



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Ahorro de energía por  
climatización en  
edificaciones con azoteas  
verdes**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Eléctrico Electrónico**

**P R E S E N T A**

Adán Salvador Díaz Ortiz

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Sergio Quezada García



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., Ingresa AÑO

# Contenido

1. Introducción.....	3
2. Azoteas verdes .....	5
2.1. Objetivos .....	6
2.2. Clasificación.....	6
2.3. Elementos que integran una azotea verde .....	9
2.4. Beneficios.....	10
3. Metodología.....	13
3.1. Modelo matemático .....	13
3.2. Sistema de aire acondicionado .....	20
3.3. Índices para la evaluación del rendimiento térmico .....	23
3.4. Solución numérica .....	25
4. Casos de estudio.....	27
4.1. Características de la edificación .....	27
4.2. Oaxaca.....	29
4.3. Culiacán .....	31
4.4. Monterrey.....	33
5. Resultados.....	36
5.1. Oaxaca.....	36
5.2 Culiacán .....	39
5.3 Monterrey.....	42
Conclusiones.....	46
Apéndice 1. Código en Python .....	47
Bibliografía.....	58

# 1. Introducción

Una estrategia sostenible, para la adaptación de las ciudades al cambio climático, es la implementación de azoteas verdes [1,2]. Las azoteas verdes son pequeños ecosistemas con baja profundidad de sustrato y poca necesidad de agua que pueden ser vistos como islas verdes integradas al paisaje urbano [3]. Estos ecosistemas reemplazan la superficie de los tejados convencionales con plantas, creando un entorno natural con múltiples beneficios, especialmente a nivel energético [4].

Algunos beneficios de las azoteas verdes son: incremento de las áreas verdes urbanas [5], purificación del aire [6], reducción del efecto de isla de calor urbano [7], prolongación de la vida útil de las azoteas verdes [8], reducción del ruido acústico [9], preservación de la biodiversidad [10], reducción de escorrentía [11] y ahorro de energía en la edificación por concepto de climatización [12–14].

Una barrera que impide la implementación de las azoteas verdes es su alto costo de inversión, comparado con el de las azoteas convencionales [15,16]. Sin embargo, una comprensión completa de su valor económico podría contribuir a fomentar su implementación. Para tener una comprensión más amplia de su valor económico se necesita determinar su comportamiento térmico, por lo que es esencial conocer los flujos de calor y de masa involucrados [17]. Debido a la complejidad de la transferencia de calor en las capas de los componentes de las azoteas verdes y a las grandes variaciones de los tipos de azoteas, es necesario realizar evaluaciones experimentales o simulaciones numéricas para cuantificar los beneficios energéticos para cada caso [18]. Sin embargo, la intermitencia de las condiciones ambientales complica las evaluaciones experimentales para comparar el comportamiento térmico de una azotea antes y después de la implantación de la azotea verde. En estos casos se debe recurrir a la simulación. Por lo tanto, se requieren modelos numéricos precisos para analizar plenamente los beneficios de esta tecnología [19]. Sin embargo, los modelos más avanzados tienen la limitación de la gran cantidad de datos de entrada necesarios para su implementación, datos que rara vez están disponibles en la práctica [18].

En este estudio se analiza y cuantifica el ahorro de energía por climatización comparando el comportamiento térmico interior de una edificación con azotea verde y una edificación con azotea convencional, para diferentes climas en México. Para llevar a cabo el estudio se

utiliza un modelo matemático dinámico de transferencia de calor, que se describe en los siguientes capítulos.

Describimos consecuencias ambientales que se atribuyen a las actividades humanas y como las azoteas verdes son una estrategia sostenible para estas grandes ciudades y las características necesarias para poder ser instaladas en diferentes edificaciones así como los diferentes tipos de vegetación que se pueden cultivar y de esta saber cómo se clasifican.

En el capítulo 2 conoceremos la historia de las azoteas verdes las cuales fueron implementadas en el siglo XIV en países escandinavos.

En el capítulo 3 representaremos mediante un modelo matemático de transferencia de calor para las envolventes de las edificaciones, balances de energía para los interiores y un modelo de transferencia de calor para la azotea verde.

Posteriormente en el capítulo 4 presentaremos los casos de estudio en el cual evaluamos el desempeño térmico de las azoteas verdes y su consumo energético por climatización, presentando de forma detallada los resultados obtenidos

## 2. Azoteas verdes

Algunas de las consecuencias ambientales atribuibles a las actividades humanas son: la pérdida de la biodiversidad, el deterioro de los ecosistemas, el agotamiento de los recursos naturales, la lluvia ácida, la contaminación atmosférica, el deterioro de la capa de ozono y el cambio climático. Las estrategias sostenibles se han convertido en el principal medio para mitigar estas consecuencias. Una estrategia sostenible para la adaptación de las ciudades al cambio climático es la implantación de azoteas verdes.

Se le llama azotea verde a la vegetación instalada sobre una azotea, este proceso implica un tratamiento especial en el techo. Las azoteas verdes son una técnica adaptable a las características de cada construcción para proteger la superficie y generar beneficios cuantificables para quienes habitan el lugar. Se pueden instalar en edificaciones nuevas o existentes respetando la losa que soportara la instalación llevando a cabo un diseño adecuado, todo esto cumpliendo los requerimientos vigentes del reglamento de construcciones.

Se pueden cultivar diversos tipos de plantas que traen consigo diversos beneficios de salud, sociales, ambientales y estéticos, sin dejar de lado los beneficios económicos que se verán reflejados en la disminución del consumo energético por climatización del lugar.

La implementación de las azoteas verdes se remonta al siglo XIV cuando los países escandinavos (Noruega, Suecia y Dinamarca) empezaron a usarlas, éstas eran de pasto que servía para mantener el calor dentro del edificio durante el invierno. Las azoteas verdes más famosas son los jardines colgantes de Babilonia, que se construyeron 500 años A.C., los cuales se consideran como una de las 7 maravillas del mundo antiguo, éstos fueron contruidos sobre vigas de arcos de piedra e impermeabilizados con capas de juncos y alquitrán espeso [20].

La tendencia moderna comenzó cuando Alemania desarrolló las primeras azoteas verdes en 1960 (se calcula que en Alemania el 10% de sus azoteas son verdes).

## 2.1. Objetivos

El presente trabajo tiene por objetivo analizar y cuantificar el ahorro de energía por climatización en edificaciones con azotea verde, para diferentes regiones de México, comparando una edificación con dicha tecnología con otra edificación con azotea convencional.

### 2.1.1. Objetivos específicos

- Identificar los principales flujos de calor presentes en una azotea verde y una azotea convencional.
- Plantear un modelo matemático de transferencia de calor para la azotea verde y la azotea convencional considerando la variación de la temperatura interna del edificio.
- Dimensionar y modelar un sistema de aire acondicionado para mantener las condiciones de confort térmico al interior del edificio.
- Validar el modelo matemático mediante datos publicados en la literatura.
- Evaluar el efecto térmico de las azoteas verdes para diferentes zonas climáticas de México.

## 2.2. Clasificación

Las azoteas verdes se pueden clasificar en tres tipos, los cuales son azoteas verdes extensivas, intensivas y semi-intensivas

- Las **azoteas verdes extensivas** son aquellas donde el sustrato tiene una profundidad de entre 2 cm y 10 cm, por lo cual son ligeras y se componen generalmente de plantas del género *sedum*, crasuláceas y/o suculentas que se propagan de manera natural en la región donde se realiza el proyecto, por lo cual su mantenimiento es de bajo costo. La masa puede variar entre 60 kg/m<sup>2</sup> y 150 kg/m<sup>2</sup>, cuando el sustrato se encuentra saturado de agua la masa no supera los 200 kg/m<sup>2</sup>. En la **Figura 2.1** se muestra un ejemplo de azotea verde extensiva.



**Figura 2.1.** Ejemplo de una azotea verde extensiva con una profundidad de sustrato menor a 10 cm [21].

- Las **azoteas verdes intensivas** son más complejas ya que se debe tener en cuenta la estructura por la carga, este tipo de azotea alcanza los  $1200 \text{ kg/m}^2$ . Para éstas se utilizan una amplia gama de árboles, plantas y flores con posibilidades de diseño casi ilimitadas, por lo cual se les considera como jardines convencionales. La recomendación que se hace es que la flora se adapte a las condiciones climáticas de la región. Para el mantenimiento sólo se requiere de riego y fertilización. La capa de sustrato va desde 35 cm hasta más de un metro. En la **Figura 2.2** se muestra una azotea verde intensiva.



**Figura 2.2.** Ejemplo de azotea verde intensiva [22].

- Las **azoteas verdes semi-intensivas** combinan los diseños ya mencionados dividiendo la carga de acuerdo con las características estructurales del inmueble, la masa puede llegar a variar entre  $200 \text{ kg/m}^2$  y  $900 \text{ kg/m}^2$ . La profundidad del sustrato puede variar entre los 12 cm y 30 cm. En la **Figura 2.3** se muestra un jardín combinando de una azotea verde intensiva y extensiva.



**Figura 2.3.** Ejemplo de azotea semi-intensiva [23].

En la **Tabla 2.1** se muestran las características de los distintos tipos de azoteas verdes.



**Tabla 2.1.** Características de los diferentes tipos de azoteas verdes.

Tipo de azotea verde	Profundidad del sustrato (cm)	Masa (kg/m <sup>2</sup> )	Flora
Extensiva	2 – 10	60 – 150	Sedum
Intensiva	35 – 100	Hasta 1200	Comestibles, arbustos, árboles
Semi-intensiva	12 – 30	200 – 900	Especies vegetales

### **2.3. Elementos que integran una azotea verde**

Una azotea verde está conformada por varias capas, las cuales se mencionan a continuación [24]:

- **Soporte estructural**  
Está constituido por elementos estructurales como vigas y el armado de la losa que se encuentran adaptados para conectarse entre sí, teniendo como función soportar su propio peso, así como a los elementos arquitectónicos, cargas vivas, capas y muebles.
- **Sistema de desalojo de agua**  
El desalojo de agua acumulada por precipitación pluvial se realiza mediante varios elementos, los cuales son: capa de drenaje, pendiente de la superficie, coladeras, rejillas y bajadas de agua. Estos elementos aseguran que no exista una acumulación de agua en la superficie naurada.
- **Aislante térmico**  
Tiene como función disminuir la temperatura del inmueble en época de verano y elevarla en épocas de invierno. La instalación de esta capa se lleva a cabo mediante la colocación de materiales con propiedades de aislamiento que se sitúan por encima del soporte estructural. Generalmente se utilizan aislantes como lana de vidrio o de roca, espuma de polietileno y polietileno expandido.
- **Membrana anti-raíz, impermeabilizante**  
Esta capa impermeabilizante es necesaria ya que tiene como función evitar el paso de agua que pueda filtrarse de la capa de drenaje, así como evitar el paso de la raíz al aislante térmico. Esta membrana se compone de una resistencia al punzamiento, resistencia a la tensión, resistencia a microorganismos, resistencia a cambios de temperatura y resistencia a los rayos ultravioleta.
- **Capa de drenaje**

Esta capa se encuentra por arriba de la membrana anti-raíz y por debajo de la capa filtrante, su función es recibir agua producto de precipitaciones, agua excedente de la superficie naturada, y sirve para almacenar bajas cantidades de agua. Esta capa debe tener la capacidad de drenar un mínimo de 2 litros de agua por minuto por cada metro cuadrado. Puede estar conformada por láminas de fibra sintética, mallas plásticas y placas de drenaje de polietileno.

- Capa filtrante

Esta capa se encuentra por encima de la capa de drenaje, de esta forma ayuda a separarla del sustrato, su función principal es retener partículas pequeñas de material inorgánico y orgánico, así el agua puede fluir libremente hacia la capa de drenaje.

- Capa de sustrato

Es la penúltima capa del sistema, está diseñada para soportar la vegetación. Esta capa ayuda a la retención de agua y aportación de nutrientes requeridos para el crecimiento de las plantas.

- Capa de vegetación o capa naturada

Por último, la capa de vegetación o naturada es donde se alojan las plantas, algunos criterios a considerar en esta capa son la inclinación del techo, exposición al viento, orientación al cielo, periodos de sequía, gastos de mantenimiento y aspecto visual.

## 2.4. Beneficios

Las azoteas verdes pueden desempeñar un papel importante en el aumento de los espacios verdes en las zonas urbanas densamente pobladas. [Suszanowicz \[6\]](#) demostró, mediante dos modelos a escala de laboratorio, que las azoteas verdes tienen un efecto beneficioso en la eliminación de los contaminantes del aire, los metales pesados y las partículas en suspensión. Por su parte, [Berardi \[25\]](#) demostró que las azoteas verdes tienen un efecto de enfriamiento de la temperatura del aire de hasta 0.4°C durante el día a nivel de los peatones, lo que contribuye a la mitigación del efecto de isla urbana de calor. [Sánchez Domínguez et al. \[26\]](#) realizaron un estudio para una zona semi-rural de Córdoba, Argentina, descubrieron que la diversidad de artrópodos en las azoteas verdes era asombrosa, con casi 400 especies de diferentes grupos de artrópodos. [Yao et al. \[27\]](#)

demonstraron, mediante la simulación, que el reverdecimiento de las superficies efectivas de las azoteas proporcionaría beneficios más eficaces de regulación de las aguas de tormenta, para la reducción tanto del volumen de escorrentía como del flujo máximo.

El ahorro de energía proporcionado por las azoteas verdes se puede observar a través de la reducción del consumo de energía para calefacción y refrigeración durante el invierno y el verano, respectivamente. [Berardi \[25\]](#) concluye que la implementación de una azotea verde permite reducir la demanda de energía de los edificios en un 3% durante el verano en Toronto, Canadá. [Bevilacqua et al. \[28\]](#) demostraron, mediante simulación, que una azotea verde proporciona una reducción significativa del consumo de energía para refrigeración, con un ahorro anual del 34.9%, para un clima mediterráneo. Por su parte, [Susca \[29\]](#) concluye que la aplicación de las azoteas verdes reduce el consumo de energía entre 10% y 75%, dependiendo de la zona climática, el tipo de edificio y la composición de la azotea. Se ha demostrado que la cantidad total de energía ahorrada es mayor en las estructuras de un solo piso que en otros tipos de edificios [\[30\]](#).

A pesar de los múltiples beneficios de las azoteas verdes, una barrera para su implementación es su costo de inversión superior al de las azoteas convencionales [\[31\]](#). Según [Saadatian et al. \[32\]](#) el costo inicial es de 3 a 6 veces mayor. Sin embargo, la plena comprensión de su valor económico podría ayudar a fomentar su aplicación. Para tener una comprensión más amplia de su valor económico, es necesario determinar su comportamiento térmico, por lo que es esencial conocer los flujos de calor y masa involucrados. Con los modelos matemáticos disponibles, junto con los sistemas de calefacción y aire acondicionado, se podría realizar una evaluación cuantitativa de los ahorros de energía y obtener resultados diferentes.

Para cuantificar los beneficios energéticos, de esta tecnología, se requieren evaluaciones experimentales o simuladores. Sin embargo, las condiciones ambientales intermitentes complican las evaluaciones experimentales para comparar el comportamiento térmico de una azotea antes y después de implementar la cubierta verde. En estos casos la simulación debe ser implementada. Sin embargo, las azoteas verdes son sistemas complejos para modelar los fenómenos de transferencia de calor y masa en las capas que los componen, además hay grandes variaciones en los tipos de azoteas. Los modelos más avanzados tienen

la limitación de la gran cantidad de datos de entrada necesarios para su implementación, datos que rara vez están disponibles en la práctica [18].

En los últimos años, se han realizado varios estudios sobre el ahorro de energía debido a la implantación de azoteas verdes. Sin embargo, la literatura existente muestra una variedad de resultados, por lo que se necesitan estudios detallados en cada caso específico para cuantificar el posible ahorro de energía [25].

### **3. Metodología**

En la primera sección de este capítulo se presenta el modelo matemático de transferencia de calor para las envolventes del edificio, posteriormente se presenta el balance de energía para el interior de la edificación y para finalizar la sección se presenta el modelo de transferencia de calor para la azotea verde. En la segunda sección se presenta el modelo que se emplea para dimensionar el equipo de aire acondicionado y se mencionan los modelos de control on/off e *inverter*. En la tercera sección se presentan los índices para la evaluación del rendimiento térmico. Este capítulo finaliza con la presentación del método de solución numérica de los modelos de transferencia de calor acoplados con el balance de energía para el interior de la edificación.

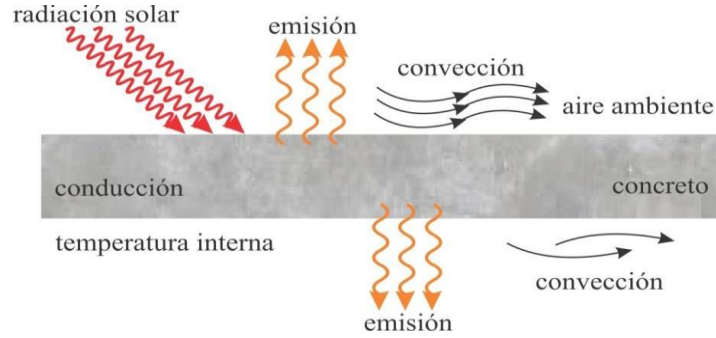
#### **3.1. Modelo matemático**

Las azoteas verdes parecen ser una solución atractiva para las construcciones sostenibles porque producen diferentes beneficios para el edificio y su entorno. Sin embargo, los modelos dinámicos para la simulación de superficies naturadas requieren el conocimiento de varios parámetros, frecuentemente difíciles de medir, para estimar con exactitud la transferencia de calor con el entorno exterior [28]. Por tal razón, en el presente capítulo se propone un modelo de transferencia de calor que puede ser fácilmente aplicable a cualquier azotea verde extensiva sin requerir de un número excesivo de parámetros.

A continuación, se describen los modelos matemáticos de transferencia de calor para los elementos envolventes del edificio, las capas que componen la azotea verde extensiva y el balance energético del interior del edificio.

##### **3.1.1. Modelo de transferencia de calor para elementos envolventes**

El modelo matemático de transferencia de calor para los elementos constructivos convencionales considera la conducción unidimensional del calor a través del techo y las paredes. Se considera que estos elementos están constituidos por un único material uniforme y opaco, es decir, no se consideran las ventanas. Los flujos de calor en una azotea convencional se muestran en la **Figura 3.1**.



**Figura 3.1.** Flujos de calor en una azotea convencional.

La transferencia de calor por conducción, a través de la envolvente del edificio, está dada por:

$$\rho C_p \frac{\partial T_r}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T_r}{\partial z^2} \quad (3.1)$$

donde  $\rho$  es la densidad,  $C_p$  es el calor específico,  $T_r$  es la temperatura de la envolvente,  $t$  es el tiempo,  $k$  es la conductividad térmica y  $z$  es la dirección en la cual se lleva a cabo la transferencia de calor.

La condición inicial está dada por:

$$T(t, z) = T_0(z) \quad \text{en} \quad t = 0 \quad (3.2)$$

donde  $T_0(z)$  es el perfil inicial de temperatura a través de la azotea. La condición de frontera en el exterior del edificio ( $z = 0$ ), como se observa en la figura 3.2, está dada por:

$$-k \left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0} = q_{sr} - q_{em} - q_{cv} \quad (3.3)$$

donde  $q_{rs}$  es el calor ganado por radiación de onda corta,  $q_{em}$  es el calor neto transferido debido a la absorción y emisión de radiación de onda larga,  $q_{cv}$  es el flujo de calor debido a la convección. Estos flujos de calor se calculan a partir de:

$$q_{sr} = \alpha q_{sri} \quad (3.4)$$

$$q_{em} = \varepsilon \sigma \left( T_r^4 \Big|_{z=0} - T_e^4 \right) \quad (3.5)$$

$$q_{cv} = h \left( T_r \Big|_{z=0} - T_\infty \right) \quad (3.6)$$

donde  $\alpha$  es la absorptividad de la superficie,  $q_{sri}$  es la radiación de onda corta incidente en la superficie,  $\varepsilon$  es la emisividad,  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann ( $5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ ),

$T_e$  es la temperatura de los alrededores,  $T_\infty$  es la temperatura ambiente y  $h$  es el coeficiente convectivo de transferencia de calor. El coeficiente convectivo de transferencia de calor se calcula a partir del número adimensional de Nusselt dado por:

$$\text{Nu} = \frac{hL_c}{k} \quad (3.7)$$

donde  $L_c$  es la longitud característica, para una superficie plana es la longitud de la superficie paralela al flujo del aire. El número de Nusselt para convección forzada en paredes planas se puede calcular a partir de la correlación [33]:

$$\text{Nu} = \frac{0.3387 \text{Pr}^{1/3} \text{Re}^{1/2}}{\left(1 + \left(\frac{0.0468}{\text{Pr}}\right)^{2/3}\right)^{1/4}} \quad (3.8)$$

donde  $\text{Re}$  es el número adimensional de Reynolds y  $\text{Pr}$  es el número adimensional de Prandtl, los cuales se calculan a partir de:

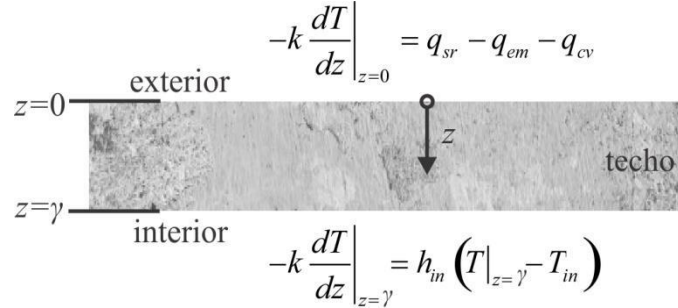
$$\text{Re} = \frac{\rho v L_c}{\mu} \quad (3.9)$$

$$\text{Pr} = \frac{C_p \mu}{k} \quad (3.10)$$

donde  $v$  es la velocidad del viento y  $\mu$  es la viscosidad dinámica del aire. La condición de frontera para el interior del edificio es:

$$-k \frac{dT_r}{dz} \Big|_{z=\gamma} = h_{in} (T_r|_{z=\gamma} - T_{in}) \quad (3.11)$$

donde  $\gamma$  es el espesor de la envolvente,  $T_{in}$  es la temperatura del aire contenido en el edificio y  $h_{in}$  es el coeficiente combinado de transferencia de calor en el interior del edificio, este coeficiente incluye la convección y la radiación. Las condiciones de frontera para el exterior y el interior del edificio se ejemplifican en la **Figura 2.2**. Este modelo es utilizado para todas las envolventes del edificio, es decir techo y paredes.



**Figura 3.2.** Condiciones de frontera para el interior y el exterior del edificio.

### 3.1.2. Balance de energía para el interior del edificio

El cambio de la temperatura interior del edificio en función de tiempo está dado por:

$$\frac{dT_{in}}{dt} = \frac{\dot{Q} + \dot{m}(\bar{h}_{\infty} - \bar{h}_{in})}{(mC_p)_{in}} \quad (3.12)$$

donde  $m$  es la masa de aire contenida dentro del edificio,  $\dot{m}$  es el flujo másico de aire que entra al interior del edificio,  $\bar{h}$  es la entalpía del aire y  $\dot{Q}$  es el calor total transferido al interior del edificio, el cual se puede calcular a partir de:

$$\dot{Q} = \sum h_{in} (T_i - T_{in}) A_i + \sum S_k - \dot{Q}_c \quad (3.13)$$

donde  $T_i$  y  $A_i$  son la temperatura y el área del elemento envolvente  $i$ , respectivamente. Por lo tanto, el primer término del lado derecho de la Ec. (3.13) representa la transferencia de calor a través de las envolventes. Mientras que  $S_k$  es el flujo de calor  $k$  dentro del edificio, debido a una fuente que puede ser una persona o algún aparato eléctrico.  $\dot{Q}_c$  es el calor removido por el efecto de enfriamiento del sistema de aire acondicionado. La condición inicial de la Ec. (3.12) es:

$$T_{in} = T_{in,0} \quad \text{en} \quad t = 0 \quad (3.14)$$

donde  $T_{in,0}$  es la temperatura inicial en el interior del edificio.

### 3.1.3. Modelo de transferencia de calor para la azotea verde

Un modelo conceptual de una azotea verde se muestra en la **Figura 3.3**, donde se ejemplifican los flujos de calor en las diferentes capas que componen al sistema.



El calor transferido por conducción a través de la capa verde, formada por plantas y aire, está dado por una ecuación que considera las propiedades efectivas del sistema heterogéneo formado por una fase sólida y una gaseosa (plantas y aire):

$$\left(\rho C_p\right)_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = k_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial z^2} \quad (3.15)$$

donde  $T_g$  es la temperatura de la capa verde,  $(\rho C_p)_g$  y  $k_g$  son las propiedades efectivas de la capa verde que se pueden obtener a partir de [34]:

$$\left(\rho C_p\right)_{ef} = \left(\rho C_p\right)_1 (1-\zeta) + \left(\rho C_p\right)_2 \zeta \quad (3.16)$$

$$k_{ef} = k_1 (1-\zeta) + k_2 \zeta \quad (3.17)$$

donde el subíndice *ef* hace referencia a una propiedad efectiva, los subíndices 1 y 2 se refieren al componente de la capa (plantas y aire, para la capa verde; o tierra y agua, para la capa de sustrato) y  $\zeta$  es la fracción volumen del componente 1, dada por:

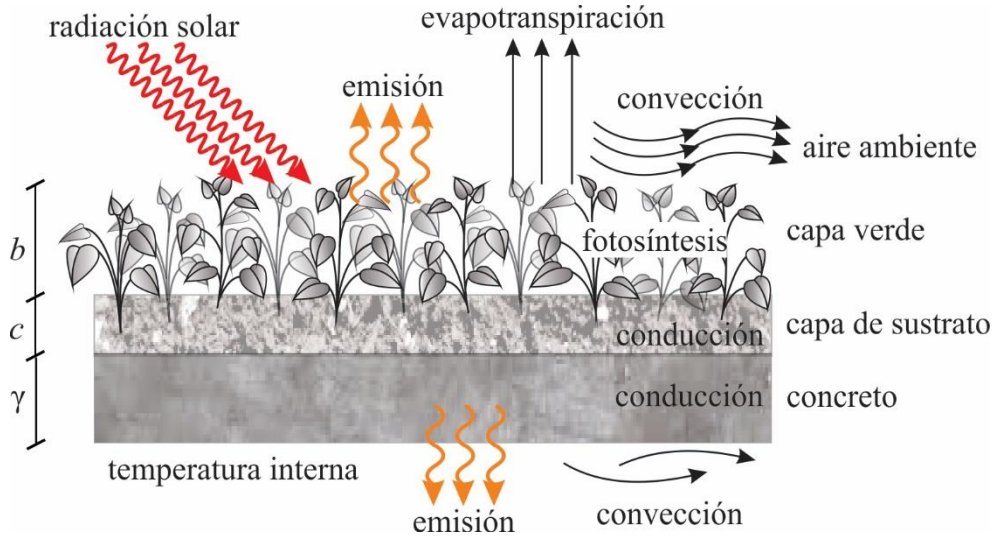
$$\zeta = \frac{V_1}{V_1 + V_2} \quad (3.18)$$

donde  $V$  es el volumen ocupado por el componente.

El calor transferido por conducción a través de la capa de sustrato, formada por tierra y aire, está dado por:

$$\left(\rho C_p\right)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} \quad (3.19)$$

donde  $T_s$  es la temperatura del sustrato,  $(\rho C_p)_s$  y  $k_s$  son las propiedades efectivas de la capa de sustrato y se pueden calcular de manera similar a las propiedades efectivas de la capa verde. Las Ecs. (3.15) y (3.19) toman en cuenta la porosidad de las capas. Se ha demostrado, a través de experimentos y simulación numérica, que la conductividad térmica depende de la porosidad y las propiedades térmicas de los componentes minerales del suelo [35,36], de aquí la importancia de tomar en cuenta sus componentes.



**Figura 3.3.** Modelo conceptual de una azotea verde con los principales flujos de calor.

Las condiciones iniciales para las Ecs. (3.15) y (3.19) son:

$$T_g(0, z) = T_{g,0}(z) \quad \text{en} \quad t = 0 \quad (3.20)$$

$$T_s(0, z) = T_{s,0}(z) \quad \text{en} \quad t = 0 \quad (3.21)$$

Las Ecs. (3.15) y (3.19) están relacionadas a través de la siguiente condición de frontera:

$$T_s(t) = T_g(t) \quad \text{en} \quad z = b \quad \forall t \quad (3.22)$$

donde  $b$  es el espesor de la capa verde. Las Ecs. (3.19) y (3.1) están relacionadas a través de la siguiente condición de frontera:

$$T(t) = T_s(t) \quad \text{en} \quad z = b + c \quad \forall t \quad (3.23)$$

donde  $c$  es el espesor de la capa de sustrato. La condición de frontera para la Ec. (3.15) en el exterior del edificio ( $z = 0$ ) es:

$$-k_g \left. \frac{dT_g}{dz} \right|_{z=0} = q_{sr} - q_{em,g} - q_{cv,g} - q_{et} - q_{ps} \quad (3.24)$$

donde  $q_{et}$  es flux de calor debido a la evapotranspiración,  $q_{em,g}$  es el calor neto transferido por emisión en la capa verde,  $q_{cv,g}$  es el calor transferido por convección de la capa verde al medio ambiente y  $q_{ps}$  es el flux de calor neto debido a la fotosíntesis y la respiración de las plantas, este último se puede calcular a partir de la siguiente correlación [37]:

$$q_{ps} = \frac{6.5}{TC(1 + R_{ep}/R_{ip})} q_{et} \quad (3.25)$$

donde  $TC$  es el coeficiente de transpiración,  $R_{ep}$  es la tasa de evaporación y  $R_{tp}$  es la tasa de transpiración. En este estudio se considera que  $R_{ep}/R_{tp}=1$  y  $TC = 20$ .

El flux de calor debido a la evapotranspiración se puede determinar a partir de [37]:

$$q_{et} = \lambda R_{et} \quad (3.26)$$

La evapotranspiración es una combinación del fenómeno de la transpiración de agua por las plantas durante su crecimiento o retenida en su tejido vegetal y el fenómeno de la evaporación de la humedad del sustrato [38,39]. Estos fenómenos son función principalmente de la radiación solar que llega a la superficie del sustrato, ya que proporciona la energía necesaria para que ocurran.

La evapotranspiración se puede calcular empleando la ecuación de Hargreaves, que se basa en datos climáticos fácilmente disponibles [39]:

$$ET_0 = 0.0023q_{sri} (T_{\infty} - 255.35) T_R^{0.5} \quad (3.27)$$

donde  $T_R$  es la diferencia entre la máxima y la mínima temperatura ambiente registradas durante el día, es decir:

$$T_R = T_{\max} - T_{\min} \quad (3.28)$$

entonces  $R_{et}$  está dado por:

$$R_{et} = e_f ET_0 \quad (3.29)$$

donde  $e_f$  es un factor de conversión igual a  $5.218987 \times 10^{-7} \text{ kg día m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ mm}^{-1}$ .

El flux de calor por convección desde la capa verde hacia el ambiente se puede calcular a través de la correlación [40]:

$$q_{cv,g} = (5.7 + 3.8v)(T_g - T_{\infty}) \quad (3.30)$$

El flux de calor debido a la emisión desde la capa verde hacia el ambiente está dado por:

$$q_{em,g} = \varepsilon \sigma (T_g^4 - T_{sky}^4) \quad (3.31)$$

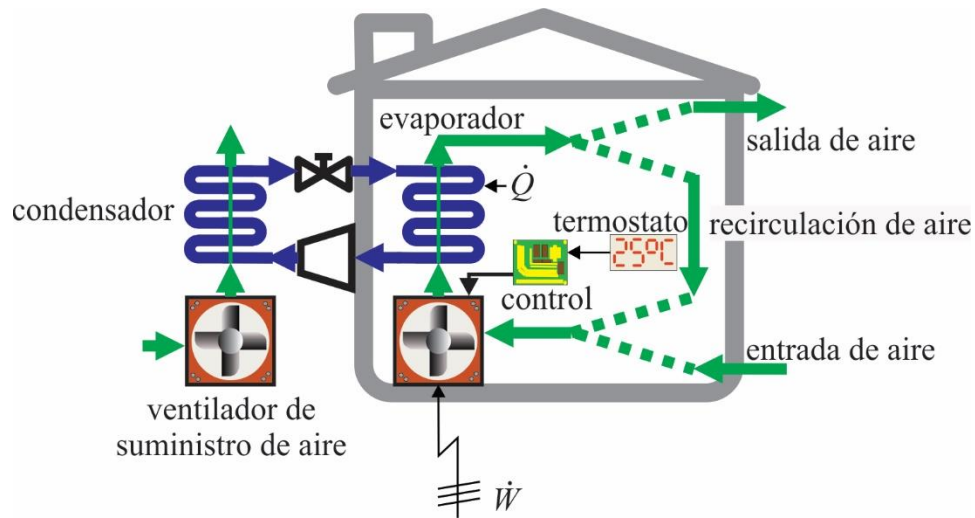
donde  $T_{sky}$  es la temperatura del cielo. En este estudio, la temperatura cielo se determina a partir de la norma ISO 13790:

$$T_{sky} = T_{\infty} - 13 \text{ K} \quad (3.32)$$

### 3.2. Sistema de aire acondicionado

La comodidad del cuerpo humano depende de tres factores: la temperatura, la humedad relativa y el movimiento del aire. La temperatura del aire es el aspecto más importante en la comodidad. En el presente trabajo sólo se toma como medida de confort térmico la temperatura del aire en el interior del edificio.

La mayor parte de la gente se siente cómoda con una temperatura ambiente entre 22°C y 27°C [41]. Para mantener una edificación a la temperatura deseada son necesarios algunos procesos definidos como acondicionamiento de aire. En la **Figura 3.4** se ejemplifica un sistema de acondicionamiento de aire, conformado por evaporador, condensador, compresor y válvula de estrangulación. El sistema también cuenta con un termostato y un sistema de control para mantener la temperatura interior en el valor deseado.



**Figura 3.4.** Sistema de acondicionamiento de aire.

Para determinar el consumo de energía eléctrica debido al uso de un sistema de aire acondicionado, se emplea el coeficiente de desempeño térmico ( $COP$ ), el cual está dado por [41]:

$$COP = \frac{\dot{Q}_c}{\dot{W}} \quad (3.33)$$

donde  $\dot{W}$  es la potencia eléctrica demandada por el sistema de aire acondicionado. Por lo tanto, la energía eléctrica consumida está dada por:

$$E_{ac} = \dot{W}t_{ac} \quad (3.34)$$

donde  $t_{ac}$  es el tiempo de operación del sistema de aire acondicionado. Para este estudio se considera que  $COP = 5.0$ .

### 3.2.1. Sistema convencional (on/off)

Esta tecnología mantiene el equipo a una velocidad fija por lo cual tienen solo las opciones on/off y cuando está encendido funciona al 100% de su capacidad a diferencia del sistema *inverter*. Es decir:

$$\begin{aligned} T_{in} > 297.15 \text{ K} &\rightarrow \text{on (sistema encendido)} \\ T_{in} < 293.15 \text{ K} &\rightarrow \text{off (sistema apagado)} \end{aligned} \quad (3.35)$$

### 3.2.2. Sistema *inverter*

La tecnología *inverter* regula el funcionamiento del compresor en los equipos de aire acondicionado mediante el cambio de frecuencia del ciclo eléctrico. Para simular este sistema se utiliza un control integral proporcional derivativo:

$$\Delta \dot{W} = K_P E_r + K_D \frac{dE_r}{dt} + K_I \int_{t-\Delta t}^t E_r dt \quad (3.36)$$

donde  $\Delta \dot{W}$  es la variación de la potencia debida al control,  $K_P$ ,  $K_D$  y  $K_I$  son las constantes proporcional, derivativa e integral, respectivamente.  $E_r$  es el error que se tiene respecto a la temperatura de confort ( $T_{set}$ ) y la temperatura en el interior del edificio, es decir:

$$E_r = T_{in} - T_{set} \quad (3.37)$$

### 3.2.3. Dimensionamiento

Para calcular con exactitud la potencia necesaria de aire acondicionado para remover el calor de un recinto o vivienda y mantener una temperatura de confort inferior a 22°C, se debe de tener en cuenta los siguientes factores:

- Conductividad térmica de las superficies
- Superficie de cada pared/techo/suelo/ventana a climatizar
- Diferenciar la zona climática donde se encuentra la vivienda a climatizar
- Ventilación
- Coeficiente de intermitencia

Se considera que existen cuatro tipos de climáticas básicos: clima frío para temperaturas menores a 18°C, clima templado de 19°C a 25°C, clima cálido de 26°C a 33°C y clima muy cálido para temperaturas superiores a los 34°C.

También es necesario tomar en cuenta la diferencia de temperatura entre el exterior y el interior,  $\Delta T$ . Se puede considerar una temperatura máxima en verano de 45°C para la zona sur y 35°C para la zona norte. En cuanto a la temperatura interior, por lo general se recomienda no superar los 25°C.

Tomando en cuenta todos estos factores, la potencia necesaria de aire acondicionado por cada superficie está dada por:

$$\dot{W} = UA\Delta T \quad (3.38)$$

donde  $U$  es el coeficiente total de transferencia de calor, dado por:

$$U = \frac{1}{AR_t} \quad (3.39)$$

La potencia total necesaria para climatizar todo un espacio resulta de la suma de cada pared, techo, suelo y ventana que tiene el espacio.

Otro factor importante para tener en cuenta es la ventilación. Parte del aire refrigerado sale del recinto y es sustituido por aire exterior. Actualmente, se empieza a tener en cuenta la ventilación mecánica controlada y su recuperación energética. Las pérdidas por la renovación del aire se pueden calcular a partir de:

$$\dot{W}_{\text{ventilación}} = \rho_a C_{p_a} f V \Delta T \quad (3.40)$$

donde  $f$  es la fracción de aire que sale del espacio a refrigerar y es sustituido por aire exterior, se expresa en  $s^{-1}$ , este factor depende del tiempo que permanezca abierta la puerta o las ventanas. Para una actividad moderada se puede tomar como  $4 \times 10^{-4} s^{-1}$

El coeficiente o suplemento de intermitencia,  $C$ , es un valor que se utiliza para aportar cierto margen de seguridad al resultado del cálculo. Generalmente se le asigna un valor entre 1 y 2. Entre menos horas al día se utilice la instalación, mayor será el valor de  $C$  que se debe emplear. Así la potencia total está dada por:

$$\dot{W}_{\text{total}} = C \left( \sum_i^n \dot{W}_i + \dot{W}_{\text{ventilación}} \right) \quad (2.41)$$

En algunos casos es importante tomar en cuenta la carga térmica interna en el dimensionamiento del aire acondicionado. La carga térmica interna está formada por el calor que aportan las personas en el lugar, así como por los aparatos que consumen energía para su funcionamiento como: computadoras, lámparas y televisores, por mencionar algunos. En la **Tabla 3.1** se muestra la cantidad extra de potencia que se debe de considerar para las cargas térmicas internas.

**Tabla 3.1.** Carga térmica que aporta cada fuente de calor.

Fuente de Calor	Carga térmica (W)
Persona	150
Computadora	120
Lámpara Led	60
Televisión	180

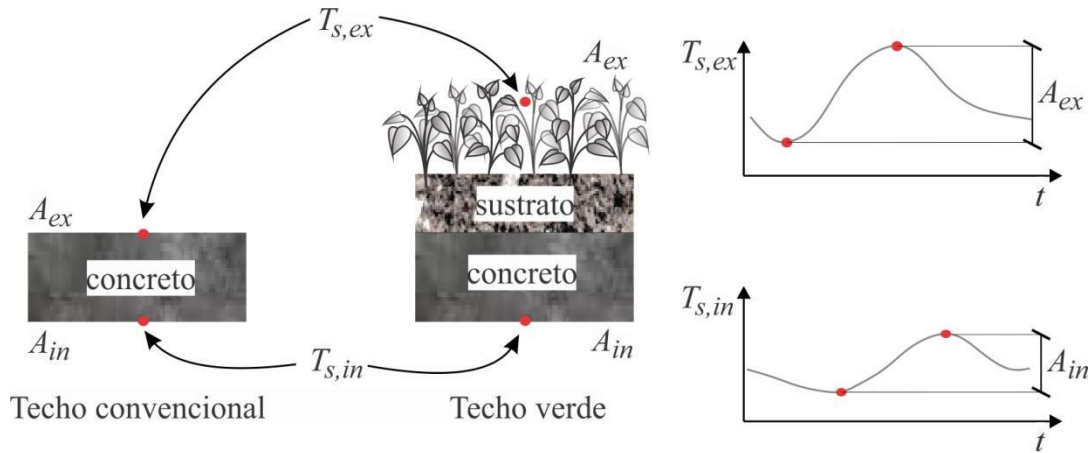
### 3.3. Índices para la evaluación del rendimiento térmico

#### 3.3.1. Resistencia térmica equivalente

La resistencia térmica equivalente se ha utilizado para evaluar la capacidad de aislamiento de las azoteas verdes, puede ser evaluada a partir de:

$$R_{TE} = \frac{T_{s,ex} - T_{s,in}}{q_{md}} \quad (3.42)$$

donde  $q_{md}$  es el flux medio de calor transferido a través del techo al interior del edificio,  $T_{s,ex}$  y  $T_{s,in}$  son la temperatura media de la superficie exterior e interior del techo, respectivamente. En la **Figura 3.5** se muestra donde es tomada la temperatura media de las superficies interior y exterior.



**Figura 3.5.** Puntos donde se toman la temperatura media de las superficies interior y exterior.

### 3.3.2. Factor de disminución equivalente

El factor de disminución equivalente se utiliza para caracterizar la capacidad de la envolvente del edificio para resistir las fluctuaciones periódicas de la temperatura del aire, también se le conoce como capacidad de inercia térmica. Se define como la relación de las amplitudes diarias máximas de las fluctuaciones de temperatura interna y externa [17]:

$$f = \frac{A_{in}}{A_{ex}} \quad (3.43)$$

donde  $A_{in}$  y  $A_{ex}$  son la amplitud de temperatura en la superficie interior y exterior, respectivamente.

### 3.3.3. Factor de climatización

En este trabajo se propone el factor de climatización para indicar qué tan lejos está la temperatura interior de la temperatura de confort térmico. Un alto valor del factor de climatización indica que para alcanzar la temperatura de confort se requiere consumir más energía en equipos de climatización, un valor del factor de climatización cercano a cero indica que se requiere una menor cantidad de energía para alcanzar la temperatura de confort.



$$f_c = \frac{\sum_{i=1}^n |T_{in,i} - T_{confort}|}{nT_{confort}} \quad (3.44)$$

donde  $n$  es el número de mediciones diarias que se tienen de la temperatura interior.

### 3.4. Solución numérica

Las ecuaciones diferenciales son resueltas numéricamente por el método de diferencias finitas. Las Ecs. (3.1), (3.15) y (3.19) son de la forma:

$$(\rho C_p)_{ef} \frac{\partial T}{\partial t} = k_{ef} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (3.45)$$

Aplicando el método de diferencias finitas se tiene:

$$T_j^{t+\Delta t} = T_j^t + \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} \frac{k_{ef}}{(\rho C_p)_{ef}} (T_{j+1}^t - 2T_j^t + T_{j-1}^t) \quad (3.46)$$

Las condiciones de frontera (Ecs. (3.3), (3.11) y (3.24)) son de la forma:

$$-k \frac{dT}{dz} = \sum q_m \quad (3.47)$$

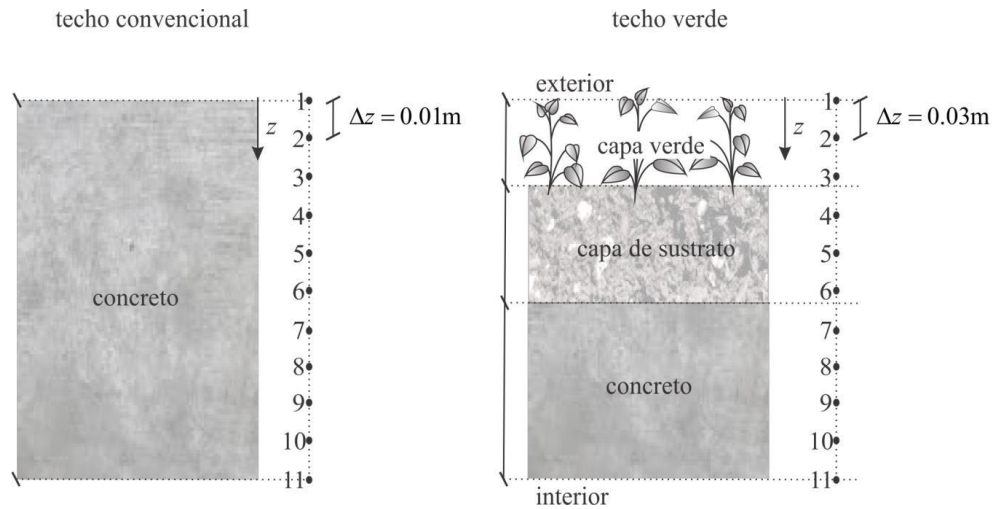
donde  $q_m$  es la  $m$ -ésimo flux de calor. La Ec. (3.41) se puede reescribir como:

$$T_{j+1} = T_j - \frac{\Delta z}{k} \sum q_m \quad (3.48)$$

mientras que la Ec. (3.12) tiene la siguiente forma:

$$T_{in}^{t+\Delta t} = T_{in}^t + \Delta t \left[ \frac{Q}{(mC_p)_{in}} + \dot{m}(h_{\infty} - h_{in}) \right] \quad (3.49)$$

La solución numérica, de los modelos matemáticos de transferencia de calor para los edificios con azotea convencional y con azotea verde, es implementada en Python 3.6.3, en el Apéndice 1 se puede ver el código desarrollado. El tamaño de paso temporal es de  $\Delta t = 1.0s$ . Mientras que el tamaño del paso espacial para los elementos constructivos, incluyendo todas las paredes y el techo convencional, es  $\Delta z = 0.01m$ ; el tamaño de paso espacial para la azotea verde es de  $\Delta z = 0.03m$ . Los nodos de la malla espacial utilizados para la estimación del perfil de temperaturas en el techo se muestran en la **Figura 3.6**.



**Figura 3.6.** Nodalización para el techo convencional y de la azotea verde.

En el siguiente capítulo se presentan los parámetros y variables, correspondientes a las condiciones climáticas de tres diferentes regiones de México, necesarios para la implementación del modelo matemático.

## 4. Casos de estudio

A continuación, se presentan los datos para realizar tres casos de estudio. Los casos consisten en utilizar las condiciones climáticas de diferentes regiones para evaluar el desempeño térmico de la azotea verde y el consumo de energía, por climatización, en Oaxaca, Culiacán y Monterrey. Finalmente se presentan las características de la edificación y los parámetros y variables necesarios para implementar el modelo matemático.

### 4.1. Características de la edificación

En la **Tabla 4.1** se enlistan las dimensiones y las propiedades de los elementos constructivos. Mientras que en la **Tabla 4.2** se enlistan las dimensiones y propiedades relacionadas con la azotea verde, formada por la capa de sustrato y la capa naturada. El coeficiente combinado de transferencia de calor para el interior de la edificación tiene un valor de  $5.0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$  para este estudio y el flujo másico de aire exterior que entra a la edificación es de  $0.12 \text{ kg/s}$ . Esta edificación se va utilizar para investigar el efecto térmico de la azotea verde en todas las ciudades

Para modelar el sistema de aire acondicionado de tipo *inverter* se requieren los valores de las variables de control, los cuales se muestran en la **Tabla 4.3**, obtenidos a partir de un análisis paramétrico.

**Tabla 4.1.** Dimensiones y propiedades de los elementos constructivos.

<b>Elementos constructivos</b>	
<b>longitud</b>	4.0 m
<b>altura</b>	3.0 m
<b>espesor de la pared</b>	0.15 m
<b>espesor del techo</b>	0.15 m
<b>densidad del concreto</b>	1800 kg/m <sup>3</sup>
<b>conductividad térmica del concreto</b>	0.8 W/m K
<b>calor específico del concreto</b>	840 J/kg K
<b>emisividad del techo</b>	1
<b>absortividad techo</b>	0.85
<b>emisividad pared</b>	1
<b>absortividad techo</b>	0.5

**Tabla 4.2.** Dimensiones y propiedades de la azotea verde.

<b>Azotea verde</b>	
<b>espesor capa verde</b>	0.06 m
<b>densidad del aire</b>	1.184 kg/m <sup>3</sup>
<b>conductividad térmica del aire</b>	0.02551 W/m K
<b>calor específico del aire</b>	1007 J/kg K
<b>densidad de la planta</b>	582 kg/m <sup>3</sup>
<b>conductividad térmica de la planta</b>	0.5 W/m K
<b>calor específico de la planta</b>	4800 J/kg K
<b>fracción volumen de la planta</b>	0.53
<b>espesor capa de sustrato</b>	0.09 m
<b>densidad de la tierra</b>	1200 kg/m <sup>3</sup>
<b>conductividad térmica de la tierra</b>	1.0 W/m K
<b>calor específico de la tierra</b>	840 J/kg K
<b>densidad del agua</b>	1000 kg/m <sup>3</sup>
<b>conductividad térmica del agua</b>	0.58 W/m K
<b>calor específico del agua</b>	4186 J/kg K
<b>fracción volumen del agua</b>	0.26
<b>entalpía de vaporización</b>	2430000 J/kg

**Tabla 4.3.** Valores de las constantes para modelar el sistema de aire acondicionado de tipo *inverter*.

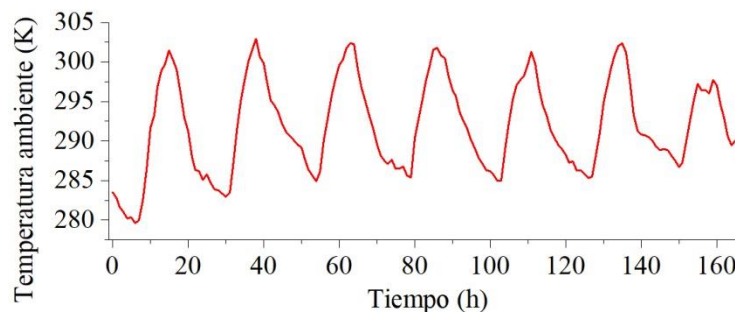
<b><math>K_P</math></b>	<b>0.5</b>
<b><math>K_D</math></b>	<b>0.1</b>
<b><math>K_I</math></b>	<b>0.5</b>

En el siguiente capítulo se presentan los resultados obtenidos de estos tres casos de estudio.

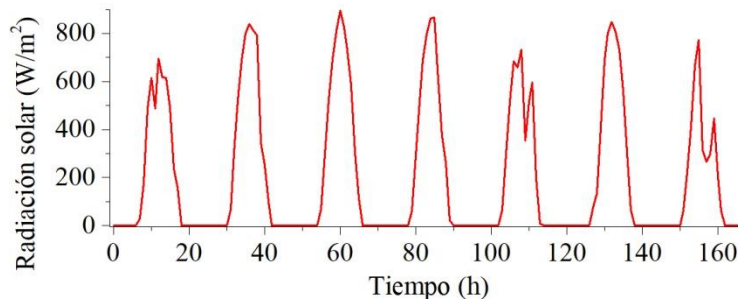
## 4.2. Oaxaca

En las **Figuras 4.1** a **4.3** se presentan las condiciones meteorológicas para Oaxaca (17.00222, -96.72111). En esta región el tipo de clima que predomina es el tropical, aunque su accidentada geografía provoca variaciones, en las zonas montañosas impera el clima frío.

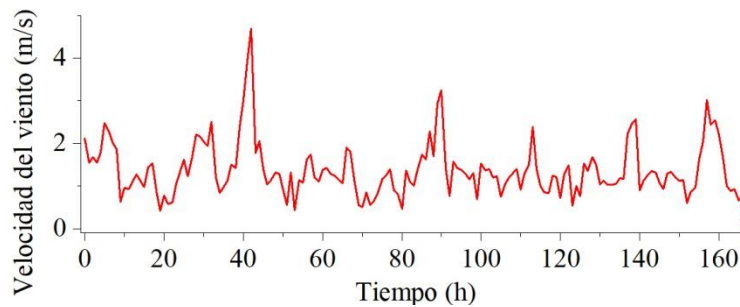
La temperatura promedio anual de la región se encuentra entre los 285.65 K y 304.15 K, su temperatura promedio anual es de 295.15 K.



**Figura 4.1.** Temperatura ambiente de Oaxaca (tomado como cero las 00:00 hrs del 1 de enero de 2021)



**Figura 4.2.** Radiación solar de Oaxaca (tomado como cero las 00:00 hrs del 1 de enero de 2021)



**Figura 4.3.** Velocidad del viento de Oaxaca (tomado como cero las 00:00 hrs del 1 de enero de 2021)

En la **Tabla 4.4** se enlista el perfil de temperatura para las envolventes de la edificación en Oaxaca. Las envolventes son el techo, la pared frontal (pared 1), que recibe radiación solar durante las primeras horas del día, la pared posterior (pared 2), que recibe radiación solar durante la tarde, y las paredes laterales que se considera no reciben radiación solar a lo largo del día (paredes 3 y 4).

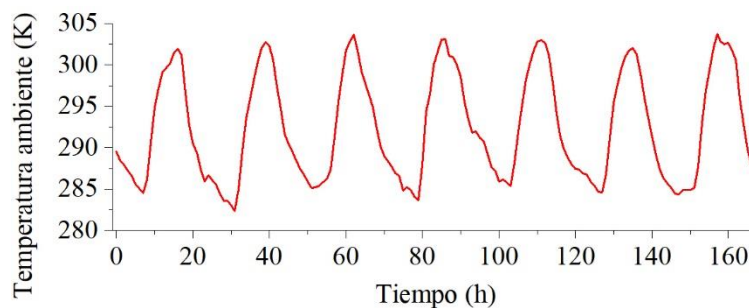
**Tabla 4.4.** Temperatura inicial para las envolventes de la edificación en Oaxaca (K).

Nodo	Techo	Pared 1	Pared 2	Paredes 3 y 4
1	283.63	286.17	286.17	286.17
2	284.94	287.15	287.09	287.43
3	286.21	288.09	287.99	288.65
4	287.40	288.97	288.82	289.78
5	288.47	289.76	289.56	290.79
6	289.40	290.42	290.20	291.62
7	290.15	290.95	290.71	292.27
8	290.71	291.33	291.07	292.71
9	291.05	291.54	291.28	292.92
10	291.18	291.58	291.33	292.91
11	291.09	291.45	291.23	292.67

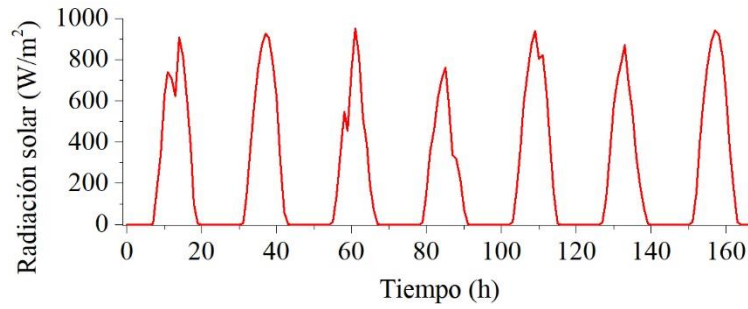
La temperatura inicial al interior de la edificación, con las condiciones climáticas de Oaxaca, es de 290 K.

### 4.3. Culiacán

En las **Figuras 4.4 a 4.6** se presentan las condiciones meteorológicas para Culiacán (24.63472, -107.44083). El clima en esta región es subtropical, con invierno cálido y veranos calurosos. Sin embargo, en los meses de julio y septiembre se presenta un periodo de lluvias. La temperatura promedio anual de la región se encuentra entre los 298 K a 309 K, su temperatura promedio anual es de 303.1 K.

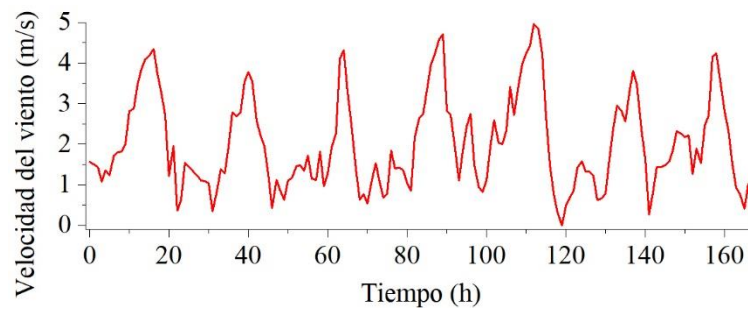


**Figura 4.4.** Temperatura ambiente de Culiacán (tomado como cero las 00:00 hrs del 1 de enero de 2021)



**Figura 4.5.** Radiación solar de Culiacán (tomado como cero las 00:00 hrs del 1 de enero de 2021)

En la **Tabla 4.5** se enlista el perfil de temperatura para las envolventes de la edificación en Culiacán, se hacen las mismas consideraciones que en el caso de Oaxaca.



**Figura 4.6.** Velocidad del viento de Culiacán (tomado como cero las 00:00 hrs del 1 de enero de 2021)

La temperatura inicial al interior de la edificación, con las condiciones climáticas de Culiacán, es de 291 K.

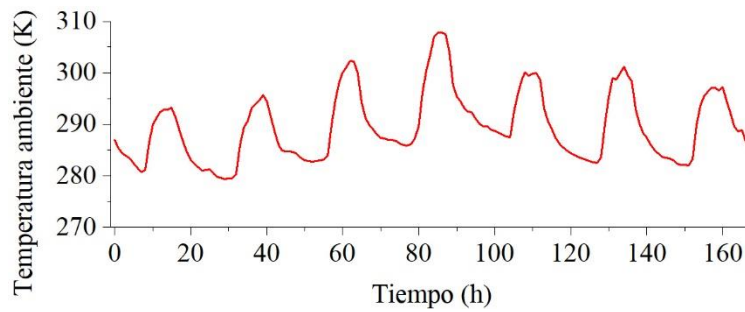


**Tabla 4.5.** Temperatura inicial para las envolventes de la edificación en Culiacán (K).

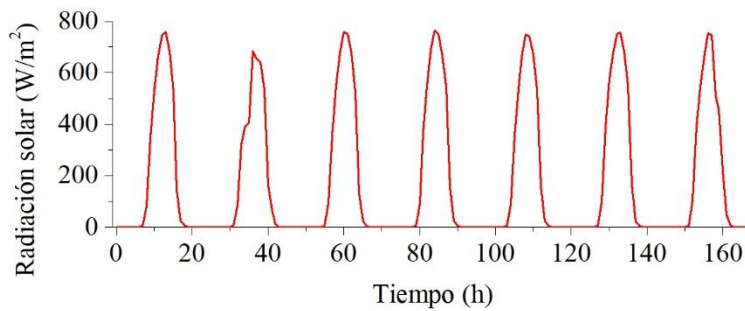
<b>Nodo</b>	<b>Techo</b>	<b>Pared 1</b>	<b>Pared 2</b>	<b>Paredes 2 y 3</b>
<b>1</b>	283.50	285.88	285.88	285.88
<b>2</b>	285.36	287.15	287.01	287.46
<b>3</b>	287.16	288.37	288.09	288.97
<b>4</b>	288.83	289.49	289.09	290.36
<b>5</b>	290.33	290.48	289.98	291.58
<b>6</b>	291.60	291.31	290.72	292.59
<b>7</b>	292.61	291.96	291.31	293.37
<b>8</b>	293.33	292.41	291.74	293.89
<b>9</b>	293.73	292.66	291.99	294.15
<b>10</b>	293.81	292.72	292.07	294.14
<b>11</b>	293.56	292.57	291.98	293.87

#### **4.4. Monterrey**

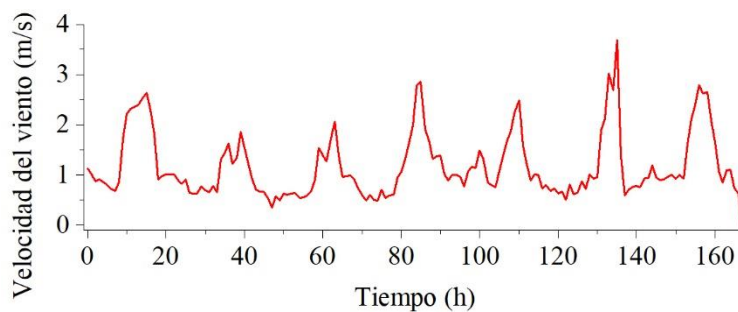
En las **Figuras 4.7 a 4.9** se presentan las condiciones meteorológicas para Monterrey (25.68277, -100.27166). El clima es semiárido cálido, con condiciones bastante extremas, en veranos el calor es agobiante, durante el mes de agosto la temperatura promedio llega a superar los 302 K. Los inviernos son bastante fríos, durante el mes de enero la temperatura media cae hasta los 287 K durante el día y durante la noche 273 K. La temperatura promedio anual de la región se encuentra entre los 283 K a 309 K, su temperatura promedio anual es de 304 K.



**Figura 4.7.** Temperatura ambiente de Monterrey (tomado como cero las 00:00 hrs del 1 de enero de 2021)



**Figura 4.8.** Radiación solar de Monterrey (tomado como cero las 00:00 hrs del 1 de enero de 2021)



**Figura 4.9.** Velocidad del viento de Monterrey (tomado como cero las 00:00 hrs del 1 de enero de 2021)

En la **Tabla 4.6** se enlista el perfil de temperatura para las envolventes de la edificación en Monterrey, nuevamente se hacen las mismas consideraciones que para Oaxaca.

**Tabla 4.6.** Temperatura inicial para las envolventes de la edificación en Monterrey (K).

<b>Nodo</b>	<b>Techo</b>	<b>Pared 1</b>	<b>Pared 2</b>	<b>Paredes 2 y 3</b>
<b>1</b>	282.83	281.05	281.05	281.05
<b>2</b>	283.88	281.96	281.87	282.10
<b>3</b>	284.89	282.85	282.66	283.11
<b>4</b>	285.82	283.67	283.40	284.05
<b>5</b>	286.65	284.40	284.06	284.89
<b>6</b>	287.33	285.02	284.63	285.59
<b>7</b>	287.84	285.51	285.09	286.14
<b>8</b>	288.18	285.87	285.42	286.53
<b>9</b>	288.31	286.08	285.63	286.74
<b>10</b>	288.24	286.14	285.70	286.77
<b>11</b>	287.96	286.04	285.65	286.62

La temperatura inicial al interior de la edificación, con las condiciones climáticas de Monterrey, es de 285 K.

## 5. Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos para los tres casos de estudio mencionados anteriormente. Es importante mencionar que la resistencia térmica equivalente,  $R_{TE}$ , para los tres casos de estudio fue la misma,  $0.1875 \text{ m}^2 \text{ K W}^{-1}$  para la azotea convencional y  $0.3750 \text{ m}^2 \text{ K W}^{-1}$  para la azotea verde. Es evidente, que la adición de capas a la envolvente convencional aumenta el valor de la resistencia térmica equivalente, esto puede representar un ahorro de energía en la edificación por climatización como se muestra a continuación.

### 5.1. Oaxaca

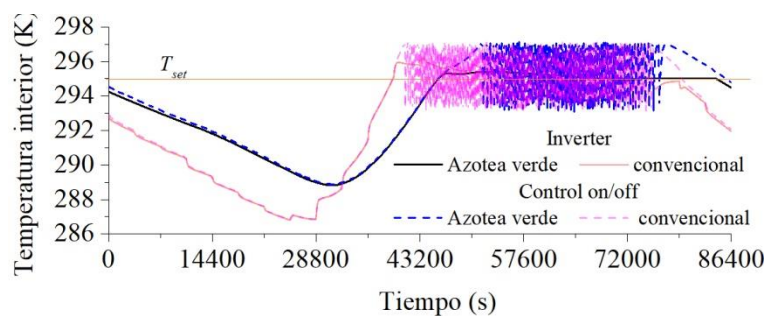
En la **Tabla 5.1** se enlistan los valores de los índices de rendimiento térmico empleados para evaluar el comportamiento de la azotea verde y la azotea convencional. Como se puede ver, el factor de disminución equivalente,  $f$ , tiene valores menores para la azotea verde durante los 7 días en que se realiza el estudio, por lo cual, la edificación con azotea verde presenta una mayor resistencia a las fluctuaciones de las condiciones ambientales. Con respecto al factor de climatización,  $f_c$ , éste también presenta valores más bajos para la azotea verde, lo cual indica que se requiere menor cantidad de energía para climatizar la edificación con esta tecnología.

**Tabla 5.1.** Índices de rendimiento térmico para la azotea verde y la azotea convencional en el caso de Oaxaca.

Día	Verde		Convencional	
	$f$	$f_c$	$f$	$f_c$
1	0.313716	0.018151	0.522482	0.026348
2	0.313846	0.015288	0.532011	0.027789
3	0.296582	0.014121	0.514561	0.028159
4	0.289124	0.013906	0.506752	0.026492
5	0.233446	0.009896	0.480402	0.021131
6	0.262442	0.012526	0.516131	0.026058
7	0.262442	0.012526	0.350814	0.016684

En la **Figura 5.1** se muestra el comportamiento de la temperatura interior de la edificación para el día 3 en Oaxaca (día en que es mayor el consumo energético según la **Tabla 5.2**). Se

muestra que el sistema *inverter*, tanto con azotea verde como con azotea convencional, mantiene la temperatura interior de la edificación más cerca a la temperatura de confort térmico ( $T_{set}$ ), en comparación con el sistema de control on/off que presenta oscilaciones entre los 293 K y los 297 K. También se puede apreciar, para el sistema de control on/off que cuando se tiene una azotea convencional el tiempo que debe funcionar es mayor, la operación de equipo comienza poco antes de las 12:00 hrs y se detiene alrededor de las 21:00 hrs, en contraste con la azotea verde donde el funcionamiento del sistema de aire acondicionado comienza poco después de las 14:00 hrs y termina poco después de las 21:00 hrs, reduciéndose el tiempo de operación del aire acondicionado en 2 horas, aproximadamente; además con la azotea verde la frecuencia de los ciclos de encendido y apagado del aire acondicionado es menor.



**Figura 5.1.** Temperatura en el interior de la edificación para el día 3 de Oaxaca.

En la **Tabla 5.2** se presentan los resultados obtenidos, del consumo de energía por climatización, para la edificación con azotea verde y azotea convencional ubicada en Oaxaca con el empleo de un sistema de aire acondicionado con control on/off e *inverter*.

**Tabla 5.2.** Consumo de energía para climatización para las condiciones climáticas de Oaxaca (Wh/día)

Oaxaca	<i>Inverter</i>		on/off	
	techo		techo	
día	verde	convencional	verde	convencional
1	422.6	3580.1	172.7	3363.1
2	1010.5	5169.4	762.6	4958.7
3	1572.3	5977.4	1324.9	5797.9
4	1359.8	5394.7	1071.0	5175.3
5	866.4	4094.7	610.2	3888.1
6	1185.1	5044.8	971.4	4851.4
7	371.5	2508.2	86.3	2275.4

En la región de Oaxaca, el consumo de energía eléctrica por climatización en la edificación con sistema *inverter* y azotea verde es en promedio de 970 Wh/día, mientras que para la edificación con azotea convencional es de 4,538 Wh/día. Por lo tanto, para este caso el ahorro promedio de energía eléctrica es de 3,568 Wh/día. Estos resultados son congruentes con los valores obtenidos del factor de climatización.

Cuando se tiene un sistema de control on/off el consumo de energía promedio por climatización para la edificación con azotea verde es de 714 Wh/día, mientras que para la edificación con azotea convencional es de 4,329 Wh/día. Esto representa un ahorro de energía eléctrica promedio de 3,615 Wh/día.

Como se puede ver para este caso el sistema de aire acondicionado con control on/off tiene un menor consumo de energía que el sistema *inverter*; sin embargo, con el sistema con control on/off la temperatura al interior de la edificación se encuentra fluctuando en un intervalo más amplio de temperatura, por la condición establecida en la [Ec. \(3.35\)](#), disminuyendo el confort térmico de sus ocupantes.

En la **Tabla 5.3** se ajusta el control del sistema de aire acondicionado on/off para determinar el efecto que tiene sobre el consumo energético del equipo de aire acondicionado. Para este caso

$$\begin{aligned}
 T_{in} &> 296.15 \text{ K} \rightarrow \text{on} \\
 T_{in} &< 294.15 \text{ K} \rightarrow \text{off}
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

**Tabla 5.3.** Consumo de energía eléctrica del sistema de aire acondicionado con control on/off ajustado para Oaxaca.

Día	Verde (Wh/día)	Convencional (Wh/día)
1	347.7	3507.4
2	923.6	5086.3
3	1484.4	5902.2
4	1270.1	5309.9
5	761.8	4009.1
6	1141.4	4966.5
7	287.0	2420.1

Como se puede ver, comparando las **Tablas 5.1** y **5.2**, el consumo de energía debido a climatización continúa siendo mayor con el sistema *inverter* aun después de ajustar el sistema de control on/off.

## 5.2 Culiacán

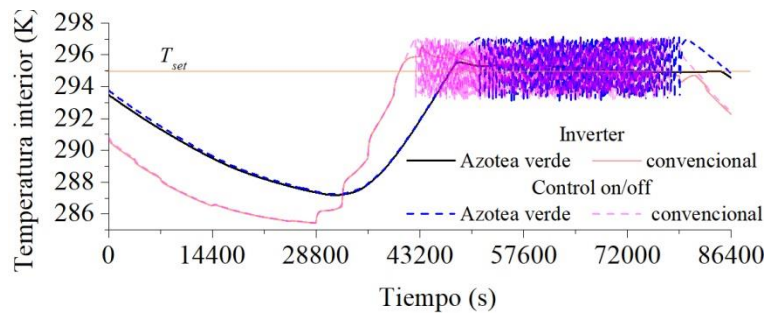
La **Tabla 5.4** enlista los valores del índice de rendimiento térmico obtenidos para evaluar el comportamiento térmico de las azoteas verdes y las azoteas convencionales ubicadas en Culiacán. Se puede observar que el valor del factor de disminución equivalente,  $f$ , de las azoteas verdes es menor durante los 7 días en que se realizó el estudio, por lo tanto, las edificaciones con azoteas verdes son más resistentes a las fluctuaciones de las condiciones ambientales. En cuanto al factor de climatización,  $f_c$ , en la azotea verde también es menor, por lo cual se requiere de menos energía para climatizar edificios usando esta tecnología.

En la **Figura 5.2** se muestra el comportamiento de la temperatura interior de la edificación para el día 7 en Culiacán (día en que es mayor el consumo energético según la **Tabla 5.5**). Se observa que en el sistema *inverter* las azoteas estudiadas presentan temperaturas en el interior de la edificación muy cercanas a la de confort térmico ( $T_{set}$ ), en cuanto al sistema de control on/off la temperatura interior presenta oscilaciones entre los 293 K y 297 K, además de que con un sistema de azotea convencional el tiempo de trabajo es mayor ya que inicia su operación alrededor de las 12:00 hrs y termina cerca de las 22:00 hrs. Mientras que con la azotea verde el tiempo es menor, iniciando la operación del sistema de aire acondicionado poco después de las 14:00 hrs, y concluyendo alrededor de las 22:00 hrs,

reduciendo su tiempo de operación en dos horas aproximadamente, además de tener una menor frecuencia de encendido y apagado.

**Tabla 5.4.** Índices de rendimiento térmico para la azotea verde y la azotea convencional en el caso de Culiacán.

Día	Verde		Convencional	
	$f$	$f_c$	$f$	$f_c$
1	0.304074	0.013771	0.520167	0.027966
2	0.272228	0.014533	0.541491	0.029971
3	0.259979	0.013083	0.463883	0.026241
4	0.276289	0.013265	0.490701	0.025115
5	0.303059	0.013579	0.528821	0.029462
6	0.267230	0.012601	0.495635	0.025957
7	0.335752	0.016253	0.555641	0.032773



**Figura 5.2.** Temperatura en el interior de la edificación para el día 7 de Culiacán.

En la **Tabla 5.5** se muestran los resultados del consumo de energía por climatización para Culiacán. El consumo de energía promedio para la edificación con azotea verde y sistema de aire acondicionado con control *inverter* es 1,407 Wh/día, mientras que para la edificación con azotea convencional es 5,670 Wh/día. Lo que representa un ahorro de energía de 4,263 Wh/día, debido a la implementación de la azotea verde.

El consumo de energía promedio para la edificación con azotea verde y sistema de aire acondicionado con control *on/off* es 1,170 Wh/día, mientras que para la edificación con azotea convencional es de 5,499 Wh/día. Lo que representa un ahorro de energía, debido a la implementación de la azotea verde, de 4,328 Wh/día.



Estos resultados son congruentes con los valores obtenidos del factor de climatización reportados en la **Tabla 5.4**.

Al igual que en el caso anterior, se puede ver que se tiene un menor consumo de energía con el sistema de control on/off.

**Tabla 5.5.** Consumo de energía para climatización para las condiciones climáticas de Culiacán (Wh/día).

Culiacán día	<i>Inverter</i>		on/off	
	verde	convencional	verde	convencional
1	1216.8	5305.8	962.5	5136.0
2	1264.4	5743.6	1051.1	5565.8
3	1249.6	5197.9	1003.3	5033.9
4	1256.6	5069.4	998.9	4855.3
5	1747.5	6316.6	1524.8	6147.6
6	1192.8	5035.1	940.7	4865.0
7	1921.4	7021.2	1709.9	6886.8

En la **Tabla 5.6** se ajusta el control del sistema de aire acondicionado on/off, según la **Ec. (5.1)**, para determinar el efecto que tiene sobre el consumo energético del equipo de aire acondicionado. Al comparar los valores de la **Tabla 5.4** con los obtenidos en la **Tabla 5.3** para el sistema *inverter* se puede ver que el consumo de energía eléctrica es un poco mayor con el sistema *inverter*.

**Tabla 5.6.** Consumo de energía eléctrica del sistema de aire acondicionado con control on/off ajustado para Culiacán.

Día	Verde (Wh/día)	Convencional (Wh/día)
1	1139.4	5235.2
2	1196.2	5682.1
3	1156.2	5118.9
4	1156.2	4978.2
5	1616.6	6252.2
6	1071.0	4973.1
7	1851.5	6960.3

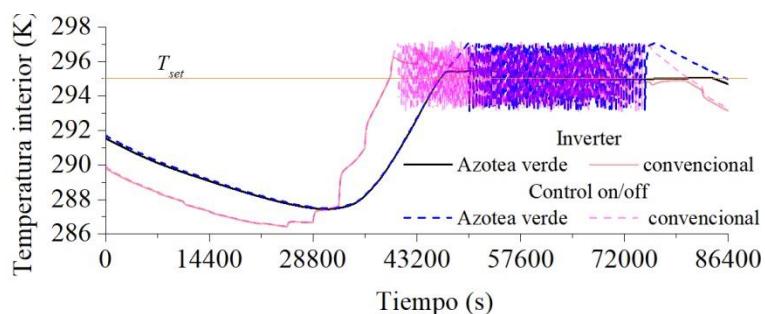
### 5.3 Monterrey

En la **Tabla 5.7** se enlistan los valores de los índices de desempeño térmico utilizados para evaluar el desempeño de las azoteas verdes y las convencionales. Se puede observar que el valor del factor de reducción equivalente,  $f$ , para las azoteas verdes es menor durante los 7 días de realización del estudio, por lo cual, las edificaciones con azoteas verdes son más resistentes a las fluctuaciones de las condiciones ambientales. En cuanto al factor de climatización,  $f_c$ , también es menor en las azoteas verdes, por lo que se requiere menos energía para climatizar edificios con esta tecnología.

**Tabla 5.7.** Índices de rendimiento térmico para la azotea verde y la azotea convencional en el caso de Culiacán.

Día	Verde		Convencional	
	$f$	$f_c$	$f$	$f_c$
1	0.200306	0.024117	0.510951	0.024825
2	0.330403	0.018407	0.496143	0.021530
3	0.289870	0.013474	0.522546	0.024207
4	0.300036	0.014623	0.538923	0.027573
5	0.188530	0.009031	0.506416	0.020788
6	0.280442	0.012562	0.527947	0.023613
7	0.242673	0.016795	0.490994	0.021683

En la **Figura 5.3** se muestra el comportamiento de la temperatura en el interior de la edificación para el día 4 en la ciudad de Monterrey (día en que es mayor el consumo energético según la **Tabla 5.8**), se observa en el sistema de control on/off que cuando hay un techo convencional trabaja más tiempo el equipo de aire acondicionado ya que inicia su operación alrededor de las 11:00 hrs y se detiene alrededor de las 21:00 hrs. El uso de aire acondicionado se reduce cuando se tiene una azotea verde ya que comienza a funcionar poco antes de las 14:00 hrs y finaliza después de las 21:00 hrs, lo que reduce el tiempo de funcionamiento del sistema de aire acondicionado en 3 horas, aproximadamente. En cambio, para el sistema *inverter* la amplitud de las oscilaciones de la temperatura interior es menor y muestra que la temperatura del interior de la edificación para una azotea verde es más cercana a la de confort térmico.



**Figura 5.3.** Temperatura en el interior de la edificación para el día 4 de Monterrey.

En la **Tabla 5.8** se presentan los resultados, del consumo de energía por climatización, obtenidos para Monterrey. El consumo promedio de energía para la edificación con aire acondicionado con sistema de control *inverter* y azotea verde es 542 Wh/día, mientras que para la edificación con azotea convencional es de 3,213 Wh/día. Lo que representa un ahorro de energía de 2,670 Wh/día, debido a la implementación de la azotea verde.

El consumo de energía para la edificación con sistema de aire acondicionado con sistema de control on/off y azotea verde es de 402 Wh/día, mientras que para la edificación con azotea convencional es 3,017 Wh/día. Lo que representa un ahorro de energía de 2,615 Wh/día, debido a la implementación de la azotea verde.

Al igual que en los casos anteriores se puede ver que se tiene un menor consumo de energía debido a climatización cuando se tiene un sistema de control on/off.

**Tabla 5.8.** Consumo de energía para climatización para las condiciones climáticas de Monterrey (Wh/día)

Monterrey	<i>Inverter</i>		on/off	
	techo		techo	
día	verde	convencional	verde	convencional
1	0.0	1207.2	0.0	992.0
2	0.0	1249.9	0.0	1029.0
3	508.3	3803.7	307.2	3624.8
4	1822.0	6440.7	1583.6	6260.3
5	875.6	3789.3	675.1	3598.8
6	454.9	3440.1	246.9	3262.8
7	136.2	2561.6	0.0	2350.4

Al comparar los valores de la edificación con sistema de aire acondicionado *inverter* reportados en la **Tabla 5.8** con los valores de la **Tabla 5.9** se puede ver que el consumo de energía destinado a climatización es casi el mismo para el sistema *inverter* y para el sistema on/off ajustado.

**Tabla 5.9.** Consumo de energía eléctrica del sistema de aire acondicionado con control on/off ajustado para Monterrey.

Día	Verde	Convencional
1	0.0	1137.5
2	0.0	1183.8
3	621.1	3725.9
4	1889.2	6363.0
5	802.7	3719.7
6	458.1	3370.1
7	126.0	2481.5

Estos resultados muestran que la implementación de una azotea verde en las regiones estudiadas (Oaxaca 17.00222 -96.72111, Culiacán 24.63472 -107.44083 y Monterrey 25.68277 -100.27166) contribuyen a alcanzar las condiciones de confort térmico en el interior de la edificación y reducen de manera significativa el consumo de energía eléctrica destinada a la climatización.

Los resultados también muestran que el consumo de energía es mayor para los equipos de aire acondicionado tipo *inverter*, estos resultados se mantienen aun ajustando el rango de temperatura de operación del equipo con control on/off. Estos resultados contrastan con las características anunciadas por los fabricantes de equipos de aire acondicionado con tecnología *inverter*. Por lo cual, sería interesante realizar un estudio experimental comparando ambas tecnologías bajo diferentes condiciones de operación. Una ventaja de los sistemas *inverter* es que son capaces de ajustar mejor la temperatura del interior de la edificación a la temperatura de confort térmico.

Los resultados muestran que implementar una cubierta verde en el techo de una edificación aumenta el aislamiento térmico de esta envolvente del edificio pasando el valor de la resistencia térmica equivalente de  $0.1875 \text{ m}^2 \text{ K W}^{-1}$ , para la azotea convencional, a  $0.3750 \text{ m}^2 \text{ K W}^{-1}$ , para la azotea verde. Esto se ve reflejado y es congruente con el valor del factor

de disminución equivalente obtenido para los tres casos de estudio. Para Oaxaca el valor promedio del factor de disminución equivalente fue de 0.49 para la azotea convencional y de 0.28 para la azotea verde; mientras que para Culiacán fue de 0.51 para la azotea convencional y 0.28 para la azotea verde; para Monterrey se tuvieron las mismas tendencias del valor del factor de disminución equivalente, obteniendo 0.51 para la azotea convencional y 0.26 para la azotea verde. Estos resultados muestran que la implementación de la azotea verde mejora la resistencia de la edificación a las variaciones de las condiciones ambientales.

En este trabajo se propone el uso del factor de climatización para comparar el consumo de energía por climatización en la edificación con azotea convencional y con azotea verde. Este factor puede ser útil si no se desea modelar el sistema de aire acondicionado y puede emplearse para comparar otras tecnologías pasivas de refrigeración. Los valores promedio del factor de climatización para Oaxaca son 0.025 y 0.014 para la azotea convencional y la azotea verde, respectivamente; un menor valor del factor de climatización indica que se requiere de una menor cantidad de energía para alcanzar el confort térmico. Para Culiacán se tienen resultados con la misma tendencia, los valores del factor promedio de climatización son 0.028 y 0.014 para la azotea convencional y la azotea verde, respectivamente. Los valores del factor promedio de climatización para Monterrey son 0.023 y 0.016 para la azotea verde y la azotea convencional, respectivamente. Estos resultados indican que el consumo de energía por climatización, en todos los casos de estudio, debe de ser menor para las edificaciones con azotea verde. Para comprobar lo anterior se modelaron dos sistemas de aire acondicionado, uno con control on/off y otro tipo *inverter*, para evaluar el consumo energético debido a su operación. En todos los casos de estudio el consumo de energía fue mayor para las edificaciones con azotea convencional.

## Conclusiones

En este trabajo se presentó una comparación del desempeño térmico de una edificación con techo convencional y una edificación con las mismas características, pero con azotea verde. Para realizar el estudio se desarrolló un modelo matemático de transferencia de calor para las envolventes de la edificación, también se desarrolló un modelo matemático de transferencia de calor para las capas que forman la azotea verde. Estos modelos fueron acoplados a un balance de energía para el interior de la edificación, el cual contempla el uso de aire acondicionado. En el estudio también se compara el consumo de energía por climatización empleando un sistema con control convencional, es decir on/off y un sistema de control PID también llamado sistema *inverter*.

Al comparar los consumos de energía en cada una de las edificaciones observamos que en todos los casos aquellas que cuentan con azoteas verdes tienen un menor consumo energético, afirmando que es una estrategia con la cual podemos mejorar el cambio climático en las ciudades.

La resistencia térmica equivalente  $R_{TE}$ , fue de  $0.1875 \text{ m}^2 \text{ K W}^{-1}$  para la azotea convencional y  $0.3750 \text{ m}^2 \text{ K W}^{-1}$  para la azotea verde, estos para los 3 caso de estudio.

Para los índices de rendimiento térmico el sistema *inverter* mantiene la temperatura interior de la edificación más cercana a la temperatura de confort térmico. Para un sistema de aire acondicionado on/off la temperatura de confort se encuentra fluctuando durante intervalos pero el gasto de consumo energético es menor.

Los resultados mostraron para los tres casos de estudio que el sistema *inverter* tanto en una azotea verde como en una azotea convencional el gasto energético es mayor.

Con un ajuste de control del sistema de aire acondicionado el consumo de energía debido a la climatización sigue siendo mayor en un sistema de aire acondicionado con sistema *inverter* a un sistema on/off.

Así como los techos verdes pueden ayudar a disminuir el uso de energía para climatización en el verano, podrían aumentar el consumo de energía para calefacción durante el invierno. Esto se tiene que investigar con mayor intensidad en un trabajo futuro.

# Apéndice 1. Código en Python

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

##### Propiedades de aire
#####

def propiedades(t):
    Pr=2.27795-0.03532*t+(3.0369E-4)*t**2+(-1.24095E-6)*t**3+(2.43578E-9)*t**4+(-
1.85632E-12)*t**5
    k=0.00387+7.67E-05*t+-1.33E-08*t**2
    cp=960.625234197808+0.154573092247631*t
    rho=0.000232152997406614+352.780287653039*(1/t)
    miu=(-7.86858E-7)+(8.9293E-8)*t+(-1.05293E-10)*t**2+(7.58869E-14)*t**3
    return Pr,k,cp,rho,miu

def Re(rhoa,vel,Lo,miua):
    Re=(rhoa*vel*Lo)/miua
    return Re

def Nu(Pra,Rea):
    Nu=0.3387*(Pra**0.3333)*Rea**(0.5)/((1+(0.0468/Pra)**0.6667)**0.25)
    return Nu

def qcv(Nua,ka,Lo,tfrontera,ta):
    hout=Nua*ka/Lo
    qcv=hout*(tfrontera-ta)
    return qcv

def propiedadeseff(rho1,rho2,cp1,cp2,k1,k2,alphaeff): #green
    rhocp = rho1*cp1*(1-alphaeff)+rho2*cp2*alphaeff
    k=k1*(1-alphaeff)+k2*alphaeff
    return rhocp,k

#####
#####

##### Dimensiones del cuarto
#####
Lo=4.0 #m          longitud del cuarto
al=3.0 #m          altura
A=Lo**2 #m2
vol = al*A #m3
```

```

L=0.3 #m          espesor del techo total. Ya incluida la capa verde, la capa
de sustrato y el concreto
deltax=0.03 #m
n=L/deltax+1      #numero de nodos
n=int(n)
#print (n)

##### Lectura de datos
#####
archivo=open('coahuila144-187.txt','r')
grad=[0.]*24
for hora in range(24):
    grad[hora]=float(archivo.readline()) #W/m2    radiacion solar para el techo
gradp=[0.]*24
for hora in range(24):
    gradp[hora]=float(archivo.readline()) #W/m2    radiacion solar para las
paredes
tamb=[0.]*24
for hora in range (24):
    tamb[hora]=float(archivo.readline()) #K    temperatura ambiente
velv=[0]*24
for hora in range (24):
    velv[hora]=float(archivo.readline()) #m/s    velocidad del viento
temp=[0.]*n
for nodo in range(n):
    temp[nodo]=float(archivo.readline()) #K    temperatura del techo
tpr=[0.]*n
for nodo in range(n):
    tpr[nodo]=float(archivo.readline()) #K    temperatura de la pared que recibe
radiacion en la mañana
tsr=[0.]*n
for nodo in range(n):
    tsr[nodo]=float(archivo.readline()) #K    temperatura de la pared que no
recibe radiacion
tsrc=[0.]*n
for nodo in range(n):
    tsrc[nodo]=float(archivo.readline()) #K    temperatura de la pared que recibe
radiacion en la tarde
tin=float(archivo.readline()) #K    temperatura interior
archivo.close()

gradh=max(grad)

```



```

contador = 0
while grad[contador] != gradh:
    contador=contador+1

#Para el calculo de la evapotranspiracion
tmax=max(tamb)
tmin=min(tamb)
tmedia=tmax-tmin
#tmedia=tmedia

#propiedades del concreto
rhoc=1800. #kg/m3
kc=0.80 #W/mK
cpc=840 #J/kgK

#propiedades del aire
rhoa=1.184 #kg/m3
ka=0.02551 #W/mK
cpa=1007. #J/kgK

#propiedades de la planta    green
rhop=582.0    #checar
cpp=4800.0 #J/kgK
kp=0.5    #W/m2K
alphaa=0.53

#propiedades de la tierra    green
rhot=1200.0 #kg/m3
cpt=840.0 #J/kgK
kt=1.0    #W/mK

#propiedades del agua    green
rhoag=1000.0 #kg/m3
cpag=4186.0 #J/kgK
kag=0.58 #W/mK
alphaag=0.26

l=2430000.0

#llamado de las propiedades efectivas    green
rhocpcv, kcv=propiedadeseff (rhop, rhoa, cpp, cpa, kp, ka, alphaa)    #capa verde

```

```

rhocpcs,kcs=propiedadeseff (rhot, rhoag, cpt, cpag, kt, kag, alphaag)      #capa de
sustrato
#rocpint,kint=propiedades (rot, roai, cpt, cpai, kt, kai, alfaint)

#constante de stefan boltzmann
sig=5.67e-8 #W/m2K4

#calculo de beta techo
alpha=kc/(rhoc*cpc)
deltat=1.0 #s
betac=alpha*deltat/(deltax**2)

#calculo de beta para las plantas      green
alphacv=kcv/rhocpcv
betacv=alphacv*deltat/(deltax**2)
#calculo de beta para el sustrato green
alphacs=kcs/rhocpcs
betacs=alphacs*deltat/(deltax**2)

#####Condiciones iniciales
tsim=60. *60.*1. #s                ##### Tiempo de simulacion
#####
time=0. #s

tsky=273.15+10 #K
#Declaracion de los arreglos de la temperatura futura
tempf=[0.]*n
tprf=[0.]*n
tsrf=[0.]*n
tsrcf=[0.]*n

h=5. #W/m2K para el interior del cuarto

#techo
emic=1.0          #emisividad del concreto
alphac=0.85      #absortividad del concreto
#pared con radiación
alphapr=0.5      #absortividad de la pared
epr=0.15         #m          espesor de la pared
#deltax para la pared
deltaxp=epr/(n-1)      #m
betap=alpha*deltat/(deltaxp**2)      #beta para la pared

```

```
Ap=Lo*al
```

```
#####aire acondicionado#####
```

```
tconsumo=0
```

```
Qrefri=0.0
```

```
errp=0.0
```

```
tset=295.15
```

```
time_vs_tin=open('time_vs_tin.txt','w')
```

```
timp=0
```

```
Qtotal=0.0
```

```
tin=[0.0]*24
```

```
horav=[0.0]*24
```

```
print('hora tplanta tsustrato ttecho tprad tpsrad tsrcon tin')
```

```
for hora in range (24):
```

```
    time=0.0
```

```
    qsri=qrad[hora]
```

```
    qsrip=qradp[hora]
```

```
    ta=tamb[hora]
```

```
    vel=velv[hora]
```

```
    if vel > 5:
```

```
        vel=5.
```

```
    #asignacion de nodos a la capa verde y la capa de sustrato
```

```
    tge=temp[0]
```

```
    tgs=temp[2]
```

```
    tse=temp[3]
```

```
    tss=temp[5]
```

```
    tce=temp[6]
```

```
    suma=0.0
```

```
    #calculando temperaturas promedio
```

```
    tplanta=(temp[0]+temp[1]+temp[2])/3
```

```
    tsustrato=(temp[3]+temp[4]+temp[5])/3
```

```
    ttecho=(temp[6]+temp[7]+temp[8]+temp[9]+temp[10])/5
```

```
    suma=0.0
```

```
    for j in range(n):
```

```
        suma=suma+tpr[j]
```

```
    tprad=suma/n
```

```

suma=0.0
for j in range(n):
    suma=suma+tsr[j]
tpsrad=suma/n

suma=0.0
for j in range(n):
    suma=suma+tsrc[j]
tsrcon=suma/n

print(hora,tplanta,tsustrato,ttecho,tprad,tpsrad,tsrcon,tin)
#print(temp[0],temp[n-1])
#print(tplanta-273.15)
while time < tsim:
    i=0
    errp=tin-tset
    while i <= n-1:
        #seleccion del valor de beta para el material green
        if i <=2:
            beta=betacv
        elif i>2 and i<=5:
            beta=betacs
        else:
            beta=betac
        #####
        if i == 0:
            #####
            # Techo
Green Roof
            #####
            #conveccion
            qcv=(5.7+3.8*vel)*(temp[i]-ta) #green
            #radiacion techo
            qsrt=alphac*qsri
            #emision techo
            #qemt=emic*sig*(temp[i]**4-tsky**4)
            qemt=emic*sig*(temp[i]**4-(ta-15)**4)
            #evapotranspiracion
            ret=5.2189874955193E-07*0.0023*qsri*(ta-273.15+17.8)*tmedia**0.5
#se ajusta mejor Hargreaves (1985)
            qet=ret*1

```

```

#fotosintesis
qps=0.16*qet
#fuentes
fuentest=qsrt-qemt-qcvt-qet-qps
tempf[i]=temp[i]+deltax*fuentest/kp
#####
#####                                Pared con radiacion
#####
#conveccion
tf=(tpr[i]+ta)/2
Pra,ka,cpa,rhoa,miua=propiedades(tf)
Rea=Re(rhoa,vel,Lo,miua)
Nua=Nu(Pra,Rea)
tfrontera=tpr[i]
qcvpr=qcv(Nua,ka,Lo,tfrontera,ta)
#qcvpr=0.0
#radiacion pared
qsrpr=alphapr*qsrip
if hora >=contador:
    qsrpr=0.0
#emision pared
qempr=emic*sig*(tpr[0]**4-ta**4)
#fuentes
fuentepr=qsrpr-qempr-qcvpr
#tprf[i]=tpr[i]+deltat*fuentespr/(epr*rhoc*cpc) #temperatura para
la pared que recibe radiacion
tprf[i]=tpr[i]+deltax*fuentespr/kc
#####
#####                                Pared sin radiacion
#####
#conveccion pared SIN radiacion
tf=(tsr[i]+ta)/2
Pra,ka,cpa,rhoa,miua=propiedades(tf)
Rea=Re(rhoa,vel,Lo,miua)
Nua=Nu(Pra,Rea)
tfrontera=tsr[i]
qcvsr=qcv(Nua,ka,Lo,tfrontera,ta)
#emision pared SIN radiacion
qemsr=emic*sig*(tsr[i]**4-ta**4)
#fuentes pared SIN radiacion
fuentesr=-qemsr-qcvsr
#calculo de temperatura para la pared SIN radiacion

```

```

#tsrf[i]=tsr[i]+deltat*fuentesr/(epr*rhoc*cpc)
tsrf[i]=tsr[i]+deltaxp*fuentesr/kc
#####
##### Pared con radiacion (opuesta)
#####
tf=(tsrc[i]+ta)/2
Pra,ka,cpa,rhoa,miua=propiedades(tf)
Rea=Re(rhoa,vel,Lo,miua)
Nua=Nu(Pra,Rea)
tfrontera=tsrc[i]
qcvpsrc=qcv(Nua,ka,Lo,tfrontera,ta)
qsrsrc=alphapr*qsrip
if hora <= contador:
    qsrsrc=0.0
qemsrc=emic*sig*(tsrc[i]**4-ta**4)
fuentesrc=qsrsrc-qemsrc-qcvpsrc
#calculo de temperatura para la pared SIN radiacion
#tsrcf[i]=tsrc[i]+deltat*fuentesrc/(epr*rhoc*cpc)
tsrcf[i]=tsrc[i]+deltaxp*fuentesrc/kc
elif i >0 and i < n-1:
    tempf[i]=temp[i]+beta*(temp[i+1]-2*temp[i]+temp[i-1]) #techo
    tprf[i]=tpr[i]+betap*(tpr[i+1]-2*tpr[i]+tpr[i-1])
#pared con radiacion
    tsrf[i]=tsr[i]+betap*(tsr[i+1]-2*tsr[i]+tsr[i-1])
#pared sin radiacion
    tsrcf[i]=tsrc[i]+betap*(tsrc[i+1]-2*tsrc[i]+tsrc[i-1])
#pared sin radiacion ni conveccion
else:
    tempf[i]=(deltax*h*tin+kc*tempf[i-1])/(deltax*h+kc) #convección
    tprf[i]=(deltaxp*h*tin+kc*tprf[i-1])/(deltaxp*h+kc) #pared
con radiacion
    tsrf[i]=(deltaxp*h*tin+kc*tsrf[i-1])/(deltaxp*h+kc) #pared
sin radiacion
    tsrcf[i]=(deltaxp*h*tin+kc*tsrcf[i-1])/(deltaxp*h+kc) #pared sin
radiacion ni conveccion
    i=i+1
    time=time+deltat
    timp=timp+1
#Actualizacion de las temperaturas
    temp=tempf #techo
    tpr=tprf #pared con
radiacion

```

```

        tsr=tsrf                                                    #pared
sin radiacion
        tsrc=tsrcf
        #calculo del calor transferido al interior del cuarto
        flux=-kc*(temp[n-1]-temp[n-2])/deltax                    #techo
        fluxp=-kc*(tpr[n-1]-tpr[n-2])/deltaxp                    #pared con radiacion
        fluxsr=-kc*(tsr[n-1]-tsr[n-2])/deltaxp                   #pared sin radiacion
        fluxsrc=-kc*(tsrc[n-1]-tsrc[n-2])/deltaxp                #pared sin
radiacion ni conveccion

        #aire acondicionado refrigeracion #####
        error=tin-tset
        kpro=0.5
        kdif=0.1 #error diferencial
        kint=0.5
        errrint=(error+errp)/2*deltat
        errdif=(error-errp)/deltat #error diferencial
        cont=kpro*error
        Qrefri=Qrefri+cont+kdif*errdif+kint*errdif

        if Qrefri<0.0:
            Qrefri=0.0
        elif Qrefri>7000:
            Qrefri=7000.
        #airec=Qrefri

        #####
        #airec=7000.0
        #if tin >297.15:
        #    Qrefri=7000.000
        #if tin <293.15:
        #    Qrefri=0.0
        #if abs(Qrefri-7000.0)<1:
        #    tconsumo=tconsumo+1
        Qtotal=Qtotal+Qrefri*deltat

        #aire acondicionado refrigeracion #####

        Q=A*flux+Ap*fluxp+2*Ap*fluxsr+Ap*fluxsrc-Qrefri        #calor transferido al
interior del cuarto

```

```

        Pra,ka,cpa,rhoa,miua=propiedades(tin)           #propiedades el aire en el
interior
        tin = tin + deltat*Q/(vol*rhoa*cpa)           #temperatura interior
        if timp == 30:
            print(time,tin,file=time_vs_tin)
            timp = 0

        Rtecho=(temp[0]-temp[n-1])/flux
        Rtechol=(tamb[hora]-tin)/flux
        #print(Rtecho,Rtechol)

        tinv[hora]=tin
        horav[hora]=hora

#aire acondicionado refrigeracion #####
COP=5.0
#eec=(airec/COP)*(tconsumo/3600)           #energía consumida por el aire
acondicionado en Wh
eec2=Qttotal/(COP*3600)
#print('la energía consumida por el aire es',eec,'Wh')
print('la energía consumida por el aire es',eec2,'Wh')
time_vs_tin.close()

plt.plot(horav,tinv)
plt.title('verde')
plt.xlabel('hora')
plt.ylabel('temperatura interior')
plt.show()

##### Foto #####
entrada=open('Resultados.txt','w')

for hora in range(24):
    print(grad[hora],file=entrada)
for hora in range(24):
    print(gradp[hora],file=entrada)
for hora in range(24):
    print(tamb[hora],file=entrada)
for hora in range(24):
    print(velv[hora],file=entrada)
for nodo in range(n):
    print(temp[nodo],file=entrada)

```



```
for nodo in range(n):
    print(tpr[nodo],file=entrada)
for nodo in range(n):
    print(tsr[nodo],file=entrada)
for nodo in range(n):
    print(tsrc[nodo],file=entrada)
print(tin,file=entrada)
entrada.close()

#####
#grafica=open('grafica.txt','w')
#for nodo in range(n):
#    print(nodo,temp[nodo],tpr[nodo],tsr[nodo],tsrc[nodo],file=grafica)
#grafica.close()
#####
```

## Bibliografia

- [1] L.F. Møller Francis, M. Bergen Jensen, Benefits of green roofs: A systematic review of the evidence for three ecosystem services, *Urban For. Urban Green*. 28 (2017) 167–176.
- [2] K. Vijayaraghavan, Green roofs: A critical review on the role of components, benefits, limitations and trends, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 57 (2016) 740–752.
- [3] P. Du, S.K. Arndt, C. Farrell, Is plant survival on green roofs related to their drought response, water use or climate of origin?, *Sci. Total Environ.* 667 (2019) 25–32.
- [4] A. Mohajerani, J. Bakaric, T. Jeffrey-Bailey, The urban heat island effect, its causes, and mitigation, with reference to the thermal properties of asphalt concrete, *J. Environ. Manage.* 197 (2017) 522–538.
- [5] J.C. Berndtsson, L. Bengtsson, K. Jinnob, Runoff water quality from intensive and extensive vegetated roofs, *Ecol. Eng.* 35 (2009) 369–380.
- [6] D. Suszanowicz, Model research on the influence of green roofs on environmental parameters in urban agglomerations, *E3S Web Conf.* 45 (2018).
- [7] S.J. Castiglia Feitosa, R. Wilkinson, Attenuating heat stress through green roof and green wall retrofit, *Build. Environ.* 140 (2018) 11–22.
- [8] C. Clark, P. Adriaens, B. Talbot, Green Roof Valuation: A Probabilistic Economic Analysis of Environmental Benefits, *Environ. Sci. Technol.* 42 (2008) 2155–2161.
- [9] T. V Renterghem, D. Botteldooren, Reducing the acoustical façade load from road traffic with green roofs, *Build. Environ.* 44 (2009) 1081–1087.
- [10] H. Rumble, P. Finch, A.C. Gange, Green roof soil organisms: Anthropogenic assemblages or natural communities?, *Appl. Soil Ecol.* 126 (2018) 11–20.
- [11] M. Tafazzoli, Investigating the Impacts of Green Roofs' Vegetation Properties on Their Function in Controlling Urban Runoffs, in: *Int. Low Impact Dev. Conf. 2018*, American Society of Civil Engineers, Reston, VA, 2018: pp. 176–183. <https://doi.org/10.1061/9780784481783.021>.
- [12] S. Cascone, F. Catania, A. Gagliano, G. Sciuto, A comprehensive study on green roof performance for retrofitting existing buildings, *Build. Environ.* 136 (2018).
- [13] I. Ziogou, A. Michopoulos, V. Voulgari, T. Zachariadis, Implementation of green roof technology in residential buildings and neighborhoods of Cyprus, *Sustain. Cities Soc.* 40 (2018) 233–243. <https://doi.org/10.1016/J.SCS.2018.04.007>.
- [14] N. Yaghoobian, J. Srebric, Influence of plant coverage on the total green roof energy balance and building energy consumption, *Energy Build.* 103 (2015) 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2015.05.052>.
- [15] S. Ulubeyli, V. Arslan, A. Kazaz, Comparative Life Cycle Costing Analysis of Green Roofs: The Regional Aspect, *Period. Eng. Nat. Sci.* 5 (2017). <https://doi.org/10.21533/pen.v5i2.94>.
- [16] I. Teotónio, C. Matos Silva, C. Oliveira Cruz, Eco-solutions for urban environments regeneration: The economic value of green roofs, *J. Clean. Prod.* 199 (2018) 121–135.
- [17] M. Tang, X. Zheng, Experimental study of the thermal performance of an extensive green roof on sunny summer days, *Appl. Energy.* 242 (2019) 1010–1021.
- [18] G. Kokogiannakis, J. Darkwa, K. Yuan, A combined experimental and simulation method for appraising the energy performance of green roofs in Ningbo's Chinese climate, *Build. Simul.* 7 (2014) 13–20. <https://doi.org/10.1007/s12273-013-0149-0>.

- [19] S. Vera, C. Pinto, P.C. Tabares–Velasco, W. Bustamante, A critical review of heat and mass transfer in vegetative roof models used in building energy and urban environment simulation tools, *Appl. Energy*. 232 (2018) 752–764.
- [20] Azoteas Verdes: Historia, (n.d.). <http://azoteasverdesporunmundomejor.blogspot.com/p/historia.html> (accessed January 19, 2021).
- [21] (c) Michael Probst Stuckmann netconstructions.de Mannheim, ZinCo Green Roof Systems, (n.d.).
- [22] “Cubiertas vegetales o Techos Verdes: trending topic en jardineria y paisajismo” - Naturblanch, (n.d.). <https://naturblanch.es/cubiertas-vegetales-techos-verdes-trending-topic-jardineria-paisajismo/> (accessed January 19, 2021).
- [23] Jardines en la terraza, a modo de inversión - Ideas para jardines y decoración, (n.d.). <https://decoracionyjardines.com/jardines-en-la-terraza-a-modo-de-inversion/1312> (accessed January 19, 2021).
- [24] D. Una Azotea Verde, M. Cristian Emmanuel González Reyes, UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO FACULTAD DE INGENIERÍA MANUAL PARA EL DISEÑO E INSTALACIÓN, n.d.
- [25] U. Berardi, The outdoor microclimate benefits and energy saving resulting from green roofs retrofits, *Energy Build.* 121 (2016) 217–229.
- [26] M.V. Sánchez Dominguez, E. González, D. Fabián, A. Salvo, M.S. Fenoglio, Arthropod diversity and ecological processes on green roofs in a semi-rural area of Argentina: Similarity to neighbor ground habitats and landscape effects, *Landsc. Urban Plan.* 199 (2020) 103816. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.landurbplan.2020.103816>.
- [27] L. Yao, Z. Wu, Y. Wang, S. Sun, W. Wei, Y. Xu, Does the spatial location of green roofs affects runoff mitigation in small urbanized catchments?, *J. Environ. Manage.* 268 (2020) 110707. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2020.110707>.
- [28] P. Bevilacqua, R. Bruno, N. Arcuri, Green roofs in a Mediterranean climate: energy performances based on in-situ experimental data, *Renew. Energy*. 152 (2020) 1414–1430. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2020.01.085>.
- [29] T. Susca, Green roofs to reduce building energy use? A review on key structural factors of green roofs and their effects on urban climate, *Build. Environ.* 162 (2019) 106273. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2019.106273>.
- [30] R. Martens, B. Bass, S. Saiz Alcazar, Roof–envelope ratio impact on green roof energy performance, *Urban Ecosyst.* 11 (2008) 399–408.
- [31] T. Liberalesso, C. Oliverira Cruz, C. Matos Silva, M. Manso, Green infrastructure and public policies: An international review of green roofs and green walls incentives, *Land Use Policy*. 96 (2020) 104693. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.landusepol.2020.104693>.
- [32] O. Saadatian, K. Sopian, E. Salleh, C.H. Lim, S. Riffat, E. Saadatian, A. Toudeshki, M.Y. Sulaiman, A review of energy aspects of green roofs, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 23 (2013) 155–168.
- [33] S.W. Churchill, H. Ozoe, Correlations for laminar forced convection in flow over an isothermal flat plate and in developing and fully developed flow in an isothermal tube, *J. Heat Transfer*. 95 (1973) 78–84.
- [34] S. Quezada-García, G. Espinosa-Paredes, M.A. Escobedo-Izquierdo, A. Vázquez-Rodríguez, R. Vázquez-Rodríguez, J.J. Ambriz-García, Heterogeneous model for

- heat transfer in Green Roof Systems, *Energy Build.* 139 (2017) 205–213.
- [35] A.B. Besir, E. Cuce, Green roofs and facades: A comprehensive review, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 82 (2018) 915–939.  
<https://doi.org/10.1016/J.RSER.2017.09.106>.
- [36] N. Gerzhova, J. Cote, P. Blanchet, C. Dagenais, S. Menard, A conceptual framework for modelling the thermal conductivity of dry green roof substrates, *BioResources.* 14 (2019) 8573–8599.
- [37] C. Feng, Q. Meng, Y. Zhang, Theoretical and experimental analysis of the energy balance of extensive green roofs, *Energy Build.* 42 (2010) 959–965.
- [38] S. Cascone, J. Coma, A. Gagliano, G. Pérez, The evapotranspiration process in green roofs: A review, *Build. Environ.* 147 (2019) 337–355.
- [39] G.H. Hargreaves, F. Asce, R.G. Allen, History and Evaluation of Hargreaves Evapotranspiration Equation, *J. Irrig. Drain. Eng.* 129 (2003) 53–63.  
<https://doi.org/10.1061/ASCE0733-94372003129:153>.
- [40] Q.L. Meng, Y. Zang, L. Zang, Measurement of the equivalent thermal resistance of rooftop lawns in a hot-climate wind tunnel, *J. Harbin Inst. Technol. (New Ser.* 13 (2006) 53–56.
- [41] Y. Cengel, M. Boles, *Termodinámica*, Mc Graw Hill, Mexico, 2003.