



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

METODOLOGÍAS DE MANEJO DE RIESGO
UTILIZANDO PRODUCTOS DERIVADOS EN
PROYECTOS DE INVERSIÓN PÚBLICA

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

OPTIMACIÓN FINANCIERA

PRESENTA:

ELIO AGUSTÍN MARTÍNEZ MIRANDA

TUTOR:

DR. PABLO PADILLA LONGORIA



2006

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. EDGAR ORTIZ CALISTO

Secretario: DR. JESÚS HUGO MEZA PUESTO

Vocal: DR. PABLO PADILLA LONGORIA

1^{er}. Suplente: DR. SERGIO FUENTES MAYA

2^{do}. Suplente: DR. MANUEL ORDORICA MELLADO

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, México D. F., Noviembre 2006

TUTOR DE TESIS:

DR. PABLO PADILLA LONGORIA

Dedicatoria

A la memoria de mi primo Simón Miranda Carrillo

Agradecimientos

Agradezco al Dr. Pablo Padilla Longoria por su tiempo y apoyo otorgados durante el desarrollo de este trabajo.

Al Dr. Edgar Ortiz Calisto, al Dr. Jesús Hugo Meza Puesto, al Dr. Sergio Fuentes Maya y al Dr. Manuel Ordorica Mellado, por sus comentarios y sugerencias.

A mis padres Enrique y Candelaria simplemente por todo.

A mis hermanos Alberto, Vicente y Enrique por el apoyo y la confianza que siempre me han brindado y de manera especial le agradezco a Enrique por su ayuda en el manejo del programa \LaTeX .

A mis sobrinos Leonardo, Isaac, Jorge y Andrea, por los momentos divertidos.

A Conacyt, por la beca que me fue otorgada; con la cual pude concluir mis estudios de maestría.

Aunque de manera abstracta, al Heavy Metal por ser la mejor música.

Índice general

Capítulo

1. Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados	1
1.1. Definición de Riesgo	1
1.1.1. Administración de Riesgos	5
1.2. Contratos Adelantados o <i>Forwards</i>	6
1.2.1. Características de los <i>Forwards</i>	6
1.2.2. Valuación de Contratos <i>Forward</i>	10
1.2.3. Riesgo en los <i>Forwards</i>	12
1.3. Futuros	12
1.3.1. Características de los Futuros	12
1.3.2. Valuación de Futuros	18
1.3.3. Riesgo en los Contratos de Futuros	21
1.3.4. Usos de los Futuros	21
1.4. <i>Swaps</i>	22

1.4.1.	Características de los <i>Swaps</i>	23
1.4.2.	Valuación de <i>Swaps</i>	26
1.4.3.	Riesgo en los <i>Swaps</i>	28
1.4.4.	Usos de los <i>Swaps</i>	29
1.5.	Opciones	30
1.5.1.	Características de las Opciones	30
1.5.2.	Conceptos Básicos en la Valuación de Opciones	34
1.5.3.	Posiciones y Perfiles de Riesgo-Rendimiento en las Opciones	36
1.5.4.	Usos de las Opciones	39
1.5.5.	Opciones Exóticas	40
1.6.	<i>Warrants</i>	42
1.6.1.	Características de los <i>Warrants</i>	43
1.6.2.	Valuación de <i>Warrants</i>	45
1.6.3.	Riesgo en los <i>Warrants</i>	47
1.6.4.	Usos de los <i>Warrants</i>	47
2.	Proyectos de Inversión	49
2.1.	¿Qué es un Proyecto de Inversión?	49
2.1.1.	Origen de los Proyectos de Inversión	51
2.1.2.	Aspectos de los Proyectos de Inversión	52
2.1.3.	Factores Básicos que determinan el Rendimiento en los Proyectos de Inversión	53
2.2.	Clasificación de los Proyectos de Inversión	55
2.3.	El Ciclo de los Proyectos y el Marco Lógico	58
2.3.1.	Estado de Preinversión	59
2.3.2.	Estado de Inversión	61

2.3.3. Estado de Operación	61
2.3.4. Evaluación “Ex-Post” de Proyectos	61
2.3.5. El Marco Lógico de los Proyectos	62
2.4. Riesgo y Proyectos de Inversión	66
2.4.1. La Incertidumbre en los Proyectos de Inversión	66
2.4.2. Tipos de Riesgos que existen en los Proyectos de Inversión	68
2.4.3. Técnicas para el Análisis del Riesgo en los Proyectos de Inversión	68
2.5. Evaluación de Proyectos de Inversión	70
2.5.1. Ópticas empleadas en la Evaluación de Proyectos de Inversión	72
2.5.2. Modelos Clásicos de Valuación de Proyectos de Inversión	73
2.5.3. Valor Presente Neto	75
2.5.4. Tasa Interna de Rendimiento	76
2.5.5. Valor Presente Neto Esperado	78
2.5.6. Inconvenientes de los Modelos Clásicos de Valuación de Proyectos de Inversión	78
3. Opciones Reales	80
3.1. Ideas Básicas	80
3.1.1. ¿Por qué la Flexibilidad Agrega Valor?	81
3.1.2. Los Directivos en el Uso de los Modelos Clásicos de Valuación de Proyectos de Inversión	83
3.1.3. La Teoría de Valuación de Opciones en la Valuación de Proyectos de Inversión	84
3.2. ¿Qué son las Opciones Reales?	85
3.2.1. Las Opciones Reales como una Filosofía	86
3.2.2. Opciones Reales y Visión Estratégica	88
3.2.3. Hacia un Nuevo Método de Valuación (Valor Presente Neto Extendido)	90

3.2.4.	Opciones Financieras y Opciones Reales	91
3.3.	Tipos de Opciones Reales	94
3.3.1.	La Opción de Diferir un Proyecto	96
3.3.2.	La Opción de Aprendizaje	97
3.3.3.	La Opción de Crecimiento o de Ampliar un Proyecto	98
3.3.4.	La Opción para Reducir un Proyecto	99
3.3.5.	La Opción de Cerrar Temporalmente las Operaciones	99
3.3.6.	La Opción de Abandono	99
3.3.7.	La Opción Compuesta	100
3.4.	Fundamentos de la Valuación de Opciones Reales	101
3.4.1.	Hipótesis para Valuar Opciones Reales como Opciones Financieras	101
3.4.2.	Valuación de una Opción: Qué es lo que no se necesita saber	103
3.4.3.	Valuación de Opciones sobre Activos Reales	103
3.4.4.	Perspectiva de Valuación de las Opciones Reales	105
3.4.5.	Limitaciones de la Analogía entre Opciones Financieras y Opciones Reales	108
3.5.	Análisis del Enfoque de las Opciones Reales	111
3.5.1.	La Gestión de las Opciones Reales	111
3.5.2.	Cuándo (y Cuándo No) se Utiliza el Enfoque de las Opciones Reales	113
3.5.3.	Ventajas del Enfoque de las Opciones Reales	114
3.5.4.	Desventajas del Enfoque de las Opciones Reales	115
4.	Modelos de Valuación de Opciones	118
4.1.	Introducción a la Valuación de Opciones	119
4.1.1.	Principios Básicos	119
4.1.2.	Cotas Racionales para los Valores de las Opciones	120

4.1.3.	Efectos de los Dividendos sobre las Cotas Racionales	125
4.1.4.	Paridad <i>Put-Call</i>	127
4.2.	Modelo de Black-Scholes	128
4.2.1.	Dinámica Lognormal	129
4.2.2.	Ecuación de Black-Scholes	132
4.2.3.	Obtención de una Solución	134
4.2.4.	Dividendos Continuos	134
4.3.	Modelo Binomial	135
4.3.1.	Proceso Binomial de los Precios de Activos	135
4.3.2.	Modelo de Múltiples Períodos	137
4.3.3.	Límite Continuo	139
4.3.4.	Determinación de los Parámetros u , d y q	141
4.3.5.	Obtención de la Ecuación de Black-Scholes	143
4.3.6.	Dividendos Continuos	145
4.4.	Fórmulas Explícitas del Modelo de Black-Scholes	145
4.4.1.	Fórmulas para Valuar Opciones Europeas	145
4.4.2.	“Modelos Analíticos” en la Valuación de Opciones Americanas	147
4.4.3.	Medidas de Sensibilidad	148
4.5.	Método Binomial	150
4.5.1.	Valuación de Opciones Europeas	150
4.5.2.	Valuación de Opciones Americanas	152
5.	Evaluación Social de Proyectos y Manejo de Riesgo en Proyectos de Inversión	
	Pública	153
5.1.	Evaluación Social de Proyectos y Proyectos de Inversión Pública	153

5.1.1. Proyectos de Inversión Pública y Proyectos de Inversión Privada	153
5.1.2. Evaluación Social de Proyectos de Inversión	155
5.1.3. Tipos de Análisis o Metodologías en la Evaluación Social de Proyectos . . .	157
5.1.4. Evaluación Privada y Evaluación Social de Proyectos	158
5.1.5. Indicadores de Rentabilidad en la Evaluación Social de Proyectos	160
5.2. Manejo de Riesgo en Proyectos de Inversión Pública	161
5.2.1. El Método de las Opciones Reales en Proyectos de Inversión Pública	161
5.2.2. Riesgos en Proyectos de Infraestructura	162
5.2.3. Evaluación de Proyectos de Infraestructura Vial	165
5.2.4. Opciones Reales Sociales y la Opción Social de Diferir en la Evaluación de un Proyecto de Infraestructura Vial	168
6. Conclusiones	181

Apéndice

A. Tipos de Programas y Proyectos de Inversión en la Administración Pública Federal de México	183
B. Tipos de Análisis Costo y Beneficio en la Administración Pública Federal de México	185
C. La Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI) como Criterio de Decisión en la Eva- luación de Proyectos de Inversión	193
D. Cuadros que representan el Momento Óptimo de Operación de la Ampliación de un Libramiento Carretero en la Ciudad de Tepic, Edo. de Nayarit	201

E. Datos Históricos del PIB, de los Cetes a 28 Días y de la Inflación en México 207

Bibliografía 211

Introducción

El presente trabajo surge con la finalidad de presentar las primeras ideas de la potencial aplicación en el análisis de riesgo y la valuación de los proyectos de inversión pública de una de las herramientas más importantes de las finanzas modernas que es la Teoría de las Opciones Reales. Actualmente, la distinta literatura que trata sobre opciones reales se ha enfocado en la evaluación privada o financiera de los proyectos de inversión, sin embargo, si su aplicación se quiere extender al análisis de los proyectos del sector público, ésta tiene que hacerse considerando los conceptos y las herramientas de la evaluación social de proyectos.

Para cumplir con el propósito de este trabajo, la forma en como se presenta el mismo es a través de seis capítulos. En el primero de ellos se hace un repaso de lo que significa el riesgo en las finanzas y de los fundamentos de los productos financieros derivados más comunes, como los contratos *Forward*, los Futuros, los *Swaps*, las Opciones y los *Warrants*. Además, se analiza conceptualmente la utilización de estos instrumentos financieros en la cobertura, la inversión, la especulación y el arbitraje.

En el segundo capítulo se exponen los conceptos más importantes cuando se habla de proyectos de inversión. De este modo, se define el propio concepto de proyecto de inversión, se hace una clasificación de los mismos, se explica en qué consiste el marco lógico y brevemente se analiza la relación del riesgo con los proyectos de inversión. Asimismo, como parte central de este capítulo se habla de la evaluación privada (financiera) de los proyectos de inversión, así como de los indicadores de rentabilidad que son comúnmente utilizados, como el Valor Presente Neto y la Tasa Interna de Rendimiento, y se analizan sus inconvenientes con el fin de que esto sirva como introducción al siguiente capítulo.

En el tercer capítulo se expone de manera conceptual en qué consiste la Teoría de Opciones Reales, a la cual también se le llama dependiendo de la perspectiva y de sus aplicaciones como Método de Opciones Reales, Enfoque de Opciones Reales, Análisis de Opciones Reales, Valuación por Opciones Reales o, simplemente Opciones Reales. En términos generales, el método de las opciones reales representa la metodología más moderna que retoma el problema del riesgo en los proyectos de inversión con una visión dinámica. De esta manera, en el capítulo se analizan algunas

de las opciones reales más importantes que, por el impacto que tienen en el manejo del riesgo y la valuación, se puede asumir que constituyen cada una de ellas una metodología.

Puesto que para poder valorar cuantitativamente las opciones reales asociadas con la flexibilidad administrativa en los proyectos de inversión, se tiene que recurrir a la analogía entre las inversiones reales y las financieras, esto es, se puede interpretar a la flexibilidad como opciones sobre activos reales y tratar de valuarlos empleando la Teoría de Valuación de Opciones. Por lo tanto, en el cuarto capítulo se exponen los modelos teóricos de valuación de opciones financieras más conocidos que son el Modelo de Black-Scholes y el Modelo Binomial.

En el quinto capítulo se exponen los fundamentos de la evaluación social de proyectos y algunas de las herramientas que utiliza. Además, se presenta de manera simple el caso de un proyecto de infraestructura vial en el cual se utiliza un enfoque de opciones reales. De esta forma, se propone el concepto de Opciones Reales Sociales y en particular el de Opción Social de Diferir un proyecto. Cabe decir, que aunque en el nombre de este trabajo se habla de metodologías, en realidad sólo se presenta el caso de una opción real aplicada a un proyecto de infraestructura vial; no obstante, la intención de este trabajo es mostrar que existe un potencial campo de aplicación de las diferentes opciones reales en los proyectos del sector público, y todo ello dentro del marco de la evaluación social de proyectos.

En el sexto capítulo se presentan las conclusiones, en donde básicamente se muestra lo conseguido en este trabajo y se menciona que existe un potencial campo de aplicación del método de las opciones reales en los proyectos de inversión pública.

Finalmente, con el propósito de complementar la información del quinto capítulo y de mostrar los datos del ejemplo que se analiza, se presentan cinco apéndices.

Capítulo 1

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

Durante las últimas décadas del siglo pasado, el comportamiento a nivel mundial de los sistemas políticos, económicos, sociales, culturales, y en especial el de los sistemas financieros y bursátiles, han tenido profundos y acelerados cambios. Los procesos de la desregulación y liberalización han impactado de tal manera que los mercados tienen un mayor crecimiento e interacción, induciendo a que se abran nuevas oportunidades de comercio e inversiones, también a una dinámica globalizada de la economía y consiguiente aparición de retos económicos y financieros a los que deben responder de manera eficaz y constante los gobiernos y empresas.

La creación, innovación y utilización de instrumentos, técnicas y herramientas en las finanzas contemporáneas son producto de la necesidad que tienen los inversionistas para minimizar el riesgo y maximizar su rendimiento o también para cubrirse contra resultados inesperados. Y son precisamente los **productos financieros derivados** los que responden ante estas necesidades.

Se denominan productos financieros derivados o simplemente productos derivados porque sus valores dependen del precio de otros bienes o instrumentos financieros básicos (activos subyacentes) ya existentes. Hay una gran variedad de productos derivados siendo los más comunes los contratos *Forward*, los Futuros, los *Swaps*, las Opciones y los *Warrants*.

Así pues, el objetivo de este primer capítulo se enfoca en precisar qué se entiende por riesgo en las finanzas y explicar las principales características de los productos derivados ya mencionados, así como su empleo en la cobertura, la inversión, la especulación y el arbitraje. Para tratar estos puntos, se han utilizado principalmente las obras de Hull [37], Jorion [38], Lamothe/Pérez [41], Marshall/Kapner [46], Ortiz [53] y Wilmott/Dewynne/Howison [66].

1.1 Definición de Riesgo

De acuerdo a su origen del latín, el vocablo riesgo (*risicare*) significa atreverse o transitar por un sendero peligroso. Esto es, el riesgo es asociado con peligro, daño, siniestro o pérdida, y de esto parte que tenga un significado negativo. No obstante, el riesgo es inherente en los procesos de toma de decisiones en general y de los procesos de inversión en particular.

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

El riesgo es parte inevitable de toda actividad económica, se manifiesta de múltiples formas y su presencia e impactos han tomado mucha importancia como resultado de los procesos de globalización. En las finanzas modernas el riesgo se ha hecho presente principalmente con movimientos impredecibles en los tipos de cambio y en las tasas de interés, también en una excesiva volatilidad en los mercados de valores, así como en precios inestables de bienes y servicios. Estos fenómenos afectan los ingresos y la estabilidad financiera de las empresas, naciones e individuos.

El riesgo se define como la volatilidad de los flujos financieros no esperados (pérdidas potenciales), generalmente derivada por los movimientos en las variables financieras. Es decir, la medición efectiva y cuantitativa del riesgo se asocia con la probabilidad de que el rendimiento real pueda diferir del rendimiento esperado, siendo esta diferencia positiva o negativa.

Así pues, los conceptos de riesgo y volatilidad están íntimamente relacionados. La volatilidad es la desviación estándar (σ) de los rendimientos de un activo o un portafolios. Es decir, es un indicador fundamental para la cuantificación de riesgos de mercado porque representa una medida de dispersión (medida de la incertidumbre) de los rendimientos con respecto al promedio o la media de los mismos en un período determinado.¹ En términos de productos derivados, la volatilidad se define como el grado de fluctuación que manifiesta el precio del activo subyacente a través del tiempo.

Por su propia naturaleza existen diferentes tipos de riesgos, pero en general las empresas financieras y no financieras están expuestas a tres tipos: de negocios, estratégicos y financieros.² Ahora, es necesario tener presente que cuando se realiza un proyecto de inversión, en muchas ocasiones se conforma una empresa con la finalidad de que lo lleve a cabo, por lo que todos los riesgos que afectan a la misma, son riesgos que afectan directamente a los proyectos de inversión.

Riesgo de Negocios

También conocido como riesgo operativo, se refiere a la variabilidad de las utilidades operativas (utilidades antes de intereses e impuestos), y depende de la habilidad de la empresa para afrontar los retos inherentes a la naturaleza y fluctuaciones de los mercados y rama industrial en que opera la misma. Esto es, el riesgo de negocios se deriva de la competencia, las innovaciones y los cambios en tecnología, y está relacionado con el nivel de apalancamiento operativo (uso de los costos fijos) de la empresa y el nivel de costos variables es también, en gran parte, una variable opcional.

Riesgo Estratégico

¹ En términos financieros modernos, riesgo e incertidumbre no tienen el mismo significado. El riesgo está asociado con la volatilidad de los rendimientos y consiste de un proceso estocástico en donde se puede identificar su distribución de probabilidad para desarrollar entre otras cosas medidas estadísticas y de sensibilidad. Al contrario, el concepto de incertidumbre define una situación en la que existe insuficiente información para incluso estimar la distribución de probabilidad de una inversión, o en general de una decisión financiera bajo análisis. No obstante, con el fin de enriquecer el estilo ambos términos se utilizan de manera indistinta [53].

² Existen diferentes tipos de riesgos donde unos se encuentran dentro de otros, de hecho también se pueden dividir en cuantitativos y cualitativos. Algunos de estos tipos son los que se mencionan a continuación: Riesgo Endógeno, Riesgo Exógeno, Riesgo de Negocios, Riesgo Financiero, Riesgo Accionario, Riesgo de Mercados Financieros, Riesgo de Crédito, Riesgo de Productos Físicos, Riesgo de Estructura Cambiaria, Riesgo de Brecha en los Vencimientos, Riesgo de Base, Riesgo de Brecha de Financiamiento, Riesgo de Refinanciamiento, Riesgo Financiero Inflacionario, Riesgo País, Riesgo Soberano, Riesgo Político, Riesgo Económico, Riesgo Operacional, Riesgo de Fallas Operacionales, Riesgo Operacional Estratégico, Riesgo de Eventos, Riesgo de Catástrofes, Riesgo Legal, Riesgos Bancarios, Riesgo de Tasas de Interés, Riesgo Sistemático, Riesgos Financieros de los Inversionistas, Riesgo Sistemático, Riesgo Intrínseco, Riesgo de Pagos Anticipados y Cancelación Anticipada, Riesgo de Insolvencia, Riesgo de Liquidez, Riesgo Moral, Riesgo de *Default*, etc.

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

Los riesgos estratégicos son aquellos que ocurren principalmente en la economía o en el entorno político y que afectan a largo plazo a la empresa o su existencia. Un ejemplo son los cambios en la economía, como la caída del muro de Berlín o el derrumbamiento de las torres gemelas en Nueva York. Otro ejemplo es la percepción negativa que empezó a manifestarse contra los productos derivados en 1992 y que condujo a una reducción en la actividad relacionada con estos instrumentos, afectando a los intermediarios de los mismos. Las expropiaciones y las nacionalizaciones también son consideradas riesgos estratégicos.

Debido a su propia naturaleza el riesgo estratégico difícilmente se puede cubrir, a no ser por la diversificación a través de distintas líneas de negocio y de distintos países.

Riesgo Financiero

El riesgo financiero es el riesgo adicional en que la empresa incurre por el uso de apalancamiento financiero.³ El endeudamiento óptimamente utilizado genera niveles más altos de rendimientos en la inversión. Sin embargo, niveles demasiado altos de endeudamiento pueden llevar a que la empresa no sea capaz de cumplir con los pagos programados, resultando en insolvencias que se resuelven a altos costos, o aún más en quebrantos financieros.

Este tipo de riesgo está relacionado también con las posibles pérdidas en los mercados financieros. Los movimientos en las variables financieras, como las tasas de interés y los tipos de cambio, constituyen una fuente importante de riesgos para la mayoría de las empresas.

El riesgo financiero a su vez se clasifica en cinco tipos distintos: riesgo de mercado, riesgo de crédito, riesgo de liquidez, riesgo operacional y riesgo legal.

Riesgo de Mercado

El riesgo financiero de mercados (en las finanzas de los activos financieros comúnmente se identifica como riesgo de mercado, *market risk*), está relacionado con rendimientos no deseados para una inversión real o de cartera debido a movimientos en variables financieras e incluye exposición al riesgo cambiario, al riesgo de las tasas de interés, al riesgo inflacionario, a la volatilidad de los mercados financieros, y a la vulnerabilidad y sensibilidad de los mercados reales al entorno económico.

Esta clase de riesgo puede ser controlado utilizando productos derivados para proteger costos o niveles de rendimientos, y en particular para la protección de niveles de costos de endeudamiento hay diferentes tipos de derivados de crédito (*risk derivatives*). Cabe decir que dentro del riesgo de mercado están el riesgo de base y el riesgo gamma.⁴

³ El apalancamiento financiero se estudia al evaluar en una empresa la relación entre la deuda y los capitales propios por un lado, y el efecto de los gastos financieros en los resultados ordinarios, por el otro. En principio, el apalancamiento financiero es positivo cuando el uso de deuda permite aumentar la rentabilidad financiera de la empresa. Por otro lado, el apalancamiento financiero también se refiere a la operación con productos derivados, con la cual el inversionista busca beneficiarse íntegramente de la totalidad de la apreciación (en los *calls*) o de la depreciación (en los *puts*) de los títulos de referencia, con una inversión inferior al precio de mercado de dichos títulos.

⁴ El riesgo base se presenta cuando se rompe o cambia la relación entre los productos utilizados para cubrirse mutuamente, y el riesgo gamma, es ocasionado por relaciones no lineales entre los activos subyacentes y el precio del producto derivado.

Riesgo de Crédito

El riesgo de crédito o riesgo crediticio (también llamado riesgo comercial) se refiere a la posibilidad de que un cliente no cumpla con sus obligaciones debido a problemas estrictamente relacionados con la naturaleza y el desenvolvimiento de sus negocios, o a la falta de solvencia moral del mismo.

La mejor manera de controlar este tipo de riesgo es realizando un buen análisis de crédito, es decir, examinando cuidadosamente la capacidad financiera y responsabilidad moral de los clientes a quienes se otorga el crédito. Los productos derivados también son una alternativa para administrar este tipo de riesgo, por ejemplo titularizando (*securitizing*) ciertos activos como la cartera crediticia de un banco. Los títulos así emitidos son productos derivados cuyo valor depende del valor del activo subyacente (los activos titularizados). El objetivo de la titularización es disminuir el riesgo compartiéndolo con otra parte, transfiriéndolo en este caso al comprador de los títulos emitidos. Es importante mencionar que el riesgo país es parte del riesgo de crédito.⁵

Riesgo de Liquidez

El riesgo de liquidez se refiere a las pérdidas que puede tener una institución al requerir una mayor cantidad de recursos para financiar sus activos a un costo posiblemente inaceptable. Se refiere también a la imposibilidad de transformar en efectivo un activo o portafolios (imposibilidad de vender un activo en el mercado). Este riesgo se presenta en situaciones de crisis, cuando en los mercados hay únicamente vendedores.

Riesgo Operacional⁶

Se refiere a posibles pérdidas en los ingresos de una empresa debido a problemas humanos o de infraestructura, tales como falla (caída) o inclusive errores en el manejo de los sistemas y/o equipos de cómputo, virus informáticos, errores de teclado en el asiento de cuentas de egresos e ingresos, errores de ejecutivos de cuentas, errores de contabilidad, errores en diagnósticos, control y evaluaciones, e incluso fraudes deliberados. Estos problemas están siempre presentes en las empresas financieras y no financieras, y han crecido debido a la gran sofisticación necesaria en la administración empresarial de los negocios globales del siglo XXI.

El Banco Internacional de Pagos (*International Bank of Settlements*, BIS) define al riesgo operacional como “el riesgo de incurrir en pérdidas debido a la presencia de procesos inadecuados o fallidos”.⁷ La manera más adecuada para controlar este tipo de riesgo es la de tomar medidas preventivas reconociendo su importancia y estableciendo un sistema de administración de riesgos operacionales, incluyendo, por supuesto, la buena capacitación y salud de los empleados, así como la óptima adquisición y mantenimiento de la tecnología utilizada.

Riesgo Legal

El riesgo legal se define como el riesgo de pérdida parcial o total de la propiedad y/o licencias de operación en un país, restricciones a la repartición de utilidades, etc., debido a cambios políticos

⁵ El riesgo país se refiere a la posibilidad de que hechos no esperados en una nación afecten negativamente la capacidad de sus agentes económicos o su gobierno para cumplir con sus obligaciones crediticias internacionales.

⁶ En algunos textos el riesgo operacional es identificado como riesgo operativo creando en ocasiones confusión, pues como ya se indicó al riesgo de negocios también se le conoce como riesgo operativo, derivando su nombre del apalancamiento operativo.

⁷ *Risk Management Group, Basel Committee on Banking Supervision (2002).*

que se reflejan en un nuevo marco constitucional o regulatorio. Incluye también riesgos asociados con la baja eficiencia o falta de imparcialidad del sistema judicial de un país; está también asociado con la deficiente solvencia moral y legal de alguna de las contrapartes de un contrato financiero.

Es claro que este tipo de riesgo a nivel nacional o internacional no puede ser cubierto con productos derivados. Aún así, las restricciones a los movimientos de capital pueden ser eficientemente administradas con la utilización de *swaps*. Las mejores alternativas contra este tipo de riesgo son: 1) una evaluación integral y continua de las oportunidades de inversión, considerando no sólo sus aspectos técnicos y monetarios, sino también los aspectos políticos y sociales; y 2) administrar con propiedad y alta ética profesional. [53]

1.1.1 Administración de Riesgos

Las inversiones se realizan estimando y aceptando de antemano cierto nivel de riesgo o categoría de riesgo, para cierto nivel de rendimiento esperado, o viceversa. De este modo, no se trata por tanto de evadir el riesgo (es inevitable) sino de identificarlo y administrarlo, es decir, minimizarlo y paralelamente maximizando los rendimientos para los niveles de riesgo aceptados.

La administración del riesgo significa cubrirse contra posibles tendencias desfavorables con el objetivo de obtener el precio esperado de un bien o servicio o el rendimiento esperado de una inversión dado un nivel de riesgo asumido al realizarla. De esta forma, la administración de riesgos está íntimamente ligada con la ingeniería de los productos derivados. Su correcta aplicación estriba en el adecuado conocimiento de la naturaleza del riesgo en los negocios, de las características institucionales de los mercados de productos derivados, y del potencial de cobertura e inversión que ofrece cada instrumento.⁸

La causa aislada más importante que ha generado la necesidad de administrar los riesgos y por lo tanto, el crecimiento de esta industria, es la creciente volatilidad de las variables financieras.

La administración eficiente del riesgo requiere de: 1) reconocer los tipos de exposición al riesgo a que está expuesta una empresa, una entidad soberana o un inversionista individual, y la magnitud de dichos riesgos; 2) conocer y aplicar las mejores alternativas de control de riesgo vinculadas con un manejo equilibrado de los activos y pasivos de la empresa; y 3) conocer y aplicar de manera adecuada los instrumentos de cobertura contra el riesgo que otorgan los mercados. [53]

En el transcurso de los años se han desarrollado diferentes herramientas para la administración de riesgos, y una de ellas es el Valor en Riesgo (*Value at Risk*, VaR).⁹ Este concepto fue propuesto por *JP Morgan* en octubre de 1994 y actualmente es un estándar internacional. El VaR es una medida estadística de riesgo de mercado y resume en un solo número la pérdida potencial máxima que se puede sufrir en una posición de riesgo dado un nivel de confianza elevado (usualmente 95

⁸ Es de notar que los productos derivados se utilizan en la administración de riesgos pero su propio uso también lleva consigo riesgo.

⁹ Estas herramientas han tenido la siguiente evolución: *Bond Duration* (1938); *Markowitz*, modelo enfocado en la media y la varianza (1952); *Sharpe's CAPM (Capital Asset Pricing Model)* (1963); Modelo de Múltiples Factores (1966); *Black-Scholes OPM (Option Pricing Model)*, las "Griegas" (1973); *Binomial Option Model* (1979); RAROC, *Risk-Adjusted Return* (1983); *Limits on exposure by duration bucket* (1986); *Risk-weighted assets for banks*. Límites en las "Griegas" (1988); *Stress Testing* (1992); *Value at Risk (VaR)* (1993); *Risk Metrics* (1994); *CreditMetrics, CreditRisk+* (1997); Integración del Riesgo Crédito y Riesgo de Mercado (1998); y Administración Integral de Riesgos de una empresa (2000).

ó 99%) y en un período de tiempo determinado.

Como se ha indicado, el riesgo es parte importante de las empresas y de las instituciones financieras, por lo que las organizaciones requieren un nuevo proceso de negocio estratégico al cual se le ha llamado Administración Integral de Riesgos (AIR). El objetivo principal del mismo es la de considerar “todos” los riesgos que afectan una entidad y su justificación se basa en que el peor riesgo es aquel que no se conoce. Así pues, la AIR es una evolución en la administración de riesgos.

1.2 Contratos Adelantados o *Forwards*

De los productos financieros derivados el contrato adelantado o a plazo (*forward*) es el más antiguo y, tal vez por esta razón, el más directo y sencillo.

Los forwards son contratos establecidos por dos partes que acuerdan comprar o vender un activo subyacente (underlying asset) específico que es entregado en una fecha futura T a un precio determinado K . Esto es, la operación se pacta en el presente pero se liquida en el futuro.

Estos contratos son realizados en el mercado extrabursátil o mercado secundario (*over the counter market, OTC market*), no existiendo en estos autoridades ni un marco legal específico que regulen las transacciones, esto es, las operaciones se realizan por teléfono o mediante otro medio de telecomunicación (no hay presencia física de agentes (*dealers*)) y son entre instituciones financieras o entre una institución financiera y alguno de sus clientes corporativos.

Existen diferentes activos subyacentes para los contratos *forward*, de este modo, se habla de *forwards* sobre divisas, *forwards* sobre productos físicos (oro o plata), *forwards* sobre activos que no pagan dividendos ni intereses (bonos con cupón cero), *forwards* sobre activos que pagan intereses o dividendos (bono o una acción con dividendo fijo), *forwards* sobre tasas de interés, etc.

El mercado de divisas es el mercado donde son más frecuentes las transacciones *forward*. La mayor parte de los grandes bancos disponen de una ventanilla para operaciones a plazo (*forward desk*) en su sección de operaciones de divisas.

1.2.1 Características de los *Forwards*

El Mercado de Contratos *Forward* en México

En la década de 1990 se negociaron *forwards OTC market (over the counter market)* sobre tasas de interés de títulos gubernamentales, pactadas en forma interinstitucional, sin un marco operativo formal y se suspendió su negociación a mediados de 1992.

A fines de 1994 entraron en vigor las normas del Banco de México (Banxico) para la operación de *forwards* sobre la Tasa de Interés Interbancaria Promedio (TIIP) y sobre el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC), sujetos a registro ante el Banco Central y cumpliendo las normas del Grupo de los Treinta,¹⁰ para garantizar el control administrativo y de riesgo.¹¹

¹⁰ El Grupo de los Treinta (G-30) es un grupo consultivo formado por los principales banqueros, financieros y académicos de las naciones industriales líderes.

¹¹ <http://www.mexder.com.mx/MEX/Antecedentes.html>

Posiciones en los *Forwards*

Posición larga: Es la que adquiere una de las partes del contrato al acordar comprar un activo en una fecha específica a un precio determinado.

Posición corta: Es la que adquiere la otra parte del contrato al acordar vender el activo en la misma fecha por el mismo importe.

Funciones de Pago

Sea T la fecha de vencimiento en que se liquidan los contratos *forward*, así se define:

S_T : Precio al contado o *spot* del activo (parámetro variable) en la fecha T

K : Precio de entrega en el contrato adelantado (parámetro fijo)

Por lo tanto, la función de pago de una unidad del activo para la posición larga es:

$$f_l(S_T) = S_T - K.$$

Y la función de pago de una unidad del activo para la posición corta sería

$$f_c(S_T) = K - S_T.$$

El valor al vencimiento o valor terminal de una posición larga en un *forward* sobre una unidad del activo es $f_l(S_T)$, dado que permite un activo valuado en S_T sea comprado por K . Una posición corta para vender una unidad del activo vale $f_c(S_T)$ en el momento T , porque permite que el activo valuado en S_T sea vendido por K .

En resumen, se tiene lo siguiente:

- i) Si $S_T > K$ entonces $f_l(S_T) > 0$ y $f_c(S_T) < 0$.
- ii) Si $S_T < K$ entonces $f_l(S_T) < 0$ y $f_c(S_T) > 0$.
- iii) Si $S_T = K$ entonces $f_l(S_T) = 0 = f_c(S_T)$.

Así pues, las Figuras 1.1 y 1.2 representan las funciones de pago.

Ejemplo 1.1 Si el precio de una acción de *America Movil* (AMX L) cerró el 28 de junio de 2006 a \$18 pesos en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). Un inversionista A desea comprar en seis meses 200 acciones AMX L y tiene la expectativa de que la cotización de la acción en el mercado va a subir. Entonces, A decide pactar con otro inversionista B un contrato *forward* para que le venda las 200 acciones a un precio de \$21 cada acción en seis meses. De acuerdo a la definición de un contrato *forward*, A se compromete a comprar las acciones y B está obligado a venderlas a ese precio en el plazo estipulado.

En este ejemplo, el inversionista A tiene una posición larga y el B tiene una posición corta.

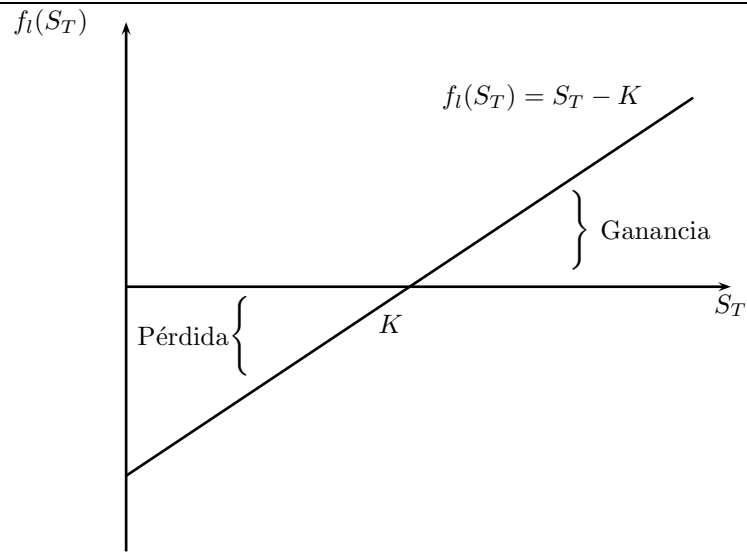


Figura 1.1: Función de pago de un contrato *forward* con posición larga y precio de entrega K .

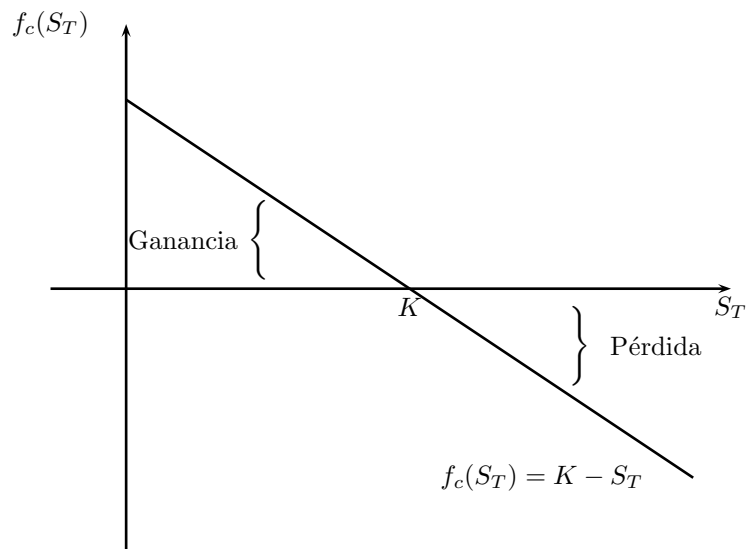


Figura 1.2: Función de pago de un contrato *forward* con posición corta y precio de entrega K .

Posición Larga

En el contrato *forward*, se establece el precio de entrega $K = \$21$. Así pues, el inversionista A se compromete a comprar las acciones pagando $\$21 \times 200 = \$4,200$ en la fecha de vencimiento T (28 de diciembre de 2006). Por lo tanto, podría tener tres posibles escenarios de acuerdo a su posición y al precio de las acciones, tal y

como se analiza a continuación:

- a) Precio de la acción AMX L en la fecha de vencimiento T , $S_T = \$23$.
El inversionista A compró las 200 acciones en T pagando \$4,200. No obstante, en el mercado la acción de AMX L se cotiza a \$23, entonces podría vender sus acciones a este precio recibiendo la cantidad de $\$23 \times 200 = \$4,600$. Por lo tanto, obtiene la siguiente ganancia

$$\$4,600 - \$4,200 = \$400$$

O utilizando la función de pago

$$f_l(S_T) = S_T - K = \$23 - \$21 = \$2$$

$$\$2 \times 200 = \$400$$

- b) Precio de la acción AMX L en la fecha de vencimiento T , $S_T = \$17$.
En este caso, el inversionista A compró en T las 200 acciones pagando \$4,200. Sin embargo, en el mercado hubiera pagado $\$17 \times 200 = \$3,400$. Así que, tiene una pérdida de

$$\$4,200 - \$3,400 = \$800$$

- c) Precio de la acción AMX L en la fecha de vencimiento T , $S_T = \$21$.
Aquí, $K = S_T = \$21$ por lo que el inversionista A no tiene ganancias ni pérdidas con el contrato *forward*.

Posición Corta

De acuerdo a lo pactado en el contrato *forward*, el inversionista B está obligado a vender cada acción a $K = \$21$ en la fecha de vencimiento T (28 de diciembre de 2006), recibiendo del inversionista A la cantidad de $\$21 \times 200 = \$4,200$. De esta forma, puede estar sujeto a tres posibles escenarios como se muestra en seguida:

- a) Precio de la acción AMX L en la fecha de vencimiento T , $S_T = \$16$.
En la fecha T , el inversionista B recibe la cantidad de $\$21 \times 200 = \$4,200$ de su contraparte A por la venta de las 200 acciones de AMX L. No obstante, la cotización de cada acción en el mercado es de \$16. Por lo tanto, puede obtener una ganancia de

$$\$4,200 - \$3,200 = \$1,000$$

En términos de la función de pago

$$f_c(S_T) = K - S_T = \$21 - \$16 = \$5$$

$$\$5 \times 200 = \$1,000$$

- b) Precio de la acción AMX L en la fecha de vencimiento T , $S_T = \$22$.
El inversionista B recibe en la fecha de vencimiento T , la cantidad de \$4,200. Sin embargo, en el mercado las 200 acciones tienen un costo de $\$22 \times 200 = \$4,400$. Entonces, su posición lo lleva a tener la siguiente pérdida

$$\$4,400 - \$4,200 = \$200$$

- c) Precio de la acción AMX L en la fecha de vencimiento T , $S_T = \$21$.
En este escenario, el inversionista B no tiene pérdidas ni ganancias ya que $K = S_T = \$21$.

1.2.2 Valuación de Contratos *Forward*

Para facilitar los cálculos es necesario considerar los siguientes supuestos:

- I) No hay costos por transacciones.
- II) Las ganancias o pérdidas resultantes en los contratos *forward* están sujetas a los mismos impuestos.
- III) Se puede prestar y pedir prestado dinero a una tasa de interés libre de riesgo.
- IV) Se permiten las ventas en corto y los activos son divisibles.¹²
- V) No existe la posibilidad de oportunidades de arbitraje.

El precio de un *forward* en el momento que se firma por vez primera es cero. Posteriormente, puede resultar con un valor positivo o negativo. Para hacer la valuación de estos contratos se definen las siguientes variables:

S_T : Precio de mercado (o *spot*) del activo

K : Precio de entrega pactado (parámetro fijo)

F_T : Precio *forward* del activo¹³

r : Tasa de interés anual libre de riesgo capitalizable de forma continua para T años

T : Fecha de vencimiento en que se liquida el contrato en años

f_T : Valor del contrato adelantado hoy¹⁴

¹² Las ventas en corto se refieren a la actividad de vender un valor básico tal como una acción sin poseerla en primer lugar y luego comprarla para entregarla.

¹³ Este precio se fija de tal modo que el valor al inicio del contrato adelantado por sí mismo sea cero.

¹⁴ La función f_T , es en general utilizada para denotar el valor de cualquier derivado al momento T .

De esta forma, el valor de un *forward* para una posición larga y con un precio de entrega K es

$$f_T = (F_T - K)e^{-rT}. \quad (1.1)$$

Cuando se inicia el contrato adelantado, $F_T = K$ y por lo tanto $f_T = 0$. Al paso del tiempo, tanto F_T , como f_T , van cambiando. Además, la expresión anterior muestra cómo se puede valorar una posición larga en un contrato *forward* sobre un activo suponiendo que el precio de este activo al vencimiento del contrato sea igual al precio *forward* F_T .

Por otro lado, el valor que hoy tiene un *forward* para una posición corta y con un precio de entrega K viene dado por

$$f_T = (K - F_T)e^{-rT}. \quad (1.2)$$

Cuando el activo no proporciona rendimiento alguno, la ecuación (1.1) toma la siguiente forma

$$f_T = S_T - Ke^{-rT}. \quad (1.3)$$

Pues sólo se ha sustituido en (1.1) la relación que guardan F_T y S_T , a saber, $F_T = S_Te^{rT}$. Esta relación representa el valor a futuro del precio *spot* del activo.

Finalmente, la siguiente expresión muestra el valor que hoy tiene un contrato *forward* sobre un activo subyacente que ofrece un rendimiento y :

$$f_T = S_Te^{-yT} - Ke^{-rT}. \quad (1.4)$$

En este caso, se substituyó $F_T = S_Te^{(r-y)T}$ en la ecuación (1.1). Esta relación fundamental entre los precios *forward* y los precios *spot*, se conoce como el “costo de acarreo”.¹⁵

Ejemplo 1.2 Supongamos que un inversionista tiene una posición larga en un contrato *forward* sobre una acción que no paga dividendos y que se inició hace algún tiempo. En la actualidad, le faltan seis meses para el vencimiento. La tasa de interés libre de riesgo es de 15% anual, el precio de la acción es de \$15, y el precio de entrega pactado es de \$13. De este modo, $S_T = 15$, $r = 0,15$, $K = 13$. El valor a futuro del precio *spot* de la acción está dado por:

$$F_T = S_Te^{rT} = 15e^{0,15 \times 0,5} = \$16,17$$

Por lo tanto, de la expresión (1.1) se tiene que el precio del contrato *forward* es:

$$f_T = (F_T - K)e^{-rT} = (16,17 - 13)e^{-(0,15 \times 0,5)} = \$2,94$$

¹⁵ El costo de acarreo donde el activo es una mercancía incluye el costo de oportunidad del dinero más el costo de almacenamiento, en los cuales se incurren para mantener dicho activo durante algún tiempo, para después ser vendido en una fecha futura. En el caso de activos financieros el costo de acarreo es igual al costo de oportunidad del dinero, pues no hay costos de almacenamiento, salvo en contadas excepciones.

1.2.3 Riesgo en los *Forwards*

La ecuación (1.4) es crucial para medir el riesgo de los contratos *forward*. Demuestra que, aun cuando la inversión inicial sea cero, el tenedor (comprador) del contrato puede estar sujeto a fluctuaciones sustanciales en el valor del mismo.

El riesgo que se tiene al mantener posiciones (largas o cortas) sobre contratos *forward* se puede determinar diferenciando la expresión (1.4) con respecto a las distintas variables que representan los diversos factores de riesgo a los cuales está expuesto el contrato. Estos factores de riesgo incluyen el precio *spot* del activo subyacente, el rendimiento del activo y la tasa de interés local.

$$df = \frac{\partial f}{\partial S}dS + \frac{\partial f}{\partial r}dr + \frac{\partial f}{\partial y}dy = e^{-yT}dS + Ke^{-rT}Tdr - Se^{-yT}Tdy. \quad (1.5)$$

La expresión anterior indica cómo se puede descomponer un contrato *forward* en los elementos que los constituyen para cuantificar el VaR.¹⁶ El riesgo se deriva de la exposición a cada uno de los factores que lo origina (como e^{-yT}) y de movimientos conjuntos en los mismos (como dS). [38]

1.3 Futuros

Un contrato de futuro se define como un compromiso entre dos partes a comprar o vender un activo subyacente en una fecha futura T y a un precio K previamente fijados. También aquí la operación se pacta en el presente pero se liquida en el futuro.

Los futuros no son más que una especie de contratos *forward* estandarizados y negociables en monto en mercados organizados, con dispositivos de márgenes y capital para respaldar su integridad. Esto es, los futuros se emiten y negocian en bolsas especializadas, y existen para una variedad de productos subyacentes agrícolas, pecuarios, minerales, energéticos, y financieros, entre los cuales están el trigo, la soya, el petróleo, las divisas, índices bursátiles, acciones, tasas de interés, etc.

En los mercados de futuros participan una gran variedad de interesados que crean la oferta y la demanda en los mismos, y les dan la liquidez y dinamismo necesarios. Entre estos se encuentran: corredores y operadores que llevan a cabo los pedidos de compra y venta de empresas o particulares; especuladores profesionales, que negocian, en general, por cuenta propia y que desean tener ganancias extraordinarias por sus operaciones en futuros; administradores del riesgo quienes realizan transacciones de futuros como medio de cobertura para el riesgo; arbitristas (oportunistas) de grandes instituciones que tratan de aprovechar desequilibrios transitorios de los precios en los mercados; y particulares que hacen sus transacciones en futuros con propósitos de inversión.

1.3.1 Características de los Futuros

Breve Historia de los Mercados de Futuros

Los orígenes de los mercados de futuros tienen antecedentes muy antiguos que podrían situarse en la Edad Media, los cuales fueron creados originalmente para satisfacer las demandas de agricultores y comerciantes. En 1848 se creó el mercado de granos o bolsa agrícola de Chicago (*Chicago Board*

¹⁶ Para ver mediante ejemplos el cálculo del VaR se puede consultar [38].

of Trade, CBOT) como una respuesta a los desequilibrios en la oferta y la demanda causada por los ciclos naturales de la agricultura y limitaciones en los sistemas de transporte y almacenamiento. La tarea principal en su inicio del CBOT fue la de estandarizar cantidades y calidades de cereales que se comercializaban.

En 1851, en el CBOT se registra el primer contrato *forward* por 3 000 bushel¹⁷ de maíz, además en este mismo año los *forwards* ganan popularidad entre mercantiles y procesadores, sin embargo, para 1865 estos contratos adelantados crearon confusión para los usuarios por los sucesivos fraudes. En 1865, el CBOT formaliza las transacciones de granos desarrollando acuerdos estandarizados llamados “contratos de futuro”, formalizándose aún más estas operaciones con futuros en 1877.

El crecimiento en las operaciones de futuros aumenta a fines del siglo XIX y principios del XX como nueva forma de intercambio. Para 1972, como resultado de las nuevas políticas económicas de los Estados Unidos y un cambio en la estructura financiera mundial, la industria de los futuros comienza a expandir sus contratos ofrecidos para permitir a las instituciones de negocios y financieras extender su administración del riesgo. Cinco años después, el CBOT introduce los contratos de futuros de bonos de la tesorería de Estados Unidos (*Treasury Bonds* y *Treasury Notes*), actualmente el contrato operado más activamente en el mundo. En lo que respecta a la década de los ochenta del siglo XX, en 1983 comienzan los contratos de futuro de petróleo crudo y petróleo para calefacción, completando el complejo de energía del CBOT. En 1995, el CBOT lanza su *market plex* el primer mercado de futuros que abre un servicio comercial en Internet el cual incluye cotizaciones del día anterior, los precios de cierre, e información histórica de todos los contratos del mercado.

En los inicios de este nuevo milenio, el CBOT es una corporación sin fines de lucro, autogobernada, autorregulada que es de utilidad a miembros individuales y a firmas. Además, es un mercado que actualmente se especializa en futuros sobre granos, minerales preciosos, y varias tasas de interés.

Por otro lado, en 1874, se creó el *Chicago Produce Exchange*, bolsa en que originalmente se negociaban mantequilla, huevos, aves y otros productos de granja o agrícolas perecederos. En 1898, los tratantes de mantequilla y huevos se retiraron de este mercado para formar el *Chicago Mercantile Exchange* (CME), para reflejar mejor su finalidad y para alojar participación pública. En 1961, en el CME se comienza a operar un contrato de cerdo congelado y pancita de cerdo, el primer contrato de futuro basado en carne congelada almacenable. Tres años después, el CME introduce un contrato de futuros de animal en pie llamado *live cattle*, el primer contrato de futuro basado en animales vivos. En 1972, el *International Monetary Market* (IMM) es creado como una división del CME, para procesar contratos de futuros en divisas con operaciones en siete monedas extranjeras, el primer contrato de futuros financieros operado.

En lo que respecta a la década de los ochenta del siglo XX, el CME introduce en 1981 futuros de eurodólar,¹⁸ el primer contrato *cash-settled*, el cual facilitó el camino para los futuros sobre índices de acciones. En 1989, el CME y el CBOT anuncian un plan para desarrollar un conjunto un sistema electrónico de mano llamado AUDIT (*Automated Data Input Terminal*), para el propósito de ingresar operaciones en tiempo real. Después de que en junio de 1992 el CME introdujo el sistema de operaciones GLOBEX (sistema de transacción electrónico utilizado para el mercado global), en 1998 introduce el GLOBEX 2 como una nueva generación del primer sistema de operaciones

¹⁷ Un bushel es una medida de volumen de Estados Unidos para productos secos y equivale a 35.238 litros.

¹⁸ El depósito en eurodólares es un depósito bancario denominado en dólares estadounidenses ubicado fuera de Estados Unidos o en sucursales de bancos norteamericanos.

electrónico del mundo.

Entre los miembros del CME se incluyen los bancos más grandes del mundo y casas inversoras, así como también operadores independientes y corredores. En junio de 2000, los miembros del CME, votaron a favor de convertirse en una corporación con fines de lucro. En todo el mundo, casas administradoras de pensiones y casas inversoras, administradores de carteras, tesoreros corporativos, y bancos comerciales operan en el CME como parte integral de su estrategia de administración financiera. Algo de mucha importancia para el CME, es que se convirtió en el primer mercado de futuros que aplicó a los instrumentos financieros los principios de los mercados de futuros, los cuales en ese momento eran de exclusivo dominio de la agricultura. Actualmente, el CME se especializa en futuros sobre productos pecuarios, divisas, tasas de interés e índices bursátiles.

Otro de los mercados importantes es el *New York Mercantile Exchange* (NYMEX), ya que en la actualidad es el tercer mercado de futuros más grande de los Estados Unidos y el mercado físico de *commodities*¹⁹ más grande del mundo. Conocido anteriormente como *Butter, Cheese, and Egg Exchange*, su nombre se cambió al de *New York Mercantile Exchange* en 1882. En 1993, el mercado abrió NYMEX ACCES, su sistema de operación electrónico para después de horario, el cual permite a los compradores y vendedores comprar y vender contratos de futuros y opciones de petróleo crudo, aceite comestible, gasolina, gas natural, palladium, y futuros de oro, plata, cobre y propano a través de una red de computadoras mundial. En agosto de 1994, los dos mercados más grandes de Nueva York, el NYMEX y el *Commodity Exchange* (COMEX), se fusionaron para convertirse en el mercado físico de futuros sobre *commodities* más grande del mundo. Cabe decir que antes del NYMEX, el *New York Board of Trade* (NYBOT) era el mercado de futuros más viejo en Nueva York pues fue fundado en 1870.

Otros mercados mundiales de mucha importancia en cuanto a su historia, al volumen de contratos de futuros negociados, así como a la diversidad de productos subyacentes que ofrecen son: *Tokio Grain Exchange* (TGE); *London International Financial Futures Exchange* (LIFFE); EUREX (creado en 1996 por el *Deutsche Borse AG* y el *Swis Exchange* y fundado a través de la fusión del *DBT Deutsche Terminbourse* y *SOFFEX (Swiss Option and Financial Futures Exchange)*); entre otros.

Asimismo, existen en Estados Unidos otros mercados como: *One Chicago* (ONE); *Chicago Rice and Cotton Exchange* (CRCE); *Mid America Commodity Exchange* (MCE), *Minneapolis Grain Exchange* (MPLS); *Kansas City Board of Trade* (KC); *Philadelphia Board of Trade* (PBOT); *New York Cotton Exchange* (CTN); *Coffe, Sugar and Cocon, New York* (CSCE); etc.

Por último, cabe mencionar que los mercados de futuros han tenido un importante desarrollo durante las últimas tres décadas. Actualmente, operan en el mundo 89 de estos mercados y los de mayor importancia se encuentran en las ciudades de Chicago, Nueva York y Londres.

El Mercado de Futuros de México

Antes de que se constituyera formalmente (24 de agosto de 1998) el Mercado Mexicano de Derivados, S.A. de C.V., (MexDer)²⁰, que inició operaciones el 15 de diciembre de 1998, dos décadas

¹⁹ En general, se denominan *commodities* a los artículos o productos de comercio o de consumo (agroindustriales, metales, minerales, etc.)

²⁰ El MexDer es una sociedad anónima de capital variable cuyo capital social está formado por la Bolsa Mexicana de Valores (78.61 %), el Mercado Español de Futuros y Opciones Financieros (MEFF) (7.50 %), los socios liquidadores de Asigna, Compensación y Liquidación, y algunos miembros operadores, que en total poseen 13.89 % de dicho

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

antes, esto es, en 1978, se empezaron a cotizar en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) contratos a futuro sobre el tipo de cambio peso/dólar, pero sus operaciones fueron suspendidas en 1982 a raíz del control de cambios decretados ese mismo año debido a la crisis de la deuda externa. No obstante, la BMV listó de 1983 a 1986 futuros sobre petrobonos y acciones individuales, suspendiéndose totalmente sus negociaciones en 1987.

Las instituciones básicas de Mercado Mexicano de Derivados son la Bolsa de Futuros y Opciones constituida por MexDer, y su Cámara de Compensación establecida como Asigna, Compensación y Liquidación, que es un fideicomiso de administración y pago (fideicomiso administrado por BBVA Bancomer, S.A.)²¹, y fue constituida el 11 de diciembre de 1998 e inició operaciones cinco días después. A partir del 30 de septiembre de 1999, se aprobó el proyecto para que las operaciones del MexDer se realizaran totalmente por medios electrónicos. El Sistema Electrónico de Negociación, Transacción, Registro y Asignación (SENTRA®-DERIVADOS) es un mecanismo que sustituyó la operación a viva voz, por otra remota, totalmente automatizada y en tiempo real.²²

Hoy en día (mayo de 2006), en el MexDer se negocian contratos de futuros de divisas (dólar americano y euro), índices (Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la BMV), instrumentos de deuda (TIIE de 28 días, CETES de 91 días, Bono de 3 años, Bono de 10 años y Unidad de Inversión (UDI)²³) y de acciones (América Móvil L, Cemex CPO, Femsa UBD, Gcarso A1 y Telmex L).²⁴

Tal y como se ha indicado, los futuros se negocian en bolsas organizadas, aprobadas y reguladas por los gobiernos. En Estados Unidos, la *Commodity Futures Trading Commission* es la que se encarga de regular los mercados de futuros. En México, la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) es la facultada de regular todas las actividades bursátiles.

Negociación de los Contratos de Futuros

Los activos financieros en contratos de futuros, por lo general, están bien definidos y sin ambigüedades. Cuando el activo es una mercancía se habla no tan sólo de cantidad (lotes) sino también de calidad. En lo que se refiere al precio, éste es establecido al momento del contrato y en el que la oferta y la demanda hecha en el piso de la bolsa tiene el papel determinante. A este precio se le denomina precio del futuro (*future price*).

En lo que respecta a la fecha y a los sistemas de liquidación, las características específicas obedecen a cada mercado o bolsa de futuros en particular y dependen también del producto específico. Aún así, todo contrato de futuros especifica un mes determinado de entrega, y en dicho mes, convencionalmente la entrega del activo subyacente se hace en un día específico en efectivo, entregándose al comprador del futuro el diferencial entre el precio de mercado *spot* al día del vencimiento y el precio futuro pactado, que es lo que precisamente necesita para comprar el activo subyacente en el mercado abierto *spot*. O viceversa, el vendedor recibe la diferencia de lo que obtendría por ingresos de la venta del activo subyacente en el mercado *spot*.

capital.

²¹ Sus fideicomitentes son los principales Grupos Financieros del país como Banamex Citigroup, BBVA Bancomer, Scotiabank Inverlat, Santander-Serfin, así como el Instituto para el Depósito de Valores S.D. Ineval.

²² http://www.mexder.com.mx/MEX/Operacion_Electronica.html

²³ Unidad de cuenta, cuyo valor en moneda nacional publica el Banco de México, en el Diario Oficial de la Federación.

²⁴ http://www.mexder.com.mx/MEX/Contratos_Futuros.html

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

En los mercados de Estados Unidos los contratos de futuros vencen el último viernes de meses prefijados; el último día de negociación es el miércoles precedente. Los contratos vencen generalmente los meses de marzo, mayo, junio, septiembre y diciembre. No obstante, los meses de julio, agosto y noviembre también son usados. Finalmente, los contratos de futuros de productos de muy alta demanda, en particular los energéticos tienen vencimiento en todos los meses del año. [53]

Por otro lado, en el MexDer se siguen patrones de vencimiento generalmente trimestrales: marzo, junio, septiembre y diciembre para la mayoría de los futuros, pero los vencimientos de los futuros sobre la Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio (TTIE) son mensuales.

La información sobre las cotizaciones de los contratos de futuros se encuentran comúnmente en la prensa impresa especializada. El formato con que se reporta la misma en los diferentes medios cambia ligeramente, pero todos reportan los componentes básicos (precio, lote, etc.), así como el volumen y los cambios en la actividad del futuro respectivo. Periódicos extranjeros como *The Wall Street Journal*, *Financial Times*, *Barron's*, etc., y periódicos mexicanos como *El Financiero* y *El Economista*, reportan el comportamiento de los mercados de futuros. En Internet, y en particular en las páginas *web* de los diferentes mercados de futuros y opciones también se muestra toda esta información. Otros medios como *Bloomberg* y *Reuters* igualmente son muy usados.

Cámaras de Compensación (Clearinghouse)

Las bolsas de futuros y en general los mercados de derivados listados o estandarizados, cuentan con una Cámara de Compensación (*Clearinghouse*), que funge como garante de todas las obligaciones financieras que se generan por las operaciones de productos derivados estandarizados. Es decir, garantiza el cumplimiento de los contratos de futuros en su desempeño y liquidación, y en general facilita el desarrollo de las transacciones de los mismos.

En México, la Cámara de Compensación se conoce como Asigna, Compensación y Liquidación, constituida a través de un fideicomiso de administración y pago cuyo patrimonio proviene de aportaciones realizadas por los Socios Liquidadores²⁵. Su función central es ser la contraparte y por tanto garante de todas las obligaciones financieras que se derivan de la operación de los contratos negociados (compensa y liquida contratos de futuros y contratos de opciones), para lograr esto debe seguir la normatividad emitida por las siguientes Autoridades Financieras: Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP); Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV); y Banco de México (Banxico), así como por las normas del propio Mercado Mexicano de Derivados.²⁶

Liquidación y Márgenes

El sistema de liquidación (*settlement*) supone la entrega del producto frente a la entrega del dinero. Sin embargo, en general, la liquidación se hace por diferencia de precios sin entrega física de la mercancía, es decir, del activo subyacente. De hecho, el efecto económico es el mismo sea la liquidación por diferencias de precios o sea en especie. Cabe decir que sólo entre el 1 y el 3% de los

²⁵ Los Socios Liquidadores son fideicomisos de administración y pago que conforman el patrimonio de la Cámara y que realizan la liquidación de las operaciones realizadas en el mercado, por lo que todos los Operadores del Mercado deberán contratar los servicios de un liquidador. Existen dos tipos de Socios Liquidadores:

- ▶ Los Socios Liquidadores por cuenta propia, compensan y liquidan las operaciones de las instituciones integrantes de su grupo financiero.
- ▶ Los Socios Liquidadores por cuenta de terceros, compensan y liquidan las operaciones por cuenta de clientes.

²⁶ http://www.mexder.com.mx/MEX/Camara_de_Compensacion.html

contratos de futuros se realizan con la entrega de la mercancía, esto trae consigo ventajas ya que evita problemas de almacenamiento y transporte, y también evita el estrechamiento del mercado inmediato que surge cuando los compradores de futuros solicitan la entrega física de la mercancía en cantidades que dicho mercado no puede proveer. El problema contrario de estrechamiento en corto se da cuando un considerable número de vendedores de futuros amenazan con entregar físicamente la mercancía, con la consecuencia de almacenamiento que traería consigo. [53]

Todas las liquidaciones se hacen a través de la Cámara de Compensación. De este modo, ni el comprador ni el vendedor conocen a la(s) persona(s) o institución(es) que realiza la operación opuesta a sus respectivos contratos, de aquí que la Cámara de Compensación actúa como contraparte en todos los contratos de futuros. Este mecanismo, ofrece completa seguridad al mercado por lo que el comprador no tiene que preocuparse sobre la situación financiera de la otra parte; el contrato siempre se lleva a buen término puesto que la entidad liquidadora responde.

Aunque los contratos de futuros se liquidan a la fecha de vencimiento, para iniciar el contrato se requiere, del comprador y del vendedor, un depósito (garantía) o margen inicial (*initial margin*),²⁷ y un margen de mantenimiento (*maintenance margin*). La cuantía del margen inicial depende del mercado del que se trate, normalmente oscila entre el 10 y el 30 % del valor del contrato. El margen de mantenimiento generalmente se fija en 75 % del margen inicial y su función es asegurar que la cuenta de margen nunca sea negativa.

El dinero procedente de la garantía se deposita a una cuenta abierta llamada cuenta de garantía (*margin account*) a nombre de cada una de las contrapartes. Cada día, se ajustan las cuentas del comprador y del vendedor, según el movimiento de los precios en el mercado de futuros de tal forma que se mantenga el mínimo del margen requerido y asegurar así el buen fin de la operación. De este modo, si el precio sube, se abona al comprador del contrato de futuros la diferencia entre el precio de hoy y el de ayer. Esa misma cantidad se cargará a la cuenta de garantía del vendedor. A este proceso se le llama contabilizando o ajustando según el mercado o “marcar a mercado” (*mark-to-market*).

Si el saldo en la cuenta de garantía llegara a ser igual o menor que el margen de mantenimiento, el inversionista recibe una petición de parte de la Cámara de Compensación, lo que se conoce como llamada de margen (*margin call*) o llamada a reponer la garantía²⁸, y se espera que el participante restituya el margen inicial al día siguiente de dicha llamada.

La garantía que se deposita al principio puede ser títulos financieros o efectivo. No obstante, la garantía de mantenimiento a reponer después de un *margin call* debe ser siempre en efectivo. Cuando los precios son muy volátiles, la Cámara de Compensación puede modificar el margen inicial, aumentando el porcentaje requerido, al igual que para el margen de garantía. A esto se le llama margen de variación (*variation margin call*).

Variación Mínima y Máxima de los Contratos de Futuros

Son límites en la variación diaria que puede presentar el precio de un contrato de futuros. Su objetivo es eliminar fluctuaciones extremas en los precios debido a noticias no esperadas o expectativas mal fundamentadas de los participantes en el mercado. Permiten que en períodos de nerviosismo el mercado se “calme” (*cools off*).

²⁷ En el MexDer es llamado aportación inicial mínima (AIM).

²⁸ En el MexDer se conoce como aportación extraordinaria.

La variación mínima (*tick*) es el movimiento mínimo diario permitido de variación en el precio (subida o caída) de un futuro. Diferentes contratos tienen diferentes tamaños de *ticks* y pueden ser establecidos en términos de precio por unidad de medida, o dólares o centavos. Por otra parte, las variaciones máximas se conocen como límite de movimiento al alza (*limit up*) o límite de movimiento a la baja (*limit down*). Éstas constituyen la variación máxima al alza o a la baja que se permite en el precio de un futuro respecto al precio de cierre del día anterior.

Diferencias entre los Contratos *Forward* y los Contratos de Futuros

Los futuros fueron desarrollados ante la necesidad de estandarizar los contratos adelantados, esto es, al ser negociados en mercados organizados especializados (bolsas de futuros) adquieren características propias entre las cuales destacan: cantidad (lotes predeterminados de contratos); calidad; vencimiento en meses; términos de entrega; fechas de entrega; precio mínimo de fluctuación; límites diarios de precios; días y horas de negociación; etc.

Por otro lado, los contratos *forward* se llevan a cabo en forma privada entre dos partes, quienes determinan las características esenciales de los mismos (tipo de producto, plazos, modo de liquidación, precio, etc.). Estos contratos se usan mucho sobre divisas y tasas de interés para cubrir las necesidades específicas de un cliente. Es decir, son contratos hechos a la medida, pero en los cuales no hay garantía, ya que una parte podría no cumplir con lo estipulado. No obstante, las leyes mercantiles constituyen el mecanismo al cual las partes deben acudir para resolver sus problemas.

El Cuadro 1.1 resume las principales diferencias entre los contratos *forward* y los futuros.

Posiciones en los Contratos de Futuros

Las posiciones que se mantienen en los futuros son las mismas que hay en los contratos *forward*. Es decir, el comprador de un futuro tiene una posición larga, en tanto que el vendedor mantiene una posición corta.

1.3.2 Valuación de Futuros

El valor de un contrato *forward* en el momento que se firma por vez primera es cero y esta situación es la misma con los futuros. Cuando la tasa de interés libre de riesgo r es constante e igual para todos los vencimientos, el precio de un contrato *forward* con fecha de vencimiento T es igual que el precio de un contrato de futuro con la misma fecha de entrega. [19]

Por otra parte, cuando las tasas de interés varían de manera impredecible (tal y como es en el mundo real), el precio de un *forward* y de un futuro, en teoría, ya no serán los mismos. Esta diferencia teórica es, en la mayoría de circunstancias, lo suficientemente pequeña para poder ignorarla. En la práctica existen algunos factores, no reflejados en los modelos teóricos, que hacen que el precio de un contrato *forward* y de un futuro sean distintos. Entre estos factores se encuentran impuestos, costos de transacción, garantías, etc. A pesar de lo señalado, es razonable para la mayoría de propósitos, suponer que los precios de un contrato *forward* y de un futuro son iguales. Lo que nunca se debe suponer es que estos precios son sustitutos perfectos unos de otros.²⁹

²⁹ Es importante aclarar que a medida que aumenta la vida de un futuro, la diferencia del precio de éste con el de un contrato *forward* tiende a ser significativa. Este hecho se puede notar en un futuro sobre eurodólares cuyo

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

Cuadro 1.1: Diferencias entre los Futuros y los Contratos Adelantados

Futuros	<i>Forwards</i>
Los futuros se contratan en mercados organizados y cuentan con un mercado secundario.	Los contratos adelantados se contratan de manera privada o en mercados descentralizados o extrabursátiles.
Los futuros se negocian en lotes de tamaño estandarizado.	Los <i>forwards</i> se negocian en lotes cuyo tamaño es acorde a las necesidades de las dos partes del contrato.
Los futuros tienen fechas de vencimiento estandarizadas.	Los contratos adelantados flexibilizan sus fechas de vencimiento.
Los futuros requieren del depósito de un margen inicial y de un margen de mantenimiento.	Los <i>forwards</i> no requieren general de ningún pago adelantado.
Los futuros cuentan con una Cámara de Compensación que garantiza el cumplimiento de los contratos. El comprador y el vendedor no se conocen.	El cumplimiento de los contratos adelantados depende de la solvencia moral de cada parte. El comprador y el vendedor negocian directamente.
Las posiciones en futuros pueden cerrarse fácilmente con operaciones inversas en los mercados secundarios.	El cierre de los <i>forwards</i> se realiza a su vencimiento. Su cancelación antes de tiempo depende de los términos del contrato.
Se pagan comisiones a los corredores, basado en un solo precio (no hay precio de compra y de venta), pero las transacciones con corredores locales si se fijan en base a cotizaciones de compra-venta.	Los contratos adelantados se cotizan con precios de compra y venta, y puede existir cobro de ciertas comisiones.
Los mercados de futuros son regulados por agencias especiales (autoridades financieras) que vigilan el manejo de los márgenes y en general el cumplimiento de los contratos.	No existen autoridades que vigilen el cumplimiento del contrato.

Por lo tanto, si se considera una tasa de interés continuamente capitalizable, el valor teórico de un contrato de futuro está dado por:

$$F_t = S_t e^{r(T-t)}, \quad t \in [0, T], \quad (1.6)$$

donde

S_t : Precio *spot* del activo subyacente.

r : Tasa de interés libre de riesgo capitalizable de forma continua.

T : Fecha de vencimiento en que se liquida el contrato.

vencimiento es de 10 años.

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

Cuando se consideran activos subyacentes en los cuales existen costos de comercialización (C_t), tales como costos de almacenamiento, transporte, seguros, etc., entonces la ecuación (1.6) toma la siguiente forma:

$$F_t = (S_t + C_t) e^{r(T-t)}, \quad t \in [0, T], \quad (1.7)$$

donde

C_t : Costos de comercialización del activo medidos en términos de valor presente para t .

También, se puede considerar que dichos costos son una proporción (p) del precio del activo subyacente, de este modo el valor teórico del futuro sobre dicho activo es:

$$F_t = S_t e^{(r+p)(T-t)}, \quad t \in [0, T]. \quad (1.8)$$

De la misma manera, pero si ahora se considera que el activo subyacente otorga un rendimiento (G_t), la expresión que da el valor teórico para un futuro sobre este activo es:

$$F_t = (S_t - G_t) e^{r(T-t)}, \quad t \in [0, T], \quad (1.9)$$

donde

G_t : Rendimiento del activo medido en términos de valor presente para t .

Por último, si el activo subyacente da un rendimiento (u) expresado como porcentaje de S_t , el valor teórico para un futuro con este activo está dado por:

$$F_t = S_t e^{(r-u)(T-t)}, \quad t \in [0, T]. \quad (1.10)$$

Estos valores teóricos sólo son eso, pues la oferta y la demanda son quienes definen en gran parte el precio de mercado de los contratos de futuros. Para mostrar el cálculo de estos valores teóricos se presentan los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1.3 Si el precio de cierre del 20 de junio de 2006 de una acción de VITRO (VITRO A) en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) fue de \$9.20 y la tasa de interés libre de riesgo es de 10 % anual. Entonces, si no hay pago de dividendos, el valor teórico de un contrato de futuro sobre la acción a tres meses es:³⁰

$$F_t = S_t e^{r(T-t)} = \$9.20 e^{0.10(0.25)} = \$9.43$$

Ejemplo 1.4 Consideremos un futuro que se pacta a seis meses sobre el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC). Además, el índice paga una tasa de dividendos de 4 % al año y la tasa de interés libre de riesgo es de 10 % anual. Al momento de realizar el contrato el nivel del índice es de 13,450 (puntos) y se le asigna un valor de un peso por punto. Entonces, el valor teórico del futuro está dado por:

$$F_t = S_t e^{(r-u)(T-t)} = 13,450 e^{(0.10-0.04)(0.5)} = \$13,859.61$$

³⁰ Como la tasa de interés libre de riesgo es anual, se multiplica por el plazo equivalente, es decir, la proporción del plazo anual.

1.3.3 Riesgo en los Contratos de Futuros

Las ganancias o pérdidas en un contrato de futuros son similares a las que se obtienen con acciones, pero como es de suponer el modo de liquidar la operación no es el mismo. Esto es, con las acciones podemos tener una ganancia o una pérdida al vender una acción según su precio se haya incrementado o disminuido, y después de esto abandonamos el mercado. Por otro lado, en el mercado de futuros se puede vender un futuro de signo contrario, pero el contrato anterior permanece.

El riesgo de base (*basis risk*) también está presente en el mercado de futuros, y este se refiere a la variabilidad entre el precio *spot* y el precio del futuro de un activo. Este riesgo, termina al vencimiento del contrato, fecha en la cual el precio *spot* es igual al precio del futuro del activo, de acuerdo al “principio de convergencia”.

Debido a los márgenes (inicial y de mantenimiento) que hay en los contratos de futuros, existe un “enorme” apalancamiento y por tanto un riesgo que debe ser considerado.

Aún cuando existen diferencias entre las operaciones de futuros y contratos *forward*, para medir el riesgo (VaR) tales diferencias no importan. De esta forma, para medir el riesgo de mercado es posible referirse genéricamente a operaciones en contratos de futuros.

1.3.4 Usos de los Futuros

Como se ha señalado, los contratos de futuros son muy dinámicos y ofrecen bastante liquidez. Al mismo tiempo, brindan la oportunidad no solamente de coberturas contra el riesgo, sino también de invertir, especular y arbitrar.

Cobertura

Se entiende como cobertura cuando se trata de minimizar o neutralizar completamente los impactos de los movimientos en los precios de los activos que son de interés, en otras palabras, son operaciones que se proponen para reducir el riesgo.

La cobertura larga (*long hedge*) se presenta cuando es necesario comprar contratos de futuros (posición larga) para cubrir los riesgos en el mercado de contado. Esta cobertura es la apropiada cuando una institución o un inversionista saben que van a comprar cierto activo en el futuro y quieren asegurar, desde un principio, el precio que pagarán por él.

Por otra parte, la cobertura corta (*short hedge*) se halla cuando es necesario vender contratos de futuros (posición corta) para cubrir los riesgos en el mercado de contado. Esta cobertura es la indicada cuando el “coberturista” ya posee un activo y espera venderlo en algún momento en el futuro.

Especulación/Inversión

Un inversionista común invierte en futuros con el fin de diversificar su cartera y al mismo tiempo para obtener ganancias no disponibles en los mercados de dinero y capital. Como toda inversión, él está apostando en que las tendencias del mercado le sean favorables, es decir, está especulando.

Los especuladores negocian con futuros con el fin de sacar el máximo provecho del apalancamiento que hay en estas operaciones. Por ejemplo, si un especulador espera que el precio de un activo subyacente suba, comprará futuros sobre este activo con la esperanza de que esto suceda, es decir, que el precio *spot* en el plazo determinado sea mayor que el precio del futuro para así obtener ganancias.

Arbitraje

En su manera más simple el arbitraje consiste en comprar y vender simultáneamente un mismo activo en dos mercados distintos aprovechando alguna imperfección detectada en los mismos, para así obtener una ganancia. Esta última, se logra sin tomar riesgo y sin haber hecho inversión inicial alguna. La imperfección en los mercados reside en que el activo de referencia podría tener dos precios diferentes en tales mercados.

En los mercados de futuros, la detección de oportunidades de arbitraje surge en el momento en que el valor teórico del futuro F_t no corresponde al precio del contrato que se esté cotizando en el mercado F_m . Es decir, se detectan oportunidades de arbitraje si $F_t \neq F_m$.

Existe la posibilidad de arbitraje entre el mercado inmediato y el de futuros. Entre un contrato de futuro de un plazo y otro de un plazo mayor. Y utilizando de forma cruzada el mercado inmediato, el mercado de futuros y el mercado de opciones.

1.4 Swaps

*Son contratos privados en los que libremente dos contrapartes acuerdan de manera simultánea, comprar o vender el derecho de intercambiar flujos de efectivo (cash-flows), definidos en términos de algún activo subyacente, siempre aprovechando la existencia de ventajas comparativas entre ellas.*³¹

No existe otro mercado en la historia financiera que ha crecido tan rápidamente como lo han hecho los mercados de *swaps*. De esta manera, se ha estimado que los volúmenes negociados en el mundo de estos productos derivados a finales de 1999 oscilaban entre los 41 y 46 trillones de dólares. [62]

Estos instrumentos son comercializados en su mayoría en el *OTC market*, por lo que son hechos a la medida de las necesidades de cada contraparte. Sin embargo, siempre se incurre en cierto nivel de riesgo de crédito por su operación.

Los activos subyacentes en los *swaps* pueden o no intercambiarse y se denominan “nocionales” o principales, con la idea de distinguirlos de los intercambios físicos en los mercados de dinero, que se llaman reales o actuales. No obstante, esta distinción a menudo no se lleva a cabo en la práctica. [46]

En un *swap* puede existir un intercambio de nocionales, dos intercambios de nocionales, una serie de intercambios de nocionales, o ningún intercambio de nocionales. En la forma genérica del *swap*, el acuerdo establece un intercambio real o hipotético de nocionales a partir del comienzo de un intercambio hasta la terminación. El *swap* comienza en su fecha efectiva, que también se le conoce como fecha de valor. Finaliza en su fecha de terminación, que también es conocida como

³¹ A los *swaps* se les conoce también como permutas financieras en los países de habla hispana.

fecha de vencimiento. El período de tiempo entre estas dos fechas se llama duración o vencimiento del *swap*.

1.4.1 Características de los *Swaps*

Breve Historia de los Swaps

Aunque de manera formal los *swaps* aparecieron en décadas recientes, estos pueden ser relacionados al inicio del siglo XIX y al “principio de la ventaja comparativa” de David Ricardo. En este principio se examinaban dos países A y B en los cuales ambos producían tela y vino.

Si el país A producía tela más eficazmente que el país B, entonces tiene una ventaja absoluta sobre el país B. Sin embargo, la Ley de David Ricardo indicaba que aún y cuando A tuviera una ventaja absoluta en tela y vino sobre B, éste no era motivo para que ambos países no negociaran. Esto es, A debía concentrarse en producir el producto en el cual tenía mayor ventaja comparativa, dejando la producción del otro producto para B. De esta manera, ambos países se beneficiaban ya que podían intercambiar sus abastecimientos en exceso uno con otro de tales productos.

Regresando a épocas más recientes, los tipos de cambio³² llegaron a ser extremadamente volátiles a principios de la década de 1970, siguientes al colapso del Acuerdo de *Bretton Woods*.³³ El incremento drástico en la volatilidad del tipo de cambio creó un ambiente ideal para la proliferación de un documento parecido al *swap* que pudiese ser utilizado por multinacionales para cubrir operaciones de divisas a largo plazo. Sin embargo, los primeros *swaps* se crearon con un objetivo por completo distinto, y fué después que se reconoció el aspecto de reducción de costos y de manejo de riesgos que estos instrumentos podían ofrecer.

Los *swaps* eran una extensión natural de los préstamos llamados paralelos, o *back-to-back*, que tuvieron su origen en el Reino Unido utilizados para evitar la rigidez del cambio de divisas, que buscaba, a su vez, prevenir una salida de capital británico. Durante los años setenta, el gobierno británico gravó con impuestos las transacciones en divisas, incluyendo a su propia moneda. El objetivo era encarecer la salida de capital, creyendo que esto animaría la inversión doméstica haciendo que la inversión en el exterior fuese menos atractiva. El préstamo paralelo llegó a ser un medio ampliamente aceptado por medio del cual se podía evitar estos impuestos. Así entonces, el préstamo *back-to-back* era una modificación sencilla al préstamo paralelo, y el *swap* de divisas fue una extensión del préstamo *back-to-back*.

Los flujos de efectivo de los *swaps* iniciales de divisas eran iguales a aquellos asociados con los préstamos *back-to-back*. Por esta razón, los *swaps* iniciales de divisas frecuentemente fueron llamados “intercambios de préstamos”. No obstante, y contrario a lo que sucede con los acuerdos que caracterizan los préstamos *back-to-back* y paralelos, los *swaps* involucran un acuerdo sencillo. Este acuerdo especifica todos los flujos de efectivo y señala que la primera contraparte puede quedar relevada de sus obligaciones con la segunda, si ésta no cumple sus obligaciones con la primera. Por lo tanto, los *swaps* proporcionan la solución al problema de los derechos de establecimiento.

³² Un tipo de cambio es el número de unidades de una moneda que se puede comprar a cambio de una unidad de otra moneda.

³³ La característica más importante del Acuerdo de *Bretton Woods* fue la decisión de conservar al dólar estadounidense libremente convertible en oro y, por otro lado, mantenerse fijos en dólares estadounidenses los valores de otras divisas.

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

El primer *swap* de divisas se cree que fue suscrito en Londres en 1979. Sin embargo, el verdadero *swap* inicial de divisa, el que llegó al incipiente mercado de *swaps* de divisas, involucró al Banco Mundial y a IBM como contrapartes. Este *swap* lo realizó *Salomon Brothers* y permitió al Banco Mundial obtener francos suizos y marcos alemanes para financiar sus operaciones en Suiza y Alemania del Oeste, sin necesidad de acudir directamente a los mercados suizos y oeste-alemanes de capital. El tamaño de las partes involucradas en esta operación le dio credibilidad de largo plazo a los *swaps* de divisas. Aún y cuando los *swaps* surgieron de un esfuerzo por controlar el intercambio de divisas, no fue sino mucho tiempo después que se reconocieron los beneficios de reducción de costos y de manejo de riesgos que significaban tales instrumentos. A partir de entonces, el mercado creció rápidamente.

Por otro lado, el primer *swap* de tasa de interés se cree que se celebró en Londres en 1981. Un año después, este instrumento financiero se introdujo en Estados Unidos cuando la *Student Loan Marketing Association (Sallie Mae)*, llevó a cabo un *swap* de tasa de interés de tasa fija a tasa flotante.

El concepto de *swap* se difundió en 1986, cuando el *Chase Manhattan Bank* introdujo el *swap* de materias primas. Seguidamente de la introducción de estos *swaps*, la *Commodity Futures Trading Commission (CFTC)* cuestionó la legalidad de los contratos. No obstante, en 1989 la CFTC rectificó y otorgó contratos para este tipo de activos. Las negociaciones con los *swaps* de materias primas crecieron rápidamente a partir de entonces. También, en 1989, *Bankers Trust* introdujo el primer *swap* conocido y denominado como de acciones y valores. Fue un éxito inmediato y muy pronto se copió.

Para estandarizar los *swaps* se fundó en 1985 la *International Swap Dealers Association (ISDA)*, que homogeneizó las características de los *swaps* de tasas de interés en el ámbito internacional. Poco después, la *British Bankers Association* dio su propio conjunto de pautas para la documentación para *swaps*. Sin embargo, hoy en día existen un número importante de características particulares que se deben negociar con la contraparte. Entre estas se encuentran la tasa de interés fija que regirá durante la vigencia del contrato, la frecuencia de los pagos (mensual, trimestral, semestral o anual), la tasa flotante de referencia y la convención de los días por aplicar (360 ó 365 días al año).

Por último, cabe decir que los *swaps* son facilitados por intermedirarios llamados corredores y agentes de *swaps*. El corredor arregla *swaps* encontrando contrapartes con necesidades adecuadas o concordantes. Es decir, “ el corredor de *swaps* desempeña la labor de búsqueda y localización de partes con necesidades no armonizadas, y después negocia con cada una de ellas en beneficio de ambas”. [46] Por otra parte los agentes se convierten en contrapartes de los *swaps* y cubren sus posiciones hasta el tiempo en que los *swaps* de compensación de riesgos se puedan arreglar.

Tipos de Swaps

De acuerdo al activo subyacente al que estén referenciados los *swaps* pueden ser de varios tipos: *swaps* de tasas de interés (*interest rate swap*, IRS), *swaps* de divisas (*currency swaps*), *swaps* de índices bursátiles,³⁴ *swap* de acciones,³⁵ *swap* de materias primas (*commodity swaps*),³⁶ y más

³⁴ Los *swaps* de índices bursátiles permiten intercambiar el rendimiento del mercado de dinero, por el rendimiento de un mercado bursátil. Este último, se refiere a la suma de dividendos recibidos, ganancias y/o pérdidas de capital.

³⁵ Los *swaps* de acciones habitualmente implican a una parte que recibe los dividendos y las ganancias de capital sobre un índice de acciones, mientras que la otra parte recibe un interés fijo o variable.

³⁶ En un *swap* sobre materias primas una parte recibe un pago vinculado al precio de la materia prima y la otra recibe la tasa de interés. Este tipo de *swaps* están diseñados para eliminar el riesgo de precio y de esta forma

recientemente, *swaps* de crédito (*credit default swaps*).³⁷ Sin embargo, los primeros dos tipos de *swaps* son los más negociados.

Swaps de Tasas de Interés (Interest Rate Swap, IRS)

El tipo de *swap* más común es el *swap* de tasas de interés fija por flotante (*plain vanilla swap*).³⁸ Representan una transacción en la que dos partes acuerdan intercambiar periódicamente flujos de intereses calculados con respecto a un notional, pagaderos en una moneda única y referenciados a alguna tasa líder de mercado.³⁹ En este contrato, una parte paga flujos de efectivo basados en una tasa fija y otra parte paga flujos de efectivo basados en tasa flotante. [62]

Los *swaps* de tasas de interés tienen un abanico de usos. Uno que es particularmente importante, aunque en la actualidad menos de lo que era antes, consiste en la reducción de los costos de financiamiento. Para que un *swap* sobre tasa de interés sea viable como herramienta para reducir costos financieros, una parte debe tener acceso a fondos a tasas fijas comparativamente baratas, pero desea tener obligaciones en fondos a tasas flotantes. Mientras que la otra parte debe tener acceso a fondos a tasa flotante comparativamente baratas y desee adquirir fondos a tasa fija.

Swaps de Divisas (Currency Swaps)

En estos contratos una parte se compromete a liquidar intereses sobre cierta cantidad de principal en una divisa. Por el otro lado, recibe intereses sobre cierta cantidad de principal en otra divisa. Un *swap* de divisas es viable siempre y cuando una contraparte tenga acceso comparativamente más barato a una divisa que lo que pueda tener otra contraparte. Esto es, la capacidad de aprovechar la presencia de ventajas comparativas constituye uno de los aspectos más importantes que se toman en consideración para el diseño de cualquier *swap*.

A diferencia de los *swaps* de tasas de interés, en un *swap* de divisas las cantidades de principal se intercambian al principio y al final de la duración del mismo. Además, los flujos o pagos pueden ser ambos en tasa fija, ambos en tasa flotante, o uno de tasa fija y otro de tasa flotante. [23]

El Mercado de Swaps de México

Países como Estados Unidos, Canadá, Australia, Francia, Inglaterra y otras naciones europeas, se han destacado por hacer un uso importante de los *swaps*. En el MexDer de México, recientemente se han listado algunos contratos denominados “engrapados”, que se consideran como un *swap* pero que al estar listados y con características bien definidas, dejan de ser un instrumento *OTC market* para convertirse en un instrumento listado.

Los “engrapados” representan una mecánica de negociación creada por el MexDer para realizar operaciones “tipo swap”, contruidos por cadenas de futuros de la TIIIE de 28 días que se

conseguir el abaratamiento de los costos de financiamiento.

³⁷ Los *swaps* de crédito sirven para administrar el riesgo sobre el crédito a través de la medición y determinación del precio de cada uno de los subyacentes (tasa de interés, plazo, moneda y crédito). Estos riesgos pueden ser transferidos a un tenedor de manera más eficaz, permitiendo así, un acceso al crédito con un menor costo. Ajustándose a la relación entre oferta y demanda de crédito.

³⁸ El término *plain vanilla* hace referencia a los instrumentos financieros que tienen la estructura más básica o estándar

³⁹ Los *swaps* de tasas de interés siempre se refieren a las tasas de interés sobre la parte fija del *swap*. Las tasas de interés son generalmente cotizadas contra la LIBOR (*London Interbank Offered Rate*), a pesar que los intermediarios estarán dispuestos también para cotizar tasas contra otra deuda a corto plazo.

“engrapan” de forma continua y cuyos plazos oscilan desde 84 días hasta 7 años o inclusive más. Esta mecánica representa para el MexDer casi el porcentaje total (del orden del 95 %) de todas las operaciones realizadas con futuros, de aquí su gran importancia. [62]

Por otra parte, también existen en el *OTC market* operaciones con *swaps* de tasas de interés cuyos volúmenes negociados son todavía mayores a los del MexDer. Así pues, los *swaps* han tomado en estos últimos años parte importante de los productos financieros derivados negociados en México.

1.4.2 Valuación de Swaps

Valuación de Swaps de Tasas de Interés

Un *swap* de tasa de interés de acuerdo a su estructura puede caracterizarse como la diferencia entre dos bonos o como un portafolio de contratos *forward* correspondiente a cada intercambio de fondos. Esto es, un *swap* de tasa de interés se puede representar como una posición larga en un bono combinado con una posición corta en otro bono.⁴⁰ De este modo, un *swap* donde se recibe una tasa flotante y se paga una tasa fija, su valor teórico, V_{swap} , debe calcularse con el valor presente de los flujos netos del *swap* de acuerdo con la siguiente expresión:

$$V_{swap} = B_{fl} - B_{fix}, \quad (1.11)$$

donde

B_{fl} : Valor presente del pago de interés flotante o bono a tasa flotante

B_{fix} : Valor presente del pago de interés fijo o bono a tasa fija

Aunque el valor de un *swap* (V_{swap}) puede ser positivo o negativo con el tiempo, debido a cambios en las expectativas de mercado, es necesario que su valor inicial siempre sea cero. Esta condición es la única garantía de que el intercambio será justo y de que ambas contrapartes están negociando bajo las mismas condiciones de tasa (fija o flotante), tal y como se requiere en estos contratos.

Los bonos con cupón B_{fl} y B_{fix} se determinan de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$B_{fix} = \sum_{i=1}^n ke^{-r_i t_i} + Qe^{-r_n t_n}, \quad (1.12)$$

$$B_{fl} = (Q + k^*) e^{-r_i t_i}, \quad (1.13)$$

donde

Q : Monto principal o notional

k : Pago fijo realizado en cada fecha de pago

k^* : Pago a la tasa de interés flotante (ya conocido) que será realizado en la siguiente fecha de pago

⁴⁰ Un bono de descuento o de cupón cero es un instrumento financiero que sólo paga al propietario su valor nominal en el momento de su vencimiento. Los bonos con cupones pagan su valor nominal al vencimiento y también generan pagos periódicos fijos conocidos como cupones durante la vigencia del bono.

t_i : Tiempo hasta que se intercambia el pago i ($1 \leq i \leq n$)

r_i : Tasa de descuento correspondiente al período t_i tomada de la curva de precios *forward*, o curva *swap*⁴¹

Por otro lado, si una contraparte recibe flujos de efectivo a una tasa fija y paga flujos de efectivo a una tasa variable, el valor teórico del *swap* (V_{swap}) será:

$$V_{swap} = B_{fix} - B_{fl}, \quad (1.14)$$

donde B_{fix} y B_{fl} también están dados por las expresiones (1.12) y (1.13), respectivamente.

Valuación de Swaps de Divisas

Para obtener el valor teórico de un *swap* de divisas, el procedimiento es similar al del *swap* de tasa de interés, sólo que en este caso es necesario aplicar el tipo de cambio de las divisas en cuestión. Esto es, en ausencia de riesgo de crédito, un *swap* de divisas puede caracterizarse como una posición en dos bonos. De esta manera, su valor teórico, V_{swap} , es el valor presente de los flujos netos del *swap*:

$$V_{swap} = B_D - SB_F, \quad (1.15)$$

donde

S : Tipo de cambio *spot* expresado en número de unidades de la moneda doméstica por unidad de moneda externa o extranjera

B_D : Valor presente de los flujos (valor del bono) en moneda doméstica

B_F : Valor presente de los flujos (valor del bono) o pagos del *swap* en moneda externa

La ecuación (1.15) representa el valor teórico de un *swap* donde se recibe una moneda doméstica y se paga en una moneda extranjera. De forma similar, el valor teórico de un *swap* donde se recibe una moneda extranjera y se paga en una moneda doméstica es:

$$V_{swap} = SB_F - B_D. \quad (1.16)$$

Si hay un sólo flujo de efectivo, el bono B_F es un bono con cupón cero y entonces su valor es $B_F = M_F e^{-r^*T}$, donde M_F es el valor nominal en la moneda extranjera. Del mismo modo, B_D es un bono con cupón cero con valor $B_D = M_D e^{-rT}$, donde M_D es el valor nominal en la moneda doméstica. Por lo tanto, la expresión (1.16) toma la siguiente forma:

$$V_{swap} = SM_F e^{-r^*T} - M_D e^{-rT}. \quad (1.17)$$

Si en la ecuación anterior se divide todo por M_F , se tiene:

$$\left(\frac{V_{swap}}{M_F} \right) = S e^{-r^*T} - \left(\frac{M_D}{M_F} \right) e^{-rT}. \quad (1.18)$$

⁴¹ La curva de tasas *spot* obtenida a partir de bonos cupón cero permite a los analistas del mercado medir de manera fácil las tasas *forward*, las cuales ofrecen una visión dinámica de los movimientos futuros en las tasas de interés. Las tasas *swap* se determinan por medio de la “curva *swap*”, la que de acuerdo con la experiencia internacional, resulta la herramienta idónea para utilizarse como indicador en estudios comparativos entre países sobre los niveles de riesgo en tasas interbancarias. La ventaja de la “curva *swap*” está en su elaboración, pues deriva de un proceso estándar y homogéneo (en cuanto a la determinación de las tasas *swap*) que hace factible la realización de análisis comparativos bastante más precisos. [62]

Esta última ecuación es similar a la obtenida en la valuación de un contrato *forward*, ecuación (1.4), si $K = \left(\frac{M_D}{M_F}\right)$. La ecuación (1.4) está referida a una unidad de divisa de aquí que se haya dividido (1.17) por M_F .

Por último, los valores teóricos en (1.15) y (1.16) simplemente están determinados por la estructura de tasas en la moneda doméstica, la estructura de tasas en la moneda externa y por el tipo de cambio *spot*.

Ejemplo 1.5 Supongamos que la estructura temporal de tasas de interés es plana en Japón y en Estados Unidos. La tasa de interés japonesa es de 5% anual y la americana es de 10% anual (ambas capitalizables de forma continua). Una institución financiera ha celebrado un *swap* sobre divisas donde, cada año, recibirá un 6% anual en yenes y pagará un 8% anual en dólares. Los principales son de 13 millones de dólares y 1,500 millones de yenes. La duración del *swap* será de otros tres años y el tipo de cambio actual es de 109 yenes por dólar. Con estos datos se tiene:

$$B_D = 1.04e^{-0.10} + 1.04e^{-0.10(2)} + 14.04e^{-0.10(3)} = 12.19 \text{ millones de dólares}$$

$$B_F = 90e^{-0.05} + 90e^{-0.05(2)} + 1,590e^{-0.05(3)} = 1,535.57 \text{ millones de yenes}$$

Por lo tanto, el valor *swap* será

$$V_{swap} = SB_F - B_D = \frac{1,535.57}{109} - 12.19 = 1.897 \text{ millones de dólares}$$

Si la institución financiera hubiera pagado yenes y recibido dólares, el valor del *swap* sería de -1.897 millones de dólares.

1.4.3 Riesgo en los Swaps

Los riesgos en los *swaps* son semejantes a los de un contrato *forward*. En el caso de los *swaps* de divisas, los movimientos en el valor pueden deberse a movimientos en el tipo de cambio *spot* y en las tasas de interés locales y extranjeras $V_{swap} = V(S, r, r^*)$, donde r es el rendimiento al vencimiento del bono local y r^* es el rendimiento al vencimiento en el bono referido a una divisa extranjera. De esta forma, diferenciando la ecuación (1.17) se tiene:⁴²

$$dV = \frac{\partial V}{\partial S}dS + \frac{\partial V}{\partial r}dr + \frac{\partial V}{\partial r^*}dr^* = M_F e^{-r^*T}dS + M_D e^{-rT}Tdr - SM_F e^{-r^*T}Tdr^*. \quad (1.19)$$

Por otro lado, el riesgo de un *swap* de tasas de interés depende del momento de reposicionamiento en el lado de la tasa flotante. Con un reposicionamiento continuo, este lado no tiene riesgo. En la práctica, el cupón debe ser reestablecido cada seis meses, por ejemplo. Justo antes de un período de reposicionamiento, el movimiento en el valor de un *swap* de tasas de interés sólo se debe al comportamiento fijo de la posición. Y justo después del reposicionamiento, el bono a tasa flotante se convierte en un bono de corto plazo a tasa fija. [38]

⁴² El concepto de “duración” está implícito (considerando tasas continuas) en la diferencial, pues se define como el cambio en el valor del bono o instrumento de mercado de dinero cuando hay un cambio en las tasas de interés del mercado. De este modo, la duración está directamente vinculada al VaR. Esto es, el VaR cuantifica la exposición de un portafolio a un factor de riesgo (la duración) así como la probabilidad de un movimiento adverso en las tasas.

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

En general, los riesgos en los *swaps* son: de tasa de interés, cambiario, de crédito/incumplimiento, de no concordancia, de base, de margen, de soberanía, y de entrega. [46]

Los riesgos de tipo cambiario y de tasa de interés tienden a correlacionarse en forma positiva. Esto es, cuando todas las demás cosas se mantienen iguales, tasas de interés más altas generalmente significan monedas más fuertes, y tasas de interés más bajas generalmente significan monedas más débiles.

De manera conjunta los términos riesgo de crédito y riesgo de incumplimiento en el contexto de los *swaps*, pretenden cuantificar la exposición de un agente al riesgo de que una contraparte no cumpla. El riesgo de incumplimiento es el riesgo de que una contraparte de un *swap* que no esté en posibilidad de satisfacer sus obligaciones debido a quiebras, cambios tributarios o en leyes contables aplicables en el momento en que el *swap* se originó, etc. Los agentes de *swaps* están obligados en forma independiente con todas sus contrapartes.

Las no concordancias referentes al principal notional, vencimiento, cupón *swap*, índice de flotación, las fechas de redefinición para el índice de flotación, las frecuencias o fechas de pago, exponen a los agentes a un riesgo adicional, en particular si la contraparte no cumple sus obligaciones.

La base es la diferencia entre dos precios. En el caso de los *swaps* de tasas de interés, la base es la diferencia entre dos índices diferentes de tasas flotantes. El riesgo base es el riesgo de que dos índices fluctúen entre sí. El riesgo base puede surgir de dos modos. En el primero, la contraparte requiere un *swap* de tasa flotante-por-flotante, pero los dos lados del *swap* están vinculados a índices diferentes. En el segundo, dos contrapartes separadas realizan un *swap* de tasa fija-por-flotante con el agente pero las tasas flotantes están vinculadas a índices diferentes.

En el caso del riesgo de soberanía, éste generalmente surge en los *swaps* de divisas, pero también en cualquier *swap* de tasa de interés fuera de las fronteras de un país. Es una consecuencia de la posición financiera de un país en la comunidad internacional y, en cierto grado, es una función de la estabilidad política del país y de su desempeño histórico en el cumplimiento de sus obligaciones financieras internacionales. Mientras mayor sea la probabilidad de que un gobierno pueda imponer controles cambiarios haciendo imposible para una contraparte cumplir con sus compromisos, mayor será el riesgo de soberanía.

Por último, el riesgo de entrega existe cuando se realizan pagos entre contrapartes que deben efectuar pagos recíprocos en diferentes momentos del día con horarios diferentes de liquidación entre los mercados de capital de ambas partes. El riesgo de entrega es mayor en los *swaps* de divisas en el momento en que se intercambian los principales.

1.4.4 Usos de los *Swaps*

Generalmente, los *swaps* además de ser utilizados para reducir costos financieros, también se usan para reducir los riesgos de tasa de interés, riesgo sobre el tipo de cambio y en ciertos casos son utilizados para reducir el riesgo de crédito. Así pues, la cobertura y el arbitraje con *swaps* se realizan como se indica a continuación:

Cobertura

La cobertura con *swaps* permite una reducción considerable en el grado de exposición el riesgo de crédito debido a que se liquidan por diferencias. Además, aseguran que las partes reciban o entreguen las tasas fijas pactadas desde un principio durante todo un período de financiamiento.

Arbitraje

Con el empleo de *swaps* las contrapartes aprovechan cierto arbitraje en tasas de interés, ya que obtienen condiciones de crédito más ventajosas que las que podrían encontrar directamente en el mercado, de acuerdo al principio de ventajas comparativas. Como es de suponer, este arbitraje se produce debido a la presencia de imperfecciones en los mercados.

1.5 Opciones

Uno de los más importantes instrumentos financieros de las últimas décadas son las opciones. La riqueza de oportunidades de cobertura, inversión, especulación y arbitraje que ofrecen estos productos derivados son componentes clave de la ingeniería financiera.⁴³

Una opción es un título financiero derivado que por el pago de una prima (precio de la opción) da a su comprador el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender un determinado activo subyacente a un precio pactado llamado precio de ejercicio (strike price), en o durante un período de tiempo también determinado. Paralelamente, el vendedor o emisor se obliga a vender o comprar dicho activo en las condiciones pactadas.

Un contrato de opción es unilateral porque una sola parte tiene el derecho (y no la obligación) de exigir que se consuma el contrato. Si se exige este derecho, la contraparte debe cumplir su obligación al precio de ejercicio, no importando el precio actual del activo subyacente. En contraste, en los contratos de futuros tanto el tenedor como el oferente tienen la obligación de comprar o vender el activo subyacente respectivo.

En los mercados de opciones los activos subyacentes pueden ir desde activos financieros como acciones, índices bursátiles, índices bursátiles sectoriales, divisas, títulos de deuda, etc., hasta activos reales (*commodities*), como mercancías agrarias (maíz, trigo, soya, café, azúcar, etc.), metales (aluminio, cobre, oro, plata, etc.) o productos energéticos (petróleo, gasolina, gasóleo, gas natural, etc.). En estos mercados también se negocian opciones sobre futuros (*futures options*), donde el ejercicio de la opción da a su propietario una posición en un contrato de futuros.

1.5.1 Características de las Opciones

Breve Historia de los Mercados de Opciones

Las opciones son una pieza fundamental de un mercado financiero moderno. Ahora bien, la idea generalizada de que las opciones equivalen a innovación financiera oculta una larga historia, aún no suficientemente analizada, de este tipo de contratos. En tiempos antiguos, conviene señalar que los fenicios, los griegos y los romanos negociaban contratos con cláusulas de opción sobre las

⁴³ En esta sección sólo se hablará de los aspectos más generales de las opciones, y se ha dejado para el cuarto capítulo la teoría que existe sobre su valuación.

mercancías que transportaban en sus naves.⁴⁴ Sin embargo, los historiadores coinciden en el hecho de que el primer mercado de opciones con cierto nivel de “organización” aparece en Holanda en el siglo XVII.⁴⁵

A principios del siglo XVIII, en Inglaterra se comenzó a negociar opciones sobre las acciones de las principales compañías comerciales. El escándalo provocado por la fuerte caída de precios de la *South Sea Company* en el otoño de 1720, atribuido en parte a la especulación con opciones de acciones de esta compañía, provocó que el mercado de opciones fuese declarado ilegal.⁴⁶ Esta prohibición se mantuvo hasta el inicio del siglo XX, aunque también es cierto que continuaron haciéndose operaciones sobre opciones de forma “semiclandestina”.

Ejemplos similares al anterior se pueden encontrar en otras bolsas europeas, en las que durante el siglo XIX y las primeras décadas del XX se compraban y vendían opciones sobre acciones de forma usual.

En lo que respecta a los mercados norteamericanos, las opciones sobre acciones se negocian desde hace doscientos años. Dado que se negociaban este tipo de opciones, el mercado experimentó una evolución paralela, en cuanto a crisis, auges, etc., a la Bolsa de Nueva York. Desde las décadas de 1950 y 1960, las opciones se negociaban generalmente sobre las acciones cotizadas en la Bolsa de Nueva York y sobre lotes de 100 acciones con vencimiento típicos de 60 y 90 días. En cualquier caso, el mercado de opciones era el típico *OTC market*, sin un sistema normalizado de contratación y con un riesgo de crédito elevado en la medida en que en caso de incumplimiento del vendedor, el único recurso para el comprador era acudir a los tribunales.

En 26 de Abril de 1973 comienza a operar el *Chicago Board Options Exchange* (CBOE), siendo el primer mercado organizado de opciones que se crea en el mundo. El CBOE se abrió por el *Chicago Board of Trade* con la finalidad concreta de negociar opciones sobre acciones de empresas que cotizarán en la bolsa. El *American Stock Exchange* (AMEX) y el *Philadelphia Stock Exchange* (PHLX), comenzaron a negociar opciones en 1975. Un año después, lo haría el *Pacific Stock Exchange* (PSE). En la década de 1980, se desarrollaron los mercados sobre opciones en divisas, sobre índices bursátiles y sobre contratos de futuros. Actualmente, el PHLX es el mercado de opciones sobre divisas más importante.

Desde 1973 hasta hoy, los mercados de opciones han sido objeto de gran interés para los inversionistas. Los mercados organizados ofrecen contratos estandarizados de opciones (lote, calidad, precio, vencimiento, días de liquidación, etc.). Por el contrario, los mercados descentralizados ofrecen opciones hechas a la medida de las necesidades de los clientes. De esta forma, casi no existe un mercado secundario para las mismas, en tanto que los mercados organizados son muy dinámicos y amplios. Actualmente, la mayoría de las opciones se negocian en estos últimos.

Otros mercados de Estados Unidos que negocian opciones aparte de los ya mencionados son:

⁴⁴ En este punto, en la época de esplendor de Atenas existía el *emporion*, que era un lugar de negociación de los diferentes mercaderes. También, durante el auge del imperio romano y casi hasta su desaparición, en Roma existía el *collegium mercatorum*, donde los comerciantes se reunían periódicamente a determinadas horas. Cabe decir, que el primer mercado de valores, tal y como se conciben hoy, fue creado en 1531 en la ciudad de Amberes Bélgica. Durante el siglo XVI, aparecieron otros mercados de valores en ciudades europeas como Toulouse (1549) y Londres (1571).

⁴⁵ Los precios de los tulipanes jugaron el papel central como subyacentes en los contratos de opción negociados en las diferentes bolsas de Holanda.

⁴⁶ Este *crash* trajo consigo que mucha gente se declarara en ruina. Como nota histórica, Isaac Newton formó parte de las personas que tuvieron pérdidas notables, pues había invertido sus ahorros en acciones de la *South Sea Company*.

Chicago Board of Trade (CBOT); Chicago Mercantile Exchange (CME); Coffee, Sugar and Cocoa, New York (CSCE); Kansas City Board of Trade (KC); Minneapolis Grain Exchange (MPLSD); New York Cotton Exchange (CTN); New York Futures Exchange (NYFE); entre otros.

El Mercado de Opciones de México

El mercado de opciones de México es muy reciente, pues fue a partir del 22 de marzo de 2004 cuando se empezaron a negociar estos contratos en el MexDer. Hoy en día (mayo de 2006), se tienen listados contratos de opciones sobre índices accionarios (Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la BMV) y opciones sobre acciones individuales (América Móvil, S.A. de C.V., Naftac 02,⁴⁷ “Nasdaq 100-Index Tracking StockSM” QQQSM, “iShares S&P 500 Index®” IVV).⁴⁸

Otros activos subyacentes para los contratos de opción que se irán listando gradualmente en el MexDer, son las acciones Cemex CPO, Femsa UBD, GCarso A1, Telmex L, Walmex V, GModelo C y Televisa CPO.

Tipos de Opciones en base al Derecho Adquirido

Existen dos tipos de opciones según se adquiera el derecho a comprar o vender el activo subyacente:

- ▶ Opción de Compra (*Call Option*): Es aquella que da al poseedor el derecho, pero no la obligación, de comprar un activo subyacente en una fecha designada y a un precio determinado.
- ▶ Opción de Venta (*Put Option*): Es aquella que da al tenedor el derecho, pero no la obligación, de vender un activo subyacente en una fecha designada y a un precio determinado.⁴⁹

Tipos de Opciones en base a su Ejercicio

Las opciones también pueden clasificarse de acuerdo a la flexibilidad con que puedan ser ejercidas:

- ▶ Opciones Americanas: Pueden ser ejercidas en cualquier momento, desde su compra hasta la fecha de su vencimiento inclusive.
- ▶ Opciones Europeas: Son aquellas que limitan a su poseedor ejercerlas sólo en la fecha de su vencimiento.

Negociación de las Opciones

La negociación de las opciones se hace a través de un complejo sistema de intermediación. Los costos de mantenimiento del mismo se cubren mediante comisiones que pagan los inversionistas. En primer lugar, como es común en muchas transacciones financieras, los agentes bursátiles ganan

⁴⁷ Nacional Financiera (Nafinsa), atendiendo a su misión de apoyar el mercado de valores mexicano, emitió en abril del 2002, el NAFTRAC cuyo objetivo es reproducir el comportamiento del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores, siendo este instrumento el primero y el único en su tipo en Latinoamérica. También, sus objetivos se centran en facilitar a pequeños inversionistas el acceso a inversiones patrimoniales y en ser un instrumento que brinde transparencia y liquidez a sus tenedores. Ver <http://www.nafin.com>

⁴⁸ http://www.mexder.com.mx/MEX/Contratos_Opciones.html

⁴⁹ Los términos *call* (llamada) y *put* (poner) tienen su origen en el *OTC market* de opciones que comenzó en el siglo XIX en Estados Unidos, que eran las denominaciones empleadas por los operadores.

la diferencia entre el precio de compra y el de la venta, cuando abren y cuando posteriormente cierran sus posiciones. En segundo lugar, los inversionistas pagan a las casas de bolsa comisiones de intermediación, en las que se incluyen las correspondientes a la Cámara de Compensación. Las comisiones cargadas por las casas de bolsa son en general similares a las que se cargan por transacciones de igual volumen para negociaciones del activo subyacente. No obstante, en el caso de los inversionistas institucionales que realizan transacciones en grandes volúmenes, las comisiones son más bajas. [53]

Como en todo mercado, existen demandantes y oferentes de contratos de opción. Las partes involucradas son el comprador y el vendedor. El comprador o tenedor (*buyer o holder*) ya sea de una opción de compra o de venta, es quien adquiere el derecho a comprar o vender. El vendedor o emisor (*seller o writer*), por su parte, se obliga a vender, en la opción de compra, o a comprar, en la opción de venta, si el comprador decide ejercer su derecho.

El tenedor de una opción de compra o de venta puede realizar tres acciones diferentes:

- ⇒ No hacer nada: en este caso, la opción expirará en una fecha determinada.
- ⇒ Ejercer la opción: esta acción se traduce en comprar o vender el activo subyacente al precio de ejercicio de la opción.
- ⇒ Vender o compensar la opción: lo que supondrá el tener que vender una opción idéntica a la que hubo comprado previamente.

Los mercados de opciones comparten las mismas características que los mercados de futuros, esto es, los mercados organizados ofrecen contratos estandarizados de opciones donde se especifican elementos del contrato como cantidad y calidad del activo subyacente, precio (prima), vencimiento, días de liquidación, horarios de mercado y cotización, depósitos de garantía, etc.

En los mercados de derivados de Estados Unidos, los vencimientos de las opciones siguen patrones de vencimiento cíclicos. Es decir, las opciones se emiten y vencen sólo en ciertos meses, aunque su transacción naturalmente es diaria en los mercados secundarios. Así pues, en el caso de las opciones sobre acciones, existen tres posibles ciclos fijos de vencimiento:

Enero/Abril/Julio/Octubre
Febrero/Mayo/Agosto/Noviembre
Marzo/Junio/Septiembre/Diciembre

En el MexDer de México, para las opciones sobre los activos subyacentes que se negocian se sigue el ciclo Marzo/Junio/Septiembre/Diciembre.

Para analizar sus decisiones de inversión en opciones y de ejercer o no sus derechos, los inversionistas requieren conocer el precio del activo subyacente, el precio de ejercicio, el precio de la opción, el plazo de vencimiento, y la dinámica de la oferta y demanda. Esta información se encuentra disponible en la prensa especializada y en los medios electrónicos, con ligeras variantes en el formato y extensión.

Cámaras de Compensación (Clearinghouse)

Al igual que en los contratos de futuros, las opciones negociadas en los mercados organizados se liquidan a través de una Cámara de Compensación. En Estados Unidos está la *Option Clearing*

Corporation y en México como ya se mencionó existe Asigna. De esta manera, el comprador y el vendedor de opciones cierran directamente sus contratos sin tener contacto directo entre sí, y asumen sus derechos y obligaciones a través de la Cámara de Compensación. Esta última, mantiene una cuenta para cada uno de ellos que garantiza el pago de la prima por parte del comprador y la liquidación del pago que obligatoriamente debe cumplir el vendedor, con base al precio de mercado del activo subyacente.

Si un comprador de opciones ejerce su derecho, éste recibe el pago correspondiente de la Cámara de Compensación. Igualmente, lo hace el vendedor de opciones al recibir la prima. Para realizar estas liquidaciones, la cámara “empareja” compras y ventas, y envía una petición por escrito solicitando el cumplimiento del pago en cuestión. Para asegurar que cada una de las partes cumpla con sus contratos, mantiene también una cuenta que en el caso de los compradores involucra la prima, y para los vendedores un margen de garantía.

Márgenes en las Opciones

El depósito o margen que debe hacer el comprador, es el precio (prima) de la opción por el total de los contratos realizados, y esta es la cantidad máxima que pierde si no ejerce (para el vendedor, la prima representa la cantidad máxima que puede ganar). Por otro lado, en la liquidación de la opción, el vendedor debe hacer un pago (al comprador) que depende de la diferencia entre el precio *spot* o de mercado y el precio de ejercicio del activo subyacente, además del total de contratos efectuados. De este modo, la Cámara de Compensación requiere del vendedor un margen de garantía inicial (*initial margin*) que subsecuentemente es ajustado de acuerdo a las variaciones del precio del activo subyacente, lo que constituye el margen de mantenimiento (*maintenance margin*), que se incrementa cada vez que sus pérdidas implícitas también lo hacen. Al igual que en los contratos de futuros, el margen de mantenimiento se ajusta según el mercado (*mark-to-market*). [53]

1.5.2 Conceptos Básicos en la Valuación de Opciones

En este apartado, sólo se hablará de los conceptos básicos que hay en la valuación de opciones, pues el desarrollo del tema será tratado con relativa profundidad en el cuarto capítulo.

La prima o precio de la opción es, en los mercados organizados, la única parte del contrato que se negocia, pues todas las demás especificaciones han sido definidas al ser contratos estandarizados. Sin embargo, en el *OTC market* se negocia también sobre otros elementos del contrato ya que, se trata de hacer “contratos a la medida” de las partes contratantes.

En un mercado donde existe competencia abierta entre compradores que buscan pagar la prima más baja posible y vendedores que pretendan ganar la prima más alta posible, no existe una fórmula fija para determinar cuál será su valor. Las primas de las opciones, al igual que los precios de cualquier otro activo, se determinan por la oferta y la demanda. Por lo tanto, la prima se basa en el valor relativo de comprar y vender un activo a un precio determinado y fluctúa de acuerdo a éste.

El valor total de una opción posee dos componentes esenciales: el valor intrínseco (*intrinsic value*) y un valor tiempo (*time value*).⁵⁰ Así, se tiene la siguiente expresión:

$$\text{Valor total de una opción} = \text{Valor intrínseco} + \text{Valor tiempo.} \quad (1.20)$$

⁵⁰ Al valor por tiempo también se le conoce como valor temporal o valor extrínseco.

Se define el valor intrínseco de una opción como el valor máximo entre el pago que se obtendría si fuera ejercida inmediatamente y cero. Esto es, si S denota el precio *spot* del activo subyacente y K es el precio de ejercicio (*strike price*), el valor intrínseco de una opción de compra es el $\max\{S - K, 0\}$, y para una opción de venta es el $\max\{K - S, 0\}$.

Con esto, se tiene que si el ejercicio o posible ejercicio de una opción redonda en una ganancia, i.e. su valor intrínseco es positivo, se dice que está “en dinero” o “dentro de dinero” (*in the money*); si el ejercicio o posible ejercicio de una opción resulta en una pérdida, i.e. su valor intrínseco es cero, se define como una opción “fuera de dinero” (*out of the money*); si no hay pérdidas ni ganancias, i.e. su valor intrínseco también es nulo, está “a dinero” (*at the money*).⁵¹ El Cuadro 1.2 resume lo anterior en términos de S y K , tanto para opciones de compra como de venta.

Cuadro 1.2: Flujo de Dinero para el Poseedor de una Opción al Ejercerla

Opción de Compra (<i>Call Option</i>)	$S > K \Rightarrow$ flujo positivo \Rightarrow opción <i>in the money</i> $S = K \Rightarrow$ flujo igual a cero \Rightarrow opción <i>at the money</i> $S < K \Rightarrow$ flujo negativo \Rightarrow opción <i>out of the money</i>
Opción de Venta (<i>Put Option</i>)	$S < K \Rightarrow$ flujo positivo \Rightarrow opción <i>in the money</i> $S = K \Rightarrow$ flujo igual a cero \Rightarrow opción <i>at the money</i> $S > K \Rightarrow$ flujo negativo \Rightarrow opción <i>out of the money</i>

Por su parte, el valor tiempo de una opción es simplemente la estimación que hace el mercado de las probabilidades de mayores beneficios con la opción si el movimiento del precio del activo subyacente es favorable. Esto es, el valor tiempo tiene un componente eminentemente probabilístico, y por lo tanto, en su determinación, tendrá un importancia decisiva la distribución estadística que se asuma para las variaciones futuras del precio del activo subyacente.

De acuerdo a (1.20), se observa que las opciones *out of the money* sólo poseen valor tiempo, por su parte, las que están *in the money* y *at the money* tienen el menor y el máximo valor tiempo, respectivamente.

Los conceptos de valor tiempo y valor intrínseco son los más básicos en la valuación de opciones. De este modo, se ha dejado para el cuarto capítulo la teoría de los modelos matemáticos *Black-Scholes* y Binomial, que representan los modelos más comunes para obtener el valor teórico de las opciones. Por lo pronto, se continuará explicando otras propiedades de estos productos derivados y sus mercados.

⁵¹ El punto en que no hay pérdidas ni ganancias, en general es conocido como “punto de equilibrio”. Esta denominación, aunque es utilizada universalmente en los medios financieros de habla española, es incorrecta. Un punto de equilibrio corresponde a una situación estable y deseable. En el caso de las inversiones, el inversionista no desea situarse en el punto de cero pérdidas y cero ganancias. Esto es, su objetivo no es sólo no tener pérdidas, sino sobre todo obtener las máximas ganancias posibles de su inversión. [53]

1.5.3 Posiciones y Perfiles de Riesgo-Rendimiento en las Opciones

El comprador, quien paga la prima, tiene la posición larga y el derecho de ejercerla o no. Por otra parte, el vendedor de la opción recibe la prima y tiene la posición corta y la obligación de llevarla a cabo cuando la otra parte decida ejercer. De este modo, las posiciones más simples o básicas que teóricamente se pueden tomar con opciones de compra y de venta son cuatro:

- ▶ Posición larga en una opción de compra (*long a call*)
- ▶ Posición larga en una opción de venta (*long a put*)
- ▶ Posición corta en una opción de compra (*short a call*)
- ▶ Posición corta en una opción de venta (*short a put*)

Una posición larga en una opción de compra (*long a call*), supone la posibilidad de obtener ganancias ilimitadas, en tanto que las pérdidas se encuentran limitadas al pago de la prima. Como el beneficio aumenta con el alza del precio del activo subyacente, esta estrategia está indicada cuando se tengan expectativas alcistas del mercado. Al vencimiento (T), las ganancias se obtendrán cuando el precio de mercado o *spot* (S_T) del activo subyacente supere al de ejercicio (K) más el importe de la prima c . Es decir, el pago final para una posición larga en una opción de compra Europea está dado por la siguiente función de pago:⁵²

$$f_{\text{a call}}^{\text{Long}}(S_T) = \text{máx}\{S_T - K, 0\} - c. \quad (1.21)$$

Así pues, el perfil de riesgo-rendimiento del tenedor de esta opción es como lo indica la Figura 1.3.

Con una posición larga en una opción de venta (*long a put*), se limitan las pérdidas al pago de la prima p , mientras que las ganancias pueden ser ilimitadas. Como la utilidad aumenta con el descenso en el precio del activo subyacente, esta estrategia está indicada cuando se tengan expectativas bajistas del mercado, sólo que, en este caso, el riesgo es muy inferior a una posición corta en una opción de compra (*short a call*). Por lo tanto, el pago final para una posición larga en una opción de venta Europea está dado por la siguiente función de pago:

$$f_{\text{a put}}^{\text{Long}}(S_T) = \text{máx}\{K - S_T, 0\} - p. \quad (1.22)$$

De este modo, el tenedor de esta opción tiene un perfil de riesgo-rendimiento como lo muestra la Figura 1.4.

Una posición corta en una opción de compra (*short a call*), proporciona ganancias limitadas al importe de la prima c cobrada por la emisión de la opción, mientras que las pérdidas pueden ser ilimitadas. Como las ganancias se producen con el precio del activo subyacente a la baja, esta estrategia es la ideal cuando se tengan perspectivas bajistas del mercado.⁵³ Luego, el pago final para una posición corta en una opción de compra Europea está dado por:

$$f_{\text{a call}}^{\text{Short}}(S_T) = c + \text{mín}\{K - S_T, 0\} = c - \text{máx}\{S_T - K, 0\}. \quad (1.23)$$

⁵² La función de pago está referida a una unidad del activo subyacente. Además, en esta función no se considera que la prima se va capitalizando. Estas observaciones aunque no se indiquen también estarán presentes en las siguientes funciones de pago.

⁵³ La venta de una opción de compra, es análoga a la venta de un seguro en el que el asegurador cobra una prima por cubrir los riesgos de un posible siniestro, que no espera que ocurra, pero si sucede lo contrario, es en un pequeño porcentaje con respecto al total de asegurados.

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

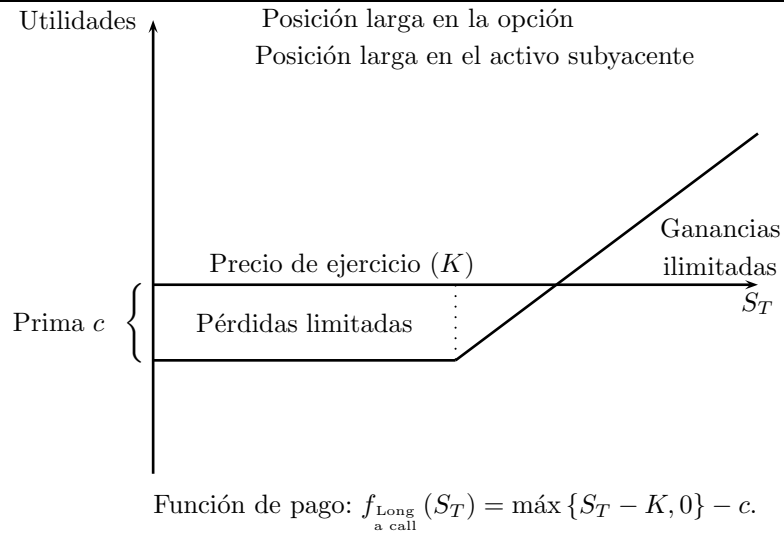


Figura 1.3: Perfil de riesgo-rendimiento del poseedor de una opción de compra Europea.

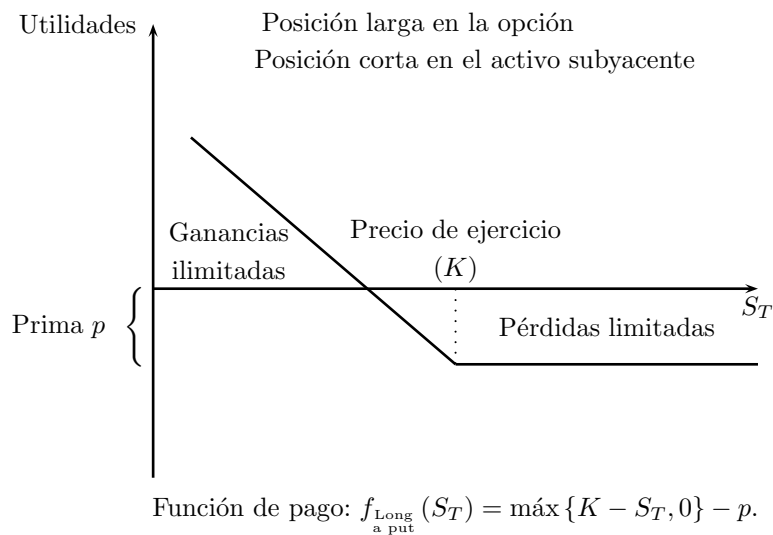


Figura 1.4: Perfil de riesgo-rendimiento del poseedor de una opción de venta Europea.

Así pues, el perfil de riesgo-rendimiento del vendedor de esta opción es como lo ilustra la Figura 1.5.

Cuando se tiene una posición corta en una opción de venta (*short a put*), ésta proporciona ganancias limitadas al importe de la prima p cobrada por la emisión de la opción de venta, en tanto que las pérdidas pueden ser ilimitadas. Como estas ganancias se producen con el precio del activo

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

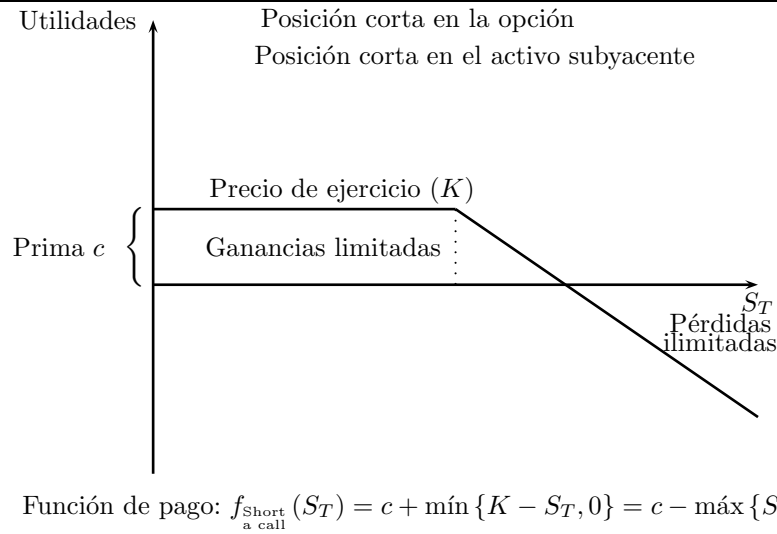


Figura 1.5: Perfil de riesgo-rendimiento del emisor de una opción de compra Europea.

subyacente al alza, esta estrategia es idónea cuando se tengan perspectivas alcistas del mercado. Esta posición tiene más riesgo que una posición larga en una opción de compra (estrategia indicada en mercados alcistas), pero, como contrapartida, se recibe la prima desde un inicio.⁵⁴ Por lo tanto, el pago final para una posición corta en una opción de venta Europea está dado por la siguiente expresión:

$$f_{a \text{ put}}^{\text{short}}(S_T) = p + \min\{S_T - K, 0\} = p - \max\{K - S_T, 0\}. \quad (1.24)$$

De este modo, el vendedor de esta opción tiene un perfil de riesgo-rendimiento acorde a la Figura 1.6.

A partir de las funciones de pago, los resultados de las cuatro posiciones básicas en opciones pueden resumirse de acuerdo al Cuadro 1.3.

Cuadro 1.3: Ganancias y Pérdidas de las Posiciones Básicas en Opciones

	Posición larga (comprador de opciones)	Posición corta (vendedor de opciones)
Opción de Compra (<i>Call Option</i>)	$S_T > K \Rightarrow S_T - K - c$ $S_T < K \Rightarrow -c$ $S_T = K \Rightarrow -c$	$S_T > K \Rightarrow c - (S_T - K)$ $S_T < K \Rightarrow c$ $S_T = K \Rightarrow c$
Opción de Venta (<i>Put Option</i>)	$S_T < K \Rightarrow K - S_T - p$ $S_T > K \Rightarrow -p$ $S_T = K \Rightarrow -p$	$S_T < K \Rightarrow p - (K - S_T)$ $S_T > K \Rightarrow p$ $S_T = K \Rightarrow p$

⁵⁴ Al igual que una posición corta en una opción de compra, esta posición sería análoga a la venta de un seguro.

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

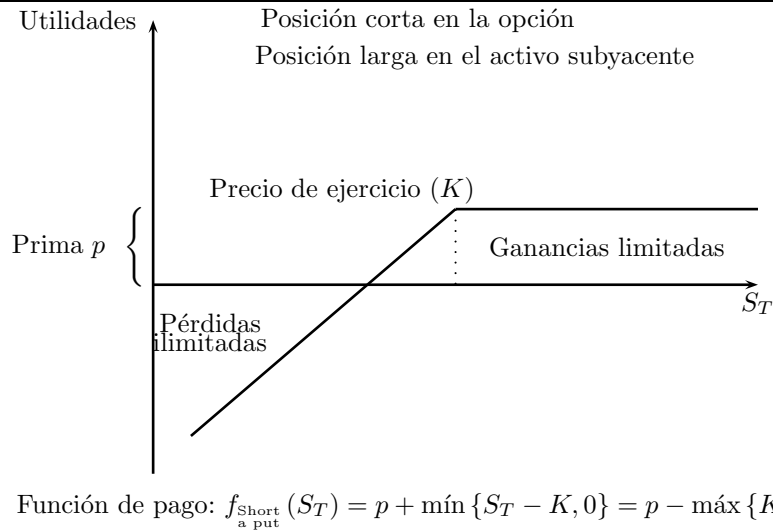


Figura 1.6: Perfil de riesgo-rendimiento del emisor de una opción de venta Europea.

1.5.4 Usos de las Opciones

El mercado de opciones está compuesto por un amplio universo de participantes con diferentes motivos e intereses. Entre ellos se encuentran empresas, instituciones e individuos vía intermediación de agentes bursátiles. Los motivos que tienen para negociar opciones pueden analizarse desde tres puntos:

Cobertura

Las opciones son el mejor instrumento para cubrir cualquier riesgo de precios. Como se analizó en los perfiles de riesgo-rendimiento, con una opción se transfiere el riesgo de pérdida, y se mantiene la posibilidad de beneficio ante una evolución positiva o favorable de los precios. En una economía moderna sólo existen dos instrumentos que permiten esta cobertura, las pólizas de seguros y las opciones. Por el contrario, con los contratos *forward* y los futuros utilizados como instrumentos de cobertura, se transfiere el riesgo de pérdida y también todas las posibilidades de beneficio por un movimiento de los precios favorable. En pocas palabras, la cobertura de riesgos con opciones es flexible mientras que la cobertura con *forwards* y futuros, no lo es.

De este modo, por ejemplo, la cobertura de riesgos cambiarios con el uso de opciones es importante para bancos centrales, bancos comerciales, empresas y organismos gubernamentales. La cobertura de las carteras de inversión en acciones es primordial para bancos de inversión, corredores de valores, compañías de seguros, empresas e individuos en menor escala.

Especulación/Inversión

Al igual que en la cobertura de riesgos, las opciones son el mejor instrumento para tomar posiciones especulativas ante una previsión de evolución de precios. Esto es, al especular con opciones las pérdidas se limitan a la prima, pero se dejan abiertas todas las posibilidades de beneficio si la

previsión que se hizo tiene éxito.

En los “mercados de derivados perfectos”, el impacto de la especulación no debe ser negativo y más bien fortalece la oferta y la demanda. Pero, en los “mercados de derivados imperfectos”, si podría ser el origen de grandes inestabilidades y severas caídas. Esto debido a que el peso de los inversionistas especuladores puede ser significativo lo que puede afectar el desempeño del mercado.⁵⁵

Arbitraje

El arbitraje en las opciones involucra su compra y venta en un mismo o en diferentes mercados. Es así, que muchas instituciones financieras tienen negociadores institucionales especializados para detectar desequilibrios en los precios de los mercados de opciones y son aprovechados para realizar operaciones de arbitraje.

1.5.5 Opciones Exóticas

Las opciones vistas hasta ahora forman parte de los instrumentos financieros derivados llamados *plain vanilla*. Se llaman así por tener la estructura más básica o estándar. Sus precios o volatilidades implícitas son publicados por los mercados organizados o los intermediarios de forma regular. Por su parte, el *OTC market* es una fuente constante de innovaciones financieras, que como ya se ha mencionado varias veces, intentan adaptar las características de los diferentes instrumentos, a las necesidades específicas de cobertura y modulación de riesgos de los agentes económicos. De este modo, entre estas innovaciones producto de la ingeniería financiera se encuentran las opciones exóticas. A continuación, se identifican las características generales de algunos tipos de estas opciones.

Opciones Compuestas (Compound Options)

Son opciones cuyo activo subyacente es otro contrato de opción. Así pues, se tienen básicamente cuatro tipos: *call* sobre un *call*, *call* sobre una *put*, *put* sobre una *call* y *put* sobre una *put*. Se utilizan, por ejemplo, en los mercados de divisas para cubrir riesgos condicionales de cambio como puede ser el riesgo de cambio emanado de la obtención de un contrato de suministro en el extranjero.

Opciones de Pago Adelantado (Forward-Start-Options)

En estas opciones su precio se paga en el presente pero su período de vigencia comienza en una fecha futura. Además, el contrato especifica que el precio de ejercicio es el precio *spot* con que comienza la vigencia de la opción. Se suelen utilizar en las empresas que tienen como sistema de incentivos para sus empleados el uso de opciones sobre acciones de la propia compañía.

Opciones Chooser o de Elección (Chooser Options)

Aquí, tras un período específico de tiempo, el tenedor elige si la opción será de compra o de venta. Una vez hecha la selección, la opción se convierte en una *vanilla option*. Existen dos tipos de opciones *chooser*, simples y complejas.

⁵⁵ La controversia sobre los puntos positivos o negativos de la especulación existe para todos los mercados financieros: de dinero, de capitales y de productos derivados.

Definición de Riesgo y Fundamentos de los Productos Financieros Derivados

Las opciones *chooser* simples, ofrecen la posibilidad al comprador de la opción de elegir en la fecha t entre una opción *call* o *put* con las mismas características, es decir, mismo precio de ejercicio (K) e igual tiempo de vencimiento (T). Por definición, $T > t$.

Por su parte, las opciones *chooser* complejas otorgan la posibilidad al tenedor de la opción de elegir entre una *call* con precio de ejercicio K_c y vencimiento T_c y una *put* con precio de ejercicio K_p y vencimiento T_p sobre un activo subyacente en una fecha t ($T_p > t < T_c$).

Opciones Binarias (Binary Options)

Conocidas también como opciones digitales, se distinguen porque sus pagos dependen del cumplimiento de ciertas condiciones. Estas opciones son muy populares en el *OTC market* para especular o realizar coberturas. También, se utilizan para la construcción de productos más complejos. Existen varios tipos de opciones binarias, pero las más comunes son las *gap options*, *cash-or-nothing options*, *asset-or-nothing options* y *supershare options*.

Las opciones con margen requerido (*gap options*), son una extensión directa de las *vanilla options*, sin embargo, en las primeras al precio de ejercicio se le añade un margen, positivo o negativo, que debe superarse para que la *call* o la *put* sean ejercidas, según sea el caso.

Una *cash-or-nothing option* es aquella que paga una cantidad fija predeterminada (o nada) en la fecha de vencimiento si la opción acaba *in the money*; de otra manera no se recibe nada.

Las *asset-or-nothing options* son similares a las anteriores, y la ganancia de estas opciones depende si al vencimiento acaban *in the money*. Si es así, se recibe el activo subyacente, de otra manera no se recibe nada.

Finalmente, las *supershare options* tienen como activo subyacente una cartera de inversión y dan a su tenedor el derecho sobre una fracción de la misma. Dicha cartera tiene límites superiores e inferiores sobre su valor. Cuando éste se encuentra fuera de tales límites, la opción no tiene valor.

Opciones Diferidas (Lookback Options)

Llamadas también opciones retrospectivas, en estas la ganancia depende no únicamente del precio del subyacente en la fecha de expiración, sino además del precio máximo o mínimo observado en un período de tiempo anterior a esta fecha.

Opciones Barrera (Barrier Options)

Estas opciones son dentro del amplio (e imaginativo) campo de las opciones exóticas las más populares. Los beneficios dependen de si el precio del activo subyacente alcanza un determinado valor (nivel de la barrera) durante un cierto período de tiempo. También existen las opciones doble barrera siendo muy similares a las anteriores, la única diferencia es que el valor final de la opción dependerá de si el subyacente toca (o no) una barrera superior y otra barrera inferior.

Opciones Asiáticas (Asian Options)

El valor final de estas opciones se obtiene por la media aritmética (o geométrica) de los precios del subyacente en un período previo estipulado antes del vencimiento. Generalmente, la media se

calcula en base a los precios diarios de cierre del subyacente. En el *OTC market*, es frecuente que el plazo para el cálculo comience en el momento en que se crea la opción y finalice a su vencimiento, aunque no existe ningún inconveniente técnico en utilizar otra convención (por ejemplo, el precio medio del mes, trimestre, etc., anterior al vencimiento). Cabe decir que su nombre se debe porque inicialmente se ofrecieron en el mercado de Tokio por parte de la sucursal del *Bankers Trust*.

Swaptions y Captions

Entre las innovaciones más recientes de la ingeniería financiera se encuentran los *Swaptions* y *Captions*. Estrictamente, son opciones cuyo activo subyacente es otro producto derivado. De esta forma, un *swaption* es una opción que da a su tenedor el derecho pero no la obligación de entrar en un *swap* de tasas de interés en una fecha futura determinada. Por su parte, los *captios* son opciones sobre opciones, y en estas el cliente tiene la posibilidad de especificar el plazo de vencimiento, el precio de ejercicio y si es Americana o Europea.

1.6 Warrants

Los warrants son opciones negociables en forma de un título-valor que cotizan en las bolsas de valores y otorgan a su propietario el derecho, pero no la obligación, a comprar (call warrant) o vender (put warrant) una cantidad determinada de un activo financiero (subyacente) a un precio establecido (precio de ejercicio) durante un período de tiempo o en una fecha determinada (vencimiento) a cambio del pago de un precio (prima).

Como se puede observar, la definición de un *warrant* es similar a la de una opción de compra. Esto es, los *warrants*, emitidos tradicionalmente, son opciones de compra sobre acciones del emisor; ahora bien, existen diferencias importantes entre estos instrumentos derivados.⁵⁶

En primer lugar, los *warrants* se emiten generalmente con una vida igual o superior a dos años, en tanto que las opciones de compra estandarizadas tienen un plazo de vencimiento más corto. Incluso, en mercados avanzados como los norteamericanos existen algunas emisiones de *warrants* perpetuos.

En segundo lugar, el emisor o vendedor del *warrant* es una institución financiera o una empresa, lo que tiene varias implicaciones. El comprador asume el riesgo de contrapartida como en cualquier opción *OTC market*. Si las acciones a que da derecho el *warrant* son “nuevas”, existirá un efecto dilución a considerar en la valuación. [41]

Una de las características de los *warrants* que los diferencian de los otros productos derivados es que se pueden emitir sobre cualquier activo subyacente (acciones, índices bursátiles, tasas de interés, portafolios de acciones, materias primas, etc.) tanto doméstico como internacional. De esta forma, se puede acceder a la inversión, a través de la bolsa doméstica, en subyacentes que no se negocian en mercados nacionales a un costo mucho menor que el que se derivaría de acceder directamente a los mismos en sus mercados de origen.

⁵⁶ Para ser exactos, el tratamiento teórico de los *warrants* es exactamente el mismo de las opciones de compra y de venta.

1.6.1 Características de los *Warrants*

Los Mercados de *Warrants*

Los mercados de *warrants* tuvieron un importante desarrollo en la década de 1990. Países como Estados Unidos, España, Suecia, Italia, Alemania, Holanda, Australia y Francia, hicieron que sus mercados de estos productos derivados crecieran exponencialmente durante ése tiempo. El todavía relativamente reducido número admitidos los convierte, además, en los mercados con mayor potencial de crecimiento para los próximos años.

El éxito de estos mercados proviene, fundamentalmente, de que siendo a priori minoritarios han ganado visibilidad y han incorporado durante los últimos años aun gran número de inversionistas cotidianos, privados, semiprofesionales y profesionales, cuyo objetivo común es la obtención de la máxima ganancia a corto plazo.

Los datos aportados por la *International Warrants Institute* (IWI), referidos al año 2001 muestran algunas características de los mercados de *warrants* que permiten reconocer las preferencias de los inversionistas. Respecto a la distribución por activos subyacentes, la norma es la predominancia de las acciones que representa más del 75 % del total de las emisiones mundiales. Los índices bursátiles, que han crecido tres puntos respecto al año anterior, representan un 16 % del total de emisiones. Por su parte, las divisas constituyen un 4.1 % del conjunto. Por último, el 3 % pertenece al resto de subyacentes sobre los que se emiten *warrants* en el mundo.

Los *Warrants* en México

A partir del mes de septiembre de 1992, se comenzaron a operar en la Bolsa Mexicana de Valores los Títulos Opcionales (*Warrants*) sobre acciones individuales, canastas e índices accionarios. Entre 1992 y 1994 se listaron en las Bolsas de Luxemburgo y Londres, diversos *warrants* sobre acciones e índices accionarios mexicanos.⁵⁷

Tipos de *Warrants*

En primer lugar se pueden diferenciar entre estructuras simples y complejas. Los primeros incorporan una combinación única de opción, mientras que los de estructuras complejas combinan varias modalidades de opción.

De esta forma, los *warrants* de estructuras simples se pueden clasificar en:

Warrant de compra (*call warrant*): Estos dan el derecho a su tenedor a comprar una cantidad determinada del activo subyacente al precio del ejercicio establecido. Se adquirirá este tipo de *warrants* cuando el inversionista tenga la expectativa de que el precio del activo subyacente vaya a subir.

Warrant de venta (*put warrant*): Estos dan el derecho a su tenedor a vender una cantidad determinada del activo subyacente al precio estipulado. Este tipo de *warrants* se adquieren cuando exista la expectativa de que el precio del activo subyacente vaya a disminuir.

Por su parte, los *warrants* de estructuras complejas más usuales son:

⁵⁷ <http://www.mexder.com.mx/MEX/Antecedentes.html>

Warrants con techo (CAP)
Warrants con suelo (*Floor*)
Warrants corredor (Rango)
Warrants con barrera

Al igual que en las opciones existen *warrants* Americanos, *warrants* Europeos y también *warrants* “bermudas”. Como es de suponer, los Americanos se pueden ejercer en cualquier momento hasta la fecha de su vencimiento, los Europeos sólo pueden ser ejercidos hasta dicha fecha y los “bermudas” se pueden ejercer en varios momentos establecidos a lo largo de la vida del *warrant*, incluida la fecha de su vencimiento. [41]

Negociación de los *Warrants*

Una proporción significativa de obligaciones privadas y una menor proporción de emisiones públicas se venden con *warrants*. Además, estos instrumentos a veces son emitidos junto con acciones ordinarias o preferentes; también son entregados a menudo a los bancos de inversión como compensación por sus servicios de aseguramiento, o usados para compensar a los acreedores en caso de quiebra.

En el momento de la adquisición el comprador del *warrant* conoce:

El precio al que va a poder comprar o vender el activo subyacente (precio de ejercicio).

La cantidad del subyacente a la que le da derecho cada *warrant* (ratio o paridad).⁵⁸

La fecha de vencimiento, que marcará el día (*warrant* Europeo) o el período de tiempo (*warrant* Americano) durante el que va a poder ejercer su derecho.

A cambio de adquirir ese derecho, el inversionista deberá desembolsar una cantidad: el precio o prima del *warrant*.

Asimismo, la liquidación de *warrants* se efectúa de dos formas:

- a) Mediante entrega física del activo subyacente. El inversionista puede recibir o entregar el subyacente contra pago o cobro del precio de ejercicio.
- b) Mediate liquidación por diferencias entre el precio del subyacente y el precio de ejercicio en caso de que ésta fuera positiva. Este es el procedimiento normal.

Las expresiones a utilizar son las siguientes:

Call Warrant

⁵⁸ Se denomina ratio a la cantidad del activo financiero a la que se tiene derecho por cada *warrant*, por ejemplo 1 : 10, y Paridad al número de *warrants* para comprar/vender una cantidad del activo, por ejemplo 10 : 1. Así pues.
Ratio: subyacente / *warrant*
Paridad: *warrant* / subyacente

Liquidación = (precio de mercado del subyacente - precio de ejercicio) / paridad.

Liquidación total = liquidación × número de *warrants*.

Put warrant

Liquidación = (precio de ejercicio - precio de mercado del subyacente) / paridad.

Liquidación total = liquidación × número de *warrants*.

Ventajas al Negociar Warrants

El inversionista en *warrants* disfruta de algunas ventajas frente a otros productos financieros que se pueden resumir de la siguiente forma:

- El desembolso que se hace por invertir en *warrants* es mucho menor que si se adquiere directamente el activo subyacente. Esto es debido al efecto apalancamiento, el cual se produce por un mayor movimiento en el precio del *warrant* (prima) en relación a las variaciones del activo subyacente. El apalancamiento representa el número de derechos de compra (*call warrant*) o de venta (*put warrant*) que se pueden adquirir por el precio de una unidad de activo subyacente.
- Los beneficios son ilimitados mientras que las pérdidas están limitadas a la prima pagada al comprar el *warrant*.
- Los *warrants* tienen la ventaja de ser opciones a largo plazo, lo que les otorga una pérdida de valor temporal inferior a estas.
- El emisor de *warrants* tiene la flexibilidad de adecuar la emisión sobre un determinado activo subyacente a las necesidades de los inversionistas. Asimismo, existe la posibilidad de renovar la emisión una vez que ha vencido a fin de adaptar plazos.
- Los *warrants* son productos financieros ajustados a las necesidades de los pequeños inversionistas, pues a diferencia de las opciones que tienen un nominal excesivamente elevado, los nominales de los *warrants* son mucho más bajos, lo que los hace muy accesibles desde el punto de vista de las estrategias de los inversionistas individuales.
- Cotizan en las Bolsas de Valores, en las cuales se negocian diariamente las primas de los mismos y dotan de gran liquidez al activo.

1.6.2 Valuación de *Warrants*

Los factores que determinan el precio de un *warrant* son los siguientes:

Precio de mercado del activo subyacente. Una subida hará que un *warrant* de compra valga más y un *warrant* de venta menos.

Precio de ejercicio. Para los *warrants* de compra cuanto más alto sea el precio de ejercicio, menor será la prima (más barato será el derecho de compra). Para los *warrants* de venta cuanto más alto sea el precio de ejercicio, mayor será la prima.

Volatilidad. Mayor volatilidad significará mayor precio en el *warrant*. Menor volatilidad representará menor precio en el *warrant*.

Fecha de vencimiento. A mayor plazo hasta el vencimiento del *warrant* ya sea de compra o de venta, mayor será su prima, y a la inversa.

Tasa de interés. Un aumento en la tasa de interés generará un incremento en el precio de un *warrant* de compra, y a la inversa en el caso de un *warrant* de venta.

Dividendos (warrants sobre acciones o índices). El aumento de dividendos para una acción producirá una disminución en el precio de un *warrant* de compra y un aumento en el precio de un *warrant* de venta.

Cambios en la situación financiera del emisor. No todos los emisores tienen la misma calificación crediticia, y por lo tanto, ofrecen riesgo de contrapartida diferente que lógicamente afecta la cotización del *warrant*.

Si el *warrant* no tiene componentes “exóticos” y la acción no paga dividendos (o el subyacente no paga intereses), el valor del mismo puede ser estimado fácilmente con el modelo de Black-Scholes.

El problema surge cuando el *warrant* se emite sobre una acción (o acciones) que pagan dividendos y el precio de ejercicio no se ajusta a estos pagos que es la norma general. Obviamente, los dividendos reducen el precio del subyacente y en el caso de los *call warrant*, sus poseedores podrían estar interesados en ejercer el *warrant* antes del vencimiento para obtener estos flujos de efectivo. En este caso, el modelo Binomial aplicable a una acción que pague dividendos o el modelo de Merton,⁵⁹ son los modelos a utilizar en la valuación de *warrants*.

Otro problema adicional es cuando el ejercicio de los *warrants* supone la emisión de acciones nuevas y, por lo tanto, se produce una dilución del valor de las mismas. Con las opciones negociadas en los mercados organizados, ésta cuestión no es relevante. Obviamente, el problema surge sólo en el caso de los *warrants* de compra. Si se denomina M al número de acciones nuevas que se emitirán por el ejercicio *warrant*, el valor de la acción después del ejercicio sería igual a:

$$P_p = \frac{V + M \cdot K}{N + M}, \quad (1.25)$$

donde

P_p : Precio de la acción después del ejercicio *warrant*

V : Valor de las acciones antes del ejercicio definido por la diferencia entre el valor de los activos y el valor de la deuda de la empresa

K : Precio de ejercicio del *warrant*

N : Número de acciones antes del ejercicio del *warrant*

⁵⁹ El primer modelo propuesto para valorar opciones sobre acciones que reparten dividendos es el modelo de Merton (1973), el cual constituye una extensión del modelo de Black-Scholes. En consecuencia, sus hipótesis y derivación son similares, añadiendo exclusivamente la hipótesis adicional de que la acción reparte una tasa continua de dividendos durante la vida de la opción.

Entonces, el valor del *warrant* de compra, C_w , al vencimiento será:

$$\begin{aligned} C_w &= \max\{P_p - K, 0\} = \max\left\{\frac{V + M \cdot K}{N + M} - K, 0\right\} \\ &= \max\left\{\frac{\frac{V+M \cdot K}{N}}{\frac{N+M}{N}} - K, 0\right\} = \frac{1}{1 + \frac{M}{N}} \max\left\{\frac{V}{N} - K, 0\right\}. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Por la expresión anterior, se sabe que el efecto de dilución en el valor del *warrant* viene dado por el cociente $1 + \frac{M}{N}$. Es decir, se puede valorar el *warrant* de compra según la modalidad de la opción que incorpore en base al modelo más apropiado y posteriormente ajustar el valor de dicho cociente.

Para *warrants* sobre otros subyacentes como índices, materias primas, etc., el problema de la dilución no existe por lo que se pueden aplicar directamente los modelos de valuación de opciones.⁶⁰

1.6.3 Riesgo en los *Warrants*

Los *warrants* son instrumentos financieros que generan importantes riesgos para el inversionista de este producto. De manera muy general se pueden distinguir tres clases de riesgos financieros: mercado, liquidez y crédito.

Riesgo de mercado: Pérdidas de la inversión como consecuencia de movimientos adversos en el valor de la opción incorporada en el *warrant*.

Riesgo de liquidez: Abarcaría los efectos económicos negativos originados por la ampliación de la diferencia de cotización entre oferta y demanda en el mercado de *warrants*. Igualmente incluiría la contingencia emanada de la ausencia de precio en el *warrant* ante determinadas circunstancias del mercado.

Riesgo de crédito: Posibilidad de incumplimiento de sus obligaciones contractuales por parte del emisor de un *warrant*.

Por otro lado, en determinados supuestos se pueden modificar los precios de ejercicio o la paridad de un *warrant*. En el caso de los *warrants* sobre acciones se puede citar: ampliaciones de capital, reducción de capital, transformaciones de las series de acciones existentes en una o en diferentes y *split*. [41]

1.6.4 Usos de los *Warrants*

Los *warrants* pueden ser utilizados con fines diversos, que podrían resumirse en dos:

Cobertura

Los *warrants* son instrumentos de cobertura de una cartera contra movimientos adversos del mercado, sin renunciar a la posibilidad de obtener beneficios futuros. Las estrategias de cobertura pueden

⁶⁰ En los últimos años, la literatura empírica sobre la valuación de los *warrants* sobre acciones ha sugerido que no hace falta seguir el procedimiento de ajuste por dilución. En base a estudios empíricos, algunos autores demuestran que los mercados valúan generalmente los *warrants* de compra como si fueran una opción de compra, ignorando cualquier efecto de dilución. Estos resultados no son universales y existen casos donde la aplicación directa, sin ajustes, de un modelo de valuación de opciones puede conducir a la sobrevaluación del correspondiente *warrant*.

ser estáticas o dinámicas. Además, pueden abarcar a toda la cartera, o sólo una parte. Así pues, un inversionista, comprando un *warrant put*, podría asegurar un precio de venta para sus activos en el futuro, sin obligarse a venderlos a ese nivel pactado. En cualquier instante, sin necesidad de esperar al vencimiento, se puede valorar una inversión y proceder a la venta parcial o total de los *warrants* que se adquirieron.

Especulación/Inversión

Un inversionista puede tomar diferentes posiciones basadas en las expectativas que tenga acerca del comportamiento futuro del precio del activo subyacente. Así pues, podría obtener ganancias con alzas, comprando un *warrant call*, y también con bajadas, comprando un *warrant put*. Igualmente, se puede plantear la inversión en *warrants* con el propósito de mantenerlos hasta el vencimiento, y ejercerlos de forma ventajosa, o con la finalidad de tenerlos durante un período más corto, gracias a la posibilidad que ofrecen de ser comprados y vendidos en el mercado.

Capítulo 2

Proyectos de Inversión

Como entrada, conviene destacar que lo esencial de un proyecto es que siempre implica costos y beneficios para quien lo realiza. Por ello, se puede decir que la mayoría de las decisiones humanas (si no es que todas) se pueden catalogar como proyectos. Tales decisiones pueden darse a nivel individual, familiar, empresarial, organizacional, de la comunidad, o de los distintos niveles de gobierno. Cursar una carrera universitaria, adquirir una casa, casarse, tener hijos, fundar una compañía, disminuir la pobreza, construir una autopista, son ejemplos de proyectos puesto que ocasionan costos y beneficios, tanto para los individuos directamente involucrados como para el resto de la sociedad.

Sin embargo, de las miles o millones de decisiones que a diario se adoptan y se llevan a cabo, existen muchas que por su naturaleza son relativamente sencillas, mientras que otras requieren de un análisis cuidadoso de su probable resultado y, por tanto, conviene tomar un cierto tiempo para asegurar, en lo posible, que dadas las circunstancias imperantes, los resultados que se obtengan sean los más convenientes.

De esta forma, el objetivo del presente capítulo es dar un repaso a los principales conceptos que existen cuando se habla de proyectos de inversión y explicar brevemente qué se entiende por un proyecto de inversión pública. Con lo aquí expuesto, se tendrán los elementos para poder relacionar el riesgo, los productos derivados (en particular las opciones) y los proyectos de inversión, es decir, lo que precisamente atañe al concepto de opciones reales, cuyo tema será el que abordaremos en el siguiente capítulo.

Cabe decir que el material que aquí se presenta proviene principalmente de las obras de Gallardo [33] y Morales/Morales [49].

2.1 ¿Qué es un Proyecto de Inversión?

El concepto para referirse a un proyecto de inversión tiene las siguientes acepciones: como un documento, como un satisfactor de necesidades y como la parte mínima del presupuesto de capital. [33]

- a) *Como documento.* Se refiere a un conjunto de antecedentes relativos a una serie de cinco aspectos (mercado, técnicos, jurídico-administrativos, económico-financieros y sociales) los cuales están interrelacionados entre sí y cuyo análisis y evaluación son necesarios para decidir adecuadamente si se hace o no un desembolso de capital o si se contrata o no una deuda.
- b) *Como satisfactor de necesidades.* Esta acepción se refiere a ver el proyecto como una entidad económica que permite satisfacer una necesidad identificada.
- c) *Como la parte mínima del presupuesto de capital.* En este caso se refiere a que en una organización el presupuesto de capital incluye a todos y cada uno de los proyectos de inversión que tiene dicha organización, los cuales están incluidos en un portafolio o cartera de proyectos.

Sin embargo, cuando se habla de proyectos de inversión, es común referirse fundamentalmente a los cálculos, planes proyección de asignación de recursos, con el objetivo básico de generar la producción de un satisfactor de necesidades humanas; esta actividad se efectúa en las empresas, pero también en el ámbito gubernamental o en el ámbito personal, siempre y cuando las asignaciones de recursos tengan las siguientes características: [49]

- ▶ La recuperación es a largo plazo.
- ▶ Son de carácter irreversible.¹
- ▶ Compromete grandemente los recursos de las organizaciones o de las personas.
- ▶ La inversión comprende asignación de recursos en activos o actividades que permiten aumentar el valor global de mercado de la empresa o de la organización.
- ▶ Se exigen varios estudios que permitan justificar la viabilidad y sana recuperación de la inversión.²
- ▶ Dichas inversiones aumentan el potencial de formación bruta de capital o ventajas competitivas de las unidades que aplican los recursos como proyectos de inversión.

Las inversiones son a *largo plazo* debido a que se aplican a activos o actividades que por su naturaleza requieren al menos un año para la recuperación de la inversión, por ejemplo; compra de maquinaria, equipo de transporte, aumento del tamaño de la planta, capacitación al personal, etc.

El carácter *irreversible* lo establece el tipo de inversión, ya que una vez iniciada la aplicación de recursos es difícil dar marcha atrás, pues no se recupera la totalidad de la inversión realizada, por lo cual es preferible concluir la aplicación de recursos.

Normalmente, este tipo de inversiones *compromete grandemente los recursos de la entidad u organización*, pues los montos llegan a ser cuantiosos, por ejemplo, la construcción de una planta adicional, la introducción de un nuevo producto en el mercado, lo que implicaría una investigación de mercado, compra de maquinaria, equipo de transporte y en general una gran cantidad de activos que en conjunto representan considerable desembolso de recursos monetarios. Incluso de eso

¹ Como veremos en el siguiente capítulo, el concepto de irreversibilidad es muy importante en el Método de Opciones Reales.

² De acuerdo a los estudiosos de las finanzas, la sana recuperación de la inversión se refiere a que los rendimientos sean adecuados en relación con los mercados financieros donde opera la inversión, y que rebase el costo de financiamiento y cubra el mínimo de rendimiento requerido por los inversionistas.

depende que las empresas puedan continuar su existencia o desaparecer.

*Incrementar el valor global de mercado de la empresa.*³ . Las inversiones que se realizan van orientadas a generar productos de mejor calidad o acordes a las necesidades del mercado, con lo cual coloca a la entidad o al individuo en una situación de competencia actualizada capaz de absorber el mercado o simplemente dominar perfectamente la que ya se posee, es decir, asegura desplazamiento de sus servicios o productos en el mercado de operación; con dicha situación se aseguran las ventas de la entidad y la generación de utilidades, incluso con potencial de incremento de éstas. Una empresa con estas características tiene un valor de mercado mayor porque asegura utilidades a los poseedores de acciones.

Exigencia de varios estudios que permitan justificar la viabilidad de la inversión; esta necesidad es porque dichas inversiones son de largo plazo y no se pueden tomar tan a la ligera; deben estar justificadas con razones de peso que permitan cierto grado de seguridad en que la recuperación de la inversión se realizará.

Dichas inversiones aumentan el potencial de formación bruta de capital o ventajas competitivas de las unidades que aplican los recursos como proyectos de inversión, debido a que son en activos que aseguran los ingresos por los estudios previos de las variables que influyen en el éxito o fracaso de estas aplicaciones de recursos, y dotan de mayor capacidad de producción o mayor productividad a la empresa; potencialmente es una unidad económica con mayor capacidad de generar ingresos superiores que reponen las inversiones realizadas.

2.1.1 Origen de los Proyectos de Inversión

La existencia de costos y beneficios es una condición necesaria, pero no suficiente, para hablar de un proyecto. Si únicamente hay beneficios, o si solamente hay costos, no hay necesidad de cuestionar si se realiza o no. La condición suficiente para la existencia de un proyecto es que, además de beneficios y costos, una acción tenga una alternativa de uso de los recursos escasos.

Todas las sociedades tienen necesidades y recursos para satisfacerlas. Las necesidades humanas son ilimitadas mientras que los recursos son escasos lo cual ocasiona que aún cuando se aprovechen al máximo los medios, queden necesidades sin satisfacer. La mayoría de los proyectos se originan porque hay necesidades que ocasionan problemas, aunque también pueden responder a oportunidades que convenga aprovechar. Es decir, las ideas de proyectos nacen en la realidad y por tanto no deberían surgir como ideas aisladas, sin ningún contacto con ella. Antes de proponer una idea de proyecto debe tenerse muy claro cuál es el problema a resolver, o la oportunidad a aprovechar.

Así pues, los estudiosos de los proyectos de inversión coinciden en que el origen de éstos está dado por alguno (o una combinación) de los siguientes casos: [33]

- Una necesidad política
- Una necesidad estratégica
- La necesidad de sustituir importaciones
- La existencia de una necesidad insatisfecha

³ Generalmente, el valor global de mercado se entiende como el producto del número de acciones en circulación por el precio de mercado de la acción.

- La posibilidad de competir a nivel internacional
- La necesidad de agregar valor a las materias primas
- La existencia de un recurso susceptible de explotación
- La necesidad de desarrollar algún polo de desarrollo
- La posibilidad de innovar o mejorar productos a menor costo
- La necesidad de mantener la vida útil de productos perecederos
- La necesidad de responder a los cambios que genera el mercado
- La necesidad de aseguramiento de calidad en una materia prima o un producto

De este modo, por ejemplo, cualquier persona que pretenda promover un proyecto de inversión deberá considerar la política económica del país, señalada en los documentos oficiales denominados Plan Nacional de Desarrollo y Programas Sectoriales de Fomento (industrial, de pesca, turístico, etc.). La razón de esto es que en tales documentos se establecen las estrategias y directrices que habrán de normar el entorno económico del país en el sexenio.

2.1.2 Aspectos de los Proyectos de Inversión

Como se mencionó al principio, un proyecto de inversión es un documento que contiene el análisis y evaluación de por lo menos los siguientes cinco aspectos: mercado, técnicos, jurídico-administrativos, económico-financieros y sociales. [33]

Aspectos de Mercado y Comercialización

Constituyen la parte medular de todo proyecto y su viabilidad depende el desarrollo de los demás aspectos del proyecto. Su objetivo consiste en identificar si existe o no una demanda insatisfecha y, en caso positivo, cuantificarla anualmente durante el tiempo de vida útil del proyecto. Este objetivo lleva implícitas las siguientes preguntas: ¿qué producir?, ¿para quién producir? y ¿cómo será la distribución física del producto?

La importancia de la información y las conclusiones generadas por los aspectos de mercado radica en su utilidad para el desarrollo de los demás aspectos del proyecto. En efecto, el mercado determina el tamaño máximo al que puede aspirar el proyecto. Permite cuantificar parte de la inversión fija y del capital de trabajo. Determina el presupuesto de ingresos y parte del presupuesto de egresos.

Aspectos Técnicos

Los aspectos técnicos junto con los anteriores, constituyen la fuente de información más importante para determinar la viabilidad económica y financiera del proyecto. Su finalidad consiste en analizar y evaluar diversas opciones y alternativas técnicas con el objeto de seleccionar la que garantice que el proyecto será competitivo técnica y económicamente. Dicha finalidad lleva implícitas las siguientes preguntas: ¿dónde producir?, ¿cómo producir?, ¿cuánto producir? y ¿cuándo producir?

La importancia de los aspectos técnicos, estriba en que constituyen la materia prima para la formulación de los aspectos administrativos y financieros. En el primer caso, definiendo parte de la organización que adoptará el proyecto y en el segundo caso, a la elaboración de los presupuestos de inversiones respecto al monto, reposición y vida útil de los activos; y en el presupuesto de egresos, en lo concerniente a la integración del costo directo y a los gastos fijos derivados de la operación de la nueva entidad económica.

Aspectos Jurídico-Administrativos

El objetivo de esta parte consiste en definir tanto la figura jurídica como la estructura organizacional que se adoptarán para llevar a cabo la gestión y explotación de la nueva empresa. Este objetivo requiere del análisis del marco jurídico que regula el funcionamiento legal de la empresa con su entorno (fiscal, laboral, ecológico, entre otros) y en la parte organizacional lleva implícita la siguiente pregunta ¿cómo producir?

Al igual que los aspectos técnicos, los jurídico-administrativos, aportan información que será utilizada en la formulación de los presupuestos de inversión y egresos.

Aspectos Económico-Financieros

Constituyen una parte medular del estudio de factibilidad de un proyecto de inversión y en la mayoría de los casos su viabilidad depende de que el inversionista o empresario decida llevar a cabo su implementación, o bien que el intermediario financiero decida otorgar un crédito. Su fin consiste en determinar la viabilidad financiera que tiene el proyecto en términos de la recuperación del capital invertido, de la capacidad de pago de los créditos, y de conocer y ponderar los efectos que el crédito tendría sobre la liquidez, el rendimiento y el riesgo de la empresa. Este fin lleva implícitas las siguientes preguntas: ¿en qué invertir?, ¿cuánto invertir?, ¿cómo financiar la inversión?, ¿cómo planear las utilidades de la empresa?, ¿qué factores influyen mayormente sobre el rendimiento del proyecto?, ¿cuál es el grado de riesgo asumido por el inversionista?

Aspectos Sociales

Los aspectos sociales constituyen la parte terminal de la toma de decisiones en la formulación y evaluación de un proyecto y su objetivo consiste en determinar de qué manera el proyecto retribuye a la sociedad que se ubica en el área de influencia del proyecto. Este objetivo lleva implícitas las siguientes preguntas: ¿cómo beneficia el proyecto a la sociedad o cómo lo perjudica?, ¿qué efectos sobre la sociedad son directos y cuáles indirectos?, ¿cuál es la magnitud de tales efectos? y, finalmente, ¿a cuánto asciende la relación beneficio sociales/costos sociales?⁴

2.1.3 Factores Básicos que determinan el Rendimiento en los Proyectos de Inversión

El rendimiento de un proyecto de inversión depende de factores como: [49]

- ▶ Flujo neto de efectivo.
- ▶ Costo de los recursos utilizados.
- ▶ Monto de los recursos utilizados en el proyecto de inversión.

⁴ Este asunto se discute con más detalle en el quinto capítulo.

Flujo Neto de Efectivo

El flujo neto de efectivo se determina con el monto de utilidades netas más la amortización y depreciación del ejercicio. Al momento que se determina la utilidad neta, es necesario tener presente que ésta se estima a partir de los ingresos por ventas menos los costos y gastos que se generan por la fabricación o generación de los productos, pero estos ingresos, costos y gastos dependen de factores como:

- Aceptación del producto por parte de los consumidores
- Nivel de ventas de los productos
- Precios de venta del producto
- Existencia de productos sustitutos y complementarios
- Cambios de tecnología en la fabricación y uso de productos
- Cambios de precios en las materias primas e insumos
- Cambios de precios en la mano de obra
- Cambios de precios en los costos de financiamiento
- Innovación tecnológica introducida por la competencia

Cuando los cambios son a favor del incremento de las utilidades, los resultados de los flujos de efectivo son mayores y, en consecuencia, la rentabilidad del proyecto de inversión es mayor; en contraste, cuando estos factores varían reduciendo las utilidades del proyecto de inversión, el rendimiento es menor al esperado.

Costo de los Recursos Utilizados

Cualquier inversión que se realice requiere de recursos financieros para conformar los activos necesarios en el proyecto de inversión, en este caso, los recursos que se aplican a las inversiones provienen de alguna fuente de financiamiento. Existen dos fuentes de financiamiento desde la perspectiva de las fuentes donde se obtienen los recursos: internas y externas. Independientemente de la que se utilice para allegarse de recursos, éstos tienen un costo por utilización,⁵ el cual, depende directamente de las condiciones económicas que prevalecen en los mercados financieros donde se obtienen los mismos. El principal elemento que determina los costos es la tasa de interés de los mercados financieros. Entre los factores que afectan directamente esta tasa se pueden mencionar:

- Tasa de inflación
- Tasa de interés de bonos o Certificados de la Tesorería (CETES)⁶
- Liquidez

⁵ El costo que se paga por la utilización del total de recursos ocupados en alguna alternativa de inversión, es lo que se conoce como "Costo de Capital Promedio Ponderado".

⁶ Certificados de la Tesorería, que se negocian a través de la Bolsa Mexicana de Valores y las Casas de Bolsa. Sus rendimientos están exentos de impuestos sobre la renta. Las emisiones son a 90 días pero pueden vencerse en plazos menores con lo cual se tiene una mayor liquidez. La tasa pagada por estos instrumentos representa la "tasa nominal" o "libre de riesgo" que se emplea como tasa de descuento en la evaluación económica de los proyectos de inversión.

- Deuda Pública
- Actividad Económica

De tal manera, que cuando las condiciones económicas provocan que las tasas de interés disminuyan, los costos de los financiamientos también; en contraste el panorama que prevalece cuando las tasas de interés aumentan e incrementan directamente el costo de los financiamientos obtenidos.

Monto de los Recursos utilizados en el Proyecto de Inversión

Los activos necesarios para llevar a cabo la fabricación o generación de los productos motivo del proyecto de inversión, conforman lo que se conoce como “inversión del proyecto”, esta lista de activos suele ser tan costosa o barata, de acuerdo con el tipo de activos que se adquieran, los cuales dependen de los criterios que se adopten para su adquisición, entre los factores que influyen en el monto de inversión se pueden enunciar los siguientes:

- Tecnología de fabricación
- Materiales e insumos de producción
- Tamaño de mercado a satisfacer
- Análisis de costos de operación
- Nivel de productividad de la planta
- Volumen de producción

El monto de la “inversión del proyecto” afecta directamente la rentabilidad, a medida que el monto de inversión es mayor, la rentabilidad del proyecto es menor por la necesidad de recuperar dicha inversión, y viceversa, en la medida que el monto de inversión es menor la recuperación, tal vez, sea más rápida.

2.2 Clasificación de los Proyectos de Inversión

Las clasificaciones de los proyectos de inversión obedecen básicamente al tipo de criterio que se seleccione, así se tiene que: [49]

► **Según el sector económico** se pueden agrupar en:

- *Proyectos del sector primario*: caza, pesca, agricultura, ganadería, silvicultura, etc.
- *Proyectos del sector secundario*: transformación de materia prima en productos terminados, por ejemplo: la fabricación de llantas, automóviles, refinado del petróleo y generación de sus derivados, fabricación de ropa, etcétera; aquí se pueden agrupar a todas aquellas actividades de inversión que se encargan de transformar algunos productos en otros más elaborados.
- *Proyectos del sector terciario*: aquí se consideran aquellas asignaciones de recursos que van destinados a generar básicamente servicios a los consumidores, por ejemplo: bancos, seguros, asesorías, despachos contables, financieros, cines, turismo, casas de cambio, bolsas de valores, etcétera; lo más importante de este sector es que sus productos son intangibles.

- ▶ **Desde el punto de vista de la óptica empresarial**, según Weston y Brigham [64], hacen una clasificación de los proyectos de inversión que se refiere específicamente a aquello que las empresas requieren a efecto de mantenerse en el mercado de manera competitiva, y de acuerdo con estos autores son:

- *Reemplazo: mantenimiento del negocio*, refiriéndose específicamente a las inversiones que conlleva al desplazamiento de equipos dañados.

- *Reemplazo: reducción de costos*, inversiones en equipos cuya operación es muy costosa.

- *Expansión hacia nuevos productos o mercados existentes*, inversiones en instalaciones de tiendas o canales de distribución que permitan expandir la cobertura de mercados.

- *Expansión hacia nuevos productos o mercados*, todas aquellas aplicaciones de recursos que generen nuevos productos y/o logre, la presencia de la empresa en mercados no cubiertos.

- *Proyectos de seguridad o ambientales*, se refiere a la inversión que permite adaptar el funcionamiento de la empresa a las regulaciones del gobierno, incluyendo los aspectos de seguridad del medio ambiente.

- *Otros*, aquí se clasifican inversiones que se utilizan para edificios, oficinas, lotes de estacionamiento, activos que también son necesarios para la operación de la empresa.

- ▶ **También se pueden clasificar los proyectos de inversión de acuerdo con su dependencia o complementariedad entre sí**, por lo que se tiene:

- *Mutualmente excluyentes entre sí*; cuando al seleccionar un proyecto debe excluirse otro que compite por los recursos disponibles.

- *Independientes entre sí*; la elección de un proyecto de una lista de proyectos no implica que los otros no puedan realizarse también.

- *Dependientes*; la puesta en marcha de un proyecto de inversión requiere forzosamente que se realice otro proyecto, debido a que es necesario para la ejecución del primero.

- ▶ **De acuerdo con el sector a que pertenecen los proyectos de inversión**, éstos pueden ser:

- *Sector privado*; inversiones que realizan las empresas cuyo capital está constituido por particulares, y que los principales índices de rendimiento están determinados, fundamentalmente, por la utilidad que genera la inversión, considerando el costo de financiamiento de dicho proyecto.

- *Sector público*; inversiones que realiza la administración pública del Estado, y para la evaluación de los resultados de este tipo de inversiones es por medio de los beneficios que generan a la sociedad, por ejemplo: el número de empleos, el incremento al Producto Interno Bruto

(PIB), satisfacción de necesidades de beneficio común, como son las vías de comunicación, etc.

- *Participación mixta*; El Estado orienta la participación de la inversión privada, aportando parte del capital, con el objetivo de estimular la generación de productos o servicios necesarios para la población; ejemplo de estos proyectos están cristalizados en: generación de energía eléctrica, vacunas para la población, entre otros.

► **Proyectos de inversión que se originan por situaciones de mercado**, así se tiene la siguiente clasificación:

- *Mercados de exportación*, que se pueden generar por dos motivos:

i) El país posee recursos naturales en abundancia como es el caso del café en Brasil, el petróleo de México o los países árabes.

ii) El país posee ventaja competitiva en la producción de bienes o servicios o tradición reconocida en su fabricación, por ejemplo: fabricación de productos electrónicos de Japón, relojes de Suiza, vinos de Francia.

- *Sustitución de importaciones*; se trata de evitar la dependencia de importar cierto tipo de bienes o servicios con el objetivo de impedir la salida de divisas y la dependencia tecnológica, como es el caso de inversiones de recursos en la fabricación de maquinaria que permita producir otras máquinas.

- *Aumento de la demanda o demanda insatisfecha de bienes o servicios*, lo que motiva invertir en activos que incrementen la capacidad de producción con la finalidad de generar los bienes o servicios que demanda el mercado.

► **Proyectos de inversión generados por las políticas del país**, se pueden señalar los siguientes tipos de proyectos:

- *Derivados de los planes o programas de desarrollo*, por ejemplo el Programa de Educación, Salud y Alimentación (Progresá), Programa de Desarrollo Humano *Oportunidades*, Programa de Desarrollo Empresarial, entre otros.

- *De acuerdo con las estrategias del país*, es conocido que cuando un país quiere desarrollar su planta productiva en determinada área aporta los recursos financieros necesarios con el objeto de conseguir su objetivo.

► **Finalmente, se pueden clasificar o formular proyectos de inversión de acuerdo con quien se tengan que presentar para su revisión o aprobación**, y así se puede tener la siguiente clasificación:

- *Grupo de inversionistas*, cuyo principal interés radica en que las inversiones que se realicen proporcionen un rendimiento adecuado al riesgo que conlleva la naturaleza de la inversión.

- *Comité de aprobación de crédito de un banco que puede ser de los siguientes tipos:*

i) Banca de fomento y desarrollo (Nafinsa, Banobras, Bacomext, Banrural, Banjército), cuya característica primordial es atender sectores de la economía, como es el caso de la agricultura, ganadería, pesca, etc.

ii) Banca privada, cuyo principal objetivo es la generación de rendimientos obtenidos como consecuencia de las inversiones, y que éstos cubran el riesgo de mercado asegurando el cumplimiento de las obligaciones para con los bancos.

- *Autoridades*, que exigen el cumplimiento de requisitos establecidos en materias impositivas, ecológicas y legales, entre otros.

Así pues, de acuerdo a la clasificación que se dio, en general se considera inversión pública todo gasto, de origen público, destinado a mantener o incrementar la capacidad de producción de bienes o servicios. Con frecuencia se incluyen todas las actividades de preinversión e inversión que realizan las entidades del sector público.

De esta manera, un proyecto de inversión pública es toda inversión limitada en el tiempo que utiliza total o parcialmente recursos públicos, con el fin de crear, ampliar, mejorar, modernizar o recuperar la capacidad productora de bienes o servicios. Por lo tanto, su objetivo es más bien dar solución a algún problema identificado en un área específica o en una población determinada, por lo que debería generar una rentabilidad social con su ejecución. En este sentido, resulta evidente la importancia de evaluar todo proyecto de inversión pública, a fin de determinar si realmente alcanza una rentabilidad social mínima deseable, dados los recursos económicos con los que cuenta el Estado.

2.3 El Ciclo de los Proyectos y el Marco Lógico

Es útil pensar en el trabajo del proyecto de inversión partiendo del hecho que éste puede pasar por varios estados distintos, el conjunto de estos estados se denomina “el ciclo de los proyectos”. Los distintos estados tienen una vinculación recíproca estrecha y siguen una progresión lógica en la que los estados precedentes ayudan a proporcionar la base para la renovación del ciclo.

Para describir los diferentes estados del ciclo se pueden utilizar distintos términos, aquí se asume que el problema o necesidad y el proyecto son primero identificados, **proceso de identificación**, y su información preparada, **preparación**, para poder tomar la decisión acerca de la conveniencia de llevar a cabo el proyecto. Este estado se denomina de **preinversión**. Sin embargo, el grado de preparación de la información y su confiabilidad depende de la profundidad de los estudios técnicos, económicos, financieros, de mercado, etc., que lo respaldan. Si bien en este aspecto se pueden tener distintos niveles de análisis, se asume que los proyectos, al interior del estado de Preinversión, pasan por las etapas de **idea**, **perfil**, **prefactibilidad**, y **factibilidad**.

Aunque no es necesario que el proyecto pase por todas estas etapas, esto dependerá de su complejidad y de los estudios necesarios. Una vez que se ha decidido llevarlo a cabo, el proyecto pasa al **estado de inversión**, también llamado de **ejecución**, en el cual se materializan las obras y las acciones.

Ya ejecutado, pasa al **estado de operación** en el cual brinda los bienes y servicios para los que fue diseñado. Puede haber períodos en los cuales se realicen inversiones estando ya el proyecto en estado de operación.

2.3.1 Estado de Preinversión

El estado de preinversión es el primero del ciclo de los proyectos. En él se identifican el problema o necesidad y el proyecto mismo. Se prepara su información y se cuantifican, si es posible, sus costos y beneficios. Asimismo, en este estado, se preparan los diseños preliminares.

Los proyectos deben pasar por este estado para indagar sobre la conveniencia de su realización antes de iniciar las obras o acciones que lo harán realidad. Es importante anotar que no todos los proyectos pasan por todas las etapas: idea, perfil, prefactibilidad y factibilidad. Algunas etapas pueden ser obviadas, si la disminución de la incertidumbre que podrían proporcionar los estudios asociados a ella no amerita el costo adicional de adelantarlas.

Idea

La idea del proyecto es el resultado de la búsqueda de una solución a una necesidad insatisfecha, o en el marco de políticas generales, de un plan de desarrollo, de otros proyectos o estudios o porque puede parecer atractivo emprenderlo dada su posible rentabilidad financiera, social o económica. Sin embargo, este paso no se limita a describir en términos generales la idea del proyecto. Esta idea hay que afinarla y presentarla de manera apropiada para poder tomar la decisión de continuar con sus estudios.

En la etapa de idea debe realizarse un esfuerzo para determinar las posibles soluciones al problema a resolver y descartar los claramente no viables. Esta etapa tiene como objetivo generar soluciones e información para decidir acerca de la conveniencia de emprender estudios adicionales.

Perfil

En la etapa de perfil debe reunirse toda la información de origen secundario relacionada con el proyecto. Por ejemplo, información acerca de: proyectos similares, mercados, beneficiarios; en bibliotecas y entidades públicas y privadas.

En esta etapa deben verificarse todas las alternativas del proyecto y estimarse sus costos y beneficios de manera preliminar. Con esta información, se podrá descartar algunas, o todas, las alternativas y plantear cuáles ameritan estudios más detallados.

En el caso de pequeños proyectos en donde no existen múltiples alternativas identificadas o en donde no amerita realizar estudios adicionales, puede procederse desde esta etapa a la etapa de diseño y ejecución. Asimismo, en esta etapa es posible tomar la decisión de aplazar o descartar el proyecto.

Prefactibilidad

En la etapa de prefactibilidad se evalúan las opciones no descartadas del proyecto. Para tal propósito, será necesario asignar los fondos para los estudios requeridos.

El paso de la anterior etapa a ésta, y de ésta a la de factibilidad, depende fundamentalmente de las necesidades adicionales de información para poder tomar una decisión adecuada. Deberán ponderarse los costos adicionales asociados con una menor incertidumbre. En esta etapa, es común tener que realizar investigaciones propias al estudio para precisar la información secundaria recopilada en la etapa de perfil.

Tanto en la etapa de perfil, como en la etapa de prefactibilidad, deberá analizarse siempre, como alternativa la situación actual optimizada que resulta de mejoras administrativas marginales. En la etapa de prefactibilidad deberán tenerse estudios detallados de demanda, oferta, mercado, etc.; e igualmente deberán realizarse algunos estudios técnicos especializados para descartar, por estos motivos, alguna de las alternativas.

Además, debe contarse con la información suficiente para poder adelantar estudios de sensibilidad de las variables más relevantes del proyecto. Dicho análisis de sensibilidad debe incluir, al menos, el efecto sobre las Figuras de Mérito, de cambios en los gastos de inversión y de operaciones del proyecto, de las estimaciones de la demanda y de la oferta.

Finalmente, deberá recomendarse la ejecución de una de las alternativas. La mayoría de los proyectos que lleguen a esta etapa de prefactibilidad podrán pasar directamente a su diseño definitivo y ejecución. No obstante, existirán grandes proyectos que, por su magnitud, ameriten estudios de mayor profundidad, estos son los estudios de factibilidad a nivel de anteproyecto.

Factibilidad

En la etapa de factibilidad, se tiene como objetivo reducir al máximo la incertidumbre asociada con la realización de un gran proyecto de inversión. En este sentido, esta etapa es la última en el proceso de adquirir mayores conocimientos y por lo tanto menor incertidumbre a expensas de mayores costos en nuevos estudios.

En la etapa de factibilidad deberá analizarse minuciosamente la alternativa recomendada en la etapa anterior; prestándole particular atención al tamaño óptimo del proyecto, su momento de entrada, su estructura de financiamiento, su organización institucional durante su construcción y en su posterior operación.

Diseño

Muchos estudios de factibilidad y de prefactibilidad incorporan estudios de diseños preliminares, allí se plasma la elaboración técnica y arquitectónica del proyecto así como los manuales que se requieran. Sin embargo, el diseño definitivo es necesario acometerlo una vez decidida la ejecución del proyecto y es, de cualquier forma, la frontera entre los estados de preinversión e inversión.

Siempre que se adelanta un paso en el detalle del estudio de ingeniería, se deben revisar los estudios de factibilidad y de análisis de sensibilidad. Cada vez que los costos de inversión sean mejor detallados, deberá verificarse nuevamente la variación en los indicadores de factibilidad.

Siempre que la variación de costos de inversión sea superior al límite de los estudios de factibilidad, se hace necesario reexaminar los datos de demanda, proyecciones y otros, para tener la seguridad de la factibilidad o no del proyecto.

2.3.2 Estado de Inversión

En el estado de inversión, también llamado de ejecución o construcción se adquieren los equipos necesarios y se pone en marcha el proyecto. Esta etapa cubre hasta el momento en que el proyecto entra en operación. Puede ocurrir que la inversión y operación sucedan simultáneamente durante algún período de tiempo. Es en esta etapa en que se ponen a prueba los preparativos, los diseños, los planes y análisis anteriores. Casi todo el trabajo de las etapas anteriores se dirige a asegurar que el proyecto sea un éxito.

En esta etapa es importante la capacidad de la entidad ejecutiva; tanto en la realización, como en la coordinación con las entidades que participan en el proyecto. En este sentido, es necesario definir las responsabilidades de cada uno de los organismos participantes y diseñar mecanismos que aseguren la participación eficiente de cada uno de ellos.

Lo más importante es prever los elementos necesarios para que, una vez que el proyecto vaya a entrar en operación, se cuente con los recursos financieros y humanos necesarios para su implantación, su mantenimiento y su operación.

2.3.3 Estado de Operación

El último estado de un proyecto es el de operación. En éste ya se ha finalizado la inversión y el proyecto genera los bienes y servicios para los cuales fue diseñado. Es importante en esta etapa proveer los fondos necesarios para la adecuada operación del proyecto; ya que sin ellos no dará los beneficios esperados.

2.3.4 Evaluación “Ex-Post” de Proyectos

En términos generales, el ciclo de los proyectos no termina estrictamente cuando el proyecto haya sido ejecutado. Todavía queda una etapa adicional y final, la de la evaluación “ex-post”. Por lo general, esta etapa tiene lugar cuando el proyecto ha abandonado la etapa de inversión y se encuentra en la etapa de operación.

Debe distinguirse entre lo que es la evaluación “ex-post” y el seguimiento sobre la marcha del proyecto. El propósito de este último es el de ayudar a asegurar su ejecución eficaz; identificando y abordando problemas que surgen en la ejecución del proyecto.

La evaluación “ex-post” pretende examinar al proyecto desde una perspectiva más amplia, intentando determinar las razones de éxito o fracaso con el objeto de reproducir las experiencias exitosas en el futuro y de evitar los problemas ya presentados.

La evaluación “ex-post” también dará información sobre la eficacia de cada uno de los proyectos y del cumplimiento de los objetivos trazados en su diseño. Típicamente, la evaluación “ex-post” pretende dar respuesta a interrogantes como las siguientes:

- ¿Son factibles y claramente definidos los objetivos del proyecto?
- ¿Se tuvo en cuenta la capacidad institucional para su ejecución?
- ¿Son apropiadas las especificaciones técnicas?
- ¿Se alcanzó y cubrió adecuadamente el conjunto de objetivos del proyecto?
- ¿Fue eficaz lo alcanzado en el punto anterior?
- ¿Se fortalecieron las instituciones asociadas al proyecto?
- ¿Hubo sobrecostos importantes en el proyecto?
- ¿Se cumplió el cronograma establecido?
- ¿Qué lecciones se aprendieron en este proyecto para futuros proyectos?

2.3.5 El Marco Lógico de los Proyectos

El marco lógico es una herramienta para facilitar el proceso de conceptualización, diseño y ejecución de proyectos, a través de un proceso de planeación y de comunicación de la información esencial al proyecto. Es decir, el marco lógico es una metodología que tiene el poder de comunicar los objetivos de un proyecto clara y comprensiblemente en un solo marco o matriz. El marco lógico se aplica en las diversas etapas del ciclo del proyecto y es el resultado de la participación de un equipo interdisciplinario. El marco lógico no es un ejercicio estático, es así que se modifica y mejora repetidas veces tanto durante la preparación como durante la ejecución del proyecto.

El marco lógico es una herramienta que resume las características principales de un proyecto, desde el diseño e identificación (¿cuál es el problema?), la definición (¿qué debemos hacer?), la valoración (¿cómo debemos hacerlo?), la ejecución y supervisión (¿lo estamos haciendo bien?), hasta la evaluación (¿lo hemos logrado?).

Asimismo, el marco lógico permite dar respuesta a los siguientes problemas:

- ▶ Proyectos cuya planeación carece de precisión y, en consecuencia, contemplan objetivos múltiples los cuales no están claramente relacionados con las actividades del proyecto.
- ▶ Indefinición de aquellos aspectos del proyecto cuyo cumplimiento no está al alcance del responsable de su ejecución.
- ▶ Falta de una base objetiva para comparar lo que se planeó con lo que sucedió realmente.

En el ambiente de proyectos se identifican dos tipos principales: Proyectos Duros y Proyectos Suaves. Entre los primeros se incluyen aquellos que buscan producir resultados tangibles, como la construcción de una presa, una carretera, un puente o una fábrica. Los Proyectos Suaves, para los cuales es especialmente útil el Marco Lógico, son los que buscan obtener intangibles, y su impacto suele verse hasta después de algún tiempo determinado, por ejemplo:

- Planeación estratégica
- Planeación de negocios

- Desarrollo comunitario
- Conservación de la biodiversidad
- Capacitación y educación
- Mercadotecnia
- Cambios culturales
- Concientización
- Mejoramiento de la calidad de procesos y desempeño de las personas y organismos
- Investigación y obtención de información

Este tipo de proyectos se denominan suaves porque sus resultados son abstractos, intangibles o subjetivos, es decir, no se pueden tocar.

El Marco o Matriz

La estructura del marco lógico es una matriz de 4 columnas por 4 renglones.

Los renglones se refieren a:

1. Fin último al cual el proyecto contribuye de manera significativa, luego de transcurrido un lapso de tiempo razonable y una vez terminada sus acciones, o bien de ser el caso, mientras se ejecute permanentemente (Objetivo General).
2. Propósitos logrados cuando el proyecto ha sido ejecutado. Responsabilidad directa de las acciones del proyecto (Objetivos Específicos).
3. Resultados y/o Productos logrados en el transcurso de la ejecución del proyecto.
4. Actividades necesarias para producir los resultados o componentes.

Las columnas se refieren a:

1. Un resumen de los objetivos y actividades.
2. Indicadores (lo claramente observable y/o medible de los resultados específicos a lograr).
3. Medios de verificación (instrumentos que permiten verificar los resultados).
4. Supuestos (factores externos que implican riesgos o aportes al proyecto).

De esta manera el Cuadro 2.1 muestra la estructura típica de un marco lógico.

Beneficios del Marco Lógico

Los principales beneficios de usar el marco lógico en la definición y el diseño de un proyecto de inversión son los siguientes:

Mantener la Línea de Trabajo

Cuadro 2.1: Estructura del Marco Lógico

Síntesis Narrativa	Indicadores	Medios de Verificación	Factores Externos
Objetivo amplio. El objetivo de orden mayor al que el proyecto contribuye.	Medidas para verificar el cumplimiento del objetivo amplio y su impacto (logro del cambio deseado).	Fuentes de información para verificar el estado de los indicadores del objetivo amplio.	Factores externos importantes para mantener el objetivo amplio a largo plazo o impacto real del proyecto (sustentabilidad o auto suficiencia del objetivo amplio).
Objetivos Inmediatos. El efecto o impacto inmediato del proyecto.	Medidas para verificar el logro de los objetivos inmediatos.	Fuentes de información para verificar el estado de los indicadores de los objetivos inmediatos.	Factores externos importantes para lograr el objetivo amplio, una vez logrados los objetivos inmediatos.
Productos Los resultados directos de las acciones del proyecto.	Medidas para comprobar la obtención de los productos esperados. (medida de la eficacia del proyecto).	Fuentes de información para verificar el estado de los indicadores de los productos o resultados.	Factores externos importantes para obtener los objetivos inmediatos.
Actividades Acciones directamente emprendidas por el proyecto para obtener los productos.	Medidas para verificar la eficiencia de las actividades, referidas al cronograma y presupuesto (medida de la eficiencia del proyecto).	Fuentes de información para verificar el estado de los indicadores de las actividades (desempeño).	Factores externos importantes necesarios para obtener los productos a través de las actividades.

- El proyecto así definido tiene un considerable poder en mantener alineadas las acciones de la organización con su misión, planeación estratégica y planes de trabajo, tanto institucional, como individualmente.
- Identifica dónde se ubica un proyecto en términos de importancia para lograr los fines de la organización.
- Asegura que todos los proyectos de la organización están enfocados en un punto común.

Comunicación

- Contribuye a lograr un proceso de definición y diseño de base amplia dentro de

la organización, es decir participativo.

- Facilita el entendimiento común y una mejor comunicación entre los tomadores de decisiones, administradores, responsables, beneficiarios, el equipo del proyecto, etc.
- Ayuda a obtener los acuerdos y apoyo necesarios para la viabilidad del proyecto, especialmente con los beneficiarios, población objetivo y responsables del proyecto.
- Ayuda a determinar las responsabilidades y autoridades en el equipo de proyecto.
- Proporciona una base simple para hacer prestaciones y reportes a Comités, Juntas de Gobierno, Autoridades Comunitarias, etc.

Objetivos

- Proporciona una clara descripción de los objetivos del proyecto (en términos temporales, económicos, alcance, etc.).
- Asegura que el propósito del proyecto está claramente entendido, definido y compartido por todos los actores del proyecto (típicamente se refiere al cambio buscado, que puede ser, por ejemplo, un cambio de conducta o actitud, en la población objetivo o entre otros actores del proyecto).
- Produce una descripción clara de los productos a obtener y tiempos para ello.
- Provee una estructura o marco de referencia donde las actividades (el proyecto) se transforman en beneficios (objetivo amplio, cambio buscado, impacto).
- Fuerza al proyecto a comenzar con una serie de objetivos en mente, más que con una serie de actividades (administración por objetivos).

Desempeño

- Hace más fácil medir el desempeño del proyecto en términos de cantidad (cuánto), de calidad (que tan bien) y tiempo (cuándo).
- Identifica los medios de verificación de si el proyecto ha cumplido sus objetivos o no.
- El éxito del proyecto se mide de acuerdo al grado en que el objetivo amplio del proyecto se ha cumplido.

Factores Externos

- Mejora la planeación del proyecto subrayando los vínculos de los elementos del proyecto con los factores externos.
- Fuerza al equipo de diseño a considerar los factores externos y a incluir previsiones con respecto a ellos.
- Identifica las suposiciones fatales del proyecto (aquellas suposiciones que pueden ser de importancia tal como para detener el proyecto, pero que son poco probables de ocurrir).

- Define las suposiciones críticas del proyecto (aquellas en las que el éxito del proyecto se fundamenta).

Administración

- Fortalece el diseño, ejecución y evaluación del proyecto.
- El marco lógico contiene la información necesaria para ser ingresada en una herramienta informática de administración.
- Asegura la continuidad del proyecto cuando el personal original del mismo se retira, cambia de puesto, funciones o responsabilidades o ingresa personal nuevo.
- Ayuda en la supervisión del proyecto (¿estamos haciendo lo correcto?), en la evaluación del mismo (¿hemos hecho lo que nos propusimos?) y en la medición del impacto (¿logramos el cambio que pretendíamos?). La diferencia entre valoración, supervisión y evaluación es una simple pregunta: Valoración ¿Es este el proyecto correcto? Supervisión ¿Estamos realizando correctamente el proyecto? Evaluación ¿Hemos realizado el proyecto correctamente?
- Se puede usar para organizar, manejar y enfocarse en un solo proyecto o en una serie de proyectos hacia un objetivo común.
- Fuerza un cambio cultural dentro de la organización puesto que el marco lógico es, en pocas palabras, una descripción a futuro de acciones realizadas.

2.4 Riesgo y Proyectos de Inversión

En el contexto de los proyectos de inversión, el riesgo se entiende no tanto como el efecto negativo en el proyecto de un acontecimiento puntual, sino como la variabilidad de los flujos futuros, respecto a un valor esperado. Es decir, cuanto más variables sean los flujos futuros, más riesgoso es el proyecto.⁷

Sobre este par riesgo-rentabilidad se construye parte importante de la evaluación económica-financiera. En efecto, la retribución que un inversionista exige de un proyecto va a tener relación con la variabilidad de los flujos del mismo: cuanto más variables sean, mayor retribución-rentabilidad exigirá el inversionista al capital que coloca en el proyecto.

2.4.1 La Incertidumbre en los Proyectos de Inversión

En términos financieros modernos, riesgo e incertidumbre no tienen el mismo significado.⁸ El riesgo está asociado con la volatilidad de los rendimientos y consiste de un proceso estocástico en donde se puede identificar su distribución de probabilidad para desarrollar entre otras cosas medidas estadísticas y de sensibilidad. Al contrario, el concepto de incertidumbre define una situación en la que existe insuficiente o la ausencia total de información para incluso estimar la distribución de

⁷ En esta definición de riesgo no se excluye la acepción de “efecto negativo de un acontecimiento”. Dicha acepción también está presente, pero la idea de riesgo como volatilidad incorpora elementos positivos: los flujos pueden ser mayores a los esperados. Precisamente, éste es el concepto que está detrás de la valuación de proyectos de inversión mediante la Metodología de Opciones Reales.

⁸ Sin embargo, en este trabajo los términos riesgo e incertidumbre se utilizarán de manera indistinta.

probabilidad de una inversión, o en general de una decisión financiera bajo análisis.

Así pues, la incertidumbre se refiere a eventos o sucesos que no son posibles de cuantificar y tampoco existen grados para calificarla.⁹ Por ejemplo, un proyecto de inversión puede presentar incertidumbre si no está definido correctamente el producto, si no se ha podido cuantificar la inversión necesaria para producirlo ni se conoce el mercado a quién va dirigido.

Casi siempre existe el factor incertidumbre en el resultado final de una inversión el cual es muy difícil de cuantificar matemáticamente, debido a que en proyectos de inversión nuevos usualmente no hay una base de información a priori y en proyectos de inversión que ya se han aplicado, no se puede aducir que la experiencia de otros proyectos sean fiel reflejo de lo que va a ocurrir con el proyecto, ya que en asuntos económicos y financieros pueden cambiar muchas condiciones sociales, técnicas, tecnológicas, tributarias, etc.

Como se mencionó al inicio del primer capítulo, cuando se realiza un proyecto de inversión, muchas veces se conforma una empresa con la finalidad de realizar la producción del producto que el proyecto de inversión desea hacer, por lo que todos los riesgos que afectan a la empresa, son riesgos que afectan directamente a los proyectos de inversión.

Los factores de riesgo en los proyectos de inversión se ubican, principalmente, en elementos que dominan los flujos netos de efectivo (utilidad neta más amortización y depreciación), el monto y tiempo de duración de los activos utilizados por el proyecto de inversión. Entre los principales factores que inciden en los flujos de efectivo y la rentabilidad de los proyectos de inversión se pueden mencionar:

- Ventas.
- Precios de los productos que genera la empresa.
- Costos de la materia prima.
- Costos de la mano de obra que interviene en el proceso de producción.
- Precios de los productos similares a los que se generan en el proyecto de inversión.
- Cambios de gustos de los consumidores.
- Variaciones en la economía de indicadores como: tasa de interés, inflación y paridad de una moneda frente a otras divisas.
- Cambios en los usos de los productos.
- Tecnología utilizada en los procesos de fabricación.
- Cambio en la reglamentación de operaciones de las plantas productivas.

En la medida en que los resultados esperados de los flujos netos de efectivo se alejen de los valores esperados, aumenta la varianza de los resultados reales con respecto a los valores pronosticados.

Cuando valuamos un proyecto de inversión se estudia en función a los flujos netos de efectivo, cuando éstos son mayores el rendimiento es más alto, en la medida que son menores el beneficio es

⁹ De esta manera, es impreciso emitir expresiones como: poca incertidumbre, mucha incertidumbre, algo de incertidumbre, etc.

menor, de ahí que el riesgo de los proyectos de inversión se mida con las utilidades que se generan, obtenidas de la fabricación y venta de los productos del proyecto de inversión.

2.4.2 Tipos de Riesgos que existen en los Proyectos de Inversión

Riesgo Propio del Proyecto

Básicamente se refiere a aspectos inherentes directamente con el proyecto de inversión, como es el caso de la elasticidad del producto respecto a los vaivenes de la economía; un ejemplo de este tipo de riesgo es la sensibilidad o respuesta que tienen las ventas de alimentos aún en épocas de crisis económicas, en contraste con las ventas de artículos suntuarios que sí varían sus ventas de manera más drástica cuando se presenta una crisis económica.

Riesgos de la Empresa que desarrolla el Proyecto

Cuando se lleva a cabo un proyecto de inversión que tiene cierto riesgo propio, dicho riesgo impacta o modifica el riesgo total de la empresa que genera el proyecto de inversión.

Riesgo del Entorno o de la Economía

El comportamiento de la economía con sus efectos en los consumidores, ya sea mediante el incremento o disminución del poder adquisitivo en la población y, consecuentemente, en la compra de los productos del proyecto de inversión aumentan o disminuyen los flujos de efectivo de los proyectos de inversión y consecuentemente el riesgo en éstos.

2.4.3 Técnicas para el Análisis del Riesgo en los Proyectos de Inversión

Debido a que el riesgo es la varianza de los resultados esperados se utilizan las siguientes medidas estadísticas para cuantificarlo:

- Desviación estándar.
- Probabilidad de ocurrencia de un resultado esperado.
- Varianza.
- Coeficiente de variación.¹⁰

Cuando se pretende medir y evaluar el riesgo de un proyecto de inversión o de una cartera (portafolio) de proyectos, se puede hacer básicamente de tres maneras: [33]

- Mediante un criterio totalmente informal y subjetivo.
- Mediante consideraciones formales, las cuales pueden ser, tanto de carácter subjetivo, como objetivo.

¹⁰ Cuando se trata de comparar dos o más proyectos en los cuales sus valores son diferentes, se utiliza el coeficiente de variación para realizar el análisis de proyectos financieros. La interpretación del coeficiente de variación es la “variación de la desviación estándar comparada con la media”, cuanto mayor es este resultado mayor es el riesgo debido a que la desviación estándar es alta en comparación con el valor medio y viceversa. Así pues, para escoger el mejor proyecto se toma el que tiene menor coeficiente de variación, ya que este es el que tiene un menor riesgo.

- Mediante una combinación de ambos criterios.

En general se habrá de considerar que, si la medición del riesgo no se realiza mediante algún procedimiento cuantitativo, el análisis resultante deberá tenerse por un análisis de tipo informal.

En el caso de los criterios informales, los procedimientos de valuación son intrínsecamente débiles, ya que los factores que afectan al riesgo no son examinados en forma explícita, ni de manera sistemática.

Para los criterios formales, la Administración Financiera emplea diversas técnicas que permiten la medición o valuación del riesgo, tanto a nivel de alternativas de inversión individuales, como para combinaciones de proyectos (carteras o portafolios), y las principales son:¹¹

- ▶ Análisis de escenarios
- ▶ Análisis de sensibilidad
- ▶ Análisis mediante el Método Monte Carlo

Análisis de Escenarios

En el análisis de escenarios se presentan los resultados de operación del proyecto de inversión considerando principalmente tres situaciones:

1. Escenario del peor caso
2. Escenario del caso probable
3. Escenario del mejor caso

Para cada escenario se calculan los indicadores que miden la calidad de la utilidad neta que genera el proyecto de inversión, entre esos indicadores el que más destaca es el Valor Presente Neto.

Para cada uno de los escenarios se hacen supuestos del comportamiento de cada una de las variables que afectan el resultado de la inversión, entre esas variables se pueden mencionar: nivel de ventas, precios de los productos, salarios, costos de financiamiento, tecnología utilizada en la producción y comportamiento de precios de las materias primas.

Análisis de Sensibilidad

El análisis de sensibilidad tiene el objetivo de establecer el efecto que genera un cambio en ciertas variables con relación a una variable objetivo. Generalmente, la variable objetivo es una métrica de valuación, como el Valor Presente Neto, la Tasa Interna de Rendimiento, la Utilidad Neta, etc.¹²

El análisis de sensibilidad se lleva a cabo incrementando en una unidad porcentual a las variables o parámetros de entrada, de manera individual, y se observa la magnitud en la variación en la variable objetivo. Si el cambio en la variable objetivo es significativo (positivo o negativo) al incremento de una unidad porcentual de la variable o parámetro de entrada, entonces se dice que esa variable es **crítica**. Los energéticos son un buen ejemplo de variable crítica, ya que el incremento de una unidad porcentual en esta variable genera por lo general un cambio mucho mayor a

¹¹ Otra de las metodologías para medir la incertidumbre en los proyectos de inversión es la del Valor Presente Neto Esperado, y ésta se presentará más adelante

¹² Más adelante se explican estos indicadores financieros.

una unidad en la utilidad neta de cualquier proyecto.

Los objetivos de un análisis de sensibilidad son los de proporcionar información relacionada con:

- I. El comportamiento de la medición de los resultados económicos debido a errores al estimar diversos valores en las variables y/o parámetros.
- II. La posibilidad que se reviertan las preferencias en las alternativas de inversión económicas.

Asimismo, el análisis de sensibilidad es una herramienta muy útil por dos razones:

1. Permite identificar a las variables o parámetros que son críticos en el proyecto.
2. Este análisis es de gran utilidad cuando existen condiciones de incertidumbre, ya que permite observar el comportamiento de los resultados económicos del proyecto, en función a los cambios que pudieran darse en algunas variables internas o externas, de las cuales no existe la información suficiente para determinar su comportamiento en el futuro.

Así pues, cabe destacar que en un análisis de sensibilidad es factible identificar algunos riesgos sistemáticos que están implícitos en el proyecto, de tal forma que posibilita evadirlos, disminuirlos, cubrirlos o compartirlos.

Análisis mediante el Método Monte Carlo¹³

En este método se realiza un análisis de cada una de las variables que afectan el proyecto mediante una distribución de probabilidades; posteriormente se combinan las diferentes variables considerando su respectiva distribución de probabilidades para calcular los flujos de efectivo y consecuentemente su Valor Presente Neto. Al utilizar mayor posibilidad de valores de cada una de las variables en el resultado del proyecto, el análisis se caracteriza por ser más exhaustivo que el de sensibilidad.

2.5 Evaluación de Proyectos de Inversión

A lo largo de este trabajo se han empleado las palabras evaluación y valuación, pero en términos precisos qué debemos entender por ellas. La palabra *evaluar* se refiere a calcular, señalar, apreciar o estimar el *valor* (no necesariamente un número) de una cosa. Por su parte la palabra *valuar* se define como el cálculo del *precio* (asociado siempre a un número) de una cosa. Veamos pues cómo se deben emplear estas palabras cuando hablamos de proyectos de inversión.

¹³ El muestreo Monte Carlo es muy importante para el concepto de los sistemas de simulación que contiene elementos estocásticos o probabilísticos. Su origen y nombre se remontan al trabajo de Von Neumann y Ulan a finales de la década de 1940, cuando acuñaron el término y aplicaron la técnica para resolver ciertos problemas de protección nuclear. El Método Monte Carlo fue tan exitoso que su popularidad se extendió a varios campos y el término casi se ha vuelto sinónimo de simulación para muchas personas.

En el Método Monte Carlo, la experiencia o datos artificiales se generan mediante el uso de algún generador de números aleatorios y de la distribución de probabilidad acumulada de interés. El generador de números aleatorios puede ser cualquier fuente de dígitos aleatorios distribuidos uniformemente. La distribución de probabilidad por muestrear puede basarse en datos empíricos que se obtienen de registros anteriores, que pueden ser el resultado de un experimento reciente o puede ser una distribución teórica conocida. Los números aleatorios se utilizan para producir una secuencia aleatorizada de valores que duplicarán la experiencia esperada, la cual puede producirse mediante la distribución de probabilidad que se muestrea.

El proceso de evaluación consiste en emitir un juicio sobre la bondad o conveniencia de una proposición. Así pues, cuando se trata de un proyecto de inversión, el proceso de *evaluación* se refiere a determinar, a través de ciertas metodologías, el valor económico (factibilidad económica) del proyecto en una fecha determinada, y definir si éste cumple con las expectativas de los inversionistas. En términos del ciclo del proyecto, el concepto de evaluación de proyectos se refiere a la utilización de herramientas analíticas que permiten analizar si cada una de las etapas del ciclo del proyecto justifica su realización.

En un contexto más amplio, el concepto de *evaluar un proyecto de inversión* puede ir más allá que simplemente determinar el valor económico del mismo. También se puede referir a determinar el valor que tiene el proyecto desde diferentes puntos de vista o criterios, tales como: evaluar su impacto social, evaluar su impacto político, evaluar su impacto comercial, evaluar su impacto en el sector en donde se desenvuelve, su impacto ecológico, etc.

De esta manera, cuando se mencione el término *evaluación del proyecto* no se referirá solamente al cálculo matemático que genera un resultado puntual bajo una metodología dada, sino a un proceso integral que incluye también el análisis de la definición del método, su interpretación, los criterios de aceptación, sus ventajas y las desventajas, así como las observaciones necesarias para su aplicación.

Por su parte, la *valuación de un proyecto de inversión* se estudia en función a los flujos netos de efectivo, de tal suerte que cuando éstos son mayores el rendimiento es más alto, en la medida que son menores el beneficio es menor. Así pues, para la medición o valuación del rendimiento de los proyectos de inversión se emplean diferentes indicadores (que veremos más adelante) como: Valor Presente Neto, Tasa Interna de Rendimiento, Tasa Simple de Rendimiento, Tasa Promedio de Rendimiento, entre otros.

Por lo tanto, en este trabajo cuando se haga alusión al término *valuación de proyectos de inversión* se está refiriendo al uso de los indicadores que miden la rentabilidad de los proyectos de inversión. De este modo, la *valuación* de un proyecto de inversión forma parte y es, tal vez, el más importante de todos los factores que intervienen en el proceso integral de su *evaluación*.

Por otro lado, cuando se evalúa un proyecto hay que considerar los siguientes conceptos: evaluación sin proyecto, evaluación del proyecto, evaluación con el proyecto y análisis sin proyecto. En adición, la evaluación se puede desarrollar desde el punto de vista financiero y económico.

Evaluación sin Proyecto

La evaluación sin proyecto comprende el análisis y proyección de las operaciones actuales. Esto es, se refiere a la situación actual optimizada, que implica eliminar posibles deficiencias en la operación de dicha situación a través de intervenciones menores o acciones administrativas.

Evaluación del Proyecto

Como primera instancia es una técnica que busca recopilar, crear y analizar un conjunto de antecedentes económicos que permitan evaluar tanto cualitativa como

cuantitativamente las ventajas y desventajas de asignar recursos a una determinada iniciativa de inversión.

Evaluación con el Proyecto

La influencia del proyecto en las operaciones actuales es la base para conocer la capacidad del promotor para acceder a un determinado nivel de financiamiento.

Tomando como base los beneficios y costos del proyecto y su influencia en las operaciones actuales, se procede a consolidar la información, por lo que ésta no puede ser la simple suma de las proyecciones sin proyecto y del proyecto.

Análisis sin Proyecto

Consiste en el planteamiento de una alternativa de bajo costo que permite mejorar la situación actual, a través de mejoras administrativas, optimización de la infraestructura, instalaciones o equipos con los que se cuenta.

Evaluación Financiera o Privada

Determina la rentabilidad del proyecto, comparando los costos y beneficios obtenidos a lo largo de su vida útil. Al considerar los costos y beneficios monetarios se utilizan precios del mercado.

La evaluación privada de proyectos supone que la riqueza (el dinero) constituye el principal interés del inversionista. Para actualizar los flujos monetarios se utiliza la tasa de interés que se puede obtener o debe pagarse por los fondos.

Evaluación Económica (Social)

La evaluación económica de proyectos consiste en comparar los beneficios con los costos que dichos proyectos implican para la sociedad; para este fin se utilizan precios sociales.¹⁴

2.5.1 Ópticas empleadas en la Evaluación de Proyectos de Inversión

La evaluación de los proyectos de inversión se puede enfocar desde diversas ópticas, con mayor o menor complejidad y sofisticación, dependiendo del objeto que persiga el promotor del proyecto o el analista que hará la evaluación. En efecto, el analista puede realizar la evaluación de un proyecto, empleando por lo menos alguna de las siguientes consideraciones, o bien una combinación de las mismas: [33]

¹⁴ Los precios sociales se refieren a aquellos precios que reflejan el verdadero costo de oportunidad de los bienes para la sociedad. Este asunto se discute con más detalle en el quinto capítulo.

- a) La primera, tiene que ver con la utilización o no de técnicas que consideran el valor del dinero en el tiempo, así el analista que hizo la evaluación del proyecto deberá especificar si empleó técnicas simples o técnicas de flujos de efectivo descontado.
- b) La segunda se refiere a especificar cuál fue el origen de los recursos empleados para el financiamiento de los activos. Es decir, cuál fue la estructura financiera adoptada para el financiamiento de los activos: si fueron exclusivamente de deuda o; si hubo una mezcla financiera de ambos.
- c) La tercera se refiere al objetivo que persigue quien promueve o tiene interés en llevar a efecto el proyecto, es decir, tiene que ver con el objeto que persigue el sector al que pertenezca el promotor del proyecto: sector público, sector social o sector privado.
- d) La cuarta se refiere a la inclusión o no de la inflación que afecta a la adquisición de los activos, así como a los resultados esperados. Es decir, la forma en la que los flujos de efectivo fueron determinados: a precios corrientes o a precios constantes.
- e) La quinta se refiere a la medición de los efectos directos e indirectos que deriven de la realización del proyecto que se esté evaluando.
- f) La sexta se refiere a la medición de los efectos “hacia delante” y “hacia atrás” que derivan de la adquisición de los activos que utilizará el proyecto.
- g) La séptima se refiere a la medición de los efectos que derivan de hacer algo o no hacerlo y las implicaciones económico financieras y sociales que de ello emanan.
- h) La octava se refiere a considerar la disponibilidad o escasez de capital.
- i) Finalmente, la novena se refiere a la consideración de la certeza y el riesgo que se asumen, respecto a la información requerida para el análisis y evaluación del proyecto.

2.5.2 Modelos Clásicos de Valuación de Proyectos de Inversión

Cuando se evalúa un proyecto de inversión deben considerarse todos aquellos factores que intervienen en su viabilidad. Hablar de viabilidad de proyectos de inversión significa que se pueden realizar y ser convenientes de acuerdo con los criterios establecidos para la aceptación de los mismos.

Los proyectos de inversión están conformados con cuatro estudios básicos:

1. Estudio de mercado.
2. Estudio técnico.
3. Estudio administrativo.
4. Estudio financiero.

En cada uno de estos estudios deben cumplirse ciertos criterios mínimos de aceptación, de tal manera que cuando se realiza la evaluación de proyectos de inversión, es una decisión que engloba varios aspectos y en este caso se refiere a criterios de mercado, técnico, administrativo y financiero (este trabajo se enfocará en el aspecto financiero).

De tal manera que al momento que se emite una opinión respecto a la realización del proyecto de inversión, se aglutinan varios factores o elementos que ayudan a decidir la aceptación o rechazo del mismo.

En el aspecto financiero deben evaluarse los siguientes puntos:¹⁵

¹⁵ Por límite de espacio no se abordan los aspectos de mercado, técnico y administrativo.

- La inclusión de todos los gastos preoperativos en la formulación de los estados financieros.
- La integración de todos los gastos que ocasiona el proceso operativo de fabricación o generación de los productos motivo del proyecto de inversión.
- El costo del financiamiento utilizado para la constitución de los recursos necesarios en la adquisición de los activos.
- La sensibilidad de los instrumentos financieros (bonos, acciones, obligaciones, etc.) utilizados para financiar el proyecto de inversión.
- La estructura de capital utilizada para el financiamiento del proyecto de inversión.
- La adecuada proyección de los escenarios para los cálculos de ingresos y egresos de la empresa.
- La consideración en los costos y gastos de la operación del proceso de producción y distribución de los productos del proyecto de inversión.
- La consideración de imprevistos en el proceso de operación del proyecto de inversión.
- La adecuada tasa de interés utilizada para el descuento de los flujos de efectivo en la evaluación de la calidad de las utilidades generadas por el proyecto de inversión.
- Otros contingentes.

Tradicionalmente, está generalmente aceptado por la mayoría de los autores en finanzas que el criterio de la rentabilidad es el más adecuado para medir la contribución de un proyecto de inversión-financiación al objetivo empresarial. Ésta es la razón por la que la mayoría de los modelos de valuación intentan medir, con mayor o menor grado de acierto, la rentabilidad de un proyecto. Pero, lógicamente, esto sólo es válido cuando se decida con un único criterio o, lo que es lo mismo, que estemos en condiciones de certeza donde se preferirá la máxima rentabilidad. Obviamente, este planteamiento no es válido ante condiciones de riesgo e incertidumbre.

Así pues, en **condiciones de certeza**, se pueden clasificar los modelos clásicos o los indicadores financieros de evaluación de proyectos de inversión en dos grandes grupos:

Modelos estáticos o aproximados (no consideran el valor del dinero en el tiempo):¹⁶

- Tasa Simple de Rendimiento
- Índice de Rendimiento Aproximado
- Tasa Promedio de Rendimiento
- Período de Recuperación

Modelos dinámicos o no aproximados (sí consideran el valor del dinero en el tiempo):

- Valor Presente Neto
- Tasa Interna de Rendimiento
- Índice de Rendimiento no Aproximado
- Costo Beneficio
- Período de Recuperación con Flujos Netos de Efectivo a Valor Presente

¹⁶ El uso que se da a la expresión “valor del dinero en el tiempo”, es en dos sentidos: 1) el dinero pierde su poder adquisitivo por el transcurso del tiempo, y 2) el dinero que se tiene hoy puede utilizarse para invertirse en alguna alternativa de inversión.

Sin embargo, el Valor Presente Neto y la Tasa Interna de Rendimiento son, por excelencia, los modelos de valuación que más se aplican a la hora de estudiar la rentabilidad que proporcionan los proyectos de inversión.¹⁷

2.5.3 Valor Presente Neto

Antes de dar paso al concepto del Valor Presente Neto, se muestran las definiciones de valor futuro (*future value*) y valor presente (*present value*):¹⁸

Valor Futuro

Dados una cadena de flujos de efectivo $(x_0, x_1, x_2, \dots, x_n)$ y una tasa de interés efectiva r para el período,¹⁹ el valor futuro (VF) de este flujo está dado por:

$$VF = x_0 (1 + r)^n + x_1 (1 + r)^{n-1} + x_2 (1 + r)^{n-2} + \dots + x_n. \quad (2.1)$$

Valor Presente

Dados una cadena de flujos de efectivo $(x_0, x_1, x_2, \dots, x_n)$ y una tasa de interés efectiva r para el período, el valor presente (VP) de este flujo está dado por:

$$VP = x_0 + \frac{x_1}{(1 + r)} + \frac{x_2}{(1 + r)^2} + \dots + \frac{x_n}{(1 + r)^n}. \quad (2.2)$$

Así pues, a partir de las definiciones de valor futuro y valor presente se encuentra que:

$$VP = \frac{VF}{(1 + r)^n}. \quad (2.3)$$

Valor Presente Neto

El Valor Presente Neto (VPN)²⁰ de un proyecto de inversión no es otra cosa que su valor medido en dinero hoy, es decir, es el equivalente en unidades monetarias actuales de todos los ingresos y egresos, presentes y futuros, que constituyen el proyecto.

De acuerdo a lo anterior, la siguiente expresión representa el Valor Presente Neto de un proyecto de inversión de n periodos:²¹

$$VPN = -X_0 + \frac{X_1}{(1 + r)} + \frac{X_2}{(1 + r)^2} + \dots + \frac{X_n}{(1 + r)^n} = -X_0 + \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{(1 + r)^i}, \quad (2.4)$$

donde

¹⁷ La mayoría de libros que tratan la evaluación de proyectos de inversión analizan los demás indicadores financieros, por lo que no se hablará más de ellos.

¹⁸ Estas definiciones están dadas bajo el marco de interés discreto.

¹⁹ Tasa de interés expresada como si se capitalizará una vez por año. En este punto, si r es la tasa de interés nominal, R la tasa real y h la tasa de inflación, entonces el efecto de Fisher indica que la relación entre estas tasas puede escribirse como: $1 + r = (1 + R)(1 + h)$.

²⁰ En inglés se le conoce como *Net Present Value* (NPV) y de esta forma otra traducción que se utiliza es Valor Actual Neto (VAN).

²¹ En el presente capítulo se ha empleado la ecuación (2.4) para representar el VPN y para fines que se explicarán en el quinto capítulo se utilizará otra ecuación.

X_i : Flujo de efectivo en la fecha i

r : Tasa de interés efectiva (tasa de descuento o tasa de interés de oportunidad)²²

El flujo inicial, $-X_0$, se supone ser negativo porque representa una inversión. Asimismo, dado que la expresión (2.4) genera tres posibles resultados para el Valor Presente Neto (positivo, cero y negativo), los criterios que guían las decisiones de aceptación o rechazo de proyectos son las siguientes:

- a) $VPN > 0$ indica que el proyecto es conveniente y que el dinero invertido rinde más de r .
- b) $VPN = 0$ indica que el proyecto es indiferente y que el dinero invertido rinde exactamente r .
- c) $VPN < 0$ indica que el proyecto no es conveniente y que el dinero invertido rinde menos de r .

De acuerdo con el razonamiento del VPN, los proyectos o ideas de inversión tendrán una prioridad que será función directa del valor numérico del indicador, es decir, a mayor VPN, mayor prioridad.²³

La expresión para el VPN se puede simplificar si se considera que

$$C_i = \begin{cases} -1 & \text{si } i = 0 \\ \frac{1}{(1+r)^i} & \text{si } i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (2.5)$$

De este modo, la expresión (2.4) se transforma en:

$$VPN = C_0X_0 + C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n = \sum_{i=0}^n C_iX_i. \quad (2.6)$$

En resumen, el método del VPN depende de la tasa de interés que se emplea para calcularlo. Un $VPN = 0$ indica que el dinero invertido en el proyecto gana un interés idéntico a la tasa de descuento utilizada en tal cálculo. En consecuencia, la tasa de interés que produce un VPN igual a cero es una medida de rentabilidad adecuada, y ésta es la Tasa Interna de Rendimiento la cual se trata a continuación.

2.5.4 Tasa Interna de Rendimiento

La Tasa Interna de Rendimiento (TIR)²⁴ representa la tasa de descuento a la cual el Valor Presente Neto de un proyecto de inversión es igual a cero. Es decir, la TIR de un proyecto se define

²² La tasa de descuento utilizada en el cálculo del VPN es definida de acuerdo a la naturaleza del proyecto de inversión, por lo cual, se establece sobre topes mínimos, esto es, esta tasa debe ser una Tasa de Rentabilidad Mínima Aceptada (o Tasa de Rendimiento Mínima Atractiva, TREMA) para el inversionista. Esta tasa puede presentar dificultades para su determinación, entre los factores que se consideran para su cálculo se encuentran:

- La inflación prevaleciente en la economía.
- La tasa de interés sobre inversiones a largo plazo en el mercado de dinero o capitales.
- El costo ponderado de capital de las diferentes alternativas de financiamiento para el proyecto.

²³ No todos los proyectos que tienen un VPN positivo se llevan necesariamente a cabo, debido a que, por lo general, tanto las personas como las empresas buscan el proyecto que les garantice el máximo VPN.

²⁴ En inglés se le conoce como *Internal Rate of Return* (IRR).

como aquella tasa que permite descontar los flujos netos de operación de un proyecto e igualarlos a la inversión inicial. El fundamento básico de la TIR es que trata de encontrar un sólo número que resuma los méritos de un proyecto. Ese número no depende de la tasa de interés que prevalezca en el mercado de capitales, razón por la cual, recibe el nombre de Tasa Interna de Rendimiento; el número es interno o intrínseco al proyecto y sólo depende de los flujos de efectivo del mismo.

Así pues, para hallar la TIR de un proyecto de inversión que dura n años, se debe calcular de la siguiente expresión:

$$VPN = -X_0 + \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{(1 + TIR)^i} = 0, \quad (2.7)$$

donde

X_i : Flujo de efectivo en la fecha i .

La TIR también se interpreta como la tasa máxima que genera una inversión en un horizonte de tiempo determinado. Además, su cálculo efectivo implica normalmente un proceso de prueba y error.

En la valuación de un proyecto de inversión y al momento que se utilizan estas tasas la pregunta clásica que surge es: ¿Qué tasa de rendimiento debe generar los recursos utilizados para la realización de un proyecto de inversión?, la respuesta es que debe generar, cuando menos, lo que otorga el rendimiento de otras alternativas de inversión.²⁵ En el mercado financiero, como se vio en el primer capítulo, siempre existen instrumentos que aseguran un mínimo de rendimiento; sin embargo, poseen también diferentes tipos de riesgo. El proyecto de inversión deberá generar un rendimiento mayor a la tasa de cualquier instrumento financiero existente en el lugar donde opera tal proyecto.

Pero también es preciso señalar que lo que se obtiene de la TIR del proyecto de inversión deberá ser superior al costo del financiamiento utilizado por dicho proyecto.

Asimismo, se debe decir que esta tasa debe incluir los siguientes elementos:

- El costo del financiamiento utilizado.
- La tasa de rendimiento exigida por realizar el proyecto de inversión.
- La tasa que compense el riesgo asociado al proyecto de inversión.

Por lo tanto, se puede concluir que la TIR del proyecto de inversión debe ser superior que la tasa utilizada para descontar los flujos de efectivo en la valuación, y que al fijar la tasa de interés debe contemplar: el costo de financiamiento, la tasa de rendimiento exigida y el riesgo por el giro específico.

²⁵ En términos de la Tasa de Rendimiento Mínima Atractiva (TREMA). Se acepta participar en el proyecto si la tasa de rendimiento que espera obtener el inversionista (TREMA) es menor a la TIR con un cierto margen de holgura. A mayor diferencia entre la TIR y la TREMA, indica mayor seguridad en la inversión. Es decir:

- a) $TIR > TREMA$ indica que el proyecto debe ser aceptado.
- b) $TIR = TREMA$ indica que el proyecto se acepta o en todo caso se revisa.
- c) $TIR < TREMA$ indica que el proyecto debe ser rechazado.

2.5.5 Valor Presente Neto Esperado

Cuando un proyecto de inversión va a ser valuado en condiciones de riesgo es porque la asignación de probabilidades se ha hecho en forma objetiva, es decir utilizando métodos estadísticos. Sin embargo, en casi todos los proyectos la asignación de probabilidades se hace subjetivamente.

Para medir la incertidumbre que se presenta en la evaluación de proyectos de inversión se encuentran diferentes metodologías y una de ellas es el método del Valor Presente Neto Esperado.

De las ecuaciones (2.4) y (2.6) se puede observar que el VPN en lugar de ser una constante, es una variable aleatoria, i.e. con cierta distribución de probabilidad. Así pues, se puede tomar la cadena de flujos de efectivo esperados y se calcula el valor presente.

Valor Presente Neto Esperado

Dada una cadena de flujos de efectivo (inciertos), $(X_0, X_1, X_2, \dots, X_n)$ y una tasa de interés efectiva r para el período, el Valor Presente Neto Esperado, $E(VPN)$, de este flujo está dado por:

$$E(VPN) = C_0E(X_0) + C_1E(X_1) + C_2E(X_2) + \dots + C_nE(X_n) = \sum_{i=0}^n C_iE(X_i), \quad (2.8)$$

donde $E(X_i)$ es la esperanza de la variable aleatoria X_i y C_i está definida por (2.5).

La expresión (2.8) es la consecuencia de considerar los flujos de efectivo independientes, así como de suponer que la esperanza de un flujo de efectivo se puede traer a valor presente, lo cual indica que el tomar la esperanza (con las probabilidades físicas) hace a la inversión libre de riesgo. Con estas hipótesis, es posible separar la esperanza de la suma en la suma de las esperanzas y sacar el factor de descuento C_i . A pesar de que el método del Valor Presente Neto Esperado es una de las herramientas importantes en la valuación de proyectos de inversión, suponer que el valor de la inversión (con flujos aleatorios) es el Valor Presente Neto de la cadena de flujos de las esperanzas (tomadas bajo las probabilidades físicas) es en realidad un error.²⁶

2.5.6 Inconvenientes de los Modelos Clásicos de Valuación de Proyectos de Inversión

Cuando se utilizan los modelos clásicos para valuar un proyecto de inversión se encuentran los siguientes inconvenientes o dificultades: [34]

- ▶ La determinación de la tasa óptima de descuento. Esto es, de la rentabilidad mínima exigida o costo de oportunidad del capital.²⁷
- ▶ No son válidos para comparar inversiones con distintas duraciones y/o distintos capitales invertidos (esto último sólo para el VPN).

²⁶ Este asunto se explicará en el cuarto capítulo.

²⁷ El costo de oportunidad del capital, es el rendimiento de los activos a que se renuncia en otro lugar al comprometer los activos para el presente proyecto. Se expresa como porcentaje del valor del capital, esto es, como una tasa de interés. Generalmente, se refiere a la productividad marginal del capital, o sea, el rendimiento que, en otro caso, hubiera producido el proyecto menos aceptable. Se utiliza a menudo como nivel de rechazo al presupuestar la utilización del capital.

- ▶ Hipótesis poco realistas en cuanto a la reinversión de los flujos de efectivo intermedios liberados por los proyectos de inversión.
- ▶ En determinados casos la TIR es inconsistente (en los llamados proyectos mixtos).
- ▶ La determinación de la vida del proyecto u horizonte temporal.
- ▶ Estructura de los flujos de efectivo durante la vida del proyecto.

Pero, además de estos inconvenientes, también existen otros. Los modelos clásicos resultan ineficaces en aquellos proyectos que presentan factores estratégicos imposibles de incluir en la rigidez que ocasiona una estructura de flujos de efectivo periódicos a lo largo de un horizonte de planeación también fijo.

También, otro inconveniente es que los flujos de efectivo descontados asumen implícitamente que las empresas mantienen los activos reales pasivamente. Esto ignora las opciones encontradas en activos reales, opciones que los directivos experimentados pueden tomar para sacar partido de ellas. Podría decirse de los flujos de efectivo descontados que no reflejan el *valor de la gestión*, pues este método de valuación fue desarrollado originariamente para bonos y acciones y, estos inversionistas, salvo raras excepciones, no pueden hacer nada para mejorar la tasa de interés o los dividendos que reciben. Sin embargo, los inversionistas con opciones no tienen por qué ser pasivos, tienen derecho a tomar decisiones que pueden ejercerse para aumentar los beneficios o mitigar las pérdidas. Este derecho tiene un valor, pero las fórmulas necesarias son un tanto diferentes a los flujos de efectivo descontados. Si se considera a la empresa como un inversionista en activos reales, la dirección puede añadir valor a sus activos dando respuesta a las circunstancias cambiantes, esto es, tiene la oportunidad de actuar porque muchas oportunidades de inversión tienen **Opciones Reales** o **Administrativas** en sí mismas que pueden ejercerse por parte de la empresa, si las condiciones son favorables, o no ejercerse, si dichas condiciones no son las adecuadas.

Asimismo, el análisis del VPN tiende a subestimar el valor de un proyecto porque no considera de manera adecuada los beneficios de la flexibilidad operativa y otros factores estratégicos tales como el seguimiento de las inversiones. Los criterios clásicos, como el VPN o la TIR, que se basan en los flujos de efectivo descontados, pierden este valor extra porque son *intangibles* que no pueden valorar. Finalmente, mientras que un enfoque basado en el descuento de los flujos de efectivo es apropiado en el momento del inicio, en muchos casos se necesita que las opciones administrativas lo modifiquen.

Estos inconvenientes dan paso para hablar en el siguiente capítulo sobre las **Opciones Reales**.

Capítulo 3

Opciones Reales

En los anteriores capítulos se presentaron los fundamentos en lo que concierne al riesgo, a los productos derivados y a los proyectos de inversión. La conjunción de estos tres temas lleva al presente capítulo a explicar el concepto de opciones reales.

El análisis de las opciones reales fue uno de los asuntos que despertó mayor curiosidad intelectual y probablemente el principal objeto de investigación en el campo de las finanzas durante la década de 1990. De esta manera, la teoría de las opciones reales es prometedora y con un desarrollo todavía incipiente en algunas áreas. Sin embargo, su aceptación y adaptación han mostrado dificultades por la falta de técnicas de valuación de opciones que reflejen las características particulares de los proyectos de inversión de la vida real, y en su caso también por la complejidad de estas técnicas.

La intención de este capítulo, como ya se dijo, es dar una introducción (cualitativa) al enfoque de las opciones reales para entender su importancia actual en el análisis de las inversiones, y en el caso particular de este trabajo, para mostrar, más adelante, su relevancia en los proyectos de inversión pública. La proposición más importante sobre la que descansa el enfoque de las opciones reales es el Valor Presente Neto Extendido (*Extended Net Present Value*, ENPV), y representa una nueva forma de pensar que se debe adoptar para tener éxito en los distintos planes de inversión.

Cabe mencionar que para el desarrollo de este capítulo se consultaron las siguientes fuentes: Amram/Kulatilaka [2], Copeland/Antikarov [18], Dixit/Pindyck [25], García [34], Mascareñas/Lamothe/López/de Luna [47], Rosen [56], Schwartz/Trigeorgis [58], Trigeorgis [61] y Vollert [63].

3.1 Ideas Básicas

En esta sección se da un panorama de las ideas básicas sobre las que descansa el llamado enfoque o método de las opciones reales. Dicho enfoque considera la importancia que tiene el reconocer la flexibilidad en los proyectos de inversión y muestra cómo es que los métodos clásicos de valuación han descuidado los beneficios de la flexibilidad en la presencia de incertidumbre e irreversibilidad. De este modo, la flexibilidad en la toma de decisiones de inversión puede reducir las pérdidas po-

tenciales y simultáneamente incrementar las ganancias potenciales.

3.1.1 ¿Por qué la Flexibilidad Agrega Valor?

Considerando Flexibilidad, Incertidumbre e Irreversibilidad

Sólo hay dos situaciones en las que la flexibilidad administrativa o flexibilidad directiva (*managerial flexibility*) no afecta las decisiones de inversión de las empresas. La primera es cuando los directivos cuentan con información perfecta. Si toda la información relevante es conocida con certeza, el proceso de decisión se reduce a elegir la mejor de todas las alternativas disponibles. No hay necesidad de una administración activa para mejorar el desempeño de la inversión. Como una consecuencia, el camino óptimo de todas las futuras decisiones se encuentra predeterminado. En efecto, este no es el caso en el ambiente de negocios actual.

La segunda situación se presenta si todas las decisiones son completamente reversibles. Una decisión que puede cambiarse en cualquier momento sin pérdida alguna, es similar a la ausencia de riesgo.

Como en ambos casos la flexibilidad administrativa no tiene importancia, y como cualquier decisión puede tomarse sin riesgo alguno, entonces toda decisión de inversión se reduce simplemente a traer a valor presente los flujos de efectivo futuros con la tasa libre de riesgo.

Así pues, el significado de la flexibilidad en las decisiones de inversión se encuentra predefinida siempre y cuando la decisión deba efectuarse bajo incertidumbre e irreversibilidad. La incertidumbre se presenta cuando los directivos no cuentan con información perfecta, tanto de la situación actual, así como de las consecuencias de cada alternativa.

La incertidumbre es frecuentemente diferenciada en situaciones donde los directivos cuentan con una distribución de probabilidad y en situaciones donde no es posible conocer una distribución de probabilidad. Este último caso es difícil de atacar desde el punto de vista científico, ya que es imposible construir modelos de decisión cuando no se puede valorar, al menos cualitativamente la incertidumbre. Por consiguiente, este caso no es discutido aquí y como ya se mencionó, los términos riesgo e incertidumbre se utilizarán de manera indistinta.

El segundo determinante importante en las decisiones de inversión es la irreversibilidad. Las inversiones irreversibles requieren un buen análisis porque, una vez adjudicados los activos, ya no se puede modificar la inversión sin perder gran parte de su valor. Normalmente las inversiones irreversibles se suelen manejar aplazando un proyecto hasta que se consigue resolver una parte importante de la incertidumbre o bien descomponiendo la inversión en varias etapas. Por ejemplo, la irreversibilidad en la construcción de plantas de energía nuclear se debe a los costos de construcción y a la responsabilidad de hacerse cargo y tratar adecuadamente los vertidos.

El Efecto de la Flexibilidad Administrativa

Para contrarrestar los riesgos y limitar sus pérdidas, los decisores deben explotar la flexibilidad administrativa inherente a cada proyecto de inversión. Por consiguiente, la flexibilidad administrativa puede definirse como la habilidad con la que un sistema económico reacciona ante cambios inesperados en el interior y exterior para alcanzar o reformular una meta específica. En otras palabras, la flexibilidad mide la capacidad de adoptar nuevas estrategias en respuesta a información reciente.

De esta forma, es crucial considerar la flexibilidad administrativa para conocer el verdadero valor de un proyecto de inversión.

La flexibilidad administrativa puede tomar formas distintas en cada una de las partes de la empresa. Es importante distinguir entre la flexibilidad operativa, estratégica y financiera. La flexibilidad operativa se refiere a las posibilidades de actuar que proporciona un proyecto por sí mismo, por ejemplo, la posibilidad de elegir cierta tecnología o la posibilidad de detener temporalmente la producción. La flexibilidad estratégica se refiere a la capacidad de reconfigurar la estructura de la empresa, por ejemplo, al adquirir otras empresas o la posibilidad de introducir un nuevo producto al haber completado satisfactoriamente un proyecto *Research and Development* (R&D). Finalmente, la flexibilidad financiera hace referencia a la capacidad de administrar la estructura de capital de la empresa para maximizar su valor.

Además, la flexibilidad puede tomar un carácter ofensivo o defensivo. Un ejemplo, es la habilidad de cambiar de materia prima, lo cual protege a la empresa de posibles pérdidas a causa del alza del precio de una de las materias primas. Por otra parte, la posibilidad de incursionar en nuevos mercados si la demanda excede las expectativas, es por naturaleza ofensivo.

Así pues, la flexibilidad defensiva puede limitar las pérdidas, mientras que la flexibilidad ofensiva ayuda a explotar completamente el potencial de un proyecto de inversión bajo incertidumbre e irreversibilidad. Cada uno de estos efectos añade un carácter asimétrico al riesgo y seguidamente a su valor, tal y como lo muestra la Figura 3.1. [63]

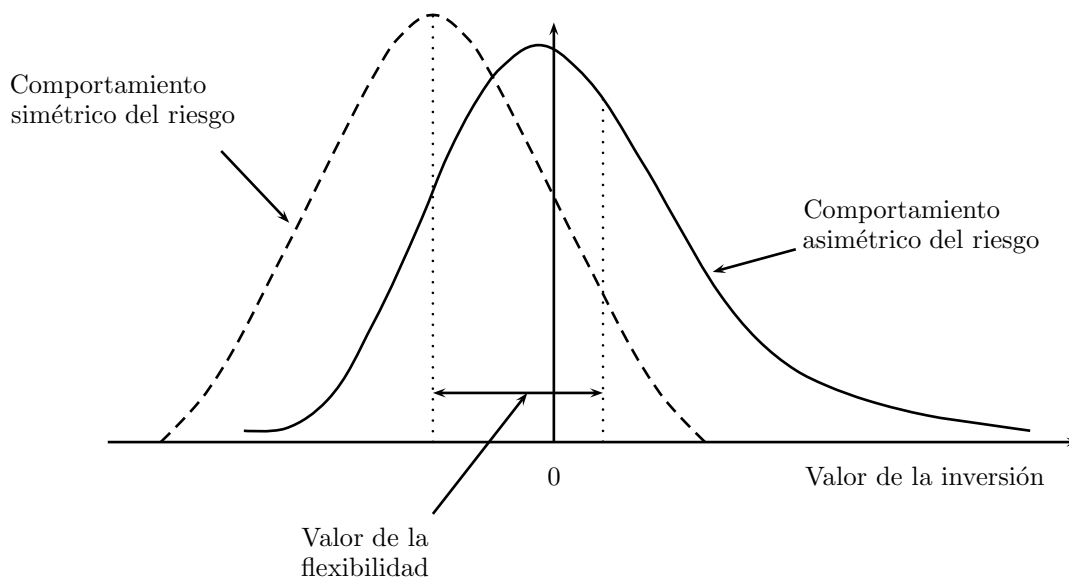


Figura 3.1: Comportamiento asimétrico del riesgo causado por la flexibilidad administrativa.

El proyecto estático, valuado como si la flexibilidad no estuviera presente, conduce a un com-

portamiento simétrico del riesgo y seguidamente a un valor esperado, que en este caso es negativo. Al considerar la flexibilidad defensiva, por ejemplo, la flexibilidad de abandonar el proyecto, la empresa se protege contra grandes pérdidas, lo cual consigue trincar el comportamiento negativo del riesgo. Por otra parte, la flexibilidad ofensiva permite a la empresa tomar ventaja de la incertidumbre así como de la irreversibilidad, lo cual lleva a un incremento en los posibles valores de la empresa. Ambos tipos de flexibilidad incrementan el sesgo hacia la derecha del comportamiento del riesgo.

La importancia de considerar la flexibilidad se vuelve obvia. En un entorno económico caracterizado por la incertidumbre y la irreversibilidad, el construir oportunidades de flexibilidad es la tarea más importante de la administración en la búsqueda de mejorar el desempeño de la empresa así como su tiempo de vida. Sin embargo, para cada situación, la administración debe decidir si el beneficio de la flexibilidad excede el costo de adquirirla. De esta forma, la flexibilidad es parte importante de los proyectos de inversión reales y no puede ser descuidada por la administración ya que puede agregar un valor significativo a la empresa.

3.1.2 Los Directivos en el Uso de los Modelos Clásicos de Valuación de Proyectos de Inversión

El crecimiento empresarial requiere la toma de decisiones de inversión cargadas de incertidumbre. Intuitivamente, los directivos saben que deben afrontar y gestionar activamente sus inversiones cambiando los planes a medida que vayan cambiando las condiciones del mercado. Los directivos también saben que los modelos clásicos de valuación no sirven en este tipo de situaciones. Por ejemplo:

- ▶ **Para las inversiones estratégicas**, los modelos clásicos no permiten que los directivos se hagan las preguntas adecuadas. ¿Qué opciones tienen los directivos para conseguir que el proyecto tenga éxito? ¿Qué tiene que ocurrir para que tenga sentido seguir adelante con una inversión?
- ▶ **Para la valuación de transacciones**, como por ejemplo la determinación del precio de las adquisiciones y de la venta o licencia de activos, los modelos clásicos de valuación se basan en *inputs*¹ subjetivos, por lo tanto los resultados no son consistentes con las valuaciones de los mercados financieros.
- ▶ **Para una visión estratégica**, los modelos clásicos no proporcionan el marco de trabajo integrado que permite conectar el análisis del proyecto con el valor de mercado de la empresa. ¿Cuándo y por qué una estrategia está aumentando el valor de una empresa?

De hecho, generalmente los proyectos estratégicamente importantes no superan los exámenes financieros internos. Los analistas, tratando de justificar su “instinto”, tienden a manipular el proceso de evaluación, incrementando las previsiones del flujo de efectivo a niveles totalmente improbables. Los altos directivos toman sus decisiones teñidas por su optimismo y condicionadas por el nivel de aversión al riesgo.

En los niveles más altos de la organización, existe una fragmentación que impide que los directivos puedan identificar oportunidades de inversión que aumenten el valor. Los modelos clásicos no relacionan los criterios internos de inversión estratégica con las oportunidades de realizar transacciones con productos y de operar en los mercados financieros. De esta manera, los directivos

¹ Datos, parámetros, información, entradas, materia prima, etc.

pasan por alto oportunidades estratégicas importantes porque consideran la táctica, la estrategia y la valuación por separado.

3.1.3 La Teoría de Valuación de Opciones en la Valuación de Proyectos de Inversión

Las aplicaciones de la Teoría de Valuación de Opciones (*Option Pricing Theory*, OPT) a las finanzas corporativas tienen su origen en el artículo de Fischer Black y Myron Scholes [8], donde además ya apuntaban la importante observación de que los pasivos de la empresa podían considerarse como opciones sobre el valor de los activos de la misma. Investigaciones posteriores de J. C. Cox, S. A. Ross y M. Rubinstein [21], y de R. Rendleman y B. Barter [54], aportaron un enfoque más intuitivo y más comprensible que el de Black-Scholes.

La OPT ayuda a valorar las oportunidades estratégicas de los proyectos: el análisis cuantitativo de las opciones, junto con el análisis cualitativo y estratégico de la política de empresa, permiten tomar decisiones más correctas y racionales sobre el futuro de la empresa. Es decir, esta teoría ha permitido poder disponer de modelos de valuación más completos para valorar las numerosas alternativas de inversión empresariales, como la opción de abandonar, vender o seguir, la opción de ampliar o crecer, la opción de diferir el comienzo de un proyecto, etc.,² y para valorar las distintas fuentes que componen la estructura financiera de una empresa: acciones, diferentes tipos de deuda, obligaciones convertibles, *warrants*, derechos preferentes de suscripción, garantías, etc. Se destaca también la importante aportación de la OPT a la estrategia de la empresa.

Se ha venido mencionando que los modelos clásicos de valuación de proyectos de inversión, como el VPN o la TIR, tienden a subestimar el valor de una inversión porque la rigidez y limitaciones de los flujos de efectivo descontados impiden incorporar en la valuación otros aspectos estratégicos fundamentales, como la flexibilidad administrativa y otros elementos intangibles. Es decir, en estos modelos se ha supuesto, de forma implícita, que son rígidos. Por ejemplo, se da por hecho que la escala del proyecto es fija. En otras palabras, que una vez iniciado el proyecto de inversión no se pueden modificar sus características básicas. Pero, en realidad, lo normal será que, dependiendo de lo que realmente ocurra en el futuro, haya que modificar el proyecto: la capacidad de la planta, el precio de venta del producto, las cantidades producidas, el tipo de proceso productivo, la maquinaria e instalaciones, etc. A este tipo de oportunidades se les denomina **opciones administrativas**.

Muchas de las tareas que realizan los directivos o administradores financieros de las empresas tienen que ver con las opciones: proyectos de inversión que incluyen una opción de compra de equipos adicionales en el futuro (inversión u oportunidad de expansión o de crecimiento), la compra de un terreno contiguo para futuras ampliaciones de la fábrica o la inversión en una patente que le permita desarrollar una nueva tecnología son algunos de los muchos ejemplos que podrían citarse. **Opciones Reales** como éstas permiten a los directivos añadir valor a la empresa, aumentando las ganancias o mitigando las pérdidas. Los directivos, a menudo, no utilizan el término opción para describir estas oportunidades, sino que se refieren a ellas como intangibles más que como opciones de compra o de venta, pero cuando revisan propuestas de inversiones importantes, estas opciones “intangibles” son a menudo la clave de sus decisiones.

Las decisiones de inversión no son “cajas negras” en las que se actualizan los flujos previstos de efectivo sin mirar en el interior. Las empresas con éxito se preguntan no sólo qué podría estar mal en las previsiones, sino qué oportunidades hay para responder a las sorpresas. Es decir, reconocen el

² Más adelante se explicará el significado de estas opciones.

valor de la flexibilidad. Pero tal flexibilidad rara vez viene gratuitamente. Aunque sólo sea porque el futuro es incierto y la demanda variable tiene valor pagar por la flexibilidad. Idealmente, un proyecto proporcionará a la empresa una opción de expandirse si las cosas van bien y abandonar la producción si las cosas van mal. Pero, además, la empresa podría estar dispuesta a pagar por posponer el proyecto.

En muchos casos, el análisis de los proyectos de inversión es una tarea bastante difícil con los modelos clásicos de valuación de proyectos. Por ejemplo, el análisis del VPN es en cierto modo estático; puesto que las empresas toman decisiones en un medio dinámico, tienen opciones que deberían considerar al evaluar un proyecto. Asimismo, estos modelos infravaloran los proyectos de inversión, ya que no consideran el valor estratégico de los mismos. Efectivamente, la oportunidad de invertir dependerá probablemente de más variables que del VPN o la TIR del proyecto. Así pues, la no consideración de las opciones que contienen un proyecto puede conducir a infravalorarlo y, en general, a desechar proyectos que se deberían realizar. Por el contrario, si los proyectos que se consideran contienen opciones que puedan ser ejercidas por terceros (la flexibilidad futura juega en contra nuestra), la no consideración de las opciones que contienen estos proyectos llevará a hacer inversiones que se deberían rechazar.

La OPT permite flexibilizar la modelización de los proyectos, en el sentido de que posibilita la introducción de cambios futuros en las decisiones de inversión para su aprovechamiento concreto o, lo que es lo mismo, la flexibilidad para modificar decisiones anteriores cuando las condiciones cambian. Estas oportunidades adicionales se pueden diseñar como opciones y, por consiguiente, ser valuadas utilizando los modelos de valuación que aporta la OPT. No obstante, es más difícil valorar opciones reales o administrativas que opciones financieras. Las fórmulas de opciones, a veces no funcionan y, más bien, se debe recurrir a árboles de decisión, simulación o a un enfoque *ad hoc*.

Finalmente, se puede concluir que los modelos clásicos de valuación no son capaces de tratar correctamente la flexibilidad administrativa en un contexto teórico, ya sea por el hecho de no incorporarla o bien, por no conducir fácilmente a la toma de decisiones. Por lo tanto, se justifica la necesidad de desarrollar un método que incorpore estas características de forma cuantitativa.

3.2 ¿Qué son las Opciones Reales?

En su analogía más pura con las opciones financieras, las opciones reales se pueden definir de la siguiente forma:

Una opción real es el derecho, pero no la obligación, de tomar una acción (por ejemplo, diferir, expandir, contratar, o abandonar) a un precio determinado llamado precio de ejercicio, durante un período de tiempo también determinado (vida de la opción).

Estrictamente, el método de las opciones reales es la extensión de la teoría de las opciones financieras a las opciones sobre activos reales (no financieros). Mientras que las opciones financieras se detallan en el contrato, las opciones reales objeto de inversiones estratégicas deben ser identificadas y especificadas. El paso de las opciones financieras a las opciones reales requiere una filosofía determinada, una forma de ver las cosas que introduzca la disciplina de los mercados financieros en las decisiones internas de la inversión estratégica. Es decir, las opciones reales constituyen una filosofía importante en relación a la valuación y a la toma de decisiones estratégicas.

El método de las opciones reales funciona porque ayuda a los directivos a estudiar las oportunidades que se les presentan para planear y gestionar inversiones estratégicas. Stewart C. Myers, de la *Sloan School of Management* del MIT, ideó el término **opciones reales** para llenar el vacío existente entre la planeación estratégica y las finanzas. [50]

La valuación de proyectos de inversión a través de la metodología de las opciones reales se basa en que la decisión de invertir puede ser alterada fuertemente por el grado de irreversibilidad, la incertidumbre asociada y al margen de maniobra de los directivos. Esto es, la valuación de las opciones reales es más importante cuando:

- a) Existe una gran incertidumbre donde el equipo directivo puede responder flexiblemente a la nueva información. Si la incertidumbre fuera pequeña o no existiera (una inversión en bonos sin riesgo, por ejemplo) las opciones reales carecerían de valor puesto que serían inútiles.
- b) El valor del proyecto está próximo a su umbral de rentabilidad (si el VPN es muy grande casi con toda seguridad el proyecto se realizará sea cual sea su flexibilidad; por otro lado, si el VPN es muy negativo el proyecto será desechado sin hacer caso del valor de la flexibilidad³). Si un proyecto con un VPN próximo a cero pero cuyo valor puede oscilar 300 millones de dólares hacia arriba o hacia abajo; en este caso una “opción de diferir” el proyecto tendrá un gran valor porque permitirá esperar a ver por dónde se decanta el VPN en el futuro.

Asimismo, las opciones reales son especialmente importantes en las empresas que reúnen las siguientes características:

- ▶ Directivos inteligentes (principalmente, el Director General o Director Ejecutivo (*Chief Executive Officer*, CEO), el Director de Finanzas (*Chief Financial Officer*, CFO), el Director de Operaciones (*Chief Operating Officer*, COO)) y el Director de Riesgo (*Chief Risk Officer*, CRO), en cuanto a su reputación, capacidad de acceso al capital, comprensión de la opcionalidad, etc. Estos directivos saben identificar y crear opciones reales valiosas en contraste con directivos con un enfoque tradicional sólo preocupados de mantener el “status quo” o maximizar los beneficios contables a corto plazo.
- ▶ Empresas líderes en su mercado, con gran capacidad de aprovechar economías de escala, economías de alcance, etc.
- ▶ Mercados con un alto nivel de incertidumbre como son los englobados en la “Nueva Economía”, como empresas tecnológicas, biotecnología, etc.

En resumen, el método de las opciones reales proporciona a los directivos un instrumento para la toma de decisiones y para la valuación que refleja la gestión de un buen proyecto, garantizando que estas decisiones conducen a la máxima valuación del mercado de la estrategia empresarial. El método de las opciones reales es una filosofía o una manera de ver las cosas y forma parte de una oleada de cambios en los mercados financieros y de productos, cambios que exigen que los ejecutivos creen valor mediante la gestión de inversiones estratégicas en un mundo con incertidumbre.

3.2.1 Las Opciones Reales como una Filosofía

Cada vez son más los autores que destacan que las opciones reales son algo más que un instrumento de valuación de derechos contingentes sobre activos reales para acabar destacando que son una

³ Esta situación se analiza más adelante.

forma de pensar que une el campo de la estrategia y de las finanzas corporativas. Los componentes de esta filosofía son:

- a) **Las opciones son decisiones contingentes.** La opción real permite actuar en una u otra dirección dependiendo de cómo varíen las circunstancias que rodean el activo subyacente. Esto es, en la fecha de ejercicio de la opción, si todo ha transcurrido bien, se tomará una decisión, pero si ha transcurrido mal, se tomará otra. Esto significa que el retorno de la opción no es lineal (cambia en función de la decisión). En cambio, las decisiones estáticas (no contingentes) tienen retornos lineales porque independientemente de lo que ocurra, la decisión siempre es la misma.
- b) **La valuación de las opciones reales se alinea con la del mercado financiero.** Los conceptos y los datos del mercado financiero son utilizados para obtener el valor de activos reales que generan complejos flujos de efectivo. Cuando esto no es posible el valor de las opciones estratégicas es obtenido a través de otras metodologías de valuación.
- c) **La filosofía de las opciones reales se puede utilizar para diseñar y gestionar activamente las inversiones estratégicas.** El proceso se descompone en las siguientes fases: la identificación y la valuación de las opciones reales en los proyectos de inversión de tipo estratégico; el rediseño del proyecto para aumentar el valor de las opciones; y la gestión del proyecto a través de las opciones reales creadas.

En muchas ocasiones, el Análisis de las Opciones Reales (*Real Options Analysis*, ROA) es más útil para idear proyectos que para valuarlos. Una de las razones de esto puede descansar en que, si bien es cierto que en algunos sectores es relativamente fácil valuar las opciones reales (petróleo, energía, minería, inmuebles, etc.), en otros es mucho más complicado (biotecnología, farmacéutico, software, microprocesadores, etc.). Esto es así porque en estos sectores, a veces, las decisiones de inversión no implican contratos o no tienen un activo subyacente, lo que puede implicar la ausencia de una fecha de vencimiento de la opción.⁴

En todo caso, una de las lecciones del ROA descansa en que existe un valor potencial en descomponer los grandes proyectos en sus subproyectos básicos cuando existen ambientes de gran incertidumbre. Así, por ejemplo, en telecomunicaciones y en exploración de gas es relativamente fácil crear opciones que descompongan la inversión inicial en varias fases. Lo mismo se puede decir en un proyecto R&D o en capital-riesgo.

Otra lección importante es que el ROA se centra en el riesgo total del proyecto de inversión, que es el que afecta y preocupa a los directivos. Porque no se debe olvidar que aunque dicho riesgo es diversificable en parte,⁵ lo es por los inversionistas (accionistas y acreedores) pero no por los directivos, a quienes les es muy difícil diversificar su riesgo total.

El ROA puede llevar a recomendar decisiones diferentes a las aconsejadas por el conocimiento económico clásico. Así, por ejemplo, los conocimientos tradicionales enseñan que la producción debe detenerse si el ingreso unitario marginal desciende por debajo del costo variable unitario marginal. Sin embargo, el análisis de opciones reales muestra que podría ser óptimo producir en esas condiciones sí, por ejemplo, hay un costo implicado en el cierre de las operaciones y otro costo en

⁴ Es cierto que hay algunos atajos que permiten extraer un valor aproximado como, por ejemplo, estimar los resultados del proyecto para una serie de escenarios determinados a lo largo de cierto tiempo, para luego manipularlos con el fin de fabricar unas opciones financieras; o utilizar los flujos de efectivo del proyecto como aconseja Robert C. Merton. [47]

⁵ Precisamente a la parte del riesgo total que puede ser eliminada totalmente mediante una diversificación eficiente se le denomina "riesgo específico".

la reapertura de las mismas. De la misma manera, puede no ser económicamente interesante iniciar la producción cuando el ingreso marginal comienza a superar al costo marginal.

O, por ejemplo desde el punto de vista del análisis de proyectos, podría no ser óptimo invertir en un aumento de la capacidad productiva cuando la demanda es alta y el negocio es muy rentable. Lo mismo que podría no ser aconsejable reducir la capacidad de producción cuando la demanda desciende.

Desde el punto de vista estratégico, podría ser recomendable comenzar a investigar en un mercado que no es rentable y que, con bastante probabilidad, va a seguir siéndolo, si el mercado es altamente aleatorio; porque, aunque en promedio, no va a ser rentable, podría darse el caso de que acabara siéndolo. Por el mismo motivo, podría ser óptimo no comenzar a investigar en un mercado en el que sería rentable invertir ahora y que se prevé que va a mantenerse así (desde un punto de vista aleatorio).

Entre los tipos de decisiones que pueden ser alteradas por la metodología de las opciones reales se pueden destacar: [47]

- a) La secuencia de etapas por las que se puede ampliar o contraer la capacidad operativa de un negocio.
- b) Si es preferible adquirir un producto en lugar de fabricarlo para reducir los costos.
- c) Desde el punto de vista de la planificación de los recursos humanos, cómo equilibrar el personal contratado a tiempo completo en relación a las horas extras y al personal a tiempo parcial.
- d) Cómo comparar alquileres u otras operaciones que imponen diversos tipos de restricciones.
- e) Cuándo detener las operaciones de un activo determinado y cuándo volver a reactivarlas.
- f) Cuándo y cómo renunciar a la propiedad de un activo o de su gestión.
- g) La máxima inversión a realizar en un proyecto de investigación.
- h) El precio adecuado para adquirir o vender patentes tecnológicas u otros tipos de licencias.
- i) El precio correcto para adquirir o vender una marca.
- j) Desde el punto de vista de los gobiernos, cómo diseñar políticas e incentivos que no causen comportamientos económicamente inadecuados de los negocios.
- k) Cómo calcular el costo de la información necesaria para operar en un mercado desconocido.

3.2.2 Opciones Reales y Visión Estratégica

Al integrar la incertidumbre y el transcurso del tiempo en la valuación y en el proceso de toma de decisiones, el método de las opciones reales crea una forma de aprender a partir de los resultados pasados porque distingue entre las contribuciones fortuitas y las contribuciones previstas, la contribución de inversiones realizadas conscientemente para aprovecharse de determinados acontecimientos ya conocidos. El método de las opciones reales expande el conjunto de alternativas estratégicas que consideran los directivos, por lo que los directivos también identifican y valúan oportunidades para realizar contratos en los mercados financieros y de productos.

Además el método de las opciones reales crea dos vínculos entre el análisis de las inversiones estratégicas a nivel de proyectos y la visión estratégica empresarial. Desde la perspectiva de lo más

general a lo más específico, el enfoque de las opciones reales permite dar respuesta a estas preguntas: ¿cuáles de las oportunidades que crean valor son únicas para esta empresa?, ¿qué cantidad y qué tipo de riesgo se asume para crear este valor?, ¿qué riesgo se puede desestimar?

Desde una perspectiva de lo más específico a lo más general, el enfoque de las opciones reales proporciona el marco de trabajo en el que se pueden agregar el valor y riesgo del proyecto de inversión y la estructura para gestionar la próxima exposición al riesgo de la compañía. La agregación de lo más específico a lo más general también resalta la manifestación de cómo la incertidumbre afecta el valor a nivel de proyecto, una información muy útil para los directivos que estén creando la visión.

El método de las opciones reales puede respaldar el proceso de creación de estrategias en dos sentidos: la forma de ver las cosas desde el punto de vista de las opciones reales amplía la visión y las alternativas consideradas en la creación de una estrategia, y el conjunto de instrumentos de las opciones reales traduce la visión estratégica en un plan de inversión táctico.

Tanto por los instrumentos que utiliza como por su forma de ver las cosas, el enfoque de las opciones reales introduce disciplina en el proceso de creación de una estrategia porque: [2]

- **Amplía el menú de recursos y de las alternativas estratégicas evaluadas.** Las opciones y los valores se pueden obtener internamente o bien mediante contratos e intercambios realizados en los mercados financieros y de productos.
- **Amplía el rango de mercados evaluados.** Los mercados están relacionados, y el conjunto de instrumentos de las opciones reales resalta estas relaciones.
- **Aclara el riesgo de las alternativas estratégicas.** La estrategia empresarial debe estar en consonancia con la tolerancia empresarial del riesgo. El conjunto de instrumentos de las opciones reales puede ayudar a elaborar un marco para esta discusión.
- **Proporciona comparaciones de proyectos internos, contratos y transacciones del mercado, del tipo “manzanas con manzanas”.** Utilizando el método de las opciones reales, todas las valuaciones se corresponden con las de los mercados financieros. Esto permite que se puedan comparar las distintas oportunidades de inversión, qué se gana y qué se pierde con cada una de ellas.
- **Aclara el valor y el riesgo de los contratos.** Las licencias, las *joint ventures*⁶ y las alianzas estratégicas permiten a las empresas compartir recursos especializados y constituyen palancas estratégicas clave en los mercados modernos. Estos acuerdos también pueden provocar una pérdida de valor enorme si no se estructuran correctamente. El método de las opciones reales refuerza los acuerdos vinculando las especificaciones y condiciones a la configuración de activos reales necesarios para conseguir una implementación con éxito.
- **Se concentra en las cuestiones adecuadas.** Ésta podría ser la mayor ventaja del método de las opciones reales; proporciona a los directivos una forma de ver cómo crear valor a partir de la incertidumbre y cómo identificar los riesgos y los posibles peligros que acompañan a las complejas oportunidades empresariales contingentes que están surgiendo en los mercados, cada vez más cambiantes.

⁶ *Joint venture* tiene las siguientes definiciones: sociedad de capital riesgo, empresa de alto riesgo compartido, agrupación temporal, empresa en común o mancomunada; riesgo comercial compartido, riesgo colectivo, sociedad/cuentas/negocios en participación.

- **Reconoce el papel de la “suerte”.** El método de las opciones reales cuenta con los instrumentos necesarios para posicionar los activos a través del rango de resultados posibles y para separar el papel que juega la suerte del que juegan las decisiones directivas.

En resumen, el método de las opciones reales propone una forma de pensar o de ver las cosas que se puede utilizar para ampliar el conjunto de alternativas consideradas en el inicio del proceso de la estrategia, y además proporciona una serie de instrumentos que permiten realizar la representación de los conceptos de la misma mediante planes estratégicos.

3.2.3 Hacia un Nuevo Método de Valuación (Valor Presente Neto Extendido)

Como se ha mencionado, el método de las opciones reales valúa la flexibilidad administrativa mediante la interpretación de ésta como opciones sobre valores reales, las cuales pueden ser valuadas con métodos muy similares a los utilizados para valorar opciones financieras.

La idea de las opciones reales descansa sobre tres pilares básicos:

1. El ver la flexibilidad administrativa como opciones, la función de valor, en comparación a la del VPN (estático) debe contar con un sumando extra, una prima representando el valor de la flexibilidad.
2. La analogía entre las opciones reales y las financieras y sus respectivas limitaciones deben ser establecidas.
3. Las hipótesis que deben cumplirse para poder valorar las opciones reales como opciones financieras deben especificarse.

Valor Presente Neto Extendido

Las principales limitaciones del VPN surgen debido a que éste es un método desarrollado inicialmente para la valuación de los bonos sin riesgo, y cuya utilización se extendió también a la valuación de los proyectos de inversión reales (se hace una analogía entre los cupones del bono y los flujos de efectivo del proyecto).⁷ Sin embargo, la analogía apropiada dependerá del tipo de proyecto analizado; así, en el caso de los recursos naturales, en los proyectos R&D y en otros tipos de proyectos reales las opciones financieras resultan ser una mejor analogía que los bonos.

El VPN estático (pasivo) sólo es capaz de valorar proyectos de inversión con baja incertidumbre y sin flexibilidad administrativa. Así pues, el VPN de un proyecto puede verse como un valor base que debe ser extendido al añadir el valor de la flexibilidad para limitar las pérdidas así como para incrementar las ganancias potenciales. Como la flexibilidad administrativa da el derecho, pero no la obligación de ejercer, el comportamiento tipo opción se vuelve claro, la prima de una opción (*option premium*) necesita ser agregada al VPN estático, i.e. esta prima refleja el valor de la flexibilidad administrativa (ver Figura 3.1). Por lo tanto, el verdadero valor (o valor global) de un proyecto de

⁷ Para tener una idea de que tan adoptado ha estado el uso del método del VPN en las empresas, según un estudio indica que en 1959 en una muestra de más de 100 grandes empresas, sólo el 19% empleaban la técnica del VPN, pero para 1970, esta cifra se elevó al 57%. Otro estudio hecho en 1978, señala que de una muestra de 424 empresas el 86% usaban el VPN. Después de dos décadas, el método del VPN (y el de la TIR) es aún ampliamente aceptado. Indudablemente, esta adopción fue afectada por la introducción de las calculadoras y las computadoras personales. [18]

inversión en la actualidad se ve reflejado en el **Valor Presente Neto Extendido o Estratégico** (*Extended Net Present Value, ENPV*), que en inglés está definido como: [58]

$$\begin{aligned} \text{Expanded (strategic) NPV} = & \text{static (passive) NPV of expected cash flows} \\ & + \text{value of options from active management.} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Consecuentemente, la regla del VPN para valorar proyectos se mantiene.⁸ No obstante, es necesario agregar un componente dinámico que contenga el valor de las opciones reales de una administración activa. Esto es, para que un proyecto de inversión sea realizable el valor presente de los flujos de efectivo esperados deberá ser superior a su costo de adquisición e instalación, al menos, en una cantidad igual al valor de mantener viva la opción de inversión. Como el valor de las opciones siempre es no negativo, el VPN estático (pasivo) conduce a una infravaloración de los proyectos de inversión. Incluso puede ser útil tomar un proyecto aún cuando su VPN estático sea negativo, siempre y cuando el valor de las opciones reales sea lo suficientemente grande como para proporcionar un Valor Presente Neto Extendido positivo.

3.2.4 Opciones Financieras y Opciones Reales

Para resolver la pregunta esencial de cómo la flexibilidad puede ser valuada cuantitativamente, hay que recurrir a la analogía entre las inversiones reales y las financieras, que es el fundamento básico bajo el cual se sustenta el VPN estático. Si existen contratos financieros (o derechos contingentes), o combinaciones de ellos que tengan la misma estructura de riesgo que las opciones reales asociadas con la flexibilidad administrativa, entonces, los modelos empleados para valorar estos contratos también pueden ser utilizados para valorar la flexibilidad. Desde este punto de vista, es claro interpretar a la flexibilidad como opciones sobre activos reales y tratar de valorarlos utilizando la OPT.

Así pues, la analogía conceptual entre las opciones financieras y la flexibilidad administrativa descansa en la similitud entre el pago y la estructura del riesgo.

Una empresa enfrentando una decisión de inversión desde luego tiene la opción de invertir. No es necesario ejercer esta opción inmediatamente, pero puede ser que al esperar demasiado se llegue a un estado en el que las circunstancias no sean lo suficientemente buenas como para invertir, o en su caso, aun y cuando la opción otorgue beneficios, ésta venza sin ser ejercida. En términos de valuación de opciones, la empresa tiene la opción de adquirir el proyecto de inversión con un VPN (activo subyacente) hasta cierta fecha de vencimiento para pagar los costos de la inversión (precio de ejercicio) necesarios para realizar el proyecto. Considerando esta opción real conduce al mismo comportamiento asimétrico de la estructura de pago observada en las opciones financieras.

Como se ha indicado, las opciones reales son aquellas cuyo activo subyacente es un activo real como, por ejemplo, un inmueble, un proyecto de inversión, una empresa, una patente, etc. Así pues, al igual que en las opciones financieras, el valor de las opciones reales depende de seis variables:⁹

- a) **El precio del activo subyacente (S):** en la opción real indica el precio actual del activo real subyacente, es decir, el valor presente de los flujos de efectivo que se espera genere

⁸ Es claro que se puede argumentar que el VPN es un caso especial del Valor Presente Neto Extendido o dicho de otra forma las opciones reales son una prolongación del VPN.

⁹ Más adelante se analizarán estas seis variables desde la perspectiva de la valuación de opciones reales.

dicho activo. En el caso de la opción financiera lo normal es conocer con certeza el valor del activo financiero subyacente, mientras que en el caso de las opciones reales muchas veces el valor presente del activo real subyacente sólo se conoce de forma aproximada.

- b) **El precio de ejercicio (K):** en la opción real indica el precio a pagar por hacerse con el activo real subyacente, es decir, con sus flujos de efectivo (por ejemplo, en un proyecto de inversión, será el desembolso inicial). O el precio al que el propietario del activo real subyacente tiene derecho a venderlo, si la opción es de venta.
- c) **El tiempo hasta el vencimiento (T):** tiempo de que dispone su propietario para poder ejercer la opción. En el caso de las opciones reales, cuanto mayor sea el intervalo de tiempo que se tiene de margen para demorar la decisión final, mayor será la posibilidad de que los acontecimientos se desarrollen de forma favorable aumentando la rentabilidad del proyecto. Es claro que si dichos acontecimientos fueran contrarios a los intereses de los directivos, éstos renunciarían a realizar el proyecto evitando así una pérdida innecesaria.
- d) **El riesgo o volatilidad (σ):** desde el punto de vista de las opciones reales, la volatilidad indica cuán equivocadas pueden estar las estimaciones acerca del valor del activo real subyacente. Cuanto más incertidumbre exista acerca de su valor mayor será el beneficio que se obtendrá de la captación de información (de aprender, en una palabra) antes de decidir a realizar, o no, el proyecto de inversión.
- e) **Tasa de interés libre de riesgo (r):** refleja el valor temporal del dinero. Un aumento en la tasa de interés libre de riesgo produce un descenso del valor del activo subyacente (al penalizar el valor presente de los flujos de efectivo esperados) y, al mismo tiempo, reduce el valor presente del precio de ejercicio. Por lo general, pero no siempre, el efecto neto resultante induce a pensar que un aumento de la tasa de interés libre de riesgo provoca un aumento del valor de la opción de compra (y un descenso en el valor de la opción de venta).
- f) **Los dividendos (D):** dinero líquido generado por el activo subyacente durante el tiempo que el propietario de la opción la posee y no la ejerce. Si la opción es de compra, este dinero lo pierde el propietario de la opción (porque si se habla de una opción de compra de acciones, mientras ésta no se ejerza su propietario no será accionista y, por tanto, no tendrá derecho a los dividendos). En el caso de las opciones reales de compra, es el dinero que genera el activo real subyacente (o al que se renuncia) mientras que el propietario de aquella no la ejerza.

Estas seis variables de las opciones financieras y reales se pueden resumir como lo muestra el ejemplo del Cuadro 3.1.

No obstante, la analogía entre las opciones reales y financieras no es completa. Aunque las opciones reales pueden, como las opciones financieras, ser contratos específicos, más bien suelen ser oportunidades de tomar alguna acción en particular. Esto implica que los parámetros que determinan el valor de la opción no necesariamente se encuentran predeterminados. Por último, el término “opción sobre un activo real” debe ser definido adecuadamente. El valor de un activo está determinado por el valor presente de los flujos de efectivo futuros generados por dicho activo. Esto implica que una secuencia de flujos de efectivo futuros está asociado a cada activo.

Después de estas reflexiones, el término **opción real** puede definirse como sigue: las opciones reales representan las oportunidades de actuar, las cuales dan a su poseedor el derecho y la posibilidad de intercambiar el valor de los flujos de efectivo de un activo subyacente por el valor de los flujos de efectivo necesarios para ejercer la opción.

Cuadro 3.1: Variables en las Opciones Financieras y Opciones Reales

Variable	Opción de compra financiera	Opción de compra real
S	Precio del activo financiero	Valor presente de los activos operativos que se van a adquirir
K	Precio de ejercicio	Gastos requeridos para adquirir los activos del proyecto (inversión inicial)
T	Tiempo hasta el vencimiento	Tiempo que se puede demorar la decisión de inversión
σ^2	Varianza de los rendimientos del activo financiero	Riesgo de los activos del proyecto
r	Tasa de interés libre de riesgo	Valor del dinero en el tiempo
D	Dividendos del activo subyacente	Flujos de efectivo a los que se renuncia por no ejercer la opción
	Su valor no depende de la revalorización esperada del activo financiero (acción)	Su valor depende de la revalorización esperada de los flujos de efectivo

Esta definición muestra que en principio una empresa se compone de un portafolio de opciones reales, el cual debe ser administrado de manera óptima.

En la literatura, varios tipos de flexibilidades a las cuales se les puede aplicar la analogía de las opciones, han sido identificadas. Además de la opción de invertir, se encuentran las siguientes:¹⁰

- ▶ opción de diferir (*option to defer*)
- ▶ opción de aprendizaje (*learning option*)
- ▶ opción de ampliar (*scale up option*)
- ▶ opción de abandono (*option to abandon*)
- ▶ opción de alterar la escala de producción (*option to alter operating scale*)¹¹
- ▶ opción de intercambio (*switch up option or switch down option*)¹²
- ▶ *time-to-build option*¹³
- ▶ opción de reducir (*scale down option*)
- ▶ opción de crecimiento (*growth option*)
- ▶ opción de cierre temporal (*option to temporarily shut down*)

¹⁰ En la siguiente sección se dará una breve explicación de algunas de estas opciones reales.

¹¹ La opción de alterar la escala de operación puede tener variantes. Cubre los casos en los que la empresa tiene la oportunidad de incrementar o disminuir sus operaciones o incluso cerrar o reabrir sus instalaciones.

¹² La *switch up option* proporciona a su poseedor el derecho a intercambiar productos, procesos o plantas dada una alteración favorable en el precio subyacente o en la demanda de factores o productos. Por su parte, la *switch down option* permite adaptarse a una estructura de costos más liviana y a unos activos más flexibles para responder a un cambio adverso en la demanda.

¹³ La *time-to-build option* puede utilizarse para evaluar las ventajas de las inversiones a plazos. Como el pago de cada plazo da el derecho de empezar con el siguiente paso, el invertir a plazos puede ser interpretado como una opción de compra sobre opciones de compra. Esta opción real es empleada para el análisis de proyectos R&D (especialmente en compañías farmacéuticas), industrias intensivas en capital (como la construcción de plantas generadoras de energía o en construcciones a gran escala), en financiamiento en capital riesgo, etc.

- ▶ opción compuesta (*compound option*)
- ▶ opción arco iris compuesta (*compound rainbow option*)¹⁴

A partir de los ejemplos anteriores, se sigue que casi todo tipo de flexibilidad administrativa puede ser interpretada como una opción real y de este modo, la analogía entre las opciones reales y financieras se mantiene al menos en un nivel conceptual. De esta manera, para valorar la flexibilidad administrativa, es necesario revisar que las hipótesis para valorar opciones financieras también se cumplan para las opciones reales.¹⁵

3.3 Tipos de Opciones Reales

Para poder valorar y gestionar las opciones reales asociadas a la flexibilidad, es muy importante, primero identificarlas, clasificarlas y tratar cada uno de los casos de acuerdo a sus particularidades de evaluación. De esta forma, se puede hacer una clasificación de acuerdo a la perspectiva administrativa, así como una respecto a la perspectiva de evaluación. Aunque las dos visiones están íntimamente relacionadas, esta diferenciación permite hacer hincapié en las implicaciones económicas del método de opciones reales sin dejar de lado las particularidades del proceso de valuación. Es fundamentalmente importante tener en mente estas dos visiones y poder relacionar la visión administrativa de la flexibilidad con la visión de su valuación, para facilitar la aplicación del método y utilizar adecuadamente las herramientas de valuación.

Así pues, en esta sección sólo se considera la clasificación de las opciones reales desde la perspectiva administrativa y se deja para la siguiente sección el análisis de la perspectiva de valuación.

En 1977, Myers [51] sugirió que el valor de mercado de una empresa se formaba por el valor presente de sus flujos de efectivo esperados más el valor de las oportunidades de crecimiento de la empresa, y a estas oportunidades Myers las describió como las opciones reales de la empresa. Siguiendo esta idea, Baldwin/Mason/Ruback [4] encontraron que las oportunidades de crecimiento de una empresa podían tener diversos grados de flexibilidad asociados. Ellos nombraron como opciones de operación a las elecciones que determinaban la flexibilidad operativa asociada a cada oportunidad de crecimiento de la empresa. Posteriormente, el término de opciones reales se utilizó para referirse a cada una de estas oportunidades, las de crecimiento definidas por Myers y las opciones de operación nombradas por Baldwin *et al.*

Sin embargo, esta definición no es completa y se puede seguir un esquema diferente. La flexibilidad administrativa, puede relacionarse con proyectos de inversión futuros (opciones reales estratégicas (*strategic real options*)) o con proyectos que ya están en marcha (opciones reales operativas (*operative real options*)). Mientras que estos dos tipos de opciones hacen referencia a los activos de la empresa, las opciones reales de financiamiento (*financial real options*) se refieren a la flexibilidad del capital de la empresa.

Las opciones reales estratégicas incorporan el valor de la posibilidad de tomar proyectos adicionales o de eliminar algunos previamente tomados en el futuro para crear nuevos activos estratégi-

¹⁴ Las *rainbow options* que son opciones exóticas, se caracterizan por combinar varios tipos de activos subyacentes riesgosos. Existen opciones arco iris de dos ó más colores, y éstos identifican a los diferentes activos riesgosos o fuentes de incertidumbre. De esta forma, muchas aplicaciones del mundo real requieren ser modeladas como *compound rainbow options*. Por ejemplo, exploración y producción, proyectos R&D, desarrollo de nuevos productos, etc.

¹⁵ Sobre estas hipótesis más adelante se dará una explicación.

cos. Estos activos estratégicos pueden ser tangibles como las unidades de producción, o intangibles, como la capacidad de organización, la tecnología, la posición en el mercado, etc. Las opciones estratégicas pueden entenderse como la flexibilidad que la empresa tiene para crear y explotar sus oportunidades de negocios futuras.

Algunos ejemplos de opciones reales estratégicas son:

- ▶ Opciones de crecimiento (*growth options*)
- ▶ *M&A options*
- ▶ *Join venture options*
- ▶ Seguros y alianzas estratégicas (*strategic alliances and insurances*)
- ▶ Opciones de desinversión (*disinvestment options*)

En contraste con las opciones estratégicas, las opciones operativas reflejan el valor de la flexibilidad de administrar los activos existentes. Esto quiere decir que la estrategia operativa puede ser ajustada en respuesta a los cambios graduales de la incertidumbre y consecuentemente se puede generar una influencia positiva en los flujos de efectivo futuros. Las opciones operativas no crean nuevos activos pero mejoran el desempeño de los activos existentes. Aún más, las opciones operativas pueden añadirse al proyecto, como la opción de parar la producción temporalmente, la opción de intercambiar una parte del proceso de manufactura, etc.

Las opciones reales operativas pueden ser clasificadas en:

- ▶ Opciones de entrada (*input options*)¹⁶
- ▶ Opciones de proceso (*process options*)¹⁷
- ▶ Opciones de salida (*output options*)¹⁸
- ▶ Opciones de incrementar o disminuir (*expansion/contraction options*)¹⁹

Frecuentemente, las opciones operativas y estratégicas se encuentran relacionadas, ya que tener mucha flexibilidad en los activos reales (existentes), en muchos casos, implica tener flexibilidad estratégica futura.

El último tipo de opción (opciones reales de financiamiento) que proporciona valor, es la habilidad de cambiar la estructura de capital de una empresa durante el curso del proyecto. Básicamente, hay dos fuentes de valor en las decisiones de financiamiento. La primera tiene que ver con el comportamiento (tipo opción) del valor líquido a causa de sus responsabilidades limitadas. La segunda es causa de la flexibilidad de recapitalización, i.e., emitir nuevas acciones, instrumentos de deuda, cambiar la fecha de vencimiento de los instrumentos, etc. El considerar las opciones reales de financiamiento puede tener implicaciones muy importantes. Salvo en ciertos casos; en los

¹⁶ Las opciones de entrada tratan la flexibilidad de intercambiar, por ejemplo, entre distintos proveedores o materias primas.

¹⁷ Las opciones de proceso permiten a la administración elegir entre diferentes métodos de producción o tecnologías de soporte.

¹⁸ las opciones de salida abarcan el valor de tener la flexibilidad de intercambiar diferentes productos, ya sea en manufactura o en comercialización.

¹⁹ Las opciones de incrementar o disminuir pueden utilizarse para valorar la flexibilidad de ajustarse a cambios en la demanda y a adquirir o vender capacidad extra, incluyendo dentro de éstas la opción de detener la producción completamente.

que la habilidad de recapitalizar durante un proyecto puede contener otras opciones operativas, en esencia, la política operativa óptima no cambia, ya que, se puede considerar, que la flexibilidad de financiamiento sólo añade cierto valor adicional a la empresa. Por esta razón, pueden surgir problemas con el financiamiento de la deuda y, generalmente, la estrategia óptima adoptada por la empresa es diferente si la opción real es ejercida de manera tal que su valor líquido sea máximo, en lugar de considerar el valor completo de la empresa (considerando su endeudamiento).

Como se ha visto, la clasificación desde una perspectiva administrativa abarca la mayoría de flexibilidades que pueden modelarse como opciones reales. Así pues, para comprender con más detalle los tipos de opciones reales que, comúnmente, se pueden encontrar en los proyectos de inversión, se analizan en seguida algunas de las ya aludidas.²⁰

3.3.1 La Opción de Diferir un Proyecto

La opción de diferir un proyecto de inversión proporciona a su propietario el derecho a posponer su realización durante un plazo de tiempo determinado. Esta opción es más valiosa en proyectos donde una empresa tiene derechos exclusivos para invertir y va perdiendo valor conforme las barreras de entrada desaparecen. Es similar a una opción de compra sobre el valor presente de los flujos de efectivo esperados del proyecto y cuyo precio de ejercicio es el valor de realizar el proyecto en la fecha de vencimiento de la opción. Así pues, y en correspondencia con la expresión del *ENPV* un proyecto que puede ser diferido tiene más valor que el mismo proyecto sin la posibilidad de prórroga.

La opción de diferir un proyecto es particularmente valiosa en todas las industrias de extracción de recursos naturales, agrícolas, papeleras e inmobiliarias.

Debido a que la realización anticipada del proyecto implica renunciar a la opción de diferirlo, el valor de esta última actúa como un costo de oportunidad, justificando la realización del proyecto sólo cuando el valor presente de los flujos de efectivo excede el valor presente de la inversión inicial por una cantidad igual al valor de la opción de diferirlo.

El objeto de esta opción es reducir la incertidumbre sobre el comportamiento del valor del activo subyacente en el futuro próximo, de tal manera que se valorará la posibilidad de realizar el proyecto en la fecha de vencimiento de la opción o, por el contrario, la de abandonarlo definitivamente. El análisis de opciones reales contrapone los potenciales beneficios de realizar el proyecto ahora contra las pérdidas que pueden ser evitadas si se espera a resolver la incertidumbre.

La mayoría de las opciones de diferir un proyecto son Americanas e incorporan costos de retraso, por lo que la decisión de hasta cuándo se puede retrasar el proyecto vendrá por la contraposición entre los costos y los beneficios de hacerlo. La decisión sobre si ejercer o no la opción deberá posponerse hasta que el valor por tiempo de ésta sea nulo.

El valor de esperar a realizar el proyecto debe contemplarse dentro del contexto de la estrategia global de la empresa y puede verse perjudicado, incluso, gravemente por la acción de la competencia o por una estrategia de anticipación que no dé lugar a la espera. Y en todo caso, el valor de la opción de diferir el proyecto valdrá más para una compañía que la posea en exclusiva, valiendo mucho menos e incluso nada si es compartida.

²⁰ El ejemplo más simple de opción real es cuando se decide aceptar un proyecto de inversión porque su VPN es positivo, o se rechaza cuando el VPN es negativo.

Por otra parte, es importante señalar que las innovaciones tecnológicas súbitas aceleran la depreciación económica²¹ y ésta, a su vez, afecta la opción de diferir. Primero, el costo de oportunidad perdido debido a diferir la decisión de inversión, y al consiguiente lanzamiento del producto, es particularmente alto en el período inminente, mientras va declinando en los períodos sucesivos. Segundo, si la depreciación económica es rápida el valor de los activos descenderá velozmente y la opción de diferir tendrá un valor nulo. En este caso, las empresas invertirán rápidamente si la opción tiene aún un valor positivo (*in the money*) o ejercerán su opción de abandono. Por otro lado, diferirán los proyectos si percibe que el mercado aún se está expandiendo.

3.3.2 La Opción de Aprendizaje

Las opciones de aprendizaje surgen cuando una empresa se encuentra ante la posibilidad de invertir dinero con objeto de acelerar la adquisición de conocimiento o información y utilizar lo que ha aprendido con objeto de calcular mejor la demanda de su producto y, por tanto, rectificar o confirmar sus expectativas acerca de los flujos de efectivo previstos.

Las opciones de aprendizaje surgen cuando una empresa puede acelerar la obtención de información relevante a través de la realización de una inversión. La empresa debe contraponer el valor de la opción para actuar con la información obtenida contra el costo de adquirir esta última.

Las opciones de aprendizaje son de dos tipos: a) proporcionan una predicción más fidedigna del verdadero valor futuro del activo (investigación inicial del mercado, por ejemplo), o b) cambian el valor presente del activo alterando la probabilidad de éxito (realización de experimentos con objeto de mejorar la exactitud de las probabilidades de los diversos escenarios).

El valor de aprender mediante la reducción de la incertidumbre depende de dos variables clave: a) la exactitud de la información recibida a través del aprendizaje con relación a los costos de obtenerla, y b) el impacto del aprendizaje en la toma de decisiones. Aunque en unos términos más genéricos, el valor de la opción de aprender es función del precio de ejercicio, que es el costo de aprender, del nivel de incertidumbre que se crea con el aprendizaje, y de cómo esto se traduce en una mejora de la toma de decisiones para crear valor.

Los proyectos R&D multietapa suelen contener una serie de opciones de aprendizaje implícitas basadas en la incertidumbre sobre la tecnología y el comportamiento del mercado. La realización de proyectos R&D da al equipo directivo el derecho pero no la obligación de comercializar el producto desarrollado. Aunque un proyecto R&D aisladamente considerado pueda tener un VPN negativo, la opción de comercializarlo puede ser muy valiosa, al igual que la opción de aprendizaje tecnológico. Esto es, una empresa que desarrolla una tecnología determinada puede renunciar a comercializar un producto porque perdería dinero, pero el conocimiento tecnológico adquirido con su desarrollo le permite lanzar un nuevo proceso de investigación más ambicioso del que resultará otro producto de tecnología superior que tal vez si puede ser comercializado en su momento.

²¹ La depreciación económica se define como la variación en el potencial de servicio de un activo y el cambio en el valor del servicio de dicho activo.

3.3.3 La Opción de Crecimiento o de Ampliar un Proyecto

La opción de crecimiento o de ampliar un proyecto de inversión proporciona a su poseedor el derecho a adquirir una parte adicional del mismo a cambio de un costo adicional (el precio de ejercicio). Es lo mismo que adquirir una opción de compra sobre una parte adicional del proyecto base con un precio de ejercicio, debido a que la opción de crecimiento proporciona la posibilidad de realizar inversiones adicionales de seguimiento si las condiciones son favorables. De esta forma, un proyecto que pueda ampliarse tiene más valor que el mismo proyecto sin esa posibilidad.

La opción de ampliar la escala productiva puede ser estratégicamente importante de cara a posibilitar a la compañía la capitalización de las futuras oportunidades de crecimiento. Esta opción, que sólo será ejercida cuando el comportamiento futuro del mercado se vuelva claramente favorable, puede hacer que un proyecto de inversión aparentemente desaconsejable (basado en el VPN estático) tenga un valor positivo. En este caso el análisis de opciones reales muestra que la inversión inicial crea la oportunidad de crecer en el futuro (la opción de crecimiento o ampliación) lo que se llevará a cabo si dicha inversión inicial funciona bien.

Estas opciones crean infraestructura y oportunidades para una expansión posterior y, por ello, son un valor estratégico. Son opciones secuenciales que enlazan distintas fases de crecimiento y expansión al mismo tiempo que preservan la flexibilidad administrativa para continuar con la fase siguiente dependiendo de las condiciones imperantes del mercado. Incluso si el proyecto piloto resulta ser un fracaso, la empresa ganará experiencia y comprensión lo que puede ser útil para valorar o planificar otras opciones de crecimiento futuras que se pueden plantear.

Este tipo de opción es más valiosa, por lo general, para las empresas con mayor riesgo y que generan un mayor rendimiento con sus proyectos (tecnológicas, software, farmacéuticas, etc.) que para las que son más estables. Y en particular, hay tres casos en los que el análisis de opciones reales es realmente útil para analizar opciones de crecimiento.

1. **Adquisiciones de tipo estratégico.** La empresa adquirente suele pensar que la operación le va a proporcionar unas ventajas competitivas en el futuro como, por ejemplo, la entrada en un mercado de rápido crecimiento o de gran tamaño, la compra de conocimiento tecnológico, y la adquisición de una marca reconocida.
2. **Investigación y desarrollo.** El dinero invertido en R&D representa el valor de la opción de compra y los productos que surjan de la misma representan los flujos de efectivo de la opción. Es necesario considerar que la relación entre el valor de la investigación y la cantidad óptima a invertir irá variando conforme el negocio madure.
3. **Proyectos multietapa.** Este tipo de proyectos reduce el potencial de crecimiento de la empresa a cambio de protegerla del riesgo de caída, permitiendo a cada etapa juzgar la demanda y decidir si se pasa a la siguiente o se abandona.²²

Muchas veces, las opciones de crecimiento se han utilizado para justificar fuertes primas en los precios de adquisición de empresas que acabaron siendo una inversión penosa. Por lo tanto, se debe tener cuidado al valorarlas aunque sea más fácil de decir que de hacer; el propio proceso de su valuación enseña mucho acerca de las variables de las que depende su valor.

²² Estas son opciones compuestas y se analizan más adelante.

Cuando se valúa una empresa que posee opciones de crecimiento se debe estar atento de no duplicar el valor de las opciones, lo que puede ocurrir si se utiliza una tasa de crecimiento de los flujos de efectivo más alta de lo normal porque ya está incluyendo el valor de dicha opción, así que si además se añade el valor de la opción de crecimiento, de forma adicional, se duplica el efecto.

3.3.4 La Opción para Reducir un Proyecto

La opción de reducir la escala operativa de un proyecto de inversión proporciona a su poseedor el derecho, pero no la obligación, de reducir el tamaño de las operaciones a cambio de un ahorro adicional (precio de ejercicio) si las condiciones resultan desfavorables. Es decir, si tales condiciones del mercado resultaran ser peores que las esperadas, la empresa podría operar con menor capacidad productiva e, incluso, podría optar por reducirla en un porcentaje determinado, lo que permitirá ahorrar parte de los desembolsos iniciales previstos.

Esta flexibilidad para reducir las pérdidas se puede contemplar como una opción de venta sobre parte del proyecto inicialmente previsto, con un precio de ejercicio igual al ahorro de los costos potenciales. Este tipo de opción puede ser muy útil en el caso de la introducción de nuevos productos en mercados inciertos, o en el caso de tener que elegir entre tecnologías o plantas industriales con diferentes relaciones construcción-mantenimiento en cuanto a costos.

3.3.5 La Opción de Cerrar Temporalmente las Operaciones

En cierto tipo de industrias como las de extracción de recursos naturales (minería, petróleo, gas, etc.), o en la planeación y construcción de industrias cíclicas, moda, bienes de consumo, etc., existe la posibilidad de parar temporalmente la totalidad del proceso productivo cuando los ingresos obtenidos son insuficientes para hacer frente a los costos variables operativos y de volver a producir cuando la situación se haya invertido.

Ciertamente, el análisis se puede extender a una serie de cierres y reaperturas según que el precio sea inferior, o superior, a los costos variables; pero, en este caso, se debe considerar que el precio ascienda por encima de una cantidad determinada sobre el costo variable antes de reiniciar la producción con objeto de minimizar el riesgo de que se produzca una pérdida seguidamente.

Así pues, se pueden contemplar las operaciones anuales como opciones de compra de los ingresos de ese año y cuyo precio de ejercicio viene dado por los costos variables operativos.

3.3.6 La Opción de Abandono

Esta opción proporciona a su poseedor el derecho a vender, liquidar, cerrar y para ser exactos abandonar un proyecto determinado a cambio de una prima. De este modo, un proyecto que puede ser liquidado vale más que el mismo proyecto sin la posibilidad de abandono.

Muchas veces, los directivos son propensos a elegir determinados proyectos que, aún siendo menos rentables que otros, tienen la ventaja intangible de su mayor flexibilidad. El valor de esa mayor flexibilidad puede tratarse como si fuera una opción de venta sobre una acción que paga dividendos. Sin embargo, esta opción no es sencilla, ya que un proyecto proporciona unos flujos de efectivo inciertos y tiene un valor terminal o residual (valor presente de los flujos de efectivo libres

restantes) también incierto, y esto complica enormemente el procedimiento de solución.

Las opciones de abandono, aparecen en muchos tipos de negocios. Por ejemplo, los capitalistas-riesgo cuando comprometen una determinada cantidad de dinero en una nueva empresa lo suelen hacer por etapas, lo que les permite mantener la opción de abandonar el proyecto en cuanto consideren que su futuro es bastante oscuro. De hecho, la principal razón de racionar el dinero invertido a través de su reparto por etapas es precisamente el mantenimiento de la opción de abandono.

O, por ejemplo, las empresas que intentan ingresar más, a base de ofrecer a sus clientes la opción de abandono de sus compromisos, tendrán que comparar los mayores ingresos esperados con el valor de las opciones de abandono entregadas, lo que suele volver contra la empresa en épocas de recesión porque los clientes ejercen sus opciones de abandono justo cuando más necesidad tiene la empresa de vender.

Las “cláusulas de escape” son la forma más directa de construir opciones de abandono porque crean una flexibilidad operativa de forma contractual con otras partes implicadas en el proyecto. Los contratos con proveedores pueden tener una base anual y no a largo plazo, o los empleados pueden ser contratados mediante contratos temporales en lugar de indefinidos. Ciertamente, hay un precio a pagar en la creación de esta flexibilidad pero los beneficios pueden ser grandes, sobre todo en los negocios con más riesgo o volátiles.

La existencia de una valiosa opción de abandono aumenta el deseo de invertir en un proyecto (lo mismo que una valiosa opción de reinvertir reduce las ganas de abandonar). Por ello, la opción de abandono tiene un efecto económico sobre las decisiones y, por lo general, no debe valorarse aisladamente. La razón económica del abandono es la misma que la de la inversión. Se debe desinvertir cuando el proyecto no se justifica económicamente. Así pues, el valor de la opción de abandono aumenta:

- a) Cuanto mayor sea la incertidumbre sobre el valor futuro del negocio.
- b) Cuanto mayor sea la cantidad de tiempo de que se dispone para ejercer dicha opción.
- c) Cuanto mayor sea la relación entre el valor de abandono del proyecto (su valor de liquidación) respecto de su valor terminal o residual.

El precio de ejercicio o valor de liquidación de la empresa o proyecto puede ser constante si así se ha especificado en un contrato previo pero, lo normal, es que sea variable, lo que dificulta su estimación *a priori*. Además, el mero abandono implica unos costos de cierre o liquidación. Claro que ésto puede ser un elemento de comparación con el valor de la decisión de abandonar de tal manera que sólo si este último supera a aquél se dejará el negocio.

La opción de abandono proporciona un valor mínimo al proyecto, valor que no tiene por qué depender del valor del propio proyecto. Existe el riesgo de duplicar el efecto de las opciones de abandono porque, a veces, se sobreponen las áreas de ejercicio o los beneficios. En particular, puede ser incorrecto añadir los flujos de efectivo de una opción de abandono (aisladamente considerada) a la valuación de un proyecto que ya ha tenido en cuenta uno o más valores mínimos.

3.3.7 La Opción Compuesta

Las opciones compuestas son aquéllas que cuando se ejercen generan otra opción al mismo tiempo que un flujo de efectivo. En general, implican inversiones secuenciales o por etapas. Esto es, la

realización de la primera inversión da a la empresa la posibilidad, pero no la obligación de realizar una segunda inversión que, a su vez, posibilita realizar una tercera, etc.

Las inversiones secuenciales proporcionana a los directivos la posibilidad de abandonar o ampliar los proyectos a lo largo de su vida. Se pueden encontrar en cualquier industria manufacturera cuando se está pensando en construir una nueva fábrica o en realizar una gran inversión. Las decisiones de expansión en nuevas áreas geográficas y la inversión en R&D también implican inversiones secuenciales de este tipo.²³

Un ejemplo de opción compuesta viene dado por la adquisición de una empresa, que posee una tecnología propia, por otra más grande que no puede desarrollar esa tecnología. El comprador no sólo obtiene el valor de las operaciones actuales de la empresa adquirida sino también el valor de la opción para desarrollar y vender una versión con tecnología de punta. En este caso, la adquisición puede crear valor debido a que el valor de mercado de la empresa pequeña no refleja el valor de la opción de crecimiento. Tomando en consideración las proyecciones o la información histórica sobre la incertidumbre que rodea a la nueva tecnología, el análisis de opciones reales puede ser utilizado para valorar los beneficios potenciales de la adquisición.

3.4 Fundamentos de la Valuación de Opciones Reales

El método de las opciones reales amplía el modelo de valuación de opciones financieras para incorporar tanto los efectos del riesgo de mercado como los efectos del riesgo privado en la valuación de oportunidades de inversión estratégica.

En este apartado, se exponen los fundamentos (cualitativos) que existen para poder valorar las opciones reales y se dejan para el siguiente capítulo los detalles matemáticos propios de la teoría de valuación de opciones.

3.4.1 Hipótesis para Valorar Opciones Reales como Opciones Financieras

La habilidad de valorar la flexibilidad administrativa como opciones reales depende de las hipótesis necesarias para aplicar la OPT.

En términos generales, las hipótesis para valorar opciones financieras son las siguientes:

- I) Los mercados son completos.
- II) En los mercados no hay costos de transacción, no hay restricciones para las ventas en corto, todos los activos son infinitamente divisibles, financiar y obtener financiamiento (a la misma tasa) es posible.
- III) La tasa de interés (a corto plazo) libre de riesgo es constante durante la vida de la opción (o conocida a lo largo del período).
- IV) Todos los dividendos son conocidos en cantidad y fecha de pago.

²³ Desde la perspectiva de las opciones reales, las nuevas empresas de Internet son opciones de opciones de opciones de opciones de generar flujos de efectivo. Si no participa en esta secuencia, no conseguirá resolver la incertidumbre en relación a su modelo de empresa. Si no inicia la secuencia, no tendrá la inteligencia comercial necesaria para emigrar con los cambios en los modelos empresariales. [2]

- v) Los activos subyacentes siguen el comportamiento de un proceso estocástico conocido.²⁴
- vi) Los inversionistas son racionales y prefieren más a menos.

Si estas hipótesis se cumplen la idea de la valuación de las opciones financieras, se basa en el hecho de que el vendedor de la opción puede duplicar la estructura de pago (rendimiento) de la opción en cualquier estado, al invertir el monto (obtenido al vender la opción) en un portafolio replicador que está conformado por bonos (sin riesgo) y por el activo subyacente. De este modo, el portafolio general formado por el valor actual de mercado de la opción y el portafolio replicador, está siempre libre de riesgo. Además, si se supone que no hay oportunidades de arbitraje, entonces el portafolio replicador proporciona el rendimiento de la tasa libre de riesgo. El problema de valorar la opción es llevado a un mundo sin riesgo, donde descontar con la tasa libre de riesgo es posible. Lo más interesante de este método, recae en el hecho de que en un mundo libre de riesgo todos los inversionistas tienen las mismas preferencias, i.e., todo inversionista, sin importar su actitud ante el riesgo, asigna el mismo valor a la opción y finalmente queda determinado el precio de mercado único de la opción.

Para poder replicar el portafolio es necesario ajustarlo constantemente (continuamente) ya que, cada cambio en la evolución del precio del activo subyacente conduce a un cambio en el valor de la opción. Esto es consecuencia de la segunda suposición, la cual conduce a la necesidad de ajustar el portafolio de acuerdo a los cambios en el precio del activo subyacente. Es decir, el portafolio replicador imita las fluctuaciones del valor de la opción a lo largo del tiempo y a esto se le conoce como seguimiento dinámico de la trayectoria de los valores.²⁵

La hipótesis más importante para la valuación de opciones es la del mercado completo. Se dice que un mercado es completo si existen al menos, tantos bienes primarios (portafolios de acciones y bonos) no correlacionados como fuentes de riesgo. Si esta hipótesis es violada, entonces pueden existir instrumentos financieros (opciones) que no pueden ser cubiertos en su totalidad al construir un portafolio replicador. Por consiguiente, el portafolio general (la opción y el portafolio replicador) conservará cierto residuo de riesgo que no podrá ser valuado sin tomar en cuenta la actitud ante el riesgo de los inversionistas. Así pues, en los mercados incompletos, la capacidad de asignar un racional y único precio a las opciones no existe. En los mercados incompletos los precios de las opciones no pueden ser interpretados como valores de mercado sino como límites inferiores.

Por supuesto, la validez de las hipótesis para valorar opciones financieras debe corroborarse en el caso de las opciones reales, con lo cual, finalmente, es posible determinar el valor de mercado de la flexibilidad administrativa. De nueva cuenta, el hecho de contar con un mercado completo es de vital importancia. En el caso de las opciones reales dicha hipótesis se traduce en la condición de negociabilidad, ésta exige que el bien subyacente de la opción real o algún otro portafolio de activos se negocien como si la estructura de riesgo del activo subyacente pudiera ser duplicada. En concreto la hipótesis de mercado completo, asegura que el valor de mercado del portafolio replicador y consecuentemente el de la opción puede ser determinado.

Aunque las opciones reales y sus activos subyacentes no son negociados en los mercados, esto no implica que la hipótesis de mercado completo para los activos subyacentes sea violada, pues basta con encontrar activos negociables con la misma estructura de riesgo tanto del proyecto de inversión así como de sus opciones reales. Por consiguiente, la valuación de opciones reales no está restringida por la falta de liquidez como sucede con las opciones financieras. Lo que resulta

²⁴ Los procesos estocásticos son los modelos matemáticos que estudian los fenómenos aleatorios que evolucionan en el tiempo.

²⁵ Más adelante se explica este concepto.

más problemático en el caso de las opciones reales, es el encontrar activos o portafolios (negociados) con la misma estructura de riesgo del activo subyacente de la opción real. Aún más, la fuente de riesgo del activo subyacente podrá ni siquiera existir en el mercado, como en la opción de diferir, donde el valor del proyecto subyacente aún no existe.

En resumen, la valuación de opciones reales no está limitada por ciertas hipótesis sobre los mercados pero sí lo está por el problema de identificar el activo (negociable) con la misma estructura de riesgo que el activo subyacente de la opción real.

Cuando la condición de negociabilidad no se satisface, no es posible aplicar la teoría de valuación de opciones, pero tampoco es apropiado utilizar otros métodos de valuación, como el VPN o la TIR. Cada uno de estos métodos busca evadir el uso de las preferencias del inversionista, al trasladar el problema a los mercados de capital para poder determinar el valor de mercado de los proyectos. En cualquier caso, la hipótesis de que el mercado es completo es necesaria.

Así pues, el VPN utiliza la condición de negociabilidad para encontrar un activo con la misma estructura de riesgo, con la cual es posible determinar el valor del proyecto en cuestión. Del mismo modo, el método de las opciones reales, valúa la flexibilidad administrativa de un proyecto, calculando el valor de mercado de una opción tradicional sobre el activo replicador (negociable). Por consiguiente, se concluye que los dos métodos utilizan las mismas hipótesis.

Resumiendo, no hay objeción alguna para valuar las opciones reales con la analogía del mercado de capital, siempre y cuando, las diferencias no se dejen de lado, sino más bien, se utilicen para ajustar el modelo. La valuación de opciones reales utiliza las mismas hipótesis de los métodos clásicos de valuación, por tanto, este método representa una importante extensión que permite valuar adecuadamente la flexibilidad administrativa, la cual, como ya se vió, tiene especial importancia bajo la presencia de incertidumbre e irreversibilidad.

3.4.2 Valuación de una Opción: Qué es lo que no se necesita saber

Lo que no es necesario para valuar una opción contribuye en gran medida a su fuerza. La siguiente información no se utiliza en el método de las opciones reales: [2]

- **Las estimaciones de la probabilidad** de los posibles precios futuros de las acciones no son necesarias porque éstas están comprendidas dentro del valor actual del activo subyacente y en la estimación de la volatilidad.
- **La tasa de rentabilidad esperada del activo subyacente** no es necesaria porque el valor del activo subyacente y la habilidad para constituir portafolios replicadores ya tienen en consideración la relación entre riesgo/rentabilidad.
- **La tasa de rentabilidad esperada de la opción**, no es necesaria conocerla porque la opción se valúa directamente a través del proceso de seguimiento dinámico.
- **Un ajuste de la tasa de descuento en función del riesgo**, no es necesario porque la solución de valuación es independiente de la preferencia de cada uno por el riesgo.

3.4.3 Valuación de Opciones sobre Activos Reales

A menudo los directivos se preguntan si el método de valuación de opciones se puede aplicar a los activos reales. La cuestión fundamental es que ambas valuaciones, financiera y de opciones reales,

pueden ser menos precisas en la práctica que en la teoría porque ciertas particularidades de los activos y del mercado pueden hacer que la ley del precio único (*Law of One Price*)²⁶ no se mantenga. De hecho, es importante señalar que es prácticamente imposible encontrar un activo de réplica para gran parte de las inversiones reales, cuyos flujos de efectivo se correspondan perfectamente con el proyecto de inversión objeto de análisis. Las consecuencias de la imprecisión dependen de las especificaciones de la empresa y del sector industrial al que pertenezca.

El método de valuación de opciones proporciona una clara imagen visual de la magnitud de la imprecisión. La Figura 3.2 representa el seguimiento perfecto e imperfecto. A medida que el valor del activo subyacente fluctúa, la composición del portafolio replicador se va actualizando dinámicamente (el cambio en el valor de la opción va acompañado del mismo cambio en el valor del portafolio replicador). En la Figura 3.2 (a) se realiza el seguimiento de la trayectoria de la opción mediante el portafolio replicador y las dos líneas aparecen una encima de la otra (seguimiento perfecto). [2]

La Figura 3.2 (b) representa el seguimiento imperfecto. El portafolio replicador y la opción comparten claramente algunas de las mismas fuentes de incertidumbre, pero el valor del portafolio replicador se aparta del valor de la opción. [2]

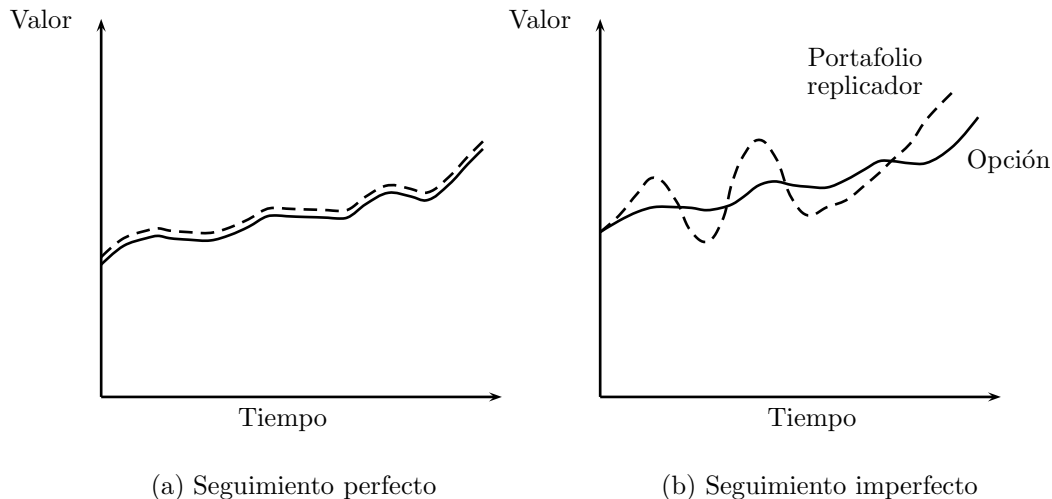


Figura 3.2: Seguimiento perfecto e imperfecto de la trayectoria de los valores.

Dos rasgos de los activos reales provocan errores en el seguimiento: los costos del seguimiento y la calidad del seguimiento (en qué medida o con qué exactitud el portafolio replicador se mueve con el valor de la opción). Un seguimiento dinámico perfecto requiere actualizaciones frecuentes (continuas) en el portafolio replicador. Cuando cambiar las posiciones de portafolio tiene unos costos elevados, puede ser óptimo dejar que el valor del portafolio replicador se desvíe del valor de la opción durante un breve período de tiempo.

En el caso de las opciones reales, el portafolio replicador puede incluir diferentes activos, por

²⁶ Según la ley del precio único, dos activos que tienen los mismos retornos futuros deben tener el mismo valor presente.

ejemplo *commodities* o incluso productos o servicios específicos. Estos y otros activos reales tienen tres rasgos que dificultan el seguimiento dinámico.

- ◆ **“Mermas” de valor.** Los activos reales pueden generar pagos al contado, similares a un dividendo, o bien requerir inyecciones de capital. La rentabilidad de conveniencia, una ganancia adicional, se puede conseguir como resultado de mantener un inventario de *commodities* para que el abastecimiento del mercado resulte más fácil. Sólo el poseedor del activo (no el poseedor de la opción) obtiene la rentabilidad de conveniencia y los fondos generados por el activo subyacente. Para otras partes, parece ser que hay una “merma” en el valor del activo subyacente. Es preciso realizar un ajuste en el modelo de valuación de opciones porque el poseedor de la opción y el portafolio replicador no recogen los fondos generados o las rentabilidades de conveniencia, sino que sólo experimentan la pérdida de valor.
- ◆ **Riesgo base.** Los títulos del portafolio replicador que cotizan en Bolsa casi siempre están altamente (pero no perfectamente) correlacionados con el valor de la opción. Cuando la correlación imperfecta está causada por diferencias en la calidad del producto, localización de la entrega o cumplimiento de los plazos, el origen del error de seguimiento se conoce como riesgo base.
- ◆ **Riesgo privado.** Las opciones reales tienen riesgos que no están comprendidos en el conjunto de títulos negociados disponibles, son riesgos cuyo precio no está determinado por los mercados financieros. Por ejemplo, el riesgo de fracasar en el desarrollo de una nueva tecnología es un riesgo privado asumido por una empresa de alta tecnología. El riesgo de no encontrar una cantidad importante de crudo en una prospección particular es un riesgo privado asumido por una empresa de crudo. El efecto del riesgo privado en un modelo de valuación de opciones se puede cuantificar, pero no es seguido por los títulos negociados.

Así pues, el método de las opciones reales se puede diseñar a medida de cada aplicación, incluidas las características singulares de los activos reales. A través de las continuas innovaciones, los mercados financieros están sustituyendo el riesgo privado y el riesgo base por el riesgo de mercado y, proporcionan nuevas oportunidades para gestionar el riesgo de las inversiones estratégicas.

3.4.4 Perspectiva de Valuación de las Opciones Reales

La perspectiva de la valuación de las opciones reales, trata las particularidades de las opciones reales necesarias a considerar para aplicar la OPT. La perspectiva de valuación, puede discutirse en dos direcciones básicas. La primera apunta a las diferencias entre los parámetros de entrada utilizados en la teoría de valuación de opciones financieras y los usados en la teoría de opciones reales. En lo que respecta al razonamiento económico, existe cierta diferencia entre las opciones reales y las financieras, estas diferencias pueden utilizarse para crear un esquema de clasificación, que resuma las propiedades principales de la perspectiva de valuación.

Características de los Parámetros de Entrada

Como ya se mencionó, la mayoría de opciones tanto financieras como reales pueden ser caracterizadas por seis variables de entrada.

1. El Activo Subyacente

La primera y más importante variable del método de las opciones reales, es la que concierne a las diversas fuentes de riesgo que caracterizan el entorno de la empresa. Mientras más fuentes de riesgo haya más afectada se verá la rentabilidad de la empresa. El considerar el valor del proyecto como la fuente subyacente de incertidumbre, para efectos de la valuación de opciones, es la alternativa más utilizada, pero no la más apropiada, pues la descomposición en precio, costo, demanda, riesgo estratégico, entre otros, resulta más adecuado. Considerar el costo o precio de los riesgos es muy adecuado para los problemas de decisión donde, los bienes de entrada y de salida son comercializados en mercados líquidos, como puede ser en el caso de las industrias de recursos naturales. Por otro lado, en las industrias donde el precio constituye en sí mismo una variable estratégica, puede resultar útil considerar la incertidumbre y elasticidad generales de la demanda con respecto a los cambios en el precio. Los riesgos de proceso pueden ser utilizados cuando hay incertidumbre en el nivel de producción o en la calidad de los bienes producidos. Finalmente, podrá valer la pena, revisar los dos casos en los que se trata el riesgo estratégico. En el primer caso, las diversas fuentes de riesgo, importantes para la toma de decisiones, son pocas veces observables, y cuando lo son, dan pie a muchos errores. El segundo caso, está caracterizado por el hecho de que puede haber incertidumbre con respecto a las opciones reales futuras de un proyecto, lo cual da origen a incertidumbre en el espacio de estados y de estrategias en los que la empresa se desenvuelve.

Naturalmente, en gran parte de las estrategias de inversión reales, muchos riesgos están presentes simultáneamente y es muy difícil modelarlos todos a la vez. En las aplicaciones prácticas, las decisiones deben concentrarse únicamente en las fuentes de incertidumbre que afecten más significativamente en el desarrollo del proyecto de inversión.²⁷ Sin embargo, aún con un número limitado de fuentes de incertidumbre, la dificultad de encontrar un activo negociable que duplique el comportamiento de la incertidumbre a modelar. Aún más, muchas fuentes de incertidumbre, involucran únicamente a la empresa y no son valuadas por los mercados. Esto crea dos problemas. El primero, es la dificultad de determinar cuáles fuentes de riesgo pueden ser valuadas por los mercados y cuáles no. El segundo, si el riesgo no es valuado por el mercado, entonces el método no puede ser utilizado para valuar este tipo de riesgos y en principio, se necesita conocer las preferencias de riesgo de la administración.

No obstante, suponiendo que estos primeros obstáculos han sido librados, el siguiente problema es la elección del aparato matemático que se utilizará para modelar las fuentes de riesgo. Básicamente los modelos de valuación de los mercados, pueden ser de dos tipos, discretos o continuos. Seguidamente, la elección del proceso estocástico para representar los movimientos de la fuente subyacente de riesgo es crucial para los resultados de la valuación de la opción. En las matemáticas financieras clásicas, los precios de las acciones son usualmente modelados por difusiones continuas, donde el riesgo se representa con los llamados movimientos Brownianos. A la clase general de estos movimientos se les conoce como difusiones de Itô. Algunas veces, un proceso con trayectoria continua, no es suficiente para modelar el movimiento del precio de un activo, ya que, el arribo esporádico de información puede forzar al precio a exhibir saltos. Estas discontinuidades en los precios de los activos pueden representarse por procesos de salto. Estos procesos, por ejemplo, pueden ser útiles para modelar la incertidumbre de la introducción de nuevas tecnologías, o para el arribo aleatorio de competidores. Mientras que, los dos procesos estocásticos anteriormente mencionados, en su forma original, “no tienen memoria”, las fuentes de incertidumbre, pueden seguir caminos dependientes de la trayectoria cursada, como sucede en los efectos estacionales.

²⁷ En este tema de la incertidumbre, los directivos pueden pensar en cientos de fuentes que la originan, y que afectan a sus trabajos y principalmente a los proyectos de inversión. Sin embargo, es importante mencionar que un análisis de opciones reales satisfactorio se realiza dentro de un marco que tiene relativamente pocas (de una a cuatro) fuentes de incertidumbre, por lo que es fundamental empezar la reducida lista basándose en aquellas que más significativamente van a cambiar la estrategia de inversión. [2]

El último tema a tratar con respecto al activo subyacente, es el de la negociabilidad de la fuente subyacente del riesgo. Si el riesgo es transferible, el hecho de ser un activo negociable o no, no acarrea ningún problema extra, siempre y cuando, sea posible identificar un proceso estocástico que describa su comportamiento a través del tiempo. Sin embargo, si la fuente de riesgo no es transferible su valor (con el método de opciones reales) sólo puede ser determinado si la condición de negociabilidad se satisface. En otro caso, no hay forma de implementar un análisis mediante opciones, sin considerar las preferencias de riesgo y las funciones de utilidad del inversionista.

2. La Volatilidad

El riesgo inherente al proceso estocástico de la fuente de incertidumbre, comúnmente, es medido mediante la volatilidad σ . Aunque puede ser difícil estimar la volatilidad, frecuentemente hay información histórica y/o de mercado que facilita un poco la determinación del rango de los valores de la volatilidad. Si es posible encontrar un portafolio negociable que duplique el comportamiento de la fuente de incertidumbre, entonces, el problema se reduce a estimar la volatilidad del portafolio duplicador, para lo cual hay información disponible.

3. Los Dividendos

Todo flujo de efectivo, como los de un proyecto de inversión, puede ser modelado como el pago de un dividendo en la OPT. Tanto la fecha de pago, como el monto son importantes, e incluso el monto puede ser determinístico o estocástico según se requiera. Los dividendos pueden ser pagados en momentos discretos de tiempo, o bien, ser interpretados como un flujo continuo de pagos. En el enfoque de opciones reales, es importante diferenciar el caso en que los dividendos se pagan al poseedor del subyacente, de los que se pagan al poseedor de la opción real, pues los primeros son flujos de efectivo que se recibirán si la opción es ejercida, en tanto que los segundos, pueden ser interpretados como el flujo de efectivo ganado por concepto de una opción de crecimiento en un proyecto. Este último, no es considerado en la teoría convencional de valuación de opciones, y consecuentemente, hace más complicada la valuación de opciones reales.

4. El Precio de Ejercicio

En el caso de las opciones reales, frecuentemente, el precio de ejercicio no permanece constante a lo largo del tiempo, pero puede depender de la depreciación o de las restricciones contractuales en bienes de inversión reales. Además, el precio de una opción real podrá ser estocástico. Por ejemplo, si el costo de terminar la fábrica de un producto es aleatorio, entonces, el precio de ejercicio de la opción también sería aleatorio. Como consecuencia, el precio de ejercicio debe ser modelado como un proceso estocástico.

5. La Tasa de Interés Libre de Riesgo

La tasa de interés libre de riesgo, normalmente, se supone conocida y constante al valor de las opciones financieras. Con las opciones reales, esta suposición sólo puede justificarse para períodos de tiempo cortos. Cuando se tienen horizontes de tiempo lejanos, la tasa de interés libre de riesgo debe modelarse como una variable aleatoria. Aunque este punto no se ha tomado en cuenta en muchas aplicaciones del enfoque de opciones reales, ya que complica mucho los modelos matemáticos, el incluir el riesgo de la tasa de interés produce resultados interesantes. Afortunadamente, la tasa de interés puede ser estimada con bastante precisión utilizando los bonos de gobierno libres de

riesgo y sus correspondientes fechas de vencimiento.

6. La Fecha de Vencimiento

La fecha en el que una opción vence puede ser conocida o no. En el primer caso, se debe distinguir entre la fecha de vencimiento limitada y la ilimitada (perpetua). Como las opciones reales usualmente no son contratos, por lo general no es posible determinar una fecha de vencimiento precisa, lo cual resulta especialmente incomodo en las situaciones reales de decisión con un enfoque más estratégico y con horizontes de tiempo lejanos. Además, el subyacente de la opción real puede desaparecer en algún momento del futuro.

3.4.5 Limitaciones de la Analogía entre Opciones Financieras y Opciones Reales

Mientras que los puntos anteriormente discutidos no constituyen ningún problema para aplicar los modelos de valuación de opciones financieras, existen varias limitaciones que deben tratarse con especial cuidado, sobre todo, al momento de modelar las opciones reales. Estas limitaciones, contemplan los siguientes casos:

- ▶ Urgencia de decisión
- ▶ Posición competitiva
- ▶ Resolución de la incertidumbre
- ▶ Efectos de retraso en el tiempo
- ▶ Iteraciones entre/intra los proyectos

Urgencia de Decisión

La primera pregunta en el proceso de valuación de una opción real, se refiere a la urgencia de decisión. Los directivos deben distinguir los proyectos que requieren tomar una decisión inmediata, es decir, aquellas oportunidades de inversión que están expirando, y los proyectos que pueden diferirse, nombrados como opciones de diferir. Los proyectos diferibles requieren un análisis más extensivo, con especial énfasis en el tiempo óptimo de inversión, ya que en este caso, los directivos deben comparar el valor presente neto de tomar el proyecto hoy con el valor presente neto de tomarlo en cualquier otro momento futuro. Por consiguiente, los directivos deben analizar los beneficios y los costos de esperar, en asociación con otras consideraciones estratégicas, por ejemplo, la amenaza de entrada de competencia.

La siguiente pregunta en el proceso de valuación, tiene que ver con la exclusividad de la posesión de la opción y el efecto de la competencia sobre la capacidad de adueñarse completamente del valor de la opción en sí. Si la empresa puede ejercer sus opciones reales sin ser afectada por las acciones de la competencia, entonces dicha opción es propiedad “exclusiva” de la empresa. En este caso, la flexibilidad del proyecto de inversión es tan específica que, la competencia no puede afectar, como sucede cuando la empresa es un monopolio o su posición en el mercado está protegida por patentes o algún tipo de seguros. Por otro lado, si otras empresas tienen el derecho de ejercer una opción real y pueden llevarse parte o todo el valor del proyecto, se dice que la opción está “compartida” entre la empresa y sus competidores. Por lo tanto, el valor de la opción real se reduce a causa de la pérdida de una parte del valor del proyecto con la competencia.

En contraste con muchas opciones reales, las opciones financieras son contratos que facultan a su poseedor con un derecho exclusivo de ejercicio. El poseedor de la opción no está expuesto al peligro de que otros participantes del mercado limiten sus acciones. Opciones reales con esta característica de exclusividad, sólo pueden emanar cuando la compañía está protegida contra las posibles acciones de la competencia. Este es el caso en el que es posible crear, por un tiempo, barreras de acceso mediante patentes o con un conocimiento especial.

Posición Competitiva

Otra limitación de la analogía con opciones financieras surge del hecho de que las opciones reales, a diferencia de las financieras, comúnmente no son negociadas en los mercados. Un inversionista puede vender sus opciones financieras al precio que actualmente tengan. En contraste, el poseedor de una opción real sólo está habilitado para recibir sus beneficios si toma el proyecto al cual pertenece, por lo que, el beneficio es exclusivo e intrínseco al proyecto. Un ejemplo es la patente de un nuevo producto o tecnología. No obstante, en general, estas condiciones no se satisfacen simultáneamente. Por ejemplo, la opción de expandir una planta de producción, no se puede vender sin incluir a toda la planta en su conjunto. Por otro lado, si la oportunidad de invertir está abierta a otros competidores, el valor de la flexibilidad sólo tiene sentido para su actual poseedor y no para los demás competidores. Para protegerse (de forma anticipada) de las posibles pérdidas causadas por la competencia, sólo se puede actuar ejerciendo la opción, culminando así una acción preventiva. Como resultado de esta acción, el valor de la opción (para la competencia) puede perderse, ya sea parcial o incluso completamente. Con esto puede verse claramente, cómo es que las opciones reales no siempre representan activos financieros y/o bienes reales (en sí mismos), que puedan ser negociados y vendidos. Las opciones reales sólo son un concepto que ayuda para valorar y tomar mejores estrategias de inversión.

Resolución de la Incertidumbre

La siguiente limitación de la analogía con las opciones financieras, es la que tiene que ver con la resolución de la incertidumbre del activo subyacente de una opción real. Como se ha dicho, no todas las fuentes de riesgo pueden ser valuadas con el enfoque de opciones reales. La incertidumbre exógena de la competencia²⁸ puede ser un buen ejemplo de riesgo privado que usualmente no es valuado en los mercados. Esto conduce a buscar la relación que existe entre la fuente de la incertidumbre y el enfoque de las opciones reales. El aspecto favorable de incertidumbre creciente sólo es observable para el riesgo del precio de mercado. El riesgo privado, el tecnológico, que sólo son inherentes a la empresa, disminuyen el valor de las opciones así como el valor mismo de la empresa. Esto resalta la importancia que tiene el identificar y separar los riesgos privados y los transferibles en los modelos de opciones reales.

Asimismo, hay otro aspecto que tiene que ver con la resolución de la incertidumbre, y es que, para cada una de las fuentes subyacentes de riesgo se necesita revisar cómo se comporta la resolución del riesgo a través del tiempo. En el caso de las opciones financieras, tanto el poseedor del activo subyacente como el poseedor de la opción, conocen el precio de dicho activo. a través del tiempo, por lo general, éste también es el caso de todas las opciones reales que pueden ser valuadas en los mercados. Sin embargo, frecuentemente se presentan situaciones en el análisis de opciones reales, en las cuales, el poseedor de la opción no conoce la resolución de la incertidumbre

²⁸ La competencia es considerada de carácter exógeno cuando la empresa no tiene forma alguna de influenciar las acciones de la competencia, este es el caso de los mercados perfectamente competitivos, en los cuales hay muchos participantes.

del activo subyacente o donde el inversionista necesita invertir para eliminar cierto remanente de incertidumbre.

Efectos de Retraso en el Tiempo

Las opciones financieras de la misma manera que casi todas las opciones reales modeladas en la literatura, comúnmente asumen que la decisión de ejercer la opción toma efecto inmediatamente. Mientras que esto es cierto para las opciones financieras, las situaciones reales de decisión, frecuentemente, presentan ciertos retrasos entre el tiempo en el que se toma la decisión y el tiempo en el que el proyecto es finalmente implementado y empieza a generar flujos de efectivo. Este retraso en el tiempo puede ser causado por el lapso que se requiere para construir una instalación, el entrenar personal, o el tiempo necesario para fabricar un producto nuevo, etc.

Siguiendo la analogía con las opciones financieras, los retrasos de tiempo se presentan cuando se recibe el activo subyacente o cuando el precio de ejercicio se paga cierto tiempo después de haber tomado la decisión de ejercer la opción. Mientras que los casos anteriores no causan muchos problemas, considerar estos retrasos, puede cambiar drásticamente el valor de la opción real y consecuentemente, la decisión óptima de inversión. Por ejemplo, la decisión de invertir en una nueva planta de energía requiere varios años de construcción. La opción de invertir en un proyecto es influenciada por la incertidumbre en el retraso, ya que la empresa debe adquirir el compromiso ahora, pero debe esperar hasta que la etapa de construcción finalice para poder conocer el valor del proyecto, el cual es recibido a cambio de la inversión hecha hoy. Consecuentemente, la empresa debe estar más dispuesta a descomponer su inversión inicial en varias etapas, que en el caso donde ejerciendo la opción real toma efecto inmediatamente.

Interacciones Entre/Intra Proyectos

Finalmente, la última característica distintiva de la aproximación mediante opciones reales, es la presencia de más de una opción real en el mismo proyecto, o en proyectos relacionados. Si un proyecto cuenta con más de una opción real, como pueden ser la opción de abandono y la de diferir, es necesario analizar la relación existente entre las opciones reales. Como generalmente el valor de las opciones reales no es aditivo, es necesario, construir un modelo que tome en cuenta las interacciones entre las distintas opciones, para poder valuarlas simultáneamente. Además, las relaciones entre los proyectos también deben considerarse. Estas interrelaciones pueden distinguirse en dos tipos, las de dependencia directa y las de influencia indirecta entre los valores de los proyectos. Esto se refiere a los proyectos que no pueden efectuarse sin llevar a cabo algún otro, o a los proyectos que deben ser implementados paralela o secuencialmente. Asimismo, cada proyecto puede influenciar indirectamente en los valores de los demás proyectos vía sus flujos de efectivo.

Por estas razones, es factible que distintas empresas puedan asignar valores diferentes a la misma oportunidad de inversión. Desde la perspectiva de valuación, esto muestra cómo los modelos de opciones reales dependen fuertemente del contexto y, seguidamente, los modelos deben ajustarse a las circunstancias individuales de cada empresa. Además, la presencia de relaciones entre los proyectos, demanda el uso de modelos más complejos de lo que la OPT ofrece. Mientras que, con unos pequeños ajustes, las opciones reales individuales pueden ser valuadas utilizando la teoría clásica, las interacciones entre las opciones reales, demandan modelos más sofisticados que no son accesibles mediante modelos y procedimientos de valuación estándar.

3.5 Análisis del Enfoque de las Opciones Reales

3.5.1 La Gestión de las Opciones Reales

En muchas empresas, el enfoque de las opciones reales es introducido por un defensor, en empleado que tiene la visión del potencial de mejora en el proceso de toma de decisiones. Pero para implementar la metodología de las opciones reales en su organización, necesita la participación de una serie de personas: algunas capaces de comunicarse con la dirección de la empresa, algunas capaces de utilizar los instrumentos de valuación cuantitativa, y otras capaces de identificar todas las oportunidades de inversión que se le presenten a la compañía. Es decir, es todo un equipo en la empresa el que tiene la tarea de implementar y gestionar las opciones reales.

El principal flujo de efectivo generado por las opciones reales proviene de la flexibilidad asociada a la propia opción porque permite aumentar su valor una vez adquirida. Esta oportunidad surge del hecho de que los negocios, en realidad, se caracterizan por un número limitado de jugadores que interactúan entre sí, cada uno de los cuales puede influir y aumentar el valor de las diversas opciones tanto propias como ajenas.

Así, por ejemplo, un directivo de una compañía farmacéutica tiene la posibilidad de influir sobre el valor de una opción real y sobre el valor presente de los flujos de efectivo del proyecto a base de aumentar los recursos invertidos en el marketing. O puede aumentar la vida de la opción asegurando una patente o renegociando una licencia, acciones que, por otra parte, afectarán también a las opciones poseídas por la competencia.

De esta manera la dirección a través de la gestión de las opciones reales puede aumentar su valor antes de ejercerlas, haciendo que su valor sea mayor que el precio pagado por ellas. La dirección de la empresa puede gestionar el valor de sus opciones reales actuando sobre las variables básicas que influyen en su valuación de las siguientes formas:

1. **Aumentando el valor presente de los cobros futuros esperados.** Se consigue aumentando los ingresos; ya sea a través de aumentar el precio de los productos o servicios, o mediante el aumento del nivel de producción, o generando oportunidades de negocio secuenciales (opciones compuestas).
2. **Reduciendo el valor presente de los pagos futuros esperados.** Hay dos formas básicas de hacer esto: aumentando las “economías de escala” (el costo unitario desciende conforme aumenta el nivel de producción) o aumentando las “economías de alcance” (utilizando los mismos costos para realizar dos cosas diferentes). Por ejemplo, la adquisición de una compañía del mismo sector industrial puede producir sinergias operativas positivas a través de la reducción de sus costos; ello implica un aumento del valor de la compañía adquirida para el comprador.
3. **Aumentando la incertidumbre de los flujos de efectivo esperados.** Por ejemplo, las empresas extractoras de gas en el mar del Norte crearon valor construyendo posiciones competitivas tempranas y utilizando sus licencias de explotación rápidamente. Sin embargo, algunas empresas persiguieron una estrategia basada en las opciones y para ello animaron la competencia en determinadas áreas geológicas y pospusieron sus inversiones hasta que la competencia les obligó a ello. Esta estrategia aumenta la incertidumbre proporcionando dos beneficios: a) estas compañías esperaron a obtener nueva información para hacer sus inversiones en el momento óptimo; b) se aseguraron los mejores precios de sus clientes

cuando éstos se pusieron nerviosos debido a la incertidumbre asociada con el suministro de gas.

4. **Aumentando la vida de la opción.** Las empresas pueden renegociar sus licencias de explotación, negociar el aumento del período de suministro exclusivo de materias primas por parte de los proveedores, bloquear los canales de distribución de un producto, etc.
5. **Reduciendo el costo de oportunidad de no ejercer la opción.** La pérdida de valor debida a las actuaciones de la competencia puede reducirse si se la disuade de que ejerzan sus opciones mediante el bloqueo de los consumidores clave o realizando acciones de *lobby* con los reguladores, por ejemplo.

El siguiente paso es estudiar cuáles, de entre las anteriores variables, son las más idóneas en cada caso para aumentar el valor de la opción. Por tanto, la cuestión de qué variables utilizar es sencillamente un problema de restricciones externas e internas sobre las operaciones de la empresa. Éstas pueden ser técnicas, o referirse al marketing, a la negociación, etc. También se verán afectadas por los factores específicos del proyecto de inversión tales como el retraso entre la inversión inicial y los flujos de efectivo o la indivisibilidad del proyecto (esto es, restricciones sobre la inversión incremental). Así pues, se pueden clasificar las opciones en tres categorías.

1. **Opciones con prioridad alta**, en las que el valor de la opción es altamente sensible con respecto a las variables sobre las que los directivos pueden actuar con facilidad.
2. **Opciones con prioridad media**, en las que el valor de la opción es sensible a las variables sobre las que puede actuar, al menos, un competidor, pero no su propietario. El equipo directivo puede proceder a vender la opción a su propietario natural, salvo que existan otras consideraciones en contra.
3. **Opciones con prioridad baja**, en las que el valor de la opción es insensible a la posible actuación que tanto su propietario como la competencia puedan hacer sobre cualquiera de las variables básicas. Esto sucede por la imposibilidad real de actuar sobre las variables (aunque en “pura teoría”, si ello fuera posible, aumentaría el valor de la opción). Muchas opciones caen dentro de esta categoría.

En todo caso, se debe notar que el mayor beneficio de contemplar los proyectos de inversión bajo la óptica de las opciones reales es, precisamente, la forma de enfocar dicho análisis, que es totalmente distinta a la utilizada en el método del VPN.

Así pues, las estrategias basadas en las opciones reales se distinguen de los sistemas tradicionales en su tratamiento del riesgo. El cambio de perspectiva desde “miedo al riesgo/minimización de la inversión” a “buscar ganancias con riesgo/maximizar la información” da lugar a un amplio conjunto de posibles acciones, siendo crucial la utilidad de las opciones reales como herramienta estratégica más que como modelo de valuación.

Hay cuatro formas en las que la aplicación del análisis de opciones reales a cada posibilidad de inversión mejora las estrategias de una empresa:

1. **Resaltando las oportunidades.** Este tipo de análisis llama la atención sobre el oportunismo estratégico. Fuerza a los directivos a comparar cada oportunidad incremental que surja de los proyectos actuales con el rango disponible de oportunidades. De tal manera que el sesgo subjetivo hacia la inversión incremental en proyectos ya existentes (con poco riesgo por ser ya conocidos) viene corregida por el sesgo hacia el riesgo impuesto por el análisis de las opciones reales.

2. **Aumentando el apalancamiento.** La estrategia de las opciones reales impulsa un apalancamiento estratégico al animar a los directivos a explotar situaciones donde la inversión incremental puede mantener su compañía en juego. Así pues, inversiones multietapa en la exploración petrolífera, perforación y procesos de producción están fuertemente apalancadas en cuanto que la inversión exploratoria representa sólo una pequeña fracción del total. Esto es distinto de las inversiones simultáneas en múltiples oportunidades, que reducen tanto la posibilidad de ganancia como de pérdida. Por tanto, el apalancamiento distingue a las estrategias en opciones reales de las clásicas estrategias de diversificación tendentes a reducir el riesgo.
3. **Maximizando los derechos.** Los inversionistas en opciones adquieren el derecho sobre una oportunidad. Teniendo en cuenta que el precio de ejercicio se suele mantener invariable, en muchos casos, los directivos harán lo posible por diferir el ejercicio de la opción (sobre todo si la opción se posee en exclusiva) aumentando con ello su valor.
4. **Minimizando las obligaciones.** Las opciones reales suelen incorporar la característica de no obligar en absoluto a su propietario cuando la opción expira *out of the money*, lo que minimiza las obligaciones de los directivos en situaciones caracterizadas por el riesgo y la irreversibilidad.

3.5.2 Cuándo (y Cuándo No) se Utiliza el Enfoque de las Opciones Reales

El método de las opciones reales no siempre es necesario. Algunas decisiones no son complicadas, la inversión es o bien increíblemente valiosa o un auténtico desastre, y el análisis de las opciones reales no va a cambiar este resultado. Muchas decisiones entran dentro de un área grisácea que requiere un alto nivel de razonamiento y el método de las opciones reales puede ser en estos casos de gran utilidad.

Los modelos clásicos de valuación funcionan muy bien cuando no hay ninguna opción, o cuando hay opciones pero la incertidumbre es muy baja. Los modelos clásicos valúan correctamente las empresas calificadas como “vacas de dinero”, aquellas empresas cuyo flujo de efectivo es prácticamente constante o ligeramente inferior año tras año sin realizar ninguna inversión adicional, y aquellos productos que no tienen oportunidades de continuidad. A pesar de que la incertidumbre está en todas partes, las consecuencias de la incertidumbre para algunos proyectos son lo suficientemente insignificantes como para poder ser ignoradas. Por ejemplo, la decisión de cerrar una planta de producción podría ser obvia, a pesar de haber cierta incertidumbre en relación a las consecuencias con respecto a los impuestos locales.

En las siguientes situaciones es preciso aplicar un análisis de opciones reales: [2]

- ▶ en el caso de una decisión de inversión contingente. Ningún otro método puede valorar correctamente este tipo de oportunidad.
- ▶ cuando la incertidumbre es lo suficientemente importante como para que merezca la pena esperar a tener más información, evitando el tener que lamentarse por haber realizado inversiones irreversibles.
- ▶ cuando parece que el valor se basa más en posibilidades de opciones de crecimiento en el futuro que en el flujo de efectivo del momento.

- ▶ cuando la incertidumbre es lo suficientemente importante como para tener en cuenta la flexibilidad. Sólo el método de las opciones reales puede valorar correctamente inversiones en flexibilidad.
- ▶ cuando se vayan a realizar actualizaciones de proyectos y correcciones de estrategias en el propio proceso de desarrollo de las mismas.

Por otra parte, el enfoque de las opciones reales realiza una serie de supuestos que deben considerarse en el instante de aplicarlo a un caso real porque se puede incurrir en errores graves si tales supuestos no pueden utilizarse en dicho caso.

Por ejemplo, uno de los supuestos básicos del enfoque de las opciones reales, tal vez el más importante, es que las incertidumbres relevantes siguen una caminata aleatoria y, por ello, son imprevisibles. Es decir, esto implica que ninguna decisión que se tome alterará la evolución futura de la caminata aleatoria. Este supuesto deja de tener validez si existe un pequeño número de competidores importantes (un oligopolio) porque las decisiones no serán aleatorias. La actuación de cada uno de los competidores podría afectar al precio; y todos los participantes de ese mercado, cuando tomen una decisión, sabrán cuáles son las mejores tácticas para los demás. En este caso, la teoría de juegos es más precisa que el análisis de opciones reales.

3.5.3 Ventajas del Enfoque de las Opciones Reales

El enfoque basado en opciones para valorar opciones reales, coincide conceptualmente con el hecho de que los directivos no están comprometidos a ejercer estas opciones reales. En realidad, las inversiones de capital son seleccionadas con criterios administrativos, mediante los cuales, las opciones de inversión disponibles son valuadas, ejercidas, diferidas o eliminadas. Un enfoque basado en opciones es una representación razonable de las decisiones directivas.

Las opciones son derechos contingentes y son valuados respecto al precio del activo subyacente. Existen diferentes técnicas de valuación de opciones que son utilizadas para modelar y valorar las oportunidades de inversión. Como en todos estos métodos no hay necesidad de predecir el valor futuro del activo subyacente, es suficiente suponer que el valor del activo sigue el comportamiento de un proceso estocástico dado y bien definido, este proceso representa las fluctuaciones del activo subyacente. En particular, la incertidumbre del valor del activo subyacente es usualmente expresada en términos de la volatilidad σ . La belleza de las técnicas de valuación de opciones radica en la posibilidad de utilizar la tasa libre de riesgo en lugar de utilizar una tasa de descuento ajustada al riesgo, como es el caso del VPN. Esto simplifica en gran parte el proceso de valuación de opciones reales, ya que sitúa el enfoque de opciones reales sobre bases teóricas sólidas mediante la conexión metodológica con los mercados de capital. Por consiguiente, evade los problemas de preferencias al riesgo y las tasas de descuento con riesgo, a través del uso de la tasa libre de riesgo y de las probabilidades (equivalentes) de riesgo neutro. Además, el enfoque de opciones reales ahorra el trabajo de estimar la tasa esperada de cambio del activo subyacente.

En comparación con el análisis de flujos de efectivo descontado, la modelación de la incertidumbre es resultado directo de la volatilidad σ en lugar de la forma indirecta de la tasa de descuento ajustada al riesgo. Junto al comportamiento asimétrico observado en la distribución de los valores de las oportunidades de inversión, la teoría de opciones reales proporciona un método para calcular el impacto cuantitativo de la flexibilidad administrativa. Así pues, constituye una herramienta flexible, poderosa y potencialmente simple de toma de decisiones. En su capacidad de considerar y

cuantificar, la administración de los proyectos activos, las dependencias temporales, las interacciones y las interdependencias de los proyectos y las interacciones de las opciones, permite modelar la flexibilidad y conduce a valuaciones consistentes. Además puede, al menos conceptualmente, ser utilizado para modelar y valorar muchos tipos de decisiones de negocios y en algunos casos, modelar y valorar fácilmente oportunidades de inversión razonablemente complejas.

Otra característica distintiva del método de opciones reales es que, no sólo proporciona una herramienta de valuación racional, sino que también puede determinar las estrategias óptimas de administración de un proyecto. Por ejemplo, en el caso de la opción de diferir, se puede saber, cuándo y bajo qué condiciones se debe invertir en el proyecto. Aún en los casos donde el formular el problema resulta muy complejo, falta información relevante o incluso cuando se violan ciertas hipótesis del enfoque de opciones reales, el método sigue proporcionando pistas valiosas que ayudan a los directivos en el proceso de toma de decisiones.

Asimismo, el enfoque de opciones reales puede explicar el comportamiento de la incertidumbre de la inversión. Generalmente, un incremento en la varianza conduce a un incremento en el rango de posibles valores futuros del activo subyacente. Sin embargo, debido a la asimetría de la opción, la ganancia máxima posible crece, mientras que la pérdida máxima posible permanece constante. Por consiguiente, el valor de las opciones generalmente crece a la par del riesgo de mercado.

Un modelo basado en opciones, es también muy apropiado cuando hay proyectos secuenciales o por fases, ya que, la flexibilidad de la toma de decisiones multifase es tomada (explícitamente) en cuenta. Este hecho, es principalmente importante para la valuación y justificación de los proyectos que no proporcionan rendimientos inmediatamente, pero que son de gran importancia estratégica para la empresa.

Finalmente, la habilidad de usar los precios futuros y *spot* como diversas fuentes de riesgo, hace que el método de valuación de opciones sea consistente y poderoso, siempre y cuando los títulos negociables estén disponibles para estimar parámetros y la analogía de los mercados financieros funcione correctamente. Esto también elimina la necesidad de utilizar probabilidades subjetivas. Además, los valores futuros y los flujos de efectivo son determinados por el mercado, evitando el problema de valorar y estimar los flujos de efectivo futuros.

En resumen, el enfoque de opciones reales no sólo tiene el potencial de superar los obstáculos de los modelos clásicos de valuación, sino que, permite cuantificar los comportamientos estratégicos de las empresas desde un punto de vista de mercado de capital, conduciendo a estrategias empresariales disciplinadas. Por consiguiente, tiene el potencial de eliminar la brecha entre la teoría de mercados de capital y la administración estratégica.

3.5.4 Desventajas del Enfoque de las Opciones Reales

En ocasiones se argumenta que la valuación de opciones reales contradice los fundamentos del método clásico del análisis de inversiones o presupuestos de capital (*capital budgeting*). Esta crítica está basada en la teoría de valuación de opciones estática, la cual produce resultados contradictorios al compararlo con otros métodos, especialmente con el análisis de flujos de efectivo descontado. En primer lugar, de forma contraria a lo que se cree, en general, un incremento en la incertidumbre conduce a un incremento en el valor del proyecto, de hecho, altas tasas de interés libres de riesgo aumentan el valor de las opciones, lo cual constituye una diferencia fundamental con los métodos basados en el análisis de flujo de efectivo descontado, los cuales se fundamentan en el valor del

dinero en el tiempo. Finalmente, se ha mencionado que el valor de una opción incrementa junto con el tiempo de vencimiento, mientras que se ha dicho que, intuitivamente, un flujo de efectivo positivo tiene menos valor mientras más tarde se pague.

Desde un punto de vista científico, no es apropiado criticar a las nuevas teorías por ser contradictorias a las anteriores. Por el contrario, la valuación de opciones reales fue diseñada para superar las debilidades o incluso errores de los conceptos clásicos en el análisis de inversiones. Además, la valuación de opciones reales permite explicar fenómenos que los métodos clásicos no pueden (cuantitativamente) y proporciona herramientas para identificar y valorar nuevas componentes de valor en un proyecto.

No obstante, los modelos basados en opciones también tienen ciertas debilidades. Las desventajas de este modelo generalmente se encuentran en dos rubros:

- ▶ hipótesis de los mercados de capital
- ▶ proceso de modelado y valuación

Hipótesis de los Mercados de Capital

Para poder valorar opciones reales como derechos contingentes utilizando la OPT, la analogía conceptual entre las opciones financieras y las opciones reales no es suficiente. Por el contrario, uno debe asegurarse de que las hipótesis necesarias para valorar opciones financieras también se satisfacen para las opciones reales.

Estas hipótesis de la OPT, como en toda metodología de valuación que busca evadir las preferencias de mercado, consisten básicamente en dos condiciones, que el mercado sea perfecto y completo. En particular, la hipótesis de que el mercado sea completo juega un papel muy importante en la valuación de las opciones reales porque garantiza el comportamiento de la condición de negociabilidad. Esta última implica que el activo subyacente de la opción es negociado directamente, o que existe un portafolio de activos negociables, el cual, replica el comportamiento del activo subyacente. Asimismo, esta condición garantiza que el precio de mercado justo de la opción real será encontrado aún cuando el subyacente no es directamente negociado.

Otra crítica, es que el pago final de la opción real no puede ser replicado por una estrategia de compra-venta, puesto que es imposible tomar una posición corta en el proyecto de inversión debido a que el proyecto en sí mismo no es negociable. Sin embargo, esta crítica está fuera de lugar y falla. La construcción de un portafolio replicador, como lo propusieron Black/Scholes y Merton, no es la única vía para valorar una opción. Este resultado implica no sólo que las opciones sobre activos no negociables pueden ser valuadas, sino que también, es posible valorar opciones sobre activos inexistentes. Esta propiedad es particularmente útil en el contexto de opciones reales, como en el caso de la opción de diferir el inicio de un proyecto, en este caso el activo subyacente no existe.

En conclusión, la aplicabilidad del enfoque de opciones reales no está restringida por falta de negociabilidad de los activos subyacentes. Sólo es necesario revisar en cada caso, si es posible construir un portafolio de activos del precio de mercado con la misma estructura de riesgo que el activo subyacente. Por consiguiente, cualquier opción real sobre un activo negociable, como en el caso de los proyectos de recursos naturales, puede ser valuada sin mayores dificultades con el enfoque de opciones reales. Sin embargo, existen muchos proyectos, como un proyecto R&D, los cuales no forman parte del conjunto de las oportunidades de inversión y, consecuentemente, la

negociabilidad puede no satisfacerse.

Si los mercados son incompletos, i.e., existen fuentes de riesgo que no pueden ser negociadas por los mercados de capital, el enfoque de opciones reales debe recaer en las preferencias del riesgo individuales, exponiendo nuevamente los resultados de la valuación a juicios subjetivos. Sin embargo, este no es sólo un problema del enfoque de las opciones reales, sino también de todos los métodos del análisis de inversiones. Los resultados obtenidos por un análisis de opciones reales en un mercado incompleto, al menos pueden interpretarse como cotas inferiores del valor total de la opción, lo cual informa, en cierto grado, del valor del proyecto.

El hecho de que el mercado sea incompleto es especialmente incómodo en los casos en los que el valor de las opciones reales conforma gran parte del Valor Presente Neto Extendido. Desafortunadamente, no es sencillo eliminar este problema, de hecho, a pesar de los recientes avances en la teoría de los mercados incompletos, hasta la fecha, no hay solución disponible a este problema. Sin embargo, aún con este gran obstáculo para aplicar el enfoque de las opciones reales, para efectos de valuación, dicho análisis puede utilizarse como una guía para la administración estratégica de los proyectos.

Proceso de Modelado y Valuación

Los problemas de modelado incluyen la identificación de fuentes relevantes de incertidumbre, la selección del proceso estocástico apropiado, la expansión de dichas incertidumbres y la estimación de los valores de sus correspondientes parámetros. Además, el encontrar todas las posibles y relevantes opciones inherentes a un proyecto puede ser difícil, lo cual, subsecuentemente, agrega incertidumbre al espacio de estrategias de la empresa.

Lo que es más, desde el punto de vista del modelado, la sistematización de las oportunidades de inversión caracterizadas por muchas opciones reales está limitada por la falta de técnicas apropiadas de valuación. Las interacciones entre las opciones pueden generar modelos demasiado complejos difíciles de entender. Además, como la mayoría de los problemas reales usualmente implican el manejo de más de una opción, el proceso de valuación de los modelos tan complicados, no conducen a soluciones cerradas, la mayoría de las veces. Por consiguiente, uno debe referirse a métodos numéricos, los cuales son difíciles de explicar a la administración superior, pues, no se pueden entender con facilidad sin tener un amplio conocimiento de las técnicas de valuación de opciones.

En conclusión, a pesar de que el modelo de valuación de opciones incrementa enormemente la capacidad para valuar los activos financieros y no financieros, no deja de ser un modelo. Se ha visto que el riesgo de modelo, provocado por una estructuración deficiente de los parámetros de entrada y del marco de referencia, no consigue captar los determinantes clave del valor de la opción y es la mayor fuente potencial de error en el enfoque de las opciones reales.

Capítulo 4

Modelos de Valuación de Opciones

La determinación del precio de las opciones, se realiza en los mercados de acuerdo a su oferta y demanda. Son varios los factores que intervienen en este proceso. Su dinámica depende de las variaciones del precio del activo subyacente en el mercado, así como del tiempo de vigencia o de vida de la opción. De esta forma, como se mencionó en el primer capítulo, el valor de las opciones tiene dos componentes: valor intrínseco y valor tiempo. Como en cualquier otro activo financiero, los inversionistas realizan esta valuación en función de los beneficios esperados, es decir, el flujo de fondos esperado. Interviene además la probabilidad de ejercer o no ejercer en el plazo de vigencia de la opción. Este comportamiento de los inversionistas ha sido replicado en varios modelos matemáticos. Los más conocidos son el Modelo de Fischer Black y Myron Scholes (*Option Pricing Model*) [8], denotado comúnmente como modelo de Black-Scholes, y el Modelo Binomial (*Binomial Option Model*) inicialmente sugerido por William Sharpe [59] y posteriormente desarrollado por J. C. Cox, S. A. Ross y M. Rubinstein [21], y por R. Rendleman y B. Barter [54]. Estos modelos constituyen valiosas herramientas para la toma de decisiones. El precio teórico calculado con estos modelos puede ser, por ejemplo, utilizado para determinar si una opción está sobrevaluada o subvaluada en el mercado. También, su importancia radica en que son auxiliares para comprender la sensibilidad de las opciones en los mercados y para desarrollar estrategias de inversión. Así pues, el objetivo de este capítulo es dar un repaso a la teoría de los modelos de Black-Scholes y Binomial.

Es importante señalar que hay otras formas para poder plantear la valuación de las opciones y por ende la valuación de las opciones reales.¹ En los últimos años, para múltiples modalidades de opciones, se utiliza el método Monte Carlo propuesto por P. Boyle [9]. Por ejemplo, este método de valuación es especialmente útil para muchas opciones reales, principalmente las más complejas.

Por último, se indica que para el desarrollo de este capítulo se utilizaron principalmente las obras de Bingham/Kiesel [6], Björk [7], Kerman [39], Kwok [40], Stampfli/Goodman [60] y Wil-mott/Howison/Dewynne [66].

¹ En la actualidad, existen varios enfoques para el problema de la valuación de opciones, entre los que destacan los provenientes de la programación lineal, redes neuronales, sistemas dinámicos y series de tiempo.

4.1 Introducción a la Valuación de Opciones

4.1.1 Principios Básicos

La mayoría de los modelos de valuación de opciones, financieras o reales, se basan en dos principios:

1. Valuación Neutral a Riesgo
2. Principio de No Arbitraje

De la misma manera, en la valuación de opciones es importante explicar el principio de convergencia de los precios.

Neutralidad al Riesgo

Un término muy importante que se verá en este capítulo es el de *neutralidad al riesgo*. Para nuestros propósitos, este término establece que cualquier valor dependiente del precio de una acción es valuado bajo el supuesto de que

1. El rendimiento esperado de todos los valores negociados es la tasa libre de riesgo.
2. Los flujos de efectivo futuros pueden valuarse descontando sus valores esperados con la tasa libre de riesgo.

Lo anterior quiere decir que los agentes no tienen aversión contra el riesgo pero tampoco son amantes de él, como lo podría ser una persona que le gustan los juegos de azar.

Principio de No Arbitraje

Como se dijo en el primer capítulo, el arbitraje es una operación de oportunidad en los mercados en donde se obtiene un rendimiento seguro, sin tomar riesgo y sin hacer algún tipo de inversión inicial.

Las oportunidades de arbitraje pueden surgir debido a diferencias entre mercados sobre distintos instrumentos, o también debido a circunstancias geográficas, como por ejemplo una acción que cotice en dos bolsas de valores distintas a dos precios distintos, o dos mercados distintos para una misma materia prima, donde la diferencia de precios se debe a los costos de transporte. Es posible identificar arbitrajes basados en el valor implícito de otras variables financieras, como por ejemplo volatilidad en los precios. Asimismo, es posible identificar arbitrajes basados en el valor implícito de otras variables financieras más esotéricas, como por ejemplo la volatilidad en los precios.

Así pues, las primas estimadas para las opciones impiden el arbitraje entre una compra (o venta) de dichos contratos y un portafolio de réplica, formado por posiciones en el activo subyacente y en el activo libre de riesgo (más adelante se analiza esta situación).

Principio de Convergencia de los Precios

Como brevemente se mencionó en el primer capítulo, la fijación de los precios de las opciones tiene una relación lógica con el precio del mercado del activo subyacente: varían conforme también lo hacen los precios del subyacente en el mercado. Además, el precio de la opción a su vencimiento coincide exactamente con la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio del activo subyacente. Es decir, el precio de la opción es igual a su valor intrínseco. A esto se denomina el principio de convergencia de los precios, también conocido como paridad de los precios. Así pues, una opción

que se vende a su valor intrínseco se dice que se esta vendiendo a su paridad y en el mundo de las finanzas comúnmente se identifica a que distancia de su paridad se está vendiendo una opción.

4.1.2 Cotas Racionales para los Valores de las Opciones

Como cualquier producto o mercancía, el valor de las opciones se encuentra entre determinadas cotas, una superior y una inferior. En este apartado, se presentan algunas cotas racionales para los valores de las opciones con respecto al precio del activo subyacente. A esta altura, no se define la distribución de probabilidad de los movimientos del precio del activo subyacente, de manera que no se puede obtener el valor correcto de la opción. Los supuestos básicos son que los inversionistas siempre buscan maximizar sus ganancias y que no hay oportunidades de arbitraje.

Primero, se presentan las cotas racionales para los valores de las opciones Europeas y Americanas cuando no hay dividendos. Después, se estudiará en otro apartado, el impacto de los dividendos sobre estas cotas racionales.

Antes de comenzar, se indica que a lo largo de este capítulo se utilizará la siguiente notación:

C : Valor de la opción de compra Americana

P : Valor de la opción de venta Americana

c : Valor de la opción de compra Europea

p : Valor de la opción de venta Europea

También, se empleará el símbolo $(x)^+$ que denota $\max\{x, 0\}$

Condición de Responsabilidad Limitada

Todos los valores o precios de las opciones son no negativos, es decir,

$$C \geq 0, \quad P \geq 0, \quad c \geq 0, \quad p \geq 0. \quad (4.1)$$

Estas relaciones surgen de la condición de responsabilidad limitada de los contratos de opciones.

Valores Intrínsecos

Al tiempo de vencimiento $\tau = 0$,² los pagos finales son (sin considerar el monto de las primas)

$$C(S, 0; K) = c(S, 0; K) = \max\{S - K, 0\} = (S - K)^+, \quad (4.2)$$

$$P(S, 0; K) = p(S, 0; K) = \max\{K - S, 0\} = (K - S)^+. \quad (4.3)$$

Puesto que las opciones Americanas pueden ser ejercidas en cualquier momento antes de la fecha de vencimiento, sus valores deben ser al menos sus valores intrínsecos, es decir,

$$C(S, \tau; K) \geq (S - K)^+, \quad (4.4)$$

$$P(S, \tau; K) \geq (K - S)^+. \quad (4.5)$$

² Donde $\tau = T - t$.

Para explicar esto, supongamos lo contrario. Esto es, si C es menor que $S - K$ cuando $S \geq K$, entonces un oportunista puede asegurar una ganancia libre de riesgo, pidiendo prestado $C + K$ unidades monetarias para adquirir una opción de compra, y la ejercería inmediatamente para recibir el valor del activo S . La ganancia libre de riesgo sería $S - K - C \geq 0$. El mismo argumento puede utilizarse para demostrar (4.5).

Puesto que las opciones Europeas no tienen el privilegio del ejercicio temprano (anticipado), las condiciones (4.4) y (4.5) no necesariamente se cumplen para las opciones de compra y de venta Europeas, respectivamente. En particular, el valor de una opción de venta Europea puede estar por debajo del valor intrínseco con valores del activo suficientemente bajos.

Las Opciones Americanas valen al menos lo de su contraparte Europea

Una opción Americana otorga todos los derechos de su contraparte Europea más el privilegio del ejercicio anticipado. Obviamente, este privilegio adicional no puede tener un valor negativo. Por consiguiente, el valor de las opciones Americanas debe ser al menos igual al valor de las opciones Europeas, es decir,

$$C(S, \tau; K) \geq c(S, \tau; K), \quad (4.6)$$

$$P(S, \tau; K) \geq p(S, \tau; K). \quad (4.7)$$

Valores de las Opciones con diferentes Fechas de Vencimiento

Consideremos dos opciones Americanas con diferentes fechas de vencimiento τ_1 y τ_2 ($\tau_1 > \tau_2$), entonces el valor de la opción con fecha de vencimiento τ_1 debe ser al menos igual al valor de la opción con fecha de vencimiento τ_2 , puesto que la opción de mayor vida tiene el derecho adicional de ejercerse entre las dos fechas de vencimiento. Este derecho adicional debe tener un valor positivo; de esta manera se tiene que

$$C(S, \tau_1; K) > C(S, \tau_2; K), \quad \tau_1 > \tau_2, \quad (4.8)$$

$$P(S, \tau_1; K) > P(S, \tau_2; K), \quad \tau_1 > \tau_2. \quad (4.9)$$

El argumento anterior no puede ser aplicado a las opciones Europeas debido a que no tienen el privilegio del ejercicio temprano.

Valores de las Opciones con diferentes Precios de Ejercicio

Para dos opciones de compra, ya sean Europeas o Americanas, con diferentes precios de ejercicio K_1 y K_2 ($K_1 < K_2$), entonces la opción con precio de ejercicio K_2 tiene una ganancia esperada menor que la opción con precio de ejercicio K_1 . Esta situación se debe a que la opción de compra con precio de ejercicio K_2 tiene estrictamente menos oportunidad de ejercerse con un pago final positivo, y aún cuando se ejerciera, induciría un flujo de entrada de efectivo menor. Por consiguiente, las funciones del precio de una opción de compra son funciones decrecientes de sus precios de ejercicio, es decir,

$$c(S, \tau; K_2) < c(S, \tau; K_1), \quad K_1 < K_2, \quad (4.10)$$

$$C(S, \tau; K_2) < C(S, \tau; K_1), \quad K_1 < K_2. \quad (4.11)$$

Mediante un argumento contrario al anterior, las funciones del precio de una opción de venta (Americana y Europea) son funciones crecientes de sus precios de ejercicio, esto es,

$$p(S, \tau; K_2) > p(S, \tau; K_1), \quad K_1 < K_2, \quad (4.12)$$

$$P(S, \tau; K_2) > P(S, \tau; K_1), \quad K_1 < K_2. \quad (4.13)$$

Valores de las Opciones en niveles diferentes del Precio del Activo

Para una opción de compra (venta), ya sea Europea o Americana, cuando el precio actual o vigente del activo es alto, la opción tiene una probabilidad estrictamente alta (baja) de ser ejercida y cuando se ejerce provoca un flujo de entrada de efectivo alto (bajo). Así pues, las funciones del precio de una opción de compra (venta) son funciones crecientes (decrecientes) del precio del activo, es decir,

$$c(S_2, \tau; K) > c(S_1, \tau; K), \quad S_2 > S_1, \quad (4.14)$$

$$C(S_2, \tau; K) > C(S_1, \tau; K), \quad S_2 > S_1; \quad (4.15)$$

y

$$p(S_2, \tau; K) < p(S_1, \tau; K), \quad S_2 > S_1, \quad (4.16)$$

$$P(S_2, \tau; K) < P(S_1, \tau; K), \quad S_2 > S_1. \quad (4.17)$$

Cotas Superiores para Opciones de Compra y de Venta

Se dice que una opción de compra es *perpetua* si su fecha de vencimiento es infinita. El activo mismo puede ser considerado como una opción de compra Americana perpetua con precio de ejercicio cero más privilegios adicionales como derechos a voto y dividendos, de manera que $S \geq C(S, \infty; 0)$. Así pues, al aplicar las condiciones (4.6) y (4.8), podemos establecer

$$S \geq C(S, \infty; 0) \geq C(S, \tau; K) \geq c(S, \tau; K). \quad (4.18)$$

Por consiguiente, los valores de las opciones de compra Americanas y Europeas están acotados superiormente por el valor del activo. Además, al establecer $S = 0$ en la condición (4.18) y al aplicar la condición de responsabilidad limitada, obtenemos

$$0 = C(0, \tau; K) = c(0, \tau; K), \quad (4.19)$$

es decir, los valores de las opciones de compra (Europeas y Americanas) se vuelven cero cuando el valor del activo es cero.

El precio de una opción de venta Americana iguala el valor del precio de ejercicio cuando el valor del activo es cero; de lo contrario, éste precio está acotado superiormente por el precio de ejercicio. Junto con la condición (4.7), tenemos

$$K \geq P(S, \tau; K) \geq p(S, \tau; K). \quad (4.20)$$

Cotas Inferiores para Opciones de Compra sobre un Activo que no paga Dividendos

El precio de una opción de compra Europea sobre un activo que no reparte dividendos, es al menos igual al valor del activo subyacente menos el valor presente del precio de ejercicio. Para ilustrar esto, comparemos los valores de dos portafolios, *A* y *B*, formado en el presente. El Portafolio *A* se compone de una opción de compra Europea sobre un activo que no paga dividendos, más un bono de descuento con un valor a la par de K y con fecha de maduración igual a la fecha de ejercicio de la opción de compra. Por otra parte, el Portafolio *B* consta de una unidad del activo subyacente. Así pues, el Cuadro 4.1 muestra los pagos finales de los dos portafolios para dos distintos casos $S_T < K$ y $S_T \geq K$, donde S_T es precio del activo al vencimiento.

Cuadro 4.1: Pagos Finales de los Portafolios A y B

Valor del activo al vencimiento	$S_T < K$	$S_T \geq K$
Portafolio A	K	$(S_T - K) + K = S_T$
Portafolio B	S_T	S_T
Resultado de la comparación	$V_A > V_B$	$V_A = V_B$

Observamos que en la fecha de vencimiento, el valor del Portafolio A, denotado por V_A , es mayor o al menos igual al valor del Portafolio B, representado por V_B . Luego, el valor presente del Portafolio A debe ser igual o mayor que el valor presente del Portafolio B, de no ser así se podría dar una oportunidad de arbitraje mediante la compra del portafolio A y la venta del portafolio B. Sí $B(\tau)$ representa el valor de un bono de descuento puro libre de riesgo con valor nominal de \$1 y τ (unidades de tiempo) representa los períodos de pago (notemos que $B(\tau) < 1$ para una tasa de interés positiva), entonces el resultado anterior se puede representar por

$$c(S, \tau; K) + KB(\tau) \geq S. \quad (4.21)$$

Junto con la condición de responsabilidad limitada, entonces la cota inferior para el valor de una opción de compra Europea es

$$c(S, \tau; K) \geq (S - KB(\tau))^+. \quad (4.22)$$

Al combinar esta última expresión con (4.18), el valor de una opción de compra Europea sobre un activo que no reparte dividendos, está acotado por (ver Figura 4.1)

$$S \geq c(S, \tau; K) \geq (S - KB(\tau))^+. \quad (4.23)$$

Asimismo, a partir de la condición (4.18), las cotas inferiores y superiores analizadas son válidas también para el valor de una opción de compra Americana sobre un activo que no paga dividendos.

Igualdad entre los Valores de las Opciones de Compra Americanas y Europeas sobre un Activo que no paga Dividendos

En cualquier momento que una opción de compra Americana sea ejercida, su valor inmediatamente se convierte en $(S - K)^+$ el cual es menor que $(S - KB(\tau))^+$, la cota inferior del valor de la opción de compra si la misma sigue vigente. Esto implica que el hecho de ejercer antes del vencimiento causa un decaimiento en el valor de la opción de compra Americana. Para beneficio del poseedor, una opción de compra Americana sobre un activo que no reparte dividendos no será ejercida antes de la fecha de vencimiento. Puesto que el privilegio del ejercicio temprano es perdido, entonces los valores de las opciones de compra Americanas y Europeas deben ser los mismos.

Cuando el activo subyacente paga dividendos, el ejercicio temprano de una opción de compra Americana antes del vencimiento puede volverse óptimo cuando el valor del activo es muy alto y los dividendos son considerables. Bajo estas circunstancias, entonces se convierte más atractivo para el inversionista adquirir el activo que la tenencia de la opción. Para opciones de venta Americanas, si el activo está o no pagando dividendos, es siempre óptimo ejercer antes del vencimiento cuando

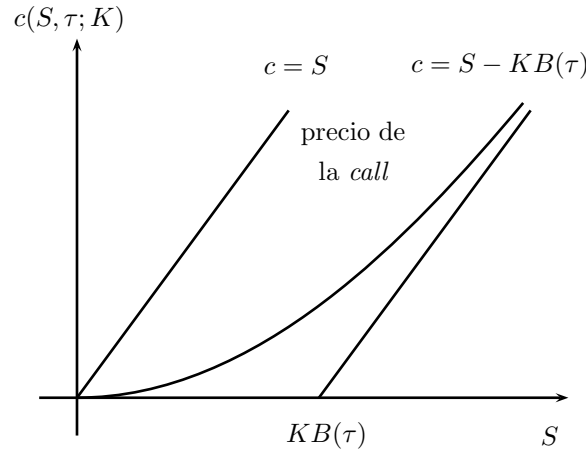


Figura 4.1: Cotas para el valor de una opción de compra Europea sobre un activo que no reparte dividendos. Las cotas superiores e inferiores son S y $(S - KB(\tau))^+$, respectivamente.

el valor del activo es lo suficientemente bajo.

Propiedades de Convexidad de los Precios de las Opciones

Primero, queremos mostrar que los precios de una opción de compra son funciones convexas del precio de ejercicio. Sea $K_2 = \lambda K_3 + (1 - \lambda)K_1$ donde $0 \leq \lambda \leq 1$, $K_1 \leq K_2 \leq K_3$. Matemáticamente, las propiedades de convexidad están descritas por

$$c(S, \tau; K_2) \leq \lambda c(S, \tau; K_3) + (1 - \lambda)c(S, \tau; K_1), \tag{4.24}$$

$$C(S, \tau; K_2) \leq \lambda C(S, \tau; K_3) + (1 - \lambda)C(S, \tau; K_1). \tag{4.25}$$

La representación gráfica de las desigualdades anteriores se muestra en la Figura 4.2.

Para demostrar que se cumple la desigualdad (4.24) para las opciones de compra Europeas, consideremos los pagos finales de los siguientes dos portafolios. El Portafolio C se compone de λ unidades de una opción de compra con precio de ejercicio K_3 y $(1 - \lambda)$ unidades de una opción de compra con precio de ejercicio K_1 , y el Portafolio D consta de una opción de compra con precio de ejercicio K_2 . En el Cuadro 4.2, se muestran los pagos finales de los dos portafolios para todos los valores posibles de S_T .

Puesto que $V_C \geq V_D$ para todos los valores posibles de S_T , al aplicar la condición de no arbitraje, el valor presente del Portafolio C debe ser igual o mayor que el valor presente del Portafolio D ; de modo que esto conduce a la desigualdad (4.24). En el argumento anterior, no interviene el factor τ , de modo que el resultado es el mismo incluso considerando que las opciones de compra en los dos portafolios fueran ejercidas prematuramente. Por consiguiente, la propiedad de convexidad también se cumple para las opciones de compra Americanas. Asimismo, se puede demostrar mediante un argumento similar que los precios de las opciones de venta Europeas y Americanas también son funciones convexas del precio de ejercicio.

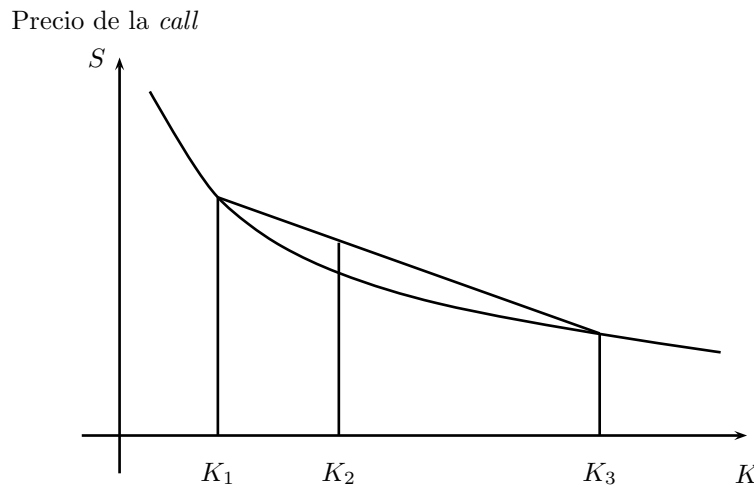


Figura 4.2: Representación gráfica que muestra la propiedad de convexidad del precio de una opción de compra como una función del precio de ejercicio. El precio de la opción de compra es igual a S cuando $K = 0$ y tiende a cero para valores grandes de K .

Cuadro 4.2: Pagos Finales de los Portafolios C y D

Valor del activo al vencimiento	$S_T \leq K_1$	$K_1 < S_T \leq K_2$	$K_2 < S_T \leq K_3$	$K_3 \leq S_T$
Portafolio C	0	$(1 - \lambda)(S_T - K_1)$	$(1 - \lambda)(S_T - K_1)$	$\lambda(S_T - K_3) + (1 - \lambda)(S_T - K_1)$
Portafolio D	0	0	$S_T - K_2$	$S_T - K_2$
Resultado de la comparación	$V_C = V_D$	$V_C > V_D$	$V_C \geq V_D$	$V_C = V_D$

Por otra parte, se puede demostrar que los precios de las opciones de compra y de venta (Americanas y Europeas) son funciones convexas del precio del activo subyacente.

4.1.3 Efectos de los Dividendos sobre las Cotas Racionales

A continuación, se examinan los efectos de los dividendos sobre las cotas racionales de los valores de las opciones. En la próxima discusión, suponemos que son conocidos el importe y el plazo del pago de los dividendos. Un resultado importante es que puede llegar a ser óptimo ejercer prematuramente una opción de compra Americana si existen dividendos (discretos o continuos) durante la vida de la misma.

Primero, consideremos el efecto de los dividendos sobre el precio del activo subyacente. Cuando un activo paga una cierta cantidad como dividendos, se espera que el precio del activo disminuya por la misma cantidad (suponiendo que no existen otros factores, como los impuestos, que afectan los beneficios). La prueba puede ser argumentada utilizando la condición de no arbitraje como

sigue. Supongamos que el precio del activo disminuye por una cantidad menor que los dividendos, un oportunista puede asegurar una ganancia libre de riesgo si pide un préstamo para comprar el activo justo antes de la fecha de los dividendos y vende el activo justo después del pago de los dividendos, con una parte de esta cantidad devuelve el préstamo. El beneficio del oportunista al recibir los dividendos excede la pérdida originada por la diferencia en el precio del activo en las operaciones de compra y venta. Si el precio del activo disminuye por una cantidad mayor que los dividendos, entonces con una estrategia de operaciones opuesta a la anterior se obtiene una ganancia libre de riesgo. En un mercado eficiente donde no hay posibilidades de oportunidades de arbitraje libres de riesgo, el descenso en el precio de un activo debe ser igual a los dividendos.

Para presentar un análisis simplificado, no consideramos los efectos de pagos individuales de dividendos discretos y/o continuos. Más bien, dejamos que la cantidad D denote el valor presente de todos los dividendos discretos conocidos pagados entre ahora y la fecha de vencimiento. Primero examinamos el impacto de los dividendos sobre la cota inferior del valor de una opción de compra Europea y el aspecto del ejercicio temprano de una opción de compra Americana desde el punto de vista del conjunto de dividendos D .

De manera similar a los dos portafolios mostrados en el Cuadro 4.1, elegimos ahora un Portafolio B que se compone de una unidad del activo subyacente y un préstamo en efectivo de D unidades monetarias. Al vencimiento, el valor del Portafolio B corresponderá siempre a S_T , puesto que el préstamo D será pagado durante la vida de la opción cuando se reciban los dividendos. Por consiguiente, se observa de nuevo que al vencimiento $V_A \geq V_B$, de manera que el valor presente del Portafolio A debe ser al menos igual al valor presente del Portafolio B . Así pues, tomando en cuenta la condición de responsabilidad limitada, obtenemos

$$c(S, \tau; K, D) \geq (S - KB(\tau) - D)^+, \quad (4.26)$$

que proporciona la nueva cota inferior para el precio de una opción de compra Europea en donde se pagan dividendos. El precio de una opción de compra descenderá debido a los dividendos del activo subyacente, el cual puede llegar a ser menor que el valor intrínseco $S - K$, cuando el conjunto de dividendos D es lo suficientemente grande. Por lo tanto, cuando sucede que

$$S - K > S - KB(\tau) - D \quad \text{o} \quad D > K(1 - B(\tau)), \quad (4.27)$$

puede volverse óptimo ejercer antes del vencimiento para el caso de una opción de compra Americana. Para ser más exactos, la expresión (4.27) es sólo una condición necesaria pero no suficiente para el ejercicio temprano de las opciones de compra Americanas.

A diferencia de la posesión de una opción de compra, el poseedor de una opción de venta gana cuando baja el precio del activo después de un dividendo discreto. Mediante un argumento similar al de los dos portafolios, se puede demostrar que las cotas para las opciones de venta Americanas y Europeas son

$$P(S, \tau; K, D) \geq p(S, \tau; K, D) \geq (KB(\tau) + D - S)^+. \quad (4.28)$$

Incluso sin dividendos ($D = 0$), la cota inferior $KB(\tau) - S$ puede llegar a ser menor que el valor intrínseco $K - S$, cuando la opción de venta está suficientemente *deep in the money*³ (referida a valores muy pequeños de S). Bajo tales circunstancias, la opción de venta Americana tiene que ser ejercida temprano. La presencia de dividendos hace a una opción de venta Americana menos probable de ser ejercida anticipadamente, puesto que el poseedor pierde los dividendos cuando el

³ Situación anómala que se presenta cuando el precio de una opción de compra es muy superior al de ejercicio, o el de la opción de venta es muy inferior a éste.

activo es vendido al ejercer la opción de venta.

Mediante el uso de un argumento contrario al de la expresión (4.27), se puede demostrar que cuando $D \geq K(1 - B(\tau))$, la opción de venta Americana nunca debe ser ejercida anticipadamente. Los efectos de los dividendos sobre la decisión del ejercicio temprano de las opciones de venta Americanas, son en general más complicados que los correspondientes a las opciones de compra Americanas.

4.1.4 Paridad *Put-Call*

La paridad *put-call* formula la relación (condición de equilibrio) entre los precios de las opciones de compra (*call*) y de venta (*put*). Para que no exista arbitraje, en un mercado en el que es posible crear valores sintéticos, debe existir una relación sistemática entre los precios de esos activos. Esta relación determina la paridad; i.e. equilibrio, de los precios del activo subyacente, y las opciones de compra y de venta.

Para un par de opciones de compra y de venta Europeas sobre el mismo activo subyacente y con la misma fecha de vencimiento y precio de ejercicio, tenemos

$$p = c - S + D + KB(\tau) \quad (4.29)$$

Cuando el activo subyacente no paga dividendos, ponemos $D = 0$. La prueba de la paridad *put-call* es muy sencilla. Consideremos los siguientes dos portafolios: el primer portafolio consta de una posición larga en una opción de compra Europea, una cantidad de efectivo $D + KB(\tau)$ y la venta en corto de una unidad del activo; el segundo portafolio se compone sólo de una opción de venta Europea. La cantidad de efectivo D en el primer portafolio es usada para compensar los dividendos debido a la posición corta en el activo. Al vencimiento, ambos portafolios valen $(K - S_T)^+$. Puesto que ambas opciones son Europeas, no se pueden ejercer antes de la fecha de vencimiento. Por lo tanto, ambos portafolios tienen el mismo valor durante toda la vida de las opciones, que es precisamente la afirmación de la paridad *put-call*.

La relación de paridad *put-call* no puede ser aplicada a las opciones Americanas debido a su característica de ejercicio temprano. Sin embargo, podemos deducir las cotas inferiores y superiores para la diferencia de los precios de las opciones de compra y de venta Americanas. Primero, supongamos que el activo subyacente no paga dividendos. Puesto que $P > p$ y $C = c$, deducimos a partir de la ecuación (4.29) (con $D = 0$) que

$$C - P < S - KB(\tau), \quad (4.30)$$

que brinda una cota superior para $C - P$. Consideremos los siguientes dos portafolios: uno se compone de una opción de compra Europea más una cantidad de efectivo K y el otro portafolio consta de una opción de venta Americana junto con una unidad del activo subyacente, de esta manera es sencillo demostrar que

$$c + K > P + S.$$

Además, puesto que $c = C$ cuando el activo subyacente no paga dividendos, obtenemos la siguiente cota inferior para $C - P$

$$S - K < C - P. \quad (4.31)$$

Al combinar las dos cotas analizadas, la diferencia de los valores de una opción de compra y de venta Americanas sobre un activo que no paga dividendos, está acotada por

$$S - K < C - P < S - KB(\tau). \quad (4.32)$$

El lado derecho de la desigualdad anterior: $C - P < S - KB(\tau)$ se cumple también para opciones sobre un activo que paga dividendos, puesto que el reparto de los mismos disminuye el valor de las opciones de compra y aumenta el valor de las opciones de venta. No obstante, el lado izquierdo de la desigualdad se tiene que modificar como: $S - D - K < C - P$. Al combinar los resultados, la diferencia de los valores de una opción de compra y de venta Americanas sobre un activo que paga dividendos, está acotada por

$$S - D - K < C - P < S - KB(\tau). \quad (4.33)$$

4.2 Modelo de Black-Scholes

La historia de la valuación de opciones comienza en el año de 1973,⁴ con los trabajos de Fischer Black y Myron Scholes [8], y de Robert C. Merton [48],⁵ quienes exponían en sus artículos una fórmula analítica para la valuación de estos productos derivados. Hoy en día, el modelo de Black-Scholes es uno de los modelos de valuación más conocidos y aplicados de las finanzas. De la misma forma, el modelo de Merton, tiene el valor de ser el primer modelo analítico que incluye los dividendos del activo subyacente. De hecho, su uso es mayor que el modelo de Black-Scholes. Sin embargo, presenta serias limitaciones ya que el supuesto dividendo continuo es irreal y sólo puede utilizarse para opciones Europeas.

A partir de estos trabajos, se han investigado diferentes modelos de valuación que se intentan aplicar a opciones sobre activos subyacentes específicos (acciones, divisas, futuros, materias primas, etc.). Además, se puede decir que esta área de estudio es prioritaria en muchos centros de investigación financiera.

En esta sección, se dará un repaso del modelo de Black-Scholes y se obtendrá la ecuación diferencial parcial propuesta en este modelo que gobierna el precio de una opción. Pero antes de comenzar, es importante mencionar los supuestos que se plantean en dicho modelo sobre el mercado financiero:

- I) El precio del activo subyacente se comporta de acuerdo con una caminata aleatoria en tiempo continuo y la distribución de posibles valores de dicho precio es lognormal.
- II) El mercado funciona sin fricciones; es decir, no existen costos de transacción, de información, requerimientos de margen, ni impuestos y los activos son perfectamente divisibles.
- III) Las transacciones tienen lugar en forma continua y existe plena capacidad para realizar compras y ventas en descubierto (“a crédito”) sin restricciones ni costos especiales.
- IV) Los agentes pueden prestar y endeudarse a una misma tasa r , que es la tasa de interés a corto plazo expresada en forma continua y que se supone conocida y constante en el horizonte de valuación de las opciones.
- V) Las opciones son Europeas y el activo subyacente no paga dividendos en el horizonte de valuación.

⁴ Sin embargo, para algunas personas, el primer modelo de valuación de opciones fue propuesto por el premio Nobel de Economía Paul Samuelson, en su artículo de 1965 [57]. De hecho, en la década de 1960, Samuelson redescubrió el trabajo de Louis Bachelier realizado en 1900 (más adelante, en una nota a pie de página se habla un poco de Bachelier).

⁵ Por su contribución a la teoría de valuación de derivados, Myron Scholes y Robert C. Merton se hicieron merecedores del Premio Nobel de Economía en 1997, desgraciadamente Fischer Black ya había muerto para entonces.

4.2.1 Dinámica Lognormal

Si bien existe un buen número de modelos que tratan de explicar la evolución del precio de las acciones, el más popular sigue siendo el de que éstos están distribuidos de manera lognormal. Esto significa que los logaritmos de los precios de las acciones siguen una distribución normal. Es decir, el rendimiento de las acciones sigue una distribución normal ya que los logaritmos de los precios de las acciones son aproximadamente igual al cambio porcentual de los mismos. En consecuencia, la distribución lognormal de los precios de las acciones no es otra cosa que afirmar que los cambios porcentuales de los precios de las acciones se distribuyen normalmente.

Para analizar lo anterior, consideremos una opción Europea con fecha de vencimiento T . Nos interesa solamente el tiempo restante a la fecha de vencimiento de la opción, de tal manera que sin pérdida de generalidad, podemos suponer que el tiempo presente es cero.

Como hemos visto, el valor de la opción depende tanto del precio vigente del activo subyacente como de la fecha de vencimiento T . Al respecto, es claro que el precio del activo es una variable aleatoria. De este modo, denotemos como S_t al precio del activo en algún momento t . Para hallar el valor de la opción, primero tenemos que estudiar el comportamiento del precio del activo S_t en el tiempo.

El precio *spot* S_0 , representa el precio vigente (totalmente conocido) del activo subyacente. En el análisis de Black-Scholes, el precio del activo S_t por sí mismo es irrelevante, por lo que se debe analizar su cambio relativo durante algún intervalo de tiempo. Para este propósito, podemos de nuevo considerar, sin pérdida de generalidad, el cambio del valor del activo sólo entre el tiempo presente $t = 0$ y algún momento t ; así pues, queremos conocer cómo está distribuido el cociente S_t/S_0 .

El supuesto clave en el modelo de valuación de Black-Scholes, es que el cambio relativo del subyacente durante un período de tiempo está distribuido normalmente. Esto es, dado el precio *spot* S_0 , la tasa de rendimiento (o simplemente rendimiento) durante algún intervalo de tiempo t es

$$\frac{S_t - S_0}{S_0},$$

que sigue una distribución normal. Además, de acuerdo con el modelo de Black-Scholes, se considera que (1) los rendimientos se distribuyen idénticamente; (2) los rendimientos se distribuyen independientemente; (3) la media y la varianza son $(\mu t, \sigma^2 t)$, respectivamente.

El primer supuesto implica que las distribuciones permanecerán iguales. El segundo supuesto nos dice que las distribuciones de probabilidad no son afectadas por sucesos anteriores: “el mercado no tiene memoria”. El tercer supuesto significa que a medida que pasa el tiempo, el rendimiento crece uniformemente a una tasa μ lejos de su media actual. En el tiempo, la varianza también crece, haciendo la distribución de probabilidad más escalonada.

Así pues, ocurre que la tasa de rendimiento calculada en un intervalo de tiempo que va de t_1 a t_2 , es independiente de la calculada en otro intervalo que va de t_2 a t_3 . Entonces, la tasa de rendimiento se puede expresar como

$$\frac{S_t - S_0}{S_0} = \mu t + \sigma \sqrt{t} Z, \tag{4.34}$$

donde Z es una variable aleatoria normal estándar con media 0 y varianza 1. La teoría clásica de Black-Scholes asume que μ y σ son constantes; en la práctica, es poco probable que éste sea el caso para largos períodos de tiempo.

La ecuación (4.34) nos dice que cuando el tiempo transcurre en una cantidad t , el precio del activo va cambiando de acuerdo al comportamiento de las variables μt y $\sigma\sqrt{t}Z$.

De acuerdo a la ecuación (4.34) y puesto que el intervalo t fue arbitrario, existen diversas variables aleatorias durante cada período de tiempo. Por consiguiente, es preferible llamar un proceso aleatorio (*random process*) a la sucesión de variables aleatorias en el tiempo. En este caso, a este proceso frecuentemente se le llama caminata aleatoria (*random walk*). Para nuestros fines, es conveniente representar la componente aleatoria de la ecuación (4.34) por medio de una sola variable; escribamos $W_t = \sqrt{t}Z$.

Consideremos ahora qué sucede si hacemos cada vez más pequeños los intervalos de tiempo. Cuando $t \rightarrow 0$, el proceso aleatorio se vuelve un proceso aleatorio continuo; a este último se le conoce como un proceso estocástico (*stochastic process*) y se pueden usar diferenciales para describir cambios infinitesimales. Así, podemos escribir la ecuación (4.34) como

$$\frac{dS_t}{S_0} = \mu dt + \sigma dW_t, \quad (4.35)$$

donde W_t (y por consiguientes S_t) es una variable estocástica. Considerar que $t \rightarrow 0$, trae consigo el supuesto de que el activo se negocia continuamente.

Si ahora representamos como dX_t al lado izquierdo de la ecuación (4.35), obtenemos que

$$dX_t = \mu dt + \sigma dW_t. \quad (4.36)$$

En este caso, a la variable μ se le llama tasa de crecimiento (*drift rate*).

Puesto que $dS_t/S_0 = d(\log S_t)$, podemos escribir S_t como

$$S_t = S_0 e^{X_t}. \quad (4.37)$$

Esto significa que el logaritmo de S_t sigue una distribución normal; por lo tanto, decimos que la distribución S_t es *lognormal*.

Movimiento Browniano. La variable dW_t que aparece en la *ecuación diferencial estocástica* (4.35), representa una clase especial de caminata aleatoria, llamada movimiento browniano (*Brownian motion*)⁶ o proceso de Wiener (*Wiener process*). Dicha caminata aleatoria está caracterizada por W_t , que es una variable aleatoria distribuida normalmente con media 0 y varianza t .

⁶ Nombrado así después de las investigaciones hechas en 1827 por el botánico inglés Robert Brown. Fue usado por primera vez dentro de la teoría financiera por Louis Jean-Baptiste Alphonse Bachelier en su tesis doctoral *Théorie de la Spéculation* presentada el 29 de marzo de 1900. De hecho, se considera a esta fecha como el nacimiento de las matemáticas financieras. Ver [44]. De acuerdo al movimiento Browniano, los valores de los mercados financieros se comportan de una manera similar al movimiento de las partículas en Física. De esta manera, el modelo de Black-Scholes es una adaptación de los modelos de transferencia de calor de la Física. Para más información sobre la aplicación de la Física Estadística a la Economía y las Finanzas, se pueden consultar [44] y [45].

Con respecto a S_t , podemos ver que es continua pero no diferenciable. Esta situación se explica formalmente si dividimos δS_t por δt y obtenemos el límite cuando $\delta t \rightarrow 0$,⁷ es decir,

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta S_t}{\delta t} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{O(\sqrt{\delta t})}{\delta t} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} O\left(\frac{1}{\sqrt{\delta t}}\right) = \infty,$$

de modo que no existe la diferencial.⁸

La ecuación (4.35) nos dice que el logaritmo de S_t/S_0 es un “movimiento browniano con media μdt ” y nos proporciona una manera para describir a través del tiempo los cambios dS_t en el precio del activo S_t .

Consideremos ahora una función V que depende del precio del activo S_t y del tiempo t , y veamos cómo cambia durante un paso temporal infinitesimal dt .

Fórmula de Itô. Si el precio S del activo fuera una variable determinista, simplemente expandiríamos en series de Taylor $V(S_0 + \delta S, \delta t)$ en $V(S, 0)$, es decir,

$$\delta V = \left(\frac{\partial V}{\partial t} \delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \delta t^2 + \dots \right) + \left(\frac{\partial V}{\partial S} \delta S + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \delta S^2 + \dots \right) + \dots$$

El *cálculo de Itô* puede ser considerado como una extensión de las reglas de diferenciación del cálculo ordinario al cálculo estocástico. Cuando $\delta t \rightarrow 0$, los términos de δt de orden mayor que 1, como en el cálculo diferencial ordinario son muy pequeños y pueden ser omitidos.

La diferencia en el caso del proceso aleatorio, es que además δS_t depende de δt . En el caso de la caminata aleatoria lognormal, la ecuación (4.34) nos conduce a la expresión $\delta S = S_0 \mu \delta t + \sigma \sqrt{\delta t} S_0 Z$. Entonces, consideremos

$$\delta S^2 = \left(S_0 \mu \delta t + \sigma \sqrt{\delta t} S_0 Z \right)^2.$$

En esta expresión, el único término de un orden mayor $O(\delta t)$ es $(\sigma \sqrt{\delta t} S_0 Z)^2$. Puesto que Z es una variable aleatoria normal estándar, Z^2 está distribuida con una distribución gamma con media 1. Por consiguiente,

$$\mathbf{E} \left[\left(\sigma \sqrt{\delta t} S_0 Z - \sigma^2 S_0^2 \delta t \right)^2 \right] = \sigma^2 S_0^2 \delta t \mathbf{E} [Z^2] + O(t^{3/2}) = \sigma^2 S_0^2 \delta t + O(t^{3/2}).$$

⁷ Aquí se utiliza el símbolo δ como un operador lineal.

⁸ En el cálculo de límites, los símbolos de orden asintótico, “ $O(\cdot)$ ”, “ $o(\cdot)$ ” y “ \sim ”, se usan para describir el comportamiento de la función $F(t)$ relativa a la función $G(t)$ para valores de t cercanos a t_0 . Supongamos que $F(t)$ y $G(t)$ son funciones de t .

1. $F(t) = O(G(t))$ si:

$$\lim_{t \rightarrow t_0} \left(\frac{F(t)}{G(t)} \right) = c \quad (\text{el límite está acotado}).$$
2. $F(t) = o(G(t))$ si:

$$\lim_{t \rightarrow t_0} \left(\frac{F(t)}{G(t)} \right) = 0,$$
es decir,

$$\left| \frac{F(t)}{G(t)} - c \right| < \varepsilon \text{ si } |t - t_0| < \delta \Rightarrow \frac{F(t)}{G(t)} < \varepsilon + c < c' \Rightarrow F(t) < c' G(t).$$
3. $F(t) \sim G(t)$, $F(t)$ “es asintóticamente proporcional” a $G(t)$ cuando $t \rightarrow t_0$, si:
 $F(t) = O(G(t))$ y $F(t) \neq o(G(t))$.

Cuando $\delta t \rightarrow 0$,

$$dS_t^2 = \sigma^2 S_0^2 dt.$$

Por lo tanto, si V es una función que depende de S_t , también es un proceso estocástico (V_t) tal que

$$dV_t = \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial S} dS_t + \frac{1}{2} \sigma^2 S_0^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} dt. \quad (4.38)$$

Teniendo en cuenta que el activo subyacente es un proceso estocástico con $dS_t = \mu S_0 dt + \sigma S_0 dW$, obtenemos la *fórmula de Itô* para la opción:

$$dV_t = \frac{\partial V}{\partial S} \sigma dW_t + \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \mu S_0 \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S_0^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) dt. \quad (4.39)$$

En la ecuación anterior, está presente la variable estocástica dW_t ; esto quiere decir que el precio de la opción $V(S_t, t)$ también se mueve aleatoriamente. Se ha mencionado que si eliminamos la aleatoriedad por medio de un portafolio replicador, podemos hallar el precio de la opción.

Por definición, un portafolio replicador elimina la aleatoriedad de la opción y en esencia, hace que la opción sea equivalente a un portafolio libre de riesgo. Una vez que tenemos dicho portafolio, su rendimiento debe coincidir con el del portafolio libre de riesgo o de lo contrario existirá una oportunidad de arbitraje. Así pues, tenemos que suponer la ausencia de arbitraje para determinar el precio correcto de la opción.

Como se mencionó en el primer capítulo, el riesgo de un portafolio se define como la varianza del rendimiento de una inversión. En nuestro modelo lognormal, la varianza es σ^2 y a σ se le llama la volatilidad del portafolio. Por consiguiente, un portafolio libre de riesgo tiene $\sigma = 0$ y $\mu = r$, i.e. una tendencia rt y la ausencia de componentes aleatorias.

Por lo tanto, la clave para encontrar el “precio correcto” de una opción descansa en poder de hallar la manera de eliminar la componente aleatoria de las ecuaciones (4.38) ó (4.39). El resultado será la ecuación de Black-Scholes, la cual se debe cumplir en la ausencia de arbitraje.

4.2.2 Ecuación de Black-Scholes

A partir de la ecuación (4.39) tenemos un proceso estocástico V_t que depende de otro proceso S_t . Si construimos un portafolio con una opción y una posición corta de Δ_0 unidades de una acción, donde Δ_0 es un número real, no necesariamente un entero. Inicialmente, vemos que el valor de nuestro portafolio es

$$\Pi_0 = V_0 - \Delta_0 S_0.$$

Con una Δ_0 apropiada, el valor de nuestro portafolio igualará el de la opción replicada. Después de un paso temporal dt , el valor de nuestro portafolio será

$$d\Pi_t = dV_t - \Delta_0 dS_t. \quad (4.40)$$

Suponemos en esta última expresión que Δ_0 es constante durante el paso temporal dt . Al sustituir en (4.40) el valor de dV_t dado por (4.38), obtenemos

$$d\Pi_t = \frac{\partial V}{\partial t} dt + \left(\frac{\partial V}{\partial S} - \Delta_0 \right) dS_t + \frac{1}{2} \sigma^2 S_0^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} dt.$$

Es claro que podemos eliminar la componente aleatoria dS_t si escogemos $\Delta_0 = \partial V / \partial S$, que es la tasa de cambio en el precio de la opción con respecto al cambio en el precio de su activo subyacente, calculada en $t = 0$. Así pues, $d\Pi_t$ se vuelve completamente determinista:

$$d\Pi_t = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S_0^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) dt.$$

Este portafolio no tiene ninguna componente aleatoria, de modo que es determinista y por ello libre de riesgo. De acuerdo a la condición de no arbitraje, el rendimiento de este portafolio debe ser el mismo que el de un valor o activo financiero libre de riesgo.

Si ahora suponemos que r es el rendimiento de un activo libre de riesgo, un portafolio Π_0 valuado en $t = 0$ e invertido en este activo, rendirá $r\Pi_0 dt$ durante un paso temporal dt .

Es claro que deben ser iguales los rendimientos del portafolio anterior y del portafolio determinista (opción replicada), de modo que $r\Pi_0 dt = d\Pi_t$, es decir,

$$r\Pi_0 dt = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S_0^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) dt.$$

Puesto que $\Pi_0 = V_0 - \Delta_0 S_0 = V_0 - S_0 \frac{\partial V}{\partial S}$, obtenemos

$$r \left(V_0 - S_0 \frac{\partial V}{\partial S} \right) = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S_0^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right).$$

Esta última expresión es la ecuación diferencial parcial de Black-Scholes y se utiliza para valuar cualquier opción Europea, sea de compra o de venta.

Puesto que fue arbitrario considerar el momento $t = 0$ y ya que S_0 representa el precio *spot* del activo, podemos excluir el subíndice 0. De esta manera, la ecuación de Black-Scholes usualmente se escribe como

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0. \quad (4.41)$$

Notemos que la tasa de crecimiento μ no se encuentra en esta ecuación. Esto significa que el único parámetro en la ecuación que no es directamente observable es la volatilidad σ . La condición de no arbitraje establece que la tasa de crecimiento del activo subyacente es exactamente r , que es la tasa del activo libre de riesgo.

Se le llama *cobertura delta* a la eliminación de los movimientos aleatorios de un portafolio. Por consiguiente, un portafolio con esta característica no tiene riesgo y en un mercado libre de arbitraje uno puede esperar que su rendimiento sea igual al de otros activos financieros libres de riesgo.

Sin embargo, establecer $\Delta_0 = \partial V / \partial S$ implica que Δ_0 , i.e. el número (o fracción) de acciones y la posición en activos libre de riesgo que se tienen en el portafolio deben ser reajustadas (cubiertas) continuamente, puesto que $\partial V / \partial S$ varía en el tiempo.⁹ Naturalmente, esto es poco realista en la práctica y aún más si consideramos los costos de transacción.

En conclusión, el precio de un título derivado está gobernado por la ecuación (4.41), teniendo en cuenta que en la ausencia de arbitraje el activo subyacente sigue una dinámica lognormal.

⁹ Más adelante, se analizan las medidas de sensibilidad de las opciones.

4.2.3 Obtención de una Solución

La ecuación diferencial parcial de Black-Scholes (4.41) debe ser cierta para cualquier opción suponiendo que el activo subyacente S_t es un proceso estocástico con media μ y volatilidad σ , y dada la tasa de interés libre de riesgo r .

Una ecuación diferencial parcial (*partial differential equation*, PDE) como (4.41)¹⁰ tiene solución única sólo si podemos imponer una condición final y condiciones de frontera. Estas condiciones son muy importantes en la implementación de métodos numéricos de diferencias finitas.¹¹

La PDE (4.41) requiere que apliquemos dos condiciones a la variable S ,¹² para el caso de la segunda derivada parcial $\partial^2 V / \partial S^2$ y una condición a la variable t , para la primera derivada parcial $\partial V / \partial t$. En este último caso, la condición con relación a t es la condición de pago final (*payoff condition*). Las condiciones (de frontera) con relación a S deben determinar los valores para V en las cotas del dominio de V . Puesto que S está definido por $S \in [0, \infty)$, para cada $t < T$, las condiciones de frontera deben ser determinadas para $S = 0$ y para el límite $S \rightarrow \infty$. Tales condiciones van a depender del tipo de opción.

Por ejemplo, para un opción de compra Europea $c(S, T; K)$ con precio de ejercicio K , el pago final es $(S - K)^+$ y las condiciones de frontera son:

$$\begin{cases} c(0, t; K) = 0 & \forall t < T, \\ \lim_{S \rightarrow \infty} c(S, t; K) = S & \forall t < T. \end{cases}$$

Para una opción de venta Europea $p(S, T; K)$ con precio de ejercicio K , el pago final es $(K - S)^+$ y las condiciones de frontera son:

$$\begin{cases} p(0, t; K) = K & \forall t < T, \\ \lim_{S \rightarrow \infty} p(S, t; K) = 0 & \forall t < T. \end{cases}$$

4.2.4 Dividendos Continuos

Consideremos el caso cuando el activo subyacente paga un dividendo continuo D . Sin pérdida de generalidad, sea S_0 el precio *spot* del activo en $t = 0$. Después de un paso temporal infinitesimal dt , el poseedor del activo obtiene $DS_0 dt$ en dividendos. Sin embargo, el precio del activo debe disminuir por la misma cantidad o de lo contrario existirá una oportunidad de arbitraje (situación que ya analizamos). Así pues, tenemos que

$$dS_t = \sigma S_0 dW_t + \mu S_0 dt - DS_0 dt. \quad (4.42)$$

Puesto que el poseedor de la opción no recibe el dividendo, el pago del mismo no debe cambiar el valor de la opción, de manera que para eliminar el efecto del dividendo en este valor tomamos un término de corrección para la ecuación (4.40), esto es,

$$d\Pi_t = dV_t - \Delta_0 dS_t - D\Delta_0 S_0 dt.$$

¹⁰ A una PDE del tipo (4.41) se le conoce como una ecuación parabólica inversa (*backward parabolic equation*).

¹¹ Ver [39].

¹² Cuando escribimos S_t , nos estamos refiriendo al hecho de que el precio del activo subyacente es una variable aleatoria estocástica. Cuando es claro que S es una variable continua, excluirémos el subíndice y escribimos S . En esta tesis, V_t representa el proceso estocástico de la opción o su valor en el tiempo t .

Por consiguiente, la ecuación (4.41) toma la siguiente forma:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + (r - D)S \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0. \quad (4.43)$$

4.3 Modelo Binomial

Otro camino para describir la dinámica aleatoria del precio de un activo es a través del modelo binomial. Partiendo con un simple caso de que en un paso temporal hay dos posibles precios de un activo subyacente, demostraremos que al incrementar el número de pasos temporales, en el límite llegaremos eventualmente al precio correcto de la opción y de esta forma hallaremos un camino alternativo para representar el valor de la opción, a saber, la fórmula de la esperanza (valor esperado)¹³ neutral al riesgo (*risk-neutral expectation formula*).

Antes de comenzar, es importante mencionar los supuestos del modelo binomial desarrollado por Cox-Ross-Rubinstein en 1979: [21]

- i) Eficiencia y profundidad de los mercados.
- ii) Ausencia de costos de transacción.
- iii) Es posible comprar y vender en descubierto; sin límite.
- iv) Los activos son perfectamente divisibles.
- v) Se puede prestar y tomar prestado a la misma tasa de interés.
- vi) Todas las transacciones se pueden realizar de forma simultánea.
- vii) El precio del activo subyacente evoluciona según un proceso binomial multiplicativo.

4.3.1 Proceso Binomial de los Precios de Activos

Tenemos esencialmente el mismo conjunto de supuestos como en el caso anterior donde representamos el proceso de valor aleatorio del activo con una ecuación diferencial estocástica.

En lugar de una ecuación de este tipo, el modelo binomial parte con un modelo de mercado muy simple de dos estados como se muestra a la izquierda de la Figura 4.3.

Si S_0 es el precio *spot* de un activo con riesgo en el tiempo $t = 0$, uno supone que después de un tiempo T , dicho activo sólo puede tomar dos valores distintos: $S_0 u$ o $S_0 d$, donde u y d son números reales tales que $u > d$. Exactamente, u representa el movimiento multiplicativo al alza del precio del activo en un período, con una probabilidad asociada q (que más adelante se define) y d representa el movimiento multiplicativo a la baja del precio del activo en un período, con una probabilidad asociada $(1 - q)$. Por otra parte, suponemos la existencia de un activo libre de riesgo con un rendimiento constante r . Así pues, una inversión de S_0 unidades monetarias en $t = 0$, tiene un rendimiento de $S_0 e^{rT}$ unidades monetarias en $t = T$.

En nuestro modelo, también es válida la condición de no arbitraje. Por ello, debemos requerir que $S_0 d < S_0 e^{rT} < S_0 u$, o eliminando a S_0 obtenemos

$$d < e^{rT} < u. \quad (4.44)$$

Esto afirma que una inversión libre de riesgo no tiene un mejor, peor o un rendimiento igual que una inversión con riesgo. Si esto no es verdad, entonces el activo con riesgo no es en absoluto

¹³ Nos referimos a la esperanza matemática de una variable aleatoria simplemente como su valor esperado.

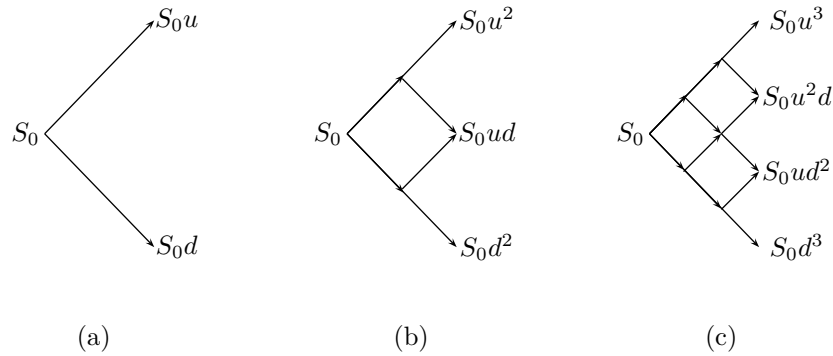


Figura 4.3: Modelos binomiales de uno, dos y tres períodos aplicados al mismo período total de tiempo $T = N\delta t$. A medida que el número de períodos aumenta y la longitud del paso temporal $\delta t \rightarrow 0$, la distribución de $\log(S_T/S_0)$ tiende a la distribución normal.

riesgoso. Si $e^{rT} < d < u$, siempre sería mejor adquirir el activo subyacente (activo con riesgo) en vez del activo libre de riesgo; con un préstamo de ϕ unidades monetarias a la tasa de interés libre de riesgo r y con la compra del activo con riesgo, produciríamos en $t = T$ un beneficio de al menos $\phi(d - e^{rT}) > 0$. Aunque e^{rT} fuera igual a d , al menos podríamos esperar que tal posición en el mercado (larga en el activo, corta en el bono) produzca un valor positivo. Con una posición de mercado contraria (larga en el bono, corta en el activo), el mismo argumento se aplicaría a la situación en que $d < u \leq e^{rT}$. En esta última situación, nadie compraría el activo subyacente a los precios actuales. Los mercados rebajarían el precio del activo subyacente hasta el nivel en que la ecuación (4.44) se cumpliera.

En este marco, nuestro objetivo es replicar una opción cuando el activo subyacente tiene riesgo. Supongamos que f_u y f_d son los rendimientos de la opción si el activo subyacente sube o baja, respectivamente. Además, consideremos un portafolio que consiste de Δ unidades de un activo con riesgo (digamos, una acción) y ψ unidades de un activo libre de riesgo. Así pues, formamos un portafolio replicador cuando

$$\begin{cases} \Delta S_0 u + \psi e^{rT} = f_u, \\ \Delta S_0 d + \psi e^{rT} = f_d. \end{cases} \quad (4.45)$$

Este es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (Δ, ψ) y tiene solución única sí y sólo sí $u \neq d$, lo cual en efecto es claro a partir de la condición de no arbitraje (4.44). Si resolvemos este sistema de ecuaciones encontramos que

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{S_0 u - S_0 d}, \quad \psi = e^{-rT} \frac{u f_d - d f_u}{u - d}.$$

Puesto que aquí el pago final de la opción es arbitrario, cualquier opción es replicable en este modelo de mercado. Asimismo, puesto que el pago final de la opción en $t = T$ es igual al de este portafolio, el valor de este último debe ser igual al de la opción. Por ello, si V_0 representa el valor

presente de la opción, obtenemos

$$V_0 = \Delta S_0 + \psi = \frac{f_u - f_d + e^{-rT}(uf_d - df_u)}{u - d},$$

e introduciendo una nueva variable

$$q = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$$

el valor de la opción en $t = 0$ puede expresarse como

$$V_0 = e^{-rT} [qf_u + (1 - q)f_d]. \quad (4.46)$$

La condición de no arbitraje (4.44) garantiza que $0 < q < 1$; por ello, la fórmula anterior puede ser considerada como una cierta clase de fórmula de esperanza:

$$V_0 = e^{-rT} \mathbf{E}_q[f], \quad (4.47)$$

donde la esperanza está tomada bajo la medida de probabilidad q . Esta medida tiene la propiedad especial de que si V_T es el valor de la opción en $t = T$, entonces con el uso de f_u y f_d definidas en (4.45), obtenemos

$$\mathbf{E}_q[V_T] = (\Delta S_0 + \psi)e^{rT} = V_0 e^{rT}.$$

Por consiguiente, en algún momento futuro, el valor esperado de la opción es el mismo que el del activo libre de riesgo: es irrelevante si compramos la opción o si invertimos una cantidad de dinero equivalente en el activo financiero libre de riesgo: en cualquier caso, podemos esperar que la inversión crezca a la tasa de interés libre de riesgo. Por ello, a esta medida de probabilidad se le llama *medida de probabilidad neutral al riesgo*.¹⁴

Puesto que la opción es siempre replicable, podemos sintetizarla mediante el uso de posiciones cortas o largas en el activo subyacente, y liquidar y vender la opción. Así pues, el valor total de este portafolio es cero si no hay arbitraje; un valor distinto de cero significaría que hay una oportunidad de obtener una ganancia libre de riesgo.

4.3.2 Modelo de Múltiples Períodos

Consideremos ahora un modelo de dos períodos donde la fecha de vencimiento de la opción T está dividida en dos pasos temporales iguales $T = 2\delta t$. Como antes, el activo con riesgo se mueve hacia arriba por un factor u y hacia abajo por un factor d . Esta situación se ilustra en la Figura 4.3 (b).

En el tiempo $t = T = 2\delta t$, este *árbol binomial iterado* tiene los valores extremos del activo (S_0u^2, S_0ud, S_0d^2) . Supongamos ahora que $f(S)$ es la función de pago final de la opción. Entonces, en $t = T$, los tres valores posibles de la opción están dados por

$$f_u = f(S_0u^2), \quad f_m = f(S_0ud), \quad f_d = f(S_0d^2).$$

¹⁴ A la *medida de probabilidad neutral al riesgo* también se le conoce como *medida ajustada al riesgo* o *medida martingala*. De esta manera, el método de valuación neutral al riesgo es también conocido como *técnica de valuación por martingalas*. Aunque no se demuestra en este trabajo, una proposición fundamental es que el mercado es completo sí y sólo sí existe una única medida de probabilidad neutral al riesgo. Para más discusión se pueden consultar [35], [6] y [7].

Puesto que el árbol sólo consta de ramas binomiales, podemos esperar hallar en cada nodo un valor para la opción, inclusive en el nodo $t = 0$.

Suponiendo que no hay arbitraje y neutralidad al riesgo, podemos aplicar la fórmula (4.46) a cada una de las ramas individuales en este árbol para obtener paso por paso un valor para la opción. Al tiempo $t = \delta t$, el valor de la opción puede ser cualquiera de los dos valores

$$V_1^u = e^{-r\delta t}(qf_u + (1-q)f_m), \quad V_1^d = e^{-r\delta t}(qf_m + (1-q)f_d),$$

según si el valor del activo inicialmente “saltó” hacia arriba o hacia abajo.

Al aplicar de nuevo la fórmula, obtenemos que

$$V_0 = e^{-r\delta t}(qV_1^u + (1-q)V_1^d). \quad (4.48)$$

Si sustituimos en la expresión anterior los valores de V_1^u y V_1^d , vemos que

$$V_0 = e^{-rT}(q^2f(S_0u^2) + 2q(1-q)f(S_0ud) + (1-q)^2f(S_0d^2)),$$

o lo que es lo mismo

$$V_0 = e^{-rT} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} q^j (1-q)^{2-j} f(S_0u^j d^{2-j}).$$

Si consideramos ahora que esta fórmula funciona para un modelo de N períodos, donde $T = N\delta t$:¹⁵

$$V_0 = e^{-rT} \sum_{j=0}^N \binom{N}{j} q^j (1-q)^{N-j} f(S_0u^j d^{N-j}). \quad (4.49)$$

Los pagos finales en cada nodo extremo en el modelo de N períodos pueden ser expresados como funciones de los pagos finales en un modelo de $N + 1$ períodos, es decir,

$$f(S_0u^j d^{N-j}) = e^{-r\delta t} [qf(S_0u^{j+1} d^{N-j}) + (1-q)f(S_0u^j d^{N+1-j})]. \quad (4.50)$$

Así pues, al sustituir (4.50) en (4.49) obtenemos

$$\begin{aligned} V_0 &= e^{-r(T+\delta t)} q^{N+1} f(S_0u^N) \\ &+ e^{-r(T+\delta t)} \sum_{j=1}^N \left[\binom{N}{j} + \binom{N}{j-1} \right] q^j (1-q)^{N-j} f(S_0u^j d^{N-j}) \\ &+ e^{-r(T+\delta t)} (1-q)^{N+1} f(S_0d^N); \end{aligned}$$

puesto que $\binom{N}{j} + \binom{N}{j-1} = \binom{N+1}{j}$ y considerando que $T + 1 = (N + 1)\delta t$, entonces

$$V_0 = e^{-r(N+1)\delta t} \sum_{j=0}^{N+1} \binom{N+1}{j} q^j (1-q)^{N+1-j} f(S_0u^j d^{N+1-j}),$$

lo cual confirma que la fórmula es también válida para un modelo de $N + 1$ períodos. Dado que (4.48) es cierta, por inducción, la fórmula (4.49) se cumple para toda N .

Puesto que los coeficientes $\binom{N}{j} q^j (1-q)^{N-j}$ suman 1 (la suma de las probabilidades es igual a 1), de nuevo podemos expresar esto como una esperanza con respecto a la medida q : $V_0 = e^{-rT} \mathbf{E}_q[f]$.

¹⁵ Básicamente, la ecuación (4.49) nos dice que el valor de una opción es tan sólo el valor presente de la suma de los posibles valores intrínsecos positivos ponderados cada uno por su probabilidad de ocurrencia.

4.3.3 Límite Continuo

El modelo de N períodos que acabamos de ver sigue siendo un modelo discreto, mientras que el modelo de Black-Scholes obtenido por medio de una ecuación diferencial estocástica era continuo. ¿Qué ocurriría si $N \rightarrow \infty$ o $\delta t \rightarrow 0$? Desearíamos afirmar que el proceso lognormal puede ser aproximado por medio de este proceso de modo que en el límite los dos modelos sean equivalentes. Si esto es cierto, tendremos dos caminos equivalentes para encontrar el valor de la opción.

Consideremos el valor del activo subyacente (acción) después de que han pasado n períodos. En ese lugar, han sido un número aleatorio de, digamos X_n “saltos hacia arriba” y por consiguiente $n - X_n$ “saltos hacia abajo”. Entonces, el valor del activo es

$$S_n = S_0 u^{X_n} d^{(n-X_n)}.$$

El proceso lognormal introducido en la sección anterior incluye el precio de una acción $S_t = S_0 e^{X_t}$, donde X_t está dada por su ecuación diferencial (4.36): es decir, es un proceso estocástico con media μt y varianza $\sigma^2 t$. No hemos aún determinado las variables u y d ; de esta manera, probemos con

$$u = e^{\mu\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}}, \quad d = e^{\mu\delta t - \sigma\sqrt{\delta t}}.$$

Es claro que $d < u$. Por el momento, suponemos que u y d satisfacen la condición de no arbitraje (4.44). Entonces, después de n períodos el precio del activo es (con $t = n\delta t$)

$$\begin{aligned} S_n &= S_0 e^{(\mu\delta t + \sigma\sqrt{\delta t})X_n} e^{(\mu\delta t - \sigma\sqrt{\delta t})(n-X_n)} \\ &= S_0 e^{\mu t + (2X_n - n)\sigma\sqrt{\delta t}}. \end{aligned}$$

La cuestión es, ¿cuando $n \rightarrow \infty$, tenderá $\mu t + (2X_n - n)\sigma\sqrt{\delta t}$ a X_t ? Si lo hace, el modelo binomial puede ser usado para aproximar el proceso lognormal.

Con los valores de u y d podemos escribir q como

$$q = \frac{e^{r\delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{r\delta t} - e^{\mu\delta t - \sigma\sqrt{\delta t}}}{e^{\mu\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}} - e^{\mu\delta t - \sigma\sqrt{\delta t}}}.$$

Puesto que estamos tratando de llegar al límite $\delta t \rightarrow 0$, nos gustaría conocer cómo se comporta q cuando δt está cerca de cero. Así pues, al expandir en series de Taylor el valor de q , obtenemos

$$\begin{aligned} q &= \frac{r\delta t - \left(\mu\delta t - \sigma\sqrt{\delta t} + \frac{1}{2}\sigma^2\delta t\right) + O(\delta t^{3/2})}{\left(\mu\delta t + \sigma\sqrt{\delta t} + \frac{1}{2}\sigma^2\delta t\right) - \left(\mu\delta t - \sigma\sqrt{\delta t} + \frac{1}{2}\sigma^2\delta t\right) + O(\delta t^{3/2})} \\ &= \frac{\sigma\sqrt{\delta t} + \left(r - \mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\delta t + O(\delta t^{3/2})}{2\sigma\sqrt{\delta t} + O(\delta t^{3/2})} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\left(r - \mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\sqrt{\delta t} + O(\delta t)}{2\sigma}. \end{aligned}$$

La componente aleatoria de S_n es

$$(2X_n - n)\sigma\sqrt{\delta t} = (2X_n - n)\sigma\sqrt{\frac{t}{n}} = \left(\frac{2X_n - n}{\sqrt{n}}\right)\sigma\sqrt{t}.$$

Denotemos a $(2X_n - n)/\sqrt{n}$ por Y_n , y hallemos la media y la varianza de esta última variable. Para este fin, veamos que X_n puede ser descrita como una suma de n variables aleatorias independientes de Bernoulli, i.e. una variable aleatoria que representa el número de caras en n lanzamientos de una moneda; en este caso, la moneda no es una moneda justa sino una “moneda neutral al riesgo” con la probabilidad de “caras” igual a q . Así, X_n tiene media nq y varianza $nq(1 - q)$.

De esta manera, la media de Y_n es (recordando que $t = n\delta t$)

$$\mathbf{E}[Y_n] = \mathbf{E}\left[\frac{2X_n - n}{\sqrt{n}}\right] = \frac{(2\mathbf{E}[X_n] - n)}{\sqrt{n}} = (2q - 1)\sqrt{n} = \sqrt{t}\frac{(r - \mu - \frac{1}{2}\sigma^2)}{\sigma} + O(\delta t),$$

y la varianza está dada por

$$\text{Var}[Y_n] = \text{Var}[2X_n/\sqrt{n}] = 4\text{Var}[X_n]/n = 4q(1 - q) = 1 + O(\delta t).$$

En los límites $N \rightarrow \infty$ y $\delta t \rightarrow 0$, $Y_n\sigma\sqrt{t}$ (la componente aleatoria de S_n) tiende a un proceso estocástico Y_t que se distribuye normalmente con media $(r - \mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t$ y varianza $\sigma^2 t$. Es decir,

$$Y_t = \left(r - \mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t,$$

donde W_t es un movimiento Browniano. Hemos demostrado que el proceso aleatorio discreto

$$S_n = S_0 e^{\mu t + (2X_n - n)\sigma\sqrt{\delta t}},$$

tiende al proceso estocástico (continuo)

$$S_t = S_0 e^{\mu t + Y_t}.$$

Si denotamos por X_t al exponente $\mu t + Y_t$, obtenemos

$$X_t = \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t. \tag{4.51}$$

Así pues, podemos aproximar el proceso lognormal del precio del activo con el modelo binomial al establecer

$$u = e^{(r - \frac{1}{2}\sigma^2)\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}}, \quad d = e^{(r - \frac{1}{2}\sigma^2)\delta t - \sigma\sqrt{\delta t}}, \quad q = \frac{e^{r\delta t} - d}{u - d}. \tag{4.52}$$

De esta manera, la condición de no arbitraje $d < e^{r\delta t} < u$ se traduce en

$$r\delta t - \sigma\sqrt{\delta t} + O(\delta t^{3/2}) < r\delta t + O(\delta t^2) < r\delta t + \sigma\sqrt{\delta t} + O(\delta t^{3/2}),$$

que es cierto cuando $\delta t \rightarrow 0$.

Hallemos ahora dX_t . Al aplicar el cálculo de Itô a la ecuación (4.51):

$$dX_t = \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \frac{1}{2}\sigma^2 dt + \sigma dW_t = rdt + \sigma dW_t.$$

Esto implica que en un mundo neutral al riesgo, la ecuación diferencial estocástica (4.36) tiene una tasa de crecimiento $\mu = r$. En otras palabras $\mathbf{E}[dX_t] = \mathbf{E}[dS_t/S_0] = rdt$, o bien

$$\mathbf{E}[S_t] = S_0 \mathbf{E}[e^{X_t}] = S_0 e^{rt}, \tag{4.53}$$

i.e. se espera que el precio de la acción crezca a la tasa neutral al riesgo r . Además, este resultado confirma inmediatamente la fórmula de la esperanza neutral al riesgo en el caso de una opción donde $V_t = S_t$:

$$V_0 = e^{-rT} \mathbf{E}[V_T] = e^{-rT} \mathbf{E}[S_T] = e^{-rT} S_0 e^{rT} = S_0.$$

Conclusión. En la ausencia de arbitraje podemos suponer que el activo subyacente S_t es un proceso estocástico $S_0 e^{X_t}$, donde X_t tiene media $(r - \frac{1}{2}\sigma^2)t$ y varianza $\sigma^2 t$. Al usar la función de distribución de X para valuar el valor esperado de V_T , obtenemos la *fórmula de la esperanza neutral al riesgo*

$$V(S_0, 0) = e^{-rT} \mathbf{E} [V (S_0 e^{X_T}, T)], \quad (4.54)$$

donde la esperanza está tomada bajo la medida de probabilidad neutral al riesgo.

Por consiguiente, el precio de una opción no depende en absoluto de la tasa de crecimiento μ (subjativa) del activo subyacente. Esto es obvio si consideramos el hecho de que en realidad estamos suponiendo que la opción está perfectamente replicada en cada paso temporal dt antes de que el precio del activo subyacente cambie, de modo que podemos predecir su precio correcto en un mercado libre de arbitraje. Por lo tanto, cualquier estimación de la magnitud de μ es irrelevante en la determinación de los precios de las opciones.

Por ello, todos los negociantes e inversionistas en el mercado pueden ponerse de acuerdo en el precio de la opción si sólo se ponen de acuerdo en la volatilidad. Puesto que σ es obtenida generalmente de la información del mercado actual observada (llamada *volatilidad implícita*), puede suponerse como universalmente conocida.

El hecho de que la tasa de crecimiento de la opción sea igual al de un activo financiero libre de riesgo, refleja la esencia de neutralidad al riesgo. Como hemos demostrado tanto en el modelo estocástico como en el modelo binomial, si la opción es replicable entonces puede considerarse análoga a un activo libre de riesgo.

4.3.4 Determinación de los Parámetros u , d y q

El conjunto de expresiones definido por (4.52) no es la única manera posible de construir un árbol binomial neutral de riesgo. También, es posible elegir q a fin de que no dependa de r y σ .

El modelo lognormal está determinado totalmente por la media y la varianza de la variable aleatoria $S_T = S_0 e^{X_T}$, o lo que es lo mismo $S_T/S_0 = e^{X_T}$, donde X_T está definida en la ecuación (4.51). La varianza de e^{X_T} es

$$\text{Var} [e^{X_T}] = \mathbf{E} [e^{2X_T}] - \mathbf{E} [e^{X_T}]^2.$$

Asimismo, como se muestra en la ecuación (4.53), e^{X_T} tiene media e^{rT} . Para determinar la media de e^{2X_T} , podemos aplicar el cálculo de Itô a $2X_t = 2(r - \frac{1}{2}\sigma^2)t + 2\sigma W_t$ para hallar dX_T :

$$dX_t = 2 \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) dt + \frac{1}{2}(2\sigma)^2 dt + 2\sigma dW_t = (2r + \sigma^2) dt + 2\sigma dW_t,$$

Esto significa que e^{2X_T} tiene media $e^{(2r+\sigma^2)T}$. Por ello, e^{X_T} tiene la varianza

$$\text{Var} [e^{X_T}] = e^{2rT+\sigma^2 T} - \mathbf{E} [e^{X_T}]^2.$$

Puesto que $e^{X_T} = S_T/S_0$, podemos escribir las siguientes ecuaciones

$$\begin{cases} \mathbf{E}[S_T/S_0] = e^{rT}, \\ \text{Var}[S_T/S_0] = e^{(2r+\sigma^2)T} - \mathbf{E}[S_T/S_0]^2. \end{cases} \quad (4.55)$$

Ahora aplicaremos esto al modelo binomial de un período con $T = \delta t$, para enfatizar el hecho de que deseamos hallar el límite $\delta t \rightarrow 0$. En este modelo, la media y varianza están dadas por

$$\begin{cases} \mathbf{E}[S_T/S_0] = qu + (1-q)d, \\ \text{Var}[S_T/S_0] = qu^2 + (1-q)d^2 - \mathbf{E}[S_T/S_0]^2. \end{cases} \quad (4.56)$$

Al igualar las ecuaciones (4.55) y (4.56), obtenemos las expresiones que determinan u , d y q :

$$\begin{cases} qu + (1-q)d = e^{r\delta t}, \\ qu^2 + (1-q)d^2 = e^{2r\delta t + \sigma^2\delta t}. \end{cases} \quad (4.57)$$

Este es un conjunto de dos ecuaciones con tres incógnitas u , d y q . Para hallar estas tres incógnitas únicamente necesitamos otra ecuación. Como (4.57) determina todas las propiedades estadísticamente importantes de la caminata aleatoria discreta (excepto, quizá, las condiciones $u > 0$, $d > 0$ y $0 \leq q \leq 1$), la elección de la tercera ecuación es un tanto arbitraria. Así pues, existen dos elecciones comunes que son $q = \frac{1}{2}$ y $d = \frac{1}{u}$.

Caso $q = \frac{1}{2}$

Al establecer $q = \frac{1}{2}$, obtenemos

$$\begin{cases} u + d = 2e^{r\delta t}, \\ u^2 + d^2 = 2e^{2r\delta t + \sigma^2\delta t}. \end{cases}$$

Las ecuaciones son claramente invariantes bajo el intercambio de u y d , de modo que buscamos soluciones de la forma $u = B + C$, $d = B - C$, para hallar que

$$\begin{cases} u = e^{r\delta t} \left(1 + \sqrt{e^{\sigma^2\delta t} - 1}\right), \\ d = e^{r\delta t} \left(1 - \sqrt{e^{\sigma^2\delta t} - 1}\right), \\ q = \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (4.58)$$

En este caso, las probabilidades de un salto hacia arriba o hacia abajo son iguales, y hallamos que $ud > 1$ (suponiendo que $r > 0$ y que δt no es demasiado grande) y que el árbol está orientado en la dirección del crecimiento (Figura 4.4). Si se toma un paso temporal demasiado grande, el valor de d puede volverse negativo, en cuyo caso el modelo binomial fallará.

Caso $d = \frac{1}{u}$

A partir de (4.57) hallamos que

$$q = \frac{e^{r\delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{2r\delta t + \sigma^2\delta t} - d^2}{u^2 - d^2},$$

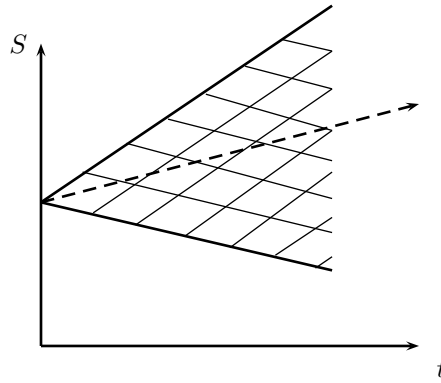


Figura 4.4: Árbol binomial considerando que $q = \frac{1}{2}$.

de modo que

$$u + d = \frac{e^{2r\delta t + \sigma^2 \delta t} - d^2}{e^{r\delta t} - d}.$$

Si usamos la ecuación $d = 1/u$ para eliminar d , entonces obtenemos la siguiente ecuación cuadrática¹⁶

$$u^2 - 2Au + 1 = 0,$$

donde

$$A = \frac{1}{2} \left(e^{-r\delta t} + e^{r\delta t + \sigma^2 \delta t} \right).$$

Resolviendo para u , obtenemos

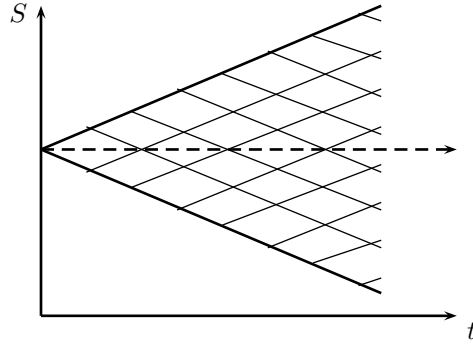
$$\begin{cases} u = A + \sqrt{A^2 - 1}, \\ d = \frac{1}{u}, \\ q = \frac{e^{r\delta t} - d}{u - d}. \end{cases} \quad (4.59)$$

Si se toma un paso temporal demasiado grande, los valores de q ó $1 - q$ pueden volverse negativos, en cuyo caso el modelo binomial fallará. La elección $d = 1/u$, conduce a un árbol en el cual el precio inicial del activo reaparece en cada paso temporal par y además es simétrico con respecto a este precio (Figura 4.5).

4.3.5 Obtención de la Ecuación de Black-Scholes

El argumento anterior prueba que el modelo binomial se aproxima al proceso lognormal del precio del activo. Para concluir la discusión acerca de la equivalencia de los dos modelos, demostraremos ahora que dado el proceso binomial neutral al riesgo, podemos obtener la ecuación de Black-Scholes a partir de la fórmula de la esperanza neutral al riesgo (4.47).

¹⁶ De hecho, es fácil ver que d satisface la misma ecuación cuadrática, i.e., $d^2 - 2Ad + 1 = 0$.


 Figura 4.5: Árbol binomial considerando que $d = \frac{1}{u}$.

Consideremos el modelo binomial de un sólo período y sea S el precio *spot* vigente. Entonces, la esperanza neutral al riesgo está dada por

$$\mathbf{E}_q[V(S, 0)] = qV(Su, \delta t) + (1 - q)V(Sd, \delta t). \quad (4.60)$$

Al expandir $V(Su, \delta t)$ en series de Taylor alrededor de $V(S, \delta t)$, obtenemos

$$\begin{aligned} V(Su, \delta t) &= V(S + S(u - 1), \delta t) \\ &= V(S, \delta t) + V'(S, \delta t)S(u - 1) + \frac{1}{2}V''(S, \delta t)S^2(u - 1)^2 + O(u^3). \end{aligned}$$

Aquí $' \equiv \partial/\partial S$. De la misma manera, podemos hallar una fórmula para $V(Sd, \delta t)$. Entonces, de la ecuación (4.60) se tiene que

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_q[V(S, 0)] &= V(S, \delta t) + V'(S, \delta t)S[q(u - 1) + (1 - q)(d - 1)] + \frac{1}{2}V''(S, \delta t)S^2(u - 1)^2 + O(u^3) \\ &= V(S, \delta t) + V'(S, \delta t)S[e^{r\delta t} - 1] + \frac{1}{2}V''(S, \delta t)S^2(u - 1)^2 + O(u^3) \\ &= V(S, \delta t) + V'(S, \delta t)Sr\delta t + \frac{1}{2}V''(S, \delta t)S^2\sigma^2\delta t + O(\delta t^{3/2}). \end{aligned}$$

Donde se ha usado la igualdad $qu + (1 - q)d = e^{r\delta t}$. Mediante el argumento de neutralidad al riesgo, esto debe ser igual a

$$V(S, 0)e^{r\delta t} = V(S, 0)(1 + r\delta t) + O(\delta t^2).$$

Reordenando,

$$V(S, \delta t) - V(S, 0) + \frac{1}{2}S^2\sigma^2V''(S, \delta t)\delta t + rSV'(S, \delta t)\delta t - rV(S, 0)\delta t + O(\delta t^{3/2}) = 0$$

y al dividir esta última ecuación por δt , obtenemos

$$\frac{V(S, \delta t) - V(S, 0)}{\delta t} + \frac{1}{2}S^2\sigma^2V''(S, \delta t) + rSV'(S, \delta t) - rV(S, 0) + O(\delta t) = 0.$$

Finalmente, hacemos que $\delta t \rightarrow 0$ para obtener la ecuación diferencial parcial de Black-Scholes:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}S^2\sigma^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0.$$

4.3.6 Dividendos Continuos

Consideremos ahora un activo que paga un dividendo continuo D , de tal manera que la compra de ϕ unidades del activo al precio *spot* vigente S_0 cuesta $\phi e^{D\delta t} S_0 u$ si el precio sube y $\phi e^{D\delta t} S_0 d$ si el precio baja. Este asunto se ilustra en la Figura 4.6 (a).

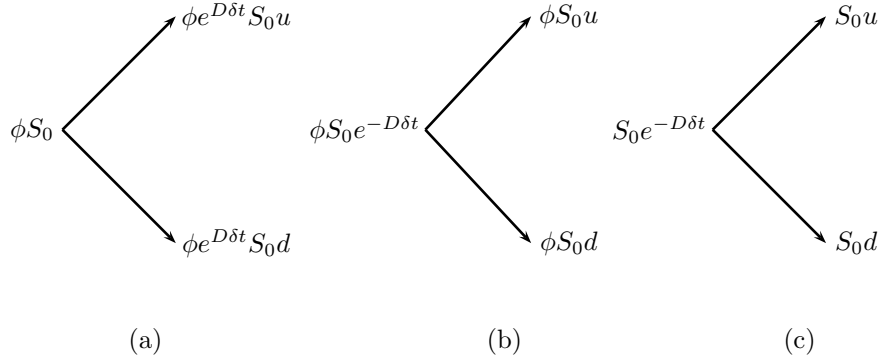


Figura 4.6: Modelo binomial de un activo que paga un dividendo continuo. (a) Comprar ϕ unidades del activo a S_0 , después de un paso temporal δt , rinde ya sea $\phi e^{D\delta t} S_0 u$ o $\phi e^{D\delta t} S_0 d$. (b) Comprar $\phi e^{-D\delta t}$ unidades del activo de modo que obtenemos los valores familiares en los nodos extremos como en el modelo donde no hay dividendos. (c) Por consiguiente, si descontamos el valor presente del activo por su dividendo D , podemos aplicar el modelo donde no hay dividendos con la tasa libre de riesgo $(r - D)$ en vez de r .

Al multiplicar el árbol por $e^{-D\delta t}$ obtenemos el árbol binomial con los valores familiares en los nodos extremos $(S_0 u, S_0 d)$ pero con valor inicial $S_0 e^{-D\delta t}$; véanse las Figuras 4.6 (b) y (c). Al sustituir S_0 por $S_0 e^{-D\delta t}$ en (4.45), obtenemos

$$q = \frac{S_0 e^{-D\delta t} e^{r\delta t} - S_0 d}{S_0 u - S_0 d} = \frac{e^{(r-D)\delta t} - d}{u - d}.$$

Esto significa que en la anterior deducción de u y d tenemos que usar $r - D$ en lugar de r . Es decir,

$$u = e^{(r-D-\frac{1}{2}\sigma^2)\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}}, \quad d = e^{(r-D-\frac{1}{2}\sigma^2)\delta t - \sigma\sqrt{\delta t}}, \quad q = \frac{e^{(r-D)\delta t} - d}{u - d}. \quad (4.61)$$

4.4 Fórmulas Explícitas del Modelo de Black-Scholes

4.4.1 Fórmulas para Valuar Opciones Europeas

La ecuación diferencial parcial de Black-Scholes se puede resolver para encontrar las fórmulas explícitas que permiten valuar opciones *plain vanilla* Europeas, pero quizá lo más simple es utilizar la fórmula de la esperanza neutral al riesgo (4.54).

Consideremos una opción de venta Europea $p(S_t, t; K)$. Su pago final al vencimiento $t = T$ es $(K - S_T)^+$, de esta manera el valor de la opción se puede expresar como

$$p(S_0, 0; K) = e^{-rT} \mathbf{E} [(K - S_T)^+] = e^{-rT} \mathbf{E} [(K - S_0 e^{X_T})^+].$$

El argumento bajo el operador \mathbf{E} es positivo cuando $X_T < \ln(K/S_0)$. Si denotamos por \mathbf{E}^+ el valor esperado restringido a este dominio, entonces por la linealidad de la esperanza podemos escribir

$$p(S_0, 0; K) = e^{-rT} (K\mathbf{E}^+[1] - S_0\mathbf{E}^+[e^{X_T}]). \quad (4.62)$$

Para una variable aleatoria normal estándar Z , la esperanza $\mathbf{E}^+[f(Z)]$ para $Z < z_0$ está dada por

$$\mathbf{E}^+[f(Z)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_0} f(z) \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz.$$

Si X_T es el proceso estocástico definido en la ecuación (4.51), entonces

$$Z = \frac{X_T - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad (4.63)$$

es normal estándar. En ese caso, X_T está restringido a $-\infty < X_T < \ln(K/S_0)$:

$$\mathbf{E}^+[1] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi T}} \int_{-\infty}^{\ln(K/S_0)} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{x - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]^2\right) dx.$$

Por medio del cambio de variable (4.63), obtenemos

$$\mathbf{E}^+[1] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_1} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz \equiv \Phi(z_1), \quad (4.64)$$

donde por definición $\Phi(\cdot)$ es la función de distribución normal acumulativa y la variable z_1 está definida como

$$z_1 = \frac{\ln(K/S_0) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}. \quad (4.65)$$

De la misma forma, calculamos

$$\mathbf{E}^+[e^{X_T}] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi T}} \int_{-\infty}^{\ln(K/S_0)} \exp\left(x - \frac{1}{2}\left[\frac{x - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]^2\right) dx.$$

Al completar el cuadrado en el exponente y al cambiar las variables, obtenemos

$$\mathbf{E}^+[e^{X_T}] = \frac{e^{rT}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_2} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz = e^{rT}\Phi(z_2),$$

donde

$$z_2 = z_1 - \sigma\sqrt{T} = \frac{\ln(K/S_0) - (r + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}. \quad (4.66)$$

Así pues, al sustituir los valores de $\mathbf{E}^+[1]$ y $\mathbf{E}^+[e^{X_T}]$ en la ecuación (4.62) obtenemos la fórmula de Black-Scholes para una opción de venta Europea:

$$\begin{aligned} p(S_0, 0; K) &= e^{-rT} [K\Phi(z_1) - S_0e^{rT}\Phi(z_2)] \\ &= Ke^{-rT}\Phi(z_1) - S_0\Phi(z_2), \end{aligned} \quad (4.67)$$

donde z_1 y z_2 están definidas por las ecuaciones (4.65) y (4.66), respectivamente.

La fórmula de Black-Scholes para una opción de compra Europea se obtiene fácilmente si se utiliza la paridad *put-call* (4.29):¹⁷

$$\begin{aligned} c(S_0, 0; K) &= (Ke^{-rT}\Phi(z_1) - S_0\Phi(z_2)) + S_0 - Ke^{-rT} \\ &= Ke^{-rT}(\Phi(z_1) - 1) + S_0(1 - \Phi(z_2)) \\ &= S_0(1 - \Phi(z_2)) - Ke^{-rT}(1 - \Phi(z_1)), \end{aligned}$$

que es equivalente a

$$c(S_0, 0; K) = S_0\Phi(-z_2) - Ke^{-rT}\Phi(-z_1). \quad (4.68)$$

Como podemos ver, las distribuciones $\Phi(\cdot)$ constituyen el meollo del modelo de Black-Scholes. Eliminandolas, observamos claramente que las fórmulas (4.67) y (4.68) contienen todos los elementos de la paridad *put-call*. Esto es, las distribuciones $\Phi(\cdot)$, nos proporcionan la probabilidad de que podamos ejercer la opción. Por ejemplo, si para una opción de compra $\Phi(\cdot) = 1$, quiere decir que hay certeza absoluta de ejercer y por lo tanto el precio será S_0 menos el valor presente de K . Si $\Phi(\cdot) = 0$, no ejerceremos y por consiguiente la opción de compra vale cero. Entre estos extremos, existe un abanico de posibilidades que el modelo de Black-Scholes nos permite valorar.

Dividendos Continuos

Si el activo subyacente proporciona un dividendo continuo D , las fórmulas anteriores pueden modificarse simplemente mediante el reemplazo de la tasa de interés libre de riesgo r por $r - D$. Por otra parte, podemos sustituir en las fórmulas el precio *spot* S_0 por S_0e^{-DT} . Esto afecta también las variables z_1 y z_2 .

4.4.2 “Modelos Analíticos” en la Valuación de Opciones Americanas

Como ya hemos visto, a diferencia de las opciones Europeas, las opciones Americanas se pueden ejercer en cualquier momento. Sin embargo, sabemos que en ausencia de dividendos el valor de la opción de compra aumenta con el plazo hasta el vencimiento. Así pues, si se ejerce una opción de compra temprano, podría reducir sin necesidad su valor. Puesto que las opciones de compra Americanas no deberían de ser ejercidas antes del vencimiento, su valor es el mismo que el de las opciones de compra Europeas, pudiéndose aplicar la fórmula de Black-Scholes en ambos casos.

No obstante, en general, no se pueden establecer soluciones analíticas para opciones Americanas, excepto en algunos casos raros. Se puede intentar la valuación de una opción Americana con la ayuda de un modelo analítico o semi analítico,¹⁸ es decir, con ayuda de un modelo que requiera el empleo de una fórmula (como la de Black-Scholes en el caso de las opciones Europeas). La posibilidad de ejercer en cualquier momento hace que este tipo de modelo sea más difícil de emplear en el marco Americano que en el marco Europeo. Sin embargo, existen varios enfoques semi analíticos al respecto como el de Whaley [65], mejorado en Barone-Adesi/Whaley [5] (inspirado en la metodología de MacMillan [43] para valorar una opción de venta Americana sobre una acción).

Existen también otros procedimientos cuasi analíticos que utilizan herramientas provenientes de la teoría de la probabilidad, cuya aplicación a las finanzas es relativamente reciente. Se hace principalmente alusión a la teoría de las excursiones, al detenimiento óptimo o a los cambios temporales.

¹⁷ Recordemos que $B(T)$ denota el valor de un bono de descuento puro libre de riesgo con valor nominal de \$1, por lo que su valor presente es e^{-rT} . No se considera también el pago de dividendos, por lo tanto $D = 0$.

¹⁸ Los adjetivos de “semi analítico” o “cuasi analítico”, se deben a que a pesar de que los modelos proponen una fórmula “cerrada” de valuación, su resolución exige un proceso iterativo de cálculo.

Algunos autores que han estudiado el tema son: El Karoui/Karatzas [27], Carr/Jarrow/Myneni [14], Elliot/Myneni/Viswanathan [28] y Allegretto/Barone-Adesi/Elliot [1].

A efectos prácticos, a los operadores no les compensa utilizar modelos sofisticados de valuación de opciones Americanas ya que la mayor dificultad de comprensión del modelo no supone unos resultados de valuación más exactos. En cualquier caso, la investigación en finanzas sigue buscando modelos de valuación de opciones Americanas que mejoren los “rendimientos” del simple modelo binomial.¹⁹

4.4.3 Medidas de Sensibilidad

Para entender las implicaciones de un modelo de valuación de opciones, es necesario examinar la sensibilidad del mismo y/o el portafolio de cobertura, ante los cambios de cada uno de sus parámetros. Estos parámetros incluyen el precio del activo subyacente, la volatilidad del precio de éste, la tasa de interés y el tiempo. Así pues, como consecuencia de esta necesidad se tienen las siguientes medidas de sensibilidad a quienes la literatura sobre opciones ha decidido designar con letras griegas.²⁰

Cabe decir que las siguientes medidas de sensibilidad son para opciones Europeas que no paguen dividendos y se han utilizado para su exposición las expresiones (4.65) a (4.68).

Delta

La delta, Δ , es el índice que mide la variación del valor de la prima de la opción ante variaciones en el precio del activo subyacente. Proporciona la cantidad de unidades del activo subyacente que se deben cubrir con respecto al total del subyacente expuesto, es decir, el *radio de cobertura*. Gráficamente, la delta de una opción es la pendiente de la curva que relaciona el precio de la opción y el precio del activo subyacente. Utilizando las expresiones (4.67) y (4.68), tenemos que las deltas para una opción de compra y venta son, respectivamente,

$$\Delta_c = \frac{\partial c}{\partial S} = \Phi(-z_2),$$

$$\Delta_p = \frac{\partial p}{\partial S} = \Phi(-z_2) - 1 = \Phi(z_2).$$

Theta

La theta, Θ , es la sensibilidad del precio de la opción con respecto al tiempo. Como podemos ver, la theta no es del mismo tipo de cobertura que la delta, esto es, existe incertidumbre acerca de los cambios en el precio del activo subyacente sobre un período corto de tiempo, pero no hay incertidumbre acerca del paso del tiempo mismo. Es decir, tiene sentido cubrirse en contra de los cambios del precio del activo, pero no del paso del tiempo. Así pues, matemáticamente, tenemos que²¹

$$\Theta_c = -\frac{\partial c}{\partial T} = -\frac{S_0\sigma\Phi'(-z_2)}{2\sqrt{T}} - rKe^{-rT}\Phi(-z_1),$$

¹⁹ La razón de la búsqueda de modelos analíticos para valuar opciones Americanas aún y cuando no aportan mucho en términos de mejores resultados, es que los modelos analíticos son más “sólidos” desde un punto de vista conceptual que los modelos “numéricos”.

²⁰ Estas medidas se pueden generalizar para cualquier derivado y también para portafolios de inversión.

²¹ El signo negativo en la definición de theta se debe al hecho de que T representa la fecha de vencimiento.

$$\Theta_p = -\frac{\partial p}{\partial T} = -\frac{S_0\sigma\Phi'(-z_2)}{2\sqrt{T}} + rKe^{-rT}\Phi(z_1),$$

donde

$$\Phi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}.$$

Gamma

Puesto que la delta de la opción cambia continuamente como consecuencia de los cambios en el activo subyacente, es importante medir tales cambios. La gamma, Γ , se define como la tasa de cambio de la delta con respecto al precio del activo subyacente, es decir, es una medida de cuánto o cuántas veces una posición debe ser recubierta para mantener una posición con la “delta neutral”. De esta manera, la gamma también es conocida como “la delta de la delta” o como la “curvatura” de una opción. Aunque la delta también cambia en el tiempo, este efecto es denominado por la naturaleza browniana del movimiento del activo subyacente. En términos matemáticos, tenemos que

$$\Gamma_c = \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} = \frac{\Phi'(-z_2)}{S_0\sigma\sqrt{T}},$$

$$\Gamma_p = \frac{\partial^2 p}{\partial S^2} = \frac{\Phi'(-z_2)}{S_0\sigma\sqrt{T}}.$$

Con la definición de Δ , Θ y Γ podemos escribir la ecuación de Black-Scholes como:

$$\Theta + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma + rS\Delta - rV = 0.$$

Vega

La vega, ν , es la sensibilidad de la opción con respecto a la volatilidad. Algunos autores también denominan a esta medida de sensibilidad con otras letras griegas como kappa, omega, etc.²² Como se puede observar, la vega es completamente diferente a las otras griegas ya que es una derivada con respecto a un parámetro y no una variable. Formalmente, tenemos que

$$\nu_c = \frac{\partial c}{\partial \sigma} = S_0\sqrt{T}\Phi'(-z_2),$$

$$\nu_p = \frac{\partial p}{\partial \sigma} = S_0\sqrt{T}\Phi'(-z_2).$$

El valor teórico de las opciones aumenta o disminuye conforme aumenta o disminuye la volatilidad implícita negociada en el mercado. Así pues, un aumento en la volatilidad favorece a los compradores de opciones, mientras que una disminución en la volatilidad perjudica a los vendedores de opciones.

Rho

La rho, ρ , es la sensibilidad del precio de la opción con respecto a la tasa de interés libre de riesgo, es decir,

$$\rho_c = \frac{\partial c}{\partial r} = KTe^{-rT}\Phi(-z_1),$$

$$\rho_p = \frac{\partial p}{\partial r} = -KTe^{-rT}\Phi(z_1).$$

²² Vega es el nombre que se le da a una de las “letras griegas” como medida de sensibilidad, pero en realidad no es una de las letras del alfabeto griego.

4.5 Método Binomial

El método binomial es un método muy claro y fácilmente programable para valorar opciones. Mediante el uso del modelo binomial descrito en secciones anteriores, podemos estimar el valor de una opción ya sea con la fórmula recursiva (4.46), o con la fórmula de la esperanza neutral al riesgo (4.49).

Como se demostró anteriormente, el proceso binomial se aproxima al proceso lognormal del precio del activo con una exactitud creciente a medida que el número de períodos utilizado N aumenta.

Usaremos el modelo de árbol iterado como el que se mostró en la Figura 4.3. Es claro que si T está dividido en N períodos, los nodos extremos en un árbol binomial iterado determinan $N + 1$ precios posibles de una acción.

Al utilizar los valores de u , d y q definidos en (4.52), podemos calcular el j -ésimo precio de una acción en el tiempo $t = n\delta t$, es decir,

$$S_j^n = S_0 u^j d^{n-j}, \quad 0 \leq j \leq n. \quad (4.69)$$

Al vencimiento $t = T = N\delta t$, los precios de la opción son conocidos con certeza, de modo que si $f(\cdot)$ es la función de pago final de la opción, podemos asignarle a la opción el precio

$$V_j^N = f(S_j^N) = f(S_0 u^j d^{N-j}). \quad (4.70)$$

Por ejemplo, si tenemos una opción de venta (o de compra) Europea con precio de ejercicio K ,²³

$$\begin{aligned} V_j^N &= (K - S_j^N)^+ && \text{para una opción de venta Europea} \\ V_j^N &= (S_j^N - K)^+ && \text{para una opción de compra Europea.} \end{aligned}$$

4.5.1 Valuación de Opciones Europeas

La mayor parte de la teoría ya se discutió en la sección 4.3. Una vez que u , d y q están fijos, podemos usar la fórmula (4.46) para calcular los valores de la opción recursivamente. Esto es, retrocedemos en el árbol a partir de los valores de pago final aplicando la fórmula en cada nodo y eventualmente se recupera el valor de la opción en $t = 0$.

Otro método es usar la fórmula de la esperanza neutral al riesgo para valorar las $N + 1$ funciones de pago ponderadas con la fórmula (4.49) y tomar el valor descontado. Este método por lo general no es presentado en la literatura tradicional; sin embargo, se puede implementar fácilmente incluso en una hoja de cálculo con una elección astuta de la probabilidad neutral al riesgo q .

Método Recursivo

La fórmula (4.46) representa un método para hallar todos los valores posibles de la opción en $t = (n - 1)\delta t$ dados los valores de la opción (i.e. los pagos finales) al vencimiento $t = n\delta t = T$.

Teniendo en cuenta los pagos finales de la opción en los nodos finales V_j^N para toda $0 \leq j \leq n$, y los parámetros apropiados u , d y q .

²³ En todo este capítulo no se ha considerado el monto de las primas en los pagos finales.

Entonces, los N valores anteriores pueden ser calculados por medio de la fórmula recursiva

$$V_j^{n-1} = e^{-r\delta t} (qV_{j+1}^n + (1-q)V_j^n) \quad \text{para } 0 \leq j \leq n-1. \quad (4.71)$$

Como podemos ver, este método toma N operaciones para hallar los valores de la opción para el período $N-1$ y $N-1$ operaciones para hallar los valores de la opción para el período $N-2$, y así sucesivamente. Luego, para hallar el valor presente de la opción (en el tiempo $t=0$), necesitamos

$$N + (N-1) + (N-2) + \dots + 1 = \frac{N(N-1)}{2}$$

operaciones. Por lo tanto, el método toma $O(\frac{1}{2}N^2)$ operaciones para calcular el valor de la opción.

Método de la Suma

Si usamos la fórmula de la esperanza neutral al riesgo discreta (4.49), primero tenemos que calcular los coeficientes binomiales

$$B_j = \binom{N}{j} q^j (1-q)^{N-j}, \quad 0 \leq j \leq N$$

y sumarlos, cada uno multiplicado por el correspondiente valor de pago final, y descontamos la suma para obtener el valor presente, es decir,

$$V_0 = e^{-r\delta t} \sum_{j=0}^N B_j f(S_j^N).$$

Este método tiene la ventaja que cuando es ejecutado como un programa de computadora, podemos archivar los coeficientes binomiales B_j y S_j^N en conjuntos ordenados (matrices) y reutilizarlos para diferentes pagos finales.

Podemos elegir cualquier combinación válida de u , d y q . De cualquier manera, si r o σ cambian, o los coeficientes binomiales B_j o los valores del activo subyacente S_j^N tienen que recalcularse.

Una elección fácilmente calculable es (4.58), donde $q = \frac{1}{2}$. Para un modelo de N períodos necesitamos $N+1$ valores

$$B_j = \binom{N}{j} q^j (1-q)^{N-j} = \binom{N}{j} \frac{1}{2^N}, \quad 0 \leq j \leq N$$

de manera que el valor de la opción está dado por

$$V_0 = \frac{e^{-rT}}{2^N} \sum_{j=0}^N \binom{N}{j} f(S_j^N) \quad (4.72)$$

donde S_j^N se define por (4.69) con u y d determinadas por (4.58).

Una vez que se fija N , es una tarea trivial calcular los coeficientes binomiales. Los coeficientes $\binom{N}{j} 2^{-N}$ y los valores del activo S_j^N pueden ser archivados en una matriz y recordarlos cada vez que la función de pago final o los parámetros r , σ , δt y N cambien. Dado que los coeficientes y los valores del activo S_j^N están inmediatamente disponibles, el método requiere $O(N)$ operaciones. Un algoritmo típico toma $O(\frac{1}{2}N^2)$ operaciones para calcular los coeficientes. Si r , σ , δt y N a menudo cambian, el método recursivo tendrá una ligera ventaja en cuestión de tiempo debido a un menor número de cálculos, pero ambos métodos convergen en la misma proporción.

4.5.2 Valuación de Opciones Americanas

El método binomial hace relativamente fácil la valuación de una opción Americana. En un árbol binomial, tenemos disponibles todos los valores posibles de (S_t, t) ; en cada nodo podemos tomar la decisión de ejercer o no la opción. Entonces, el valor de la opción en cada nodo es el máximo de los dos valores posibles: la esperanza neutral al riesgo del precio de la opción (si retenemos) o el pago final (si ejercemos). En palabras más simples, el método binomial puede utilizarse paso a paso para comprobar en cada nodo si la opción vale más muerta que viva y entonces utilizar el máximo de ambos valores.

El arreglo es el mismo como en el caso de la valuación de las opciones Europeas. Así pues, usaremos el mismo modelo de árbol iterado con $n + 1$ nodos en el tiempo $t = n\delta t$. Sea S_j^n el precio del activo como se define en la ecuación (4.69); V_j^n es el valor de la opción de acuerdo a la ecuación (4.70).

Denotemos la función de pago final por $f(S_t, t)$ e introduzcamos una notación abreviada para el pago final en el nodo (j, n) :

$$f_j^n \equiv f(S_0 u^j d^{n-j}, n\delta t), \quad 0 \leq n \leq N, \quad 0 \leq j \leq n. \quad (4.73)$$

Para una opción de venta o de compra Americanas con precio de ejercicio K ,

$$\begin{aligned} f_j^n &= (K - S_j^n)^+ && \text{para una opción de venta Americana} \\ f_j^n &= (S_j^n - K)^+ && \text{para una opción de compra Americana.} \end{aligned}$$

En los nodos extremos (al vencimiento T), el valor de la opción es igual a los pagos finales, es decir,

$$V_j^N = f_j^N. \quad (4.74)$$

Suponiendo que se tienen los parámetros apropiados u , d y q , los valores precedentes pueden ser calculados por medio de la fórmula recursiva

$$V_j^{n-1} = \max \{ e^{-r\delta t} [qV_{j+1}^n + (1-q)V_j^n], f_j^{n-1} \}, \quad 0 \leq j \leq n-1. \quad (4.75)$$

Así pues, este procedimiento conduce automáticamente al valor correcto (valor presente) de la opción que está dado por V_0^0 .

Finalmente, cuando los árboles binomiales se utilizan en la práctica, la vida de la opción se suele dividir en 30 ó más períodos. Con 30 períodos esto significa que se consideran 31 precios finales de acciones y 2^{30} , o cerca de un billón, trayectorias de los precios de las acciones.

Capítulo 5

Evaluación Social de Proyectos y Manejo de Riesgo en Proyectos de Inversión Pública

Actualmente, desde la literatura más simple hasta la más compleja cuyo eje de estudio son las opciones reales está orientada en tratar el tema desde la perspectiva de la evaluación privada o financiera de proyectos. De esta manera, en el presente capítulo se expone mediante un ejemplo simple la forma en cómo se puede usar la metodología de las opciones reales en proyectos de inversión pública, pero desde el enfoque de la evaluación social de proyectos. En particular se propone la *opción social de diferir un proyecto*. Así, esencialmente el objetivo de este trabajo es extender el concepto de las opciones reales y su metodología a la evaluación social de proyectos.

Para este propósito, el contenido de este capítulo se presenta en dos partes. En la primera de ellas, se da una introducción a la evaluación social de proyectos con la finalidad de conocer sus diferencias y similitudes con la evaluación privada, así como sus tipos de análisis y herramientas que emplea. En la segunda parte, fundamentalmente se explican los riesgos que se encuentran en los proyectos de infraestructura puesto que el ejemplo que se analiza mediante un enfoque de opciones reales consiste en un proyecto de infraestructura vial.

Cabe destacar que parte de este capítulo, así como los datos del ejemplo que se expone están tomados de la página electrónica del CEPEP de México.

5.1 Evaluación Social de Proyectos y Proyectos de Inversión Pública

5.1.1 Proyectos de Inversión Pública y Proyectos de Inversión Privada

Por lo general, se tiende a pensar que los proyectos son obras físicas, carreteras, puentes, edificios o fábricas. Sin embargo, también se puede decir que son proyectos un programa de salud o de educación, o una iniciativa para establecer una norma ambiental o comercial, o para modificar o crear una ley, debido a que su realización implica costos o beneficios para la sociedad.

De esta manera, por ejemplo, para la Administración Pública Federal de México, de acuerdo a la Subsecretaría de Egresos de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) se entiende por:

Programas y Proyectos de Inversión: los conjuntos de obras y acciones que llevan a cabo las dependencias y entidades de las Administración Pública Federal para la construcción, ampliación, modificación, mantenimiento, o conservación de activos fijos, con el propósito de solucionar una problemática o atender una necesidad específica y que generan beneficios y costos a lo largo del tiempo.¹

Proyectos de Inversión: las acciones que implican erogaciones de gasto de capital destinadas a obra pública en infraestructura, así como la construcción, adquisición y modificación de inmuebles, las adquisiciones de bienes muebles asociadas a estos proyectos, y las rehabilitaciones que impliquen un aumento en la capacidad o vida útil de los activos de infraestructura e inmuebles.

Programas de Inversión: las acciones que implican erogaciones de gasto de capital no asociadas a proyectos de inversión.

Como vimos en el segundo capítulo, las clasificaciones de los proyectos obedecen básicamente al tipo de criterio que se seleccione. De esta forma, de acuerdo al sector al que pertenecen podemos hablar de proyectos privados y proyectos públicos. En el caso de un proyecto privado, se invierten recursos privados y se espera obtener un rendimiento para los inversionistas privados. Si se trata de un proyecto que pretende realizar el Estado, se invierten recursos de la sociedad y se espera para ésta un rendimiento o una mejora en su bienestar.

Los proyectos de inversión privada surgen de miles o millones de decisiones que diariamente llevan a cabo las personas, familias o empresas que tratan de resolver un problema o aprovechar una oportunidad. En principio, las autoridades de un país no deberían preocuparse por las decisiones privadas, siempre y cuando se trate de proyectos que no ocasionen un efecto negativo a la sociedad, en cuyo caso deben instrumentarse los mecanismos apropiados para que el sector privado “internalice” los costos que ello implica, haciendo posible que la rentabilidad privada se asemeje a la social en el sentido de dejar que el inversionista privado tome decisiones que convengan a la sociedad. [15]

Tradicionalmente se ha aceptado que uno de los factores más importantes que determinan el crecimiento económico de los países es el monto de la inversión, pública y privada, que realizan. Incluso en algún momento se llegó a pensar que el motor real del crecimiento económico lo constituía la inversión pública, ya que de alguna forma ésta traía consigo un “efecto multiplicador” en la inversión privada. Por alguna razón se pensaba que la rentabilidad de la inversión pública era mayor que la de la inversión privada y que mientras mayor fuese el gasto público, mayores serían las posibilidades de mejorar el desempeño económico de los países. Sin embargo, la realidad no ha correspondido a esa presunción debido, en gran parte, a que muchos proyectos de inversión, tanto públicos como privados, han resultado ser un fracaso, en el contexto de que no han sido socialmente rentables. [15]

Esta evidencia del desempeño de los proyectos de inversión motivó el resurgimiento de una corriente que plantea que la calidad de la inversión es tanto o más importante que su monto absoluto, independientemente de que sea realizada por el sector público o privado. Esto a su vez ha conducido, y lo seguirá haciendo en el futuro, a un replanteamiento respecto a qué sectores deben

¹ En el Apéndice A se enuncian los tipos de programas y proyectos de inversión en la Administración Pública Federal de México.

seguir siendo atendidos por el sector público, cómo deben ser planeados y ejecutados los proyectos de inversión y cuáles debe dejar al sector privado debido a que existen las condiciones para ello. [15]

El fondo de este planteamiento consiste en que, finalmente, la rentabilidad social de las inversiones realizadas en un país está directamente relacionada con su capacidad de crecimiento. Es decir, en la medida en que se lleven a cabo proyectos de inversión rentables para el país, éste crecerá más y, viceversa, si se realizan proyectos de inversión no rentables, empobrecerá. [15]

5.1.2 Evaluación Social de Proyectos de Inversión

En el contexto de la evaluación de proyectos, a qué nos debemos referir con la palabra “social”. De acuerdo al Centro de Estudios para la Preparación y Evaluación Socioeconómica de Proyectos (CEPEP) de México,² no se hace un uso correcto de la palabra y, en consecuencia, el concepto confunde a muchas personas. De esta forma, algunas personas piensan que las técnicas de la evaluación social de proyectos se deben aplicar solamente a los proyectos denominados “sociales” (como los de educación, nutrición, vivienda, salud, justicia y previsión social). Otras personas piensan que al usar la palabra social se está dando a entender que los estudios también analizan el impacto en la distribución del ingreso, nacional o regional, que un proyecto traerá como consecuencia. Aun cuando esto sería sumamente útil, de acuerdo al CEPEP, la realidad es que actualmente existen muy pocos elementos para hacer esos cálculos. [32]

Por la razones anteriores, el CEPEP señala que un nombre más adecuado sería **evaluación nacional de proyectos**, puesto que la cuestión que se trata de responder con los estudios de evaluación es si acaso una nación estará mejor o peor al hacer o no un proyecto. En este contexto, la palabra “social” se refiere a la sociedad de un país, en cuanto a si su riqueza o bienestar estará mejor o peor al canalizar parte de sus recursos disponibles a una cierta aplicación. [32]

Adicionalmente, al hacer los cálculos de costos y beneficios, las técnicas de evaluación social utilizan los llamados “precios de eficiencia” o “precios verdaderos”, sin asignar ningún peso diferencial entre ricos y pobres, debido simplemente a que no se tienen, en la práctica, los elementos adecuados para ello. [32]

Así pues, sería muy deseable llegar a medir los beneficios y costos de los proyectos en función de la “utilidad marginal” del dinero, la cual seguramente es distinta para ricos y pobres. Es decir,

² El Centro de Estudios para la Preparación y Evaluación Socioeconómica de Proyectos (CEPEP), es un fideicomiso creado en marzo de 1994 e instituido en Banobras por el Gobierno Federal de México, para promover la capacitación y las buenas prácticas en materia de evaluación financiera y socioeconómica de proyectos de inversión pública. Los objetivos del CEPEP son los siguientes:

- ▶ Promover la capacitación de los servidores públicos de los gobiernos federal, estatales, municipales y del Distrito Federal, en materia de preparación, elaboración, ejecución, evaluación y seguimiento de proyectos de inversión.
- ▶ Asesorar a los tres niveles de gobierno en la preparación, elaboración, ejecución, evaluación, seguimiento y difusión, en materia de proyectos de inversión.
- ▶ Promover acciones en materia de evaluación, supervisión y dictaminación de los estudios del sector público relacionados con proyectos de inversión, así como de elaboración de dichos estudios.
- ▶ Celebrar con instituciones educativas de nivel superior, y con personas físicas o morales, convenios y contratos relacionados con los programas del CEPEP.
- ▶ Difundir las técnicas de preparación, elaboración, ejecución, evaluación y seguimiento de los proyectos de inversión.

Ver <http://www.cepep.gob.mx>

sería útil ponderar cada peso de beneficios y cada peso de costos, de manera diferenciada. Sin embargo, como menciona el CEPEP, esto que algunos teóricos llaman “precios sociales” es prácticamente imposible de hacer en la práctica y puede producir resultados completamente diferentes, dependiendo de quién hace la evaluación. [32]

Por las razones anteriores, el CEPEP ha elegido trabajar con “precios de eficiencia” (sombra o de cuenta), en los cuales no existe diferenciación entre la utilidad marginal de pobres y ricos. Por esta razón, en la terminología de este centro, **evaluación social**, **evaluación socioeconómica**, **evaluación nacional** y **evaluación económica** significan lo mismo. [32]

Por tanto, en este sentido, resulta substancial tratar de definir como mayor precisión y objetividad posibles quiénes son los beneficiarios de los proyectos, ya que esto puede ayudar a decidir la ejecución o no de un proyecto, o bien, qué proyecto hacer primero, cuál postergar y cuál rechazar. [32]

Precios Sociales

Así como un inversionista privado (empresario) mide los efectos que tendrá sobre sus intereses un proyecto, utilizando precios de mercado, también existen valores que reflejan los efectos de un proyecto sobre la economía en su conjunto, precios que expresan lo que le cuesta verdaderamente a la sociedad la utilización de los mismos. Debido a la posible existencia de lo que los economistas llaman distorsiones de mercado, los precios que se observan en éste pueden ser “mentirosos” en el sentido de que no reflejan el verdadero costo que tiene para la sociedad producir un bien o servicio. Los precios sociales a utilizarse en la evaluación social deben reflejar el verdadero valor que la sociedad asigna a determinado bien o servicio. Cuando no se cuenta con precios sociales para todos los bienes y servicios involucrados, se pueden usar “factores de conversión” generales, o bien, en último caso, precios de mercado, haciendo resaltar las razones de su utilización en cada caso relevante.³ [15]

Conviene considerar a la evaluación social de proyectos como una herramienta de la administración pública, integrada por elementos complementarios de diversas ciencias y técnicas, que se utiliza para apoyar a las autoridades de los países, estados o municipios en su proceso de toma de decisiones respecto a la asignación de los recursos públicos. Esta herramienta es útil sobre todo cuando se habla de proyectos de inversión pública, e incluso cuando se hace referencia a algunos proyectos privados que por su magnitud o porque buscan el apoyo o el aval del gobierno, pueden

³ Para estimar precios sociales se pueden utilizar dos metodologías alternativas: los modelos globales de programación y el llamado “método de las distorsiones”, “de Chicago”, o “de Harberger”, en honor del conocido economista que lo formalizó.

a) Los modelos globales de programación, tienden a representar el funcionamiento de la economía de un país a través de relaciones entre variables económicas consideradas relevantes. Luego, teniendo en cuenta las restricciones existentes, se procura maximizar ciertos valores representativos de los fines que se persiguen. Los precios sociales son el conjunto de precios que hacen posible la maximización buscada.

La versión más sencilla que se puede encontrar es el modelo de programación lineal, en el cual, al resolver el problema surgen los precios sociales. Para un país, trabajar con modelos de este tipo suele resultar muy complicado, y se deben utilizar variables a nivel muy agregado, con lo que se pierden los precios de bienes específicos.

b) El método de las distorsiones parte del precio observado en el mercado del bien específico, se analizan las distorsiones existentes, se cuantifican esas distorsiones y en función de los resultados se estiman las correcciones para llegar al precio social. Es decir, se parte de la economía tal cual es la realidad y no del ideal. A través del análisis del mercado del bien se pretende llegar, a partir del precio privado, al verdadero costo de oportunidad del bien, que es su precio social. Este procedimiento contempla fundamentalmente lo relativo al problema de asignación de recursos (eficiencia). [15]

afectar el bienestar o la riqueza de la sociedad en su conjunto. Desgraciadamente, como indica el CEPEP, la economía mexicana aún se encuentra muy afectada por la existencia de precios “mentirosos” que no reflejan los costos sociales reales, y por tanto es muy difícil saber si los proyectos privados, evaluados a través de técnicas respectivas, son en realidad socialmente rentables. [15]

5.1.3 Tipos de Análisis o Metodologías en la Evaluación Social de Proyectos

La evaluación social de los proyectos puede hacerse con base en dos tipos de análisis (metodologías):⁴ costo-beneficio y costo eficiencia.⁵

Análisis Costo-Beneficio

Consiste en identificar, medir y cuantificar los costos y los beneficios ocasionados por un proyecto.⁶ Para ello, se compara la **situación sin proyecto** *versus* la **situación con proyecto**, y se obtienen los efectos atribuibles exclusivamente a su realización. La dificultad de la metodología costo-beneficio radica en la cuantificación monetaria de los beneficios sociales, que usualmente requiere mucha habilidad técnica y conocimiento sólido de teoría económica.

El análisis costo-beneficio se utiliza generalmente para proyectos de transporte, agricultura, riego, electrificación y proyectos productivos en general.

Análisis Costo-Eficiencia

Básicamente, en este análisis se asume que es conveniente realizar el proyecto y solamente se busca la alternativa más eficiente, es decir, la de menor costo.⁷ Se utiliza cuando el proyecto que se está evaluando tiene beneficios que no pueden medirse en términos monetarios. Para aplicarlo, es necesario establecer los siguientes supuestos:

- ▶ El Valor Presente Neto⁸ de todas las alternativas técnicas es positivo. Esto significa que se establece *a priori* que el proyecto es rentable.

⁴ Existen varios dilemas respecto a las metodologías que se emplean en la formulación y evaluación de proyectos del sector público, entre los que se destacan:

- ▶ Propias o de organismos internacionales
- ▶ Estandarización vs. especialización
- ▶ Rigor metodológico vs. simplicidad
- ▶ Costo-beneficio o costo-eficiencia
- ▶ Evaluación socio-económica o evaluación multicriterio
- ▶ Uso de precios sociales

Para una discusión sobre estos dilemas se puede ver la presentación de E. Aldunate (ILPES/CEPAL), llevada a cabo en el Primer Simposio Internacional Sobre Evaluación y Planificación de la Inversión Pública. Ver <http://portal.sre.gob.mx/ppp/pdf/paneliiieduardoaldunate.pdf>

⁵ En la Administración Pública Federal de México, por ejemplo, se consideran cuatro tipos de análisis (incluidos el análisis costo-beneficio y en análisis costo-eficiencia) y éstos se presentan en el Apéndice B.

⁶ Las distintas concepciones acerca de las modalidades de funcionamiento del sector público, así como diversos argumentos teóricos y prácticos, han implicado que la elección de la tasa de descuento a ser utilizada en el análisis costo-beneficio haya sido uno de los aspectos más controvertidos en esta área de estudio. Para más detalles sobre este asunto se puede consultar el trabajo de Cervini [16].

⁷ En algunas ocasiones, cuando el proyecto satisface algunas necesidades básicas, existe consenso respecto a su conveniencia social sin mayor trámite. También es válido considerar un proyecto rentable de este tipo en la medida en que se acerca al cumplimiento de los objetivos de la institución que rige al sector.

⁸ Más adelante se hablará de los indicadores de rentabilidad que se utilizan en la evaluación social de proyectos.

- Los beneficios de todas las alternativas técnicas son iguales, lo cual significa que las alternativas pueden ser estrictamente comparables.

El cálculo de los costos es similar al de la metodología costo-beneficio. Para determinar cuál de las alternativas técnicas es la más conveniente si su vida útil es distinta, se calcula el Costo Anual Equivalente (CAE)⁹ de cada una y se selecciona la que tenga el más bajo CAE por unidad. Se pueden establecer indicadores de rentabilidad según el beneficio del proyecto.

Este tipo de análisis se utiliza principalmente en proyectos sociales (educación, salud, justicia, recreación, deportes, capacitación laboral, vivienda, protección de menores, etc.) en los que los beneficios son generalmente aceptados y no requieren demostración, o bien cuando ésta se complica de tal manera que el costo de cuantificarlos sobrepasa su valor esperado. Sin embargo, queda por demostrar que los proyectos logran el impacto para el que fueron diseñados. [15]

5.1.4 Evaluación Privada y Evaluación Social de Proyectos

Como ya se mencionó, cuando la evaluación de un proyecto se hace desde el punto de vista de un inversionista en particular (empresario), se estará haciendo una **evaluación privada** del proyecto, en el sentido de que los costos y beneficios que se deben identificar, medir y cuantificar son aquéllos que resulten relevantes desde el punto de vista del inversionista privado. Por su parte, cuando la identificación, medición y cuantificación se hace desde el punto de vista de todos los agentes económicos que conforman la comunidad nacional, se estará efectuando una **evaluación social del proyecto**. [17]

Muy probablemente, nadie dudaría de la conveniencia de aplicar los criterios de la evaluación privada o financiera cuando se habla de proyectos de las empresas privadas. Sin embargo, cuando se trata de los recursos públicos constituye un grave error aplicar esos mismos criterios. Esto es así porque al hablar de los recursos públicos la cuestión de fondo es que se trata alcanzar un mejoramiento de la riqueza o bienestar de la sociedad en su conjunto. En este sentido, la única forma de disminuir el grado de incertidumbre respecto al resultado de invertir o no en un proyecto de inversión pública es a través de la aplicación de los principios de la evaluación social de proyectos. [15]

Es así como en la evaluación social, tradicionalmente se consideran como beneficios solamente la mayor riqueza para el país asociada a la mayor disponibilidad de bienes y servicios que se generan con los proyectos (crecimiento económico), y como costos solamente la aplicación de los recursos que el país debe realizar para lograr esos beneficios. [17]

Diferencias entre la Evaluación Privada y la Evaluación Social de Proyectos

Se considera que existen cuatro diferencias principales entre la evaluación privada y la social. Esto se debe a que hay diferencias entre lo que realmente cuesta a la sociedad el uso de sus recursos productivos y lo que el uso de estos recursos genera como beneficios. El procedimiento para hacer una correcta evaluación social consiste en identificar todas las actividades que serían afectadas por la ejecución del proyecto y que generan efectos reales, siendo necesario cuantificarlos para saber si hay una ganancia o pérdida neta para el país.¹⁰ De este modo, las principales diferencias son:

⁹ Ver el Apéndice B para más detalles.

¹⁰ Por ejemplo, en la evaluación privada de un proyecto, la depreciación de los edificios, maquinaria y equipos del proyecto no se debe considerar como un costo porque en realidad no es salida de dinero, pero sí hay que considerarla para calcular el Impuesto Sobre la Renta (ISR). En la evaluación social, en cambio, la depreciación no se toma en

precios, efectos indirectos, externalidades y efectos intangibles. [15]

Precios

Como ya se dijo, una diferencia entre la evaluación privada y la evaluación social es que la privada utiliza precios de mercado para todos los bienes que produce, así como para los insumos que emplea. La evaluación social no utiliza estos precios porque se considera que unos no representan el verdadero costo y/o beneficio que realmente tienen para la sociedad o para el país.

La razón por la que se considera que los costos y beneficios privados no son iguales a los sociales, es porque ello sólo es posible en una economía con un mercado en competencia perfecta, situación que, por ejemplo, no sucede en México porque hay algunas imperfecciones tales como impuestos, subsidios, aranceles aduaneros, monopolios, precios máximos y mínimos, etc. Por eso en la evaluación social se utilizan **precios sociales**, cuya virtud es la de indicar el verdadero costo que representan para el país los insumos que utiliza el proyecto, así como el verdadero beneficio que tendrán los bienes o servicios que producirá.

Efectos Indirectos

Muchas veces los proyectos implican la reducción de los precios de los bienes y servicios que producen y un aumento de los precios de los insumos que utilizan para producir, lo cual afecta los mercados de los bienes y de los insumos que son sustitutos y complementarios de los bienes que produce el proyecto y de los insumos que utiliza; esto puede tener costos y/o beneficios para la sociedad, que no son pertinentes para una evaluación privada, pero sí para una evaluación social.

En este sentido, se puede decir que los beneficios indirectos los obtienen personas que no utilizan el proyecto, pero que reciben un beneficio porque el proyecto está operando; mientras que un costo indirecto lo reciben quienes no utilizan el proyecto, pero que se ven afectados por la operación del mismo.

Externalidades

Las externalidades son los efectos del proyecto en mercados distintos a los del bien o servicio que se produce, y que no son complementarios o sustitutos de este mismo bien (ya que estos efectos se consideran dentro de los efectos indirectos). También, son efectos que no tienen incluida su correspondiente transacción monetaria. Por lo general, se refieren a repercusiones negativas en el ambiente, como es el caso de una externalidad negativa que causa el proyecto a terceras personas.

Efectos Intangibles

cuenta al construir los flujos del proyecto, pues los impuestos se consideran una transferencia y por lo tanto no son un costo para el país. [15]

En cada proyecto generalmente hay un grupo de beneficios y/o costos que son muy difíciles de medir e incluso, en ocasiones, de identificar. Este tipo de efectos son muy semejantes a las externalidades ya que no se pagan ni se cobran. Sin embargo, en cada proyecto que se analiza deben señalarse los costos y beneficios que pudieron medirse, los que no fue posible medir, así como el resultado de la evaluación. Esto a fin de proporcionar los mayores elementos de juicio a la autoridad que tendrá que tomar una decisión respecto a si se realiza o no un proyecto.

5.1.5 Indicadores de Rentabilidad en la Evaluación Social de Proyectos

Como ya se mencionó,¹¹ la diferencia básica entre la evaluación privada y la evaluación social de proyectos radica en que la primera trata de informar al inversionista privado en qué medida verá afectada su riqueza (o bienestar) si realiza o no un proyecto, mientras que en la social se trata de conocer el efecto que se tiene para toda la sociedad de un país. De esta manera, en la evaluación privada, se enfocan los costos y beneficios relevantes para el inversionista privado, por lo que solamente intervienen los efectos denominados “directos” y se cuantifican a precios de mercado, incluidos los impuestos. Por otro lado, en la evaluación social, se incluyen todos los posibles costos y beneficios para la sociedad (directos, indirectos, externalidades e intangibles) y para su cuantificación se utilizan “precios sociales”.

Así pues, el Valor Presente Neto privado está dado por:¹²

$$VPN = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{\left(\sum_{i=1}^{\bar{n}} Y_i P_i - \sum_{j=1}^m Z_j P_j\right)_t}{(1+r)^t}, \quad (5.1)$$

donde $-I_0$ es la inversión inicial, n es el número de años del horizonte de evaluación, t es el período correspondiente, r es la tasa de descuento que representa el costo de oportunidad del capital para el inversionista privado que está tratando de decidir si conviene ejecutar o no el proyecto, Y_i es la cantidad del bien o servicio i que producirá el proyecto, P_i es el precio que recibirá el inversionista privado por cada unidad vendida de ese bien, Z_j es la cantidad que el proyecto utilizaría del insumo j y P_j es el precio que el inversionista privado deberá pagar por cada unidad de ese insumo.

En el caso de la evaluación socioeconómica, el Valor Presente Neto será:¹³

$$VPN \text{ Social} = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{\left(\sum_{i=1}^{\bar{n}} Y_i P_i^* - \sum_{j=1}^m Z_j P_j^*\right)_t + BNI_t + E_t}{(1+r^*)^t}, \quad (5.2)$$

¹¹ En este apartado sólo se hablará acerca del Valor Presente Neto tanto privado como social y para los demás indicadores de rentabilidad que, por ejemplo, se utilizan en la Administración Pública Federal de México se puede consultar el Apéndice B.

¹² La ecuación 5.1 representa otro modo de escribir la fórmula del Valor Presente Neto. Se ha utilizado 5.1 y no la ecuación 2.4 con el fin de que más adelante se vea la diferencia entre la evaluación privada y la evaluación social cuando se usa este indicador de rentabilidad. Como se puede ver, el término $\left(\sum_{i=1}^{\bar{n}} Y_i P_i - \sum_{j=1}^m Z_j P_j\right)_t$ representa los beneficios netos directos correspondientes a cada período t de la vida del proyecto, y se obtienen como la diferencia entre los beneficios totales directos y los costos totales directos.

¹³ Recordando la fórmula para la Tasa Interna de Rendimiento (TIR), se puede definir una “Tasa Interna de Rendimiento Social” dada por TIR^* en la ecuación que sigue:

$$-I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{\left(\sum_{i=1}^{\bar{n}} Y_i P_i^* - \sum_{j=1}^m Z_j P_j^*\right)_t + BNI_t + E_t}{(1+TIR^*)^t} = 0.$$

donde $-I_0$ es la inversión inicial, r^* es la tasa social de descuento, que representa el costo en que incurre la sociedad (o el país) cuando el sector público extrae recursos de la economía para financiar sus proyectos. Por simplicidad, aquí suponemos que la tasa se mantiene constante a través del tiempo, en tanto que los P^* representan los precios sociales correspondientes a los bienes producidos por el proyecto (Y_i) y los insumos utilizados en su producción (Z_j), BNI_t corresponde a los beneficios netos indirectos del proyecto en el período t y E_t es el valor de las externalidades (positivas o negativas) del proyecto.

5.2 Manejo de Riesgo en Proyectos de Inversión Pública

Como vimos al inicio de este capítulo, en el contexto de la administración pública un proyecto de inversión se puede referir a las erogaciones destinadas a obra pública en infraestructura. De esta manera, en la presente sección se muestra mediante un caso sencillo la utilización de la metodología de las opciones reales en el manejo del riesgo de un proyecto de infraestructura vial, pero antes de dar paso a este ejemplo, brevemente se explica el contexto en el que se puede utilizar un enfoque de opciones reales en proyectos de inversión pública, los tipos de riesgos que existen en los proyectos de infraestructura y finalmente se da una introducción a la evaluación de proyectos de infraestructura vial.

5.2.1 El Método de las Opciones Reales en Proyectos de Inversión Pública

Como hemos visto, en lo que respecta a los proyectos de inversión privados nadie dudaría de la conveniencia de aplicar los criterios de la evaluación privada o financiera. El VPN, la TIR y el método de valuación mediante opciones reales, representan métodos que son aplicados sin tanto problema¹⁴ en las empresas o por los inversionistas particulares. Sin embargo, cuando se trata de recursos públicos se debe tener cuidado puesto que en esta situación se deben aplicar, esencialmente, los principios y las herramientas de la evaluación social de proyectos.

Así pues, es natural preguntarnos si el método de las opciones reales se puede utilizar en la evaluación de un proyecto de inversión pública y en qué contexto o bajo qué supuestos podría considerarse como una herramienta de la evaluación social de proyectos. Estas cuestiones todavía no son discutidas con profundidad en la diferente literatura que hay sobre la teoría de las opciones reales y de esta forma los argumentos que se presentan más adelante y que tratan de dar una respuesta conceptual a tales interrogantes son realmente incipientes.

Como se dijo en la primera parte de este capítulo, se considera que los costos y beneficios privados no son iguales a los sociales, debido a que ello sólo es posible en una economía con un mercado en competencia perfecta. Así, en la evaluación privada, se enfocan los costos y beneficios relevantes para el inversionista privado, por lo que solamente intervienen efectos “directos” y se cuantifican a precio de mercado, incluidos los impuestos. Por otro lado, en la evaluación social, se incluyen todos los posibles costos y beneficios para la sociedad (directos, indirectos, externalidades e intangibles) y para su cuantificación se utilizan “precios sociales”.

Para que los precios de mercado coincidan con los sociales es necesario que no existan distorsiones en los mercados de bienes y servicios. En la medida que las distorsiones existan, más

¹⁴ El método de las opciones reales, no obstante, sigue en una fase de aceptación en las empresas y, tal vez, en pocos años sea una herramienta estándar de valuación de proyectos no tan sólo en las empresas grandes sino también en las medianas, pequeñas y micro.

probable es que la evaluación social arroje resultados diferentes del de la evaluación privada. Así, lo ideal sería que los precios de mercado reflejaran los verdaderos precios sociales, pues en esa forma las decisiones privadas no serían solamente correctas desde la perspectiva del inversionista sino también desde la perspectiva del país.

Así pues, en la ausencia de distorsiones en los mercados de bienes y servicios y de efectos externos de los proyectos, la evaluación privada y la evaluación social de un proyecto producirían resultados similares. De hecho, bajo este supuesto, la tasa social de descuento sería igual a la tasa de rendimiento privada. Por tanto, es claro que en esta situación la metodología de las opciones reales podría ser empleada en proyectos públicos y sociales si en general se opta por un análisis costo-beneficio.

Aún con la existencia de distorsiones que es la situación real en una economía como la mexicana, existe la posibilidad de que se pueda emplear la evaluación privada en proyectos privados y públicos, y lo mismo sucede con la evaluación social ya que si así se requiere se puede utilizar tanto para un proyecto público como para un proyecto privado.¹⁵ Así pues, en principio, la metodología de las opciones reales puede utilizarse en la evaluación privada de un proyecto del sector público, y con los debidos ajustes también podría emplearse como una herramienta dentro de la evaluación social de proyectos.

Es importante reconocer que este asunto se debería manejar con mucho cuidado ya que se podría pensar que la administración pública funcionaría como un empresario al emplear el método de las opciones reales, y más bien la idea es realizar los ajustes necesarios para que se puede emplear este método como una herramienta proveniente de la evaluación privada en la evaluación social de proyectos.

También, el problema se centra en definir qué tipos de flexibilidades administrativas (opciones reales) se pueden hallar en los proyectos del sector público y cómo se deben modelar para ser valuadas, ya que a diferencia de las empresas, en los proyectos de la administración pública existen lineamientos, presupuestos, políticas de gobierno, leyes, normatividades, reglas, etc., que pueden influir en las decisiones de los evaluadores.

En resumen, la incertidumbre y la flexibilidad no se encuentran exclusivamente en los proyectos de los inversionistas privados, sino que también están presentes en los proyectos del sector público. De esta manera y a simple vista, si en un proyecto del sector público existe incertidumbre y ésta disminuye con el tiempo, y si además se puede modificar la estrategia en dicho proyecto una vez que se resuelva la incertidumbre, entonces el método de las opciones reales se puede aplicar en el análisis de riesgo y en la valuación de este proyecto.

5.2.2 Riesgos en Proyectos de Infraestructura

En un proyecto de infraestructura encontramos a muchos participantes encargados de realizar diferentes tareas, cada una de las cuales requiere de conocimientos técnicos especializados e implica riesgos muy variados. Parte del éxito para financiar un proyecto está en encontrar una adecuada distribución de los riesgos. Esto se logra cuando los riesgos son tomados por el participante que tiene la facultad de controlar o cubrir un determinado riesgo. Por ejemplo, los riesgos de la etapa de construcción pueden ser más fácilmente asumidos por la empresa constructora, ya que cuenta

¹⁵ Así, en un proyecto del sector público se pueden cuantificar sus costos y beneficios desde el punto de vista de un inversionista privado y desde un enfoque social. El CEPEP tiene ejemplos de proyectos (del sector público) que han sido evaluados tanto financiera como socialmente. Ver <http://www.cepep.gob.mx>

con la experiencia para minimizar su realización o controlar sus efectos. También los riesgos políticos pueden ser asumidos por la autoridad convocante en caso de un proyecto del sector público. Así pues, un principio fundamental es el de asignar cada uno de los riesgos inherentes al proyecto a aquella parte que esté en la mejor posición para administrarlo.¹⁶

A continuación se describen los principales riesgos que pueden encontrarse en un proyecto de infraestructura, según puedan presentarse en las diferentes fases en que se desarrolle el mismo, así como quiénes son las partes que, por su participación en el proyecto, están en la mejor posición para asumirlos.

Riesgos de Planeación

Corresponde a la entidad convocante, la planeación y el diseño de los requisitos que deberá cumplir un proyecto. Como tal, se encuentra en la mejor posición para asumir los riesgos de planeación de cada proyecto. Entre dichos riesgos encontramos los siguientes:

- I. Planeación del proyecto, incluyendo su estructura jurídica, su definición técnica, su localización, su costo estimado, etc.
- II. Proceso de licitación, incluyendo las reglas de elegibilidad de los participantes, la suficiencia de la información, la estructura de las bases y demás documentación para la licitación del proyecto, etc.
- III. Cumplimiento con leyes, consistente en la viabilidad del proyecto desde el punto de vista legal, incluyendo leyes de protección al ambiente.

Riesgos durante el Período de Construcción

La construcción del proyecto será encargada a un consorcio constructor que demuestre ser el más indicado para realizar el proyecto por su capacidad técnica y que presente la oferta más completa para la entidad convocante. Dada la capacidad técnica del consorcio a quien se encargue el proyecto, es razonable asignarle los riesgos que puedan presentarse durante la etapa de construcción. Entre los riesgos de construcción, se pueden mencionar los siguientes:

- I. Riesgo de terminación de la obra dentro del calendario de trabajos, entre los que podrían localizarse los derivados de la tecnología utilizada, algunos casos de fuerza mayor, de administración, de obtención de permisos, laborales, de suministro y disponibilidad de materiales y equipos, etc.
- II. Riesgo de terminación de la obra de acuerdo con las especificaciones y logrando el nivel de operación y funcionamiento requerido, entre los que encontramos a los derivados del desempeño del constructor, de la tecnología utilizada y de la calidad de los materiales y suministros.
- III. Riesgo de terminación de la obra dentro del presupuesto previsto, entre los que estarían fallas en la determinación del precio, sobrecostos, algunos casos de fuerza mayor, etc.

Estos riesgos generalmente se cubren mediante la utilización de un contrato “llave-en-mano” (*turnkey*) a precio fijo mediante el cual el constructor se obliga a entregar una obra por un precio y

¹⁶ Flyvbjerg, Bruzelius y Rothengatter discuten ampliamente con casos reales los riesgos que se encuentran en los llamados megaproyectos. Por ejemplo, ellos concluyen que en 9 de cada 10 proyectos de infraestructura de transporte los costos son subestimados, lo que implica un exceso de costos en la ejecución de esta clase de proyectos. Ver [30]

en un momento determinado, asumiendo de esa forma los riesgos inherentes a la construcción del proyecto.

Es importante señalar que en esta fase la empresa constructora puede recurrir si es necesario a la negociación de productos derivados para cubrirse contra riesgos inherentes en la alza de precios de los insumos que vaya a emplear.

Riesgos durante la Etapa de Operación

Una vez concluida la obra y aceptada por la entidad convocante, la entidad desarrolladora quedará prácticamente liberada de sus obligaciones derivadas de la construcción. En consecuencia, resulta lógico que sea la empresa que vaya a operar la obra, ya sea la convocante o la desarrolladora si el proyecto incluye la operación de la misma, quien asuma los riesgos que puedan producirse durante la etapa de operación, con excepción de las fallas de la obra derivadas de defectos en la construcción o en los materiales empleados, riesgo que seguiría a cargo del constructor. Entre los principales riesgos posteriores a la entrega y aceptación de la obra encontramos los siguientes:

- I. Riesgos derivados de la operación y mantenimiento de la obra, entre los que estarían los de obtención de permisos, mantenimiento, uso adecuado de las instalaciones, administración, etc.
- II. Riesgos de pago: incluyendo reglas claras para la realización de los pagos y la suficiencia de los mismos, así como la capacidad económica de la convocante para cumplir con sus obligaciones económicas. Entre éstos encontramos inflación¹⁷ y devaluación, libre convertibilidad y transferencia de recursos, fluctuaciones en las tasas de interés, etc.

Riesgos Políticos

Entre los más relevantes podemos encontrar los riesgos de expropiación, cambio de ley, de fuerza mayor por actos de gobierno y de cambios materialmente adversos en el entorno político y económico del País. Resulta evidente que dichos riesgos se encuentran totalmente fuera del control de la entidad desarrolladora, por lo que es razonable que sean asumidos por la convocante, especialmente cuando se trata de una entidad gubernamental.

Riesgos de Financiamiento

La obligación de obtener el financiamiento necesario para desarrollar los proyectos recae generalmente en la entidad desarrolladora. Como se mencionó anteriormente, es una característica natural del Financiamiento del Proyecto el que la institución financiera asuma los riesgos que le corresponden al desarrollador de la obra solicitada. A fin de reducir dichos riesgos, las instituciones financieras deben realizar un análisis detallado de las características del proyecto, así como de la capacidad técnica del constructor y de la capacidad financiera de la convocante. Asimismo, es necesaria la participación de expertos no relacionados directamente con el proyecto, como es el caso de asesores independientes, que le permitan cerciorarse de la viabilidad técnica, económica y legal del proyecto.

¹⁷ La inflación afecta el resultado de una inversión alterando el monto y el tiempo de los flujos de efectivo del proyecto, debido a que cambia los requerimientos y términos del financiamiento, necesidades de capital de trabajo, impuestos y tipo de cambio. Además, la inflación es un elemento de *incertidumbre* que puede afectar el resultado del proyecto, cuya evaluación puede llevar a tomar decisiones equivocadas si no se consideran sus impactos. De esta manera, el impacto que tiene la inflación en el flujo del proyecto altera de manera directa el análisis financiero. [15]

Usualmente, cuando los proyectos implican grandes sumas de dinero las empresas constructoras recurren a créditos de la banca privada y/o emiten papel comercial, en este caso debido a la alta incertidumbre y volatilidad de las variables financieras y económicas, es pertinente que las empresas utilicen productos derivados negociados en los diferentes mercados nacionales e internacionales para cubrirse.

Participación de Capital

La inversión de fondos propios por parte de la sociedad desarrolladora crea un incentivo adicional para la exitosa conclusión del proyecto, ya que son los propios fondos del contratista los que se perderían en caso de que el proyecto no se desarrolle en forma adecuada. Asimismo, la participación de capital de riesgo es un requisito que exige la mayoría de las instituciones financieras ya que les da un mayor margen de maniobra en virtud de que los flujos del proyecto deben ser suficientes para repagar, en primer lugar, la deuda contratada y, una vez que la deuda ha sido cubierta, la inversión de los desarrolladores.

5.2.3 Evaluación de Proyectos de Infraestructura Vial

Normalmente, es desde el enfoque de la evaluación social que se analizan los proyectos de infraestructura vial¹⁸ y de esta manera la evaluación social ha tendido a ignorar la factibilidad financiera de los proyectos, enfocándose a determinar únicamente su rentabilidad social. Sin embargo, aun los proyectos públicos puros deben contar con un flujo de efectivo adecuado para enfrentar sus costos financieros. Un proyecto en bancarota genera muy pocos beneficios económicos. [15]

Para evaluar proyectos de infraestructura vial¹⁹ es común que se utilice la metodología costo-beneficio, debido a que ambos (costos y beneficios) son factibles de cuantificar en términos monetarios (exactamente, la metodología consiste en identificar y cuantificar los beneficios y costos en las situaciones con y sin proyecto, a fin de compararlas y determinar los beneficios netos atribuibles al proyecto). El mercado en el que funcionan los proyectos de vialidades es el de transporte, en donde se entiende como oferta a la disponibilidad y características físicas y geométricas que presentan las vialidades, caminos o carreteras existentes, y la demanda está constituida por el flujo vehicular que desea viajar de un origen a un destino, y que por ello circula o podría circular por alguna vialidad en cuestión. [15]

En el mercado de transporte, el precio corresponde al ahorro de los Costos Generalizados de Viaje (CGV)²⁰ y la cantidad de equilibrio a los vehículos que transitan por una vía dado que

¹⁸ Cabe decir que los proyectos de infraestructura vial pueden variar desde ser tan simples y económicos como cambiar los sentidos de circulación de una calle o en su caso ser tan complejos y costosos como la construcción de autopistas, carreteras, distribuidores viales, etc.

¹⁹ Los proyectos de infraestructura vial se clasifican en los siguientes dos tipos, dependiendo del impacto del proyecto en la demanda:

Proyectos estructurales: Provocan cambios significativos en las matrices de origen destino por modo de transporte. Su característica principal es su gran impacto en la demanda de viajes en términos de generación, distribución y participación modal de viajes.

Proyectos no estructurales: Se puede suponer que no existen cambios significativos en la demanda, y su impacto se produce en una área restringida de la ciudad, es decir, sólo se esperan cambios del sistema vial analizado. Ver <http://www.cepep.gob.mx>

²⁰ El CGV es el costo en el que incurre un vehículo y sus ocupantes por trasladarse entre un cierto origen y un destino, éste aumenta conforme el tiempo de recorrido se incrementa. En el CGV se incluyen tres tipos de costos: el costo por operación y tiempo de los usuarios (chofer y pasajeros), el costo por ralentí y el costo por detención. El costo por ralentí representa el consumo de combustible del vehículo cuando está detenido, pero con el motor en

enfrentan ese precio. La demanda comúnmente corresponde al beneficio marginal social y privado²¹ y tiene pendiente negativa. La oferta, correspondiente al costo de viajar, es horizontal hasta cierto punto, implicando que un vehículo adicional tiene el mismo CGV que el vehículo anterior. Sin embargo, a partir de cierto umbral de vehículos (V^*) que ocasionan congestión en la vía, el costo comienza a ser creciente, siendo mayor el costo marginal social (CmgS) que el privado (CmgP), como se ilustra en la Figura 5.1. [15]

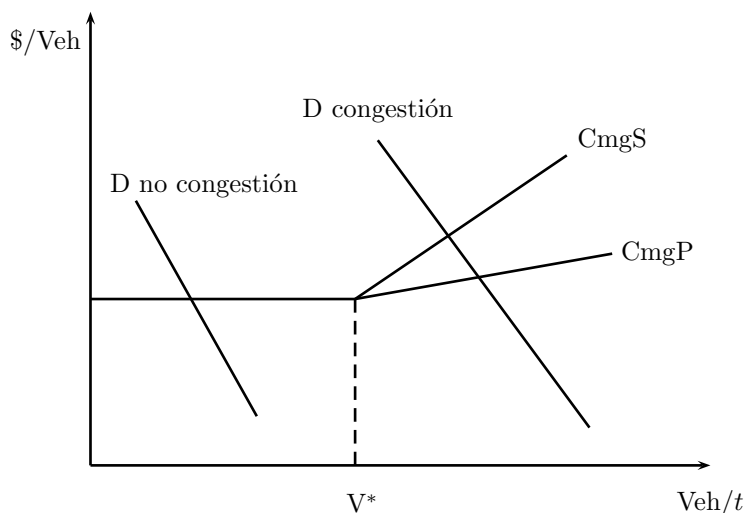


Figura 5.1: Mercado de Transporte.

En presencia de congestión, el proyecto de construcción de una nueva vialidad tiene beneficios directos por la disminución del CGV de los vehículos que desvían su ruta hacia el nuevo proyecto, o tránsito desviado²². Además, tiene beneficios indirectos por la disminución del CGV del tránsito que normalmente circula por la vía a la que servirá de principal alternativa el nuevo proyecto o tránsito normal²³. [15]

Cuando no existe congestión, los beneficios sociales de un proyecto de construcción de una nueva vialidad se presentan únicamente para el tránsito desviado, ya que éste es el único que ve disminuidos sus CGV, razón por la cual cambian su ruta de viaje hacia el proyecto, más no así su origen destino. No se tienen beneficios indirectos en el tránsito normal de la vía original, ya que el costo de ello es igual al beneficio. [15].

Los costos del proyecto son los tradicionales que corresponden a inversión y mantenimiento de la obra física.

marcha; este tipo de situaciones se da en las intersecciones al esperar el cruce de las mismas. [15]

²¹ Beneficio por unidad adicional.

²² Tránsito desviado: vehículos que cambian de ruta de viaje en la situación con proyecto, pero conservan su origen destino.

²³ Tránsito normal: vehículos que no cambian su ruta de viaje debido al proyecto.

Momento Óptimo para Invertir

Una de las decisiones más importantes con relación a la planeación de proyectos es la determinación del momento en que deben realizarse las inversiones, especialmente cuando los proyectos no son divisibles²⁴ o cuando los beneficios son crecientes en el tiempo²⁵. En esas ocasiones, un VPN positivo no es un indicador de la conveniencia de realizar la inversión porque puede ser que esperar un año aumente el VPN del proyecto (en pesos de un mismo año). Así, la pregunta relevante es: ¿cuándo iniciar la construcción?, más que averiguar si conviene o no realizar la inversión. [15]

Esto es frecuente en los proyectos de inversión pública. Así, por ejemplo, nadie duda que en algún momento convendrá ampliar la capacidad de un puerto, ampliar un libramiento carretero, pavimentar un camino de terracería, aumentar la cobertura de agua potable o tratar las aguas residuales de una población determinada, pero se debe determinar en qué momento conviene hacerlo para que la riqueza de la sociedad aumente al máximo. [15]

Si cualquiera de los proyectos antes mencionados se adelanta, existirá una capacidad ociosa y habrá una pérdida de rendimiento derivada del hecho de que los recursos pudieron ser invertidos en algún otro proyecto. Si el proyecto se retrasa, habrá un déficit de bienes o servicios y una pérdida de rendimiento por no haber realizado a tiempo las inversiones. [15]

Así pues, debido a que en proyectos de carreteras los beneficios netos son crecientes en el tiempo, el cálculo del VPN, no es suficiente para determinar la rentabilidad (de hecho, no es relevante establecer la rentabilidad social del proyecto, ya que al crecer los beneficios netos con el tiempo, el proyecto será finalmente rentable, sino definir cuando ejecutar la obra). Para tales casos, el criterio aplicable para definir el momento óptimo de inicio de un proyecto es la Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI), que se define como el beneficio neto del primer año de operación dividido entre el monto de la inversión.²⁶ Si esta tasa es mayor o igual a la tasa social de descuento conviene ejecutar el proyecto; en el caso contrario conviene esperar hasta el momento en el que ambas tasas se igualen. Así pues, el criterio de decisión es: [15]

Si $TRI \geq r^*$ conviene invertir.

Si $TRI < r^*$ conviene posponer la inversión,

donde r^* es la tasa social de descuento o costo de oportunidad de los recursos públicos.²⁷

²⁴ Un proyecto no divisible es aquel que no tiene opciones de tamaño, es decir, sus dimensiones o características no le permiten crecer o reducir su tamaño.

²⁵ ¿Por qué crecen los beneficios del proyecto?

Durante el análisis de los flujos de proyectos cuyos beneficios crecen porque crece la demanda, se usan supuestos acerca del comportamiento que se espera tendrá la demanda del proyecto, la cual puede crecer debido a lo siguiente:

- ▶ El comportamiento del mercado (dependiendo de la población, el nivel de ingresos, etc.).
Con una estructura de mercado monopolística, si aumenta la demanda del mercado igual aumenta la demanda del proyecto. En proyectos de evaluación social se toma en cuenta la demanda de mercado.
- ▶ La estrategia comercial que se adopte.
Cuando el proyecto no será un monopolio, la demanda del proyecto podría no crecer tanto como la demanda del mercado. La tasa de crecimiento adoptada estaría en función de la capacidad del mercado y de lo que se esté dispuesto a gastar en publicidad. [15]

²⁶ En el Apéndice C se explica con más detalle este criterio de decisión.

²⁷ De acuerdo con estudios realizados por el CEPEP, el costo de oportunidad de los recursos públicos fue del 18 % anual hasta el año 2000, 16 % de los años 2001 al 2005, 14 % del 2006 al 2010 y 12 % en los años siguientes. Ver <http://www.cepep.gob.mx>

Lo anterior equivale a comparar el beneficio neto del primer año del proyecto con la anualidad de la inversión,²⁸ siendo el criterio ejecutar si el beneficio neto del primer año es mayor o igual a la anualidad de la inversión o costo de oportunidad de los recursos que se utilizarían en el proyecto.

5.2.4 Opciones Reales Sociales y la Opción Social de Diferir en la Evaluación de un Proyecto de Infraestructura Vial

En esta sección se presenta un ejemplo simple que expone la forma en que se puede utilizar la metodología de las opciones reales en el manejo del riesgo de los proyectos de infraestructura vial. Con el objetivo de que en el empleo se manejen datos reales, se ha elegido el caso de un proyecto que se evaluó socialmente en un curso intensivo que realizó el CEPEP en marzo de 1997 en la Universidad Autónoma de Nayarit (Tepic), por encargo del Gobierno del Estado de Nayarit.²⁹

De esta manera, se muestra a continuación en términos muy generales la descripción de este proyecto así como la evaluación social que se le realizó. Posteriormente, se analizará parte de este proyecto mediante un enfoque de opciones reales.

Evaluación Social de la Ampliación de un Libramiento Carretero en la Ciudad de Tepic

En 1980, se terminó de construir en la Ciudad de Tepic, Edo. de Nayarit, un libramiento carretero de aproximadamente 12 km de longitud. Este libramiento constó de dos carriles sin acotamientos y tuvo como función principal evitar el tránsito que utilizaba la ruta México-Nogales circulara a través de la zona urbana. Debido al crecimiento de la ciudad y por ende de la mancha urbana, el libramiento fue alcanzado por ésta, lo que ocasionó que los vehículos urbanos utilizaran esta vía como un periférico y que se incrementaran los Costos Generalizados de Viaje (CGV) de los vehículos que utilizaban el libramiento. Dada esta problemática se elaboraron cuatro propuestas de ampliación y mejoramiento del libramiento, siendo la ampliación de dos a cuatro carriles la asignada al Curso Intensivo en Preparación y Evaluación Socioeconómica de Proyectos que realizó el CEPEP en la Ciudad de Tepic en marzo de 1997.

El proyecto estuvo propuesto por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) en coordinación con el Gobierno del Estado de Nayarit y la Presidencia Municipal de Tepic. La ampliación consistió en construir un nuevo cuerpo adicional de la misma longitud que el actual, con lo cual se contaría con cuatro carriles distribuidos dos en sentido oriente y dos en sentido poniente, separados por un camellón central de 23 metros.

De esta manera, en el curso del CEPEP se realizó la evaluación socioeconómica al nivel de perfil del proyecto para la ampliación del libramiento carretero poniente de la Ciudad de Tepic,³⁰ que entre otras acciones se pretendía, disminuir el CGV de los vehículos que circulaban por el

²⁸ Para simplificar, la anualidad de la inversión se calcula como una perpetuidad, es decir, la inversión multiplicada por la tasa de descuento.

²⁹ Ya que la intención de este apartado es presentar el caso de un proyecto con datos reales, se optó por elegir entre los proyectos que ha evaluado el CEPEP en los últimos años y que están publicados en su Sitio Web. Así pues, para más detalles sobre la evaluación social de éste y otros proyectos se puede consultar la dirección electrónica www.cepep.gob.mx

³⁰ En la evaluación se consideró que no se aplicaría ninguna tarifa o peaje por el uso del nuevo libramiento. De esta manera, si el proyecto fuera una vialidad de cuota, se tendría que realizar si el caso lo requiere una evaluación privada (para el concesionario o dueño del proyecto), además de una evaluación socioeconómica o social.

libramiento, la probabilidad de accidentes y el grado de contaminación sobre esa zona de la ciudad.

De acuerdo a los estudios que se realizaron, alrededor de 70 calles o avenidas de la ciudad se intersectaban con el libramiento, lo que ocasionaba que el aforo vehicular o el Tránsito Diario Promedio Anual (TDPA)³¹ fuera distinto a lo largo de esta vialidad (también las características físicas del libramiento eran diferentes a lo largo de éste). Sin embargo, únicamente cuatro avenidas eran las importantes, ya que incorporaban o desincorporaban el mayor número de vehículos al libramiento. De este modo, conforme a las técnicas de la evaluación socioeconómica, en proyectos como éste es conveniente aplicar el principio de separabilidad de proyectos, que implica tramificar el libramiento de acuerdo con el flujo vehicular que circula entre los diferentes entronques que tiene.³² De esta manera, considerando lo anterior y las diferentes características geométricas y físicas de la carretera, se establecieron 5 tramos (1A, 1B, 2, 3 y 4) del libramiento obteniéndose el TDPA en cada uno de ellos.³³ Es importante mencionar que el libramiento no tenía rutas alternativas ni complementarias; además, no fue conveniente realizar encuestas origen-destino, ya que lo importante para la evaluación social era conocer el TDPA en cada tramo.

De este modo, el beneficio social que se lograría con el proyecto de ampliación, sería una disminución en el CGV de los vehículos que transitaban por el libramiento, esto es, se observarían menores costos de operación en los vehículos y las personas que viajarían en ellos tendrían ahorros en tiempo. Para cuantificar los beneficios anuales totales (ambos sentidos) para cada tramo, se obtuvieron los CGV de las situaciones sin y con proyecto (para cada tipo de vehículo, tramo, sentido y período) a través del modelo computacional VOC-MEX.³⁴

Por otra parte, los costos de inversión privados (sin IVA) y sociales ascendieron aproximadamente a \$113,575,093 y \$111,188,326, respectivamente.³⁵ Debido a que el proyecto no presentaba un prorrateo para cada tramo, el equipo de evaluación determinó, de acuerdo a los beneficios netos anuales que se lograrían, la inversión máxima que se podría destinar en cada tramo para iniciar la

³¹ Al número total de vehículos que circulan en promedio al día por un cierto punto de una carretera, se le denomina Tránsito Diario Promedio Anual (TDPA), en este número está considerado el flujo vehicular en ambos sentidos de circulación. Ver [15]

³² En términos más precisos, el principio de separabilidad de proyectos consiste en dividir una carretera en tramos mediante un diagnóstico, tomando como criterio las condiciones de oferta (estado de la carretera) y demanda (flujos vehiculares), de tal forma que dentro de cada tramo seleccionado se observen las mismas condiciones físicas y geométricas, al igual que los flujos vehiculares. La tramificación se hace con el fin de evitar una sobre o subvaluación de los beneficios que puedan presentarse en algunos tramos por la ejecución de un proyecto. Por ejemplo, si se tomaran dos tramos con diferente demanda como uno solo, al llevarse a cabo la evaluación se le estarían atribuyendo beneficios extras a aquel tramo que tiene una menor demanda, de igual forma pasaría si el estado de la carpeta fuera diferente en ambos tramos. Ver www.cepep.gob.mx

³³ De esta manera, cada tramo se puede ver como un solo proyecto pues tienen cada uno de ellos sus propios beneficios y costos.

³⁴ El modelo computacional VOC-MEX es un submodelo del HDM-III desarrollado por el Banco Mundial, adaptado y calibrado por la SCT para las carreteras de México. En términos generales, el modelo calcula los costos de tiempo y de operación vehicular para las situaciones sin proyecto y con proyecto, determinando el beneficio por ahorro de CGV por tipo de vehículo y componente. La información que requiere el modelo se refiere a las características físicas y geométricas de cada tramo del libramiento carretero tales como: número de carriles, tipo de superficie, altitud del terreno, índice de rugosidad de la carpeta de rodado, grados de curvatura y pendientes ascendentes y descendentes, así como las características específicas de cada uno de los tipos de vehículos que circulan por ella y el ingreso esperado de los usuarios. Ver www.cepep.gob.mx

³⁵ Los costos de inversión representaron los costos de construcción del nuevo cuerpo, la reconstrucción del cuerpo actual, la construcción de retornos e incorporaciones, de distribuidores y puentes, de calles transversales, la supervisión, y los estudios y proyectos. Para calcular estas cifras, tanto en precios privados como sociales, se utilizaron los factores de ajuste proporcionados por el CEPEP. Además, en la evaluación se supuso que los costos de operación y mantenimiento serían igual a cero para el primer año de operación del proyecto.

construcción en el mismo año de la evaluación.³⁶

En resumen, conforme a la metodología de evaluación de proyectos de infraestructura vial, los beneficios y costos del proyecto se identificaron y cuantificaron comparando la situación con proyecto con la sin proyecto, en este caso, durante un horizonte de evaluación de 20 años. De esta manera, para poder obtener una aproximación del cálculo de la Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI), el equipo de evaluación prorrateó la inversión total (social) para cada uno de los tramos como se muestra en el Cuadro 5.1.³⁷

Cuadro 5.1: Monto de Inversión Social para cada Tramo

Tramo	Monto Social
1A	18,117,493
1B	34,685,924
2	17,165,271
3	15,992,495
4	25,227,143
Total	111,188,326

Así, considerando las cifras del Cuadro 5.1 y los beneficios netos anuales de cada tramo, en el Cuadro 5.2 se muestra una estimación del momento óptimo de inversión social,³⁸ en donde se supuso que los cinco tramos del libramiento tendrían un período de ejecución de un año.

Cuadro 5.2: Momento Socialmente Óptimo de Inversión

Tramo	Beneficio Neto (\$)	Anualidad de la Inversión (<i>Ir</i>)	Año Óptimo de Operación	Año Óptimo de Inversión	Tasa de Descuento Social
1A	3,300,951	3,261,149	2000	1999	18 %
1B	5,567,450	5,549,748	2002	2001	16 %
2	4,052,174	3,089,749	1998	1997	18 %
3	5,004,958	2,878,649	1998	1997	18 %
4	4,425,965	4,036,343	2001	2000	16 %

De esta manera, se concluyó a partir de la evaluación social y utilizando el criterio de la TRI que convenía el inicio inmediato de las obras de construcción correspondientes a los tramos 2 y 3, las del tramo 1A debían iniciarse en el año de 1999, las del tramo 4 en el año 2000 y las corres-

³⁶ El equipo de evaluación estimó de manera “gruesa” los costos de inversión atribuibles a cada tramo y determinó la Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI). De esta manera, también se determinó y utilizó como criterio de evaluación la inversión máxima que podría destinarse en cada tramo.

³⁷ Es importante aclarar que todas las cifras que se mencionen de este proyecto están referidas a pesos de marzo de 1997.

³⁸ Ver Apéndice D para más detalles.

pondientes al tramo 1B en el año 2001.³⁹

Opciones Reales Sociales y el caso de la Opción Social de Diferir un Proyecto

Como se ha indicado, la evaluación social del proyecto del libramiento carretero de la Ciudad de Tepic que se hizo en 1997, determinó que era inmediata la construcción de dos tramos y que para los tres tramos restantes habría que esperar para iniciar su construcción. Por lo tanto, en términos del momento óptimo para invertir y del VPN Social,⁴⁰ la evaluación social concluyó el programa de inversiones que se muestra en el Cuadro 5.3.

Cuadro 5.3: VPN Social de cada tramo del Libramiento

Tramo	VPN Social (\$)	Decisión en base a la TRI
1A	3,483,774	Diferir la inversión 2 años
1B	-344,206	Diferir la inversión 4 años
2	10,966,863	Invertir ya
3	18,754,325	Invertir ya
4	2,892,574	Diferir la inversión 3 años

De acuerdo al Cuadro 5.3, para los tramos 1A, 1B y 4 existía la posibilidad de diferir o posponer la inversión social. Además, con excepción del tramo 1B,⁴¹ el VPN Social estático (pasivo) de los 4 tramos restantes resultó positivo. En este último punto, de acuerdo a la evaluación social los tramos 2 y 3 representaban una excelente oportunidad para invertir de inmediato, pues sus beneficios netos tan sólo en el primer año representaban el 23.61 % y el 31.30 % de su monto (inversión) social, respectivamente. Así pues, en el caso de los tramos 2 y 3 se considera que no tiene mucha importancia (de acuerdo a lo visto en el tercer capítulo) un análisis de opciones reales, ya que se puede concluir tan sólo a partir de la evaluación social que constituían estos dos tramos, proyectos con una alta rentabilidad social y que por tanto era inmediata su ejecución.

Del mismo modo, el VPN Social estático de los tramos 1A y 4 de inicio es positivo, pero en base a la TRI existía la flexibilidad de poder diferir la ejecución de los mismos 2 y 3 años, respectivamente. De hecho, la evaluación social considera que si se tiene inicialmente un VPN Social positivo las entidades ejecutoras **no están obligadas** a llevarlos de inmediato, pues en si el VPN Social no es suficiente para determinar la rentabilidad de un proyecto de infraestructura vial y de esta manera se puede postergar un cierto tiempo la ejecución de un proyecto de este tipo cuando así lo marca la TRI. Así, para marcar la relevancia del método de las opciones reales en un proyecto

³⁹ Es importante mencionar que en las conclusiones de la evaluación también se determinó que se debían programar la ejecución de las obras en función del calendario señalado, el que debería ser ajustado al disponerse de los montos definitivos de inversión para cada tramo.

⁴⁰ Para los tramos 1A, 1B y 4, se debe diferenciar entre el VPN Social inicial y el VPN Social “máximo” que corresponde al año óptimo de operación de cada uno de los tramos.

⁴¹ En el caso del tramo 1B el VPN Social es negativo. Sin embargo, hay ocasiones en que no es posible estimar todos los costos y beneficios en un proyecto carretero. Aunque el proyecto del libramiento carretero no es el indicado, se puede tomar un proyecto carretero como es el caso de un camino de “penetración”, en donde los costos y beneficios indiquen un VPN negativo considerable, pero donde los evaluadores no hayan podido medir el beneficio “seguridad nacional”.

En este caso, de acuerdo a la evaluación social, es perfectamente válido que, de todas formas, las autoridades decidan construirlo. [32]

de inversión pública, centrémonos en el caso del tramo 1B donde se tiene un VPN Social de inicio negativo y la flexibilidad de poder diferir la inversión 4 años.

La evaluación social de proyectos considera que si se tiene un VPN Social de inicio negativo para los proyectos de vialidades, es decir, que si originalmente no son socialmente rentables, conviene para la entidad ejecutora su postergación durante un cierto período de años, con la finalidad de incorporar información real de tal suerte que el VPN Social sea finalmente positivo. Es así que resulta atrayente considerar el método de las opciones reales en la evaluación social de proyectos. En particular, se propone en este trabajo la **opción social de diferir un proyecto** como un tipo de **opción real social** que se puede adoptar en la evaluación social de proyectos de infraestructura vial.⁴²

Como hemos visto, en proyectos viales y en base a la evaluación social, el criterio adecuado para saber en qué momento invertir es la TRI, la cual garantiza y determina el año o período en donde se obtiene el “máximo” VPN Social. Sin embargo, desde un enfoque de opciones reales, este VPN Social estático (pasivo) tiende a subestimar el valor de estos proyectos pues no se incorpora en la valuación la flexibilidad administrativa y otros elementos intangibles. Así pues, al igual que en la evaluación privada o financiera, el VPN Social estático y la TRI,⁴³ que son indicadores de rentabilidad que utiliza la evaluación social, sólo son capaces de analizar proyectos de inversión con baja incertidumbre (riesgo) y sin flexibilidad administrativa.⁴⁴ De esta manera, el VPN Social de un proyecto público, social y privado también puede verse como un valor base que debe ser extendido al añadir un componente dinámico que contenga el valor de las opciones reales sociales de una administración (pública o privada)⁴⁵ activa. Por lo tanto, el verdadero valor de un proyecto de inversión (público, social y privado) que es analizado desde la perspectiva de la evaluación social, estaría dado por el **Valor Presente Neto Extendido Social**, en el cual se incluiría el valor de las opciones reales sociales.⁴⁶

Cabe recordar que un análisis de opciones reales descansa en la importancia de reconocer la flexibilidad en los proyectos de inversión y muestra los beneficios de la misma en la presencia de irreversibilidad e incertidumbre (riesgo).

Así pues, es interesante cómo es que implícitamente se ha considerado la importancia de la irreversibilidad en la evaluación social de proyectos de infraestructura vial, es decir, si un proyecto

⁴² Últimamente, varios autores han propuesto la utilización de la Teoría de Opciones Reales a la planeación de sistemas de infraestructura, en particular a la planeación estratégica y en proyectos de infraestructura vial como carreteras y autopistas. No obstante, se preserva el enfoque de la evaluación privada o financiera en estos estudios. Para ver con más detalle este asunto se pueden consultar los trabajos de Brekke [11], Flyvbjerg/Bruzelius/Rothengatter [30], Ford/Lander/Voyer [31], Ho/Liu [36], Leviäkangas/Lähesmaa [42] y Zhao/Sundararajan/Tseng [67].

⁴³ De esta manera, tanto en la evaluación privada como en la social tradicionales, un proyecto de inversión es aceptado sólo si los rendimientos sobre el proyecto exceden la tasa de deuda o el costo de capital o el costo de oportunidad de los recursos públicos para el caso de la evaluación social; es decir, en un contexto de flujos de efectivo o beneficios netos y tasas de descuento, esto se traduce en proyectos con VPN positivos.

⁴⁴ Como se dijo en el tercer capítulo, la flexibilidad administrativa puede tomar formas distintas, y por tanto en esta parte se estará haciendo referencia a la flexibilidad operativa que sería la más adecuada en la evaluación social de proyectos de infraestructura vial.

⁴⁵ Recordemos que un inversionista privado o una empresa en caso que lo requieran pueden emplear la evaluación social en sus proyectos.

⁴⁶ En particular, se puede utilizar el concepto del Valor Presente Neto Extendido Social en proyectos privados, públicos y sociales que son valuados bajo un contexto de flujos de efectivo o beneficios netos y la tasa social de descuento, ya que en la actualidad existen más de 20 metodologías de evaluación (incluidas dentro del análisis costo-beneficio y costo-eficiencia) para sectores específicos que utilizan distintos indicadores de rentabilidad o criterios de decisión, algunos de estos sectores son: agua, carreteras, pavimentación de calles, aeropuertos, puertos, plantas de tratamiento de aguas residuales, educación, salud, deportes, justicia, vivienda, entre otros.

de esta naturaleza no es en su inicio socialmente rentable, se considera el aplazamiento de dicho proyecto hasta que se consigue resolver una parte importante de la incertidumbre (incorporando información real) o bien descomponiendo la inversión total en varias etapas, puesto que una vez iniciada al ejecución del proyecto no se puede modificar la inversión sin que se pierda una parte considerable de su valor debida a los altos costos de construcción, repercutiendo negativamente en la riqueza del país.

Por otra parte, cualquier proyecto con programa de producción creciente de la demanda se enfrenta al problema de una posible sobredimensión. En el ámbito privado, esta problemática se presenta a cualquier proyecto que planea vender más en el futuro. En el sector público, como ya hemos visto, el tipo más común de proyectos cuyo tamaño puede determinar su rentabilidad son los proyectos viales, cuyos beneficios netos son crecientes en el tiempo porque cada año, de forma natural, la población aumenta.

Así, en la planeación de los proyectos de infraestructura surge el problema de que muchos de los pronósticos a menudo están equivocados y no concuerdan con los obtenidos en la práctica, es decir, los estudios de proyecciones del tránsito y de los beneficios netos sufren necesariamente de incertidumbre (riesgo). Esto es así, porque las fuerzas del mercado y la volatilidad de los deseos del público generan cargas para los servicios de infraestructura que, frecuentemente, difieren mucho de las que se anticipan en los planes originales. En consecuencia, dichas demandas pueden ser superiores o inferiores a las proyectadas siendo esto más frecuente cuando el horizonte de evaluación es largo.

Luego, puesto que en los proyectos de infraestructura vial la demanda está determinada por el flujo de los diferentes tipos de vehículos que circulan por ella, la cual está representada por el TDPA, las entidades que preparan este tipo de proyectos se enfrentan a riesgos de planeación provenientes de los pronósticos de la demanda. Es así, que los ejecutores de un proyecto de infraestructura vial tendrían, al utilizar un enfoque de opciones reales, la flexibilidad en el desarrollo de dichos proyectos, al arribar nueva información producto del paso del tiempo, ocurriendo la disipación de la incertidumbre sobre las condiciones de mercado (de transporte) y los montos de los futuros beneficios netos, para así evitar y/o disminuir pérdidas, lo cual se reflejaría en la riqueza del país.

Así pues, de forma análoga que en la evaluación privada, la **opción social de diferir un proyecto** de inversión otorga a su propietario el derecho a posponer su realización durante una plaza de tiempo determinado. Sin embargo, una diferencia importante con los proyectos del sector privado, es que en la mayoría de veces, sino es que todas, las entidades ejecutoras de proyectos del sector público (Gobiernos, Empresas Públicas y otros Organismos) tienen derechos exclusivos para invertir, y precisamente de acuerdo a la teoría de opciones reales, el tiempo de duración de la opción es aquél durante el cual se estima que tendrá duración los efectos ventajosos que proporciona el tener derechos exclusivos sobre la explotación de un bien. Por consiguiente, los proyectos del sector público se hallan en un medio en el que son tomados solamente por una entidad ejecutora, lo que genera valor si se consideran las opciones reales presentes,⁴⁷ caso distinto de los proyectos del sector privado, donde éstos son tomados en un medio de constante competencia y las empresas

⁴⁷ En principio, los gobiernos de los tres niveles (Federal, Estatal y Municipal) no compiten entre ellos para la ejecución de un proyecto en específico, sino más bien de acuerdo a la naturaleza del propio proyecto se puede dar a veces una participación conjunta de los mismos. También, por lo menos en México, las empresas públicas no compiten entre ellas (como CFE y Luz y Fuerza del Centro) para ganar más nichos de mercado, sino que están sujetas a normas que definen su cobertura de servicio. De esta forma, en la ausencia de competencia, los planeadores de proyectos públicos se hayan en un ambiente en el cual tienen derechos exclusivos para invertir.

no tienen ventajas especiales sobre sus competidoras al tomar los proyectos.

Por lo tanto, la opción social de diferir un proyecto sería similar a una opción de compra Americana donde el valor del activo subyacente es el valor presente de los beneficios netos esperados de iniciar el proyecto ahora, el precio de ejercicio es la inversión social que se necesita para tomar el proyecto y la vida de la opción es el período por el cual la entidad ejecutora tiene derecho sobre el proyecto.

Además, como vimos en el tercer capítulo, puesto que la realización anticipada de un proyecto implica renunciar a la opción de diferirlo, el valor de esta última actúa como un costo de oportunidad. De este modo, volviendo al ejemplo del proyecto del libramiento carretero de la Ciudad de Tepic, es claro que en la evaluación social de un proyecto de infraestructura vial no se ha considerado el valor de la opción social de diferir. La importancia de dicha opción radica cuando existe flexibilidad en el proyecto, y los beneficios de la misma se manifiestan en la presencia de irreversibilidad e incertidumbre.

Así pues, a continuación se calculará el valor de la opción social de diferir el tramo 1B.

Opción Social de Diferir el Tramo 1B

En el tramo 1B vemos que aunque tenemos un VPN Social de inicio negativo, de acuerdo a la TRI existe la flexibilidad de poder diferir la inversión 4 años, siendo entonces éste el tiempo de duración de la opción.

El modelo de valuación que se utilizará será el modelo binomial ya que tiene algunas ventajas sobre otros modelos.⁴⁸ Los parámetros más importantes a determinar son la volatilidad y la tasa de interés libre de riesgo. Para el caso de la volatilidad, hemos visto que es posible que exista incertidumbre asociada a las estimaciones de los beneficios netos y por tanto en el valor presente que mide el valor de estos beneficios. De esta manera, para estimar la desviación estándar (σ) en el valor presente de los beneficios netos del proyecto del libramiento carretero, se supondrá que ésta será similar a la desviación estándar (volatilidad histórica) del Producto Interno Bruto (PIB) nacional.⁴⁹ De acuerdo al CEPEP, este supuesto se apoya en que para la proyección de los TDPA se aplica la tasa de crecimiento del PIB, considerando que en la mayoría de los casos, esta tasa mantiene una relación aproximada con la tasa de crecimiento de los flujos vehiculares.⁵⁰ Para el libramiento carretero, conforme a la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), se es-

⁴⁸ El modelo binomial presenta tres ventajas. La primera, es que puede desencadenar una gran cantidad de aplicaciones de las opciones reales, incluidas todas aquellas que tienen cierta complejidad. En segundo lugar, el modelo es muy práctico porque, aunque es consistente con la teoría de valuación de opciones, mantiene la apariencia del análisis del flujo de efectivo descontado. La tercera, es que la incertidumbre y las consecuencias de las decisiones o derechos contingentes (*contingent claims*) se describen de una forma natural; el modelo binomial genera buenas imágenes visuales. [2]

⁴⁹ Como hemos visto a lo largo de este trabajo, las técnicas de valuación de opciones requieren de información estadística como la volatilidad del activo subyacente la cual, si bien tiene sentido en los mercados financieros, no tiene un paralelo obvio en la práctica de la ingeniería. De aquí, que se tengan que hacer algunas aproximaciones como en el ejemplo analizado.

⁵⁰ Uno de los factores más críticos en la estimación del tránsito y de los beneficios netos futuros es la tasa de crecimiento de la demanda potencial. Frecuentemente, esta tasa depende de factores como el aumento de la población, empleo, motorización (vehículos por habitante) y en general del crecimiento de la economía, lo que es un arte incierto. Así pues, dada la incertidumbre inherente al crecimiento futuro de la economía, es normal desarrollar dos o tres “escenarios de crecimiento” y hacer diferentes proyecciones para cada uno de ellos. De esta forma se sensibilizan las proyecciones al crecimiento del Producto Interno Bruto u otro indicador similar.

timó que el flujo vehicular (demanda potencial) crecería a una tasa del 3% anual.⁵¹

Existe una regla con cierta validez que indica que se puede utilizar un período semejante al del vencimiento de las opciones que se están analizando. De esta manera, para el ejemplo del libramiento carretero se estimará la desviación estándar del PIB en el intervalo de tiempo 1993-1996,⁵² que corresponde al período de 4 años que se tiene para diferir la inversión en el tramo 1B.

Así pues, utilizando los datos del Cuadro E.1 del Apéndice E,⁵³ se obtiene que la desviación estándar trimestral en el período 1993-1996 es $\sigma_{trimestral} = 5.63\%$, que en términos anuales se tiene $\sigma_{anual} = \sigma_{trimestral} \times \sqrt{4} = 11.26\%$.

Por otra parte, en el caso de la tasa libre de riesgo se utilizaron los datos históricos de los Cetes a 28 días, por ser la tasa libre de riesgo más representativa del mercado financiero mexicano. Para encontrar el valor de esta tasa se calculó la media geométrica de los datos históricos de los rendimientos anualizados de los Cetes a 28 días en el período 1993-1996, que es igual al tiempo de vida de la opción social de diferir el tramo 1B. Ahora, puesto que la tasa libre de riesgo debe ser una tasa real, también se calculó la media geométrica de los datos históricos de la inflación anual en México en el mismo período.

De este modo, a partir de los datos del Cuadro E.2 y del Cuadro E.3 se encuentra que la media geométrica de la serie de los Cetes está dada por 23.35%, y la correspondiente a la serie de datos de la inflación tiene un valor de 16.46%. Entonces, utilizando la siguiente expresión

$$Tasa\ de\ Interés\ Real = \left(\frac{1 + Tasa\ de\ Interés\ Nominal}{1 + Tasa\ de\ Inflación} \right) - 1,$$

se encuentra que la tasa libre de riesgo real es de 5.92% anual, que en su forma continua es igual a $e^{0.0592} - 1 = 0.06099$ ó 6.10% anual aproximadamente.

Cabe decir que estos dos parámetros, la volatilidad y la tasa libre de riesgo, se supondrán constantes durante la vida de la opción. De esta manera, cuando se tienen horizontes de tiempo lejanos en un modelo más sofisticado se debe modelar estos parámetros como variables aleatorias.

Así pues, en resumen se tienen los siguientes parámetros para valorar la opción social de diferir el tramo 1B:

$$\begin{aligned} \text{Monto (Inversión) Social} &= \$34,685,924 \\ \text{Valor Presente de los Beneficios Netos} &= \$34,341,718 \\ \text{VPN Social} &= -\$34,685,924 + \$34,341,718 = -\$344,206 \\ S_0 &= \$34,341,718 \\ \sigma &= 11.26\% \end{aligned}$$

⁵¹ En base a distintos factores (principalmente económicos) y a las características propias de un proyecto de infraestructura vial, se puede considerar sólo una tasa de crecimiento o varias de ellas (una para cierto intervalo de tiempo) durante el período de evaluación. Por ejemplo, en un proyecto con un horizonte de evaluación de 20 años, se puede considerar una tasa de crecimiento de 7% los primeros cuatro años, de 5% los siguientes cuatro y de 3% para los años siguientes.

⁵² En ocasiones como mejor aproximación se puede tomar la desviación estándar del PIB de la zona (PIB del Estado) en donde se desarrolla el proyecto.

⁵³ No se debe olvidar que en realidad ya se conocen los datos de los años posteriores a 1996, pero para darle sentido al ejemplo del libramiento carretero se considera como si el análisis mediante opciones reales se estuviese haciendo en el mismo año de la evaluación, es decir, 1997.

$$r = 6.10\%$$

$$T = 4 \text{ años}$$

$$\delta t = \frac{T}{N} = \frac{\text{Vencimiento en años}}{\text{Número de períodos}} = \frac{4}{4} = 1$$

Para valorar esta opción mediante el método binomial, utilizamos parte de la teoría que se expuso en el tercer capítulo y el siguiente conjunto de expresiones para los parámetros u , d y q

$$\begin{cases} u = e^{r\delta t} \left(1 + \sqrt{e^{\sigma^2\delta t} - 1} \right), \\ d = e^{r\delta t} \left(1 - \sqrt{e^{\sigma^2\delta t} - 1} \right), \\ q = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Al sustituir los datos correspondientes obtenemos que $u = 1.1830$, $d = 0.9428$ y $q = \frac{1}{2}$.

De esta manera, podemos plantear el árbol binomial del activo subyacente (Valor Presente de los Beneficios Netos) como lo muestra la Figura 5.2. Por ejemplo, a partir de los datos tenemos que S_0 es igual a \$34,341,718 y que, al transcurrir un año, puede ascender a $S_0u = \$34,341,718 \times 1.1830 = \$40,626,252$ o, en cambio, descender a $S_0d = \$34,341,718 \times 0.9428 = \$32,377,372$. Al transcurrir dos años, vemos que S_0 puede tener tres valores que son: $S_0u^2 = \$34,341,718 \times 1.1830^2 = \$48,060,857$, $S_0ud = \$34,341,718 \times 1.1830 \times 0.9428 = \$38,302,431$ y $S_0d^2 = \$34,341,718 \times 0.9428^2 = \$30,525,386$.

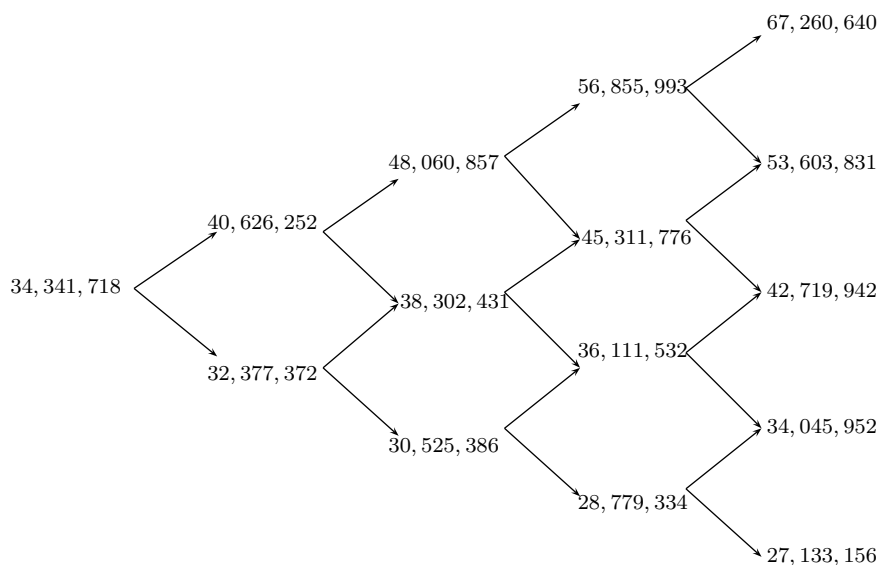


Figura 5.2: Árbol Binomial del Activo concerniente al Tramo 1B.

Sin embargo, el cálculo de estos valores esperados está suponiendo que se van a obtener los Beneficios Netos de los años 1998, 1999, 2000 y 2001 de la operación del tramo 1B (ver Cuadro

D.2), lo que es falso puesto que al retrasar la inversión 4 años se renuncia a estos beneficios. Por lo tanto, a estos valores esperados se les debe sustraer el costo del retraso.⁵⁴

Por ejemplo, para encontrar el costo del retraso en el primer período vemos que el valor presente de \$4,946,607 que se reciben en el primer año de operación del tramo 1B, descontados a la tasa social de descuento (costo de oportunidad de los recursos públicos) del 18% es igual a \$4,192,040. Por tanto, el costo del retraso es igual a \$4,192,040/\$34,341,718 = 12.21% del valor de \$40,626,252 y \$32,377,372, es decir, \$4,960,465 y \$3,953,277, respectivamente.⁵⁵

De la misma forma, para hallar el costo del retraso en el segundo período vemos que el valor presente de \$5,095,005 que se reciben en el segundo año, descontados a la tasa social de descuento del 18% es igual a \$3,659,153. Entonces, el costo del retraso es igual a \$3,659,153/\$34,341,718 = 10.66% del valor de \$48,060,857, \$38,302,431 y \$30,525,386, es decir, \$5,123,287, \$4,083,039 y \$3,254,006, respectivamente.

Así pues, en la Figura 5.3 se muestra el árbol binomial correspondiente donde se considera el costo del retraso. Por ejemplo, en el primer período se tienen los valores \$40,626,252 – \$4,960,465 = \$35,665,787 y \$32,377,372 – \$3,953,277 = \$28,424,095.

Por otro lado, el monto social \$34,685,924 para realizar el tramo 1B crecerá cada año, al menos, a una tasa igual a la libre de riesgo. Así, para los años 1, 2, 3 y 4 el monto social será \$36,801,765, \$39,046,673, \$41,428,520 y \$43,955,660, respectivamente.

Como ya se ha mencionado, la mayoría de las opciones de diferir un proyecto son Americanas. Recordemos que el hecho de ejercer una opción de compra Americana antes del vencimiento causa un decaimiento en su valor. De este modo, ya que el privilegio del ejercicio temprano es perdido, entonces los valores de las opciones de compra Americanas y Europeas deben ser los mismos si el activo no paga dividendos. Por consiguiente, la decisión sobre si ejercer o no la opción deberá postergarse hasta que el valor por tiempo de ésta sea nulo.

Resumiendo, los pagos finales de la opción social de diferir el tramo 1B son los siguientes:

$$\begin{aligned} \text{máx}\{61,704,911 - 43,955,660, 0\} &= \$17,749,251 \\ \text{máx}\{49,176,154 - 43,955,660, 0\} &= \$5,220,494 \\ \text{máx}\{39,191,275 - 43,955,660, 0\} &= \$0 \\ \text{máx}\{31,233,756 - 43,955,660, 0\} &= \$0 \\ \text{máx}\{24,891,957 - 43,955,660, 0\} &= \$0 \end{aligned}$$

⁵⁴ En la opción de diferir se debe considerar el costo de retrasar la inversión del proyecto. De esta manera, si se espera un año, se ganará si el valor de él asciende (no se pierde si desciende) pero se perderá un año de protección contra la acción de la competencia y, además, se perderán los flujos de efectivo que se hubiesen recibido al final del año 1 de haber comenzado el proyecto en el momento inicial. Para calcular este costo, en términos relativos, se puede utilizar la relación entre el valor presente del flujo de efectivo del próximo período y el valor presente del proyecto en el momento inicial, es decir:

$$\text{Costo del Retraso} = \frac{VPN(\text{Flujo de Efectivo}_{\text{próximo período}})}{VP_0}$$

⁵⁵ Al descontar los beneficios netos del primer período se utilizó la tasa social de descuento y no la tasa libre de riesgo porque la cantidad de \$4,946,607 realmente aporta \$4,192,040 al valor presente de los beneficios netos en el momento inicial y es esa cantidad la que se pierde, es decir, en promedio se pierde el 12.21% del valor del proyecto (tramo 1B).

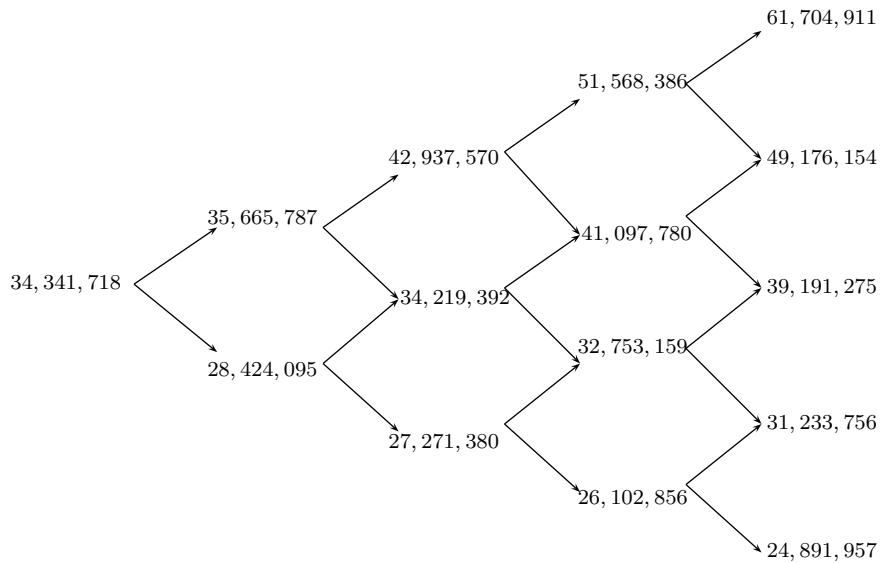


Figura 5.3: Árbol Binomial del Activo menos el Costo del Retraso concerniente al Tramo 1B.

Luego, si se retrocede en el árbol binomial utilizando la fórmula recursiva

$$V_j^{n-1} = \max\{e^{-r\delta t} [qV_{j+1}^n + (1-q)V_j^n], f_j^{n-1}\}, \quad 0 \leq j \leq n-1,$$

obtenemos el árbol de la Figura 5.4.⁵⁶

Por consiguiente, el VPN Social total con la opción social de diferir 4 años el tramo 1B es igual a⁵⁷

$$VPN \text{ Social total} = \$1,891,693.$$

De esta forma, para calcular el valor de la opción social de diferir se toma la diferencia entre el VPN Social con la opción de diferirlo (\$1,891,693) y el VPN Social estático que no considera la demora (-\$344,206), es decir,

$$Opción \text{ Social de Diferir 4 Años el Tramo 1B} = \$1,891,693 - (-\$344,206) = \$2,235,899.$$

⁵⁶ Recordemos que en el caso de las opciones Americanas el procedimiento es el de trabajar hacia atrás en el árbol, desde el final hasta el principio, analizando en cada nodo si es óptimo el ejercicio antes del vencimiento. De esta manera, una vez que se tienen los valores en los nodos finales (pagos finales), en cada nodo anterior se debe elegir el máximo entre el valor de la iteración dado por $e^{-r\delta t} [qV_{j+1}^n + (1-q)V_j^n]$ y el valor del ejercicio inmediato (pago final o valor intrínseco) dado por f_j^{n-1} . De hecho, como se habla de opciones de compra, se llega al mismo resultado si se emplea la fórmula recursiva para las opciones de compra Europeas.

⁵⁷ Si se hubieran utilizado los valores de u , d y q , con $u = A + \sqrt{A^2 - 1}$, $d = \frac{1}{u}$ y $q = \frac{e^{r\delta t} - d}{u - d}$, donde $A = \frac{1}{2} (e^{-r\delta t} + e^{r\delta t + \sigma^2 \delta t})$, entonces se obtiene

$$VPN \text{ Social total} = \$1,814,883.$$

Recordemos que estos valores son aproximados y que a medida que δt sea más pequeño se obtendrá un valor más preciso y parecido con las dos alternativas de parámetros u , d y q .

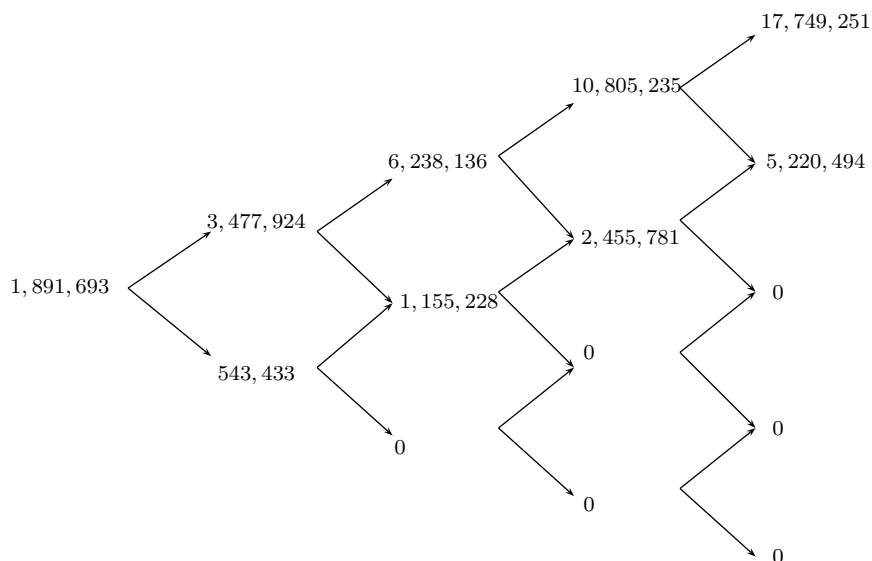


Figura 5.4: Árbol Binomial para la Opción Social de Diferir el Tramo 1B.

O, en otras palabras, el VPN Social total es igual al VPN Social estático más una componente dinámica dada por el valor de la opción, es decir,

$$\$1,891,693 = -\$344,206 + \$2,235,899.$$

Como ya se dijo, los beneficios de un proyecto de infraestructura vial están en función únicamente del tiempo y no dependen del momento en el que inicie el mismo. De hecho, desde esta perspectiva de la evaluación social de proyectos, el cálculo del VPN Social no es suficiente para determinar la rentabilidad de un proyecto de esta naturaleza y, por lo tanto, se utiliza el criterio de la TRI para definir el momento óptimo de la inversión. Sin embargo, como ya vimos, el método de las opciones reales nos permite conocer el verdadero valor de un proyecto de infraestructura vial cuando éste es propuesto por alguna dependencia del sector público, considerando la flexibilidad de que se puede diferir su ejecución un cierto tiempo (debido al régimen de exclusividad para invertir del sector público y definido por la TRI), y cuando existe irreversibilidad e incertidumbre.

Así pues, para que la riqueza de la sociedad aumente al máximo cuando se pretende llevar a cabo un proyecto de infraestructura vial, la evaluación social debe considerar el valor de la opción social de diferir cuando la misma exista. Por lo tanto, en la evaluación social de un proyecto de infraestructura vial se pueden emplear la TRI y el concepto del Valor Presente Neto Extendido Social para determinar la rentabilidad de un proyecto de este tipo.

Por último, cabe decir que en el ejemplo del libramiento carretero sólo se determinó el valor de la opción social de diferir el tramo 1B, sin embargo, también se puede valorar esta opción cuando existe un VPN Social de inicio positivo y la incertidumbre en los flujos del proyecto es alta,⁵⁸ ya

⁵⁸ También se debe considerar que los beneficios netos inmediatos que se pierden o posponen por la espera sean pequeños.

que se puede ganar más al tener la flexibilidad de poder diferirlo y al tener derechos exclusivos, por las mismas razones que los inversionistas no siempre ejercen la opción porque está *in the money*.

Capítulo 6

Conclusiones

Como se dijo al inicio de este trabajo, el objetivo que se persiguió fue presentar las primeras ideas de la potencial aplicación de la Teoría de Opciones Reales en el análisis del riesgo y la valuación de los proyectos de inversión pública. Mediante un ejemplo sencillo pero a la vez ilustrativo, se determinó que al menos la opción de diferir puede ser aplicada a un proyecto de infraestructura vial, empleando al mismo tiempo los conceptos y las herramientas de la evaluación social de proyectos. Así, en este trabajo se llegaron a proponer los conceptos de *opciones reales sociales* y el de *opción social de diferir un proyecto*.

Sin embargo, para la modelación de la opción social de diferir un proyecto se tuvieron que hacer algunos supuestos, como el hecho de que la volatilidad y que la tasa de interés libre de riesgo eran constantes durante el tiempo de vida de la opción. En realidad la economía mexicana aún es muy vulnerable a factores macroeconómicos internos y externos, viéndose por tanto comprometidos estos parámetros clave en la valuación de una opción.

Además, se hizo una importante suposición en el cálculo de la volatilidad, al establecer que en el proyecto de infraestructura vial la misma correspondía a la volatilidad histórica del Producto Interno Bruto (PIB), este supuesto se apoya en que para la proyección de la demanda y por tanto de los beneficios netos futuros, se aplica la tasa de crecimiento del PIB. No obstante, este supuesto puede darle debilidad a la estructura del modelo, pues podría no reflejar una variabilidad fiel de los beneficios netos futuros del proyecto.

Este problema, hasta cierto punto es normal, ya que en la práctica de la ingeniería el método de las opciones reales no se ha empleado con mucha frecuencia. En efecto, las técnicas de valuación de opciones necesitan de información estadística como la volatilidad del activo la cual, si bien tiene sentido en los mercados financieros, no tiene un paralelo obvio en la práctica de la ingeniería.

Por otro lado, cabe decir que en lo que respecta a la evaluación social de proyectos, en México no existen los precios sociales, con excepción de la tasa social de descuento, la cual ha sido motivo de controversia al ser utilizada como tasa de descuento en el análisis costo-beneficio, debido a las distintas concepciones acerca de las modalidades de funcionamiento del sector público y a diversos argumentos teóricos y prácticos. En el mismo sentido, en la evaluación social no se tiene una cul-

tura de la incorporación del riesgo en la planeación de los proyectos.

Así pues, identificar, formular, evaluar, y llevar a cabo los proyectos de inversión pública más rentables representa sin duda una de las mejores opciones para el desarrollo de cualquier país. De esta manera, emplear el método de las opciones reales puede ayudar a garantizar que se obtenga la máxima rentabilidad en los proyectos de inversión pública.

Por lo tanto, en este trabajo se han presentado los conceptos necesarios y se ha dado la pauta para explorar el amplísimo campo de la potencial aplicación del método de las opciones reales en los proyectos de inversión pública. Sin embargo, esta tarea será ardua ya que la planeación de los proyectos que se financian con recursos públicos es mucho más complicada que la planeación de los proyectos del sector privado. Además, no se debe olvidar que incluso el método de las opciones reales todavía se encuentra en una fase de aceptación y adaptación en la evaluación de los proyectos del sector privado.

Apéndice A

Tipos de Programas y Proyectos de Inversión en la Administración Pública Federal de México

Los proyectos de inversión se clasifican en los siguientes tipos:¹

- I. Proyectos de infraestructura económica, cuando se trate de la construcción, adquisición y ampliación de activos fijos para la producción de bienes y servicios en los sectores de electricidad, hidrocarburos, comunicaciones y transportes, y agua. Bajo esta denominación, se incluyen todos los proyectos de infraestructura productiva de largo plazo a que se refieren los artículos 18, tercer párrafo, de la Ley General de Deuda Pública y 30, segundo párrafo, de la Ley de Presupuesto, Contabilidad y Gasto Público Federal, así como los de rehabilitación y mantenimiento cuyo objeto sea incrementar la vida útil o capacidad original de los activos fijos destinados a la producción de bienes y servicios de los sectores mencionados;
- II. Proyectos de infraestructura social, cuando se trate de la construcción, adquisición y ampliación de activos fijos para llevar a cabo funciones en materia de educación, ciencia y tecnología, cultura, deporte, salud, seguridad social, urbanización, vivienda y asistencia social;
- III. Proyectos de infraestructura gubernamental, cuando se refieren a la construcción, adquisición y ampliación de activos fijos para llevar a cabo funciones de gobierno, tales como seguridad nacional, seguridad pública y procuración de justicia, entre otras, así como funciones de desarrollo económico y social distintas a las señaladas en las fracciones anteriores. Esta fracción no incluye los proyectos de inmuebles destinados a oficinas administrativas, mismos que están comprendidos en la fracción IV de este numeral;
- IV. Proyectos de inmuebles, cuando se refieren a la construcción, adquisición y ampliación de inmuebles destinados a oficinas administrativas, incluyendo las operaciones que se realicen bajo el esquema de arrendamiento financiero, y
- V. Otros proyectos de inversión, cuando se trate de aquellos que no estén identificados en las fracciones anteriores.

¹ La información de este apéndice está basada en los nuevos “Lineamientos para la elaboración y presentación de los análisis costo y beneficio de los programas y proyectos de Inversión” que entraron en vigor el 1 de enero de 2006 en la Subsecretaría de Egresos de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP).

Los programas de inversión se clasifican en los siguientes tipos:

- I. Programas de adquisiciones, cuando se trate de la compra de bienes muebles, tales como vehículos, mobiliario para oficinas, bienes informáticos y equipo diverso, entre otros, que no estén asociados a proyectos de inversión;
- II. Programas de mantenimiento, tratándose de acciones cuyo objeto sea conservar o mantener los activos existentes en condiciones adecuadas de operación y que no impliquen un aumento en la vida útil o capacidad original de dichos activos para la producción de bienes y servicios. Estas acciones incluyen reparaciones y remodelaciones de activos fijos y bienes inmuebles aun cuando se trate de obra pública o se asocien a ésta;
- III. Estudios de preinversión, cuando se trate de estudios que sean necesarios para que una dependencia o entidad tome la decisión de ejecutar un programa o proyecto de inversión. Los estudios que se realicen con posterioridad a la decisión de ejecutar un programa o proyecto deberán considerarse dentro del monto total de inversión, y
- IV. Otros programas de inversión, cuando se trate de acciones que impliquen erogaciones de gasto de capital no identificadas en las fracciones anteriores.

Apéndice B

Tipos de Análisis Costo y Beneficio en la Administración Pública Federal de México

1. Se establecen los siguientes tipos de análisis costo beneficio que serán aplicables a los programas y proyectos de inversión que consideren realizar las dependencias y entidades de la Administración Pública Federal:¹

- I. Análisis costo-beneficio;
- II. Análisis costo-beneficio simplificado;
- III. Análisis costo-eficiencia, y
- IV. Justificación económica.

Del análisis costo-beneficio y su contenido

2. El análisis costo-beneficio consistirá en una evaluación del proyecto a un nivel mínimo de pre-factibilidad, conforme a lo señalado en el inciso A de los “Niveles de evaluación e indicadores de rentabilidad”,² y deberá estar sustentado con información confiable y precisa que permita incorporar una cuantificación en términos monetarios de los beneficios y costos en forma detallada.

3. El análisis costo-beneficio se aplicará en los siguientes casos:

- I. Para los proyectos de inversión con monto total de inversión mayor a 100 millones de pesos;
- II. Para los proyectos de infraestructura productiva de largo plazo, y
- III. Para aquellos programas y proyectos de inversión que así lo determine la Secretaría, a través de la Unidad de Inversiones, independientemente de su monto total de inversión.

¹ La información de este apéndice está basada en los nuevos “Lineamientos para la elaboración y presentación de los análisis costo y beneficio de los programas y proyectos de Inversión” que entraron en vigor el 1 de enero de 2006 en la Subsecretaría de Egresos de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP). En este caso, sólo se muestra la información pertinente con numeración propia para este apéndice y, por tanto, no se sigue el orden exacto del numeral y fracciones de los Lineamientos.

² Más adelante se muestran.

Tipos de Análisis Costo y Beneficio en la Administración Pública Federal de México

4. En el caso de los proyectos de infraestructura económica, así como de aquellos otros que por sus características determine la Unidad de Inversiones, el análisis costo-beneficio se acompañara de una manifestación del administrador del proyecto o del área competente de la dependencia o entidad, de que éste es factible técnica, legal y ambientalmente.

5. El análisis costo-beneficio deberá contener los siguiente:

1. Resumen ejecutivo

El resumen ejecutivo deberá presentar una visión global del proyecto, describiendo brevemente sus aspectos más relevantes. Se explicará en forma concisa la necesidad a cubrir a la problemática que se pretende resolver, las principales características del proyecto, las razones por las que la alternativa elegida es la más conveniente para resolver dicha problemática o atender esa necesidad, sus indicadores de rentabilidad y los riesgos asociados a su ejecución.

2. Situación sin proyecto y posibles soluciones

En esta sección se deberá presentar un diagnóstico de la situación actual que motiva la realización del proyecto, resaltando la problemática que se pretende resolver o la necesidad que se busca atender a través del mismo. También se deberán señalar y explicar las alternativas evaluadas.

En particular, se deberá describir la situación sin proyecto, considerando las medidas de optimización de la situación actual, esto es, las acciones que llevarían a cabo las dependencias o entidades en caso de que el proyecto no se realice. El efecto de las medidas de optimización deberá proyectarse a lo largo del horizonte de evaluación, con el fin de asegurar que en ésta solamente se consideren los costos y beneficios atribuibles a la realización del proyecto.

A partir de la situación sin proyecto, se deberá incluir un análisis de la oferta y demanda actuales, así como de su evolución esperada a lo largo del horizonte de evaluación. Para ello, se deberá incluir una estimación de la oferta y demanda y sus crecimientos a lo largo del horizonte de evaluación, señalando la metodología y los supuestos utilizados, así como la justificación de los mismos.

Respecto a las alternativas de solución evaluadas, deberán señalarse y explicarse las principales características de las mismas, así como las razones por las que no fueron seleccionadas para atender la problemática o la necesidad.

3. Descripción del proyecto

En esta sección se deberán señalar las características más importantes del proyecto de inversión, incluyendo lo siguiente:

- a) Objetivo, el cual debe corresponder a uno o más de los objetivos y estrategias establecidos en el Plan Nacional de Desarrollo y los programas sectoriales, regionales y especiales que aplican a la dependencia o entidad encargada de la ejecución del proyecto;
- b) Propósito, es decir, el resultado inmediato o consecuencia directa que se espera lograr con la ejecución del proyecto y que contribuirá a alcanzar el objetivo a que se refiere el inciso anterior, por ejemplo, ahorros en tiempos en el caso de una carretera o aumento en la cobertura del servicio en el caso de líneas de distribución eléctrica;

Tipos de Análisis Costo y Beneficio en la Administración Pública Federal de México

- c) Componentes, esto es, los activos que resultarían de la realización del proyecto, tales como edificios, caminos, plantas productivas, redes, mobiliario y equipamiento, o servicios, los cuales son necesarios para alcanzar el propósito del mismo;
- d) Actividades, es decir, las principales acciones que se requieren para generar los componentes del proyecto;
- e) Tipo de proyecto, de conformidad con lo establecido en la clasificación de los proyectos de inversión (Apéndice A de este trabajo);
- f) El sector económico y la localización geográfica donde se desarrollará el proyecto, así como su zona de influencia;
- g) La capacidad instalada que se tendría y su evolución en el horizonte de evaluación del proyecto, así como, en el caso de proyectos de infraestructura económica, las metas de producción de bienes y servicios que se alcanzarían con la realización del mismo;
- h) En su caso, la generación de ingresos o la obtención de ahorros derivados del proyecto;
- i) Un resumen de los aspectos más relevantes de las evaluaciones técnica, legal y ambiental del proyecto;
- j) El avance en la obtención de los derechos de vía, en el caso de proyectos que requieran contar con ellos;
- k) El costo total del proyecto, considerando por separado las erogaciones a realizar tanto en la etapa de ejecución como en la de operación:
 - 1) Para la etapa de ejecución, el calendario de inversiones por año y la distribución del monto total de inversión en los componentes del proyecto o en sus principales rubros, y
 - 2) Para la etapa de operación, la distribución de las erogaciones a realizar en sus principales rubros;
- l) Las fuentes de recursos, su calendarización estimada y su distribución entre recursos públicos (federales, estatales y municipales) y privados;
- m) Supuestos económicos, señalando los más importantes para efectos de la evaluación, tales como crecimiento esperado del Producto Interno Bruto y precio de la mezcla de petróleo durante el horizonte de evaluación, y
- n) Infraestructura existente y proyectos en desarrollo que podrían verse afectados por la realización del proyecto.

4. Situación con proyecto

En esta sección se deberá considerar el impacto que tendría sobre el mercado la realización del proyecto. Para dicho análisis deberá compararse la situación sin proyecto optimizada con la situación con proyecto, de tal manera que se identifiquen los impactos atribuibles al proyecto exclusivamente, mismos que deberán reflejarse en el flujo de costos y beneficios. Este análisis deberá basarse en las estimaciones de la oferta y demanda incluidas en el punto 2 de este numeral.

5. Evaluación del proyecto

En esta sección se deberán identificar y cuantificar en términos monetarios los costos y beneficios del proyecto, así como el flujo de los mismos a lo largo del horizonte de evaluación, con objeto de mostrar que el proyecto es susceptible de generar, por sí mismo, beneficios netos para la sociedad bajo supuestos razonables.

Tipos de Análisis Costo y Beneficio en la Administración Pública Federal de México

En la evaluación del proyecto se deberán tomar en cuenta los efectos directos e indirectos, incluyendo, en su caso, las externalidades y los efectos intangibles, derivados de su realización sobre el mercado relevante, los mercados relacionados de bienes y servicios, y otros agentes económicos, a fin de determinar su impacto final sobre la sociedad.

Asimismo, se deberán presentar los indicadores de rentabilidad que resulten de la cuantificación de costos y beneficios. En particular, se deberá incluir una estimación del Valor Presente Neto (VPN), la Tasa Interna del Retorno (TIR) y, en el caso de proyectos cuyos beneficios estén vinculados al crecimiento de la población, la Tasa de Rendimiento Inmediato (TRI).

Los indicadores de rentabilidad se calcularán de conformidad con las fórmulas contenidas en el inciso B de los “Niveles de evaluación e indicadores de rentabilidad”.

En el caso de proyectos de inversión de infraestructura económica que generen ingresos o ahorros monetarios, como los proyectos de infraestructura productiva de largo plazo y la adquisición de inmuebles por arrendamiento financiero, se deberá presentar adicionalmente un análisis de factibilidad financiera, donde se muestren, en términos de valor presente, los ingresos generados, los ahorros obtenidos y las erogaciones que implica la realización del proyecto desde el punto de vista de la dependencia o entidad que los realiza.

6. Análisis de sensibilidad y riesgos

Mediante este análisis, se deberán identificar los efectos que ocasionaría la modificación de las variables relevantes sobre los indicadores de rentabilidad del proyecto, esto es, el VPN, la TIR y, en su caso, la TRI. Entre estos aspectos, deberá considerarse el efecto derivado de variaciones porcentuales en el monto total de inversión y, en su caso, en la demanda y en el precio de los insumos y los bienes que se producirían, y señalar la variación porcentual de estos rubros con la que el VPN sería igual cero.

Asimismo, se deberán considerar los riesgos asociados a la ejecución del proyecto que puedan afectar su rentabilidad, tanto en su etapa de ejecución como en el de operación.

7. Conclusiones

En esta última sección se deberán exponer en forma concisa las principales conclusiones a las que se llega con el análisis realizado y, en su caso, señalar las acciones que se requieren para la ejecución oportuna del proyecto.

Del análisis costo-beneficio simplificado y su contenido

6. El análisis costo-beneficio simplificado deberá contener los mismos elementos y apartados que los descritos en el numeral 5, así como la manifestación a que se refiere el numeral 4. Dicho análisis consistirá en una evaluación a nivel mínimo de perfil, que se elaborará con la información disponible con que cuente la dependencia o entidad correspondiente, conforme a lo señalado en los “Niveles de evaluación e indicadores de rentabilidad”.

7. El análisis costo-beneficio simplificado se aplicará en los siguientes casos:

- I. Los proyectos de inversión cuyo monto total de inversión sea mayor a 10 millones de pesos y de hasta 100 millones de pesos;
- II. Los programas de adquisiciones (fracción I de los tipos de programas de inversión, Apéndice A de este trabajo), que representen una erogación mayor a 50 millones de pesos, y

Tipos de Análisis Costo y Beneficio en la Administración Pública Federal de México

- III. Los programas de inversión (fracción IV de los tipos de programas de inversión, Apéndice A de este trabajo), cuyo monto total de inversión sea mayor a 10 millones de pesos.

Del análisis costo-eficiencia y su contenido

8. El análisis costo-eficiencia se aplicará en los siguientes casos:

- I. Los programas y proyectos de inversión en los que los beneficios no sean cuantificables, con base en la justificación que se presente ante la Unidad de Inversiones;
- II. Los programas y proyectos de inversión que respondan a motivos de seguridad nacional;
- III. Los programas y proyectos de inversión en los que los beneficios sean de difícil cuantificación, es decir, cuando no generan un ingreso o un ahorro monetario y se carezca de información para hacer una evaluación adecuada de los beneficios no monetarios, con base en la justificación que se presente ante la Unión de Inversiones, y
- IV. Los proyectos de infraestructura social y gubernamental cuyo monto total de inversión sea mayor a 10 millones de pesos y de hasta 100 millones de pesos.

9. El contenido del documento donde se presente el análisis costo-eficiencia será el mismo que se señala en el numeral 5, excepto por lo que se refiere a la cuantificación de los beneficios y, por lo tanto, al cálculo de los indicadores de rentabilidad. Adicionalmente, en el análisis costo-eficiencia se deberá incluir la evaluación de, al menos, una segunda alternativa de programa o proyecto, de manera que se muestre que la alternativa elegida es la más conveniente en términos de costos. Para ello, se deberán comparar las opciones calculando el Costo Anual Equivalente (CAE), conforme a la fórmula que aparece en los “Niveles de evaluación e indicadores de rentabilidad”.

10. Cuando el monto total de inversión del programa o proyecto sea mayor a 100 millones de pesos, el análisis costo-eficiencia se realizará a nivel de prefactibilidad, mientras que cuando sea de hasta 100 millones de pesos se deberá presentar a nivel de perfil, de conformidad con las definiciones establecidas en los “Niveles de evaluación e indicadores de rentabilidad”.

11. Siempre que se considere que los beneficios no son cuantificables o que son de difícil cuantificación, la dependencia o entidad deberá justificar en el documento que se presente con el análisis costo-eficiencia las razones de dicha consideración. La SHCP, por conducto de la Unidad de Inversiones, podrá solicitar la presentación de un análisis costo-beneficio o costo-beneficio simplificado, según corresponda, si dicha justificación no demuestra que los beneficios no son cuantificables o que son de difícil cuantificación en términos del numeral 8. En cualquier caso se deberán señalar a nivel cualitativo cuáles son los beneficios del programa o proyecto.

De la justificación económica y su contenido

12. La justificación económica consistirá en una explicación del problema a resolver o la necesidad que se pretende atender con el programa o proyecto de inversión, y la explicación donde se indiquen las razones por las que la alternativa elegida es la más conveniente.

13. La justificación económica se aplicará en los siguientes casos:

- I. Los programas y proyectos de inversión cuyo monto total de inversión sea de hasta 10 millones de pesos;

Tipos de Análisis Costo y Beneficio en la Administración Pública Federal de México

- II. Los programas de adquisiciones que signifiquen una erogación de hasta 50 millones de pesos, y
- III. Los programas de inversión (fracciones II y III de los tipos de programas de inversión, Apéndice A de este trabajo), independientemente de su monto total de inversión.

14. El documento que se presente con la justificación deberá contener lo siguiente:

- I. Tipo de programa o proyecto (de conformidad con lo establecido en el Apéndice A de este trabajo);
- II. Monto total de inversión y calendario de inversiones por año, identificando los componentes del programa o proyecto o sus principales rubros;
- III. Fuentes de recursos;
- IV. Problemática a resolver, donde se describa el problema que requiere ser solucionado o la necesidad que se pretende atender con el programa o proyecto de inversión;
- V. Alternativas de solución a la problemática o necesidad a cubrir, describiendo en qué consiste cada una de ellas e identificando sus ventajas y desventajas frente a las otras, y
- VI. Justificación económica, para explicar las razones por las que la alternativa elegida es la más viable técnica y económicamente, dentro de las alternativas señaladas.

En el caso de los estudios de preinversión (fracción III de los tipos de programas de inversión, Apéndice A de este trabajo), el documento debe contener la información señalada en las fracciones I a II de este numeral, junto con una descripción de los estudios a realizar y cualquier otra información que en su caso solicite la Unidad de Inversiones.

Niveles de evaluación e indicadores de rentabilidad

A. Para efectos de lo establecido en los numerales 2, 6 y 10, las evaluaciones a nivel perfil y prefactibilidad se definen de la siguiente manera:

Evaluación a nivel de perfil: evaluación de un programa o proyecto de inversión en la que se utiliza la información disponible con que cuenta la dependencia o entidad, incluyendo la experiencia derivada de proyectos realizados y el criterio profesional de los evaluadores. También se puede utilizar información proveniente de revistas especializadas, libros en la materia, artículos, estudios similares, estadísticas e información histórica, así como experiencias de otros países y gobiernos. Para este tipo de evaluación, la información a utilizar, para efectos de la cuantificación y valoración de los costos y beneficios, puede no ser muy precisa; sin embargo, debe permitir el cálculo de indicadores de rentabilidad.

Evaluación a nivel prefactibilidad: evaluación de un programa o proyecto de inversión en la que se utiliza, además de los elementos considerados en la evaluación a nivel de perfil, información de estudios técnicos, cotizaciones y encuestas elaborados especialmente para llevar a cabo la evaluación de dicho programa o proyecto. La información utilizada para este tipo de evaluación debe ser más detallada y precisa, especialmente por lo que se refiere a la cuantificación y valoración de los costos y beneficios.

B. Las fórmulas para el cálculo de los indicadores de rentabilidad a que se hace referencia en los numerales 5 y 9, son:

1. Valor Presente Neto (VPN)

$$VPN = \sum_{i=0}^n \frac{(B_t - C_t)}{(1 + r)^t},$$

donde

B_t : beneficios totales en el año t

C_t : costos totales en el año t

r : tasa social de descuento

n : número de años del horizonte de evaluación

t : año calendario, en donde el año 0 será el inicio de las erogaciones del gasto de inversión.

2. Tasa Interna de Retorno (TIR):

La TIR es el valor de la tasa de descuento que hace que el VPN sea igual a cero.

$$\sum_{t=0}^n \frac{(B_t - C_t)}{(1 + \rho)^t} = 0,$$

donde ρ es la TIR.

3. Tasa de Rendimiento Inmediato (TRI):

$$TRI = \frac{(B_{t+1} - C_{t+1})}{I_t},$$

donde

B_{t+1} : beneficio total en el año $t + 1$

C_{t+1} : costo total en el año $t + 1$

I_t : monto total de inversión valuado al año t

t : año en que termina la construcción del proyecto

$t + 1$: primer año de operación

El momento óptimo para la entrada en operación de un proyecto cuyos beneficios son crecientes en el tiempo se determina cuando la TRI es igual o mayor que la tasa social de descuento (12 por ciento de acuerdo con los Lineamientos).

Por ejemplo, si para el año t la TRI es igual o mayor que 12 por ciento, el año t es el momento óptimo de entrada en operación del proyecto. A su vez, esto implica que, si el período de construcción (etapa de ejecución) es de z años, el momento óptimo para iniciar la construcción es el año $t - z$.

4. Costo Anual Equivalente (CAE):

$$CAE = (VPC) \left[\frac{r(1 + r)^n}{(1 + r)^n - 1} \right],$$

donde

Tipos de Análisis Costo y Beneficio en la Administración Pública Federal de México

VPC: valor presente del costo total del proyecto (esto es, monto total de inversión, gastos de operación y mantenimiento y otros gastos asociados)

r: tasa social de descuento

n: número de años de vida útil del activo (etapa de operación).

La alternativa más conveniente será aquella con menor CAE. Si la vida útil de los activos bajo las alternativas analizadas es la misma, la comparación entre éstas se realizará únicamente a través del valor presente de los costos de las alternativas.

Apéndice C

La Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI) como Criterio de Decisión en la Evaluación de Proyectos de Inversión

A continuación se determinarán las circunstancias en que conviene llevar a cabo el análisis del momento óptimo de inicio de un proyecto y el indicador aplicable según el tipo de proyecto que se analice.¹

- ▶ Proyecto con beneficios crecientes en el tiempo, independientes del momento en que se invierta y vida infinita.
- ▶ Proyecto con beneficios crecientes en el tiempo, independientes del momento en que se invierta y vida infinita.
- ▶ Proyecto con beneficios crecientes en el tiempo y dependientes del momento de su inicio.

Proyectos con Vida Infinita

Los supuestos cuyo cumplimiento determina la correcta identificación del momento óptimo de inversión son los siguientes:

- Beneficios crecientes en el tiempo calendario.
- Beneficios independientes del momento de inicio del proyecto.
- Vida infinita (la inversión dura para siempre).
- Tasa de interés constante.
- Monto de interés constante en el tiempo.
- Período de inversión que demora un año (o menos).

Esta situación es la más simple de las que se presentarán en este tema. Como los beneficios están en función únicamente del tiempo, no dependen del momento en el que inicie el proyecto.

¹ El material de este Apéndice está tomado de los “Apuntes sobre Evaluación Social de Proyectos” del CEPEP. Ver [15]

La Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI) como Criterio de Decisión en la Evaluación de Proyectos de Inversión

Esto sucede cuando el “problema” o déficit del servicio aumenta al pasar el tiempo debido a cambios en variables que no tienen relación directa con el proyecto.

Los flujos de efectivo de la mayoría de los proyectos del sector transporte se presentan de forma tal que pueden considerarse como pertenecientes a este tipo, ya que los beneficios netos (beneficios – costos) dependen de los ahorros de costos de viaje de los vehículos, y el número de vehículos que circulan crece de manera natural en el tiempo. Una vez mejorado un camino (independientemente del año en que se invirtió), los beneficios netos del año 2 ó 3 en adelante serán los mismos, así se hubiese invertido con 1, 2 ó 3 años de anterioridad. Es de notar que en este caso se supone que la construcción de la infraestructura no induce un mayor flujo vehicular por sí misma, sino que resuelve un problema que crecería de manera “natural” en el tiempo.

Otros ejemplos de proyectos con beneficios crecientes en el tiempo son las obras de agua potable, electricidad, puertos, escuelas, hospitales y plantas de tratamiento. En ellos, la característica distintiva es que la demanda claramente es función del crecimiento natural de la población. Ejemplos de proyectos en los que no sucede esto son los proyectos de riego o proyectos productivos, en los que los beneficios dependen, principalmente, del tiempo que llevan en operación.

La característica de vida infinita es básica para notar que la única diferencia entre construir en el año 0 ó en el 1, se produce justamente en dichos años. A partir del año 2 el flujo del proyecto es idéntico en ambas situaciones, como se muestra en el Cuadro C.1.

El análisis a seguir para determinar el momento óptimo de inicio es comparar dos situaciones: construir “hoy” o postergar, y evaluar así el proyecto de “postergar” el inicio de la construcción. Claramente este proyecto convendrá si el valor actual de sus beneficios es mayor al valor actual de sus costos.

Para conocer la conveniencia de postergar o no un año, se comparan los flujos del proyecto iniciado en el año 0 con los flujos de cuando se invierte en el año 1. Supongamos que los BN_i representan los beneficios de cada año, como se muestra en el Cuadro C.1.

Cuadro C.1: Flujos del Proyecto de “Postergar”

Situación	Año				
	0	1	2	3	...
“Adelantar” inicio en el año cero	$-I$	BN_1	BN_2	BN_3	...
“Postergar” inicio en el año uno		$-I$	BN_2	BN_3	...
Inicio en año cero menos inicio en año uno (ventaja de iniciar en año cero)	$-I$	$BN_1 + I$	0	0	0

La ventaja de iniciar la inversión en el año cero equivale a la diferencia en la situación “adelantar” *versus* la situación “postergar”. El flujo de esta diferencia se muestra en el Cuadro C.1. Si se calcula el valor presente neto de éste, se obtiene:

$$VPN \text{ de la ventaja de iniciar en el año } 0 = -I + \left(\frac{BN_1 + I}{1 + r} \right) = \frac{BN_1 - Ir}{1 + r},$$

La Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI) como Criterio de Decisión en la Evaluación de Proyectos de Inversión

donde r es la tasa de descuento y representa el costo de oportunidad de los recursos.

La ventaja resultará positiva siempre y cuando el VPN sea positivo, es decir, el beneficio del primer año de operación del proyecto (BN_1) sea mayor que la anualidad de la inversión o costo del capital (Ir), es decir,

$$BN_1 \geq Ir.$$

Otra forma de expresar lo anterior es mediante la Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI), que es el cociente BN_1/I . Para determinar el momento óptimo de entrada en operación del proyecto, se compara la TRI con el costo de oportunidad de los recursos que se utilizan para ejecutar el proyecto. Así, cuando la TRI sea mayor o igual a la tasa de descuento del proyecto, será el momento óptimo de entrada en operación del mismo, es decir,

$$TRI = \frac{BN_1}{I} \geq r.$$

El concepto de la TRI se representa en la Figura C.1. La línea BN_i indica la tendencia de los beneficios netos anuales del proyecto, mientras que la línea Ir representa el costo de oportunidad social de los recursos que se requieren para ejecutarlo (nótese que es constante porque el monto real de la inversión no cambia en el tiempo). La intersección de ambas líneas indica el año (o momento) óptimo en que el proyecto debería entrar en operación y que es justamente cuando $BN_i = Ir$.

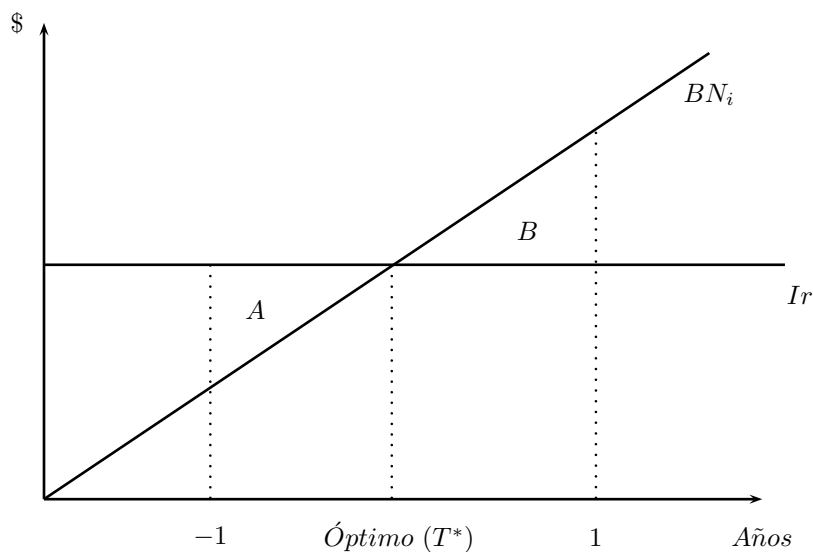


Figura C.1: Tasa de Rentabilidad Inmediata.

Si el proyecto entra en operación un año (período) antes del punto T^* (óptimo social), entonces el país ganaría el área debajo de la línea BN_i (que es la línea que representa los beneficios netos que se recibirán en el tiempo, considerando cada año como el primero de la operación del proyecto) entre los puntos -1 y T^* , pero perdería el costo de oportunidad de los recursos en ese período, es decir, el área bajo la línea Ir (lo que de manera general se puede considerar como si se hubieran invertido los recursos en el banco). Por lo tanto, la sociedad tendría una pérdida neta igual al área

La Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI) como Criterio de Decisión en la Evaluación de Proyectos de Inversión

“A”.

En caso de que el proyecto entrara en operación un año (período) después del punto T^* (óptimo social), entonces el país ganaría el costo de oportunidad de los recursos que no se gastaron por haberse postergado la ejecución del proyecto, representado por el área bajo la línea Ir ; mientras que perdería los beneficios netos por la operación del mismo, representados por el área bajo la línea BN_i , entre los puntos T^* y 1. Así pues, la sociedad perdería o dejaría de ganar el área “B”.

Generalizando los dos ejemplos anteriores se puede observar que adelantar la operación del proyecto antes del período T^* llevaría a una pérdida neta social; mientras que postergarlo después del mismo punto tendría igual efecto. Por lo que se concluye que el año T^* (período) es el único que garantiza obtener el máximo VPN.

Ejemplo del Cálculo del Momento Óptimo de Inversión

Calcular el momento óptimo de la inversión si: la inversión inicial es de \$120,000, el período de construcción es de un año, la tasa de descuento es de 15 % y el proyecto tiene los siguientes flujos:

Cuadro C.2: Cálculo del Momento Óptimo de Inversión (Pesos)

Año	Costos de Operación	Beneficios	Beneficios Netos	Anualidad de la Inversión (Ir)
0	0	0	(120,000)	0
1	1,500	12,000	10,500	18,000
2	1,500	19,000	17,500	18,000
3	1,500	22,000	20,500	18,000
4	1,500	25,000	23,500	18,000

Solución: El momento óptimo para la entrada en operación del proyecto se determina cuando los beneficios netos del primer año de operación son mayores que el costo de la inversión inicial, multiplicada por la tasa de descuento (anualidad de la inversión). Como se observa en el Cuadro C.2, en el año 3 los beneficios netos son mayores que la anualidad de la inversión; por lo tanto el año 3 es el momento óptimo para iniciar operaciones, lo que significa que el momento óptimo para invertir es el año 2, puesto que el proyecto tiene un período de ejecución de un año.

Casos Especiales

Caso 1. Cuando la Inversión se Ejerce en un Período mayor a un Año.

Manteniendo los supuestos anteriores, excepto el período de inversión, el tratamiento para definir el momento óptimo de inversión sufre algunas variantes. Supongamos un período de inversión de dos años. En el Cuadro C.3 se representan los flujos del proyecto donde la inversión inicia en el año -1 , comparados con los flujos del proyecto donde ésta inicia en el año 0. El año 1 representa el primer año de operación del proyecto iniciado en -1 .

La Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI) como Criterio de Decisión en la Evaluación de Proyectos de Inversión

Cuadro C.3: Inversión en un Período mayor a un Año

Situación	Año				
	-1	0	1	2	...
Inicio en el año -1	$-I_1$	$-I_2$	BN_1	BN_2	...
Inicio en el año 0		$-I_1$	$-I_2$	BN_2	...
Inicio en el año -1 menos inicio en año cero (ventaja de iniciar en el año cero)	$-I_1$	$-I_2 + I_1$	$BN_1 + I_2$	0	...

De esta forma, la ventaja de iniciar la inversión en el año -1 equivale al VPN de los cambios en la comparación, es decir,

$$VPN = -I_1 + \frac{I_1 - I_2}{1+r} + \frac{I_2 + BN_1}{(1+r)^2} = \frac{-r(I_1(1+r) + I_2) + BN_1}{(1+r)^2},$$

donde r es la tasa de descuento y representa el costo de oportunidad de los recursos.

Así pues, se tiene que el beneficio del primer año (BN_1) debe ser mayor que la inversión del primer año capitalizada, esto es, expresada al valor que tendrá al final del período de inversión, más la inversión del segundo año, multiplicadas por el costo del capital $\{-r(I_1(1+r) + I_2)\}$, es decir,

$$BN_1 \geq r(I_1(1+r) + I_2),$$

por lo que la TRI en este caso se definirá como sigue:

$$TRI = \frac{BN_1}{I_1(1+r) + I_2} \geq r.$$

Generalizando para varios años de inversión la regla es: dividir los beneficios del primer año de operación del proyecto por las inversiones en todos los años, capitalizadas al último año en el que hay que construir (ejecución de la inversión).

Caso 2. Cuando existe Escalamiento en la Inversión

Últimamente se ha observado que en proyectos carreteros o en calles de ciudades la congestión de tránsito aumenta durante la construcción. Dicho fenómeno representa un costo que crece con el tiempo porque cada año transitan más vehículos. En la evaluación social se deben incorporar estos costos adicionales al análisis (también conocidos como “costos sociales por molestias”).

Continuando con el caso anterior, pero introduciendo la variación en términos reales de los costos de inversión al postergar su ejecución, los flujos del proyecto de postergar serían los que se muestran en el Cuadro C.4.

Al hacer los mismos cálculos como en los casos anteriores, se puede comprobar que el VPN del proyecto de postergar sería:

$$VPN = \frac{(e-r)(I_1 + I_1r + I_2) + BN_1}{(1+r)^2}$$

La Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI) como Criterio de Decisión en la Evaluación de Proyectos de Inversión

Cuadro C.4: Costos por Molestias durante la Construcción

Situación	Año				
	-1	0	1	2	...
Inicio en el año -1	$-I_1$	$-I_2$	BN_1	BN_2	...
Inicio en el año 0		$-I_1(1+e)$	$-I_2(1+e)$	BN_2	...
Diferencia (ventaja de iniciar en el año 0)	$-I_1$	$-I_2 + I_1(1+e)$	$BN_1 + I_2(1+e)$	0	...

y la TRI sería entonces:

$$TRI = \frac{BN_1}{I_1(1+r) + I_2} \geq (r - e),$$

en donde e es el factor porcentual de escalamiento anual de la inversión (tasa de crecimiento anual de los costos por molestias). Así pues, la regla quedaría como sigue:

Si el beneficio del primer año de operación dividido por la inversión capitalizada a su último año supera a la tasa de interés aplicada menos el factor de escalamiento, entonces el momento óptimo de invertir es el actual.

Proyectos con Vida Finita²

Los supuestos en este caso son:

- Beneficios crecientes en el tiempo calendario.
- Beneficios independientes del momento de inicio del proyecto.
- Vida finita.
- Tasa de interés constante.
- Inversión constante en el tiempo.
- Período de inversión que demora un año (o menos).

Como los proyectos en este caso tienen vida finita, al comparar si se debe invertir en el año 0 ó en el año 1 en realidad se está hablando de proyectos con distinta vida, pues aunque se puedan analizar como proyectos repetibles hasta el infinito, siempre aquella opción que inicie un año más adelante terminará un año después, por lo que implicará un cambio de vida útil.

De este modo, la postergación del proyecto por un año propicia que se reciban los beneficios del último año de operación en el período n , hasta el año $n + 1$ como se muestra en la Figura C.2.

En este caso, al comparar los flujos de ambas situaciones, repitiéndose hasta el infinito, se tiene que el valor presente de la ventaja de iniciar un año antes es:

$$Ventaja = \frac{1}{1+r} \left\{ BN_1 - I \left[\frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \right] \right\}.$$

² En los proyectos repetibles explicados anteriormente se hace un análisis similar: el CAE es la anualidad de la inversión (con costos de operación nulos).

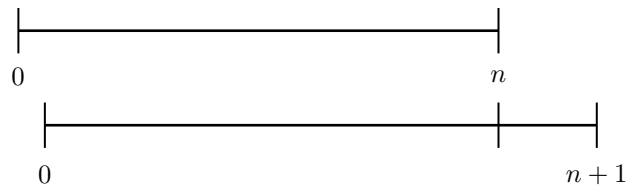


Figura C.2: Proyectos con Vida Finita.

En este punto, cabe recordar que en proyectos de larga duración esta variante es relativa, pues el valor presente de los flujos del último y penúltimo año es más parecido conforme más dure el proyecto.

Así pues, lo anterior permite ver que tal ventaja es positiva siempre y cuando los beneficios del primer año de operación del proyecto superen la anualidad de la inversión.

La regla es:

$$BN_1 \geq I \left[\frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \right].$$

De esta manera, el momento óptimo de invertir será cuando los beneficios netos del primer año de operación sean mayores a la anualidad de la inversión con vida finita.

Proyectos con Beneficios Crecientes en el Tiempo y Dependientes del Momento de su Inicio

Las condiciones para la pertinencia del análisis del momento óptimo en este caso son:

Beneficios Crecientes en el Tiempo

Este supuesto no puede cambiar, pues si los beneficios no crecieran en el tiempo y un proyecto no fuese rentable hoy, no lo sería nunca; por lo tanto, su rentabilidad se determinaría con el VPN y no sería pertinente un análisis del momento óptimo de inversión.

*Independencia de la Inversión y el Tiempo*³

Otro caso en que el análisis del momento óptimo no es pertinente es cuando los beneficios dependen del momento de inicio del proyecto y de la edad del mismo. Ejemplo de ello son los proyectos de electrificación en zonas rurales, en donde la postergación del proyecto también posterga el crecimiento de los beneficios. Supongamos que la inversión no es independiente del momento en que se realice, de este modo, se muestran en el Cuadro C.5 tres flujos de proyectos según el año de inversión.

Como los flujos no han cambiado, lo que se hace es comparar los VPN mismos, pero en diferente tiempo. De esta forma, si se calculara el VPN para cada alternativa se tendría el Cuadro C.6.

³ Esta consideración es válida para los proyectos con beneficios crecientes en el tiempo, dependientes del momento de inversión y vida infinita.

La Tasa de Rentabilidad Inmediata (TRI) como Criterio de Decisión en la Evaluación de Proyectos de Inversión

Cuadro C.5: Tres Flujos de Proyectos según el Año de Inversión

Situación	Año						
	0	1	2	3	4	5	6
Hoy	$-I$	BN_1	BN_2	BN_3	BN_4		
1 año más		$-I$	BN_1	BN_2	BN_3	BN_4	
2 años más			$-I$	BN_1	BN_2	BN_3	BN_4

Cuadro C.6: VPN para cada Alternativa

Situación	Año		
	0	1	2
Hoy	VPN		
1 año más		$\frac{VPN}{(1+i)}$	
2 años más			$\frac{VPN}{(1+i)^2}$

Apéndice D

Cuadros que representan el Momento Óptimo de Operación de la Ampliación de un Libramiento Carretero en la Ciudad de Tepic, Edo. de Nayarit

Los siguientes cuadros representan el momento óptimo de operación de cada uno de los tramos del proyecto de ampliación de un libramiento carretero en la Ciudad de Tepic, Edo. de Nayarit, se entiende por tanto que el momento óptimo de inversión social para cada tramo es una año antes de su correspondiente año de operación, suponiendo que la ampliación en cada tramo demora un año. Cabe decir que los datos de los cuadros provienen de la información del referido proyecto que se encuentra publicada en el Sitio Web del CEPEP y además las cifras están referidas a pesos de marzo de 1997.

**Cuadros que representan el Momento Óptimo de Operación de la Ampliación de un
Libramiento Carretero en la Ciudad de Tepic, Edo. de Nayarit**

Cuadro D.1: Momento Óptimo de Operación para el Tramo 1A

Año	Beneficio Neto (\$)	Anualidad de la Inversión (Ir)	Tasa de Rentabilidad Inmediata	Tasa Social de Descuento
1998	3.111.463	3.261.149	17,17 %	18 %
1999	3.204.807	3.261.149	17,69 %	18 %
2000	3.300.951	3.261.149	18,22 %	18 %
2001	3.399.979	2.898.799	18,77 %	16 %
2002	3.501.979	2.898.799	19,33 %	16 %
2003	3.607.038	2.898.799	19,91 %	16 %
2004	3.715.249	2.898.799	20,51 %	16 %
2005	3.826.707	2.898.799	21,12 %	16 %
2006	3.941.508	2.536.449	21,76 %	14 %
2007	4.059.753	2.536.449	22,41 %	14 %
2008	4.181.546	2.536.449	23,08 %	14 %
2009	4.306.992	2.536.449	23,77 %	14 %
2010	4.436.202	2.536.449	24,49 %	14 %
2011	4.569.288	2.174.099	25,22 %	12 %
2012	4.706.367	2.174.099	25,98 %	12 %
2013	4.847.558	2.174.099	26,76 %	12 %
2014	4.992.984	2.174.099	27,56 %	12 %
2015	5.142.774	2.174.099	28,39 %	12 %
2016	5.297.057	2.174.099	29,24 %	12 %
2017	5.455.969	2.174.099	30,11 %	12 %

Cuadros que representan el Momento Óptimo de Operación de la Ampliación de un
 Libramiento Carretero en la Ciudad de Tepic, Edo. de Nayarit

Cuadro D.2: Momento Óptimo de Operación para el Tramo 1B

Año	Beneficio Neto (\$)	Anualidad de la Inversión (Ir)	Tasa de Rentabilidad Inmediata	Tasa Social de Descuento
1998	4.946.607	6.243.466	14,26 %	18 %
1999	5.095.005	6.243.466	14,69 %	18 %
2000	5.247.855	6.243.466	15,13 %	18 %
2001	5.405.291	5.549.748	15,58 %	16 %
2002	5.567.450	5.549.748	16,05 %	16 %
2003	5.734.473	5.549.748	16,53 %	16 %
2004	5.906.507	5.549.748	17,03 %	16 %
2005	6.083.702	5.549.748	17,54 %	16 %
2006	6.266.214	4.856.029	18,07 %	14 %
2007	6.454.200	4.856.029	18,61 %	14 %
2008	6.647.826	4.856.029	19,17 %	14 %
2009	6.847.261	4.856.029	19,74 %	14 %
2010	7.052.679	4.856.029	20,33 %	14 %
2011	7.264.259	4.162.311	20,94 %	12 %
2012	7.482.187	4.162.311	21,57 %	12 %
2013	7.706.652	4.162.311	22,22 %	12 %
2014	7.937.852	4.162.311	22,88 %	12 %
2015	8.175.987	4.162.311	23,57 %	12 %
2016	8.421.267	4.162.311	24,28 %	12 %
2017	8.673.905	4.162.311	25,01 %	12 %

**Cuadros que representan el Momento Óptimo de Operación de la Ampliación de un
Libramiento Carretero en la Ciudad de Tepic, Edo. de Nayarit**

Cuadro D.3: Momento Óptimo de Operación para el Tramo 2

Año	Beneficio Neto (\$)	Anualidad de la Inversión (Ir)	Tasa de Rentabilidad Inmediata	Tasa Social de Descuento
1998	4.052.174	3.089.749	23,61 %	18 %
1999	4.173.739	3.089.749	24,32 %	18 %
2000	4.298.951	3.089.749	25,04 %	18 %
2001	4.427.920	2.746.443	25,80 %	16 %
2002	4.560.757	2.746.443	26,57 %	16 %
2003	4.697.580	2.746.443	27,37 %	16 %
2004	4.838.507	2.746.443	28,19 %	16 %
2005	4.983.663	2.746.443	29,03 %	16 %
2006	5.133.172	2.403.138	29,90 %	14 %
2007	5.287.168	2.403.138	30,80 %	14 %
2008	5.445.783	2.403.138	31,73 %	14 %
2009	5.609.156	2.403.138	32,68 %	14 %
2010	5.777.431	2.403.138	33,66 %	14 %
2011	5.950.754	2.059.833	34,67 %	12 %
2012	6.129.276	2.059.833	35,71 %	12 %
2013	6.313.155	2.059.833	36,78 %	12 %
2014	6.502.549	2.059.833	37,88 %	12 %
2015	6.697.626	2.059.833	39,02 %	12 %
2016	6.898.555	2.059.833	40,19 %	12 %
2017	7.105.511	2.059.833	41,39 %	12 %

**Cuadros que representan el Momento Óptimo de Operación de la Ampliación de un
Libramiento Carretero en la Ciudad de Tepic, Edo. de Nayarit**

Cuadro D.4: Momento Óptimo de Operación para el Tramo 3

Año	Beneficio Neto (\$)	Anualidad de la Inversión (<i>Ir</i>)	Tasa de Rentabilidad Inmediata	Tasa Social de Descuento
1998	5.004.958	2.878.649	31,30 %	18 %
1999	5.155.107	2.878.649	32,23 %	18 %
2000	5.309.760	2.878.649	33,20 %	18 %
2001	5.469.053	2.558.799	34,20 %	16 %
2002	5.633.125	2.558.799	35,22 %	16 %
2003	5.802.118	2.558.799	36,28 %	16 %
2004	5.976.182	2.558.799	37,37 %	16 %
2005	6.155.467	2.558.799	38,49 %	16 %
2006	6.340.131	2.238.949	39,64 %	14 %
2007	6.530.335	2.238.949	40,83 %	14 %
2008	6.726.245	2.238.949	42,06 %	14 %
2009	6.928.033	2.238.949	43,32 %	14 %
2010	7.135.874	2.238.949	44,62 %	14 %
2011	7.349.950	1.919.099	45,96 %	12 %
2012	7.570.448	1.919.099	47,34 %	12 %
2013	7.797.562	1.919.099	48,76 %	12 %
2014	8.031.489	1.919.099	50,22 %	12 %
2015	8.272.433	1.919.099	51,73 %	12 %
2016	8.520.606	1.919.099	53,28 %	12 %
2017	8.776.224	1.919.099	54,88 %	12 %

Cuadros que representan el Momento Óptimo de Operación de la Ampliación de un
 Libramiento Carretero en la Ciudad de Tepic, Edo. de Nayarit

Cuadro D.5: Momento Óptimo de Operación para el Tramo 4

Año	Beneficio Neto (\$)	Anualidad de la Inversión (Ir)	Tasa de Rentabilidad Inmediata	Tasa Social de Descuento
1998	4.050.385	4.540.886	16,06 %	18 %
1999	4.171.897	4.540.886	16,54 %	18 %
2000	4.297.054	4.540.886	17,03 %	18 %
2001	4.425.965	4.036.343	17,54 %	16 %
2002	4.558.744	4.036.343	18,07 %	16 %
2003	4.695.507	4.036.343	18,61 %	16 %
2004	4.836.372	4.036.343	19,17 %	16 %
2005	4.981.463	4.036.343	19,75 %	16 %
2006	5.130.907	3.531.800	20,34 %	14 %
2007	5.284.834	3.531.800	20,95 %	14 %
2008	5.443.379	3.531.800	21,58 %	14 %
2009	5.606.680	3.531.800	22,22 %	14 %
2010	5.774.881	3.531.800	22,89 %	14 %
2011	5.948.127	3.027.257	23,58 %	12 %
2012	6.126.571	3.027.257	24,29 %	12 %
2013	6.310.368	3.027.257	25,01 %	12 %
2014	6.499.679	3.027.257	25,76 %	12 %
2015	6.694.670	3.027.257	26,54 %	12 %
2016	6.895.510	3.027.257	27,33 %	12 %
2017	7.102.375	3.027.257	28,15 %	12 %

Apéndice E

Datos Históricos del PIB, de los Cetes a 28 Días y de la Inflación en México

El Cuadro E.1 muestra los datos históricos del Producto Interno Bruto (PIB) de México en el período 1980-1996, trimestral. En este cuadro se indica sólo el monto total y estos datos se obtuvieron de un cuadro más general elaborado por el Centro de Estudios de las Finanzas Públicas de la H. Cámara de Diputados,¹ con información del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). Las cifras están referidas al año base de 1993 como nuevo período de referencia para los cálculos a precios constantes. Así la nueva base de ponderaciones (1993=100) sustituye a la que se venía utilizando y cuya referencia era el año de 1980.

El Cuadro E.2 muestra los datos históricos de los Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes) a 28 días en el período 1982-1996. Este cuadro fue elaborado por el Centro de Estudios de las Finanzas Públicas de la H. Cámara de Diputados, con datos del Banco de México. nd: No disponible.

El Cuadro E.3 muestra los datos históricos de la inflación anual en México en el período 1980-1996 (Base segunda quincena de Junio de 2002=100). Este cuadro fue elaborado por el Centro de Estudios de las Finanzas Públicas de la H. Cámara de Diputados, con datos del Banco de México.

¹ Ver <http://www.cefp.gob.mx>

Cuadro E.1: Producto Interno Bruto (Total), 1980-1996

Año	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
1980	938.135,5	935.461,2	925.245,3	995.587,3
1981	1.015.502,6	1.031.140,6	1.004.063,4	1.067.220,9
1982	1.043.417,0	1.036.684,8	996.733,2	1.016.646,0
1983	1.004.290,2	986.439,9	955.681,8	1.007.248,3
1984	1.037.161,9	1.015.362,1	1.000.452,0	1.035.536,3
1985	1.054.820,3	1.052.453,7	1.012.227,1	1.058.455,3
1986	1.023.030,0	1.047.877,7	964.236,8	1.014.174,5
1987	1.012.635,2	1.050.061,1	992.042,3	1.064.327,5
1988	1.038.644,5	1.061.388,2	993.274,0	1.078.617,8
1989	1.068.782,8	1.111.605,0	1.050.907,0	1.111.908,3
1990	1.115.169,6	1.156.561,6	1.102.849,5	1.193.416,6
1991	1.157.545,4	1.221.763,6	1.140.121,7	1.241.096,5
1992	1.211.845,5	1.249.936,4	1.191.295,6	1.276.024,9
1993	1.248.725,3	1.260.352,0	1.211.579,7	1.304.126,9
1994	1.277.838,0	1.331.435,1	1.267.386,3	1.372.142,3
1995	1.272.241,6	1.209.052,7	1.165.580,2	1.275.557,5
1996	1.273.078,0	1.287.401,3	1.248.665,1	1.366.292,0

Datos Históricos del PIB, de los Cetes a 28 Días y de la Inflación en México

Cuadro E.2: Cetes a 28 días, (Tasa de Rendimiento Nominal Anual), 1982-1996

Año	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
1982	nd	nd	nd	nd	nd	nd
1983	53,86	56,92	61,95	59,69	60,19	59,18
1984	nd	nd	nd	nd	nd	nd
1985	nd	48,26	55,29	57,77	56,08	61,98
1986	72,15	72,49	77,50	80,50	80,50	84,63
1987	96,74	96,71	95,55	92,97	91,50	91,64
1988	157,07	153,52	96,48	63,50	53,12	40,41
1989	50,78	49,15	47,79	50,09	51,83	56,68
1990	41,29	45,20	46,65	44,64	36,92	32,38
1991	23,64	23,15	22,04	21,12	19,77	17,74
1992	15,31	14,56	11,84	12,44	13,60	15,03
1993	16,72	17,74	17,47	16,17	15,04	15,50
1994	10,52	9,45	9,73	15,79	16,36	16,18
1995	37,25	41,69	69,54	74,75	59,17	47,25
1996	40,99	38,58	41,45	35,21	28,45	27,81
	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
1982	nd	nd	53,32	36,23	38,98	49,10
1983	59,40	nd	nd	nd	nd	nd
1984	nd	nd	nd	nd	nd	nd
1985	65,54	69,31	65,35	61,95	64,31	71,65
1986	90,08	95,17	100,89	99,66	95,61	99,28
1987	91,26	90,22	89,93	90,10	103,91	122,04
1988	40,32	41,34	41,84	44,51	50,00	52,30
1989	47,03	34,76	34,35	37,92	38,99	40,55
1990	30,66	29,72	30,14	28,70	24,82	25,99
1991	18,47	16,71	17,55	17,87	16,62	16,65
1992	16,23	16,49	17,54	19,39	18,15	16,88
1993	13,85	13,68	14,38	13,13	14,38	11,78
1994	17,07	14,46	13,76	13,60	13,74	18,51
1995	40,94	35,14	33,46	40,29	53,16	48,62
1996	31,25	26,51	23,90	25,75	29,57	27,23

Datos Históricos del PIB, de los Cetes a 28 Días y de la Inflación en México

Cuadro E.3: México: Inflación Anual, 1980-1996

Año	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
1980	21,56	22,60	23,45	24,49	24,89	25,97
1981	27,80	27,98	28,08	28,72	28,57	27,83
1982	30,86	32,74	34,71	38,88	44,50	49,37
1983	110,04	112,95	115,39	117,25	114,61	112,50
1984	73,40	73,25	72,31	69,06	67,41	67,14
1985	60,75	59,04	58,43	56,53	55,10	53,43
1986	65,92	66,38	67,62	71,11	76,44	83,17
1987	104,34	109,76	113,69	120,86	125,00	126,73
1988	176,83	179,73	175,83	161,44	147,82	135,81
1989	34,56	25,89	21,05	19,20	18,54	17,58
1990	22,48	23,57	24,40	24,43	24,89	26,11
1991	27,11	26,46	26,04	25,45	24,51	23,10
1992	17,95	17,30	16,82	16,64	16,28	15,85
1993	11,32	10,91	10,44	10,09	10,00	9,87
1994	7,50	7,18	7,10	7,01	6,92	6,85
1995	10,23	14,31	20,43	29,39	34,15	37,72
1996	51,72	48,95	43,75	36,93	33,83	31,82
	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
1980	27,94	28,64	28,49	28,20	28,77	29,85
1981	26,55	26,54	27,47	28,36	28,60	28,68
1982	54,35	68,21	73,95	79,00	84,49	98,84
1983	112,08	98,08	93,83	90,39	91,87	80,78
1984	64,49	62,84	62,68	62,96	59,20	59,16
1985	53,73	56,02	57,55	58,02	59,82	63,75
1986	85,84	92,25	95,96	99,58	103,67	105,75
1987	133,44	133,88	135,18	141,00	143,65	159,17
1988	121,79	106,92	95,24	81,59	70,50	51,66
1989	16,81	16,85	17,30	18,13	18,21	19,70
1990	27,13	28,08	28,68	28,62	30,21	29,93
1991	21,97	20,76	20,25	19,92	19,72	18,79
1992	15,56	15,46	15,32	14,82	12,96	11,94
1993	9,70	9,62	9,48	9,14	8,72	8,01
1994	6,81	6,74	6,71	6,83	6,93	7,05
1995	39,91	41,57	43,48	45,66	48,46	51,97
1996	31,03	30,60	30,00	28,97	27,77	27,70

Bibliografía

- [1] ALLEGRETTO, W., BARONE-ADESI G. y ELLIOTT, R. J., “Numerical Evaluation of the Critical Price and American Options”. *European Journal of Finance* (1995).
- [2] AMRAM, M. y KULATILAKA, N.,. *Real Options. Managing Strategic Investment in an Uncertain World*, (Harvard Business School Press, Boston, Massachusetts, 1999).
- [3] BACHELIER, L., “Théorie de la Spéculation”, *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure* (III-17, 1900) pp. 21-86.
- [4] BALDWIN, C.Y., MASON, S.P. y RUBACK, R.S., “Evaluation of Government Subsidies to Large Scale Energy Projects: A Contingent Claims Approach”, *Technical Report 66, Harvard Business School*, (1983).
- [5] BARONE-ADESI, G. y WHALEY, R., “Efficient Analytic Approximation of American Option Values”, *Journal of Finance* (vol. 42, 1987) pp. 301-320.
- [6] BINGHAM, N.H. y KIESEL R., *Risk-Neutral Valuation. Pricing and Hedging of Financial Derivatives* (Springer, London, 2000).
- [7] BJÖRK, T., *Arbitrage Theory in Continuous Time* (Oxford University Press, 1998).
- [8] BLACK, F. y SCHOLES, M., “The Pricing of Options and Corporate Liabilities”, *Journal of Political Economy*, (vol. 81, 1973) pp. 637-654.
- [9] BOYLE, P., “Options: A Monte Carlo Approach”, *Journal of Financial Economics* (vol. 4, 1977) pp. 323-338.
- [10] BREALEY, R. A. y MYERS, S. C., *Principles of Corporate Finance* (McGraw-Hill, Nueva York, 2003).

-
- [11] BREKKE, K. A., “Real Options and Flexibility in Major Public Investment Projects” (Concept Report No. 8, Department of Civil and Transport Engineering, Norwegian University of Science and Technology, 2005).
- [12] BRENNAN, M. y TRIGEORGIS, L., *Project Flexibility, Agency, and Product Market Competition. New Developments in the Theory and Application of Real Options* (Oxford University Press, 2000).
- [13] BROYLES, J., *Financial Management and Real Options* (John Wiley Sussex, Inglaterra, 2003).
- [14] CARR, P., JARROW R. y MYNENI, R., “Alternative Characterizations of American Put Options”, *Mathematical Finance* (vol. 2, 1992) pp. 87-106.
- [15] CEPEP, “Apuntes Sobre Evaluación Social de Proyectos”, *Banco Nacional de Obras y Servicios Públicos, S.N.C. (BANOBRAS), Centro de Estudios para la Preparación y Evaluación Socioeconómica de Proyectos (CEPEP)*, (México, 2004).
- [16] CERVINI I., H., “El Costo de Oportunidad Social de los Fondos Públicos y la Tasa Social de Descuento en México 1970-2001” *Documento de Trabajo, Centro de Estudios para la Preparación y Evaluación Socioeconómica de Proyectos (CEPEP)*, (México, 2004).
- [17] CONTRERAS, E., “Evaluación de Inversiones Públicas: enfoques alternativos y su aplicabilidad para Chile” *Documento de Trabajo, Universidad de Chile*, (Chile, 2001).
- [18] COPELAND, T. y ANTIKAROV, V., *Real Options. A Practitioner's Guide* (TEXERE, 2001).
- [19] COX, J. C., INGERSOLL, J. E. y ROSS, S. A., “The Relationship between Forward Prices and Futures Prices”, *Journal of Financial Economics* (vol. 9, 1981) pp. 321-346.
- [20] COX, J. C. y ROSS, S. A., “The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes”, *Journal of Financial Economics* (vol. 3, 1976) pp. 145-166.
- [21] COX, J. C., ROSS, S. A. y RUBINSTEIN, M., “Option Pricing: A Simplified Approach”, *Journal of Financial Economics* (vol. 7, 1979) pp. 229-263.
- [22] DE LARA HARO, A., *Medición y Control de Riesgos Financieros* (Limusa, México, 2005).
- [23] DE LARA HARO, A., *Productos Derivados Financieros: Instrumentos, Valuación u Cobertura de Riesgos* (Limusa, México, 2005).
- [24] DÍAZ TINOCO, J. y HERNÁNDEZ TRILLO, F., *Futuros y Opciones Financieras. Una Introducción* (Limusa, México, 2000).
- [25] DIXIT, A. K. y PINDYCK, R. S., *Investment under Uncertainty* (Princeton University Press, 1994).
- [26] ECHEVERRÍA de E., J. de J., “Evaluación de Riesgo en Proyectos de Inversión: Una Propuesta de Metodología para la Toma de Decisiones” (Tesis, UNAM, México, 2002).

-
- [27] EL KAROUI, N. y KARATZAS, J., “A new Approach to the Skorohod Problem, and its Applications”, *Stochastic Report* (vol. 34, 1991) pp. 57-82.
- [28] ELLIOT, R., MYNENI, R. y VISWANATHAN R., “A Theorem of El Karoui Karatzas applied to the American Options” (Trabajo de Investigación, Département de Statistique et de Probabilités Appliquées, Université d’Alberta, 1990).
- [29] FONTAINE, E.R., “Evaluación Social de Proyectos” *Alfaomega - Ediciones Universidad Católica de Chile*, (México, 2005).
- [30] FLYVBJERG, B., BRUZELIUS, N. y ROTHENGATTER, W., *Megaprojects and Risk: an anatomy of ambition* (Cambridge University Press, 2003).
- [31] FORD, D., LANDER, D. y VOYER, J., “A Real Options Approach to Valuing Strategic Flexibility in Uncertain Constuction Projects”, *Construction Management and Economics* (no. 20, 2002) pp. 343-351.
- [32] GALA P., J., “La Evaluación Social de Proyectos. ¿Qué es?, ¿Para qué sirve?” (Documento de Trabajo, Centro de Estudios para la Preparación y Evaluación Socioeconómica de Proyectos (CEPEP), México).
- [33] GALLARDO C., J., *Evaluación Económica y Financiera. Proyectos y Portafolios de Inversión bajo condiciones de Riesgo* (UNAM, México, 2002).
- [34] GARCÍA M., J. J., *Opciones Reales. Aplicaciones de la Teoría de las Opciones a las Finanzas Empresariales* (Ediciones Pirámide, Madrid, 2001).
- [35] HARRISON, M. J. y KREPS, D. M., “Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets”, *Journal of Economic Theory* (1979) pp. 381-408.
- [36] HO, S y LIU, L., “How to Evaluate and Invest in Emerging A/E/C Technologies under Uncertainty”, *Journal of Construction Engineering and Management* (vol. 129, no. 1, 2003) pp. 16-24.
- [37] HULL, J. C., *Fundamentals of Futures and Options Markets* (Prentice Hall, 2002).
- [38] JORION, P., *Valor en Riesgo* (Limusa y MexDer, México, 2003).
- [39] KERMAN, J., *Numerical Methods for Option Pricing: Binomial and Finite-difference Approximations* (Tesis, Universidad de Nueva York, 2002).
- [40] KWOK, YUE-KUEN, *Mathematical Models of Financial Derivatives* (Springer, 1999).
- [41] LAMOTHE F., P. y PÉREZ S., M., *Opciones Financieras y Productos Estructurados* (McGraw-Hill, España, 2003).
- [42] LEVIÄKANGAS, P. y LÄHESMAA, J., “Profitability Evaluation of Intelligent Transport System Investments”, *Journal of Transportation Engineering* (vol. 128, no. 3, 2002) pp. 276-286.

-
- [43] MACMILLAN, L. W., "Analytic Approximation for the American PUT Option", *Advances in Futures and Options Research* (vol. 1, 1986) pp. 119-139.
- [44] MANSILLA, R., *Introducción a la Econofísica* (Equipo Sirius, Madrid, 2003).
- [45] MANTENGA, R. N. y STANLEY, H. E., *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance* (Cambridge University Press, 2000).
- [46] MARSHALL, J. F. y KAPNER, K. R., *Cómo entender los Swaps* (CECSA, México, 1996).
- [47] MASCAREÑAS, J., LAMOTHE, P., LÓPEZ L., F. J. y DE LUNA, W., *Opciones Reales y Valoración de Activos* (Prentice Hall, España, 2004).
- [48] MERTON, R. C., "Theory of Rotational Option Pricing", *Bell Journal of Economics and Management Sciences* (vol. 4, 1973) pp. 141-183.
- [49] MORALES C., J. A. y MORALES C., A., *Proyectos de Inversión en la Práctica. Formulación y Evaluación* (Gasca Sicco, México, 2003).
- [50] MYERS, S., "Finance Theory and Financial Strategy", *Interfaces* (vol. 14, 1984) pp. 126-137.
- [51] MYERS, S., "Determination of Corporate Borrowing", *Journal of Financial Economics* (1977) pp.147-175.
- [52] ORTEGÓN E., PACHECO J. F. Y ROURA, H., *Metodología General de Identificación, Preparación y Evaluación de Proyectos de Inversión Pública* (Instituto Latinoamericano y del Caribe de Planificación Económica y Social (ILPES), Publicación de las Naciones Unidas, Manual No. 39, Santiago de Chile, 2005).
- [53] ORTIZ, E., *Finanzas y Productos Derivados: Contratos adelantados, Futuros, Opciones y Swaps* (**mimeo**, UNAM).
- [54] RENDLEMAN, R. y BARTTER, B., "Two-State Option Pricing", *Journal of Finance* (no. 34, 1979) pp. 1093-1110.
- [55] RODRÍGUEZ DE CASTRO, J., *Introducción al Análisis de Productos Financieros Derivados: Futuros, Opciones, Forwards y Swaps* (Limusa, 1997).
- [56] ROSEN E., P. I., *Valuación de Estrategias de Inversión mediante Opciones Reales* (Tesis, UNAM, México, 2005).
- [57] SAMUELSON, P. A., "Rational Theory of Warrant Pricing", *Industrial Management Review* (vol. 6, 1965) pp. 13-31.
- [58] SCHWARTZ, E. S. y TRIGEORGIS, L., *Real Options and Investment under Certainty: Classical Reading and Recent Contributions* (The MIT Press, 2001).
- [59] SHARPE, W., *Investments* (Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1978).

- [60] STAMPFLI, J. y GOODMAN V., *The Mathematics of Finance: Modeling and Hedging* (Brooks/Cole, USA, 2001).
- [61] TRIGEORGIS, L., *Real Options. Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation* (The MIT Press, 1997).
- [62] VERA J., M.E., *Análisis del Riesgo Implícito en los Swaps de Tasas de Interés en México* (Tesis, UNAM, México, 2004).
- [63] VOLLERT, A., *A Stochastic Control Framework for Real Options Under Uncertainty Classical* (Birkhäuser, 2003).
- [64] WESTON, J.F. y BRIGHAM, E.F., *Fundamentos de Administración Financiera*, (McGraw-Hill, México, 1994).
- [65] WHALEY, R.E., "On Valuing American Futures Options" (Institute for Financial Research, University of Alberta, Working Paper, 1984).
- [66] WILMOTT, P., DEWYNNE, J. y HOWISON, S., *The Mathematics of Financial Derivatives. A Student Introduction* (Cambridge University Press, 1999).
- [67] ZHAO, T., SUNDARARAJAN, S.K. y TSENG, C., "Highway Development Decision-Making under Uncertainty: A Real Option Approach", *Journal of Infrastructure Systems* (marzo, 2004) pp. 23-32.