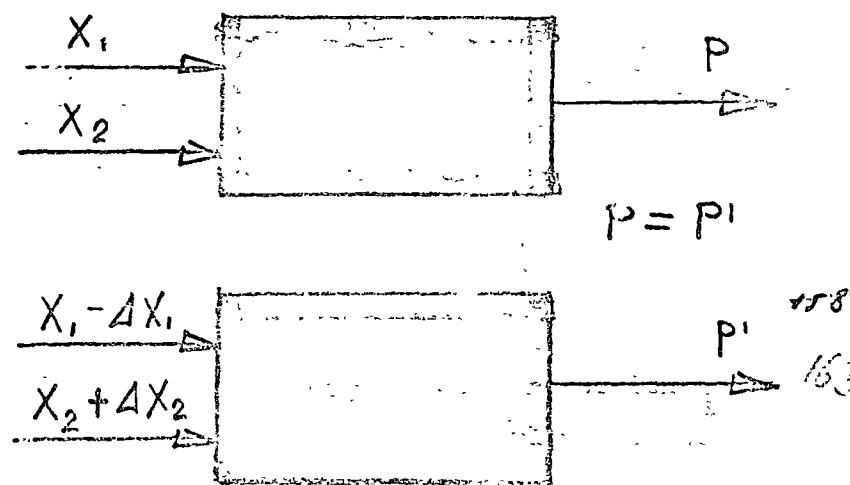


Fig. 4.5.13 Sustitución de un insumo por otro

Para estudiar analíticamente el problema de sustitución de un insumo por otro, se introduce el

* concepto: relación técnica de sustitución. Recuérdese del cálculo, que el incremento ΔP o la diferencial-
 dP de una función de varias variables $X_1, X_2, \dots, X_n$,
 ~~$X_1, X_2, \dots, X_n$~~ ,
 esta dado por la relación:

$$dP = \frac{\partial f}{\partial X_1} dX_1 + \frac{\partial f}{\partial X_2} dX_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial X_n} dX_n$$

Supóngase que se desea determinar la sustitución del-
 recurso X_i por el insumo X_j . En la última relación -
 es necesario tomar $dP = 0$, ya que no se dese

la magnitud del producto. Además las variaciones de-
 los insumos deben ser nulas, *exceptuando* las de los in-
 sumos i y j . Es decir $dX_k = 0$ para $k \neq i$ y $k \neq j$.

Considerando nulos los incrementos del producto
 y de todos los insumos, menos del i 'simo y j 'simo -
 se tiene:

$$\frac{\partial f}{\partial X_i} dX_i + \frac{\partial f}{\partial X_j} dX_j = 0$$

* Relación técnica de sustitución

159

160

165

168

Se ha indicado anteriormente que la parcial $\frac{\partial f}{\partial X_i}$ es el producto marginal PG_i , del insumo i'simo.
 Empléando el concepto ^{de producto} marginal, de la última relación se obtiene:

$$\frac{d X_i}{d X_j} = - \frac{PM_j}{PM_i} = R T S_{ij} \quad (4.5.5)$$

* Este cociente se conoce con el nombre de relación técnica de sustitución RTS_{ij} , entre los insumos i'simo y j'simo. Físicamente representa la relación entre el número de unidades que debe aumentar (disminuir) el recurso i y el número de unidades que debe disminuir (aumentar) el j'simo para mantener constante el producto. Como la relación marginal de sustitución es negativa, un recurso debe aumentar y el otro disminuir para que el producto se mantenga constante.

* Relación técnica de sustitución RTS_{ij}

En la sección 6.4 se empleará este concepto al tratar, dentro del capítulo de optimización, el análisis marginal. Antes de terminar con este capítulo sobre el modelado en general y sobre las funciones de produc---

ción como un modelo matemático de una transformación, se introducirá un último concepto de gran importancia relacionado con las funciones de producción, los factores de escala.

Se ha señalado que las funciones de producción tienen un producto marginal que disminuye al ^{disminuir} ~~aumentar~~ el empleo de uno de los recursos. Otra propiedad importante de las funciones de producción es la relación que existe entre el incremento del producto, ante incrementos proporcionales de todos los insumos.

El factor de escala describe la variación en el producto de un proceso, a incrementos proporcionales en todos los insumos. El diagrama de bloque de la figura 4.5.14 ilustra este concepto.

Mientras que el producto marginal analiza el incremento del producto si solamente aumenta uno de-

4.5.4 Factores de escala

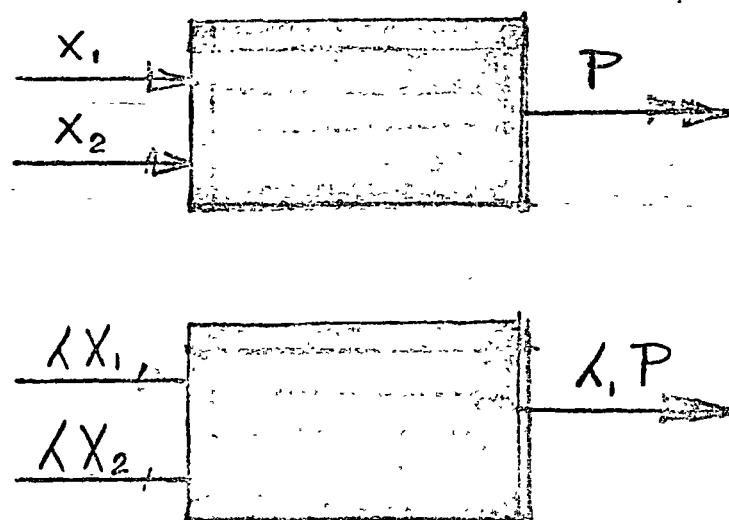


Fig. 4.5.14 Ilustración del concepto factor de escala

los insumos, el factor de escala estudia el cambio que sufre el producto si se aumentan en la misma proporción todos los insumos. Pueden presentarse tres casos:

a)* Un aumento proporcional menor en el producto en comparación al aumento que sufren los insumos. En este caso se habla de factores de escala decrecientes. Se trata de una transformación que resulta cada vez menos eficiente

* Factores de escala decrecientes

165
171

b)* El aumento proporcional que sufre el producto es igual al que sufren los insumos. El factor de escala es constante en este proceso

* Factores de escala constantes.

172
176

- *
c) Un incremento proporcionalmente mayor en el produc
to que en los insumos. Estos procesos se clasifi-
can con transformaciones que tienen factores de es
cala crecientes.

* Factores de escala crecientes

164
173

El incremento del producto correspondiente a un in-
cremento Δ en los insumos esta dada por :

$$\Delta P = P[(1 + \Delta) x_1, (1 + \Delta) x_2, \dots, (1 + \Delta) x_n] - P(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Puede escribirse también la función de produc-
ción de la siguiente forma:

$$P^k = P(\wedge x_1, \wedge x_2, \dots, \wedge x_n).$$

Donde k es una constante y $\wedge$ un número real po-
sitivo cualquiera. Si el coeficiente k es menor que
la ^{unidad} se tiene un proceso productivo con factor de
escala ^{decreciente}; si es unitario, el factor de es
cala es constante y si es mayor que la ^{unidad}, el fac-

168
174

175
169

tor es creciente.

Algunos economistas argumentan que una función de producción tiene factor de escala creciente a bajos insumos, factor de escala constante a insumos intermedios, y factor de escala decreciente si los insumos son muy grandes.

Existe constancia empírica para apoyar este argumento.

Frecuentemente se menciona el concepto de economía de escala en relación a diversos procesos industriales. En este concepto, sin embargo, interviene el concepto de valor del insumo y del producto. Es decir, se señala que el costo del producto disminuye a medida que es mayor la producción. En este concepto interviene por lo tanto la idea del valor de los productos e insumos y por lo tanto es diferente del concepto de función de producción que es una relación entre unidades físicas de productos e insumos.-

Se ha señalado que el factor costo se introducirá posteriormente en el capítulo 7.

En esta sección solamente se ha estudiado el problema de transformación de insumos en productos desde el punto de vista tecnológico, sin considerar el costo de insumos y productos. Este problema se estudia en la sección 6.4, sobre Análisis Marginal, dentro del capítulo de Optimización. La sección 4.5 sirve por lo tanto como enlace entre este capítulo 4 (sobre modelado) y el capítulo 6 (sobre optimización).

Antes de terminar con este capítulo un ejemplo servirá para ilustrar estos conceptos.

4.5. Ejemplo:

176
-170

La función de producción de un proceso está dada por:

$$P = X_1 X_2 - 0.7 X_1^2 - 0.3 X_2^2$$

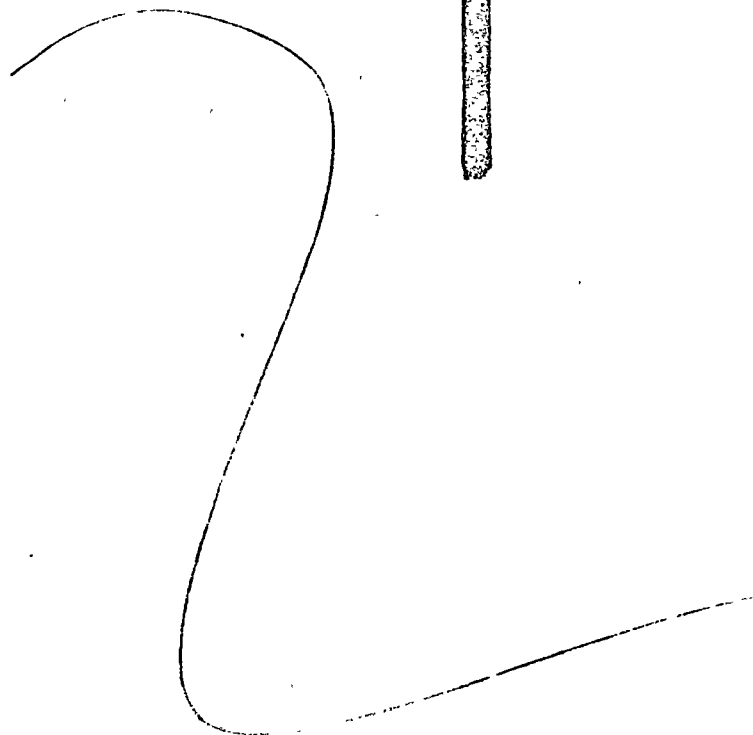
177

Determine:

a) Los productos marginales de los insumos

x_1 y x_2

b) La relación técnica de sustitución.



Solución:

a) La eficiencia marginal del i'simo insumo es
tá dada por:

$$PM_i = \frac{\partial P}{\partial X_i}$$

179

Para el proceso de transformación propuesto las
dos eficiencias marginales son:

$$PM_1 = \frac{\partial P}{\partial X_1} = X_2 - 1.4 X_1$$

$$PM_2 = \frac{\partial P}{\partial X_2} = X_1 - 0.6 X_2$$

180

b) La relación técnica de sustitución está dada
por:

$$RTS_{12} = \frac{dX_1}{dX_2} = \frac{PM_2}{PM_1} = - \frac{X_1 - 0.6 X_2}{X_2 - 1.4 X_1}$$

181

182

183

En el capítulo 6 se vuelven a emplear estos con
ceptos en relación con el problema de optimización.

4.6 Problemas.

FIN 123
176

- 1) Construya una matriz como la de la figura 4.2.5

~~Matriz~~ llenando los elementos con ejemplos de tipos de modelos, que pertenezcan a una clase (diferente de la mostrada - en la figura 4.2.5 ~~matriz~~).

- 2) De ejemplos de Modelos de :

Descripción

Comportamiento

Tiempo

Confiabilidad

Costo

- 3) Suponiendo que existe una sexta clase de modelos (clasificados por funciones) llamada - Modelos de Decisión. Que ejemplos de modelos caerían dentro de esta clase.

- 4) Establezca los pasos mostrados en la figura 4.4.3

~~para~~ para,

a) el proyecto de la instalación de una nueva unidad universitaria.

b) La adición de una nueva -
línea a un sistema de transporte colectivo.

c) La instalación de una fá-
brica.

5) Determine cuales variables son endógenos
y cuales exógenos en una máquina de com-
bustión interna.

6) Establezca un modelo formal (matemático)
del péndulo de la figura 4.6.1

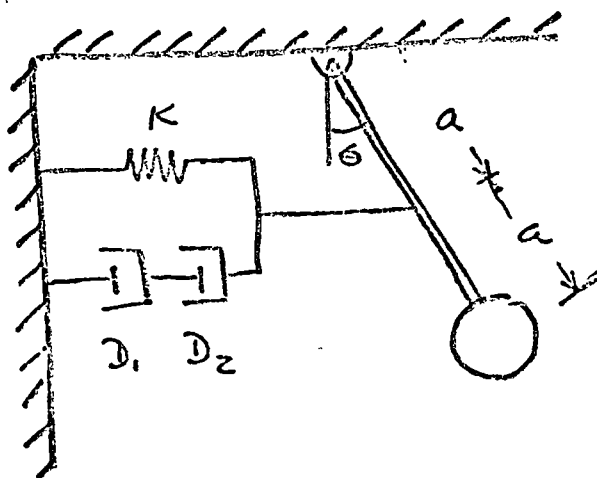


Fig. 4.6.1 Modelo físico para el problema 6

7) La función de producción de una transformación es del tipo Cobb-Douglas y está dada por:

$$P = 2 L^{0.3} K^{0.8}$$

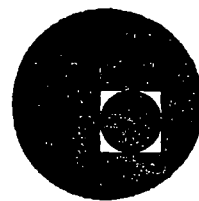
determine las eficiencias marginales de los insumos, la relación técnica de sustitución y el factor de escala del proceso.

4.7 Bibliografía.

- 1.- M.A. Cárdenas, La Ingeniería de Sistemas,
Limusa, México, D.F. 1974
- 2.- M.V. Evans, Macroeconomic Activity
Harper and Row, New York, N.Y. 1969
- 3.- J.M. Henderson y R.E. Quandt Microeconomic
Theory, Mc Graw-Hill, New York, N.Y. 1971
- 4.- G.A. Mihram The modeling process"
IEEE Transactions on Systems, Man
and Cybernetics, Vol SMC-2, No 5, (November 72)
pp 621-629
- 5.- R. Neufville y J.H. Stafford, System Analysis
for Engineers and Managers, Mc Graw-Hill, New York,
N.Y. 1971
- 6.- J.G. Truxal, Introductory System Engineering
Graw Hill, New York, N.Y. 1972.

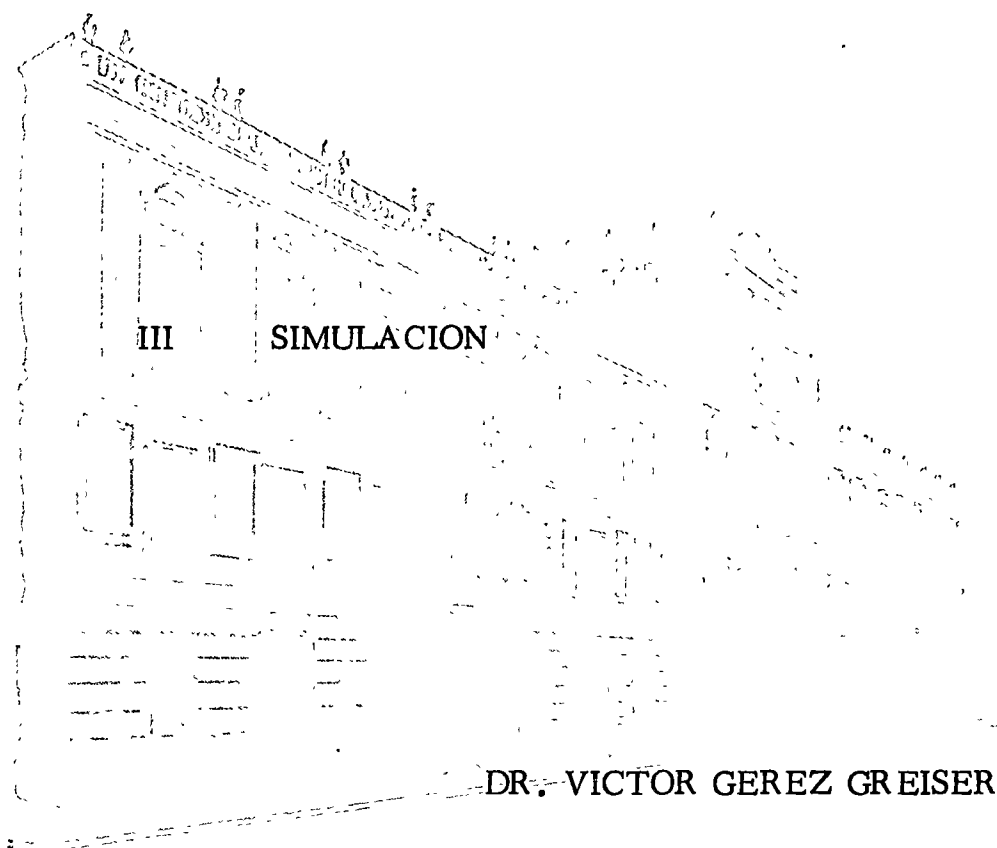


centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



JUEGOS DE SIMULACION APLICADOS A LA PLANEACION

URBANA Y REGIONAL



Junio, 1977.

- 5.- Simulación
- 5.1 Introducción
 - 5.1.1 Modelado y simulación
 - 5.1.2 Metodología de simulación.
- 5.2 Generación de ~~Números~~ Aleatorios
 - 5.2.1 Métodos manuales
 - 5.2.2 Tablas de números aleatorios
 - 5.2.3 Métodos de computación analógica
 - 5.2.4 Métodos de computación digital
 - 5.2.5 Programa de generación de secuencias de números ~~aleatorios~~
- 5.3 Generación de funciones de densidad de probabilidad
 - 5.3.1 Definiciones
 - 5.3.2 Métodos ~~Generales~~ de transformación
 - 5.3.3 Funciones ~~Gaussianas~~
 - 5.3.4 Funciones exponenciales
- 5.4 Método de Montecarlo
 - 5.4.1 Ejemplo de Teoría de espera
 - 5.4.2 Ejemplo de ~~Sistema~~ Dinámico
- 5.5 Lenguajes de simulación
 - 5.5.1 Descripciones
 - 5.5.2 Cuadro comparativo

000000

5.6 Problemas

5.7 Bibliografía

5.1 Introducción 4 000003

5.1.1 Modelado y Simulación 5

En la sección 1.2 se señaló que el enfoque de sistemas permite resolver los diversos pasos relacionados con las diferentes fases temporales de la vida de un sistema, desde los inicios de su gestación hasta su absolescencia, de una manera sistemática siguiendo una secuencia lógica. Entre estos pasos de análisis el de modelado y síntesis de sistemas son de gran importancia.

Durante el paso de Modelado los resultados obtenidos en los pasos anteriores de definición del problema, medición del sistema y análisis de datos se integran para construir un modelo, que representa para los fines del analista, los aspectos relevantes del sistema para la fase en estudio. * Se ha señalado que el modelo de un sistema no ^{único} es inicio, cambia de acuerdo con la fase en que se encuentra el análisis. Los modelos para analizar la construcción de un sistema hidroeléctrico son diferentes a los que se emplean para estudiar su operación.

* El modelo depende del sistema y la fase del análisis

*Los aspectos más importantes del modelado de sistemas se estudiaron en el capítulo anterior. Recuérdese - *utilidad* que la realidad de un modelo para el analista consiste en la capacidad del modelo para representar el funcionamiento del sistema bajo las condiciones las operaciones que se esperán en la realidad. *El modelo tipo réplica de una presa (Fig.4.3.9) se emplea para determinar el valor que tendrían ciertas variables de interés, como los esfuerzos por ejemplo, en el prototipo de una presa, todavía no construído, si se le somete a las condiciones de operación que se espera encuentre el prototipo, como son fuerzas estáticas y dinámicas principalmente de naturaleza sísmica.

*Un modelo formal, como el modelo econométrico, se emplea para producir que va a suceder con determinadas variables económicas, en el futuro y bajo condiciones económicas externas al sistema diferente a las que se han presentado hasta la fecha.

*Estos dos ejemplos, sirven para ilustrar que un modelo se usa fundamentalmente para predecir el futuro, el

00.000
* Modelos - capítulo 4

* El modelo de una presa debe predecir los esfuerzos en el prototipo.

*Un modelo econométrico debe predecir la situación económica.

* Los modelos se emplean para predecir el futuro.

comportamiento de una presa todavía no construida ó el de la economía bajo condiciones que no se han encontrado hasta el momento.

*En cualquiera de estos casos es necesario someter - el modelo a acciones exteriores, es decir hay que variar el valor de las variables exógenas del modelo. Esta simulación de los cambios de las variables exógenas, constituye el tema de este capítulo. *Puede decirse que la simulación es la -- operación del modelo, que se realizó con el fin de obtener -- información sobre el comportamiento del sistema, bajo las -- condiciones exteriores que se espera encuentre el prototipo.

Así por ejemplo el modelo de la presa, debe someterse con ayuda de una ^Smeja vibradora a diferentes aceleraciones. Estas aceleraciones deben producir ^{en} el modelo esfuerzos que deben estar relacionados (con un factor de escala) con los esfuerzos que en el prototipo producen los movimientos sísmicos. El movimiento de la ^{107.250} presa vibradora simula el movimiento sísmico de la presa.

1.1
*El modelo tiene que ser sometido a diferentes - condiciones exteriores (variables exógenas).

*

5.1.2 Metodología de simulación.

*Las acciones exteriores o variables exógenas a que está sometido un sistema, que deben de simularse en la operación del modelo, en general no se conocen como funciones del tiempo. Solamente se conocen ciertas propiedades estadísticas de esas acciones.

Al analizar un sistema de servicio, por ejemplo como la atención de clientes en un banco sección 1.3.8, se desconoce la cantidad exacta de clientes que tienen que atenderse por hora. *Solamente se sabe que esta cantidad es una variable aleatoria con cierta función de densidad de probabilidad caracterizada por su media y variancia. Estos sistemas se conocen con el nombre de estocásticos.

Para estudiar problemas de este tipo es necesario someter al modelo a diferentes acciones, que deben tomar valores aleatorios que deben tener la función de densidad de probabilidad deseadas.

*Solo se conocen las propiedades estadísticas de las variables exógenas o acciones exteriores.

*Las variables exógenas son aleatorias. 15
Solo se conoce su función de densidad de probabilidad. Estos sistemas son estocásticos.

000000

*Probablemente la mayoría de estos estudios de simulación se realizan con ayuda de una computadora digital. Debe programarse para una calculadora de este tipo tanto el modelo como las acciones a las que se va a someter.

*La programación de estas acciones aleatorias es el tema central de este capítulo. Las secciones 5.2, 5.3 y 5.4 cubren los temas de generación de números aleatorios, generación de funciones de densidad y métodos de Monte Carlo. En esta metodología se basa la simulación de sistemas estocásticos.

Además se incluye en este capítulo una sección donde se describen las principales aplicaciones de los lenguajes de simulación más importantes.

*El ejemplo 5.4.1 de atención a clientes en una gasolinera ilustra la aplicación de la metodología de simulación al estudio de un sistema de servicio, específicamente se resuelve el problema de determinación

*Debe programarse el modelo y las acciones en una computadora digital.

17
*¿Cómo generar las v.a. de un sistema estocástico?

18
*Atención de clientes en una gasolinera.

0000

del número de lugares de servicio (bombas). Este número debe ser tal el número de clientes que están insatisfechos con el servicio, es decir que tengan que esperar más de cierto número de minutos para ser atendidos, sea menor de un cierto porcentaje.

Este problema ilustra claramente la naturaleza estocástica de estos problemas. *Tanto el número de clientes que llega a la estación de servicio como el tiempo en que se atiende a un cliente son variables aleatorias. De estas variables se conocen ciertos parámetros estadísticos como la media y variancia por ejemplo y su función de densidad de probabilidad. Las técnicas de simulación analizan estos sistemas sometiendo a su modelo a muchos posibles valores del número de clientes que llegan por hora y posibles tiempos de atención en los sitios de servicio. Esta simulación se repite para diversos números de sitios de servicio. El estudio permite determinar en cada caso el % de personas que hayan tenido que esperar más de lo deseado y en esta información se basa la

*El número de clientes que llegan
y el tiempo de atención por
cliente son v.a.

19

la selección del número de bombas.

En resumen puede decirse que la simulación consiste en operar el modelo de sistema durante un determinado tiempo empleando con frecuencia la computadora digital en forma análoga a como operaría el prototipo.

Esta introducción además ha mostrado la importancia que tiene la probabilidad y estadística en la simulación. *Se recomienda que el lector antes de continuar lea el apéndice B donde se introducen los conceptos de probabilidad y estadística que se requieren para entender el presente capítulo.

*Estudie primero el apéndice B.

5.2 Generación de números aleatorios

Como se mencionó en la sección 5.1, en los procesos de simulación se utilizan frecuentemente números aleatorios. Estos números o valores de variables aleatorias ** con distintas funciones de densidad de probabilidad, representan: entradas, parámetros, variables etc. de los sistemas que se van a simular. En esta sección se estudian las formas de obtener dichas variables aleatorias.

5.2.1 Métodos manuales.

23

*La manera más sencilla, y la primera en que se piensa cuando se trata de generar números aleatorios, es mediante el empleo de algún dispositivo mecánico (por ejemplo, un dado o una moneda).

*Dados

monedas

barajas

**Ver apéndice B, sección B.1.6

000011

*Supóngase que se desea simular el número de kilogramos que llevan en la maleta los pasajeros de un avión. Por experiencias anteriores se conoce que cada pasajero lleva en su maleta un peso entre 1 y 52 Kg. se sabe que es igualmente probable que el peso se encuentre en cualquier valor entre 1 y 52. Es decir que los pesos son una variable aleatoria uniformemente distribuida **entre 1 y 52; o sea que la probabilidad de que el peso sea 15 Kg., por ejemplo, es $1/52$.

*Para proceder a la simulación se puede extraer una carta de un paquete bien barajado y decir que el peso corresponde al valor de dicha carta, de acuerdo con la tabla de equivalencias de la tabla 5.2.1

*Peso de las maletas en el avión:

1 a 52 Kg. uniformemente distribuidos.

*Relacione las barajas con los pesos de las maletas, simulelos extrayendo barajas

Diamantes	Corazones	Espadas	Tréboles
1 - 1	1 - 14	1 - 27	1 - 40
2 - 2	2 - 15	2 - 28	2 - 41
3 - 3	3 - 16	3 - 29	3 - 42
4 - 4	4 - 17	4 - 30	4 - 43
5 - 5	5 - 18	5 - 31	5 - 44
6 - 6	6 - 19	6 - 32	6 - 45
7 - 7	7 - 20	7 - 33	7 - 46
8 - 8	8 - 21	8 - 34	8 - 47
9 - 9	9 - 22	9 - 35	9 - 48
10 - 10	10 - 23	10 - 36	10 - 49
J - 11	J - 24	J - 37	J - 50
Q - 12	Q - 25	Q - 38	Q - 51
K - 13	K - 26	K - 39	K - 52

Tabla 5.2.1 Equivalencia ^a Córta-Números.

26

Otros dispositivos usados comunmente para generar números aleatorios por métodos manuales son: los dados, las monedas y combinaciones de estas, o sea con juntos de dados y de monedas. Existen también dados especiales con 10 caras para generar directamente núme ros decimales.

Los métodos manuales de generación de números aleatorios, tienen la ventaja de ser fácilmente comprendidos en forma intuitiva y generan números aleatorios y secuencias de estos de buena ^{calidad} ~~cantidad~~ ^{*}. Sin embargo, son sumamente lentos y laboriosos y no pueden repetirse secuencias de números en caso de que se necesiten.

** Los métodos mecánicos no permiten obtener dos veces la misma secuencia de números aleatorios*

→ 261

5.2.2 Tablas de números aleatorios. ²⁶¹

Existe un gran número de publicaciones de tablas de números aleatorios, entre ^a ~~los~~ ^a más famosos se cuenta la citada en la referencia ⁵ ~~1~~.

Casi todos los libros de probabilidad cuentan con estas tablas.

* En general, siempre que se utilizan computadoras digitales para la realización de simulaciones, no es conveniente utilizar tablas de números aleatorios

** Las tablas aleatorias son muy grandes*

se requiere para almacenarlos

ya que una gran capacidad de memoria. Los métodos de generación que se presentan más adelante son casi tan rápidos como las tablas y prácticamente no utilizan memoria.

Para ciertas aplicaciones se incluye en la tabla 5.2.2 una serie de números aleatorios. Esta tabla consiste en 250 números, uniformemente distribuidos y con 3 cifras significativas.

* El utilizar tablas de números aleatorios permite repetir una secuencia aleatoria tantas veces como sea necesario.

* Estos métodos son, en esencia, similares a los métodos manuales. Por lo tanto, tienen como estos la desventaja de que no se pueden reproducir secuencias cuando es necesario.

* El uso de tablas permite
repetir secuencias

5.2.3 Métodos de computación analógica

* No se pueden repetir
secuencias

00001

TABLA DE NUMEROS ALEATORIOS

0.354	0.761	0.008	0.892	0.317	0.420	0.751	0.342	0.926	0.490
0.417	0.926	0.534	0.012	0.809	0.389	0.063	0.243	0.120	0.408
0.742	0.820	0.166	0.177	0.069	0.297	0.394	0.488	0.480	0.603
0.277	0.911	0.177	0.783	0.274	0.817	0.571	0.280	0.050	0.083
0.330	0.616	0.652	0.765	0.555	0.065	0.342	0.422	0.747	0.314
0.241	0.566	0.294	0.645	0.395	0.379	0.911	0.406	0.420	0.973
0.125	0.870	0.966	0.457	0.113	0.639	0.472	0.477	0.463	0.899
0.426	0.232	0.202	0.678	0.230	0.696	0.232	0.257	0.386	0.373
0.683	0.507	0.652	0.998	0.034	0.757	0.520	0.504	0.79	0.234
0.331	0.932	0.418	0.744	0.145	0.234	0.694	0.515	0.467	0.555
0.176	0.602	0.836	0.175	0.461	0.258	0.308	0.235	0.019	0.991
0.827	0.290	0.933	0.875	0.583	0.987	0.551	0.761	0.470	0.377
0.144	0.729	0.930	0.955	0.924	0.995	0.524	0.051	0.427	0.006
0.854	0.081	0.056	0.134	0.525	0.009	0.846	0.710	0.210	0.568
0.813	0.641	0.015	0.952	0.104	0.983	0.744	0.199	0.042	0.156
0.897	0.951	0.546	0.454	0.691	0.098	0.848	0.590	0.663	0.614
0.425	0.822	0.966	0.002	0.998	0.114	0.789	0.871	0.653	0.368
0.942	0.636	0.850	0.508	0.035	0.698	0.981	0.612	0.346	0.259
0.700	0.796	0.935	0.628	0.849	0.811	0.280	0.955	0.927	0.649
0.235	0.352	0.057	0.492	0.895	0.763	0.838	0.492	0.544	0.264
0.878	0.746	0.708	0.210	0.590	0.771	0.965	0.254	0.172	0.465
0.113	0.328	0.102	0.337	0.970	0.595	0.328	0.230	0.069	0.742
0.319	0.399	0.292	0.245	0.582	0.065	0.502	0.889	0.744	0.995
0.089	0.390	0.358	0.744	0.426	0.968	0.612	0.438	0.147	0.561
0.750	0.863	0.301	0.686	0.605	0.691	0.405	0.149	0.816	0.378

Tabla B.2.2 Tabla de Números Aleatorios

* Uno de los métodos utilizados para generar números con una computadora analógica, consiste en integrar un ruido (como la estática del radio) durante un cierto período de tiempo y considerar el valor de la integral como número aleatorio.

Las tablas mencionadas en la referencia ⁵ fueron generadas utilizando métodos de computación analógica.

* Estos métodos son los más comúnmente utilizados en la simulación. En particular se verán aquellos métodos de computación digital en ⁰ las que las secuencias de números se generan mediante relaciones de recurrencia.

* Una relación de recurrencia es aquella que permite obtener cualquier número de una sucesión a partir del número anterior.

0000:0
* Integrar ruido ²⁸
durante un cierto
período. ³⁵

5.2.4 Métodos de computación digital. ³⁷

* Los más utilizados ³⁸
en problemas de
simulación

* Relación de Recurrencia ³⁹

Sea la sucesión

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

40 (5.2.1)

Para la sucesión anterior las relaciones de recurrencia son de la forma

$$x_i = F(x_{i-1})$$

41 (5.2.2)

Estos números también pueden ser generados de manera similar a la utilizada para generar números aleatorios en la computadora analógica y tienen, cuando se generan de esta manera, las mismas ventajas y desventajas.

Como se dijo, los métodos más comunes para generar números aleatorios en una computadora digital son métodos recurrentes, entre estos, los más conocidos y *exitosos son los métodos congruenciales, que son los que se estudian a continuación.

*Métodos Congruenciales.

42 34

6.2.2.2
METODO CONGRUENCIAL LINEAL PARA

LA GENERACION DE NUMEROS

ALEATORIOS

43

* Primeramente se eligen cuatro números o parámetros de la función de recurrencia congruencial:

* *Elige 4 parámetros. 44*

x_0 Valor inicial $x_0 \geq 0$

a el multiplicador $a \geq 0$

c el incremento $c \geq 0$

m el módulo $m > x_0$

$m > a$

$m > 0$

* En función de estos parámetros la ecuación de recurrencia (5.2.2) puede escribirse:

* *Ecuación de recurrencia 45*

$$x_{n+1} = (ax_n + c) \bmod m \quad (5.2.2)$$

esta ecuación representa el algoritmo para generación congruencial lineal de números aleatorios.

En lenguaje ordinario la ecuación 5.2.3 significa que el ~~enésimo~~ número de la sucesión (x_{n+1}) es igual al residuo que queda al dividir $(ax_n + c)$ entre m .

*Es necesario mencionar que en la ecuación (5.2.3) tanto el multiplicador (a) , el incremento (c) , el valor inicial (x_0) , el módulo (m) y todos los valores de la sucesión (x_i) son números enteros.

En problemas de simulación, los números aleatorios más utilizados son los uniformemente distribuidos entre 0 y 1. *El algoritmo descrito por la ecuación (5.2.3) produce números x_n enteros entre 0 y un número entero m que en general es el máximo que se puede expresar con el número de cifras significativas que se están utilizando

*Todos los números en la ecuación (5.2.3) son enteros

*(5.2.3) produce números aleatorios entre 0 y m .

000020

para los cálculos, así por ejemplo si se emplea el sistema decimal con tres cifras significativas, el máximo número entero que puede expresarse con ellos es 999. *Si se establece la igualdad

*Para obtener n.a. entre 0 y 1

use:

$$r_n = \frac{x_n}{m}$$

(5.2.4)

48

*Los valores r_n estarán uniformemente distribuidos entre 0 y 1 que, como se dijo, es la distribución más frecuentemente usada en problemas de simulación.

Para aclarar más el funcionamiento del algoritmo de la ecuación 5.2.3 considérese el siguiente ejemplo

*Si de manera arbitraria se elige

genere los números aleatorios $x_0, x_1, \dots, x_n$ empleando la relación 5.2.3

*El primer número de la secuencia (x_0) es por lo tanto 3. *Para obtener x_1 se utiliza la ecuación (5.2.3)

000
*Valores r_n está uniformemente distribuidos entre 0 y 1

Ejemplo 5.2.1

*Genere n.a. si:

$$x_0 = 3$$

$$a = 7$$

$$c = 5$$

$$m = 10$$

Solución:

*Empleando 5.2.3

$$x_1 = (a x_0 + c) \bmod m$$

$$x_1 = (7 \times 3 + 5) \bmod 10$$

$$x_1 = (21 + 5) \bmod 10$$

$$x_1 = (26) \bmod 10$$

$$x_1 = 6$$

De manera semejante se obtiene:

$$x_2 = (a x_0 + c) \bmod m$$

$$x_2 = (7 \times 6 + 5) \bmod 10$$

$$x_2 = (42 + 5) \bmod 10$$

$$x_2 = (47) \bmod 10$$

$$x_2 = 7$$

Procediendo de forma similar en los sucesivos pasos se obtienen todos los elementos de la sucesión, estos se muestran en la tabla 5.2.3

000023

x_0		3	} un ciclo
x_1		6	
x_2		7	
x_3		4	
x_4		3	} un ciclo
x_5		6	
x_6		7	
x_7		4	
x_8		3	} un ciclo
x_9		6	
x_{10}		7	

Tabla 5.2.3

Ejemplo. de sucesión de números aleatorios.

En la tabla 5.2.3 se observa que los números se repiten cíclicamente, en este caso el período de repetición es 4 y que los números que se repiten son 3, 6, 7, 4.

* Se puede demostrar que es una característica de los métodos congruenciales lineales que siempre producen secuencias cíclicas.

* Cuanto mayor sea la longitud del período, mayor será la utilidad del método ya que se tendrá una mayor cantidad de números aleatorios antes de que ocurran las repeticiones. * La longitud del período depende de los valores iniciales de los parámetros " x_0 ", "a", "c", y "m". A continuación se dan una serie de principios útiles en la elección los parámetros para lograr las máximas longitudes del período.

* Para elegir el módulo (m) es conveniente utilizar la expresión.

$$m = p^e$$

57
* Los métodos congruenciales lineales producen secuencias cíclicas

58
* Son preferibles períodos largos

* La longitud del período depende de x_0, a, c y m

* Para elección de "m"

ionde:

p : es el número de símbolos diferentes empleado en el sistema de numeración que emplea la computadora en la que se está programando el método. - Así por ejemplo en las computadoras binarias p es igual a 2, en las computadoras decimales p vale 10 y si se empleara un sistema hexadecimal p sería igual a 16.

e : es el número de dígitos por palabra en la computadora. Tamaños usuales de e son 8, 10, 12 y - 16 dígitos por palabra. Existen computadoras - con longitud variable de palabra, en estos ca-- sos el valor de e queda a juicio del programa-- dor.

* Usualmente se elige $C = 0$, es decir, se hace -

que el incremento sea nulo; con esto la ecuación 5.2.3

queda

* Se suele emplear $C = 0$ 61

$$x_{n+1} = (a x_n) \bmod m$$

5.2.6

Se ha observado que al hacer $c = 0$ no se deteriora apreciablemente el método congruencial lineal de generación de secuencias de números aleatorios. Las secuencias siguen siendo de buena calidad y la velocidad de computación se acelera notablemente al reducirse el número de operaciones de cada iteración.

* Puede demostrarse (ref. ³ y ⁴) que en el caso de que se estén utilizando computadoras binarias, los mejores resultados se obtienen cuando se elige el multiplicador "a" de acuerdo con la fórmula de la ecuación (5.2.7)

$$a = 8t + 3$$

(5.2.7)

* donde t es cualquier número entero positivo.

* Con computadores binarios seleccione "a" como sigue:

* t numero entero y positivo

000000

63

64

Sin embargo es conveniente que "a" sea de un orden de magnitud comparable con m_a . * En particular

→ En caso de que se utilicen computadoras decimales es conveniente que el multiplicador "a" se elija de acuerdo con la ecuación 5.2.8

$$a = 200 t + k$$

(5.2.8)

* Si la computadora es decimal elija "a" como sigue:

donde :

t es cualquier número entero positivo y k es cualquiera de los siguientes números 3, 11, 13, 19, 21, 27, 29, 37, 53, 59, 61, 67, 69, 77, 83, 91.

Se refiere al lector interesado a las referencias ³ y ⁴ para mayor ahondamiento sobre estos temas.

66 73

6.6.62.

* Para la elección del valor inicial x_0 puede tomarse cualquier número entero impar. En el caso de las computadoras decimales este valor inicial debe ser, además de impar, no divisible entre 5.

* x_0 debe ser número impar

* Si se siguen cuidadosamente los recomendaciones ~~métodos~~ anteriores para la elección de los parámetros del método congruencial lineal de generación de números aleatorios, este método produce secuencias de números con las siguientes características:

* Características de los números generados por congruencia lineal.
64

a) Uniformemente distribuidas

110

b) Estadísticamente independientes

c) Reproducibles

d) Generadas con gran velocidad

Generadas por
e) Poco requerimiento de memoria.

//

5.2.5 Programa de generación de secuencias de números aleatorios

El método de generación de secuencias de números aleatorios descrito en la sección anterior se utilizó para elaborar un programa de computadora cuyo listado aparece en el apéndice A 8. Un diagrama de bloque de este programa se muestra en la figura 5.2.1

emplear *cuyo diagrama*

Para ~~usar~~ el programa del apéndice A8 ~~(que co-~~
~~responde a la fig. 5.2.1)~~, solo es necesario propor-
 cionar los valores de N , A y X_0 según el formato, co-
 rrespondiente y tener presente el número de cifras
 significativas que puede soportar la computadora que
 se este utilizando, ~~para variar el módulo m.~~ Los re-
 sultados obtenidos al emplear dicho programa se mues-
 tran ~~a continuación~~ *en la tabla 5.2.4*

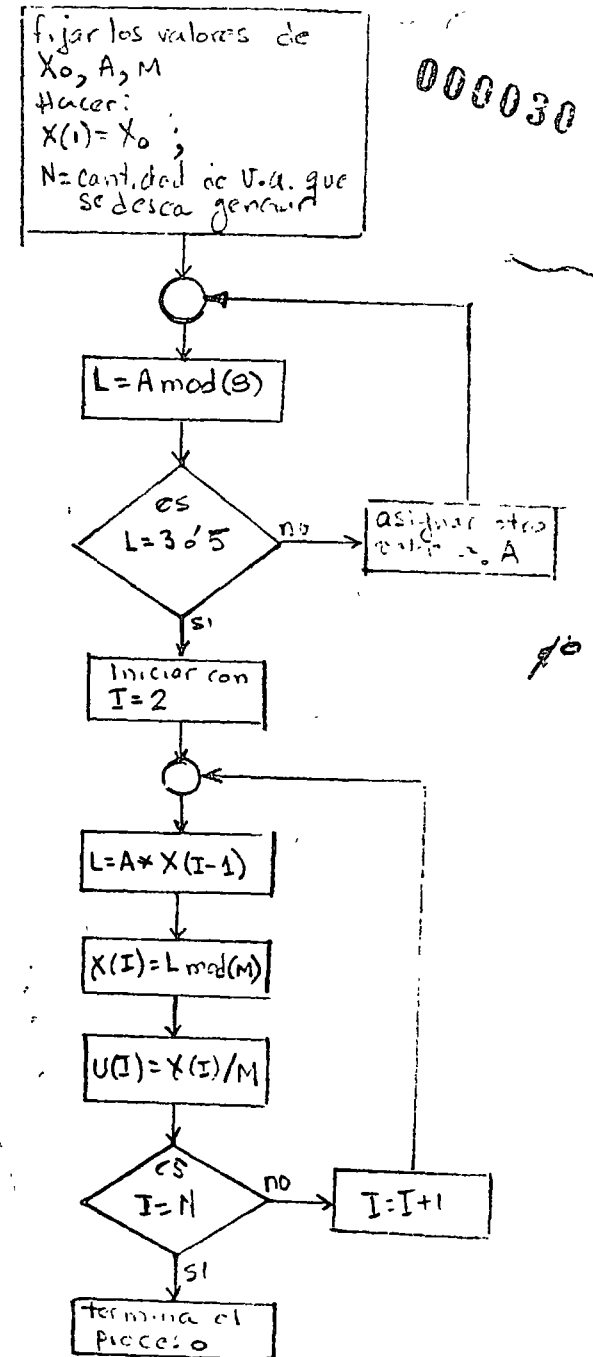


Fig. 5.21 Diagrama de bloque de un programa para
 generar secuencias de no.eros aleatorios

GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS POR EL MÉTODO

CONGRUENCIAL LINEAL, USANDO COMO PARÁMETROS

$X_0 =$ 13

$A =$ 251

TABLA DE NÚMEROS ALEATORIOS

X

R

32581 0.497147

51357 0.783798

48061 0.733353

4687 0.071518

62325 0.951004

46007 0.702011

13421 0.204788

26335 0.401840

56485 0.861893

21959 0.335068

6685 0.102005

39535 0.603256

27349 0.417313

48855 0.745468

7373 0.112503

15615 0.238266

000031

74

Tabla 5.2.4

Resultados del Programa

5.3 Generación de funciones de densidad de probabilidad.

En la sección anterior se vió la manera de generar secuencias de números aleatorios. Cada uno de estos números representa un valor de una variable aleatoria uniformemente distribuida entre 0 y 1. Como en los problemas de simulación frecuentemente se presenta la necesidad de trabajar con variables aleatorias de función de densidad de probabilidad diferente de la uniforme, se verá en esta sección la manera de obtener dichas variables. ^{reuerdan} Primeramente se ^{**} ~~se~~ ^{estudian} algunos conceptos y definiciones importantes, a continuación se establece un método general para obtener variables aleatorias a partir de su función acumulativa de distribución y por último se ^{estudian} algunos métodos especiales para la generación de variables aleatorias con función de densidad de probabilidad frecuentemente utilizada como la normal y la exponencial.

*** Los conceptos que se emplean en esta sección se estudian con mayor detalle en el apéndice.*

000000

5.3.1 Definiciones.

Considérese que existe un espacio de eventos o posibles valores de la variable aleatoria. ^{***} Por ejemplo en el caso en el que la variable aleatoria puede tomar valores entre 0 y 1, el espacio de eventos en el conjunto de números reales tales que

$$0 \leq x \leq 1$$

(5.3.1)

* En el caso en el que la variable aleatoria es el resultado obtenido al tirar un dado, el espacio de eventos es el conjunto de números enteros:

* En los casos en que los eventos no sean numéricos siempre es posible efectuar un mapeo, o correspondencia uno a uno entre los eventos y un cierto conjunto de números reales que representarán la variable aleatoria.

*** Véase apéndice B, sección B.1.6

* Espacio de eventos para una v.a. con valores de 0 a 1

* Espacio de eventos al tirar un dado: 1, 2, 3, 4, 5 y 6

* Mapeo entre eventos y los números reales que representan a la v.a.

*Por ejemplo si los eventos son la falla en un elemento de circuito o el funcionamiento correcto del mismo se puede establecer la relación dada en la tabla 5.3.1.



Volviendo al ejemplo del dado, una vez que se ha establecido una variable aleatoria es necesario asignar un valor de probabilidad a cada valor de la variable aleatoria o sea a cada evento

**La probabilidad o medida de probabilidad $p(x)$ tiene las propiedades que se estudian en la sección B.1.4

**Ver apéndice B, en particular secciones B.1.2 y B.1.6

*Eventos: Falla o funcionamiento de un circuito

Caso	Valor de la variable aleatoria
El elemento funciona	+ 1
El elemento no funciona	- 1

Tabla 5.3.1 Mapeo entre eventos y variable aleatoria

Una vez conocidos los conceptos de medida de probabilidad $p(x)$ y variable aleatoria X se puede proceder a definir la función acumulada de distribución de probabilidad ó función de distribución acumulada (f.d.a.)

* Recuérdese que una función $F(t)$ **es una función acumulada de densidad de probabilidad si:

** $F(t)$ función acumulada de densidad de probabilidad.*

$$p(x_i \leq t) = F(t) \quad (B.2.3)$$

Expresada en palabras la ecuación 5.3.3 quiere decir el valor de la función acumulada de densidad de probabilidad F en un cierto punto t es igual a la probabilidad de que la variable aleatoria X tome un valor menor que t .

**Ver apéndice B, secciones B.2.1 y B.2.2

Las figuras 5.3.1 y 5.3.2 muestran ejemplos de funciones acumuladas de densidad de probabilidad para el caso de variables discretas y continuas respectivamente.

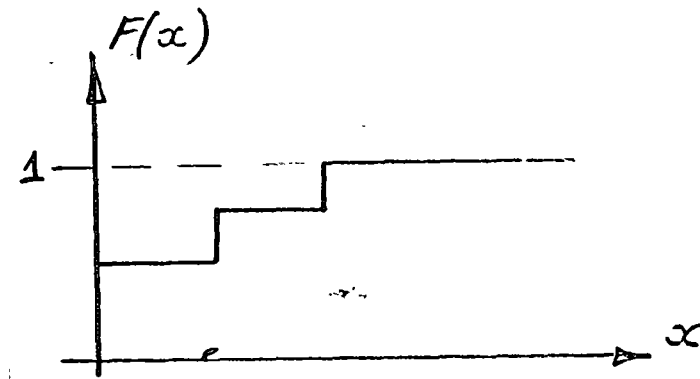


Fig. 5.3.1 Ejemplo de función acumulada de densidad de probabilidad para el caso discreto.

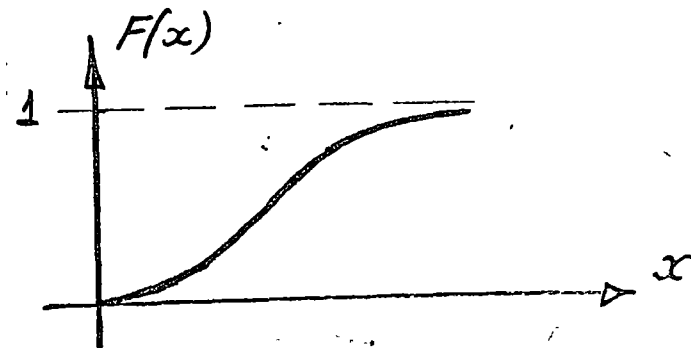


Fig. 5.3.2 Ejemplo de función acumulada de densidad de probabilidad para el caso continuo.

0.10.

*La función de densidad de probabilidad f.d.p $f(x)$ se puede definir para distribuciones continuas como la derivada de la función acumulativa de densidad de probabilidad $F(x)$:**

o alternativamente:

en donde $\bar{U}$ es una variable muda que representa a la variable aleatoria en el proceso de integración.

*En la sección 5.2 se vieron métodos para generar variables aleatorias uniformemente distribuidas entre 0 y 1. En lo que resta de este capítulo a dichas variables aleatorias se les representará por R y sus valores con r

*Función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) \quad (5.3.2)$$

$$F(t) = \int_{-\infty}^t F(\bar{U}) d\bar{U} \quad (B.2.8)$$

5,
86

5.3.2 Métodos generales de transformación.

*v.a. uniformemente distribuidas $\rightarrow R$ de valor r

87
56
R
88

**Para definiciones alternativas vea ecuaciones (B.2.1) y (B.2.6)

La figura 5.3.3 muestra la función de densidad de probabilidad de una variable uniformemente distribuida R .

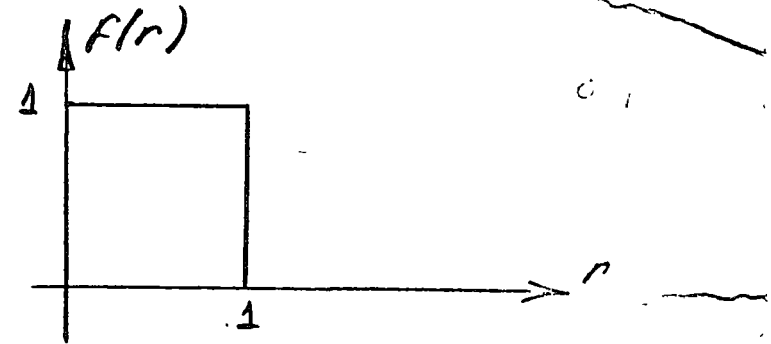


Fig. 5.3.3 Función de distribución de probabilidad uniformemente distribuida.

La función acumulativa de densidad de probabilidad correspondiente se muestra en la figura 5.3.4

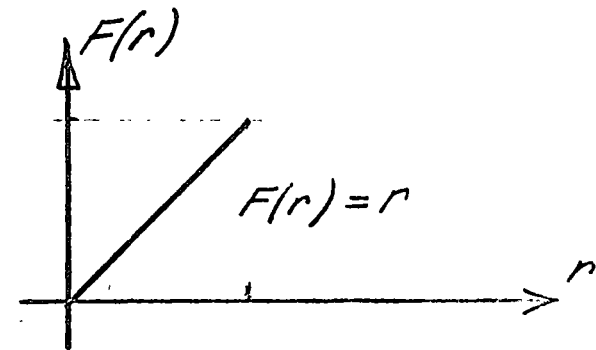


Fig. 5.3.4 Función acumulativa de densidad de probabilidad para variables uniformemente distribuidas.

000039

A continuación se verá un método para encontrar valores x , de variables aleatorias X , con cualquier función acumulativa de densidad probabilidad $F(x)$, a partir de variables aleatorias R con valores uniformemente distribuidos r .

Este problema se presenta frecuentemente cuando se desea simular la operación de un sistema. Asi por ejemplo se sabe que el tiempo de atención t a clientes en una estación de servicio tiene una determinada función acumulativa de densidad de probabilidad $F(t)$. y para simular la operación del sistema es necesario encontrar diversos valores t de la variable aleatoria T , como se ilustra en el ejemplo 5.4.1

*En la figura 5.3.4 se aprecia que para variables aleatorias uniformemente distribuidas:

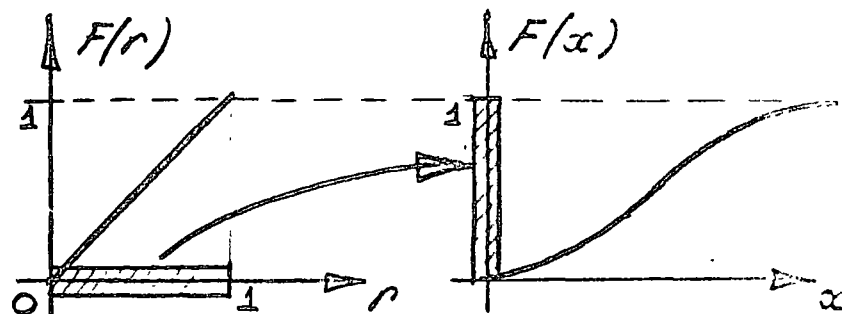
*El método general de transformación de funciones de densidad de probabilidad se basa en el hecho de que tanto r como $F(x)$ (para cualquier variable aleatoria x) varían entre 0 y 1 por lo que se puede establecer una igualdad entre ambas cantidades.

De la ecuación (5.3.4) pueden obtenerse los valores de x correspondientes a r .

Utilizando la ecuación (B.2.8) puede expresarse (5.3.4) como

*Para v.a. con distribución uniforme

$$F(r) = r \quad (5.3.3)$$



$$r = F(x) \quad (5.3.4)$$

$$r = F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du \quad (5.3.5)$$

Las ecuaciones (5.3.4) ó (5.3.5) proporcionan un método para obtener valores ^{de} x variables aleatorias X con cualquier función acumulativa de densidad de probabilidad a partir de variables aleatorias uniformemente distribuidas r ; siempre y cuando se conozca la función acumulativa de densidad de probabilidad de X .

Como la ecuación (5.3.4) puede ser difícil de resolver analíticamente se presenta un método gráfico de solución en la figura 5.3.5. En esta figura muestra además la curva de la función de densidad de probabilidad $f(x)$, que es simplemente la derivada de la función acumulada de densidad de probabilidad $F(x)$.

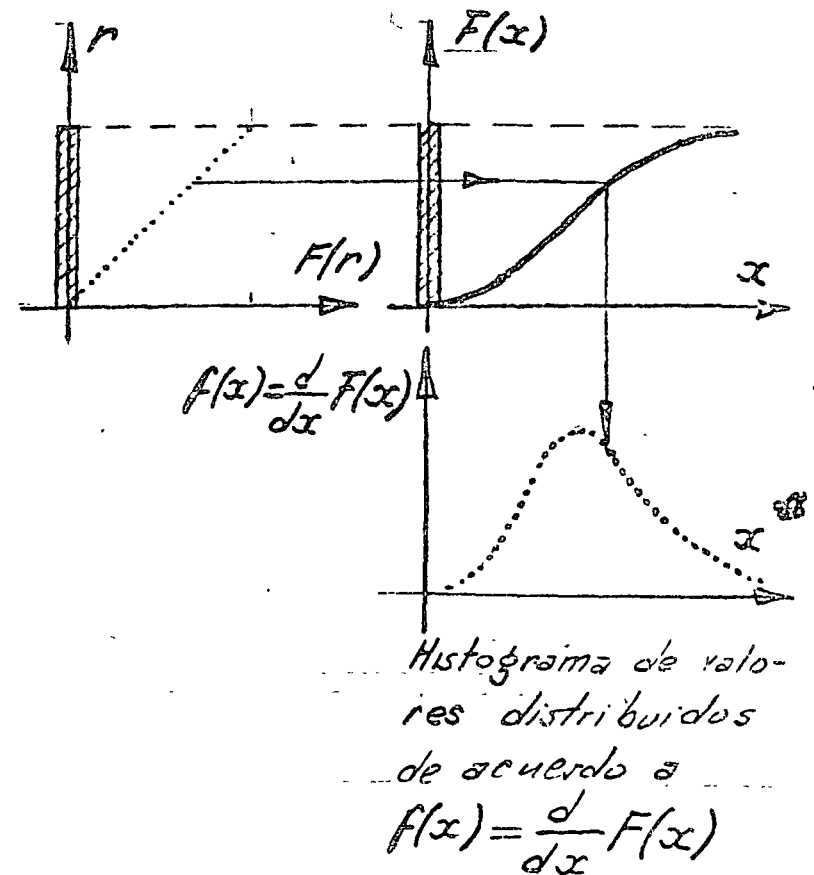
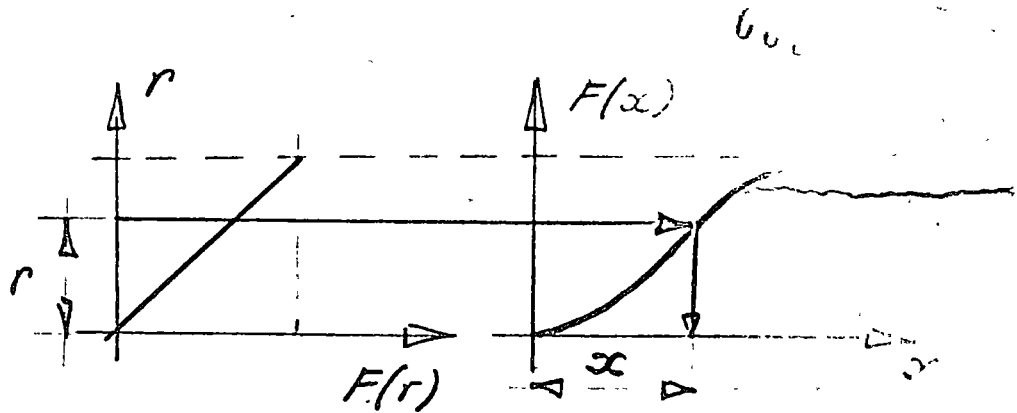


Fig. 5.3.5 Representación gráfica del método de transformación.

*Este método gráfico de solución consiste en proyectar, mediante la curva acumulada de densidad de probabilidad, valores generados (por los procedimientos descritos en 5.2) de la variable r sobre el eje de los x .

El método gráfico de transformación se implementó en un programa de computadora (apéndice A9) cuyo diagrama de bloques aparece en la figura 5.3.6.

Al programa se le suministró como ejemplo la función acumulativa de distribución de probabilidad de una distribución gaussiana normalizada y se obtuvieron los resultados que aparecen en la tabla 5.3.2



95 101

000043

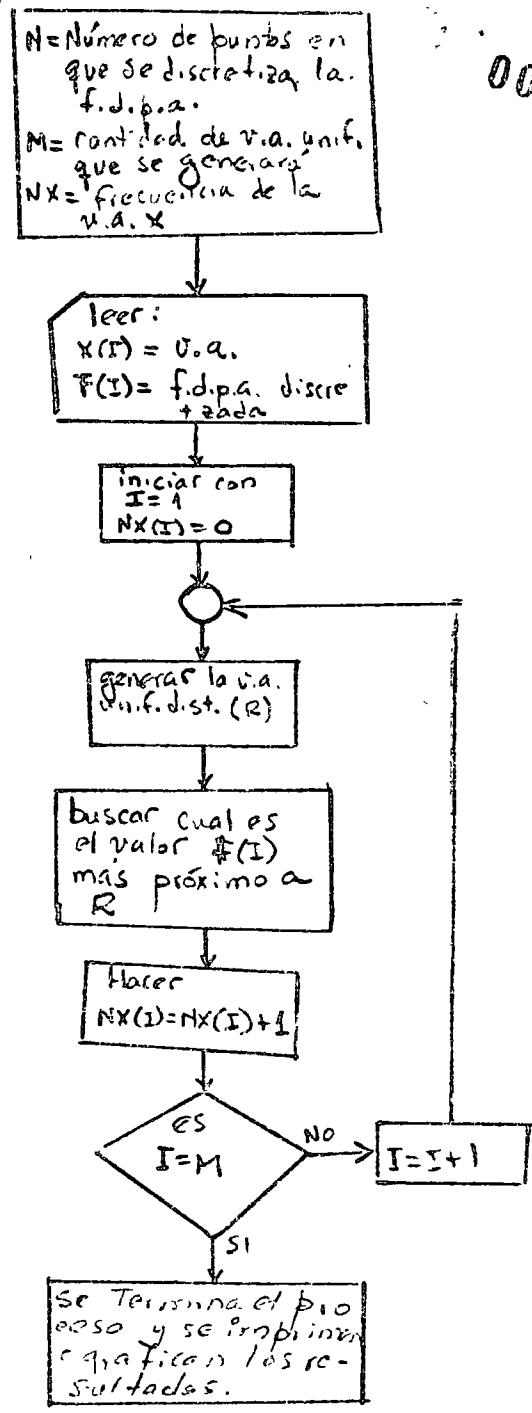


Fig. 5.3.6 Diagrama de bloques para el método general de la transformación gráficamente

000044

LOS RESULTADOS OBTENIDOS SON:

VARIABLE ALEATORIA(X) FRECUENCIA

-3.80000000E+00

0

-3.60000000E+00

0

-3.40000000E+00

0

-3.20000000E+00

0

-3.00000000E+00

1

-2.80000000E+00

1

-2.60000000E+00

1

-2.40000000E+00

1

-2.20000000E+00

2

-2.00000000E+00

8

-1.80000000E+00

14

-1.60000000E+00

12

-1.40000000E+00

23

-1.20000000E+00

20

-1.00000000E+00

16

-8.00000000E-01

37

-6.00000000E-01

31

-4.00000000E-01

32

-2.00000000E-01

40

0.

40

2.00000000E-01

37

4.00000000E-01

33

6.00000000E-01

29

8.00000000E-01

24

1.00000000E+00

25

1.20000000E+00

23

1.40000000E+00

10

1.60000000E+00

16

1.80000000E+00

12

2.00000000E+00

5

2.20000000E+00

7

2.40000000E+00

0

2.60000000E+00

0

2.80000000E+00

0

3.00000000E+00

0

3.20000000E+00

0

3.40000000E+00

0

3.60000000E+00

0

3.80000000E+00

0

Tabla 5.3.2 Resultados del programa A9

000045

* El método gráfico del programa tiene la ventaja adicional de poder utilizar funciones $f(x)$ empírica, es decir, funciones de las cuales solo se conoce su valor en algunos puntos por haberse medido directamente en el sistema en estudio, mediante su frecuencia relativa de ocurrencia

* El método gráfico permite emplear f.d.p. empíricas.

96

** (vea fig. 5.3.10)

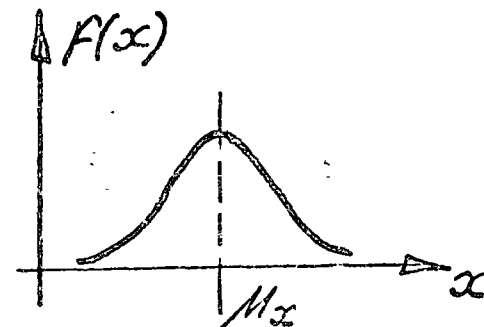
Para usar el programa descrito en la fig. 5.3.6 solo es necesario proporcionar la función, acumulada de densidad de probabilidad discretizada con sus correspondientes abscisas.

97

La forma de distribución de probabilidad más abundante en la naturaleza es la distribución Gaussiana o campana de Gauss (fig. 5.3.7)

5.3.3 Funciones Gaussianas.

98



99

Fig. 5.3.7 Distribución Gaussiana.

La razón por la cual la función redacción de densidad de probabilidad gaussiana (también llamada normal en ciertas circunstancias) es tan frecuente en la naturaleza y por lo tanto en problemas de simulación es la siguiente: Por el teorema central de límite (ref 1), la suma de N valores de variables aleatorias (con cualquier función

de distribución de probabilidad) tiene distribución gaussiana, cuando N tiende a infinito.

Antes de proceder a la descripción matemática de la distribución Gaussiana es necesario ^{recordar} establecer los conceptos de media y variancia.

* La ecuación ^{B.2.13} ~~5.3.9~~ define la media μ_x de una variable aleatoria X

Intuitivamente puede considerarse la media como la posición del ^{eje} centro de equilibrio del área bajo $f(x)$, (f.d.p.)

* La suma de N v.a. con cualquier f.d.p. tiene una distribución de Gauss si $N \rightarrow \infty$

* Media μ_x de una v.a. X

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (B.2.13)$$

* La variancia σ_x^2 es una medida de la dispersión del área bajo $f(x)$ alrededor de μ_x y está definida formalmente en la ecuación ~~5.3.10~~ (B. 2.14):

44

* Variancia σ_x^2 de la v. a. $000,47$

X

$$\sigma_x^2 = E(x - \mu_x)^2 \quad (B. 2.14)$$

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 f(x) dx \quad (5.3.6) \quad 102$$

* A la raíz cuadrada de la variancia se le conoce como desviación estándar (ecuación 5.3.7)

* Desviación estándar

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} \quad (5.3.7) \quad 103$$

Una vez conocido el concepto de media y el de variancia se puede proceder a definir la función Gaussiana de densidad de probabilidad que es una función de estos dos parámetros y se encuentra expresada en la ecuación (B.2.28)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu_x)^2}{\sigma_x^2}\right\} \quad (B.2.28) \quad 104$$

En el caso particular en el que $\mu_x = 0$ y $\sigma_x = 1$ la distribución gaussiana se llama también normal y está descrita en la ecuación (5.3.8)

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} z^2 \right\} \quad (5.3.8) \quad 105$$

Como se dijo anteriormente el teorema central de límite establece que la suma de varias variables aleatorias tiende a tener una distribución gaussiana. *Sea R una variable aleatoria con f.d.p uniforme y X una variable aleatoria relacionada con la anterior mediante la expresión:**

* R_i v.a. con f.d.p

uniforme

$$X = \sum_{i=1}^K R_i$$

106

es decir la variable aleatoria X es igual a la suma de variables aleatorias R_i . *Aplicando el teorema central de límite a la suma de K variables aleatorias uniformemente distribuidas entre 0 y 1 se obtiene (ref 4) la siguiente relación entre los valores x de la v.a. X y los valores r_i de las v.a. R_i .

*Relación entre valores x de X
y r_i de R_i

$$x = \sigma_x \left(\frac{12}{K} \right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^K r_i - \frac{K}{2} \right) + \mu_x \quad (5.3.9) \quad 107$$

donde:

x es el valor de una v.a. X con distribución gaussiana

** Ver sección B.1.6

46
060019

σ_x es la desviación standard que se desea tenga la v.a. X

μ_x es la medida que se desea que tenga X.

K es el número de v.a. R_i que se suman

r_i es el valor de una variable aleatoria R_i uniformemente distribuida.

*Al elegir el valor de K se debe tomar en cuenta que al aumentar K se incrementa la precisión con la que x tiende a la distribución normal pero se incrementa también el tiempo de computación para el cálculo de x. Un valor usualmente utilizado de K es 12.

*La ecuación 5.3.9 provee un medio alternativo (además del método general de transformación de la sección 5.3.2) para generar variables aleatorias con función de densidad de probabilidad gaussiana.

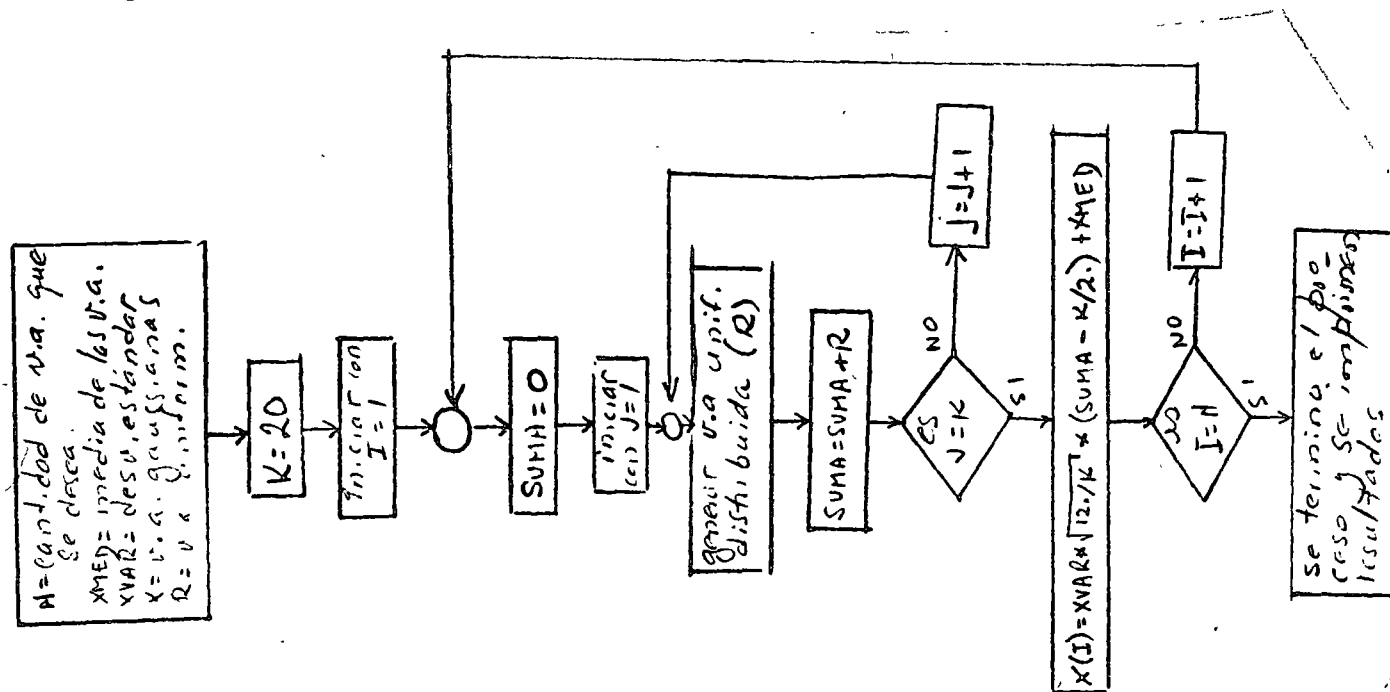
Este método de generación se programó para su aplicación en una computadora digital. El listado del programa aparece en el apéndice A10 y un diagrama de

*Elijase el número de sumandos (K) como una solución de compromiso entre precisión y velocidad

$$*x = \sigma_x \left(\frac{12}{K} \right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^K r_i - \frac{K}{2} \right) + \mu_x$$

genera v.a. de distribución gaussiana. 109

bloque del mismo en la fig. 5.3.8



110

HOJA

Fig. 5.3.8 Diagrama de bloque para la obtención de variables Gaussianas.

Para el uso del programa solo es necesario proporcionar la cantidad de v.a. deseada (N), su media (XMED), desviación estándar (XVAR) y la semilla (V)

48
49

TABLA DE V.A. GAUSSIANAS CON
 MEDIA= 0.
 DESVIACION ESTANDAR= 1.00000E+00

000051

118

-3.37620033E-01
-7.61727419E-01
-1.47423331E+00
9.39735475E-01
6.08083401E-01
-7.40083492E-01
9.05259361E-01
-1.90023117E-01
-3.33704179E-01
9.98362092E-01
-2.99202100E-01
-1.79444164E+00
-1.46794127E+00
9.77216960E-01
-2.73921364E-01
-1.49158783E+00
-1.93079801E+00
1.71760558E-02
8.65991167E-01
-1.47475105E+00
-2.63006436E-01

La semilla V s el valor inicial X_0 del generador de variables aleatorias uniformemente distribuidas que utiliza como subrutina el programa A 10.

Este programa auxiliar puede ser el generador del apéndice A 8.

Los resultados del programa A 10 aparecen en la tabla 5.3.3.

Tabla 5.3.3. Resultados del programa A10

Las ecuaciones (5.3.10) y (5.3.11) :

$$x_1 = (-2 \log_e r_1)^{1/2} \cos 2\pi r_2 \quad (5.3.10)$$

$$x_2 = (-2 \log_e r_1)^{1/2} \sin 2\pi r_2 \quad (5.3.11)$$

donde:

r_1, r_2 son variables aleatorias uniformemente distribuidas

x_1, x_2 son variables aleatorias con distribución Gaussiana normal.

proveen otro método alternativo para generar variables aleatorias (x_1, x_2) con una función de densidad de probabilidad normal. Cuando la computadora de que se dispone tiene algoritmos eficientes para la evaluación de las funciones log, sen, cos el método de las ecuaciones 5.3.10 y 5.3.11 es sumamente rápido y eficiente.

Este algoritmo también se programó (apéndice A 11) y el diagrama correspondiente se encuentra en la fig. 5.3.9. Los resultados de aplicar este programa aparecen en la tabla 5.3.4

112

113

114

000053

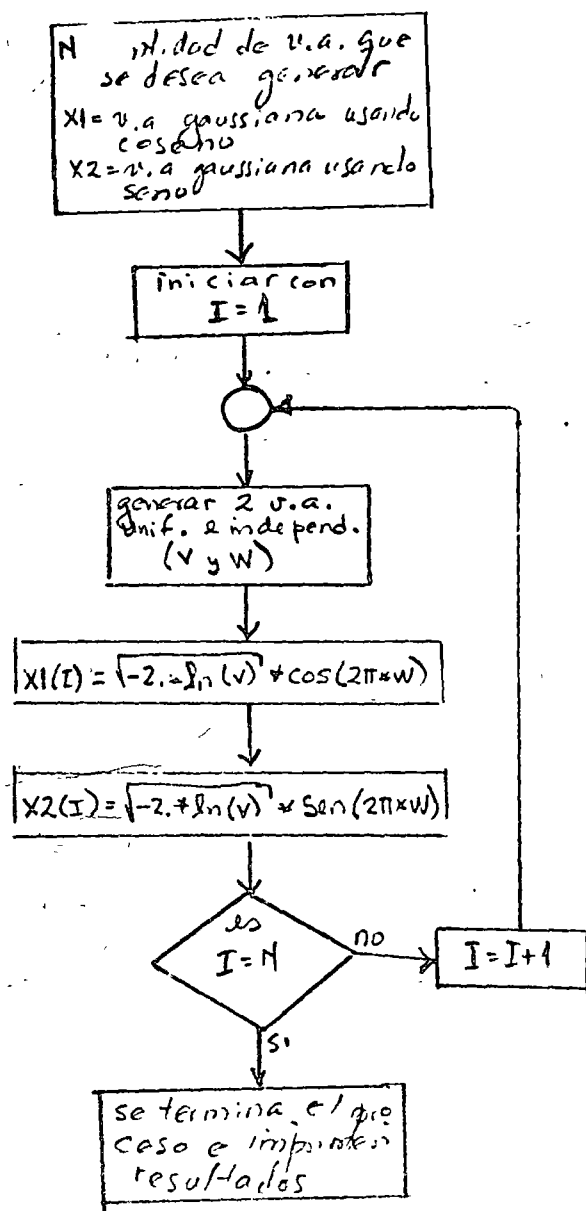


Fig. 5.3.9 Algoritmo para la generación de una
 muestra de una variable aleatoria gaussiana

TABLA DE V.A. GAUSSIANNAS GENERADAS POR EL METODO POLAR

X1 (USANDO COSENO)

X2 (USANDO SEÑO)

3.96491880E-01

-2.80382365E-01

-2.36134780E-02

-1.75703973E+00

4.02427375E-01

-8.72292458E-02

1.86969163E-01

5.69764744E-02

9.87021896E-01

-1.90288618E-01

1.39960879E-01

1.20919806E-01

-4.22973226E-01

2.59285727E-02

1.52950927E+00

3.72777853E-01

-6.00923363E-02

-5.35781180E-01

-1.86221988E-02

8.23131415E-01

-6.92983242E-01

1.53917926E+00

-2.93306123E-01

1.60081915E+00

-6.55419272E-01

-8.80235572E-01

2.12915344E+00

-6.73302142E-01

1.02014606E+00

3.73158016E-01

3.12874634E-01

1.11108406E+00

8.80172399E-02

1.31814998E+00

1.02489845E+00

1.33549912E+00

1.63578434E-01

3.03052843E-01

5.14985850E-01

6.26174240E-01

1.26881937E+00

1.57643494E+00

52
000054

Table 5.3.4

Row 11 Page 1

5.3.4 Funciones exponenciales.

115 000055
116

En la naturaleza se presentan frecuentemente fenómenos que al cuantificarse toman valores x que corresponden a los de una variable aleatoria X , que tiene una función de densidad de probabilidad $F(x)$ exponencial.

*Esta distribución se encuentra casi siempre que existen eventos que se producen independientemente por ejemplo los nacimientos. Si se traza una gráfica que muestre la frecuencia con la que se presentan los partos en un hospital contra los intervalos de tiempo en la que estos nacimientos ocurren, se obtiene una curva como la de la fig. 5.3.10

En esta gráfica se observa que la frecuencia con la que ocurren los nacimientos espaciados entre 0 y 10 horas es mayor que con la que ocurren los nacimientos espaciados entre sí de 20 a 30 horas por ejemplo. En

*Se presenta usualmente en los tiempos entre eventos independientes, por ejemplo nacimientos en un hospital.

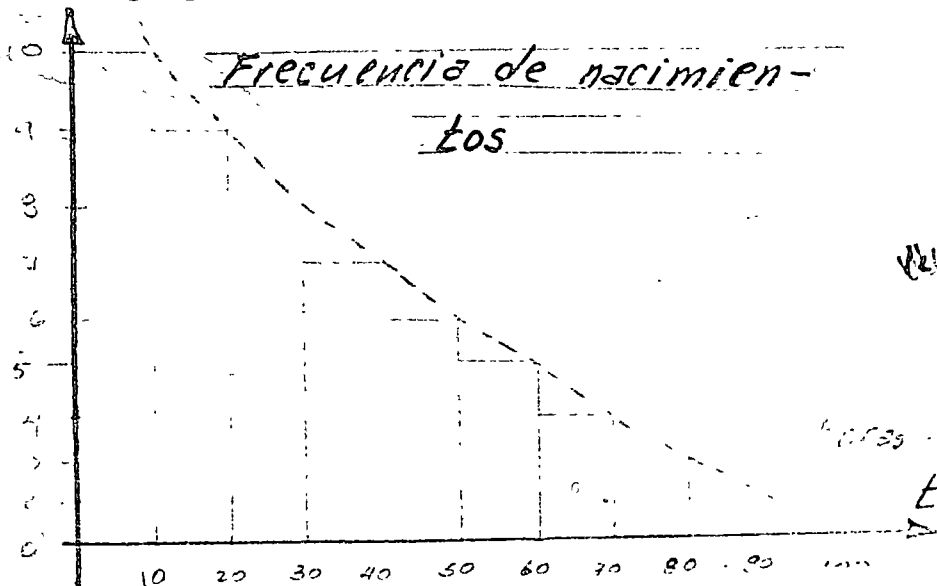


Fig. 5.3.10 Distribución de nacimientos.

neral la frecuencia de los nacimientos λ minuye de manera exponencial (línea punteada) al aumentar el intervalo en que se producen.

* La función de distribución exponencial se presenta también en un sinnúmero de casos entre los que se pueden citar: defunciones, accidentes, recepción de pedidos en una fábrica, llegada de aviones a un aeropuerto, llegada de clientes a una gasolinera, etc.

La función de distribución de probabilidad exponencial tiene la forma

$$f(t) = \alpha \exp [-\alpha t]$$

* f.d.p. de la función exponencial

(5.3.12) →

donde α es una constante que define la función.

* A diferencia de la función Gaussiana que se define con dos parámetros (μ_x, σ_x) la función ^{exponencial} se define con un solo parámetro (α).

* Puede demostrarse fácilmente (ref ⁴/2) que para una función de distribución exponencial la media viene

* f.d.p. exponencial solo tiene como parámetro α

* media μ_t de la f.d.p. exponencial

000056

118

119

120

121

dada por

$$\mu_t = \frac{1}{\alpha}$$

(5.3.13) →

con lo cual la expresión (5.3.10) puede expresarse como

$$f(t) = \frac{1}{\mu_t} \exp \left[-\frac{1}{\mu_t} t \right]$$

(5.3.14) →

* Puede, así mismo, demostrarse (ref ¹/₂) que la variancia de esta distribución es

* variancia σ_t^2 de la f.d.p. ¹²³
exponencial

$$\sigma_t^2 = (\mu_t)^2$$

(5.3.15) →

* y la función acumulada de distribución de probabilidad es

* ¹²⁴ Función acumulada de distribución de probabilidad:

$$F(t) = 1 - \exp \left[-\frac{1}{\mu_t} t \right]$$

(5.3.16)

La fig. 5.3.11 muestra una función acumulativa $F(t)$ y una función complementaria $1 - F(t)$

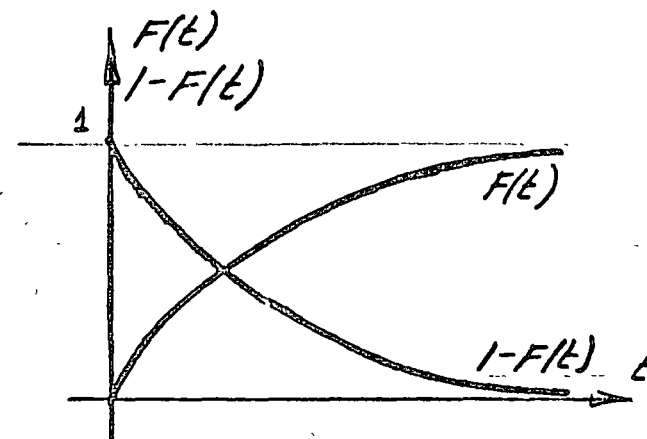


Fig. 5.3.11 Función $F(t)$ y complemento $1 - F(t)$

*Dada la simetría que se observa en la fig. 5.3.11 entre $F(t)$ y $1 - F(t)$ puede aplicarse el método general de transformación en forma simplificada, (ecs. 5.3.4)

como la relación matemática más sencilla para despejar t es la correspondiente a: conviene emplear esta última para igualarla al valor r de la v.a. R , es decir:

*Por la simetría entre $F(t)$ y $1 - F(t)$ aplíquese cualquiera a:

$$r = F(x) \quad (5.3.4)$$

$$1 - F(t) = \exp \left(- \frac{1}{\mu_t} t \right)$$

$$r = 1 - F(t) = \exp \left(- \frac{1}{\mu_t} t \right) \quad (5.3.17)$$

58
000059

Resolviendo (5.3.17) para despejar t en
función de r se tiene

$$t = -\frac{1}{\mu_t} \log_e r \quad (5.3.18)$$

127

Esta ecuación permite generar valores
 t de una v.a. T con f.d.p. exponencial, a par-
tir de los valores r de una v.a. R con f.d.p.
uniforme. Esta ecuación sirve de base al pro-
grama A12 para generación de valores de v.a. con
f.d.p. exponencial con ayuda de la computadora
digital. El diagrama de bloque de este programa
aparece en la fig. 5.3.12 y los resultados en la
tabla 5.3.5, para una media $\mu_t = 2$.

128 128
129 135

00-000

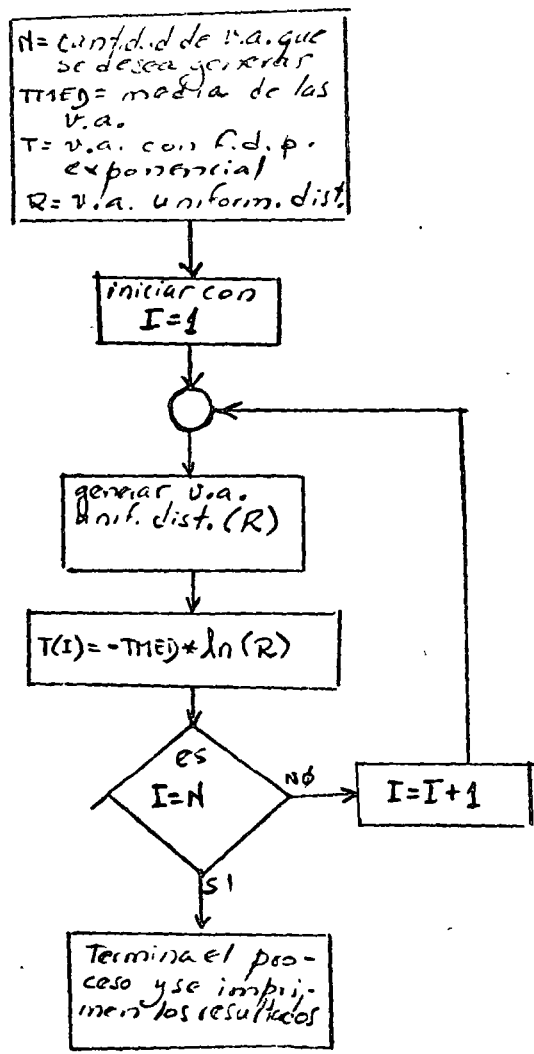


Diagrama de
bloque para la
generación de una
v.a. con f.d.p. exp.

Fig. 5.3.12 Diagrama de bloque para la generación de v.a. con f.d.p. exponencial

TABLA DE A. CON F.D.P. EXPONENCIAL Y
MEDIAN = 2.0000E+00

4.09618746E+00

2.67646863E+00

3.52867371E+00

4.11561594E+00

3.87982626E+00

3.93948294E+00

2.76078661E-01

4.20815313E+00

4.63682184E+00

1.47563109E+00

1.77074952E+00

1.38129353E-01

4.61659283E+00

1.81852675E+00

9.28588654E-01

1.37579539E+00

1.04866204E+00

3.22997946E+00

5.18171831E-01

5.02136215E+00

6.44639330E-01

2.39702449E-02

60
31
000001

Tabla 5.3.5

Resultados del programa AIC

Aunque existen otras funciones de distribución de probabilidad de uso frecuente no se verán métodos especiales para su obtención ya que el método general de transformación permite hacerlo y el lector interesado en estos métodos particulares puede encontrarlos en las referencias 3 y 4.

130

5.4 Método de Montecarlo.

131

* Este nombre se ha dado últimamente en forma genérica a las técnicas de simulación que utilizan variables aleatorias. Estas técnicas se utilizan en disciplinas muy diversas entre las que se pueden contar: sistemas de espera, sistemas de inventarios, sistemas de producción, sistemas económicos, etc.

* Son técnicas de simulación que emplean v.a.

Como ilustración de este método se presenta un ejemplo en el campo de la teoría de espera.

63
000063

5.4.1 Ejemplo de teoría de espera.

134
132a

1326

F38

Se desea construir una gasolinera en una nueva carretera tal como muestra la fig. 5.4.1

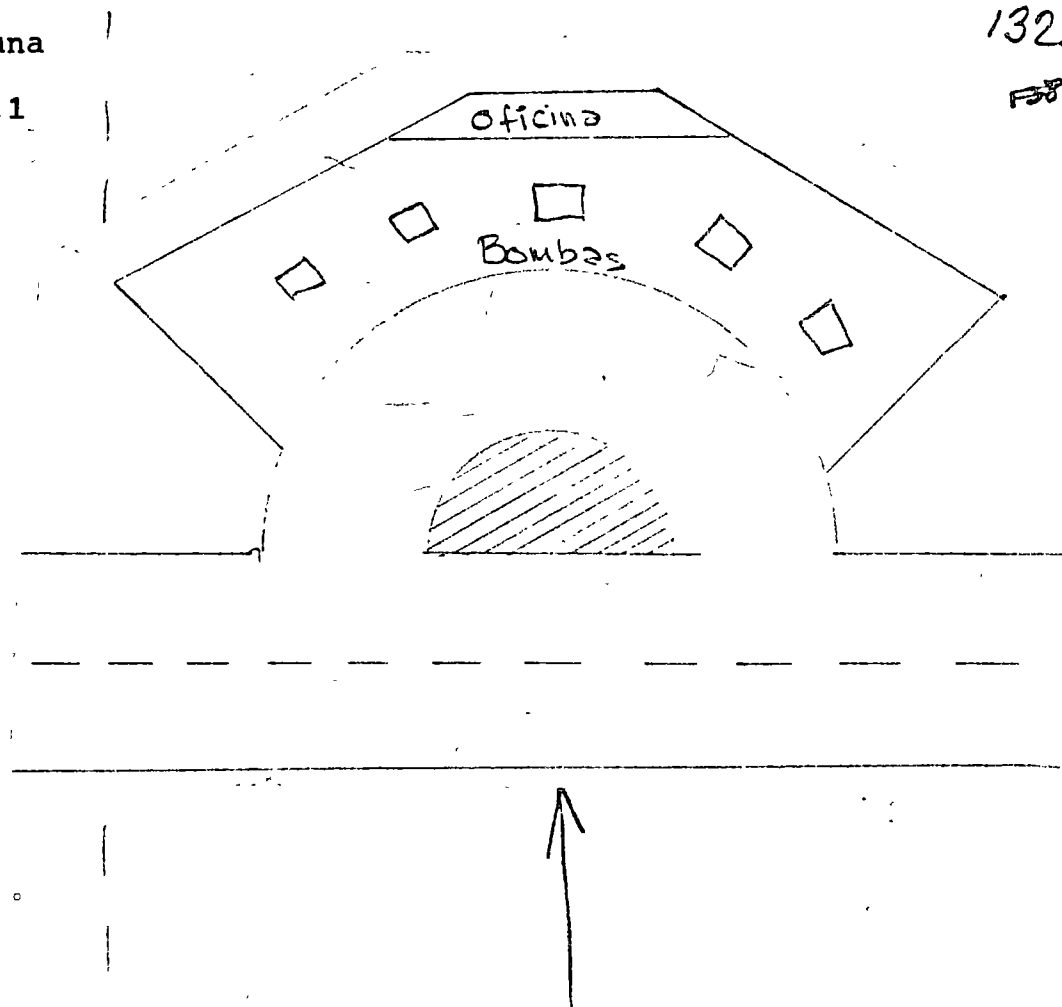


Fig. 5.4.1 Localización de una gasolinera.

Por experiencias similares en gasolineras situadas en carreteras con aproximadamente la misma densidad de tráfico y a distancias similares de las ciudades más próximos,* se sabe que los automóviles llegan a cargar gasolina de manera aleatoria con una función de densidad de probabilidad de forma exponencial y con un tiempo medio entre llegadas de 3 minutos. De manera formal.

* El tiempo de llegada t_a entre automóviles es un v.a. con f.d.p. exponencial y $\mu_t = 3$ minutos

$$f(t_a) = 0.33 \exp[-0.33t_a]$$

(5.4.1)

donde:

t_a es el tiempo entre las llegadas.

* Se sabe también que el tiempo de servicio en cada bomba tiene una función de densidad de probabilidad de forma gaussiana con media (μ_{ts}) de 5 minutos y desviación estándar (σ_{ts}) de 2 minutos.

* El tiempo de servicio t_s es una v.a. con f.d.p. gaussiana con $\mu_{ts} = 5$ minutos y $\sigma_{ts} = 2$ minutos

000065

Por tiempo de servicio se entiende el tiempo que tarda el operario en atender un automóvil; desde el momento en que le toma la orden hasta el momento en el que el vehículo parte.

* La gasolinera estará construida de tal forma que un automovilista pueda, al llegar, observar el número de vehículos en cola en cada bomba.

Se supone que los automovilistas son seres racionales (no siempre lo son) y que, al llegar, se formarán en la cola con menor número de automóviles.

Se supone también que una vez formado en la cola correspondiente a una bomba, permanece en ella hasta ser atendido.

135

* El automovilista sabe cuanta gente hay esperando

136

* Los automovilistas se forman en las colas más cortas

137

* No cambian de cola

000066

* Los automovilistas ^{ya} son (además de racionales) seres muy impacientes, por lo que no se formarán en ninguna cola cuando estas tengan más de tres vehículos sin contar al que está siendo atendido. En estos casos los automovilistas seguirán de largo hasta la siguiente gasolinera en la carretera.

* El dueño de la gasolinera desea atender por lo menos al 95% de los clientes que se detienen a tomar gasolina. Para lograr este fin desea saber cual es el número mínimo de bombas que debe instalar.

La determinación del número mínimo de bombas es un problema difícil de resolver por métodos analíticos: por lo cual es aconsejable resolverlo utilizando una simulación de Monte Carlo.

Las principales cantidades de interés que se necesitan para resolver este problema son:

* Si todas las colas tienen ¹³ más de 3 clientes, el nuevo automovilista sigue de frente.

* Se da la atención ¹³ por lo menos al 95% de los clientes

Solución: 1

000067

177

Variables Exógenas AT_k

Tiempo de llegada del K ésimo vehículo. Este tiempo se genera utilizando las técnicas vistas en la sección anterior.

 ST_i

Tiempo de servicio para atender al vehículo en turno en la bomba i. Este tiempo se genera utilizando las técnicas vistas en la sección anterior.

 T

Tiempo real (hora del día).

Variables de Estado. NA_i

Número de automóviles en la bomba i-ésima en el tiempo T. Existe una variable NA para cada bomba.

172

000068

Parámetros.

μ AT

Tiempo medio del intervalo entre llegadas.

μ ST

Tiempo medio de servicio.

σ^2
ST

Variancia del tiempo de servicio.

N

Número de bombas.

Variables Endógenas.

NS

Número de autos servidos

NR

Número de autos rechazados..

000069

Los pasos necesarios para la simulación de este problema se desarrollaron en forma de programa para computadora digital (apéndice A 13).

El diagrama de bloque correspondiente aparece en la fig. 5.4.2 y el significado de las variables usadas en dicho diagrama es:

ETTES:	Tiempo de espera esperado
ETTO:	Tiempo ocioso esperado
LIM:	Máximo número de coches por bomba, en este caso es 4.
N:	Número de bombas
NA:	Cantidad de vehículos
NCØLA(I):	Número de vehículos en la bomba I
NR:	Contador de vehículos rechazados
NUM:	Contador de vehículos que llegan
P:	Porcentaje de vehículos rechazados
T:	Tiempo total de llegadas
TA(I):	Tiempo entre llegadas para el I ésimo vehículo.

145

Si se
0.2.13

000076

TCØLA(I,J): Tiempo que tardará en salir el
coche J de la bomba I

TES(I): Tiempo de espera en la bomba I

TØ(I): Tiempo ocioso de la bomba I

TTB(I): Tiempo en que se desocupará
completamente la bomba I

TTES: Tiempo total de espera

TTØ: Tiempo total ocioso.

Cuando se use la letra I en una variable dimensionada, quiere decir que dicha operación se realiza para todo el arreglo.

El programa A13, cuyo diagrama de bloque aparece en la Fig. 5.4.2 se empleó para simular la operación de la gasolinera, con 1, 2 y 3 bombas. Del análisis de los resultados que aparecen en la tabla 5.4.1 se observa que con 3 bombas se puede atender más del 95% de los clientes como desea el dueño de la gasolinera.

14

14

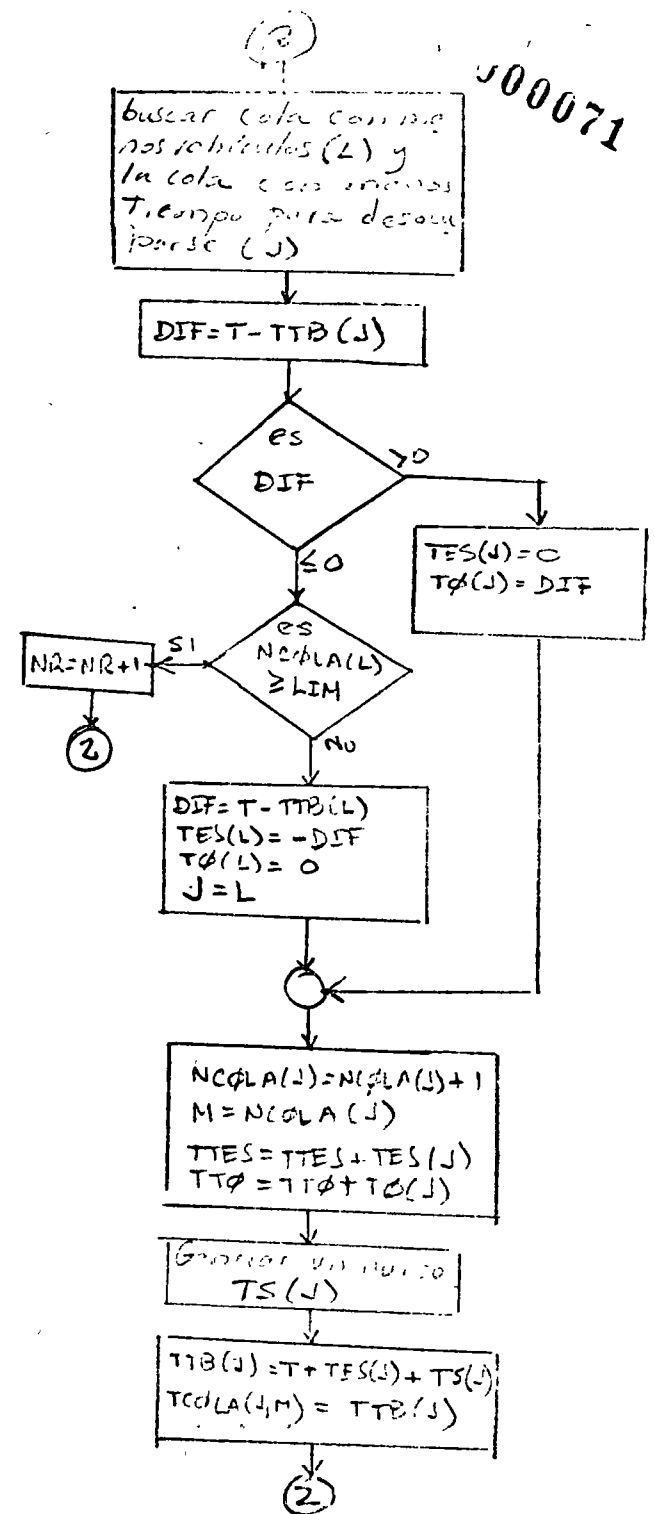
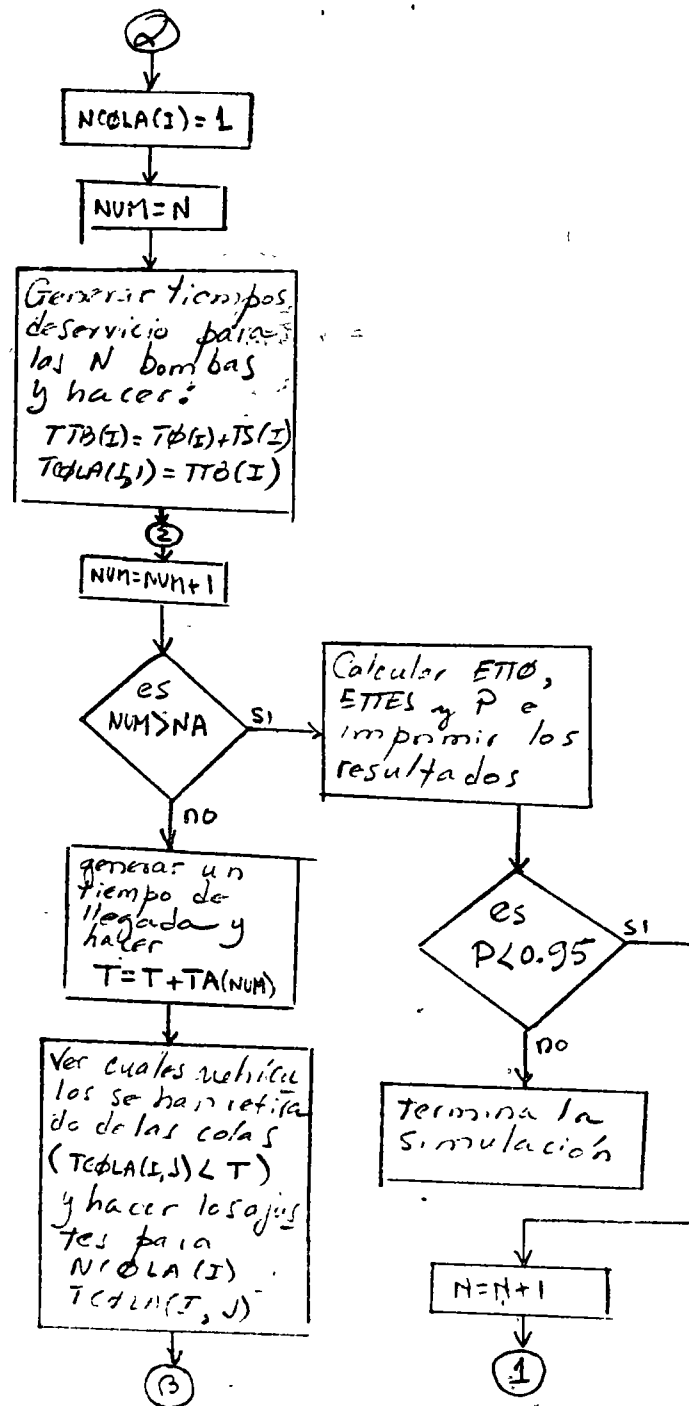
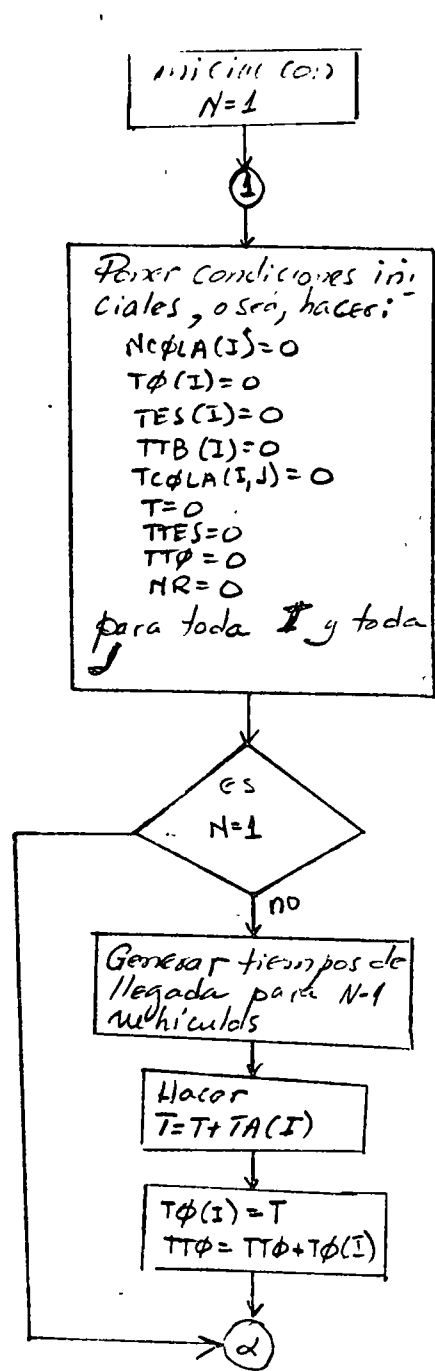


Fig. 5.4.2 Diagrama de bloques para la simulación del servicio de vehículos en una gasolinera, programa A13

000072

LOS VALORES OBTENIDOS SON

NUMERO DE BOMBAS= 1

TOTAL DE VEHICULOS= 90

TIEMPO TOTAL DE LLEGADAS= $1.52891918E+02$

VEHICULOS RECHAZADOS= 55

PORCENTAJE DE VEHICULOS ATENDIDOS= $3.8889E-01$

TIEMPO OCIOSO ESPERADO= $1.51602E-02$

TIEMPO DE ESPERA ESPERADO= $4.53043E+00$

LOS VALORES OBTENIDOS SON

NUMERO DE BOMBAS= 2

TOTAL DE VEHICULOS= 90

TIEMPO TOTAL DE LLEGADAS= $1.91604037E+02$

VEHICULOS RECHAZADOS= 10

PORCENTAJE DE VEHICULOS ATENDIDOS= $8.8889E-01$

TIEMPO OCIOSO ESPERADO= $6.16666E-02$

TIEMPO DE ESPERA ESPERADO= $6.90198E+00$

Tabla 5.4.1

Resultados del Simulador

19/11/11

000073

LOS VALORES OBTENIDOS SON

NUMERO DE BOMBAS= 3

TOTAL DE VEHICULOS= 90

TIEMPO TOTAL DE LLEGADAS= $1.45268346E+02$

VEHICULOS RECHAZADOS= 1

PORCENTAJE DE VEHICULOS ATENDIDOS= $9.8889E-01$

TIEMPO OCIOSO ESPERADO= $5.05192E-01$

TIEMPO DE ESPERA ESPERADO= $4.94212E+00$

Tabla 5.4.1

Resultado del
problema A/C

00007

5.4.2 Ejemplo de sistema dinámico.

Foto

150

Las técnicas de simulación en computadora también se utilizan ampliamente para resolver otros problemas dinámicos. Como los que se presentan frecuentemente en sistemas económicos tanto a nivel nacional como a nivel industrial.

En esta sección se presenta un ejemplo de un sistema educativo dinámico.

*En este tipo de sistemas como en otros ~~ti-~~ similares se pueden distinguir dos tipos de variables:

*En las variables de nivel no interviene la dimensión tiempo. Como ejemplo de estas cantidades se puede citar; alumnos en un determinado año escolar A, el capital K de una empresa etc.

*Tipos de variables

- a) de nivel (v.n.)
- b) de cambio de nivel o flujo (v.f.)

*En las variables de nivel (v.n.) no interviene el tiempo: capital, alumnos, edificios, etc.

*En las variables de flujo interviene el tiempo y éstas representan siempre un cambio de nivel. *La inversión I_T en el año T es una variable de flujo que afecta el capital K_T de la empresa, que es una variable de nivel.

*Las relaciones donde intervienen las variables de nivel, son simples relaciones de "contabilidad". Entre las siguientes variables:

puede establecerse la siguiente relación:

Para comprender y establecer esta relación no se necesita haber entendido el funcionamiento de la empresa. Esta relación es consecuencia directa de las definiciones de los términos que intervienen en ella. *La parte difícil del modelado y simulación de estos sistemas y donde interviene el conocimiento del analista del sistema es en el

75
000075
153
*En las variables de flujo (v.f.) interviene el tiempo y afectan a las v.n.

*La inversión I_T es una v.f. que afecta al capital K_T , una v.n.

*Las relaciones donde intervienen v.n. son simples: 154

K_T = capital (v.n.)

D_T = depreciación (v.f.)

I_T = inversión (v.f.)

$$K_{T+1} = K_T + I_T - D_T$$

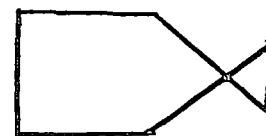
*La explicación del comportamiento del
de las v.n. es difícil 155

establecimiento de las ecuaciones que explican la variación en el tiempo de las variables de nivel. En el ejemplo anterior, existen tratados completos de economía para explicar el mecanismo de variación de la variable de nivel I_T . Los símbolos que se utilizarán en los diagramas de modelado y simulación son los introducidos por Forrester (ref 2). La tabla 5.4.2 da una breve descripción de algunos de estos símbolos.



Representa una variable exógena al sistema, en general es un medio de representar todo aquello que está fuera de las fronteras del sistema.

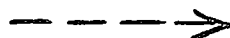
0000



Representa la tasa de crecimiento,
disminución o flujo de una cierta
variable



Representa el flujo controlado de
una variable



Representa flujo de información



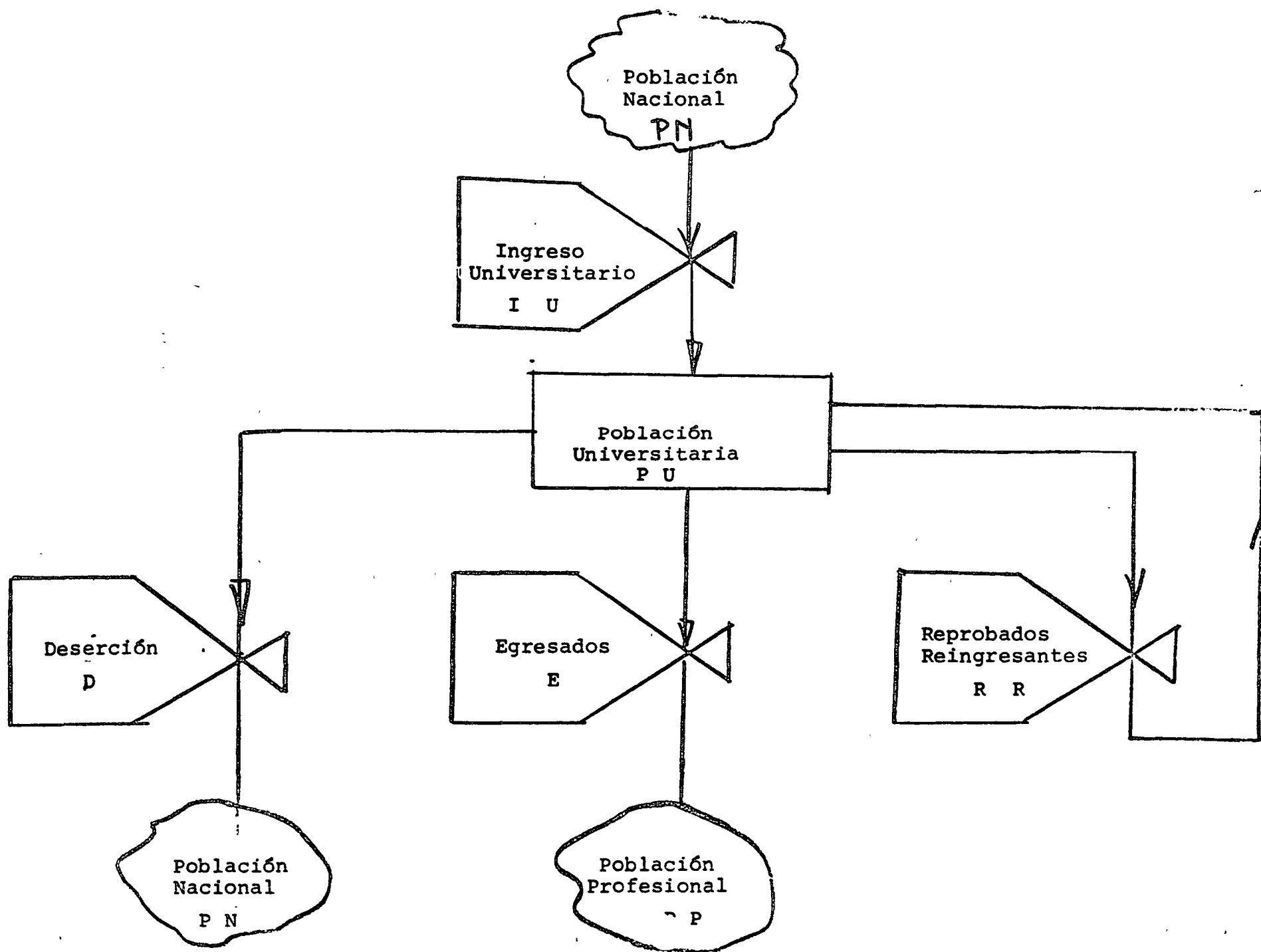
Representa el nivel de una variable



Variable exógena

Tabla 5.4.2 Descripción de símbolos.

El ejemplo que se trata está ilustrado en la
Fig. 5.4.3. Esta figura es prácticamente autoexpli-
cativa y representa el mecanismo mediante el cual
los aspirantes ingresan a la universidad para for-
mar parte de la población universitaria.



0000

7
000079

Algunos de estos estudiantes reprueban y regresan a la universidad, otros se retiran para volver a la población general y otros se reciben para formar parte de la población de profesionistas.

El diagrama de la fig. 5.4.3 dista de ser completo. Da solamente una idea de la relación entre ciertas variables de nivel: población nacional, universitaria y profesional y ciertas variables de flujo como son ingreso, deserción y repetición. La labor difícil del analista empieza cuando trata de explicar las variables de flujo en función otras variables.

Por ejemplo puede haberse establecido la siguiente hipótesis:

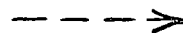
El número de egresados (por año), una variable de flujo, depende de la población universitaria, de la población profesional, de la demanda de profesionistas y de su nivel de sueldos.

Es decir:

000080

$E = f(PU, PP, DP, NSP)$
E = egresados
PU = Población universitaria
PP = Población profesional
DP = Demanda de profesionistas
NSP = Nivel de sueldo de profesionistas

Esta relación se simboliza como muestra la fig. 5.4.3. *Obsérvese el empleo ^{en} de esta figura de la representación de flujo de información y variables exógenas (demanda y nivel de sueldo de profesionistas).

*Flujo de información 
Variables exógenas 

fig

161

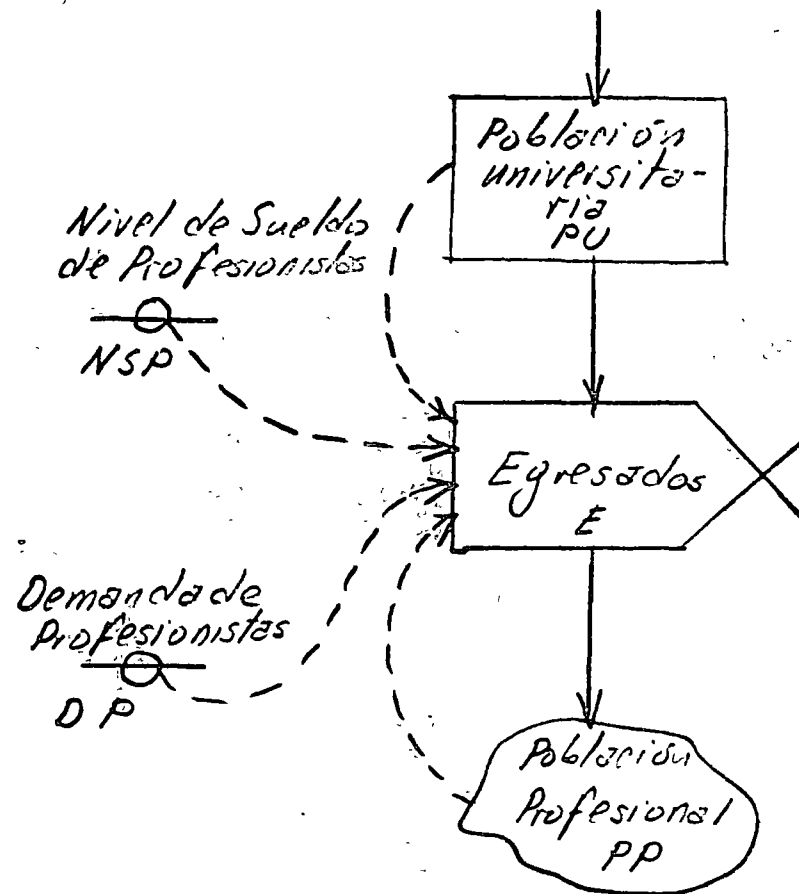


Fig. 5.4.11 Explicación de la
variación de una variable
de flujo

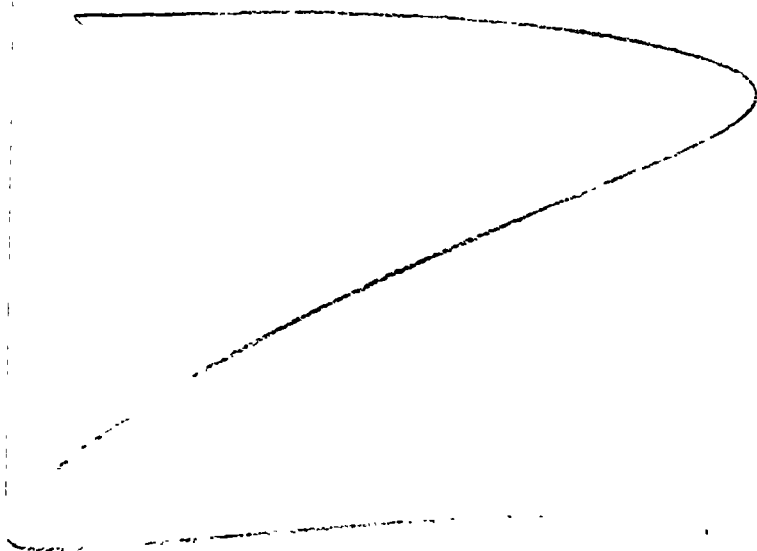
Sistemas tan simples como este pueden ser interconectados entre si de diversas maneras para formar sistemas más complejos. Existe un lenguaje especial de simulación (DYNAMO desarrollado en el MIT, Massachusetts Institute of Technology) que permite resolver es

tos problemas de manera sencilla ya que resulta fácil transcribir las representaciones como las mostradas en la fig. 5.4. ~~1/2~~ a dicho lenguaje.

5.5 Lenguajes de simulación.

1-2

Como se mencionó al final de la sección anterior existen lenguajes especiales que permiten resolver ciertos problemas de simulación. A continuación se dará una brevísima descripción de cada uno de ellos. Al fi-



nal se presenta un cuadro comparativo de estos lenguajes y las referencias necesarias para su utilización.

163

5.5.1 Descripciones.

ALGOL, FORTRAN, COBOL, PLI.

El programar problemas de simulación en lenguajes de propósito general como estos, es una labor que recae por completo en el programador. Estos lenguajes no fueron especialmente diseñados para simulación; sin embargo su flexibilidad permite que se realice en ellos cualquier clase de programas, permiten adaptarse a situaciones poco frecuentes y desarrollar los formatos de salida en la forma que se desee.

La flexibilidad necesaria para efectuar cambios en programas de simulación realizados en estos lenguajes depende de la habilidad del programador.

Casi todas las computadoras poseen manuales e instructivos que indican la manera de utilizar estos lenguajes en ellas. Se recomienda que el lector consulte el manual correspondiente a la computadora que vaya a utilizar.

GASP
General
Activity
Simulation
Program

Este lenguaje especial de simulación fue desarrollado por Philip J. Kiviat ("GASP" A general activity Simulation program the RAND Corporation P-2864 Feb. 1964) en FORTRAN, por lo que *puede ser facilmente implementado en casi cualquier computadora. En particular puede ser implementado en computadoras pequeñas.

*Puede implementarse en cualquier computadora

00000

64
167

164

000085

GASP consiste en una serie de subrutinas controladas por un programa principal llamado GASP EXECUTIVE.

GASP puede adaptarse para resolver un gran espectro de problemas de simulación; por estar desarrollado en FORTRAN y estructurado en forma de subrutinas, el programador puede desarrollar, en el mismo lenguaje, las subrutinas necesarias para adaptar GASP a su problema particular.

GASP posee un repertorio lo suficientemente grande de subrutinas de salida para lograr reportes que se adapten convenientemente a las diversas situaciones.

GPSS II

Gordon
Este lenguaje fue desarrollado por R. EFRON y GORDON ("A general purpose digital simulation and examples of its applications Vol 3 No. 1 IBM Systems Journal 1964), *E* especialmente diseñado para ser utilizado

Efron y G.

GPSS II
General
Purpose
System
Simulator

166

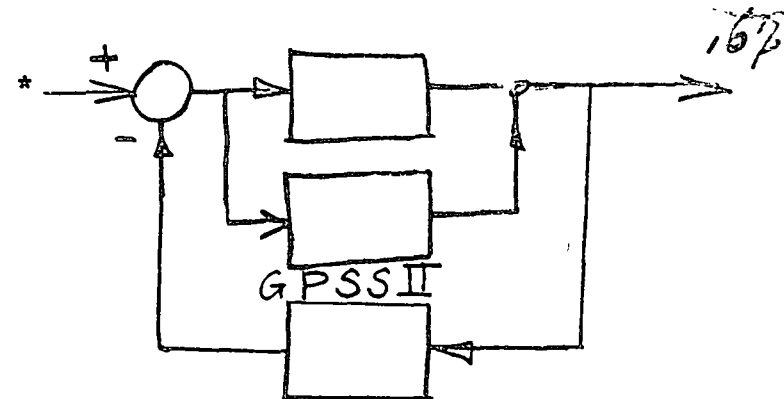
000086

en computadoras IBM, aunque también puede encontrarse en computadoras de otros fabricantes.

*GPSS II es un lenguaje de simulación concebido para resolver problemas formulados en forma de diagramas de bloque. Los bloques que se utilizan para representar el sistema deben elegirse de entre un conjunto de bloques permitidos por el lenguaje.

GPSS II posee un gran acervo de formas de salida que pueden adaptarse a las necesidades de las situaciones a modelar.

Este lenguaje fue desarrollado por B. Dimsdale y H.M. Markowitz ("A description of the SIMSCRIPT language" IBM Systems Journal III No. 1, 1964) y está desarrollado para utilizarse en computadoras IBM.



S I M S C R I P

148

SIMSCRIPT es un lenguaje especialmente diseñado para auxiliar al programador en el proceso de modelado del sistema. Este proceso es iterativo, se inicia estableciendo un modelo preliminar y se analizan los resultados, de acuerdo con estos resultados se modifican las características del modelo para mejorar los resultados y así sucesivamente.

El lenguaje SIMSCRIPT tiene una gran capacidad para realizar cambios en la estructura del modelo que se está simulando

Este lenguaje fue desarrollado por Phyllis Fox y Alexander L. Pugh (Dynamo User's manual, Cambridge Mass the MIT Press, 1973) en el Massachusetts Institute of Technology (MIT).

SIMSCRIPT: para modelar sistemas
iterativamente

000087

175

167

D Y N A M O

176

170

000088

D Y N A M O es un lenguaje especialmente enfocado a la solución de problemas de la forma del presentado en la sección 5.4.2 fig. 5.4.3, es decir, de problemas que pueden ser descritos mediante ecuaciones diferenciales. Además es capaz de manejar fácilmente problemas que presentan situaciones retroalimentación.

La aplicación actual del DYNAMO ha sido principalmente a problemas de macro y microeconomía (ref ²/₅).

Sin embargo se espera que este lenguaje se empiece a utilizar ampliamente para resolver problemas en áreas del conocimiento como: educación, biología, ecología, bioingeniería, etc.

Este lenguaje cuenta con un grupo de subrutinas de salida que permiten presentar los resultados de una manera particularmente clara y comprensible.

000089

5.5.2 Cuadro comparativo.

177

Con objeto de poder evaluar de manera comparativa los diferentes lenguajes de simulación vistos en la sección 5.5.1 se presentan estos en forma de cuadro comparativo en la figura 5.5.1

#78

178

En la figura 5.5.1 los renglones representan a los diferentes lenguajes y las columnas diversas características. Por ejemplo en la columna correspondiente a propósito y en el renglón correspondiente a GASP se lee General: esto quiere decir que GASP es un programa de propósito general.

Las características en las columnas representan:

a) Disponibilidad

Se refiere a la facilidad que se tiene para disponer del programa.

000090

CARACTERÍSTICA LINGUAJE	DISPONIBILIDAD	PROPOSITO	FLEXIBILIDAD A LOS CAMBIOS	CALIDAD DE REPORTES DE SALIDA
FORTRAN ALGOL ETC.	Excelente (casi todos comp)	General	Variable	Variables
GASP	Excelente (casi todos comp)	General	Regular	Buenos
GPSS II	I.B.M.	Diagramas de bloque	Regular	Buenos
SIMSCRIPT	IBM	General	Buena	Buenos
DYNAMO	Principalmente I.B.M.	Sistemas dinámicos	Regular	Excelente

Fig. 5.5. Cuadro comparativo.

b) Propósitos.

Se refiere al campo de aplicación en el cual es particularmente útil el programa.

c) Flexibilidad para cambios

Se refiere a la capacidad que tiene el programa para ser modificado.

d) Reportes de salida

Se refiere al surtido de formas de salida y la utilidad y claridad de éstos.

5.6 Problemas.

000062

- 1.- Utilizando el programa del apéndice A8 genere 1 000 números y haga el histograma de frecuencias relativas de los mismos. Para realizar el histograma divida el intervalo 0, 1 en 25 partes.
- 2.- Utilizando el método general de transformación apéndice A9 y los 1 000 valores generados en el problema anterior obtenga el histograma correspondiente a las funciones acumulativas de densidad de probabilidad mostradas en la fig. 5.6.1. (Divida el intervalo de la variable independiente en 20 clases iguales).

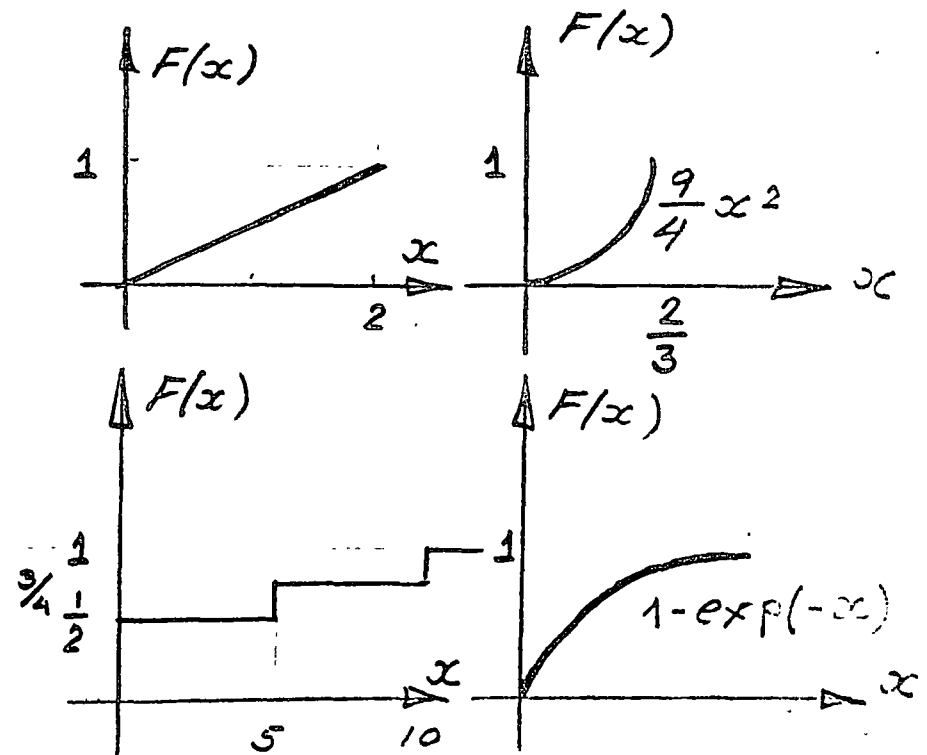


Fig. 5.6.1 Funciones acumulativas de densidad de probabilidad del problema 2

000053

- 3.- Compare los histogramas obtenidos en el problema 2 con las funciones de densidad de probabilidad correspondientes.
- 4.- Demuestre que las variables x_1 y x_2 en el algoritmo del programa del apéndice A11 realmente tienen distribución gaussiana.
- 5.- El ayuntamiento de una ciudad está interesado en saber cuántos accidentes ocurren (por mes) con un intervalo de menos de $1/2$ hora entre ellos ya que solamente cuenta con 2 ambulancias y cuándo ocurren simultáneamente, con menos de $1/2$ hora de separación dos accidentes saturan los servicios de ambulancia. Se sabe que los accidentes ocurren con intervalos distribuidos exponencialmente y con media ^{de} 2.0 hrs.

000034

Efectue una simulación de ^Montecarlo para
estimar cuántos accidentes ocurren por mes
con menos de 1/2 hora de intervalo.

6.- Si en el problema anterior el costo por am-
bulancia es de \$100,000.00 al mes y se es-
tima que el llegar tarde a auxiliar un
accidente cuesta \$2,000.00 por accidente
¿recomendaría usted la adquisición de más
ambulancias?

7.- Si en el problema 5 pudiese utilizarse uno
de los lenguajes de ^{sección} la 5.5? cuál escogería
y porqué?

8.- Si usted tiene un programa de simulación
escrito en lenguaje DYNAMO y su compañía
no le renueva el contrato a IBM en qué
lenguaje reescribiría el programa.

000055

5.7 Bibliografía.

- 1 Drake A.W. Fundamentals of applied probability theory.
Mc Graw Hill, Nueva York, N.Y. 1967.
- 2 Forrester J.W. "World Dynamics"
Wright-Allen Press, Inc.
Cambridge, Mass. 1971.
- 3 Knuth D.F. The Art of Computer Programing.
Addison Wesley. Reading, Mass. 1971.
- 4 Naylor, T.H., Balintfy, J.L., Burdick, D.S. Chuk,
Técnicas de simulación en computadoras,
Limusa, México. D.F. 1973
- 5 RAND Corporation. A Million
Random Digits with 100 000
Normal Deviates, The Free Press Glencoe, Ill. 1955

