

Resumen.

En el proceso de enseñanza/aprendizaje y de la consecuente apropiación del conocimiento, el planteamiento y la realización de ejemplos ilustrativos resulta fundamental para que tanto los conceptos como los principios y los procedimientos queden claros. **Hidra-Bas** es un sistema computacional, de libre acceso y código abierto, que se desarrolla como una plataforma o herramienta auxiliar para la enseñanza de la hidráulica de canales.

El programa está provisto por un catálogo de imágenes, que tiene por objetivo esquematizar y relacionar de manera directa el uso del coeficiente Manning con el cálculo, mediante la visualización de las fotografías pretendiendo ser un apoyo para el usuario y facilitar la selección de dicha variable, resaltando que su importancia en el cálculo es determinante para las acciones a tomar en la estructura hidráulica.

Hidra-Bas es de carácter didáctico, flexible e interactivo pues cuenta con una interfaz amigable, de fácil manejo para el estudiante o profesionista en hidráulica. Para beneficio de éstos se creó de libre acceso, de tal manera que no existan restricciones de uso.

Los principios hidráulicos que usa Hidra-Bas son las ecuaciones de Chezy-Manning para flujo uniforme; para régimen crítico la ecuación de la energía para condición mínima y el número de Froude igual a la unidad. La ecuación de cantidad de movimiento para el cálculo de tirantes conjugados en salto hidráulico.

Comparando este programa con algunos disponibles, Hidra-Bas es capaz de cuantificar características hidráulicas y geométricas de la sección en herradura. Respecto al módulo de geometría es importante recalcar, que todas las características geométricas se pueden calcular en función del resto (base, tirante, diámetro, talud, ancho de superficie libre, área, perímetro mojado, radio hidráulico), muchas de las cuales cuentan con más de una solución viable. Por otra parte es lo suficientemente intuitivo para no requerir manual. Aparte de contar con módulos de ayuda para los coeficientes de Coriolis y Manning, gráficas y esquemas que ayudan a entender los fenómenos mostrados.

Índice

Introducción	4
Planteamiento del problema	4
Campos de la hidráulica a tratar	4
Justificación.....	4
Estado del arte	5
Conceptos básicos generales	5
Capítulo 1 Módulo de geometría	9
1.1 Conceptos básicos	9
1.2 Metodología de programación	15
1.3 Diagramas de flujo	15
Capítulo 2 Módulo de flujo normal.....	16
2.1 Conceptos básicos	16
2.2 Metodología de programación	18
2.3 Diagramas de flujo	18
Capítulo 3 Módulo de flujo crítico	19
3.1 Conceptos básicos	19
3.2 Metodología de programación	19
3.3 Diagramas de flujo	19
Capítulo 4 Módulo de energía específica	20
4.1 Conceptos básicos	20
4.2 Metodología de programación	21
4.3 Diagramas de flujo	21
Capítulo 5 Módulo de salto hidráulico	22
5.1 Conceptos básicos	22
5.2 Metodología de programación	26
5.3 Diagramas de flujo	26
Capítulo 6 Módulo de flujo gradualmente variado	27
6.1 Conceptos básicos	27
6.2 Metodología de programación	29
6.3 Diagramas de flujo	29

Capítulo 7 Módulo de flujo espacialmente variado	30
7.1 Conceptos básicos	30
7.2 Metodología de programación	31
7.3 Diagramas de flujo	31
Capítulo 8 Módulo de estructuras de control	32
8.1 Conceptos básicos	32
8.1.1 Vertedores	32
8.1.2 Orificios.....	33
8.1.3 Compuertas	33
8.2 Metodología de programación	33
8.3 Diagramas de flujo	33
Capítulo 9 Manual de usuario	34
9.1 Módulo de geometría.....	34
9.2 Módulo de flujo normal	34
9.3 Módulo de flujo crítico.....	34
9.4 Módulo de energía específica.....	34
9.5 Módulo de salto hidráulico	34
9.6 Módulo de flujo gradualmente variado	34
9.7 Módulo de flujo espacialmente variado.....	34
9.8 Módulo de estructuras de control	34
Conclusiones y recomendaciones.....	35
Bibliografía y fuentes consultadas.....	36

Introducción

Planteamiento del problema.

Con el avance de la tecnología, los sistemas computacionales van aumentando su capacidad de análisis numérico, entre otras características. Elemento muy solicitado para la resolución de problemas cada vez más elaborados y completos. Esto es de gran utilidad a todo el campo de la enseñanza y la investigación, por lo que es perfectamente aplicable al ámbito de la hidráulica de canales, relacionando esto con la práctica ingenieril y el análisis conceptual de los fenómenos físicos que predominan en los flujos a superficie libre.

La enseñanza y la solución de problemas asociados al campo de la ingeniería hidráulica es cada día más dinámica y ligada al uso de herramientas computacionales, de tal forma que con la continua evolución y facilidad de acceso que tienen los sistemas, lenguajes y herramientas de computación.

En esta tesis se propone la realización de un sistema computacional amigable, de acceso libre, que sirva de soporte a la enseñanza de la hidráulica de canales. , dicho sistema se basará en la programación de un conjunto de procedimientos independientes (funciones), además de un conjunto de módulos predefinidos para el cálculo de los elementos hidráulicos más comunes en canales prismáticos y no prismáticos, así como en los revestidos y no revestidos, incluyendo los ríos y otros cursos naturales. Entre las funciones y módulos a desarrollar destacan subrutinas y subprogramas para el cálculo del tirante normal, tirante crítico, tirantes alternos, tirantes conjugados, perfiles de flujo, geometría óptima y de la velocidad permisible, entre otros temas de interés.

Campos de la hidráulica a tratar

- Geometría,
- Flujo uniforme,
- Flujo crítico,
- Energía específica,
- Salto hidráulico,
- Flujo gradualmente variado,
- Flujo espacialmente variado,
- Estructuras de control,

Justificación

La comunidad científica y académica, en el ámbito de la ingeniería hidráulica, mantiene el interés por contar con herramientas computacionales que sean amigables, confiables y de acceso libre. Con esta propuesta se generará una plataforma básica de libre acceso, con un enfoque modular, para apoyar el aprendizaje y motivar el desarrollo de programas asociados a la ingeniería hidráulica que emanen de la academia en pro de la educación, el aprendizaje y la práctica profesional.

Estado del arte

Actualmente existen varios sistemas computacionales, para el cálculo de hidráulica de canales, como son:

- Hec-Ras: Crea perfiles de flujo de cualquier sección a superficie libre, tirante crítico, y normal, y análisis de flujo permanente y no permanente.
- SWMM: Es un modelo dinámico de simulación de precipitaciones, y permite simular tanto la cantidad como la calidad de agua evacuada, especialmente en alcantarillados urbanos
- Hcanales: Permite realizar una gran cantidad de cálculos hidráulicos, tanto de canalizaciones como de estructuras hidráulicas: tirante normal, tirante crítico, resaltos de secciones.
- Compu-Canales: Permite realizar una gran cantidad de cálculos hidráulicos, tanto de canalizaciones como de estructuras hidráulicas: tirante normal, tirante crítico, resaltos de secciones.
- CalCol: Se trata de una aplicación que realiza el cálculo aplicando la fórmula de Manning y la ecuación de continuidad, en régimen uniforme.
- CalOv: permite efectuar los cálculos hidráulicos de colectores ovoides y facilita el proceso de diseño y comprobación.
- AMP: Se trata de una aplicación destinada al diseño de redes de saneamiento que están sujetas a varios criterios de diseño hidráulico.
- PipeChk: Esta es la aplicación contraria a la AMP, con lo que se aplica más para la comprobación de redes de saneamiento sujetas a varios criterios de diseño hidráulico.

De todos estos programas, solo tres son de fácil acceso, estos son Hec-Ras, SWMM, Hcanales. El Hidra-Bas a diferencia de estos canales ofrece:

- El cálculo inverso de características geométricas de las principales secciones usadas en el diseño de canales.
- Análisis de la sección de herradura en los módulos.
- Las tres opciones diferentes para la elección de un coeficiente de rugosidad, y no solo la elección de este valor por comparación.
- El uso de todas las variables de la ecuación de flujo crítico (Pendiente, coeficiente de Coriolis) para que pueda mostrarse al estudiante el grado en el que estos datos afectan el cálculo.
- En Energía específica y salto hidráulico el fácil manejo de los resultados en tabla, donde se pueden observar varios resultados a la vez.

Conceptos básicos generales

Con el objetivo de entender mejor la teoría necesaria, para el uso de este software aquí se mostrara algunas definiciones básicas.

Canal: Es un conducto abierto en el cual el agua circula debido a la acción de la gravedad, sin ser un fluido presurizado, puesto que la superficie del líquido está en

contacto con la atmosfera. De misma manera cuando en un conducto cerrado, ya sea circular o herradura, el agua solo ocupa una parte de la sección, este trabaja como canal.

Flujo en un canal: Se produce por la acción de la fuerza de gravedad y se caracteriza porque expone una superficie libre a presión atmosférica.

Movimiento de un líquido: Se ve afectado por la fuerza de:

- Gravedad
- Resistencia
- Presión
- Viscosidad
- Tensión superficial
- Debidas al movimiento de arrastre de sedimento

Canal artificial: Secciones geométricas y dimensiones constantes en tramos más o menos largos.

Volumen de control: Parte del canal delimitada entre dos secciones, las paredes y la superficie libre.

Tipos de flujo:

- **Permanente:** Velocidad media en una sección dada, y se considera que es constante en el tiempo.

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

- **No Permanente:** Velocidad media es variante en el tiempo.

$$\frac{dv}{dt} \neq 0$$

- **Uniforme:** La velocidad media permanece constante en cualquier sección del canal. Por consecuencia la pendiente de la plantilla del canal y la superficie libre son paralelas.

$$\frac{dv}{dx} = 0$$

- **Variado:** la pendiente de la plantilla del canal y la superficie libre no son paralelas.

$$\frac{dv}{dx} \neq 0$$

Flujo Laminar y turbulento: El movimiento del agua en un canal se da por efecto de la gravedad o fuerzas viscosas. Donde en flujo laminar las fuerzas predominantes son las de viscosidad, y a la inversa en flujo turbulento predominan las fuerzas gravitatorias. Todas estas se miden por el número de Reynolds.

$$R_e = \frac{V R_h}{\nu}$$

R_h Radio hidráulico de la sección en m,

V Velocidad media en la sección en m/s,

ν Viscosidad cinemática del agua en m^2/s

- Flujo laminar $Re \leq 500$
- Flujo transición $500 < Re \leq 12500$
- Flujo turbulento $Re > 12500$

Régimen subcrítico, crítico y supercrítico: Esta clasificación de los flujos, es directamente proporcional a la velocidad a la que se desplaza el fluido. En el régimen subcrítico, las velocidades son lentas y tirantes grandes, en este caso es más fuerte la fuerza de gravedad que la de inercia, y a la inversa en supercrítico, el régimen crítico se presenta solo en el cambio entre las otras dos fases, y es inestable (no se mantiene a lo largo de una cierta distancia).

La importancia de la fuerza de inercia respecto a la de la gravedad, se mide a través del número de Froude. Siendo este un número adimensional.

$$F = \frac{V}{\sqrt{gA \cos \theta / (\alpha T)}}$$

g Aceleración de gravedad en m/s^2 ,

A Área hidráulica de la sección en m^2

T Ancho de superficie libre de la sección en m,

V Velocidad media en la sección en m/s ,

α Coeficiente de corrección de la energía cinética, adimensional,

θ Ángulo de inclinación de la plantilla respecto de la horizontal.

- Régimen Subcrítico $F < 1$
- Régimen crítico $F = 1$
- Régimen Supercrítico $F > 1$

Ecuaciones del flujo unidimensional permanente.

- **Ecuación de continuidad:** Hace referencia a la cantidad de masa de agua a través de una sección, permaneciendo constante. Esto quiere decir que no hay aportaciones ni salidas a lo largo del trayecto.
 - Condiciones de uso: Este flujo debe de ser incompresible.

$$\frac{\partial(VA)}{\partial x} = 0$$

- **Ecuación de la energía:** Es la energía total por unidad de peso que posee el agua en su movimiento.

- Condiciones de uso:
 - Flujo rectilíneo, sobre fondo plano de gran inclinación
 - Pérdida de energía entre dos secciones Δh_r , si es solo por la fricción es proporcional a Δx ; $\Delta h_r / \Delta x$
 - Flujo uniforme; $S = \sin \theta$

$$H = z + y \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

- **Ecuación de cantidad de movimiento:**

- Condiciones de uso:
 - Volumen de control de un flujo unidimensional permanente e incompresible, el gasto no cambia en toda su longitud.
 - F_p y F_t son acciones que se aplican desde el exterior del volumen de control.
 - Es importante destacar que esta ecuación es de carácter vectorial, a diferencia de la ecuación de energía que es escalar.

$$F_p + F_t + F_c = \rho[(Q\beta V)_2 - (Q\beta V)_1]$$

F_p Fuerza resultante de la presión ejercida sobre las superficies de frontera del volumen de control;

F_t Fuerza resultante producida por el esfuerzo tangencial generado sobre el fondo y paredes del volumen de control;

F_c Fuerza de cuerpo debida al peso del volumen de control;

Q Gasto en la sección;

V Vector velocidad media en la sección;

β Coeficiente de Boussinesq, para considerar el efecto que tiene la distribución irregular de la velocidad

Distribución de la velocidad en la sección: Se presenta por la presencia de la superficie, la forma, cambios en la sección, la rugosidad de las paredes, gasto y la acción de corrientes secundarias. Debido a esto la distribución de la velocidad no es uniforme.

La velocidad media vertical: Ya que la velocidad no permanece constante a lo largo de la vertical en un fluido, por lo regular se utiliza una velocidad media de estas, y coincide con la obtenida puntualmente a 0.6 del tirante.

Los valores de los coeficientes de Coriolis (α) y Boussinesq (β) son mayores a uno, sin embargo se considera similar a uno cuando no se desconoce mejor información. α se utiliza en la ecuación de la energía y β en la ecuación de cantidad de movimiento.

Capítulo 1 Módulo de geometría

1.1 Conceptos básicos

La superficie libre: Se considera como la intercara entre dos fluidos, dicese en el caso de estudio la interacción entre el aire y el líquido, generalmente agua.

Tirante (y): Es la distancia perpendicular a la plantilla, desde la superficie libre del agua

Ancho superficie libre (T): Es el ancho medido sobre la superficie libre del canal.

Área hidráulica (A): Es el área ocupada por el flujo de un canal.

Perímetro mojado (P): Es la longitud de la línea meen contacto con el agua y las paredes del canal.

Radio hidráulico (Rh): Es un coeficiente de forma, siendo la relación del área entre el perímetro.

Talud (k): En secciones trapeciales, hace referencia a la inclinación de las paredes de la sección, siendo la medida horizontal, por unidad vertical.

Secciones geométricas comunes:

- Trapecial, Triangular y rectangular: normalmente revestidos
- Triangular: Uso común en cunetas.
- Circular y herradura: frecuentemente usados en túneles.
- Parabólica: Semejanza con cauces naturales.

Ecuaciones de las secciones geométricas comúnmente usadas en canales.

Trapecial:

$$A = by + ky^2 \quad 1.1$$

$$P = b + 2y \sqrt{1 + k^2} \quad 1.2$$

$$T = b + 2ky \quad 1.3$$

$$R_h = A/P \quad 1.4$$

donde b es la base del canal m , y es el tirante m , k es el talud. (Sotelo, 2009)

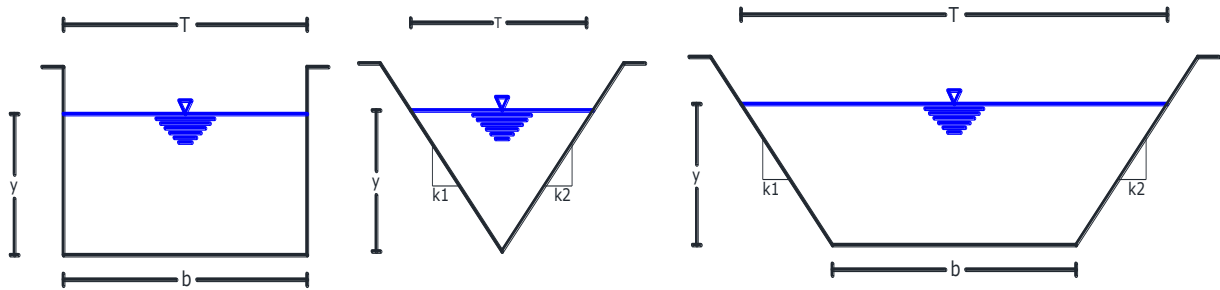


Ilustración 1.1 Sección trapecial y sus derivadas.

Las ecuaciones usadas para la forma trapecial, también es la que se emplea para rectangulares cuando al talud (k) se iguala a cero, y de la misma manera se utiliza para triangular cuando la base (b) toma el valor de cero.

Circular:

$$A = 2 \left[\frac{2y-D}{4} \sqrt{Dy - y^2} + \frac{D^2}{8} \arcsen \frac{2y-D}{\sqrt{D^2}} \right] \quad 1.5$$

$$P = \left[\arcsen \left(\frac{D-2y}{D} \right) + \frac{\pi}{2} \right] D \quad 1.6$$

$$T = 2\sqrt{yD - y^2} \quad 1.7$$

donde D es diámetro en m , y es el tirante en m (Arroyo, 1988)

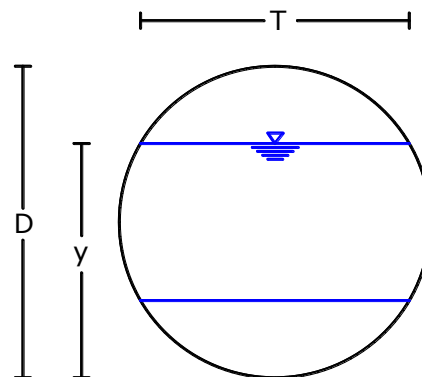


Ilustración 1.2 Sección circular

Parabólica:

$$A = 2/3 T y \quad 1.8$$

$$T = 3/2 A/y \quad 1.9$$

$$P = T + 8/3 * y^2/T, \text{ para } 0 < x \leq 1 \quad 1.10$$

$$P = (T/2)[\sqrt{1+x^2} + (1/x)\ln(x + \sqrt{1+x^2})]$$

donde $x = 4y/T$ (Sotelo, 2009)

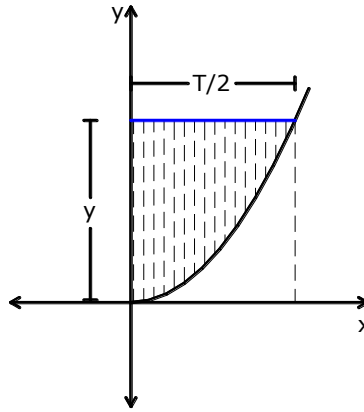


Ilustración 1.3 Área de media parábola para su integración

Si se considera que la ecuación de la parábola con vértice en el origen es $y = kx^b$, donde $x = T/2$, queda entonces $y = kT^b/2^b$. Y por consecuencia $k = 2^b y/T^b$.

Calculando el área de la zona sombreada en la **Ilustración 1.3**.

$$A_1 = \int_0^x [y - kx^b] dx = yx - \frac{kx^{b+1}}{b+1} \Big|_0^x \quad 1.11$$

$$A_1 = yx - \frac{kx^{b+1}}{b+1} = \frac{yT}{2} - \frac{2^b y}{T^b} \frac{T^{b+1}}{2^{b+1}(b+1)} = \frac{yT}{2} - \frac{Ty}{2(b+1)}$$

$$A_1 = \frac{2Ty(b+1) - 2Ty}{4(b+1)} = \frac{2Ty(b+1-1)}{4(b+1)} = \frac{Tyb}{2(b+1)}$$

Si $b = 2$, para una parábola cuadrática.

$$A_1 = \frac{2Ty}{2(2+1)} = \frac{Ty}{3} \quad 1.12$$

Y ya que el área calculada es la mitad de la parábola, está se debe multiplicar por dos, para obtener el área total.

$$A = 2 * A_1 = \frac{2}{3} yT \quad 1.13$$

De esta manera se comprueba que la parábola que utilizada es de segundo grado, por lo que la ecuación queda entonces $y = kx^2$, donde $x = T/2$ y por lo tanto $y = kT^2/4$.

Ahora bien, la característica principal de una sección prismática es mantener su forma a lo largo de todo el canal, es decir, cuando aumente el tirante, también deberá crecer el ancho de superficie libre, como se muestra en la figura siguiente. Para que esto se cumpla, es necesario fijar su forma con ayuda de la ecuación $y = kT^2/4$, ya que la constante k describe la forma de la parábola.

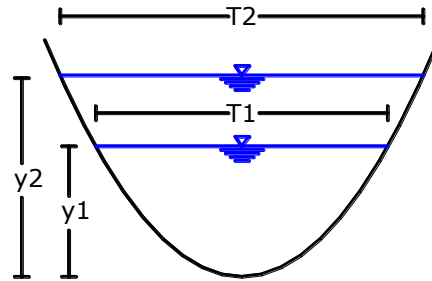


Ilustración 1.4 Sección parabólica, fijando su forma.

Cuando se hace un análisis de cambio de tirante, a lo largo del canal, como salto hidráulico, flujo gradualmente variado o espacialmente variado, incluso para el cálculo de tirante normal o crítico, debido a que teóricamente se desconoce dónde se presentara este tirante, también se desconocería el ancho libre en esa sección, se necesitan complementar la ecuación del área, con la ecuación general de la parábola. Por esta misma razón, es necesario conocer las características completas en una sección, es decir, conocer el tirante y el ancho libre para una sección conocida, para obtener el factor de escala específico para esa parábola (k), y con esto extrapolar los datos para un nuevo tirante y su nuevo ancho de superficie libre en la nueva sección deseada.

Si al hacer los cálculos lo anterior no se toma en cuenta, entonces se tiene que para cualquier sección a lo largo del canal, se presenta un ancho libre fijo, dando como resultado que no sea una sección prismática, ya que cambiaría la forma de la parábola con cada cálculo. A pesar de que los análisis se pueden realizar también para canales no prismáticos, se deberán tener ciertas consideraciones y estar consciente de esto, además de que esta forma no es correcta constructivamente.

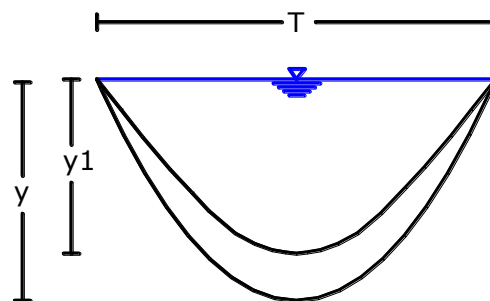


Ilustración 1.5 Sección parabólica, si no se fija su forma.

Herradura:

En el caso de esta sección se tienen 3 zonas: la primera para $y \leq P_o$, donde $P_o = 0.0886D$; la segunda para el rango $P_o < y \leq 0.5D$; y la tercera para $y > 0.5D$.

- Zona a
- Zona b
- Zona c

$$T_1 = 2\sqrt{y(2D - y)} \quad 1.14.a$$

$$T_2 = \sqrt{3D^2 - 4y + 4yD} - D \quad 1.14.b$$

$$T = 2\sqrt{Dy - y^2} \quad 1.14.c$$

$$A_1 = (y - D)\sqrt{y(2D - y)} + D^2 \arcsen(y - D/D) + \pi D^2 / 2 \quad 1.15.a$$

$$A_2 = A_1 + (2y - D/4)\sqrt{3D^2 + 4Dy - 4y^2} + D^2 \sen^{-1}(8y - 4D/8D) - \quad 1.15.b$$

$$(2P_o - D/4)\sqrt{3D^2 + 4DP_o - 4P_o^2} - D^2 \sen^{-1}(8P_o - 4D/8D) - D(y - P_o) \quad 1.15.c$$

$$A = A_2 + (2y - D/2)\sqrt{Dy - y^2} + (D^2/4)\sen^{-1}(2y - D/D) \quad 1.16.a$$

$$P_1 = 2D[\arcsen(y - D/D) - \pi/2] \quad 1.16.b$$

$$P_2 = P_1 + 2D[\sen^{-1}(2y - D/2D) - \sen^{-1}(2P_o - D/2D)] \quad 1.16.c$$

$$P = P_2 + D\sen^{-1}(2y - D/D) \quad 1.16.c$$

donde D es diámetro en m , y es el tirante en m (Arroyo, 1988)

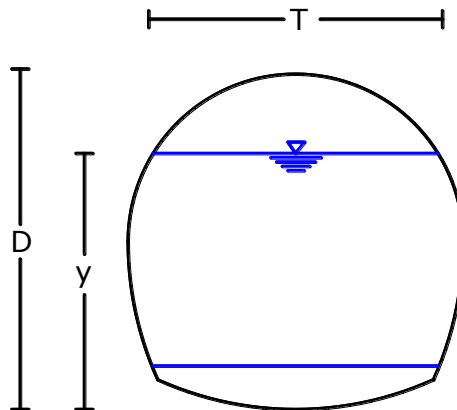


Ilustración 1.6 Sección herradura

Si se desea despejar cualquiera de estas fórmulas para calcular cualquiera de los otros parámetros, hay que tener especial cuidado en alguna de estas ecuaciones ya que los despejes no son directos, es decir, requieren un método numérico para su resolución, y pueden cuentan con más de una solución válida. Estas son las siguientes:

- En sección trapecial:

Datos conocidos	Incógnita	Ecuación
<ul style="list-style-type: none"> • Base (b) • Tirante (y) • Radio Hidráulico (Rh) 	<ul style="list-style-type: none"> • Talud (k) 	$R_h = \frac{by + ky^2}{b + 2y\sqrt{1 + k^2}}$

- En sección circular:

Datos conocidos	Incógnita	Observaciones
<ul style="list-style-type: none"> • Diámetro (D) • Radio Hidráulico (Rh) 	<ul style="list-style-type: none"> • Tirante (y) 	
<ul style="list-style-type: none"> • Tirante (y) • Perímetro (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • Diámetro (D) 	
<ul style="list-style-type: none"> • Diámetro (D) • Superficie libre (T) 	<ul style="list-style-type: none"> • Tirante (y) 	Solo existirá un tirante, cuando la superficie libre sea igual a diámetro siendo esta la mayor superficie que se puede presentar, y la menor superficie será cuando el tirante sea igual a diámetro o cero.

- En sección herradura:

Datos conocidos	Incógnita	Observaciones
<ul style="list-style-type: none"> • Diámetro (D) • Radio Hidráulico (Rh) 	<ul style="list-style-type: none"> • Tirante (y) 	
<ul style="list-style-type: none"> • Tirante (y) • Perímetro (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • Diámetro (D) 	
<ul style="list-style-type: none"> • Tirante (y) • Radio Hidráulico (Rh) 	<ul style="list-style-type: none"> • Diámetro (D) 	
<ul style="list-style-type: none"> • Diámetro (D) • Superficie libre (T) 	<ul style="list-style-type: none"> • Tirante (y) 	Solo existirá un tirante, cuando la superficie libre sea igual a diámetro siendo esta la mayor superficie que se puede presentar, y la menor superficie será cuando el tirante sea igual a diámetro o cero.

1.2 Metodología de programación

1.3 Diagramas de flujo

Capítulo 2 Módulo de flujo normal

2.1 Conceptos básicos

El flujo uniforme es el criterio que rige el área de la sección transversal mínima requerida y es necesario exponer las condiciones hidráulicas que rigen el flujo en el canal por diseñar. Es poco frecuente incluso para canales prismáticos, sin embargo es una condición básica que debe considerarse para todos los problemas de diseño.

El flujo uniforme se presenta cuando el escurrimiento conserva su sección a lo largo del canal, en consecuencia todos los elementos tales como área hidráulica, velocidad, y pendiente, serán constantes.

- La velocidad y con ella el tirante y área hidráulica permanecen constantes.
- La línea de energía, la superficie libre y la plantilla del canal son paralelas.
- Estado permanente y canales prismáticos de gran longitud.
- Puede ser laminar o turbulento, pero laminar es poco común en la práctica.
- Es necesario que se establezca un equilibrio dinámico entre el componente de la fuerza de peso en la dirección del flujo y la fricción.

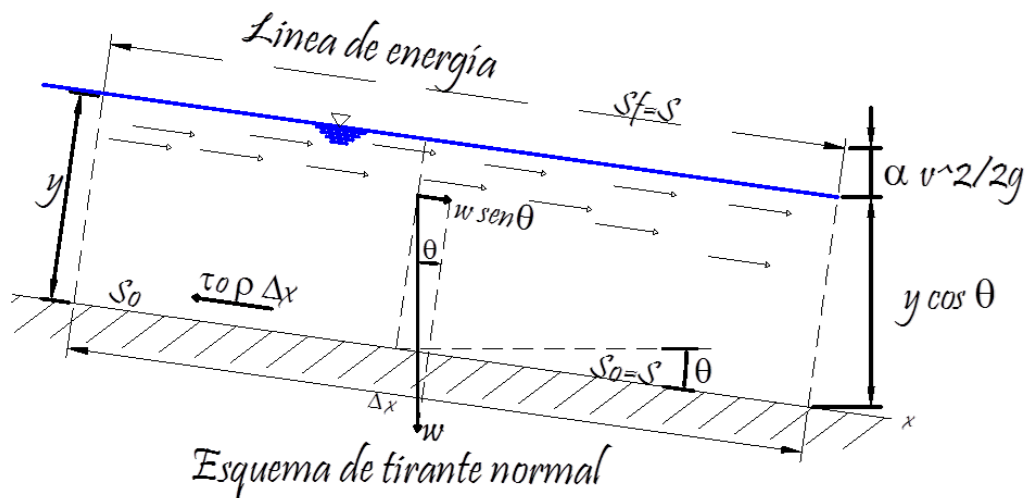


Ilustración 2.1 Esquema de tirante normal

Ecuación de Chezy

Al aplicar la ecuación de cantidad de movimiento al volumen de control, el componente de la fuerza de peso en la dirección del movimiento debe ser igual a la fricción, valuado a través de esfuerzo tangencial medido τ_0 y toda vez que el cambio de cantidad de movimiento es cero.

$$\tau_0 = g \rho R_h S$$

$$v_* = \sqrt{\tau_0/\rho} = \sqrt{gR_hS}$$

$$v = c\sqrt{R_hS}$$

La ecuación de Chezy es la base para el cálculo de flujo uniforme. El coeficiente C de esta ecuación se puede calcular con diferentes fórmulas, estas fueron desarrolladas por distintos investigadores como Ganguillet y Kutter, Darcy, una de las más común y simple propuesta por Manning.

$$C = \sqrt{8g/f} \quad 2.1$$

Factores de fricción en canales rugosos:

- Pared hidráulicamente lisa $k_s < \delta_0$
- Pared hidráulicamente transición $5 \leq v_*k_s/v \leq 70$
- Pared hidráulicamente rugosa $k_s > \delta_0$

Para la derivación de la ecuación de Chezy, se aceptó el esfuerzo tangencial medio τ_0 sobre la frontera, que no depende de la forma de la sección ni su aspecto.

$$\frac{1}{f} = \frac{C}{\sqrt{8g}} \quad v = c\sqrt{\delta R_hS}$$

El uso de la ecuación de Chezy tiene la dificultad de tener la dificultad de tener que hacer una estimación adecuada del factor de fricción, y a su vez depender del número de Reynolds.

Ecuación experimental para el cálculo del factor de fricción c, propuesta por Manning.

$c = \frac{R_h^{2/3}}{n}$ Si esta ecuación se sustituye en $v = c\sqrt{R_hS}$ resulta:

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \quad 2.2$$

Conocida esta ecuación de fricción llamada de **Manning**. Ecuación más usada en occidente, y solo válida para flujo turbulento.

- Condiciones de uso:
 - Es de carácter empírico
 - No es adimensional
 - No considera la viscosidad
 - No sigue las leyes generales de fricción, por lo que solo es válida para rugosidades relativas medias
 - No considera la forma de la sección
 - No considera la influencia de distintas rugosidades

- No considera la formación de ondas
- No considera arrastre de aire
- No considera transporte de sedimentos

Para seleccionar cuidadosamente un coeficiente n adecuadamente se exponen diferentes criterios a continuación expuestos:

- Tablas y fotografías
- Método del Soil conservation Service (SCS)
- Ecuaciones empíricas
- Medición de la velocidad
- Coeficiente equivalente

Calculo del flujo uniforme

Hay seis variables que intervienen para su cálculo siendo estas las siguientes:

- Gasto
- Velocidad
- Tirante
- Coeficiente de Manning
- Pendiente
- Dimensión de la sección

Partiendo de las ecuaciones ya obtenidas se tiene:

- Ecuación de la continuidad

$$Q = AV \quad 2.3$$

Ecuación de Manning

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \quad 2.2$$

Entonces el gasto será:

$$Q = \frac{A}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} = K^{1/2} \quad 2.4$$

Donde $K = \frac{A R_h^{2/3}}{n} \quad 2.5$

Quedando: $AR_h^{2/3} = \frac{nQ}{S^{1/2}} \quad 2.6$

2.2 Metodología de programación

2.3 Diagramas de flujo

Capítulo 3 Módulo de flujo crítico

3.1 Conceptos básicos

Tirante crítico: se presenta cuando en un canal se conduce un gasto con energía específica mínima. Debido a esta propiedad se suele utilizar para secciones de control. Y es límite entre el régimen subcrítico (velocidades lentas y tirantes grandes) y el régimen supercrítico (velocidades rápidas y tirantes pequeños). Además el número adimensional Froude es igual a uno, que representa la importancia de la fuerza de inercia respecto a la de la gravedad.

$$F = \frac{V}{\sqrt{gA \cos \theta / (\alpha T)}} \quad 3.1$$

Para determinar el tirante crítico es necesario resolver la siguiente ecuación no lineal.

$$G = \frac{A^3}{T} - \frac{Q^2}{g \cos \theta / \alpha} \quad \text{ó} \quad G = y + \frac{1}{2} \frac{A}{T} - \frac{E_c}{\cos \theta} \quad 3.2$$

Pendiente crítica: valor de la pendiente de un canal que conduce un gasto Q con régimen uniforme y con energía específica mínima, es decir, el agua circula con el tirante crítico.

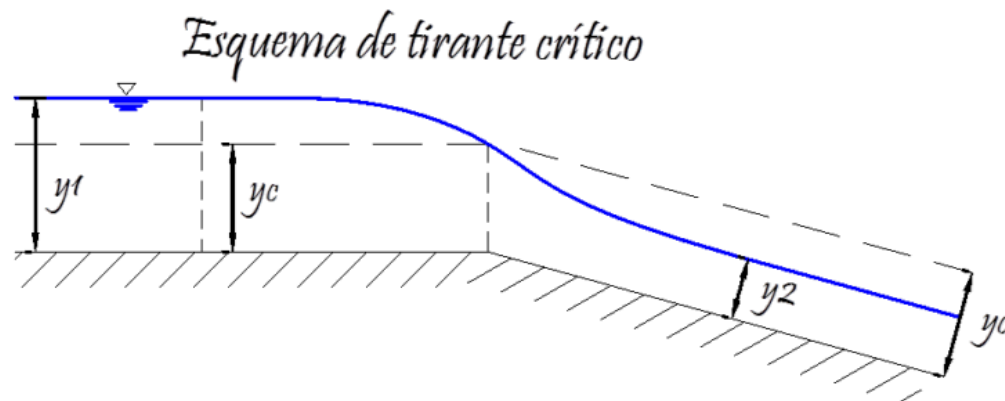


Ilustración 3.1 Esquema de tirante crítico

3.2 Metodología de programación

3.3 Diagramas de flujo

Capítulo 4 Módulo de energía específica

4.1 Conceptos básicos

La energía específica es la suma de la carga del tirante (energía potencial) y la carga de velocidad (energía cinética). Al evaluar diferentes tirantes, para una misma sección, se obtendrá una curva entre energía y tirante, donde se puede observar que para una misma energía se tendrán 2 tirantes, llamados tirantes alternos, y estos son uno para régimen supercrítico (rápido) y el otro para régimen subcrítico (lento), exceptuando un solo punto el cual es el mínimo de la energía y a este tirante único se le denomina tirante crítico, y por consiguiente un solo gasto puede satisfacer esta condición.

El cambio de régimen de lento a rápido ocurre en forma gradual, sin involucrar grandes pérdidas de energía específica (flujo sobre un cimacio), en tanto que el cambio de régimen de rápido a lento sucede por lo general en forma abrupta y con grandes pérdidas de energía específica (salto hidráulico).

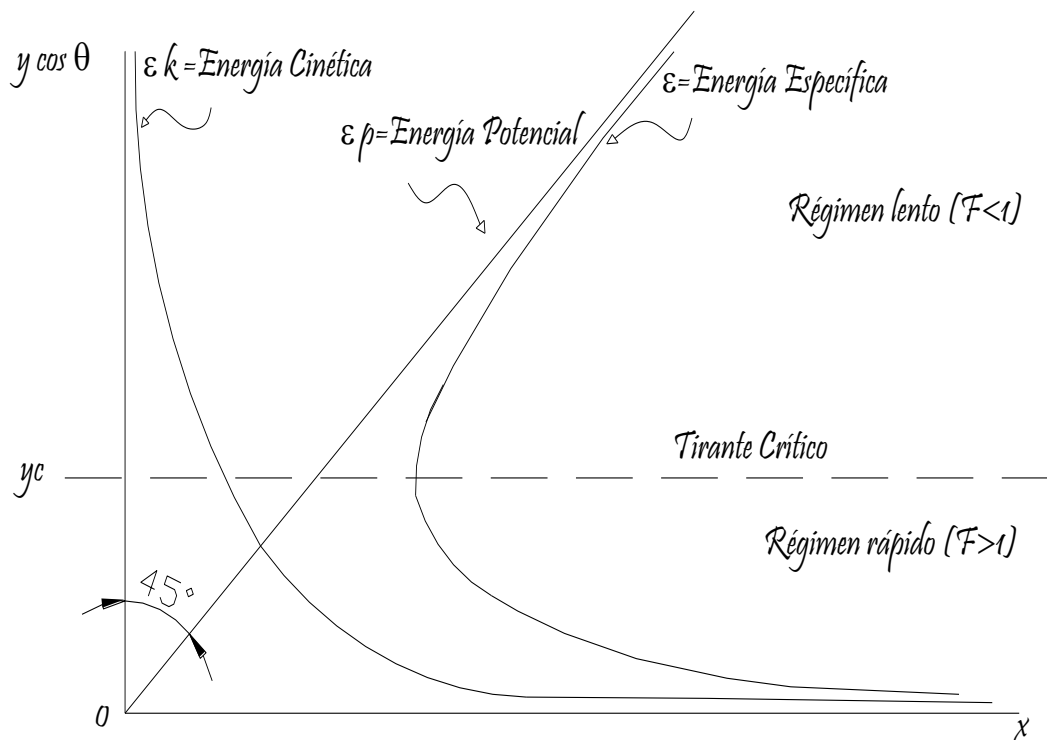


Ilustración 4.1 Gráfica de energía contra carga de presión

Tirantes alternos: obtienen tres raíces reales, de las cuales dos son positivas y una negativa. Debido a que los tirantes negativos no tienen significado físico, este valor se descarta inmediatamente. El gasto Q_0 puede transportarse con dos tirantes diferentes y_1 y y_2 . Estos tirantes se denominan tirantes alternos.

Energía potencial:

$$\varepsilon_p = d \quad 4.1$$

Energía cinética:

$$\varepsilon_k = \frac{v^2}{2g} \quad 4.2$$

Energía específica:

$$\varepsilon = \varepsilon_k + \varepsilon_p \quad 4.3$$

Esto permite analizar fácilmente ampliaciones y estrechamientos con un solo diagrama. Así, en el diagrama (E, y) se deberá dibujar una curva $q = \text{cte}$ para cada ancho diferente que se desee estudiar.

4.2 Metodología de programación

4.3 Diagramas de flujo

Capítulo 5 Módulo de salto hidráulico

5.1 Conceptos básicos

Salto hidráulico: Es un fenómeno local que consiste en un cambio en la forma de escurrimiento, y en la energía, pues el tirante cambia bruscamente de un menor (régimen supercrítico), a un mayor (régimen subcrítico), provocando una gran pérdida de energía. Esto sucede debido a que antes del salto hidráulico, predomina la energía cinética, parte del cual se trasforma en energía potencial que es la que predomina después del salto.

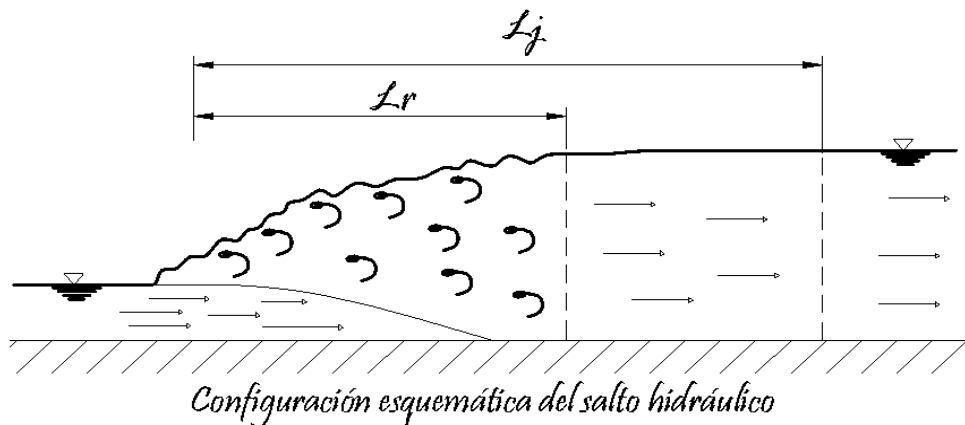


Ilustración 5.1 Esquema de la longitud desarrollada del salto hidráulico

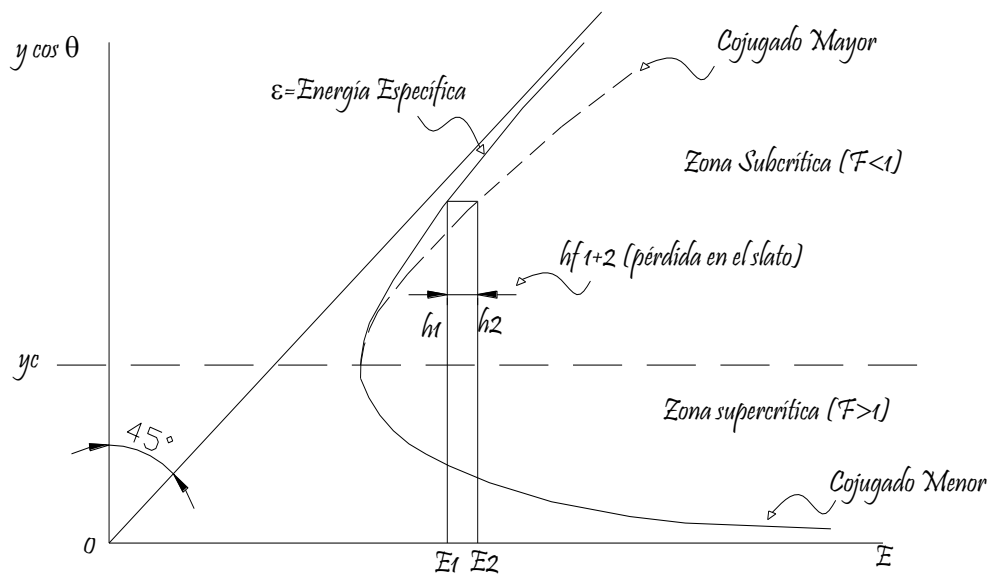


Ilustración 5.2 Gráfica de energía contra carga de presión en salto hidráulico

Tirantes Conjugados:

Salto hidráulico: Siempre que en un canal se presenta un cambio de régimen rápido ($F > 1$), a régimen lento ($F < 1$)

$$A_1 Z_1 + \frac{Q^2}{g A_1} = A_2 Z_2 + \frac{Q^2}{g A_2} \quad 5.1$$

Donde Z es el centro de gravedad de la figura, y es igual a $Z = K' * y$ donde k' es función de la geometría.

La ecuación anterior se puede escribir también:

$$k'_2 A_2 y_2 - k'_1 A_1 y_1 - \frac{Q^2}{g} \left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2} \right) = 0$$

Multiplicando la ecuación anterior por A_2 , se obtiene:

$$k'_2 A_2^2 y_2 - k'_1 A_1 A_2 y_1 - \frac{Q^2}{g} \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right) = 0$$

Al dividir entre $k'_2 A_1^2 y_1$, y al sustituir $F_1^2 = \frac{Q^2 T_1}{g A_1^3}$, queda:

$$\frac{A_2}{A_1} \left(\frac{A_2 y_2}{A_1 y_1} - \frac{k'_1}{k'_2} \right) - \frac{F_1^2}{k'_2 T_1 y_1} \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right) = 0 \quad 5.2$$

Tipos de salto hidráulico:

El salto hidráulico débil no requiere bloques o consideraciones especiales, y su longitud es relativamente corta.

El salto oscilante, se encuentra comúnmente en presas de derivación y obras de descarga, son difíciles de manejar.

El salto estacionario, no presenta una dificultad particular.

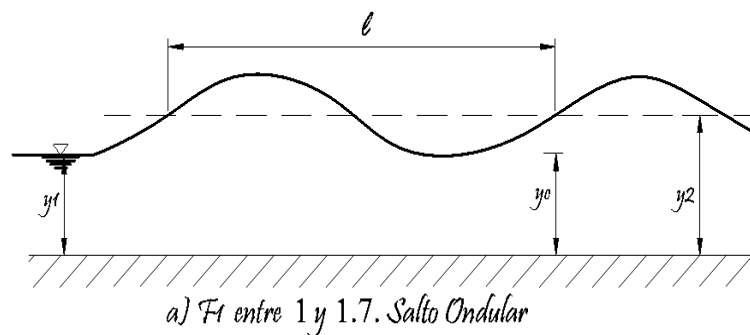


Ilustración 5.3 Tipo de salto: Ondular

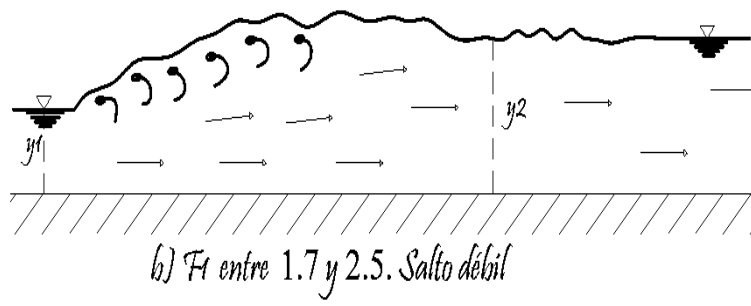


Ilustración 5.4 Tipo de salto: Débil

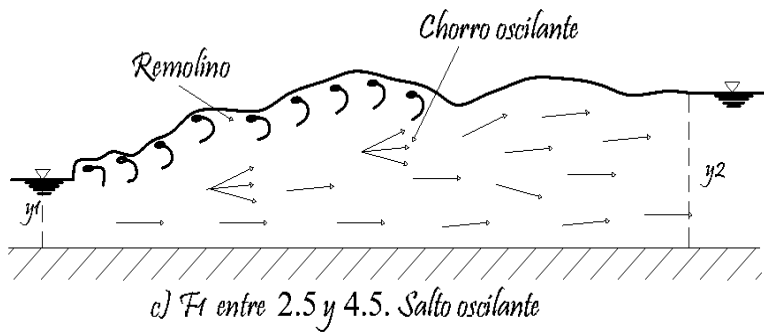


Ilustración 5.5 Tipo de salto: Oscilante

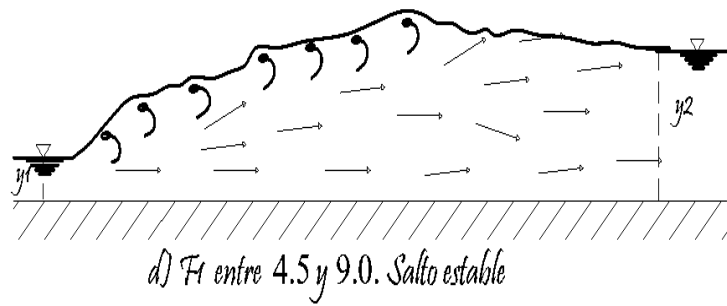


Ilustración 5.6 Tipo de salto: Estable

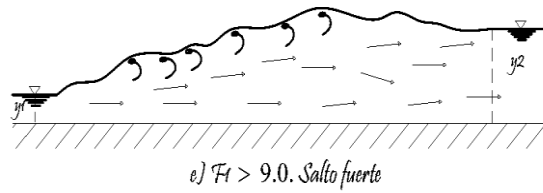


Ilustración 5.7 Tipo de salto: Fuerte

Calculo del salto hidráulico para cada sección, conociendo el tirante y_1 , teniendo en cuenta que este tirante puede ser el subcrítico o el supercrítico.

Rectangular:

$$k' = \frac{1}{2} \quad 5.3$$

$$y_2 = \frac{y_1}{2} * ((1 + 8 * F_1^2)^{0.5} - 1) \quad 5.4$$

Trapecial:

$$k' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{b y}{A} \quad 5.5$$

$$FM_1 = \frac{Q}{g^{0.5} * k * y^{\frac{5}{2}}}$$

$$t_1 = \frac{b}{k * y}$$

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^4 + \left(\frac{5}{2}t_1 + 1\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}t_1^2 + \frac{5}{2}t_1 + 1\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}t_1^2 + t_1 - \frac{3FM_1^2}{t_1+1}\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right) - 3FM_1^2 = 0 \quad 5.6$$

Circular:

$$m = \frac{A}{D^2} \quad 5.7$$

$$k' = 1 - \frac{1}{2} * \frac{D}{y} + \frac{2}{3m} \left(1 - \frac{y}{D}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{y}{D}\right)^{0.5} \quad 5.8$$

Parabólica:

$$k' = \frac{2}{5} \quad 5.9$$

Herradura:

$$m = \frac{A}{D^2} \quad 5.10$$

En el caso de esta sección se tienen 3 zonas: la primera para $y \leq P_o$, donde $P_o = 0.0886D$; la segunda para el rango $P_o < y \leq 0.5D$; y la tercera para $y > 0.5D$.

- Zona 1:

$$k' = 1 - \frac{D}{y} + \frac{2 \left(1 - \frac{y}{2D}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{y}{2D}\right)^{0.5}}{\frac{3}{4m}} \quad 5.11$$

- Zona 2:

$$k' = \frac{1}{m \frac{y}{D}} \left(\frac{0.9366240398y}{D} - 0.5 \left(\frac{y}{D} \right)^2 - 0.9107993196 \right. \\ \left. + \frac{1}{3 \left(2.25 + \left(\frac{y}{D} \right)^2 - \frac{y}{D} \right) \left(0.75 + \frac{y}{D} - \left(\frac{y}{D} \right)^2 \right)^{0.5}} \right. \\ \left. + \left(0.5 - \frac{y}{D} \right) \operatorname{asin} \left(0.5 - \frac{y}{D} \right) \right) \quad 5.12$$

- Zona 3:

$$k' = \frac{1}{m \frac{y}{D}} \left(\frac{1}{4 \left(\frac{y}{D} - 0.5 \right) \operatorname{acos} \left(1 - \frac{2y}{D} \right)} + \left(\frac{y}{D} - 0.5 \right)^2 \left(\frac{y}{D} - \left(\frac{y}{D} \right)^2 \right)^{0.5} + \frac{2}{3} \left(\frac{y}{D} - \left(\frac{y}{D} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}} \right. \\ \left. - 0.00611445 + 0.043924958 \left(\frac{y}{D} \right) \right) \quad 5.13$$

5.2 Metodología de programación

5.3 Diagramas de flujo

Capítulo 6 Módulo de flujo gradualmente variado

6.1 Conceptos básicos

Flujo gradualmente variado: Un flujo variado puede ocurrir en cualquier canal, ya sea prismático o no, pero tenderá a un flujo uniforme, cuando sean tramos prismáticos, y gasto constante.

Ecuación dinámica

El flujo gradualmente variado, considera pequeños cambios de tirante en el sentido del movimiento, comparados con las distancias en las que se producen.

La ecuación diferencial de la energía:

$$\frac{dz}{dx} + \frac{d}{dx} \left(y \cos \theta + \alpha \frac{v^2}{2g} \right) + \frac{dh_f}{dx} = 0 \quad 6.1$$

Si:

$$E = y \cos \theta + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad 6.2$$

$$\frac{dz}{dx} = -S_0 \quad 6.3$$

$$S_0 = \sin \theta \quad 6.4$$

$$\frac{dh_f}{dx} = S_f \quad 6.5$$

$$\frac{dE}{dx} = (1 - F^2) \cos \theta \frac{dy}{dx} \quad 6.6$$

Por lo tanto:

$$-S_0 + (1 - F^2) \cos \theta \frac{dy}{dx} + S_f = 0 \quad 6.7$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F^2 \cos \theta} \quad 6.8$$

Consideraciones:

- Fondo plano, pendiente uniforme, líneas de corriente prácticamente paralelas.
- En una sección la distribución de la velocidad es fija.
- La fricción es la pérdida de energía más importante.
- No se considera el arrastre de aire al interior del flujo.

Características y clasificación de los perfiles de flujo

En cualquier condición de flujo de un canal, el perfil que adopta la superficie libre del agua se conoce como perfil de flujo o perfil hidráulico. La ecuación diferencial tiene solución

implícita ya que S_f y F^2 son funciones de y . Para resolver este problema es necesario tomar en cuenta los signos del numerador y denominador, con el fin de conocer el decremento o incremento de y en la dirección del flujo.

- Pendiente subcrítica $yn > yc$, perfil M
- Pendiente crítica $yn = yc$, perfil C
- Pendiente supercrítica $yn < yc$, perfil S
- Pendiente horizontal $yn = \infty$, perfil H
- Pendiente negativa $yn = no\ existe$, perfil A

$$S_f = \left(v \frac{n}{R^{2/3}} \right)^2$$

6.9

No importando la pendiente, la sección o el gasto, las líneas que delimitan la altura de los tirantes normal y crítico respecto a la plantilla, dividen el espacio en el que se puede desarrollar el perfil en tres zonas llamadas:

- Zona 1. El espacio arriba de la línea superior
- Zona 2. El espacio entre las 2 líneas
- Zona 3. El espacio debajo de la línea inferior

En algunos casos, ciertas zonas pueden desaparecer, por ejemplo, cuando la pendiente $yn = yc$, la zona 2 desaparece.

- El perfil de la superficie se aleja de la plantilla $\frac{dy}{dx} > 0$
- El perfil de la superficie es paralelo a la plantilla $\frac{dy}{dx} = 0$
- El perfil de la superficie se acerca de la plantilla $\frac{dy}{dx} < 0$

Por lo que significa que existen 12 formas diferentes para calcular el perfil de flujo.

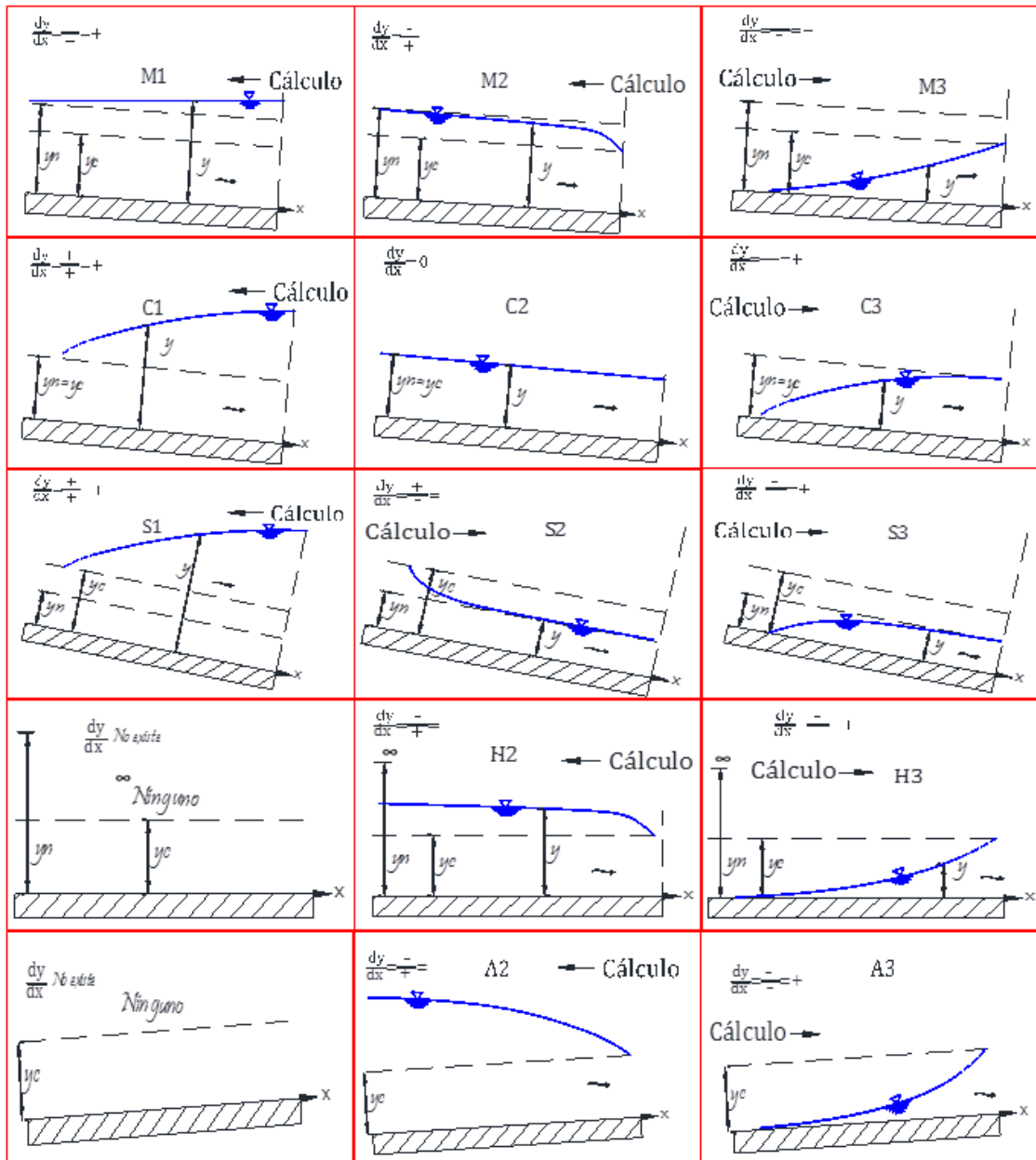


Ilustración 6.1 Perfiles de flujo

6.2 Metodología de programación

6.3 Diagramas de flujo

Capítulo 7 Módulo de flujo espacialmente variado

7.1 Conceptos básicos

En el flujo espacialmente variado el caudal no es uniforme, debido a la extracción o aportación de agua al canal. Cuando se extrae o se agrega caudal, se provocan perturbaciones de momentum y de cantidad de energía. El comportamiento hidráulico es diferente con gasto creciente o decreciente por lo que se analiza de forma independiente.

Flujo con gasto creciente

En este caso el caudal se agrega al flujo que ya existe en el canal, el cual produce un gran pérdida de energía por las fuertes corrientes transversales haciendo una mezcla turbulenta.

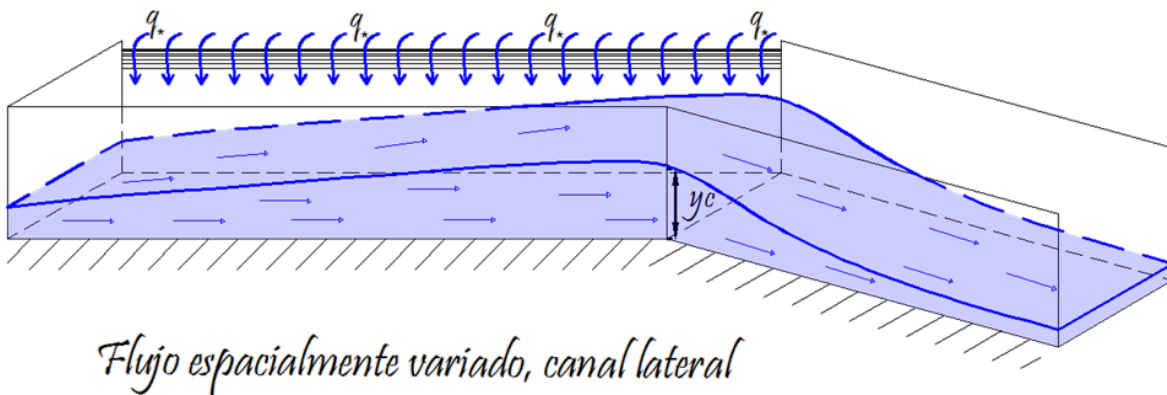


Ilustración 7.1 Esquema flujo a gasto creciente

Algunos ejemplos de estos canales son, canal lateral, en carreteras cunetas y bordillos, y canales en tierras agrícolas.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f - 2\alpha Q \frac{q_*}{gA^2}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{gA^2} \frac{A}{T}} \quad 7.1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f - 2\alpha Q \frac{q_*}{gA^2}}{1 - F^2} \quad 7.2$$

Consideraciones de la ecuación:

- Flujo unidireccional
- Distribución de velocidades es constante a través de la sección de un canal
- Presión hidrostática
- La pendiente es relativamente pequeña
- Se utiliza la ecuación de Manning para evaluar las pérdidas por fricción

Puesto que la ecuación dinámica del flujo espacialmente variado no tiene solución analítica conocida, es necesario integrarla numéricamente, en este caso se resolverá por diferencias finitas.

$$\Delta y + \frac{v_1 + v_2}{2g} \left[(v_2 - v_1) + \frac{(v_1 + v_2)(Q_2 - Q_1)}{Q_1 + Q_2} \right] + \left(\frac{Sf_1 + Sf_2}{2} - S_o \right) \Delta x = 0 \quad 7.3$$

Es importante recalcar que para iniciar el cálculo se necesita conocer el tirante en una sección de control y la dirección del cálculo, con las mismas reglas que el flujo gradualmente variado.

7.2 Metodología de programación

7.3 Diagramas de flujo

Capítulo 8 Módulo de estructuras de control

8.1 Conceptos básicos

Una estructura de control sirve para controlar los niveles (compuertas) o como un dispositivo de aforo (orificios o vertedores).

8.1.1 Vertedores

Un vertedor es una estructura hidráulica, en la que la descarga de un líquido a superficie libre se realiza por la parte superior del mismo. Existen 2 tipos de vertedores de pared delgada (placa), con una arista aguda, o de pared gruesa (muro), cuando la lámina vertiente es más bien toda una superficie.

Vertedores de pared delegada

Rectangular

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu b h^{\frac{3}{2}}$$

Corrección por inclinación con respecto a la horizontal

$$\mu = \mu C_o$$

$$C_o = 1.1951 - 0.3902 \frac{\theta^\circ}{180^\circ}$$

Triangular

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan \frac{\theta}{2} \mu h^{\frac{5}{2}} = C h^{\frac{5}{2}}$$

Trapezoidal

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan \frac{\theta}{2} \mu h^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu b h^{\frac{3}{2}}$$

Circular

$$Q = \phi \mu D^{\frac{5}{2}}$$

$$\mu = 0.555 + \frac{D}{110h} + \frac{0.041h}{D}$$

$$\phi = 10.12 \left(\frac{h}{D} \right)^{1.975} - 2.66 \left(\frac{h}{D} \right)^{3.78}$$

Proporcional

$$Q = \pi \sqrt{2g\mu} a^{1/2} h$$

$$a = yx^2$$

8.1.2 Orificios

Si se considera un recipiente, cuya pared lateral tenga un orificio relativamente pequeño en comparación la profundidad, ya que el nivel del recipiente se supone que debe mantenerse constante para el cálculo del gasto que descarga.

$$v = C_v \sqrt{2gH}$$

$$A = C_c A$$

$$Q = C_v C_c A \sqrt{2gH} = C_d A \sqrt{2gH}$$

8.1.3 Compuertas

La compuerta es una placa móvil, que permite graduar el caudal al levantarla, esta puede ser plana o curva.

A descarga libre

$$Q = C_d b a \sqrt{2gy^1}$$

8.2 Metodología de programación

8.3 Diagramas de flujo

Capítulo 9 Manual de usuario

9.1 Módulo de geometría

9.2 Módulo de flujo normal

9.3 Módulo de flujo crítico

9.4 Módulo de energía específica

9.5 Módulo de salto hidráulico

9.6 Módulo de flujo gradualmente variado

9.7 Módulo de flujo espacialmente variado

9.8 Módulo de estructuras de control

Conclusiones y recomendaciones

El objetivo del proyecto de Hidra-bas es el desarrollo del resto de los módulos que presenta la ventana principal, de los cuales 5 de 8, ya se encuentran listos; mismos que representan el conocimiento básico de la mayoría de los planes de estudios de hidráulica de canales.

Alguno de los puntos en el que se ha puesto especial interés en la programación de **Hidra-Bas**, fueron:

- El cálculo inverso de características geométricas de las principales secciones usadas en el diseño de canales.
- Análisis de la sección de herradura en los módulos.
- Las tres opciones diferentes para la elección de un coeficiente de rugosidad, y no solo la elección de este valor por comparación.
- El uso de todas las variables de la ecuación de flujo crítico (Pendiente, coeficiente de Coriolis) para que pueda mostrarse al estudiante el grado en el que estos datos afectan el cálculo.
- En Energía específica y salto hidráulico el fácil manejo de los resultados en tabla, donde se pueden observar varios escenarios a la vez.

Aun que se ha buscado que **Hidra-Bas** sea usado de forma intuitiva, es necesario que el usuario conozca los principios básicos de cada uno de los módulos, para poder utilizarlo adecuadamente. Si bien esta aplicación se ha pensado para fines didácticos; puede ser usada por profesionistas de la hidráulica. Se ha puesto cuidado en la precisión de los resultados que el programa arroja.

Bibliografía y fuentes consultadas

Hidráulica

- Arroyo, V. (1988). *Flujo gradualmente variado en canales*. Morelia: UMSNH. Tesis de licenciatura, México.
- Burden, R. L., Faires, J. D., & Mochon, S. (2011). *Análisis numérico*. Grupo Editorial Iberoamericana.
- Chaudhry, M. H. (2007). *Open-channel flow*. Springer.
- Chow, V. T. (2004). *Hidráulica de canales abiertos*. McGraw Hill.
- García V, N. H., & Ojeda Torres, F. (1986). *Solución numérica de la ecuación de diferencias finitas del flujo espacialmente variado mediante el método de la secante*. (pág. 11). Morelia: Asociación Mexicana de hidráulica.
- García V, N. H (). *Solución numérica de la ecuación de dinámica del flujo gradualmente variado mediante el método de Runge Kutta de cuarto orden*. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
- García V, N. H (). *Programa numérico de hidráulica básica en canales*. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Gardea Villegas, H. (1997). *Hidráulica de Canales*. Apuntes de la Facultad de Ingeniería TODOS.
- International Standards Organization (ISO) (2002), International Standard *ISO 13555 Hydrometric determinations — Flow measurements in open channels using structures — Use of vertical underflow gates*, Suiza
- Maza, A. J. A. (1984). *Hidrodinámica bases para hidráulica fluvial*. Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Sotelo, A. G. (2013). *Hidráulica general*. Ed. Limusa, México.
- Sotelo, A. G. (2009). *Hidráulica de canales*. Facultad de Ingeniería, UNAM. (García Villanueva & Ojeda Torres, 1986)
- Sotelo A, G., & Rodríguez A, E. (1970). *Salto hidráulico en canales de sección geométrica sencilla*. México DF: Universidad Autónoma de México
- Trueba, C. S. (1971). *Hidráulica*. C.E.C.S.A., México.

Programación

- Francisco Charte Ojeda (2013). Visual Basic 2012. Ediciones GRUPO ANAYA, S.A.
- J. Mauricio Flores (2013). Macros Arranca con todo el poder Excel 2013. Alfaomega.
- microsoft. (2014). MSDN Library. 2014, de microsoft Sitio web: <http://msdn.microsoft.com/library/>
- Petroutsos, E. (2010). *Mastering Microsoft Visual Basic 2010*. John Wiley & Sons.

- Sierra, F. J. C. (1996). Enciclopedia de Microsoft Visual Basic.