



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Inversión de datos gravimétricos del  
volcán Xico por algoritmos  
genéticos**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniero Geofísico**

**P R E S E N T A**

Leonardo Fabián Castillo Viveros

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Jaime Humberto Urrutia Fucugauchi



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2025**



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y  
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL  
(Titulación con trabajo escrito)**



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado INVERSION DE DATOS GRAVIMETRICOS DEL VOLCAN XICO POR ALGORITMOS GENETICOS que presenté para obtener el título de INGENIERO GEOFÍSICO es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

---

LEONARDO FABIAN CASTILLO VIVEROS

Número de cuenta: 316333373

# Índice general

<b>Índice general</b>	<b>III</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>V</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	3
1.2. Objetivos . . . . .	4
1.3. Justificación . . . . .	4
<b>2. Fundamentos Teóricos</b>	<b>5</b>
2.1. Campo potencial . . . . .	5
2.1.1. Teorema de Helmholtz . . . . .	7
2.2. Campo gravitacional . . . . .	8
2.2.1. Ley de gravitación universal y potencial gravitacional . . . . .	8
2.2.2. Potencial gravitacional de una distribución de masas . . . . .	10
2.2.3. Ecuaciones armónicas . . . . .	11
2.3. Modelos Gravimétricos . . . . .	11
2.3.1. Prisma gravimétrico . . . . .	13
2.4. Programación en paralelo . . . . .	14
2.4.1. ¿Por qué programación en paralelo? . . . . .	14

2.4.2.	GPU y CPU . . . . .	15
<b>3.</b>	<b>Modelado Directo</b>	<b>17</b>
3.1.	Procesamiento de datos gravimétricos . . . . .	17
3.1.1.	Correcciones gravimétricas . . . . .	17
3.2.	Modelo . . . . .	20
3.3.	Modelado de cuerpos sintéticos . . . . .	21
3.3.1.	Ensamble de prismas . . . . .	21
3.3.2.	Operadores de realce de bordes . . . . .	24
<b>4.</b>	<b>Modelado Inverso</b>	<b>31</b>
4.1.	Modelado gravimétrico inverso . . . . .	31
4.1.1.	Problema lineal inverso . . . . .	31
4.2.	Algoritmos genéticos . . . . .	33
4.2.1.	Contexto biológico . . . . .	33
4.2.2.	¿Qué son los algoritmos genéticos? . . . . .	35
4.2.3.	Espacio de búsqueda . . . . .	36
4.2.4.	Un algoritmo genético simple . . . . .	36
4.2.5.	Algoritmos genéticos adaptados para la inversión de datos gravimétricos	37
4.2.6.	Nuevos individuos . . . . .	44
4.2.7.	Paralelización de los algoritmos genéticos . . . . .	48
4.3.	Pruebas del algoritmo de inversión . . . . .	50
4.3.1.	Uso del algoritmo en datos sintéticos gravimétricos . . . . .	50
<b>5.</b>	<b>Inversión del Volcán Xico</b>	<b>63</b>
5.1.	Área de estudio . . . . .	63
5.1.1.	Geología del área de estudio . . . . .	63
5.1.2.	Geología del volcán Xico . . . . .	64

5.2. Adquisición de datos . . . . .	66
5.3. Inversión de datos gravimétricos . . . . .	67
5.3.1. Resultados de la inversión . . . . .	72
<b>6. Conclusiones</b>	<b>77</b>
6.1. Conclusiones y recomendaciones . . . . .	77
<b>Bibliografía</b>	<b>79</b>



## Índice de figuras

2.1. Cerillo debajo de una lámina de aluminio. Imagen modificada de [7]. . . . .	5
2.2. Gotas de lluvia. Imagen modificada de [7]. . . . .	6
2.3. Las masas $m$ y $m_0$ experimentan atracción gravitacional mutua proporcional a $m$ , $m_0$ y $r^{-2}$ . El vector unitario $\hat{r}$ tiene por convención ir de la fuente hacia el punto de observación que en este caso es $m_0$ . Imagen modificada de [6]. . . . .	9
2.4. Cuerpo tridimensional con densidad $\rho(x', y', z')$ y con forma arbitraria observado desde el punto P(x,y,z). Modificada de [6]. . . . .	12
2.5. Aproximación de un volumen de masa con prismas rectangulares. Modificada de [6]. . . . .	13
2.6. Estructura del “Device”. Modificada de [13]. . . . .	16
3.1. Cuerpo sintético 1. . . . .	22
3.2. Anomalía gravitacional del cuerpo sintético 1. . . . .	22
3.3. Cuerpo sintético 2. . . . .	23
3.4. Anomalía gravitacional del cuerpo sintético 2. . . . .	23
3.5. Gradiente Horizontal de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 1. . . . .	25
3.6. Gradiente Horizontal de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 2. . . . .	25
3.7. Señal analítica en dirección x, y y z de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 1. . . . .	27
3.8. Señal analítica en dirección x, y y z de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 2. . . . .	28
3.9. Detector de bordes de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 1. . . . .	29

3.10. Detector de bordes de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 2. . . . .	29
4.1. Estructura de una célula. . . . .	34
4.2. Ejemplificación de la cruza. . . . .	41
4.3. Ejemplificación de la cruza de una manera biológica. Modificada de [29] . . . . .	43
4.4. Ejemplificación de la mutación. . . . .	44
4.5. Cromosoma con mutación recesiva. Modificada de [29] . . . . .	45
4.6. Cromosoma con mutación dominante. Modificada de [29] . . . . .	45
4.7. Ejemplificación de la mutación recesiva en uno de los padres. Modificada de [29] . . . . .	46
4.8. Diagrama de flujo de un algoritmo genético. . . . .	47
4.9. Diagrama de flujo de un algoritmo genético paralelizado. El color verde indica las partes que fueron paralelizadas. . . . .	49
4.10. Inversión del cuerpo sintético 1 secuencial. . . . .	50
4.11. Anomalía gravimétrica del cuerpo 1 invertido secuencial. . . . .	51
4.12. Inversión del cuerpo sintético 1 paralelizado. . . . .	51
4.13. Anomalía gravimétrica del cuerpo 1 invertido en paralelo. . . . .	52
4.14. Inversión del cuerpo sintético 2. . . . .	54
4.15. Anomalía gravimétrica del cuerpo 2 invertido. . . . .	54
4.16. Gradiente horizontal de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 secuencialmente. . . . .	55
4.17. Gradiente horizontal de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 en paralelo. . . . .	56
4.18. Gradiente horizontal de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 2 en paralelo. . . . .	56
4.19. Señal analítica en dirección x, y y z de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 secuencialmente. . . . .	57
4.20. Señal analítica en dirección x, y y z de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 en paralelo. . . . .	58
4.21. Señal analítica en dirección x, y y z de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 2 en paralelo. . . . .	59



4.22. Detector de bordes de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 secuencialmente. . . . .	60
4.23. Detector de bordes de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 en paralelo. . . . .	60
4.24. Detector de bordes de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 2 en paralelo. . . . .	61
5.1. Estaciones gravimétricas en el volcán Xico. Tomada de [2] . . . . .	66
5.2. Anomalía gravimétrica del volcán Xico. . . . .	67
5.3. Anomalía gravimétrica del volcán Xico vista en planta. . . . .	68
5.4. Detector de bordes aplicado a la anomalía gravimétrica del volcán Xico. . . . .	69
5.5. Gradiente horizontal aplicado a la anomalía gravimétrica del volcán Xico. . . . .	69
5.6. Señal analítica en dirección $x$ , $y$ y $z$ de la anomalía gravimétrica del volcán Xico. . . . .	70
5.7. Modelo que mejor se adapta a la anomalía gravimétrica medida. . . . .	72
5.8. Anomalía gravimétrica de la inversión de los datos del Xico vista en perfil. . . . .	73
5.9. Anomalía gravimétrica de la inversión de los datos del Xico vista en planta. . . . .	73
5.10. Detector de bordes aplicado a la anomalía gravimétrica del volcán Xico invertida. . . . .	74
5.11. Gradiente horizontal aplicado a la anomalía gravimétrica del volcán Xico in- vertida. . . . .	75
5.12. Señal analítica en dirección $x$ , $y$ y $z$ de la anomalía gravimétrica del volcán Xico invertida. . . . .	76



# Resumen

La inversión de datos geofísicos es de suma importancia para la caracterización de suelos evitando la alteración de estos. Existen varios métodos de inversión como los Algoritmos Genéticos, Recristalización Simulada o Perturbaciones Aleatorias por mencionar algunos. Se utilizó un código de Algoritmos Genéticos para invertir datos de gravedad obtenidos del volcán Xico para aportar a la caracterización del suelo de esa zona. Se escribió y optimizó un código de Algoritmos Genéticos capaz de trabajar con modelos en 3D formados por más de cincuenta mil cubos. Se encontró que son 3 masas de cubos agrupados que generan en su mayoría la anomalía en el volcán Xico, siendo una de ellas mucho más grande que las otras dos. Con esto podemos darnos una idea de las dimensiones de dichos cuerpos rocosos que se encuentran debajo del suelo de lo que hoy en día es una zona recreativa.

# Abstract

Geophysical data inversion is critically important for soil characterization while avoiding soil disturbance. Several inversion methods exist, such as Genetic Algorithms, Simulated Annealing, or Random Perturbations, to name a few. A Genetic Algorithm code was used to invert gravity data obtained from the Xico volcano to contribute to the soil characterization of that area. A Genetic Algorithm code was written and optimized, capable of working with 3D models composed of more than fifty thousand cubes. The results revealed three clustered cube masses primarily responsible for the gravity anomaly at the Xico volcano, with one being significantly larger than the other two. This provides insight into the dimensions of these rocky bodies beneath what is now a recreational area.



# Introducción

---

## Sección 1.1.

---

### *Antecedentes*

---

En la exploración geofísica se toma una porción de terreno y, mediante diferentes técnicas geofísicas (basadas en el comportamiento físico de las rocas) se desea saber cómo es el subsuelo (qué tipo de rocas hay o si hay recursos importantes para el ser humano o no). Pero no se puede conocer el subsuelo a menos que se excave y quede expuesto. Por eso, la geofísica busca llegar a una aproximación del subsuelo sin tener que recurrir a la excavación. De ahí que los algoritmos de búsqueda global sean de suma importancia para la geofísica, ya que con ellos es posible crear modelos en tres dimensiones o ayudar a caracterizar el subsuelo de la zona de estudio. Los algoritmos genéticos (AG) son métodos de búsqueda global que necesitan una gran cantidad de recursos computacionales y temporales; hasta hace no muchos años no se usaban en geofísica por estas razones, sin embargo con el avance en los procesadores, tarjetas gráficas y memoria RAM es posible usar los AG en proyectos de geofísica.

Existe el problema de la no unicidad, que nos dice que podemos tener una infinidad de modelos que sean respuesta a nuestro problema con diferentes interpretaciones sin importar si se usan métodos diferentes. Entonces no es cuestión de qué método de inversión sea mejor sino que se usan como complementos uno de otro o como objeto de comparación de resultados para así evitar el problema de la no unicidad. Tanto es así que autores como Menke [20], Stoffa [19], Hinze [21] y Tarantola [22] les dedican capítulos separados para cada método.

El primero en hablar de los algoritmos genéticos fue Schrödinger [29] con su publicación que lleva por título “¿Qué es la vida?”. No definió tal cuál los AG pero sentó las bases para que autores posteriores como Holland [5], Coley [24], Sivanandam [25] y Chun Wei [26] explicaran a mayor profundidad éste método.

Esta tesis se vio influenciada por los trabajos con otros métodos de búsqueda global como Urrutia [4], Aleman [3], Negrete [1] y Correa [2]. En donde exploran el modelado en tres dimensiones de cuerpos complejos con métodos potenciales con ideas como la descomposición de figuras complejas en cuerpos más simples o la herramienta “Gbox” que da Blakely [6]. Se decidió como zona de estudio el volcán Xico dado que está muy poco explorado. Unas de las pocas personas que se han dedicado a su estudio han sido Correa [2] y Gallegos [16] en donde

se hizo un estudio gravimétrico y una descripción de la estratigrafía, historia y geología del volcán.

---

## Sección 1.2.

---

### *Objetivos*

---

#### **Objetivo General.**

Generar un modelo en tres dimensiones que mejor se acople a la anomalía gravimétrica medida del volcán Xico, mediante el uso del método de inversión heurístico conocido como algoritmos genéticos.

#### **Objetivos Particulares**

- Diseñar un algoritmo genético capaz de realizar la inversión de datos gravimétricos.
- Generar una anomalía sintética para probar el código.
- Realizar la inversión de datos gravimétricos del volcán Xico.

---

## Sección 1.3.

---

### *Justificación*

---

Existen pocas investigaciones geológicas y geofísicas del volcán Xico. Estudiar el volcán ayudaría a ampliar el panorama sobre la Faja Volcánica Trans-Mexicana (FVTM) proporcionando datos como la forma de la cámara magmática o su composición, revelando conexiones con otros volcánes, o también para establecer similitudes o diferencias con otros volcanes de la FVTM. La geofísica en general trata de resolver el problema de la no unicidad el cual dice que para un problema hay una infinidad de respuestas, por eso es que siempre se debe rectificar con dos o más métodos para aumentar la confiabilidad del estudio. Por ello hay varios métodos geofísicos que utilizan diferentes propiedades físicas para no caer en la no unicidad. En el caso de los métodos de inversión pasa algo similar, para poder hacer una afirmación sobre una estructura hay que tener diferentes métodos de respaldo. Hasta hace diez años los algoritmos genéticos eran poco usados debido a su gran costo computacional y temporal pero eso se resolvió con los avances tecnológicos de los últimos años, haciendo posible su uso para inversiones geofísicas.

## Fundamentos Teóricos

### Sección 2.1.

#### *Campo potencial*

Un campo es un conjunto de funciones que asignan un valor (escalar, vectorial o tensorial) a cada punto del espacio y del tiempo para describir una magnitud física o matemática distribuida en una región [6].

Existen dos tipos de campos: de fuerza y materiales. Los campos materiales son aquellos que describen una propiedad física en un punto concreto dentro de un material a un tiempo determinado como es la densidad, porosidad, temperatura, etc. Estos campos también son conocidos como campos escalares. Por otro lado, los campos de fuerza describen las fuerzas que actúan en cada punto de un espacio a un tiempo específico, ejemplos de estos campos son los campos gravitacional y magnético terrestres [6].

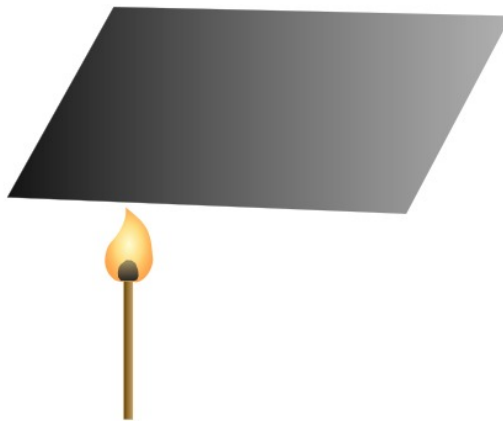


Figura 2.1: Cerillo debajo de una lámina de aluminio. Imagen modificada de [7].

En la Figura 2.1 se observa un cerillo encendido y sobre este una lámina de aluminio delgada. En cada punto de la lámina de aluminio se medirá una temperatura diferente. El aluminio estará más caliente en los puntos más cercanos al cerillo. Esto es un ejemplo de

campo escalar [7].

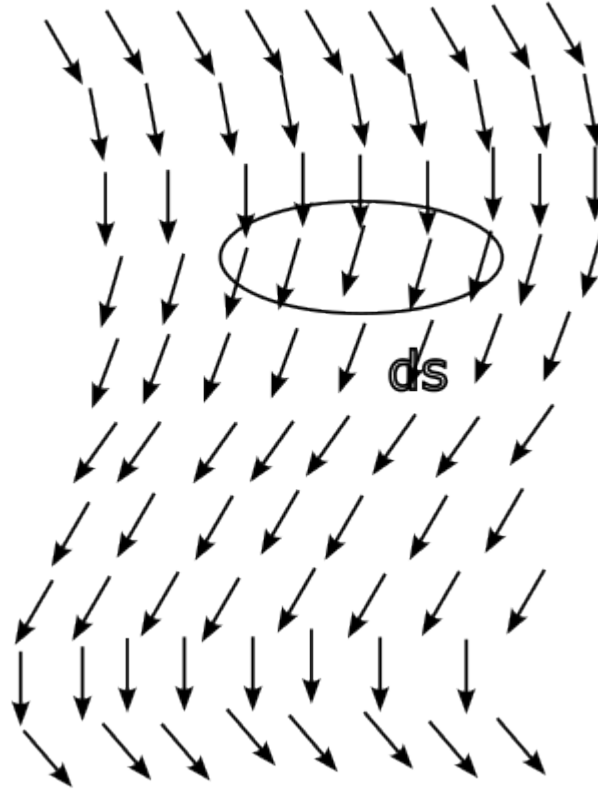


Figura 2.2: Gotas de lluvia. Imagen modificada de [7].

La Figura 2.2 nos representa un campo vectorial. La velocidad instantánea de las gotas de lluvia que atraviesan una superficie  $ds$  en un día lluvioso con viento a ráfagas [7].

El potencial generalmente se representa con la letra griega  $\phi$  y se define como la función de trabajo o su negativo dependiendo de la convención que se use. Estas convenciones nos dicen que si las partículas del mismo tipo se atraen el potencial es positivo  $F = \nabla\phi$ , en otras palabras, el potencial es el trabajo hecho por el campo. Por otro lado, si las partículas se repelen, el potencial es negativo  $F = -\nabla\phi$  lo que quiere decir que el potencial es el trabajo hecho en contra del campo [6].

El valor del potencial en un punto determinado no es tan importante como la diferencia que existe entre los potenciales de dos puntos específicos y diferentes. Esto nos lleva a la definición de superficie equipotencial, que es una superficie en la que a lo largo de esta, el potencial es constante:

$$\phi(x, y, z) = \text{constante} [6].$$



### 2.1.1. Teorema de Helmholtz

El teorema de Helmholtz nos dice que cualquier campo vectorial  $\vec{F}$  se puede expresar como la suma del gradiente de un campo escalar y el rotacional de un campo vectorial siempre y cuando el campo vectorial  $\mathbf{F}$  sea continuo y tienda a cero en el infinito:

$$\mathbf{F} = \nabla\Phi + \nabla \times \mathbf{A}, \quad (2.1)$$

en donde  $\Phi$  es la cantidad escalar del campo  $\mathbf{F}$  y  $\mathbf{A}$  es su vector potencial.  $\Phi$  y  $\mathbf{A}$  están definidos por:

$$\Phi = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\nabla \cdot \mathbf{F}}{r} dv, \quad (2.2)$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\nabla \times \mathbf{F}}{r} dv \quad [6]. \quad (2.3)$$

Una consecuencia del teorema de Helmholtz es la clasificación de los campos, pero antes de mencionarlos es importante tener una noción física de qué son la divergencia ( $\nabla \cdot \mathbf{F}$ ) y el rotacional ( $\nabla \times \mathbf{F}$ ) de un campo vectorial. La divergencia, si es positiva nos dice la cantidad de flujo del campo hacia afuera de una región y si es negativa, es un flujo hacia dentro de una región en el espacio, o sea un sumidero. Por otra parte, el rotacional si es positivo habla de una tendencia al giro en sentido contrario a las manecillas del reloj de un campo vectorial, y si es negativo, es una tendencia al giro en sentido de las manecillas del reloj. Con esto es más fácil entender la clasificación de los campos vectoriales:

- Campo armónico. Se le considera campo armónico a cualquier campo vectorial cuya divergencia y rotacional sean igual a cero.

$$\nabla \times \mathbf{F} = 0,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = 0.$$

- Campo conservativo. Es todo aquel campo vectorial que su rotacional sea cero y su divergencia sea distinta de cero.

$$\nabla \times \mathbf{F} = 0,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{F} \neq 0.$$

- Campo solenoidal. Es el que cumpla con que su rotacional sea diferente de cero y su divergencia sea igual a cero.

$$\nabla \times \mathbf{F} \neq 0,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = 0.$$

- Campo complejo. Su rotacional y divergencia son distintos de cero.

$$\nabla \times \mathbf{F} \neq 0,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{F} \neq 0.$$

Todo campo complejo puede ser un campo solenoidal o un campo conservativo, los campos conservativos pueden ser campos armónicos y los campos solenoidales de igual manera pueden ser campos armónicos [6].

Por facilidad se pueden tratar los campos armónicos como conservativos o solenoidales [6].

Esto es porque el colorario del teorema de Helmholtz dice que aquellos campos físicos que satisfacen las mismas ecuaciones de campo pueden tener el mismo tratamiento matemático independiente de su carácter físico. En otras palabras, se simplifica su tratamiento matemático [6].

---

## Sección 2.2.

---

### *Campo gravitacional*

---

En geofísica el método gravimétrico es empleado para la caracterización y estudio de estructuras en el subsuelo. En gravimetría se mide las variaciones de la componente vertical del vector de gravedad en la superficie. Dichas variaciones se ven afectadas por muchos factores de los cuales sólo se busca los causados por cambios en la litología o estructurales de los cuerpos de interés. Hay varios conceptos que son de suma importancia mencionar para comprender mejor este método [6].

#### 2.2.1. Ley de gravitación universal y potencial gravitacional

La ley de atracción gravitacional de Newton nos dice que la magnitud de la fuerza gravitacional entre dos masas es proporcional a cada masa e inversamente proporcional al cuadrado de su separación, en la figura 2.3 se muestra gráficamente y matemáticamente queda:

$$\mathbf{F} = \gamma \frac{mm_0}{r^2} \vec{r}, \quad (2.4)$$

en donde  $r = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{\frac{1}{2}}$  en coordenadas cartesianas y  $\gamma$  es la constante gravitacional de Newton. Si consideramos a  $m_0$  como la masa de una partícula de muestra con magnitud unitaria, entonces dividiendo la fuerza entre  $m_0$  nos da la atracción gravitacional producida por  $m$  en la posición de  $m_0$ :

$$\mathbf{g}(P) = -\gamma \frac{m}{r^2} \hat{r} \quad [6]. \quad (2.5)$$

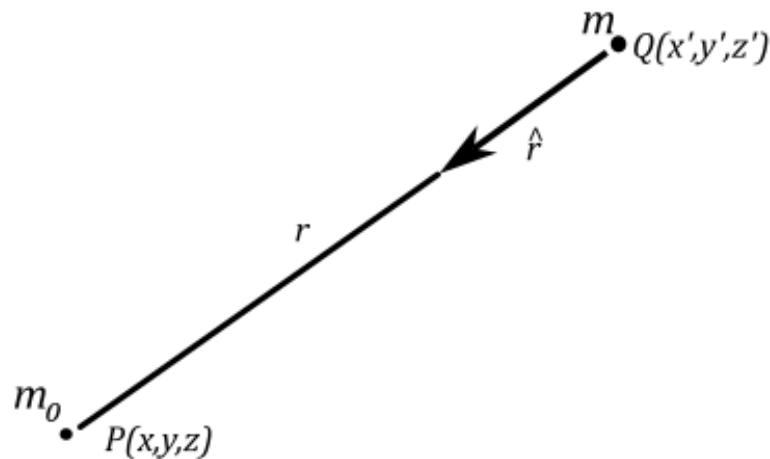


Figura 2.3: Las masas  $m$  y  $m_0$  experimentan atracción gravitacional mutua proporcional a  $m$ ,  $m_0$  y  $r^{-2}$ . El vector unitario  $\hat{r}$  tiene por convención ir de la fuente hacia el punto de observación que en este caso es  $m_0$ . Imagen modificada de [6].

En la Ecuación 2.5  $\hat{r}$  es un vector unitario dirigido de la masa  $m$  al punto de observación  $P$ , que en coordenadas cartesianas es:

$$\hat{r} = \frac{1}{-r}[(x - x')\hat{i} + (y - y')\hat{j} + (z - z')\hat{k}] \quad [6]. \quad (2.6)$$

El signo menos en la ecuación 2.6 es debido a la convención de la dirección del vector unitario  $\hat{r}$ . Mientras que  $g$  de la ecuación 2.3 es aceleración debido a que la fuerza gravitatoria se dividió entre la masa [6].

La atracción gravitatoria descrita por  $g$  (Ecuación 2.3) es irrotacional porque:

$$\nabla \times \mathbf{g} = 0 \quad [6]. \quad (2.7)$$

Entonces, por el Teorema de Helmholtz y usando la ecuación 2.1, la aceleración gravitacional es un campo conservativo y puede ser representado como el gradiente de un potencial escalar,

$$\mathbf{g}(P) = \nabla U(P), \quad (2.8)$$

donde

$$U(P) = \gamma \frac{m}{r} \quad [6]. \quad (2.9)$$

La función  $U$  es conocida como “potencial gravitacional.” “potencial Newtoniano” la aceleración gravitacional ( $g$ ) es un campo potencial [6].

### 2.2.2. Potencial gravitacional de una distribución de masas

El potencial gravitacional obedece el principio de superposición que nos dice que el potencial gravitacional de un conjunto de masas es la suma del potencial de las masas individualmente. Así, la fuerza neta de una partícula de prueba es el vector suma de las fuerzas ocasionadas por todas las masas del espacio. El principio de superposición puede ser aplicado para encontrar la atracción gravitatoria en el límite de una distribución continua de materia. Una distribución continua de masa  $m$  es una colección de muchas masas pequeñas  $dm = \rho(x, y, z)dv$  en donde  $\rho(x, y, z)$  es la distribución de densidad. Aplicando el principio de superposición tenemos:

$$U(P) = \gamma \int_V \frac{dm}{r} = \gamma \int_V \frac{\rho(Q)}{r} dv, \quad (2.10)$$

en donde la integral es sobre  $V$ , que es el volumen ocupado por masa.  $P$  es el punto de observación,  $Q$  es el punto de integración y  $r$  es la distancia entre  $P$  y  $Q$ . La densidad  $\rho$  tiene unidades de  $\frac{kg}{m^3}$  [6].

Primero hay que considerar el punto  $P$  que estará localizado fuera de la distribución de masa. Es posible mover las derivadas respecto  $x, y$  y  $z$  dentro de la integral quedando:

$$\mathbf{g}(P) = \nabla U(P) = -\gamma \int_V \rho(Q) \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2} dv \quad [6]. \quad (2.11)$$

De igual manera se puede hacer la segunda derivada:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \gamma \int_V \left[ -\frac{\rho}{r^3} + \frac{3\rho(x-x')^2}{r^5} \right] dv [6]. \quad (2.12)$$

Repetiendo para las componentes  $y$  y  $z$  y añadiendo los 3 resultados:

$$\nabla^2 U(P) = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \quad [6]. \quad (2.13)$$

Si  $P$  está dentro de la masa o fuera,  $U(P)$  y  $g(P)$  existen y son continuas. La ecuación de Poisson ( $\nabla^2 U(P) = -4\pi\gamma\rho(P)$ ) describe el potencial en todos los puntos, incluso dentro

de la distribución de masa. La ecuación de Laplace es un caso especial de la de Poisson y es válida para regiones sin masa en el espacio [6].

### 2.2.3. Ecuaciones armónicas

Entonces, un campo conservativo  $\mathbf{F}$  tiene un potencial escalar  $\phi$  dado por:  $\mathbf{F} = \nabla\phi$ . Además, si  $\mathbf{F} = \nabla\phi$ , entonces  $\mathbf{F}$  es un campo conservativo y se dice que es un campo potencial. Otra propiedad de los campos conservativos es que el potencial  $\phi$  bajo ciertas condiciones satisface una ecuación diferencial de segundo orden llamada Ecuación de Laplace:

$$\nabla^2\phi = 0 \text{ [6].} \tag{2.14}$$

Los campos potenciales la satisfacen en puntos no ocupados por superficies de  $\mathbf{F}$ . Para que un campo satisfaga la ecuación de Laplace, el potencial de este debe comportarse de forma lineal dentro de su superficie, dado que si derivamos una vez el potencial obtendremos como resultado una constante, y si volvemos a aplicar una derivada, el resultado sería cero. Esto indica que no existen los máximos ni mínimos dentro de esa superficie, lo cuál indicaría en términos físicos que no se estaría aplicando una fuerza en la superficie [6].

---

### Sección 2.3.

---

#### *Modelos Gravimétricos*

---

Las ecuaciones 2.10 y 2.11 nos dan el potencial gravitacional  $U$  y la atracción gravitacional  $\mathbf{g}$  en el punto P debido a un volumen de masa con densidad  $\rho$  [6].

Los gravímetros que son los instrumentos que miden la gravedad miden la componente vertical de esta en coordenadas cartesianas, como por ejemplo lo muestra la figura 2.4, quedando matemáticamente de la siguiente manera:

$$g(x, y, z) = \frac{\partial U}{\partial z} = -\gamma \int_{z'} \int_{y'} \int_{x'} \rho(x', y', z') \frac{(z - z')}{r^3} dx' dy' dz' \text{ [6].} \tag{2.15}$$

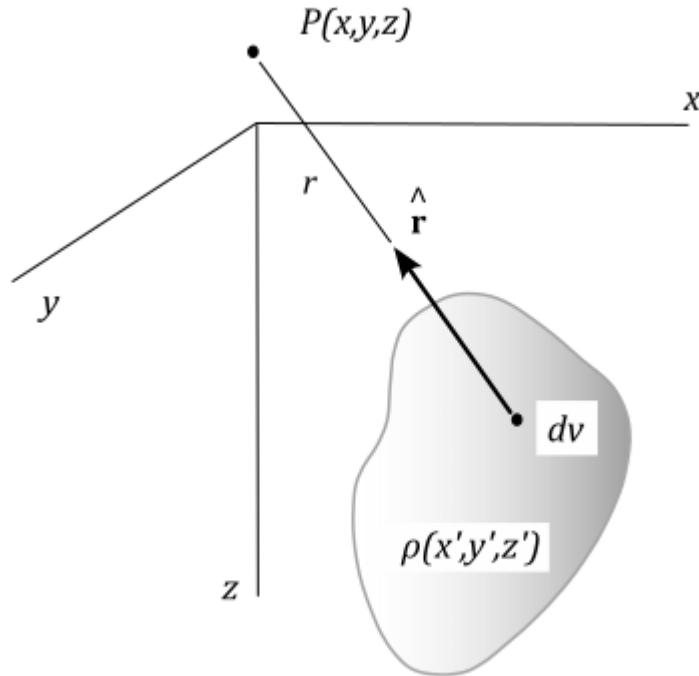


Figura 2.4: Cuerpo tridimensional con densidad  $\rho(x', y', z')$  y con forma arbitraria observado desde el punto  $P(x, y, z)$ . Modificada de [6].

En la Ecuación 2.15 la  $r$  es:

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad [6]. \quad (2.16)$$

Es importante recalcar que la Ecuación 2.15 tiene la forma general de:

$$g(x, y, z) = -\gamma \int_{z'} \int_{y'} \int_{x'} \rho(x', y', z') \Psi(x - x', y - y', z - z') dx' dy' dz', \quad (2.17)$$

de la cual,  $\Psi$  es conocida como función de Green y es:

$$\Psi(x, y, z) = -\gamma \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad [6]. \quad (2.18)$$

En este caso la función de Green es la atracción gravitatoria en  $(x, y, z)$  debido a un punto de masa localizado en  $(x', y', z')$  [6].

Hay un problema y es que en la naturaleza los cuerpos geológicos no son manejables para calcular la integral de 2.17, es necesario aproximarlas con formas simples y fáciles de

manejar. Esencialmente se debe subdividir la fuente hipotética en  $N$  partes simples para que la Ecuación 2.17 quede algo como:

$$g_m = \sum_{n=1}^N \rho_n \Psi_{mn}, \quad (2.19)$$

en donde  $g_m$  es la componente vertical de la atracción gravitacional del emésimo punto de observación,  $\rho_n$  es la densidad de la parte  $n$  y por último  $\psi_{mn}$  es la atracción gravitacional en el punto  $m$  debido a la parte  $n$  con densidad unitaria [6].

### 2.3.1. Prisma gravimétrico

Un conjunto de prismas rectangulares nos da una manera de aproximar un volumen de masa (figura 2.6). Si es lo suficientemente pequeño podemos considerar que cada prisma tiene densidad constante. Entonces la atracción gravitacional en cada punto puede ser aproximada por la suma de los efectos de cada prisma como describe la ecuación 2.19 [6].

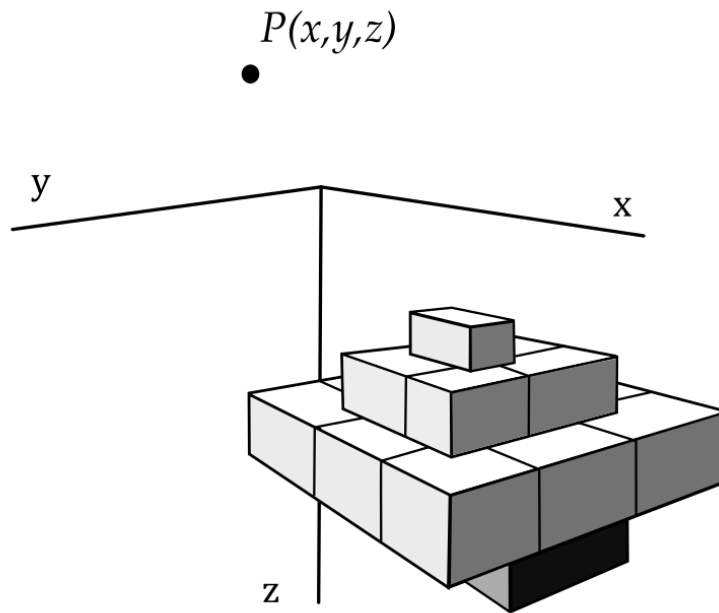


Figura 2.5: Aproximación de un volumen de masa con prismas rectangulares. Modificada de [6].

Podemos encontrar el efecto causado por un único prisma con la ecuación 2.17 usando los límites del prisma. Si tomamos como ejemplo un prisma con densidad uniforme  $\rho$  con límites  $x_1 \leq x \leq x_2$ ,  $y_1 \leq y \leq y_2$  y  $z_1 \leq z \leq z_2$  tiene una atracción en el origen definida por:

$$g = \gamma\rho \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{z'}{[x'^2 + y'^2 + z'^2]^{3/2}} dx' dy' dz' \quad [6]. \quad (2.20)$$

Si movemos el punto de observación al origen la integral se simplifica [6].

---

## Sección 2.4.

---

### *Programación en paralelo*

---

#### 2.4.1. ¿Por qué programación en paralelo?

Desde 1968 al 2002 el avance en la creación de microprocesadores avanzó rápidamente. Los programadores o creadores de software sólo tenían que esperar a que mejoraran los procesadores para que pudieran crear programas más complejos o que estos pudieran ser ejecutados en menor tiempo. Pero a partir del 2002 la innovación y el mejoramiento en los procesadores disminuyó rápidamente, entonces se empezó a considerar la idea de meter más de un procesador por máquina para compensar el atraso de mejoramiento. Así nació la programación en paralelo [9].

La mayoría de programas son escritos de manera seriada y así no pueden aprovechar los beneficios de una computadora con multiprocesadores (arquitectura de computadoras). Se puede correr muchas veces un programa seriado en una computadora con multiprocesadores pero no será de gran ayuda. Para poner una analogía, cuando jugamos un videojuego nos gusta que cada vez sea más rápido y con mejores gráficos. Para lograr esto es necesario reescribir el código seriado para que sean paralelos y así tengan acceso a los diferentes procesadores que tiene la computadora o escribir un código que paralelice los códigos ya hechos [9].

Le llamaremos “núcleos” a los procesadores de una computadora. Si escribimos un programa para realizar la suma de varios números, por ejemplo 100, el programa tiene que recorrer uno a uno esos números y sumarlos con lo que lleva acumulado. Pero si el programa se paralelizara en una computadora con 24 núcleos, se puede poner a cada núcleo a realizar la suma de  $\frac{100}{24}$  números. Al final el núcleo maestro recopila las sumas realizadas por los demás núcleos y los suma. Esto puede ser más eficiente si hacemos que el primer núcleo sume su resultado con el núcleo 2, el 3 con el 4 y así sucesivamente. Quizá no se vea un gran cambio en el tiempo de cómputo con pocos números pero si queremos sumar un millón de números por ejemplo, hay una gran diferencia en el tiempo de cómputo del programa sin paralelizar al paralelizado [9].

La idea básica para escribir programas en paralelo es dividir el trabajo a realizar y repartirlo entre todos los núcleos. Hay dos acercamientos: paralelismo de tarea (task-parallelism)



y paralelismo de datos (data-parallelism). En el paralelismo de tarea se reparten a todos los núcleos las diferentes tareas que se tiene para la resolución del problema. Mientras que en el paralelismo de datos se reparten los datos que se necesitan para resolver el problema con el fin de que cada núcleo tenga una cantidad similar de operaciones en su parte de los datos [9].

Para ejemplificar el paralelismo de tarea y de datos está el siguiente ejemplo. Un profesor tiene 100 alumnos y 4 ayudantes, el profesor realizó un examen de 5 preguntas y junto con sus ayudantes se puso a calificarlos. Hay dos opciones para solucionar este problema; en el primero cada persona se dedica a calificar una pregunta de los 100 exámenes y en el segundo cada persona califica las 5 preguntas pero califica 20 exámenes. Si suponemos que el profesor y sus ayudantes son los núcleos de una computadora, al calificar una pregunta cada núcleo se están dividiendo las tareas (paralelismo de tarea). Mientras que si se dividen los exámenes, se estarían dividiendo los datos (paralelismo de datos) [9].

### 2.4.2. GPU y CPU

Las siglas CPU vienen de “Central Processing Unit” que en español significa “Unidad de Procesamiento Central”. Mientras que las siglas GPU vienen de “Graphics Processing Unit” que quieren decir “Unidad de Procesamiento Gráfico”.

El término “host” es usado para referirse al CPU y su memoria, y el término “device” se usa para hacer referencia al GPU y su memoria. Una subrutina que se ejecuta en el device pero es llamada por el host se le conoce como kernel. El host puede entrar a la memoria del device, pero el device no puede entrar a la memoria del host [13].

Se puede escribir código en paralelo que utilice tanto el CPU como el GPU. A este tipo de código se le conoce como “híbrido”. Un problema que tiene el código híbrido es la sincronización entre el host y el device. El código no se puede ejecutar hasta que el host termine de mandar los datos al device y debe acabar antes de que el device regrese los datos al host [13].

Hablando un poco más acerca del GPU que también es conocido como “tarjeta gráfica”. La componente computacional básica del GPU es el procesador de hilos también conocido como “núcleo”. Los núcleos están agrupados en multiprocesadores, los cuales contienen una cantidad de recursos (como la memoria) limitada que es usada por los hilos (figura 2.6) [13].

El análogo de multiprocesador en programación se le conoce como bloque de hilos. Los bloques de hilos son agrupaciones de estos mismos asignados a un multiprocesador. Una vez asignados a un multiprocesador no lo cambian. Pueden existir varios bloques de hilos en el mismo multiprocesador, pero este número se ve limitado por la cantidad de recursos con la que cuenta el multiprocesador así como los recursos requeridos para cada bloque de hilos [13].

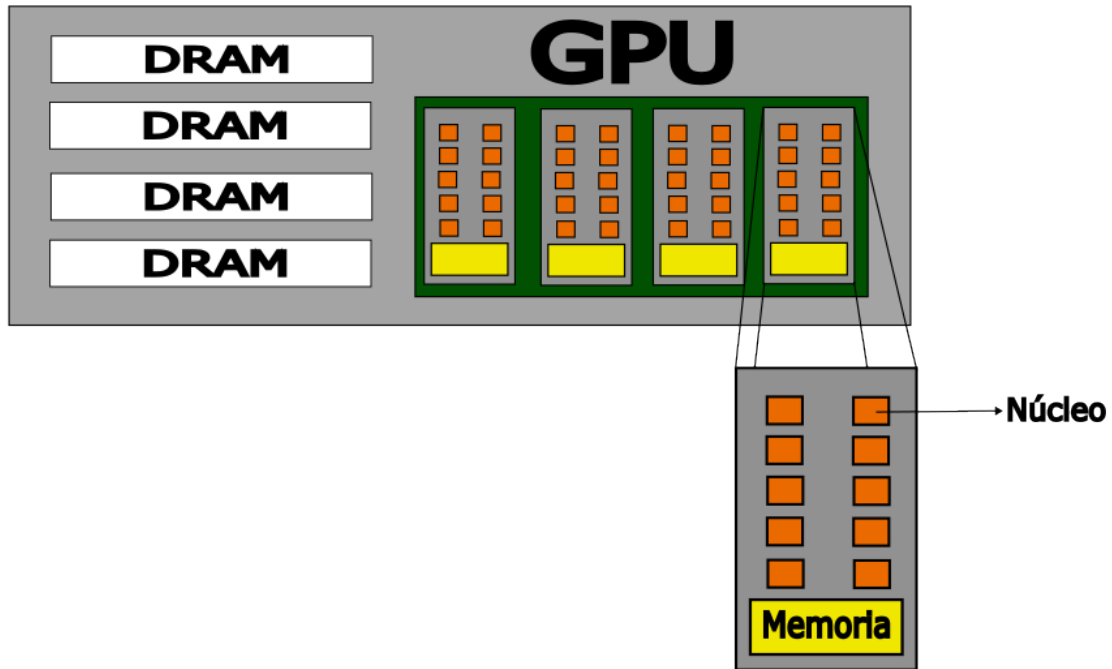


Figura 2.6: Estructura del "Device". Modificada de [13].

## Modelado Directo

---

### Sección 3.1.

---

#### *Procesamiento de datos gravimétricos*

---

Al medir datos gravimétricos obtenemos una variación de densidad de la corteza o manto superior. Pero muchas veces el objetivo de estudio es un elemento geológico de la corteza y la anomalía de este único elemento debería ser idealmente aislada de la del entorno geológico circundante. Para esto se realizan varias correcciones a los datos que se presentan a continuación:

#### 3.1.1. Correcciones gravimétricas

A los datos de gravedad se les tienen que aplicar una serie de correcciones para quitar los efectos no geológicos que podrían estar involucrados.

##### Corrección por gravedad normal

La fuerza de gravedad varía de punto en punto a lo largo de la tierra (campo gravitatorio). Esto crea superficies equipotenciales irregulares que rodean todo el planeta. De toda esta infinidad de superficies equipotenciales, hay una que es de particular interés y es llamada “El geoide”. El geoide es la superficie equipotencial que toma como referencia el nivel del mar sin tomar en cuenta las corrientes marinas, la marea o el clima.

Si imaginamos que el planeta está cubierto en su totalidad por agua. La forma de esta superficie equipotencial tiene bultos cuando hay un exceso de masa o de densidad “sumergida” debajo del agua. Y tiene depresiones o valles en donde tiene un déficit de masa o densidad. Al ser el geoide una superficie equipotencial, la fuerza gravitacional en cada punto del geoide es perpendicular a este e igual en magnitud.

Por estas variaciones de densidad en el geoide, se decidió crear otra superficie de referencia más suave y simple. Esta superficie tiene forma de elipsoide y se conoce como “elipsoide de referencia”. La cualidad de este elipsoide es que es de densidad invariante.

$$g_n(\lambda) = 978032,67714 \frac{1 + 0,00193185138639 \text{sen}^2 \lambda}{\sqrt{1 - 0,00669437999013 \text{sen}^2 \lambda}} [\text{mgal}] [21]. \quad (3.1)$$

Esta corrección tiene en cuenta la fuerza de gravedad sobre el elipsoide de referencia y la rotación de la tierra.

### Corrección por aire libre

La corrección por aire libre se podría considerar como un complemento de la corrección de gravedad normal. Porque muchas veces se mide la gravedad por encima o por debajo del nivel del mar. Entonces esta corrección lo que hace es ajustar la gravedad medida dependiendo de un factor con el que la gravedad normal no cuenta y es la elevación ya sea sobre o por debajo del geoide:

$$C_{AL} = -0,3086h [\text{mgal}] [21]. \quad (3.2)$$

En donde  $h$  es la altura del punto de medición.

$$g_{obs} = \text{Lectura} - C_D - C_M [\text{mgal}] [21]. \quad (3.3)$$

En donde  $C_D$  es la corrección por deriva y  $C_M$  es la corrección por marea. Ambas correcciones se describirán más adelante.

### Corrección por marea

Las mareas terrestres son causadas por la atracción gravitacional del sol y la luna y tienen la amplitud suficiente para ser detectadas por los gravímetros. Este efecto depende de la latitud y del tiempo, teniendo su pico máximo en latitudes bajas y tiene un periodo de 12[h]. El efecto de la marea no excede los 0.3 [mGal]. Existen fórmulas para calcular la marea en cualquier momento del tiempo y en cualquier latitud.

En el caso de esta tesis. se usó el software gratuito llamado “Tsoft” para calcular la corrección por marea. Este software utiliza las posiciones astronómicas del sol y la luna, así como las propiedades elásticas de la Tierra y las coordenadas del punto de estudio, pero nosotros únicamente tenemos que darle las coordenadas del punto, el resto lo calcula el programa.

### Corrección por deriva

Se hace a causa de la deriva del instrumento, con el paso del tiempo cambia el valor de referencia del instrumento.

$$C_D = \frac{(g_{L_{Bf}} - g_{L_{Bi}})}{(t_{Bf} - t_{Bi})}(t_p - t_{Bi})[mgal] \quad [21]. \quad (3.4)$$

En donde  $C_D$  es la corrección por deriva en la estación,  $g_{L_{Bi}}$  es la lectura corregida por marea en la base inicial,  $g_{L_{Bf}}$  es la lectura corregida por marea en la base final,  $t_{Bf}$  es la hora al tomar la lectura en la base final,  $t_{Bi}$  es la hora al tomar la lectura en la base inicial y  $t_p$  es la hora al tomar la lectura en la estación.

### Corrección atmosférica

Esta corrección remueve el efecto generado por la atracción gravitacional de la masa de aire sobre la estación. Se calcula de la siguiente manera:

$$C_{atm} = -0,874 + 9,9x10^{-5}h - 3,56x10^{-9}h^2[mgal] \quad [21]. \quad (3.5)$$

Donde h es la elevación de la estación.

### Corrección por latitud

Es necesario conocer el cambio de latitud que existe en la dirección norte-sur dado que la tierra es chata en sus polos, entonces estos al estar más cerca del núcleo o centro de gravedad, la atracción gravitatoria será mayor en los polos que en el Ecuador por ejemplo. Para esta corrección se usa la siguiente fórmula:

$$C_{lat} = 0,811sen(2\lambda_B)\Delta y[mgal] \quad [21]. \quad (3.6)$$

### Corrección de Bouguer Simple

Esta corrección toma en cuenta la densidad que existe entre el nivel del mar y el punto de observación. La corrección de Bouguer llena el espacio que hay entre el nivel del mar y el punto de observación con un estrato infinito de densidad constante ( $2670[kg/m^3]$ [21]). La densidad que se usa para llenarlo es una densidad típica de la corteza terrestre.

$$C_B = 2\pi G\rho h[mgal] = 0,1119[mgal] \quad [21]. \quad (3.7)$$

Donde h es la elevación en msnm,  $\rho$  la densidad en  $[g/cm^3]$  y  $G$  es la constante de gravitación universal.

Con esta corrección, la anomalía de Bouguer simple queda:

$$\Delta B_S = g_{obs} - g_n - C_{AL} - C_{atm} - C_{lat} \quad [21]. \quad (3.8)$$

## Corrección de Terreno

La anomalía de Bouguer simple no toma en cuenta los efectos topográficos locales. Los efectos de la topografía dependen de la proximidad al punto de observación y al cambio de elevación. Los efectos que generan los cambios pequeños y cercanos en la topografía pueden ser igual de importantes que los efectos que genera una cadena montañosa alejada a varios kilómetros del punto de observación.

Tanto la ausencia de masa en un valle o la masa adicional de una montaña disminuirán la gravedad en el punto de observación. La corrección de terreno es compleja porque la topografía nunca será la misma a lo largo del planeta. Pero una buena aproximación es calcular la gravedad que genera un anillo:

$$C_T = g_{anillo} = \Delta\Theta G\rho[R_e - R_i + (R_i^2 + z^2)^{1/2} - (R_e^2 + z^2)^{1/2}] \quad [21]. \quad (3.9)$$

Donde  $\Delta\Theta = 2\pi$  que es el efecto del anillo completo,  $R_e$  y  $R_i$  son los radios externo e interno del anillo respectivamente y  $z$  es el grosor del anillo. El efecto de la topografía será muy pequeño si  $\frac{R_e + R_i}{2} > 6z$  con  $z$  en metros.

## Anomalía de Bouguer Completa

La anomalía de Bouguer completa se calcula como la anomalía de Bouguer simple pero incorporando la corrección de terreno:

$$\Delta B_S = g_{obs} - g_n - C_{AL} - C_{atm} - C_{lat} + C_T \quad [21]. \quad (3.10)$$

---

### Sección 3.2.

---

#### *Modelo*

---

Un modelo es una representación simplificada y estructurada de un objeto, sistema, fenómeno o proceso en la realidad. Está diseñado para ayudar a comprender, predecir, explicar o simular el comportamiento, funcionamiento o interacciones que se tienen en la realidad. Los modelos pueden ser conceptualizados en varias formas, desde simples esquemas mentales hasta representaciones matemáticas, físicas o computacionales altamente detalladas [15].

Al realizar un modelo se busca capturar las características esenciales y relevantes de la realidad, mientras se descarta o simplifica aspectos menos importantes o complicados. Esta simplificación es muy importante para hacer que el objeto de estudio sea más manejable y comprensible, permitiendo a las personas resolver problemas prácticos y específicos [15].

Los modelos pueden clasificarse en diferentes categorías según su naturaleza y propósito. Por ejemplo, los modelos físicos son representaciones tangibles de objetos o sistemas, como maquetas a escala de edificios o simuladores de vuelo. Los modelos matemáticos emplean ecuaciones, fórmulas y algoritmos para describir relaciones cuantitativas entre variables y predecir resultados. Los modelos conceptuales se basan en ideas, teorías o marcos conceptuales para explicar fenómenos abstractos o procesos complejos [15].

Además, los modelos pueden ser estáticos o dinámicos. Los modelos estáticos representan una situación o estado particular en un momento dado, mientras que los modelos dinámicos capturan la evolución o el cambio a lo largo del tiempo [15].

Algo a resaltar es que al ser una simplificación de la realidad, los modelos son limitados y cuentan con suposiciones para facilitar el entendimiento de este mismo. Un buen ejemplo de esto son los mapas mundiales, hay diferentes tipos de mapas mundiales y en cada uno las proporciones y tamaños de los países puede variar. Esto es así porque cada mapa está diseñado para abarcar y resolver problemas diferentes [15].

---

### Sección 3.3.

---

#### *Modelado de cuerpos sintéticos*

---

#### **3.3.1. Ensamble de prismas**

En el capítulo 2 se menciona que con ayuda de figuras más simples se puede aproximar un cuerpo complejo como lo es un cuerpo de roca en el subsuelo. De esta manera se puede trabajar con ese cuerpo y sus características de manera más fácil.

En esta tesis, con ayuda del código proporcionado por Blakely en su libro [6] llamado “gbox” se usará para calcular la respuesta gravimétrica que tendría un cubo sintético con un contraste de densidad de  $500 [km/m^3]$  y está subdividido en 1728 cubos, 12 en el eje  $x$ , 12 en el eje  $y$  y 12 en el eje  $z$ . La cantidad de cubos se eligió para poner a prueba en parte la capacidad del algoritmo. Este cuerpo está a una profundidad de  $0.4 [km]$

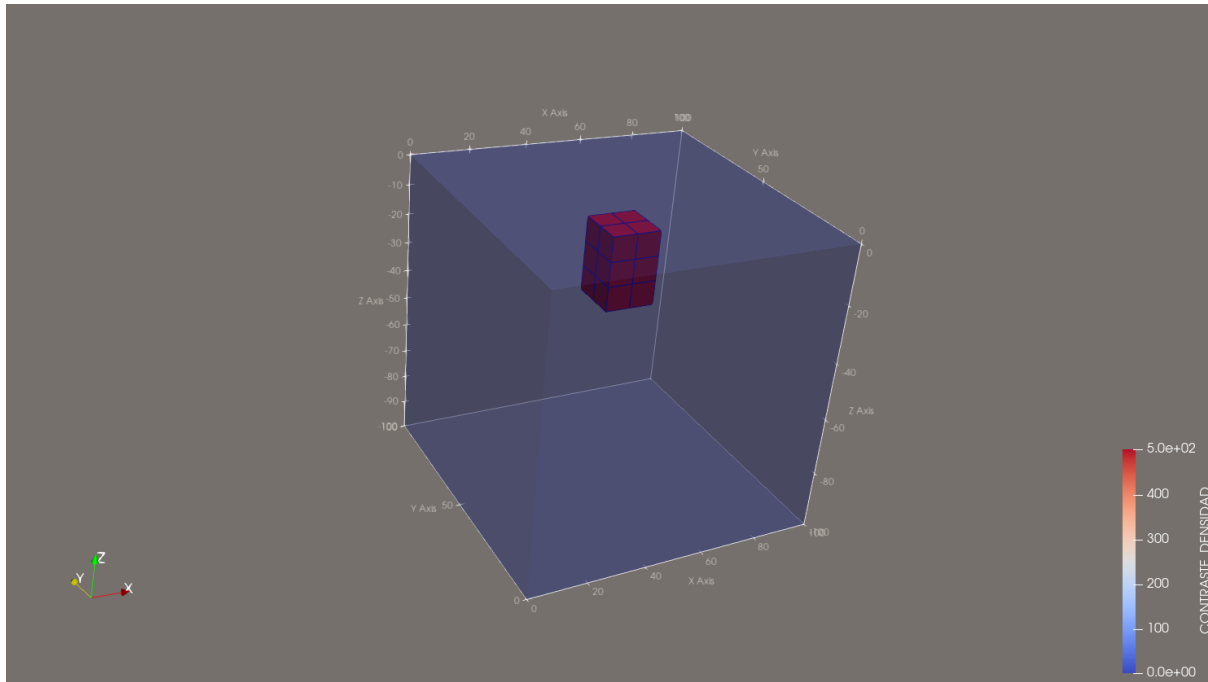


Figura 3.1: Cuerpo sintético 1.

En la Figura 3.1 se muestra un modelo sintético de un cuerpo de roca con contraste de densidad de  $500 [km/m^3]$  compuesto por 1728 cubos. Y su anomalía gravimétrica calculada mediante la gbox quedó de la siguiente manera:

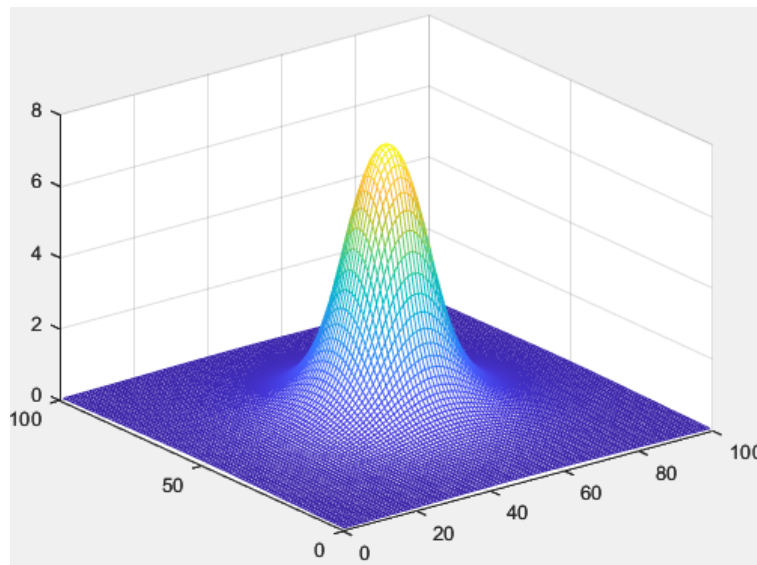


Figura 3.2: Anomalía gravitacional del cuerpo sintético 1.

En donde el eje  $x$  y el eje  $y$  conforman el plano de puntos de observación, mientras que el eje  $z$  tiene la gravedad calculada en cada punto de observación.

También se creó otro modelo con mayor número de cubos para posteriormente comprobar



qué tanto se tardaría un programa de algoritmos genéticos sin paralelizar entre mayor número de cubos se use (Capítulo 4). Este segundo modelo se subdividió en más cubos: 24 en el eje  $x$ , 24 en el eje  $y$  y 24 en el eje  $z$  dando un total de 13,824 cubos con un contraste de densidad de 500  $[km/m^3]$ . Este cuerpo está a una profundidad igualmente de 0.4  $[km]$

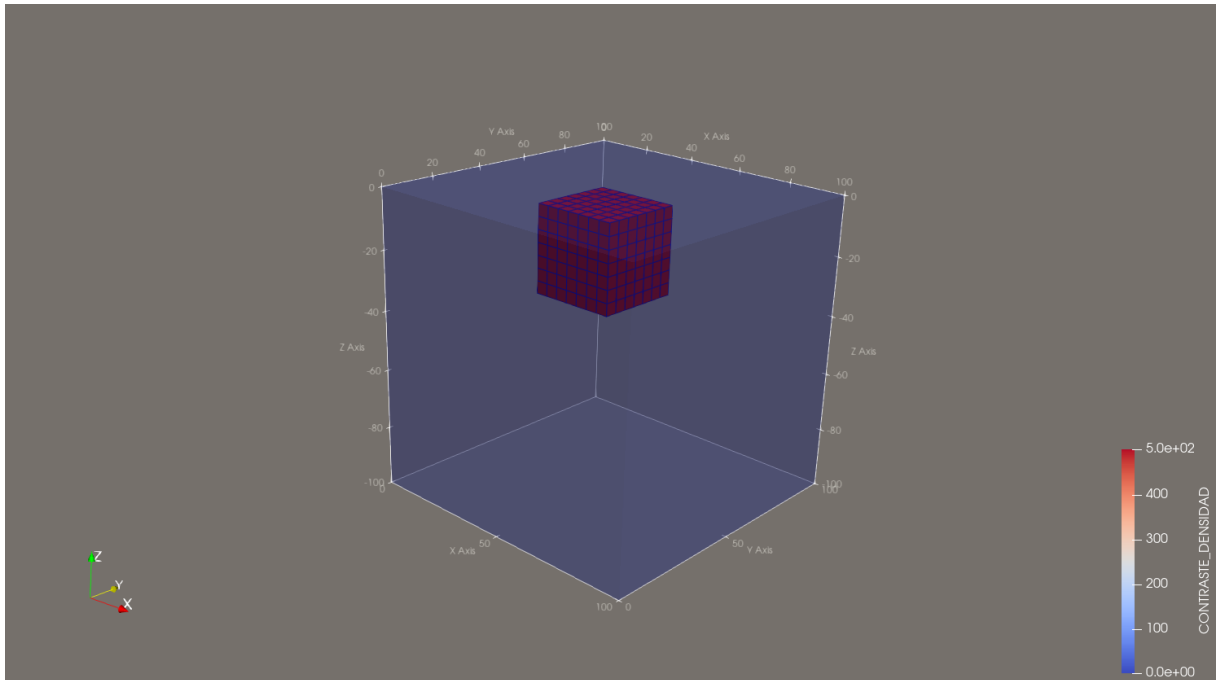


Figura 3.3: Cuerpo sintético 2.

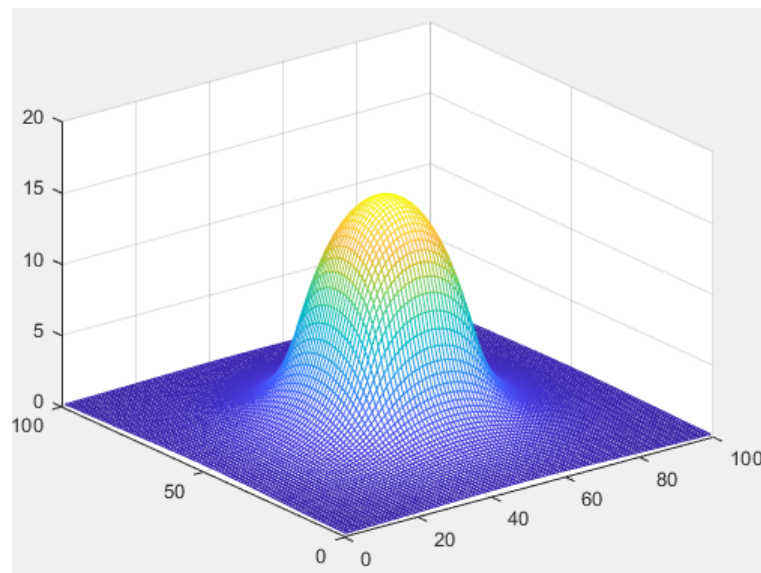


Figura 3.4: Anomalia gravitacional del cuerpo sintético 2.

En donde de igual manera el eje  $x$  y el eje  $y$  conforman el plano de puntos de observación y el eje  $z$  es la gravedad calculada en cada punto de observación.

### 3.3.2. Operadores de realce de bordes

Las anomalías gravimétricas nos pueden mostrar las diferencias en densidad del medio generadas por cuerpos de densidades distintas. Es imposible saber las dimensiones de dichos cuerpos sin excavar. Los operadores de realce de bordes ofrecen una aproximación de las dimensiones del cuerpo (sin contar el espesor) que genera dichas anomalías.

#### 3.3.2.1. Derivadas direccionales

Las derivadas direccionales son los operadores de realce de bordes más usados y son la base de algunos otros operadores. Las derivadas direccionales pueden ser calculadas en el dominio del número de onda. Las derivadas horizontales están definidas por:

$$\mathcal{F} \left[ \frac{d^n \phi}{dx^n} \right] = (ik_x)^n \mathcal{F}[\phi], \quad (3.11)$$

$$\mathcal{F} \left[ \frac{d^n \phi}{dy^n} \right] = (ik_y)^n \mathcal{F}[\phi]. \quad (3.12)$$

Estas ecuaciones nos dicen que la transformada de Fourier de la derivada a la  $n$ -ésima potencia del potencial respecto a  $x$  o  $y$  es igual a la multiplicación del número imaginario  $i$  por el número de onda  $k$  en  $x$  o  $y$ , elevado a la  $n$ -ésima potencia y multiplicado por la transformada de Fourier del potencial. Y la derivada vertical está descrita por:

$$\mathcal{F} \left[ \frac{d^n \phi}{dz^n} \right] = k_x^2 \mathcal{F}[\phi] + k_y^2 \mathcal{F}[\phi] = |k|^2 \mathcal{F}[\phi]. \quad (3.13)$$

Las derivadas horizontales nos dan los bordes del cuerpo que genera la anomalía y la derivada vertical ayuda a la caracterización de cuerpos en profundidad.

#### 3.3.2.2. Gradiente horizontal

El gradiente horizontal tiene sus máximos valores en las orillas de las fuentes de gravedad. El GH o amplitud de gradiente horizontal usa las derivadas horizontales y se describe por:

$$GH = \sqrt{\frac{d\phi_z}{dx}^2 + \frac{d\phi_z}{dy}^2}. \quad (3.14)$$

Donde  $\Phi_z$  es la componente vertical de la gravedad en este caso.

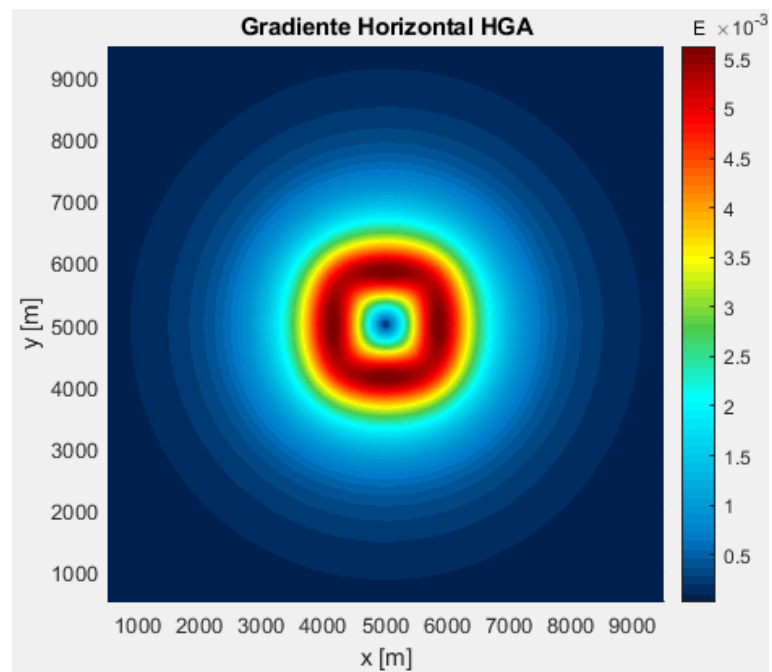


Figura 3.5: Gradiente Horizontal de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 1.

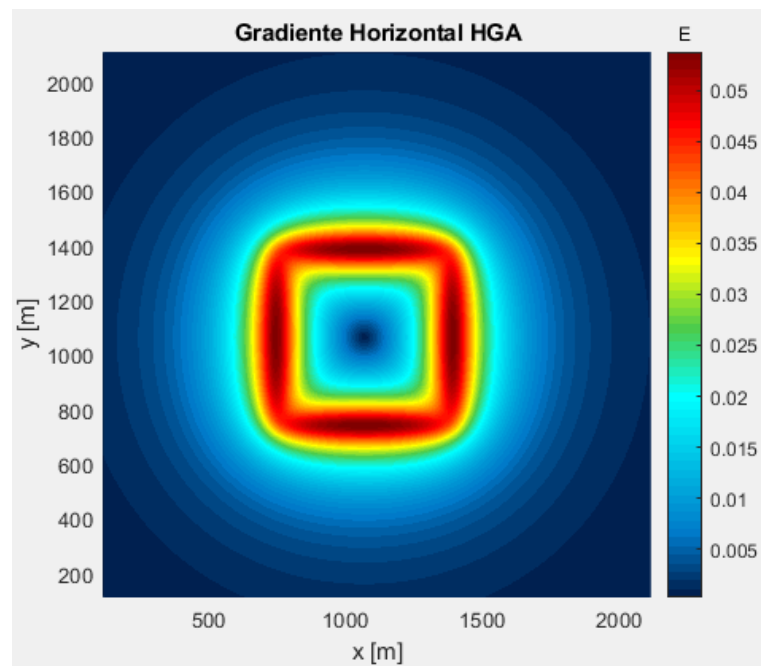


Figura 3.6: Gradiente Horizontal de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 2.

En las Figuras 3.5 y 3.6 se puede ver una buena aproximación a los bordes de los cuerpos sintéticos. Aunque puede haber un error en la forma para fuentes pequeñas como se ve en especial en la Figura 3.5 que se asemeja más a una circunferencia que a un cuadrado.

### 3.3.2.3. Señal analítica

La señal analítica usa componentes del tensor de gradiente gravimétrico que se construye de la siguiente manera:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{\partial\phi_x}{\partial x} & \frac{\partial\phi_x}{\partial y} & \frac{\partial\phi_x}{\partial z} \\ \frac{\partial\phi_y}{\partial x} & \frac{\partial\phi_y}{\partial y} & \frac{\partial\phi_y}{\partial z} \\ \frac{\partial\phi_z}{\partial x} & \frac{\partial\phi_z}{\partial y} & \frac{\partial\phi_z}{\partial z} \end{bmatrix} [6]. \quad (3.15)$$

En un principio, la señal analítica fue pensada para trabajar con anomalías magnéticas, pero después se observó que también funcionaba con datos gravimétricos.

$$|SA| = \sqrt{\Gamma_{31}^2 + \Gamma_{32}^2 + \Gamma_{33}^2}, \quad (3.16)$$

$$SA_x = \sqrt{\Gamma_{11}^2 + \Gamma_{12}^2 + \Gamma_{13}^2}, \quad (3.17)$$

$$SA_y = \sqrt{\Gamma_{21}^2 + \Gamma_{22}^2 + \Gamma_{23}^2} [14]. \quad (3.18)$$

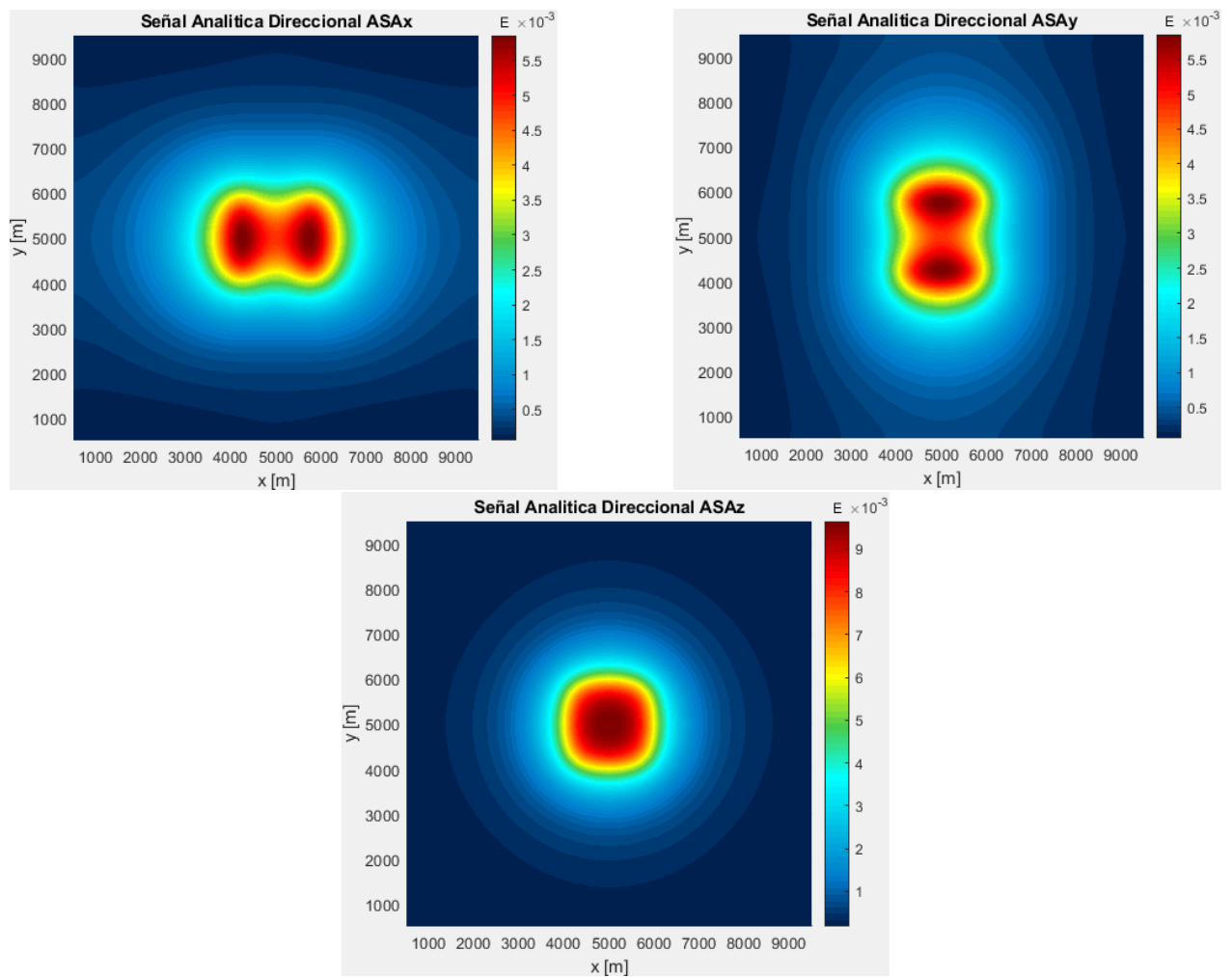


Figura 3.7: Señal analítica en dirección x, y y z de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 1.

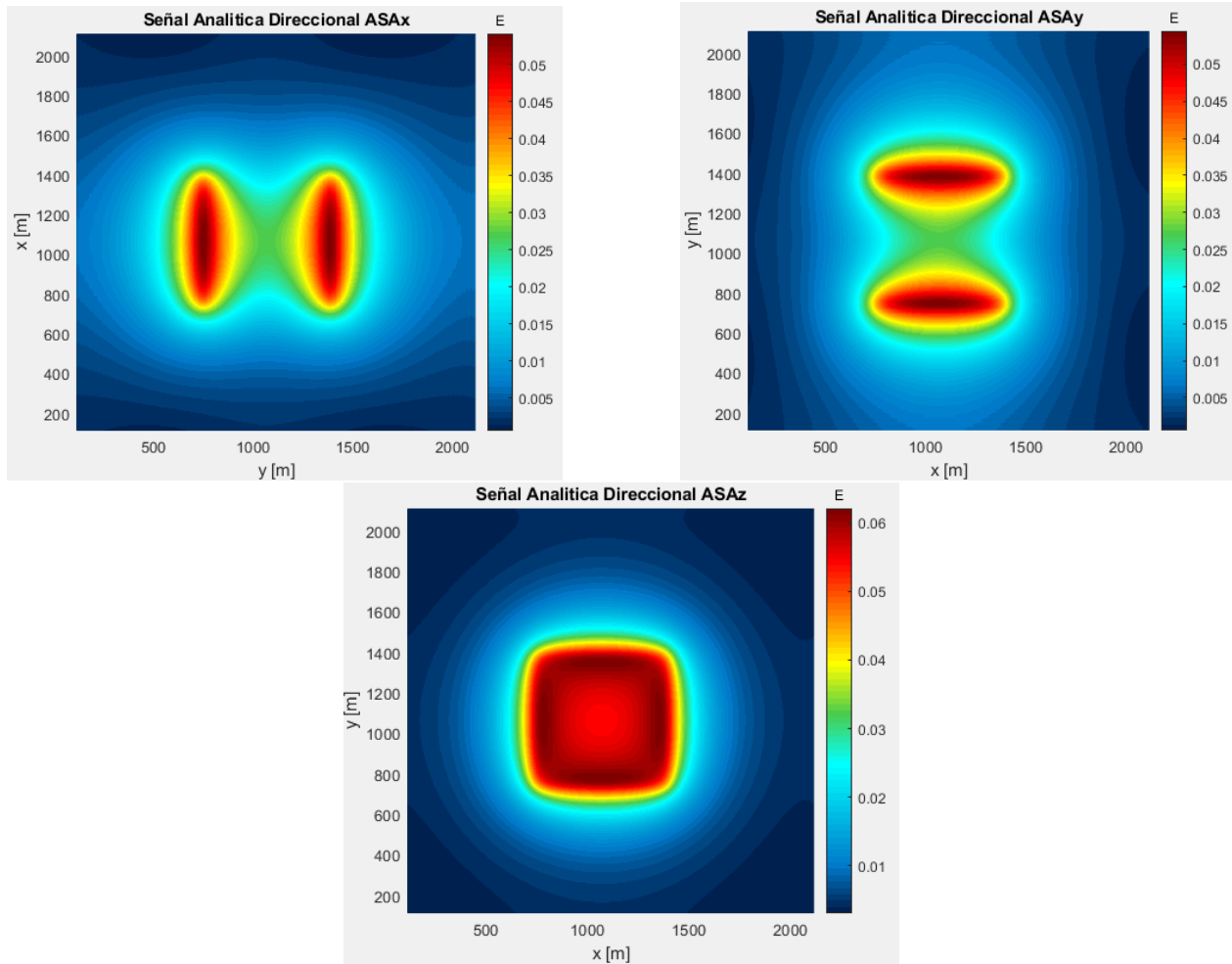


Figura 3.8: Señal analítica en dirección x, y y z de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 2.

Las Figuras 3.7 y 3.8 muestran la señal analítica de los cuerpos sintéticos en las tres direcciones. De las cuales la x muestra los bordes a lo largo del eje y, la y muestra los bordes a lo largo del eje x y la z muestra el cuerpo en general.

#### 3.3.2.4. Detector de bordes (edge detector)

El detector de Bordes es la razón de cambio de las señales analíticas  $SA_x$  y  $SA_y$  y se calcula análogamente al gradiente horizontal:

$$DB = \sqrt{\frac{\partial SA_x}{\partial z}^2 + \frac{\partial SA_y}{\partial z}^2}. \quad (3.19)$$

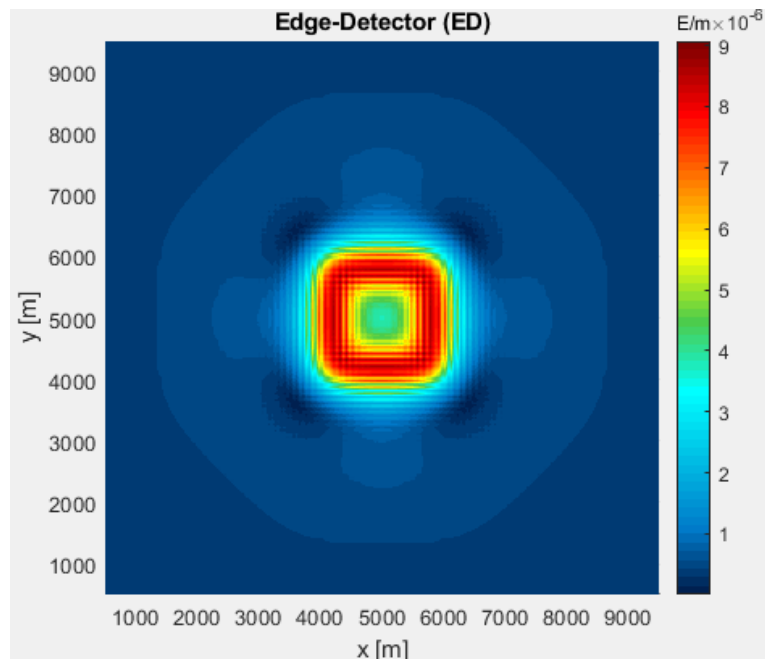


Figura 3.9: Detector de bordes de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 1.

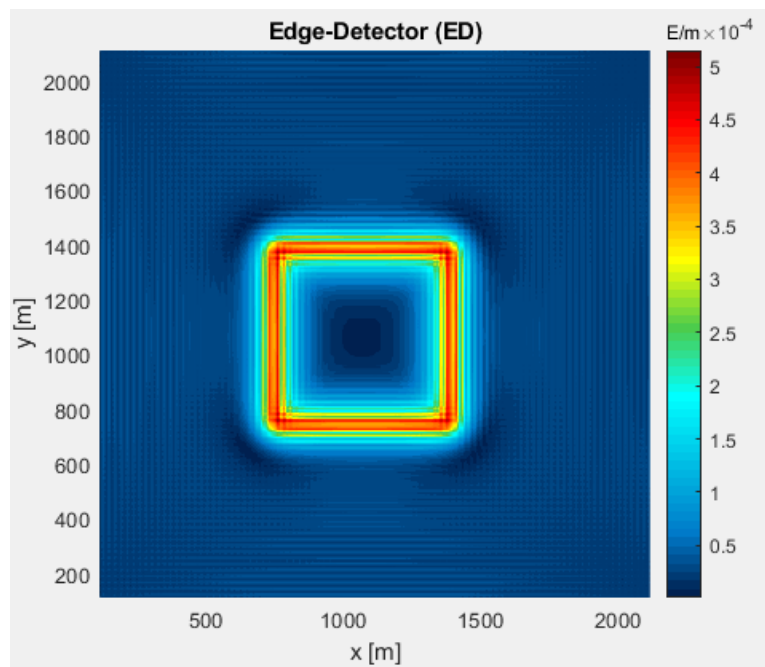


Figura 3.10: Detector de bordes de la anomalía gravimétrica del cuerpo sintético 2.

Como podemos ver en las Figuras 3.9 y 3.10, este operador de realce de bordes está detectando los bordes de ambos cuerpos sintéticos. Con lo cual, si no se supiera la forma de dicho cuerpo, se podría hacer una aproximación a su forma real.

En general podemos concluir que los operadores de realce de bordes funcionan al menos con datos sintéticos. En este caso están detectando los bordes de ambas anomalías y la

deconvolución de Euler se aproximó muy bien a la profundidad designada a los cuerpos sintéticos.



## Modelado Inverso

---

### Sección 4.1.

---

#### *Modelado gravimétrico inverso*

---

El objetivo de la geofísica es determinar las propiedades del interior de la tierra dependiendo de la fuente que se use. El problema es el siguiente: ¿Cómo podemos determinar las propiedades del subsuelo y las rocas a partir de los datos observados? [19].

La respuesta es el problema inverso. Determinar las propiedades de la tierra u obtener un modelo a partir de los datos observados que han sido afectados por las variaciones de las propiedades del material de la tierra [19].

Lamentablemente la tierra es compleja y es esta complejidad o heterogeneidad lo que le interesa a la geofísica. Para modelos complejos las funciones matemáticas son imposibles de obtener, así que se necesita usar soluciones numéricas o una combinación entre soluciones numéricas y soluciones analíticas [19].

#### 4.1.1. Problema lineal inverso

##### 4.1.1.1. Formulación de problemas inversos

Para empezar con el problema inverso se necesita una descripción de los datos. Normalmente los datos en los problemas inversos son una tabla de valores numéricos. Entonces se pueden acomodar en vectores para tener una representación. Si  $N$  mediciones son hechas en un experimento en particular, se podría considerar estos números como elementos de un vector  $\mathbf{d}$  de tamaño  $N$ . De manera similar los parámetros del modelo se pueden representar como los elementos de un vector  $\mathbf{m}$  cuyo tamaño es  $M$  [20].

$$\text{Datos : } \mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3, \dots, d_N]^T,$$

$$\text{Parametros : } \mathbf{m} = [m_1, m_2, m_3, \dots, m_N]^T \text{ [20].}$$

En donde T indica la transpuesta del vector [20].

El principio de un problema inverso es que los parámetros del modelo y los datos están relacionados de alguna manera. Esta relación se conoce como “*el modelo*”. Usualmente el modelo se expresa mediante una o más ecuaciones que describen cómo los parámetros del modelo generan teóricamente los datos [20].

Si por ejemplo se quisiera determinar la densidad de un objeto usando las medidas de masa y volúmen, habrían dos datos (la masa  $d_1$  y el volumen  $d_2$ ) y un parámetro desconocido (densidad  $m_1$ ). El modelo sería que la multiplicación de la densidad con el volumen es igual a la masa:  $d_2 m_1 = d_1$  [20].

En una situación más realista, los datos y los parámetros están relacionados de formas más complejas. Los datos y los parámetros pueden estar relacionados por más de una ecuación por ejemplo:

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{d}, \mathbf{m}) &= 0, \\ f_2(\mathbf{d}, \mathbf{m}) &= 0, \\ f_3(\mathbf{d}, \mathbf{m}) &= 0, \\ &\vdots \\ f_L(\mathbf{d}, \mathbf{m}) &= 0 \text{ [20]}. \end{aligned} \tag{4.1}$$

En donde  $L$  es el número de ecuaciones. Estas ecuaciones pueden escribirse de igual manera en forma vectorial:  $\mathbf{f}(\mathbf{d}, \mathbf{m}) = 0$ . Esta forma de representarlas resume cómo se relacionan los datos y los parámetros. El propósito de la teoría de inversión es resolver o “invertir” estas ecuaciones para obtener los parámetros del modelo [20].

#### 4.1.1.2. El problema lineal inverso

Es el problema inverso más conocido y entendido. Es todo aquel problema que puede expresarse de manera lineal como:  $\mathbf{Gm} = \mathbf{d}$ . Esta ecuación es el fundamento del estudio de la teoría de inversión discreta. Muchos problemas que se tocan en las ciencias físicas involucran esta ecuación. Otros, aún involucrando ecuaciones más complicadas pueden solucionarse mediante una aproximación lineal [20].

La matriz  $\mathbf{G}$  es conocida como kernel de datos o matriz de sensibilidades. La teoría de inversión cae en dos extremos, con los datos discretos pero funciones de modelación continuas:

- Teoría de inversión discreta:

$$d_i = \sum_{j=1}^M G_{ij} m_j \text{ [20]}. \tag{4.2}$$

- Teoría de inversión continua:

$$d_i = \int G_i(x) m(x) dx \text{ [20]}. \tag{4.3}$$

- Teoría de inversión integral:

$$d(y) = \int G(y, x)m(x)dx \quad [20]. \quad (4.4)$$

La teoría de inversión necesita que los datos  $d$  estén en su forma discreta para funcionar. La teoría continua y la teoría integral se pueden discretizar a una sumatoria [20].

---

## Sección 4.2.

---

### *Algoritmos genéticos*

---

Charles Darwin explicó la teoría de la evolución en “*El origen de las especies*”. En donde dice que después de muchas generaciones los organismos evolucionan basados en el principio de la selección natural “supervivencia del más apto”. Esto funciona bien en la naturaleza, entonces debería existir un método basado en la selección natural capaz de resolver problemas de optimización [25].

En la naturaleza los individuos en una población compiten entre sí por recursos como comida, agua, refugio, etc. También compiten entre sí por parejas reproductivas para mantener la especie. Debido a esto los individuos menos aptos tienen menos posibilidad de sobrevivir y reproducirse. Es por eso que los individuos mejor adaptados suelen tener más descendencia y esta descendencia suele ser mejor en todos los aspectos que sus progenitores. Después de algunas generaciones las especies evolucionan espontáneamente para adaptarse cada vez mejor a su entorno [25].

En 1975, Holland desarrolló esta idea en su libro “*Adaptation in natural and artificial systems*”, describió cómo aplicar los principios de la evolución natural para aplicarlos a problemas de optimización y creó el primer algoritmo genético. Su teoría se desarrolló más allá y ahora es una poderosa herramienta para resolver problemas de búsqueda y de optimización [25].

### 4.2.1. Contexto biológico

La ciencia que lidia con observar las diferencias y similitudes entre especies se llama Genética [25].

#### 4.2.1.1. La célula

Cada ser vivo del planeta está formado por células. Estas células son como fábricas complejas que realizan tareas específicas. En el centro de la célula está el núcleo el cual contiene la información genética de la célula [25].

#### 4.2.1.2. Cromosomas

Toda la información genética está almacenada en los cromosomas. Cada cromosoma está construido por ácido desoxirribonucleico (ADN). Estos cromosomas están divididos en partes llamadas genes. Los genes codifican las propiedades de las especies así como las características de un individuo. Las diferentes propiedades de un gen son llamadas alelos y un gen puede tomar diferentes alelos. Por ejemplo, existe un gen para los ojos de color y todos sus posibles alelos son negro, café, azul y verde. El conjunto de todos los alelos posibles presentes en una población particular forma un conjunto genético. Este conjunto genético puede determinar todas las diferentes variaciones posibles para las futuras generaciones. El tamaño de este conjunto ayuda a determinar la diversidad de los individuos en la población. El conjunto de todos los genes de una especie en específico se le llama genoma. Cada gen tiene una posición única en el genoma llamada locus. La mayoría de los organismos vivos almacenan su genoma en varios cromosomas pero en los algoritmos genéticos todos los genes son almacenados en el mismo cromosoma. Entonces en los algoritmos genéticos cromosomas y genomas son sinónimos [25].

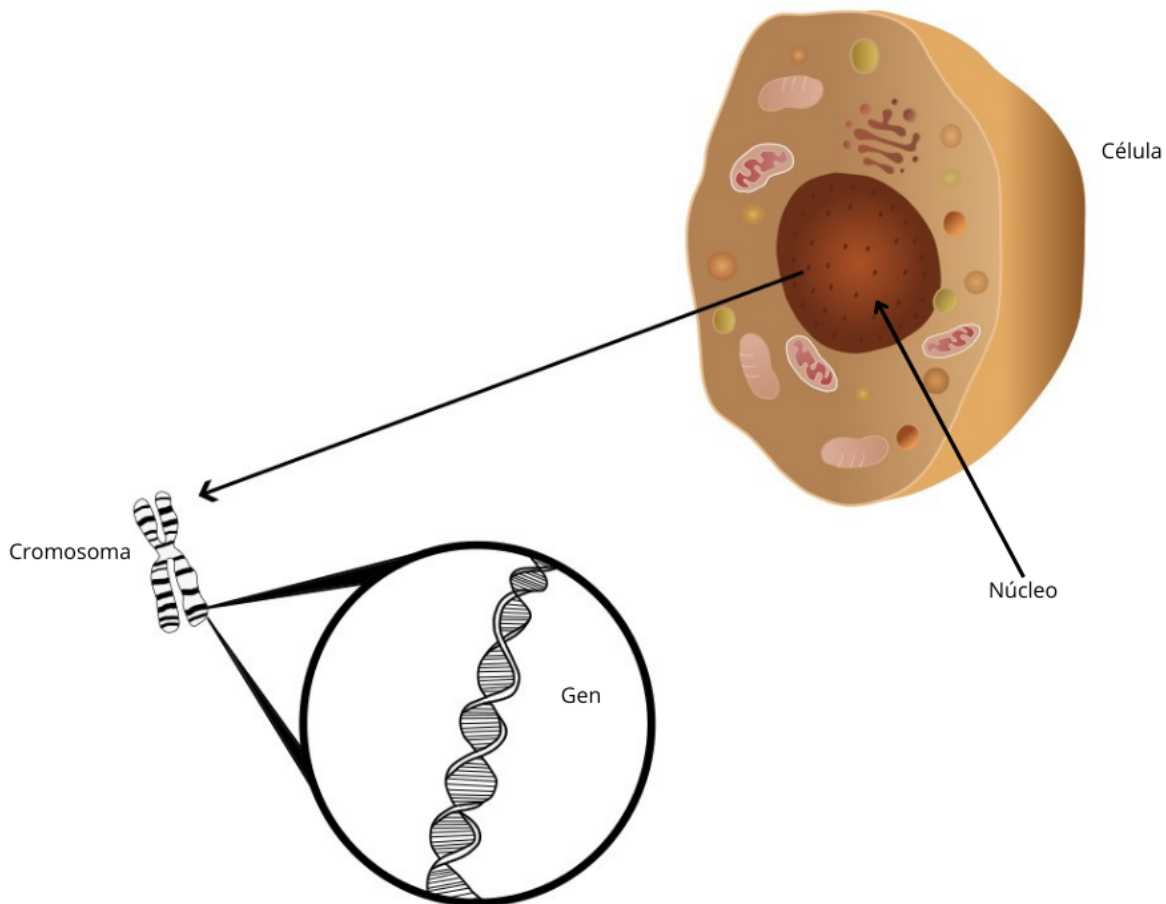


Figura 4.1: Estructura de una célula.

En la Figura 4.1 podemos observar de manera gráfica que los cromosomas están en el núcleo de la célula y estos contienen a los genes.

### 4.2.1.3. Genética

Para un individuo en concreto, toda la combinación de genes es llamada genotipo. Mientras que el fenotipo describe es aspecto físico del individuo. En formas de vida más complejas los cromosomas contienen dos pares de conjuntos de genes. A esto se le conoce como diploide. En caso de conflicto entre el mismo par de genes el dominante determinará el fenotipo mientras que el otro que es llamado recesivo seguirá presente y puede ser heredado a las siguientes generaciones. Los diploides generan una mayor diversidad de alelos pero en el caso de los algoritmos genéticos se usan los haploides que son cromosomas que contienen un solo conjunto de genes [25].

### 4.2.1.4. Reproducción

Existen dos tipos de reproducción en las especies que son la mitosis y la meiosis [25].

En la mitosis la misma información genética es copiada a la descendencia. No hay intercambio de información. Este tipo de reproducción es normal para el crecimiento de estructuras multicelulares como los órganos [25].

Por otra parte la meiosis está basada en la reproducción sexual. En la meiosis sí hay intercambio de información por parte de los padres para crear descendencia [25].

### 4.2.1.5. Selección natural

El origen de las especies está basado en la preservación de las variaciones más favorables y el rechazo de las variaciones menos favorables. Las variaciones se refieren a las diferencias mostradas por el individuo de una especie y por la descendencia de los mismos padres. Son más los individuos que nacen que los que pueden sobrevivir. Los individuos con mejores ventajas tienen más probabilidad de sobrevivir (la supervivencia del más apto) [25].

## 4.2.2. ¿Qué son los algoritmos genéticos?

Los algoritmos genéticos fueron propuestos por John Holland en 1975 en su libro llamado "Adaptation in natural and artificial systems". Holland propuso los algoritmos genéticos como un método de inversión heurístico basado en "la supervivencia del más apto" [25].

Los métodos de inversión heurísticos corresponden a algoritmos de optimización no-lineales que emplean estrategias de búsqueda estocástica.

### 4.2.3. Espacio de búsqueda

Usualmente se busca la mejor solución en un conjunto específico de soluciones. El espacio de todas las soluciones posibles, incluso la deseada es llamado espacio de búsqueda. Cada punto en este espacio representa una posible solución. Por consiguiente, cada posible solución puede ser marcada por su valor de adaptabilidad dependiendo de la definición del problema. El problema al que se enfrentan los algoritmos genéticos y todos los métodos de optimización es que en este espacio de búsqueda existen mínimos locales que son posibles soluciones pero no la mejor solución.

### 4.2.4. Un algoritmo genético simple

Un algoritmo es una serie de pasos para resolver un problema. Un algoritmo genético es un método de resolución de problemas que usa la genética como su modelo para resolver problemas. Es una técnica de búsqueda para encontrar soluciones aproximadas de problemas de optimización y de búsqueda [25].

En un problema de optimización uno conoce la forma de todas las posibles soluciones correspondientes a una pregunta en específico. El conjunto de estas soluciones que cumplen con la forma constituyen el espacio de búsqueda. El problema consiste en encontrar la solución que mejor se ajusta de todas las posibles soluciones. Si es posible enumerar todas las soluciones el problema no es muy complicado, pero la dificultad aumenta cuando el espacio de búsqueda es grande, la enumeración no es factible porque simplemente tomaría mucho tiempo. En este caso es necesario usar una técnica para encontrar la solución óptima. Los algoritmos genéticos proveen uno de esos métodos [25].

Los algoritmos genéticos manejan una población de posibles soluciones. Cada solución se representa mediante un cromosoma que es sólo una representación abstracta. Codificar las posibles soluciones en un cromosoma es la primer parte. Un conjunto de operadores de reproducción también debe ser determinado. Los operadores de reproducción son aplicados directamente en los cromosomas y son usados para realizar mutaciones y recombinaciones en las soluciones del problema [25].

La selección debe ser capaz de comparar cada individuo en la población. La selección se realiza usando una función de adaptabilidad. Cada cromosoma tiene un valor asociado correspondiente a su adaptabilidad que su solución representa. La adaptabilidad debería corresponder a la evolución de qué tan buena es la solución de un candidato. La solución óptima es aquella que maximiza o minimiza la función de adaptabilidad. Los algoritmos genéticos lidian con el problema que maximiza la función de adaptabilidad [25].

Una vez la reproducción y la función de adaptabilidad han sido definidos un algoritmo genético evoluciona acorde a la misma estructura básica. Empieza por generar una población inicial de cromosomas. Esta primera población debe ofrecer una amplia diversidad de material genético. El conjunto de genes debe ser tan largo como sea posible para que cada solución del espacio de búsqueda pueda ser “engendrado”. Normalmente la población inicial es generada

aleatoriamente [25].

Entonces el algoritmo genético cicla iterativamente haciendo que la población evolucione. Cada iteración consiste en los siguientes pasos:

- Selección: El primer paso consiste en seleccionar individuos para reproducirlos. Esta selección se lleva a cabo aleatoriamente según una probabilidad que a su vez depende de la adaptabilidad de los individuos a reproducir. Siendo aquellos con mejor adaptabilidad los que tienen mayor probabilidad de reproducirse [25].
- Reproducción: En el segundo paso el programa crea nuevos individuos basándose en los cromosomas de los padres usando combinación y mutación [25].
- Evaluación: En el paso siguiente la adaptabilidad de los individuos es evaluada [25].
- Reemplazamiento: En este último paso los individuos con menor adaptabilidad son eliminados y son reemplazados por aquellos con mejor adaptabilidad [25].

El algoritmo se detendrá cuando la población converja hacia la solución óptima [25].

### 4.2.5. Algoritmos genéticos adaptados para la inversión de datos gravimétricos

Para adaptar los algoritmos genéticos a la inversión de datos gravimétricos es necesario explicar cómo se realizaron los pasos de un algoritmo genético simple. Pero primero es necesario definir el problema que buscamos resolver: En este caso tenemos una anomalía gravimétrica y queremos encontrar las dimensiones y densidades del volumen de roca que generaron dicha anomalía [25].

#### 4.2.5.1. Individuos

Un individuo es una única solución al problema. Los individuos están compuestos por dos formas:

- El cromosoma. Que es la información genética en crudo (genotipo) con el que el algoritmo genético lidia [25].
- El fenotipo. Que es el cromosoma expresado en forma de modelo [25].

En el caso gravimétrico si usamos la aproximación del volumen de roca que generó la anomalía como en la Figura 2.6 los cromosomas serían las densidades (parámetros de inversión o vector  $m$ ) que tiene cada cubo que conforman el volumen de roca y el fenotipo sería el cubo en sí con dicha densidad.

No hay que olvidar que los cromosomas están subdivididos en genes y un cromosoma debe contener información acerca de la solución que representa [25].

#### 4.2.5.2. Genes

Los genes son las instrucciones básicas para construir un algoritmo genético. Un cromosoma es una secuencia de genes. Los genes describen parte de la solución sin ser la solución en sí porque al programar son un vector de números en binario de longitud arbitraria. Este vector es la representación del cromosoma (parámetro) en números binarios. La longitud está sujeta a la longitud de cromosoma que es la cantidad de números binarios que son necesarios para representar el valor de densidad (parámetro) [25].

#### 4.2.5.3. Adaptabilidad

La adaptabilidad de un individuo en un algoritmo genético es el valor de una función objetivo para su fenotipo. En este caso se usa la Gbox, anteriormente mencionada, para calcular la anomalía gravimétrica que tendría cada individuo (modelo). Se calcula la distancia euclidiana entre el modelo directo y cada modelo optimizado. En este caso se calcula la distancia euclidiana de la siguiente manera:

$$E = \sqrt{\sum (d_o - d_c)^2} \quad [25]. \quad (4.5)$$

En donde  $d_o$  son los datos de la anomalía observada y  $d_c$  son los datos de la anomalía calculada [25].

La adaptabilidad no solo indica qué tan buena es la solución sino que también indica qué tan cerca está el individuo de la solución óptima, por eso también a la distancia euclidiana le llamaré “error”.

#### 4.2.5.4. Poblaciones

Una población es un conjunto de individuos. La población consiste en un número de individuos puestos a prueba, los parámetros de fenotipo que definen a los individuos y la información acerca del espacio de búsqueda. Los dos aspectos más importantes de la población son:

1. La población inicial.
2. El tamaño de la población.

El tamaño de la población dependerá de la complejidad del problema. Mientras que la población inicial comunmente es empezada con individuos cuyos cromosomas son aleatorios.



Pero habrá veces en las que se inicializará con individuos cuyas soluciones ya sean conocidas y sean buenas [25].

Idealmente la población inicial debe tener genes muy variados para que sea posible explorar todo el espacio de búsqueda. Todos los posibles alelos deberían estar presentes en la población inicial. Por esta razón es que se empieza con una población inicial aleatoria. Así la adaptabilidad media debería ser alta y esto ayudaría a los algoritmos genéticos a encontrar soluciones buenas con mayor velocidad. Pero para hacer esto uno debe asegurarse de que la variedad genética sea grande. Si hay un déficit de diversidad genética el programa sólo explorará una pequeña parte del espacio de búsqueda sin encontrar el mínimo global [25].

En cuanto al tamaño de la población hay también algunos problemas. Entre más variedad haya es más fácil explorar el espacio de búsqueda. Pero se ha demostrado tras la experimentación que el tiempo requerido para que el algoritmo genético converja es  $t = n \log n$  en donde  $n$  es el tamaño de la población. Se dice que la población ha convergido cuando los individuos se parecen demasiado y la única manera de seguir mejorando es mediante la mutación. El tamaño de la población es útil para la búsqueda de soluciones pero requiere muchos recursos computacionales (memoria y tiempo). Es frecuente ver una población de 100 individuos pero este tamaño puede variar acorde al los recursos computacionales o la complejidad del problema [25].

#### 4.2.5.5. Codificación

Para procesos posteriores como la mutación o la cruce es más fácil trabajar con números binarios. Este proceso es fácil de entender. Imaginemos que queremos codificar la velocidad de un medio que va desde los 1500[m/s] hasta los 1810[ms/s], con un salto de 10[m/s]. Esto significa que cada número binario a partir del cero es un salto:

Velocidad	Binario
1500	0000
1510	0001
1520	0010
1530	0100
⋮	⋮
1810	11111

Uno de los problemas de la codificación en binario es que se necesitan muchos bits para incrementar el valor en una unidad. Por ejemplo en el caso anterior 00111 equivale a 1570 y para pasar a 1580 en binario es 01000. Para hacer ese salto se debieron alterar 4 bits. Este problema se resuelve con la codificación Gray o Gray code. Esta codificación dice que la representación binaria de dos números consecutivos difieren por 1 bit [19]:

---

<sup>1</sup>Modificada de [19]

Entero	Binario	Gray code
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

En este algoritmo se busca optimizar el rendimiento, y como la codificación en binario es tardada se optó por usar la codificación Gray que al alterar un sólo bit por salto de número en el dominio real es más rápido al momento de codificar y descodificar.

Una vez codificados los individuos se pueden realizar procesos como la cruce y la mutación. Una vez realizada la cruce y mutación se regresan los individuos a números decimales para realizar la adaptabilidad y continuar con el algoritmo.

#### 4.2.5.6. Reproducción

El proceso de reproducción es el corazón de los algoritmos genéticos. Es en este proceso en donde el programa crea nuevos individuos esperando que tengan una mejor adaptabilidad que los individuos anteriores. El ciclo de reproducción consta de tres pasos [25]:

1. Selección de padres.
2. Cruzar a los padres para crear nuevos individuos (hijos).
3. Reemplazar antiguos individuos en la población con los nuevos.

#### Selección de padres

Este proceso elige dos padres de la población para la cruce. Después de codificar, el siguiente paso es decidir cómo se hará la selección de padres, en otras palabras, cómo se van a escoger individuos de la población que se reproducirán y crearán la siguiente generación de individuos

---

<sup>2</sup>Modificada de [19]

y cuántos individuos van a dejar. El propósito de este proceso es juntar a los individuos con mejor adaptabilidad con la esperanza de que su descendencia tenga aún mejor adaptabilidad [25].

Para este caso los padres se seleccionan de manera aleatoria sin importar su adaptabilidad. Una vez seleccionados los padres se les da una probabilidad de cruce. Esta probabilidad de cruce dicta si la pareja de padres creará nuevos individuos o no [25].

### Cruza y mutación

La cruce o recombinación es un proceso en donde se toman dos padres y se produce de ellos dos hijos. Después de seleccionar a los padres la población es enriquecida con nuevos individuos [25].

En este ejercicio se usa la recombinación o cruce de dos puntos. Esto quiere decir que de los cromosomas de los padres se toman 2 posiciones aleatorias (o dos genes aleatorios) y se combinan entre ellos. Por ejemplo, para el hijo 1 del primer punto de cruce a la izquierda se quedan los genes del padre, del primer punto de cruce al segundo se usan los genes de la madre y del segundo punto de cruce a la derecha se usan nuevamente los genes del padre. Para el hijo 2 del inicio al primer punto de cruce se usan los genes de la madre, del primer punto de cruce al segundo se usan los genes del padre y del segundo punto al final se usan los genes de la madre otra vez. Hay que recordar que estos puntos de cruce (posiciones) se eligen de forma aleatoria.

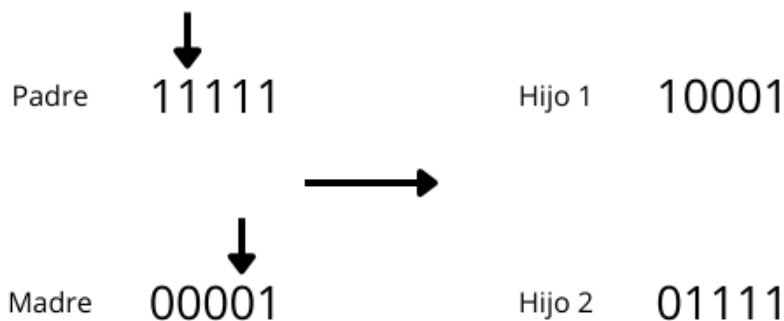


Figura 4.2: Ejemplificación de la cruce.

Como se puede ver en la Figura 4.2 el primer punto de cruce se representa visualmente

en los genes del padre y el segundo en los genes de la madre. El hijo 1 del primer punto de cruza a la izquierda tiene los genes del padre (1), del primero al segundo los de la madre (000) y del segundo punto de cruza a la derecha los del padre nuevamente (1). Mientras que el hijo 2 es lo opuesto, del primer punto a la izquierda tiene los genes de la madre (0), entre los puntos de cruza los del padre (111) y del segundo punto a la derecha nuevamente los de la madre (1).

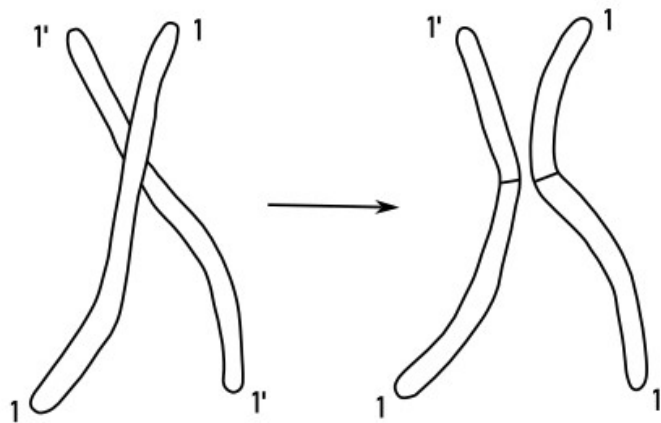


Figura 4.3: Ejemplificación de la cruza de una manera biológica. Modificada de [29]

Ahora bien, la Figura 4.3 nos muestra una cruza entre cromosomas como ocurre en la vida real.

Después de cruzar a los individuos padres la población se somete a una mutación. La mutación previene que el algoritmo se quede estancado en un mínimo local. Este proceso juega el rol de recuperar el material genético perdido así como perturbar aleatoriamente la información genética de los individuos. Si la cruza se usa para encontrar mejores soluciones a partir de las nuevas, la mutación ayuda en la exploración de todo el espacio de búsqueda. Esta introduce nueva información genética a la población tras modificar aleatoriamente los genes [25].

La forma más común, así como la que se usó en este trabajo es la de cambiar valores. Aprovechando que los genes se representan por números en gray code se selecciona una posición aleatoria dentro del cromosoma y se intercambia los valores de 0 a 1 o de 1 a 0 según sea el caso [25].

La probabilidad de mutación es un parámetro que es usado en la mutación. Este parámetro indica si un individuo será mutado o no. Si la probabilidad de mutación es de 100% todos los individuos mutan y si es de 0% ningún individuo muta. La probabilidad de mutación que más se suele usar es de  $1/L$  en donde  $L$  es la longitud de cromosoma. Pero está sujeta a la complejidad del problema. La mutación no debe ocurrir seguido ya que si lo hace los

algoritmos genéticos pasarán a ser un algoritmo de búsqueda aleatoria [25].

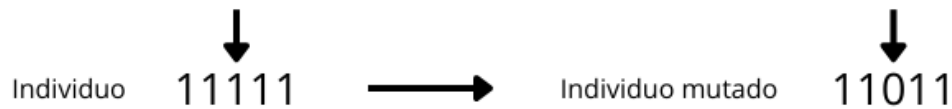


Figura 4.4: Ejemplificación de la mutación.

La Figura 4.4 muestra el proceso de mutación. Del individuo a mutar ya codificado en gray code se selecciona un gen al azar y se intercambia el valor en este caso de 1 a 0 dando un valor al cromosoma completamente diferente al que tenía antes de la mutación.

### Reemplazo

El reemplazo es la última fase de la reproducción. La población se mantendrá del mismo tamaño durante la ejecución del algoritmo. Para que esto ocurra se deben eliminar individuos ya que cada pareja de padres tiene un par de hijos, esto haría que la población crezca exponencialmente. Para evitar esto se evalúa con la distancia euclidiana cuáles son los individuos más aptos y nos quedamos con esos sustituyendo a los peores con los nuevos mejores (elitismo) [25].

#### 4.2.6. Nuevos individuos

Dado que modelar un cuerpo de roca en 3D es muy tardado para cualquier algoritmo de inversión, a los algoritmos genéticos usados se les introdujo una nueva función que es la integración de nuevos individuos a la población para seguir explorando el espacio de búsqueda.

Para explicar la razón de esto es necesario explicar cómo funcionan las mutaciones recesivas y dominantes. La reproducción sexual se basa en la combinación de cromosomas en pares.

Si un cromosoma de un par muta es una mutación recesiva (Figura 4.5) y no tendrá efecto alguno en su fenotipo. En cambio si ambos cromosomas mutan es una mutación dominante (Figura 4.6) la cuál sí afecta al fenotipo del individuo [29].

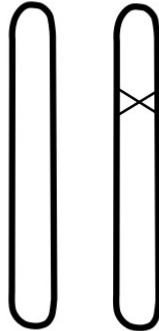


Figura 4.5: Cromosoma con mutación recesiva. Modificada de [29]

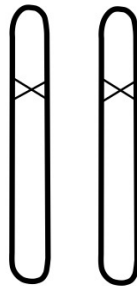


Figura 4.6: Cromosoma con mutación dominante. Modificada de [29]

Las mutaciones recesivas son hereditarias y se ha comprobado que se heredan a la mitad de la descendencia. Por eso los cruces consanguíneos son perjudiciales para las especies. Supongamos que yo tengo una mutación recesiva y mi pareja no, decidimos tener cuatro hijos de los cuales casualmente los dos que heredaron mi mutación recesiva tienen hijos. Ahora la mitad de sus hijos tendrán mutaciones dominantes porque ambos cromosomas estarán mutados (Figura 4.7) [29].

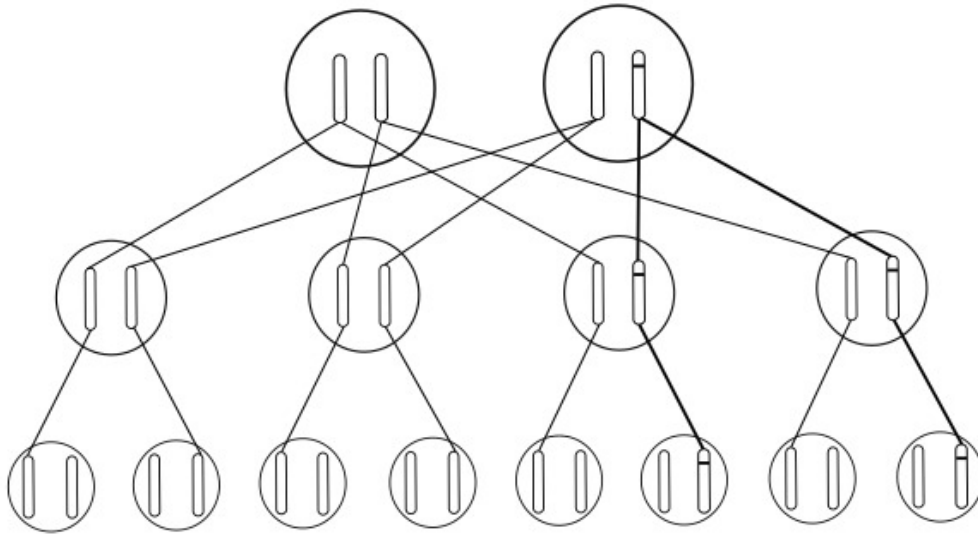


Figura 4.7: Ejemplificación de la mutación recesiva en uno de los padres. Modificada de [29]

Para evitar los cruces consanguíneos que en los algoritmos genéticos se podría ver como un estancamiento en un mínimo local, se agregan individuos nuevos para continuar la búsqueda de la mejor solución.

Se agregó esta función en los algoritmos genéticos debido a que el algoritmo se estancaba fácilmente en mínimos locales con un error mínimo que no servía para este trabajo.

#### 4.2.6.1. Criterio de convergencia

Para detener el algoritmo es necesario indicarle cuándo parar. Estas son algunos de los criterios de paro:

- Generaciones máximas. El algoritmo se detiene cuando llega al número de generaciones indicadas [25].
- Tiempo transcurrido. El programa se detendrá cuando haya transcurrido cierto tiempo o cuando se haya alcanzado el número de generaciones indicadas [25].
- Sin cambios en la adaptabilidad. Si no hay cambios en la adaptabilidad de los individuos tras un cierto número de generaciones el programa terminará [25].
- Adaptabilidad objetivo. El algoritmo parará cuando se haya alcanzado la adaptabilidad objetivo [25].

En el caso de esta tesis, los criterios de paro que se usaron fueron los de adaptabilidad



objetivo y generaciones máximas. Esto quiere decir que el programa se detiene cuando se llega al número de generaciones indicadas o cuando se llega a la adaptabilidad objetivo.

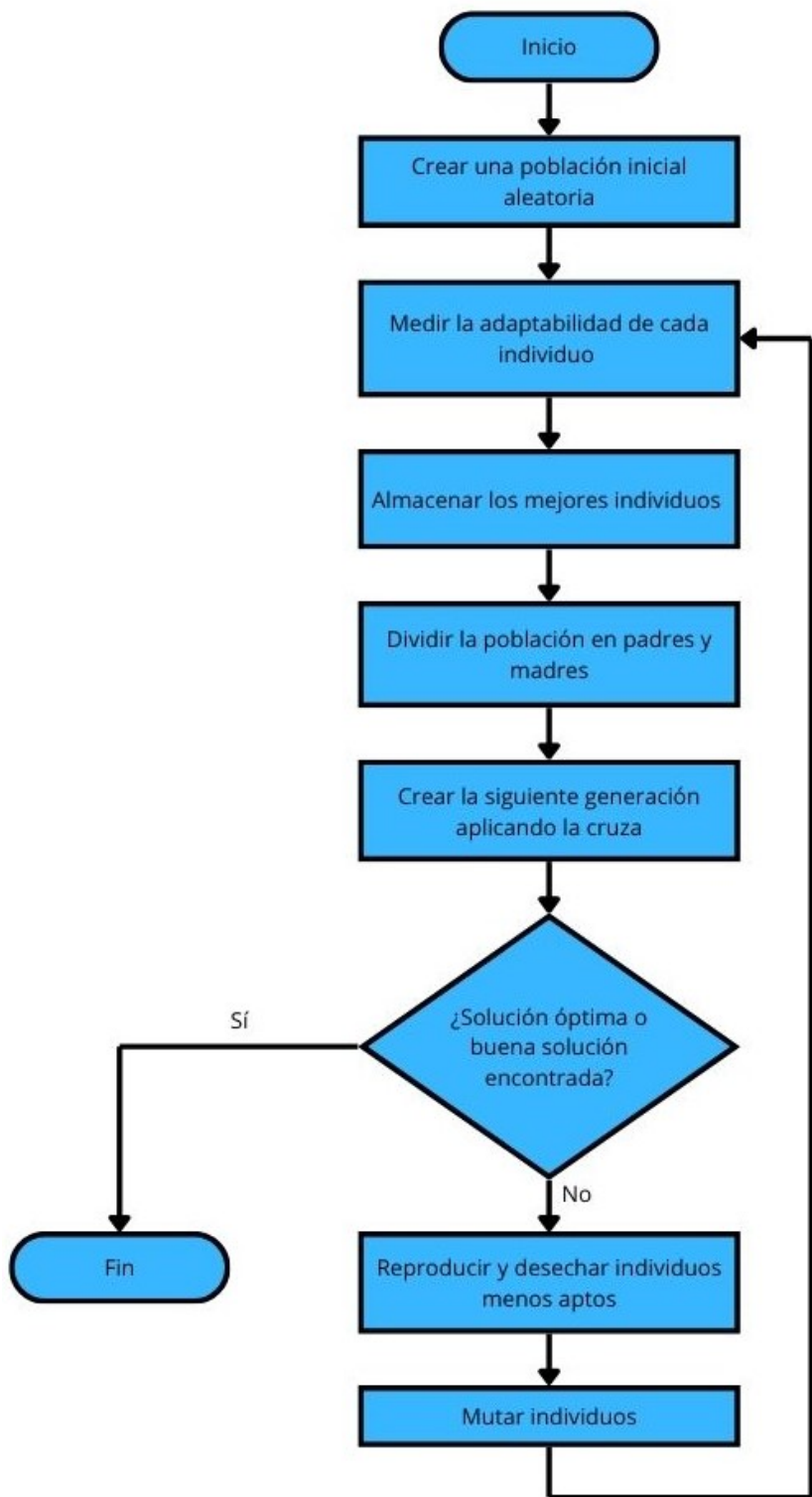


Figura 4.8: Diagrama de flujo de un algoritmo genético.

### 4.2.7. Paralelización de los algoritmos genéticos

Uno de los principales problemas que se presentaron fue el alto coste de recursos computacionales (tiempo y memoria) de este programa. Una de las soluciones a dicha problemática fue la paralelización del programa.

Como se mencionó anteriormente las opciones para paralelizar un programa son en GPU, en CPU, con sus ventajas y sus desventajas. Las ventajas de la GPU es que es más rápida para realizar tareas simples como operaciones matemáticas mientras que el CPU es capaz de realizar cualquier tarea que se le indique siempre y cuando cuente con los recursos necesarios.

Teniendo en cuenta las ventajas y desventajas de las diferentes componentes de la computadora se modificaron algunas partes del programa para que se realizaran en paralelo. Para empezar todos los procesos deben ser independientes entre sí para que los diferentes núcleos puedan hacerlos sin necesidad del resultado de otros núcleos. No todos los procesos son independientes.

Operaciones como la distancia euclidiana o el cálculo de las densidades del modelo requieren operaciones matriciales, las cuales se hicieron en el GPU aprovechando su velocidad para esas tareas.

Los modelos se reparten en partes iguales a cada núcleo de la computadora para realizar su codificación, cruza y mutación. Después se regresan al núcleo maestro para realizar el reemplazo y se vuelven a repartir.

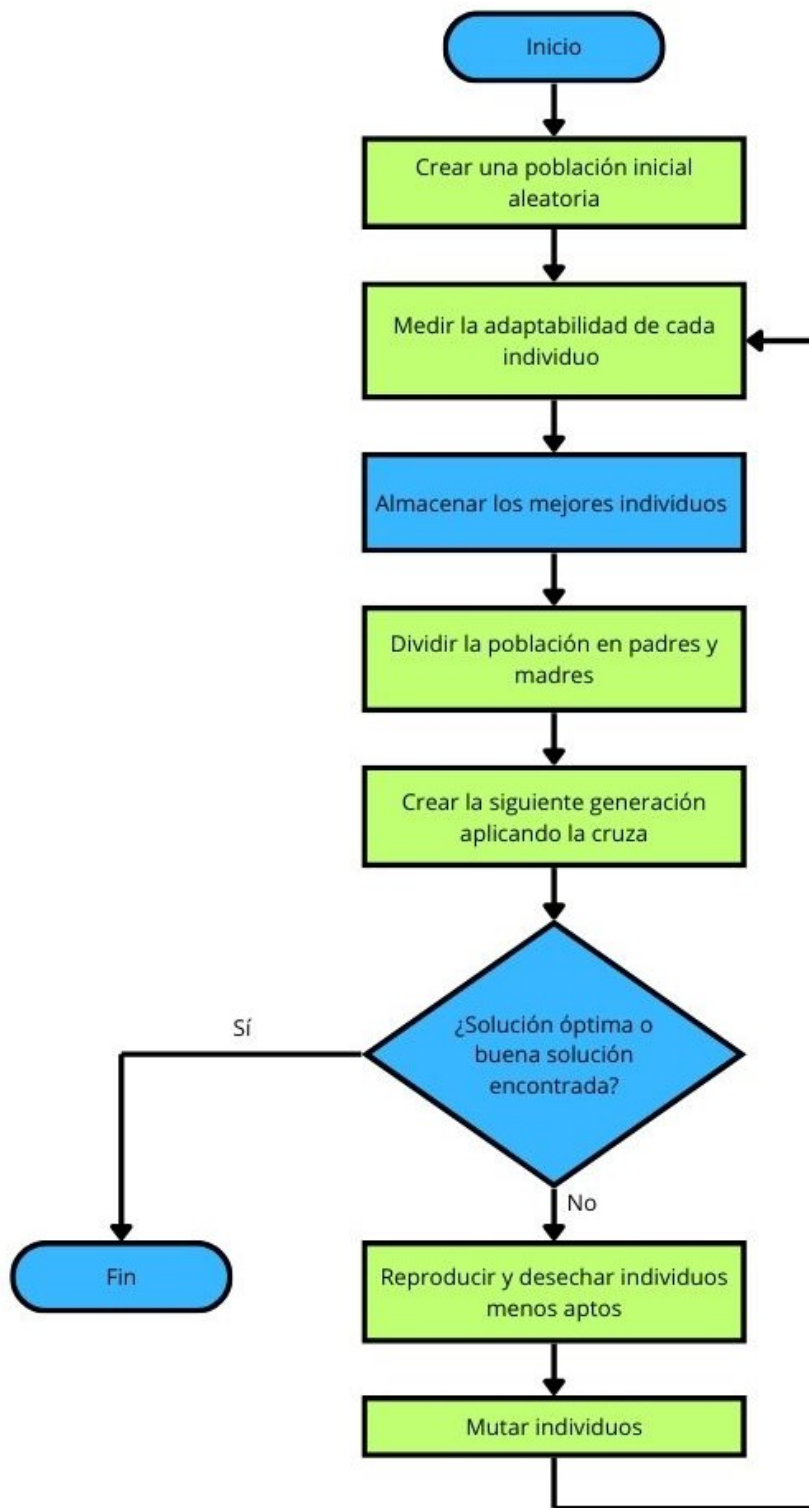


Figura 4.9: Diagrama de flujo de un algoritmo genético paralelizado. El color verde indica las partes que fueron paralelizadas.

En la Figura 4.9 las partes en verde indican las partes del algoritmo que se paralelizaron para optimizar el algoritmo.

## Sección 4.3.

*Pruebas del algoritmo de inversión*

## 4.3.1. Uso del algoritmo en datos sintéticos gravimétricos

El programa se probó con los datos sintéticos de las Figuras 3.2 y 3.4. Se hicieron dos pruebas para el cuerpo 1 en donde, en una prueba el programa que se usó fue el secuencial y en la otra el paralelizado. Para el segundo cuerpo la inversión se hizo únicamente en paralelo.

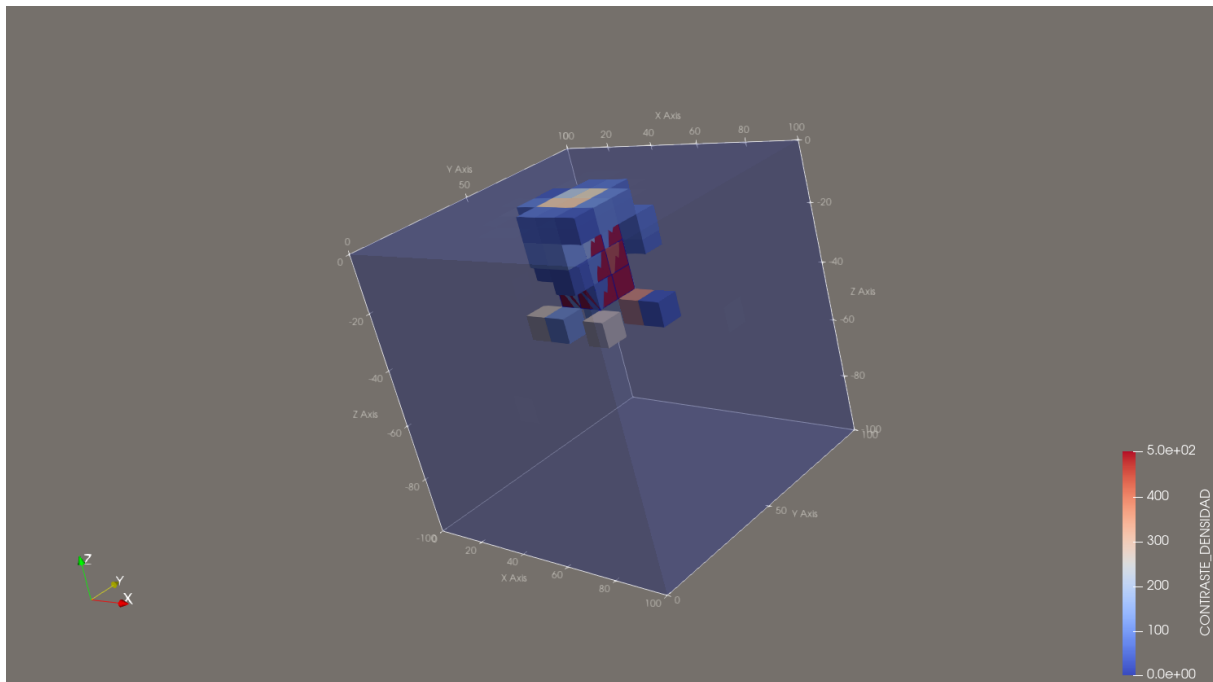


Figura 4.10: Inversión del cuerpo sintético 1 secuencial.

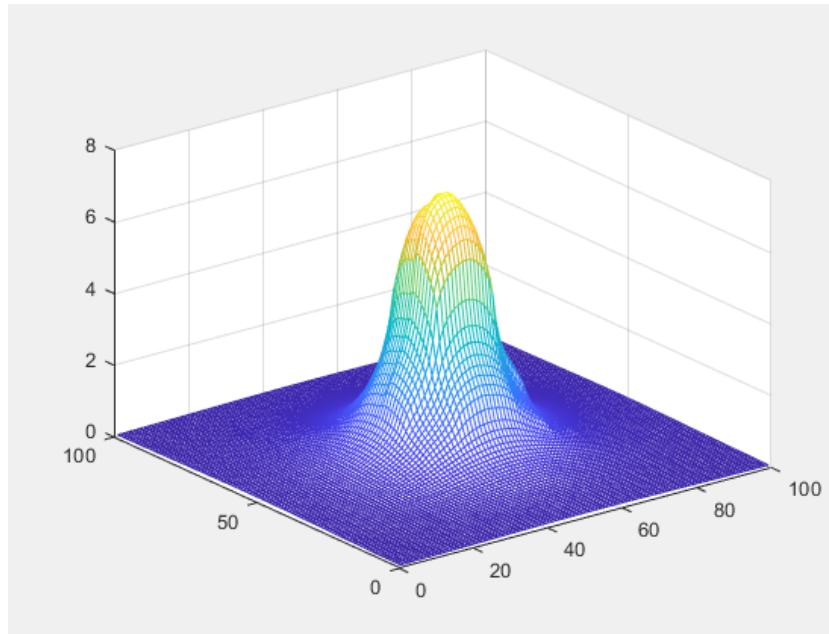


Figura 4.11: Anomalia gravimétrica del cuerpo 1 invertido secuencial.

En la Figura 4.10 lo que muestra es el cuerpo uno pero con cubos extra. Estos cubos extra en color azul son densidades más bajas que la densidad del cuerpo pero al ser una prueba con generaciones limitadas, no le dio tiempo al programa de ajustarlo mejor.

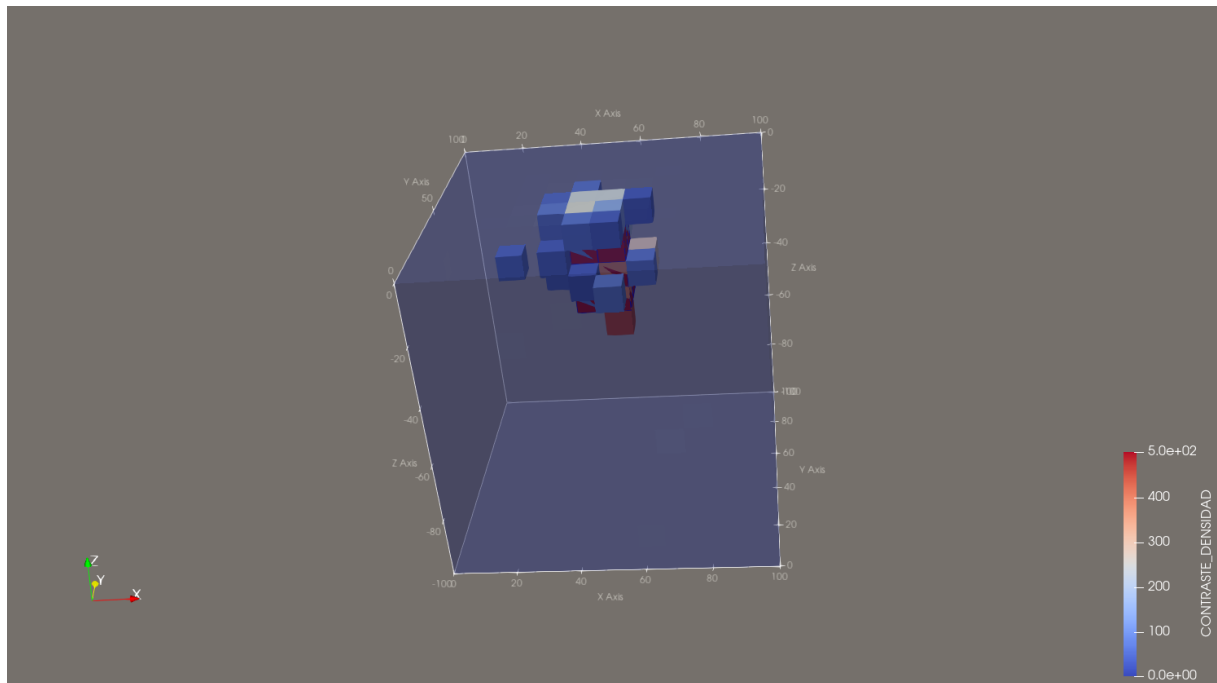


Figura 4.12: Inversión del cuerpo sintético 1 paralelizado.

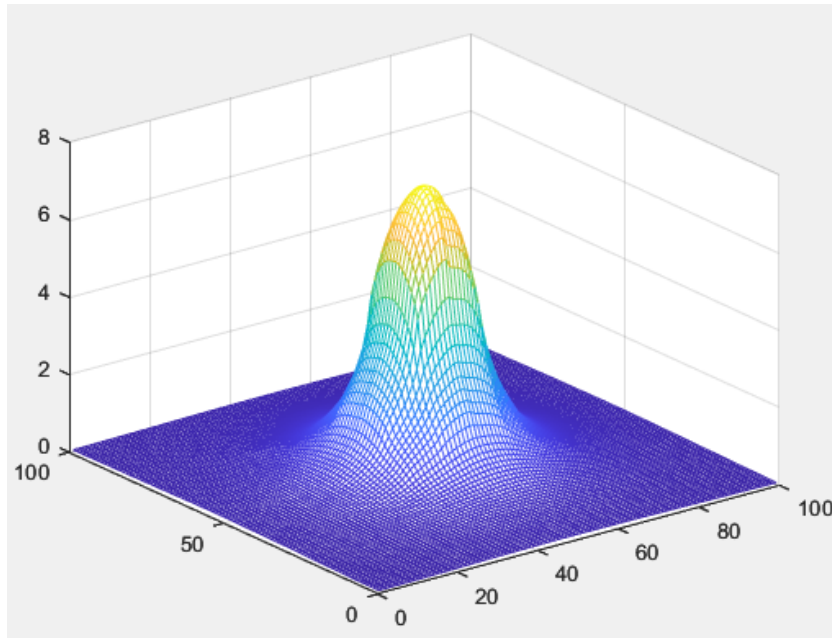


Figura 4.13: Anomalía gravimétrica del cuerpo 1 invertido en paralelo.

Si comparamos las Figuras 4.10 y 4.12 se observan unos cubos azules acomodados en diferentes posiciones en cada imagen; esto quiere decir que en cada ejecución del algoritmo, este tomó diferentes caminos para llegar a la solución. Dado que en cada ejecución el algoritmo toma diferentes caminos para llegar a la mejor solución, en esta comparación no se tomó en cuenta los errores dado que en cada ejecución ya sea secuencial o paralelizada, el error va a ser diferente.

Para las dos inversiones anteriores se usaron los siguientes parámetros:

- 2000 generaciones. Las generaciones son el número de iteraciones que usa el algoritmo.
- Población de 800 individuos. Los individuos son los diferentes modelos con los que trabaja el algoritmo.
- Probabilidad de mutación 0.2%. Después de la cruce, cada hijo tiene una probabilidad del 0.2% de mutar una cantidad aleatoria de sus bits.
- Longitud de cromosoma de 8. Es la cantidad de bits que se usaron por cubo.
- Selección elitista: Como la población no crece, unicamente los 800 mejores individuos permanecen en el algoritmo.
- 1728 cromosomas. Los cromosomas son el número de cubos del modelo.

Ambas inversiones se realizaron con el fin de comparar tiempos dando como resultado:

- Secuencial: 3505.422 [s]

- Paralelo: 716.370 [s]

Con esto podemos ver que el programa paralelo es 4.89 veces más rápido que el secuencial. En minutos, el secuencial tardó aproximadamente 58 minutos y el paralelo tardó únicamente 12 minutos, o sea que mientras que el secuencial tardó aproximadamente 1 hora en llegar a las 2000 generaciones, el paralelizado tardó 12 minutos en llegar a las mismas 2000 generaciones.

Ahora para el caso del cuerpo 2:

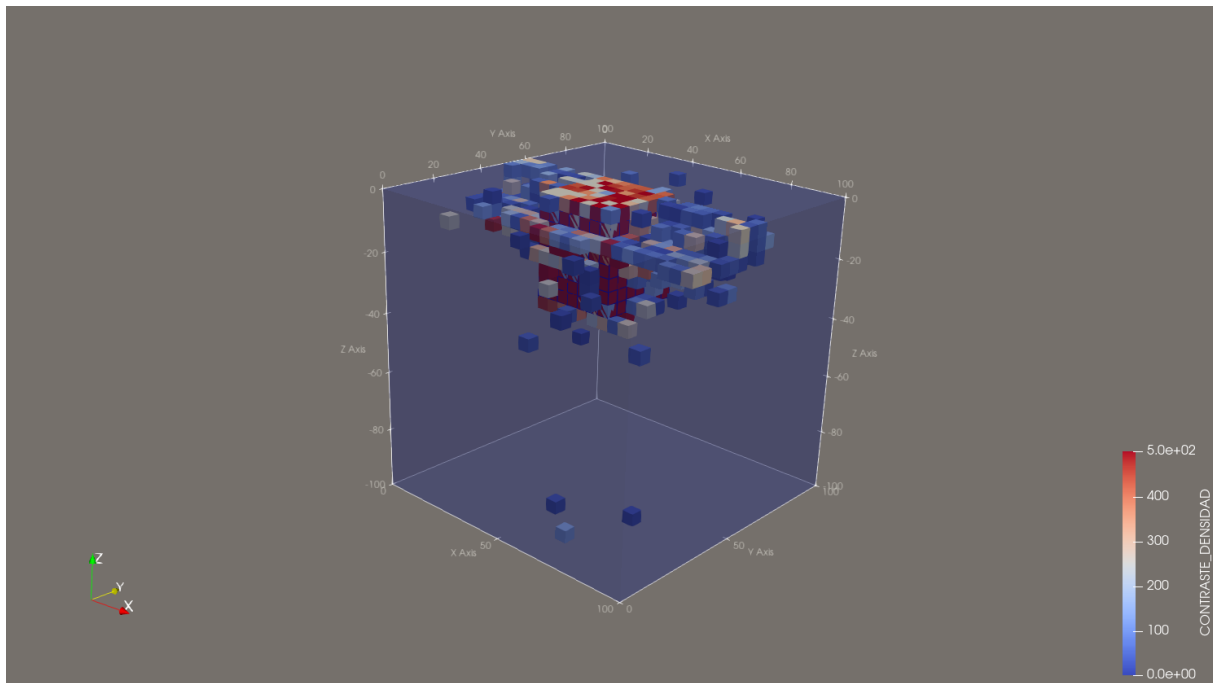


Figura 4.14: Inversión del cuerpo sintético 2.

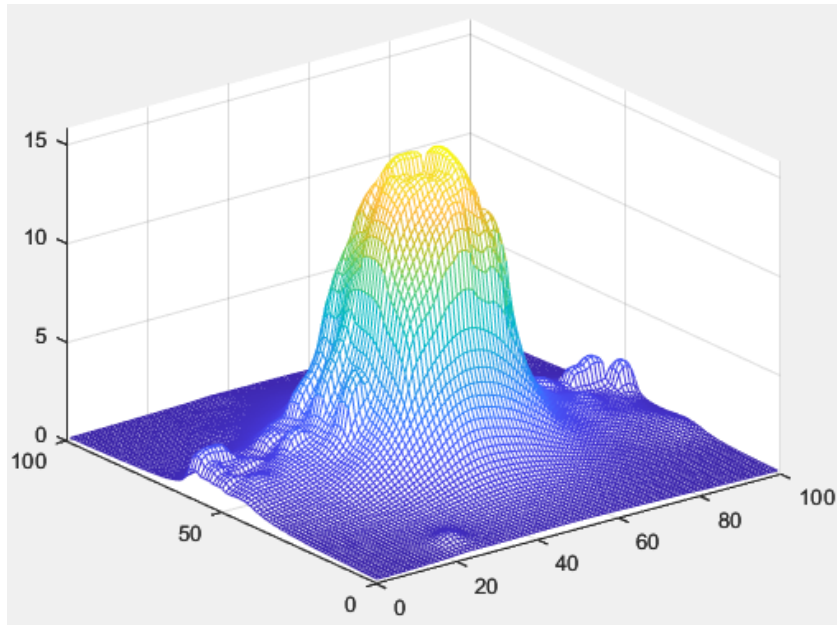


Figura 4.15: Anomalía gravimétrica del cuerpo 2 invertido.

Los parámetros de inversión de este modelo son los siguientes:

- 2000 generaciones.



- Población de 800 individuos.
- Probabilidad de mutación 0.2%.
- Longitud de cromosoma de 8.
- Selección elitista.
- 13824 cromosomas.

Para esta inversión el tiempo de corrida fue de 3264.098 [s] o 54.4 minutos. Por la forma de la Figura 4.15 podemos decir que le hizo falta más generaciones para acercarse más a la forma del cuerpo 2 pero decidí detenerlo en 2000 generaciones para ver que el programa secuencial se tardaría más de 4 horas en llegar al mismo punto al que llegó el programa en paralelo. De esto podemos sacar que entre mayor sea el número de cromosomas o cubos, más tiempo requerirá el programa para acercarse a la solución.

Para corroborar el resultado al que se llegó con el programa, se aplicó de igual manera los operadores de realce de bordes a las 3 inversiones.

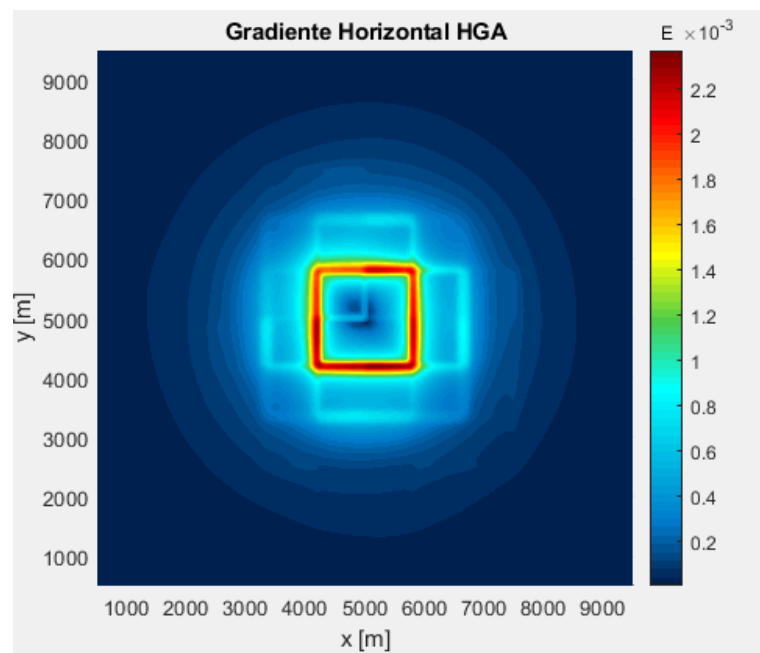


Figura 4.16: Gradiente horizontal de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 secuencialmente.

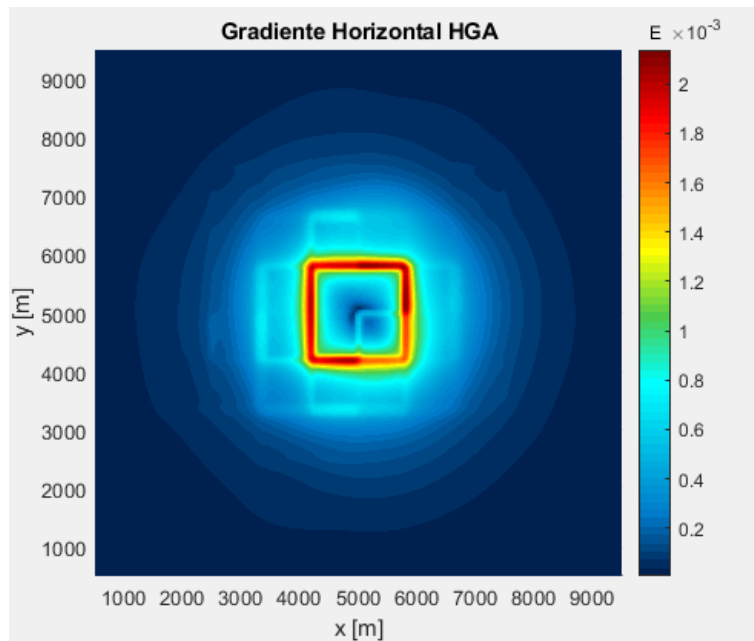


Figura 4.17: Gradiente horizontal de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 en paralelo.

En el caso del gradiente horizontal de las inversiones del cuerpo sintético 1 se observa que el gradiente horizontal no varía mucho entre sí realizando de buena manera los bordes del cuerpo sintético 1.

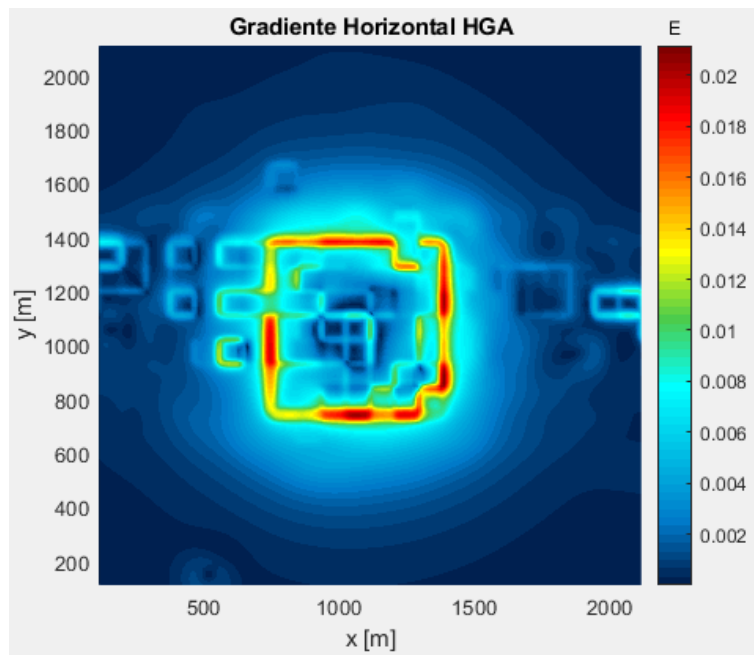


Figura 4.18: Gradiente horizontal de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 2 en paralelo.

En el caso del cuerpo sintético 2 también se alcanza a notar la forma del cuerpo aunque

también hay otras manchas que no dejan ver a la perfección la silueta del cuerpo 2 pero eso es porque el programa no tuvo las suficientes generaciones para acomodar esos cubos aleatorios que meten ruido en la imagen.

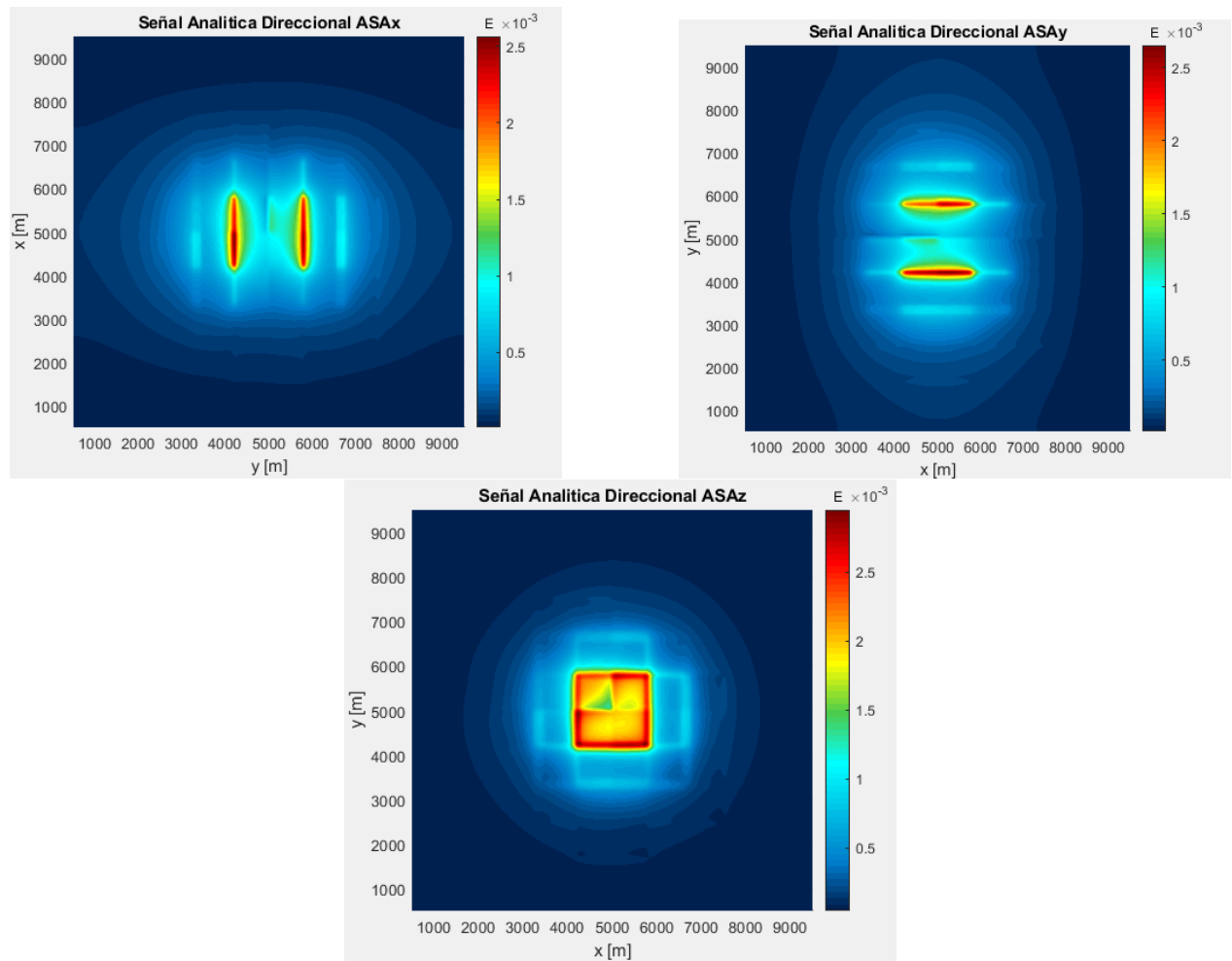


Figura 4.19: Señal analítica en dirección x, y y z de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 secuencialmente.

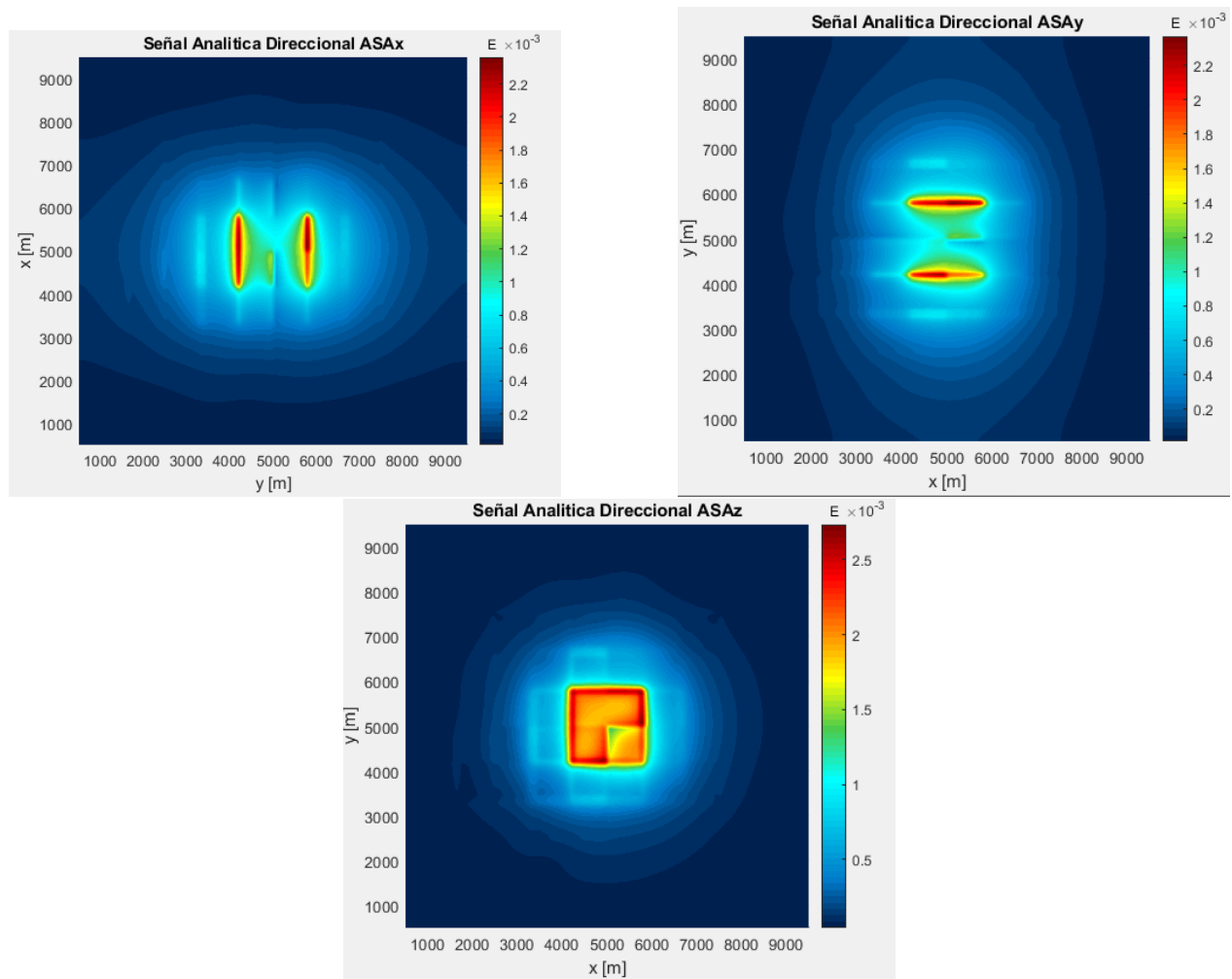


Figura 4.20: Señal analítica en dirección x, y y z de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 en paralelo.

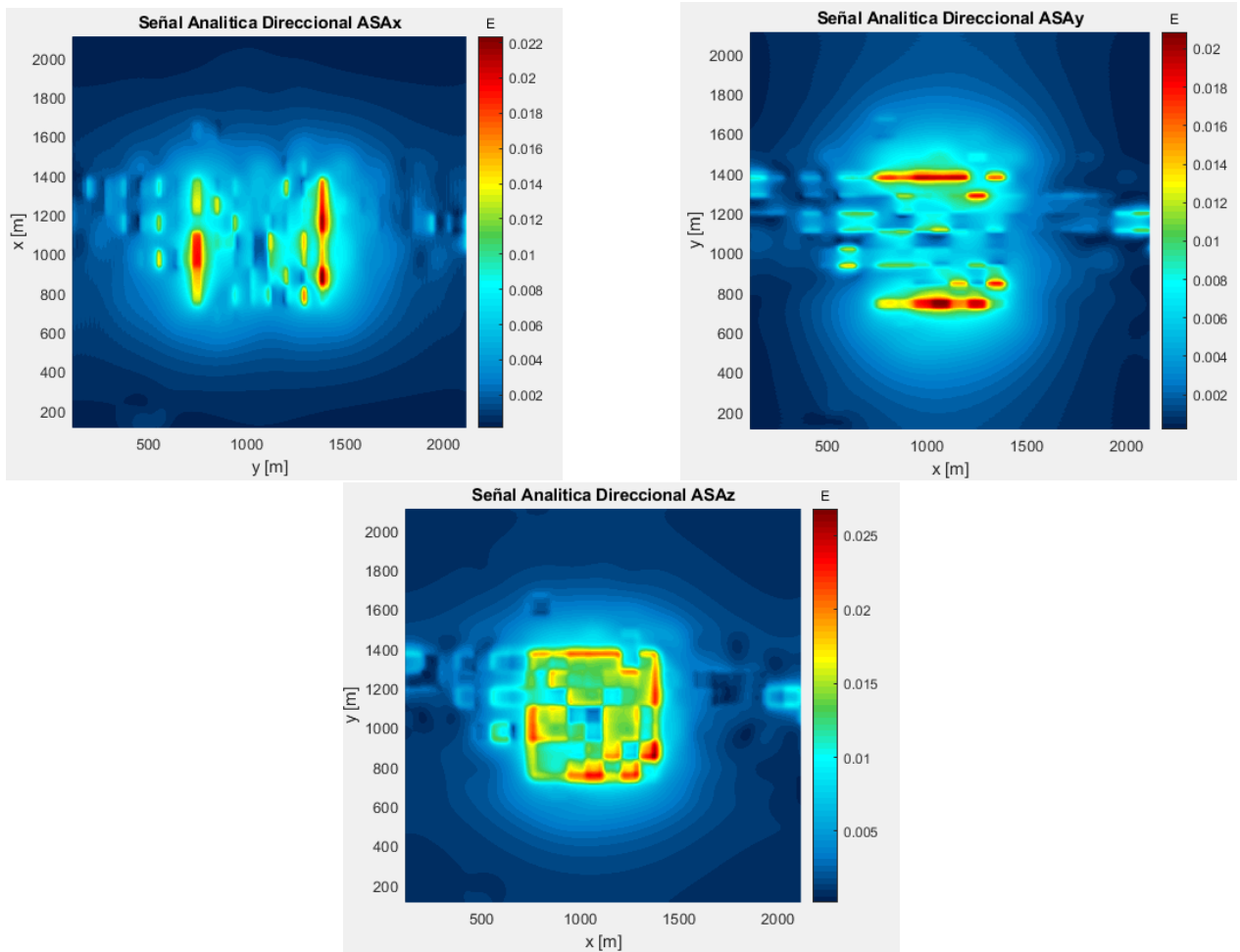


Figura 4.21: Señal analítica en dirección  $x$ ,  $y$  y  $z$  de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 2 en paralelo.

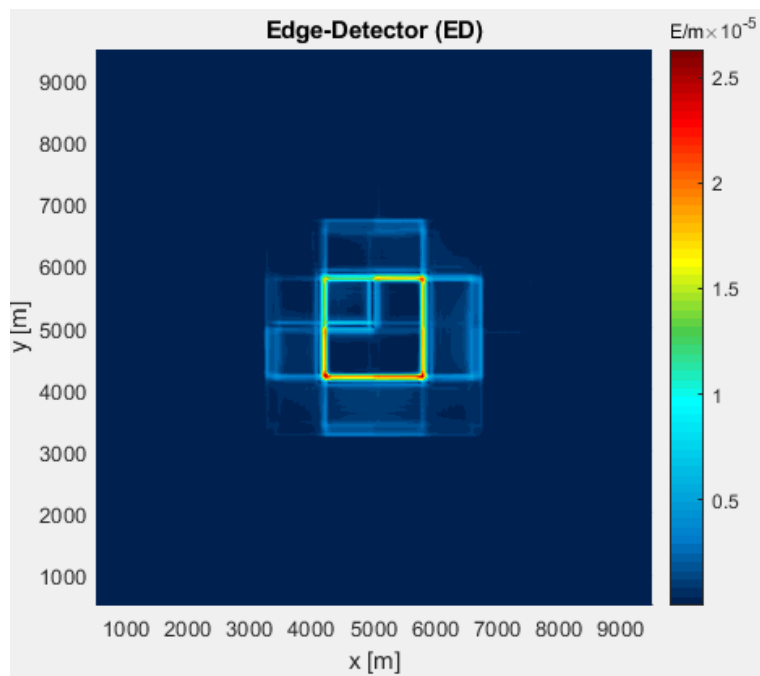


Figura 4.22: Detector de bordes de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 secuencialmente.

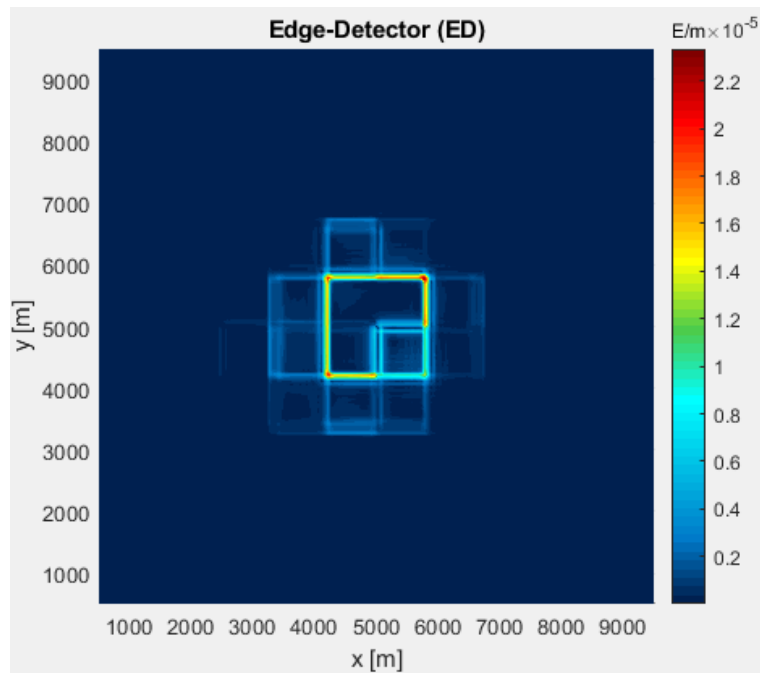


Figura 4.23: Detector de bordes de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 1 en paralelo.

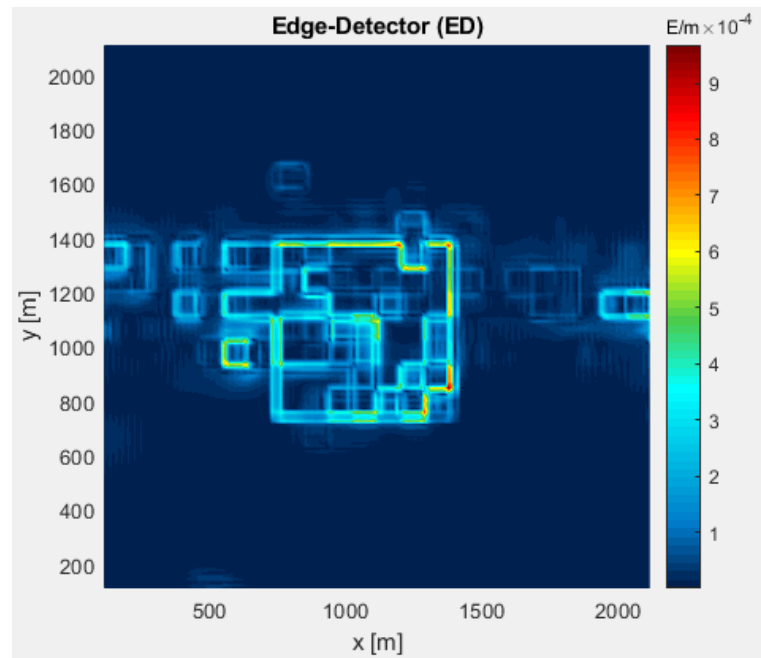


Figura 4.24: Detector de bordes de la anomalía gravimétrica invertida del cuerpo sintético 2 en paralelo.

En todos los diferentes operadores en planta aplicados, podemos observar los dos cuerpos sintéticos. Entonces podemos afirmar que el algoritmo funciona ya que logró recrear las partes más importantes de los cuerpos sintéticos para que los operadores pudieran verlos.

Ahora bien, en la Figura 4.24 no se ve a la perfección el segundo cuerpo sintético y esto es debido a que las generaciones del algoritmo eran pocas para la cantidad de datos del cuerpo.





## Inversión del Volcán Xico

---

### Sección 5.1.

---

#### *Área de estudio*

---

#### 5.1.1. Geología del área de estudio

Para probar este algoritmo se decidió usar datos gravimétricos del volcán Xico. Es necesario conocer la geología de la zona de estudio para saber con qué rocas se puede estar tratando y así definir su posible densidad.

##### 5.1.1.1. Ambiente tectónico: Faja Volcánica Trans-Mexicana

La teoría más aceptada sobre el origen de la FVTM (Faja Volcánica Trans-Mexicana) es la subducción de la placa de Cocos y la placa de Rivera bajo la placa Norteamericana. Estas placas varían en su geometría y su ángulo de subducción complicando su comprensión [16].

La FVTM es un arco volcánico y forma parte del cinturón de fuego del pacífico. Está conformada por ocho mil estructuras volcánicas aproximadamente (domos, intrusivos, calderas, estratovolcanes y conos monogenéticos) haciendo de la FVTM diversa en magmas y en tipos de erupción. Empieza en el pacífico desde Jalisco y Nayarit hasta el Golfo de México en Veracruz. Tiene una orientación preferencial E-W en la parte central y oriental, y WNW-ESE en la parte occidental. Se puede dividir en tres secciones: oriental, occidental y central según su geología y tectónica. El volcán Xico se encuentra en el límite de las secciones central y oriental de la FVTM. Por lo que solamente se mencionarán características de estas dos secciones [16].

La parte central de la FVTM continua activa e inició hace 2.8 millones de años aproximadamente, dos volcánes que representan esta zona son el Paricutín y el volcán Jorullo. Hay alrededor de 1000 conos monogenéticos y domos de composición silíceo. Cuenta con 400 volcanes de tipo escudo. El oriente de la parte central coincide con el Campo Volcánico Michoacán-Guanajuato. En la Sierra de Chichinautzin que coincide con la FVTM y cuenta con vulcanismo máfico en los conos monogenéticos. Y por último cuenta con volcanes como

Tlaloc, Telapón, Iztaccíhuatl y el Popocatepetl en la Sierra Nevada con una orientación N-S [16].

La sección oriental está conformada principalmente por los campos monogenéticos y los derrames fisurales. Pero sólo se mencionarán los volcanes monogenéticos ya que el Xico es uno de estos volcanes. Cabe resaltar que un volcán monogenético es aquel que se forma con una sola erupción. De manera general se ha observado que la vida activa de estos volcanes es menor a 15 años lo que indica que no tienen cámaras magmáticas de larga duración. Existen en México dos campos volcánicos monogenéticos que son muy importantes. Estos son el Campo Volcánico Michoacán-Guanajuato (CVMG) y el Campo Volcánico de Chichinautzin. Ambos están ubicados en la FVTM [16].

El vulcanismo en el Campo Volcánico Michoacán-Guanajuato está asociado al sistema tectónico en donde la placa de Cocos subduce bajo la placa de Norteamérica al suroeste de México. El CVMG cuenta con una de las mayores concentraciones de volcanes monogénicos. Incluye 61 flujos de lava que no están asociados a ningún volcán, 13 volcanes de tipo escudo pequeños, 22 anillos de tobas, 43 domos y 901 conos de ceniza. Este campo también cuenta con 400 volcanes aproximadamente poligenéticos de tamaño mediano, la mayoría de estos de composición andesítica [16].

El Campo Volcánico Chichinautzin presenta una orientación general E-W y va desde el Nevado de Toluca al oeste hasta las faldas del Volcán Popocatepetl al este. También cuenta con una alta densidad de volcanes monogenéticos constituido por más de 200 estructuras volcánicas como conos de escoria, volcanes escudo, secuencias de tefra y flujos de lava intercalados con sedimentos aluviales [16].

En general la composición de las rocas volcánicas varían de basaltos a dacitas y son en su mayoría calco-alcalinas [16].

En el CVC predominan 3 tipos de estructuras volcánicas: conos de escoria cuya actividad es asociada a tipo estromboliana, volcanes tipo escudo que forman coladas de lava y en algunos casos en su cima tiene un cono de escoria y flujos de lava que son asociados a fisuras [16].

Algunos volcanes monogenéticos en el CVC son el volcán Pelagatos, el Cerro de Agua y el volcán Xitle cuya erupción produjo un flujo de lava el cual se extendió hasta lo que se conoce como Pedregal de San Angel [16].

### 5.1.2. Geología del volcán Xico

El volcán Xico está localizado en el lago de Chalco, en el Estado de México al suroeste de la Ciudad de México. Éste no está muy estudiado geológicamente. Hay unas cuantas teorías sobre su formación y muy pocos detalles de su geología. La teoría más aceptada hasta la fecha es que probablemente se formó por una falla NE-SW. Por donde el magma ascendió e interactuó con el acuífero que está localizado a una profundidad de 400 metros aproximadamente [16].

Se cree que existen fallas sepultadas debajo del campo monogenético de la Sierra Chichinautzin, estas fallas se toman como indicadoras de zonas tensoriales. Las fallas tienen un rumbo este-oeste y son de carácter normal, buzan en direcciones indefinidas con un ángulo de 60 a 80 grados con rumbo Este-Oeste [16].

Los depósitos indican que la erupción fue de tipo hidromagmática. Esto quiere decir que la erupción fue causada por el contacto entre el magma y el agua del acuífero generando oleadas piroclásticas depositándose de forma masiva. Al agotarse el agua se creaba un nuevo pulso eruptivo que formaba una nube turbulenta de ceniza pequeña dando lugar así a depósitos de ceniza piroclástica mostrando capas con estratificación normal e inversa [16].

Las capas masivas se presentan con mayor espesor en la parte inferior del cráter que probablemente se dió debido al alto contenido de agua que llevaba el material expulsado por la explosión. Las capas superiores al ser más delgadas se infiere que tuvieron menor hidratación y fueron formadas por una nube más alta de piroclastos [16].

Por la intreracción magma/agua, se formaron los agregados de cenizas y lapilli que muestran variaciones en la estructura y morfología de la partícula [16].

El volcán Xico cuenta con cinco unidades estratigráficas principales:

1. Toba lítica de composición Basáltica. Consiste en un anillo de toba con una altura máxima de 100 metros desde la planicie lacustre y su diámetro más largo es de 1500 metros [16].

El anillo está formado por una toba arenosa compacta en forma de pseudoestratos con echados radiales hacia el centro y el exterior del cono presentando horizontes con granulometría fina y otros de grano mayor [16].

2. Brecha volcánica basáltica. Son una sucesión de derrames de lavas andesíticas que fluyeron al noroeste del anillo de toba y tienen una extensión de 1.27 kilómetros de longitud y 1.12 kilómetros de ancho con un espesor promedio de 40 metros [16].
3. Ceniza volcánica. Es un depósito masivo compuesto de líticos, pómez, cristales de plagioclasas, piroxenos y anfíbol, con un tamaño de ceniza media a fina [16].
4. Depósitos de caída y Oleadas piroclásticas del Holoceno. Es una sucesión piroclástica formada por capas de caída aérea de pómez y oleadas piroclásticas que yacen entre suelos. Los depósitos de caída están compuestos de cristales de plagioclasas, piroxenos y anfíboles, y en poca cantidad de micas y líticos [16].
5. Sedimentos lacustres. Son los depósitos posteriores a la formación del cono que fueron depositados en el anillo de toba [16].

## Sección 5.2.

*Adquisición de datos*

Se puede acceder a la zona de estudio por las avenidas Alfredo de Mazo, Valle de Chalco; Carretera Chalco-Tlahuac y para ascender al cráter hay una vereda en la calle Rosario pasando por el panteón de la localidad [2].

La adquisición de datos gravimétricos se llevó a cabo en dos campañas distintas. Ambas se realizaron en junio de 2013, caminando de punto a punto. En la Figura 5.1 se muestra la distribución de las estaciones gravimétricas [2].

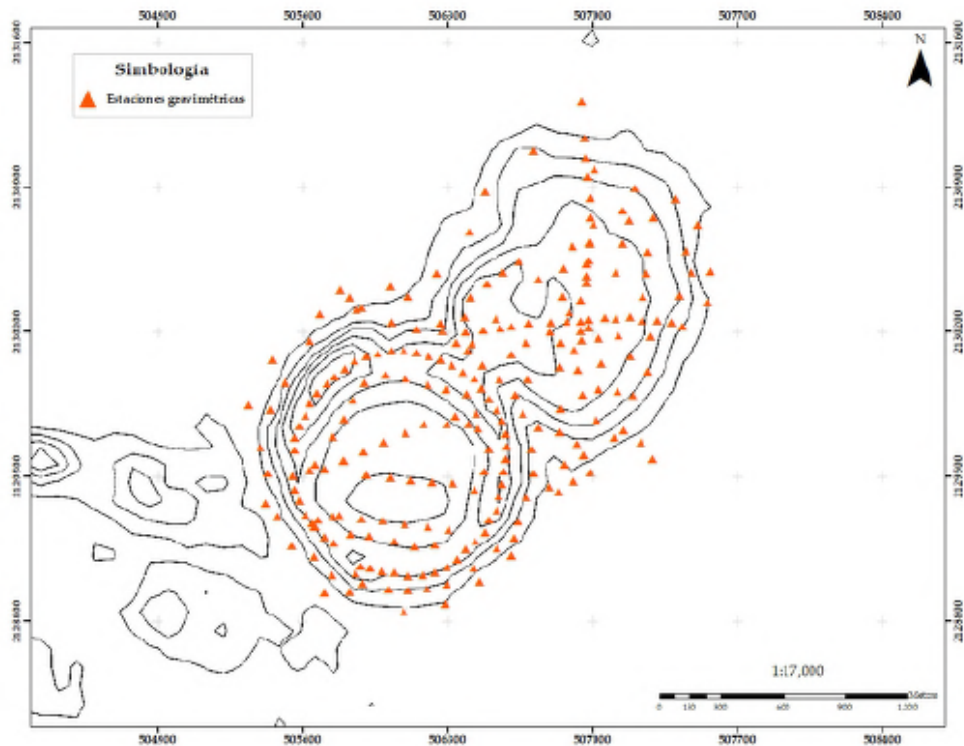


Figura 5.1: Estaciones gravimétricas en el volcán Xico. Tomada de [2]

Para la adquisición se usó un gravímetro de la marca **La Coste and Romberg** modelo G, con una resolución de 0.005 [mGal]. Y un gps de la marca Garmin Etrex [2].

Se registraron varias lecturas en un periodo de dos minutos. La gravedad se calculó como un promedio de todas estas mediciones conservando aquellas dentro de la desviación estándar de los valores medidos [2].

La base gravimétrica se estableció dentro del área de estudio, la que fue ligada a la Red Geodésica Nacional Pasiva (RGNP) mediante la estación con denominación 07DF de esta red, ubicada en la Facultad de Ingeniería, UNAM. Mediante lecturas de ciclo completo de ida y vuelta, entre la estación 07DF y la estación base, se estableció el valor de gravedad absoluta [2].

Antes de comenzar con las mediciones se realizó la calibración del instrumento mediante mediciones gravimétricas estáticas. También se tomaron la primera y última lectura gravimétrica en la estación base establecida en terreno con el objetivo de ser usadas para el control de la deriva instrumental [2].

---

**Sección 5.3.**

---

*Inversión de datos gravimétricos*

---

La anomalía que se obtuvo de los datos gravimétricos tomados en el volcán Xico y que se invirtió posteriormente fue la siguiente:

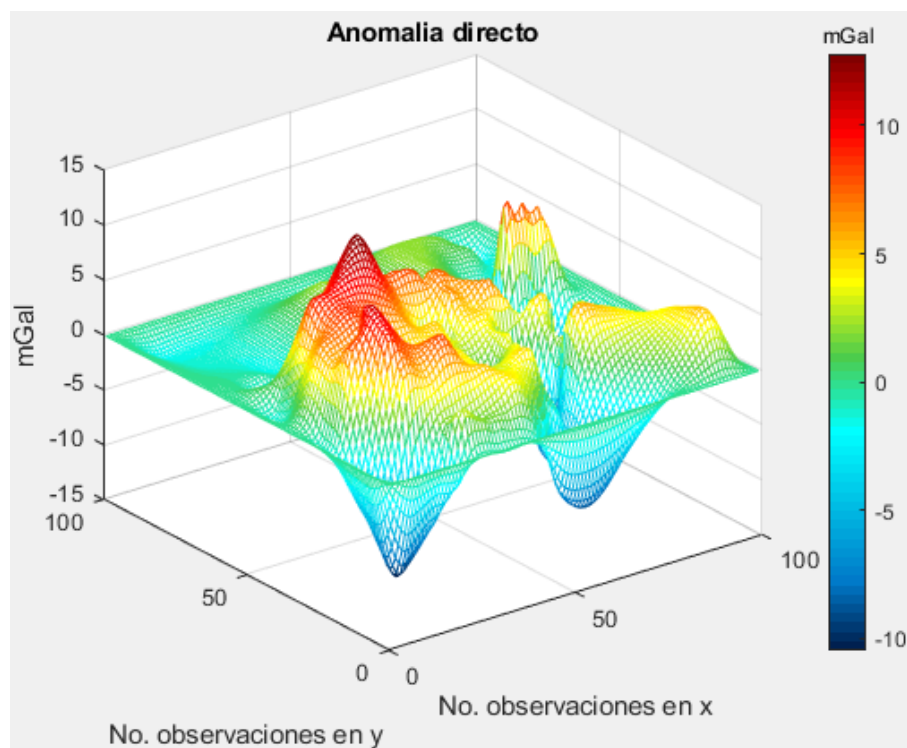


Figura 5.2: Anomalia gravimétrica del volcán Xico.

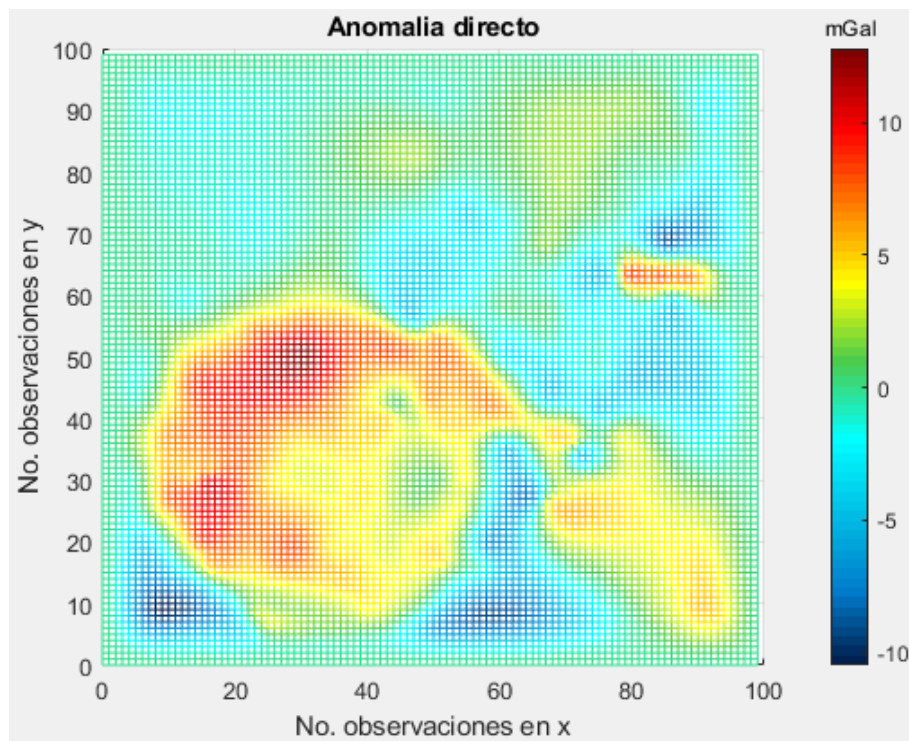


Figura 5.3: Anomalia gravimétrica del volcán Xico vista en planta.

Es necesario aplicar los operadores de bordes para delimitar la posible estructura que generó la anomalía medida.

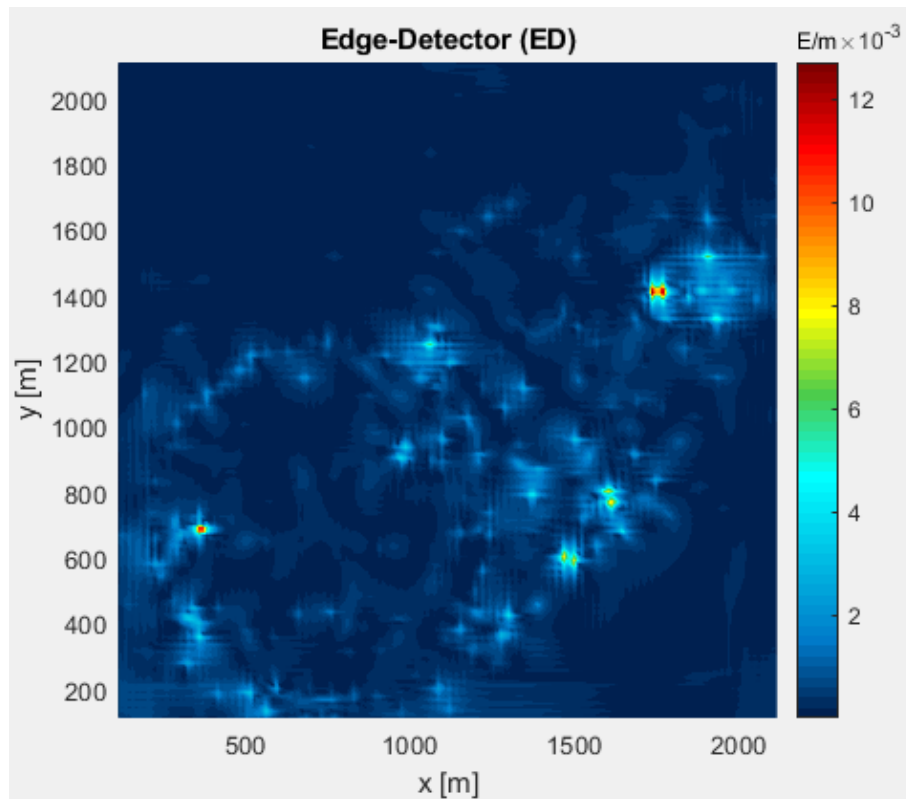


Figura 5.4: Detector de bordes aplicado a la anomalía gravimétrica del volcán Xico.

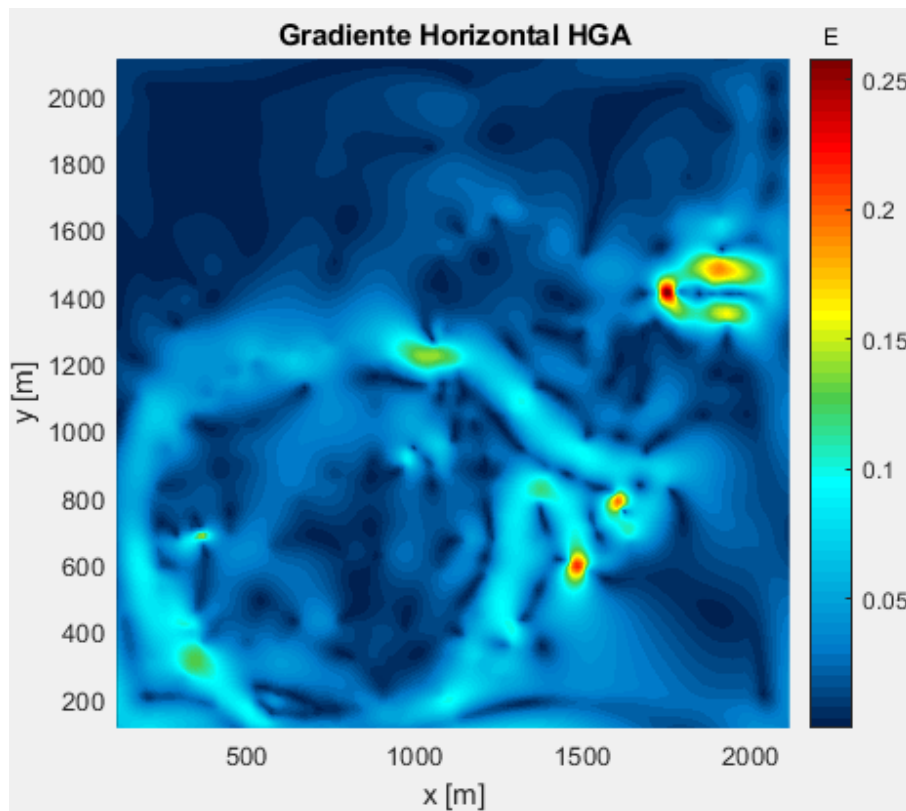


Figura 5.5: Gradiente horizontal aplicado a la anomalía gravimétrica del volcán Xico.

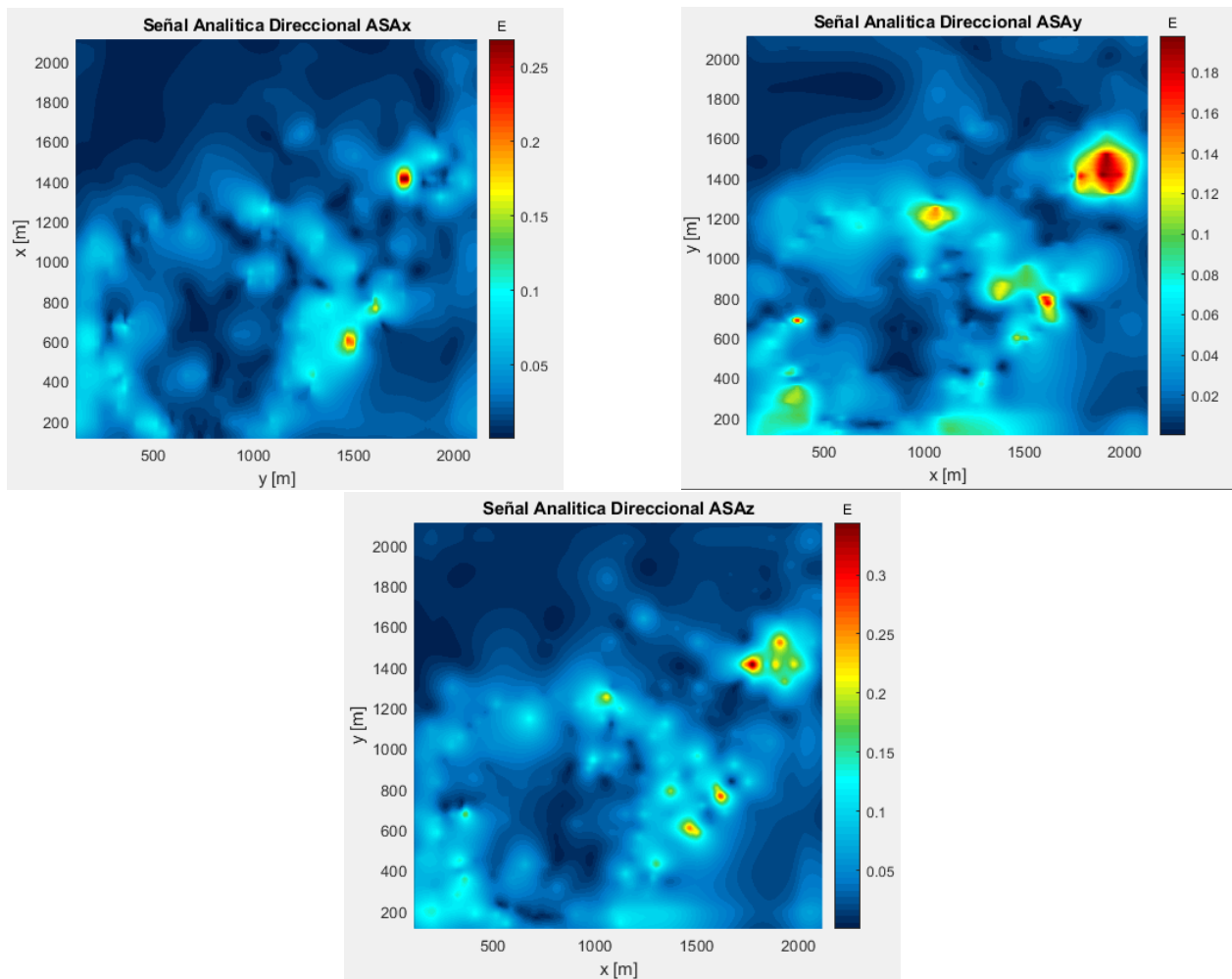


Figura 5.6: Señal analítica en dirección  $x$ ,  $y$  y  $z$  de la anomalía gravimétrica del volcán Xico.

Los operadores en planta (Figuras 5.2 a 5.6) nos muestran 3 cuerpos principales en la anomalía gravimétrica del Xico las cuales son: Una parece una circunferencia y es la mayor, que está en la esquina inferior izquierda y abarca unos 1400 metros en dirección “ $x$ ” y 1200 metros en dirección “ $y$ ” aproximadamente. La segunda es una más pequeña y se encuentra entre los 1400 y 1600 metros en la dirección “ $y$ ” y en la dirección “ $x$ ” entre los 1800 y 2000 metros. Y por último la tercera se encuentra en la esquina inferior derecha y se encuentra entre 600 y 800 metros en “ $y$ ” y 1500 a 1700 en “ $x$ ”. Estos 3 cuerpos principales son los que se busca en la inversión. Aunque el tercero tiene una amplitud más pequeña por lo que se busca tener mejor definición en los cuerpos uno y dos del Xico.

El número de cubos que se eligió para la inversión fueron 48 en dirección X, 48 en dirección Y y 24 en dirección Z, dando un total de 55,296 cubos.

Los parámetros usados fueron los siguientes:

- Una población inicial de 800 individuos.
- Probabilidad de mutación de 0.2 %.



- Longitud de cromosomas de 8.
- Selección elitista.
- 55,296 cromosomas.
- 4 horas de ejecución.

En vez de usar un número fijo de generaciones se usó una cantidad determinada de tiempo de 4 horas.

### 5.3.1. Resultados de la inversión

Tras dejar el algoritmo corriendo por 4 horas el modelo que mejor se adaptó a la anomalía gravimétrica fue el siguiente:

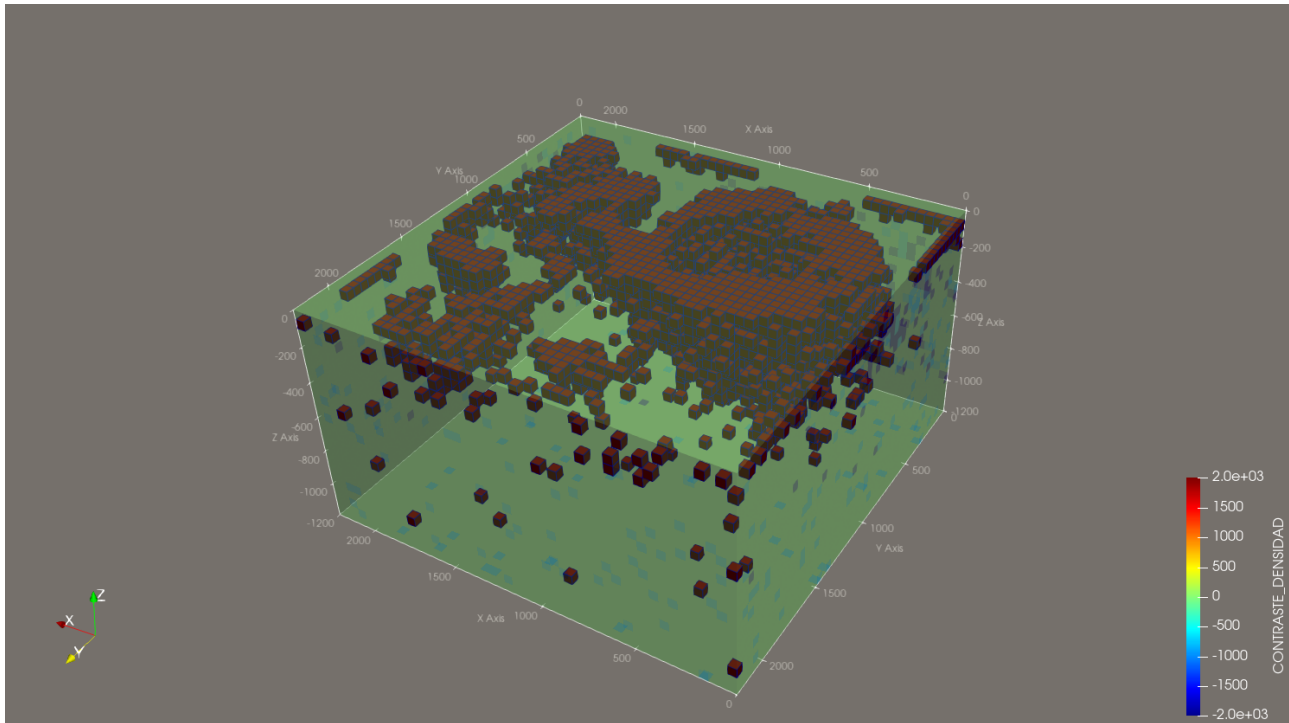


Figura 5.7: Modelo que mejor se adapta a la anomalía gravimétrica medida.

Y la anomalía gravimétrica invertida que se obtuvo fue:

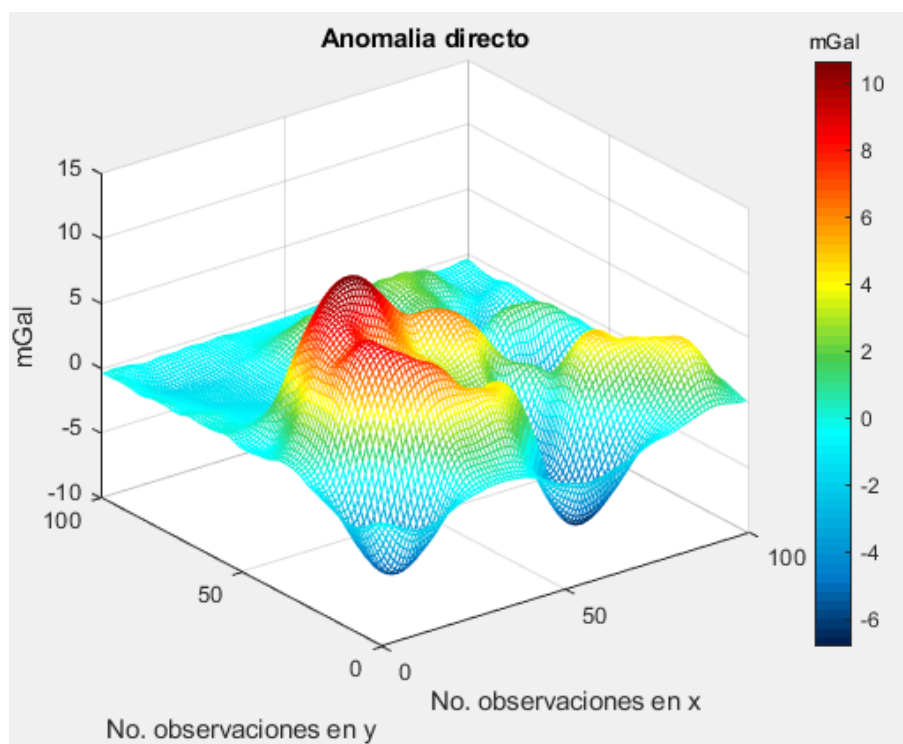


Figura 5.8: Anomalía gravimétrica de la inversión de los datos del Xico vista en perfil.

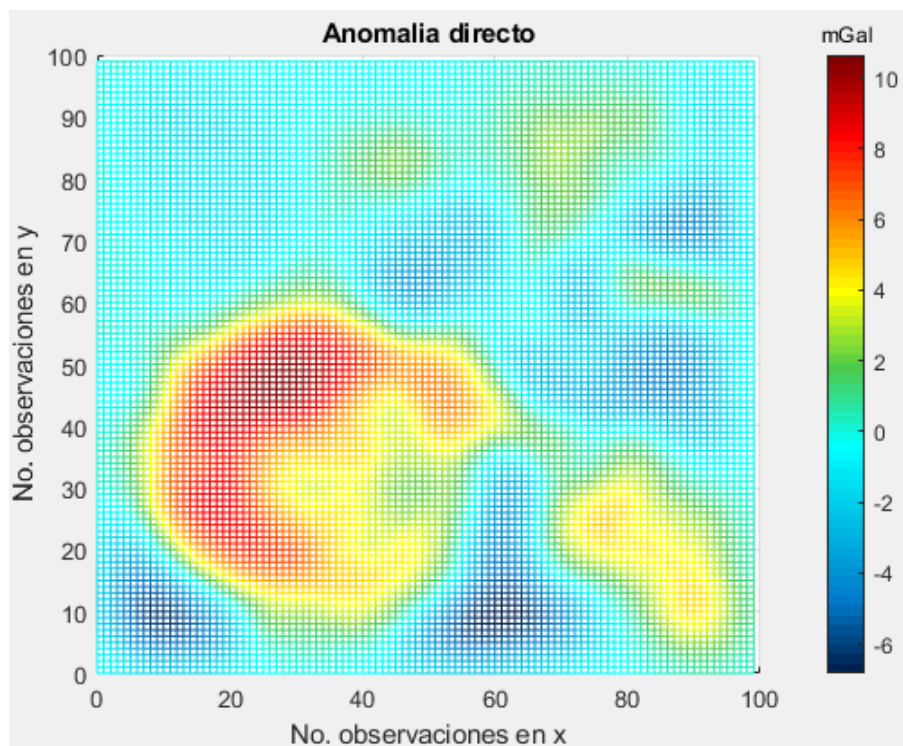


Figura 5.9: Anomalía gravimétrica de la inversión de los datos del Xico vista en planta.

De igual forma se aplicó a la anomalía obtenida los operadores en planta para realzar la estructura que calculó el programa.

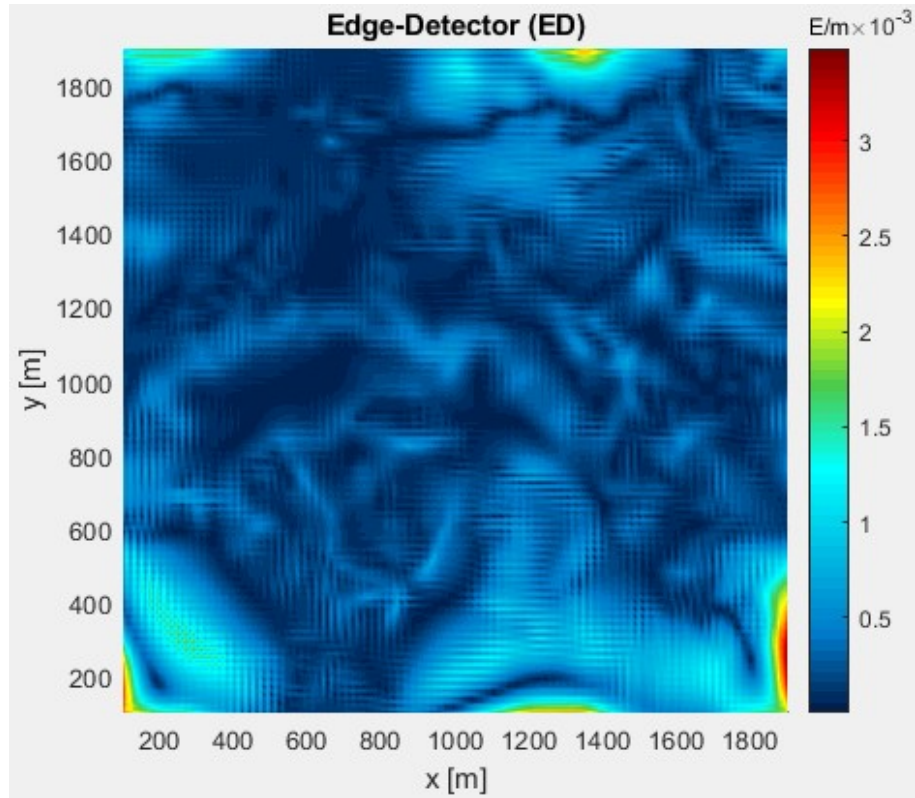


Figura 5.10: Detector de bordes aplicado a la anomalía gravimétrica del volcán Xico invertida.

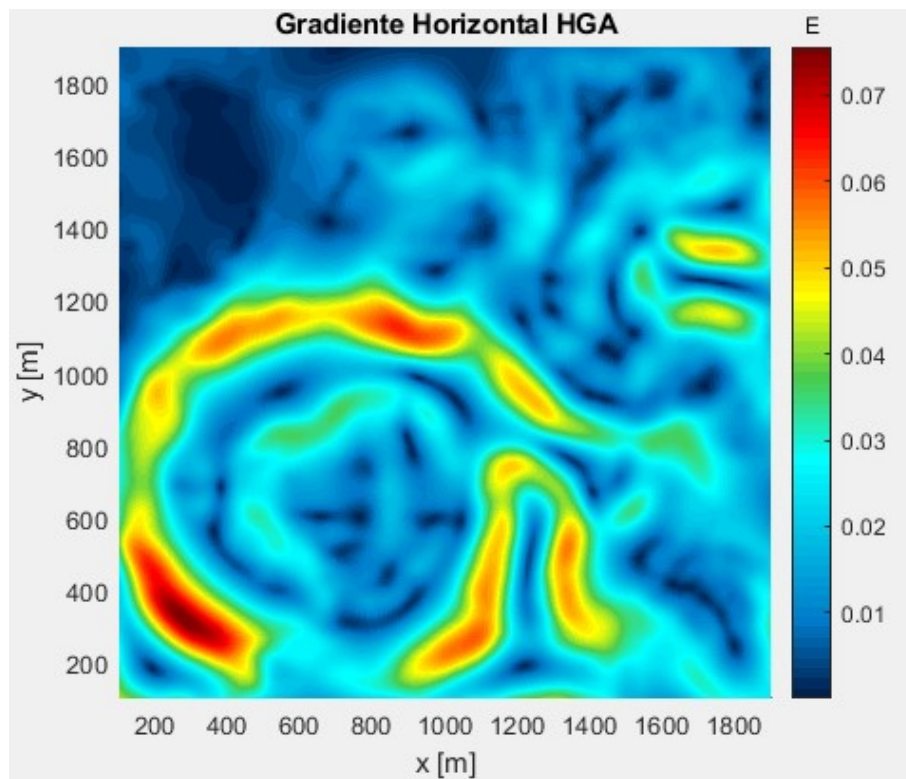


Figura 5.11: Gradiente horizontal aplicado a la anomalía gravimétrica del volcán Xico invertida.

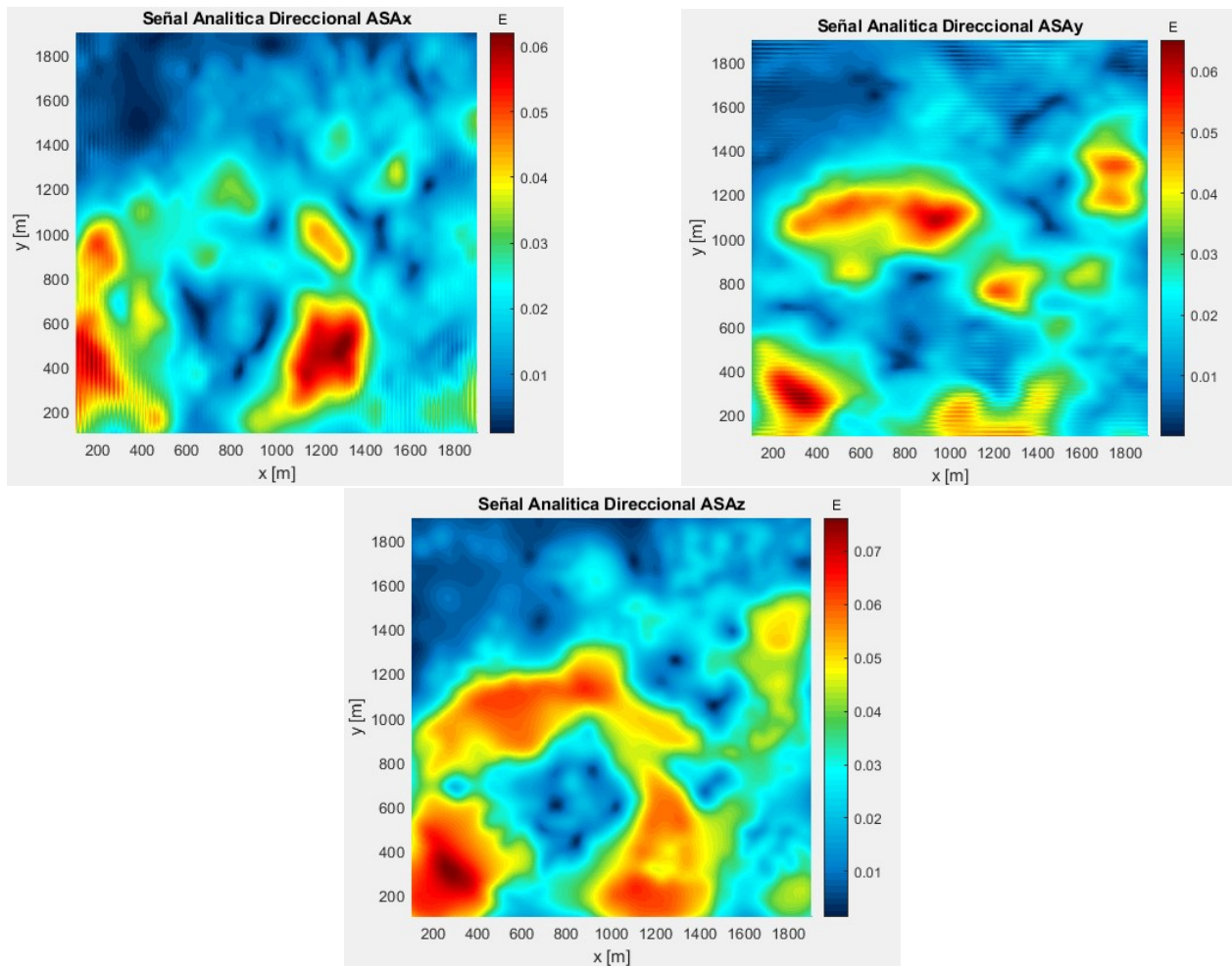


Figura 5.12: Señal analítica en dirección  $x$ ,  $y$  y  $z$  de la anomalía gravimétrica del volcán Xico invertida.

Comparando las Figuras 5.2 y 5.3 con 5.8 y 5.9 respectivamente podemos ver una gran similitud en la forma y las amplitudes. También se ven los tres cuerpos que se mencionan. En cuanto a los operadores de bordes aplicados a la inversión del volcán Xico resaltan más el cuerpo principal y el segundo cuerpo que detectaron en la anomalía original. Esto puede deberse a que las amplitudes del cuerpo 1 y 2 en la anomalía original son mayores que las del cuerpo 3 haciendo que el programa de inversión le dé prioridad a los cuerpos con mayor contraste de densidad para así obtener una mejor aproximación.

En cuanto a las dimensiones que tienen los cuerpos: el principal abarca entre 1200 y 1400 [m] en dirección “ $x$ ” y 1200 [m] en dirección “ $y$ ”. El segundo cuerpo se encuentra entre 1200 y 1500 [m] en dirección “ $y$ ” y 1600 a 1900 [m] en dirección “ $x$ ”. Por último el tercer cuerpo está entre los 1600 y 1800 [m] en dirección “ $x$ ” y llega hasta los 600 [m] en dirección “ $y$ ”.

La densidad que mejor hizo converger al programa fue de  $500 [km/m^3]$ . Cabe resaltar que es necesario tomar más datos fuera de la estructura principal procurando que esta quede en el centro de la toma de datos para que el programa converja sin mucha dificultad.

## Conclusiones

---

### Sección 6.1.

---

#### *Conclusiones y recomendaciones*

---

El modelo que mejor se acopla a la anomalía gravimétrica generada por los restos del volcán Xico está en la Figura 5.7. Dicha figura muestra un ensamble de cubos con un contraste de densidad de  $500 [km/m^3]$  y esta misma genera una anomalía muy parecida a la original.

Para poder realizar todo esto se tuvo que hacer un código de algoritmos genéticos capaz de invertir datos gravimétricos, el cuál fue probado y corregido usando datos sintéticos de gravedad.

Como recomendaciones recalco que es necesario no quedarse únicamente con el resultado de esta inversión ya que no es posible saber con certeza las dimensiones del cuerpo de roca que está en volcán Xico a menos que se excave con maquinaria y se exponga la cámara al aire libre. Para esto existen otros métodos de inversión para comparar y/o complementar. En mi opinión, se podría usar recristalización simulada que es aquel método el cuál recrea la cristalización de cristales desde una alta temperatura hasta una baja temperatura y los algoritmos genéticos para este caso y así comparar resultados. Cabe aclarar que no todos los métodos de inversión son aptos para todos los problemas que se presenten. Entonces sólo es cuestión de usar varios métodos para cotejar resultados y poder dar una mejor aproximación de las dimensiones de la cámara magmática del volcán Xico.





## Bibliografía

- [1] Negrete Juárez, R. (2022). Inversion por recristalización simulada del campo vectorial-tensorial gravitacional para la exploración de Yacimientos subsalinos
- [2] Correa López, Y.A. (). Inversión gravimétrica por Recristalización Simulada del volcán Xico
- [3] Aleman, C., O., et. all., (2002). *Inverisión de la estructura del cráter de Chicxulub empleando métodos de optimización global.*
- [4] Urrutia, J., et. all., (2016). 3D Gravity Modeling of Complex Salt Features in the Southern Gulf of Mexico. *International Journal of Geophysics.*
- [5] Holland, J.H. (1992) Genetic Algorithms. *Scientific American*, 267, 66-72. <http://dx.doi.org/10.1038/scientificamerican0792-66>
- [6] Blakely, R.J.,(1996). *Potencial Theory in gravity and magnetic applications.* Cambridge University Press.
- [7] McQuistan, R.B., (1965). *Scalar and Vector Fields: A physical interpretation.* John Wiley & Sons, Inc.
- [8] Kalyan, K.R., (2008). *Potential Theory in Applied Geophysics.* Springer.
- [9] Pacheco, P.S., (2011). *An introduction to parallel programing.* Morgan Kauffmann Publishers.
- [10] Pankratius, V. et. all., (2012). *Fundamentals of multicore software development.* Taylor & Francys group.
- [11] Keckler, S. W., et. all., (2009). Springer.
- [12] Herlihy. M., et all., (2021). *The art of multiprocessor programing.* Morgan Kauffmann Publishers.
- [13] Ruetsch G., Fatica M. (2013). *CUDA Fortran for Scientists and Engineers.* Morgan Kauffman.
- [14] Beiki, M., (2010). *Analytic signals of gravity gradient tensor and their application to estimate source location.* *Gephysics* 75, 161.

- [15] Mobus, G. E., & Kalton, M. C. (2015). *Principles of Systems Science*. Springer.
- [16] Gallegos Meza, R. I. (2018). *Petrogénesis del anillo de toba Xico, en el Estado de México*.
- [17] Ferrari, L. (2000). *Avances en el conocimiento de la faja volcanica transmexicana durante la ultima década*. Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, 53(1), 84-92.
- [18] Nuamah D., O., B., & Tandoh, K., K., (2020). *Application of Euler deconvolution and 2D inverse modelling to basin depth estimation, the case of the Keta basin, Ghana*. NRIAG journal of astronomy and geophysics. 9 (1). 393-401.
- [19] Stoffa, P., L., & Sen, M., K., (2013) *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*. Cambridge.
- [20] Menke, W., (1989). *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*. Internal geophysics series.
- [21] Hinze, W., J., et. all. (2013). *Gravity and magnetic exploration*. Cambridge.
- [22] Tarantola A., (2005). *Inverse problem theory*. SIAM.
- [23] Montesinos F., G., et all. (2003). *Using a genetic algorithm for 3-D inversion of gravity data in fuerte ventura (Canary Islands)*. Geol Rundsch. 94. 301-3016.
- [24] Coley, D., A., (1999). *An introduction to genetic algorithms for scientists and engineers*. World Scientific Publishing.
- [25] Sivanandam, S., N., & Deepa, S., N., (2008). *Introduction to genetic algorithms*. Springer.
- [26] Chun-Wei, J., et. all. (2017). *Genetic and evolutionary computing*. Springer.
- [27] Koza, J., (1998). *Genetic programming*. Massachusetts Institute of Technology.
- [28] Savio, I., & Chakraborty, U., (2019).
- [29] Schrödinger, E., (2005). *¿Qué es la vida?*. Textos de biofísica.