



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Simulación numérica de la
interacción de los chorros de salida
en una tobera bifurcada montada en
un perfil NACA 0015**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Mecánico

P R E S E N T A

Leonardo Viruega Ortiz

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Rubén Ávila Rodríguez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2019

A mi familia.

Resumen

En el presente trabajo se realiza la simulación numérica de la interacción de los chorros de salida de una tobera bifurcada con un flujo de corriente libre. Dicha tobera es capaz de deflectar su flujo total de salida por medio del efecto Coanda, mismo que se observa cerca de superficies curvas y es debido a la viscosidad del fluido. Se adaptó la tobera a un perfil NACA 0015 con el fin de también simular el flujo alrededor de este perfil aerodinámico simétrico.

Se utilizó el software libre OpenFOAM, que utiliza el método de volúmenes finitos para resolver las ecuaciones de conservación de la dinámica de los fluidos en dos dimensiones y en estado transitorio.

Para validar los resultados obtenidos con el software OpenFOAM, éstos se compararon satisfactoriamente con los resultados publicados en la literatura abierta relacionada con el proyecto ACHEON (2016). Este proyecto fue patrocinado por la Unión Europea y tuvo como objetivo el diseñar un dispositivo que aumente la capacidad de empuje vectorial de vehículos aéreos, para lo que se diseñó y patentó la tobera bifurcada utilizada en este estudio. En los análisis numéricos y experimentales del proyecto ACHEON no se consideró una velocidad de la corriente libre.

En el presente trabajo (que puede ser considerado como una extensión del proyecto ACHEON) se ha tomado en cuenta una velocidad de la corriente libre con bajos números de Reynolds ($Re=100,000$ y $Re=500,000$) y un flujo másico total (suma de los flujos másicos de ambos chorros) constante e igual a 8 kg/s . Adicionalmente, con el fin de lograr diferentes deflexiones, se han considerado seis relaciones adimensionales de los flujos másicos de ambos chorros: 0, 0.1, 0.2, 0.25, 0.5 y 0.75.

Se evaluaron diferentes casos de deflexión del chorro resultante de salida: hacia arriba (cuando el ángulo del chorro es positivo con respecto al eje del perfil), hacia abajo (cuando el ángulo del chorro es negativo con respecto al eje del perfil) y nula (cuando el chorro es paralelo al eje del perfil).

Se calcularon las fuerzas resultantes de empuje debido a los chorros. Adicionalmente, se determinó el impulso específico del dispositivo al considerar las fuerzas de empuje y el flujo

másico de salida de los chorros.

Se observó que para cada relación adimensional de flujos másicos, el valor absoluto del ángulo de deflexión disminuye (aumenta) conforme aumenta (disminuye) la velocidad de la corriente libre. Sin embargo, se observó que la magnitud de las fuerzas de empuje y el impulso específico son independientes de la velocidad de la corriente libre y se ven afectados sólo por la variación en la relación adimensional de los flujos másicos de los chorros.

A diferencia de los resultados obtenidos en el proyecto ACHEON, donde no se consideró corriente libre y por ello se tienen deflexiones sin controlar, en el presente proyecto de tesis se logró modular con diferentes valores de velocidad de corriente libre el ángulo de deflexión a la salida de la tobera bifurcada.

Se puede concluir que al modificar la velocidad de la corriente libre y la velocidad de salida de los chorros de la tobera bifurcada es posible controlar el ángulo de deflexión total a la salida de la misma, lo que mejoraría la maniobrabilidad del dispositivo sobre el que se adaptase.

Índice general

Índice de figuras	VII
Índice de tablas	XI
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del proyecto	1
1.1.1. Efecto Coanda	2
1.1.2. Empuje vectorial	2
1.2. Estado del arte	3
1.3. Justificación y objetivo del proyecto	4
2. Modelo físico y matemático	5
2.1. Perfil NACA 0015	5
2.2. Tobera bifurcada ACHEON	6
2.3. Escenarios de evaluación	6
2.4. Ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento	7
2.5. Cálculo de fuerza de empuje, impulso específico y coeficiente de arrastre	10
3. Modelo numérico	13
3.1. Método de volúmenes finitos	13
3.2. Solucionador	15
3.3. Mallado	15
3.4. Condiciones iniciales y de frontera	16
4. Resultados	17
4.1. Aproximación inicial con una sola curva Coanda y corriente libre	17
4.1.1. Caso sin deflexión	19
4.1.2. Caso con deflexión hacia arriba	20
4.1.3. Caso con deflexión hacia abajo	20
4.2. Validación del modelo sin corriente libre	22
4.3. Validación del perfil aerodinámico	30
4.4. Caso con velocidades de salida iguales	33
4.5. Caso con velocidad superior mayor y deflexión hacia arriba	36

ÍNDICE GENERAL

4.6. Caso con velocidad inferior mayor y deflexión hacia abajo	39
5. Conclusiones	49
6. Trabajo a futuro	51
A. Apéndices	53
A.1. Fuerza de empuje	53
Bibliografía	59

Índice de figuras

1.1. Efecto Coanda, (Ping et al., 2011)	2
1.2. Geometría de la tobera bifurcada utilizada en el proyecto ACHEON, (Das et al., 2014).	4
2.1. Perfil NACA 0015	5
2.2. Geometría de la tobera bifurcada (Trancossi and Dumas, 2011), medidas en [mm]	6
2.3. Adaptación de la tobera en el perfil NACA 0015	6
3.1. Malla con los nodos de cálculo centrados en los volúmenes de control, (Ferziger and Péric, 2002)	13
3.2. Dominio computacional	15
4.1. Perfil NACA 0024 con el borde de salida redondeado	17
4.2. Mallado no estructurado del perfil NACA 0024	18
4.3. Acercamiento del mallado no estructurado del perfil NACA 0024	18
4.4. Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso sin deflexión	19
4.5. Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con deflexión hacia arriba	21
4.6. Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con deflexión hacia abajo	22
4.7. Mallado estructurado del perfil NACA 0015 con la tobera bifurcada adaptada a su borde de salida	23
4.8. Acercamiento de la geometría donde se aprecia el perfil en su totalidad	23
4.9. Acercamiento de la geometría donde se aprecia la tobera a detalle	24
4.10. Comparación de valores obtenidos por Trancossi and Dumas (2011) y los obtenidos en este trabajo	25
4.11. Ángulos obtenidos para casos con diferentes valores de $\dot{m}^*$	25
4.12. Ángulo obtenido por Trancossi and Dumas (2011) donde se aprecia el pequeño e insuficiente dominio computacional utilizado	26
4.13. Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0$	26
4.14. Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.1$	27
4.15. Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.2$	27
4.16. Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.25$	28

4.17. Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.5$	28
4.18. Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.75$	29
4.19. Campo de presiones para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.75$	30
4.20. Líneas de corriente en que se aprecia la simetría según la salida de la tobera con mayor flujo másico; casos con diferente valor de $\dot{m}^*$	30
4.21. Mallado estructurado del perfil NACA 0015	31
4.22. Acercamiento del mallado estructurado del perfil NACA 0015	31
4.23. Coeficiente de arrastre para $Re=100,000$	32
4.24. Coeficiente de arrastre para $Re=500,000$	32
4.25. Distribuciones de presión (lado izquierdo) y velocidad (lado derecho) para $Re=100,000$ (arriba) y $Re=500,000$ (abajo)	33
4.26. Localización de corte para obtención de perfil de velocidades y presiones para cálculo de empuje e impulso	34
4.27. Perfil de velocidades y presiones obtenido del corte	34
4.28. Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0$ y diferentes números de Reynolds	35
4.29. Localización de corte para obtención de perfil de velocidades y presiones para cálculo de empuje e impulso en casos con ángulo de deflexión distinto de 0	36
4.30. Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0.1$ y diferentes números de Reynolds	37
4.31. Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0.2$ y diferentes números de Reynolds	37
4.32. Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0.25$ y diferen- tes números de Reynolds	38
4.33. Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0.5$ y diferentes números de Reynolds	38
4.34. Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0.75$ y diferen- tes números de Reynolds	39
4.35. Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=-0.1$ y diferen- tes números de Reynolds	40
4.36. Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=-0.2$ y diferen- tes números de Reynolds	41
4.37. Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=-0.25$ y dife- rentes números de Reynolds	41
4.38. Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=-0.5$ y diferen- tes números de Reynolds	42
4.39. Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=-0.75$ y dife- rentes números de Reynolds	42
4.40. Comparativa de ángulo de deflexión para cada caso de $\dot{m}^*$ y número de Reynolds	45
4.41. Comparativa de fuerza de empuje generada para cada caso de $\dot{m}^*$ y número de Reynolds	45
4.42. Comparativa de impulso específico generado para cada caso de $\dot{m}^*$ y número de Reynolds	46

A.1. Volumen de control para un motor con una sola entrada y una sola salida (Roy and Pradeep, 2015).	53
---	----

Índice de tablas

4.1. Ángulos, empuje e impulso específico generado para diferentes valores de $\dot{m}^*$ y $Re=0$	43
4.2. Ángulos, empuje e impulso específico generado para diferentes valores de $\dot{m}^*$ y $Re = 100 \times 10^3$	43
4.3. Ángulos, empuje e impulso específico generado para diferentes valores de $\dot{m}^*$ y $Re = 500 \times 10^3$	44

Introducción

1.1. Planteamiento del proyecto

Los requerimientos de los dispositivos aéreos actuales son cada vez mayores y más complejos, pues se busca simultáneamente aumentar la capacidad de carga, control, velocidad, entre otros, disminuyendo los costos, peso e incluso tiempo de producción.

Sumado a lo anterior, la infraestructura necesaria para el uso de los nuevos dispositivos aéreos también se ve afectada, pues se requieren, por ejemplo, pistas de despegue y aterrizaje más largas cuando se usan equipos de mayor tamaño.

Entre los proyectos que se han desarrollado para resolver algunos de estos problemas, se encuentran los que utilizan el empuje vectorial, como el proyecto ACHEON, en el que se aprovecha el efecto Coanda para favorecer el aumento de sustentación y mejorar el control de los vehículos aéreos (Ahmed et al., 2017), disminuyendo incluso el largo de pistas de despegue y aterrizaje.

En el presente trabajo se busca analizar el flujo alrededor de un perfil aerodinámico simétrico, simulando la geometría de un dispositivo aerodinámico como un cohete o motor en un avión, al que se le adaptó una tobera bifurcada analizada como en el proyecto mencionado, con el fin de obtener una deflexión en el flujo de salida total de la tobera al variar sus dos velocidades de salida, lo que modificaría la actuación del dispositivo sobre el que se adapte no sólo generando empuje sino también sustentación.

Para lo anterior se utilizó Mecánica de Fluidos Computacional (CFD por sus siglas en inglés), que es una herramienta que permite simular problemas de flujo, resolviendo mediante diferentes algoritmos las ecuaciones que rigen a los fluidos involucrados. Actualmente esta disciplina ha tenido un avance acelerado debido a las nuevas tecnologías computacionales, mismas que facilitan la obtención de resultados de forma más rápida y ahorrando gran cantidad de recursos si se compara, por ejemplo, con análisis experimentales.

1.1.1. Efecto Coanda

El efecto Coanda se observa en la deflexión que sufre un flujo cerca de una superficie curva, adhiriéndose a la misma, y es debido a la viscosidad del fluido que arrastra a las partículas cercanas a la superficie generando zonas de bajas presión. De esta forma, la existencia de paredes curvas puede generar grandes cambios en la trayectoria original de flujos con que interactúan, lo que tiene aplicaciones en el desarrollo de aeronaves para aumentar maniobrabilidad y generar sustentación, suficiente incluso para el diseño de vehículos de despegue vertical (Ahmed et al., 2017), (Ping et al., 2011).

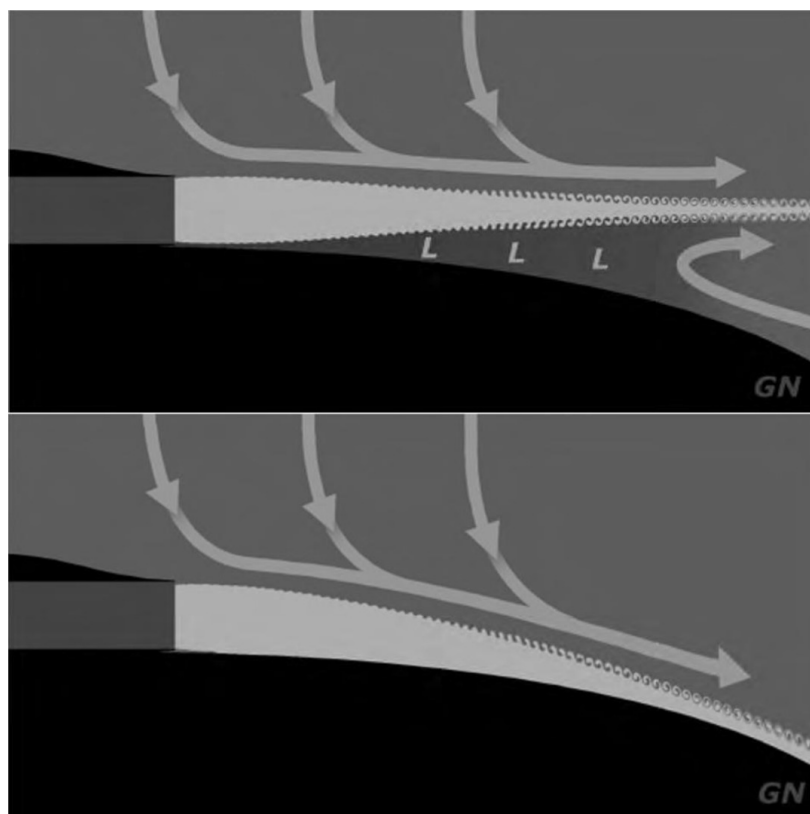


Figura 1.1: Efecto Coanda, (Ping et al., 2011)

Este efecto, sumado a la tercera ley de movimiento, es la mejor manera de explicar el funcionamiento de las alas de un avión y con ello el vuelo de las aeronaves.

1.1.2. Empuje vectorial

El empuje vectorial surgió dentro de la aviación militar y es un método que permite incrementar la maniobrabilidad de vehículos aéreos mediante el aumento de las fuerzas que generan

alabeo, cabeceo o guiñada. Como consecuencia de esto es posible, por ejemplo, el incrementar los ángulos de ataque en un dispositivo sin entrar en pérdida al aumentar por un lado la sustentación y disminuir también el arrastre para el cualquier ángulo de ataque.

La forma más común de lograr todo lo anterior es mediante el direccionamiento de la fuerza que producen los gases de escape del motor, esto se logra con el uso de toberas especiales, que en la mayoría de los casos consisten en mecanismos que modifican la geometría de salida de la tobera.

Una ventaja importante del uso de esta tecnología por sobre el uso de superficies de control, es el hecho de no necesitar corriente libre sobre estas superficies para controlar el dispositivo, sino simplemente que el motor siga en funcionamiento y sigan existiendo gases de escape. Esto permitiría, entre otras cosas, su utilización fuera de la atmósfera terrestre.

1.2. Estado del arte

El efecto Coanda, también ha sido estudiado para el diseño de perfiles que proporcionen mayor sustentación en turbinas de eje vertical (Shires and Kourkoulis, 2003), esto debido a que estos dispositivos carecen de un ángulo de ataque constante en su operación (las condiciones del viento son cambiantes), por lo que el control por medio del efecto Coanda es una opción factible para mejorar su funcionamiento. Se ha probado además, que la técnica es útil en prácticamente todo tipo de perfiles con el borde de salida elíptico, siendo los simétricos y más simples en que se han tenido mejores resultados.

También se ha estudiado este efecto para el diseño de micro-vehículos aéreos de despegue vertical, los llamados *Coandacraft*, que podrían ser utilizados para misiones en condiciones ambientales variadas. Estos vehículos aún poseen superficies de control sobre las que tiene lugar el efecto Coanda, maximizando la generación de fuerzas en la dirección requerida, mismas que se han estudiado para diferentes niveles de curvatura del modelo.

Otro proyecto en el que se aprovecha este efecto es el proyecto ACHEON (Das et al., 2014), en que por medio de campos electrostáticos se controlan dos salidas simétricas de una tobera, cada una tangencial a una curva sobre la que se desvían. Se busca además generar empuje vectorial modificando las velocidades de salida de la tobera para que la desviación tenga lugar sobre la curva tangente a la salida con mayor cantidad de movimiento. Este proyecto podría aplicarse en propulsión de vehículos aéreos o marítimos, en industria alimenticia, para lavado, para refrigeración, combustión, entre otros.

Del último proyecto mencionado se han realizado análisis para su implementación en nuevas geometrías de vehículos aéreos no tripulados (Das et al., 2015) e incluso en otros como el Cessna 402 (Trancossi et al., 2016), seleccionado por tener el motor posicionado de forma que las fuerzas generadas por el efecto Coanda pudieran tener el mayor efecto posible sobre

1. INTRODUCCIÓN

el vuelo del avión. Sin embargo este último análisis se limita a ser teórico, concluyendo que existe potencial para renovar el sistema de propulsión del vehículo, volviéndolo más ecológico.

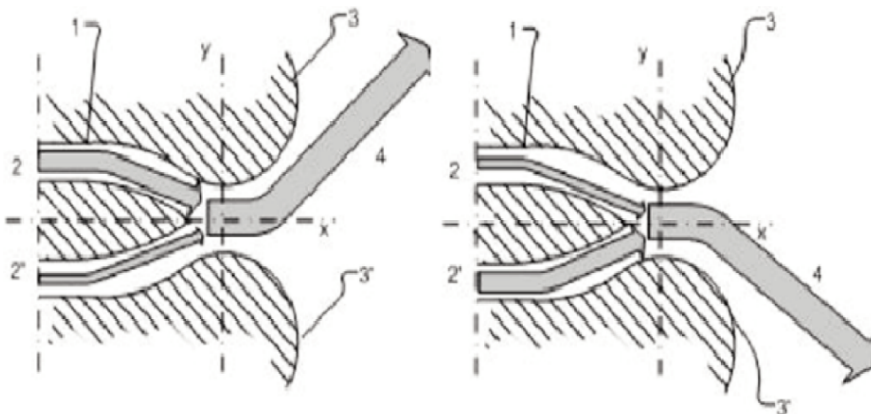


Figura 1.2: Geometría de la tobera bifurcada utilizada en el proyecto ACHEON, (Das et al., 2014).

Otros análisis realizados, basados en el proyecto ACHEON, consisten en la optimización de la geometría del sistema (Bharathwaj et al., 2016) donde se estudiaron los efectos de la variación de los radios de las curvas sobre las que se deflexa el flujo, y se demostró que ligeros cambios modifican de manera importante los ángulos de deflexión resultantes, por lo que es necesario definir el uso que se dará al dispositivo y con base en ello determinar la geometría final del mismo.

1.3. Justificación y objetivo del proyecto

Se plantea como objetivo del proyecto el verificar inicialmente la existencia de una deflexión en el flujo de salida de un perfil aerodinámico simétrico al que se adaptó una tobera bifurcada que permite, por medio del control de velocidades de sus dos salidas, orientar el flujo resultante. Posteriormente se evaluarán los cambios en dicha deflexión al agregar corriente libre al estudio y se analizarán además las afectaciones de dicha deflexión en el sistema de propulsión y las ventajas de su implementación en vehículos aéreos, es decir, se calculará la fuerza de empuje generada y la dirección de la misma.

La aportación de este proyecto es la propuesta de un análisis inicial para la posterior generación de nuevas tecnologías en el sector aeroespacial, que mejoren el control de vehículos aéreos. Sumado a lo anterior, el uso de estas tecnologías permitiría controlar el empuje vectorial sin la necesidad de grandes y pesados mecanismos que muevan los motores, como hasta la actualidad se han visto.

Modelo físico y matemático

2.1. Perfil NACA 0015

Para realizar el análisis planteado se simulará el flujo sobre un perfil aerodinámico, se eligió el NACA 0015 por ser un perfil simétrico y por ello presentar una distribución simétrica de presiones y velocidades al incidir sobre él una corriente paralela al mismo.

El perfil cuenta con un espesor máximo del 15 % de la cuerda, que en este caso para adaptar la tobera bifurcada con las medidas del estudio original se escaló hasta alcanzar los 4 metros. Una razón más para la selección de este perfil simétrico es que ha sido ampliamente estudiado en la literatura, por lo que se conocen valores de sus coeficientes aerodinámicos para diferentes casos, particularmente como los que se estudiarán en este trabajo.



Figura 2.1: Perfil NACA 0015

2.2. Tobera bifurcada ACHEON

La geometría de la tobera bifurcada analizada fue tomada del trabajo de Trancossi and Dumas (2011) en que se plantea un análisis bidimensional sin corriente libre.

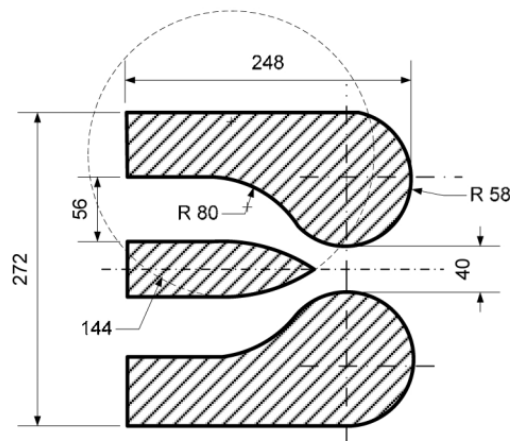


Figura 2.2: Geometría de la tobera bifurcada (Trancossi and Dumas, 2011), medidas en [mm]

Dicha geometría fue adaptada en este trabajo al borde de salida del perfil NACA 0015, lo que generó una reducción en el tamaño de su cuerda volviéndola de 3.2 metros. Esta adaptación se realizó con el fin de estudiar un caso más realista puesto que el funcionamiento de este dispositivo se realiza sobre un vehículo móvil con una geometría como la de un perfil aerodinámico, lo que hipotéticamente modificaría la deflexión observada sobre las curvas Coanda sin corriente libre.



Figura 2.3: Adaptación de la tobera en el perfil NACA 0015

2.3. Escenarios de evaluación

Inicialmente se realizó un análisis con el perfil NACA 0024, al que se redondeó el borde de salida para tener una curva sobre la que se tuviera el efecto Coanda. Se agregaron dos chorros

sinéticos sobre el borde del perfil, razón por la que se eligió un perfil con espesor mayor que el NACA 0015 con el que se realizaron el resto de pruebas, y se simuló junto con estos chorros una corriente libre. Este análisis más simple se hizo con el fin de verificar que dicha corriente libre afectaría la deflexión sobre las curvas Coanda, pero no la atenuaría por completo.

Posteriormente se analizaron varios escenarios en que se modificó la relación de flujos másicos entre las dos salidas de la tobera, generando deflexiones en diferente grado; de manera general se evaluaron tres casos:

1. Ambas salidas con el mismo flujo másico y un flujo de salida resultante paralelo al perfil.
2. La salida superior con un flujo másico mayor y un chorro resultante desviado hacia arriba.
3. La salida inferior con un flujo másico mayor y un chorro resultante hacia abajo.

También se analizaron estas deflexiones bajo tres condiciones de corriente libre: nula, con $Re=100,000$ y con $Re=500,000$.

Además, para hacer una validación al modelo, se realizaron simulaciones con el perfil sin la tobera adaptada, con el fin de verificar que los resultados no se vieran afectados erróneamente por dicha adaptación.

Todos los análisis fueron realizados en dos dimensiones, al tratarse solamente de un primer acercamiento al fenómeno, cuyos resultados servirían de base para realizar análisis más complejos y completos e incluso para diseño de la geometría de un nuevo motor.

2.4. Ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento

Las ecuaciones por resolver son las llamadas ecuaciones de conservación, en este caso de masa y cantidad de movimiento. No se resuelve para el problema la ecuación de conservación de energía pues, a pesar de existir una posible modificación en los resultados debido a la temperatura de salida de la tobera, en el presente trabajo solo se busca evaluar la respuesta de los chorros ante la geometría.

Se plantea la conocida ecuación de conservación de masa en forma diferencial:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.1)$$

Misma que se simplifica debido a que se trata de un problema de flujo incompresible:

2. MODELO FÍSICO Y MATEMÁTICO

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.2)$$

Y se evalúa solo en dos dimensiones:

$$\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} = 0 \quad (2.3)$$

Se plantea la también conocida ecuación de conservación de cantidad de movimiento para un fluido incompresible:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla P + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2.4)$$

De la que puede despreciarse el término $\rho \mathbf{g}$ al no evaluarse diferencias de temperatura y no existir por ello flotación en el sistema. Además, al evaluarse sólo en dos dimensiones, se puede descomponer la derivada material como se muestra:

$$\rho \left(\frac{Dv_1}{Dt} \hat{i}_1 + \frac{Dv_2}{Dt} \hat{i}_2 \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2.5)$$

Se evalúa primero en la dirección de $\hat{i}_1$:

$$\rho \frac{Dv_1}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_1} + \mu \nabla^2 v_1 \quad (2.6)$$

Dividiendo entre ρ y desarrollando:

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla v_1 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_1} + \nu \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_i} v_1 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_1}{\partial x_2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_1} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} \right] \quad (2.8)$$

De manera similar para la dirección $\hat{i}_2$:

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \nu \left[\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2^2} \right] \quad (2.9)$$

Se proponen las siguientes variables adimensionales:

$$u_i^* = \frac{u_i}{u_0} \quad (2.10)$$

$$x^* = \frac{x}{L} \quad (2.11)$$

$$t^* = \frac{tu_0}{L} \quad (2.12)$$

Donde u_0 y L son constantes características del sistema, en este caso la velocidad de corriente libre y el largo de cuerda respectivamente.

Sustituyendo las ecuaciones (2.10) y (2.11) en la ecuación (2.3):

$$\frac{u_0}{L} \frac{\partial v_1^*}{\partial x_1^*} + \frac{u_0}{L} \frac{\partial v_2^*}{\partial x_2^*} = 0 \quad (2.13)$$

Y simplificando:

$$\frac{\partial v_1^*}{\partial x_1^*} + \frac{\partial v_2^*}{\partial x_2^*} = 0 \quad (2.14)$$

Que es la ecuación de conservación de masa; sustituyendo las ecuaciones (2.10), (2.11) y (2.12) en la ecuación (2.8):

$$\frac{u_0^2}{L} \frac{\partial v_1^*}{\partial t^*} + \frac{u_0^2}{L} v_1^* \frac{\partial v_1^*}{\partial x_1^*} + \frac{u_0^2}{L} v_2^* \frac{\partial v_1^*}{\partial x_2^*} = -\frac{1}{\rho L} \frac{\partial P}{\partial x_1^*} + \frac{\nu u_0}{L^2} \left(\frac{\partial^2 v_1^*}{\partial x_1^{*2}} + \frac{\partial^2 v_1^*}{\partial x_2^{*2}} \right) \quad (2.15)$$

Multiplicando por $\frac{L}{u_0^2}$ y simplificando:

$$\frac{\partial v_1^*}{\partial t^*} + v_1^* \frac{\partial v_1^*}{\partial x_1^*} + v_2^* \frac{\partial v_1^*}{\partial x_2^*} = -\frac{\partial \frac{P}{\rho u_0^2}}{\partial x_1^*} + \frac{\nu}{u_0 L} \nabla^2 v_1^* \quad (2.16)$$

De donde se observa que $\frac{P}{\rho u_0^2} = P^*$ es una presión adimensional y se recuerda que el número de Reynolds expresa una comparación entre fuerzas inerciales y fuerzas viscosas, y que su valor determina el régimen en que se encuentra un flujo, laminar o turbulento. El número de Reynolds Re se define como:

$$Re = \frac{u_0 \rho L}{\mu} = \frac{u_0 L}{\nu} \quad (2.17)$$

Por lo que simplificando entonces la ecuación (2.16) se tiene:

$$\frac{\partial v_1^*}{\partial t^*} + v_1^* \frac{\partial v_1^*}{\partial x_1^*} + v_2^* \frac{\partial v_1^*}{\partial x_2^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x_1^*} + \frac{1}{Re_L} \nabla^2 v_1^* \quad (2.18)$$

Y de manera similar para la dirección $\hat{i}_2$:

$$\frac{\partial v_2^*}{\partial t^*} + v_1^* \frac{\partial v_2^*}{\partial x_1^*} + v_2^* \frac{\partial v_2^*}{\partial x_2^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x_2^*} + \frac{1}{Re_L} \nabla^2 v_2^* \quad (2.19)$$

Que son las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento.

2.5. Cálculo de fuerza de empuje, impulso específico y coeficiente de arrastre

Para el cálculo de la fuerza de empuje en el presente trabajo se utiliza la siguiente fórmula, que funciona para motores con una entrada y una salida y se deriva en apéndices con base en lo presentado por Spakovszky (2009).

$$T = \dot{m}_a (u_e - u) \quad (2.20)$$

Para el cálculo del impulso específico, que es un parámetro importante de cualquier motor en aviones y cohetes, se tiene la siguiente definición:

$$I_{sp} = \frac{T}{\dot{W}} \quad (2.21)$$

Donde $\dot{W}$ es el flujo en peso del combustible y que en el caso de cohetes también incluye el peso del comburente. Sustituyendo la ecuación para empuje tenemos:

$$I_{sp} = \frac{\dot{m}(u_e - u)}{\dot{m}g} = \frac{u_e - u}{g} \quad (2.22)$$

Que es la ecuación utilizada en el presente trabajo para el cálculo del impulso específico.

Para el cálculo de coeficientes aerodinámicos, específicamente el coeficiente de arrastre C_D , que es el usado en la presente tesis, se define:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho Au^2} \quad (2.23)$$

Es decir, es la relación entre la fuerza de arrastre y la presión dinámica por un área de referencia. Es dependiente de la forma, inclinación y condiciones de flujo, y se calcula con base en el campo de presiones alrededor del dispositivo, siendo más exacta una medición experimental pues el valor es cambiante dependiendo del área de referencia elegida.

Modelo numérico

3.1. Método de volúmenes finitos

El método usado para la solución de las ecuaciones en este trabajo es el método de volúmenes finitos, mismo que se caracteriza por considerar la ecuación general de conservación para una cantidad ϕ en forma integral, es decir:

$$\int_s \rho \phi \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = \int_s T \nabla \phi \cdot \mathbf{n} dS + \int_V q_\phi dV \quad (3.1)$$

El método consiste en dividir el dominio de estudio en pequeños volúmenes de control con base en una malla computacional, sin embargo, a diferencia del método de elementos finitos, esta malla define las fronteras de cada volumen de control y no los nodos de cálculo, que se asignan al centro de los volúmenes de control de manera usual.

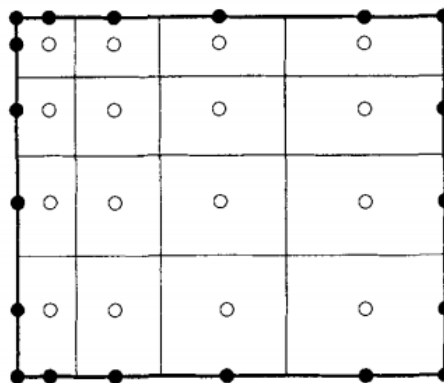


Figura 3.1: Malla con los nodos de cálculo centrados en los volúmenes de control, (Ferziger and Péric, 2002)

3. MODELO NUMÉRICO

Es importante mencionar que este acercamiento con base en volúmenes de control facilita el cumplimiento de las ecuaciones de conservación, pues se basa en ese principio para solución y no solo en una formulación matemática sin sustento físico.

La ecuación de conservación aplica a cada volumen como a todo el dominio, por lo que si se suman las ecuaciones de cada volumen de control, se obtiene la ecuación de conservación global; así, para un volumen con k caras:

$$\int_s f dS = \sum_k \int_{s_k} f dS \quad (3.2)$$

Donde f es cualquiera de los componentes convectivo o difusivo. Posteriormente debe obtenerse una ecuación algebraica que aproxime el valor de cada volumen de control, para lo que pueden utilizarse diferentes esquemas, por ejemplo, la aproximación más simple sería:

$$F_e = \int_{s_e} f dS = \bar{f}_e S_e \approx f_e S_e \quad (3.3)$$

Para una superficie e , donde $\bar{f}_e$ es el valor promedio al centro de la superficie. De esta forma puede producirse un sistema de ecuaciones como:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

O $Ax = b$, de donde busca encontrarse x . Es necesario mencionar que para el método deben conocerse todas las variables del problema exceptuando ϕ , sin embargo, cuando $\phi = u$ se usa una técnica iterativa, sobre todo apreciable en el término convectivo por su no linealidad, y que consiste en aproximar:

$$uu \approx u^0 u^n \quad (3.5)$$

Donde u^0 es la solución disponible en cualquier momento determinado y u^n es la nueva solución por calcular, por lo que se resuelve hasta que $u^n = u^0$.

3.2. Solucionador

Para solución de las ecuaciones se seleccionó el solucionador icoFoam de OpenFOAM, que utiliza el método de volúmenes finitos, pues se propone un flujo laminar, incompresible y transitorio, no dependiente de la temperatura, como ya fue mencionado con anterioridad.

No se analiza el caso turbulento pues se sabe que al tener una malla lo suficientemente fina en zonas de interés es observable el comportamiento del flujo sin necesidad de un modelo extra.

De la misma manera, no se analiza el caso en tres dimensiones pues se sabe que los resultados son similares al caso bidimensional dependiendo de la geometría y de los fenómenos evaluados, y en este caso por la baja velocidad es una aproximación suficiente.

3.3. Mallado

Para analizar los diferentes modelos y debido a que se busca evaluar un fenómeno disipativo se generó un dominio computacional lo suficientemente grande para no forzar los resultados en las fronteras.



Figura 3.2: Dominio computacional

La geometría del dominio fue elegida para facilitar el mallado posterior. Se tienen 30 cuerdas del perfil unitario desde su borde de salida y hasta la salida del dominio, 10 cuerdas más de la entrada al borde de ataque del perfil y 10 cuerdas también sobre y debajo del perfil.

El mallado utilizado en cada uno de los casos simulados cambia ligeramente respecto al anterior, sin embargo en todos se tiene refinamiento cerca de las zonas de interés para poder

3. MODELO NUMÉRICO

tener resultados realistas sin desperdiciar tiempo de cómputo, así como para poder evaluar la capa límite, que es la distancia desde la superficie hasta donde el campo de velocidades alcanza el 99 % de la velocidad de la corriente libre. Se mostrarán cada uno de los mallados en la sección de resultados.

3.4. Condiciones iniciales y de frontera

Las condiciones iniciales y de frontera serán similares a aquellas en que se ve inmerso un vehículo aéreo al despegue y serán proporcionales al tamaño del perfil simulado. Las mismas cambian entre cada caso, sin embargo, se definen para todos:

1. Presión atmosférica en todo el dominio.
2. Condición de no deslizamiento sobre el perfil.
3. Un campo de velocidades que oscila entre $Re=0$ y $Re=500,000$.
4. Velocidad de las salidas de la tobera o chorros con valores que no superan $Re=500,000$.

Se considera además la viscosidad cinemática del aire a 20 grados Celsius, cuyo valor es de $1.516 \times 10^{-5} [\frac{m^2}{s}]$ (Cengel, 2006).

Resultados

4.1. Aproximación inicial con una sola curva Coanda y corriente libre

El primer análisis realizado, como ya se mencionó anteriormente, no se hizo sobre el perfil NACA 0015, sino que se tomó un perfil con espesor mayor de forma que se pudieran agregar dos chorros sintéticos sobre la superficie del perfil cercanos al borde de salida. Además, se hizo un redondeo a dicho borde para tener una curva sobre la que se observara el efecto Coanda al interactuar con los chorros.

El perfil seleccionado fue el NACA 0024, que tiene un espesor máximo de 24 % de la cuerda y mismo que se muestra en la siguiente imagen con el borde de salida redondeado y marcando la localización de los chorros.

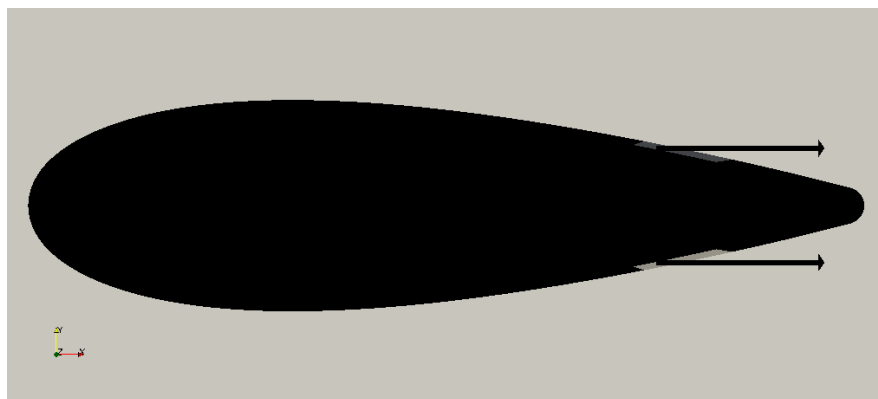


Figura 4.1: Perfil NACA 0024 con el borde de salida redondeado

Cabe resaltar que el radio de curvatura es de 2.08 % de la cuerda y que este análisis inicial

4. RESULTADOS

tuvo la intención de observar que el efecto Coanda no se atenuaría por completo debido a la existencia de una corriente libre que incidiera sobre el perfil, caso que se evaluó posteriormente al agregar corriente libre al modelo en que se evaluó la tobera bifurcada.

El mallado utilizado no fue estructurado debido a la complejidad de hacerlo de esa manera por el redondeo en el borde de salida y tratarse solamente de un análisis previo al estudio sobre la tobera bifurcada. En el mallado se tiene un refinamiento cerca del perfil y se cuenta con 32,602 elementos.

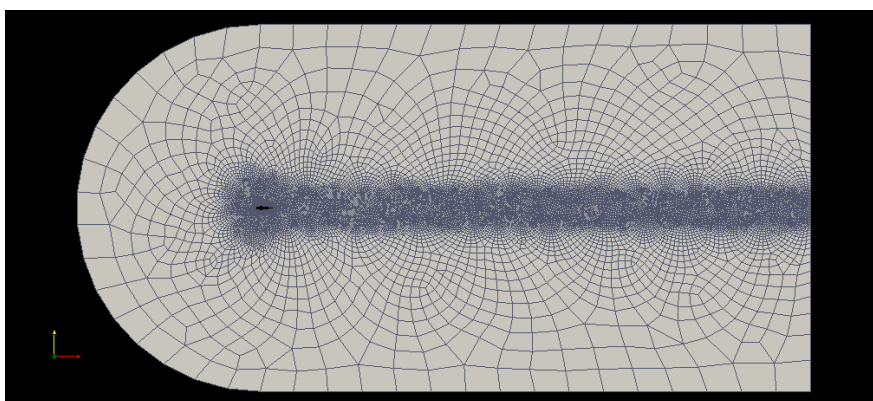


Figura 4.2: Mallado no estructurado del perfil NACA 0024

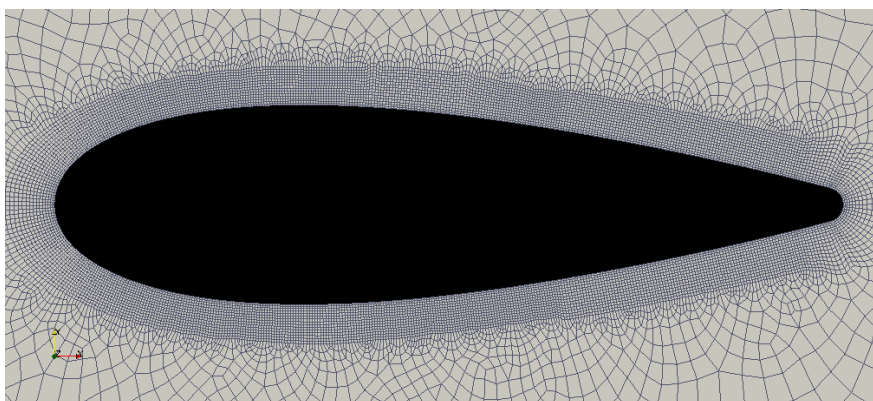


Figura 4.3: Acercamiento del mallado no estructurado del perfil NACA 0024

En los tres casos en que se usó el modelo, se buscó observar diferentes deflexiones según la velocidad que se imponía a los chorros. En todos ellos se hizo una simulación de 3 segundos con pasos de tiempo de 0.0001 segundos. Cabe mencionar que previo a la obtención de resultados satisfactorios se buscó una configuración para maximizar las deflexiones modificando las velocidades y ángulos de salida de los chorros y su posición sobre el perfil. Se muestran los casos a continuación.

4.1.1. Caso sin deflexión

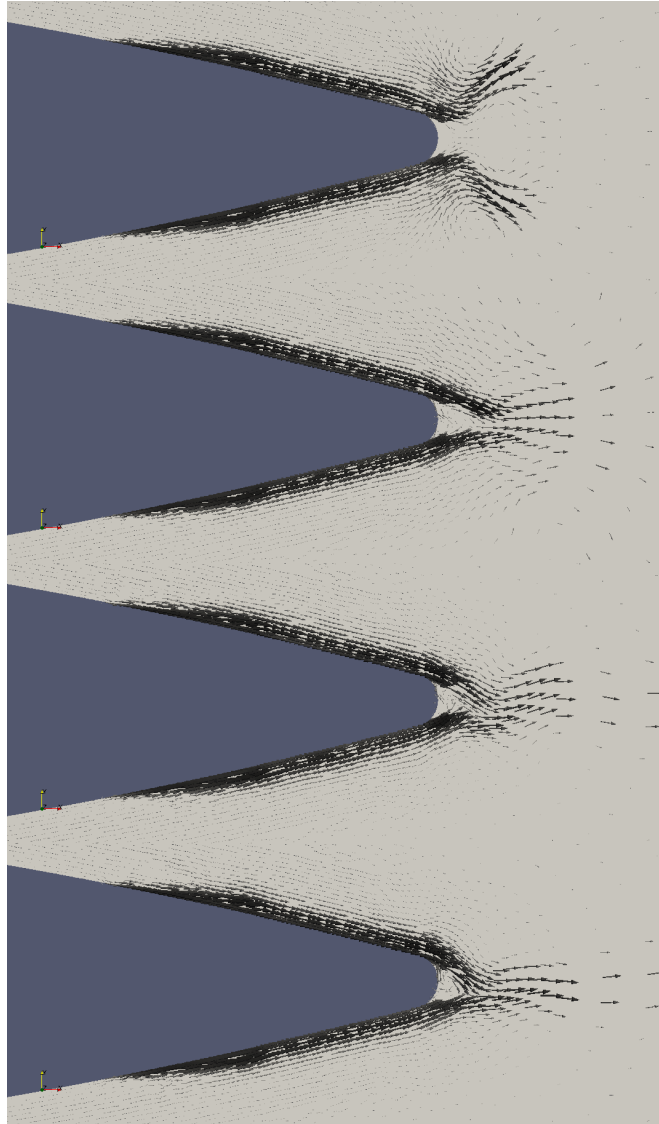


Figura 4.4: Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso sin deflexión

Para obtener un flujo resultante recto, es decir, con un ángulo de deflexión igual a cero grados, ambos chorros se adaptaron para tener un flujo con $Re=500,000$. La corriente libre presenta un flujo con $Re=100,000$.

Es necesario aclarar que los chorros no tienen una dirección inicial horizontal, sino que son expulsados a -4 grados el superior y 4 grados el inferior, de forma que se tenga un flujo más tangencial a la curva Coanda y aumentar el efecto. También es importante mencionar que ambos

4. RESULTADOS

chorros se encuentran colocados a un cuarto de la cuerda desde el borde de salida.

En los resultados es apreciable que bajo las condiciones mencionadas se mantiene un flujo resultante paralelo al perfil, sin deflexión, esta condición se alcanza a partir de los 0.3 segundos y se mantiene. Se muestran campos de velocidad para 0.05, 0.1, 0.3 y 1 segundos.

4.1.2. Caso con deflexión hacia arriba

Para lograr una deflexión del flujo resultante hacia arriba del perfil se debe imponer una velocidad de salida mayor al chorro inferior, pues este chorro al adherirse a la curva de salida tenderá a desviarse hacia arriba.

Para maximizar este efecto, y después de observar que cuando la relación de velocidades entre chorros es lo suficientemente grande el flujo resultante no tiene diferencia a como sería si solamente existiera el chorro dominante, es decir, el de mayor velocidad, se decidió eliminar el chorro superior. El chorro inferior se mantuvo con $Re=500,000$ a 4 grados desde la horizontal y la corriente libre con $Re=100,000$.

En los resultados se observa, que como en el caso anterior, se llega a un estado casi-estacionario a los 0.3 segundos, momento en que el chorro alcanza su deflexión máxima, que oscila entre los 25 y 30 grados. Se observa además, que incluso desde antes de este punto en el tiempo, el chorro se adhiere a la superficie del perfil. Se muestran campos de velocidad para 0.05, 0.1, 0.3 y 1 segundos.

4.1.3. Caso con deflexión hacia abajo

Para lograr una deflexión del flujo resultante hacia abajo del perfil se debe imponer una velocidad de salida mayor al chorro superior, pues este chorro al adherirse a la curva de salida tenderá a desviarse hacia abajo.

De manera similar al caso anterior, se eliminó el chorro inferior. El chorro superior se mantuvo con $Re=500,000$ a -4 grados desde la horizontal y la corriente libre con $Re=100,000$.

En los resultados se observa, al igual que en casos anteriores, que se llega a un estado casi-estacionario a los 0.3 segundos, momento en que el chorro alcanza su deflexión máxima, que oscila, siendo simétrica al caso en que se desvía el flujo hacia arriba, entre los -25 y -30 grados. Se muestran campos de velocidad para 0.05, 0.1, 0.3 y 1 segundos.

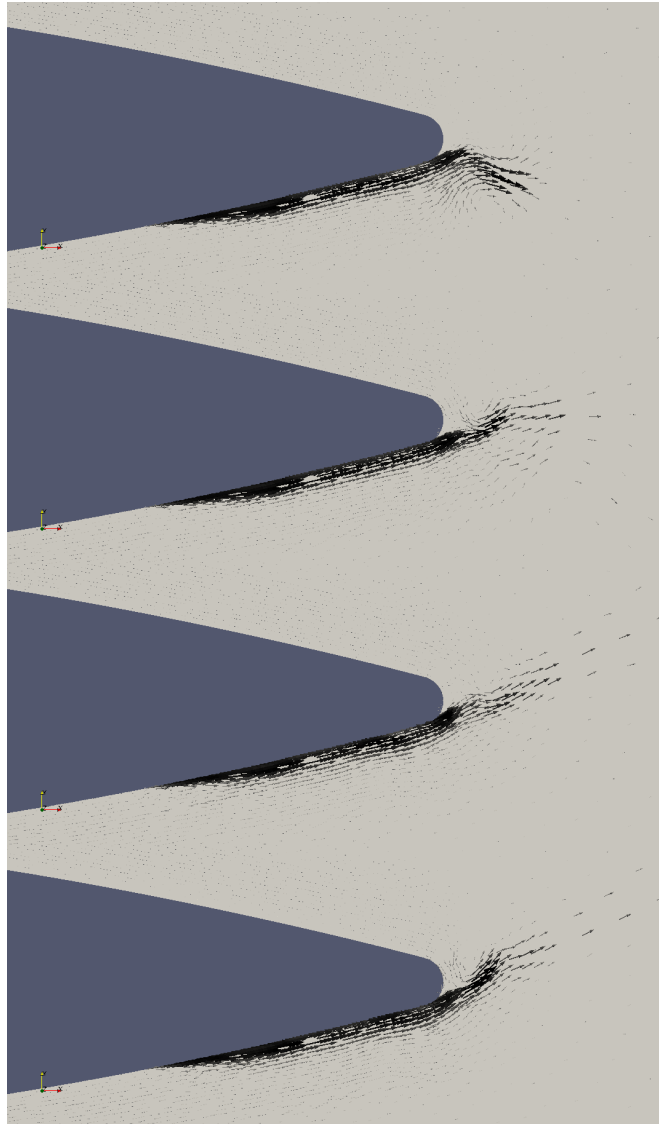


Figura 4.5: Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con deflexión hacia arriba

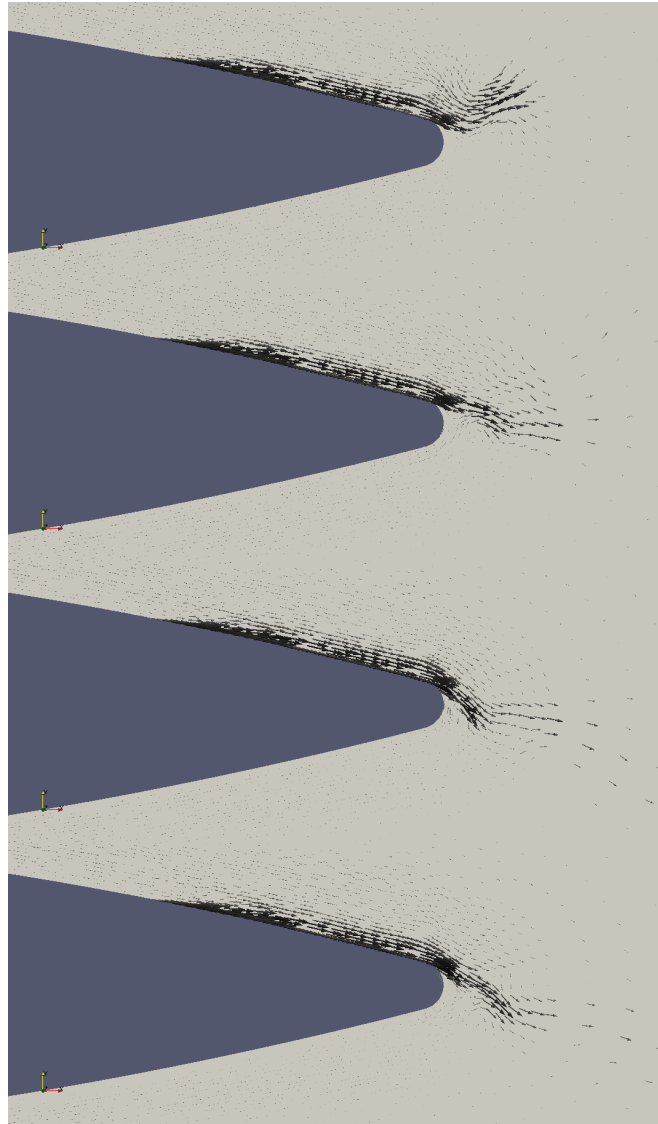


Figura 4.6: Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con deflexión hacia abajo

Se concluye de esta aproximación inicial que bajo las condiciones de velocidad de los chorros y de la corriente libre utilizadas sobre un perfil simétrico, sigue existiendo una deflexión debida al efecto Coanda, por lo que pueden utilizarse estos valores para analizar el caso con la tobera bifurcada.

4.2. Validación del modelo sin corriente libre

Un segundo análisis se realizó con el fin de validar el modelo que se usó para el cálculo de las fuerzas causadas por el efecto Coanda. En este análisis se utilizó ya el perfil NACA 0015

con la tobera bifurcada adaptada a su borde de salida. El mallado utilizado fue estructurado, con refinamiento cerca del perfil y la tobera y cuenta con 236,054 elementos. Cabe resaltar que esta malla fue usada también en las secciones en que se evalúan los diferentes casos: con velocidades de salida iguales, velocidad inferior mayor y velocidad superior mayor, correspondientes con las secciones 4.4, 4.5 y 4.6 del presente.

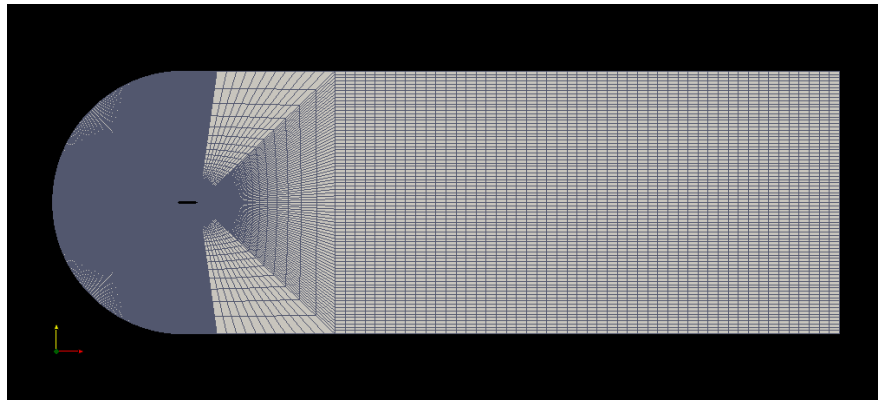


Figura 4.7: Mallado estructurado del perfil NACA 0015 con la tobera bifurcada adaptada a su borde de salida

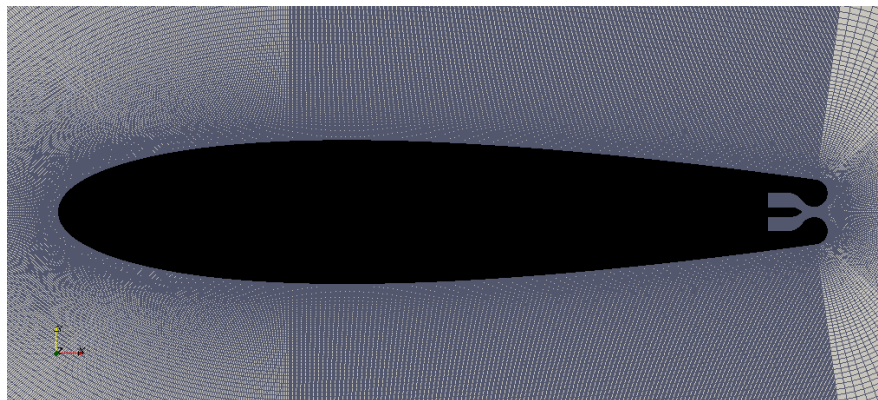


Figura 4.8: Acercamiento de la geometría donde se aprecia el perfil en su totalidad

4. RESULTADOS

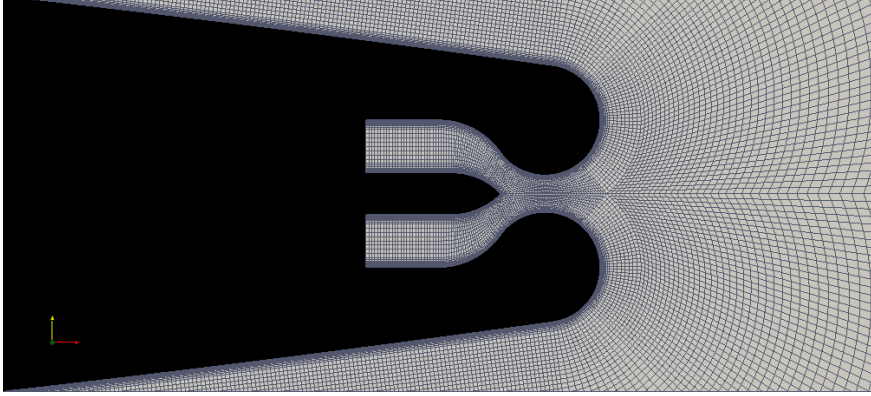


Figura 4.9: Acercamiento de la geometría donde se aprecia la tobera a detalle

Es importante para la obtención de resultados, definir primero un parámetro adimensional: $\dot{m}^*$, que será usado para comparar la relación entre velocidades de salida de la tobera y el ángulo de deflexión generado, entonces:

$$\dot{m}^* = \frac{\dot{m}_1 - \dot{m}_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \quad (4.1)$$

Para cuyo cálculo se consideran las velocidades de salida de la tobera, siendo $\dot{m}_1$ correspondiente a la salida superior y $\dot{m}_2$ a la salida inferior. Se considera además una densidad del aire de $1.204 [\frac{kg}{m^3}]$ y un área obtenida del producto de la longitud de las entradas por una profundidad que el software brinda de manera automática de $2.42863 [m]$.

Este parámetro, así como los valores con que se comparó para validar el modelo, se obtuvieron del trabajo realizado por Trancossi and Dumas (2011), quienes usaron el software Ansys Fluent, con una malla no estructurada con un refinamiento cerca de la superficie de la tobera, que es importante mencionar, es la única parte del dispositivo que evaluaron (no se adaptó a ninguna otra geometría). Consideraron también presión atmosférica, condición de no deslizamiento, sin corriente libre y mantuvieron constante el flujo másico de salidas de la tobera en $8 [\frac{kg}{s}]$. Se muestra en la figura 4.10 una comparación de las deflexiones obtenidas para diferentes valores de $\dot{m}^*$:

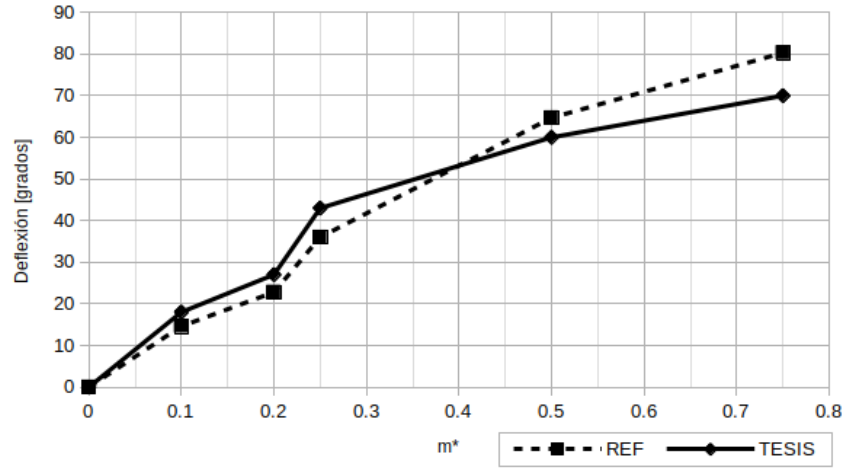


Figura 4.10: Comparación de valores obtenidos por Trancossi and Dumas (2011) y los obtenidos en este trabajo

Para los resultados obtenidos en este proyecto se debió detener la simulación en aproximadamente 0.1 segundos, tiempo en que se alcanzaban los resultados obtenidos en el artículo de referencia, mismo que pasado este tiempo presentaba un error al truncar el dominio computacional, sin embargo, se reprodujeron de manera aceptable los resultados hasta ese punto. Se muestran los campos de velocidad con ángulos de deflexión obtenidos para casos con $\dot{m}^*$ igual a 0, 0.1, 0.2, 0.25, 0.5 y 0.75.

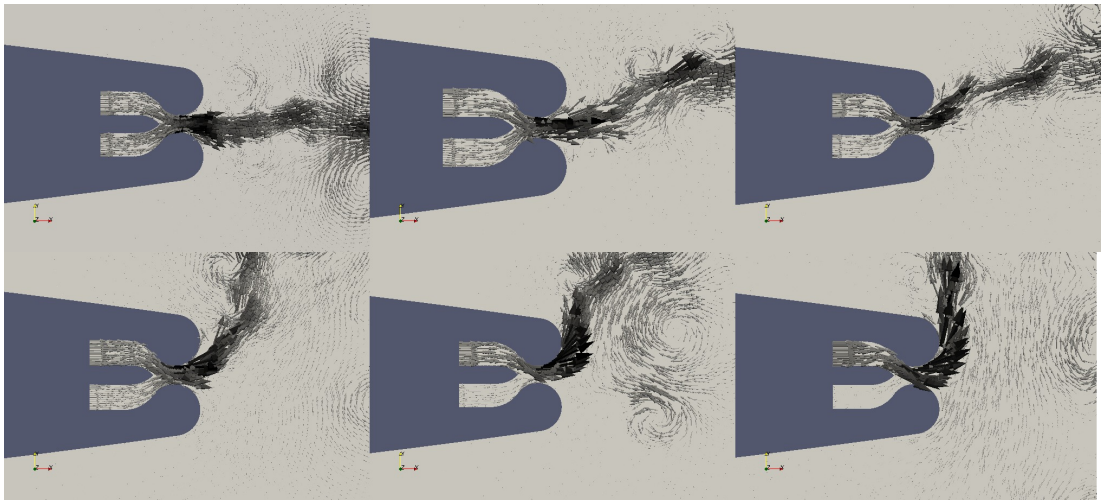


Figura 4.11: Ángulos obtenidos para casos con diferentes valores de $\dot{m}^*$

4. RESULTADOS

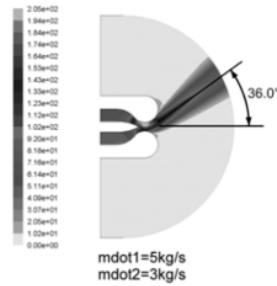


Figura 4.12: Ángulo obtenido por Trancossi and Dumas (2011) donde se aprecia el pequeño e insuficiente dominio computacional utilizado

Se muestran a continuación los campos de velocidades para diferentes tiempos (0.1, 0.25, 0.6 y 1 segundos) después del corte realizado para la validación, por lo que se aprecia un resultado más realista al no truncar el dominio computacional y no forzar con esto el valor que arroja el programa. Se indica a que valor de $\dot{m}^*$ corresponde cada figura.

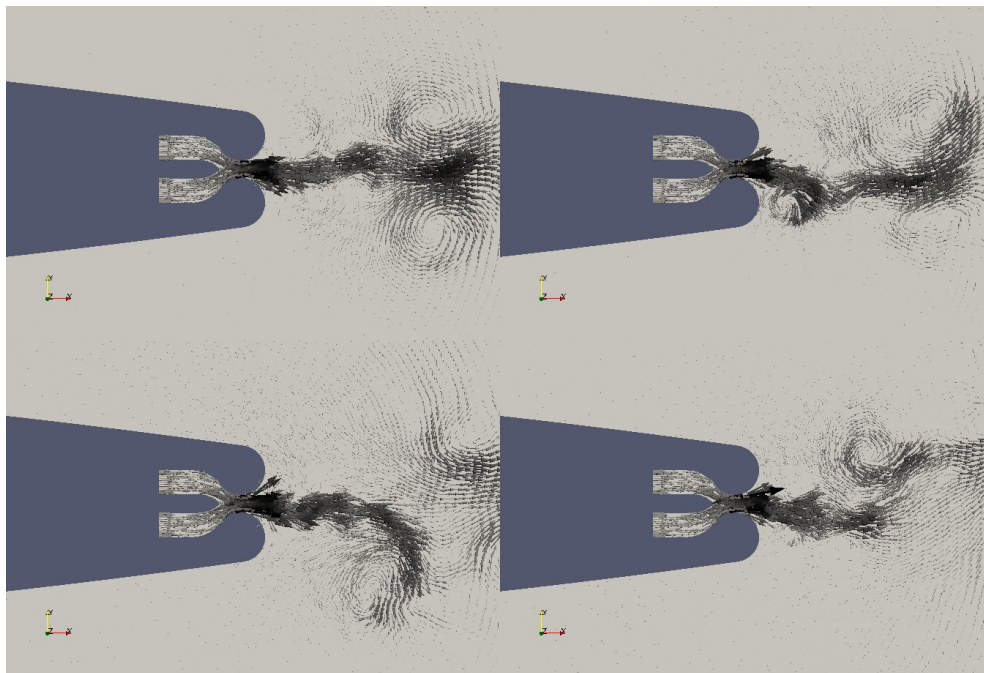


Figura 4.13: Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0$

Se observa para el caso con $\dot{m}^*=0$ que el flujo comienza a oscilar entorno a cero grados.

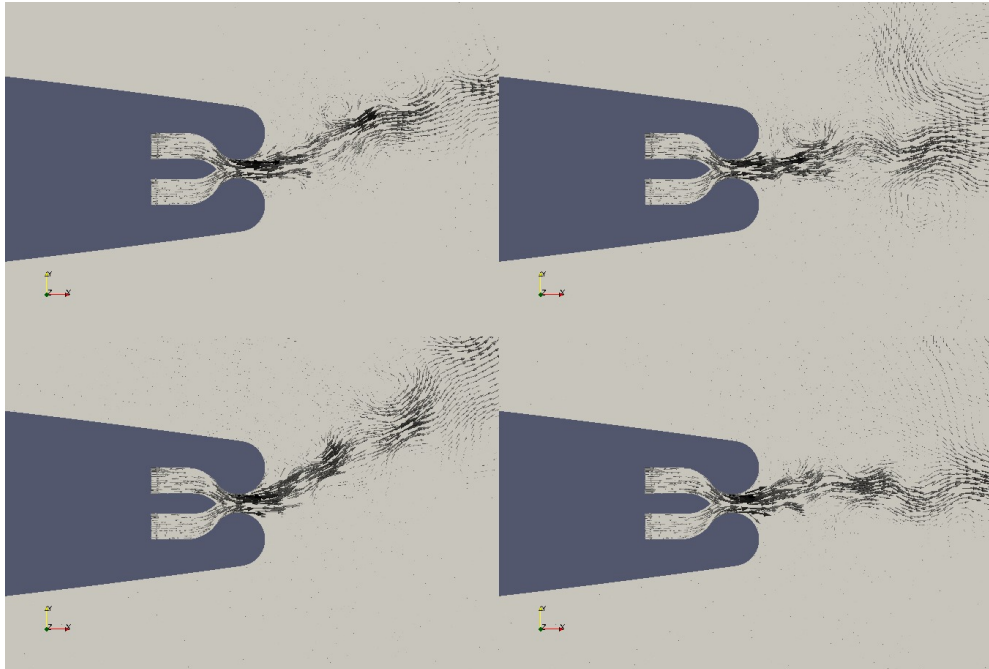


Figura 4.14: Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.1$

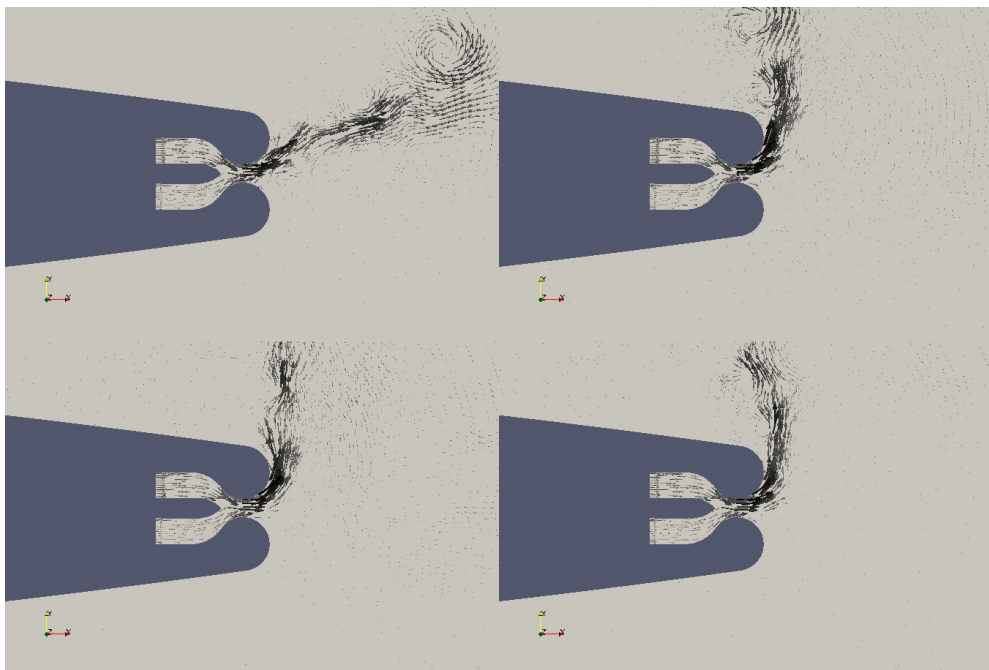


Figura 4.15: Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.2$

4. RESULTADOS

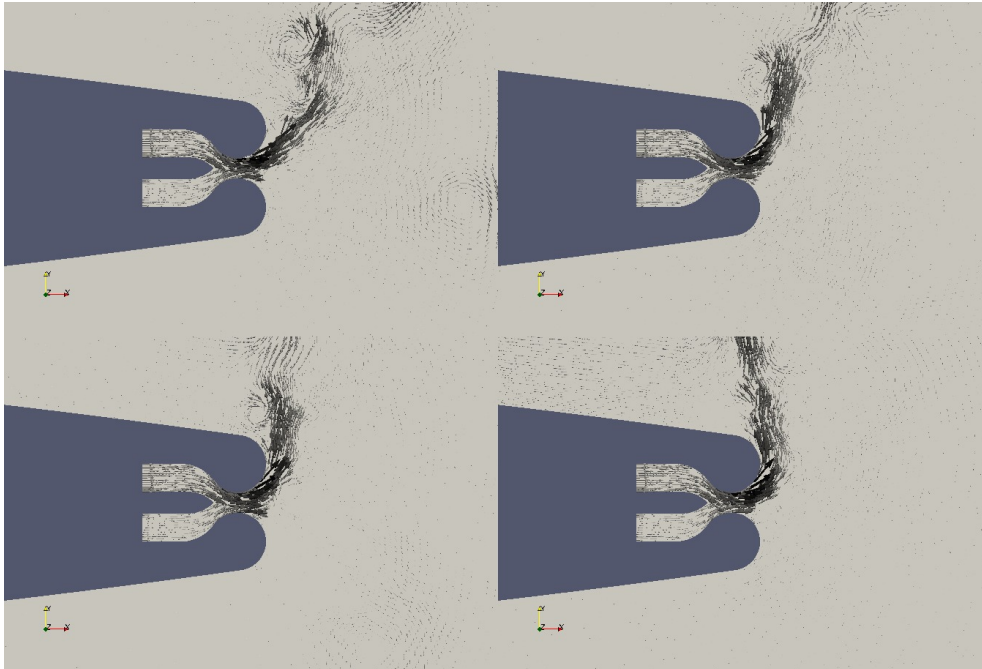


Figura 4.16: Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.25$

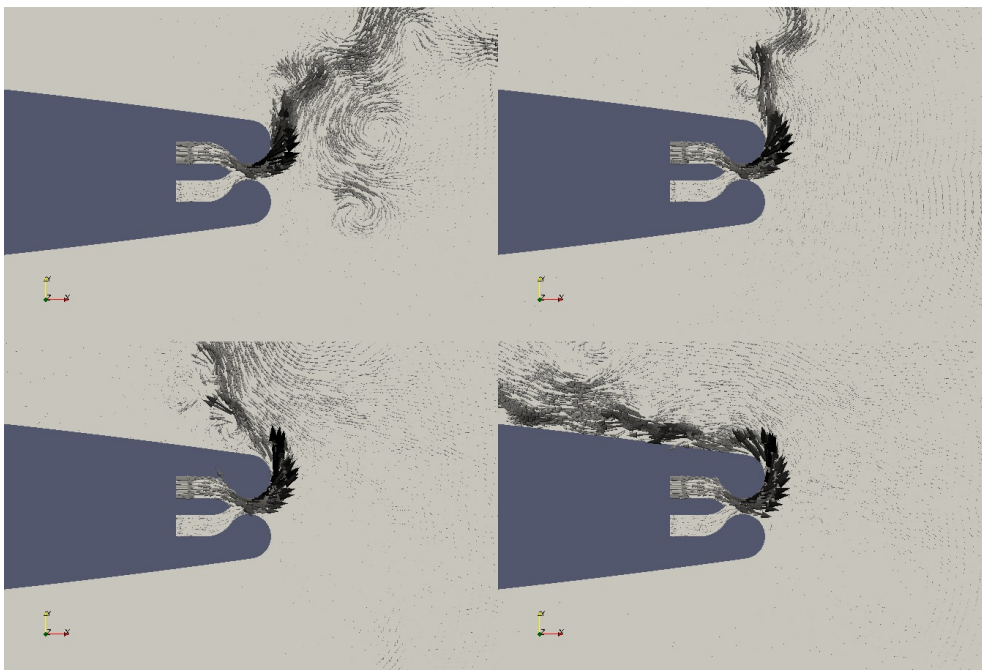


Figura 4.17: Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.5$

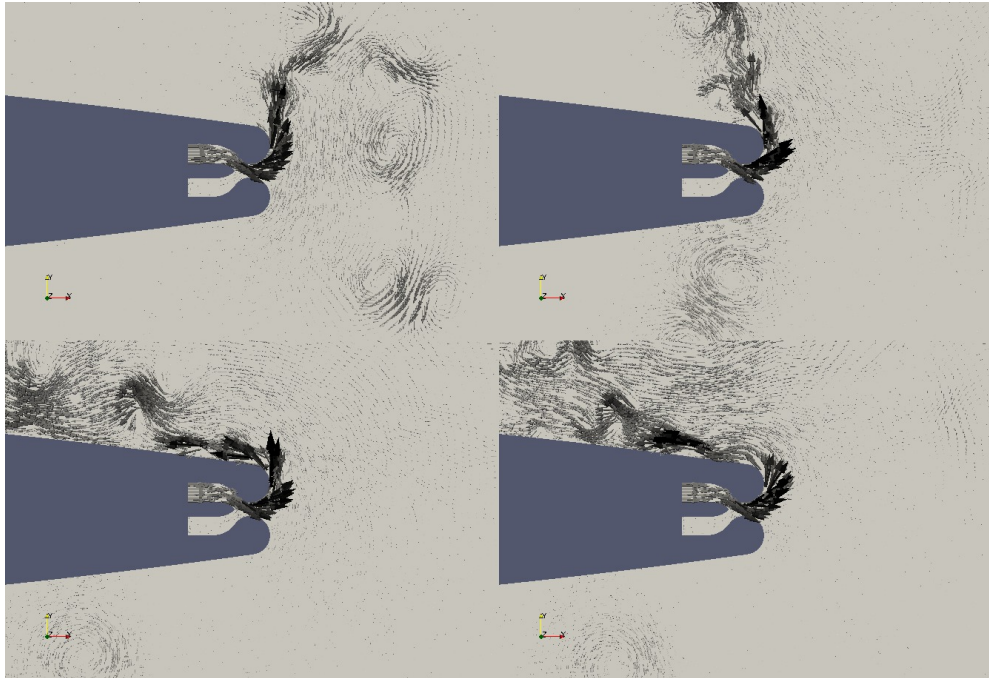


Figura 4.18: Campo de velocidades para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.75$

Se observa un aumento progresivo del ángulo de deflexión conforme aumenta la magnitud de $\dot{m}^*$. También es muy notable el que se adhiera el flujo y comience a subir por la superficie del perfil NACA, lo que sucede debido a la ausencia de una corriente libre y deja como evidencia la existencia del efecto Coanda cuando se usa esta tobera.

En todos los casos se simuló un segundo con pasos de tiempo de 0.00001 segundos. Las condiciones de frontera fueron de no deslizamiento para la superficie del perfil y tobera, velocidad en las salidas de la tobera, sin corriente libre, presión atmosférica (que el programa solicita dividida entre la densidad) y gradiente cero para las entradas y salidas al dominio computacional alejadas del perfil.

Se muestra también en la figura 4.19 el campo de presiones obtenido para diferentes tiempos (0.05, 0.075, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.6, 0.8 y 1 segundos), donde se aprecia una baja en magnitud cerca de las superficies donde se presenta el efecto Coanda, lo que se esperaba según la explicación del fenómeno.

Se realizó también la simulación de los casos con deflexiones hacia abajo, es decir, con la salida inferior de la tobera con velocidad mayor, obteniéndose resultados simétricos respecto a las deflexiones hacia arriba. Se muestran casos con $\dot{m}^*$ igual a 0.1, 0.2, 0.25, 0.5 y 0.75.

4. RESULTADOS

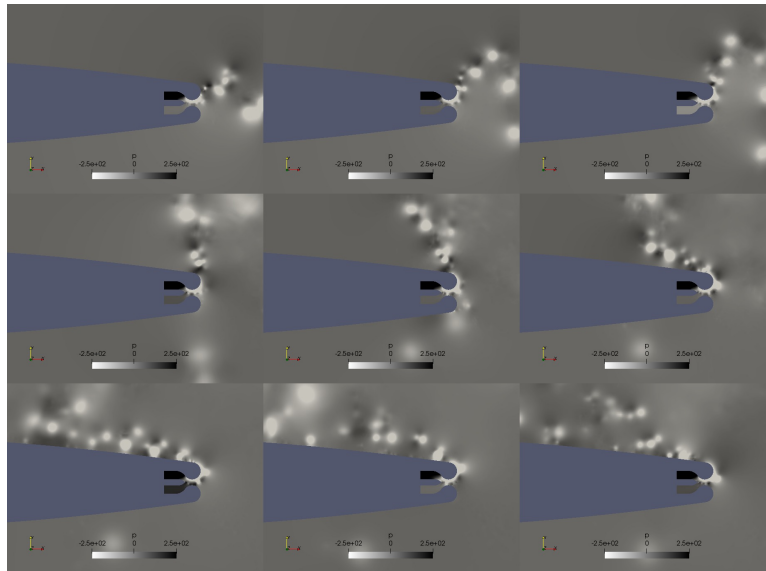


Figura 4.19: Campo de presiones para diferentes tiempos para el caso con $\dot{m}^*=0.75$

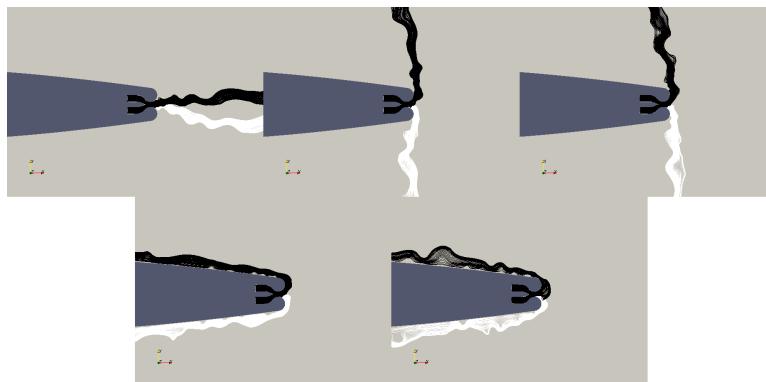


Figura 4.20: Líneas de corriente en que se aprecia la simetría según la salida de la tobera con mayor flujo másico; casos con diferente valor de $\dot{m}^*$

4.3. Validación del perfil aerodinámico

El análisis siguiente se realizó con la intención de mostrar que el método de evaluación del perfil aerodinámico también arroja resultados satisfactorios, por lo que al unir los análisis de la tobera y el perfil, respetando dicho método, deberían obtenerse resultados coincidentes con la física.

El perfil evaluado fue el NACA 0015, el mallado fue estructurado, con refinamiento cerca del perfil y constó de 217,600 elementos.

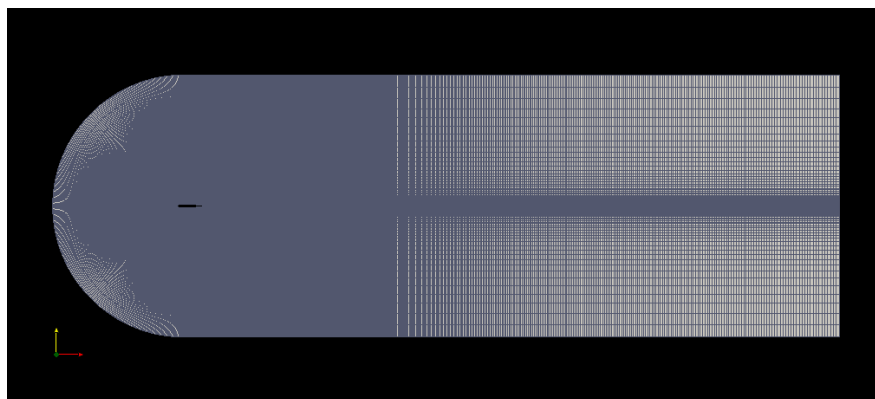


Figura 4.21: Mallado estructurado del perfil NACA 0015

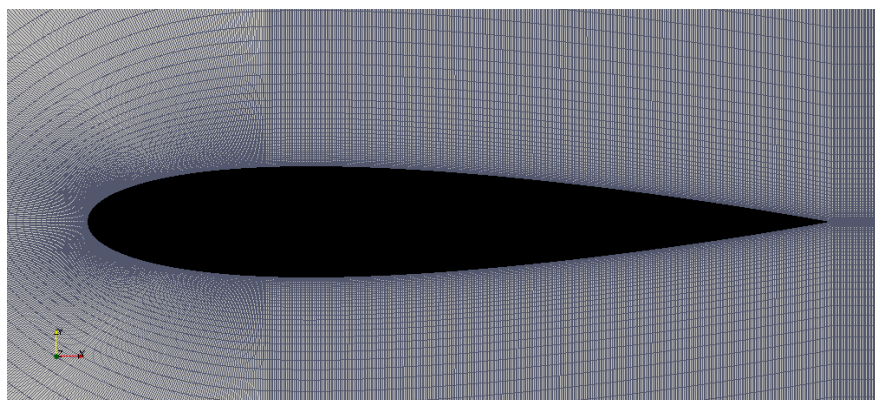


Figura 4.22: Acercamiento del mallado estructurado del perfil NACA 0015

El valor que se calculó y se comparó con otros artículos (Hameed and Afaq, 2013), (Yousefi and Razeghi, 2018) fue el de coeficiente de arrastre, obteniendo resultados muy similares para los casos con corriente con $Re=100,000$ y $Re=500,000$ que se muestran a continuación, mismos que presentan errores con magnitud del orden de 1×10^{-3} .

4. RESULTADOS

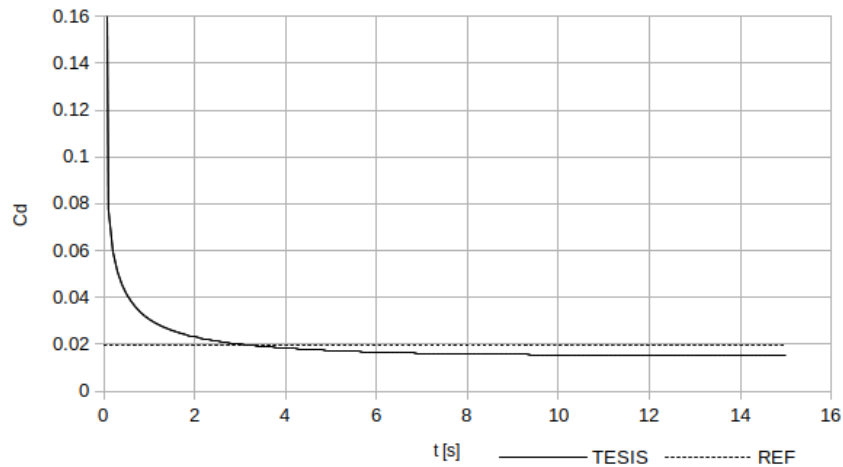


Figura 4.23: Coeficiente de arrastre para $Re=100,000$

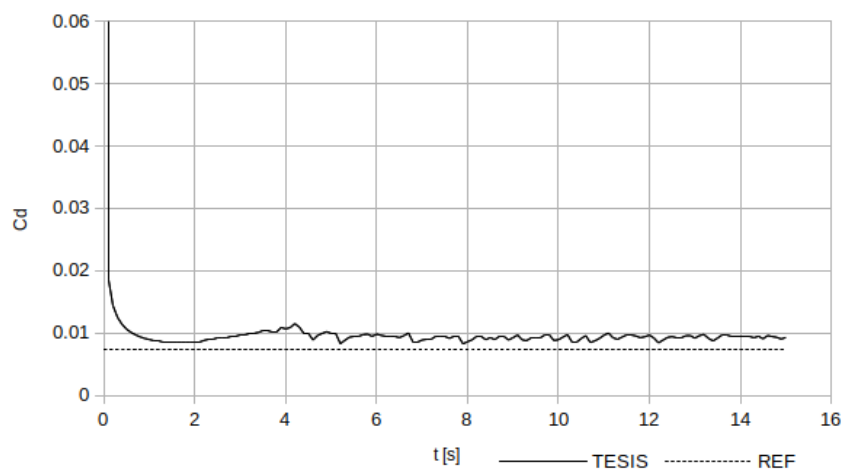


Figura 4.24: Coeficiente de arrastre para $Re=500,000$

También se obtuvieron las distribuciones de magnitud de velocidad y presión, se observa de los mismos que la distribución es la usual para un perfil simétrico en todos los casos.

Para las simulaciones se seleccionaron $Re=100,000$ y $Re=500,000$ para las corrientes libres debido a que serán los valores usados en evaluaciones posteriores.

En todos los casos se simularon 15 segundos con pasos de tiempo de 0.00025. Las condiciones de frontera incluyeron no deslizamiento para la superficie del perfil, velocidad de corriente libre, presión atmosférica y gradiente cero para las salidas de flujo.

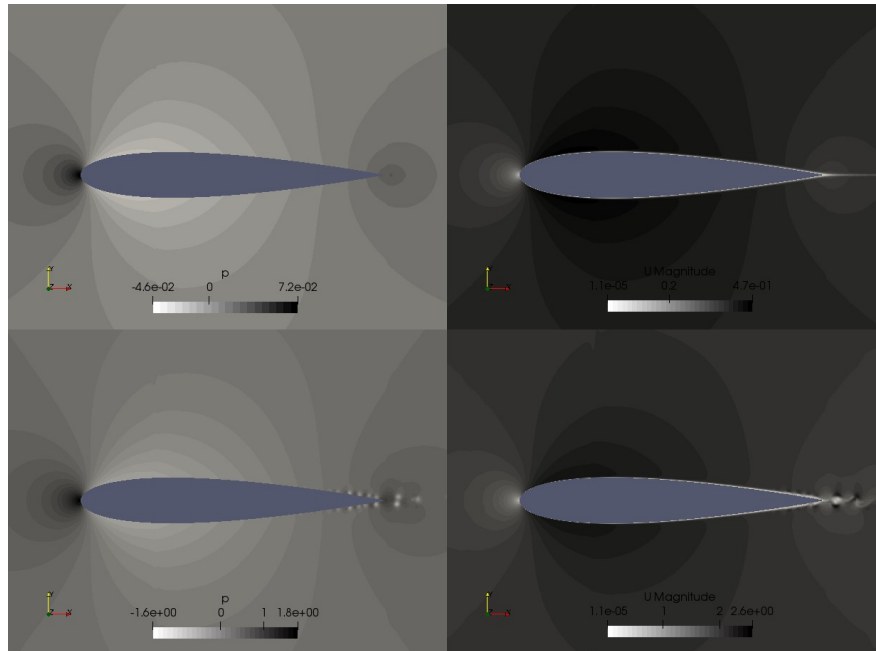


Figura 4.25: Distribuciones de presión (lado izquierdo) y velocidad (lado derecho) para $Re=100,000$ (arriba) y $Re=500,000$ (abajo)

4.4. Caso con velocidades de salida iguales

Después de las validaciones se procedió a realizar el caso más simple del proyecto ya con la tobera y el perfil ensamblados, en este caso ambas salidas de la tobera tienen el mismo flujo másico, y por ello, el flujo resultante tenderá a seguir una trayectoria recta sin deflexión. El mallado utilizado corresponde al usado ya en la sección 4.2.

Además, se calculó la fuerza de empuje y el impulso, así como el ángulo de deflexión que se genera como resultado de la salida de flujo del dispositivo. Para este cálculo se utilizan las fórmulas mostradas anteriormente, para lo que se requiere conocer el perfil de velocidades del chorro a la salida, lo que se logró mediante la realización de un corte al dominio computacional como se muestra en la imagen 4.26.

4. RESULTADOS

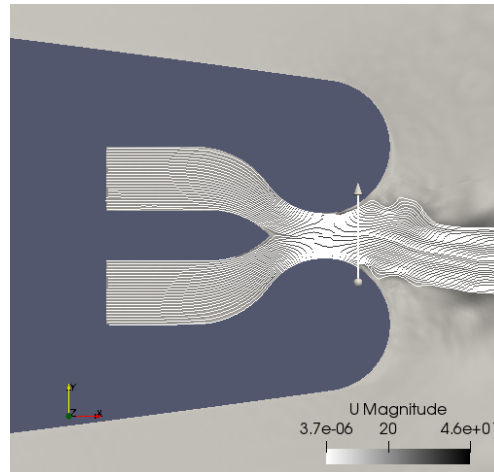


Figura 4.26: Localización de corte para obtención de perfil de velocidades y presiones para cálculo de empuje e impulso

También de este corte es posible obtener el perfil de presiones. Es importante mencionar que el corte se realiza en el punto de separación del chorro de la superficie pues es el punto en que se estaría generando el efecto de empuje. Los perfiles de velocidad y presión se graficaron y se obtuvo un promedio de los mismos en la dirección de deflexión. Otros datos importantes para el cálculo de la fuerza e impulso específico son: una velocidad de referencia, en este caso la de la corriente libre, una densidad y un área, valores previamente conocidos.

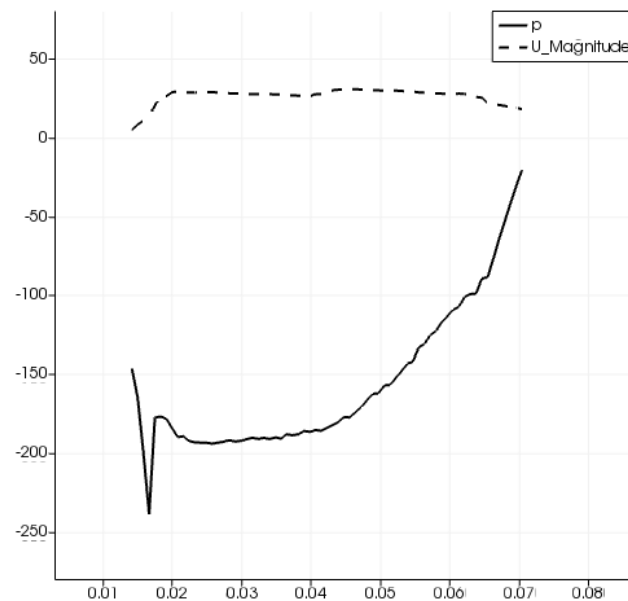


Figura 4.27: Perfil de velocidades y presiones obtenido del corte

De las gráficas puede observarse como la velocidad tiende a ser constante, disminuyendo en los extremos del chorro (en otros casos se llegó a un perfil de velocidades que indica que el flujo está completamente desarrollado) y cómo hay una baja de presión inicial, lo que indicaría la existencia del efecto Coanda y una posible deflexión en la dirección de esta baja presión; en este caso la ligera deflexión se debe a las oscilaciones presentadas en el flujo.

Los valores obtenidos pueden consultarse al final de la sección 4.6. Se muestran a continuación líneas de corriente de cada uno de los chorros a diferentes tiempos de los tres casos evaluados, es decir, de $Re=0$, $Re=100,000$ y $Re=500,000$, siendo las líneas más oscuras el caso con mayor velocidad y las más claras el caso con menor.

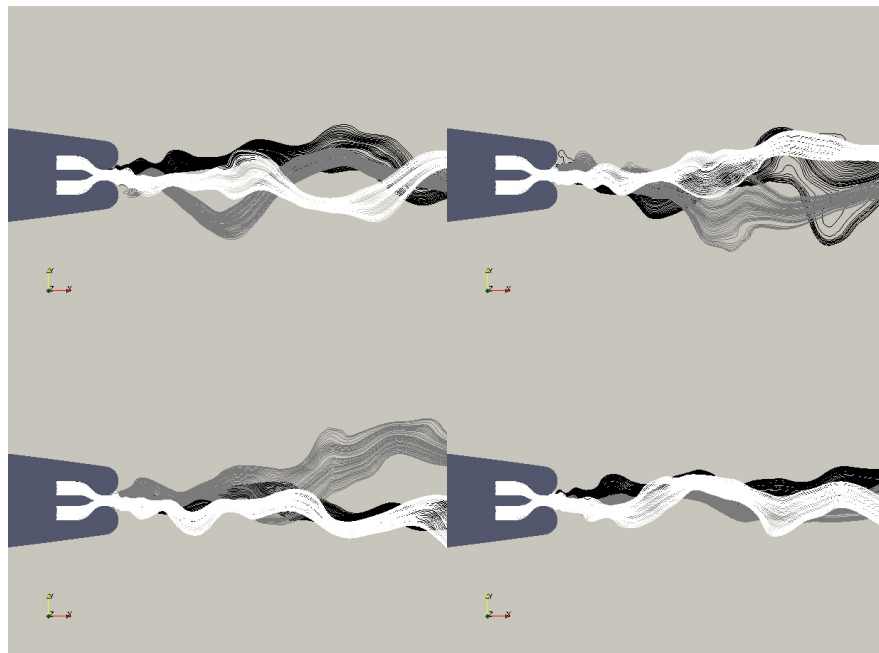


Figura 4.28: Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0$ y diferentes números de Reynolds

Se observa que el flujo no se mantiene recto sobre cero grados, sino que oscila alrededor de este valor, además se estabiliza el flujo con el paso del tiempo. Las variaciones para los diferentes números de Reynolds son mínimas, siendo apreciable solo un ritmo distinto de las oscilaciones, pero manteniéndose cercanas a un mismo valor.

En todos los casos se simuló un segundo, con pasos de tiempo de 0.00001 segundos. Las condiciones de frontera fueron de no deslizamiento para la superficie del perfil y la tobera, velocidades a las salidas de la tobera, velocidad de corriente libre, presión atmosférica y gradiente cero para las salidas de flujo.

4.5. Caso con velocidad superior mayor y deflexión hacia arriba

Para los casos con deflexiones hacia arriba se utilizaron los mismos valores de $\dot{m}^*$ usados en la validación de la tobera y se les agregó corriente libre (3 casos diferentes) para observar su comportamiento. También se utiliza, como en el caso anterior, un modelo con la tobera y el perfil ya ensamblados, el mismo mallado usado en la sección 4.2 y se calculan las fuerzas e impulsos en cada caso siguiendo el mismo procedimiento, solo que el corte se realiza de manera perpendicular al chorro, como se observa en la figura 4.29.

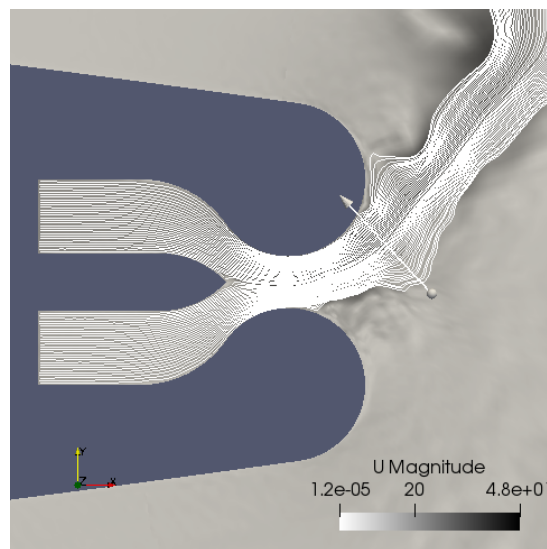


Figura 4.29: Localización de corte para obtención de perfil de velocidades y presiones para cálculo de empuje e impulso en casos con ángulo de deflexión distinto de 0

Los valores calculados pueden consultarse en la sección siguiente. Se muestran en esta sección líneas de corriente de cada uno de los chorros a diferentes tiempos de todos los casos de $\dot{m}^*$ utilizados, así como de los tres casos evaluados de corriente libre, es decir, de $Re=0$, $Re=100,000$ y $Re=500,000$, siendo las líneas más oscuras el caso con mayor velocidad y las más claras el caso con menor. En cada figura pueden apreciarse las diferencias que resultan de la magnitud de la corriente libre.

En todos los casos se simuló un segundo, con pasos de tiempo de 0.00001 segundos. Las condiciones de frontera fueron de no deslizamiento para la superficie del perfil y la tobera, velocidades a las salidas de la tobera, velocidad de corriente libre, presión atmosférica y gradiente cero para las salidas de flujo.

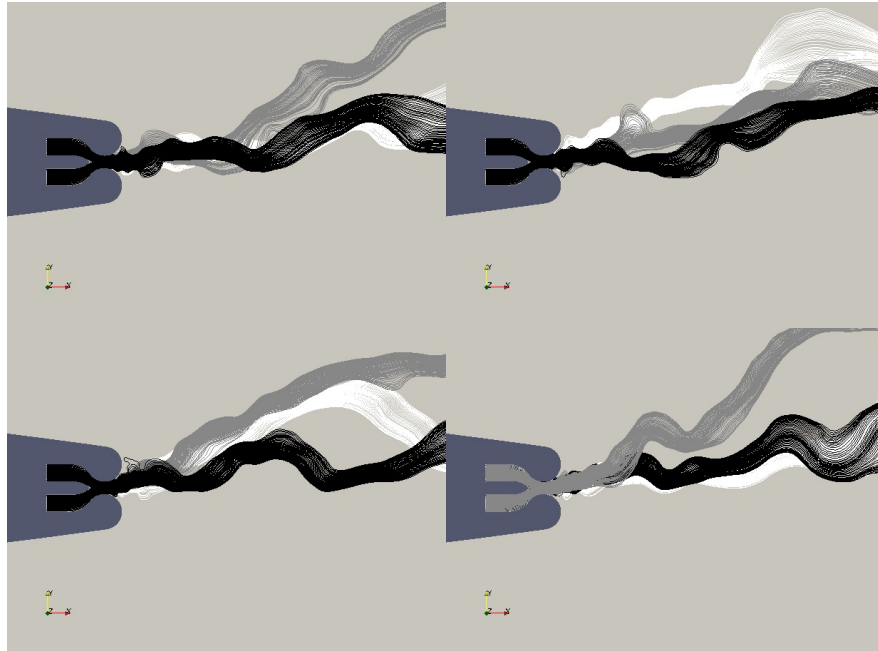


Figura 4.30: Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0.1$ y diferentes números de Reynolds

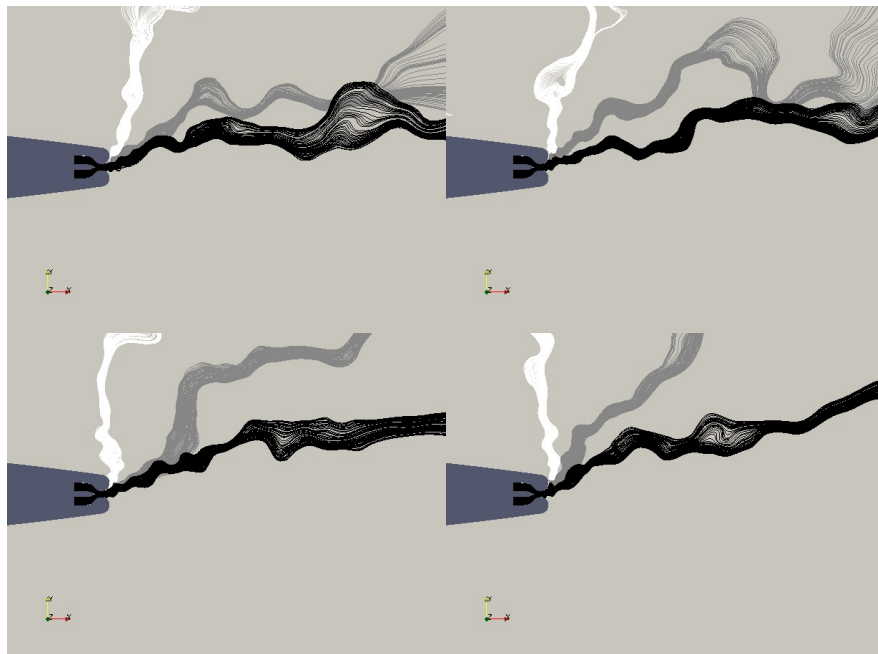


Figura 4.31: Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0.2$ y diferentes números de Reynolds

4. RESULTADOS

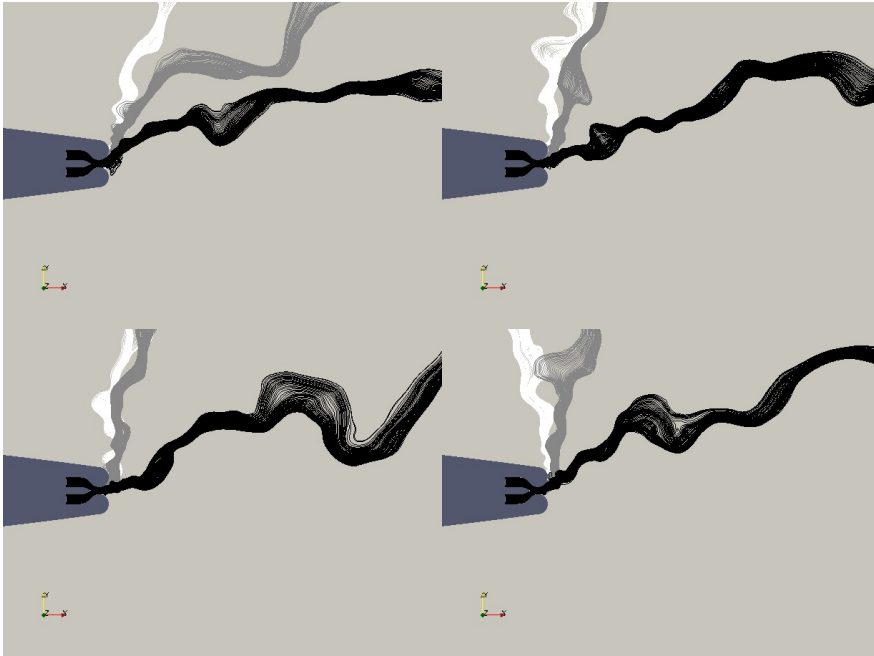


Figura 4.32: Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0.25$ y diferentes números de Reynolds

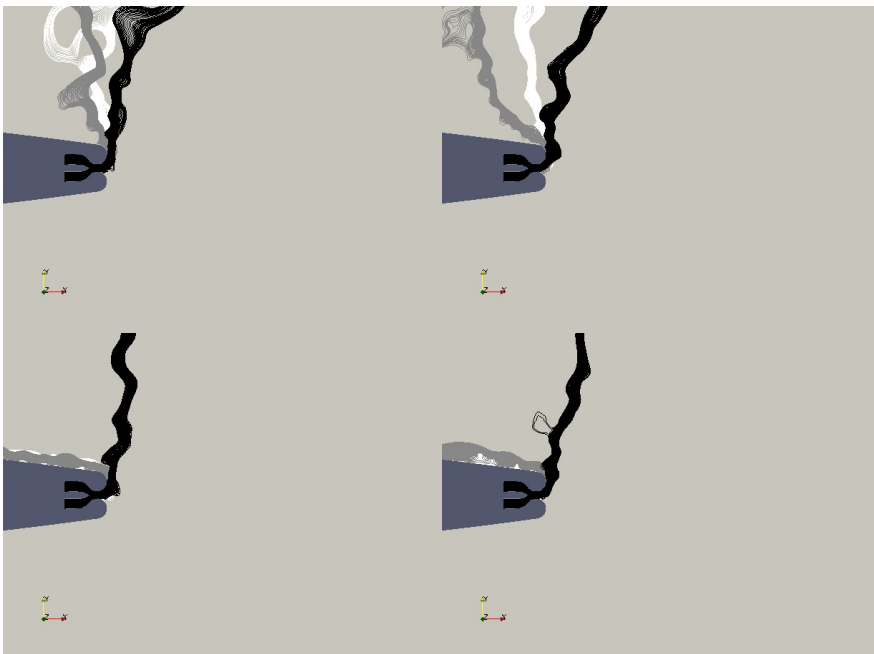


Figura 4.33: Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0.5$ y diferentes números de Reynolds



Figura 4.34: Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=0.75$ y diferentes números de Reynolds

Se observa que en todos los casos siguen existiendo oscilaciones en los flujos, sin embargo estas ya no son entorno al mismo valor de ángulo de deflexión, sino que cambian dependiendo el número de Reynolds de la corriente libre. Los chorros de los casos con $Re=0$ y $Re=100,000$ tienden a tener comportamientos similares, sobre todo en los casos con muy poca o mucha deflexión. De manera general, los chorros de los casos con $Re=500,000$ se deflectan mucho menos. También es de notarse que el flujo sigue adhiriéndose al perfil incluso después del nivel de la tobera para casos con $\dot{m}^*$ alto incluso con corriente libre de $Re=100,000$.

4.6. Caso con velocidad inferior mayor y deflexión hacia abajo

Esta última sección muestra los mismos casos evaluados en la anterior, pero con deflexiones hacia abajo, es decir, con valores de $\dot{m}^*$ negativos. Se mantienen los diferentes casos de corriente libre, el modelo usado, el mallado y el procedimiento para cálculo de fuerzas e impulsos, por lo que se prevee la obtención de resultados simétricos respecto de la sección anterior.

En todos los casos se simuló un segundo, con pasos de tiempo de 0.00001 segundos. Las condiciones de frontera fueron de no deslizamiento para la superficie del perfil y la tobera, velocidades a las salidas de la tobera, velocidad de corriente libre, presión atmosférica y gradiente cero para las salidas de flujo.

4. RESULTADOS

Se muestran inicialmente líneas de corriente, como en secciones previas, de cada uno de los chorros a diferentes tiempos de todos los casos de $\dot{m}^*$ utilizados, así como de los tres casos evaluados de corriente libre, es decir, de $Re=0$, $Re=100,000$ y $Re=500,000$, siendo las líneas más oscuras el caso con mayor velocidad y las más claras el caso con menor.

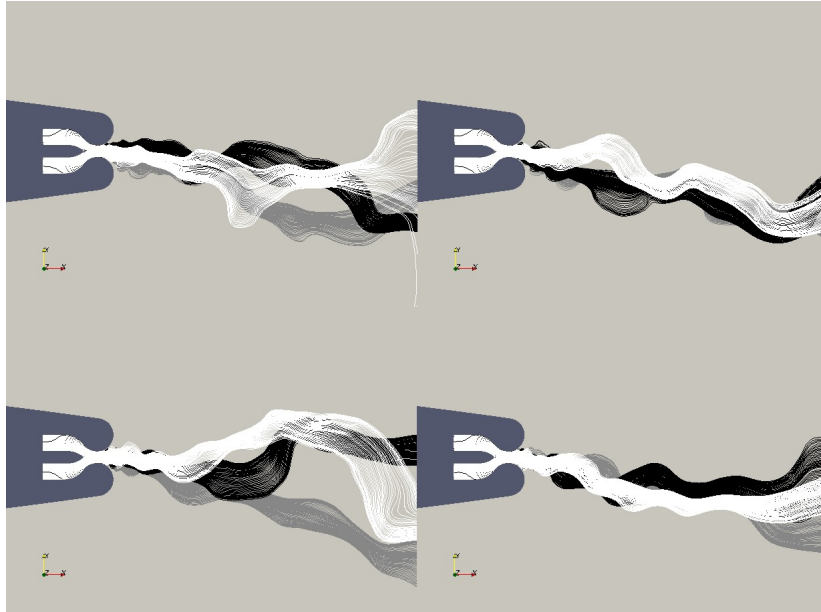


Figura 4.35: Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=-0.1$ y diferentes números de Reynolds

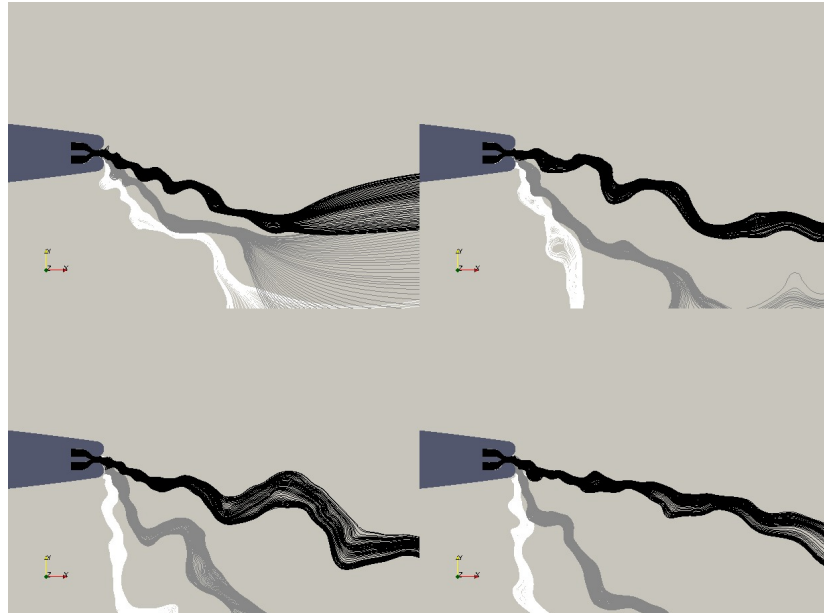


Figura 4.36: Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=-0.2$ y diferentes números de Reynolds

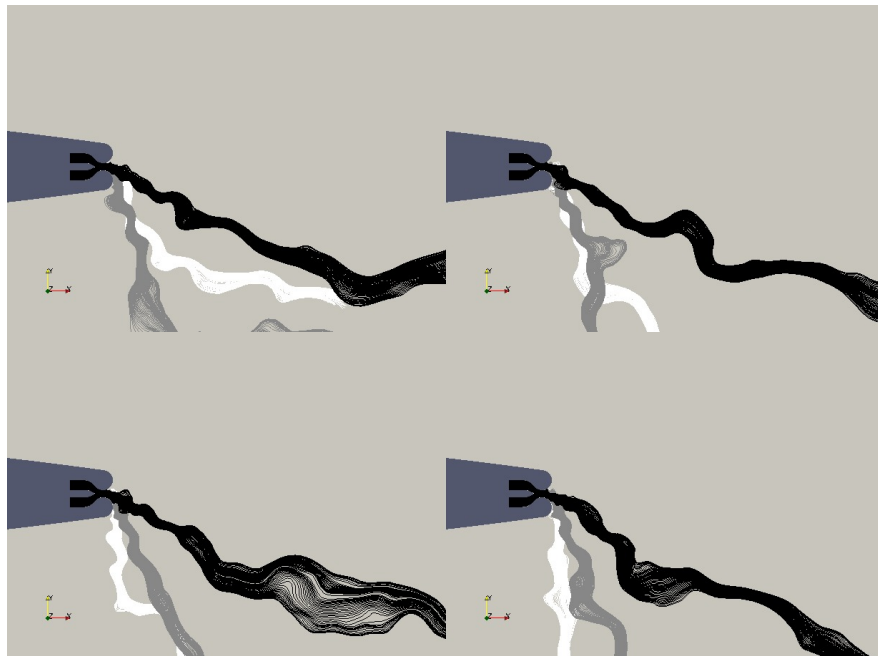


Figura 4.37: Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $\dot{m}^*=-0.25$ y diferentes números de Reynolds

4. RESULTADOS

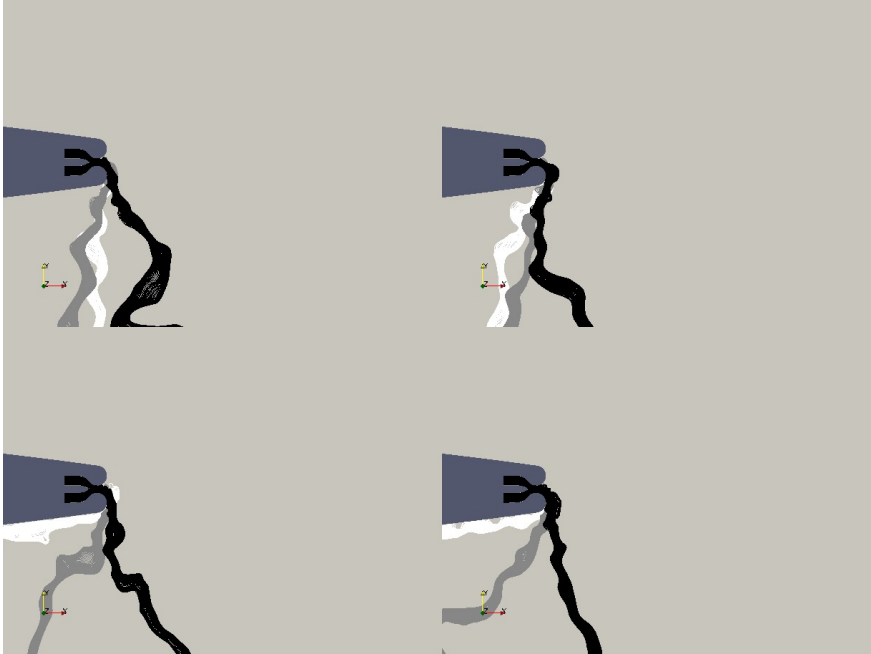


Figura 4.38: Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $m^* = -0.5$ y diferentes números de Reynolds

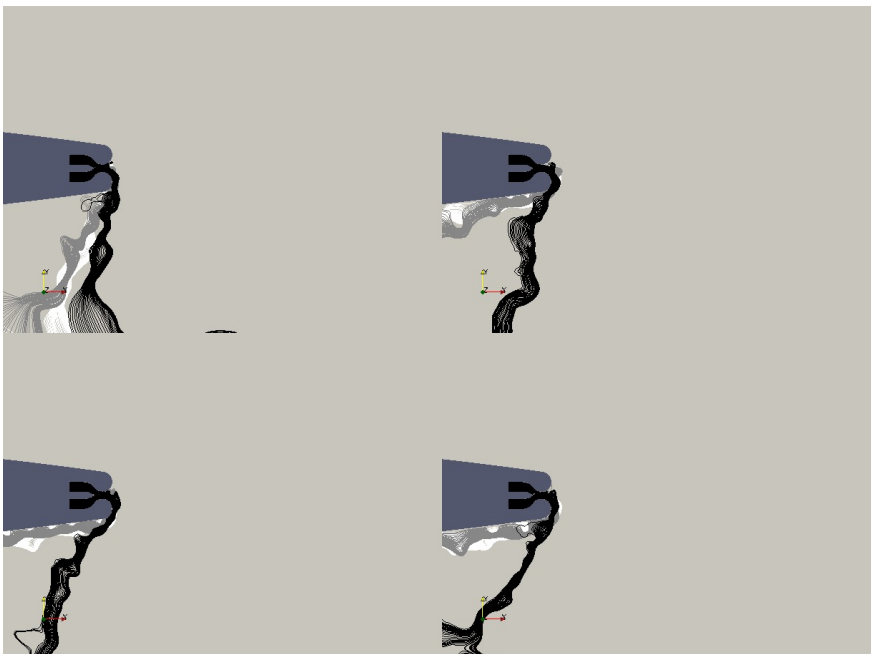


Figura 4.39: Avance en el tiempo de líneas de corriente para el caso con $m^* = -0.75$ y diferentes números de Reynolds

4.6 Caso con velocidad inferior mayor y deflexión hacia abajo

Como se mencionó anteriormente, se observan resultados simétricos a los obtenidos con deflexiones hacia arriba. Se mantienen las oscilaciones y diferencias de ángulo de deflexión por las condiciones de corriente libre.

Se muestran a continuación tablas de los resultados obtenidos (ángulos de deflexión, fuerza de empuje calculada e impulso específico) para cada uno de los casos evaluados.

$\dot{m}^*$	Re=0		
	Ángulo [grados]	Empuje [N]	Impulso [s^{-1}]
-0.75	-171	171.47	4.3
-0.5	-172	122.29	3.03
-0.25	-83	88.84	2.37
-0.2	-85	71.05	2.31
-0.1	-10	104.13	2.69
0	0	101.96	2.91
0.1	10	104.72	2.7
0.2	95	80.85	2.54
0.25	95	94.2	2.46
0.5	171	115.77	2.99
0.75	172	186.58	4.25

Tabla 4.1: Ángulos, empuje e impulso específico generado para diferentes valores de $\dot{m}^*$ y Re=0

$\dot{m}^*$	$Re = 100 \times 10^3$		
	Ángulo [grados]	Empuje [N]	Impulso [s^{-1}]
-0.75	-171	230.97	3.53
-0.5	-124	115.17	3.25
-0.25	-69	104.33	2.49
-0.2	-45	93.26	2.47
-0.1	-12	127.96	3.17
0	0	98.85	2.9
0.1	18	118.52	3.06
0.2	45	81.01	2.34
0.25	80	93.08	2.64
0.5	171	119.2	2.67
0.75	171	179.6	4.36

Tabla 4.2: Ángulos, empuje e impulso específico generado para diferentes valores de $\dot{m}^*$ y $Re = 100 \times 10^3$

4. RESULTADOS

$\dot{m}^*$	$Re = 500 \times 10^3$		
	Ángulo [grados]	Empuje [N]	Impulso [s^{-1}]
-0.75	-124	179.23	4.32
-0.5	-69	134.9	2.9
-0.25	-27	98.65	2.35
-0.2	-16	83.42	2.15
-0.1	-12	114.35	3.01
0	0	94.05	2.7
0.1	10	87.39	2.61
0.2	20	110.5	2.6
0.25	25	88.2	2.19
0.5	79	112.35	3.15
0.75	114	175.5	3.96

Tabla 4.3: Ángulos, empuje e impulso específico generado para diferentes valores de $\dot{m}^*$ y $Re = 500 \times 10^3$

Los datos anteriores se aprecian de mejor manera como gráficas, mismas que también se muestran y en donde se puede observar inicialmente como al aumentar el número de Reynolds de la corriente libre se disminuyó el ángulo de deflexión y como estas deflexiones fueron muy similares independientemente de si se daban hacia arriba o hacia abajo.

Por otro lado, se observa que en todos los casos, sin importar la velocidad de la corriente libre, el valor de la fuerza calculada sigue la misma tendencia, así como del impulso del dispositivo; y que al modificar el valor de $\dot{m}^*$ se obtiene un comportamiento como el de una W, es decir, que para deflexiones pequeñas se disminuye la fuerza de empuje, pero aumenta para deflexiones altas.

4.6 Caso con velocidad inferior mayor y deflexión hacia abajo

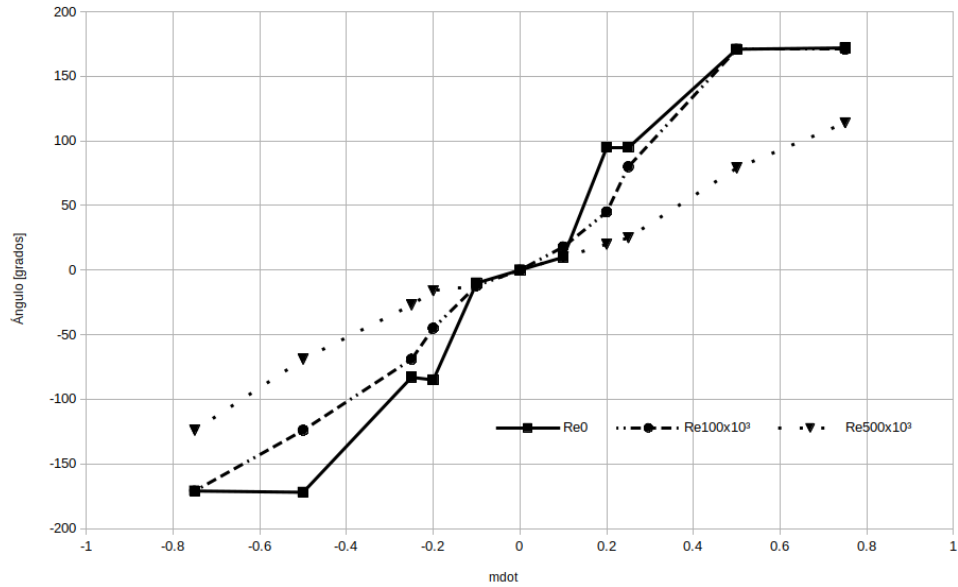


Figura 4.40: Comparativa de ángulo de deflexión para cada caso de $\dot{m}^*$ y número de Reynolds

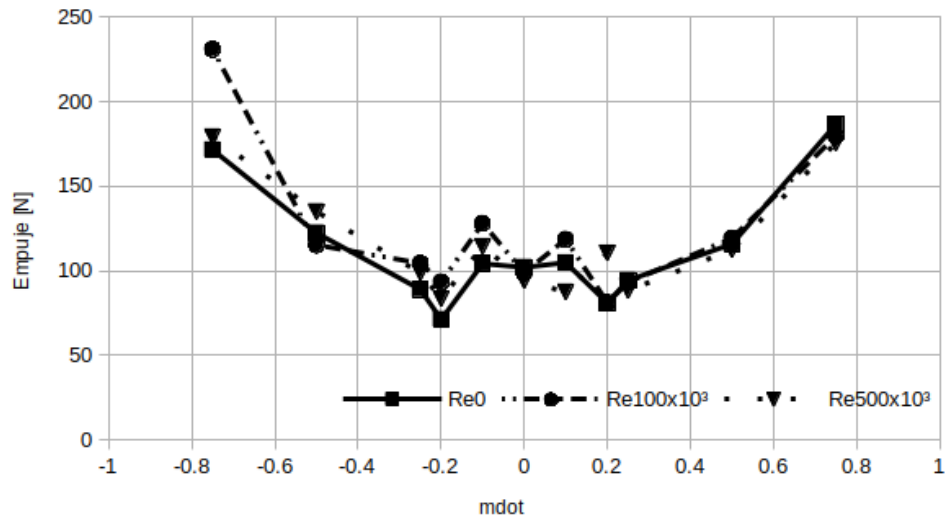


Figura 4.41: Comparativa de fuerza de empuje generada para cada caso de $\dot{m}^*$ y número de Reynolds

4. RESULTADOS

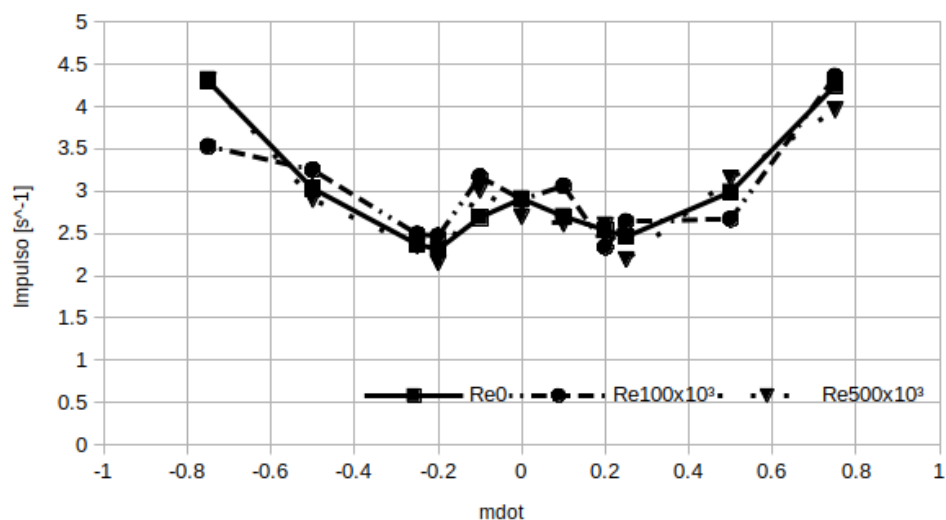


Figura 4.42: Comparativa de impulso específico generado para cada caso de $\dot{m}^*$ y número de Reynolds

Este efecto también es observable con el valor de impulso específico calculado y podría explicarse considerando dos fenómenos: inicialmente se genera una mezcla entre los dos chorros salientes de la tobera y mientras estos tengan flujos másicos de magnitud similar, la fuerza que se pierde por este mezclado aumenta, por ello las deflexiones de pequeña magnitud presentan fuerzas menores, pues los flujos másicos de ambas salidas son muy similares.

Luego, para los valores de $\dot{m}^*$ altos en magnitud, es decir, en casos en que la diferencia de flujos másicos en las salidas de la tobera es mayor, no hay grán pérdida de fuerza por el mezclado de los chorros, por lo que el valor de la fuerza e impulso calculados aumenta.

El segundo fenómeno a considerar es la pérdida de energía por fricción con la superficie, misma que debe ser baja pues en los casos con mayor deflexión hay más fricción y la fuerza no obstante aumenta, sin embargo, este fenómeno explicaría el incluso menor valor calculado para deflexiones bajas, pues sumado al efecto de la mezcla y a que habría dos superficies con las que friccionar y perder energía, el resultado de fuerza disminuye aún más.

Resta mencionar que la pérdida de fuerza debida a la fricción es mucho menor que la debida a la mezcla, tal como se observa en las gráficas de resultados, por lo que la forma de W tiene sentido físico.

Otro aspecto importante a notar es el bajo valor de impulso específico resultante, pues de manera general para dispositivos reales es mayor, sin embargo, se debe considerar que ese valor real también es resultado de condiciones reales de operación, es decir, que los valores usados en este trabajo fueron tomados del artículo para validación de la tobera bifurcada y se

mantuvieron bajos con el fin de evitar metodologías más complejas con modelos de turbulencia, pero no representan condiciones realistas de velocidad a la salida de un motor o un cohete en funcionamiento. Por otro lado, este valor es dependiente del consumo de combustible y del proceso interno del motor, fenómeno que no se evalúa en la presente tesis. A pesar de todo lo anterior, el valor de impulso específico obtenido sigue la misma tendencia para todos los casos, es positivo y es congruente con el valor de fuerza y de condiciones iniciales utilizadas.

Conclusiones

Queda clara la existencia de deflexiones en los chorros a la salida total de la tobera bifurcada al modificar las velocidades de sus dos salidas, así como que estas deflexiones se atenúan conforme aumenta la velocidad de la corriente libre.

La metodología, aunque simple por no considerar modelos de turbulencia, es funcional para replicar resultados obtenidos en otros estudios en que sí se utilizan estos modelos.

Existen tendencias a valores de fuerza e impulso independientes de la corriente libre.

El movimiento debido a las fuerzas generadas modificaría el ángulo de deflexión, por lo que incluso ángulos muy altos pueden ser útiles para implementación en dispositivos si se profundiza en el estudio.

Las fuerzas generadas tienen una dirección distinta a la que generaría una tobera convencional, por lo que se mejoraría considerablemente el control del dispositivo a que se adaptara la tobera, e incluso siguiendo esta metodología, pueden generarse diseños para nuevos dispositivos.

Trabajo a futuro

Para complementar la presente tesis y poder implementar la tobera bifurcada en dispositivos reales es necesario inicialmente realizar un análisis con valores de velocidades y condiciones reales de acuerdo con la necesidad que busca satisfacerse.

También sería útil un análisis en tres dimensiones del dispositivo, pues para el fenómeno de mezclado no se obtienen los mejores resultados con simulaciones bidimensionales.

El implementar la geometría real de un motor y su adaptación a la tobera complementaría el estudio al no utilizar solo la forma general que da cualquier perfil aerodinámico.

Analizar también la ecuación de la energía y las afectaciones que los cambios de temperatura tienen en el sistema enriquecería el trabajo al tratarse de gases de escape.

La optimización de las curvas Coanda (sobre las que se tiene la deflexión), la relación de velocidades y la corriente libre, maximizarían el efecto generado.

Por último, una unión entre el análisis CFD y un análisis por elementos finitos facilitaría comprender el movimiento real que tendría el dispositivo al deflectar el flujo en su salida, de la misma forma que calcular los coeficientes de sustentación y arrastre.

Apéndices

A.1. Fuerza de empuje

Se deriva la ecuación para cálculo del empuje del dispositivo, con base en lo mostrado por Spakovszky (2009). Se recuerda que no se evalúa el interior del motor, sino sólo su salida en la tobera. Se debe considerar además, que se trata de un motor con una sola entrada y una sola salida. La geometría del perfil no representa la entrada del motor, sino la forma más simple del mismo.

Supóngase entonces el siguiente volumen de control:

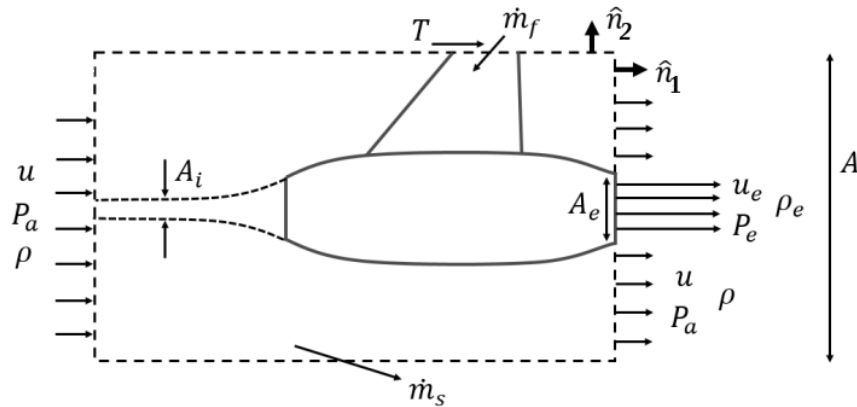


Figura A.1: Volumen de control para un motor con una sola entrada y una sola salida (Roy and Pradeep, 2015).

El empuje será la suma de las fuerzas en las superficies del motor, mismo que se transmite a su soporte; la única otra fuerza presente es la debida a la presión en la salida del motor. Podemos entonces igualar el flujo total de momentum a través de las superficies como:

$$\sum \mathbf{F} = \int_s \rho \mathbf{u} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA \quad (\text{A.1})$$

Nótese que la ecuación es dimensionalmente correcta:

$$[N] = \left[\frac{kg}{m^3} \right] \left[\frac{m}{s} \right] \left[\frac{m}{s} \right] [m^2] = \left[\frac{kgm}{s^2} \right] = [N] \quad (\text{A.2})$$

En este caso, al tratarse de empuje, solo deben considerarse los componentes en la dirección de $\mathbf{n}_1$, que será aquella alineada con el eje del motor, o a la que tiende a alinearse el mismo y en este caso corresponde con la dirección de x ; entonces:

$$\sum F_x = \int_s \rho u_x (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dA \quad (\text{A.3})$$

Una consideración más a realizar es el hecho de que la presión y velocidad son constantes excepto en el área de salida de la tobera. Por otro lado, la fuerza debida a la presión es:

$$F_P = (P_a - P_e) A_e \quad (\text{A.4})$$

Que también es dimensionalmente correcta:

$$[N] = \left[\frac{N}{m^2} \right] [m^2] = [N] \quad (\text{A.5})$$

Realizando un balance de fuerzas:

$$\sum F_x = F_P + T = (P_a - P_e) A_e + T \quad (\text{A.6})$$

Otro concepto necesario para conocer es el flujo másico, que se define como:

$$\dot{m} = \rho u A \quad (\text{A.7})$$

Expandiendo la ecuación (A.6), según los vectores normales definidos a las superficies de control se tiene:

$$\begin{aligned} \rho u \hat{i} \left[\left(\hat{u} \hat{i} \right) \left(-A_i \hat{i} \right) \right] + \rho u \hat{i} \left[\left(\hat{u} \hat{i} \right) \left(- (A - A_i) \hat{i} \right) \right] + \rho_e u_e \hat{i} \left[\left(\hat{u}_e \hat{i} \right) \left(A_e \hat{i} \right) \right] + \\ \rho u \hat{i} \left[\left(\hat{u} \hat{i} \right) \left(- (A - A_e) \hat{i} \right) \right] + \dot{m}_s u = (P_a - P_e) A_e + T \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Donde $\dot{m}_s$ es el flujo másico de derrame o *spillage*, que es aquel que en la entrada del motor es expulsado o derramado hacia los lados del mismo y no entra para formar parte del flujo másico de salida. Este término será usado posteriormente para conectar las ecuaciones.

Simplificando la ecuación (A.8):

$$\begin{aligned} -\rho u A_i (u) - \rho u^2 (A - A_i) + \rho_e u_e A_e (u_e) + \rho u^2 (A - A_e) + \\ \dot{m}_s u = (P_a - P_e) A_e + T \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Definimos además:

$$\dot{m}_a = \rho u A_i \quad (\text{A.10})$$

$$\dot{m}_e = \rho_e u_e A_e \quad (\text{A.11})$$

Donde $\dot{m}_a$ es el flujo de entrada de aire al motor y $\dot{m}_e$ es el flujo de salida del motor. Podemos simplificar nuevamente:

$$-\dot{m}_a u + \dot{m}_e u_e + \rho u^2 (A_i - A_e) + \dot{m}_s u = (P_a - P_e) A_e + T \quad (\text{A.12})$$

$$T = -\dot{m}_a u + \dot{m}_e u_e + \rho u^2 (A_i - A_e) + \dot{m}_s u + (P_e - P_a) A_e \quad (\text{A.13})$$

Paralelamente, debe considerarse la ecuación de conservación de masa, también de forma integral:

$$\int_s \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dA = 0 \quad (\text{A.14})$$

Y expandir, como en el caso anterior:

$$\begin{aligned} \rho \left[\left(\widehat{u\dot{i}} \right) \left(-A_i \widehat{\dot{i}} \right) \right] + \rho \left[\left(\widehat{u\dot{i}} \right) \left(- (A - A_i) \widehat{\dot{i}} \right) \right] + \rho_e \left[\left(\widehat{u_e \dot{i}} \right) \left(A_e \widehat{\dot{i}} \right) \right] + \\ \rho \left[\left(\widehat{u\dot{i}} \right) \left(- (A - A_e) \widehat{\dot{i}} \right) \right] - \dot{m}_f + \dot{m}_s = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$- \rho u A_i - \rho u (A - A_i) + \rho_e u_e A_e + \rho u (A - A_e) - \dot{m}_f + \dot{m}_s = 0 \quad (\text{A.16})$$

$$- \dot{m}_a - \rho u (A - A_i) + \dot{m}_e + \rho u (A - A_e) - \dot{m}_f + \dot{m}_s = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$\dot{m}_s = \dot{m}_a + \rho u (A_e - A_i) - \dot{m}_e + \dot{m}_f \quad (\text{A.18})$$

De esta forma podemos conectar las dos ecuaciones, sustituyendo el valor de $\dot{m}_s$:

$$T = -\dot{m}_a u + \dot{m}_e u_e + \rho u^2 (A_i - A_e) + \dot{m}_a u + \rho u^2 (A_e - A_i) - \dot{m}_e u + \dot{m}_f u + (P_e - P_a) A_e \quad (\text{A.19})$$

El flujo de salida $\dot{m}_e$ es igual a la suma del flujo de entrada más el flujo de combustible inyectado al motor:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_a + \dot{m}_f \quad (\text{A.20})$$

Así, reduciendo:

$$T = -\dot{m}_a u + \dot{m}_e u_e - \dot{m}_e u + \dot{m}_e u + (P_e - P_a) A_e \quad (\text{A.21})$$

$$T = -\dot{m}_a u + (\dot{m}_a + \dot{m}_f) u_e + (P_e - P_a) A_e \quad (\text{A.22})$$

$$T = \dot{m}_a (u_e - u) + \dot{m}_f \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_a} u_e + (P_e - P_a) A_e \quad (\text{A.23})$$

$$T = \dot{m}_a \left(u_e \left(1 + \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a} \right) - u \right) + (P_e - P_a) A_e \quad (\text{A.24})$$

De manera general, la relación entre el flujo másico de combustible y el flujo másico de entrada de aire es muy bajo, por lo que puede despreciarse. También puede no considerarse el término de la presión siempre que no se trate de flujos supersónicos, con sobre expansión o el caso contrario (compresión). Por lo que se tiene finalmente:

$$T = \dot{m}_a (u_e - u) \quad (\text{A.25})$$

Que es la ecuación utilizada para el cálculo de empuje en el presente trabajo.

Bibliografía

- Ahmed, R., Talib, A. A., Rafie, A. M., and Djojodihardjo, H. (2017). Aerodynamics and flight mechanics of mav based on coanda effect. *Elsevier, Aerospace Science and Technology*, 62:136–147. [1](#), [2](#)
- Alayeto, I. H. (2016). Aplicación del código openfoam al control activo de capa límite.
- Bharathwaj, R., P. G., Karthick, K., Prasath, C. H., and Marimuthu, K. P. (2016). Computational study of coanda based fluidic thrust vectoring system for optimising coanda geometry. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 149. [4](#)
- Calva, F. V. (2009). Simulación numérica de flujo compresible viscoso alrededor de un perfil naca 0012: Bajos números de reynolds.
- Camacho, J. R. Z. (2017). Apuntes de mecánica de fluidos.
- Cengel, Y. (2006). *Mecánica de fluidos: fundamentos y aplicaciones*. McGraw Hill. [16](#)
- Das, S. S., Abdollahzadeh, M., Pascoa, J. C., Dumas, A., and Trancossi, M. (2014). Numerical modeling of coanda effect in a novel propulsive system. *International Journal of Multiphysics*, 8(2):181–201. [vii](#), [3](#), [4](#)
- Das, S. S., Páscoa, J. C., Trancossi, M., and Dumas, A. (2015). Computational fluid dynamic study on a novel propulsive system: Acheon and its integration with an unmanned aerial vehicle (uav). *Journal of Aerospace Engineering*, 29(1). [3](#)
- de la Calle, J. M. (2004). Análisis dimensional.
- Ferziger, J. H. and Péric, M. (2002). *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer. [vii](#), [13](#)
- García, I. P. (2016). Estudio aerodinámico de flujo alrededor de un ahmed body mediante openfoam.
- Hameed, M. S. and Afaq, S. K. (2013). Design and analysis of a straight bladed vertical axis wind turbine blade using analytical and numerical techniques. *Elsevier, Ocean Engineering*, 57. [31](#)

BIBLIOGRAFÍA

- López, A. P. (2008). Solución de las ecuaciones de navier-stokes para flujo incompresible usando métodos libres de malla para bajos números de reynolds.
- Makky, A. A. (2014). *Computational Tutorials for Computational Fluid Dynamics*.
- Ping, J. T. K., Tan, C., and Tat, V. O. T. (2011). Coanda effect test bench (coetb) - design enhancement of the coanda craft. *IEEE Conference on Sustainable Utilization and Development in Engineering and Technology*, pages 25–30. [VII](#), [2](#)
- Roy, B. and Pradeep, A. M. (2015). Introduction to aerospace propulsion. [IX](#), [53](#)
- Shires, A. and Kourkoulis, V. (2003). Application of circulation controlled blades for vertical axis wind turbines. *Energies*, 6:3744–3763. [3](#)
- Spakovszky, Z. S. (2009). *Thermodynamics and Propulsion*. MIT Lecture Notes. [10](#), [53](#)
- Trancossi, M. and Dumas, A. (2011). Coanda synthetic jet deflection apparatus and control. *SAE International*, 01-2590. [VII](#), [VII](#), [VII](#), [6](#), [24](#), [25](#), [26](#)
- Trancossi, M., Madonia, M., Dumas, A., Angeli, D., Bingham, C., Das, S. S., Grimaccia, F., Marques, J. P., Porreca, E., Smith, T., Stewart, P., Subhash, M., Sunol, A., and Vucinic, D. (2016). A new aircraft architecture based on the acheon coanda effect nozzle: flight model and energy evaluation. *Eur. Transp. Res. Rev.*, 8(11). [3](#)
- Yousefi, K. and Razeghi, A. (2018). Determination of the critical reynolds number for flow over symmetric naca airfoils. *AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 0818. [31](#)