PROBLEMARIO DE "METODOS NUMERICOS"
III

CAPITULO III. Solución numérica de ecuaciones algebraicas y trascendentes.

Ing

En el presente capítulo se siguen las normas y características indicadas en la Introducción del Tema de Análisis Combinatorio y Teoría del Binomio (Capítulo I del problemario) por lo que aquí no se enuncian.

Este capítulo es delos más extensos, contiene del orden de 200 problemas.

Se incluyen algunos ejercicios cuya solución es totalmente algebraica donde se ilustran o recuerdan algunos artificios, ya que de esta manera en ocasiones se puede obtener la solución exacta sin necesidad de obtener una solución aproximada a través de un Método Numérico. Además, frecuentemente es necesario efectuar algunas transformaciones algebraicas para poder usar el Método Numérico o simplemente facilitar su aplicación.

Dada la importancia primordial de conocer el comportamiento de la función que se esta analizando antes de aplicar cualquier Método Numérico, se decidió incluir al inicio de este capítulo gráficas cualitativas de las funciones que se presentan con mayor frecuencia. Adicionalmente cada problema incluye al dibujo de la ecuación correspondiente.

El presente capítulo se clasificó, en primer término, de acuerdo con el tipo de solución que se pide, resultando problemas conceptuales, de resolución algebraica y de aplicación de los métodos numéricos. A su vez esta última parte se subdividió de acuerdo con el tipo de función (polinomios trigonométricas, etc.), y por último se ordenó según el método de solución empleado (Bisección, Newton-Raphson, etc.).

En la mayoría de los problemas el desarrollo se suspende al cumplir con la tolerancia indicada en el enunciado y adiconalmente

2..

se proporciona el valor de la o las raíces con mayor aproximación con la finalidad de que el alumno o el profesor tengan la libertad de continuar el proceso hasta la tolerancia que juzguen conveniente según sus propias necesidades.

Existen ecuaciones resueltas por dos o más métodos diferentes (en el índice aparecen como "Varios Métodos"), lo cual permite hacer análisis comparativos entre los mismos. Este análisis puede extenderse a los problemas que están resueltos por un sólo método y que el usuario los resuelva con otros procedimientos, incrementadnod así la flexibilidad y aplicación del presente trabajo.

Por otra parte, en diversos problemas se incluyen comentarios sobre las características de cada función y también acerca del comportamiento del Método.

Se solicita nuevamente la aportación de comentarios, problemas nuevos, errores detectados, etc., los cuales se agradecen de antemano y se les pide hacerlos llegar a la coordinación o a la asesoría de Métodos Numéricos, así como al cubículo D-7 de la División de Ciencias Básicas.

Se agradece al Ing. Moisés Arista Villafaña, Adriana González Acosta, Leticia Pérez Mercado, Alejandro Gómez Moctezuma, Roberto Hernández Guzmán y Martha Ruth Pineda Trujillo su inapreciable participación en los diversos aspectos en que colaboraron.

A t e n t a m e n t e

Adolfo Altamirano Meza

M. en I. Horacio Sandoval Rodríguez

PROBLEMARIO DE METODOS NUMERICOS

CAPÍTULO 3. "SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES ALGEBRAÍCAS Y TRASCENDENTES"

C O N T E N I D O

IV.2 Funciones con exponenciales y logaritmos. (62 problemas)

i) Método de Tanteos (4)

ii) Método de Bisección (4)

iii) Método de Interpolación Lineal (7)

iv) Método de la Secante (8)

v) Método de Aproximaciones Sucesivas (4)

vi) Método de Aproximaciones Sucesivas Modifacado (2)

vii) Método de Newton Raphson (11)

viii) Método de Newton Raphson 2do. Orden (2)

ix) Varios Métodos. (20)

IV.3 Mezcla de Funciones (Funciones Trigonométricas y Exponenciales y Logaritmos). (16 problemas)

i) Método de Tanteos (2)

ii) Método de Aproximaciones Sucesivas (1)

iii) Método de Aproximaciones Sucesivas Modificado (3)

iv) Método de Newton Raphson (7)

v) Método de Newton Raphson 2do. Orden (2)

vi) Varios Métodos (1)

Total 213

* Explique en qué consiste el método de interpolación lineal para el cálculo de raíces, cuando se aplica y en que casos puede fallar.

El método consiste en que, conocido un intervalo (X_0, X_1) donde se presume que hay una raíz [$f(x_0) < 0$, $f(x_1) > 0$ ó viceversa], se "traza una recta" con los extremos del intervalo y se obtiene X_2, que es el cruce de la recta con el eje "X". Mediante la formula

$$X_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0$$ obtenemos X_2 y evaluamos $f(x_2)$.

Definimos el intervalo en que quedo la raiz, en (x_0, X_2) ó en (X_2, X_1), volviendo a aplicar el metodo hasta llegar a la tolerancia deseada.

Se aplica cuando se conocen dos puntos y $f(x_0) \cdot f(x_1) < 0$.

Puede fallar cuando hay más de 1 raiz, o cuando hay discontinuidad (divergencia). de la funcion.

* Explique en que consiste el método de aproximaciones sucesivas, cuando se aplica y en que casos puede fallar.

El método consiste en incrementar en X en ambos miembros de la ecuación original, Tomar un valor inicial X_0 cercano a la raiz, y sustituirlo en la función aumentada, tomandolo directamente como argumento, se repite el procedimiento hasta lograr la tolerancia deseada.

Se aplica para cualquier caso aunque puede no converger.

El método falla cuando $|f(x)| < 1$, donde $f(x)$ es la función aumentada.

Explique la metodología a seguir para aplicar el método de Newton-Raphson.

a) Obtener la derivada de la función; si no existe, el método no es aplicable.

b) Valuar la función $[f(x_i)]$ y su derivada $[F'(x_i)]$ con un valor próximo a una raiz (x_i).

c) Sustituir los valores en $x_{i+1} = x_i - \frac{F(x_i)}{F'(x_i)}$

d) Con el nuevo valor (x_{i+1}) repetir los pasos b) a d) hasta que se cumpla la tolerancia predeterminada.

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing Horacio Sandoval Rodríguez

Explique en qué consiste el método de las secantes para el cálculo de raíces, cuándo se aplica y en qué casos puede fallar.

El método consiste en seleccionar un valor X_1 cercano a X_0 (donde X_0 es un valor cercano a la raíz), se evalua la funcion en X_1, se asume que $f(X_0) \cdot f(X_1) > 0$; o sea la raíz no esta en el intervalo $X_0 - X_1$.

Con la formula

$$X_2 = X_1 - y_1 \frac{X_0 - X_1}{y_0 - y_1} = \frac{X_1 y_0 - y_1 X_0}{y_0 - y_1}$$

se calcula una mejor aproximación a la raíz (X_2), valuandose para obtener $f(X_2) = y_2$ y se hace $X_1 = X_0$, $X_2 = X_1$ y se sustituyen los valores respectivos en la formula hasta cumplir con una tolerancia prefijada.

Este método se aplica cuando se conoce un sólo valor aproximado a la raiz, detectando solo raíces reales.

El método falla cuando cerca de la raíz hay un máximo o un mínimo.

Explique en qué consiste el método de Newton-Raphson para el cálculo de raíces. Cuándo se aplica y en que casos falla.

El metodo consiste en que dada una aproximacion X_i a la raíz, se traza una recta tangente $f'(X_i)$ a la funcion $f(x)$ (utilizando la primera derivada), se encuentra la interseccion de la recta con el eje "x" y éste sera el nuevo valor X_{i+1}. La formula de recurrencia es:

$$X_{i+1} = X_i - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

Repitiendose hasta cumplir con la tolerancia.

Se aplica cuando es posible determinar la primera derivada de la función.

Puede fallar o converger a otro valor si la raiz no es lo bastante cercana. Cuando la pendiente es muy ligera puede fallar. Tambien puede fallar si hay dos raices muy cercanas.

Adolfo Altamirano Meza
X. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Explique brevemente en que se basa el método de Lin, efectue deducciones de la fórmula que permite determinar los coeficientes del polinomio de grado n-2

El método se basa en que se puede obtener, de un polinomio $P(x)=0$ de grado "n" donde:

$$P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} + a_n \quad ----(I)$$

un factor cuadrático de la forma

$$x^2 + px + q \quad ----(II)$$

La formula para obtener el polinomio de grado n-2 se obtiene factorizando (II) de (I):

$$P(x) = (x^2 + px + q)(b_0 x^{n-2} + b_1 x^{n-3} + b_2 x^{n-4} + \dots + b_{n-3} x + b_{n-2}) + Rx + S \quad ----(III)$$

de donde $x^2 + px + q$ es un factor cuadrático si $R=0$ y $S=0$.

Igualando coeficientes de (I) y (III) obtenemos:

$$\begin{aligned}
b_0 &= a_0 \\
b_1 &= a_1 - p b_0 \\
b_2 &= a_2 - p b_1 - q b_0 \\
&\vdots \\
R &= a_{n-1} - p b_{n-2} - q b_{n-3} \\
S &= a_n - p b_{n-2}
\end{aligned}$$

En general

$$b_k = a_k - p b_{k-1} - q b_{k-2} \quad ; \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, (n-2)$$

$$b_{n-1} = b_n = 0$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver Analíticamente
$z z^* + 3(z + z^*) = 7$

Sea $z = a + bi$

$(a+bi)(a-bi) + 3(a+bi + a - bi) = 7$

$a^2 + b^2 + 6a = 7$

$b^2 = 7 - a^2 - 6a$

$b = \pm\sqrt{7 - a^2 - 6a}$

$\boxed{z_1 = a + \sqrt{7 - a^2 - 6a}\, i}$, $\boxed{z_2 = a - \sqrt{7 - a^2 - 6a}\, i}$

Resolver Analíticamente
$z z^* + 3(z + z^*) = 3i$

Sea $z = a + bi$

$(a+bi)(a-bi) + 3(a+bi + a - bi) = 3i$

$a^2 + b^2 + 6a = 3i$

$\boxed{\text{No existe solución}}$

Resolver Analíticamente
$\sqrt{13 + 4\sqrt{x-1}} = 5$

$13 + 4\sqrt{x-1} = 25$

$4\sqrt{x-1} = 12$

$\sqrt{x-1} = 3$

$x - 1 = 9$

$\boxed{x = 10}$

Ejemplo

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodriguez

Resolver Analíticamente

$$\sqrt{x+10} - \frac{6}{\sqrt{x+10}} = 5$$

$$x + 10 - 6 = 5\sqrt{x+10}$$

$$x + 4 = 5\sqrt{x+10}$$

$$(x+4)^2 = 5^2(x+10)$$

$$x^2 + 8x + 16 = 25(x+10)$$

$$x^2+8x+16 = 25x+250$$

$$x^2+8x+16-25x+250=0$$

$$x^2 - 17x - 234 = 0$$

Resolviendo la ec de segundo grado

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{289 + 936}}{2} = \frac{17 \pm 35}{2}$$

$$\boxed{x_1 = 26} \qquad \boxed{x_2 = -9}$$

Resolver Analíticamente

$$\log x - \log(x-9) = 1$$

$$\log \frac{x}{x-9} = 1$$

$$\frac{x}{x-9} = 10$$

$$x = 10x - 90$$

$$-9x = -90$$

$$\boxed{x = 10}$$

Adolfo Altamirano Maza
Mg. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver Analíticamente la Ecuación:

$$25^{3x-2} = 5^x$$

Aplicando logaritmo base 5 a ambos lados de la igualdad.

$$\log_5 (25^{3x-2}) = \log_5 (5^x)$$

$$2 \cdot (3x-2) = 1 \cdot (x)$$

$$6x - 4 = x$$

$$5x = 4$$

$$\boxed{x = \frac{4}{5}}$$

Resolver Analíticamente la ecuación:

$$\frac{(0.5)^{x+0.5}}{2\sqrt{2}} = (0.25)^{1+x}$$

$$2^{-3/2}(2^{-1})^{x+0.5} = (2^{-2})^{1+x}$$

$$2^{-3/2 - x - \frac{1}{2}} = 2^{-2-2x}$$

Obteniendo el $\log_2$ en ambos miembros de la igualdad

$$\log_2 (2^{-3/2 - x - \frac{1}{2}}) = \log_2 (2^{-2-2x})$$

$$-\frac{4}{2} - x = -2 - 2x$$

$$\boxed{x = 0}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Resolver Algebraicamente
$P(x) = 1.2741\ x^2 - 12.362\ x + 0.72483$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad a = 1.2741 \qquad b = -12.362 \qquad c = 0.72483$$

$$x_{1,2} = \frac{12.362 \pm \sqrt{152.819 - 3.6940}}{2.5482} = \frac{12.362 \pm 12.21168}{2.5484}$$

$x_1 = 9.64279$
$x_2 = 0.05899$

Resolver Algebraicamente $x^{2/3} + x^{1/3} - 6 = 0$

sea $u = x^{1/3}$

de donde $x^{2/3} + x^{1/3} - 6 = u^2 + u - 6 = 0$

$$u = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$u_1 = 2 \qquad u_2 = -3.$

Regresando el cambio de variable
para $u_1 = 2$

$2 = x^{1/3}$

Elevando al cubo

$2^3 = x$

$\boxed{8 = x_1}$

para $u_2 = -3$

$-3 = x^{1/3}$

$(-3)^3 = x$

$\boxed{-27 = x_2}$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Resolver Algebraicamente $\left(\sqrt{x} + \sqrt{x+1}\right)^2 - \sqrt{2x+1} = 0$

$$\left(\sqrt{x} + \sqrt{x+1}\right)^2 = \sqrt{2x+1}$$

Elevando al cuadrado

$$x + 2\sqrt{x}\sqrt{x+1} + x + 1 = 2x+1$$

$$2\sqrt{x}\sqrt{x+1} = 2x+1-2x-1$$

$$2\sqrt{x}\sqrt{x+1} = 0$$

Elevando al cuadrado

$$4x(x+1) = 0$$

$$x^2 + x = 0 \qquad 4x^2 + x = 0$$

$$(x)(x+1)$$

$$\boxed{x_1 = 0} \qquad x(4x+1)$$

$$x+1=0$$

$$\boxed{x_2 = -1}$$

Resolver algebraicamente $2^x\, 6^{(x-2)} = 5^{2x} \cdot 7^{(1-x)}$

Aplicando logaritmos

$$\ln 2^x + \ln 6^{(x-2)} = \ln 5^{2x} + \ln 7^{(1-x)}$$

$$x \ln 2 + (x-2) \ln 6 = 2x \ln 5 + (1-x) \ln 7$$

$$x \ln 2 + x \ln 6 - 2\ln 6 = 2x \ln 5 + \ln 7 - x \ln 7$$

$$x \ln 2 + x \ln 6 - 2x \ln 5 + x \ln 7 = 2\ln 6 + \ln 7$$

$$x(\ln 2 + \ln 6 - 2\ln 5 + \ln 7) = 2\ln 6 + \ln 7$$

$$x = \frac{2\ln 6 + \ln 7}{\ln 2 + \ln 6 - 2\ln 5 + \ln 7}$$

$$x = \frac{5.5294291}{1.211941}$$

$$\boxed{x = 4.5624575}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver utilizando solo Algebra

$$4^{2x-1} = 2^x$$

$$\log_2 (4^{2x-1}) = \log_2 (2^x)$$

$$(2x-1)\cdot 2 = x \cdot 1$$

$$4x-2 = x$$

$$3x = 2$$

$$\boxed{x = 2/3}$$

Resolver Algebraicamente

$$\frac{(0.125)^{x-0.5}}{2\sqrt{2}} = 8(0.25)^{1-x}$$

$$\frac{(2^{-3})^{x-0.5}}{2^{3/2}} = 8(2^{-2})^{1-x}$$

$$2^{-3x+1.5} = 2^3 \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{-2+2x}$$

$$2^{-3x} \cdot 2^{3/2} = 2^{9/2} \cdot 2^{-2}\, 2^{2x}$$

$$2^{-3x} \cdot 2^{3/2} = 2^{5/2} \cdot 2^{2x}$$

$$\frac{2^{-3x}}{2^{2x}} = \frac{2^{5/2}}{2^{3/2}}$$

$$2^{-5x} = 2$$

$$\log_2 (2^{-5x}) = \log_2 (2)$$

$$-5x = 1$$

$$\boxed{x = -\frac{1}{5}}$$

Adolfo Altamirano Meza
M.Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Resolver Algebraicamente para x:

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x+a} - \frac{2a}{x^2-a^2} = \frac{2x}{x+a}$$

Multiplicando por x^2-a^2

$$x+a + x-a - 2a = 2x(x-a)$$

$$2(x-a) = 2x(x-a)$$

$$2 = 2x$$

$$1 = x$$

$$\boxed{x = 1}$$

$$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} - \frac{2a}{1-a^2} = \frac{2(1)}{1+a}$$

$$\frac{(1+a)+(1-a)-2a}{(1-a)(1+a)}$$

$$\frac{2-2a}{1-a^2}$$

$$= \frac{2\cancel{(1-a)}}{\cancel{(1-a)}(1+a)}$$

$$= \boxed{\frac{2}{1+a}}$$

Resolver algebraicamente. $3^{(x-1)} = 2^x$

Aplicando logaritmos

$$\ln 3^{(x-1)} = \ln 2^x$$

$$(x-1)\ln 3 = x\ln 2$$

$$x\ln 3 - \ln 3 = x\ln 2$$

$$x\ln 3 - x\ln 2 = \ln 3$$

$$x(\ln 3 - \ln 2) = \ln 3$$

$$x = \frac{\ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$$

$$x = \frac{1.0986123}{0.4054651} = 2.7095113$$

$$\boxed{x = 2.7095113}$$

Adolfo Altamirano Meza.
M. Ing. Horacio Sandoval Rodriguez

Resolver algebraicamente el polinomio

$$P(x) = x^4 - 2x^2 - 3 = 0$$

1 +2 -3 = 0
1 +2 -3 = 0

Sea $u = x^2$

$$u^2 - 2u^2 - 3 = 0.$$

$$u = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$u_1 = 3$ $\quad$ $u_2 = -1$

Para $u_1 = 3.$

$x^2 = 3$

de donde

$$\boxed{x_1 = \sqrt{3}}$$

$$\boxed{x_2 = -\sqrt{3}}$$

Para $u_2 = -1$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm\sqrt{-1}$$

$$\boxed{x_3 = i}$$

$$\boxed{x_4 = -i}$$

$i = -1$
$i^2 = 1$

Resolver Algebraicamente $\frac{1}{2} x^{-2/3} = 2$

$$x^{-2/3} = 4$$

$$\frac{1}{x^{2/3}} = 4$$

$$x^{2/3} = 1/4$$

Sacando la raiz cuadrada en ambos lados

$$x^{1/3} = \pm\sqrt{1/4}$$

tomando el valor positivo

$$x^{1/3} = \frac{1}{2}$$

Elevando al cubo

$$x = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

tomando el valor negativo

$$x^{1/3} = -\frac{1}{2}$$

Elevando al cubo

$$x = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{1}{8}}$$

$$\boxed{x_2 = -\frac{1}{8}}$$

Resolver Algebraicamente $x^{-1} - 4x^{-1/2} + 3 = 0$

La ecuación anterior nos queda de la forma

$$\frac{1}{x} - \frac{4}{x^{1/2}} + 3 = 0.$$

Multiplicando todo por x

$$1 - 4x^{1/2} + 3x = 0$$

ó $3x - 4x^{1/2} + 1 = 0$

sea $u = x^{1/2}$

$$3u^2 - 4u + 1 = 0$$

$$u = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{6}$$

$u_1 = 1$; $u_2 = \frac{2}{6} = 1/3$

Regresando el cambio de variable
para $u_1 = 1$

$$x^{1/2} = 1$$

Elevando al cuadrado

$$\boxed{x_1 = 1}$$

para $u_2 = \frac{1}{3}$

$$x^{1/2} = \frac{1}{3}$$

elevando al cuadrado

$$\boxed{x_2 = \frac{1}{9}}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Resolver Algebraicamente $3x^2 - 4x + \sqrt{3x^2-4x-6} = 18$

$$3x^2 - 4x - 18 = -\sqrt{3x^2-4x-6}$$

Elevando al cuadrado

$$(3x^2-4x-18)^2 = 3x^2-4x-6$$

$$(3x^2-4x-18)^2 - (3x^2-4x-6) + 12 - 12 = 0$$

$$(3x^2-4x-18)^2 - (3x^2-4x-18) + 12 = 0$$

Sea $u = (3x^2-4x-18)$

$ax^2+bx+c=0$

Resolviendo en u.

$$u^2 - u + 12 = 0$$

$$u = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2}$$

NOTA: SALE IMAGINARIO

$X_1 = 1 + 6.8i$

$X_2 = 1 - 6.8i$

?

$$u_1 = 4 \; ; \; u_2 = -3$$

Regresando el cambio de variable

35.821

$\sqrt{-47}$

$= \sqrt{47}\, i$

para $u_1 = 4$

$$4 = 3x^2 - 4x - 18$$

$$3x^2 - 4x - 22 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+264}}{6} = \frac{4 \pm 16.7332}{6}$$

$$\boxed{x_1 = 3.4555}$$

$$\boxed{x_2 = -2.1222}$$

Para $u_2 = -3$

$$-3 = 3x^2 - 4x - 18$$

$$3x^2 - 4x - 15 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+180}}{6} = \frac{4 \pm 14}{6}$$

$$x_1 = 3$$

$$\boxed{x_2 = -\frac{5}{3} = -1.666}$$

Calcular las Raices de: $x^4 - 5x^2 + 4 = 0.$

Sea $u = x^2$

$u^2 - 5u + 4 = 0$

$u = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4(1)(4)}}{2}$

$u = \frac{5 \pm 3}{2}$

$u_1 = 4$

$u_2 = 1$

Para $u_1 = 4$

$x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4}$

$\boxed{x_1 = 2}$

$\boxed{x_2 = -2}$

Para $u_2 = 1$

$x^2 = 1$

$x = \pm\sqrt{1}$

$\boxed{x_3 = 1}$

$\boxed{x_4 = -1}$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Hallar las tres raíces reales de

$$\log_3 x\,(\log_3^2 x + 2\log_3 x - 8) = 0$$

La ecuación se satisface si

a) $\log_3 x = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1}$ Raíz

b) $\log_3^2 x + 2\log_3 x - 8 = 0.$

Sea $\log_3 x = y$

$$y^2 + 2y - 8 = 0$$

$$y = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(-8)}}{2}$$

$$y = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$y_1 = 2$$

$$y_2 = -4$$

para y_1

$$\log_3 x = 2$$

$$x = 3^2$$

$$\boxed{x_2 = 9}$$

Para y_2

$$\log_3 x = -4$$

$$x = 3^{-4}$$

$$\boxed{x_3 = \frac{1}{81}}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver sin utilizar ningún método Numérico la Ecuación

$3^{x^2+1} - 2(9^{x^2}) = 1.$

haciendo $y = 3^{x^2}$

$$3y - 2y^2 = 1$$

$$2y^2 - 3y + 1 = 0.$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(2)(1)}}{2 \cdot 2}$$

$$y = \frac{3 \pm 1}{4}$$

$$y_1 = 1$$

$$y_2 = 1/2$$

Para $y_1 = 1$

$$3^{x^2} = 1$$

$$\log_3(3^{x^2}) = \log_3(1)$$

$$x^2 = 0$$

$$\boxed{x = 0}$$

Para $y_2 = 1/2$

$$3^{x^2} = \frac{1}{2}$$

$$\log_3(3^{x^2}) = \log_3(1/2)$$

$$x^2 = \log_3(1) - \log_3(2)$$

$$x^2 = -\log_3(2)$$

$$x = \pm\sqrt{-\log_3(2)}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_2 = 0.79431\, i \\ x_3 = -0.79431\, i \end{array}}$$

Resolver sin utilizar ningún método numérico.

$$y = (4x - 2x \ln x)\ \text{sen}\, 5x.$$

$$y = 2x(2 - \ln x)\ \text{sen}\, 5x$$

Para que exista solución se debe que cumplir

a) $x = 0$ por $2x = 0$
b) $2 - \ln x = 0$
c) $\text{sen}\ 5x = 0.$

a) Podria ser solución pero no está difino $\ln(0)$.

b) $2 - \ln x = 0$

$$\ln x = 2$$

$$x = e^2$$

$$\boxed{x = 7.3890}$$

c) $\text{sen}\ 5x = 0$

Sabemos que el sen y tiene solución para

$$y = 0,\ \pi,\ 2\pi,\ 3\pi,\ \ldots,\ n\pi.$$

Pero en $x = 0$ no existe solución,

en forma general $y = n\pi$, $n = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$

Sea $y = 5x$

$$\therefore \boxed{x = \frac{n\pi}{5} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodriguez

Resolver Analíticamente

$$\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x-\sqrt{x}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}} = 0.$$

Multiplicando por $\sqrt{x+\sqrt{x}}$

$$x+\sqrt{x} - \sqrt{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})} - 3/2\sqrt{x} = 0$$

$$x - \frac{1}{2}\sqrt{x} - \sqrt{x^2-x} = 0$$

$$x = \frac{1}{2}\sqrt{x} - \sqrt{x^2-x}$$

Elevando al cuadrado.

$$x^2 = \frac{1}{4}x - \sqrt{x}\sqrt{x^2-x} + x^2-x$$

$$x^2 = -\frac{3}{4}x + x^2 + \sqrt{x(x^2-x)}$$

$$\frac{3}{4}x = \sqrt{x^3-x^2}$$

Elevando al cuadrado

$$\frac{9}{16}x^2 = x^3-x^2$$

$$x^3 = \frac{25}{16}x^2$$

$$\boxed{x = \frac{25}{16} = 1.5625}$$

Comprobación

$$\sqrt{1.5625+\sqrt{1.5625}} - \sqrt{1.5625-\sqrt{1.5625}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{1.5625}{1.5625+\sqrt{1.5625}}} = 0.$$

$$\sqrt{1.5625+1.25} - \sqrt{1.5625-1.25} - \frac{3}{2}\cdot\frac{1.25}{\sqrt{1.5625+1.25}} = 0.$$

$$\sqrt{2.8125} - \sqrt{0.3125} - \frac{3.75}{2\sqrt{2.8125}} = 0$$

$$2.8125 - 0.9375 - 1.875 = 0$$

$$2.8125 - 2.8125 = 0$$

$$\boxed{0 \equiv 0}$$

Resolver Analíticamente:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4.$$

$$x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$$

posibles raíces reales ± 1.

por descartes

R+	R-	C	Total
2	0	2	4
0	2	2	4
2	2	0	4
0	0	4	4

Probando con 1

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 1 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & & 1 & 2 & -2 & -1 \\ \hline & 1 & 2 & -2 & -1 & \underline{0} \end{array} \qquad \boxed{x_1 = 1}$$

Necesariamente existe otra raiz Real Positiva
Probando Nuevamente con 1

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & & 1 & 3 & 1 \\ \hline & 1 & 3 & 1 & \underline{0} \end{array} \qquad \boxed{x_2 = 1}$$

Nos queda

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-4}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\boxed{x_3 = \frac{-3+\sqrt{5}}{2} = -0.381967}$$

$$\boxed{x_4 = \frac{-3-\sqrt{5}}{2} = -2.61803}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Resolver $\quad z \cdot z^{*} + 3(z - z^{*}) = 4 - 3i$

Sea $\quad z = a + bi$

$$(a+bi)(a-bi) + 3[a+bi-(a-bi)] = 4-3i$$

$$a^2+b^2+3[2bi] = 4-3i$$

$$a^2+b^2+6bi = 4-3i$$

$$a^2+b^2-4=0$$

$$6b = -3$$

$$b = -1/2$$

Resolviendo: $\quad a^2 - \frac{15}{4} = 0$

$$a = \pm\sqrt{\frac{15}{4}} = \pm\frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$z_1 = \frac{\sqrt{15}}{2} - \frac{1}{2}i \qquad z_2 = \frac{-\sqrt{15}}{2} - \frac{1}{2}i$$

Comprobación

Para z_1: $\left(\frac{\sqrt{15}}{2} - \frac{1}{2}i\right)\left(\frac{\sqrt{15}}{2} - \frac{1}{2}i\right) + 3\left[\frac{\sqrt{15}}{2} - \frac{1}{2}i - \left(\frac{\sqrt{15}}{2} + \frac{1}{2}i\right)\right] = 4-3i$

$$\frac{15}{4} + \frac{1}{4} + 3[-i] = 4-3i$$

$$4-3i = 4-3i$$

Para z_2: $\left(-\frac{\sqrt{15}}{2} - \frac{1}{2}i\right)\left(-\frac{\sqrt{15}}{2} - \frac{1}{2}i\right) + 3\left[-\frac{\sqrt{15}}{2} - \frac{1}{2}i - \left(-\frac{\sqrt{15}}{2} + \frac{1}{2}i\right)\right] = 4-3i$

$$\frac{15}{4} + \frac{1}{4} - 3i = 4-3i$$

$$4-3i = 4-3i$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver Analíticamente.

$$(1+i)z + 3i\,z^* = 2+i$$

Sea $z = a+bi$
$z^* = a-bi$

$$(1+i)(a+bi) + 3i(a-bi) = 2+i$$

$$a + bi + ai - b + 3ai + 3b = 2+i$$

$$a + 2b = 2$$

$$4a + b = 1$$

$$\begin{array}{r} -4a - 8b = -8 \\ 4a + b = 1 \\ \hline -7b = -7 \end{array}$$

$$\boxed{b = 1}$$

$$a = 2 - 2$$

$$a = 0$$

$$\boxed{z = i}$$

Comprobación

$$(1+i)i + 3i(-i) = 2+i$$

$$i - 1 + 3 = 2+i$$

$$\boxed{2+i = 2+i}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver Analíticamente:

$$x + 2\sqrt{x+3} = 21$$

$$x - 21 = -2\sqrt{x+3}$$

$$x^2 - 42x + 441 = 4(x+3)$$

$$x^2 - 46x + 429 = 0$$

$$x = \frac{46 \pm \sqrt{2116 - 1716}}{2} = \frac{46 \pm \sqrt{400}}{2}$$

$$\boxed{x_1 = 33}$$
$$\boxed{x_2 = 13}$$

Comprobación.

Para $x_1 = 33$.

$$33 + 2\sqrt{33+3} = 21$$

$$33 + 2\sqrt{36} = 21$$

$$33 + 12 \neq 21$$

Se debe considerar la raíz negativa.

$$33 - 2\sqrt{33+3} = 21$$

$$33 - 2\sqrt{36} = 21$$

$$33 - 12 = 21$$

$$\boxed{21 = 21}$$

Para $x_2 = 13$

$$13 + 2\sqrt{13+3} = 21$$

$$13 + 2\sqrt{16} = 21$$

$$13 + 8 = 21$$

$$\boxed{21 = 21}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Resolver la ecuación $\tan 3x = \tan 5x$ empleando identidades trigonométricas.

$$\tan 3x = \tan 5x$$

Sabemos que $\tan A = \frac{\operatorname{sen} A}{\cos A}$.

$$\frac{\operatorname{sen} 3x}{\cos 3x} = \frac{\operatorname{sen} 5x}{\cos 5x}$$

$$\operatorname{sen} 3x \cos 5x = \operatorname{sen} 5x \cos 3x$$

$$\operatorname{sen} 5x \cos 3x - \operatorname{sen} 3x \cos 5x = 0.$$

tenemos que $\operatorname{sen}(A \pm B) = \operatorname{sen} A \cos B \pm \cos A \operatorname{sen} B$

por lo tanto tendremos

$$\operatorname{sen}(5x - 3x) = 0$$

$$\operatorname{sen} 2x = 0$$

$$2x = 0,\ \pm\pi,\ 2\pi, \ldots = n\pi \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\boxed{x = \frac{n}{2}\pi \quad \text{con} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Encontrar la solución de $\sqrt{5x+7} - \sqrt{3x+1} = \sqrt{x+3}$, empleando solamente procedimientos algebráicos.

$$\left(\sqrt{5x+7} - \sqrt{3x+1}\right)^2 = \sqrt{x+3}$$

Elevando al cuadrado todo:

$$5x+7+3x+1-2\sqrt{(5x+7)(3x+1)} = x^2+3.$$

$$7x+5 = 2\sqrt{15x^2+26x+7}$$

Elevando nuevamente al cuadrado

$$49x^2+70x+25 = 4(15x^2+26x+7)$$

$$0 = 11x^2+34x+3$$

$$x = \frac{-34 \pm \sqrt{1156-4(11)(3)}}{2(11)}$$

$$x = \frac{-34 \pm \sqrt{1024}}{22}$$

$$\boxed{x = -\frac{1}{11}}$$

$$\boxed{x_2 = -3}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver sin emplear ningún método Numerico la Función Polinomial

$$3x^4 + 16x^3 + 24x^2 - 16 = 0.$$

Aplicando la regla de los signos de Descartes

R+	R-	C	total
1	3	0	4
1	1	2	4

Posibles raíces reales $\pm 16, \pm 8, \pm 4, \pm 2, \pm 1, \pm 16/3, \pm 8/3, \pm 4/3, \pm 2/3, \pm 1/3$.

Utilizando División sintética

para $x = 2$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 16 & 24 & 0 & -16 \\ 2 & & 6 & 44 & 136 & 272 \\ \hline & 3 & 22 & 68 & 136 & 256 \end{array}$$

Para $x = 1$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 16 & 24 & 0 & -16 \\ 1 & & 3 & 19 & 43 & 43 \\ \hline & 3 & 19 & 43 & 43 & 27 \end{array}$$

Para $x = 0$ $F(x) = -16$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 16 & 24 & 0 & -16 \\ 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 3 & 16 & 24 & 0 & \boxed{-16} \end{array}$$

Existe una raíz entre 0 y 1.

Para $x = 2/3$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 16 & 24 & 0 & -16 \\ 2/3 & & 2 & 12 & 24 & 16 \\ \hline & 3 & 18 & 36 & 24 & \boxed{0} \end{array}$$

$$\boxed{x_1 = \frac{2}{3}}$$

El polinomio reducido quedara:

$$3x^3 + 18x^2 + 36x + 24 = 0.$$

Dividiendo entre 3.

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0$$

Factorizando nos queda

$$(x+2)^3 = 0$$

Por lo tanto $\boxed{x_2 = x_3 = x_4 = -2}$

Calcular las cuatro raices del polinomio

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

Usando procedimientos Algebraicos.

Aplicando la regla de los signos de Descartes:

R+	R-	C
4	0	0
2	0	2
0	0	4

Posible Raiz Real +1

Probando con 1

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & 2 & -2 & 1 \\ 1 & & 1 & -1 & 1 & -1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & -1 & \underline{0} \end{array}$$

$\boxed{X_1 = 1}$

Reduciendo el Polinomio.

$x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

Aplicando nuevamente regla de los signos de Descartes

R+	R-	C
3	0	0
1	0	2

Por lo que existe cuando menos una raiz Real positiva.

Probable Raiz +1

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & & 1 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & \underline{0} \end{array}$$

$X_2 = 1$

Reduciendo el Polinomio.

$x^2 + 1 = 0$

$x^2 = -1$

$x_{3,4} = \pm\sqrt{-1}$

$\boxed{X_3 = i}$

$\boxed{X_4 = -i}$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver empleando Algebra la ecuación.

$$\sqrt{2x-1} + \sqrt{3x-2} - \sqrt{4x-3} - \sqrt{5x-4} = 0.$$

$$\sqrt{2x-1} + \sqrt{3x-2} = \sqrt{4x-3} + \sqrt{5x-4}$$

Elevando al cuadrado.

$$2x-1 + 2\sqrt{(2x-1)(3x-2)} + 3x-2 = 4x-3 + 2\sqrt{(4x-3)(5x-4)} + 5x+4$$

$$-4x+4 = 2\sqrt{(4x-3)(5x-4)} - 2\sqrt{(2x-1)(3x-2)}$$

sea $m = (2x-1)(3x-2) = 6x^2-7x+2$

y $n = (4x-3)(5x-4) = 20x^2-31x+12$

$$-4x+4 = 2\sqrt{n} - 2\sqrt{m}$$

$$2x-2 = \sqrt{m} - \sqrt{n}.$$

Elevando al cuadrado.

$$4x^2-8x+4 = m - 2\sqrt{m \cdot n} + n$$

$$4x^2-8x+4-6x^2+7x-2-20x^2+31x-12 = -2\sqrt{m \cdot n}.$$

$$-22x^2+30x-10 = -2\sqrt{m \cdot n}$$

$$11x^2-15x+5 = \sqrt{m \cdot n}.$$

$$(11x^2-15x+5)^2 = m \cdot n$$

$$121x^4-330x^3+335x^2-150x+25 = 120x^4-326x^3+329x^2-146x+24$$

$$x^4-4x^3+6x^2-4x+1 = 0$$

Observando este polinomio, vemos que tiene la forma

$(a-b)^4 = a^4-4a^3b+6a^2b^2-4ab^3+b^4$

donde $a = x$ y $b = 1$

por lo tanto

$$(x-1)^4 = 0$$

$$\boxed{x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1}$$

Comprobación

$$\sqrt{2(1)-1} + \sqrt{3(1)-2} - \sqrt{4(1)-3} - \sqrt{5(1)-4} = 0$$

$$\sqrt{2-1} + \sqrt{3-2} - \sqrt{4-3} - \sqrt{5-4} = 0$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{1} - \sqrt{1} - \sqrt{1} = 0$$

$$\boxed{0 = 0}$$

Adolfo Altamirano Meza

M. Ing. Horacio Sandoval Rodriguez

Encuentre las raices de $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$.

De la regla de Descartes de los signos.

R+	R−	C	Total
2	1	0	3
0	1	2	3

Probables raices $\pm 8, \pm 4 \pm 2 \pm 1$.

Probando con +8

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & -6 & 8 \\ 8 & & 8 & 40 & 272 \\ \hline & 1 & 5 & 34 & 280 \end{array}$$

Probando con 4

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & -6 & 8 \\ 4 & & 4 & 4 & -8 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$\boxed{X_1 = 4}$$

Reduciendo el polinomio.

$$x^2 + x - 2 = 0.$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(1)(-2)}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$\boxed{X_2 = 1}$$

$$\boxed{X_3 = -2}$$

Problemario de ...
Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Hallar la raíz contenida en el intervalo $(0, \pi]$ de

$$5 \operatorname{sen}^2 x - 8 \operatorname{sen} x \cos x + 3\cos^2 x = 0.$$

$$\frac{5\operatorname{sen}^2 x}{\cos^2 x} - \frac{8 \operatorname{sen} x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{3\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0.$$

$$5\tan^2 x - 8\tan x + 3 = 0.$$

Sea $y = \tan x$

$$5y^2 - 8y + 3 = 0$$

$$y = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(5)(3)}}{2(5)} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{10} = \frac{8 \pm 2}{10}$$

$$y_1 = 1 \quad ; \qquad y_2 = \frac{3}{5}$$

Para $y_1 = 1$

$$\tan x = 1$$

$$\boxed{x_1 = \pi/4 = 45^\circ}$$

Para $y_2 = \frac{3}{5} = 0.6$

$$\tan x = 0.6$$

$$\boxed{x_2 = 0.5404 \text{Rad} = 30.96^\circ}$$

Comprobación

Para $x_1 = \pi/4$

$$5 \operatorname{sen}^2 \pi/4 - 8 \operatorname{sen} \pi/4 \cos \pi/4 + 3\cos^2 \pi/4 = 0$$

$$5(0.5) - 8(1/\sqrt{2})(1/\sqrt{2}) + 3(0.5) = 0$$

$$2.5 - 4 + 1.5 = 0$$

$$\boxed{0 = 0}$$

Para $x_2 = 0.5404$ Rad.

$$5\operatorname{sen}^2(0.5404) - 8\operatorname{sen}(0.5404)\cos(0.5404) + 3\cos^2(0.5404) = 0$$

$$5(0.2647) - 8(0.4412) + 3(0.7353) = 0$$

$$1.3235 - 3.5296 + 2.2059 = 0$$

$$\boxed{-0.0002 \cong 0}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Resolver Analíticamente la función

$$4^{\log_2 \log_{10} x} = \log_{10} x - \log_{10}^2 x + 1.$$

Del segundo Miembro se ve que $x > 0$.
y del primer miembro $\log x > 0$ ó sea $x > 1$.

de donde $x \in (1, +\infty)$

$$2^{2\log_2 \log_{10} x} = \log_{10} x - \log_{10}^2 x + 1$$

$$\left(2^{\log_2 \log_{10} x}\right)^2 = \log_{10} x - \log_{10}^2 x + 1$$

$$(\log_{10} x)^2 = \log_{10} x - \log_{10}^2 x + 1$$

$$2\log_{10}^2 x - \log_{10} x - 1 = 0$$

Sea $\log_{10} x = y$

$$2y^2 - y - 1 = 0.$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4(2)(-1)}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4} \begin{cases} y_1 = 1 \\ y_2 = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

$\therefore \log_{10} x = 1 \Rightarrow x = 10$

$\log_{10} x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x < 1$ lo cual no es valido.

$$\therefore \boxed{x = 10}$$

Comprobación.

$$4^{\log_2 (\log_{10} 10)} = \log_{10} 10 - \log_{10}^2 10 + 1$$

$$4^{\log_2 (1)} = 1 - 1^2 + 1$$

$$4^0 = 1$$

$$\boxed{1 \equiv 1}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver

$$z \cdot z^* + 2z = 3 + i$$

Sea $z = a + bi$

$z^* = a - bi$

$$(a+bi)(a-bi) + 2(a+bi) = 3+i$$

$$a^2 + b^2 + 2a + 2bi = 3 + i$$

$$a^2 + b^2 + 2a = 3$$

$$2b = 1$$

$$b = 1/2$$

$$a^2 + 2a - \frac{11}{4} = 0$$

Resolviendo la ec de segundo grado:

$$a = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 11}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{15}}{2} \quad -1 \pm \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$\boxed{a_1 = 0.93649}$, $\boxed{a_2 = -2.93649}$

Comprobación

Para a_1 : $(0.93649 - 1/2\, i)(0.93649 + 1/2\, i) + 2(0.93649 + 1/2\, i) = 3 + i$

$$0.87702 + 1/4 + 1.87298 + i = 3+i$$

$$3+i = 3+i$$

Para a_2 : $(-2.93649 - 1/2\, i)(-2.93649 + 1/2\, i) + 2(-2.93649 + 1/2\, i) = 3+i$

$$8.62298 + 1/4 - 5.87298 + i = 3+i$$

$$3+i = 3+i$$

$\boxed{z_1 = -1 + \frac{\sqrt{15}}{2} + \frac{1}{2} i}$, $\boxed{z_2 = -1 - \frac{\sqrt{15}}{2} - \frac{1}{2} i}$

Encuentre las raíces para el intervalo $(0, \pi)$ de

$$\operatorname{sen} x \tan x + 1 = \operatorname{sen} x + \tan x$$

$$\operatorname{sen} x \tan x - \operatorname{sen} x - \tan x + 1 = 0$$

$$(\operatorname{sen} x - 1)(\tan x - 1) = 0$$

tenemos dos casos para que se cumple la ecuación

a) $\operatorname{sen} x - 1 = 0$

$$\operatorname{sen} x = 1$$

$$x = \operatorname{ang\,sen}(1) = \frac{\pi}{2} = 90°.$$

$$\boxed{x_1 = \frac{\pi}{2} = 90°}$$

b) $\tan x - 1 = 0$

$$\tan x = 1$$

$$x = \operatorname{ang\,tan}(1) = \pi/4 = 45°.$$

$$\boxed{x_2 = \frac{\pi}{4} = 45°}$$

Resolver Analíticamente la función:

$$\log_{10}(x-2) + \log_{10}(x-3) = 1 - \log_{10} 5$$

Aplicando las propiedades de los logaritmos

$$\log_{10}(x-2) + \log_{10}(x-3) = \log_{10} 10 - \log_{10} 5$$

$$\log_{10}[(x-2)(x-3)] = \log_{10} \frac{10}{5}$$

Aplicando Antilogaritmos

$$(x-2)(x-3) = 2$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0$$

$$\boxed{\begin{array}{c} x_1 = 1 \\ x_2 = 4 \end{array}}$$

Comprobacion
para $x_1 = 1$

$$\log_{10}(1-2) + \log_{10}(1-3) = 1 - \log_{10} 5$$
$$\log_{10}(-1) + \log_{10}(-2) = 1 - \log_{10} 5$$

$$\log_{10}[(-1)(-2)] = \log_{10} \frac{10}{5}$$

$$\boxed{\log_{10} 2 \equiv \log_{10} 2}$$

- para $x_2 = 4$

$$\log_{10}(4-2) + \log_{10}(4-3) = 1 - \log_{10} 5$$

$$\log_{10}[(2)(1)] = \log_{10} \frac{10}{5}$$

$$\boxed{\log_{10} 2 \equiv \log_{10} 2}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver analíticamente la función

$$\log_2(3x-2) = \log_{1/2} x.$$

$$\log_2(3x-2) = \log_2 x^{-1}$$

$$\log_{1/2} x = \frac{\log_2 x}{\log_2 1/2} = \frac{\log_2 x}{-1} = -\log_2 x = \log_2 x^{-1}$$

Aplicando antilogaritmo

$$3x-2 = \frac{1}{x}$$

Multiplicando por x

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm 4 - \sqrt{4(3)(-1)}}{2 \cdot 3} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6}$$

$$x_1 = \frac{6}{6} = 1 \qquad x_2 = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}.$$

Como los logaritmos de números negativos no estan definidos entonces:

La solución es $\boxed{x = 1}$

Comprobación

$$\log_2(3(1)-2) = \log_2(1)$$

$$\log_2(1) \equiv \log_2(1)$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodriguez

Resolver sin utilizar ningún método Numerico la Ecuación

$$2^{x^2+1} - 4^{x^2} = 1.$$

$$2^{x^2+1} - 4^{x^2} = 1$$

Sea $y = 2^{x^2}$

$$2y - y^2 = 1$$

$$y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = 1$$

$$y = 2^{x^2} = 1$$

$$\log_2 (2^{x^2}) = \log_2 (1)$$

$$x^2 = 0$$

$$\boxed{x = 0}$$

comprobación

$$2^1 - 4^0 = 1$$

$$2 - 1 = 1$$

$$1 \equiv 1$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Resolver Analíticamente

$$x^6 - 7x^3 - 8 = 0$$

factorizando: $(x^3-8)(x^3+1) = 0$

$$\boxed{x_1 = 2} \quad , \quad \boxed{x_2 = -1}$$

$$\begin{array}{r|l} & x^2 - x + 1 \\ \hline x+1 & x^3 \qquad\qquad +1 \\ & -x^3 - x^2 \\ & \quad -x^2 \\ & \quad x^2 + x \\ & \qquad x + 1 \\ & \qquad -x - 1 \\ & \qquad\quad 0 \end{array}$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado

$x^2 - x + 1$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$$

$$\boxed{x_3 = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}}$$

$$\boxed{x_4 = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}}$$

$$\begin{array}{r|l} & x^2 + 2x + 4 \\ \hline x-2 & x^3 \qquad\qquad -8 \\ & -x^3 + 2x^2 \\ & \quad 2x^2 \\ & \quad -2x^2 + 4x \\ & \qquad -4x - 8 \\ & \qquad +4x + 8 \\ & \qquad\quad \boxed{0} \end{array}$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-16}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{-3}}{2} = -1 \pm \sqrt{-3}$$

$$\boxed{x_5 = -1 + i\sqrt{3}} \quad , \quad \boxed{x_6 = -1 - i\sqrt{3}}$$

Un pescador navega 10 K por un rio, aguas abajo y Regresa al punto de partida en 6 hrs. La velocidad de la corriente es de 4 Km/hr. Encontrar la velocidad del pescador respecto a la corriente.

El problema tiene dos partes

a) Cuando el pescador sale y va con la corriente

b) Cuando el pescador regresa y va en contra de la misma

Por esto tendremos

$$V_p + V_c = V_{bajada} \quad (a) \qquad V_p: \text{Velocidad del Pescador}$$

$$V_p - V_c = V_{subida}. \quad (b) \qquad V_c: \text{Velocidad de la corriente.}$$

Sabemos que $V = \frac{d}{t}$ donde $d = 10$ Km.

por lo tanto. $V_{bajada} = \frac{10}{t_1}$ (i) y $V_{subida} = \frac{10}{t_2}$ (ii) $\quad t_1$: tiempo de bajada, t_2: tiempo de Subida

Sustituyendo (i) y (ii) en (a) y (b)

$$V_p + V_c = \frac{10}{t_1} \quad (I).$$

$$V_p - V_c = \frac{10}{t_2} \quad (II).$$

Por otra parte tenemos que $t_1 + t_2 = 6$ hrs (III)

Susti Valores numéricos.

$$V_p + 4 = \frac{10}{t_1} \quad (I')$$

$$V_p - 4 = \frac{10}{t_2} \quad (II')$$

$$t_1 + t_2 = 6 \quad (III').$$

Restando (II') de (I')

$$8 = \frac{10}{t_1} - \frac{10}{t_2} \quad ; \quad 8 = \frac{10t_2 - 10t_1}{t_1 \cdot t_2} \qquad 8t_1 \cdot t_2 = 10t_2 - 10t_1 \quad (IV)$$

Despejando t_2 de III y Sustituyendo en (IV)

$$t_2 = 6 - t_1$$

$$8t_1(6-t_1) = 10(6-t_1) - 10t_1$$

$$48t_1 - 8t_1^2 = 60 - 20t_1$$

$$8t_1^2 - 68t_1 + 60 = 0$$

$$t_1 = \frac{68 \pm \sqrt{4624 - 1920}}{16} = \frac{68 \pm 52}{16}$$

$t_{1,1} = 7.5$ hrs como es mayor que 6 se descarta

$t_{1,2} = 1$ hr. $\therefore$ $\boxed{t_1 = 1\,hr}$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Sustituyendo el valor de t_1 en (I')

$$V_p + 4 = \frac{10}{1}$$

$$V_p = 10 - 4$$

$$\boxed{V_p = 6 \frac{km}{hr}}$$

de (III') $t_2 = 5\ hr$

Sustituyendo el valor de t_2 en (II')

$$V_p - 4 = \frac{10}{5}$$

$$V_p = 2 + 4$$

$$\boxed{V_p = 6 \frac{km}{hr}}$$

Resuelva Analiticamente

$$\sqrt{\frac{x^2+3}{x}} - \sqrt{\frac{x}{x^2+3}} = \frac{3}{2}$$

Haciendo cambio de variable

$$y = \sqrt{\frac{x^2+3}{x}}$$

$$y - \frac{1}{y} = \frac{3}{2}$$

$$y^2 - \frac{3}{2}y - 1 = 0$$

$$2y^2 - 3y - 2 = 0$$

$$y = \frac{+3 \pm \sqrt{9-4(2)(-2)}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4}$$

$\boxed{y_1 = 2}$ $\boxed{y_2 = -\frac{1}{2}}$

Con $y_1 = 2$

$$2 = \sqrt{\frac{x^2+3}{x}}$$

$$4x = x^2 + 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

Resolviendo la ecuacion de segundo grado:

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-4(1)(3)}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$\boxed{x_1 = 3}$ $\boxed{x_2 = 1}$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Con $y_2 = -1/2$

$$-\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{x^2+3}{x}}$$

$$\frac{x}{4} = x^2 + 3$$

$$4x^2 - x + 12 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4(4)(12)}}{2(4)} = \frac{1 \pm \sqrt{-191}}{8}$$

$$\boxed{x_3 = \frac{1}{8}\left(1 + i\sqrt{191}\right)} \qquad \boxed{x_4 = \frac{1}{8}\left(1 - i\sqrt{191}\right)}$$

Comprobación

Con $x_1 = 3$

$$\sqrt{\frac{3^2+3}{3}} - \sqrt{\frac{3}{3^2+3}} = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{4} - \sqrt{\frac{1}{4}} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Con $x_2 = 1$

$$\sqrt{\frac{1+3}{1}} - \sqrt{\frac{1}{1+3}} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

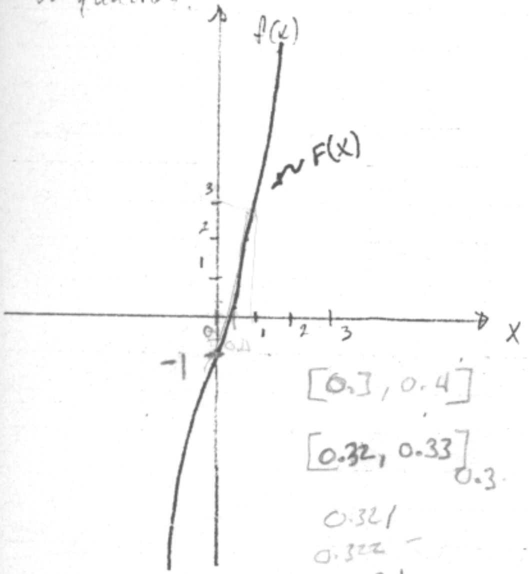
Con $x_3 = \frac{1}{8}\left(1 - i\sqrt{191}\right)$ y $x_4 = \frac{1}{8}\left(1 + i\sqrt{191}\right)$

$\boxed{x_3 \text{ y } x_4 \text{ son soluciones espúreas}}$

Rodolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Obtener todas las raíces de la siguiente función a través de un método numérico. $f(x) = x^3 + 3x - 1$ con un error en y de 0.001.

Utilizando el método de tanteos con una $x = 10$, graficando la función.



[0.3, 0.4]

[0.32, 0.33]

0.321
0.322
0.1

tomando como valores extremos a $x = 0$ y $x = 1$.

$E_s = 0.001$

x	f(x)	Ey
0	-1	1
1	3	3
0.1	-0.6990	0.6990
0.2	-0.3920	0.3920
0.3	-0.0730	0.0730
0.4	0.2640	0.2640
0.31	-0.0402	0.0402
0.32	-0.0072	0.0072
0.33	0.0259	0.0259
0.321	-0.0039	0.0039
0.322	-0.0006	0.0006 < 0.001
0.3221	-0.0003	
0.323	0.0026	0.01

Nuevo intervalo

$\frac{3 - -1}{3} = \frac{4}{3}$

$0 = \bar{x}$

Raíz $= 0.322$ $\quad f(x) = -0.00061375\,2$

Aplicando la división sintética

	1	0	3	-1
0.322		0.322	0.1037	1
	1	0.322	3.1037	0

Raíz con mayor aproximación:
$x = 0.322\,185\,355$; $f(x) = 1.862\,645\,15 \times 10^{-9}$

$$x^2 + 0.322x + 3.1037 = 0$$

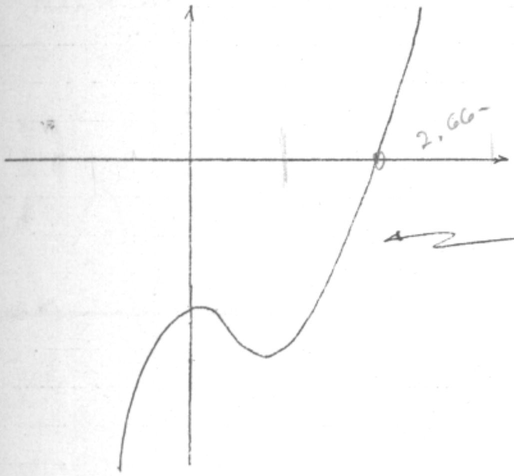
$$x = \frac{-0.322 \pm \sqrt{0.1037 - 12.415}}{2} = \frac{-0.322 \pm 3.5087i}{2}$$

$$\boxed{x_2 = -0.161 + 1.754i}$$ 1.75435i

$$\boxed{x_3 = -0.161 - 1.754i}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Utilizando el método de Newton - Raphson obtenga una aproximación a una raiz de $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5 = 0$
$\varepsilon_x \leq 0.01$



$r = 2.69064745$

$f(r) = 3.7252903 \times 10^{-9}$

X	f(x)
-5	-180
-4	-101
-3	-50
-2	-21
-1	-8
0	-5
1	-6
2	-5
3	4

} Raiz

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5$

$f'(x) = 3x^2 - 4x$

Raíces

	+	1	1
	−	2	0
	c	0	2
Total		3	3

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)}{f'(X_n)}$$

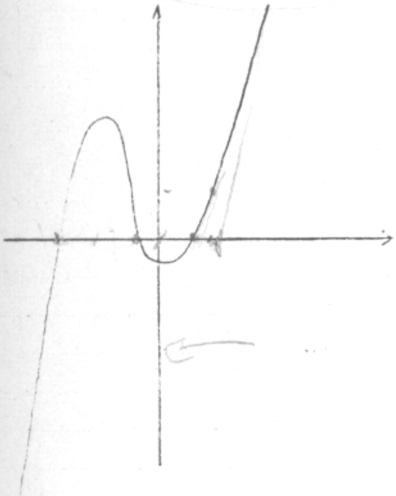
n	X_n	$f(X_n)$	$f'(X_n)$
0	2	-5	4
1	3.250	18.203	18.688
2	2.81106	1.409	12.462
3	2.698	0.081	11.045
4	2.691	0.00033	10.95652
5	2.69065	0.0	10.95616

n	X_n	$f(X_n)$	$f'(X_n)$
0	3	4	15
1	2.733	0.479	11.480
2	2.692	0.011	10.968
3	2.691	0.000006	10.956
4	2.690647	0.0	10.95616

Las otras 2 raices son complejas

Utilizando el método de Newton - Raphson obtenga una aproximación a una raíz de:

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 1 = 0$ con $\varepsilon_x \leq 0.01$



Raices

+	1	1
−	2	0
C	0	2
Total	3	3

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$

$f'(x) = 3x^2 + 6x$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

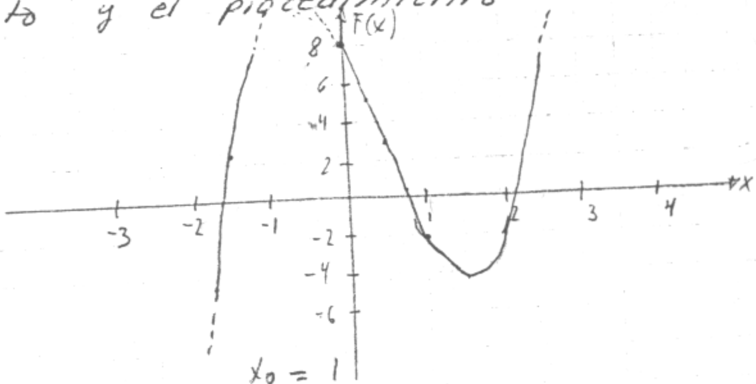
$1 - \frac{3}{9}$

$x_1 =$

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	
0	1.0	3.000	9.000	
1	0.667	0.630	5.333	
2	0.549	0.068	4.195	
3	0.532	0.001	4.045	0.5317
4	0.53208	0.0	4.042	$\boxed{Raiz_1 = 0.53208}$ x_1
0	−1.000	1.000	−3.000	
1	−0.667	0.037	−2.667	
2	−0.653	0.0002	−2.638	
3	−0.6527	0.0	−2.630	$\boxed{Raiz_2 = -0.6527}$
0	−2	3	0	
0	−3.000	−1.000	9.000	
1	−2.889	−0.073	7.704	
2	−2.879	−0.0005	7.597	
3	−2.8793	0.0	7.596	$\boxed{Raiz_3 = -2.8793}$

Empleando el método de doble división sintética obtenga una raíz positiva de $3x^3 - 4x^2 - 9x + 8 = 0$ con un $\varepsilon \leq 0.01$.
Muestre el planteamiento y el procedimiento o cálculos intermedios.

x	y
0	8
1	-2



$x_0 = 1$

$$
\begin{array}{r|rrrr}
1 & 3 & -4 & -9 & 8 \\
 & & 3 & -1 & -10 \\
\hline
 & 3 & -1 & -10 & \boxed{-2} \\
 & & 3 & 2 & \\
\hline
 & 3 & 2 & \boxed{-8} &
\end{array}
$$

$$x_1 = 1 - \frac{(-2)}{(-8)} = 0.75$$

$$
\begin{array}{r|rrrr}
0.75 & 3 & -4 & -9 & 8 \\
 & & 2.25 & -1.3125 & -7.7344 \\
\hline
 & 3 & -1.75 & -10.31 & \boxed{0.2656} \\
 & & 2.25 & 0.3750 & \\
\hline
 & 3 & 0.50 & \boxed{-9.9375} &
\end{array}
$$

$$x_2 = 0.75 + \frac{0.265}{9.93} = 0.7767$$

$$
\begin{array}{r|rrrr}
0.7767 & 3 & -4 & -9 & 8 \\
 & & 2.3301 & -1.297 & -7.7344 \\
\hline
 & 3 & -1.669 & -10.297 & \boxed{0.0024} \\
 & & 2.3301 & 0.5128 & \\
\hline
 & 3 & 0.6602 & \boxed{-9.7842} &
\end{array}
$$

$$x_3 = 0.7767 - \frac{0.0024}{-9.7842} = 0.7769$$

$$
\begin{array}{r|rrrr}
0.7769 & 3 & -4 & -9 & 8 \\
 & & 2.3307 & -1.2968 & -7.99964 \\
\hline
 & 3 & -1.6693 & -10.2968 & \boxed{0.00035} \\
 & & 2.3307 & 0.5138 & \\
\hline
 & 3 & 0.6614 & \boxed{-9.78303} &
\end{array}
$$

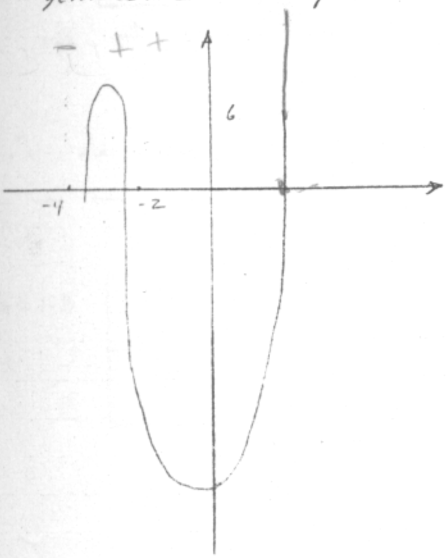
$$x_4 = 0.7769 - \frac{0.00035}{-9.78503} = 0.776936$$

∴ La raíz es $R = 0.776936$

Otras Raíces $x = -1.59521527$
$x = 2.15161242$

Adolfo Altamirano Meza
Molug. Horacio Sandoval Rodríguez

Utilizando el método de doble división sintética obtenga el valor de una raíz positiva de:
$3x^3 + 10x^2 - 7x - 30 = 0$ con un error de 0.01 o menor
Demuestre el procedimiento y los cálculos intermedios



$r_1 = -3$
$f(r_1) = 0.0$

$r_2 = -2$
$f(r_2) = 0$

$r_3 = 1.666666667 = 5/3$
$f(r_3) = -7.4505806 \times 10^{-9}$

x	f(x)
0	-30
1	-24
2	20

$\left.\begin{matrix} -24 \\ 20 \end{matrix}\right\}$ raíz

$$X_n = X_{n-1} - \frac{R_n}{R^*_n}$$

$X_0 = 1$

3	10	-7	-30
	3	13	6
3	13	6	$\boxed{-24}$
	3	16	
3	16	$\boxed{22}$	

$X_1 = 1 + \frac{24}{22} = 2.09$

2.09

3	10	-7	-30
	6.27	34.004	56.439
3	16.27	27.004	$\boxed{26.439}$
	6.27	47.109	
3		$\boxed{74.113}$	

$X_2 = 2.09 - \frac{26.439}{74.113} = 1.733$

1.733

3	10	-7	-30
	5.2	26.345	33.530
3	15.2	19.345	$\boxed{3.530}$
	5.2	35.553	
3	20.4	$\boxed{54.698}$	

$X_3 = 1.733 - \frac{3.530}{54.698} = 1.668$

1.668	3	10	-7	-30
		5.004	25.027	30.068
	3	15.004	18.027	0.068
		5.004	33.373	
	3	20.008	$\boxed{51.400}$	

$$x_4 = 1.668 - \frac{0.068}{51.400} =$$

$$x_4 = 1.66667$$

∴ La raíz es $R = 1.667$

$x_0 = 1.5$	3	10	-7	-30
		4.5	22.75	22.125
	3	14.5	14.75	$\boxed{-7.875}$
		4.5	28.5	
	3	19	$\boxed{43.25}$	

$$x_1 = 1.5 - \frac{7.875}{43.25} = 1.6821$$

1.6821	3	10	-7	-30
		5.0462	25.309	30.7972
	3	15.0462	18.309	$\boxed{0.7972}$
		5.0462	33.7972	
	3	20.0925	$\boxed{52.1062}$	

$$x_2 = 1.6821 - \frac{0.7972}{52.1062} = 1.6668$$

1.6668	3	10	-7	-30
		5.003	25.0023	30.0059
	3	15.003	18.0023	$\boxed{0.0059}$
		5.0003	33.3368	
	3	20.007	$\boxed{51.3391}$	

$$x_3 = 1.6668 - \frac{0.0059}{51.3391} = 1.6667$$

— o — o — "Comprobación" —

1.6667	3	10	-7	-30
		5	25	30
	3	15	18	$\boxed{0}$

$$3x^2 + 15x + 18 = 0$$

$a \quad b \quad c$

$$\frac{-15 \pm \sqrt{225 - 4(3)(18)}}{6}$$

$$\frac{-15 \pm 3}{6} = \frac{-18}{6}$$

$$x_1 = -3$$

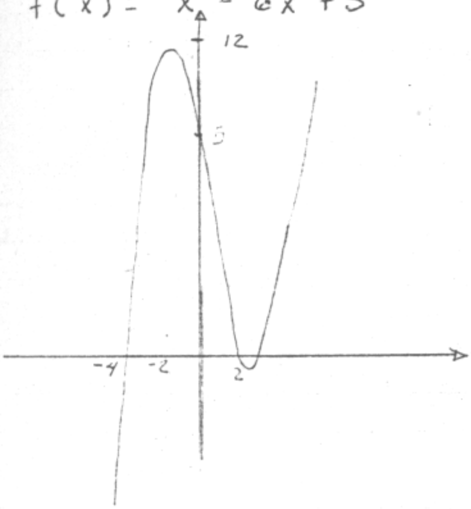
$$x_2 = -2$$

∴ La raíz es $R = 1.6667$.

Adolfo Altamirano Vera
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

A través de Newton - Raphson con doble división sintética obtener una raíz real negativa de

$f(x) = x^3 - 6x + 5$ $\qquad \varepsilon_x \leq 0.02$



$r_1 = -2.79128785$

$f(r_1) = -1.86264515 \times 10^{-9}$

$r_2 = 1.0$

$f(r_2) = 0.0$

$r_3 = 1.79128785$

$f(r_3) = -1.86264515 \times 10^{-9}$

x	f(x)
0	5
-1	10
-2	9
-3	-4

$f'(x) = 3x^2 - 6$

$f'(-2) = 6$

$f'(-3) = 21$

$$x_0 = -2 \quad \begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -6 & 5 \\ & & -2 & +4 & 4 \\ \hline & 1 & -2 & -2 & 9 \\ & & -2 & 8 & \times \\ \hline & 1 & -4 & 6 & \end{array}$$

$$x_1 = -2 - \frac{9}{6} = -3.5$$

$$x_1 = -3.5 \quad \begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -6 & 5 \\ & & -3.5 & 12.25 & -21.88 \\ \hline & 1 & -3.5 & 6.25 & -16.88 \\ & & -3.5 & 24.5 & \times \\ \hline & 1 & -7.0 & 30.75 & \end{array}$$

$$x_2 = -3.5 - \frac{(-16.88)}{30.75} = -2.9512$$

$$\varepsilon_x = 0.5489$$

$$x_2 = -2.9512 \quad \begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -6 & 5 \\ & & -2.9512 & 8.7097 & -7.9969 \\ \hline & 1 & -2.9512 & 2.7097 & -2.9969 \\ & & -2.9512 & 17.4194 & \\ \hline & 1 & -5.9024 & 20.1291 & \end{array}$$

$$x_3 = -2.9512 - \frac{(-2.9969)}{20.1291} = -2.8023$$

$$\varepsilon_x = 0.1489$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

$x_3 = -2.8023$

1	0	-6	5
	-2.8023	7.8531	-5.1930
1	-2.8023	1.8531	-0.1930
	-2.8023	15.7062	x
1	-5.6047	17.5593	

$$x_4 = -2.8023 - \frac{(-0.1930)}{17.5593} = -2.7913$$

$$\varepsilon_x = 0.011$$

$x_4 = -2.7913$

1	0	-6	5
	-2.7913	7.7916	-5.0010
1	-2.7913	1.7916	-0.0010
	-2.7913	15.5832	x
1	-5.5827	17.3748	

$$x_5 = -2.7913 - \frac{(-0.0010)}{17.3748} = -2.7912$$

$$\boxed{Raiz_1 = -2.7912}$$

$$x^2 - 2.7913 + 1.7916 = 0$$

$$Raiz_{2,3} = \frac{2.7913 \pm \sqrt{7.7910 - 7.1664}}{2}$$

$$\boxed{R_2 = 1.7909}$$

$$\boxed{R_3 = 1.0003}$$

Mediante el método de doble división sintética obtener la raiz negativa con error menor o igual a 0.005 de la Ec. $f(x) = 2x^3 - 3x + 4 = 0$

x	$f(x)$	
0	4	
-1	5	RAIZ
-2	-6	

	2	0	-3	4
-1		-2	2	1
	2	-2	-1	5
		-2	4	
	2	-4	3	

$X_0 = -1$

$X_1 = -1 - \frac{5}{3} = -2.6667$

	2	0	-3	4
-2.6667		-5.3334	14.2226	-29.9272
	2	-5.3334	11.2226	-25.9272
		-5.3334	28.4452	
	2	-10.6668	39.6678	

$X_2 = -2.6667 + \frac{25.9272}{39.6678} = -2.0131$

	2	0	-3	4
-2.0131		-4.0262	8.1051	-10.2770
	2	-4.0262	5.1051	-6.2770
		-4.0262	16.2101	
	2	-8.0524	21.3152	

$X_3 = -2.0131 + \frac{6.2770}{21.3152} = -1.7186$

	2	0	-3	4
-1.7186		-3.4372	5.9072	-4.9964
	2	-3.4372	2.9072	-0.9964
		-3.4372	11.8144	
	2	-6.8744	14.7216	

$X_4 = -1.7186 + \frac{0.9964}{14.7216} = -1.6509$

	2	0	-3	4
-1.6509		-3.3018	5.4511	-4.0466
	2	-3.3018	2.4511	-0.0466
		-3.3018	10.9022	
	2	-6.6037	13.3533	

$X_5 = -1.6509 + \frac{0.0466}{13.3533} = -1.6474$

	2	0	-3	4
-1.6474		-3.2948	5.4279	-3.9996
	2	-3.2948	2.4279	0.0004
		-3.2948	10.8557	
	2	-6.5896	13.2836	

$$X_6 = -1.6474 - \frac{0.0004}{13.2836} = -1.6474$$

$$\therefore \underline{\underline{Raiz = -1.6474}}$$

b) Con $X_0 = -1.5$

	2	0	-3	4
-1.5		-3	4.5	-2.25
	2	-3	1.5	1.75
		-3	9.0	
	2	-6	10.5	

$$X_1 = -1.5 - \frac{1.75}{10.5} = -1.6667$$

	2	0	-3	4
-1.6667		-3.3333	5.5556	-4.2593
	2	-3.3333	2.5556	-0.2593
		-3.3333	11.1110	
	2	-6.6666	13.6666	

$$X_2 = -1.6667 + \frac{0.2593}{13.6666} = -1.6477$$

	2	0	-3	4
-1.6477		-3.2954	5.4298	-4.0036
	2	-3.2954	2.4298	-0.0036
		-3.2954	10.8597	
	2	-6.5908	13.2895	

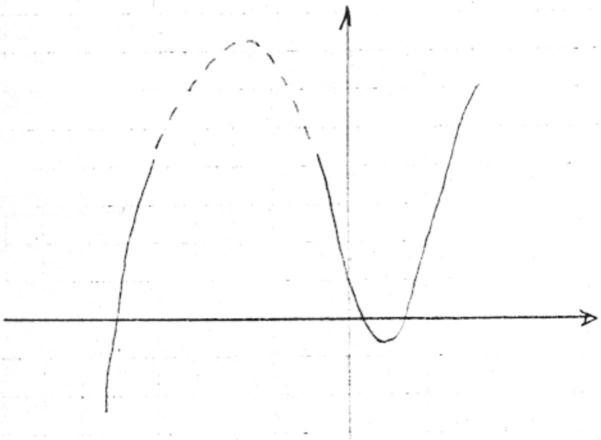
$$X_3 = -1.6477 + \frac{0.0036}{13.2895} = -1.6474$$

$$\therefore \underline{\underline{Raiz = -1.6474}}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Encontrar las raíces por doble división sintética de:

$$x^3 + 6.6x^2 - 29.05x + 22.64 = 0$$



$r_1 = -9.80001543$
$f(r_1) = -1.2293458 \times 10^{-7}$

$r_2 = 1.10018352$

$f(r_2) = 0.0$

$r_3 = 2.0998319$
$f(r_3) = 0.0$

x	0	1	2
f(x)	22.64	1.19	-1.06

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 6.6 & -29.05 & 22.64 \\ & & 1 & 7.6 & -21.45 \\ \hline & 1 & 7.6 & -21.45 & 1.19 \\ & & 1 & 8.6 & \\ \hline & 1 & 8.6 & \boxed{-12.85} & \end{array}$$

$X_0 = 1$

$X_1 = 1 + \frac{1.19}{12.85} = 1.0926$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1.0926 & 1 & 6.6 & -29.05 & 22.64 \\ & & 1.0926 & 8.4049 & -22.5568 \\ \hline & 1 & 7.6929 & -20.6451 & 0.0832 \\ & & 1.0926 & 9.5990 & \\ \hline & 1 & 8.7855 & \boxed{-11.0461} & \end{array}$$

$X_2 = 1.0926 + \frac{0.0832}{11.0461} = 1.1001$

$X_3 = 1.1001 + \frac{0.0009}{10.8980} = 1.1002$

$X_4 = 1.1002 - \frac{0.0001}{10.896} = 1.1002$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1.1001 & 1 & 6.6 & -29.05 & 22.64 \\ & & 1.1001 & 8.4709 & -22.6391 \\ \hline & 1 & 7.7001 & -20.5791 & 0.0009 \\ & & 1.1001 & 9.6811 & \\ \hline & 1 & 8.8002 & \boxed{-10.8980} & \end{array}$$

$X = 1.1002$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1.1002 & 1 & 6.6 & -29.05 & 22.64 \\ & & 1.1002 & 8.4718 & -22.6401 \\ \hline & 1 & 7.7002 & -20.5782 & -0.0001 \\ & & 1.1002 & 9.6822 & \\ \hline & 1 & 8.8004 & \boxed{-10.896} & \end{array}$$

$$\boxed{x_1 = 1.1002}$$

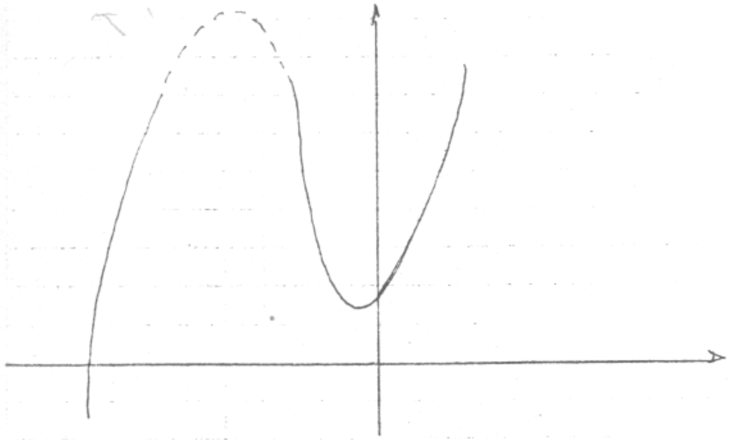
$$x^2 + 7.7002x - 20.5782 = 0$$

$$x_{2,3} = \frac{-7.7002 \pm \sqrt{59.2931 + 82.3128}}{2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x_2 = 2.0998 \\ \\ x_3 = -9.8 \end{array}}$$

Resolver para los valores reales con doble división sintética y encontrar todas las soluciones de:

$$x^3 + 12.1\,x^2 + 13.1\,x + 22.2 = 0$$



$r = -11.1$

$f(r) = 0.0$

x	2	1	0	-1	-2	-3	-5	-7	-10	-11	-12	-15
f(x)	104.8	48.4	22.2	20.2	36.4	64.8	134.2	180.4	101.2	11.2	-120.6	-826.8

$$\begin{array}{r|rrrr} -11 & 1 & 12.1 & 13.1 & 22.2 \\ & & -11 & -12.1 & -11 \\ \hline & 1 & 1.1 & 1 & \boxed{11.2} \\ & & -11 & 108.9 & \\ \hline & & -9.9 & \boxed{109.9} & \end{array}$$

$X_0 = -11$

$X_1 = -11 - \dfrac{11.2}{109.9} = -11.1019$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 12.1 & 13.1 & 22.2 \\ -11.1019 & & -11.1019 & -11.0808 & -22.4170 \\ \hline & 1 & 0.9981 & +2.0192 & \boxed{-0.2170} \\ & & -11.1019 & 112.1714 & \\ \hline & 1 & -10.1038 & \boxed{114.1906} & \end{array}$$

$X_2 = -11.1019 + \dfrac{0.2170}{114.1906} = -11.10$

$$\begin{array}{r|rrrr} -11.10 & 1 & 12.1 & 13.1 & 22.2 \\ & & -11.1 & -11.1 & -22.2 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$ Raíz

$x_1 = -11.1$

$x^2 + x + 2 = 0$

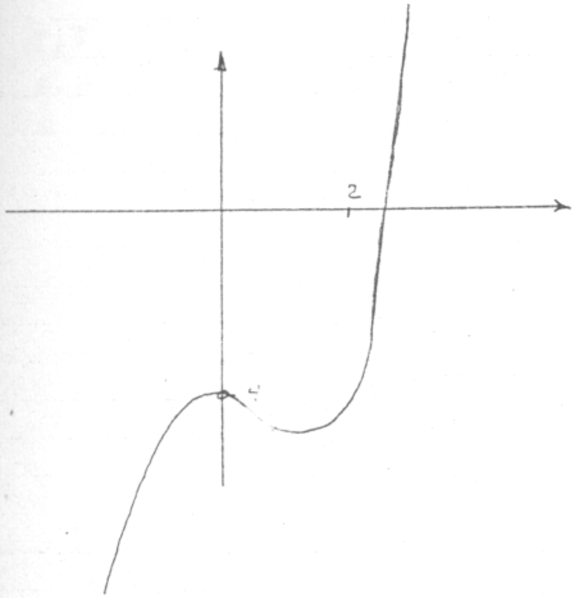
$$x_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2}$$

$x_2 = -0.5 + 1.3229\,i$

$x_3 = -0.5 - 1.3229\,i$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

Encontrar una raíz del polinomio $P(x) = x^3 - 2x^2 - 4$ por doble división sintética con $\varepsilon_x \leq 0.01$



$r = 2.59431302$

$f(r) = 0.0$

x	P(x)	
-3	-49	
-2	-20	
-1	-7	
0	-4	
1	-5	
2	-4	Raíz
3	5	
4	28	

$x_0 = 2.5$

1	-2	0	-4
	2.5	1.25	3.125
1	0.5	1.25	$\boxed{-0.875}$
	2.5	7.5	
1	3.0	$\boxed{8.75}$	

$$x_1 = 2.5 + \frac{0.875}{8.75} = 2.6$$

$$|x_1 - x_0| = 0.1 > 0.01$$

2.6

1	-2	0	-4
	2.6	1.56	4.056
1	0.6	1.56	$\boxed{0.056}$
	2.6	8.32	
1	3.2	$\boxed{9.88}$	

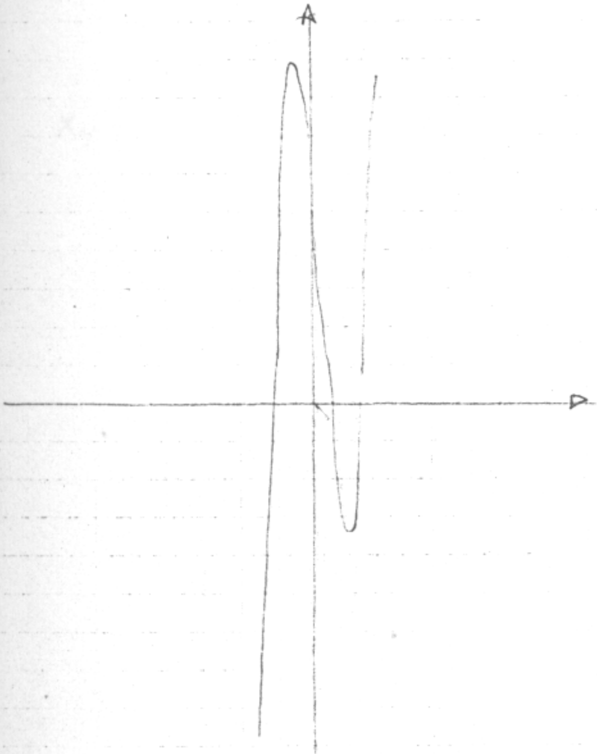
$$x_2 = 2.6 - \frac{0.056}{9.88} = 2.5943$$

$$|x_2 - x_1| = 0.0057 < 0.01$$

Raíz = 2.5943

Empleando el método de doble división sintética obtenga una raíz positiva de

$3x^3 - 4x^2 - 9x + 8 = 0$ con un error menor o igual a 0.01. Muestre el planteamiento y el procedimiento o cálculos intermedios



$r_1 = -1.59521532$

$f(r_1) = 0.0$

$r_2 = 0.776936244$

$f(r_2) = 3.7252903 \times 10^{-9}$

$r_3 = 2.15161241$

$f(r_3) = 5.58793545 \times 10^{-9}$

x	y
0	8
1	-2

$x_0 = 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -4 & -9 & 8 \\ & & 3 & -1 & -10 \\ \hline & 3 & -1 & -10 & \boxed{-2} \\ & & 3 & 2 & \\ \hline & 3 & 2 & \boxed{-8} & \end{array}$$

$x_1 = 1 - \frac{-2}{-8} = 0.75$

0.75

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -4 & -9 & 8 \\ & & 2.25 & -1.3125 & -7.7344 \\ \hline & 3 & -1.75 & -10.3125 & \boxed{0.2656} \\ & & 2.25 & 0.3750 & \\ \hline & 3 & 0.50 & \boxed{-9.9375} & \end{array}$$

$x_2 = 0.75 - \frac{0.2656}{-9.9375} = 0.7767.$

0.7767

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -4 & -9 & 8 \\ & & 2.3301 & -1.2970 & -7.9977 \\ \hline & 3 & -1.6699 & -10.2970 & \boxed{0.0024} \\ & & 2.3301 & 0.5128 & \\ \hline & 3 & 0.6602 & \boxed{-9.7842} & \end{array}$$

$x_3 = 0.7767 - \frac{0.0024}{-9.7842} = 0.7769$

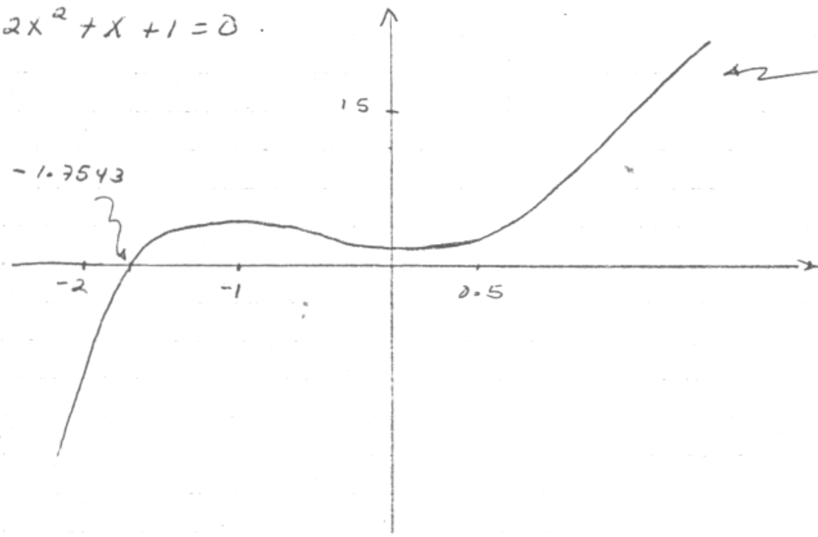
0.7769	3	-4	-9	8
		2.3307	-1.296879	-7.999645
	3	-1.6693	-10.296879	$\boxed{0.000355}$
		2.3307	0.513842	
	3	0.6614	-9.783037	

$$X_4 = 0.7769 - \frac{0.000355}{-9.783037} = 0.776936$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Determinar las soluciones del polinomio

$x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$.



$r = -1.75487767$

$f(r) = -9.31322575 \times 10^{-1}$

a) Por el método de Graeffe.

m	$a_1^2 - 2a_2$	$a_2^2 - 2a_1 a_3$
m	2	1
2	2	-3
4	10	5
8	90	5
16	8090	-1.55
32	6.54×10^{7}	7845
64	4.28×10^{15}	-6.95×10^{7}

cambios de signo

∴ una raiz es negativa y un par conjugado

$r_1 \doteq (b_1)^{1/m}$

$r_1 \doteq (4.28 \times 10^{15})^{1/64}$

$\boxed{r_1 \doteq -1.75}$

$R \doteq \left[\dfrac{1}{-6.95 \times 10^{7}}\right]^{1/64} = 0.754$

$a_1 = -(x_1 + x_2 + x_3) = -x_1 - 2u$

$u = \dfrac{-x_1 - a_1}{2} = \dfrac{1.75 - 2}{2}$

$u = -0.125$

$r = \sqrt{0.754 - (-0.125)^2} = 0.859$

$$\boxed{\begin{array}{l} r_2 \doteq -0.125 + 0.859\,i \\ r_3 \doteq -0.125 - 0.859\,i \end{array}}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez
60

b) Por el método de Lin $x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$

p	0.5	0.333	0.25	0.263	0.262
q	0.5	0.667	0.65	0.651	0.651
1	1	1	1	1	1
2	1.5	1.667	1.75	1.737	1.738
1	-0.25	-0.139	0.023	-0.001	0.001
1	0.25	-0.028	0.002	0.0003	0.0003
Δp 0.5	-0.167	-0.083	0.013	-0.001	0
Δq 0.5	0.167	-0.017	0.001	0.000	0

$(x^2 + px + q)(x + 1.738) = 0$

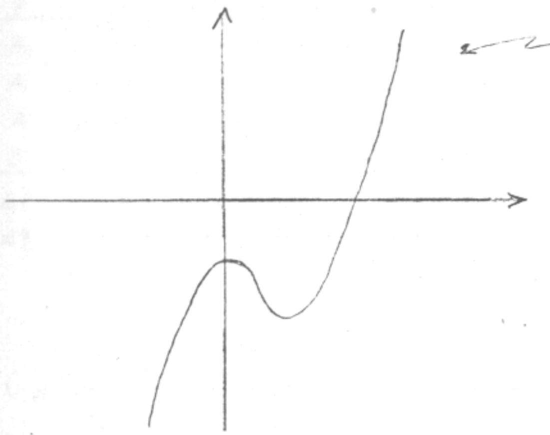
$(x^2 + 0.262x + 0.651)(x + 1.738) = 0$

$x_1 = -1.738$

$x_{2,3} = -0.131 \pm 0.7962i$

Determinar las soluciones del Polinomio

$x^3 - 3x^2 - 2 = 0$



$r = 3.19582334$

$f(r) = -7.91624188 \times 10^{-9}$

a) usando el método de Graeffe.

	a_1^2 $-2a_2$	a_2^2 $-2a_3 a_1$	a_3^2
m	-3	0	-2
	9 $-2(0)$	0 $-2(-2)(-3)$	4
2	9	-12	4
	81 $-2(-12)$	144 $-2(9)(4)$	16
4	105	$+72$	16
	11025 $-2(72)$	5184 $-2(16)105$	256
8	10881	$+1824$	256
	$1.18(10)^8$	3326976	
16	$1.18(10)^8$	-2244096	65536 ←

$r_1 = [(1.18)(10)^8]^{1/16}$

$\Rightarrow r_1 \doteq 3.195$

$R = \left(\dfrac{65536}{-2244096}\right)^{1/32}$

$= (-0.0292)^{0.0312}$

$= -0.8956$

$R^2 = u^2 + v^2$

$u = \dfrac{-x_1 - a_1}{2} = -0.0975$

$v = \sqrt{R^2 - u^2} = 0.8903$

$\boxed{r_{2,3} = -0.10 \pm 0.89i}$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

$x^3 - 3x^2 - 2 = 0$

b) Usando el Método de Lin (Trabajar con 3 c.d.)

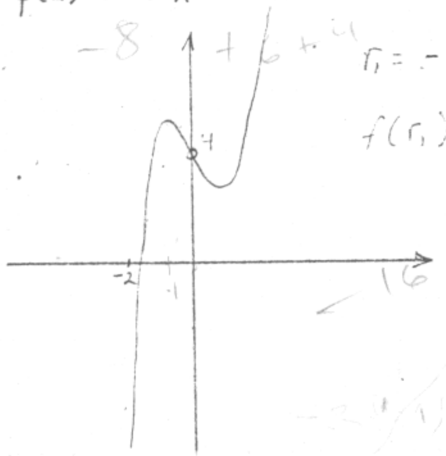
p	0	0	0.233	0.207
q	0	0.67	0.667	0.666
A_0	1	1	1	1
A_1	-3	-3	-3.223	-3.207
R	0	-0.67	0.052	0.001
S	-2	0.01	0.0003	0
Δp	0	0.223	-0.016	0
Δq	0.67	-0.003	-0.0001	0

$$(x^2 + 0.207x + 0.666)(x - 3.207) = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 3.207 \\ x_2 &= -0.1035 + 1.62i \\ x_3 &= -0.1035 - 1.62i \end{aligned}}$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

Encuentre una raíz negativa de la ecuación
$f(x) = 2x^3 - 3x + 4 = 0$



$r_1 = -1.164742666$

$f(r_1) = 0.0$

a) Con el método de Bisección con $\varepsilon_x = |x_{n+1} - x_n| \leq 0.02$

x	f(x)	
0	4	
-1	5	← Raíz
-2	-6	

$x_0 = \boxed{-1}$	5	si el
$x_1 = -2$	-6	f(B) x f(A) < 0
$x_2 = \boxed{-1.5}$	1.75	
$x_3 = -1.75$	-1.47	
$x_4 = \boxed{-1.625}$	0.2930	
$x_5 = -1.6875$	-0.5483	
$x_6 = -1.656250$	-0.117981	
$x_7 = \boxed{-1.640625}$	+0.089397	
$x_8 = -1.6484375$	-0.013438	
$x_9 = \boxed{-1.64453125}$	+0.038380	
$x_{10} = -1.646484375$	0.012509	

∴ La raíz es: -1.646484

b) Mediante el método de doble división sintética con un error menor o igual a 0.005

x	f(x)	
0	+4	
-1	+5	← Raíz
-2	-6	

$x_0 = -1$

2	0	-3	4
	-2	2	1
2	-2	-1	$\boxed{5} = f(x_0)$
	-2	4	
2	-4	$\boxed{3} = f'(x_0)$	

$x_1 = -1 - \frac{5}{3}$

$x_1 = -\frac{8}{3} = -2.6667$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = -1 - \frac{5}{3} = -2.6667$$

$$\begin{array}{r|rrrl}
-2.6667 & 2 & 0 & -3 & 4 \\
 & & -5.3333 & 14.2222 & -29.9259 \\ \hline
 & 2 & -5.3333 & 11.2222 & \boxed{-25.9259} = f(x_1) \\
 & & -5.3333 & 28.4444 & \\ \hline
 & 2 & -10.6667 & \boxed{39.6666} & = f'(x_1)
\end{array}$$

$$x_2 = -2.6667 - \frac{-25.9259}{39.6666} = -2.6667 - (-0.6536) = 2.0131$$

$$\begin{array}{r|rrrl}
-2.0131 & 2 & 0 & -3 & 4 \\
 & & -4.0262 & 8.1051 & -10.2772 \\ \hline
 & 2 & -4.0262 & 5.1051 & \boxed{-6.2772} = f(x_2) \\
 & & -4.0262 & 16.2103 & \\ \hline
 & 2 & -8.0524 & \boxed{21.3154} & = f'(x_2)
\end{array}$$

$$x_3 = -2.0131 - \frac{-6.2772}{21.3154} = -2.0131 - (-0.2945) = -1.7186$$

$$\begin{array}{r|rrrl}
-1.7186 & 2 & 0 & -3 & 4 \\
 & & -3.4372 & 5.9072 & -4.9963 \\ \hline
 & 2 & -3.4372 & 2.9072 & \boxed{-0.9963} = f(x_3) \\
 & & -3.4372 & 11.8143 & \\ \hline
 & 2 & -6.8744 & \boxed{14.7215} & = f'(x_3)
\end{array}$$

$$x_4 = -1.7186 - \frac{-0.9963}{14.7215} = -1.7186 - (-0.0677) = -1.6509$$

$$\begin{array}{r|rrrl}
-1.6509 & 2 & 0 & -3 & 4 \\
 & & -3.3018 & 5.4509 & -4.0463 \\ \hline
 & 2 & -3.3018 & 2.4509 & \boxed{-0.0463} = f(x_4) \\
 & & -3.3018 & 10.9019 & \\ \hline
 & 2 & -6.6036 & \boxed{13.3528} & = f'(x_4)
\end{array}$$

$$x_5 = -1.6509 - \frac{0.0463}{13.3529} = -1.6509 - (-0.0035) = -1.6474$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1.6474 & 2 & 0 & -3 & 4 \\ & & -3.2948 & 5.4279 & -3.9996 \\ \hline & 2 & -3.2948 & 2.4279 & \boxed{0.0004} = f(x_5) \\ & & -3.2948 & 10.8557 & \\ \hline & 2 & -6.5896 & \boxed{13.2836} = f'(x_5) & \end{array}$$

$$x_6 = -1.6474 - \frac{0.0004}{13.2836} = -1.6474 - (0.00003) = -1.6474$$

$x_0 = -1.5$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1.5 & 2 & 0 & -3 & 4 \\ & & -3.00 & 4.5 & -2.25 \\ \hline & 2 & -3.00 & +1.5 & \boxed{1.75} = f(x_0) \\ & & -3.00 & 9.0 & \\ \hline & 2 & -6.00 & 10.5 = f'(x_0) & \end{array}$$

$$x_1 = -1.5 - \frac{1.75}{10.5} = -1.5 - 0.1667 = -1.6667$$

$$\begin{array}{r|rrrr} x_1 = -1.6667 & 2 & 0 & -3 & 4 \\ & & -3.3334 & 5.5558 & -4.2597 \\ \hline & 2 & -3.3334 & 2.5558 & \boxed{-0.2597} = f(x_1) \\ & & -3.3334 & 11.1116 & \\ \hline & 2 & -6.6668 & \boxed{13.6674} = f'(x_1) & \end{array}$$

$$x_2 = -1.6667 - \frac{-0.2597}{13.6674} = -1.6667 - (-0.0190) = -1.6477$$

$$\begin{array}{r|rrrr} x_2 = -1.6477 & 2 & 0 & -3 & 4 \\ & & -3.2954 & 5.4298 & -4.0036 \\ \hline & 2 & -3.2954 & 2.4298 & \boxed{-0.0036} = f(x_2) \\ & & -3.2954 & 10.8579 & \\ \hline & 2 & -6.5908 & 13.2895 = f'(x_2) & \end{array}$$

$$x_3 = -1.6477 - \frac{-0.0036}{13.2895} = -1.6477 - (-0.0003) = -1.6474$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez

$$x_0 = -2.0 \quad \begin{array}{|cccc} 2 & 0 & -3 & 4 \\ & -4 & +8 & -10 \\ \hline 2 & -4 & 5 & \boxed{-6} \\ & -4 & 16 & \\ \hline 2 & -8 & \boxed{21} & \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ = f(x_0) \\ \\ = f'(x_0) \end{array}$$

$$x_1 = -2 - \frac{-6}{21} = -2 - (-0.2857) = -1.7143$$

$$x_1 = -1.7143 \quad \begin{array}{|cccc} 2 & 0 & -3 & 4 \\ & -3.4286 & 5.8776 & -4.9332 \\ \hline 2 & -3.4286 & 2.8776 & \boxed{-0.9332} \\ & -3.4286 & 11.7553 & \\ \hline 2 & -6.8572 & \boxed{14.6329} & \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ = f(x_1) \\ \\ = f'(x_1) \end{array}$$

$$x_2 = -1.7143 - \frac{-0.9332}{14.6329} = -1.7143 - (-0.0638) = -1.6505$$

$$x_2 = -1.6505 \quad \begin{array}{|cccc} 2 & 0 & -3 & 4 \\ & -3.3010 & 5.4483 & -4.0409 \\ \hline 2 & -3.3010 & 2.4483 & \boxed{-0.0409} \\ & -3.3030 & 10.8966 & \\ \hline 2 & -6.6020 & \boxed{13.3449} & \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ = f'(x_2) \\ \\ = f'(x_2) \end{array}$$

$$x_3 = -1.6505 - \frac{-0.0409}{13.3449} = -1.6505 - (-0.0031) = -1.6474.$$

e) Por doble división sintética con un $\varepsilon_x \leq 0.0001$
Encontrar todas sus raíces.

x	0	1	2	3	1.5	-1	-2
f(x)	4	3	14	49	6.25	5	-6

$$-2 \quad \begin{array}{|cccc} 2 & 0 & -3 & 4 \\ & -4 & 8 & -10 \\ \hline 2 & -4 & 5 & \boxed{-6} \\ & -4 & 16 & \\ \hline 2 & -8 & \boxed{21} & \end{array}$$

$x_0 = -1$

$$x_1 = -2 - \frac{6}{21} = -1.7143$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1.7143 & 2 & 0 & -3 & 4 \\ & & -3.4286 & 5.8776 & -4.9331 \\ \hline & 2 & -3.4286 & 2.8776 & \boxed{-0.9331} \\ & & -3.4286 & 11.7553 & \\ \hline & 2 & -6.8572 & 14.6329 & \end{array}$$

$$X_2 = -1.7143 + \frac{0.9331}{14.6329} = -1.6505$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1.6505 & 2 & 0 & -3 & 4 \\ & & -3.301 & 5.4483 & -4.0409 \\ \hline & 2 & -3.301 & 2.4483 & \boxed{-0.0409} \\ & & -3.301 & 10.8966 & \\ \hline & 2 & -6.602 & \boxed{13.3449} & \end{array}$$

$$X_3 = -1.6505 + \frac{0.0409}{13.3449} = -1.6474$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1.6474 & 2 & 0 & -3 & 4 \\ & & -3.2948 & 5.4279 & -3.9997 \\ \hline & 2 & -3.2948 & 2.4279 & \boxed{0.0003} \\ & & -3.2949 & 10.8557 & \\ \hline & 2 & -6.5896 & \boxed{13.2836} & \end{array}$$

$$X_4 = -1.6474 - \frac{0.0003}{13.2836} = -1.6474$$

$$\boxed{X_1 = -1.6474}$$

$$2X^2 - 3.2948\,X + 2.4279 = 0$$

$$X_{2,3} = \frac{3.2948 \pm \sqrt{10.8557 - 19.4232}}{4}$$

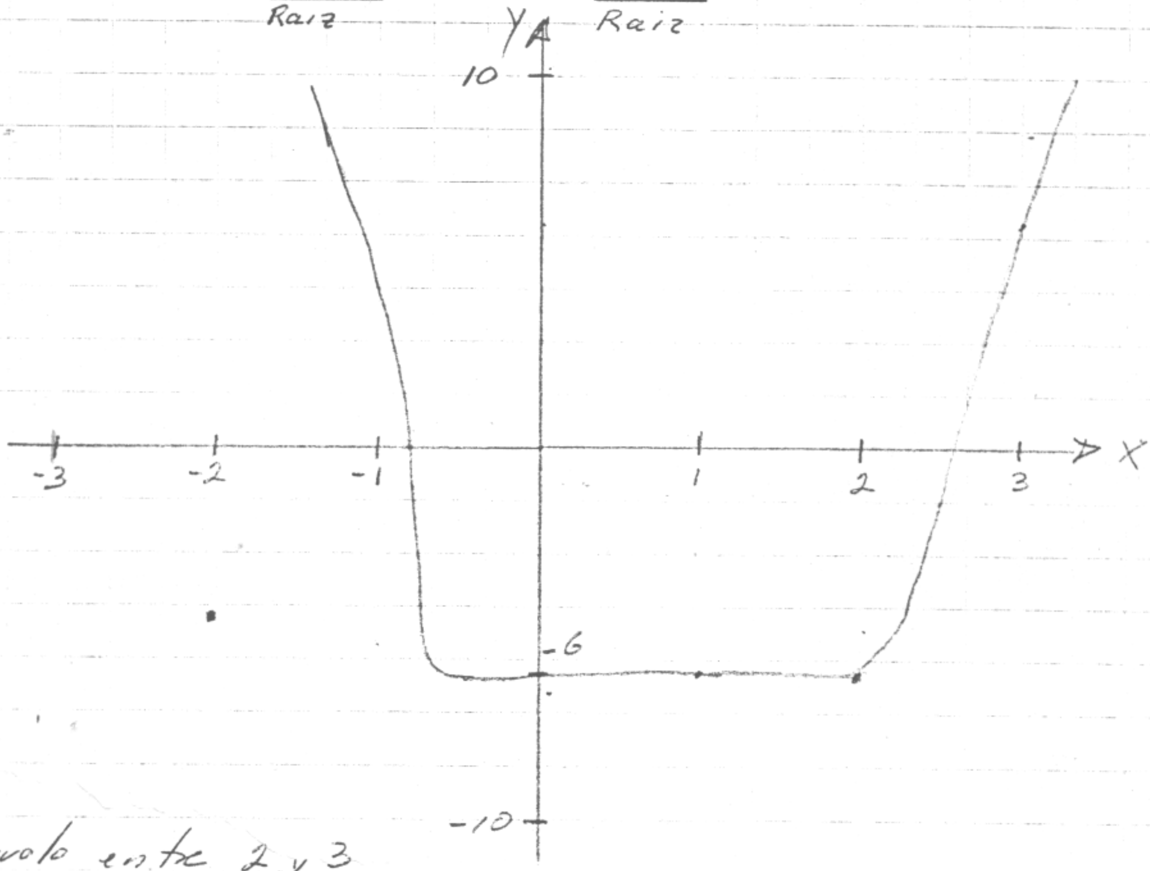
$$\boxed{\begin{array}{l} X_2 = 0.8237 + 0.7918\,i \\ X_3 = 0.8237 - 0.7318\,i \end{array}}$$

81 -108 45 -6 -6

Resolver $X^4-4X^3+5X^2-2X-6=0$ por el método de Bisección con $\mathcal{E}_y \leq 0.001$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
F(X)	234	66	6	-6	-6	-6	6

Raiz Raiz



Intervalo entre 2 y 3

X	F(X)
2.5	-3.1875
2.75	0.3164
2.625	-1.6677
2.6875	-0.7385
2.7188	-0.2265
2.7344	0.4078
2.7266	-0.0939
2.7305	-0.0268
2.7325	0.0078
2.7315	-0.0095

X	F(X)
2.732	-0.0009
2.7323	0.0043
2.732	0.0026
2.7321	-0.0009

$\therefore$ Raiz = 2.7321

Intervalo entre 0 y -1

X	F(X)
-0.5	-3.1875
-0.75	0.3164
-0.625	-1.6677
-0.6875	-0.7385
-0.7188	-0.2265
-0.7344	0.0408
-0.7266	-0.0939
-0.7305	-0.0268
-0.7325	0.0078
-0.7315	-0.0095
-0.7320	-0.0009
-0.7323	0.0043
-0.7322	0.0026
-0.7321	0.0009

$\therefore$ $\underline{\underline{Raiz = -0.7321}}$

	1	-4	5	-2	-6
2.7321		2.7321	-3.4640	4.1965	6
	1	-1.2679	1.536	2.1965	0
-0.7321		-0.7321	1.4642	-2.1963	
	1	-2	3	0.0002 ≈ 0	

$$X^2 - 2X + 3 = 0$$

$$Raiz_{3,4} = \frac{2 \pm \sqrt{4-12}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}\,i}{2}$$

$$\therefore \underline{\underline{Raiz_3 = 1 + \sqrt{2}\,i}}$$

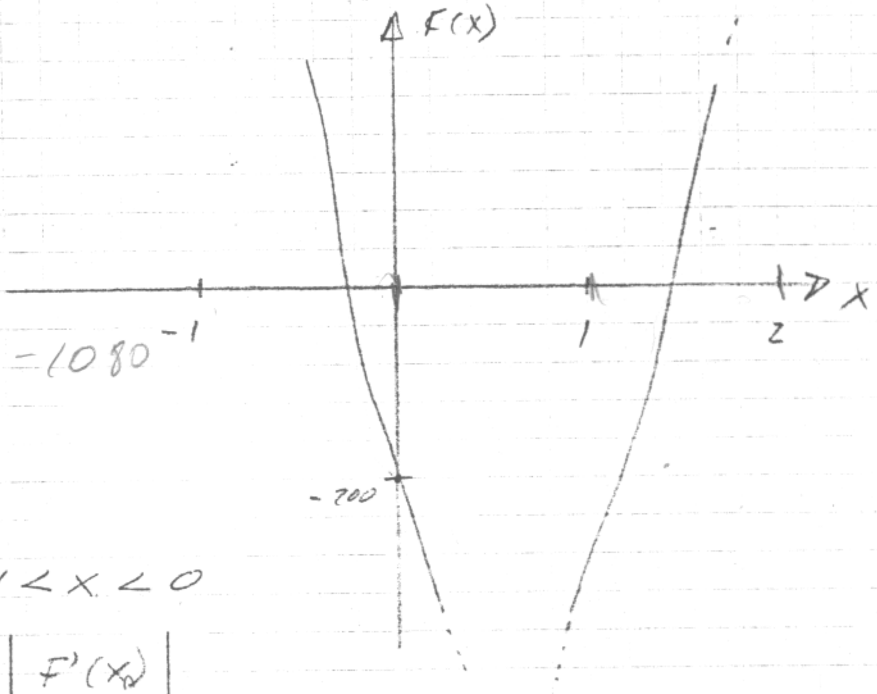
$$\underline{\underline{Raiz_4 = 1 - \sqrt{2}\,i}}$$

0.0001

Encontrar todas las raices empleando el método de Newton-Raphson.

$$P(x) = X^4 + 39X^3 + 958X^2 - 1080X - 200$$

X	F(x)
-1	1800
0	-200
1	-282
2	1800



$$P'(x) = 4X^3 + 117X^2 + 1916x - 1080$$

$$X_{n+1} = X_n - \frac{F(x)}{F'(x)}$$

Para el intervalo $-1 < X < 0$

N	X_n	$F(X_n)$	$F'(X_n)$
0	-1	1800	-2883
1	-0.3756	338.8413	-1783.448
2	-0.1856	33.2835	-1431.714
3	-0.1624	0.5065	-1388.110
4	-0.1620	0.0001	-1387.424
5	-0.1620		

$\therefore$ $\underline{\underline{Raiz_1 = -0.1620}}$

Para el intervalo $1 < X < 2$

N	X	F(x)	F'(x)
0	1	-282	957
1	1.2946	94.9719	1605.3819
2	1.2355	3.9089	1473.385
3	1.2328	0.0078	1467.4877
4	1.2328		

$\therefore$ $Raiz_2 = 1.2328$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = -1 - \frac{5}{3} = -2.6667$$

-2.6667	2	0	-3	4	
		-5.3333	14.2222	-29.9259	
	2	-5.3333	11.2222	$\boxed{-25.9259}$	$= f(x_1)$
		-5.3333	28.4444		
	2	-10.6667	$\boxed{39.6666}$	$= f'(x_1)$	

$$x_2 = -2.6667 - \frac{-25.9259}{39.6666} = -2.6667 - (-0.6536) = 2.0131$$

-2.0131	2	0	-3	4	
		-4.0262	8.1051	-10.2772	
	2	-4.0262	5.1051	$\boxed{-6.2772}$	$= f(x_2)$
		-4.0262	16.2103		
	2	-8.0524	$\boxed{21.3154}$	$= f'(x_2)$	

$$x_3 = -2.0131 - \frac{-6.2772}{21.3154} = -2.0131 - (-0.2945) = -1.7186$$

-1.7186	2	0	-3	4	
		-3.4372	5.9072	-4.9963	
	2	-3.4372	2.9072	$\boxed{-0.9963}$	$= f(x_3)$
		-3.4372	11.8143		
	2	-6.8744	$\boxed{14.7215}$	$= f'(x_3)$	

$$x_4 = -1.7186 - \frac{-0.9963}{14.7215} = -1.7186 - (-0.0677) = -1.6509$$

-1.6509	2	0	-3	4	
		-3.3018	5.4509	-4.0463	
	2	-3.3018	2.4509	$\boxed{-0.0463}$	$= f(x_4)$
		-3.3018	10.9019		
	2	-6.6036	$\boxed{13.3528}$	$= f'(x_4)$	

$$x_5 = -1.6509 - \frac{0.0463}{13.3529} = -1.6509 - (-0.0035) = -1.6474$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1.6474 & 2 & 0 & -3 & 4 \\
 & & -3.2948 & 5.4279 & -3.9996 \\
\hline
 & 2 & -3.2948 & 2.4279 & \boxed{0.0004} = f(X_5) \\
 & & -3.2948 & 10.8557 & \\
\hline
 & 2 & -6.5896 & \boxed{13.2836} = f'(X_5) &
\end{array}$$

$$X_6 = -1.6474 - \frac{0.0004}{13.2836} = -1.6474 - (0.00003) = -1.6474$$

$X_0 = -1.5$

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1.5 & 2 & 0 & -3 & 4 \\
 & & -3.00 & 4.5 & -2.25 \\
\hline
 & 2 & -3.00 & +1.5 & \boxed{1.75} = f(X_0) \\
 & & -3.00 & 9.0 & \\
\hline
 & 2 & -6.00 & 10.5 = f'(X_0) &
\end{array}$$

$$X_1 = -1.5 - \frac{1.75}{10.5} = -1.5 - 0.1667 = -1.6667$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
X_1 = -1.6667 & 2 & 0 & -3 & 4 \\
 & & -3.3334 & 5.5558 & -4.2597 \\
\hline
 & 2 & -3.3334 & 2.5558 & \boxed{-0.2597} = f(X_1) \\
 & & -3.3334 & 11.1116 & \\
\hline
 & 2 & -6.6668 & \boxed{13.6674} = f'(X_1) &
\end{array}$$

$$X_2 = -1.6667 - \frac{-0.2597}{13.6674} = -1.6667 - (-0.0190) = -1.6477$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
X_2 = -1.6477 & 2 & 0 & -3 & 4 \\
 & & -3.2954 & 5.4298 & -4.0036 \\
\hline
 & 2 & -3.2954 & 2.4298 & \boxed{-0.0036} = f(X_2) \\
 & & -3.2954 & 10.8579 & \\
\hline
 & 2 & -6.5908 & 13.2895 = f'(X_2) &
\end{array}$$

$$X_3 = -1.6477 - \frac{-0.0036}{13.2895} = -1.6477 - (-0.0003) = -1.6474$$

$x_0 = -2.0$

$x_0=-2.0$	2	0	-3	4
		-4	+8	-10
	2	-4	5	$\boxed{-6} = f(x_0)$
		-4	16	
	2	-8	$\boxed{21} = f'(x_0)$	

$$x_1 = -2 - \frac{-6}{21} = -2 - (-0.2857) = -1.7143$$

$x_1=-1.7143$	2	0	-3	4
		-3.4286	5.8776	-4.9332
	2	-3.4286	2.8776	$\boxed{-0.9332} = f(x_1)$
		-3.4286	11.7553	
	2	-6.8572	$\boxed{14.6329} = f'(x_1)$	

$$x_2 = -1.7143 - \frac{-0.9332}{14.6329} = -1.7143 - (-0.0638) = -1.6505$$

$x_2=-1.6505$	2	0	-3	4
		-3.3010	5.4483	-4.0409
	2	-3.3010	2.4483	$\boxed{-0.0409} = f'(x_2)$
		-3.3030	10.8966	
	2	-6.6020	$\boxed{13.3449} = f'(x_2)$	

$$x_3 = -1.6505 - \frac{-0.0409}{13.3449} = -1.6505 - (-0.0031) = -1.6474.$$

e) Por doble división sintética con un $\varepsilon_x \leq 0.0001$ Encontrar todas sus raíces.

x	0	1	2	3	1.5	-1	-2
f(x)	4	3	14	49	6.25	5	-6

-2	2	0	-3	4
		-4	8	-10
	2	-4	5	$\boxed{-6}$
		-4	16	
	2	-8	$\boxed{21}$	

$x_0 = -1$

$$x_1 = -2 - \frac{6}{21} = -1.7143$$

Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1.7143 & 2 & 0 & -3 & 4 \\
 & & -3.4286 & 5.8776 & -4.9331 \\ \hline
 & 2 & -3.4286 & 2.8776 & \boxed{-0.9331} \\
 & & -3.4286 & 11.7553 & \\ \hline
 & 2 & -6.8572 & 14.6329 &
\end{array}$$

$$X_2 = -1.7143 + \frac{0.9331}{14.6329} = -1.6505$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1.6505 & 2 & 0 & -3 & 4 \\
 & & -3.301 & 5.4483 & -4.0409 \\ \hline
 & 2 & -3.301 & 2.4483 & \boxed{-0.0409} \\
 & & -3.301 & 10.8966 & \\ \hline
 & 2 & -6.602 & \boxed{13.3449} &
\end{array}$$

$$X_3 = -1.6505 + \frac{0.0409}{13.3449} = -1.6474$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1.6474 & 2 & 0 & -3 & 4 \\
 & & -3.2948 & 5.4279 & -3.9997 \\ \hline
 & 2 & -3.2948 & 2.4279 & \boxed{0.0003} \\
 & & -3.2949 & 10.8557 & \\ \hline
 & 2 & -6.5896 & \boxed{13.2836} &
\end{array}$$

$$X_4 = -1.6474 - \frac{0.0003}{13.2836} = -1.6474$$

$$\boxed{X_1 = -1.6474}$$

$$2x^2 - 3.2948\,x + 2.4279 = 0$$

$$X_{2,3} = \frac{3.2948 \pm \sqrt{10.8557 - 19.4232}}{4}$$

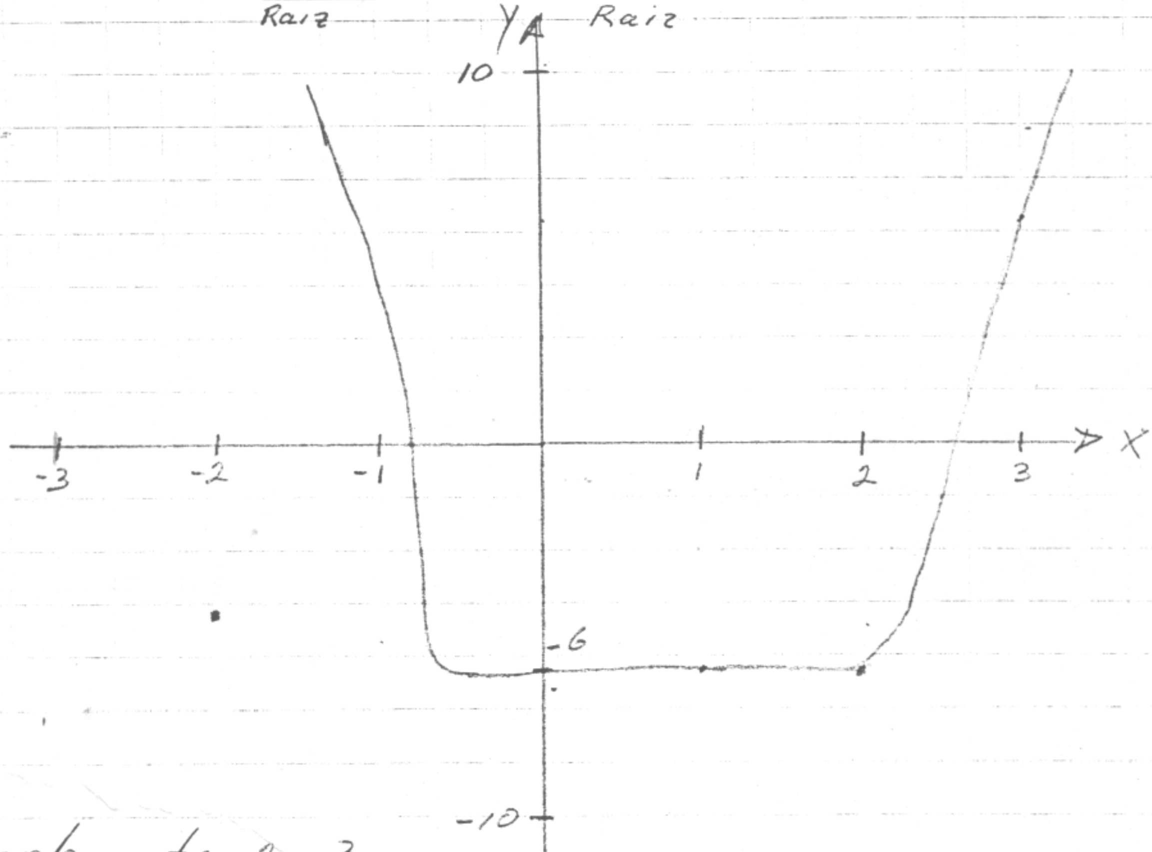
$$\boxed{\begin{array}{l} X_2 = 0.8237 + 0.7918\,i \\ X_3 = 0.8237 - 0.7318\,i \end{array}}$$

81 -108 45 -6 -6

Resolver $X^4-4X^3+5X^2-2X-6=0$ por el método de Bisección con $\varepsilon_y \leq 0.001$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
F(X)	234	66	6	-6	-6	-6	6

Raiz Raiz



Intervalo entre 2 y 3

X	F(X)
2.5	-3.1875
2.75	0.3164
2.625	-1.6677
2.6875	-0.7385
2.7188	-0.2265
2.7344	0.4078
2.7266	-0.0939
2.7305	-0.0268
2.7325	0.0078
2.7315	-0.0095

X	F(X)
2.732	-0.0009
2.7323	0.0043
2.732	0.0026
2.7321	-0.0009

$\therefore$ Raiz = 2.7321

Intervalo entre 0 y -1

X	F(X)
-0.5	-3.1875
-0.75	0.3164
-0.625	-1.6677
-0.6875	-0.7385
-0.7188	-0.2265
-0.7344	0.0408
-0.7266	-0.0939
-0.7305	-0.0268
-0.7325	0.0078
-0.7315	-0.0095
-0.7320	-0.0009
-0.7323	0.0043
-0.7322	0.0026
-0.7321	0.0009

$\therefore$ $\underline{\underline{Raiz = -0.7321}}$

	1	-4	5	-2	-6
2.7321		2.7321	-3.4640	4.1965	6
	1	-1.2679	1.536	2.1965	0
-0.7321		-0.7321	1.4642	-2.1963	
	1	-2	3	0.0002 ≈ 0	

$$X^2 - 2X + 3 = 0$$

$$Raiz_{3,4} = \frac{2 \pm \sqrt{4-12}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}\, i}{2}$$

$\therefore$ $\underline{\underline{Raiz_3 = 1 + \sqrt{2}\, i}}$

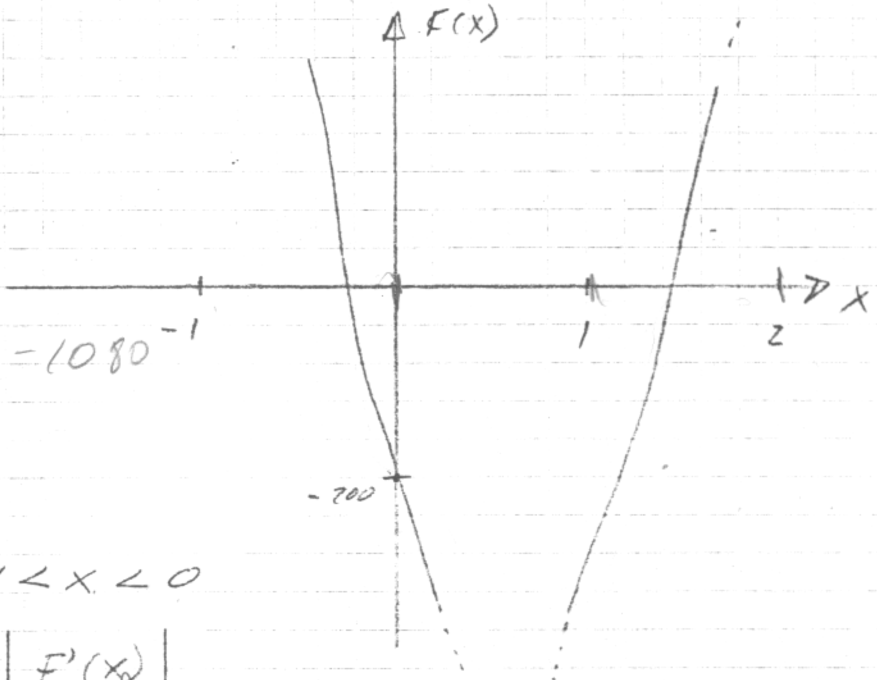
$\underline{\underline{Raiz_4 = 1 - \sqrt{2}\, i}}$

0.0001

Encontrar todas las raíces empleando el método de Newton-Raphson.

$$P(x) = X^4 + 39X^3 + 958X^2 - 1080X - 200$$

X	F(x)
-1	1800
0	-200
1	-282
2	1800



$$P'(x) = 4X^3 + 117X^2 + 1916x - 1080$$

$$X_{n+1} = X_n - \frac{F(x)}{F'(x)}$$

Para el intervalo $-1 < X < 0$

N	X_n	$F(X_n)$	$F'(X_n)$
0	-1	1800	-2883
1	-0.3756	338.8413	-1783.448
2	-0.1856	33.2835	-1431.714
3	-0.1624	0.5065	-1388.110
4	-0.1620	0.0001	-1387.424
5	-0.1620		

$\therefore$ $Raiz_1 = -0.1620$

Para el intervalo $1 < X < 2$

N	X	F(x)	F'(x)
0	1	-282	957
1	1.2946	94.9719	1605.3819
2	1.2355	3.9089	1473.385
3	1.2328	0.0078	1467.4877
4	1.2328		

$\therefore$ $Raiz_2 = 1.2328$

$$
\begin{array}{r|ccccc}
 & 1 & 39 & 958 & -1080 & -200 \\
-0.1620 & & -0.1620 & -6.2918 & -154.1767 & 199.9366 \\
\hline
 & 1 & 38.838 & 951.7082 & -1234.1767 & \underline{-0.06} \approx 0 \\
1.2328 & & 1.2328 & 49.3993 & 1234.1653 & \\
\hline
 & 1 & 40.0708 & 1001.1075 & \underline{-0.01} \simeq 0 &
\end{array}
$$

∴ El polinomio reducido es:

$$X^2 + 40.0708X + 1001.1075 = 0$$

Aplicando la fórmula general tenemos:

$$Raiz_{3,4} = \frac{-40.0708 \pm \sqrt{(40.0708)^2 - 4(1001.1075)}}{2} =$$

$$Raiz_{3,4} = \frac{-40.0708 \pm \sqrt{-2398.76099}}{2}$$

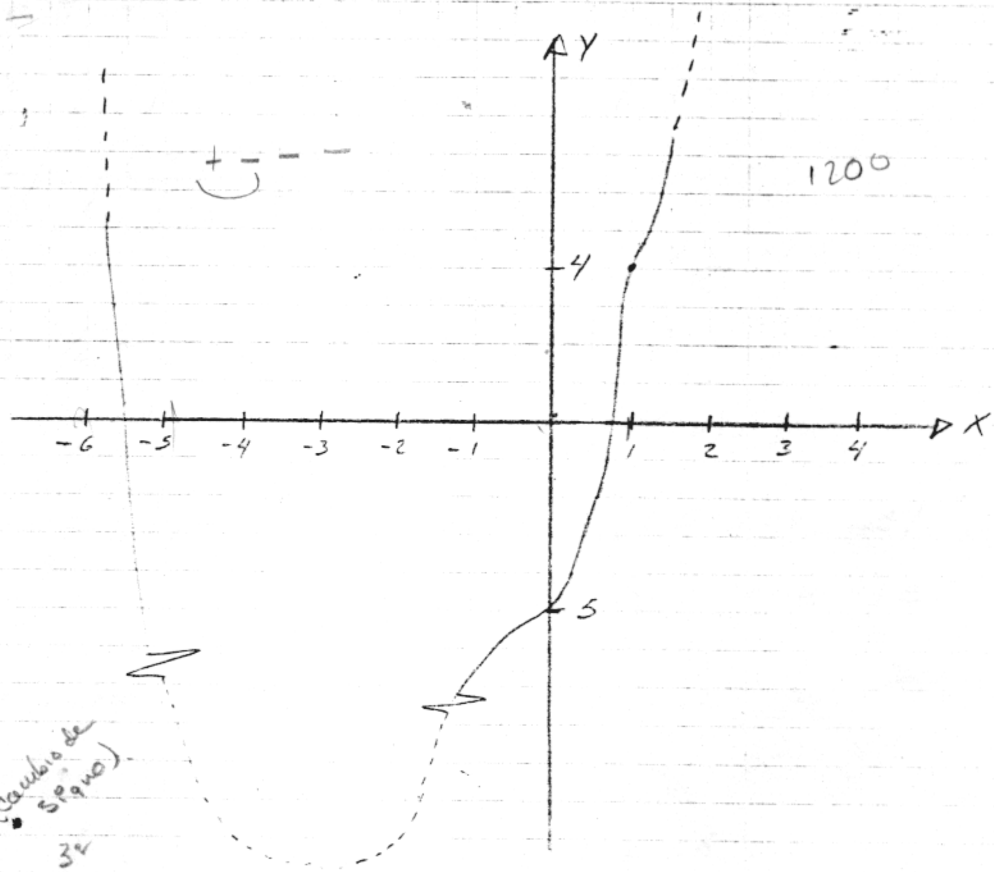
$$\underline{\underline{Raiz_3 = -20.0354 + 24.4886\,i}} \,\|$$

$$\underline{\underline{Raiz_4 = -20.0354 - 24.4886\,i}} \,\|$$

Encontrar las raíces de la siguiente ecuación:

$$X^4+5X^3-3X^2+6X-5=0 \qquad \varepsilon_x = 0.0001$$

X	F(x)
$-\infty$	$+\infty$
−6	67
−5	−110
−4	−141
−3	−104
−2	−53
−1	−18
0	−5
1	4
2	51
3	202
$+\infty$	$+\infty$



1er (cambio de signo)

$P(x) = + + - + -$

$P(-x) = + - - - -$

Raíces		
Positivas	3	1
Negativas	1	1
Complejas	0	2

Intervalos de interes:

1) $-6 < X < -5$

2) $-0 < X < 1$

Determinación de convergencia para el método de Newton-Raphson:

$$f(x) = X^4+5X^3-3X^2+6X-5$$

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| < 1 \qquad f'(x) = 4X^3+15X^2-6X+6$$

$$f''(x) = 12X^2+30X-6$$

- Para el intervalo $-6 < x < -5$

Por la derecha:

$f(-5) = -110$; $f'(-5) = -89$; $f''(-5) = 144$

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| = \left| \frac{(-110)(144)}{(-89)^2} \right| = |-1.999| = +1.999 > 1$$

$\therefore$ No converge

Por la izquierda:

$f(-6) = 67$; $f'(-6) = -282$; $f''(-6) = 246$

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| = \left| \frac{(67)(246)}{(-282)^2} \right| = |0.2073| = 0.2073 < 1$$

$\therefore$ Si converge.

- Para el intervalo $0 < x < 1$

Por la derecha:

$f(1) = 4$; $f'(1) = 19$; $f''(1) = 36$

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| = \left| \frac{(4)\,(36)}{(19)^2} \right| = |0.3989| = 0.3989 < 1$$

$\therefore$ Si converge.

Por la izquierda:

$f(0) = -5$; $f'(0) = 6$; $f''(0) = -6$

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| = \left| \frac{(-5)\,(-6)}{(6)^2} \right| = |0.8333| = 0.8333 < 1$$

$\therefore$ Si converge.

Por lo tanto podemos utilizar el método de Newton-Raphson.

Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza
M. Ing Horacio Sandoval Rodríguez

Para el intervalo $-6 < X < -5$

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

N	X	F(x)	F'(x)
0	-6	67	-282
1	-5.76241	6.69152	-226.717
2	-5.73289	0.09518	-220.283
3	-5.73246	0.00002	-220.189
4	-5.73246		

$\therefore$ $\underline{\underline{Raiz_1 = -5.73246}}$

- Para el intervalo $0 < X < 1$

N	X	F(x)	F'(x)
0	1	4	19
1	0.78947	0.71577	12.5804
2	0.73258	0.03924	11.2272
3	0.72908	0.00014	11.1491
4	0.72907		

$\therefore$ $\underline{\underline{Raiz_2 = 0.72907}}$

$$X^4 + 5X^3 - 3X^2 + 6X - 5 = 0$$

	1	5	-3	6	-5
-5.73246		-5.73246	4.1988	-6.87206	4.99905
	1	-0.73246	1.1988	-0.87206	-0.0004 ≃ 0
0.72907		0.72907	-0.00247	0.87221	
	1	-0.00339	1.19633	0.0001 ≃ 0	

$$X^2 - 0.00339X + 1.19633$$

Aplicando la fórmula general se tiene:

$$Raiz_{3,4} = \frac{0.00339 \pm \sqrt{0.00001 - 4.78532}}{2}$$

$\therefore$ $\underline{\underline{Raiz_3 = 0.0017 + 1.09377i}}$

$\underline{\underline{Raiz_4 = 0.0017 - 1.09377i}}$

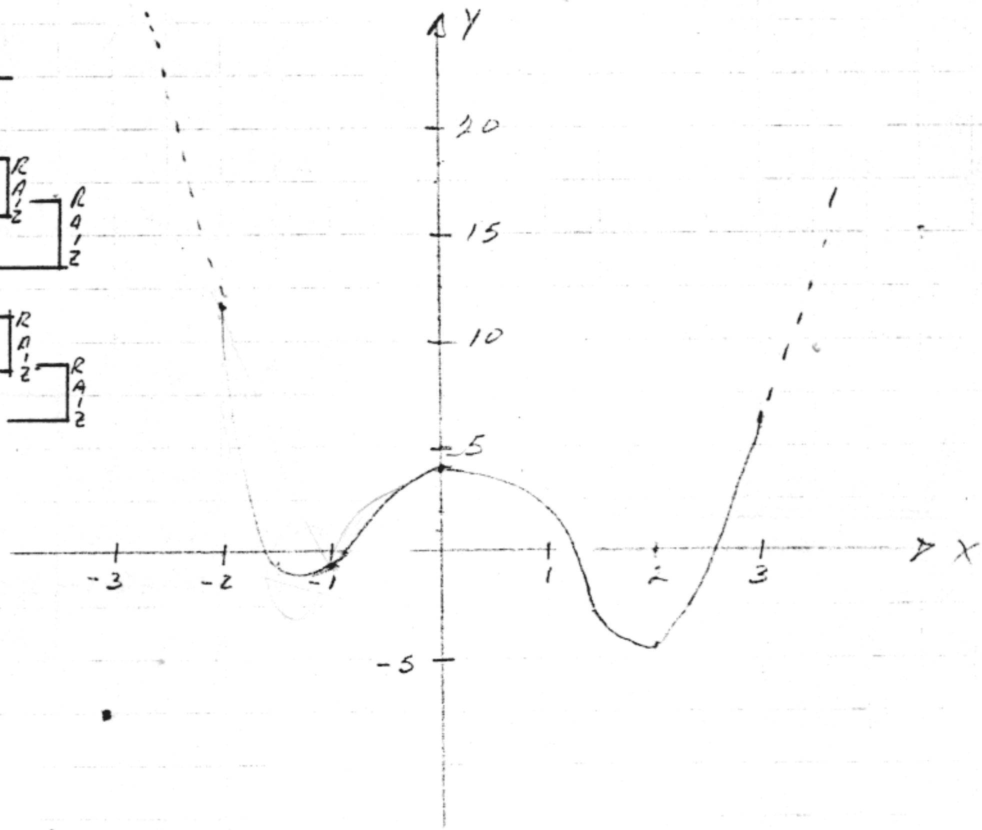
A)

Mediante el método de Newton-Raphson, obtenga una raíz negativa de:

$P_4(x) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 4X + 4$ con $\varepsilon_x \le 0.01$

X	Y
-3	91
-2	12
-1	-1
0	4
1	3
2	-4
3	7

RAIZ RAIZ RAIZ RAIZ



Análisis de la función.

NUMERO / RAICES	4	2	0
R^+		X	X
R^-		X	X
C	X	X	X

$X \to -\infty$; $f(x) \to \infty$

$X \to 0$; $f(x) \to 4$

$X \to \infty$; $f(x) \to \infty$

Aplicando el método

$P_4(x) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 4X + 4$

$P_4'(x) = 4X^3 - 6X^2 - 8X + 4$

fórmula : $X_{n+1} = X_n - \dfrac{f(X_n)}{f'(X_n)}$

n	X	f(x)	f'(x)
0	0	4	4
1	-1	-1	2
2	-0.5	1.3125	6
3	-0.7188	0.0681	5.1652
4	-0.7319	6.04×10^{-4}	5.0727
5	-0.732		

∴ Raiz = -0.7320

$\varepsilon_x = 1 \times 10^{-4}$

B)

Mediante el método de Newton-Raphson obtenga una raíz positiva de: $P_4(x) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 4X + 4$ con $\mathcal{E}_X \leq 0.01$

Aplicando el método.

$P_4(x) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 4X + 4$ formula: $X_{n+1} = X_n - \dfrac{f(X_n)}{f'(X_n)}$

$P_4'(x) = 4X^3 - 6X^2 - 8X + 4$

n	X	f(x)	f'(x)
0	1	3	-6
1	1.5	-0.6875	-8
2	1.4141	1.2084×10^{-3}	-7.9999
3	1.4142	-1.29×10^{-8}	-8
4	1.4142		

$\therefore$ Raiz = 1.4142

$\mathcal{E}_X = 1 \times 10^{-4}$

C)

Mediante el método de Newton-Raphson, obtenga una raíz negativa de: $P_4(x) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 4X + 4$ con $\mathcal{E}_X \leq 0.01$

Aplicando el método:

$P_4(x) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 4X + 4$

$P_4'(x) = 4X^3 - 6X^2 - 8X + 4$

fórmula:

$X_{n+1} = X_n - \dfrac{f(X_n)}{f'(X_n)}$

n	X	f(x)	f'(x)
0	-2	12	-36
1	-1.6667	3.1975	-17.8519
2	-1.4876	0.6784	-10.5431
3	-1.4232	0.0733	-8.2983
4	-1.4144	0.0013	-8.0053
5	-1.4142	4.28×10^{-7}	-8
6	-1.4142		

$\therefore$ Raiz = -1.4142 $\quad \mathcal{E}_X = 1 \times 10^{-4}$

d)

Mediante el método de Newton - Raphson obtenga una raíz positiva de:

$P_4(x) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 4X + 4$ con $\varepsilon_x \leq 0.01$

$P_4(x) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 4X + 4$

$P_4'(x) = 4X^3 - 6X^2 - 8X + 4$

Formula: $X_{n+1} = X_n - \frac{f(x)}{f'(x)}$

n	X	$f(x)$	$f'(x)$
0	3	7	34
1	2.7941	1.2709	22.0602
2	2.7365	0.0848	19.1461
3	2.7321	4.8×10^{-4}	18.9294
4	2.7321		

$\therefore$ Raiz = 2.7321

$\varepsilon_x = 1 \times 10^{-4}$

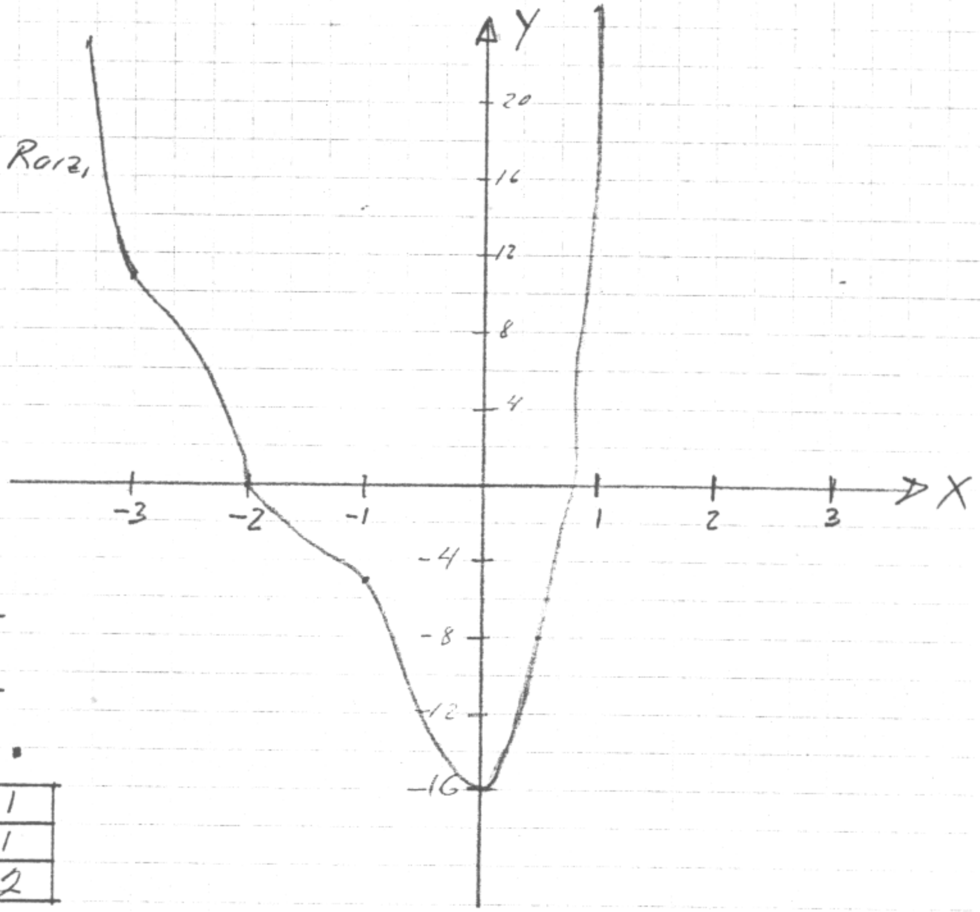
Encontrar las raíces de la siguiente ecuación:

$y = 3X^4 + 16X^3 + 24X^2 - 16$ $\qquad \varepsilon_X = 0.0001$

X	F(X)
-3	11
-2	0
-1	-5
0	-16
1	27
2	256
3	875

← Raíz₁

Raíz 2



$P(x) = + + + -$

$P(-x) = + - + -$

Raíces

Positivas	1	1
Negativas	3	1
Complejas	0	2

De la gráfica se tiene: $R_1 = -2$

Intervalo con posible raíz: $0 < X < 1$

Determinación de convergencia para el método de Newton-Raphson.

$$\left| \frac{f(x) f''(x)}{(f'(x))^2} \right| < 1$$

$$f(x) = 3X^4 + 16X^3 + 24X^2 - 16$$

$$f'(x) = 12X^3 + 48X^2 + 48X$$

$$f''(x) = 36X^2 + 96X + 48$$

- Para el intervalo $0 < x < 1$

Por la derecha:

$f(1) = 27$; $f'(1) = 108$; $f''(1) = 180$

$$\left|\frac{f(x)\,f''(x)}{(f'(x))^2}\right| = \left|\frac{(27)(180)}{(108)^2}\right| = |0.41667| = 0.41667 < 1 \quad \underline{\text{Si}} \text{ converge}$$

Por la izquierda

$f(0) = -16$; $f'(0) = 0$; $f''(0) = 48$

$$\left|\frac{f(x)\,f''(x)}{(f'(x))^2}\right| = \left|\frac{(-16)(48)}{(0)^2}\right| = \text{indeterminado}$$

$f(0.001) = -15.99998$; $f'(0.001) = 0.04805$;
$f''(0.001) = 48.096036$

$$\left|\frac{f(x)\,f''(x)}{(f'(x))^2}\right| = \left|\frac{(-15.99998)(48.09)}{(0.04805)^2}\right| = |-333305.0852| =$$

$= 333305.0852 > 0$ $\underline{\text{No}}$ converge

Por lo tanto podemos utilizar el método de Newton-Raphson tomando como valor inicial: $X_0 = 1$

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

N	X	F(X)	F'(X)
0	1	27	108
1	0.75	5.1992	68.0625
2	0.67361	0.39815	57.78125
3	0.66672	0.00305	56.89576
4	0.66667		

$$\therefore \text{Raiz}_2 \doteq 0.66667 = \frac{2}{3}$$

	3	16	24	0	-16
-2		-6	-20	-8	16
	3	10	4	-8	0
$\frac{2}{3}$		2	8	8	
	3	12	12	0	

$$\therefore \; 3X^2 + 12X + 12 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$$

Aplicando la fórmula general se tiene:

$$Raiz_{3,4} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{6}$$

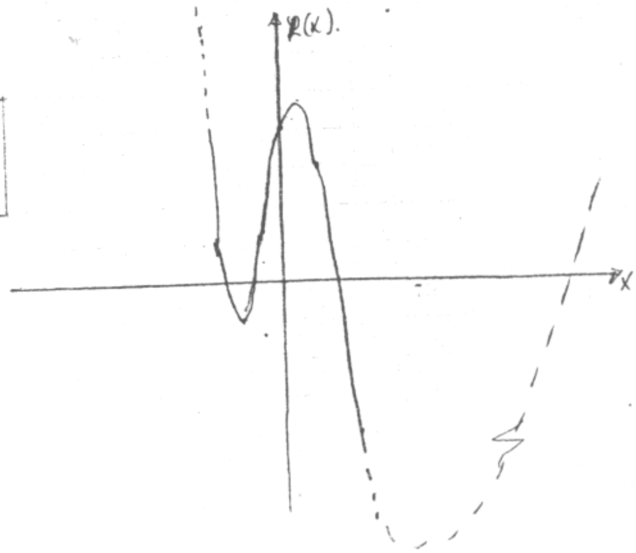
$$\therefore \; Raiz_3 = Raiz_4 = -2$$

Utilizando el método de doble división sintética obtenga el valor de una raiz positiva

$P(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 4x + 4$; con $\varepsilon_x \leq 0.01$

X	P(X)
-3	91
-2	12
-1	-1.0
0	4.0
1	3.0
2	-4.0
3	7.0
4	84

+	2	0	2	0
−	2	2	0	0
c	0	2	2	4



$x_0 = 1$

1	-2	-4	4	4
	1	-1	-5	-1
1	-1	-5	-1	$\boxed{3}$
	1	0	-5	
1	0	-5	$\boxed{-6}$	

$x_1 = 1 + \frac{3}{6} = 1.5$

1.5

1	-2	-4	4	4
	1.5	-0.750	-7.125	-4.688
1	-0.5	-4.750	-3.125	-0.688
	1.5	1.5	-4.875	
1	1	-3.25	-8.000	

$x_2 = 1.5 - \frac{0.688}{8.000} = 1.414$

1.414

1	-2	-4	4	4
	1.414	-0.829	-6.828	-3.998
1	-0.586	-4.829	-2.828	$\boxed{0.002}$
	1.414	1.171	-5.173	
1	0.828	-3.658	$\boxed{-8.001}$	

$x_3 = 1.414 + \frac{0.002}{8.001} = 1.41425$

$\boxed{Raiz_1 = 1.41425} \cong \sqrt{2}$

Con $x_0 = 2$.

2	1	-2	-4	4	4
		2	0	-8	-8
	1	0	-4	-4	$\boxed{-4}$
		2	4	0	
	1	2	0	$\boxed{-4}$	

$x_1 = 2 - 1 = 1$

* Que es la solución anterior

Con $x_0 = 3$

$x_0 = 3$	1	-2	-4	4	4
		3	3	-3	3
	1	1	-1	-1	$\boxed{7}$
		3	12	33	
	1	4	11	$\boxed{32}$	

$x_1 = 3 - \frac{7}{32} = 2.794$

2.794	1	-2	-4	4	4
		2.794	2.218	-4.978	-2.732
	1	0.794	-1.782	-0.978	$\boxed{1.268}$
		2.794	10.025	23.031	
	1	3.588	8.243	$\boxed{22.053}$	

$x_2 = 2.794 - \frac{1.268}{22.053} = 2.737$

2.737	1	-2	-4	4	4
		2.737	2.017	-5.427	-3.906
	1	0.737	-1.983	-1.427	0.094
		2.737	9.508	20.597	
	1	3.474	7.525	$\boxed{19.170}$	

$x_3 = 2.737 - \frac{0.094}{19.170} = 2.732$

$\boxed{Raiz_2 = 2.732} \doteq 1+\sqrt{3}$

$Raiz_3 = -\sqrt{2} = -1.41421356$

$Raiz_4 = 1-\sqrt{3} \doteq 0.732050$

Utilizando el método de doble división sintética obtenga los valores de las raíces positivas de:

$$P_4(x) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 4X + 4$$

X	Y	
-3	91	
-2	12	
-1	-1	
0	4	
1	3	RAIZ
2	-4	RAIZ
3	7	

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -2 & -4 & 4 & 4 \\
1 & & 1 & -1 & -5 & -1 \\
\hline
 & 1 & -1 & -5 & -1 & \boxed{3} \\
 & & 1 & 0 & -5 & \\
\hline
 & 1 & 0 & -5 & \boxed{-6} &
\end{array}$$

$X_0 = 1$

$X_1 = 1 + \frac{3}{6} = 1.5$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -2 & -4 & 4 & 4 \\
1.5 & & 1.5 & -0.75 & -7.125 & -4.688 \\
\hline
 & 1 & -0.5 & -4.75 & -3.125 & \boxed{-0.688} \\
 & & 1.5 & 1.5 & -4.875 & \\
\hline
 & 1 & 1.0 & -3.25 & \boxed{-8.000} &
\end{array}$$

$X_2 = 1.5 - \frac{0.688}{8.000} = 1.414$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -2 & -4 & 4 & 4 \\
1.414 & & 1.414 & -0.829 & -6.828 & -3.948 \\
\hline
 & 1 & -0.586 & -4.829 & -2.828 & \boxed{0.002} \\
 & & 1.414 & 1.171 & -5.173 & \\
\hline
 & 1 & 0.828 & -3.658 & -8.001 &
\end{array}$$

$X_3 = 1.414 + \frac{0.002}{8.001} = 1.414$

$\therefore$ **Raiz = 1.414** $\varepsilon_x = 1 \times 10^{-3}$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -2 & -4 & 4 & 4 \\
2 & & 2 & 0 & -8 & -8 \\
\hline
 & 1 & 0 & -4 & -4 & \boxed{-4} \\
 & & 2 & 4 & 0 & \\
\hline
 & 1 & 2 & 0 & -4 &
\end{array}$$

$X_0 = 2$

$X_1 = 2 - \frac{4}{4} = 1$ que es la solución anterior

$\therefore X_0 = 3$

	1	-2	-4	4	4
3		3	3	-3	3
	1	1	-1	1	7
		3	12	33	
	1	4	11	34	

$$X_0 = 3$$

$$X_1 = 3 - \frac{7}{34} = 2.794$$

	1	-2	-4	4	4
2.794		2.794	2.218	-4.978	-2.732
	1	0.794	-1.782	-0.978	1.268
		2.794	10.025	23.031	
	1	3.588	8.243	22.053	

$$X_2 = 2.794 - \frac{1.268}{22.053} = 2.737$$

	1	-2	-4	4	4
2.737		2.737	2.015	-5.431	-3.915
	1	0.737	-1.985	-1.431	0.085
		2.737	9.505	20.579	
	1	3.474	7.520	19.148	

$$X_3 = 2.737 - \frac{0.085}{19.148} = 2.732$$

	1	-2	-4	4	4
2.732		2.732	2.000	-5.464	-4
	1	0.732	-2.000	-1.464	0

$\therefore$ $\underline{\text{Raiz} = 2.732}$

$\varepsilon_x = 1 \times 10^{-3}$

Utilizando el método de doble división sintetica obtenga el valor de una raiz negativa de:

$P_4(x) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 4X + 4$

X	Y
-3	91
-2	12
-1	-1
0	4
1	3
2	-4
3	7

RAIZ (entre -2 y -1)
RAIZ (entre -1 y 0)
RAIZ (entre 1 y 2)
RAIZ (entre 2 y 3)

a)

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -2 & -4 & 4 & 4 \\
-2 & & -2 & 8 & -8 & 8 \\
\hline
 & 1 & -4 & 4 & -4 & \boxed{12} \\
-2 & & -2 & 12 & -32 & \\
\hline
 & 1 & -6 & 16 & -36 &
\end{array}$$

$X_0 = -2$

$$X_1 = -2 + \frac{12}{36} = -1.667$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -2 & -4 & 4 & 4 \\
-1.667 & & -1.667 & 6.113 & -3.522 & -0.797 \\
\hline
 & 1 & -3.667 & 2.113 & 0.478 & \boxed{3.203} \\
 & & -1.667 & 8.892 & -18.345 & \\
\hline
 & 1 & -5.334 & 11.005 & \boxed{-17.867} &
\end{array}$$

$$X_2 = -1.667 + \frac{3.203}{17.867} = -1.4488$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -2 & -4 & 4 & 4 \\
-1.448 & & -1.448 & 5.189 & -1.769 & -3.330 \\
\hline
 & 1 & -3.448 & 1.189 & 2.231 & \boxed{0.680} \\
 & & -1.448 & 7.343 & -12.693 & \\
\hline
 & 1 & -4.936 & 8.532 & \boxed{-10.462} &
\end{array}$$

$$X_3 = -1.448 + \frac{0.680}{10.462} = -1.423$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -2 & -4 & 4 & 4 \\
-1.423 & & -1.423 & 4.871 & -1.239 & -3.928 \\
\hline
 & 1 & -3.423 & 0.871 & 2.761 & \boxed{0.072} \\
 & & -1.423 & 6.896 & -11.052 & \\
\hline
 & 1 & -4.846 & 7.767 & \boxed{-8.291} &
\end{array}$$

$$X_4 = -1.423 + \frac{0.072}{8.291} = -1.414$$

$\therefore$ Raiz $= -1.414$ $\quad \varepsilon_x = 1 \times 10^{-2}$

b)

$X_0 = -1$

	1	-2	-4	4	4
-1		-1	3	1	-5
	1	-3	-1	5	-1
		-1	4	-3	
	1	-4	3	2	

$$X_1 = -1 + \frac{1}{2} = -0.5$$

	1	-2	-4	4	4
-0.5		-0.5	1.25	1.375	-2.688
	1	-2.5	-2.75	5.375	1.313
		-0.5	1.5	0.625	
	1	-3	-1.25	6.000	

$$X_2 = -0.5 - \frac{1.313}{6.000} = -0.719$$

	1	-2	-4	4	4
-0.719		-0.719	1.954	1.470	-3.932
	1	-2.719	-2.046	5.470	0.068
		-0.719	2.471	-0.306	
	1	-3.438	0.425	5.164	

$$X_3 = -0.719 - \frac{0.068}{5.164} = -0.732$$

	1	-2	-4	4	4
-0.732		-0.732	2.000	1.464	-4
	1	-2.732	-2.000	5.464	0
		-0.732	2.536	-0.392	
	1	-3.464	0.536	5.072	

$$X_4 = -0.732 - \frac{0}{5.072} = -0.732$$

$\therefore$ Raiz $= -0.732$ $\quad \varepsilon_x = 1 \times 10^{-3}$

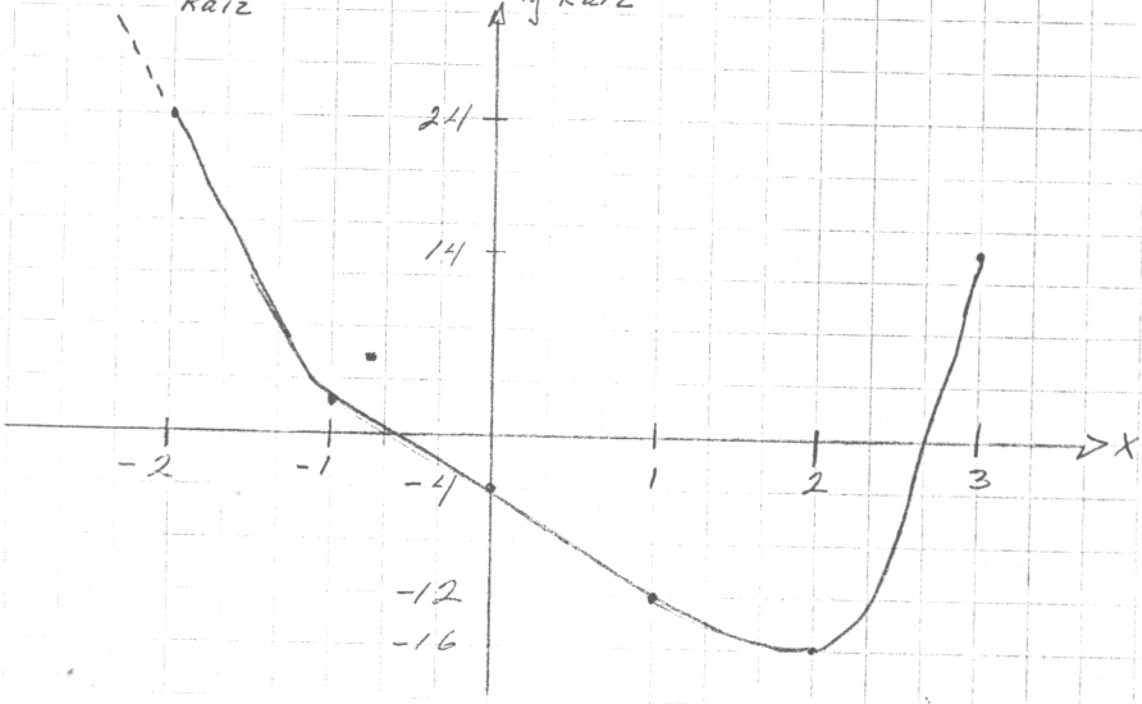
Encontrar si existen las raíces reales de:

$$X^4 - X^3 - 2X^2 - 6X - 4 = 0$$

por el método de doble división sintética.

X	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	24	2	-4	-12	-16	14

Raíz (entre -1 y 0) y Raíz (entre 2 y 3)



	1	-1	-2	-6	-4
-1		-1	2	0	6
	1	-2	0	-6	$\boxed{12}$
		-1	3	-3	
	1	-3	3	$\boxed{-9}$	

$X_0 = -1$

$X_1 = -1 + \frac{2}{9} = -0.7778$

$X_2 = -0.7778 + \frac{0.2933}{6.5857} = -0.7332$

	1	-1	-2	-6	-4
-0.7778		-0.7778	1.3828	0.4801	4.2933
	1	-1.7778	-0.6173	-5.5194	$\boxed{0.2933}$
		-0.7778	1.9877	-1.0658	
	1	-2.5556	1.3704	-6.5857	

	1	-1	-2	-6	-4
-0.7332		-0.7332	1.2708	0.5347	4.0072
	1	-1.7332	-0.7292	-5.4653	0.0072
		-0.7332	1.8084	-0.7912	
	1	-2.4664	1.0792	-6.2565	

$$X_3=-0.7332+\frac{0.0072}{6.2565}=-0.73$$

$$X_4=-0.732+\frac{0}{6.2486}=-0.73$$

	1	-1	-2	-6	-4
-0.732		-0.732	1.2679	0.5359	4
	1	-1.732	-0.7321	-5.4641	0
		-0.732	1.8038	-0.7845	
	1	-2.4640	1.0717	-6.2486	

— (1) $\therefore$ $\underline{\underline{\text{Raiz}_1 = -0.732}}$

	1	-1	-2	-6	-4
3		3	6	12	18
	1	2	4	6	14
		3	15	57	
	1	5	19	63	

$$X_0=3$$

$$X_1=3-\frac{14}{63}=2.7778$$

$$X_2=2.777-\frac{2.0052}{46.0908}=2.734$$

$$X_3=2.7343-\frac{0.0940}{42.4028}=2.73$$

	1	-1	-2	-6	-4
2.7778		2.7778	4.9383	8.1619	6.0052
	1	1.7778	2.9383	2.1619	2.0052
		2.7778	12.6544	43.3130	
	1	4.5556	15.5927	46.0908	

	1	-1	-2	-6	-4
2.7343		2.7343	4.7420	7.4973	4.0940
	1	1.7343	2.7420	1.4973	0.0940
		2.7343	12.2183	40.9055	
	1	4.4686	14.9603	42.4028	

	1	-1	-2	-6	-4
		2.7321	4.7323	7.4648	4.0021
2.7321	1	1.7321	2.7323	1.4648	0.0021
		2.7321	12.1966	40.7874	
	1	4.4642	14.9289	42.2522	

$$X_4 = 2.7321 - \frac{0.0021}{42.2522} = 2.732$$

$$\therefore \; Raiz_2 = 2.7321$$

De (1)

$$X^3 - 1.732X^2 - 0.7321X - 5.4641 = 0$$

	1	-1.7320	-0.7321	-5.4641
		2.7321	2.7324	5.4649
2.7321	1	1.0001	2.0003	0.0008 ≃ 0

$$X^2 + 1.0001X + 2.0003 = 0$$

$$X_{3,4} = \frac{-1.0001 \pm \sqrt{-7.001}}{2}$$

$$Raiz_3 = -0.5001 + 1.323i$$

$$Raiz_4 = -0.5001 - 1.323i$$

Encontrar las raíces reales si existen de:

$$X^4 + X^3 + 0.56X^2 - 1.44X - 2.88 = 0$$

por el método de doble división sintética.

X	0	1	2	3	-1	-2	-3
F(x)	-2.88	-1.76	20.48	105.84	-0.88	10.24	60.48

Raíz (entre 1 y 2) Raíz (entre -1 y -2)

	1	1	0.56	-1.44	-2.88
1		1	2	2.56	1.12
	1	2	2.56	1.12	$\boxed{-1.76}$
		1	3	5.56	
	1	3	5.56	$\boxed{6.68}$	

	1	1	0.56	-1.44	-2.88
1.2635		1.2635	2.8599	4.3210	3.6402
	1	2.2635	3.4199	2.8810	$\boxed{0.7602}$
	1	1.2635	4.4564	9.9517	
	1	3.5270	7.8763	$\boxed{12.8327}$	

	1	1	0.56	-1.44	-2.88
1.2043		1.2043	2.6546	3.8712	2.4277
	1	2.2043	3.2146	2.4312	$\boxed{0.0477}$
		1.2043	4.1048	8.8145	
	1	3.4086	7.3194	$\boxed{11.2457}$	

$X_0 = \underline{1}$

$X_1 = 1 + \frac{1.76}{6.68} = 1.2635$

$X_2 = 1.2635 - \frac{0.7602}{12.8327} = 1.2043$

$X_3 = 1.2043 - \frac{0.0477}{11.2457} = 1.2$

$X_4 = 1.2 - \frac{0}{11.136} = 1.2$

$\therefore$ **Raíz$_1$ = 1.2**

	1	1	0.56	-1.44	-2.88
1.2		1.2	2.64	3.84	2.88
	1	2.2	3.2	2.4	0
		1.2	4.08	8.736	
	1	3.4	7.28	11.1360	

— (1)

$Raiz_1 = 1.2$

	1	1	0.56	-1.44	-2.88
-1		-1	0	-0.56	2
	1	0	0.56	-2	-0.88
		-1	1	-1.56	
	1	-1	1.56	-3.56	

	1	1	0.56	-1.44	-2.88
-1.2472		-1.2472	0.3083	-1.0830	3.1466
	1	-0.2472	0.8683	-2.523	0.2666
		-1.2472	1.8638	-3.4075	
	1	-1.4944	2.7321	-5.9305	

$X_0 = -1$

$X_1 = -1 - \frac{0.88}{3.56} = -1.2472$

$X_2 = -1.2472 + \frac{0.2666}{5.9305} = -1.2022$

$X_3 = -1.2022 + \frac{0.0121}{5.4011} = -1.2$

$X_4 = -1.2 + \frac{0}{5.38} = -1.2$

$\therefore \underline{\underline{Raiz_2 = -1.2}}$

	1	1	0.56	-1.44	-2.88
-1.2022		-1.2022	0.2431	-0.9656	2.8921
	1	-0.2022	0.8031	-2.4056	0.0121
		-1.2022	1.6885	-2.9495	
	1	-1.4044	2.4916	-5.4011	

	1	1	0.56	-1.44	-2.88
-1.2		-1.2	0.24	-0.96	2.88
	1	-0.2	0.8	-2.4	0
		-1.2	1.68	-2.98	
	1	-1.4	2.48	-5.38	

De (1).

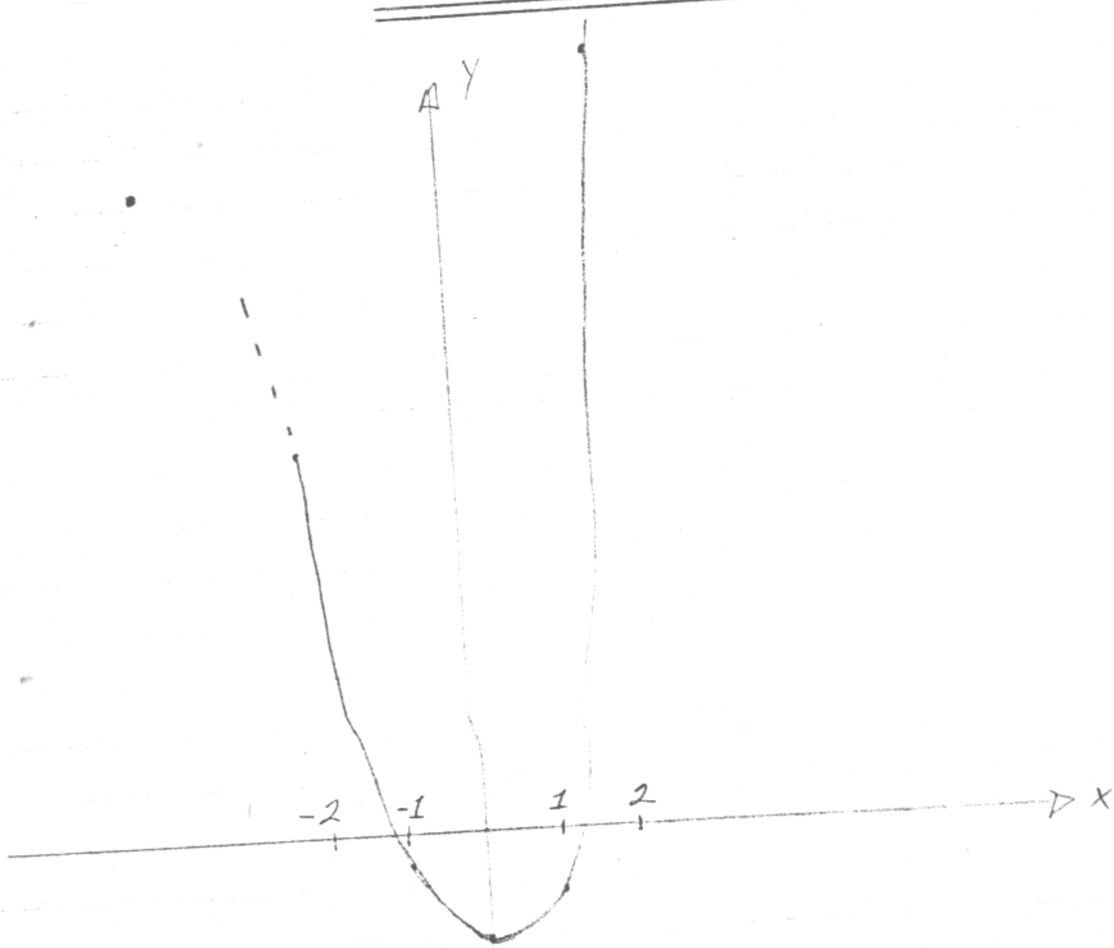
$$X^3+2.2X^2+3.2X+2.4=0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2.2 & 3.2 & 2.4 \\ -1.2 & & -1.2 & -1.2 & -2.4 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & \boxed{0} \end{array} \Rightarrow X^2+X+2$$

$$Raiz_{3,4}=\frac{-1\pm\sqrt{1-8}}{2}$$

$$\boxed{Raiz_3=-0.5+\frac{\sqrt{7}}{2}i}$$

$$\boxed{Raiz_4=-0.5-\frac{\sqrt{7}}{2}i}$$



Aplicando el método de doble división sintética calcular todas las raíces reales (si existen) de $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$ con un Error Ex menor o igual a 0.0001.

De la regla de los signos de descartes

R+	R-	C	T
1	1	2	4

Valuando en algunos puntos

X	0	1	2	-1	-2
P(x)	-3	-4	5	-4	5

Para la raíz real positiva tomemos como $X_0 = 1.5$

	1	0	-2	0	-3
1.5		1.5	2.25	0.375	0.5625
	1	1.5	0.25	0.375	-2.4375
		1.5	4.5	7.125	
	1	3	4.75	7.5	

$$X_1 = 1.5 - \frac{(-2.4375)}{7.5}$$

$X_1 = 1.825$

$Ex = |1.5 - 1.825| = 0.325 > 0.0001$

	1	0	-2	0	-3
1.825		1.825	3.3306	2.4283	4.4317
	1	1.825	1.3306	2.4283	1.4317
		1.825	6.6613	14.5851	
	1	3.65	7.9919	17.0134	

$$X_2 = 1.825 - \frac{1.4317}{17.0134}$$

$X_2 = 1.7408$

$Ex = |1.7408 - 1.825| = 0.0842 > 0.0001$

	1	0	-2	0	-3
1.7408		1.7408	3.0306	1.7937	3.1225
	1	1.7408	1.0306	1.7937	0.1225
		1.7408	6.0608	12.3447	
	1	3.4817	7.0914	14.1384	

$$X_3 = 1.7408 - \frac{0.1225}{14.1384}$$

$X_3 = 1.7321$

$Ex = |1.7321 - 1.7408| = 0.0087 > 0.0001$

	1	0	-2	0	-3
1.7321		1.7321	3.0003	1.7326	3.0012
	1	1.7321	1.0003	1.7326	0.0012
		1.7321	6.0006	12.1265	
	1	3.4643	7.0009	13.8591	

$$X_4 = 1.7321 - \frac{0.0012}{13.8591}$$

$X_4 = 1.7320$

$Ex = |1.7320 - 1.7321| = 0.0001 \leq 0.0001$

Raíz positiva $\approx 1.7320 \approx \sqrt{3}$

Reduciendo el polinomio.

	1	0	-2	0	-3
$\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$	3	$\sqrt{3}$	3
	1	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	0

$P(x) = x^3 + 1.7321x^2 + X + 1.7321.$

tomando como $x_0 = -1.5$

	1	1.7321	1	1.7321
-1.5		-1.5	-0.3481	-0.9779
	1	0.2321	0.6519	$\boxed{0.7542}$
		-1.5	1.9019	
	1	-1.2679	$\boxed{2.5538}$	

$$x_1 = -1.5 - \frac{0.7542}{2.5538}$$

$$x_1 = -1.7953$$

$$E_x = |-1.7953 + 1.5| = 0.2953 > 0.0001$$

	1	1.7321	1	1.7321
-1.7953		-1.7953	0.1135	-1.9990
	1	-0.0632	1.1135	$\boxed{-0.2669}$
		-1.7953	3.3366	
	1	-1.8585	4.4501	

$$x_2 = -1.7953 - \frac{(-0.2669)}{4.4501}$$

$$x_2 = -1.7353$$

$$E_x = |-1.7353 + 1.7953| = 0.06 > 0.0001$$

	1	1.7321	1	1.7321
-1.7353		-1.7353	0.0056	-1.7449
	1	-0.0032	1.0056	$\boxed{-0.0128}$
		-1.7353	3.0168	
	1	-1.7385	4.0224	

$$x_3 = -1.7353 - \frac{-(0.0128)}{4.0224}$$

$$x_3 = -1.7321$$

$$E_x = |-1.7321 + 1.7353| = 0.0032 > 0.0001$$

Raiz negativa $= -\sqrt{3}$

	1	1.7321	1	1.7321
-1.7321		-1.7321	0	-1.7321
	1	0	1	$\boxed{0}$
		-1.7321	3.0002	
	1	-1.7321	4.0002	

Nuevamente reducimos el polinomio que queda

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x_3 = -i$$
$$x_4 = i$$

la solución del polinomio es:

$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{3} \\ x_2 &= -\sqrt{3} \\ x_3 &= i \\ x_4 &= -i \end{aligned}}$$

Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez
95

Calcular las raíces reales de la Ec.

$$X^4 - 8X^3 - 2X^2 + 16X - 3 = 0$$

con una aproximación de 0.0001 mediante los siguientes métodos:

a) Tanteos
b) Bisección
c) Interpolación lineal
d) Secantes
e) tangentes (Newton-Raphson)
f) Aproximaciones sucesivas
g) Doble división sintética.

Faltan dos Metodos

X	F(X)
-5	1492
-4	669
-3	228
-2	37
-1	-12
0	-3
1	4
2	-27
3	-108
4	-227
5	-348
6	-411
7	-332
8	-3
9	108

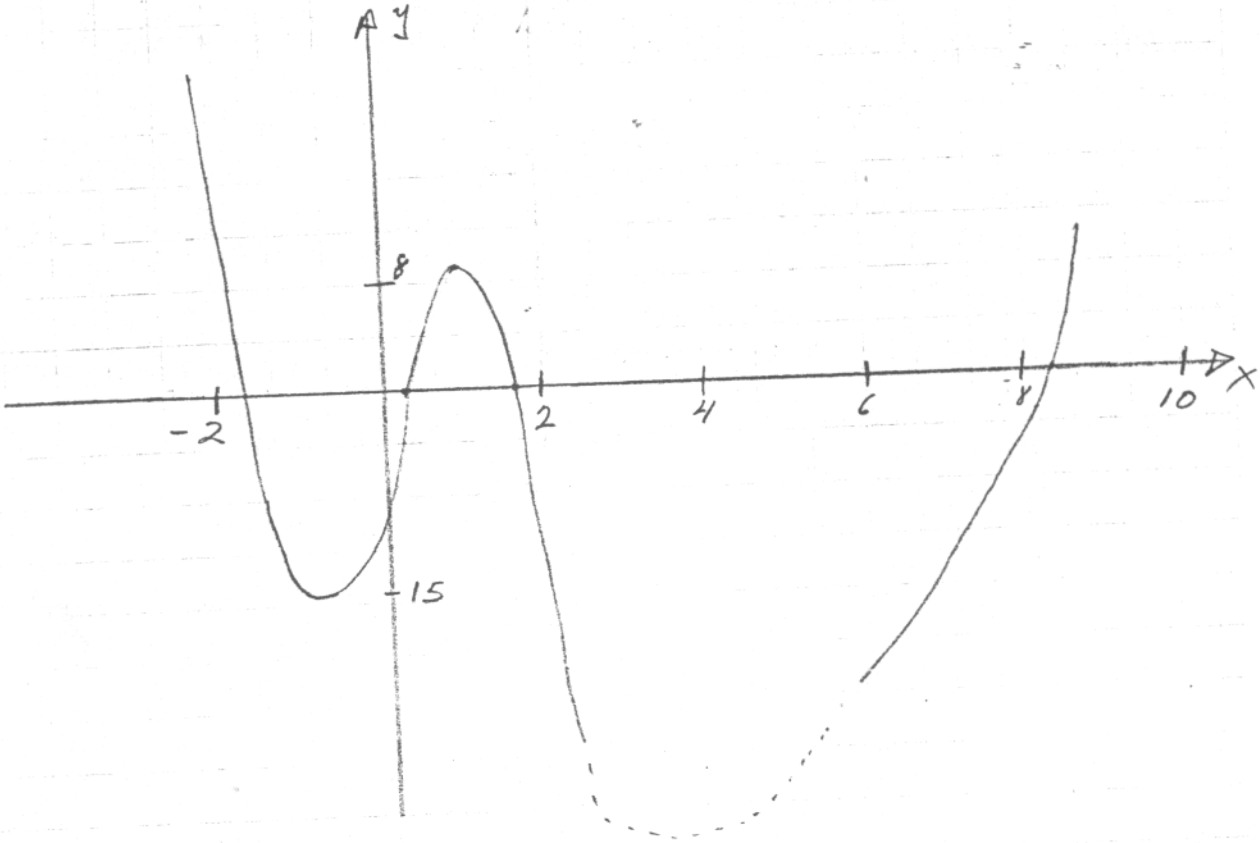
Intervalos de interes o con posibles raíces:

1) $-2 < X < -1$

2) $0 < X < 1$

3) $1 < X < 2$

4) $8 < X < 9$



Para la 1ª raíz en el intervalo $-2 < x < -1$

$(-2 < x < -1)$

X	F(x)
-2	37
-1.8	18.8736
-1.6	6.6016
-1.4	-3.5264
-1.2	-9.1824
-1	-12

$(-1.6 < x < -1.4)$

X	F(x)
-1.6	6.6016
-1.56	3.4665
-1.52	1.4916
-1.48	-0.3286
-1.44	-1.9995
-1.4	-3.5264

$(-1.52 < x < -1.48)$

X	F(x)
-1.52	1.4916
-1.512	1.1154
-1.504	0.7453
-1.496	0.3813
-1.488	0.0233
-1.48	-0.3286

$(-1.488 < x < -1.480)$

X	F(x)
-1.4880	0.0233
-1.4864	-0.0475
-1.4848	-0.1182
-1.4832	-0.1886
-1.4816	-0.2587
-1.4800	-0.3286

$(-1.488 < x < -1.4864)$

X	F(x)
-1.4880	0.0233
-1.48768	0.0091
-1.48736	-0.0050
-1.48704	-0.0192
-1.48672	-0.0334
-1.4864	-0.0475

$(-1.48768 < x < -1.48736)$

X	F(x)
-1.48768	0.0091
-1.487616	0.0062
-1.487552	0.0034
-1.487488	0.0006
-1.487424	-0.0022
-1.48736	-0.0050

$(-1.487488 < x < -1.487424)$

X	F(x)
-1.487488	0.006
$\boxed{-1.4874752}$	$\boxed{0.00004}$
-1.48746241	-0.0005
-1.4874496	-0.0010
-1.4874368	-0.0016
-1.4874424	-0.0022.

∴ Raiz = -1.4874752

Para la 2ª raiz en el intervalo $0 < x$

$(0 < x < 1)$

X	F(x)
0	-3
0.2	0.0576
0.4	2.5936
0.6	4.2816
0.8	4.8330
1.0	4.0000

$(0 < x < 0.2)$

X	F(x)
0.0	-3
0.04	-2.3637
0.08	-1.7369
0.12	-1.1224
0.16	-0.5233
0.20	0.0576

$(0.16 < x < 0.20)$

X	F(x)
0.16	-0.5233
0.168	-0.4056
0.176	-0.2886
0.184	-0.1724
0.192	-0.0570
0.200	0.0576

$(0.192 < X < 0.20)$

X	F(x)
0.192	-0.0570
0.1936	-0.0340
0.1952	-0.0111
0.1968	0.0119
0.1984	0.0347
0.20	0.0576

$(0.1952 < X < 0.1968)$

X	F(x)
0.1952	-0.0111
0.19552	-0.00647
0.19584	-0.00188
0.19616	0.00270
0.19648	0.00728
0.19680	0.0119

$(0.19584 < X < 0.19616)$

X	F(x)
0.19584	-0.00188
0.19590	-0.00097
$\boxed{0.19596}$	$\boxed{-0.00017}$
0.19602	0.00075
0.19608	0.00155
0.19616	0.0027

$\therefore \underline{Raiz_2 = 0.19596}$ ||

Para la 3ª raiz en el intervalo $1 < X < 2$

$(1 < X < 2)$

X	F(X)
1.0	4.0
1.2	1.5696
1.4	-2.6304
1.6	-8.7344
1.8	-16.8340
2.0	-27.0

$(1.2 < X < 1.4)$

X	F(x)
1.2	1.5696
1.24	0.8760
1.28	0.1103
1.32	-0.7285
1.36	-1.6418
1.40	-2.6364

$(1.28 < X < 1.32)$

X	F(X)
1.28	0.1103
1.288	-0.0515
1.296	-0.2163
1.304	-0.3841
1.312	-0.5548
1.320	-2.6364

$(1.28 < X < 1.288)$

X	F(x)
1.28	0.1103
1.2816	0.0782
1.2832	0.0459
1.2848	0.0136
1.2864	-0.0189
1.2880	-0.0515

$(1.2848 < X < 1.2864)$

X	F(x)
1.2848	0.0136
1.2851	0.0071
1.2854	0.0014
1.2858	-0.0059
1.2861	-0.0124
1.2864	-0.0184

$(1.2854 < X < 1.2858)$

X	F(x)
1.2854	-0.00138
1.28548	-0.00024
1.28556	-0.0018
1.28564	-0.0034
1.28572	-0.0051
1.2858	-0.0059

(1.28541 < X < 1.28548)

X	F(X)
1.28541	0.001384
1.285416	0.00106
1.285432	0.000736
1.285448	0.00041
$\boxed{1.285464}$	$\boxed{0.00008}$
1.28548	-0.00024

$\underline{\underline{Raiz_3 = 1.285464}}$

Para la 4ª raiz en el intervalo 8 < X < 9

(8 < X < 9)

X	F(X)
8.0	-3
8.2	103.99
8.4	227.36
8.6	368.31
8.8	520.10
9.0	708.00

(8 < X < 8.2)

X	F(X)
8.0	-3
8.04	17.146
8.08	37.408
8.12	59.298
8.16	81.323
8.20	103.934

(8 < X < 8.04)

X	F(X)
8.0	-3
8.008	0.480
8.016	4.985
8.024	9.014
8.032	13.067
8.040	17.146

(8 < X < 8.008)

X	F(X)
8.0	-3.0
8.0016	-2.210
8.0032	-1.411
8.0048	-0.615
8.0064	0.182
8.0080	0.480

(8.0048 < X < 8.0064)

X	F(X)
8.0048	-0.615
8.0051	-0.456
8.0054	-0.296
8.0058	-0.137
8.0061	0.0227
8.0064	0.1822

(8.0058 < X < 8.0661)

X	F(X)
8.0058	-0.137
8.00586	-0.0869
8.00592	-0.0570
8.00598	-0.0271
8.00604	0.0027
8.00610	0.0227

$(8.00598 < X < 8.00604)$

X	F(X)
8.00598	-0.0271
8.005992	-0.0211
8.006004	-0.0151
8.006016	-0.0091
8.006028	-0.0032
8.006040	0.0027

$(8.006028 < X < 8.006040)$

X	F(X)
8.006028	-0.0032
8.0060304	-0.0020
8.0060328	-0.0008
8.0060352	0.0003
8.0060376	0.0015
8.006040	0.0027

$(8.0060328 < X < 8.0060352)$

X	F(X)
8.0060328	-0.0008
8.00603328	-0.0005
8.00603376	-0.0003
8.00603424	-0.00009
$\boxed{8.00603472}$	$\boxed{0.0001}$
8.0060352	0.0003

$\therefore$ $\text{Raiz}_4 = 8.00603472$

b) Por el método de Bisección

Para el intervalo $0 < x < 1$ $\qquad X_m = \dfrac{X_1 + X_2}{2}$

X_1	X_2	X_m	$F(X_m)$
0.0000	1.0000	0.5000	3.5625
0.0000	0.5000	0.2500	0.7539
0.0000	0.2500	0.1250	-1.0466
0.1250	0.2500	0.3125	1.5701
0.1250	0.3125	0.2188	0.3228
0.1250	0.2188	0.1719	-0.3448
0.1719	0.2188	0.1952	-0.0111
0.1952	0.2188	0.2070	0.1572
0.1952	0.2070	0.2011	0.0733
0.1952	0.2011	0.1982	0.0312
0.1952	0.1982	0.1967	0.0101
0.1952	0.1967	0.1959	-0.0005
0.1959	0.1967	0.1963	0.0047
0.1959	0.1963	0.1961	0.0018
0.1959	0.1961	0.1960	0.0004
0.1959	0.1960	0.19595	-0.0003
0.19595	0.1960	0.19598	0.00005

$x^4 - 8x^3 - 2x^2 + 16x - 3$

$\therefore$ Raiz$_1$ = 0.19598

Para el intervalo $1 < x < 2$

X_1	X_2	X_m	$F(X_m)$
1.0	2.0	1.5	-5.4375
1.0	1.5	1.25	0.6414
1.25	1.5	1.375	-2.0036
1.25	1.375	1.3125	-0.5656
1.25	1.3125	1.2812	0.0852
1.2812	1.3125	1.29685	-0.2340
1.2812	1.29685	1.289	-0.0725
1.2812	1.2890	1.2851	0.0072
1.2851	1.2890	1.28705	-0.0321
1.2851	1.28705	1.28608	-0.0123
1.2851	1.28608	1.2856	-0.0024
1.2851	1.2856	1.2853	0.0025
1.2853	1.2856	1.28547	-0.00007 ←
1.2853	1.28547	1.28539	0.00167
1.28539	1.28547	1.28543	0.0008
1.28543	1.28547	1.28545	0.0003
1.28545	1.28547	1.28546	0.0001

$\therefore$ $\underline{\underline{Raiz_2 = 1.28546}}$ ||

Para el intervalo $8 < x < 9$

X_1	X_2	X_m	$F(X_m)$
8.0	9.0	8.5	295.56
8.0	8.5	8.25	133.25
8.0	8.25	8.125	60.02
8.0	8.125	8.0625	28.75
8.0	8.0625	8.03125	12.69
8.0	8.03125	8.01563	4.80
8.0	8.01563	8.00782	0.8878
8.0	8.00782	8.00391	-1.0589
8.00391	8.00782	8.00586	-0.0504
8.00586	8.00782	8.00684	0.4024
8.00586	8.00684	8.00635	0.1577
8.00586	8.00635	8.00611	0.0354
8.00586	8.00611	8.00598	-0.0257
8.00598	8.00611	8.00605	0.0059
8.00598	8.00605	8.006015	-0.0096
8.00605	8.006015	8.006033	-0.0009
8.00605	8.006033	8.006041	0.0034
8.006033	8.006041	8.006037	-0.0012
8.006033	8.006037	8.006035	0.0002
8.006033	8.006035	8.006034	-0.0002
8.006034	8.006035	8.0060345	0.00003

$\therefore$ $\text{Raíz}_3 = 8.0060345$

Problemario de Métodos N...
Adolfo Altamirano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez

Para el intervalo $-2 < X < -1$

X_1	X_2	X_m	$F(X_m)$
-1	-2	-1.5	-0.5625
-1	-1.5	-1.25	-8.0586
-1.25	-1.5	-1.375	-4.4099
-1.375	-1.5	-1.4375	-2.0991
-1.4375	-1.5	-1.46875	-0.8134
-1.46875	-1.5	-1.484375	-0.1368
-1.484375	-1.5	-1.4921875	0.2099
-1.484375	-1.4921875	-1.4882813	0.0357
-1.484375	-1.4882813	-1.4863281	-0.0507
-1.4863281	-1.4882813	-1.4873047	-0.0075
-1.4873047	-1.4882813	-1.487793	0.01411
-1.4873047	-1.487793	-1.4875489	0.0033
-1.4873047	-1.4875489	-1.4874268	-0.0021
-1.4876268	-1.4875489	-1.4874878	0.0006
-1.4874268	-1.4874878	-1.4874573	-0.0007
-1.4874573	-1.4874878	-1.4874726	-0.0007
-1.4874726	-1.4874878	-1.4874802	0.0002
-1.4874726	-1.4874802	-1.4874764	0.0001

$\therefore$ Raiz 4 = -1.4874726

e) Método de Newton-Raphson

$$f(x) = X^4 - 8X^3 - 2X^2 + 16X - 3$$

$$f'(x) = 4X^3 - 24X^2 - 4X + 16$$

$$f''(x) = 12X^2 - 48X - 4$$

Determinación de convergencia

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| < 1$$

- Para el intervalo $-2 < X < -1$

Por la derecha

$$f(-1) = -12 \; ; \; f'(-1) = -8 \; ; \; f''(-1) = 56$$

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| = \left| \frac{(-12)(56)}{(-8)^2} \right| = \left| -105 \right| = 105 > 1 \quad \text{NO CONVERGE}$$

Por la izquierda

$$f(-2) = 37 \; ; \; f'(-2) = 104 \; ; \; f''(-2) = 116$$

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| = \left| \frac{(37)(116)}{(104)^2} \right| = 0.3968 < 1 \quad \underline{\underline{\text{SI}}} \text{ CONVERGE.}$$

- Para el intervalo $0 < x < 1$
Por la derecha

$f(1) = 4$; $f'(1) = -8$; $f''(1) = -40$

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| = \left| \frac{(4)(-40)}{(-8)^2} \right| = -2.5 < 1 \text{ } \underline{\underline{SI}} \text{ CONVERGE}$$

Por la izquierda

$f(0) = -3$; $f'(0) = 16$; $f''(0) = -4$

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| = \left| \frac{(-3)(-4)}{(16)^2} \right| = 0.046 < 1 \text{ } \underline{\underline{SI}} \text{ CONVERGE}$$

- Para el intervalo $1 < x < 2$
Por la derecha

$f(2) = -27$; $f'(2) = 56$; $f''(2) = -52$

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| = \left| \frac{(-27)(-52)}{(56)^2} \right| = 0.4477 < 1 \text{ } \underline{\underline{SI}} \text{ CONVERGE}$$

Por la izquierda <u>SI</u> CONVERGE por el intervalo anterior

- Para el intervalo $8 < x < 9$
Por la derecha.

$f(9) = 708$; $f'(9) = 952$; $f''(9) = 536$

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{(f'(x))^2} \right| = \left| \frac{(708)(536)}{(952)^2} \right| = 0.4187 < 1 \text{ } \underline{\underline{SI}} \text{ CONVERGE}$$

Por la izquierda

$f(8)=-3$; $f'(8)=496$; $f''(8)=380$

$$\left|\frac{f(x)f''(x)}{(f'(x))^2}\right|=\left|\frac{(-3)(380)}{(496)^2}\right|=0.0046<1 \text{ Si converge}$$

Por lo tanto si podemos utilizar éste método

$$X_{n+1}=X_n-\frac{f(x)}{f'(x)}$$

$X_0=-2$

N	X	F(x)	F'(x)
0	-2	37	-96
1	-1.61458	6.4209	-50.4845
2	-1.48739	-0.0040	-38.3598
3	-1.487449	5.27×10^{-4}	-38.3678
4	-1.48747		

$\therefore$ $Raiz_1=-1.48747$

$X_0=0$

N	X	F(x)	F'(x)
0	0	-3	16
1	0.1875	-0.12181	13.68262
2	0.1964026	0.00617	13.53331
3	0.1959416	-3.59×10^{-4}	13.54104
4	0.195973		

$\therefore$ $Raiz_2=0.195973$

N	X	F(x)	F'(x)
0	1	4	-12
1	1.333334	-1.024691	-27.851852
2	1.296543	-0.227666	-25.998813
3	1.287786	-0.047178	-25.561083
4	1.285940	-0.009586	-25.468988
5	1.285564	-0.001939	-25.450215
6	1.285487		

$X_0 = 1$

$\therefore \; \underline{\underline{Raiz_3 = 1.285487}}$

N	X	F(x)	F'(x)
0	8	-3	464
1	8.006466	0.214846	466.43405
2	8.006005	-0.014711	466.260441
3	8.006036		

$X_0 = 8$

$Raiz_4 = 8.006036$

f) Método de Aproximaciones Sucesivas

$f(x) = X^4 - 8X^3 - 2X^2 + 16X - 3$

$f'(x) = 4X^3 - 24X^2 - 4X + 16$

Determinación de convergencia $|f'(x)| < 1$

- Para el intervalo $-2 < x < -1$

Por la derecha

$f'(-1) = 4(-1)^3 - 24(-1)^2 - 4(-1) + 16 = -8$

$|f'(-1)| = 8 > 1$ No converge

Por la izquierda

$f'(-2) = 4(-2)^3 - 24(-2)^2 - 4(-2) + 16 = -104$

$|f'(-2)| = 104 > 1$ No CONVERGE

- Para el intervalo $0 < X < 1$

Por la derecha.

$f'(1) = 4(1)^3 - 24(1)^2 - 4(1) + 16 = -8$

$|f'(-1)| = 8 > 1$ No CONVERGE

Por la izquierda

$f'(0) = 4(0)^3 - 24(0)^2 - 4(0) + 16 = 16$

$|f'(0)| = 16 > 1$ No CONVERGE

- Para el intervalo $1<x<2$

Por la derecha

$$f'(2)=4(2)^3-24(2)^2-4(2)+16=-56$$

$$|f'(2)|=56>1$$ **No** converge

Por la izquierda

$$f'(1)=4(1)^3-24(1)^2-4(1)+16=-8$$

$$|f'(1)|=8>1$$ **No** converge

- Para el intervalo $8<x<9$

Por la izquierda

$$f'(8)=4(8)^3-24(8)^2-4(8)+16=496$$

$$|f'(8)|=496>1$$ **No** converge

Por la derecha

$$f'(9)=4(9)^3-24(9)^2-4(9)+16=952$$

$$|f'(9)|=952>1$$ **No** converge

Por lo tanto éste método **NO** funciona para ésta ecuación.

Problemario de Métodos Numericos
Adolfo Altamirano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez

9) Método de doble división Sintetica

PARA el intervalo $-2 < x < -1$

$$x^4 - 8x^3 - 2x^2 + 16x - 3 = 0$$

$$X_0 = -1.5$$

	1	-8	-2	16	-3
-1.5		-1.5	14.25	-18.375	3.5625
	1	-9.5	12.25	-2.375	0.5625
		-1.5	16.50	-43.125	
	1	-11	28.75	-45.5	

$$X_1 = -1.5 + \frac{0.5625}{45.5} =$$

$$\therefore X_1 = -1.487637$$

	1	-8	-2	16	-3
-1.487637		-1.487637	14.11416	-18.021472	3.007217
	1	-9.487637	12.11416	-2.021472	0.007217
		-1.487637	16.327224	-42.310455	
	1	-10.487637	28.441384	-44.331427	

$$X_2 = -1.487637 + \frac{0.007217}{44.331927} =$$

$$X_2 = -1.4874742$$

	1	-8	-2	16	-3
-1.4874724		-1.4874724	14.112373	-18.016843	3.0000014
	1	-9.4874724	12.112373	-2.016843	0.0000014

$\therefore$ Raiz$_1$ = -1.4874724

Para el intervalo $0 < x < 1$

$X_0 = 0$

	1	-8	-2	16	-3
0		0	0	0	0
	1	-8	-2	16	-3
		0	0	0	
	1	-8	-2	16	

$$X_1 = 0 + \frac{3}{16} = 0.1875$$

	1	-8	-2	16	-3
0.1875		0.1875	-1.464843	-0.649658	2.818189
	1	-7.8125	-3.464843	15.350342	-0.1218109
		0.1875	-1.4296875	-0.9177244	
	1	-7.625	-4.8945305	14.432618	

$$X_2 = 0.1875 + \frac{0.1218109}{14.432618} = 0.195939$$

	1	-8	-2	16	-3
0.195939		0.195939	-1.5291273	-0.6914971	2.99954
	1	-7.80406	-3.5291273	15.308503	-0.00046
		0.145939	-1.4907348	-0.9835916	
	1	-7.60812	-5.0128621	14.324911	

$$X_3 = 0.195939 + \frac{0.00046}{14.324911} = 0.1459713$$

$\therefore$ $Raiz_2 = 0.1459713$

Para el intervalo $1<x<2$

$X_0 = 1.5$

	1	-8	-2	16	-3
1.5		1.5	-9.75	-17.625	-2.4375
	1	-6.5	-11.75	-1.625	-5.4375
		1.5	-7.5	-28.875	
	1	-5.0	-19.25	-30.5	

$$X_1 = 1.5 - \frac{5.4375}{30.5} = 1.32172$$

	1	-8	-2	16	-3
1.32172		1.32172	-8.82682	-14.31004	2.23365
	1	-6.67828	-10.82682	1.68996	-0.76635
		1.32172	-7.07488	-23.66767	
	1	-5.35656	-17.90670	-21.97771	

$$X_2 = 1.32172 - \frac{0.76635}{21.97771} = 1.28685$$

	1	-8	-2	16	-3
1.28685		1.28685	-8.63882	-13.69056	2.97190
	1	-6.71315	-10.63882	2.30944	-0.02810
		1.28685	-6.98283	-22.67643	
	1	-5.42630	-17.62165	-20.36699	

$$X_3 = 1.28685 - \frac{0.02810}{20.36699} = 1.28547$$

	1	-8	-2	16	-3
1.28547		1.28547	-8.63133	-13.66625	2.99996
	1	-6.71453	-10.63133	2.33375	$\boxed{-0.00004}$
		1.28547	-6.97889	-22.63741	
	1	-5.42906	-17.61022	$\boxed{-20.30366}$	

$$X_4 = 1.28547 - \frac{0.00004}{20.30366} = 1.28547$$

$$\therefore \underline{\underline{Raiz_3 = 1.28547}} \, //$$

Para el intervalo $8 < x < 9$

$X_0 = 8.1$

	1	-8	-2	16	-3
8.1		8.1	0.81	-9.639	51.5241
	1	0.1	-1.19	6.361	$\boxed{48.5241}$
		8.1	66.42	528.363	
	1	8.2	65.23	$\boxed{534.724}$	

$$X_1 = 8.1 - \frac{48.5241}{534.724} = 8.0093$$

	1	-8	-2	16	-3
8.0093		8.0093	0.0745	-15.4220	4.6293
	1	0.0093	-1.9255	0.5780	$\boxed{1.6293}$
		8.0093	64.2234	498.9624	
	1	8.0186	62.2979	$\boxed{499.5404}$	

$$X_2 = 8.0093 - \frac{1.6293}{499.5404} = 8.0060$$

	1	−8	−2	16	−3
8.0060		8.0060	0.0480	−15.6275	2.9823
	1	0.0060	−1.9520	0.3725	−0.0177
		8.0060	64.1447	497.9170	
	1	8.0120	62.1927	498.2895	

$$X_3 = 8.0060 + \frac{0.0177}{498.2895} = 8.0060355$$

$$\therefore \underline{\underline{Raiz_4 = 8.0060355}} \,//$$

Determinar las raíces del siguiente polinomio, por el método de Lin.
$X^4 - 2X^3 + 3X^2 + 4X + 4 = 0$; Tomando la siguiente iteración como la primera.

P	1.382	
q	0.655	
b_0	1	
b_1	-3.382	
b_2	7.019	
R	-3.485	
S	-0.597	

$a_0 = 1$ $\quad b_0 = a_0$ $\quad \Delta P = \dfrac{R}{b_2}$

$a_1 = -2$ $\quad b_1 = a_1 - P b_0$

$a_2 = 3$ $\quad b_2 = a_2 - P b_1 - q b_0$ $\quad \Delta q = \dfrac{S}{b_2}$

$a_3 = 4$ $\quad R = a_3 - P b_2 - q b_1$

$a_4 = 4$ $\quad S = a_4 - q b_2$

P	1.382	0.885	1.132	1.133	1.055	1.098	1.098
q	0.655	0.569	0.802	0.696	0.682	0.721	0.704
b_0	1	1	1	1	1	1	
b_1	-3.382	-2.885	-3.132	-3.133	-3.055	-3.098	
b_2	7.019	4.985	5.744	5.857	5.542	5.680	
R	-3.485	1.230	0.009	-0.459	0.236	-0.002	
S	-0.597	1.158	-0.608	-0.078	0.215	-0.100	
ΔP	-0.497	0.246	0.001	-0.078	0.042	0	
Δq	-0.085	0.232	-0.106	-0.013	0.038	-0.017	

$$(X^2 + 1.098X + 0.704)(X^2 - 3.098X + 5.680) - 0.002X - 0.1$$

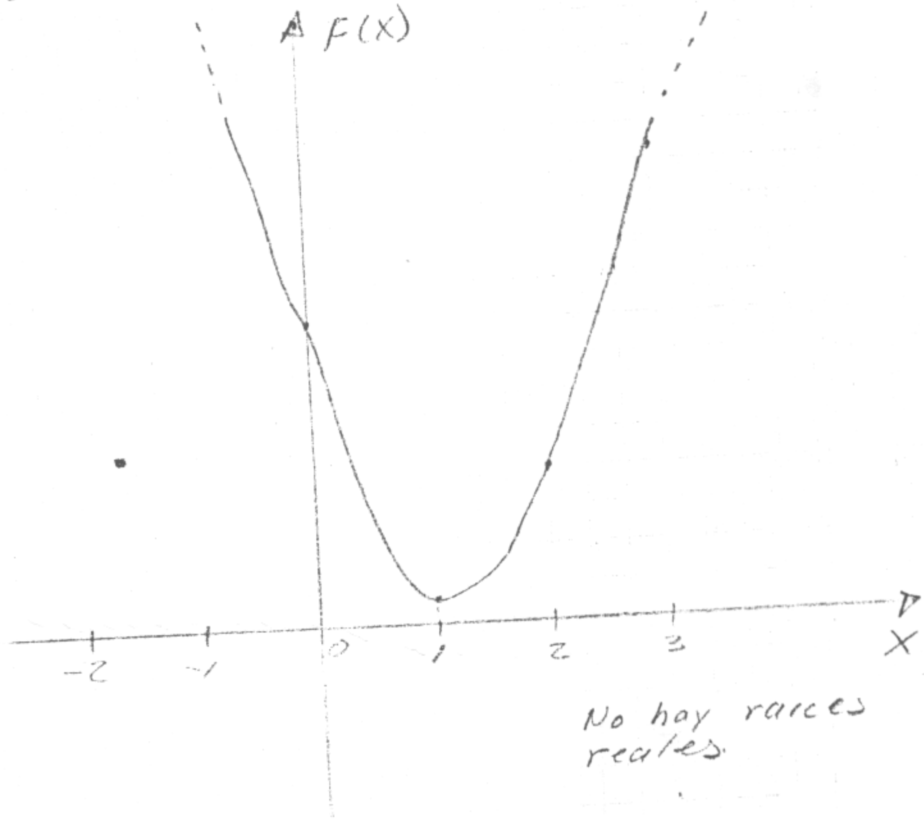
$$\boxed{X_{1,2} = -0.549 \pm 0.634i \; ; \; X_{3,4} = 1.549 \pm 1.811i}$$

Calcular los dos pares de raíces complejas de:

$$X^4 - 8X^3 + 28X^2 - 36X + 16 = 0$$

Con una aproximación de 0.01 en todos los coeficientes y raíces mediante el método de Lin.

X	F(X)
−3	673
−2	280
−1	89
0	16
1	1
2	8
3	25



No hay raíces reales.

$$b_0 = a_0$$

$$b_1 = a_1 - P b_0$$

$$b_2 = a_2 - P b_1 - q b_0$$

$$R = a_3 - P b_2 - q b_1$$

$$S = a_4 - q b_2$$

$$\Delta P = \frac{R}{b_2}$$

$$\Delta q = \frac{S}{b_2}$$

$$P^* = P + \Delta P$$

$$q^* = q + \Delta q$$

$P =$		0		p^* -1.285	-1.711	-1.870	-1.928	-1.949	-1.956	-1.959	-1.959
$q =$		0		q^* 0.571	0.851	0.976	1.028	1.048	1.055	1.058	1.059
a_0	1	b_0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
a_1	-8	b_1	-8	-6.774	-6.288	-6.129	-6.071	-6.050	-6.043	-6.040	-6.040
a_2	28	b_2	28	18.745	16.387	15.559	15.260	15.154	15.118	15.106	15.102
a_3	-36	R	-36	-7.997	-2.604	-0.915	-0.219	-0.107	-0.033	-0.009	-0.003 ≈ 0
a_4	16	S	16	5.259	2.050	0.807	0.307	0.111	0.038	0.012	0.003 ≈ 0
ΔP		-1.285		-0.425	-0.158	-0.058	-0.020	-0.007	-0.002	0.000	0
Δq		0.571		0.279	0.125	0.051	0.020	0.007	0.002	0.001	0

$$X^4-8X^3+28X^2-36X+16=(X^2-1.96X+1.06)(X^2-6.04X+15.1)$$

a) Tomando la ecuación: $X^2-1.96X+1.06$.

sus raíces son:

$$Raiz_{1,2}=\frac{1.96\pm\sqrt{(-1.96)^2-4(1.06)}}{2(1)}$$

$$\underline{\underline{Raiz_1=0.98+0.32i}}$$

$$\underline{\underline{Raiz_2=0.98-0.32i}}$$

b) Tomando la ecuación: $X^2-6.04X+15.1$

sus raíces son:

$$Raiz_{3,4}=\frac{6.04\pm\sqrt{(-6.04)^2-4(15.1)}}{2(1)}$$

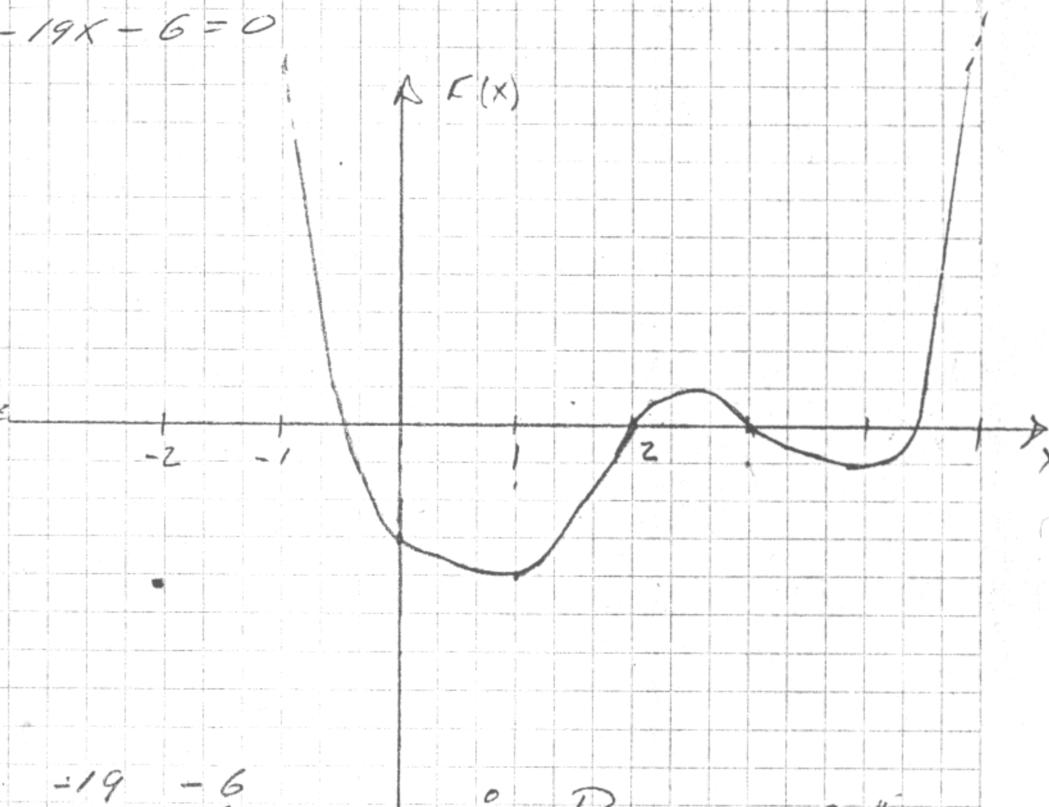
$$\underline{\underline{Raiz_3=3.02+2.45i}}$$

$$\underline{\underline{Raiz_4=3.02-2.45i}}$$

Resuelva el siguiente polinomio a través del método de Lin con 4 cifras decimales de exactitud.

$X^4 - 9X^3 + 25X^2 - 19X - 6 = 0$

X	F(x)
-3	600
-2	220
-1	48
0	-6
1	-8
2	0 ← Raiz
3	0 ← Raiz
2.5	1.19
4	-2
5	24



	1	-9	25	-19	-6
2		2	-14	22	6
	1	-7	11	3	0
3		3	-12	-3	
	1	-4	-1	0	

$\therefore$ $\text{Raiz}_1 = 2$

$\text{Raiz}_2 = 3$

$\therefore$ El polinomio reducido es:

$X^2 - 4X - 1 = 0$

Aplicando la fórmula general:

$$\text{Raiz}_{3,4} = \frac{4 \pm \sqrt{16+4}}{2} = \frac{4 \pm 4.47}{2}$$

$\text{Raiz}_3 = 4.24$ $\qquad$ $\text{Raiz}_4 = 0.24$

$\therefore$ No es necesario aplicar el método de Lin.

$$X^4-9X^3+25X^2-19X-6=0$$

$P=$		0		-0.76	-1.10	-1.29	-1.41	-1.49	-1.55	-1.60	-1.63	-1.66
$q=$		0		-0.24	-0.31	-0.36	-0.39	-0.40	-0.42	-0.43	-0.44	-0.44
a_0	1	b_0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
a_1	-9	b_1	-9	-8.24	-7.89	-7.70	-7.58	-7.50	-7.44	-7.39	-7.36	-7.33
a_2	25	b_2	25	18.97	16.58	15.37	14.64	14.16	13.82	13.58	13.39	13.25
a_3	-19	R	-19	-6.55	-3.15	-1.85	-1.20	-0.83	-0.60	-0.45	-0.34	-0.26
a_4	-6	S	-6	-1.44	-0.75	-0.43	-0.28	-0.19	-0.14	-0.10	-0.08	-0.06
ΔP		-0.76		-0.34	-0.19	-0.12	-0.08	-0.05	-0.04	-0.03	-0.02	-0.02
Δq		-0.24		-0.07	-0.04	-0.02	-0.01	-0.01	-0.01	0	0	0

Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza
M. Ing. Horacio Sandoval Rodríguez.

P =	-1.67	-1.69	-1.70	-1.71	-1.71
q =	0.441	-0.441	-0.441	-0.441	-0.44
b_0	1	1	1	1	
b_1	-7.32	-7.30	-7.29	-7.28	
b_2	13.17	13.07	13	12.95	
R	-0.22	-0.17	-0.13	-0.11	
S	-0.03	-0.04	-0.03	-0.02	
ΔP	-0.01	-0.01	0.01	0	
Δq	0	0	0	0	

$$X^4-9X^3+25X^2-19X-6=(X^2-1.71X-0.44)(X^2-7.28X+12.95)$$

a) tomando la Ec: $X^2-1.71X-0.44$. sus raíces son:

$$Raiz_{1,2}=\frac{1.71\pm\sqrt{(-1.71)^2-4(-0.44)}}{2}=\frac{1.71\pm2.16}{2}$$

$Raiz_1 = 1.94$ $Raiz_2 = -0.23$

b) Tomando la Ec. $X^2-7.28X+12.95$ sus raíces son:

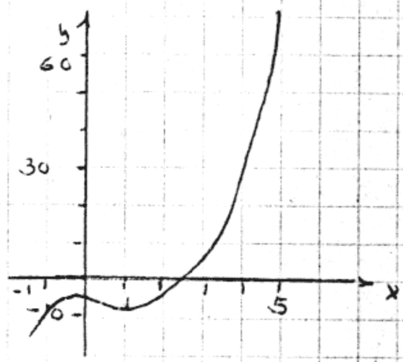
$$Raiz_{3,4}=\frac{7.28\pm\sqrt{(-7.28)^2-4(12.95)}}{2}=\frac{7.28\pm1.09}{2}$$

$Raiz_3 = 4.19$ $Raiz_4 = 3.09$

Resolver $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4$

Dando valores:

x	$f(x)$
0	-4
1	-5
2	-4
3	5
4	28
5	71
-1	-7



$r = 2.59431302$

$f(r) = 0.0$

Método Newton-Raphson (2º orden).

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4$

$f'(x) = 3x^2 - 4x$

$f''(x) = 6x - 4$

$$X_{i+1} = X_i - \frac{f(X_i)}{f'(X_i) - \dfrac{f''(X_i)\, f(X_i)}{2f'(X_i)}}$$ Fórmula de recurrencia.

x	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
2	-4	4	8
2.5	-0.875	8.75	11
2.6067073	0.1225295	9.9579398	11.6402444
2.5943135	0.0000045	9.8141334	11.565881

Raíz = 2.5943135

	1	-2	0	-4
2.5943135		2.5943135	1.5418355	4.0000047
		0.5943135	1.5418355	0.0000047

$x^2 - 0.5943135x + 1.5418355$

$$x_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

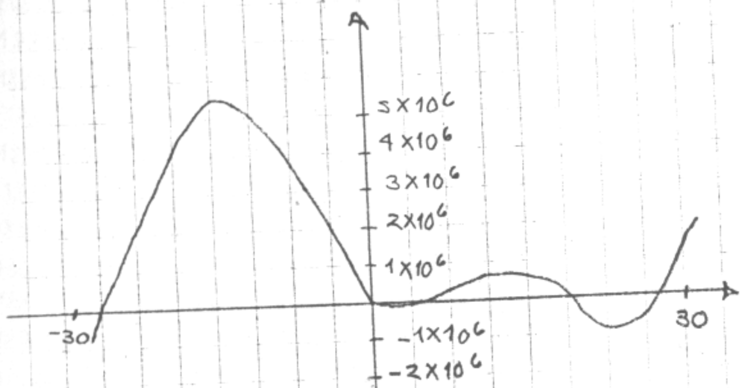
$$x_{2,3} = \frac{0.5943135 \pm \sqrt{(-0.5943135)^2 - 4(1)(1.5418355)}}{2(1)}$$

$$x_{2,3} = \frac{0.5943135 \pm \sqrt{-5.8141335}}{2}$$

$$x_{2,3} = 0.2971568 \pm 1.2056257i$$

Encuentre al menos tres raíces del siguiente polinomio.

$$f(x) = x^5 - 13x^4 - 750x^3 + 10816x^2 - 6064x + 100 = 0$$



Utilizando tanteos

x	f(x)
-27.9522930	4.449322
-27.9522978	1.167599
-27.9522954	0.082956
-27.9522955	-0.098448
-27.9522952	0.446713

Raíz $\underline{\underline{R_1 = -27.9522954}}$

x	f(x)
0.017005993	0.000002688
0.017005997	-0.000025795
0.017005995	-0.000014402
0.017005994	-0.000008705
0.017005990	0.000014082
0.017005992	0.000002688

Raíz $\underline{\underline{R_2 = 0.017005992}}$

x	f(x)
0.566828200	-0.00048692
0.566828378	0.00048599
0.566828289	-0.00000016

Raíz $\underline{\underline{R_3 = 0.566828289}}$

x	f(x)
14.16171780	0.2548008
14.16172220	-0.2146108
14.16172000	0

Raíz $\underline{\underline{R_4 = 14.16172000}}$

x	f(x)
26.2067399	-0.553664
26.2067425	0.58514
26.2067412	0.0151633
26.20674055	-0.269045

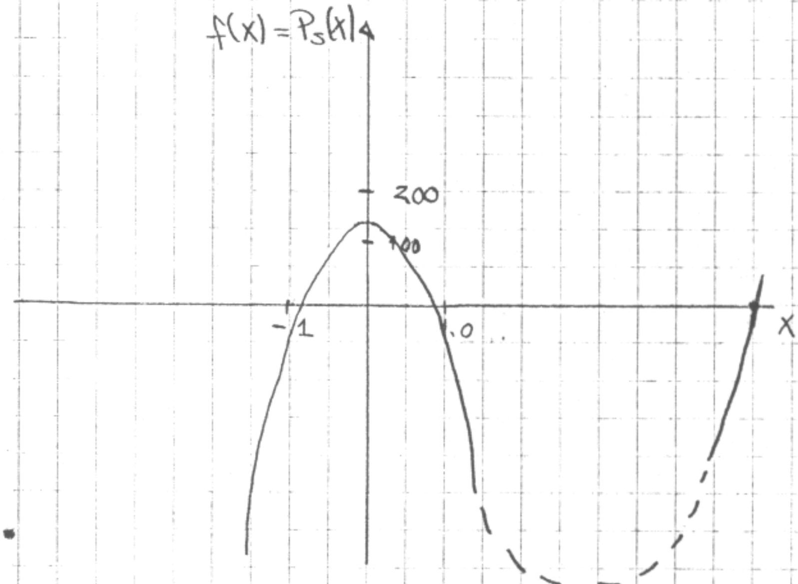
Raíz $\underline{\underline{R_5 = 26.2067412}}$

Obtenga todas las raíces reales del siguiente polinomio

$$f(x) = x^5 - 100x^4 + x^3 - 99x^2 - 95x + 100$$

Utilizando tanteos:

x	f(x)
0.5818840	0.00018782
0.5818848	-0.000042126
0.5818844	0.000072847
0.5818846	0.00001536
0.5818847	-2.327552182
0.58188465	0.000000989
0.581884675	-0.000006197
0.581884662	-0.00000246
0.581884656	-0.000000735
0.58188468	0.00000012
0.581884654	-0.00000016



Raíz $\underline{R_1 = 0.581884654}$

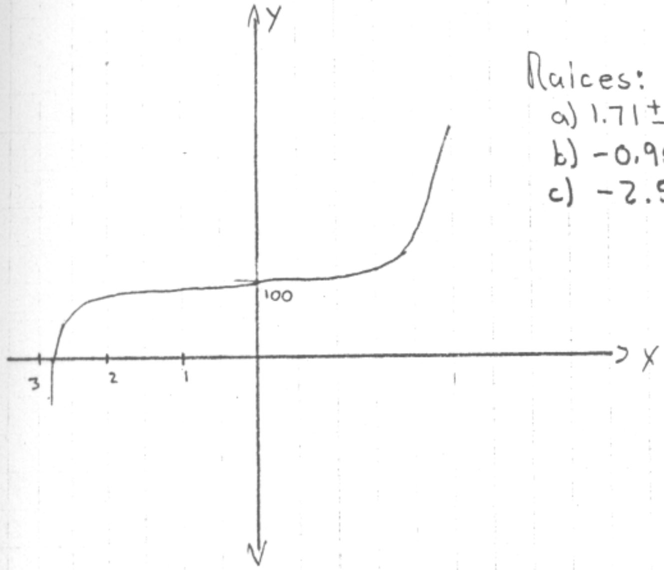
x	f(x)
-0.988061066	-0.023446554
-0.988061099	-0.000010906
-0.988061055	0.000010838
-0.988061077	-0.000000034

Raíz $\underline{R_2 = -0.988061077}$

x	f(x)
99.9999930	-100.05072
99.9999948	79.977472
99.9999939	-10.0416225

Raíz $\underline{R_3 = 99.9999939}$

Encontrar las raices del polinomio de 5º grado (raices reales) dado: $2x^5 + 2x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 5x + 100$. Usar el método de tanteos.



Raices:
a) $1.71 \pm 1.218\,i$
b) $-0.95 \pm 1.886\,i$
c) -2.52048173

Solo hay una raiz real.

Usando el método de tanteos:

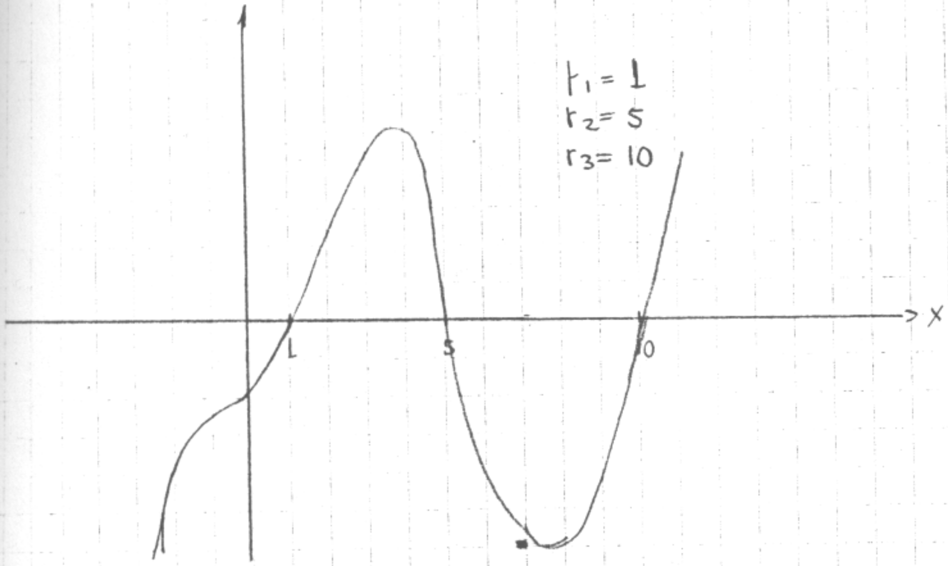
Tabulando:

X	F(x)	ΔX
0	100	
-1	96	-1
-2	74	-1
-3	-176	*
-2.1	65.677	-.1
-2.2	55.0425	-.1
-2.3	41.66234	-0.1
-2.4	25.054	-0.1
-2.5	4.6875	-0.1
-2.6	-20.02432	*
-2.51	2.4219	-0.01
-2.52	0.11238	-0.01
-2.53	-2.2418	*
-2.521	-0.1210	*
-2.5201	0.08906	-0.0001
-2.5202	0.065735	-0.0001
-2.5203	0.04240	-0.0001
-2.5204	0.01907	-0.0001
-2.5205	-0.00426	*
-2.52049	-0.001930	0.00001
-2.52048	+0.0004033	*

$\therefore$ La raiz es $X = -2.52048$

Encontrar las raíces reales del siguiente polinomio de 5º orden:

$$x^5 - 14x^4 + 35x^3 + 48x^2 + 30x - 100 = 0$$



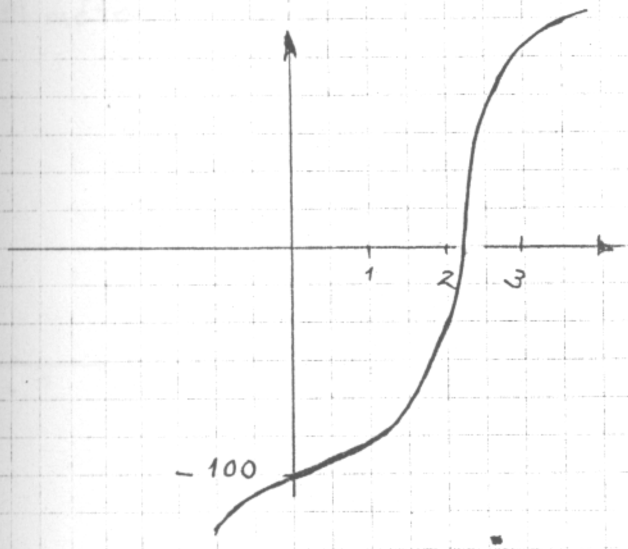
Por tanteos

X	f(x)	ΔX
0	-100	1
1	0	← Raiz.
2	240	1
3	476	1
4	468	1
5	0	← Raiz
6	-1000	1
7	-2340	1
8	-3444	1
9	-3231.99	1
10	0	← Raíz
20	1259700	30
50	229496400	50
100	8635982900	

$$\boxed{\begin{array}{l} X_1 = 1 \\ X_2 = 5 \\ X_3 = 10 \\ X_{4,5} \Rightarrow \text{Raices complejas} \end{array}}$$

Utilizando el método de Lanteos, obtenga una raíz real y positiva del siguiente polinomio. Considérese un error $\varepsilon f = 10^{-6}$.

$$f(x) = 2x^5 - 3x^4 + x^3 - 2x^2 + 10x - 100 = 0$$



x	f(x)
2.5	6.25
2.4	-13.97632
2.469098	-0.41260589
2.471013283	-0.01108334
2.471064595	-0.000296972
2.471065969	-0.000007982
2.471066006	-0.00000023
2.471066007	-0.00000038

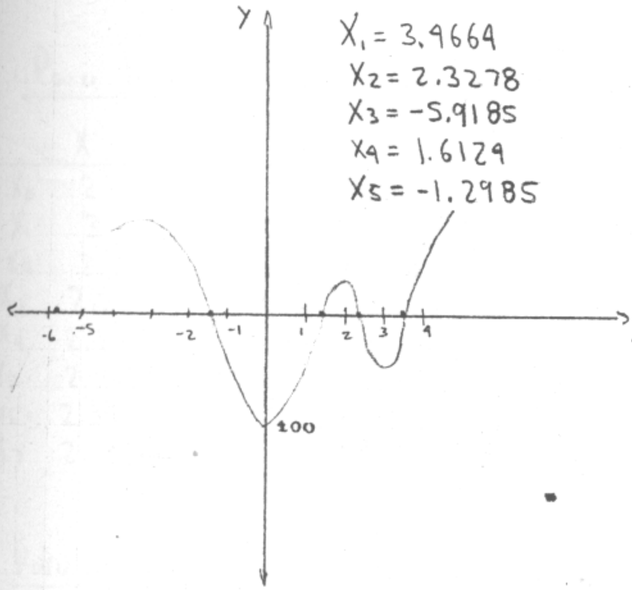
Raíz $\underline{\underline{R_1 = 2.471066007}}$

$$f(x) = -3.8 \times 10^{-8}$$

$$\varepsilon_x \varepsilon_y = 3.8 \times 10^{-17} < 0.000001$$

Encontrar las raíces del siguiente polinomio:

$x^5 - 0.1896x^4 - 28.3574x^3 + 55.7294x^2 + 39.921x - 100$. Por el método de Bisección.



$X_1 = 3.4664$
$X_2 = 2.3278$
$X_3 = -5.9185$
$X_4 = 1.6129$
$X_5 = -1.2985$

Tabulando para localizar las raíces:

X	F(x)	
-6	-229.7908	} Raíz
-5	1394.805	
-4	1374.3224	
-2	234.9012	} Raíz
-1	-57.0238	
0	-100	
1	-31.8966	} Raíz
2	4.8668	} Raíz
3	-16.6798	} Raíz.
4	111.9432	

Utilizando el método de Bisección:

$$X_p = \frac{a+b}{2}$$

Para la raíz que esta entre 4 y 3

	X	F(x)
X_0	4	111.9432
X_1	3	-16.6798
X_2	3.5	3.3520
X_3	3.25	-13.633
X_4	3.375	-7.333
X_5	3.4375	-2.6
X_6	3.46875	0.2152
X_7	3.453125	-1.23
X_8	3.4609375	-0.518
X_9	3.46489375	-0.1539
X_{10}	3.466796875	0.030
X_{11}	3.465820313	-0.062
X_{12}	3.4663085949	-0.016
X_{13}	=3.466552735	0.006938

$x = 3.46647925125$
$F(x) = -.000000001$

$$X_2 = \frac{X_1 + X_0}{2} = \frac{4+3}{2} = 3.5$$

$$X_3 = \frac{X_2 + X_1}{2} = \frac{3.5+3}{2} = 3.25$$

$$X_4 = \frac{X_3 + X_2}{2} = \frac{3.25+3.5}{2} = 3.375$$

$$X_5 = \frac{X_4 + X_2}{2} = \frac{3.375+3.5}{2} = 3.4375$$

$$X_6 = \frac{X_5 + X_2}{2} = \frac{3.4375+3.5}{2} = 3.46875$$

$$X_7 = \frac{X_6 + X_5}{2} = \frac{3.46875+3.4375}{2} = 3.453125$$

$$X_8 = \frac{X_7 + X_6}{2} = \frac{3.453125+3.46875}{2} = 3.4609375$$

$$X_9 = \frac{X_8 + X_6}{2} = \frac{3.4609375+3.46875}{2} = 3.46484375$$

$$X_{10} = \frac{X_9 + X_6}{2} = \frac{3.46484375+3.46875}{2} = 3.466796875$$

$$X_{11} = \frac{X_{10} + X_9}{2} = 3.46679687 5+3.4648437 5 = 3.46582031 3$$

$$X_{12} = \frac{X_{11}+X_{10}}{2} = \frac{3.4658203131\ 3.4667996875}{2} = 3.466308594$$

$$X_{13} = \frac{X_{12}+X_{10}}{2} = 3.466552735 \quad \therefore \boxed{X_1 = 3.466552735}$$

Para la raiz que esta entre 2 y 3

	X	f(x)
X_0	2	4.8668
X_1	3	-16.6798
X_2	2.5	-4.7223
X_3	2.25	1.749626
X_4	2.375	-1.196336
X_5	2.3125	0.3679
X_6	2.34375	-0.3935
X_7	2.328125	-0.00734

$$X_2 = \frac{X_1+X_0}{2} = 2.5$$

$X_3 = (X_2+X_0)/2 = 2.25$

$X_4 = (X_3+X_2)/2 = 2.375$

$X_5 = (X_4+X_3)/2 = 2.3125$

$X_6 = (X_5+X_4)/2 = 2.34375$

$X_7 = (X_6+X_5)/2 = 2.328125$

$\boxed{\therefore X = X_7 = 2.328125 = \text{Raiz}}$

2.3278234674 4

F(X) = 0.0000000002

Para la raiz que esta entre 2 y 1

	X	f(X)
X_0	2	4.8668
X_1	1	-31.8966
X_2	1.5	-3.7996
X_3	1.75	3.189942
X_4	1.625	0.3589
X_5	1.5625	-1.55710
X_6	1.59375	-0.557825
X_7	1.609375	-0.089087
X_8	1.6171875	0.1375
X_9	1.61328125	0.02486
X_{10}	1.611328125	-0.031950
X_{11}	1.612304688	-0.0035

$X_2 = (X_0 + X_1)/2 = 1.5$

$X_3 = (X_2+X_0)/2 = 1.75$

$X_4 = (X_3+X_2)/2 = 1.625$

$X_5 = (X_4+X_2)/2 = 1.5625$

$X_6 = (X_5+X_4)/2 = 1.59375$

$X_7 = (X_6+X_4)/2 = 1.609375$

$X_8 = (X_7+X_4)/2 = 1.6171875$

$X_9 = (X_8+X_7)/2 = 1.61328125$

$X_{10} = (X_9+X_7)/2 = 1.611328125$

$X_{11} = (X_{10}+X_9)/2 = 1.612304688$

$\boxed{\therefore \text{La raiz es } X = 1.612304688}$

1.612425154 18 raiz exacta

F(X) = 0

Para la raíz que esta entre -1 y -2

	X	F(X)
X_0	-1	-57.0238
X_1	-2	239.9012
X_2	-1.5	52.66
X_3	-1.25	-10.953
X_4	-1.375	18.59
X_5	-1.3125	3.2644
X_6	-1.28125	-3.9828
X_7	1.296875	-0.393964
X_8	-1.3046875	1.4265
X_9	-1.30078125	0.514109
X_{10}	-1.298828125	0.0595294
X_{11}	-1.297851563	-0.167353
X_{12}	-1.298339844	-0.05394
X_{13}	-1.298583985	-0.002783323

$X_2=(X_1+X_0)/2= -1.5$
$X_3=(X_2+X_0)/2=-1.25$
$X_4=(X_3+X_2)/2=-1.375$
$X_5=(X_4+X_3)/2=-1.3125$
$X_6=(X_5+X_3)/2= -1.28125$
$X_7=(X_6+X_5)/2=-1.296875$
$X_8=(X_7+X_5)/2=-1.3046875$
$X_9=(X_8+X_7)/2=-1.30078125$
$X_{10}=(X_9+X_7)/2=-1.298828125$
$X_{11}=(X_{10}+X_7)/2=-1.297851563$
$X_{12}=(X_{11}+X_{10})/2=-1.298339844$
$X_{13}=(X_{12}+X_{10})/2=-1.298583985$

$\therefore$ La raíz es $X=-1.298583985$

X= -1.2985 7200785
F(X)= 0.000000001

Para la raíz que esta entre -5 y -6

	X	F(X)
X_0	-5	1399.805
X_1	-6	-229.7908
X_2	-5.5	877.8716
X_3	-5.75	411.26667
X_4	-5.875	114.3628
X_5	-5.9375	-51.5711
X_6	-5.90625	32.901553
X_7	-5.921875	-8.954631
X_8	-5.9140625	12.06803
X_9	-5.91796875	1.580400
X_{10}	-5.919921875	-3.681182
X_{11}	-5.918945313	-1.04890
X_{12}	-5.918457031	0.2661165
X_{13}	-5.918701172	-0.391309
X_{14}	-5.918579102	-0.062570
X_{15}	-5.918518066	0.10177
X_{16}	-5.918548584	0.01960
X_{17}	-5.918563843	-0.02148
X_{18}	-5.918556219	-0.000938

$X_2=(X_1+X_0)/2 = -5.5$
$X_3=(X_2+X_1)/2=-5.75$
$X_4=(X_3+X_1)/2=-5.875$
$X_5=(X_4+X_1)/2=-5.9375$
$X_6=(X_5+X_4)/2=-5.90625$
$X_7=(X_6+X_5)/2=-5.921875$
$X_8=(X_7+X_6)/2=-5.9140625$
$X_9=(X_8+X_7)/2=-5.91796875$
$X_{10}=(X_9+X_7)/2=-5.919921875$
$X_{11}=(X_{10}+X_9)/2=-5.918945313$
$X_{12}=(X_{11}+X_9)/2=-5.918457031$
$X_{13}=(X_{12}+X_{11})/2=-5.918701172$
$X_{14}=(X_{13}+X_{12})/2=-5.918579102$
$X_{15}=(X_{14}+X_{12})/2=-5.918518066$
$X_{16}=(X_{15}+X_{14})/2=-5.918548584$
$X_{17}=(X_{16}+X_{14})/2=-5.918563843$
$X_{18}=(X_{17}+X_{16})/2=-5.918556219$

$\boxed{\therefore \text{ La raíz es } X=-5.918556214}$

X= -5.9185586505
F(X)= 0.000000009

Resolver $P_5(x) = 2x^5 - 8x^4 + x^3 - 2x^2 - 30x + 100 = 0$

Dando valores:

x	f(x)
-2	-43
-1	117
0	100
1	63
2	-24
3	-143
4	11.999998

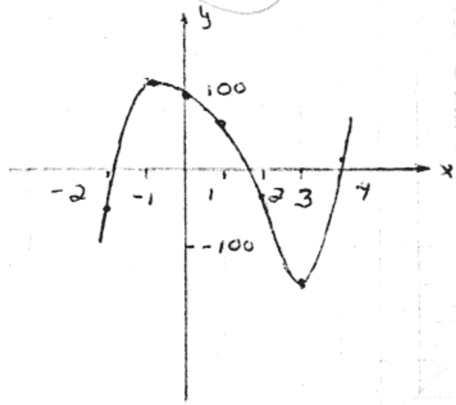


Tabla de posibles raíces

R +	4	2	0
R -	1	1	0
₵	0	2	4

$r_1 = -1.86688167$ $f(r_1) = 8.9407 \times 10^{-8}$

$r_2 = 1.7923068$ $f(r_2) = 0.0$

$r_3 = 3.97607763$ $f(r_3) = 8.9407 \times 10^{-8}$

complejos: $0.049 \pm 1.938i$

Interpolación lineal. $1 < x < 2$

raiz = 1.79290679941

	x	f(x)	
x_0	1	63	y_0
x_1	1.9	-12.09582	y_1
x_2	1.7550354	3.9970214	y_2
x_3	1.7907219	0.1720038	y_3
x_4	1.7923267	-0.0021558	y_4
x_5	1.7923068	0.0000011	

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 1.7550354$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 1.7907219$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 1.7923267$$

$$x_5 = \frac{x_3 y_3 - x_4 y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = 1.7923068$$

Raíz = 1.7923068

$3 < x < 4$

	x	f(x)	
x_0	3	-143	y_0
x_1	3.9	-34.369818	y_1
x_2	4.1847536	126.03609	y_2
x_3	3.9610135	-7.2570002	y_3
x_4	3.9731948	-1.4065105	y_4
x_5	3.9761233	0.0223483	y_5
x_6	3.9760775	-0.0000675	

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 4.1847536$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 3.9610135$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 3.9731948$$

$$x_5 = \frac{x_3 y_3 - x_4 y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = 3.9761233$$

$$x_6 = \frac{x_4 y_4 - x_5 y_4}{y_5 - y_4} + x_4 = 3.9760775$$

Raíz = 3.9760775

$-2 < x < -1$

	x	f(x)	
	-1	117	
x_0	-2	-48	y_0
x_1	-1.9	-10.857779	y_1
x_2	-1.870767	-1.2386058	y_2
x_3	-1.8670028	-0.0384859	y_3
x_4	-1.866821	-0.0001436	y_4
x_5	-1.8668817	-0.0000001	

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = -1.870767$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = -1.8670028$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = -1.868821$$

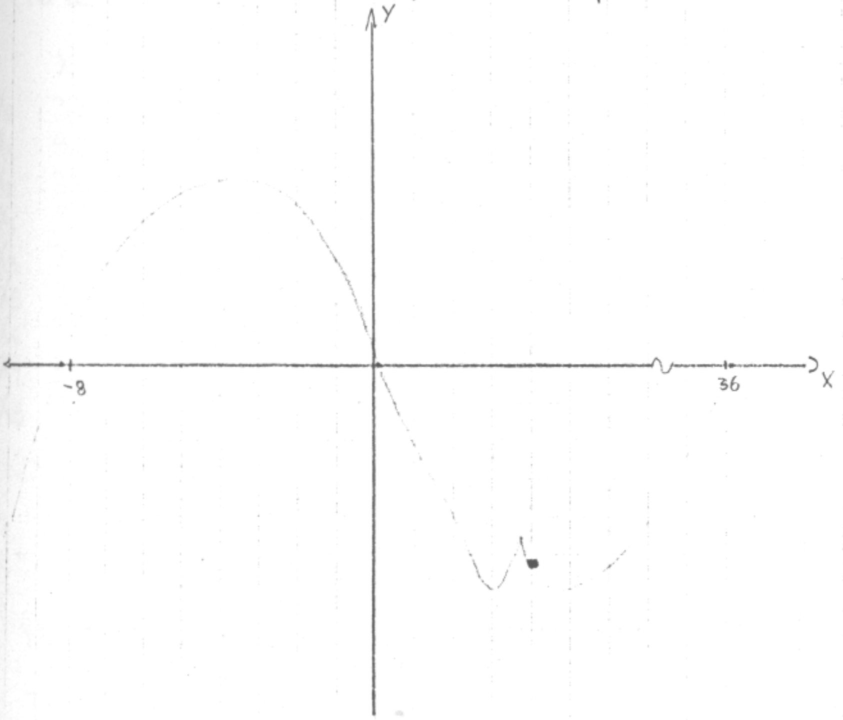
$$x_5 = \frac{x_3 y_3 - x_4 y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = -1.8668817$$

Raíz = -1.8668817

Encontrar las raíces del polinomio siguiente.

$$5x^5 - 141.201x^4 - 1407.569x^3 + 449.537x^2 - 2205.774x + 100,$$

Utilizar el método de interpolación.



Hay 2 raíces complejas.

Tabulando la función para localizar las raíces:

X	F(X)	
-100	-6.270781×10^{10}	
-80	-2.149380×10^{10}	
-70	-1.130858×10^{10}	
-40	-782.5826×10^{6}	
-20	-27.10758×10^{6}	
-10	-437.3296×10^{3}	Raíz.
-8	24992.592	
-5	94437.795	
-2	15151.032	
-1	9016.679	
0	100	Raíz
1	-3200.007	
2	-15873.168	
5	-248262.195	
10	-2296583.04	
15	-8033811.785	
20	-17716912.68	
25	-28095864.98	
30	-30538662.92	
35	-9156315.765	Raíz.
40	61072152.24	
50	505.0613×10^{6}	
100	39.47661×10^{9}	

Fórmula utilizada:

$$X_2 = \frac{X_0Y_0 - X_1Y_0}{Y_1 - Y_0} + X_0$$

* Para la raíz que está entre 0 y 1.

	X		F(X)
X_0	0	Y_0	100
X_1	1	Y_1	-3200.007
X_2	0.030302966	Y_2	33.53201528
X_3	0.040358789	Y_3	11.61694844
X_4	0.045689276	Y_4	0.023332463
X_5	0.045700004	Y_5	1.50389×10^{-5}
X_6	0.045700011	Y_6	0

$\therefore$ $\boxed{\text{La raíz es } X = 0.045700011}$

* Para la raíz que esta entre 35 y 40.

Tabulando

	X		$F(X)$
X_0	35	Y_0	-9156315.765
X_1	40	Y_1	61072152.24
X_2	35.65189488	Y_2	-3420797.656
X_3	35.88252455	Y_3	-1183777.268
X_4	36.00456821	Y_4	45776.13359
X_5	36.00002454	Y_5	-575.7389976
X_6	36.00008098	Y_6	-0.27433926
X_7	36.00008101	Y_7	-4.789×10^{-5}
X_8	36.00008101	Y_8	-4.789×10^{-5}

$\therefore$ $\boxed{\text{La raiz es } X = 36.00008101}$

Para la raiz que esta entre -10 y -8

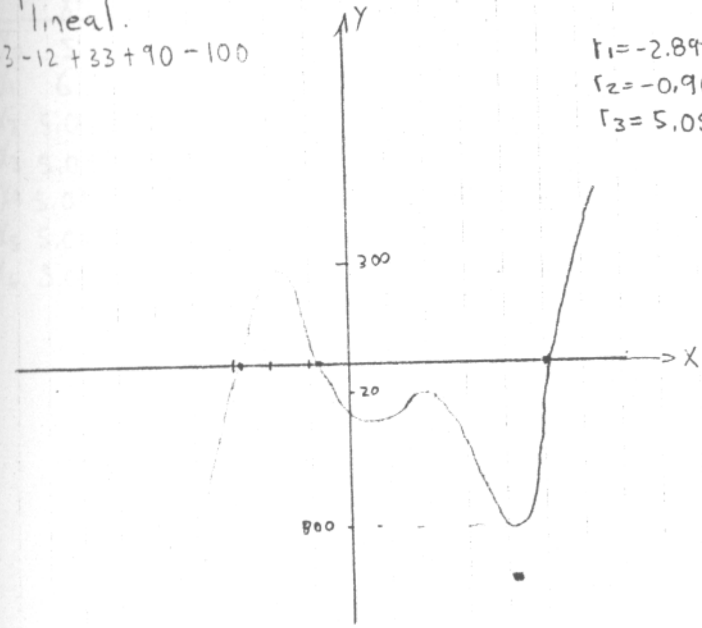
Tabulando

	X		
X_0	-10	Y_0	-437.3296×10^{3}
X_1	-8	Y_1	24992.592
X_2	-8.108117649	Y_2	12350.25274
X_3	-8.213737365	Y_3	-1075.664283
X_4	-8.205275272	Y_4	40.2703136
X_5	-8.205580641	Y_5	0.12359593
X_6	-8.205581581	Y_6	6.9×10^{-7}

$\therefore$ $\boxed{\text{La raíz es } X = -8.205581581}$

Encontrar las raíces reales del polinomio de 5° orden dado por: $3x^5-12x^4-33x^3+90x^2-100=0$. Usar el método de interpolación lineal.

$-3-12+33+90-100$



$r_1=-2.89733011$
$r_2=-0.96238215$
$r_3=5.05309583$

Tabulando para localizar las raíces.

X	
-10	-378100
-8	-124900
-5	-10600
-3	-100 } Raíz
-2	236 }
-1	8 } Raíz.
0	-100 }
1	-52
2	-100
4	-772
5	-99.99999998
6	3788
10	155900

* Para la raíz que esta entre -2 y -3.

Tabulando

X		F(X)	
X_0	-2	Y_0	236
X_1	-3	Y_1	-100
X_2	-2.702380952	Y_2	136.166299
X_3	-2.873179036	Y_3	19.8420298
X_4	-2.903299405	Y_4	-5.194558716
X_5	-2.897176927	Y_5	0.133967439
X_6	-2.897329111	Y_6	8.671352×10^{-4}

$$X_2=X_0+\left[\frac{X_0Y_0-X_1Y_0}{Y_1-Y_0}\right]$$

$\boxed{\therefore \text{La raíz es } X=-2.897329111}$

* Para la raiz entre 0 y -1

X		f(X)	
X_0	0	Y_0	-100
X_1	-1	Y_1	8
X_2	-0.925925926	Y_2	-7.505150044
X_3	-0.961780919	Y_3	-0.125786022
X_4	-0.96239209	Y_4	0.002080129
X_5	-0.962382147	Y_5	-5.493×10^{-7}

$\therefore$ La raíz es $X=-0.962382147$

* Para la raíz que esta entre 5 y 6

	X	$f(X)$
X_0	5	Y_0 −99.99999998
X_1	6	Y_1 3788
X_2	5.025720165	Y_2 −52.67350113
X_3	5.039082074	Y_3 −27.26379988
X_4	5.053418976	Y_4 0.63617551
X_5	5.053092066	Y_5 −0.0073 98297
X_6	5.053095824	Y_6 -1.939×10^{-6}

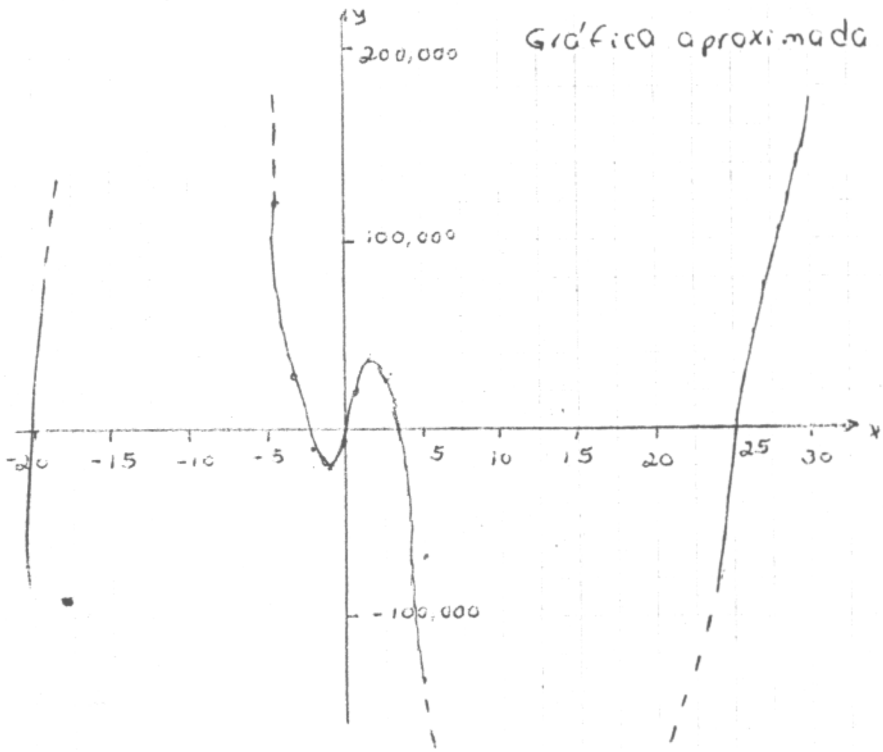
∴ $\boxed{\text{La raiz es } X = 5.053095824}$

Resolver $6x^5 - 73x^4 - 2666x^3 + 4291x^2 + 20416x - 100 = 0$.

Dando valores:

X	f(x)	
-20	-8 304 020	raíz
-15	1 360 010	
-10	1 530 840	
-5	258 970	
-4	120 684	
-3	32 882	raíz
-2	-9 800	
-1	-16 638	
0	-100	raíz
1	24 874	
2	41 592	
3	32 330	raíz
4	-20 948	
5	-135 870	
10	-2 132 840	
15	-6 820 510	
20	-11 623 380	
25	-8 310 949.9	raíz
30	19 252 280	

Gráfica aproximada



$R_1 = -16.507342$ $f(r_1) = -8.6927\times10^{-3}$

$R_2 = -2.3357489$ $f(r_2) = 2.1458\times10^{-6}$

$R_3 = 0.004267256166$ $f(r_3) = 0.0$

$R_4 = 3.7113045$ $f(r_4) = 1.9628\times10^{-4}$

$R_5 = 27.2941858$ $f(r_5) = -0.03108$

Interpolación lineal.

$0 < x < 1$

	X	f(x)	
	1	24 874	
x_0	0	-100	y_0
x_1	0.1	2281.8368	y_1
x_2	0.0041984	-1.6138784	y_2
x_3	0.0042662	-0.025931	y_3
x_4	0.0042673	0.0002887	y_4
x_5	0.0042673	0.0000128	

$$x_2 = \frac{x_0y_0 - x_1y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 0.0041984$$

$$x_3 = \frac{x_1y_1 - x_2y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 0.0042662$$

$$x_4 = \frac{x_2y_2 - x_3y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 0.0042673$$

$$x_5 = \frac{x_3y_3 - x_4y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = 0.0042673$$

Raíz = 0.0042673

$3 < x < 4$

	x	f(x)	
	4	-20 948	
x_0	3	32 330	y_0
x_1	3.5	12 312.75	y_1
x_2	3.8075535	-6 437.8917	y_2
x_3	3.7019573	596.97307	y_3
x_4	3.7109655	21.738322	y_4
x_5	3.7113059	-0.090195	y_5
x_6	3.7113045	0.00007	

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 3.8075535$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 3.7019573$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 3.7109655$$

$$x_5 = \frac{x_3 y_3 - x_4 y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = 3.7113059$$

$$x_6 = \frac{x_4 y_4 - x_5 y_4}{y_5 - y_4} + x_4 = 3.7113045$$

Raíz = 3.7113045

$25 < x < 30$

	x	f(x)	
x_0	30	19 252 280	y_0
x_1	27.5	1 060 533.7	y_1
x_2	27.354256	303 504.38	y_2
x_3	27.295825	8 218.0973	y_3
x_4	27.294199	66.5436	y_4
x_5	27.294186	0.07492	y_5
x_6	27.294186	0.03639	

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 27.354256$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 27.295825$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 27.294199$$

$$x_5 = \frac{x_3 y_3 - x_4 y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = 27.294186$$

$$x_6 = \frac{x_4 y_4 - x_5 y_4}{y_5 - y_4} + x_4 = 27.294186$$

Raíz = 27.294186

$-3 < x < -2$

	x	f(x)
	-3	32 882
	-2	-9 800
	-2.5	6 397.5
x_0	-2.4	2 372.8217
x_1	-2.3	-1 249.2079
x_2	-2.3344892	-44.878274
x_3	-2.3357744	0.908324
x_4	-2.3357489	-0.000596

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = -2.3344892$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = -2.3357744$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = -2.3357489$$

Raíz = -2.3357489

$-20 < x < -15$

	x	f(x)	
	-20	-8 304 020	
	-17	- 676 189.98	
x_0	-16	568 092.01	y_0
x_1	-16.5	9 115.259	y_1
x_2	-16.508154	-1 009.1385	y_2
x_3	-16.507341	0.97841	y_3
x_4	-16.507342	-0.00534	y_4
x_5	-16.507342	0.0049	

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = -16.508154$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = -16.507341$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = -16.507342$$

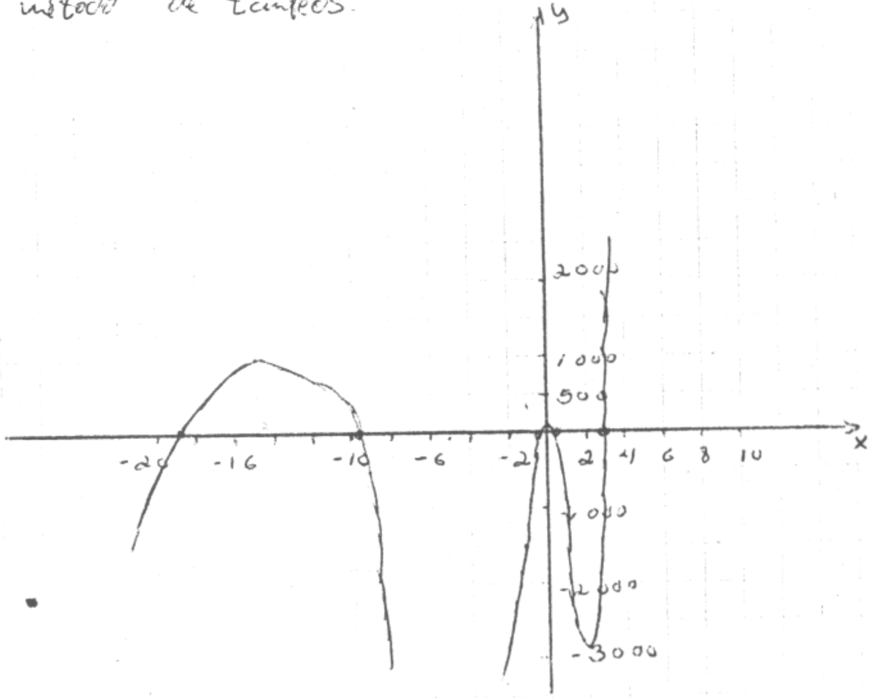
$$x_5 = \frac{x_3 y_3 - x_4 y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = -16.507342$$

Raíz = -16.507342

Resolver $f(x) = 5x^5 + 109.33x^4 + 110x^3 - 1524x^2 + 191.66x + 100$
Utilice el método de tanteos.

Dando valores:

x	f(x)	
-20	-533.227	raíz
-15	1 021 031.3	
-10	329 083.4	raíz
-5	-2.04997	
-4	-9 222.16	
-3	-9 520.25	
-2	-5 670.04	
-1	-1 621.33	raíz
0	100	raíz
1	-1 008.01	
2	-2 823.4	
3	-0.290007	raíz
4	16 031.12	



$r_1 = -19.9992322 \qquad f(r_1) = -2.7966\times10^{-3}$

$r_2 = -5.00013347 \qquad f(r_2) = 2.4736\times10^{-6}$

$r_3 = -0.200016375 \qquad f(r_3) = 0.0$

$r_4 = 0.333330398 \qquad f(r_4) = 2.9802\times10^{-8}$

$r_5 = 3.00003694 \qquad f(r_5) = 4.4703\times10^{-7}$

método de interpolación lineal

$0 < x < 1$

	x	f(x)	
	0	100	
	0.1	104.04698	
	0.2	78.428528	
	0.3	24.205723	
	0.4	-57.285952	
x_0	0.35	-13.225856	y_0
x_1	0.34	-5.2028261	y_1
x_2	0.3335151	-0.1425076	y_2
x_3	0.3333325	-0.0016286	y_3
x_4	0.3333304	-0.0000009	

$$x_2 = \frac{x_0y_0 - x_1y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 0.3335151$$

$$x_3 = \frac{x_1y_1 - x_2y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 0.3333325$$

$$x_4 = \frac{x_2y_2 - x_3y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 0.3333304$$

$\underline{\underline{\text{Raíz} = 0.3333304}}$

$3 < x < 4$

	x		
x_0	3	-0.290007	y_0
x_1	3.1	853.82866	y_1
x_2	3.000034	-0.0234554	y_2
x_3	3.0000442	0.0568254	y_3
x_4	3.000037	0.0002564	y_4
x_5	3.0000369	-0.0000058	

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 3.000034$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 3.0000442$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 3.000037$$

$$x_5 = \frac{x_3 y_3 - x_4 y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = 3.0000369$$

Raíz = 3.0000369

$-1 < x < 0$

	x	$f(x)$	
	0	100	
x_0	-0.1	65.494883	y_0
x_1	-0.2	0.001328	y_1
x_2	-0.200002	-0.0003165	y_2
x_3	-0.2000016	1×10^{-8}	

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = -0.200002$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = -0.2000016$$

Raíz = -0.2000016

$-5 < x < -4$

	x		
x_0	-5	-2.04997	y_0
x_1	-5.1	1604.364	y_1
x_2	-4.9998724	-4.009787	y_2
x_3	-5.000122	-0.1759601	y_3
x_4	-5.0001335	0.0000282	

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = -4.9998724$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = -5.000122$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = -5.0001335$$

Raíz = -5.0001335

$-20 < x < -15$

	x	f(x)	
	-20	-533.227	
	-19	559 304.38	
	-19.5	311 725.8	
x_0	-19.8	132 646.12	y_0
x_1	-19.9	67 479.953	y_1
x_2	-20.003551	-3001.2677	y_2
x_3	-19.999141	63.240178	y_3
x_4	-19.999232	0.046566	y_4
x_5	-19.999232	-0.0155369	

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = -20.003551$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = -19.999141$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = -19.999232$$

$$x_5 = \frac{x_3 y_3 - x_4 y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = -19.999232$$

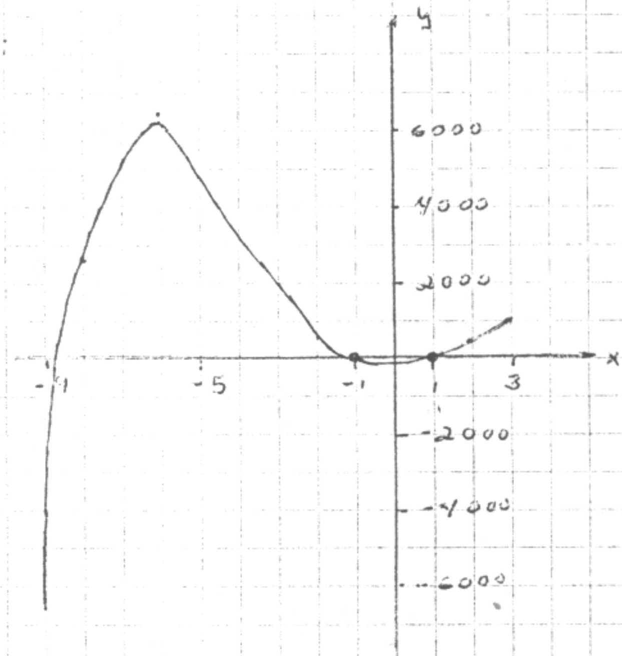
Raíz = -19.999232

Resolver. $f(x) = x^5 + 4x^4 - 26x^3 + 96x^2 + 25x - 100$

Dando un intervalo de valores:

x	f(x)
-10	-24 750
-9	-6 400
-8	2 772
-6	6 230
-2	474
-1	0
0	-100
1	2
2	222
3	704

raíz



$r_1 = -1 \quad f(r_1) = 0$

$r_2 = 1 \quad f(r_2) = 0$

$r_3 = -8.39611383 \quad f(r_3) = -3.4064 \times 10^{-5}$

Método de la secante.

	x	f(x)	
x_0	-8	2722	y_0
x_1	-8.3	765.324	y_1
x_2	-8.4144167	-152.93101	y_2
x_3	-8.3953612	6.2389512	y_3
x_4	-8.3961081	0.047389	y_4
x_5	-8.3961138	0.047389	y_5

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1} = -8.4144167$$

$$x_3 = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_1}{y_1 - y_2} = -8.3953612$$

$$x_4 = \frac{x_3 y_2 - y_3 x_2}{y_2 - y_3} = -8.3961081$$

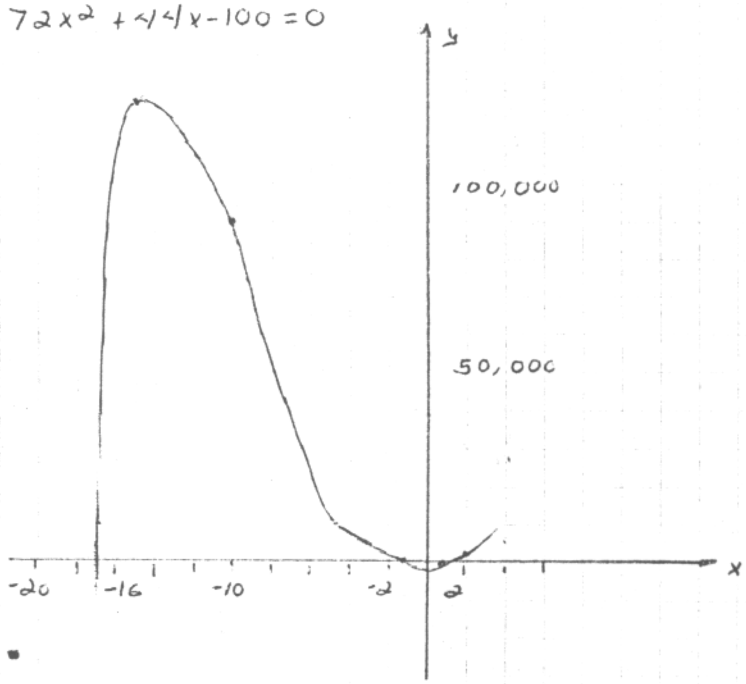
$$x_5 = \frac{x_4 y_3 - y_4 x_3}{y_3 - y_4} = -8.3961138$$

Raíz = -8.3961138

Resolver $x^5+15x^4-32x^3+72x^2+44x-100=0$

Dando valores:

X	f(x)
-18	-105 868
-17	10 134.003
-15	123 440
-10	88 660
-5	11 730
-1	-26
0	-100
1	0
2	292
3	1 274



$r_1 = -17.106693$

$f(r_1) = -0.011017$

$r_2 = -1.0944 8603$

$f(r_2) = 0.0$

$r_3 = 1.0$

$f(r_3) = 0.0$

método de la secante

$-2 < X < -1$

	X	f(x)	
	-2	564	
X_0	-1	-26	y_0
X_1	-1.1	1.66299	y_1
X_2	-1.0939884	-0.1492706	y_2
X_3	-1.0944836	-0.0007351	y_3
X_4	-1.0944861	0.0000143	y_4
X_5	-1.0944861	0.0000066	y_5

$$X_2 = \frac{X_1 y_0 - X_0 y_1}{y_0 - y_1} = -1.0939884$$

$$X_3 = \frac{X_2 y_1 - X_1 y_2}{y_1 - y_2} = -1.0944836$$

$$x_4 = \frac{x_3 y_2 - y_3 x_2}{y_2 - y_3} = -1.0944861$$

$$x_5 = \frac{x_4 y_3 - y_4 x_3}{y_3 - y_4} = -1.0944861$$

$$\underline{\underline{\text{Raíz} = -1.0944861}}$$

$-18 < x < -17$

	x	f(x)	
	-18	-105 868	
x_0	-17	10 134.003	y_0
x_1	-17.1	650.29445	y_1
x_2	-17.106857	-15.972094	y_2
x_3	-17.106693	0.0255569	y_3
x_4	-17.106693	-0.0388625	y_4
x_5	-17.106693	-0.012247	y_5

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1} \quad -17.106857$$

$$x_3 = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_1}{y_1 - y_2} = -17.106693$$

$$x_4 = \frac{x_3 y_2 - y_3 x_2}{y_2 - y_3} = -17.106693$$

$$x_5 = \frac{x_4 y_3 - y_4 x_3}{y_3 - y_4} = -17.106693$$

$$\underline{\underline{\text{Raíz} = -17.106693}}$$

Resolver: $f(x) = 3x^5 - x^4 - 3x + 1$

Dando valores:

x	$f(x)$	
-3	-800	
-2	-105	
-1	0	raíz
0	1	
1	0	raíz
2	75	
3	640	

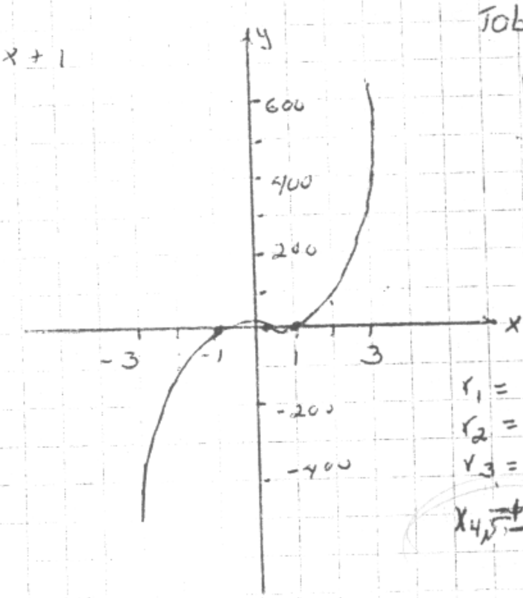


Tabla de raíces

$\mathbb{R}+$	2	0
$\mathbb{R}-$	1	1
$\mathbb{C}$	2	4

$$\left.\begin{array}{l} r_1 = -1 \\ r_2 = 1 \\ r_3 = 1/3 \end{array}\right\} f(r_i) = 0.0$$

$X_{4,5} = \pm i$

División sintética.

	1	-1/3	0	0	-1	1/3
1		1	2/3	2/3	2/3	-1/3
	1	2/3	2/3	2/3	-1/3	0
-1		-1	1/3	-1	1/3	
	1	-1/3	1	-1/3	0	

raíz = 1

raíz = -1

Método de la secante. $\varepsilon_y \le 0.0001$

	x	$f(x)$	
x_0	0	1	y_0
x_1	0.5	-0.46875	y_1
x_2	0.3404255	-0.0209908	y_2
x_3	0.3329447	0.0011515	y_3
x_4	0.3333338	-0.0000013	

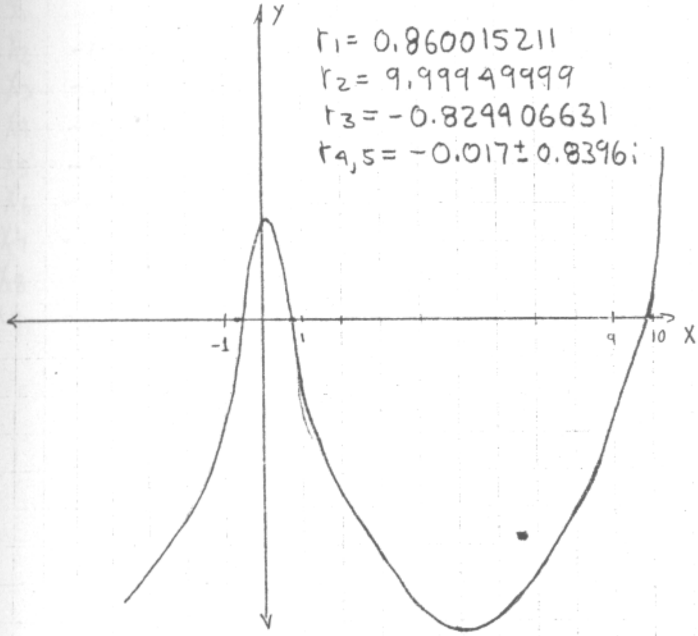
$$X_2 = \frac{X_1 y_0 - Y_1 X_0}{Y_0 - Y_1} = 0.3404255$$

$$X_3 = \frac{X_2 y_1 - y_2 X_1}{y_1 - y_2} = 0.3329447$$

$$X_4 = \frac{X_3 y_2 - y_3 X_2}{y_2 - y_3} = 0.3333338$$

Raíz = 0.3333338

Encontrar las raices reales del polinómio de 5º orden dado por: $F(x) = 20x^5 - 200x^4 + 100$. Utilizar el método de secantes.



Tabulando la función para saber donde estan localizadas las raices:

X	F(x)	
-10	-3.9999×10^6	
-5	-187400	
-2	-3790	
-1	-120	Raiz
0	100	Raiz
1	-80	
2	-2460	
3	-11290	
5	-62900	
7	-143960	
8	-163740	
9	-131120	Raiz
10	100.000036	

* Para la raiz que esta entre 10 y 9

Tabulando:

X_0	9	Y_0	-131120
X_1	10	Y_1	100.000036
X_2	9.999237921	Y_2	-52.369405
X_3	9.999499848	Y_3	-0.010443
X_4	9.9994999	Y_4	-4×10^{-5}
X_5	9.9994999	Y_5	-4×10^{-5}

$X_2 = (X_1 Y_0 - Y_1 X_0) / (Y_0 - Y_1)$
$X_3 = (X_2 Y_1 - Y_2 X_1) / (Y_1 - Y_2)$
$X_4 = (X_3 Y_2 - Y_3 X_2) / (Y_2 - Y_3)$
$X_5 = (X_4 Y_3 - Y_4 X_3) / (Y_3 - Y_4)$

* Para la raiz que esta entre 0 y 1

Tabulando:

X_0	0	Y_0	100
X_1	1	Y_1	-80
X_2	0.555555556	Y_2	82.0064692
X_3	0.780530026	Y_3	31.56245719
X_4	0.921249942	Y_4	-30.8123206
X_5	0.851758923	Y_5	3.698208921
X_6	0.859210525	Y_6	0.364970097
X_7	0.860026432	Y_7	-0.005095928
X_8	0.860015196	Y_8	6.8702×10^{-6}

$X_2 = (X_1 Y_0 - Y_1 X_0) / (Y_0 - Y_1)$
$X_3 = (X_2 Y_1 - Y_2 X_1) / (Y_1 - Y_2)$
$X_4 = (X_3 Y_2 - Y_3 X_2) / (Y_2 - Y_3)$
$X_5 = (X_4 Y_3 - Y_4 X_3) / (Y_3 - Y_4)$
$X_6 = (X_5 Y_4 - Y_5 X_4) / (Y_4 - Y_5)$
$X_7 = (X_6 Y_5 - Y_6 X_5) / (Y_5 - Y_6)$
$X_8 = (X_7 Y_6 - Y_7 X_6) / (Y_6 - Y_7)$

* Para la raíz que esta entre 0 y -1

X_0	0	Y_0	100
X_1	-1	Y_1	-120
X_2	-0.454545455	Y_2	91.07425598
X_3	-0.689898016	Y_3	51.56680236
X_4	-0.997090152	Y_4	-117.3929662
X_5	-0.783653567	Y_5	18.66220738
X_6	-0.8129299909	Y_6	5.553516937
X_7	-0.82533299	Y_7	-0.458821741
X_8	-0.824386476	Y_8	0.009965318
X_9	-0.824406596	Y_9	1.73041×10^{-5}

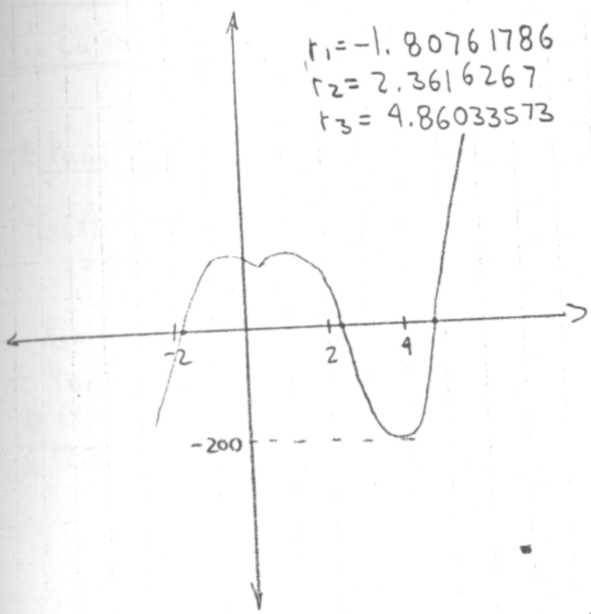
$X_2 = (X_1 Y_0 - Y_1 X_0) / (Y_0 - Y_1)$
$X_3 = (X_2 Y_1 - Y_2 X_1) / (Y_1 - Y_2)$
$X_4 = (X_3 Y_2 - Y_3 X_2) / (Y_2 - Y_3)$
$X_5 = (X_4 Y_3 - Y_4 X_3) / (Y_3 - Y_4)$
$X_6 = (X_5 Y_4 - Y_5 X_4) / (Y_4 - Y_5)$
$X_7 = (X_6 Y_5 - Y_6 X_5) / (Y_5 - Y_6)$
$X_8 = (X_7 Y_6 - Y_7 X_6) / (Y_6 - Y_7)$
$X_9 = (X_8 Y_7 - Y_8 X_7) / (Y_7 - Y_8)$

$\boxed{\therefore \text{ La raíz es } X = -0.824406596}$

Encontrar las raíces reales de la ecuación:

$$x^5 - 5x^4 + x^3 - 6x^2 + x + 100$$

Por el método de aproximaciones sucesivas.



Tabulando:

X	F(X)	
-2	-46	Raiz
-1	86	
0	100	
1	92	
2	38	Raiz
3	-86	
4	-184	Raiz
5	80	
7	4958	
8	12524	
10	50510	
100	9.50094×10^9	

Fórmula utilizada: $G(x) = f(x) + x = x^5 - 5x^4 + x^3 - 6x^2 + x + 100 + x$

$$x = G(x)$$

* Para la raíz que esta entre -2 y -1

$x_0 = [-2 + (-1)]/2 = -1.5$

$x_1 = G(-1.5) = 47.21875$

Para que el método sea convergente se debe de cumplir con

$$|G'(x)| < 1$$

$G'(x) = 5x^4 - 20x^3 + 3x^2 - 12x + 1 + 0 + 1$

$G'(1.5) = 119.5625 > 1$ $\therefore$ No converge.

Se escoge otro método por ejemplo el metodo de Secantes

Fórmula utilizada $x_2 = \dfrac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1}$

Tabulando:

x_0	-2	y_0	-46
x_1	-1	y_1	86
x_2	-1.651515152	y_2	27.99655067
x_3	-1.965982261	y_3	-36.81924541
x_4	-1.787346151	y_4	4.066825595
x_5	-1.805114596	y_5	0.509619082
x_6	-1.807660172	y_6	-0.008632102

$x_3 = \dfrac{-1.651515152(86) - 27.99655067(-1)}{(86 - 27.99655067)} = -1.965982261$

$x_4 = \dfrac{x_3 y_2 - y_3 x_2}{y_2 - y_3} = -1.787346151$

$x_5 = \dfrac{x_4 y_3 - y_4 x_3}{y_3 - y_4} = -1.805114596$

$X_7 \quad -1.807617772 \qquad Y_7 \quad 1.78667 \times 10^{-5}$

$$X_6 = \frac{X_5 Y_4 - Y_5 X_4}{Y_4 - Y_5}$$

$$X_7 = \frac{X_6 Y_5 - Y_6 X_5}{Y_5 - Y_6}$$

$\boxed{\therefore \text{ La raiz es } X_7 = X = -1.807617772}$

* Para la raiz que esta entre 2 y 3

$G(x) = f(x) + x = x^5 - 5x^4 + x^3 - 6x^2 + x + 100 + x$

$x = G(x)$

$X_0 = [2+3]/2 = 2.5$

Verificando $|G'(X_0)| < 1$

$G'(x) = 5x^4 - 20x^3 + 3x^2 - 12x + 1 + 0 + 1$

$G'(2.5) = -126.4375$

$\therefore |G'(x)| = 126.4375 > 1$ $\therefore$ El metodo no es convegente.

Utilizando el método de Secantes

Tabulando:

X_0	2	Y_0	38
X_1	3	Y_1	-86
X_2	2.306451613	Y_2	6.431979895
X_3	2.354712932	Y_3	0.817673455
X_4	2.361741761	Y_4	-0.013635619
X_5	2.36162647	Y_5	2.75661×10^{-5}

$X_2 = (X_1 Y_0 - Y_1 X_0)/(Y_0 - Y_1)$

$X_3 = (X_2 Y_1 - Y_2 X_1)/(Y_1 - Y_2)$

$X_4 = (X_3 Y_2 - Y_3 X_2)/(Y_2 - Y_3)$

$X_5 = (X_4 Y_3 - Y_4 X_3)/(X_3 - Y_4)$

$\therefore \boxed{\text{La raiz es } X_5 = X = 2.36162647}$

* Para la raiz que esta entre 4 y 5

- Utilizando aproximaciones sucesivas.

$X_0 = \frac{4+5}{2} = 4.5$

Verificando $|G'(x)| < 1$

$G'(4.5) = |236.5625| > 1$ $\therefore$ El método no converge.

Utilizando el metodo de Secantes.

X_0	4	Y_0	-184
X_1	5	Y_1	80
X_2	4.696969697	Y_2	-71.53800322
X_3	4.840029128	Y_3	-10.12328596
X_4	4.863609483	Y_4	1.663492934
X_5	4.860276537	Y_5	-0.030036845
X_6	4.860335563	Y_6	-8.65479×10^{-5}

$X_2 = (X_1 Y_0 - Y_1 X_0)/(Y_0 - Y_1)$

$X_3 = (X_2 Y_1 - Y_2 X_1)/(Y_1 - Y_2)$

$X_4 = (X_3 Y_2 - Y_3 X_2)/(Y_2 - Y_3)$

$X_5 = (X_4 Y_3 - Y_4 X_3)/(Y_3 - Y_4)$

$X_6 = (X_5 X_4 - Y_5 X_4)/(Y_4 - Y_5)$

$\therefore \boxed{X_6 = X = 4.860335563 \text{ raiz}}$

Por el método de Newton-Raphson de la doble división sintética calcular una raíz de la ecuación:

$$x^5 - 9x^4 + 25x^3 - 5x^2 - 26x + 24 = 0.$$

Aplicando la regla de Descartes:

R+	R-	C	T
4	1	0	5
2	1	2	5
0	1	4	5

Posibles raíces reales, todos los factores primos de 24

x	0	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4	-5
P(x)	24	10	40	90	160	10	-320	-1590	-4880	-11876

Raíz entre -1 y -2.

$$x_0 = \frac{-1-2}{2} = -1.5$$

	1	-9	25	-5	-26	24
-1.5		-1.5	15.75	-61.125	99.188	-109.78
	1	-10.5	40.75	-66.125	73.188	-85.781
		-1.5	18	-88.125	231.38	
	1	-12	58.75	-154.25	304.56	

$$x_1 = -1.5 - \frac{(-85.781)}{304.56}$$

$$x_1 = -1.218$$

	1	-9	25	-5	-26	24
-1.218		-1.218	12.446	-45.609	55.551	-35.994
	1	-10.218	37.446	-50.609	29.551	-11.994
		-1.218	13.929	-62.575	137.858	
	1	-11.436	51.375	-113.184	167.409	

$$x_2 = -1.218 - \frac{(-11.994)}{167.409}$$

$$x_2 = -1.146$$

	1	-9	25	-5	-26	24
-1.146		-1.146	11.627	-41.975	53.833	-31.896
	1	-10.146	36.627	-46.975	27.833	-7.896
		-1.146	12.941	-56.805	118.93	
	1	-11.292	47.568	-103.78	146.76	

$$x_3 = -1.146 - \frac{(-7.896)}{146.76}$$

$$x_3 = -1.092$$

	1	-9	25	-5	-26	24
-1.092			11.02	-39.334	48.413	-24.475
	1	-10.092	36.02	-44.334	22.413	-0.475
		-1.092	12.212	-52.67	105.93	
	1	-11.184	48.232	-97.004	128.34	

$$x_4 = -1.092 - \frac{(-0.475)}{128.34}$$

$$x_4 = -1.088$$

	1	-9	25	-5	-26	24
-1.088		-1.088	10.976	-39.142	48.026	-23.964
		-10.088	35.976	-44.142	22.026	0.036
		-1.088	12.159	-52.371	105.01	
	1	-11.176	48.135	-96.513	127.03	

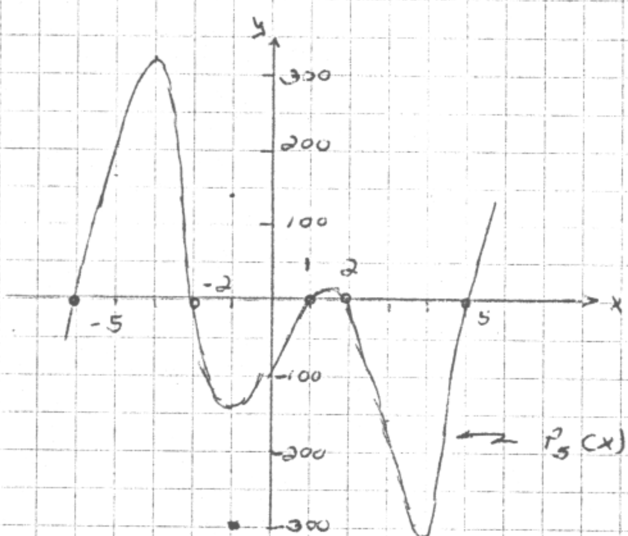
$$x_5 = -1.088 - \frac{(0.036)}{127.03}$$

$$\boxed{x_5 = -1.0883} \quad \text{Raíz}$$

Resolver por división sintética $P_5(x) = x^5 - x^4 - 29x^3 + 29x^2 + 100x - 100$

Dando un intervalo de valores para observar el comportamiento del polinomio:

x	$P_5(x)$
-5	0
-4	171
-3	320
-2	0
-1	-144
0	-100
1	0
2	0
3	-160
4	-324
5	0



$r_1 = -5$

$r_2 = -2$

$r_3 = 1$ $\quad f(r_i) = 0.0$

$r_4 = 2$

$r_5 = 0$

Utilizando el método:

	1	-1	-29	29	100	-100
1		1	0	-29	0	100
	1	0	-29	0	100	0
2		2	4	-50	-100	
	1	2	-25	-50	0	
-2		-2	0	50		
	1	0	-25	0		
-5		-5	25			
	1	-5	0			
5		5				
	1	0				

∴ Las raíces son:

$r_1 = 1$

$r_2 = 2$

$r_3 = -2$

$r_4 = -5$

$r_5 = 5$

Resolver el siguiente polinomio:

$P(x) = x^5 - 7x^4 + 19x^3 - 73x^2 + 160x - 100$

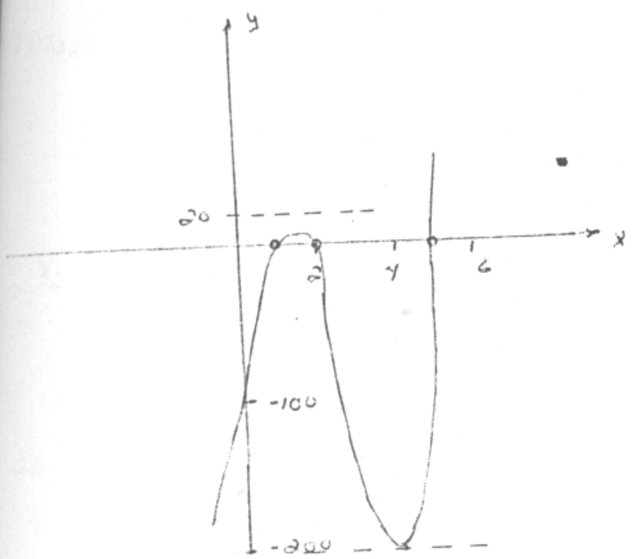
En base a la regla de Descartes:

$P(+) = + \; - \; + \; - \; + \; -$

$P(-) = - \; - \; - \; - \; - \; -$

R +	5	3	1
R −	0	0	0
RC	0	2	4
Total	5	5	5

• Análisis:



$r_1 = 1.0$
$r_2 = 2.0$
$r_3 = 5.0$
$\Big\}\; f(r_i) = 0.0$

Dando un intervalo de valores:

	X	f(x)	
	0	-100	
X_0	2.5	-35	
	3	-88	
X_1	2.11332893	-6.0335603	
	2.0101394	-0.49152255	
	2	0	raíz
	4.85	-43.1563	
	5.10	52.25	
	5	0	raíz
	1	0	raíz

Newton-Raphson doble división sintética.

	1	-7	19	-73	160	-100	
2.5		2.5	-11.25	19.375	-134.0625	64.84375	
	1	-4.5	7.75	-53.625	25.9375	-35.16	R_0
		2.5	-5	6.875	-116.875	X	
	1	-2	2.75	-46.75	-90.93	R_0^*	

$$X_1 = X_0 - \frac{R_0}{R_0^*} = 2.5 - \frac{(-35.16)}{(-90.93)} = 2.11332893$$

	1	-7	19	-73	160	-100	
2.11332893		2.11332893	-10.3271	18.328598	-115.53865	93.96144955	
	1	-4.88667	8.6728	-54.67140	44.461346	-6.03855	R_1
		2.11332893	-5.8609841	5.9424100	-102.9803	X	
	1	-2.77334214	2.8118782	-48.7289909	-58.519011	R_1^*	

$$X_2 = X_1 - \frac{R_1}{R_1^*} = 2.11332893 - \frac{(-6.03855)}{(-58.519011)} = 2.01013943$$

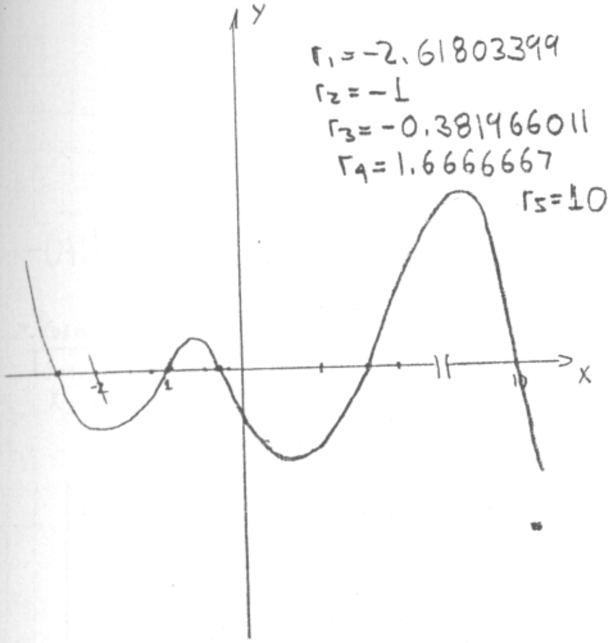
	1	-7	19	-73	160	-100	
2.01013943		2.01013943	-10.030315	18.030316	-110.49673	99.50848	
	1	-4.9898606	8.9696846	-54.969684	49.503273	-0.49152	R_2
		2.01013943	-5.989655	5.9902749	-98.45544	X	
	1	-2.9797212	2.9800296	-48.979409	-48.952167	R_2^*	

$$X_3 = X_2 - \frac{R_2}{R_2^*} = 2.01013943 - \frac{(-0.49152)}{(-48.952167)} = 2.0000986$$

Raíz = 2.0000

Encontrar las raices del siguiente polinomio de 5º Orden.

$$f(x) = -6x^5 + 46x^4 + 156x^3 - 126x^2 - 330x - 100 = 0$$



Como no sabemos donde estan las raices se hará un tanteo:

X	f(x)	
30	-104451900	
20	-10649100	
10	0	→ Raiz
5	29600	} Raiz
1	-360	
0	-100	
-1	0	→ Raiz
-2	-264	} → Raíz
-3	728	
-4	7140	
-5	26900	
-10	894600	
-100	6449277729 E10	
-0.1	-68.41139	} Raíz
-0.5	17.0625	

Utilizando el método de Newton Raphson con doble division sintetica.

-Para la raiz entre 5 y 1 $\qquad X_2 = X_1 - R_1/R_1^*$

	-6	46	156	-126	-330	-100
2		-12	68	448	644	628
	-6	34	224	322	314	$\boxed{528}$
		-12	44	536	1716	
	-6	22	268	858	$\boxed{2030}$	

$X_0 = 2 \qquad X_1 = 2 - \frac{528}{2030} = 1.739901478 \qquad X_2 = 1.739901478 - \frac{36.971473}{1216.118537}$

$X_2 = 1.709499858$

	-6	46	156	-126	-330	-100
1.709499858		-10.25699915	61.10265489	371.1369578	419.0615947	152.2507835
	-6	35.74300085	217.1026549	245.1369578	89.0615947	$\boxed{52.2507835}$
		-10.25699915	43.5683163	445.6169884	1180.843773	
	-6	25.4860017	260.6709712	690.7539462	$\boxed{1269.905368}$	

$$X_3 = 1.709499858 - \frac{52.2507835}{1269.905368} = 1.668359443$$

	-6	46	156	-126	-330	-100
1.6683594443		-10.01012666	60.0438651	360.4377423	391.1252941	101.9785809
	-6	35.98987334	216.0438651	234.4377423	61.1252941	1.9785809
		-10.01012666	43.34392581	432.7499393	1113.105533	
		25.97974668	259.3872909	667.1876816	1174.230782	

$$X_4 = X_3 - \frac{R_3}{R'_3} = \boxed{1.666669442 \Rightarrow \text{Raíz}}$$

$f(x_4) = 0.003247$

-Utilizando el método de Newton Raphson de 2° orden con triple division sintetica.

-Para la raíz que esta entre 5 y 1

Fórmula usada:

$$X_2 = X_1 - \frac{R_1}{R_1^{*} - \frac{R_1 R_1^{**}}{R_1^{*}}}$$

-6	46	156	-126	-330	-100
	-12	68	448	644	628
-6	34	224	322	314	$\boxed{528}$
	-12	44	536	1716	
-6	22	268	858	$\boxed{2030}$	
	-12	20	576		
-6	10	288	$\boxed{1434}$		

$$X_1 = 2 \qquad X_2 = 2 - \frac{528}{2030 - \frac{528(1434)}{2030}} = 1.68135544$$

	-6	46	156	-126	-330	-100
1.68135544		-10.08813264	60.38061355	363.8127217	399.8477133	117.4388328
	-6	35.91186736	216.38061355	237.8127217	69.8477133	$\boxed{17.43883277}$
		-10.08813264	43.41887685	436.8152869	1134.289471	
	-6	25.82373472	259.7999904	674.6280081	$\boxed{1204.137185}$	
		-10.08813264	26.45714016	481.299143		
	-6	15.73560208	286.2566306	$\boxed{1155.927151}$		

$\boxed{X_3 = 1.666668828 \text{ Raíz}}$ $\quad f(X_3) = 0.002529566$

Newton Raphson con doble división sintetica

- Raíz entre -2 y -3

$$X_2 = X_1 - \frac{R_1}{R_1^*}$$

	-6	46	156	-126	-330	-100
-2.5		15	-152.5	-8.75	336.875	-17.1875
	-6	61	3.5	-139.75	6.875	$\boxed{-117.1875}$
		15	-190	466.25	-828.75	
	-6	76	-186.5	331.5	$\boxed{-821.875}$	

$$X_2 = -2.5 - \frac{(-117.1875)}{(-821.875)} = -2.692585551$$

	-6	46	156	-126	-330	-100
-2.692585551		15.85551331	-163.4584857	147.0968658	280.8812465	129.8005084
	-6	61.85551331	-7.4584857	-106.2903134	-49.11875353	$\boxed{29.8005084}$
		15.85551331	-205.3580361	562.3858655	-1205.271516	
	-6	77.71102662	-212.8165218	456.0955521	$\boxed{-1254.390269}$	

$X_3 = -2.618828584$

	-6	46	156	-126	-330	-100
-2.618828584		15.7129715	-161.6156938	14.70653439	291.4584959	100.9335927
	-6	61.7129715	5.6156938	-111.2934606	-38.54150413	$\boxed{0.9335927}$
		15.7129715	-202.7652727	595.7140313	-1137.673008	
	-6	77.425943	-208.3809665	434.4205707	$\boxed{-1176.214512}$	

$X_4 = -2.618034857$

	-6	46	156	-126	-330	-100
-2.618034857		15.70820914	-161.5542925	14.59120055	291.8030221	100.0010145
	-6	61.70820914	-5.5542925	-111.4587994	-38.19697788	$\boxed{0.001014544}$
		15.70820914	-202.6788816	595.1615775	-1135.448991	
	-6	77.41641828	-208.2331291	933.7027781	$\boxed{-1173.645969}$	

$\boxed{X_5 = -2.618033989 \Rightarrow \text{raíz}}$

Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza.
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez
160

Método de Newton Raphson 1er orden

raíz entre -0.1 y -0.5

$$X_2 = X_1 - \frac{F(X_1)}{F'(X_1)}$$

$F(x) = -6x^5 + 46x^4 + 156x^3 - 126x^2 - 330x - 100 = 0$

$F'(x) = -30x^4 + 184x^3 + 468x^2 - 252x - 330$

Tabulando:

X	F(x)	F'(x)
-0.1	-68.41134	-300.307
-0.23780468	-30.59612267	-246.1777144
-0.362089377	-3.60794181	-186.6953279
-0.381419847	-0.09639769	-176.6420321
-0.38196557	-0.00007781	-176.3570715
-0.381966012	-0.00000018	-176.3568406
-0.381966011	-0.00000007	-175.3568411
-0.381966011		

$\boxed{\text{Raíz } x = -0.381966011}$

Método Newton Raphson 2º orden

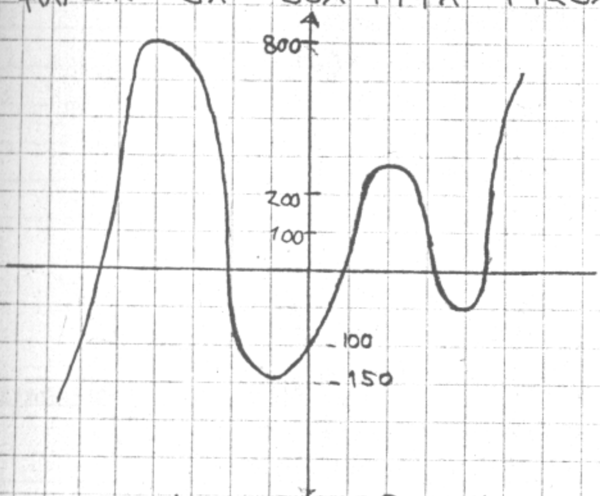
raíz entre -0.1 y -0.5

$F''(x) = -120x^3 + 552x + 936x - 252$

X	F(x)	F'(x)	F''(x)
-0.5	17.0625	-111.875	-567
-0.3899993427	1.39984024	-172.146279	-525.9622258
-0.3819674283	0.00024987	-176.3561009	-522.2977555
-0.3819660115	0.000 000 06	-176.3568909	-522.2971012
-0.3819660112	0	-176.356841	-522.2971011
-0.3819660112			

Encuentre la(s) raíz(ces) del polinomio siguiente.

$$f(x) = x^5 - 3x^4 - 30x^3 + 79x^2 + 125x - 100$$



Por el Método de Doble División sintética:

	1	-3	-30	79	125	-100
-5		-5	40	-50	-145	100
	1	-8	10	29	-20	0

Raíz $R_1 = -5$

	1	-3	-30	79	125	-100
5		5	10	-100	-105	100
	1	2	-20	-21	20	0

Raíz $R_2 = 5$

	1	-3	-30	79	125	-100
4		4	4	-104	-100	100
	1	1	-26	-25	25	0

Raíz $R_3 = 4$

	1	-3	-30	79	125	-100
0.61803392		0.61803392	-1.472135834	-19.45084748	36.80339616	99.9999872
	1	-2.38196608	-31.47213583	59.54915252	161.8033962	-0.000012798
		0.61803392	-1.090169907	-20.12460946	24.36570489	
	1	-1.76393216	-32.56230574	39.42454306	186.1691011	

$$X = 0.61803392 - \left(\frac{-0.000012798}{186.1691011}\right) = 0.618033988$$

	1	-3	-30	79	125	-100
0.618033988		0.618033988	-1.472135953	-19.45084969	36.80339885	99.99999986
	1	-2.381966011	-31.472135953	59.54915031	161.8033988	-0.000000140
		0.618033988	-1.090169943	-20.12461177	24.36570478	
	1	-1.763932023	-32.56230589	39.42453854	186.1691036	

$$X = 0.618033988 - \left(\frac{-0.000000140}{186.1691036}\right) = 0.6180339888$$

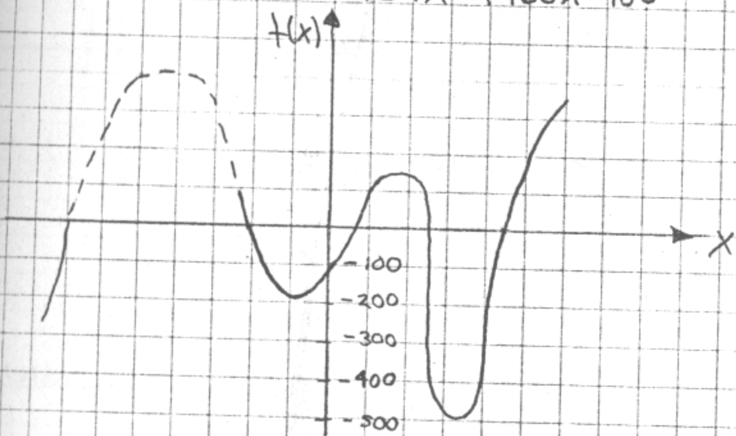
$\therefore$ Raíz $\underline{\underline{R = 0.6180339888}}$

	1	-3	-30	79	125	-100
-1.618033989		-1.618033989	7.472135957	36.45084972	-186.8033989	100.0000001
	1	-4.618033989	-22.52786404	115.4508497	-61.8033989	0.0000001

$\therefore$ Raíz $\underline{\underline{R = -1.618033989}}$

Utilizando el método de doble división sintética obtenga la(s) raíz(ces) del polinomio:

$$f(x) = x^5 + 4x^4 - 58x^3 + 37x^2 + 160x - 100$$



	1	4	-58	37	160	-100
2		2	12	-92	-110	100
	1	6	-46	-55	50	0

Raíz $\underline{\underline{R_1 = 2}}$

	1	4	-58	37	160	-100
5		5	45	-65	-140	100
	1	9	-13	-28	20	0

Raíz $\underline{\underline{R_2 = 5}}$

	1	4	-58	37	160	-100
-10		-10	60	-20	-170	100
	1	-6	2	17	-10	0

Raíz $\underline{\underline{R_3 = -10}}$

	1	4	-58	37	160	-100
-1.60		-1.60	-3.84	98.944	-217.5	92.01664
	1	2.4	-61.84	135.944	-57.5104	-7.98336
		-1.60	-1.28	100.992	-379.0976	
	1	0.8	-63.12	236.936	-436.608	

$$X = -1.60 - \left(\frac{-7.98336}{-436.608}\right) = -1.61828496$$

	1	4	-58	37	160	-100
-1.61828496		-1.61828496	-3.854293628	100.0978731	-221.8634261	100.112652
	1	2.38171504	-61.85429363	137.0978731	-61.86342607	0.112651983
		-1.61828496	-1.235447416	102.0971791	-387.0857554	
	1	0.76343008	-63.08974105	239.1950522	-448.9491815	

$$X = -1.61828496 - \frac{(0.112651983)}{(-448.9491815)} = -1.618034036$$

	1	4	-58	37	160	-100
-1.618034036		-1.618034036	-3.854102002	100.0820423	-221.8034102	100.0000212
	1	2.381965964	-61.854102	137.0820423	-61.80341017	0.000021202
		-1.618034036	-1.236067861	102.0820422	-386.9756289	
	1	0.763931928	-63.09016986	239.1640845	-448.779039	

$$X = -1.61803406 - \left(\frac{0.000021202}{-448.779039}\right) = -1.618033989$$

$$\therefore\ \underline{\underline{R = -1.618033989}}$$

	1	4	-58	37	160	-100
0.618033962		0.618033962	2.854099378	-34.08203995	1.80339872	99.99999558
	1	4.618033962	-55.1459006	2.91796055	161.8033987	-0.000004424
		0.618033962	3.236067804	-32.08203964	-18.02439135	
	1	5.236067924	-51.90983282	-29.16407909	143.7790074	

$$X = 0{,}618033962 - \frac{(-0{,}000004424)}{143.7790074} = 0{,}618033992$$

	1	4	-58	37	160	-100
0,618033992		0,618033992	2,854101983	-34,08203949	1.80339878	100,0000005
	1	4,618033992	-55,14589802	2,917960506	161,8033988	0,0000005
		0,618033992	3,236067999	-32,08203947	-18,02442641	
	1	5,236067984	-51,90983002	-29,16413441	143,7789724	

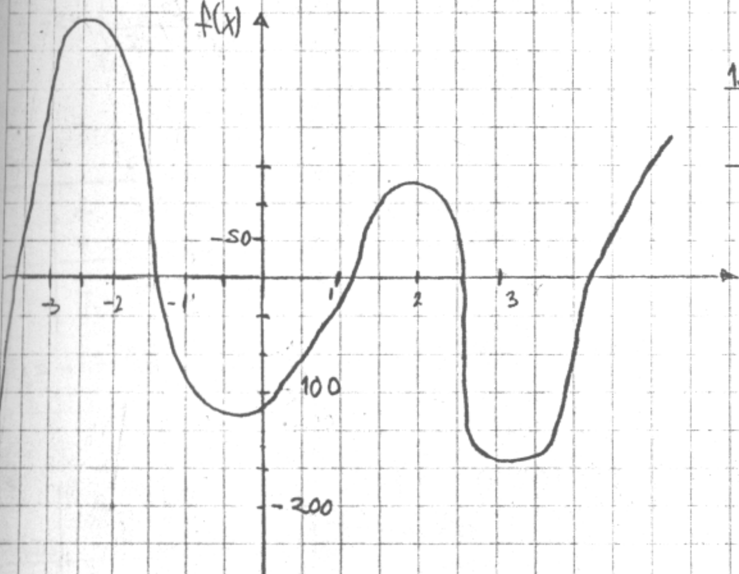
$$X = 0{,}618033992 - \left(\frac{0{,}0000005}{143{,}7789724}\right) = 0{,}618033989$$

$$\therefore\ \text{Raíz}\quad \underline{\underline{R = 0{,}618033989}}$$

Adolfo Altamirano Meza

M. I. Horacio Sandoval Rodríguez

Mediante el Método de Doble División Sintética encontrar una raíz positiva en el intervalo abierto $0<x<5$ de la ecuación $f(x)=x^5-3x^4-23x^3+55x^2+74x-120=0$; con $|x_n-x_{n-1}|\le 0.01$



x	f(x)
0	-120
1	-16
2	48

a).- $x_0 = 1$

1	1	-3	-23	55	74	-120
		1	-2	-25	30	
	1	-2	-25	30	104	-16
		1	-1	-26	4	
	1	-1	-26	4	108	

$$x_1 = 1-\left(\frac{-16}{108}\right) = 1.1481$$

1.1481	1	-3	-23	55	74	-120
		1.1481	-2.1262	-28.8486	30.0257	119.4369
	1	-1.8519	-25.1262	26.1514	104.0257	-0.5631
		1.1481	-0.8080	-29.7763	-4.1619	
	1	-0.7038	-25.9342	-3.6249	99.8638	

$$x_2 = 1.1481 - \left(\frac{-0.5631}{99.8638}\right)$$

$$x_2 = 1.1538$$

	1	-3	-23	55	74	-120
1.1538		1.1538	-2.1301	-28.9952	30.0044	120.0003
	1	-1.8462	-25.1301	26.0048	104.0044	.0003
		1.1538	-0.7954	-29.9129	-4.5091	
	1	-0.6894	-25.9255	-3.9081	99.4953	

$$x_3 = 1.1538 - \frac{0.0003}{99.4953} = 1.1538$$

∴ La raíz es:

$R = 1.1538$

b).- Con $x_0 = 3$

	1	-3	-23	55	74	-120
3		3	0	-69		96
	1	0	-23	-14	32	-24
		3	9	-42	-168	
	1	3	-14	-56	-136	

$$x_1 = 3 - \frac{24}{136} = 2.8235$$

	1	-3	-23	55	74	-120
2.8235		2.8235	-0.4983	-66.3481	-32.0416	118.4709
	1	-0.1765	-23.4983	-11.3481	41.9584	-1.5291
		2.8235	7.4740	-45.2452	-159.7928	
	1	2.6470	-16.0243	-56.5933	-117.8344	

$$x_2 = 2.8235 - \frac{1.5291}{117.8344} = 2.8106$$

∴ La raíz es:

$R = 2.8106$

c).- $x_0 = -2.0$

	2	0	-3	4
-2		-4	8	-10
	2	-4	5	-6
		-4	16	
	2	-8	21	

$x_1 = -2 - \left(\frac{-6}{21}\right) = -1.7143$

	2	0	-3	4
-1.7143		-3.4286	5.8776	-4.9332
	2	-3.4286	2.8776	-0.9332
		-3.4286	11.7553	
	2	-6.8572	14.6329	

$x_2 = -1.7143 - \left(\frac{-.9332}{14.6329}\right) = -1.6505$

	2	0	-3	4
-1.6505		-3.3010	5.4483	-4.0409
	2	-3.3010	2.4483	-0.0409
		-3.3010	10.8966	
	2	-6.6020	13.3449	

$x_3 = -1.6505 - \left(\frac{-0.0409}{13.3449}\right) = -1.6474$

∴ La raíz es:
$R = -1.6474$ con $\varepsilon_x = 0{,}01$

c).- Con $x_0 = 1.5$

	1	-3	-23	55	74	-120
1.5		1.5	-2.25	-37.875	25.687	149.5313
	1	-1.5	-25.25	17.125	99.6875	29.5313
		1.5	0	-37.875	-31.1250	
	1	0	-25.25	-20.7500	68.5625	

$x_1 = 1.5 - \frac{29.5313}{68.5625} = 1.0693$

	1	-3	-23	55	74	-120
1.0693		1.0693	-2.0645	-26.8009	30.1527	111.3683
	1	-1.9307	-25.0645	28.1991	104.1527	-8.6317
		1.0693	-0.9211	-27.7864	0.4913	
	1	-0.8614	-25.9856	0.4127	104.5940	

$x_2 = 1.0693 - \left(\frac{-8.6317}{104.5940}\right) = 1.1518$

d).- Con $x_0 = 2.0$

	1	-3	-23	55	74	-120
2		2	-2	-50	10	128
	1	-1	-25	5	64	8
		2	2	-46	-82	
	1	1	-23	-41	18	

$x_1 = 2.0 - \frac{8}{18} = 1.5556$

	1	-3	-23	55	74	-120
1.5556		1.5556	-2.2469	-39.2741	24.4632	153.1694
	1	-1.4444	-25.2469	15.7259	98.4632	33.1694
		1.5556	0.1736	-39.0040	-36.2114	
	1	0.1116	-25.0733	-23.2781	62.2518	

$x_3 = 1.5556 - \frac{33.1694}{62.2518} = 1.0228$

	1	-3	-23	55	74	-120
1.0228		1.0228	-2.0223	-25.5928	30.0777	106.4507
	1	-1.9772	-25.0223	29.4072	104.0777	-13.5493
		1.0228	-0.9762	-26.5912	2.8802	
	1	-0.9544	-25.9985	2.8160	106.9574	

$x_4 = 1.0228 - \frac{-13.5493}{106.9574} = 1.1495$

	1	-3	-23	55	74	-120
1.1495		1.1495	-2.1271	-28.8837	30.0207	119.5718
	1	-1.8505	-25.1271	26.1163	104.0207	-0.4282
		1.1495	-0.8058	-29.8099	-4.2458	
	1	-0.7010	-25.9329	-3.6936	99.7749	

$x_5 = 1.1495 - \left(\frac{-0.4282}{99.7749}\right) = -1.1538$

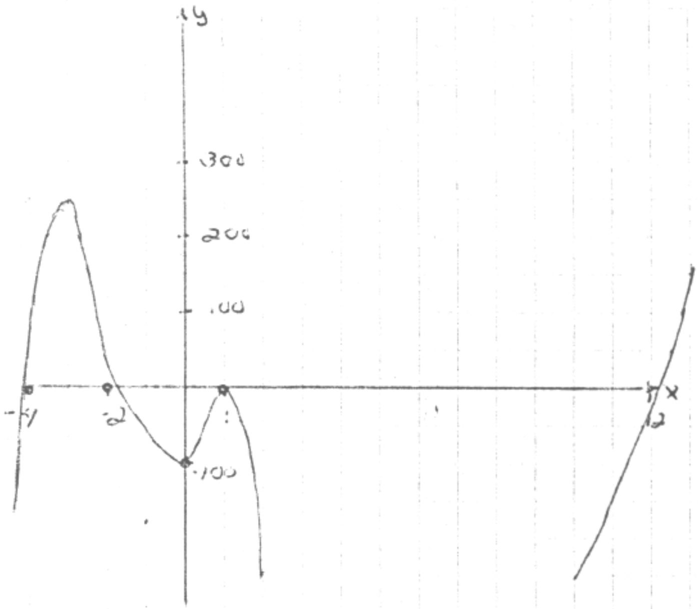
∴ Las raíces de la función son:

$r_1 = -4.20356513$ $\quad f(r_1) = 6.2585 \times 10^{-7}$
$r_2 = -1.76069983$ $\quad f(r_2) = 2.9802 \times 10^{-8}$
$r_3 = 1.15379743$ $\quad f(r_3) = 0.0$
$r_4 = 2.81046754$ $\quad f(r_4) = 0.0$
$r_5 = 5.0$ $\quad f(r_5) = 0.0$

Resolver: $x^5 - 8.5x^4 - 53x^3 + 27.5x^2 + 133x - 100 = 0$

Por tanteos:

x	f(x)	
-10	-130 680	
-5	-1 890	
-4	-0.000000047	raíz
-3	218	
-2	0.000000007	raíz
-1	-162	
0	-100	
1	0	raíz
2	-252	
3	-1 330	
4	-3 672	
5	-7 560	
10	-13 000	
20	1 429 560	
15	158 270	
14	73 007.9999	
13	18 359.9999	raíz
12	-13 552	



$$\left.\begin{aligned} r_1 &= -4.0 \\ r_2 &= -2.0 \\ r_3 \text{ y } r_4 &= 1.0 \end{aligned}\right\} f(r_i) = 0.0$$

$r_5 = 12.5 \quad f(r_5) = -1.0878 \times 10^{-4}$

Newton-Raphson doble división sintética. $\varepsilon_x \le 0.0001$

$P(x) = x^5 - 8.5x^4 - 53x^3 + 27.5x^2 + 133x - 100$

$x_0 = 13$	1	-8.5	-53	27.5	133	-100	
		13	58.5	71.5	1 287	18 460	
	1	4.5	5.5	99	1 420	18 360	R_0
		13	227.5	3 029	40 664		
	1	17.5	233	3 128	42 084		R_0^*

$$x_1 = x_0 - \frac{R_0}{R_0^*} = 12.56372$$

$x_1 = 12.56372$

1	-8.5	-53	27.5	133	-100	
	12.56372	51.0554	-24.43090	38.55925	2155.422486	
1	4.06372	-1.94456	3.06909	171.5592	2055.422486	R_1
	12.56372	208.9025	2600.1616	32706.262	X	
1	16.62744	206.95794	2603.2307	32877.821	R_1^*	

$$x_2 = x_1 - \frac{R_1}{R_1^*} = 12.50120301$$

$x_2 = 12.50120301$

1	-8.5	-53	27.5	133	-100	
	12.50120301	50.01985111	-37.25544625	-121.954814	138.0781128	
1	4.00120301	-2.980148888	-9.755446246	11.04518603	38.0781128	R_2
	12.50120301	206.299927	2541.741832	31652.87583	X	
1	16.50240602	203.319778	2531.986386	31660.92102	R_2^*	

$$x_3 = x_2 - \frac{R_2}{R_2^*} = 12.50000044$$

$x_3 = 12.50000044$

1	-8.5	-53	27.5	133	-100	
	12.50000044	50.00000726	-37.49991057	-124.9988865	100.0139223	
1	4.00000044	-2.99999274	-9.99991057	8.0011135	0.0139223	R_3
	12.50000044	206.2500183	2510.624509	31632.81974	X	
1	16.50000088	203.2500256	2530.625498	31640.82095	R_3^*	

$$x_4 = x_3 - \frac{R_3}{R_3^*} = 12.5$$

<u>Raíz = 12.5</u>

Newton-Raphson (tangentes). $\varepsilon_x \leq 0.0001$

$f(x) = x^5 - 8.5x^4 - 53x^3 + 27.5x^2 + 133x - 100$

$f'(x) = 5x^4 - 34x^3 - 159x^2 + 55x + 133$

x	f(x)	f'(x)
12	-13 552	22 825
12.59373494	3 051.116861	33 469.75632
12.50257453	81.52388702	31 690.27792
12.50000201	0.06359509	31 640.8511
12.5	-0.00000625	—

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

La raíz es 12.5

Newton-Raphson 2º orden.

$f(x) = x^5 - 8.5x^4 - 53x^3 + 27.5x^2 + 133x - 100$

$f'(x) = 5x^4 - 34x^3 - 159x^2 + 55x + 133$

$f''(x) = 20x^3 - 102x^2 - 318x + 55$

X	f(X)	f'(X)	f''(X)
13	18 359.99999	42 084	22 623
12.50577575	183.069953	31 751.84435	19 242.604442
12.50000001	0.00031204	31 640.81269	19 205.00006
12.5	-0.00000625		

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n) - \frac{f''(x_n)\cdot f(x_n)}{2f'(x_n)}}$$

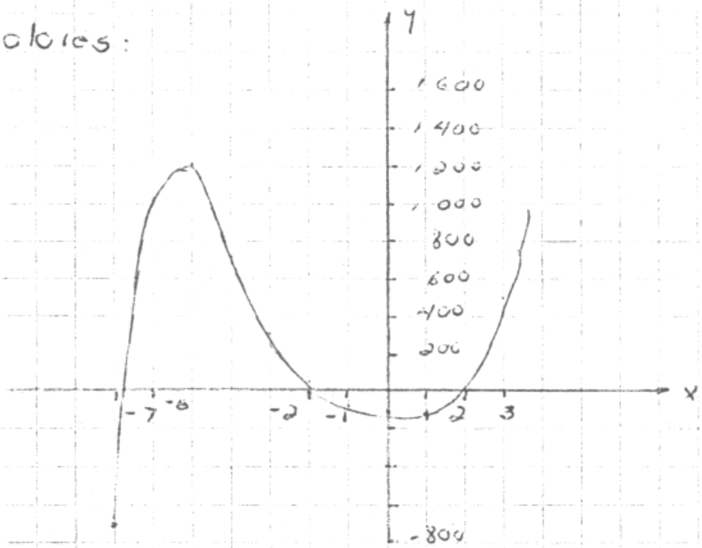
Raíz = 12.5

Adolfo A Mamtrano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver $P_5(x) = x^5 + 6x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x - 100$

Dando un intervalo de valores:

x	P(x)	
-7	-716	raíz
-6	1034	
-5	1190	
-4	760	
-3	296	
-2	14	raíz
-1	-86	
0	-100	
1	-100	
2	-14	raíz
3	494	



$r_1 = -6.7264481 \quad f(r_1) = 0.0$

$r_2 = -1.9182844 \quad f(r_2) = -8.9407 \times 10^{-8}$

$r_3 = 2.06210245 \quad f(r_3) = 2.9802 \times 10^{-8}$

Análisis de la raíz entre -1 y -2

método de Newton-Raphson (2º orden) tol $\varepsilon_y \leq 0.0001$

	X	f(x)	f'(x)	f''(x)
x_0	-1	-86	-39	84
x_1	-1.6534191	-37.220656	-118.42819	158.03362
x_2	-1.9132355	-0.824392	-162.31851	182.88408
x_3	-1.9182844	-0.000003	—	

$f'(x) = 5x^4 + 24x^3 - 15x^2 + 2x - 3$

$f''(x) = 20x^3 + 72x^2 - 30x + 2$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0) - \frac{f''(x_0) \cdot f(x_0)}{2f'(x_0)}}$$

$x_1 = -1.6534191$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1) - \frac{f''(x_1) \cdot f(x_1)}{2f'(x_1)}}$$

$x_2 = -1.932355$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2) - \frac{f''(x_2) \cdot f(x_2)}{2f'(x_2)}}$$

$x_3 = -1.9182844$

Raíz $= -1.9182844$

Adolfo Altamirano Meza
M. I. Horacio Sandoval Rodríguez

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1) - \frac{f''(x_1) \cdot f(x_1)}{2f'(x_1)}}$$

$$x_2 = -1.9132355$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2) - \frac{f''(x_2) \cdot f(x_2)}{2f'(x_2)}}$$

$$x_3 = -1.9182844$$

Raíz = −1.9182844

Adolfo Altamirano Meza
M. I. Horacio Sandoval Rodríguez

método de la doble división sintética tal $\varepsilon_y = 0.0001$

	X	P(x)
	-1	-86
	-2	14
	-1.5	-53.59375
x_0	-1.7	-39.5309
x_1	-1.950441	5.3606618
x_2	-1.9188485	0.0923933
x_3	-1.9182846	0.00003

	1	6	-5	1	-3	-100	
-1.7		-1.7	-7.31	20.927	-37.5759	68.4690	
	1	4.3	-12.31	21.927	-40.2759	-31.5309	R_0
		-1.7	-4.42	28.441	-85.6256	X	
	1	2.6	-16.73	50.368	-125.9015	R_0^*	

$$x_1 = x_0 - \frac{R_0}{R_0^*} = -1.950441$$

	1	6	-5	1	-3	-100	
-1.950441		-1.950441	-7.8984259	25.157619	-51.018892	105.3606618	
	1	4.049559	-12.8984259	26.157619	-54.018892	5.3606618	R_1
		-1.950441	-4.0942058	33.143124	-115.6626	X	
	1	2.09918	-16.992631	59.300743	-169.68149	R_1^*	

$$x_2 = x_1 - \frac{R_1}{R_1^*} = -1.9188485$$

	1	6	-5	1	-3	-100	
-1.9188485		-1.9188485	-7.8311114	24.620959	-49.162739	100.0923927	
	1	4.0811515	-12.8311114	25.620959	-52.162739	0.0923927	R_2
		-1.9188485	-4.1491319	32.582514	-111.68365	X	
	1	2.162303	-16.980243	58.203473	-163.84639	R_2^*	

$$x_3 = x_2 - \frac{R_2}{R_2^*} = -1.9182846$$

Raíz = -1.9182846

Adolfo Altamirano Meza

M. I. Horacio Sandoval Rodríguez.

Método de la triple división sintética con $\varepsilon_y \leq 0.0001$

	1	6	-5	1	-3	-100	
-1.7		-1.7	-7.31	20.927	-37.2759	68.4690	
	1	4.3	-12.31	21.927	-40.2759	-31.5309	R_0
		-1.7	-4.42	28.441	-85.6256	x	
	1	2.6	-16.73	50.368	-125.9015	R_0^*	
		-1.7	-1.53	31.042	x		
	1	0.9	-18.26	81.41	R_0^{**}		

$$x_1 = x_0 - \frac{R_0}{R_0^* - \frac{R_0^{**} \cdot R_0}{R_0^*}} = -1.9155371$$

	1	6	-5	1	-3	-100	
-1.9155371		-1.9155371	-7.8239402	24.564733	-48.970194	99.550835	
	1	4.0844629	-12.8239402	25.564733	-51.970194	-0.449165	R_1
		-1.9155371	-4.1546578	32.523134	-111.26996	x	
	1	2.1689258	-16.978598	58.087867	-163.23966	R_1^*	
		-1.955371	-0.48537541	33.452889	x		
	1	0.2533887	-17.463973	91.540756	R_1^{**}		

$$x_2 = x_1 - \frac{R_1}{R_1^* - \frac{R_1^{**} \cdot R_1}{R_1^*}} = -1.9182844$$

Raíz = -1.9182844

Análisis de la raíz entre 2 y 3.

método de la secante. $\varepsilon_y \leq 0.0001$

	x	$f(x)$	
	2	-14	
	3	494	
x_0	2	-14	y_0
x_1	2.1	9.3346	y_1
x_2	2.05999	-0.50223	y_2
x_3	2.06203	-0.01725	y_3
x_4	2.062100	-0.0005	y_4
x_5	2.062102	-0.0001	

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1} = 2.05999$$

$$x_3 = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_1}{y_1 - y_2} = 2.06203$$

$$x_4 = \frac{x_3 y_2 - y_3 x_2}{y_2 - y_3} = 2.062100$$

$$x_5 = \frac{x_4 y_3 - y_4 x_3}{y_3 - y_4} = 2.062102$$

Raíz = 2.062102

Adolfo Altamirano Meza
M. I. Horacio Sandoval Rodríguez.

método de Newton-Raphson (tangentes) $\epsilon_y \leq 0.0001$

	x	f(x)	f'(x)
x_0	2.1	9.3346	254.5545
x_1	2.0633297	0.292633	189.3558
x_2	2.0617516	-0.083548	238.0477
x_3	2.0621026	0.00005	—

$f(x) = x^5 + 6x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x - 100$

$f'(x) = 5x^4 + 24x^3 - 15x^2 + 2x - 3$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 2.0633297$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 2.0617516$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 2.0621026$$

Raíz = 2.0621026

Método Newton - Raphson (2º orden). $\varepsilon_y \leq 0.0001$

x	f(x)	f'(x)	f''(x)
2.1	9.3346	254.5545	441.74
2.0621245	0.00526	233.2049	421.6838
2.0621024	0.000008	—	

$f'(x) = 5x^4 + 24x^3 - 15x^2 + 2x - 3$

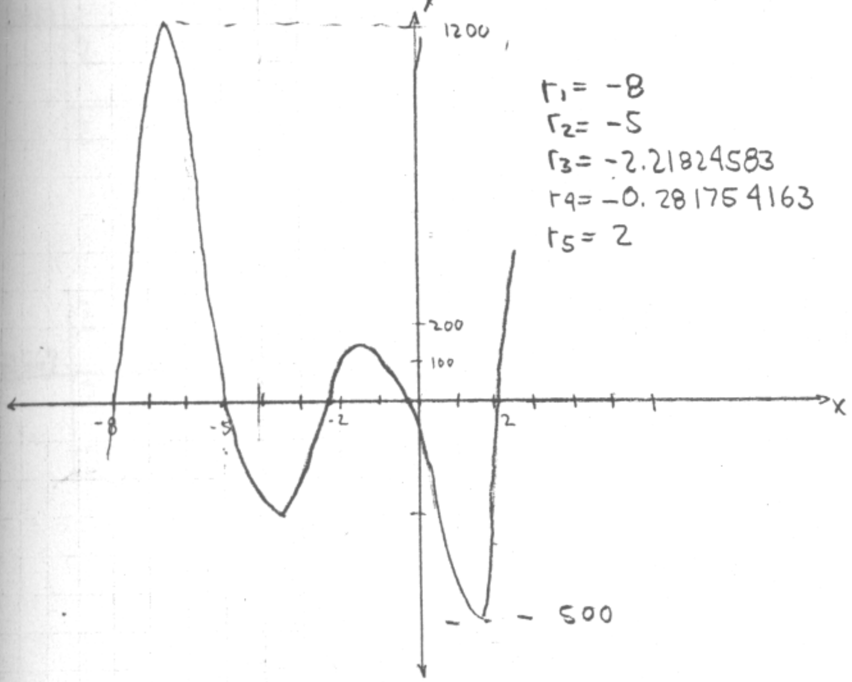
$f''(x) = 20x^3 + 72x^2 - 30x + 2$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0) - \frac{f''(x_0) \cdot f(x_0)}{2f'(x_0)}} \qquad x_1 = 2.0621245$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1) - \frac{f''(x_1) \cdot f(x_1)}{2f'(x_1)}} \qquad x_2 = 2.0621024$$

Raíz = 2.0621024

Encontrar las raíces de la ecuación $2x^5-27x^4+84.25x^3-76.25x^2-382.5x-100=0$



Tabulando para localizar las raíces:

X	f(X)	
5	29,737.5	
2	0	← Raíz.
1	-445.5	
0	-100	} Raíz.
-0.5	63.28125	
-1	147	
-2	54	} Raíz
-3	-212.5	
-4	-318	
-5	0	← Raíz.
-7	1156.5	
-8	0	← Raíz
-10	-18500	

Para la raíz que esta entre -2 y -3 utilizaremos los métodos de
a) Doble división sintetica
b) Newton Raphson de Segundo Orden con triple división sintetica.
c) Método de Newton de Segundo Orden

Para la raíz que esta entre 0 y 0.5 utilizaremos los métodos de:
d) Newton Raphson 1er Orden.
e) Newton Raphson 2º Orden
f) Secantes

a) Doble División sintetica. $X_{n+1}=X_n-\frac{R}{R'}$

$X_1=-2.5$

	2	27	84.25	-76.25	-382.5	-100
-2.5		-5	-55	-73.125	373.4375	22.65625
	2	22	29.25	-149.375	-9.0625	$\boxed{-77.34375}$
		-5	-42.5	33.125	290.625	
	2	17	-13.25	-116.25	$\boxed{281.5625}$	

$$X_2=-2.5-\frac{(-77.34375)}{281.5625}=-2.2253052$$

Adolfo Altamirano Meza
M. I. Horacio Sandoval Rodríguez

	2	27	84.25	-76.25	-38.25	-100
-2.2253052		-4.4506104	-50.179274	-75.817764	338.39719	98.142222
	2	22.54939	34.070726	-152.06776	-44.102815	$\boxed{-1.8577776}$
		-4.450614	-40.275308	13.867089	307.67214	
	2	18.09878	-6.2045823	-138.26067	$\boxed{263.56937}$	

$$X_3 = -2.2253052 - \frac{(-1.8577776)}{263.56937} = -2.2482567$$

	2	27	84.25	-76.25	-38.25	-100
-2.2482567		-4.4965134	-50.593615	-75.668194	341.5511	92.063644
	2	22.503487	33.656385	-151.91819	-40.948502	$\boxed{-7.9363561}$
		-4.4965134	-40.484294	15.350903	307.03832	
	2	18.006974	-6.827914	-136.56729	$\boxed{266.08941}$	

$$X_4 = -2.2482567 - \frac{(-7.9363561)}{266.08941} = -2.2184308$$

	2	27	84.25	-76.25	-38.25	-100
-2.2184308		-4.4368616	-50.054761	-75.859771	337.445	99.951348
	2	22.563138	34.195239	-152.10977	-45.054999	$\boxed{-0.0486023}$
		-4.4368616	-40.21189	13.347524	307.83444	
	2	18.126276	-6.0166509	-138.76225	$\boxed{262.77944}$	

$$X_5 = -2.2184308 - \frac{(0.0486023)}{262.77944} = \boxed{-2.2182458} \text{ Solucion.}$$

b) Newton Raphson 2° Orden con triple división sintetica.

Fórmula utilizada:

$$X_1 = -2.5 \qquad X_2 = X_1 - \frac{R_1}{R_1^{*} - \frac{R_1 R_1^{**}}{R_1^{*}}}$$

	2	27	84.25	-76.25	-38.25	-100
-2.5		-5	-55	-73.125	373.9375	22.65625
	2	22	29.25	-149.375	-9.0625	$\boxed{-77.34375}$
		-5	-42.5	33.125	290.625	
	2	17	-13.25	-116.25	$\boxed{281.5625}$	
		-5	-30	108.125		
	2	12	-43.25	$\boxed{-8.125}$		

$$X_2 = -2.5 - \frac{(-77.3435)}{281.5625 - \frac{(-77.34375)(-8.125)}{281.5625}} = -2.223110362$$

-2.223110362	2	-27	84.25	-76.25	-382.5	-100
		-4.446220754	-50.13954091	-75.83131617	338.0935499	98.72043933
	2	22.55377928	39.11095959	-152.0813162	-44.40645009	$\boxed{-1.279560667}$
		-4.446220754	-40.25510106	13.66021611	307.7253819	
	2	18.10755856	-6.144641966	-138.4211001	$\boxed{263.3189318}$	
		-4.446220724	-30.3706617	81.17759884		
	2	13.66133784	-36.51530317	$\boxed{-57.24355126}$		

$$X_3 = -2.223110362 - \frac{(-1.279560667)}{263.3189318 - \frac{(-1.279560667)(-57.24355126)}{263.3189318}}$$

$\boxed{X_3 = -2.218245866}$ Solución

c) Newton 2º Orden.

Fórmula utilizada:

$$X_2 = X_1 - \frac{F(x)}{F'(x) - \frac{F(x)\cdot F''(x)}{2F'(x)}}$$

$F(x) = 2X^5 - 27x^4 + 84.25x^3 - 76.25x^2 - 382.5x - 100$

$f'(x) = 10x^4 - 108x^3 + 252.75x^2 - 152.5x - 382.5$

$f''(x) = 40x^3 - 324x^2 + 505.5x - 152.5$

Tabulando:

X	F(X)	F'(X)	F''(X)
-2.5	-77.34375	281.5625	-16.25
-2.223110362	-1.2795609	263.3189317	-114.48711026
-2.218245865	-0.0000073	262.7579651	-116.1494963
-2.218245837	-0.0000002	262.7579618	-116.1494558
-2.218245836	0.0000003	262.7579618	-116.1494561
$\boxed{-2.218245837}$			

Raíz

$\boxed{X = -2.218245837}$ Solución.

d) Newton Raphson 1er orden. (raiz entre 0 y 0.5)

Fórmula utilizada: $X_2 = X_1 - \frac{F(x)}{F'(x)}$

Tabulado:

X	F(x)	F'(x)
-0.5	63.28125	-255.9375
-0.747252747	116.0458794	-169.357914
-0.062039879	-76.58249822	-372.0917382
-0.267857263	-4.49823873	-325.5416603
-0.28174969	-0.02548728	-321.841853
-0.28175416	-0.0000011	-321.8204629
-0.281754164	-0.000 000 15	-321.8204618
-0.281754163	-0.000 000 14	-321.820462
-0.2817541636	0.000 000 008	-321.8204619

$\therefore \boxed{X = -0.2817541636}$ Solución.

b) Método de Newton Raphson 2º Orden.

X	F(x)	F'(x)	F''(x)
-0.5	63.28125	-255.9375	-324.25
-0.2866743071	1.58012708	-320.487516	-271.7292235
-0.2817542051	0.00001346	-321.8204507	-270.1005574
-0.2817541633	-0.000 000 01	-321.820462	-270.100544
$\boxed{-0.2817541633}$			

→ Raíz.

$\boxed{X = -0.2817541633}$ Solución.

c) Secantes.

Formula: $X_2 = \dfrac{X_1 Y_0 - Y_1 X_0}{Y_0 - Y_1}$

X	f(x)	
-0.5	63.28125	Y_0
1	-445.5	Y_1
-0.313463641	10.06722468	Y_2
-0.284438433	0.86287787	Y_3
-0.340489886	18.4255084	Y_4
-0.28168454	-0.02290685	Y_5
-0.280428847	-0.26569565	Y_6
$\boxed{-0.28168459}$		

→ Raíz

$\boxed{X = -0.28168454}$ Solución.

$$X_2 = \frac{1(63.28125) - (445.5)(-0.5)}{63.28125 - (-445.5)} = -0.313463641$$

$$X_3 = \frac{X_2 Y_1 - Y_2 X_1}{Y_1 - Y_2} = -0.284438433$$

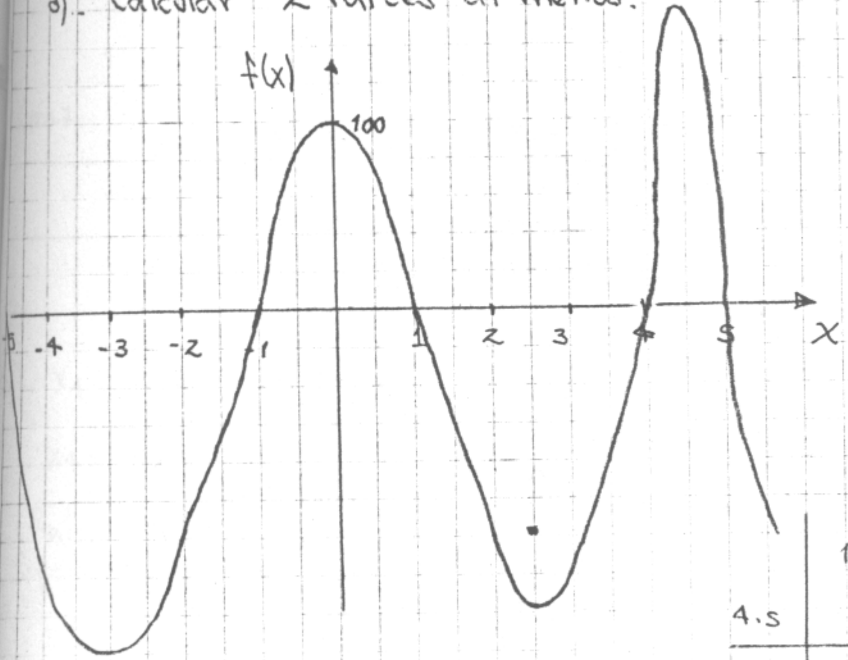
$$X_4 = \frac{X_3 Y_2 - Y_3 X_2}{Y_2 - Y_3} = -0.340489886$$

$$X_5 = \frac{X_4 Y_3 - Y_4 X_3}{Y_3 - Y_4} = -0.28168454$$

$$X_6 = \frac{X_5 Y_4 - Y_5 X_4}{Y_4 - Y_5} = -0.280428847$$

$$Y_7 = \frac{X_6 Y_5 - Y_6 X_5}{Y_5 - Y_6} = -0.28168454$$

Generar un polinomio de 5° orden o mayor donde
a).- Deben existir 3 ó más raíces reales.
b).- $|a_0| = 100$
c).- Definir los valores de $a_1, a_2, \ldots, a_n$ pertenecientes a $\mathbb{R}$.
d).- Calcular 2 raíces al menos.



Método Newton Raphson 2° orden

$P_5(x) = X^5 + 4X^4 - 26X^3 - 104X^2 + 25X + 100$

$P_5'(x) = 5X^4 + 16X^3 - 78X^2 - 208X + 25$

$P_5''(x) = 20X^3 + 48X^2 - 156X - 208$

	x	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
x_0	2	-378	-495	-168
x_1	-1.1226	-17.77	145.50	-0.6779
x_2	-1	0.0000	—	

$$X_1 = X_0 - \frac{f(X_0)}{f'(X_0) - \frac{f''(X_0) f(X_0)}{2f'(X_0)}}$$

$X_1 = -1.226$
$X_2 = -1$

Raíz $x = -1$
$\varepsilon_y = 0.0000 \leq 0.0001$

x	$P(x)$
2	-378
7	12672

Método Doble división sintética

$$X_0 = \frac{7+2}{2} = 4.5$$

	1	4	-26	-104	25	100
4.5		4.5	38.25	55.12	-219.93	-877.21
	1	8.5	12.25	-48.875	-194.93	$\boxed{-777.21}$
		4.5	58.5	318.37	1212.75	X
	1	13	70.75	269.5	$\boxed{1017.82}$	

$$X_1 = 4.5 - \frac{-777.21}{1017.82} = 5.2636$$

	1	4	-26	-104	25	100
5.2636		5.2636	48.759	119.79	83.15	569.30
	1	9.2636	22.75	15.79	108.15	$\boxed{669.30}$
		5.2636	76.46	522.23	2831.92	X
	1	14.5272	99.21	538.02	$\boxed{2940.07}$	

$$X_2 = 5.2636 - \frac{669.30}{2940.07} = 5.0359$$

	1	4	-26	-104	25	100
5.0359		5.0359	45.504	98.224	-29.08	-20.57
	1	9.035	19.504	-5.775	-4.085	$\boxed{79.423}$
		5.0359	70.865	455.09	2262.75	X
	1	14.0718	90.369	449.31	$\boxed{2258.668}$	

$$X_3 = 5.0359 - \frac{79.423}{2258.668}$$

$X_3 = 5.0007$

	1	4	-26	-104	25	100
5.0007		5.0007	45.009	95.0623	-44.69	-98.48
	1	9.0007	19.009	-8.9376	-19.6947	1.5126
		5.0007	70.016	445.191	2181.573	X
	1	14.001	89.025	436.253	2161.8792	

$$X_4 = 5.0007 - \frac{1.5126}{2161.8792}$$

$X_4 = 5.00000033$

Raíz $X = 5$

$\mathcal{E}_y = 0.0000 \leq 0.0001$

	1	4	-26	-104	25	100
5		5	45	95	-45	-100
	1	9	19	-9	-20	0

Método de Secantes

x	f(x)
0	100
-2	-126
-0.8849	16.366
-1.0130	-1.8739
-0.9998	0.0287
-0.99999	0.0014
-0.999997	0.0004
-0.999999	0.00002

Raíz

$X = -0.9999998$

$\mathcal{E}_y = 0.00002 \leq 0.0001$

∴ Las raíces de la función son:

$X_1 = 5,\ X_2 = -5,\ X_3 = 1$

$X_4 = -1,\ X_5 = -4$

Método de Interpolación Lineal

x	f(x)
0	100
-1.5	-71.093
-0.8767	17.5125
-0.99989	0.015
-0.999995	0.0007
-1.000000	0.00001

Raíz

$X = -1.0000001$

$\mathcal{E}_y = 0.00001 \leq 0.0001$

Método de Interpolación

x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
6	3850	5.111312	257.65	5.00001	0.0216
4.5	-777.21	4.98173	-39.012	4.99999	-0.021
4.751997	-456.89	4.99877	-2.654		

Raíz $x = 4.99999$

$\mathcal{E}_x = 0.00002 \leq 0.0001$

Método de Bisección

x	f(x)
6	3850
3	-896
4.5	-777.21
5.25	629.614
4.875	-249.399
5.0625	140.37
4.9687	-66.288
5.0156	34.027
4.99215	-16.8725
5.00387	8.3795
4.99801	-4.2930
5.00094	2.0315
4.999475	-1.13362
5.00020	0.4320
4.99183	-0.3671
5.000015	0.03

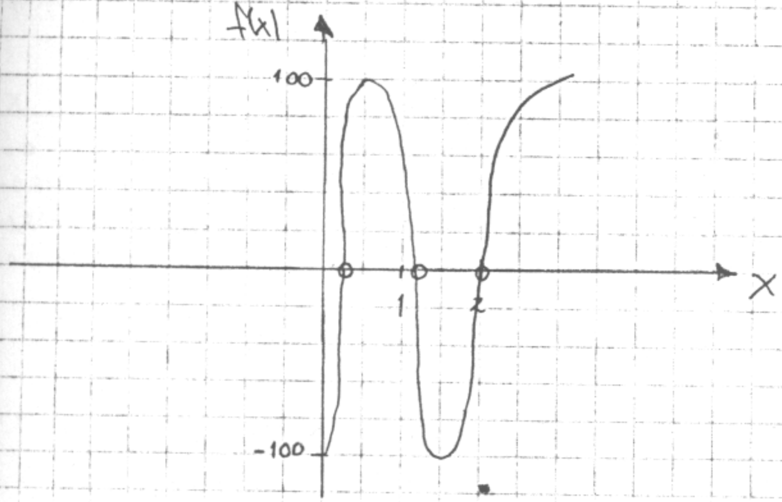
Raíz $x = 5.000015$

$\mathcal{E}_x = 0.0001 \leq 0.0001$

Encontrar todas las raíces reales del siguiente polinomio.

$$P(x) = x^5 - 2.53x^4 + 154.15x^3 - 541.71x^2 + 508.65x - 100.$$

$$f(x) = X^5 - 2.53X^4 + 154.15X^3 - 541.71X^2 + 508.65X - 100$$



	1	-2.53	154.15	-541.71	508.65	-100
0.2673491		0.2673491	-0.6049176	41.050135	-133.85095	100.2021
	1	-2.2626509	153.54508	-500.65987	374.79905	$\boxed{0.202177}$
		0.2673491	-0.5334421	40.907519	-122.91436	
	1	-1.9953018	153.01164	-459.75235	$\boxed{251.88469}$	
		0.2673491	-0.4619666	40.784013		
	1	-1.7279527	152.54967	$\boxed{-418.96834}$		

$$X = 0.2673491 - \frac{0.202177}{(251.88469) - \frac{(-418.96834)(0.202177)}{(-418.96834)}} = 0.2665458$$

	1	-2.53	154.15	-541.71	508.65	-100
0.2665458		0.2665458	-0.6033145	40.927224	-133.48155	99.999576
	1	-2.2634542	153.54669	-500.78278	375.16846	$\boxed{-0.000425}$
		0.2665458	-0.5322676	40.785352	-122.61038	
	1	-1.9969084	153.01442	-459.99743	$\boxed{252.55808}$	
		0.2665458	-0.4612209	40.662415		
	1	-1.7303626	152.5532	$\boxed{-419.33502}$		

$$X = 0.2665458 - \frac{-0.000425}{(252.55808) - \frac{(-419.33502)(-0.000425)}{252.55808}} = 0.2665475$$

$\therefore$ La raíz es $\underline{R = 0.2665458}$

Aplicando el Método de Newton-Raphson 2º Orden

$$f(x) = x^5 - 2.53x^4 + 154.15x^3 - 541.71x^2 + 508.65x - 100$$
$$f'(x) = 5x^4 - 10.12x^3 + 462.45x^2 - 1083.42x + 508.65$$
$$f''(x) = 20x^3 - 30.36x^2 + 924.9x - 1083.42$$

x	f(x)	f'(x)	f''(x)
$x_0 = 0$	−100	−508.65	−1083.42
$x_1 = 0.248663$	−4.651841	267.70185	−855.00134
$x_2 = 0.2665359$	−0.002921	252.56638	−838.67907
$x_3 = 0.2665475$	0.00005		

$$x_1 = 0 - \frac{-100}{(508.65) - \frac{(-1083.42)(-100)}{2(508.65)}} = 0.248663$$

$$x_2 = 0.248663 - \frac{-4.651841}{(267.70185) - \frac{(-855.00134)(-4.651841)}{2(267.70185)}} = 0.2665475$$

∴ se cumple la tolerancia en $\varepsilon x \leq 0.0001$ y la raíz $\underline{\underline{R = 0.2665475}}$

Calculando la raíz del polinomio que se encuentra en $2 < x < 3$

	1	−2.53	154.15	−541.71	508.65	−100
2.1		2.1	−0.903	321.81	−461.77173	98.444367
	1	−0.43	153.247	−219.8913	46.87827	−1.55564
		2.1	3.507	329.1834	229.511341	
	1	1.67	156.754	109.2921	276.39168	

$$x_1 = 2.1 - \frac{(-1.55564)}{276.39168} = 2.1056282$$

	1	−2.53	154.15	−541.71	508.65	−100
2.1056282		2.1056282	−0.8935693	322.70106	−461.1514	100.0144
	1	−0.4243718	153.25643	−219.00894	47.498605	0.014401
		2.1056282	3.5401008	330.15519	234.03268	
	1	1.6812564	156.79653	111.14625	281.53129	

$$x_2 = 2.1056282 - \frac{(0.014401)}{281.53129} = 2.1055771$$

	1	-2.53	154.15	-541.71	508.65	-100
2.1055771		2.1055771	-0.8936552	322.69304	-416.15708	100
	1	-0.424423	153.25632	-219.01696	47.49292	$\boxed{0.000002}$

$\therefore$ Raíz $R = 2.1055771$

Aplicando Newton-Raphson 1er orden:

$f(x) = X^5 - 2.53X^4 + 154.15X^3 - 541.71X^2 + 508.65X - 100$
$f'(x) = 5X^4 - 10.12X^3 + 462.45X^2 - 1083.42X + 508.65$

X	f(x)	f'(x)
$X_0 = 2.3$	73.35578	479.93496
$X_1 = 2.1471544$	12.50862	320.49569
$X_2 = 2.1081254$	0.72115	283.82221
$X_3 = 2.1055846$	0.00204	281.49136
$X_4 = 2.1055774$	0.00065	281.48465
$X_5 = 2.1055797$	0.000149	

$X_1 = 2.3 - \frac{73.35578}{479.93496} = 2.1471544$

$X_2 = 2.1471544 - \frac{12.50862}{320.49569} = 2.1081254$

$\vdots$

$X_5 = 2.1055774 - \frac{(-0.00065)}{281.48465} = 2.1055797$

$\therefore$ La raíz es $R = 2.1055797$

Aplicando al Método de Bisección para:
$f_s(x) = X^5 - 2.53X^4 + 154.15X^3 - 541.7X^2 + 508.65X - 100$

X	f(x)
2.1	-1.55564
2.2	30.81234
2.15	13.42309
2.125	5.64082
2.1125	1.97055
2.10625	0.18895
2.103125	-0.68667
2.1046875	-0.25056
2.1054688	-0.03061
2.1058594	0.08003
2.1056641	0.02473

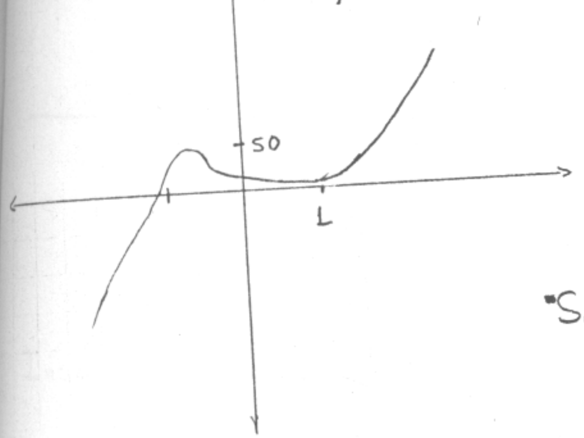
$\therefore$ La tolerancia en $\varepsilon_x \leq 0.0001$, se cumple teniendo una raíz $R = 2.1056641$

Otras soluciones que son complejas son:

$\boxed{X = -0.49 \pm 12.41i}$

Encontrar la(s) raiz(ces) real(es) si existen de $x^5 - 9x^4 + 25x^3 - 5x^2 - 26x + 24 = 0$ por el método de doble división sintetica.

Raiz$_1$ = -1.0083
Raiz$_{3,4}$ = $0.85928 \pm 0.58157i$
Raiz$_{4,5}$ = $4.18986 \pm 1.74232i$



Tabulando:

X	F(X)
-1	10
-2	-320
0	24
1	10
2	40
3	90
4	160
1.5	20.1563
0.5	12.3438

(-1, -2) } Raiz

•Solo existe una raíz real esta entre -1 y -2

$X_0 = -1$

$X_1 = -1 - \frac{10}{100} = 1.1$

-1	1	-9	25	-5	-26	24
		-1	10	-35	40	-14
	1	-10	35	-40	14	$\boxed{10}$
		-1	11	-46	86	
	1	-11	46	-86	$\boxed{100}$	

$X_2 = -1.1 - \frac{(-1.5124)}{130.9865}$

$X_2 = -1.0885$

-1.1	1	-9	25	-5	-26	24
		-1.1	11.11	-39.721	49.1931	-25.5124
	1	-10.1	36.11	-44.721	23.1931	$\boxed{-1.5124}$
		-1.1	12.32	-53.273	107.7939	
	1	-11.2	48.43	-97.994	$\boxed{130.9865}$	

$X_3 = -1.0885 - \frac{(-0.0279)}{127.1915}$

$\boxed{X_3 = -1.0883}$ Raiz

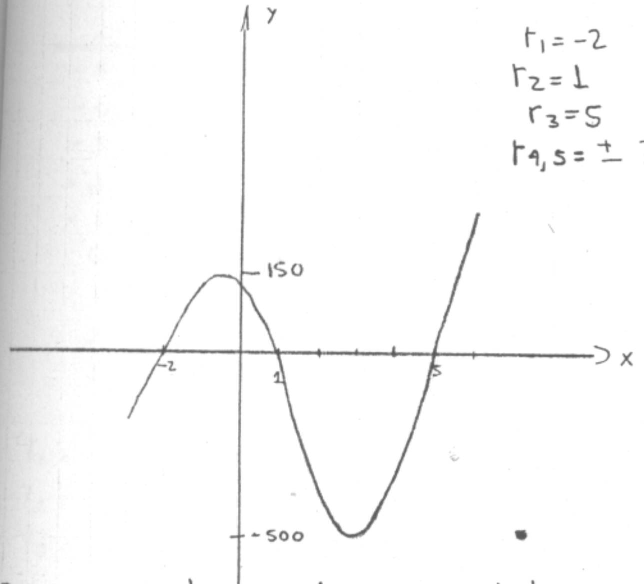
-1.0885	1	-9	25	-5	-26	24
		1.0885	10.9813	-39.1657	48.0743	-24.0279
	1	-10.0885	35.9813	-44.1657	22.0743	$\boxed{-0.0279}$
		-1.0885	12.1629	-52.405	105.1172	
	1	-11.1740	48.1442	-96.5707	$\boxed{127.1915}$	

Raiz 2,3 = $0.85428 \pm 0.58157i$

Raiz 4,5 = $4.18986 \pm 1.742321i$

Obtener las raices del siguiente polinómio de 5° orden:

$x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 30x^2 - 70x + 100$ utilice $\varepsilon_x, \varepsilon_y \leq 0.000001$



$r_1 = -2$
$r_2 = 1$
$r_3 = 5$
$r_{4,5} = \pm 3.1622 i$

Inspeccionando por división sintetica.

	1	-4	3	-30	-70	100
-2		-2	12	-30	120	-100
	1	-6	15	-60	50	$\boxed{0}$
1		1	-5	10	-50	
	1	-5	10	-50	$\boxed{0}$	
5		5	0	50		
	1	0	10	$\boxed{0}$		

$$x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 30x^2 - 70x + 100 = 0$$
$$(x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 60x + 50)(x+2) = 0$$
$$(x^3 - 5x^2 + 10x - 50)(x-1)(x+2) = 0$$
$$(x^2 + 10)(x-5)(x-1)(x+2) = 0$$

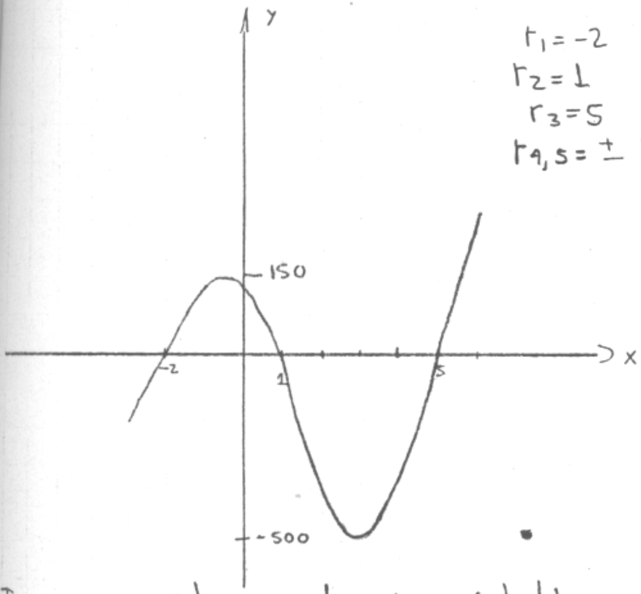
∴ Las raices son:

$$\boxed{\begin{array}{ll} X_1 = -2 & \\ X_2 = 1 & X_{4,5} = \pm 3.1622 i \\ X_3 = 5 & \end{array}}$$

$x^2 + 10 = 0 \Rightarrow x^2 = -10 \quad x_{4,5} = \pm 3.1622 i$

Obtener las raices del siguiente polinómio de 5º orden:

$x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 30x^2 - 70x + 100$ utilice $\varepsilon_x, \varepsilon_y \leq 0.000001$



$r_1 = -2$
$r_2 = 1$
$r_3 = 5$
$r_{4,5} = \pm 3.1622i$

Inspeccionando por división sintetica.

	1	-4	3	-30	-70	100
-2		-2	12	-30	120	-100
	1	-6	15	-60	50	$\boxed{0}$
1		1	-5	10	-50	
	1	-5	10	-50	$\boxed{0}$	
5		5	0	50		
	1	0	10	$\boxed{0}$		

$x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 30x^2 - 70x + 100 = 0$

$(x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 60x + 50)(x+2) = 0$

$(x^3 - 5x^2 + 10x - 50)(x-1)(x+2) = 0$

$(x^2 + 10)(x-5)(x-1)(x+2) = 0$

∴ Las raices son:

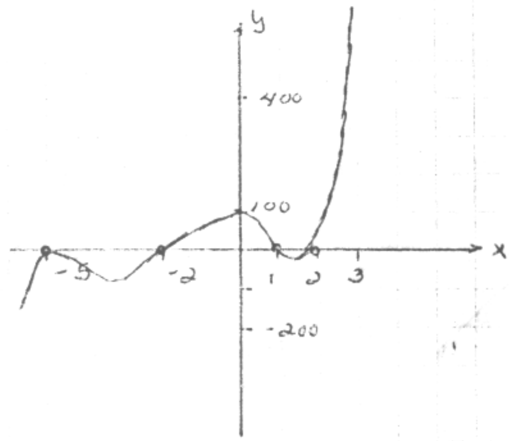
$$\boxed{\begin{array}{ll} X_1 = -2 & \\ X_2 = 1 & X_{4,5} = \pm 3.1622i \\ X_3 = 5 & \end{array}}$$

$x^2 + 10 = 0 \Rightarrow x^2 = -10 \quad X_{4,5} = \pm 3.1622i$

Resolver: $f(x) = x^5 + 9x^4 + 11x^3 - 61x^2 - 60x + 100 = 0$

Dando un intervalo de valores:

x	$f(x)$
-5	0
-4	-59.49
-3	-80
-2	0
-1	96
0	100
1	0
2	0
3	640



$r_1 = -5$

$r_2 = -5$

$r_3 = -2$ $\qquad f(r_i) = 0.0$

$r_4 = 1$

$r_5 = 2$

División sintética.

	1	9	11	-61	-60	100
-5		-5	-20	45	80	-100
	1	4	-9	-16	20	0
-2		-2	-4	26	-20	
	1	2	-13	10	0	
1		1	3	-10		
	1	3	-10	0		
2		2	10			
	1	5	0			
-5		-5				
	1	0				

$r_1 = -5$

$r_2 = -2$

$r_3 = 1$

$r_4 = 2$

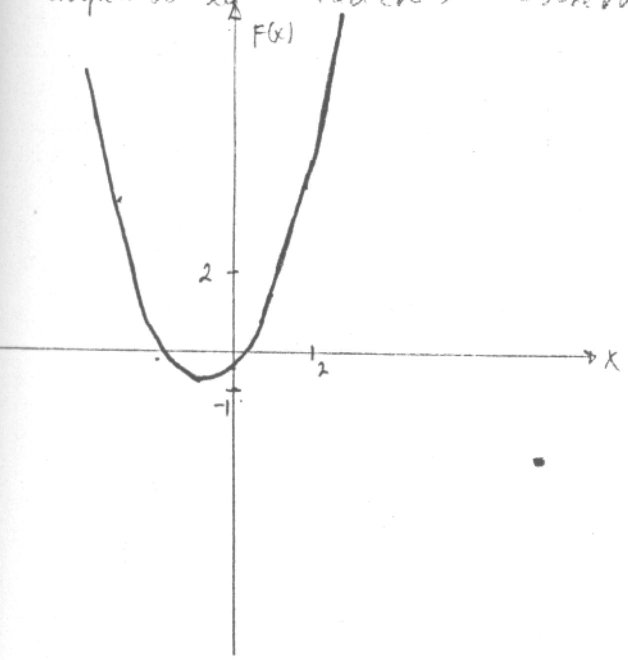
$r_5 = -5$

Mediante el método de tanteos con una $k=5$, obtener la solución de la función

$$f(x) = \frac{2x^2+3x-1}{\operatorname{sen}^2 x + 2}$$

con un error $\varepsilon_y \leq 0.001$.

Graficando la función observamos que existen dos raíces.



Una raíz positiva menor que la unidad y una raíz negativa cercana a -2.

Para la raíz positiva tomemos el intervalo $(0, 1)$.

x	F(x)
0	-0.5
1	1.4771
0.2	-0.1569
0.4	0.2417
0.24	-0.0801
0.28	-0.0015
0.32	0.0785
0.288	0.0144
0.2816	0.0016
0.2803	0.0009 < 0.001

$\boxed{x_1 = 0.2803}$

Para el valor negativo tomemos el intervalo $(-2, -1)$

x	F(x)
-2	0.3528
-1	-0.7385
-1.8	0.0271
-1.6	-0.2267
-1.76	-0.0286
-1.792	0.0158
-1.784	0.0045
-1.7760	-0.0066 < 0.001

$\boxed{x_2 = 1.7760}$

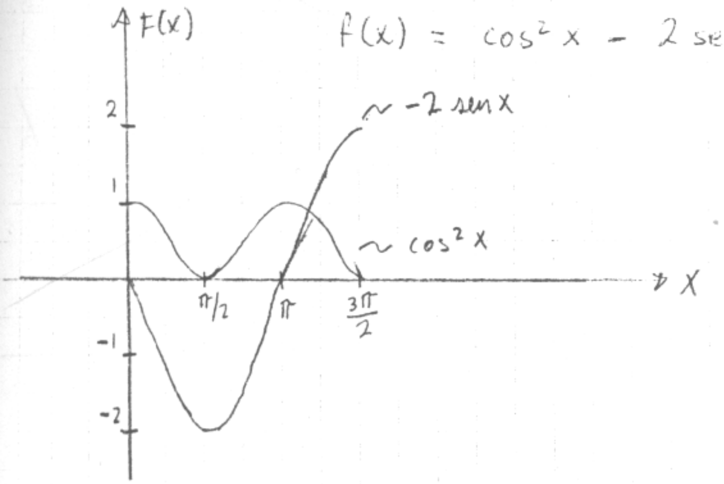
Solución más aproximada

$x_1 = 1.78077641$ $\quad F(x_1) = 4.725\ 04317 \times 10^{-10}$

$x_2 = 0.280776406$ $\quad F(x_2) = 0.0$

Utilizando el método de Bisección obtenga la raiz positiva más cercana al origen con $\varepsilon_y \leq 0.0001$ de la función:

$$f(x) = \cos^2 x - 2 \operatorname{sen} x = 0.$$



x	f(x)
0.0000	1.0000
1.0000	-1.3910
0.5000	-0.1887
0.2500	0.4440
0.3750	0.1333
0.4375	-0.0269
0.4063	0.0535
0.4219	0.0134
0.4297	-0.0067
0.4258	0.0033
0.4277	-0.0017
0.4268	0.0008
0.4272	-0.0004
0.4070	0.0002
0.4071	-0.0001

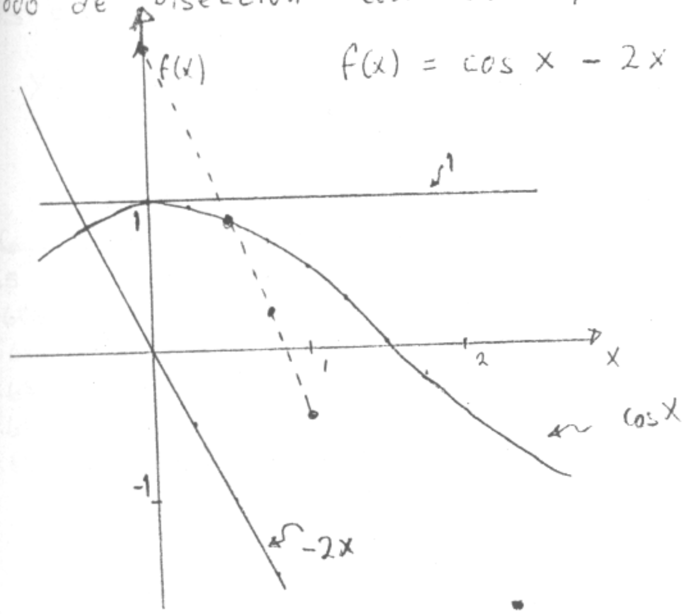
$\Rightarrow \varepsilon_y = 0.0001$

$\boxed{\text{Raiz} = 0.4071}$

Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza
M. I Horacio Sandoval Rodríguez
192

Encontrar la raíz más próxima a cero y positiva, mediante el método de Bisección con un $\varepsilon_y \leq 0.0001$ de:

$$f(x) = \cos x - 2x + 1$$



x	f(x)
0.0000	2
1.0000	-0.4597
0.5000	0.8776
0.7500	0.2317
0.8750	-0.1090
0.8121	0.0627
0.8438	-0.0228
0.8221	0.0201
0.8360	-0.0014
0.8320	0.0093
0.8340	0.0039
0.8350	0.0012
0.8355	-0.0002
0.8353	0.0005
0.8354	0.0001

$\Rightarrow \varepsilon_y = 0.0001$

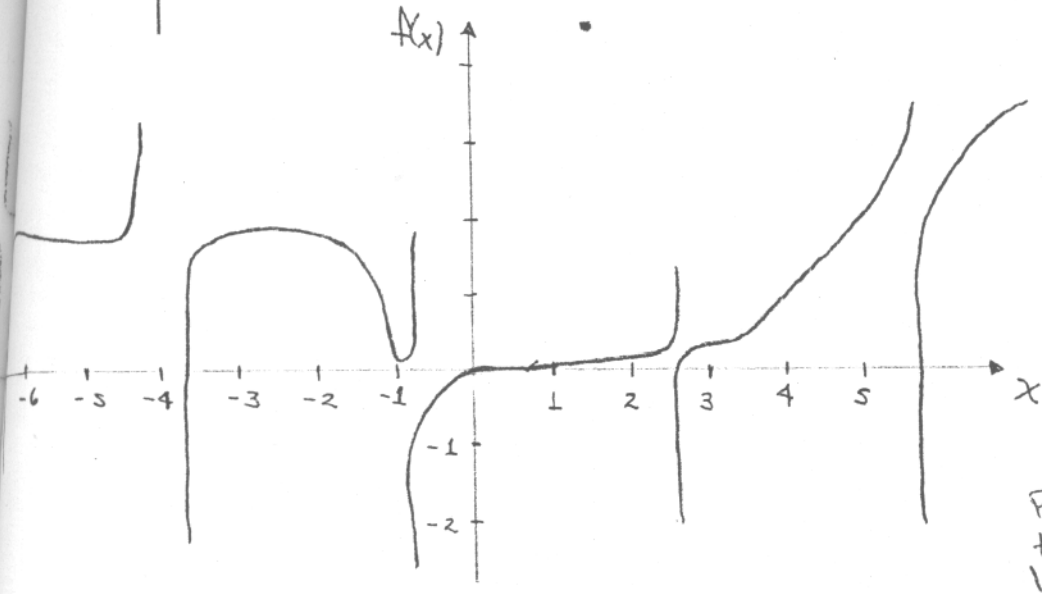
$$\boxed{\text{Raíz} = 0.8354}$$

Resolver por el Método de Interpolación lineal la siguiente ecuación $x^4 + \frac{1}{2}\tan(x-1)$ con $\varepsilon_x \leq 0.00001$, obtenga la raíz positiva más próxima al origen

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0$$

x_0	x_1	x_2	$f(x_0)$	$f(x_1)$	ε_x	$f(x_2)$
0.5	0.8	0.6218	-0.2007	0.3082	0..	-0.0492
0.6218	0.8	0.6463	-0.0492	0.3082	0.17820	-0.0101
0.6463	0.8	0.65120	-0.01011	0.3082	-0.15368	-0.00201
0.65120	0.8	0.65216	-0.00201	0.30824	0.14880	-0.00040
0.65216	0.7	0.65238	-0.00040	0.08543	0.04784	-0.00003
0.65238	0.69	0.65240	-26.2377×10^{-6}	66.5075×10^{-3}	0.03761	-1.37104×10^{-6}

x	y
0	-0.7787
0.1	-0.6299
0.2	-0.5132
0.5	-0.2107
0.8	0.3082
-0.1	-0.9823
-0.2	-1.2861
-0.5	-6.9882
0.7	0.08543



$x = 0.65239895$

Periodicidad en las raíces tiende a π, fuera de la discontinuidad en $x \doteq -0.6$

$r_1 = 0.652398958$ $f(r_1) = 8.73115\times10^{-11}$

$r_2 = -6.85375503$ $f(r_2) = 7.0\times10^{-2}$

$r_3 = -3.70974906$ $f(r_3) = -4.12762\times10^{-6}$

$r_4 = 2.58204488$ $f(r_4) = -9.68575\times10^{-7}$

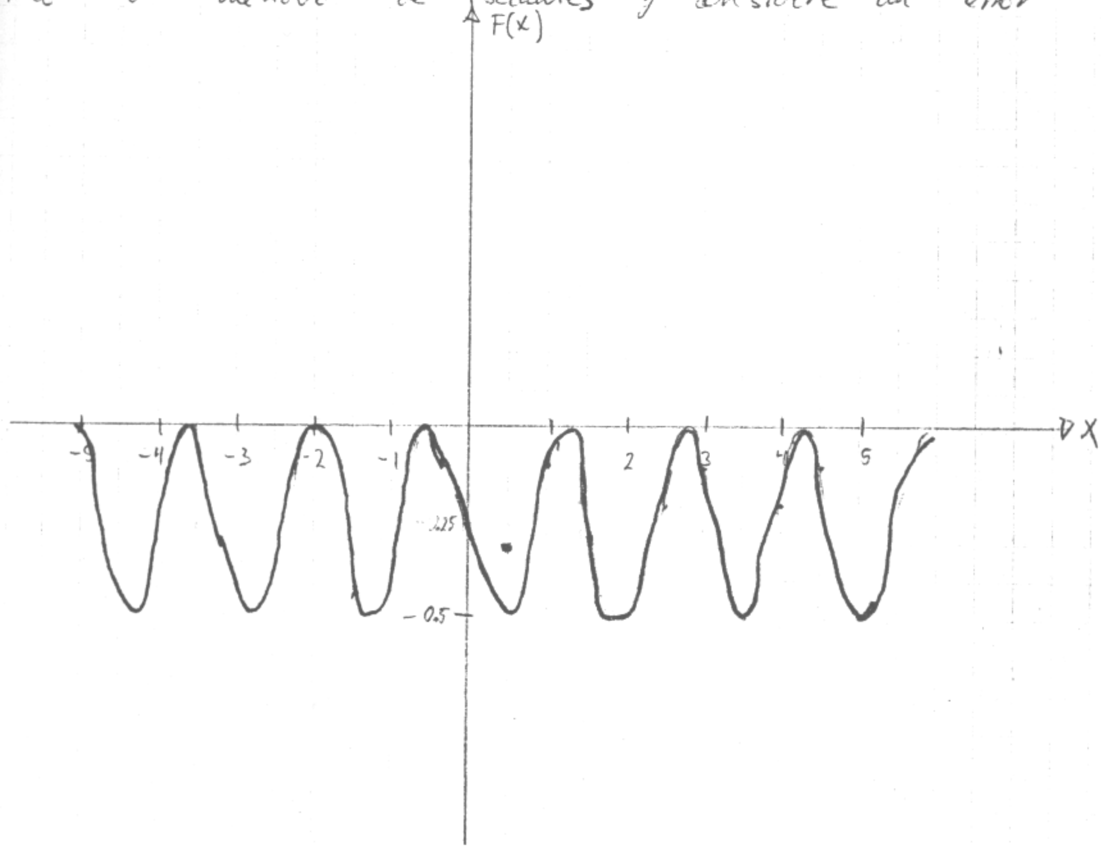
$r_5 = 5.712858395$ $f(r_5) = 4.5\times10^{-4}$

Buen ejemplo para localizar la raíz en la vecindad del origen. Se presenta, un problema de discontinuidad que debe manejarse con cuidado.
Las raíces de 2.5 y 3.7 más alejados del origen son difíciles de detectar numéricamente, se requiere de apoyo analítico. Es muy buena opción para manejar el incremento básico o inicial del método de tanteos

Obtener las raíces cercanas al origen (una positiva y otra negativa) de la función

$$f(x) = \operatorname{Sen}^3 x \cos x - \operatorname{sen} x \cos^3 x - \frac{1}{4}.$$

Utilice el método de secantes y considere un error $\varepsilon_x \leq 0.0001$.



La raíz positiva está cercana a 1

Obteniendo la raíz positiva

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1}$$

Sea $x_0 = 1$
$x_1 = 1.1$

x	f(x)
1	- 0.0608
1.1	-0.0121
1.1248	-0.0057
1.1466	-0.0020
1.1584	-0.0008
1.1660	-0.0003
1.1706	-0.0001
1.1735	-42.99×10^{-6}
1.1752	-16.43×10^{-6}
1.1763	-6.725×10^{-6}
1.1770	-2.397×10^{-6}
1.1774	-915.5×10^{-9}
1.1777	-349.7×10^{-9}

x	f(x)
1.1778	-133.37×10^{-9}
1.1779	-51.02×10^{-9}
1.1780	-19.49×10^{-9}
1.1780	-7.444×10^{-9}

$\boxed{\text{Raíz} = 1.1780}$

Obteniendo la raiz negativa que se encuentra cerca de −0.5.

x	f(x)
-0.5	-0.0227
-1	-0.4392
-0.4728	-0.0127
-0.4571	-0.0082
-0.4281	-0.0025
-0.4135	-0.0010
-0.4066	-0.0004
-0.4013	-0.0001
-0.3980	-56.37×10^{-6}
-0.3960	-21.57×10^{-6}
-0.3947	-8.233×10^{-6}
-0.3940	-3.146×10^{-6}
-0.3935	-1.2014×10^{-6}
-0.3932	-458.9×10^{-9}
-0.3930	-175.3×10^{-9}
-0.3929	-66.95×10^{-9}
-0.3928	-25.57×10^{-9}
-0.3928	-9.769×10^{-9}

$\boxed{\text{Raiz} = -0.3928}$

Existe un numero infinito de raíces y todas ellas son tangentes al eje X, es decir, no existen valores positivos de la función.

Otras raices con su valuación son

$x_1 = -3.534\ 330\ 77$ $F(x_1) = -2.968\ 59\times10^{-9}$

$x_2 = -1.963\ 531\ 03$ $F(x_2) = -2.270\ 10\times10^{-9}$

$x_3 = -0.392\ 750\ 737$ $F(x_3) = -5.2386\ 8948\times10^{-9}$

$x_4 = 1.178\ 056\ 35$ $F(x_4) = -3.317\ 84\times10^{-9}$

$x_5 = 2.748\ 945\ 15$ $F(x_5) = -5.005\ 86\times10^{-9}$

$x_6 = 4.319\ 653\ 18$ $F(x_6) = -2.96859\times10^{-9}$

Observamos que las raices obedecen a:
$-\pi/8,\ -\frac{5\pi}{8},\ -\frac{9\pi}{8},\ \ldots$ en valores negativos y $\frac{3}{8}\pi,\ 7/8\,\pi,\ \frac{11}{8}\pi$, es decir que son periodicas.

Excelente ejemplo para Biseccion, Tanteos, Interpolación Lineal y Aproximaciones Sucesivas. Converge con N-R de 1er orden y secantes.

Se enfatiza la importancia de: a) Conocer la función; b) Dar un valor apropiado.

Puede modificarse el problema corriendo el eje Y o sea cambiando la variable independiente de x a x±1.

Mediante el Método de Aproximaciones Sucesivas determine, una raíz con un error menor o igual a 0.01 de la siguiente ecuación

$$f(x) = \left(\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right)^2 - 1/2 = 0 \qquad \text{dato: } f(0) = 0.5$$

$$g(x) = f(x) + x = \left(\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right)^2 - 1/2 + x = 0$$

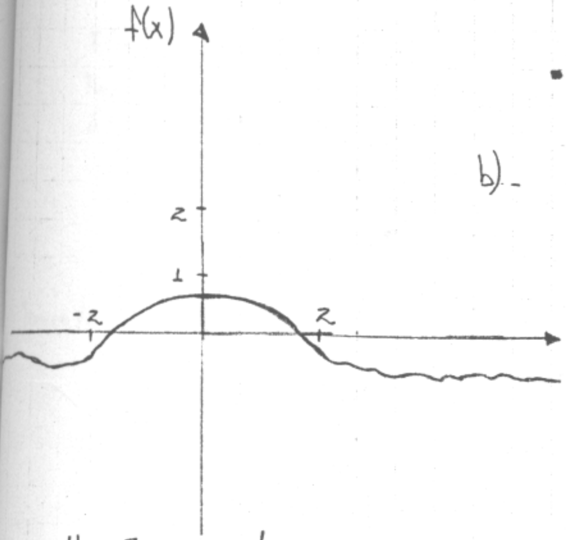
x	$f(x)$	
0	0.5	Raíz
π	-0.5	
$\pi/2$	-0.09	

a).-

x	$g(x)$	$g(x)$
π	2.6416	1.4016
	2.1745	1.3962
	1.8178	1.3937
	1.6024	1.3926
	1.4914	1.3920
	1.4382	
	1.4132	

b).-

x	$g(x)$	$g(x)$
$\pi/2$	1.4761	1.3919
	1.4309	1.3917
	1.4098	1.3916
	1.4000	1.3916
	1.3955	
	1.3934	
	1.3924	

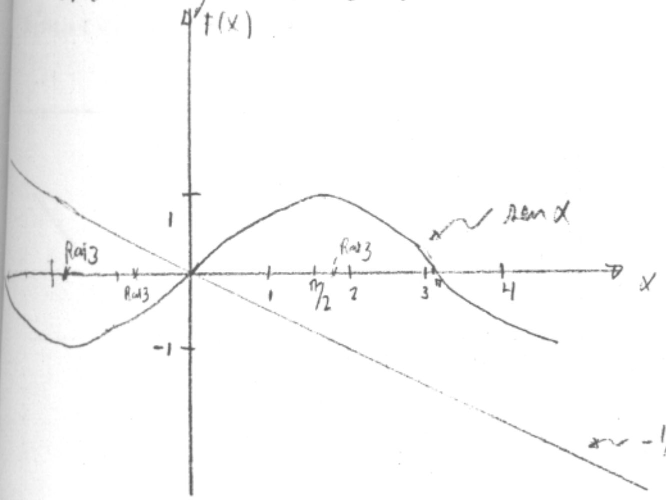


sólo ∃ 2 raíces

$r_1 = -1.39155738$
$f(r_1) = 0.0$

$r_2 = 1.39155738$
$f(r_2) = 0.0$

Resolver por Aproximaciones Sucesivas $\operatorname{sen} x = \frac{1}{2}x$ con un error $E_y \doteq 0.001$.



x	f(x)
$-\pi$	$+1.57$
$-\pi/2$	-0.2146
$-\pi/4$	-0.3144
0	0 → Raiz.
$\pi/4$	0.3144
$\pi/2$	0.2146
π	-1.5708

$F(x) = \operatorname{sen} x - \frac{1}{2}x$.

Formula de Recurrencia

$G(x) = F(x) + x$

$G(x) = \operatorname{sen} x - \frac{1}{2}x + x = \operatorname{sen} x + \frac{1}{2}x = 0$

Criterio de Convergencia

$|G'(x)| < 1$

$G'(x) = \cos x + \frac{1}{2}$.

Tomando la aproximación a la raiz negativa en el intervalo $(-\pi/2, \pi)$

$$x_0 = \frac{-\pi + (-\pi/2)}{2} = -\frac{3}{4}\pi = -2.3562.$$

$$G'(x_0) = \cos(-2.3562) + \frac{1}{2} = -0.2071$$

$$|-0.2071| < 1.$$

Es probable que converja.

i	x_i	$F(x_i)$	$G(x_i)$
0	-2.5362	0.471	-1.885
1	-1.885	-0.008	-1.894
2	-1.894	-0.002	-1.895
3	-1.895	-2.848×10^{-4}	

$\boxed{\text{Raiz} = -1.895}$

0	2.5362	-0.471	1.885
1	1.885	0.0008	1.894
2	1.894	0.002	1.895
3	1.895	2.848×10^{-4}	

$\boxed{\text{Raiz} = 1.895}$

Para la raiz positiva en el intervalo $(\pi/2, \pi)$

$$x_0 = \frac{\pi/2 + \pi}{2} = \frac{3}{4}\pi = 2.3562$$

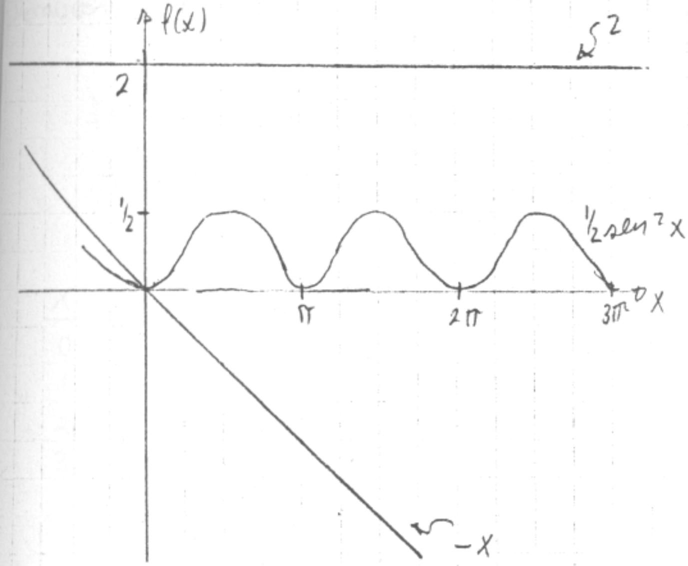
$$G'(x_0) = -0.2071$$

$$|-0.2071| < 1.$$

Es probable que converja.

Ver tabla adjunta.

Usando el método de Aproximaciones sucesivas encuentre la raiz de la ecuación $f(x) = \frac{1}{2}\,sen^2 x - x + 2 = 0$ con una aproximacion de 0.01.



Tenemos una raiz cercana a 2 por $-x+2$.
La función $\frac{1}{2}\,sen^2 x$ nos suma de 0 a 0.5 por lo que la raiz esta en el intervalo 2 a 2.5.

$F(x) = x_{i+1} = f(x) + x$.

$F(x) = \frac{1}{2}\,sen^2 x + 2$

Para que el método funcione $|F'(x_0)| \leq 1$

$F'(x) = sen x \cos x$

valuado para $x_0 = 2.5$

$F'(2.5) = -0.4795$

Por lo que si funciona el método.

I	x_i	$f(x_i)$	$F(x_i)$	E_x
0	2.5	-0.3209	2.1791	—
1	2.1791	0.1576	2.3367	0.3209
2	2.3367	-0.0770	2.2597	0.1576
3	2.2597	0.0382	2.2979	0.0770
4	2.2979	-0.0189	2.2791	0.0382
5	2.2791	0.0093	2.2884	0.0189
6	2.2884	-0.0046	2.2838	0.0093 ← se cumple la tolerancia
7	2.2838			0.0046

$\boxed{\text{Raiz} = 2.2884}$

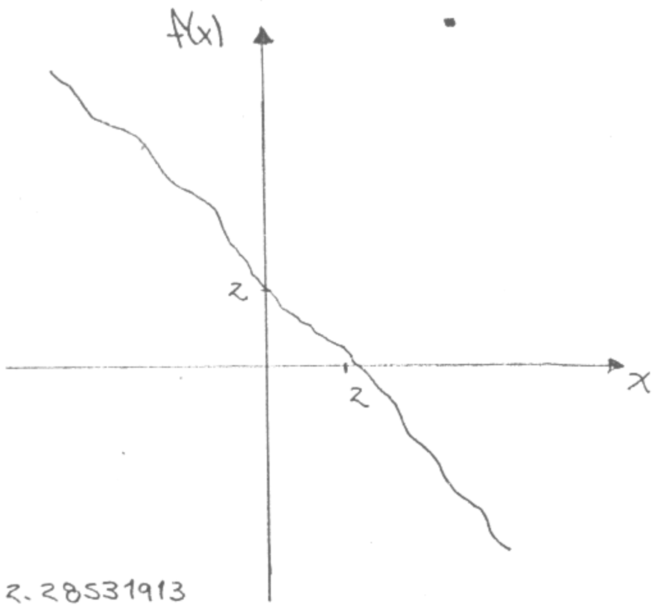
Usando el Método de Aproximaciones Sucesivas encuentre la raíz de la ec. $1/2 \operatorname{sen}^2 x - x + 2 = 0$ con aproximación de 0.01

Demuestre el planteamiento y los cálculos intermedios.

$$f(x) = 1/2 \operatorname{sen}^2 x - x + 2 = 0$$

$$g(x) = f(x) + x = 1/2 \operatorname{sen}^2 x + 2$$

x	y
0	2
1	1.35
2	0.41
3	-0.99



$Y_1 = 2.28531913$
$f(Y_1) = 0.0$

$x_0 = 2.5$
$x_1 = 2.1791$
$x_2 = 2.3367$
$x_3 = 2.2597$
$x_4 = 2.2979$
$x_5 = 2.2791$
$x_6 = 2.2884$
$x_7 = 2.2838$
$x_8 = 2.2861$
$x_9 = 2.2849$
$x_{10} = 2.2855$
$x_{11} = 2.2852$
$x_{12} = 2.2854$
$x_{13} = 2.2853 = x_4 = \ldots\ldots$

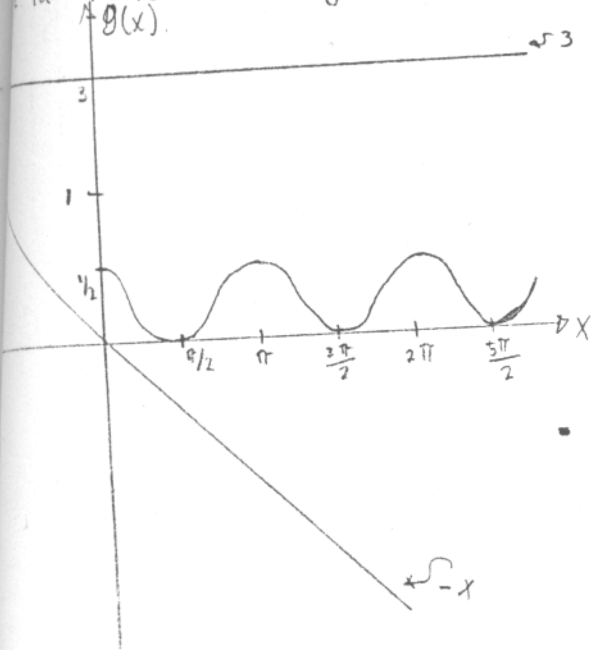
Cálculos intermedios

$$g(x) = 1/2 \operatorname{sen}^2(0) + 2 = 2$$

$g(x_0) =$

Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez.
200

Por el método de Aproximaciones sucesivas, determine la raiz la función $g(x) = \frac{1}{2}\cos^2 x - x + 3 = 0$ con $\varepsilon x \leq 0.001$



De la gráfica podemos observar que existe una raiz cerca de 3 esto es por $-x+3$.
Observando la función $\frac{1}{2}\cos^2 x$ que es oscilante, solo agrega hasta 0.5 a la función total, por lo que la raiz se encuentra necesariamente entre 3 y 3.5.

$$G(x) = g(x) + x$$

$$G(x) = \frac{1}{2}\cos^2 x - x + 3 + x$$

$$G(x) = \frac{1}{2}\cos^2 x + 3$$

$$G'(x) = -\cos x \operatorname{sen} x$$

Valuando para $x_0 = 3$.

$$G'(3) = 0.1397$$

Por lo que hay convergencia.

X	g(x)	G(x)	Ex
3	0.49	3.49	—
3.49	-0.0483	3.4417	0.49
3.4417	0.0146	3.4563	0.0483
3.4563	-0.0042	3.4521	0.0146
3.4521	0.0012	3.4533	0.0042
3.4533	-0.0004	3.4530	0.0012
3.4530			0.0003 < 0.001

$\boxed{\text{Raiz} = 3.4530}$

X	g(x)	G(x)	Ex
4	-0.7864	3.2136	—
3.2136	0.2838	3.4974	0.7864
3.4974	-0.0581	3.4393	0.2838
3.4393	0.0176	3.4570	0.0581
3.4570	-0.0051	3.4519	0.0177
3.4519	0.0015	3.4534	0.0051
3.4534	-0.0004	3.4529	0.0015
3.4529			0.0005 < 0.001

Valuando para $x_0 = 4$ la derivada

$$G'(4) = -0.4946$$

Por lo que existe la convergencia.

Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza
M.I Horacio Sandoval Rodríguez
201

Usando el Método de Aproximaciones Sucesivas obtenga una raíz positiva de la ecuación $1/2\cos^2 x - x + 3 = 0$, con un error menor que 0.01
Demuestre el planteamiento y los cálculos intermedios.

Cálculos intermedios

$f(x) = 1/2\cos^2 x - x + 3$

$g(x) = 1/2\cos^2(0) + 3 = 3.5$

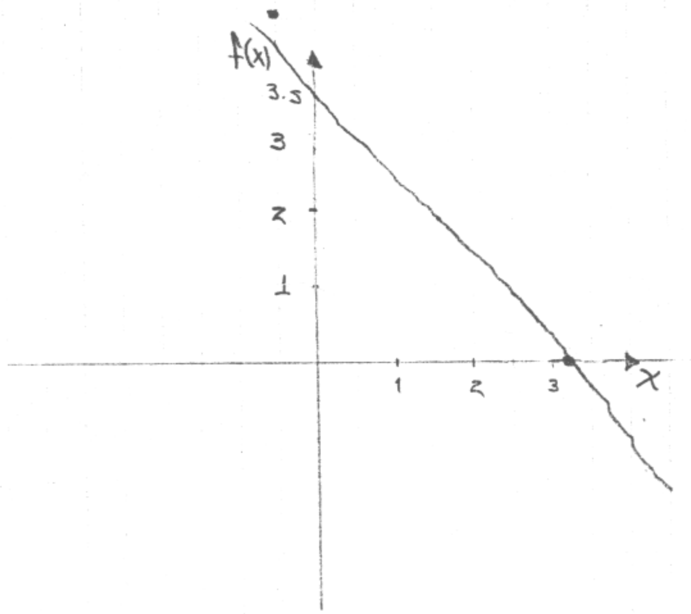
$g(x) = f(x) + x = 1/2\cos^2 x + 3$

x	y
0	3.5
1	2.1460
2	1.08660
3	0.4900
4	-0.7864

$\left.\begin{matrix} 0.4900 \\ -0.7864 \end{matrix}\right\}$ Raíz

$x_0 = 3.0$
$x_1 = 3.4900$
$x_2 = 3.4417$
$\left.\begin{matrix} x_3 = 3.4563 \\ x_4 = 3.4521 \end{matrix}\right\}$ Raíz

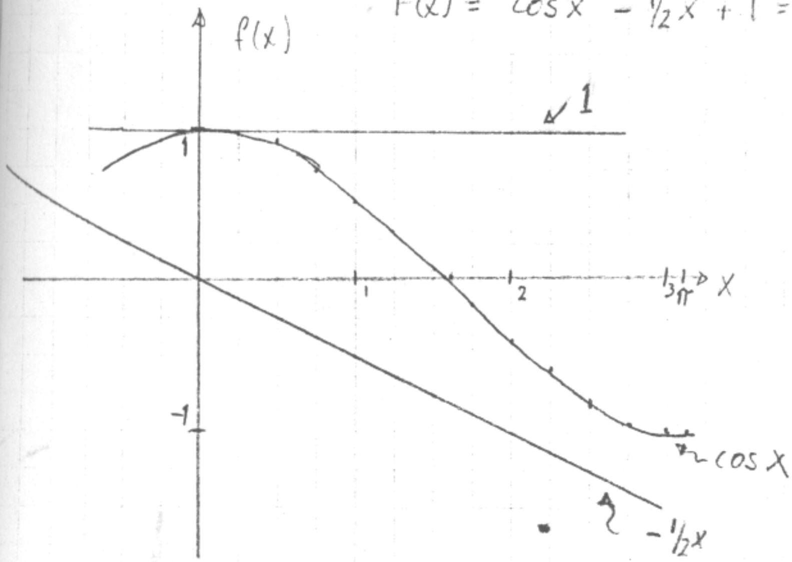
$x_5 = 3.4533$
$x_6 = 3.4530$
$x_7 = 3.4531$
$x_8 = 3.4530 = x_9 = x_{10} = \dots$



$Y_1 = 3.45304641$
$f(Y_1) = 9.31322575 \times 10^{-10}$

Mediante el método de Aproximaciones Sucesivas obtenga una solución positiva, cercana al origen con $\varepsilon_y \leq 0.0001$. de:

$$F(x) = \cos x - \tfrac{1}{2}x + 1 = 0.$$



x	f(x)
0	2
1	1.0403
2	-0.4161

$$f(x) = F(x) + x = \cos x - \tfrac{1}{2}x + 1 + x = \cos x + \tfrac{1}{2}x + 1.$$

$f'(x) = -\operatorname{sen} x + 1/2$; $f'(2) = -0.4093$ $|f'(2)| < 1$ ∴ Si converge

i	x_i	F(x)	$f(x) = x_{i+1}$
0	2	-0.4161	1.5839
1	1.5839	0.1950	1.7789
2	1.7789	-0.0960	1.6829
3	1.6829	0.0467	1.7296
4	1.7296	-0.0229	1.7067
5	1.7067	0.0112	1.7179
6	1.7179	-0.0055	1.7124
7	1.7124	0.0027	1.7151
8	1.7151	-0.0013	1.7138
9	1.7138	0.0006	1.7144
10	1.7144	-0.0003	1.7141
11	1.7141	0.0002	1.7142
12	1.7142	-0.0001	⟵ $\varepsilon_y = 0.0001$

$\boxed{\text{Solucion } x = 1.7142}$

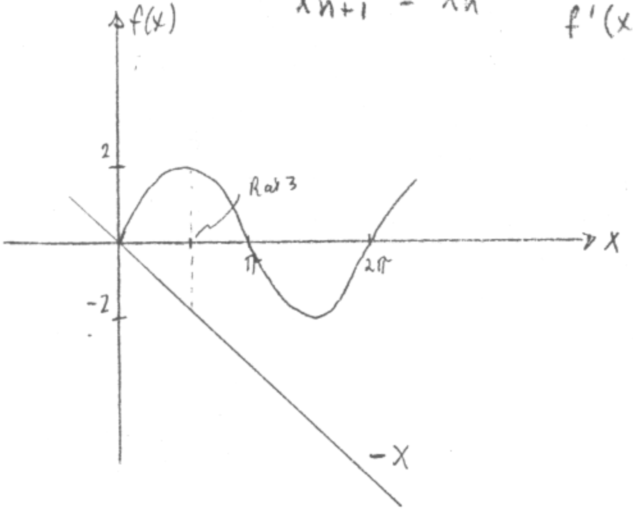
Mediante el método de Newton-Raphson obtenga una raiz positiva con un error menor o igual de 0.01 de la ecuacion

$$f(x) = 2\,\text{sen}\,x - x = 0$$

$$f'(x) = 2\cos x - 1$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

x	f(x)
0	0
π/2	0.4292
π	-π



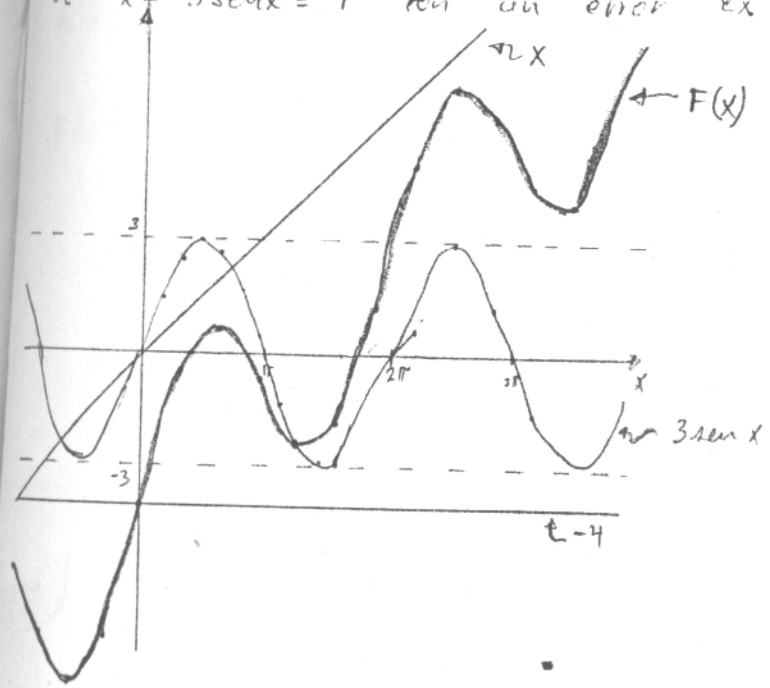
i	x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$
0	1.5708	0.4292	-1
1	2.0000	-0.1814	-1.8323
2	1.9010	-0.0090	-1.6485
3	1.8955	-2.85×10^{-5}	-1.6381
Raiz → 4	1.8955		

$\boxed{\text{Raiz} = 1.8955}$

i	x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$
0	3.1416	-3.1416	-3
1	2.0944	-0.3623	-2
2	1.9132	-0.0293	-1.6715
3	1.8957	-0.0003	-1.6384
4	1.8955	-2.98×10^{-8}	-1.6380
Raiz → 5	1.8955		

Raiz = 1.895494267
$F(\text{Raiz}) = -3.1 \times 10^{-11}$

Calcular por el método de Newton-Raphson todas las soluciones de $x + 3\operatorname{sen}x = 4$ con un error εx menor o igual a 0.01.



$F(x) = x + 3\operatorname{sen}x - 4 = 0$

$F'(x) = 1 + 3\cos x.$

De la grafica observamos que existen dos raices entre 0 y π, la otra entre π y 2π.

Para la raiz más proxima a cero tomemos $x_0 = 0$.

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$	εx
0	0	-4	4	—
1	1	-0.4756	2.6209	1
2	1.1815	-0.0431	2.1387	0.1815
3	1.2016	-0.0006	2.0826	0.0201
4	1.2019			0.0003 < 0.01
0	2.5	-0.2954	-1.4030	—
1	2.7105	-0.0359	-1.7255	0.2108
2	2.6897	-0.0003	-1.6989	0.0213
3	2.6895			0.0002 < 0.01
0	6.2832	2.2832	4	—
1	5.7124	0.0915	3.5244	0.5708
2	5.6864	0.0006	3.4815	0.0260
3	5.6863			0.0001 < 0.01

Para la otra raiz entre 0 y π de la figura tomemos $x_0 = 2.5$

Para la ultima raiz tomemos 2π como x_0
$2\pi = 6.2832$

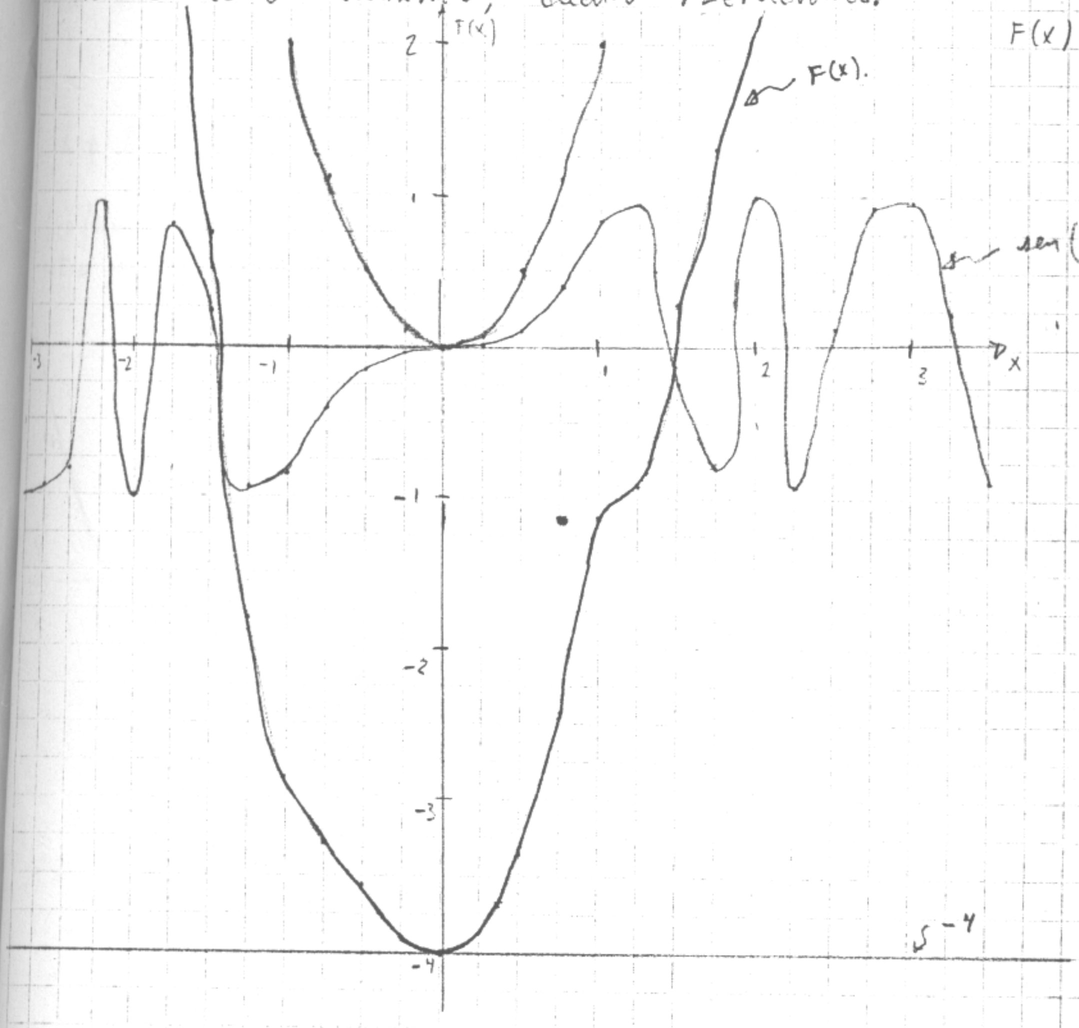
Solucion
$x_1 = 1.2019$
$x_2 = 2.6895$
$x_3 = 5.6863$

Aplicando el Método de Newton-Raphson, obtenga la(s) raiz(ces) de la ecuación:

$$\operatorname{sen}(x^3) + 2x^2 - 4 = 0$$

Efectue como máximo, cuatro iteraciones.

$F(x) = \operatorname{sen} x^3 + 2x^2 - 4$



$F'(x) = 3x^2 \cos x^3 + 4x$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{F(x_i)}{F'(x_i)}$$

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$
0	1.25	0.0528	3.2512
1	1.2338	-0.0025	3.5542
2	1.2345	-4.43×10^{-6}	3.5415
3	1.2345		
4			
0	-1.5	0.7313	-12.5670
1	-1.4418	0.0138	-11.9388
2	-1.4407	1.21×10^{-5}	-11.9177
3	-1.4407		
4			

Para $x_0 = 1.25$

$\boxed{\text{Raiz}_1 = 1.2345}$

Para $x_0 = -1.5$

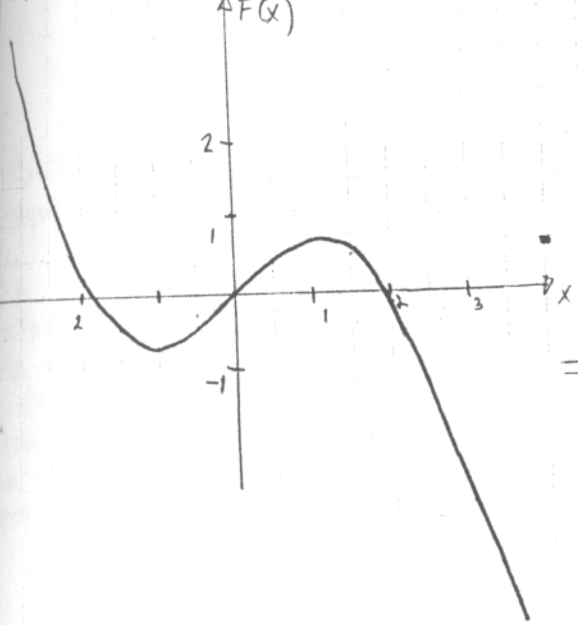
$\boxed{\text{Raiz}_2 = -1.4407}$

Mediante el Método de Newton-Raphson obtenga una raíz positiva con un error menor o igual de 0.01 de la ecuación

$$f(x) = 2\,\text{sen}\,x - x$$

$x \neq 0.$

Graficando observamos que existen tres raíces una en el origen, otra en los valores negativos y otra es positiva.



$$F'(x) = 2\cos x - 1.$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{F(x)}{F'(x)}.$$

n	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$	Ex
0	2	-0.1814	-1.8323	—
1	1.9010	-0.0090	-1.6485	0.0990
2	1.8955			0.0055 < 0.01
0	-2	0.1814	1.8323	—
1	-1.9010	0.0090	1.6485	0.0990
2	-1.8955			0.0055 < 0.01

$x_1 = 0$	$F(x_1) = 0$
$x_2 = 1.89549427$	$F(x_2) = 0.0$
$x_3 = -1.89549427$	$F(x_3) = 0.0$

Encontrar las raíces de la siguientes función. por el Método de Newton - Raphson

$\cos x - x^2 = 0$

Tabulando la función para diferentes valores

x	$f(x)$
$-\pi/4$	0.09
$-\pi/2$	-2.4674
0	0
$\pi/4$	0.09
$\pi/2$	-0.89

Existen 2 raíces una positiva y una negativa

La raíz negativa se encuentra en el intervalo $-\pi/4 < x < -\pi/2$ tomando como x_0 al punto intermedio de este intervalo.

$x_0 = -1.1781$

Usando el criterio de convergencia se verifica si se puede llegar a la raíz por el método especificado.

si $f(x) = \cos x - x^2$

$\Rightarrow$ $f'(x) = -\operatorname{sen} x - 2x$

$f''(x) = \cos x - 1$

Como:

$$\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{f'(x)^2} \right| < 1$$

Es criterio de convergencia, se sustituyen valores de la expresión para:

$x_0 = -1.1781$

Así obtenemos:

$$\frac{(\cos x - x^2)(-\cos x - 1)}{(\operatorname{sen} x - x)^2}$$

$$\frac{\cos -1.7181 + (1.7181)^2 (-\cos -1.7181 - 1)}{(\operatorname{sen}(-1.7181) - (-1.7181))^2} - 2.3934$$

Como $= 0.3266 < 1$ es probable que el método converja

Aplicando el valor $x_0 = -1.7181$ a la fórmula de recurrencia.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \text{ es decir}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{\cos x - x^2}{\operatorname{sen} x - x} = \frac{\cos(-1.7181) - (1.7181)^2}{\operatorname{sen}(-1.7181) - (1.7181)}$$

$x_1 = -1.7181 + 0.8737 = 0.844$

$|x_1 - x_0| = -1.7181 - 0.844 = 0.87 = 87\%$

$$x_2 = -0.844 - \frac{\cos(-0.844) - (0.844)^2}{\operatorname{sen}(-0.844) - (0.844)}$$

$x_2 = -0.844 + 0.02 = -0.824$

$|x_2 - x_1| = 0.02 = 2\%$

Raíz negativa $= -0.824$

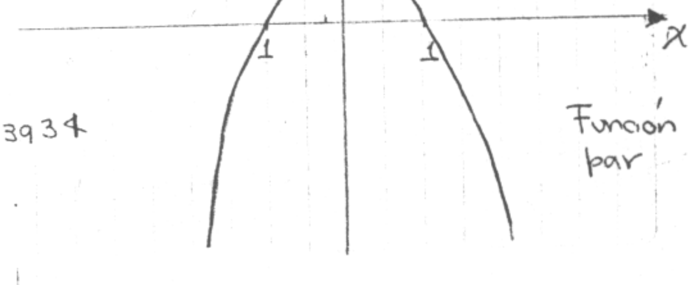
Para la raíz en el intervalo $\pi/4$ y $\pi/2$ se procede de la misma manera para obtener la raíz positiva

Raíz positiva $= 0.824$

Sólo $\exists$ 2 raíces

$r_1 = -0.824132312$
$f(r_1) = 0$
$r_2 = 0.824132312$
$f(r_2) = 0$

Función sencilla de comportamiento suave, que puede usarse para examen.



Función par

Resolver por el Método de Newton-Raphson la siguiente ecuación $x\tan x - 1$ con un $\varepsilon_x \leq 0.0001$

X_n	$f(X_n)$	$f'(X_n)$	X_{n+1}
1.0000	0.5574	4.9829	0.8881
0.8881	0.0923	3.4615	0.8615
0.8615	0.0036	3.1957	0.8603
0.8603	0.0000	3.1850	0.8603

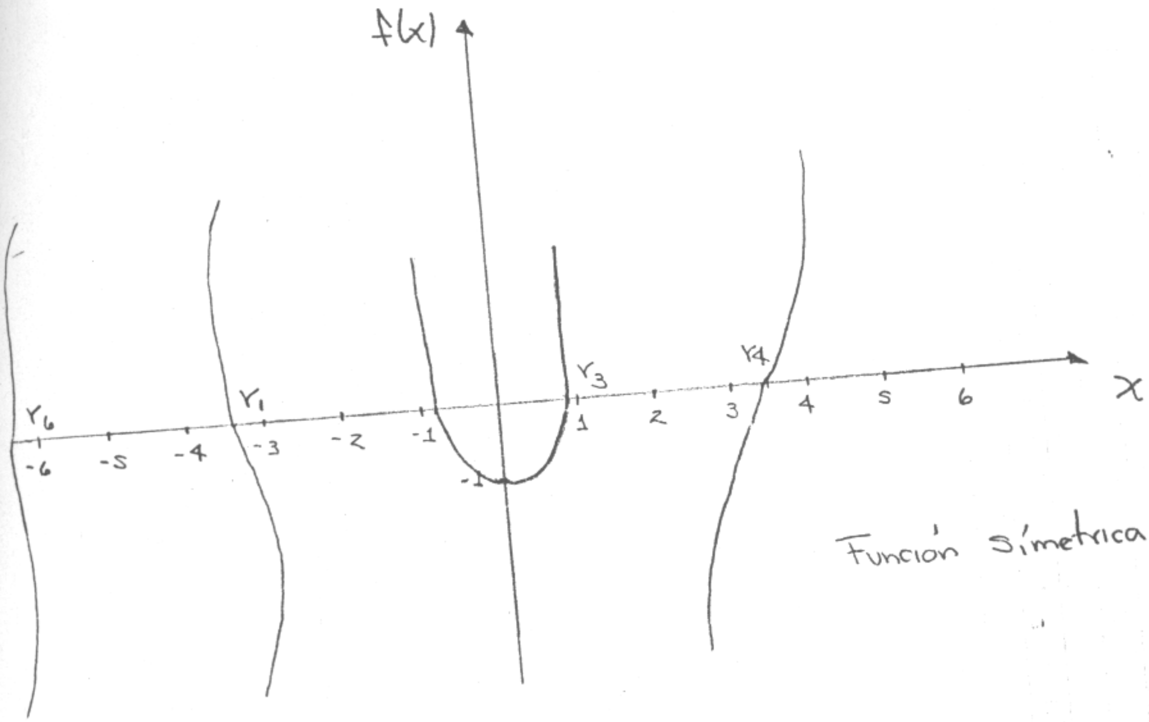
solución

$f(x) = x\tan x - 1 = 0$

$f'(x) = x\sec^2 x + \tan x = x(1+\tan^2 x) + \tan x$
$= x\tan^2 x + \tan x + x$

y otras raíces de la función son:

$r_1 = -3.42561846$ $\quad f(r_1) = -1.39698\times10^{-9}$
$r_2 = -0.860333591$ $\quad f(r_2) = 5.12274\times10^{-9}$
$r_3 = 0.860333589$ $\quad f(r_3) = 4.65661\times10^{-10}$
$r_4 = 3.42561846$ $\quad f(r_4) = 4.19095\times10^{-9}$
$r_5 = -9.52933441$ $\quad f(r_5) = -1.210719\times10^{-8}$
$r_6 = -6.43729818$ $\quad f(r_6) = 1.39698\times10^{-9}$
$r_7 = 6.43729818$ $\quad f(r_7) = 1.39698\times10^{-9}$
$r_8 = 9.52933441$ $\quad f(r_8) = 1.62981\times10^{-8}$



Función símetrica ó Par

Existe un número infinito de raíces, las cuales tienden a coincidir con los ceros de $\tan x$ al alejarnos del origen, por tanto son simétricas

Usando el Método de Newton-Raphson obtenga la raíz positiva de $3x^2+2\cos x-10=0$; con $x_0=1.5$ y error máximo de 0.01

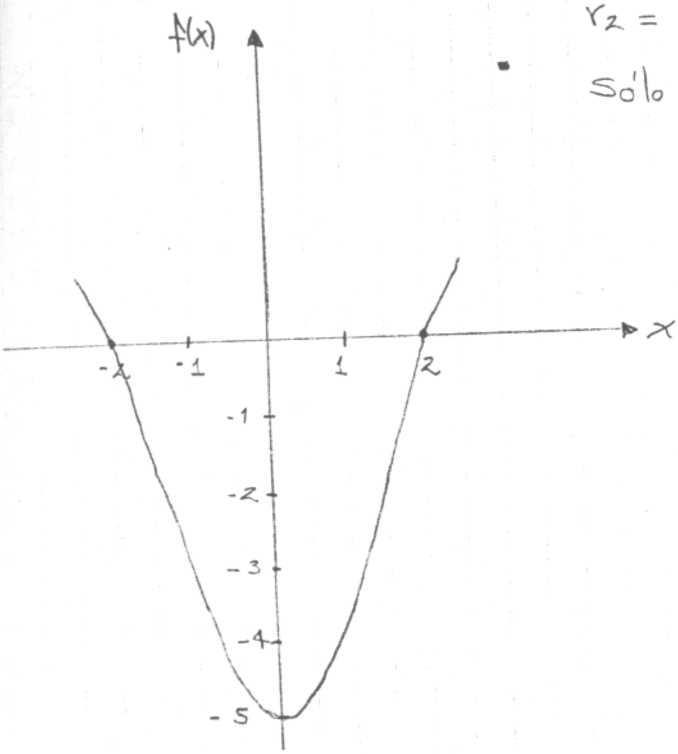
$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$f(x)=3x^2+2\cos x-10$
$f'(x)=6x-2\operatorname{sen}x$

$x_0=1.5$

x	y
0	-8
1	-5.92
2	1.17

x	$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)/f'(x)$
1.5	-3.1085	7.0050	-0.4438
1.9438	0.6058	9.800	0.0618
1.8819	0.0128	9.3877	0.0014
1.8806	0.0000		



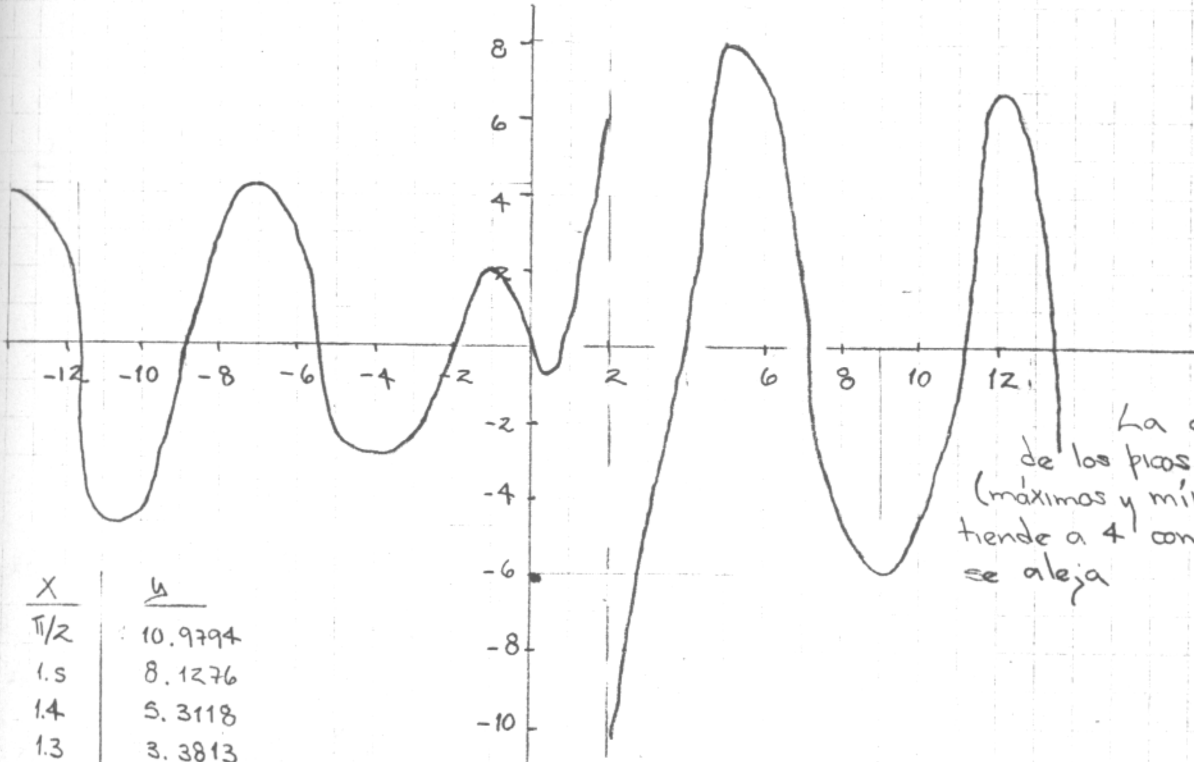
$r_1=-1.88057593$ $f(r_1)=0$
$r_2=+1.88057593$ $f(r_2)=0$

Sólo hay 2 raíces

El análisis de paridad de la función puede llevar a evitar la obtención de la segunda raíz, ya que los tres sumandos de la función son funciones pares.

Dada la importancia o peso relativo de los sumandos, la oscilación del coseno no es muy apreciable y tiende a desaparecer.

Resolver por el Método de Newton-Raphson la siguiente ecuación $\frac{4x\cos x - 3x\,\mathrm{sen}\,x}{x-2}$ encontrando la raíz más cercana al origen con un error $\varepsilon_x \le 0.001$



La envolvente de los picos y valles (máximos y mínimos) tiende a 4 conforme se aleja

x	y
π/2	10.9794
1.5	8.1276
1.4	5.3118
1.3	3.3813
1.2	2.0200
1.1	1.0502
1	0.3632
0.9	-0.1116
0.8	-0.4232
0.7	-0.6067
0.6	-0.6889

	x	f(x)	f'(x)	ε_x
	1	0.3632	5.7131983	-
	0.9364272	0.0402011	4.4828167	0.322999
	0.9274594	0.0007100	4.3250839	0.0344911
	0.9272953	0.0000002	4.3222303	0.0006098
Raíz →	0.9272952			

$$f'(x) = \frac{(x-2)\frac{d}{dx}(4x\cos x - 3x\,\mathrm{sen}\,x) - (4x\cos x - 3x\,\mathrm{sen}\,x)(1)}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x-2)(-4x\,\mathrm{sen}\,x + 4\cos x - 3x\cos x - 3\,\mathrm{sen}\,x) - 4x\cos x + 3x\,\mathrm{sen}\,x}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-4x^2\,\mathrm{sen}\,x - 3x^2\cos x + 6x\cos x + 8x\,\mathrm{sen}\,x - 8\cos x + 6\,\mathrm{sen}\,x}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\mathrm{sen}\,x(-4x^2+8x+6) + \cos x(-3x^2+6x-8)}{(x-2)^2}$$

$r_1 = -11.6390754$	$f(r_1) = -4.74143\times10^{-9}$
$r_2 = -8.49748274$	$f(r_2) = 6.72876\times10^{-9}$
$r_3 = -5.35589009$	$f(r_3) = 1.13157\times10^{-9}$
$r_4 = -2.21429744$	$f(r_4) = -1.43817\times10^{-9}$
$r_5 = 0$	$f(r_5) = 0$
$r_6 = 0.927295218$	$f(r_6) = 0$
$r_7 = 4.06888787$	$f(r_7) = -2.49696\times10^{-9}$
$r_8 = 7.210480053$	$f(r_8) = 0$
$r_9 = 10.35207332$	$f(r_9) = -1.15341\times10^{-8}$
$r_{10} = 13.4936658$	$f(r_{10}) = -7.09512\times10^{-9}$

Existen infinidad de raíces con separación de π entre ellas, si es que están alejadas de la perturbación $x=2$

Obtener una solución aproximada, a 3 cifras decimales de exactitud de la funcion $F(x) = \operatorname{sen} x + 1 - x^2$, por medio del método de Newton-Raphson, comprobar la convergencia.

Existira la convergencia si $\left| \frac{f(x)\, f''(x)}{[f'(x)]^2} \right| < 1$

x	$F(x)$
0	1
$\pi/2$	-0.4674
$\pi/4$	1.0903

Para $x_0 = \frac{\pi}{2}$

$f(x) = \operatorname{sen} x + 1 - x^2$ $\quad f(x_0) = -0.4674$

$f'(x) = \cos x - 2x$ $\quad f'(x_0) = -3.1416$

$f''(x) = -\operatorname{sen} x - 2.$ $\quad f''(x_0) = -3$

$$\frac{f(x)\, f''(x)}{[f'(x)]^2} = \frac{(-0.4674)(-3)}{(-3.1416)^2} = 0.1421 < 1$$

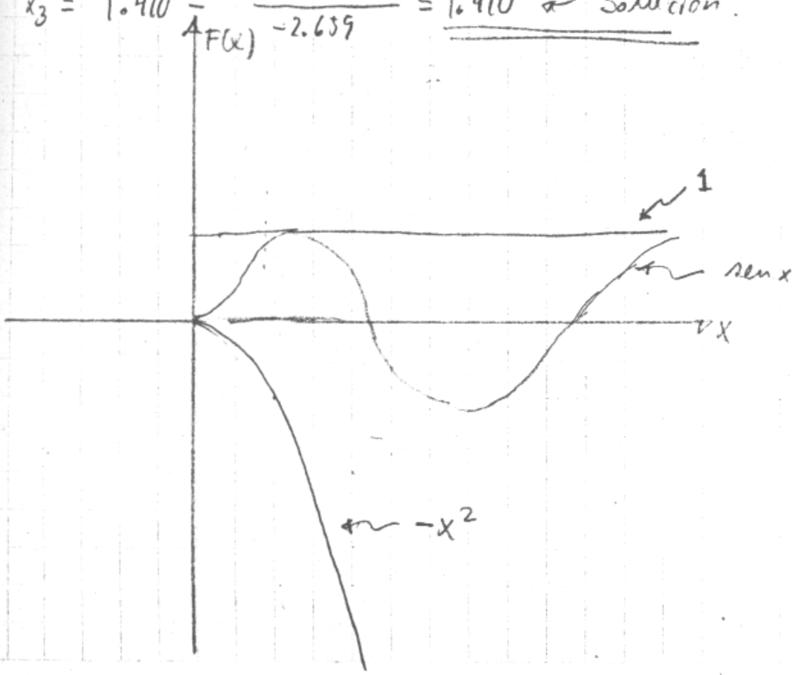
$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

$x_0 = \pi/2 = 1.571$

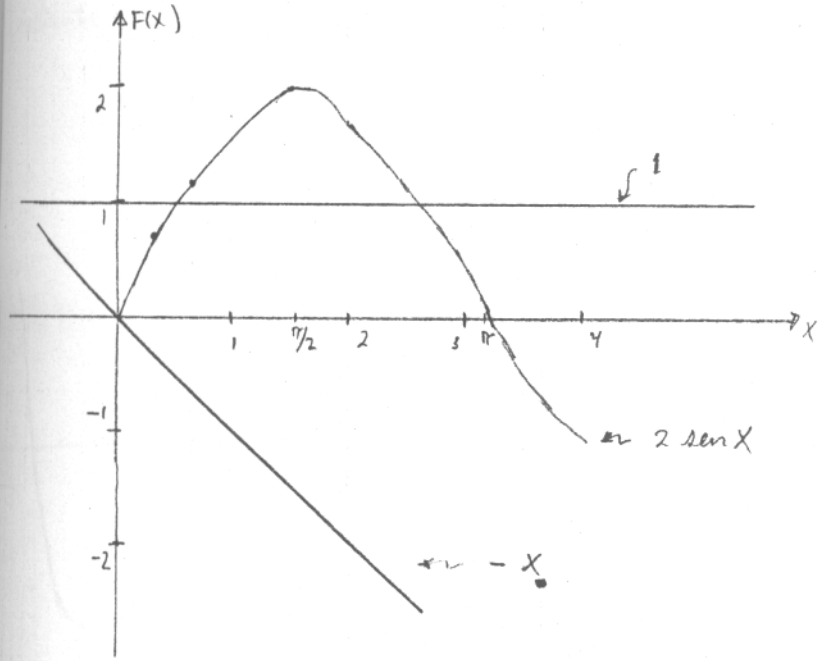
$$x_1 = 1.571 - \frac{-0.467}{-3.142} = 1.422$$

$$x_2 = 1.422 - \frac{-0.033}{-2.696} = 1.410$$

$$x_3 = 1.410 - \frac{2.264 \times 10^{-4}}{-2.639} = 1.410 \leftarrow \text{Solucion.}$$



Mediante el método de Newton-Rhapson obtenga una raiz positiva con un error absoluto en x menor o igual a 0.0001 de la ecuación $f(x) = 2\operatorname{sen} x - x + 1$.



x	$f(x)$
0	1
$\pi/2$	1.4292
π	-2.1416

$$f'(x) = 2\cos x - 1$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Sea $x_0 = \pi/2 = 1.5708$

i	x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$	$\varepsilon_x = \lvert x_i - x_{i-1}\rvert$
0	1.5708	1.4292	-1	—
1	3.0000	-1.7178	-2.9800	1.4292
2	2.4236	-0.1078	-2.5062	0.5764
3	2.3806	-0.0012	-2.4483	0.0430
4	2.3801	-1.7589×10^{-7}	-2.4483	0.0005
5	2.3801			0.0

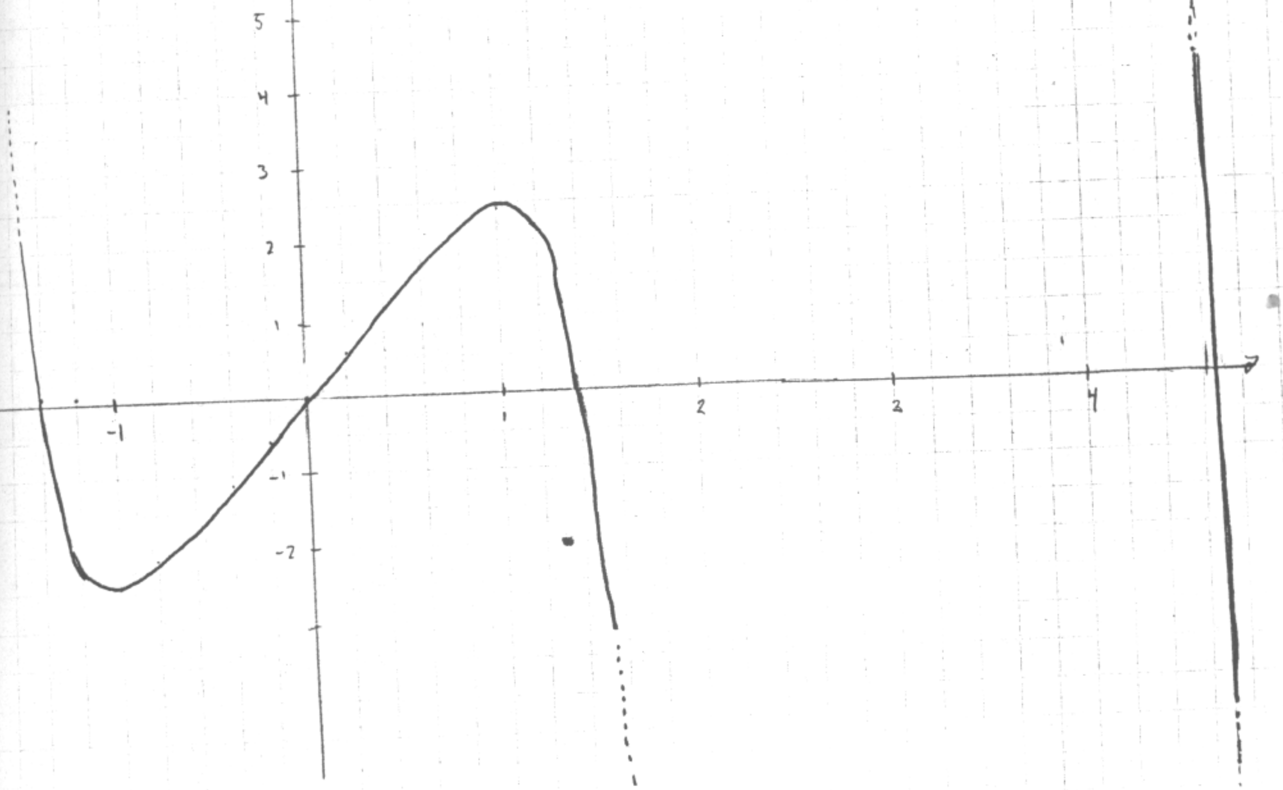
$\boxed{\text{Raiz} = 2.3801}$

Sea $x_0 = \pi = 3.1416$

i	x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$	ε_x
0	3.1416	-2.1416	-3	—
1	2.4277	-0.1182	-2.5117	0.7139
2	2.3807	-0.0015	-2.4484	0.0471
3	2.3801	-2.508×10^{-7}	-2.4476	0.0006
4	2.3801			0.0

$\boxed{\text{Raiz} = 2.3801}$

Obtener la solución de:
$F(x) = 4x - \tan x = 0$
mediante el método de Newton-Raphson de segundo orden, con $\varepsilon_y \le 1\times10^{-5}$



Existe más de una raíz.
Obteniendo la raíz entre 1 y 2.

$$x_{i+1} = x_i - \frac{F(x_i)}{F'(x_i) - \frac{F''(x_i)\,F(x_i)}{2F'(x_i)}}$$

$F'(x) = 4 - \sec^2 x$

$F'(x) = 4 - 1 - \tan^2 x = 3 - \tan^2 x$

$F''(x) = -2\tan x \sec^2 x = -2\tan x(1+\tan^2 x) = -2(\tan x + \tan^3 x)$

Sea $x_0 = 1$

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$	$F''(x_i)$
0	1	2.44259	0.57448	-10.66986
1	0.89498	2.33267	1.44439	-6.37491
2	0.54112	1.56352	2.63886	-1.63595
3	0.04055	0.12163	2.99835	-0.08128
4	0.00001	0.00002	3.0	-0.00001
5	0	0		

$\boxed{x_1 = 0}$

Sea $x_0 = 1.2$

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$	$F''(x_i)$
0	1.2	2.22785	-3.61596	-39.17883
1	1.34203	1.07330	-15.44559	-167.031
2	1.39255	0.01967	-27.80820	-353.10361
3	1.39325	4.58870×10^{-8}		
0	-1.2	-2.22785	-3.61596	39.17883
1	-1.34203	-1.07330	-15.44559	167.031
2	-1.39255	-0.01967	-27.80820	353.10361
3	-1.39325	-4.5887×10^{-8}		
0	4.6	9.5398	-75.5027	-1408.81
1	4.6580	0.2671	-334.2699	-12424.6
2	4.6588	$~~629~~.55\times10^{-9}$		

$\boxed{x_2 = 1.393249075}$ $F(x_2) = 1.2\times10^{-11}$

$\boxed{x_3 = -1.393249075}$ $F(x_3) = -1.2\times10^{-11}$

$\boxed{x_4 = 4.658778263}$ $F(x_4) = 2.2\times10^{-10}$

$\boxed{x_5 = -4.658778263}$ $F(x_5) = -2.2\times10^{-10}$

Otras raíces

$x_6 = 7.822031504$ $F(x_6) = 5.2\times10^{-10}$

$x_7 = -7.822031504$ $F(x_7) = -5.2\times10^{-10}$

$x_8 = 10.97279461$ $F(x_8) = 5.74\times10^{-9}$

$x_9 = -10.97279461$ $F(x_9) = -5.74\times10^{-9}$

$x_{10} = 14.11946273$ $F(x_{10}) = 1.458\times10^{-8}$

$x_{11} = -14.11946273$ $F(x_{11}) = -1.458\times10^{-8}$

$x_{12} = 17.26427984$ $F(x_{12}) = 2.536\times10^{-8}$

$x_{13} = -17.26427984$ $F(x_{13}) = -2.536\times10^{-8}$

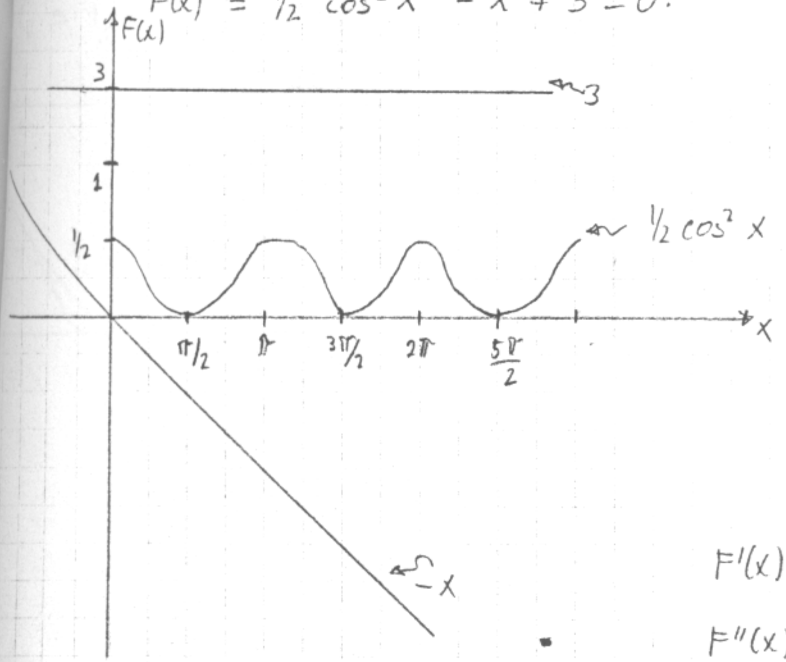
Etc.

Observamos que las raíces son simétricas respecto al origen.

Cuando $x \to \infty$ el periodo de las raíces se acerca o tiende a π.

Resolver por Newton-Raphson de segundo orden con $\varepsilon x \leq 0.00001$

$F(x) = \frac{1}{2}\cos^2 x - x + 3 = 0.$



De la grafica podemos observar que existe una raiz cerca de 3 esto es por $-x+3$. Observando la funcion $\frac{1}{2}\cos^2 x$ que es oscilante, solo agrega hasta 0.5 a la función total, por lo que la raiz se encuentra necesariamente entre 3 y 3.5.

$$F'(x) = -\cos x \operatorname{sen} x - 1$$

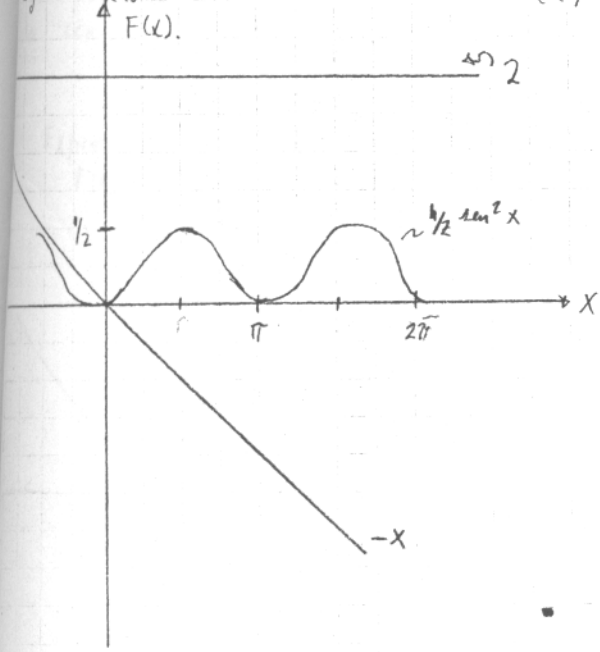
$$F''(x) = \operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{F(x_i)}{F'(x_i) - \frac{F''(x_i)\,F(x_i)}{2F'(x_i)}}$$

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$	$F''(x_i)$	εx
0	3	0.490043	-0.86092	-0.960170	—
1	3.432228	0.026714	-1.274543	-0.835766	0.432228
2	3.453044	0.000003	-1.291698	-0.812188	0.020816
3	3.453046	1×10^{-12}	-1.291700	-0.812186	0.000002 < 0.00001
0	3.5	-0.061524	-1.328493	-0.753902	—
1	3.453072	-0.000003	-1.291720	-0.812156	0.046928
2	3.453046	-1×10^{-2}	-1.291700	-0.812186	0.000026
3	3.453046				0 < 0.00001

$$\boxed{\text{Solución } x = 3.453046}$$

Resolver por el método de Newton-Raphson de segundo orden con $E_y \leq 1 \times 10^{-6}$ la ecuación $F(x) = \frac{1}{2}\operatorname{sen}^2 x - x + 2 = 0$.



En la gráfica observamos que tenemos una raíz cercana a 2 dada por $-x+2$.
La función $\frac{1}{2}\operatorname{sen}^2 x$ nos suma de 0 a 0.5 por lo que la raíz está en el intervalo 2 a 2.5

Obteniendo la primera y segunda derivada.

$$F'(x) = \operatorname{sen} x \cos x - 1$$

$$F''(x) = -\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x.$$

La formula de recurrencia es $x_{i+1} = x_i - \dfrac{F(x_i)}{F'(x_i) - \dfrac{F''(x_i)\,F(x_i)}{2F'(x_i)}}$

tomando respectivamente a x_0 como 2 y 2.5.

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$	$F''(x_i)$
0	2	0.4134109	−1.3784012	0.6536436
1	2.280087	0.0079370	−1.4942069	−0.1517827
2	2.2853191	4.9939×10^{-8}		
0	2.5	−0.3209155	−1.4794621	0.2836622
1	2.2875051	−0.003264	−1.4952892	−0.1369470
2	2.2853191	-3.482×10^{-9}		

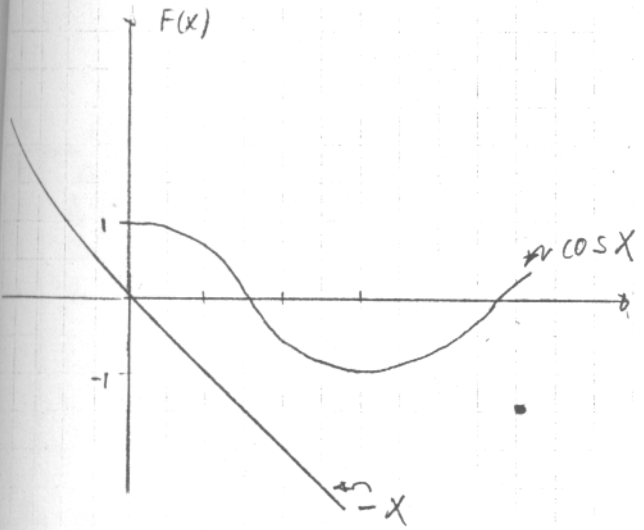
$$\boxed{\text{Raíz} = 2.285319125 \quad \text{con } F(x) = 2.84 \times 10^{-10}}$$

Por el método de Aproximaciones sucesivas y el de Newton-Raphson encontrar la raiz positiva a tres cifras decimales exactas de la ecuacion $x = \cos x$. Comente el grado de dificultad y la convergencia comparando los dos métodos.

$$x = \cos x$$

Expresado en la forma $F(x) = 0$ tendremos

$$F(x) = \cos x - x = 0$$



De la gráfica observamos que existe una raiz entre 0 y 1
Valuando para estos valores.

X	f(x)
0	1
1	-0.4596

Por aproximaciones sucesivas

$$f(x) = F(x) + x = x_{i+1}$$

$$f(x) = \cos x - x + x = \cos x$$

Probando la convergencia $|f'(x)| < 1$ para $x_0 = 0.5$

$$f'(x) = -\operatorname{sen} x \quad ; \quad f'(0.5) = -0.4794$$

Por lo que puede existir la convergencia.

i	x_i	$F(x_i)$	$f(x_i)$
0	0.5	0.378	0.878
1	0.878	-0.239	0.639
2	0.639	0.164	0.803
3	0.803	-0.108	0.695
4	0.695	0.073	0.768
5	0.768	-0.049	0.719
6	0.719	0.033	0.752
7	0.752	-0.022	0.730
8	0.730	0.015	0.745
9	0.745	-0.010	0.735
10	0.735	0.007	0.742
11	0.742	-0.005	0.737
12	0.737	0.003	0.740
13	0.740	-0.002	0.738
14	0.738	0.001	0.740
15	0.740	-0.001	0.739
16	0.739	0.001	0.739 ← Raiz

Por Newton – Raphson.

$$F(x) = \cos x - x$$

$$F'(x) = -\operatorname{sen} x - 1$$

Con la misma $x_0 = 0.5$ y la ecuacion de recurrencia.

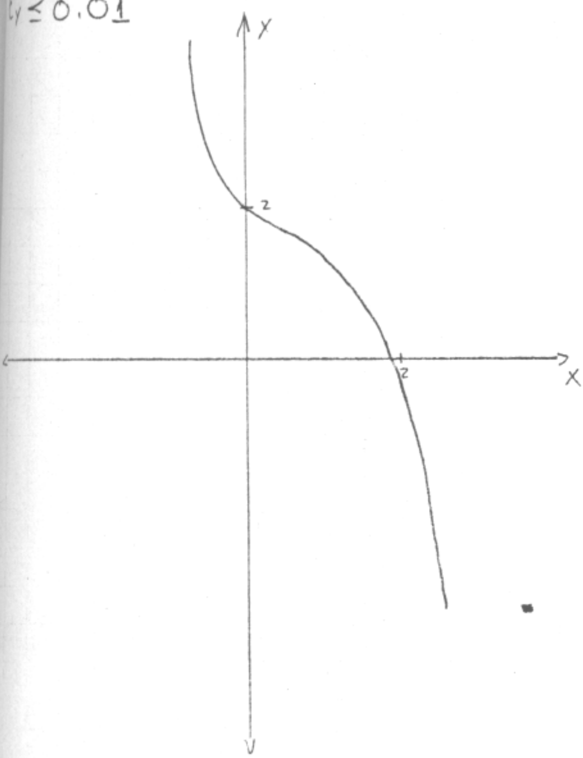
$$x_{i+1} = x_i - \frac{F(x)}{F'(x)}.$$

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$
0	0.5	0.378	-1.479
1	0.755	-0.027	-1.685
2	0.739	-9.46×10^{-5}	1.674
3	0.739		

$\boxed{\text{Raiz} = 0.739}$

En cuanto a dificultad, se deben realizar más calculos con Newton Rapsón, pues hay que valuar la función, su derivada y aplicar la ecuacion de recurrencia, mientras que con Aproximaciones sucesivas sólo hay que aplicar la ecuación de recurrencia. Por otra parte, observamos que la convergencia es más rápida con Newton Rapson que con Aproximaciones sucesivas. Con esto último se ve que es más eficiente el método de Newton-Raphson.

Resolver por tanteos la ecuación $x^2 - e^x + 3 = 0$, con $\varepsilon_r \leq 0.01$

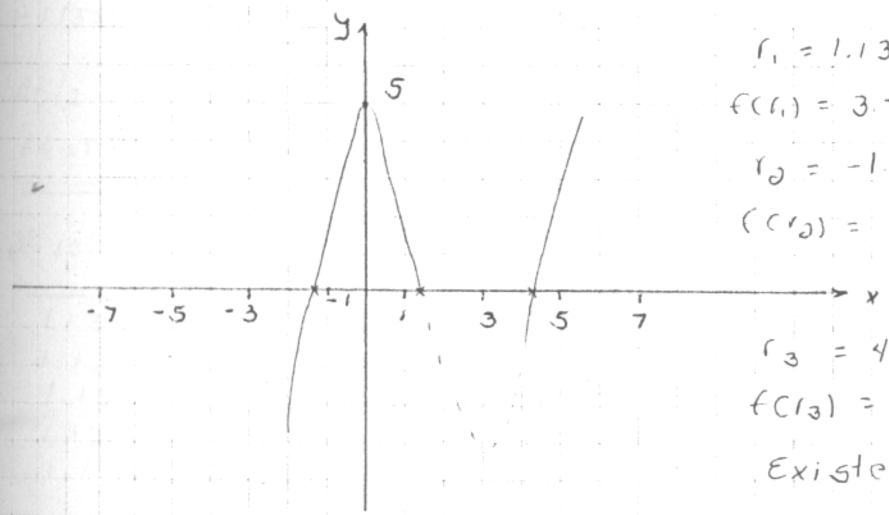


x	f(x)
0	2
1	1.282
2	-0.389
1.5	0.768
1.75	0.308
1.85	0.063
1.90	-0.076
1.875	-0.005
1.86	0.036
1.87	0.009
1.8725	0.002
1.87312	

$\therefore$ $\boxed{\text{La raíz es } x = 1.87312}$

Resolver por el método de tanteos

$$f(x) = 2^{(x^3 - 2x^2 - 4)} - 4^{x^2} + 6 = 0$$



$r_1 = 1.13839086$

$f(r_1) = 3.7252903 \times 10^{-9}$

$r_2 = -1.13707205$

$f(r_2) = 0.0$

$r_3 = 4.224169871$

$f(r_3) = 6.0$

Existen 3 raíces

Dando valores para buscar posibles raíces:

x	f(x)
-10	-1.60×10^{60}
-7	-3.16×10^{29}
-4	-4.29×10^{9}
-2	-249.99
-1	2.007813
0	5.06250
1	2.03125
2	-249.9375
3	-2.62×10^{5}
4	-4.02×10^{9}
5	2.36×10^{21}
7	3.53×10^{72}

Posibles raíces

1era raíz:

x	f(x)
-1.5	-16
-1.4	-9.13
-1.2	-1.3589
-1.1	0.6529
-1.13	0.1321
-1.133	0.07653
-1.135	0.03910
-1.137	0.00136
-1.138	-0.01761

x	f(x)
-1.1371	-0.00052
-1.13705	0.00041
-1.13707	0.00004

Raíz = -1.13707

f(x) = 0.0000388

2º raíz:

x	f(x)
1.13832419	0.0012
1.139	-0.0115
1.13840	-0.00013
1.13838	0.00024
1.13839	0.00005

Raíz = 1.13839

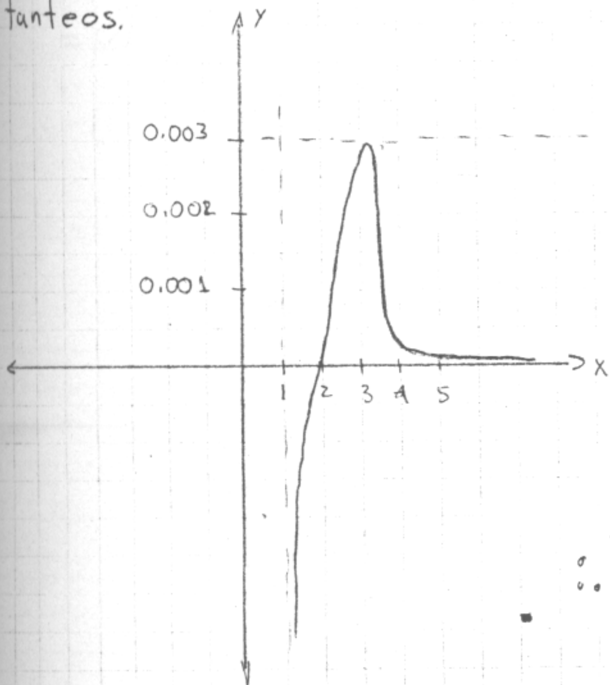
f(x) = 0.00005

3era raíz:

x	f(x)
4.2	-1.16×10^{10}
4.3	2.6×10^{11}
4.25	3.21×10^{10}
4.22	-2.91×10^{9}
4.23	4.93×10^{9}
4.225	6.38×10^{8}
4.222	-1.57×10^{9}
4.2240	-1.28×10^{8}
4.2245	2.51×10^{8}
4.2242	2.28×10^{7}
4.2241	-5.28×10^{7}
4.22415	-1.50×10^{7}
4.22417	97376
4.224167	-2.17×10^{6}
4.224169	-658904
4.2241698	-53664
4.2241699	22136
4.224169870	-544
4.224169872	1116
4.224169871	6

Raíz = 4.224169871 f(x) = 6

Encontrar la raíz de la ecuación: $f(x)=\sqrt{(x+2)}\,\ln(x-1)\,e^{-x^2}$, por tanteos.



Tabulando para localizar la raíz. Notar que X no puede ser negativo ni cero y además debe ser mayor que 1 debido al termino $\ln(x-1)$

X	F(X)
1.1	-1.208927377
1.5	-0.13667746
2	0
2.5	0.001660425

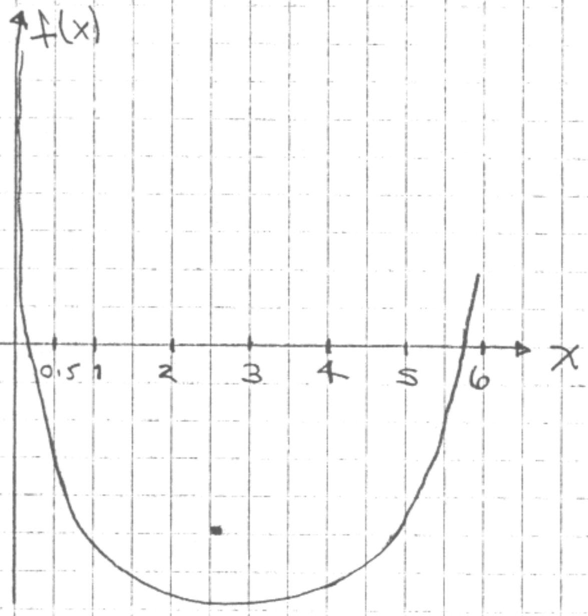
$\therefore$ $\boxed{\text{La raiz es } X=2}$ y ya no es necesario utilizar ningun metodo para encontrar la raíz.

Resuelva la siguiente función.

$$f(x) = e^{2x} \cdot \log_5(x+1) - x^{9/2} \cdot 50 = 0$$

$$= e^{2x} \frac{\log(x+1)}{\log 5} - x^{9/2} \cdot 50 = 0$$

$x > -1$ por log
$x > 0$ por exp



Ubicando las raíces

X	y	
0.1	0.07	Raíz
0.5	-1.52	
1	-46.8	
2	-1094	
3	-6667	
4	-22619	
5	-45355	
6	38053	
5.5	-37666	
5.8	-6327	
5.9	12754	

Utilizando tanteos para resolverlo.

x	f(x)
0.330715981	-1.6076×10^{-8}
0.330715977	-3.654×10^{-9}
0.330715973	1.42568×10^{-7}
0.330715975	2.4×10^{-9}
0.330715976	-5.95×10^{-10}

$\therefore r_1 = 0.330715976$

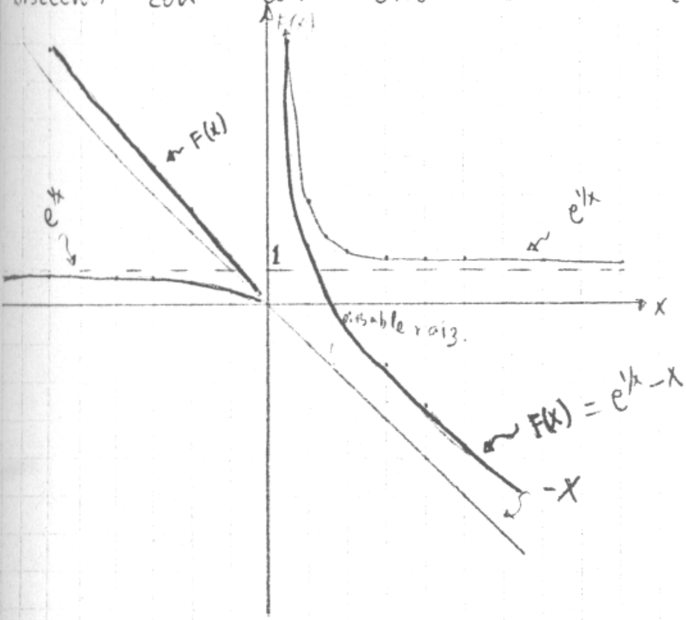
$f(r_1) = -5.95 \times 10^{-10}$

x	f(x)
5.83649163	0.009435
5.83649159	0.002118
5.83649155	-0.005199
5.83649157	-0.00154
5.83649158	2.87×10^{-4}

$\therefore r_2 = 5.83649158$

$f(r_2) = 2.87 \times 10^{-4}$

Obtener la solución de $e^{1/x} - x = 0$ utilizando el método de bisección con un error en su evaluación menor o igual a 0.0001.



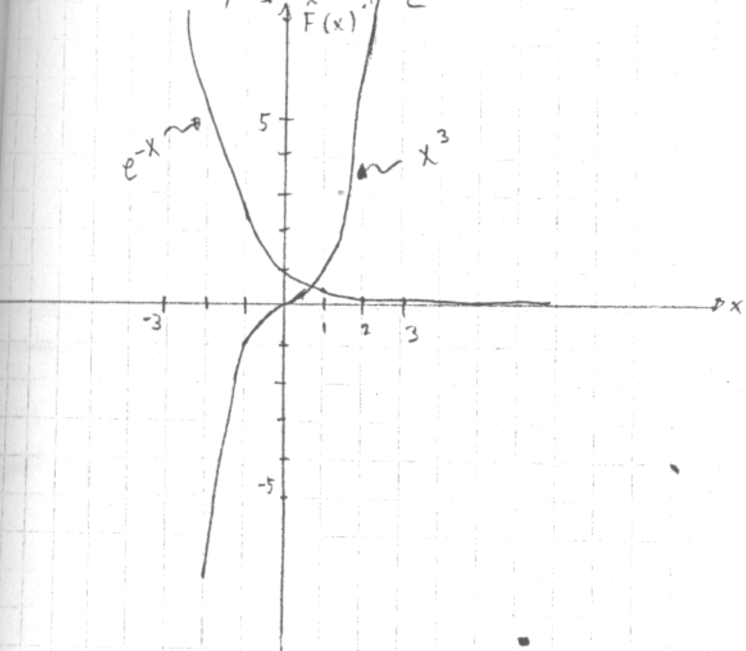
$F(x) = e^{1/x} - x$.

La función no está definida para $X=0$, y existe una raiz entre 1 y 2.

x	f(x)
1	1.7183
2	-0.3513
1.5	0.4477
1.75	0.0208
1.875	-0.1704
1.8125	-0.0763
1.7813	-0.0281
1.7656	-0.0038
1.7578	0.0085
1.7617	0.0024
1.7637	-0.0007
1.7627	0.0008
1.7632	$3.578 \times 10^{-5} < 0.0001$

$\boxed{\text{Raiz} = 1.7632.}$

Resolver por Bisección con un error $E_y \leq 0.0001$ la función $F(x) = x^3 + e^{-x}$

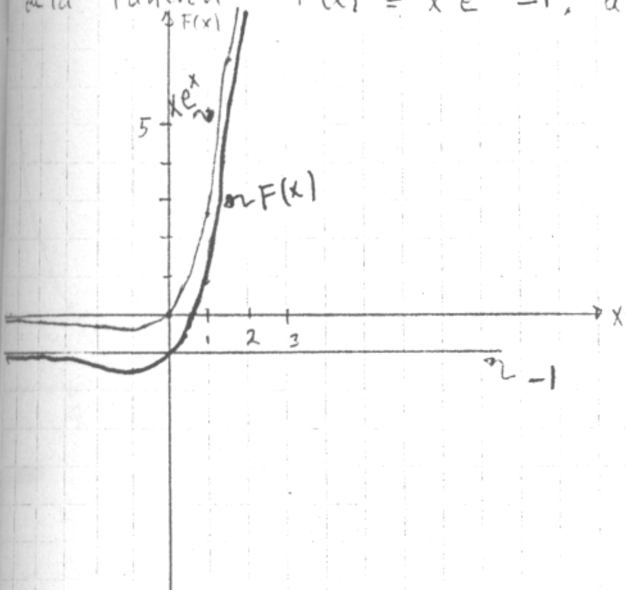


Existe una sola raiz en los valores negativos de x en el intervalo $(-1, -2)$.

x	f(x)
-1	1.7182
-2	-0.6109
-1.5	1.10669
-1.75	0.39525
-1.875	-0.07098
-1.8125	0.17140
-1.8438	0.05252
-1.8594	-0.00865
-1.8516	0.02208
-1.8555	0.00675
-1.8574	-0.00094
-1.8565	0.00291
-1.8569	0.00099
-1.85718	0.00002 < 0.0001

$\boxed{\text{Raiz} = 1.85718}$

Por bisección determinar la aproximación de una de las raíces de la función $F(x) = xe^x - 1$, a 3 cifras decimales de exactitud.



La raíz se encuentra entre cero y uno.

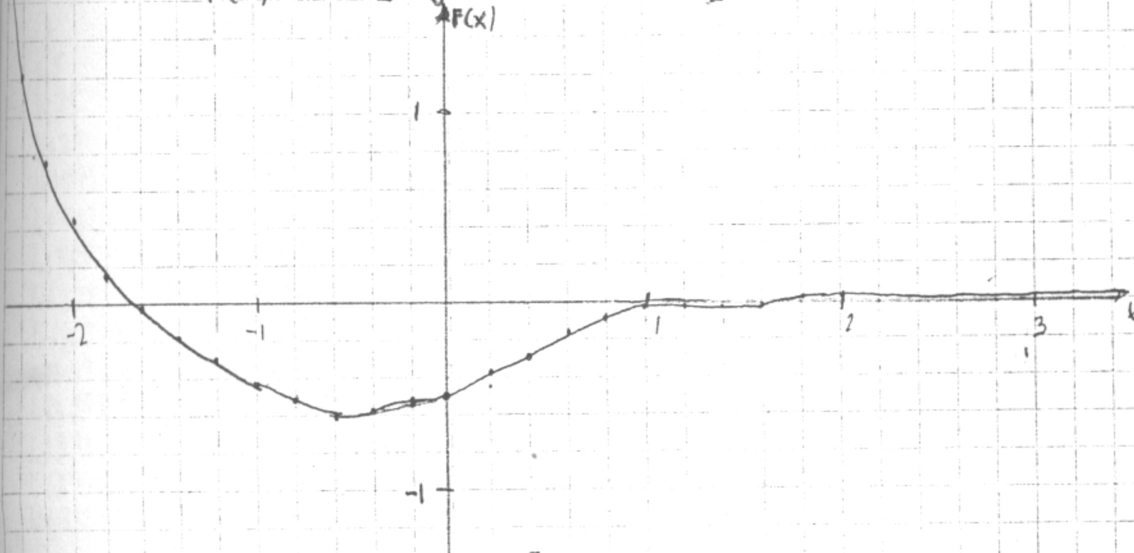
x	f(x)
0	-1
1	1.7183
0.5	-0.1756
0.75	0.5878
0.625	0.1677
0.5625	-0.0128
0.5938	0.0751
0.5782	0.0307
0.5703	0.0088
0.5664	-0.0020
0.5684	0.0034
0.5674	0.0006
0.5664	-0.0007
0.5671	-1.1962×10^{-4}
0.5670	-3.95×10^{-4}

Raíz a tres cifras decimales de exactitud $\boxed{0.567}$

Raíz = 0.56714329 $F(x) = -1.134 \times 10^{-9}$

Resolver por Bisección con un $\varepsilon_x \leq 0.0001$ la función

$$f(x) = e^{-x}\left[\log\left(\log\left(3x^2+2\right)\right)\right]$$



Una raiz se encuentra entre -1 y -2

x	f(x)	ε_x
-1	-0.42281	—
-2	0.43768	1
-1.5	-0.11628	0.5
-1.75	0.11892	0.25
-1.625	-0.00753	0.125
-1.68750	0.05330	0.0625
-1.65625	0.02231	0.03125
-1.64063	0.00725	0.015625
-1.63281	-0.00017	0.0078125
-1.636718	0.00353	0.003906
-1.6347656	0.0016785	0.001953
-1.633789	7.5330×10^{-4}	9.7656×10^{-4}
-1.6333008	2.910707×10^{-4}	4.882813×10^{-4}
-1.6330566	6.0055×10^{-5}	2.4414×10^{-4}
-1.6329347	-5.54273×10^{-5}	1.2207×10^{-4}
-1.6329956	2.311729×10^{-6}	$6.1035\times10^{-5} < 0.0001$

$$r_1 = -1.632993161855 \qquad F(r_1) = -4.6073\times10^{-12}$$

Para la segunda raíz tenemos el intervalo [1, 2].

x	$f(x)$	ε_x
1	-0.0572	—
2	0.00801	1
1.5	-0.00579	0.5
1.75	0.00359	0.25
1.625	-2.9179×10^{-4}	0.125
1.6875	0.00182	0.0625
1.65625	8.1277×10^{-4}	0.03125
1.640625	2.7258×10^{-4}	0.015625
1.632813	-6.5235×10^{-4}	0.007813
1.636719	-1.338×10^{-4}	0.003906
1.634766	-6.3827×10^{-5}	0.001953
1.633789	2.86999×10^{-5}	0.000488
1.633301	1.11002×10^{-5}	0.000244
1.633058	2.29137×10^{-6}	0.000122
1.633293	-2.1153×10^{-6}	0.000061 ≤ 0.0001

$r_2 = 1.632993161855$ $\qquad F(r_2) = -1.758096\times10^{-13}$

En este ejemplo la detección de la raíz positiva es difícil ya que $f(x)$ para $x > r$ es muy pequeña.

Este ejemplo se puede resolver algebraicamente; sabemos que habrá una raíz cuando $\log(\log(3x^2+2)) = 0$ ó $e^{-x} = 0$. Para el segundo caso $x \to \infty$ para $\log(\log(3x^2+2)) = 0$ tendremos aplicando antilogaritmo

$$\log(3x^2+2) = 10^0$$
$$\log(3x^2+2) = 1$$
$$3x^2+2 = 10^1$$
$$3x^2 = 8$$
$$x^2 = 8/3$$

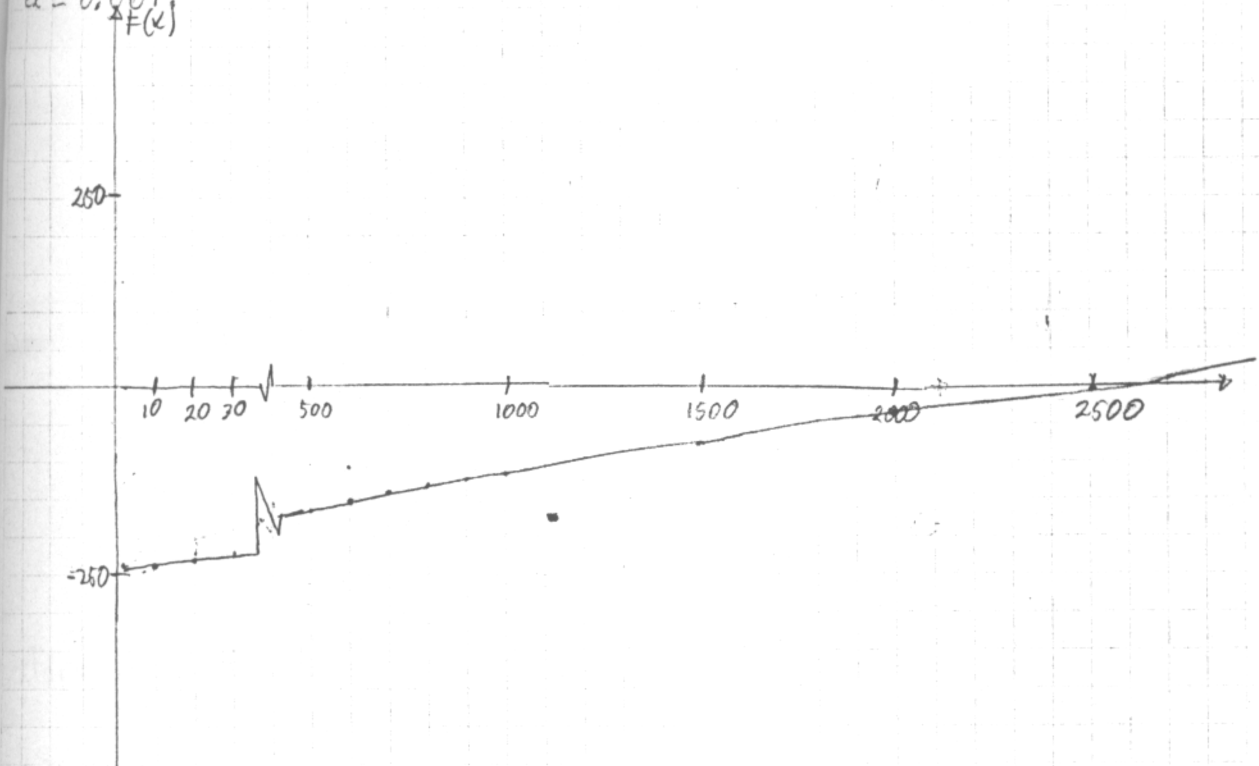
$$x_1 = \sqrt{8/3} \doteq 1.632993161855$$

$$x_2 = -\sqrt{8/3} \doteq -1.632993161855.$$

Resuelva la función:

$$f(x) = e^{-2x} + x^{1/2}\left[\log_5 x\right] - 250 = 0.$$

utilizando el método de interpolación Lineal. Considere un error $\varepsilon x \leq 0.001$



Formula de recurrencia

$$x_2 = \frac{x_0 Y_0 - x_1 Y_0}{Y_1 - Y_0} + x_0$$

Sea $x_0 = 2500$ y $x_1 = 2700$

$Y_0 = -6.9323$ $Y_1 = 5.0880$

$$x_2 = \frac{2500(-6.9323) - 2700(5.008800)}{5.0880 + 6.9323} = 2615.3431$$

$F(x_2) = 0.0449$

$x_0 = 2500$ $F(x_0) = -6.9323$, $x_1 = 2615.343$ $F(x_1) = 0.0449$

$x_2 = 2614.6012$ $F(x_2) = 3.9656 \times 10^{-4}$

$\varepsilon x = 0.7419$

$x_0 = 2500$ $F(x_0) = -6.9323$, $x_1 = 2614.6012$ $F(x_1) = 3.9656 \times 10^{-4}$

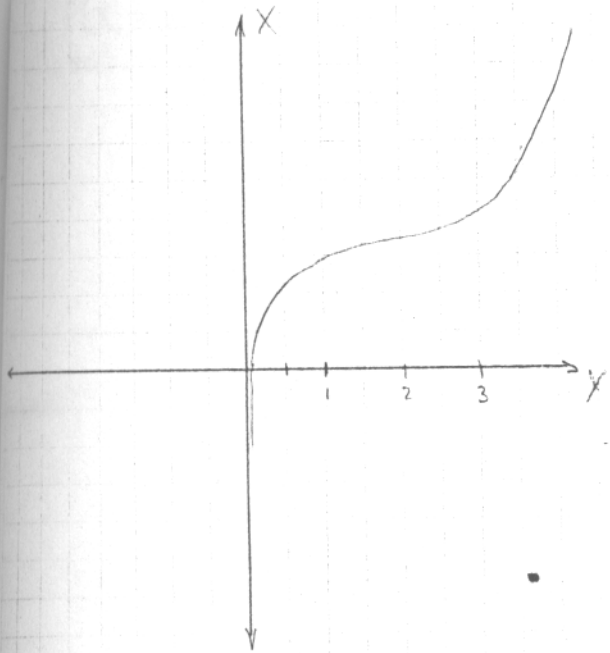
$x_2 = 2614.5946$ $F(x_2) = 3.5057 \times 10^{-6}$ $\varepsilon x = 0.0066$

$x_0 = 2500$ $F(x_0) = -6.9323$, $x_1 = 2614.5946$ $F(x_1) = 3.5057 \times 10^{-6}$

$\boxed{x_2 = 2614.5946 \quad F(x_2) = 9.449 \times 10^{-7}}$ ← Raíz

$\varepsilon x = 0.0000$

Encontrar la raiz de la ecuación $f(x) = e^{2x} - x^2 + \log_7 x$.
Utilizar el método de interpolación lineal.



$$f(x) = e^{2x} - x^2 + \log_7 x$$

$$F(x) = e^{2x} - x^2 + \frac{\ln x}{\ln 7}$$

Tabulando para localizar la raiz.

X	f(x)	
0.0001	-3.73297864	
0.001	-2.547882986	
0.01	-1.346487985	Raíz
0.1	0.028108096	
1	6.389056099	
10	485165096.6	
100	7.225974×10^{86}	

Fórmula utilizada: $X_2 = \dfrac{X_0 Y_0 - X_1 Y_0}{Y_1 - Y_0} + X_0$

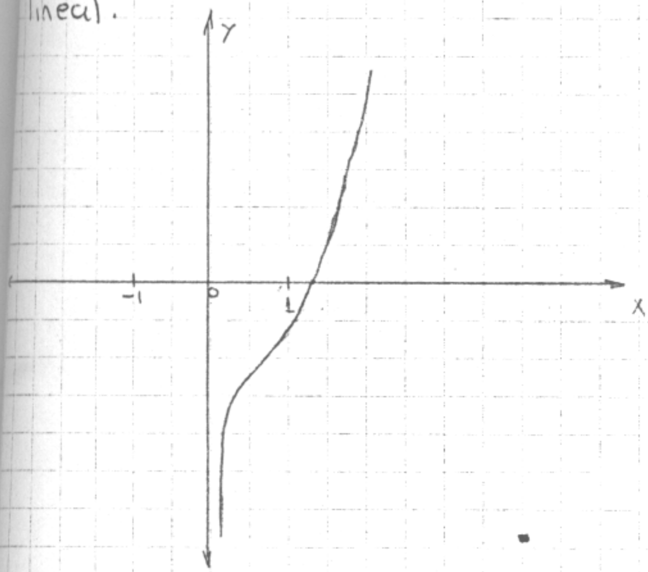
Tabulando

	X		f(x)
X_0	0.01	Y_0	-1.346487985
X_1	0.1	Y_1	0.028108096
X_2	0.098159657	Y_2	0.014439839
X_3	0.096215425	Y_3	-1.858471×10^{-4}
X_4	0.09624013	Y_4	1.230863×10^{-6}

$\therefore$ $\boxed{\text{La raiz es } X = 0.09624013}$

Encontrar las raices del siguiente polinomio:

$F(x) = e^x \operatorname{Log}_2 X + X^{1/2} - 3$. Utilizar el método de interpolución lineal.



Sabemos que:

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$$

$$\therefore F(x) = e^x \frac{\operatorname{Ln} X}{\operatorname{Ln} 2} + X^{1/2} - 3$$

Tabulando la función:

X	F(X)
.5	-3.9416147
1	-2
2	5.8032696
1.5	0.8463652

} Raiz

La fórmula utilizada es: $X_2 = \frac{X_0 Y_0 - X_1 Y_0}{Y_1 - Y_0} + X_0$

Tabulando:

	X		F(X)
X_0	1	Y_0	-2
X_1	1.5	Y_1	0.8463652
X_2	1.351325262	Y_2	-0.15974369
X_3	1.374930909	Y_3	-0.010750461
X_4	1.376634151	Y_4	-0.000148146
X_5	1.37661004	Y_5	-1.35226×10^{-7}

$X_2 = (X_0 Y_0 - X_1 Y_0)/(Y_1 - Y_0) + X_0$

$X_3 = (X_1 Y_1 - X_2 Y_1)/(Y_2 - Y_1) + X_1$

$X_4 = (X_2 Y_2 - X_3 Y_2)/(Y_3 - Y_2) + X_2$

$X_5 = (X_3 Y_3 - X_4 Y_3)/(Y_4 - Y_3) + X_3$

$\therefore$ $\boxed{\text{La raiz es } X = 1.37661104}$

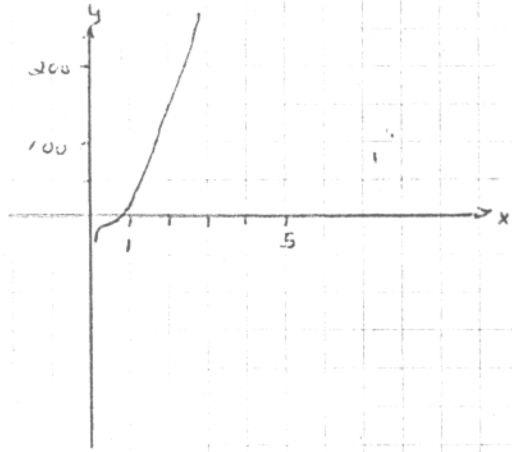
Resolver la siguiente función trascendente

$$f(x) = 2e^{3x}\log_6 x^{1/2} + 2x + 2$$

$$f(x) = 2e^{3x}\left(\frac{\ln x^{1/2}}{\ln 6}\right) + 2x + 2 \qquad \log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a} = \frac{\ln N}{\ln a}$$

Dando valores:

x	f(x)
0.1	0.4653002
0.2	0.763292
0.3	0.9472697
0.4	1.1021201
0.5	1.266246
1	4
2	162.06756
3	4976.3831



$x = 0.0356108467$

$f(x) = -9.3132\times10^{-10}$

método de interpolación lineal

	x	f(x)
x_0	0.1	0.4653002
x_1	0.05	0.1574712
x_2	0.0244223	-0.180504
x_3	0.0380827	0.0315152
x_4	0.0360522	0.0057979
x_5	0.0355944	-0.0002172
x_6	0.035611	0.0000015

$$x_2 = \frac{x_0y_0 - x_1y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 0.0244223$$

$$x_3 = \frac{x_1y_1 - x_2y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 0.0380827$$

$$x_4 = \frac{x_2y_2 - x_3y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 0.0360522$$

$$x_5 = \frac{x_3y_3 - x_4y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = 0.0355944$$

$$x_6 = \frac{x_4y_4 - x_5y_4}{y_5 - y_4} + x_4 = 0.035611$$

Raíz = 0.035611

Resolver $f(x) = \dfrac{e^{2x} - (\log_5^2 x^{1/4})^{1/4}}{5}$

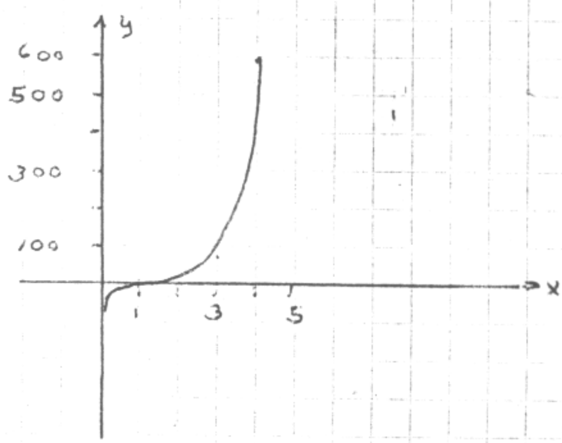
$f(x) = \dfrac{e^{2x}}{5} - \dfrac{1}{20}(\log_5^2 x^{1/4})$ $\qquad \log_a N = \dfrac{\log_b N}{\log_b a} \approx \dfrac{\ln N}{\ln a}$

$f(x) = \dfrac{e^{2x}}{5} - \dfrac{1}{20}\left(\dfrac{\ln x^{1/4}}{\ln 5}\right)^2 \qquad x > 0$

Dando valores:

x	f(x)
1	1.4778112
2	10.91905
3	80.684302
4	596.18928
5	4 405.29
0.5	0.5430767
0.1	0.2378842
0.01	0.1784548
0.001	0.1428332
0.0001	0.0976982
0.00001	0.040095
0.000001	-0.0302686

raíz



$r = 2.55725708 \times 10^{-6}$

$= 0.00000255725708$

$f(r) = 2.5636 \times 10^{-6}$

Método de interpolación lineal.

	x	f(x)	
x_0	0.00001	0.040095	y_0
x_1	0.000001	-0.0302686	y_1
x_2	0.0000049	0.0194911	y_2
x_3	0.0000034	0.0083154	y_3
x_4	0.0000022	-0.0046541	y_4
x_5	0.0000026	0.0008872	y_5
x_6	0.0000026	0.0000573	

$x_2 = \dfrac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 0.0000049$

$x_3 = \dfrac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 0.0000034$

$x_4 = \dfrac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 0.0000022$

$x_5 = \dfrac{x_3 y_3 - x_4 y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = 0.0000026$

$x_6 = \dfrac{x_4 y_4 - x_5 y_4}{y_5 - y_4} + x_4 = 0.0000026$

Raíz = 0.0000026

Resolver la ecuación trascendente propuesta:

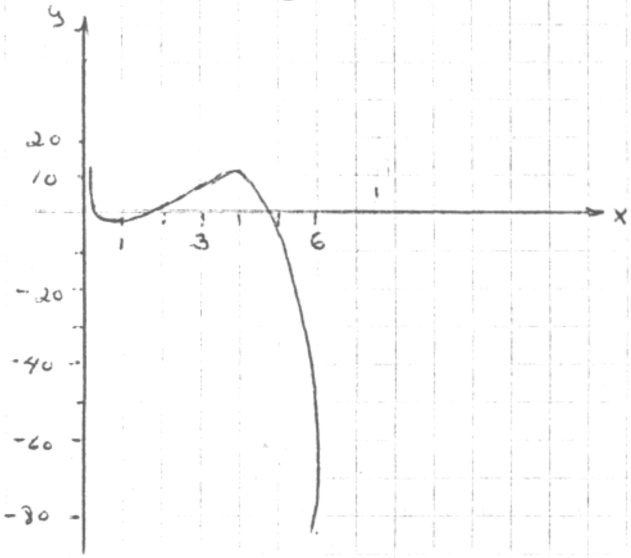
$$f(x) = x^{8/3} - \log_5 x - \frac{1}{2} e^x$$

$$f(x) = x^{8/3} - \left(\frac{\ln x}{\ln 5}\right) - \frac{1}{2} e^x \qquad \log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a} = \frac{\ln N}{\ln a}$$

$x > 0$

Dando valores:

x	f(x)	
1	-0.3591409	raíz
2	2.2243996	
3	7.9953797	
4	12.157045	raíz
5	-2.1061359	
6	-83.958298	
0.5	-0.2361939	
0.4	-0.0897275	raíz
0.3	0.1134736	
0.2	0.4029784	
0.1	0.8802455	



$$\left.\begin{aligned} r_1 &= 0.351784159 \\ r_2 &= 1.29146816 \\ r_3 &= 4.93706579 \end{aligned}\right\} f(r_i) = 0.0$$

método de interpolación lineal.

$1 < x < 2$

	x	f(x)	
x_0	1	-0.3591409	y_0
x_1	1.5	0.4555599	y_1
x_2	1.2204128	-0.1171333	y_2
x_3	1.2775969	-0.02438	y_3
x_4	1.2926276	0.00200702	y_4
x_5	1.2914512	-0.0000312	

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 1.2204128$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 1.2775969$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 1.2926276$$

$$x_5 = \frac{x_3 y_3 - x_4 y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = 1.2914512$$

Raíz = 1.2914512

$4 < x < 5$

	x	$f(x)$	
x_0	5	-2.1061359	y_0
x_1	4.5	9.2519366	y_1
x_2	4.9072846	0.9172125	y_2
x_3	4.9521051	-0.4822091	y_3
x_4	4.936661	0.012801	y_4
x_5	4.9370604	0.0001715	y_5
x_6	4.9370658	-2×10^{-8}	

$$x_2 = \frac{x_0y_0 - x_1y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 4.9072846$$

$$x_3 = \frac{x_1y_1 - x_2y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 4.9521051$$

$$x_4 = \frac{x_2y_2 - x_3y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 4.936661$$

$$x_5 = \frac{x_3y_3 - x_4y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = 4.9370604$$

$$x_6 = \frac{x_4y_4 - x_5y_4}{y_5 - y_4} + x_4 = 4.9370658$$

Raíz = 4.9370658

$0.3 < x < 0.4$

	x	$f(x)$	
x_0	0.3	0.1134736	y_0
x_1	0.4	-0.0897275	y_1
x_2	0.355843	-0.0081025	y_2
x_3	0.3514598	0.0006528	y_3
x_4	0.3517866	-0.0000043	

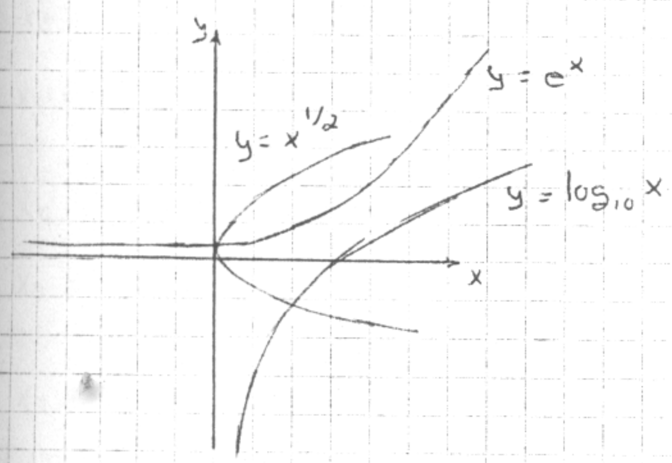
$$x_2 = \frac{x_0y_0 - x_1y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 0.355843$$

$$x_3 = \frac{x_1y_1 - x_2y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 0.3514598$$

$$x_4 = \frac{x_2y_2 - x_3y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 0.3517866$$

Raíz = 0.3517866

Resolver $f(x) = \dfrac{e^{2x} + \log_{10}(2x)}{x^{1/2}} + 20$



Tanteamos (x_0, x_1)

	x	$f(x)$	
x_0	0.00315	-1.280045	raiz
x_1	0.004	2.7833	
x_2	$3.417825285 \times 10^{-3}$	0.186142847	sacamos promedio
x_3	$3.634115806 \times 10^{-3}$	1.2341004	
x_4	$3.525970546 \times 10^{-3}$	0.723868164	
x_5	$3.372544398 \times 10^{-3}$	-0.04773601	
x_6	$3.382036249 \times 10^{-3}$	0.001733202	
x_7	$3.381703693 \times 10^{-3}$	0.000004018	$E_y \leq 0.0001$ se cumple en x_7

método de la secante

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1}$$

$$x_2 = 3.417825285 \times 10^{-3}$$

$$x_3 = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_1}{y_1 - y_2}$$

$$x_3 = 3.634115806 \times 10^{-3}$$

Sacamos un promedio:

$$x_4 = \frac{x_2 + x_3}{2} = 3.525970546 \times 10^{-3}$$

$$x_5 = \frac{x_4 y_3 - y_4 x_3}{y_3 - y_4}$$

$$x_5 = 3.372544398 \times 10^{-3}$$

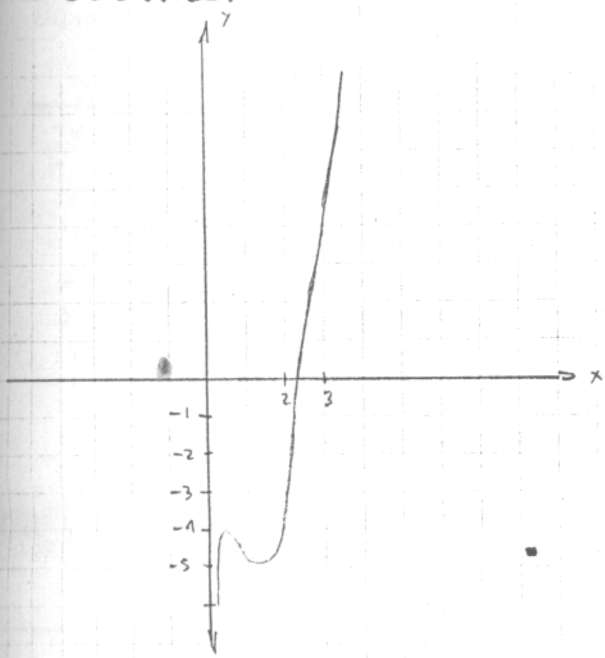
$$x_6 = \frac{x_5 y_4 - y_5 x_4}{y_4 - y_5}$$

$$x_6 = 3.382036249 \times 10^{-3}$$

$$x_7 = \frac{x_6 y_5 - y_6 x_5}{y_5 - y_6}$$

$$x_7 = 3.381703693 \times 10^{-3}$$

Encontrar la raíz de la siguiente ecuación: $f(x) = e^{x}\log_3(x) - 4x^{1/2}$. Utilizar el método de secantes.



Sabemos que

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$$

$$f(x) = e^{x}\log_3(x) - 4x^{1/2}$$

$$\therefore f(x) = e^{x}\frac{\ln(x)}{\ln(3)} - 4x^{1/2}$$

$x > 0$ siempre debido a logaritmo.

Tabulando la función.

x	f(x)
1×10^{-3}	-6.420992
1×10^{-2}	-4.633935
1×10^{-1}	-3.581242
1	-4
2	-0.9948789
3	13.15733369
4	60.89519469
10	46152.69267
100	1.126807×10^{44}

Fórmula utilizada:

$$X_2 = \frac{X_1Y_0 - Y_1X_0}{Y_0 - Y_1}$$

Tabulando:

	X		f(x)
X_0	2	Y_0	-0.9948789
X_1	3	Y_1	13.15733369
X_2	2.07060115	Y_2	-0.502920844
X_3	2.109785466	Y_3	-0.249751071
X_4	2.137255893	Y_4	0.01221872
X_5	2.135711949	Y_5	-0.0002761069
X_6	2.135746067	Y_6	-3.01293×10^{-7}

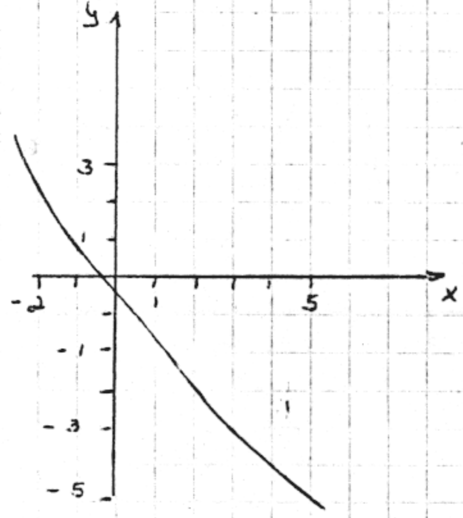
$$\boxed{\therefore \text{ La raíz es } X = 2.135746067}$$

Resolver $f(x) = \frac{1}{18}(x + e^{-x} - 4) - x$

Dando valores

x	f(x)
-2	2.0771698
-1	0.8732379
0	-0.1666667
1	-1.1462289
2	-2.1035925
3	-3.0527896
4	-3.9989825
5	-4.9440701

raíz



$r_1 = -0.165858469$

$f(r_1) = 0.0$

método de la secante.

	x	f(x)	
x_0	0	-0.1666667	y_0
x_1	-1	0.8732379	y_1
x_2	-0.1602711	-0.0056423	y_2
x_3	-0.1656621	-0.0001983	y_3
x_4	-0.1658585	3.767×10^{-8}	

Raíz = -0.1658585

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1} = -0.1602711$$

$$x_3 = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_1}{y_1 - y_2} = -0.1656621$$

$$x_4 = \frac{x_3 y_2 - y_3 x_2}{y_2 - y_3} = -0.1658585$$

Resolver: $F(x) = x^4 + x^3 - 2x - e^x = 0$

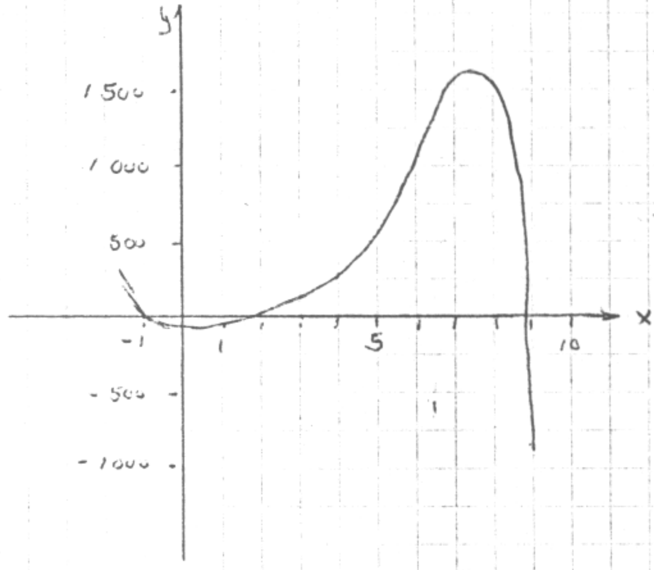
Dando valores:

-1	1.6321206
0	-1
1	-2.7182818
2	12.610944
3	81.914463
4	257.40185
5	591.58684
6	1096.5712
7	1633.3668
8	1611.042
9	-831.08391
10	-11046.466

raíz

raíz

raíz



$r_1 = -0.363022279 \qquad f(r_1) = 0.0$

$r_2 = 1.4244198 \qquad f(r_2) = 3.0195224 \times 10^{-9}$

$r_3 = 8.8071873 \qquad f(r_3) = 6.1020551 \times 10^{-6}$

Método de la secante.

$8 < x < 9$

	x	f(x)	
x_0	8	1611.042	y_0
x_1	9	-831.08391	y_1
x_2	8.6596883	489.8654	y_2
x_3	8.7858907	77.916551	y_3
x_4	8.8097608	-9.5891369	y_4
x_5	8.807145	0.1572849	y_5
x_6	8.8071872	0.0003109	y_6
x_7	8.8071873	-0.0000128	

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1} = 8.6596883$$

$$x_3 = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_1}{y_1 - y_2} = 8.7858907$$

$$x_4 = \frac{x_3 y_2 - y_3 x_2}{y_2 - y_3} = 8.8097608$$

$$x_5 = \frac{x_4 y_3 - y_4 x_3}{y_3 - y_4} = 8.807145$$

$$x_6 = \frac{x_5 y_4 - y_5 x_4}{y_4 - y_5} = 8.8071872$$

$$x_7 = \frac{x_6 y_5 - y_6 x_5}{y_5 - y_6} = 8.8071873$$

$$\underline{\underline{\text{Raíz} = 8.8071873}}$$

$-1 < x < 0$

x	$f(x)$	
x_0 -1	1.6321206	y_0
x_1 0	-1	y_1
x_2 -0.3799218	0.0419248	y_2
x_3 -0.3646346	0.0040155	y_3
x_4 -0.3630153	-0.0000174	

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1} = -0.3799218$$

$$x_3 = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_1}{y_1 - y_2} = -0.3646346$$

$$x_4 = \frac{x_3 y_2 - y_3 x_2}{y_2 - y_3} = -0.3630153$$

Raíz = -0.3630153

$1 < x < 2$

x	$f(x)$	
x_0 1	-2.7182818	y_0
x_1 1.5	0.9558109	y_1
x_2 1.3699256	-0.5819867	y_2
x_3 1.4191529	-0.0575812	y_3
x_4 1.4245582	0.0041384	y_4
x_5 1.4241957	-0.0000262	

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1} = 1.3699256$$

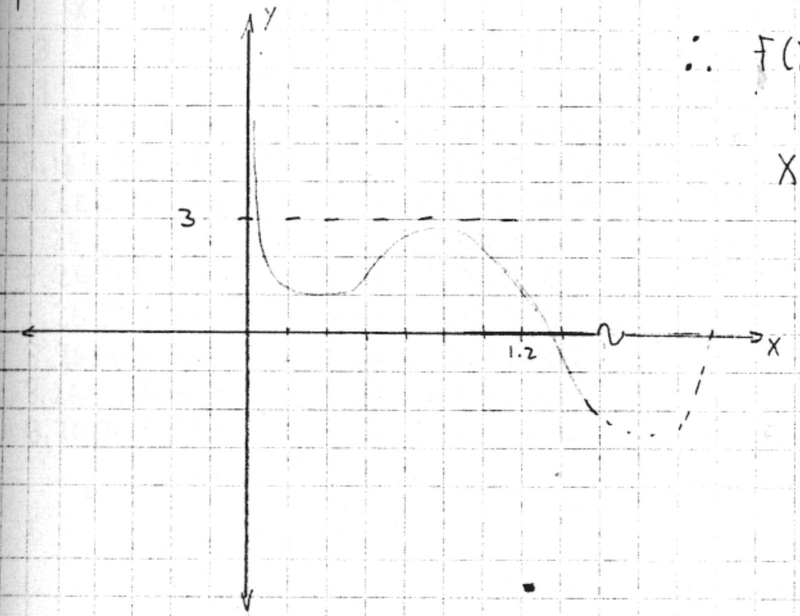
$$x_3 = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_1}{y_1 - y_2} = 1.4191529$$

$$x_4 = \frac{x_3 y_2 - y_3 x_2}{y_2 - y_3} = 1.4245582$$

$$x_5 = \frac{x_4 y_3 - y_4 x_3}{y_3 - y_4} = 1.4241957$$

Raíz = 1.4241957

Encontrar la raíz de la ecuación $f(X) = \frac{1}{2} e^{2X} - \log_5 (X) - X^{15/2}$ por el método de secantes.



$$\therefore \quad f(X) = \frac{1}{2} e^{2X} - \frac{\ln X}{\ln 5} - X^{15/2}$$

$X > 0$ debido a logaritmos.

Tabulando la Función.

X	f(X)	
0.001	4.793030675	
0.1	2.041377906	
1	2.694528049	Raíz
2	-154.1509375	
3	-3586.963326	
4	-31278.38236	
5	-163680.5778	
6	-604324.0782	
7	-1577589.039	
8	-1488587.633	Raíz
9	1848107.2	
10	210.9598×10^{5}	
20	117.6926×10^{15}	

Fórmula a utilizar:

$$X_2 = \frac{X_1 Y_0 - X_0 Y_1}{(Y_0 - Y_1)}$$

* Para la raíz que esta entre 1 y 2
Tabulando:

	X		f(X)
X_0	1	Y_0	2.694528049
X_1	2	Y_1	-154.1509375
X_2	1.017179509	Y_2	2.676819538
X_3	1.033954811	Y_3	2.64880866
X_4	2.620287316	Y_4	-1279.039558
X_5	1.037233214	Y_5	2.641988681
X_6	1.040996436	Y_6	2.634740172
X_7	2.226635714	Y_7	-362.4631931
X_8	1.049056246	Y_8	2.613471479
X_9	1.057486175	Y_9	2.589190593
X_{10}	1.956411069	Y_{10}	-128.8413225
X_{11}	1.07519506	Y_{11}	2.526574954
X_{12}	1.092143327	Y_{12}	2.450532836
X_{13}	1.638318096	Y_{13}	-27.61308375
X_{14}	1.136662895	Y_{14}	2.162641099
X_{15}	1.173098621	Y_{15}	1.812311085
X_{16}	1.361586241	Y_{16}	-2.701181994

	X		f(X)
X_{17}	1.248782398	Y_{17}	0.646013359
X_{18}	1.270553696	Y_{18}	0.173209691
X_{19}	1.278529522	Y_{19}	-0.018133685
X_{20}	1.27777365	Y_{20}	4.364399×10^{-4}
X_{21}	1.277791415	Y_{21}	1.060535×10^{-6}

$\therefore$ $\boxed{\text{La raíz es } X = 1.277791415}$

* Para la raiz que esta entre 8 y 9

	X		F(X)
X_0	8	Y_0	-1488587.633
X_1	9	Y_1	1848107 6.2
X_2	8.0745 42448	Y_2	-1201564.67
X_3	8.131038785	Y_3	-926000.5435
X_4	8.320888018	Y_4	474554.426
X_5	8.256560807	Y_5	-94010.63862
X_6	8.267197131	Y_6	-7354.604846
X_7	8.268099849	Y_7	128.797965
X_8	8.268084312	Y_8	-0.171883
X_9	8.268084333	Y_9	-1.61×10^{-9}
X_{10}	8.268084333	Y_{10}	-1.61×10^{-9}

$\boxed{\therefore \text{ La raiz es } X = 8.268084333}$

Adolfo Altamirano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver la ecuación trascendente $f(x) = e^{\sqrt{x}} - 2\log_5(2x+5) + \sqrt{x} - 10$

$$f(x) = e^{\sqrt{x}} - 2\left(\frac{\ln(2x+5)}{\ln 5}\right) + \sqrt{x} - 10 \qquad \log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a} \approx \frac{\ln N}{\ln a}$$

$2x+5>0$, $x>-5/2$ por el logaritmo

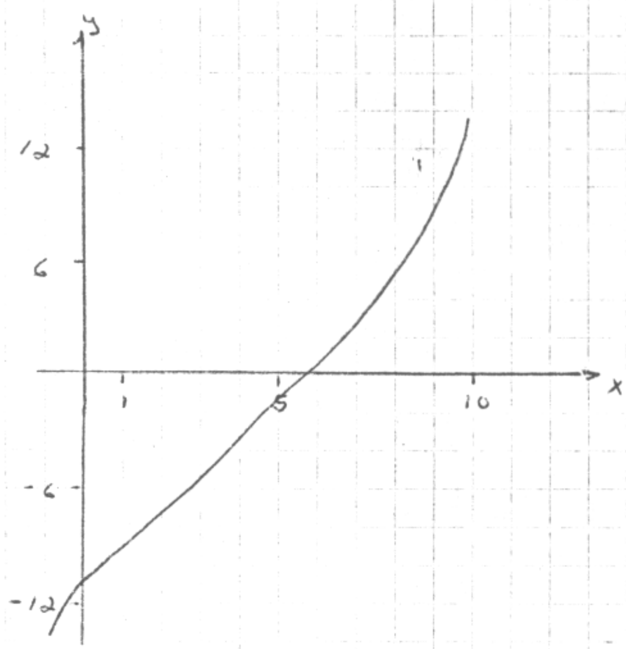
$x \geq 0$ por el radical

$\therefore$ $x \geq 0$ para la raíz

Dando valores:

x	f(x)
0	-11
1	-8.70
2	-7.20
3	-5.60
4	-3.80
5	-1.77
6	0.51
7	3.08
8	5.96
9	9.19
10	12.79

raíz



método de la secante.

	x	f(x)	
x_0	5	-1.7726754	y_0
x_1	5.5	-0.6647628	y_1
x_2	5.8000069	0.0324348	y_2
x_3	5.7860503	-0.0005532	y_3
x_4	5.7862853	0.0000018	

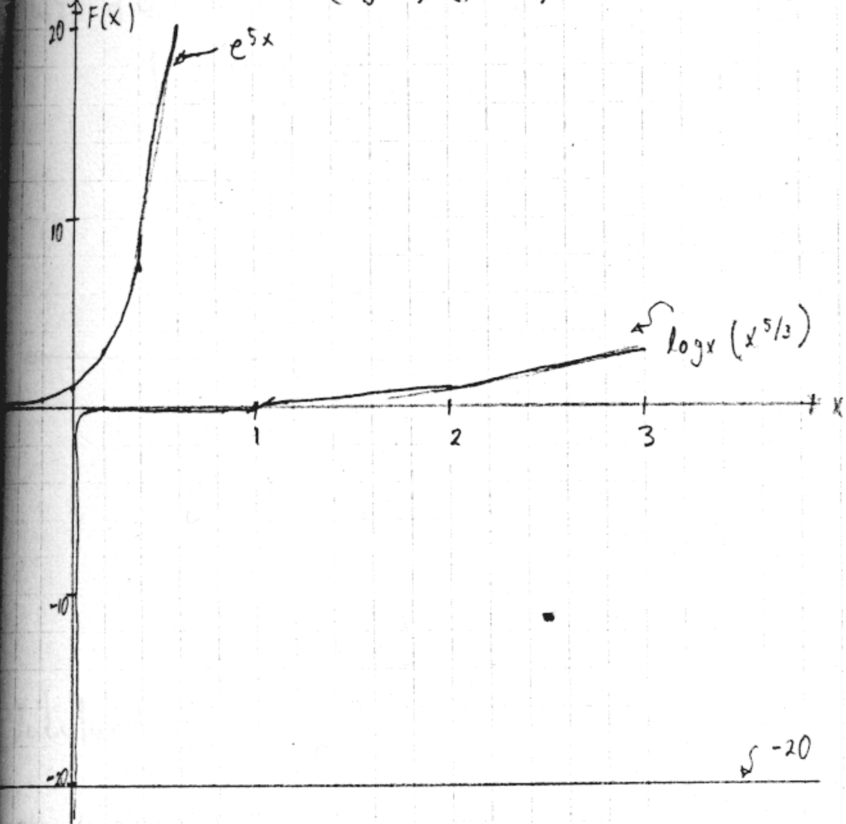
$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1} = 5.8000069$$

$$x_3 = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_1}{y_1 - y_2} = 5.7860503$$

$$x_4 = \frac{x_3 y_2 - y_3 x_2}{y_2 - y_3} = 5.7862853$$

Raíz = 5.7862853

Mediante el Método de las secantes obtener la solución de $F(x) = e^{5x} + (\log x)(x^{5/3}) - 20 = 0$. Con $e_y \leq 0.0001$



x debe ser mayor que cero desido a que no esta definido $\log x$

Observamos que la función $(\log x)(x^{5/3})$ no es relevante.

Ubicando la raiz por tanteos

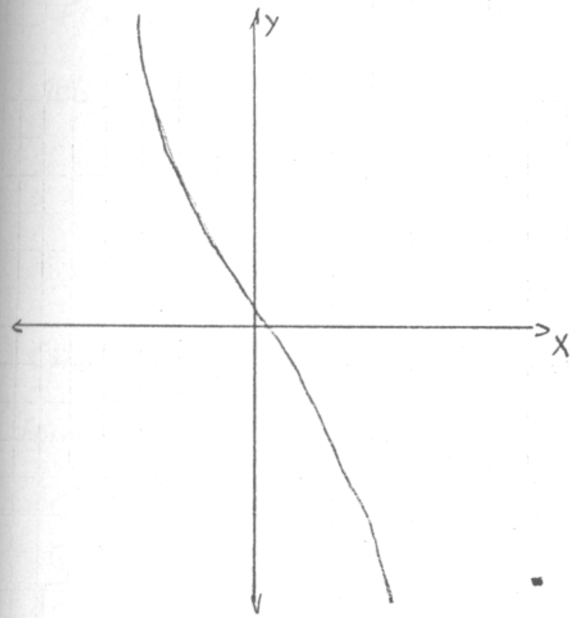
x	$f(x)$
0.00001	-12.9999
0.001	-18.9950
0.1	-18.3767
0.5	-7.9297
1	128.4132
5	7.2005×10^{10}
10	5.1847×10^{21}
$\to \infty$	$\to \infty$

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1}$$

x	$f(x)$
0.8	34.5313
1	128.4132
0.7264	-17.7137
0.6490	5.5644
0.6135	1.3905
0.6016	0.1567
0.6001	0.0052
0.600091	0.00002 < 0.0001

$\boxed{\text{Solucion} = 0.600091}$

Usando el método de aproximaciones sucesivas obtenga una raíz de $f(x) = \frac{1}{3}(x^2 - e^x + 2) - x$ considere $\varepsilon_x \leq 0.01$



$$g(x) = f(x) + x = \frac{1}{3}(x^2 - e^x + 2)$$

Tabulando para ver donde esta la raiz:

x	$f(x)$
-3	6.6501
-2	3.9599
-1	1.8779
0	0.333
1	-0.9061

$\therefore$ La raiz esta entre 0 y 1

Tabulando:

$x_0 = 0$

x_n	x_{n+1}	ε_x
0	0.3333	—
1	0.2385	0.0948
2	0.2625	0.0240
3	0.2562	0.0063

$\boxed{\therefore \text{ La raíz es } x = 0.2562}$

Adolfo Altamirano Meza
M. I. Horacio Sandoval Rodríguez.

Obtener la solución de $e^{x}-3x=0$ utilizando el método de aproximaciones sucesivas.

$F(x) = e^{x} - 3x = 0$

Tabulando la función en intervalos

x	$F(x)$
0.0	1.0
0.5	0.1487
1.0	-0.2817

Existirá una raíz entre $0.5 < x < 1.0$

Fórmula de recurrencia

$G(x) = F(x) + x$

$G(x) = e^{x} - 3x + x$

$\boxed{G(x) = e^{x} - 2x}$

$x_0 = (0.5 + 1.0)/2 = 0.75$

$x_1 = e^{0.75} - 3(0.75) + 0.75 = 0.617$

$e_1 = \left| \dfrac{0.617 - 0.750}{0.617} \right| x100 = 21.56\ \%$

$x_2 = e^{0.617} - 3(0.617) + 0.617 = 0.6194$

$e_1 = \left| \dfrac{0.6194 - 0.617}{0.6194} \right| x\ 100 = 0.3810\ \%$

$\boxed{\text{Raíz} = 0.6194}$

Obtener la solución de la función abajo descrita mediante el método de aproximaciones sucesivas. con $\epsilon x \leq 0.001$

$$a^3 = -e^{-a}$$

$$a^3 + e^{-a} = 0$$

Tabulando la función para varios intervalos

a	$f(a) = a^3 + e^{-a}$
-2.0	-0.6109
-1.5	1.1067

Como existe un cambio de signo entre estos intervalos, hay una raíz.

$$-2.0 < a < -1.5$$

Fórmula de recurrencia: $a^3 + e^{-a} + a$

$$a_0 = (-2.0 + (-1.5))/2 = -1.75$$

$$a_1 = -1.75^3 + e^{1.75} - 1.75 = -1.3548$$

$$e_1 = \left| \frac{-1.3548 - 1.75}{-1.3548} \right| \times 100 = 229.173\ \%$$

Si derivamos:

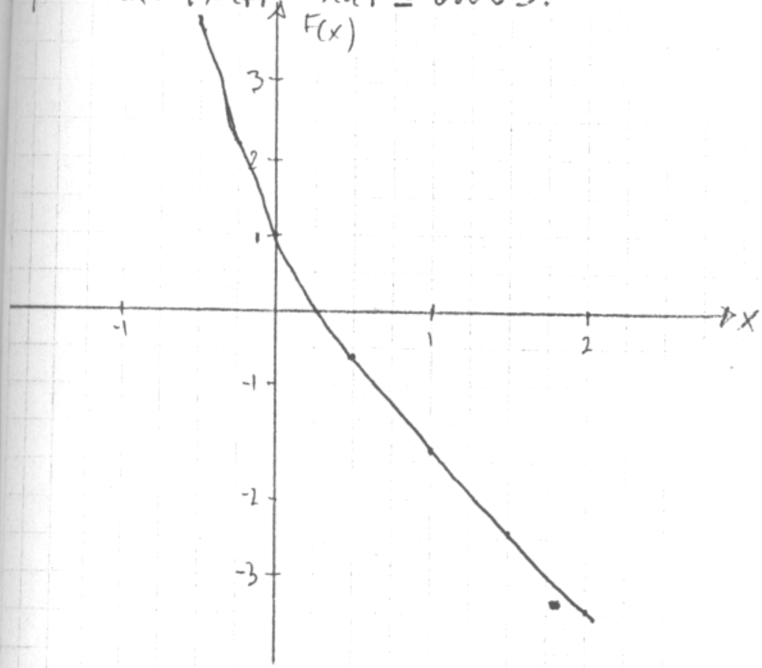
$$f(a) = a^3 + e^{-a} + a$$

$$f'(a) = 3a^2 - e^{-a} + 1$$

$$f'(-1.75) = 4.4328$$

$4.4328 > 1$ ∴ el método no converge

Con el método de aproximaciones Sucesivas Modificado determine la raiz positiva de $f(x) = e^{-2x} - 2x$ con una aproximación tal que $\varepsilon_x = |x_{n+1} - x_n| \leq 0.003$.



formula de recurrencia
$$g(x) = f(x) - mx$$

La raiz se encuentra en el intervalo (0,1).
tenemos que:
$$m = \frac{f(a) - f(b)}{a - b}$$

Sea $a = 0$, y $b = 1$

$f(a) = 1$ $\quad f(b) = -1.8647$

$$m = \frac{1 + 1.8646}{-1} = -2.8647$$

$$x_{i+1} = \frac{g(x_i)}{-m}$$

Sea $x_0 = 0$

$$x_1 = \frac{g(x_0)}{-m} = \frac{1 + 2.8647(0)}{2.8647} = 0.3491$$

$$x_2 = \frac{0.7993}{2.8647} = 0.2790$$

$$x_3 = \frac{0.8136}{2.8647} = 0.2840$$

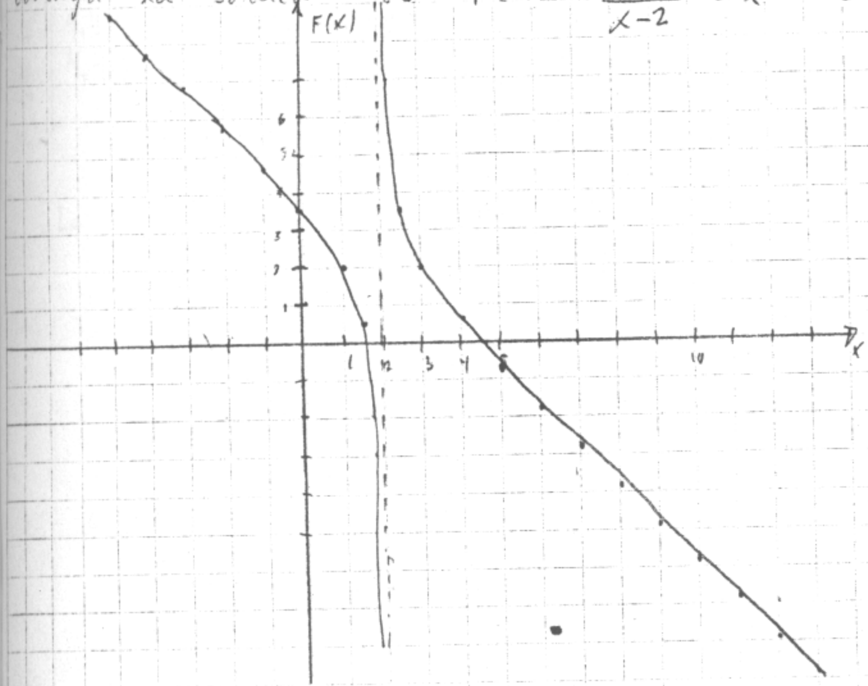
$$x_4 = \frac{0.8122}{2.8647} = 0.2835$$

i	x	f(x)	g(x)	εx
0	0	1	1	—
1	0.3491	-0.2007	0.7993	0.3491
2	0.2790	0.0142	0.8136	0.0700
3	0.2840	-0.0014	0.8122	0.0050
4	0.2835	1.281×10^{-4}		$4.76 \times 10^{-4} < 0.003$

i	x	f(x)	g(x)	εx
0	1	-1.8647	1.00004	—
1	0.3491	-0.2007	0.7993	0.6509
2	0.2790	0.0142	0.8136	0.0701
3	0.2840	-0.0014	0.8122	-0.0050
4	0.2835	1.281×10^{-4}		$4.76 \times 10^{-4} < 0.003$

$$\boxed{x = 0.283571645 \qquad F(x) = -8 \times 10^{-12}}$$

Usando el método de aproximaciones sucesivas Modificado obtenga la solución de $F(x) = \frac{4x-7}{x-2} - x = 0$ con $Ex \leq 0.001$



Existen dos raices, una en el intervalo $(1,2)$ y otro en el intervalo $(4,5)$.

La formula de recurrencia es:

$$x_{i+1} = \frac{g(x)}{-m}$$

donde:

$$g(x) = f(x) - mx$$

y a su vez

$$m = \frac{f(a) - f(b)}{a - b}$$

Sea $a = 1$ y $b = 1.9$ para la primera raiz y $x_0 = 1.5$

$f(a) = 2$ $\quad f(b) = -7.9$

$$m = \frac{2 + 7.9}{1 - 1.9} = -11$$

$r_1 = 1.58578644 \quad F(r_1) = 0.0$

i	x	f(x)	g(x)	Ex
0	1.5	0.5	17	—
1	1.5455	0.2545	17.25	0.0455
2	1.5686	0.1134	17.3676	0.0231
3	1.5789	0.0463	17.4143	0.0103
4	1.5831	0.0181	17.4324	0.0042
5	1.5848	0.0070	17.4394	0.0016
6	1.5854			0.0006 < 0.001

Para la segunda raiz $a = 4$ $\quad b = 5$ y $x_0 = 4.5$

$f(a) = 0.5 \quad F(b) = -0.6667$

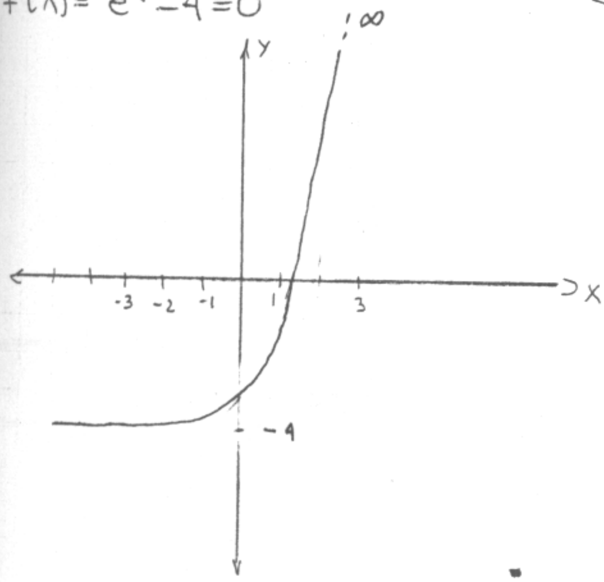
$$m = \frac{0.5 + 0.6667}{0.5 - 0.6667} = -6.9986$$

i	x	f(x)	g(x)	Ex
0	4.5	-0.1000	31.3937	—
1	4.4857	-0.0834	31.3103	0.0143
2	4.4738	-0.0696	31.2407	0.0119
3	4.4639	-0.0580	31.1827	0.0099
4	4.4556	-0.0483	31.1344	0.0083
5	4.4487	-0.0403	31.0941	0.0069
6	4.4429	-0.0336	31.0606	0.0058
7	4.4381	-0.0280	31.0326	0.0048
8	4.4341	-0.0233	31.0093	0.0040
9	4.4308	-0.0194	30.9899	0.0033
10	4.4280	-0.0162	30.9738	0.0028
11	4.4257	-0.0135	30.9603	0.0023
12	4.4238	-0.0112	30.9491	0.0019
13	4.4222	-0.0093	30.9398	0.0016

i	x_i	$f(x_i)$	$g(x_i)$	ε_x
14	4.4209	-0.0078	30.4320	0.0013
15	4.4197	-0.0065	30.4255	0.0011
16	4.4188	-0.0054		0.0009 < 0.001
17				

La segunda raiz es $r_2 = 4.414213561$ con $F(r_2) = -2.73 \times 10^{-10}$

Mediante el método de Newton Raphson obtenga una raíz positiva con un error menor o igual a 0.01 de la ecuación $f(x) = e^x - 4 = 0$



$$f(x) = e^x - 4$$
$$f'(x) = e^x$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Tabulando para ver donde esta la raiz:

x	f(x)
-1	-3.6
0	-3
1	-1.28
2	3.38

∴ La raíz esta entre 1 y 2.

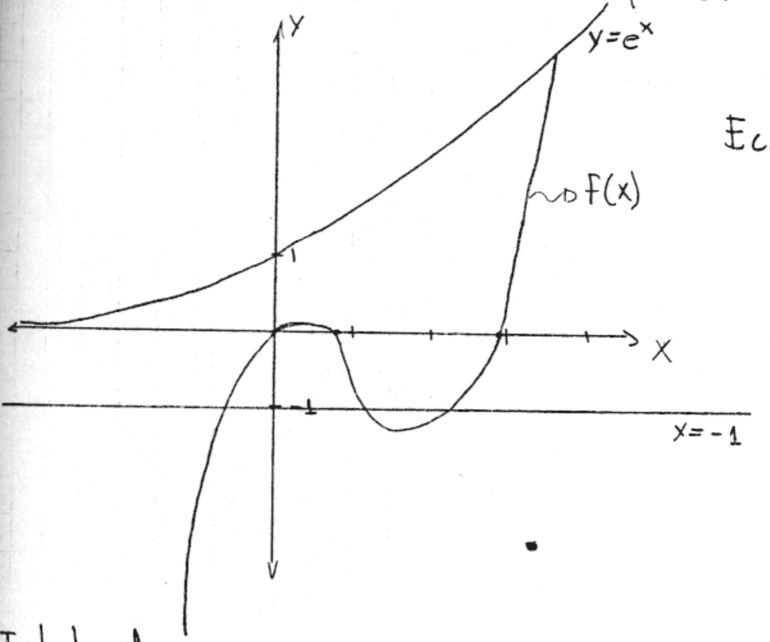
Tabulando:

x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$f(x_n)/f'(x_n)$	x_{n+1}
1	-1.2817	2.7182	-0.4715	1.4715
1.4715	0.355	4.355	0.08168	1.3898
1.3898	0.014	4.014	0.00348	1.3863

$\Rightarrow \varepsilon = 0.0035$

∴ $\boxed{\text{La raíz es } x = 1.3863}$

Utilizando el método de Newton Raphson obtenga una aproximación a una raíz positiva de $e^x - 2x^2 = 1$ con una tolerancia de 0.10. Demuestre el procedimiento y valores intermedios.



$$f(x) = e^x - 2x^2 - 1 = 0$$
$$f'(x) = e^x - 4x$$

Ec. de Newton Raphson:

$$X_{n+1} = X_n - \frac{F(X_n)}{F'(X_n)}$$

Tabulando:

X	Y
0	0
1	-0.2817
2	-1.6109
3	1.0855

∴ Una raíz es cero, otra está entre 0 y 1 y otra entre 2 y 3.

Tabulando:

- Para la raíz que está entre 0 y 1

X_n	$F(X_n)$	$F'(X_n)$	$F(X_n)/F'(X_n)$	X_{n+1}
0.8	-0.0595	-1.3745	0.0397	0.7603
0.7603	-0.0172	-0.9023	0.0191	0.7412
0.7412 ← Raíz				

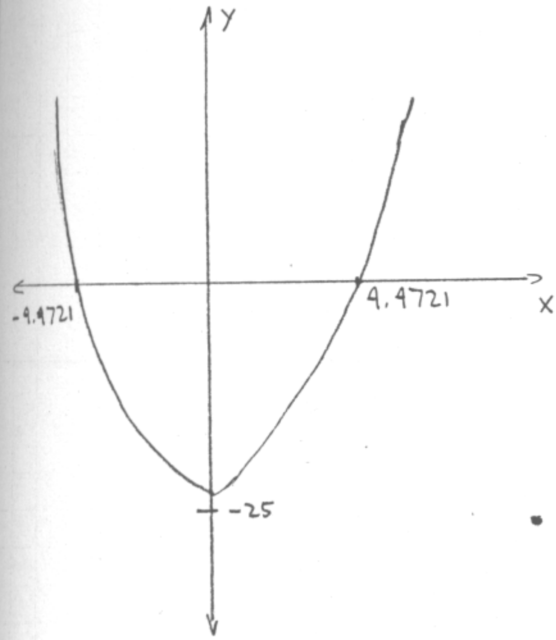
$\boxed{\text{Raiz} = 0.7412}$

- Para la raíz que está entre 2 y 3

X_n	$F(X_n)$	$F'(X_n)$	$F(X_n)/F'(X_n)$	X_{n+1}
3	1.0855	8.0855	0.1343	2.8657
2.8657	0.1369	6.0985	0.0224	2.8433
2.8433	0.0036	5.7991	0.0006	2.8427
2.8427 ←				

$\boxed{\text{Raiz} = 2.84268}$

Mediante el método de Newton - Raphson determinar la raíz cuadrada positiva de 20. El resultado debe ser exacto hasta con 3 cifras decimales.



$$X = \sqrt{20} \Rightarrow 20 = X^2$$

$$F(X) = X^2 - 20 = 0$$

$$F'(X) = 2X \qquad F''(X) = 2$$

La raíz esta entre. 4 y 5

$$X_0 = \frac{4+5}{2} = 4.5$$

$$X_{n+1} = X_n - \frac{F(X_n)}{F'(X_n)}$$

$$G'(X) = \frac{F(X)\,F''(X)}{[F'(X)]^2} < 1$$

$X_0 = 4.5 \Rightarrow F(4.5) = 0.25$, $F'(4.5) = 9$, $F''(4.5) = 2$

$$G'(x) = \frac{0.25(2)}{9^2} = 0.027 < 1 \quad ; \quad X_1 = 4.5 - \frac{0.25}{9} = 4.4722$$

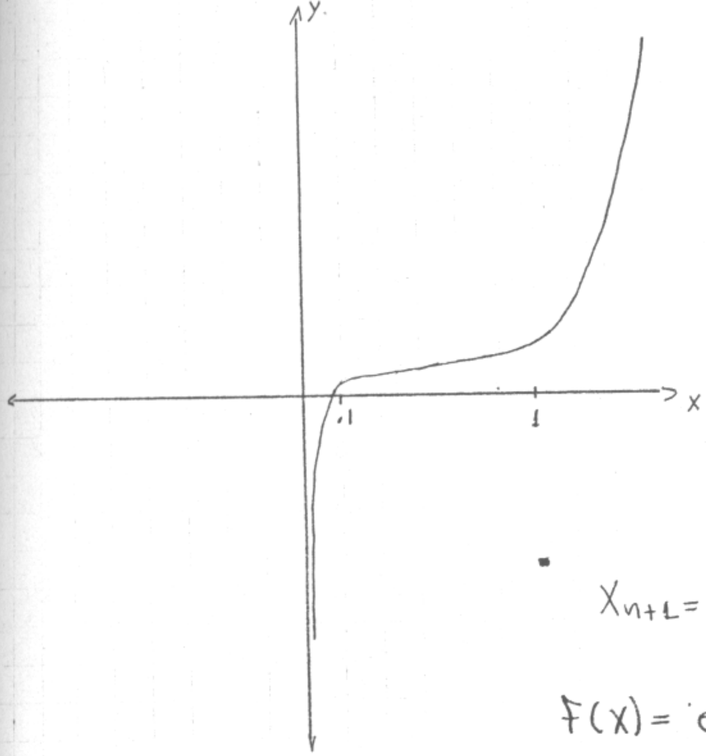
Siguiendo el procedimiento:

$$X_2 = 4.4722 - \frac{(4.4722)^2 - 20}{2(4.4722)} = 4.4721$$

$$X_3 = 4.4721 - \frac{(4.4721)^2 - 20}{2(4.4721)} = 4.472136$$

$\therefore$ $\boxed{\text{La raiz es } X = 4.4721}$

Encontrar una raíz de la ecuación $f(x) = e^{x^2} - (\log_{10} 5x)^2$ por el método de Newton Raphson.



Tabulando la ecuación

x	f(x)
1	2.22972
2	217.95831
10	5.3×10^{44}
0.9	1.82122
0.6	1.20568
0.3	1.06317
0.1	0.91943
0.06	0.73020
0.02	0.0040
0.01	−0.69258

} Raíz (0.02 – 0.01)

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)}{f'(X_n)}$$

$$f(x) = e^{x^2} - (\log_{10} 5x)^2$$

$$f'(x) = 2xe^{x^2} - 2\log_{10} 5x \frac{\log_{10} e \, \cancel{5}}{\cancel{5}x}$$

$$f'(x) = 2\left[x e^{x^2} - \log_{10} e \frac{\log 5x}{x}\right]$$

Tabulando

x	f(x)	f'(x)
0.04	0.5130	15.2581
0.0064	−1.2395	203.8885
0.0125	−0.4535	84.1082
0.0178	−0.1011	51.1111
0.0198	−0.0072	44.0222

$\therefore$ $\boxed{\text{La raíz es } x = 0.0198}$

Resolver por Newton-Raphson de 1er orden:

$f(x) = 2\,\mathrm{senh}\,x - \cosh x$

$f(x) = \cancel{2}\left(\frac{e^{x} - e^{-x}}{\cancel{2}}\right) - \left(\frac{e^{x} + e^{-x}}{2}\right)$

$f(x) = e^{x} - e^{-x} - \frac{e^{x}}{2} - \frac{e^{-x}}{2} = \frac{e^{x}}{2} - \frac{3}{2}e^{-x}$

$f(x) = \frac{1}{2}\left(e^{x} - 3e^{-x}\right)$

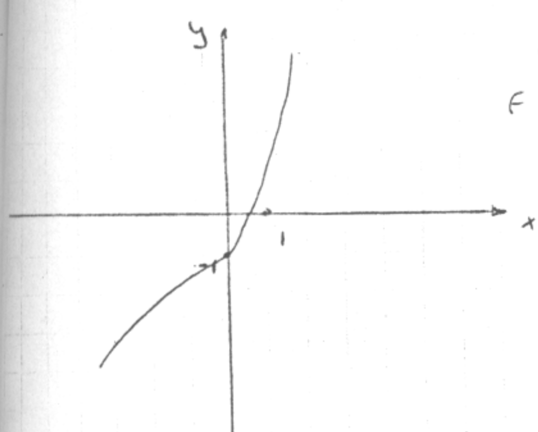
$f'(x) = \frac{1}{2}\left(e^{x} + 3e^{-x}\right)$

$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	x_{n+1}
0.0000	-1.0000	2.0000	0.5000
0.5000	-0.0854	1.7342	0.5493
0.5493	-0.0001	1.7321	0.5492
0.5492	0.0000	1.7320	0.5492

Raíz = 0.5492

$f(x) = 2\,\mathrm{senh}\,x - \cosh x$



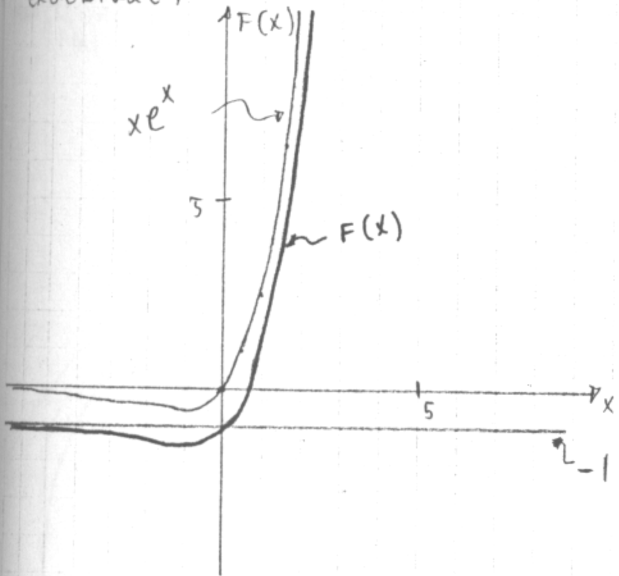
$r_1 = 0.549306144$

$f(r_1) = -3.23780 \times 10^{-10}$

Sólo existe una raíz.

Cambio casi obligado de las funciones hiperbólicas a exponenciales, que permite acentuar la necesidad de analizar la función antes de programarla o de aplicar el método numérico.

Por Newton-Raphson determinar la aproximación de una de las raíces de la función $F(x) = xe^x - 1$, a 3 cifras decimales de exactitud.



Como podemos observar existe una raíz entre cero y uno.

$$F(x) = xe^x - 1$$

$$F'(x) = xe^x + e^x = e^x(x+1)$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{F(x_i)}{F'(x_i)}$$

x	fx
0	-1
1	1.7183

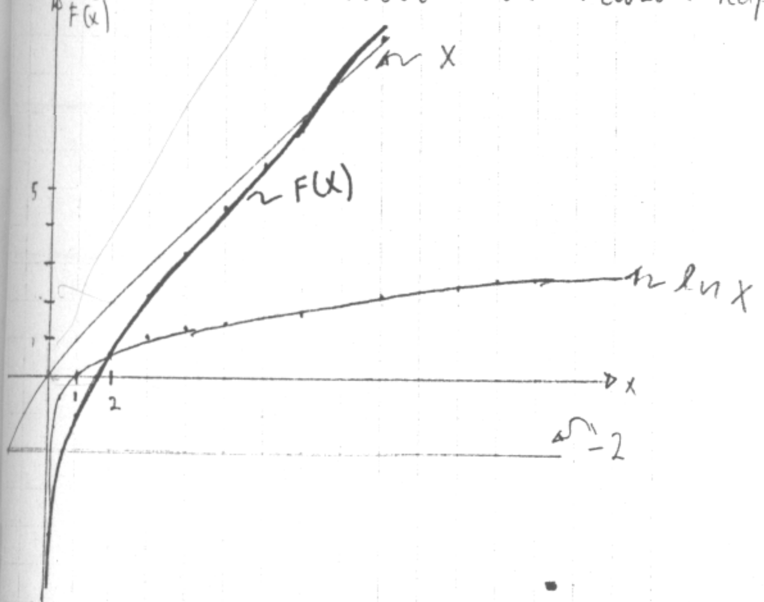
[0.5671]

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$
0	0	-1	1
1	1	1.7183	5.4366
2	0.6839	0.3553	3.3370
3	0.5775	0.0287	2.8102
4	0.5672	0.0002	2.7636
5	0.5671	1.69×10^{-8}	2.7632

Raiz = 0.567 a tres cifras decimales

Raiz = 0.56714329 $\quad F(x) = -1.134 \times 10^{-9}$

Encuentre una aproximación a la raíz de la ecuación $x + \ln x = 2$ en el intervalo $(1,2)$ con un error en ε_x menor o igual a 0.0001 empleando el método de Newton-Raphson.



La Función no esta definida para $x \leq 0$.

$$F(x) = x + \ln x - 2$$

$$F'(x) = 1 + \frac{1}{x}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{F(x_i)}{F'(x_i)}$$

$$\varepsilon_x = |x_{i+1} - x_i|.$$

Sea $x_0 = 1$

$$x_1 = 1 - \frac{(-1)}{2} = 1.5$$

$$\varepsilon_x = |x_1 - x_0| = 0.5$$

$$x_2 = 1.5 - \frac{(-0.0945)}{1.6667} = 1.5567$$

$$\varepsilon_x = |x_2 - x_1| = 0.567.$$

Los otros calculos están en la tabla.

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$	ε_x
0	1	-1	2	—
1	1.5	-0.0945	1.6667	0.5
2	1.5567	-0.0007	1.6424	0.0567
3	1.5571	3.7198×10^{-8}	1.6422	0.0004
4	1.5571			0 < 0.0001

$\boxed{Raiz = 1.5571}$

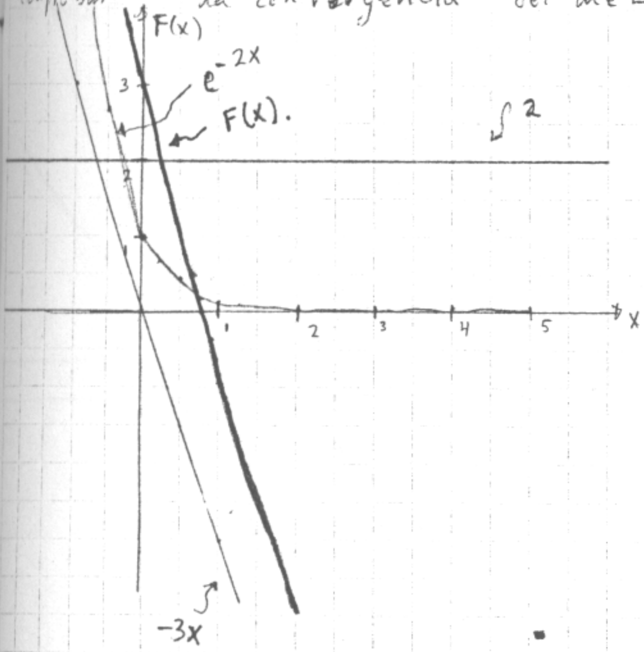
Para $x_0 = 2$.

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$	ε_x
0	2	0.6931	1.5	—
1	1.5379	-0.0317	1.6502	0.4621
2	1.5571	-0.0001	1.6422	0.0192
3	1.5571			0 < 0.0001

$\boxed{Raiz = 1.5571}$

$\boxed{Raiz = 1.557145559 \quad F(x) = -6.5685 \times 10^{-8}}$

Determinar una solución aproximada de la función $F(x) = e^{-2x} - 3x + 2$; comprobar la convergencia del método usado para dar esa solución.



$$F(x) = e^{-2x} - 3x + 2$$

La funcion tiene una raiz unica entre 0.5 y 1

Utilizando el metodo de Newton Raphson deseamos probar que:

$$\left| \frac{F(x) \cdot F''(x)}{[F'(x)]^2} \right| < 1$$

tomando $x_0 = 0.5$

$$F'(x) = -2e^{-2x} - 3$$

$$F''(x) = 4e^{-2x}$$

$$\left| \frac{F(x_0) \cdot F''(x_0)}{[F'(x_0)]^2} \right| = \left| \frac{0.8679(1.4715)}{(-3.7358)^2} \right|$$

$0.0915 < 1 \therefore$ converge

$$x_{i+1} = x_i - \frac{F(x_i)}{F'(x_i)}$$

$x_0 = 0.5$

$$x_1 = 0.5 - \frac{0.8679}{(-3.7358)} = 0.7323$$

$$x_2 = 0.7323 - \frac{0.0342}{(-3.4626)} = 0.7422$$

$$x_3 = 0.7422 - \frac{0.00004}{(-3.45328)} = 0.74221$$

$$\boxed{\text{Solucion} = 0.74221}$$

Para $x_0 = 1$

$$\left| \frac{F(x_0) \cdot F''(x_0)}{[F'(x_0)]^2} \right| = \left| \frac{-0.8647(0.5413)}{(-3.2707)^2} \right|$$

$|-0.0438| = 0.0438 < 1 \therefore$ Converge.

$$x_1 = 1 - \frac{(-0.8647)}{(-3.2707)} = 0.7356$$

$$x_2 = 0.7356 - \frac{0.0227}{(-3.4593)} = 0.7422$$

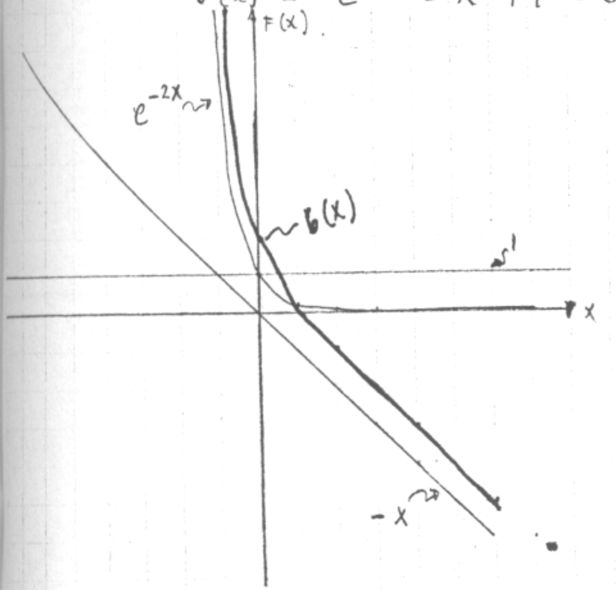
$$x_3 = 0.7422 - \frac{0.00002}{(-3.45327)} = 0.74221$$

$$\boxed{\text{Solucion} = 0.74221}$$

$$\boxed{\text{Raiz} = 0.742211086} \qquad F(x) = -1.09 \times 10^{-10}$$

Por Newton Raphson determine una solución a 3 cifras decimales de exactitud; comprobando la convergencia del método en la ecuación

$$G(x) = e^{-2x} - x + 1 = 0.$$



Tenemos de la gráfica una raíz cerca de la unidad y es la única solución que tiene.

Tomemos a 1 como nuestro primer valor y veamos si existe la convergencia. ($x_0 = 1$)

Para que exista la convergencia se tiene que verificar:

$$\frac{G(x_0)\,G''(x_0)}{[G'(x_0)]^2} < 1$$

$$G'(x) = -2e^{-2x} - 1$$

$$G''(x) = 4e^{-2x}$$

$G(x_0) = 0.1353$
$G'(x_0) = -1.2707$
$G''(x_0) = 0.5413$

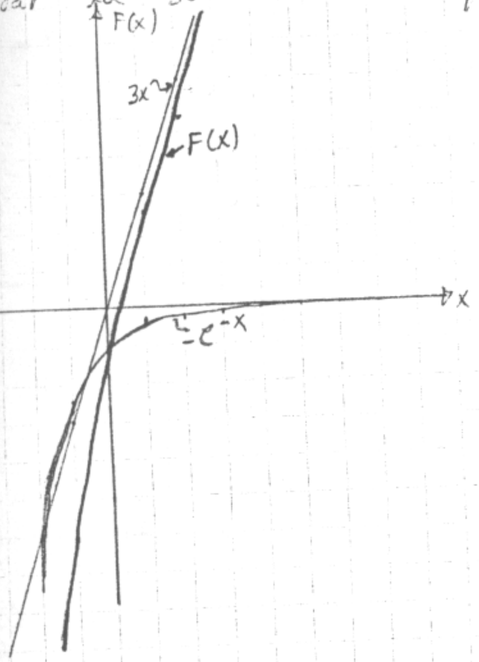
$$\frac{0.1353\,(0.5413)}{(-1.2707)^2} = 0.0454 < 1 \therefore \text{Existirá la convergencia.}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{G(x_i)}{G'(x_i)}.$$

i	x_i	$G(x_i)$	$G'(x_i)$
0	1	0.1353	-1.2707
1	1.1065	0.0029	-1.2187
2	1.1087	1.206×10^{-6}	-1.2177
3	1.1088		

$\boxed{\text{1.1088 es la raíz con tres cifras decimales de exactitud}}$

Determinar una solución aproximada a 4 cifras decimales de exactitud, de la función trascendente $3x - e^{-x} = 0$. El método que se use para dar la solución tiene que cumplir con la convergencia.



$F(x) = 3x - e^{-x} = 0$

Utilizaremos el método de Newton-Rapson

Existe una raiz cerca del Origen.

tomemos $x_0 = 0.5$.

Para que exista convergencia debe cumplirse que

$$\left| \frac{F(x_0)\, F''(x_0)}{(F'(x_0))^2} \right| < 1$$

$$F'(x) = 3 + e^{-x}$$

$$F''(x) = -e^{-x}$$

$$F(x_0) = 0.8935$$
$$F'(x_0) = 3.6065$$
$$F''(x_0) = -0.6065$$

$$\left| \frac{0.8935\,(-0.6065)}{(3.6065)^2} \right| = 0.0417 < 1 \therefore \text{ Existe la convergencia.}$$

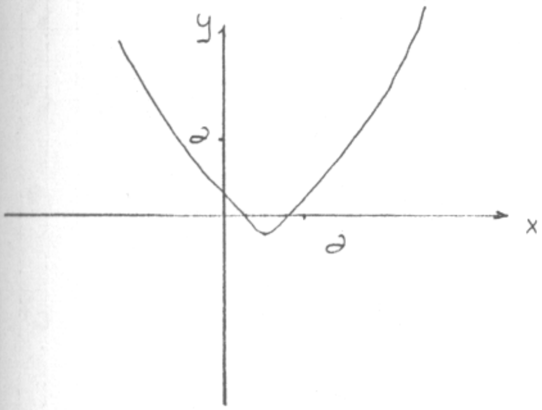
$$x_{i+1} = x_i - \frac{F(x_i)}{F'(x_i)}$$

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$
0	0.5	0.8935	3.6065
1	0.2523	-0.0202	3.7770
2	0.2576	-1.1147×10^{-5}	3.7728
3	0.2576		

$$\boxed{\text{Raiz} = 0.2576}$$

Resolver $e^x = 3x$ Por el método de Newton-Raphson con un error relativo en $X \le 0.1$

$e^x - 3x = 0$



$r_1 = 0.61906128$

$f(r_1) = 3.4924596 5 \times 10^{-9}$

$r_2 = 1.51213455$

$f(r_2) = 0.0$

Dando valores

X	F(x)
0	1
0.5	0.1487
1.0	-0.2817

$0.5 < x < 1.0$

$F(x) = e^x - 3x$

$F'(x) = e^x - 3$

$F''(x) = e^x$

Tomando como valor inicial

$x_0 = (0.5 + 1.0)/2 = 0.75$

Criterio de convergencia

$$\left| \frac{F(x)(F''(x))}{F'(x)} \right| < 1 \qquad \left| \frac{(e^x - 3x)(e^x)}{(e^x - 3)} \right| = \left| \frac{(e^{0.75} - 3(0.75))(e^{0.75})}{(e^{0.75} - 3)} \right|$$

$$= \frac{0.2816}{} = 0.06$$

$0.06 < 1$ Es probable que el método converja

Ecuación de recurrencia para $x_0 = 0.75$

$$x_{n+1} = 0.75 - \frac{e^{0.75} - 3(0.75)}{e^x - 3} \qquad x_{n+1} = x_n - \frac{F(x)|_{x_n}}{F'(x)|_{x_n}}$$

$x_{n+1} = 0.75 - 0.1506 = 0.599$

$$e_1 = \left| \frac{0.599 - 0.75}{0.599} \right| \times 100 = 25.14\%$$

$$x_2 = 0.599 - \frac{e^{0.599} - 3(0.599)}{e^{0.599} - 3}$$

$$x_2 = 0.599 + 0.0197 = 0.6187$$

$$e_1 = \left| \frac{0.6187 - 0.599}{0.6187} \right| \times 100 = 3.18\%$$

$$x_3 = 0.6187 - \frac{e^{0.6187} - 3(0.6187)}{e^{0.6187} - 3}$$

$$x_3 = 0.6187 + 0.0003 = 0.619$$

$$e_1 = \left| \frac{0.619 - 0.6187 \times 100}{0.619} \right| = 0.05\%$$

$$\underline{\underline{\text{Raíz} = 0.619}}$$

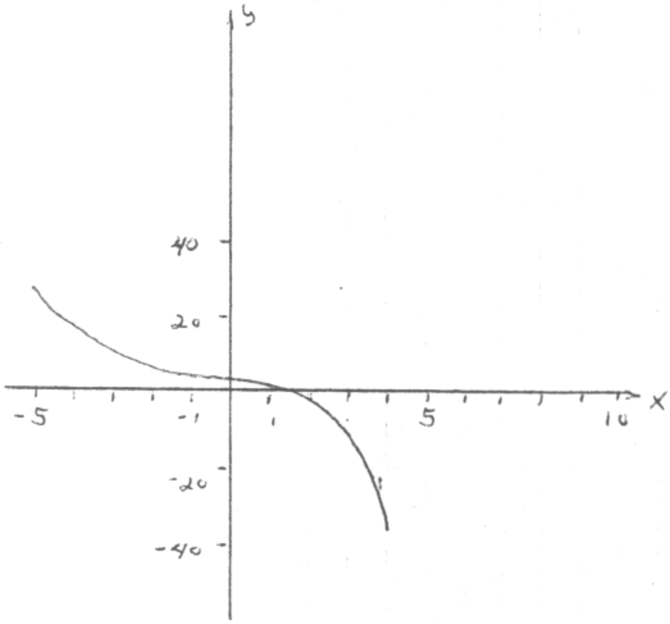
Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo A Hamilrano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez

Resolver $f(x) = x^2 - e^x + 3$

Dando valores:

x	$f(x)$
-5	27.993262
-4	18.981684
-3	11.950213
-2	6.8646647
-1	3.6321206
0	2
1	1.2817182
2	-0.3890561
3	-8.0855369
4	-35.59815
5	-120.41316
10	-21923.466

raíz



Método de Newton-Raphson (2º orden).

$r = 1.87312255$

$f(r) = 9.31322575 \times 10^{-10}$

$f(x) = x^2 - e^x + 3$

$f'(x) = 2x - e^x$

$f''(x) = 2 - e^x$

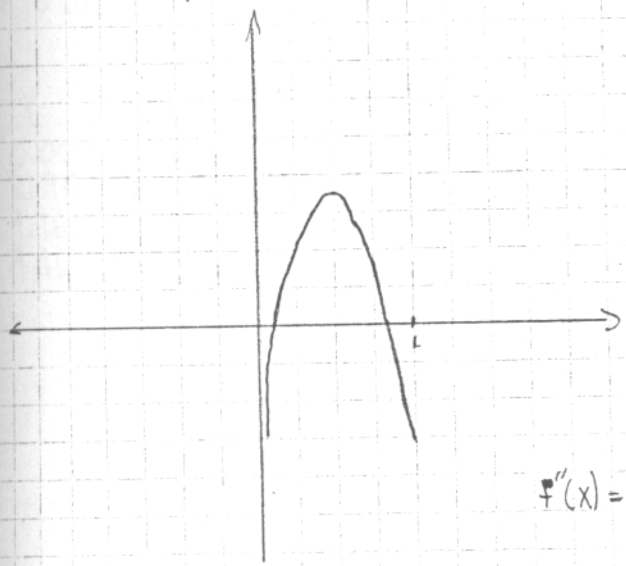
$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i) - \frac{f''(x_i) \cdot f(x_i)}{2f'(x_i)}}$$ Fórmula de recurrencia

x	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
1.5	0.7683109	-1.4816891	-2.4816891
1.8615388	0.0316974	-2.7105517	-4.4336294
1.8731221	0.0000012		

Raíz = 1.8731221

Encontrar la raiz de la siguiente ecuación:

$f(x) = \log_7 x - x^{8.5} e^{3x} + 4$. Utilizar el método de Newton Raphson de 2° Orden.



Sabemos que:

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$$

$$\therefore f(x) = \frac{\ln x}{\ln 7} - x^{8.5} e^{3x} + 4$$

$$\therefore f'(x) = \frac{1}{\ln 7}\frac{1}{x} - x^{8.5}(3)e^{3x} - e^{3x}(8.5)x^{7.5}$$

$$f''(x) = \frac{1}{\ln 7}(-1)x^{-2} - 8.5x^{7.5}(3)e^{3x} - x^{8.5}(3)(3)e^{3x} - (3)(e^{3x})(8.5)x^{7.5} - e^{3x}(8.5)x^{6.5}(7.5)$$

Fórmula utilizada: $$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i) - \frac{f(x_i) f''(x_i)}{2 f'(x_i)}}$$

donde: $$f(x) = \frac{\ln x}{\ln 7} - x^{8.5} e^{3x} + 4$$

$$f'(x) = \frac{1}{\ln 7}\frac{1}{x} - 3x^{8.5}e^{3x} - 8.5x^{7.5}e^{3x}$$

$$f''(x) = -\frac{1}{\ln 7}\frac{1}{x^2} - 51x^{7.5}e^{3x} - 9x^{8.5}e^{3x} - 63.75x^{6.5}e^{3x}$$

+ Tabulando la función:

X	F(X)	
0.00001	-1.916473312	} Raiz.
0.1	12.816705333	
0.5	3.631413779	} Raiz.
1	-16.08553692	
5	-2.855389×10^{12}	
10	-3.37936×10^{21}	
0.001	0.450116013	→ * Empezamos con estos valores las iteraciones.

Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza.
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez.
267

*Tabulando para la primera raiz que esta entre 0.00001 y 0.1

X	f(x)	f'(x)	f''(x)
0.001	0.450116013	513.8983424	-513898.3424
3.90876×10^{-4}	-0.032621994	1314.734804	-3363559.41
4.16502×10^{-4}	1.096121×10^{-5}	1233.843602	-2962395.302
4.164931×10^{-4}	0		

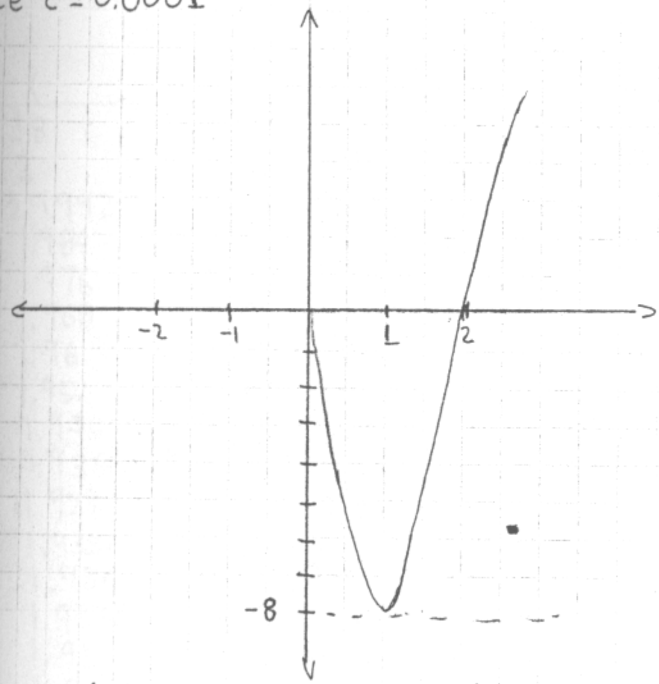
∴ $\boxed{\text{La raiz es } X = 0.0004164931}$

*Tabulando para la raiz que esta entre .5 y 1

1	-16.08553692	-230.4697763	-2486.094093
0.888070774	-1.295283778	-65.22311031	-771.4528872
0.8655687	-0.007863716	-49.83649993	-602.5792712
0.865410759	-2.788×10^{-9}		

∴ $\boxed{\text{La raiz es } X = 0.865410759}$

Mediante el método de Newton Raphson obtenga una raíz de la ecuación $F(x) = e^x \log_2 (x+1) - x^{1/10} \cdot 10$. Repita el problema por el método de la secante y por el método de tanteos. Utilice $\varepsilon \leq 0.0001$



Newton Raphson.

$$f(x) = e^x \log_2 (x+1) - x^{1/10} \cdot 10$$

$$F'(x) = e^x D_x (\log_2 (x+1)) + \log_2 (x+1) D_x (e^x) - 10\, D_x (x^{1/10})$$

$$F'(x) = \frac{e^x}{(x+1)\ln(2)} + e^x \log_2 (x+1) - x^{-9/10}$$

Tabulando:

x	F(x)
0	0
1	-7.2817
1.5	-4.9893
2	0.9937233

} Raíz

Tabulando (Newton Raphson):

X_n	$f(X_n)$	$F'(X_n)$	X_{n+1}
1.5	-4.9893078	7.8165037	2.0743351
2.0743351	2.1392686	16.112634	1.9915655
1.9915655	0.1628837	14.033507	1.9299587
1.9299587	0.0098077	13.52323	1.9296032
1.9296032	0.0000028	13.517338	1.929603
1.929603	0.0000018	13.517337	

$\therefore$ $\boxed{\text{La raíz es } X = 1.929603}$

Método de la Secante.

X	Y
1	-7.28172
X_0 = 1.5	-4.489328 = Y_0
X_1 = 1.9	-0.3930147 = Y_1
X_2 = 1.938378	0.1192595 = Y_2
X_3 = 1.9299442	-0.0021791 = Y_3
X_4 = 1.9296038	-0.0000319 = Y_4
X_5 = 1.929607	0.0000101 = Y_5

$$X_2 = \frac{X_1 Y_0 - Y_1 X_0}{Y_0 - Y_1}$$

$$X_3 = \frac{X_2 Y_1 - Y_2 X_1}{Y_1 - Y_2}$$

$$X_4 = \frac{X_3 Y_2 - X_3 X_2}{Y_2 - Y_3}$$

$$X_5 = \frac{X_4 Y_3 - X_4 X_3}{Y_3 - X_4}$$

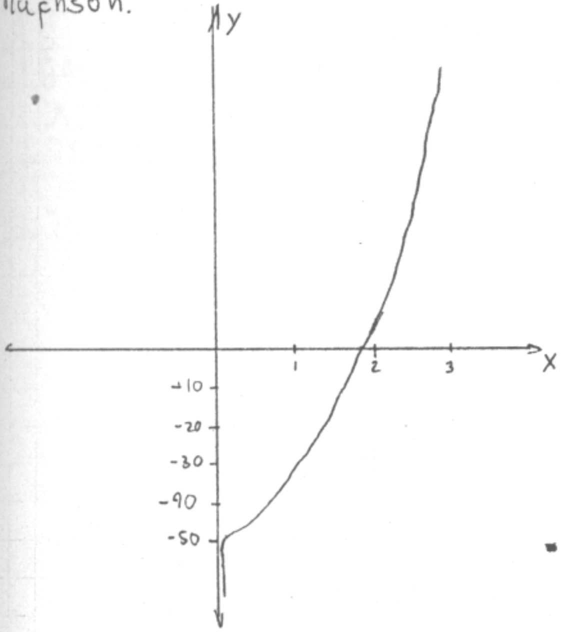
$\boxed{\text{La raíz es: } X = 1.929607}$

Método de Tanteos.

X	f(X)	
1.8	1.61878	Raíz
2	0.9936831	$\Delta X_1 = \frac{0.8}{100} = 0.008$
1.992	0.8764225	
1.984	0.7602814	
1.976	0.6452561	
1.968	0.5313273	
1.96	0.4185913	
1.952	0.3069269	
1.944	0.1963317	
1.936	0.0868012	$\Delta X_2 = 0.0008$
1.928	-4.166952	
1.9352	0.075873	
1.9344	0.0699426	
1.9336	0.0541337	
1.9328	0.0432295	
1.9320	0.0324286	
1.9312	0.0215464	
1.9304	0.0107831	$\Delta X_3 = 0.0008$
1.9296	-0.0000913	
1.93032	0.0096431	
1.93024	0.0085186	
1.93016	0.0074941	
1.93008	0.0063697	
1.93	0.0052453	
1.92992	0.0042211	
1.92984	0.0031968	
1.92976	0.0020726	
1.92968	0.0010483	$\Delta X_4 = 0.000008$
1.92960	-0.0000913	
1.929672	0.0009285	
1.929664	0.0008231	
1.929654	0.0007032	

$\therefore$ $\boxed{\text{La raíz es } X = 1.929654}$

Encontrar una raíz de la ecuación $x^{1/2}e^{2x}+\log_7(2x)-45=0$ con $\varepsilon x \le 0.0001$ por el método de secantes y por Newton Raphson.



Tabulando la función:

x	f(x)
0.1	-45.44084
1	-37.254736
2	32.925858

$\left.\begin{matrix} -37.254736 \\ 32.925858 \end{matrix}\right\}$ Raíz

Por el método de Secantes.

X	f(X)
2	32.92585858
1	-37.25473672
1.530890 94	-17.99256406
1.696623296	-5.605233695
1.740756416	-1.467470398
1.751817634	-0.36567846
1.754593705	-0.08998417
1.755212692	-0.02207902
1.755376691	-0.00541087
1.755416885	-0.00132603

∴ $\boxed{\text{La raíz es } X=1.755416885}$

Newton Raphson

$$f(x)=x^{1/2}e^{2x}+\log_7(2x)-45$$

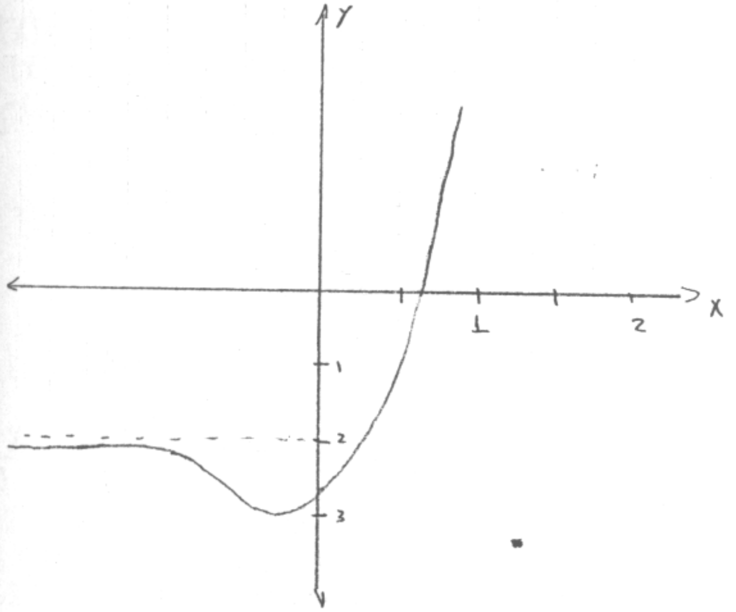
$$f'(x)=2x^{1/2}e^{2x}+\frac{e^{2x}x^{-1/2}}{2}+\frac{1}{7}\log 2$$

Tabulando

X	F(X)	F'(X)
1.5	−19.83576664	57.49220703
1.845316931	10.10393758	123.65165761
1.763611308	0.83906677	103.237734
1.755483794	0.00547961	101.397867
1.755429803	−0.0000131	101.3857531
1.755429932	−0.000000007	

$\therefore$ $\boxed{\text{La raíz es } X = 1.755429932}$

Encontrar una raíz de la ecuación $F(x)=2\cdot 9^x - 3^{x+1} - 2 = 0$ con $\varepsilon_x \leq 0.0001$ por el método de bisección y mediante Newton Raphson de 2º orden.



Tabulando la ecuación:

X	F(X)
0	-3
1	7
2	133
∞	$\to \infty$

$\}$ Raíz.

Método de Bisección.

X	F(X)	ε_x
0.5	-1.19615	1.19615
0.75	1.55378	1.55378
0.625	-0.06460	0.06460
0.6875	0.67410	0.67410
0.65625	0.28844	0.28844
0.64063	0.10800	0.10500
0.63281	0.02074	0.02074
0.62891	-0.02717	-0.02217
0.63086	-0.00077	-0.00077
0.63184	0.00997	0.00997
0.63135	0.00459	0.00959
0.63110	0.00191	0.00191
0.63098	0.00057	0.00057
0.63092	-0.00010	0.0001

$\therefore$ $\boxed{\text{La raíz es } X = 0.63092}$

Método de Newton Raphson 2° orden.

$g(x) = 2\cdot 9^x - 3^{x+1} - 2$
$g'(x) = 2\cdot 9^x \ln 9 - 3^{x+1}\ln 3$
$g''(x) = 2\cdot \ln^2 9 \cdot 9^x - \ln^2 3 \cdot 3^{x+1}$

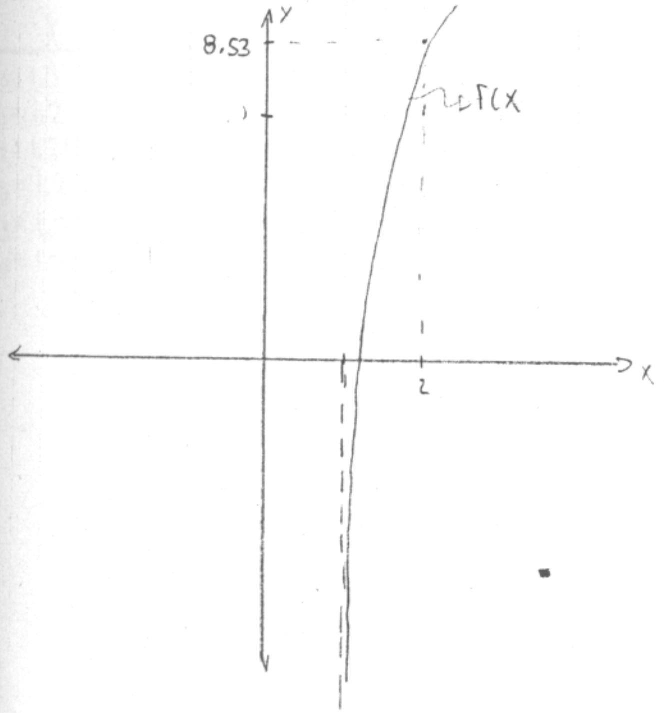
La fórmula utilizada es: $$X_{i+1} = X_i - \frac{g(X_i)}{g'(X_i) - \frac{g''(X_i)\, g(X_i)}{2g'(X_i)}}$$

Tabulando:

X	g(x)	g'(x)	g''(x)
0	-3	1.09861	6.03474
0.32126	-2.21848	4.21075	14.405333
0.59838	-0.34192	10.00438	28.96916
0.63090	-0.00034	10.98515	31.37829
0.63093	1.4×10^{-11}		

$\therefore$ $\boxed{\text{La raíz es } X = 0.63093}$

Encontrar las raices de la ecuación $f(x) = \ln(x^3-1) + 4x - \frac{1}{\ln x}$ por tanteos y por el método de la secante.



Tabulando la función:

X	F(X)
1^+	$\to -\infty$
2	8.5032
1.5	4.3987
1.2	-1.0023
3	14.3479
5	24.1989
10	46.47
20	88.65
50	211.48
10^6	4×10^6
10^{20}	4×10^{21}

$\}$ Raíz. (entre 1.5 y 1.2)

Tanteos:

X	F(X)
1.23215	-0.000099
1.23216	0.000179
1.232153	-0.000016
1.232154	0.000012
1.2321535	-0.000002

$\therefore$ $\boxed{\text{Raíz es } X = 1.2321535}$

Método de la Secante.

$$f(x) = \ln(x^3-1) + 4x - \frac{1}{\ln x} = 0$$

La fórmula utilizada es: $X_2 = \dfrac{X_1 Y_0 - Y_1 X_0}{Y_0 - Y_1}$

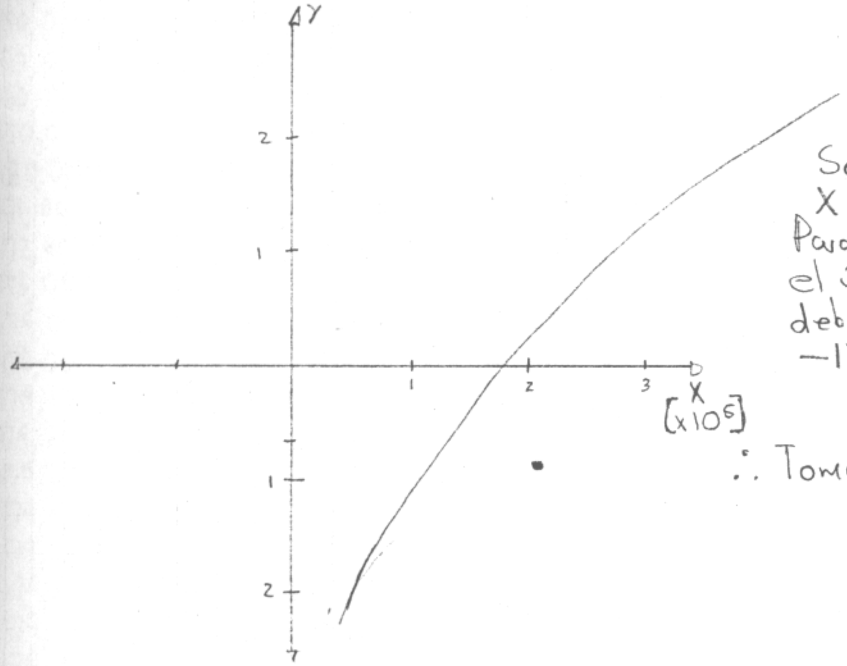
Tabulando:

X	$f(x)$
$X_0 = 1.1$	$-7.1977 = Y_0$
$X_1 = 1.2$	$-1.0023 = Y_1$
$X_2 = 1.2162$	$-0.4687 = Y_2$
$X_3 = 1.2304$	$-0.0491 = Y_3$
$X_4 = 1.2321$	$-0.0015 = Y_4$
$X_5 = 1.2325$	$-0.000099 = Y_5$

$\Delta X = .00005$ $\boxed{X = 1.23215}$

Dado $F(X) = \text{Log}^2 X - \log(x^2+1) - 17 = 0$. Localizar la o las raíces reales con $\varepsilon_x \leq 0.01$ mediante

a) Tanteos.
b) Interpolación lineal.
c) Método de la Secante.



Se tiene que cumplir que $X > 0$ debido a los logaritmos. Para que $F(X)$ sea igual a cero el único término positivo debe superar cuando menos a -17, esto es, con:

$$X = 10^4 \Rightarrow (\log 10^4)^2 = 16$$

$\therefore$ Tomamos como $X_0 = 10^4$

a) Tanteos.

Debido a la presencia de los logaritmos, y de los cuadrados la variación de $F(X)$ es muy lenta.

$\therefore$ Tomemos como $\Delta X_0 = 1000$
Tomemos $k = 10$

Nota: los cambios de signo y el correspondiente ajuste en las Δ se denotará $*$.

Tabulando:

X		$Y = F(x)$	ΔX
10,000	0	-9	10,000
20,000	1	-7.103201	"
30,000	2	-5.909627	"
40,000	3	-5.025163	"
50,000	4	-4.176209	"
60,000	5	-3.72557	"
70,000	6	-3.215221	"
80,000	7	-2.765888	"
90,000	8	-2.363966	"

X		Y = F(X)	ΔX
100,000	9	-2	"
110,000	10	-1.667145	"
120,000	11	-1.36028	"
130,000	12	-1.007547	"
140,000	13	-0.809622	"
150,000	14	-0.560261	"
160,000	15	-0.325375	"
170,000	16	-0.103301	"
180,000	17	+0.107394	1000 *
171,000	18	-0.081743	"
172,000	19	-0.060298	"
173,000	20	-0.038965	"
174,000	21	-0.017742	"
175,000	22	+0.0033719	100*
174,100	23	-0.015625	"
174,200	24	-0.01351	"
174,300	25	-0.011396	"
174,400	26	-0.009283	"
174,500	27	-0.007171	"
174,600	28	-0.0050607	"
174,700	29	-0.0029504	"
174,800	30	-0.0008422	"
174,900	31	-0.0012654	10*
174,810	32	-0.0006314	"
174,820	33	-0.0004206	"
174,830	34	-0.0002098	"
174,840	35	+0.0000009	1 *
174,831	36	-0.0001888	"
174,832	37	-0.0001677	"
174,833	38	-0.0001416	"
174,834	39	-0.0001255	"
174,835	40	-0.0001095	"
174,836	41	-0.0000839	"
174,837	42	-0.0000623	"
174,838	43	-0.0000412	"
174,839	44	-0.0000201	"
174,840	45	+0.0000009	0.1 *
174,839.1	46	-0.000018	"
174,839.2	47	-0.0000159	"
174,839.3	48	-0.0000138	"
174,839.4	49	-0.0000117	"
174,839.5	50	-0.0000096	"
174,839.6	51	-0.0000075	"
174,839.7	52	-0.0000054	"

X		Y = F(X)	ΔX
174,839.8	53	-0.0000036	"
174,839.9	54	-0.0000012	"
174,840.00	55	+0.0000009	0.01
	56		

∴ $\boxed{\text{La raíz es } X = 174{,}839.9}$

b) Interpolación Lineal.

Para utilizar el método de interpolación lineal necesitamos un intervalo que contenga a la raíz r.
Ese intervalo ya esta definido en a), por (170,000, -0.103301) y (180,000 , 0.107344)

Entonces: $X_0 = 170{,}000$; $F(x_0) = -0.103301$
$X_1 = 180{,}000$; $F(x_1) = 0.107344$

Tabulando:

X		y = f(x)	
170,000	0	-0.103301	
180,000	1	0.107344	
179,909.03	2	0.0013503	La raíz esta en (X_0, X_2)
174809.76	3	0.000168	" " (X_0, X_3)
174839.97	4	0.0000002	" " (X_0, X_4)
174839.96	5		
	6		

∴ $\boxed{\text{La raiz es } X = 174839.97}$

c) Método de la Secante.

Tomando: $X_0 = 170{,}000$; $Y_0 = -0.103301$
$X_1 = 171{,}000$; $Y_1 = -0.081743$

Tabulando:

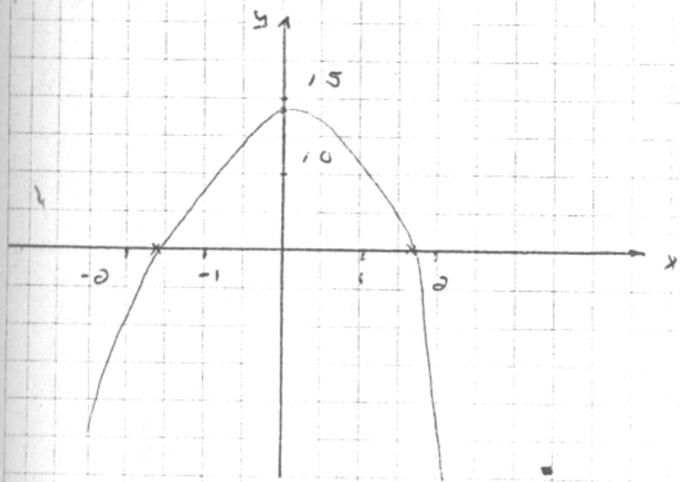
X		y = f(x)
170,000	0	-0.103301
171,000	1	-0.081743
174,791.77	2	-0.0010157
174,839.48	3	-0.00001
174,839.96	4	+0.000000091

∴ $\boxed{\text{La raiz es } X = 174{,}839.36}$

Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza
M. I. Horacio Sandoval Rodríguez.
279 y 280

Resolver por: a) Newton-Raphson de 2° orden.
b) Aproximaciones sucesivas
c) Aproximaciones sucesivas modificado

$z(x) = 2^{x-1} - 3^{x^2} + 15 = 0$



$r_1 = 1.597641162$

$f(r_1) = -3.7252903 \times 10^{-9}$

$r_2 = -1.5732492$

$f(r_2) = -7.4505806 \times 10^{-9}$

Tiene dos raíces y no son iguales.

a) $z'(x) = 2^{x-1} \ln(2 \cdot 1) - 3^{x^2} \ln 3 \cdot 2x$

$z'(x) = 2^{x-1} \cdot \ln 2 - \ln 3 \cdot 2x \cdot 3^{x^2}$

$z''(x) = (\ln 2)^2\, 2^{x-1} - \ln 3\,(2x^2 \cdot \ln 3 \cdot 3x^2 + 3x^2 \cdot 2)$

$z''(x) = (\ln 2)^2\, 2^{x-1} - (\ln 3)^2\, 6x^2 - \ln 3 \cdot 6x^2$

Fórmula

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i) - \dfrac{f''(x_i)\, f(x_i)}{2 f'(x_i)}}$$

Dando valores para buscar posibles raíces.

x	z(x)
0	14.5
1	13
2	-64

posible raíz

x	$Z(x)$	$Z'(x)$	$Z''(x)$
1	13	-5.89853	-13.35291
1.63067	-2.01710	-65.44556	-67.98783
1.59935	-0.09738	-57.32790	-63.51465
1.59765	-0.00026	-56.91938	-63.27852
1.59764	-1.81×10^{-9}		

Raíz = 1.59764

$Z(x) = 1.81\times10^{-9}$

x	$Z(x)$	$Z'(x)$	$Z''(x)$
2	-64	-354.564	-141.273
1.81276	-20.2155	-146.0444	-99.0167
1.66753	-4.62978	-76.6408	-73.5589
1.60532	-0.44392	-58.78595	-64.3491
1.59773	-0.00519	-56.94063	-63.29055
1.59764	-7.3176×10^{-7}		

Raíz = 1.59764

$Z(x) = -7.3176\times10^{-9}$

b) $f(x) = Z(x) + x = 2^{x-1} - 3^{x^2} + 15 + x$

Dando valores:

x	$f(x)$
1	14
14	-3.2792×10^{93}
2	-62
-62	Error
1.5	6.0695

No converje

$f'(x) = \ln 2 \cdot 2^{x-1} - \ln 3 \cdot 2x \cdot 3^{x^2} + 1$

$f'(1) = -4.8985 \qquad |f'(1)| > 1$

$f'(2) = -353.56 \qquad |f'(2)| > 1$

$f'(1.5) = -37.05 \qquad |f'(1.5)| > 1$

c) $f(x) = z(x) - mx$

$$m = \frac{z(b) - z(a)}{b - a}$$

x	$z(x)$
1	13
2	-64

$a = 1,\ b = 2$

$$m = \frac{-64 - 13}{2 - 1} = -77$$

$\therefore\ f(x) = 2^{x-1} - 3^{x^2} + 15 + 77x$

$$x_0 = \frac{a+b}{2} = \frac{1+2}{2} = 1.5$$

Fórmula: $x_{i+1} = \dfrac{f(x)}{-m}$

x_i	$z(x)$	$f(x)$
1.5	4.5695	120.0695
1.5593	2.0143	122.0839
1.5855	0.6735	122.7574
1.5943	0.1916	122.9490
1.59674	0.05123	123.0002
1.59741	0.01345	123.01365
1.59758	0.00351	123.01716
1.59763	0.00092	123.01808
1.59764	0.00024	123.01832
1.5976410521	6.231×10^{-5}	

Raíz = 1.5976410521

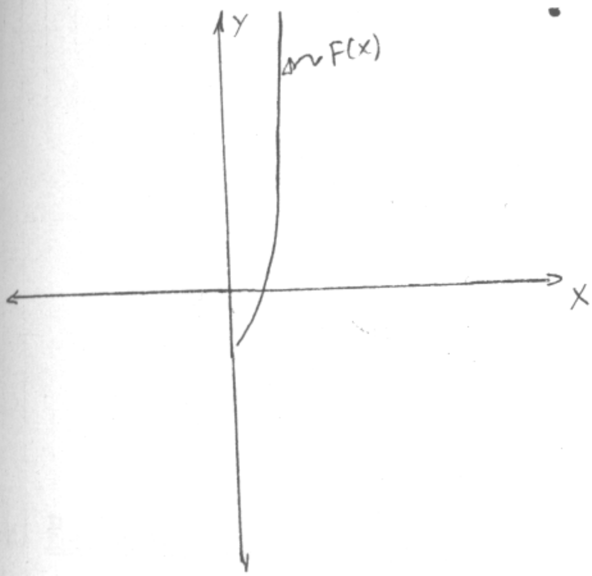
$z(x) = 6.231 \times 10^{-5}$

Dada $F(x) = x^9 - \frac{1}{\sqrt{x}} - e^{-x}$; con $\varepsilon_y \leq 0.001$

Resolver la ecuación anterior por el método de
a) Newton Raphson.
- Compararlo comparativamente con otros métodos.
- analizar cualitativamente las formas o funciones en que el método falla (gráficas).

b) Newton Raphson 2° orden
c) Aproximaciones Sucesivas.

(En todos los casos encontrar sólo una raíz.)



Consideraciones iniciales:
La $x > 0$, debido a $1/\sqrt{x}$
La X no puede ser mayor de 2, ya que el término x^9, eliminaría siempre a las funciones $\frac{1}{\sqrt{x}}$ y $\frac{1}{e^x}$

Tabulando la función:

X	Y = f(x)
1	-0.367879
1.1	1.071614
1.010	-0.2655709
1.020	-0.1556499
1.030	-0.0375631
1.040	0.0892764

a) Método de Newton Raphson.

Fórmula utilizada:

$$X_{n+1} = X_n - \frac{F(X_n)}{F'(X_n)}$$

$f(x) = x^9 - 1/\sqrt{x} - e^{-x}$
$F'(x) = 9x^8 + \frac{1}{2\sqrt{x^3}} + e^{-x}$

Tomamos $X_0 = 1.030$; $Y_0 = -0.048435$

Tabulando:

X_n	$F(X_n)$	$F'(X_n)$
1.030	-0.0375631	12.236753
1.033	-0.0004578	12.587368
1.033036		

-Newton Raphson es un método muy rápido y satisface fácilmente rigurosos margenes de error, sin embargo, requiere de una etapa inicial de rastreo, para asegurar tanto eficiencia como funcionalidad. Es decir, que si se escoge una X_0 muy lejana a "r", y la función no es creciente o decreciente constante, se puede dar el caso en que $f'(x)$ sea cero. Empero esta desventaja también la tienen los métodos de interpolación lineal y secantes, en donde la cuerda y la secante, deben tener pendiente $\neq 0$.

-Aqui también, las funciones con raices en máximos o en mínimos no permiten el funcionamiento del metodo. Pero además el método implica la existencia de la $f'(x)$ en el punto valuado y también la continuidad de la función.

Esto implica que:

$f'(x_0) = \infty$

$$X_1 = X_0 - \frac{f(X_0)}{f'(X_0)} = X_0 - \frac{f(X_0)}{\infty} = X_0 - 0 = X_0$$

∴ No se avanza hacia r.

Esto implica que

$f'(x_0) = 0$

$$X_1 = X_0 - \frac{f(X_0)}{0} = X_0 - \infty = -\infty$$

b) Método de Newton Raphson 2º Orden.

$f(x) = x^9 - \frac{1}{\sqrt{x}} - e^{-x}$ $\quad f'(x) = 9x^8 + \frac{1}{2}x^{-3/2} + e^{-x}$

$f''(x) = 72x^7 - 3/4\,x^{-5/2} - e^{-x}$

Tabulando:

X	y = f(x)	f'(x)	f''(x)
1.030	-0.0375631	12.236253	87.99336
1.033	-0.0000827	12.509158	89.34314
1.03303			

∴ $\boxed{\text{La raíz es } 1.03303}$

c) Aproximaciones Sucesivas.

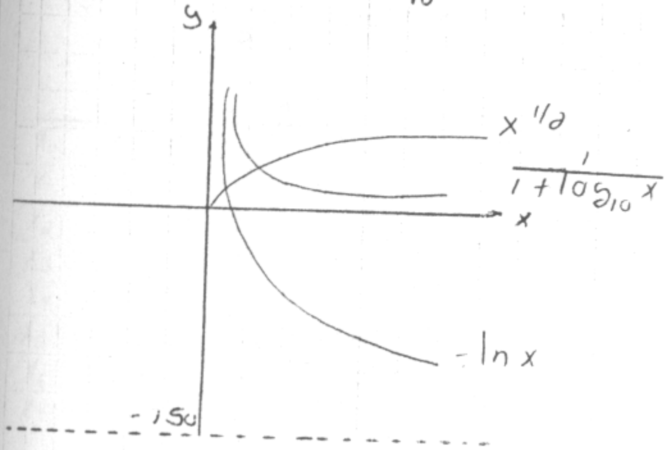
Dada las condiciones iniciales y conociendo el comportamiento de la función podemos dar entonces como $X_0 = 1.03$. Sin embargo, debido a los exponentes de la función $(X^9, X^{-1/2}, e^x)$ examinemos entonces $f'(X_0)$

$$f'(X_0) = f'(1.03) = 9(1.03)^8 + \frac{1}{2}(1.03)^{-3/2} + e^{-1.03} = 12.236253$$

como: $f'(X_0) = 12.236253 > 1$ $\therefore$ $\boxed{\text{Este método no es aplicable a esta ecuación.}}$

Resolver por tres métodos:

$$f(x) = \frac{x^{1/2} - \ln x}{1 + \log_{10} x} - 150 = 0$$



$x \to +\infty \quad F(x) \to +\infty$

$x > 0$

Tabulando valores para encontrar un cruce con el eje "x"

x	F(x)
1	-149
10	-149.5701537
100	-148.2017234
1 000	-143.8212417
10 000	-131.8420681
1 000 000	-9.1165015
2 000 000	41.7133479

Existe una posible raíz

a) método de la secante.

Fórmula:

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1}$$

	x	f(x)
x_0	1 000 000	-9.1165015
x_1	4 000 000	111.0868893
x_2	1 227 526.897	4.3113035
x_3	1 115 592.488	-2.1049455
x_4	1 152 314.228	0.0376801
x_5	1 151 668.441	0.0003286
x_6	1 151 662.76	-0.0000001
x_7	1 151 662.762	0
x_8	1 151 662.762	

raíz = 1 151 662.762

b) método de Interpolación Lineal

Fórmula:

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0$$

	x	f(x)
x_0	1 000 000	- 9.116501508
x_1	2 000 000	41.71334804
x_2	1 179 353.305	1.59132400 8
x_3	1 146 804.728	-0.28135482 4
x_4	1 151 694.888	0.00185843 3
x_5	1 151 662.799	0.00000021 7
x_6	1 151 662.761	-0.000000029
x_7	1 151 662.761	

Raíz = 1 151 662.761

c) método de Bisección K = 2

x	f(x)	
1 000 000	- 9.11650158	Δx_1 = 1 000 000
2 000 000	41.7133479	
1 500 000	18.68847567	Δx_2 = 500 000
1 250 000	5.560001834	Δx_3 = 250 000
1 125 000	-1.55237036	Δx_4 = 125 000
1 187 500	2.05555978	Δx_5 = 62 500
1 156 250	0.265070117	Δx_6 = 31 250
1 140 625	-0.64020 9748	Δx_7 = 15 625
1 148 437.5	-0.1867188 5	Δx_8 = 7 812.5
1 152 343.75	0.03938724 5	Δx_9 = 3 906.25
1 150 390.625	-0.07361276 2	Δx_{10} = 1 953.125
1 151 367.188	-0.01709951 5	Δx_{11} = 976.5625
1 151 855.469	0.01114720 3	Δx_{12} = 488.28125
1 151 611.329	-0.00297531 4	Δx_{13} = 244.140625
1 151 733.399	0.00408617 2	Δx_{14} = 122.0703125
1 151 672.364	0.00055549 2	Δx_{15} = 61.03515625
1 151 641.847	-0.00120988 8	Δx_{16} = 30.5175813
1 151 657.106	-0.00032717	Δx_{17} = 15.25878907
1 151 664.735	0.00011418 6	Δx_{18} = 7.629394535
1 151 660.921	-0.00010648 6	Δx_{19} = 3.814697268
1 151 662.828	0.00000386 7	Δx_{20} = 1.907348634
1 151 661.875	-0.00005136 1	Δx_{21} = 0.953674317
1 151 662.352	-0.00002369 8	Δx_{22} = 0.476837159

x	f(x)
1151662.59	-0.000009396
1151662.709	-0.000003025
1151662.769	0.000000411
1151662.739	-0.000001313
1151662.754	-0.000000439
1151662.761	-0.000000003

$\Delta x_{23} = 0.23841858$
$\Delta x_{24} = 0.11920929$
$\Delta x_{25} = 0.059604645$
$\Delta x_{26} = 0.0298023223$
$\Delta x_{27} = 0.0149011162$
$\Delta x_{28} = 0.007450581$

Raíz = 1 151 662.761

d) método de Newton-Raphson de 1er orden.

Fórmula:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$f(x) = \frac{x^{1/2} - \ln x}{1 + \log x} - 150 = 0$$

$$f'(x) = \frac{(1+\log x)\left(\frac{1}{2}x^{-1/2} - 1/x\right) - (x^{1/2} - \ln x)\left(\frac{1}{x}\log e\right)}{(1+\log x)^2}$$

x	f(x)	f'(x)
500 000	-46.40431	9.18×10^{-5}
1005 362.69	-8.781586	6.03×10^{-5}
1146 182.90	-0.317415	5.8×10^{-5}
1151 655.53	-0.000411	5.784×10^{-5}
1151 662.761	-0.00000008	5.784×10^{-5}

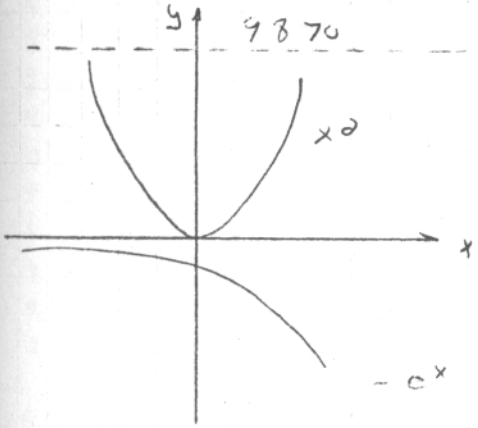
Raíz = 1 151 662.761

$E_y = -0.00000008 \leq 0.0001$

Resolver por tres métodos:

$$f(x) = x^2 - e^x + 9870 = 0$$

a.- método de tanteos.



Si $x \to +\infty$ $f(x) \to -\infty$

$\exists$ una raíz en $x > 0$

x	f(x)
0	9869
8	6953.04207
10	-12056.46576
14	-1192538.281
9	1847.916085

$\varepsilon_s \le 0.0001$
$K = 7$

x	f(x)	
0	9869	
7	8822.366843	$\Delta x_1 = 7$
14	-1192538.281	
8	6953.042017	
9	1847.916085	$\Delta x_2 = 1$
10	-12056.46576	
9.142857143	606.157887	$\Delta x_3 = 0.142857143$
9.285714286	-826.64812002	
9.163265306	413.8076361	$\Delta x_4 = 0.020408163$
9.183673469	217.4846814	
9.387755099	-1983.132304	$\Delta x_5 = 0.029154519$
9.212827988	-70.03091047	
9.1878384	176.9232965	
9.192003331	136.1923442	$\Delta x_6 = 0.004164931$
9.196168262	95.2911097	
9.200333193	54.21888486	
9.204498124	12.97495371	
9.208663055	-28.44139774	$\Delta x_7 = 0.00059499$

X	f(x)
9.205093114	7.068905024
9.205688104	1.159338468
9.206283094	-4.753752594
9.205773103	0.314827416
9.205858102	-0.529764606
9.205785246	0.19417199
9.205797389	0.073513567
9.205809532	-0.047142861
9.205799124	0.056277506
9.205800859	0.039035455
9.205802594	0.021795399
9.205804329	0.004556343
9.205806064	-0.012683713
9.205804577	0.002092907
9.205804825	-0.003725525

$\Delta x_8 = 0.000084999$

$\Delta x_9 = 0.000012143$

$\Delta x_{10} = 0.000001735$

$\Delta x_{11} = 0.000000248$

Raíz = 9.205804825

b) método de secante.

Fórmula:

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1} \qquad \varepsilon_y \leq 0.000001$$

	X	f(x)
x_0	9	1847.916086
x_1	10	-12056.46576
x_2	9.132901707	698.5720356
x_3	9.180391227	249.3307301
x_4	9.206748101	-9.3775087
x_5	9.205792732	0.1197871
x_6	9.205804782	0.00005487
x_7	9.205804788	-0.0000049
x_8	9.205804787	0.0000052
x_9	9.205804788	

Raíz = 9.205804788

$$x_2 = \frac{10(1847.916085) - (-12056.46576)(9)}{1847.916085 - (-12056.46576)}$$

$x_2 = 9.132901707$

$$x_3 = \frac{9.132901707(-12056.46576) - 698.5728356(10)}{-12056.46576 - 698.5728356}$$

$$x_3 = 9.180391227$$

$$x_4 = \frac{9.180391227(698.5728356) - 249.3307301(9.132901707)}{698.5728356 - 249.3307301}$$

$$x_4 = 9.206748101$$

$$x_5 = \frac{9.206748101(249.3307301) - (-9.377508405)(9.180391227)}{249.3307301 - (-9.377508405)}$$

$$x_5 = 9.205792732$$

Los valores x_6, x_7, x_8, x_9 fueron calculados en calculadora programable.

c) método de interpolación lineal.

Fórmula:

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0$$

	x	$f(x)$
x_0	9	1847.916085
x_1	10	-12056.46576
x_2	9.132901707	698.572036
x_3	9.180391227	249.3307302
x_4	9.206748101	-9.3775087
x_5	9.205792732	0.1197871
x_6	9.205804782	0.0000548
x_7	9.205804788	-0.0000049
x_8	9.205204788	

$\underline{\underline{Raíz = 9.205804788}}$

d) método de Newton - Raphson de 2º orden.

Fórmula:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n) - \dfrac{f''(x_n)\, f(x_0)}{2 f'(x_n)}}$$

$F(x) = x^2 - e^x + 9870 = 0$ $\qquad \varepsilon_s \leq 0.0001$

$F'(x) = 2x - e^x$

$F''(x) = 2 - e^x$

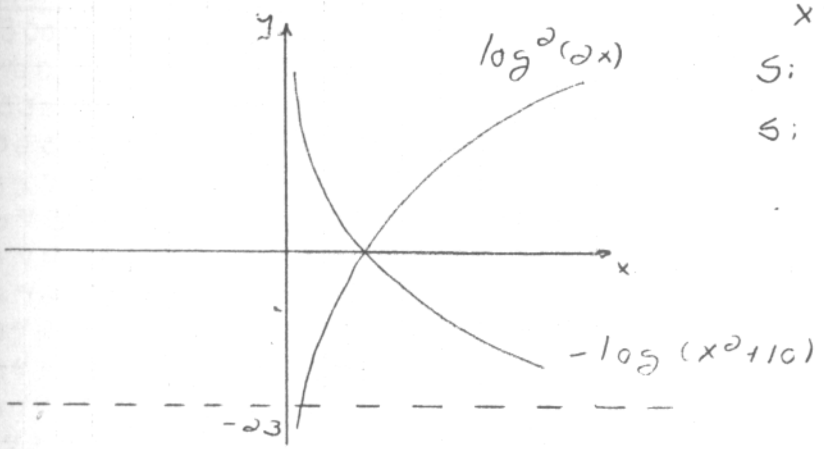
x	F(x)	F'(x)	F''(x)
8	6953.0412	-2964.958	-2978.958
9.0766732	1203.574	-8730.6586	-8746.812
9.2056244	1.7922226	-9934.54	-9950.9513
9.2058048	-0.00009199	-9936.3353	-9952.7469
9.2058048			

Raíz = 9.2058048

Vemos que de los métodos utilizados el más rápido es este último, además la función es fácil de derivar, la tolerancia se cumple y vemos que en algunos métodos hay más aproximación debido a que se utilizó diferente calculadora y llegamos hasta donde la calculadora no puede aproximar más o ya no tiene capacidad para otro dígito.

Resolver

$$f(x) = \log^2(2x) - \log(x^2+10) - 23 = 0$$



$x > 0$

Si $x \to +\infty \quad f(x) \to +\infty$

Si $x \to {}^{-}0 \quad f(x) \to -\infty$

Como no sabemos por donde cruza la función el eje de las "x", haremos un tanteo para tomar un intervalo.

X	f(x)	
0.5	-24.01072387	
0.01	-21.11350527	
0.001	-16.71556096	
0.0001	-10.31762091	
0.000 01	-1.9196309	Existe raíz
0.000 001	8.417825911	
1	-23.95077363	
10	-23.34871364	
100	-21.70569504	
1 000	-18.10320331	
10 000	-12.50114102	
100 000	-4.899080986	
200 000	-2.218983246	
300 000	-0.5672106377	Existe raíz
400 000	0.642351411	

Encontraremos primero el valor de la raíz del intervalo 300000-400000.

Tangentes

$$f(x) = \log^2(2x) - \log(x^2+10) - 23 = 0 \qquad x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

$$f'(x) = \frac{2\log(2x)}{x}\log e - \frac{\log e}{(x^2+10)}(2x) = 0 \qquad \varepsilon_y \leq 0.0001$$

x	f(x)	f'(x)
300 000	-0.56721064	1.383416×10^{-5}
341 000.7286	-0.0324596	1.231254×10^{-5}
343 637.0454	-0.0001136	1.222649×10^{-5}
343 646.34	-0.000 00001	

$x_1 = 343\,646.34$

a.- método de la bisección. $K = 2$

x	f(x)
300 000	-0.5672106377
400 000	0.6423514111
350 000	0.0770350076
325 000	-0.2238050310
337 500	-0.0757650791
343 750	0.0012671883
340 625	-0.0370781393
342 187.5	-0.0178706233
342 968.75	-0.0082291797
343 359.375	-0.0035098292
343 554.6875	-0.0011207024
343 652.3438	0.0000733981
343 603.5156	-0.0005236138
343 627.9297	-0.0002250981
343 640.1367	-0.0000758488
343 646.2402	-0.0000012254
343 649.292	0.0000360868
343 647.7661	0.0000174311
343 647.0031	0.0000081023
343 646.6217	0.0000034396

$\Delta x_1 = 100\,000$
$\Delta x_2 = 100\,000/2 = 50\,000$
$\Delta x_3 = 25\,000$
$\Delta x_4 = 12\,500$
$\Delta x_5 = 6\,250$
$\Delta x_6 = 3\,125$
$\Delta x_7 = 1\,562.5$
$\Delta x_8 = 781.25$
$\Delta x_9 = 390.625$
$\Delta x_{10} = 195.3125$
$\Delta x_{11} = 97.65625$
$\Delta x_{12} = 48.828125$
$\Delta x_{13} = 24.4140625$
$\Delta x_{14} = 12.20703125$
$\Delta x_{15} = 6.103515625$
$\Delta x_{16} = 3.051757813$
$\Delta x_{17} = 1.525878907$
$\Delta x_{18} = 0.7629394535$
$\Delta x_{19} = 0.3814697268$

Raíz $= 343\,646.6217$

b.- método de secantes

$$f(x) = \log^2(2x) - \log(x^2 + 10) - 23 = 0$$

Fórmula:

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1}$$

x	f(x)
$x_0 =$ 300 000	-0.56721064
$x_1 =$ 400 000	0.64235141
$x_2 =$ 346 893.8853	0.03953537
$x_3 =$ 343 410.949	-0.00287885
$x_4 =$ 343 647.3521	0.00001238
$x_5 =$ 343 646.3398	-0.00000001
$x_6 =$ 343 646.3406	0

$$x_2 = \frac{400\,000(-0.56721064) - (0.64235141)(300\,000)}{-0.56721064 - 0.64235141} = 346\,893.8853$$

$$x_3 = \frac{346\,893.8853\,(0.64235141) - 0.03953537(400\,000)}{0.64235141 - 0.03953537} = 343\,410.949$$

$$x_4 = \frac{343\,410.949\,(0.03953537) - (-0.00287885)(346\,893.8853)}{0.03953537 - (-0.00287885)} = 343\,647.3521$$

$$x_5 = \frac{343\,647.3521\,(-0.00287885) - (0.00001238)(343\,410.949)}{-0.00287885 - 0.00001238} = 343\,646.3398$$

$$x_6 = \frac{343\,646.3398\,(0.00001238) - (-0.00000001)(343\,647.3521)}{0.00001238 - (-0.00000001)} = 343\,646.3406$$

$$\underline{\underline{\text{Raíz} = 343\,646.3406}}$$

c) método de Régula Falsa

Fórmula

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0$$

	x	f(x)
x_0	300 000	-0.56721064
x_1	400 000	0.64235141
x_2	346 893.8853	0.03953537
x_3	343 410.949	-0.00287885
x_4	343 647.3521	0.00001238
x_5	343 646.3398	-0.00000001
x_6	343 646.3406	0

$$x_2 = \frac{300\,000(-0.56721064) - 400\,000(-0.56721064)}{0.64235141 - (-0.56721064)} + 300\,000$$

$$x_2 = 346\,893.8853$$

$$x_3 = \frac{400\,000(0.64235141) - 346\,893.8853\,(0.64235141)}{0.03953537 - 0.64235141} + 400\,000$$

$$x_3 = 343\,410.949$$

$$x_4 = \frac{3\,416\,893.8853(0.03953537) - 3\,413\,410.9419(0.03953537)}{-0.00287885 - 0.03953537} + 3\,416\,893.8853$$

$$x_4 = 3\,413\,647.3521$$

$$x_5 = \frac{3\,413\,410.9419(-0.00287885) - 3\,413\,647.3521(-0.00287885)}{0.00001238 - (-0.00287885)}$$

$$x_5 = 3\,413\,646.3398$$

$$x_6 = \frac{3\,413\,647.3521(0.00001238) - 3\,413\,646.3398(0.00001238)}{-0.00000001 - 0.00001238} + 3\,413\,647.3521$$

$$x_6 = 3\,413\,646.3406$$

Raíz $= 3\,413\,646.3406$

Encontraremos el valor de la segunda raíz del intervalo 0.000 01 - 0.000 001

a) método de la interpolación lineal.

Fórmula:

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 \qquad \varepsilon_y \leq 0.0001$$

	x	f(x)
x_0	0.000 01	-1.9196809
x_1	0.000 001	8.4178 25911
x_2	0.000 008 338 408 561	-1.171 7974
x_3	0.000 007 447 312 425	-0.70035646
x_4	0.000 006 123 530 627	0.12741307 1
x_5	0.000 006 327 315 441	-0.01203986
x_6	0.000 006 309 723 625	-0.00019418
x_7	0.000 006 309 435 252	0.0000003
x_8	0.000 006 309 435 647	0

Raíz $= 0.000\ 006\ 309\ 435\ 697$

b) método de Newton - Raphson de 1er orden.

$$f(x) = \log^2(2x) - \log(x^2+10) - 22 = 0$$

$$f'(x) = 2\log(2x)\frac{\log e}{x} - \frac{\log e}{(x^2+10)}(2x) = 0$$

Para 0.000 01 => f(x) = -1.9196809
Para 0.000 001 => f(x) = 8.47825911

x	f(x)	f'(x)
0.000 01	-1.9196809	-408 147.3486
0.000 005 296 598 381	0.75035596	-715 845.6224
0.000 006 216 326 254	0.06330436	-685 422.1568
0.000 006 308 684 459	0.00050668	-674 505.8276
0.000 006 309 435 646	0.000 000 03	-674 418.4037
0.000 006 309 435 69	0	-674 418.3989
0.000 006 309 435 69		

Raíz = 0.000 006 309 435 69

c) método de las secantes.

Fórmula:

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1}$$

x	f(x)
0.000 01	-1.9196809
0.000 005	1
6.712516×10^{-6}	-0.2679097
6.350660×10^{-6}	-0.0277039
6.308926×10^{-6}	0.0003438
6.3094376×10^{-6}	-0.000 00128

Se observa que el método de la secante y el de interpolación nos dan el mismo resultado para el mismo rango de valores establecidos.

Raíz = 6.3094376×10^{-6}

d) método de tanteos. $K = 3$

x	f(x)	
0.000 01	-1.9196809	Δx_1 = 0.000 009
0.000 001	8.47825911	
0.000 004	1.97849168	Δx_2 = 0.000 003
0.000 007	-0.43992696	
0.000 005	1	
0.000 006	0.21445721	Δx_3 = 0.000 001
0.000 007	-0.43992696	
0.000 006 333 333 333	-0.01608386	Δx_4 = 0.000 000 333 333 333
0.000 006 111 111 111	0.13609339	
0.000 006 222 222 222	0.05926500	Δx_5 = 0.000 000 111 111 111

x	f(x)
0.000 006 333 333 333	-0.1608386
0.000 006 259 259 259	0.03398722
0.000 006 296 296 296	0.00887151
0.000 006 333 333 333	-0.01608386
0.000 006 308 641 975	0.00053534
0.000 006 320 987 654	-0.0077831
0.000 006 312 757 201	-0.00223944
0.000 006 310 013 717	-0.00038981
0.000 006 309 099 222	0.00022694
0.000 006 309 556 469	-0.00008145
0.000 006 309 251 638	0.00012413
0.000 006 309 404 054	0.00002134
0.000 006 309 455 647	-0.00008145
0.000 006 309 456 265	-0.00001383
0.000 006 309 420 989	0.00000992
0.000 006 309 437 924	-0.0000015
0.000 006 309 426 634	0.00000612
0.000 006 309 428 516	0.00000484
0.000 006 309 430 398	0.00000358
0.000 006 309 432 28	0.00000231
0.000 006 309 434 162	0.00000103
0.000 006 309 436 044	-0.00000023
0.000 006 309 433 478	0.0000015
0.000 006 309 434 105	0.00000107
0.000 006 309 434 732	0.00000065
0.000 006 309 435 359	0.00000023
0.000 006 309 435 986	-0.00000019

Δx_6 = 0.000 000 0370 370 370

Δx_7 = 0.000 000 012 345 679 01

Δx_8 = 0.000 000 004 115 226 337

Δx_9 = 0.000 000 001 371 742 112

Δx_{10} = 0.000 000 000 457 247 370 7

Δx_{11} = 0.000 000 000 152 415 790 2

Δx_{12} = 0.000 000 000 050 805 263 4

Δx_{13} = 0.000 000 000 016 935 087 8

Δx_{14} = 0.000 000 000 005 645 029 267

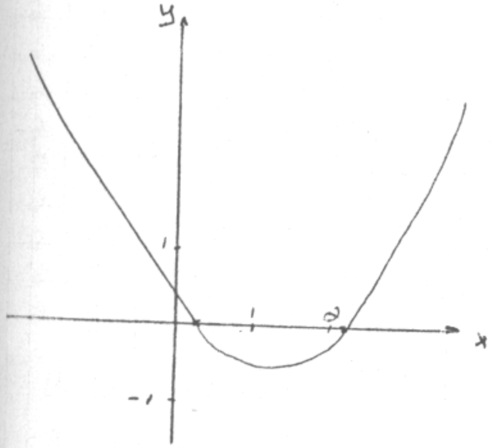
Δx_{15} = 0.000 000 000 001 881 676 422

Δx_{16} = 0.000 000 000 000 627 225 474

Raíz = 0.000 006 309 435 986

Mediante el método de aproximaciones sucesivas determine una raíz con un error menor o igual a 0.01 de la ecuación trascendente

$$f(x) = e^{x-1} - 1.5x = 0$$



$r_1 = 0.346981606$

$f(r_1) = 4.0163286 \times 10^{-9}$

$r_2 = 2.18883417$

$f(r_2) = 9.31322575 \times 10^{-10}$

Sólo hay 2 raíces

Recomendable para examen

Dando intervalos

x	$f(x)$
0	0.3679
1	-0.5

Posible raíz

$G(x) = f(x) + x = e^{x-1} - 1.5x + x$

$G(x) = e^{x-1} - 0.5x$

Con $x_0 = 0$

$G(0) = 0.3679 = x_1$

$G(0.3679) = 0.3475 = x_2$

$G(0.3475) = 0.3470 = x_3$

$G(0.3470) = 0.3470 = x_4$

$\therefore$ La raíz es 0.3470

Con $x_0 = 1$

$G(1) = 0.5$

$G(0.5) = 0.3565$

$G(0.3565) = 0.3472$

$G(0.3472) = 0.3470$

Por el método de bisección se encontrará la segunda raíz:

$k = 2$

x	$f(x)$
1.0000	-0.5000
2.0000	-0.2817
3.0000	2.8891
2.5000	0.7317

x	f(x)
2.2500	0.1153
2.1250	-0.1073
2.1875	-0.0024
2.2188	0.0548
2.2031	0.0258
2.1953	0.0116
2.1914	0.0046
2.1895	0.0011
2.1885	-0.0006
2.1890	0.0003
2.1887	-0.0002
2.1889	0.0001
2.1888	-0.0001

Raíz = 2.1888
$f(x) = -0.0001$

Encuentre una raíz de la siguiente ecuación $e^{-x} - x = 0$ por el método de aproximaciones sucesivas.

Solución:

Tabulando la función a intervalos de 0.5 unidades con el fin de localizar alguna raíz, se obtiene.

x	$f(x) = e^{-x} - x$
0.00	1
0.50	0.1065
1.00	-0.6321

Se observa que existe un cambio de signo entre $x = 0.50$ y $x = 1.00$ por lo que se puede asegurar que existe una raíz real en el intervalo $0.5 \leq x \leq 1.0$

Utilizando el método de aproximaciones sucesivas:

$$x_n = G(x_{n-1}) \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Tenemos:

$$G(x) = f(x) + x$$

$$G(x) = e^{-x} - x + x$$

$$G(x) = e^{-x}$$

Sustituyendo:

$$x_n = e^{-x} - 1$$

$$n = 1, 2, 3, \ldots$$

Tomando $i = 1$

$$x_i = e^{-x} - 1$$

Considerando x_0 = valor promedio entre los dos valores de las abscisas en donde se encuentra el cambio de signo:

$$x_0 = \frac{0.5 + 1.0}{2} = 0.75$$

Sustituyendo:

$$x_1 = e^{-0.75} = 0.4724$$

$$e_r = \left| \frac{0.4724 - 0.75}{0.4724} \right| \times 100 = 58.77\ \%$$

$$x_2 = e^{-0.4724} = 0.6235$$

$$e_r = \left| \frac{0.6235 - 0.4724}{0.6235} \right| \times 100 = 24.23\ \%$$

$$x_3 = e^{-0.6235} = 0.5361$$

$$e_r = \left| \frac{0.5361 - 0.6235}{0.5361} \right| \times 100 = 16.31\ \%$$

$$x_4 = e^{-0.5361} = 0.585$$

$$e_r = \left| \frac{0.585 - 0.5361}{0.585} \right| \times 100 = 8.435\ \%$$

$$x_5 = e^{-0.585} = 0.5571$$

$$e_r = \left| \frac{0.5571 - 0.585}{0.5571} \right| \times 100 = 5.007\ \%$$

$$x_6 = e^{-0.5571} = 0.5729$$

$$e_r = \left| \frac{0.5729 - 0.5571}{0.5729} \right| \times 100 = 2.752\ \%$$

$X_7 = e^{-0.5709} = 0.5639$

$e_r = \left| \dfrac{0.5639 - 0.5709}{0.5639} \right| \times 100 = 1.59\%$

$\underline{\underline{Raíz = 0.5639}}$

Resolver $e^{x} \cdot \log_7 x + x^{1/2} - 4$

x	$f(x)$
1	-3
2	0.04624

1 método de la secante con $\varepsilon y \leq 0.0001$

	x	$f(x)$	
x_0	1	-3	y_0
x_1	1.8	-0.83098	y_1
x_2	2.1064	0.59824	y_2
x_3	1.9781	-0.05928	y_3
x_4	1.9886	-0.0080	y_4
x_5	1.9902	-0.0010	y_5
x_6	1.9904	-0.0003	y_6
x_7	1.99048	0.000007	y_7

$$x_2 = \frac{x_1 y_0 - y_1 x_0}{y_0 - y_1} = 2.1064$$

$$x_3 = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_1}{y_1 - y_2} = 1.9781$$

$$x_4 = \frac{x_3 y_2 - y_3 x_2}{y_2 - y_3} = 1.9886$$

$$x_5 = \frac{x_4 y_3 - y_4 x_3}{y_3 - y_4} = 1.9902$$

$$x_6 = \frac{x_5 y_4 - y_5 x_4}{y_4 - y_5} = 1.9904$$

$$x_7 = \frac{x_6 y_5 - y_6 x_5}{y_5 - y_6} = 1.99048$$

Raíz = 1.99048

Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza
M.T. Horacio Sandoval Rodríguez
304

2. Método de la interpolación lineal. $\varepsilon_y \leq 0.0001$

	x	$f(x)$	
x_0	1	-3	y_0
x_1	1.9	-0.416252	y_1
x_2	2.04498	0.27145	y_2
x_3	1.98775	0.01231	y_3
x_4	1.99032	0.0008	y_4
x_5	1.99048	0.000007	y_5

$$x_2 = \frac{x_0 y_0 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} + x_0 = 2.04498$$

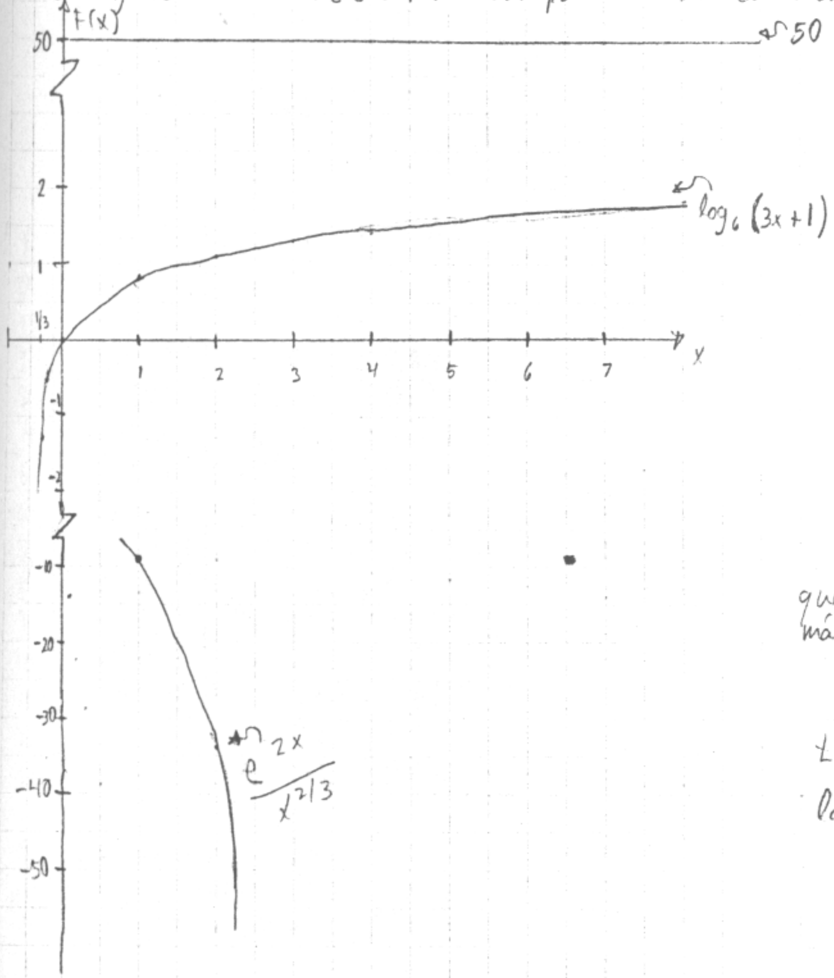
$$x_3 = \frac{x_1 y_1 - x_2 y_1}{y_2 - y_1} + x_1 = 1.98775$$

$$x_4 = \frac{x_2 y_2 - x_3 y_2}{y_3 - y_2} + x_2 = 1.99032$$

$$x_5 = \frac{x_3 y_3 - x_4 y_3}{y_4 - y_3} + x_3 = 1.99048$$

Raíz = 1.99048

Resolver por Bisección e Interpolación lineal la función $F(x) = \log_6(3x+1) - \frac{e^{2x}}{x^{2/3}} + 50$ con un error en x menor o igual 0.0001. Comparar la convergencia de los métodos.



Observamos que la función esta definida para valores de $3x+1 > 0$ por $\log_6(3x+1)$ de donde $x > -\frac{1}{3}$

En cero tampoco está definido por $\frac{e^{2x}}{x^{2/3}}$.

Por otra parte sabemos que:

$$\log_6(3x+1) = \frac{\ln(3x+1)}{\ln 6}$$

Observamos de la gráfica que los terminos que son más representativos son $-\frac{e^{2x}}{x^{2/3}}$ y $+50$ de donde tenemos la solucion en la vecindad de 2.

Por Bisección.

x	f(x)	Ex
2.0000	16.6914	—
3.0000	-142.663	1.0000
2.5000	-29.3767	0.5000
2.2500	-1.2820	0.2500
2.1250	8.7009	0.1250
2.1875	3.9874	0.0625
2.2188	1.4262	0.0313
2.2343	0.0910	0.0155
2.2422	-0.5907	0.0079
2.2383	-0.2487	0.0039
2.2363	-0.0786	0.0020
2.2353	0.0108	0.0010
2.2358	-0.0327	0.0005
2.2355	-0.0066	0.0003

x	f(x)	Ex
2.2354	0.0021	0.0001

≤ 0.0001

$$\boxed{\text{Raiz} = 2.2354}$$

Por interpolación tenemos que tener dos puntos, tomamos $x_0 = 2$ y $x_1 = 3$.

$$x_{i+2} = \frac{x_i y_i - x_{i+1} y_i}{y_{i+1} - y_i} + y_i \qquad \text{par } i = 0, 1, 2, 3 \ldots$$

i	x_i	$f(x_i)$	ε_x
0	2	16.6914	—
1	3	-142.6632	1
2	2.1047	10.1193	0.8953
3	2.1640	5.8185	0.0593
4	2.1968	3.2402	0.0328
5	2.2146	1.7716	0.0178
6	2.2243	0.9589	0.0097
7	2.2294	0.5161	0.0051
8	2.2322	0.2769	0.0028
9	2.2337	0.1484	0.0015
10	2.2345	0.0794	0.0008
11	2.2349	0.0425	0.0004
12	2.2352	0.0227	0.0003
13	2.2353	0.0122	0.0001 $\leq 0.0001 \leq \varepsilon_x$

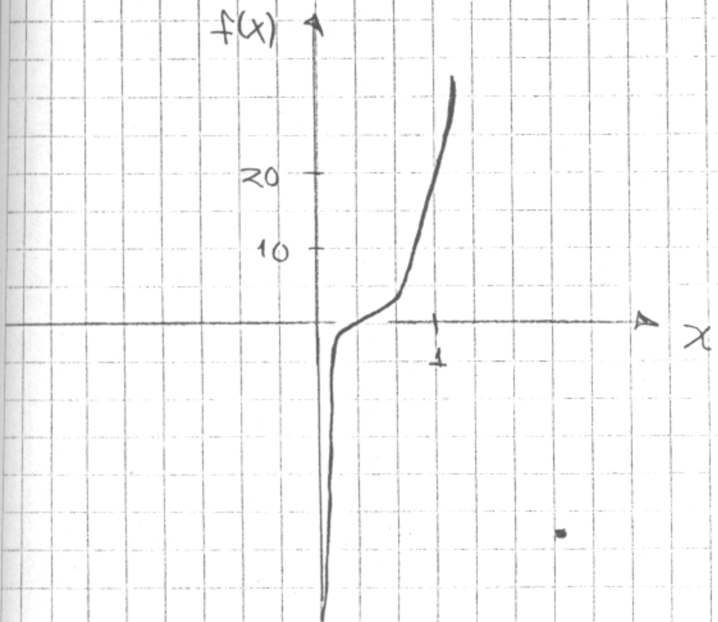
$\boxed{\text{Raiz} = 2.2353}$

Observamos que la convergencia es similar en ambos métodos, pero se realizan más operaciones con el método de interpolación lineal.

$\boxed{\text{Raiz} = 2.235423987 \quad \text{con } \varepsilon_y = 1.8977 \times 10^{-6}}$

Resolver empleando algún método numérico la función

$$f(x) = e^{2x} + \ln x - 5x^{3/2}$$



Por los Métodos de Bisección y Tanteos ya que se observa mediante la gráfica que la raíz está entre 0.37 y 0.39

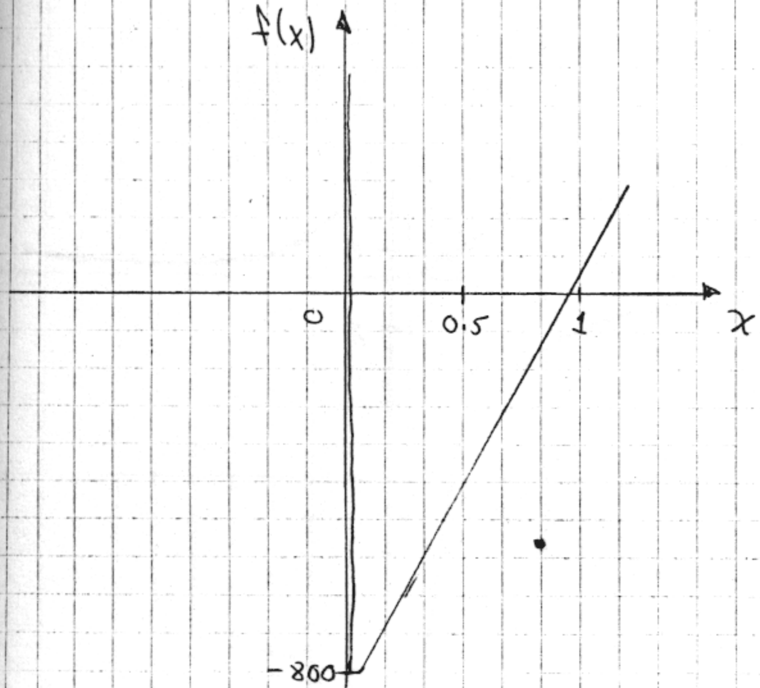
x	f(x)
0.380239233	1.093×10^{-8}
0.380239229	1.72×10^{-9}
0.380239225	-7.41×10^{-9}
0.380239227	-2.85×10^{-9}
0.380239228	-6.2×10^{-10}

$\therefore$ Raíz $\quad r = 0.380239228$

$$f(r) = -6.2 \times 10^{-10}$$

Resolver empleando algún método numérico la función:

$$f(x) = x^{1/4} - \ln x + 825x - 825$$



Por el Método de Bisección y Tanteos ya que como se puede observar por medio de la gráfica existe una raíz entre 0.99 y 1. y existe otra raíz positiva que es prácticamente cero.

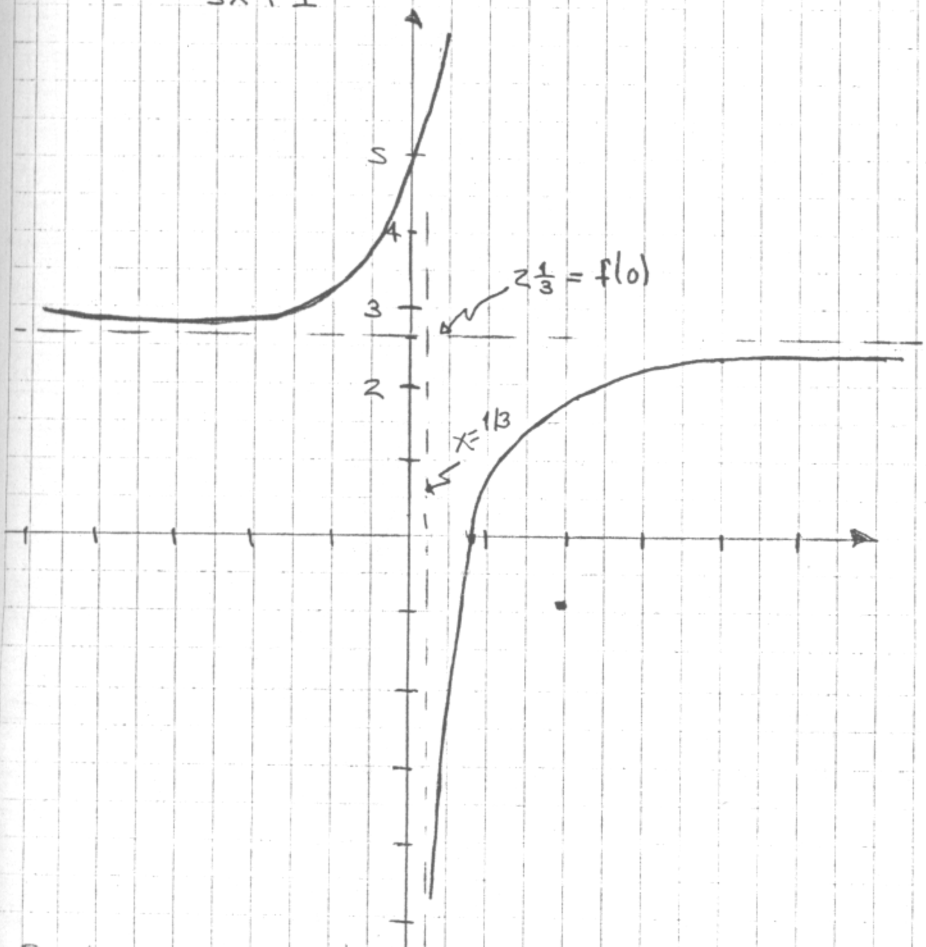
x	f(x)
0.998786780	4.013×10^{-6}
0.998786776	7.16×10^{-7}
0.998786772	-2.581×10^{-6}
0.998786774	-9.32×10^{-7}
0.998786775	-1.0×10^{-7}

$\therefore$ Raíz $r_1 = 0.998786775$

$f(r_1) = -1.0 \times 10^{-7}$

Resuelva la siguiente función determinando una raíz.

$$f(x) = \frac{-x+3}{-3x+1} + 2$$



Por los Métodos de Bisección y Tanteos ya que como se puede observar mediante la gráfica la raíz anda entre 0.7 y 0.75

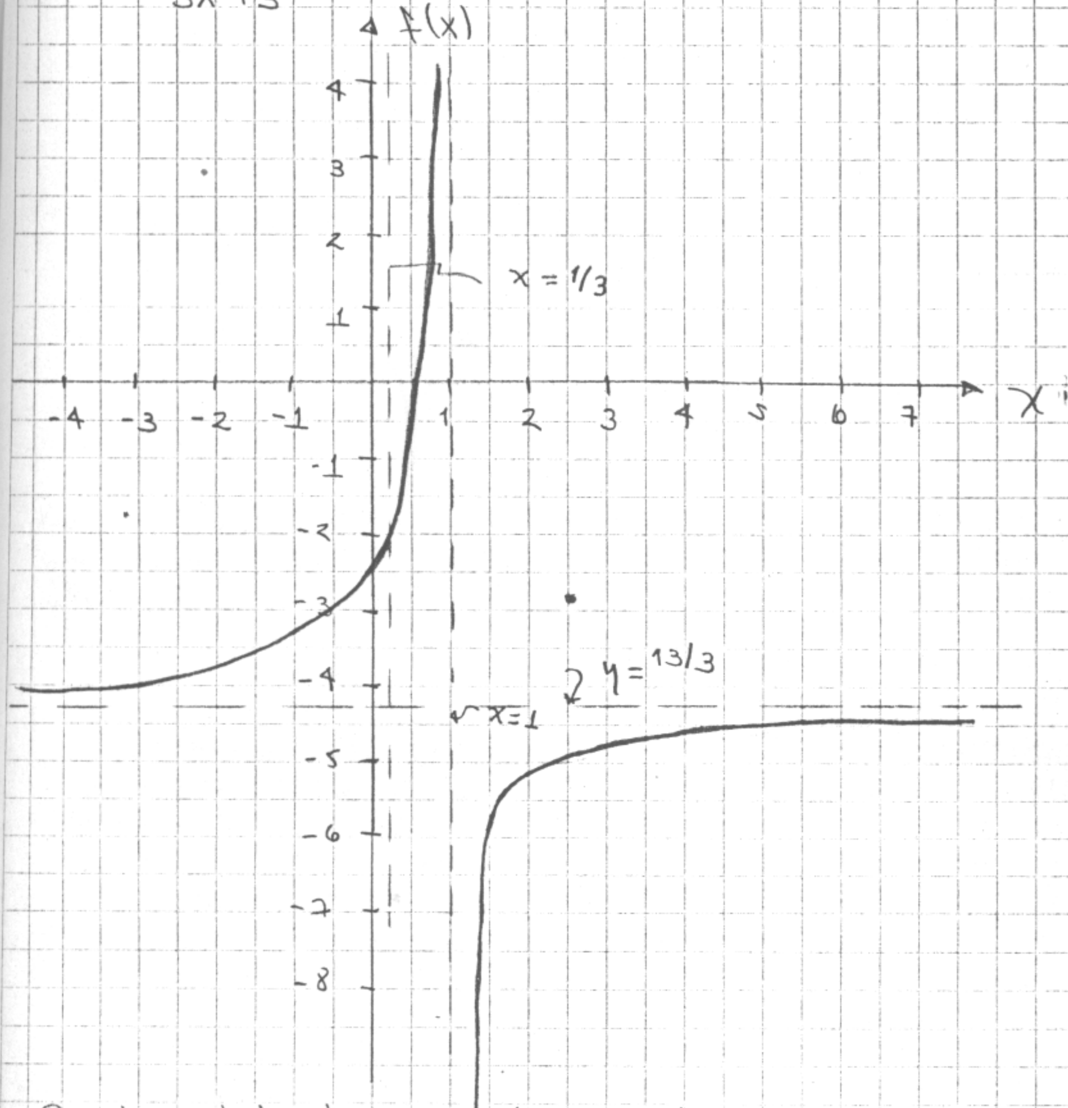
0.714285719	2.9×10^{-8}
0.714285715	4×10^{-9}
0.714285711	-2×10^{-8}
0.714285713	-8×10^{-9}
0.714285714	-2×10^{-9}

$\therefore$ Raíz $r = 0.714285714$

$f(r) = -2 \times 10^{-9}$

Utilice algún método numérico para encontrar la raíz de:

$$f(x) = \frac{4X + 2}{-3X + 3} - 3$$



Por el Método de Bisección y Tanteos ya que como se puede obser la raíz anda entre 0.52 y 0.54

x	f(x)
0.538461543	4.3×10^{-8}
0.538461539	5×10^{-9}
0.538461535	-3.2×10^{-8}
0.538461537	-1.4×10^{-8}
0.538461538	-4×10^{-9}

$\therefore$ Raíz $r = 0.538461538$

$f(r) = -4 \times 10^{-9}$

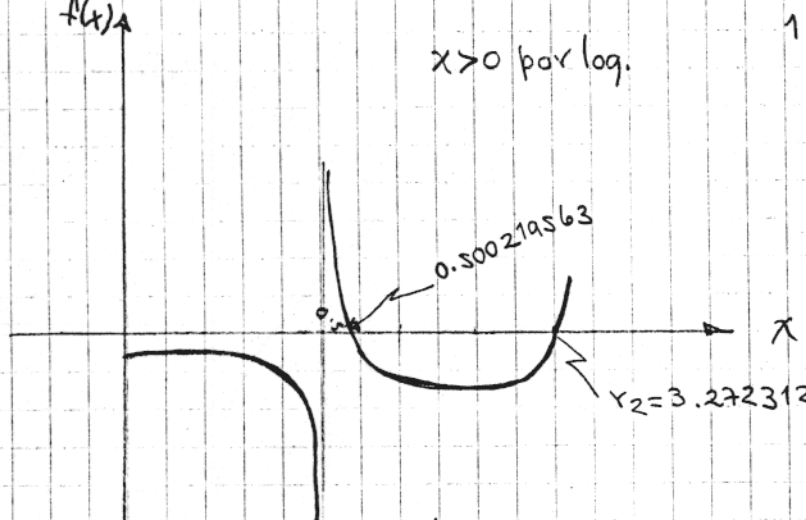
Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza
M. I. Horacio Sandoval Rodríguez

$$f(x)=\frac{e^{2x}x^{3/2}}{\log_2 2x}-1519 \quad ; \quad \log_2 2x=\log_2 2+\log(x)=1+\log_2(x)$$

$$\therefore\ f(x)=\frac{e^{2x}x^{3/2}}{1+\left(\frac{\ln x}{\ln 2}\right)}-1519$$

$x>0$ por log.

$$\log_2(x)=\frac{\ln x}{\ln 2}=\frac{\log_{10}x}{\log_{10}2}$$



1	-1511.610
2	-1441.786
3	6430.221
4	-708.049
0.5002	148.385
0.6	-1513.133

Raíz (entre 3 y 4)
Raíz (entre 0.5002 y 0.6)

Por el Método de Bisección y Tanteos se observa por medio de la gráfica que existen dos raíces una entre 3 y 4 y la otra entre 0.5002 y 0.6

x	f(x)
0.500219568	-0.034297
0.500219564	-0.006657
0.500219560	0.020981
0.500219562	0.007163
0.500219563	2.47×10^{-4}

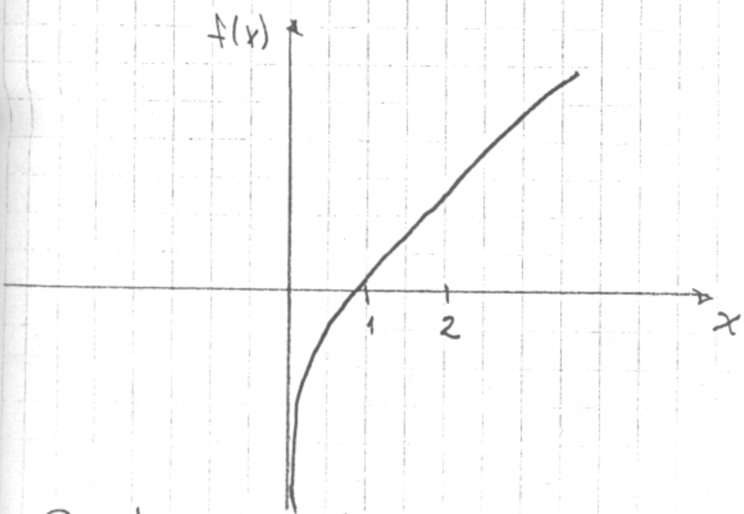
x	f(x)
3.27231270	1.88×10^{-4}
3.27231266	4.9×10^{-5}
3.27231262	-9.1×10^{-5}
3.27231264	-2.1×10^{-5}
3.27231265	1.4×10^{-5}

$\therefore\ r_1=0.500219563 \quad f(r_1)=2.47\times10^{-4}$

$r_2=3.27231265 \quad f(r_2)=1.4\times10^{-5}$

Resolver la siguiente ecuación empleando algún Método Numérico.

$$f(x) = \sqrt{x}\, e^{2x} + \log_2 x - 5$$



Por los Métodos de Bisección y Tanteos ya que se observa por medio de la gráfica que existe una raíz entre 0.8 y 0.9

x	f(x)
0.7	-2.1217494
0.8	-0.8918012
0.9	0.5871964151

$\}$ Raíz

x	f(x)
0.862566544	8.042×10^{-8}
0.862566540	3×10^{-8}
0.862566536	-4.055×10^{-8}
0.862566538	-1.03×10^{-8}
0.862566539	4.82×10^{-9}

$\}$ Raíz

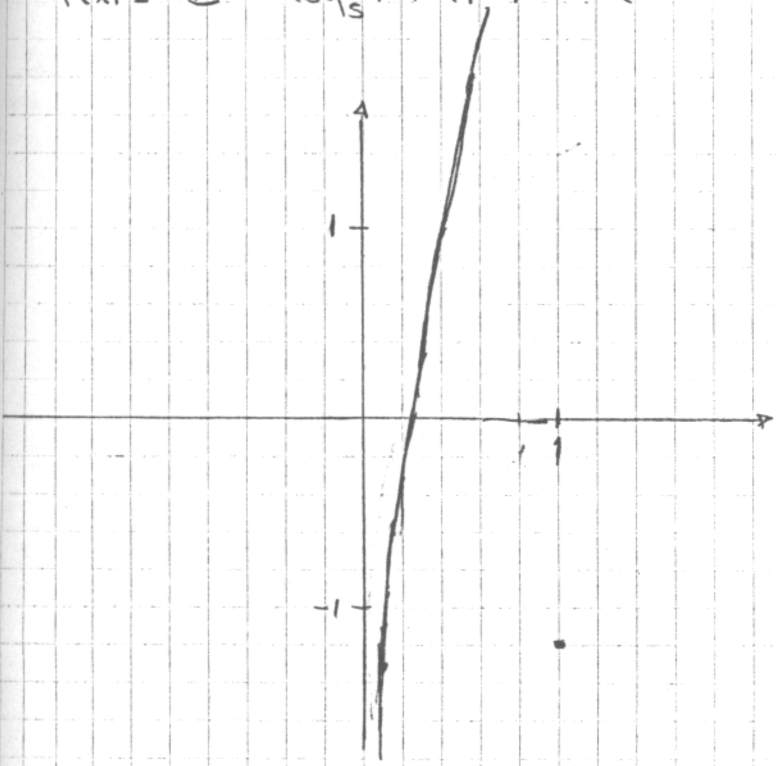
$\therefore$ Raíz $r_1 = 0.862566539$

$f(r_1) = 4.82 \times 10^{-9}$

Resuelva la siguiente ecuación

$$f(x) = e^{x} + \log_5 x + \pi \cdot x^{1/2} - 2$$

$$\log_5 x = \frac{LN x}{LN 5}$$



Tanteos

X	f(x)
0.3	-0.322509607
0.25	-0.0065313726
0.251563644	0.0042567155
0.250001234	-0.0065228445

Bisección

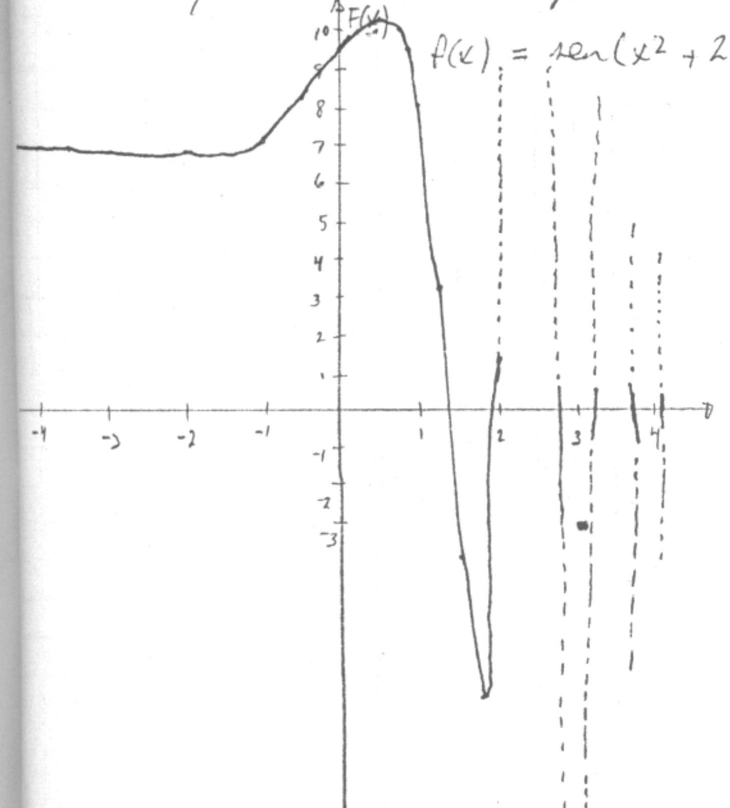
X	f(x)
0.251563641	0.009256688
0.2500912252	-0.0059009813
0.2508274331	$-8.1812074 \times 10^{-4}$
0.2511955371	0.0017202901
0.2510114851	$-4.5133574 \times 10^{-4}$ ← R
0.2511035111	0.0010858757
0.2510574981	7.6862136×10^{-4}
0.2510344916	6.0998247×10^{-4}
0.2510229884	5.3066043×10^{-4}
0.2510172368	4.9099866×10^{-4}
0.2510143439	4.7104×10^{-4}

$\therefore$ Raíz = 0.2511485

$f(r) = -4.5133574 \times 10^{-4}$

Encontrar la raiz más proxima al origen por el método de tanteos con K = 10 y un error $\varepsilon_x \varepsilon_y \leq 10^{-5}$ de la función

$$f(x) = \operatorname{sen}(x^2+2)\, e^{(x+1)} + 7.$$



Solo existen raices positivas.

$$\varepsilon_x = |x_i - x_{i+1}|$$

$$\varepsilon_y = |F(x_i)|$$

Existen dos raices entre 1 y 2. tomemos la primera raiz del intervalo

x	F(x)	ε_x	$\varepsilon_x \varepsilon_y$
1	8.0427	—	—
2	1.3878	—	—
1.1	6.4418	0.1	0.64418
1.2	4.3467	0.1	0.43467
1.3	1.8002	0.1	0.18002
1.4	-1.0476	0.1	0.10476
1.31	1.5253	0.01	0.15253
1.32	1.2476	0.01	0.12476
1.33	0.9672	0.01	0.09672
1.34	0.6843	0.01	0.06843
1.35	0.3994	0.01	0.03994
1.36	0.1125	0.01	0.01125
1.37	-0.1760	0.01	0.01760
1.361	0.0837	0.001	0.000083
1.362	0.0549	0.001	0.000055
1.363	0.0260	0.001	0.000026
1.364	-0.00272	0.001	0.000002 $< 10^{-5}$

Otras Raices:

$x_1 = 1.363905314863$ $F(x) = -1\times10^{-12}$

$x_2 = 1.979799692388$ $F(x) = -4.1\times10^{-11}$

$x_3 = 2.754876252362$ $F(x_3) = 2.17\times10^{-10}$

$x_4 = 3.234939162397$ $F(x_4) = -5.38\times10^{-10}$

$x_5 = 3.710927107712$ $F(x_5) = -3.72\times10^{-10}$

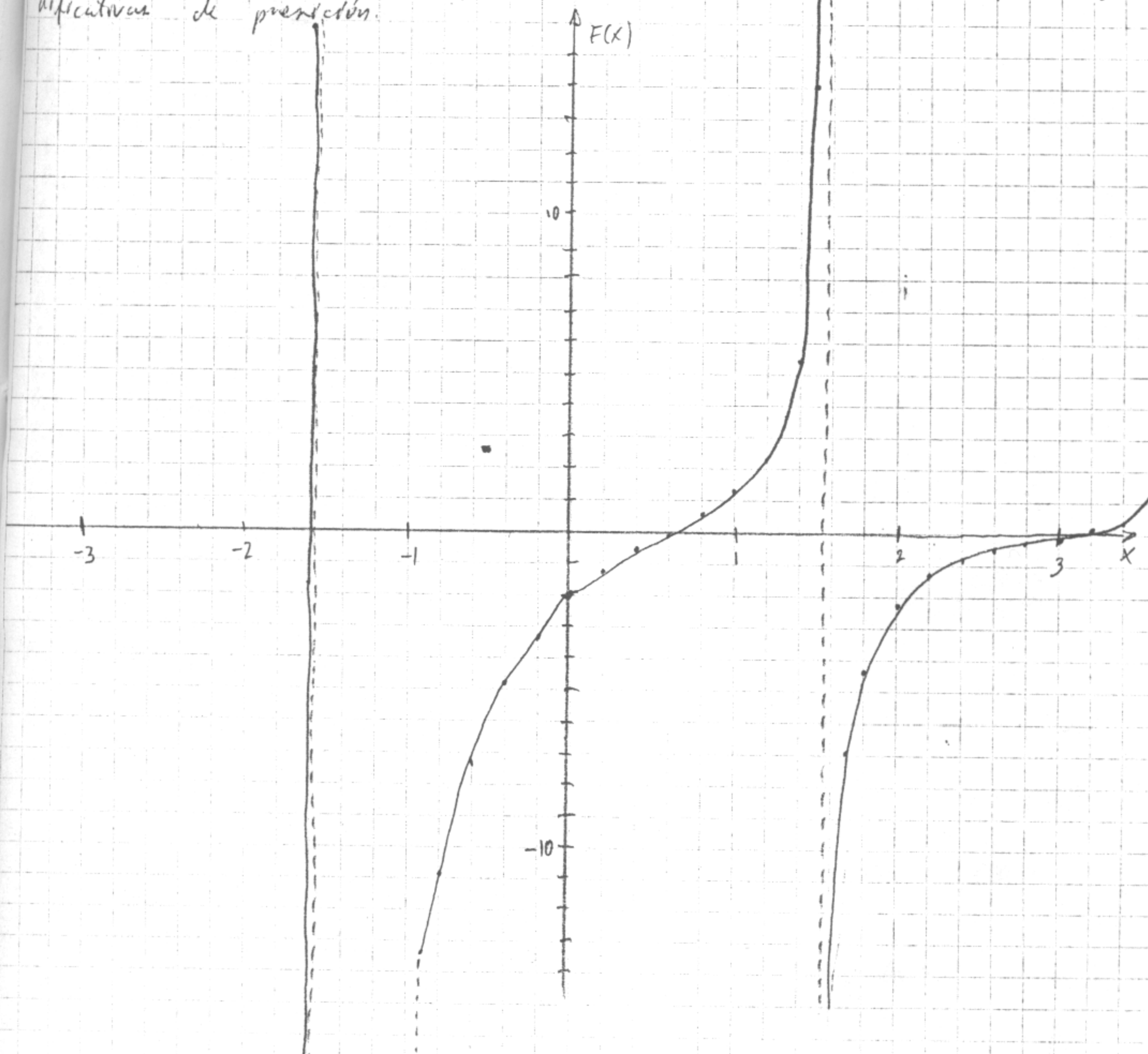
$x_6 = 4.099615751897$ $F(x_6) = 4.63\times10^{-10}$

$x_7 = 4.474427470385$ $F(x_7) = 4.32\times10^{-10}$

$x_8 = 4.807463403517$ $F(x_8) = -8.05\times10^{-10}$

$x_9 = 5.127339576$ $f(x_9) = -2.19\times10^{-8}$

Resolver la ecuación $f(x) = \tan(x) - 2e^{-2x}$ utilizando algún método numérico, tome en cuenta cuatro cifras significativas de precisión.



La función tiene un numero infinito de raices por la función $\tan(x)$. En la parte positiva, conforme se aleja del origen las raices coinciden con la raiz de la tangente ($n\pi$, $n = 0, 1, 2, 3 \ldots$) en el lado negativo tendremos las raices proximas a $\left(-\frac{(2n+1)\pi}{2}, n = 0, 1, 2, 3 \ldots\right)$

Utilizando tanteos con $K = 3$ obtengamos dos raices positivas

Para la primera raíz(t) tomaremos el intervalo (0, 1)

x	f(x)	
0	-2	
0.3333	-0.6806	$\Delta x = 0.3333$
0.6667	0.2596	
1.0	1.2867	
0.3333	-0.6806	$\Delta x = 0.1111$
0.4444	-0.3460	
0.5556	-0.0376	
0.6667	0.2596	
0.5556	-0.0376	$\Delta x = 0.0370$
0.5926	0.0619	
0.5556	-0.0376	$\Delta x = 0.0123$
0.5679	-0.0043	
0.5802	0.0289	
0.5679	-0.0043	$\Delta x = 0.0041$
0.5720	0.0068	
0.5679	-0.0043	$\Delta x = 0.0014$
0.5693	-0.0006	
0.5706	0.0031	
0.5693	-0.0006	$\Delta x = 0.0005$
0.5697	0.0006	
0.5693	-0.0006	$\Delta x = 0.0002$
0.5694	-0.0002	
0.5696	0.0002	
0.5694	-0.0002	$\Delta x = 0.0001$
0.5695	-0.0001	← tolerancia pedida.

$$\Delta x = \frac{|a - b|}{3}.$$

Sea $a = 0$ y $b = 1$.

$$\Delta_1 x = \frac{|0 - 1|}{3} = \frac{1}{3} = 0.3333$$

$r_1 = 0.569505443 \quad F(r_1) = 1 \times 10^{-13}$

Para la segunda raíz(t) tomaremos el intervalo (3, 3.5).

x	f(x)	
3	-0.1475	$\Delta x = 0.1667$
3.1667	0.0215	
3.3333	0.1916	
3.5	0.3728	
3	-0.1475	$\Delta x = 0.0556$
3.0556	-0.0907	
3.1111	-0.0345	
3.1617	0.0215	
3.1111	-0.0345	$\Delta x = 0.0185$
3.1296	-0.0158	
3.1481	0.0029	

x	f(x)	
3.1296	-0.0158	$\Delta x = 0.0062$
3.1358	-0.0096	
3.1420	-0.0033	
3.1481	0.0029	
3.1420	-0.0033	$\Delta x = 0.0021$
3.1440	-0.0013	
3.1461	0.0008	
3.1440	-0.0013	$\Delta x = 0.0007$
3.1447	-0.0006	
3.1454	0.0001	
3.1449	-0.0004	$\Delta x = 0.0002$
3.1452	-0.0001	
$\boxed{3.1453}$	$\boxed{6.8546 \times 10^{-8}}$	

$r_2 = 3.145299932$ $F(r_2) = -3.86 \times 10^{-13}$

Otras Raíces son:

$r_3 = 6.283192282$ $F(r_3) = -8.513 \times 10^{-15}$

$r_4 = -1.591522949$ $F(r_4) = 1.054 \times 10^{-9}$

$r_5 = -4.712429327$ $F(r_5) = 3.9398 \times 10^{-4}$

$r_6 = -7.853981709$ $F(r_6) = 59.09237$

$r_7 = -10.99557429$ $F(r_7) = ?$

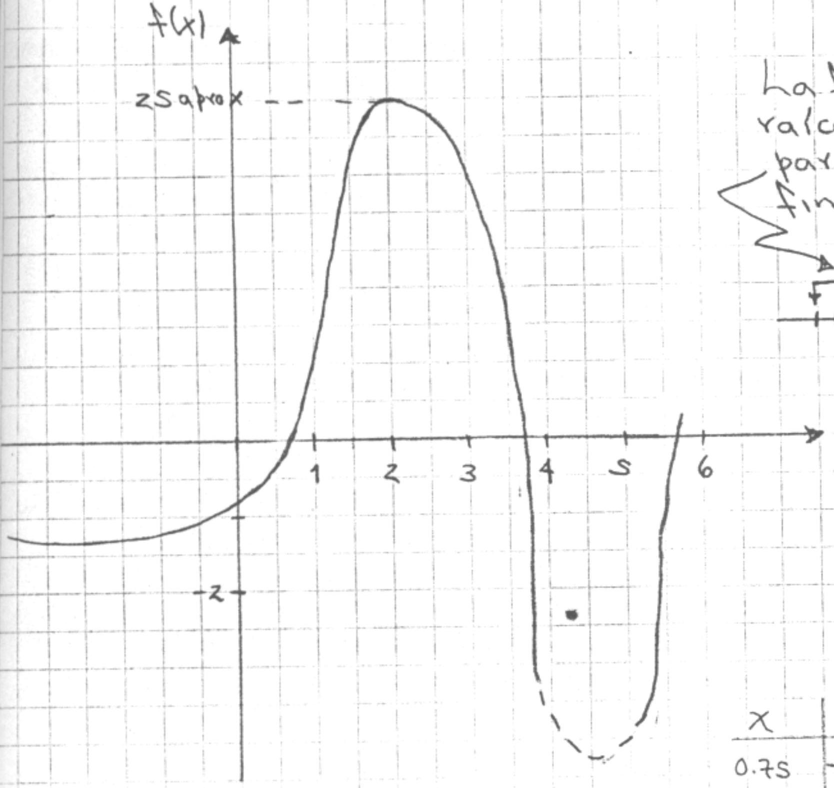
$r_8 = 9.424777974$ $F(r_8) = -2.036 \times 10^{-13}$

$r_9 = 12.56637061$ $F(r_9) = 6.5039 \times 10^{-12}$

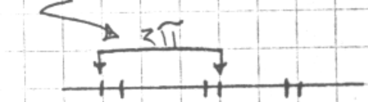
$r_{10} = 15.70796327 \doteq 5\pi$ $F(r_{10}) = 9.8839 \times 10^{-13}$

$r_{11} = 18.84955592 \doteq 6\pi$ $F(r_{11}) = 1.2405 \times 10^{-12}$

Encuentre la raíz cercana a cero mediante el Método de Aproximaciones sucesivas de la siguiente función $g(x) = (\cos^2 x - \operatorname{sen}(x+3))e^{x} - 2$ con $\varepsilon_x \varepsilon_y \leq 0.001$



La función en cuanto a las raíces positivas es periódica por pares y tiene un número infinito de ellas.



La envolvente de los máximos y mínimos aumenta de acuerdo con el factor e^x.

X	0	0.5	1	-0.5
g(x)	-1.4112	-0.15189	0.85074	-1.89587

Raíz

	X	f(x)	$g(x)=\varepsilon_y$	ε_x	$\varepsilon_x\varepsilon_y$
	0.75	-1.16048	0.34337	—	—
	0.57877	-1.15523	0.00535	0.1723	0.00092
Raíz →	0.57610	-1.15518	0.00005	0.00267	1.335×10^{-7}
	0.57607	-1.15518	3.87×10^{-7}	0.00002	

$$m = \frac{g(b)-g(a)}{b-a}$$

$a = 0.5 \quad b = 1$

$$m = \frac{0.85074 + 0.15189}{0.5}$$

$m = 2.00527$

$$X_1 = \frac{X(a)+X(b)}{2} = \frac{1.5}{2} = 0.75$$

Raíz 0.576072892 $\qquad f(x) = 2\times10^{-12}$

$R_2 = 3.84842772$
$R_3 = 5.68383755$

Otras raíces de la función son:

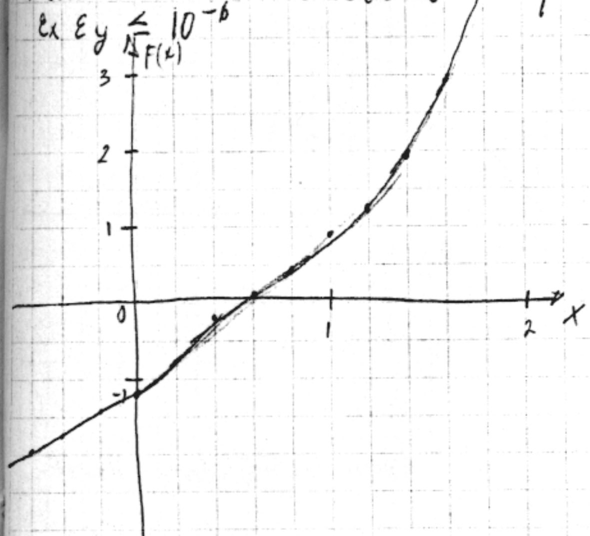
$r_1 = 0.576072892$	$f(r_1) = 0$
$r_2 = 3.84842395$	$f(r_2) = -8.84756\times10^{-9}$
$r_3 = 5.6838354$	$f(r_3) = 6.51926\times10^{-8}$
$r_4 = 10.1540712$	$f(r_4) = -4.41074\times10^{-5}$
$r_5 = 11.9629547$	$f(r_5) = 7.92689\times10^{-4}$
$r_6 = 16.438099$	$f(r_6) = 0.07354$
$r_7 = 18.2461324$	$f(r_7) = 0.24091$

Adolfo Altamirano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez

Obtenga la raíz más próxima al origen de la ecuación

$$g(x) = e^x [\cos^2 x - \operatorname{sen}(x+3)] - 2$$

mediante el método de aproximaciones sucesivas Modificado; con $\varepsilon_x \varepsilon_y \leq 10^{-6}$



Para $x \leq 0$ $g(x)$ es negativo ya que el primer sumando será siempre menor que la unidad, así que se analizará para valores no negativos. Dada la oscilación de las funciones con incrementos de 1 en radianes, no se corre el riesgo de saltar un par de raíces.

Sea el intervalo [0.5, 1.0] donde existe la raíz y se arranca el método

$$f(x) = g(x) - mx \qquad m = \frac{f(a) - f(b)}{a - b}$$

sea $a = 1$ $f(a) = 0.85$
$b = 0.5$ $f(b) = -0.15$

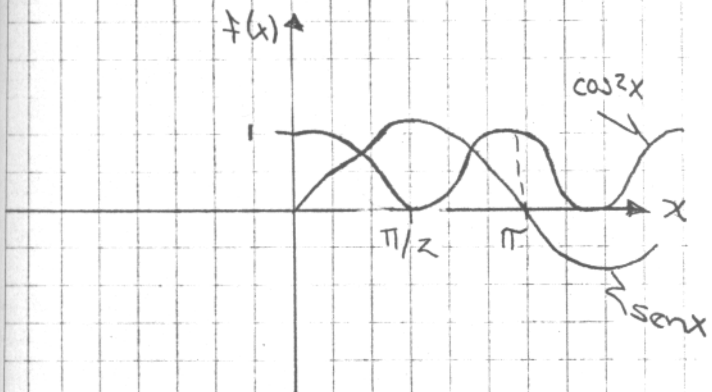
$$m = \frac{0.85 - (-0.15)}{1 - 0.5} = 2.$$

$$x_{i+1} = \frac{f(x)}{-m}$$

x	$f(x)$	ε_x	ε_y	$\varepsilon_x \varepsilon_y$
0.5	-1.151892	—	0.151892	—
0.575946	-1.152144	0.075946	-0.000252	0.000019
0.576072	-1.152146	-0.000126	-1.47×10^{-6}	-1.852×10^{-10} < tol. $\varepsilon_x \varepsilon_y$
1.0	-1.149259	—	0.850741	—
0.574629	-1.152129	0.425371	-0.002870	0.001221
0.576065	-1.152142	0.001436	-0.000016	-22×10^{-9}

$\boxed{\text{Raiz} = 0.576072891913 5 \quad F(x) = -1 \times 10^{-12}}$

Obtener la solución de la siguiente función $f(x) = e^{[\cos^2 x - \operatorname{sen}(x+3)]} - 2$



$$0 < e^{[\cos^2 x - \operatorname{sen}(x+3)]} < 2$$

∴ f(x) tiene muchas soluciones

Analizando el intervalo de −10 a 10

x	$f(x)$	
−10	1.9002	E. Raíz
−9	−0.2655	
−8	−1.6085	
−7	−1.1717	E. Raíz
−6	0.8952	
−5	0.6906	
−4	1.5563	
−3	0.6647	E. Raíz
−2	−1.4874	
−1	−1.4606	E. Raíz
0	0.3605	
1	0.8540	
2	1.1022	
3	1.5237	E. Raíz
4	−1.2053	
5	−1.5970	
6	−0.3350	E. Raíz
7	1.0416	
8	0.7764	
9	1.9225	E. Raíz
10	−0.6717	

Utilizando el Método de Aproximaciones sucesivas Modificado:

Para los valores de −10, −9

$$g(x) = F(x) - mx \qquad m = \frac{F(b) - F(a)}{b-a}$$

$$x_{i+1} = \frac{g(x)}{-m} \qquad x_0 = \frac{a+b}{2}$$

Sea $a = -10$, $b = -9$

$$m = \frac{-0.2655 - 1.9002}{1}$$

$$m = -2.1657 \qquad x_0 = -9.5$$

x	$f(x)$	$g(x)$
−9.5	1.3517	−19.2224
−8.8759	−0.6068	−19.8292
−9.1560	0.2316	−19.5977
−9.0491	−0.1159	−19.7136
−9.1026	−0.0548	−19.6588
−9.0773	−0.0268	−19.6856
−9.0897	0.0129	−19.6726
−9.0837	−0.0063	−19.6789
−9.0866	0.0030	−19.6759
−9.0852	−0.0015	−19.6774
−9.0859	0.0007	−19.6766

x	$f(x)$	$g(x)$
−9.0856	−0.0003	−19.6770
−9.0857	0.0002	−19.6768
−9.0857	−0.0001	−19.6769
$\boxed{-9.08570}$	$\boxed{0.00004}$	Raíz

Para los valores de $a=-7$ y $b=-6$

$$m = \frac{0.8952 + 1.1717}{-6+7}$$

$m = 2.0669$

$x_0 = -6.5$

x	$f(x)$	$g(x)$
-6.5	-0.1725	13.2623
-6.4165	0.0357	13.2980
-6.4338	-0.0074	13.2906
-6.4302	0.0016	13.2921
-6.4310	-0.0003	13.2918
-6.4308	0.0001	13.2919
-6.430828	-1.42×10^{-5}	Raíz

Para los valores de $a=-3$ y $b=-2$

$$m = \frac{-1.4874 - 0.6647}{-2+3}$$

$m = -2.1521$

$x_0 = -2.5$

x	$f(x)$	$g(x)$
-2.5	-0.8237	-6.2039
-2.8827	0.2648	-5.9392
-2.7597	-0.1353	-6.0744
-2.8226	0.0649	-6.0095
-2.7924	-0.0324	-6.0419
-2.8075	0.0159	-6.0260
-2.80	-0.0079	-6.0339
-2.8037	-0.0039	-6.03
-2.8019	-0.0019	-6.0319

x	$f(x)$	$g(x)$
-2.8028	0.0010	-6.0310
-2.8024	-0.0005	-6.0314
-2.8026	0.0002	-6.0312
-2.8025	-0.0001	-6.0313
-2.8025	0.001	-6.0313
-2.802497	-2.81×10^{-5}	Raíz

Para los valores de $a=-1$ y $b=0$

$$m = \frac{0.3605 + 1.4874}{0+1} = 1.8479$$

$x_0 = -0.5$

x	$f(x)$	$g(x)$
-0.5	-0.81270	0.11125
-0.06020	0.21655	0.32728
-0.17739	-0.07435	0.25344
-0.13715	0.02619	0.27963
-0.15133	-0.00922	0.27042
-0.14634	0.00325	0.27366
-0.14809	-0.00114	0.27252
-0.14748	0.00040	0.27292
-0.14769	-0.00014	0.27278
-0.14762	0.00005	0.27283
-0.14764	-0.00002	Raíz

Para los valores $a=3$ y $b=4$

$$m = \frac{-1.2053 - 1.5237}{4-3} = -2.729$$

$x_0 = 3.5$

x	$f(x)$	$g(x)$
3.5	-0.06166	9.48984
3.47741	0.01054	9.50038
3.48127	-0.00189	9.49849
3.48057	0.00034	9.49883
3.4807	-0.00006	9.49877
3.48068	0.00001	Raíz

Para los valores $a=6$ y $b=7$

$$m=\frac{1.0416+0.3350}{7-6}=1.3766$$

$X_0 = 6.5$

x	f(x)	g(x)
6.5	0.79792	-8.14998
5.92037	-0.52190	-8.67189
6.29950	0.39835	-8.27354
6.01013	-0.31055	-8.58409
6.23572	0.24749	-8.3366
6.05594	-0.19835	-8.53495
6.20002	0.16026	—
6.12781	-0.01935	-8.45489
6.14186	0.01577	—
6.13484	-0.00178	-8.44700
6.13613	0.00145	-8.44554
6.13507	-0.00118	-8.44673
6.13593	0.00097	-8.44576
6.13523	-0.00079	-8.44655
6.13581	0.00064	-8.44591
6.13534	-0.0052	—
6.13558	0.00008	Raíz

Para $a=9$ y $b=10$

$$m=\frac{-0.6717-1.9225}{10-9}=-2.5942$$

$X_0 = 9.5$

Sacando promedio

x	f(x)	g(x)
9.5	0.88832	25.53322
9.84242	-0.24421	—
9.67121	0.30676	25.39581
9.78946	-0.08147	—
9.7	0.20983	25.37357
9.78088	-0.05436	—
9.75	0.04482	25.33827
9.76728	-0.01096	25.32731
9.76305	0.00261	25.32992
9.76406	-0.00063	25.32930
9.76382	0.00015	25.32945
9.76388	-0.00004	Raíz

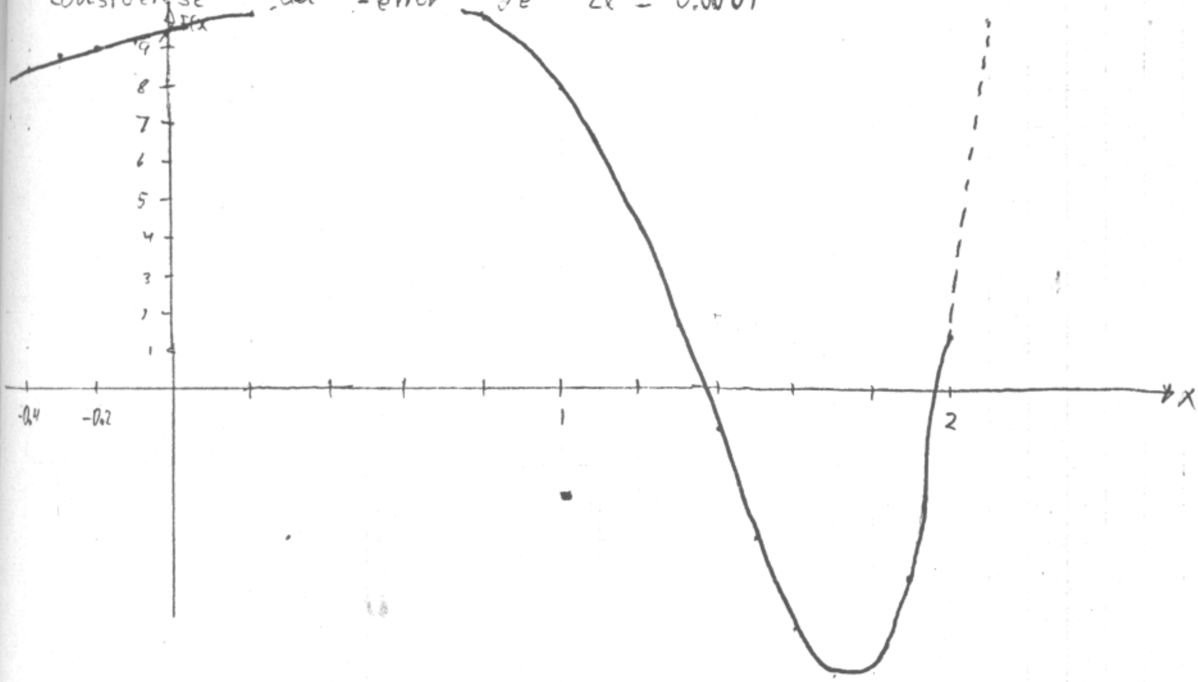
Observando la gráfica y tomando las raíces, haciendo la resta entre ellas obtenemos

Raíces	Diferencia entre R_i y R_{i+1}
$R_1 = -9.085704$	
	2.6549
$R_2 = -6.430828$	
	3.6283
$R_3 = -2.802497$	
	2.6549
$R_4 = -0.14764$	
	3.6283
$R_5 = 3.48068$	
	2.6549
$R_6 = 6.13558$	
	3.6283
$R_7 = 9.76388$	

Encuentre la raíz más próxima al origen, por el método de aproximaciones sucesivas modificado, de la función

$$F(x) = \text{Sen}\,(x^2+2)\; e^{(x+1)} + 7$$

considérese un error de $\varepsilon_x \leq 0.0001$



De la gráfica observamos que existe una raíz entre 1 y 1.5.
la fórmula de recurrencia será

$f(x) = F(x) - mx$

Sea $a = 1$ y $b = 1.5$

$$m = \frac{F(b) - F(a)}{b - a} \qquad F(a) = 8.0427$$

$$F(b) = -3.9032$$

$$m = \frac{-3.9032 - 8.0427}{0.5} = -23.8919.$$

$$f(x) = \text{sen}\,(x^2+2)\; e^{(x+1)} + 7 + 23.9\,x$$

$$x_{i+1} = \frac{f(x)}{-m}$$

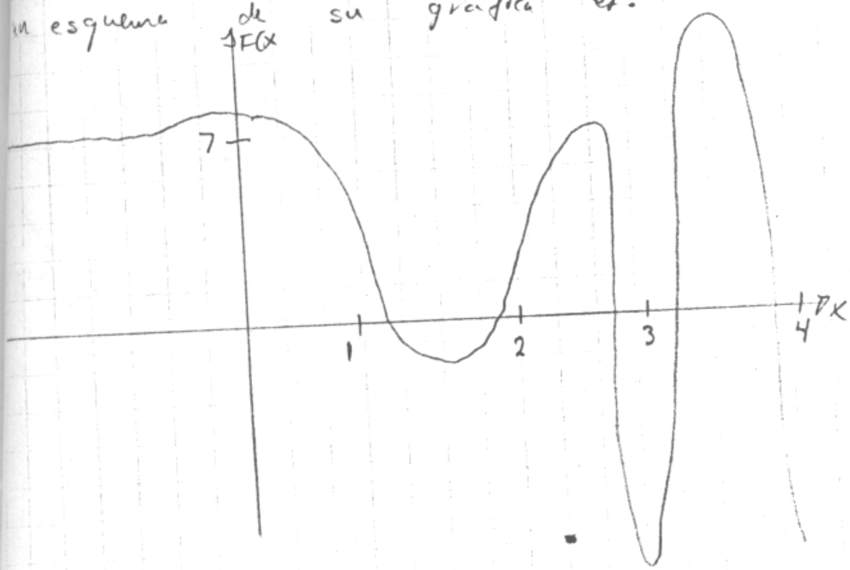
Sea $x_0 = \frac{a+b}{2} = \frac{1+1.5}{2} = 1.25$

i	x_i	$F(x_i)$	$f(x_i)$	ε_x
0	1.25	3.1234	32.9984	—
1	1.3807	-0.4856	32.5128	0.1307
2	1.3604	0.1019	32.6141	0.0203
3	1.3646	-0.0209	32.5938	0.0042
4	1.3638	0.0043	32.5981	0.0008
5	1.3639	-0.0009	32.5972	0.0001 = 0.0001

$\boxed{X = 1.3639}$

Problemario de Métodos Numericos
Adolfo Altamirano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez
324

La función tiene un numero de soluciones todas positivas,
un esquema de su gráfica es:

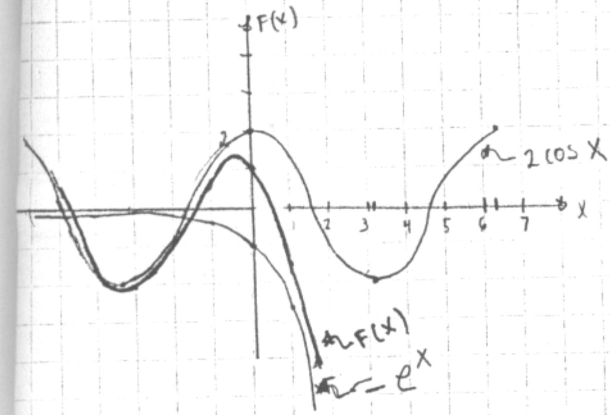


Se hace mayor la amplitud al aumentar x, según $e^{(x+1)}$ y la frecuencia también aumenta, por lo que las raíces serán cada vez más próximas y la pendiente de la función en ellas será mayor.

Raíces

$x_1 = 1.363\,905\,31$	$F(x_1) = -3.725\,29 \times 10^{-9}$
$x_2 = 1.979\,799\,69$	$F(x_2) = -1.490\,12 \times 10^{-8}$
$x_3 = 2.754\,876\,25$	$F(x_3) = -1.378\,36 \times 10^{-7}$
$x_4 = 3.234\,939\,16$	$F(x_4) = 1.695\,01 \times 10^{-7}$
$x_5 = 3.71\,092\,711$	$F(x_5) = 1.564\,62 \times 10^{-7}$
$x_6 = 4.099\,615\,75$	$F(x_6) = -2.266\,84 \times 10^{-6}$
$x_7 = 4.474\,427\,47$	$F(x_7) = -1.842\,16 \times 10^{-6}$
$x_8 = 4.807\,463\,41$	$F(x_8) = 9.313\,23 \times 10^{-7}$

Mediante el método de Newton Raphson obtenga una raiz positiva de la ecuación $F(x) = 2\cos x - e^x = 0$, con un error menor o igual a 0.01.



Existe una raiz entre cero y uno.
Tambien existes multiples Raices en el intervalo negativo.
Obtendremos la raiz positiva y la raiz negativa más cercana a cero.

$$F(x) = 2\cos x - e^x$$

$$F'(x) = -2\,\text{sen}\,x - e^x$$

$$x_{i+1} = x_n - \frac{F(x_i)}{F'(x_i)}$$

sea $x_0 = 0$

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$
0	0	1	-1
1	1	-1.6377	-4.4012
2	0.6279	-0.2552	-3.0486
3	0.5442	-0.0122	-2.7587
4	0.5398	-3.34×10^{-5}	-2.7436
5	0.5398		

$\boxed{\text{Raiz}^+ = 0.5397811161,\ F(x) = 1 \times 10^{-12}}$

Para la raiz negativa tomemos $x_0 = -1.5$

i	x_i	$F(x_i)$	$F'(x_i)$
0	-1.5	-0.0817	1.7719
1	-1.4539	-0.0004	1.7527
2	-1.4537	-13.63×10^{-9}	1.7526
3	-1.4537		

$\boxed{\text{Raiz}^- = -1.4536736 66,\ F(x) = -7 \times 10^{-13}}$

$\boxed{\text{Otra Raiz}^- = -4.716860601,\ F(x) = -2.48 \times 10^{-13}}$

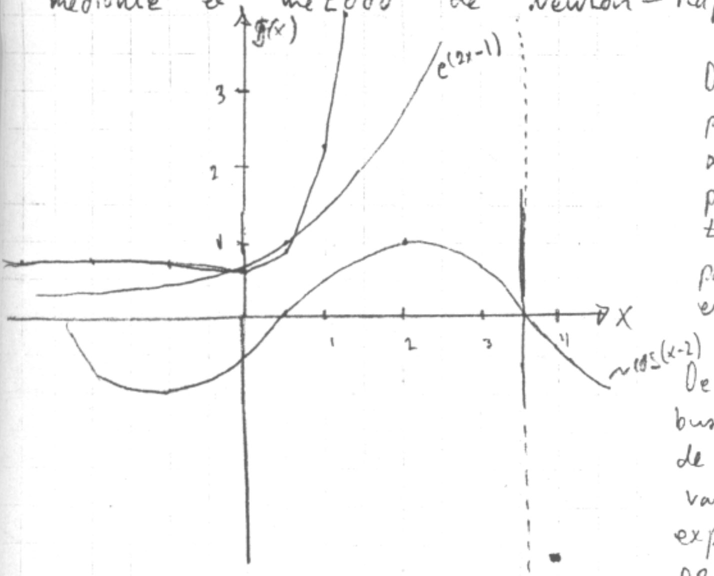
$\boxed{\text{Otra Raiz}^- = -7.853787495,\ F(x) = -1.19 \times 10^{-9}}$

Para raices negativas $-\dfrac{n\pi}{2} = \text{raiz} \quad n = 3, 5, 7, 9, \ldots$

Encuentre la raíz más cercana al origen de la ecuación

$$g(x) = e^{(2x-1)} \cos(x-2) + \frac{\pi}{4}$$

mediante el método de Newton-Raphson con $\varepsilon_y \leq 0.0001$.



Del análisis de la función se ve que para cuando el coseno es -1 en $x \doteq -1$, la exponencial vale e^{-3}, y el producto será menor que $\pi/4$, por lo tanto la función no tendrá raíces para $x \leq 0$ y será positiva para ese intervalo.

De la figura se ve que la raíz buscada (por el coseno) estará a la derecha de $2+\frac{\pi}{2}$ y muy próxima a este valor ya que la amplificación de la exponencial será de e^6 aproximadamente, por lo tanto sea $x_0 = 3.5$

$$g'(x) = e^{(2x-1)}[-\text{sen}(x-2)] + 2\cos(x-2)\, e^{2x-1}$$
$$= e^{(2x-1)}[2\cos(x-2) - \text{sen}(x-2)].$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{g(x_i)}{g'(x_i)}$$

x	g(x)	g'(x)
3.5	29.322822	-345.343351
3.584909	-5.961724	-491.545894
3.572781	-0.140575	-468.492542
3.572481	-0.000084	← Raíz y tolerancia

$$x_1 = 3.5 - \frac{29.322822}{-345.343351} = 3.584909$$

$x = 3.572480425$ $\quad F(x) = -2.305 \times 10^{-10}$

Otras Soluciones

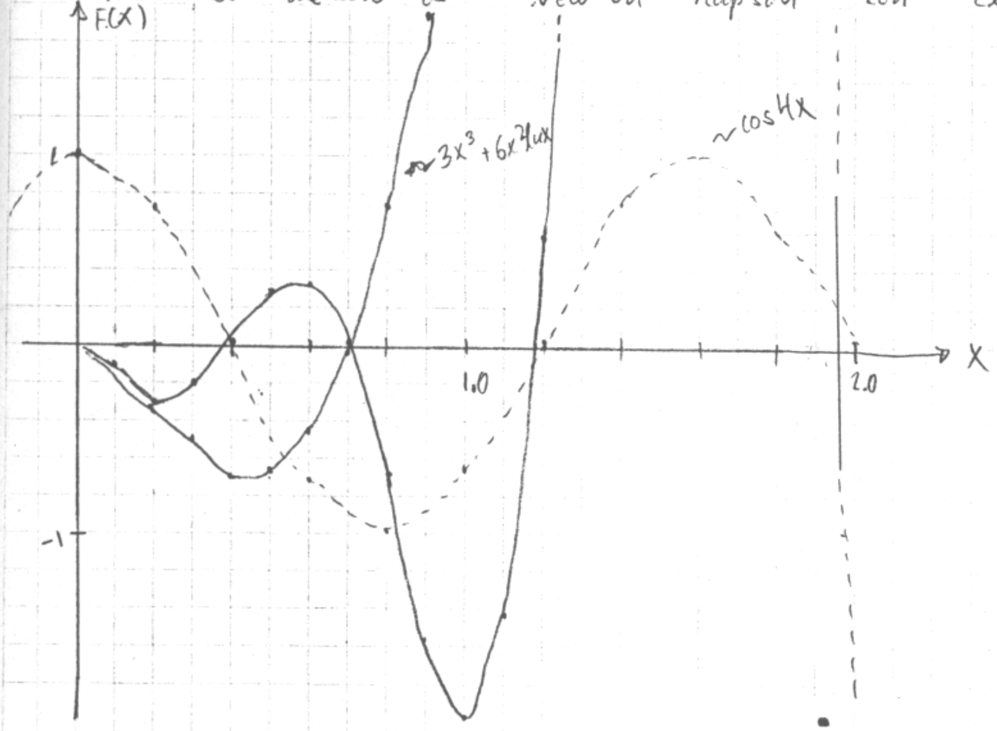
3.1399054
$x = 6.712385825$ $\quad F(x) = 2.479671 \times 10^{-7}$
3.1415968
$x = 9.85398164$ $\quad F(x) = 4.308373 \times 10^{-5}$
π
$x = 12.99557429$ $\quad F(x) = -0.23350906$
π
$x = 16.13716694$ $\quad F(x) = 156.3172999$
π
$x = 19.27875959$ $\quad F(x) = -79053.76$
π
$x = 22.42035225$ $\quad F(x) = 40067125$
π
$x = 25.5619449$ $\quad F(x) = -2.024223 \times 10^{10}$

Las raíces tienen una separación que es casi de π.

Encontrar la solución de la función

$$f(x) = (3x^3 + 6x^2 \ln x)\cos 4x$$

Utilice el método de Newton Rapson con $\varepsilon x \leq 0.0001$.



La función es cero cuando $\cos 4x = 0$ y cuando $3x^3 + 6x^2 \ln x = 0$.

$\therefore \ \pi/2 = 4x \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}$ son solucion $\boxed{x = \frac{\pi}{8} + n\pi}$ $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Para la otra parte de la función

$f(x) = 3x^3 + 6x^2 \ln x = 0$

$f'(x) = 9x^2 + 12x \ln x + \frac{1}{x} 6x^2$ $\qquad x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$

Para $x_0 = 0.7$

i	x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$	εx
0	0.7	-0.01962	5.61393	—
1	0.70350	0.00016	5.70615	0.00350
2	0.70347			0.00003 < 0.0001 ← Raiz

Raiz = 0.703467422 $\quad F(x) = -4 \times 10^{-12}$

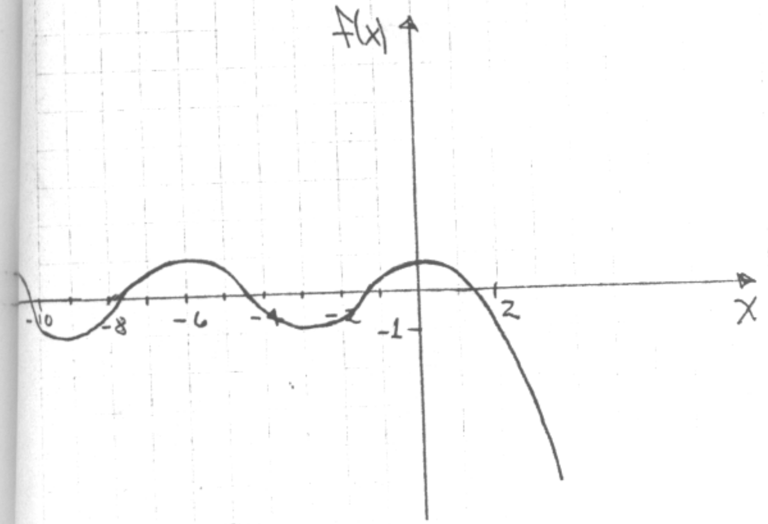
$$\boxed{\text{Solucion } \ x = \frac{\pi}{8} + n\pi \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \quad x = 0.703467422}$$

Con el método de Newton- Rhapson obtenga una raíz positiva con un error $\varepsilon x = |X_{n+1} - X_n| \leq 0.001$. de la ecuación $f(x) = 2\cos x - e^x = 0$

$f(x) = 2\cos x - e^x = 0$

$f'(x) = -2\operatorname{sen} x - e^x$

x	$f(x)$
0	1
$\pi/2 = 1.57$	-4.8105
0.5	0.1064



$X_0 = 0.0$
$X_1 = 1.0000$
$X_2 = 0.6279$
$X_3 = 0.5442$
$X_4 = 0.5398 = X_s$

$X_0 = \pi/2 = 1.5708$
$X_1 = 0.8645$
$X_2 = 0.5883$
$X_3 = 0.5412$
$X_4 = 0.5398 = X_s$

∴ La raíz es:

$R = 0.5398$

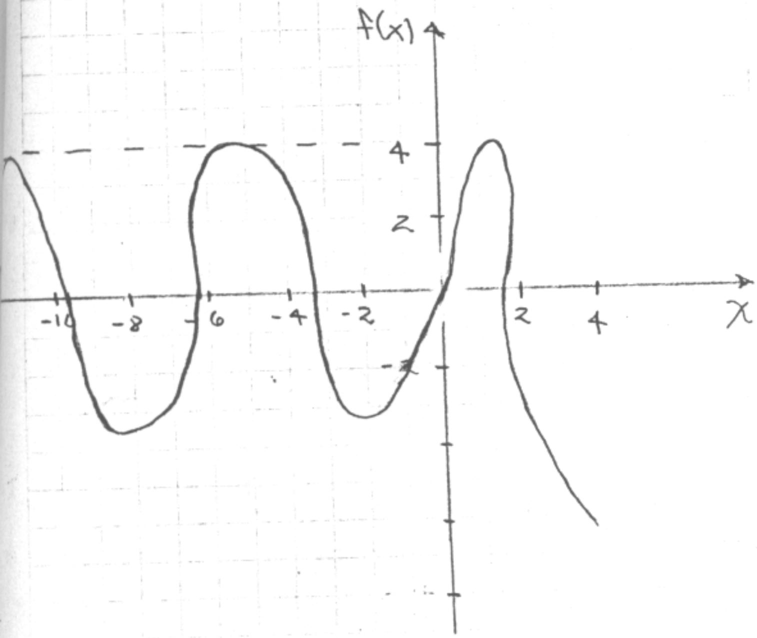
Otras raíces de la ecuación son:

$r_1 = 0.53978516 1$
$f(r_1) = 0.0$
$r_2 = -1.45367367$
$f(r_2) = 9.61790647 \times 10^{-11}$
$r_3 = -4.71686060$
$f(r_3) = -1.10888721 \times 10^{-9}$
$r_4 = -7.85378750$
$f(r_4) = 3.59120289 \times 10^{10}$

Obtener la solución de la siguiente función $f(x) = 4\operatorname{sen}x - e^{x}$ por el método de Newton-Raphson

$$f(x) = 4\operatorname{sen}X - e^{x} = 0$$

$$f'(x) = 4\cos X - e^{x}$$



X_n	$f(X_n)$	$f'(X_n)$	X_{n+1}
1.0000	0.6476	-0.5571	2.1625
2.1625	-5.3730	-10.9241	1.6707
1.6707	-1.3356	-5.7145	1.4369
1.4369	-0.2436	-3.6739	1.3706
1.3706	-0.0177	-3.1426	1.3650
1.3650	-0.0001	-3.0983	1.3650 ← solución

$$X_{n+1} = X_n = - \frac{e^{x} - 4\operatorname{sen}X}{e^{x} - 4\cos X}$$

Para un intervalo

x	$F(x)$
$\pi/16$	0.4366
$\pi/8$	-2.2145

Existe una raíz debido a que hay cambio de signos en este intervalo

Tomaremos como x_0

$$(\pi/16 + \pi/8)/2 = 0.2945$$

$$x_1 = 0.2945 - \frac{e^{0.2945} - 4\operatorname{sen}(0.2945)}{e^{0.2945} - 4\cos(0.2945)}$$

$$x_1 = 0.2945 - \frac{0.1814}{-2.4853}$$

$$x_1 = 0.2945 + 0.73 = 0.3675$$

$$X_2 = 0.3675 - \frac{e^{0.3675} - 4\operatorname{sen}(0.3675)}{e^{0.3675} - 4\cos(0.3675)}$$

$$X_2 = 0.3675 + 0.0031 = 0.3706$$

$$X_3 = 0.3706 - \frac{e^{0.3706} - 4\operatorname{sen}(0.3706)}{e^{0.3706} - 4\cos(0.3706)}$$

$$X_3 = 0.3706 - \frac{0.0002}{2.2799}$$

$$X_3 = 0.3705$$

Otras raíces de la función son:

$Y_1 = 1.36495844$

$f(Y_1) = -5.95537131 \times 10^{-9}$

$Y_2 = 0.37058096$

$f(Y_2) = 0.0$

$Y_3 = -3.15228148$

$f(Y_3) = 4.26757652$

$Y_4 = -6.28271823$

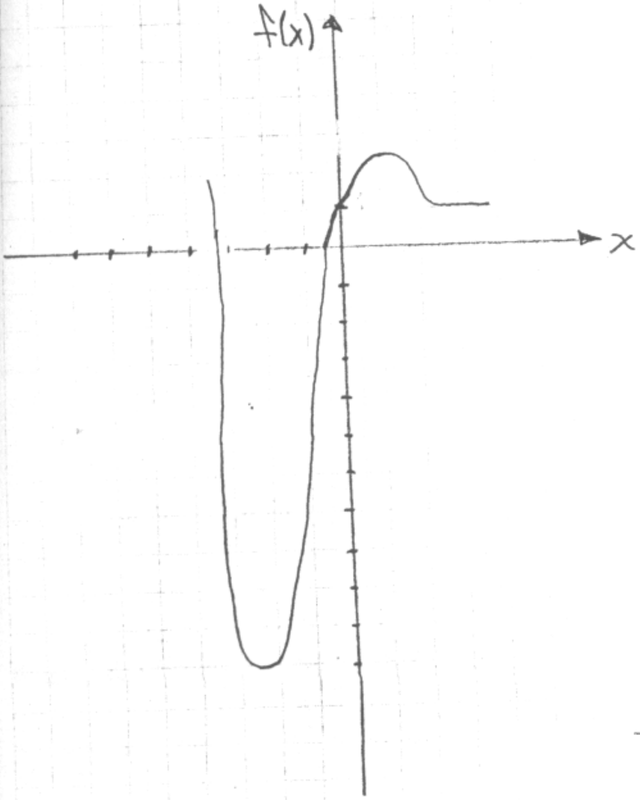
$f(Y_4) = 8.38964453 \times 10^{-10}$

$Y_5 = -9.42479814$

$f(Y_5) = -3.32835381 \times 10^{-9}$ ......

Obtener la solución de la siguiente función $f(x) = e^{(-x+1)} \operatorname{sen} x + 1$ por el método de Newton-Raphson

$$f(x) = e^{(-x+1)} \operatorname{sen} x + 1 = 0$$



Existen raíces cada π para valores negativos de x.
No existen raíces para $x \geq 0$
La pendiente de la función en las raíces −3.1, −6.2, etc. es muy fuerte, por lo que aproximaciones sucesivas original no convergerá y para Newton-Raphson 1er orden la convergencia será cada vez más lenta entre más negativa sea la raíz. Probablemente interpolación lineal sea más rápida.

$$f'(x) = e^{(-x+1)} \cos x - e^{(-x+1)} \operatorname{sen} x$$

X_n	$f(X_n)$	$f'(X_n)$	X_{n+1}
−1.0000	−5.2177	10.2100	−0.4890
−0.4890	−1.0820	5.9951	−0.3085
−0.3085	−0.1235	4.6494	−0.2819
−0.2819	−0.0025	4.4637	−0.2814
−0.2814	0.0000	4.4599	−0.2814 ← solución

otras raíces son:

$r_1 = -0.28135777$
$f(r_1) = -1.39698 \times 10^{-9}$

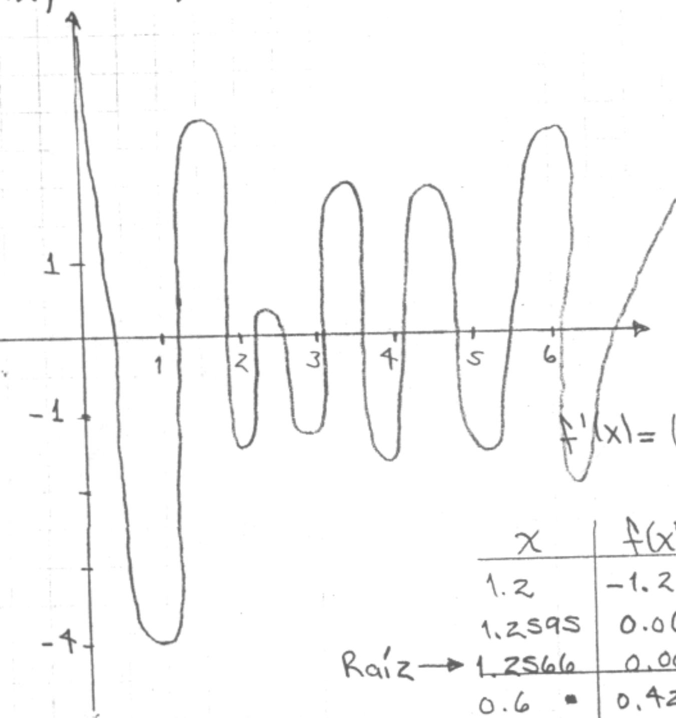
$r_2 = -3.12543549$
$f(r_2) = 4.70318 \times 10^{-8}$

$r_3 = -6.28387183$
$f(r_3) = 1.81468 \times 10^{-6}$

Obtener la solución de la siguiente función $f(x)=(4x-2x\ln x)\,\text{sen}\,5x$ por el método de Newton - Raphson.

$$y=(4x-2x\ln x)\,\text{sen}\,5x$$
$$=2x(2-\ln x)\,\text{sen}\,5x$$

x	f(x)
0	0
0.1	0.4126
0.5	1.6118
1	-3.835
1.1	-2.9564
1.2	-1.2189
1.3	0.9719
1.4	3.0602
$\pi/2$	4.8645



$$f'(x)=(4-2\ln x-2)\,\text{sen}\,5x+5(4x-2x\ln x)\cos 5x$$

	x	f(x)	f'(x)
	1.2	-1.2184	20.4864
	1.2595	0.0638	22.3039
Raíz →	1.2566	0.0001	22.2621
	0.6	0.4252	-14.4878
	0.6293	0.0160	-15.5162
Raíz →	0.6283	1.5347×10^{-5}	-15.4862

$z=(2-\ln x)$

x	z
1	2
2	1.31
3	0.90
5	0.39
10	-0.30
7	0.05
8	-0.08
7.4	-0.001480
7.35	0.005300
7.39	-0.00128
7.38	0.00122
7.385	0.000549
6	0.000414
7	0.000278
8	0.000143
9	0.000008
7.3891	-0.000006
9.6	-0.000001

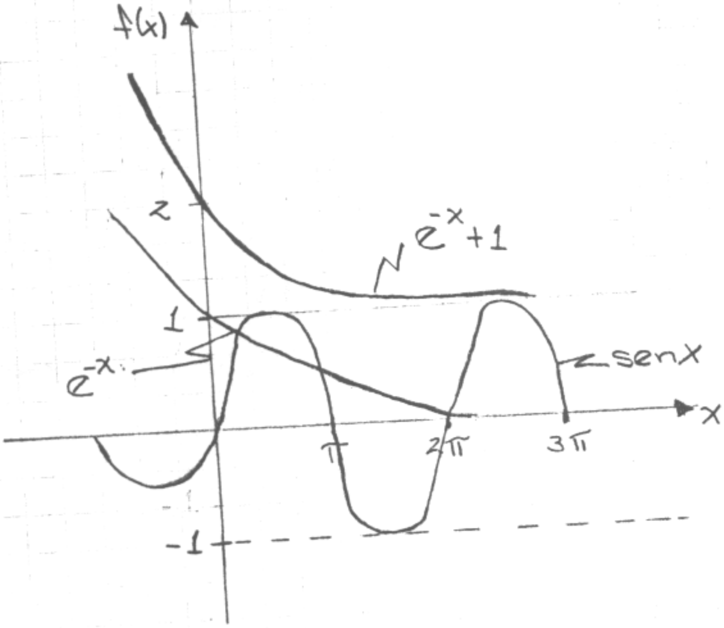
Raíces por Seno: $R_1=0$
$R_2=\pi/5=0.628318531$
$R_3=2\pi/5=1.25663706$

$$R_n=\frac{n\pi}{5} \qquad n=0,1,2,3,4,5\ldots$$

$$2-\ln x=0$$
$$\ln x=2$$
$$\underline{\underline{x=7.38906}}\ \text{Raíz}$$

Obtener mediante N-R 2º orden la solución con $\varepsilon_{iy} \leq 0.0001$ de la siguiente ecuación:

$$f(x) = (e^{-x}+1)\,\text{sen}x + 1 = 0$$



Por la gráfica se ve que existe más de una raíz.
Cuando $x \to \infty$ la raíz se encuentra con $\left(\frac{3}{2}+2n\right)\pi$ para $n = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$

x	f(x)
0	1
1	2.1503
2	2.03236
3	2.01267
4	0.22934
5	0.03451
6	0.71989
7	1.65759
-1	-2.1283

Raíz entre 0 y -1

$$f'(x) = (e^{-x}+1)\cos x - e^{-x}\,\text{sen}x$$
$$f'(x) = e^{-x}(\cos x - \text{sen}x) + \cos x$$
$$f''(x) = e^{-x}(-\text{sen}x - \cos x) - e^{-x}(\cos x - \text{sen}x) - \text{sen}x$$
$$f''(x) = -2e^{-x}\cos x - \text{sen}x$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i) - \frac{f''(x_i)\,f(x_i)}{2f'(x_i)}}$$

x	f(x)	f'(x)	f''(x)
0	1	2	-2
-0.4	0.02964	2.87607	-2.35870
-0.41026	4.05873×10^{-7}		
Raíz			

Otras raíces aproximadas:

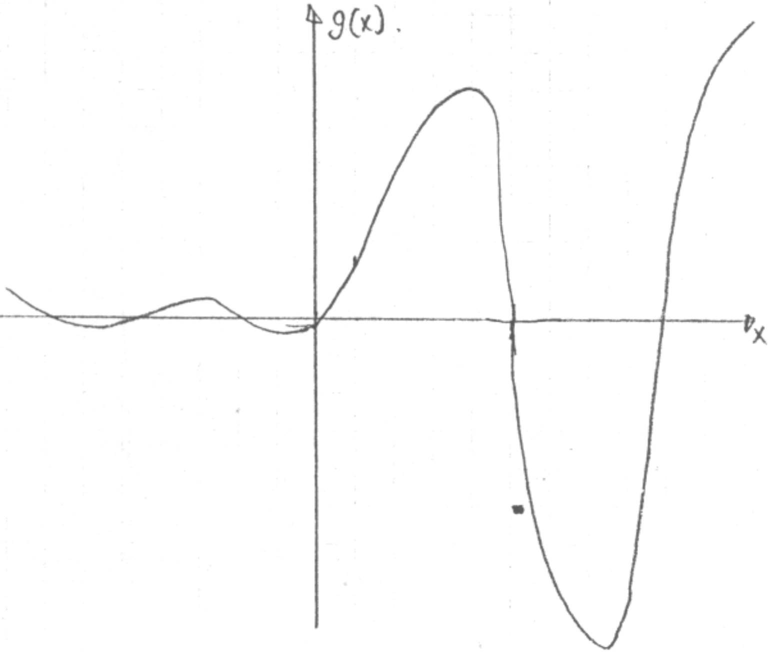
$1.5\pi \to -0.008983$
$3.5\pi \to -1.677578\times10^{-5}$
$5.5\pi \to -3.1327\times10^{-8}$
$7.5\pi \to -5.8\times10^{-11}$
$9.5\pi \to 0$ Raíz exacta

de $x_0 = 1.5\pi$ obtenemos 4.837858721 con $f(x) = -7.057\times10^{-7}$

de $x_0 = 3.5\pi$ obtenemos 11.00118253 con $f(x) = -9.55525\times10^{-7}$

Encontrar la Raíz positiva más próxima a cero por medio del método de Newton-Raphson de segundo orden, con un error $Ex \le 0.00001$, de la función

$$g(x) = \cos(x-2)\, e^{(2x-1)}.$$



A pesar de que f(x) para los valores negativos de x, es muy pequeño y al alejarse del origen tiende a cero, las raíces son periódicas y si el método se para con un error $f(y) \le tol(y)$, se pueden considerar raíces donde no existen.

Tiene todas las raíces de $\cos(x-2)$ es decir $x = \pm\frac{\pi}{2}+2$; $\pm\frac{3\pi}{2}+2$; $\pm\frac{5\pi}{2}+2$; etc.

$$g'(x) = [2\cos(x-2) - \text{sen}(x-2)]\, e^{(2x-1)}$$

$$g''(x) = [3\cos(x-2) - 4\,\text{sen}(x-2)]\, e^{(2x-1)}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{g(x_i)}{g'(x_i) - \frac{g''(x_i)\, g(x_i)}{2 g'(x_i)}}$$

$x=0$ $f(x) = -0.1530$

$x=1$ $f(x) = 1.46869$

i	x_i	$g(x_i)$	$g'(x_i)$	$g''(x_i)$	Ex
0	0	-0.153092	0.028328	0.878772	—
1	0.063712	-0.149352	0.091569	1.113034	0.063712
2	0.213174	-0.120780	0.308805	1.839124	0.149462
3	0.393857	-0.028580	0.751067	3.147169	0.180683
4	0.429100	-0.000090	0.867614	3.470908	0.035243
5	0.429204	-1.82568×10^{-12}	0.867975	3.471899	0.000104
6	0.429203673	0.0			2.1×10^{-12}
0	1	1.468693	5.224743	13.555503	—
1	0.557555	0.143614	1.399996	4.881911	0.442445
2	0.432629	0.002994	0.879923	3.504726	0.124926
3	0.429204	7.498513×10^{-8}	0.867975	3.471900	0.003425
4	0.429203673	0.0			8.63908×10^{-8}

$x_1 = 0.429203673$

$x_1 = -\frac{\pi}{2} + 2$

Obtener la solución de la función $f(x)=(x^4+e^x+\ln x)\cos 4x$ con $\varepsilon_x \varepsilon_y \leq 0.01$

$|x| \leq 1/2\pi$

$x>0$

$z = x^4+e^x+\ln x$

x	z
0.001	-5.91
0.01	-3.60
0.1	-1.20
1	3.72
0.5	1.02
0.3	0.15
0.2	-0.39
0.26	-0.05
0.27	0.0059
0.269	0.0008
0.2688	-0.0002
0.26883	-0.000020
0.26884	0.000031
0.268833	-0.000005
0.268834	-0.000000067

$$f(x) = (x^4+e^x+\ln x)\cos 4x$$

$$f'(x) = \cos 4x \frac{d}{dx}(x^4+e^x+\ln x) - 4\,\text{sen}\,4x\,(x^4+e^x+\ln x)$$

$$f'(x) = \cos 4x\left(4x^3+e^x+\frac{1}{x}\right) - 4\,\text{sen}\,4x\left(x^4+e^x+\ln x\right)$$

Newton- Raphson

	x	f(x)	f'(x)	ε_x	ε_y	$\varepsilon_x \varepsilon_y$
	1.3	3.18017	30.18356	—	—	—
	1.1946	0.36477	22.7443	0.1054	2.8151	0.2967
	1.1786	0.01076	21.3964	0.0160	0.35401	-0.00566416
Raíz →	1.178098	1.6120×10^{-5}	21.3536	0.0107	0.0438	4.5796×10^{-4}
	0.4	-0.01755	-2.52755	—	—	—
	0.39306	-0.00081	-2.29234	0.00694	0.01674	0.00012
Raíz →	0.39270	-2.15559×10^{-6}				
	0.3	0.05580	1.16204	—	—	—
	0.25198	-0.04685	3.13532	0.04802	1.0265	0.04929
	0.26692	-0.00471	2.50688	0.00188	0.04214	7.92232×10^{-5}
Raíz →	0.26880					

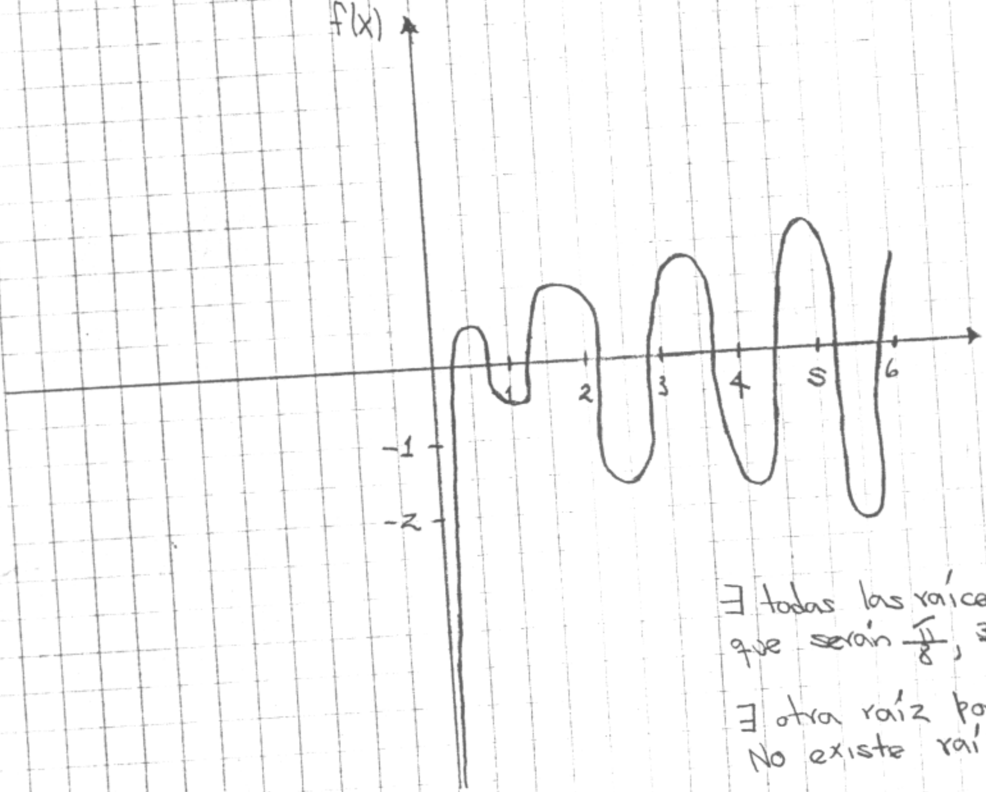
Bisección

	x	f(x)	ε_x	ε_y	$\varepsilon_x \varepsilon_y$
	1.3	3.1802	—	3.1802	—
	1.1	-1.4025	0.2	1.4025	0.2805
	1.2	0.4879	0.1	0.4879	0.04879
	1.15	-0.5660	0.05	0.5660	0.0283
Raíz →	1.1750	-0.0650	0.025	0.0650	0.0016 < 0.01
	0.4	-0.0176	—	0.0176	—
	0.3	0.0558	0.1	0.0558	0.00558 < 0.01
	0.35	0.0653			
	0.375	0.0349			
	0.3875	0.0114			
	0.3938	-0.0024			
	0.3907	0.0046			
Raíz →	0.3923	0.0010			
	0.3	0.0588	—	0.588	—
	0.2	-0.2692	0.1	0.2692	0.0269
	0.25	-0.0531	0.05	0.0531	0.0027 < 0.01
	0.275	0.0142			
	0.2625	-0.0162			
Raíz →	0.2688	-0.002			

$\text{Raíz}_1 = \frac{\pi}{8} = 0.392699082$

$\text{Raíz}_2 = \frac{3\pi}{8} = 1.178097245$

$\text{Raíz}_3 = 0.268834$

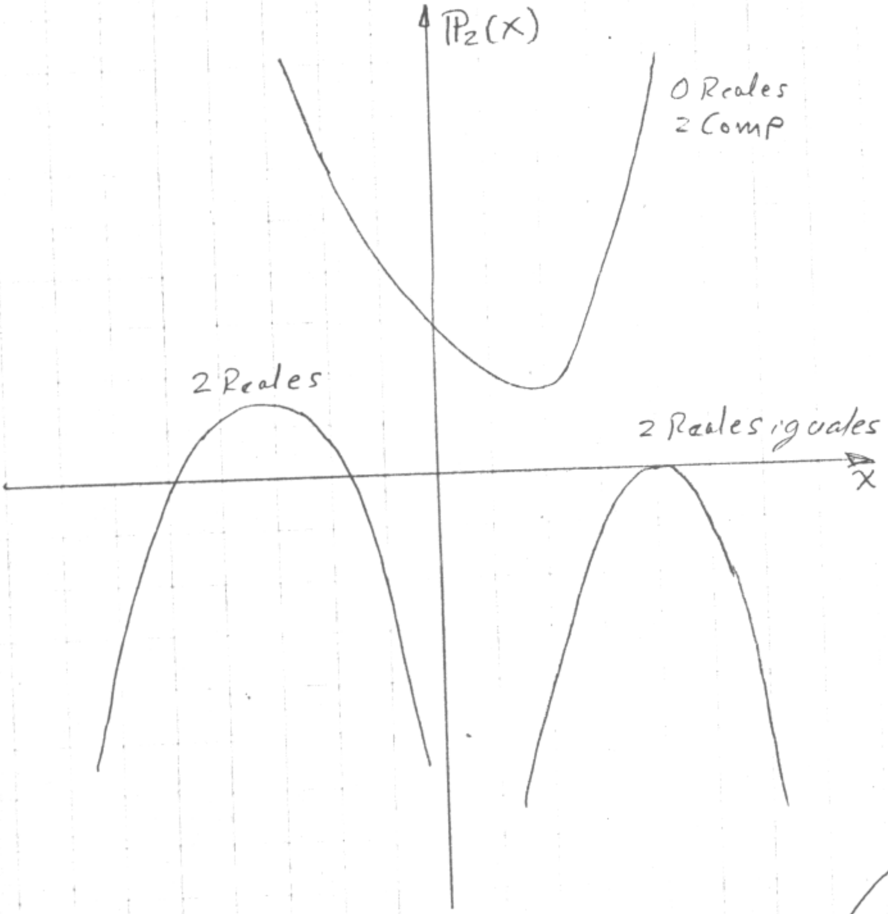


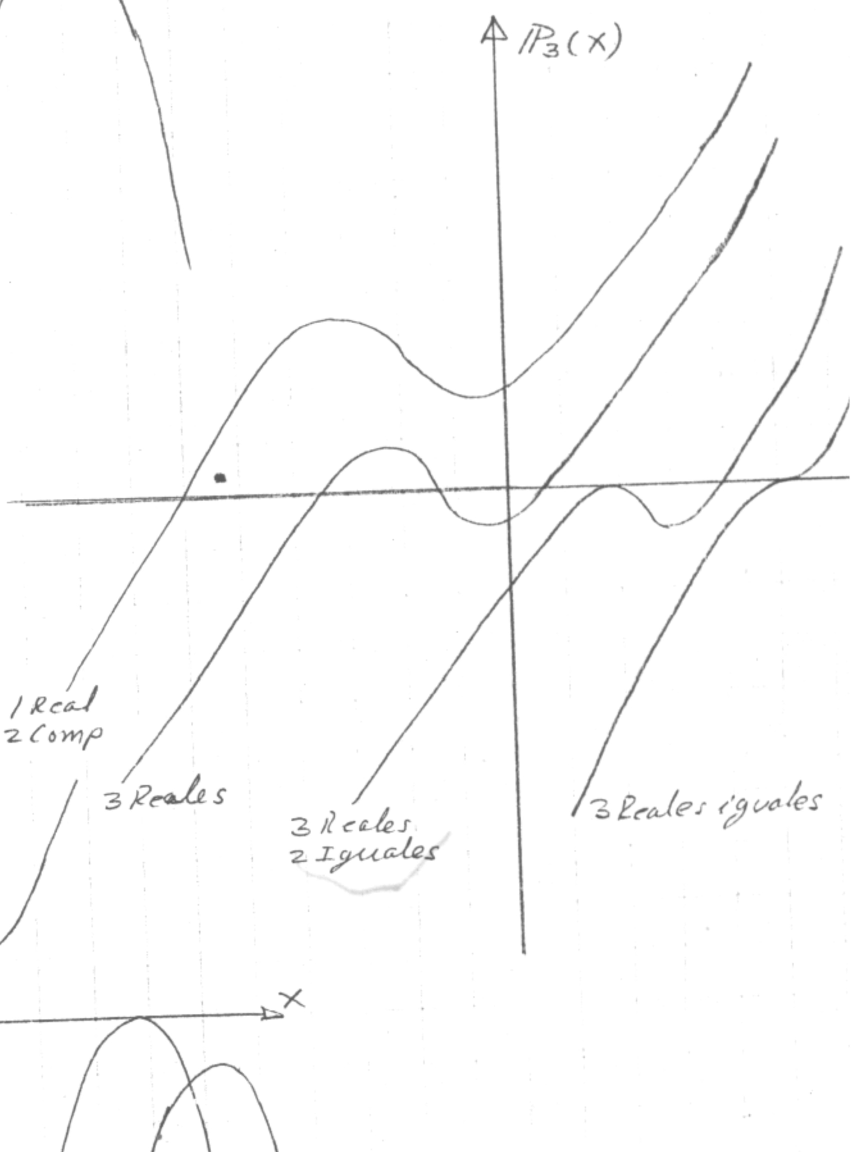
∃ todas las raíces del coseno que serán $\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$, etc. (positivas)

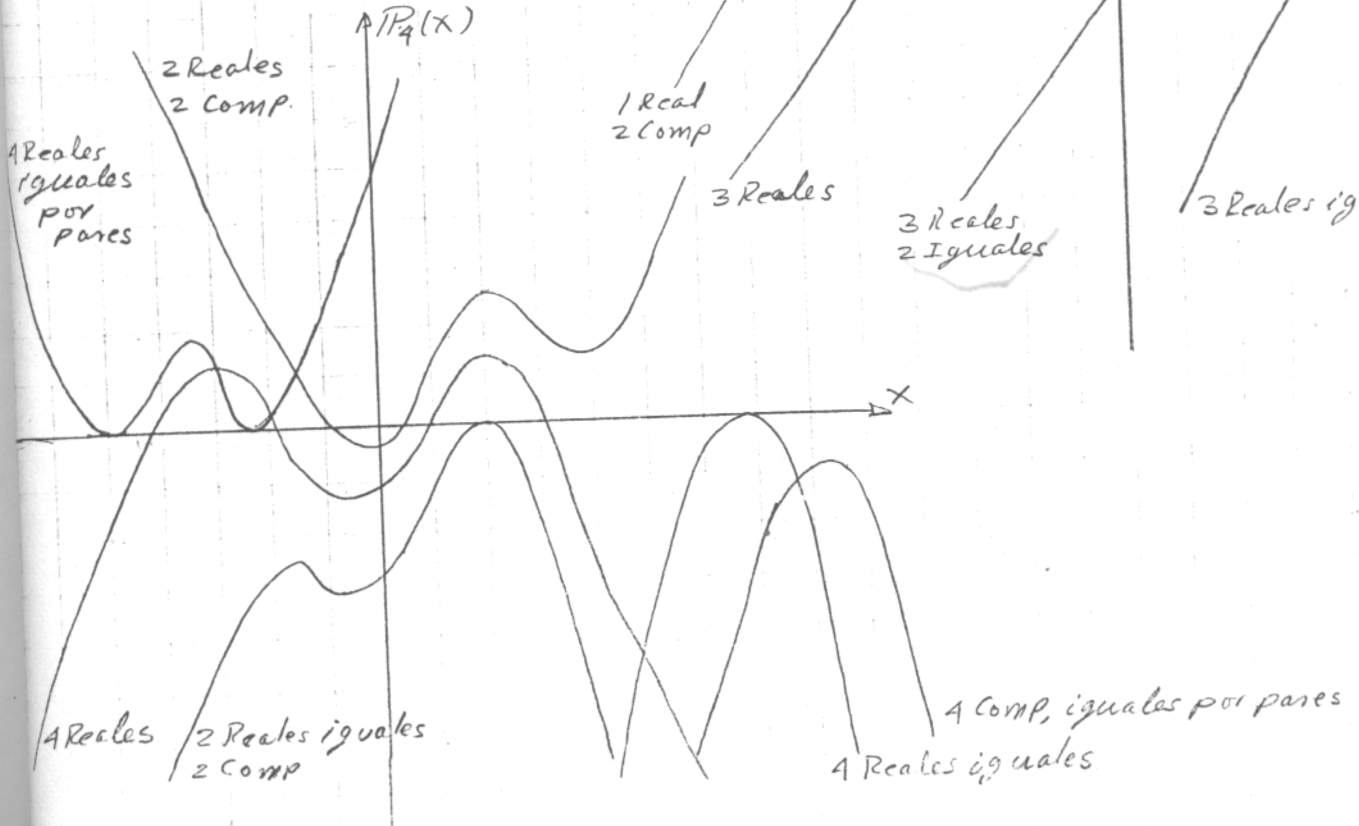
∃ otra raíz por 0.5 ó 0.7

No existe raíz en cero o negativas

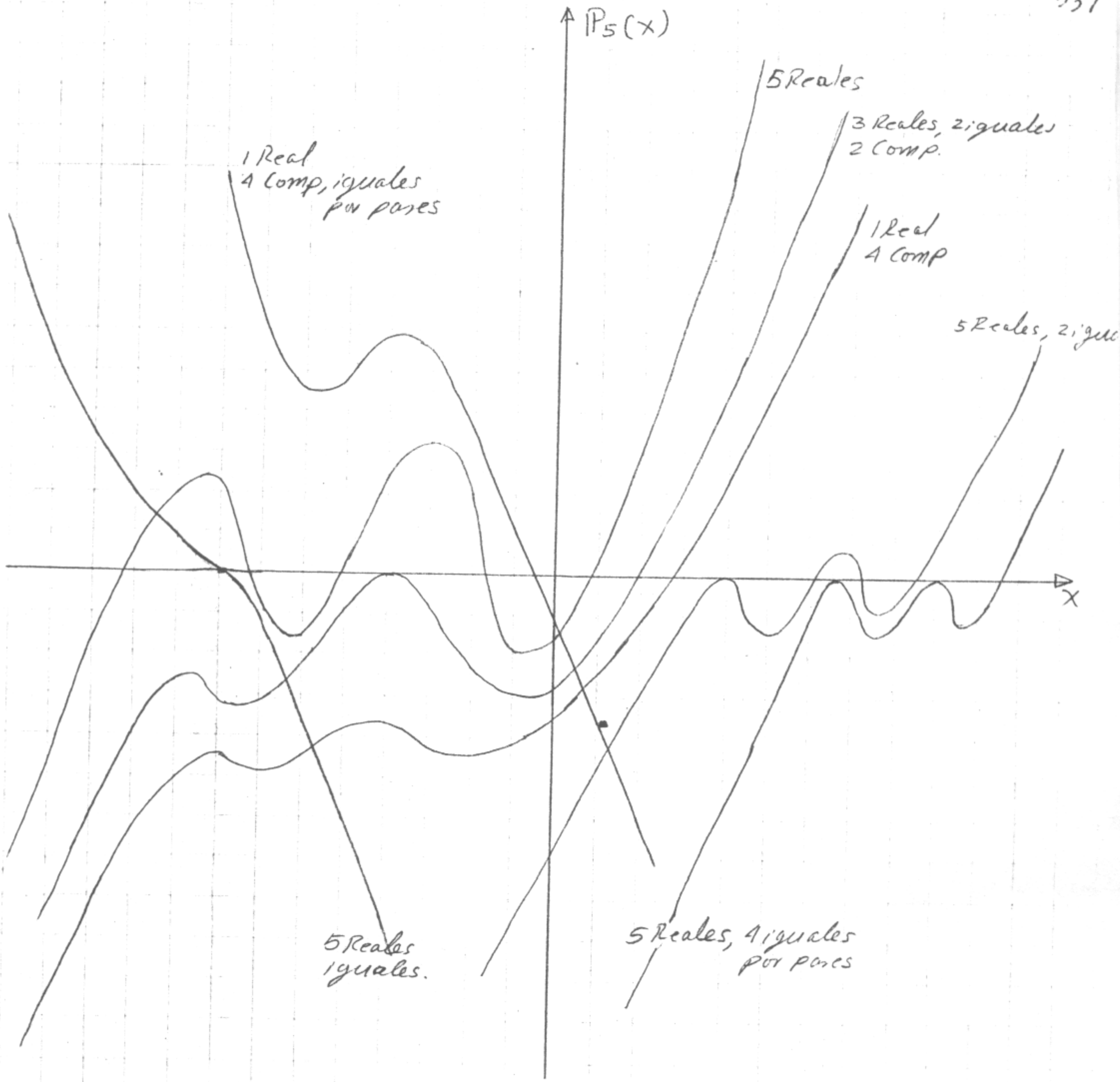
Adolfo Altamirano Meza.
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez
336



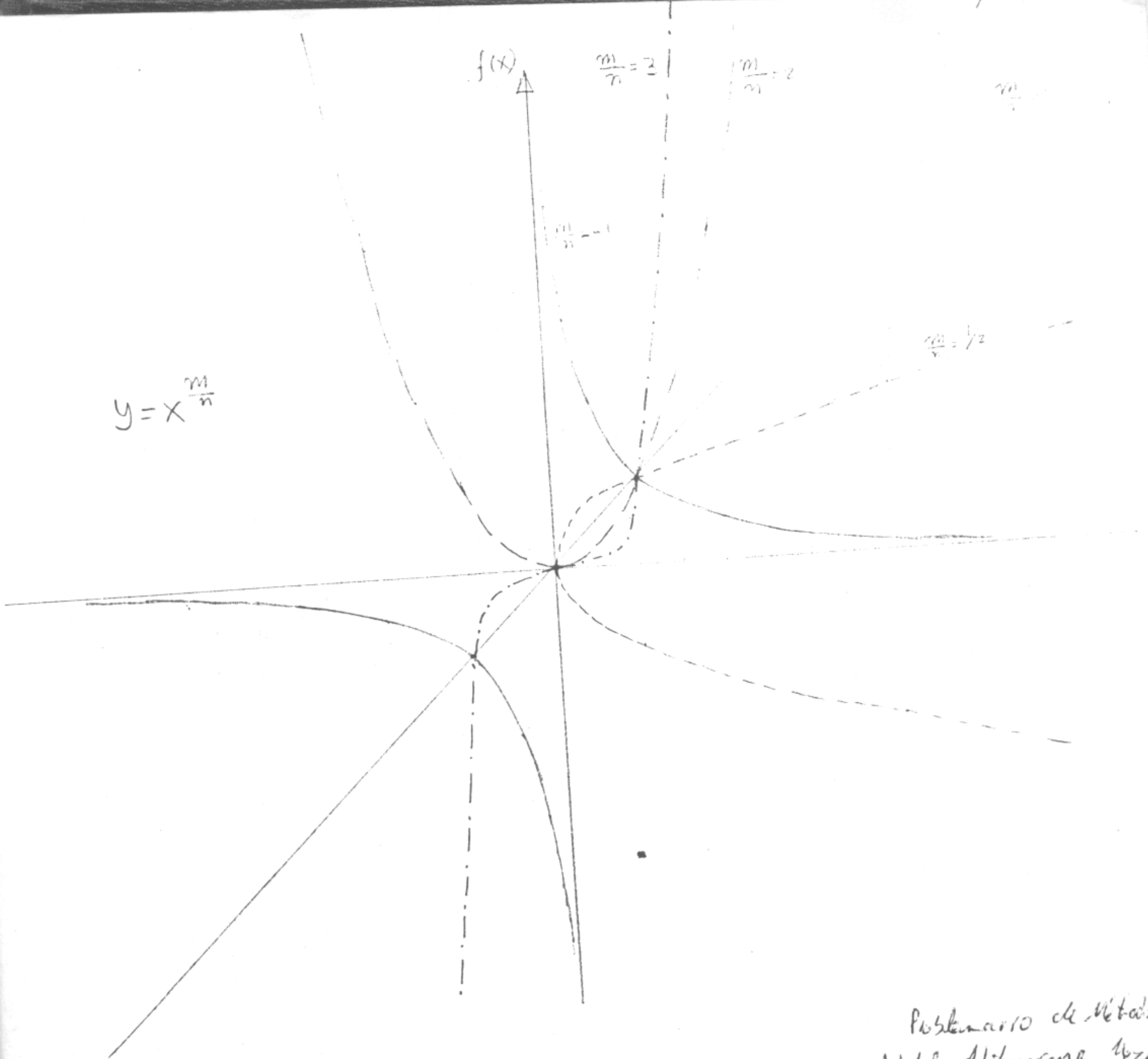




Adolfo Altamirano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez

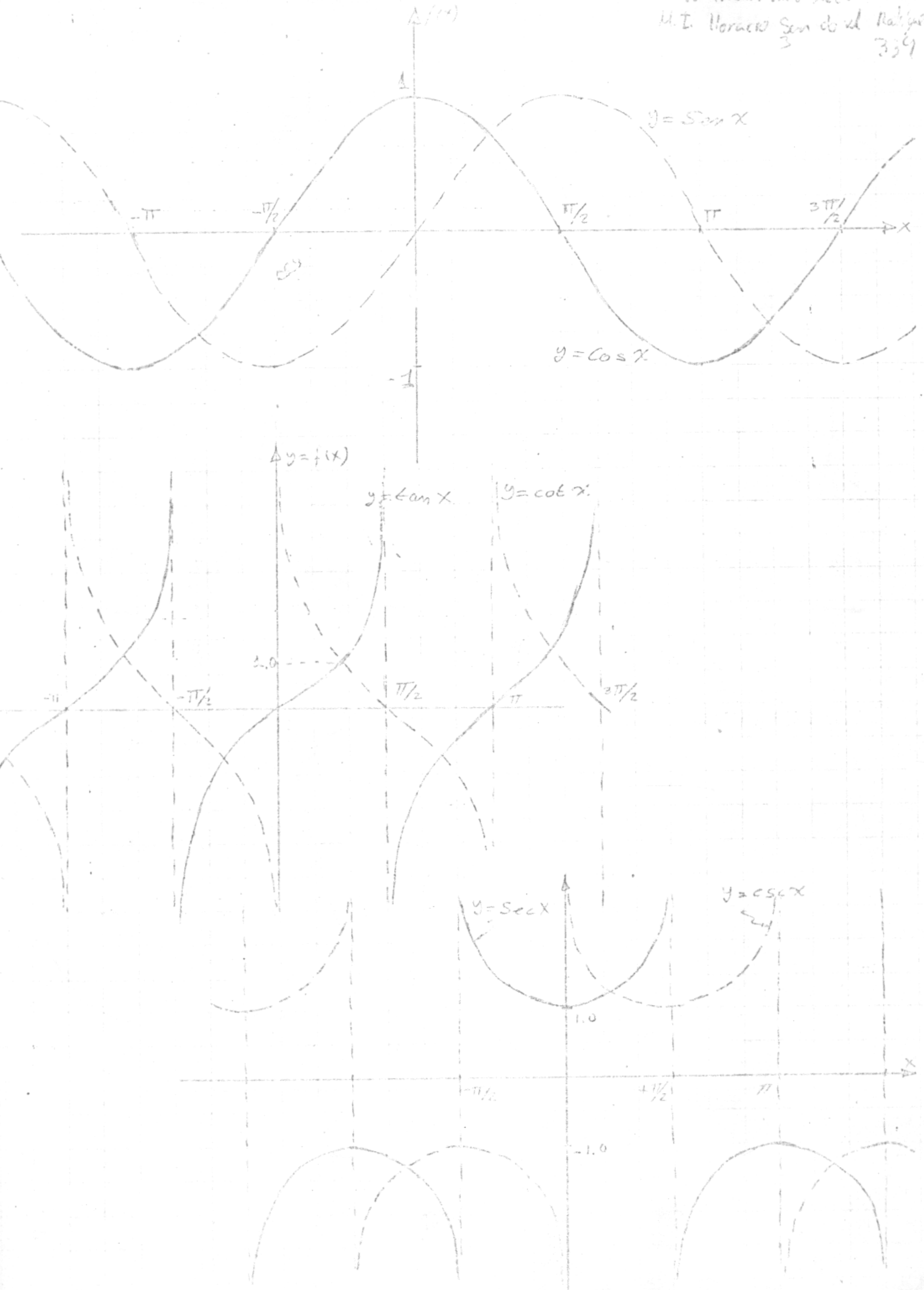


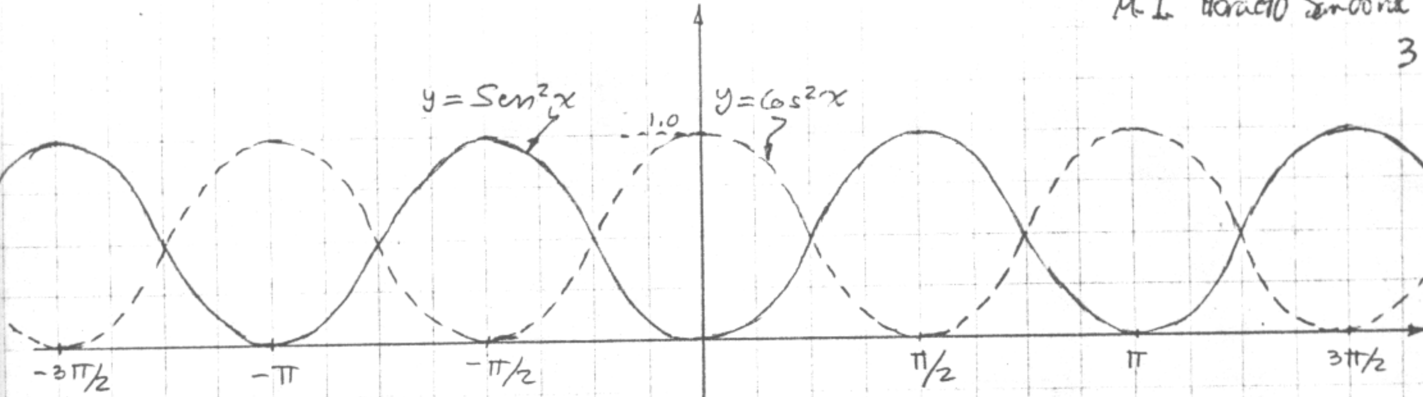
Los polinomios de grado superior se pueden analizar de manera análoga.

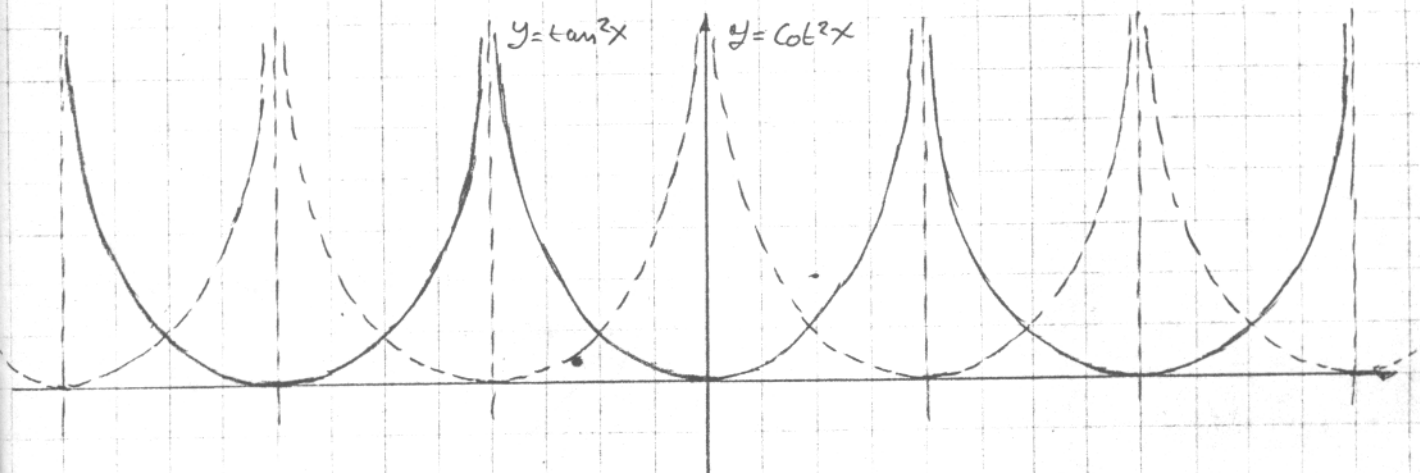


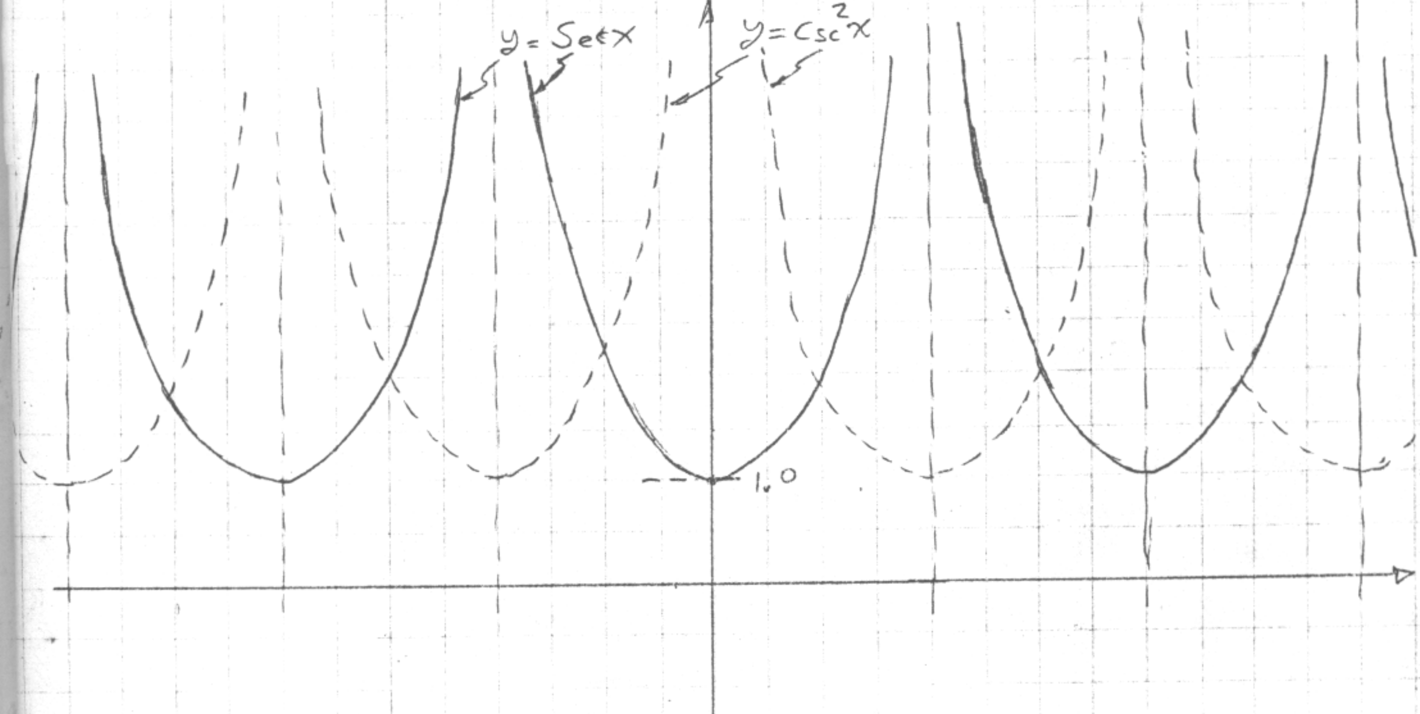
Postemario de Métodos...
Adolfo Altamirano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rod.

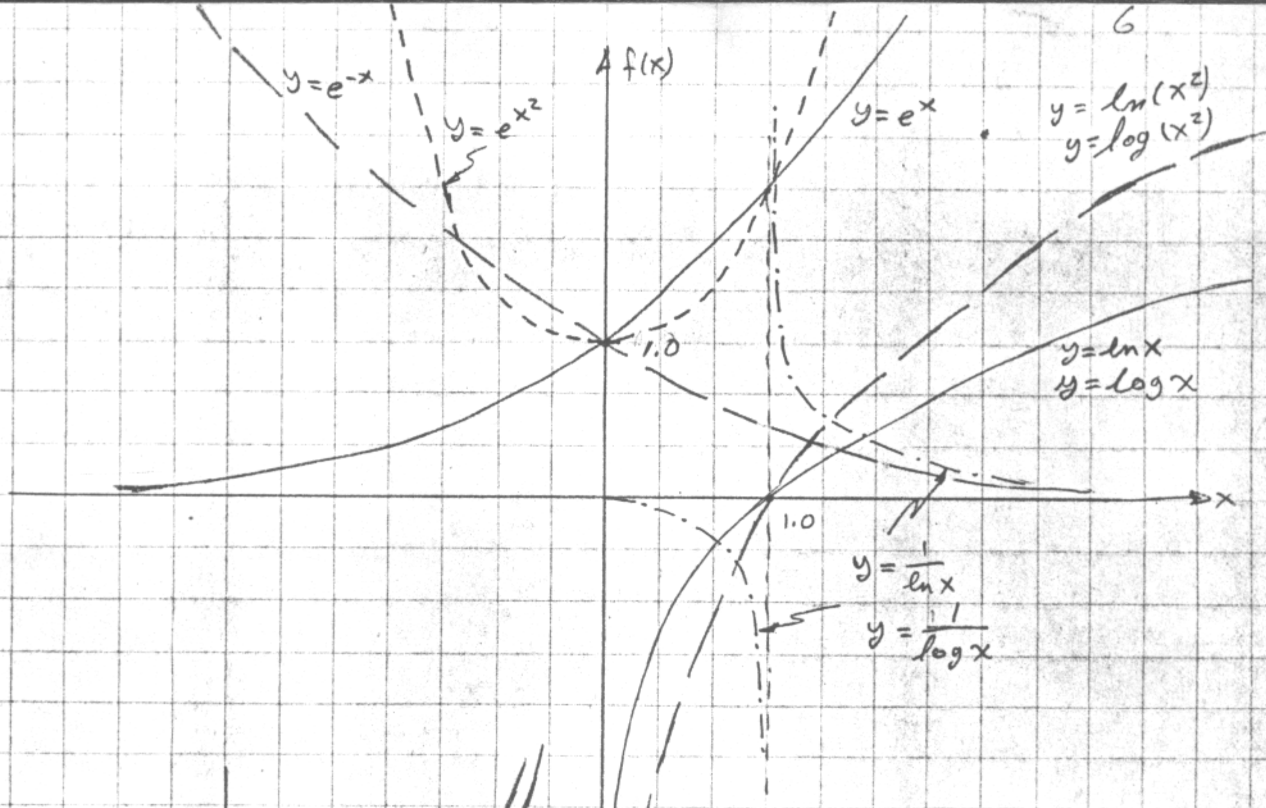
Adolfo Altamirano Meza
M.I. Horacio Sandoval Nabigaro
3 339



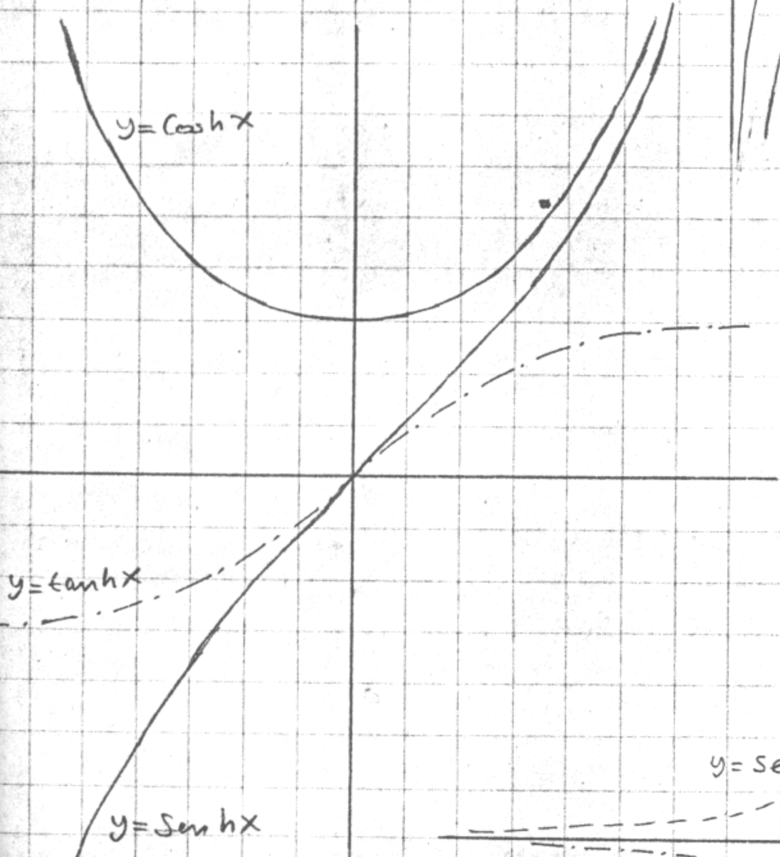

$y = Sen^2 x$
$y = Cos^2 x$
1.0
$-3\pi/2$
$-\pi$
$-\pi/2$
$\pi/2$
π
$3\pi/2$

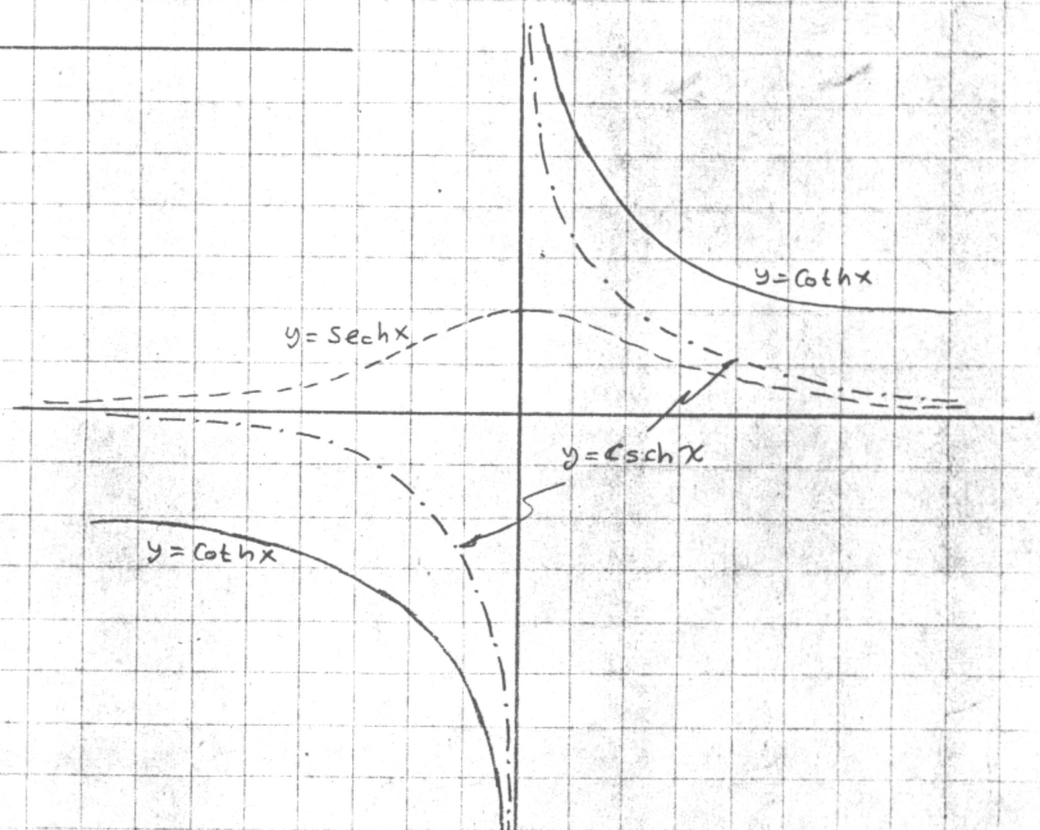

$y = tan^2 x$
$y = Cot^2 x$


$y = Sec x$
$y = Csc^2 x$
1.0



Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez.

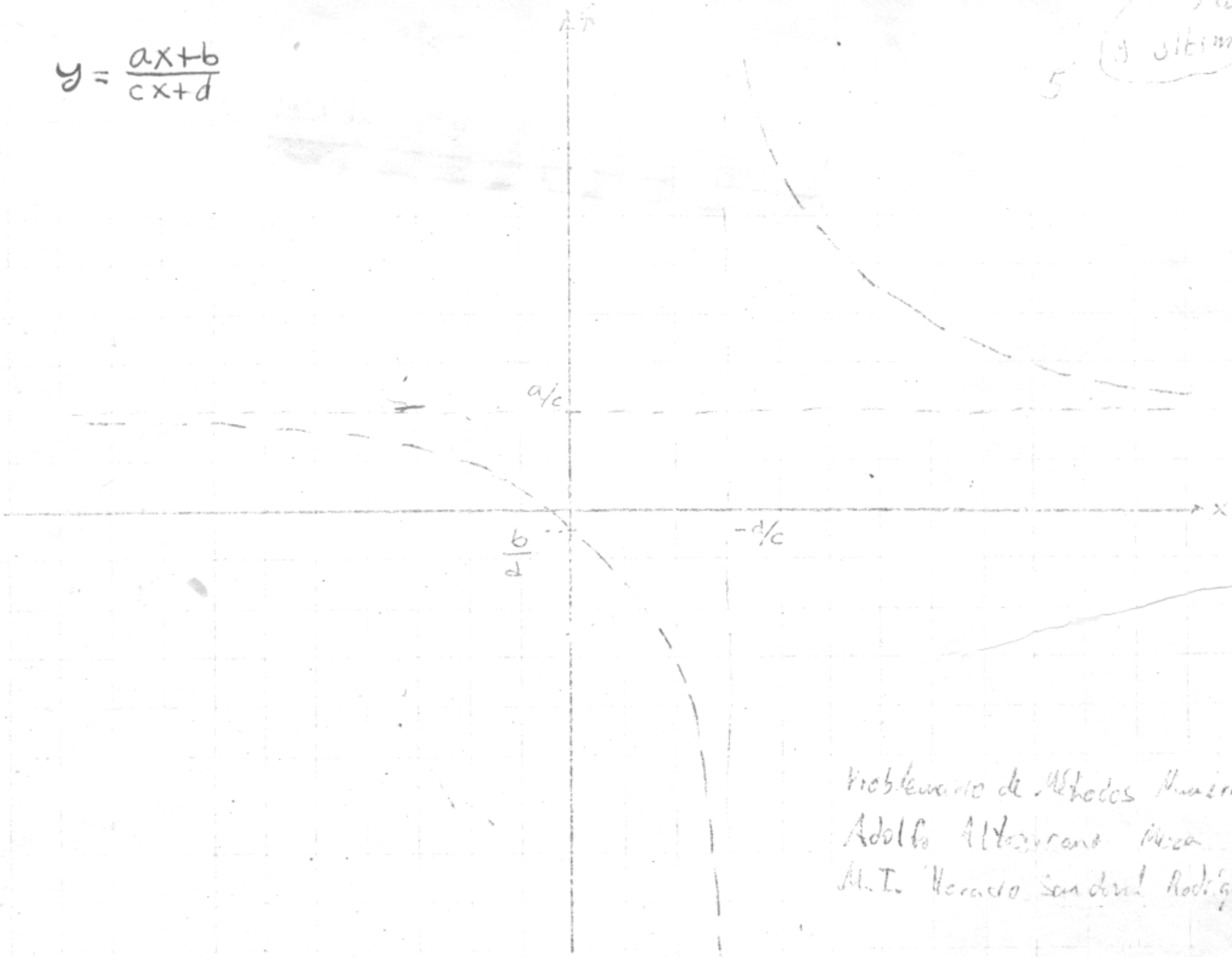




342

5 y último

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$



Problemario de Métodos Numéricos
Adolfo Altamirano Meza
M.I. Horacio Sandoval Rodríguez