



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA

Diagnóstico de Fallas con Modelos  
de *Bond Graph*

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

ÁREA: ELÉCTRICA

CAMPO: CONTROL

P R E S E N T A:

ALFREDO ENRÍQUEZ PRADO



DIRECTORA DE TESIS:

DRA. MARÍA CRISTINA VERDE RODARTE

MÉXICO, D.F. 2010



JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoría

Secretario: Dr. Héctor Benítez Pérez

Vocal: Dra. María Cristina Verde Rodarte

1er. Suplente: Dr. Sergio Marcellin Jaques

2o. Suplente: Dr. Jesús Dario Mina Antonio

La tesis se realizó en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

DIRECTORA DE TESIS:

---

Dra. María Cristina Verde Rodarte



# Agradecimientos

A mis padres Juana y Manuel por haberme dado la alegría de la vida y su cariño incondicional.

A mi mamá Margarita y mi tía Margarita por su apoyo y dedicación, por ustedes ahora me encuentro en donde estoy.

A mis hermanos, Juan, Miguel y Guillermo al igual que a mis tíos Guillermo, Raúl y Miguel, de ustedes he aprendido mucho a través de los años que hemos convivido.

A mis amigos, que afortunadamente ocuparía mucho espacio el mencionarlos a todos, sin embargo ustedes saben quienes son, gracias por su apoyo, por estar conmigo en las buenas y en las malas y por todo ese tiempo que hemos compartido.

A mis profesores de la maestría, por su paciencia y vocación de enseñanza, también un especial agradecimiento a mis sinodales por sus comentarios y el tiempo invertido en la revisión de esta tesis.

A mi tutora la Dra. Cristina Verde Rodarte por su tiempo, dedicación, profesionalismo y enseñanza a lo largo de todo este periodo en que he tenido el privilegio de contar con su tutoría, llevando a buen puerto este trabajo de tesis.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, mi *alma mater*, porque los mejores años de mi vida han sido como universitario.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por el financiamiento de mis estudios de maestría, ya que el apoyo a la educación, e investigación es la manera adecuada en que se puede sacar el país adelante, de igual manera agradezco a la DGAPA UNAM y al Instituto de Ingeniería de la UNAM, proyecto PAPIIT IN 107410, por el apoyo otorgado para la finalización de este trabajo de tesis.



# Índice general

Agradecimientos	I
Resumen	XI
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivo . . . . .	1
1.2. Motivación . . . . .	1
1.3. Organización de la tesis . . . . .	2
<b>2. Fundamentos de Diagnóstico de Fallas</b>	<b>5</b>
2.1. Detección y aislamiento de fallas . . . . .	7
2.1.1. Detección de fallas . . . . .	8
2.1.2. Aislamiento de fallas . . . . .	10
2.1.3. Diagnosticabilidad de fallas . . . . .	13
2.2. Relaciones causales para FDI . . . . .	15
<b>3. Bond Graph</b>	<b>19</b>
3.1. Introducción . . . . .	19
3.2. Elementos básicos del Bond-Graph . . . . .	19
3.2.1. Categorías de señales . . . . .	21
3.2.2. Categorías de elementos . . . . .	22
3.2.3. Categorías de uniones . . . . .	27
3.3. Construcción sistemática del grafo . . . . .	30
3.3.1. Algoritmo de $BG$ . . . . .	30
3.3.2. Ejemplo . . . . .	31
3.4. Asignación de causalidad en $BG$ . . . . .	33
3.4.1. Intercambio de información . . . . .	33
3.4.2. Causalidad de los elementos y uniones de un $BG$ . . . . .	34

3.5.	Procedimiento de Asignación de Causalidad Secuencial (SCAP) . . . . .	37
3.6.	Razonamiento causal cualitativo de un $BG$ . . . . .	40
3.6.1.	Modelo cualitativo . . . . .	40
3.6.2.	Generación de antecedentes y consecuencias cualitativos . . . . .	41
3.6.3.	Antecedentes y consecuencias de los elementos de un $BG$ . . . . .	42
<b>4.</b>	<b>Identificación y Diagnosticador de Fallas</b>	<b>45</b>
4.1.	Matriz de propagación de fallas . . . . .	46
4.1.1.	Reglas para generación de MFP . . . . .	46
4.2.	Grafo de propagación de fallas . . . . .	49
4.2.1.	Principio de la propagación de fallas . . . . .	49
4.2.2.	Grafo secuencial de propagación hacia atrás . . . . .	50
4.2.3.	Firma de fallas cualitativas . . . . .	53
4.3.	Ordenamiento relativo de las consecuencias . . . . .	54
4.3.1.	Algoritmo de ordenamiento relativo de medición . . . . .	54
4.3.2.	Grafo secuencial de propagación hacia adelante . . . . .	55
4.4.	Diagnosticador de fallas . . . . .	57
<b>5.</b>	<b>Caso de Estudio: Sistema de Tres Tanques</b>	<b>61</b>
5.1.	Sistema de tres tanques . . . . .	61
5.1.1.	Modelo en $BG$ del sistema de tres tanques . . . . .	62
5.1.2.	FDI para el sistema de tres tanques . . . . .	65
5.2.	Resultados experimentales . . . . .	72
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>79</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>81</b>



# Índice de figuras

2.1. Principio de coherencia . . . . .	9
2.2. Secuencia de comportamiento de tres residuos con dos fallas . . . . .	12
3.1. Representación del enlace entre los nodos $A$ y $B$ con un puerto en $BG$ . . . . .	21
3.2. Sentido de flujo de energía para un enlace en $BG$ . . . . .	21
3.3. Descripción de los elementos activos $Sf$ y $Se$ con un solo puerto . . . . .	23
3.4. Descripción de los elementos pasivos $De$ y $Df$ con un solo puerto . . . . .	23
3.5. Descripción del elemento R con valor $R1$ . . . . .	24
3.6. Descripción del elemento almacenador C con valor $C1$ . . . . .	25
3.7. Descripción del elemento inercial I con valor $I1$ . . . . .	25
3.8. Descripción del elemento transformador con relación $m$ . . . . .	26
3.9. Descripción del elemento girador con relación $r$ . . . . .	26
3.10. Unión tipo 0 con $e_i = e_j$ . . . . .	28
3.11. Unión tipo 1 con $f_i = f_j$ . . . . .	28
3.12. Descripción de los elementos compuestos $Sf - De$ y $Se - Df$ . . . . .	29
3.13. Elemento R modulado. (a)Esquemático de una válvula controlada con restricción de variable (b) Modelo en $BG$ . . . . .	29
3.14. Esquemático circuito eléctrico . . . . .	31
3.15. Primer paso en creación del $BG$ del circuito eléctrico . . . . .	32
3.16. Segundo paso en creación del $BG$ del circuito eléctrico . . . . .	32
3.17. Tercer paso en creación del $BG$ del circuito eléctrico . . . . .	33
3.18. Bond Graph del circuito eléctrico con notación reducida, es decir enlace $i$ , denota $f_i$ y $e_i$ . . . . .	33
3.19. Causalidad en Bond Graph . . . . .	35
3.20. Causalidad de fuentes . . . . .	35
3.21. Causalidad de elementos C e I . . . . .	36
3.22. Causalidad del elemento R . . . . .	36

3.23. Causalidad del elemento transformador . . . . .	36
3.24. Causalidad del elemento girador . . . . .	37
3.25. Causalidad de unión tipo 1 con enlace fuerte de flujo . . . . .	37
3.26. Causalidad de la unión 0 con enlace fuerte de esfuerzo . . . . .	38
3.27. Asignación de causalidad a la fuente $Se$ para el $BG$ del circuito eléctrico . . . . .	39
3.28. Asignación de causalidad a los elementos almacenadores para el $BG$ del circuito eléctrico . . . . .	39
3.29. $BG$ causal del circuito eléctrico . . . . .	40
3.30. Antecedentes y consecuencias para los elementos fuentes en un $BG$ . . . . .	42
3.31. Antecedentes y consecuencias para el elemento almacenador en un $BG$ . . . . .	43
3.32. Antecedentes y consecuencias para el elemento inercial en un $BG$ . . . . .	43
3.33. Antecedentes y consecuencias para el elemento disipador seleccionado $e$ como antecedente . . . . .	43
3.34. Antecedentes y consecuencias para elemento disipador seleccionando $f$ como antecedente . . . . .	44
4.1. Árbol de propagación de fallas para el circuito eléctrico . . . . .	52
4.2. Grafo secuencial de propagación hacia adelante para $R_1^+$ . . . . .	56
4.3. Grafo secuencial de propagación hacia adelante para $R_2^+$ . . . . .	56
4.4. Grafo secuencial de propagación hacia adelante para $C^+$ . . . . .	56
4.5. Grafo secuencial de propagación hacia adelante para $L^+$ . . . . .	57
4.6. Árbol y niveles del diagnosticador para el circuito eléctrico . . . . .	59
4.7. Evolución de las variables del circuito (a) $i_L^+$ , (b) $v_C^+$ , (c) $i_{R2}^+$ provocada por la falla en el elemento $R_1^-$ a $0,2[s]$ . . . . .	59
5.1. Sistema de tres tanques . . . . .	62
5.2. Puntos de esfuerzo común en el $BG$ del sistema de tres tanques . . . . .	63
5.3. Puntos de flujo común e interconexiones en el $BG$ del sistema de tres tanques . . . . .	63
5.4. Fuentes de flujo en $BG$ del sistema de tres tanques . . . . .	64
5.5. $BG$ del sistema de tres tanques con notación reducida . . . . .	64
5.6. Asignación de causalidad para las fuentes de flujo en el sistema de tres tanques . . . . .	64
5.7. Asignación de causalidad para los elementos almacenadores de energía en el sistema de tres tanques . . . . .	65
5.8. Asignación de causalidad para uniones tipo 0 en el sistema de tres tanques . . . . .	65
5.9. $BG$ causal para el sistema de tres tanques . . . . .	66
5.10. Grafo secuencial de propagación hacia adelante para $Q_1^-$ . . . . .	70

5.11. Grafo secuencial de propagación hacia adelante para $R_1^-$ . . . . .	71
5.12. Grafo secuencial de propagación hacia adelante para $R_2^-$ . . . . .	71
5.13. Grafo secuencial de propagación hacia adelante para $R_3^-$ . . . . .	71
5.14. Grafo secuencial de propagación hacia adelante para $R_{13}^+$ . . . . .	72
5.15. Grafo secuencial de propagación hacia adelante para $R_{32}^+$ . . . . .	72
5.16. Diagnosticador para el sistema de tres tanques . . . . .	73
5.17. Fuga en tanque 1 para el sistema de tres tanques . . . . .	74
5.18. Fuga en tanque 3 para el sistema de tres tanques . . . . .	75
5.19. Obstrucción de la válvula entre el tanque 1 y el tanque 3 para el sistema de tres tanques . . . . .	76



# Índice de tablas

2.1. Firma de fallas . . . . .	12
3.1. Tipos de señales y sus analogías más comunes . . . . .	22
3.2. Analogías de los componentes unipuerto . . . . .	27
3.3. Analogías de los componentes bipuerto . . . . .	27
3.4. Analogías de los componentes fuente-detector . . . . .	29
3.5. Antecedentes y consecuencias para el ejemplo del circuito eléctrico. . . . .	44
4.1. <i>FPM</i> para el circuito eléctrico . . . . .	48
4.2. Firma de fallas cualitativas para el circuito eléctrico . . . . .	54
4.3. Firma de fallas con ordenamiento de medición relativo para el circuito eléctrico . .	57
5.1. Antecedentes y consecuencias para el sistema de tres tanques . . . . .	67
5.2. Matriz de propagación de fallas para el sistema de tres tanques . . . . .	68
5.3. Firma de fallas para el sistema de tres tanques . . . . .	70
5.4. Firma de fallas con ordenamiento de medición relativo para el sistema de tres tanques	73



# Resumen

Este trabajo presenta una metodología sistemática de diagnóstico de fallas basado en abstracciones cualitativas de desviaciones del comportamiento nominal de un sistema. La contribución primaria de este trabajo radica en la elaboración de algoritmos que incorporan ordenamientos de medición para aislamiento de fallas, los cuales permiten de un diseño automático de diagnosticadores. Estos diagnosticadores proveen un modelo de falla, permitiendo la el diagnóstico de sistemas en falla. La metodología propuesta es aplicada al sistema de tres tanques, los resultados incluyen análisis del diagnóstico (fuera de línea) y experimentos detallados que evalúan los algoritmos propuestos. Finalmente se muestra, mediante gráficas derivadas de resultados experimentales, la validez de aplicación de los diagnosticadores.





# Capítulo 1

## Introducción

En la comunidad de control, métodos numéricos como estimación de estados y parámetros basado en modelos son típicamente usados para diagnóstico e identificación de fallas [28], [4]. Estos enfoques son computacionalmente exhaustivos y requieren de información numérica precisa. En contraste, la comunidad de inteligencia artificial ha aplicado metodologías de razonamiento cualitativo [44]. Modelos dinámicos cualitativos explotan de una mejor manera la característica típica del transitorio de la falla y permiten principios de conservación y continuidad de energía, más aún, soportan algoritmos rápidos de aislamiento de fallas.

### 1.1. Objetivo

Este trabajo desarrolla un esquema basado en eventos para detección y aislamiento de fallas, en inglés fault detection and isolation (FDI), que describen el análisis de transitorios de falla, donde desviaciones observadas del comportamiento nominal en forma cualitativa son comparadas con modelos de comportamiento de falla. Se incluye en los algoritmos de diagnóstico la cualidad de ordenamiento relativo de medición, la cual define el orden en que las desviaciones son observadas en las variables medibles del sistema. Toda esta metodología es desarrollada para construir diagnosticadores basados en eventos a partir de modelos de comportamiento del sistema en presencia de fallas. La validación de dicho esquema se verifica por medio de resultados experimentales en el sistema de tres tanques.

### 1.2. Motivación

El diagnóstico basado en modelos toma ventaja de la redundancia analítica entre el comportamiento esperado definido por el modelo del sistema y el comportamiento observado provisto por

los sensores. Aunque el modelado de sistemas es una tarea que requiere mucho esfuerzo, si es posible el desarrollo de un modelo apropiado para el sistema, entonces un esquema de diagnóstico basado en modelo provee una mejor solución al problema de diagnóstico, debido a que el conocimiento contenido en el modelo es llevado a un enfoque causa/efecto, para obtener un diagnóstico más preciso.

Este enfoque causa-efecto aprovecha la información contenida en el modelo, dicha información deriva en lo que se conoce como firma de fallas, las cuales se muestran en tablas como desviaciones cualitativas del comportamiento esperado del sistema, para cada uno de los componentes susceptibles a falla [25]. El esquema de aislamiento de fallas puede ser mejorado añadiendo más sensores por medio de redundancia física o material, es decir duplicar o triplicar los sensores y actuadores y a partir de la información y acciones de estos, discernir las condiciones reales de operación. Sin embargo, para la mayoría de las aplicaciones añadir más sensores no es económicamente eficiente. Mas aún, el añadir ciertos sensores en un sistema puede ser físicamente imposible e igualmente, los sensores pueden ser susceptibles a falla, lo que añade complejidad al diagnóstico.

La habilidad de aislabilidad de fallas a partir de un conjunto de mediciones debe ser explotada de tal manera que las fallas deban ser diagnosticadas con el mínimo necesario de mediciones. Propuestas en sistemas discretos usan información temporal en la ordenación de eventos y trabajo reciente en diagnóstico de fallas en sistemas continuos [24] nos muestra que este tipo de información puede ser extraída de modelos continuos para mejorar los esquemas de diagnóstico y a su vez puede ser empleada en adición a esquemas clásicos de firmas de fallas para obtener metodologías más eficientes de aislamiento de fallas.

La principal aportación de este trabajo es la elaboración de algoritmos para la obtención de modelos de falla, los cuales permiten una manera más sencilla de resolver el problema de diagnóstico. En una situación de falla se aplican estos algoritmos de detección y aislamiento. El comportamiento del sistema es continuo, pero fallas abruptas introducen discontinuidades en el punto en el que la falla ocurre. Mas aún, al momento de presentarse la falla el sistema puede presentar cambios estructurales. Debido a esto, el modelo de falla tiene que tener la capacidad de solventar dichos cambios que pueden afectar las relaciones causales entre componentes y variables en el sistema.

### 1.3. Organización de la tesis

El capítulo 2 nos muestra una visión general sobre metodologías y herramientas usadas para el diagnóstico de fallas. Primero examinamos los problemas que es necesario resolver para detección de fallas vía modelos, después examinamos los métodos basados en lógica, los cuales nos dan

los cimientos para atacar el problema de diagnóstico de fallas. A continuación se presenta el diagnóstico en sistemas continuos, que representa el comportamiento dinámico del sistema en función del tiempo, por medio del uso de relaciones causales y razonamiento basado en consistencia para FDI, lo que permite cimentar las bases para el esquema de detección y aislabilidad presentado en esta tesis.

En el capítulo 3 se describen las características y métodos necesarios para nuestro modelado de sistemas en Bond Graph, el cual se adopta en este trabajo debido a las grandes ventajas para el diagnóstico de fallas basado en modelos. De igual manera se agrega el concepto de causalidad a los Bond Graph y se representa mediante una tabla llamada Tabla de Antecedentes y Consecuencias, tomando en cuenta explícitamente las relaciones causales entre componentes y variables del sistema.

En el capítulo 4 se presenta un esquema cualitativo para diagnóstico de fallas basado en algoritmos. Se genera una matriz de propagación de fallas, la cual representa las relaciones causales cualitativas entre componentes y variables del sistema. Posteriormente, a esta matriz se le aplica el algoritmo de propagación hacia atrás para generar una primera hipótesis de falla. Luego se aplica nuevamente el algoritmo, ahora con un esquema de propagación hacia adelante, el cual introduce el enfoque de ordenamiento de medición relativo. Con este esquema es posible la construcción de diagnosticadores basados en eventos. Finalmente, agregando los modelos de falla, en conjunto con los algoritmos de aislamiento de fallas, se obtiene una estructura que puede ser usada para un diagnóstico eficiente en línea.

El capítulo 5, ilustra la eficiencia de la metodología propuesta en este trabajo mediante un caso de estudio. Se presentan resultados experimentales realizados en un sistema de tres tanques hidráulico, obteniendo resultados satisfactorios. Finalmente, en el capítulo 6 se resumen los aportes de este trabajo de tesis mediante la presentación de las conclusiones.



# Capítulo 2

## Fundamentos de Diagnóstico de Fallas

La madurez de un campo de conocimiento se refleja en los marcos de referencia con los cuales se pueden conocer las limitaciones y capacidades de los objetos bajo estudio. Es así como el diseño de los sistemas automáticos de diagnóstico de fallas se ha ido consolidando. Actualmente existen herramientas formales que permiten estudiar *a priori* la factibilidad de un sistema de diagnóstico confiable y robusto ante incertidumbres y fenómenos ajenos al sistema. Estos avances son producto del interés de las comunidades de teoría de control y de inteligencia artificial que se dieron a la tarea analizar la capacidad para resolver un problema de diagnóstico de fallas suponiendo modelos de comportamiento funcionales [39]

Los modelos funcionales expresan el comportamiento del proceso por medio de modelos que pueden tomar diversas formas, como son los analíticos, cuantitativos, estructurales, probabilísticos, y en donde se hacen suposiciones sobre el tipo de falla a considerar. Modelos típicos usados para la detección de fallas son:

- Modelos cuantitativos: Relaciones obtenidas a partir de principios físicos de un sistema (ejemplo,  $q(t) = Cv(t)$ , ó  $v(t) = v_o + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau)d\tau$ ) cuyos modelos cuantitativos describen el comportamiento de las variables y parámetros de un componente (capacitor) y pueden ser usados para diagnosticar su estado en términos de los valores de sus variables y parámetros. Este tipo de relaciones puede incluir variables aleatorias en cuyo caso se habla de modelos cuantitativos estocásticos.
- Leyes de comportamiento lingüísticas del tipo: CUANDO EL AGUA ESTÁ HIRVIENDO SE GENERA VAPOR, o LA CANTIDAD DE SALES EN EL AGUA AFECTA SU CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA, corresponden a modelos cuantizados en donde las variables se manejan por intervalos [5].
- Modelos híbridos de comportamiento que involucran variables continuas y discretas como

es el caso de una red eléctrica de distribución con relevadores, generadores y cargas por mencionar algunas. En la literatura este tipo de sistema se identifica también como sistemas híbridos.

Los métodos de detección basados en modelos funcionales parten de suponer conocimiento de relaciones, las cuales se ven afectadas por las fallas, y de un conjunto de variables medibles. Esta suposición simplifica de manera notable la tarea de detección, pues permite especificar el tipo de fallas que se buscan; sin embargo, en algunos casos no es simple describir como afecta la falla de el modelo. Algunos de los problemas prácticos con este tipo de métodos, son la disponibilidad de modelos físicos adecuados para procesos complejos y la forma de interpretación de cambios de los parámetros del modelo en términos físicos del proceso, pues se desea diagnosticar los elementos con fallas y no cambios en el modelo.

En el contexto de control, las incertidumbres de un proceso y las señales de perturbación  $p(t)$  se suponen que existen durante toda la vida útil del proceso y justo la función de la acción de control es compensarlas o al menos reducir sus efectos. Por el contrario, las señales de fallas  $f(t)$  producen cambios no permitidos en las características del proceso y fueron ignoradas en el diseño de control del modo de funcionamiento normal, siendo éste el que se usa la mayor parte del tiempo. Los modos de falla son tomados en cuenta en los estudios de riesgo y seguridad, y los efectos de las fallas pueden reducirse con controles específicos diseñados para los modos de emergencia. Además, a pesar de que los efectos de éstas pueden ser suprimidos, o al menos despreciados, se debe identificar la causa y compensarla con un control específico para este propósito o con el mantenimiento de los componentes averiados.

Para poder evaluar si las salidas de un modelo analítico se ven afectadas por las fallas se requiere suponer cómo afectan las fallas al modelo [15], esto ha dado lugar a tres grupos de fallas:

- Aditivas, las cuales se suponen como entradas adicionales al sistema con cualquier tipo de evolución temporal. Por ejemplo si se considera un modelo  $y(t) = au(t)$ , una falla aditiva  $f_a(t)$  afecta el sistema en la forma de  $y(t) = au(t) + f_a(t)$ , donde la señal  $f_a(t)$  modela la falla.
- Multiplicativas, las cuales se considera que afectan de manera multiplicativa algunas de las variables (estados, entradas y salidas) o parámetros del sistema. Así, para el modelo  $y(t) = au(t)$ , una falla multiplicativa  $f_m(t)$  puede tomar la forma  $y(t) = a(u(t)f_m(t))$  ó  $y(t) = (a + f_m(t))u(t)$ .
- Incipientes, las cuales van aumentando su nivel paulatinamente en el tiempo, el cambio manifestado puede ser modelado mediante una función tipo rampa.

Otra forma para clasificar las fallas es en términos de los subsistemas en donde están presentes. Así, las fallas se consideran que pueden ocurrir en los sensores, actuadores o en los componentes del proceso propiamente dicho. Es importante mencionar que las tres clasificaciones presentadas no son excluyentes, es decir, una falla puede ocurrir en un sensor, ser aditiva e incipiente.

En sistemas de gran escala se recomienda clasificar las fallas en función de las unidades en donde se presentan. Esto simplifica el análisis de detectabilidad de manera distribuida por subsistema. Por ejemplo, para una turbina de gas con más de quince sensores es mejor clasificar las fallas en función de las cinco unidades que integran a la turbina que hablar de fallas en sensores sin especificar de qué unidad.

## 2.1. Detección y aislamiento de fallas

Los esquemas de detección y aislamiento de fallas (en inglés Fault Detection and Isolation *FDI*) basados en modelos analíticos, consideran el modelo descrito por medio de tres conjuntos de ecuaciones; las de estado (2.1), las de mediciones o salidas (2.2) y las relaciones estáticas que dependen de las variables dinámicas  $x$  y estáticas  $\tilde{x}$ . Para el caso de variables continuas se consideran el conjunto

$$\dot{x} = f_m(x, \tilde{x}, u, \theta, f, \bar{f}) \quad (2.1)$$

$$y = h(x, \tilde{x}, u, \theta, f, \bar{f}) \quad (2.2)$$

$$0_s = g(x, \tilde{x}, u, \theta, f, \bar{f}) \quad (2.3)$$

en el cual se han incluido restricciones estáticas para no perder generalidad. Se suponen condiciones iniciales conocidas, las cuales corresponden a los estados en condiciones normales. Se definen el vector de estado  $x \in \mathfrak{R}^n$ , el de las variables estáticas  $\tilde{x} \in \mathfrak{R}^s$ , el de las entradas  $u \in \mathfrak{R}^m$ , el de las mediciones  $y \in \mathfrak{R}^p$  y el vector de parámetros del proceso  $\theta$ . El vector de fallas  $f \in \mathfrak{R}^f$  se selecciona de acuerdo al conjunto de fallas de interés  $\mathcal{F} = \{f_1, \dots, f_f\}$ , el vector  $\bar{f} \in \mathfrak{R}^d$  está asociado a las perturbaciones o fallas no importantes que no se desean detectar  $\bar{\mathcal{F}} = \{\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_d\}$ . Tomando en cuenta que para el diagnóstico las variables conocidas juegan un papel fundamental, es común agruparlas en un conjunto  $\mathcal{K}$  que involucra el vector de entradas  $u$ , y el vector de variables medibles  $y_m$ .

Cuando se conoce el vector de entradas, el de salidas y el modelo nominal en las ecuaciones (2.1-2.3), una manera sencilla de obtener un indicador de falla o residuo  $r(t)$  siguiendo el principio de coherencia mostrado en la Fig. 2.1 es calcular el error entre la salida medida  $y_m(t)$  y la calculada

con el modelo  $\hat{y}(t)$ , es decir evaluar

$$r(t) = y_m(t) - \hat{y}(t) \quad (2.4)$$

el cual en condición normal vale cero. Sin embargo, esta forma de calcular un residuo es muy vulnerable a condiciones iniciales, desviaciones e incertidumbres existentes en el modelo provocando que el residuo oscile en condiciones de operación normal. Además, dado que no se ha supuesto ninguna condición sobre la observabilidad en el modelo, no se puede garantizar a priori que la falla se manifieste en el vector de las variables medibles para todo vector de entradas. Este hecho motivó la búsqueda de métodos con una mayor estructura para obtener residuos más eficientes y robustos ante ruido y perturbaciones.

Considerando el principio de la Fig. 2.1, otra forma de manejar la redundancia de las variables conocidas de un modelo matemático en estado normal y la incoherencia en caso de falla, es construir una relación analítica que depende de variables conocidas junto con sus derivadas, con la capacidad de distinguir entre condición normal y falla de un proceso durante una ventana del tiempo. Este tipo de expresión fue denominada relación de paridad por [43].

Tanto la comunidad de control así como la de inteligencia artificial han propuesto diversos métodos para calcular los residuos usando el concepto de relación redundante analítica (en inglés Analytical Redundancy Relation *ARR*). [21] estudian de manera formal las propiedades de una *ARR* y desarrollan una metodología para reducir el número de derivadas para la evaluación vía teoría de la realización.

### 2.1.1. Detección de fallas

Existen diversos marcos de referencia en los que puede definirse el concepto de fallas detectables, los cuales dependen del tipo de información que se tenga del proceso y la falla en cuestión. La siguiente definición pretende cubrir la mayoría de los casos, así que resulta general y poco restrictiva.

**Definición 1** *Suponiendo conocidas las secuencias de datos formados por señales exógenas y endógenas de un proceso,*

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= \{u(0), u(1), \dots, u(k)\} \\ \mathcal{Y} &= \{y(0), y(1), \dots, y(k)\}, \end{aligned}$$

*y un conjunto de fallas*

$$\mathcal{F} = \{f_1, f_2, \dots, f_f\},$$



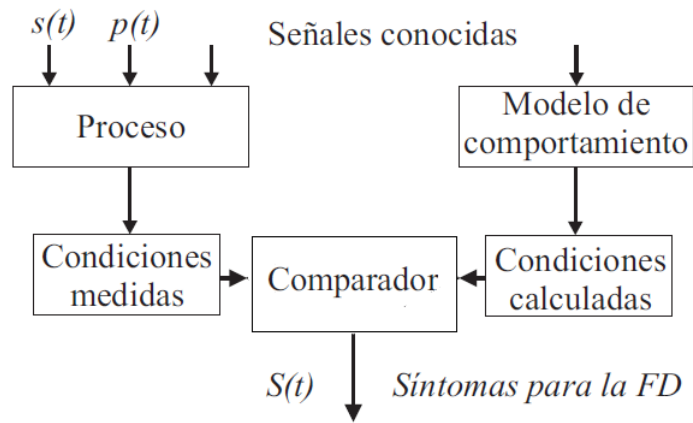


Figura 2.1: Principio de coherencia

se dice que una falla  $f_i \in \mathcal{F}$  es detectable o que cuenta con un síntoma, si ésta se manifiesta en ventanas de tiempo de las secuencias  $\mathcal{U}$  o  $\mathcal{Y}$  o, equivalentemente, induce un cambio de las secuencias normales de comportamiento del proceso.

El principio de funcionamiento de un sistema de detección, supone redundancia de información en condiciones normales y se basa en la incoherencia o inconsistencia entre la información de los modelos de referencia, sean cualitativos o cuantitativos, que describen los modos de operación normal, con respecto a comportamientos observados a partir de los cuales es posible inferir distintos indicadores de fallas. La Fig. 2.1 describe con ayuda de bloques la operación de detección de falla en donde  $p(t)$  representa un vector de perturbaciones que afectan al proceso,  $f(t)$  el vector de fallas del proceso y la señal indicadora de falla se denota **residuo**  $r(t)$ . Dicha operación puede establecerse siempre y cuando exista información redundante entre las mediciones del proceso, la cual se ve afectada ante la presencia de las fallas de interés y es insensible a las perturbaciones y fallas que no se desean detectar [13].

A pesar de lo simple que parece el principio de diagnóstico, el escaso número de mediciones de un proceso y las incertidumbres y perturbaciones ante las cuales debe ser robusta la detección, dificultan la tarea. Esto obliga a establecer compromisos en el diseño del detector logrando robustez del detector ante perturbaciones y sensibilidad ante las fallas.

Por otro lado en el área de inteligencia artificial una manera de formular el problema de detección es usando el predicado  $ab(x)$  para expresar el hecho “objeto anormal  $x$ ”, [2], [34]. Así,  $ab(comp_i)$  denota que el componente  $comp_i$  en falla y su negación,  $\neg ab(comp_i)$ , significa normal. En este marco de referencia, la consistencia, de manera equivalente al principio de la fig 2.1, se caracteriza con declaraciones que involucran el componente físico  $comp_i$ , el modelo del sistema  $mod$ , y las observaciones actuales  $obs$ . Cabe aclarar que este tipo de herramientas no involucra al

tiempo como la variable independiente por lo que se usa preferentemente en el caso de modelos de comportamiento estáticos.

Se puede generalizar la definición 1, usando el mismo predicado, denotando como un modelo no confiable  $ab(mod)$  y como un experimento poco confiable u observaciones que no corresponden a datos en condiciones confiables  $ab(exp)$ , la declaración de detección

$$\neg f \wedge \neg ab(mod) \wedge \neg ab(exp) \longrightarrow s = 0 \quad s = 1 \rightarrow f \vee ab(mod) \vee ab(exp) \quad (2.5)$$

expresa que el síntoma  $s$  no es nulo ya sea debido a la ocurrencia de la falla, o a la falta de confiabilidad del modelo o a condiciones anormales del experimento. Estos dos últimos puntos pueden ser relacionados. Por ejemplo, el modelo puede caracterizar el funcionamiento del sistema cerca del punto de operación nominal, pero en condiciones de operación alejadas de la nominal, el modelo pierde su validez. De manera general, la excitación del sistema influye sobre el residuo y entonces sobre el síntoma. Así, si se conoce que algunas condiciones de entradas impiden sintetizar un residuo y un síntoma relevante, este hecho se deba tomar en cuenta a la hora de decidir si hay falla o no.

Considerando la relación lógica  $a \rightarrow b \vee c \Leftrightarrow a \wedge \neg b \rightarrow c$  la declaración de detección 2.5 es equivalente lógicamente a

$$s = 1 \wedge \neg ab(mod) \wedge \neg ab(exp) \longrightarrow f \quad (2.6)$$

la cual expresa matemáticamente la **decisión** (lógica, difusa) de falla: si el síntoma está presente, y fue obtenido con un modelo preciso, y las condiciones experimentales fueron correctas, entonces la falla existe, [22]

### 2.1.2. Aislamiento de fallas

La detección de una condición de falla en un dispositivo o sistema no es suficiente desde un punto de vista de seguridad, mantenimiento y riesgo. Es necesario distinguir los componentes o sub-sistemas dañados para poder tomar acciones correctivas en tiempo real y llevar el proceso a una condición segura.

El diagnóstico de fallas vía modelos de señales integra frecuentemente la tarea de detección con la de aislamiento, dado que las herramientas de clasificadores y reconocimiento de patrones lo permiten. De los métodos estadísticos no todos tienen la capacidad para aislar fallas. En el caso de análisis de componentes principales se ha propuesto el uso de modelos muy simples de causa y efecto para resolver la tarea de aislamiento de fallas, (ver [1]).

La tarea de aislamiento de falla en el contexto de modelos funcionales implica diseñar conjuntos

de residuos correspondientes a cada falla específica  $f_k$  o conjunto de fallas  $\mathcal{F}_k$  considerando la declaración lógica

$$\neg f_k \rightarrow \{r_i = 0, \forall i \in \mathcal{I}_k\} \implies \{r_i \neq 0, \forall i \in \mathcal{I}_k\} \rightarrow f_k \quad (2.7)$$

donde se busca minimizar la cardinalidad del conjunto de índices de los residuos cero  $\mathcal{I}_k$  en ausencia de  $f_k$ .

Una definición bastante general de aislabilidad basada en conjuntos observables que permite inclusive aplicarse al caso de detección fue introducida por [11] para modelos estadísticos. La forma resumida se presenta a continuación y se tomó de [38].

**Definición 2** *Sea  $\mathcal{O}_{f_i}$  el conjunto de todas las trayectorias entrada-salida posibles a obtener cuando la falla  $f_i$  está presente. Entonces, se dice que la falla  $f_i$  es aislable de otra  $f_j$  si y solo si  $\mathcal{O}_{f_i} \not\subseteq \mathcal{O}_{f_j}$*

Otra definición de aislamiento o localización de fallas acorde con la de detección vía un conjunto de residuos ofrece un marco de referencia general para determinar si existente condiciones para localizar qué falla está presente a partir de los residuos.

**Definición 3** *Dos conjuntos de fallas  $\mathcal{F}_1$  y  $\mathcal{F}_2$  son aislables a partir de un conjunto de mediciones  $\mathcal{K}$  si existe al menos un residuo indicador de fallas  $r_k$  con diferente inconsistencia ante los dos conjuntos de fallas, es decir,*

$$r_k |_{\mathcal{F}_1} \neq r_k |_{\mathcal{F}_2}, \quad \text{con } \mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2 = \emptyset \quad (2.8)$$

*generados con datos de  $\mathcal{K}$ . En el caso de existir un residuo indicador de inconsistencia para cada elemento de  $\mathcal{F}_1$  y  $\mathcal{F}_2$ , se dice que las fallas son aislables de manera simultánea, lo cual implica que ambas pueden identificarse a pesar de su ocurrencia en la misma ventana de tiempo.*

Detallar las condiciones de aislabilidad de ciertas fallas requiere esfuerzo de análisis para sistemas de gran escala, dado que no siempre se puede obtener un residuo sensible por falla. En la mayoría de los casos reales, se acostumbra relacionar las fallas con los residuos en una matriz booleana llamada firma de fallas. Así cada fila de la matriz se asocia a un residuo, cada columna a una falla y en esta matriz es común considerar que solamente una falla está presente. En la descripción se usan dos símbolos; uno para denotar que un residuo es sensible a una falla y el otro usado para un residuo completamente insensible a ésta. Así, se puede decir que el símbolo de activación en el elemento  $(i, j)$  denota que el  $i$ -ésimo residuo se manifiesta en presencia de la falla  $j$ . Esto permite vía operaciones lógicas analizar y obtener conclusiones de los efectos de múltiples

Tabla 2.1: Firma de fallas

$\backslash$	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$r_1$	•	•	
$r_2$	•		•
$r_3$		•	•

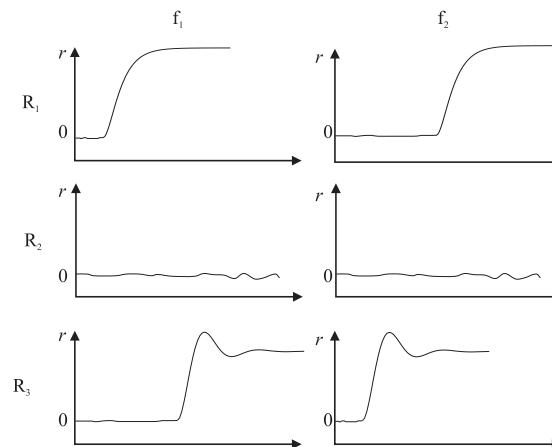


Figura 2.2: Secuencia de comportamiento de tres residuos con dos fallas

fallas. A manera de ejemplo la tabla 2.1 presenta una matriz de firma de fallas donde se utilizan el par de símbolos (•, espacio) y se lee de la siguiente forma: cuando la falla  $f_1$  ocurre, el par de residuos ( $r_1, r_2$ ) se presenta. En el caso de la falla  $f_2$  el par ( $r_1, r_3$ ) se presentan y cuando  $f_3$  ocurre los residuos  $r_2$  y  $r_3$  la evidencian. Cuando dos fallas ocurren de manera simultánea, por ejemplo  $f_1, f_2$  la operación lógica  $\cup$  de la primera y segunda columna genera el patrón de síntomas [ $\bullet\bullet\bullet$ ].

En procesos secuenciales con varias variables, el intervalo de tiempo en que se manifiesta la falla permite aislar casos anormales. Por ejemplo la Fig. 2.2 muestra el comportamiento de tres residuos ante dos fallas en donde la secuencia de disparo permite identificar la falla presente. La falla 1 se manifiesta primero en  $r_1$  que en la señal  $r_3$  y no se manifiesta en  $r_2$ . Por el contrario, la segunda falla se manifiesta primero en  $r_3$  que en el primer residuo. En este caso, una lógica de decisión o elección con memoria permite localizar la falla presente. Así, es la secuencias de residuos la que permite diagnosticar el evento y se requiere para ello de lógica de ordenamiento. Cabe aclarar que muy poco se ha avanzado en sistematizar este tipo de fenómenos con modelos cuantitativos.

### 2.1.3. Diagnosticabilidad de fallas

Se denomina diagnosticabilidad a la capacidad de detección y aislamiento de fallas de un proceso. Cuando se dispone de un modelo, esta se puede estudiar adecuando al contexto de diagnóstico los conceptos de observabilidad, controlabilidad e identificabilidad. La discusión publicada en [38], con respecto a las definiciones de detectabilidad y aislabilidad con modelos analíticos propuestas por [8] deja claro que es más conveniente, para análisis, usar fallas individuales con objeto de tener un sentido práctico, que la idea de partir de la suposición matemática de un mayor número de salidas que de fallas. Además, esta temática llevó a proponer una distinción entre capacidades intrínsecas útiles para el diagnóstico e índices del desempeño del sistema de diagnóstico. Las capacidades intrínsecas se expresan en términos de las señales factibles de generar, sin tomar en cuenta valores numéricos. Por el contrario, los índices de desempeño están relacionados con normas, valores numéricos y procedimientos específicos ante fallas. La diferencia entre capacidad de diagnóstico e índice de desempeño se ejemplifica a continuación. Si el estado  $x_i$  de un sistema es observable para toda condición de operación y en dicho estado se manifiesta la señal de falla, la capacidad intrínseca **falla detectable** se satisface. Por otro lado, pueden usarse como índices del desempeño los valores de los Grammianos de controlabilidad y observabilidad considerando las fallas como entradas, o el valor de la razón entre la ganancia máxima y mínima de la matriz de transferencia de las fallas a las salidas [9].

En el contexto del enfoque geométrico considerando un sistema dinámico lineal como una función generadora de residuos, [36] determinaron la capacidad para diagnosticar fallas obteniendo condiciones de detección y aislamiento para fallas aditivas suponiendo un menor número de fallas que de salidas. La extensión de estas condiciones para sistemas no lineales afines en el control, las perturbaciones y fallas fueron reportadas en [31]. En paralelo a estas contribuciones el grupo de Frank determinó condiciones de existencia a partir de un observador con entradas desconocidas [19]. Estos resultados llevaron a concluir que, la solución tanto a la tarea de detección como a la de aislamiento de fallas están vinculadas con el acoplamiento entre variables más que con valores numéricos y por lo tanto es una **propiedad estructural** del proceso.

La búsqueda sistematizada de mecanismos de detección y aislamiento para generar un residuo, a partir de variables conocidas de un modelo matemático con redundancia en condiciones normales e incoherentes en caso de falla, motivó diversas formas de unificar las funciones de los dos bloques: estado calculado y medido, y el detector de coherencia de la Fig. 2.1. La idea propuesta por [18] fue la de diseñar un sistema dinámico visto como filtro con entradas y salidas conocidas, cuya señal de salida fuera invariante en condiciones normales del proceso y diferente de cero en condiciones de falla. Dicho sistema dinámico fue redefinido por [10] como un generador de residuos (en inglés Residual Generator  $RG$ ), el cual fue obtenido vía el enfoque geométrico de

sistemas [12]. Actualmente el acrónimo de *RG* es genérico para designar al generador de residuos, independientemente del método usado para diseñarlo.

El uso de la teoría de grafos para estudiar propiedades estructurales de un sistema ha sido usado en control desde los años cincuenta. Un ejemplo es la representación causa efecto vía el flujo de señales propuesta por [6] en donde los nodos identifican a las variables y los arcos describen la forma en que una variable afecta otra. Por otro lado, [7] desarrolla herramientas de análisis de la observabilidad y controlabilidad de modelos de estado lineales, los cuales son aplicables a sistemas de gran escala con matrices simples sin considerar valores numéricos. Sin embargo, ambas herramientas no incluyen la problemática de diagnóstico de fallas en el análisis.

En particular en el libro editado por [27], se propuso explotar la teoría de grafos para reducir el costo computacional al analizar condiciones de aislabilidad de fallas de sistemas dinámicos genéricos. El enfoque desarrollado por el grupo de Staroswiecki para este fin, se conoce como Análisis Estructural (SA, *Structural Analysis*). Manteniendo la idea de considerar modelos estructurales para estudiar un sistema desde un punto de vista de diagnóstico se han sugerido diversos métodos. [30] explotan la causalidad de los fenómenos físicos en la obtención de los grafos orientados que relacionan las variables conocidas del proceso; [33] analizan la estructura a partir de la interacción energética vía *bond-graph*; y [3] estudian el problema de FDI con modelos orientados lineales estructurales similares a los usados por Reinscheke en los años ochenta. Además, existen diversos paquetes que generan modelos estructurales adecuados para estudiar las capacidades de diagnóstico de un proceso generando relaciones redundantes [37].

Los métodos basados en el análisis de la estructura se expresan en términos de firmas de fallas sin tomar en cuenta métodos específicos para obtener los residuos o valores numéricos. El modelado es un punto muy importante debido a la complejidad de representar el comportamiento del sistema a monitorear, tomando en cuenta que errores en el modelado degradan seriamente el rendimiento del sistema FDI.

Un modelo para FDI no debe ser muy complejo (por ejemplo al incluir dinámicas secundarias), ni muy simple (al excluir dinámicas esenciales). Es por esa razón que en este trabajo se hace uso del modelado en Bond Graph, usando un desarrollo de tipo cualitativo.

Muchos de los métodos para FDI están basados en reglas, es decir, hacen uso de simples reglas de predicción para proporcionar posibles fallas en el sistema y sus causas. Métodos recientes de diagnóstico de fallas son basados en el análisis de autenticación de la estructura del modelo y comportamiento del sistema. Modelos de tipo estructural sirven para obtener información de tipo estructural, funcional y de comportamiento del sistema y sus relaciones. Este conocimiento es utilizado para crear un razonamiento complejo de tipo causa y efecto, conduciéndonos a la construcción de sistemas de diagnóstico confiables y robustos.

En el capítulo 3 se describe, con ayuda razonamientos cualitativos, cómo estudiar la capacidad de diagnosticar fallas en un sistema de manera muy general usando bond-graph además de identificar las mediciones necesarias para detectar y aislar ciertas fallas sin modelos numéricos.

## 2.2. Relaciones causales para FDI

Las relaciones causales a través de modelos juegan un rol muy importante en diagnóstico de fallas. Hacen posible señalar las dependencias entre las fallas potenciales de los elementos del sistema en consideración a través del comportamiento observable resultado de las fallas. El conocimiento acerca de estas dependencias causales permite un razonamiento de diagnóstico eficiente basado en el uso directo de un modelo causal o algunas reglas generadas basándonos en dicho modelo.

Si  $f$  denota cualquier falla de algún elemento del sistema a diagnosticar. En el caso más simple se puede asumir que la falla ocurre o no. Para el propósito de diagnóstico,  $f$  será referida a un diagnóstico elemental y como a una fórmula lógica, le será asignado un valor lógico *verdadero* (si la falla ocurre) o *falso* (en caso de que la falla no sea visible).

De manera análoga  $m$  denota un resultado visible de una falla  $f$ ,  $m$  puede ser observada de una manera directa o puede ser detectada mediante el uso de pruebas o mediciones apropiadas. En el caso más simple la manifestación  $m$ , puede ser observada o no. Para el propósito de diagnóstico  $m$  será referida como una *señal de diagnóstico*, una *manifestación*, o únicamente como síntoma de falla.

Si existe una relación causal entre  $f$  y  $m$ , significa que  $f$  es una causa de  $m$  ó  $m$  es un efecto de  $f$ . Además, si  $t_s$  denota el instante de tiempo al cual algún síntoma  $s$  ocurre. Para que exista una relación causal entre  $f$  y la manifestación  $m$  es necesario que las siguientes condiciones sean válidas:

- $f \models m$ ,  $m$  es una consecuencia lógica de  $f$ ,
- $t_f < t_m$ , una causa precede su resultado,
- Existe un flujo de una señal física desde la falla  $f$  hacia el efecto  $m$ .

La primera condición significa que siempre que  $f$  tome el valor lógico *verdadero*,  $m$  debe tomar igualmente el valor lógico *verdadero*. Entonces, esta condición nos dice que la existencia de una relación causal requiere también la existencia de una consecuencia lógica; esto permite la aplicación de modelos lógicos de inferencia para el análisis del comportamiento del sistema, así como para razonamientos acerca de las posibles causas de la falla. La condición de precedencia en el tiempo significa que la causa debe ocurrir *antes* que su resultado, y que el resultado ocurre

*después* de la ocurrencia de su causa. Esto implica algunas consecuencias obvias para el modelado del comportamiento de sistemas dinámicos en caso de avería. La última condición significa que debe existir un camino de transferencia de dependencias (un canal de señal facilitando el flujo de una señal física); la falta de dicha conexión indica que los dos eventos son independientes, es decir, no hay una relación causa-efecto entre ellos. Un análisis más detallado en fundamentos teóricos acerca de el fenómeno de relaciones causales desde el punto de vista de diagnóstico de fallas, puede ser encontrado en [35].

El modelo presentado de relación causal es de hecho el más simple de los llamados *relación causal fuerte*. Relajando la condición de implicación lógica se puede obtener una relación *potencial*, en el caso de que la ocurrencia de  $f$  puede, pero no necesariamente, significar la ocurrencia de  $m$ , incluyendo una relación causal de naturaleza probabilística de tipo cualitativo. Otra extensión puede consistir en incluir relaciones causales entre varias causas y varios síntomas resultados descritos por medio de dependencias funcionales.

Las relaciones causales aplicadas a síntomas tienen el carácter de variables proposicionales lógicas. Tales síntomas, aparte de denotar la ocurrencia de eventos discretos (tanque derramado, señal encendida, etc.), también puede mostrar que ciertas variables continuas toman algunos valores predefinidos o alcanzar ciertos niveles. En tal caso, el razonamiento cualitativo y el modelado cualitativo de la relación causal a un nivel de lógica proposicional puede llegar a ser insuficiente, por lo que para completar la tarea de diagnóstico cualitativo de fallas es necesario introducir un concepto de razonamiento basado en consistencia, el cual nos va a permitir la elaboración de modelos de falla (diagnosticadores).

El razonamiento basado en consistencia para FDI es relativamente un paradigma nuevo de inferencia para diagnóstico el cual está basado en una teoría formal presentada en el trabajo de [17]. La principal idea de este paradigma consiste en la comparación del comportamiento observado del sistema y un modelo del comportamiento que puede ser precedido con el uso de conocimiento acerca del sistema. Por un lado, tal tipo de razonamiento no requiere de un conocimiento experto, adquisición de datos, experiencia, o de una etapa de entrenamiento para el sistema de diagnóstico. Por la otra parte, requiere conocimiento acerca del *modelo del sistema* permitiendo la predicción de su comportamiento en estado normal. Más precisamente, es llamado *modelo del comportamiento correcto* del sistema, i.e., un modelo el cual puede ser usado para simular el trabajo normal del sistema cuando no está presente ninguna falla.

La idea de tal diagnóstico es presentada en la fig 2.1. El proceso real y su modelo de comportamiento cuentan con las mismas señales de entrada. La salida del proceso *estado medido* es comparada con la señal esperada *estado calculado* generado por el modelo. La diferencia entre esas señales, el llamado residuo  $r(t)$ , es dirigido al sistema de diagnóstico. Un residuo igual a cero,



significa que el comportamiento observado actual no difiere del obtenido por el modelo, si este es el caso el sistema trabaja correctamente.

Cuando alguna diferencia significativa del comportamiento actual del sistema difiere del predicho por el modelo, se debe indicar que existe una *inconsistencia* con el modelo. La detección de tal comportamiento implica que una falla ocurre (basado en el supuesto que el modelo es correcto y propiamente exacto), entonces el diagnóstico de fallas ocurre. Para determinar los diagnósticos, se debe realizar un razonamiento apropiado que permita algunas modificaciones a los supuestos acerca del modelo; cuando es posible relajar la suposición acerca del correcto funcionamiento de los componentes bajo la cual el comportamiento predicho es consistente con el observado, entonces el modelo modificado indica cual de sus elementos pueden ser los causantes de fallas. En este camino de propagación de fallas, se puede obtener un diagnosticador  $D$  (o un conjunto de diagnosticadores). En este caso los diagnosticadores son representados por conjuntos de componentes del sistema los cuales son candidatos a falla, asumiendo una manera satisfactoria el mal funcionamiento observado, recobrando la consistencia de la salida observada con la salida del modelo modificado.



# Capítulo 3

## Bond Graph

### 3.1. Introducción

Lo complejo y la gran diversidad de tipos de variables involucradas en los procesos industriales como son variables mecánicas, térmicas, eléctricas, por mencionar algunas, ha generado la necesidad de buscar métodos unificados y estructurados para el modelado y análisis de dichos procesos. Uno de los primeros esfuerzos para unificar el manejo de distintas variables fue el método de *Bond-Graph* el cual tuvo su origen en los años cincuenta, en donde los puertos de energía se interconectan por medio de **Ligas** o **enlaces**, del inglés *Bond* que especifican la transferencia de diversos dominios de energía entre elementos independientemente de la naturaleza física de éstos [32]. La descripción usando un Bond Graph permite obtener un modelo de comportamiento en términos de energía e involucrar la causalidad de fenómenos, así que es usado para estudiar la estructura, la cual es muy útil para el análisis y diseños de sistemas de control y supervisión [14]. Para diagnóstico, Bond-graph puede explotarse tanto en el marco de modelo cualitativo como cuantitativo [26]. A continuación se presenta la idea fundamental y la forma de describir un sistema con bond-graph, incluyendo el concepto de causalidad y temporalidad en el contexto cualitativo. Las herramientas que se presentan sirven como antecedentes para introducir en el capítulo 3 el mecanismo de diagnóstico base para el desarrollo de este trabajo.

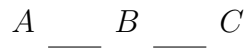
### 3.2. Elementos básicos del Bond-Graph

El funcionamiento de todo sistema dinámico conlleva un intercambio de energía entre los componentes que lo forman y el medio ambiente. Así que cualquier modelo de un sistema dinámico describe de forma explícita o implícita el intercambio de energía entre componentes. Este hecho es explotado en la descripción de *Bond-Graph*, el cual se integra con cuatro elementos básicos:

**Nodo o Vértice**, nombres heredados de la teoría de grafos, los cuales corresponden a un elemento externo o interno del sistema que puede tener uno o más puntos en donde intercambia energía con otro elemento. Un elemento con más de un punto de intercambio de energía se le denota nodo o vértice multipuerto. Por ejemplo, en el grafo,



el nodo  $A$  intercambia energía con el nodo  $B$  en un solo puerto. En el grafo



el nodo  $B$  intercambia energía con dos elementos vía dos puntos y los nodos  $A$  y  $C$  solamente disponen de un punto de intercambio de energía.

**Puerto de energía**, este elemento se asocia con cada punto en donde se lleva a cabo el intercambio de energía instantánea entre nodos.

**Liga o enlace *bonds***, es el elemento que describe la transferencia de energía entre puertos de energía de los nodos y se representa de manera gráfica como trayectorias uniendo los nodos.

**Señal**, elemento asociado a las variables involucradas en cada liga y cuyo producto de ésta por el par asociado a su liga representa la transferencia de energía entre puertos de los nodos. De manera universal dichas señales se denotan de *esfuerzo* y de *flujo*, y sus respectivas integrales.

**Definición 4** Considerando los elementos arriba descritos, un **Bond Graph**, **BG**, se puede definir como una descripción gráfica de un sistema en donde se muestra de manera explícita la interconexión energética en los puntos de intercambio de todos los elementos del sistema (nodos) a través de ligas y en donde el número de ligas conectadas a cada nodo, debe ser igual al número de puertos de energía de dicho nodo. En el caso de una transferencia instantánea de energía entre dos puertos significa que la energía no es generada, almacenada o disipada entre puertos y se describe por un enlace de energía. En un BG la energía de cada liga se asocia con una variable de potencial llamada esfuerzo  $e$  (que puede ser presión, voltaje, temperatura, fuerza, etc.) y una de corriente denominada flujo  $f$  que representa flujo de volumen, corriente, velocidad, etc. El sentido positivo del flujo de energía en la liga se representa por la mitad de flecha al **final** del enlace (se le denomina final de enlace en donde se coloca la media punta de flecha).

Es decir, la descripción de la Fig. 3.1 denota que el flujo de energía va del nodo  $A$  al  $B$  y las señales involucradas son  $e$  de esfuerzo y  $f$  para el flujo. Cabe hacer notar que la dirección de la



Figura 3.1: Representación del enlace entre los nodos  $A$  y  $B$  con un puerto en  $BG$

energía asignada en el enlace es únicamente una referencia. Por simplicidad en el grafo es común etiquetar solamente el número del enlace eliminando la pareja de variables de energía  $(e, f)$ . La transferencia de energía es en la dirección indicada sólo cuando ambas variables, tanto de esfuerzo, como de flujo tienen el mismo signo, de otra forma, tiene que ser en la dirección contraria. i.e., como se muestra en la Fig. 3.2, aunque el flujo va en dirección contraria al esfuerzo ambos tienen signo positivo (esfuerzo  $e$ : voltaje positivo, flujo  $f$  corriente positiva en sistemas eléctricos).

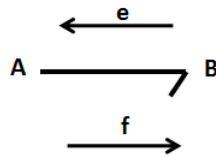


Figura 3.2: Sentido de flujo de energía para un enlace en  $BG$

Las analogías base para el modelado por medio de  $BG$  son de tres tipos y son ellas las que le dan generalidad al enfoque ya que permiten acoplar diversos sistemas físicos con una gran variedad de elementos [23]. Estas analogías son: La analogía relacionada con la señal o variable que interviene en el enlace de energía, la analogía asociada con los elementos del sistema propiamente dichos y la analogía de la forma en que se realiza la interconexión de los puertos de energía.

### 3.2.1. Categorías de señales

Existen cuatro categorías de señales en la descripción de un sistema con  $BG$ , las cuales tienen sus respectivas analogías en sistemas mecánicos, eléctricos, hidráulicos, etc.

**Señal de esfuerzo**, este tipo de señal se denota con el símbolo genérico  $e$ , y las analogías existentes para sistemas eléctricos, mecánicos e hidráulicos son el voltaje eléctrico, la fuerza mecánica, el torque y la presión hidráulica.

**Señal de flujo**, esta señal se denota con símbolo genérico  $f$  y las analogías con las variables de flujo de los sistemas son la corriente eléctrica, la velocidad mecánica.

**Señales de esfuerzo integral**, esta señal se denota con el símbolo genérico  $p$ , y sus analogías son el flujo eléctrico, el momentum mecánico (traslacional y angular).

**Señales de flujo integral**, esta señal se denota con el símbolo genérico  $q$  y las analogías corresponden con la carga eléctrica, el desplazamiento mecánico y el volumen en sistemas hidráulicos.

La tabla 3.1 muestra los cuatro tipos de señales existentes en una descripción en  $BG$  y sus analogías o categorías de señales con dominios usados frecuentemente en ingeniería. Esta tabla es una guía sistemática para la elección de señales según el dominio del sistema a modelar. Un punto importante a tomar en cuenta es que el producto de señales de esfuerzo y flujo en cada dominio es la potencia, esto es,

$$\text{potencia} = \text{esfuerzo} \times \text{flujo}$$

Tabla 3.1: Tipos de señales y sus analogías más comunes

Señales	Mecánica Traslacional	Mecánica Rotacional	Eléctrico	Hidráulico
Esfuerzo $e$	Velocidad ( $m/s$ ) $v$	Velocidad angular ( $rad/s$ ) $\omega$	Voltaje ( $V$ ) $V$	Presión $P$
Flujo $f$	Fuerza ( $N$ ) $F$	Torque ( $N - m$ ) $\tau$	Corriente ( $A$ ) $I$	Flujo $Q$
Esfuerzo Integral $p = \int edt$	Momentum ( $kgm/s$ ) $p$	Momentum angular ( $kgm^2/s$ ) $h$	Líneas de flujo ( $Vs$ ) $\lambda$	Momentum por unidad $p$
Flujo Integral $q = \int fdt$	Posición ( $m$ ) $x$	Ángulo ( $rad$ ) $\theta$	Carga ( $C$ ) $q$	Volumen $V$

### 3.2.2. Categorías de elementos

En la descripción de un modelo con  $BG$ , existen diversos tipos de nodos o elementos, los cuales se clasifican en función de sus capacidades y forma en que manejan la energía. Los nodos básicos de un solo puerto son: dos del tipo activo, tres pasivos, dos pasivos denotados detectores. Los nodos más comunes de dos puertos son los transformadores de energía. Además se pueden integrar varios nodos para generar nuevos componentes con capacidades distintas. A continuación se describen cada uno de ellos indicando las analogías más comunes en sistemas mecánicos y eléctricos.

**Elementos activos**  $Se$ ,  $Sf$ . Las fuentes de energía entregan potencia al proceso y en el modelado de  $BG$  se denotan como nodos activos. Se usa el símbolo  $S$  del término en inglés *source* y el subíndice  $e$  y  $f$  si se trata de una fuente de esfuerzo o flujo respectivamente. La fuente de esfuerzo ideal  $Se$  impone esfuerzo al sistema, la cual puede ser función del tiempo, pero independiente del flujo requerido por el sistema. Algunos ejemplos de estas fuentes son los generadores de voltaje, bombas hidráulicas, fuentes de temperatura, fuerza aplicada, etc. Por otro lado, la fuente de flujo  $Sf$  inyecta flujo al sistema independientemente del esfuerzo requerido por este. Ejemplos de fuentes de flujo son los generadores de corriente, fuentes de velocidad en sistemas mecánicos, etc. La Fig. 3.3 muestra la representación en  $BG$  de ambos elementos. Ya que las fuentes proveen potencia, el enlace se orienta convencionalmente en la dirección en que se inyecta la energía.

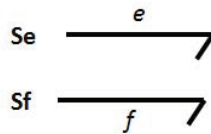


Figura 3.3: Descripción de los elementos activos  $Sf$  y  $Se$  con un solo puerto

**Elementos pasivos detectores**  $De$ ,  $Df$ . Los nodos pasivos detectores corresponden a sensores de señales del grafo o variables del proceso y por tanto existen en la versión de sensor de esfuerzo denotado  $De$ , que corresponde a un voltímetro o sensor de fuerza, y el sensor de flujo denotado  $Df$  que describe un amperímetro o un tacómetro. La simbología usada en este caso se muestra en la Fig. 3.4.

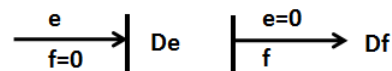


Figura 3.4: Descripción de los elementos pasivos  $De$  y  $Df$  con un solo puerto

**Componentes pasivos**  $R$ ,  $C$  y  $I$ . Los nodos pasivos básicos se han definido a partir del tipo de señal que pueden almacenar o disipar y para el caso de un solo puerto se tiene tres componentes.

1. **Elemento pasivo resistivo**  $R$ , este tipo de nodo se denota resistor o disipador y modela el fenómeno de disipación de energía. La ley constitutiva algebraica entre esfuerzo

y flujo que lo gobierna es

$$\Phi_R(e, f) = 0 \quad (3.1)$$

donde la relación puede ser lineal o no lineal. Algunos ejemplos son:

- Ley de Ohm en el dominio eléctrico:  $u - R_e i = 0$
- Fricción mecánica:  $F - R_m \dot{x} = 0$
- Ley de Bernoulli en hidráulica:  $\Delta P - R_h \dot{V}^2 = 0$ ,

y en el caso lineal se reduce a  $e = Rf$ . Hay que tomar en cuenta que el componente  $R$  consume energía y la transforma usualmente en calor, ilustrando el hecho de que el fenómeno de disipación es irreversible. La Fig. 3.5 muestra la descripción gráfica del modelo del resistor con  $BG$ . Como sistemas tecnológicos que representan al nodo  $R$  podemos mencionar: resistores eléctricos, amortiguadores mecánicos, resistores hidráulicos, etc.

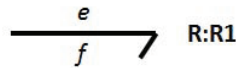


Figura 3.5: Descripción del elemento R con valor R1

2. **Elemento pasivo almacenador  $C$** , este componente pasivo llamado almacenador  $C$  tiene la capacidad de transformar la energía recibida en energía potencial sin pérdida y su ecuación dinámica constitutiva es

$$\Phi_C(e, q) = 0 \quad \text{ó} \quad \Phi_C\left(e, \int f(t) dt\right) = 0 \quad (3.2)$$

este elemento relaciona la integral de flujo con respecto al tiempo y esfuerzo. Por tanto siempre refiere al esfuerzo  $e$  con la integral del flujo con respecto al tiempo (desplazamiento  $q$ ). Considerando que la ecuación de comportamiento del componente  $C$  es un procesador, el cual recibe potencia como entrada y produce energía potencial como salida debido al almacenamiento de energía [29]. **De este modo, si el flujo  $f$  es la entrada de un elemento  $C$ , la primer integral para encontrar  $q$  y entonces  $e$  es una salida calculada por  $q$ . La forma lineal de ésta ley constitutiva es:**

$$e = \frac{1}{C} \int f dt = \frac{q}{C}$$

La Fig. 3.6 muestra el símbolo del almacenador  $C$  en  $BG$ . Ejemplos típicos de este



elemento son el capacitor eléctrico, el resorte mecánico, los tanques hidráulicos, las barras de torsión, etc.

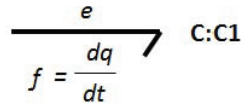


Figura 3.6: Descripción del elemento almacenador C con valor C1

3. **Elemento pasivo inercial I**, el componente inercial  $I$  está definido por una ecuación dinámica constitutiva que relaciona momento  $p$  con flujo  $f$  y modela los componentes que transforman la potencial recibida en energía cinética sin pérdida. La relación constitutiva de este elemento está dada por la ecuación (3.3)

$$\Phi_I(f, p) = 0 \quad \text{ó} \quad \Phi_I(f, \int e(t)dt) = 0 \quad (3.3)$$

y en el caso lineal la ecuación se reduce a

$$f = \frac{1}{I} \int e dt = \frac{p}{I}$$

Este componente es usado para modelar el fenómeno inductivo en sistemas eléctricos, efectos de masa o inercia en procesos mecánicos o hidráulicos y el símbolo en el contexto de  $BG$  se muestra en la Fig. 3.7

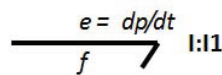


Figura 3.7: Descripción del elemento inercial I con valor I1

La tabla 3.2 enlista los principales elementos unipuerto en  $BG$  con ejemplos de analogías usados en ingeniería.

**Elementos pasivos bipuertos** Los componentes pasivos más usados de dos puertos son el transformador y el girado. La tabla 3.3 muestra las analogías de los componentes bipuerto.

1. **Elemento transformador,  $TF$** . Dentro de los componentes pasivos de dos puertos uno de los más usados es el nodo transformador  $TF$ , el cual escala las variables de

energía. Sus ecuaciones constitutivas relacionan algebraicamente esfuerzos y flujos de entrada con esfuerzos y flujos de salida. Este tipo de elementos modelan transformadores eléctricos, cajas de engranes en sistemas mecánicos, etc., sus ecuaciones son

$$e_1 = me_2, \quad y \quad f_2 = mf_1 \quad (3.4)$$

donde  $m$  es llamado el módulo del transformador. Y donde además se satisface  $e_1f_1 = e_2f_2$ . Considerando que el componente TF no almacena energía, la dirección del intercambio de energía en el primer enlace apunta hacia el elemento transformador, mientras que el segundo enlace es orientado hacia afuera del elemento como se ve en la Fig. 3.8.

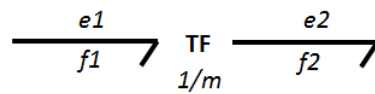


Figura 3.8: Descripción del elemento transformador con relación  $m$

2. **Elemento girador  $GY$**  Un nodo girador denotado  $GY$ , es un componente de dos puertos conservativo el cual escala diferentes variables de energía, generalmente transformando un tipo de energía en otra. La entrada de esfuerzo es proporcional al flujo de salida y la salida de esfuerzo es proporcional a la entrada de flujo. Los giradores, también son llamados transductores, y permiten la transformación de energía de un dominio a otro, por ejemplo giroscopios, motores eléctricos, etc. La constante de proporcionalidad  $r$  es llamada *razón del girador*. A diferencia del elemento  $TF$  la ecuación constitutiva del girador es cruzada. Su representación en  $BG$  es mostrada en la Fig. 3.9.

$$e_1 = rf_2, \quad y \quad e_2 = rf_1 \quad (3.5)$$

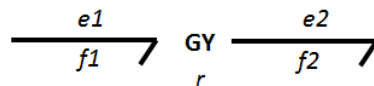


Figura 3.9: Descripción del elemento girador con relación  $r$

Tabla 3.2: Analogías de los componentes unipuerto

Bond Graph	Mecánica Traslacional	Mecánica Rotacional	Eléctrico	Hidráulico
<b>Se</b>	Fuerza aplicada ( $N$ )	Torque aplicado ( $N/m$ )	Voltaje aplicado ( $V$ )	Presión aplicada ( $Pa$ )
<b>De</b>	Sensor de fuerza $F$	Sensor de torque $T$	Voltímetro $V$	Sensor de presión $P$
<b>Sf</b>	Velocidad aplicada ( $m/s$ )	Rotación aplicada ( $rad/s$ )	Corriente aplicada ( $A$ )	Flujo aplicado ( $m^3/s$ )
<b>Df</b>	Velocímetro $v$	Tacómetro $\omega$	Amperímetro $i$	Medidor de flujo $Q$
<b>C</b>	Resorte ( $N/m$ ) $K$	Resorte traslacional ( $Nm/rad$ ) $K$	Capacitor ( $F$ ) $C$	Almacenador ( $Pa/m^3$ ) $K$
<b>I</b>	Masa ( $kg$ ) $m$	Momento inercial ( $kgm^2$ ) $J$	Inductor ( $H$ ) $L$	Flujo inercial ( $kg/m^4$ ) $I$
<b>R</b>	Amortiguador ( $Ns/m$ ) $d$	Amortiguador rotacional ( $Nms/rad$ ) $d$	Resistor ( $\Omega$ ) $R$	Válvula ( $Pas/m^3$ ) $K$

Tabla 3.3: Analogías de los componentes bipuerto

Bond Graph	Mecánica Traslacional	Mecánica Rotacional	Eléctrico	Hidráulico
<b>TF</b> ( $e \rightarrow e, f \rightarrow f$ )	Transformador mecánico $F(N), v(m/s)$	Engranajes $T(N/m), \omega(rad/s)$	Transformador eléctrico $V(V), i(A)$	Transformador hidráulico $P(Pa), K(Pa/m^3)$
<b>GY</b> ( $e \rightarrow f, f \rightarrow e$ )	Motor mecánico $F(N)-v(m/s)$ $v(m/s)-F(N)$	Motor Mecánico $T(N/m)-\omega(rad/s)$ $\omega(rad/s)-T(N/m)$	Motor eléctrico $V(V)-i(A)$ $i(A)-V(V)$	Motor Hidráulico $P(Pa)-K(Pa/m^3)$ $K(Pa/m^3)-P(Pa)$

### 3.2.3. Categorías de uniones

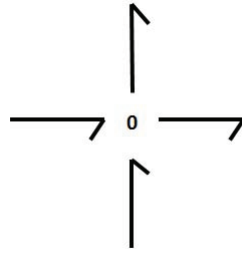
Los nodos en los grafos deben ser conectados por medio de un enlace para compartir ya sea el mismo esfuerzo  $e$  o el flujo  $f$ . Se denota **unión 0** cuando el esfuerzo es común en el puerto y **unión 1** en el caso de flujos comunes en el puerto.

**Unión Tipo 0.** El esfuerzo en cada enlace involucrado en una unión 0 es igual, mientras que los flujos en esos enlaces deben sumar cero. Una unión 0 con  $m$  enlaces de entrada y  $n$  enlaces de salida se puede describir por la siguiente ecuación.

$$0 \begin{cases} e_1^{in} = \dots = e_m^{in} = e_1^{out} = e_n^{out} \\ \sum_{i=1}^m f_i^{in} - \sum_{j=1}^n f_j^{out} = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

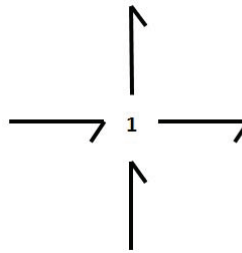
donde los esfuerzos  $e_1^{in}, \dots, e_m^{in}$  y los flujos  $f_1^{in}, \dots, f_n^{in}$  están representados por enlaces que apuntan hacia la unión, mientras que los esfuerzos  $e_1^{out}, \dots, e_m^{out}$  y los flujos  $f_1^{out}, \dots, f_n^{out}$  apuntan hacia fuera de la unión. La Fig. 3.10 muestra la forma en que se describen estas relaciones y se han omitido los nombres de las variables por simplicidad en el dibujo.

**Unión Tipo 1.** En el caso de los esfuerzos en la unión 1 estos deben tener la propiedad de sumar cero, mientras que los flujos deben ser los mismos, por lo que una unión dual se describe

Figura 3.10: Unión tipo 0 con  $e_i = e_j$ 

con las siguientes ecuaciones. La Fig. 3.11 muestra la representación de estas ecuaciones, en donde se omiten los nombres de las variables de energía de cada liga.

$$1 \begin{cases} f_1^{in} = \dots = f_m^{in} = f_1^{out} = f_n^{out} \\ \sum_{i=1}^m e_i^{in} - \sum_{j=1}^n e_j^{out} = 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Figura 3.11: Unión tipo 1 con  $f_i = f_j$ 

**Elementos fuente-detector  $Se - Df$ .** Cuando se conecta un detector con una fuente a través de elemento pasivo entre ellos se forma un componente compuesto que puede ser del tipo fuente de esfuerzo con detector de flujo **Se - Df** ó fuente de flujo con detector de esfuerzo **Sf - De** (ver Fig. 3.12), sus analogías se muestran en la tabla 3.4.

Ejemplo: Considere el siguiente sistema de una válvula mostrado en la figura 3.13(a) en donde el control de la válvula corresponde a una fuente  $Se$  y cuya diferencia de presión es producida por el flujo  $\dot{V}$  con el cual se puede describir cómo interactúa la acción con las variables del sistema a través del siguiente  $BG$ .

La señal de control  $u_c = \{0, 1\}$  es modelada por el enlace de información (figura 3.13b). El volumen dado por la tasa de flujo  $\dot{V}$  es computada como sigue:

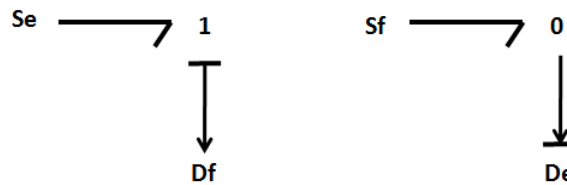


Figura 3.12: Descripción de los elementos compuestos  $Sf - De$  y  $Se - Df$

Tabla 3.4: Analogías de los componentes fuente-detector

Bond Graph	Mecánica Traslacional	Mecánica Rotacional	Eléctrico	Hidráulico
<b>Se-Df</b>	Fuente de fuerza- Detector de velocidad $F (N) - v (m/s)$	Fuente de torque- Detector de velocidad $T (N/m) - \omega (rad/s)$	Fuente de voltaje- Detector de corriente $V (V) - i (A)$	Fuente de Presión- Detector de flujo $P (Pa) - K (Pa/m^3)$
<b>Sf-De</b>	Fuente de velocidad- Detector de fuerza $v (m/s) - F (N)$	Fuente de velocidad- Detector de torque $\omega (rad/s) - T (N/m)$	Fuente de corriente- Detector de voltaje $i (A) - V (V)$	Fuente de flujo- Detector de presión $K (Pa/m^3) - P (Pa)$

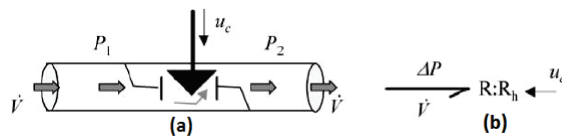


Figura 3.13: Elemento R modulado. (a)Esquemático de una válvula controlada con restricción de variable (b) Modelo en  $BG$

$$\begin{cases} \dot{V} = \sqrt{\Delta P}/R_h & \text{si } u_c = 1 \\ \dot{V} = 0 & \text{si } u_c = 0 \end{cases}$$

A pesar de que la descripción de los componentes de un *BG* se ha presentado en el marco de comportamientos lineales, el concepto de intercambio de energía puede ser extendido sin dificultad al caso de componentes no lineales. En [24] se presenta cómo extender la descripción de *BG* para sistemas no lineales.

### 3.3. Construcción sistemática del grafo

A partir de los elementos básicos del *BG* descritos anteriormente junto con sus reglas de interconexión, a continuación se presenta un procedimiento sistemático a manera de algoritmo tomado de la referencia [40] que permite construir el grafo.

Es común dentro de la notación de *BG* etiquetar a cada uno de los elementos acorde a su categoría *C*, *I*, *GY*, etc., en el modelo, seguido de un identificador único (normalmente se usa la inicial del componente, con un subíndice indicando el número del elemento del mismo tipo en el modelo) i. e., si tenemos la representación de un circuito eléctrico con dos resistencias como podemos ver en la figura 3.18 el primer elemento resistivo es etiquetado como  $R : R_1$  y el segundo como  $R : R_2$ .

#### 3.3.1. Algoritmo de *BG*

1. Identificar los dominios presentes en el sistema global y subsistemas.
2. Elegir una referencia de esfuerzo para cada uno de los dominios, en donde el analista tiene grados de libertad en la selección.
3. Identificar y etiquetar los puntos con esfuerzo común en el modelo. Es frecuente etiquetar cada liga únicamente con un número omitiendo que se trata de una pareja de variables (flujo y esfuerzo)
4. Identificar, clasificar y etiquetar cada uno de los elementos en el modelo que forman el *BG* básico, es decir *C*, *I*, *GY*, etc. El etiquetarlos implica que se debe indicar el tipo de elemento de que se traten y un identificador único, normalmente un índice o subíndice.
5. Identificar los esfuerzos y diferencias de esfuerzos de todos los puertos identificados en el paso anterior con una numeración progresiva.

6. Representar cada esfuerzo con una unión tipo 0. Utilizar una unión tipo 1 y enlaces para crear una relación entre cada diferencia de esfuerzos, teniendo en cuenta que cada diferencia de esfuerzos es explícitamente representada por una unión tipo 0.
7. Conectar todos los elementos identificados en los pasos 4 y 5 a sus correspondientes uniones. Después de aplicar este paso, todos los puertos identificados en el paso 4 son directamente conectados a uniones tipo 0.
8. Es común etiquetar cada enlace con notación reducida de manera progresiva de izquierda a derecha, simplificar en lo posible el  $BG$ .

### 3.3.2. Ejemplo

A continuación se ejemplifica con el modelo del circuito eléctrico de la Fig. 3.14 cómo construir su  $BG$  correspondiente donde se considera que la energía del circuito está suministrada por la fuente de voltaje  $v(t)$ .

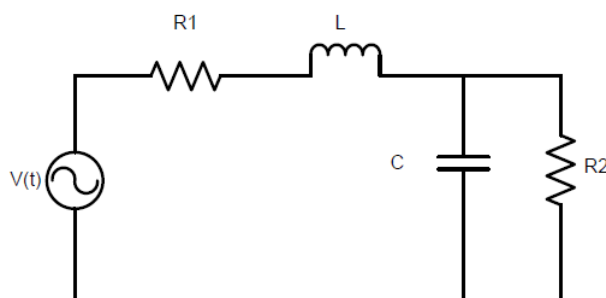


Figura 3.14: Esquemático circuito eléctrico

- Primeramente se tiene que únicamente contamos con un sistema perteneciente al dominio eléctrico, nuestra referencia de esfuerzo es  $v(t)$ , nuestros puntos de esfuerzo común serían voltaje en el capacitor y voltaje en la resistencia  $R_2$ , finalmente etiquetamos todos los elementos según su tipo:  $Se : v(t)$ ,  $R : R_1$  y  $R : R_2$  (ya que contamos con dos resistencias),  $I : L$  y  $C : C$  (en el caso de estos últimos dos elementos, no se les coloca subíndice debido a que el sistema sólo cuenta con un elemento capacitor y un inductor).
- Después usamos una unión tipo 0, para representar esfuerzo común ( $v_C, v_{R2}$ ): Fig. 3.15
- Agregamos una unión tipo 1 y enlaces para crear una relación entre diferencia de esfuerzos, se toma en cuenta que unión 1 representa flujo común ( $i_{R1}, I_L$ ): Fig. 3.16

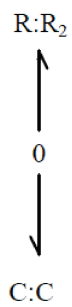


Figura 3.15: Primer paso en creación del  $BG$  del circuito eléctrico

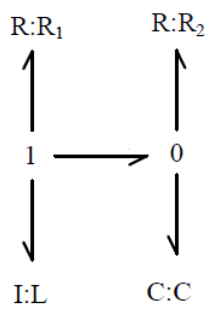


Figura 3.16: Segundo paso en creación del  $BG$  del circuito eléctrico



- Agregamos nuestra fuente de esfuerzo  $v(t)$ (referencia de esfuerzo). Fig. 3.17

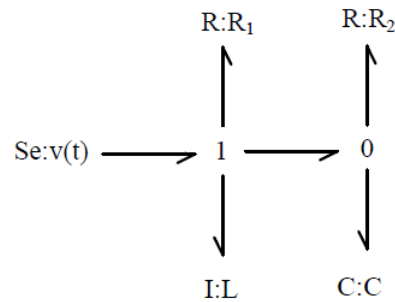


Figura 3.17: Tercer paso en creación del  $BG$  del circuito eléctrico

- Finalmente etiquetamos cada uno de los enlaces, y como resultado obtenemos el  $BG$  completo mostrado en la Fig. 3.18

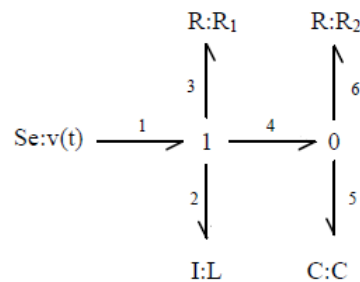


Figura 3.18: Bond Graph del circuito eléctrico con notación reducida, es decir enlace  $i$ , denota  $f_i$  y  $e_i$

## 3.4. Asignación de causalidad en $BG$

### 3.4.1. Intercambio de información

La permutación de energía entre elementos en  $BG$  como se ha descrito no involucra ninguna descripción de cómo se maneja la información en el grafo y por tanto no es suficiente para describir y analizar sistemas dinámicos. En general para el análisis de cualquier modelo dinámico, existen diversas maneras de expresar el intercambio de información dentro del conjunto de ecuaciones integro-diferenciales y dependiendo del análisis a realizar es la forma seleccionada. En el caso de

$BG$  los requerimientos establecidos de cómo se intercambia la información en los extremos de cada liga, o sea entre los elementos del  $BG$  se basan en las siguientes dos leyes [33]:

- En un puerto de una liga repercute solamente la información de una de las dos señales de potencia de dicha liga, es decir suministra información de flujo  $f$  o de esfuerzo  $e$ , pero no de ambas.
- Dos puertos terminales de una liga no pueden suministrar información del mismo tipo de señal de potencia a sus elementos de interfaces o uniones.

El método mas conocido para una asignación causal es el que genera una representación en el espacio de estados del sistema dinámico y se conoce con el nombre de *Procedimiento de Asignación de Causalidad Secuencial (SCAP)*, por sus siglas en inglés.

**Definición 5** *Un Bond Graph se dice que es causal si se le asigna la dirección en que la información de las señales se intercambia y solamente puede ser indicada en una de las dos señales de potencia ( $e$  ó  $f$ ), en la otra variable la información se maneja en sentido opuesto. El elemento donde la información del **esfuerzo influye** se denota en el grafo por un barra perpendicular al enlace. Así, si se coloca la barra al inicio del enlace implica que la dirección de la señal de esfuerzo va del puerto terminal o carga al inicial. Por el contrario una barra al final del enlace significa que la dirección de la señal de esfuerzo va de la fuente a la carga.*

Esta asignación de causalidad en un grafo simplifica la descripción del intercambio de información, pues solamente se indica el flujo de información de esfuerzo de quien la recibe; en consecuencia la información de la otra variable fluye en sentido contrario. La Fig. 3.19 describe como se maneja la información en  $BG$  y se puede comparar con el diagrama de bloques correspondiente que se presenta a la derecha del grafo. La parte superior de la figura describe que dado que el nodo A es una fuente de esfuerzo en la dirección de izquierda a derecha, el nodo que lo recibe es el B y por tanto la barra se coloca en el final de la liga. Por el contrario en la parte inferior de la figura el nodo B es una fuente de esfuerzo en la dirección de derecha a izquierda, el nodo que recibe el esfuerzo es el A y ahí es donde se coloca la barra perpendicular a la liga. Considerando la normas establecidas para el flujo de información en un  $BG$ , a continuación se describe la causalidad más usual de los principales elementos o nodos de un grafo en general.

### 3.4.2. Causalidad de los elementos y uniones de un $BG$

**Elementos activos S.** Cada elemento fuente puede generar sólo uno de los dos tipos de información, de este modo, si uno de ellos es mostrado en el enlace, entonces el otro tiene la

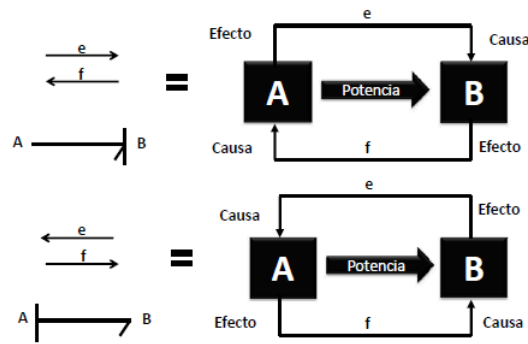


Figura 3.19: Causalidad en Bond Graph

dirección opuesta. Como se había mencionado, la convención es colocar la barra vertical en el punto del receptor de esfuerzo. Entonces, ya sea para una fuente de flujo  $Sf$ , o esfuerzo  $Se$ , el estado que recibe la información de esfuerzo es representado por la línea vertical como se muestra en la Fig. 3.20



Figura 3.20: Causalidad de fuentes

**Elementos pasivo I y C.** Para asignar la causalidad de los elementos almacenador  $C$  e inercial  $I$ , se considera que la causa debe preceder la consecuencia, es decir, la señal de causa debe decidir el valor presente de la señal de consecuencia, por tanto la causalidad se establece a partir de las siguientes relaciones constitutivas respectivas:

$$f = \frac{1}{L} = \int_{-\infty}^t edt \quad \text{y} \quad e = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t f dt \quad (3.8)$$

Así que para el elemento  $C$ , la causa es el flujo y la consecuencia por consiguiente esfuerzo. A la inversa para el elemento  $I$ , la causa es el esfuerzo y la consecuencia el flujo. La causalidad correcta para este tipo de elementos es llamada causalidad integral. Ambos tipos de elementos almacenan el estado de sus variables, específicamente el elemento  $I$  almacena energía cinética mientras que el elemento  $C$  almacena energía potencial.



Figura 3.21: Causalidad de elementos C e I

**Elemento pasivo disipador  $R$ .** Debido a que en las leyes constitutivas de un elemento resistivo

$$e = Rf \quad \text{o} \quad f = \frac{1}{R}e \quad (3.9)$$

no interviene la integral de ninguna de las variables de potencia, no existe una estructura bien definida para su causalidad. Desde un punto de vista de energía, los elementos  $R$  no mantienen cerrado al sistema; es decir, rechazan o aceptan energía de las fronteras del sistema dependiendo del comportamiento dinámico del sistema, así que la asignación causal es flexible. Una unión que da causalidad a un elemento  $R$  se llama causalidad resistiva, y cuando el elemento es el que asigna causalidad, se le llama causalidad de tipo conductiva.

Figura 3.22: Causalidad del elemento  $R$ 

**Elementos bipuertos  $TF$  y  $GY$ .** Se observa de la descripción de un transformador que éste tiene dos enlaces conectados. El flujo en un enlace es proporcional al flujo en el segundo enlace, por lo que las asignaciones de causalidad no tienen grados de libertad y la información fluye de acuerdo a la Fig. 3.23 en donde  $J_2$  y  $J_1$  se conectan a cualquier tipo de unión. Para

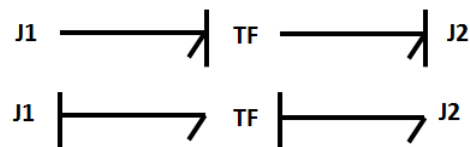


Figura 3.23: Causalidad del elemento transformador

el elemento girador, a diferencia del transformador, el esfuerzo en uno de sus enlaces es proporcional al flujo en el otro enlace. Por consiguiente, la orientación causal en un elemento girador solamente puede tener la asignación mostrada en la Fig. 3.24.

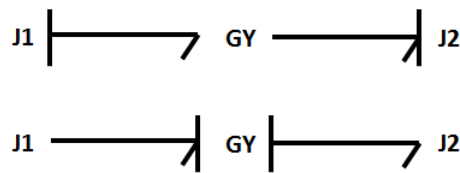


Figura 3.24: Causalidad del elemento girador

**Uniones de elementos 0 y 1.** La unión 1 tiene la propiedad de igualar los flujos de sus enlaces, por consiguiente, uno y sólo uno de los enlaces puede entregar el flujo el cual debe ser distribuido a todos los demás enlaces. El enlace que define el valor del resto se le denota **enlace fuerte**. Cuando existe más de un enlace que lleva información de flujo en una unión 1, existe un conflicto y el sistema no es analizable. La Fig. 3.25 ejemplifica la condición de causalidad en la unión 1. Para una unión 0, de manera análoga, sólo un enlace de esfuerzo

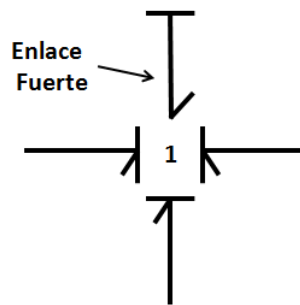


Figura 3.25: Causalidad de unión tipo 1 con enlace fuerte de flujo

define el valor del resto de los demás y debe ser distribuida a los otros enlaces de la unión. La causalidad en la unión 0 debe ser asignada de manera que sólo el enlace fuerte de esfuerzo tenga causalidad hacia la unión. La Fig. 3.26 esquematiza la asignación permitida de la unión 0.

### 3.5. Procedimiento de Asignación de Causalidad Secuencial (SCAP)

A partir de las asignaciones y leyes constitutivas de los elementos y uniones de *BG* se puede llevar a cabo un procedimiento sistematizado para estipular la causalidad en un grafo *BG*, el cual se encuentra reportado en [33].

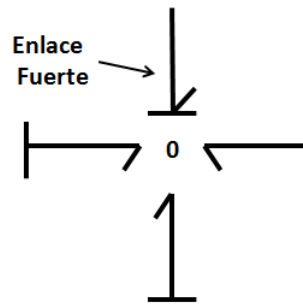


Figura 3.26: Causalidad de la unión 0 con enlace fuerte de esfuerzo

1. Seleccionar para cualquier fuente ya sea  $S_f$  o  $S_e$ , su causalidad establecida y la cual no puede ser alterada durante la asignación. Si se trata de una fuente  $S_e$  se coloca la barra vertical en la liga del lado del elemento con que intercambia energía la fuente; para una fuente de flujo  $S_f$  la barra se debe colocar al inicio del enlace.
2. Convertir el enlace al que ya se le asignó causalidad, en uno fuerte de la unión, entonces los enlaces débiles deben ser asignados inmediatamente a los demás enlaces que conforman la unión.
3. Si este nuevo enlace pertenece a elementos  $T_f$  o  $GY$ , la causalidad debe ser asignada al otro puerto en concordancia con la causalidad asignada a este tipo de elementos.
4. Si algún elemento de 1 a 3 se convierte en enlace fuerte, entonces la causalidad debe ser asignada inmediatamente a los demás elementos de la unión.
5. Si se llega a una etapa en la que la causalidad no se puede continuar propagando, se selecciona la siguiente fuente y se comienza a seguir los pasos de 1 a 4.
6. Si no queda ningún otro elemento fuente, entonces se selecciona un elemento de almacenamiento, ya sea  $I$  o  $C$ , al que no se le haya asignado causalidad, asignándole causalidad integral y se repiten los pasos 2 a 5.
7. Si se llega a una etapa en la cual la causalidad ya no puede ser propagada, asignar causalidad al siguiente elemento almacenador ( $C$  o  $I$ ) y repetir los pasos de 2 a 5.
8. Si ya no quedan elementos de almacenamiento, se elige cualquier elemento  $R$  y se le asigna causalidad (resistiva o conductiva) y repite los pasos de 2 a 5.

9. En caso de que el paso anterior nos lleve a un cambio de causalidad en un elemento almacenador ya asignado, cambiar la causalidad del elemento  $R$  y volver a propagarla siguiendo los pasos 2 a 5.
10. Después del paso anterior sólo algunos enlaces internos pueden permanecer no asignados, asignar causalidad arbitraria y repetir los pasos de 2 a 4.

A continuación se ejemplifica con el grafo de la Fig. 3.18, la asignación de causalidad del grafo.

- Se le asigna causalidad a la única fuente del sistema, al ser  $Se$  la barra que indica causalidad se coloca al final del enlace. Fig. 3.27

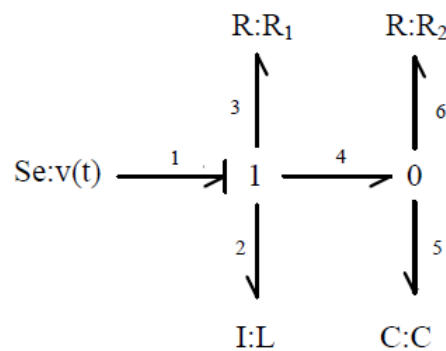


Figura 3.27: Asignación de causalidad a la fuente  $Se$  para el  $BG$  del circuito eléctrico

- A fin de que el enlace de la fuente no se convierte en enlace fuerte para unión 1, asignamos causalidad integral a los elementos almacenadores  $C$  e  $I$ . Fig. 3.28

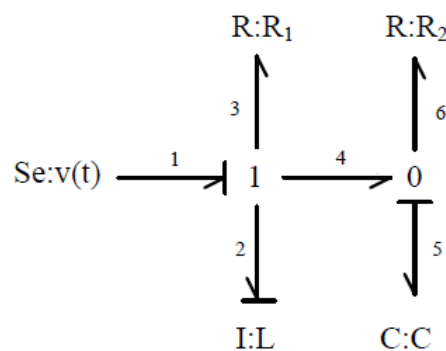


Figura 3.28: Asignación de causalidad a los elementos almacenadores para el  $BG$  del circuito eléctrico

- Ahora los enlaces de los elementos almacenadores se convierten en enlaces fuertes tanto para la unión 0, como para la unión 1 por lo que se le asigna la causalidad correspondiente a los demás elementos, según lo visto en la sección 3.4.2. Finalmente obtenemos el modelo completo de la Fig. 3.29.

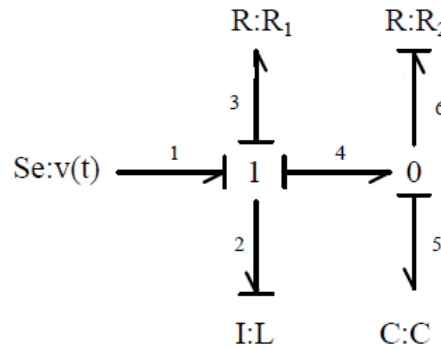


Figura 3.29: BG causal del circuito eléctrico

## 3.6. Razonamiento causal cualitativo de un $BG$

### 3.6.1. Modelo cualitativo

La descripción de un sistema con un modelo de  $BG$  no requiere necesariamente valores numéricos, lo cual ofrece ciertas ventajas para estudiar, vía los enlaces, los intercambios de energía y de información sin necesidad de conocer valores de los elementos. En este caso las trayectorias o caminos que siguen tanto la información como la energía, pueden ser transformados a un dominio cualitativo y generar descripciones cualitativas del sistema. Esta fortaleza permite transformar los dominios de las señales y de los elementos del sistema en intervalos discretos finitos y usar un marco cualitativo de análisis, con tantos niveles como el problema lo demande. Estos cambios de dominio no pretenden cuantificar las relaciones del  $BG$ , sino facilitar el entendimiento de cómo funciona el proceso de interés de una manera genérica, para poder identificar efectos de cambios en los componentes o señales. Este punto de vista es explotado para el diagnóstico de fallas, dado que lo que se busca es inferir condiciones para generar residuos y síntomas.

Para extender el modelado de  $BG$  a un análisis cualitativo orientado a componentes [25] establecen:

1. Una asociación entre cada elemento individual básico del  $BG$ .



2. Una transformación causal de dominio para analizar individualmente los elementos y generar un conjunto de señales hipótesis de falla [42]. Los estados cualitativos de las señales y elementos del razonamiento propuestos por Linkens y adoptados en este trabajo son:

- Para la magnitud de las señales y elementos:
  - Bajo, normal y alto
  - Discontinuo débil, cambio no discontinuo, discontinuo fuerte
- Para la pendiente de la señal: abajo del normal, arriba del normal
- Para el comportamiento en estado permanente de la señal: abajo, en y arriba de la ganancia nominal.

En el caso de un elemento pasivo con capacidad de almacenamiento de energía, el estado actual debe establecerse en términos de valores pasados y se usan las siguientes relaciones de comportamiento temporales discretizado para una causalidad diferencial:

**Para el almacenador  $C$  :**  $f(k) = C(e(k) - e(k - 1))$ ;

**Para el inercial  $I$  :**  $e(k) = I(f(k) - f(k - 1))$ ,

donde el entero  $k$  denota el  $kT$  instante de tiempo, con  $T$  el periodo de muestreo y  $k - 1$  el instante de tiempo  $(k - 1)T$ . Si el análisis se lleva a cabo en estado permanente  $e(k) = e(k - 1)$  para el almacenador y  $f(k) = f(k - 1)$  para el elemento inercial. Con relación al estado de las señales se usa la notación:

- Incremento  $[+]$  ó  $[+1]$ , para un valor mayor al nominal.
- Sin cambios  $[0]$  ó  $[=]$ , para el valor normal.
- Decremento  $[-]$  ó  $[-1]$ , para un valor menor al nominal. Dado que se busca diseñar sistemas de diagnóstico cualitativo, a continuación se describe la extracción cualitativa de la matriz de antecedentes y consecuencias de cada elemento de  $BG$ .

### 3.6.2. Generación de antecedentes y consecuencias cualitativos

Para establecer la forma en que se propagan las variables en un  $BG$  causal se propone construir, a partir de los elementos fuente del  $BG$ , trayectorias viables de antecedentes y consecuencias hasta llegar a los detectores que corresponden a la variables medibles del  $BG$ .

Para construir la trayectoria, a partir de todas las variables de potencia, parámetros, módulos y bi-puertos involucrados en un elementos, se dividen los elementos en dos clases, los antecedentes

y las consecuencias. Para cada elemento, por ejemplo  $x = f(y, z)$  donde  $f$  es una función, las variables del lado izquierdo, en este caso  $x$ , se asocia con las consecuencias, mientras que las variables del lado derecho lo hacen con los antecedentes ( $y$  y  $z$ ). En el caso de un modelo de  $BG$  la identificación de antecedentes y consecuencias se sigue directamente de las reglas de causalidad impuestas al propio grafo. En el caso de elementos con parámetros estos deben considerarse en la parte de antecedentes. Por ejemplo, para una unión tipo 1, el enlace fuerte indica la dirección de la variable de flujo en la unión y por consiguiente es el antecedente. Los flujos de todos los demás enlaces conectados a esa unión son consecuencias. La unión tipo 1 también representa una suma de esfuerzos. El esfuerzo en el enlace fuerte es la suma de esfuerzos en otros enlaces tomando en cuenta la dirección del flujo. Por consiguiente, el esfuerzo en el enlace fuerte es consecuencia y los esfuerzos en los otros enlaces son antecedentes. Una lógica similar se aplica a la unión tipo cero y a los elementos bi-puerto. Esto permite construir lo que se conoce como tabla de antecedentes y consecuencias y es una descripción muy compacta, la cual permite construir trayectorias de comportamiento que propague los efectos de las fuentes hasta los elementos detectores, y que a su vez puede ser usada para diagnóstico de fallas como se muestra en el capítulo siguiente.

### 3.6.3. Antecedentes y consecuencias de los elementos de un $BG$

A continuación se describen brevemente cómo se han deducido los antecedentes y consecuencias de los principales elementos de un  $BG$  causal.

**Elemento fuente:** Dependiendo del tipo de fuente o sea el antecedente (esfuerzo  $Se$  o flujo  $Sf$ ) será la consecuencia. Así que se tiene:

Antecedente:  $Se, Sf$       Consecuencia:  $e, f$

con la descripción gráfica

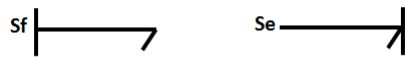


Figura 3.30: Antecedentes y consecuencias para los elementos fuentes en un  $BG$

**Elemento almacenador:** Para un elemento  $C$  se elige usualmente causalidad integral, por lo que la consecuencia es el esfuerzo y se obtiene a partir de la integración del antecedente o

causa con respecto al tiempo. Así que se tiene

$$\text{Antecedente: } \frac{1}{C}, f \quad \text{Consecuencia: } e$$

con su respectiva descripción

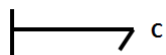


Figura 3.31: Antecedentes y consecuencias para el elemento almacenador en un  $BG$

**Elemento inercial:** De manera análoga al caso del almacenador, para un elemento inercial  $I$ , el esfuerzo es el antecedente o causa, por lo que la consecuencia es el flujo y se tiene:

$$\text{Antecedente: } \frac{1}{I}, e \quad \text{Consecuencia: } f$$

con su descripción gráfica

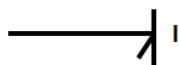


Figura 3.32: Antecedentes y consecuencias para el elemento inercial en un  $BG$

**Elemento disipador:** dado que un elemento resistivo es no causal, se tiene libertad para elegir tanto el flujo como el esfuerzo como antecedente y la consecuencia será la variable no asignada. Así en el caso de seleccionar el esfuerzo como antecedente se tiene:

$$\text{Antecedente: } \frac{1}{R}, e \quad \text{Consecuencia: } f$$

con la descripción gráfica

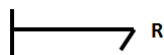


Figura 3.33: Antecedentes y consecuencias para el elemento disipador seleccionado  $e$  como antecedente

Para el caso de seleccionar el flujo como antecedente se tiene:

Antecedente:  $R, f$       Consecuencia:  $e$

con el respectivo grafo

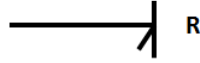


Figura 3.34: Antecedentes y consecuencias para elemento disipador seleccionando  $f$  como antecedente

Para el ejemplo del circuito eléctrico de la Fig. 3.14, el cual se viene manejando en todo este capítulo, se obtiene la Tabla de Antecedentes y Consecuencias (Antecedents and Consequences Table (ACT)) 3.5 aplicando el conjunto de reglas de cada elemento del  $BG$ . Se observa que esta matriz de antecedentes y consecuencias causales por elemento es muy compacta y puede ser usada para determinar la propagación de las variables en el sistema.

Tabla 3.5: Antecedentes y consecuencias para el ejemplo del circuito eléctrico.

Antecedentes		Consecuencias
Parámetros	Variables	
$v(t)$		$e_1$
$1/L$	$e_2$	$f_2$
$R_1$	$f_3$	$e_3$
	$f_2$	$f_1, f_3, f_4$
	$e_1, -e_3, -e_4$	$e_2$
$1/C$	$f_5$	$e_5$
$1/R_2$	$e_6$	$f_6$
	$e_5$	$e_4, e_6$
	$f_4, -f_6$	$f_5$

## Capítulo 4

# Identificación y Diagnosticador de Fallas

Como se hizo notar en el capítulo introductorio, los métodos para detección de fallas basados en modelos usan éstos, junto con las mediciones en línea para extraer información de los cambios ocasionados por las fallas. En este capítulo se desarrollan métodos de detección y predicción basados en la información cualitativa de la matriz de antecedentes y consecuencias causales para cada elemento incluido en un modelo de *BG*. En particular, la tabla de antecedentes y consecuencias de un modelo *BG* es usada para describir la forma en que se propagan las fallas a través de las variables del sistema sean esfuerzos o flujos hasta afectar las variables medibles. La información asociada a las causas y efectos se representa estructuralmente en forma matricial por una tabla conocida como **Matriz de Propagación de Fallas** (*Matrix Fault Propagation MFP*), obtenida considerando las tendencias cualitativas entre variables. A partir de dicha matriz se puede inferir de manera sistemática las trayectorias de propagación de las fallas y a dicho esquema se le conoce como **Grafo de Secuencia de Propagación Hacia Atrás** (*Sequential Graph Back Propagation, SGBP*) dado que las desviaciones en las variables y parámetros son generadas usando las trayectorias de los grafos secuenciales (antecedentes y consecuencias) a partir de los efectos de las fallas en las mediciones. La sistematización de este proceso de propagación se puede llevar a cabo usando un algoritmo denotado de Propagación Hacia Atrás, y es una de las contribuciones de este trabajo. Este algoritmo genera un árbol cualitativo el cual permite obtener de manera simple la matriz de firma de fallas.

Por otro lado, con el objeto de predecir el comportamiento cualitativo (valores futuros de las salidas) en condiciones de fallas se han desarrollado algoritmos conocidos como de Ordenamiento de Medición Relativa, los cuales parten de fallas hipotéticas y generan árboles que describen los efectos de las fallas en las mediciones. Este tipo de árbol es conocido como un **Grafo Secuencial de Propagación Hacia Adelante** (*Sequential Graph Forward Propagation, SGFP*). En el contexto de diagnóstico de fallas se le llama diagnosticador o modelo de falla, dado que el

seguimiento de las ramas del árbol permiten identificar si el proceso se encuentra en condición normal o falla y en cierto sentido el árbol o grafo corresponde a un modelo de falla.

A continuación se describen los algoritmos que generan los grafos secuenciales SGBP y el SGFP, y se ilustra con el ejemplo del circuito eléctrico manejado a lo largo del capítulo 3 cómo interpretar los árboles resultantes.

## 4.1. Matriz de propagación de fallas

La matriz de propagación de fallas, **Matrix Fault Propagation en inglés (MFP)**, contiene la información estructural de un modelo de *BG* en donde se describen las relaciones cualitativas existentes entre todas las variables tanto de esfuerzos como de flujos de la tabla de antecedentes y consecuencias. Tomando en cuenta que la matriz incluye todas las relaciones del conjunto de variables

$$\mathcal{V} = \{e_1, e_2, \dots, e_{n_e}, f_1, f_2, \dots, f_{n_f}\}$$

con  $n_e$  el número de variables esfuerzo y  $n_f$  el de las variables de flujo, la dimensión de *MFP* está definida por el número de elementos del conjunto  $\mathcal{V}$ , es decir  $(n_e + n_f) \times (n_e + n_f)$ . En el marco de este trabajo la asignación de las relaciones es cualitativa y se consideran que puede tomar tres valores

+1 Si la consecuencia  $v_{ci}$  toma el mismo signo que el antecedente  $v_{ai}$

-1 Si la consecuencia  $v_{ci}$  toma el signo contrario que el antecedente  $v_{ai}$

0 Si la consecuencia  $v_{ci}$  no se ve afectada por el antecedente  $v_{ai}$

Por convención las filas de la *MFP* representan variables asociadas a consecuencias  $vc$  y se señala entre paréntesis la medición física correspondiente, es decir, la notación  $f_i(i_l)$  en una columna se lee la variable consecuencia  $f_i$  corresponde a la medición del caudal  $i_l$ . Las columnas corresponden a la variables antecedentes  $v_a$  y se señala entre paréntesis aquellas relacionadas directamente con elementos de posibles fallas. Por ejemplo  $f_j(R)$  denota que la variable  $f_j$  se ve afectada directamente por el comportamiento del elemento  $R$ . La asignación de las relaciones se lleva a cabo de manera manual usando las siguientes reglas y notación.

### 4.1.1. Reglas para generación de MFP

A partir de la tabla de variables antecedentes y consecuencias, y el vector de los elementos posibles de falla  $\Theta \in \mathfrak{R}^p$ , la construcción de la *MFP* se reduce a ejecutar los siguientes pasos:

1. Calcular la dimensión de la matriz dada por el número de variables presentes en la tabla *ACT*,  $m \triangleq n_e + n_f$
2. Organizar las columnas y filas de la matriz a partir de las variables consecuencia y antecedentes de la tabla *ACT* respectivamente con ayuda de los vectores fila y columna de dimensión  $m$

$$V_c = [1, 1, \dots, 1, 1]$$

$$V_a = [1, 1, \dots, 1, 1]'$$

y señalando explícitamente aquellas variables que sean medibles con ayuda del vector fila

$$V_{fis} = [0, e_j, \dots, 0, f_1]$$

3. Organizar las filas de la matriz a partir de las variables antecedentes indicando aquellas que dependen del vector  $\Theta = [\theta_1, \dots, \theta_p]$  hipotético de falla con ayuda del vector binario de hipótesis de fallas de dimensión  $m$

$$H = [0, 1, \dots, 1, 0]'$$

donde el 1 indica que dicha variable depende directamente de un posible elemento con falla y con el vector auxiliar explicitando los elementos hipotéticos de falla

$$H_{\Theta} = [0, \theta_j, \dots, \theta_1, 0]'$$

4. Asignar las relaciones cualitativas para todos los pares de variables de la matriz en función de cada antecedente (fila  $v_a$ ) la cual puede ser un esfuerzo o flujo ( $e, f$ ) y la consecuente (columna  $v_c$ ) que puede ser un esfuerzo o flujo. El criterio de tendencias establecido en el caso aquí presentado es

$$\text{Asignación} = \begin{cases} +1 & \text{si } v_a > 0, v_c > 0 \\ -1 & \text{si } v_a < 0, v_c > 0 \\ -1 & \text{si } v_a > 0, v_c < 0 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (4.1)$$

Por ejemplo para el caso del circuito eléctrico, si se toma la fila de la tabla 3.5, fila 3, el componente  $R_1$  está relacionado con el flujo  $f_3$  y su consecuencia es la variable de esfuerzo  $e_3$ , por lo tanto como ambas variables se comportan con la misma tendencia ambas son positivas

Tabla 4.1: *FPM* para el circuito eléctrico

	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5(v_C)$	$e_6$	$f_1$	$f_2(i_L)$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6(i_{R2})$
$e_1$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$e_2(L)$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$e_3$	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$e_4$	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$e_5$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
$e_6(R_2)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$f_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$f_2$	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
$f_3(R_1)$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$f_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
$f_5(C)$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$f_6$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0

( $v_a > 0$  y  $v_c > 0$ ) y por tanto se le asigna un 1 en la *MPF* al elemento asociado a la fila  $f_3$  y la columna  $e_3$ . En el caso de que las variables antecedente y consecuencia, tengan tendencias opuestas, el elemento asociada con el par es el valor  $-1$ . Este es el caso del par de flujos  $-f_6, f_5$  que se encuentra en el último renglón de la tabla 3.5 de antecedentes y consecuencias.

Llevando a cabo de manera sistemática los pasos arriba descritos para la matriz *ACT* del circuito eléctrico ejemplo considerado en el capítulo 3, se obtiene la matriz de propagación mostrada en la Tabla 4.1. Los pares de variables sin una relación antecedente-consecuencia se les ha asignado el valor 0 en la matriz. En este caso hay tres variables que se conocen a través de mediciones y cuatro elementos posibles de fallas, así que los vectores auxiliares de la matriz *MFP* están dados por

$$V_c = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$V_{fis} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & v_c & 0 & 0 & i_L & 0 & 0 & 0 & i_{R2} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$V_a = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}' \quad (4.4)$$

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}' \quad (4.5)$$

$$H_\Theta = \begin{pmatrix} 0 & L & 0 & 0 & 0 & R_2 & 0 & 0 & R_1 & 0 & C & 0 \end{pmatrix}' \quad (4.6)$$



## 4.2. Grafo de propagación de fallas

### 4.2.1. Principio de la propagación de fallas

La obtención de la forma en que se propagan las fallas de una manera cualitativa puede llevarse a cabo de diversas formas. En todos los casos, el principio parte de la discrepancia entre mediciones y valores nominales y se va deduciendo quién la provoca, o equivalentemente quiénes son sus antecedentes con ayuda de la matriz de *MFP* (de ahí el nombre de matriz de propagación de fallas). La idea básica empleada para cada variable medible asignada  $v_{fis}^{\pm}$  es encontrar sus antecedentes barriendo hacia atrás y etiquetando los valores cualitativos correspondientes de acuerdo a la matriz *MFP*. Para las etiquetas se usa el superíndice  $-$  si la tendencia del valor nominal es negativa y el superíndice  $+$  cuando la tendencia sea positiva.

Por otro lado, si a medida que se va construyendo el grafo se asigna el valor cero a todos los elementos de la columna de la matriz *MFP* asociada a la variable ya asignada y se almacena en un arreglo  $V$  a dicha variable, se van reduciendo el número de relaciones en la matriz y en consecuencia para la siguiente búsqueda de los antecedentes hay un menor número de trayectorias posibles. Así, cuando todos los elementos de la matriz *MFP* sean cero, se está seguro de haber determinado todas las ramas del grafo o sea todas las posibles causas de fallas. Si durante la construcción del grafo una variable es asignada dos veces implica que la información no puede propagarse más hacia atrás con dicha variable (condición de conflicto). En términos de grafos quiere decir que la rama se ha convertido en un trayectoria cerrada y se representa en el grafo por una cruz  $\times$ .

Para mostrar el procedimiento de construcción del grafo de propagación considere uno de los escenarios de falla del circuito eléctrico manejado a lo largo de este trabajo. Suponga un incremento en el flujo  $f_6^+ = i_{R_2}^+$  asociado a la corriente del elemento  $R_2$ ; este cambio sólo puede explicarse debido a que la variable esfuerzo aumentó o equivalentemente  $e_6^+$ , y su única causa es una disminución en el elemento  $R_2$ , o sea  $R_2^-$ . Dado que  $R_2$  es un elemento posible de falla, se debe almacenar su valor cualitativo e identificarlo como posible elemento con falla. En la representación esquemática del grafo se enmarcan los elementos potenciales de falla como en la Fig. 4.1 y el corchete se emplea para denotar que este punto podría ser un punto terminal del árbol. Continuando con la secuencia, se observa de la tabla *MFP* que la columna de  $e_6^+$  podría ser una consecuencia originado por un incremento en el esfuerzo  $e_5^+$ , que a su vez puede ser explicado por un aumento en el flujo  $f_5^+$  originado por un cambio negativo del elemento almacenador  $C^-$ . Aplicando este principio de manera recursiva a partir de la consecuencia en cada medición (propagación en reversa) se puede determinar que el cambio puede deberse a fallas en los elementos  $L^-$  y  $R_1^-$ . Por lo tanto cuando se presenta  $f_6^+$ , las hipótesis de falla están dadas por el conjunto  $\mathcal{F} = \{C^-, L^-, R_1^-, R_2^-\}$  y corresponden a los cuatro elementos del circuito.

### 4.2.2. Grafo secuencial de propagación hacia atrás

A partir del proceso secuencial bosquejado en la sección anterior se ha desarrollado el siguiente algoritmo para obtener el grafo secuencial tipo árbol para cada variable medible, siendo éste una contribución del trabajo de tesis.

Considere como arreglos iniciales la matriz  $MPF$  de dimensión  $m$ , el vector hipotético de fallas  $H$ , el vector explícito de elementos  $H_{\Theta}$ , el vector columna  $V_a$  de antecedentes, el vector fila binario de variables consecuencia  $V_c$  y el asociado a las variables físicas  $V_{fis}$  con  $\bar{i}$  el número de variables medidas supuestas como consecuencias.

**Paso 1** Inicializar el indicador del grafo que se está generando  $fi = 1$  y el apuntador  $i = 1$  del vector de variables consecuencia (columnas de  $MPF$ ).

**Paso 2** Inicializar el arreglo de fallas identificadas  $LF = \phi$ .

**Paso 3** Si el elemento  $i$  del vector fila  $V_{fis}$  es cero, incrementar  $i = i + 1$  y verificar nuevamente la condición, de lo contrario definir el índice de la medición considerada con  $i^* = i$  y continuar.

**Paso 4** Asignar el signo de la medición física  $i^*$  definiendo

$$V_c(i^*) = \begin{cases} V_{fis}(i^*)^+ \\ \text{ó} \\ V_{fis}(i^*)^- \end{cases}$$

**Paso 5** Determinar las filas cuyos valores en la columna  $i$  son diferentes de cero en la matriz  $MPF$ .

**Paso 6** Igualar el vector  $LF$  con la  $i$ -ésima columna de la matriz  $MPF$ , es decir  $LF = MPF(:, i)$  e inicializar el apuntador  $k = 1$ .

**Paso 7** Si todo el vector  $LF$  es igual a cero ir al paso 10

**Paso 8** Calcular la tendencia del antecedente de acuerdo al valor supuesto de la variable de la columna  $i$  y a la relación  $MPF(LF(k), i)$ , es decir,  $V_a(LF(k)) = MPF(LF(k), i)V_c(i)$ . Si  $H(LF(k))$  vale uno, se le asigna el signo correspondiente a la relación; es decir  $H(LF(k)) = V_a(LF(k))$ .

**Paso 9** Asignar  $i = LF(k)$  y regresar al paso 7.

**Paso 10** Asignar el valor cero a los elementos de la columna  $i$  de la matriz  $MPF$ , es decir,  $MPF(:, i) = 0$ .

**Paso 11** Si  $k = j$  ir al paso siguiente, de lo contrario  $k = k + 1$ ,  $i = LF(k)$  y regresar al paso 5.

**Paso 12** Registrar el signo de la variable consecuencia  $V_c(i^*)$  y del vector de hipótesis de fallas  $H$  en donde  $+1$  implica un incremento en el valor del elemento y un  $-1$  un decremento.

**Paso 13** Si  $fi = \bar{i}$  se han generado todas los grafos asociados a las variables medibles en caso contrario inicializar las matrices y arreglos  $MFP$ ,  $V_a$ ,  $V_c$ , e incrementar los contadores  $fi = fi + 1$ ,  $i = i^* + 1$  y regresar al paso 2.

Partiendo de la matriz  $MPF$  de la tabla 4.1 con el conjunto de hipótesis de falla del circuito y usando el algoritmo descrito se han generado los tres grafos asociados a las mediciones. La fig. 4.1 muestra dichos grafos, SGBP, para cada uno de los tres casos indicando debajo de cada uno de ellos su hipótesis de falla. Con la unión de las tendencias de las tres mediciones y grafos se puede reducir el número de fallas hipotéticas. De manera compacta el resultado de la aplicación del algoritmo se puede resumir en un vector de mediciones

$$\left( v_c^+ \quad i_L^+ \quad i_{R2}^+ \right)$$

con la matriz

$$\begin{pmatrix} C^- & C^+ & C^- \\ L^- & L^- & L^- \\ R_1^- & R_1^- & R_1^- \\ R_2^+ & R_2^- & R_2^- \end{pmatrix}$$

indicando las hipótesis de falla para cada una de las tendencias en la mediciones.

La descripción cualitativa de un grafo secuencial del tipo árbol puede ser usada con dos objetivos: Cuando se desea predecir el efecto final ante una hipótesis de falla (ya sea señal o parámetro) en el sistema [20], o para inferir la causa de un cambio en ciertas mediciones. Si a partir de la hipótesis de falla se determinan las mediciones que se ven afectadas por ésta, se recorre el grafo hacia adelante y se habla de una predicción. Por el contrario, si a partir de la medición se infiere que falla provocó el cambio se recorre el grafo hacia atrás y se habla de identificación. Por tanto, el grafo permite considerar la trayectoria de la información en ambas direcciones. Esta doble dirección permite usar el árbol para determinar los elementos candidatos a ser diagnosticados con una cierta salida y para predecir la evolución de las variables para cada una de las hipótesis de falla en un estudio.

En particular, con ayuda de las trayectorias de propagación hacia adelante se construye la matriz cualitativa de firma de fallas, proceso que se ejecuta fuera de línea como parte del diseño del sistema de diagnóstico. Por el contrario el proceso de inferir fallas o de propagación desde la

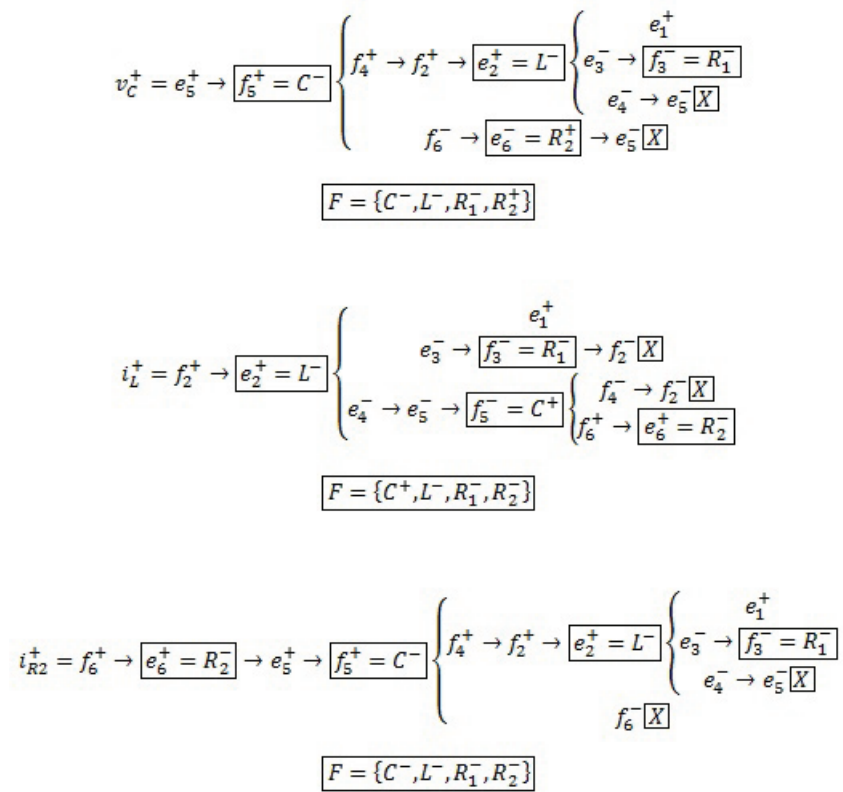


Figura 4.1: Árbol de propagación de fallas para el circuito eléctrico

señal medida de manera cualitativa hacia atrás, se debe llevar a cabo en tiempo real de forma periódica para identificar la falla.

### 4.2.3. Firma de fallas cualitativas

En el contexto general de diagnóstico de fallas cuando el error de la mediciones se asocia a un residuo, la firma de fallas consiste simplemente en indicar en una matriz booleana qué desviaciones en las mediciones se ven afectadas por las fallas consideradas sin indicar el signo del residuo o de la falla. Esta parte del diagnóstico se conoce como evaluación de los residuos y es una de los temas con mayores retos en el área debido a perturbaciones, ruido e incertidumbres propias en los casos reales.

La matriz de firma de fallas en el contexto cualitativo puede ser precisada, dado que el grafo tiene información sobre las tendencias de la fallas y sus consecuencias, a través de los signos. Esta propiedad no es genérica para todo tipo de grafo, el análisis estructural descrito en [41] no posee esta fortaleza. De ahí la importancia de estar seguro que se han generado y analizado todos los árboles existentes.

Por otro lado, considerando que hay fallas que se demoran en tener una consecuencia medible, definiendo el tiempo necesario para que se evidencie la falla como el residuo de orden  $k_r$  en términos del periodo de muestreo  $T$  se puede ir calculando la evolución de las consecuencias a través de los grafos secuenciales cualitativos. Sin embargo, debido a la ausencia de valores numéricos de las desviaciones es necesario emplear símbolos adicionales que suministren más información de la forma en que se propagan las desviaciones de las señales en todos los grafo secuenciales.

En particular, a partir de los tres grafos de propagación hacia atrás de la figura 4.1 se tiene que:

- una desviación positiva en la variable  $v_C^+$  solamente puede ser provocada por desviaciones del tipo  $F = \{C^-, L^-, R_1^-, R_2^+\}$ ;
- una desviación positiva en la corriente  $i_L^+$  es generada por una desviación en algunos de los elementos  $F = \{C^+, L^-, R_1^-, R_2^-\}$ ; y
- finalmente una desviación positiva en la corriente  $i_{R_2}^+$  quiere decir que alguno de los siguientes cuatro elementos  $F = \{C^-, L^-, R_1^-, R_2^-\}$ , se ha desviado de su valor nominal.

Para los casos negativos o sea mediciones debajo del valor nominal se toman los signos de los valores cualitativos opuestos. Con este análisis se construye la firma de fallas mostrada en la tabla 4.2 en donde se puede decir que se logra aislabilidad entre los siguientes conjuntos de fallas  $\{R_1^+, L^+\}$ ,  $\{R_1^-, L^-\}$ ,  $\{R_2^+\}$ ,  $\{R_2^-\}$ ,  $\{C^+\}$  y  $\{C^-\}$ . Nótese que no es posible aislar fallas-daños en  $L$  o  $R_1$ .

Tabla 4.2: Firma de fallas cualitativas para el circuito eléctrico

Falla	$f_2(i_L)$	$e_5(v_C)$	$f_6(i_{R2})$
$R_1^+$	-	-	-
$R_1^-$	+	+	+
$R_2^+$	-	+	-
$R_2^-$	+	-	+
$C^+$	+	-	-
$C^-$	-	+	+
$L^+$	-	-	-
$L^-$	+	+	+

### 4.3. Ordenamiento relativo de las consecuencias

En algunas ocasiones con una sola designación de las variables consecuencia no es posible determinar la causa, como en el caso de las fallas del circuito eléctrico de la sección anterior, [24]. En estas condiciones se propone determinar ordenamientos relativos de las mediciones tratando de aislar las causas de las fallas. El objetivo del ordenamiento es capturar la variable en la cual la falla se manifiesta primero y continuar caracterizando cómo se van propagando los efectos hacia los demás componentes y variables, a partir del valor asignado a la falla. Esta idea genera información adicional, así que con este ordenamiento es posible aislar fallas, sin necesidad de introducir nuevos sensores en un sistema. Este planteamiento es poco usado en el diagnóstico de fallas con modelos analíticos, a pesar de que se sabe que un elemento almacenador de energía en el camino de un grafo genera un retardo y su ausencia, por el contrario, genera consecuencias inmediatas sin retardos a través de una relación algebraica.

Si los efectos de una falla  $f$  se manifiestan en la medición  $m_i$ , antes que en la  $m_j$ , se dice que existe un ordenamiento relativo entre  $m_i$  y  $m_j$  para la falla  $f$  y esta condición se denota por  $\mathbf{f} : \mathbf{m}_i \prec \mathbf{m}_j$  donde el símbolo  $\prec$  implica ordenamiento temporal. Al conjunto de todos los ordenamientos de medición posibles  $M$  afectadas por una falla  $f$  se le denota la matriz  $\Omega_{f,M}$ . La búsqueda de los ordenamientos relativos de medición pueden sistematizarse mediante la aplicación del Algoritmo de Ordenamiento Relativo de Medición, propuesto por [24]. El punto de partida de dicho algoritmo es la matriz  $MFP$ , de nueva cuenta; pero en este caso la propagación se realiza hacia adelante, dado que se busca identificar el orden en que las variables se ven afectadas por una falla.

#### 4.3.1. Algoritmo de ordenamiento relativo de medición

La reconstrucción de las causas de fallas se obtiene analizando en este caso las trayectorias hacia adelante, es decir, a partir de la hipótesis de falla que es vista como un antecedente y

propagando los efectos en las demás componentes y variables para establecer un valor de tipo cualitativo en todas las variables medidas del sistema. La propagación puede ocurrir a través de enlaces temporales que están asociados con elementos almacenadores de energía (integradores) e instantáneos.

En la generación del orden de las trayectorias se sugiere tomar en cuenta las siguientes recomendaciones:

1. Usar la matriz *MFP* transpuesta en lugar de la original, es decir se comienza la búsqueda por filas (antecedentes) en vez de columnas (consecuencias).
2. Realizar la propagación hacia adelante, con el mismo esquema.
3. Iniciar la propagación con efectos de orden cero, es decir, se considera que la propagación se inicia desde un tiempo  $t=0$ , y no se consideran retrasos hasta encontrarse en la trayectoria con un elemento almacenador de energía.
4. Atravesar con enlace temporal aquellas trayectorias que implican un componente inercial *I* ó almacenador *C*, modificar la magnitud convirtiéndose en un cambio de primer orden.
5. Si la propagación atraviesa por segunda vez un enlace temporal se habla de un cambio de segundo orden y así sucesivamente para cualquier número de veces que se propaga el efecto.
6. Asignar el orden en que las variables medibles del sistema van presentándose en la trayectoria del grafo.

#### 4.3.2. Grafo secuencial de propagación hacia adelante

Para generar el SGFP, la propagación hacia adelante puede verse como una predicción del futuro comportamiento de las mediciones para una falla postulada. Esta predicción toma en cuenta retrasos en el tiempo encontrados durante la propagación hacia adelante, la cual inicia con efectos de orden cero [24].

En cada uno de los grafos, se sigue la trayectoria de propagación de manera análoga al *SGBP*, al encontrar un elemento almacenador de energía, éste se representa separando las mediciones mediante una línea vertical, la cual va a representar los niveles de ordenamiento relativo. Cuando en la trayectoria se encuentre que una variable antecedente depende de dos o más variables consecuencias, se guarda la posición de éstas (representado mediante  $--\rightarrow$  en el grafo) y se continúa hasta que ya no pueda ser posible seguir esa trayectoria (representado mediante  $[X]$ ) y se continúa con las demás variables que se fueron almacenando hasta terminar con todas las posibles trayectorias del grafo. Las Fig. 4.2-4.5 muestra los SGFP, para el circuito eléctrico.

Si se considera una hipótesis de falla del componente  $R_2$ , la cual provoca una disminución en el voltaje  $e_6$ ; iniciando la propagación hacia adelante implica  $e_6^- \rightarrow f_6^- \rightarrow f_5^+$  y  $e_5^+$ , en este punto, un nodo temporal es encontrado ( $dt$  en la trayectoria hacia adelante) y por consiguiente los elementos subsecuentes tienen un retraso respecto al tiempo, debido a la integración. Continuando con la trayectoria del grafo mostrado en las Fig. 4.3 se puede observar que el ordenamiento relativo de medición para este caso es:  $e_5^+ \prec f_6^- \prec f_2^-$ .

Normalmente, la propagación hacia adelante termina cuando la predicción de la falla ha atravesado todas las variables con mediciones cualitativas.

$$R_1^+ = f_3^+ \rightarrow e_3^+ \rightarrow e_2^- \rightarrow \boxed{f_2^-} \left| \begin{array}{l} f_3^- \rightarrow [X] \\ f_4^- \rightarrow f_5^- \rightarrow \boxed{e_5^-} \\ \dashrightarrow \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} e_4^- \rightarrow e_2^+ \rightarrow [X] \\ e_6^- \rightarrow \boxed{f_6^-} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} f_5^+ \rightarrow [X] \end{array} \right|$$

Figura 4.2: Grafo secuencial de propagación hacia adelante para  $R_1^+$

$$R_2^+ = e_6^- \rightarrow f_6^- \rightarrow f_5^+ \rightarrow \boxed{e_5^+} \left| \begin{array}{l} e_4^+ \rightarrow e_2^- \\ e_6^- \rightarrow \boxed{f_6^-} \\ \dashrightarrow \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \boxed{f_2^-} \\ f_5^- \rightarrow [X] \\ \dashrightarrow \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} f_3^- \rightarrow e_3^- \rightarrow e_2^+ \rightarrow [X] \\ f_4^- \rightarrow f_5^- \rightarrow [X] \end{array} \right|$$

Figura 4.3: Grafo secuencial de propagación hacia adelante para  $R_2^+$

$$C^+ = f_5^- \rightarrow e_5^- \quad e_4^- \rightarrow e_2^+ \rightarrow \boxed{f_2^+} \left| \begin{array}{l} f_3^+ \\ \boxed{e_5^+} \\ \dashrightarrow \\ \dashrightarrow \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} e_3^+ \rightarrow e_2^- \rightarrow [X] \\ e_4^+ \rightarrow e_2^- \rightarrow [X] \\ f_4^+ \rightarrow f_5^- \rightarrow [X] \\ e_6^+ \rightarrow \boxed{f_6^+} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} f_5^- \rightarrow [X] \end{array} \right|$$

Figura 4.4: Grafo secuencial de propagación hacia adelante para  $C^+$

En particular a partir de los grafos de propagación hacia adelante para cada uno de los elementos susceptibles de falla se tiene que:

- una desviación positiva en el componente  $R_1^+$  solamente puede ser provocada por desviaciones del tipo  $F = \{f_2^- \prec e_5^- \prec f_6^-\}$ ;
- una desviación positiva en el componente  $R_2^+$  es generada por una desviación en algunos de los elementos  $F = \{e_5^+ \prec f_6^- \prec f_2^-\}$ ;
- una desviación positiva en el componente  $C^+$  solamente puede ser provocada por desviaciones del tipo  $F = \{f_2^+ \prec e_5^+ \prec f_6^+\}$ ; y





el diagnosticador puede aislar cada una de las fallas consideradas en el diseño [24].

Comúnmente, este diagnosticador puede llegar a ser un Sistema Experto (SE), el cual es un sistema basado en computadora que integra bases de datos, memorias, mecanismos de razonamiento, agentes, algoritmos, heurísticas, para adquirir, representar, almacenar, generar y difundir conocimientos, inicialmente adquiridos a través de varios expertos humanos dentro de un dominio específico llamado *nube*. Con un Sistema Experto, se pueden dar recomendaciones y/o tomar acciones en las áreas de análisis, diseño, diagnóstico, planeación y control o dar solución a problemas o aplicar técnicas de enseñanza o en general recomendar, actuar y explicar las acciones que hay que tomar en actividades en las cuales normalmente, se requiere del conocimiento o saber de expertos humanos dentro de una nube específica [16].

Partiendo del comportamiento nominal del proceso, en un inicio el diagnosticador en tiempo real simplemente debe verificar que las mediciones están en el intervalo normal. Al ocurrir una falla, éste debe ir entregando los posibles conjuntos de mediciones cualitativas consistentes con la secuencia observada de las desviaciones. De aquí que se considere que este tipo de diagnosticadores sólo captura el comportamiento del sistema en falla y se habla de sistemas de diagnóstico con modelo de falla. La figura 4.6 muestra las ramas del sistema para el circuito eléctrico del caso de estudio, es decir el modelo de falla. Para validar dicho modelo se simuló un decremento del 50 % en  $R_1$ , la evolución de las mediciones tanto en condiciones nominales como de fallas se muestran en la figura 4.7. Los valores usados para la simulación son:  $R_1, R_2 = 1[\Omega]$   $C = 0,01[F]$  y  $L = 1[mH]$ . Se hace notar que en todo el desarrollo del diagnosticador no se requiere de la asignación de valores numéricos, solamente se le asignan valores al circuito para probar y validar el árbol. Se observa de la evolución de las mediciones que sus tendencias son  $P = \{f_2^+ \prec e_5^+ \prec f_6^+\}$ . Estas tendencias deben ser identificadas por el diagnosticador o modelo de falla mostrado en la Fig. 4.6.

Suponiendo como punto inicial la condición nominal, en el nivel 0 se monitorean las variables manteniendo vacío ( $\emptyset$ ) el estado de las desviaciones; al provocarse la falla en el elemento  $R_1^-$ , se genera un incremento en la corriente  $i_L^+ = f_2^+$  de primer orden, por lo que siguiendo las ramas del diagnosticador, se identifica que el cambio puede ser provocado por un cambio en  $R_1^-$  o en  $L^+$ . En la siguiente secuencia de valores o sea el segundo nivel, se identifica que si existe una desviación en  $v_C^+ = e_5^+$  la falla está presente en la resistencia. Finalmente el tercer nivel corresponde a la tercer secuencia y dado que  $i_{R2}^+ = f_6^+$  se confirma que la causa de las desviaciones es la falla  $R_1^-$  y se enmarca el resultado del diagnosticador con un doble círculo, mostrado en nivel 3 del diagnosticador.

En el siguiente capítulo se aplican los algoritmos desarrollados anteriormente para resolver exitosamente el problema de aislamiento de fallas en el sistema hidráulico de laboratorio.

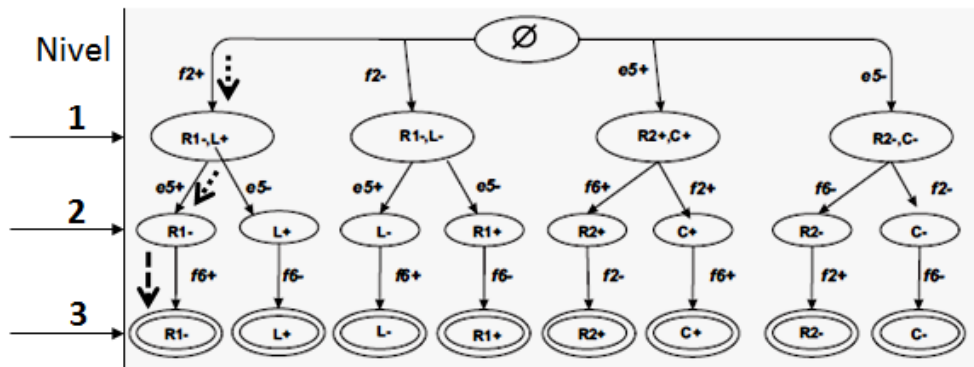


Figura 4.6: Árbol y niveles del diagnosticador para el circuito eléctrico

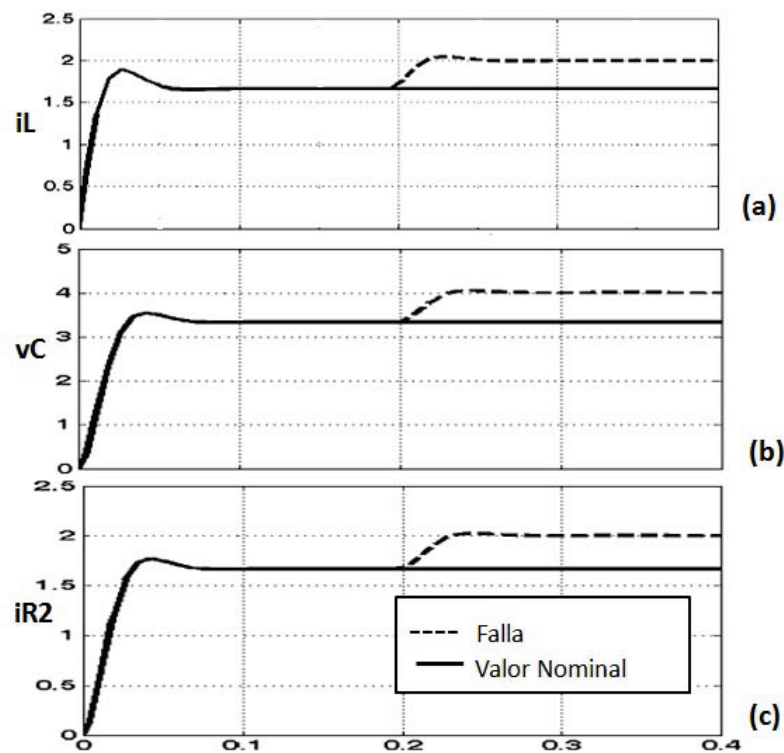


Figura 4.7: Evolución de las variables del circuito (a)  $i_L^+$ , (b)  $v_C^+$ , (c)  $i_{R2}^+$  provocada por la falla en el elemento  $R_1^-$  a  $0,2 [s]$



# Capítulo 5

## Caso de Estudio: Sistema de Tres Tanques

En éste capítulo se presenta la metodología descrita en el capítulo 4 aplicada al sistema hidráulico de tres tanques usado como proceso patrón dentro de la comunidad de diagnóstico de fallas, por consiguiente es apropiado para probar el método y poder comparar los resultados de la propuesta con otros métodos cualitativos.

Primeramente se describe el modelo en BG causal del sistema físico es usado para obtener la tabla de antecedentes y consecuencias, y de ahí aplicar las reglas para la generación de la MFP, la cual captura las características dinámicas del comportamiento del sistema. Después se aplican los algoritmos para diagnóstico de fallas apoyados en la *MFP*. Finalmente las hipótesis de fallas son llevadas a un plano de tipo cualitativo, en el cual las mediciones son comparadas con secuencias de propagación de fallas mediante diagnosticadores y de ésta manera lograr aislarlas. Las pruebas del algoritmo se llevan a cabo con datos obtenidos del sistema piloto.

### 5.1. Sistema de tres tanques

El sistema consta de tres tanques formados por tubos de acrílico con sección circular  $A$ , en donde fácilmente se puede leer el nivel que alcanza el líquido dentro de cada uno de los tanques mediante  $h_1$ ,  $h_2$  y  $h_3$  respectivamente, todos en  $[cm]$ . Tanto el primer tanque ( $T_1$ ), como el segundo tanque ( $T_2$ ), son alimentados en la parte superior por una bomba cada uno  $B_1$  y  $B_2$ , generando cada una de ellas un flujo  $Q_1$  y  $Q_2$  respectivamente. Los tres tanques se encuentran interconectados por medio de un sistema de válvulas, las cuales son capaces de interrumpir el flujo entre los tanques de manera parcial o total, éstas válvulas son:  $V_{13}$ , válvula que se encuentra entre los tanques 1 y 3;  $V_{32}$ , válvula que se encuentra entre los tanques 3 y 2; y finalmente  $V_{20}$ , válvula que se encuentra

en el tanque 2 y la salida del sistema.

Adicionalmente, cada tanque cuenta con una válvula de desfogue manual que sirve para simular fugas de líquido en la columna,  $V_{F1}$ ,  $V_{F2}$  y  $V_{F3}$  respectivamente. Cada una de las características descritas anteriormente se muestran en la Fig. 5.1.

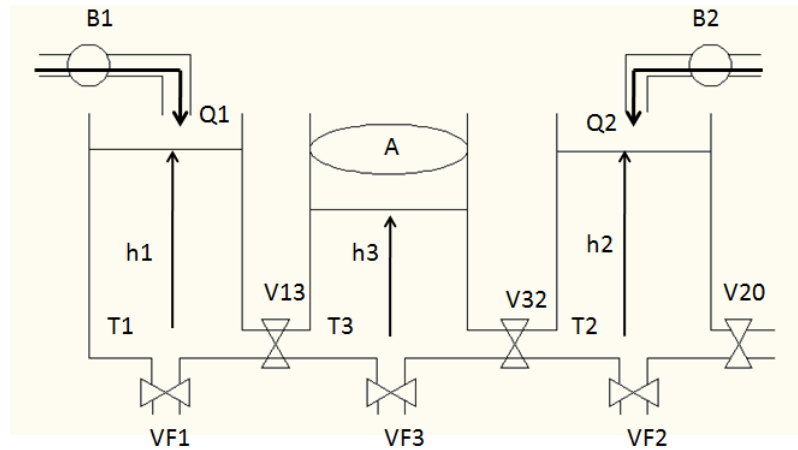


Figura 5.1: Sistema de tres tanques

### 5.1.1. Modelo en $BG$ del sistema de tres tanques

El modelo usado para el diagnóstico aplica energía y balance de masa del sistema, en el dominio hidráulico, en conjunto con las características mecánicas de las dos bombas principales ( $B_1$  y  $B_2$ ). Sin embargo, los efectos mecánicos no son modelados, ya que la parte de las bombas se toman como fuentes de flujo hidráulico.

Se usa el método descrito en la sección 3.3, para la construcción sistemática del  $BG$ . Primeramente se sabe que se cuenta con un sistema hidráulico, denotamos las dos fuentes de flujo (referencias)  $Sf : Q_1$  y  $Sf : Q_2$ , posteriormente se identifica cada uno de los demás elementos que componen el sistema:  $C : T_1$ ,  $C : T_2$  y  $C : T_3$  para cada uno de los tanques (almacenadores de energía en el dominio hidráulico);  $R : R_1$ ,  $R : R_2$ ,  $R : R_3$ , para cada una de las válvulas de desfogue y finalmente  $R : R_{13}$ ,  $R : R_{32}$  y  $R : R_{20}$ , para cada una de las válvulas entre tanques.

Después se determinan los puntos con esfuerzo común, representados por medio de una unión tipo 0, en el caso del sistema de tres tanques contamos con tres puntos de esfuerzo (presión hidráulica) común:  $(T_1, R_1)$ ,  $(T_2, R_2)$  y  $(T_3, R_3)$ . La generación de ésta conectividad se puede observar en la Fig. 5.2.

Se agrega una unión tipo 1, y enlaces para crear una diferencia de esfuerzos, tomando en cuenta ahora los elementos con flujo común, en este caso los elementos de interconexión entre tanques

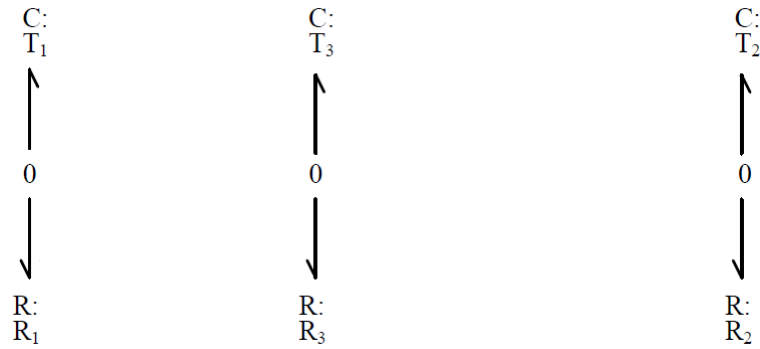


Figura 5.2: Puntos de esfuerzo común en el *BG* del sistema de tres tanques

( $R_{13}$ ,  $R_{32}$  y  $R_{20}$ ), se muestran en la Fig. 5.3.

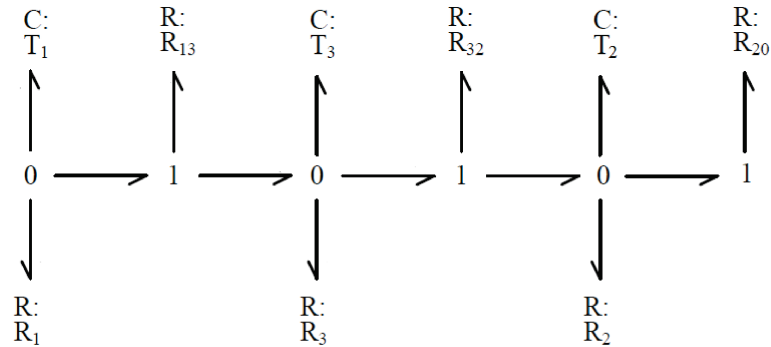


Figura 5.3: Puntos de flujo común e interconexiones en el *BG* del sistema de tres tanques

Ahora se agregan las dos fuentes de flujo (referencias), donde corresponden, en este caso en la unión que inyecta flujo tanto al tanque 1, como al tanque 2. Figura 5.4.

Finalmente se etiqueta (enumera), cada uno de nuestros enlaces para obtener el grafo final mostrado en la Fig. 5.5.

Para agregar causalidad al *BG*, se aplica el algoritmo SCAP detallado en la sección 3.5. Primero se determina la causalidad a las fuentes del sistema, como ambas son fuentes de flujo, la información de esfuerzo fluye en sentido contrario, por lo que la barra vertical que indica causalidad se coloca al inicio del enlace. Esto se observa en la Fig. 5.6

Debido a que la causalidad de las fuentes de flujo no las convierte en enlace fuerte, se asigna causalidad de tipo integral a los elementos almacenadores, en este caso a cada uno de los tanques, en donde la causa es el flujo y por consiguiente la consecuencia es el esfuerzo. Fig. 5.7.

La causalidad agregada a los elementos tipo C, se convierten en enlaces fuertes para las uniones

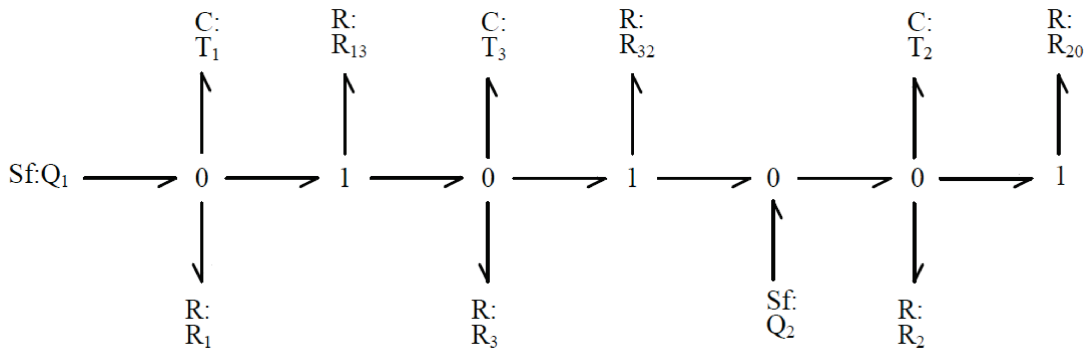
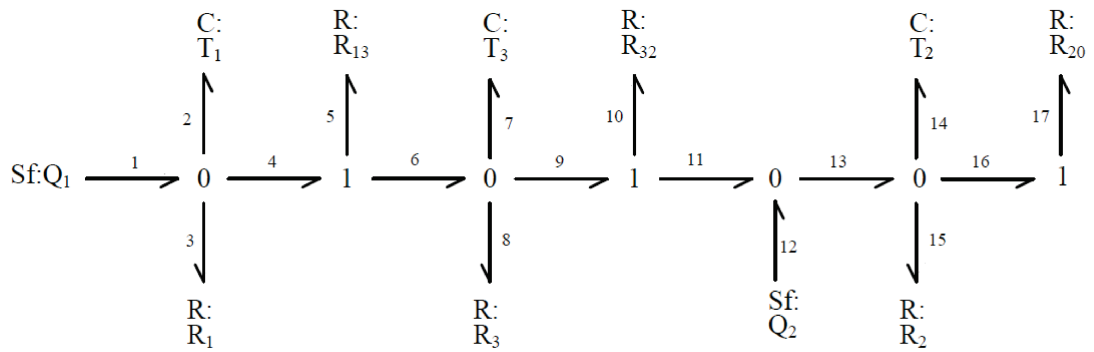
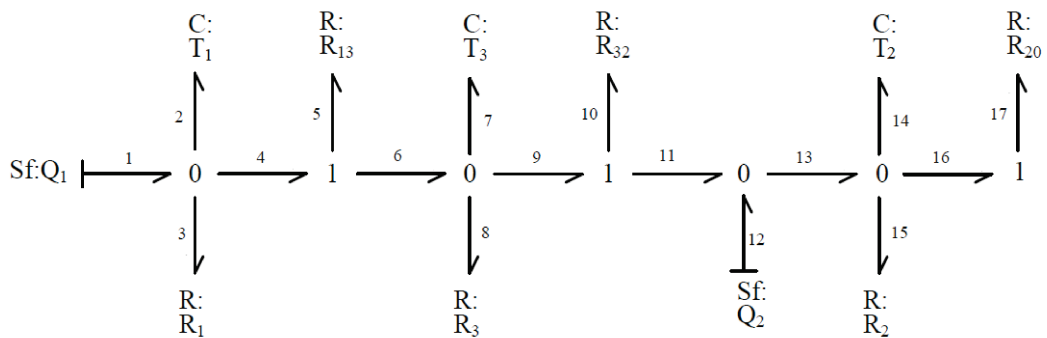
Figura 5.4: Fuentes de flujo en *BG* del sistema de tres tanquesFigura 5.5: *BG* del sistema de tres tanques con notación reducida

Figura 5.6: Asignación de causalidad para las fuentes de flujo en el sistema de tres tanques



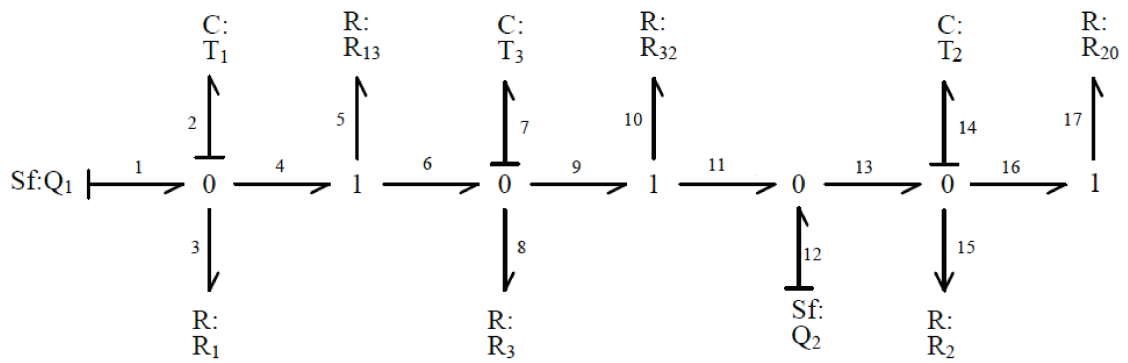


Figura 5.7: Asignación de causalidad para los elementos almacenadores de energía en el sistema de tres tanques

tipo 0, con esto es posible asignar causalidad a todos los demás enlaces conectados en las uniones tipo 0. Fig. 5.8

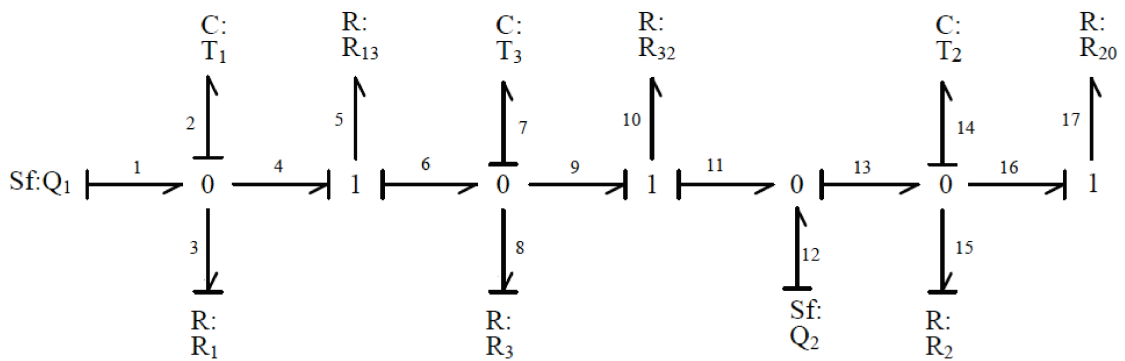
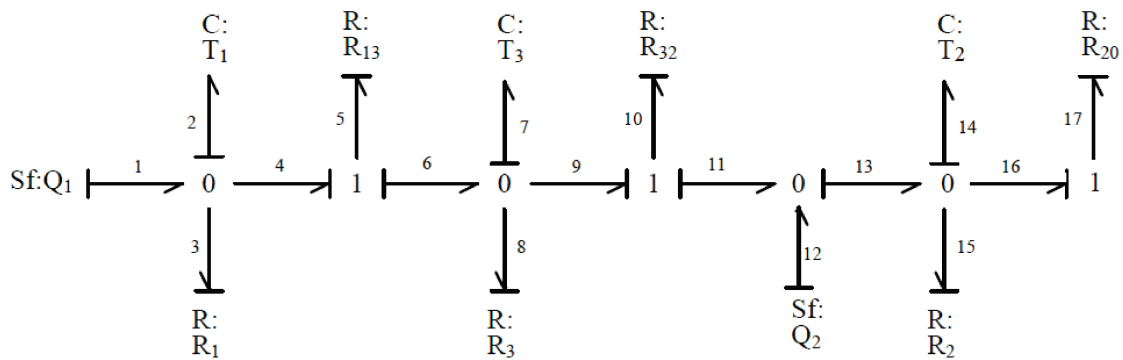


Figura 5.8: Asignación de causalidad para uniones tipo 0 en el sistema de tres tanques

Finalmente, debido a que es posible asignar una causalidad arbitraria a los elementos disipadores, se propone hacerlo de tal manera que se conviertan en enlace fuerte para uniones tipo 1 y así finalizar el grafo como se muestra en la Fig. 5.9.

### 5.1.2. FDI para el sistema de tres tanques

Para la aplicación de algoritmos para identificación de fallas debe construirse la tabla de antecedentes y consecuencias; se procede de manera análoga a el caso del circuito eléctrico. En el caso de la unión tipo 0, el enlace fuerte define la variable de esfuerzo común de la unión y su antecedente, los esfuerzos restantes en la unión son consecuencias. La unión tipo 0 igualmente

Figura 5.9:  $BG$  causal para el sistema de tres tanques

representa suma de flujos, por lo que el elemento con el enlace fuerte se considera positivo y los demás se les da el signo tomando en cuenta la dirección de intercambio de energía, por ejemplo, la variable que representa el enlace fuerte para la primer unión tipo 0 es  $e_2$ , por lo que sus consecuencias son  $e_3$  y  $e_4$ ; y como  $f_2$  se considera positivo a los demás flujos se les asigna signo conforme la suma de flujos en unión tipo 0 por lo que si  $f_2$  es positivo,  $f_1$  positivo y tanto  $-f_3$  y  $-f_4$  negativos. En una unión tipo 1, el enlace fuerte es el enlace que inyecta esfuerzo a la unión y se le trata de manera análoga a la unión tipo 0. A los elementos almacenadores se les asignó causalidad integral, por lo que su antecedente es flujo  $f$  y su consecuencia es esfuerzo  $e$ , y en este caso a los elementos disipadores se les asignó causalidad de tal manera que la variable antecedente es esfuerzo y por consiguiente su consecuencia flujo. La tabla 5.1 muestra las variables antecedentes y consecuencias de cada uno de los componentes del  $BG$  causal para el sistema de tres tanques.

A partir de la tabla 5.1 de antecedentes y consecuencias se crea la matriz de propagación de fallas siguiendo el procedimiento indicado en la sección 4.1. Se sigue la tabla de antecedentes y consecuencias y se coloca ya sea 1 o -1 según sea el caso en la intersección de dichas variables (su variable antecedente con su variable consecuente). Por ejemplo, para los elementos almacenadores ( $C$ ), tenemos las parejas  $(f_2, e_2)$ ,  $(f_7, e_7)$ , y  $(f_{14}, e_{14})$ , en los tres casos cada una de las intersecciones antes mencionadas se les asigna el número 1, lo mismo pasa con los elementos disipadores ( $R$ ). En las partes en donde se puede encontrar cambios de signo son en las variables correspondientes a las uniones, por ejemplo, para la primera unión tipo 0 se tienen esfuerzos comunes ( $e_2 = e_3 = e_4$ ), a éstas intersecciones se les da un valor 1, pero en el caso de los flujos se cuenta con las parejas  $(f_1, f_2)$  a la cual también se coloca un valor 1 en la intersección, sin embargo también contamos con los pares de variables  $(-f_3, f_2)$  y  $(-f_4, f_2)$  en donde a dicha intersección de acuerdo con las reglas de asignación vistas en la sección 4.1 se les coloca el valor -1; y así sucesivamente hasta terminar con todos los elementos de la tabla. En los lugares donde no hay relación entre variables

Tabla 5.1: Antecedentes y consecuencias para el sistema de tres tanques

Antecedentes		Consecuencias
Parámetros	Variables	
$Q_1$		$f_1$
$1/T_1$	$f_2$	$e_2$
$1/R_1$	$e_3$	$f_3$
	$e_2$	$e_3, e_4$
	$f_1, -f_3, -f_4$	$f_2$
$1/R_{13}$	$e_5$	$f_5$
	$f_5$	$f_4, f_6$
	$e_4, -e_6$	$e_5$
$1/T_3$	$f_7$	$e_7$
$1/R_3$	$e_8$	$f_8$
	$e_7$	$e_6, e_8, e_9$
	$f_6, -f_8, -f_9$	$f_7$
$1/R_{32}$	$e_{10}$	$f_{10}$
	$f_{10}$	$f_9, f_{11}$
	$e_9, -e_{11}$	$e_{10}$
$Q_2$		$f_{12}$
	$e_{13}$	$e_{11}$
	$f_{12}, f_{11}$	$f_{13}$
$1/T_2$	$f_{14}$	$e_{14}$
$1/R_2$	$e_{15}$	$f_{15}$
	$e_{14}$	$e_{13}, e_{15}, e_{16}$
	$f_{13}, -f_{15}, -f_{16}$	$f_{14}$
$1/R_{20}$	$e_{17}$	$f_{17}$
	$f_{17}$	$f_{16}$
	$e_{16}$	$e_{17}$

Tabla 5.2: Matriz de propagación de fallas para el sistema de tres tanques

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$	$f_9$	$f_{10}$	$f_{11}$	$f_{12}$	$f_{13}$	$f_{14}$	$f_{15}$	$f_{16}$	$f_{17}$	$e_1$	$e_2(h_1)$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7(h_3)$	$e_8$	$e_9$	$e_{10}$	$e_{11}$	$e_{12}$	$e_{13}$	$e_{14}(h_2)$	$e_{15}$	$e_{16}$	$e_{17}$				
$f_1(Q_1)$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
$f_2(C_1)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
$f_3$	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
$f_4$	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
$f_5$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
$f_6$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
$f_7(C_3)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
$f_8$	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
$f_9$	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$f_{10}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$f_{11}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$f_{12}(Q_2)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$f_{13}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$f_{14}(C_2)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
$f_{15}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$f_{16}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$f_{17}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$e_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_3(R_1)$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_5(R_{13})$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_6$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_7$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_8(R_3)$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_9$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_{10}(R_{32})$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_{11}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_{12}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_{13}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
$e_{14}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
$e_{15}(R_2)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$e_{16}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
$e_{17}(R_{20})$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

se les coloca un 0. La MPF para el sistema de tres tanques se puede observar en la Tabla 5.2.

Para crear la firma de fallas, se aplica el algoritmo de propagación hacia atrás formulado en la sección 4.2. Este algoritmo realiza la propagación hacia atrás a través de la matriz de propagación de fallas, partiendo de la desviación observada en alguna medición (ya sea en  $e_2(h_1)$ ,  $e_7(h_3)$  o  $e_{14}(h_2)$ ) y se marca por medio de un subíndice, a cada uno de los parámetros encontrados en la trayectoria de propagación correspondiente, ya sea +1 (arriba del nominal), ó -1 (debajo del nominal), dependiendo de su comportamiento al presentarse una situación de falla.

En este caso se consideran como arreglos iniciales la matriz  $MFP$  de dimensión  $m$ , el vector hipotético de fallas  $H$ , el vector explícito de elementos  $H_\Theta$ , el vector columna  $V_a$  de antecedentes, el vector fila binario de variables consecuencia  $V_c$  y el asociado a las variables físicas  $V_{fis}$  con  $\bar{i}$  el número de variables medidas supuestas como consecuencias. Hay tres variables que se conocen a través de mediciones y ocho elementos posibles de fallas, así que los vectores auxiliares de la

matriz  $MFP$  están dados por

$$Vc[34] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

$$V_{fis} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

$$Va[34] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}' \quad (5.4)$$

$$H_{\Theta} = \begin{pmatrix} Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 & 0 & R_{13} & 0 & 0 & R_3 & 0 & R_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 & R_2 & 0 & R_{20} \end{pmatrix}' \quad (5.5)$$

$$(5.6)$$

Por lo que el resultado de la aplicación del algoritmo 4.2.2 se puede resumir en un vector de mediciones

$$\begin{pmatrix} h_1^+ & h_3^+ & h_2^+ \end{pmatrix}$$

con la matriz

$$\begin{pmatrix} Q_1^+ & Q_1^+ & Q_1^+ \\ Q_2^+ & Q_2^+ & Q_2^+ \\ R_1^+ & R_1^+ & R_1^+ \\ R_3^+ & R_3^+ & R_3^+ \\ R_2^+ & R_2^+ & R_2^+ \\ R_{13}^+ & R_{13}^- & R_{13}^- \\ R_{32}^+ & R_{32}^- & R_{32}^+ \\ R_{20}^+ & R_{20}^+ & R_{20}^+ \end{pmatrix}$$

indicando las hipótesis de falla para cada una de las tendencias en la mediciones. De aquí que se puede obtener nuestra firma de fallas cualitativa, tomando en cuenta que para los valores negativos de tendencia para cada uno de los elementos se toma el signo contrario. La firma de fallas cualitativa para el sistema de tres tanques es mostrada en la tabla 5.3

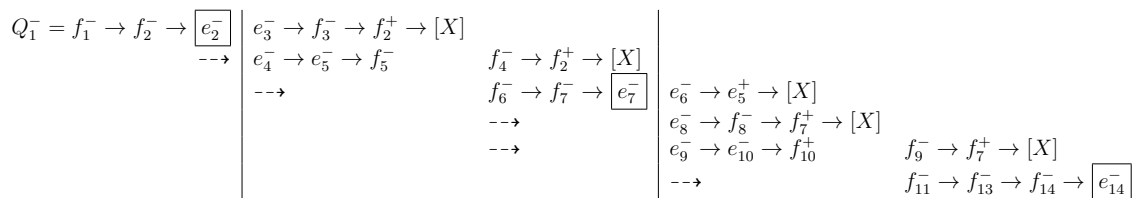
De la tabla 5.3 se observan las hipótesis de fallas, y se identifican cuáles de ellas son aislables, por ejemplo las fallas que representan cualquier fuga en los tanques ( $R_1, R_2, R_3$ ) tienen el mismo patrón. Al igual que alguna falla en los sensores de flujo ( $Q_1, Q_2$ ), por lo que no sería posible aislar una de otra, por lógica ( $R_1^+, R_2^+, R_3^+$ ) no es posible que se de, ya que  $R_n^+$  representan a la válvulas que emulan fugas en tanques, ya que representaría entrada de agua por las válvulas. En todos los demás casos es posible el aislamiento de fallas. Sin embargo, como únicamente nos es

Tabla 5.3: Firma de fallas para el sistema de tres tanques

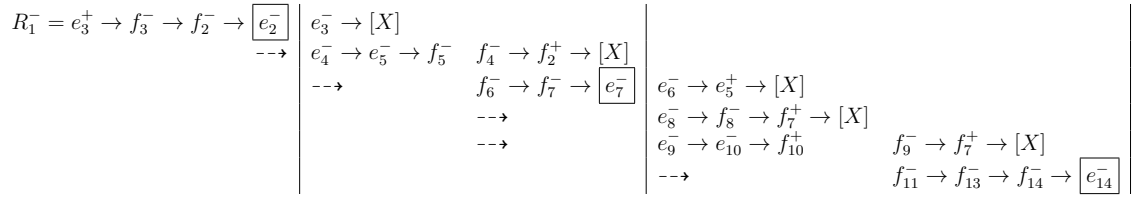
Falla	$e_2(h_1)$	$e_7(h_3)$	$e_{14}(h_2)$
$Q_1^+$	+1	+1	+1
$Q_1^-$	-1	-1	-1
$Q_2^+$	+1	+1	+1
$Q_2^-$	-1	-1	-1
$R_1^+$	+1	+1	+1
$R_1^-$	-1	-1	-1
$R_3^+$	+1	+1	+1
$R_3^-$	-1	-1	-1
$R_2^+$	+1	+1	+1
$R_2^-$	-1	-1	-1
$R_{13}^+$	+1	-1	-1
$R_{13}^-$	-1	+1	+1
$R_{32}^+$	+1	-1	+1
$R_{32}^-$	-1	+1	-1
$R_{20}^+$	+1	+1	+1
$R_{20}^-$	-1	-1	-1

posible medir las alturas de los tanques, en caso de las fallas ( $Q_1^+, Q_2^+$ ), los tres niveles ( $h_1, h_2, h_3$ ) aumentan, por lo que si sólo se tiene este esquema de identificación no es posible la identificación de cada una de las fallas.

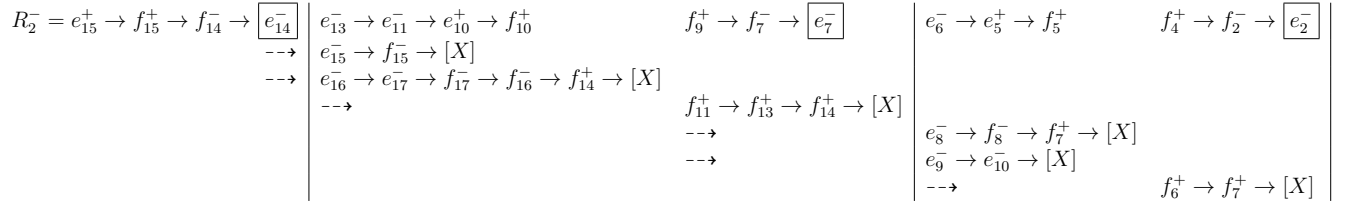
Una vez obtenidas las hipótesis de falla, son necesarios los esquemas de reconstrucción y refinamiento para converger a la falla correcta. Se aplica el algoritmo de propagación hacia adelante visto en la sección 4.3.1 con efectos de orden cero y al atravesar un enlace temporal, la magnitud se alterna convirtiéndose en una de primer orden. Esto se ilustra por medio de la separación de las variables en el grafo con barras verticales. Igualmente si la propagación vuelve a atravesar otro enlace temporal produce un cambio de segundo orden y así sucesivamente. Esto nos permite la construcción de una nueva firma de fallas con ordenamiento relativo, en la cual es posible el aislar las fallas del sistema.

Figura 5.10: Grafo secuencial de propagación hacia adelante para  $Q_1^-$ 

En estos dos grafos 5.10 y 5.11 podemos observar que la trayectoria de propagación hacia adelante tanto de  $Q_1^-$  como de  $R_1^-$  son iguales, únicamente se diferencian en el inicio de la propa-

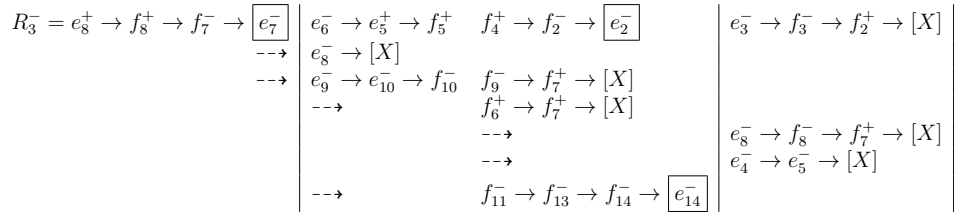
Figura 5.11: Grafo secuencial de propagación hacia adelante para  $R_1^-$ 

gación, es decir, mientras que  $Q_1^-$  comienza por la propagación  $f_1^- \rightarrow f_2^- \rightarrow \boxed{e_2^-}$ ;  $R_1^-$  se propaga por medio de  $e_3^+ \rightarrow f_3^- \rightarrow f_2^- \rightarrow \boxed{e_2^-}$ , a partir de ese momento las trayectorias se comportan de manera idéntica, por lo que como no contamos con ningún otro sensor entre éstas variables, las fallas ( $Q_1, R_1$ ) son identificables, pero no aislables.

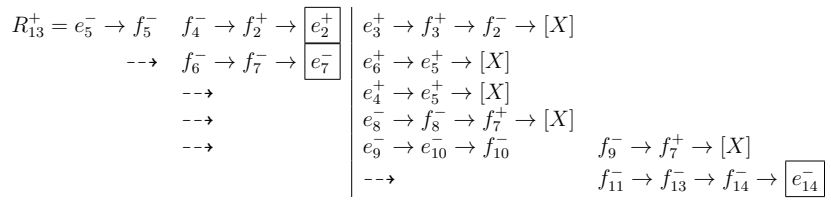
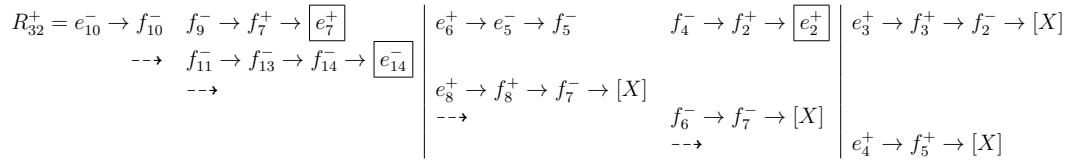
Figura 5.12: Grafo secuencial de propagación hacia adelante para  $R_2^-$ 

En el caso del grafo 5.12, como en el caso anterior las falla  $Q_2^-$  se propaga por medio de  $f_{12}^- \rightarrow f_{13}^- \rightarrow f_{14}^- \rightarrow \boxed{e_{14}^-}$ ;  $R_{20}^-$  a través de  $e_{17}^- \rightarrow f_{17}^- \rightarrow f_{16}^- \rightarrow f_{14}^- \rightarrow \boxed{e_{14}^-}$ , y a partir de la variable  $e_{14}^-$  la trayectoria se comporta de manera similar a la falla  $R_2^-$ .

En los demás casos a analizar, ( $R_3^-, R_{13}^+, R_{32}^+$ ), como se verá en cada grafo es posible tanto la identificación, como el aislamiento de fallas.

Figura 5.13: Grafo secuencial de propagación hacia adelante para  $R_3^-$ 

En los grafos 5.13, 5.14 y 5.15 se observa que al realizarse la propagación hacia adelante, hay casos en los que nuestras variables medibles quedan dentro de un mismo nivel de ordenamiento, por ejemplo, si se da un caso de falla de obstrucción en la válvula que conecta el tanque 1 con el tanque 3 ( $R_{13}^+$ ), tanto  $e_2^-$  (disminución en el valor nominal de  $h_1$ ), como  $e_7^-$  (disminución de  $h_3$ ), ambas cambian de un nivel de ordenamiento 0 ( $t_0$ ), a un nivel de ordenamiento 1 (se da un retardo) y la disminución de ambas se observa hasta un tiempo ( $t_1$ ). En este caso nuestro ordenamiento de

Figura 5.14: Grafo secuencial de propagación hacia adelante para  $R_{13}^+$ Figura 5.15: Grafo secuencial de propagación hacia adelante para  $R_{32}^+$ 

propagación sería  $F = \{e_2^+, e_7^- \prec e_7^-, e_2^+ \prec e_{14}^-\}$ ; lo que significa que se puede dar la trayectoria  $F_1 = \{e_2^+ \prec e_7^- \prec e_{14}^-\}$  ó  $F_2 = \{e_7^- \prec e_2^+ \prec e_{14}^-\}$ . Finalmente analizando cada uno de los grafos 5.11 - 5.15, se obtiene la firma de fallas con ordenamiento relativo para el sistema de tres tanques mostrada en la tabla 5.4.

## 5.2. Resultados experimentales

A partir de la tabla se usa para crear un diagnosticador global, se lee la firma de fallas con ordenamiento relativo para cada falla de forma individual. Al darse una falla, el estado inicial es mapeado al diagnosticador vacío  $\phi$ , debido a que cuando una desviación del valor nominal es observada, se asume que el sistema está en estado de falla; y sucesivamente se va recorriendo el árbol en cuanto se presentan los cambios indicados en cada una de las ramas. En la figura 5.16 se muestra el diagnosticador global para el sistema de tres tanques el cual se denomina modelo de falla.

Para verificar el funcionamiento del diagnosticador, se realizan experimentos con el sistema de tres tanques, primeramente se toma como punto de operación  $P_o[cm] = \{h_1 = 35, h_2 = 20, h_3 = 30\}$ , el cual es normalizado para poder observar mejor el comportamiento de cada una de las variables. Un cambio (decremento o incremento) en alguno de los niveles del sistema de tres tanques es tomando en cuenta a partir del 5% .

En el caso de fugas en los tanques las válvulas ( $R_1, R_2, R_3$ ) se abre del 0% (cerrado) al 100% (abierto). Por el contrario en el caso de obstrucciones en las válvulas entre tanques ( $R_{13}, R_{32}, R_{20}$ ) se encuentran abiertas (100%) y se cierran completamente (0%). Cabe notar que cada una de las fallas son provocadas a 10[s] a partir del punto de equilibrio mencionado anteriormente.

Como podemos observar en las gráficas 5.17 y 5.18, al provocar fuga en un tanque la primer



Tabla 5.4: Firma de fallas con ordenamiento de medición relativo para el sistema de tres tanques

Falla	Ordenamiento Relativo de Medición
$Q_1^+$	$e_2^+ \prec e_7^+ \prec e_{14}^+$
$Q_1^-$	$e_2^- \prec e_7^- \prec e_{14}^-$
$Q_2^+$	$e_{14}^+ \prec e_7^+ \prec e_2^+$
$Q_2^-$	$e_{14}^- \prec e_7^- \prec e_2^-$
$R_1^+$	$e_2^+ \prec e_7^+ \prec e_{14}^+$
$R_1^-$	$e_2^- \prec e_7^- \prec e_{14}^-$
$R_2^+$	$e_{14}^+ \prec e_7^+ \prec e_2^+$
$R_2^-$	$e_{14}^- \prec e_7^- \prec e_2^-$
$R_3^+$	$e_7^+ \prec e_2^+, e_{14}^+ \prec e_{14}^+, e_2^+$
$R_3^-$	$e_7^- \prec e_2^-, e_{14}^- \prec e_{14}^-, e_2^-$
$R_{13}^+$	$e_2^+, e_7^- \prec e_7^+, e_2^+ \prec e_{14}^-$
$R_{13}^-$	$e_2^-, e_7^+ \prec e_7^-, e_2^- \prec e_{14}^+$
$R_{32}^+$	$e_7^+, e_{14}^- \prec e_{14}^+, e_7^+ \prec e_2^+$
$R_{32}^-$	$e_7^-, e_{14}^+ \prec e_{14}^-, e_7^- \prec e_2^-$
$R_{20}^+$	$e_{14}^+ \prec e_7^+ \prec e_2^+$
$R_{20}^-$	$e_{14}^- \prec e_7^- \prec e_2^-$

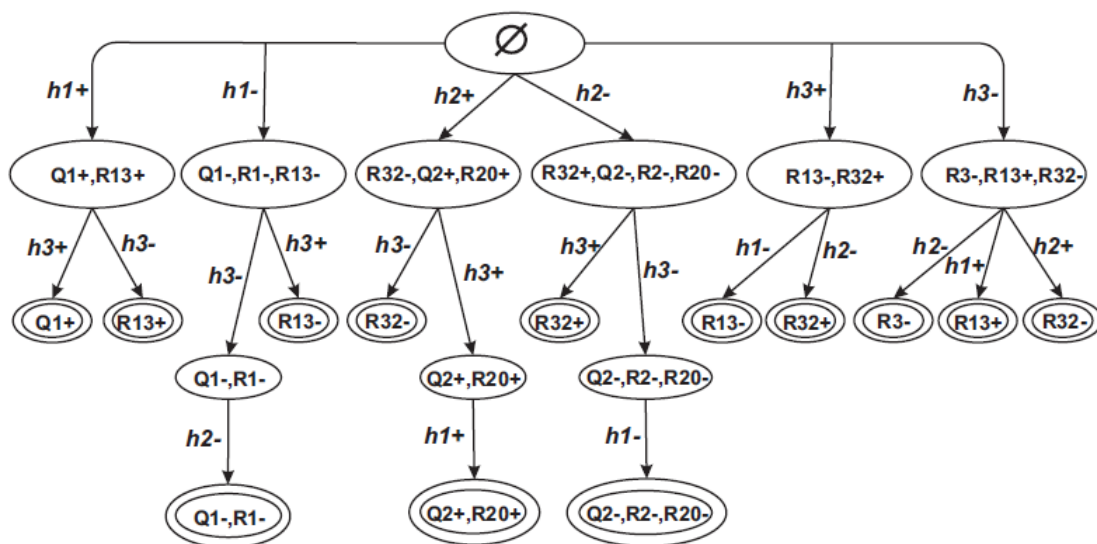


Figura 5.16: Diagnosticador para el sistema de tres tanques

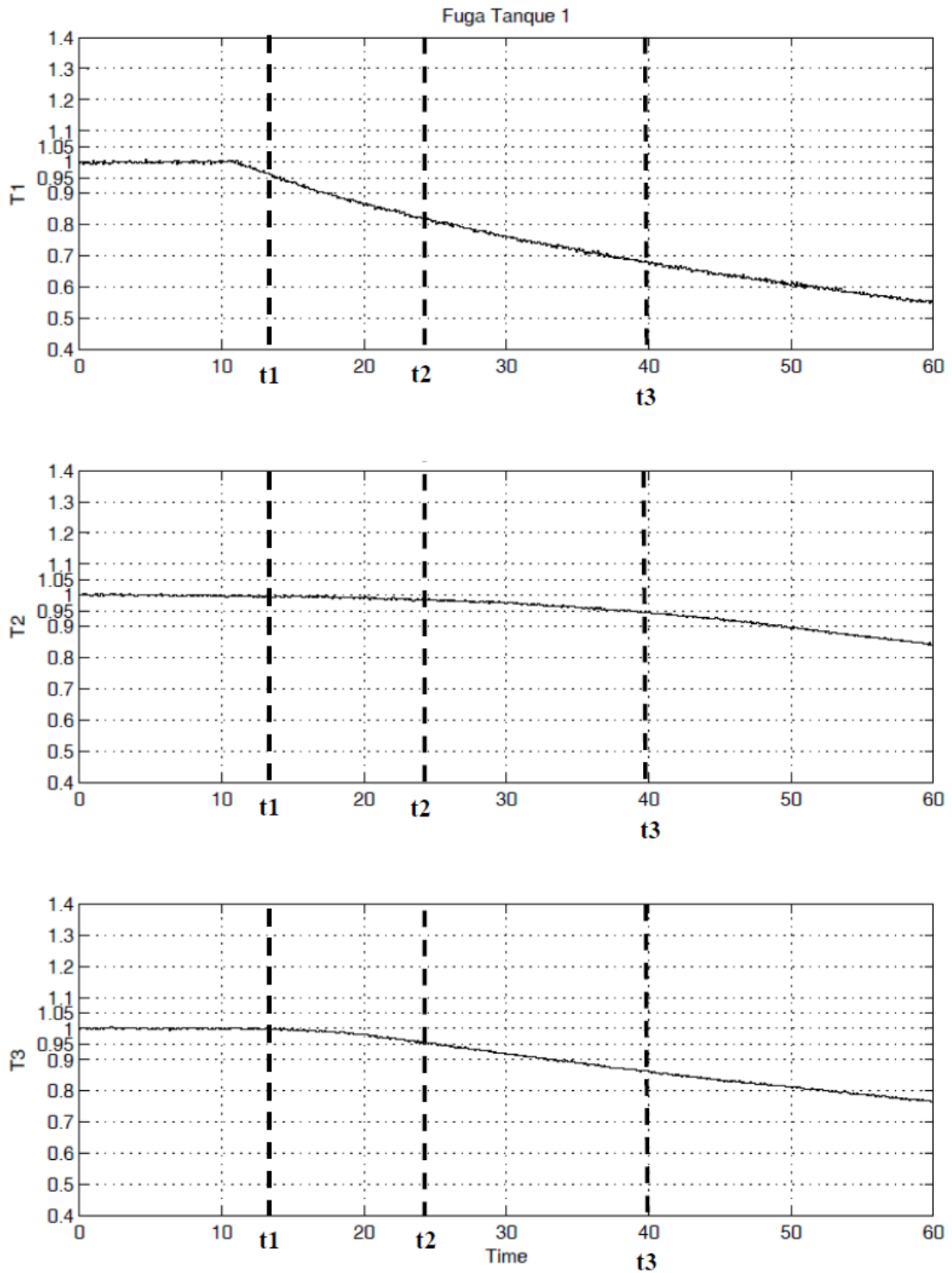


Figura 5.17: Fuga en tanque 1 para el sistema de tres tanques

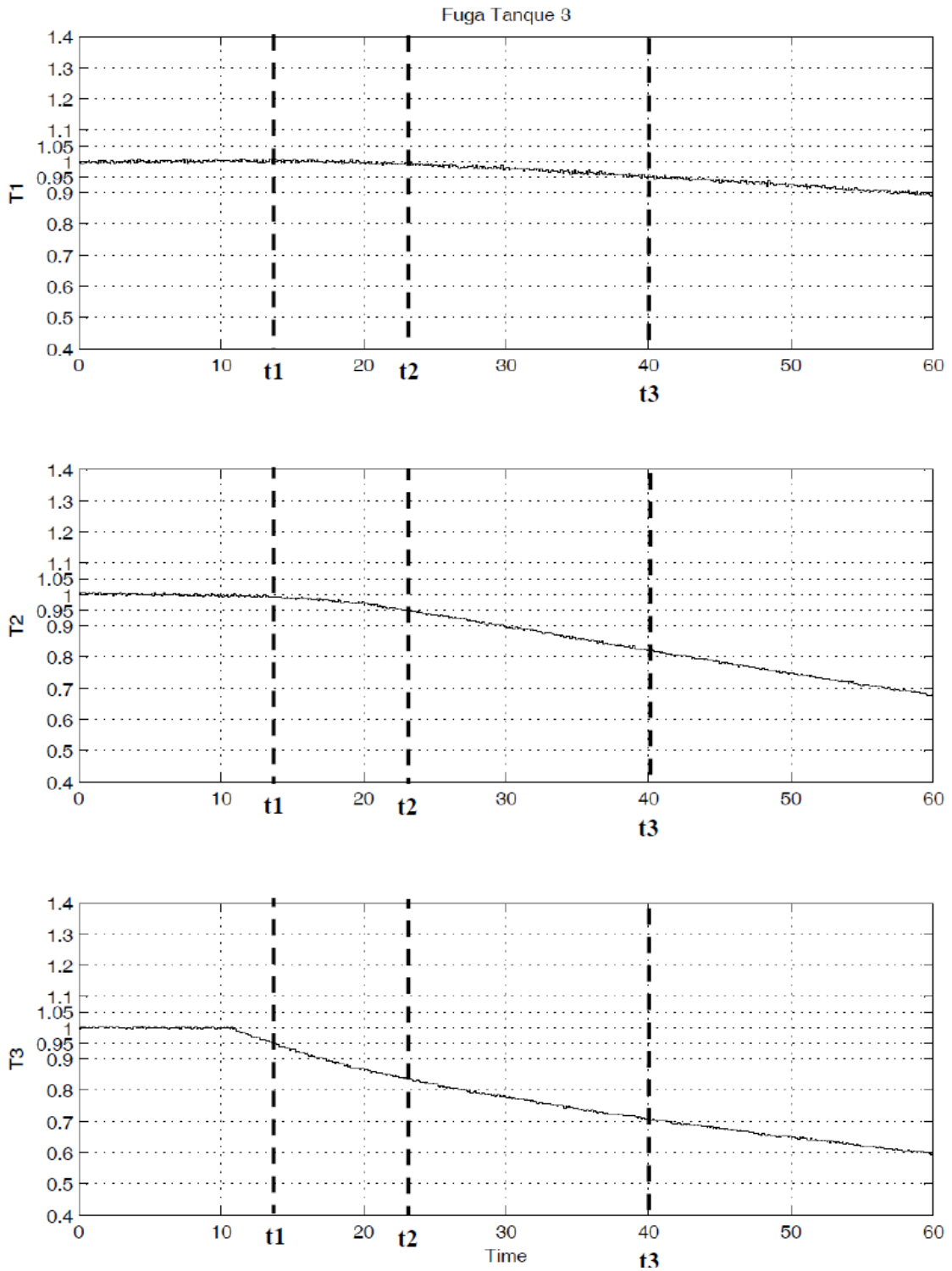


Figura 5.18: Fuga en tanque 3 para el sistema de tres tanques

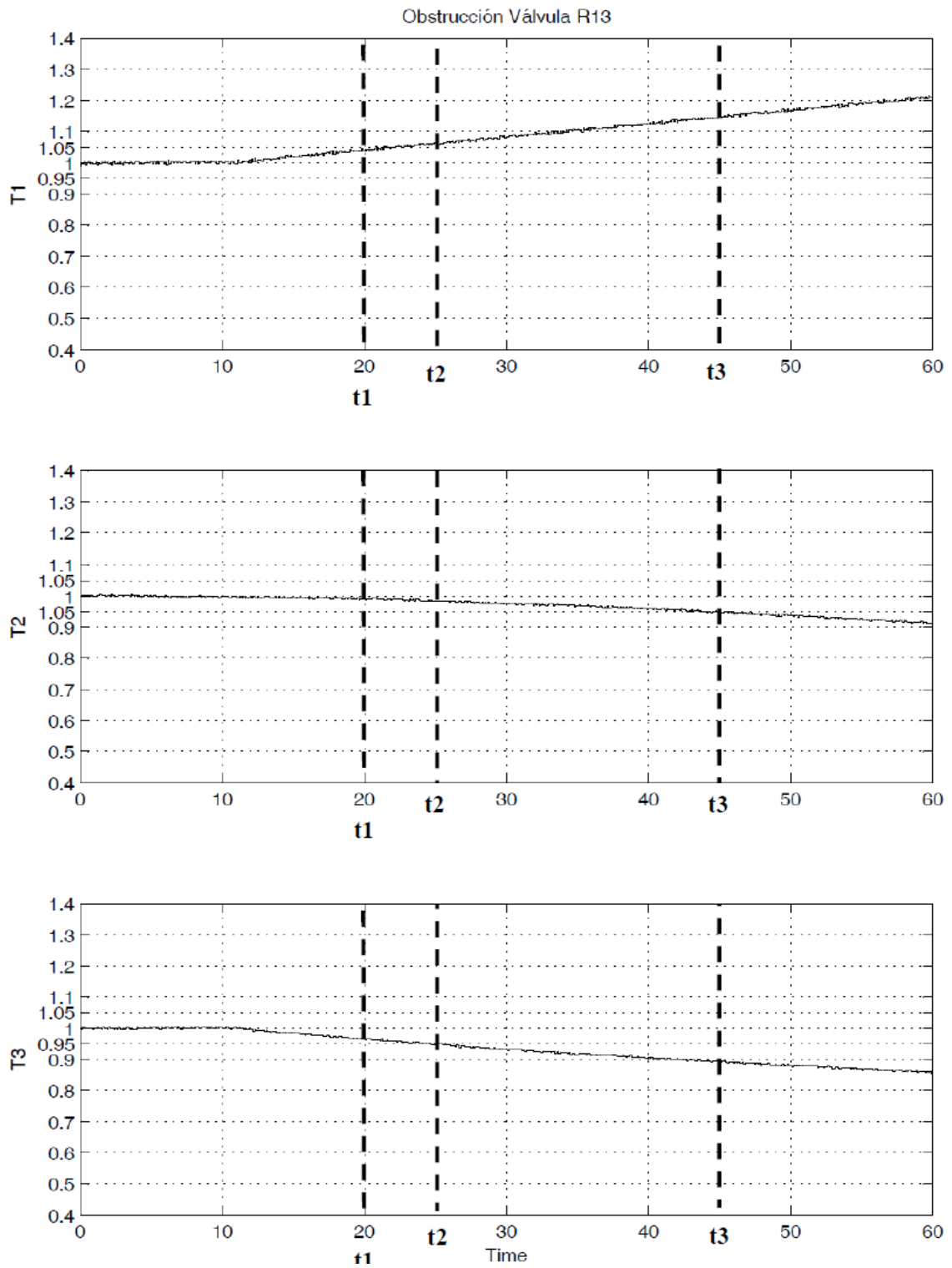


Figura 5.19: Obstrucción de la válvula entre el tanque 1 y el tanque 3 para el sistema de tres tanques

variable que se ve afectada es la altura de dicho tanque para después notarse un cambio en los demás niveles de líquido en los tanques. Para el caso de una fuga en tanque 1 ( $R_1^-$ ), iniciamos en el nivel cero ( $\emptyset$ ) de nuestro diagnosticador mostrado en la figura 5.16, a los 10[s] se provoca la fuga, y aproximadamente a los 13[s] marcado como  $t_1$  en la gráfica, se muestra un decremento del 5% en el nivel del tanque 1 ( $h_1^-$ ), lo cual pudo ser provocado por  $Q_1^-$ ,  $R_1^-$  ó  $R_{13}^-$ , ahora siguiendo esa rama del diagnosticador, nos quedamos en un segundo nivel de medición en donde se espera ya sea un incremento o decremento en  $h_3$ ; a los 23[s] ( $t_2$ ) se presenta un decremento del 5% en  $h_3$  y finalmente a los 40[s] ( $t_3$ ) un decremento en  $h_2$ , por lo que tenemos que la falla pudo ser provocada por una fuga en tanque 1 o por una disminución en el flujo  $Q_1$ , esta falla podría ser aislable únicamente si contamos con un sensor de flujo que nos indique una disminución en éste. Para el caso de una fuga en tanque 3, ésta sí es aislable siguiendo la trayectoria  $T = \{h_3^- \rightarrow h_2^-\}$ . En este caso, esas dos mediciones son suficientes para aislar la falla, ya que este patrón no es seguido por ninguna otra rama de nuestro diagnosticador, aunque sabemos por nuestra firma de fallas con ordenamiento relativo y por la gráfica mostrada que en la medición  $t_3$  tenemos  $h_1^-$ .

Para el caso en que se provoca una obstrucción en la válvula  $R_{13}$ , se puede aislar ya sea por medio de la trayectoria  $T_1 = \{h_1^+ \prec h_3^-\}$  en donde se observa que al sellar por completo el tanque 1, este aumenta su nivel al tiempo  $t_1$  (20[s]) y los otros dos tanques se convierten en un sistema independiente. De manera similar se comportan las obstrucciones/aperturas en las demás válvulas.



# Capítulo 6

## Conclusiones

En este trabajo se propone una metodología para detección y aislamiento de fallas en sistemas dinámicos continuos. La propuesta toma ventaja de la información temporal cualitativa en desviaciones medidas de las variables del sistema para mejorar el esquema de aislamiento de falla mediante la construcción sistemática de modelos de falla basados en eventos, llamados diagnosticadores, los cuales son usados para el aislamiento de fallas en línea generando trayectorias particulares para cada elemento susceptible a falla del sistema. De igual manera, en este trabajo se demuestra y se evalúa la validez de esta metodología en dos casos de estudio, en una simulación de un circuito eléctrico y en resultados experimentales para un sistema de tres tanques.

En la primera parte de este trabajo se mostró que los *Bond Graph Causales* proveen el esquema adecuado para el diagnóstico cualitativo de fallas basado en modelos, ya que incorporan principios de conservación e intercambio de energía, incluyendo almacenamiento, disipación y transformación, permitiendo la generación de no únicamente un modelo de comportamiento del sistema, si no también de un esquema estructural causa-efecto, el cual es usado para el desarrollo de nuestro esquema de monitoreo.

El principal aporte de este trabajo es el desarrollo de algoritmos de propagación de fallas, basados en la construcción de una matriz de propagación de fallas, creadas a partir de los modelos en *BG*, los cuales toman en cuenta los efectos derivativos en el tiempo. Estos algoritmos fueron usados para la generación de un conjunto hipotético de fallas, que explican inicialmente el comportamiento anormal observado en el sistema y después modelan el comportamiento de cada una de esas fallas.

Igualmente se elaboró un esquema basado en eventos para diagnóstico cualitativo de fallas. Dentro de este contexto se proveen algoritmos para la construcción sistemática de diagnosticadores basados en eventos que siguen la trayectoria de propagación de una falla, por medio de retardos en el tiempo provocados por integrales de alto orden y aportando un esquema eficiente de aislamiento

de fallas.

La metodología de detección y aislamiento de fallas fue probada experimentalmente con el fin de ilustrar la propuesta presentada en este trabajo, este caso de estudio ayudó a demostrar la necesidad de ordenamientos relativos de medición en un sistema real, ya que sin ellos, el sistema no podría ser diagnosticable.



# Bibliografía

- [1] Mina J. D. *Aislamiento de Fallas con Modelos Estructurados de Componentes Principales*. PhD thesis, Posgrado en Ingeniería UNAM, 2008.
- [2] Poole D. Normality and faults in logic-based diagnosis. In *in Proceedings International Joint Conference on Artificial Intelligence*, volume in Proceedings International Joint Conference on Artificial Intelligence, Detroit(USA), 1988.
- [3] Commault C. et al. Observer-based fault detection and isolation for structured systems. *IEEE Trans Aut. Control*, 47(12):2074–2079, December 2002.
- [4] R. Iserman. A review on detection and diagnosis illustrate that process faults can be detected when based on estimation of unmesurable process parameters and state variables. In *Automatica IFAC Journal*, volume 20(4), pages 387–404, 1989.
- [5] Lunze J. Qualitative modelling of lineae dynamical systems with quantized state measurements. *Automatica*, 30(3):417–431, 1994.
- [6] Mason S. J. Feedback theory- further properties of signal flow graphs. In *Proceedings of the I. R. E.*, pages 960–966, 1956.
- [7] Reinscheke K. J. *Multivariable Control A Graph-theoretic Approach*. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer-Verlag, 1988.
- [8] Basseville M. On fault detectability and isolability. *European Journal of Control*, 7:625–637, 2001.
- [9] Maciejowski J. M. *Multivariable Feedback Design*. Addison Wesley, Great Britain, 1990.
- [10] Massoumnia M. A geometric approach to the synthesis of failure detection filters. *IEEE Trans. on Autom. Control*, AC-31(9):839–846, Set. 1986.
- [11] Nyberg M. A general framework for model based diagnosis based on statistical hypothesis testing. In *12th International Workshop on Principles of Diagnosis*, pages 135–142, 2001.

- [12] Wonham W. M. *Linear Multivariable Control: A Geometric Approach*. Springer-Verlag, New York, 1985.
- [13] Frank P. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy. *Automatica*, 26(2):459–474, 1990.
- [14] Gawthrop P.J. Physical model-based control: A bond graph approach. *Journal of the Franklin Institute*, B(3):285–305, 1995.
- [15] Isermann R. *Fault Diagnosis System*. Springer, 2006.
- [16] Marcellin S. Notas de curso: Construcción de sistemas expertos. *Posgrado en Ciencia e Ingeniería de la Computación, Universidad Nacional Autónoma de México*, 2010.
- [17] Reiter T. A theory of diagnosis from first principles. *Artificial Intelligence*, 32:57–95, 1987.
- [18] Beard R. V. *Failure Accomodation in Linear Systems Through Self-Reorganization*. Ph.D. Dissertation, M.I.T., 1971.
- [19] Frank P. Schreier G. y Alcorta-Garcia E. *Nonlinear Observers for Fault Detection and Isolation*, volume Lecture Notes in Control and Information Science 244, pages 399–466. Springer, Berlin, 1999.
- [20] Kohda T. Inoue K. y Asama H. Computer aided failure analysis using system bond graphs. In *International Conference on Bond Graph Modeling and Simulation*, volume 33 of Simulation Series, pages 71–76, 2001.
- [21] Frisk E. y Åslund J. Lowering orders of derivatives in non-linear residual generation using realization theory. *Automatica*, 41:1799–1807, 2005.
- [22] Gentil S. Lesecq S. y Barraud A. Improving decision making in fault detection and isolation using model validity. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 22:534–545, 2009.
- [23] Gawthrop P. J. y Bevan G. P. Bond graph modeling: A tutorial introduction for control engineers. *IEEE Control Systems Magazine*, 27 – (2):24–45, 2007.
- [24] Daigle M. Koutsoukos X. y Biswas G. Fault diagnosis of continuous systems using discrete - event methods. In *46th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans*, pages 2626–2632, Dec. 2007.
- [25] Mosterman P. y Biswas G. Diagnosis of continuous valued systems in transient operating regions. *IEEE Transactions on System Man and Cybernetics*, 29(6):554 – 565, 1999.

- [26] Samantaray A. K. y Bouamama B. O. *Model-based Process Supervision, A Bond Graph Approach*. Springer, Kharagpur India, 2008.
- [27] Patton R. Frank P. M. y Clark R. *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*, chapter A structural Framework for the Design of FDI Systems in Large Scale Industrial Plants, pages 245–283. Springer, London, 2000.
- [28] Patton R. J. Frank P. M. y Clark R.C. *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*, chapter Introduction, pages 1–6. Springer, 2000.
- [29] Bouamama B. O. Samantaray A. K. Staroswiecki M. y Dauphin-Tanguy G. Model builder using functional and bond graph tools for fdi design. *Control Engineering Practice*, 7(13):875–891, 2005.
- [30] Montmain J. y Gentil S. Dynamic causal model diagnostic reasoning for on-line technical process supervision. *Automatica*, 36:1137–1152, 2000.
- [31] De-Persis C. y Isidori A. A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation. *IEEE Trans Aut. Control*, 46-6:853–866, 2001.
- [32] Rosenberg R. C. y Karnopp D. C. A definition of the bond graph language. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Trans. ASME*, (3):179–182, 1972.
- [33] Mukherjee A. Karmakar R. y Kumar-Samantaray A. *Bond Graph in Modeling, Simulation and Fault Identification*. Taylor and Francis, 2006.
- [34] De Kleer J. y Kurien J. Fundamentals of model-based diagnosis. In *IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Process Safeprocess (Washington, USA)*, 2003.
- [35] Fuster-Parra P. y Ligeza A. Causal structures: From logical models to diagnostic applications. In *Int. J. Comp. Anticipatory Syst.*, volume 9, pages 366–381, 2001.
- [36] Hashtrudi S. y Massoumnia M. Generic solvability of the failure detection and identification problem. *Automatica*, 35:887–893, 1999.
- [37] Lorentzen T. Blanke M. y Niemann H. Structural analysis. A case study of the Romer satellite. In M. Staroswiecki, editor, *IFAC Safeprocess*, volume 1, pages 187–192, Washington, June 2003. IFAC.
- [38] Basseville M. Kinnaert M. y Nyberg M. Discussion on “on fault detectability and isolability by m. baseville”. *European Journal of Control*, 7:638–641, 2001.

- [39] Venkatasubramanian V. y Rengaswamy R. A review of process fault detection and diagnosis part II: Qualitative models and search strategies. *Computers and Chemical Engineering*, 27:313–326, 2003.
- [40] Karnopp D.C. Margolis D.L. y Rosenberg R.C. *System Dynamics: Modeling and Simulation of Mechatronic Systems*. John Wiley and Sons, four edition edition, 2005.
- [41] Blanke M. Kinnaert M. Lunze J. y Staroswiecki M. *Diagnosis and Fault Tolerant Control*. Springer, Berlin, 2003.
- [42] Linkens D. y Wang H. Qualitative bond graph reasoning in control engineering: Fault diagnosis. In *International Conference on Bond Graph Modeling and Simulation*, volume 27 of Simulation Series, pages 189–194, 1995.
- [43] Chow E. y Willsky A. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE-Trans. Automatic Control*, 29(7):603–614, 1984.
- [44] Biswas G. Kapadia R. y Xudong W. Combined qualitative quantitative steady state diagnosis of continuous valued systems. In *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics.*, volume 327(2), pages 167–185, 1997.