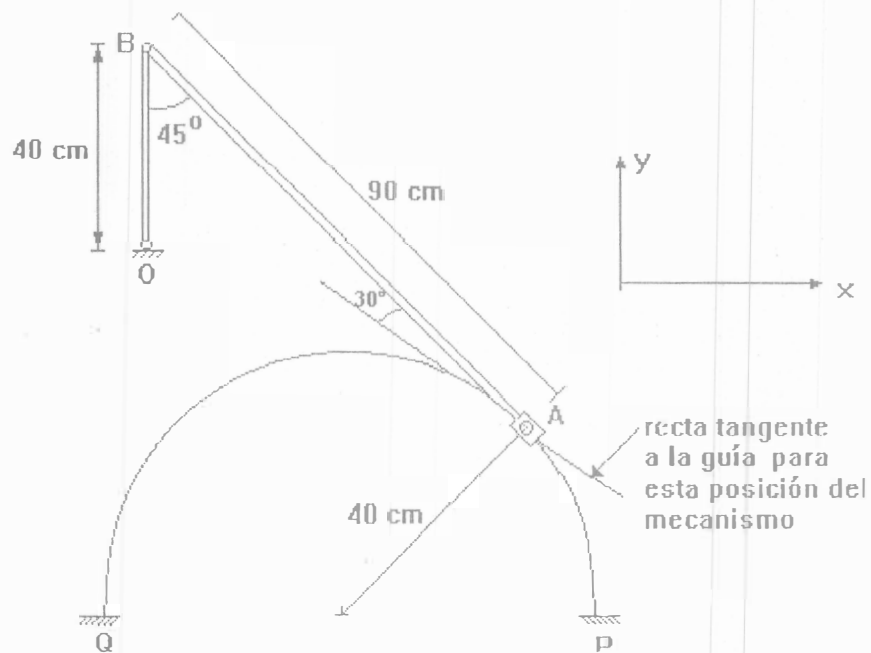




FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE MECÁNICA



FACULTAD DE INGENIERÍA



CUADERNO DE EJERCICIOS DE  
CINEMÁTICA

Hugo Serrano Miranda  
Bertha Franco Rosas  
Jorge Solar González

G- 611509

BIBLIOTECA DE MEXICO  
FACULTAD DE INGENIERIA

## INTRODUCCIÓN

Al inicio de los setentas, la entonces Coordinación de Materias Propedéuticas, actualmente la División de Ciencias Básicas, editó en manuscrito las primeras notas de las asignaturas que se impartían y se las ofreció a su alumnado con la finalidad de ayudarlo.

En su devenir, este material didáctico se ha venido adecuando conforme a los cambios que han sufrido los Planes de Estudio y las asignaturas que de ellos se derivan; y, en algunos casos, transformando hasta alcanzar la calidad de libros de texto de reconocimiento nacional.

A raíz de la última revisión y aprobación de los Planes, que dio origen a los conocidos Planes de Estudio 1994, y en concordancia con el Plan de Desarrollo 1995-2000 de la Facultad de Ingeniería, esta División, a través de su personal académico y con el auxilio de la tecnología de computación, ha intensificado la tarea de actualizar los apuntes, manuales de prácticas, series de ejercicios y demás material didáctico escrito; con la misma finalidad y pretensión originales.

Tal es el caso del **Cuaderno de Ejercicios de CINEMÁTICA**, resultado de la actividad académica de Hugo Germán Serrano Miranda y el de Bertha Franco, Jorge Solar, Lanzier E. Torres y Jorge Guillén de la Serna quienes lo enriquecieron; y lo ofrecen generosamente a los alumnos y profesores con objeto de contribuir al mejoramiento de la actividad académica de nuestra División.

Como la División se ha empeñado en revitalizar la vida académica de todas las Coordinaciones, juzgo que para ello esta obra constituye otro medio más someténdola a la crítica en el Claustro académico de la Coordinación de Cinemática y Dinámica para que; con la participación de todos, se perfeccione y logre constituirse en un libro de ejercicios de alcance nacional e internacional.

Para tal efecto, agradeceré a los profesores que están impartiendo la asignatura de Cinemática y a los alumnos darle uso a esta obra, anotar las observaciones de todo tipo que juzguen pertinentes; y hacerlas llegar al autor.

Convencido que a todos nos interesa ofrecerles a nuestros alumnos lo mejor de nosotros mismos, les reitero mi agradecimiento a los autores y como siempre aprovecho para desearles salud.

**ATENTAMENTE**

Ciudad Universitaria D. F.; Octubre de 1997

"Por mi Raza Hablará el Espíritu"

El Jefe de la División

Bernardo Frontana de la Cruz



## PRÓLOGO

La presente obra ha sido elaborada con el propósito de apoyar la tarea docente del profesor y complementar el aprendizaje del alumno en los cursos de **Cinemática** que se imparten en esta **División de Ciencias Básicas**.

La teoría estudiada en esta rama de la Mecánica, así como los criterios y procedimientos que deben emplearse en el análisis de fenómenos mecánicos, requieren de ejercicios que promuevan en el alumno nuevas actitudes y exigencias, tendientes a fomentar la elaboración conceptual de modelos matemáticos y su adecuada interpretación, evitando en lo posible el empleo irracional de fórmulas y procedimientos memorizados.

Lo anterior implicó un serio compromiso en la formulación de ejercicios que cumplieran con este requisito, sobre todo en su diseño, estructura y organización, a fin de estimular al alumno para el desarrollo apropiado de estas habilidades.

El lector se dará cuenta que la cobertura de esta obra incluye cinco de los seis temas del programa vigente de la asignatura. La razón de omitir el tema seis relativo a "momentos de inercia" es por demás obvia, ya que este tópico, está fuera del riguroso contexto de esta disciplina.

Deseo expresar mi más amplio reconocimiento a todas las personas que colaboraron y enriquecieron este trabajo :

A la Ing. Bertha Franco Rosas, por haber tenido la paciencia de resolver y verificar todos los ejercicios, invaluable gesto académico que motivó serias reflexiones, sugerencias, y desde luego, correcciones.

Al Ing. Jorge Solar González, por su valiosa contribución para eliminar algunos de los ejercicios del material original, conforme a criterios de extensión y grado de dificultad, así como también por haber puesto riguroso esmero en revisar la redacción final del escrito.

A los ingenieros Lanzier Efraín Torres Ortiz y Jorge Guillén de la Serna, por sus sugerencias y comentarios.

A la señorita Ivonne Estrada Garduño, por la mecanografía del texto y la elaboración de las gráficas y dibujos.

Y especialmente a mis alumnos, con quienes sometí a prueba los ejercicios preliminares de este trabajo, consciente de su generosa solidaridad y de las penosas dificultades que tuvieron que pasar durante ese proceso.

Finalmente espero que este material cumpla con su cometido y recibir los comentarios, críticas y sugerencias de todas las personas que lo utilicen, con el objeto de que su valiosa participación contribuya a mejorarlo.

Hugo Germán Serrano Miranda



## EJERCICIOS PROPUESTOS

### ÍNDICE

TEMA	PAGINA
1. MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS	1
2. MOVIMIENTOS CURVILÍNEOS	26
3. CINEMÁTICAS DEL PUNTO Y DE LA RECTA RELACIONADAS	56
4. MOVIMIENTO RELATIVO	64
5. CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO	76
6. CINEMÁTICA DE MECANISMOS	98
RESPUESTAS	107

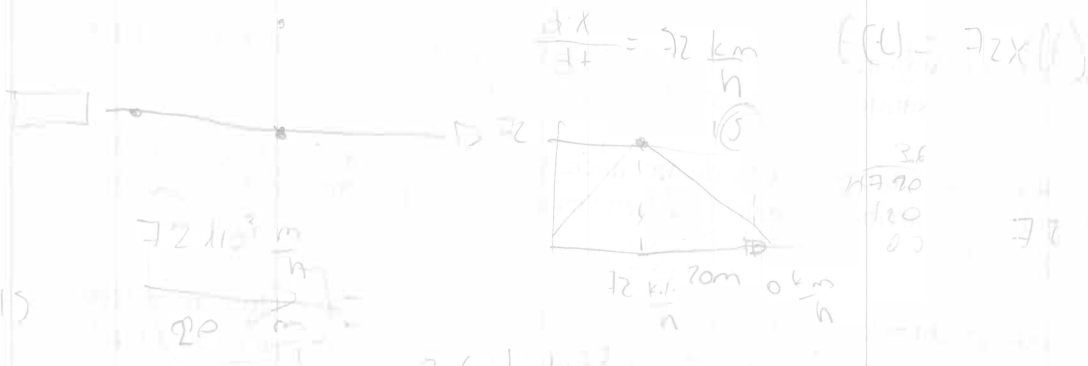
## 1. MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS

1-1 Marque con una cruz, según corresponda, el carácter de falso o verdadero, para cada una de las siguientes aseveraciones:

- a) Todo movimiento rectilíneo uniforme debe iniciarse desde el reposo. V( ) F( )
- b) En todo movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, la aceleración siempre tiene la dirección y el sentido de la velocidad. V( ) F( )
- c) Al lanzar un objeto verticalmente hacia arriba, cuando éste sube, su aceleración está dirigida hacia arriba; cuando se detiene es nula y cuando baja está dirigida hacia abajo.  
V( ) F( )
- d) Cuando un automóvil se desplaza acorde con un movimiento rectilíneo uniforme y frena, se desacelera; por otra parte, si incrementa su rapidez su aceleración es positiva. V( ) F( )

1-2 Un automóvil viaja en línea recta con una rapidez constante de 72 km/h. En cierto instante se aplican los frenos bruscamente, decreciendo su rapidez linealmente hasta detenerse a una distancia de 20 m, medida desde el punto donde se aplicaron los frenos; detérmínense, para estas condiciones:

- a) la magnitud de la aceleración en el proceso de frenado,
- b) el intervalo de tiempo que dura dicho proceso, y,
- c) la rapidez del automóvil a los tres segundos de que empezó a decrecer su rapidez por el efecto de los frenos.



$$\frac{dx}{dt} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v(t) = 72 - at$$

$$\int v dt = \int (72 - at) dt$$

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{20 \text{ m}}{t}$$

$$3.6 \frac{\text{h}}{1000} = t$$

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} - at = 0$$

$$a = 15$$

$$\bar{v} = 36$$

$$\bar{v} = 36$$

$$20 = 72t - \frac{1}{2}at^2$$

$$m \cdot 20 = 720$$

x

1-3 Cierta automóvil parte del reposo cuando  $t = 0$  segundos, incrementando su rapidez linealmente hasta alcanzar 54 km/h en el instante  $t = 5$  s. Si a partir de este instante se aplican los frenos, decreciendo linealmente su rapidez hasta detenerse cuando  $t = 7$  s (tiempo medido desde el inicio del movimiento), determinense:

- a) la distancia total recorrida,
- b) la magnitud de su aceleración mientras su rapidez se incrementaba, y,
- c) la magnitud de su aceleración durante la aplicación de los frenos.

1-4 Un bloque se lanza sobre una mesa con una rapidez de 20.38 km/h, tal como se indica en la figura. Si al moverse en línea recta se observa que su rapidez decrece linealmente hasta llegar al extremo de la mesa con rapidez de 14.40 km/h, ¿cuál es la rapidez inicial  $v_0$  con la que deberá lanzarse de nueva cuenta el bloque, para que se detenga exactamente al llegar al extremo derecho de la mesa?

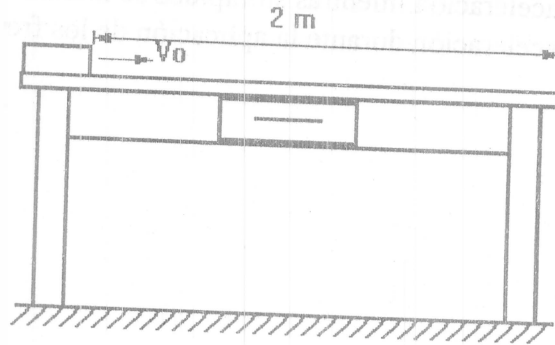


Figura problema 1-4.

1-5 Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde lo alto de un edificio, con rapidez inicial de  $15 \text{ m/s}$ , tal como se muestra en la figura dada. Si el tiempo que transcurre desde el momento en que se lanzó hasta el instante en el que tocó el piso fue de  $3.63$  segundos, determinense:

- la altura  $H$  del edificio,
- la altura máxima que alcanzó la pelota, medida desde el suelo, y,
- la rapidez de la pelota cuando ésta tocó el piso.

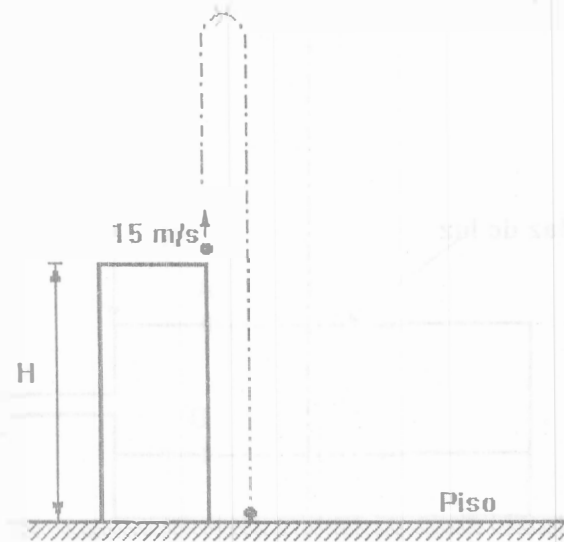


Figura problema 1-5

1-6 En la figura se muestra un dispositivo para medir intervalos de tiempo, en movimientos de caída libre y en tiros verticales. El dispositivo consta de dos sensores ópticos y de un reloj digital de alta precisión, de modo que los sensores accionan al reloj cuando el cuerpo interrumpe el haz de luz que emiten.

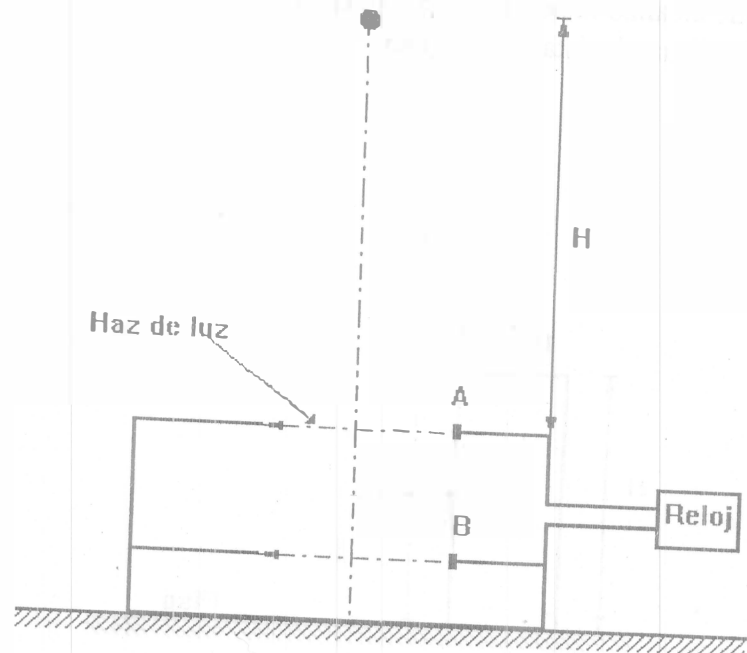


Figura problema 1-6

Al accionar al primer sensor (A) se pone en marcha el reloj; un poco después se activa el segundo sensor (B) y en la pantalla aparece el intervalo de tiempo correspondiente al desplazamiento del objeto, desde la posición (A) hasta la posición (B). Si se deja caer un balón desde cierta altura  $H$ , y el intervalo de tiempo registrado por el reloj es 0.156 segundos, determínese la altura  $H$  desde la que se dejó caer dicho balón, considerando que la distancia entre los sensores ópticos es de 1.5 metros.

$$\begin{aligned}
 & -9.8 \\
 & -4.34 \\
 & = \frac{0.156^2}{2} \\
 & = \frac{0.024336}{2} \\
 & = 0.012168 \\
 & = \frac{0.012168}{9.8} = (-) = -0.0012416 \\
 & 0.716
 \end{aligned}$$

1-7 Si el dispositivo óptico del problema anterior se usa en la configuración de tiro vertical que aquí se muestra, el tiempo empleado por el balón para recorrer la distancia entre los sensores es de 0.229 segundos.

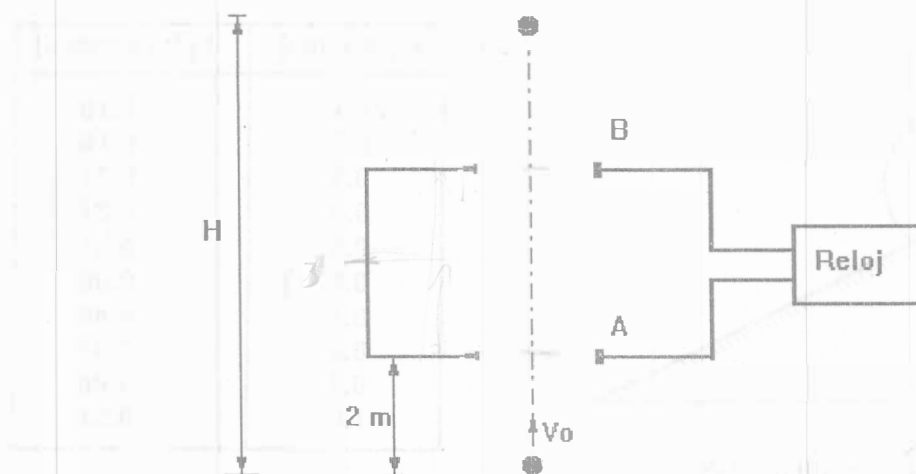


Figura problema 1-7

Obtégase la rapidez inicial  $v_0$  con la que se lanzó, así como también la altura máxima que alcanza el balón con relación a la posición de donde fue lanzado. Considérese ahora que la distancia entre los sensores es de dos metros.

Handwritten calculations:

$$y = 2.3 = \frac{1}{2} g t^2$$

$$2.3 = \frac{1}{2} (9.8) t^2$$

$$4.6 = 9.8 t^2$$

$$t^2 = \frac{4.6}{9.8}$$

$$t = 0.68 \text{ s}$$

$$v = v_0 - g t$$

$$0 = v_0 - 9.8 (0.68)$$

$$v_0 = 6.66 \text{ m/s}$$

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 6.66 (0.68) - \frac{1}{2} (9.8) (0.68)^2$$

$$y = 4.53 - 2.3 = 2.23 \text{ m}$$

Distance between sensors is 2 m.

$$2 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$2 = v_0 t - 4.9 t^2$$

$$4.9 t^2 - v_0 t + 2 = 0$$

$$t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 4(4.9)(2)}}{2(4.9)}$$

$$t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 39.2}}{9.8}$$

$$0.229 = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 39.2}}{9.8}$$

$$2.3442 = v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 39.2}$$

$$2.3442 - v_0 = \pm \sqrt{v_0^2 - 39.2}$$

$$(2.3442 - v_0)^2 = v_0^2 - 39.2$$

$$5.495 - 4.6884 v_0 + v_0^2 = v_0^2 - 39.2$$

$$-4.6884 v_0 + 5.495 = -39.2$$

$$-4.6884 v_0 = -44.695$$

$$v_0 = 9.53 \text{ m/s}$$



1-8 Un carrito se suelta, a partir del reposo, sobre un plano inclinado tal como se indica en la figura. Con el fin de estudiar el comportamiento de la posición del centro del carrito en función del tiempo, se colocaron los sensores ópticos que se emplearon en el problema anterior.

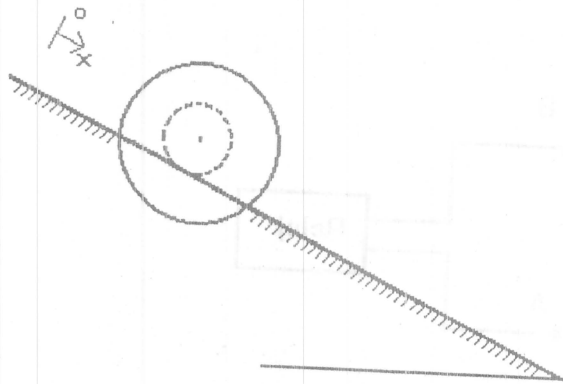


Figura problema 1-8

$x_i$ (metros)	$t_i$ (segundos)
0.1	0.10
0.2	0.16
0.3	0.21
0.4	0.27
0.5	0.31
0.6	0.36
0.7	0.40
0.8	0.44
0.9	0.48
1.0	0.51

El primero se mantuvo fijo en el extremo izquierdo del plano, con el fin de poner en marcha al reloj en el momento de iniciar el movimiento, y el segundo (sensor), se colocó en las diferentes posiciones  $x_i$ , con el fin de medir los correspondientes intervalos de tiempo. Después de realizar las mediciones en el citado experimento, se obtuvo la tabla que se proporciona junto a la figura de este problema:

Con base en la tabla anterior :

- elabórese una gráfica, en papel milimétrico, con el fin de visualizar el comportamiento de la posición del centro del carrito en función del tiempo, y,
- a partir de la gráfica elaborada, determínese la rapidez del carrito en los instantes  $t = 0.21$  y  $t = 0.36$  segundos.

1-9 Un bloque se mueve en línea recta hacia la derecha y va a encontrarse con el resorte parachoques de la figura. Si en el momento de chocar lleva una rapidez de 6 m/s y continúa moviéndose, ahora de acuerdo con la ecuación  $\ddot{x} = -900x$ , donde  $\ddot{x}$  está en  $\text{m/s}^2$  y  $x$  en m, considerando que al chocar se tiene  $x = 0$  determinense:

- la distancia total  $x_f$  que recorre el bloque, hasta detenerse, y,
- la rapidez del bloque en la posición correspondiente a la mitad del valor de  $x_f$  calculado en el inciso anterior.

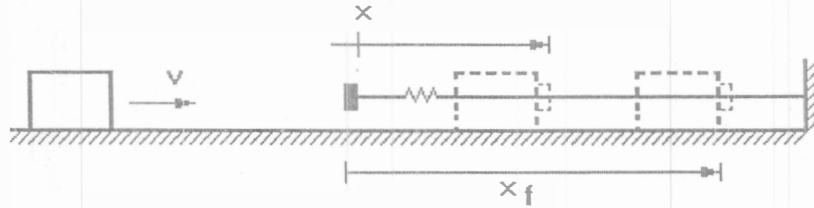


Figura problema 1-9

1-10 Un punto P se mueve en línea recta con aceleración dada por la ley escalar  $a(t) = \frac{4}{(t+2)}$ , donde t se mide en segundos y a en  $\text{m/s}^2$ . Considerando que cuando  $t = 0$  tanto su posición como su rapidez son nulas, determínese la magnitud de la aceleración de P cuando su rapidez sea de 2.8 m/s.

1-11 Después de que una pelota se lanza verticalmente hacia arriba con rapidez inicial  $v_0$ , la influencia del aire retarda su movimiento ascendente en razón directa a la rapidez que lleva la pelota. Un modelo aproximado para analizar este tipo de movimiento está dado por la expresión matemática  $a = -(g + cv)$ , donde  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $c$  es una constante de proporcionalidad que depende de la forma del cuerpo y de la densidad del aire la cual se mide en  $\text{s}^{-1}$ , y  $v$  la rapidez de la pelota en  $\text{m/s}$ .

Suponiendo que  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ , determínese la máxima altura que alcanza la pelota para:

- A)  $c = 0.4 \text{ s}^{-1}$
- B)  $c = 0.8 \text{ s}^{-1}$
- C)  $c = 0 \text{ s}^{-1}$ , ¿ cuál es la interpretación física de este valor asociado al fenómeno ?

~~13.81~~

1-12 Dos pelotas, A y B, se mueven simultáneamente en la misma línea vertical, de la siguiente forma: la pelota A se deja caer libremente desde una altura  $H$ , mientras que la pelota B se lanza verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial  $v_0$  desde una altura  $h$ , según se indica.

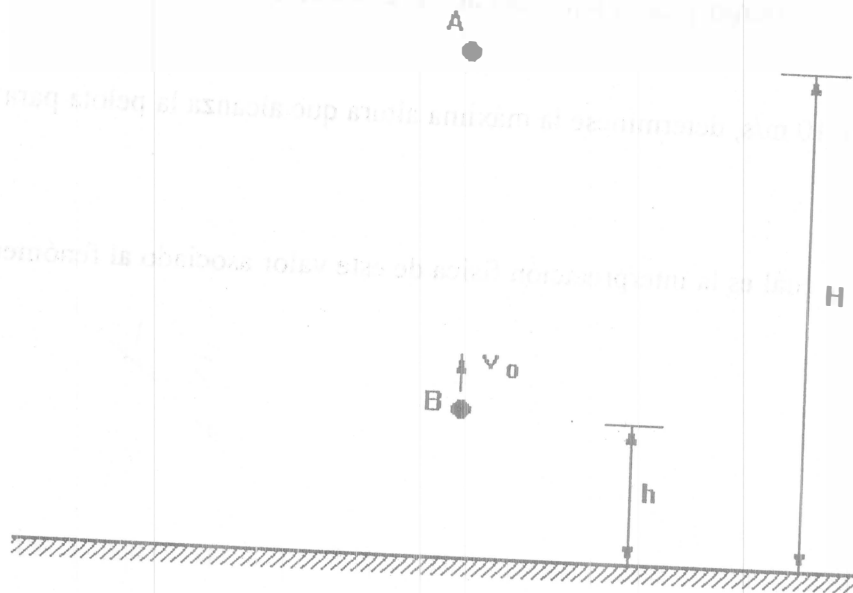


Figura problema 1-12

Demuéstrese que la pelota A chocará con la pelota B, antes de que ésta última toque el piso, siempre y cuando se cumpla que la rapidez de B esté dada por la ecuación  $v_0 = (H - h) \sqrt{g/2H}$ , teniéndose además que, al cumplirse esta condición, la pelota A alcanzará a la pelota B cuando esta última:

- a) asciende si  $v_0 > \sqrt{g(H-h)}$       b) desciende si  $v_0 < \sqrt{g(H-h)}$   
 c) alcanza justamente su altura máxima si  $v_0 = \sqrt{g(H-h)}$

1-13 Con referencia al problema anterior, considerando  $H = 32$  m,  $h = 2$  m, y  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup>, determínese la velocidad de la pelota B y la altura a la que sucede el choque de A y B, para los casos:

- a)  $v_0 = 20$  m/s,
- b)  $v_0 = 14$  m/s, y,
- c)  $v_0 = 17.14$  m/s.

1-14 Dos bloques, A y B, se sueltan desde el reposo en el mismo instante sobre un plano inclinado, separados uno del otro por una distancia de 0.4 m. Después de soltar ambos bloques sus rapidezces se incrementan linealmente en función del tiempo; sabiendo que el bloque A se acelera a razón de  $4 \text{ m/s}^2$  y además alcanza al bloque B a una distancia de 2 m, medida desde la posición inicial de A, determínese la magnitud de la aceleración del bloque B.



Figura problema 1-14

1-15 A continuación se muestra el comportamiento gráfico de la componente de la velocidad de un cuerpo que se mueve, en línea recta, sobre el eje x.

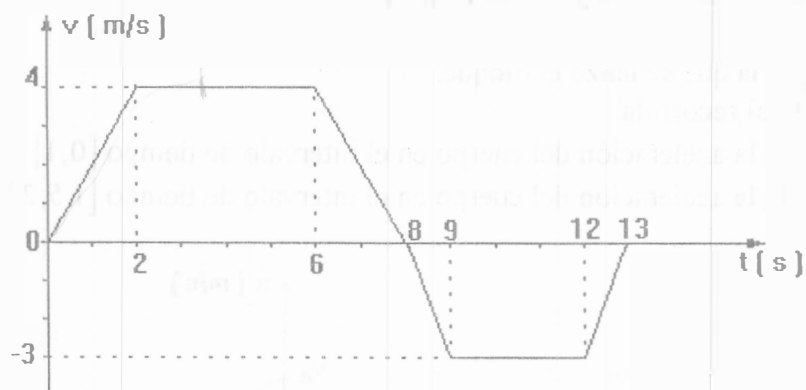


Figura problema 1-15

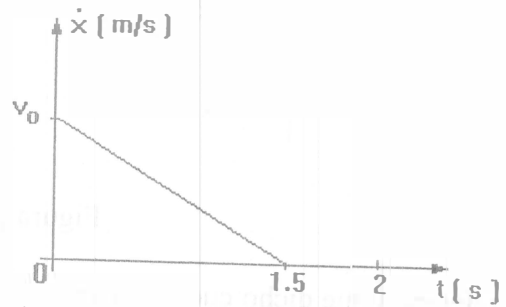
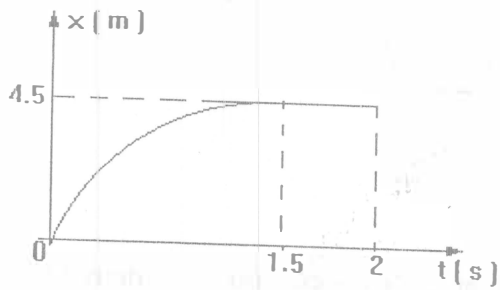
Considerando que dicho cuerpo se encontraba en el origen del eje x cuando  $t = 0$ , determine:

- la posición del cuerpo en el instante  $t = 13$  segundos,
  - la distancia recorrida por el cuerpo en el intervalo de 0 a 13 segundos, y,
  - la magnitud de la aceleración en el instante  $t = 7$  segundos.
- d) Después de ello, determine las características de su velocidad y su aceleración, para los intervalos de tiempo:
- $(0, 2]$   $(2, 6)$   $[6, 8)$   $(8, 9]$   $(9, 12)$  y  $[12, 13)$



1-16 Un bloque se mueve sobre un plano inclinado, habiendo iniciado su movimiento con cierta rapidez  $v_0$ . Atendiendo a la coordenada  $x$  la cual denota su posición en cada instante, se tienen las siguientes gráficas  $x-t$  y  $\dot{x}-t$ , las cuales determinan su posición y la componente de su velocidad, en función del tiempo respectivamente, determínense :

- la rapidez  $v_0$  a la que se lanzó el bloque
- la distancia total recorrida
- la magnitud de la aceleración del cuerpo en el intervalo de tiempo  $[0,1]$  segundos.
- la magnitud de la aceleración del cuerpo en el intervalo de tiempo  $[1.5,2]$  segundos.



Gráficas problema 1-16

1-17 En el instante  $t = 0$ , se lanza un pequeño cuerpo verticalmente hacia arriba con rapidez  $v_0$  desde una cierta altura  $h$  tal como se muestra en la figura adjunta. Considerando las gráficas  $y-t$ ,  $\dot{y}-t$ , las cuales determinan los comportamientos de la posición y de la componente de la velocidad del cuerpo, con relación al tiempo, omitiendo el recurso de la formulación de modelos analíticos determinense,:

- el tiempo de llegada al piso
- el tiempo para el cual se alcanza altura máxima
- la altura máxima alcanzada con relación al piso,
- la rapidez con que toca el piso,
- el tiempo para el cual vuelve a pasar por el lugar de donde se lanzó, y,
- la distancia total recorrida por el cuerpo, desde que fué lanzado hasta tocar el piso.

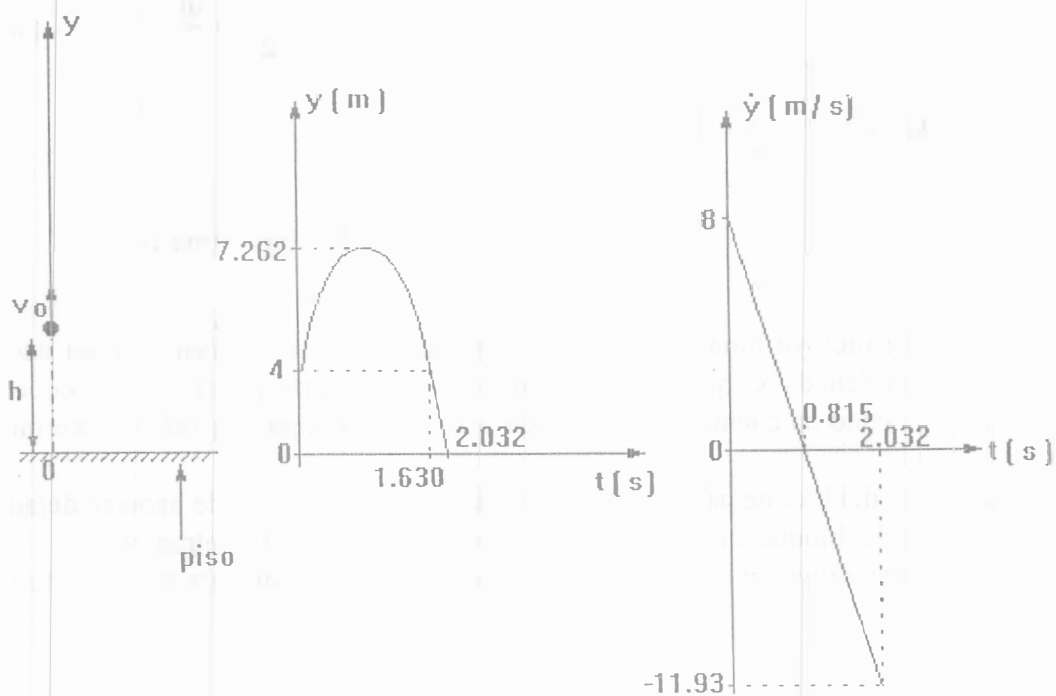


Figura problema 1-17

Gráficas (problema 1-17)

1-18 El bloque de la figura adjunta se deja caer partiendo del reposo, a 0.2 m de un resorte lineal, tal como se muestra. Dicho bloque cae libremente, desde que se suelta hasta el momento de chocar con el resorte; una vez que esto sucede continúa su movimiento vertical descendente, hasta que la acción del resorte lo detiene en cierta posición.

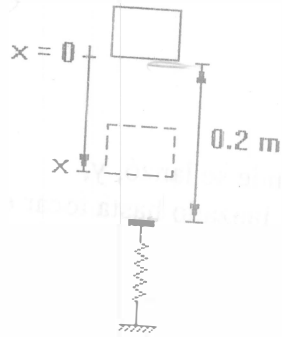
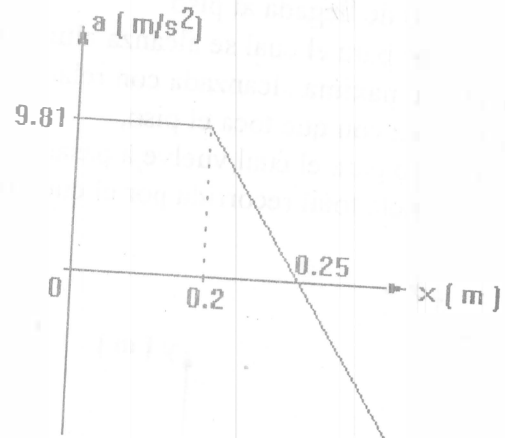


Figura problema 1-18



Gráfica (problema 1-18)

La gráfica que se incluye muestra el comportamiento de la componente de su aceleración en función de la coordenada  $x$ , que señala la posición de la parte interior del bloque durante su movimiento. Teniendo en cuenta la información proporcionada por la gráfica, determinense:

- la posición del bloque para la cual su rapidez es nula, después de haberse dejado caer,
- la rapidez del bloque en las posiciones  $x = 0.23$  y  $x = 0.30$  metros, y,
- la rapidez máxima del bloque así como, también, la posición correspondiente.

1-19 En una competencia de dos coches de juguete, A y B, se tiene que ambos parten del reposo en las posiciones que se muestran; si la aceleración que experimenta cada uno de los coches es la que se muestra gráficamente, determínense los valores de la distancia  $L$  a la que debe estar la meta, desde el punto de arranque, para que :

- gane el coche A,
- gane el coche B, y,
- exista empate.

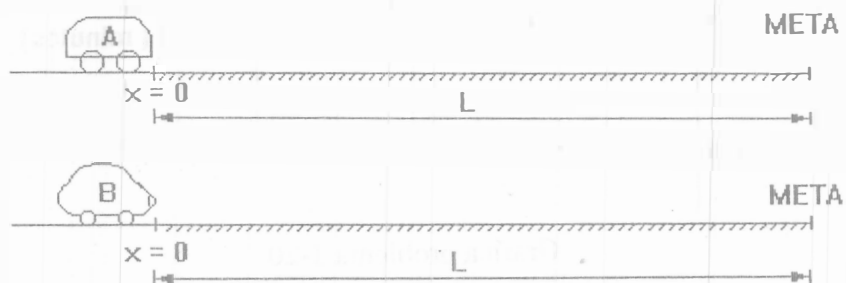
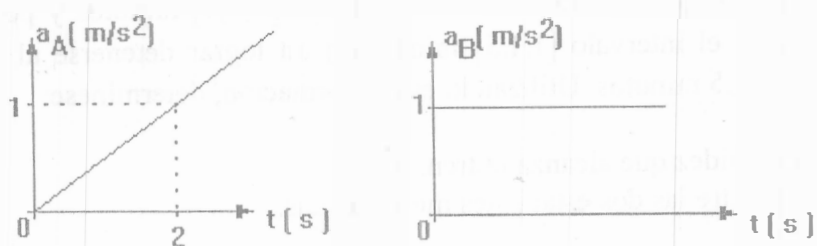
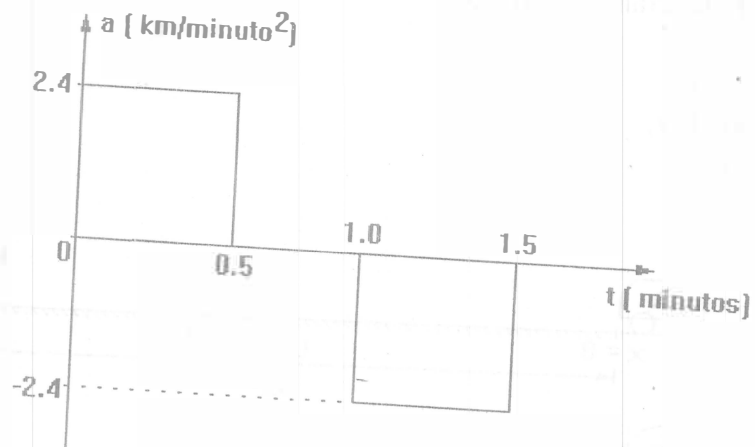


Figura problema 1-19



Gráficas (problema 1-19)

1-20 El comportamiento que tiene la componente de la aceleración, con relación al tiempo, del sistema de transporte METRO, entre las estaciones Viveros - Coyoacán, está dado por la siguiente gráfica :



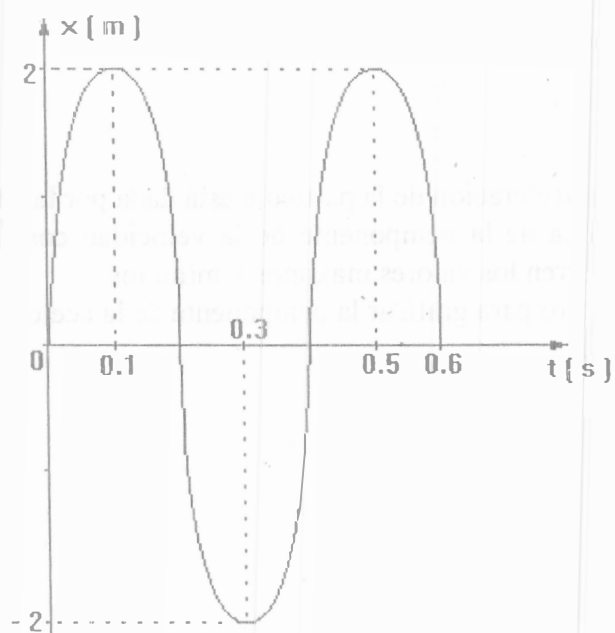
Gráfica problema 1-20

El tren arranca en la primera estación e incrementa su rapidez linealmente en el intervalo  $[0, 0.5]$  minutos, manteniéndola constante durante el intervalo  $[0.5, 1]$  minutos y por último se tiene la etapa de frenado, en el intervalo  $[1, 1.5]$  minutos, para lograr detenerse al llegar a la segunda estación cuando  $t = 1.5$  minutos. Utilizando esta información, determínese:

- la máxima rapidez que alcanza el tren, y,
- la distancia entre las dos estaciones mencionadas.

1-21 Con relación a un punto que realiza un movimiento armónico simple, se tiene la gráfica posición - tiempo indicada. Con base en ello, encuentrese :

- la expresión matemática de la componente de su velocidad en función del tiempo,
- la rapidez máxima que adquiere el punto,
- la frecuencia del movimiento, y,
- el periodo del movimiento.



Gráfica problema 1-21

1-22 El movimiento rectilíneo de una partícula de masa  $m$  suspendida de un resorte, cuya constante es  $k$ , está definido por la expresión  $x = 0.15 \text{sen} \sqrt{(k/m)} t$ , donde  $x$  está en metros y  $t$  en segundos.

Considerando que la frecuencia del sistema es de 2 Hz y que la masa de la partícula es de 2 kg, determinense:

- las unidades de la constante  $k$  del resorte para que la ecuación dada sea dimensionalmente correcta, y,
- el valor de dicha constante.

Además:

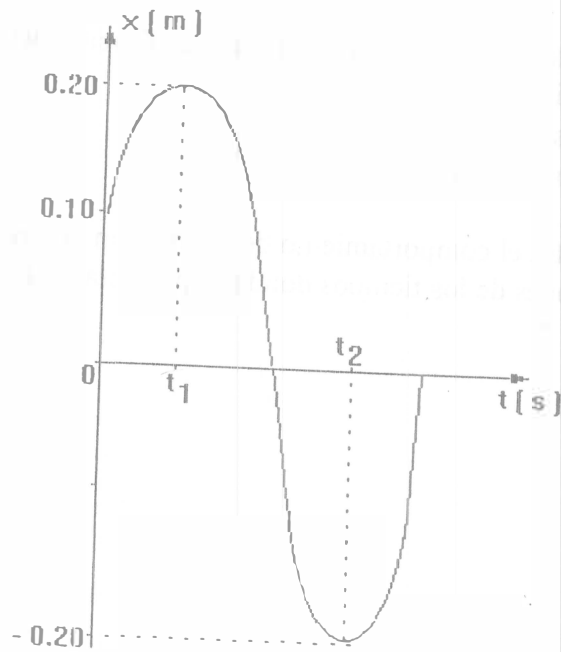
- demuéstrese que la aceleración de la partícula está dada por la expresión  $a = -16\pi^2 x$
- elabórese una gráfica de la componente de la velocidad contra el tiempo, señalando los instantes donde ocurren los valores máximos y mínimos
- repita el inciso d) pero para graficar la componente de la aceleración en vez de la propia de la velocidad.

1-23 La componente de la velocidad de un punto que se mueve con movimiento armónico simple está dada por la ecuación  $\dot{x} = 50.26\cos(125.66t - \pi/6)$ , donde  $\dot{x}$  se mide en m/s y t en segundos. Considerando que cuando  $t = 0$  se tiene  $x = -0.2$  metros, determínense :

- a) la ley del movimiento que determina la posición en función del tiempo,
- b) la amplitud del movimiento,
- c) la frecuencia del mismo,
- d) el período de dicho movimiento,
- e) el ángulo de fase, y,
- f) la gráfica que muestra el comportamiento de la posición con relación al tiempo, con sus respectivas acotaciones de los tiempos donde se presentan las posiciones extremas.



1-24 La posición de un cuerpo, que tiene movimiento armónico simple, está dada por la siguiente gráfica.



Gráfica problema 1-24

Por otra parte, se sabe que la frecuencia que tiene el movimiento es de 60 Hz. Con base en ello determinense:

- los valores de los instantes  $t_1$  y  $t_2$ , y,
- la magnitud de la velocidad y el módulo de la aceleración para  $t = t_1$ .

1-25 El sistema mecánico que se muestra en la figura, formado por dos cuerpos, se mueve de tal forma que el collarín A se dirige hacia la izquierda con una rapidez constante  $v_A$ .

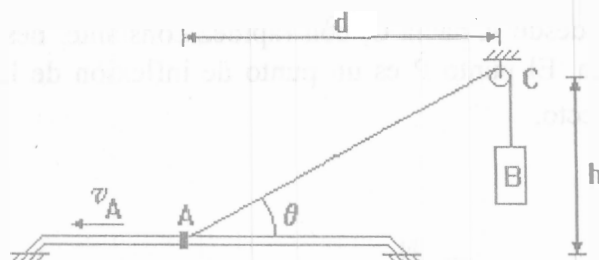


Figura problema 1-25

Determinar, en función de los parámetros  $d$ ,  $h$  y  $v_A$ :

- la magnitud de la velocidad del bloque B
- la rapidez angular de la porción de hilo entre la polea y el bloque A

## 2. MOVIMIENTOS CURVILÍNEOS

2-1 Un punto H se mueve desde A hacia C, con rapidez constante, describiendo la curva plana que se muestra en la figura. El punto P es un punto de inflexión de la trayectoria descrita, en tanto que el tramo  $\overline{BC}$  es recto.

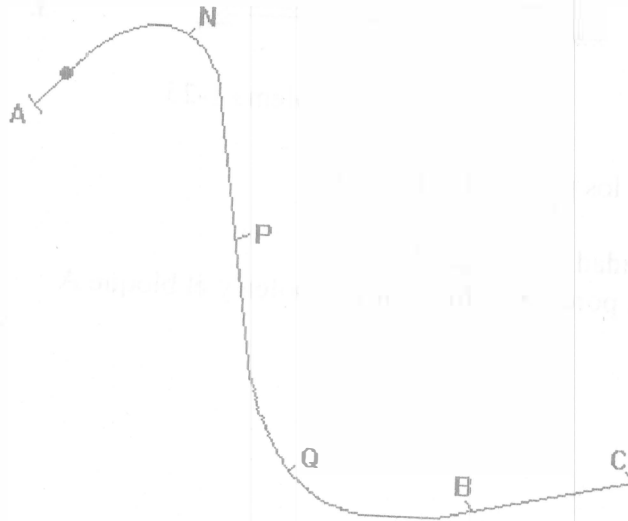


Figura problema 2-1

Teniendo en cuenta lo descrito marque con una cruz, según corresponda, el carácter de verdadero (V) o falso (F) para cada una de las siguientes aseveraciones.

- La aceleración total de H es nula en cualquier punto de la trayectoria. ( ) ( )
- La magnitud de la aceleración normal, de H, es mayor en el punto N que en el punto Q. ( ) ( )
- En el punto P la aceleración normal de H vale cero. ( ) ( )
- El radio de curvatura en el punto P tiende a cero. ( ) ( )
- La aceleración tangencial, de H, es nula en todos los puntos. ( ) ( )
- La curvatura en el punto N es menor que en el punto Q. ( ) ( )
- La curvatura en el tramo recto tiende a infinito. ( ) ( )
- Si el punto H se mueve ahora desde la posición C hacia la posición A, las respuestas de los incisos b) y c) deben cambiar. ( ) ( )
- El cambio en la dirección de la velocidad es más rápido en el punto N que en el punto Q. ( ) ( )

2-2 Un punto P en movimiento describe una trayectoria plana y en cierta posición su velocidad es  $\vec{v} = 8\mathbf{e}_t$  [m/s], la cual se representa en la figura. Justo en esta posición la magnitud de su aceleración total es  $5 \text{ m/s}^2$  y la rapidez, de P, decrece debido a una aceleración de magnitud constante e igual a  $3 \text{ m/s}^2$ .

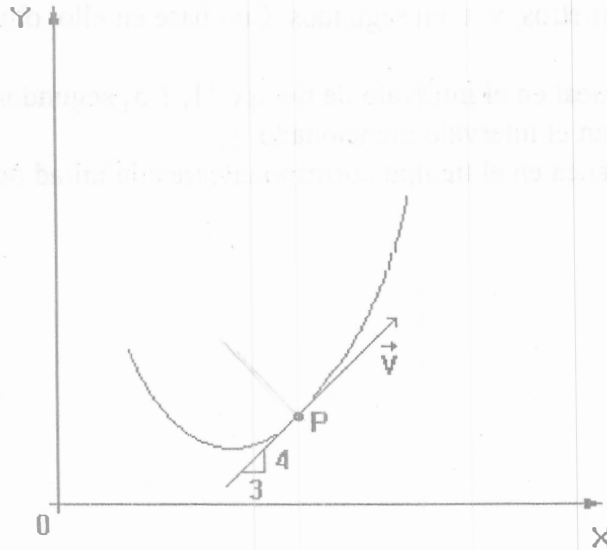


Figura problema 2-2

Determinense para dicha posición P, el radio de curvatura y, en función de sus componentes cartesianas:

- la velocidad de P,
- la aceleración tangencial de dicho punto, y,
- la aceleración normal del mismo.

2-3 Las ecuaciones paramétricas de un punto que se mueve en el espacio están dadas por:

$$\begin{aligned}x &= e^{0.5t}, \\y &= 9\cos t, \\z &= t^2 - \pi t,\end{aligned}$$

donde  $x$ ,  $y$ ,  $z$  se miden en metros, y  $t$  en segundos. Con base en ello, obténganse:

- el desplazamiento lineal en el intervalo de tiempo  $[1, 1.5]$  segundos,
- su velocidad media en el intervalo mencionado, y
- su velocidad instantánea en el tiempo correspondiente a la mitad de dicho intervalo.

2-4 Considerando las condiciones dadas en el problema 2-3, determinar para el instante en el que la velocidad del punto sea paralela al plano  $xy$ :

- a) su posición
- b) su velocidad
- c) su rapidez
- d) el vector unitario tangente

2-5 La velocidad de un punto que se mueve en el plano  $xy$  está dada por el vector  $\vec{v} = 2\mathbf{i} + 16t\mathbf{j}$  m/s. Si sus coordenadas son  $(2, 0)$  m en el instante  $t = 0$  s, determínense:

- a) la posición del punto en función del tiempo
- b) la ecuación cartesiana de la trayectoria que describe, y,
- c) el vector unitario tangencial cuando la rapidez sea de 8.24 m/s

2-6 Un punto se mueve a lo largo de una trayectoria compuesta por una recta  $\overline{AB}$  y una semicircunferencia BC de 4.45 m de radio, tal como se indica en la figura. Por otro lado, la ley escalar que determina la longitud recorrida por el punto a lo largo de la trayectoria está dada por  $s = t^2 + 2t$ , donde  $s$  se mide en metros y  $t$  en segundos.

Si al llegar el punto a la posición B la rapidez vale 6 m/s, determinar:

- la longitud del segmento rectilíneo  $\overline{AB}$ ,
- la magnitud de la aceleración total en los instantes  $t = 1.5$  s y  $t = 3$  s

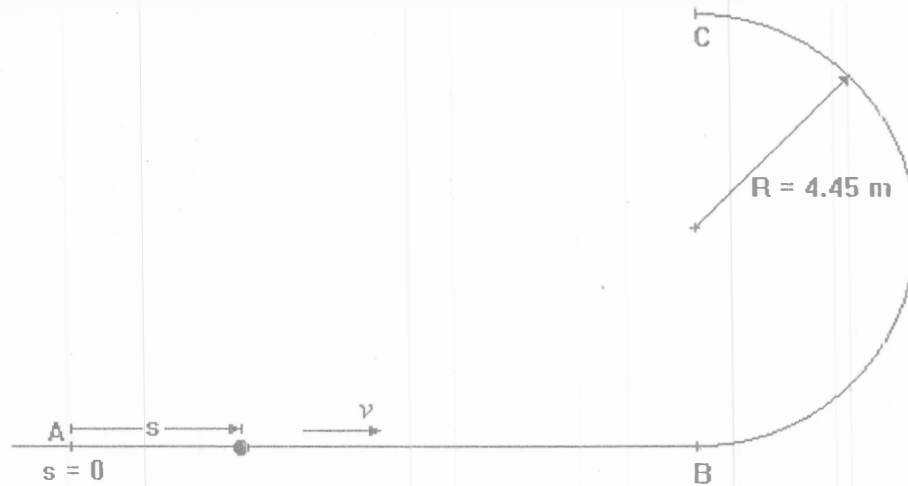


Figura problema 2-6



2-7 La velocidad de un punto P que se mueve, en el espacio, está dada por  $v = 6i - e^{0.5t}j - (10\text{sen}2t)k$ , donde v se mide en m/s y t en segundos. Si en el instante  $t = 0$  segundos P estaba sobre el punto cuyas coordenadas son (6, 2, 5) metros, determínense los vectores de posición y aceleración cuando:

- a)  $t = 2$  segundos, y,
- b) las componentes escalares de la velocidad tengan la misma magnitud.

2-8 La ecuación cartesiana de la trayectoria que describe un punto A, que se mueve en el plano, está dada por  $xy = 10$  donde  $x$  se mide en metros y  $t$  en segundos; por otro lado, se tiene que la abscisa del punto está dada por  $x = 2t$  para  $t > 0$ . Si P y Q son dos puntos pertenecientes a esa trayectoria, que tienen ordenadas 5 y 1.25 metros, respectivamente, determínense entre estos dos puntos:

- a) el desplazamiento lineal,
- b) la velocidad media de A, y,
- c) la aceleración media de dicho punto

2-9 Para el punto A, del problema anterior (2-8), determínense al llegar a Q:

- a) su velocidad instantánea,
- b) su aceleración total,
- c) su aceleración tangencial, y,
- d) la aceleración normal.

Además, para tal condición, obtenga:

- e) el radio de curvatura de la trayectoria.

2-10 La posición de un punto móvil, en el espacio, está dada por las ecuaciones paramétricas  $x = at$ ,  $y = bt^2$ ,  $z = ct^3$ , donde  $x, y, z$  se miden en metros y  $t$  en segundos, en tanto que  $a, b, c$  son constantes.

Para el instante  $t = 2$  segundos se tiene que la posición y la rapidez del punto están dadas, respectivamente, por:  $\mathbf{r} = 12\mathbf{i} + 32\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$ , m,  $v = 40.45$ , m/s. Con base en ello determinense, para dicho instante, los valores de las constantes  $a, b, c$ , así como sus respectivas unidades.

2-11 Un punto se mueve con una velocidad dada por la expresión  $\mathbf{v} = 8t\mathbf{i} - \frac{8}{t^3}\mathbf{j}$ , donde  $\mathbf{v}$  se mide en m/s y  $t$  en segundos. Si en el instante  $t = 2$  segundos la posición del punto está dada por  $\mathbf{r} = 16\mathbf{i} + \mathbf{j}$ , m, determínense:

- la trayectoria que describe el punto,
- su velocidad cuando se encuentra a una distancia mínima del origen, y,
- su aceleración normal para la condición dada en el inciso anterior.

2-12 Las ecuaciones paramétricas de un punto que se mueve en el plano son;  $x = 2\sin 2t$ ,  $y = 4\cos 2t$ , donde  $x$  y  $y$  se miden en metros y  $t$  en segundos. Con base en ello, demuéstrese que la magnitud del producto vectorial entre su aceleración y su velocidad es constante, y determínense:

- a) la ecuación cartesiana de la trayectoria,
- b) el radio de curvatura, la aceleración tangencial y la aceleración normal, cuando  $x = 0$  con  $y > 0$ , y,
- c) el número máximo de puntos de la trayectoria a los que corresponde un mismo radio de curvatura.

2-13 La aceleración de un punto, que se mueve en el espacio, está dada por la expresión

$$\mathbf{a} = 2t\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j} + \mathbf{k}, \text{ m/s}^2$$

Si en el instante  $t = 0$  segundos su rapidez es nula y pasa por el punto de coordenadas  $(1, 2, 3)$  metros, determínese la posición del centro de curvatura para  $t = 1$  segundo.

2-14 Desde el punto A de la figura, una pelota pequeña se lanza dentro de un recinto de 3.5 metros de altura con un cierta velocidad  $v_0$ , la cual forma un ángulo de  $30^\circ$  con respecto a la horizontal, tal como se muestra. Determinense:

- la máxima rapidez con la que puede lanzarse la pelota de modo que no toque el techo, y,
- la mínima distancia  $L$  a la cual se debe estar retirado de la pared vertical para que, después de lanzar la pelota y no tocar el techo, ésta no choque con dicha pared antes de tocar el piso.

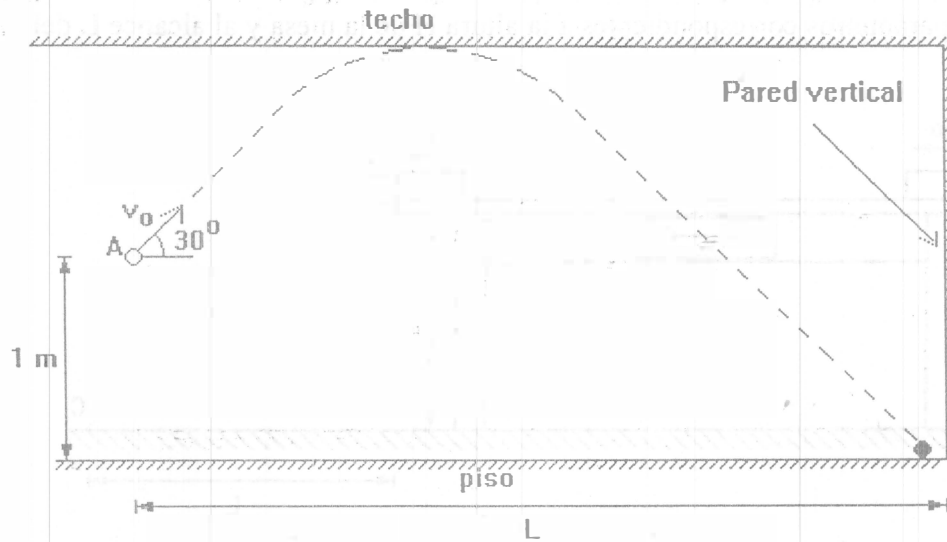


Figura problema 2-14



2-15 El sistema físico de la figura se emplea para medir rapidezces finales en movimientos rectilíneos, con aceleración constante, que se realizan sobre una mesa rugosa. El sistema se maneja de la siguiente forma: un bloque se lanza con una rapidez  $v_0$  desde el punto A y su rapidez decrece hasta alcanzar una magnitud  $v_f$  en el punto B; posteriormente esta rapidez, en el borde de la mesa, se considera la rapidez inicial de un tiro parabólico cuya trayectoria termina en el punto C, del piso.

Obtégase la expresión que proporciona la rapidez  $v_f$  del bloque en el borde de la mesa, en términos de los parámetros correspondientes a la altura  $H$  de la mesa y al alcance  $L$  del bloque.

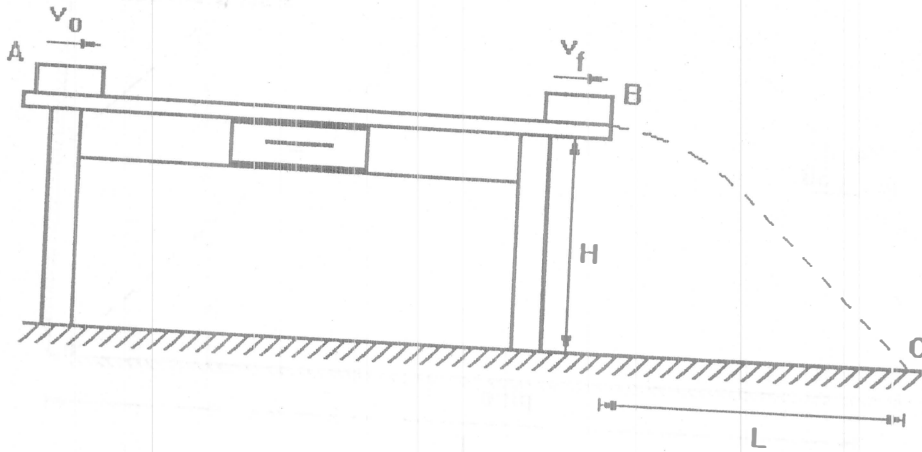


Figura problema 2-15

2-16 Con relación al problema anterior (2-15), supóngase que en el preciso instante cuando el bloque llega al borde B se deja caer un balón, desde la misma altura de la mesa;

- a) ¿cuál es el tiempo de llegada al suelo, de cada uno de los dos cuerpos?,  
supóngase que dicho tiempo se cuenta desde que se suelta el balón,
- b) ¿cuál es la proporción de las rapidezces de ambos cuerpos, en el momento de tocar el piso?



2-17 Dos objetos A y B se lanzan simultánea y horizontalmente desde alturas diferentes, describen trayectorias parabólicas y tocan el piso en el mismo lugar, según se muestra en la figura. ¿Cuál o cuáles de las siguientes aseveraciones son ciertas?

- a) la proporción de los tiempos de llegada es  $\frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{H_B}{H_A}}$ ,
- b) la proporción de las rapidezces es  $\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{H_B}{H_A}}$ .

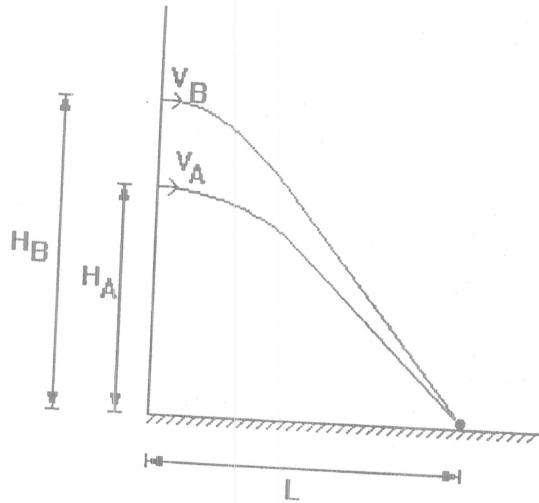
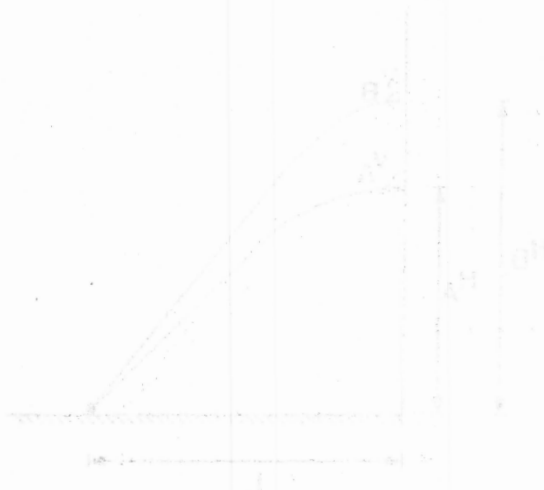


Figura problema 2-17

2-16 Con relación al problema anterior (2-15), supóngase que en el preciso instante cuando el bloque llega al borde B se deja caer un balín, desde la misma altura de la mesa;

- a) ¿cuál es el tiempo de llegada al suelo, de cada uno de los dos cuerpos?,  
supóngase que dicho tiempo se cuenta desde que se suelta el balín,
- b) ¿cuál es la proporción de las rapidezces de ambos cuerpos, en el momento de tocar el piso?



2-17 Dos objetos A y B se lanzan simultánea y horizontalmente desde alturas diferentes, describen trayectorias parabólicas y tocan el piso en el mismo lugar, según se muestra en la figura. ¿Cuál o cuáles de las siguientes aseveraciones son ciertas?

- a) la proporción de los tiempos de llegada es  $\frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{H_B}{H_A}}$ ,
- b) la proporción de las rapidezces es  $\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{H_B}{H_A}}$ .

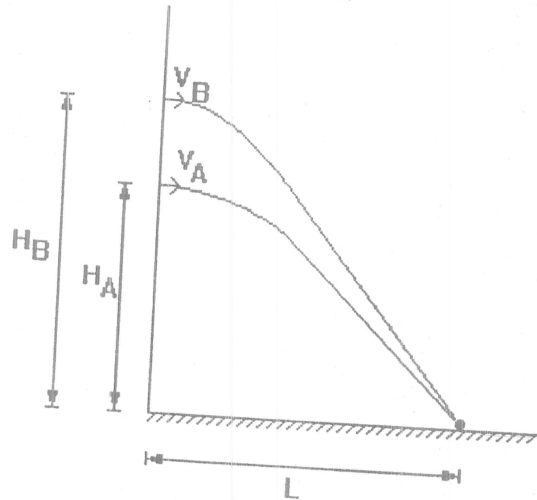


Figura problema 2-17

2-18 El ascensor exterior de un edificio en construcción sube con rapidez constante  $v_A$ . Dentro de él una persona lanza horizontalmente un trozo de varilla cuando el ascensor se encuentra a 17.62 metros de altura. Sabiendo que el trozo de varilla toca el piso a una distancia horizontal de 10 metros, medida sobre el suelo, a los 2 segundos de haberse lanzado, determínense:

- las rapidezces del ascensor y del trozo de varilla en el momento justo del lanzamiento, y,
- la rapidez del trozo de varilla al tocar el suelo.

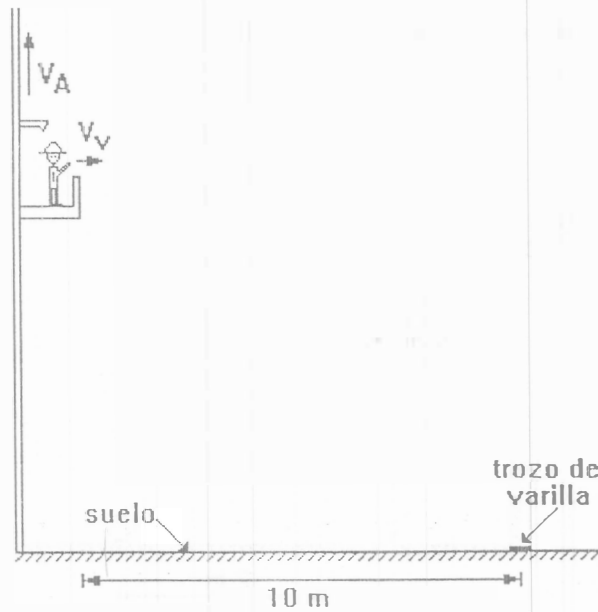


Figura problema 2-18

2-19 El sistema físico que aquí se muestra es una variante del que se señala en el problema 2-15; también se emplea para determinar rapidezces finales, en movimientos rectilíneos, y funciona del siguiente modo.

Al dejar rodar libremente una pelota sobre un plano inclinado, cuyo extremo inferior se encuentra a 1.5 metros del piso, la pelota abandona el plano con cierta rapidez  $v_f$  y toca el piso a una distancia horizontal de 2 metros, como se indica. A partir de estas mediciones, determínense:

- la rapidez con la que la pelota abandona el plano, y,
- la rapidez con que la pelota toca el piso.

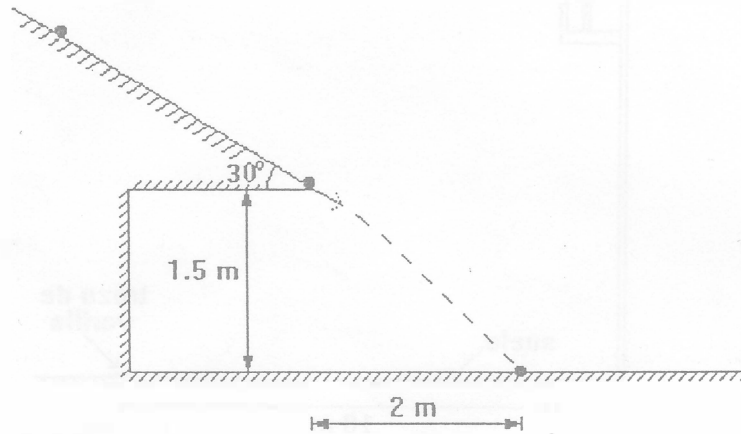


Figura problema 2-19

2-20 El modelo físico de un carro que se traslada sobre una rampa vertical lisa y curvilínea, se muestra en la figura. El carrito se deja descender desde una altura  $H$  medida sobre la rampa mostrada, a partir del reposo, y sale disparado en el extremo derecho con una velocidad  $\overline{v}_0$ , la cual tiene inclinación dada por la pendiente de la rampa en el punto de disparo.

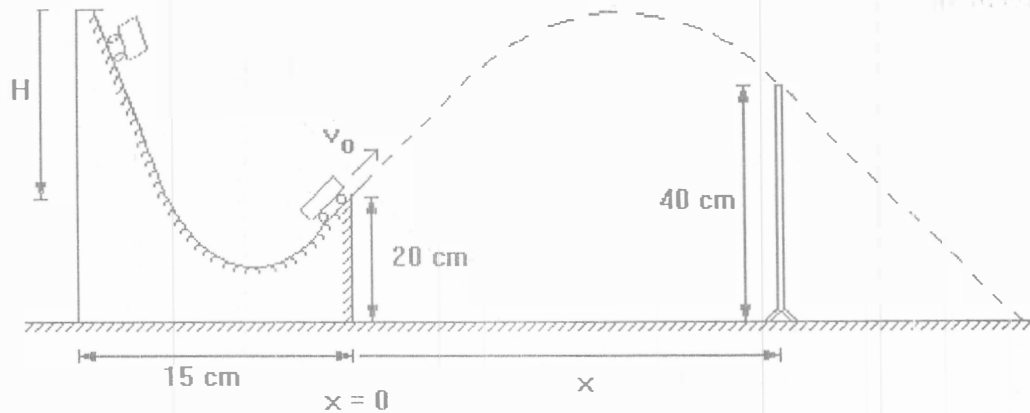


Figura problema 2-20

Si la relación entre la magnitud de la velocidad  $\overline{v}_0$  y la altura a la que se deja caer el carrito está dada por la ecuación  $H = (v_0^2)/2g$ , determinense:

- la mínima altura  $H$  para que el carro pase sobre el obstáculo vertical que se muestra, localizado en  $x = 2.3$  metros
- el intervalo de valores de  $x$  para situar el obstáculo, con el fin de garantizar que el carro no haga contacto con él, considerando que el carro desciende desde una altura  $H = 1.5$  metros.



2-21 Dos balines, A y B, se moverán de la siguiente forma: A con tiro parabólico, con una velocidad de salida cuya magnitud es  $v_0$  y un ángulo de disparo  $\theta$ , mientras que B se dejará caer libremente desde una posición tal que se localice en la intersección de la visual correspondiente a la prolongación del soporte que contiene a la velocidad de A, y la vertical trazada desde el punto del alcance horizontal de A. Demuéstrese que ambos balines chocarán si se ponen en movimiento simultáneamente.

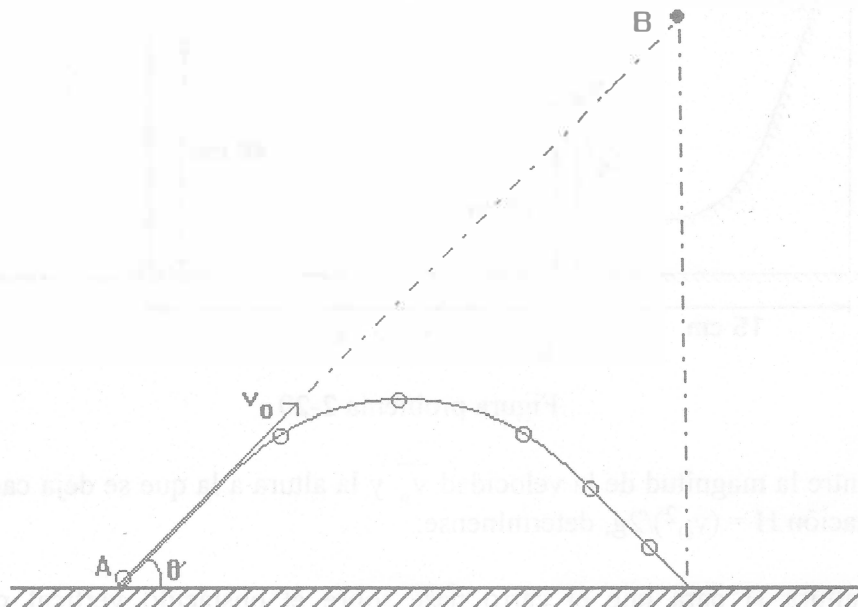


Figura problema 2-21

2-22 Un punto se mueve en el espacio, de modo, que sus coordenadas cilíndricas están dadas por:

$$r = 2t^2$$

$$\theta = \pi t$$

$$z = 3t$$

donde  $r$  y  $z$  se miden en metros,  $\theta$  en radianes y  $t$  en segundos. Determinése, empleando los vectores del marco de referencia cilíndrico, las expresiones de su velocidad y su aceleración:

- a) en función del tiempo
- b) en función de  $\theta$

2-23 Un collarín Q desliza hacia el punto "O", de la figura, sobre una varilla rígida  $\overline{OP}$  tal como se muestra, de modo que  $r = 20 - e^{0.5t}$  m.

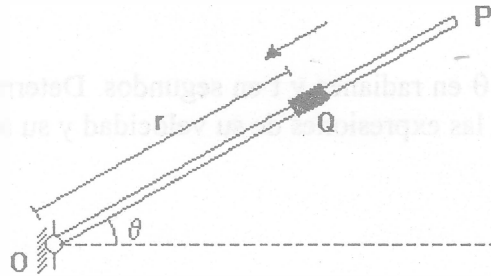


Figura problema 2-23

A su vez, la varilla gira en torno a un eje vertical fijo, sobre un plano horizontal, de acuerdo con la expresión:

$$\theta = (1/6)t^2 + t, \text{ rad}$$

Determinense, para el instante en que Q llegue al punto "O":

- la rapidez de Q
- el módulo de la aceleración de Q
- el número de vueltas que ha girado la varilla

2-24 Un punto se mueve en el plano  $xy$ , según las ecuaciones:

$$x = 4 \cos\theta$$

$$y = 6 \operatorname{sen}\theta$$

$$\theta = (\pi/2)t$$

donde  $x$ ,  $y$  están en m y  $\theta$  en radianes para  $t$  en segundos.

Determinense:

- la ecuación cartesiana de la trayectoria que describe el punto así como el tipo de esa curva
- la magnitud de la aceleración del punto en el instante inicial ( $t = 0$ )
- el instante para el cual el punto estará por primera vez a una distancia de 5 metros del origen

2-25 Un punto P se mueve describiendo la trayectoria que se muestra en la figura.

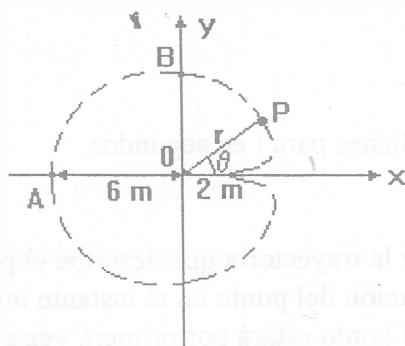


Figura problema 2-25

La posición de P está determinada por las expresiones:

$$r = a + b \cos\theta$$

$$\theta = t/2$$

donde r, a y b, se miden en metros,  $\theta$  en radianes y t en segundos. Con base en ello, determínense:

- los valores de las constantes a y b
- la velocidad de P cuando pasa, por primera vez, sobre B
- su aceleración cuando pasa por primera vez sobre A.

2-26 Demuéstrase que en todo movimiento de una partícula para la cual siempre es nula la componente transversal de su aceleración, siempre se cumple que  $\dot{\theta} r^2 = \text{constante}$ .

2-27 Un punto se mueve en un plano, de modo que sus coordenadas polares están dadas por:

$$r = 2(\cos 2\theta)^{1/2}$$

$$\theta = 0.5t$$

con  $r$  en metros y  $\theta$  en radianes para  $t$  en segundos.

Determinense, cuando el punto se encuentre a una distancia de 1 m del origen:

- a) su velocidad
- b) su aceleración

2-28 Una fuente de rayo láser genera un rayo de luz el cual se proyecta por medio de un punto luminoso P, en una pantalla, tal como se muestra en la figura. La fuente tiene un soporte giratorio que la hace girar horizontalmente con un ángulo cuya magnitud está dada por la expresión  $\theta = 0.1351t^2$  donde  $\theta$  se mide en radianes y  $t$  en segundos. Suponiendo que la fuente inicia su movimiento giratorio cuando  $t = 0$ , instante en el cual  $\overline{OP}$  es perpendicular a la pantalla, determínese la rapidez de P cuando llegue al extremo derecho de la pantalla.

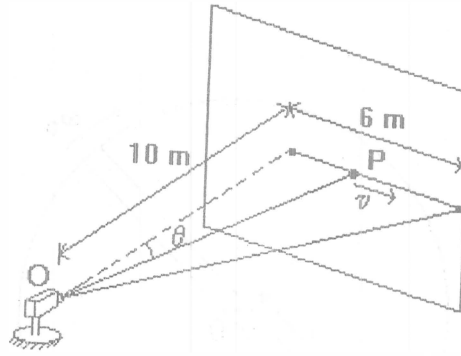


Figura problema 2-28



2-29 Un disco ranurado diametralmente gira en un plano horizontal, con rapidez constante  $\omega_0$  y en dirección antihoraria, en torno a un eje fijo que pasa por O, tal como se indica en la figura. A su vez, un balón se mueve dentro de la ranura conforme a la expresión  $r = a\theta$ , donde  $a$  es una constante,  $r$  se mide en metros (con relación a O) y  $\theta$  en radianes. Determinar, expresando sus componentes polares en función del tiempo:

- la velocidad del balón
- la aceleración del balón

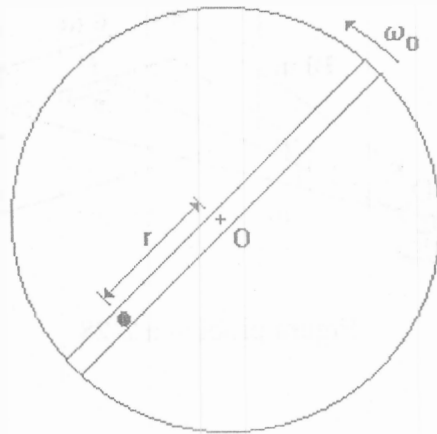


Figura problema 2-29

2-30 El bloque rígido de la figura se mueve hacia la derecha con una rapidez de 2 m/s cuando  $x = 0.30$  m, la cual se incrementa linealmente a razón constante de  $4 \text{ m/s}^2$ . Por otro lado, la barra  $\overline{AB}$  de 80 cm de longitud se apoya sobre el bloque sin despegarse de la esquina superior izquierda de éste, y gira sobre una articulación fija en A.

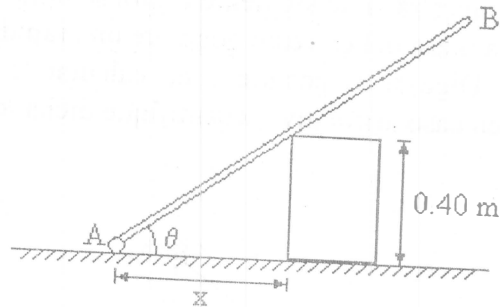


Figura problema 2-30

Determinense, para  $x = 0.30$  m:

- la rapidez del extremo B
- la magnitud de la aceleración del extremo B

Sugerencia.- Con la finalidad de obtener  $\dot{\theta}$  y  $\ddot{\theta}$  (necesarios para determinar lo solicitado) en función de  $\dot{x}$  y  $\ddot{x}$ , pártase de una expresión que relacione (para cualquier instante) la posición de la barra con la posición del bloque; por ejemplo:  $\tan\theta = 0.4/x$ .

### 3. CINEMÁTICAS DEL PUNTO Y DE LA RECTA RELACIONADAS

3-1 El péndulo simple que se muestra en la siguiente figura se mueve de tal forma que, al pasar el hilo por la posición vertical, la masa del extremo adquiere una rapidez de 4 m/s y una aceleración normal de magnitud 8 m/s<sup>2</sup>. Diga si es posible o no calcular la longitud del péndulo con el empleo de esta información; en caso afirmativo, cuantifique dicha longitud.

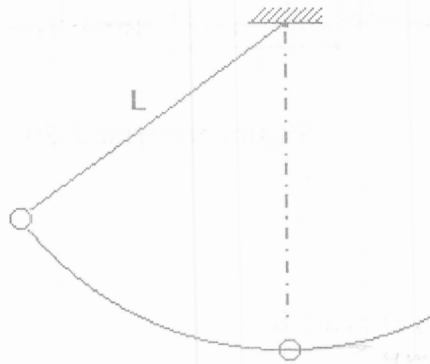


Figura problema 3-1

$$\begin{aligned}
 r_t &= \frac{v^2}{\rho} \hat{e}_n \\
 v &= 4 \text{ m/s} \Rightarrow \left. \begin{aligned} & \rho = \frac{v^2}{|a_n|} = \frac{16}{8} = 2 \text{ m} \\ & \rho = 2 \text{ m} \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

3-2 El punto P se encuentra en el borde del disco de la figura, mismo que gira alrededor de un eje fijo que pasa por O. En la posición que se muestra, sus coordenadas son (0.4, 0.3) metros, su velocidad es  $\mathbf{v} = -1.2\mathbf{i} + 1.6\mathbf{j}$ , m/s, y su aceleración total es  $\mathbf{a} = -9.41\mathbf{i} - 0.8\mathbf{j}$ , m/s<sup>2</sup>.

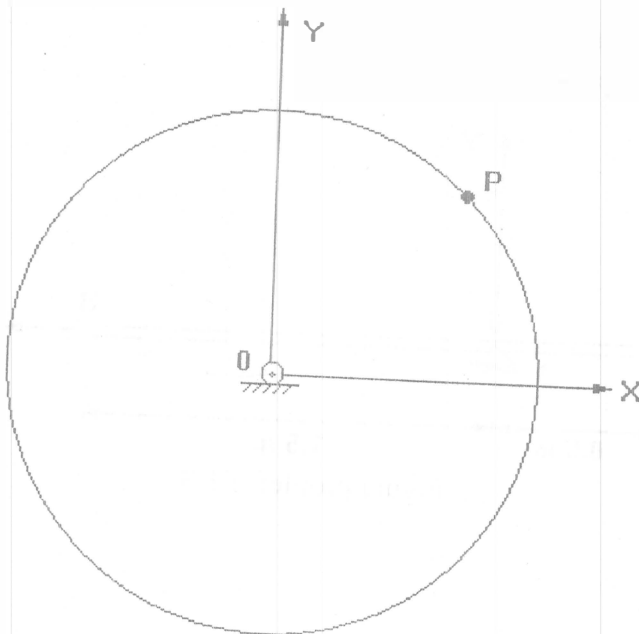


Figura problema 3-2

Bajo estas condiciones, determínense:

- la aceleración tangencial de P,
- la aceleración normal de P,
- la velocidad angular del disco, y,
- la aceleración angular del disco.

$$r = 0.5$$

$$\vec{r} = 0.5 \cos \theta \mathbf{i} + 0.5 \sin \theta \mathbf{j}$$

$$\vec{r}' = -0.5 \dot{\theta} \sin \theta \mathbf{i} + 0.5 \dot{\theta} \cos \theta \mathbf{j}$$

$$|\vec{r}'| = (0.5 \dot{\theta})^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 0.5 \dot{\theta}$$

$$\hat{e}_t = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{-1.2\mathbf{i} + 1.6\mathbf{j}}{2} = -0.6\mathbf{i} + 0.8\mathbf{j}$$

$$\frac{a \cdot \hat{e}_t}{2} = 5.646\mathbf{i} - 0.64\mathbf{j} - 3.3876\mathbf{i} - 0.512\mathbf{j} = a_t$$

3-3 La barra que se muestra en la figura gira en un plano vertical y en sentido antihorario, en torno a un eje fijo que pasa por el punto O. Si en dicha posición la magnitud de la velocidad del punto de la barra que tiene máxima rapidez, es 3 m/s, y la magnitud de la aceleración total de dicho punto es  $8.49 \text{ m/s}^2$ , obténganse para dicha posición:

- la velocidad angular de la barra, y,
- la aceleración angular de dicho cuerpo.

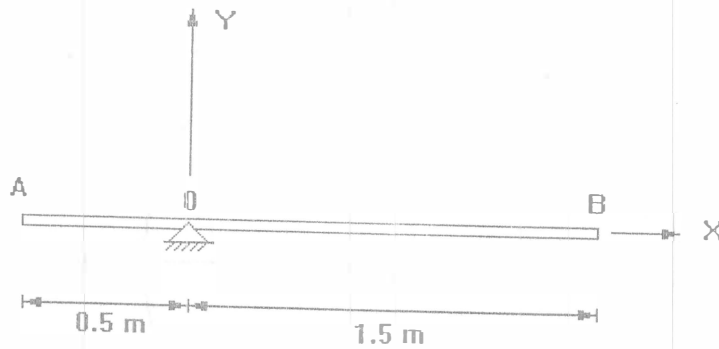


Figura problema 3-3

3-4 La plataforma que se muestra en la figura gira en sentido antihorario, en torno a un eje vertical que pasa por el punto "O", de tal forma que el punto A, perteneciente a dicha plataforma, se mueve con una rapidez dada por  $v = \frac{1}{2}t^2$ , donde  $v$  se mide en m/s y  $t$  en segundos.

Determinense, para el instante en que la aceleración normal de dicho punto tenga una magnitud de  $2.5 \text{ m/s}^2$  :

- la magnitud de la aceleración total del punto A, y,
- la aceleración angular de la plataforma.

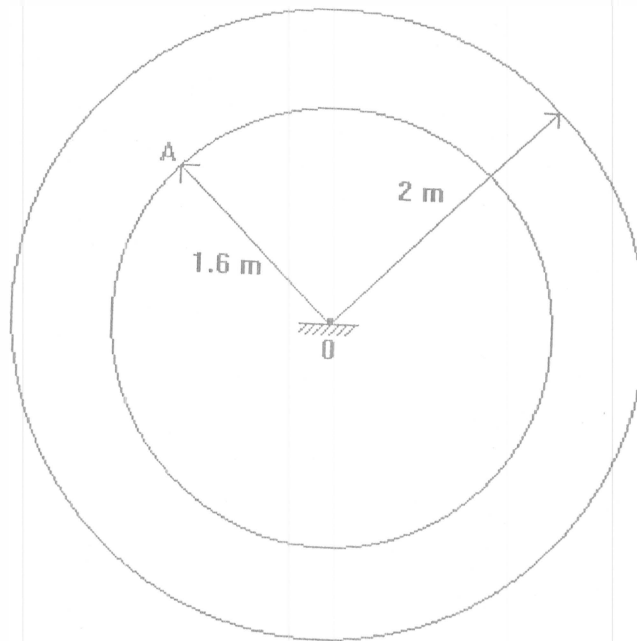


Figura problema 3-4

3-5 Determínese lo solicitado en el problema anterior (3-4), considerando ahora que la rapidez de A está dada por  $v = 10 / (t + 1)$ , en m/s para t en segundos, y que todo lo demás es igual.

3-6 En la figura se muestra un balón B que se mueve, sobre una pista semicircular, después de soltarse cuando  $\theta = \frac{\pi}{9}$  radianes. Si durante el movimiento describe una trayectoria alojada en un plano vertical, de modo que la magnitud de su aceleración tangencial está dada por  $g \cos \theta$ , en  $\text{m/s}^2$ , para  $g$  en  $\text{m/s}^2$  y  $\theta$  en radianes, determinense la magnitud y la dirección de la aceleración total que tendrá el balón para  $\theta = \frac{\pi}{2}$  radianes.

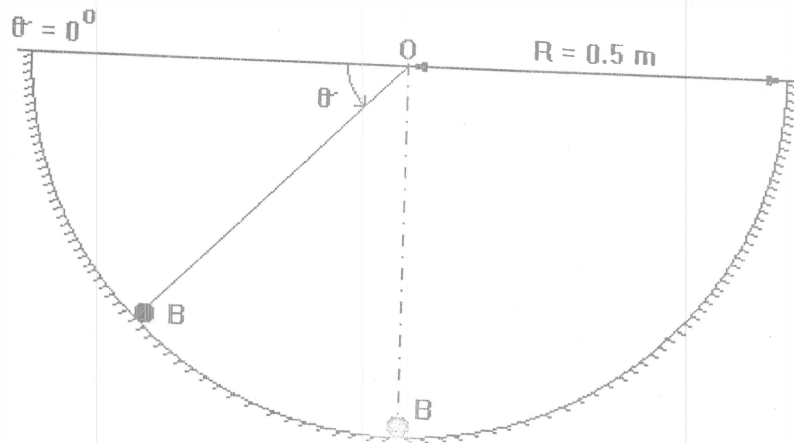
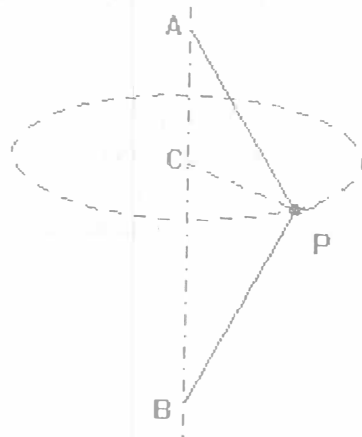


Figura problema 3-6



3-7 Determine lo solicitado en el problema (3-6), ahora para  $\theta = \frac{8\pi}{9}$  radianes.

3-8 La partícula B de la figura está sostenida por dos alambres rígidos e inderformables,  $\overline{AP}$  y  $\overline{BP}$ , los cuales giran en torno a un eje que pasa por los puntos A y B. P describe una trayectoria circular con centro en C, tal como se muestra; además, los alambres unidos firmemente a la partícula, forman un ángulo de  $90^\circ$  donde se juntan.



longitud  $\overline{CA}$  : 0.18 m

longitud  $\overline{CB}$  : 0.32 m

Figura problema 3-8

Si, en la posición que se indica, las magnitudes de la velocidad, de la aceleración tangencial, y de la aceleración normal, de P, son respectivamente  $0.48 \text{ m/s}$ ,  $1.20 \text{ m/s}^2$  y  $0.96 \text{ m/s}^2$ , determínense:

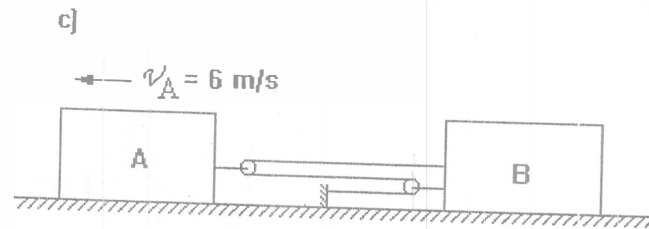
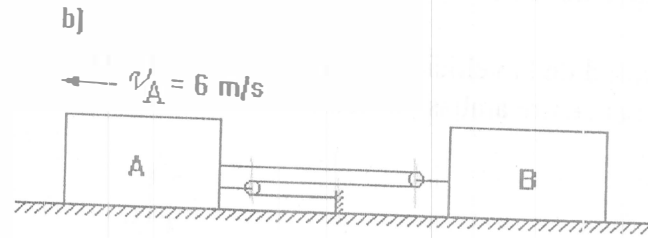
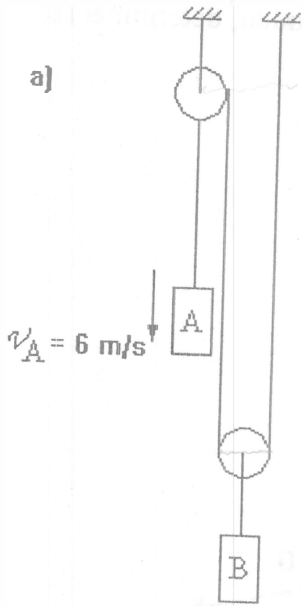
- la longitud de cada uno de los alambres  $\overline{AP}$  y  $\overline{BP}$ ,
- la rapidez angular de cada uno de ellos, y,
- la magnitud de la aceleración angular, también de cada uno.

#### 4. MOVIMIENTO RELATIVO

4-1 Cierta persona viaja en un vagón del metro, con velocidad constante. Si dicha persona siempre tiene la misma posición respecto al vagón y lanza una moneda verticalmente hacia arriba, sin que ésta toque el techo:

- a) ¿volverá la moneda a caer en la mano de quién la lanzó hacia arriba?
- b) ¿cuál es la trayectoria de la moneda que observa una persona que viaja sentada en otra parte del vagón?
- c) ¿cuál es la trayectoria que sería vista por una persona en reposo, en el andén de la estación?

4-2 Para cada uno de los sistemas mecánicos, que se muestran en las siguientes figuras, considerando que las velocidades indicadas para A son absolutas, obténgase la magnitud de la velocidad del cuerpo B, con relación al cuerpo A.



Figuras problema 4-2

*Handwritten notes:*  
 $v_B = 2v_A = 12 \text{ m/s}$   
 $v_B = 2v_A = 12 \text{ m/s}$   
 $v_B = 2v_A = 12 \text{ m/s}$

*Handwritten note:*  
 $v_B = 2v_A = 12 \text{ m/s}$

4-3 Dos partículas se mueven en el espacio, con movimientos rectilíneos uniformemente acelerados, ambas partiendo del reposo cuando  $t = 0$  segundos. La primera ( $P_1$ ) parte del punto A de la figura, con dirección hacia el punto B, en tanto que la segunda ( $P_2$ ) lo hace del punto C hacia el punto D; por otra parte, se sabe que ambas partículas llegan a los puntos B y D simultáneamente, en  $t = 2$  segundos. Con base en ello, para  $t = 1$  segundo, determinense:

- la magnitud de la velocidad relativa de  $P_2$  con respecto a  $P_1$ , y,
- la distancia entre ambas partículas.

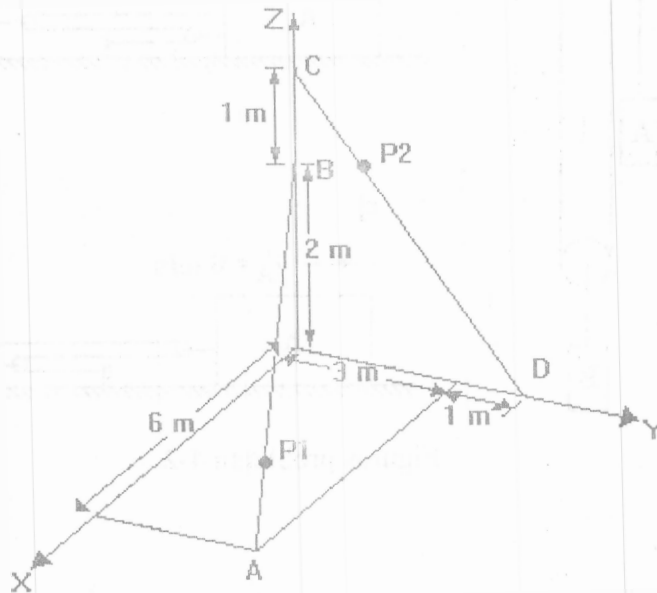


Figura problema 4-3

$$a = k$$

$$v = kt$$

$$s =$$

4-4 El camión de volteo mostrado en la figura se mueve en línea recta y hacia la derecha, con rapidez constante de  $2\text{ m/s}$ , y a partir de cierto instante comienza a arrojar la carga que trae, girando la caja con rapidez angular constante de  $2\text{ rad/s}$ . Para la posición que se indica, determínese la rapidez absoluta del punto P.

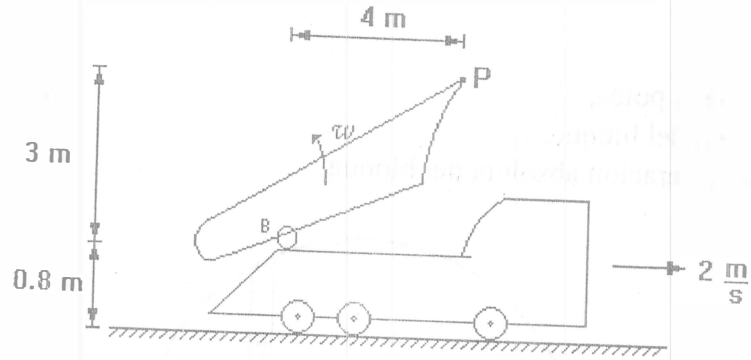


Figura problema 4-4

4-5 La polea ranurada que se muestra en la figura gira en torno a un eje horizontal, fijo y que pasa por su centro  $O$ , con cierta velocidad angular absoluta  $\omega_0$  de magnitud constante; al mismo tiempo el bloque  $B$  desliza por la ranura con rapidez  $v_0$ , constante y relativa a dicha ranura, con el sentido que se indica. Para la posición que se considera, se sabe que el bloque tiene una velocidad absoluta de 3 m/s horizontal y dirigida hacia la derecha; bajo estas condiciones determinense:

- el sentido de giro de la polea,
- la rapidez relativa  $v_0$  del bloque, y,
- la magnitud de la aceleración absoluta del bloque.

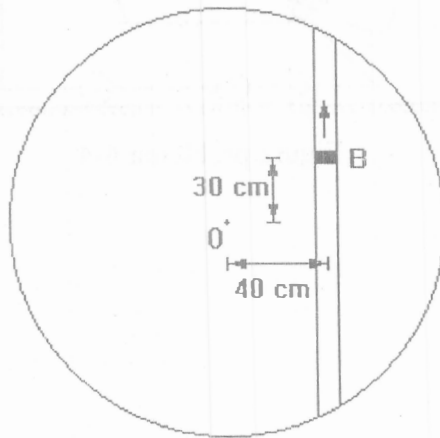


Figura problema 4-5

4-6 En la figura se muestran dos poleas que se encuentran unidas y se mueven de la siguiente manera. La más grande, de radio  $4r$ , gira en torno a un eje perpendicular a ella y que pasa por su centro  $O$ , con velocidad angular absoluta  $\Omega$ , mientras que la otra, de radio  $r$ , gira con rapidez relativa  $\omega$ , con respecto a un eje ortogonal a dicha polea, el cual pasa por  $Q$  y está unido a la polea grande.

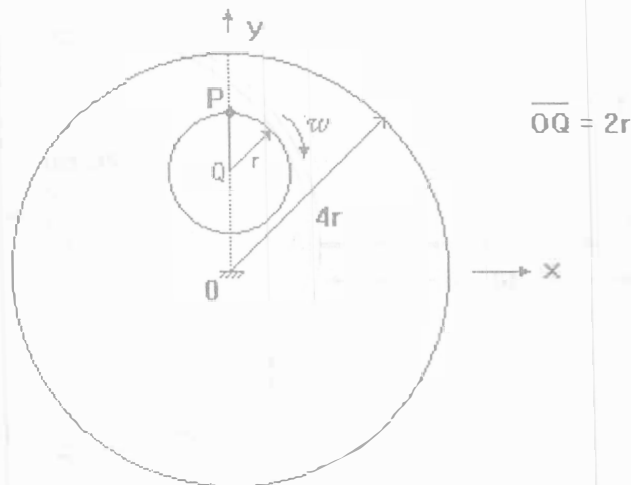


Figura problema 4-6

Bajo estas condiciones, determine la magnitud (en función de  $\omega$ ) y el sentido de  $\Omega$  para que, en la posición que se indica, el punto  $P$  tenga su velocidad absoluta igual a cero; por otra parte, obtenga la aceleración absoluta de dicho punto.



4-7 El collarín P de la figura se mueve ensartado en un anillo vertical de 20 cm de radio, dirigiéndose hacia el punto A con una rapidez relativa, al anillo, de 8 m/s. A su vez el anillo está unido a la barra horizontal que se muestra, de 40 cm de longitud, la cual gira con rapidez angular constante de 6 rad/s, en torno al eje vertical y fijo  $\overline{EE'}$ .

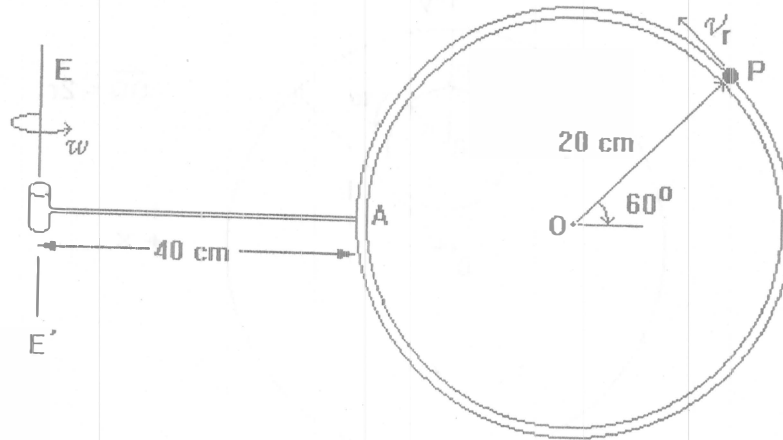


Figura problema 4-7

Determinense, para la posición que se muestra:

- la rapidez absoluta del collarín, y,
- la magnitud de la aceleración absoluta del collarín.

4-8 El alambre curvo de la figura tiene 0.5 metros de radio y gira, con respecto a un eje fijo, con una velocidad angular constante de 4 rad/s, en el sentido que se indica; a su vez, un anillo deslizante A se mueve con rapidez lineal, también constante y relativa al anillo, de 2 m/s. Obténganse, para la posición que se indica, la rapidez y la magnitud de la aceleración, absolutas, del anillo.

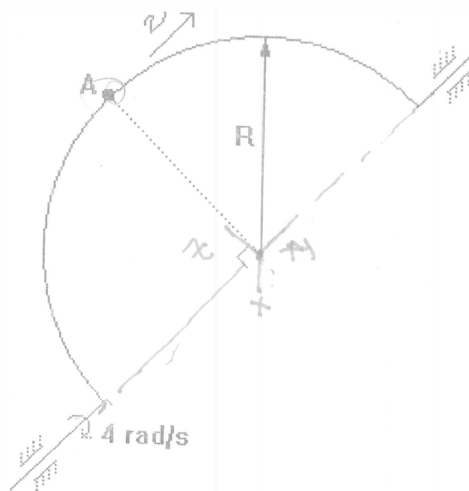


Figura problema 4-8

4-9 Con relación al problema anterior (4-8), supóngase que la rapidez angular del alambre sufre una variación por tener una aceleración uniforme, de  $10 \text{ rad/s}^2$ , y que la rapidez lineal relativa de A cambia a razón de  $6 \text{ m/s}^2$ . Para la misma posición que se indica, obténgase la magnitud de la aceleración absoluta del anillo.



4-10 El anillo que se muestra en la figura gira en torno al eje vertical y fijo  $\overline{EE'}$ , que pasa por su centro, con velocidad angular en el sentido antihorario de magnitud  $\omega_0$ . Si el collarín C se mueve sobre dicho anillo, desde el punto A hacia el punto B con una rapidez constante  $v_0$  relativa al anillo, determínese la magnitud de la aceleración de Coriolis para cada una de las posiciones intermedias  $P_1$  y  $P_2$ . Considérese que el eje  $x$  es horizontal y respecto a él se mide  $\theta$ .

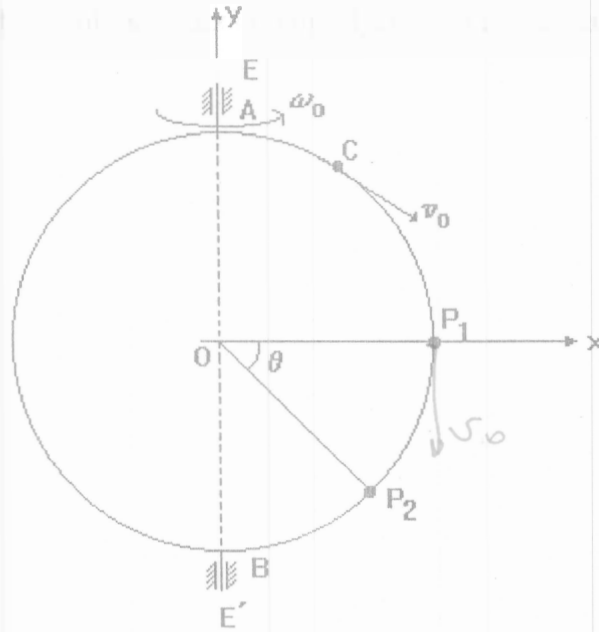


Figura problema 4-10

4-11 Con relación al problema anterior, indique si las aseveraciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F), dentro del paréntesis que se encuentra al final de cada una de ellas

- a) La aceleración de Coriolis en el anillo se duplica si el radio del anillo también se duplica. ( )
- b) Si en la posición indicada, la aceleración angular del anillo es diferente de cero, la aceleración de Coriolis, también cambia en  $P_2$  respecto a la correspondiente a  $P_1$ . ( )
- c) Las magnitudes de la aceleración de Coriolis son máximas en los puntos A y B, y además tienen el mismo sentido. ( )

4-12 Las aspas del ventilador que se muestra en la figura giran en torno al eje fijo  $\overline{LL'}$ , con una rapidez angular  $\omega_A$ , relativa al soporte horizontal  $\overline{AB}$  (que es colineal con  $\overline{LL'}$ ). A su vez, el soporte  $\overline{AB}$ , al cual están conectadas las aspas del ventilador, gira en torno al eje fijo vertical  $\overline{EE'}$  con rapidez angular absoluta de 6 rpm.

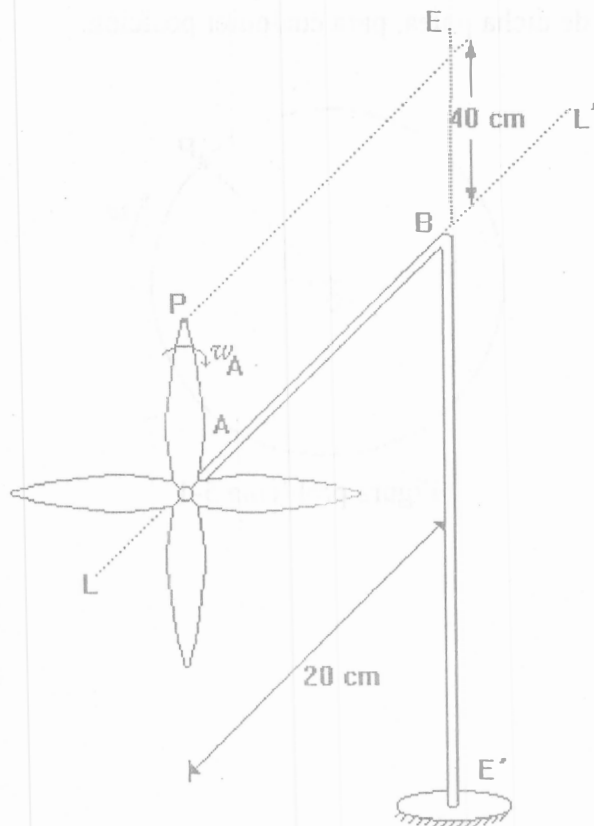


Figura problema 4-12

Si, en la posición que se muestra, la aceleración de Coriolis del punto P debe tener magnitud de  $63.14 \text{ m/s}^2$ , determinense, para dicha posición, tanto  $\omega_A$  como la magnitud de la aceleración total del punto P.

## 5. CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO

5-1 La polea que se muestra en la figura tiene radio de 20 cm y gira en torno a un eje fijo que pasa por O, con rapidez angular constante de 1200 rpm. Determinense la rapidez y el módulo de la aceleración del punto P, de dicha polea, para cualquier posición.

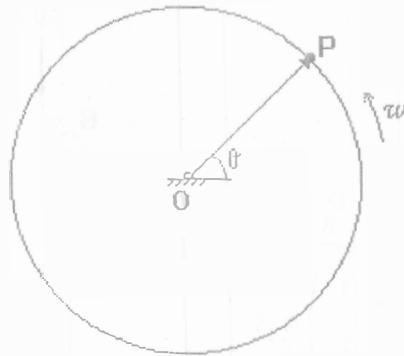


Figura problema 5-1

5-2 En la figura se muestra una polea que gira en torno a un eje fijo, el cual pasa por el punto "O". Si a partir del instante en que tiene rapidez angular de 2000 rpm adquiere una aceleración uniforme e igual a  $8 \text{ rad/s}^2$ , de sentido opuesto al del giro, determínense:

- el tiempo que tarda en detenerse, y
- el número de vueltas que gira antes de detenerse.

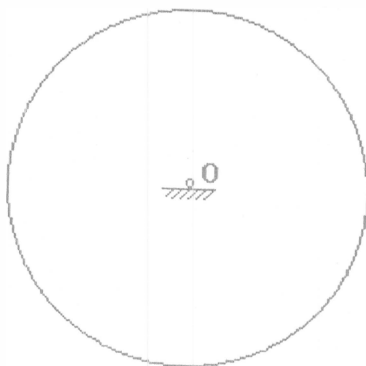


Figura problema 5-2

27  
20



5-3 Una polea de 20 cm de radio empieza a moverse a partir del reposo, con una aceleración angular cuya componente escalar está dada por la expresión  $\alpha = \frac{1}{2}\theta + 4$ , donde  $\alpha$  se mide en  $\text{rad/s}^2$  y  $\theta$  en radianes. Determinense la magnitud de su aceleración angular y el número de vueltas que ha girado, para cuando se alcance una rapidez angular de 22.73 rad/s.



5-4 El rotor de cierto servomecanismo gira, en torno a un eje fijo, con una velocidad angular cuya componente se comporta como se indica en la figura.

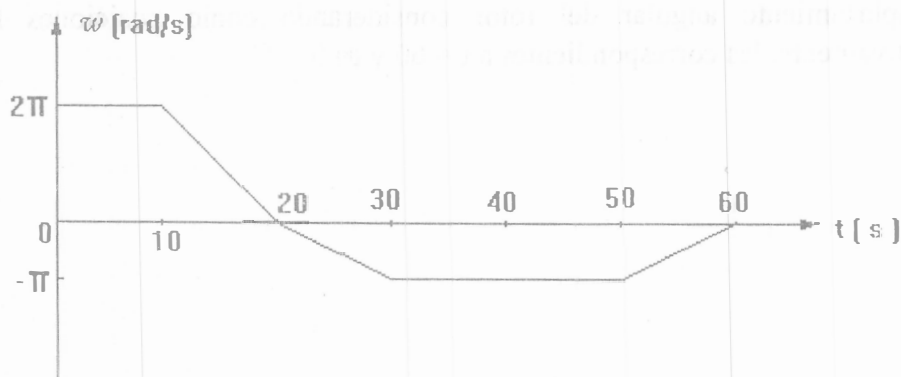


Figura problema 5-4

G- 611509

Atendiendo al comportamiento mostrado, asígnese V a las aseveraciones verdaderas y F a las falsas, dentro del paréntesis que está al final de cada una de ellas.

- La rapidez angular es constante en los intervalos  $0 \leq t \leq 10$  y  $30 < t \leq 50$  segundos, y tiene diferente valor en cada uno de ellos. ( )
- La velocidad angular empieza a cambiar de sentido cuando  $t = 30$  segundos. ( )
- Empieza a decrecer la rapidez angular en el intervalo  $10 < t \leq 20$  segundos; deja de girar momentáneamente cuando  $t = 20$  segundos y vuelve a girar, pero en sentido contrario, incrementando dicha rapidez en el intervalo  $20 < t \leq 30$  con diferente ritmo que el de la etapa de decrecimiento del intervalo  $10 < t \leq 20$  segundos. ( )
- Decrece la rapidez angular, hasta la inmovilidad, en el intervalo  $50 < t \leq 60$  segundos. ( )
- Las velocidades angulares del rotor, son iguales en los instantes  $t = 15$  y  $t = 38$  segundos. ( )
- Las aceleraciones angulares, del rotor, son iguales en los intervalos  $20 \leq t \leq 30$  y  $50 < t \leq 60$  segundos. ( )
- Las magnitudes de las aceleraciones angulares del rotor son iguales en los intervalos  $20 \leq t \leq 30$  y  $50 < t \leq 60$  segundos. ( )
- Las aceleraciones del rotor son nulas en los intervalos  $0 \leq t \leq 10$  y  $30 < t \leq 50$  segundos. ( )
- Existen procesos de "frenado angular" de diferente magnitud en los intervalos  $10 \leq t \leq 20$  y  $50 \leq t \leq 60$  segundos. ( )

5-5 Considerando las condiciones del problema anterior (5-4), obténganse:

- a) El número de vueltas que gira el rotor desde  $t = 0$  hasta  $t = 60$  segundos, y,
- b) el desplazamiento angular del rotor considerando como posiciones final e inicial respectivamente, las correspondientes a  $t = 60$  y  $t = 0$ .

5-6 El sistema mecánico que se muestra en la figura está compuesto por los bloques A y B, y por dos poleas, una móvil y la otra fija, cuyos radios son  $r_1 = 20$  cm y  $r_2 = 40$  cm. Considerando que, en la posición que se muestra, el sistema se mueve de tal forma que el bloque B desciende con rapidez de 2 m/s, la cual varía en la dirección vertical, a razón de  $6 \text{ m/s}^2$ , determínense, para esa posición:

- la velocidad y la aceleración del bloque A, y,
- la velocidad y la aceleración angulares de la polea fija.

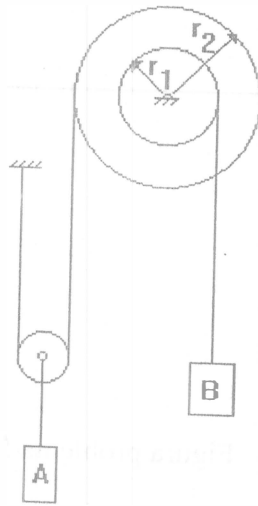


Figura problema 5-6

5-7 El sistema mecánico que se muestra en la figura está compuesto por dos bloques A y B, dos cables y una polea compuesta, de radios interior y exterior  $r_1 = 10$  cm y  $r_2 = 15$  cm, respectivamente, conectados dichos elementos como se indica. Si los cables no deslizan con relación a la polea y además, en la posición que se indica, el cuerpo A se mueve hacia la derecha con rapidez de 4 m/s, la cual decrece debido a una aceleración de magnitud constante e igual a  $6$  m/s<sup>2</sup>, determinéense:

- la velocidad y la aceleración del cuerpo B, y,
- la velocidad y la aceleración angulares de la polea.

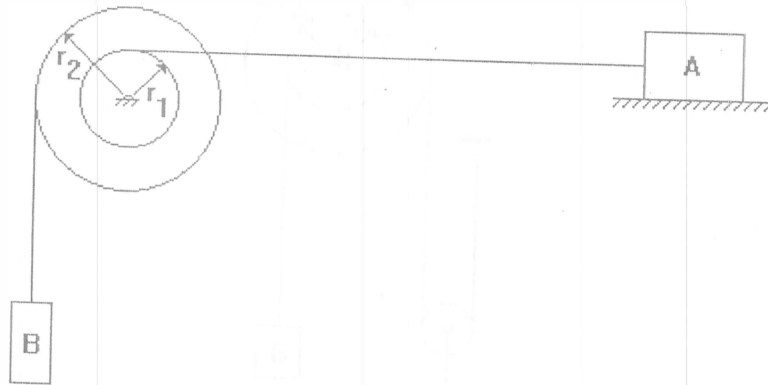


Figura problema 5-7

5-8 Con relación al sistema mostrado en la figura, demuéstrese que la razón de las rapidezce angulares de las poleas de radios  $a$  y  $d$ , respectivamente, es  $cd/ab$ , donde  $b$  y  $c$  son los radios menor y mayor, respectivamente, de la polea compuesta.

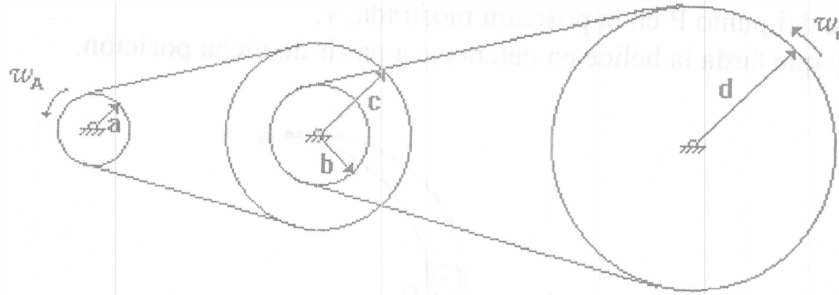


Figura problema 5-8

5-9 La hélice mostrada en la figura gira en torno a un eje fijo, que pasa por O y es perpendicular a  $\overline{OP}$ . Si en la posición mostrada la magnitud de la aceleración total del punto P es  $20 \text{ cm/s}^2$  y, además, la rapidez angular de la hélice decrece a razón constante de  $30 \text{ rad/s}^2$ , determinense:

- la rapidez del punto P en la posición mostrada, y,
- el tiempo que tarda la hélice en detenerse a partir de dicha posición.

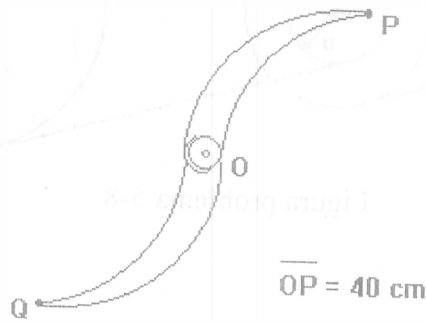


Figura problema 5-9

5-10 El camión de volteo mostrado en la figura se mueve en línea recta y hacia la derecha, con rapidez constante de  $2\text{ m/s}$ , y a partir de cierto instante comienza a arrojar la carga que trae, girando la caja con rapidez angular constante de  $2\text{ rad/s}$ . En tales condiciones:

- identifíquese el tipo de movimiento que realiza la caja, y,
- para la posición mostrada, determínese la rapidez del punto P.

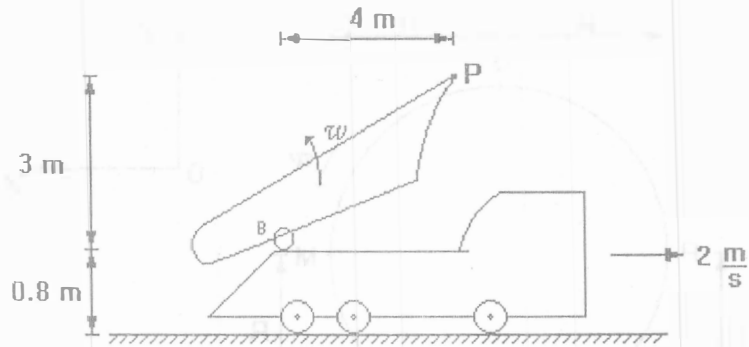


Figura problema 5-10



5-11 El cilindro de radio  $R$ , que se muestra en la figura, rueda sin deslizar sobre el plano mostrado, en sentido horario y con rapidez angular constante e igual a  $\omega$  rad/s. Considerando el marco de referencia adjunto, y que  $R$  está en metros, determínense para la posición mostrada:

- las velocidades de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $M$ , y,
- las aceleraciones de dichos puntos.

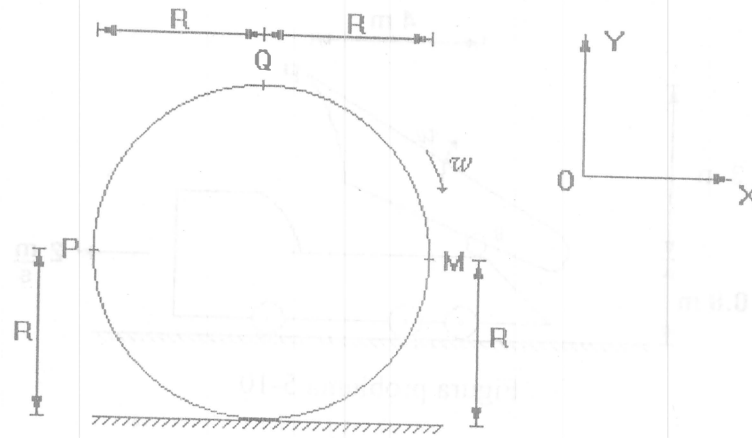


Figura problema 5-11

5-12 En la posición mostrada, el cilindro de la figura rueda sin deslizar sobre el plano inclinado, en sentido horario, con una rapidez angular  $\omega = 10 \text{ rad/s}$ , misma que decrecerá a razón constante e igual a  $2 \text{ rad/s}^2$ . Con referencia a dicha posición, determinense:

- la distancia que recorrerá el centro del cilindro durante el ascenso, y,
- el número de revoluciones que efectuará el cilindro en sentido horario.

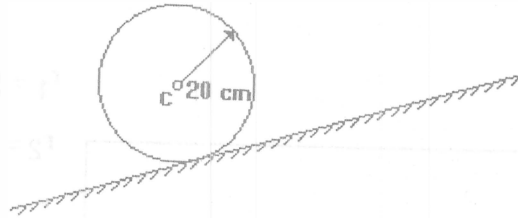


Figura problema 5-12

5-13 El carrito de la figura se traslada sobre un plano horizontal, con rapidez constante de 20 km/h. Si sus cuatro llantas ruedan sin deslizar, determínense:

- la rapidez angular de cada llanta de radio  $r_1$  y de ambas llantas de radio  $r_2$ ,
- la parte de cada llanta donde se localizan los puntos que tienen rapidez máxima, y,
- las rapidezes máximas a las que alude el inciso anterior

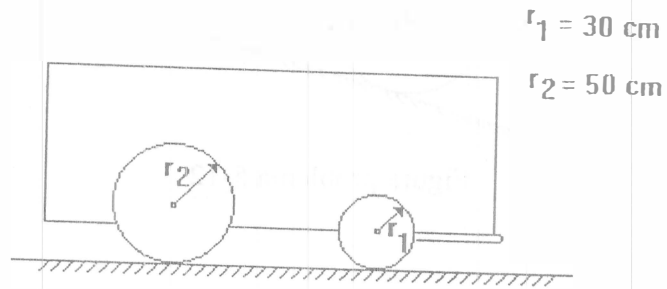


Figura problema 5-13

5-14 La placa rectangular de la figura se mueve de tal forma que sus esquinas A y B mantienen siempre contacto con los ejes coordenados X e Y. Si, en la posición mostrada, la esquina B tiene rapidez de 1 m/s y se mueve según se indica, determínense para dicha posición:

- el vector de posición del centro instantáneo de rotación de la placa, y,
- la rapidez de la esquina C.

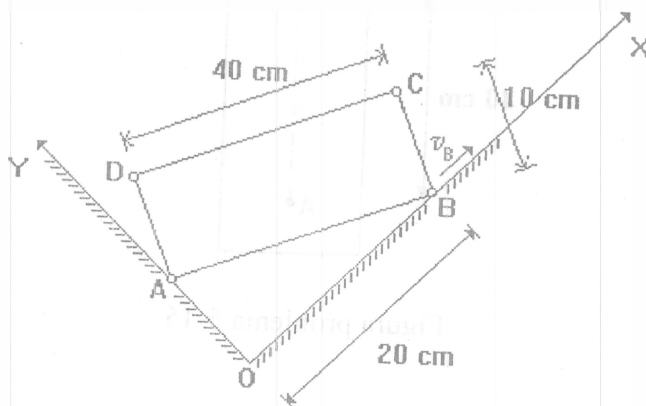


Figura problema 5-14

5-15 La placa rectangular que se muestra en la figura parte del reposo y realiza un movimiento plano general, de tal manera que su aceleración angular tiene sentido horario, y es de  $10 \text{ rad/s}^2$ . Si en la posición mostrada el punto P de la placa tiene una aceleración de magnitud igual a  $4 \text{ m/s}^2$ , determínese la magnitud de la aceleración del punto A, para dicha posición.

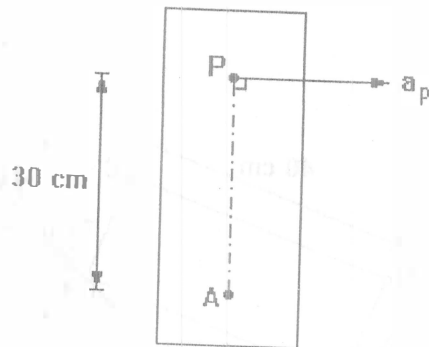


Figura problema 5-15

5-16 La barra rígida  $\overline{PQ}$  de la figura está articulada en su extremo Q a un anillo deslizante, engarzado en la varilla  $\overline{AB}$  que es horizontal. La barra se mueve a partir del reposo de tal forma que, en la posición mostrada, su centro G tiene aceleración total de  $3 \text{ m/s}^2$ , dirigida verticalmente hacia abajo. Determinense, para dicha posición:

- la magnitud de la aceleración del punto P, y,
- la aceleración angular de la barra.

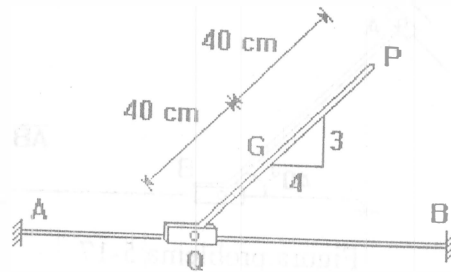


Figura problema 5-16

5-17 La barra rígida de la figura se mueve guiada por correderas articuladas en A y B de modo que, en la posición mostrada, A tiene rapidez de 4 m/s. Determinéense, para dicha posición:

- la rapidez de B, y,
- la rapidez angular de la barra.

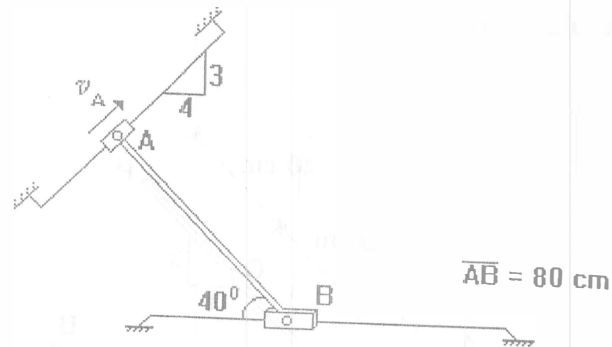


Figura problema 5-17

5-18 Dos anillos deslizantes A y B, conectados por una barra rígida de 60 cm de longitud, se mueven sobre guías rectas, y fijas, tal como se indica en la figura. Si el anillo A se mueve con rapidez constante de 2 m/s, obténganse para la posición mostrada:

- la rapidez del anillo B, y,
- el módulo de la aceleración angular de la barra.

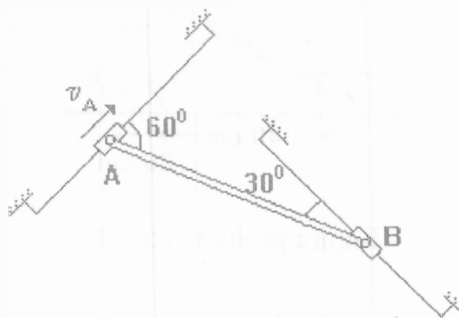


Figura problema 5-18



5-19 El sistema de la figura está conformado por dos bloques conectados por una barra rígida, articulada mediante pasadores en los puntos A y B, moviéndose de tal forma que los bloques se trasladan rectilíneamente. Si en la posición mostrada, el punto A se mueve hacia la derecha con rapidez de 4 m/s, la cual decrece a razón constante de  $8 \text{ m/s}^2$ , determínese la aceleración del punto B.

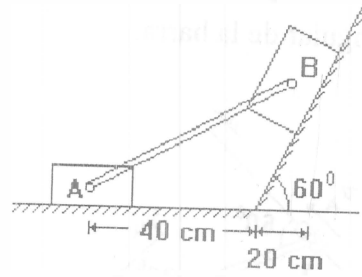


Figura problema 5-19

5-20 En la figura se muestra cierto sistema, integrado por dos bloques y una barra, el cual está moviéndose de tal forma que, en la posición mostrada, la velocidad y la aceleración angulares de la barra son  $2 \text{ rad/s}$  y  $4 \text{ rad/s}^2$ , ambas en sentido antihorario. Determinense, para la posición que se indica:

- la rapidez lineal y el sentido del movimiento de cada uno de los bloques, y,
- las magnitudes y los sentidos de las aceleraciones lineales de los mismos.

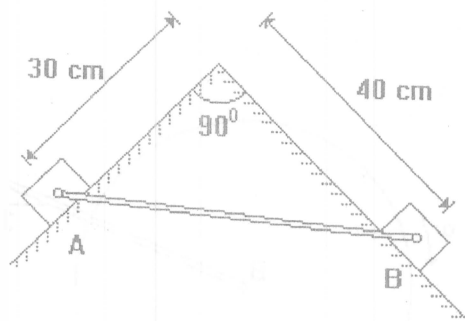


Figura problema 5-20

5-21 El sistema de la figura, conformado por una polea que rueda sin deslizar y cuyo radio es de 20 cm, la barra  $\overline{BA}$  de 60 cm de longitud y el anillo deslizante A, se mueve de tal forma que, en la posición mostrada, la polea gira en sentido antihorario con una rapidez angular de 2 rad/s, la cual habrá de incrementarse a razón de  $6 \text{ rad/s}^2$ . Determinéense, para la posición que se indica:

- la magnitud y el sentido de la aceleración del anillo A, y,
- la aceleración angular de la barra  $\overline{BA}$ .

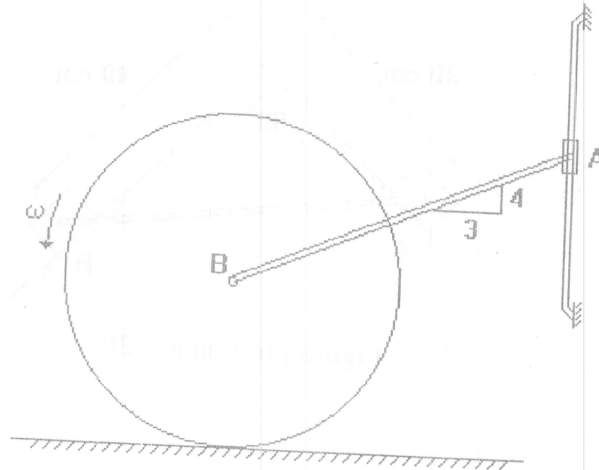


Figura problema 5-21

5-22 La polea compuesta de la figura tiene dos cables enrollados, uno de los cuales cuelga de P, según se muestra. Considerando que en la posición mostrada el bloque A desciende con una rapidez de 4 m/s y una aceleración de magnitud igual a  $2 \text{ m/s}^2$ , con el sentido de su velocidad, determínense para dicha posición (en que  $\overline{OQ}$  es horizontal) la velocidad y la aceleración de los puntos O (centro de la polea) y Q.

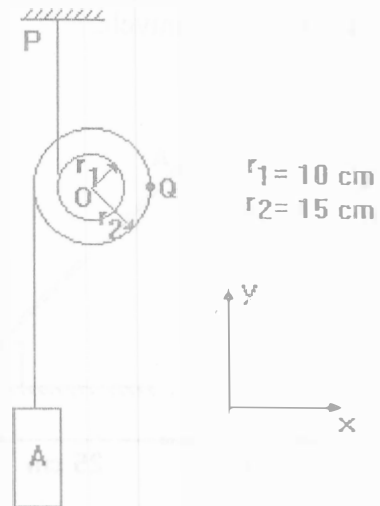


Figura problema 5-22

## 6. CINEMÁTICA DE MECANISMOS

6-1 El cuerpo B del mecanismo manivela-biela-corredera, mostrado en la figura, tiene una rapidez de 2 m/s la cual decrecerá a razón de  $2 \text{ m/s}^2$ . Determinense, para la posición mostrada, la rapidez y el módulo de la aceleración de la manivela.

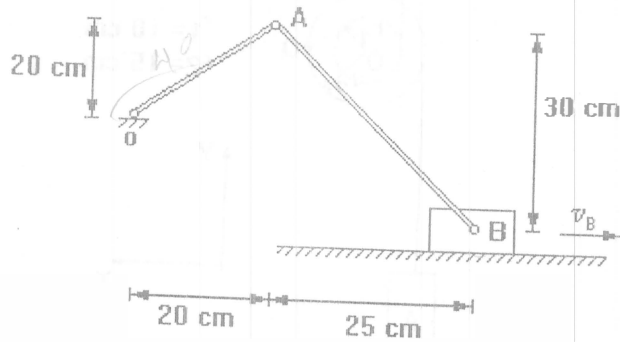


Figura problema 6-1

$$v_c = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_c = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$r_{OB} = 40 \text{ cm}$$

6-2 El mecanismo de la figura está compuesto por dos barras, dos cuerpos y tres articulaciones, y se mueve de tal forma que, en la posición mostrada, el cuerpo B se desliza hacia la izquierda con rapidez de 2 m/s, en tanto que el cuerpo A lo hace hacia la derecha con rapidez de 4 m/s, tal como se indica. Para dicha posición, determinéense:

- las rapidez angular de las barras, y,
- la rapidez de la articulación C.

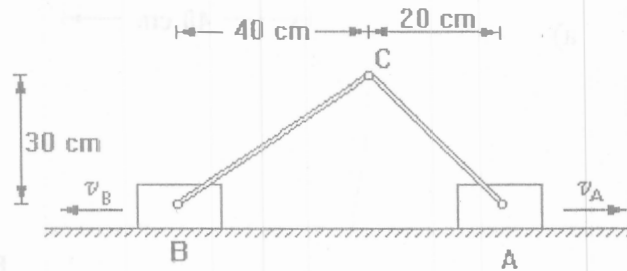


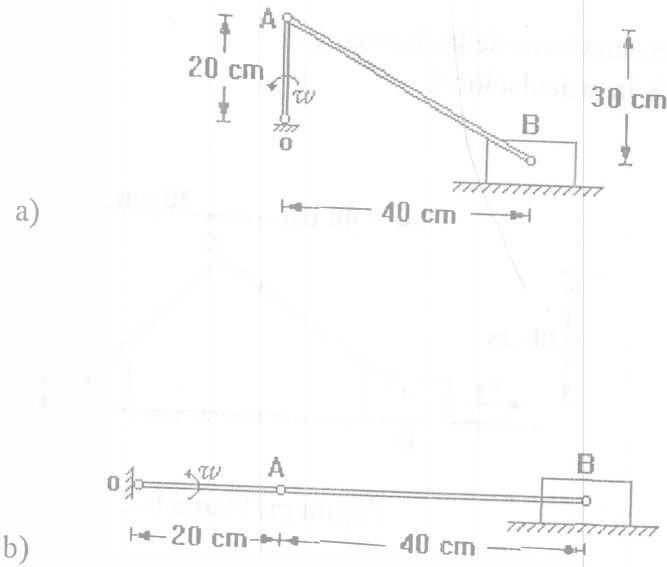
Figura problema 6-2

$$v_B = 2 \frac{m}{s}$$

$$v_A = 4 \frac{m}{s}$$

$$v = \omega \times r$$

6-3 En los mecanismos mostrados, la rapidez angular del elemento motriz  $\overline{OA}$  es constante e igual a 4 rad/s. Determinense para la posición indicada, en cada caso, la rapidez y la aceleración angular de la barra  $\overline{AB}$ .



Figuras del problema 6-3

6-4 El mecanismo de la figura consta de los cinco elementos móviles que se muestran: las barras  $\overline{OA}$ ,  $\overline{DC}$ , y  $\overline{BE}$ , la placa rectangular y el collarín deslizante (H), engarzado éste en la guía fija  $\overline{FG}$ . Estos elementos están conectados por medio de seis articulaciones contenidas en un mismo plano, dos de las cuales son fijas, en O y D, y cuatro móviles, en A, B, C, y E, respectivamente.

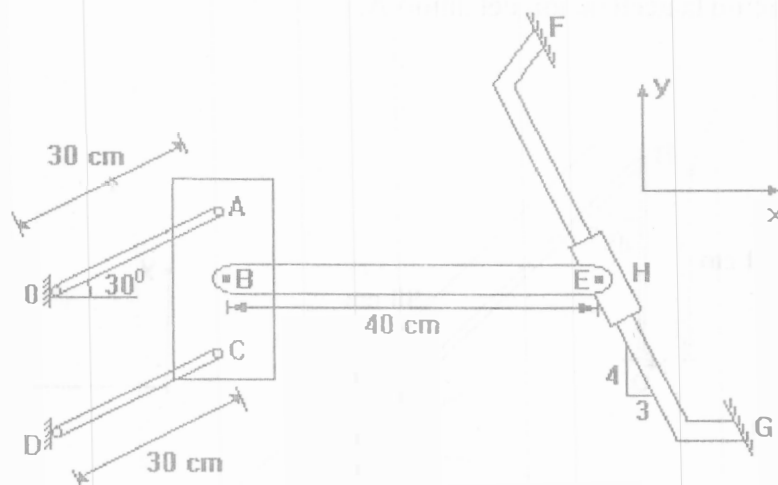


Figura problema 6-4

Si en la posición mostrada la barra  $\overline{OA}$  gira, alrededor de O, con rapidez angular de 10 rad/s en el sentido antihorario, la cual decrece debido a una aceleración constante, de magnitud  $1 \text{ rad/s}^2$ , determínense:

- la clase de movimiento que tiene cada elemento del mecanismo,
- la rapidez y el módulo de la aceleración del collarín, para la posición mencionada, y,
- la velocidad y la aceleración del punto medio de la barra BE, para dicha posición.



6-5 El anillo seguidor A, del mecanismo conformado por las dos barras rectas de la figura, se mueve con rapidez constante de 4 m/s, sobre la guía semicircular fija mostrada, dirigiéndose de P hacia Q. Para la posición mostrada, donde  $\overline{OB}$  ocupa la posición vertical, determinense:

- la rapidez angular de la barra  $\overline{OB}$ ,
- la rapidez angular de la barra  $\overline{AB}$ , y,
- el módulo de la aceleración del anillo A.

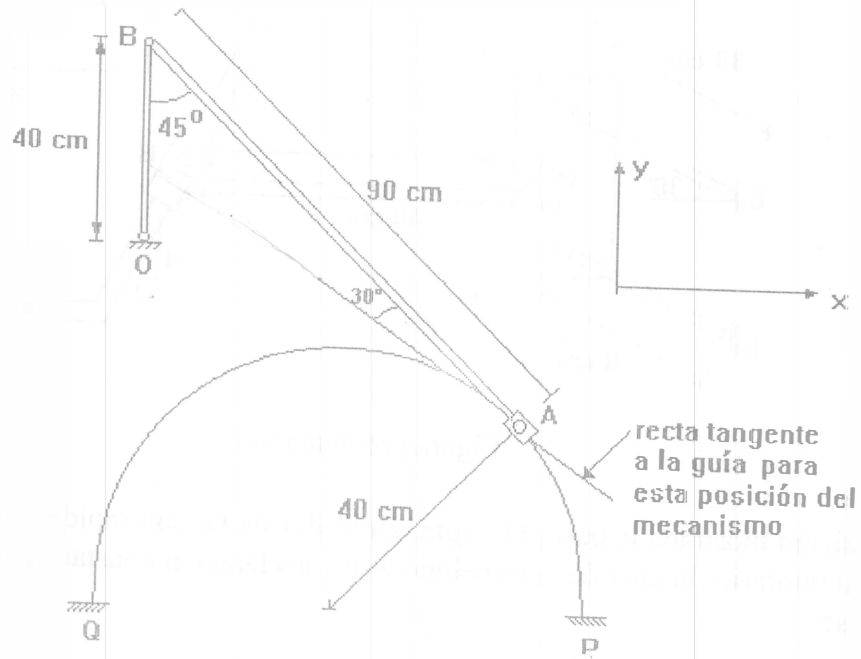


Figura problema 6-5

6-6 En el mecanismo que se muestra en la figura, la rapidez angular del elemento motriz  $\overline{OA}$  es constante e igual a 4 rad/s. Determinense la rapidez y la aceleración angular de la barra  $\overline{AB}$ , para la posición mostrada.

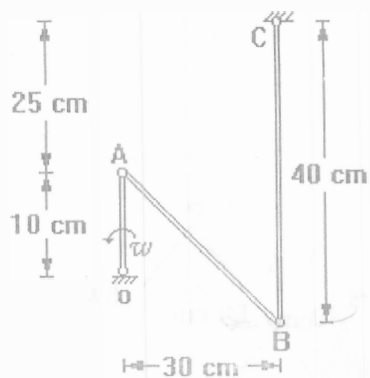


Figura problema 6-6

6-7 En la figura se presenta un mecanismo constituido por la placa  $ABP$  y las barras  $\overline{OA}$  y  $\overline{BC}$ . Empleando el método del eje instantáneo de rotación determínese, para las condiciones dadas, la rapidez:

- de la placa,
- del punto  $A$ ,
- de la barra  $\overline{OA}$ , y,
- del punto  $P$ .

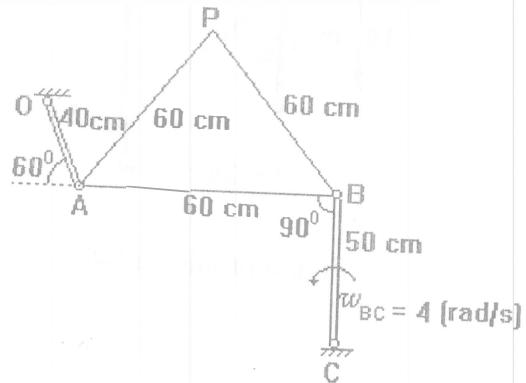


Figura problema 6-7

6-8 El mecanismo leva-seguidor de la figura está constituido por un disco giratorio, de radio igual a 20 cm y centro  $O$ , que transmite el movimiento a una leva oscilante, por medio de la barra  $AB$  (articulada en  $A$  y en  $B$ ) cuya longitud es de 1.5 m. Considerando que, en el instante mostrado, la barra está en posición horizontal y  $OA$  es perpendicular a la barra, y que el disco gira con rapidez angular constante de 10 rad/s, obténganse para dicho instante:

- la rapidez angular de la leva,
- la rapidez angular de la barra, y,
- la rapidez del punto  $P$ .

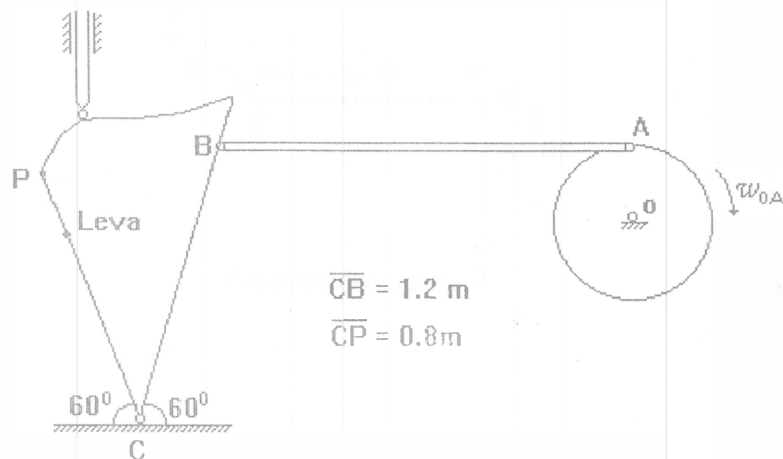


Figura problema 6-8

6-9 En el mecanismo de cuatro articulaciones que se muestra en la figura, las rapidezces angulares de las barras  $\overline{OA}$  y  $\overline{CB}$  son  $4 \text{ rad/s}$  y  $2 \text{ rad/s}$ , respectivamente. Considerando que  $\overline{OA}$  se mueve con rapidez constante, determínense para la posición mostrada:

- la magnitud de la barra  $\overline{CB}$ ,
- las magnitudes de las aceleraciones angulares de las barras  $\overline{AB}$  y  $\overline{CB}$ , y,
- la magnitud de la aceleración total de la articulación B.

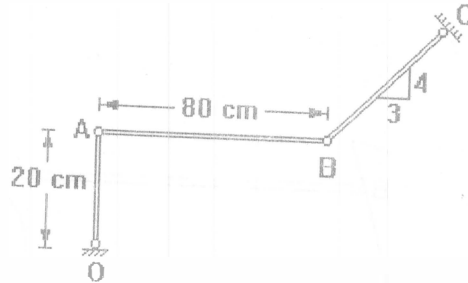


Figura problema 6-9

## RESPUESTAS

## 1. MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS

- 1-1 Todas son falsas
- 1-2 a)  $10 \text{ m/s}^2$   
b) 2 s  
c) 0 m/s
- 1-3 a) 52.5 m  
b)  $3 \text{ m/s}^2$   
c)  $7.5 \text{ m/s}^2$
- 1-4 4 m/s
- 1-5 a) 10.18 m  
b) 21.64 m  
c) 20.61 m/s
- 1-6 4 m
- 1-7 5 m/s
- 1-8 b) Para  $t = 0.21 \text{ s}$ :  $1.7 < v < 1.9$ , m/s;  
para  $t = 0.36 \text{ s}$ :  $2.2 < v < 2.4$ , m/s
- 1-9 a) 0.2 m  
b) 5.2 m/s
- 1-10  $1 \text{ m/s}^2$
- 1-11 A) 4.03 m  
B) 3.35 m  
C) 5.09 m
- 1-13 a)  $v = 5.2 \text{ m/s}$  (dirigida hacia arriba), 21 m  
b)  $v = 7 \text{ m/s}$  (dirigida hacia abajo), 9.47 m  
c)  $v = 0 \text{ m/s}$  (altura máxima), 17 m
- 1-14  $3.2 \text{ m/s}^2$

- 1-15 a)  $x = 12 \text{ m}$   
 b)  $36 \text{ m}$   
 c)  $2 \text{ m/s}^2$   
 d)

intervalo	velocidad		aceleración	
	sentido	magnitud	sentido	magnitud
(0, 2]	el del eje	crece linealmente	el del movimiento	$\text{cte} = 2 \text{ m/s}^2$
(2, 6)	el del eje	$\text{cte} = 4 \text{ m/s}$	no tiene	$\text{cte} = 0 \text{ m/s}^2$
[6, 8)	el del eje	decrece linealmente	contrario al del movimiento	$\text{cte} = 2 \text{ m/s}^2$
(8, 9]	contrario al del eje	crece linealmente	el del movimiento	$\text{cte} = 3 \text{ m/s}^2$
(9, 12)	contrario al del eje	$\text{cte} = 3 \text{ m/s}$	no tiene	$\text{cte} = 0 \text{ m/s}^2$
[12, 13)	contrario al del eje	decrece linealmente	contrario al del movimiento	$\text{cte} = 3 \text{ m/s}^2$

- 1-16 a)  $6 \text{ m/s}$   
 b)  $4.5 \text{ m}$   
 c)  $4 \text{ m/s}^2$   
 d)  $0 \text{ m/s}^2$

- 1-17 a)  $2.032 \text{ s}$   
 b)  $0.815 \text{ s}$   
 c)  $7.262 \text{ m}$   
 d)  $11.93 \text{ m/s}$   
 e)  $1.63 \text{ s}$   
 f)  $10.524 \text{ m}$

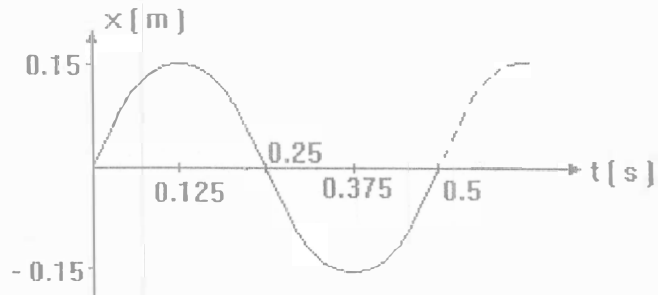
- 1-18 a)  $x = 0.4 \text{ m}$   
 b)  $2.0823 \text{ m/s}$  para  $x = 0.23$ ;  $1.9809 \text{ m/s}$  para  $x = 0.3 \text{ m}$   
 c)  $2.1 \text{ m/s}$ , en  $x = 0.25 \text{ m}$

- 1-19 a)  $L > 18 \text{ m}$   
 b)  $L < 18 \text{ m}$   
 c)  $L = 18 \text{ m}$

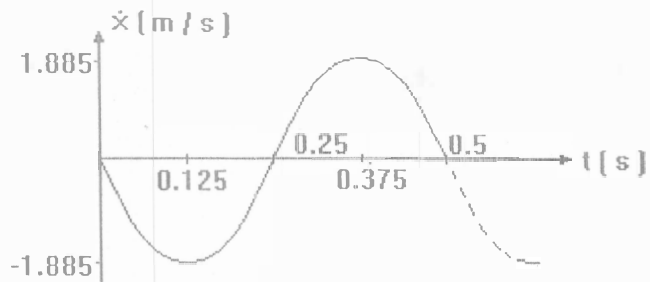
- 1-20 a)  $72 \text{ km/h}$   
 b)  $1.2 \text{ km}$

- 1-21 a)  $x = 10\pi\cos 5\pi t$   
 b)  $31.4 \text{ m/s}$   
 c)  $2.5 \text{ Hz}$   
 d)  $0.4 \text{ s}$

- 1-22 a) N/m  
b) 315.82 N/m  
c)



d)



- 1-23 a)  $x = 0.4 \text{ sen}(125.66t - \pi/6)$   
b) 0.4 m  
c) 20 Hz  
d) 0.05 s  
e)  $-\pi/6$  rad

- 1-24 a)  $t_1 = 2.78 \times 10^{-3}$  s,  $t_2 = 11.1 \times 10^{-3}$  s  
b)  $v = 0$  m/s,  $a = -28425$  m/s<sup>2</sup>

- 1-25 a)  $dv_A / (d^2 + h^2)^{1/2}$   
b)  $v_A h / (d^2 + h^2)$

## 2. MOVIMIENTOS CURVILÍNEOS

- 2-1 a) F  
b) V  
c) V  
d) F  
e) V  
f) F  
g) F  
h) F  
i) V



- 2-2
- a)  $4.8i + 6.4j$ , m/s
  - b)  $-1.8i - 2.4j$ ,  $m/s^2$
  - c)  $-3.2i + 2.4j$ ,  $m/s^2$
  - d) 16, m
- 2-3
- a)  $0.468i - 4.226j - 0.321k$ , m
  - b)  $0.937i - 8.452j - 0.642k$ , m/s
  - c)  $0.934i - 8.540j - 0.641k$ , m/s
- 2-4
- a) (2.193, -2.467), m
  - b)  $1.096i - 9j$ , m/s
  - c) 9.066, m/s
  - d)  $0.120i + 0.992j$
- 2-5
- a)  $\vec{r} = (2 + 2t)i + 8t^2j$ , m; o bien:  $(2 + 2t, 8t^2)$ , m
  - b)  $2x^2 - 8x + 8$  (parábola)
  - c)  $0.242i + 0.970j$
- 2-6
- a) 8, m
  - b) 2,  $m/s^2$ , 14.52,  $m/s^2$
- 2-7
- a)  $18i - 1.436j - 3.268k$ , m, y,  
 $-1.359j + 13.072k$ ,  $m/s^2$
  - b)  $27.48i - 7.978j + 3.198k$ , m, y,  
 $-3j - 12.8k$ ,  $m/s^2$
- 2-8
- a)  $6i - 3.75j$ , m
  - b)  $2i - 1.25j$ , m/s
  - c)  $1.562j$ ,  $m/s^2$
- 2-9
- a)  $2i - 0.312j$ , m/s
  - b)  $0i + 0.156j$ ,  $m/s^2$
  - c)  $-0.024i + 0.004j$ ,  $m/s^2$
  - d)  $0.024i + 0.152j$ ,  $m/s^2$
  - e) 26.520, m
- 2-10
- a = 6, m/s
  - b = 8,  $m/s^2$
  - c = 1,  $m/s^3$
- 2-11
- a)  $xy = 16$ , hipérbola equilátera
  - b)  $8i - 8j$ , m/s
  - c)  $16i + 16j$ ,  $m/s^2$

- 2-12 a)  $(x^2/4) + (y^2/16) = 1$ , elipse  
 b)  $\rho = 1, \vec{0}$ ,  $m/s^2$ ,  $y$ ,  $-16j$ ,  $m/s^2$   
 c) ocho  
 por otro lado:  
 $\rho_{\min} = 1$ ,  $m$ , en  $(0, 4)$ ,  $m$   
 $\rho_{\max} = 1$ ,  $m$ , en  $(2, 0)$ ,  $m$

2-13  $\vec{r}_c = (4/3)i + (15/4)j + 2k$ ,  $m$ , o bien  $(4/3, 15/4, 2)$ ,  $m$

- 2-14 a) 14,  $m/s$   
 b) 18.89,  $m$

2-15  $v_f = L\sqrt{\frac{g}{2H}}$

- 2-16 a)  $\sqrt{\frac{2H}{g}}$  en ambos casos  
 b)  $\frac{v_{balin}}{v_{bloque}} = 2H/(L^2 + 4H^2)^{1/2}$

2-17 solo la del inciso b

- 2-18 a) 1,  $m/s$   
 b) 19.28,  $m/s$

- 2-19 a) 8.7,  $m/s$   
 b) 10.25,  $m/s$

- 2-20 a) 1.28,  $m$   
 b)  $0.158 < x < 2.72$ ,  $m$

- 2-22 a)  $4te_r + 2\pi t^2 e_0 + 3e_z$ ;  $(4 - 2\pi^2 t^2)e_r + 8\pi t e_0$   
 b)  $(40/\pi)e_r + (20^2/\pi)e_0 + 3e_z$ ;  $(4 - 20^2)e_r + 80e_0$

- 2-23 a) 10,  $m/s$   
 b) 60.2,  $m/s^2$   
 c) 1.91

- 2-24 a)  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$  elipse  
 b)  $\pi^2$   
 c)  $t = 0.468$  s

- 2-25 a)  $a = 4$ ;  $b = -2$   
 b)  $-2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ , m/s  
 c)  $2\mathbf{i}$
- 2-27 a)  $-1.94\bar{e}_r + 0.50\bar{e}_\phi$ , m/s  
 b)  $-4.50\bar{e}_r - 1.94\bar{e}_\phi$ , m/s<sup>2</sup>
- 2-28 7.35, m/s
- 2-29 a)  $a\omega_0\bar{e}_r + a\omega_0^2 t\bar{e}_\phi$   
 b)  $-a\omega_0^3 t\bar{e}_r + 2a\omega_0^2\bar{e}_\phi$
- 2-30 a) 2.56, m/s  
 b) 10.88, m/s<sup>2</sup>

### 3. CINEMÁTICAS DEL PUNTO Y DE LA RECTA RELACIONADAS

- 3-1 Sí es posible; 2 m
- 3-2 a)  $-3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ , m/s<sup>2</sup>  
 b)  $-6.4\mathbf{i} - 4.8\mathbf{j}$ , m/s<sup>2</sup>  
 c)  $4\mathbf{k}$  rad/s  
 d)  $0$  rad/s<sup>2</sup>
- 3-3 a)  $\omega = 2\mathbf{k}$  rad/s  
 b)  $\alpha = 4\mathbf{k}$  rad/s<sup>2</sup>
- 3-4 a)  $3.2$  m/s<sup>2</sup>  
 b)  $.25$  rad/s<sup>2</sup> en sentido antihorario
- 3-5 a)  $2.53$  m/s<sup>2</sup>  
 b)  $0.25$  rad/s<sup>2</sup> en sentido horario
- 3-6  $12.9$  m/s<sup>2</sup>, colineal con  $\overline{OB}$ ; es decir, normal a la pista
- 3-7  $9.22$  m/s<sup>2</sup>, perpendicular a  $\overline{OB}$ ; es decir, tangente a la pista
- 3-8 a)  $\overline{AP} = 0.3$  m,  $\overline{BP} = 0.4$  m  
 b)  $2$  rad/s  
 c)  $5$  rad/s<sup>2</sup>

## 4. MOVIMIENTO RELATIVO

- 4-1 a) sí  
b) rectilínea  
c) parabólica
- 4-2 a) 9, m/s  
b) 3, m/s  
c) 4, m/s
- 4-3 a) 5.24, m/s  
b) 4.83, m
- 4-4 8.94 m/s
- 4-5 a) horario  
b) 4, m/s  
c) 50, m/s<sup>2</sup>
- 4-6  $0.5\omega$ , antihorario;  $-0.75\omega^2tj$
- 4-7 a) 9.029, m/s  
b) 343.527, m/s<sup>2</sup>
- 4-8 2.82, m/s, 16, m/s<sup>2</sup>
- 4-9 17.80 m/s<sup>2</sup>
- 4-10  $0, 2\omega_0v_0\text{sen}\theta$
- 4-11 a) F  
b) F  
c) F
- 4-12 1200 rpm, 6315.48, m/s<sup>2</sup>

## 5. CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO

- 5-1 25.13, m/s, 3158.27, m/s<sup>2</sup>
- 5-2 a) 26.18, s  
b) 436.3
- 5-3 a) 16.56, rad/s<sup>2</sup>  
b) 4 vueltas

- 5-4 a) V, b) F, c) V, d) V, e) F,  
f) F, g) V, h) V, i) V,
- 5-5 a) 30 vueltas  
b) nulo
- 5-6 a) 2, m/s hacia arriba; 6, m/s<sup>2</sup> hacia arriba  
b) 10, rad/s con sentido horario; 30, rad/s<sup>2</sup> con sentido horario
- 5-7 a) 6, m/s hacia arriba; 9, m/s<sup>2</sup> hacia abajo  
b) 40, rad/s con sentido horario; 60, rad/s<sup>2</sup> con sentido antihorario
- 5-9 a) 2.53, m/s  
b) 0.21, s
- 5-10 a) movimiento plano general  
b) 8.94, m/s
- 5-11 a)  $\omega R_i + \omega R_j$ ,  $2\omega R_i$ ,  $\omega R_i - \omega R_j$ ; todas en m/s  
b)  $\omega^2 R_i - \omega^2 R_j$ ,  $-2\omega^2 R_j$ ,  $-\omega^2 R_i - \omega^2 R_j$ ; todas en m/s<sup>2</sup>
- 5-12 a) 5, m  
b) 3.98
- 5-13 a) 18.52, rad/s, 11.11, rad/s  
b) la más distante del plano  
c) 11.11, m/s en cualquier caso
- 5-14 a)  $20i + 34.64j$ , cm  
b) 0.892, m/s
- 5-15 1.0, m/s<sup>2</sup>
- 5-16 a) 6.41, m/s<sup>2</sup>  
b) 9.375, rad/s<sup>2</sup> en sentido horario
- 5-17 a) 1.19, m/s  
b) 3.92, rad/s
- 5-18 a) 1.15, m/s  
b) 8.55, rad/s<sup>2</sup>
- 5-19 34.67, m/s<sup>2</sup>, paralela al plano inclinado y de sentido hacia abajo

- 5-20 a) de A: 0.8, m/s hacia abajo del plano; de B: 0.6, m/s hacia arriba del plano  
 b) de A: 0.4, m/s<sup>2</sup> hacia abajo del plano; de B: 2.8, m/s<sup>2</sup> hacia arriba del plano
- 5-21 a) 1.42, m/s<sup>2</sup>, hacia abajo  
 b) 3.02, rad/s<sup>2</sup> con sentido horario
- 5-22 Para O: 8j, m/s; 4j, m/s<sup>2</sup>. Para Q: 20j, m/s; -960i + 10j, m/s<sup>2</sup>

## 6. CINEMÁTICA DE MECANISMOS

- 6-1 4.55, rad/s; 11.90, rad/s<sup>2</sup>
- 6-2 a) de  $\overline{CB}$ : 6.66, rad/s; de  $\overline{CA}$ : 13.33, rad/s  
 b) 2.67, m/s
- 6-3 a) cero; 8, rad/s<sup>2</sup> con sentido antihorario  
 b) 2, rad/s; nula
- 6-4 a) de las barras  $\overline{OA}$  y  $\overline{DC}$ : rotación en torno a un eje fijo;  
 de la placa: traslación curvilínea  
 de la barra  $\overline{BE}$ : movimiento plano general  
 del collarín: traslación rectilínea  
 b) -2.50, m/s, 44.54, m/s<sup>2</sup>  
 c) -1.50i + 2.30j, m/s; -26.28i + 10.19j, m/s<sup>2</sup>
- 6-5 a) 12.25, rad/s  
 b) 1.63, rad/s  
 c) 40, m/s<sup>2</sup>
- 6-6 a) 0, 6.67, rad/s<sup>2</sup> con sentido antihorario
- 6-7 a) 1.92, rad/s  
 b) 2.31, m/s  
 c) 5.77, rad/s  
 d) 3.06, m/s
- 6-8 a) 1.92, rad/s  
 b) 0.77, rad/s  
 c) 1.54, m/s
- 6-9 a) 0.5, m  
 b) 7.55, rad/s<sup>2</sup>, de  $\overline{AB}$ ; 4.13, rad/s<sup>2</sup> de  $\overline{CB}$   
 c) 2.87, m/s<sup>2</sup>

Esta obra se terminó de imprimir  
en febrero de 1998  
en el taller de imprenta del  
Departamento de Publicaciones  
de la Facultad de Ingeniería,  
Ciudad Universitaria, México, D.F.  
C.P. 04510

**Secretaría de Servicios Académicos**

El tiraje consta de 800 ejemplares  
más sobrantes de reposición.