

DIRECTORIO DE PROFESORES DEL CURSO HIDROLOGIA APLICADA  
A LA INGENIERIA DEL 5 AL 9 DE NOVIEMBRE DE 1984 EN VERACRUZ  
-----  
VERACRUZ

DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO  
JEFE DE DIVISION DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERIA  
DE LA UNAM.  
TEL. 5-48-09-50

DR. JOSE A. REYNAL VILLASEÑOR  
PROFESOR E INVESTIGADOR DE LA  
SECCION DE INGENIERIA DE LOS RECURSOS  
DEL AGUA Y SUELO DE LA DIVISION DE ESTUDIOS  
DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERIA  
DE LA U.N.A.M.  
TEL. 5-50-52-15

M. EN I. RAMON DOMINGUEZ MORA  
PROFESOR E INVESTIGADOR DE LA  
SECCION DE INGENIERIA DE LOS RECURSOS  
DEL AGUA Y SUELO DE LA DIVISION DE ESTUDIOS  
DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERIA  
DE LA U.N.A.M.  
TEL. 5-50-52-15



DIVISION DE EDUCACION CONTINUA

CURSO: HIDROLOGIA APLICADA A LA INGENIERIA  
 LUGAR: VERACRUZ, VER.  
 FECHA: DEL 5 AL 9 DE NOVIEMBRE DE 1984.

FECHA	HORARIO	TEMA	PROFESOR
Lunes 5	10.00 a 13.00 hrs.	INTRODUCCION	Dr. José A. Raynal Villaseñor
	15.00 a 16.00 hrs.	INTRODUCCION	Dr. José A. Raynal Villaseñor
	16.00 a 18.00 hrs.	TECNICAS ESTADISTICAS	" " " "
Martes 6	10.00 a 13.00 hrs.	" "	" " " "
	15.00 a 18.00 hrs.	" "	" " " "
Miércoles 7	10.00 a 13.00 hrs.	ANALISIS DE LLUVIAS	M. en I. Ramón Domínguez Mora
	15.00 a 18.00 hrs.	" "	" " " "
	18.00 a 19.00 hrs.	RELACION LLUVIA ESCURRIMIENTO	" " " "
Jueves 8	10.00 a 13.00 hrs.	" "	" " " "
	15.00 a 19.00 hrs.	" "	" " " "
Viernes 9	10.00 a 13.00 hrs.	TRANSITO DE AVENIDAS	Dr. Rolando Springall Galindo
	15.00 a 18.00 hrs.	DIMENSIONAMIENTO DE EMBALSES	" " " "



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA  
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO: HIDROLOGIA APLICADA A LA INGENIERIA, EN COLABORACION  
CON LA UNIVERSIDAD VERACRUZANA, DEL 5 AL 9 DE NOVIEM  
BRE DE 1984.

## INTRODUCCION

### CAPITULO I

DR. JOSE A. RAYNAL VILLASEÑOR

NOVIEMBRE, 1984

## 1. INTRODUCCION

### 1.1 Definición de Hidrología

"La Hidrología es la ciencia que trata de las aguas de la Tierra, su ocurrencia, circulación y distribución, sus propiedades físicas y químicas y su reacción con su medio ambiente, incluyendo su relación con las cosas vivientes. El dominio de la Hidrología abarca toda la historia de la existencia del agua sobre la Tierra", FCST (1962).

La anterior definición constituye la unificación acerca del significado de Hidrología. Parte de ella, involucra a la Ingeniería Hidrológica que trata con los aspectos de planificación, diseño y operación de proyectos de Ingeniería para el control y uso del agua. Esta parte será la tratada en las notas que a continuación se presentan.

La Hidrología posee una relación muy cercana con otras ciencias de la Tierra, como lo son Geología, Meteorología, Oceanografía y Climatología y en varias ocasiones las investigaciones realizadas en estas ciencias, han contribuido en forma importante al avance de la Hidrología.

## 1.2 Antecedentes Históricos

Puede afirmarse que la Hidrología se ha encontrado profundamente ligada al Hombre desde su primer día de existencia, ya que, al depender de ella para sobrevivir y al estar sometido a los dos extremos, inundaciones y sequías, que condicionan el suministro natural del recurso hidráulico, el Hombre tuvo que desarrollar, aunque muy lentamente, su conocimiento acerca de los fenómenos hidrológicos. Como resultado de ésta total dependencia del agua para la sobrevivencia, el Hombre asentó, hasta hace pocos años, sus principales civilizaciones en las márgenes de los ríos; ejemplos clásicos son la Egipticia a la orilla del río Nilo, la China en las riberas del Huang Ho (río Amarillo) y la Azteca en el sistema lacustre del Valle de México, Biswas (1970).

La primera evidencia hidrológica que existe la constituye una pieza de cerámica en la cual se muestra al "Rey Escorpión", llamado así por el arácnido que aparece junto a él, cortando la primera acequia para inundar las tierras que serían cultivadas. La pieza tiene una antigüedad de más de 5000 años. Otra evidencia importante la constituyen las ruinas de la presa Saad el-Kafara que datan del año 2850 A.C., en las cuales se ha encontrado que falló debido a la falta de un vertedor de demasías y a que la mampostería no fue ligada con ningún cementante. Se conoce que la presa falló en la primera

época de lluvias a la que estuvo expuesta, Biswas (1970).

A partir de esos remotos vestigios del interés que el - hombre ha tenido respecto de los fenómenos hidrológicos, numerosas contribuciones al avance de la Hidrología se han producido debidas a varias culturas, como lo son la Babilonia, Persa, Griega, Romana, China, Coreana y muchas otras más, Biswas (1970).

En las dos últimas décadas, gracias al advenimiento de sistemas de cómputo más expeditos, la Hidrología ha recibido un impulso sumamente importante que permite hacer cada vez análisis más racionales para el control y uso de los recursos hidráulicos.

### 1.3 El Ciclo Hidrológico

El ciclo hidrológico es un concepto muy útil, aunque - académico, para entender el proceso continuo a través del cual el agua es transportada desde los océanos hacia la atmósfera y de ahí a los continentes y después otra vez a los océanos. Ver figura 1.1

El ciclo hidrológico es cerrado, esto es no existe pérdida ni ganancia sólo transferencias espaciales y de estado, las cuales constituyen las fases del ciclo.

El ciclo hidrológico puede ser descrito como la evaporación inicial del agua de los océanos hacia la atmósfera El vapor de agua es entonces transportado por masas de

aire en movimiento y bajo condiciones apropiadas se --  
condensa para formar nubes. Si las condiciones son fa-  
vorables, las nubes producirán precipitación observable  
al nivel del terreno que puede distribuirse, en la mayor  
parte, como agua retenida en la parte no profunda del -  
suelo que puede regresar a la atmósfera a través de eva  
poración y transpiración de las plantas. Otra parte -  
del agua llega a través de su circulación sobre el te-  
rreno a los cauces de los ríos y arroyos y otra más -  
penetra profundamente en el suelo y se convierte en par  
te del agua subterránea. A través de la fuerza de gra  
vedad, estas dos partes del agua regresan finalmente a  
los océanos otra vez.

Debe comprenderse que el ciclo hidrológico es una sim-  
plificación con fines didácticos de un proceso que es  
extremadamente complejo y del cual, aún hoy en día, se  
desconoce como representarlo adecuadamente en su mayor  
parte.

#### 1.4 Fuentes de Datos Hidrológicos

En nuestro país existen numerosas agencias gubernamen-  
tales federales, estatales y descentralizadas que siste-  
máticamente realizan procesos de captura de datos hidro-  
meteorológicos. Una lista parcial de ellas que contie-  
ne a las principales colectoras de datos se muestra a  
continuación:



- a.-) Dirección General del Servicio Meteorológico Nacional. Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH).
- b.-) Subdirección de Hidrología de la Dirección General de Estudios. (SARH).
- c.-) Comisión Federal de Electricidad
- d.-) Comisión de Estudios del Río Papaloapan. (SARH)
- e.-) Comisión de Aguas del Valle de México. (SARH)
- f.-) Comisión de Estudios del Río Pánuco. (SARH)
- g.-) Comisión Internacional de Límites y Aguas entre México y los Estados Unidos. Secretaría de Relaciones Exteriores.
- h.-) Compañía de Luz y Fuerza del Centro.
- i.-) Gobiernos de los Estados y Municipios.
- j.-) Particulares.

### 1.5 La Hidrología en Ingeniería

La Hidrología encuentra su aplicación en Ingeniería - principalmente a través del diseño y operación de estructuras hidráulicas y de la implementación de medidas no estructurales para minimizar los impactos de - ciertos fenómenos hidrológicos.

Aspectos que frecuentemente se encuentran son los dimensionamientos hidrológicos de vertedores de demasías de presas de almacenamiento, determinación de gastos de diseño de alcantarillas de carreteras y ferrocarriles y de sistemas de drenaje urbano. Otro campo de aplicación lo constituyen el dimensionamiento hidrológico de la capacidad de almacenamiento de una presa que pueda asegurar el suministro adecuado de agua para diversos usos: irrigación, agua potable, generación de energía eléctrica, navegación, estabilidad de niveles de contaminación, subsistencia de vida acuática, etc.

En la fase de operación de obras hidráulicas, pueden citarse los siguientes fines: Control de Avenidas y de sequías y los citados en el punto anterior.

Como medidas no estructurales pueden citarse la determinación de llanuras de inundación de los cauces para la minimización de las pérdidas materiales y de vidas humanas.

Es común que las organizaciones gubernamentales federales y las grandes compañías privadas puedan mantener hidrólogos dentro de sus cuadros de personal técnico, pero en agencias estatales o municipales o en pequeñas compañías del sector privado, este no es el caso y frecuentemente son los ingenieros civiles los encargados de realizar los estudios hidrológicos que se requieren.

En virtud de esto, es necesario el conocimiento de los fundamentos de la Hidrología como parte de la formación esencial del ingeniero civil.

### Referencias

Biswas, A.K., "History of Hydrology", North Holland Pub. Co. 1972

Federal Council for Science and Technology, "Scientific Hydrology". 1962

Lisley, R. K, Kohler, M. A. and Paulhus, J. L. H., "Hydrology for Engineers", 3rd. ed., McGraw-Hill Book Co. 1982

Viessman, W., Knapp, J. W., Lewis, G. L. and Harbaugh, T. E., "Introduction to Hydrology", Harper & Row Publishers. 1977

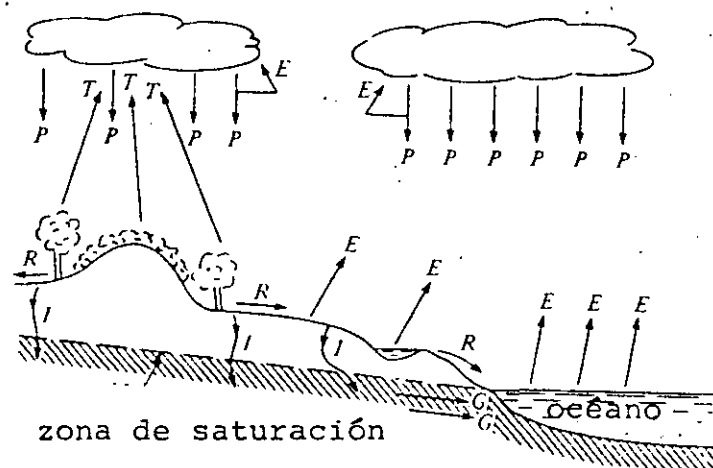


Figura 1.1 El ciclo hidrológico. Simbología: T, transpiración; E, evaporación; P, precipitación; R, escurrimiento superficial; G, gasto base; I, infiltración.



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA  
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO: HIDROLOGIA APLICADA A LA INGENIERIA, EN COLABORACION  
CON LA UNIVERSIDAD VERACRUZANA, DEL 5 AL 9 DE NOVIEM  
BRE DE 1984.

TECNICAS ESTADISTICAS

CAPITULO 2

DR. JOSE A. RAYNAL VILLASEÑOR

NOVIEMBRE, 1984

## 2. TECNICAS ESTADISTICAS

### 2.1 Introducción

Las técnicas estadísticas aplicadas a la solución de diversos problemas en Hidrología, han cobrado un auge tal que ya se habla de dos ramas de la citada ciencia: la Determinista y la Estocástica.

Como es de esperarse, sería totalmente imposible incluir a todas esas técnicas dentro del contexto de estas notas, por lo que se ha decidido incluir solamente los aspectos relativos a cuatro tópicos que han sido seleccionados: Distribuciones de Probabilidad, Procesos de Transferencia de Información, Detección de Cambios en la Información y Análisis de Gastos y Lluvias Máximos.

Adicionalmente, dentro de los cuatro tópicos seleccionados sólo se incluyen aspectos de naturaleza ingenieril, lo cual hace que estas notas carezcan del carácter exhaustivo y esto constituye una advertencia a los lectores potenciales de ellas.

## 2.2 Distribuciones de Probabilidad

Dentro de la extensa variedad de distribuciones de probabilidad disponibles para la modelación de muestras de datos en Hidrología, se han seleccionado las siguientes, dado que ellas son las de uso más común en la ciencia citada previamente:

- 1.- Distribución Log-Normal de 2 y 3 parámetros.
- 2.- Distribución Gamma de 2 y 3 parámetros.
- 3.- Distribución de Log-Pearson Tipo III.
- 4.- Distribución de Valores Extremos Tipo I (Gumbel).
- 5.- Distribución General de Valores Extremos.

Los métodos de estimación de parámetros de esas distribuciones, han sido restringidos a los de Momentos y Máxima Verosimilitud. Es conveniente aclarar que estos no son los únicos métodos existentes pero sí son los de aplicación más generalizada.

### 2.2.1 Distribuciones de Probabilidad en General

En Hidrología uno de los problemas que se tiene más frecuentemente es la estimación de gastos o lluvias de diseño a partir de muestras pequeñas de gastos o lluvias máximos.

Es obvio decir que si se tuviera una muestra de datos lo suficientemente grande que cubriera el periodo de retorno del gasto o de la lluvia de diseño buscado, dicho evento y sus límites de confianza podrían ser derivados directamente de la muestra. Pero como este no es el caso, la muestra de datos es usada para el ajuste de una distribución de probabilidad y ésta a su vez proporciona los

gastos o lluvias de diseño con periodo de retorno más allá del más grande registrado.

Como fue mostrado en el punto anterior, existen diversas funciones de probabilidad que están al alcance de los ingenieros. Ahora bien, existen dos fuentes de error al usar distribuciones de probabilidad teóricas para estimar la magnitud de los gastos o lluvias de diseño: 1-) Se desconoce la verdadera función de distribución que siguen los datos de la muestra de que se dispone. 2-) Los parámetros estadísticos de la función de distribución deben ser estimados a partir de la muestra y hay que tener presente que estos datos están sujetos a errores, y, por lo tanto, el método de estimación de parámetros debe minimizar esos errores y ser tan eficiente como sea posible.

El método de momentos consiste en igualar los momentos de la función de distribución de la población con los de la muestra, así el  $i$ -ésimo momento poblacional con respecto al origen de una distribución es:

$$\mu_i' = \int_{-\infty}^{\infty} x^i p(x) dx \quad (2.1)$$

y el momento central correspondiente es:

$$\mu_i = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_1')^i p(x) dx \quad (2.2)$$

donde  $x$  es el valor de la variable aleatoria  $X$ ,  $p(x)$  es la función de densidad de probabilidad de  $x$ ,  $\mu_i'$  es el  $i$ -ésimo momento con respecto al origen,  $\mu_i$  es el  $i$ -ésimo momento central y  $\mu_1'$  es el primer momento con respecto al origen.

En el caso del método del máxima verosimilitud, el principio de máxima verosimilitud establece que para una función de densidad de probabilidad  $p(x; \alpha, \beta, \dots)$  donde

$\alpha, \beta, \dots$  son los parámetros de la distribución que la describen y que deben ser estimados, la probabilidad de obtener un valor dado de  $x, x_i$ , es proporcional a  $p(x_i; \alpha, \beta, \dots)$  y a la probabilidad conjunta,  $L$ , de obtener una muestra de  $n$  valores de  $x_1, x_2, \dots, x_n$  es proporcional al producto:

$$L = \prod_{i=1}^n p(x_i; \alpha, \beta, \dots) \quad (2.3)$$

La ecuación (2.3) es llamada función de verosimilitud.

Entonces, el método de máxima verosimilitud consiste en estimar  $\alpha, \beta, \dots$ , de tal forma que  $L$  sea maximizada. La forma tradicional de hacer lo anterior es derivar parcialmente la ecuación (2.3) con respecto a cada uno de los parámetros e igualar a cero las ecuaciones resultantes y resolverlas simultáneamente. Puede demostrarse que el máximo de  $L$  ocurre en el mismo punto que el máximo de  $\ln(L)$ , que en lo sucesivo se designará como  $LL$ . Es muy frecuente que  $LL$  sea utilizada en lugar de  $L$ , dado que aquella es mucho más fácil de manejar que ésta.

### 2.2.3 Distribución Log-Normal de 2 y 3 parámetros

Considérese la transformación  $y = \ln x$ , puede demostrarse que si  $x$  está distribuida con distribución Log-Normal, entonces  $y$  está distribuida con distribución normal. Si los parámetros de  $y$  son la media  $\mu_y$  y la varianza  $\sigma_y^2$ , entonces la función de densidad de probabilidad de  $x$  es:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} x \sigma_y} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\ln(x) - \mu_y}{\sigma_y} \right]^2 \right\} \quad (2.4)$$

la cual es la distribución Log-Normal de 2 parámetros y  $\mu_y$  es el parámetro de ubicación (la media de  $y$ ) y  $\sigma_y$  es el parámetro de escala (la desviación estándar de  $y$ ) am-



bos en el dominio Log-Normal.

Si el valor  $x$  posee un límite inferior,  $x_0$ , diferente de cero y si el valor  $z = x - x_0$  sigue una distribución Log-Normal con dos parámetros, entonces el valor  $x$  está distribuido con distribución Log-Normal de 3 parámetros. La función de distribución de  $x$  es:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} (x-x_0)\sigma_y} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\ln(x-x_0) - \mu_y}{\sigma_y} \right]^2 \right\} \quad (2.5)$$

Los parámetros  $\mu_y$ ,  $\sigma_y$  y  $x_0$  son llamados los parámetros de escala (la media de  $\ln(x-x_0)$ ), de forma (desviación estándar de  $\ln(x-x_0)$ ) y de ubicación, respectivamente.

La distribución Log-Normal de dos parámetros sólo puede ser utilizada para eventos positivos.

A través del método de momentos, los estimadores de los parámetros de la distribución Log-Normal de 2 parámetros son:

$$\hat{\mu}_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(x_i) \quad (2.6)$$

$$\hat{\sigma}_y = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\ln(x_i) - \mu_y)^2 \right\}^{1/2} \quad (2.7)$$

Da la coincidencia que estos son los mismos para el método de máxima verosimilitud.

En el caso de la distribución de Log-Normal de 3 parámetros, el parámetro de ubicación puede estimarse, sólo cuando el coeficiente de asimetría de  $x$  es positivo, como:

$$\hat{x}_0 = \mu_x \left( 1 - \frac{n_x}{n_z} \right) \quad (2.8)$$

donde  $\mu_x$  es la media de  $x$ ,  $n_x$  y  $n_z$  son los coeficientes de variación de  $x$  y  $z$ , respectivamente.

$z = x - x_0$  y:

$$n_z = \frac{(1-w)^{2/3}}{w^{1/3}} \tag{2.9}$$

donde  $w$  es:

$$w = \frac{1}{2} [ -\hat{\gamma}_x + (\dots) ] \tag{2.10}$$

y  $\hat{\gamma}_x$  es el valor estimado del coeficiente de asimetría de  $x$ . Una vez obtenido el coeficiente de asimetría,  $\hat{\gamma}_x$ , la ubicación,  $x_0$ , los parámetros de escala y forma,  $\alpha$  y  $\beta$ , obtenidos de las ecuaciones (2.6) y (2.7) sustituyendo  $x$  por  $(x_i - x_0)$ .

Cuando el método de máxima verosimilitud es aplicado a la distribución Log-Gamma, los estimadores pueden ser obtenidos a través de la solución simultánea de las siguientes ecuaciones:

$$\hat{\mu}_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(x_i - x_0) \tag{2.11}$$

$$\hat{\sigma}_y = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [ \ln(x_i - x_0) - \hat{\mu}_y ]^2 \right\}^{1/2} \tag{2.12}$$

$$F(\hat{x}_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(x_i - \hat{x}_0)} - \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(x_i - \hat{x}_0) \right]^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \left( \frac{n(x_i - x_0)}{(x_i - \hat{x}_0)} \right) = 0 \tag{2.13}$$

#### 4. Distribución Gamma de $\alpha$ y $\beta$ parámetros

La distribución Gamma de  $\alpha$  y  $\beta$  parámetros tiene la función de densidad de probabilidad dada por:

$$p(x) = \frac{1}{\alpha^\beta \Gamma(\beta)} x^{\beta-1} e^{-x/\alpha} \tag{2.14}$$

$$0 \leq x < \infty$$

donde  $\alpha > 0$  es el parámetro de escala y  $\beta > 0$  es el de forma, respectivamente.  $\Gamma(\cdot)$  es la función gamma completa.

En el caso de tres parámetros, la ecuación (2.14) toma la siguiente forma:

$$p(x) = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta)} \left[ \frac{x-x_0}{\alpha} \right]^{\beta-1} \exp \left\{ - \frac{(x-x_0)}{\alpha} \right\}$$

$$x_0 \leq x < \infty \quad (2.15)$$

y aquí  $x_0$  es el parámetro de ubicación.

Cuando el método de Momentos es usado para estimar los parámetros de la distribución Gamma de 2 parámetros, lo que se obtiene es:

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\mu}} \quad (2.16)$$

$$\hat{\beta} = \left( \frac{\hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right)^2 \quad (2.17)$$

Por otra parte, cuando la alternativa a aplicar es el método de Máxima verosimilitud, para esta misma distribución, los estimadores se obtienen de la forma siguiente:

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\mu}}{\hat{\beta}} \quad (2.18)$$

$$F(\hat{\beta}) = \sum_{i=1}^N \ln x_i - N \ln(\hat{\mu}) + N \ln(\hat{\beta}) - \psi(\hat{\beta}) = 0 \quad (2.19)$$

donde  $\psi(\cdot)$  es la función digamma.

El método de momentos aplicado a la distribución Gamma de 3 parámetros, produce los siguientes estimadores:

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\hat{\beta}}} \quad (2.20)$$

$$\hat{\beta} = \left(\frac{2}{\hat{\gamma}}\right)^2 \quad - \quad 8 \quad (2.21)$$

$$\hat{x}_0 = \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\beta}} \quad (2.22)$$

Para esta distribución, los estimadores obtenidos por el método de Máxima verosimilitud resultan de la solución simultánea de las siguientes ecuaciones:

$$\hat{\beta} = \left\{ 1 - N^2 \left[ \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_0)}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{(x_i - \hat{x}_0)}} \right]^{-1} \right\}^{-1} \quad (2.23)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_0) - N \left[ \sum_{i=1}^N \frac{1}{(x_i - \hat{x}_0)} \right]^{-1} \quad (2.24)$$

$$F(\hat{x}_0) = -N \psi(\beta) + \sum_{i=1}^N \ln(x_i - \hat{x}_0) - N \ln(\hat{\alpha}) = 0 \quad (2.25)$$

### 2.2.5 Distribución Log-Pearson tipo III

La función de densidad de probabilidad de la distribución Log-Pearson tipo III es:

$$p(x) = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta) x} \left\{ \frac{\ln(x) - y_0}{\alpha} \right\}^{\beta-1} \exp \left\{ - \frac{(\ln(x) - y_0)}{\alpha} \right\}$$

$$0 < x < \infty \quad (2.26)$$

donde  $\alpha$  es el parámetro de escala,  $\beta$  es de forma y  $y_0$  el de ubicación. Considérese, en el método de Momentos, la estimación de una muestra transformada  $y = \ln(x)$ , con media  $\hat{\mu}_y$ , desviación estándar  $\hat{\sigma}_y$  y coeficiente de asimetría  $\hat{\gamma}_y$ , entonces los valores de los parámetros pueden obtenerse de la siguiente manera:

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\sigma}_y \hat{\gamma}_y}{2} \quad (2.27)$$

$$\hat{\beta} = \left(\frac{2}{\hat{\gamma}_y}\right)^2 \quad (2.28)$$

$$y_0 = \hat{\mu}_y - \frac{2\sigma_y}{\hat{\gamma}_y} \quad (2.29)$$

La estimación de los parámetros de esta distribución a través del método de Máxima Verosimilitud, requiere de la solución simultánea de las siguientes ecuaciones:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_0) - N \left[ \sum_{i=1}^N \frac{1}{(y_i - \hat{y}_0)} \right]^{-1} \quad (2.30)$$

$$\hat{\beta} = \left\{ 1 - N^2 \left[ \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_0) \cdot \sum_{i=1}^N \frac{1}{(y_i - \hat{y}_0)} \right]^{-1} \right\}^{-1} \quad (3.31)$$

$$F(\hat{y}_0) = -N\psi(\beta) + \sum_{i=1}^N \ln(y_i - \hat{y}_0) - N \ln(\hat{\alpha}) = 0 \quad (2.32)$$

donde  $y_i = \ln(x_i)$  y  $\psi(\cdot)$  es la función digamma.

#### 2.2.6 Distribución de Valores Extremos tipo I (Gumbel)

La distribución de Valores Extremos tipo I, más conocida como distribución Gumbel, tiene la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$p(x) = \exp \left\{ -\left(\frac{x-x_0}{\alpha}\right) - \exp \left[-\left(\frac{x-x_0}{\alpha}\right)\right] \right\} \quad (2.33)$$

$$-\infty < x < \infty$$

donde  $\alpha > 0$  es el parámetro de escala y  $x_0$  es el parámetro de ubicación.

La media, desviación estándar y coeficiente de asimetría de la distribución de Valores Extremos tipo I son:

$$\mu = x_0 + 0.5772 \alpha \quad (2.34)$$

$$\sigma = \frac{\pi \alpha}{\sqrt{6}} \quad (2.35)$$

$$\gamma = 1.14 \quad (2.36)$$

Los estimadores de los parámetros de esta distribución, obtenidos a través del método de Momentos, son:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \hat{\sigma} \quad (2.37)$$

$$\hat{x}_0 = \hat{\mu} - 0.4500 \hat{\sigma} \quad (2.38)$$

Cuando el método de Máxima Verosimilitud es usado para la estimación de los parámetros de la distribución de Valores Extremos tipo I, los estimadores deben ser obtenidos a través del siguiente esquema iterativo:

$$\delta x_{0j} = (1.11 P_i - 0.26 R_i) \frac{\alpha_j}{N} \quad (2.39)$$

$$\delta \alpha_j = (0.26 P_i - 0.61 R_i) \frac{\alpha_j}{N} \quad (2.40)$$

donde  $\delta x_{0j}$  y  $\delta \alpha_j$  son las diferencias entre los valores verdaderos de los estimadores obtenidos a través del método de Máxima Verosimilitud,  $\hat{x}_0$  y  $\hat{\alpha}$ , y los valores en la  $i$ -ésima iteración.  $P_i$  y  $R_i$  son calculados de la siguiente forma:

$$P_i = N - \sum_{i=1}^N e^{-y_i} \quad (2.41)$$

$$R_i = N - \sum_{i=1}^N y_i + \sum_{i=1}^N y_i e^{-y_i} \quad (2.42)$$

$$y_i = \left( \frac{x_i - x_0}{\alpha} \right) \quad (2.43)$$

y los nuevos valores de los estimadores son:

$$x_{0,i+1} = x_{0j} + \delta x_{0j} \quad (2.44)$$

$$\alpha_{i+1} = \alpha_j + \delta \alpha_j \quad (2.45)$$

El proceso iterativo se detiene cuando las derivadas parciales de primer orden siguientes son cercanas a cero:

$$\left(\frac{\partial LL}{\partial x_0}\right)_i = \frac{P_i}{\alpha} \quad - \quad 11 \quad (2.46)$$

$$\left(\frac{\partial LL}{\partial \alpha}\right)_i = \frac{-R_i}{\alpha} \quad (2.47)$$

### 2.2.7. Distribución General de Valores Extremos

Se ha llamado distribución General de Valores Extremos (GVE) a la solución general de la ecuación que deben satisfacer los extremos. Esta distribución engloba directamente a las distribuciones de Valores Extremos tipos II (Fréchet) y III (Weibull). La distribución de Valores Extremos tipo I (Gumbel), puede obtenerse como el límite de la distribución GVE cuando el parámetro de forma tiende a cero. Su función de densidad de probabilidad es:

$$p(x) = \frac{1}{\alpha} \left[ 1 - \frac{\beta}{\alpha} (x - x_0) \right]^{1/(\beta-1)} \exp \left\{ - \left[ 1 - \frac{\beta}{\alpha} (x - x_0) \right]^{1/\beta} \right\} \quad (2.48)$$

donde  $\alpha > 0$  es el parámetro de escala,  $\beta$  es el de la forma y  $x_0$  es el de ubicación. Ahora bien, cuando  $\beta < 0$  y  $\gamma > 1.14$ , se tiene la distribución de Valores Extremos tipo II. En el caso de  $\beta > 0$  y  $\gamma < 1.14$  se presenta la distribución de Valores Extremos tipo III.

Los estimadores de los parámetros de la distribución GVE, obtenidos a través del método de Momentos, son calculados de la siguiente manera:

$$\gamma = (-1)^j \frac{[\Gamma(1+3\beta) - 3\Gamma(1+2\beta) \Gamma(1+\beta) + 2\Gamma^3(1+\beta)]}{[\Gamma(1+2\beta) - \Gamma^2(1+\beta)]^{3/2}} \quad (2.49)$$

y  $j=2$  si  $\beta < 0$  y  $j = 1$  si  $\beta > 0$ .  $\Gamma(\cdot)$  es la función gamma completa.

Ahora bien, definiendo los valores reducidos para las distribuciones de Valores Extremos II y III como:

$$Z_2 = 1 - \beta \frac{(x - x_0)}{\alpha} \quad (2.50)$$

- 12

$$Z_3 = -(1 - \beta \frac{(x - x_0)}{\alpha})$$

y teniendo en mente las propiedades estadísticas de combinaciones lineales se tiene que:

$$\gamma_X = \gamma_{Z_2} \quad \text{o} \quad \gamma_X = \gamma_{Z_3} \quad (2.52)$$

esto es, que el coeficiente de asimetría del valor  $x$  es el mismo que el de su valor reducido correspondiente ( $z_2$  o  $z_3$ ).

Los valores de los demás parámetros pueden obtenerse así:

$$\hat{\alpha} = -\hat{B} \hat{\beta} \quad (2.53)$$

$$\hat{X}_0 = \hat{A} - \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \quad (2.54)$$

donde:

$$\hat{A} = \hat{\mu}_X - \hat{B} \mu_Z \quad (2.55)$$

$$\hat{B} = \left( \frac{\hat{\sigma}_X^2}{\hat{\sigma}_Z^2} \right)^{1/2} \quad (2.56)$$

$\hat{\mu}_X$  y  $\hat{\sigma}_X^2$  son la media y la varianza estimadas de  $x$ , respectivamente.  $\hat{\mu}_Z$  y  $\hat{\sigma}_Z^2$  lo son de  $z$  (sea  $z_2$  o  $z_3$ ).

Como en la distribución anterior, los estimadores de los parámetros de la distribución GVE, cuando el método de Máxima Verosimilitud es el que se emplea, tienen que obtenerse por medio del proceso iterativo siguiente:

$$\delta X_{0i} = \frac{\alpha_i}{N} \left[ -bQ_i - \frac{h}{\beta_i} (P_i + Q_i) - \frac{f}{\beta_i} \left( R_i - \frac{P_i + Q_i}{\beta_i} \right) \right] \quad (2.57)$$

$$\delta \alpha_i = \frac{\alpha_i}{N} \left[ -h Q_i - \frac{a}{\beta_i} (P_i + Q_i) - \frac{g}{\beta_i} \left( R_i - \frac{P_i + Q_i}{\beta_i} \right) \right] \quad (2.58)$$



$$\delta\beta_j = \frac{1}{N} [-fQ_i - g(P_i + Q_i) - \frac{c}{\beta_j} (R_i - \frac{P_i + Q_i}{\beta_j})] \quad (2.59)$$

donde  $\delta x_{0j}$ ,  $\delta\alpha_j$  y  $\delta\beta_j$  son las diferencias entre los valores verdaderos de los estimadores obtenidos por medio del método de Máxima Verosimilitud,  $\hat{x}_0$ ,  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$ , y los valores en  $i$ -ésima iteración.  $P_i$ ,  $Q_i$ , y  $R_i$  pueden calcularse así:

$$P_i = N - \sum_{i=1}^N \bar{e}^{y_i} \quad (2.60)$$

$$Q_i = \sum_{i=1}^N \bar{e}^{y_i + \beta y_i} - (1 - \beta) \sum_{i=1}^N e^{\beta y_i} \quad (2.61)$$

$$R_i = N - \sum_{i=1}^N y_i + \sum_{i=1}^N y_i \bar{e}^{y_i} \quad (2.62)$$

$$y_i = -\frac{1}{\beta} \ln \left( 1 - \left( \frac{x_i - x_0}{\alpha} \right) \beta \right) \quad (2.63)$$

a, b, c, f, g y h son los coeficientes de la matriz de varianza-covarianzas de los parámetros de la distribución GVE:

$$\begin{bmatrix} \text{Var}(x_0) & \text{Cov}(\alpha, x_0) & \text{Cov}(x_0, \beta) \\ \text{Cov}(\alpha, x_0) & \text{Var}(\alpha) & \text{Cov}(\alpha, \beta) \\ \text{Cov}(\beta, x_0) & \text{Cov}(\alpha, \beta) & \text{Var}(\beta) \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} \alpha^2 b & \alpha^2 h & \alpha f \\ \alpha^2 h & \alpha^2 a & \alpha g \\ \alpha f & \alpha g & c \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

los valores de estos coeficientes para diversos parámetros de forma aparecen en la tabla 1. Así los valores de la siguiente iteración pueden obtenerse de la siguiente forma:

$$x_{0j+1} = x_{0j} + \delta x_{0j} \quad (2.65)$$

$$\alpha_{j+1} = \alpha_j + \delta\alpha_j \quad (2.66)$$

$$\beta_{j+1} = \beta_j + \delta\beta_j \quad (2.67)$$

Como en la distribución anterior, el proceso iterativo termina cuando las siguientes derivadas parciales de primer

COEFICIENTES DE LA MATRIZ DE VARIANZA COVARIANZA DE LA DISTRIBUCION  
GENERAL DE VALORES EXTREMOS

$\beta$	a	b	c	f	g	h
-1.5	3.9120	1.2072	2.3476	-0.0755	-1.2995	1.9811
-1.4	3.3406	1.2172	2.1712	-0.0341	-1.1591	1.8747
-1.3	3.1916	1.2278	2.0047	0.0068	-1.0243	1.7686
-1.2	2.8647	1.2385	1.8458	0.0463	-0.8953	1.6624
-1.1	2.5600	1.2491	1.6948	0.0842	-0.7723	1.5561
-1.0	2.2773	1.2594	1.5515	0.1201	-0.6553	1.4496
-0.9	2.0169	1.2690	1.4153	0.1533	-0.5444	1.3428
-0.8	1.7784	1.2775	1.2862	0.1836	-0.4399	1.2355
-0.7	1.5618	1.2845	1.1637	0.2102	-0.3418	1.1276
-0.6	1.3672	1.2893	1.0477	0.2327	-0.2503	1.0189
-0.5	1.1943	1.2917	0.9379	0.2507	-0.1656	0.9091
-0.4	1.0432	1.2909	0.8340	0.2636	-0.0881	0.7981
-0.3	0.9136	1.2864	0.7358	0.2709	-0.0178	0.6855
-0.2	0.8055	1.2778	0.6424	0.2719	0.0447	0.5711
-0.1	0.7177	1.2612	0.5417	0.2602	0.0957	0.4528
0.0	0.6500	1.2500	0.4800	0.2600	0.1500	0.3400
0.1	0.6084	1.2274	0.4015	0.2424	0.1851	0.2157
0.2	0.5843	1.2030	0.3350	0.2226	0.2153	0.0926
0.3	0.5806	1.1757	0.2761	0.1989	0.2367	-0.0331
0.4	0.5984	1.1495	0.2347	0.1777	0.2526	-0.1591
0.5	0.6390	1.1279	0.2216	0.1654	0.2668	-0.2835
0.6	0.7058	1.1136	0.2486	0.1674	0.2851	-0.4040
0.7	0.8032	1.1004	0.3082	0.1758	0.3085	-0.5233
0.8	0.9461	1.0729	0.3820	0.1669	0.3414	-0.6507
0.9	1.2287	1.0122	0.4529	0.0744	0.4353	-0.8285
1.0	1.2737	1.0024	0.0072	-0.0042	0.0959	-1.0553

orden se aproximan a cero:

$$\left(\frac{\partial LL}{\partial X_0}\right)_i = \frac{Q_i}{\alpha} \quad (2.68)$$

$$\left(\frac{\partial LL}{\partial \alpha}\right)_i = -\frac{(P_i + Q_i)}{\alpha \beta} \quad (2.69)$$

$$\left(\frac{\partial LL}{\partial \beta}\right)_i = \frac{1}{\beta} \left( R_i - \frac{(P_i + Q_i)}{\beta} \right) \quad (2.70)$$

## 2.3 Procesos de Transferencia de Información

Las características estadísticas principales de la función de distribución de variables hidrológicas son la media, la varianza, el coeficiente de asimetría y el primer coeficiente de correlación seriada. Los valores poblacionales de estos parámetros son desconocidos en la práctica y deben ser estimados de muestreos de campo. Sin embargo, es la regla, más que la excepción, el tener registros cortos de las mediciones. Por lo tanto, estimadores confiables aún de la media de cualquier variable hidrológica, basados en muestras pequeñas, no pueden ser obtenidos. Tales estimadores presentan grandes errores de muestreo cuando las muestras son pequeñas.

### 2.3.1 Descripción del Problema

La disponibilidad de registros simultáneos en dos o más estaciones de medición, puede ser muy útil para extender el registro correspondiente a la estación con menos longitud de registro. Entonces, el nuevo registro extendido puede usarse para obtener nuevos estimadores de la media, varianza, coeficiente de sesgo y primer coeficiente de correlación seriada. Sin embargo, no siempre los resultados son satisfactorios al extender una muestra con periodo de registro corto, ya que es necesario que los estimadores obtenidos a través de la muestra extendida, deben ser estadísticamente superiores a los producidos por la muestra original.

Las técnicas de transferencia de información presentadas en esta sección pueden usarse, en general, para:

- a-) Mejorar los estimadores de los parámetros hidrológicos de una muestra pequeña.
- b-) Extender los valores observados de una muestra con periodo de registro corto.

c-) Completar información faltante.

### 2.3.2 Modelo de Transferencia de Información a Través de Regresión Lineal Simple.

El modelo de regresión lineal simple es el más usado al transferir información hidrológica de una estación a otra. Considérese un par de secuencias, una corta y otra larga, de variables hidrológicas aleatorias, representadas por  $X$  e  $Y$ .

En general, las dos variables aleatorias no necesitan ser del mismo tipo, esto es si una representa gastos máximos la otra puede representar gastos máximos, lluvias máximas, etc. Supóngase que  $N_1$  es la longitud de registro de la estación con periodo corto y  $N_1 + N_2$  es la longitud de registro de la estación con periodo más largo. Entonces,  $N_1$  representa el periodo de registro simultáneo en ambas estaciones. Por lo tanto, las series se representan como:

$$Y_1, \dots, Y_{N_1}$$

$$X_1, \dots, X_{N_1}, \dots, X_{N_1 + N_2}$$

Se supone que las variables aleatorias  $X$  e  $Y$  tienen una distribución de probabilidad conjunta normal con parámetros  $\mu_x$ ,  $\mu_y$ ,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $r$ , donde  $\mu_x$  y  $\sigma_x$  representa a la media y desviación estándar de la población de  $X$ , respectivamente.  $\mu_y$  y  $\sigma_y$  son la media y desviación estándar de la población de  $Y$ , respectivamente. El parámetro  $r$  es el coeficiente de correlación simple entre las poblaciones  $X$  e  $Y$ . Si estas variables no son normales, deben transformarse de tal forma que una vez realizada dicha transformación queden normalizadas. En la mayoría de los casos, la transformación logarítmica da una buena aproximación.

Un modelo de regresión lineal simple puede ser expresado así:

$$y_t = \bar{y}_1 + \hat{r} \frac{S_1(y)}{S_1(x)} (X_t - \bar{X}_1) + \alpha_0 \sqrt{1 - \hat{r}^2} S_1(y) \epsilon_t \quad (2.71)$$

donde  $\hat{y}_t$  representa el valor de la regresión para un valor dado de  $X_t$ ,  $\hat{r}$  es el coeficiente de correlación simple obtenido de las muestras de la siguiente forma:

$$\hat{r} = \frac{1}{N_1} \frac{\sum_{t=1}^{N_1} (X_t - \bar{X}_1)(Y_t - \bar{Y}_1)}{S_1(x) S_1(y)} \quad (2.72)$$

donde  $\bar{y}_1$  y  $\bar{X}_1$  son las medias estimadas del registro simultáneo a ambas estaciones,  $N_1$ , de las variables  $Y$  y  $X$ , respectivamente. Son obtenidas de la siguiente manera:

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{N_1} \sum_{t=1}^{N_1} X_t \quad (2.73)$$

$$\bar{Y}_1 = \frac{1}{N_1} \sum_{t=1}^{N_1} Y_t$$

$S_1(x)$  y  $S_1(y)$  las desviaciones estándar no sesgadas estimadas de  $X$  e  $Y$  y se encuentran usando las siguientes relaciones:

$$S_1(x) = \left[ \frac{\sum_{t=1}^{N_1} (X_t - \bar{X}_1)^2}{N_1 - 1} \right]^{1/2} \quad (2.74)$$

$$S_1(y) = \left[ \frac{\sum_{t=1}^{N_1} (Y_t - \bar{Y}_1)^2}{N_1 - 1} \right]^{1/2} \quad (2.75)$$

$\alpha$  es un parámetro usado para remover el sesgo en el estimador de la varianza de  $Y$  y se obtiene así:

$$\alpha = \frac{N_2 (N_1 - 4) (N_1 - 1)}{(N_2 - 1) (N_1 - 3) (N_1 - 2)} \quad (2.76)$$

$\theta$  es un parámetro con valor igual a 1 si va a usarse la componente aleatoria inducida por el ruido  $\epsilon_t$  y vale 0 cuando no se usa esta opción.  $\epsilon_t$  es una variable normal con media cero y varianza unitaria.

Finalmente, para el modelo expresado en la ecuación (2.77), la media y la varianza de la muestra extendida son:

$$\bar{y} = \bar{y}_1 + \frac{N_2}{(N_1 + N_2)} \hat{b} (\bar{x}_2 - \bar{x}_1) \quad (2.77)$$

$$S^2(y) = \frac{1}{(N_1 + N_2 - 1)} \left[ (N_1 - 1) S_1^2(y) + (N_2 - 1) \hat{b}^2 S_2^2(x) + \frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)} \hat{b}^2 (\bar{x}_2 - \bar{x}_1)^2 + (N_2 - 1) \theta^2 \alpha^2 (1 - \hat{r}^2) S_1^2(y) \right] \quad (2.78)$$

donde  $b$  es: 
$$b = \frac{\hat{r} S_1(y)}{S_1(x)} \quad (2.79)$$

y  $\bar{x}_2$  y  $S_2(x)$  son los estimadores de la media y la desviación estándar para la secuencia  $x_{N_1+1}, \dots, x_{N_1+N_2}$  de la variable  $X$ :

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{N_2} \sum_{t=N_1+1}^{N_1+N_2} x_t \quad (2.80)$$

$$S_2(x) = \left[ \sum_{t=N_1+1}^{N_1+N_2} \frac{(x_t - \bar{x}_2)^2}{(N_2 - 1)} \right]^{1/2}$$

### 2.3.3 Criterios de Mejora en la Estimación de la Media y la Varianza.

Ahora bien, el criterio que define la superioridad en la estimación, es el contenido de información relativa el cual se expresa así:

$$I = \frac{\text{var}(\hat{\gamma}_1)}{\text{var}(\bar{\gamma})} \quad (2.81)$$

donde  $\text{var}(\hat{\gamma}_1)$  es la varianza del parámetro  $\gamma$  estimado a través del registro original con longitud  $N_1$  y  $\text{var}(\bar{\gamma})$  es la varianza del parámetro  $\gamma$  estimado a través del registro combinado  $N_1 + N_2$ . Para que exista superioridad al usar las dos estaciones  $I$  tiene que ser mayor que la unidad.

Por lo tanto, en el caso de la media, se tiene que la varianza de ésta, cuando se usan ambas estaciones, es la siguiente para el registro extendido:

$$\text{Var}(\bar{Y}) = \frac{\hat{\sigma}_y^2}{N_1} \left\{ 1 - \frac{N_2}{(N_1 + N_2)} \left[ r^2 - \frac{(1 - r^2)}{(N_1 - 3)} \right] \right\} \quad (2.82)$$

la varianza de la media, tomando sólo el registro original,  $N_1$ , es:

$$\text{Var}(\bar{Y}_1) = \frac{\hat{\sigma}_y^2}{N_1}$$

y dado que  $I > 1$ , o lo que es lo mismo  $\text{var}(\bar{Y}) < \text{var}(\bar{Y}_1)$ , se tiene que esto ocurre cuando:

$$\hat{r} > \left( \frac{1}{N_1 - 2} \right)^{1/2} = \hat{r}_{CM} \quad (2.83)$$

donde  $\hat{r}_{CM}$  es el coeficiente de correlación simple crítico para mejorar la estimación de la media.

El criterio de mejora en la estimación de la varianza es también que  $I > 1$ , lo cual significa que  $\text{var}(S^2(y)) < \text{var}(S_1^2(y))$  y las expresiones para calcular dichas varianzas son:

$$\text{Var}(S^2(y)) = \frac{2\hat{\sigma}_y^4}{(N_1 - 1)} + \frac{N_2\sigma_y^4}{(N_1 + N_2 - 1)^2} [A\hat{r}^4 + B\hat{r}^2 + C] \quad (2.84)$$



donde A, B y C son funciones de  $N_1$ ,  $N_2$  y  $\theta$ . La Tabla 2 muestra algunos valores de estos coeficientes. Para el caso de la muestra original, tenemos:

$$\text{var}(S_1^2(y)) = \frac{2\theta y^4}{(N-1)} \quad (2.85)$$

La condición de que  $I > 1$  se cumple si:

$$|\hat{r}| > \left[ \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right]^{1/2} = \hat{r}_{CV} \quad (2.86)$$

En la tabla 3, aparecen algunos valores del coeficiente de correlación simple crítico de la varianza,  $\hat{r}_{CV}$ .

#### 2.3.4 Ejemplo de Aplicación

A partir de los datos de gastos máximos anuales aforados en las estaciones hidrométricas Huites, Sin. (1942-1980), y Palo Dulce, Chih. (1958-1980), se encontraron muestras transformadas  $X_t = \ln X'_t$  e  $Y_t = \ln Y'_t$  y de ellas se tiene que:

$N_1 = 23$	$N_2 = 16$	
$\bar{Y}_1 = 6.6385$	$S_1(y) = 0.7134$	
$\bar{X}_1 = 7.7995$	$S_1(x) = 0.6316$	$\bar{X}_2 = 7.5632$
$\hat{r} = 0.7762$	$\hat{b} = 0.8767$	$S_2(x) = 0.9430$

y antes de seguir adelante debe verificarse si habrá mejora en la estimación de la media y de la varianza, entonces:

Para la media, ver ecuación (2.83):

$$\hat{r} = 0.7762 > \left( \frac{1}{23-1} \right)^{1/2} = 0.2132 = \hat{r}_{CM}$$

TABLA 2

COEFICIENTES A, B Y C PARA ESTIMAR LA VARIANZA Y EL COEFICIENTE DE CORRELACION SIMPLE CRITICO DE LA VARIANZA (CASO:  $\theta = 1$ )

N <sub>2</sub>	COEFICIENTE	N <sub>1</sub>								
		10	15	20	25	30	50	75	100	
10	$\frac{A}{\rho^4}$	11.83	15.38	15.22	14.82	14.46	13.58	13.08	12.82	
15		20.99	26.35	26.26	25.76	25.29	24.13	23.46	23.11	
20		30.16	37.33	37.30	36.70	36.13	34.68	33.84	33.40	
25		39.32	48.30	48.34	47.64	46.96	45.22	44.22	43.68	
30		48.48	59.27	59.38	58.58	57.79	55.77	54.60	53.97	
50		85.13	103.16	103.53	102.34	101.13	97.97	96.11	95.13	
75		130.95	158.03	158.73	157.05	155.30	150.72	148.01	146.57	
100		176.77	212.89	213.92	211.75	209.48	203.47	199.90	198.02	
10		$\frac{B}{\rho^2}$	1.53	0.95	0.64	0.47	0.37	0.20	0.12	0.09
15			1.90	1.15	0.75	0.54	0.42	0.21	0.13	0.09
20	2.27		1.34	0.86	0.61	0.47	0.23	0.14	0.10	
25	2.64		1.53	0.97	0.68	0.52	0.25	0.15	0.10	
30	3.00		1.73	1.08	0.75	0.56	0.27	0.15	0.11	
50	4.47		2.50	1.52	1.03	0.76	0.33	0.18	0.12	
75	6.31		3.47	2.06	1.38	0.99	0.42	0.22	0.14	
100	8.15		4.43	2.61	1.72	1.23	0.50	0.26	0.16	
10	C		0.44	0.09	0.04	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00
15			0.57	0.12	0.05	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00
20		0.71	0.14	0.05	0.03	0.02	0.00	0.00	0.00	
25		0.84	0.16	0.06	0.03	0.02	0.00	0.00	0.00	
30		0.97	0.18	0.07	0.03	0.02	0.00	0.00	0.00	
50		1.51	0.27	0.10	0.05	0.03	0.01	0.00	0.00	
75		2.18	0.39	0.13	0.06	0.03	0.01	0.00	0.00	
100		2.85	0.50	0.17	0.08	0.04	0.01	0.00	0.00	

$$A = \rho^4 \left[ \frac{(N_2+2)(N_1+6)(N_1-3)}{(N_1-3)(N_1-5)} - \frac{8(N_1-4)}{(N_1-3)} - \frac{2N_2}{(N_1-3)^2} \frac{(N_1-4)^2}{(N_1-2)} + \frac{N_1 N_2 (N_1-4)^2}{(N_1-3)^2 (N_1-2)} \right]$$

$$B = \rho^2 \left[ \frac{6(N_2+2)(N_1-6)}{(N_1-3)(N_1-5)} + \frac{2(N_1^2 - N_1 - 14)}{(N_1-3)} + \frac{2N_2(N_1-4)(N_1-5)}{(N_1-3)^2} - \frac{2(N_1-4)(N_1+3)}{N_1-3} + \frac{2N_1 N_2 (N_1-4)^2}{(N_1-3)^2 (N_1-2)} \right]$$

$$C = \left[ \frac{2(N_1+1)}{(N_1-3)} + \frac{3(N_2+2)}{(N_1-3)(N_1-5)} - \frac{(N_1+1)(2N_1+N_2-2)}{(N_1-1)} + \frac{2N_2(N_1-4)}{(N_1-3)^2} + \frac{2(N_1-4)(N_1+1)}{(N_1-3)} + \frac{N_1 N_2 (N_1-4)^2}{(N_1-3)^2 (N_1-2)} \right]$$

TABLA 3

COEFICIENTE DE CORRELACION SIMPLE CRITICO DE LA VARIANZA ( $r_{cv}$ ) PARA EL CASO  $\theta = 0$

$N_2 \backslash N_1$	6	8	10	12	14	16	18	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6.	.81	.69	.63	.63	.63	.64	.65	.65	.66	.67	.68	.68	.68	.69	.69	.69
8.	.82	.72	.70	.70	.70	.71	.72	.72	.73	.73	.74	.74	.74	.75	.75	.75
10.	.82	.74	.73	.73	.73	.74	.75	.75	.76	.76	.77	.77	.77	.78	.78	.78
12.	.82	.75	.74	.75	.75	.76	.76	.77	.78	.78	.79	.79	.79	.80	.80	.80
14.	.82	.76	.75	.76	.77	.77	.78	.78	.79	.80	.80	.80	.81	.81	.81	.81
16.	.82	.76	.76	.77	.77	.78	.79	.79	.80	.81	.81	.82	.82	.82	.82	.82
18.	.83	.77	.77	.77	.78	.79	.79	.80	.81	.81	.82	.82	.83	.83	.83	.83
20.	.83	.77	.77	.78	.79	.79	.80	.80	.81	.82	.83	.83	.83	.84	.84	.84
25.	.83	.78	.78	.79	.80	.80	.81	.82	.83	.83	.84	.84	.85	.85	.85	.85
30.	.83	.78	.78	.79	.80	.81	.82	.82	.83	.84	.85	.85	.86	.86	.86	.86
35.	.83	.78	.79	.80	.81	.82	.82	.83	.84	.85	.85	.86	.86	.86	.87	.87
40.	.83	.79	.79	.80	.81	.82	.83	.83	.84	.85	.85	.86	.86	.87	.87	.87
45.	.83	.79	.79	.80	.81	.82	.83	.83	.84	.85	.85	.86	.86	.87	.87	.87
50.	.83	.79	.79	.81	.82	.82	.83	.84	.85	.86	.86	.87	.87	.87	.88	.88
55.	.83	.79	.80	.81	.82	.83	.83	.84	.85	.86	.87	.87	.87	.88	.88	.88
60.	.83	.79	.80	.81	.82	.83	.83	.84	.85	.86	.87	.87	.88	.88	.88	.88

COEFICIENTE DE CORRELACION SIMPLE CRITICO DE LA VARIANZA ( $r_{cv}$ ) PARA EL CASO  $\theta = 1$

$N_2 \backslash N_1$	6	8	10	12	14	16	18	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6.	.82	.71	.64	.59	.55	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
8.	.82	.71	.65	.59	.55	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
10.	.82	.72	.65	.59	.55	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
12.	.82	.72	.65	.59	.55	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
14.	.82	.72	.65	.59	.55	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
16.	.82	.72	.65	.60	.55	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
18.	.82	.72	.65	.60	.55	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
20.	.82	.72	.65	.60	.55	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
25.	.82	.72	.65	.60	.55	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
30.	.82	.72	.65	.60	.55	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
35.	.82	.72	.65	.60	.56	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
40.	.82	.72	.65	.60	.56	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
45.	.82	.72	.65	.60	.56	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
50.	.83	.72	.65	.60	.56	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
55.	.83	.72	.65	.60	.56	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28
60.	.83	.72	.65	.60	.56	.52	.49	.47	.42	.39	.36	.34	.32	.30	.29	.28

por lo tanto, habrá mejora en la estimación de la media.

Para la varianza, ver ecuación (2.86):

$$|\hat{r}| = 0.7762 > 0.52 = \hat{r}_{cy}$$

por lo tanto, habrá mejora en la estimación de la varianza.

Una vez verificado lo anterior, se procede a calcular la media de la muestra extendida, ver ecuación (2.77):

$$\bar{Y} = 6.6385 + \frac{16}{(23 + 16)} (0.8767)(7.5632 - 7.7995) = 6.5535$$

y la varianza de la muestra extendida, ver ecuación (2.78):

$$S^2(y) = \frac{1}{(23 + 16 - 1)} \left[ (23 - 1)(0.7134)^2 + (16 - 1)(0.8767)^2 \right. \\ \left. (0.9430)^2 + \frac{(23)(16)(0.8767)^2}{(23 + 16)} (7.5632 - 7.7995)^2 \right. \\ \left. + (16 - 1)(1)^2(1.0616)^2(1 - (0.7762)^2)(0.7134)^2 \right]$$

$$S^2(y) = 0.5408$$

$$\alpha^2 = \frac{16(23 - 4)(23 - 1)}{(16 - 1)(23 - 3)(23 - 2)} = 1.0616$$

Finalmente, el modelo de regresión lineal simple de transferencia de información entre los logaritmos naturales de los datos de gastos máximos anuales de las estaciones Huites, Sin. y Palo Dulce Chih., es el siguiente:

$$Y_t = 6.6385 + \frac{(0.7762)(0.7134)}{(0.6316)} (X_t - 7.7995) \\ + 1.0303 (1 - (0.7762)^2)^{1/2} (0.7134)\epsilon_t$$

$$Y_t = 0.1995 + 0.8767X_t + 0.4634\epsilon_t$$

y al hacer uso de este modelo los datos del periodo 1942-1958 de la estación Palo Dulce, Chih., pueden inferirse y aparecen entre paréntesis en la tabla 4. Recuérdese que el modelo relaciona logaritmos naturales, por lo que, al inferir datos naturales la transformación exponencial es necesaria.

TABLA 4

GASTOS MAXIMOS ANUALES EN LAS ESTACIONES HUITES, SIN. Y PALO DULCE CHIH.

AÑO	GASTO MAXIMO ANUAL EN HUITES, SIN. (m <sup>3</sup> /s)		GASTO MAXIMO ANUAL EN PALO DULCE, CHIH. (m <sup>3</sup> /s)	
	(X')	X	(Y')	Y
1942	2531	7.8364	(1267)	(7.1447)
1943	14376	9.5733	(5814)	(8.6681)
1944	2580	7.8555	(2332)	(7.3544)
1945	1499	7.3126	(196)	(5.2780)
1946	1165	7.0605	(354)	(5.8691)
1947	1273	7.1491	(384)	(5.9496)
1948	3215	8.0756	(874)	(6.7730)
1949	10000	9.2103	(3108)	(8.0418)
1950	3229	8.0799	(1718)	(7.4488)
1951	677	6.5177	(341)	(5.8330)
1952	1266	7.1436	(779)	(6.6586)
1953	1025	6.9324	(479)	(6.1713)
1954	955	6.8617	(602)	(6.4007)
1955	4780	8.4722	(578)	(6.3593)
1956	696	6.5453	(263)	(5.5728)
1957	593	6.3852	(270)	(5.5982)
1958	3010	8.0097	455	6.1203
1959	1908	7.5538	743	6.6107
1960	15000	9.6158	6800	8.8347
1961	1396	7.2414	472	6.1570
1962	1620	7.3902	347	5.8493
1963	2702	7.9017	584	6.3699
1964	1319	7.1846	481	6.1759
1965	1944	7.5725	1360	7.2152
1966	2420	7.7915	674	6.5132
1967	2506	7.8264	635	6.4536
1968	1534	7.3356	530	6.2729
1969	1508	7.3185	1100	7.0031
1970	1558	7.3512	390	5.9661
1971	2200	7.6962	1283	7.1570
1972	2225	7.7075	688	6.5338
1973	5360	8.5867	1370	7.2226
1974	3790	8.2401	2245	7.7165
1975	1080	6.9847	383	5.9480
1976	3240	8.0833	740	6.6067
1977	1135	7.0344	333	5.8081
1978	5022	8.5216	555	6.3190
1979	6900	8.8393	1825	7.5093
1980	2003	7.6029	562	6.3215

## 2.4 Detección de Cambios en la Información

Los cambios en los fenómenos bajo observación que producen variación en los datos hidrológicos, pueden ser provocados por el Hombre o por la Naturaleza misma, dichos cambios pueden ser graduales o instantáneos. Por ejemplo, un incendio forestal extensivo en una cuenca hidrológica puede provocar un cambio instantáneo en las características de escurrimiento directo a la salida de la cuenca. Por el contrario, una reducción gradual de las zonas boscosas producida por desmonte progresivo o por plagas que tardan años en desarrollar su población, puede producir una alteración gradual en las características de respuesta de la cuenca.

Es posible que al desconocer las causas del cambio, también se desconozca el tiempo preciso cuando se inició el cambio. Obviamente, éste y otros problemas de detección de cambios en datos hidrológicos poseen un gran potencial de complejidad.

Por lo que respecta a estas notas, solo un caso será tratado: Cambio en la información hidrológica independiente en una sola estación y cuando se conoce el instante cuando ocurrió el cambio.

### 2.4.1 Descripción del problema

Suponiendo que los datos han sido registrados en periodos discretos de tiempo y que las observaciones están disponibles en  $n$  épocas sucesivas. Entonces  $x_1, \dots, x_n$  son los datos observados. Por ejemplo,  $x_j$  es el dato observado en época  $j$ . Supóngase que  $x_1, \dots, x_n$  son observaciones de las variables aleatorias  $X_1, \dots, X_n$ , respectivamente. El problema es entonces modelado a través de la suposición de

una distribución conjunta de  $X_1, \dots, X_n$ . A su vez, la serie es arreglada así  $X_1, \dots, X_{t-1}, X_t, X_{t+1}, \dots, X_n$ , para considerar si existió un cambio que afectó o no a la distribución de las  $X_i$ 's y que ocurrió entre las épocas  $t$  y  $t+1$ .

#### 2.4.2 Modelo de Detección de Cambios

Si en adición a las restricciones anteriores se agrega que  $X_1, \dots, X_t$  son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con distribución normal y con media  $\mu_1$  y varianza  $\sigma^2$ , y  $X_{t+1}, \dots, X_n$  tienen las mismas características que las anteriores pero con media  $\mu_2$  y varianza  $\sigma^2$ , adicionalmente ambas series de variables aleatorias tienen que ser independientes entre sí, entonces la prueba  $t$  para dos muestras puede ser usada para probar la igualdad de medias  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , por lo tanto:

$$T = \frac{(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) - (\mu_1 - \mu_2)}{\left[ \frac{1}{t} + \frac{1}{(n-t)} \right] \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^t (x_j - \bar{x}_1)^2 + \sum_{j=t+1}^n (x_j - \bar{x}_2)^2}{n-2}}} \quad (2.87)$$

donde  $\bar{x}_1 = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t x_j$  y  $\bar{x}_2 = \frac{1}{(n-t)} \sum_{j=t+1}^n x_j$ . Entonces  $T$  tiene distribución  $t$  de Student con  $n-2$  grados de libertad y con  $\mu_1 = \mu_2$  sirve como un estadístico de prueba para la hipótesis  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  contra  $H_a: \mu_1 \neq \mu_2$ .

De una manera similar, puede construirse el modelo de detección de cambios en la varianza. Para probar la hipótesis  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  contra  $H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ , se usa el siguiente estadístico:

$$F = \frac{\sum_{j=1}^t \frac{(x_j - \bar{x}_1)^2}{(t-1)}}{\sum_{j=t+1}^n \frac{(x_j - \bar{x}_2)^2}{n-t-1}} \quad (2.88)$$

y cuando  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$  F tiene distribución F con grados de libertad  $t-1$  y  $n-t-1$  y esto da la prueba estándar F para igualdad de varianzas.

#### 2.4.3 Ejemplo de aplicación

Un ejemplo clásico de detección de cambios en información hidrológica, lo constituyen los datos de escurrimiento medio anual del río Nilo en Aswan de 1870 a 1944, ver tabla 5. Se dispone de un registro de 75 datos y con base en varios tanteos se llegó a lo siguiente:

Para cambios en la media:

$$t = 28 \quad \bar{x}_1 = 109.78 \quad \bar{x}_2 = 82.61 \quad T_{\text{calc}} = 8.64 \quad T_{\text{Tabla}} = 1.67$$

nivel de confianza = 0.95 grados de libertad = 73

y dado que  $T_{\text{calc}} > T_{\text{tabla}}$  la hipótesis  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  es rechazada y se concluye que el punto más probable en el que se produjo el cambio fue en el año 1898.

Para cambios en la varianza:

$$t = 35 \quad \sum_1^t \frac{(x_j - \bar{x}_1)^2}{t-1} = 17.27 \quad \bar{x}_1 = 103.96$$

$$\sum_{t+1}^n \frac{(x_j - \bar{x}_2)^2}{n-t-1} = 13.60 \quad \bar{x}_2 = 82.94$$

$$F_{\text{calc}} = 1.61 < F_{\text{tabla}} = 1.769$$

nivel de confianza = 0.95, grados de libertad = 34 y 39 y dado que  $F_{\text{calc}} < F_{\text{tabla}}$  la hipótesis  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  es aceptada.

Finalmente, se concluye que hubo un cambio en la media de los datos en el año de 1898 y que ese cambio no afectó a la varianza de los datos. Las dos medias, representativas del cambio aparecen en la figura 1.



## GASTOS MEDIOS ANUALES DEL RIO NILO (1870-1944)

AÑO	GASTO	AÑO	GASTO
1870	112	1907	102
1871	116	1908	105
1872	96	1909	97
1873	121	1910	83
1874	116	1911	71
1875	116	1912	46
1876	81	1913	84
1877	123	1914	69
1878	137	1915	113
1879	114	1916	111
1880	100	1917	81
1881	94	1918	77
1882	111	1919	82
1883	99	1920	77
1884	102	1921	85
1885	96	1922	87
1886	118	1923	86
1887	80	1924	68
1888	96	1925	84
1889	114	1926	73
1890	110	1927	79
1891	121	1928	103
1892	115	1929	74
1893	125	1930	77
1894	126	1931	85
1895	122	1932	82
1896	103	1933	92
1897	110	1934	97
1898	77	1935	88
1899	84	1936	81
1900	87	1937	101
1901	69	1938	75
1902	94	1939	65
1903	83	1940	63
1904	70	1941	83
1905	92	1942	79
1906	69	1943	73
		1944	79

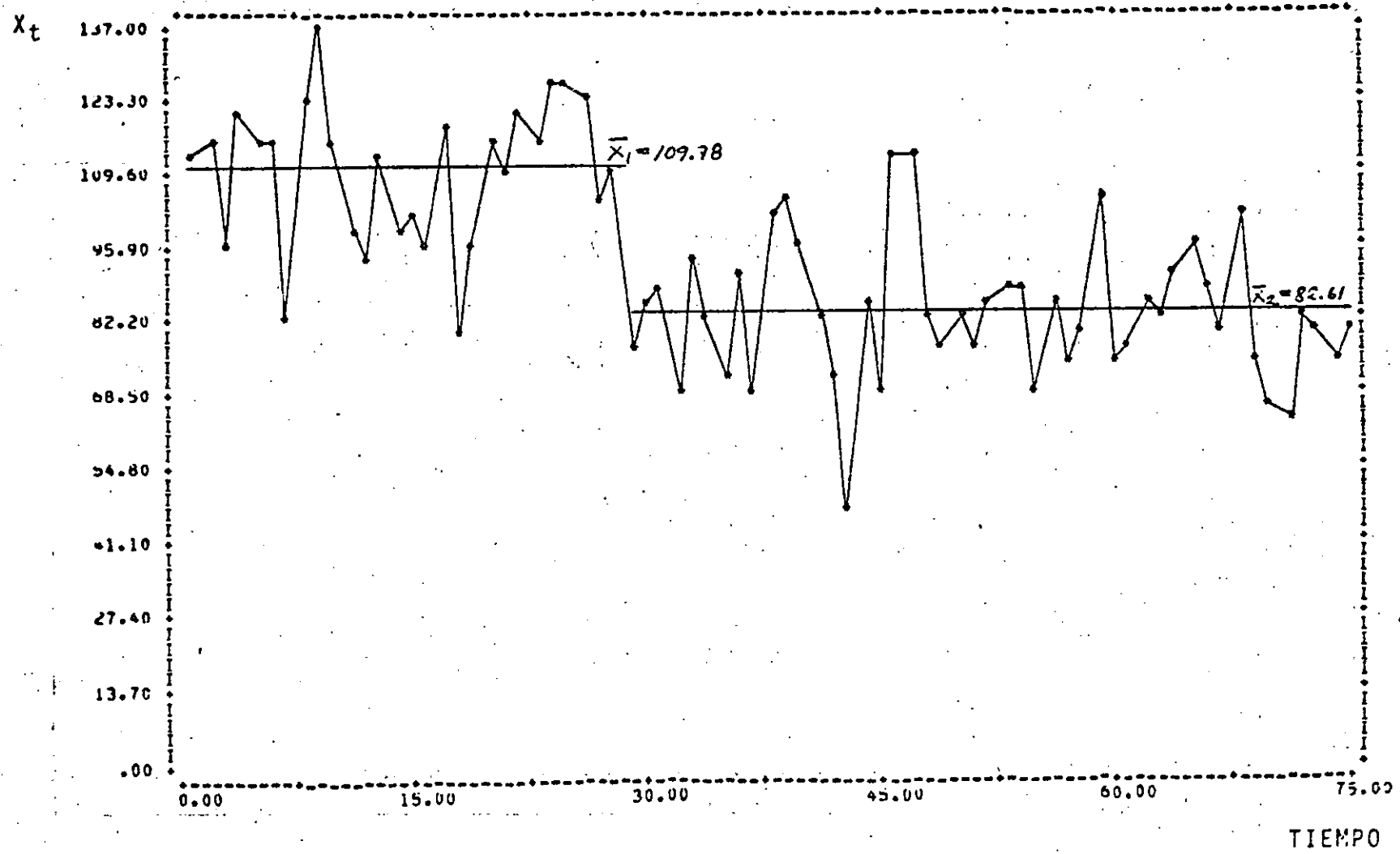


FIGURA 1

## 2.5 Análisis de Gastos y Lluvias Máximos

### 2.5.1 Descripción del Problema

Es conveniente, antes de entrar en materia, dar algunos conceptos generales acerca de las características e importancia de los análisis estadísticos y probabilísticos a que este subcapítulo se refiere.

Dentro de los datos científicos cuantitativos, puede establecerse la clasificación de datos experimentales e históricos. Aquellos son los que fácilmente pueden repetirse dado que ellos son producto de un experimento específico. Por el contrario, los datos históricos son el producto de la ocurrencia de un fenómeno natural que puede ser observado sólo una vez y que no ocurrirá jamás de la misma manera. La mayor parte de los datos hidrológicos son de este tipo.

Derivado del acopio de datos hidrológicos cada vez más numerosos y del acceso a facilidades computacionales cada vez de respuesta más rápida, la aplicación de ciencias como la Estadística y la Probabilidad en Hidrología han cobrado una importancia capital. Como comentario puede decirse que la Estadística tiene que ver con los cálculos basados en datos de una muestra y la Probabilidad, como su nombre lo dice, trata de la medición de la probabilidad o verosimilitud basados en una muestra de datos. Los datos hidrológicos, dada su naturaleza estocástica, pueden ser expresados en términos estadísticos y tratados a través de teorías de probabilidad.

Dentro de este contexto, el análisis de gastos y lluvias máximas, definidos como el conjunto de los eventos máximos provenientes de una serie hidrológica, pueden ser analizados a través de lo que comúnmente se conoce como

análisis de frecuencias de eventos máximos. Sobra decir que un análisis similar puede ser llevado a cabo para datos mínimos, por ejemplo en el caso de sequías.

### 2.5.2 Características de las Series Hidrológicas

El análisis de frecuencias de gastos y lluvias máximos empieza con el tratamiento de la información hidrológica y finalmente determina la frecuencia, como aproximación a la probabilidad, de un evento hidrológico de diseño. Dicha frecuencia es obtenida, en el enfoque paramétrico, a través del uso de un modelo matemático, llamado distribución de probabilidad, al cual la muestra es ajustada.

En los análisis probabilísticos de frecuencias se requiere que los procesos sean puramente aleatorios. Por lo tanto, deben ser independientes, homogéneos y carentes de sesgo. La independencia puede ser temporal o espacial, la falta de aquella es la principal causa de la falta de pureza aleatoria. La dependencia espacial, por lo general, produce muestras no estratificadas. La falta de homogeneidad significa que las muestras han sido tomadas de dos poblaciones diferentes. Por último, cuando una muestra es obtenida a través de un proceso de muestreo de completa casualidad, ésta es una muestra carente de sesgo. Para prevenir la aparición de sesgo, la muestra debe ser la más representativa posible de la población.

Como en cualquier otro proceso de captura de datos, los hidrólogos están sujetos a errores accidentales y sistemáticos. Ellos deben ser corregidos en la muestra antes de realizar cualquier tipo de análisis basado en la muestra con esos errores.

Finalmente, los problemas relacionados con datos fal-

a-) Weibull:

$$\frac{N+1}{m}$$

33

b-) Gringorten:

$$\frac{N+0.12}{m-0.44}$$

donde N es el tamaño de la muestra y m es el número de orden del evento al ser ordenada la muestra en forma decreciente de magnitud, esto es m = 1 para el evento registrado de mayor magnitud y m = N para el menor.

Para encontrar los puntos que definen la curva que representa el modelo matemático, esto es la función de distribución de probabilidad, la siguiente identidad es la que resuelve el problema:

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x p(u) du \quad (2.91)$$

donde p(u) es la función de densidad de probabilidad y puede ser cualquiera de los modelos descritos en el punto 2.2.

Queda finalmente el proceso de estimación de los parámetros que describen a la función de distribución de probabilidad. Haciendo uso de los métodos también descritos en 2.2, dichos valores pueden ser obtenidos y con esto puede ahora sí establecerse una comparación visual y/o analítica entre los datos reales y el modelo ajustado.

#### 2.5.4 Ejemplo de aplicación

La estación hidrométrica Jaina, Sin., tiene un periodo de registro de 1942-1980, ver tabla 6, del cual se han extraído los gastos máximos anuales, esto es el valor máximo de los 365 ó 366 datos aforados por año y que constituyen la muestra de datos a analizar.

GASTOS MAXIMOS ANUALES DE LA ESTACION  
HIDROMETRICA JAINA, SINALOA

AÑO	GASTO (m <sup>3</sup> /s)	m	AÑO	GASTO(m <sup>3</sup> /s)	m
1942	2065	5	1961	795	19
1943	6991	1	1962	1137	12
1944	580	30	1963	1226	11
1945	714	22	1964	454	34
1946	747	21	1965	650	25
1947	771	20	1966	958	15
1948	693	23	1967	900	17
1949	2614	2	1968	1338	10
1950	2336	3	1969	340	39
1951	437	35	1970	357	38
1952	594	29	1971	1109	13
1953	546	31	1972	932	16
1954	516	32	1973	1349	9
1955	1600	8	1974	680	24
1956	639	26	1975	491	33
1957	362	37	1976	872	18
1958	2232	4	1977	620	27
1959	616	28	1978	1020	14
1960	2003	6	1980	377	36

En la columna designada por  $m$ , aparecen los números de orden correspondientes a cada dato, una vez que fueron ordenados en forma decreciente de magnitud y que han sido graficados en la figura 2, a través del uso de la fórmula de graficado de Weibull.

Ahora bien, la selección del modelo matemático conocido como función de distribución de probabilidad, que permita conocer la relación entre los gastos de diseño y su periodo de retorno correspondiente, en la práctica debe resultar de un análisis exhaustivo de los modelos disponibles y la decisión final debe emanar basada en análisis objetivos de bondad de ajuste del conjunto de modelos analizados.

Para los fines de estas notas, el análisis global anterior será sustituido por un análisis parcial de sólo dos distribuciones: la de Valores Extremos tipo I (Gumbel) y, la General de Valores Extremos. El método de estimación de parámetros escogido fue el de Máxima Verosimilitud.

a-) Distribución de Valores Extremos Tipo I

Dado que la obtención de los parámetros a través del método de Máxima Verosimilitud requiere del esquema iterativo contenido en las ecuaciones (2.44) y (2.45), es necesario calcular un juego de valores iniciales de dichos parámetros a fin de iniciar tal esquema. El juego inicial de valores es obtenido a través del uso del método de Momentos, ecuaciones (2.37) y (2.38):

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{6}{\pi} \hat{\sigma} = 0.7797 (1130.93) = 881.78$$

$$\hat{x}_{0.1} = \hat{\mu} - 0.45 \hat{\sigma} = 1135.41 - 0.45 (1130.93) = 626.49$$

con estos valores se tiene que:

$$P_1 = N - \sum_{i=1}^N e^{-y_i} = 8.8096$$

$$R_1 = N - \sum_{i=1}^N y_i + \sum_{i=1}^N y_i e^{-y_i} = 19.6080$$

con:

$$y_i = \left( \frac{x_i - x_0}{\alpha} \right)$$

y:

$$\delta x_{0_1} = (1.11 P_1 - 0.26 R_1) \frac{\alpha^1}{N} = 105.82$$

$$\delta \alpha_1 = (0.26 P_1 - 0.61 R_1) \frac{\alpha^1}{N} = -218.65$$

Los nuevos valores son:

$$X_{0_2} = X_{0_1} + \delta X_{0_1} = 732.32$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \delta \alpha_1 = 653.13$$

Si se continúa el proceso iterativo de esta manera, los valores finales obtenidos son:

$$\hat{X}_0 = 773.65$$

$$\hat{\alpha} = 510.44$$

y el modelo que relaciona gasto de diseño y los periodos de retorno correspondientes es, según las ecuaciones (2.91) y (2.93):

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x (u) du = \int_{-\infty}^x \exp \left\{ -\frac{(u-x_0)}{\alpha} - \exp \left[ -\frac{(u-x_0)}{\alpha} \right] \right\} du$$

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{1}{T} = \exp \left\{ -\exp \left[ -\frac{(x-x_0)}{\alpha} \right] \right\}$$

Este modelo aparece graficado en la figura 2 con línea punteada.

b-) Distribución de General de Valores Extremos

Como en el caso anterior, se requiere de un proce-



so iterativo a fin de conocer los valores de los parámetros de esta distribución a través del método de Máxima Verosimilitud. Los valores iniciales, como en el caso anterior, son los obtenidos a través del método de Momentos; ver ecuaciones (2.49), (2.53) y (2.54):

$$X_{0_1} = 642.00$$

$$\hat{\alpha}_1 = 348.32$$

$$\hat{\beta}_1 = -0.4270$$

Por lo tanto, se procede a iniciar el esquema iterativo con:

$$P_1 = N - \sum_{i=1}^N e^{-y_i} = 4.0629$$

$$Q_1 = \sum_{i=1}^N e^{-y_i + \beta y_i} - (1 - \beta) \sum_{i=1}^N e^{\beta y_i} = -6.7328$$

$$R_1 = N - \sum_{i=1}^N y_i + \sum_{i=1}^N y_i e^{-y_i} = -6.7328$$

con:

$$y_i = -\frac{1}{\beta} \ln \left( 1 - \left( \frac{x_i - x}{\alpha} \right) \beta \right)$$

de aquí:

$$\delta X_{0_1} = \frac{\alpha_1}{N} \left[ -b Q_1 - \frac{h}{\beta_1} (P_1 + Q_1) - \frac{f}{\beta_1} \left( R_1 - \left( \frac{P_1 + Q_1}{\beta_1} \right) \right) \right] = 17.0819$$

$$\delta \alpha_1 = \frac{\alpha_1}{N} \left[ -h Q_1 - \frac{a}{\beta_1} (P_1 + Q_1) - \frac{g}{\beta_1} \left( R_1 - \left( \frac{P_1 + Q_1}{\beta_1} \right) \right) \right] = -4.7459$$

$$\delta \beta_1 = \frac{1}{N} \left[ -f Q_1 - g (P_1 + Q_1) - \frac{c}{\beta_1} \left( R_1 - \left( \frac{P_1 + Q_1}{\beta_1} \right) \right) \right] = -0.0987$$

y los nuevos valores serán:

$$X_{0_2} = X_{0_1} + \delta X_{0_1} = 659.08$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \delta \alpha_1 = 343.57$$

$$\beta_2 = \beta_1 + \delta \beta_1 = -0.5257$$

al continuar el proceso, hasta obtener la precisión deseada, los valores finales obtenidos son:

$$\begin{aligned}\hat{X}_0 &= 651.16 \\ \hat{\alpha} &= 328.94 \\ \hat{\beta} &= -0.5489\end{aligned}$$

y ahora nuestro modelo será:

$$P(X > x) = \int_x^{\infty} p(u) du = \int_{x_0 + \frac{\alpha}{K}}^x \frac{1}{\alpha} \left[ 1 - \frac{\alpha}{\beta} (x-x_0) \right]^{1/(\beta-1)} \exp\left\{ -\frac{\beta}{\alpha} (x-x_0) \right\}^{1/\beta}$$

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{1}{T} = \exp \left\{ -\left[ 1 - \frac{\beta}{\alpha} (x-x_0) \right]^{1/\beta} \right\}$$

El modelo ha sido graficado en la figura 2 y aparece como una curva de línea continua.

#### c-) Análisis Comparativo entre ambos Modelos.

Una medida objetiva que cuantifica la bondad de ajuste de cada modelo, puede ser expresada a través de lo que se conoce como error estándar, EE:

$$EE = \left[ \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - y_i)^2}{N-j} \right]^{1/2} \quad (2.92)$$

donde  $x_i$  son los datos históricos,  $y_i$  son los eventos calculados a través del modelo matemático y para niveles de probabilidad iguales a los de los datos históricos ordenados en forma decreciente de magnitud.  $N$  es el tamaño de la muestra y  $j$  es el número de parámetros que describen el modelo matemático.

Si se calcula este estadístico para las dos distribuciones consideradas, se tiene que:

$$EE_{VEI} = 1559$$

y como complemento se realiza una inspección visual de los datos históricos graficados y de los modelos considerados, a través de la figura 2. Con lo anterior, puede establecerse que la distribución de General de Valores Extremos dá un mejor ajuste de la muestra que aquí se ha considerado, la estación hidrométrica Jaina, Sin.

#### Referencias

- Fiering, M. b., "Use of Correlation to Improve Estimates of the Mean and Variance", Professional Paper No. 434-C, U.S. Geological Survey. 1963
- Kite, G. W., "Frequency and Risk Analyses in Hydrology" Water Resources Publications, fort Collins. 1977
- Linsley, r. k. et al, "Hydrology for Engineers", Third Edition, Mc Graw-Hill Book Co. 1982
- Matalas, N. C., and Jacobs, B., "A Correlation Procedure for Augumenting Hydrologic Data", Professional Paper No. 434-E, U. S. Geological Surveg. 1964
- Natural Environment Research Council, "Flood Studies Report, Vol. I, Hydrologic Studies", Whitefriars Press Ltd. London. 1975
- Viessman, W. et al, "Introduction Hydrology" Second Edition, Harper & Row Pub. 1977
- Yevjevich, V., "Generation of Hydrologic Samples, The Great Lakes", Hydrology Paper No. 72, Colorado State University, Fort Collins. 1975

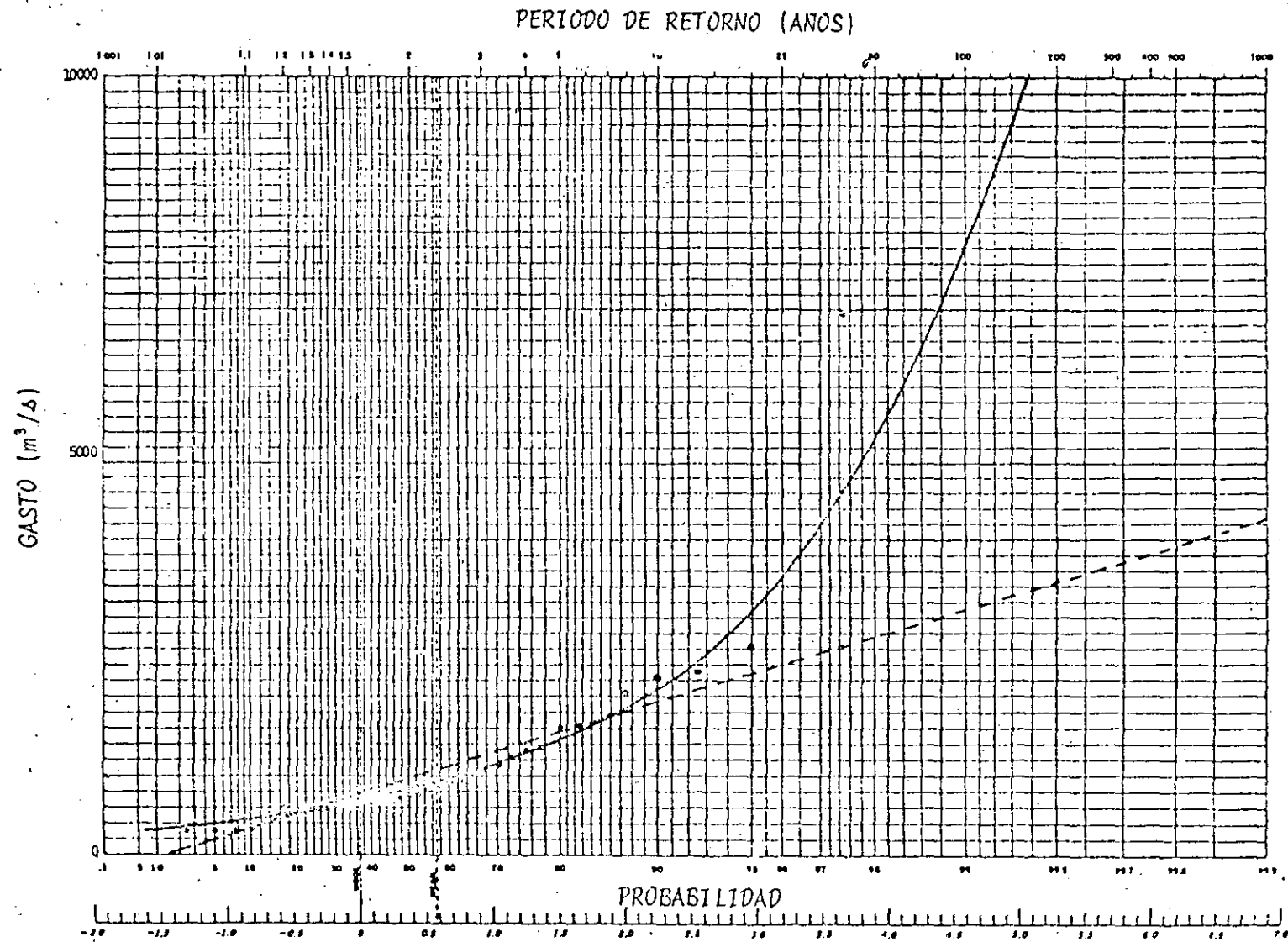


FIGURA 2

tantes intermedios en la muestra, las condiciones de impureza aleatoria y la falta de la condición estacionaria del proceso, deben ser detectadas y corregidas en primer término.

### 2.5.3 Análisis de Frecuencias de Lluvias y Gastos Máximos

Un objetivo primario en el análisis de frecuencias de datos hidrológicos es el determinar el periodo de retorno de un evento hidrológico de una magnitud dada  $X$ . El intervalo promedio de tiempo dentro del cual el evento de magnitud  $X$  será igualado o excedido se le conoce como intervalo de ocurrencia, periodo de retorno o simplemente frecuencia. Su relación con la probabilidad de excedencia  $P(X \geq x)$  es:

$$P(X \geq x) = \frac{1}{T} \quad (2.89)$$

Si se usa la probabilidad de no excedencia  $P(X \leq x)$ , entonces (2.89) se transforma en:

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{1}{T} \quad (2.90)$$

Con la finalidad de disponer de una representación gráfica de los datos, asociados con sus periodos de retorno o con su probabilidad de no excedencia, puede hacerse uso de los papeles de probabilidad que actualmente se consiguen en el mercado o bien construir uno especial para cada distribución, esto último se antoja más ineficiente. Cabe decir que la distribución de probabilidad para la cual se construya el papel aparecerá como una línea recta en éste.

Queda pendiente el problema de cómo alojar en este papel a los datos de la muestra. Esto puede ser llevado a cabo por medio del uso de una de las varias fórmulas de graficado de datos de las que a continuación se dan las más representativas:



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA  
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO: HIDROLOGIA APLICADA A LA INGENIERIA, EN COLABORACION  
CON LA UNIVERSIDAD VERACRUZANA, DEL 5 AL 9 DE NOVIEM  
BRE DE 1984.

TECNICAS DE ANALISIS DE LA PRECIPITACION

CAPITULO 3

M. EN I. RAMON DOMINGUEZ MORA

NOVIEMBRE, 1984

### 3. TECNICAS DE ANALISIS DE LA PRECIPITACION

A continuación se describen los diversos análisis que se realizan con la información obtenida.

#### 3.1 PRESENTACION DE LA INFORMACION

Para realizar cualquier tipo de análisis de precipitación, la información se presenta en formas auxiliares, las cuales varían según la dependencia que la elabore y el uso que se le va a dar. En la fig 1.4 se muestra, por ejemplo, la hoja de registro utilizada por la Comisión Federal de Electricidad.

#### 3.2 ANALISIS DE LA PRECIPITACION REGISTRADA EN UNA ESTACION O PRECIPITACION PUNTUAL

El análisis se realiza con los datos registrados en cada estación; a continuación se describen los pasos de que consta.

##### 3.2.1 Curva masa

La curva masa es la representación de la altura de precipitación acumulada a través del tiempo, desde el inicio de la tormenta hasta su terminación; se obtiene directamente del registro del pluviógrafo. En la fig 1.5 se muestra la curva masa de una estación.

Cualquier tangente a la curva masa representa la intensidad de la lluvia,  $i$ , para ese instante, que se define como:

$$i = \frac{\Delta P}{\Delta t} \quad (1.1)$$

donde

- $i$  intensidad de la lluvia, en mm/h
- $\Delta P$  incremento de lluvia en el intervalo  $\Delta t$ , en mm
- $\Delta t$  incremento de tiempo, en h

**COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD**

Estación de Preparación en \_\_\_\_\_

Estado de \_\_\_\_\_ Municipalidad \_\_\_\_\_ Distrito o Partido \_\_\_\_\_

**REGISTRO DE OBSERVACIONES HECHAS A LAS 8 HORAS**

Mes de \_\_\_\_\_ de 19 \_\_\_\_\_

Altura de la Estación sobre nivel del mar \_\_\_\_\_

CFE-VII-176

FECHAS	TERMOMETROS AL AEREO				LLOVIA en milímetros de altura	MICROMETRO  LECTURAS	EVAPORACION EN 24 HORAS	A LA HORA DE LA OBSERVACION				HELADAS	EN LAS 24 HORAS ANTERIORES A LA OBSERVACION			
	AMBIENTE	SOLAR	SOMBRA	VENTILACION				VIENTOS		ESTADO DEL TIEMPO NOTAS	VISIBILIDAD		NEBLINAS	TORNADOS	OTROS	
								Dirrec- cion	Velocidad							
1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																
8																
9																
10																
11																
12																
13																
14																
15																
16																
17																
18																
19																
20																
21																
22																
23																
24																
25																
26																
27																
28																
29																
30																
31																
1																
SUMAS																
NOTAS																

**RESUMEN MENSUAL**

Temperatura máxima en el mes \_\_\_\_\_ días  
 Temperatura mínima en el mes \_\_\_\_\_ días  
 Temperatura media en el mes \_\_\_\_\_  
 Número de días con helada \_\_\_\_\_  
 Número de días con granizo \_\_\_\_\_  
 Número de días con tormenta \_\_\_\_\_  
 Número de días despejados \_\_\_\_\_  
 Viento dominante \_\_\_\_\_  
 Fecha de la primera y última helada \_\_\_\_\_  
 Oscilación máxima \_\_\_\_\_

Número de días con lluvia de 0.1 mm. en adelante \_\_\_\_\_  
 Número de días con lluvia insignificante \_\_\_\_\_  
 Lluvia máxima en 24 horas en mm. \_\_\_\_\_ días  
 Total de lluvia en el mes en milímetros de altura \_\_\_\_\_  
 Evaporación total en el mes \_\_\_\_\_  
 Evaporación media diaria \_\_\_\_\_  
 Número de días con temperatura crítica \_\_\_\_\_  
 Número de días con niebla \_\_\_\_\_  
 Número de días con rocío \_\_\_\_\_  
 Vientolada dominante \_\_\_\_\_

**NOTAS**

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

EL ENCARGADO

FIG. I.4 Hoja de registro



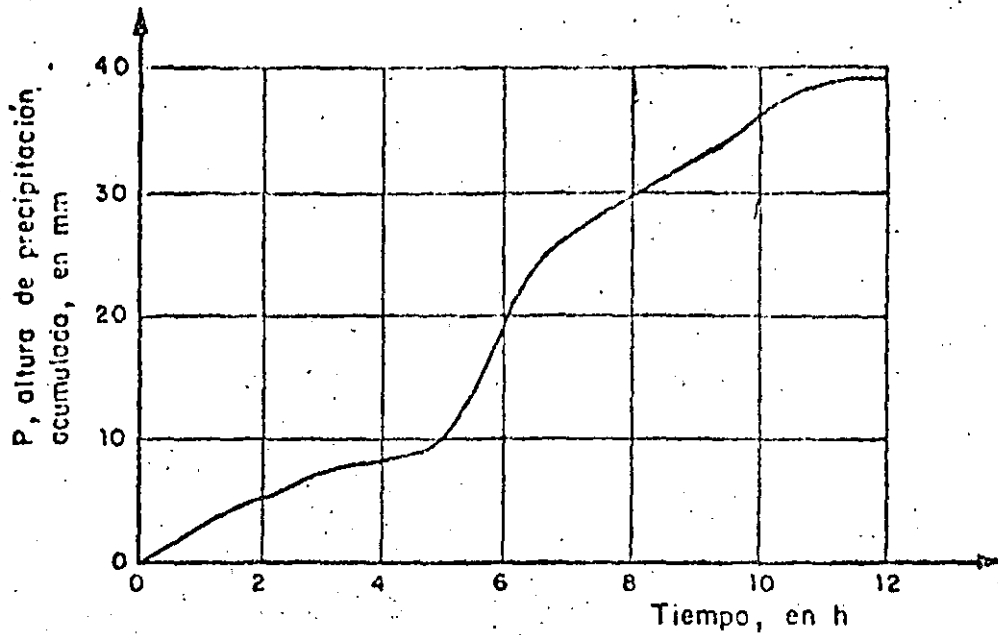


FIG. I.5 Curva masa de una tormenta

Para diferentes intervalos de tiempo (duración) existirá un valor de intensidad máxima que se calcula mediante el procedimiento siguiente:

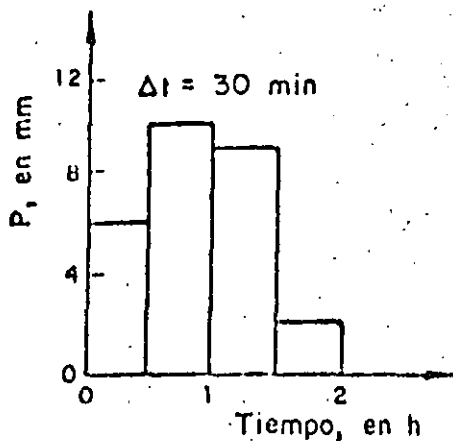
1. Se selecciona una duración de interés,  $d_i$ .
2. Con los valores de la curva masa se calculan las diferencias de precipitación,  $\Delta P_i$ , correspondientes a todas las parejas de puntos separados entre sí un tiempo  $d_i$ .
3. Se selecciona la diferencia máxima,  $\Delta P_{i \text{ máx}}$ , y se divide entre el intervalo de tiempo a fin de encontrar la intensidad máxima correspondiente a dicho intervalo.
4. Se repite el proceso para otras duraciones.

## 3.2.7. Hietograma

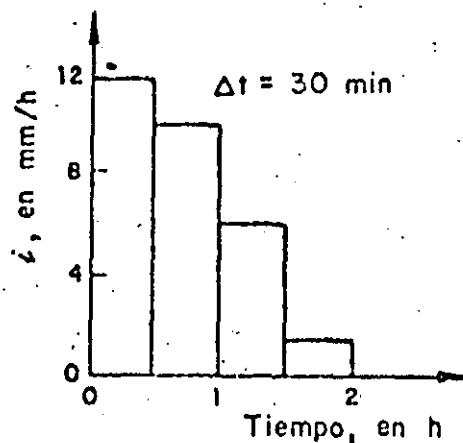
Es una representación mediante barras verticales de la variación de la altura de precipitación con respecto a intervalos de tiempo constantes. Utilizando la curva masa se obtiene el hietograma a través del siguiente procedimiento:

1. Se divide la curva masa en intervalos de tiempo constante,  $\Delta t$
2. Se obtiene la altura de precipitación hasta el final de cada intervalo de tiempo
3. Se calculan en diferencias de precipitación entre cada intervalo
4. Se grafican los valores obtenidos en 3, ver fig 1.6a.

En ocasiones se puede también expresar el hietograma en términos de la intensidad de lluvia en lugar de su altura; para ello se divide cada uno de los valores obtenidos en el paso 4 entre el intervalo de tiempo  $\Delta t$ , ver fig 1.6b.



a) Hietograma, expresado en altura de precipitación



b) Hietograma, expresado en intensidad de lluvia

FIG. I.6 Hietograma de una tormenta

### 3.2.3 Curva intensidad de la lluvia-duración-período de retorno

- 5 -

La obtención de esta curva permite tener un conocimiento de la variación de las características de la intensidad o de la precipitación con respecto a su frecuencia de incidencia (período de retorno). Se utilizan en modelos de relación lluvia-escorrentamiento, como por ejemplo, el método racional (ver cap 4.).

Estas curvas se pueden obtener por dos métodos, en uno el cálculo se realiza para valores correspondientes a una sola duración (método de intensidad de lluvia-período de retorno) y en el otro se hace un ajuste simultáneo de los valores de las tres variables (método de correlación lineal múltiple). A continuación se describen ambos.

#### a) Método de intensidad de lluvia-período de retorno

El análisis se realiza para cada duración, ajustando a los valores máximos anuales una función de distribución de probabilidad (ver cap A.1.6). En se guida se describe el proceso de cálculo.

1. Se selecciona una duración de interés
2. De cada tormenta registrada se obtiene la intensidad de lluvia máxima pa ra la duración seleccionada
3. De cada año de registro se obtiene el máximo de los valores obtenidos en el paso 2
4. A las intensidades máximas anuales, para la duración seleccionada, se les ajusta una función de distribución de valores extremos (generalmente una función del tipo Gumbel), siguiendo el procedimiento descrito en el cap A.1.6, con lo cual se logra relacionar la magnitud de la intensidad con el período de retorno correspondiente
5. El proceso se repite desde el paso 2, para considerar otras duraciones de interés

(5)

1.2.13

## b) Método de correlación lineal múltiple

6

En este caso la curva de intensidad de la lluvia-duración-período de retorno se obtiene ajustando una función a los valores de intensidades máximas anuales correspondientes a todas las duraciones de interés.

Antes de realizar el ajuste se necesita tener una idea de cuáles son los tipos de ecuaciones que en general relacionan a estas variables. Dentro de las más usuales se tiene la del siguiente tipo

$$i = \frac{k T_r^m}{d^n} \quad (I.2)$$

donde

$i$  intensidad de la lluvia, en mm/h

$T_r$  período de retorno, en años

$d$  duración de la intensidad, en h

$k, m, n$  parámetros que se obtienen al hacer el ajuste de la ec I.2

Tomando logaritmos, la expresión I.2 se transforma en

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (I.3)$$

donde

$$y = \log i$$

$$x_1 = \log T_r$$

$$x_2 = \log d$$

$$a_0 = \log k$$

$$a_1 = m$$

$$a_2 = -n$$

Los parámetros  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  se calculan mediante un ajuste de correlación lineal múltiple, según se describe en el cap A.1.6.

### 2.3 ANALISIS DE VARIAS ESTACIONES

Se utiliza para conocer la distribución espacial de la lluvia; comprende los siguiente cálculos.

## 3.3.1 Precipitación media -

7

Para conocer la precipitación media de una tormenta en una zona determinada, se requieren mediciones en varias estaciones localizadas tanto dentro de ella como en su vecindad. El cálculo se puede hacer mediante cualquiera de los siguientes criterios:

## a) Promedio aritmético

Es el criterio más sencillo y consiste en hacer la suma de la altura de precipitación total registrada en cada una de las estaciones, entre el número total de estas. La ecuación representativa es

$$\bar{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i) \quad (1.4)$$

donde

$\bar{P}$  precipitación media, en mm

n. número de estaciones

$P_i$  precipitación registrada en la estación i, en mm

## b) Método de Thiessen

La aplicación de este criterio requiere conocer la localización de las estaciones en la zona en estudio y delimitar el área de influencia de cada estación dentro de dicha zona. Para determinar el área de influencia, primero se trazan triángulos que ligan las estaciones más próximas entre sí y después las medianas de los lados de los triángulos; las áreas limitadas por éstas forman polígonos que rodean a cada estación, ver fig I.7a.

Para obtener la precipitación media se utiliza la ecuación

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i a_i)}{A} \quad (1.5)$$

donde

$a_i$  área del polígono correspondiente a la estación i, en km<sup>2</sup>

(7)

1.2.15

A Área total de la cuenca, en km<sup>2</sup>

8

c) Método de isoyetas

Se requiere un mapa con la localización de las estaciones. En cada una de ellas se anota el valor de la precipitación registrada y se trazan las curvas de igual precipitación, denominadas isoyetas, ver fig 1.7b. El trazo de las isoyetas es semejante al que se realiza en topografía para las curvas de nivel del terreno. La ecuación representativa es

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{P}_i A_i)}{A} \quad (1.6)$$

donde

$\bar{P}_i$  precipitación promedio entre dos isoyetas, en mm

$A_i$  área limitada entre dos isoyetas consecutivas y los extremos de la cuenca, en km<sup>2</sup>

A área total de la cuenca, en km<sup>2</sup>

• Estaciones

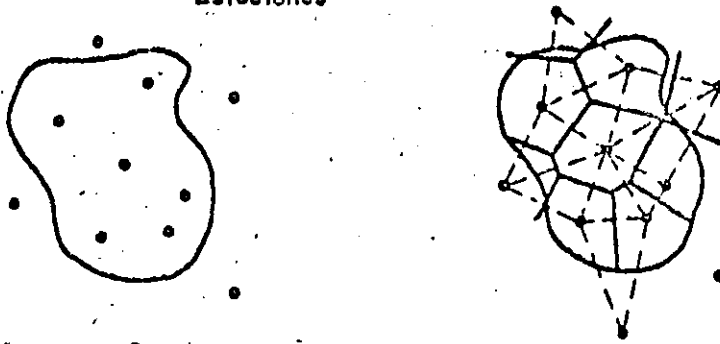


FIG. 1.7a Polígonos de Thiessen

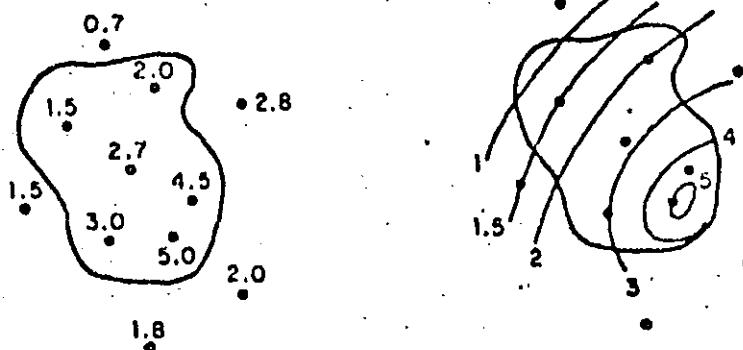


FIG. 1.7b Plano de isoyetas

(B)

1.2.16

El método de isoyetas permite obtener mejores resultados ya que al construir el mapa de isoyetas se puede incluir el posible efecto orográfico. El método de Thiessen es menos preciso, pero permite sistematizar fácilmente los cálculos, lo cual es muy útil cuando se necesita analizar una gran cantidad de tormentas. El promedio aritmético sirve únicamente para tener una idea aproximada del valor de la precipitación media. En cualquier caso, el volumen total de lluvia en la cuenca se obtiene multiplicando la precipitación media por el área de la cuenca.

### 3.3.2 Curva masa media ajustada

Se presentan dos opciones para calcularla

- 1) Todas las estaciones dentro y cercanas a la cuenca tienen pluviógrafos.
- 2) Algunas estaciones tienen pluviógrafos y otras pluviómetros.

En el procedimiento que se describe a continuación se consideran estas dos opciones.

- a) Se obtiene la curva masa de cada estación con pluviógrafo en la zona de estudio
- b) Se calcula la precipitación media para la duración total, empleando pluviógrafos y pluviómetros, con el método de isoyetas
- c) Superponiendo las gráficas de curvas masa, se escoge un origen a partir del cual se divide la duración total en intervalos de tiempo constantes
- d) Se obtiene la precipitación para cada estación pluviográfica y cada intervalo de tiempo
- e) Con los datos del inciso d, se obtiene la precipitación media en la cuenca para cada intervalo de tiempo, empleando el método de Thiessen
- f) Se grafican los valores de precipitación obtenidos en e; la unión de todos estos puntos es la curva masa media
- g) Si el valor de la precipitación media total calculado con el método de Thiessen es diferente del obtenido con el método de isoyetas, se deben ajustar los valores del inciso e. El factor de ajuste resulta de  $d_i$

vidir el valor de la precipitación media total del método de isoyetas entre la precipitación media total obtenido con el de Thiessen

- h) Los valores obtenidos en e se multiplican por el factor de ajuste calculado en g
- i) Se grafican los valores del inciso h; la unión de todos estos puntos es la curva masa media ajustada para la zona en estudio.

### 3.3.3 Curva altura de precipitación-área-duración

Una forma de analizar los registros de precipitación es mediante el cálculo de las combinaciones de precipitación respecto a sus áreas de distribución para diferentes duraciones de tormenta. Estas curvas deben trazarse para las tormentas más desfavorables, pues se trata de relacionar las condiciones más adversas. La secuencia de cálculo es la siguiente:

- a) Se efectúan los cálculos indicados en 2.4.3.2, hasta el inciso d
- b) Para cada zona encerrada por una isoyeta, empezando por la isoyeta de mayor valor, se calcula el área encerrada por la isoyeta, y la precipitación media correspondiente, con el método de isoyetas descrito en 3.3.1
- c) Se trazan los polígonos de Thiessen asociados a las estaciones pluviográficas y se superponen al plano de isoyetas para determinar qué porcentaje del área encerrada por cada isoyeta le corresponde a cada pluviógrafo
- d) Se calcula una curva masa media para cada área encerrada entre isoyetas, multiplicando la curva masa de cada estación pluviográfica por el porcentaje correspondiente obtenido en el paso c
- e) Para cada caso, es decir, para cada área encerrada entre isoyetas, se calcula la curva masa media ajustada siguiendo el procedimiento indicado en los incisos g y h de 3.3.2
- f) Para todas las duraciones de interés, las cuales deben ser múltiplos del intervalo de tiempo utilizado en el análisis, y para cada área, se calculan los incrementos máximos de precipitación
- g) En una gráfica como la que se muestra en la fig I.8 se relacionan las tercias de valores correspondientes al incremento máximo de precipitación, la duración y el área. Las curvas que se obtienen se denominan curvas altura de precipitación-área-duración



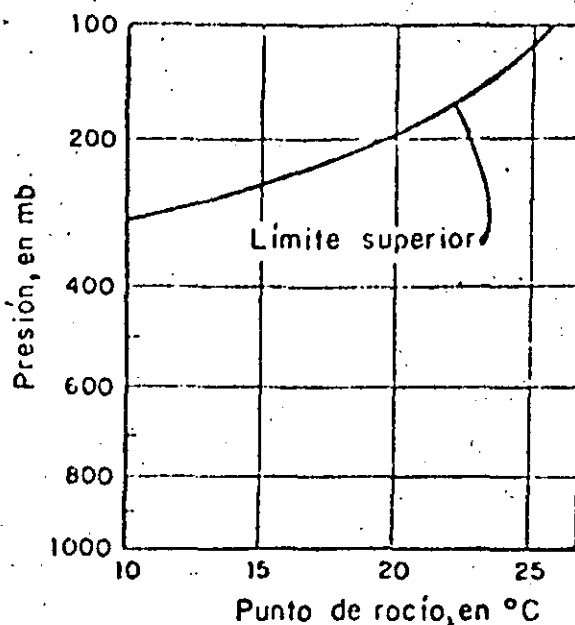


FIG. I.8 Niveles máximos para un modelo de tormenta

### 3.4 CALCULO DE LA TORMENTA DE DISEÑO (MAXIMIZACIONES)

#### 3.4.1 INTRODUCCION

En este apartado se describirá el proceso de cálculo más común para las condiciones medias de información en el país.

El procedimiento consiste fundamentalmente en trasponer hasta la cuenca en estudio grandes tormentas ocurridas en otros sitios. Las tormentas más grandes ocurridas en el sitio, más las que, siendo del mismo tipo, sean traspuentadas desde otros lugares, se maximizan para obtener la tormenta de diseño.

En el proceso de trasposición se toma en cuenta la posibilidad de que, desde el punto de vista del meteorólogo, la tormenta ocurrida en otro lugar sea factible de ocurrir en el sitio en estudio, y el ajuste se realiza considerando las condiciones topográficas y las temperaturas de punto de rocío en ambos lugares.

La maximización se realiza bajo el supuesto de que las tormentas históricas extremas seleccionadas, son representativas de mecanismos que han trabajado a

su máxima eficiencia en cuanto a convergencia y movimiento vertical, y que únicamente pueden ser maximizados en términos de la humedad disponible.

### 3.4.2 PROCEDIMIENTO DE CALCULO

La determinación de la tormenta de diseño se realiza mediante los pasos que se indican a continuación en forma resumida y que posteriormente se describirán con más detalle.

- a) Con base en la información existente en la zona relativa a duraciones de tormentas, o con ayuda del meteorólogo, se seleccionan las duraciones críticas para el proyecto en estudio.
- b) Se analiza la información histórica de grandes tormentas ocurridas en la cuenca a fin de determinar las características típicas de las que puedan presentarse en la zona, para las duraciones seleccionadas en el punto anterior. Aún cuando no es una regla general, se pueden clasificar como grandes las diez mayores tormentas ocurridas en la cuenca.
- c) Se recopila información histórica de grandes tormentas ocurridas en cualquier sitio, pero con las características típicas definidas en el punto anterior. Con objeto de facilitar el desarrollo de este paso, en las ayudas de diseño se incluye información de grandes tormentas que han sido utilizadas para el cálculo de avenidas de diseño en México.
- d) Se calcula el factor de trasposición para tormentas ocurridas fuera de la cuenca en estudio y el factor de maximización por disponibilidad de humedad.
- e) Una vez hecha la trasposición y la maximización, se seleccionan las tormentas más desfavorables.
- f) Se obtiene la envolvente de las curvas altura de precipitación-área-duración ( $H_p - A - D$ ), tomando en cuenta la información histórica de las tormentas registradas en la cuenca en estudio (paso 6).

- g) Se transforman las curvas  $H_p$ -A-D en hietogramas, tomando en cuenta la forma típica de estos en la cuenca en estudio.
- h) Si las condiciones del proyecto indican la necesidad de utilizar una secuencia de tormentas, se establece la separación entre ellas.
- i) La secuencia de hietogramas seleccionados constituye la tormenta de diseño.

#### 3.4.2.1 Selección de duraciones críticas

La selección de las duraciones críticas para el cálculo de la avenida de diseño de una presa, debe considerar fundamentalmente el área de la cuenca y el volumen de la presa destinado a regular la avenida.

En cuanto a la influencia del tamaño de la cuenca, esta puede tomarse en cuenta seleccionando las tres o cuatro avenidas históricas más importantes, y analizando los registros pluviográficos de las fechas correspondientes. De esta manera se tendrá una idea aproximada del tiempo de respuesta de la cuenca y de la duración mínima de una tormenta que le afecte sensiblemente. En el cap A.1.5 se trata más ampliamente la manera de calcular el tiempo de respuesta de una cuenca.

La capacidad de regulación de una presa se toma en cuenta comparando el volumen de la mayor avenida histórica con el volumen destinado a regular avenidas en la presa; si la relación entre estos volúmenes es pequeña (por ejemplo menor que 0.3), la duración total de la tormenta que se utilice para el diseño deberá escogerse mayor que la correspondiente a la máxima avenida histórica. Si aún suponiendo tormentas con tres días de duración total, la capacidad de regulación de la presa sigue siendo muy importante en términos relativos, será necesario utilizar para el diseño una secuencia de tormentas.

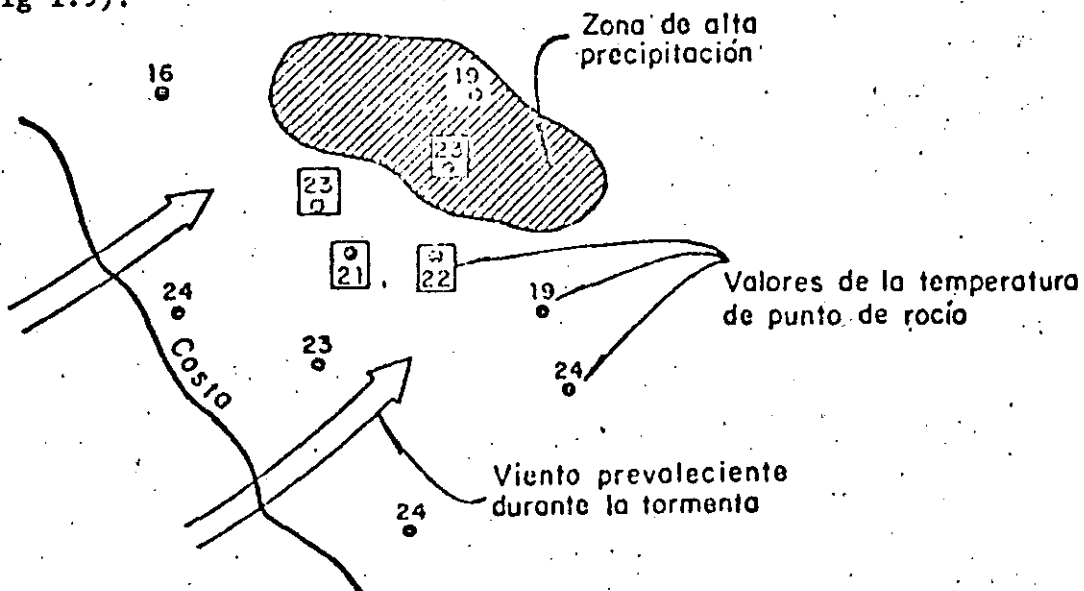
El proceso anterior sirve para dar idea del orden de magnitud de las duracion

nes importantes; sin embargo, conviene, para mayor seguridad, trabajar con duraciones totales mayores que la definida al analizar la capacidad de la presa, y formar el histograma con intervalos de duración menores que el tiempo de respuesta de la cuenca.

### 3.4.2.2 Análisis de información histórica de grandes tormentas ocurridas en la cuenca

Para cada una de las tormentas importantes ocurridas en la cuenca (10 tormentas, por ejemplo), debe analizarse la información y presentarse un resumen que incluya, de ser posible, los siguientes datos

- Cartas de isobaras, y en general información de características sinópticas, comentadas por un especialista en meteorología, indicando el tipo de fenómeno meteorológico predominante.
- Registros de temperaturas de punto de rocío representativos del ingreso de humedad a la zona. En este sentido, es preferible utilizar la información de puntos situados entre la fuente de humedad y la cuenca (fig I.9).



Nota: o Valores que se tomaron como representativos

FIG. I.9 Temperaturas de punto de rocío representativas de una tormenta

- Trayectorias generales del flujo en planta
- Velocidades medias del viento
- Mapas de isoyetas
- Curvas altura de precipitación-área-duración ( $H_p$ -A-D).

#### 3.4.2.3 Recopilación de información sobre grandes tormentas ocurridas en otros sitios

En este caso, interesará la información relativa a

- Localización de la zona, incluyendo niveles medios y barreras topográficas
- Tipo de fenómeno meteorológico
- Temperaturas de punto de rocío
- Curvas  $H_p$ -A-D.

En las Ayudas de diseño se incluye información sobre huracanes que han sido traspuestos a México para el cálculo de tormentas de diseño.

#### 3.4.2.4 Trasposición y maximización

Debido a la poca frecuencia con que aparecen las tormentas extremas, es necesario ampliar la muestra de este tipo de fenómenos mediante el empleo de información registrada en otras zonas. Este procedimiento, llamado de trasposición, tiene como limitación que las tormentas por trasponer sean meteorológicamente factibles de ocurrir en la cuenca estudiada. Esta factibilidad debe ser consultada con un especialista en Meteorología.

El factor de ajuste necesario para trasponer la tormenta se determina calculando el cociente entre el agua precipitable en el lugar de origen de la tormenta y el que se tiene en la cuenca estudiada. Si el proceso es únicamente de trasposición, se puede suponer que la temperatura de punto de rocío no cambia. Si  $h_0$  y  $h_A$  designan el agua precipitable observada y traspuesta, respectivamente, el factor de ajuste,  $K$ , se obtiene con

$$K = \frac{h_A}{h_o} \quad (I.24)$$

donde

$h_o$  agua precipitable en el punto de ocurrencia de la tormenta, para la temperatura de rocío observada.

$h_A$  agua precipitable en la cuenca bajo estudio, para el mismo punto de rocío.

Ambos valores,  $h_o$  y  $h_A$ , pueden calcularse con la tabla I.2.

Una vez traspuestas las avenidas al sitio en estudio, se maximizan añadiendo a la muestra las tormentas registradas directamente en el sitio.

La maximización *in situ* de una tormenta consiste en multiplicar la precipitación observada por un coeficiente de maximización igual a

$$K_M = \frac{h_M}{h_A} \quad (I.25)$$

donde

$h_M$  agua precipitable calculada con el valor de la temperatura de rocío persistente máxima en la historia de la zona

$h_A$  agua precipitable calculada con el valor de la temperatura de rocío persistente observada durante la tormenta.

Los valores de los coeficientes de trasposición,  $K$ , y de maximización,  $K_M$ , asociados a cada tormenta, se utilizan para ajustar las curvas  $H_p$ -A-D, multiplicando las alturas de precipitación correspondientes a cada área y cada duración por el producto de ambos factores (en el caso de las tormentas registradas en el sitio, el factor  $K$  tiene un valor unitario).

Una vez ajustadas las curvas  $H_p$ -A-D se selecciona las más desfavorables, tomando en cuenta la duración escogida en el primer paso.

### 3.4.2.5 Construcción de los hietogramas

Una vez seleccionadas las tormentas más desfavorables, se construyen los hietogramas correspondientes cumpliendo con la restricción que imponen las curvas  $H_p-A-D$  (cap A.1.2). Como pueden existir varios hietogramas que corresponden a la misma curva  $H_p-A-D$ , se seleccionan los que correspondan a la distribución observada en el pasado. En las Ayudas de diseño se muestra un ejemplo de como seleccionar la distribución.

Cuando sea necesario utilizar una secuencia de hietogramas se puede emplear como norma general una separación de cuatro días entre tormentas y analizar todas las combinaciones posibles en cuanto al orden de ocurrencia de los hietogramas seleccionando la más desfavorable.

## EJEMPLO III.1. ANALISIS DE LA PRECIPITACION REGISTRADA EN UNA ESTACION

En la fig III.1 se muestra una copia de la hoja de registro obtenida en el pluviógrafo de la estación "Presa Mixcoac, D. F.", el 12 de septiembre de 1977.

Se desea realizar el análisis del registro, para presentar la información en forma más adecuada para su uso posterior.

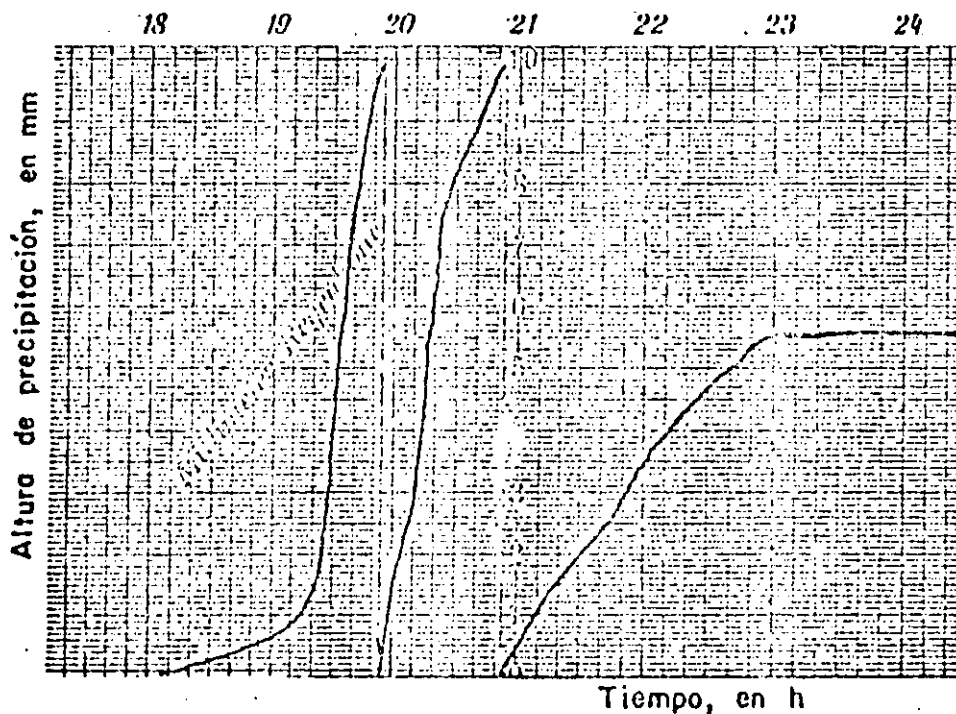


FIG. III.1 Registro de la tormenta del 12 de septiembre de 1977. Estación "Presa Mixcoac" D. F.

Las tres partes básicas del análisis de la lluvia registrada en un punto durante una tormenta son la obtención de la curva masa, el cálculo del hietograma y el de la intensidad máxima asociada a diferentes duraciones.

#### 1. Curva masa

Para obtener la curva masa se requiere únicamente obtener la precipitación acumulada, desde que empieza la tormenta hasta que termina (en este caso, las



18h y 23 h respectivamente, ver fig III.1). Debe tenerse cuidado en considerar que cada vez que se vacía el receptor temporal del pluviógrafo, se han acumulado 10 mm. En la tabla III.1 se muestran los valores obtenidos tomando intervalos de 10 minutos para el análisis. Esta misma información se muestra gráficamente en la fig III.2.

TABLA III.1 Curva masa para el registro de la estación "Presa Mixcoac, D. F." del 12 de septiembre de 1977. Los valores de precipitación están expresados en mm

Hora	Duración, en min					
	0	10	20	30	40	50
18	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
19	0.65	0.90	1.40	4.80	7.80	9.60
20	11.60	12.90	16.40	18.20	19.00	19.80
21	20.50	21.00	21.50	21.05	22.40	22.90
22	23.50	24.00	24.35	24.65	25.00	25.40
23	25.60	25.60	25.60	25.60	25.60	25.60

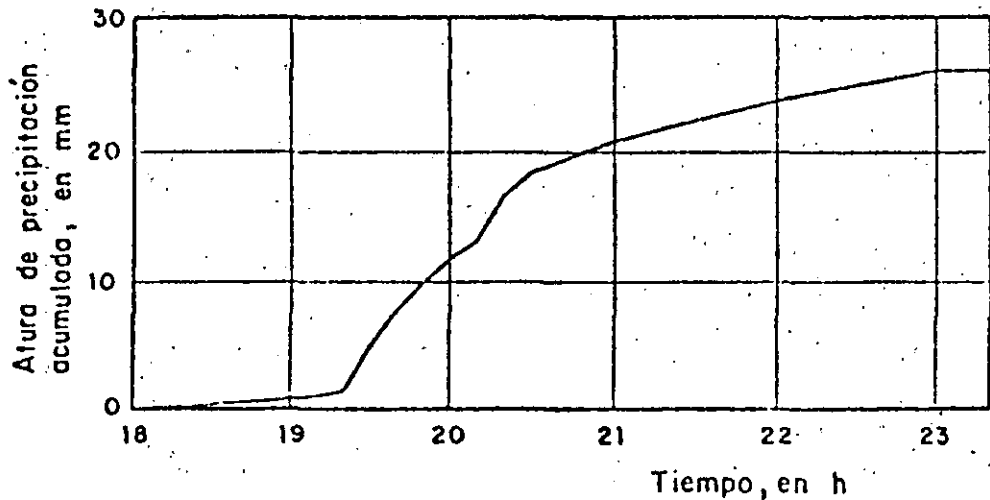


FIG. III.2 Curva masa de la tormenta del 12 de septiembre de 1977. Estación "Presa Mixcoac" D. F.

## 2. Hietograma

Como se indicó en el inciso 2.4.2.2 del tomo I, el hietograma puede calcularse para diferentes intervalos de tiempo, los cuales se seleccionan de acuerdo con el detalle que sea necesario para el análisis. En la tabla III.2 y la fig III.3 se muestran los resultados obtenidos para intervalos de 30, 60 y 300 minutos.

TABLA III.2 Hietograma para la estación "Presa Mixcoac"

Hora	Altura de precipitación, en mm	Variación para $\Delta t = 30$ min	Variación para $\Delta t = 60$ min	Variación para $\Delta t = 300$ min
18.0	0.00			
		0.30		
18.30	0.30		0.65	
		0.35		
19.0	0.65			
		4.15		
19.30	4.80		10.95	
		6.80		
20.0	11.60			
		6.60		
20.30	18.20		8.90	25.6
		2.30		
21.0	20.50			
		1.55		
21.30	22.05		3.00	
		1.45		
22.0	23.50			
		1.15		
22.30	24.65		2.10	
		0.95		
23.0	25.60			

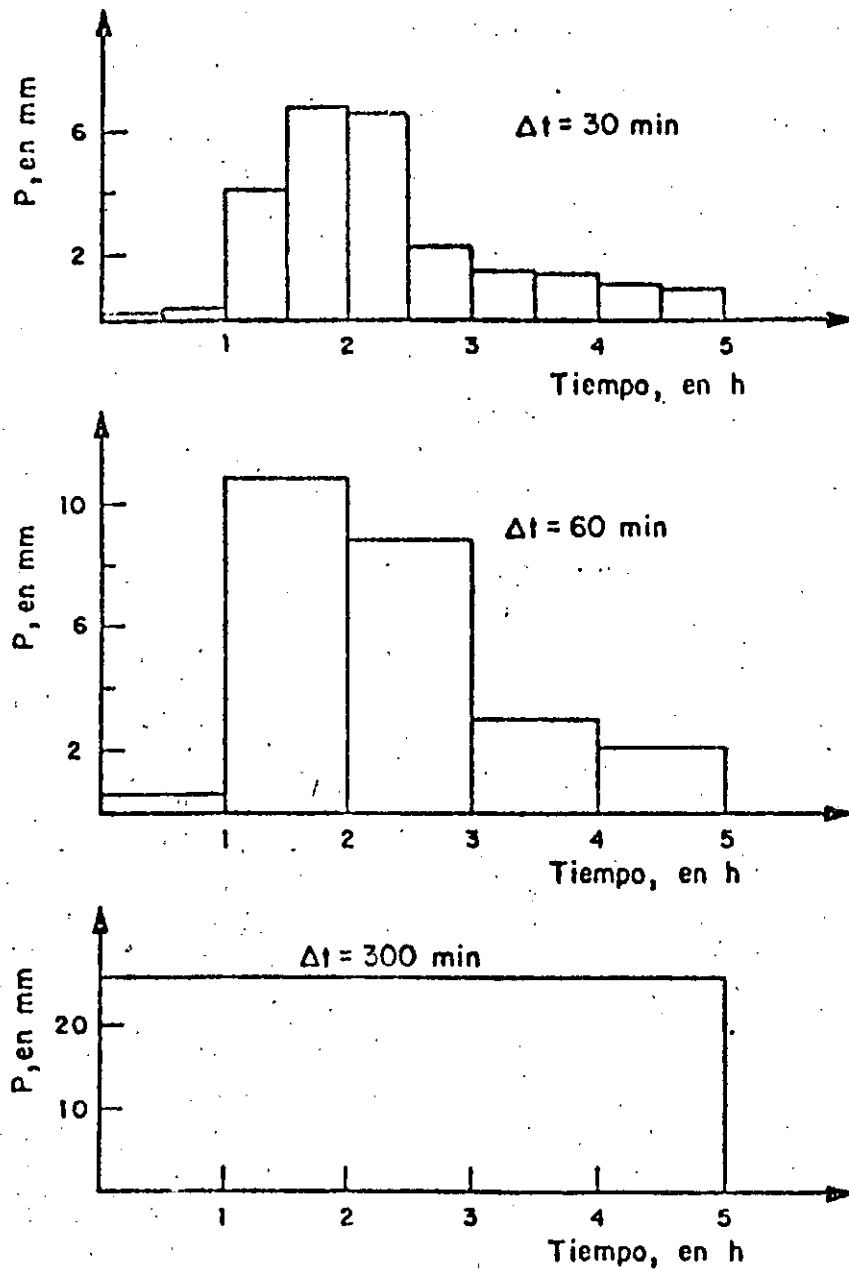


FIG. III.3 Histograma para diferentes intervalos de tiempo

### 5. Intensidad máxima

En este caso se desea conocer cual es el valor de la intensidad máxima de lluvia asociada a una duración de interés, independientemente de la hora en que ocurrió. Así, por ejemplo, si se considera una duración de 30 minutos deben analizarse todos los incrementos de precipitación correspondientes a ese intervalo de tiempo y seleccionar el máximo de ellos; en este caso el incremento para esa duración es de 8.20 mm y ocurrió entre las 19 h 20 min y las 19 h 50 min; por tanto, la intensidad máxima para esa duración es igual a

$$I_{30} = 8.2 \text{ mm}/30 \text{ min} = 16.4 \text{ mm/h}$$

En la tabla III.3 se muestran los resultados obtenidos para otras duraciones.

TABLA III.3 Intensidades máximas para diferentes duraciones

Duración, en min	Incremento de precipitación, en mm	Intensidad, en mm/h
30	8.20	16.400
60	15.40	15.400
120	20.10	10.050
240	24.90	6.225
300	25.60	5.100

## EJEMPLO III.2 CALCULO DE LAS CURVAS DE ALTURA DE PRECIPITACION-DURACION-PERÍODO DE RETORNO

En la tabla III.4 se muestran los valores de altura de precipitación máxima, para diferentes duraciones, registrados en la estación "Santa Catarina, Tamps". Con objeto de utilizarlos para estimar las posibilidades de inundación local en la zona, se requiere determinar la precipitación máxima que puede presentarse para diferentes duraciones y con diferentes probabilidades.

Los requerimientos del problema se satisfacen con el cálculo de las curvas de altura de precipitación-duración-período de retorno, que se obtienen ajustando funciones analíticas a los datos. A continuación se describe la manera de hacer estos ajustes.

## a) Método de altura de precipitación-período de retorno

El proceso de cálculo es el siguiente

1. Se selecciona una duración de interés, por ejemplo, cualquiera de las que aparecen en la tabla III.4
2. De cada tormenta registrada se obtiene la precipitación máxima para la duración de interés, ver tabla III.4
3. De cada año de registro se obtiene el máximo de los valores obtenidos en el paso 2. En la tabla III.4 los valores que aparecen subrayados no corresponden a la precipitación máxima anual
4. A las precipitaciones máximas anuales, para la duración seleccionada, se les ajusta una función de distribución de probabilidad, generalmente del tipo Gumbel; para ello hay que asignar a los datos un periodo de retorno, de la siguiente manera:

TABLA III.4 Datos de altura de precipitación máxima registrados en la estación "Sta. Catarina, Tamps", en mm

Fecha			Duración, en min					
Año	Mes	Día	5	10	20	45	80	120
1938	Feb.	20	10.0	--	--	--	--	--
	Jul	29	10.0	19.0	29.0	47.5	55.2	56.0
1939	Abr	12	11.0	18.3	26.7	30.4	32.1	32.2
1940	Jun	24	--	10.7	14.4	--	--	--
	Ago	9	8.0	--	--	28.2	29.2	29.2
1941	May	5	6.6	8.7	10.5	10.5	10.5	--
	Jun	9	--	--	--	--	--	13.8
1942	Jul	4	--	16.0	25.9	55.5	66.8	67.8
	Jul	5	12.4	--	--	--	--	--
1943	Sep	6	10.5	12.7	16.1	17.3	19.5	25.2
1944	Oct	7	7.7	10.6	16.2	26.0	32.3	46.0
1945	Ago	30	7.2	10.3	14.2	20.0	32.0	44.6
1946	Ago	30	8.5	9.7	15.0	15.8	15.9	15.0
1947	Jul	30	--	10.0	17.1	23.5	--	--
	Ago	4	--	--	--	--	28.7	35.8
	Ago	25	10.0	10.0	--	--	--	--
1948	Jul	7	6.4	9.6	11.7	18.5	--	--
	Sep	9	--	--	--	--	22.3	26.2
1949	Sep	19	8.2	9.5	18.0	23.0	34.0	38.6
1950	Mar	3	--	--	--	--	8.7	9.4
	Jul	13	--	--	6.1	6.3	--	--
	Ago	18	4.8	4.8	--	--	--	--
1951	Jun	24	10.7	15.5	28.5	35.5	36.4	36.4
1952	Abr	23	5.5	--	--	--	--	--
	Jun	7	--	7.8	9.0	9.5	10.0	11.8
1953	Jul	14	10.0	--	--	30.0	--	--
	Oct	3	10.0	11.3	16.2	30.0	38.0	38.0
1954	Oct	5	--	--	--	10.5	12.8	14.2
	Oct	8	8.0	9.0	9.3	--	--	--
1955	Jul	8	8.0	8.0	--	--	--	--
	Nov	2	--	8.0	14.5	20.5	34.0	48.0
1956	May	15	12.5	15.5	20.0	24.8	25.5	25.6
1957	Sep	21	7.5	11.0	14.3	19.0	25.7	29.0
1958					Sin datos			
1959	Jun	14	5.7	--	9.2	10.0	15.2	15.6
	Ago	13	--	6.8	--	--	--	--
1960	Ago	11	9.8	11.7	18.0	20.6	21.1	22.6
1961	Jul	10	7.1	7.1	7.1	7.1	7.1	7.2
1962	Sep	10	13.5	18.5	20.7	38.5	60.0	80.0
1963	May	17	8.0	10.0	11.5	--	--	30.0
	Jun	16	--	--	--	20.3	23.1	--
1964	May	31	10.0	17.5	17.8	18.5	19.2	19.8

- a. Para la duración escogida en el paso 1, se ordenan de mayor a menor los valores de precipitación máxima calculados en el paso 3., y se les asigna un número de orden (m)
- b. Se calcula el periodo de retorno ( $T_r$ ) que corresponde a cada dato de precipitación máxima utilizando la siguiente ecuación (ver cap A.1.6)

$$T_r = \frac{N+1}{m} \quad (\text{III.1})$$

donde

N número total de años de registro

En la tabla III.5 se muestran los resultados obtenidos al aplicar los pasos a y b.

Los valores de los parámetros de las funciones de distribución para las parejas de valores de precipitación-periodo de retorno se obtuvieron con el procedimiento descrito en el cap A.1.6, utilizando el programa de computadora del cap A.2.16. Los resultados que se obtienen, para cada duración, son los que se indican a continuación:

d = 5 min	P = 7.766 - 1.712 LnLn ( $T_r / (T_r - 1)$ )
d = 10 min	P = 9.789 - 3.006 LnLn ( $T_r / (T_r - 1)$ )
d = 20 min	P = 13.266 - 4.805 LnLn ( $T_r / (T_r - 1)$ )
d = 45 min	P = 17.325 - 9.124 LnLn ( $T_r / (T_r - 1)$ )
d = 80 min	P = 20.673 - 11.723 LnLn ( $T_r / (T_r - 1)$ )
d = 120 min	P = 23.612 - 13.661 LnLn ( $T_r / (T_r - 1)$ )

En la fig III.4a se han graficado los datos y las ecuaciones obtenidas con el ajuste.

TABLA III.5 Ordenación y período de retorno de los valores de precipitación

Número de orden (n)	T <sub>r</sub> en años	Duración, en min					
		5	10	20	45	80	120
1	27.00	13.5	19.0	29.0	55.5	66.8	80.0
2	13.50	12.5	18.5	28.5	47.5	60.0	67.8
3	9.00	12.4	18.3	26.7	38.5	55.2	56.0
4	6.75	11.0	17.5	25.9	35.5	38.0	48.0
5	5.40	10.7	16.0	20.7	30.4	36.4	46.0
6	4.50	10.5	15.5	20.0	30.0	34.0	44.6
7	3.86	10.0	15.5	18.0	28.2	34.0	38.6
8	3.38	10.0	12.7	18.0	26.0	32.3	38.0
9	3.00	10.0	11.7	17.8	24.8	32.1	36.4
10	2.70	10.0	11.3	17.1	23.5	32.0	35.8
11	2.45	9.8	11.0	16.2	23.0	29.2	32.2
12	2.25	8.5	10.7	16.2	20.6	28.7	30.0
13	2.03	8.2	10.6	16.1	20.5	25.7	29.2
14	1.93	8.0	10.3	15.0	20.3	25.5	29.0
15	1.80	8.0	10.0	14.5	20.0	23.1	26.2
16	1.69	8.0	10.0	14.4	19.0	22.3	25.6
17	1.59	8.0	9.7	14.3	18.5	21.1	25.2
18	1.50	7.7	9.6	14.2	18.5	19.5	22.6
19	1.42	7.5	9.5	11.7	17.3	19.2	19.8
20	1.35	7.2	9.0	11.5	15.8	15.9	15.8
21	1.29	7.1	8.7	10.5	10.5	15.2	15.6
22	1.23	6.6	8.0	9.3	10.5	10.8	14.2
23	1.17	6.4	7.8	9.2	10.0	10.5	13.8
24	1.13	5.7	7.1	9.0	9.5	10.0	11.8
25	1.05	5.5	6.8	7.1	7.1	8.7	9.4
26	1.04	4.8	4.8	6.1	6.3	7.1	7.2



## b. Método de correlación lineal múltiple

Según este método la función que debe ajustarse, tomando en cuenta los valores correspondientes a todas las duraciones simultáneamente, es del tipo indicado por la ec I.2, la cual para precipitaciones máximas se puede expresar como

$$P = \frac{k T_r^m}{d^l} \quad (\text{III.2})$$

De acuerdo con lo indicado en el cap A.1.6, esta ecuación es equivalente a:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (\text{III.3})$$

donde

$$y = \log P$$

$$x_1 = \log T_r$$

$$x_2 = \log d$$

$$a_0 = \log k$$

$$a_1 = m$$

$$a_2 = -l$$

Los valores de los parámetros  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  que aparecen en la ec III.3 se calculan con las siguientes ecuaciones (ver cap A.1.6).

$$\left. \begin{aligned} \Sigma y &= N a_0 + a_1 \Sigma x_1 + a_2 \Sigma x_2 \\ \Sigma x_1 y &= a_0 \Sigma x_1 + a_1 \Sigma (x_1)^2 + a_2 \Sigma (x_1)(x_2) \\ \Sigma x_2 y &= a_0 \Sigma x_2 + a_1 \Sigma (x_1)(x_2) + a_2 \Sigma (x_2)^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.4})$$

donde

N número de sumandos

Con los datos de la tabla III.5 y efectuando las sumas indicadas por la ec III.4, se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} 156.000 a_0 + 146.496 a_1 + 516.993 a_2 &= 433.131 \\ 146.496 a_0 + 243.114 a_1 + 485.475 a_2 &= 458.543 \\ 516.993 a_0 + 485.475 a_1 + 1910.468 a_2 &= 1506.697 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.5})$$

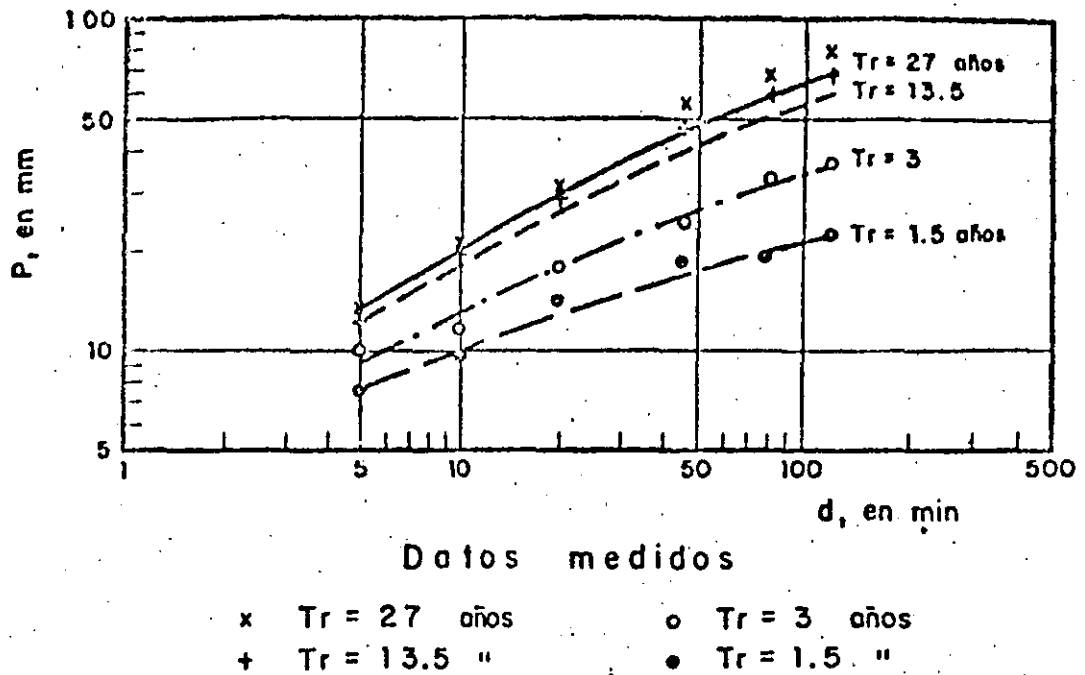


FIG. III.4a Curvas altura de precipitación-duración-período de retorno calculadas con una distribución de Gumbel

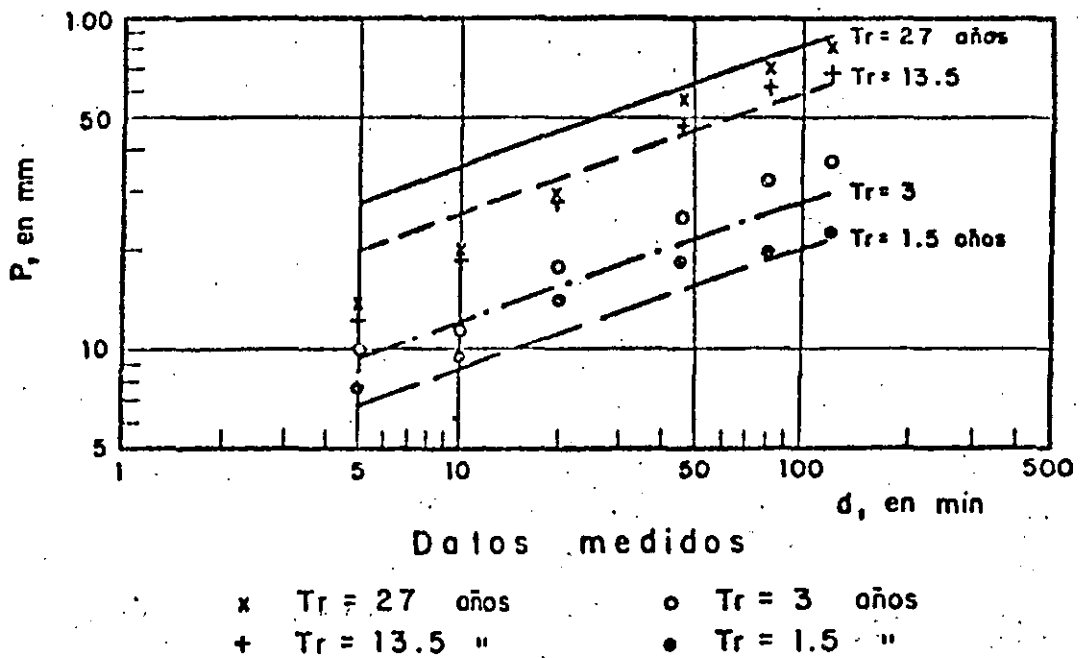


FIG. III.4b Curvas altura de precipitación-duración-período de retorno calculadas con el método de correlación lineal múltiple

Al resolver el sistema de ecs III.5, se obtiene que

$$a_0 = 1.117 \quad a_1 = 0.491 \quad a_2 = 0.362$$

Por tanto

$$k = 3.056 \quad m = 0.491 \quad \ell = -0.362$$

Con los valores de  $k$ ,  $m$  y  $\ell$  la ec III.2 queda expresada como

$$P = 3.056(T_r)^{0.491} (d)^{0.362} \quad (\text{III.6})$$

La función que representa a la ec III.6 se muestra en la fig III.4b.

## EJEMPLO III.3 ANALISIS ESPACIAL Y TEMPORAL DE UNA TORMENTA

Como se indicó en el tomo I, el análisis de la precipitación registrada en varias estaciones durante una tormenta, comprende el cálculo de la precipitación media para la duración total y el área de la cuenca en estudio; de la curva masa media ajustada para el área de la cuenca y para áreas parciales encerradas por isoyetas y, finalmente, la determinación de las curvas de altura de precipitación-área-duración.

Para ilustrar el cálculo se utilizarán los datos de lluvia registrados durante la tormenta del 24 de agosto de 1975 en la cuenca del río Papagayo, tomados de la ref 3.

En la fig III.5 se muestra la cuenca del río Papagayo y la localización de las estaciones en las que se midió la precipitación; por facilidad de ex -

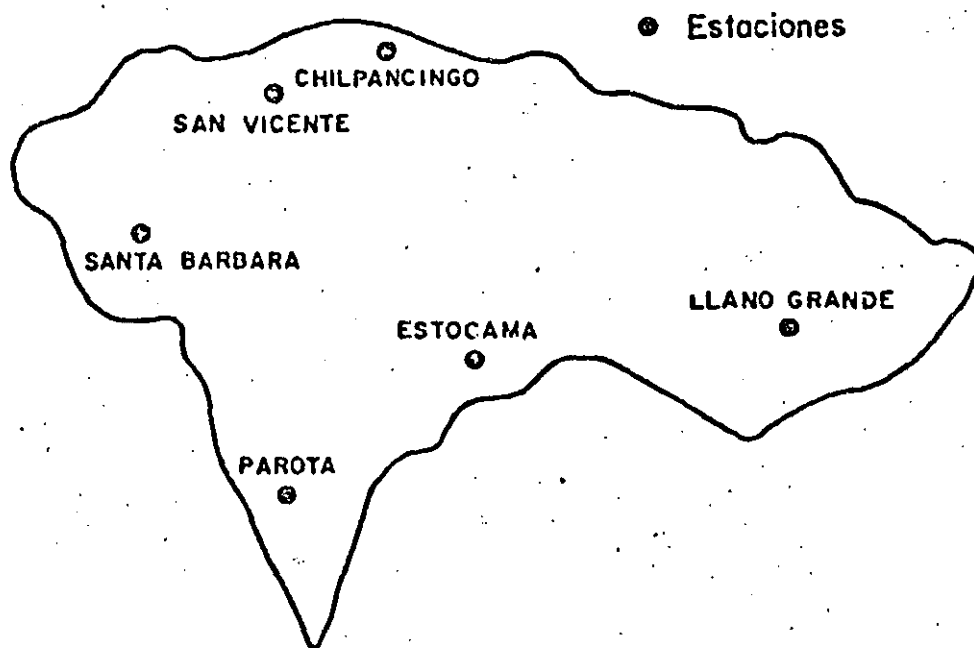


FIG. III.5 Cuenca del río Papagayo y localización de las estaciones

posición, antes de realizar los cálculos se trazaron los polígonos de Thiessen y las isoyetas que se muestran en las figs III.6 y III.7 respectivamente.

Los valores de precipitación acumulada para intervalos de 4 horas registrados en las estaciones pluviográficas se muestran en la Fig. III.8 y la tabla III.6.

TABLA III.6 Valores de precipitación en los registros de los pluviómetros, a cada 4 horas

Estación	Altura de precipitación acumulada, en mm					
	4h	8h	12h	16h	20h	24h
La Parota	4	36	49	88	108	144
Estocama	13	29	40	48	64	102
Llano Grande	10	15	32	58	63	64
Santa Bárbara	3	20	22	40	44	54
San Vicente	0	8	9	32	40	53
Chilpancingo	0	20	21	42	43	43

1. Cálculo de la precipitación media

a) Promedio aritmético

Utilizando la ec I.4, con los datos de precipitación correspondientes a la duración total, es decir, para 24 horas, se obtiene

$$\bar{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i) \tag{I.4}$$

$$\bar{P} = (54+53+43+64+102+144)/6 = 76.7 \text{ mm}$$

b) Método de Thiessen

Según lo descrito en el tomo I, se trazaron los polígonos de Thiessen, ver fig III.6, y se calcularon las áreas correspondientes a cada polígono, las cuales se indican en la tabla III.7. La precipitación media se obtiene uti

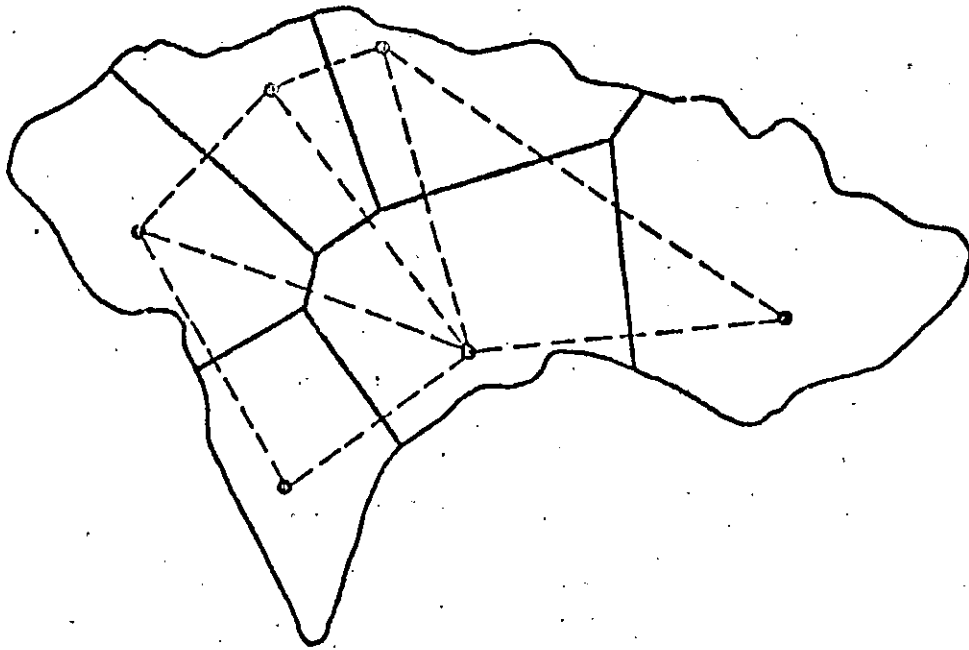


FIG. III.6 Polígonos de Thiessen para la cuenca del río Papagayo

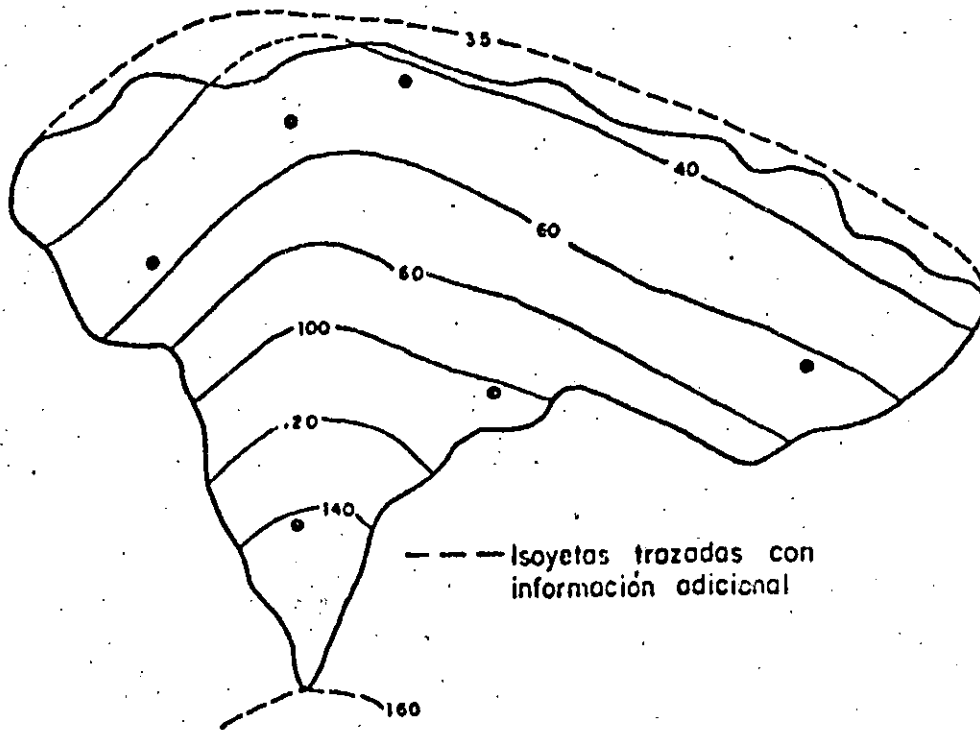


FIG. III.7 Plano de isoyetas para la tormenta del 24 de agosto de 1975. Cuenca del río Papagayo

(32)

TABLA III.7 Ordenamiento del cálculo para usar el método de Thiessen

Estación	Altura de precipitación, en mm	Area polígono de Thiessen, en km <sup>2</sup>
Santa Bárbara	54	1244
San Vicente	53	837
Chilpancingo	43	995
Llano Grande	64	1888
Estocama	102	1494
Parota	144	887
$\Sigma$		7345

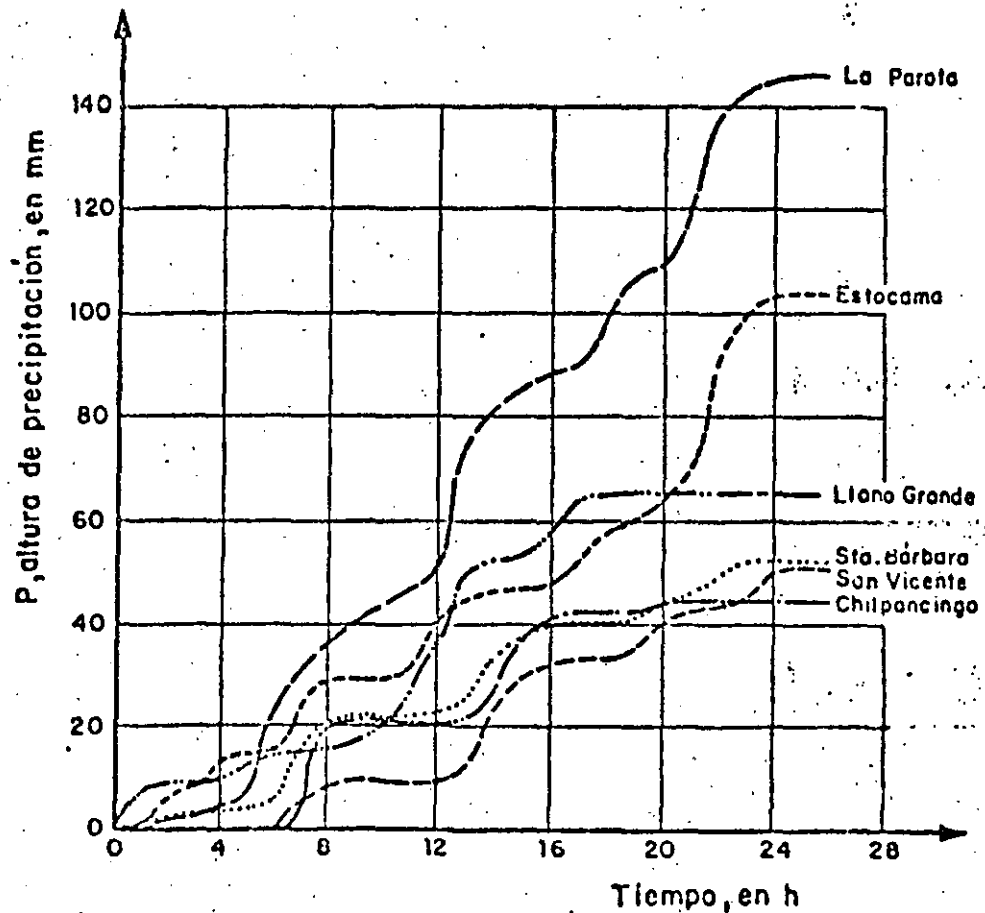


FIG. III.8 Registro de los pluviómetros (curvas masa) para la tormenta del 24 de agosto de 1975. Cuenca del río Papagayo

lizando la ec I.5.

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i A_i)}{A} \quad (I.5)$$

$$\bar{P} = \frac{54(1244)+53(837)+43(995)+64(1888)+102(1494)+144(887)}{7345} = \frac{555\ 270}{7345}$$

$$\bar{P} = 75.6 \text{ mm}$$

c) Método de isoyetas

Según se indicó en el tomo I, a partir del plano de isoyetas se calcula el área comprendida entre dos isoyetas consecutivas y limitada por el parte - aguas de la cuenca. Considerando que la precipitación asociada a cada área es igual al promedio de los valores de precipitación que corresponden a las isoyetas que la limitan, se construye la tabla III.8.

TABLA III.8 Ordenamiento de cálculo para usar el método de las isoyetas

Isoyetas	Altura de precipitación, en mm	Area entre isoyetas, en km <sup>2</sup>
160 - 140	150	335
140 - 120	130	397
120 - 100	110	602
100 - 80	90	1142
80 - 60	70	1667
60 - 40	50	2403
40 - 35	37.5	799
$\Sigma$		7345

La precipitación media se obtiene utilizando la ec I.6

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{P}_i A_i)}{A} \quad (I.6)$$

(34)



$$\bar{P} = \frac{150(335)+130(397)+110(602)+90(1142)+70(1667)+50(2403)+37.5(799)}{7345}$$

$$\bar{P} = \frac{537\,662.5}{7\,345} = 73.2 \text{ mm}$$

## 2. Cálculo de la curva masa media ajustada

Como se menciona en el tomo I, la curva masa se obtiene haciendo primero el cálculo únicamente con los datos de los pluviógrafos y luego se ajusta de tal manera que para la duración total de la tormenta, la precipitación media acumulada resulte igual a la que se obtiene utilizando todos los valores registrados (en pluviómetros y pluviógrafos), calculada con el método de isoyetas. En este ejemplo, debido a que todas las estaciones tienen pluviógrafo, el factor de ajuste solo toma en cuenta la diferencia entre los valores que se obtienen con el método de Thiessen y los que se obtienen por isoyetas.

Para facilitar la exposición, se describirá primero el cálculo correspondiente al área de toda la cuenca y posteriormente a las áreas parciales limitadas por isoyetas.

### a) Curva masa media ajustada para toda la cuenca

La precipitación media acumulada para cada duración parcial se obtiene dando a los valores registrados en cada estación un peso proporcional al área del polígono de Thiessen correspondiente, ver tablas III.6 y III.7 respectivamente; por ejemplo, para la duración de 4 horas se tendrá

$$\bar{P}_4 = \frac{4(887)+13(1494)+10(1888)+3(1244)+0(837)+0(995)}{7345}$$

$$\bar{P}_4 = 6.2 \text{ mm}$$

Procediendo de la misma manera para todas las duraciones se obtienen valores correspondientes. En la tabla III.9 se muestran los resultados obteni

(35)

1.2.18

dos.

TABLA III.9 Curva masa media acumulada, para toda  
toda la cuenca

Duración, en h	Precipitación media, en mm
4	6.2
8	21.1
12	29.9
16	51.4
20	60.1
24	75.6

Como ya se indicó, el factor de ajuste se obtiene dividiendo la precipitación total obtenida con el método de isoyetas (ver inciso 1) entre la obtenida con los polígonos de Thiessen; esto es:

$$F = \frac{73.2}{75.6} = 0.968$$

Multiplicando los valores de precipitación media acumulada indicados en la tabla III.9, por el factor de ajuste, se obtiene la curva masa media ajustada, ver tabla III.10 y fig III.9.

b) Curva masa media ajustada para áreas parciales encerradas por isoyetas Siguiendo el procedimiento descrito en el inciso a (teniendo cuidado en determinar el factor de ajuste para cada caso), pero utilizando el área encerrada por cada isoyeta (empezando por la de mayor valor) y el parteaguas de la cuenca, se obtiene la curva masa media ajustada. Los resultados se muestran en las tablas III.11 y III.12; los valores de la tabla III.11 sirven para calcular el factor de ajuste.

Debe indicarse que el porcentaje de influencia de cada estación se modifica en cada caso debido a que el área considerada también lo hace; así por ejemplo, en el área encerrada por la isoyeta de 140 mm solo influye la estación "La Parota" (ver fig III.10a), mientras que en el área encerrada por la de 100 mm influyen las estaciones "La Parota", "Estocama" y "Santa Bárbara".

A.III

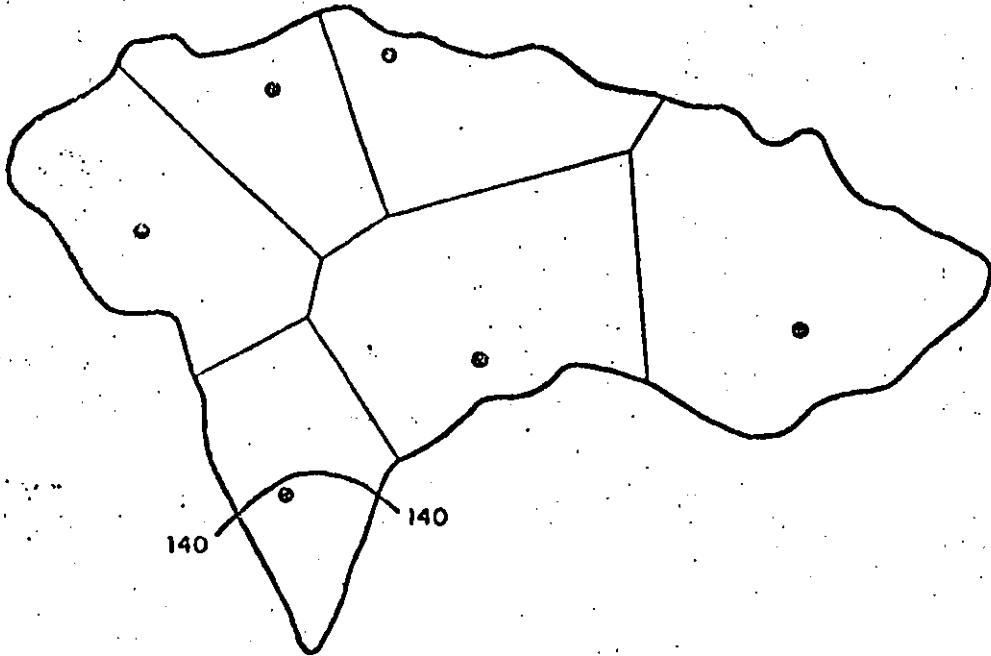


FIG. III.10a Estaciones encerradas por la isoyeta 140

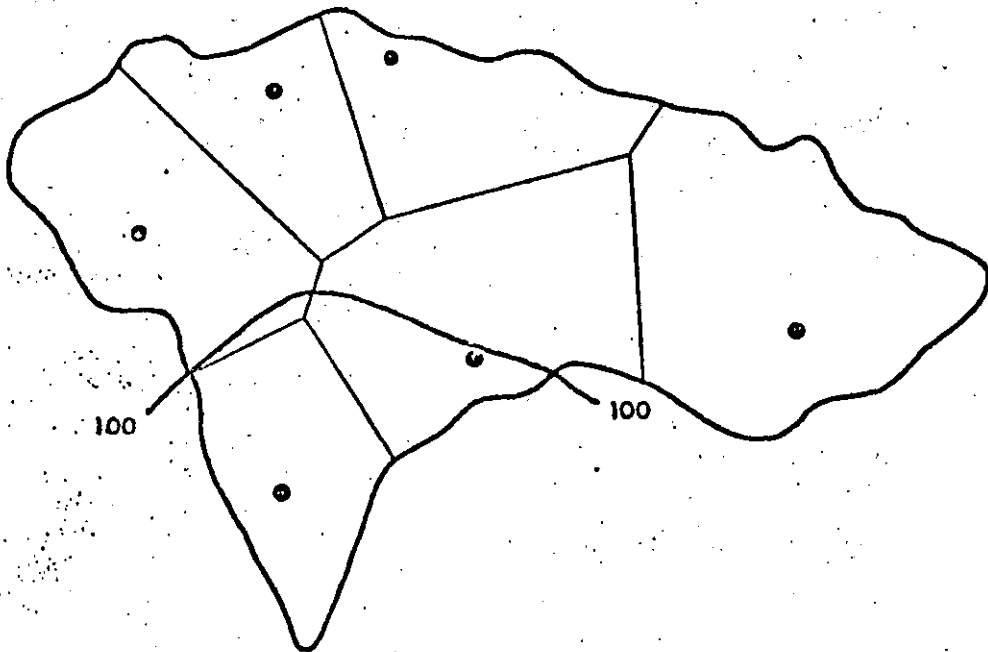


FIG. III.10b Estaciones encerradas por la isoyeta 100

TABLA III.10 Curva masa media ajustada, para toda la cuenca

Duración, en h.	Precipitación, en mm
4	6.0
8	20.4
12	28.9
16	49.8
20	58.2
24	73.2

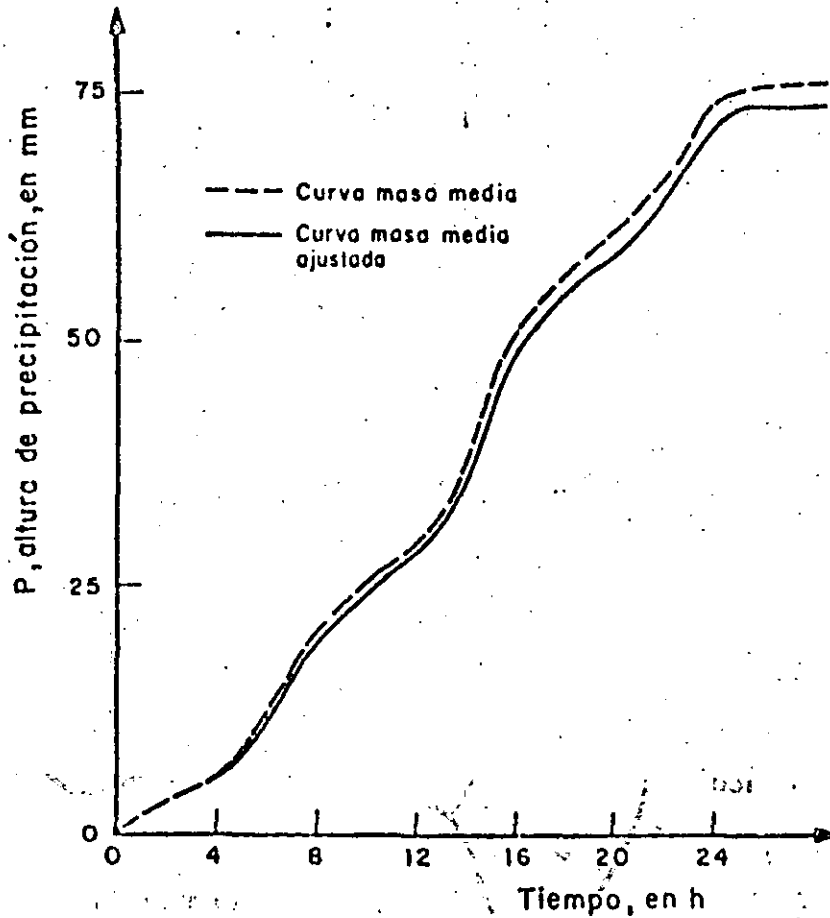


FIG. III.9 Curva masa media ajustada para la tormenta del 24 de agosto de 1975. Cuenca del río Papagayo

001 steyozt ef neq zabarrebno esyofubos 001.III .017

(37)

1.2.20

## A.III

con porcentaje de influencia del 67%, 30% y 3% respectivamente (ver fig III.10b).

TABLA III.11 Valores de la precipitación media-área para el plano de isoyetas mostrado en la fig III.7

(1) Isoyeta	(2) Area encerrada, en km <sup>2</sup>	(3) Area parcial, en km <sup>2</sup>	(4) Precipitación media entre isoyetas, en mm	(5) (3)x(4)	(6) Incremento acumulado de (5).	(7) Precipitación media, en mm (6) ÷ (2)
140	335	335	150	50250	50250	150.0
120	732	397	130	51610	101860	139.2
100	1334	602	110	66220	168080	126.0
80	2476	1142	90	102780	270860	109.4
60	4143	1667	70	116690	387550	93.5
40	6546	2403	50	120150	507700	77.6
35	7345	799	37.5	29962	537662	73.2

En la tabla III.12 se observa que se tomaron intervalos de tiempo de 6 horas para obtener la curva masa media ajustada debido a que se utilizaran para el cálculo de las curvas altura de precipitación-área-duración.

### 3. Cálculo de las curvas de altura de precipitación-área-duración

Como se indicó en el tomo I, las curvas altura de precipitación-área-duración representan en forma sintética las condiciones mas desfavorables en tiempo y espacio de la tormenta que se analiza. Las condiciones mas desfavorables en el sentido espacial están representados por las curvas masa medias ajustadas correspondientes a las áreas encerradas por isoyetas, calculadas en el inciso 2. Para calcular las condiciones mas desfavorables en cuanto al tiempo, es necesario realizar los siguientes cálculos adicionales, para cada una de las áreas encerradas entre isoyetas.

1. A partir de la curva masa ajustada, se obtienen los incrementos de lluvia de manera secuencial, así por ejemplo, para el área encerrada dentro de la isoyeta 80, se obtienen los siguientes valores

TABLA III.12 Valores de altura de precipitación-área-duración

Isoyeta envolvente			(4) Descripción	(5) Porcentaje de influencia, en %	(6) Precipitación media, método de Thiessen, en mm**	(7) Factor de ajuste 2 + 6	Duración, en h			
(1) Precipitación, en mm	(2) Precipitación media en mm <sup>1</sup>	(3) Área total, en km <sup>2</sup>					6	12	18	24
140	150.0	335	La Parota	100	144.0	1.002	23.0	49.0	97.0	144.0
			Curva masa media***	100			23.0	49.0	97.0	144.0
			Curva masa ajustada <sup>1</sup>				24.0	51.0	101.0	150.0
120	139.2	732	La Parota	95	141.9	0.981	23.0	49.0	97.0	144.0
			Estocama	5			15.0	40.0	57.0	102.0
			Curva masa media***	100			22.6	48.6	95.0	141.9
			Curva masa ajustada <sup>1</sup>				22.2	47.7	93.2	139.2
100	126.0	1334	La Parota	67	120.7	0.979	23.0	49.0	97.0	144.0
			Estocama	30			15.0	40.0	57.0	102.0
			Santa Bárbara	3			5.0	22.0	40.0	54.0
			Curva masa media***	100			20.1	45.5	83.3	128.7
			Curva masa ajustada <sup>1</sup>				19.7	44.5	81.6	126.0
80	109.4	2476	La Parota	36	106.9	1.024	23.0	49.0	97.0	144.0
			Estocama	41			15.0	40.0	57.0	102.0
			Santa Bárbara	13			5.0	22.0	40.0	54.0
			Llano Grande	8			14.0	32.0	63.0	84.0
			San Vicente	2			0.0	9.0	38.0	53.0
			Curva masa media ***	100			16.3	39.6	69.3	106.9
			Curva masa ajustada <sup>1</sup>				16.7	40.5	70.9	109.4
60	93.5	4143	La Parota	22	91.3	1.024	23.0	49.0	97.0	144.0
			Estocama	34			15.0	40.0	57.0	102.0
			Santa Bárbara	14			5.0	22.0	40.0	54.0
			Llano Grande	17			14.0	32.0	63.0	84.0
			San Vicente	9			0.0	9.0	38.0	53.0
			Chilpancingo	4			0.0	21.0	43.0	43.0
			Curva masa media***	100			13.2	34.6	62.2	91.3
			Curva masa ajustada <sup>1</sup>				13.5	35.4	63.7	93.5
40	77.6	6546	La Parota	14	78.5	0.989	23.0	49.0	97.0	144.0
			Estocama	23			15.0	40.0	57.0	102.0
			Santa Bárbara	15			5.0	22.0	40.0	54.0
			Llano Grande	24			14.0	32.0	63.0	84.0
			San Vicente	11			0.0	9.0	38.0	53.0
			Chilpancingo	13			0.0	21.0	43.0	43.0
			Curva masa media***	100			10.8	30.8	57.6	78.5
			Curva masa ajustada <sup>1</sup>				10.7	30.4	56.9	77.6
35	73.2	7345	La Parota	12	75.4	0.971	23.0	49.0	97.0	144.0
			Estocama	20			15.0	40.0	57.0	102.0
			Santa Bárbara	17			5.0	22.0	40.0	54.0
			Llano Grande	26			14.0	32.0	63.0	84.0
			San Vicente	11			0.0	9.0	38.0	53.0
			Chilpancingo	14			0.0	21.0	43.0	43.0
			Curva masa media***	100			10.3	29.9	56.4	75.4
			Curva masa ajustada <sup>1</sup>				10.0	29.0	54.8	73.2
		25	Registro más desfavorable en una estación <sup>2</sup>				48.0	94.0	136.0	144.0

\* Datos de la tabla III.11

\*\* Se obtiene para la duración total de la tormenta

\*\*\* Se obtiene para cada duración utilizando el método de Thiessen

<sup>1</sup> Se obtiene multiplicando los valores de la curva masa media por el factor de ajuste (columna 7)

<sup>2</sup> Valores máximos de lluvia registrados durante la tormenta que haya ocurrido en una estación para las duraciones indicadas

(40)

Incremento entre las 0 h y las 6 h,  $\Delta P = 16.7 - 0.0 = 16.7$  mm  
 entre las 6 h y las 12 h,  $\Delta P = 40.5 - 16.7 = 23.8$  mm  
 entre las 12 h y las 18 h,  $\Delta P = 70.9 - 40.5 = 30.4$  mm  
 entre las 18 h y las 24 h,  $\Delta P = 109.4 - 70.9 = 38.5$  mm

2. Para cada intervalo de tiempo se calcula el incremento máximo de precipitación (independientemente de la hora en que ocurrió). Así, para el mismo ejemplo de la isoyeta 80, se tiene

Incremento máximo para 6 horas = 38.5 mm  
 para 12 horas = 38.5 + 30.4 = 68.9 mm  
 para 18 horas = 38.5 + 30.4 + 23.8 = 92.7 mm  
 para 24 horas = 38.5 + 30.4 + 23.8 + 16.7 = 109.4 mm

Debe recordarse que las sumas efectuadas para obtener los incrementos máximos deben corresponder a intervalos de tiempo continuo; por ejemplo, si los incrementos para intervalos de 6 horas hubieran sido 23.8 mm, 16.7 mm, 30.4 mm y 38.5 mm, el incremento máximo asociado a una duración de 18 h sería

Incremento máximo para 18 horas = 38.5 + 30.4 + 16.7 = 85.6 mm  
 y no 38.5 + 30.4 + 23.8 = 92.7 mm

Los valores obtenidos, siguiendo el procedimiento descrito, constituyen las relaciones de altura de precipitación máxima.

En la tabla III.13 (la cual es simplemente una continuación de la III.12, en la que se han añadido los calculados de los pasos anteriores) y en la fig III.11 se muestran las curvas altura de precipitación-área-duración obtenidas.

TABLA III.13 Valores de altura de precipitación máxima-área-duración

Isoyeta envolvente			Descripción	Duración, en h			
Precipitación, en mm	Precipitación media, en mm	Área total, en km <sup>2</sup>		6	12	18	24
140	150.0	335	Incremento ajustado	24.0	27.0	50.0	49.0
			Incremento ajustado ordenado	50.0	49.0	27.0	24.0
			Precipitación máxima-duración <sup>1</sup>	50.0	99.0	126.0	150.0
120	139.2	732	Incremento ajustado	22.2	25.5	45.5	46.0
			Incremento ajustado ordenado	46.0	45.5	25.5	22.2
			Precipitación máxima-duración <sup>1</sup>	46.0	91.5	117.0	139.2
100	126.0	1334	Incremento ajustado	19.7	24.8	37.1	44.4
			Incremento ajustado ordenado	44.4	37.1	24.8	19.7
			Precipitación máxima-duración <sup>1</sup>	44.4	81.5	106.3	126.0
80	109.4	2476	Incremento ajustado	16.7	23.8	30.4	38.5
			Incremento ajustado ordenado	38.5	30.4	23.8	16.7
			Precipitación máxima-duración <sup>1</sup>	38.5	68.9	92.7	109.4
60	93.5	4143	Incremento ajustado	13.5	21.9	28.3	29.8
			Incremento ajustado ordenado	29.8	28.3	21.9	13.5
			Precipitación máxima-duración <sup>1</sup>	29.8	58.1	80.0	93.5
40	77.6	6546	Incremento ajustado	10.7	19.7	26.5	20.7
			Incremento ajustado ordenado	26.5	20.7	19.7	10.7
			Precipitación máxima-duración <sup>1</sup>	26.5	47.2	66.9	77.6
35	73.2	7345	Incremento ajustado	10.0	19.0	25.8	18.4
			Incremento ajustado ordenado	25.8	19.0	18.4	10.0
			Precipitación máxima-duración <sup>1</sup>	25.8	44.8	63.2	73.2
---	---	25	Registro más desfavorable en una estación <sup>2</sup>	48.0	94.0	136.0	144.0

<sup>1</sup> Son los valores que aparecen en la fig III.11

<sup>2</sup> Los valores se obtienen de la tabla III.6 y se grafican en la fig III.11



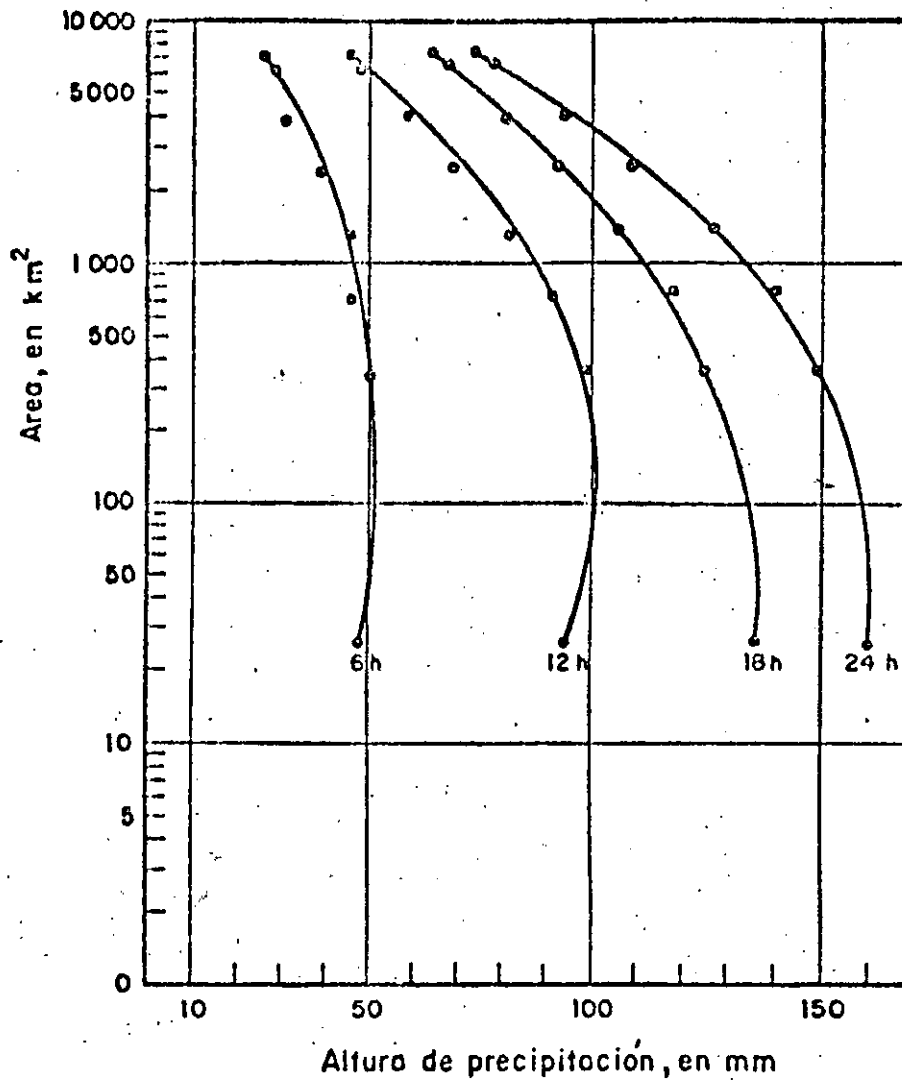


FIG. III.11 Curvas altura de precipitación-área-duración

HIDROLOGIA APLICADA A LA INGENIERIA

RELACION ENTRE PRECIPITACION Y ESCURRIMIENTO

CAPITULO 4

M. EN I. RAMON DOMINGUEZ MORA

NOVIEMBRE DE 1984

## CAPITULO 4. RELACION ENTRE PRECIPITACION Y ESCURRIMIENTO

### 4-1 INTRODUCCION

La información acerca de escurrimientos en una sección de interés sobre una corriente es necesaria para diseñar obras de aprovechamiento o de protección. En muchas ocasiones, el diseñador se encuentra con poca o ninguna información de mediciones directas que le permitan conocer la historia de los escurrimientos en el sitio de interés, por lo que tiene que recurrir a estimarlos a partir de los datos de precipitación. Además, cuando la cuenca ha estado o estará sujeta a cambios de importancia (por ejemplo, por la construcción de obras de almacenamiento, urbanización y desforestación en partes de la cuenca, etc), estos cambios modifican el régimen del escurrimiento, por lo que su registro histórico no representa correctamente el comportamiento futuro de la corriente.

En esos casos, y evidentemente en los problemas de predicción de avenidas a corto plazo (ver cap A.1.11), es necesario contar con un modelo que permita estimar los escurrimientos a partir de las características de la lluvia,

tomando en cuenta las condiciones de la cuenca.

La relación entre la precipitación y el escurrimiento es compleja; depende por una parte de las características de la cuenca y por otra de la distribución de la lluvia en la cuenca y en el tiempo.

Debido a lo complejo del fenómeno y a que la cantidad y calidad de la información disponible varía de un problema a otro, se ha desarrollado una gran cantidad de métodos para relacionar la lluvia con el escurrimiento. Dichos métodos van desde simples fórmulas empíricas, hasta modelos extremadamente detallados basados en principios de la Física.

Este capítulo se ha dividido en tres partes básicas. En la primera se presentan criterios para cuantificar las características de la cuenca que más influyen en el proceso lluvia-escurrimiento, en la segunda parte se intenta clasificar los distintos métodos de cálculo y en la tercera se describen los métodos de uso frecuente. } *oscur?*

## 4.2 PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS DE UNA CUENCA

La cuenca de drenaje asociada a una sección dada de una corriente, es el área que puede aportar escurrimiento hacia la sección. Está limitada por el parteaguas, que es una línea imaginaria tal que la lluvia que cae dentro de él puede escurrir superficialmente hasta la sección considerada (ver fig I.1).

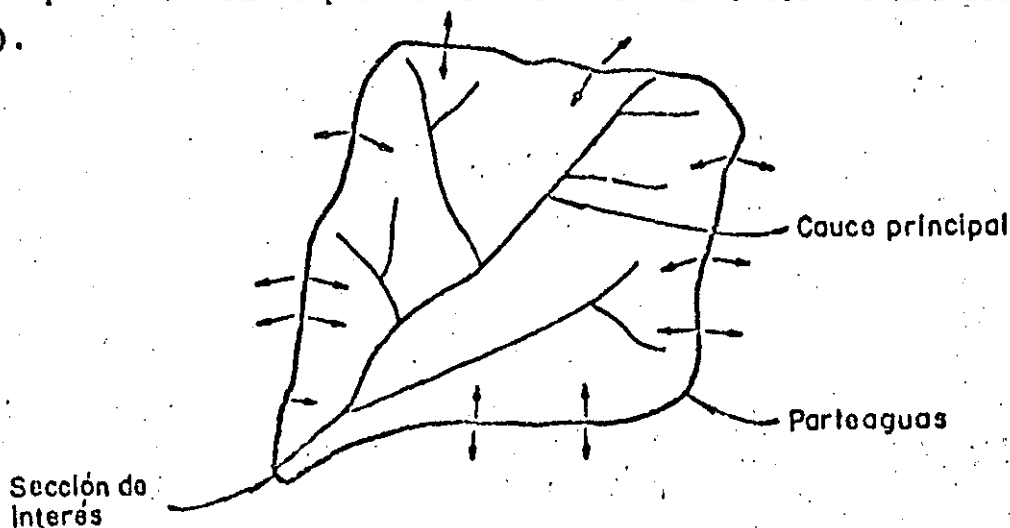


FIG. I.1 Partes de una cuenca

Desde el punto de vista de las relaciones lluvia-escorrimento, las características de la cuenca interesan principalmente en dos aspectos:

- . El volumen de escurrimento producido por una tormenta dada
- . La forma del hidrograma, la cual depende de la velocidad de respuesta de la cuenca al presentarse una tormenta

Aun cuando en los libros clásicos de Hidrología (como los mencionados en la bibliografía del cap A.1.1) se describe gran cantidad de características de la cuenca, se ha preferido incluir aquí solamente las de mayor importancia en relación con los dos aspectos anteriores. Estas características son:

- a) Area de la cuenca (A). Es el área de la proyección horizontal de la superficie encerrada por el parteaguas. Para una misma lámina de lluvia efectiva (ver cap 4.3), el volumen de escurrimento directo es proporcional al área de la cuenca.
- b) Longitud del cauce (L). Se acostumbra medir como la longitud del cauce principal en sentido horizontal.
- c) Pendiente del cauce (S). A diferencia de los conceptos anteriores, la pendiente del cauce no tiene un valor único, sino que varía de tramo en tramo, por lo que se le representa con un valor medio que sirve de índice. De las fórmulas propuestas por distintos autores, se recomienda aquí la de Taylor y Schwarz, debido a que la pendiente calculada con este criterio tiene una relación más directa con el tiempo de traslado del agua por el cauce. La ecuación correspondiente es

$$S = \left[ \frac{L}{L_1 \sqrt{S_1} + L_2 \sqrt{S_2} + \dots + L_m \sqrt{S_m}} \right]^2 \quad (I.1)$$

donde

- m      número de tramos de pendiente uniforme sobre el cauce principal
- $L_i$     longitud del tramo i
- $S_i$     pendiente del tramo i

Las características de la cuenca determinan la forma del hidrograma cuyos

principales parámetros se muestran en la fig I.2.

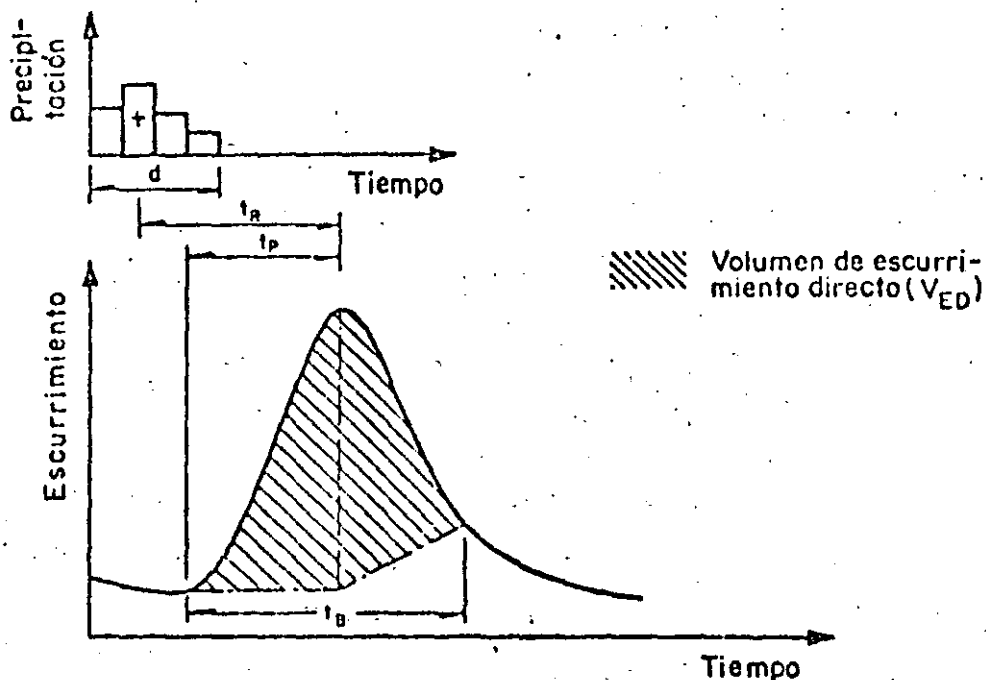


FIG.I.2 Parámetros que caracterizan un hidrograma

Los principales parámetros que definen la forma del hidrograma son

- El volumen de escurrimiento directo,  $V_{ED}$  (área sombreada, fig I.2)
- El tiempo de concentración,  $t_c$ , que se define como el tiempo que tarda el agua en trasladarse desde el punto más alejado de la cuenca hasta la salida de la misma. Teóricamente define el tiempo que se requiere para que si se presenta una tormenta con intensidad constante, el gasto a la salida de la cuenca alcance un valor de equilibrio.
- Tiempo de pico,  $t_p$ . Es el tiempo que transcurre entre el momento en que se inicia el escurrimiento directo y el momento en que alcanza su valor máximo.
- Tiempo de retraso,  $t_R$ . Es el que transcurre entre el centroide del hidrograma de precipitación efectiva (cap 4.3 ) y el gasto máximo o de pico.

### 4.3 PERDIDAS

#### 4.3.1 INTRODUCCION

De la lluvia que cae en una cuenca al producirse una tormenta, una parte es corre superficialmente para alimentar los cauces, por los que transita hasta llegar a la salida de la cuenca; otra parte es interceptada por la vege- tación, retenida en depresiones del terreno en los que se forman charcos, o se infiltra para satisfacer primero la capacidad del terreno para humedecer se y alimentar después a los acuíferos.

A la segunda parte, formada por la intercepción, la retención en depresio - nes y la infiltración, se le denomina "pérdida".

En la práctica, los componentes de las pérdidas, es decir, la intercepción, la retención y la infiltración, son difíciles de separar, por lo que en ge - neral, se acostumbra calcularlas conjuntamente y considerarlas como infil - tración, ya que esta componente es la más importante.

Aún cuando las pérdidas son sólo una parte del proceso lluvia-escorrimento,

su importancia es de tal magnitud que se consideró necesario tratarlas en un capítulo separado. Sin embargo, no debe perderse de vista que al final lo que interesará es el cálculo del escurrimiento.

En este capítulo se discute primero la forma de determinar las pérdidas y las distintas formas de expresarlas, cuando se dispone de información simultánea de lluvias y escurrimientos ocurridos durante algunas tormentas. En seguida se dan criterios para extrapolar esta información y utilizarla en problemas de diseño (ver cap A.1.10) y predicción (ver cap A.1.11). Al final de este capítulo se describen algunos métodos empíricos que permiten estimar las pérdidas a partir de las características de las cuencas. Este tipo de estimaciones se utiliza en problemas de diseño relacionadas con cuencas no aforadas.

#### 4.3.2 DETERMINACION DE LAS PERDIDAS

Cuando durante una tormenta se ha medido simultáneamente la lluvia y el escurrimiento, la determinación de las pérdidas se hace a partir de su definición, es decir, se calculan como la diferencia entre el volumen que llovió y el que se convirtió en escurrimiento directo.

$$V_P = V_{LL} - V_{ED} \quad (I.1)$$

donde

$V_P$	volumen de pérdidas
$V_{LL}$	volumen llovido
$V_{ED}$	volumen de escurrimiento directo

El volumen llovido se calcula multiplicando la precipitación media en la cuenca por su área y se acostumbra expresarlo como hietograma (ver cap A.1.2).

Para calcular el volumen de escurrimiento directo, es necesario analizar prmero el hidrograma para separar el escurrimiento directo del base, utilizan



do las técnicas descritas en el cap A.1.3; de esta forma, el volumen de escurrimiento directo será igual al área del hidrograma de escurrimiento directo.

Los criterios mas comunes para calcular la distribución de las pérdidas en el tiempo, son:

- a) Criterio de la capacidad de infiltración media
- b) Criterio del coeficiente de escurrimiento

#### CRITERIO DE LA CAPACIDAD DE INFILTRACION MEDIA

En este criterio se parte de la suposición de que el suelo tiene una capacidad de infiltración constante durante toda la tormenta, de tal manera que, siempre que llueva con una intensidad menor que dicha capacidad, se infiltra todo lo que llueve, y cuando llueva con una intensidad mayor que la capacidad de infiltración, la diferencia escurre.

Para calcular la capacidad de infiltración correspondiente a una tormenta dada, se utilizan los siguientes pasos:

- 1° Del hidrograma de la avenida se separa el gasto base y se calcula el volumen de escurrimiento directo, como se indica en el cap A.1.3.
- 2° Se calcula la "altura de la lámina de lluvia en exceso" como el cociente entre el volumen de escurrimiento directo y el área de la cuenca.
- 3° Se supone un valor de  $\phi$  (índice de infiltración) constante en el hidrograma de la tormenta y se determina la "altura de la lámina de lluvia en exceso" en ese hidrograma. Si esta altura es igual a la calculada en el paso 2°, el valor de  $\phi$  es el correcto, si no, se propone otro y se repite el cálculo hasta obtener el valor correcto.

En las Ayudas de diseño se muestra un ejemplo del cálculo de la capacidad

de infiltración.

### CRITERIO DEL COEFICIENTE DE ESCURRIMIENTO

En este caso se supone que las pérdidas son proporcionales a la intensidad de la precipitación, de tal manera que el volumen escurrido,  $V_{ED}$ , es igual al producto del volumen llovido,  $V_{LL}$ , por un coeficiente  $C_E$  llamado coeficiente de escurrimiento. Por lo tanto, el coeficiente de escurrimiento se determina con

$$C_E = \frac{V_{ED}}{V_{LL}} \quad (I.2)$$

#### 4.3.3 CRITERIOS PARA DISEÑO Y PREDICCIÓN EN CUENCAS AFORADAS

Las pérdidas varían con la magnitud de la tormenta y con el estado de humedad inicial del suelo, de tal manera que ni la capacidad de infiltración media ni el coeficiente de escurrimiento pueden considerarse constantes para una cuenca dada.

##### 4.3.3.1 CRITERIOS PARA DISEÑO

En los problemas de diseño la principal variable es la magnitud de la lluvia, por lo que, en ese caso, es necesario establecer la relación entre dicha magnitud y las pérdidas. En el caso de cuencas aforadas, el procedimiento consiste en calcular el coeficiente de escurrimiento y la precipitación total, para las tormentas registradas en el pasado, y ajustar una función que relacione ambas variables.

Se recomienda utilizar como función de ajuste a alguna de las siguientes:

a) Criterio del USSCS.- Según este criterio la relación entre el coeficiente de escurrimiento y la altura de precipitación total de una tormenta es de la forma:

$$C_E = \frac{(P - 0.2S)^2}{P^2 + 0.8 SP} \quad (I.3)$$

donde

- $IPA_j$  índice de precipitación antecedente al inicio del día  $j$
- $K$  constante que toma en cuenta la disminución de la humedad con el tiempo, puede tomarse como 0.85
- $P_j$  precipitación media en la cuenca durante el día  $j$

Para definir la relación entre el índice de precipitación antecedente (IPA) y la capacidad de infiltración media ( $\phi$ ), se utiliza el siguiente procedimiento:

1. Se propone un valor de IPA igual a 10 mm para el principio de la temporada de lluvias.
2. Se calcula el valor de IPA, para cada día de la temporada de lluvias, utilizando la ecuación recursiva I.5.
3. Se seleccionan las avenidas ocurridas durante la temporada de lluvias, procurando incluir solo aquellas que tienen un solo pico para evitar errores en la separación del gasto base.
4. Para cada avenida seleccionada en el paso anterior, se calcula la capacidad de infiltración media ( $\phi$ ), de acuerdo con el procedimiento descrito en 4.2.1, y se asocia su valor con el del IPA correspondiente a la fecha en que se inició la avenida.
5. Los pasos 1 a 4 se repiten para todos los años de que se tenga registro, para formar una serie de parejas de valores  $\phi$  contra IPA.
6. Las parejas de valores se dibujan en un plano coordenado y se traza en él una curva que las relacione como se muestra en la fig I.1.

Una vez encontrada la relación mostrada en la fig I.1, puede ser utilizada para predecir la infiltración media en cualquier tormenta posterior, y con ello deducir las pérdidas.

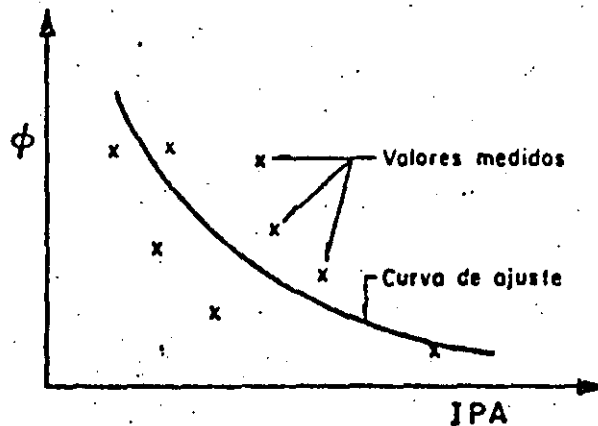


FIG. 1.1 Relación entre la capacidad de infiltración media ( $\phi$ ) y el índice de precipitación antecedente (IPA)

#### 4.3.4 METODOS PARA ESTIMAR LAS PERDIDAS EN CUENCAS NO AFORADAS

Cuando no se tienen mediciones simultáneas de precipitaciones y escurrimientos, las pérdidas se estiman a partir de las características de la cuenca. En seguida se describen los métodos de uso más frecuente.

##### 4.3.4.1 DETERMINACION DE LA CAPACIDAD DE INFILTRACION MEDIANTE INFILTROMETROS

Un infiltrómetro es un cilindro enterrado en el suelo, al que se alimenta de agua y se mide la variación del tirante dentro del cilindro a través del tiempo, con lo cual se conoce la velocidad de infiltración en el punto de medición.

Haciendo mediciones con infiltrómetros en puntos representativos de las diferentes características del suelo de la cuenca, se obtiene la capacidad de infiltración media con:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{A_c} \sum v_i a_i \quad (1.6)$$

donde

- $\bar{\phi}$  capacidad de infiltración media en la cuenca  
 $A_c$  área de la cuenca  
 $v_i$  velocidad de infiltración obtenida con un infiltrómetro  
 $a_i$  área de la subcuenca cuyas características son similares a las del punto en que se midió la velocidad

#### 4.4.2 FORMULA DE HORTON

Horton propuso la ecuación

$$\bar{\phi}(t) = f_c + (f_o - f_c) e^{-Kt} \quad (I.7)$$

donde

- $\bar{\phi}(t)$  capacidad de infiltración en el instante  $t$   
 $f_c$  capacidad de infiltración para  $t$  muy grande  
 $f_o$  capacidad de infiltración para  $t = 0$   
 $K$  parámetro que depende del tipo de suelo

La relación entre el tipo de suelo y los valores de  $f_o$ ,  $f_c$  y  $K$  se muestran en la tabla I.1.

TABLA I.1 Valores de  $K$ ,  $f_o$  y  $f_c$

Tipo de suelo	$f_o$ , en mm/h	$f_c$ , en mm/h	$K$ , en $\text{min}^{-1}$	
Agrícola normal	desnudo	280	6-220	1.6
	cubierto de vegetación	900	20-290	0.8
Turba		325	2-20	1.8
Areno-arcillosos	desnudo	210	2-25	2.0
	cubierto de vegetación	670	10-30	1.4

## 4.3.4.2 METODO PROPUESTO POR EL U.S. SOIL CONSERVATION SERVICE

El USSCS ha propuesto un criterio para determinar la precipitación efectiva en función de la precipitación total, el uso del suelo, su tratamiento (surcos, terrazas, etc), su composición (arenas, arcillas, etc), su pendiente y el estado de humedad inicial.

## Descripción del método

- 1° Utilizando las tablas I.2 y I.3, se determina el valor del factor N que toma en cuenta el uso del suelo, el tratamiento del terreno (surcos, terrazas, etc), la pendiente del terreno y el tipo de suelo (desde arenoso A hasta arcilloso D).
- 2° Se corrige el valor de N según la precipitación antecedente de la siguiente manera:

Si 5 días antes hubo lluvia	{	menos de 2.5 cm	Corrección A
		entre 2.5 y 5 cm	Sin corrección
		más de 5 cm	Corrección B

La corrección se hace utilizando la tabla I.4.

- 3° Con el valor definitivo de N y la precipitación total (P), en centímetros, se utiliza la fig I.2 y se obtiene el valor de la lámina de escurrimiento directo (Q), en centímetros.

TABLA I.2 Selección de N

Uso de la tierra o cobertura	Tratamiento del suelo	Pendiente del terreno, en %	Tipo de suelo			
			A	B	C	D
Sin cultivo	Surcos rectos	---	77	86	91	94
Cultivos en surco	Surcos rectos	> 1	72	81	88	91
	Surcos rectos	< 1	67	78	85	89
	Contorneo	> 1	70	79	84	88
	Contorneo	< 1	65	75	82	86
	Terrazas	> 1	66	74	70	82
	Terrazas	< 1	62	71	78	81
Cereales	Surcos rectos	> 1	65	76	84	88
	Surcos rectos	< 1	63	75	83	87
	Contorneo	> 1	63	74	82	85
	Contorneo	< 1	61	73	81	84
	Terrazas	> 1	61	72	79	82
	Terrazas	< 1	59	70	78	81
Leguminosas o praderas con rotación	Surcos rectos	> 1	66	77	85	89
	Surcos rectos	< 1	58	72	81	85
	Contorneo	> 1	64	75	83	85
	Contorneo	< 1	55	69	78	83
	Terraceo	> 1	63	73	80	83
	Terraceo	< 1	51	67	76	80
Pastizales	-----	> 1	68	79	86	89
	-----	< 1	39	61	74	80
	Contorneo	> 1	47	67	81	88
	Contorneo	< 1	6	35	70	79
Pradera permanente	-----	< 1	30	58	71	78
Bosques naturales	-----	---	56	75	86	91
	Muy ralo	-----	46	68	78	84
	Ralo	-----	36	60	70	77
	Normal	-----	26	52	62	69
	Espeso	-----	15	44	54	61
Camino	-----	---	72	82	87	89
	De terracería con superficie dura	-----	74	84	90	92

TABLA I.3 Clasificación de suelos

Tipo A.-	(escurrimiento mínimo) Arenas con poco limo y arcilla
Tipo B.-	Arenas finas y limos
Tipo C.-	Arenas muy finas, limos y bastante arcilla
Tipo D.-	(escurrimiento máximo) Arcillas en grandes cantidades; suelos poco profundos con subhorizontes casi impermeables.

TABLA I.4 Factores de corrección del número de escurrimiento N, según la precipitación antecedente

N	Corrección A	Corrección B
10	0.40	2.22
20	0.45	1.85
30	0.50	1.67
40	0.55	1.50
50	0.62	1.40
60	0.67	1.30
70	0.73	1.21
80	0.79	1.14
90	0.87	1.07
100	1.00	1.00



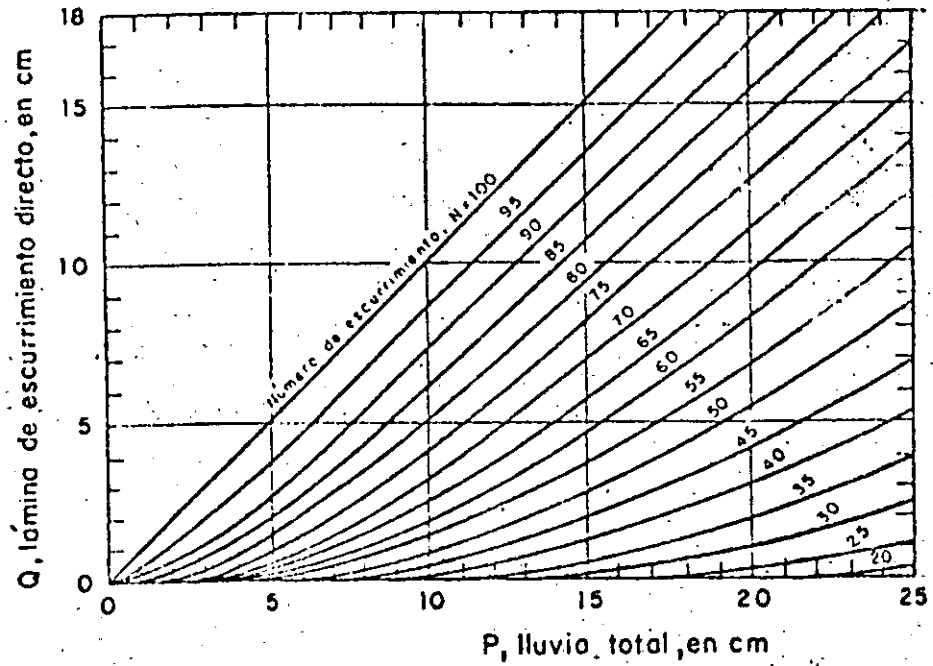


FIG. 1.2 Relación entre la lluvia total y la lámina de escurrimiento directo, para diferentes números de escurrimiento.

### EJEMPLO III.1 DETERMINACION DEL INDICE DE INFILTRACION Y EL COEFICIENTE DE ESCURRIMIENTO

Para una cuenca de  $270 \text{ km}^2$  se han determinado un hietograma y su hidrograma correspondiente (ver fig III.1). Determinar cuál es el índice de infiltración y cuál el coeficiente de escurrimiento para esa tormenta.

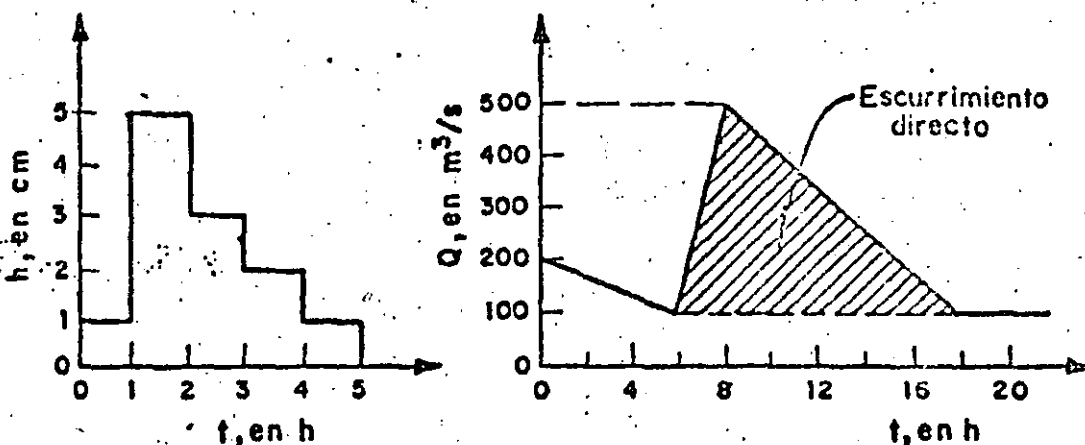


FIG. III.1 Hietograma e hidrograma del ejemplo III.1

#### 1.- Cálculo del escurrimiento directo ( $V_{ED}$ ).

El volumen de escurrimiento directo,  $V_{ED}$ , es el área del hidrograma correspondiente al hidrograma de escurrimiento directo. En este caso por ser un triángulo:

$$V_{ED} = \frac{1}{2} (12 \text{ h})(400 \text{ m}^3/\text{s}) = 8.64 \times 10^6 \text{ m}^3$$

#### 2.- Cálculo de la lluvia en exceso ( $h_e$ ).

$$h_e = \frac{V_{ED}}{\text{Area de la cuenca}} = \frac{8.64 \times 10^6 \text{ m}^3}{270 \times 10^6 \text{ m}^2} = 3.2 \text{ cm}$$

#### 3.- Cálculo del índice de infiltración ( $\phi$ ).

- a) Primer tanteo: Supóngase un valor del índice de infiltración  $\phi = 2.0 \text{ cm/h}$ ; la lámina de lluvia efectiva para este primer tanteo ( $h_e^1$ ) será (ver

fig III.2).

61

$$h_e^1 = (0) + (5-2) + (3-2) + (0) + (0) = 4 \text{ cm} \neq 3.2 \text{ cm}$$

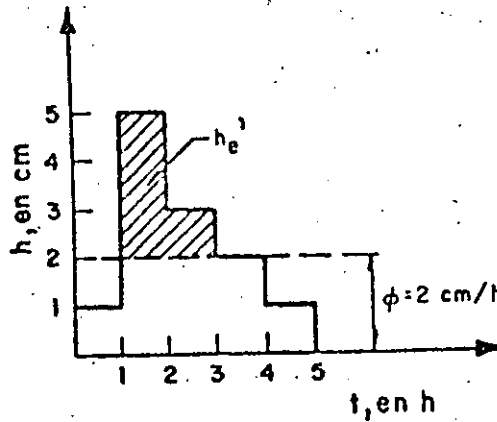


FIG. III.2 Lluvia efectiva, primer tanteo

Como  $h_e^1 \neq h_e$  se propone otro valor de  $\phi$ .

b) Segundo tanteo: Supóngase  $\phi = 2.4 \text{ cm/h}$

En este caso la lámina de lluvia efectiva resulta (ver fig III.3)

$$h_e^2 = (0) + (5-2.4) + (3-2.4) + (0) + (0) = 3.2 \text{ cm} = h_e$$

por lo tanto  $\phi = 2.4 \text{ cm/h}$  es el valor correcto del índice de infiltración.

4.- Cálculo del coeficiente de escurrimiento ( $C_E$ ).

El coeficiente de escurrimiento se calcula con la ec I.2:

$$C_E = \frac{V_{ED}}{V_{LL}}$$

62

donde

$V_{LL}$  volumen total de lluvia =  $h_T A_C$

$h_T$  altura total de lluvia

$A_C$  área de la cuenca

del hietograma se obtiene

$$h_T = 1 + 5 + 3 + 2 + 1 = 12 \text{ cm}$$

por lo que

$$V_{LL} = 12 \text{ cm} \times 270 \times 10^6 \text{ m}^2 = 32.4 \times 10^6 \text{ m}^3$$

y, finalmente, el coeficiente de escurrimiento resulta

$$C_E = \frac{8.64 \times 10^6 \text{ m}^3}{32.4 \times 10^6 \text{ m}^3} = 0.27$$

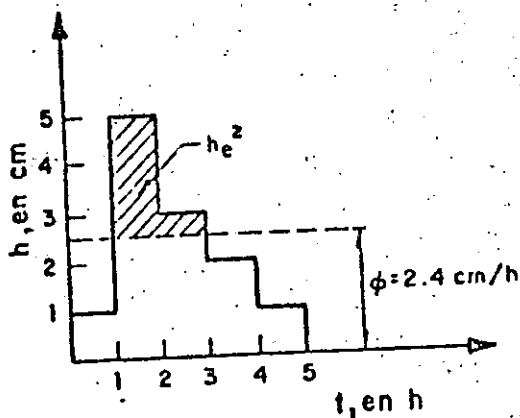


FIG. III.3 Lluvia efectiva, segundo tanteo

EJEMPLO III.2 CALCULO DEL COEFICIENTE DE ESCURRIMIENTO EN UNA CUENCA NO AFORADA

Supóngase que en la cuenca del problema anterior ( $A = 270 \text{ km}^2$ ), no existe ninguna estación de aforos que permita medir el escurrimiento. Se sabe en cambio que el 70% de la cuenca es de bosques naturales normales y el 30% restante son zonas agrícolas con pendiente menor que 1% con cultivos sembrados en surcos; el suelo de toda la cuenca es arcilloso.

Estime cual sería el coeficiente de escurrimiento en la cuenca si después de cinco días sin lluvia se presentara una tormenta con 12 cm de precipitación total.

1.- Cálculo del número de escurrimiento  $N$ .

El valor de  $N$  se determina, en primera instancia, a partir de las características del terreno, utilizando la tabla I.2.

Para el 70 % del área se obtiene  $N_{70} = 77$

Para el 30 % del área se obtiene  $N_{30} = 89$

Ponderando estos valores, se obtiene

$$N = 0.7 (N_{70}) + 0.3(N_{30}) = 0.7(77) + 0.3(89) = 80.6$$

2.- Como la precipitación antecedente es nula, se corrige el valor de  $N$  según el criterio de corrección A. Por lo tanto, con la tabla I.4, para  $N = 80.6$ , el factor de corrección resulta 0.79, por lo que el valor corregido de  $N$  es

$$N = 80.6 \times 0.79 = 63.7 \approx 64$$

3.- Utilizando la fig I.1, con la lluvia total  $P = 12 \text{ cm}$  y pivoteando en la curva  $N = 64$ , se obtiene una lámina de escurrimiento directo  $Q = 3.6 \text{ cm}$ . 20

4.- El coeficiente de escurrimiento estimado es por lo tanto

#### 4.4 CLASIFICACION DE METODOS PARA CALCULAR LAS RELACIONES PRECIPITACION-ESCURRIMIENTO

Como existe una gran variedad de modelos precipitación-escorrimento, conviene agruparlos en diferentes categorías a efecto de escoger el más adecuado para cada caso particular. Una manera de clasificarlos es de acuerdo con la información que se requiere para su calibración; de esta manera, los modelos de precipitación-escorrimento se dividen en tres grandes grupos:

- a) Modelos que requieren únicamente las principales características físicas promedio de la cuenca en estudio
- b) Modelos para los que es necesario contar con registros simultáneos de precipitación y escurrimento.
- c) Modelos para los que se debe disponer (además de los registros simultáneos de precipitación y escurrimento) de las características físicas detalladas de la cuenca.

Al primer grupo corresponden las fórmulas empíricas, las que han sido obtenidas relacionando mediciones simultáneas de lluvia y de escurrimento con las características de las cuencas.

El segundo grupo se conoce como modelos de caja negra; se calibran a partir de los datos de ingreso y salida de la cuenca sin tomar en cuenta explícitamente sus características físicas.

Al tercer grupo pertenecen los modelos que, a partir de la información detallada de las características físicas de la cuenca y de la aplicación de las fórmulas fundamentales de la Hidráulica, pretenden simular el proceso de escurrimento en toda la cuenca. Un caso característico de este tipo de modelos es el de Stanford.

Aunque los modelos del tercer grupo son los más completos, ya que ofrecen

un conocimiento detallado del proceso precipitación-escorrimento, su aplicación se restringe a cuencas donde se dispone de una amplia información de características topográficas y geológicas, uso del suelo, condición de la superficie del suelo, etc, y se conoce con precisión la distribución de la lluvia en la cuenca y en el tiempo. Cuando no se tiene la información necesaria, no es recomendable utilizar esta clase de modelos.

Como se considera que la información disponible en las cuencas de México corresponde a los dos primeros grupos de modelos, no se tratará el tercero. En todo caso, el desarrollo del modelo de Stanford, que es probablemente el más difundido de este tipo, puede consultarse en la bibliografía del tomo II.

#### 4.5 DESCRIPCIÓN DE MÉTODOS

##### 4.5.1 MODELOS EMPÍRICOS

La mayoría de los modelos empíricos que se han desarrollado para relacionar la precipitación y el escurrimento se basa en los datos particulares de alguna región, por lo que su aplicación muchas veces se restringe a ella; sin embargo son de utilidad cuando no se tiene información de gastos y sólo se conocen características físicas promedio de la cuenca y registros de precipitación.

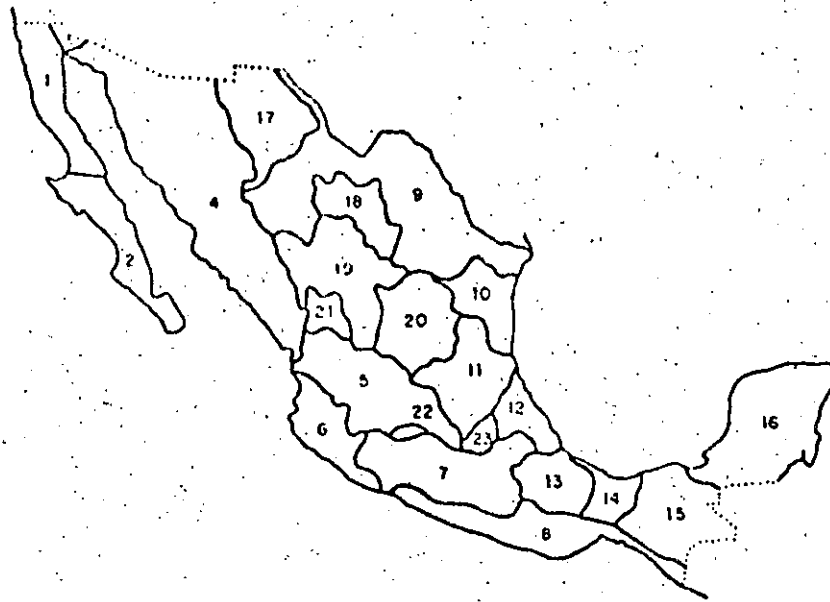
##### 4.5.1.1 Método de envolventes

Creager obtuvo datos sobre avenidas máximas registradas en diferentes cuencas del mundo y formó una gráfica como la de la fig I.3, en la que relacionó el área de cada cuenca, A, con el gasto por unidad de área, q. En la gráfica trazó una envolvente cuya ecuación resultó

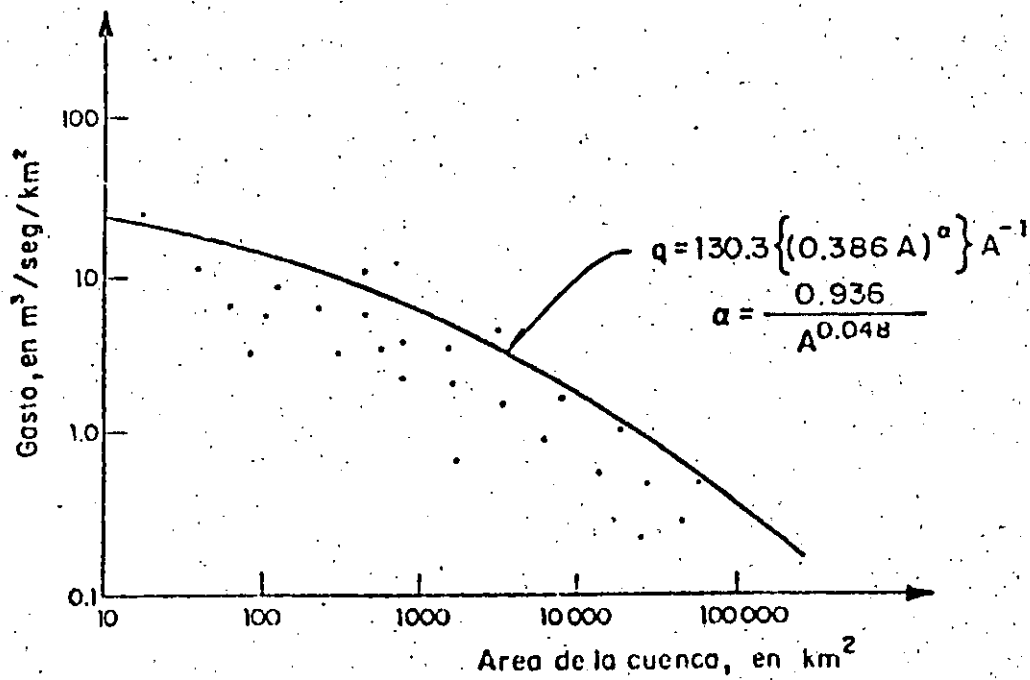
$$q = 1.303 \left\{ C (0.386 A)^{\alpha} \right\} A^{-1} \quad (I.2)$$

donde

$$\alpha = \frac{0.936}{A^{0.048}}$$



a) Regionalización de la República Mexicana



b) Envolvente mundial

FIG. I.3 Método de Creager



- A. área de la cuenca, en  $\text{km}^2$   
 q gasto máximo por unidad de área de la cuenca, en  $\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$

Creager encontró que  $C = 100$  para la envolvente de los datos con los que trabajó, a la cual se le conoce como envolvente mundial. La Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos calculó el valor de  $C$  para envolventes regionales en la República Mexicana. Los valores correspondientes para las regiones indicadas en la fig 1.3a se muestran en la tabla 1.1.

#### 4.5.1.2 Fórmula racional

Es de las más antiguas (1889), y probablemente todavía una de las más utilizadas. Considera que el gasto máximo se alcanza cuando la precipitación se mantiene con una intensidad constante durante un tiempo igual al tiempo de concentración. La fórmula racional es

$$Q_p = 0.278 C i A \quad (1.3)$$

donde

- $Q_p$  gasto máximo o de pico, en  $\text{m}^3/\text{s}$   
 $C$  coeficiente de escurrimiento (cap A.1.4 o tabla 1.2 para zonas urbanas)  
 $i$  intensidad media de la lluvia para una duración igual al tiempo de concentración de la cuenca, en  $\text{mm}/\text{h}$   
 $A$  área de la cuenca, en  $\text{km}^2$

Para estimar el tiempo de concentración se utiliza la fórmula de Kirpich

$$t_c = \left( \frac{0.86L^3}{H} \right)^{0.325}$$

donde

- $t_c$  tiempo de concentración, en h  
 $L$  longitud del cauce principal, en km  
 $H$  desnivel entre los extremos del cauce principal, en m

#### 4.5.2 MODELOS DE CAJA NEGRA

De acuerdo con Dooge, un sistema puede definirse como una estructura o meca

TABLA I.1. Valores del coeficiente C de Creager para las regiones de la República Mexicana

Región	Coeficiente de Creager
1. Baja California Norte	30
2. Baja California Sur	72
3. Río Colorado	14
4. Noroeste	
a) Zona norte	35
b) Zona sur	64
5. Sistema Lerma-Chapala-Santiago	
a) Lerma-Chapala	16
b) Santiago	19
6. Pacífico Centro	100
7. Cuenca Río Balsas	
a) Alto Balsas	18
b) Bajo Balsas	32
8. Pacífico Sur	62
9. Cuenca Río Bravo	
a) Zona Conchos	23
b) Zona Salado y San Juan	91
10. Golfo Norte	61
11. Cuenca Río Pánuco	
a) Alto Pánuco	14
b) Bajo Pánuco	67
12. Golfo Centro	59
13. Cuenca Río Papaloapan	36
14. Golfo Sur	36
15. Sistema Grijalva-Usumacinta	50
16. Península de Yucatán	3.7
17. Cuencas cerradas del Norte, Zona Norte	4
18. Cuencas cerradas del Norte, Zona Sur	26
19. El Salado, Zona Sur	45
20. Durango	8.4
21. Cuencas de Cuitzeo y Pátzcuaro	6.8
22. Valle de México	19
23. Cuenca del Río Metztlán	37

TABLA 1.2 Valores del coeficiente de escurrimiento

TIPO DEL AREA DRENADA	COEFICIENTE DE ESCURRIMIENTO	
	MINIMO	MAXIMO
ZONAS COMERCIALES:		
Zona comercial	0.70	0.95
Vecindarios	0.50	0.70
ZONAS RESIDENCIALES:		
Unifamiliares	0.30	0.50
Multifamiliares, espaciados	0.40	0.60
Multifamiliares, compactos	0.60	0.75
Semiurbanas	0.25	0.40
Casas habitación	0.50	0.70
ZONAS INDUSTRIALES:		
Espaciado	0.50	0.80
Compacto	0.60	0.90
CEMENTERIOS, PARQUES	0.10	0.25
CAMPOS DE JUEGO	0.20	0.35
PATIOS DE FERROCARRIL	0.20	0.40
ZONAS SUBURBANAS	0.10	0.30
CALLES:		
Asfaltadas	0.70	0.95
De concreto hidráulico	0.80	0.95
Adoquinadas	0.70	0.85
ESTACIONAMIENTOS	0.75	0.85
TECHADOS	0.75	0.95
PRADERAS		
Suelos arenosos planos (pendientes 0.02)	0.05	0.10
Suelos arenosos con pendientes medias (0.02-0.07)	0.10	0.15
Suelos arenosos escarpados (0.07 ó más)	0.15	0.20
Suelos arcillosos planos (0.02 ó menos)	0.13	0.17
Suelos arcillosos con pendientes medias (0.02-0.07)	0.18	0.22
Suelos arcillosos escarpados (0.07 ó más)	0.25	0.35

nismo que relaciona en el tiempo una entrada o estímulo y una salida o respuesta. En el caso del proceso precipitación-escorrimento, puede considerarse la cuenca como un sistema cuyas entradas y salidas son los registros simultáneos de precipitaciones y escurrimientos, respectivamente (fig 1.4). Cuando se analiza el sistema (en este caso la cuenca), tratando de encontrar las leyes que rigen la transformación de las entradas (precipitación) en salidas (escorrimento) sin tomar en cuenta explícitamente las características del sistema, se dice que los modelos que resultan son de Caja Negra.

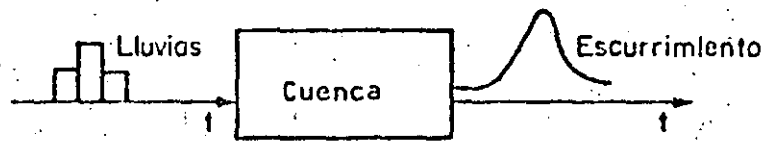


FIG. 1.4 Aplicación del concepto de sistema a la relación lluvia-escorrimento

Aun cuando en general la transformación de lluvias totales a escurrimientos en una cuenca es un proceso complejo (no lineal), si la relación se establece solo entre precipitación efectiva (ver cap A.1.4) y escurrimiento directo (cap A.1.3), puede considerarse para fines prácticos una relación lineal del tipo

$$Q(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) P(t-\tau) d\tau \quad (I.4)$$

donde

$Q(t)$  gasto en el instante  $t$

$P(t)$  precipitación media en la cuenca en el instante  $t$

$h(\tau)$  función de transformación.

#### 4.5.2.1 Método del hidrograma unitario

Este método puede considerarse como el de mayor difusión dentro del grupo de modelos lineales de caja negra. La descripción que se da a continuación sigue aproximadamente el desarrollo que ha venido teniendo el método.

del hidrograma unitario con el tiempo.

### HIDROGRAMA UNITARIO TRADICIONAL

El hidrograma unitario asociado a una duración,  $d$ , se define como el hidrograma de escurrimiento directo que produce una precipitación efectiva unitaria (la unidad más frecuentemente utilizada es el milímetro), distribuida uniformemente en la cuenca y en el tiempo  $d$  (ver fig 1.5):

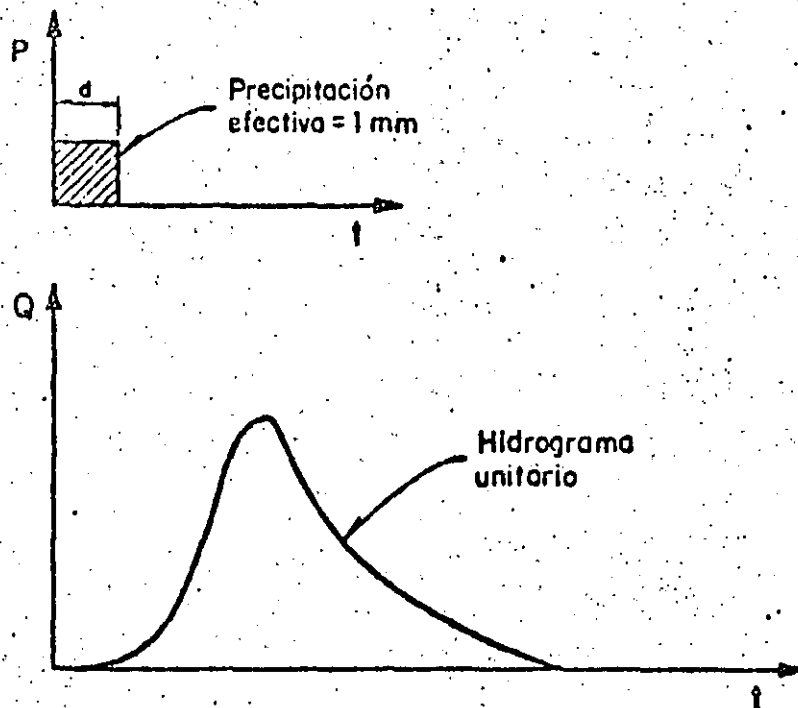


FIG. I.5 Hidrograma unitario

Se considera que una vez conocido el hidrograma unitario para una duración dada, el hidrograma que producirá una lluvia de cualquier magnitud, pero de la misma duración, puede calcularse multiplicando las ordenadas del hidrograma unitario por la magnitud de la lluvia efectiva. Se considera además que una secuencia de lluvias de la misma duración produce un hidrograma igual a la suma de la secuencia de hidrogramas que produciría individualmente cada una de las lluvias.

De acuerdo con la definición anterior, el hidrograma unitario se determina

a partir de registros simultáneos de lluvia y escurrimientos, de la siguiente forma:

1. Se calcula el histograma de precipitación media en la cuenca (ver cap A.1.2)
2. Se obtiene el hidrograma de escurrimiento directo separándolo del escurrimiento base (ver cap A.1.3)
3. Se calcula el volumen de escurrimiento directo utilizando la ecuación

$$V_{ED} = \Delta t \sum_{i=1}^n Q_i$$

donde

$V_{ED}$  volumen de escurrimiento directo, en  $m^3$

$\Delta t$  intervalo de tiempo, en s

$Q_i$  gasto de escurrimiento directo en el  $i$ -ésimo intervalo de tiempo, en  $m^3/s$

4. Se obtiene la altura de la lámina de escurrimiento directo  $L_E$  como

$$L_E = 0.001 \frac{V_{ED}}{A_c}$$

donde

$L_E$  lámina de escurrimiento directo, en mm

$A_c$  área de la cuenca, en  $km^2$

5. Se calculan las ordenadas del hidrograma unitario, dividiendo cada una de las ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo entre la lámina de escurrimiento directo,  $L_E$
6. Se calcula el histograma de precipitación efectiva, utilizando el procedimiento descrito en el cap A.1.4, y se obtiene con ello la duración de lluvia efectiva,  $d_e$ , asociada al hidrograma unitario calculado en el paso

5

En la fig 1.6 se muestra un esquema del cálculo del hidrograma unitario.

El hidrograma unitario obtenido con el método tradicional tiene varias limitaciones, entre las cuales pueden destacarse:

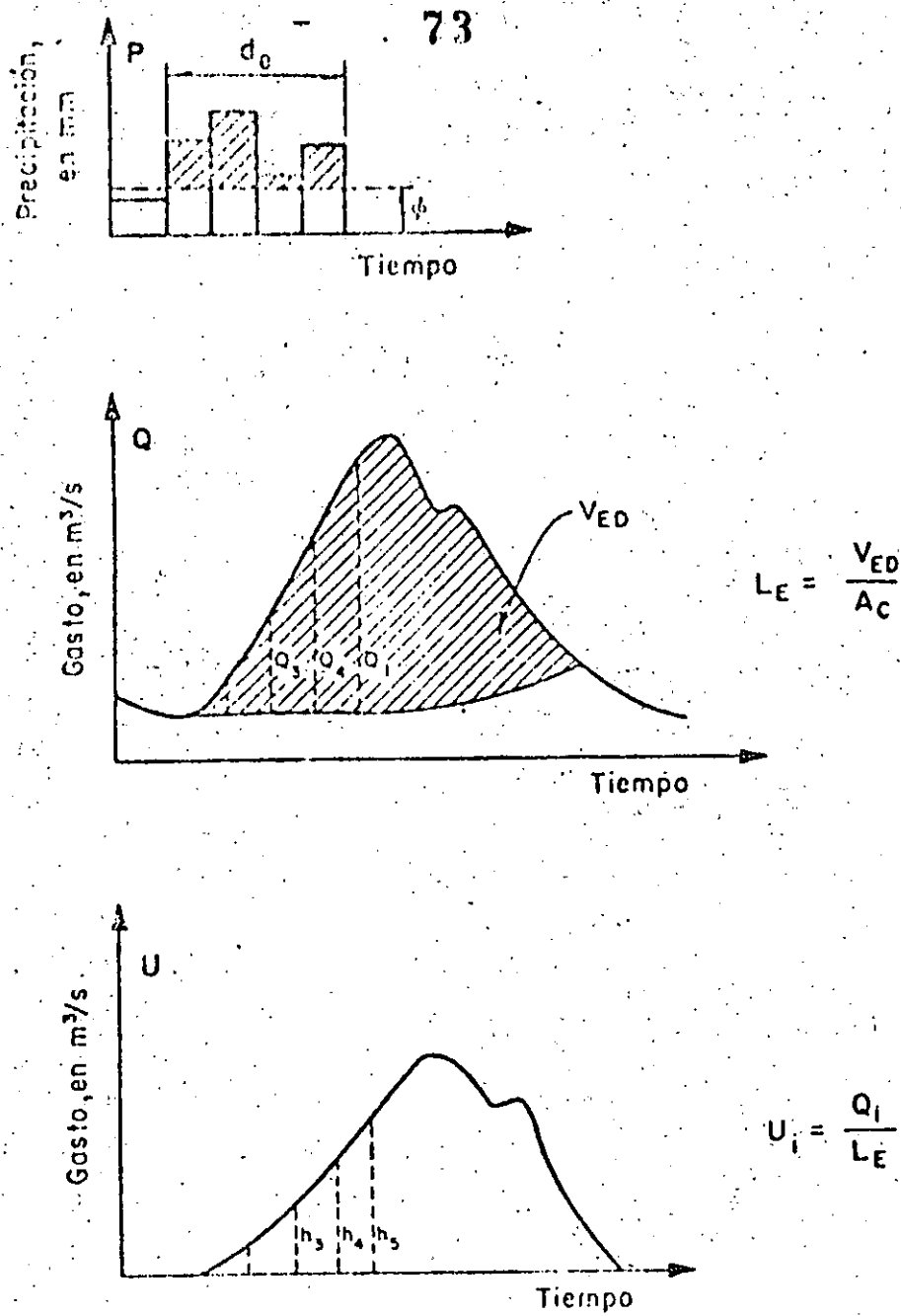


FIG.1.6 Esquema del cálculo del hidrograma unitario

- a) Solamente se conoce la función de transformación (el hidrograma unitario en este caso) para lluvias que tengan la misma duración que la que se utilizó en la etapa de calibración.
- b) No se toman en cuenta las variaciones en la intensidad de la lluvia.

Para superar la primera limitación, se utiliza el procedimiento llamado de la curva S, que se basa en el principio de superposición de causas y efectos, es decir, parte de que una secuencia de lluvias produce un hidrograma igual a la suma de los hidrogramas que produciría cada lluvia en particular.

#### METODO DE LA CURVA S

El método de la curva S se utiliza para calcular el hidrograma unitario correspondiente a una duración cualquiera,  $d_1$ , a partir de un hidrograma unitario asociado a una duración diferente,  $d_0$ .

El método consta de los siguientes pasos (ver fig 1.7):

1. Se desplaza varias veces el hidrograma unitario conocido, de tal manera que la separación entre cada hidrograma sea igual a la duración  $d_0$ .
2. Se suman las ordenadas de los hidrogramas formados en el paso 1, con lo que se obtiene un hidrograma al que se denomina curva S, que corresponde a una lluvia efectiva con intensidad constante  $i = 1 \text{ mm}/d_0$ , mantenida durante un tiempo muy grande. Para obtener las ordenadas de la curva S pueden utilizarse las relaciones

$$\begin{array}{rcl}
 S_0 & = & 0 \\
 S_1 & = & U_1 \\
 S_2 & = & U_1 + U_2 \\
 \dots & & \\
 \dots & & \\
 S_i & = & U_1 + U_2 + \dots + U_i \\
 S_n & = & U_1 + U_2 + \dots + U_n \\
 \dots & & \\
 S_{k+n} & = & U_1 + U_2 + \dots + U_n
 \end{array} \quad (I.5)$$



donde

- $S_i$  ordenada de la curva S para  $t = i \cdot d_0$   
 $U_i$  ordenada del hidrograma unitario conocido para  $t = i \cdot d_0$   
 $n$  número de ordenadas del hidrograma unitario conocido para intervalos  $\Delta t = d_0$

3. Se desplaza la curva S una distancia igual a  $d_1$
4. Se restan las ordenadas de las curvas S obtenidas en los pasos 2 y 3
5. Las ordenadas del hidrograma unitario deseado (el asociado a una lluvia de duración  $d_1$ ) se obtienen multiplicando los resultados obtenidos en el paso 4, por la relación  $d_0/d_1$

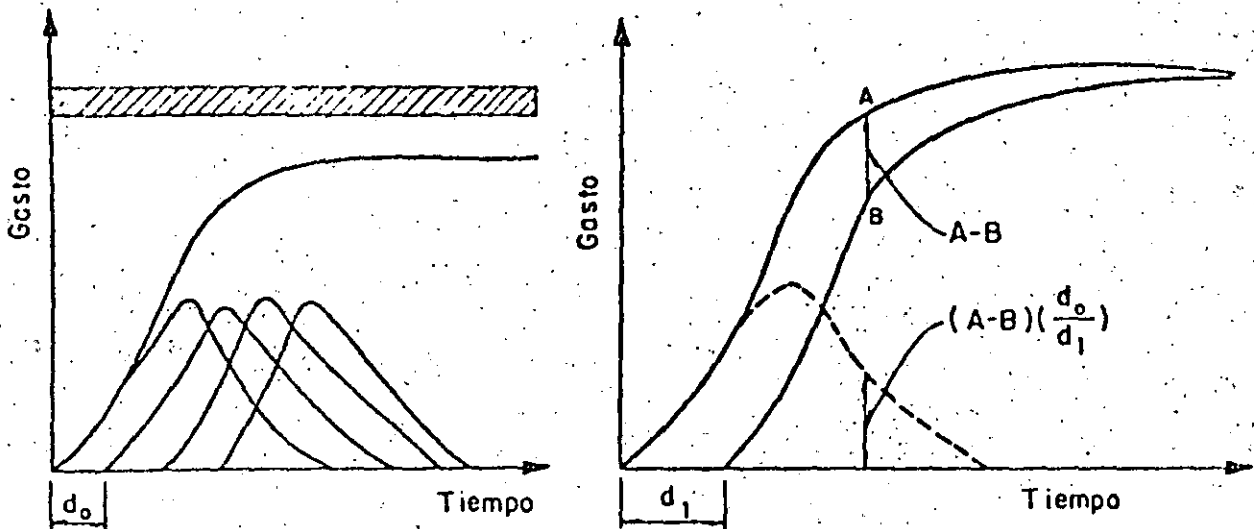


FIG. I.7 Método de la curva S

Aun cuando el método de la curva S permite calcular el hidrograma unitario asociado a cualquier duración de la lluvia efectiva, subsiste el problema de que no se toma en cuenta la variación de la intensidad de la lluvia durante la tormenta. En vista de este problema, se ha extendido la teoría del hidrograma unitario, desarrollando nuevos métodos cuyas bases se describen a continuación.

#### MÉTODOS QUE TOMAN EN CUENTA LA VARIACION DE LA LLUVIA EN EL TIEMPO

En los métodos expuestos, esto es, el del hidrograma unitario obtenido con el método tradicional y el de la curva S, se supone que la intensidad de la lluvia es constante en toda su duración. Para superar esta limitación se han desarrollado métodos que, apoyados en los principios del hidrograma unitario, permiten que si se dispone de información confiable de las variaciones de la intensidad de la lluvia con el tiempo, estas variaciones sean tomadas en cuenta.

Supóngase que en una cuenca dada se dispone de información sobre la precipitación media para intervalos pequeños de tiempo  $\Delta t$  y que se conoce el hidrograma unitario asociado a una tormenta de la misma duración,  $\Delta t$ . De acuerdo con la teoría del hidrograma unitario, si se presentara una tormenta compleja se produciría un hidrograma como el de la fig 1.8.

En términos más generales puede decirse que si  $U_1, U_2, \dots, U_{NQ}$  son las ordenadas del hidrograma unitario correspondiente a una duración de lluvia efectiva muy pequeña,  $\Delta t$ ; el escurrimiento directo que produciría una tormenta caracterizada por un hidrograma de ordenadas  $P_1, P_2, \dots, P_{NP}$ , correspondientes a intervalos de tiempo  $\Delta t$ , se calcula con

$$Q_i = \sum_{k=1}^i U_k P_{i-k+1}; \quad i = 1, 2, \dots, NQ \quad (I.6)$$

donde

- $Q_i$     gasto de escurrimiento directo para el  $i$ -ésimo intervalo de tiempo
- $NQ$     número de ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo
- $NP$     número de ordenadas de precipitación
- $NU$     número de ordenadas del hidrograma unitario

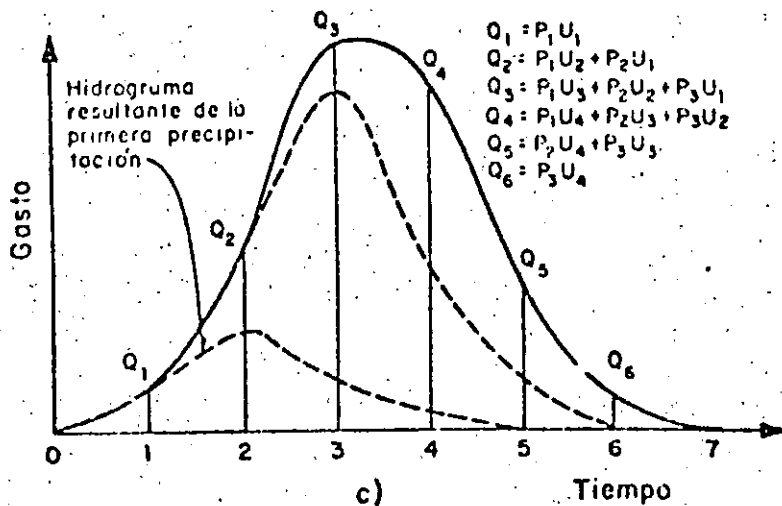
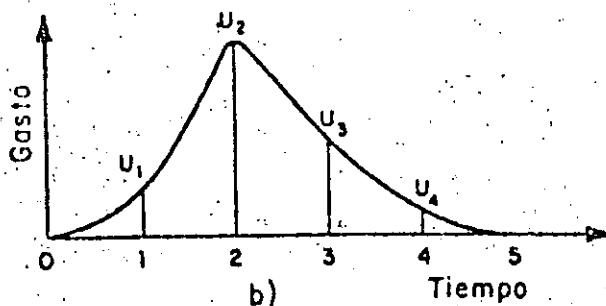
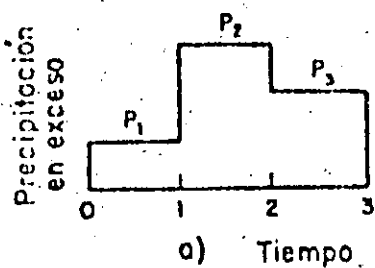


FIG.1.8 Hidrograma producido por una tormenta con intensidad variable en el tiempo

Desarrollando la ec I.6, se obtiene

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= U_1 P_1 \\ Q_2 &= U_1 P_2 + U_2 P_1 \\ \dots \\ \dots \\ Q_k &= U_1 P_k + U_2 P_{k-1} + \dots + U_k P_1 \end{aligned} \right\} \quad (I.6a)$$

El sistema de ecs I.6a puede utilizarse directamente para predecir un hidrograma cuando se presenta una tormenta y se conoce el hidrograma unitario, o bien utilizarse para conocer las ordenadas de este último cuando se tiene información de los valores simultáneos de lluvias,  $P_i$ , y escurrimientos,  $Q_i$ , durante una tormenta. En este último caso, es decir, cuando se desea obtener el hidrograma unitario, el sistema I.6 puede resolverse fácilmente despejando  $U_1$  de la primera ecuación, sustituyendo en la segunda y despejando  $U_2$ , y así sucesivamente.

Debido a la inexactitud en los datos de precipitación media en la cuenca para intervalos pequeños (véase cap A.1.2) y, generalmente en menor grado, a la no linealidad de la relación lluvia escurrimiento, el hidrograma unitario obtenido a partir del sistema I.6a, cuya solución es muy sensible a los valores individuales de las primeras ordenadas del hietograma, puede dar valores ilógicos e inclusive negativos para algunas ordenadas del hidrograma unitario. Este problema se reduce considerablemente si, admitiendo que pueden existir errores en la determinación de la precipitación media, se utiliza un sistema de ecuaciones lineales ligeramente diferente

$$\sum_{i=1}^{NQ} U_i \phi_{pp}(i-j) = \phi_{pQ}(j-1) \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, NU \quad (I.7)$$

donde

$$\phi_{pp}(\sigma) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{NP} P_i P_{i+\sigma} & , \text{ para } \sigma = 0, 1, 2, \dots, NP-1 \\ 0 & , \text{ para } \sigma \geq NP \end{cases}$$

$$\phi_{pQ}(\tau) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{NQ} P_i Q_{i-\tau} & \text{para } \tau = 0, 1, 2, \dots, NP-1 \\ 0 & \text{para } \tau \geq NU \end{cases}$$

con  $\phi_{pp}(-\tau) = P_{pp}(\tau)$ , y considerando  $P_i = 0$  para  $i > NP$

La forma en que se deduce el sistema de ecs I.7 se muestra en la fig I.9.

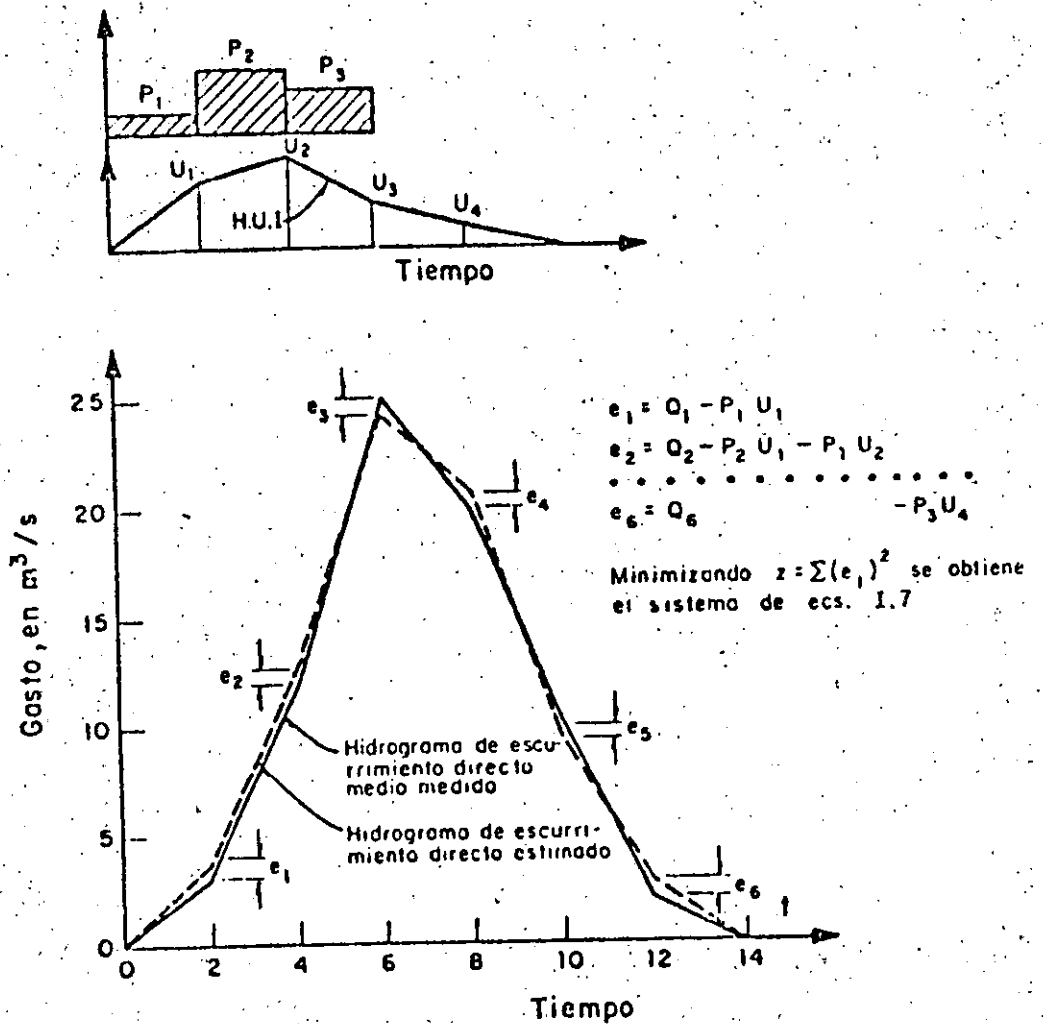


FIG. I.9 Esquema para la deducción del sistema de ecs I.7

De todos los métodos para calcular el hidrograma unitario descritos en este subcapítulo, el método que se condensa en la ec I.7 es teóricamente el más conveniente; sin embargo, en muchas ocasiones en las que por falta de pluviógrafos en la cuenca sólo se tiene información de precipitaciones medias en la cuenca, se requiere el método del hidrograma unitario tradicional y emplear la curva S para cuando se necesita trabajar con duraciones menores que 24 h.

#### 4.5.2.2 Hidrogramas unitarios sintéticos.

Cuando en la zona en estudio no se dispone de registros simultáneos de lluvias y escurrimientos, se puede inferir un hidrograma unitario a partir de las características físicas de la cuenca con ayuda de hidrogramas unitarios obtenidos en otros lugares, cuyas características se han relacionado con las de las cuencas. Dentro de los más conocidos están el hidrograma unitario triangular propuesto por el U.S.B.R. y el adimensional, propuesto por el Soil Conservation Service, los cuales se describen a continuación.

##### HIDROGRAMA UNITARIO TRIANGULAR

Si se cuenta con poca información y no se requiere precisar la forma del hidrograma de escurrimiento, se puede utilizar el hidrograma unitario triangular (HUT). Para definirlo únicamente se requiere conocer las características físicas de la cuenca.

De la geometría del hidrograma de la fig I.10 se obtiene el gasto de pico

$Q_p$  del HUT como

$$Q_p = 0.208 \frac{A}{t_p} \quad (I.8)$$

donde

$Q_p$  Gasto de pico, en  $m^3/s$

$A$  Área de la cuenca, en  $km^2$

$t_p$  tiempo de pico, en h

El tiempo de pico se obtiene con la expresión:

$$t_p = 0.5 d + t_R \quad (I.9)$$

donde

$d$  duración efectiva de la tormenta, en h

$t_R$  tiempo de retraso, en h

El tiempo de retraso  $t_R$  se estima como

$$t_R = 0.6 t_c \quad (I.10)$$

donde

$t_c$  tiempo de concentración, en h (ver inciso 5.4.1.2)

Sustituyendo la ec I.10 en la I.9 se obtiene

$$t_p = 0.5 d + 0.6 t_c \quad (I.11)$$

Si no se conoce la duración efectiva  $d$ , puede estimarse a partir de la expresión

$$d = 2\sqrt{t_c} \quad (I.12)$$

donde

$d$  duración, en h

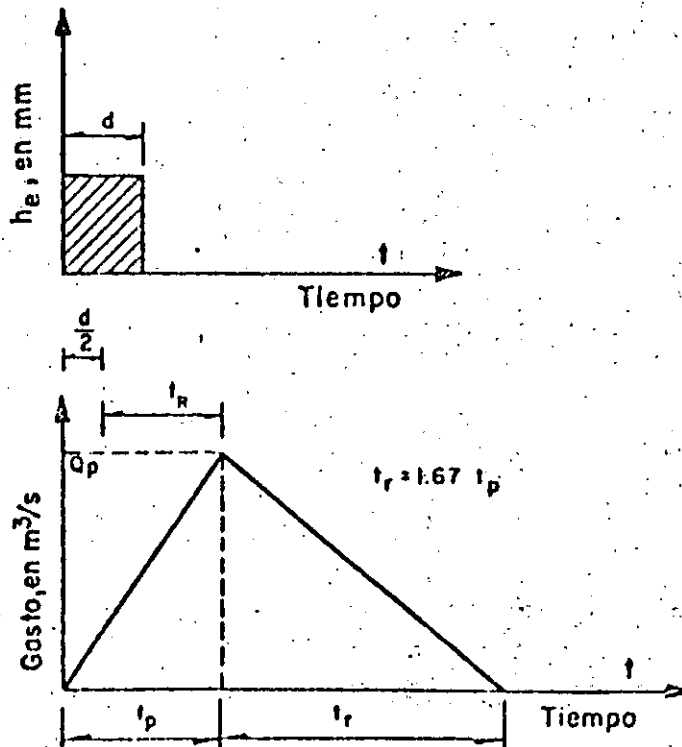


FIG. I.10. Hidrograma unitario triangular

## HIDROGRAMA ADIMENSIONAL

El hidrograma unitario adimensional propuesto por el *Soil Conservation Service* (fig I.11) permite definir con mayor detalle la forma del hidrograma. Para aplicar el método se necesita calcular el gasto y tiempo de pico; el gasto se obtiene con la expresión

$$q_u = \frac{A}{4.878t_p} \quad (I.13)$$

donde

$q_u$  gasto de pico, en  $m^3/s$

A área de la cuenca, en  $km^2$

$t_p$  tiempo de pico, en h

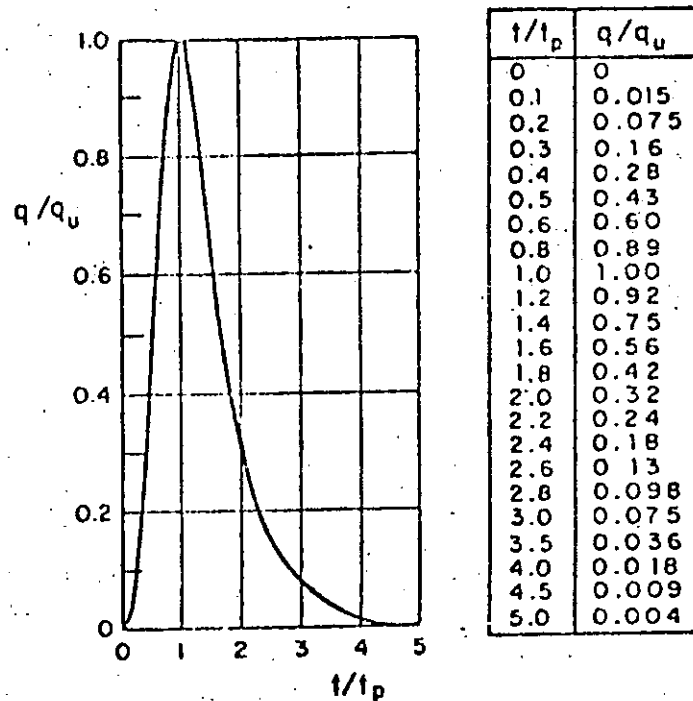


FIG. I.11 Hidrograma unitario adimensional

El tiempo de pico se calcula con la ec I.11 y, si se desconoce el valor de la duración efectiva, la ec I.12. El tiempo de concentración se estima utilizando el criterio del método racional (ver 4.5.1.2).

Conocidos el gasto de pico  $q_u$  y el tiempo de pico  $t_p$ , el hidrograma se ob-



tiene con ayuda de la fig I.11, de la siguiente manera:

1. Se escoge un valor de  $t/t_p$  y con la fig I.11 se obtiene  $q/q_u$
2. Del valor de  $q/q_u$  se despeja el valor de  $q$ , ya que se conoce  $q_u$ .
3. Del valor de  $t/t_p$  seleccionado se despeja el valor de  $t$ , ya que se conoce  $t_p$
4. Se repiten los pasos 1 a 3 tantas veces como sea necesario para definir la forma del hidrograma

#### 4.6 Métodos para calcular relaciones lluvia-escorrimento en cuencas urbanas.

##### a) Fórmula racional

84

Es uno de los métodos más antiguos (1889) pero, debido sobre todo a su sencillez, es todavía uno de los más utilizados. Considera que si sobre el área estudiada se presenta una lluvia uniforme durante un tiempo suficiente para que el escurrimiento en la cuenca se establezca, el gasto de descarga se calcula con la ecuación

$$Q_p = 0.278 C i A \quad (I.14)$$

donde:

- $Q_p$  gasto de pico, en  $m^3/s$
- $C$  coeficiente de escurrimiento (tabla I.2)
- $i$  intensidad media de la lluvia para una duración igual al tiempo de concentración de la cuenca, en  $mm/h$
- $A$  área de la cuenca, en  $km^2$

El tiempo de concentración para un punto dado, se define como el tiempo que tardaría una partícula de agua en viajar desde ese punto hasta la salida de la cuenca. Se calcula mediante

$$t_c = t_{cs} + t_t \quad (I.15)$$

donde:

- $t_c$  tiempo de concentración
- $t_{cs}$  tiempo de concentración sobre las superficies
- $t_t$  tiempo de traslado a través de los colectores

Para conocer  $t_{cs}$ , en horas, se puede utilizar la fórmula propuesta por Kirpich

$$t_{cs} = 0.0003245 \left[ \frac{L}{\sqrt{S}} \right]^{0.77} \quad (I.16)$$

donde  $l$  es la longitud del cauce principal, en m, y  $S$  la pendiente media del cauce principal.

Algunos autores proponen otras fórmulas para calcular el tiempo de concentración a través de la superficie; sin embargo, la ec 116 ha sido utilizada más frecuentemente en México y por ello se recomienda, a menos que existan razones especiales para utilizar otras. Para calcular la pendiente media del cauce principal existen también varios criterios

; la selección del más adecuado depende de la precisión de los datos sobre el perfil del cauce principal.

Para determinar el tiempo de traslado en los colectores se utiliza la fórmula de Manning

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (I.17)$$

donde:

$V$  velocidad media de traslado, en m/s

$n$  coeficiente de rugosidad de Manning

$R$  radio hidráulico, en m

$S$  pendiente del tramo

El tiempo de traslado resulta entonces

$$t_t = \frac{l}{V} \quad (I.18)$$

donde  $l$  es la longitud del tramo considerado.

ii) Método del Road Research Laboratory (RRL)

Este método considera que, en una zona urbanizada, el gasto de diseño depende solamente de las superficies impermeables conectadas al sistema de drenaje, y no toma en cuenta las superficies permeables ni las impermeables no conectadas con dicho sistema. El método consta de los siguientes pasos:

- I. Se obtienen los datos fisiográficos de la cuenca y se elabora un plano que muestre las características del sistema de alcantarillado y de las superficies conectadas con él.
- II. Se calculan los tiempos de traslado desde diversos puntos de la cuenca hasta el punto de interés, y se construye un plano de isócronas (líneas de igual tiempo de traslado).
- III Se calcula el hidrograma virtual de entradas al sistema de alcantarillado.
- IV. Se calcula la regulación del hidrograma virtual de entrada, debida al almacenamiento en los conductos.

A continuación se explican con mayor detalle estos pasos.

I. Plano de la cuenca

Es un plano base, se delimita la cuenca de aportación de superficies impermeables, anotando longitud, pendiente y rugosidad estimada para cada subcuenca conectada a un punto de ingreso al sistema de alcantarillado.

En cuanto al sistema de alcantarillado, se anota la longitud, diámetro, pendiente y coeficiente de rugosidad de cada tramo.

## II. Tiempo de traslado

El tiempo de traslado se calcula con la ec I.15, en la forma

$$t_t = t_{tS} + t_{tr}$$

donde:

- $t_t$  tiempo de traslado
- $t_{tS}$  tiempo de traslado sobre la superficie
- $t_{tr}$  tiempo de traslado a través de las alcantarillas

Para superficies conectadas con el alcantarillado,  $t_{tS}$ , en min, puede calcularse con la fórmula empírica propuesta por Hicks

$$t_{tS} = \frac{k l^a}{i^b S^c} \quad (I.19)$$

donde:

- $l$  longitud de la superficie, en m
- $S$  pendiente media de la superficie, en porcentaje
- $i$  intensidad de la lluvia, en mm/h
- $k, a, b, c$  coeficiente que se obtiene de la tabla I.3 en función del tipo de superficie.

TABLA I.3 VALOR DE LOS COEFICIENTES  $k$ ,  $a$ ,  $b$  y  $c$  UTILIZADOS EN LA EC I.19

TIPO DE SUPERFICIE	$k$	$a$	$b$	$c$
Pavimento asfáltico liso	15.13	0.323	0.640	0.448
Pavimento asfáltico rugoso	31.74	0.373	0.684	0.366
Pastos recortados	168.60	0.293	0.758	0.307

La ec I.17 se calibró en elementos cuyas longitudes varían entre 3 y 31 m, con pendiente de 0 a 7 por ciento e intensidad de la lluvia entre 12.7 y 177 mm/h. Para aplicaciones fuera de estos intervalos se recomienda realizar mediciones de campo.

Para el tiempo de traslado en el alcantarillado se utilizan las ecs I.17 y I.18.

Una vez calculados los tiempos de traslado correspondientes a cada elemento se anotan en el plano y se dibujan las curvas isócronas (fig I.12). Se recomienda definir de 3 a 6 isócronas, para incrementos de tiempo  $\Delta t$  constantes.

### III. Hidrograma virtual de entrada

Se obtiene como sigue

1. Se calculan las áreas entre isócronas y se designan como  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , de manera que  $A_1$  es el área comprendida entre el punto de interés y la isócrona más cercana;  $A_2$  el área comprendida entre la isócrona anterior y la que le sigue, etc.
2. Se construye un hidrograma de precipitación para un intervalo de tiempo  $\Delta t$  igual al de la separación entre isócronas.

Los valores de precipitación en cada intervalo de tiempo se designan como  $P_1, P_2, \dots, P_n$ .

3. Se calculan las ordenadas del hidrograma virtual de entrada con las siguientes ecuaciones:

$$Q_1 = 0$$

$$Q_2 = (A_1 P_1) (1/\Delta t)$$

$$Q_3 = (A_1 P_2 + A_2 P_1) (1/\Delta t)$$

$$Q_4 = (A_1 P_3 + A_2 P_2 + A_3 P_1) (1/\Delta t)$$

$$Q_j = (A_1 P_{j-1} + A_2 P_{j-2} + \dots + A_{j-1} P_1) (1/\Delta t)$$

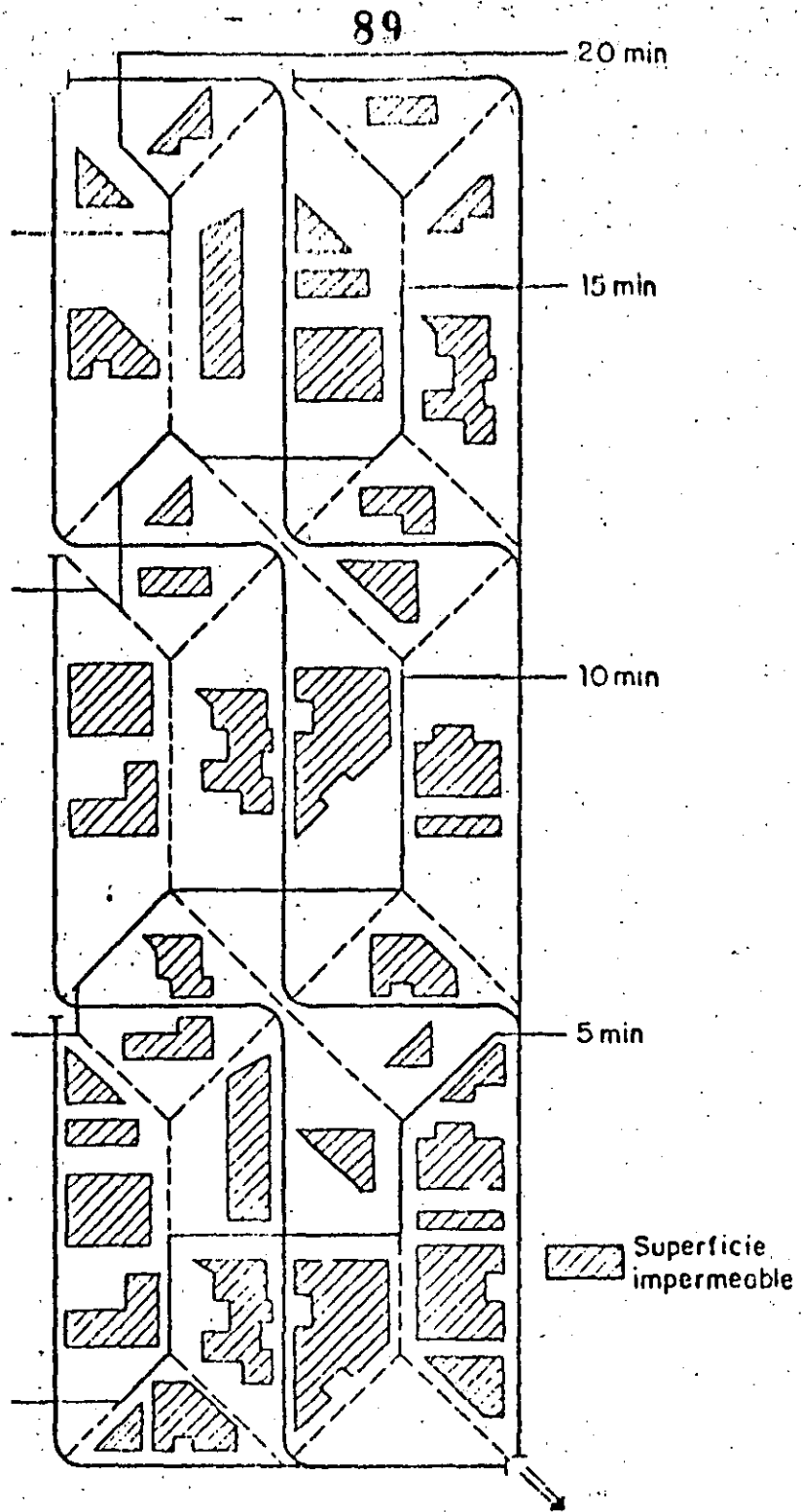


Fig. I,12 Curvas de isócronas o de igual tiempo de traslado en una cuenca urbanizada

Las ordenadas del hidrograma virtual de entrada, dado por esas ecuaciones, están separadas entre sí un intervalo  $\Delta t$ . 90

#### IV. Regulación en el alcantarillado.

La regulación en el alcantarillado del hidrograma virtual de entrada se calcula de la siguiente forma:

1. Se efectúan cálculos previos para definir la relación almacenamiento-descarga que, junto con la ecuación de continuidad, permitirá calcular el tránsito de cualquier hidrograma virtual de entrada por el alcantarillado secundario.

Se ha encontrado que puede obtenerse una relación satisfactoria entre almacenamiento  $V$  y descarga  $Q_D$ , suponiendo que la relación entre un tirante cualquiera y el tirante máximo posible (el diámetro en conductos circulares), es la misma para todos los tubos del sistema.

Si se cuenta con mediciones, es preferible obtener la curva  $V - Q_D$ , a partir de las curvas de recesión de los hidrogramas; para ello se procede así:

- a) En cada hidrograma se ubica el gasto para el cual se inicia la curva de recesión; este punto indica que la lluvia ha cesado.
- b) El área bajo la curva de recesión es igual al volumen almacenado en la cuenca en ese momento, y por tanto corresponde al gasto definido en a.
- c) A partir del punto donde se inicia la recesión se toma otro punto, diferente del indicado en a, y se vuelve a calcular el área bajo la curva para obtener otro volumen de almacenamiento y el gasto correspondiente.
- d) Se repite el paso c tantas veces como sea necesario.
- e) Se localizan las parejas de valores obtenidos y se unen formando la curva gasto de descarga-volumen de almacenamiento.



La fig. I.13 muestra las curvas  $O Q_1 Q_2$ , que representa un tramo del hidrograma virtual de entradas, y  $O S_1 S_2$  que corresponde a un tramo del hidrograma de salidas por el punto de interés. Expresando la ecuación de continuidad mediante incrementos finitos, se tiene

$$\Delta t/2 (Q_1 + Q_2) = \Delta t/2 (S_1 + S_2) + V_2 - V_1$$

donde  $V_2$  y  $V_1$  son volúmenes almacenados en los tiempos 2 y 1, respectivamente. Agrupando convenientemente los términos

$$\Delta t/2 (Q_1 + Q_2 - S_1) + V_1 = \Delta t/2 S_2 + V_2 \quad (I.20)$$

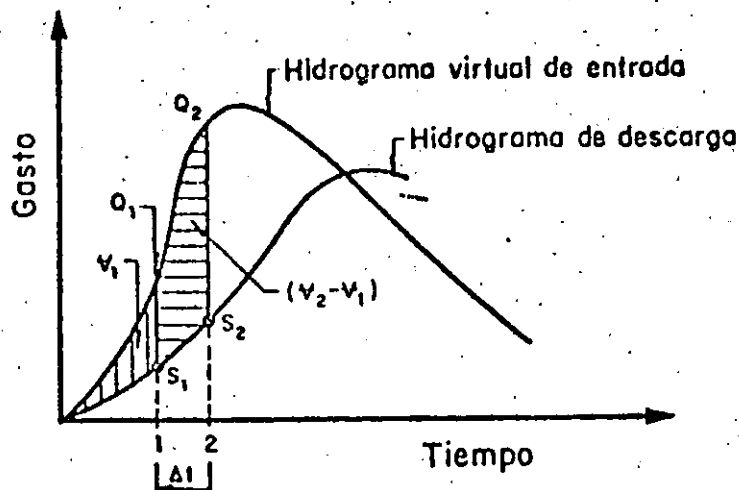


Fig. I.13 Regulación del hidrograma virtual de entrada

Conocido el valor del lado izquierdo de la ec I.20 y designándolo como K, la ecuación puede resolverse por tanteos encontrando una pareja de valores  $S_2$  y  $V_2$  en la curva de gastos de descarga contra volúmenes almacenados, definida en el paso 1, que cumplan con la igualdad:

$$K = \frac{\Delta t}{2} S_2 + V_2$$

Para que el miembro izquierdo de la ec I.20 sea siempre conocido, el problema se resuelve por pasos; en el primer paso  $S_0$  vale cero, y por tanto  $S_1$  y  $V_1$  pueden calcularse. Para el segundo paso se utilizan los valores calculados en el primero, y así sucesivamente.

### A.III

51

#### EJEMPLO III.1 METODO DE ENVOLVENTES DE CREAGER

Estimar el gasto máximo en una cuenca, con área de 300 km<sup>2</sup>, localizada en la cuenca de los ríos Atoyac y Mixteco, de la cual no se tiene información hidrológica.

Debido a la carencia de datos, puede recurrirse a las envolventes de Creager. Para los datos mundiales  $C = 100$  y para los gastos dentro de la región  $C = 18.0$  (de la tabla I.1 para el alto Balsas)

Utilizando la ec I.2 se tiene

$$Q = 1.303 C(0.386A)^{0.936A^{-0.048}} \quad (I.2)$$

- |    |                 |   |                                   |
|----|-----------------|---|-----------------------------------|
| a. | Para $C = 100$  | : | $Q = 3836.6 \text{ m}^3/\text{s}$ |
| b. | Para $C = 18.0$ | : | $Q = 690.6 \text{ m}^3/\text{s}$  |

**EJEMPLO III.2 CALCULO DEL GASTO MAXIMO EN UNA CUENCA URBANIZADA, UTILIZAN  
DO LA FORMULA RACIONAL**

Determine el gasto de diseño, para un periodo de retorno de 10 años, a la salida de la cuenca mostrada en la fig III.1. Utilice las curvas intensidad-duración-periodo de retorno de la fig III.2, las cuales fueron obtenidas con el procedimiento descrito en el capítulo A.1.2. La parte superior de la cuenca ( $A_1$  en la figura) es una zona suburbana y la inferior es una zona residencial formada por casas habitación.

1. El tiempo de concentración total es

$$t_c = t_1 + t_2 = 20 \text{ min}$$

2. Cálculo del coeficiente de escurrimiento. Utilizando la tabla I.2, se obtienen los siguientes valores

Zona suburbana	$C_1 = 0.3$
Zona residencial	$C_2 = 0.7$
Para toda la cuenca	

$$\bar{C} = \frac{C_1 A_1 + C_2 A_2}{A_1 + A_2} = 0.53$$

3. Cálculo de la intensidad de la lluvia. Conocidos el tiempo de concentración (20 min) y el periodo de retorno (10 años), de la fig III.2, se obtiene:

$$i = 100 \text{ mm/h}$$

4. Cálculo del gasto de diseño. De acuerdo con la ec I.3 se obtiene el gasto de diseño

$$Q_p = 0.278 C i A \quad (1.3)$$

$$Q_p = 0.278(0.53)(100)(3.5)$$

$$Q_p = 51.6 \text{ m}^3/\text{s}$$

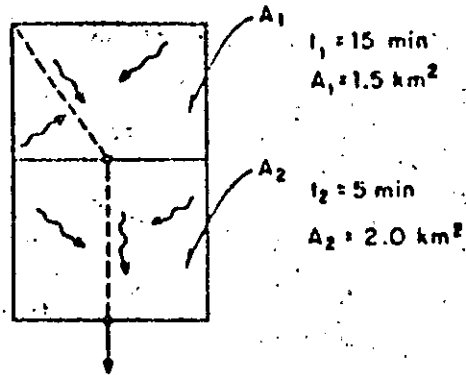


FIG. III.1 Cuenca utilizada en el ejemplo III.2

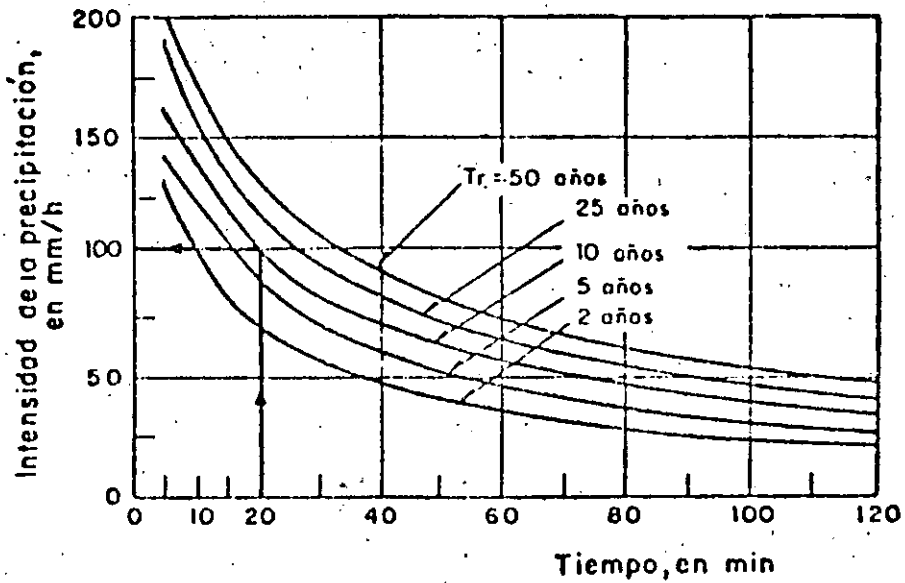


FIG. III.2 Curvas intensidad-duración-periodo de retorno

**EJEMPLO III.3 DETERMINACION DEL HIDROGRAMA UNITARIO CON EL METODO TRADICIONAL**

Calcular el hidrograma unitario para una cuenca de 888 km<sup>2</sup> utilizando el método tradicional. Se dispone de la siguiente información.

a) Hidrograma de precipitación media

Tiempo, en h	Precipitación, en mm	Tiempo, en h	Precipitación, en mm
0-2	7.0	6-8	1.0
2-4	9.0	8-10	2.0
4-6	4.0		

b) Hidrograma de escurrimiento medido a la salida de la cuenca (ver fig III.3)

Tiempo, en h	Gasto, en m <sup>3</sup> /s	Tiempo, en h	Gasto, en m <sup>3</sup> /s
0	40.0	8	200.0
2	80.0	10	120.0
4	220.0	12	60.0
6	300.0	14	40.0

De acuerdo con lo indicado en el tomo I, el cálculo del hidrograma unitario tradicional se realiza con los siguientes pasos (ver tabla III.1),

1. Separación del escurrimiento directo y el base. En este caso el gasto base es constante e igual a 40 m<sup>3</sup>/s, según se indica en la columna 3 de la tabla III.1.
2. Cálculo del volumen de escurrimiento directo. La suma de los valores de escurrimiento directo espaciados 2h (col 4, tabla III.1) es 740 m<sup>3</sup>/s,

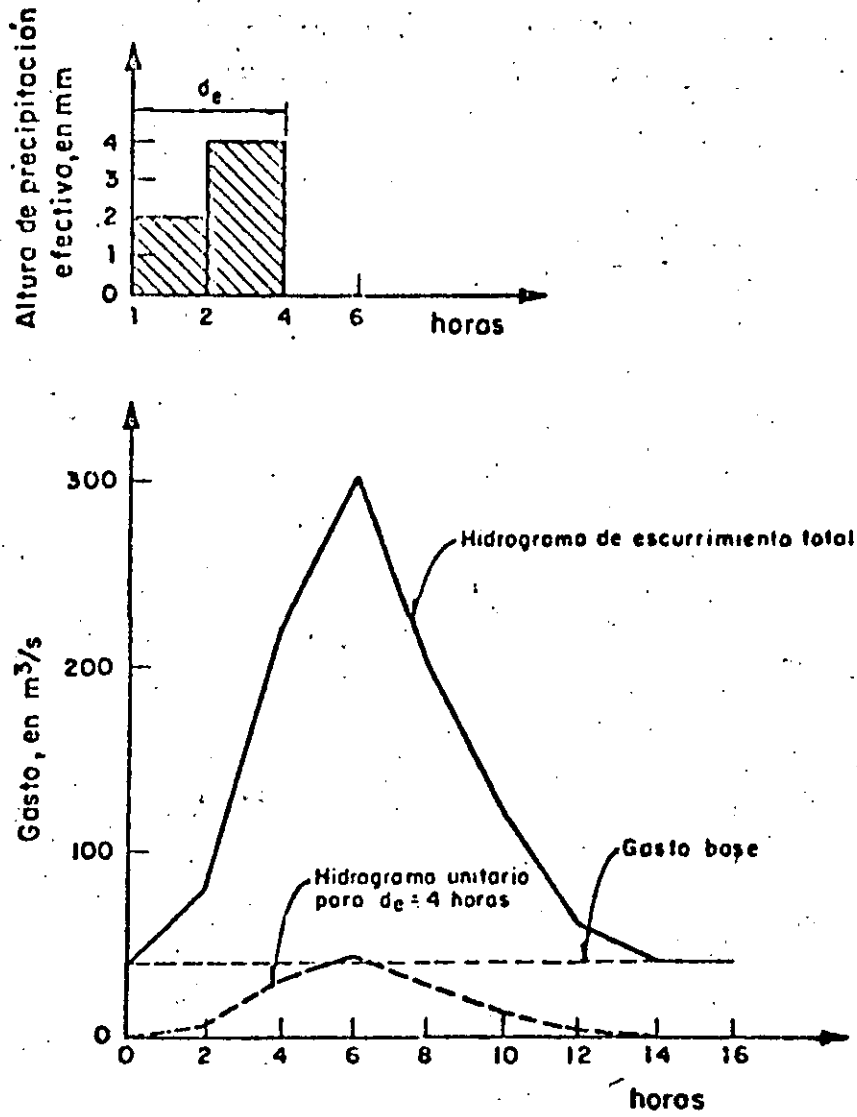


FIG. III.3 Hidrograma unitario obtenido en el ejemplo III.3

por lo que el volumen de escurrimiento directo resulta ser igual a

$$V_{ED} = (\Sigma Q_i) \Delta t = (740)(2)(3600) = 5.328 \times 10^6 \text{ m}^3$$

3. Cálculo de la altura de precipitación efectiva. La altura de precipitación efectiva se obtiene dividiendo el volumen de escurrimiento directo entre el área de la cuenca, esto es

$$L_E = \frac{V_{ED}}{A_c} = \frac{5.328 \times 10^6}{888 \times 10^6} = 0.006 \text{ m} = 6 \text{ mm}$$

4. Obtención del hidrograma unitario. Las ordenadas del hidrograma unitario, espaciadas 2h, se obtienen dividiendo las del hidrograma de escurrimiento directo entre la altura de precipitación efectiva. Los resultados se muestran en la col 5 de la tabla III.1.

Para determinar la duración efectiva de la lluvia (a la cual está asociado el hidrograma unitario calculado en el paso 4) se efectúan los siguientes cálculos.

5. Cálculo del índice de infiltración media,  $\phi$ . El índice de infiltración media se obtiene por tanteos (ver cap A.1.4), hasta encontrar el valor de  $\phi$  que hace que la lluvia efectiva sea igual a la calculada en el paso 3. En este caso se obtiene que  $\phi = 2.5 \text{ mm/h}$ .
6. Cálculo del hietograma de precipitación efectiva. El hietograma de precipitación efectiva que se muestra en la parte superior de la fig III.3 se obtiene restando la infiltración al hietograma de precipitación total. En la fig III.3 se observa que la duración efectiva de la lluvia es de 4h, por lo que el hidrograma unitario determinado en el paso 4 está asociado a una duración de 4h y una lluvia de 1mm.

TABLA III.1 Cálculo del hidrograma unitario tradicional

(1) Tiempo, en h	(2) Escorrimento total, en m <sup>3</sup> /s	(3) Escorrimento base, en m <sup>3</sup> /s	(4) Escorrimento directo, en m <sup>3</sup> /s (2) - (3)	(5) Ordenadas del H U*, en m <sup>3</sup> /s (4)÷(L <sub>E</sub> )
0	40	40	0	0
2	80	40	40	6.67
4	220	40	180	30.0
6	300	40	260	43.33
8	200	40	160	26.67
10	120	40	80	13.33
12	60	40	20	3.33
14	40	40	0	0

SUMA

740

\* Válido para una duración efectiva de 4 horas y una precipitación efectiva de 1 mm.



**EJEMPLO III.4 OBTENCION DEL HIDROGRAMA UNITARIO PARA UNA DURACION DIFERENTE**

Partiendo del resultado del ejemplo III.3 obténgase el hidrograma unitario asociado a una duración de dos horas.

De acuerdo con el procedimiento descrito en el tomo I, se tiene (ver tabla III.2).

- a. Se desplaza el hidrograma unitario del ejemplo III.3, un tiempo de 4 h, varias veces (cols 3 a 6)
- b. Se suman las ordenadas de los hidrogramas desplazados (col 7)
- c. Con los valores del inciso b, se obtiene el hidrograma S ajustado (tabla III.2, col 8 y fig III.4a)
- d. Se desplaza el hidrograma S una vez, un tiempo de 2 h (fig III.4a y tabla III.3, col 4)
- e. Se restan las ordenadas del inciso d (col 5, tabla III.3)
- f. Las diferencias obtenidas en el inciso e se multiplican por la relación entre la duración asociada al hidrograma unitario original y la duración que se requiere; en este caso, por  $4/2$
- g. Los datos obtenidos en el inciso f corresponden a las ordenadas del hidrograma unitario asociado a una duración de 2 h mostrado en la fig III.4c
- h. En la tabla III.3 y la fig III.4 se muestran los resultados obtenidos.

TABLA III.2 Cálculo del hidrograma S

(1) Tiempo	(2) H.U. para $d_e = 4h$	(3) H.U. des- plazado 4h	(4) H.U. des- plazado 8h	(5) H.U. des- plazado 12h	(6) H.U. des- plazado 16h	(7) Hidrograma S	(8) Hidrograma S ajustado
0	0					0	0
2	6.67					6.67	6.67
4	30.00	0				30.00	30.00
6	43.33	6.67				50.00	50.00
8	26.67	30.00	0			56.67	56.67
10	13.33	43.33	6.67			63.33	61.67*
12	3.33	26.67	30.00	0		60.00	61.67*
14	0	13.33	43.33	6.67		63.33	61.67*
16		3.33	26.67	30.00	0	60.00	61.67*
			13.33	43.33	6.67	63.33	61.67*
			3.33	26.67	30.00	60.00	61.67*

\* Estos valores se ajustaron con la ecuación  $Q = \frac{A}{3.6d_e} = \frac{888}{3.6(4)} = 61.67 \text{ m}^3/\text{s}$

59

100  
A.III

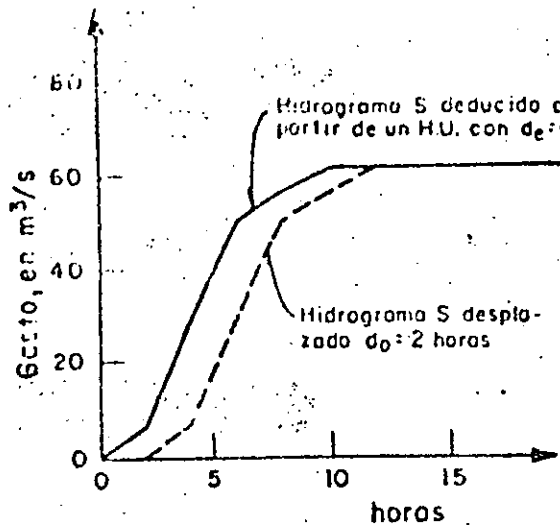
TABLA III.3 Cálculo del hidrograma unitario con el hidrograma S

(1) Tiempo, en h	(2) Hidrograma unitario para 4h, en m <sup>3</sup> /s	(3) Curva S tomada de la tabla III.2	(4) Curva S desplazada 2 h (fig III.4)	(5) (3)-(4)	(6) Ordenadas del HU para 2 h (5) x 4/2
0	0	0	-	0	0
2	6.67	6.67	0	6.67	13.33
4	30.00	30.00	6.67	23.33	46.67
6	43.33	50.00	30.00	20.00	40.00
8	26.67	56.67	50.00	6.67	13.33
10	13.33	61.67	56.67	5.00	10.00
12	3.33	61.67	61.67	0	0
14	0	61.67	61.67		
16		61.67	61.67		

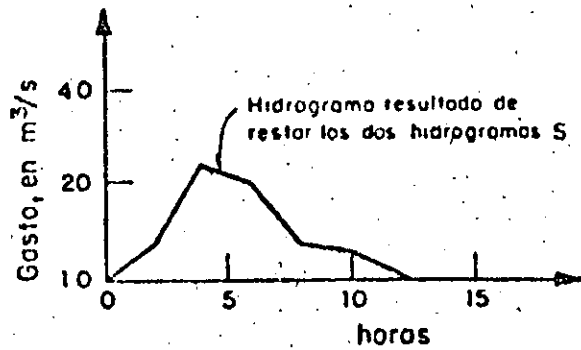
07

101

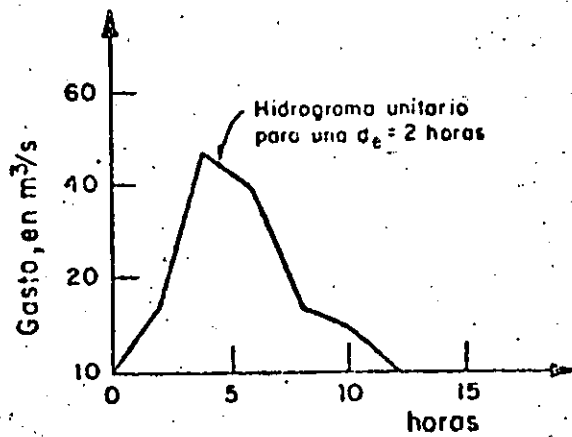
A.III



a) Hidrograma S



b) Hidrograma obtenido de la tabla III.4 (col 5)



c) Hidrograma unitario para  $d_e = 2$  horas

FIG. III.4 Resultados del ejemplo III.4

EJEMPLO III.5 HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO

Obtener el hidrograma unitario instantáneo para una cuenca en la cual se dispone de la siguiente información:

HIETOGRAMA		HIDROGRAMA	
Tiempo, en h	Altura de precipitación efectiva, en mm	Tiempo, en h	Hidrograma de escurrimiento directo, en m <sup>3</sup> /s
0-2	1	0	0
2-4	3	2	3
4-6	2	4	12
		6	25
		8	20
		10	10
		12	2
		14	0

Se utilizará la ec I.7 (ver tomo I).

Para ello, se tiene

$$NP = 3 \quad NQ = 6 \quad NU = NQ - NP + 1 = 4$$

Para este caso, la ec I.7 se desarrolla de la siguiente forma

$$\left. \begin{aligned} U_1 \phi_{pp}(0) + U_2 \phi_{pp}(1) + U_3 \phi_{pp}(2) + U_4 \phi_{pp}(3) &= \phi_{pQ}(0) \\ U_1 \phi_{pp}(-1) + U_2 \phi_{pp}(0) + U_3 \phi_{pp}(1) + U_4 \phi_{pp}(2) &= \phi_{pQ}(1) \\ U_1 \phi_{pp}(-2) + U_2 \phi_{pp}(-1) + U_3 \phi_{pp}(0) + U_4 \phi_{pp}(1) &= \phi_{pQ}(2) \\ U_1 \phi_{pp}(-3) + U_2 \phi_{pp}(-2) + U_3 \phi_{pp}(-1) + U_4 \phi_{pp}(0) &= \phi_{pQ}(3) \end{aligned} \right\} \text{(III.1)}$$

donde

$$\phi_{PP}(0) = P_1P_1 + P_2P_2 + P_3P_3 = 1(1) + 3(3) + 2(2) = 14$$

$$\phi_{PP}(1) = \phi_{PP}(-1) = P_1P_2 + P_2P_3 = 1(3) + 3(2) = 9$$

$$\phi_{PP}(2) = \phi_{PP}(-2) = P_1P_3 = 1(2) = 2$$

$$\phi_{PP}(3) = \phi_{PP}(-3) = 0$$

$$\phi_{PQ}(0) = P_1Q_1 + P_2Q_2 + P_3Q_3 = 1(3) + 3(12) + 2(25) = 89$$

$$\phi_{PQ}(1) = P_1Q_2 + P_2Q_3 + P_3Q_4 = 1(12) + 3(25) + 2(20) = 127$$

$$\phi_{PQ}(2) = P_1Q_3 + P_2Q_4 + P_3Q_5 = 1(25) + 3(20) + 2(10) = 105$$

$$\phi_{PQ}(3) = P_1Q_4 + P_2Q_5 + P_3Q_6 = 1(20) + 3(10) + 2(2) = 54$$

Por lo que el sistema de ecuaciones lineales III.1 queda expresado como

$$14U_1 + 9U_2 + 2U_3 = 89$$

$$9U_1 + 14U_2 + 9U_3 + 2U_4 = 127$$

$$2U_1 + 9U_2 + 14U_3 + 9U_4 = 105$$

$$2U_2 + 9U_3 + 14U_4 = 54$$

Resolviendo el sistema se encuentra

$$U_1 = 2.33 \quad U_2 = 5.67 \quad U_3 = 2.61 \quad U_4 = 1.33$$

Los valores anteriores son las ordenadas del hidrograma unitario instantáneo que se muestra en la fig III.5.

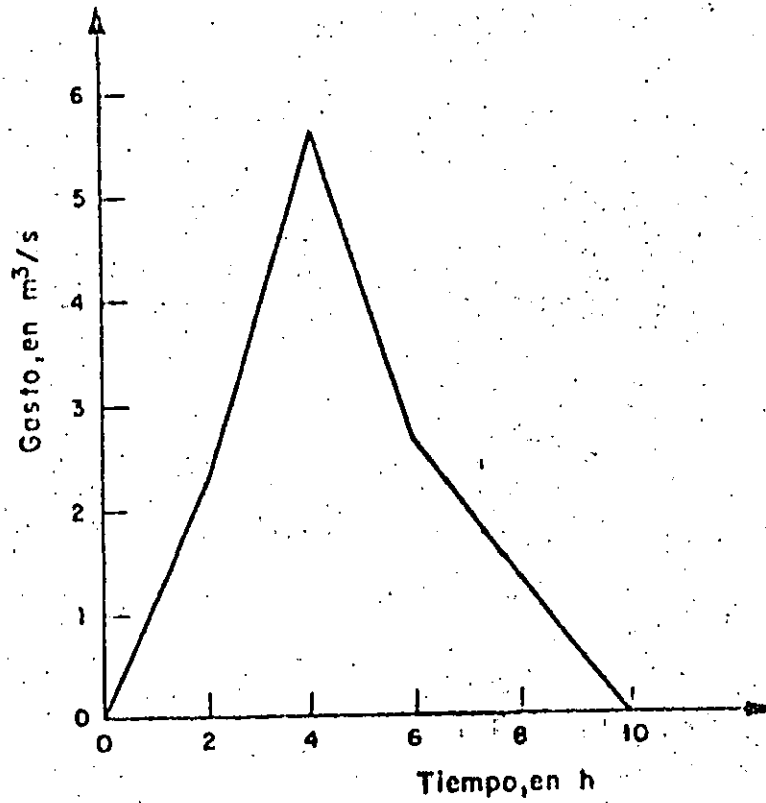


FIG.III.5 Hidrograma unitario instantáneo

EJEMPLO III.6 CALCULO DEL HIDROGRAMA DE ESCURRIMIENTO DIRECTO A PARTIR DEL  
HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO (H.U.I.)

Obtener el hidrograma de escurrimiento directo a partir del H.U.I. encontrado en el ejemplo III.5 para el siguiente hidrograma de precipitación efectiva:

HIETOGRAMA

Tiempo, en h	Altura de precipitación, en mm
0 - 2	2
2 - 4	6
4 - 6	3
6 - 8	1

Para este caso,  $NU = 4$ ,  $NP = 4$ , por lo que

$$NQ = NU + NP - 1 = 7$$

De acuerdo con la ec 1.6 a

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= P_1 U_1 &= 2(2.33) &= 4.67 \\
 Q_2 &= P_1 U_2 + P_2 U_1 &= 2(5.67) + 6(2.33) &= 25.33 \\
 Q_3 &= P_1 U_3 + P_2 U_2 + P_3 U_1 &= 2(2.67) + 6(5.67) + 3(2.33) &= 46.33 \\
 Q_4 &= P_1 U_4 + P_2 U_3 + P_3 U_2 + P_4 U_1 &= 2(1.33) + 6(2.67) + 3(5.67) + 1(2.33) &= 38.00 \\
 Q_5 &= P_2 U_4 + P_3 U_3 + P_4 U_2 &= 6(1.33) + 3(2.67) + 1(5.67) &= 21.67 \\
 Q_6 &= P_3 U_4 + P_4 U_3 &= 3(1.33) + 1(2.67) &= 6.67 \\
 Q_7 &= P_4 U_4 &= 1(1.33) &= 1.33
 \end{aligned}$$

En la fig III.6 se muestra el hidrograma obtenido.



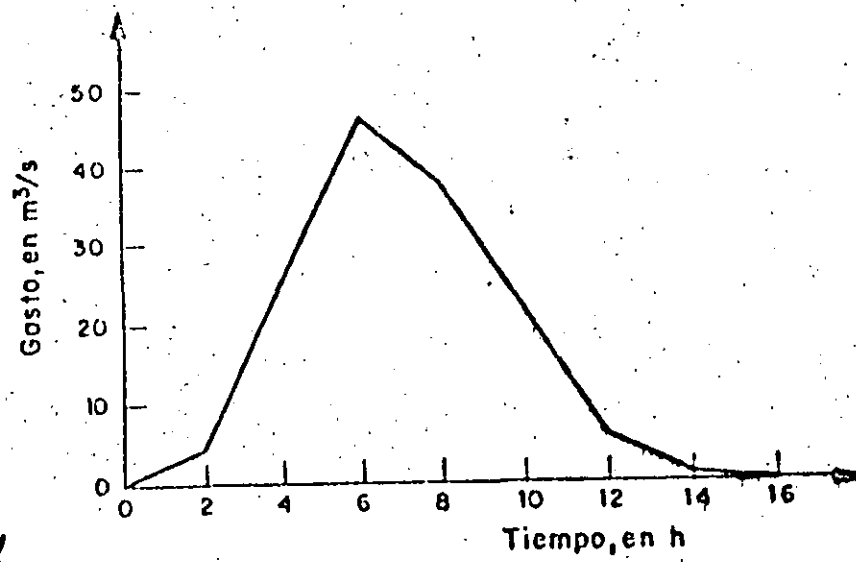


FIG. III.6 Hidrograma de escurrimiento directo obtenido a partir DEL H.U.I.

## EJEMPLO III.7 CALCULO DEL HIDROGRAMA UNITARIO TRIANGULAR

Obtener el hidrograma unitario triangular con los siguientes datos:

- a. Area de la cuenca: 30 km<sup>2</sup>
- b. Tiempo de concentración: 4 h

De acuerdo con lo indicado en el tomo I, se tiene

1. Se calcula la duración efectiva (ya que se desconoce) con la ec 1.12

$$d = 2 \sqrt{t_c} = 2 \sqrt{4} = 4 \text{ h}$$

2. Se calcula el tiempo de pico con la ec 1.11

$$t_p = 0.5d + 0.6t_c$$

$$t_p = 0.5(4) + 0.6(4) = 4.4 \text{ h}$$

3. Se calcula el gasto de pico con la ec 1.8

$$q_p = 0.208 \frac{A}{t_p}$$

$$q_p = 0.208 \frac{30}{4.4} = 3.8 \text{ m}^3/\text{s}$$

4. Se calcula el tiempo de retraso con la ec 1.10

$$t_R = 0.6 t_c = 0.6(4) = 2.4 \text{ h}$$

5. Se calcula el tiempo de receso,  $t_r$ , como

$$t_r = 1.67 t_p = 1.67(4.4) = 7.3 \text{ h}$$

6. El hidrograma unitario triangular que resulta se muestra en la fig III.7.

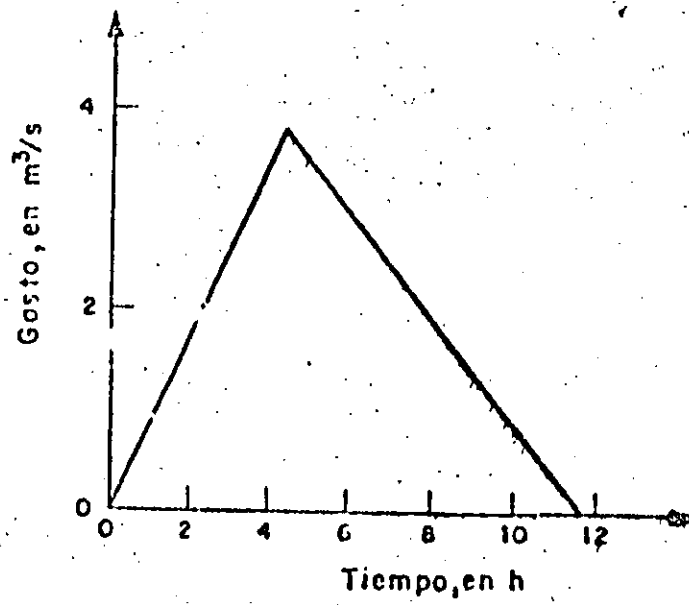


FIG.III.7 Hidrograma unitario triangular

## EJEMPLO 11.8 CALCULO DEL HIDROGRAMA UNITARIO ADIMENSIONAL

Calcular el hidrograma unitario para una duración efectiva de cuatro horas, para una cuenca de 200 km<sup>2</sup> con un tiempo de retraso de 7.5 h.

De acuerdo con lo indicado en el tomo I, se tiene

1. Se calcula el tiempo de pico con la ec I.9

$$t_p = 0.5d + t_R = 0.5(4) + 7.5 = 9.5 \text{ h}$$

2. Se calcula el gasto de pico con la ec I.13

$$q_u = \frac{A}{4.878 t_p} = \frac{200}{4.878(9.5)} = 4.3 \text{ m}^3/\text{s}$$

3. Con la fig I.11 se define la forma del hidrograma mediante los siguientes pasos:

- a. Para  $\frac{t}{t_p} = 5$ , se define el tiempo base del hidrograma

$$t_B = 5 t_p = 5(9.5) = 47.5 \text{ h}$$

- b. Para  $t/t_p = 0.5$  y  $q/q_u = 0.43$

$$t = 4.75 \text{ h} \quad q = 1.9 \text{ m}^3/\text{s}$$

- c. Para  $t/t_p = 1$  y  $q/q_u = 1$

$$t = 9.5 \text{ h} \quad q = 4.3 \text{ m}^3/\text{s}$$

- d. Para  $t/t_p = 2$  y  $q/q_u = 0.32$

$$t = 19.0 \text{ h} \quad q = 1.4 \text{ m}^3/\text{s}$$

111

e. Para  $t/t_p = 3$  y  $q/q_u = 0.075$

$$t = 28.5 \text{ h}$$

$$q = 0.32 \text{ m}^3/\text{s}$$

f. Los valores obtenidos de los pasos a al e se dibujan para obtener el hidrograma unitario de la fig III.8.

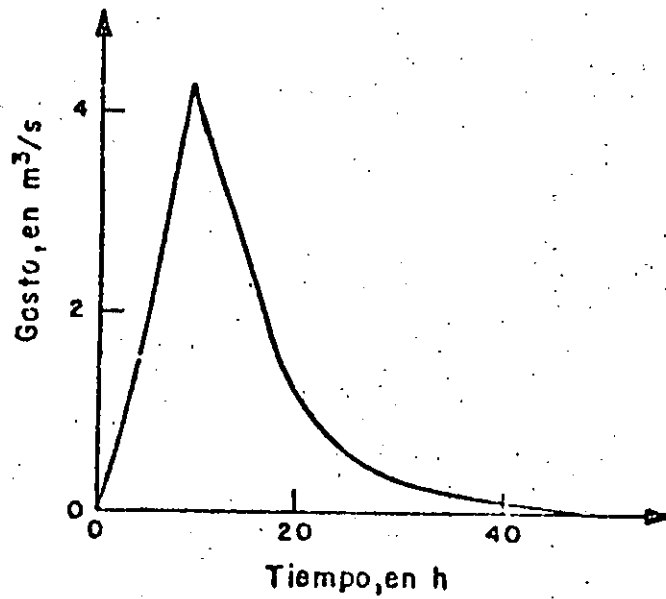


FIG. III.8 Hidrograma unitario



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA  
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO: HIDROLOGIA APLICADA A LA INGENIERIA, EN COLABORACION  
CON LA UNIVERSIDAD VERACRUZANA, DEL 5 AL 9 DE NOVIEM  
BRE DE 1984.

TRANSITO DE AVENIDAS

CAPITULO 5

DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO

NOVIEMBRE, 1984

## CAPITULO 5. TRANSITO DE AVENIDAS\*

### 5.1 INTRODUCCION AL TRANSITO DE AVENIDAS EN VASOS

Se presenta la metodología para obtener el hidrograma de salida de una presa mediante el tránsito, a través de su vaso de almacenamiento, de un hidrograma de entrada conocido. El método se utiliza generalmente en proyectos de almacenamiento, predicción de avenidas, análisis de cuencas y estudios sobre aprovechamientos hidráulicos.

El tránsito de avenidas es una técnica que se emplea para conocer el cambio de forma y el desplazamiento en el tiempo del hidrograma de entrada al vaso de una presa.

### 5.2 FUNDAMENTOS

#### 5.2.1 ECUACION DE CONTINUIDAD

La ecuación de continuidad para cierto volumen es:

\*Notas preparadas por el M. en I. Oscar Fuentes Mariles, para el Curso "HIDROLOGIA APLICADO A LA INGENIERIA" realizado en la División de Educación Continua, F.I. UNAM

$$I - O = \frac{dV}{dt} \quad (I.1)$$

donde

$I$  gasto de entrada al vaso

$O$  gasto de salida del vaso

$\frac{dV}{dt}$  variación del almacenamiento  $V$  en el tiempo  $t$

Para resolver la ec I.1 se puede utilizar el siguiente esquema de diferencias finitas.

$$\frac{I_i + I_{i+1}}{2} - \frac{O_i + O_{i+1}}{2} = \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta t} \quad (I.2)$$

donde

$\Delta t$  intervalo de tiempo seleccionado para efectuar los cálculos del tránsito

$i, i+1$  subíndices que representan los valores de las variables al inicio y al final del intervalo de tiempo  $\Delta t$ , respectivamente

A diferencia del funcionamiento de un vaso, en el tránsito de una avenida no se consideran variables como la evaporación y la infiltración, ya que su magnitud es varias veces inferior al volumen de las entradas o salidas por escurrimiento; esto puede apreciarse comparando el intervalo de tiempo que se emplea en el tránsito de avenidas (horas) con el que se usa en el funcionamiento de un vaso (un mes).

Respecto al  $\Delta t$ , para no afectar la precisión de los cálculos conviene utilizar un intervalo pequeño (se sugiere  $\Delta t \leq 0.1 t_p$ , donde  $t_p$  es el tiempo de pico del hidrograma de entrada, fig I.1).

### 5.2.2 RELACION ENTRE ALMACENAMIENTO Y GASTOS DE SALIDA

Para establecer esta relación es necesario manejar dos tipos de curvas: la de elevaciones-volúmenes de almacenamiento del vaso, y la de elevaciones-gas



tos de salida por la obra de excedencias. La primera curva se obtiene a partir de los planos topográficos del vaso; la segunda, si se trata de un vertedor de cresta libre, es simplemente la curva de descarga de esa obra de excedencias, que está dada por la ecuación  $Q = C L (h-H)^{3/2}$ , donde  $H$ ,  $L$  y  $C$  son, respectivamente, la elevación de la cresta del vertedor, longitud y coeficiente de descarga del vertedor, y  $h$  la elevación del espejo del agua en el vaso ( $h > H$ ). Mediante estas dos curvas se puede conocer, para cada volumen almacenado en la presa, la elevación del agua y con esta el gasto de salida, y de ahí la relación volumen de almacenamiento-gasto de salida.

Cuando el vertedor es de cresta controlada, la relación elevación-gasto de salida estará dada por las reglas de operación de compuertas utilizadas. Por otro lado, habrá que incluir dentro de los gastos de salida las extracciones que se hagan por la obra de toma.

### 5.3 METODOS PARA TRANSITO DE AVENIDAS EN VASOS

Existen muchos procedimientos, de los cuales aquí se incluyen dos: uno semi gráfico y otro numérico; para ambos se requiere:

- a) Hidrograma de entrada.
- b) Elevación del nivel de agua en el vaso en el instante en que empieza a llegar a la presa la avenida correspondiente al hidrograma del inciso a.
- c) Gasto de salida por el vertedor en el instante en que empieza el hidrograma del inciso a.
- d) Gasto de salida por la obra de toma.
- e) Curva elevaciones-volúmenes de almacenamiento.
- f) Curva elevaciones-gastos de salida de la obra de excedencias (o su ecuación).

Por precisión, rapidez y flexibilidad en los cálculos conviene utilizar el método numérico con ayuda de una calculadora programable o computadora digital. El método semi gráfico se incluye para utilizarse cuando no se disponga de la ayuda electrónica mencionada.

## 5.3.1 METODO SEMIGRAFICO

Para emplear el método se asocian los valores de  $(\frac{2V_i}{\Delta t} + O_i)$  contra  $O_i$  y se traza una curva como la de la fig I.2, la que se logra como sigue:

1. Se determina un intervalo de tiempo  $\Delta t$  y se fija un valor cualquiera de  $h_i$  en el vaso, mayor que H.
2. Con  $h_i$  en la curva elevaciones-volúmenes de almacenamiento se obtiene  $V_i$ .
3. De la curva elevaciones-gastos de salida de la obra de excedencias, se obtiene el  $O_e$  correspondiente a la  $h_i$  del paso 1.
4. Se calcula  $O_i = O_e + O_t$ , donde  $O_t$  es el gasto de salida por la obra de toma.
5. Se calcula  $\frac{2V_i}{\Delta t} + O_i$ .
6. Para definir adecuadamente la fig I.2, se regresa al paso 2 tantas veces como sea necesario.
7. Se dibuja la curva de  $\frac{2V_i}{\Delta t} + O_i$  contra  $O_i$  (fig I.2).

Por otra parte, la ec I.2 se puede escribir:

$$I_i + I_{i+1} + \left(\frac{2V_i}{\Delta t} - O_i\right) = \frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1} \quad (I.3)$$

en la cual se desconocen los valores de  $O_{i+1}$  y  $V_{i+1}$ .

Los cálculos del tránsito de la avenida se efectúan de la siguiente manera:

- a) Con los datos iniciales ( $i=1$ ) se tiene  $V_i$  y  $O_i$ .
- b) Se calcula  $\frac{2V_i}{\Delta t} - O_i$ .
- c) Del hidrograma de entrada, se conocen  $I_i$  e  $I_{i+1}$  y con el resultado del inciso b se obtiene  $\frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1}$  utilizando la ec I.3.

d) El valor de  $\frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1}$  se localiza en la fig I.2 y se determina  $O_{i+1}$

e) Se resta a  $\frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1}$  dos veces  $O_{i+1}$ , con lo cual se determina

$$\frac{2V_{i+1}}{\Delta t} - O_{i+1}$$

f) Se hace  $i=i+1$  y se repite la secuencia de cálculo desde el paso c, observando que ahora  $\frac{2V_{i+1}}{\Delta t} - O_{i+1}$  corresponde al cálculo del inciso b para el nuevo valor de  $i$ .

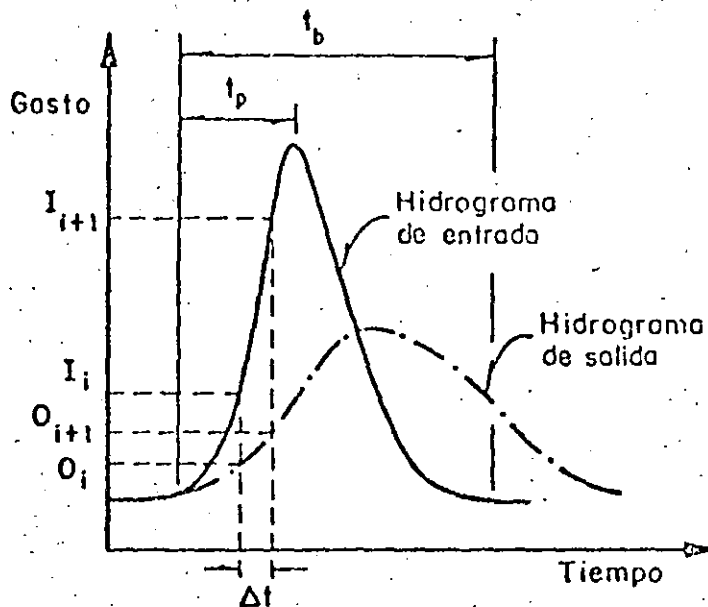


FIG. I.1 Hidrogramas de entrada y salida por el vaso de una presa

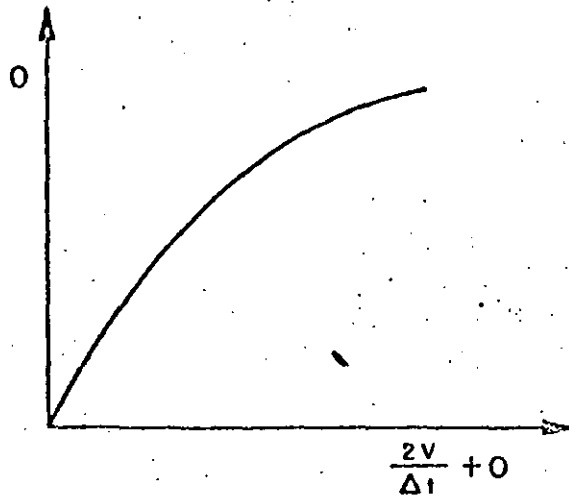


FIG. 1.2 Curva  $\frac{2V}{\Delta t} + 0$  contra 0 (método semigráfico)

El cálculo anterior se incluye en la tabla I.1, para obtener el hidrograma de salida (columna 7). El procedimiento puede resumirse de la siguiente manera:

- I Col 1, se selecciona adecuadamente (inciso 5.2.1)
- II Cols 2 y 3, son conocidos (inciso 5.3)
- III Se calculan las sumas  $I_i + I_{i+1}$  y se anotan sus valores en la col 4
- IV El valor del primer renglón de la col 5 se conoce por los datos iniciales (inciso 5.3)
- V Para el renglón  $i$  se suman los valores de las cols 4 y 5, y se anota su valor en la col 6
- VI De la fig 1.2. (obtenida para el problema en estudio) con el valor

anotado en el renglón  $i$ , col 6, y se obtiene en el eje vertical el valor de la descarga  $0_{i+1}$ , la que se anota en ese mismo renglón en la col 7.

VII Si el hidrograma de salida ha sido generado, se termina el cálculo; de no ser así, se pasa a VIII.

VIII Del valor tabulado en el renglón  $i$ , col 6, se resta dos veces el valor consignado en el renglón  $i$ , col 7, y se anota el resultado en la col 5 para en renglón  $i+1$ .

IX Se incrementa en uno el valor de  $i$  y se repiten los pasos V a VII.

En el ejemplo III.1 se emplea este método.

TABLA 1.1 Guía para tabular los valores obtenidos al realizar el tránsito de avenidas por un vaso, utilizando el método semigráfico

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
TIEMPO	$i$	$I_i$	$I_i + I_{i+1}$	$\frac{2V_i}{\Delta t} - 0_i$	$\frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + 0_{i+1}$	$0_{i+1}$
$t_1$	1	$I_1$	$I_1 + I_2$			
$t_2$	2	$I_2$	$I_2 + I_3$			
$t_3$	3	$I_3$	$I_3 + I_4$			
...	...	...	...			
$t_n$	$n$	$I_n$	$I_n + I_{n+1}$			

5.3.2 METODO NUMERICO

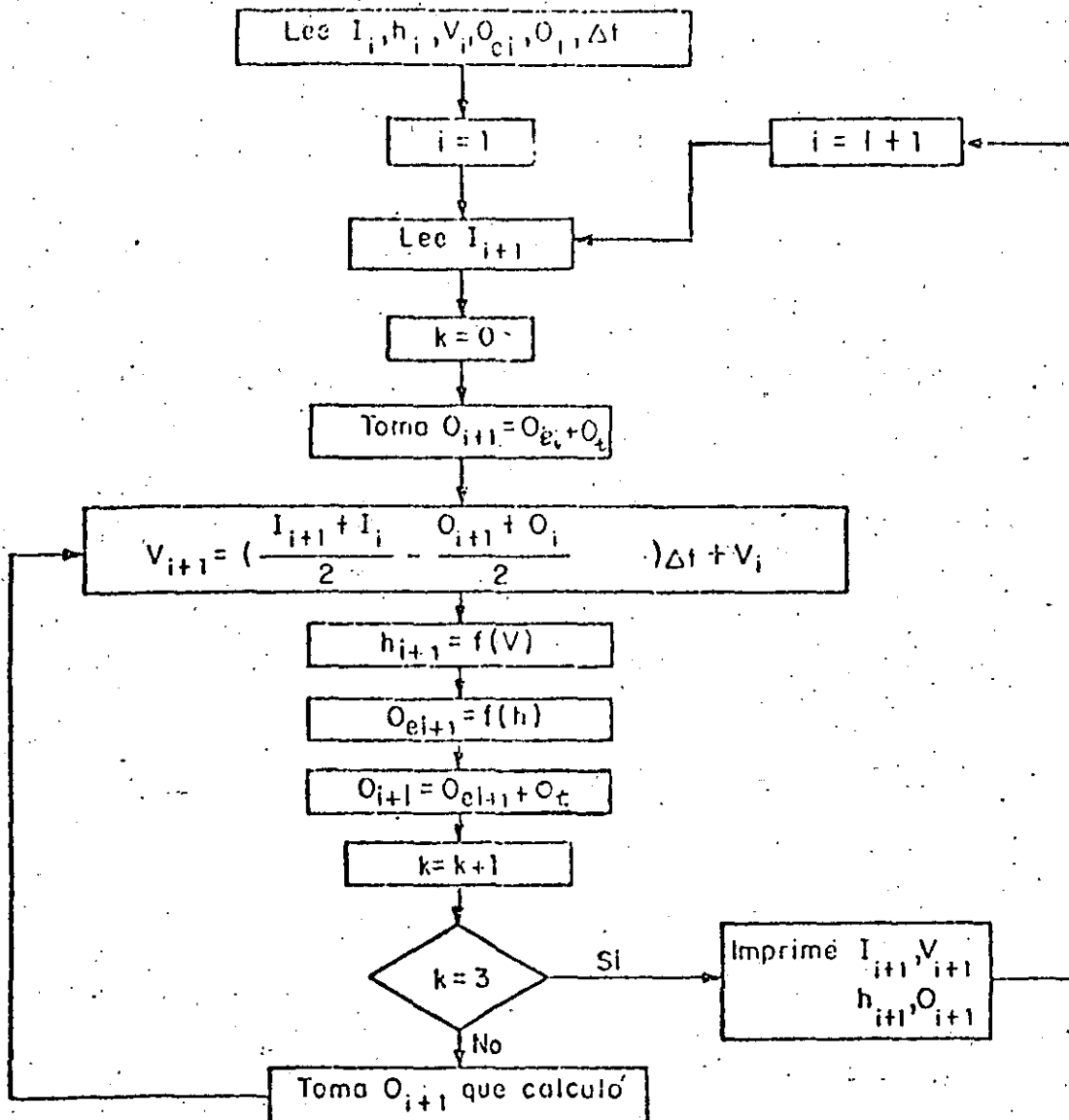
Se resuelve la ec I.3 utilizando un procedimiento de aproximación mediante una calculadora programable o computadora digital. El diagrama de flujo se muestra en la fig I.3 y los datos que se emplean son los mismos del inciso 5.3.

El procedimiento (de acuerdo con la fig I.3) consiste, previa selección del  $\Delta t$ , en:

- I Se conocen  $V_i, I_i, I_{i+1}, O_{ei}, h_i, O_t$  (para  $i=1$  son los datos iniciales) y se toma  $O_{i+1} = O_{ei} + O_t$  y  $k = 0$
- II Se calcula  $V_{i+1}$  de la ec I.3.
- III Con  $V_{i+1}$  se obtiene de la curva elevaciones-volúmenes de almacenamiento la elevación  $h_{i+1}$ .
- IV Con  $h_{i+1}$ , utilizando la curva elevaciones-gasto de salida de la obra de excedencias, se obtiene  $O_{ei+1}$ ; se calcula  $O_{i+1} = O_{ei+1} + O_t$
- V Se hace  $k = k+1$  y si  $k$  es menor que 3 se regresa al paso II, de otro modo, se continua con el paso VI.
- VI El valor de  $O_{i+1}$  corresponde al gasto de salida del intervalo de tiempo en cuestión.
- VII Se toma  $i = i+1$  y se regresa al paso I tantas veces como se requiera para definir el hidrograma de salida.

Este método puede programarse en una calculadora de escritorio; en el capítulo 10 A.2.13 se describe con detalle el programa utilizado.

En el ejemplo III.2 **9**, se emplea este método.



- I** gasto de entrada al vaso, en  $m^3/s$   
**O** gasto de salida del vaso, en  $m^3/s$   
**O<sub>e</sub>** gasto de salida por la obra de excedencias, en  $m^3/s$   
**O<sub>t</sub>** gasto de salida por la obra de toma, en  $m^3/s$   
**V** volumen de almacenamiento, en millones de  $m^3$   
**h** elevación en el vaso, en m  
**Δt** intervalo de tiempo, en seg  
**f(V)** curva elevaciones-volúmenes de almacenamiento  
**f(h)** curva elevaciones-gastos de salida por la obra de excedencias  
**i, i+1** subíndices que representan los valores de las variables al inicio y al final del intervalo de tiempo, respectivamente

FIG. I.3 Diagrama de flujo para el método numérico

EJEMPLO III.1 TRANSITO DE LA AVENIDA EN EL VASO UTILIZANDO EL METODO SEMI-  
GRAFICO

El tránsito de la avenida se realizó utilizando el método semigráfico; los datos que se emplearon fueron:

- a) Hidrograma de entrada al vaso (fig III.1).
- b) La elevación inicial del nivel del agua en el vaso es la 68.8 m.
- c) El gasto de salida por la obra de excedencias al iniciarse el hidrograma de entrada es igual a cero.
- d) El gasto de salida por la obra de toma se consideró igual a cero.
- e) Curva elevaciones-volúmenes de almacenamiento (fig III.3).
- f) Curva elevaciones-gastos de salida de la obra de excedencias (fig III.3).
- g) El  $\Delta t$  seleccionado fue de 4 horas.

En las tablas III.1, III.2 y fig III.2 se indican los resultados obtenidos de acuerdo con el procedimiento descrito en las recomendaciones; en la fig III.1 se muestra el hidrograma de salida, los valores utilizados para dibujar la figura anterior están indicados en la columna 7, tabla III.2.



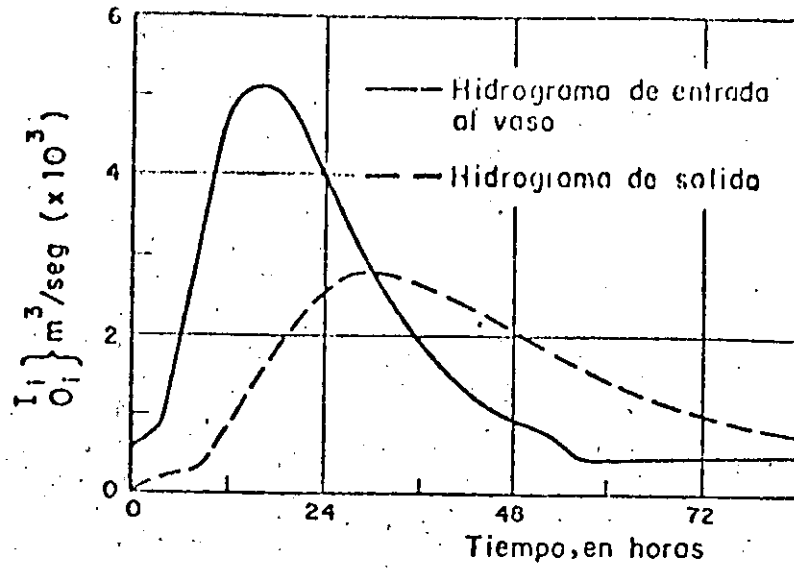


FIG. III.1 Hidrograma de entrada al vaso e hidrograma de salida obtenido al realizar el tránsito, utilizando el método semigráfico

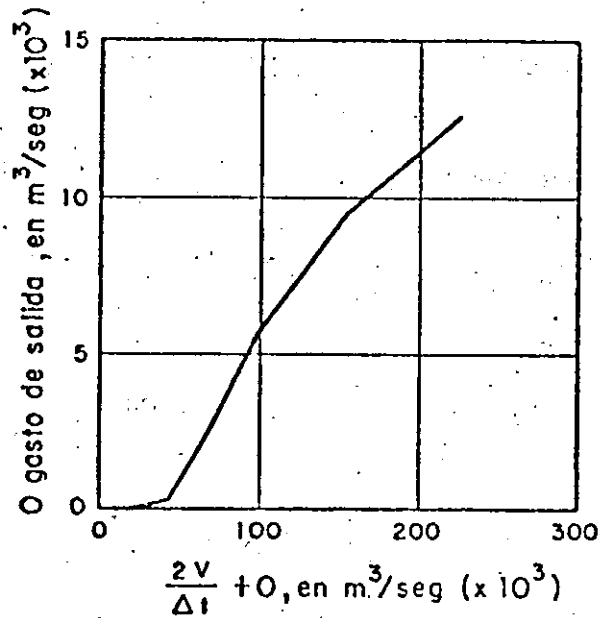


FIG. III.2 Curva  $\frac{2V}{\Delta t} + O$  contra  $O$ , utilizada en el ejemplo III.1

$$\frac{I_i + I_{i+1}}{2} - \frac{O_i + O_{i+1}}{2} = \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta t}$$

TABLA III.1 Cálculo de la curva  $\frac{2V}{\Delta t} + O$  contra  $C$ , utilizada en el ejemplo III.1.

Elevación $h$ , en m	Almacenamiento $V$ , en millones de $m^3$	$\frac{2V}{\Delta t}$ , en $m^3/\text{seg}$	Descarga $O$ , en $m^3/\text{seg}$	$\frac{2V}{\Delta t} + O$ , en $m^3/\text{seg}$
50	0.	0.	0.	0
55	35.	4 861.11	0.	4 861.11
60	100.	13 888.89	0.	13 888.89
65	180.	25 000.00	0.	25 000.00
70	315.	43 750.00	250.0	44 000.00
75	485.	67 500.00	2 600.0	70 100.00
80	700.	97 000.00	6 000.0	103 000.00
85	960.	146 000.00	10 500.0	156 500.00
90	1260.	215 500.00	13 600.0	229 100.00

$$I_i + I_{i+1} - (O_i + O_{i+1}) = \frac{2(V_{i+1} - V_i)}{\Delta t}$$

$$I_i + I_{i+1} - O_i + \frac{2V_i}{\Delta t} = \frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1}$$

TABLA III.2 Hidrograma de salida obtenido del tránsito de la avenida utilizando el método semigráfico (ejemplo III.1).

Día	(1) t, en horas	(2) i	(3) $I_i$ , en $m^3/s$	(4) $I_{i+1} + I_i$ , en $m^3/s$	(5) $\frac{2V_i}{\Delta t} - O_i$ , en $m^3/s$	(6) $\frac{2V_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1}$ , en $m^3/s$	(7) $O_i$ , en $m^3/s$
21	0	1	500	1 320	38 194 <sup>cal</sup> / <sub>Δt</sub>	39 514	0
	4	2	820	3 640	39 114	42 754	200
	8	3	2 820	7 720	42 294	50 014	230
	12	4	4 900	10 040	48 414	58 454	800
	16	5	5 140	10 040	55 394	65 434	1 530
	20	6	4 900	8 800	61 194	69 994	2 120
	24	7	3 900	7 200	64 894	72 094	2 550
22	4	8	3 300	5 700	66 494	72 194	2 800
	8	9	2 400	4 320	66 594	70 914	2 800
	12	10	1 920	3 360	65 614	68 974	2 650
	16	11	1 440	2 540	64 074	66 614	2 450
	20	12	1 100	2 040	62 094	64 134	2 260
	24	13	940	1 760	60 134	61 894	2 000
23	4	14	820	1 320	58 134	59 454	1 880
	8	15	500	1 000	56 374	57 374	1 540
	12	16	500	1 000	54 534	55 534	1 420
	16	17	500	1 000	53 034	54 034	1 250
	20	18	500	1 000	51 734	52 734	1 150
	24	19	500	1 000	50 634	51 634	1 050
24	4	20	500	1 000	49 774	50 774	930
	8	21	500	1 000	49 114	50 114	830
	12	22	500	1 000	48 514	49 514	800

EJEMPLO III 2 TRANSITO DE LA AVENIDA EN EL VASO UTILIZANDO EL METODO NUMERICO

El tránsito de la avenida se efectuó utilizando el método numérico; los datos que se utilizaron fueron:

- a) Hidrograma de entrada al vaso (fig III.4).
- b) La elevación inicial del nivel del agua en el vaso es la 68.8m.
- c) El gasto de salida por la obra de excedencias al iniciarse el hidrograma de entrada es igual a cero.
- d) El gasto de salida por la obra de toma se consideró igual a cero.
- e) Curva elevaciones-volúmenes de almacenamiento (fig III.3).
- f) Curva elevaciones-gastos de salida de la obra de excedencias (fig III.3).
- g) El  $\Delta t$  seleccionado fue de 4 horas.

En la tabla III.3 se indica el resultado obtenido de acuerdo con el procedimiento descrito en las recomendaciones; en la fig III.4 se muestra el hidrograma de salida obtenido.

INSTITUTO DE INGENIERIA  
UNIDAD DE SERVICIOS  
DE INFORMACION

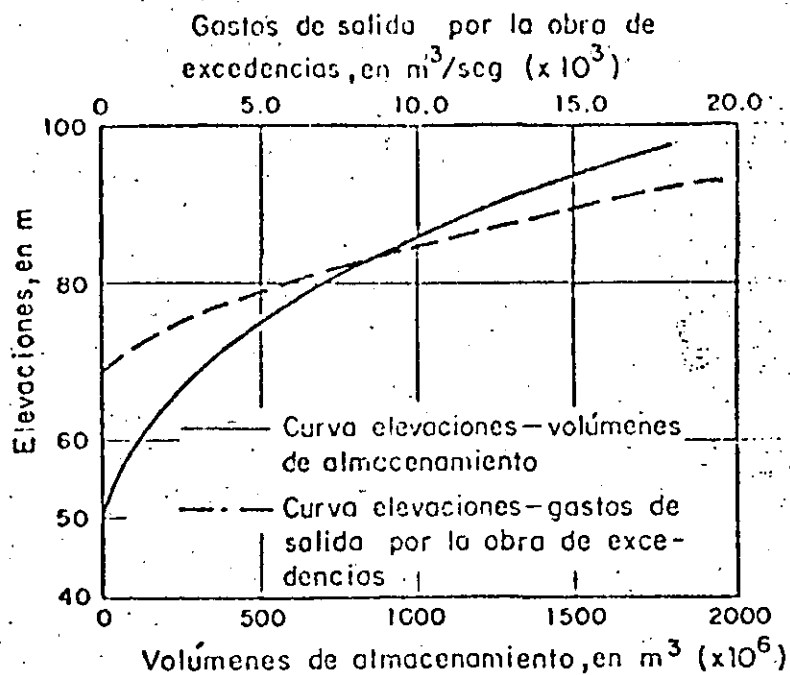


FIG. III.3 Curvas elevaciones-gasto de salida por la obra de excedencias y elevaciones-volumenes de almacenamiento, utilizadas en los ejemplos III.1 y III.2

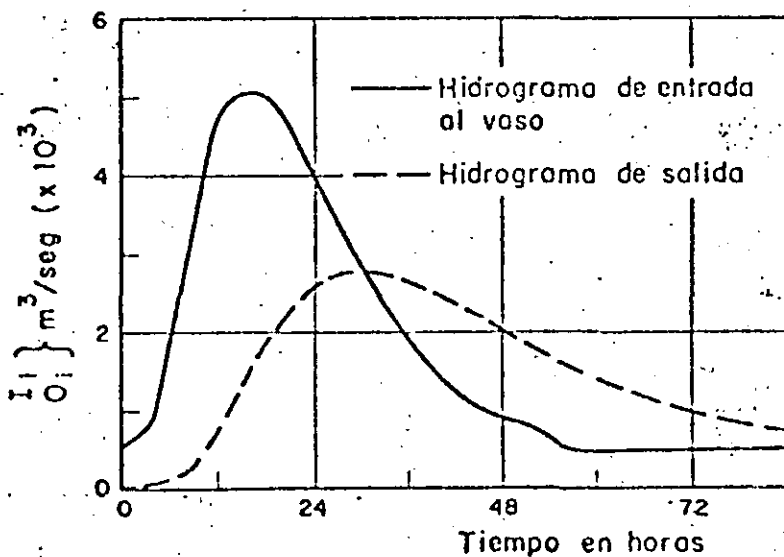


FIG. III.4 Hidrograma de entrada al vaso e hidrograma de salida obtenido al realizar el tránsito, utilizando el método numérico

TABLA III.3 Hidrograma de salida obtenido del tránsito de la avenida utilizando el método numérico (ejemplo III.2)

Día	t, en horas	Volumen, en $m^3 \times 10^6$	Elevación, en m.	Entrada, en $m^3/s$	Salida, en $m^3/s$
21	0	275.0	68.8	500	0
	4	279.2	69.2	820	58.8
	8	303.8	69.8	2 820	187.8
	12	353.2	71.1	4 900	778.6
	16	408.7	72.8	5 140	1 545.0
	20	454.0	74.1	4 900	2 171.6
	24	482.9	74.9	3 900	2 571.1
22	4	496.1	75.3	3 300	2 775.1
	8	496.8	75.3	2 400	2 787.1
	12	488.6	75.1	1 920	2 657.6
	16	475.9	74.7	1 440	2 473.6
	20	460.1	74.3	1 100	2 255.3
	24	443.9	73.8	940	2 031.9
23	4	428.8	73.3	820	1 823.6
	8	413.6	72.9	500	1 612.6
	12	399.0	72.5	500	1 411.7
	16	387.1	72.1	500	1 247.1
	20	377.4	71.8	500	1 112.2
	24	369.4	71.6	500	1 001.7
24	4	362.8	71.4	500	911.1
	8	357.5	71.2	500	836.9
	12	353.1	71.1	500	776.1

#### 5.4 TRANSITO DE AVENIDAS EN CAUCES

Se entiende por tránsito de una avenida en un cauce al cambio de forma y el desplazamiento en el tiempo del hidrograma de una localidad A al moverse hacia aguas abajo por el cauce hasta llegar a una localidad B.

Existen varias técnicas para el tránsito de avenidas en cauces que se pueden clasificar en:

- a) Modelos numéricos
- b) Modelos aproximados

Los modelos del inciso a) están basados en la solución de las ecuaciones diferenciales de flujo no permanente y requieren de mucha información, como son las secciones transversales del cauce, factores de fricción, condiciones de frontera, etc. y su aplicación se realiza por programas de cómputo.<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Un ejemplo es el trabajo del Ing. Carlos Cruickshank V. llamado "Tránsito de Avenidas en Llanuras de Inundación". Instituto de Ingeniería, UNAM.

Sin embargo, cuando hay poca información o interesa tener un resultado expedito se puede recurrir a métodos aproximados entre los que está el método de Muskingum, el cual será el único que se estudiara en estas notas.

#### 5.4.1 METODO DE MUSKINGUM

Este método aproximado se puede considerar compuesto de dos partes, la primera llamada de calibración, que consiste en obtener parámetros y coeficientes y en la segunda, denominada de aplicación, para realizar propiamente el tránsito de la avenida.

El método considera que el almacenamiento en el cauce está dado por

$$V = K (X I + (1-X)Q) \quad (I.4)$$

donde

V es el almacenamiento en el cauce

I es el gasto de ingreso o gasto en la sección A (conocido) fig. I.3

Q es el gasto de egreso o gasto de la sección B (desconocido)

K es una constante de proporcionalidad llamada "constante de almacenamiento" que tiene unidades de tiempo y es aproximadamente igual al tiempo de viaje del hidrograma entre la sección A y B.

X factor que define los pesos relativos dados a I y Q, varía entre 0 y 1 y tiene que ver con la atenuación que sufre el gasto máximo del hidrograma en el sitio A.

En la práctica casi siempre X está entre 0.1 y 0.3

Para plantear el método, según la ecuación (I.4) se tiene

$$V_j = K [X I_j + (1-X) Q_j] \quad (I.5)$$

$$V_{j-1} = K [X I_{j-1} + (1-X) Q_{j-1}] \quad (I.6)$$



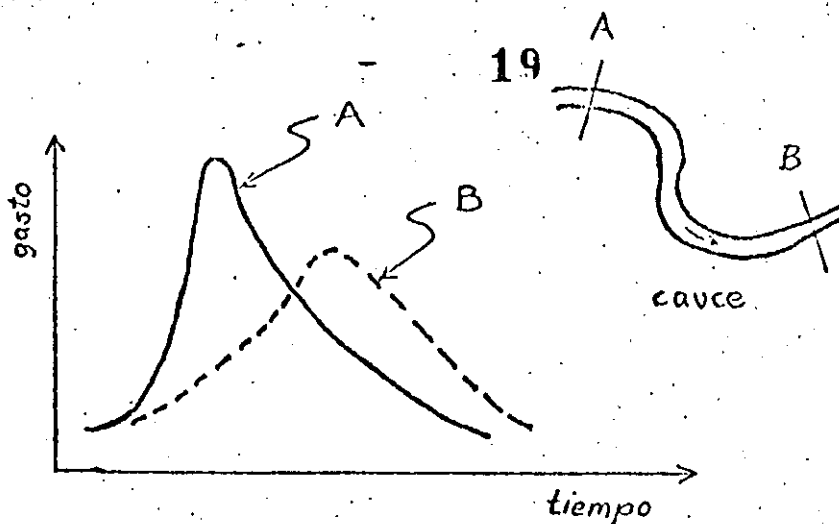


Fig I.4

$$Q_j = C_0 I_j + C_1 I_{j-1} + C_2 Q_{j-1} \quad (I.7)$$

$$C_0 = \frac{Kx - 0.5 \Delta t}{K - Kx + 0.5 \Delta t} \quad (I.8)$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5 \Delta t}{K - Kx + 0.5 \Delta t} \quad (I.9)$$

$$C_2 = \frac{K - Kx - 0.5 \Delta t}{K - Kx + 0.5 \Delta t} \quad (I.10)$$

Y se puede ver que son funciones sólo de K y X y que al sumar (I.13), (I.14) e (I.15) se tiene:

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1 \quad (I.11)$$

La aplicación de método de Muskingum consiste en utilizar la expresión recursiva dada por la ec. (I.7) pero requiere que antes se hallan determinado  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2$  que a su vez depende de K y X (a esto se refiere a la etapa de calibración del método).

#### 5.4.1 CALIBRACION DEL METODO DE MUSKINGUM

Se debe disponer de esta información:

- Un tránsito de avenidas conocido o sea un hidrograma en el sitio A (fig.I.4) y su correspondiente hidrograma en el sitio B, por ejemplo, de mediciones en el pasado.

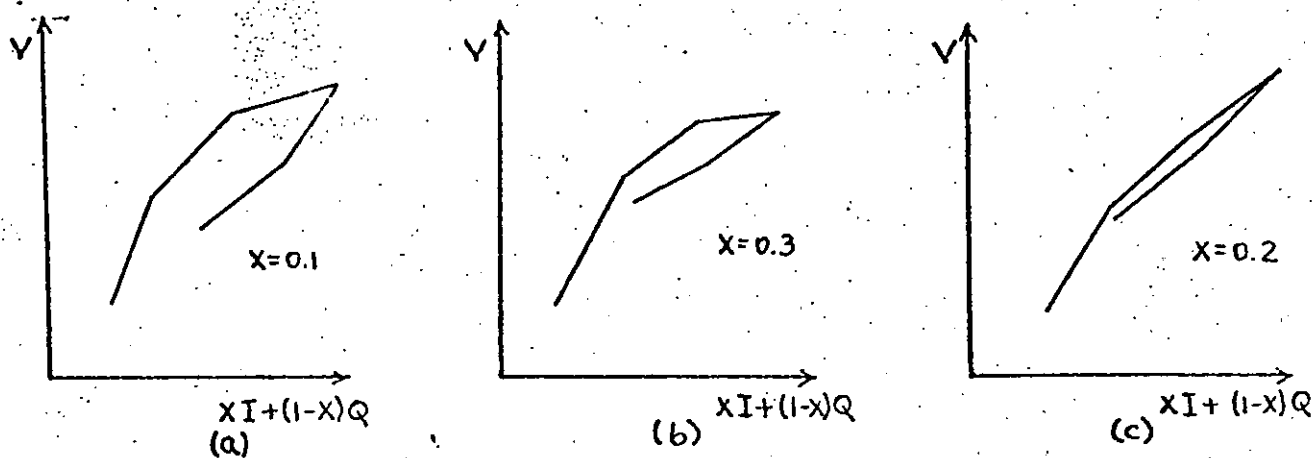
El procedimiento se realiza por aproximaciones sucesivas y consiste en:

- a) Para un intervalo de tiempo  $\Delta t$  seleccionado, obtener para -

distintos tiempos el almacenamiento a partir del tránsito conocido.

- 20

- b) Suponer un valor de  $X$  ( $0 \leq X \leq 0.3$ ).
- c) A partir del hidrograma conocido obtener (para distintos tiempos correspondientes al almacenamiento obtenido en el inciso a) el valor de  $XI + (X-1)Q$
- d) Dibujar  $V$  contra  $XI + (1-X)Q$ , fig I.5
- e) Si en el dibujo del inciso d) los trazos se ajustan aproximadamente a una recta, entonces  $K$  es la pendiente de esa recta y  $X$  es el valor supuesto para el cual se obtuvo  $XI + (X-1)Q$ . En caso contrario ir al inciso b) y repetir el procedimiento hasta cumplir con lo impuesto al principio de este inciso.



- f) Conocidas  $K$  y  $X$  se sustituyen en las ecuaciones (I.8), (I.9) e (I.10) para obtener  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2$  y se revisa que cumplan con (I.11)

#### 5.4.1.2 APLICACION DEL METODO DE MUSKINGUM

Se necesita conocer:

- a)  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$
- b) Todo el hidrograma de ingreso (del sitio A)
- c) El primer gasto de egreso (del sitio B)

El método se aplica por medio de la ec. I.12 (ya que se conocen  $I_1, I_2, Q_1$  y  $C_0, C_1$  y  $C_2$ ), para  $j=2$  se obtiene

$$Q_2 = C_0 I_2 + C_1 I_1 + C_2 Q_1$$

todo el segundo miembro es conocido ; para  $j = 3$  de la ec. I.12 se tiene

$$Q_3 = C_0 I_3 + C_1 I_2 + C_2 Q_2$$

también el segundo miembro es conocido, pues antes se obtuvo  $Q_2$ . El proceso se repite el número de veces que se desee. Por sencillez en el cálculo se puede utilizar la tabla I.2 o si se prefiere un programa de la máquina pequeña.

TABLA I.2

Fecha	(2) $j$	(3) Gasto de Ingreso $I_j$	(4) $C_0 I_j$	(5) $C_1 I_{j-1}$	(6) $C_2 Q_{j-1}$	(7) = (4) + (5) + (6) $Q_j$
	1	$I_1$	--	--	--	$Q_1$
	2	$I_2$	$C_0 I_2$	$C_1 I_1$	$C_2 Q_1$	$Q_2$
	3	$I_3$	$C_0 I_3$	$C_1 I_2$	$C_2 Q_2$	$Q_3$

hidrograma en el sitio A

hidrograma en el sitio B

# HP-25 Program Form

Title APLICACION DEL METODO DE MUSKINGUM Page 1 of 1

Switch to PRGM mode, press  $\square$  [PRGM], then key in the program.

LINE	KEYS	ENTR	X	Y	Z	T	COMMENTS	REGISTERS
00								R0 Co
01								
02								
03								R1 C1
04								
05								R2 C2
06								
07								R3 I1 o I2
08								
09								R4 Q1 o Q2
10								
11								
12								R5
13								R6
14								R7
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								
36								
37								
38								
39								
40								

Para iniciar el uso del programa hay que meter a la memoria:  
 C0 a la 0  
 C1 en la 1  
 C2 en la 2  
 I1 (primer valor de I, en la memoria 3)  
 Q1 (primer valor de Q, en la memoria 4)  
 Al ejecutar el programa ir dando cada vez Ij e ir copiando



EJEMPLO

El poblado de la fig. I.6 se inunda cuando el gasto en el sitio B llega en algún momento a ser  $70 \text{ m}^3/\text{s}$ . Diga usted si el poblado se inunda cuando en el sitio A se presenta el hidrograma mostrado en la fig. I.7

Se sabe que en el pasado ocurrió el tránsito presentado en la fig. I.8

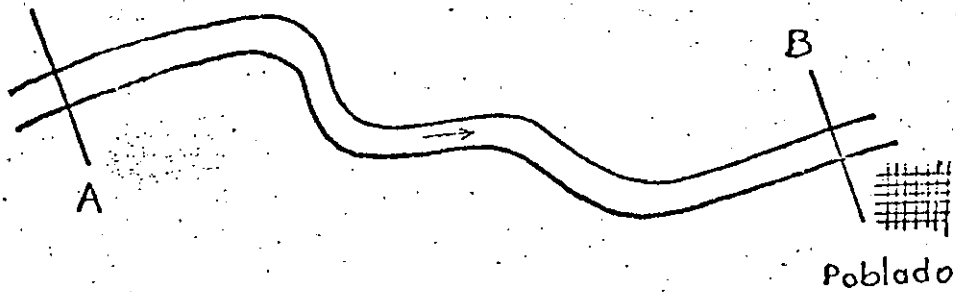


Fig I.6

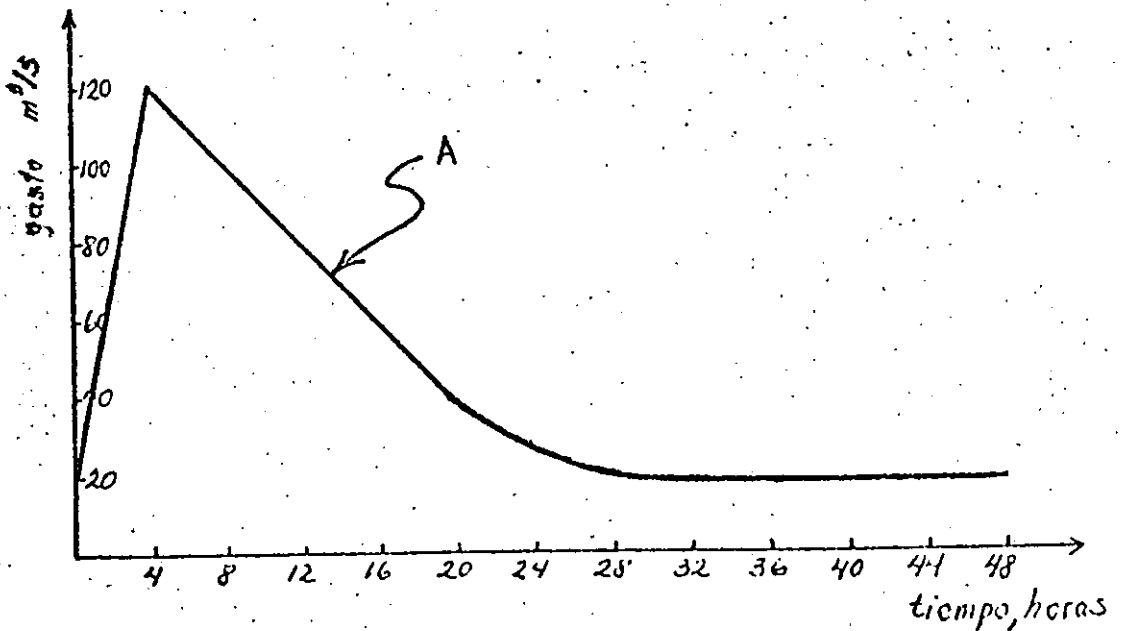


Fig I.7

## SOLUCION

### CALIBRACION DEL METODO

24

- a) A partir de los datos se llenó la tabla I.3 hasta la columna 9 inclusive.
- b) Se dibujaron los valores de la columna 6 contra los de la columna 9 (fig. I.9a)
- c) Se consideró que los trazos se aproximan lo suficiente a una recta, por lo que se supuso otro valor para X y se llenaron las columnas 10 a 12.
- d) Se dibujaron los valores de la columna 6 contra los de la columna 12 (fig. I.9b).
- e) Se hizo otra aproximación porque resultó peor con  $X = 0.2$  y se llenaron las columnas 13 a 15.
- f) Se dibujaron los valores de la columna 6 contra los de la columna 15 (fig. I.9c)
- g) Se consideró que esta era la mejor y que se tenía un buen ajuste a una recta, por lo que X se tomará como 0.2.
- h) El valor de K se obtuvo de calcular la pendiente de la recta (línea de ejes ---) a la que se aproximan todos los trazos; así, K resultó ser 12.12 horas.
- i) Conocidas K y X se obtuvieron de las ecuaciones I.8, I.9 e I.10 las constantes  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2$

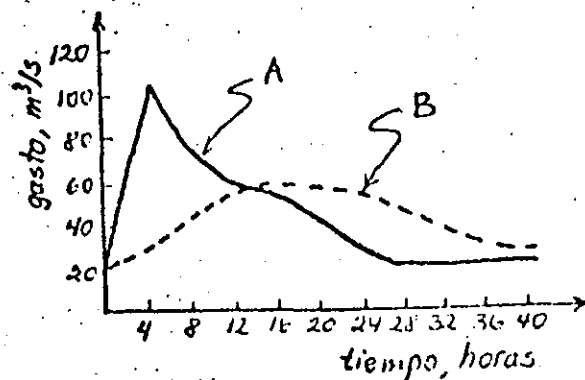


Fig I.8

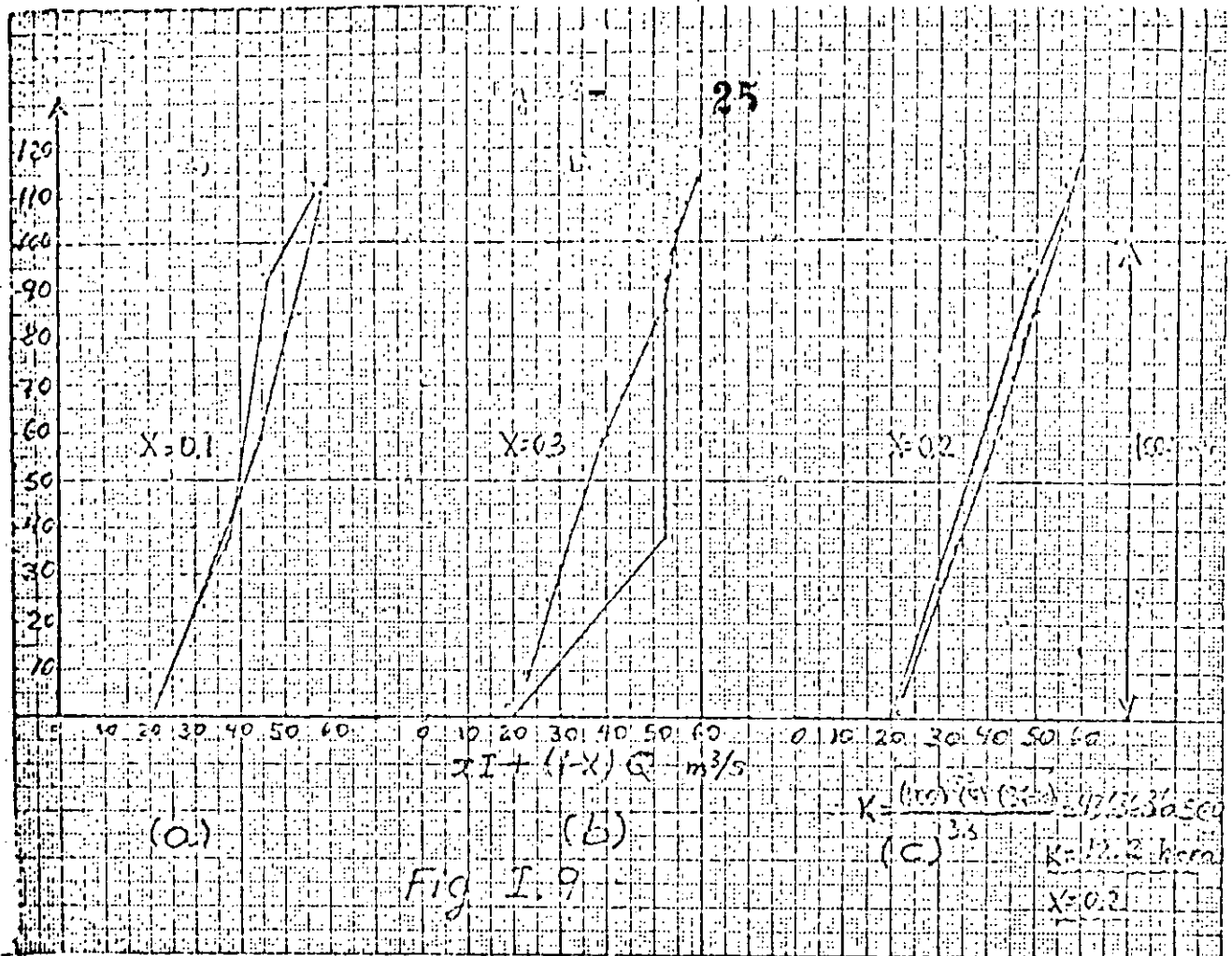


TABLA I

HORA	INGRESO		EGRESO		almacenaje V (4hrxm³/s)	x=0.1			x=0.3			x=0.2		
	I m³/s	Q m³/s	I-Q m³/s	ΔV (4hrxm³/s)		xI	(1-x)Q	TOTAL	xI	(1-x)Q	TOTAL	xI	(1-x)Q	TOTAL
0	20	20	0	0	0	2	18	20	6	14	20	4	16	20
4	106	30	76	38	38	10.6	27	37.6	31.8	21	52.8	21.2	11.2	32.4
8	75	43	32	54	92	7.5	38.7	46.2	22.5	30.1	52.6	15	34.4	49.4
12	60	56	4	18	110	6	50.4	56.4	19	39.2	57.2	12	44.8	56.8
16	55	58	-3	0.5	110.5	5.5	52.2	57.7	16.5	40.6	57.1	11	46.4	57.4
20	45	58	-13	-8	102.5	4.5	52.2	56.7	13.5	40.6	54.1	9	46.4	55.4
24	30	54	-24	-18.5	84	3	48.6	51.6	9	37.8	46.8	6	43.2	49.2
28	20	47	-27	-25.5	58.5	2	42.3	44.3	6	32.9	38.9	4	37.6	41.6
32	20	37	-17	-22	36.5	2	33.3	35.3	6	25.9	31.9	4	37.6	36.6
36	20	31	-11	-14	22.5	2	27.9	29.9	6	21.7	27.7	4	24.8	28.8
40	20	27	-7	-9	13.5	2	24.3	26.3	6	18.9	24.9	4	21.6	25.6
44	20	24	-4	-5.5	8	2	21.6	23.6	6	16.8	22.8	4	19.2	23.2

(k) significa columna k

NOTAS:

- Las columnas (1), (2) y (3) son datos (tránsito conocido, fig I.9)
- (4) = (2) - (3)
- La columna (5) se obtiene de hacer  $\frac{(I-Q)_{j-1} + (I-Q)_j}{2}$ , es decir de la fórmula de continuidad por ejemplos:  $\frac{0+76}{2} = 38$ ,  $\frac{76+32}{2} = 54$ ,  $\frac{32+4}{2} = 18$ ,  $\frac{4-3}{2} = 0.5$ ,  $\frac{-3-13}{2} = -8$ , etc.
- La columna (6) son los valores de la columna 5 acumulados. Por ejemplos:  $0+38 = 38$ ,  $38+54 = 92$ ,  $92+18 = 110$ ,...
- (7) = (2) x 0.1                      • (13) = (2) x 0.2
- (8) = (3) x 0.9                      • (14) = (3) x 0.8
- (9) = (7) + (8)                      • (15) = (13) + (14)
- (10) = (7) x 0.3
- (11) = (3) x 0.7

# APLICACION DEL METODO DE MUSKINGUM

a) Cálculo de las constantes  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2$

26

$$\Delta t = 4 \text{ horas}$$

$$K = 12.12 \text{ horas}$$

$$x = 0.2$$

$$Kx - 0.5 \Delta t = 12.12 (0.2) - 0.5(4) = 0.42$$

$$Kx + 0.5 \Delta t = 12.12 (0.2) + 0.5(4) = 4.42$$

$$K - Kx - 0.5 \Delta t = 12.12 - 12.12 (0.2) - 0.5(4) = 7.70$$

$$K - Kx + 0.5 \Delta t = 12.12 - 12.12 (0.2) + 0.5(4) = 11.70$$

$$C_0 = \frac{0.42}{11.70} = -0.04$$

$$C_1 = \frac{4.42}{11.70} = 0.38$$

$$C_2 = \frac{7.70}{11.70} = 0.66$$

SUMA: 1.00

La tabla I.3 se llenó de acuerdo al inciso 5.4.1.2

j	HORA	INGRESO				EGRESO
		$I_j$ m <sup>3</sup> /s	$C_0 I_j$ m <sup>3</sup> /s	$C_1 I_{j-1}$ m <sup>3</sup> /s	$C_2 Q_{j-1}$ m <sup>3</sup> /s	$Q_j$ m <sup>3</sup> /s
1	0	20	...	...	...	20*
2	4	120	-4.80	7.60	13.20	16
3	8	100	-4.00	45.60	10.56	52.16
4	12	80	-3.20	38.00	34.43	69.23
5	16	60	-2.40	30.40	45.69	73.69*
6	20	40	-1.60	22.80	48.63	69.83
7	24	30	-1.20	15.20	46.09	60.09
8	28	25	-1.00	11.40	39.66	50.06
9	32	20	-0.80	9.50	33.04	41.74
10	36	20	-0.80	7.60	27.55	34.35
11	40	20	-0.80	7.60	22.67	29.47
12	44	20	-0.80	7.60	19.45	26.25

TABLA I.3



Se observa que el máximo gasto de egreso (hidrograma en el sitio B) es  $73.69 \text{ m}^3/\text{s}$  por lo que SI SE INUNDARA EL POBLADO.



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA  
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO: HIDROLOGIA APLICADA A LA INGENIERIA, EN COLABORACION  
CON LA UNIVERSIDAD VERACRUZANA, DEL 5 AL 9 DE NOVIEM  
BRE DE 1984.

FUNCIÓNAMIENTO DE UN EMBALSE

CAPITULO 6

PROF. DR. ROLANDO SPRINGALL GALINDO

NOVIEMBRE, 1984

## 6. FUNCIONAMIENTO DE UN EMBALSE

### 6.1 Consideraciones de Operación

#### 6.1.1 Estructuras que constituyen el embalse

Antes de plantear las condiciones de operación de un embalse o almacenamiento es conveniente destacar las estructuras hidráulicas que lo constituyen. Así, se puede decir que está compuesto por estructuras básicas y en algunos casos por particulares. Las básicas involucran a la presa, la obra de toma y la obra de excedencias. Como particulares se puede mencionar a la obra de Control de Avenidas si hay posibilidad de regular las avenidas; desagüe de fondo si es posible desazolvar el embalse; diques cuando se requiere cerrar puertos e incrementar la capacidad del embalse.

La presa constituye el elemento fundamental del almacenamiento, ya que es el obstáculo que se construye sobre la corriente para modificar el régimen normal del escurrimiento. Su tipo depende de los elementos que se utilizan para su construcción; los tipos de presas son:

- Tierra
- Enrocamiento
- Gravedad
- Arco
- Arco Múltiple
- Contrafuertes

El objetivo de una presa involucra el aprovechamiento y control físico del agua. Al respecto esta obra puede construirse para satisfacer uno o varios de los siguientes aspectos:

- . Irrigación de suelos
- . Agua potable
- . Agua para uso agroindustrial
- . Generación de energía eléctrica
- . Control de avenidas
- . Esparcimiento
- . Regulación de la corriente
- . Recarga de acuíferos

Al construirse la presa, la parte de la cuenca de drenaje que permite almacenar el agua se le conoce con el nombre de "Vaso". Las características del vaso, su dimensionamiento y funcionamiento es el motivo de este inciso, previa descripción de las otras obras.

Las obras de toma permiten regular o dar salida al agua almacenada en una presa. Permiten la salida de aportaciones en forma regular como es el caso de una presa reguladora; derivar los volúmenes recibidos a canales o tuberías como es el caso de una presa derivadora; o dar salida al agua en gastos que dependen de las necesidades aguas abajo de la presa; las necesidades de evacuación, o de la combinación de necesidades múltiples.

Las estructuras de las obras de toma pueden clasificarse de acuerdo con su objetivo; con su distribución física y estructura, o con su operación hidráulica. Las obras de toma que descargan directamente en el río se pue-

den llamar con salida al río; las que descargan en un canal se pueden clasificar como de salida de un canal; y las que descargan en una tubería cerrada pueden llamarse con salida a una tubería forzada. Las obras de toma se pueden describir según consistan en un cauce formado por un canal abierto o por un conducto cerrado, o cuando el cauce está formado por un conducto cerrado colocado dentro de un corte y luego cubierto, o por un túnel. Las obras de toma también se pueden clasificar de acuerdo con su operación hidráulica, con respecto a que tengan o no compuertas; cuando tienen un conducto cerrado, si trabaja éste a presión en parte, o como canal abierto en toda su longitud.

La obra de excedencias en una presa de almacenamiento y en las de regulación tiene como función el dejar escapar el agua excedente o de avenidas que no cabe en el espacio destinado para el almacenamiento y en las presas derivadoras dejar pasar los excedentes que no se envían al sistema de derivación. Ordinariamente, los volúmenes en exceso se toman de la parte superior del embalse creado por la presa y se conducen por un conducto artificial de nuevo al río o a un canal de drenaje natural.

#### 6.1.2 Características del vaso. Capacidades.

Como ya se indicó el vaso comprende la parte de la cuenca de drenaje que sirve para almacenar el agua retenida por una presa desde el punto de vista de diseño y operación; dentro del vaso se distinguen las siguientes capacidades: (fig. 6.1).

Capacidad total

*La comprendida entre el fondo del vaso y el nivel alcanzado*

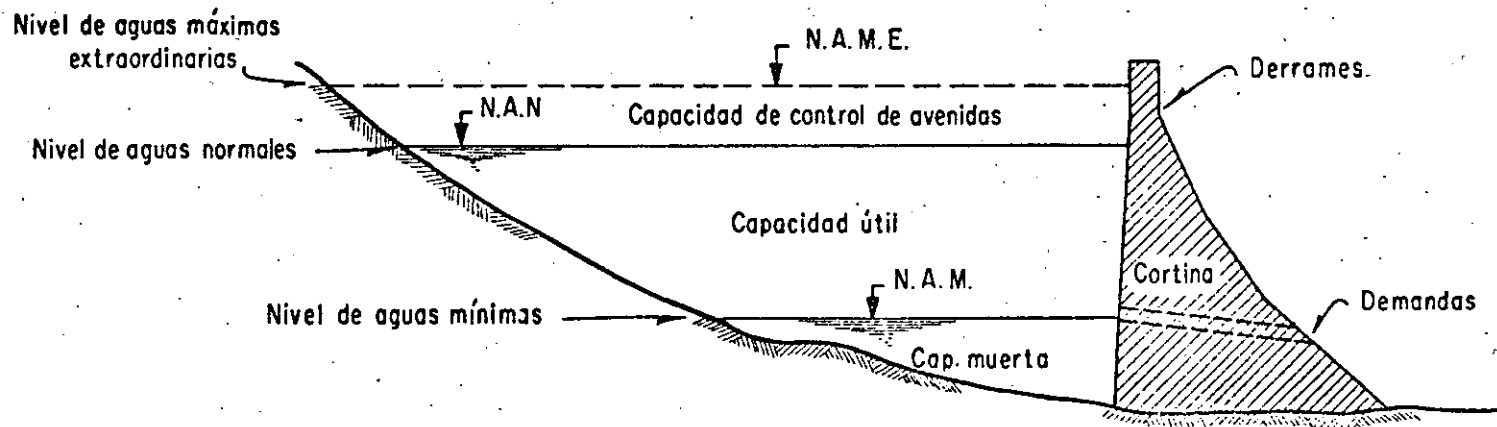


Fig 6.1 Zonas de embalse

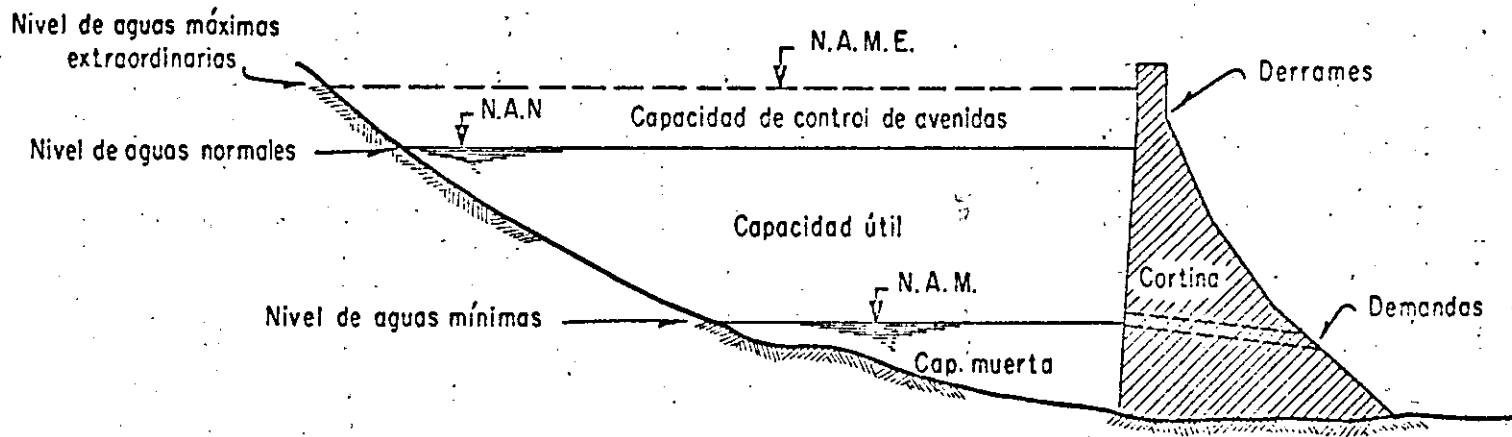


Fig 6.1 Zonas de embalse

por el agua cuando el vertedor descarga su gasto de diseño.

Capacidad para superalmacenamiento.

La adicional a la capacidad para control de avenidas, necesaria para el tránsito de la avenida de diseño del vertedor.

Capacidad para control de avenidas

La dedicada al manejo de avenidas con un gasto de descarga controlado, para reducir daños aguas abajo.

Capacidad útil

La aprovechable para los fines de la presa, exceptuando el control de avenidas.

La capacidad mínima de operación.

La comprendida desde el fondo del vaso hasta el nivel mínimo de operación de la planta hidroeléctrica.

Capacidad para azolves

Las destinadas a alojar el volumen de sedimentos estimado en la vida útil de diseño de la presa.

Las capacidades antes mencionadas se deducen a través de un análisis hidrológico como se verá en los incisos siguientes (\*) excepto la capacidad de azolves. Aunque es usual fijar la capacidad muerta o de azolves como un porcentaje de la capacidad total del almacenamiento, a la fecha se empieza a disponer de

\* Campos A., D.F. "Métodos simplificados para el diseño hidrológico de un embalse" Trabajo de Investigación I, Publicación Interna, DEPTI, UNAM (dic 1980)



criterios adecuados para cuantificar el arrastre de sedimentos en una cuenca y por ende conocer a futuro el comportamiento de un almacenamiento en relación a este problema. Al respecto se han hecho diversos intentos para conocer el volumen de sedimentos a esperar durante la vida útil de un almacenamiento\* aunque en una primera aproximación se puede considerar como un porcentaje del almacenaje total, usualmente el 10%.

### 6.1.3 Demandas para diversos aprovechamientos.

Las demandas a consumos por lo común son expresados como un porcentaje del escurrimiento medio anual; generalmente se aprovecha entre el 50 y el 70% de éste, llegando hasta un 95% en el más alto nivel de aprovechamiento.

Para generación de energía eléctrica y cuando se tiene un embalse para un solo propósito, usualmente la demanda se da como una función del gasto medio anual de la corriente donde se tenga el aprovechamiento.

Para determinar las demandas o cantidad de agua requerida para riego, se deben de estimar los requerimientos de los cultivos (usos constitutivos)\*\* y la magnitud de las pérdidas por conducción y eficiencia en el riego. Todo ello depende de un sinnúmero de factores: características climáticas de la zona, los tipos de cultivos y suelos, las prácticas de riego, los sistemas de conducción y distribución de las aguas, etc.

\*Springall G.R. A. Morales y M. Muñoz "Metodología para evaluar en una cuenca las obras requeridas para el control de erosión. V Congreso Nacional de Hidráulica, Guadalajara, Jal. (Nov. 1978)

\*\*Dirección de obras Hidráulicas para el desarrollo rural "Instructivo de pequeños almacenamientos" U.S. Army Corps of Engineers, Sacramento. Cal.

Debido a lo anterior, siempre que sea posible se debe de recurrir a cuantificar las demandas de riego a través de un estudio agroclimático y sólo en estudios encaminados a obtener estimaciones burdas y rápidas, se podrán emplear valores medios de la demanda o adoptar los calculados de zonas alejadas. En tales casos, una vez que se ha definido la demanda anual por hectárea para los cultivos propuestos, se podrán utilizar los requerimientos mensuales expresados en la tabla 6.1 según la variación de tal demanda\*.

Las demandas para abastecimiento municipal e industrial varían de una región a otra debido a factores como el clima, el tamaño relativo de la zona urbana, el tipo de magnitud de la industria, etc.

En la tabla 6.2 se tiene la distribución estacional de la demanda para usos municipal e industrial\*.

#### 6.1.4 Leyes de extracción.

Por lo general si el volumen de agua extraída del embalse es igual al volumen requerido (demanda), se tiene la ley más simple de extracción, pues en esta situación, el consumo es independiente del volumen en el embalse y de la época del año fig. 6.2.a. Sin embargo, en períodos en que el nivel en el embalse es bajo, la demanda no debe ser totalmente abastecida, pues

\*Hydrologic Engineering Center. "Reservoir Storage-Yield Procedures. Methods Systemization Manual". U.S. Army Corps of Engineers, Sacramento, Cal. U.S.A. May 1967.

TABLA 6.1

## VARIACION MENSUAL TIPICA DE LAS NECESIDADES PARA RIEGO

	Variación Anual de la Demanda (%)		
	Pequeña	Promedio	Grande
Enero	5	0	0
Febrero	6	0	0
Marzo	10	2	0
Abril	10	13	0
Mayo	20	20	1
Junio	11	19	11
Julio	11	19	23
Agosto	10	13	30
Septiembre	9	10	27
Octubre	7	3	8
Noviembre	6	1	0
Diciembre	5	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

**TABLA 6.2**  
**VARIACION ESTACIONAL DE LA DEMANDA PARA LOS USOS**  
**MUNICIPAL E INDUSTRIAL**

	Variación Anual de la Demanda (%)		
	Pequeña	Promedio	Grande
Enero	7	6	4
Febrero	7	6	4
Marzo	7	6	4
Abril	7	7	6
Mayo	8	8	7
Junio	9	10	9
Julio	10	11	14
Agosto	10	12	16
Septiembre	10	11	14
Octubre	9	9	12
Noviembre	9	9	6
Diciembre	7	6	4
<b>T O T A L</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

el almacenamiento llegaría a secarse, sino que se imponen restricciones, planteándose entonces leyes de extracción que dependen del volumen de agua embalsada (fig. 6.2.b) o de la época del año (fig. 6.2.c).

#### 6.1.5 Probabilidad de falla y confiabilidad de un embalse

La probabilidad de falla se define como el cociente entre el número de unidades de tiempo durante las cuales el embalse está seco (vacío), a el número total de unidades de tiempo utilizadas en el análisis. Esto es\*

$$P = \frac{n_s}{N} 100 \quad (6.1)$$

donde

- P probabilidad de falla, en porcentaje
- $n_s$  número de unidades de tiempo (meses o años) durante los cuales el embalse está seco.
- N número total de intervalos en el registro de escurrimientos utilizado.

Como complemento, la confiabilidad se define como\*\*

$$R = 100 - P$$

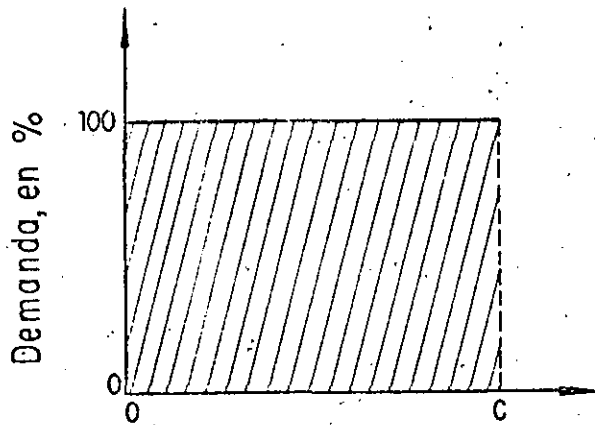
es decir

$$R = (1 - n_s/N) 100$$

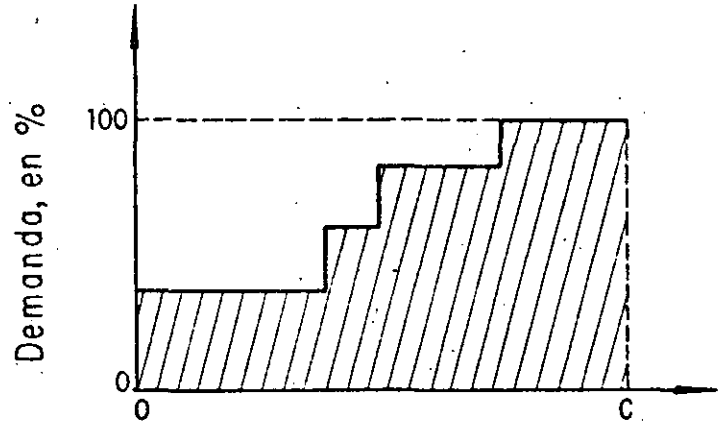
Siendo R la llamada confiabilidad basada en la ocurrencia

\* Mc Mahon, T.A. y Mein, R.G. "Reservoir Capacity and Yield". *Developments in Water Science*, 9 Elsevier Scientific Publishing Co. Amsterdam (1978)

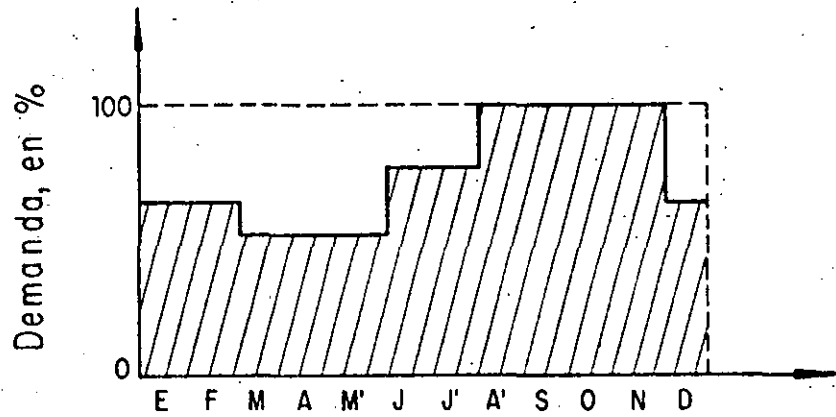
\*\*Raudkivi, A.J. "Hydrology. An Advanced Introduction to Hydrological Processes and Modelling". Pergamon Press, London Great Britain (1979)



a) Volumen embalsado

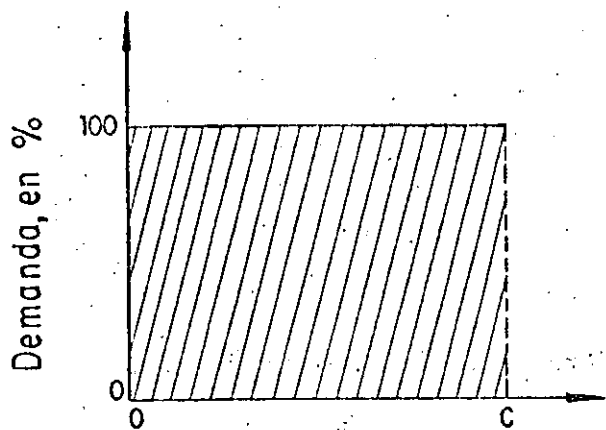


b) Volumen embalsado

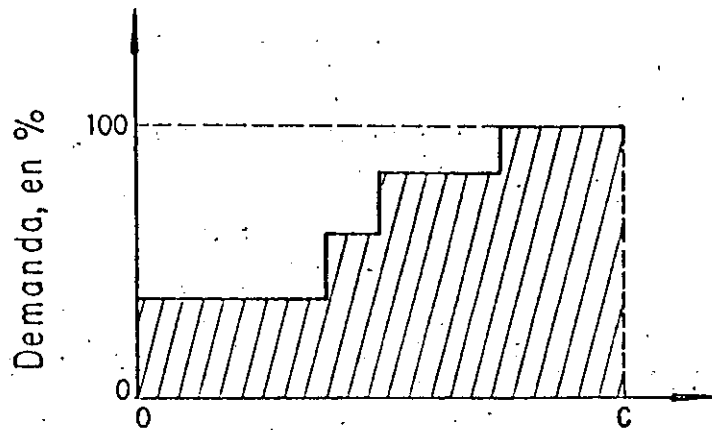


c) Epoca del año

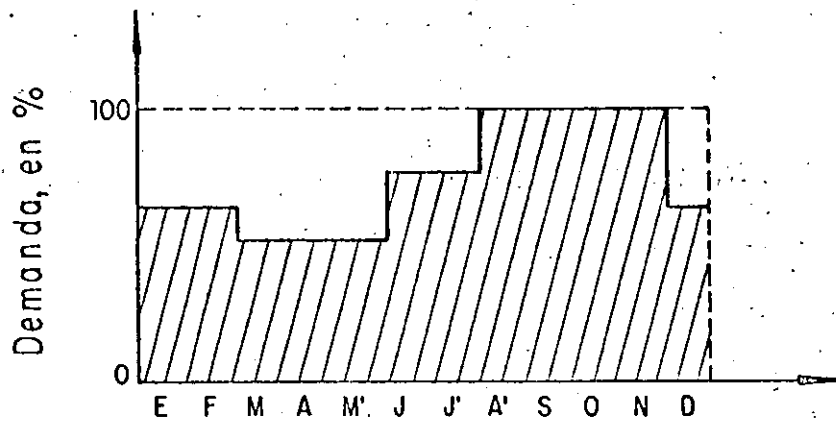
Fig 6.2 Leyes de extracción



a) Volumen embalsado



b) Volumen embalsado



c) Epoca del año

Fig 6.2 Leyes de extracción

En la tabla 6.3 se muestran de acuerdo con Raudkiv los niveles a utilizar de probabilidad de falla o confiabilidad basada en la ocurrencia, en cada tipo de proyecto.

#### 6.1.6 Criterio de deficiencias utilizado

En el caso de embalses aislados para abastecimientos municipal e industrial, es usual no permitir deficiencias. En cambio, en el caso de proyectos para riego, estos han sido diseñados para permitir deficiencias del 25 al 35% en 4 años, durante la sequía más severa del registro, adicionalmente, se ha encontrado que un déficit del 10% en promedio, usualmente no produce grandes daños a las cosechas\*.

En México, el criterio o patrón de deficiencias es más completo, respetándose actualmente en la SARH, el definido en la tabulación siguiente

Deficiencia máxima en el período	5 %
Deficiencia máxima anual	15%
Deficiencia máxima en un mes	40%
Número total de años con deficiencia	5%
Número de años consecutivos con deficiencia	3%
Número de meses consecutivos con deficiencia	3%
Número total de meses con deficiencia	15%

\* Beard, Leo R. "Methods for Determination of Safe Yield and compensation Water from Storage Reservoirs". The Hydrologic Engineering Center, Technical paper No.3 U.S. Army Corps of Engineers, Sacramento, Ca U.S.A Aug 1965



TABLA 6.3

NIVELES DE PROBABILIDAD DE FALLA O CONFIABILIDAD PARA CADA  
TIPO DE PROYECTO BASADO EN LA OCURRENCIA

TIPO DE PROYECTO	P, EN %	R, EN %
1. ABASTECIMIENTO DE AGUA POTABLE	1	99
2. DOTACIÓN A LA INDUSTRIA	2 A 5	95 A 98
3. RIESGO EN CLIMAS ÁRIDOS	5 A 20	80 A 95
4. RIESGO EN CLIMAS SUBHÚMEDOS	15 A 30	70 A 85

FUENTE: RAUDKIVI, A. J. AN ADVANCED INTRODUCTION TO HYDROLOGICAL PROCESSES AND MODELLING". PROGRAMA PRESS, LONDON GREAT BRITAIN (1979)

## 6.2 Determinación de la capacidad de un embalse

### 6.2.1 Criterios existentes

En las últimas dos décadas, los métodos de planeación, diseño y operación de las obras de aprovechamiento de los recursos hidráulicos, han ido cambiando desde el uso de reglas (recetas) de diseño y juicios ingenieriles a el uso de análisis de tipo más formal, basados en modelos matemáticos.

Los procedimientos empleados a la fecha para el cálculo de la capacidad requerida por un embalse, pueden ser clasificados según V. Yevjevich\* de manera general en tres métodos: Empíricos, Experimentales y Analíticos.

Los métodos empíricos están basados en la aplicación del concepto de curva masa, el cual fue introducido en el diseño de embalses por W. Rippl en Inglaterra en 1883. La curva masa es la integral en el tiempo de los escurrimientos y representa el volumen que entra al embalse durante un cierto lapso (fig. 6.3). La distancia vertical entre dos tangentes a la curva masa constituye el volumen de almacenamiento requerido para permitir una demanda continua durante el período  $t_1$  y  $t_2$ .

El aprovechamiento máximo se tiene cuando la demanda es igual al volumen escurrido medio anual, incluyendo tal demanda a las pérdidas (infiltración y evaporación).

La confiabilidad de los resultados de este análisis, se basa en el registro histórico, ya que se considera que la secuencia de eventos hidrológicos ocurridos se repetirá en el futuro, además de que tales resultados

\*Yevjevich, V. "Stochastic Processes in Hydrology". Chapter Range Analysis and Hydrologic Series. Water Resources Publication Fort Collins, Colorado U.S.A. 1972

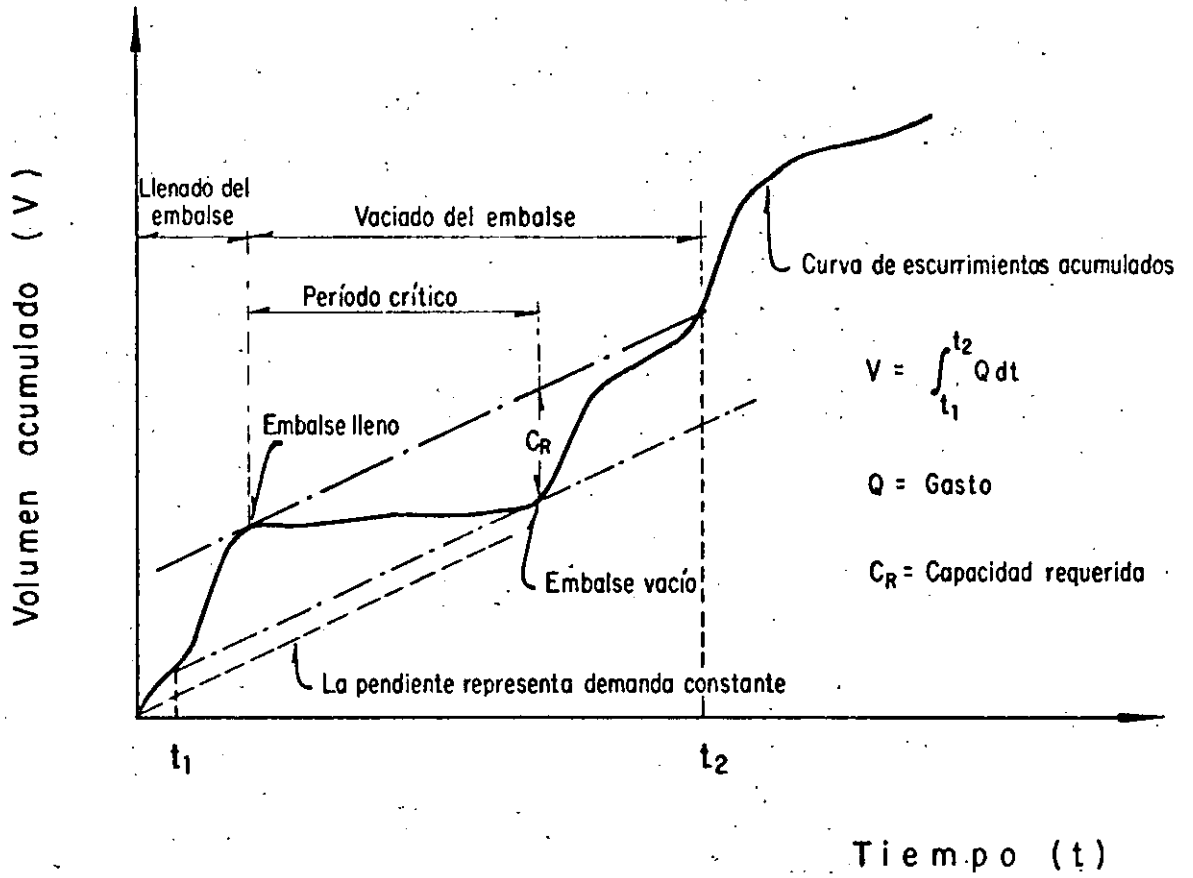


Fig 6.3 Curva masa ( Diagrama de Rippl )

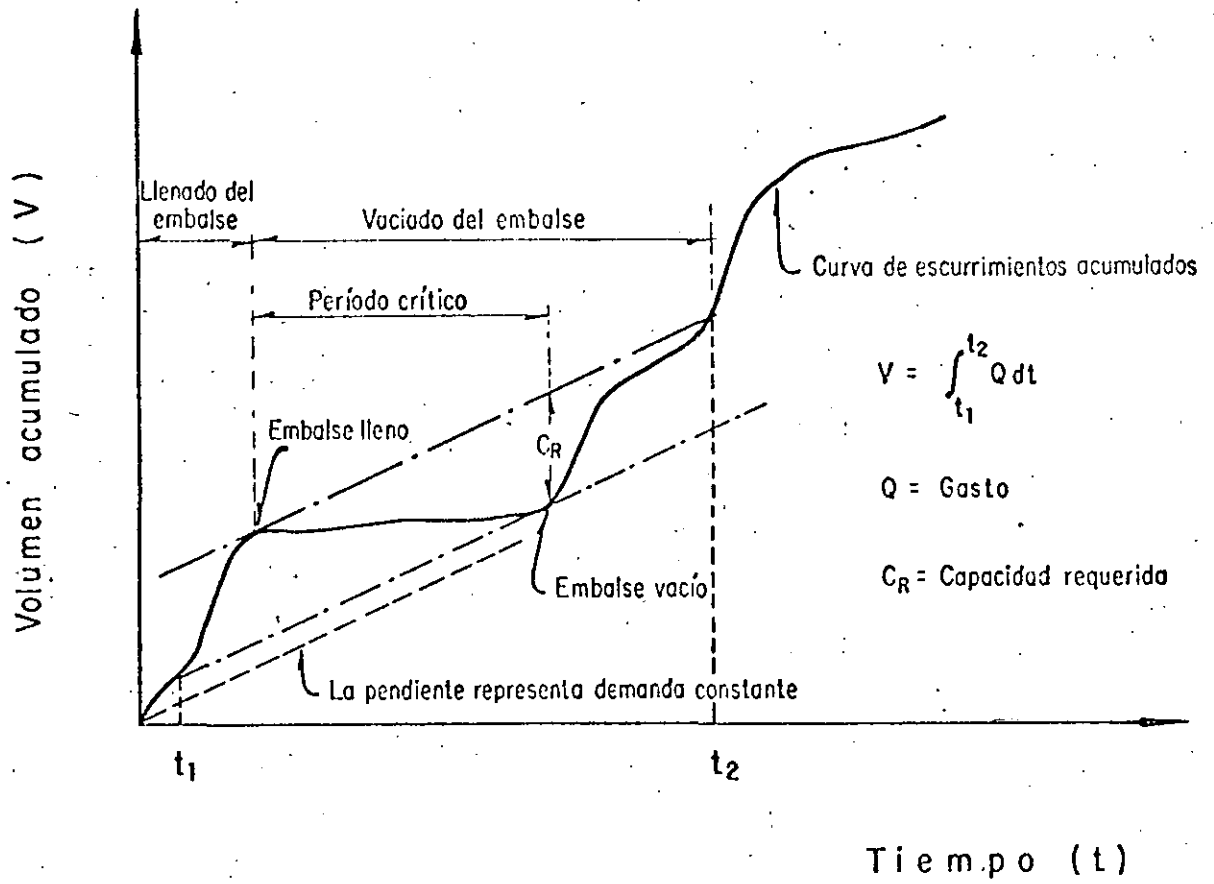


Fig 6.3 Curva masa ( Diagrama de Rippl )

están influidos por la longitud de dicho registro. Otra desventaja del procedimiento, quizás la más importante, es la imposibilidad de calcular el almacenamiento requerido para una cierta probabilidad de falla. A estos criterios se les conoce tales como métodos de simulación por el hecho de aceptar que el régimen de los escurrimientos del pasado se repetirán en el futuro.

Por otra parte, el criterio tiene como ventaja principal el incluir la estacionalidad y la correlación serial de los escurrimientos, al utilizar la serie histórica en el análisis.

Con respecto a los métodos experimentales, se puede decir que el problema principal al calcular la capacidad requerida por un embalse, es la predicción de la secuencia futura de escurrimientos. Tal predicción puede ser llevada a cabo en base a dos tipos de modelos: el determinista y el probabilista. El modelo determinístico se apoya en las leyes físicas y relaciones que gobiernan el proceso lluvia-escurrimiento. Desafortunadamente, tales leyes y procesos son muy complicados y requieren de muchísimos datos para ser simulados con cierta exactitud y entonces, los modelos o métodos probabilísticos brindan un enfoque muy práctico y útil, pues la secuencia futura de escurrimientos es estimada en base únicamente a los parámetros estadísticos obtenidos del registro histórico.

Adicionalmente, debido a la naturaleza estocástica de los escurrimientos y las demandas, no es posible hablar de capacidad de un embalse en un sentido determinista; en realidad el almacenamiento requerido para una muestra o registro dado es una variable aleatoria. Entonces, los métodos experimentales resuelve estocásticamente los problemas de dimensionamiento

de la capacidad necesaria de un embalse, por medio de la generación de un gran número de muestras de escurrimientos. Estos métodos han sido llamados en estadística matemática y teoría de probabilidades, Método de Monte Carlo y los hidrólogos los designan como método de Hidrología Sintética, Método de Simulación, Método de Generación de Datos o Método de Hidrología Operacional. Según Yevjevich el mejor término parece ser Método Estadístico Experimental\*.

Los métodos analíticos consisten en la derivación matemática de las propiedades exactas o aproximadas de varias variables relacionadas con el almacenamiento de diseño, tales como la media, varianza y otros parámetros del déficit, superávit y rango\*.

Desafortunadamente, las soluciones analíticas exactas (de naturaleza estadística) de el problema del almacenamiento de diseño, sólo existen para un número limitado de modelos idealizados\*\*.

A continuación se describen dos criterios para ejemplificar los métodos experimentales, uno que cae dentro de la clasificación de los métodos de simulación y que es de los procedimientos más utilizados y otro probabilístico.

### 6.2.2 Método de Simulación.

Para simular la operación del embalse se realiza el tránsito analítico por el embalse de los registros de los escurrimientos medios mensuales históricos.

\* Yevjevich, V. "Stochastic Processes in Hydrology". Chapter Range Analysis of Hydrologic Series. Water Resources Publication. Fort Collins, Colorado.

\*\* Raudkivi, A. J. "Hydrology. An Advanced Introduction to Hydrological Processes and Modelling" Pergamon Press, London, Great Britain. (1979)

cos. Para ello se utiliza la ecuación de continuidad

$$\bar{T} - \bar{O} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (6.2)$$

siendo

- $\bar{T}$  volumen mensual de escurrimiento que entra al embalse. Adicionalmente si el embalse lo requiere deberá considerarse la lluvia mensual que cae sobre la superficie del vaso, en  $m^3/s$
- $\bar{O}$  volumen mensual que sale del embalse, por pérdidas debidas a evaporación e infiltración, por vertidos y por demandas.
- $\Delta V$  cambio en el volumen del almacenaje, en  $m^3$
- $\Delta t$  intervalo de tiempo de análisis; usualmente para la operación del embalse se considera un intervalo mensual, en s.

De acuerdo con las características del embalse, los volúmenes netos de entrada y las demandas a satisfacer, se aplica la ec. 6.2. Para ello se requiere disponer de la curva de elevaciones-capacidades del embalse, y la variación del vertido con las elevaciones, ya sea como descarga libre o bien controlada. De esta manera se puede determinar la variación de los niveles del embalse en un cierto intervalo de tiempo, usualmente en forma mensual, ver si se satisface o no la demanda y cuando hay derrames. En forma esquemática se puede construir la curva masa (fig. 6.3)

El criterio antes expuesto involucra realizar para diferentes alternativas de embalse, el tránsito de los escurrimientos netos por ella, a fin de conocer a través de una evaluación de las obras, la más adecuada tanto desde el punto de vista técnico como económico, teniendo en cuenta las restricciones mencionadas en los subincisos 6.1.5 y 6.1.6. Con la ayuda de la

computación la aplicación de este criterio es sencillo y permite integrarlo con análisis de costos, optimizándolo a través de la programación dinámica\*.

### 6.2.3 Método probabilístico

A continuación se describirá el método propuesto por Morán para analizar el almacenamiento de una presa. El problema a considerar es el siguiente: se construirá un almacenamiento sobre un río y se utilizará para suministrar una cierta cantidad de agua. El escurrimiento de entrada al almacenamiento es una cantidad aleatoria, ¿Cuál es la probabilidad de que la demanda sea satisfecha?. Para analizar este problema se puede considerar un almacenaje con una capacidad de  $K$  unidades. Estas unidades son unidades de volumen y pueden utilizarse las que resulten más convenientes.

Un escurrimiento aleatorio entra al almacenaje. El escurrimiento de entrada tiene una distribución de probabilidades tal que la probabilidad de que al almacenaje entre  $i$  unidades es  $p_i$ .

Si el volumen almacenado más el escurrimiento de entrada es mayor que la capacidad del almacenamiento  $K$ , el exceso se vierte y no se considera para satisfacer ninguna demanda. Después de que termina el período del escurrimiento de entrada se satisface la demanda  $M$ ; si en el almacenamiento hay menos unidades que las requeridas para satisfacer  $M$ , todas ellas se utilizarán aunque la demanda no sea satisfecha.

\*Acosta G., A. "Volumen de un Almacenamiento (un nuevo enfoque). Revista Recursos Hidráulicos, Vol. VI, Núm 4. Año 1977, México, D. F.,



Sea  $k = 5$  unidades  $M = 2$  unidades,  $P_i$  la probabilidad de tener  $i$  unidades en el almacenamiento inicial y  $P'_i$  la probabilidad de tener  $i$  unidades en el almacenamiento al terminar el ciclo. La probabilidad de tener 2 unidades en el vaso al terminar un ciclo será

$$P'_2 = P_3 (p_1) + P_2 (p_2) + P_1 (p_3) + P_0 (p_4)$$

Esto es,  $P'_2$  es igual a la suma de las probabilidades de tener 4 unidades en el vaso antes de quitarle 2 unidades. Análogamente:

$$P'_1 = P_3 (p_0) + P_2 (p_1) + P_1 (p_2) + P_0 (p_3)$$

la probabilidad  $P'_3$  es muy compleja y se expresa como

$$P'_3 = P_3 (p_2 + p_3 + p_4 + p_5) + P_2 (p_3 + p_4 + p_5) + \\ + P_1 (p_4 + p_5) + P_0 (p_5)$$

en donde  $p_5$  es la probabilidad de tener un escurrimiento de entrada en mas de 4 unidades

La probabilidad de terminar con un vaso sin agua se plantea como

$$P'_0 = P_2 (p_0) + P_1 (p_1 + p_0) + P_0 (p_2 + p_1 + p_0)$$

Estas ecuaciones usualmente se expresan como

$$P'_3 = P_3 (p_2 + p_3 + p_4 + p_5) + P_2 (p_3 + p_4 + p_5) + P_1 (p_4 + p_5) + P_0 (p_5)$$

$$P'_2 = P_3 (p_1) + P_2 (p_2) + P_1 (p_3) + P_0 (p_4)$$

$$P'_1 = P_3 (p_0) + P_2 (p_1) + P_1 (p_2) + P_0 (p_3)$$

$$P_o' = P_2(p_o) + P_1(p_1 + p_o) + P_o(p_2 + p_1 + p_o)$$

Este sistema de ecuaciones permite conocer, a partir de más condiciones iniciales (p. ej si para  $T = 0$ ) el vaso está vacío,  $P_o = 1.0$  y  $P_1 = P_2 = P_3 = 0$ ), los niveles del embalse ligados a una cierta probabilidad  $P'$ . El proceso se realiza paso a paso tantas veces como se desee. La tendencia de las probabilidades de los niveles es a equilibrarse, lo que involucra que después de un cierto tiempo  $P'_i = P_i$ , independientemente de los valores iniciales.

El sistema de ecuaciones anterior se transforma al considerar que  $P'_i = P_i$  en

$$0 = P_3(-1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5) + P_2(p_3 + p_4 + p_5) + P_1(p_4 + p_5) + P_o(p_5)$$

$$0 = P_3(p_1) + P_2(-1 + p_2) + P_1(p_3) + P_o(p_4)$$

$$0 = P_3(p_o) + P_2(p_1) + P_1(-1 + p_2) + P_o(p_3)$$

$$0 = P_2(p_o) + P_1(p_1 + p_o) + P_o(-1 + p_2 + p_1 + p_o)$$

Este es un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, pero dado que no son independientes, para resolverse debe reemplazarse una de las ecuaciones por el requerimiento de que

$$P_3 + P_2 + P_1 + P_o = 1$$

La solución al sistema involucra conocer las probabilidades de la permanen

cia de los niveles en el embalse. Adicionalmente, se puede obtener además la probabilidad de que el embalse, no pueda satisfacer la demanda.

$$P_{\text{falla}} = P_1 (p_0) + P_0 (p_1 + p_0)$$

Obviamente no es deseable un valor de  $P_{\text{falla}}$  grande. (ver subinciso 6.1.5)

Este método analítico es bastante sencillo de aplicar y los resultados proporcionan información muy importante que no puede obtenerse de un simple diagrama de masa o una simulación aproximada. Para aplicaciones prácticas el embalse deberá dividirse en muchos niveles, teniendo que resolverse un gran sistema de ecuaciones.

El método Moran se basa en un modelo en el cual los escurrimientos de entrada ocurren en una estación y la demanda en la siguiente y tiene las ventajas y desventajas de los métodos experimentados (subinciso 6.2.1)

### 6.3 Ejemplos

6.3.1 Analizar el funcionamiento de un embalse de acuerdo al método de simulación planteado en el subinciso 6.2.2 considerando que el vaso tiene una capacidad de almacenamiento máximo de  $1261.44 \text{ m}^3$ , lo cual equivale a  $40 \text{ m}^3/\text{s-año}$  se desperdiciarán las pérdidas por evaporación.

a) En la tabla 6.4 se muestra en la col. 1 los años de registro disponible (1948-1965); en la col. 2 se tiene el volumen anual de entradas al vaso.

b) Para el análisis se considerará una demanda de  $11 \text{ m}^3/\text{s-año}$ , y el embalse vacío a fines de 1948.

- c) En la col. 3 de la tabla 6.4 se tienen los almacenamientos al final del año. De la ecuación de continuidad para el año de 1949 se tiene que  $24-11=13$ ; para el año de 1950 será

$$\begin{array}{r} \text{Vol de entrada} \quad 14 \text{ m}^3/\text{s-año} \\ \text{Vol almacenado} \quad \frac{13}{27} \\ \text{Demanda} \quad \frac{11}{16} \\ \text{Vol alm al final} \quad 16 \text{ m}^3/\text{s-año} \end{array}$$

- d) Para el año de 1951 se tendrá

$$\begin{array}{r} \text{Vol de entrada} \quad 25 \\ \text{Vol almacenado} \quad 16 \\ \text{Vol disponible} \quad 41 \text{ m}^3/\text{s-año} \end{array}$$

Como el volumen disponible es mayor de los 40 que se tienen de capacidad máxima de almacenamiento, una unidad deberá ser desalojada; la demanda se satisface del volumen total, almacenado y queda al terminar 1951 un almacenaje de  $29 \text{ m}^3/\text{s-año}$

- e) Operaciones progresivas se describen hasta 1957. El almacenamiento al final de 1956 será de sólo 5 unidades. A este almacenamiento se le debe agregar  $3 \text{ m}^3/\text{s-año}$  en la primera. El almacenaje total para satisfacer la demanda es sólo de 8 por lo cual dicha demanda no podrá ser totalmente satisfecha (en  $3 \text{ m}^3/\text{s-año}$ ) y el vaso al terminar el año estará vacío.
- f) La tabla 6.4 y la descripción anterior proporciona una forma simplificada de un análisis de simulación de la operación de un embalse. En

## SIMULACION DE UN ALMACENAMIENTO

Año	Volumen de entrada (m <sup>3</sup> /seg-año)	Almacenaje al final del año (m <sup>3</sup> /seg-año)	descargas (m <sup>3</sup> /seg-año)	Demanda no satisfecha (m <sup>3</sup> /seg-año)
1948		0		
1949	24.00	13.00		
1950	14.00	16.00		
1951	25.00	29.00	1.00	
1952	18.00	29.00	7.00	
1953	6.00	24.00		
1954	4.00	17.00		
1955	8.00	14.00		
1956	2.00	5.00		
1957	3.00	0.00		3.00
1958	19.00	8.00		
1959	6.00	3.00		
1960	12.00	4.00		
1961	40.00	29.00	4.00	
1962	29.00	29.00	18.00	
1963	6.00	24.00		
1964	10.00	23.00		
1965	23.00	29.00	6.00	

la mayoría de los casos no es posible considerar que el escurrimien-  
to entra en la primavera y sale en el verano y el otoño. La deman-  
da de agua en general varía en forma diaria y de mes a mes, por lo  
que frecuentemente se utilizan intervalos de tiempo más pequeños,  
dependiendo del problema específico.

- g) Las pérdidas no se consideraron en este problema, pero se deberán  
tomar en cuenta en la mayoría de sus casos. La evaporación depen-  
de del volumen almacenado y usualmente se deduce considerando el  
almacenaje promedio al inicio del período de tiempo de análisis.
- h) El procedimiento indicado en la tabla 6.4 se puede realizar en for-  
ma gráfica, requiriendo para ello algunas modificaciones. El volu-  
men de entrada se considera uniforme a través del período de tiem-  
po, y en forma similar la demanda se considera que ocurre en forma  
constante (Ver fig. 6.3).

6.3.3 Analizar de acuerdo con el criterio de Moran un embalse para una ca-  
pacidad de 4 millones de  $m^3$ , considerando una demanda anual de apro-  
ximadamente 2 millones de  $m^3$ . Del análisis de frecuencia de los re-  
gistros de los escurrimientos anuales, se obtuvieron las siguientes  
probabilidades de entrada

Vol. anual de escurrimiento (millones de $m^3$ )	$p_i$
0	0.1
1	0.2
2	0.3
3	0.3
> 4	0.1

De acuerdo con el problema se puede aceptar  $k = 4$  (cada unidad será de 1 millón de  $m^3$ ) y  $M = 2$ . Con ello las ecuaciones para analizar son:

$$P_2' = P_2(p_2 + p_3 + p_4) + P_1(p_3 + p_4) + P_0(p_4)$$

$$P_1' = P_2(p_0) + P_1(p_1 + p_0) + P_0(p_2 + p_1 + p_0)$$

Sustituyendo valores se tiene que

$$P_2' = 0.7P_2 + 0.4P_1 + 0.1P_0$$

$$P_1' = 0.2P_2 + 0.3P_1 + 0.3P_0$$

$$P_0' = 0.1P_2 + 0.3P_1 + 0.6P_0$$

considerando el vaso vacío para  $t = 0$ , se obtiene

$$P_0 = 1, \quad P_1 = P_2 = 0$$

y resolviendo las ecuaciones

$$P_2' = 0.1, \quad P_1' = 0.3, \quad P_0' = 0.6$$

Esto involucra que existe un 60% de oportunidad de que al finalizar el primer intervalo de tiempo el vaso este vacío y un 30% de que contenga 1 unidad.

Para el siguiente intervalo de tiempo el vaso este vacío y un 30% de que tenga 1 unidad.

Para el siguiente intervalo de tiempo se remplazan los valores de  $P$  con

los ya calculados.

$$P_2' = 0.7 (0.1) + 0.4 (0.3) + 0.1 (0.6)$$

$$P_1' = 0.2 (0.1) + 0.3 (0.3) + 0.3 (0.6)$$

$$P_0' = 0.1 (0.1) + 0.3 (0.3) + 0.6 (0.6)$$

o sea que

$$P_2' = 0.25, P_1' = 0.29, P_0' = 0.46$$

Al finalizar el segundo intervalo de tiempo, la probabilidad de que el vaso permanezca vacío es del 45%.

Este proceso puede realizarse paso a paso, tantas veces como se desee. Da do que como ya se indicó la tendencia de las probabilidades tiende a equi librarse, el análisis puede hacerse en forma directa considerando que  $p_i' = p_i$ , con lo cual

$$P_2' = P_2 = 0.7P_2 + 0.4P_1 + 0.1P_0$$

$$P_1' = P_1 = 0.2P_2 + 0.3P_1 + 0.3P_0$$

$$P_0' = P_0 = 0.1P_2 + 0.3P_1 + 0.6P_0$$

o sea que

$$0 = 0.3P_2 + 0.4P_1 + 0.1P_0$$

$$0 = 0.2P_2 - 0.7P_1 + 0.3P_0$$

$$0 = 0.1P_2 + 0.3P_1 - 0.4P_0$$



La solución de este sistema de ecuaciones es

$$P_2 = 0.442, P_1 = 0.256, P_0 = 0.302$$

Lo anterior significa que después de que el embalse ha sido operado por algún tiempo la probabilidad de que el vaso al terminar se encuentre vacío es de 0.302, que contenga 1 unidad de 0.256 y que contenga 2 unidades es de 0.442.

La demanda no puede alcanzarse si el embalse se encuentra al nivel 1 y no hay escurrimiento, o cuando el vaso esta vacío y 1 o 2 unidades entran al vaso. Esto involucra que la probabilidad de falla para satisfacer la demanda se puede evaluar como

$$P_{falla} = P_0 (p_1 + p_0) + P_1 (p_0)$$

$$P_{falla} = 0.302 (0.3) + 0.256 (0.1)$$

$$P_{falla} = 0.116$$