Problemas de métodos numéricos

IV

PROBLEMARIO DE METODOS NUMERICOS

CAPITULO IV. Solución numérica de sistemas de ecuaciones lineales.

este capítulo se siguen los lineamientos indicados en la introducción del Tema de Análisis Combinatorio y Teoría de Binomio (Capítulo I del problemario) por lo que aquí no se enuncian.

El presente capítulo cuenta con 220 problemas aproximadamente, siendo uno de los capítulos más extensos. Debido al alcance y ~~magnitud de este~~ trabajo, ~~se tiene~~ desde sistemas ~~de 2 x 2~~ (propios para examen) hasta sistemas de 5 X 5 (propios para Tosca).

Existen diversos ejercicios "de aplicación" donde se incluye el planteamiento u obtención del sistema de ecuaciones procurando que el maestro o el alumno partan d una situación más cercana a la realidad y el modelo matemátic correspondiente posea cierto contenido "tangible", deseando q la aplicación de los métodos a otro tipo de planteamientos sea más directa.

Aparecen sistemas de ecuaciones cuya solución se obtuvo por varios métodos con la finalidad de que el usuario del problemario compare las características de cada procedimiento y adquiera la habilidad necesaria para seleccionar de manera óptima el método a emplear (en el índice están clasificados como "Solución por varios métodos").

Los problemas se ordenaron de acuerdo con el método empleado siguiendo el temario de la asignatura. También se incluyen preguntas conceptuales y solución por varios métodos, como ya se indicó.

Se solicita nuevamente la aportación de comentarios, nuevos problemas, errores detectados, etc., los cuales serán bien [illegible] dos y se les pide hacerlos llegar a la coordinación [illegible] de Métodos Numéricos, así como al cubículo D-7 de la [illegible] de Ciencias Básicas.

Se agradece a Adolfo Altamirano Meza, Javier Padilla, Leticia Franco y Jorge Cisneros su valiosa cooperación en la elaboración del presente capítulo.

A t e n t a m e n t e

Adriana González Acosta
M. en I. Horacio Sandoval Rodríguez

Problemario Métodos N...
Adriana González A.
M.I Heracio Sandoval R.

Problemario De Métodos Numéricos

Capitulo IV

Solución de Sistemas De Ecuaciones Lineales

- Preguntas Conceptuales 9
- Método de Gauss (1) 3
- Método de Gauss-Jordan (2) 30
- Método de Jacobi 3
- Método de Gauss-Seidel (3) 35
- Método De Krylov 32
- Método De Potencias (Directas e Inversas) 15
- Solución Por Varios Métodos. (95 prob) 19

146

Total De Ejercicios : 127 + 95 = $\boxed{222}$

PREGUNTAS CONCEPTUALES

1) EXPLIQUE:

a) La diferencia entre los métodos de GAUSS y GAUSS-JORDAN.
b) Indique en que casos pueden fallar estos métodos.

a) GAUSS transforma un sistema cualquiera a la presentación de una matriz triangular superior, y GAUSS-JORDAN a una matriz diagonal.

b) Fallan cuando el rango de la matriz A (diagonalizada o triangulizada) es menor al número de variables n.

Si $r(A) = r(A_a)$ hay un número infinito de soluciones.
Si $r(A) < r(A_a)$ no hay solución, sistema incompatible.

2) EXPLIQUE:

a) La diferencia entre los métodos de JACOBI y de GAUSS-SEIDEL.
b) Indique en que casos pueden fallar estos métodos.

a) JACOBI calcula todos los valores en función de todos los valores de la iteración anterior, y GAUSS-SEIDEL los incorpora en cuanto son calculados, dentro de la misma iteración.

b) Condición necesaria, es decir, si no la cumplen el método falla:

$$|a_{ii}| > |a_{ij}| \quad \text{para } \forall_j,\ j \neq i$$

Condición suficiente:

$$|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} |a_{ij}|$$

3) Indique cual es el procedimiento a seguir para calcular todos los valores propios de una matriz mediante el método de KRILOV.

1º Aplicando el teorema de Cayley-Hamilton se logra un sistema de ecuaciones donde las incógnitas son los coeficientes de la ecuación característica
2º Resolver el sistema de ecuaciones para obtener los coeficientes de la ecuación característica (GAUSS-JORDAN, GAUSS-SEIDEL).
3º Obtener las raíces de la ecuación característica que son los valores propios, mediante bisección, aproximaciones sucesivas, etc.)

4) a) Explique el método de las POTENCIAS para obtener el mayor valor propio y su vector propio asociado

b) Indique en que casos este método puede fallar.

a) Consiste en multiplicar la matriz por un vector inicial y al resultado normalizarlo, obteniendo así una aproximación siguiendo al vector propio.
Haciendo ésto iteradamente hasta que la diferencia al normalizar sea menor que la tolerancia, se logra el método.

b) Falla cuando el vector inicial es ortogonal al giro de la matriz y no se altera en alguna o algunas de sus componentes.
Falla cuando dos valores mayore en forma absoluta son iguales o muy parecidos.

Explique

a) La diferencia entre los métodos de GAUSS-JORDAN y GAUSS-SEIDEL

GAUSS-JORDAN es un método exacto, salvo errores de truncamiento y redondeo en el cálculo.

GAUSS-SEIDEL es un método iterativo que puede -- puede llegar o no a la solución.

b) Indique los casos en que pueden fallar estos métodos.

GAUSS-JORDAN falla cuando el sistema es incompatible o indeterminado.

GAUSS-SEIDEL falla en los casos que no hay -- dominio diagonal estricto y además en los mismos casos de GAUSS-JORDAN.

MÉTODO DE GAUSS

Resolver por el método de GAUSS, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$2X_1 + X_2 + 5X_3 + X_4 = 5$$
$$X_1 + X_2 - 3X_3 - 4X_4 = -1$$
$$3X_1 + 6X_2 - 2X_3 + X_4 = 8$$
$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 - 3X_4 = 2$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & -3 & 2 \\ +3 & 6 & -2 & 1 & 8 \\ 2 & 1 & 5 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -3 & -4 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -3/2 & 1 \\ 0 & +3 & -5 & +11/2 & +5 \\ 0 & -1 & +3 & +4 & +3 \\ 0 & 0 & -4 & -5/2 & -2 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -\frac{3}{2} & 1 \\ 0 & 1 & -5/3 & 11 & 5/3 \\ 0 & 0 & 4/3 & 35 & 14/3 \\ 0 & 0 & -4 & -5 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -3/2 & 1 \\ 0 & 1 & -5/3 & 11/6 & 5/3 \\ 0 & 0 & 8/6 & 35/6 & 28/6 \\ 0 & 0 & 4 & 5/2 & 2 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -3/2 & 1 \\ 0 & 1 & -5/3 & 11/6 & 5/3 \\ 0 & 0 & 1 & 105/2 & 112/12 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{90}{6} & 12 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -3/2 & 1 \\ 0 & 1 & -5/3 & 11/6 & 5/3 \\ 0 & 0 & 1 & 35/8 & 28/8 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 12 \end{bmatrix}$$

Despejando:

$$X_4 = \frac{12}{15} = 0.8$$

$$X_3 = \frac{28}{8} - \frac{35}{8}X_4 = 0$$

$$X_2 = \frac{5}{3} - \frac{11}{6}X_4 = 0.2$$

$$X_1 = 1 + \frac{3}{2}X_4 - X_2 = 2.0$$

Resolver por el método de GAUSS, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 &= 0 \\ X_1 + X_2 + X_3 - X_4 &= 4 \\ X_1 + X_2 - X_3 + X_4 &= -4 \\ X_1 - X_2 + X_3 + X_4 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 2 \end{array}\right] \end{array} \sim \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right]$$

$$\sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right]$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} X_1 &= 1 \\ X_2 &= -1 \\ X_3 &= 2 \\ X_4 &= -2 \end{aligned}$$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
M.I HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 10 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 10 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 10 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 10 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -5/3 & 25/3 \end{vmatrix}$$

Por tanto:

$i_1 = 5$

$i_2 = 0$

$i_3 = 5$

$i_4 = -5$

PROBLEMARIO METODOS NUMERICOS
ADRIANA GONZALEZ ACOSTA
SALIER PADILLA
MI HORACIO SANDOVAL R.

Mediante el método de Gauss – Jordán obtenga la solución del sistema.

$$\begin{aligned} 10X_1 + 2X_2 + 3X_3 &= 1 \\ X_1 + 5X_2 + 2X_3 &= -3 \\ 2X_1 + 3X_2 + 5X_3 &= 2 \end{aligned} \qquad \underline{X} = ?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 5 & 2 \\ 10 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -0.1429 & -1.1429 \\ 0 & -48 & -17 & 31 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2.7145 & 2.7145 \\ 0 & 1 & -0.1429 & -1.1429 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$X_1 = 0$$
$$X_2 = -1$$
$$X_3 = 1$$

Mediante Gauss Jordan, resuelva el sistema.

$$\begin{aligned} X_1 + 3X_2 + 2X_3 &= 13 \\ X_1 + X_2 + 2X_3 &= 9 \\ 3X_1 + X_2 + 3X_3 &= 14 \end{aligned} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & - \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 13 \\ 1 & 1 & 2 & 9 \\ 3 & 1 & 3 & 14 \end{bmatrix} \begin{matrix} -① \\ -② \\ -③ \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 13 \\ 0 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -8 & -3 & -25 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & -9 \\ 1 & 0 & 2 & 7 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$X_1 = 1$$
$$X_2 = 2$$
$$X_3 = 3$$

Resolver por GAUSS-JORDÁN el siguiente sistema de ecuaciones

$$x + 2y - 3z = 4$$
$$x + 3y + z = 11$$
$$2x + 5y - 4z = 13$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 11 \\ 2 & 5 & -4 & 13 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{array}{cccc} & & & -10 \\ \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -11 & -10 \\ 0 & 1 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Por lo tanto:

$$x = 1$$
$$y = 3$$
$$z = 1$$

RESOLVER POR GAUSS-JORDAN EL SIGUIENTE SISTEMA DE ECUACIONES:

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = -1$$
$$2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4$$
$$4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & 4 & -2 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & \overset{1}{-3} & \overset{2/3}{-2} & \overset{2/3}{-2} \\ 0 & -3 & \underset{-6}{-4} & \underset{0}{2} \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 4/3 & -5/3 \\ 0 & 1 & 2/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & -2 & 4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3/3 \\ 0 & 1 & 0 & 6/3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right]$$

Por tanto tenemos:

$\underline{x_1 = 1}$

$\underline{x_2 = 2}$

$\underline{x_3 = -2}$

1.- Con el método de Gauss-Jordan resuelva:

$$\begin{aligned} 3x_1 - 2x_2 + x_3 &= -6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 &= 3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Solución:

$$\left|\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 1 & -6 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \end{array}\right| = -3 \left|\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 6 \end{array}\right| = \left|\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -5 & -5 \\ 0 & -5 & -5 & -15 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -5 & -15 \\ 0 & 0 & -5 & -5 \end{array}\right| = -1 \left|\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right| = -1 \left|\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right| = 1 \left|\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{aligned} x_1 &= -1 \\ x_2 &= 2 \\ x_3 &= 1 \end{aligned}$$

2.- Por Gauss-Jordan resuelva

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 &= -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 &= -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 &= -2 \end{aligned}$$

Solución

$$\underline{x_1 = 1} \quad ; \quad \underline{x_2 = 2} \quad ; \quad \underline{x_3 = -2}$$

3.- Resuelva por el método de Gauss-Jordan el siguiente sistema, con error menor o igual a 0.01.

$$\begin{aligned} \alpha + \beta - \gamma &= 3 \\ -\alpha - 4\beta + \gamma &= 3 \\ 3\alpha + 4\beta + 2\gamma &= 2 \end{aligned} \Rightarrow \left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & -4 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 2 \end{array}\right| \Rightarrow \left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 5 & -7 \end{array}\right| \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -6 & 10 \\ 0 & 1 & 5 & -7 \\ 0 & 0 & 15 & -15 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right] \Rightarrow \underline{\alpha = 4,\ \beta = -2,\ \gamma = -1}$$

Resuelva por Gauss-Jordan el siguiente sistema, con $\varepsilon \leq 0.01$

$$
\begin{aligned}
2X_1 - X_2 - X_3 &= 4 \\
3X_1 + 4X_2 - 2X_3 &= 11 \\
3X_1 - 2X_2 + 4X_3 &= 11
\end{aligned}
$$

$$
\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & -2 & 11 \\ 3 & -2 & 4 & 11 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1/2 & -1/2 & 2 \\ 0 & 11/2 & -1/2 & 5 \\ 0 & -1/2 & 11/2 & 5 \end{array}\right]
$$

$$
\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -6/11 & 27/11 \\ 0 & 1 & -1/11 & 10/11 \\ 0 & 0 & 120/22 & 120/22 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]
$$

Por tanto:

$\underline{X_1 = 3}$

$\underline{X_2 = 1}$

$\underline{X_3 = 1}$

1 Use el Metodo de eliminación completa de Gauss - Jordan para resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$-2x_1 + 4x_2 - 9x_3 = -50 \quad \ldots\ (1)$$
$$10x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 24.5 \quad \ldots\ (2)$$
$$x_1 + 8x_2 - 2x_3 = -9 \quad \ldots\ (3)$$

$\varepsilon \leq 0.001$
(con redondeo).

Solucion

Para minimizar el error cometido en este método se sugiere utilizar como pivote el término mayor en valor absoluto.

En forma matricial:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -2.000 & 4.000 & -9.000 & -50.000 \\ 10.000 & -3.000 & 6.000 & 24.500 \\ 1.000 & 8.000 & -2.000 & -9.00 \end{array}\right] R_2\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} -2.000 & 4.000 & -9.000 & -50.000 \\ 1.000 & -0.300 & 0.600 & 2.450 \\ 1.000 & 8.000 & -2.000 & -9.000 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 3.400 & -7.800 & -45.100 \\ 1.000 & -0.300 & 0.600 & 2.450 \\ 0 & 8.300 & -2.600 & -11.450 \end{array}\right]$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 3.400 & -7.800 & -45.100 \\ 1.000 & -0.300 & 0.600 & 2.450 \\ 0 & 1.000 & -0.313 & -1.380 \end{array}\right]$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & -6.736 & -40.408 \\ 1.000 & 0 & 0.506 & 2.036 \\ 0 & 1.000 & -0.313 & -1.380 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1.000 & 5.999 \\ 1.000 & 0 & 0.506 & 2.036 \\ 0 & 1.000 & -0.313 & -1.330 \end{array}\right]$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 5.999 \\ 1 & 0 & 0 & -0.499 \\ 0 & 1 & 0 & 0.498 \end{array}\right]$$

$\therefore$ Ordenando el sistema, la solución es:

$$\underline{x_1 = \overset{-0.499}{\cancel{-0.999}}} \; ; \; \underline{x_2 = 0.498} \; ; \; \underline{x_3 = 5.999}$$

9.- $2x + s + a = 4$
$-x - s + a = -2$
$x - 2s - a = 11$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 & 11 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & 0 & 9 \\ 3 & 2 & 0 & 6 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & 0 & 6 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 3 & 0 & 0 & 12 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc} -1 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{array}\right]$$

$\therefore$ $\underline{\underline{x = 4}}$; $\underline{\underline{s = -3}}$; $\underline{\underline{a = -1}}$

$5 - 2 = 3$
$4 - 2 + 1 = 3$
$4 + (-2) - (-1) = 3$

10.-
$\psi + \beta - \gamma = 3$
$-\psi - 4\beta + \gamma = 3$
$3\psi + 4\beta + 2\gamma = 2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & -4 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 & -2.0 \\ 0 & 0 & 5 & -0.5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ $\underline{\underline{\psi = 4}}$; $\underline{\underline{\beta = -2}}$; $\underline{\underline{\gamma = -1}}$

7.-
$$\begin{aligned} 6x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 4 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= -4 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 &= 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 2x_4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 6 & 2 & -1 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & -1 & -4 \\ 1 & 3 & 4 & -2 & 5 \\ 3 & 2 & -5 & 2 & 0 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0.2 & 0 & 0.08 & 0.3400 \\ 0 & 2.8 & 0 & 0.1183 & -5.2399 \\ 0 & -0.8 & 1 & -0.5200 & 1.0400 \\ 0 & -2.6 & 0 & -0.8400 & 2.6800 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0.07155 & 1.21428 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0.04225 & -1.87140 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0.4862 & -0.45710 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0.73015 & -2.1856 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0.99963 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1.9982 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1.00015 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2.9934 \end{array}\right]$$

$\therefore$ $\underline{x_1 = 0.99963 \approx 1}$; $\underline{x_2 = -1.9982 \approx -2}$; $\underline{x_3 = 1.00015 \approx 1}$

$\underline{x_4 = 2.9934 \approx 3}$

8.-
$$\begin{aligned} 8.4x - 2.6y + 3z &= 5.3 \\ -3.9x - 0.7y + 2.3z &= -10.54 \\ 1.07x + 1.2y - 0.5z &= 5.08 \end{aligned}$$

0.3571

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 8.4 & -2.6 & 3 & 5.3 \\ -3.9 & -0.7 & 2.3 & -10.54 \\ 1.07 & 1.2 & -0.5 & 5.08 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.3095 & 0 & 0.6309 \\ 0 & -1.9071 & & -8.0793 \\ 0 & 1.5312 & & 4.4049 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.1251 & 0 & 1.4123 \\ 0 & -0.5165 & 1 & -2.1878 \\ 0 & 1.07560 & 0 & 2.4749 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1.70 \\ 0 & 0 & 1 & -0.9995 \\ 0 & 1 & 0 & 2.300 \end{array}\right]$$

$\therefore$ $\underline{x = 1.7}$; $\underline{y = 2.3}$; $\underline{z = -1}$

5.- $2x_1 + 2x_2 - x_3 = -9$
$x_1 - x_2 + 2x_3 = 13$
$-x_1 - x_2 + 3x_3 = 12$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 & -9 \\ 1 & -1 & 2 & 13 \\ -1 & -1 & 3 & 12 \end{bmatrix} \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1.6666 & 1.6666 & 0 & -5 \\ 1.6666 & -0.3334 & 0 & 5 \\ -0.3333 & -0.3333 & 1 & 4 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 2.0000 & 0 & -10.000 \\ 1 & -0.2000 & 0 & 3.000 \\ 0 & -3.3999 & 1 & 5.000 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & -5.000 \\ 1 & 0 & 0 & 2.000 \\ 0 & 0 & 1 & 3.000 \end{array}\right]$$

$\therefore$ $x_1 = 2$; $x_2 = -5$; $x_3 = 3$;

6.- $5x - 2y = 1$
$-2x + 3y - z = 5$
$y + z = -3$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 5 & -2 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.4 & 0 & 0.2 \\ 0 & 2.2 & -1 & 5.4 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \end{array}\right]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.4 & 0 & 0.2 \\ 0 & 3.2 & 0 & 2.4 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 & 0.75 \\ 0 & 0 & 1 & -3.75 \end{bmatrix}$$

$\therefore$

$x = 0.5$ $y = 0.75$ $z = -3.75$

3.- $-x_1 + 2x_2 + x_3 = -1$
$2x_1 + x_2 = 1$
$x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 3 & 2 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} -1.4 & 0 & -0.2 & -1.8 \\ 1.8 & 0 & -0.6 & 0.6 \\ 0.2 & 1 & 0.6 & 0.4 \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & -0.6666 & -1.3333 \\ 1 & 0 & -0.3333 & 0.3333 \\ 0 & 1 & 0.6666 & 0.3333 \end{array} \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{array}\right]$$

$\therefore \quad \underline{\underline{x_1 = 1}} \quad ; \quad \underline{\underline{x_2 = -1}} \quad ; \quad \underline{\underline{x_3 = 2}}$

4.- $3x + 2y - 5z = -16$
$x - y + z = 6$
$-x + 2y - 2z = -11$

$$\left[\begin{array}{ccccc} 3 & 2 & -5 & = & -16 \\ 1 & -1 & 1 & = & 6 \\ -1 & 2 & -2 & = & 11 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} -0.6 & -0.4 & 1 & 3.2 \\ 1.6 & -0.6 & 0 & 2.8 \\ -2.2 & 1.2 & 0 & -4.6 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & -0.7273 & 1 & 4.4546 \\ 0 & 0.2728 & 0 & -0.5455 \\ 1 & -0.5455 & 0 & 2.0909 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 3.0002 \\ 0 & 1 & 0 & -1.9996 \\ 1 & 0 & 0 & 1.0001 \end{array}\right]$$

$\underline{\underline{x = 1.0001 \approx 1}}$;

$\underline{\underline{y = -1.9996 \approx -2}}$;

$\underline{\underline{z = 3.0002 \approx 3}}$

Resolver por el método de Gauss-Jordan los siguientes sistemas de ecuaciones:

1.-
$$\begin{aligned} 2x + 6y - z &= -12 \\ 5x - y + 2z &= 29 \\ -3x - 4y + z &= 5 \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 6 & -1 & -12 \\ 5 & -1 & 2 & 29 \\ 3 & -4 & 1 & 5 \end{array}\right] \Longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 0.3333 & 1 & -0.1666 & -2 \\ 5.3333 & 0 & 1.8333 & 27 \\ -1.6667 & 0 & 0.3333 & -3 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -0.28125 & -3.6875 \\ 1 & 0 & 0.34375 & 5.0625 \\ 0 & 0 & 0.90625 & 5.4375 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{array}\right]$$

$\therefore$

$\underline{x = 3}$; $\underline{y = -2}$; $\underline{z = 6}$

2.-
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 5x_3 &= 15 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 &= 20 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 &= 10 \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 5 & 15 \\ 2 & 3 & 4 & 20 \\ 3 & -2 & 3 & 10 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{cccc} 1 & -0.5 & 2.5 & 7.5 \\ 0 & 4 & -1 & 5 \\ 0 & 0.5 & -1.5 & -12.5 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 9.5 & 0 & 20 \\ 0 & -4 & 1 & -5 \\ 0 & -17.5 & 0 & -35 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{array}\right]$$

$\therefore$

$\underline{x_1 = 1}$; $\underline{x_2 = 2}$; $\underline{x_3 = 3}$

Gauss - Jordan

a)

$$\begin{aligned} 10x_1 + 2x_2 + x_3 &= 6 \\ 2x_1 + 20x_2 + 2x_3 &= -14 \\ -2x_1 + 3x_2 + 10x_3 &= -25 \end{aligned} \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 10 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & 20 & 2 & -14 \\ -2 & 3 & 10 & -25 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & -98 & 11 & 76 \\ 1 & 10 & -1 & -7 \\ 0 & 23 & 3 & -39 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & -129.625 & 0 & 129.625 \\ 1 & 12.375 & 0 & 11.875 \\ 0 & 2.875 & 1 & -4.875 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right]$$

$x = 1$

$x_2 = -1$

$x_3 = -2$

b)

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 5 & -3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 5 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix} \sim$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -1 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 6 \\ 5 & -3 & -2 & 21 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 8 \\ 0 & -5 & 0 & 15 \end{array}\right] \sim$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \end{array}\right]$$

$x = 2$

$y = -3$

$z = 5$

Gauss- Jordan.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 &= -3 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 &= -12 \\ -3x_1 + 10x_2 - 5x_3 &= 11 \end{aligned} \Longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -5 & -3 \\ 4 & -1 & -2 & -12 \\ -3 & 10 & -5 & 11 \end{array}\right] \Longrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1.5 & -2.5 & -1.5 \\ 4 & -1 & -2 & -12 \\ -3 & 10 & -5 & 11 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1.5 & -2.5 & -1.5 \\ 0 & -7 & 8 & -6 \\ 0 & 14.5 & -12.5 & 6.5 \end{array}\right] \sim$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1.5 & -2.5 & -1.5 \\ 0 & -7 & 8 & -6 \\ 0 & -1.16 & 1 & -0.52 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1.4 & 0 & -2.8 \\ 0 & 2.28 & 0 & -1.84 \\ 0 & -1.16 & 1 & -0.52 \end{array}\right] \sim$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1.4 & 0 & -2.8 \\ 0 & 1 & 0 & -0.807 \\ 0 & -1.16 & 1 & -0.52 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & -3.929 \\ 0 & 1 & 0 & -0.807 \\ 0 & 0 & 1 & -1.456 \end{array}\right]$$

$x_1 = -3.929$

$x_2 = -0.807$

$x_3 = -1.456$

A través del método de GAUSS-JORDAN, resuelva:

$$3X_1 - 2X_2 + X_3 = -6$$
$$X_1 + X_2 + 2X_3 = 3$$
$$2X_1 + 2X_2 - X_3 = 1$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & -6 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & -5 & -5 & -15 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -5 & -5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$X_1 = -1$$
$$X_2 = 2$$
$$X_3 = 1$$

Resuelva por el método de GAUSS-JORDAN el siguiente sistema con error menor o igual a 0.01

$$\alpha + \beta - \gamma = 3$$
$$-\alpha - 4\beta + \gamma = 3$$
$$3\alpha + 4\beta + 2\gamma = 2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & -4 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 2 \end{array}\right] \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 5 & -7 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 5 & -7 \\ 0 & -3 & 0 & 6 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 & 10 \\ 0 & 1 & 5 & -7 \\ 0 & 0 & 15 & -15 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -6 & 10 \\ 0 & 1 & 5 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Por tanto: $\alpha = 4$, $\beta = -2$ y $\gamma = -1$

Dada la siguiente matriz $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

a) Obtenga la ecuación característica por el método de KRILOV

Sea $X = [1 \quad 0]^T$ $\quad AX = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$$AX^2 = A(AX) = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10 \\ 18 \end{bmatrix} + a_1\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + a_0\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} 2a_1 + a_0 = -10 \\ 3a_1 = -18 \end{array} \quad \therefore \begin{array}{l} a_1 = -6 \\ a_0 = 2 \end{array}$$

Por tanto: La ecuación característica es $\lambda^2 - 6\lambda + 2 = 0$

b) Obtenga los valores característicos.

$$\frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(2)(1)}}{2}$$

$\lambda_1 = 5.6458$

$\lambda_2 = 0.3542$

Resuelva por el método de GAUSS-JORDAN el siguiente sistema con error menor o igual a 0.01

$$\begin{aligned} 2X + S + a &= 4 \\ -X - S + a &= -2 \\ X - 2S - a &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 & 11 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & -1 & 11 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 9 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Por tanto: $X=4$, $S=-3$ y $a=-1$

Resuelva por el método de GAUSS-SEIDEL el siguiente sistema de ecuaciones, con un error menor o igual a 0.4 en todas sus componentes.

$$\begin{aligned} 3X_1 + X_2 + X_3 &= 19 \\ 2X_1 + 3X_2 - X_3 &= 18 \\ X_1 - X_2 + 4X_3 &= 6 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} X_1 &= \tfrac{1}{3}(19 - X_2 - X_3) \\ X_2 &= \tfrac{1}{3}(18 - 2X_1 + X_3) \\ X_3 &= \tfrac{1}{4}(6 - X_1 + X_2) \end{aligned}$$

Tabulando:

K	X_1	X_2	X_3
0	0	0	0
1	6.3333	1.7778	0.3611
2	5.6203	2.3735	0.6883
3	5.3127 ✓	2.6576	0.8437
4	5.1562	2.8438	0.9219
5	5.0781	2.9219	0.9610
6	5.0390	2.9610	0.9305
7	5.0195	2.9805	0.9903

Por tanto: $X_1=5$, $X_2=3$ y $X_3=1$

Resolver por el método de GAUSS-JORDÁN las siguientes matrices.

$$x_1+3x_2+2x_3=13$$
$$x_1+x_2+2x_3=9$$
$$3x_1+x_2+3x_3=14$$

$$\begin{bmatrix}1&3&2&13\\1&1&2&9\\3&1&3&14\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&3&2&13\\0&-2&0&-4\\0&-8&-3&-25\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&3&2&13\\0&1&0&2\\0&8&3&25\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&0&2&7\\0&1&0&2\\0&0&3&9\end{bmatrix}$$

$$\sim\begin{bmatrix}1&0&2&7\\0&1&0&2\\0&0&1&3\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&0&0&1\\0&1&0&2\\0&0&1&3\end{bmatrix}$$

Por tanto:

$x_1=1$, $x_2=2$ y $x_3=3$

Resolver por el método de GAUSS-JORDAN las siguientes matrices.

$$x_1+3x_2+3x_3=16$$
$$2x_1+x_2+4x_3=16$$
$$3x_1+2x_2=7$$

$$\begin{bmatrix}1&3&3&16\\2&1&4&16\\3&2&0&7\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&3&3&16\\0&-5&-2&-16\\0&-7&-9&-41\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&3&3&16\\0&1&2/5&16/5\\0&7&9&41\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&0&9/5&32/5\\0&1&2/5&16/5\\0&0&31/5&93/5\end{bmatrix}$$

$$\sim\begin{bmatrix}1&0&9/5&32/5\\0&1&2/5&16/5\\0&0&1/5&3/5\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}1&0&0&5/5\\0&1&0&10/5\\0&0&1&3\end{bmatrix}$$

Por tanto:

$x_1=1$, $x_2=2$ y $x_3=3$

Gauss.-Jordan.

$$\begin{aligned} 3w + 2x + y - z &= 1 \\ -w + 4x - y + 8z &= 7 \\ 2w + x - 5y + 3z &= -14 \\ w + x - y + 2z &= -4 \end{aligned} \Longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 3 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 4 & -1 & 8 & 7 \\ 2 & 1 & -5 & 3 & -14 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & -4 \end{array}\right]$$

$$\sim \left[\begin{array}{cccc|c} 0 & -1 & 4 & -7 & 13 \\ 0 & 5 & -2 & 10 & 3 \\ 0 & -1 & -3 & -1 & -6 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & -4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 0 & -1 & 4 & -7 & 13 \\ 0 & 0 & 18 & -25 & 68 \\ 0 & 0 & -7 & 6 & -19 \\ 1 & 0 & 3 & -5 & 9 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & 0 & 1.4 & 21 \\ 0 & 0 & 1 & -1.4 & 3.8 \\ 0 & 0 & 0 & -3.8 & 7.6 \\ 1 & 0 & 0 & -0.8 & -2.4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right]$$

$w = -4$

$x = 5$

$y = 1$

$z = -2$

GAUSS - JORDAN:

$$\left|\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 & 34 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{ccccc} 2 & -1 & 0 & 0 & 34 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \end{array}\right| \sim$$

$$\left|\begin{array}{ccccc} 0 & 1 & -2/5 & 0 & 34/5 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & -1/2 & 0 & 0 & 17 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 1 & -5/13 & 34/13 \\ 0 & 0 & 0 & 34/13 & 34/13 \\ 1 & 0 & 0 & -1/13 & 272/13 \\ 0 & 1 & 0 & -2/13 & 102/13 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 21 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right|$$

Por tanto:

$I_1 = 21$

$I_2 = 8$

$I_3 = 3$

$I_4 = 1$

GAUSS - JORDAN

(Utilizando la triangulación de la matriz anterior)

$$\left|\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 10 \end{matrix}\right|$$

$$\left|\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -5/3 & 25/3 \end{matrix}\right|$$

$$\left|\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & -5/3 & 25/3 \end{matrix}\right|$$

$$\left|\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & -5/3 & 25/3 \end{matrix}\right|$$

$$\left|\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -5 \end{matrix}\right|$$

Por tanto:

$i_1 = 5$

$i_2 = 0$

$i_3 = 5$

$i_4 = -5$

Resolver por GAUSS-JORDAN el siguiente sistema de ecuaciones:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 1$$
$$X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4 + 5X_5 = 0$$
$$X_1 + 3X_2 + 6X_3 + 10X_4 + 15X_5 = 0$$
$$X_1 + 4X_2 + 10X_3 + 20X_4 + 35X_5 = 0$$
$$X_1 + 5X_2 + 15X_3 + 35X_4 + 70X_5 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 6 & 10 & 15 & 0 \\ 1 & 4 & 10 & 20 & 35 & 0 \\ 1 & 5 & 15 & 35 & 70 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & -4 & 1 \\ 0 & -2 & -5 & -9 & -14 & 1 \\ 0 & -3 & -9 & -19 & -34 & 1 \\ 0 & -4 & -14 & -34 & -69 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & -6 & -1 \\ 0 & -3 & -10 & -22 & -2 \\ 0 & -6 & -22 & -53 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 1 \\ 0 & -1 & -4 & 1 \\ 0 & -4 & -17 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Despejando:

$$X_5 = 1$$
$$X_4 = -1 - 4X_5 = -5$$
$$X_3 = 1 - 6X_5 - 3X_4 = 10$$
$$X_2 = -1 - 4X_5 - 3X_4 - 2X_3 = -10$$
$$X_1 = 1 - X_5 - X_4 - X_3 - X_2 = 5$$

$$\Rightarrow X_1 = 5, \quad X_2 = -10, \quad X_3 = 10, \quad X_4 = -5 \quad y \quad X_5 = 1$$

Resolver por GAUSS-JORDAN el siguiente sistema de ecuaciones:

$$
\begin{aligned}
X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 &= 1 \\
X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4 + 5X_5 &= 0 \\
X_1 + 3X_2 + 6X_3 + 10X_4 + 15X_5 &= 0 \\
X_1 + 4X_2 + 10X_3 + 20X_4 + 35X_5 &= 0 \\
X_1 + 5X_2 + 15X_3 + 35X_4 + 70X_5 &= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 6 & 10 & 15 & 0 \\ 1 & 4 & 10 & 20 & 35 & 0 \\ 1 & 5 & 15 & 35 & 70 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & -4 & 1 \\ 0 & -2 & -5 & -9 & -14 & 1 \\ 0 & -3 & -9 & -19 & -34 & 1 \\ 0 & -4 & -14 & -34 & -69 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & -6 & -1 \\ 0 & -3 & -10 & -22 & -2 \\ 0 & -6 & -22 & -53 & -3 \end{bmatrix}
$$

$$
\sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 1 \\ 0 & -1 & -4 & 1 \\ 0 & -4 & -17 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}
$$

Despejando:

$$
\begin{aligned}
X_5 &= 1 \\
X_4 &= -1 - 4X_5 = -5 \\
X_3 &= 1 - 6X_5 - 3X_4 = 10 \\
X_2 &= -1 - 4X_5 - 3X_4 - 2X_3 = -10 \\
X_1 &= 1 - X_5 - X_4 - X_3 - X_2 = 5
\end{aligned}
$$

$\Rightarrow X_1 = 5, \quad X_2 = -10, \quad X_3 = 10, \quad X_4 = -5 \quad$ y $\quad X_5 = 1$

*

METODO DE JACOBI

Resolver por el método de Jacobi el siguiente sistema de Ecuaciones:

$$10X_1 - 3X_2 + 6X_3 = 24.5$$
$$X_1 + 8X_2 - 2X_3 = -9$$
$$-2X_1 + 4X_2 - 9X_3 = -50$$

Despejando variables tenemos:

$$X_1 = \frac{1}{10}[24.5 + 3X_2 - 6X_3]$$
$$X_2 = \frac{1}{8}[-9 - X_1 + 2X_3]$$
$$X_3 = -\frac{1}{9}[-50 + 2X_1 - 4X_2]$$

$$X_0 = [2.45, -1.125, 5.5556]$$

Tabulando tenemos:

K	X_1	X_2	X_3
0	2.45	-1.125	5.5556
1	-1.221	-0.042	4.5111
2	-0.2693	0.1554	5.8082
3	-0.9883	0.4506	5.9754
4	-1.0001	0.4940	5.9974
5	-1.0002	0.4994	5.9998
6	-1.0000	0.4999	6.0
7	-1.0000	0.5	6.0

Por lo tanto:

$\underline{X_1 = -1}$

$\underline{X_2 = 0.5}$

$\underline{X_3 = 6.0}$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
MI HORACIO SANDOVAL R.

A través del método de Jacobi, encontrar la solución del siguiente sistema de ecuaciones con $\varepsilon x \leq 0.01$

$$\begin{aligned} 4X_1 + 2X_2 + X_3 &= 5 \\ X_1 + 3X_2 + X_3 &= 4 \\ X_1 + 4X_2 + 6X_3 &= -1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} |4| &> |2| + |1| \\ |3| &> |1| + |1| \\ |6| &> |4| + |1| \end{aligned}$$

$\therefore$ Dominio diagonal estricto (Condición suficiente)

$$X_1^{k+1} = \frac{1}{4}(5 - 2X_2^k - X_3^k) \qquad X^{(0)} = [1 \quad 1 \quad 1]^T$$

$$X_2^{k+1} = \frac{1}{3}(4 - X_1^k - X_3^k) \qquad X_1^{(1)} = \frac{1}{4}(5-2-1) = 0.500$$

$$X_3^{k+1} = \frac{1}{6}(-1 - X_1^k - 4X_2^k) \qquad X_2^{(1)} = \frac{1}{3}(4-1-1) = 0.667$$

$$X_3^{(1)} = \frac{1}{6}(-1-1-4) = -1.000$$

$$\Rightarrow X^{(1)} = [0.5 \quad 0.667 \quad -1]^T$$

Tabulando:

K	X_1	X_2	X_3	$p=2\ \Delta$	$p=1\ \Delta$	$p \to \infty\ \Delta$
0	1	1	1	=	=	=
1	0.5	0.667	-1	2.08	2.8	2.0
2	1.667	1.5	-0.6944	1.10	1.8	0.83
3	0.6736	1.1759	-1.3611	0.39		
4	1.0023	1.5625	-1.0629	0.58		
5	0.7344	1.3935	-1.3753	0.46		
i	0.85	1.40	-1.2	0.245		
ii	0.85	1.45	-1.2417	0.065	0.0917	0.05
iii	0.8354	1.4638	-1.2750	0.3894	0.0643	0.0333
iv	0.8368	1.4799	-1.2818	0.0174	0.0211	0.0161
α	0.8361	1.47185	-1.2734			
β	0.83368	1.48077	-1.2873	0.01279	0.0209	0.008196
γ	0.831429	1.484525	-1.29274	0.007061	0.01154	0.0054

Por lo tanto:

$$X_1 = 0.831429$$
$$X_2 = 1.484525$$
$$X_3 = -1.292710$$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA [illegible]NZÁLEZ A.
JAVIER [illegible]DILLA
M.I HERB[illegible]IO SANDOVAL R.

Resolver por Jacobi y Gauss-Seidel, los siguientes sistemas:

$$\begin{aligned} -2X_1 + X_2 &= -1 \\ X_1 - 2X_2 + X_3 &= 0 \\ X_2 - 2X_3 + X_4 &= 0 \\ X_3 - 2X_4 &= 0 \end{aligned}$$

Con $\varepsilon_x \leq 0.1$

JACOBI

$$\begin{aligned} X_1 &= \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} X_2 \\ X_2 &= \tfrac{1}{2} X_1 + \tfrac{1}{2} X_3 \\ X_3 &= \tfrac{1}{2} X_2 + \tfrac{1}{2} X_4 \\ X_4 &= \tfrac{1}{2} X_3 \end{aligned}$$

K	0	1	2	3	4	5	6	7	8
X_1	1	1	1	1	0.9375	0.9376	0.89063	0.89063	0.85928
X_2	1	1	1	0.875	0.875	0.78126	0.78126	0.71876	0.71875
X_3	1	1	0.75	0.75	0.625	0.6218	0.54688	0.54688	0.49604
X_4	1	0.5	0.5	0.375	0.375	0.3125	0.3126	0.27344	0.27344

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} X_1 &= 0.83887 \\ X_2 &= 0.67773 \\ X_3 &= 0.46289 \\ X_4 &= 0.24805 \end{aligned}$$

GAUSS-SEIDEL

$$\begin{aligned} X_1 &= \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} X_2 \\ X_2 &= \tfrac{1}{2} X_1 + \tfrac{1}{2} X_3 \\ X_3 &= \tfrac{1}{2} X_2 + \tfrac{1}{2} X_4 \\ X_4 &= \tfrac{1}{2} X_3 \end{aligned}$$

K	0	1	2	3	4	5	6	7	8
X_1	1	1	1	1	0.9375	0.89063	0.85938	0.83887	0.82544
X_2	1	1	1	0.875	0.78125	0.71875	0.67773	0.65088	0.63330
X_3	1	1	0.75	0.625	0.54688	0.4961	0.46290	0.44116	0.42694
X_4	1	0.5	0.375	0.3125	0.27344	0.24805	0.231[illegible]4	0.22058	0.21347

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} X_1 &= 0.82544 \\ X_2 &= 0.63330 \\ X_3 &= 0.42694 \\ X_4 &= 0.21347 \end{aligned}$$

Mediante el método de Gauss-Seidel obtenga la solución del sistema de ecuaciones:

$$10X_1 + 2X_2 + 3X_3 = 1$$
$$X_1 + 5X_2 + 2X_3 = -3$$
$$2X_1 + 3X_2 + 5X_3 = 2$$

Con $\varepsilon_x \leq 0.05$, $\varepsilon_x = \sqrt{\Delta X_1^2 + \Delta X_2^2 + \Delta X_3^2}$

Despejando:

$$X_1 = \frac{1}{10}(1 - 2X_2 - 3X_3)$$
$$X_2 = \frac{1}{5}(-3 - X_1 - 2X_3)$$
$$X_3 = \frac{1}{5}(2 - 2X_1 - 3X_2)$$

Tabulando:

K	X_1	X_2	X_3
0	0	0	0
1	0.1	-0.62	0.732
2	0.0044	-0.8936	0.9344
3	-0.0016	-0.9734	0.9847
4	-0.0001	-0.9939	0.9964
5	-0.0001	-0.9985	0.9991

Por tanto:

$$X_1 = 0$$
$$X_2 = -1$$
$$X_3 = 1$$

1.- Resuelva por el método de Gauss-Seidel el siguiente sistema de ecuaciones con error estrictamente menor o igual a 0.1 en todos sus componentes.

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &= 2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 &= -5 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 &= 3 \end{aligned} \implies \begin{aligned} x_1 &= \frac{1+x_2}{2} \\ x_2 &= \tfrac{1}{2}(-5 - x_1 + x_3) \\ x_3 &= \tfrac{1}{2}(3 + x_1 + x_2) \end{aligned}$$

$\therefore$ Sea $x_0 = (0, 0, 5)$.

$x_1 = 1$; $x_2 = -3$; $x_3 = 0.5$

	0	1	2	3	4	5	6	7
x_1	-0.5	0.25	-0.1875	-0.0938	-0.1484	-0.1436	-0.1292	-0.1429
x_2	-1.5	-2.375	-2.1875	-2.2969	-2.1719	-2.2583	2.2857	-2.282
x_3	0.5	0.4375	0.3125	0.5078	0.3398	0.2901	0.2925	0.287

	8
x_1	-0.1411
x_2	-2.2857
x_3	0.2857

2.- A través del Método de Gauss-Seidel Resuelva el sistema con una tolerancia de $E_x = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2} \leq 0.001$

$$\begin{aligned} 5x_1 + 2x_2 &= 5 \\ x_1 + 10x_2 + x_3 &= 10 \\ x_2 + 5x_3 &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 1 - 0.4x_2 \\ x_2 &= 1 - 0.1(x_1 + x_3) \\ x_3 &= 1 - 0.2x_2 \end{aligned}$$

K	0	1	2	3	4	5
	1	0.600	0.6640	0.6598	0.6596	0.6596
	1	0.8400	0.8504	0.8510	0.8511	0.8511
	1	0.8320	0.8299	0.8298	0.8298	0.8298

3.- A través de Gauss-Seidel.- Resuelva el siguiente sistema con un $\varepsilon_x = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2} \leq 0.00$

$$9x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1$$
$$x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -3$$
$$2x_2 + 5x_3 = 3$$

con $x_0\ (1, 1, 1)$

Sea:

$$x_1 = \frac{1}{9}(-1 - 3x_2 - 2x_3)$$
$$x_2 = \frac{1}{5}(-3 - x_1 - 2x_3)$$
$$x_3 = \frac{1}{5}(3 - 2x_2)$$

Solución

$\therefore$ $x_1 = 0$; $x_2 = -1$; $x_3 =$

4.- Mediante Gauss-Seidel.- Resuelva el siguiente sistema con

$$\varepsilon_x = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2} \leq 0.02 \qquad \text{sea } x_0 = (1, 1,$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$
$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$$
$$x_1 + x_2 + 3x_3 = 6$$

$$x_1 = \frac{1}{3}(3 - 2x_2 - x_3)$$
$$x_2 = \frac{1}{3}(1 - 2x_1 - x_3)$$
$$x_3\ \frac{1}{3}(6 - x_1 - x_2)$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7
x_1	1	0	0.3333	0.6049	0.8646	0.9490	0.9799	0.99183
x_2	1	0	0.5553	-0.8353	-0.7553	-0.9741	-0.9893	-0.99558
x_3	1	2	2.2962	2.0768	2.0235	2.003	2.0031	2.00125

5.- Resuelva mediante Gauss-Seidel con $\varepsilon_x = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| \leq 0.1$

$$2x_1 - x_2 = 2$$
$$-x_1 + 2x_2 - x_3 = -5$$
$$-x_1 - x_2 + 2x_3 = 3$$

Sean: $x_1 = 1 + \frac{x_2}{2}$

$$x_2 = -2.5 + \frac{1}{2}(x_3 + x_1)$$
$$x_3 = \frac{1}{2}(3 + x_1 + x_2)$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x_1	0	1	-0.5	0.25	-0.1375	-0.0938	-1484	0.0859	-0.14
x_2	0	-3	-1.5	-2.375	-2.1375	-2.2969	-2.1719	-2.2371	-2.2
x_3	0	0.5	0.5	-0.4375	0.3125	0.3078	0.3393	0.3125	0.2

	9	10	11	12	13
x_1	-0.1292	-0.1429	-0.1411	-0.1429	-0.1429
x_2	2.2859	-2.2823	-2.2857	-2.2857	-2.2857
x_3	0.2925	0.2874	0.2857	0.2857	0.2857

$\Rightarrow$ $x_1 = -0.1429$; $x_2 = -2.2857$; $x_3 = 0.2857$

Mediante el método de Gauss-Seidel encuentre el vector-solución del sistema:

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$
$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$$
$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11$$

Con $\varepsilon_x \leq 0.1$

Despejando variables:

$$x_1 = \frac{1}{3}(5 - 2x_2 - x_3)$$
$$x_2 = \frac{1}{3}(1 - 2x_1 - x_3)$$
$$x_3 = \frac{1}{3}(11 - 2x_1 - x_2)$$

$$X^0 = \begin{bmatrix} 5/3 \\ 1/3 \\ 11/3 \end{bmatrix}$$

$x_1 = \frac{5 - 2x_2 + x_3}{3}$

$x_2 = \frac{1 - 2x_1 - x_3}{3}$

$x_3 = \frac{11 + 2x_1 - x_2}{3}$

Tabulando:

K	x_1	x_2	x_3
0	0	0	0
1	1.6667	-0.7 78	2.8148
2	1.2469	-1.4[illegible]2	3.3141
3	1.5194	-1.7543	3.2485
4	1.7734	-1.9318	3.1283
5	1.9118	-1.9840	3.0535
6	1.9715	-1.9938	3.0186
7	1.9930	-2.0015	3.005

Por lo tanto:

$$u_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$x_1 = \frac{5 - 2(1/3) + (11/3)}{3} = 2.64$

$x_2 = \frac{1 - 2(5/3) - (11/3)}{3} = -0.6$

$x_3 = \frac{11 + 2(5/3) - (1/3)}{3}$

$x_3 = 4.66$

$x_1 =$

$x_2 =$

Resolver por el método de Gauss-Seidel, el siguiente sistema de ecuaciones:

ex.5
10
-9 | 8
-5 | 9

$$10X_1 - 3X_2 + 6X_3 = 24.5$$
$$X_1 + 8X_2 - 2X_3 = -9$$
$$-2X_1 + 4X_2 - 9X_3 = -50$$

Despejando variables tenemos:

$x_1 = \frac{24.5+3x_2-6x_3}{10}$

$x_2 = \frac{-9-x_1+2x_3}{8}$

$x_3 = \frac{-50+2x_1-4x_2}{9}$

$$X_1 = \frac{1}{10}\left[24.5 + 3X_2 - 6X_3\right]$$
$$X_2 = \frac{1}{8}\left[-9 - X_1 + 2X_3\right]$$
$$X_3 = -\frac{1}{9}\left[-50 + 2X_1 - 4X_2\right]$$

$$X_0 = [\,2.45\,,\,-1.125,\,5.5556\,]$$

$x_1 = \frac{24.5+3(-9/8)-6(-5/9)}{10}$

$x_1 = \frac{24.5+3(-1.125)-6(5.55)}{10}$

$x_1 = -1.221$

Tabulando tenemos:

K	X_1	X_2	X_3
0	2.45	-1.125	5.5556
1	-1.221	0.4165	6.012
2	-1.0323	0.5070	6.0103
3	-1.0041	0.5031	6.0023
4	-1.0005	0.5006	6.0004
5	-1.0000	0.5001	6.0000
6	-0.9999	0.4999	5.9999

Por tanto:

$\underline{X_1 = -1}$

$\underline{X_2 = 0.5}$

$\underline{X_3 = 6}$

Resuelva mediante Gauss-Seidel el siguiente sistema con $\varepsilon_x = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2} \leq 0.1$

$$2X_1 - X_2 - X_3 = 4$$
$$3X_1 + 4X_2 - 2X_3 = 11$$
$$3X_1 - 2X_2 + 4X_3 = 11$$

$x_1 = \frac{4 + x_2 + x_3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$x_2 = \frac{11 + 3x_1 + 2x_3}{4}$

$x_3 = \frac{11 + 3x_1 + 2x_2}{4}$

Despejando variables tenemos:

$$X_1 = \frac{1}{2}(4 + X_2 + X_3)$$
$$X_2 = \frac{1}{4}(11 - 3X_1 + 2X_3)$$
$$X_3 = \frac{1}{4}(11 - 3X_1 + 2X_2)$$

$4/2$ | 2

$11/4$ | 2.75

$11/4$

$$X_0 = [1, 1, 1]^t$$

$\frac{4 + (11/4) + (11/4)}{2}$

Tabulando tenemos:

K	0	1	2
X_1	1	3	3
X_2	1	1	1
X_3	1	1	1

Por tanto: $\underline{X_1 = 3}$ $\underline{X_2 = 1}$ $\underline{X_3 = 1}$

Resuelva por Gauss-Seidel el siguiente sistema, con $\varepsilon \leq 0.01$

$$3X_1 + 2X_2 + X_3 = 5$$
$$2X_1 + 3X_2 + X_3 = 1$$
$$2X_1 + X_2 + 3X_3 = 11$$

Despejando variables tenemos:

$$X_1 = \frac{1}{3}[5 - 2X_2 - X_3]$$
$$X_2 = \frac{1}{3}[1 - 2X_1 - X_3]$$
$$X_3 = \frac{1}{3}[11 - 2X_1 - X_2]$$

$$X_0 = [1, 1, 1]^t$$

Tabulando:

K	0	1	2	3	4	5	6
X_1	1	0.6667	1.3333	1.7284	1.9076	1.9963	2.0010
X_2	1	-1.3333	-1.7778	-1.9424	-1.9924	-2.0034	-2.0019
X_3	1	3.6667	3.3704	3.1619	3.0590	3.0036	2.9999

Por tanto:

$$X_1 = 2$$

$$X_2 = -2$$

$$X_3 = 3$$

Gauss - Seidel.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 13 \end{bmatrix} ; \quad \begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 &= 13 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 &= -4 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{1}{3}(1 - 2x_2 - x_3)$$

$$x_2 = \frac{1}{3}(-4 - x_1 + x_3)$$

$$x_3 = \frac{1}{2}(13 + x_1 - x_2)$$

Iniciando con un vector {0,0,0} y tabulando las subsiguientes

x_1	0.334	-0.944	-2.25	-2.0756	-1.9533	-1.99	2.003
x_2	-1.334	1.148	1.2346	0.9419	0.9831	1.009	1.002
x_3	6.5	5.454	4.750	4.991	5.0290	5.00	5.00

$$x_1 = -2.00$$

$$x_2 = 1.00$$

$$x_3 = 5.00$$

Gauss - Seidel.

a)

$$4x_1 - x_2 = 2 \qquad x_1 = 1/4\,(2 + x_2)$$

$$-x_1 + 4x_2 - x_3 = 6 \qquad x_2 = (6 + x_1 + x_3)\,1/4$$

$$-x_2 + 4x_3 = 2 \qquad x_3 = (2 + x_2)\,1/4$$

x_1	1/2	0.875	0.981	0.9951	1.0	$= x_1$
x_2	3/2	1.844	1.9815	1.993	2.0	$= x_2$
x_3	1/2	0.961	0.9951	0.999	1.0	$= x_3$

b)

$$\begin{aligned} 8.4x + 2.8y - 1.7z + 2w &= 4.9 \\ -3.9y + 0.3z + 2.1w &= 0.6 \\ -x + 2.3z + 0.7w &= 3.5 \\ 0.5x + 4.3y + 5.5w &= -14.3 \end{aligned}$$

$$x = (4.9 - 2.8y + 1.7z - 2w)\,1/8.4$$

$$y = (0.6 - 0.3z - 2.1w)\,1/3.9$$

$$z = (3.5 + x - 0.7w)\,1/2.3$$

$$w = (-14.3 - 0.5x - 4.3y)\,1/5.5$$

Iniciando con $\bar{v} = \{0,0,0,0\}$ y tabulando los subsiguientes

x	0.5834	1.5616	2.03	1.967	2.012	$x \approx 2.0$
y	-0.1538	-1.275	-0.863	-1.064	-0.970	$y \approx 1.0$
z	1.522	2.999	2.935	3.019	2.989	$z = 3.0$
w	-2.600	1.745	-2.110	-1.999	-2.024	$w \approx -2.0$

Gauss - Seidel

$$20x + 2y + 6z = 33 \qquad x = (33 - 2y - 6z)\,1/20$$

$$x + 20y + 9z = -23 \qquad y = (-23 - x - 9z)\,1/20$$

$$2x - 7y - 20z = -57 \qquad z = (-57 - 2x + 7y)\,1/-20$$

Tabulando.

x	1.9	1.16	0.99	1.00	1.000
y	-1.15	-2.49	-2.927	[illegible]	-3.000
z	2.85	3.8377	3.973	3.996	4.000

$x = 1.000$

$y = -3,900$

$z = 4.000$

① Obtener : la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de Gauss - Seidel.

a).- $3x_1 + x_2 + x_3 = 19$
$2x_1 + 3x_2 - x_3 = 18$
$x_1 - x_2 + 4x_3 = 6$

$x_1 = 1/3\,(-x_2 - x_3 + 19)$

$x_2 = 1/3\,(-2x_1 + x_3 + 18)$

$x_3 = 1/4\,(-x_1 + x_2 + 6)$

	x_1	x_2	x_3
x^0	1.000	1.000	1.000
x^1	5.667	2.556	0.722
x^2	5.241	2.747	0.877
x^3	5.126	2.875	0.937
x^4	5.062	2.937	0.969
x^5	5.031	2.969	0.984
x^6	5.016	2.984	0.992
x^7	5.008	2.992	0.996
x^8	5.004	2.996	0.998
x^9	5.002	2.998	0.999
x^{10}	5.001	2.999	1.000
x^{11}	5.000	3.000	1.000

∴ x^{11} es la solución

b).- $10x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 28$
$x_1 + 10x_2 + 9x_3 = 7$
$2x_1 - 7x_2 - 10x_3 = -17$

$x_1 = 1/10\,(-2x_2 - 6x_3 + 28)$

$x_2 = 1/10\,(-x_1 - 9x_3 + 7)$

$x_3 = 1/10\,(2x_1 - 7x_2 + 17)$

x^0	1.000	1.000	1.000
x^1	2.000	-0.400	2.380
x^2	1.452	-1.587	3.101
x^3	1.257	2.003	0.549
x^4	2.070	-0.001	2.115
x^5	1.531	-1.357	2.956
x^6	0.720	2.0[illegible]	3.267
x^7	1.246	-2.[illegible]	3.605
x^8	1.110	2.[illegible]	3.781
x^9	1.063	-2.8[illegible]	3.879
x^{10}	1.035	2.[illegible]	3.933
x^{11}	1.019	-2.942	3.963
x^{12}	1.011	-2.968	3.979
x^{13}	1.006	-2.982	3.989
x^{14}	1.003	-2.990	3.994
x^{15}	1.002	-2.995	3.997
x^{16}	1.001	-2.997	3.998
x^{17}	1.001	-2.998	3.999
x^{18}	1.000	-2.999	3.999
x^{19}	1.000	-2.999	4.000
x^{20}	1.000	-3.000	4.000

∴ x^{20} es la solución.

c).-

$$4.71x_1 - 1.72x_2 - 0.21x_3 = 4.03$$
$$-2.1x_1 + 5.6x_2 + 2.3x_3 = 13.67$$
$$0.73x_1 - 6.3x_3 = 8.06$$

$$x_1 = \frac{1}{4.71}(1.72x_2 + 0.21x_3 + 4.03)$$

$$x_2 = \frac{1}{5.6}(2.1x_1 - 2.3x_3 + 13.67)$$

$$x_3 = \frac{1}{6.3}(0.73x_1 - 8.06)$$

$$\begin{array}{l} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{array}\begin{bmatrix} 1.000, & 1.000, & 1.000 \\ 1.265, & 2.505, & -1.133 \\ 1.720, & 3.846, & -1.080 \\ 2.212, & 3.714, & -1.023 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} x^4 \\ x^5 \\ x^6 \\ x^7 \end{array}\begin{bmatrix} 2.166, & 3.674, & -1.028 \\ 2.151, & 3.670, & -1.030 \\ 2.150, & 3.670, & -1.030 \\ 2.150, & 3.670, & -1.030 \end{bmatrix}$$

x^7 es la solución.

d)=

$$5.6x_1 + 1.1x_2 - 3.4x_3 = 8.28$$
$$0.3x_1 + 5.7x_2 + 3.3x_3 = -6.75$$
$$1.7x_1 + 4.3x_2 + 7.3x_3 = 1.37$$

$$x_1 = \frac{1}{5.6}(-1.1x_2 + 3.4x_3 + 8.28)$$

$$x_2 = \frac{1}{5.7}(-0.3x_1 - 3.3x_3 - 6.75)$$

$$x_3 = \frac{1}{7.3}(-1.7x_1 - 4.3x_2 + 1.37)$$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
M.I HORACIO SANDOVAL R.

$$\begin{array}{c} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{array} \begin{bmatrix} 1.000 & , & 1.000 & , & 1.000 \\ 1.359 & , & -1.363 & , & 0.348 \\ 2.557 & , & 1.797 & , & 0.594 \\ 2.255 & , & -1.707 & , & 0.688 \\ 2.219 & , & -1.683 & , & 0.665 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} x^5 \\ x^6 \\ x^7 \\ x^8 \end{array} \begin{bmatrix} 2.214 & , & -1.686 & , & 0.665 \\ 2.213 & , & -1.686 & , & 0.665 \\ 2.214 & , & -1.686 & , & 0.665 \\ 2.214 & , & -1.686 & , & 0.665 \end{bmatrix}$$

$\therefore$

x^8 es la solución.

A través del método de GAUSS-SEIDEL resuelva el siguient sistema de ecuaciones, con $\varepsilon_x = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2} \leq 0.002$

$$\begin{aligned} 9X_1 + 3X_2 + 2X_3 &= -1 \\ X_1 + 5X_2 + 2X_3 &= -3 \\ 2X_2 + 5X_3 &= 3 \end{aligned}$$

Sea $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$

Despejando variables:

$$X_1 = \frac{1}{9}\left(-1 - 3X_2 - 2X_3\right)$$

$$X_2 = \frac{1}{5}\left(-3 - X_1 - 2X_3\right)$$

$$X_3 = \frac{1}{5}\left(3 - 2X_2\right)$$

Tabulando:

K	X_1	X_2	X_3
0	0	0	0
1	−0.1111	−0.5778	0.8311
2	−0.1032	−0.9118	0.9647
3	−0.0216	−0.9816	0.9926
4	−0.0045	−0.9961	0.9984
5	−0.0009	−0.9992	0.9997
6	−0.0002	−0.9998	0.9999
7	−0.00004	−1	1

Por tanto: $X_1 = 0$
$X_2 = -1$
$X_3 = 1$

A través del método de GAUSS-SEIDEL resuelva el sistema:

$$5X_1 + 2X_2 = 5$$
$$X_1 + 10X_2 + X_3 = 10$$
$$X_2 + 5X_3 = 5$$

Con una tolerancia de $\varepsilon_x = \sqrt{\Delta X_1^2 + \Delta X_2^2 + \Delta X_3^2} \leq 0.001$

Despejando:

$$X_1 = 1 - 0.4X_2$$
$$X_2 = 1 - 0.1(X_1 + X_3)$$
$$X_3 = 1 - 0.2X_2$$

Tabulando:

K	0	1	2	3	4	5
X_1	1	0.6000	0.6640	0.6598	0.6596	0.659
X_2	1	0.8400	0.8504	0.8510	0.8511	0.851
X_3	1	0.8320	0.8299	0.8298	0.8298	0.829

Por tanto:

$X_1 = 0.6596$, $X_2 = 0.8511$ y $X_3 = 0.8298$

Resuelva mediante GAUSS-SEIDEL el siguiente sistema de ecuaciones:

$$2X_1 - X_2 = 2$$
$$X_1 + 2X_2 - X_3 = -5$$
$$-X_1 - X_2 + 2X_3 = 3$$

Con $\varepsilon x = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| \leq 0.1$

Despejando:

$$X_1 = \frac{1}{2}(2 + X_2)$$
$$X_2 = \frac{1}{2}(-5 - X_1 + X_3)$$
$$X_3 = \frac{1}{2}(3 + X_1 + X_2)$$

Tabulando:

K	X_1	X_2	X_3
0	0	0	0
1	1	-3	0.5
2	-0.5	-1.5	0.5
3	0.25	-2.375	0.4375
4	-0.1875	-2.1875	0.3125
5	-0.0938	-2.2969	0.5078
6	-0.1484	-2.1719	0.3398
7	-0.0859	-2.2871	0.3135
8	-0.1436	-2.2583	0.2991
9	-0.1292	2.2859	0.2925
10	-0.1429	-2.2823	0.2874
11	-0.1411	-2.2857	0.2857
12	-0.1429	-2.2857	0.2857

Por tanto:

$X_1 = -0.1429$, $X_2 = -2.2857$ y $X_3 = 0.2857$

RESUELVA CON GAUSS-SEIDEL EL SIGUIENTE SISTEMA DE ECUACIONES:

$$4.71\,X_1 - 1.72\,X_2 - 0.21\,X_3 = 4.03$$
$$-2.10\,X_1 + 5.60\,X_2 + 2.30\,X_3 = 13.67$$
$$0.73\,X_1 - 6.30\,X_3 = 8.06$$

Con $\varepsilon_x = \text{máx}\ (\Delta X_i) \leq 0.01$

Despejando variables:

$$X_1 = \frac{1}{4.71}\left[4.03 + 1.72X_2 + 0.21X_3\right]$$
$$X_2 = \frac{1}{5.60}\left[13.67 + 2.10X_1 - 2.30X_3\right]$$
$$X_3 = -\frac{1}{6.30}\left[8.06 - 0.73X_1\right]$$

K	X_1	X_2	X_3
0	1	1	1
1	1.26327	2.50408	-1.13298
2	1.71423	3.54923	-1.08073
3	2.09369	3.69154	-1.03676
4	2.14969	3.67300	-1.03028
5	2.14320	3.66792	-1.03103
6	2.14132	3.66752	-1.03124

Por tanto:

$X_1 = 2.14132$

$X_2 = 3.66752$

$X_3 = -1.03124$

Mediante GAUSS-SEIDEL resuelva el siguiente sistema con el siguiente error: $\varepsilon_x = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2} \leq 0.1$

$$\begin{aligned} 4X_1 + 3X_2 \quad &= 24 \\ 3X_1 + 4X_2 - X_3 &= 30 \\ -X_2 + 4X_3 &= -24 \end{aligned}$$

Sea $X^{(0)} = [1 \quad 1 \quad 1]^T$

Despejando:

$$X_1 = \frac{1}{4}(24 - 3X_2)$$
$$X_2 = \frac{1}{4}(30 - 3X_1 + X_3)$$
$$X_3 = \frac{1}{4}(-24 + X_2)$$

Tabulando:

K	0	1	2	3	4	5	6
X_1	1	5.2500	3.1406	3.0879	3.0549	3.0343	3.0215
X_2	1	3.8125	3.8828	3.9268	3.9542	3.9714	3.9821
X_3	1	-5.0469	-5.0293	-5.0183	-5.0114	-5.0071	-5.0045

Por tanto:

$X_1 = 3.0215$, $\quad X_2 = 3.9821 \quad$ y $\quad X_3 = -5.0045$

Resuelva mediante GAUSS-JORDÁN el siguiente sistema.

$$\begin{aligned} 2X_1 - 2X_2 \quad &= 2 \\ 4X_1 + X_2 - X_3 &= 12 \\ X_1 + X_2 + X_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & -1 & 12 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & -5 & 12 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 & 1/2 & -1/2 \\ 0 & 0 & -7/2 & 21/2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

Por tanto:

$X_1 = 2$, $\quad X_2 = 1 \quad$ y $\quad X_3 = -3$

Mediante el método de GAUSS-SEIDEL encuentre el vector solución del sistema:

$$10X_1 + 2X_2 + 3X_3 = 1$$
$$X_1 + 5X_2 + 2X_3 = -3$$
$$2X_1 + 3X_2 + 5X_3 = 2$$

Con $\varepsilon x = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2} \leq 0.1$

Sea $X^{(0)} = [1 \quad 1 \quad 1]^T$

Despejando las incognitas del sistema de ecuaciones:

$$X_1 = \frac{1}{10}(1 - 2X_2 - 3X_3)$$
$$X_2 = \frac{1}{5}(-3 - X_1 - 2X_3)$$
$$X_3 = \frac{1}{5}(2 - 2X_1 - 3X_2)$$

Tabulando:

K	0	1	2	3	4	5
X_1	1	-0.40	-0.050	-0.005	-0.0003	0.00005
X_2	1	-0.92	-1.035	-1.015	-1.0044	-1.00113
X_3	1	1.112	1.041	1.011	1.0028	1.00066

Por tanto; $X_1 = 0$, $X_2 = -1$ y $X_3 = 1$

A través de GAUSS-JORDAN resuelva el siguiente sistema.

$$X_1 + 2X_2 + 4X_3 = 31$$
$$5X_1 + X_2 + 2X_3 = 29$$
$$3X_1 - X_2 + X_3 = 10$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 31 \\ 5 & 1 & 2 & 29 \\ 3 & -1 & 1 & 10 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 31 \\ 0 & -9 & -18 & -126 \\ 0 & -7 & -11 & -83 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 14 \\ 0 & 0 & 3 & 15 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Por tanto:

$X_1 = 3$, $X_2 = 4$ y $X_3 = 5$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A
JAVIER PADILLA
ING. HORACIO SANDOVAL

55

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones con el método de --- GAUSS-SEIDEL, de la solución con un error de ≤ 0.01

$$X_1 + 3X_3 = 14 \quad \ldots (a)$$
$$X_1 + X_2 = 5 \quad \ldots (b)$$
$$4X_2 - X_3 = 8 \quad \ldots (c)$$

Reacomodando y despejando:

De la ecuación (b): $X_1 = 5 - X_2$

De la ecuación (c): $X_2 = 2 + 0.25\,X_3$

De la ecuación (a): $X_3 = 4.6667 - 0.333X_1$

Tabulando:

K	0	1	2	3	4	5	6	7
X_1	0	5	3	2.250	2.083	2.021	2.007	2.001
X_2	0	2	2.751	2.917	2.979	2.993	2.999	3.000
X_3	0	3.002	3.668	3.918	3.973	3.994	3.999	4.001

Por tanto:

$X_1 = 2$, $X_2 = 3$ y $X_3 = 4$

PROBLEMARIO METODOS NUMERI
ADRIANA GONZALEZ ACOSTA
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones con el MÉTODO DE GAUSS-SEIDEL, de la solución con un error ≤ 0.01

$$3X_1 + 10X_2 - 2X_3 = 36$$
$$8X_1 - 2X_2 + X_3 = 13$$
$$4X_1 - 2X_2 + 9X_3 = 45$$

Reacomodando:

$$8X_1 - 2X_2 + X_3 = 13$$
$$3X_1 + 10X_2 - 2X_3 = 36$$
$$4X_1 - 2X_2 + 9X_3 = 45$$

$$X_1 = (1/8)(13 + 2X_2 - X_3)$$
$$X_2 = (1/10)(36 - 3X_1 + 2X_3)$$
$$X_3 = (1/9)(45 - 4X_1 + 2X_2)$$

Suponer: $X^{(0)} = [0, 0, 0]^T$

Tabulando:

K	0	1	2	3	4
X_1	0	1.625	1.782	2.001	2.005
X_2	0	3.113	4.059	4.022	3.999
X_3	0	4.969	5.110	5.004	4.998

Conclusión: $X_1 = 2$, $X_2 = 4$, $X_3 = 5$

Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones con el método de GAUSS-SEIDEL, de la solución con un error ≤ 0.01.

$$T_1 + T_2 + T_3 = 1$$
$$0.1T_1 - T_2 = 0$$
$$T_1 - 0.4T_3 = 0.5$$

Despejando:

$$T_1 = 0.5 + 0.4T_3$$
$$T_2 = 0.1T_1$$
$$T_3 = 1 - T_1 - T_2$$

Tabulando:

K	0	1	2	3	4	5
T_1	0	0.5	0.680	0.601	0.636	0.620
T_2	0	0.05	0.068	0.060	0.064	0.062
T_3	0	0.45	0.252	0.339	0.300	0.318

Conclusión: $T_1 = 0.620$, $T_2 = 0.062$ y $T_3 = 0.318$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMERICOS
ADRIANA GONZALEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Resolver a través del método de Gauss-Seidel el siguiente sistema de ecuaciones:

$$6.4375\,X_1 + 2.1849\,X_2 - 3.7474\,X_3 + 1.8822\,X_4 = 4.6351$$
$$2.1356\,X_1 + 5.2101\,X_2 + 1.5220\,X_3 - 1.1234\,X_4 = 5.2131$$
$$-3.7362\,X_2 + 1.4998\,X_2 + 7.6421\,X_3 + 1.2324\,X_4 = 5.8665$$
$$1.8666\,X_2 - 1.1104\,X_2 + 1.2460\,X_3 + 8.3312\,X_4 = 4.1322$$

Despejando:

$$X_1 = (1/6.4375)\,(4.6351 - 2.1849X_2 + 3.7474X_3 - 1.8822X_4)$$
$$X_2 = (1/5.2101)\,(5.2131 - 2.1356X_1 - 1.5220X_3 + 1.1234X_4$$
$$X_3 = (1/7.6421)\,(5.8665 + 3.7362X_1 - 1.4998X_2 - 1.2324X_4$$
$$X_4 = (1/8.3312)\,(4.1322 - 1.8666X_1 + 1.1104X_2 - 1.2460X_3$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4
0	0	0	0	0
1	0.720015	0.7054	0.9812	0.2819
2	0.9693	0.3774	1.1220	0.1613
3	1.1979	0.2166	1.2848	0.0643
4	1.3756	0.0753	1.41503	−0.0138
5	1.5222	−0.03971	1.5218	−0.0779
6	1.6421	−0.1339	1.6093	−0.1305
7	1.7404	−0.2111	1.6810	−0.1735
8	1.8209	−0.2743	1.7397	−0.2087
9	1.8869	−0.3261	1.7878	−0.2376
10	1.9409	−0.3685	1.8272	−0.2613
11	1.9851	−0.4032	1.8594	−0.2806
12	2.0213	−0.4316	1.8858	−0.2964
13	2.0510	−0.4549	1.9075	−0.3094
14	2.0753	−0.4740	1.9252	−0.3201
15	2.0952	−0.4897	1.9397	−0.3288
16	2.1115	−0.5025	1.9533	−0.3362
17	2.1259	−0.5139	1.9621	−0.3423
18	2.1367	−0.5222	1.9700	−0.3470
19	2.1455	−0.5292	1.9764	−0.3508
20	2.1527	−0.5348	1.9816	−0.3540
21	2.1586	−0.5394	1.9860	−0.3566
22	2.1635	−0.5433	1.9895	−0.3587
23	2.1674	−0.5464	1.9924	−0.3604

$$\left|X_4^{23} - X_4^{22}\right| = \left|-0.3604 + 0.3587\right| = 0.0017$$

Por lo tanto: $X_1 = 2.1674$; $X_3 = 1.9924$
$X_2 = -0.5464$; $X_4 = -0.3604$

GAUSS-SEIDEL:

$$\begin{aligned} 2I_1 - I_2 &= 34 \\ -I_1 + 3I_2 - I_3 &= 0 \\ -I_2 + 3I_3 - I_4 &= 0 \\ -I_3 + 3I_4 &= 0 \end{aligned}$$

Despejando Variables:

$$I_1 = \frac{1}{2}[34 + I_2]$$

$$I_2 = \frac{1}{3}[I_1 + I_3]$$

$$I_3 = \frac{1}{3}[I_2 + I_4]$$

$$I_4 = \frac{1}{3}[I_3]$$

K	I_1	I_2	I_3	I_4
0	17.5	6.1667	2.3889	0.7963
1	20.0833	7.4907	2.7623	0.9208
2	20.7454	7.8359	2.9189	0.9730
3	20.9186	7.9456	2.9729	0.9910
4	20.9728	7.9819	2.9909	0.9970
5	20.9909	7.9940	2.9970	0.996
6	20.9970	7.9980	2.9990	0.9997
7	20.9990	7.9993	2.9970	0.9999
8	20.9997	7.9998	2.9999	1
9	20.9999	7.9999	3	1

Por tanto:

$I_1 = 21$

$I_2 = 8$

$I_3 = 3$

$I_4 = 1$

Resolver por el método de GAUSS-SEIDEL el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} -2X_1 + X_2 \quad\quad &= -1 \\ X_1 - 2X_2 + X_3 \quad &= 0 \\ X_2 - 2X_3 + X_4 &= 0 \\ X_3 - 2X_4 &= 0 \end{aligned}$$

$\varepsilon_x \leq 0.001$

Despejando variables:

$$X_1 = \tfrac{1}{2}(1 + X_2)$$
$$X_2 = \tfrac{1}{2}(X_1 + X_3)$$
$$X_3 = \tfrac{1}{2}(X_2 + X_4)$$
$$X_4 = \tfrac{1}{2} X_3$$

Suposición: $X^{(0)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$

Tabulando:

K	X_1	X_2	X_3	X_4
0	0	0	0	0
1	0.5	0.25	0.125	0.0625
2	0.625	0.375	0.2188	0.1094
3	0.6875	0.453	0.2813	0.1406
4	0.7266	0.504	0.3223	0.1611
5	0.7520	0.537	0.3491	0.1746
6	0.7686	0.5589	0.3667	0.1834
7	0.7795	0.5731	0.3782	0.1891
8	0.7866	0.5824	0.3857	0.1929
9	0.7912	0.5885	0.3907	0.1953
10	0.7943	0.5925	0.3939	0.1969
11	0.7963	0.5951	0.3960	0.1980
12	0.7976	0.5968	0.3974	0.1987

Por tanto:

$X_1 = 0.8$, $X_2 = 0.6$, $X_3 = 0.4$ y $X_4 = 0.2$

RESOLVER EL SIGUIENTE SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES. POR EL MÉTODO DE GAUSS-SEIDEL:

$$
\begin{aligned}
5X_1 + X_2 + 2X_3 + X_5 &= 8\\
X_1 + 6X_2 + 2X_3 + X_4 &= 5\\
4X_3 + X_4 + 2X_5 &= 10\\
2X_1 + 2X_2 + 8X_4 + 3X_5 &= 4\\
3X_1 + 2X_3 + X_4 + 7X_5 &= 6
\end{aligned}
$$

Despejando variables:

$$X_1 = \frac{1}{5}\left[8 - X_2 - 2X_3 - X_5\right]$$

$$X_2 = \frac{1}{6}\left[5 - X_1 - 2X_3 - X_4\right]$$

$$X_3 = \frac{1}{4}\left[10 - X_4 - 2X_5\right]$$

$$X_4 = \frac{1}{8}\left[4 - 2X_1 - 2X_2 - 3X_5\right]$$

$$X_5 = \frac{1}{7}\left[6 - 3X_1 - 2X_3 - X_4\right]$$

Vector Inicial:

$$X_0 = \begin{vmatrix} 0.667 \\ 2.667 \\ 3.333 \\ 6.00 \\ 1.667 \end{vmatrix}$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
0	0.667	2.667	3.333	6.000	1.667
1	-5	2.111	1.593	7.519	0.198
2	-4.942	3.652	0.040	8.978	0.712
3	-5.569	4.035	-0.493	9.689	1.298
4	-6.061	3.986	-0.533	9.952	1.594
5	-6.322	3.889	-0.469	10.049	1.704
6	-6.445	3.835	-0.425	10.1	1.743
7	-6.506	3.815	-0.408	10.135	1.762
8	-6.541	3.808	-0.403	10.160	1.775
9	-6.564	3.806	-0.402	10.176	1.784
10	-6.578	3.804	-0.402	10.186	1.791
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
17	-6.599	3.800	-0.400	10.200	1.800
18	-6.600	3.800	-0.400	10.200	1.800
19	-6.600	3.800	-0.400	10.200	1.800
20	-6.600	3.800	-0.400	10.200	1.800

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R

MÉTODO DE KRYLOV.

Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ obtenga:

a) La ecuación característica por el Método de Krilov.
b) Los valores característicos mediante la solución general de una ecuación de 2.º grado.
c) Los vectores característicos.

$A^2\bar{y} + A\bar{y}\, b_1 + b_2 \bar{y}\, I = 0$

a) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \leftarrow A\bar{y}$

$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 18 \end{bmatrix} \leftarrow A \cdot A\bar{y} = A^2 y$

$$\begin{aligned} 2a_1 + a_0 &= -10 \\ 3a_1 &= -18 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} a_1 &= -6 \\ a_0 &= 2 \end{aligned}$$

$\therefore$ Ecuación Característica: $\lambda^2 - 6\lambda + 2 = 0$

b) Tenemos que: $\lambda_{1,2} = \dfrac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)} = \dfrac{6 \pm \sqrt{28}}{2}$

$\therefore \quad \lambda_1 = 5.645$
$\lambda_2 = 0.3542$

c)
$\lambda^2 - 6\lambda + 2 = 0$, $\lambda_1 = 5.645$ y $\lambda_2 = 0.3542$

$A \begin{bmatrix} 2 - 5.645 & 2 \\ 3 & 4 - 5.645 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.645 & 2 \\ 3 & -1.645 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -3.645 & 2 \\ 3 & -1.645 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}$

$$\begin{aligned} -3.645 X_1 + 2 X_2 &= 0 \\ 3 X_1 - 1.645 X_2 &= 0 \end{aligned} \qquad X_2 = \frac{3.645}{2} X_1 = 1.8225 X_1$$

$\Rightarrow \bar{U}_1 = [1 \quad 1.8225]^T$

$\begin{bmatrix} 2 - 0.3542 & 2 \\ 3 & 4 - 0.3542 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6458 & 2 \\ 3 & 3.6458 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} 1.6458 X_1 + 2 X_2 &= 0 \\ 3 X_1 + 3.6458 X_2 &= 0 \end{aligned} \qquad X_2 = -\frac{1.6458}{2} X_1 = -0.8229 X_1$$

$\Rightarrow \bar{U}_2 = [1 \quad -0.8229]$

KRILOV

Hallar el polinomio característico de la matriz B, así como sus valores propios y vectores correspondientes.

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 21 \end{bmatrix}$$

Que corresponde al sistema:
$$\begin{aligned} 4a_1 + a_0 &= -22 \\ 3a_1 &= -21 \end{aligned}$$

$\Rightarrow a_1 = -7$
$\quad a_2 = 6$ $\Rightarrow$ Ecuación Característica: $\lambda^2 - 7\lambda + 6 = 0$

$\Rightarrow$ Valores propios y vectores correspondientes: $\lambda_1 = 1 \; ; \; u_1 = [2 \; -3]^T$

$\lambda_2 = 6 \; ; \; u_2 = [1 \;\; 1]^T$

Hallar el polinomio característico de la matriz B, así como sus valores propios y vectores correspondientes.

$$B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{array}{c} a_0 \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{array}{c} a \\ \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} u^2 \\ \begin{bmatrix} 24 \\ 8 \end{bmatrix} \end{array}$$

Que corresponde al sistema:
$$\begin{aligned} 5a_1 + a_0 &= -24 \\ a_1 &= -8 \end{aligned}$$

$\Rightarrow a_1 = -8$
$\quad a_0 = 16$ $\Rightarrow$ Ecuación Característica: $\lambda^2 - 8\lambda + 16 = 0$

$\Rightarrow$ Valores propios y vectores correspondientes: $\left.\begin{matrix} \lambda_1 = 4 \\ \lambda_2 = 4 \end{matrix}\right\rangle u_{1,2} = [1 \;\; 1]$

ADRIANA GONZALEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Obtener la ecuación característica y valores propios con sus respectivos vectores asociados, de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad \text{Sea } X^t = (1, 0)$$

$$AX = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A^2 X_1 = A(AX) = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Que corresponde al sistema: $\begin{array}{l} a_1 + a_0 = 1 \\ 2a_1 = 0 \end{array}$ $\begin{array}{l} (1-j)a - 1b = 0 \\ 2a\,(-1-j)b = 0 \end{array}$

$\Rightarrow a_1 = 0$
$a_0 = 1$

$\Rightarrow$ Ecuación característica: $\lambda^2 + 1\lambda = 0$

Por tanto los valores y vectores asociados:

$\lambda_1 = j \Rightarrow u_1^t = (1, 1-j)$
$\lambda_2 = -j \Rightarrow u_2^t = (-1, -1+j)$

Obtener los valores propios con sus respectivos vectores asociados, de la siguiente matriz:

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{Sea } X^t = (1, 0)$$

$$BX = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B^2 X = B(BX) = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{array}{l} 3a_1 + a_0 = -8 \\ a_1 = -4 \end{array}$$

$\Rightarrow a_1 = -4$
$a_0 = 4$

Por lo tanto: Ecuación característica: $\lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0$

$\lambda_1 = 2$
$\lambda_2 = 2$ $\Big\rangle$ $u_1^t = (1, 1)$

NO EXISTE OTRO VECTOR PROPIO.

ADRIANA GONZALEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Encuentre el polinomio característico de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \qquad \text{Sea } x^t = (1, 0)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -19 \\ 32 \end{bmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 3a_1 + a_0 &= 19 \\ 4a_1 \quad &= -32 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} a_1 &= -8 \\ a_0 &= 43 \end{aligned}$$

Por tanto: Ecuación característica: $\lambda^2 - 8\lambda + 43 = 0$

Encuentre el polinomio característico de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 8 & 3 \end{bmatrix} \qquad \text{Sea } x^t = (1, 0)$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 8 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 8 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 64 \end{bmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 5a_1 + a_0 &= -17 \\ 8a_1 \quad &= -64 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} a_1 &= -8 \\ a_2 &= 23 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

Ecuación característica: $\lambda^2 - 8\lambda + 23 = 0$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

A través del método de Krilov, encuentre los valores propios y sus vectores asociados correspondientes, de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{Sea } x^t = (1, 0)$$

4 −2
1 4

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = Ax$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix} = A^2x$$

$A^2 x b + Ax$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 2a_1 + a_0 &= -6 \\ a_1 &= -5 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} a_1 &= -5 \\ a_0 &= 4 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

Ecuación característica: $\lambda^2 - 5\lambda + 4 = 0$

$$\Rightarrow \begin{aligned} \lambda_1 &= 1 \\ \lambda_2 &= 4 \end{aligned}$$

Cuyos vectores asociados son:

Para $\lambda_1 = 1$

$u_1 = [\,2 \quad -1\,]$

Para $\lambda_2 = 4$

$u_2 = [\,1 \quad 1\,]$

ADRIANA GONZALEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

*

A través del método de KRILOV, obtenga la ecuación característica, así como sus valores y vectores propios correspondientes de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Sea $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$

$$AX = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A^2X = A(AX)$$

$$A^2X = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 \\ 8 \end{bmatrix} + a_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + a_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$ ó bién: $a_1 + a_0 = -9$
$2a_1 = -8$

$\Rightarrow a_1 = -4$ y $a_0 = -5$ Ec. característica: $\lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$

$(x+1)(x-5)$
$x^2 - 5x + x - 5$
$x^2 - 4x - 5$

$\Rightarrow \lambda_1 = +1$ y $\lambda_2 = 5$

<u>Para $\lambda_1 = -1$</u>

$$\begin{bmatrix} 1+1 & 4 \\ 2 & 3+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$2a_1 + 4a_0 = 0$
Si $a_0 = 1$
$\Rightarrow a_1 = -2$

Vector asociado a $\lambda_1 = -1$:

$$\bar{u}_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix}^T$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Para $\lambda_2 = 5$

$$\begin{bmatrix} 1-5 & 4 \\ 2 & 3-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ó bién:

$$-4a_1 + 4a_0 = 0$$

Si $a_0 = 1$
$\Rightarrow a_1 = 1$

Por lo tanto, el Vector asociado a $\lambda_2 = 5$:

$$\bar{u}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Obtener la ecuación característica del siguiente sistema:

$$\begin{aligned} 3x + 2y + z &= 0 \\ -2y + 3z &= 0 \\ x + 2z &= 0 \end{aligned}$$

<u>Nota:</u> Aplicar el método de KRILOV.

Por tanto:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 7 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 12 \\ 7 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 57 \\ 7 \\ 26 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 12a_2 + 5a_1 + a_0 &= -57 \\ 7a_2 - 2a_1 + a_0 &= -7 \\ 7a_2 + a_1 \quad &= -26 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cccc} a_2 & a_1 & a_0 & \\ \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 1 & 0 & -26 \\ 7 & -2 & 1 & -7 \\ 12 & 5 & 1 & -57 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0.1429 & 0 & -3.7143 \\ 0 & -3.0003 & 1 & 19 \\ 0 & 3.2853 & 1 & -12.4284 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.1429 & 0 & -3.7143 \\ 0 & 1 & -0.3333 & -6.3327 \\ 0 & 0 & 2.0950 & 8.3158 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0.1429 & 0 & -3.7143 \\ 0 & 1 & -0.3333 & -6.3327 \\ 0 & 0 & 1 & 3.9980 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad a_0 = 3.9980 \approx 4$$

$$a_1 = -5.0002 \approx -5$$

$$a_2 = -2.9998 \approx -3$$

$\therefore$ Ecuación Característica: $\lambda^3 - 3\lambda^2 - 5\lambda + 4 = 0$

ADRIANA GONZALEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Obtener los valores propios y sus vectores correspondientes de la siguiente transformación lineal

$$T(x,y,z) = (2x+y,\ y-z,\ 2y+4z)$$

$$\therefore\ [T] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ -11 \\ 38 \end{bmatrix}$$

Que equivale al sistema:

$$\begin{aligned} 7a_2 + 3a_1 + a_0 &= -13 \\ -a_2 + a_1 + a_0 &= 11 \\ 10a_2 + 2a_1 \quad &= -38 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -11 \\ 7 & 3 & 1 & -13 \\ 10 & 2 & 0 & -38 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -11 \\ 0 & 10 & 8 & 64 \\ 0 & 12 & 10 & 72 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -11 \\ 0 & 1 & 0.8 & 6.4 \\ 0 & 0 & 0.4 & -4.8 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -11 \\ 0 & 1 & 0.8 & 6.4 \\ 0 & 0 & 1 & -12 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} a_0 &= -12 \\ a_1 &= 16 \\ a_2 &= -7 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ La ecuación característica: $\lambda^3 - 7\lambda^2 + 16\lambda - 12 = 0$

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 &= 2 \\ \lambda_2 &= 2 \end{aligned}\right\} \quad \bar{u}_1 = [1 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 = 0 \\ 0 & -1 & -1 = 0 \\ 0 & 2 & 2 \quad 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -1 & 1 & 0 = 0 \\ 0 & -2 & -1 = 0 \\ 0 & 2 & 1 = 0 \end{matrix}$$

$$\lambda_3 = 3 \ \} \quad \bar{u}_2 = [1 \quad 1 \quad -2]^T$$

ADRIANA GONZALEZ A.
SAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Hallar el polinomio característico de la matriz B, así como sus valores propios y vectores correspondientes.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} = \begin{matrix} 1 \\ 4 \\ -4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ 4 \\ -4 \end{matrix} = \begin{matrix} 1 \\ 13 \\ -13 \end{matrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$a_2 + a_1 + a_0 = -1$$
$$4a_2 + a_1 = -13$$
$$-4a_2 - a_1 = 13$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & 0 & -13 \\ -4 & -1 & 0 & 13 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & -4 & -9 \\ 0 & 3 & 4 & 9 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1.3333 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$\Rightarrow$ Si $a_0 = 1$
$a_1 = 1.6667$
$a_2 = -3.6667$

$\Rightarrow$ Ecuación Característica:

$$\lambda^3 - 3.6667\lambda^2 + 1.6667\lambda + 1 = 0$$

$$\begin{matrix} & 1 & -3.6667 & 1.6667 & 1 \\ 3 & & 3 & -2 & -1.0002 \\ & 1 & -0.6667 & -0.3334 & -0.0002 \end{matrix}$$

$\lambda_1 = 3$
$\lambda_2 = 1$
$\lambda_3 = -0.3334$

$\Rightarrow$ Valores propios y vectores correspondientes:

$\lambda_1 = 3$; $u_1 = [1 \quad 1 \quad 0]^T$ $\quad \lambda_2 = 1$; $u_2 = [2 \quad -1 \quad 1]^T$

$\lambda_3 = -0.3334$; $u_3 = [3.5334 \quad -1$

Hallar el polinomio característico de la matriz A, así como sus valores propios y vectores correspondientes.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 12 \\ 16 \\ 8 \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 12 \\ 16 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 60 \\ 104 \\ 52 \end{vmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 12a_2 + 3a_1 + a_0 &= -60 \\ 16a_2 + 2a_1 &= -104 \\ 8a_2 + a_1 &= -52 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 3 & 1 & -60 \\ 16 & 2 & 0 & -104 \\ 8 & 1 & 0 & -52 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0.25 & 0.0833 \\ 0 & -2 & -1.3328 \\ 0 & -1 & -0.6664 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0.25 & 0.0833 & -5 \\ 0 & 1 & 0.6664 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Si $a_0 = 1 \Rightarrow a_1 = 11.3336$ y $a_2 = -7.9167$

$\Rightarrow$ Ecuación Característica: $\lambda^3 - 7.9167\lambda^2 + 11.3336\lambda + 1 = 0$

	1	-7.9167	11.3336	1
2		2	-11.8334	-0.9996
	1	-5.9167	-0.4998	0.0004

$\therefore \lambda_1 = 2$

$\lambda_2 = 6$

$\lambda_3 = -0.0833$

$\Rightarrow$ Valores propios y vectores correspondientes

$\lambda_1 = 2$; $u_1 = [1 \ -1 \ 0]^T$

$\lambda_2 = 6$; $u_2 = [1 \ 2 \ 1]^T$

$\lambda_3 = -0.0833$; $u_3 = [-0.0833 \ 2 \ 1]^T$

ADRIANA GONZALEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Hallar la ecuación característica de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad \text{Sea } X^t = (1, 1, 0)$$

$$AX = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow AX = [5 \ 5 \ 1]^T$$

$$A^2X = A(AX) \Rightarrow A^2X = [23 \ 29 \ 4]^T$$

$$A^3X = A(A^2X) \Rightarrow A^3X = [125 \ 161 \ 19]^T$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 23a_1 + 5a_2 + a_0 &= -125 \\ 29a_1 + 5a_2 + a_0 &= -161 \\ 4a_1 + a_1 \quad &= -19 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 23 & 5 & 1 & -125 \\ 29 & 5 & 1 & -161 \\ 4 & 1 & 0 & -19 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0.2174 & 0.0435 & -5.4348 \\ 0 & -1.3046 & -0.2615 & -3.3908 \\ 0 & 0.1304 & -0.174 & 2.7392 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.2174 & 0.0435 & -5.4348 \\ 0 & 1 & 0.2004 & 2.5991 \\ 0 & 0 & -0.2001 & 2.4001 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0.2174 & 0.0435 & -5.4348 \\ 0 & 1 & 0.2004 & 2.5991 \\ 0 & 0 & 1 & -11.9955 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} a_0 &= -11.9955 \approx -12 \\ a_1 &= 5.0020 \approx 5 \\ a_2 &= -6.0006 \approx -6 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

Ecuación característica: $\lambda^3 - 6\lambda^2 + 5\lambda - 12 = 0$

donde:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 5.4874 \\ \lambda_2 &= 0.2564 + j\,1.4564 \\ \lambda_3 &= 0.2564 - j\,1.4564 \end{aligned}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

A través del método de <u>Krilov</u>, encuentre los valores propios de la siguiente matriz.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Sea } X^t = (1, 1, 1)$$

$$CX = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow CX = [2 \; 1 \; 1]^T$$

$$C^2X = C(CX) \Rightarrow C^2X = [3 \; 1 \; 1]^T$$

$$C^3X = C(C^2X) \Rightarrow C^3X = [4 \; 1 \; 1]^T$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 3a_1 + 2a_2 + a_0 &= -4 \\ a_2 + a_1 + a_0 &= -1 \\ a_2 + a_1 + a_0 &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Si $a_0 = 1$

$\Rightarrow a_1 = -1$

$a_2 = -1$

Por lo tanto: Ecuación característica: $\lambda^3 - \lambda^2 - \lambda + 1 = 0$

Cuyos valores propios son:

$\lambda_1 = 1$

$\lambda_2 = 1$

$\lambda_3 = -1$

ADRIANA GONZALEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

A través del método de Krylov, hallar el polinomio característico, así como sus valores propios, de la siguiente matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad \text{Sea } x^t = (1, 1, 1)$$

$$AX = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow AX = [6 \quad 5 \quad 3]^T$$

$$A^2X = A(AX) \Rightarrow A^2X = [25 \quad 19 \quad 9]$$

$$A^3X = A(A^2X) \Rightarrow A^3X = [90 \quad 65 \quad 27]$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 25a_2 + 6a_1 + a_0 &= -90 \\ 19a_2 + 5a_1 + a_0 &= -65 \\ 9a_2 + 3a_1 + a_0 &= -27 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 25 & 6 & 1 & -90 \\ 19 & 5 & 1 & -65 \\ 9 & 3 & 1 & -27 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0.24 & 0.04 & -3.6 \\ 0 & 0.44 & 0.24 & 3.4 \\ 0 & 0.84 & 0.64 & 3.4 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.24 & 0.04 & -3.6 \\ 0 & 1 & 0.5455 & 7.7273 \\ 0 & 0 & 0.1818 & -1.0909 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0.24 & 0.04 & -3.6 \\ 0 & 1 & 0.5455 & 7.7273 \\ 0 & 0 & 1 & -6.0006 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a_0 &= -6.0006 \approx -6 \\ a_1 &= 11.0006 \approx 11 \\ a_2 &= -6.0001 \approx -6 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

Ecuación característica: $\lambda^3 - 6\lambda^2 + 11\lambda - 6 = 0$

Cuyos valores propios son:

$$\lambda_1 = 1$$
$$\lambda_2 = 2$$
$$\lambda_3 = 3$$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Obtener mediante el método de KRILOV, los valores propios y sus vectores asociados correspondientes, del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 4X_1 + 2X_2 + 2X_3 &= \lambda X_1 \\ 2X_1 + 5X_2 + X_3 &= \lambda X_2 \\ 2X_1 + X_2 + 6X_3 &= \lambda X_3 \end{aligned} \quad ; \quad x^t = (1, 0, 0)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow AX = [4 \ 2 \ 2]^T$$

$$A^2X = A(AX) \Rightarrow A^2X = [24 \ 20 \ 22]^T$$

$$A^3X = A(A^2X) \Rightarrow A^3X = [180 \ 170 \ 200]^T$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 24a_2 + 4a_1 + a_0 &= -180 \\ 20a_2 + 2a_1 &= -170 \\ 22a_2 + 2a_1 &= -200 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 24 & 4 & 1 & -180 \\ 20 & 2 & 0 & -170 \\ 22 & 2 & 0 & -200 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0.1667 & 0.0417 & -7.5 \\ 0 & -1.331 & -0.834 & -20 \\ 0 & -1.6674 & -0.9174 & -35 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.1667 & 0.0417 & -7.5 \\ 0 & 1 & 0.6252 & 14.9925 \\ 0 & 0 & 0.1251 & -10.0015 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0.1667 & 0.0417 & -7.5 \\ 0 & 1 & 0.6252 & 14.9925 \\ 0 & 0 & 1 & -79.9480 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} a_0 &= -79.9480 \approx -80 \\ a_1 &= 64.9760 \approx 65 \\ a_2 &= -14.9975 \approx -15 \end{aligned}$$

Por lo tanto: la ec. característica: $\lambda^3 - 15\lambda^2 + 65\lambda - 80 = 0$

Para $\lambda_1 = 8.3874$ el Vector asociado es $U_1^t = (0.8477, 0.772, 1)$

Para $\lambda_2 = 4.4867$ el Vector asociado es $U_2^t = (0.217, 1, -0.9973)$

Para $\lambda_3 = 2.126$ el Vector asociado es $U_3^t = (1, -0.5673, -0.3698)$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Obtener mediante el método de KRILOV los valores propios del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 4x + 2y + z &= \lambda x \\ 2x + 4y + 2z &= \lambda y \\ x + 2y + 4z &= \lambda z \end{aligned} \quad ; \quad X^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow AX = [4 \ \ 2 \ \ 1]^T$$

$$A^2X = A(AX) \Rightarrow A^2X = [17 \ \ 22 \ \ 14]^T$$

$$A^3X = A(A^2X) \Rightarrow A^3X = [126 \ \ 150 \ \ 117]^T$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 17a_2 + 4a_1 + a_0 &= -126 \\ 22a_2 + 2a_1 &= -150 \\ 14a_2 + a_1 &= -117 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 17 & 4 & 1 & -126 \\ 22 & 2 & 0 & -150 \\ 14 & 1 & 0 & -117 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0.2353 & 0.0588 & -7.4118 \\ 0 & -3.1766 & -1.2936 & 13.0596 \\ 0 & -2.2942 & -0.8232 & -13.2348 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.2353 & 0.0588 & -7.4118 \\ 0 & 1 & 0.4073 & -4.1112 \\ 0 & 0 & 0.1112 & -22.6667 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0.2353 & 0.0588 & -7.4118 \\ 0 & 1 & 0.4073 & -4.1112 \\ 0 & 0 & 1 & -203.8372 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} a_0 &= -203.8372 \approx -204 \\ a_1 &= 78.9117 \approx 79 \\ a_2 &= -13.9941 \approx -14 \end{aligned}$$

Por lo tanto: Ecuación característica:

$$\lambda^3 - 14\lambda^2 + 79\lambda - 204 = 0$$

Cuyos valores propios son:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 6.790036 \\ \lambda_2 &= 3.6050 + j4.12825 \\ \lambda_3 &= 3.6050 - j4.12825 \end{aligned}$$

Calcular mediante el método de KRILOV, los valores propios de la matriz A

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{bmatrix} \qquad \text{Sea } X^T = (1,0,0)$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow AX = \begin{bmatrix} -3 & -7 & -6 \end{bmatrix}^T$$

$$A^2X = A(AX) \Rightarrow A^2X = \begin{bmatrix} 8 & -8 & -12 \end{bmatrix}^T$$

$$A^3X = A(A^2X) \Rightarrow A^3X = \begin{bmatrix} -20 & -84 & -72 \end{bmatrix}^T$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 8a_2 - 3a_1 + a_0 &= 20 \\ -8a_2 - 7a_1 &= 84 \\ -12a_2 - 6a_1 &= 72 \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 8 & -3 & 1 & 20 \\ -8 & -7 & 0 & 84 \\ -12 & -6 & 0 & 72 \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.375 & 0.125 & 2.5 \\ 0 & -10 & 1 & 104 \\ 0 & -10.5 & 1.5 & 102 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.375 & 0.125 & 2.5 \\ 0 & 1 & -0.1 & -10.4 \\ 0 & 0 & 0.45 & -7.2 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -0.375 & 0.125 & 2.5 \\ 0 & 1 & -0.1 & -10.4 \\ 0 & 0 & 1 & -16 \end{array}\right]$$

$$\Rightarrow \quad a_0 = -16, \quad a_1 = -12, \quad a_2 = 0$$

Ecuación característica: $\lambda^3 - 12\lambda - 16 = 0$

Cuyos valores propios son:

$$\lambda_1 = -2$$
$$\lambda_2 = -2$$
$$\lambda_3 = 4$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Obtener mediante el método de KRILOV los valores propios de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix} \qquad \text{Sea} \quad X = [1 \;\; 0 \;\; 0]^T$$

$$AX = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow AX = [1 \;\; 3 \;\; 6]^T$$

$$A^2X = A(AX) \qquad \Rightarrow \qquad A^2X = [10 \;\; 6 \;\; 12]^T$$

$$A^3X = A(A^2X) \qquad \Rightarrow \qquad A^2X = [28 \;\; 36 \;\; 72]^T$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 10a_2 + a_1 + a_0 &= -28 \\ 6a_2 - 3a_1 &= -36 \\ 12a_2 + 6a_1 &= -72 \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 10 & 1 & 1 & -28 \\ 6 & 3 & 0 & -36 \\ 12 & 6 & 0 & -72 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0.1 & 0.1 & -2.8 \\ 0 & 2.4 & -0.6 & -19.2 \\ 0 & 4.8 & -1.2 & -38.4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0.1 & 0.1 & -2.8 \\ 0 & 1 & -0.25 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Si $a_0 = 1$

$\Rightarrow a_1 = -7.75$

$a_2 = -2.125$

Por lo tanto: La ecuación característica:

$$\lambda^3 - 2.125\lambda^2 - 7.75\lambda + 1 = 0$$

Los valores característicos son:

$$\lambda_1 = 0.125$$
$$\lambda_2 = -2$$
$$\lambda_3 = 4$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
SAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Obtener la ecuación característica de las siguientes matrices aplicando el método de:
KRYLOV.

a).- $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = A$ utilizando el vector $\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$

$$A x_0 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$A^2 x_0 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 \\ 9 \\ 5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 4 \\ 9 \\ 5 \end{vmatrix} + a_1 \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{vmatrix} + a_2 \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} 2a_1 \quad + \quad - \quad + a_3 &= -4 \\ 3a_1 \quad + a_2 \qquad &= -9 \\ a_1 \quad + a_2 \qquad &= -5 \end{aligned} \qquad \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & 0 & -9 \\ 1 & 1 & 0 & -5 \end{vmatrix}$$

Resolviendo se obtiene

$$\underline{\lambda^3 - 2\lambda^2 - 3\lambda = 0}$$

b.-)

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -10 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & 9 \end{vmatrix} = A$$

$$A x_0 = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -10 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{matrix} 2 \\ -10 \\ -2 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -10 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \\ -10 \\ -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -22 \\ -34 \\ -62 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -10 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -22 \\ -34 \\ -62 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -298 \\ 62 \\ -650 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -298 \\ 62 \\ -650 \end{vmatrix} + a_1 \begin{vmatrix} -22 \\ -34 \\ -62 \end{vmatrix} + a_2 \begin{vmatrix} 2 \\ -10 \\ -2 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} -22a_1 + 2a_2 + a_3 &= 298 \\ -34a_1 - 10a_2 &= -62 \\ -62a_1 - 2a_2 &= 650 \end{aligned} \qquad \begin{vmatrix} -22 & 2 & 1 & 298 \\ -34 & -10 & 0 & -62 \\ -62 & -2 & 0 & 650 \end{vmatrix}$$

Resolviendo la matriz se obtiene la ecuación característica:

$$\lambda^3 - 60\lambda^2 + 47\lambda - 60 = 0$$

PROBLEMARIO METODOS NUMERI
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

c)

$$\begin{vmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -6 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = A$$

$$Ax_0 = \begin{vmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -6 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$A^2x_0 = \begin{vmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -6 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$A^3x_0 = \begin{vmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -6 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -10 \\ 6 \\ 7 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -10 \\ 6 \\ 7 \end{vmatrix} + a_1 \begin{vmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{vmatrix} + a_2 \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} 4a_1 - 2a_2 + a_3 &= 10 \\ -a_1 &= -6 \\ -a_2 &= 7 \end{aligned} \qquad \begin{vmatrix} 4 & -2 & 1 & 10 \\ -1 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & -1 & 0 & 7 \end{vmatrix}$$

Resolviendo la matriz se obtiene la ecuacion caracteristica:

$$\underline{\underline{\lambda^3 + 6\lambda^2 - 7\lambda - 28 = 0}}$$

d). $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = A$

$$Ax_0 = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$A^2x_0 = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 \\ 9 \\ 6 \end{vmatrix}$$

$$A^3x_0 = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 \\ 9 \\ 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 14 \\ 45 \\ 48 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 14 \\ 45 \\ 48 \end{vmatrix} + a_1 \begin{vmatrix} 4 \\ 9 \\ 6 \end{vmatrix} + a_2 \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} 4a_1 + 2a_2 + a_3 &= -14 \\ 9a_1 + 3a_2 &= -45 \\ 6a_1 &= -48 \end{aligned} \qquad \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 & -14 \\ 9 & 3 & 0 & -45 \\ 6 & 0 & 0 & -48 \end{vmatrix}$$

Resolviendo la matriz se obtiene la ecuación característica

$$\lambda^3 - 3\lambda^2 + 9\lambda = 0$$

b) $\lambda^3 - 3\lambda^2 - 3\lambda + 5 = 0$

x	F(x)	
0	5	
1	0	← Raiz
2	-5	
3	-4	} ∃ Raiz
4	9	
5	40	
-1	4	} ∃ Raiz
-2	-9	

$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(3) \pm \sqrt{3^2-4(1)(6)}}{2(1)}$

$-3 \pm$

	1	-3	-3	5
3		3	0	-9
	1	0	-3	-4
3		3	9	X
	1	3	6	
	a	b	c	

$x_0 = 3$

$x_1 = 3 - \left(-\frac{4}{6}\right) = 3.6667$

	1	-3	-3	5
3.6667		3.6667	2.4446	-2.0365
	1	0.6667	-0.5554	2.9635
3.6667		3.6667	15.8893	X
	1	4.3334	15.3339	

$X_2 = 3.6667 - \frac{2.9635}{15.3339}$

$X_2 = 3.4734$

⋮

$\Rightarrow \lambda_2 = 3.4495$ Con un error de 0.0003

Haciendo un proceso similar con $X_0 = -2$: $\lambda_3 = -1.44949$
Con un error de 0.00001

Esto es:

$\lambda_1 = 1$
$\lambda_2 = 3.4495$
$\lambda_3 = -1.44949$

PROBLEMARIO METODOS NUMERICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Aplicando a) KRILOV
b) GAUSS-SEIDEL ó GAUSS-JORDAN
c) Tanteos o BISECCIÓN.

Encuentre los tres valores propios (vectores no) de la matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad \text{Con } \varepsilon_x \leq 0.01$$

a) Aplicando KRILOV:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = Ax$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix} = A^2x$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 14 \\ 27 \end{bmatrix} = A^3x$$

Por tanto:

$$4a_2 + a_1 = -13$$
$$5a_2 + 2a_1 + a_0 = -14$$
$$9a_2 + 3a_1 + a_0 = -27$$

b) Aplicando GAUSS-JORDAN:

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & -13 \\ 5 & 2 & 1 & -14 \\ 9 & 3 & 1 & -27 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1/4 & 0 & -13/4 \\ 0 & 0.75 & 1 & 2.25 \\ 0 & 0.75 & 1 & 2.25 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3.667 \\ 0 & 1 & 0 & 1.667 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Por tanto: Si $a_0 = 1 \Rightarrow a_2 = 1.667$ y $a_2 = -3.667$

$\Rightarrow$ Ecuación característica: $\lambda^3 - 3.66\lambda^2 ...$

...anteos

$f(x)$

$$\left.\begin{array}{r} 1 \\ 0 \\ -2.334 \end{array}\right\} \Rightarrow 1 \text{ es raíz}$$

3 es raíz

$$\left.\begin{array}{r} 0 \\ 12.996 \end{array}\right\} 3 \text{ es raíz}$$

...nto, los tres valores propios son:

$\lambda_1 = 1$

$\lambda_2 = 3$

$\lambda_3 = 3$

PROBLEMARIO METODOS NUMERICOS

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Aplicando: a) KRILOV
b) GAUSS-SEIDEL o GAUSS-JORDAN
c) TANTEOS ó BISECCIÓN

Encuentre los 3 valores propios (vectores no) de la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \text{Con} \quad \varepsilon_x \leq 0.01$$

a) KRILOV

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = Ax$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 12 \\ 6 \end{bmatrix} = A^2X$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 12 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 \\ 62 \\ 31 \end{bmatrix} = A^3X$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} 7a_2 + 2a_1 + a_0 &= -32 \\ 12a_2 + 2a_1 &= -62 \\ 6a_2 + a_1 &= -31 \end{aligned}$$

b) Aplicando GAUSS - JORDAN:

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 & 1 & -32 \\ 12 & 2 & 0 & -62 \\ 6 & 1 & 0 & -31 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0.2857 & 0.1429 & -4.5714 \\ 0 & -1.4286 & -1.7143 & -7.1429 \\ 0 & -0.7143 & -0.3571 & -3.5714 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.2857 & 0.1429 & -4.5714 \\ 0 & 1 & 1.2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.2 & -6 \\ 0 & 1 & 1.2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Si $a_0 = 1 \Rightarrow a_1 = 3.3$ y $a_2 = -5.3$

Por tanto: Ecuación característica: $\lambda^3 - 5.3\lambda^2 + 3.3\lambda + 1 = 0$

c) Efectuando TANTEOS:

X	F(X)
0	1
1	0
2	-6.6
3	-12.8
4	-12.6
5	0

1: 0 ← Raiz

2: -6.6 — Posible raiz ⇒ 1 también es raiz

5: 0 ← Raiz

Por tanto, los tres valores propios son:

$\lambda_1 = 1$

$\lambda_2 = 1$

$\lambda_3 = 5$

ADRIANA GONZALEZ A.
JAVIER PADILLA.
HORACIO SANDOVAL R.

1) Determine por el método de KRYLOV los 4 Vectores Propios de la Matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 14 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 \\ 14 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 42 \\ 48 \\ 27 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 42 + 14a_3 + 5a_2 + 2a_1 + a_0 \\ 48 + 14a_3 + 4a_2 + a_1 + 0 \\ 27 + 6a_3 + a_2 + 0 + 0 \\ 8 + a_3 + 0 + 0 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

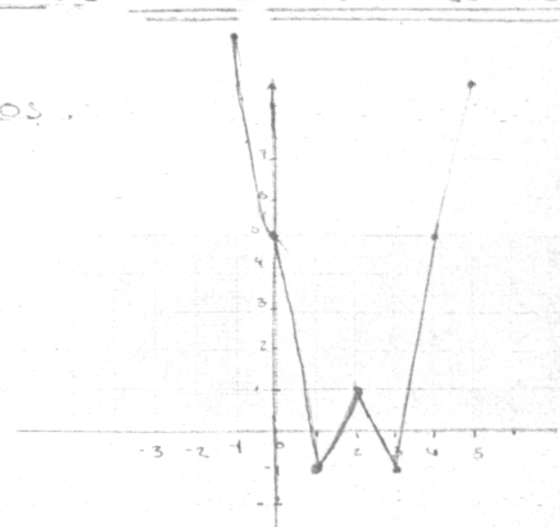
$14a_3 + 5a_2 + 2a_1 + a_0 = -42$
$14a_3 + 4a_2 + a_1 + 0 = -48$
$6a_3 + a_2 + 0 + 0 = -27$
$a_3 + 0 + 0 + 0 = -8$

$a_3 = -8$; $a_2 = 21$; $a_1 = -20$; $a_0 = 5$

La ecuación característica es : $\lambda^4 - 8\lambda^3 + 21\lambda^2 - 20\lambda + 5 = 0$

Para los valores característicos.

x	$F(x)$
-1	55
0	5
1	-1
2	1
3	-1
4	5
5	55



Por Newton - Raphson de Primer Orden

$F(x) = x^4 - 8x^3 + 21x^2 - 20x + 5$
$F'(x) = 4x^3 - 24x^2 + 42x - 20$

Entre 0 y 1 ∃ raíz.

	x	$F(x)$	$F'(x)$
x_0	0	5	-20
x_1	0.2500	1.1914	-10.9375
x_2	0.3589	0.1738	-7.8327
x_3	0.3811	0.0063	-7.2581
x_4	0.3820	-0.0002	-7.2352
x_5	0.3820	-0.0002	-7.2552

$\therefore$ $\lambda_1 = 0.3820$

Entre 1 y 2 $\exists$ raíz

X	F(x)	F'(x)
1	-1	2
1.5000	0.3125	2.5
1.3750	-0.0193	2.7734
1.3820	0.0001	2.7639
1.3820	0.0001	2.7639

$\therefore \quad \underline{\lambda_2 = 1.3820}$

Por los mismos métodos encontramos que:

$$\underline{\lambda_3 = 2.6180}$$

$$\underline{\lambda_4 = 3.6180}$$

Para los vectores propios.

$\lambda_1 = 0.3820.$

$$A - \lambda_1 I = \begin{bmatrix} 2-0.3820 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2-0.3820 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2-0.3820 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2.0.3820 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow \quad x_1 = 1 \;;\; x_2 = -1.6180 \;;\; x_3 = 1.6186 \;;\; x_4 = -1$

$$\underline{u_1 = [1, -1.6180, 1.6180, -1]^t}$$

$\lambda_2 = 1.3820$

$$A - \lambda_2 I = \begin{bmatrix} 2-1.3820 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2-1.3820 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2-1.3820 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2-1.3820 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow \quad x_1 = 1 \;;\; x_2 = -0.6181 \;;\; x_3 = -0.6181 \;;\; x_4 = 1$

$$\therefore \quad \underline{\underline{u_2 = [1, -0.6181, -0.6181, 1]^t}}$$

$\underline{\lambda_3 = 2.6180}$

$$A - \lambda_3 I = \begin{bmatrix} 2-2.6180 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2-2.6180 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2-2.6180 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2-2.6180 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} =$$

$\Rightarrow \quad X_1 = 1$

$X_2 = 0.6180$

$X_3 = -0.6180$

$X_4 = -1$

$\therefore \; \underline{U_3 = [\; 1 \,,\; 0.6180 \,,\; -0.6180 \,,\; -1 \;]}$

$\underline{\lambda_4 = 3.6180}$

$$A - \lambda_4 I = \begin{bmatrix} 2-3.6180 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2-3.6180 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2-3.6180 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2-3.6180 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow \quad X_1 = 1$

$X_2 = 1.6180$

$X_3 = 1.6180$

$X_4 = 1$

$\therefore \; \underline{U_4 = [\; 1 \,,\; 1.6180 \,,\; 1.6180 \,,\; 1 \;]^t}$

Obtener la ecuación característica de la siguiente matriz:

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{vmatrix} \qquad \text{Vector Inicial} \quad x = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$Ax = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix} ; \quad A^2x = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 5 \end{vmatrix} ; \quad A^3x = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ -6 \\ 15 \end{vmatrix} ; \quad A^4x = \begin{vmatrix} 0 \\ 11 \\ -35 \\ 51 \end{vmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} a_3 + a_2 + a_1 + a_0 &= 0 \\ 2a_3 + a_2 + a_1 + a_0 &= -11 \\ -6a_3 + a_1 + a_0 &= 35 \\ 15a_3 + 5a_2 + 2a_1 + a_0 &= -51 \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} a_0 &= 34 \\ a_1 &= -65 \\ a_2 &= 42 \\ a_3 &= -11 \end{aligned}$$

Ecuación Característica:

$$\lambda^4 - 11\lambda^3 + 42\lambda^2 - 65\lambda + 34 = 0$$

- Obtener la ecuación característica de la siguiente matriz:

Vector Inicial

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \qquad X = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$Ax = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{vmatrix} ; \quad A^2x = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{vmatrix} ; \quad A^3x = \begin{vmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \\ -1 \end{vmatrix} ; \quad A^4x = \begin{vmatrix} 6 \\ 7 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 2a_3 + a_2 + a_1 + a_0 &= -6 \\ 4a_3 + a_2 &= -7 \\ -2a_3 - 2a_2 - a_1 &= 0 \\ -a_3 - a_2 &= 1 \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} a_0 &= -5 \\ a_1 &= 2 \\ a_2 &= 1 \\ a_3 &= -2 \end{aligned}$$

Ecuación característica:

$$\lambda^4 - 2\lambda^3 + \lambda^2 + 2\lambda - 5 = 0$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Determinar la ecuación característica asociada a la matriz A, utilizando un valor de $\bar{y}$: $\bar{y}^{(0)} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A y^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow y^{(1)} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A y^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow y^{(2)} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$\vdots$

$y^{(3)} = [-1 \quad -10 \quad 11 \quad -2]^T$, $y^{(4)} = [14 \quad 11 \quad 41 \quad -15]^T$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} -a_3 - 3a_2 + 2a_1 + a_0 &= -14 \\ -10a_3 + a_2 - a_1 + a_0 &= -11 \\ 11a_3 + 2a_2 + a_0 &= -41 \\ -2a_3 + 6a_2 + 2a_1 + a_0 &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccc} a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \\ \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & -2 & -1 & 14 \\ -10 & 1 & -1 & 1 & -11 \\ 11 & 2 & 0 & 1 & -41 \\ -2 & 6 & 2 & 1 & 15 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & -2 & -1 & 14 \\ 0 & 31 & -21 & -9 & 129 \\ 0 & -31 & 22 & 12 & -195 \\ 0 & 12 & -2 & -1 & 43 \end{array}\right] \sim$$

$$\left[\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & -2 & -1 & 14 \\ 0 & 1 & -0.6774 & -0.2903 & 4.1613 \\ 0 & 1 & 1.0006 & 3.0007 & -65.9947 \\ 0 & 1 & 6.1288 & 2.4836 & -6.9356 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & -2 & -1 & 14 \\ 0 & 1 & -0.6774 & -0.2903 & 4.1613 \\ 0 & 0 & 1 & 2.9989 & -65.9601 \\ 0 & 0 & 0 & -15.8961 & 397.3207 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & -2 & -1 & 14 \\ 0 & 1 & -0.6774 & -0.2903 & 4.1613 \\ 0 & 0 & 1 & 2.9929 & -65.9601 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -24.9949 \end{array}\right] \Rightarrow \begin{array}{l} a_0 = -24.9949 \simeq 5, \; a_1 = 8.9971 \simeq 9 \\ a_2 = 2.9999 \simeq 3, \; a_3 = -2 \end{array}$$

Ecuación característica:

$$\lambda^4 - 2\lambda^3 + 3\lambda^2 + 9\lambda - 25 = 0$$

Determinar el polinomio característico del sistema cuya matriz A es:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Utilizando para su cálculo un vector: $y^T_{(0)} = [1, 0, 0, 0, 0]$ con un mínimo de tres cifras significativas

$$A\,y^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow y^{(1)} = [0\ 1\ 0\ 1\ 0]^T$$

$$A\,y^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow y^{(2)} = [2\ 1\ 0\ 0\ 1]^T$$

$\vdots$

$y^{(3)} = [1\ 2\ 1\ 2\ 2]^T$; $y^{(4)} = [4\ 3\ 3\ 2\ 4]^T$ y $y^{(5)} = [5\ 6\ 7\ 7\ 7]^T$

Que equivale al sistema:

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 & 1 & -5 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & -6 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -7 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 0 & -7 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} \sim \begin{array}{cccccc} a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \\ \end{array}\begin{bmatrix} 1 & 0.25 & 0.5 & 0 & 0.25 & -1.25 \\ 0 & 1 & -0.4 & 0.8 & -0.6 & -1.8 \\ 0 & 0 & 1 & 0.1429 & 0.4286 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4.0014 & 7.0028 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2.000 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} a_0 = -2 \\ a_1 = -1 \\ a_2 = 3 \\ a_3 = -1 \\ a_4 = -2 \end{array}$$

$\Rightarrow$ Ecuación característica: $\lambda^5 - 2\lambda^4 - \lambda^3 + 3\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Determinar el polinomio característico del sistema, cuya matriz A es: utilizando para su calculo un vector: $y_{(0)}^T = [1, 0, 0, 0, 0]$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Con un mínimo de tres cifras significativas de precisión.

$$A y^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow y^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A y^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow y^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

⋮

$$y^{(3)} = [2, 2, 1, 2, 1]^T, \quad y^{(4)} = [3, 4, 3, 4, 2]^T, \quad y^{(5)} = [6, 7, 6, 8, 5]^T$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 3a_4 + 2a_3 + a_2 + a_1 + a_0 &= -6 \\ 4a_4 + 2a_3 + a_2 + a_1 &= -7 \\ 3a_4 + a_3 + a_2 &= -6 \\ 4a_4 + 2a_3 + a_2 &= -8 \\ 2a_4 + a_3 &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cccccc} a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \\ \end{array}$$
$$\left[\begin{array}{cccccc} 3 & 2 & 1 & 1 & 1 & -6 \\ 4 & 2 & 1 & 1 & 0 & -7 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & -8 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -5 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0.6667 & 0.3333 & 0.3333 & 0.3333 & -2 \\ 0 & 1 & 0.4999 & 0.4999 & 1.9994 & -1.4997 \\ 0 & 0 & 1 & -0.9982 & 1.9954 & -2.9974 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.0002 & -0.0003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -3.0041 \end{array}\right]$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} a_0 &= -3.0041 \doteq -3 \\ a_1 &= 0.0003 \doteq 0 \\ a_2 &= 3.0007 \doteq 3 \\ a_3 &= 3.0065 \doteq 3 \\ a_4 &= -4.0034 \doteq -4 \end{aligned}$$

> Ecuación característica:

$$\lambda^5 - 4\lambda^4 + 3\lambda^3 + 3\lambda^2 - 3 = 0$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
SAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

POTENCIAS DIRECTAS

Mediante el método de las POTENCIAS obtenga el mayor valor característico y su vector asociado de la siguiente matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad X^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$AX^{(0)} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 2 \Rightarrow X^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$AX^{(1)} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 2.5 \Rightarrow X^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

$$\vdots \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.8 \\ 2.6 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 2.8 \Rightarrow X^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.9285 \end{bmatrix}$$

Tabulando (POTENCIAS 'DIRECTA'):

K	X_1	X_2	λ
0	1	0	
1	1	0.5	2
2	1	0.8	2.5
3	1	0.93	2.8
4	1	0.98	2.93
5	1	0.99	2.98
6	1	0.997	2.99
7	1	0.999	2.997

Por tanto:

$$\lambda_1 \doteq 2.997 \rightarrow 3$$

$$\rightarrow \lambda_1 = 3 \; ; \qquad \text{Vector asociado: } \bar{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \; ; \; \det A = 3$$

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = 3$$

$$3\lambda_2 = 3 \Rightarrow \lambda_2 = 1 \qquad \bar{u}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
SAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Mediante el método de las potencias obtenga el mayor valor característico y su vector asociado de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \varepsilon_x \leq 0.01$$

Suponiendo: $X^{(0)} = [1 \quad 0]^T$

$$AX^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad \lambda_1 = 3 \Rightarrow X^{(1)} = [0.333 \quad 1]^T$$

$$AX^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.333 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.333 \\ 2.999 \end{bmatrix} \qquad \lambda_2 = 2.999 \Rightarrow X^{(2)} = [0.778 \quad 1]^T$$

$$\vdots \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.778 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.778 \\ 4.334 \end{bmatrix} \qquad \lambda_3 = 4.334 \rightarrow X^{(3)} = [0.641 \quad 1]^T$$

Tabulando:

K	X_1	X_2	λ^K
0	1	1	
1	0.333	1	3
2	0.778	1	2.999
3	0.641	1	4.334
4	0.673	1	3.923
5	0.665	1	4.019
6	0.667	1	3.995
7	0.666	1	4.001

Conclusión: $\lambda = 4$

Por tanto:

$$U = \begin{bmatrix} 0.666 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Mediante el método de potencias obtenga el mayor valor característico y su vector asociado de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \varepsilon_x \leq 0.01$$

Suponiendo: $X^{(0)} = [1 \quad 0]^T$

$$AX^{(0)} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \lambda_1 = 3 \quad \Rightarrow \quad X^{(1)} = [1 \quad 0.333]^T$$

$$AX^{(1)} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0.333 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.333 \\ 1.666 \end{bmatrix} \quad \lambda = 3.333 \quad \Rightarrow X^{(2)} = [1 \quad 0.5]^T$$

⋮

Tabulando:

K	X_1	X_2	λ^K
0	1	0	
1	1	0.333	3
2	1	0.5	3.333
3	1	0.571	3.5
4	1	0.6	3.571
5	1	0.611	3.6
6	1	0.615	3.611
7	1	0.617	3.615
8	1	0.618	3.617

Conclusión: $\lambda = 4$

$$U = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.618 \end{bmatrix}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Mediante el método de potencias localice el mayor valor característico y su vector propio asociado.

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 6 \Rightarrow X^{(1)} = [1 \quad 0.5]^T$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.5 \\ 2.5 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 3.5 \Rightarrow X^{(2)} = [1 \quad 0.7143]^T$$

$\vdots$

Tabulando:

K	X_1	X_2	λ
0	1	1	
1	1	0.5	6
2	1	0.7143	3.5
3	1	0.5938	4.5714
4	1	0.6548	3.9688
5	1	0.6211	4.2741
6	1	0.6384	4.1057
7	1	0.6294	4.1920
8	1	0.6341	4.1469
9	1	0.6316	4.1703
10	1	0.6329	4.1582
11	1	0.6322	4.1644
12	1	0.6326	4.1612
13	1	0.6324	4.1628

Por tanto:

$$\lambda = 4.1628$$

$$U = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.6324 \end{bmatrix}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Aplicando el método de las POTENCIAS. Calcule el vector propio de mayor valor absoluto, y su vector propio asociado, de la matriz A

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \text{Con } \varepsilon_x \leq 0.01$$

Suponer:

$$X^{(0)} = [1 \quad 0]^T$$

$$AX^{(0)} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \lambda_1 = 2 \Rightarrow X^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

$$AX^{(1)} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \lambda_2 = 2.5 \Rightarrow X^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.8 \end{bmatrix}$$

⋮

Tabulando:

K	X_1	X_2	λ^K
0	1	0	
1	1	−0.5	2
2	1	−0.8	2.5
3	1	−0.929	2.8
4	1	−0.976	2.929
5	1	−0.992	2.976
6	1	−0.997	2.992
7	1	−0.999	2.997

Por tanto:

$$\lambda = 3 \qquad \text{Vector asociado: } \overline{U} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Hallar el máximo valor característico por el método de potencias, de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad \text{Sea } X^{(0)} = [\,1 \quad 0\,]^T$$

$$AX^{(0)} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 3 \quad \Rightarrow \quad X^{(1)} = [\,0.6667 \quad 1\,]^T$$

$$AX^{(1)} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.3334 \\ 6.0001 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 6 \quad \Rightarrow \quad X^{(2)} = [\,0.5556 \quad 1\,]^T$$

⋮

Tabulando:

K	X_1	X_2	λ^K
0	1	0	
1	0.6667	1	3
2	0.5556	1	6
3	0.5490	1	5.6668
4	0.5486	1	5.6470
5	0.5486	1	5.6458

Por tanto:

$$\lambda = 5.6458 \qquad \text{Vector asociado: } U_1 = \begin{bmatrix} 0.5486 \\ 1 \end{bmatrix}$$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Aplicando el método de las POTENCIAS, calcule el valor propio de mayor valor absoluto y su vector propio asociado de la matriz A con $\varepsilon_x \le 0.1$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \qquad X^{(0)} = [1 \quad 1]^T$$

$$AX^{(0)} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 5 \Rightarrow X^{(1)} = [1 \quad 1.6]^T$$

$$AX^{(1)} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.6 \\ 11.6 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 5.6 \Rightarrow X^{(2)} = [1 \quad 2.0714]^T$$

$\vdots$

Tabulando:

K	X_1	X_2	λ
0	1	1	
1	1	1.6	5
2	1	2.0714	5.6
3	1	2.3765	6.0714
4	1	2.5498	6.3765
5	1	2.6411	6.5498
6	1	2.6873	6.6411
7	1	2.7102	6.6873
8	1	2.7214	6.7102
9	1	2.7269	6.7214
10	1	2.7295	6.7269

$$|\lambda^{10} - \lambda^{9}| = 0.005$$

Por tanto: $\lambda = 6.7269$, Vector asociado $= [1 \quad 2.7295]^T$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

Mediante el método de las POTENCIAS, calcule el valor propio de mayor valor absoluto y el vector característico asociado con $\varepsilon_x = |\lambda_{n+1} - \lambda_n| \leq 0.1$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{Sea } X^{(0)} = [1, 1]^T$$

$$AX^{(0)} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \lambda = 5 \Rightarrow X^{(1)} = [1 \quad 0.2]^T$$

$$AX^{(1)} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.2 \\ 2.6 \end{bmatrix} \quad \lambda = 4.2 \Rightarrow X^{(2)} = [1 \quad 0.619]^T$$

$\vdots$

Tabulando:

K	X_1	X_2	λ^K
0	1	1	
1	1	0.2	5
2	1	0.619	4.2
3	1	0.381	4.619
4	1	0.511	4.381
5	1	0.439	4.511
6	1	0.478	4.439
7	1	0.456	4.478
8	1	0.468	4.456
9	1	0.462	4.468
10	1	0.465	4.462
11	1	0.463	4.465
12	1	0.464	4.463
13	1	0.464	4.464

Por tanto: $\lambda = 4.464$ Vector asociado: $\overline{u} = [1 \quad 0.464]^T$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
SAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

POTENCIA DIRECTA

Aplicando el método de las potencias. Calcule el valor propio de mayor valor absoluto y su vector propio correspondiente, de la matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Suponer: $X^{(0)} = [1 \quad 1 \quad 1]^T$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} \quad \lambda_1 = 7 \quad \Rightarrow \quad X^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5714 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5714 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2.1429 \\ 4.1429 \end{bmatrix} \quad \lambda_2 = 4.1429 \quad \Rightarrow \quad X^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.2414 \\ 0.5172 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\vdots$

Tabulando:

K	X_1	X_2	X_3	λ^K
0	1	1	1	
1	0	0.5714	1	7
2	-0.2414	0.5172	1	4.1429
3	-0.3495	0.5049	1	3.5517
4	-0.4076	0.5015	1	3.3107
5	-0.4416	0.5005	1	3.1877
6	-0.4621	0.5005	1	3.1198
7	-0.4752	0.5002	1	3.0768
8	-0.4837	0.5001	1	3.05
9	-0.4892	0.50003	1	3.0328
10	-0.4928	0.50002	1	3.0217
11	-0.4952	0.5	1	3.0144
12	-0.4968	0.5	1	3.0096

Por tanto:

$\lambda = 3$ Vector asociado: $\bar{U}_1 = [-0.4968 \quad 0.5 \quad 1]^T$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Obtener el mayor valor característico y su respectivo vector por el método de las potencias

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \bar{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A\bar{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} \qquad \lambda' = 7 \qquad \bar{x}' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.57 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda^2 = 7.98 \qquad \bar{x}^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.49 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \lambda^3 = 7.98 \qquad \bar{x}^3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.50 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda^4 = 8.0026 \qquad \bar{x}^4 = \begin{bmatrix} 8.0026 \\ 0.4998 \\ 8.0026 \end{bmatrix} \qquad \lambda^5 = 7.996 \qquad \bar{x}^5 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.500025 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda^6 = 8.00006 \qquad \bar{x}^6 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.500 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \therefore$$

El vector característico es 8

y su vector correspondiente es $\begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.5 \\ 1.0 \end{bmatrix}$

Aplicando el método de las POTENCIAS, calcule el valor propio de mayor valor absoluto y su vector propio asociado, de la matriz A:

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 10 & 8 \\ 10 & 5 & -1 \\ 8 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Sea $X^{(0)} = [1 \ 0 \ 0]^T$

$$AX^{(0)} = \begin{bmatrix} 9 & 10 & 8 \\ 10 & 5 & -1 \\ 8 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \\ 8 \end{bmatrix} \qquad \lambda_1 = 10 \qquad X^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 1 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

$$AX^{(1)} = \begin{bmatrix} 9 & 10 & 8 \\ 10 & 5 & -1 \\ 8 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9 \\ 1 \\ 0.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24.5 \\ 13.2 \\ 8.6 \end{bmatrix} \qquad \lambda_2 = 24.5 \qquad X^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5388 \\ 0.3510 \end{bmatrix}$$

$\vdots$

Tabulando:

K	X_1	X_2	X_3	λ^K
0	1	0	0	
1	1	1	0.8	10
2	1	0.5388	0.3510	24.5
3	1	0.7178	0.4952	17.196
4	1	0.6502	0.4354	20.196
5	1	0.6750	0.4560	18.9852
6	1	0.6660	0.4481	19.398
7	1	0.6694	0.4509	19.2448
8	1	0.6682	0.4499	19.3012
9	1	0.6686	0.4503	19.2812
10	1	0.6684	0.4501	19.2884
11	1	0.6685	0.4502	19.2848
12	1	0.6685	0.4502	19.2866
13	1	0.6685	0.4502	19.2866

Por tanto:

$$\lambda = 19.2300$$

Cuyo vector asociado es:

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.6685 \\ 0.4502 \end{bmatrix}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Mediante el método de las potencias, obtenga el valor propio más grande, en valor absoluto, y su vector propio asociado.

$$\varepsilon_\lambda \leq 0.001$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \\ 4 \\ 3 \end{vmatrix} \qquad \lambda_1 = 4 \; ; \quad X^{(1)} = \begin{vmatrix} 0.7500 \\ 1 \\ 1 \\ 0.7500 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0.7500 \\ 1 \\ 1 \\ 0.7500 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2.5000 \\ 3.7500 \\ 3.7500 \\ 2.5000 \end{vmatrix} \qquad \lambda_2 = 3.7500 \; ; \quad X^{(2)} = \begin{vmatrix} 0.6667 \\ 1 \\ 1 \\ 0.6667 \end{vmatrix}$$

$\vdots$

Por tanto, obtenemos la siguiente tabla:

K	0	1	2	3	4	5	6
X_1	1	0.7500	0.6667	0.6364	0.6250	0.6207	0.619
X_2	1	1	1	1	1	1	1
X_3	1	1	1	1	1	1	1
X_4	1	0.7500	0.6667	0.6364	0.6250	0.6207	0.619
$\lambda^{(k)}$		4	3.7500	3.6667	3.6364	3.6250	3.620

Cuando K crece:

$X_1 \rightarrow 0.6191$
$X_2 \rightarrow 1$
$X_3 \rightarrow 1$
$X_4 \rightarrow 0.6191$

$\therefore \boxed{\lambda = 3.6207}$ $\quad \therefore \boxed{u = [0.6191,\ 1,\ 1,\ 0.6191]^t}$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA
HORACIO SANDOVAL R.

A través del método de potencias, encuentre el máximo valor propio de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 25 & -41 & 10 & -6 \\ -41 & 68 & -17 & 10 \\ 10 & -17 & 5 & -3 \\ -6 & 10 & -3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \lambda_{máx} = 93.52 \quad \text{(Solución)}$$

Sea $X^{(0)} = [1, 0, 0, 0]^T$

$$AX^{(0)} = \begin{bmatrix} 25 & -41 & 10 & -6 \\ -41 & 68 & -17 & 10 \\ 10 & -17 & 5 & -3 \\ -6 & 10 & -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ -41 \\ 10 \\ -6 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 25 \Rightarrow X^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1.64 \\ 0.4 \\ -0.24 \end{bmatrix}$$

$$AX^{(1)} = \begin{bmatrix} 25 & -41 & 10 & -6 \\ -41 & 68 & -17 & 10 \\ 10 & -17 & 5 & -3 \\ -6 & 10 & -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1.64 \\ 0.4 \\ -0.24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 97.68 \\ -161.72 \\ 40.60 \\ -24.08 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 97.68 \Rightarrow X^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1.6556 \\ 0.4156 \\ -0.2465 \end{bmatrix}$$

$\vdots$

Tabulando:

k	X_1	X_2	X_3	X_4	λ^K
0	1	0	0	0	25
1	1	-1.64	0.4	-0.24	97.68
2	1	-1.6556	0.4156	-0.2465	98.5146
3	1	-1.6557	0.4158	-0.2466	98.5213
	1	-1.6557	0.4158	-0.2466	98.5213
	1	-1.6557	0.4158	-0.2466	

Por tanto: $\lambda = 98.5213$

Vector asociado: $\bar{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1.6557 \\ 0.4158 \\ -0.2466 \end{bmatrix}$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
JAVIER PADILLA.
HORACIO SANDOVAL R.

POTENCIA INVERSA.

Obtener el valor propio de menor valor absoluto y su vector propio correspondiente, de la matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -1 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix} \quad ; \quad X^{(0)} = [1 \quad 1 \quad 1]^T$$

$$A^{-1}X^{(0)} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -1 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6667 \\ 0.3333 \\ -0.3333 \end{bmatrix}; \lambda = 0.6667 \Rightarrow X^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.4999 \\ -0.4999 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}X^{(1)} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -1 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3334 \\ 0.4165 \\ -0.6665 \end{bmatrix}; \lambda = 0.3334 \Rightarrow X^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2493 \\ 1.9991 \end{bmatrix}$$

⋮

Tabulando:

K	X_1	X_2	X_3	λ^K
0	1	1	1	
1	1	0.4999	-0.4999	0.6667
2	1	1.2493	1.9991	0.3434
3	1	0.2269	-0.0909	0.9166
4	1	0.0940	-0.7832	0.5608
5	1	0.4614	-1.6717	0.3743
6	1	-4.9165	23.5734	-0.0443
7	1	-1.1927	0.9016	10.1624
8	1	-1.0706	0.2672	1.3647
9	1	-1.0318	0.1012	1.1125
10	1	-1.0152	0.0424	1.0443
11	1	-1.0075	0.0183	1.0192
12	1	-1.0038	0.0087	1.0087
13	1	-1.0019	0.0042	1.0042
14	1	-1.9982	0.0020	1.0020

Por tanto: $\lambda^{-1} = 1 \Rightarrow \lambda = 1$ Vector asociado: $\bar{U} = [1 \quad -1 \quad 0]^T$

Obtener las Matrices Inversas de los Siguientes Sistemas de Ecuaciones.

1.- $2.2X - 4.6Y - 0.9Z = 5$
$1.7X + 2.31Y + 2Z = 0.01$
$3.8X - 0.75Y + 1.7Z = 7.95$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 2.2 & -4.6 & -0.9 & 1 & 0 & 0 \\ 1.7 & 2.31 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3.8 & -0.75 & 1.7 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \approx \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0.196 & -0.217 & 0 & 0 \\ -0.596 & 0 & 1.548 & 0.473 & 1 & 0.173 \\ 3.442 & 0 & 1.847 & -0.047 & 0 & 0.291 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0.453 & 0.239 & 0 & 0.139 \\ 0 & 0 & 1.868 & 0.473 & 1 & 0.173 \\ 1 & 0 & 0.537 & -0.047 & 0 & 0.291 \end{array}\right] \approx \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & -0.354 & -0.242 & 0.097 \\ 0 & 0 & 1 & 0.253 & 0.535 & 0.093 \\ 1 & 0 & 0 & -0.183 & -0.287 & -0.241 \end{array}\right]$$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} -0.183 & -0.287 & 0.241 \\ -0.354 & -0.242 & 0.097 \\ 0.253 & 0.535 & 0.093 \end{bmatrix}$$

2) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \approx \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -5 & 2 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 7 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & -3 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \approx \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 1 & 0.143 & 0.429 & 0.714 \\ 1 & 0 & 0 & 0.429 & 0.287 & 0.143 \\ 0 & 1 & 0 & -0.143 & 0.591 & 0.286 \end{array}\right]$$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 0.429 & 0.287 & 0.143 \\ -0.143 & 0.591 & 0.286 \\ 0.143 & 0.429 & 0.714 \end{bmatrix}$$

3.-

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \approx \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -4 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -10 & -4 & 1 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 11 & 2 & -8 & -2 \\ 1.5 & 0.5 & -1 & 0 \\ 2.5 & 0.5 & -2 & 0 \\ -6.5 & -1.5 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Obtener Matriz Inversa.

a)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 3 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 10 & -5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1.5 & -2.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 8 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 14.5 & -12.5 & 1.5 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -0.440 & 0.314 & 0.173 \\ 0 & 0 & 1 & -0.651 & 0.509 & 0.216 \\ 0 & 1 & 0 & -0.438 & 0.429 & 0.231 \end{array}\right] \qquad M^{-1} = \begin{bmatrix} -0.440 & 0.314 & 0.173 \\ -0.438 & 0.429 & 0.231 \\ -0.651 & 0.209 & 0.216 \end{bmatrix}$$

b)

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 3 & 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ -1 & 4 & -1 & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -5 & 3 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 1 & -4 & 7 & -1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 18 & -25 & 5 & 1 & 0 & -14 \\ 0 & 0 & -7 & 6 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & -5 & 1 & 0 & 0 & -2 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 1 & 0 & 3.572 & -0.428 & 0 & -0.572 & 2.428 \\ 0 & 0 & 0 & -9.574 & -2.371 & 1 & 2.574 & -11.426 \\ 0 & 0 & 1 & -0.859 & 0.143 & 0 & -0.143 & -0.143 \\ 1 & 0 & 0 & -2.429 & 0.571 & 0 & 0.429 & -1.571 \end{array}\right] \sim$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0.533 & 0.371 & 0.381 & -1.333 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0.269 & -0.104 & -0.269 & 1.193 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0.088 & -0.089 & -0.374 & 0.879 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -0.082 & -0.253 & -0.224 & 1.327 \end{array}\right] \quad \therefore$$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} -0.082 & -0.253 & -0.224 & 1.327 \\ 0.533 & 0.371 & 0.381 & -1.833 \\ -0.088 & -0.089 & 0.374 & 0.879 \\ -0.269 & -0.104 & 0.269 & 1.193 \end{bmatrix}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Obtener la matriz inversa.

a)

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 10 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 20 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -98 & 11 & 1 & -5 & 0 \\ 1 & 10 & -1 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 23 & 3 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -129.625 & 0 & 1.0 & -6.375 & -1.375 \\ 1 & 12.375 & 0 & 0 & 0.625 & 0.125 \\ 0 & 2.375 & 1 & 0 & 0.125 & 0.125 \end{array}\right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & -0.008 & 0.049 & 0.011 \\ 1 & 0 & 0 & 0.103 & -0.006 & -0.017 \\ 0 & 0 & 1 & 0.023 & -0.016 & 0.093 \end{array}\right) \qquad M^{-1} = \begin{bmatrix} 0.103 & -0.006 & -0.017 \\ -0.008 & 0.049 & 0.011 \\ 0.023 & -0.016 & 0.093 \end{bmatrix}$$

b)

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 14 & 0 & -5 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0.2 & 1 & 0 & 0.3 & -0.1 & -0.2 \\ 2 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ -2.8 & 0 & 1 & 0.8 & 1.4 & -0.2 \end{array}\right)$$

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.3 & -0.1 & -0.2 \\ 0.8 & 1.4 & -0.2 \end{pmatrix}$$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Mediante el método de Potencias Inversas, obtenga el valor propio más pequeño, en valor absolúto, y su vector propio asociado.

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad ; \quad \det A = 5$$

$$A^{-1} = \frac{1}{5}\begin{vmatrix} 4 & -3 & 2 & -1 \\ -3 & 6 & -4 & 2 \\ 2 & -4 & 6 & -3 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0.8 & -0.6 & 0.4 & -0.2 \\ -0.6 & 1.2 & -0.8 & 0.4 \\ 0.4 & -0.8 & 1.2 & -0.6 \\ -0.2 & 0.4 & -0.6 & 0.8 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} 0.4 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.4 \end{vmatrix} \quad ; \ \lambda_1 = 0.4 \ ; \quad X^{(1)} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Continuando tendremos la siguiente tabla:

K	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
X_1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X_2	1	0.5	0	-0.3333	-0.5	-0.5714	-0.6	-0.6111	-0.6154	-0.61
X_3	1	0.5	0	-0.3333	-0.5	-0.5714	-0.6	-0.6111	-0.6154	-0.6
X_4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\lambda^{(K)}$		0.4	0.5	0.6	0.6667	0.7	0.7143	0.72	0.7222	0.72

Si K crece:

$X_1 \rightarrow 1$
$X_2 \rightarrow -0.6170$
$X_3 \rightarrow -0.6170$
$X_4 \rightarrow 1$

$$\therefore \boxed{\begin{aligned} &\lambda = 0.7231 \\ &u = [1, -0.6170, -0.6170, 1]^t \end{aligned}}$$

118

Existen en bodega: Total efectivos.

50 Clavos y tachuelas 360 Kilogramos de madera
12 litros de pintura 72 horas - hombre.

- Para realizar un ropero se necesita 120 clavos y tachuelas; 3 litros de pintura; 16 kilogramos de madera; dos horas-hombre y su costo sera de $ 300,000.- pesos.

- Al elaborar un armario necesitaria: 23 clavos; 7 litros de pintura; 13 ki de madera; no hay compromiso alguno para su realización y 2 horas-hombre por cada uno de ellos. Este vale $ 150,000.- pesos.

- Para la elaboración de una sala-comedor, se requiere que esta casi no sea pintada, por lo cual sólo se requieren 0.2 litros de pintura; 12 clavos y tachuelas; 180 Kgrms. de madera; no existe compromisos y requiere 1 hora-hombre por lo regular. Su valor es de $ 700,000.-

- En la realización de una mesa necesita 10 clavos; 0.4 litros de pintura; 8 Kg. de madera; 1 hora-hombre y necesariamente deberá surtir 5 de ellas a su compadre Matias. Cada mesa vale $ 90,000.-

- Finalmente para una silla se requieren 22 clavos; 0.2 lts. de pintura; 2 kg. de madera y debido al estricto control de calidad a que se ven sometidos, lleva aproximadamente 9 horas-hombre, teniendo en cuenta que valen $ 32,000.- cada silla.

Su interpretación se presenta en la sig. silla.

Material / Articulo	Clavos y Tachuelas	Pintura [lts]	Madera [Kg]	Compromisos	horas-hombre
Ropero	120	3	16	0	2
Armario	23	7	13	0	2
Sala-Comedor	12	0.2	180	0	1
Mesa	10	0.4	8	1	1
Silla	22	0.2	2	0	9
total efectivos	50	12	360	5	72

Su representación en un sistema de ecuaciones es la sig:

$$
\begin{aligned}
120x_1 + 23x_2 + 12x_3 + 10x_4 + 22x_5 &= 50 \quad \text{(Clavos y tachuelas)}\\
3x_1 + 7x_2 + 0.2x_3 + 0.4x_4 + 0.2x_5 &= 12 \quad \text{(Pintura)}\\
16x_1 + 13x_2 + 180x_3 + 8x_4 + 2x_5 &= 360 \quad \text{(Madera)}\\
0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 0x_5 &= 5 \quad \text{(Compromisos)}\\
2x_1 + 2x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 9x_5 &= 72 \quad \text{(horas-hombre)}
\end{aligned}
$$

Gauss.

$$\begin{pmatrix} 120 & 23 & 12 & 10 & 22 & 50 \\ 3 & 7 & 0.2 & 0.4 & 0.2 & 12 \\ 16 & 13 & 180 & 3 & 2 & 360 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 9 & 72 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 120 & 23 & 12 & 10 & 22 & 50 \\ 0 & 771 & -12 & 18 & -42 & 1290 \\ 0 & 149 & 2676 & 100 & -14 & 5300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 97 & 48 & 50 & 518 & 4270 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 120 & 23 & 12 & 10 & 22 & 50 \\ 0 & 771 & -12 & 18 & -42 & 1290 \\ 0 & 0 & 344164 & 12403 & -756 & 649015 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 3131 & 3067 & 33621 & 263920 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 120 & 23 & 12 & 10 & 22 & 50 \\ 0 & 771 & -12 & 18 & -42 & 1290 \\ 0 & 0 & 344164 & 12403 & -756 & 649015 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 263579 & 3002216 & 23026523 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 120 & 23 & 12 & 10 & 22 & 50 \\ 0 & 771 & -12 & 18 & -42 & 1290 \\ 0 & 0 & 344164 & 12403 & -756 & 649015 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 750554 & 5427137 \end{pmatrix}$$

La configuración anterior da lugar a:

$$x_1 = -1.876752372$$

$$x_2 = 1.977112706$$

$$x_3 = 1.721465744$$

$$x_4 = 5.0000000$$

$$x_5 = 7.230868132$$

Gauss - Jordan.

De acuerdo con la última matriz obtenida en el método de Gauss, tendremos que:

$$\begin{pmatrix} 120 & 23 & 12 & 10 & 22 & 50 \\ 0 & 771 & -12 & 18 & -42 & 1290 \\ 0 & 0 & 344164 & 12403 & -756 & 649015 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 750554 & 5427175 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 5 & 0 & 397 & 304 & 747 & 370 \\ 0 & 771 & -12 & 18 & -42 & 1290 \\ 0 & 0 & 344164 & 12403 & -756 & 649015 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 750554 & 5427157 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5/3855 & 0 & 0 & 25863 & 66768 & -33305 \\ 0 & 1/4 & 0 & 2057 & -4690 & 146435 \\ 0 & 0 & 344164 & 12403 & -756 & 649015 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 750554 & 5427157 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 5/61680 & 0 & 0 & 0 & 4173 & -10195 \\ 0 & 1/40 & 0 & 0 & -467 & 13620 \\ 0 & 0 & 86041 & 0 & -189 & 146750 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 750554 & 5427157 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5/61680 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.521362169 \times 10^{-4} \\ 0 & 1/40 & 0 & 0 & 0 & 21199/428888 \\ 0 & 0 & 96041 & 0 & 0 & 77316883/522 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 750554 & 5427157 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.876752372 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1.977112906 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1.721465744 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 5.00000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7.230868132 \end{pmatrix}$$

$\therefore$

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= -1.876752372 \\ x_2 &= 1.977112906 \\ x_3 &= 1.721465744 \\ x_4 &= 5.00000 \\ x_5 &= 7.230868132 \end{aligned}}$$

Jocobi

$$
\begin{aligned}
120x_1 + 23x_2 + 12x_3 + 10x_4 + 22x_5 &= 50\\
3x_1 + 7x_2 + 0.2x_3 + 0.4x_4 + 0.2x_5 &= 12\\
16x_1 + 13x_2 + 180x_3 + 8x_4 + 2x_5 &= 360\\
0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 0x_5 &= 5\\
2x_1 + 2x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 9x_5 &= 72
\end{aligned}
$$

Despejando las variables tendremos:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= (50 - 23x_2 - 12x_3 - 10x_4 - 22x_5)\ 1/120\\
x_2 &= (12 - 3x_1 - 0.2x_3 - 0.4x_4 - 0.2x_5)\ 1/7\\
x_3 &= (360 - 16x_1 - 13x_2 - 8x_4 - 2x_5)\ 1/180\\
x_4 &= 5\\
x_5 &= (72 - 2x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4)\ 1/9
\end{aligned}
$$

El método se detendrá cuando la norma infinita sea menor a 0.07.

K / Variables	0	1	2	3	4	5	6	ACELERADOR	i
x_1	1	-0.14166	-0.944481	-1.3301887	-1.542066	-1.167995	-1.71563		-1.8
x_2	1	1.714286	1.200119	1.389887	1.567322	1.70092816	1.794363		1.9
x_3	1	1.783333	1.703809	1.6995697	1.707676	1.714584	1.718713		1.7
x_4	1	5.000	5.000	5.000	5.000	5.0000	5.000		5
x_5	1	7.3333	7.175397	7.1868067	7.214599	7.231846	7.23723		7.23
$p=2$		7.619548	3.8794196	2.128874	1.234738	0.750805	0.473674		
$p=1$		12.429762	6.808929	3.987163	2.418736	1.49302	0.9291306		
$p=\infty$		6.33333	3.00857	1.515829	0.785652	0.499961	0.3276565		

ii	iii	iv	v	
-1.823338	-1.857042	-1.86832	-1.872624	$= x_1$
1.9839929	1.9679803	1.9679143	1.9705348	$= x_2$
1.712858	1.7292204	1.72468077	1.7229818	$= x_3$
5.00000	5.0000	5.00000	5.000000	$= x_4$
7.288333	7.2317128	7.239684	7.23513276	$= x_5$
0.5082224	0.2526814	0.1291956	0.06651776	
0.656597	0.30922068	0.1771027	0.1016761	
0.5	0.250000	0.125000	0.0625000	

Tolerancia

$0.07 > 0.0625$

para $p = \infty$

Gauss - Seidel.

Este método es similar al anterior, sólo que en éste caso se emplean inmediatamente los datos hallados.

K	0						
x_1	1	-0.1416666	-1.7675136	-1.8659043	-1.875646	-1.87663998	-1.87674096
x_2	1	1.6607143	1.936369	1.972978	1.976694	1.977070428	1.97710859
x_3	1	1.837096	1.713214	1.720965	1.721436	1.7214605	1.72146526
x_4	1	5.00000	5.00000	5.00000	5.00000	5.00000	5.00000
x_5	1	6.902757	7.2159917	7.229732	7.23072	7.2308532	7.2308661

$P(\infty) < 0.05$

$x_1 = -1.876740961$

$x_2 = 1.977108594$

$x_3 = 1.721465207$

$x_4 = 5.0000000$

$x_5 = 7.230866614$

TALIA

Krylov.

Este método se fundamenta en el principio de q toda matriz verifica su propia ecuación característica (Teorema de Cayley-Hamilton); por lo tanto se tendrá que:

$$f(\lambda) = |A - \lambda I| = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + a_{n-2}\lambda^{n-2} + \cdots + a_1\lambda + a_0 = 0$$

dando lugar a la estructura final:

$$f(A)\cdot x = A^n + a_{n-1}A^{n-1} + a_{n-2}A^{n-2} + \cdots + a_1 A + a_0 I = \bar{0}$$

En nuestro caso se tendrá que:

$$A = \begin{pmatrix} 120 & 23 & 12 & 10 & 22 \\ 3 & 7 & 0.2 & 0.4 & 0.2 \\ 16 & 13 & 180 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 9 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

La expresión es: $A^5x + A^4a_4x + a_3A^3x + a_2A^2x + a_1Ax + a_0Ix = \bar{0}$

$$\begin{pmatrix} 8.316665916\times10^{10} \\ 200631938 1 \\ 2.814843965\times10^{11} \\ 1.00000 \\ 2761218595 \end{pmatrix} + a_4\begin{pmatrix} 536022853.6 \\ 13137121.44 \\ 1515024374 \\ 1.0000 \\ 16430474.4 \end{pmatrix} + a_3\begin{pmatrix} 3622103.4 \\ 90424.4 \\ 8087173 \\ 1.0000 \\ 102027.2 \end{pmatrix} + a_2\begin{pmatrix} 25656.4 \\ 683.8 \\ 42590.4 \\ 1.000 \\ 750.6 \end{pmatrix} + a_1\begin{pmatrix} 187 \\ 10.8 \\ 219 \\ 1 \\ 15 \end{pmatrix} + a_0\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

∴ Se tendrá el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}
536022853.6\,a_4 + 3622103.4\,a_3 + 25656.4\,a_2 + 187\,a_1 + a_0 &= -8316665916\times10^{10} \\
13137121.44\,a_4 + 90424.4\,a_3 + 683.8\,a_2 + 10.8\,a_1 + a_0 &= -2006319381 \\
515024374\,a_4 + 8087173\,a_3 + 42590.4\,a_2 + 219\,a_1 + a_0 &= -2.814843965\times10^{11} \\
a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 &= -1.0000 \\
16430474.4\,a_4 + 102027.2\,a_3 + 750.6\,a_2 + 15\,a_1 + a_0 &= -2761218595
\end{aligned}$$

Resolviendo el sistema

$$\begin{aligned}
a_4 &= -3.062976\times10^{12} \\
a_3 &= 1.034303\times10^{15} \\
a_2 &= -9.265314\times10^{16} \\
a_1 &= 1.018067\times10^{18} \\
a_0 &= -9.264447\times10^{17}
\end{aligned}$$

$$\lambda^5 - 3.062976\times10^{12}\lambda^4 + 1.034303\times10^{15}\lambda^3 - 9.265314\times10^{16}\lambda^2 + 1.08067\times10^{18}\lambda - 9.2644\times$$

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= 0.9999995214 \\
\lambda_2 &= 11.56539768 \\
\lambda_3 &= 146.0615593 \\
\lambda_4 &= \lambda_5 = \text{Complejas}
\end{aligned}$$

<u>Vectores caract. por método Gauss-J</u>

Para λ_1:

$U_1 = \{1, 0.6174256, 0.6591224, -17.999, 1.774$

Para λ_2:

$U_2 = \{1, 0.58143442, 1.21149568, -14.1634268, 1.54$

Para λ_3:

$$U_3 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.02216113 74 \\ 2.62334593 \\ 7.879987 \end{bmatrix}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Potencia (Directa)

Este método basa su funcionamiento en la expresión

$$A x^{(k)} = \lambda^{(k+1)} x^{(k+1)} \quad \text{donde} \quad \frac{x^{(k+1)}}{x^{(k)}} = \frac{\lambda_n^{k+1} U_n}{\lambda_n^{k} U_n} \doteq \lambda_n \text{ (Valor propio)}$$

$$\therefore x^{(k)} \doteq x^{(k+1)} \doteq U_n \text{ (Vector propio).}$$

Tabulando los resultados, utilizando la matriz A.

K	0	1	2	3	4	5	6
x_1	1	1.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
x_2	1	0.057754	0.0266522	0.0249646	0.0248253	0.02464669	0.0246376137
x_3	1	1.17112299	1.66003025	2.232728	2.4140389	2.6465416	2.658367849
x_4	1	0.0053476	3.89766×10^{-5}	2.76082×10^{-7}	1.9233778×10^{-7}	8.49479×10^{-8}	7.948548×10^{-8}
x_5	1	0.08021390	0.0292556	0.0281679	0.0289267	0.0298997	0.029949266
$\lambda^{(k)}$		187	137.2	141.1773826	143.2569	145.92356	146.0592

$\lambda_1 = 146.0592$

$$U_1 = \begin{pmatrix} 1.000 \\ 0.0246376137 \\ 2.658367849 \\ 7.948548 \times 10^{-8} \\ 0.029949266 \end{pmatrix}$$

Potencias (Inversas).

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.00935476 & -0.0235026 & -0.000473933 & -0.058151 & -0.0222396 \\ -0.00396141 & 0.15398 & 0.0000582903 & -0.0286928 & 0.00624872 \\ -0.00053277 & -0.00872023 & 0.00559936 & -0.0362309 & 0.000251814 \\ 0.0000 & 0.000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ -0.00113933 & -0.028026 & -0.000529775 & -0.0877918 & 0.114637 \end{pmatrix}$$

Por lo cual tendremos.

K	0	1	2	3	4	5
x_1	1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
x_2	1	-1.343855	0.14024	0.53793697	0.605704	0.61614669 5
x_3	1	0.4172897	0.605867	0.64418638	0.6488767	0.64937343
x_4	1	-10.52892	-16.149596	-17.719183	-17.9424513	-17.97124519
x_5	1	0.030038	1.478813	1.73574067	1.7599758	1.7613758
$\lambda^{(k)}$		-0.0949765	0.6519617	0.91141877	0.98755644	0.97839777

		6	7	8	9
x_1	1	1.000	1.0000	1.0000	1.000
x_2	1	0.61772944	0.617968229	0.61800417	0.618009558 9
x_3	1	0.649422	0.647125964	0.64942620	0.6494261926
x_4	1	-17.974942	-17.9754204	-17.9754829	-17.9754912
x_5	1	1.7613115	1.7612689	1.761258594	1.76125657 6
$\lambda^{(i)}$		0.9997943365	0.9999733 8	0.9999965207	0.9999995402

$$\lambda_2^{-1} = 0.9999995402$$

$$U_2 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.6180095589 \\ 0.6494261926 \\ -17.9754912 \\ 1.76125657 6 \end{bmatrix}$$

Un empresario cuenta con cinco máquinas las cuales son de diferente eficiencia, pero que realizan las mismas operaciones, estas máquinas son empléadas en la fabricación de 5 productos diferentes. Para utilizar plenamente las máquinas, éstas estarán en operación durant un periodo de 32 horas. El número de horas de cada máquinc depende que tan rápido fabricará cada producto.

$$\begin{array}{l} \\ \text{Máquina 1} \\ \text{Máquina 2} \\ \text{Máquina 3} \\ \text{Máquina 4} \\ \text{Máquina 5} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \text{Prod. 1} & \text{Prod. 2} & \text{Prod. 3} & \text{Prod. 4} & \text{Prod. 5} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \end{array}$$

Por ejemplo, en la producción de una unidad del producto 1, la máquina 1 se usa 4 horas, la máquina 2, cero horas, la máquina 3, cero horas y la máquina 4 se utiliza 1 hora en la fabricación del producto uno, y cero para la máquina 5.

Encontrar el tiempo que se tardará cada máquina para la fabricación de cada producto.

Solución

Sea x_i el número de unidades que tardará cada máquina para la fabricación del producto, por lo tanto el sistema queda:

$$4x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 + x_5 = 32$$

$$0x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 = 32$$

$$0x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 0x_4 + x_5 = 32$$

$$x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 + 0x_5 = 32$$

$$0x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 + 3x_5 = 32$$

Nota:
Las observaciones de los resultados se harán al final de aplic los métodos de solución a ecuaciones.

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Método de Gauss-[redacted].

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 + x_5 &= 32\\
0x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 &= 32\\
0x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 0x_4 + x_5 &= 32\\
x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 + 0x_5 &= 32\\
0x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 + 3x_5 &= 32
\end{aligned}
$$

$$
\left(\begin{array}{ccccc|c}
4 & 0 & 0 & 2 & 1 & 32\\
0 & 3 & 2 & 0 & 0 & 32\\
0 & 2 & 5 & 0 & 1 & 32\\
1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 32\\
0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 32
\end{array}\right)
\sim
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 32\\
0 & 3 & 2 & 0 & 0 & 32\\
0 & 2 & 5 & 0 & 1 & 32\\
4 & 0 & 0 & 2 & 1 & 32\\
0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 32
\end{array}\right)
\sim
$$

$$
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 32\\
0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 32\\
0 & 2 & 5 & 0 & 1 & 32\\
0 & 0 & 0 & -6 & 1 & -96\\
0 & 3 & 2 & 0 & 0 & 32
\end{array}\right)
\sim
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 32\\
0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 32\\
0 & 0 & 3 & 0 & -5 & -32\\
0 & 0 & 0 & -6 & 1 & -96\\
0 & 0 & -1 & 0 & -9 & -64
\end{array}\right)
\sim
$$

$$
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 32\\
0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 32\\
0 & 0 & 1 & 0 & 9 & 32\\
0 & 0 & 3 & 0 & -5 & 32\\
0 & 0 & 0 & -6 & 1 & 32
\end{array}\right)
\sim
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 32\\
0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 32\\
0 & 0 & 1 & 0 & 9 & 64\\
0 & 0 & 0 & 0 & -32 & -224\\
0 & 0 & 0 & -6 & 1 & -96
\end{array}\right)
\sim
$$

$$
\left(\begin{array}{ccccc|c}
1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 32\\
0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 32\\
0 & 0 & 1 & 0 & 9 & 64\\
0 & 0 & 0 & -6 & 1 & -96\\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7
\end{array}\right)
$$

$$
\begin{aligned}
x_1 + 2x_4 &= 32\\
x_2 + x_3 + 3x_5 &= 32\\
x_3 + 9x_5 &= 64\\
-6x_4 + x_5 &= -96\\
x_5 &= 7
\end{aligned}
$$

De (5) $x_5 = 7$

Sustituyendo en (4)

$x_4 = 17.166$

Sustituyendo x_5 en (3)

$x_3 = 1$

Sustituyendo x_3 y x_5 en (2)

$x_2 = 10$

Sustituyendo x_4 en (1)

$x_1 = 2.333$

$x_1 = -2.33$
$x_2 = 10$
$x_3 = 1$
$x_4 = 17.166$
$x_5 = 7$

Método de Gauss - Jordan.

Usando la matriz triangular anterior

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 32 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 32 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 9 & 32 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1/6 & 32 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 32 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 32 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -6 & 32 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 9 & 64 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1/6 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{array}\right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -6 & 32 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 9 & 64 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1/6 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +7/3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 103/6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{array}\right)$$

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= +7/3 \\ x_2 &= 10 \\ x_3 &= 1 \\ x_4 &= 103/6 \\ x_5 &= 7 \end{aligned}}$$

Método de Jacobi.

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 + x_5 &= 32 \\
0x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 &= 32 \\
0x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 0x_4 + x_5 &= 32 \\
x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 + 0x_5 &= 32 \\
0x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 + 3x_5 &= 32
\end{aligned}
$$

Despejando x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 de cada ec. respectivamente:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= (32 - 2x_4 - x_5)\,1/4 \\
x_2 &= (32 - 2x_3)\,1/3 \\
x_3 &= (32 - 2x_2 - x_5)\,1/5 \\
x_4 &= (32 - x_1)\,1/2 \\
x_5 &= (32 - x_2 - x_3)\,1/3
\end{aligned}
$$

Haciendo recursivo al sist.

$$
\begin{aligned}
x_1^{(k+1)} &= (32 - 2x_4^{(k)} - x_5^{(k)})\,1/4 \\
x_2^{(k+1)} &= (32 - 2x_3^{(k)})\,1/3 \\
x_3^{(k+1)} &= (32 - 2x_2^{(k)} - x_5^{(k)})\,1/5 \\
x_4^{(k+1)} &= (32 - x_1^{(k)})\,1/2 \\
x_5^{(k+1)} &= (32 - x_2^{(k)} - x_3^{(k)})\,1/3
\end{aligned}
$$

Tomando como vector inicial

$$\bar{x}^{(0)}\ [1, 1, 1, 1, 1]^T$$

$$
\begin{aligned}
x_1^{(1)} &= (32 - 2 - 1)\,1/4 = 7.25 \\
x_2^{(1)} &= (32 - 2)\,1/3 = 10 \\
x_3^{(1)} &= (32 - 2 - 1)\,1/5 = 5.8 \\
x_4^{(1)} &= (32 - 1)\,1/2 = 15.5 \\
x_5^{(1)} &= (32 - 1 - 1)\,1/3 = 10
\end{aligned}
$$

Formando para verificar la convergencia, con $\varepsilon \leq 0.001$

K	0	1	2	3	4	5 * (aceleradores)
x_1	1	7.25	-2.250	0.462	-1.467	-2.0484
x_2	1	10.00	6.800	10.400	10.275	9.6044
x_3	1	5.80	0.400	2.600	1.560	1.0734
x_4	1	15.50	12.375	17.125	17.314	16.5417
x_5	1	10.00	5.400	8.266	1.493	6.9133

	α 6	β 7	γ 8	** 9	a 10	b 11	c 12	d 13	e 14
	-1.999	-2.288	-2.239	-2.264	-2.285	-2.318	-2.320	-2.330	-2.33
	9.951	9.882	10.001	9.942	9.982	9.984	9.996	9.996	9.99
	1.176	0.998	1.055	1.023	1.023	1.005	1.006	1.006	1.00
	17.024	16.999	17.144	17.132	17.132	17.142	17.159	17.159	17.165
	7.107	6.957	7.039	6.998	7.010	6.998	7.003	7.003	6.998
P →			0.1448	0.0724	0.0601	0.033	0.016	0.009	0.005

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Gauss - Seidel.

$$\begin{aligned}
4x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 + x_5 &= 32\\
0x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 &= 32\\
0x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 0x_4 + x_5 &= 32\\
x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 + 0x_5 &= 32\\
0x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 + 3x_5 &= 32
\end{aligned}$$

$x^{(0)} = [1, 1, 1, 1, 1]^T$

$x_1^{(k+1)} = (32 - 2x_4^{(k)} - x_5^{(k)})1/4$

$x_2^{(k+1)} = (32 - 2x_3^{(k)})1/3$

$x_3^{(k+1)} = (32 - 2x_2^{(k+1)} - x_5^{(k)})1/5$

$x_4^{(k+1)} = (32 - x_1^{(k+1)})1/2$

$x_5^{(k+1)} = (32 - x_2^{(k+1)} - x_3^{(k+1)})1/3$

$x_1^{(1)} = (32 - 2 - 1)1/4 = 7.25$

$x_2^{(1)} = (32 - 2)1/3 = 10$

$x_3^{(1)} = (32 - 2(10) - 1)1/5 = 2.2$

$x_4^{(1)} = (32 - 7.25)1/2 = 12.375$

$x_5^{(1)} = (32 - 10 - 2.2)1/3 = 6.6$

Por lo tanto $x^{(1)} = [7.25, 10, 2.2, 12.375, 6.6]^T$

Aproximando con $\varepsilon \leq 0.001$

K	0	1	2	3	4	5	6
x_1	1	7.25	0.1625	-1.7427	-2.2013	-2.3040	-2.2527
x_2	1	10.00	9.200	9.7333	9.9467	9.9941	9.9704
x_3	1	2.20	1.400	1.08002	1.0089	0.9994	1.0041
x_4	1	12.375	15.9188	16.87135	17.1007	17.1520	17.1263
x_5	1	6.60	7.1333	7.062226	7.0148	7.0022	7.0085

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS.
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Krylov.

$$\begin{aligned}
4x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 + x_5 &= 32\\
0x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 &= 32\\
0x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 0x_4 + x_5 &= 32\\
x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 2x_4 + 0x_5 &= 32\\
0x_1 + x_2 + x_3 + 0x_4 + 3x_5 &= 32
\end{aligned} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 5 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

La ecuación característica para $n=5$ es:

$$\lambda^5 + b_1\lambda^4 + b_2\lambda^3 + b_3\lambda^2 + b_4\lambda + b_5 = 0$$

Para obtener los valores de $b_1, \ldots, b_5$ se utiliza la sig. expresión:

$$A^5\bar{y} + b_1A^4\bar{y} + b_2A^3\bar{y} + b_3A^2\bar{y} + b_4A\bar{y} + b_5\bar{y} = 0$$

utilizando el vector inicial $\bar{y}$ con '1'

$$A\bar{y} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 5 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}7\\5\\8\\3\\5\end{pmatrix}$$

$$A^2\bar{y} = A(A\bar{y}) = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 5 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix}7\\5\\8\\3\\5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}39\\31\\55\\13\\28\end{pmatrix} \quad \ldots\ldots$$

$A^3\bar{y}$
$A^4\bar{y}$

$$\begin{aligned}
1140b_1 + 210b_2 + 39b_3 + 7b_4 + b_5 &= -6318\\
1334b_1 + 203b_2 + 31b_3 + 5b_4 + b_5 &= -8819\\
2401b_1 + 365b_2 + 55b_3 + 8b_4 + b_5 &= -15161\\
340b_1 + 55b_2 + 13b_3 + 3b_4 + b_5 &= -1820\\
1078b_1 + 170b_2 + 28b_3 + 5b_4 + b_5 &= -6474
\end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 210 & 39 & 7 & 1140\\ 0 & 1 & 0.275 & 0.05 & 1.55\\ 0 & 0 & 1 & 0.2535 & -38.33\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 160.902\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.325 \end{pmatrix}$$

$$b_5 + 210b_4 + 39b_3 + 7b_2 + 1140b_1 = -6318 \quad (1)$$
$$b_4 + 0.275b_3 + 0.05b_2 + 1.55b_1 = 16.4 \quad (2)$$
$$b_3 + 0.2535b_2 - 38.33b_1 = 440.356 \quad (3)$$
$$b_2 + 160.9023\, b_1 = -2342.6013 \quad (4)$$
$$b_1 = -221.3519 \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} b_1 = -221.3519 & b_4 = 3224.9044\\ b_2 = 33273.534 & b_5 = -21813.63\\ b_3 = -16469.142 & \end{Bmatrix} \therefore \lambda^5 - 221.3519\lambda^4 + 33213.534\lambda^3 - 16469.142\lambda^2 + 3224.904\lambda - 2181$$

polinomio característico.

Por bisección tenemos que:

$$\lambda_1 = 1.0277247$$

Obteniendo su vector propio:

$$\left|\begin{matrix} 4-1.0277247 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3-1.0277247 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5-1.0277247 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2-1.0277247 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3-1.027724 \end{matrix}\right.$$

De donde:

$$\boxed{u_1 = [\ 1\ ,\ 1\ ,\ -0.98614\ ,\ -1.02851\ ,\ -0.91526\ ]^t}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Potencias

$$\underset{A\bar{x}}{\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}} \underset{y(0)}{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 8 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \lambda_1 = 8 \qquad \bar{x}_1 = \begin{pmatrix} 0.875 \\ 0.625 \\ 1 \\ 0.375 \\ 0.625 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.875 \\ 0.625 \\ 1 \\ 0.375 \\ 0.625 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.875 \\ 3.875 \\ 6.875 \\ 1.625 \\ 3.50 \end{pmatrix} \qquad \lambda_2 = 6.875 \qquad \bar{x}_2 = \begin{pmatrix} 0.7091 \\ 0.5636 \\ 1.000 \\ 0.2364 \\ 0.5091 \end{pmatrix}$$

K	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x_1	1	0.875	0.7091	0.5754	0.4748	0.4009	0.3470	0.3079	0.2797
x_2	1	0.625	0.5631	0.5562	0.5577	0.5595	0.5606	0.5611	0.5599
x_3	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
x_4	1	0.375	0.2364	0.1781	0.1416	0.1155	0.0963	0.0822	0.0720
x_5	1	0.625	0.5091	0.4653	0.4490	0.4425	0.4400	0.4398	0.4387
λ		8	6.875	6.6363	6.5782	6.5644	6.5615	6.5612	6.5612

$\lambda = 6.5612$ $\therefore$

Su vector propio $v = \begin{pmatrix} 0.2797 \\ 0.5599 \\ 1.0000 \\ 0.0720 \\ 0.4387 \end{pmatrix}$

Potencias Inversas.

$$\left[\begin{array}{ccccc|ccccc} 4 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \cdots\cdots \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 1/32 & 1/96 & -1/3 & -11/96 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14/32 & -6/32 & 0 & 2/32 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -5/32 & 9/32 & 0 & -3/32 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1/6 & -1/64 & -1/192 & 2/3 & 11/192 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -3/32 & -1/32 & 0 & 11/32 \end{array}\right) \therefore$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.333 & 0.0313 & 0.0104 & -0.333 & -0.1146 \\ 0 & 0.4375 & -0.1875 & 0 & 0.0625 \\ 0 & -0.1563 & 0.2813 & 0 & -0.0938 \\ -0.1667 & -0.0156 & -0.0052 & 0.6667 & 0.0573 \\ 0 & -0.0938 & -0.0313 & 0 & 0.3438 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.333 & 0.0313 & 0.0104 & -0.333 & -0.1146 \\ 0 & 0.4375 & -0.1875 & 0 & 0.0625 \\ 0 & -0.1563 & 0.2813 & 0 & 0.0938 \\ -0.1667 & -0.0156 & -0.0052 & 0.667 & 0.0573 \\ 0 & -0.0938 & -0.0313 & 0 & 0.3438 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0729 \\ 0.3125 \\ 0.0312 \\ 0.5365 \\ 0.2187 \end{pmatrix} \qquad x_1 = \begin{pmatrix} -0.13 \\ 0.58 \\ 0.058 \\ 1.00 \\ 0.40 \end{pmatrix}$$

Resolviendo en tabla los resultados

K	0	1	2	3	4	5	6
x_1	1	-0.1359	-0.5180	-0.7072	-0.7272	-0.7272	-0.7307
x_2	1	0.5825	0.3831	0.2772	0.1210	0.0638	0.0453
x_3	1	0.0582	-0.1605	0.1691	-0.0046	-0.0262	0.0245
x_4	1	1.0000	1.000	1.000	1.000	1.0000	1.0000
x_5	1	0.4076	0.2143	0.0820	0.0040	-0.0125	0.0017
γ =		0.5365	0.7033	0.7736	0.7841	0.7858	0.7877

$$\lambda = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{0.7877} \qquad V = \begin{pmatrix} -0.1307 \\ 0.0453 \\ 0.0245 \\ 1.000 \\ 0.0017 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 1.2695$$

PROBLEMARIO METODOS NUMERICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

135

1.- A PARTIR DE UN PROBLEMA FÍSICO O REAL (PUEDE ESTAR IDEALIZADO) GENERAR UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES DE ORDEN CINCO O MAYOR.

2.- INTERPRETAR FÍSICAMENTE CADA ECUACIÓN

3.- RESOLVERLO MEDIANTE:
a).- Gauss
b).- Gauss - Jordan
c).- Jacobi.
d).- Gauss- Seidel.

4.- Hacer UN RESUMEN COMPARATIVO DE LOS MÉTODOS EMPLEADOS.

5.- INTERPRETAR FÍSICAMENTE LOS RESULTADOS O SOLUCIÓN DEL SISTEMA.

6.- OBTENER SUS VALORES Y VECTORES CARACTERÍSTICOS MEDIANTE:
a) KRYLOV
b) POTENCIAS (DIRECTAS)
c) POTENCIAS (INVERSAS)

7.- INTERPRETACIÓN FÍSICA DE LOS VALORES Y VECTORES CARACTERÍSTICOS.

PROBLEMA :-

1.- Una planta de cemento concreto necesita para la preparación de su producto; una mezcla que contenga el 25% de arcillas, el 15% de materiales calcáreos; el 30% de grava, el 20% de arena y el 10% de cierto mineral.

Existen depósitos naturales en 5 lugares cercanos a la planta; cada uno con composiciones y costos de transportación diferentes según se muestra en la tabla. Por tonelada de mezcla a fabricar se desea saber, ¿Qué cantidad se debe traer de cada uno de los depósitos naturales? ¿Cuál es el costo de transportación?

TABLA

DEPÓSITOS	1	2	3	4	5
ARCILLA	60%	15%	10%	0%	30%
CALIZA	10%	50%	20%	15%	0%
GRAVA	10%	15%	60%	10%	20%
ARENA	15%	15%	5%	70%	25%
MINERAL	5%	5%	5%	5%	25%
CTO TRANSP / TON EN $	150%	180%	100%	125%	200%

X_i = tonelada de material traído del banco i.

El costo está dado por la ecuación

$$C = 150x_1 + 180x_2 + 100x_3 + 125x_4 + 200x_5$$

que es la suma de los productos dados por el costo de transporte / ton por la cantidad de material extraído en determinado yacimiento.

Al sustituir el valor de las variables en la ecuación anterior se obtendrá el costo mínimo.

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

EL SISTEMA QUE SE DERIVA DE LAS RESTRICCIONES IMPUESTÁS A LA MEZCLA ES EL SIGUIENTE:

$$0.6x_1 + 0.15x_2 + 0.1x_3 + 0x_4 + 0.3x_5 = 0.25 \ldots$$
$$0.1x_1 + 0.5x_2 + 0.2x_3 + 0.15x_4 + 0x_5 = 0.15 \ldots$$
$$0.1x_1 + 0.15x_2 + 0.6x_3 + 0.1x_4 + 0.2x_5 = 0.30 \ldots$$
$$0.15x_1 + 0.15x_2 + 0.05x_3 + 0.7x_4 + 0.25x_5 = 0.20 \ldots$$
$$0.05x_1 + 0.05x_2 + 0.05x_3 + 0.05x_4 + 0.25x_5 = 0.10 \ldots$$

Las restricciones están dadas por el producto de el porcentaje de elemento a sacar de cada yacimiento por el total de material a sacar de cada yacimiento, cuya suma debe dar por resultado el porcentaje total deseado del elemento.

1) Restricción a la arcilla
2) Restricción a la caliza
3) Restricción a la grava
4) Restricción a la arena
5) Restricción a el mineral

Otra restricción es que $x_i \geq 0$; puesto que sería una incongruencia obtener cantidades negativas.

Por facilidad de manejo, el sistema se transforma de la manera siguiente:

$$6x_1 + 1.5x_2 + x_3 + 0x_4 + 3x_5 = 2.5$$
$$x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 1.5x_4 + 0x_5 = 1.5$$
$$x_1 + 1.5x_2 + 6x_3 + x_4 + 2x_5 = 3$$
$$1.5x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 + 7x_4 + 2.5x_5 = 2$$
$$5x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 5x_4 + 25x_5 = 10$$

A partir de este sistema se obtendrá la solución.

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Gauss

Por el método de Gauss, se tiene que;

Matriz de coeficientes, aumentada:

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 6 & 1.5 & 1 & 0 & 3 & 2.5 \\ 1 & 5 & 2 & 1.5 & 0 & 1.5 \\ 1 & 1.5 & 6 & 1 & 2 & 3 \\ 1.5 & 1.5 & 0.5 & 7 & 2.5 & 2 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 25 & 10 \end{array}\right]$$

Matriz escalonada

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0.25 & 0.1\bar{6} & 0 & 0.5 & 0.41\bar{6} \\ 0 & 1 & 0.3859649 & 0.3157895 & -0.1052632 & 0.2280702 \\ 0 & 0 & 1 & 0.1131148 & 0.3049181 & 0.4295082 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2887359 & 0.1796606 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.25 \end{array}\right]$$

Los resultados fueron:

$x_5 = 0.25$
$x_4 = 0.1796606 - 0.2887359(0.25) = 0.1074766$
$x_3 = 0.4295082 - 0.3049181(0.25) - 0.1131148(0.107) = 0.3411215$
$x_2 = 0.2280702 + 0.1052632(0.25) - 0.3157895(0.341) - 0.3859649$
$(0.107) = 8.878507\ E-02$
$x_1 = 0.41\bar{6} - 0.5(0.25) - 0.1\bar{6}(0.341) - 0.25(0.107)$
$= 0.2126168$

o sea:

$\underline{x_1 = 0.2126168}$, $\underline{x_2 = 8.87857\ E-002}$; $\underline{x_3 = 0.3411215}$

$\underline{x_4 = 0.1074766}$ $\underline{x_5 = 0.25}$

GAUSS - JORDAN

PARA EL MÉTODO DE GAUSS - JORDAN SE TUVO LO SIGUIENTE.

MATRIZ ESCALONADA.

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2126168 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3.373507\ E-002 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.3411214 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.1074766 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.25 \end{array}\right]$$

$\underline{x_1 = 0.2126168}$; $\underline{x_2 = 3.373507\ E\ -002}$; $\underline{x_3 = 0.3411214}$.

$\underline{x_4 = 0.1074766}$ $\underline{x_5 = 0.25}$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

140

IACOBI

TENEMOS EL SISTEMA

$$6x_1 + 1.5x_2 + x_3 + 0x_4 + 3x_5 = 2.5$$
$$x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 1.5x_4 + 0x_5 = 1.5$$
$$x_1 + 1.5x_2 + 6x_3 + x_4 + 2x_5 = 3$$
$$1.5x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 + 7x_4 + 2.5x_5 = 2$$
$$5x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 5x_4 + 25x_5 = 10$$

Despejando las variables

$$x_1 = \frac{1}{6}\left[2.5 - 3x_5 - 0x_4 - x_3 - 1.5x_2\right] = \frac{1}{12}\left[5 - 6x_5 - 2x_3 - 3x_2\right]$$

$$x_2 = \frac{1}{5}\left[1.5 - 0x_5 - 1.5x_4 - 2x_3 - x_1\right] = \frac{1}{10}\left[3 - 3x_4 - 4x_3 - 2x_1\right]$$

$$x_3 = \frac{1}{6}\left[3 - 2x_5 - x_4 - 1.5x_2 - x_1\right] = \frac{1}{6}\left[3 - 2x_5 - x_4 - 1.5x_2 - x_1\right]$$

$$x_4 = \frac{1}{7}\left[2 - 2.5x_5 - 0.5x_3 - 1.5x_2 - 1.5x_1\right] = \frac{1}{14}\left[4 - 5x_5 - x_3 - 3x_2 - 3x\right]$$

$$x_5 = \frac{1}{25}\left[10 - 5x_4 - 5x_3 - 5x_2 - 5x_1\right] = \frac{1}{5}\left[2 - x_4 - x_3 - x_2 - x_1\right]$$

Habiendo comprobado anteriormente que el sistema cumple con las condiciones necesarias y suficientes se procede a resolverlo.

$$x^t = [1, 1, 1, 1, 1]$$

K	0	1	2	3	α
x_1	1	-0.5	0.8361	-0.33678	0.2495655
x_2	1	-0.6	0.738095	-0.45017	0.1039325
x_3	1	-0.416	0.9619047	-0.21207	0.3749073
x_4	1	-0.5714	0.6794047	-0.41233	0.1408585
x_5	1	-0.4	0.8176190	-0.24603	0.2357945

K	β	δ	γ	θ
x_1	0.230161	0.2008578	0.2289	0.21483
x_2	0.106613	0.0768809	0.09197	0.084425
x_3	0.358785	0.3242979	0.35145	0.3403745
x_4	0.124084	0.0863637	0.117194	0.1061788
x_5	0.265935	0.239346	0.25931	0.249328

K	∂	∂_1	A	B
x_1	0.21438	0.214167	[illegible]23	0.[illegible]
x_2	0.031425	0.[illegible]	0.[illegible]11	0.[illegible]
x_3	0.3403745	0.[illegible]	[illegible]	0.3411538
x_4	0.1067783	0.[illegible]11	[illegible]	0.10747117
x_5	0.249328	[illegible]	0.250006	0.24999

K	C	C_1	C_2
x_1	0.2126168	0.2126163225	0.2126163853
x_2	0.08878507	0.0887851	0.08878506377
x_3	0.3411214	0.3411214992	0.3411214706
x_4	0.1074765	0.1074766421	0.1074766195
x_5	0.25	0.2500000026	0.2500000161

K	D	D_1	Δ
x_1	0.212616322	0.2126163228	0.0000000008
x_2	0.0887850463	0.08878504711	0.0000000031
x_3	0.3411214949	0.3411214957	0.0000000008
x_4	0.1074766351	0.1074766359	0.0000000008
x_5	0.2499999996	0.2500000003	0.0000000007

$P \rightarrow \infty$ — 0.0000000031

* Notese la exactitud obtenida

$x_1 = 0.2126163223$; $x_2 = 0.08878504[illegible]$; $x_3 = 0.3411214[illegible]$

$x_4 = 0.1074766354$; $x_5 = 0.2500000003$

GAUSS - SEIDEL

Para el sistema citado se tiene el siguiente despeje.

$$x_1^{(k)} = \frac{1}{12}\left[5 - 6x_5^{(k-1)} - 2x_3^{(k-1)} - 3x_2^{(k-1)}\right]$$

$$x_2^{(k)} = \frac{1}{10}\left[3 - 3x_4^{(k-1)} - 4x_3^{(k-1)} - 2x_1^{(k)}\right]$$

$$x_3^{(k)} = \frac{1}{6}\left[3 - 2x_5^{(k-1)} - x_4^{(k-1)} - 1.5x_2^{(k)} - x_1^{(k)}\right]$$

$$x_4^{(k)} = \frac{1}{14}\left[4 - 5x_5^{(k-1)} - x_3^{(k)} - 3x_2^{(k)} - 3x_1^{(k)}\right]$$

$$x_5^{(k)} = \frac{1}{5}\left[2 - x_4^{(k)} - x_3^{(k)} - x_2^{(k)} - x_1^{(k)}\right]$$

Suponiendo $x^{T} = [1\ 1\ 1\ 1\ 1]$

K	0	1	2	3	A (30 it
x_1	1	-0.5	0.20993	0.19712	0.2126168224
x_2	1	-0.3	0.163063	0.16376	0.08735504675
x_3	1	$0.15\overline{83}$	0.238007	0.3334	0.3411214953
x_4	1	0.03369	0.005349	0.03609	0.1074766355
x_5	1	0.51059	0.27572	[illegible]	0.25

K =	A.
x_1	0.212616822
x_2	0.0887850467 5
x_3	0.341121495 3
x_4	0.1074766355
x_5	0.25

$p \to \infty$ 0.00000000...

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

KRYLOV

Se tiene que:

$$f(A)\cdot x = \begin{bmatrix} 1.15 \\ 0.95 \\ 1.15 \\ 1.3 \\ 0.45 \end{bmatrix} + a_4 \begin{bmatrix} 1.0825 \\ 1.015 \\ 1.1675 \\ 1.3[illegible]5 \\ 0.34 \end{bmatrix} + a_3 \begin{bmatrix} 1.0205 \\ 1.0535 \\ 1.1635 \\ 1.4345 \\ 0.313 \end{bmatrix} + a_2 \begin{bmatrix} 0.9333 \\ 1.0301 \\ 1.1639 \\ 1.4539 \\ 0.3136 \end{bmatrix} + a_1 \begin{bmatrix} 0.962[illegible] \\ 1.09[illegible] \\ 1.16[illegible] \\ 1.46[illegible] \\ 0.31[illegible] \end{bmatrix}$$

$$+ a_0 \begin{bmatrix} 0.9521 \\ 1.095 \\ 1.1707 \\ 1.4695 \\ 0.3125 \end{bmatrix} = \bar{0}$$

$$1.0825 a_4 + 1.0205 a_3 + 0.9333 a_2 + 0.9625 a_1 + 0.9521 a_0 = -1.15$$
$$1.015 a_4 + 1.0535 a_3 + 1.0301 a_2 + [illegible] a_1 + 1.095 a_0 = -0.95$$
$$1.1675 a_4 + 1.1635 a_3 + 1.1639 a_2 + 1.16[illegible] a_1 + 1.1707 a_0 = -1.15$$
$$1.3[illegible] a_4 + 1.4345 a_3 + 1.4539 a_2 + [illegible]1641 a_1 + 1.4695 a_0 = -1.3$$
$$0.34 a_4 + 0.313 a_3 + 0.3136 a_2 + [illegible]313 a_1 + 0.3125 a_0 = -0.45$$

$\underline{a_4 = -12.44295}$; $\underline{a_3 = 57.17815}$ $\underline{a_2 = [illegible]22.6478}$, $\underline{a_1 = 123.455[illegible]}$

$\underline{a_0 = -46.54235}$

El polinomio característico es:

$$\lambda^5 - 12.44295\lambda^4 + 57.17815\lambda^3 - 122.6478\lambda^2 + 123.4554\lambda - 46.54282 = 0$$

para $\lambda = n$

Obteniendo las raices:

$\lambda_1 = 1$
$\lambda_2 = 6.67$

Valor característico $\underline{\lambda_1 = 1}$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Vector asociado a λ_1

$$\begin{bmatrix} 6-1 & 1.5 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 5-1 & 2 & 1.5 & 0 \\ 1 & 1.5 & 6-1 & 1 & 2 \\ 1.5 & 1.5 & 0.5 & 7-1 & 2.5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 25-1 \end{bmatrix} - 1 \begin{bmatrix} 5 & 1.5 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 1.5 & 0 \\ 1 & 1.5 & 5 & 1 & 2 \\ 1.5 & 1.5 & 0.5 & 6 & 2.5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 24 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 1.5 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -13.5 & -9 & -7.5 & 3 \\ 0 & -6 & -24 & -5 & -7 \\ 0 & 5.25 & 1 & 30 & 8 \\ 0 & 3.5 & 4 & 5 & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 1.5 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -13.5 & -9 & -7.5 & 3 \\ 0 & 0 & 390 & 47.5 & 147.5 \\ 0 & 0 & 0 & 202461 & 68107 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.86 \end{bmatrix}$$

$x_5 = 1$; $x_4 = 0.336$; $x_3 = 0.337$; $x_2 = -0.462$

$x_1 = 0.67$

Vector Asociado: $[0.671 ; -0.462 , 0.337 , 0.336 , 1]^T$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Vector asociado a x_1

$$\begin{bmatrix} 6-1 & 1.5 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 5-1 & 2 & 1.5 & 0 \\ 1 & 1.5 & 6-1 & 1 & 2 \\ 1.5 & 1.5 & 0.5 & 7-1 & 2.5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 25-1 \end{bmatrix} \quad -1 \begin{bmatrix} 5 & 1.5 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 1.5 & 0 \\ 1 & 1.5 & 5 & 1 & 2 \\ 1.5 & 1.5 & 0.5 & 6 & 2.5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 24 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 1.5 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -13.5 & -9 & -7.5 & 3 \\ 0 & -6 & -24 & -5 & -7 \\ 0 & 5.25 & 1 & 30 & 8 \\ 0 & 3.5 & 4 & 5 & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 1.5 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -13.5 & -9 & -7.5 & 3 \\ 0 & 0 & 390 & 47.5 & 147.5 \\ 0 & 0 & 0 & 202461 & 6810 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.86 \end{bmatrix}$$

$x_5 = 1$; $x_4 = 0.336$; $x_3 = 0.337$; $x_2 = -0.462$

$x_1 = 0.67$

Vector Asociado = $[0.671, -0.462, 0.337, 0.336, 1]^T$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

POTENCIAS

Llamando A a la matriz de coeficientes del sistema.

$$A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.15 \\ 0.95 \\ 1.15 \\ 1.3 \\ 0.45 \end{bmatrix} \; ; \quad \lambda_1 = 1.3 \; \therefore \; x \begin{bmatrix} 0.8845 \\ 0.7307 \\ 0.8846 \\ 1 \\ 0.45 \end{bmatrix}$$

Asi se forma la tabla sig:

K	0	1	2	3	n
X_1	1	0.8846	0.736	0.7205	0.6371678691
X_2	1	0.7307	0.7104	0.7234	0.7451360379
X_3	1	0.8316	0.836	0.8132	0.7945309331
X_4	1	1	1	1	1
X_5	1	0.45	0.2375	0.23849	0.2118102502
λ	=	1.3	1.099	1.0331	1.000057425

K	n
X_1	0.63705156
X_2	0.7451725
X_3	0.7945431
X_4	1
X_5	0.2117943
λ	1.00002

Se nota claramente que $\lambda \doteq 1$; entonces

$$u_1 = \begin{bmatrix} 0.6369 \\ 0.7452 \\ 0.79458 \\ 1 \\ 0.21178 \end{bmatrix}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Potencias Inversas

$$A^{-1} = \frac{1}{70.39473685}\begin{bmatrix} 74.5 & -255 & -100 & [illegible] & -344.5 \\ -535 & 59.1\bar{6} & -18.\bar{3} & -22.6 & 14.41\bar{6} \\ -267.5 & 0.208\bar{3} & 12.91\bar{6} & -3.125 & 2.729\bar{1}\bar{6} \\ -535 & 10.3\bar{3} & 3.5 & 22.\bar{3} & 8.1\bar{6} \\ -535 & 11.375 & -5.833 & -17.29\bar{1}\bar{6} & 21.8125 \end{bmatrix}$$

K	0	1	2	3	n
x_1	1	5.911	9.5763	5.18592	-3.538596127
x_2	1	9.336	3.3057	9.35102	1.091563736
x_3	1	4.331	4.7677	4.3174	0.521310879
x_4	1	9.346	9.10604	9.4704	1.07037975
x_5	1	1	1	1	1
λ	=	-7.449	-4.2901	-7.0828	6.679365156

K	n_1	m	m_1
x_1	-3.54085	-3.5378519	-3.53783
x_2	1.091539	1.0915732	1.091577
x_3	0.521317	0.52134146	0.5213143
x_4	1.07021175	1.07028527	1.0702350
x_5	1	1	1
λ	6.677280917	6.6731	6.67314

$$\therefore \lambda^{-1} \doteq 6.6731$$

$$u_1 = \begin{bmatrix} -3.53783 \\ 1.091577 \\ 0.5213143 \\ 1.0702350 \\ 1 \end{bmatrix}$$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

INTERPRETACIÓN FÍSICA DE LOS VALORES Y VECTORES CARACTERÍSTICOS:

– Los vectores característicos son el conjunto de distintas soluciones que pueden satisfacer el sistema, cambiando las proporciones conforme a factores λ; o sea conforme a los valores propios.

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Una compañía recibió de 5 proveedores los siguientes presupuestos

	A	B	C	D	E
Nº Compresores	15	0	3	4	3
Nº Medidores	3	10	3	4	0
Nº Válvulas	4	5	20	0	3
Nº Reguladores	5	0	2	12	8
Nº Bombas	0	3	4	7	15
Costo total (Millones)	2	5	3	3	4

Si los proveedores tienen los mismos precios para cada artículo ¿Cuánto cuesta cada uno de los artículos?

Por tanto, el sistema de ecuaciones queda de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
15X_1 + 3X_2 + 4X_3 + 5X_4 &= 2 \\
10X_2 + 5X_3 + 3X_5 &= 5 \\
3X_1 + 3X_2 + 20X_3 + 2X_4 + 4X_5 &= 3 \\
4X_1 + 4X_2 + 12X_4 + 7X_5 &= 3 \\
3X_1 + 3X_3 + 8X_4 + 15X_5 &= 4
\end{aligned}
$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS

$$\begin{bmatrix} 15 & 3 & 4 & 5 & 0 & 2 \\ 0 & 10 & 5 & 0 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 20 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 4 & 0 & 12 & 7 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 8 & 15 & 4 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0.26666 & 0.3333 & 0 & 0.1333 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 2.4 & 19.1999 & 1 & 4 & 2.6 \\ 0 & 3.2 & -1.0666 & 10.6666 & 7 & 2.4666 \\ 0 & 3 & -17 & 6 & 11 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\approx \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0.2666 & 0.3333 & 0 & 0.1333 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 0 & 17.9999 & 1 & 3.28 & 1.4 \\ 0 & 0 & -2.6666 & 10.6666 & 6.04 & 0.8666 \\ 0 & 0 & -15.5 & 6 & 11.9 & 2.5 \end{bmatrix} =$$

$$\approx \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0.2666 & 0.3333 & 0 & 0.1333 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0555 & 0.1822 & 0.0777 \\ 0 & 0 & 0 & 10.3148 & 6.5259 & 1.07407 \\ 0 & 0 & 0 & 6.8611 & 14.7244 & 3.7055 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0.2666 & 0.3333 & 0 & 0.1333 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0555 & 0.1822 & 0.0777 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.6034 & 0.0793 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2857 \end{bmatrix} =$$

Por tanto

$$\begin{aligned} X_1 &= 0.069878 \\ X_2 &= 0.399397 \\ X_3 &= 0.029774 \\ X_4 &= -0.073095 \\ X_5 &= 0.2857 \end{aligned}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - JORDAN:

Utilizando la triangulación de ...

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0.2666 & 0.3333 & 0 & 0.1333 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0555 & 0.1822 & 0.0777 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.6034 & 0.0993 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2857 \end{bmatrix} \approx$$

$$\approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.1666 & 0.3333 & -0.06 & 0.0333 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0555 & 0.1822 & 0.0777 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.6034 & 0.0993 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2857 \end{bmatrix} \approx$$

$$\approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.32407 & -0.09037 & 0.02037 \\ 0 & 1 & 0 & -0.0277 & 0.2088 & 0.4611 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0555 & 0.1822 & 0.0777 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.6034 & 0.0993 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2857 \end{bmatrix} \approx$$

$$\approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0698 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0.3993 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.0297 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -0.07309 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.28571 \end{bmatrix}$$

Por tanto:

$$X_1 = 0.0698$$
$$X_2 = 0.3993$$
$$X_3 = 0.0297$$
$$X_4 = -0.07309$$
$$X_5 = 0.28571$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

JACOBI

Despejando variables tenemos:

$$X_1 = \frac{1}{15}\left[2 - 3X_2 - 4X_3 - 5X_4\right]$$

$$X_2 = \frac{1}{10}\left[5 - 5X_3 - 3X_5\right]$$

$$X_3 = \frac{1}{20}\left[3 - 3X_1 - 3X_2 - 2X_4 - 4X_5\right]$$

$$X_4 = \frac{1}{12}\left[3 - 4X_1 - 4X_2 - 7X_5\right]$$

$$X_5 = \frac{1}{15}\left[4 - 3X_1 - 3X_3 - 8X_4\right]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	P=1
0	1	1	1	1	1	
1	-0.666666	-0.3	-0.45	-1	-0.66666	8.0833
2	0.646666	0.925	0.528333	0.961111	1.02333	6.5677
3	-0.512926	-7.1166×10^{-2}	-0.385527	-0.870833	-0.48092	6.4068
4	0.540918	0.837541	0.420882	0.725237	0.411001	5.7579
5	-0.388156	1.6258×10^{-2}	-0.311493	-0.740904	-0.312487	5.1723
6	0.460114	0.749492	0.342372	0.55625	0.80174	4.6467
7	-0.293281	8.829×10^{-2}	-0.247415	-0.620887	-0.19049	4.1737
8	0.3886153	0.680856	0.280936	0.429454	0.705746	3.7496
9	-0.220905	0.147747	-0.174555	-0.518292	-9.628×10^{-2}	3.3681
10	0.328429	0.626163	0.2320602	0.33055	0.626181	3.0256
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
n-6	7.0048×10^{-2}	0.399587	2.9944×10^{-2}	-7.2756×10^{-2}	0.286008	
n-5	6.9879×10^{-2}	0.399396	2.9773×10^{-2}	-7.3095×10^{-2}	0.2857202	
n-4	6.0698×10^{-2}	0.399397	2.9774×10^{-2}	-7.3095×10^{-2}	0.2857204	0.000000
n-3	6.9879×10^{-2}	0.399396	2.9773×10^{-2}	-7.3095×10^{-2}	0.2857202	0.000000
n-2	6.988×10^{-2}	0.399397	0.029741	-7.3095×10^{-2}	0.2857204	
n-1	6.9879×10^{-2}	0.399397	0.0297741	-0.07309553	0.2857204	
n	6.9879×10^{-2}	0.399396	0.0297739	-0.07309573	0.2857202	

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - SEIDEL

Despejando variables

$$X_1 = \frac{1}{15}\left[2 - 3X_2 - 4X_3 - 5X_4\right]$$

$$X_2 = \frac{1}{10}\left[5 - 5X_3 - 3X_5\right]$$

$$X_3 = \frac{1}{20}\left[3 - 3\bar{X}_1 - 3\bar{X}_2 - 2X_4 - 4X_5\right]$$

$$X_4 = \frac{1}{12}\left[3 - 4\bar{X}_1 - 4\bar{X}_2 - 7X_5\right]$$

$$X_5 = \frac{1}{15}\left[4 - 3\bar{X}_1 - 3\bar{X}_3 - 8\bar{X}_4\right]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$P=1$
0	1	1	1	1	1	
1	-0.66666	-0.3	-4.9999×10^{-3}	-0.01111	-0.40692	6.389703
2	0.178370	0.380422	-1.70929×10^{-2}	-0.180304	0.32657	2.09767
3	0.1219085	0.410574	2.2843×10^{-2}	-0.117795	0.35064	
4	8.4458×10^{-2}	0.39838	2.9243×10^{-2}	-8.6325×10^{-2}	0.28996	
5	7.4633×10^{-2}	0.39838	2.9683×10^{-2}	-7.6821×10^{-2}	0.28677	
6	7.1346×10^{-2}	0.399124	2.9756×10^{-2}	-7.4108×10^{-2}	0.28597	
7	7.0276×10^{-2}	0.3993305	2.9775×10^{-2}	-7.3351×10^{-2}	0.28577	
8	6.9977×10^{-2}	0.399379	2.9776×10^{-2}	-7.3155×10^{-2}	0.28573	0.0000948
9	6.9902×10^{-2}	0.399392	2.9774×10^{-2}	-7.3108×10^{-2}	0.28572	
10	6.9884×10^{-2}	0.399395	2.9774×10^{-7}	-7.3098×10^{-2}	0.28572	
⋮			⋮	⋮	⋮	
16	6.9879×10^{-2}	0.3993968	2.9774×10^{-2}	-0.0730956	0.28572	
17	0.0698794	0.3993968	0.02977406	-0.0730956	0.28572	
18	0.0698794	0.3993969	0.02977406	-0.0730955	0.28572	0.0000001
19	0.0698794	0.3993969	0.02977407	-0.0730955	0.28572	0.0000054
20	0.0698794	0.3993968	0.02977407	-0.0730956	0.28572	0.0000001

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

KRYLOV

$$A = \left[\begin{array}{ccccc:c} 15 & 3 & 4 & 5 & 0 & 2 \\ 0 & 10 & 5 & 0 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 20 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 4 & 0 & 12 & 7 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 8 & 15 & 4 \end{array}\right]$$

Utilizando como vector inicial

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$AX = \begin{bmatrix} 27 \\ 18 \\ 32 \\ 27 \\ 29 \end{bmatrix} \quad A^2X = \begin{bmatrix} 722 \\ 427 \\ 945 \\ 707 \\ 828 \end{bmatrix} \quad A^3X = \begin{bmatrix} 19,426 \\ 11,479 \\ 27,073 \\ 18,876 \\ 23,077 \end{bmatrix} \quad A^4X = \begin{bmatrix} 528,499 \\ 319,386 \\ 764,235 \\ 511,671 \\ 636,660 \end{bmatrix}$$

$$A^5X = \begin{bmatrix} 14,500,938 \\ 8,925,015 \\ 21,398,337 \\ 13,988,212 \\ 17,521,470 \end{bmatrix}$$

Que corresponde al sistema

$$\begin{aligned} 528,499\, a_4 + 19,426\, a_3 + 722\, a_2 + 27\, a_1 + a_0 &= -14,500,938 \\ 319,386\, a_4 + 11,479\, a_3 + 427\, a_2 + 18\, a_1 + a_0 &= -8,925,015 \\ 764,235\, a_4 + 27,073\, a_3 + 945\, a_2 + 32\, a_1 + a_0 &= -21,398,337 \\ 511,671\, a_4 + 18,276\, a_3 + 707\, a_2 + 27\, a_1 + a_0 &= -13,978,212 \\ 636,660\, a_4 + 23,077\, a_3 + 828\, a_2 + 29\, a_1 + a_0 &= -17,521,470 \end{aligned}$$

Luego

$$\left[\begin{array}{cccccc} 528,499 & 19,426 & 722 & 27 & 1 & -14,500,938 \\ 319,386 & 11,479 & 427 & 18 & 1 & -8,925,015 \\ 764,235 & 27,073 & 945 & 32 & 1 & -21,398,337 \\ 511,671 & 18,876 & 707 & 27 & 1 & -13,998,212 \\ 636,660 & 23,077 & 828 & 29 & 1 & -17,521,470 \end{array}\right] \sim$$

$$\sim \left[\begin{array}{cccccc} 528,499 & 19,426 & 722 & 27 & 1 & -14,500,938 \\ 0 & -137752415 & -4927619 & 889560 & 209113 & -8.5464\times10^{10} \\ 0 & 0 & -4.5598\times10^{15} & -9.9132\times10^{14} & -1.4497\times10^{14} & 1.4725\times10^{19} \\ 0 & 0 & 0 & 1.2771\times10^{29} & -5.2053\times10^{28} & 3.4166\times10^{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.8797\times10^{56} & -1.8175\times10^{62} \end{array}\right]$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Por tanto:

$$a_0 = -309114.4106$$
$$a_1 = 141536.8224$$
$$a_2 = -24172.3248$$
$$a_3 = 1929.85118$$
$$a_4 = -71.9967$$

Ecuación Característica:

$$\lambda^5 - 71.9967\lambda^4 + 1929.85118\lambda^3 - 24172.3248\lambda^2 + 141536.8224\lambda - 309114.4106 = 0$$

Cuyas raices ó valores propios son:

$$\lambda_1 = 5.75022$$
$$\lambda_2 = 9.204$$
$$\lambda_3 = 12.4889$$
$$\lambda_4 = 16.9390$$
$$\lambda_5 = 27.6074$$

Con $\lambda_1 = 5.75022$:

$$\begin{bmatrix} 15-5.75022 & 3 & 4 & 5 & 0 \\ 0 & 10-5.75022 & 5 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 20-5.75022 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 0 & 12-5.75022 & 7 \\ 3 & 0 & 3 & 8 & 15-5.75022 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0.3243 & 0.4324 & 0.5405 & 0 \\ 0 & 4.2497 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 2.0271 & 12.9525 & 0.3785 & 4 \\ 0 & 2.7028 & -1.7296 & 4.0877 & 7 \\ 0 & -0.9729 & -1.7028 & 6.3785 & 9.2497 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0.3243 & 0.4324 & 0.5405 & 0 \\ 0 & 4.2497 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 44.1038 & 1.6085 & 10.9175 \\ 0 & 0 & & 813.6871 & 1197.5867 \\ 0 & 0 & & 1197.8625 & 1764.2536 \end{bmatrix}$$

Si $x_5 = 1$ $\quad x_1 = 1.0346$
$x_4 = -1.4728$
$x_3 = -0.1903$
$x_2 = -0.48203$

$$\therefore u_1 = [1.0346, -0.48203, -0.1903, -1.4728, 1]^T$$

Vector asociado a λ_1

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMERICOS

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

MÉTODO DE POTENCIAS

$$\begin{bmatrix} 15 & 3 & 4 & 5 & 0 \\ 0 & 10 & 5 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 20 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 0 & 12 & 7 \\ 3 & 0 & 3 & 8 & 15 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\lambda^{(K)}$
0	1	1	1	1	1	
1	0.8437	0.5625	1	0.8437	0.9062	32
2	0.7639	0.4518	1	0.7481	0.8761	29.5308
3	0.7174	0.4239	1	0.9418	0.8523	28.6477
4	0.7222	0.4107	1	0.7602	0.8869	28.7167
5	0.6978	0.4133	1	0.6977	0.8624	28.4667
6	0.6812	0.4159	1	0.6691	0.8379	28.1783
7	0.6722	0.4171	1	0.6534	0.8207	27.9811
8	0.6677	0.4175	1	0.6441	0.8096	27.8575
9	0.6654	0.4176	1	0.6384	0.8026	27.7822
10	0.6643	0.4176	1	0.6349	0.7983	27.7362
⋮					⋮	
15	0.6631	0.4174	1	0.6277	0.79203	27.6715
16	0.6631	0.4174	1	0.6277	0.7918	27.6694
17	0.6631	0.4174	1	0.6276	0.7916	27.6681
18	0.6631	0.4174	1	0.6275	0.7915	27.6671
19	0.6631	0.4174	1	0.6275	0.7914	27.6665

Esto es:

$$\lambda = 27.6665 \quad ; \quad U_1 = \begin{bmatrix} 0.6631 \\ 0.4174 \\ 1 \\ 0.6275 \\ 0.7914 \end{bmatrix}$$

Vector asociado a $\lambda = 27.6665$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

POTENCIA INVERSA:

$$A = \begin{bmatrix} 15 & 3 & 4 & 5 & 0 \\ 0 & 10 & 5 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 20 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 0 & 12 & 7 \\ 3 & 0 & 3 & 8 & 15 \end{bmatrix} \quad ; \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.07781 & 0.00149 & -0.01998 & -0.04707 & 0.02701 \\ 0.00446 & 0.09895 & -0.02243 & 0.01609 & -0.02132 \\ -0.01295 & -0.02166 & 0.058 & 0.0037 & -0.014 \\ -0.02828 & -0.0159 & 0.02696 & 0.12863 & -0.05701 \\ 0.00148 & 0.03013 & -0.02199 & -0.05994 & 0.09448 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	λ
0	1	0	1	0	1	0.0848
1	1	-0.4634	0.3667	-0.6875	0.8714	0.1257
2	1	-0.6309	0.0286	-1.1862	0.8194	0.1543
3	1	-0.6169	-0.0875	-1.4051	0.8451	0.1676
4	1	-0.56802	-0.1295	-1.4899	0.8884	0.1737
5	1	-0.5285	-0.1503	-1.5258	0.92401	0.1768
6	1	-0.5017	-0.1629	-1.5436	0.9480	0.1786
7	1	-0.4849	-0.1708	-1.5526	0.9632	0.1796
8	1	-0.4744	-0.1760	-1.5579	0.9727	

$$\lambda_8 - \lambda_7 = 0.1796 - 0.1786 = 0.001$$

Esto es

$$\lambda^{-1} = 0.1796 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 5.567928$$

$$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.4744 \\ -0.1760 \\ -1.5579 \\ 0.9727 \end{bmatrix}$$

Vector asociado a $\lambda = 5.567928$

Un empresario tiene cuatro máquinas que son empleadas en la fabricación de cuatro productos diferentes. Para utilizar plenamente las máquinas, estas estarán en operación 16 horas diarias. El número de horas que cada máquina es usada en la producción de una unidad de cada uno de los cuatro productos, esto es:

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} \text{prod. 1} & \text{prod. 2} & \text{prod. 3} & \text{prod. 4} \end{array} \\
\begin{array}{c} \text{máquina 1} \\ \text{máquina 2} \\ \text{máquina 3} \\ \text{máquina 4} \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Problema. Encontrar el número de unidades que se deben producir de cada uno de los cuatro productos en un día de 16-h, bajo el supuesto de que cada máquina se usa las 16-h completas.

Por tanto:

$$
\begin{aligned}
X_1 + 2X_2 + X_3 + 2X_4 &= 16 \\
2X_1 + 0X_2 + X_3 + X_4 &= 16 \\
X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 0X_4 &= 16 \\
X_1 + X_2 + X_3 + 2X_4 &= 16
\end{aligned}
$$

MÉTODO DE GAUSS

Del sistema de ecuaciones obtenido:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 16 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 16 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 16 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 16 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 16 \\ 0 & -4 & -1 & -3 & -16 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 16 \\ 0 & 1 & 1/4 & 3/4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 3/4 & 4 \end{bmatrix}$$

finalmente:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 16 \\ 0 & 1 & 1/4 & 3/4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Lo cuál puede ser expresado así:

$$\begin{aligned} X_1 + 2X_2 + X_3 + 2X_4 &= 16 \\ X_2 + 1/4 X_3 + 3/4 X_4 &= 4 \\ X_3 - X_4 &= 0 \\ X_4 &= 4 \end{aligned}$$

Resolviendo, tenemos:

$X_1 = 4$, $X_2 = 0$, $X_3 = 4$ y $X_4 = 4$

A manera de comprobación, sustituyendo en el sistema de ecuaciones inicial:

$$\begin{aligned} X_1 + 2X_2 + X_3 + 2X_4 &= 16 \Rightarrow 4 + 0 + 4 + 8 = 16 \\ 2X_1 + 0X_2 + X_3 + X_4 &= 16 \Rightarrow 8 + 0 + 4 + 4 = 16 \\ X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 0X_4 &= 16 \Rightarrow 4 + 0 + 12 + 0 = 16 \\ X_1 + X_2 + X_3 + 2X_4 &= 16 \Rightarrow 4 + 0 + 4 + 8 = 16 \end{aligned}$$

MÉTODO DE GAUSS – JORDAN

Con el Método de GAUSS se obtuvo la matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 16 \\ 0 & 1 & 1/4 & 3/4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 3/4 & 4 \end{bmatrix}$$

Resolviendo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2/4 & 2/4 & 8 \\ 0 & 1 & 1/4 & 3/4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 3/4 & 4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

La solución es:

$x_1 = 4$, $x_2 = 0$, $x_3 = 4$ y $x_4 = 4$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

MÉTODO DE JACOBI

Del sistema de ecs. inicial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 16 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 16 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 16 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 16 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 16 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 16 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 16 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 16 \end{bmatrix}$$

Aplicando el método:

$$\left.\begin{aligned} X_1^{(k+1)} &= \frac{1}{2}\left[16 - X_2^{(k)} - X_3^{(k)} - 2X_4^{(k)}\right] \\ X_2^{(k+1)} &= \frac{1}{2}\left[16 - X_3^{(k)} - X_4^{(k)}\right] \\ X_3^{(k+1)} &= \frac{1}{3}\left[16 - 2X_1^{(k)} - X_2^{(k)}\right] \\ X_4^{(k+1)} &= \frac{1}{2}\left[16 - X_1^{(k)} - X_2^{(k)} - X_3^{(k)}\right] \end{aligned}\right\} \dots (A)$$

Para $k=0$, se supone $X^{(0)} = [1\ 1\ 1\ 1]^T$

Para $k=1$, usando el sistema de ecuaciones (A):

$$\begin{aligned} X_1^{(1)} &= \tfrac{1}{2}(16-1-1-2) = 6 \\ X_2^{(1)} &= 1/2\ (16-1-1) = 7 \\ X_3^{(1)} &= 1/3\ (16-2-1) = 4.3333 \\ X_4^{(1)} &= 1/2\,(16-1-1-1) = 6.5 \end{aligned}$$

Tabulando:

K	X_1	X_2	X_3	X_4
0	1	1	1	1
1	6	7	4.3333	6.5
2	-4.1666	2.5833	-1	-0.6666
3	7.8749	8.8333	7.2499	9.2916
4	-9.3332	-0.2707	-2.8610	-3.9790
5	0.9167	4.7916	1.6666	2.9167
⋮				

NOTA: Como no cumple en su totalidad con las condiciones de convergencia, se tuvo que detener el proceso. Ya que los resultado DIVERGEN, esto es, estan muy lejos de la solución

MÉTODO DE KRYLOV

Sea $\bar{y} = [1\ 0\ 0\ 0]^T$;

y

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad A\bar{y} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A\bar{y} = [1\ 2\ 1\ 1]^T$$

$$A^2\bar{y} = A(A\bar{y}) = [8\ 4\ 8\ 6]^T$$
$$A^3\bar{y} = A(A^2\bar{y}) = [36\ 30\ 40\ 32]^T$$
$$A^4\bar{y} = A(A^3\bar{y}) = [200\ 144\ 216\ 170]^T$$

$$A^4\bar{y} + A^3\bar{y}a_3 + A^2\bar{y}a_2 + A\bar{y}a_1 + \bar{y}a_0 = 0$$

Sustituyendo:

$$\begin{aligned} 200 + 36a_3 + 8a_2 + a_1 + a_0 &= 0 \\ 144 + 30a_3 + 4a_2 + 2a_1 &= 0 \\ 216 + 40a_3 + 8a_2 + a_1 &= 0 \\ 170 + 32a_3 + 6a_2 + a_1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 36a_3 + 8a_2 + a_1 + a_0 &= -200 \\ 30a_3 + 4a_2 + 2a_1 &= -144 \\ 40a_3 + 8a_2 + a_1 &= -216 \\ 32a_3 + 6a_2 + a_1 &= -170 \end{aligned}$$

Resolviendo: $a_3 = -6$, $a_2 = 1$, $a_1 = 16$ y $a_0 = -8$

Por tanto la ecuación característica es: $\lambda^4 - 6\lambda^3 + \lambda^2 + 16\lambda - 8 =$

Raíces: $\lambda_1 = 5.2942$

$\lambda_2 = 0.534159$ (Faltan 2 raíces).

Para $\lambda_1 = 5.2942$

$$A = \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array}$$

$$A=\begin{bmatrix} 1-5.2942 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -5.2942 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3-5.2942 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2-5.2942 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -4.2943 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -5.2942 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2.2942 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -3.2942 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.4657 & -0.2329 & -0.4657 \\ 0 & -4.3628 & 1.4658 & 1.9314 \\ 0 & 2.4657 & -2.0613 & 0.4657 \\ 0 & 1.4657 & 1.2329 & -2.8285 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.4657 & -0.2329 & -0.4657 \\ 0 & 1 & -0.3360 & -0.4427 \\ 0 & 0 & -1.2328 & 1.5573 \\ 0 & 0 & 1.7254 & -2.1796 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.4657 & -0.2329 & -0.4657 \\ 0 & 1 & -0.3360 & -0.4427 \\ 0 & 0 & 1 & -1.2632 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo:

$X_4 = 1$, $X_3 = 1.2632$, $X_2 = 0.8671$ y $X_1 = 1.1637$

Por tanto, el Vector asociado a λ_1 es:

$$u^{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.2632 \\ 0.8671 \\ 1.1637 \end{bmatrix}$$

Para $\lambda_2 = 0.534159$

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1-0.5341 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -0.5341 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3-0.5341 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2-0.5341 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 0.4659 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -0.5341 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2.4659 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1.4659 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 0 & 1.5341 & 0.5341 & 1.31704 \\ 0 & -2.5341 & -1 & 1.9318 \\ 0 & 1 & 1.4659 & -1.4659 \\ 1 & 1 & 1 & 1.4659 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1.7147 & 3.5659 \\ 0 & 0 & 2.7147 & -1.7829 \\ 0 & 1 & 1.4659 & -1.4659 \\ 1 & 1 & 1 & 1.4659 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2.4397 \\ 0 & 0 & 1 & -0.6568 \\ 0 & 1 & 1.4659 & -1.4659 \\ 1 & 1 & 1 & 1.4659 \end{bmatrix}$$

Resolviendo:

$x_4 = 1,\quad x_3 = 0.6568,\quad x_2 = 0.5031$ y
$x_1 = -2.6258$

$\Rightarrow$ El Vector asociado es:

$$\bar{U}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.6568 \\ 0.5031 \\ -2.6258 \end{bmatrix}$$

MÉTODO DE LAS POTENCIAS DIRECTAS

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{Para} \quad x^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \varepsilon_x \leq 0.001$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 6 \Rightarrow x^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.6666 \\ 1 \\ 0.8333 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 4.998 \qquad x^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.7666 \\ 1.0666 \\ 0.8666 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.7666 \\ 1.0666 \\ 0.8666 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.3330 \\ 3.9332 \\ 5.7330 \\ 4.5664 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 5.7330$$

$\vdots$

Tabulando:

K	x_1	x_2	x_3	x_4	λ^K
0	1	1	1	1	
1	1	0.6666	1	0.3333	6
2	1	0.7666	1.0666	0.8666	4.9998
3	0.9302	0.6861	1	0.7965	5.7330
4	0.9232	0.6896	1	0.7938	5.3024
5	0.9222	0.6865	1	0.7921	5.30240
6	0.9215	0.6868	1	0.7918	5.2952
7	0.9214	0.6864	1	0.7917	5.2951
8	0.9213	0.6865	1	0.7917	5.2942

$$|5.2942 - 5.2951| = 0.0009$$

Por tanto: $\lambda = 5.2942$

Cuyo vector asociado es: $\bar{u}_1 = \begin{bmatrix} 0.9213 \\ 0.686 \\ 1 \\ 0.7917 \end{bmatrix}$

MÉTODO DE LAS POTENCIAS INVERSAS

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \mathrm{Adj}(A)$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.625 & 0.750 & -0.125 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -0.875 & -0.250 & 0.375 & 1 \\ -0.375 & -0.250 & -0.125 & 1 \end{bmatrix} \qquad X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}X_0 = \begin{bmatrix} 0.625 & 0.750 & -0.125 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -0.875 & -0.250 & 0.375 & 1 \\ -0.375 & -0.250 & -0.125 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0 \\ 0.25 \\ 0.25 \end{bmatrix} \quad \lambda = 0.25 \Rightarrow X^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Efectuando nuevamente el producto; $A^{-1}X^{(1)}$ obtenemos:

$$A^{-1}X^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} \qquad \lambda = 0.5 \qquad \Rightarrow \quad X^{(2)} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\vdots$

$\varepsilon_x \leq 0.001$

Tabulando:

K	X_1	X_2	X_3	X_4	λ^K
0	1	1	1	1	
1	1	0	1	1	0.25
2	−1	0	1	1	0.5
3	−1.4	−1.6	1.8	1	1.25
4	−1	−0.7878	1	0.5151	3.3
5	−0.9459	−0.7722	1	0.4903	1.9621
6	−0.9468	−0.7615	1	0.4841	1.88601
7	−0.9468	−0.7620	1	0.4827	1.88601
8	−0.9437	−0.7617	1	0.4813	1.8767
9	−0.9439	−0.7611	1	0.4810	1.8724
10	−0.9438	−0.7611	1	0.4809	1.8721

$$|\lambda^{10} - \lambda^{9}| = |1.8721 - 1.8724| = 0.0003$$

Por tanto:

$$\lambda^{-1} = 1.8721 \Rightarrow \lambda = 0.534159$$

Vector asociado:

$$\bar{u}_1 = \begin{bmatrix} -0.9438 \\ -0.7611 \\ 1 \\ 0.4809 \end{bmatrix}$$

En un establo se requiere producir 100 Kg diarios de alimento para ganado, con el objeto de aumentar la calidad nutritiva de la leche. Se requiere que dicho alimento contenga los siguientes componentes

a) 5% de vitamina A
b) 8.01% de calcio
c) 42% de proteinas
d) 45% de fibras crudas y otros

Los contenidos de cada ingrediente y los diferentes alimentos de la mezcla se muestran en la siguiente tabla

	Calcio	Proteinas	Fibras	Vitamina A
Mineral de calcio	1.38	0	0	0
Maiz	0	0.45	0.12	0
Soya	0.03	0.6	0.053	0.002
Zanahoria	0.006	0.37	0.8	0.12
Forraje	0	0.205	1.3	0.074

¿Qué cantidad de cada uno de los alimentos se deben poner en la mezcla para cumplir los requerimientos alimenticios?

Por tanto, el sistema de ecuaciones está dado por:

$$
\begin{aligned}
1.38X_1 + \qquad\qquad + 0.03X_3 + 0.006X_4 \qquad\qquad &= 8.01\\
0.45X_2 + 0.6X_3 + 0.37X_4 + 0.205X_5 &= 42\\
0.12X_2 + 0.053X_3 + 0.8X_4 + 1.3X_5 &= 44.99\\
+ 0.002X_3 + 0.12X_4 + 0.074X_5 &= 5\\
X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 &= 100
\end{aligned}
$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS

$$\begin{bmatrix} 1.38 & 0 & 0.03 & 0.006 & 0 & 8.01 \\ 0 & 0.45 & 0.6 & 0.37 & 0.205 & 42 \\ 0 & 0.12 & 0.053 & 0.8 & 1.3 & 44.79 \\ 0 & 0 & 0.002 & 0.12 & 0.074 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 100 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.38 & 0 & 0.03 & 0.006 & 0 & 8.01 \\ 0 & 0.45 & 0.6 & 0.37 & 0.205 & 42 \\ 0 & 0 & -0.107 & 0.70133 & 1.2453 & 33.7898 \\ 0 & 0 & 0.002 & 0.12 & 0.074 & 5 \\ 0 & 0 & -0.35507 & 0.17343 & -0.18015 & -6.3236 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.38 & 0 & 0.03 & 0.006 & 0 & 8.01 \\ 0 & 0.45 & 0.6 & 0.37 & 0.205 & 42 \\ 0 & 0 & -0.107 & 0.70133 & 1.2453 & 33.7898 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1331 & 0.07727 & 5.6312 \\ 0 & 0 & 0 & -2.15387 & -4.31267 & -118.5121 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.38 & 0 & 0.03 & 0.006 & 0 & 8.01 \\ 0 & 0.45 & 0.6 & 0.37 & 0.205 & 42 \\ 0 & 0 & -0.107 & 0.70133 & 1.2453 & 33.7898 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1331 & 0.07727 & 5.6312 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.73862 & 27.3862 \end{bmatrix}$$

Por tanto:

$\lambda_1 = 5.1037$
$\lambda_2 \; 20.00133$
$\lambda_3 = 29.199$
$\lambda_4 \; 35$
$\lambda_5 \; 10$

Problemario Métodos Numéricos
Adriana González A.
Horacio Sandoval R.

Gauss - Jordan

$$\left|\begin{array}{cccccc}
1.38 & 0 & 0.03 & 0.006 & 0 & 3.01 \\
0 & 0.45 & 0.6 & 0.37 & 0.205 & 42 \\
0 & 0.12 & 0.053 & 0.8 & 1.3 & 44.99 \\
0 & 0 & 0.002 & 0.12 & 0.074 & 5 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 100
\end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc}
1 & 0 & 0.02174 & 0.00435 & 0 & 5.804 \\
0 & 1 & 1.3 & 0.822 & 0.4555 & 93.33 \\
0 & 0 & -0.107 & 0.7013 & 1.245 & 33.79 \\
0 & 0 & 0.002 & 0.12 & 0.074 & 5 \\
0 & 0 & -0.355 & 0.1734 & 0.5444 & 0.8623
\end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc}
1 & 0 & 0 & 0.1468 & 0.2530 & 12.669 \\
0 & 1 & 0 & 9.56 & 15.77 & 514.3925 \\
0 & 0 & 1 & -6.55 & -11.63 & -315.79 \\
0 & 0 & 0 & 0.1331 & 0.07728 & 5.6316 \\
0 & 0 & 0 & -2.15 & -3.588 & -111.2678
\end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 20 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 30 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 35 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 10
\end{array}\right|$$

Por lo tanto

X_1	5
X_2	20
X_3	30
X_4	35
X_5	10

JACOBI

Despejando variables:

$$X_1 = \frac{1}{1.38}\left[8.01 - 0.03X_3 - 0.006X_4\right]$$

$$X_2 = \frac{1}{0.45}\left[42 - 0.6X_3 - 0.37X_4 - 0.205X_5\right]$$

$$X_3 = \frac{1}{0.053}\left[44.99 - 0.12X_2 - 0.8X_4 - 1.3X_5\right]$$

$$X_4 = \frac{1}{0.12}\left[5 - 0.002X_3 - 0.074X_5\right]$$

$$X_5 = 100 - X_1 - X_2 - X_3 - X_4$$

K	0	1	2	3	4	5
X_1	1	5.778	-11	56	-527	2257
X_2	1	90.7	-1060	3611	-34586	152651
X_3	1	806	-2370	24431	-103077	819081
X_4	1	-30	601	-2545	-2545	19396
X_5	1	16	-844	3534	-28600	140835

∴ El método no converge

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - SEIDEL

Despejando variables

$$X_1 = \frac{1}{1.38}\left[8.01 - 0.03X_3 - 0.006X_4\right]$$

$$X_2 = \frac{1}{0.45}\left[-12 - 0.6X_3 - 0.37X_4 - 0.205X_5\right]$$

$$X_3 = \frac{1}{0.053}\left[44.99 - 0.12X_2 - 0.3X_4 - 1.3X_5\right]$$

$$X_4 = \frac{1}{0.12}\left[5 - 0.002X_3 - 0.074X_5\right]$$

$$X_5 = 100 - X_1 - X_2 - X_3 - X_4$$

k	0	1	2	3	4	5
X_1	1	5.7782	-7.457	-361.9	-7502	-244843
X_2	1	70.722	4496	-15036	-391441	-10083241
X_3	1	603.83	16824	436788	11248224	289573467
X_4	1	31	149.6	2922.6	74168	1908316
X_5	1	-630	-16477	-424212	-1092135	-281173601

∴ El metodo no converge.

KRYLOV

$$A = \begin{vmatrix} 1.33 & 0 & 0.03 & 0.006 & 0 \\ 0 & 0.45 & 0.6 & 0.37 & 0.205 \\ 0 & 0.12 & 0.053 & 0.8 & 1.3 \\ 0 & 0 & 0.002 & 0.12 & 0.074 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \qquad x = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$Ax = \begin{vmatrix} 1.38 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} \qquad A^2x = \begin{vmatrix} 1.90 \\ 0.20 \\ 1.30 \\ 0.074 \\ 2.38 \end{vmatrix} \qquad A^3x = \begin{vmatrix} 2.67 \\ 1.38 \\ 3.25 \\ 0.188 \\ 5.86 \end{vmatrix}$$

$$A^4x = \begin{vmatrix} 3.779 \\ 3.844 \\ 8.1111 \\ 0.4629 \\ 13.3527 \end{vmatrix} \qquad A^5x = \begin{vmatrix} 5.4621 \\ 9.5049 \\ 18.62 \\ 1.0599 \\ 29.5502 \end{vmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned} 3.779\,a_4 + 2.67\,a_3 + 1.90\,a_2 + 1.38\,a_1 + a_0 &= -5.4621 \\ 3.844\,a_4 + 1.38\,a_3 + 0.20\,a_2 &= 9.5049 \\ 3.1111\,a_4 + 3.25\,a_3 + 1.30\,a_2 &= 18.62 \\ 0.4629\,a_4 + 0.188\,a_3 + 0.074\,a_2 &= 1.0599 \\ 13.3527\,a_4 + 5.86\,a_3 + 2.38\,a_2 + a_1 &= 29.5502 \end{aligned}$$

Luego:

$$\begin{vmatrix} 3.779 & 2.67 & 1.90 & 1.38 & 1 & -5.4621 \\ 3.844 & 1.38 & 0.20 & 0 & 0 & 9.5049 \\ 8.1111 & 3.25 & 1.30 & 0 & 0 & 18.62 \\ 0.4629 & 0.188 & 0.074 & 0 & 0 & 1.0599 \\ 13.3527 & 5.86 & 2.38 & 1 & 0 & 29.5502 \end{vmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.1565 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1.17654 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1.18545 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.21107 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.02037 \end{vmatrix}$$

Por tanto:

$$
\begin{aligned}
a_0 &= 0.02037\\
a_1 &= 0.21907\\
a_2 &= 1.18245\\
a_3 &= 1.17654\\
a_4 &= -2.95656
\end{aligned}
$$

Ecuación Característica:

$$\lambda^5 - 2.95656\,\lambda^4 + 1.17654\,\lambda^3 + 1.18245\,\lambda^2 + 0.21907\,\lambda + 0.02037 = 0$$

Cuyas raíces ó valores propios son:

$$
\begin{aligned}
\lambda_1 &= 2.107799\\
\lambda_2 &= -0.313793\\
\lambda_3 &= 1.361144
\end{aligned}
$$

Falta λ_4 y λ_5

Con $\lambda_2 = -0.313793$:

$$
\left|\begin{array}{ccccc}
1.38+0.313793 & 0 & 0.03 & 0.006 & 0\\
0 & 0.45+0.313793 & 0.6 & 0.37 & 0.205\\
0 & 0.12 & 0.053+0.313793 & 0.8 & 1.3\\
0 & 0 & 0.002 & 0.121\,0.313793 & 0.074\\
1 & 1 & 1 & 1 & 1+0.313793
\end{array}\right.
$$

$$
\left|\begin{array}{ccccc}
1.6937 & 0 & 0.03 & 0.006 & 0\\
0 & 0.763 & 0.6 & 0.37 & 0.205\\
0 & 0 & 0.2077 & 0.566 & 0.9673\\
0 & 0 & 0.002 & 0.433 & 0.074\\
0 & 0 & -0.253 & -0.66 & -1.349
\end{array}\right.
$$

$$
\left|\begin{array}{ccccc}
1.6937 & 0 & 0.03 & 0.006 & 0\\
0 & 0.763 & 0.6 & 0.37 & 0.205\\
0 & 0 & 0.2077 & 0.566 & 0.9673\\
0 & 0 & 0 & 0.088 & 0.013\\
0 & 0 & 0 & 0.0065 & -0.0345
\end{array}\right.
$$

Si $X_5 = 1$; $X_2 = 12.192$

$X_4 = 5.307$; $X_1 = 0.319$ $\therefore\ U_1 = [0.319, 12.192, -19.119, 5.307, 1]^T$

$X_3 = -19.119$ Vector asociado a λ_2

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

MÉTODO DE POTENCIAS

$$\begin{vmatrix} 1.38 & 0 & 0.03 & 0.006 & 0 \\ 0 & 0.45 & 0.6 & 0.37 & 0.205 \\ 0 & 0.12 & 0.053 & 0.8 & 1.3 \\ 0 & 0 & 0.002 & 0.12 & 0.074 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \qquad x = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\lambda^{(k)}$
0	1	0	0	0	0	
1	1	0	0	0	0.7246	1.38
2	0.8002	0.0361	0.5762	0.0311	1	1.7246
3	0.4549	0.2363	0.5537	0.0320	1	2.4636
4	0.2231	0.2879	0.6075	0.0346	1	2.2772
5	0.1848	0.3216	0.6291	0.0358	1	2.2131
6	0.0901	0.3531	0.6536	0.0370	1	2.1713

$$|2.1713 - 2.2131| = 0.0418$$

Esto es:

$$\lambda = 2.1713$$

$$U_1 = \begin{bmatrix} 0.0901 \\ 0.3531 \\ 0.6536 \\ 0.0370 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Vector asociado a $\lambda = 2.1713$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

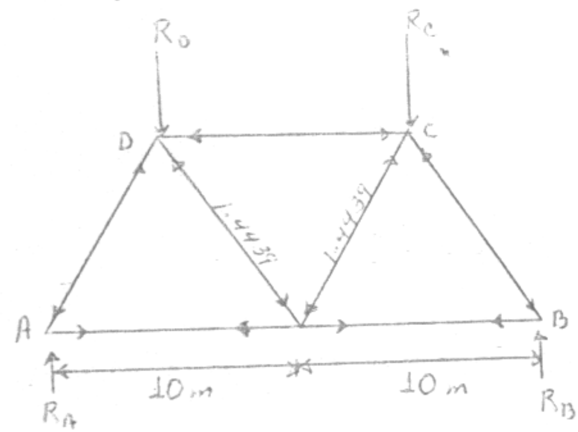
POTENCIA INVERSA :

$$A = \begin{vmatrix} 1.33 & 0 & 0.03 & 0.006 & 0 \\ 0 & 0.45 & 0.6 & 0.37 & 0.205 \\ 0 & 0.12 & 0.053 & 0.8 & 1.3 \\ 0 & 0 & 0.002 & 0.12 & 0.074 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{vmatrix} 0.6739 & -0.1461 & -0.0343 & 0.0640 & 0.0699 \\ -3.2364 & -7.0732 & -2.3421 & 0.3535 & 4.4673 \\ 2.4672 & 7.0785 & 1.5339 & -5.7988 & -3.4054 \\ -0.2625 & -0.5510 & -0.9542 & 13.3875 & 0.3624 \\ 0.3592 & 0.7025 & 1.4975 & -8.0362 & -0.4958 \end{vmatrix}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Resolver el siguiente sistema de fuerzas:



$\theta = 60°$

Por condiciones de equilibrio

$\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$; $\Sigma M_o = 0$

ΣF_y :

$R_A + R_B - R_C - R_D = 0 \quad \ldots\ldots (1)$

ΣM_A :

$5R_D + 15R_C - 20R_B = 0 \quad \ldots\ldots (2)$

En el nodo D:

$\Sigma F_y = 0$
$-R_D + 1.4439(\text{sen } 60°) + R_A = 0$
$R_D - R_A = 1.25 \quad \ldots\ldots (3)$

En el nodo C:

$\Sigma F_y = 0$
$-R_C - 1.4439(\text{sen } 60°) + C_B(\text{sen } 60°$
$0.866\,C_B - R_C = 1.25 \quad \ldots$

En el nodo B:

$\Sigma F_y = 0$
$R_B - C_B(\text{sen } 60°) = 0$
$R_B - 0.866\,C_B = 0 \quad \ldots\ldots (5)$

Por tanto, el sistema de ecuaciones queda:

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 15 & 5 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1.25 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0.866 & 1.25 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.866 & 0 \end{array}\right]$$

GAUSS

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1.25 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0.866 & 1.25 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.866 & 0 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1.25 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0.866 & 1.25 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.866 & 0 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.25 & 0.25 & 0 & 1.25 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0.866 & 1.25 \\ 0 & 0 & -0.25 & 0.25 & -0.866 & 0 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.25 & 0.25 & 0 & 1.25 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0.866 & -3.75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.866 & -1.25 \end{bmatrix}$$

Por tanto:

$C_B = 1.4434$ Ton

$R_A = 3.75$ Ton

$R_B = 1.25$ Ton

$R_C = 0$ Ton

$R_D = 5$ Ton

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - JORDAN

Apoyándose en la triangulación de la matriz anterior:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.25 & 0.25 & 0 & 1.25 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0.266 & -3.75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.266 & -1.75 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.25 & 0.25 & 0 & 1.25 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0.266 & -3.75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.266 & -1.75 \\ 1 & 0 & -1/4 & -3/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3/4 & -1/4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -0.366 & -1.75 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -0.366 & 2.5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.366 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0.366 & -1.25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0.366 & 3.75 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1.25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3.75 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1.4434 \end{bmatrix}$$

Por tanto:

$$C_B = 1.4434$$

$$R_A = 3.75$$

$$R_B = 1.25$$

$$R_C = 0$$

$$R_D = 5$$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

JACOBI :

Despejando variables:

$$R_A = -R_B + R_C + R_D$$

$$R_B = -\frac{1}{20}\left[-15R_C - 5R_D\right]$$

$$R_C = 0.866\,C_B - 1.25$$

$$R_D = 1.25 + R_A$$

$$C_B = \frac{R_B}{0.866}$$

Vector inicial : $X = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0.5 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

K	R_A	R_B	R_C	R_D	C_B	P=1	P
	4	1	0.5	5	1	—	
0	4.5	1.625	-0.3840	5.25	1.8764	3.1354	1.
1	3.241	1.0245	0.3750	5.75	1.8764	1.2559	1
2	5.1008	1.7188	0.3750	4.4910	1.1830	4.5065	2
3	3.1472	1.4040	-0.[illegible]55	4.3972	1.7188	3.4988	
4	2.7677	-0.9302	0.[illegible]336	4.3972	1.6212	2.8126	
5	4.0537	1.3301	0.0333	5.0428	1.1244	1.2437	
6	3.8015	1.3273	-0.[illegible]763	5.3037	1.5359	1.2926	
7	3.7001	1.1187	0.[illegible]301	5.0515	1.2918	-1.1627	
8	4.0129	1.3230	-0.1313	4.9501	1.2918	0.3299	
9	3.4953	1.1391	-0.1313	5.2629	1.5277	1.2497	
10	3.4975	1.2173	0.[illegible]730	4.7458	1.3154	0.2514	
11	4.1268	1.4813	-0.[illegible]833	5.0859	1.3705	0.321	
12	3.5463	1.2273	[illegible]	5.3768	1.7105	0.06428	
13	3.8467	1.2743	[illegible]	5.1027	1.3581	0.0201	
14	3.7497	1.2601	0.[illegible]008	5.0156	1.4384	0.0115	
15							

Por tanto.

$R_A = 3.7497$

$R_B = 1.2601$

$R_C = 0$

$R_D = 5.0156$

$C_B = 1.4334$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS

ADRIANA GONZÁLEZ A.

HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS SEIDEL :

Despejando variables :

$$R_A = -R_B + R_C + R_D$$

$$R_B = -\frac{1}{20}\left[-15R_C - 5R_D\right]$$

$$R_C = 0.866\,C_B - 1.25$$

$$R_D = 1.25 + R_A$$

$$C_B = \frac{R_B}{0.866}$$

Vector inicial $X = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0.25 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

K	R_A	R_B	R_C	R_D	C_B	P=1	P=
0	4	1	0.25	5	1		
1	3.875	1.1250	-0.25	5.2500	1.15473		
2	3.81250	1.1875	-0.125	5.1250	1.27908		
3	3.78125	1.21875	-0.06250	5.0625	1.37125		
4	3.76563	1.23438	-0.03125	5.03125	1.40733	0.12984	0.061
5	3.75783	1.24217	-0.01562	5.01563	1.42538	0.00873	0.026
6	3.75392	1.24610	-0.00781	5.00783	1.43440		
7	3.75177	1.24806	-0.00390	5.00392	1.43871		
8	3.75096	1.24904	-0.00174	5.00177	1.44118		
9	3.75070	1.25017	-0.000076	5.00096	1.44231	0.00538	0.00

Por tanto :

$R_A = 3.75070$

$R_B = 1.25017$

$R_C = 0$

$R_D = 5.00096$

$C_B = 1.44231$

KRYLOV

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0.866 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.866 \end{bmatrix} \qquad x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$AX = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.134 \\ 0.134 \end{bmatrix} ; \quad A^2X = \begin{bmatrix} 0.134 \\ -0.134 \\ -0.134 \\ 0.11604 \\ -0.11604 \end{bmatrix} ; \quad A^3x = \begin{bmatrix} 0.01796 \\ 0.25004 \\ -0.01796 \\ 0.03351 \\ -0.03351 \end{bmatrix}$$

$$A^4x = \begin{bmatrix} 0.25245 \\ -1.02053 \\ 0.01555 \\ -0.01106 \\ 0.27906 \end{bmatrix} ; \quad A^5x = \begin{bmatrix} -0.77257 \\ 4.02441 \\ 0.26351 \\ 1.14506 \\ -1.26220 \end{bmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned}
0.25245\,a_4 + 0.01796\,a_3 + 0.134\,a_2 + a_0 &= 0.77257 \\
-1.02053\,a_4 + 0.25004\,a_3 - 0.134\,a_2 + a_0 &= -4.02441 \\
0.01555\,a_4 - 0.01796\,a_3 - 0.134\,a_2 + a_0 &= -0.26351 \\
-0.01106\,a_4 + 0.03351\,a_3 + 0.11604\,a_2 - 0.134\,a_1 + a_0 &= -1.14506 \\
0.27906\,a_4 - 0.03351\,a_3 - 0.11604\,a_2 + 0.134\,a_1 + a_0 &= 1.26220
\end{aligned}$$

Luego:

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 0.25245 & 0.01796 & 0.134 & 0 & 1 & 0.77257 \\ -1.02053 & 0.25004 & -0.134 & 0 & 1 & -4.02441 \\ 0.01555 & -0.01796 & -0.134 & 0 & 1 & -0.26351 \\ -0.01106 & 0.03351 & 0.11604 & -0.134 & 1 & -1.14506 \\ 0.27906 & -0.03351 & -0.11604 & 0.134 & 1 & 1.26220 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0.7115 & 0.53085 & 0 & 3.9615 & 3.06059 \\ 0 & 1 & 1.26375 & 0 & 15.62941 & -2.79247 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4.12624 & 1.55005 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -5.96366 & 2.48657 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.67363 & 8.50453 \end{array}\right]$$

Por tanto:

$$a_0 = 49.71830$$
$$a_1 = -110.66962$$
$$a_2 = 22.51750$$
$$a_3 = 38.79088$$
$$a_4 = 5.08149$$

Ecuación Característica:

$$\lambda^5 + 5.08149\,\lambda^4 + 38.79088\,\lambda^3 + 22.51750\,\lambda^2 - 110.66962\,\lambda + 49.71830 = 0$$

Una de sus raices es:

$$\lambda_1 = 0.615332$$

Luego:

$$\begin{bmatrix} 1-0.615332 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -4-0.615332 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -0.615332 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -0.615332 & 0.866 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0.866-0.615332 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 0.38466 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -4.615332 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2.5996 & -3.2150 & -1.5996 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -0.615332 & 0.866 \\ 0 & 0 & 0.69659 & 0.34658 & -1.481332 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 0.38466 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -4.615332 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2.5996 & -3.2150 & -1.5996 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -0.615332 & 0.866 \\ 0 & 0 & 0 & -0.03197 & -0.8781 \end{bmatrix}$$

Si $x_5 = 1$
$x_4 = -10.7098$
$x_3 = 7.45606$
$x_2 = 2.6311$
$x_1 = -15.2988$

$$\therefore\ U_1 = [-15.2988,\ 2.6311,\ 7.45606,\ -10.7098,\ 1]^T$$

Vector asociado a λ_1

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Una industria produce 5 artículos diferentes: A, B, C, D, E. La elaboración de cada artículo requiere el equivalente de 300, 60, 20, 40 y 30 unidades monetarias por la mano de obra respectivamente. En cuanto a materia prima cada artículo requiere el equivalente a 60, 280, 80, 70 y 50 unidades monetarias respectivamente. En desperdicio se cuenta con 20, 80, 180, 20, 40 unidades monetarias respectivamente. En la administración se requieren de 40, 70, 20, 180, 30 unidades monetarias respectivamente. El desgaste de los equipos de fabricación son de 30, 50, 40, 30, 220 unidades monetarias para cada artículo.

Además, se dispone de $ 2130 para mano de obra.
" " " $ 1870 para materia prima
" " " $ 1200 para desperdicios.
" " " $ 1690 para administración
" " " $ 2090 para desgaste de maquinaria.

¿Cuál es la cantidad de cada artículo a producir a fin de obtener las mayores utilidades?

Por tanto, tenemos:

	A	B	C	D	E	Disponibilidad
Mano de Obra	30	6	2	4	3	213
Materia Prima	6	28	8	7	5	187
Desperdicios	2	8	18	2	4	120
Administración	4	7	2	18	3	169
Desg. equipo.	3	5	4	3	22	209

Por consiguiente, nuestra matriz ampliada queda así:

$$A = \left|\begin{array}{ccccc:c} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 & 213 \\ 6 & 28 & 8 & 7 & 5 & 187 \\ 2 & 8 & 18 & 2 & 4 & 120 \\ 4 & 7 & 2 & 18 & 3 & 169 \\ 3 & 5 & 4 & 3 & 22 & 209 \end{array}\right|$$

GAUSS

$$\left|\begin{matrix} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 & 213 \\ 6 & 28 & 8 & 7 & 5 & 187 \\ 2 & 8 & 18 & 2 & 4 & 120 \\ 4 & 7 & 2 & 18 & 3 & 169 \\ 3 & 5 & 4 & 3 & 22 & 209 \end{matrix}\right| \approx$$

$$\left|\begin{matrix} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 & 213 \\ 6 & 28 & 8 & 7 & 5 & 187 \\ 2 & 8 & 18 & 2 & 4 & 120 \\ 4 & 7 & 2 & 18 & 3 & 169 \\ 3 & 5 & 4 & 3 & 22 & 209 \end{matrix}\right|$$

$$\left|\begin{matrix} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 & 213 \\ 0 & 134 & 38 & 31 & 22 & 722 \\ 0 & 114 & 268 & 26 & 57 & 1587 \\ 0 & 186 & 52 & 524 & 78 & 4218 \\ 0 & 44 & 38 & 26 & 217 & 1877 \end{matrix}\right|$$

$$\left|\begin{matrix} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 & 213 \\ 0 & 134 & 38 & 31 & 22 & 722 \\ 0 & 0 & 31580 & -50 & 5130 & 130350 \\ 0 & 0 & 0 & 2035326000 & 201361800 & 1.36214886 \times 10^{10} \\ 0 & 0 & 0 & 67120600 & 870161200 & 6357775155 \end{matrix}\right|$$

$$\left|\begin{matrix} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 & 213 \\ 0 & 134 & 38 & 31 & 22 & 722 \\ 0 & 0 & 31580 & -50 & 5130 & 130350 \\ 0 & 0 & 0 & 2035326000 & 201361800 & 1.36214886 \times 10^{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.15756247 \times 10^{18} & 1.230293731 \times 10^{17} \end{matrix}\right|$$

Por tanto.

$X_1 = 5$

$X_2 = 2$

$X_3 = 3$

$X_4 = 6$

$X_5 = 7$

GAUSS - JORDAN:

(Utilizando la triangulación de la matriz anterior)

$$\left|\begin{array}{cccccc} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 & 213 \\ 6 & 28 & 8 & 7 & 5 & 187 \\ 2 & 8 & 18 & 2 & 4 & 120 \\ 4 & 7 & 2 & 18 & 3 & 169 \\ 3 & 5 & 4 & 3 & 22 & 209 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 & 213 \\ 0 & 134 & 38 & 31 & 22 & 722 \\ 0 & 0 & 31580 & -50 & 5130 & 130350 \\ 0 & 0 & 0 & 2035326000 & 201361800 & 1.36214886 \times 10^{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.75756247 \times 10^{18} & 1.230293731 \times 10^{19} \end{array}\right|$$

$$\sim\left|\begin{array}{cccccc} 30 & 6 & 2 & 4 & 0 & 192 \\ 0 & 134 & 38 & 31 & 0 & 568 \\ 0 & 0 & 31580 & -50 & 0 & 94440 \\ 0 & 0 & 0 & 2035326000 & 0 & 1.22119554 \times 10^{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{array}\right|\sim$$

$$\sim\left|\begin{array}{cccccc} 30 & 6 & 0 & 0 & 0 & 162 \\ 0 & 134 & 0 & 0 & 0 & 268 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{array}\right|\sim$$

$$\sim\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{array}\right|$$

Por tanto:

$X_1 = 5$

$X_2 = 2$

$X_3 = 3$

$X_4 = 6$

$X_5 = 7$

GAUSS - SEIDEL:

Despejando variables:

$$X_1 = \frac{1}{30}\left[213 - 6X_2 - 2X_3 - 4X_4 - 3X_5\right]$$

$$X_2 = \frac{1}{28}\left[187 - 6X_1 - 8X_3 - 7X_4 - 5X_5\right]$$

$$X_3 = \frac{1}{18}\left[120 - 2X_1 - 8X_2 - 2X_4 - 4X_5\right]$$

$$X_4 = \frac{1}{18}\left[169 - 4X_1 - 7X_2 - 2X_3 - 3X_5\right]$$

$$X_5 = \frac{1}{22}\left[209 - 3X_1 - 5X_2 - 4X_3 - 3X_4\right]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	P=
0	1	1	1	1	1	
1	6.6	4.55	3.5778	5.5885	6.1533	5.
2	4.5910049	2.1766	3.2008	6.1410	6.9582	3.
3	4.9365	1.9281	3.0322	6.0451	7.0129	0.34
4	5.0049042	1.9761	3.6021	6.0057	6.9982	0.0[illegible]
5	4.9987	1.9886	3.00055	6.0047	7.0019	9.29
6	5.001376	1.9979	2.9997	6.0001	7.0002	9.2[illegible]
7	5.000368	1.99789	2.99972	5.9999	6.9999	1.92
	→ 5	→ 2	→ 3	→ 6	→ 7	

Por tanto:

$X_1 = 5$

$X_2 = 2$

$X_3 = 3$

$X_4 = 6$

$X_5 = 7$

PROBLEMARIO METODOS NUMERICO
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

JACOBI

Despejando variables:

$$X_1 = \frac{1}{20}\left[213 - 6X_2 - 2X_3 - 4X_4 - 3X_5\right]$$

$$X_2 = \frac{1}{28}\left[187 - 6X_1 - 8X_3 - 7X_4 - 5X_5\right]$$

$$X_3 = \frac{1}{18}\left[120 - 2X_1 - 8X_2 - 2X_4 - 4X_5\right]$$

$$X_4 = \frac{1}{18}\left[169 - 4X_1 - 7X_2 - 2X_3 - 3X_5\right]$$

$$X_5 = \frac{1}{22}\left[209 - 3X_1 - 5X_2 - 4X_3 - 3X_4\right]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	P= α
0	1	1	1	1	1	
1	6.6	5.75	5.7778	8.5	8.8182	
2	3.5496	-0.0861	0.4737	3.5744	5.0835	
3	6.1007	3.9811	4.7837	7.7337	8.4619	
4	4.1075	0.56	1.4797	4.54	5.8389	
5	5.6819	3.19	4.15	7.12	7.9201	
6	4.4724	1.07	2.0636	5.09	6.2675	2.0994
7	5.44	2.74	3.73	6.710	7.500	1.4656
8	4.6	1.414	2.60904	5.430	6.500	1.0183
9	5.0074	1.9991	3.0841	6.1460	7.03304	
10	4.9717	1.9319	2.9759	5.9844	6.9639	
11	5.0209	2.0232	3.0431	6.0414	7.02584	0.0913
12	4.9843	1.9632	2.9769	5.9772	6.9783	0.066
13	5.013	2.0196	3.0232	6.02203	7.01668	0.051
14	4.9986	1.9939	3.00006	5.9996	6.9974	0.004
15	5.0015	2.0008	3.0034	6.00308	7.00161	0.006
16	4.99903	1.9976	2.9987	5.99869	6.99855	0.004

KRYLOV

Vector inicial

$$A = \begin{vmatrix} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 \\ 6 & 28 & 8 & 7 & 5 \\ 2 & 8 & 18 & 2 & 4 \\ 4 & 7 & 2 & 18 & 3 \\ 3 & 5 & 4 & 3 & 22 \end{vmatrix} \qquad x = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$Ax = \begin{vmatrix} 45 \\ 54 \\ 34 \\ 34 \\ 37 \end{vmatrix} \qquad A^2x = \begin{vmatrix} 1989 \\ 2477 \\ 1350 \\ 1349 \\ 1457 \end{vmatrix} ; \qquad A^3x = \begin{vmatrix} 86999 \\ 108818 \\ 56620 \\ 56648 \\ 59853 \end{vmatrix}$$

$$A^4x = \begin{vmatrix} 3782269 \\ 4717659 \\ 2416410 \\ 2422185 \\ 2518277 \end{vmatrix} ; \qquad A^5x = \begin{vmatrix} 163850415 \\ 203666026 \\ 103718668 \\ 104139670 \\ 107269391 \end{vmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned}
3782269\, a_4 + 86999\, a_3 + 1989\, a_2 + 45\, a_1 + a_0 &= -163850415 \\
4717659\, a_4 + 108818\, a_3 + 2477\, a_2 + 54\, a_1 + a_0 &= 203666026 \\
2416410\, a_4 + 56620\, a_3 + 1350\, a_2 + 34\, a_1 + a_0 &= 103718668 \\
2422185\, a_4 + 56648\, a_3 + 1349\, a_2 + 34\, a_1 + a_0 &= 104139670 \\
2518277\, a_4 + 59853\, a_3 + 1457\, a_2 + 37\, a_1 + a_0 &= 107269391
\end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned}
a_0 &= 323568272.6 \\
a_1 &= 1068249.71 \\
a_2 &= -106433.572 \\
a_3 &= 5087.995096 \\
a_4 &= -116
\end{aligned}$$

Ecuación característica:

$$\lambda^5 - 116\lambda^4 + 5087.9951\lambda^3 - 106433.572\lambda^2 + 1068249.71\lambda + 323568272.6 = 0$$

Raíces: $\lambda_1 = 93.17861933$,

(Faltan calcular otras)

METODO DE POTENCIAS:

$$\begin{vmatrix} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 & 213 \\ 6 & 28 & 8 & 7 & 5 & 157 \\ 2 & 8 & 18 & 2 & 4 & 120 \\ 4 & 7 & 2 & 18 & 3 & 169 \\ 3 & 5 & 4 & 3 & 22 & 209 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 \\ 6 & 28 & 8 & 7 & 5 \\ 2 & 8 & 18 & 2 & 4 \\ 4 & 7 & 2 & 18 & 3 \\ 3 & 5 & 4 & 3 & 22 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 45 \\ 54 \\ 34 \\ 34 \\ 37 \end{vmatrix} ; \quad \lambda = 54 ; \quad X_1 = \begin{vmatrix} 0.8333 \\ 1 \\ 0.629 \\ 0.629 \\ 0.6851 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 30 & 6 & 2 & 4 & 3 \\ 6 & 28 & 8 & 7 & 5 \\ 2 & 8 & 18 & 2 & 4 \\ 4 & 7 & 2 & 18 & 3 \\ 3 & 5 & 4 & 3 & 22 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0.8333 \\ 1 \\ 0.629 \\ 0.629 \\ 0.6851 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 36.8333 \\ 45.87037 \\ 25 \\ 24.9814 \\ 26.981481 \end{vmatrix} ; \quad \lambda = 45.87037 ; \quad X_2 = \begin{vmatrix} 0.8029 \\ 1 \\ 0.54501 \\ 0.54461 \\ 0.58821 \end{vmatrix}$$

Luego:

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	λ^K
0	1	1	1	1	1	
1	0.8333	1	0.629	0.629	0.6851	54
2	0.8029	1	0.54501	0.54461	0.5882	45.87037
3	0.7994	1	0.52031	0.52057	0.55002	43.93136
4	0.80172	1	0.5122	0.51342	0.5337	43.35366
5	0.80302	1	0.5121	0.51347	0.5337	43.36707
6	0.8052	1	0.5092	0.51137	0.5266	43.17861933

Por tanto:

$\lambda = 43.17861933$

$$\bar{u}_1 = \begin{vmatrix} 0.8052 \\ 1 \\ 0.5092 \\ 0.51137 \\ 0.5266 \end{vmatrix}$$

Vector asociado a $\lambda = 43.17861933$

En el patio de una central de despacho de ferrocarriles se dispone de 4 tipos de vagones: carro jaula, carro tanque, carro plataforma y carro de pasajeros. Además, se cuenta con varias locomotoras, todas del mismo modelo. Las características de los vagones y las locomotoras son las siguientes:

Carro jaula:

Carga máxima: 80 ton
Peso (con carga): 100 ton

Carro tanque:

Carga máxima: 50 ton
Peso (con carga): 90 ton

Carro Plataforma:

Carga máxima: 100 ton
Peso (con carga): 110 ton

Carro de Pasajeros:

Carga máxima: 45 ton
Peso (con carga): 70 ton

LOCOMOTORA:

Capacidad de arrastre: 820 ton
Peso: 120 ton.

Al cargo de la estación le llega una orden de armar un convoy de ferrocarril compuesto de 15 vagones, con las siguientes características:

- La carga total (animales, líquidos y carga libre) debe ser de 890 toneladas.
- Los carros jaula y los de pasajeros deben sumar tres por cada locomotora.
- Debe haber una carga material (líquidos y carga libre) de 325 toneladas por cada locomotora.

¿Cómo debe de armar el convoy para cumplir con la orden?

Interpretación:

Al analizar el problema encontramos que nuestras incógnitas son el número de vagones necesarios de cada tipo para armar debidamente el convoy. Para ello, designaremos las siguientes variables a cada tipo de vagón:

J: Carro jaula
T: Carro tanque
C: Carro Plataforma
P: Carro de Pasajeros
L: Locomotora.

Primeramente, nos dicen que el convoy debe tener 15 vagones, de donde nuestra primera ecuación es:

$$J + T + C + P = 15$$

Después, nos dicen que la carga total debe ser de 890 ton, repartidas entre animales, líquidos y carga libre. Por lo tanto, nuestra segunda ecuación es:

$$80J + 50T + 100C = 890$$

La siguiente condición dice que deben sumar tres los carros jaula y de pasajeros por cada locomotora. Entonces, nuestra tercera ecuación queda:

$$J + P = 3L$$

$$\Rightarrow J + P - 3L = 0$$

El siguiente punto menciona que entre líquidos y materiales debe haber 325 toneladas por locomotora. Entonces, nuestra cuarta ecuación queda:

$$T \times (\text{carga de } T) + C \times (\text{carga de } C) = 325L$$

$$50T + 100C - 325L = 0$$

La última ecuación se obtiene aplicando la ecuación de arrastre, en donde el peso total del convoy debe poder ser arrastrado por la(s) locomotora(s).

J x (peso de J) + T x (peso de T) + C x (peso de C) + P x (peso de P) + L x (peso de L) = L x (capacidad de arrastre).

$$\Rightarrow \quad 100J + 90T + 110C + 70P + 120L = 820L$$

$$\Rightarrow \quad 100J + 90T + 110C + 70P - 700L = 0$$

Por tanto, nuestro sistema de ecuaciones queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
J + T + C + P &= 15 \\
80J + 50T + 100C &= 890 \\
J + P - 3L &= 0 \\
50T + 100C - 325L &= 0 \\
100J + 90T + 110C + 70P - 700L &= 0
\end{aligned}$$

GAUSS

$$
\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 15 \\ 8 & 5 & 10 & 0 & 0 & 31 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 50 & 100 & 0 & -325 & 0 \\ 10 & 9 & 11 & 7 & -70 & 0 \end{vmatrix}
\sim
\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 15 \\ 0 & -3 & 2 & -8 & 0 & -31 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -3 & -15 \\ 0 & 50 & 100 & 0 & -325 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -3 & -70 & -150 \end{vmatrix}
\sim
$$

$$
\sim
\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 15 \\ 0 & -3 & 2 & -8 & 0 & -31 \\ 0 & 0 & -5/3 & 8/3 & -3 & -14/3 \\ 0 & 0 & 400/3 & -400/3 & -325 & -\frac{1550}{3} \\ 0 & 0 & 1/3 & -1/3 & -70 & -\frac{419}{3} \end{vmatrix}
\sim
\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 15 \\ 0 & -3 & 2 & -8 & 0 & -31 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -210 & -419 \\ 0 & 0 & 400 & -400 & -975 & -1550 \\ 0 & 0 & -5 & 8 & -9 & -14 \end{vmatrix}
$$

$$
\sim
\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 15 \\ 0 & -3 & 2 & -8 & 0 & -31 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -210 & -419 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 83025 & 166050 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1059 & -2109 \end{vmatrix}
\quad
\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 15 \\ 0 & -3 & 2 & -8 & 0 & -31 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -210 & -419 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -353 & -703 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}
$$

Por tanto :

L = 2
P = 3
C = 4
T = 5
J = 3

GAUSS JORDAN:

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 15 \\ 8 & 5 & 10 & 0 & 0 & 89 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 50 & 100 & 0 & -325 & 0 \\ 10 & 9 & 11 & 7 & -70 & 0 \end{array}\right| \sim \left|\begin{array}{cccccc} 0 & -3 & 2 & -8 & 0 & -31 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -3 & -15 \\ 0 & 50 & 100 & 0 & -325 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -3 & -70 & -150 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 15 \end{array}\right| \sim$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & -5/3 & 8/3 & -3 & -14/3 \\ 0 & 0 & 400/3 & -400/3 & -325 & -\frac{1550}{3} \\ 0 & 0 & 1/3 & -1/3 & -70 & -420/3 \\ 1 & 0 & 5/3 & -5/3 & 0 & 14/3 \\ 0 & 1 & -2/3 & 8/3 & 0 & 31/3 \end{array}\right| \sim \left|\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 20 & -565 & -390 \\ 0 & 0 & 0 & 1/5 & -353/5 & -703/5 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 8/5 & 6/5 & 61/5 \\ 0 & 0 & 1 & -8/5 & 9/5 & 14/5 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1107}{16} & -\frac{2214}{16} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 55/16 & 178/16 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 25/2 & 30 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -19/2 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -113/16 & -\frac{178}{16} \end{array}\right| \sim \left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right|$$

Por tanto:

$J = 3$
$T = 5$
$C = 4$
$P = 3$
$I = 2$

JACOBI

Despejando variables:

$J = [15 - T - C - P]$

$T = \frac{1}{50}[890 - 80J - 100C]$

$C = \frac{1}{100}[325L - 50T]$

$P = [3L - J]$

$L = -\frac{1}{700}[-100J - 90T - 110C - 70P]$

El metodo no converge

GAUSS - SEIDEL

Despejando variables:

$J = [15 - T - C - P]$

$T = \frac{1}{50}[890 - 80J - 100C]$

$C = \frac{1}{100}[325L - 50T]$

$P = [3L - J]$

$L = -\frac{1}{700}[-100J - 90T - 110C - 70P]$

El metodo no converge

KRYLOV

$$A = \left|\begin{array}{ccccc:c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 15 \\ 8 & 5 & 10 & 0 & 0 & 89 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 50 & 100 & 0 & -325 & 0 \\ 10 & 9 & 11 & 7 & -70 & 0 \end{array}\right| \qquad X = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$A\chi = \begin{vmatrix} 1 \\ 8 \\ 1 \\ 0 \\ 10 \end{vmatrix} \qquad A^2\chi = \begin{vmatrix} 10 \\ 58 \\ -29 \\ -2750 \\ -607 \end{vmatrix} \qquad A^3\chi = \begin{vmatrix} -2711 \\ 80 \\ -919 \\ 197,275 \\ 23,543 \end{vmatrix}$$

$$A^4\chi = \begin{vmatrix} 193,725 \\ -30,478 \\ 123,935 \\ -7,739,375 \\ -303,584 \end{vmatrix} \qquad A^5\chi = \begin{vmatrix} -7,452,193 \\ 2,636,760 \\ -6,634,898 \\ 109,534,400 \\ -29,898,512 \end{vmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{array}{rlrlrlrlrl} 193,725\, a_4 & - & 2711\, a_3 & + & 10\, a_2 & + & a_1 & + & a_0 & = 7,452,193 \\ -30,478\, a_4 & + & 80\, a_3 & + & 58\, a_2 & + & 8\, a_1 & & & = -2,636,760 \\ 123,935\, a_4 & - & 919\, a_3 & - & 29\, a_2 & + & a_1 & & & = 6,634,898 \\ -7,739,375\, a_4 & + & 197,275\, a_3 & - & 2750\, a_2 & & & & & = -109,534,400 \\ -303,584\, a_4 & + & 23,543\, a_3 & - & 607\, a_2 & + & 10\, a_1 & & & = 29,898,512 \end{array}$$

Donde:

$$a_0 = 27,675$$
$$a_1 = -14,373$$
$$a_2 = -12,303$$
$$a_3 = 1784$$
$$a_4 = 64$$

Ecuación Característica:

$$\lambda^5 + 64\lambda^4 + 1784\lambda^3 - 12303\lambda^2 - 14373\lambda + 27675 = 0$$

Cuyas raices o valores propios son:

$$\lambda_1 = 1.083678059$$
$$\lambda_2 = -1.882562417$$
$$\lambda_3 = 6.252061192$$
$$\lambda_4 = \lambda_5 = \text{Complejas.}$$

Con $\lambda_1 = 1.083678059$:

$$\begin{vmatrix} 1-1.083678 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 8 & 5-1.083678 & 10 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1.083678 & 1 & -3 \\ 0 & 50 & 100 & -1.083678 & -325 \\ 10 & 9 & 11 & 7 & -70-1.083678 \end{vmatrix} \sim \cdots \sim$$

$$\sim \begin{vmatrix} -0.083678 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 99.52 & 105.6 & 95.6 & 0 \\ 0 & 0 & -1.814 & 1.47 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -11.07 & -402.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Longrightarrow \bar{U}_1 = [\,5.6359,\ 67.9596,\ -31.1239,\ -36.3641,\ 1\,]^T$$

Vector asociado a λ_1

Con $\lambda_2 = -1.882562417$

$$\begin{vmatrix} 1+1.8825 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 8 & 5+1.8825 & 10 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1.8825 & 1 & -3 \\ 0 & 50 & 100 & 1.8825 & -325 \\ 10 & 9 & 11 & 7 & -70+1.8825 \end{vmatrix} \sim \cdots \sim$$

$$\sim \begin{vmatrix} 2.8825 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 4.107 & 7.22 & -2.77 & 0 \\ 0 & 0 & 2.15 & 0.41 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 33.31 & -308.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \bar{u}_2 = [-5.4838, 6.9678, -0.4065, 9.2491, 1]^T.$$

Vector asociado a λ_2

Con $\lambda_3 = 6.252061192$

$$\begin{vmatrix} 1-6.25206 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 8 & 5-6.25206 & 10 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -6.25206 & 1 & -3 \\ 0 & 50 & 100 & -6.25206 & -325 \\ 10 & 9 & 11 & -70 & -70-6.25206 \end{vmatrix} \sim \cdots \sim$$

$$\sim \begin{vmatrix} -5.25 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0.27 & 11.52 & 1.52 & 0 \\ 0 & 0 & -14.15 & 0.12 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -304.41 & 104.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \bar{u}_3 = [1.3507, 6.7609, -0.209, 0.3423, 1]^T$$

Vector asociado a λ_3

Un empresario tiene 5 máquinas que son empleadas en la fabricación de cinco productos diferentes. Para analizar plenamente las máquinas, éstas estarán en operación 6 horas diarias. El número de horas que cada máquina es usada en la producción de una unidad de cada uno de los cinco productos está dada por:

	Prod. 1	Prod. 2	Prod. 3	Prod. 4	Prod. 5
Máquina 1	2	1	1	1	0
Máquina 2	1	3	0	1	1
Máquina 3	1	2	4	0	1
Máquina 4	0	1	1	3	1
Máquina 5	1	0	1	1	2

Encuentre el número de unidades que se deben producir de cada uno de los cinco productos en un día de 12 horas, bajo el supuesto de que cada máquina se usa las 12 horas completas.

Por tanto, el sistema de ecuaciones queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
2X_1 + X_2 + X_3 + X_4 &= 12 \\
X_1 + 3X_2 + + X_4 + X_5 &= 12 \\
X_1 + 2X_2 + 4X_3 + + X_5 &= 12 \\
X_2 + X_3 + 3X_4 + X_5 &= 12 \\
X_1 + + X_3 + X_4 + 2X_5 &= 12
\end{aligned}$$

GAUSS

$$\left|\begin{array}{cccccc} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 12 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 12 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 1 & 12 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 12 \end{array}\right| \sim$$

$$\sim \left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 6 \\ 0 & 2.5 & -0.5 & 0.5 & 1 & 6 \\ 0 & 1.5 & 3.5 & -0.5 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 1 & 12 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & 0.5 & 1 & 6 \end{array}\right| \sim$$

$$\sim \left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & -0.2 & 0.2 & 0.4 & 2.4 \\ 0 & 0 & 3.8 & -0.8 & 0.4 & 2.4 \\ 0 & 0 & 1.2 & 2.8 & 0.6 & 4.6 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0.6 & 2.2 & 7.2 \end{array}\right| \sim$$

$$\sim \left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & -0.2 & 0.2 & 0.4 & 2.4 \\ 0 & 0 & 1 & -0.2105 & 0.1052 & 0.6315 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.1551 & 2.5965 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.0517 & 4.9655 \end{array}\right|$$

Por tanto

$X_1 = 3.7310924$
$X_2 = 1.1092437$
$X_3 = 0.907563$
$X_4 = 2.5210089$
$X_5 = 2.420168$

GAUSS - JORDAN :

$$
\left|\begin{array}{ccccc|c}
2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 12 \\
1 & 3 & 0 & 1 & 1 & 12 \\
1 & 2 & 4 & 0 & 1 & 12 \\
0 & 1 & 1 & 3 & 1 & 12 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 12
\end{array}\right| \sim
$$

$$
\sim \left|\begin{array}{cccccc}
2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 12 \\
0 & 2.5 & -0.5 & 0.5 & 1 & 6 \\
0 & 1.5 & 3.5 & -0.5 & 1 & 6 \\
0 & 1 & 1 & 3 & 1 & 12 \\
0 & -0.5 & 0.5 & 0.5 & 2 & 6
\end{array}\right| \sim \left|\begin{array}{cccccc}
2 & 0 & 0 & 1.053 & -0.526 & 8.842 \\
0 & 2.5 & 0 & 0.395 & 1.053 & 6.316 \\
0 & 0 & 3.8 & -0.8 & 0.4 & 2.4 \\
0 & 0 & 1.2 & 2.8 & 0.6 & 9.6 \\
0 & 0 & 0.4 & 0.6 & 2.2 & 7.2
\end{array}\right|
$$

$$
\sim \left|\begin{array}{cccccc}
2 & 0 & 0 & 0 & -0.690 & 5.793 \\
0 & 2.5 & 0 & 0 & 0.991 & 5.172 \\
0 & 0 & 3.8 & 0 & 0.524 & 4.717 \\
0 & 0 & 0 & 3.053 & 0.474 & 8.842 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 2.052 & 4.966
\end{array}\right| \sim \left|\begin{array}{cccccc}
2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7.462 \\
0 & 2.5 & 0 & 0 & 0 & 2.773 \\
0 & 0 & 3.8 & 0 & 0 & 3.449 \\
0 & 0 & 0 & 3.053 & 0 & 7.696 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 2.052 & 4.966
\end{array}\right|
$$

$$
\left|\begin{array}{cccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.731 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1.109 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.908 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2.521 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2.420
\end{array}\right|
$$

Por tanto:

$x_1 = 3.731$
$x_2 = 1.109$
$x_3 = 0.908$
$x_4 = 2.521$
$x_5 = 2.420$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS.
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.
202

JACOBI :

Despejando variables :

$$X_1 = \frac{1}{2}[12 - X_2 - X_3 - X_4]$$

$$X_2 = \frac{1}{3}[12 - X_1 - X_4 - X_5]$$

$$X_3 = \frac{1}{4}[12 - X_1 - 2X_2 - X_5]$$

$$X_4 = \frac{1}{3}[12 - X_2 - X_3 - X_5]$$

$$X_5 = \frac{1}{2}[12 - X_1 - X_3 - X_4]$$

GAUSS - SEIDEL :

Despejando variables :

$$X_1 = \frac{1}{2}[12 - X_2 - X_3 - X_4]$$
$$X_2 = \frac{1}{3}[12 - X_1 - X_4 - X_5]$$
$$X_3 = \frac{1}{4}[12 - X_1 - 2X_2 - X_5]$$
$$X_4 = \frac{1}{3}[12 - X_2 - X_3 - X_5]$$
$$X_5 = \frac{1}{2}[12 - X_1 - X_3 - X_4]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
0	6	4	3	4	6
1	0.5	0.5	1.125	1.4583	4.4583
2	4.4583	0.5416	0.5	2.1666	2.4375
3	4.3958	1	0.7916	2.5902	2.110
4	3.80902	1.163	0.7938	2.5963	2.328
5	3.651	1.141	0.6934	2.532	2.441
6	3.9216	1.110	0.911	2.513	2.440
7	3.6825	1.105	0.904	2.517	2.423
8	3.6932	1.108	0.906	2.521	2.418
9	3.729	1.110	0.908	2.522	2.419
10	3.731	1.110	0.908	2.521	2.420
11	3.731	1.109	0.908	2.521	2.420
12	3.731	1.109	0.908	2.521	2.420
13	3.731	1.109	0.908	2.521	2.420

Por tanto :

$$X_1 = 3.731$$
$$X_2 = 1.109$$
$$X_3 = 0.908$$
$$X_4 = 2.521$$
$$X_5 = 2.420$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

KRYLOV

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad 5\times 5$$

Vector Inicial

$$X = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad a_0 \quad 5\times 1$$

5×1

$$A x = \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} \; a_1 \qquad A^2 x = \begin{vmatrix} 6 \\ 6 \\ 9 \\ 3 \\ 5 \end{vmatrix} \; a_2 \qquad A^3 x = \begin{vmatrix} 30 \\ 32 \\ 59 \\ 29 \\ 28 \end{vmatrix} \; a_3$$

$$A^4 x = \begin{vmatrix} 180 \\ 183 \\ 358 \\ 206 \\ 174 \end{vmatrix} \; a_4 \qquad A^5 x = \begin{vmatrix} 1107 \\ 1109 \\ 2152 \\ 1333 \\ 1092 \end{vmatrix} \quad \text{T.I.}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned}
180\,a_4 + 30\,a_3 + 6\,a_2 + 2a_1 + a_0 &= -1107 \\
183\,a_4 + 32\,a_3 + 6\,a_2 + a_1 &= -1109 \\
358\,a_4 + 59\,a_3 + 9\,a_2 + a_1 &= -2152 \\
206\,a_4 + 29\,a_3 + 3\,a_2 &= -1333 \\
174\,a_4 + 28\,a_3 + 5\,a_2 + a_1 &= -1092
\end{aligned}$$

Luego:

$$\begin{vmatrix} 180 & 30 & 6 & 2 & 1 & -1107 \\ 183 & 32 & 6 & 1 & 0 & -1109 \\ 358 & 59 & 9 & 1 & 0 & -2152 \\ 206 & 29 & 3 & 0 & 0 & -1333 \\ 174 & 28 & 5 & 1 & 0 & -1092 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0.1666 & 0.0333 & 0.0111 & 0.0055 & -6.15 \\ 0 & 1 & -0.06621 & -0.6882 & -0.6765 & 10.9578 \\ 0 & 0 & 1 & 1.154 & 0.81862 & -19.146 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1.143 & 71.7942 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.22633 & 17.4528 \end{vmatrix}$$

Por tanto:

$$a_0 = -77.1122$$
$$a_1 = 159.93344$$
$$a_2 = -140.5836$$
$$a_3 = 59.545695$$
$$a_4 = -12.737122$$

Ecuación Característica:

$$\lambda^5 - 12.737122\,\lambda^4 + 59.545695\,\lambda^3 - 140.5836\,\lambda^2 + 159.93344\,\lambda - 77.1122 = 0$$

Una de sus raices es:

$$\lambda_1 = 6.1143647$$

Falta calcular $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ y λ_5

Con $\lambda_1 = 6.1143647$

$$\lambda^5 + a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

MÉTODO DE POTENCIAS:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \qquad X = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\lambda^{(k)}$
0	1	0	0	0	0	
1	1	0.5	0.5	0	0.5	2
2	0.6666	0.6666	1	0.3333	0.5555	4.5
3	0.5085	0.5423	1	0.4915	0.4746	6.5553
4	0.5028	0.5112	1	0.5754	0.4860	6.0677
5	0.5144	0.5154	1	0.6194	0.5074	6.0112
6	0.5226	0.5266	1	0.6412	0.520	6.0526
7	0.527	0.5353	1	0.6513	0.5255	6.0958
	0.5292	0.5405	1	0.6556	0.5273	6.1231
	0.53026	0.5431	1	0.6573	0.5278	6.1375

Esto es:

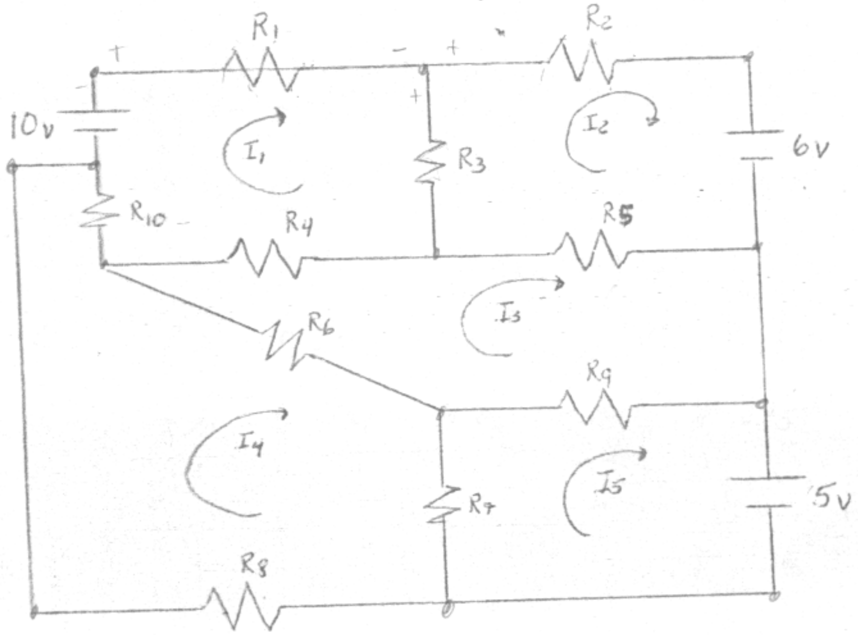
$$\lambda = 6.1375$$

$$u_1 = \begin{vmatrix} 0.53026 \\ 0.5431 \\ 1 \\ 0.6573 \\ 0.5278 \end{vmatrix}$$

Vector asociado a $\lambda = 6.1375$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

De acuerdo con la Figura, se necesita determinar las corrientes que circulan por el circuito



$R_1 = 5\ \Omega$
$R_2 = 6\ \Omega$
$R_3 = 3\ \Omega$
$R_4 = 2\ \Omega$
$R_5 = 4\ \Omega$
$R_6 = 1\ \Omega$
$R_7 = 5\ \Omega$
$R_8 = 1\ \Omega$
$R_9 = 3\ \Omega$
$R_{10} = 2\ \Omega$

Mediante ecuaciones de malla ó método de Maxwell que se apoya en las Leyes de Kirchoff:

$$10 = i_1 R_1 + (i_1 - i_2) R_3 + (i_1 - i_3) R_4 + (i_1 - i_4) R_{10}$$
$$-6 = i_2 R_2 + (i_2 - i_1) R_3 + (i_2 - i_3) R_5$$
$$0 = (i_3 - i_1) R_4 + (i_3 - i_2) R_5 + (i_3 - i_4) R_6 + (i_3 - i_5) R_9$$
$$0 = (i_4 - i_1) R_{10} + (i_4 - i_3) R_6 + (i_4 - i_5) R_7 + i_4 R_8$$
$$-5 = (i_5 - i_3) R_9 + (i_5 - i_4) R_7$$

Reordenando:

$$10 = i_1 (R_1 + R_3 + R_4 + R_{10}) - i_2 R_3 - i_3 R_4 - i_4 R_{10}$$
$$-6 = i_1 R_3 + i_2 (R_2 + R_3 + R_5) - i_3 R_5$$
$$0 = -i_1 R_4 - i_2 R_5 + i_3 (R_4 + R_5 + R_6 + R_9) - i_4 R_6 - i_5 R_9$$
$$0 = -i_1 R_{10} - i_3 R_6 + i_4 (R_{10} + R_6 + R_7 + R_8) - i_5 R_7$$
$$-5 = -i_3 R_9 - i_4 R_7 + i_5 (R_9 + R_7)$$

Sustituyendo los valores de las resistencias

$$10 = 12 i_1 - 3 i_2 - 2 i_3 - 2 i_4 + 0 i_5$$
$$-6 = -3 i_1 + 13 i_2 - 4 i_3 + 0 i_4 + 0 i_5$$
$$0 = -2 i_1 - 4 i_2 + 10 i_3 - i_4 - 3 i_5$$
$$0 = -2 i_1 + 0 i_2 - i_3 + 9 i_4 - 5 i_5$$
$$-5 = 0 i_1 + 0 i_2 - 3 i_3 - 5 i_4 + 8 i_5$$

Por tanto, nuestra matriz queda de la siguiente manera:

$$\left|\begin{array}{ccccc|c} 12 & -3 & -2 & -2 & 0 & 10 \\ -3 & 13 & -4 & 0 & 0 & -6 \\ -2 & -4 & 10 & -1 & -3 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & 9 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -5 & 8 & -5 \end{array}\right|$$

PROBLEMARIO

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

209

GAUSS - JORDAN

$$
\left|\begin{array}{cccccc}
12 & -3 & -2 & -2 & 0 & 10 \\
-3 & 13 & -4 & 0 & 0 & -6 \\
-2 & -4 & 10 & -1 & -3 & 0 \\
-2 & 0 & -1 & 9 & -5 & 0 \\
0 & 0 & -3 & -5 & 8 & -5
\end{array}\right|
\quad
\left|\begin{array}{cccccc}
12 & -3 & -2 & -2 & 0 & 10 \\
0 & 12.25 & -4.5 & -0.5 & 0 & -3.5 \\
0 & -4.5 & 9.667 & -1.333 & -3 & 1.667 \\
0 & -0.5 & -1.333 & 8.667 & -5 & 1.667 \\
0 & 0 & -3 & -5 & 8 & -5
\end{array}\right| \sim
$$

$$
\sim \left|\begin{array}{cccccc}
12 & 0 & 0 & -2.710 & -1.161 & 9.290 \\
0 & 12.25 & 0 & -1.352 & -1.625 & -3.286 \\
0 & 0 & 8.014 & -1.517 & -3 & 0.321 \\
0 & 0 & 0 & 8.359 & -5.568 & 1.596 \\
0 & 0 & 0 & -5.568 & 6.877 & -4.857
\end{array}\right|
\sim
\left|\begin{array}{cccccc}
12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6255 \\
0 & 12.25 & 0 & 0 & -2.585 & -3.028 \\
0 & 0 & 8.014 & 0 & -4.010 & 0.671 \\
0 & 0 & 0 & 8.359 & -5.568 & 1.596 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 3.168 & -3.794
\end{array}\right| \sim
$$

$$
\sim \left|\begin{array}{cccccc}
12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.255 \\
0 & 12.25 & 0 & 0 & 0 & -6.124 \\
0 & 0 & 8.014 & 0 & 0 & -4.133 \\
0 & 0 & 0 & 8.359 & 0 & -5.072 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 3.168 & -3.794
\end{array}\right|
\sim
\left|\begin{array}{cccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.521 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0.516 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -0.607 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1.198
\end{array}\right|
$$

Por tanto

$$
\begin{aligned}
i_1 &= 0.521 \text{ A} \\
i_2 &= -0.5 \text{ A} \\
i_3 &= -0.516 \text{ A} \\
i_4 &= -0.607 \text{ A} \\
i_5 &= -1.198 \text{ A}
\end{aligned}
$$

PROBLEMARIO METODOS NUMERICOS.
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

JACOBI

Despejando variables:

$$I_1 = \frac{1}{12}\left[10 + 3I_2 + 2I_3 + 2I_4\right]$$

$$I_2 = \frac{1}{13}\left[-6 + 3I_1 + 4I_2\right]$$

$$I_3 = \frac{1}{10}\left[2I_1 + 4I_2 + I_4 + 3I_5\right]$$

$$I_4 = \frac{1}{9}\left[2I_1 + I_3 + 5I_5\right]$$

$$I_5 = \frac{1}{8}\left[-5 + 3I_3 + 5I_4\right]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
0	1	1	1	1	1
1	1.4166	0.0769	1	0.8888	0.3750
2	1.1673	0.1730	0.5154	0.6342	0.3055
3	1.068	-0.07	0.458	0.456	-0.35
4	0.982	-0.074	0.238	0.269	-0.149
5	0.899	-0.162	0.149	0.162	-0.368
6	0.845	-0.208	0.021	0.012	-0.468
7	0.787	-0.260	-0.054	-0.070	-0.610
8	0.748	-0.296	-0.137	-0.170	-0.689
9	0.708	-0.331	-0.193	-0.232	-0.782
10	0.680	-0.357	-0.249	-0.299	-0.842
⋮				⋮	⋮
43	0.522	-0.5	-0.515	-0.606	-1.197
44	0.522	-0.5	-0.515	-0.606	-1.197
45	0.522	-0.5	-0.515	-0.606	-1.197
46	0.522	-0.5	-0.515	-0.606	-1.197
47	0.521	-0.5	-0.515	-0.606	-1.197

Por tanto

$i_1 = 0.521$ A

$i_2 = -0.5$ A

$i_3 = -0.515$ A

$i_4 = -0.606$ A

$i_5 = -1.197$ A

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - SEIDEL

Despejando variables:

$$I_1 = \frac{1}{12}[10 + 3I_2 + 2I_3 + 2I_4]$$

$$I_2 = \frac{1}{13}[-6 + 3I_1 + 4I_2]$$

$$I_3 = \frac{1}{10}[2I_1 + 4I_2 + I_4 + 3I_5]$$

$$I_4 = \frac{1}{9}[2I_1 + I_3 + 5I_5]$$

$$I_5 = \frac{1}{8}[-5 + 3I_3 + 5I_4]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
0	1	1	1	1	1
1	1.417	0.173	0.753	0.954	0.253
2	1.161	0.038	0.419	0.445	-0.19
3	0.987	-0.105	0.143	0.130	-0.490
4	0.853	-0.221	-0.052	-0.87	-0.7
5	0.755	-0.303	-0.189	-0.242	-0.48
6	0.686	-0.362	-0.286	-0.350	-0.951
7	0.637	-0.403	-0.354	-0.426	-1.024
8	0.603	-0.431	-0.402	-0.480	-1.075
9	0.579	-0.452	-0.436	-0.517	-1.112
10	0.562	-0.466	-0.459	-0.544	-1.137
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
22	0.522	-0.499	-0.515	-0.606	-1.197
23	0.522	-0.5	-0.515	-0.606	-1.197
24	0.522	-0.5	-0.515	-0.606	-1.197
25	0.521	-0.5	-0.515	-0.606	-1.197
26	0.521	-0.5	-0.515	-0.607	-1.197

Por tanto:

$I_1 = 0.521$ A

$I_2 = -0.5$ A

$I_3 = -0.515$ A

$I_4 = -0.607$ A

$I_5 = -1.197$ A

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

KRYLOV

$$\begin{vmatrix} 12 & -3 & -2 & -2 & 0 \\ -3 & 13 & -4 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & 10 & -1 & -3 \\ -2 & 0 & -1 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & -3 & -5 & 8 \end{vmatrix} \qquad X = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Vector inicial

$$AX = \begin{vmatrix} 5 \\ 6 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} ; \qquad A^2X = \begin{vmatrix} 40 \\ 63 \\ -35 \\ -1 \\ -5 \end{vmatrix} \qquad A^3X = \begin{vmatrix} 363 \\ 839 \\ -666 \\ -29 \\ -70 \end{vmatrix}$$

$$A^4X = \begin{vmatrix} 3229 \\ 12482 \\ -11323 \\ -671 \\ 2703 \end{vmatrix} \qquad A^5X = \begin{vmatrix} 25.290 \\ 197\,871 \\ -177\,054 \\ -14\,689 \\ 58\,948 \end{vmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned}
3229\,a_4 + 363\,a_3 + 40\,a_2 + 5\,a_1 + a_0 &= -25\,290 \\
12482\,a_4 + 839\,a_3 + 63\,a_2 + 6\,a_1 + a_0 &= -197\,871 \\
-11323\,a_4 - 666\,a_3 - 35\,a_2 + a_0 &= 177054 \\
-671\,a_4 - 29\,a_3 - a_2 + a_1 + a_0 &= 14689 \\
2703\,a_4 - 70\,a_3 - 5\,a_2 + a_0 &= -58948
\end{aligned}$$

Luego:

$$\begin{vmatrix} 3229 & 363 & 40 & 5 & 1 & -25\,290 \\ 12482 & 839 & 63 & 6 & 1 & -197\,871 \\ -11323 & -666 & -35 & 0 & 1 & 177054 \\ -671 & -29 & -1 & 1 & 1 & 14689 \\ 2703 & -70 & -5 & 0 & 1 & -58948 \end{vmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{vmatrix} 1 & 0.1124 & 0.0124 & 0.0015 & 0.0003 & -7.832 \\ 0 & 1 & 1.6273 & 0.0226 & 0.0049 & 177.5108 \\ 0 & 0 & 1 & -0.0037 & -0.0016 & 21.9126 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1.2266 & 3813.9768 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.1901 & -13427.164 \end{vmatrix}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Por tanto:

$$a_0 = 11282.382$$
$$a_1 = -10024.993$$
$$a_2 = 2.87194$$
$$a_3 = 344.1185$$
$$a_4 = -34.8938$$

Ecuación Característica:

$$\lambda^5 - 34.8938\,\lambda^4 + 344.1185\,\lambda^3 + 2.87194\,\lambda^2 - 10024.993\,\lambda + 11282.382 = 0$$

Cuyas raices ó valores propios son:

$$\lambda_1 = 16.5312$$
$$\lambda_2 = 8.6197$$
$$\lambda_3 = -4.8065$$
$$\lambda_4 = \lambda_5 = 14.9532 \pm 2.8842\,i$$

Con $\lambda_1 = 16.5312$

$$\begin{vmatrix} 12-16.5312 & -3 & -2 & -2 & 0 \\ -3 & 13-16.5312 & -4 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & 10-16.5312 & -1 & -3 \\ -2 & 0 & -1 & 9-16.5312 & -5 \\ 0 & 0 & -3 & -5 & 8-16.5312 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -4.5312 & -3 & -2 & -2 & 0 \\ -3 & -3.5312 & -4 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & -6.5312 & -1 & -3 \\ -2 & 0 & -1 & -7.5312 & -5 \\ 0 & 0 & -3 & -5 & -8.5312 \end{vmatrix}$$

Si $I_2 = 1$

$\Rightarrow$ $I_1 = -0.2062$
$I_3 = -0.7452$
$I_4 = -0.0774$
$I_5 = 0.3193$

$\therefore\ U_1 = [-0.2062, 1, -0.7452, -0.0774, 0.3193]^T$

Vector asociado a λ_1

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

MÉTODO DE POTENCIAS

$$\begin{vmatrix} 12 & -3 & -2 & -2 & 0 \\ -3 & 13 & -4 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & 10 & -1 & -3 \\ -2 & 0 & -1 & 9 & -5 \\ 0 & 0 & -3 & -5 & 8 \end{vmatrix} \qquad X = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\lambda^{(k)}$
0	1	1	1	1	1	
1	0.8333	1	0	0.1666	0	6
2	0.6349	1	-0.5555	-0.1592	-0.0793	10.5001
3	0.4542	1	-0.7830	-0.1315	0.1373	13.3173
4	0.0777	1	-0.8816	-0.1351	0.2779	14.7694
5	-0.0021	1	-0.8389	-0.0107	0.3402	16.2933
6	-0.0810	1	-0.8187	-0.0583	0.3234	16.3619
7	-0.1343	1	-0.7832	-0.0899	0.3229	16.5178
8	-0.1733	1	-0.7524	-0.0829	0.3255	16.5357
9	-0.2062	1	-0.7302	-0.0771	0.3191	16.5312

$$|16.5312 - 16.5357| = 0.0045$$

Esto es:

$$\lambda = 16.5312$$

$$\bar{q}_1 = \begin{vmatrix} -0.2062 \\ 1 \\ -0.7302 \\ -0.0771 \\ 0.3191 \end{vmatrix}$$

Vector asociado a $\lambda = 16.5312$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

En un taller electromecánico se presenta el sig. problema:

Se dispone de 5 máquinas: R, S, T, U, V que elaboran 5 productos: A, B, C, D, E. Por razones de mantenimiento, la máquina R puede operar 50 hrs. semanales, la máquina S 60 horas semanales, la máquina T 45 hrs. semanales, la máquina U 75 hrs. semanales y la máquina V 40 hrs. semanales.

Cada unidad del producto A debe procesarse 22 hrs en la máq. R
″ ″ ″ ″ A ″ ″ 8 ″ S
A ″ ″ 6 ″ T
A ″ ″ 4 ″ U
A ″ ″ 2 ″ V

Cada unidad del producto B ″ ″ 8 ″ R
″ ″ ″ ″ B ″ ″ 16 ″ S
B ″ ″ 2 ″ T
B ″ ″ 0 ″ U
B ″ ″ 6 ″ V

Cada unidad del producto C ″ ″ 2 ″ R
C ″ ″ 0 ″ S
C ″ ″ 16 ″ T
C ″ ″ 0 ″ U
C ″ ″ 2 ″ V

Cada unidad del producto D ″ ″ 2 ″ R
D ″ ″ 2 ″ S
D ″ ″ 4 ″ T
D ″ ″ 10 ″ U
D ″ ″ 0 ″ V

Cada unidad del producto E ″ ″ 1 ″ R
E ″ ″ 6 ″ S
E ″ ″ 2 ″ T
E ″ ″ 2 ″ U
E ″ ″ 14 ″ V

Determinar el número de unidades que deben producirse semanalmente para lograr plena ocupación de las 5 máquinas.

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

SOLUCIÓN:

MAQUINAS	PRODUCTOS A	B	C	D	E	DISPONIBILIDAD (hrs) SEMANALES
R	22	8	2	2	1	50
S	8	16	0	2	6	60
T	6	2	16	4	2	45
U	4	0	0	10	2	75
V	2	6	2	0	14	40

Por tanto, el sistema de ecuaciones queda de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
22X_1 + 8X_2 + 2X_3 + 2X_4 + X_5 &= 50 \\
8X_1 + 16X_2 + 2X_4 + 6X_5 &= 60 \\
6X_1 + 2X_2 + 16X_3 + 4X_4 + 2X_5 &= 45 \\
4X_1 + 10X_4 + 2X_5 &= 75 \\
2X_1 + 6X_2 + 2X_3 + 14X_5 &= 40
\end{aligned}
$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS

$$\left|\begin{array}{cccccc} 22 & 8 & 2 & 2 & 1 & 50 \\ 8 & 16 & 0 & 2 & 6 & 60 \\ 6 & 2 & 16 & 4 & 2 & 45 \\ 4 & 0 & 0 & 10 & 2 & 75 \\ 2 & 6 & 2 & 0 & 14 & 40 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 22 & 8 & 2 & 2 & 1 & 50 \\ 8 & 16 & 0 & 2 & 6 & 60 \\ 6 & 2 & 16 & 4 & 2 & 45 \\ 4 & 0 & 0 & 10 & 2 & 75 \\ 2 & 6 & 2 & 0 & 14 & 40 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 3 & 1 & 0 & 7 & 20 \\ 0 & -8 & -8 & 2 & -50 & -100 \\ 0 & -16 & 10 & 4 & -40 & -75 \\ 0 & -12 & -4 & 10 & -26 & -5 \\ 0 & -58 & -20 & 2 & -153 & -390 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 3 & 1 & 0 & 7 & 20 \\ 0 & 1 & 1 & -1/4 & 25/4 & 25/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 30/13 & 125/26 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 397/13 & 1385/13 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-25}{2} & 3167/26 & 1980/13 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 3 & 1 & 0 & 7 & 20 \\ 0 & 1 & 1 & -1/4 & 25/4 & 25/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 30/13 & 125/26 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 397/91 & 1385/91 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 32094/182 & 62345/182 \end{array}\right|$$

Por tanto:

$X_1 = 0.91555$

$X_2 = 1.72065$

$X_3 = 0.325$

$X_4 = 6.7451$

$X_5 = 1.9425$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - JORDAN

(Utilizando la triangulación de la matriz [illegible])

$$
\begin{vmatrix}
22 & 8 & 2 & 2 & 1 & 50 \\
8 & 16 & 0 & 2 & 6 & 60 \\
6 & 2 & 16 & 4 & 2 & 45 \\
4 & 0 & 0 & 10 & 2 & 75 \\
2 & 6 & 2 & 0 & 14 & 40
\end{vmatrix}
$$

$$
\begin{vmatrix}
1 & 3 & 1 & 0 & 7 & 20 \\
0 & 1 & 1 & -1/4 & 25/4 & 25/2 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 30/13 & 125/26 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 397/91 & 1385/91 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 32094/182 & 62345/182
\end{vmatrix}
$$

$$
\begin{vmatrix}
1 & 0 & -2 & 3/4 & -47/4 & -35/2 \\
0 & 1 & 0 & -1/4 & 205/52 & 100/13 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 30/13 & 125/26 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 397/91 & 1385/91 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 62345/32094
\end{vmatrix}
$$

$$
\begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & 3/4 & -371/52 & -205/26 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 458/91 & 4185/364 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 30/13 & 125/26 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 19699225/2920554 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 &
\end{vmatrix}
$$

$$
\begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.91613 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1.72033 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 135525/417222 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 19699225/2920554 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 62345/32094
\end{vmatrix}
$$

Por tanto:

$$X_1 = 0.91613$$

$$X_2 = 1.72033$$

$$X_3 = 0.32482$$

$$X_4 = 6.74503$$

$$X_5 = 1.942574$$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

JACOBI:

Despejando variables:

$$X_1 = \frac{1}{22}[50 - 8X_2 - 2X_3 - 2X_4 - X_5]$$

$$X_2 = \frac{1}{16}[60 - 8X_1 - 2X_4 - 6X_5]$$

$$X_3 = \frac{1}{16}[45 - 6X_1 - 2X_2 - 4X_4 - 2X_5]$$

$$X_4 = \frac{1}{10}[75 - 4X_1 - 2X_5]$$

$$X_5 = \frac{1}{14}[40 - 2X_1 - 6X_2 - 2X_3]$$

Luego:

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	P=2	P=1
0	1	1	1	1	1		
1	1.6818	2.75	1.9375	6.9	2.1428	6.36	10.40
2	0.3716	1.2411	-0.1554	6.397	1.161	3.092	6.394
3	1.201	2.328	0.773	7.119	2.2943		
4	0.604	1.397	0.00445	6.560	1.5770	1.619	3.658
* 5	0.9027	1.708	0.312	6.738	1.927		
6	0.9228	1.733	0.334	6.753	1.951		
7	0.9092	1.7126	0.317	6.740	1.934	0.0373	0.081
* 8	0.9160	1.7230	0.326	6.747	1.9429		
9	0.9148	1.720	0.3239	6.745	1.9412		
10	0.9163	1.72149	0.3255	6.7458	1.9430	0.01114	0.0152

* Utilización de aceleración

Por tanto:

$X_1 = 0.9163$

$X_2 = 1.72149$

$X_3 = 0.3255$

$X_4 = 6.7458$

$X_5 = 1.9430$

PROBLEMARIO MÉTODOS NUMÉRICOS

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - SEIDEL:

Despejando variables:

$$X_1 = \frac{1}{22}[50 - 8X_2 - 2X_3 - 2X_4 - X_5]$$

$$X_2 = \frac{1}{16}[60 - 8X_1 - 2X_4 - 6X_5]$$

$$X_3 = \frac{1}{16}[45 - 6X_1 - 2X_2 - 4X_4 - 2X_5]$$

$$X_4 = \frac{1}{10}[75 - 4X_1 - 2X_5]$$

$$X_5 = \frac{1}{14}[40 - 2X_1 - 6X_2 - 2X_3]$$

Luego:

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	P=2	P=1	P=∞
0	1	1	1	1	1			
1	1.6818	2.4091	1.5056	6.6272	1.3693	5.8743	8.593	5.6272
2	0.6573	2.0794	0.4781	6.9632	1.8037			
3	0.7581	1.8241	0.3339	6.8360	1.9194			
4	0.8703	1.7406	0.3196	6.7680	1.9412			
5	0.9072	1.7224	0.3223	6.7489	1.9433	0.04549	0.79	0.0369
6	0.9152	1.7200	0.3242	6.745	1.9429			
7	0.9163	1.7201	0.3247	6.7449	1.9427			
8	0.9162	1.7203	0.3248	6.7450	1.9426			
9	0.9162	1.7203	0.3248	6.7450	1.9426			
10	0.9161	1.7203	0.3248	6.7450	1.9426	0.0001	0.0001	0.0001

KRYLOV:

$$A = \begin{vmatrix} 22 & 8 & 2 & 2 & 1 & 50 \\ 8 & 16 & 0 & 2 & 6 & 60 \\ 6 & 2 & 16 & 4 & 2 & 45 \\ 4 & 0 & 0 & 10 & 2 & 75 \\ 2 & 6 & 2 & 0 & 14 & 40 \end{vmatrix} \qquad \text{Vector Inicial} \quad x_0 = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$Ax = \begin{vmatrix} 35 \\ 32 \\ 30 \\ 16 \\ 24 \end{vmatrix} ; \quad A^2x = \begin{vmatrix} 1142 \\ 968 \\ 866 \\ 348 \\ 658 \end{vmatrix} ; \quad A^3x = \begin{vmatrix} 35954 \\ 29268 \\ 25352 \\ 9364 \\ 19036 \end{vmatrix}$$

$$A^4x = \begin{vmatrix} 1,113,600 \\ 888,864 \\ 755,420 \\ 275,528 \\ 564,724 \end{vmatrix} ; \quad A^5x = \begin{vmatrix} 34,236,732 \\ 27,070,024 \\ 22,777,608 \\ 8,339,128 \\ 16,977,360 \end{vmatrix}$$

Que corresponde al sistema:

$$\begin{aligned}
1,113600\, a_4 + 35954\, a_3 + 1142\, a_2 + 35\, a_1 + a_0 &= -34,236,732 \\
888,864\, a_4 + 29268\, a_3 + 968\, a_2 + 32\, a_1 + a_0 &= -27,070,024 \\
755,420\, a_4 + 25352\, a_3 + 866\, a_2 + 30\, a_1 + a_0 &= -22,777,608 \\
275,528\, a_4 + 9364\, a_3 + 348\, a_2 + 16\, a_1 + a_0 &= -8,339,128 \\
564,724\, a_4 + 19036\, a_3 + 658\, a_2 + 24\, a_1 + a_0 &= -16,977,360
\end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned}
a_0 &= 39852.9180 \\
a_1 &= 33696.0486 \\
a_2 &= -12102.3305 \\
a_3 &= 1380.6714 \\
a_4 &= -64.0048
\end{aligned}$$

Ecuación característica:

$$\lambda^5 - 64.0048\,\lambda^4 + 1380.6714\,\lambda^3 - 12102.3305\,\lambda^2 + 33696.0486\,\lambda + 39852.9180 = 0$$

Raices:

$$\lambda_1 = -0.87740398 \qquad \lambda_4 = \lambda_5 = \text{Complejos}$$
$$\lambda_2 = 15.1339183$$
$$\lambda_3 = 30.552738$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Para $\lambda_1 = -0.87740398$

$$\begin{vmatrix} 22+0.8774 & 8 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & 16+0.8774 & 0 & 2 & 6 \\ 6 & 2 & 16+0.8774 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 10+0.8774 & 2 \\ 2 & 6 & 2 & 0 & 14+0.8774 \end{vmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{vmatrix} 22.8774 & 8 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & 16.8774 & 0 & 2 & 6 \\ 6 & 2 & 16.8774 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 10.8774 & 2 \\ 2 & 6 & 2 & 0 & 14.8774 \end{vmatrix} \sim$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & 2 & 22.8774 \\ 0 & 1 & 0.3856 & 0.3213 & 4.1534 \\ 0 & 0 & 18.2758 & 4.4982 & 18.3928 \\ 0 & 0 & 2.1696 & 12.0182 & 24.6996 \\ 0 & 0 & 15.8254 & 6.5583 & 226.7398 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & 2 & 22.8774 \\ 0 & 1 & 0.3856 & -0.3213 & 4.1534 \\ 0 & 0 & 1 & 0.2461 & 1.0064 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1.9606 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 205.5906 \end{vmatrix}$$

Si:

$$\begin{aligned} X_5 &= 1 \\ X_4 &= -1.9606 \\ X_3 &= -0.52389 \\ X_2 &= -3.32144 \\ X_1 &= 8.6631 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad U_1 = \begin{vmatrix} 1 \\ -1.9606 \\ -0.52389 \\ -3.32144 \\ 8.6631 \end{vmatrix}$$

Vector Asociado a λ_1

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Para $\lambda_2 = 15.1339183$

$$\begin{vmatrix} 22-15.1339 & 8 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & 16-15.1339 & 0 & 2 & 6 \\ 6 & 2 & 16-15.1339 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 10-15.1339 & 2 \\ 2 & 6 & 2 & 0 & 14-15.1339 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 6.8661 & 8 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & 0.8661 & 0 & 2 & 6 \\ 6 & 2 & 0.8661 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & -5.1339 & 2 \\ 2 & 6 & 2 & 0 & -1.1339 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & 2 & 6.8661 \\ 0 & 1 & 0.2546 & 0.2122 & 0.7043 \\ 0 & 0 & 0.4305 & 2.9708 & 2.1281 \\ 0 & 0 & 0.0736 & -5.7387 & 1.5367 \\ 0 & 0 & 0.4307 & -0.9303 & -0.8292 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & 2 & 6.8661 \\ 0 & 1 & 0.2546 & 0.2122 & 0.7043 \\ 0 & 0 & 1 & 6.9008 & 4.9433 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0.1878 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3.6912 \end{vmatrix}$$

Si

$X_5 = 1$
$X_4 = 0.1878$
$X_3 = -6.2392$
$X_2 = 0.8443$
$X_1 = -1.5177$

$$\Rightarrow \quad \bar{U}_2 = \begin{vmatrix} 1 \\ 0.1878 \\ -6.2392 \\ 0.8443 \\ -1.5177 \end{vmatrix}$$

Vector Asociado a λ_2

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Para $\lambda_3 = 30.552738$

$$\left|\begin{array}{ccccc} 22-30.5527 & 8 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & 16-30.5527 & 0 & 2 & 6 \\ 6 & 2 & 16-30.5527 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 10-30.5527 & 2 \\ 2 & 6 & 2 & 0 & 14-30.5527 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{ccccc} -8.5527 & 8 & 2 & 2 & 1 \\ 8 & -14.5527 & 0 & 2 & 6 \\ 6 & 2 & -14.5527 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & -20.5527 & 2 \\ 2 & 6 & 2 & 0 & -16.5527 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{ccccc} 1 & -0.9353 & -0.2338 & -0.2338 & -0.1169 \\ 0 & 1 & -0.2645 & -0.5474 & -0.9808 \\ 0 & 0 & 1 & -0.8592 & -0.9129 \\ 0 & 0 & 1.9247 & -17.5695 & 6.1369 \\ 0 & 0 & 4.5493 & 4.7759 & -8.5994 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{ccccc} 1 & -0.9353 & -0.2338 & -0.2338 & -0.1169 \\ 0 & 1 & -0.2645 & -0.5474 & -0.9808 \\ 0 & 0 & 1 & -0.8592 & -0.9129 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0.4959 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1396 \end{array}\right|$$

Si

$X_5 = 1$
$X_4 = 0.4959$
$X_3 = 1.3389$
$X_2 = 1.6063$
$X_1 = 2.0482$

$$\Rightarrow \quad \bar{U}_3 = \left|\begin{array}{c} 1 \\ 0.4959 \\ 1.3389 \\ 1.6063 \\ 2.0482 \end{array}\right|$$

Vector Asociado a λ_3

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Un fabricante de juguetes produce artefactos que tienen 5 partes: ruedas, ejes, cuerpos, motores y luces. La siguiente tabla indica cuántas de cada una de las partes se requieren para hacer determinado juguete:

		JUGUETES				
		1	2	3	4	5
PARTES	1	8	4	5	4	4
	2	3	4	2	1	2
	3	2	1	3	2	1
	4	2	1	2	4	1
	5	4	4	3	4	5
Costo Total:		202	108	72	70	156

¿Cuál es el costo de cada una de las partes?

Por tanto, el sistema de ecuaciones queda de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
8X_1 + 4X_2 + 5X_3 + 4X_4 + 4X_5 &= 202 \\
3X_1 + 4X_2 + 2X_3 + X_4 + 2X_5 &= 108 \\
2X_1 + X_2 + 3X_3 + 2X_4 + X_5 &= 72 \\
2X_1 + X_2 + 2X_3 + 4X_4 + X_5 &= 70 \\
4X_1 + 4X_4 + 3X_3 + 4X_4 + 5X_5 &= 156
\end{aligned}
$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS

$$\left|\begin{array}{ccccc|c} 8 & 4 & 5 & 4 & 4 & 202 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 2 & 108 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & 72 \\ 2 & 1 & 2 & 4 & 1 & 70 \\ 4 & 4 & 3 & 4 & 5 & 156 \end{array}\right| \approx \left|\begin{array}{ccccc|c} 8 & 4 & 5 & 4 & 4 & 202 \\ 0 & 5/2 & 1/8 & -4/8 & 3/8 & 258/8 \\ 0 & 0 & 14/8 & 1 & 0 & 172/8 \\ 0 & 0 & 3/4 & 3 & 0 & 156/8 \\ 0 & 2 & 1/2 & 2 & 3 & 55 \end{array}\right| \approx$$

$$\approx \left|\begin{array}{ccccc|c} 8 & 4 & 5 & 4 & 4 & 202 \\ 0 & 5/2 & 1/8 & -4/8 & 3/8 & 258/8 \\ 0 & 0 & 14/8 & 1 & 0 & 172/8 \\ 0 & 0 & 3/4 & 3 & 0 & 156/8 \\ 0 & 0 & 4/10 & 24/10 & 27/10 & 292/10 \end{array}\right| \approx \left|\begin{array}{ccccc|c} 8 & 4 & 5 & 4 & 4 & 202 \\ 0 & 5/2 & 1/8 & -4/8 & 3/8 & 258/8 \\ 0 & 0 & 14/8 & 1 & 0 & 172/8 \\ 0 & 0 & 0 & 18/7 & 0 & 72/7 \\ 0 & 0 & 4/10 & 24/10 & 27/10 & 292/10 \end{array}\right| \approx$$

$$\approx \left|\begin{array}{ccccc|c} 8 & 4 & 5 & 4 & 4 & 202 \\ 0 & 5/2 & 1/8 & -4/8 & 3/8 & 258/8 \\ 0 & 0 & 14/8 & 1 & 0 & 172/8 \\ 0 & 0 & 0 & 18/7 & 0 & 72/7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 27/10 & 156/10 \end{array}\right|$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} x_1 &= 8.973 \\ x_2 &= 12.419 \\ x_3 &= 8.286 \\ x_4 &= 4 \\ x_5 &= 5.778 \end{aligned}$$

GAUSS - JORDAN

$$\left|\begin{array}{cccccc} 8 & 4 & 5 & 4 & 4 & 202 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 2 & 108 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & 72 \\ 2 & 1 & 2 & 4 & 1 & 70 \\ 4 & 4 & 3 & 4 & 5 & 156 \end{array}\right| \sim \left|\begin{array}{cccccc} 8 & 4 & 5 & 4 & 4 & 202 \\ 0 & 2.5 & 0.125 & -0.5 & 0.5 & 32.25 \\ 0 & 0 & 1.75 & 1 & 0 & 21.5 \\ 0 & 0 & 0.75 & 3 & 0 & 19.5 \\ 0 & 2 & 0.5 & 2 & 3 & 55 \end{array}\right| \sim$$

$$\sim \left|\begin{array}{cccccc} 8 & 0 & 4.8 & 4.8 & 3.2 & 150.4 \\ 0 & 2.5 & 0.125 & -0.5 & 0.5 & 32.250 \\ 0 & 0 & 1.75 & 1 & 0 & 21.5 \\ 0 & 0 & 0.75 & 3 & 0 & 19.5 \\ 0 & 0 & 0.4 & 2.4 & 2.6 & 29.2 \end{array}\right| \sim$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 8 & 0 & 0 & 0 & 3.2 & 83.2 \\ 0 & 2.5 & 0 & 0 & 0.5 & 33 \\ 0 & 0 & 1.75 & 1 & 0 & 21.5 \\ 0 & 0 & 0 & 2.571 & 0 & 10.286 \\ 0 & 0 & 0 & 2.171 & 2.6 & 24.286 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 64 \\ 0 & 2.5 & 0 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 1.75 & 0 & 0 & 17.5 \\ 0 & 0 & 0 & 2.571 & 0 & 10.236 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6 & 15.6 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \end{array}\right|$$

Por tanto:

$$X_1 = 8$$
$$X_2 = 12$$
$$X_3 = 10$$
$$X_4 = 4$$
$$X_5 = 6$$

JACOBI

Despejando variables :

$$X_1 = \frac{1}{8}\left[202 - 4X_2 - 5X_3 - 4X_4 - 4X_5\right]$$

$$X_2 = \frac{1}{4}\left[108 - 3X_1 - 2X_3 - X_4 - 2X_5\right]$$

$$X_3 = \frac{1}{3}\left[72 - 2X_1 - X_2 - 2X_4 - X_5\right]$$

$$X_4 = \left[70 - 2X_1 - X_2 - 2X_3 - X_5\right]$$

$$X_5 = \frac{1}{5}\left[156 - 4X_1 - 4X_2 - 3X_3 - 4X_4\right]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	P=2	P=1
0	1	1	1	1	1		
1	23.125	25.000	22.000	16.000	28.200	49.717	109.3
2	-23.106	-19.444	-19.817	-18.363	-33.300	50.274	109.02
3	73.189	42.174	69.223	52.145	91.816	149.747	323.54
4	-111.082	-139.745	-104.219	-87.204	-144.340		

∴ El método no converge

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - SEIDEL

Despejando variables:

$$X_1 = \frac{1}{8}\left[202 - 4X_2 - 5X_3 - 4X_4 - 4X_5\right]$$

$$X_2 = \frac{1}{4}\left[108 - 3X_1 - 2X_3 - X_4 - 2X_5\right]$$

$$X_3 = \frac{1}{3}\left[72 - 2X_1 - X_2 - 2X_4 - X_5\right]$$

$$X_4 = \left[70 - 2X_1 - X_2 - 2X_3 - X_5\right]$$

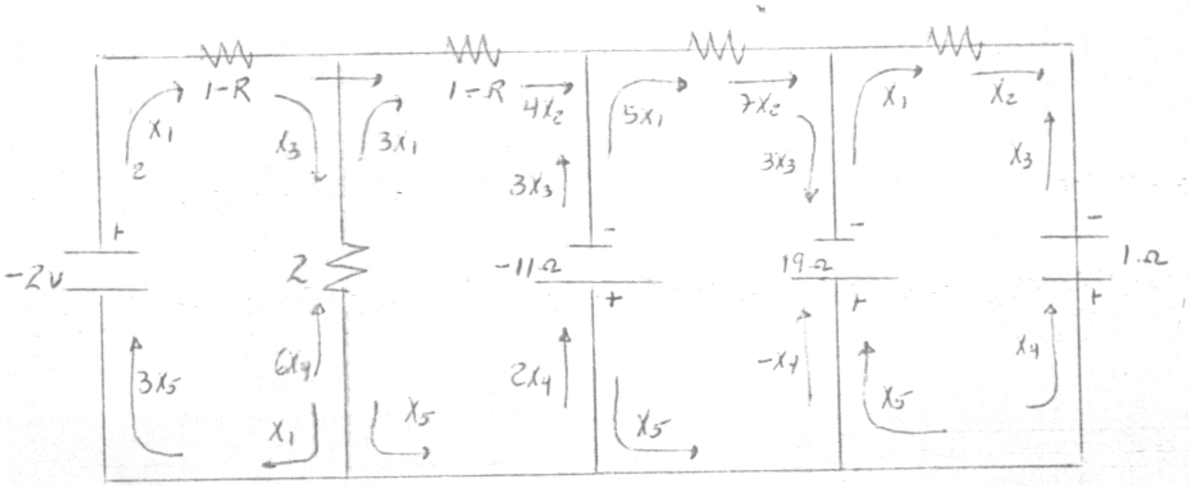
$$X_5 = \frac{1}{5}\left[156 - 4X_1 - 4X_2 - 3X_3 - 4X_4\right]$$

$$X^{(0)} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
0	1	1	1	1	1
1	23.125	8.406	4.781	1.175	2.150
2	16.386	10.946	7.914	2.076	2.925
3	12.330	11.814	9.483	2.907	3.868
4	10.028	12.076	10.061	3.470	4.704
5	8.837	12.122	10.187	3.731	5.295
6	8.284	12.101	10.158	3.930	5.654
7	8.059	12.067	10.100	3.990	5.847
8	7.985	12.040	10.054	4.009	5.940
9	7.972	12.022	10.026	4.011	5.981
10	7.977	12.011	10.011	4.008	5.997
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
14	7.998	12.000	10.000	4.001	6.001
15	7.999	12.000	10.000	4.000	6.000
16	8.000	12.000	10.000	4.000	6.000
17	8.000	12.000	10.000	4.000	6.000
18	8.000	12.000	10.000	4.000	6.000

$\therefore \; X_1 = 8 \quad X_2 = 12 \quad X_3 = 10 \quad X_4 = 4 \quad X_5 = 6$

Dado el siguiente circuito



Se genera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$
\begin{aligned}
2X_1 - 3X_2 - X_3 + 6X_4 - 3X_5 &= 2 \\
X_1 + X_2 - 2X_3 - X_4 - X_5 &= -2 \\
3X_1 + 4X_2 - 3X_3 - 2X_4 - X_5 &= -11 \\
5X_1 + 7X_2 + 3X_3 - X_4 - X_5 &= 19 \\
X_1 + X_2 - X_3 - X_4 + X_5 &= 1
\end{aligned}
$$

GAUSS

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 & 6 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & -1 & -1 & -2 \\ 3 & 4 & -3 & -2 & -1 & -11 \\ 5 & 7 & 3 & -1 & -1 & 19 \\ 1 & 1 & -1 & -7 & 1 & 1 \end{vmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 & 6 & -3 & 2 \\ 0 & 2.5 & -1.5 & -4 & 2.5 & -3 \\ 0 & 8.5 & -1.5 & -11 & 3.5 & -14 \\ 0 & 14.5 & 5.5 & -16 & 6.5 & 14 \\ 0 & 2.5 & -0.5 & -4 & 2.5 & 0 \end{vmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 & 6 & -3 & 2 \\ 0 & 2.5 & -1.5 & -4 & 2.5 & -3 \\ 0 & 0 & 3.6 & 2.6 & -5 & -3.8 \\ 0 & 0 & 14.2 & 7.2 & -8 & 31.4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} \sim$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 & 6 & -3 & 2 \\ 0 & 2.5 & -1.5 & -4 & 2.5 & -3 \\ 0 & 0 & 3.6 & 2.6 & -5 & -3.8 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 11.7 & 46.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.33 & -6.7 \end{vmatrix}$$

Por tanto:

$X_1 = 0.78318$
$X_2 = 2.20364$
$X_3 = 2.92225$
$X_4 = 4.17993$
$X_5 = 5.03759$

GAUSS - JORDAN

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 & 6 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & -3 & -2 & -1 & -11 \\ 5 & 7 & 3 & -1 & -1 & 19 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -3/2 & -1/2 & 3 & -3/2 & 1 \\ 1 & -3/2 & -1/2 & 3 & -3/2 & 1 \\ 3 & -9/2 & -3/2 & 9 & -9/2 & 3 \\ 5 & -15/2 & -5/2 & 15 & -15/2 & 5 \\ 1 & -3/2 & -1/2 & 3 & -3/2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -3/5 & -4/5 & 1 & -6/5 \\ 0 & 1 & -3/17 & -22/17 & 7/17 & -28/17 \\ 0 & 1 & 1/25 & -38/25 & -13/25 & 28/25 \\ 1 & 0 & -7/5 & 9/5 & 0 & -4/5 \\ 0 & 1 & -3/5 & -4/5 & 1 & -6/5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7831 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2.2036 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2.9222 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4.1799 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5.0375 \end{vmatrix}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} X_1 &\ \ 0.7831 \\ X_2 &= 2.2036 \\ X_3 &= 2.9222 \\ X_4 &= 4.1799 \\ X_5 &= 5.0375 \end{aligned}$$

JACOBI

Despejando variables:

$$x_1 = \frac{1}{2}[2 + 3x_2 + x_3 - 6x_4 + 3x_5]$$

$$x_2 = [-2 - x_1 + 2x_3 - x_4 - x_5]$$

$$x_3 = -\frac{1}{3}[-11 - 3x_1 - 4x_2 + 2x_4 + x_5]$$

$$x_4 = -[19 - 5x_1 - 7x_2 - 3x_3 + x_5]$$

$$x_5 = [1 - x_1 - x_2 + x_3 + x_4]$$

El método no converge.

GAUSS - SEIDEL

Tampoco converge.

Una compañía recibió de 5 proveedores los siguientes presupuestos:

	A	B	C	D	E
Nº Compresores	12	0	2	4	3
Nº Medidores	3	10	3	0	2
Nº Válvulas	2	5	10	1	1
Nº Reguladores	5	0	1	14	2
Nº Tanques	1	3	0	3	9
Costo total (millones)	6	5	3	3	4

Si los proveedores tienen los mismos precios para cada artículo ¿Cuánto cuesta cada uno de los artículos?

Por tanto, el sistema de ecuaciones queda de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
12X_1 + 3X_2 + 2X_3 + 5X_4 + X_5 &= 6 \\
10X_2 + 5X_3 + 3X_5 &= 5 \\
2X_1 + 3X_2 + 10X_3 + X_4 &= 3 \\
4X_1 + X_3 + 14X_4 + 3X_5 &= 3 \\
3X_1 + 2X_2 + X_3 + 2X_4 + 9X_5 &= 4
\end{aligned}
$$

GAUSS

$$\begin{vmatrix} 12 & 3 & 2 & 5 & 1 & 6 \\ 0 & 10 & 5 & 0 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 10 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 14 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0.25 & 0.1666 & 0.4166 & 0.0833 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 2.5 & 9.6666 & 0.1666 & -0.1666 & 2 \\ 0 & -1 & 0.3333 & 12.3333 & 2.6666 & 1 \\ 0 & 1.25 & 0.4999 & 0.7499 & 8.7500 & 2.5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0.25 & 0.1666 & 0.4166 & 0.0833 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 0 & 8.4166 & 0.1666 & -0.9166 & 0.75 \\ 0 & 0 & 0.8333 & 12.3333 & 2.9666 & 1.5 \\ 0 & 0 & -0.1250 & 0.7497 & 8.3750 & 1.875 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0.25 & 0.1666 & 0.4166 & 0.0833 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0198 & -0.1089 & 0.0891 \\ 0 & 0 & 0 & 12.3168 & 3.6514 & 1.4257 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7524 & 8.3613 & 1.8861 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0.25 & 0.1666 & 0.4166 & 0.0833 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0198 & -0.1089 & 0.0891 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2482 & 0.1157 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2139 \end{vmatrix}$$

Por tanto:

$X_1 = 0.342483$ millones de pesos
$X_2 = 0.380227$ " " "
$X_3 = 0.111169$ " " "
$X_4 = 0.062643$ " " "
$X_5 = 0.213959$ " " "

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - JORDAN

(Utilizando la triangulación de la matriz anterior)

$$\left|\begin{array}{cccccc} 12 & 3 & 2 & 5 & 1 & 6 \\ 0 & 10 & 5 & 0 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 10 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 14 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 9 & 4 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0.25 & 0.1666 & 0.4166 & 0.0833 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0198 & -0.1089 & 0.0891 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2482 & 0.1157 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2139 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0.4174 & 0.0128 & 0.3787 \\ 0 & 1 & 0 & -0.0099 & 0.3544 & 0.4554 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0198 & -0.1089 & 0.0891 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2482 & 0.1157 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2139 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -0.09075 & 0.3303 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0.35691 & 0.4565 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0.1138 & 0.0868 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2482 & 0.1157 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.2139 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3498036 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0.3802273 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.1111698 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.0626483 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.213959 \end{array}\right|$$

Por tanto:

$X_1 = 0.3498036$
$X_2 = 0.3802273$
$X_3 = 0.1111698$
$X_4 = 0.0626483$
$X_5 = 0.213959$

JACOBI

Despejando las variables:

$$X_1 = \frac{1}{12}\left[6 - 3X_2 - 2X_3 - 5X_4 - X_5\right]$$

$$X_2 = \frac{1}{10}\left[5 - 5X_3 - 3X_5\right]$$

$$X_3 = \frac{1}{10}\left[3 - 2X_1 - 3X_2 - X_4\right]$$

$$X_4 = \frac{1}{14}\left[3 - 4X_1 - X_3 - 3X_5\right]$$

$$X_5 = \frac{1}{9}\left[4 - 3X_1 - 2X_2 - X_3 - 2X_4\right]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
0	1	1	1	1	1
1	-0.4166	-0.3	-0.3	-0.3571	-0.4444
2	0.8108	0.7833	0.5090	0.4500	0.7626
3	-0.0317	0.0166	-0.1421	-0.2171	-0.1564
4	-0.62305	0.6180	0.3230	0.2670	0.5153
5	0.1374	0.1838	-0.03672	-0.09724	0.004181
6	0.5003	0.5171	0.22708	0.1767	0.3834
7	0.2272	0.2714	0.02712	-0.02705	0.09824
8	0.4307	0.4569	0.1758	0.1263	0.31136
9	0.2778	0.3186	0.06413	0.0119	0.1517
10	0.3920	0.4224	0.1476	0.09720	0.2712
11	0.3064	0.3448	0.08508	0.03361	0.1817
12	0.3704	0.4029	0.1319	0.08170	0.2487
13	0.3225	0.3594	0.09635	0.04571	0.1986
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
35	0.47601	0.4936	0.2099	0.15804	0.3582
36	0.2458	0.2875	0.040908	0.01349	0.1176
37	0.4171	0.4442	0.1659	0.1159	0.29703
38	0.2382	0.3279	0.071709	0.019607	0.1624
39	0.34303	0.3780	0.11186	0.06112	0.22007

ADRIANA GONZALEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - SEIDEL

Despejando variables:

$$X_1 = \frac{1}{12}[6 - 3X_2 - 2X_3 - 5X_4 - X_5]$$

$$X_2 = \frac{1}{10}[5 - 5X_3 - 3X_5]$$

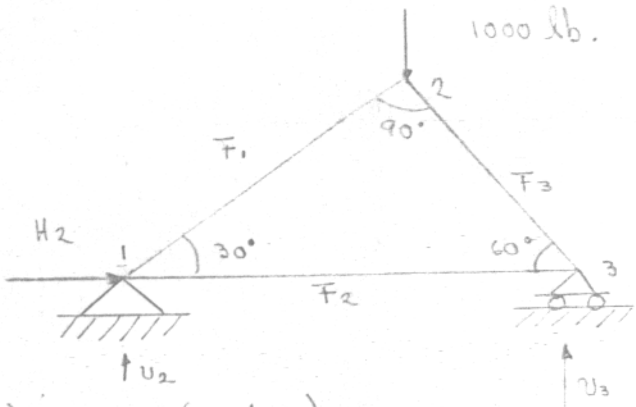
$$X_3 = \frac{1}{10}[3 - 2X_1 - 3X_2 - X_4]$$

$$X_4 = \frac{1}{14}[3 - 4X_1 - X_3 - 3X_5]$$

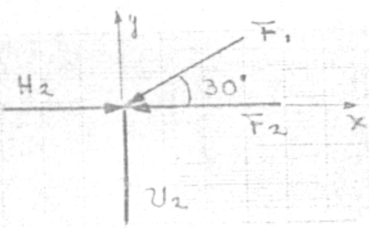
$$X_5 = \frac{1}{9}[4 - 3X_1 - 2X_2 - X_3 - 2X_4]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
0	1	1	1	1	1
1	-0.4166	-0.3	0.3733	0.09238	0.5879
2	0.4252	0.1369	0.1646	-0.04498	0.2639
3	0.43507	0.3385	0.1159	0.02513	0.2057
4	0.3684	0.3803	0.1097	0.05709	0.2122
5	0.3451	0.3814	0.1108	0.06227	0.2184
6	0.3420	0.37905	0.11165	0.06177	0.22007
7	0.3425	0.3781	0.11186	0.06126	0.22018
8	0.3429	0.37801	0.11188	0.06112	0.22011
9	0.34303	0.37802	0.11187	0.06111	0.22008
10	0.34304	0.37803	0.11186	0.06112	0.22007
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
13	0.34303	0.37804	0.11186	0.061125	0.220076
14	0.34303	0.37804	0.11186	0.061125	0.220076
15	0.34303	0.37804	0.11186	0.061125	0.220076
16	0.34303	0.37804	0.11186	0.061125	0.220076
17	0.34303	0.37804	0.11186	0.061125	0.220076

Sea una armadura, dada en la siguiente forma:



D.C.L (Nodo 1)

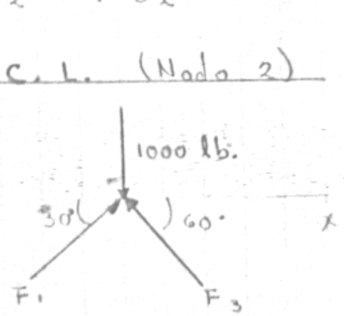


$$\bar{F}_1 = F_1\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\,i - \frac{1}{2}\,j\right)$$
$$\bar{F}_2 = -F_2\,i + 0\,j$$
$$\bar{V}_2 = 0\,i + V_2\,j$$
$$H_2 = H_2\,i + 0\,j$$

$$\bar{0} = \left(-\frac{F_1\sqrt{3}}{2} - F_2 + H_2\right)i + \left(-\frac{F_1}{2} + V_2\right)j$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}F_1 - F_2 + H_2 = 0 \qquad (1)$$
$$-\frac{1}{2}F_1 + V_2 = 0 \qquad (2)$$

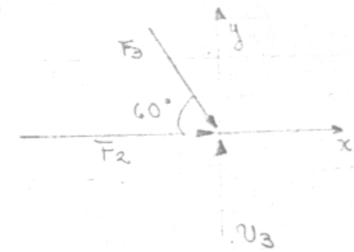
D.C.L. (Nodo 2)



$$\bar{F}_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_1\,i + F_1/2\,j$$
$$\bar{F}_3 = -\frac{F_3}{2}\,i + \frac{F_3\sqrt{3}}{2}\,j$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}F_1 - F_3/2 = 0 \qquad (3)$$
$$F_1/2 - \frac{F_3\sqrt{3}}{2} = 1000 \qquad (4)$$

D.C.L (Nodo 3)



$$\bar{F}_3 = F_3/2\,i - \frac{F_3\sqrt{3}}{2}\,j$$
$$\bar{F}_2 = F_2\,i + 0\,j$$

$$F_3/2 + F_2 = 0 \qquad (5)$$
$$V_3 - \frac{F_3\sqrt{3}}{2} = 0 \qquad (6)$$

$$\begin{array}{c} \text{Ec.} \\ 1\\2\\3\\4\\5\\6 \end{array}\begin{pmatrix} -\sqrt{3}/2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1/2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ H_2 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1000 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Reacomodando

$$\begin{array}{c} 3\\5\\4\\1\\2\\6 \end{array}\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1/2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Eliminación Gaussiana

Partimos de

$$\left[\begin{array}{cccccc|c} 0,86602 & 0 & -0,5000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0000 & 1 & 0.5000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5000 & 0 & -0,86602 & 0 & 0 & 0 & -1000 \\ -0,86602 & -1 & 0,0000 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5000 & 0 & 0,0000 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,0000 & 0 & -0,86602 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \quad \ldots\ldots$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} F_1 & F_2 & F_3 & H_2 & V_2 & V_3 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccc|c} 0,86602 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5773 & 0 & 0 & 0 & -1000 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 500 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1500 \end{array}\right] \end{array}$$

$V_3 = 1500$

$V_2 = 500$

$H_2 = 0$

$F_3 = -1000/-0.5773 = 1732.0508$

$F_2 = -0.5(1732.0508) = -866.025404$

$F_1 = 0.5(1732.0508)/0.86602 = 1000$

Gauss - Jordan.

$$
\begin{array}{cccccc}
F_1 & F_2 & F_3 & H_2 & V_2 & V_3 \\
\end{array}
$$

$$
\left(\begin{array}{cccccc|c}
0.86602 & 0 & -0.5000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0.0000 & 1 & 0.5000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0.5000 & 0 & -0.86602 & 0 & 0 & 0 & -1000 \\
-0.86602 & -1 & 0.0000 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
-0.5000 & 0 & 0.0000 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0.000 & 0 & -0.86602 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
$$

. . . . . .

$$
\begin{array}{cccccc}
F_1 & F_2 & F_3 & H_2 & V_2 & V_3 \\
\end{array}
$$

$$
\left(\begin{array}{cccccc|c}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 500.0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1500.0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000.0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -366.0254029 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1732.050806
\end{array}\right)
$$

$F_3 = 1732.050806$

$F_2 = -366.0254029$

$F_1 = 1000$

$V_3 = 1500$

$V_2 = 500$

$H_2 = 0$.

PROBLEMARIO MÉTODOS
ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Jacobi

$$
\begin{array}{cccccc}
F_1 & F_2 & F_3 & H_2 & V_2 & V_3
\end{array}
$$

$$
\begin{bmatrix}
\sqrt{3}/2 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\
1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 0 \\
-\sqrt{3}/2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1/2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 \\ 0 \\ -1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0
\end{bmatrix}
$$

Despejando las ecuaciones

$$F_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{2}F_3\right) = \frac{F_3}{\sqrt{3}} \qquad F_2 = -\frac{F_3}{2}$$

$$F_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{2}F_1 + 1000\right) \qquad H_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_1 + F_2$$

$$V_2 = \frac{F_1}{2} \qquad V_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_3$$

Eligiendo el vector $x^{(0)} = [1,1,1]^t$, tabulando sucesivamente los resultados de los correspondientes vectores:

k	0	1	2	3	4	5	6	7
F_1	1	0.27735	667.00	666.85912	333.0000	388.15304	962.0000	962.93435
F_2	1	-0.5000	-577.62894	-577.[illegible]	-769.29659	-769.35592	-832.93217	-8[illegible]
F_3	1	1155.27788	1155.03287	1539.[illegible]	1539.71183	1667.76493	1667.93782	1710.63835
H_2	1	1.86602	-0.000000223	0.000	0.000	-0.00001	0.0000	-0.00001
V_2	1	0.5000	0.28867	333.50	333.[illegible]	444.500	1444.47652	481.500
V_3	1	0.86602	1000.50	1000.28867	1333.50	13[illegible]	1444.5000	1444.[illegible]

k	8	9	10	11	12	13	14	15
F_1	481.66668	[illegible]	715.88887	[illegible]	779.62763	778.6239486	779.543215	779.54391
F_2	-855.344425	-855.[illegible]	-862.465011	-862.[illegible]	-864.[illegible]	864.838125	-865.629812	-865.6[illegible]
F_3	1110.673812	1129.[illegible]	1129.[illegible]	1727.[illegible]	1729.67625	1731.259627	1131.251288	1731.[illegible]
H_2	0.0000	0.000	0.0000	0.000001	0.00	0.0	0.0	0.000000
V_2	481.492115	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1497.145574	449.[illegible]815	499.2149213	499.[illegible]
V_3	1481.000002	1481.492115	[illegible]	1443.[illegible]	1497.144445	[illegible]	1499.314815	1499.[illegible]

$p=2 \quad 0.678202$

$p \to \infty \quad 0.27856412$

T.l. $= 0.5$

$\therefore 0.27856412 < 0.5$

Gauss - Seidel

$$F_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{2}F_3\right) = \frac{F_3}{\sqrt{3}}$$

$$F_2 = -\frac{F_3}{2}$$

$$F_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(1000 + \frac{F_1}{2}\right)$$

$$H_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_1 + F_2$$

$$V_2 = \frac{F_1}{2} \qquad V_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_3$$

Tomando de nuevo el vector $x^{(0)} = [1, 1, 1]^t$

$$F_1^{(1)} \doteq 1/\sqrt{3} = 0.577350269$$

$$F_2^{(1)} = -1/2 = -0.5$$

$$F_3^{(1)} = \frac{6000+\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = 1155.033872$$

$$H_2^{(1)} = 0 \qquad V_2 = 0.28867 0134$$

$$V_3 = 1000.288675.$$

k	0	1	2	3		12	13
F_1	1	0.577350269	866.8591159	338.755037	....	999.9943584	999.9981192
F_2	1	-0.5000	-577.[illegible]	-769.[illegible]		-866.020518	-866.023775
F_3	1	1155,033872	1529.[illegible]329	[illegible]		1732.04755	1732.049722
H_2	1	0.000	0.000	0.000		0.0000	0.00000
V_2	1	0.288675134	333.[illegible]	444.4765195		499.9971792	499.9990596
V_3	1	1000.288675	1333.[illegible]	1444.176519		1499.999779	1499.99906

$P^* = 2$
$p \to \infty$

Tolerancia = 0.01

0.003782456 < 0.01
0.0037608 < 0.01

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Una refaccionaria automotriz decide hacer una promo-
ción que consiste en cinco ofertas. Los artículos ofertados
tienen un precio de :

Aceite :	\$ 4,500
Bandas	\$ 3,000
Caja de Bujías :	\$ 16,000
Juntas	\$ 3,500
Filtro de aceite :	\$ 9,600

La primera promoción es: 8 litros de aceite, 2 bandas, 1
caja de bujías, 1 junta y 2 Filtros de aceite por \$ 72,000

La segunda promoción es 2 litros de aceite, 7 bandas, 2
cajas de bujías, 1 junta y 1 Filtro de aceite por \$ 66,500.

La tercera promoción es 1 litro de aceite, 1 banda, 6 ca-
jas de bujías, 2 juntas, 1 filtro de aceite por \$ 100,000

La cuarta promoción es: 2 litros de aceite, 1 banda, 1
caja de bujías, 9 juntas y 2 filtros de aceite por \$ 65,000

La quinta promoción es: 1 litro de aceite, 1 banda, 1 jun-
ta, 1 caja de bujías y 5 filtros de aceite por \$ 68,500

La concesionaria que decide hacer la compra, desea saber
cuál es el precio por cada artículo, y como va a nece-
sitar 20 artículos de cada uno. ¿Cuál sería la compra
más económica?

Por tanto, el sistema de ecuaciones queda de la
siguiente manera

$$
\begin{aligned}
8X_1 + 2X_2 + X_3 + X_4 + 2X_5 &= 72,000 \\
2X_1 + 7X_2 + 2X_3 + X_4 + X_5 &= 66,500 \\
X_1 + X_2 + 6X_3 + 2X_4 + X_5 &= 100,000 \\
2X_1 + X_2 + X_3 + 9X_4 + 2X_5 &= 65,000 \\
X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + 5X_5 &= 68,500
\end{aligned}
$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - JORDAN

$$\left|\begin{array}{cccccc} 8 & 2 & 1 & 1 & 2 & 72{,}000 \\ 2 & 7 & 2 & 1 & 1 & 66{,}500 \\ 1 & 1 & 6 & 2 & 1 & 100{,}000 \\ 2 & 1 & 1 & 9 & 2 & 65{,}000 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 5 & 68{,}500 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 8 & 2 & 1 & 1 & 2 & 72 \\ 0 & 6.5 & 1.75 & 0.75 & 0.5 & 48.5 \\ 0 & 0.75 & 5.875 & 1.875 & 0.75 & 91 \\ 0 & 0.5 & 0.75 & 8.750 & 1.5 & 47 \\ 0 & 0.75 & 0.875 & 0.875 & 4.75 & 59.5 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 8 & 0 & 0 & 0.624 & 1.79 & 50.129 \\ 0 & 6.5 & 0 & 0.198 & 0.286 & 22.155 \\ 0 & 0 & 5.673 & 1.788 & 0.692 & 85.404 \\ 0 & 0 & 0 & 8.498 & 1.386 & 34.005 \\ 0 & 0 & 0 & 0.576 & 4.610 & 43.771 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 32.134 \\ 0 & 6.5 & 0 & 0 & 0 & 19.029 \\ 0 & 0 & 5.673 & 0 & 0.401 & 78.248 \\ 0 & 0 & 0 & 8.498 & 1.386 & 34.005 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.516 & 41.465 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.017 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2.927 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 13.145 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2.503 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 9.182 \end{array}\right|$$

Por tanto:

$X_1 = 4.017$

$X_2 = 2.927$

$X_3 = 13.145$

$X_4 = 2.503$

$X_5 = 9.182$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

JACOBI

Despejando variables tenemos:

$$X_1 = \frac{1}{8}[72 - 2X_2 - X_3 - X_4 - 2X_5]$$

$$X_2 = \frac{1}{7}[66.5 - 2X_1 - 2X_3 - X_4 - X_5]$$

$$X_3 = \frac{1}{6}[100 - X_1 - X_2 - 2X_4 - X_5]$$

$$X_4 = \frac{1}{9}[65 - 2X_1 - X_2 - X_3 - 2X_5]$$

$$X_5 = \frac{1}{5}[68.5 - X_1 - X_2 - X_3 - X_4]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
0	8.25	8.643	15.833	6.556	12.9
1	0.816	-0.16	9.516	-0.197	5.844
2	6.414	5.741	15.649	4.703	11.705
3	2.094	0.852	11.122	0.819	7.198
4	5.495	4.579	14.703	3.827	10.722
5	2.859	1.651	11.925	1.476	7.979
6	4.917	3.925	14.093	3.305	10.118
7	3.314	2.151	12.405	1.879	8.452
8	4.564	3.533	13.721	2.990	9.750
9	3.590	2.456	12.695	2.124	8.738
10					
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
45	4.017	2.928	13.145	2.504	9.182
46	4.017	2.927	13.144	2.503	9.181
47	4.017	2.928	13.145	2.504	9.182
48	4.017	2.927	13.145	2.503	9.182

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - SEIDEL :

Despejando variables tenemos :

$$X_1 = \frac{1}{8}[72 - 2X_2 - X_3 - X_4 - 2X_5]$$

$$X_2 = \frac{1}{7}[66.5 - 2X_1 - 2X_3 - X_4 - X_5]$$

$$X_3 = \frac{1}{6}[100 - X_1 - X_2 - 2X_4 - X_5]$$

$$X_4 = \frac{1}{9}[65 - 2X_1 - X_2 - X_3 - 2X_5]$$

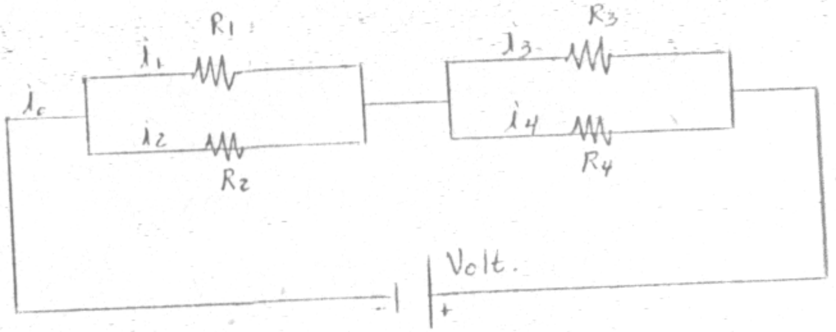
$$X_5 = \frac{1}{5}[68.5 - X_1 - X_2 - X_3 - X_4]$$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
0	4	3	13	2	9
1	4.875	2.82142	13.6505	2.31978	9.00466
2	4.05969	2.86608	13.62496	2.48669	9.09251
3	3.99639	2.81115	13.18776	2.53592	9.19375
4	4.03331	2.90402	13.13454	2.50081	9.18546
5	4.02321	2.92831	13.14356	2.50119	9.18074
6	4.01714	2.92809	13.14548	2.5034	9.18117
7	4.01657	2.92733	13.14468	2.50361	9.18156
8	4.01674	2.92742	13.14451	2.50349	9.18156
9	4.01675	2.92749	13.14453	2.50348	9.18155
10	4.01673	2.92749	13.14454	2.50349	9.18155

$$|9.18155 - 9.18155| = 0$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

Calcular los valores para R_1, R_2, R_3, R_4 del siguiente
rcuito eléctrico:



$R_1 = ?$ 20 Ω
$R_2 = ?$ $\Rightarrow$ 40 Ω
$R_3 = ?$ 60 Ω
$R_4 = ?$ 80 Ω

$V = 100\,v$

Análisis

Tenemos que el circuito de la figura nos muestra 4 bobinas en paralelo en series de conexiones por pares; el sistema posee ecuaciones que nos permiten calcular las corrientes i_1, i_2, i_3, i_4 que se pueden obtener por leyes de Kirchoff:

$$\sum_{K=1}^{n} i_K = 0 \quad \text{en cada nodo}$$

$$\sum_{K=1}^{n} E_K = \sum_{K=1}^{n} R_K i_K \quad \text{en una ~~rama~~ malla}$$

Por tanto:

Ecuaciones:

$$i_1 + i_2 = i_c \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

$$i_3 + i_4 = i_c \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

$$V - i_c(R_A + R_B) = 0 \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.
~~B~~ 249

$$R_A = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} \quad ; \quad R_B = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)^{-1}$$

$i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0 \quad \ldots \quad (4)$

$i_3 R_3 - i_4 R_4 = 0 \quad \ldots \quad (5)$

De la ecuación (1) : $-i_0 + i_1 + i_2 = 0$

" " " (2) : $-i_0 + i_3 + i_4 = 0$

" " " (3) : $-i_0 (R_A + R_B) = -V$

$\Rightarrow i_0 (R_A + R_B) = V$

" " " (4) : $-R_1 - R_2 = 0$

" " " (5) : $R_3 - R_4 = 0$

Así, formamos la siguiente matriz:

$$\left|\begin{array}{ccccc|c} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ (R_A + R_B) & 0 & 0 & 0 & 0 & V \\ 0 & -R_1 & -R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_3 & -R_4 & 0 \end{array}\right|$$

$$R_A = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{40}\right)^{-1} = 13.333$$

$$R_B = \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{80}\right)^{-1} = 34.285$$

Así, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones; y, en forma matricial:

$$\left|\begin{array}{cccccc} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 47.618 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & -20 & -40 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 60 & -80 & 0 \end{array}\right|$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - JORDAN

$$\left|\begin{array}{cccccc} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 47.618 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & -20 & -40 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 60 & -80 & 0 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 47.618 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2.1 \\ 0 & -20 & -40 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2.1 \\ 0 & 0 & 0 & 60 & -80 & 0 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 47.618 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2.1 \\ 0 & 0 & -20 & 0 & 0 & 42.001 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2.1 \\ 0 & 0 & 0 & 60 & -80 & 0 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 47.618 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 4.2 \\ 0 & 0 & -20 & 0 & 0 & 42.001 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2.1 \\ 0 & 0 & 0 & 60 & -80 & 0 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 4.2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2.1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0.9 \end{array}\right|$$

Por tanto:

$$X_1 = 2.1$$
$$X_2 = 4.2$$
$$X_3 = -2.1$$
$$X_4 = 1.2$$
$$X_5 = 0.9$$

ADRIANA GONZALEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.
251

JACOBI

Despejando variables:

$X_1 = \frac{1}{47.618} [-100]$

$X_2 = [X_1 - X_3]$

$X_3 = -\frac{1}{40} [20X_2]$

$X_4 = [X_1 - X_5]$

$X_5 = -\frac{1}{80} [-60X_4]$

El método no converge

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - SEIDEL

Despejando variables: (Reacomodando la matriz para obtener el dominio diagonal)

$X_1 = \frac{1}{47.618} [100]$

$X_2 = [X_1 - X_3]$

$X_3 = -\frac{1}{40} [20X_2]$

$X_4 = [X_1 - X_5]$

$X_5 = -\frac{1}{80} [-60X_4]$

K	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
0	1	1	1	1	1
1	2.100	1.1	-0.550	1.1	0.825
2	2.100	2.650	-1.325	1.275	0.956
3	2.100	3.425	-1.713	1.144	0.858
4	2.100	3.813	-1.906	1.242	0.932
5	2.100	4.006	-2.003	1.168	0.876
6	2.100	4.103	-2.052	1.124	0.918
7	2.100	4.152	-2.076	1.182	0.887
8	2.100	4.176	-2.088	1.213	0.910
9	2.100	4.188	-2.094	1.190	0.893
10	2.100	4.194	-2.097	1.208	0.906
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	2.100	4.200	-2.100	1.200	0.900
25	2.100	4.200	-2.100	1.200	0.900
26	2.100	4.200	-2.100	1.200	0.900
27	2.100	4.200	-2.100	1.200	0.900
28	2.100	4.200	-2.100	1.200	0.900

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

DADO EL SIGUIENTE SISTEMA DE ECUACIONES:

$$
\begin{aligned}
1.33X_1 + 0.667X_2 &= 8\\
0.667X_1 + 3X_2 + 0.883X_3 &= 20\\
0.883X_2 + 2.667X_3 + 0.5X_4 &= 21.33\\
0.5X_3 + 2X_4 + 0.5X_5 &= 30.17\\
0.5X_4 + 2X_5 &= 27
\end{aligned}
$$

Que corresponde a la matriz:

$$
\left[\begin{array}{ccccc|c}
1.33 & 0.667 & 0 & 0 & 0 & 8\\
0.667 & 3 & 0.883 & 0 & 0 & 20\\
0 & 0.883 & 2.667 & 0.5 & 0 & 21.33\\
0 & 0 & 0.5 & 2 & 0.5 & 30.17\\
0 & 0 & 0 & 0.5 & 2 & 27
\end{array}\right]
$$

Resolverlo por:

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.

GAUSS - JORDAN:

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1.33 & 0.667 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0.667 & 3 & 0.883 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0.883 & 2.667 & 0.5 & 0 & 21.33 \\ 0 & 0 & 0.5 & 2 & 0.5 & 30.17 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 2 & 27 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 6.015 \\ 0 & 2.667 & 0.883 & 0 & 0 & 15.98 \\ 0 & 0.883 & 2.667 & 0.5 & 0 & 21.33 \\ 0 & 0 & 0.5 & 2 & 0.5 & 30.17 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 2 & 27 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & -0.165 & 0 & 0 & 3.018 \\ 0 & 1 & 0.331 & 0 & 0 & 5.994 \\ 0 & 0 & 1 & 0.216 & 0 & 6.755 \\ 0 & 0 & 0 & 1.89 & 0.5 & 26.792 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 2 & 27 \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.772 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 4.57 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 4.3025 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 11.354 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 10.666 \end{array}\right|$$

Por tanto:

$$x_1 = 3.772$$
$$x_2 = 4.57$$
$$x_3 = 4.3025$$
$$x_4 = 11.354$$
$$x_5 = 10.666$$

ADRIANA GONZÁLEZ A.
HORACIO SANDOVAL R.
255

ACOBI

spejando variables:

$= \frac{1}{1.33}\left[8 - 0.667X_2\right]$

$= \frac{1}{3}\left[20 - 0.667X_1 - 0.883X_3\right]$

$= \frac{1}{2.667}\left[\text{[illegible]}.33 - 0.833X_2 - 0.5X_4\right]$

$= \frac{1}{2}\left[30.17 - 0.5X_3 - 0.5X_5\right]$

$= \frac{1}{2}\left[27 - 0.5X_4\right]$

Vector Inicial

$$X_0 = \begin{vmatrix} 6.01 \\ 6.667 \\ 8 \\ 15.08 \\ 13.5 \end{vmatrix}$$

tanto:

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
6.01	6.667	8	15.08	13.5
2.67	2.97	3.08	9.71	9.73
4.58	5.166	5.194	11.88	11.072
3.424	4.133	4.060	11.019	10.530
3.942	4.710	4.563	11.437	10.74
3.650	4.447	4.294	11.259	10.640
3.78	4.590	4.414	11.35	10.685
3.713	4.527	4.350	11.310	10.663
3.744	4.560	4.378	11.330	10.673
3.728	4.545	4.363	11.322	10.667
3.735	4.553	4.370	11.327	10.669
3.732	4.550	4.366	11.325	10.668
3.733	4.551	4.368	11.326	10.668
3.733	4.550	4.367	11.326	10.668

to:

$X_1 = 3.733$
$X_2 = 4.550$
$X_3 = 4.367$
$X_4 = 11.326$
$X_5 = 10.668$