

1979

Fecha	Duración	Tema	Profesor
Oct. 15	17 a 17:30 h	INTRODUCCION AL CURSO	Dr. Oscar Manuel González Cuevas
	17:30 a 19 h	Introducción al Diseño de Estructuras de Concreto. Criterios Generales Según el Reglamento del D.F.	Ing. Francisco Robles Fernández
	19 a 21 h	Carga Axial, Flexión. Ejemplos de Determinación de Resistencias a Carga Axial y a Flexión.	Dr. Oscar Manuel González Cuevas
Oct. 16	17 a 19 h	Flexocompresión. Obtención de Diagramas de Interacción; Utilización de Diagramas de Interacción para la Obtención de Resistencias de Columnas. Flexocompresión Biaxial.	Dr. Oscar Manuel González Cuevas
	19 a 21 h	Fuerza cortante en Vigas. Descripción del Comportamiento. Expresiones para calcular la Resistencia de Vigas sin Refuerzo Transversal y con Refuerzo Transversal.	Ing. José Luis Camba Castañeda
Oct. 17	17 a 21 h	Fuerza Cortante en Losas. Descripción del Comportamiento. Expresiones para Calcular la Resistencia de Losas sin Refuerzo Transversal y con Refuerzo Transversal. Adherencia y Anclaje. Armado y Corte de Varillas.	Ing. José Luis Camba Castañeda
Oct. 18	17 a 20 h	Torsión: Determinación de la Resistencia de Elementos Sometidos a Torsión Simple y a Torsión Combinada.	M. en I. Enrique Bazán Zurita
	20 a 21 h	Agrietamiento	Ing. Eduardo Guzmán Escudero

to the same extent as the other.

1888. 1889. 1890. 1891. 1892.

1893. 1894. 1895. 1896. 1897.

1898. 1899. 1900. 1901. 1902.

1903.

1904. 1905. 1906. 1907. 1908.

1909. 1910. 1911. 1912. 1913.

1914. 1915. 1916.

1917.

1918. 1919. 1920. 1921. 1922.

1923. 1924. 1925. 1926. 1927. 1928. 1929. 1930. 1931. 1932.

1933. 1934. 1935. 1936. 1937. 1938. 1939. 1940. 1941. 1942.

1943. 1944.

1945.

1946. 1947.

Fechas	Duración	Tema	Profesor
Oct. 19,	17 a 19 h	Deflexiones	Ing. Eduardo Guzmán Escudero
	19 a 21 h	Ménsulas y Vigas de Gran Peralte	" " " " " "
Oct. 22	17 a 20 h	Efectos de Esbeltez	Ing. José María Riobóo Martín
	20 a 21 h	Losas Apoyadas Perimetralmente	Ing. Francisco Robles Fernández
Oct. 23	17 a 21 h	Ejemplos de Diseño de Vigas y de Losas Apoyadas Perimetralmente	Ing. " " " " " "
Oct. 24	17 a 19 h	Ejemplo de Diseño de Columnas	Ing. José María Riobóo Martín
	19 a 21 h	Losas Planas	Dr. Oscar Manuel González Cuevas
Oct. 25	17 a 19 h	Vigas Continuas con Análisis al Límite	Dr. " " " " " "
	19 a 21 h	Estructuración. Requisitos de Ductibilidad Para Marcos Sujetos a Sismo.	Ing. Francisco Robles Fernández
Oct. 26	17 a 19 h	Muros de Cortante	M. en I. Enrique Bazán Zurita
	19 a 21 h	Ejemplo de Diseño de un Marco	Dr. Oscar Manuel González Cuevas



DIRECTORIO DE PROFESORES DEL CURSO DIMEN-
SIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO

M. EN I. ENRIQUE BAZAN ZURITA

Investigador

Instituto de Ingeniería

UNAM

México 20, D.F.

Tel. 548.97.94

ING. JOSE LUIS CAMBA CASTAÑEDA

Ingeniero Consultor

Ometusco 35 Despacho 602

México, D.F.

Tel. 553.68.80

DR. OSCAR MANUEL GONZALEZ CUEVAS

Director General de Planeación

UAM

Blv. M.A. Camacho 9-2°

Naucalpan, Edo. de México

Tel. 576.65.29

ING. EDUARDO GUZMAN ESCUDERO

Asesor

Departamento de Estructuras

Facultad de Ingeniería

UNAM

México 20, D.F.

Tel. 548.9669

ING. JOSE MARIA RIOBOO MARTIN

Director General

Rioboo, S.A.

Insurgentes Sur 1194-302

México, D.F.

Tel. 559.13.81

ING. FRANCISCO ROBLES FERNANDEZ

Jefe del Departamento de Materiales

División de Ciencias Básicas e Ingeniería

UAM

Azcapotzalco

Tel. 582.50.00





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam

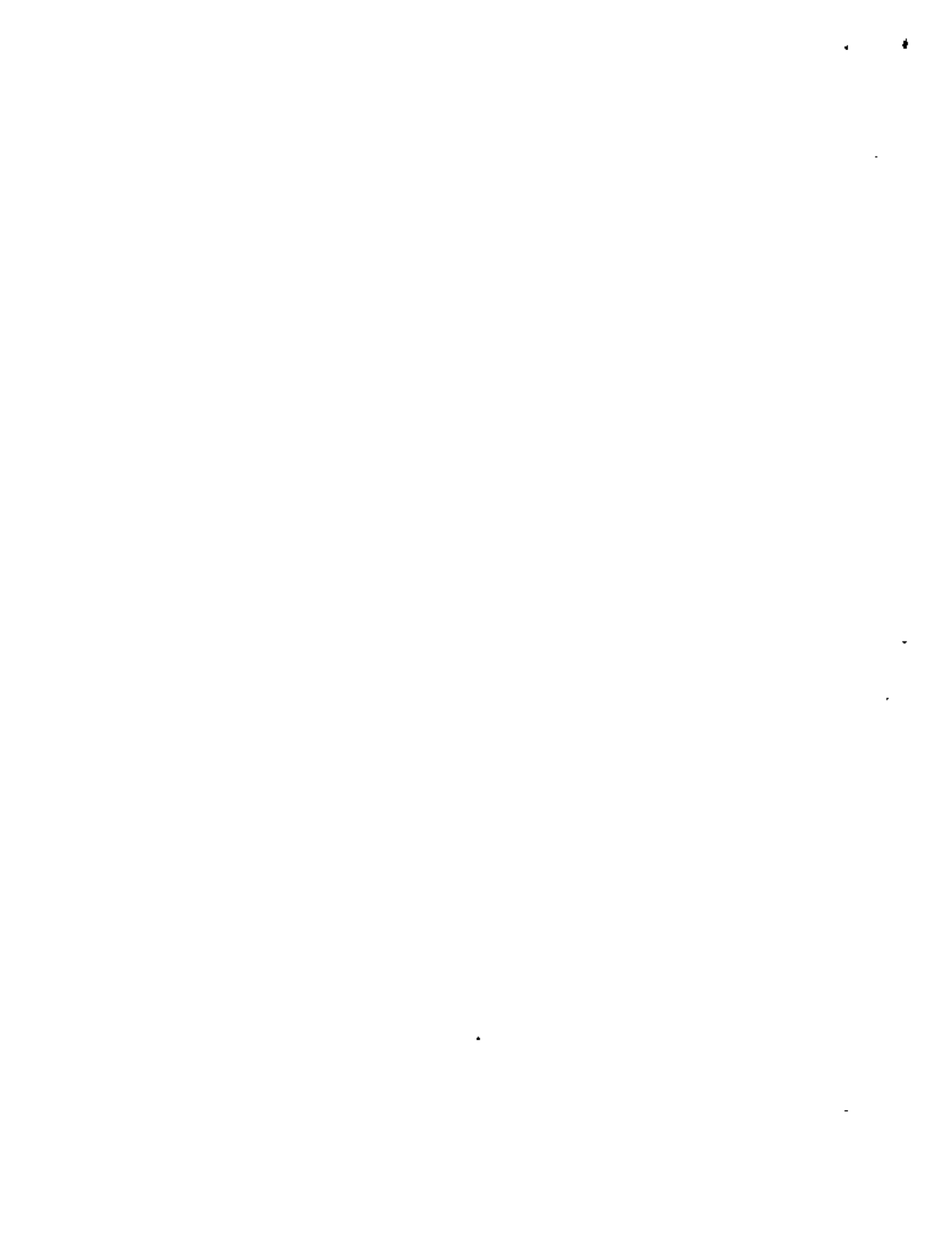


DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO

Introducción al Diseño de Estructuras de Concreto. Criterios Generales
Según el Reglamento del D. F.

ING. FRANCISCO ROBLES FERNANDEZ

OCTUBRE, 1979.



DIMENSIONAMIENTO
DE ESTRUCTURAS DE
CONCRETO REFORZADO

CURSO CEC

15-26 oct 1979

OBSERVACIONES
SOBRE EL REGLO-
MENTO DE
CONSTRUCCIONES
PARA EL DISTRITO
FEDERAL Y SU
APLICACION AL
DISEÑO DE ESTRUC-
TURAS DE CONCRETO

F. Robles
Universidad Autónoma
Metropolitana
(Azcapotzalco)

INTRODUCCION

El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (1976) contiene innovaciones importantes respecto a la versión de 1966. Por una parte, se ha procurado un tratamiento uniforme de todos los materiales, estableciendo criterios de seguridad y requisitos de comportamiento aplicables por igual a todos ellos. Por otra, siguiendo la tendencia de los reglamentos, códigos y normas más recientes, se ha adoptado como enfoque de diseño, el de estados límite, cuyas características se comentarán posteriormente.

(LAMINA 1)

Las disposiciones generales sobre diseño de estructuras de cualquier material están contenidas en el Título IV del Reglamento, que incluye, además, recomendaciones sobre diseño por sismo ^{y viento} y diseño de cimentaciones, y que lleva como título "Requisitos de seguridad y servicio para las estructuras".

(LAM 2)

Las disposiciones para materiales

particulares están establecidas en Normas Técnicas Complementarias, que tienen la misma validez legal que el Título IV del Reglamento. Estas NTC pueden ser modificadas de manera más expedita que el Título IV, que contiene conceptos de carácter más permanente. Como complemento de estas Normas se han elaborado en el Instituto de Ingeniería unos manuales para el diseño de cimentaciones y para el diseño por sismo y por viento.

(LAM 3)

En cierta forma el Título IV del Reglamento constituye un conjunto de reglas que establecen que se requiere de los edificios, que requisitos de comportamiento deben reunir. Esta manera de formular reglamentos es propia de los "performance codes" que ahora empiezan a despertar interés tanto en Europa como los Estados Unidos.

El establecer cómo cumplir con los requisitos generales formulados en el Título IV es el objeto de las Normas Técnicas Complementarias, que constituyen códigos del tipo denominado prescriptivo para estructuras de materiales particulares.

El enfoque general de diseño de estados límite se establece en el Capítulo XXXI

del Título IV. Según este enfoque el propósito del diseño estructural es lograr una probabilidad razonablemente baja de que las estructuras lleguen a alcanzar alguna condición crítica durante su vida probable de manera que dejen de ser útiles, o, de otra forma, que dejen de cumplir adecuadamente las funciones a las que estén destinadas.

Las condiciones críticas se llaman estados límite.

(REFS B1-B5)

(LAMS 4,5)

CONCEPTO DE RESISTENCIA

(Art. 216, Cap. XXXIII)

Magnitud de una acción o de una combinación de acciones que provocaría la aparición de un estado límite de falla en una estructura.

PROCEDIMIENTO GENERAL PARA LA EVALUACION DE LA SEGURIDAD

El Art. 219 (Cap. XXXIV) indica que debe revisarse que para las distintas

combinaciones de acciones especificadas en el Art. 215 y ante la aparición de cualquier estado límite que pudiera presentarse, la resistencia de diseño sea igual o mayor que el efecto de las acciones nominales que intervengan en la combinación de cargas en estudio, multiplicado por el factor de carga correspondiente.

De otra manera, debe lograrse que la fuerza interna de diseño sea igual o menor que la resistencia de diseño.

(LAM 6)

(Obsérvese el Art. 224 sobre carga muerta adicional para pisos de concreto :

20 kg/m ²	adicionales
40 "	si hay capa de mortero adicional)

Fuerzas internas debidas a acciones

nominales. - Las fuerzas axiales y cortantes y los momentos de flexión o torsión debidos a las acciones nominales. Los valores de las acciones nominales se definen en los capítulos XXXII y XXXV-XXXVIII.

Resistencia nominal. - Valor de la resistencia que tiene en cuenta la variabilidad de las propiedades mecánicas y geométricas, la diferencia entre valores especificados y los existentes en la estructura en realidad, y la falta de precisión en el cálculo (Art. 217). Las NTC dan reglas para el cálculo de resistencias nominales.

Factor de carga (F_c) - Varía de 0.9 a 1.5 (Art. 220)

Factor de reducción de resistencia (F_R) - Arts. 221, 268, NTC 1.6

ANTECEDENTES Y OBSERVACIONES GENERALES (LAM 7)

En realidad todos los reglamentos han perseguido fines semejantes a los del enfoque de estados límite, aunque no en forma tan ordenada y explícita. El 1

El Reglamento ACI 318-77 es un reglamento esencialmente de resistencia. El método de esfuerzos está relegado a un apéndice.

El Reglamento del Distrito Federal de 1966 era básicamente un reglamento de esfuerzos permisibles, aunque permitía, como alternativa, el "diseño plástico", que es un método de resistencia.

(En general los reglamentos modernos de concreto tienden a abandonar los procedimientos de dimensionamiento basados en esfuerzos permisibles. Se debe esto a que el factor de seguridad de los elementos estructurales dimensionados por estos procedimientos no es uniforme, ya que no puede medirse en todos los casos, el factor de seguridad por la relación entre las resistencias de los materiales y los esfuerzos permisibles. En otras palabras, la relación entre la resistencia del material y los esfuerzos de trabajo no es siempre igual a la relación entre la resistencia del elemento y la carga de servicio.)

El reglamento inglés (CP 110), el canadiense, el ruso y varios reglamentos europeos se basan en criterios de estados límite.

Comentarios generales sobre el nuevo Reglamento del Distrito Federal (1976)

Para la revisión de los estados límites de falla por rotura las NTC recurren a métodos de cálculo basados en las

propiedades reales de los materiales, incluyendo sus características inelásticas.

Para la revisión de los estados límite de servicio se aceptan hipótesis elásticas.

En las recomendaciones de detalle para cálculos de resistencia, determinación de deflexiones y revisión de agrietamientos, se han seguido en muchos casos las normas del ACI, aunque se ha procurado hacer las simplificaciones que parecieran razonables. En algunos casos se han conservado algunas recomendaciones que fueron desarrolladas para el Reglamento del Distrito Federal de 1966. También tuvieron influencia las Recomendaciones del Comité Europeo de Concreto (CEB-70) y las normas inglesas (CP110-1972).

La versión actual del Reglamento de las Construcciones para el Distrito Federal (1976) proporciona un marco que propicia la fácil incorporación de nuevas experiencias y conocimientos. Aunque su aplicación presenta más dificultades que reglamentos anteriores, es de esperar que conduzca a métodos de diseño cada vez más racionales.

Para los aspectos generales de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras

de Concreto consúltase la ref B4. Las bases en que se fundan los requisitos de seguridad de las nuevas recomendaciones se exponen con detalle en la ref B5. La ref B1 trata en forma muy sencilla los aspectos fundamentales del diseño por estados límite. En la bibliografía que se acompaña se incluye una relación de textos de concreto reforzado recientes que pueden servir para aclarar los métodos de diseño propuestos en las NTC. Es útil el manual de la ref A2.

CONTENIDO DE LAS NORMAS TÉCNICAS COMPLEMENTARIAS PARA CONCRETO

(LAM 8)

(Se aprecia que aun se admite como alternativa el dimensionamiento por valores admisibles o esfuerzos permisibles, aunque se da menor énfasis a este enfoque que en la versión de 1966.)

Además de las Normas las NTC contienen comentarios, ayudas de diseño y ejemplos.

Cap 1 Consideraciones generales

(LAM 9)

1.1 Alcance (LAM 10)

1.2 Criterios o enfoques de diseño (LAM 11)

1.3 Análisis (LAM 12, 12', 12'')

1.4 Materiales

1.4.1 Concreto (LAM 13')

1.4.2 Acero (LAM 13'')

1.5 Dimensiones de diseño

Reducir 2 cm a

- Espesor de muros
- Diámetro de columnas
- Dimensiones columnas rectangulares
- Peralte efectivo lecho superior refuerzo de losas

No es necesario para dimensiones mayores de 20 cm

1.6 Factores de reducción de resistencia (LAM 14' y 14'')

CONTENIDO DEL TITULO IV DEL
REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES
PARA EL D.F.: "REQUISITOS DE SE-
GURIDAD Y SERVICIO PARA LAS
ESTRUCTURAS"

CAP XXX. - GENERALIDADES

CAP XXXI. - ESTADOS LIMITE

CAP XXXII. - ACCIONES

CAP XXXIII. - RESISTENCIA

CAP XXXIV. - PROCEDIMIENTO PARA
EVALUACION DE LA SEGURIDAD

CAP XXXV. - CARGAS MUERTAS

CAP XXXVI. - CARGAS VIVAS

CAP XXXVII. - DISEÑO POR SISMO

CAP XXXVIII. - DISEÑO POR VIENTO

CAP XXXIX. - CIMENTACIONES

COMENTARIOS

NORMAS TECNICAS
COMPLEMENTARIAS

- NTC PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION
DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO
- NTC PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION
DE ESTRUCTURAS METALICAS
- NTC PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION
DE ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERIA
- NTC PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION
DE ESTRUCTURAS DE MADERA
- NTC PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION
DE CIMENTACIONES

TITULO IV → QUE HACER

(REQUISITOS GENERALES
DE COMPORTAMIENTO =
"PERFORMANCE CODE")

NORMAS COMPLEMENTARIAS →

CÓMO HACERLO

(REGLAS DE DIMEN-
SIONAMIENTO, FÓRMULAS,
ETC. = "SPECIFICATION
CODE", CODIGO PRES-
CRIPTIVO.)

ESTADOS
LIMITE

(Título IV,
Cap. XXXI,
Art. 206)

DE FALLA (Art. 206)

(Se agota capacidad de carga y se sufren daños irreversibles por rotura inestabilidad, vateo.)

FRAGIL

DUCTIL

DE SERVICIO (Art. 207)

(La capacidad de carga no es afectada. Condiciones que afectan al funcionamiento de la estructura.)

DEFORMACION

AGRIETAMIENTO

VIBRACION

LAM 5

ESTADOS
LIMITE DE
SERVICIO

(Art. 207,
NTC 2.2)

DEFORMACIONES
(NTC 2.2.2)

Flechas $\left\{ \begin{array}{l} 0.5\text{cm} + \frac{L}{240} \\ 0.3\text{cm} + \frac{L}{480} \end{array} \right.$

Deformaciones horizontales $\left\{ \begin{array}{l} h/250 \\ h/500 \end{array} \right.$

VIBRACIONES

OTROS DAÑOS

Agrietamiento (NTC 2.2.3)
Aplastamientos
Astillamientos, etc.

ADEMÁS

SISMO

Estado límite de desplazamiento (Art. 2)
Estado límite de rotura de vidrios (Art. 243)
Estado límite por choques contra estructuras (Art. 244)

CIMENTACION
(Art. 265)

Movimiento vertical (de servicio)
Flotación, falla local, colapso general del suelo (de falla)

EXCAVACION
Art. 270

Se refiere al suelo esencialmente

LAM 6

PROCEDIMIENTO GENERAL PARA LA EVALUACION DE LA SEGURIDAD

(Arts. 203, 219)

FUERZA INTERNA DE DISEÑO (NTC 1.6)

RESISTENCIA DE DISEÑO (NTC 1.6)

$$F_c \left(\begin{array}{l} \text{FUERZA INTERNA} \\ \text{DEBIDA A ACCIONES} \\ \text{NOMINALES} \end{array} \right) \leq F_R \left(\begin{array}{l} \text{RESISTENCIA} \\ \text{NOMINAL} \end{array} \right)$$

Caps. XXXII, XXXV a
XXXVIII, NTC 1.6

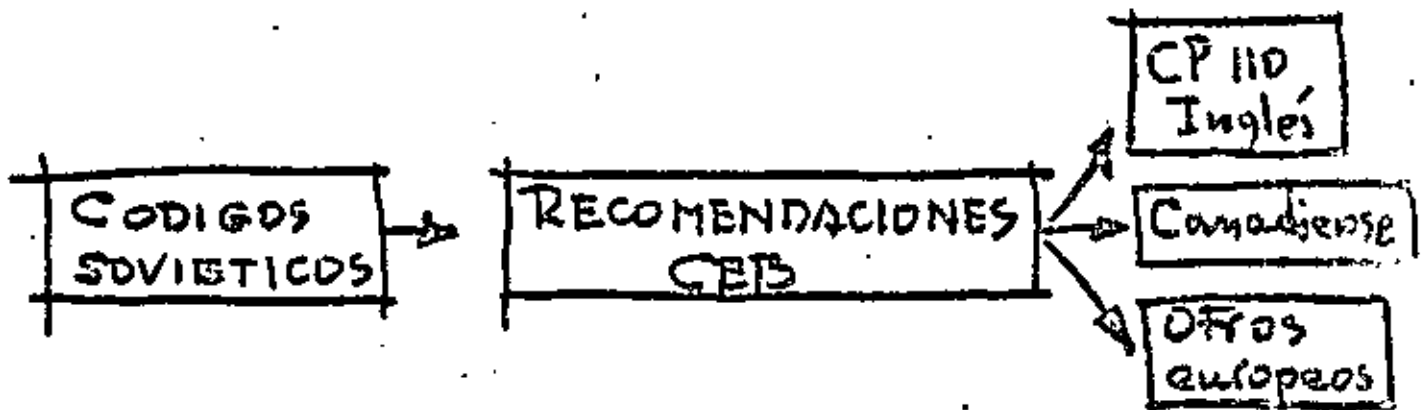
Art. 217

F_c = Factor de carga (Art. 220)

F_R = Factor de reducción de resistencia (Arts. 221, 268)

LAM ⑦

EVOLUCION DE LOS REGLAMENTOS DE ESTADOS LIMITE



CONTENIDO DE LAS NTC PARA DISEÑO Y CONSTRUCCION DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO

NOTACION

1. CONSIDERACIONES GENERALES
2. REVISION DE LOS ESTADOS LIMITE
 - 2.1 ESTADOS LIMITE DE FALLA
 - 2.2 ESTADOS LIMITE DE SERVICIO
3. REQUISITOS COMPLEMENTARIOS
4. DISPOSICIONES COMPLEMENTARIAS PARA FORMAS ESTRUCTURALES COMUNES
5. CONCRETO PREFORZADO
6. CONCRETO PREFABRICADO
7. CONCRETO SIMPLE
8. CONCRETO LIGERO
9. DISEÑO POR VALORES ADMISIBLES
10. CONSTRUCCION

LAM 9

CONTENIDO
CAP. ①:
CONSIDERACIONES
GENERALES

- 1.1 ALCANCE NTC
- 1.2 ENFOQUE O CRITERIOS DE DISEÑO
- 1.3 ANALISIS DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO
- 1.4 MATERIALES
- 1.5 DIMENSIONES DE DISEÑO
- 1.6 FACTORES DE REDUCCION DE RESISTENCIA

LAM 10

1.1

ALCANCE

- CONCRETO SIMPLE
- CONCRETO REFORZADO
 - ORDINARIO
 - PRESTFORZADO
- CONCRETO PESO ORDINARIO
- CONCRETO LIGERO
- CONCRETO COLADO EN EL LUGAR
- CONCRETO PREFABRICADO

LAM (II)

1.2 CRITERIOS
(O ENFOQUES)
DE DISEÑO

ESTADOS LIMITE
(Art. 203 y Cap. ~~XXIV~~ IV)

PROCEDIMIENTOS
ALTERNATIVOS
(Art. 204)

DISEÑO POR VALORES
ADMISIBLES
(Cap. 9 de las NTC)

ANALISIS, EN GENERAL,
POR METODOS ELASTICOS

ANALISIS LIMITE

Si la estructura
cuenta con sufi-
ciente ductilidad

Si se evitan fallas
prematargas por
inestabilidad

SE ADMITE REDISTRIBUCION
DE MOMENTOS

30%: columnas zuncha-
das, vigas, losas

15%: columnas no
zunchadas, losas
planas

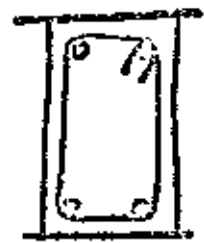
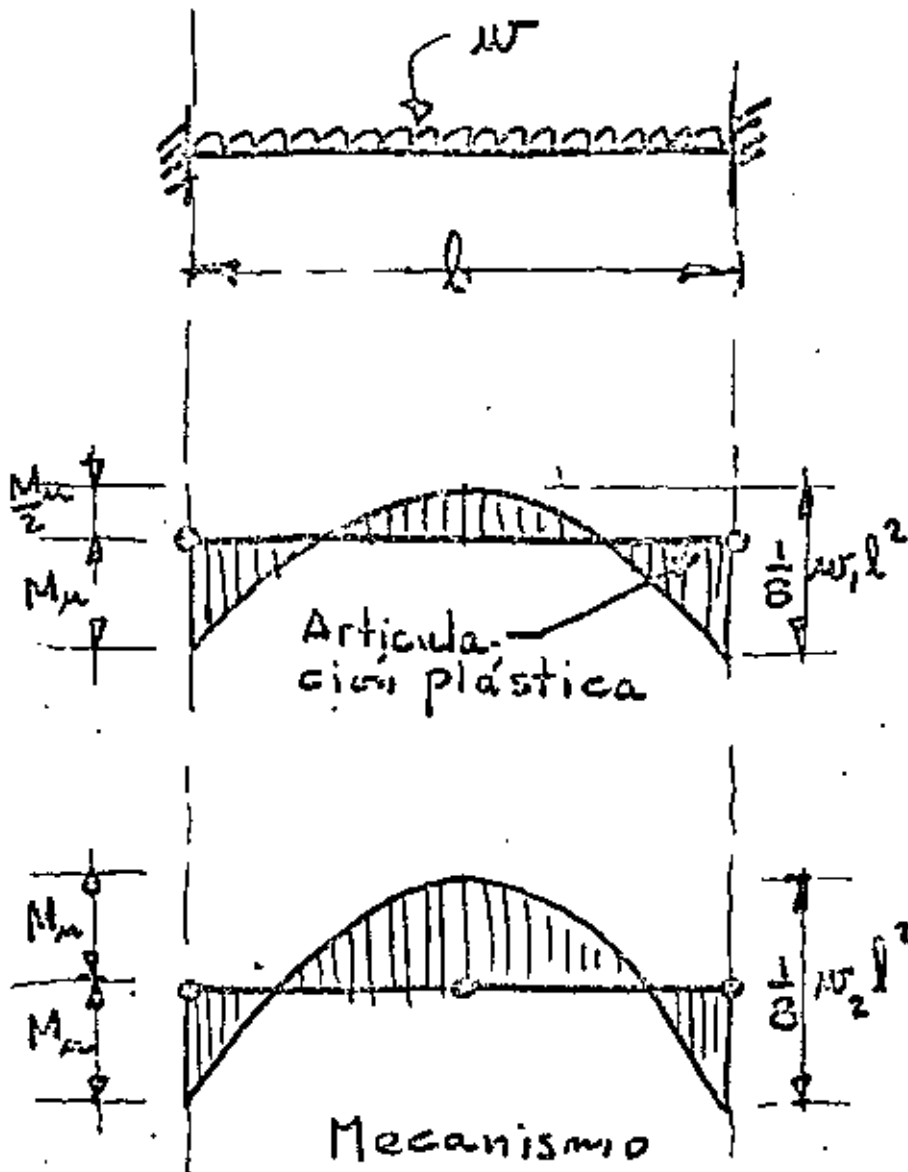
1.3.1 ASPEC-
TOS GE-
NERALES

1.3

ANALI-
SIS

1.3.2 EFECTOS
DE ESBEL-
TEZ

LAM (12)



$$\frac{M_u}{2} + M_u = \frac{1}{8} w_1 l^2$$

$$w_1 = \frac{12 M_u}{l^2}$$

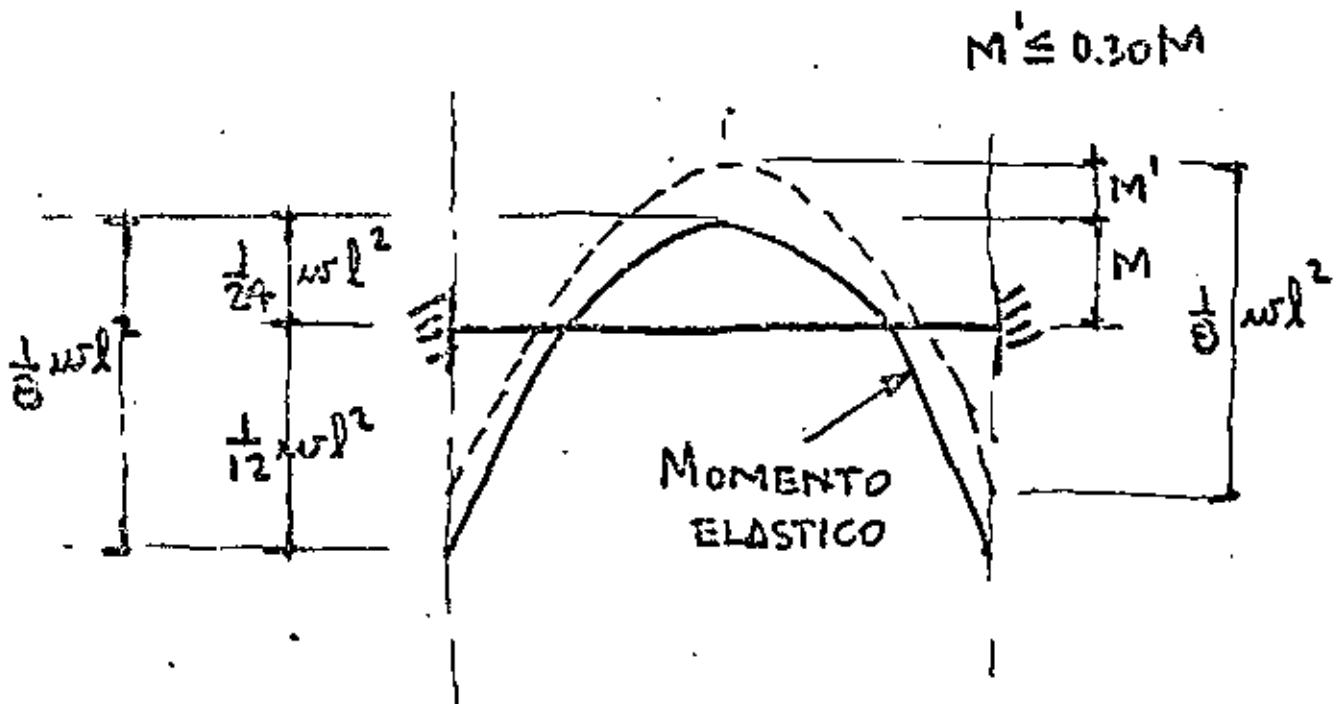
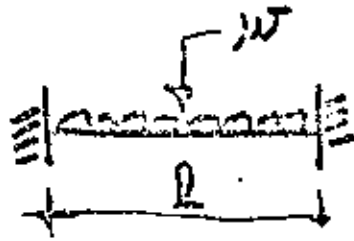
$$2 M_u = \frac{1}{8} w_2 l^2$$

$$w_2 = 16 \frac{M_u}{l^2}$$

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{16}{12} = 1.33$$

ILUSTRACION ANALISIS LIMITE

LAM (12")



REDISTRIBUCION EN UNA
YIGA EMPOTRADA

1.4 MATERIALES { 1.4.1 CONCRETO
1.4.2 ACERO

LAM (B)

1.4.1 CONCRETO

Resistencia a compresión

f'_c = resistencia especificada.

f_c^{nom} = resistencia nominal = $0.85 f'_c$
($f_c^{nom} = 0.9 (1 - c_v) f'_c$, en Regl. 1966)

Resistencia a tensión

\bar{f}_t = resistencia a tensión (prueba brasileña)

$\bar{f}_t = 1.1 \bar{f}_t$ = resistencia a tensión en flexión (módulo de rotura). Se puede tomar igual a $2\sqrt{f'_c}$.

f_t^{*} = $0.7 \bar{f}_t$ = valor nominal de la resistencia a tensión.

f_f^{*} = $1.1 f_t^{*}$ = valor nominal del módulo de rotura. Se puede tomar igual a $1.6 \sqrt{f'_c}$.

Módulo de elasticidad

$$E_c = 10000 \sqrt{f'_c}$$

1.4.2 ACERO

Se toma f_y como el valor nominal de diseño.

(El Reglamento de 1966 exigía reducciones)

Se requiere verificación en obra o garantía escrita del fabricante.

Art. 221 del
Título IV

1.6 LOS FACTORES
DE REDUCCION
DE RESISTEN-
CIA TOMAN EN
CUENTA ?

DISPERSION DE LOS
RESULTADOS EXPERI-
MENTALES EN
QUE SE BASAN LAS
FORMULAS

EL GRADO DE SEGU-
RIDAD IMPLICITO
EN LAS FORMULAS

TIPO DE FALLA (¿DÚC-
TIL O FRAGIL?)

CONSECUENCIAS
DE LA FALLA

LAM 14"

VALORES
DE FACTO-
RES DE
RESISTENCIA
PARA CON-
CRETO

FLEXION : 0.9

CORTANTE Y TORSION : 0.8

FLEXO-
COMPRE-
SION { NUCLEO CONFINADO: 0.85
NUCLEO NO CONFINADO: 0.75

APLASTAMIENTO : 0.7

② REVISIÓN DE ESTADOS LIMITE

②.1 ESTADOS LIMITE DE FALLA

- 2.1.1 Hipótesis para la obtención de resistencias de diseño (bloqueo de esfuerzos)
- 2.1.2 Flexión (refuerzo mínimo y máximo, vigas T y L, vigas diáfagma, ménsulas)
- 2.1.3 Flexo compresión (métodos, diagramas interacción, excentricidad accidental, fórmula de Bresler)
- 2.1.4 Aplastamiento
- 2.1.5 Fuerza cortante
- 2.1.6 Torsión

②.2 ESTADOS LIMITE DE SERVICIO

- 2.2.1 Esfuerzos bajo condiciones de servicio
- 2.2.2 Deflexión (Art. 207, Título IV)
- 2.2.3 Agrietamiento

- 3.1 ANCLAJE
- 3.2 ESPESOR DE DESGASTE
- 3.3 REVESTIMIENTOS
- 3.4 RECUBRIMIENTOS
- 3.5 TAMAÑO MÁXIMO AGREGADO
- 3.6 SEPARACION DE BARRAS
- 3.7 PAQUETES DE BARRAS
- 3.8 DOBLES
- 3.9 EMPALMES
- 3.10 REFUERZOS POR CAMBIOS VOLUMÉTRICOS
- 3.11 INCLUSIONES

② REQUISITOS COMPLEMENTARIOS

④ DISPOSICIONES COMPLEMENTARIAS PARA FORMAS ESTRUCTURALES COMUNES

4.1 VIGAS (incluye vigas secciones compuestas)

4.2 COLUMNAS

4.3 LOSAS

losas perimetrales
ajustadas
Losas planas

4.4 ZAPATAS

4.5 MUROS

4.6 ARCOS, CASCAZONES Y LOSAS PLEGADAS

4.7 ARTICULACIONES PLASTICAS

BIBLIOGRAFIA

A. TEXTOS Y MANUALES

- A1. W. A. Jalil, A. Morisset, J. Perchat, "Calcul du Béton Armé a l'Etat Limite Ultime", Eyrolles, Paris, 1976.
- A2. S. Loera, R. Meli, C. J. Mendoza, J. L. Trigos, "Manual para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto Reforzado", Comisión Coordinadora de la Industria Siderúrgica, México, D.F., 1976.
- A3. R. Park y T. Paulay, "Reinforced Concrete Structures", Wiley, Nueva York, 1975.
- A4. O. M. González Cuevas, F. Robles F. V., J. Casillas G. de L., R. Díaz de Cossío, "Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado", Limusa, México, D.F. 1974.
- A5. G. Winter, H. Nilson, "Design of Concrete Structures", 8a. Ed., Mc.Graw Hill, 1972
- A6. UNESCO, "Reinforced Concrete: An International Manual", Butterworths, Londres, 1971.
- A7. M. Fintel, "Handbook of Concrete Engineering". Van Nostrand, 1974.
- A8. V. Murashev, E. Sigalov, V. Baikov, "Design of Reinforced Concrete Structures," MIR Publishers, Moscú, 1971.
- A9. P. M. Ferguson, "Reinforced Concrete Fundamentals", Wiley N. York, 1979.
- A10. G. Franz, "Tratado del Hormigón Armado", G. Gili, México, 1970-1971.

- A11. E. Meli, "Gráficas para Diseño Plástico de Columnas de Concreto Reforzado", Apéndice del Informe 176, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F. 1969.
- A12. E. Rosenblueth y L. Esteva, "Diseño Sísmico de Edificios", Ediciones INGENIERIA, México 1962.
- A13. C. Wang y C. G. Salmon, "Reinforced Concrete Design", 3rd. edition, Harper and Row, Nueva York, 1979
- A14. W. Schueller, "High-Rise Building Structures", Wiley, Nueva York, 1977.
- A15. D. J. Dowrick, "Earthquake resistant design", Wiley, Chichester, 1977.
- B. DISEÑO POR ESTADOS LIMITES.
- B1. J. G. MacGregor, "Safety and Limit States Design for Reinforced Concrete", University of Alberta y otras, 1975.
- B2. "CEB-FIP Model Code for Concrete Structures", Cement and Concrete Association, Wexham Springs, Slough, Inglaterra, 1973.
- B3. "Code of Practice for the Structural Use of Concrete", CP 110", British Standards Institution, Londres, 1972.
- B4. R. Meli, S. Loera, F. Robles, "El Diseño de Estructuras de Concreto según el nuevo Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Revista INCYC, mayo-junio, 1977.
- B5. R. Meli, "Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Revista "Ingeniería", México, D.F. Jun-76.

C. ANALISIS

- C1. A. L. L. Bcker, "Limit Design of Concrete Structures", Cement and Concrete Association, Londres, 1971.
- C2. D. Beckett, "The Ultimate Load. Design of Continuous Concrete Beams", Butterworths, Londres, 1967.
- D. EFECTOS DE ESBELTEZ EN COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO
- D1. J. Breen y otros, "Determination of Effective Length Factors for Slender Concrete Columns", ACI Journal, nov 1972.
- D1. R. W. Furlong, "Column Slenderness and Charts for Design", ACI Journal, ene 1971.
- D3. ACI Committee 340, "Design Handbook in Accordance with the Strength Design Method of ACI 318-71", Vol. 1 (2nd edition). SP-17-73, American Concrete Institute, Detroit, 1973.
- D4. "Code of Practice for the Structural Use of Concrete, CP 110", British Standards Institution, Londres, 1972.
- D5. W. B. Cranston, "Analysis and Design of Reinforced Concrete Columns", Research Report No. 20, Cement and Concrete Association, Londres, 1972.
- D6. Column Research Council, "Guide to Design Criteria for Metal Compression Members", 2nd ed., Fritz Engineering Laboratory Bethlehem, Pa., 1966.
- D7. J. G. MacGregor y otros, "Design of Slender Concrete Columns", ACI Journal, ene 1970.
- D8. J. G. MacGregor, "Stability of Reinforced Concrete Building Frames", State of Art Paper No. 1, Technical Committee 23, Proceedings of the International Conference on Planning and

Design of Tall Buildings, Vol. 3, ASCE, Nueva York, 1973.
(Contiene información sobre métodos rigurosos para el dimensionamiento de columnas esbeltas.)

- D9. R. Park y T. Paulay, "Reinforced Concrete Structures", Inciso S.S. Wiley, Nueva York, 1975.
- D10. "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71)", American Concrete Institute, Detroit, 1971.
- D11. C. Rosenblueth, "Efectos de esbeltez en edificios", Revista Ingeniería, enero 1965, Fac. de Ingeniería UNAM, México, D.F.
- D12. R. W. Furlong, "Guidelines for Analyzing Column Slenderness by a Rational Analysis at Elastic Frame", ACI Journal, mar 1976.
- E. ANALISIS DE SEGUNDO ORDEN
- E1. O. de Buen y S. Gerard, "Análisis de segundo orden para marcos de edificios", Instituto de Ingeniería, UNAM. México, D.F., abril 1976.
- E2. E. O. Pfrang, "Behavior of Reinforced Concrete Columns with Sidesway", Proceedings, ASCE, Vol. 92, ST-3, jun 1966.
- E3. J. E. Breen, "Computer Use in Studies of Frames with Long Columns", (Flexural Mechanics of Reinforced Concrete", SP-12), American Concrete Institute/American Society of Civil Engineers, Detroit, 1965.



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO
REFORZADO

Ejercicio No. 1

DR. OSCAR M. GONZALEZ CUEVAS

OCTUBRE, 1979.

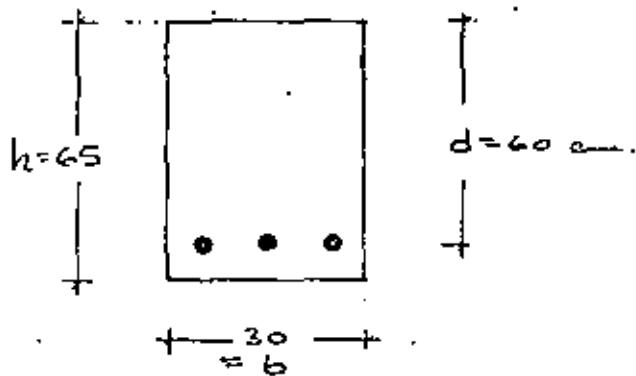


EJEMPLO

RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR.

1

DATOS



$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

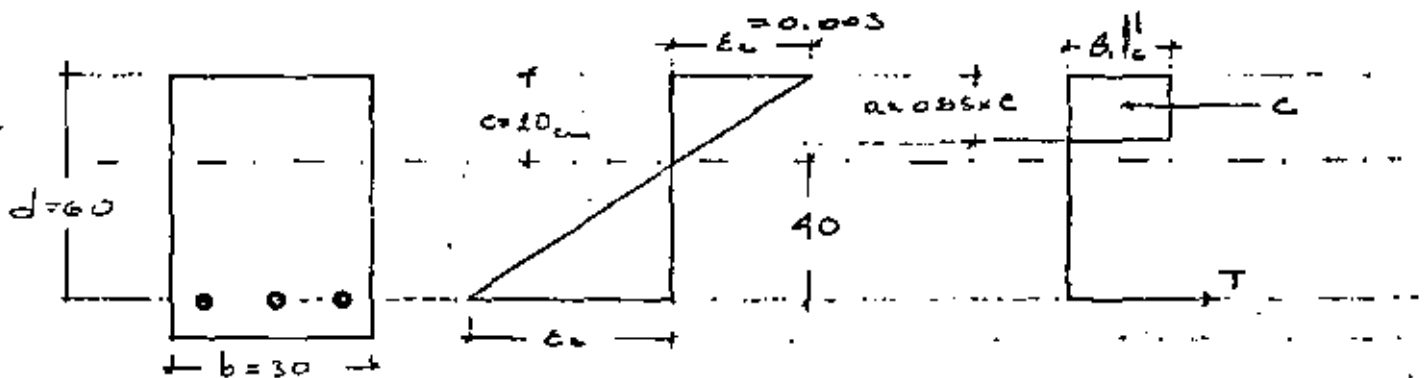
$$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 3 \text{ VARAS. } \neq B \\ = 15.21 \text{ cm}^2.$$

DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA, SEGÚN HIPÓTESIS DEL ACT-518-77

POR TANTEOS

PRIMER TANTEO: $c = 20 \text{ cm.}$



$$a = 0.85 \times 20 = 17 \text{ cm.}$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (f'_c < 280 \text{ kg/cm}^2)$$

$$C = \beta_1 f'_c b = 17 \times 0.85 \times 100 \times 30 = 86700 \text{ Kg.}$$

Por triángulos semejantes:

$$\frac{\epsilon_s}{40} = \frac{\epsilon_c}{20} = \frac{0.003}{20} \quad ; \quad \epsilon_s = \frac{0.003 \times 40}{20} = 0.006$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{4000}{2 \times 10^6} = 0.002$$

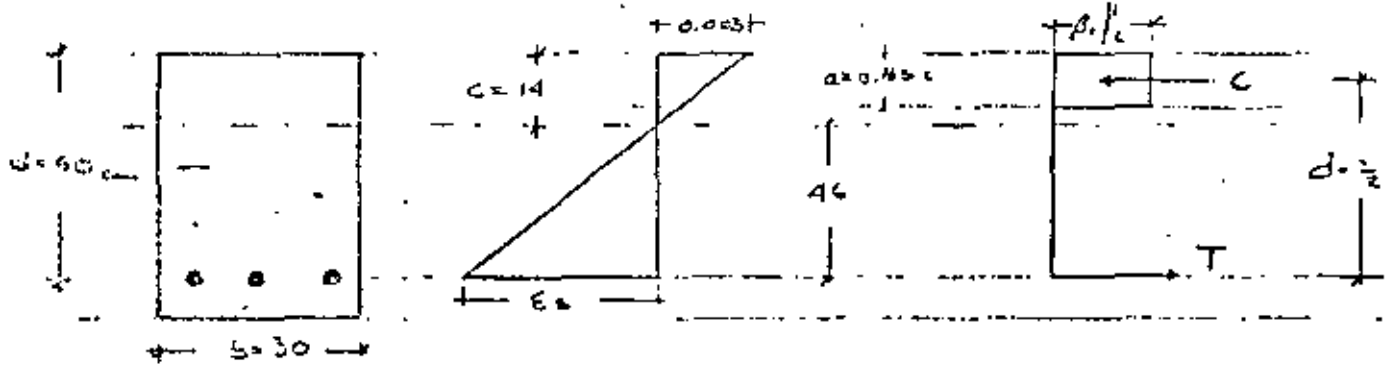
$$\epsilon_s > \epsilon_y \quad \therefore f_s = f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = A_s f_y = 15.21 \times 4000 = 60840 \text{ Kg.}$$

$C > T \quad \therefore$ SE DEBE REDUCIR EL VALOR DE c

SEGUNDO TANTO: $c = 14 \text{ cm.}$

?



$$a = 0.85 c = 0.85 \times 14 = 11.9 \text{ cm.}$$

$$C = a \beta_1 b = 11.9 \times 0.85 \times 200 \times 30 = 60690 \text{ kg.}$$

$$\epsilon_s = \frac{0.0031 \times 46}{14} = 0.0098 > \epsilon_y \quad \therefore f_s = f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = A_s f_y = 60690 \text{ kg}$$

$$T = C$$

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 60690 \left(60 - \frac{11.9}{2} \right) = 32.88 \times 10^5 \text{ kg-cm.} \\ = 32.88 \text{ ton-m.}$$

$$M_R = \phi M_n = 0.90 \times 32.88 = 29.59 \text{ ton-m.}$$

$M_n = 32.88 \text{ ton-m.}$
 $M_R = 29.59 \text{ ton-m.}$

UTILIZANDO LA ECUACION

$$M_n = b d^2 f_c \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f_c}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{18.21}{30 \times 60} = 0.00845$$

$$\omega = 0.00845 \times \frac{4000}{200} = 0.169$$

$$M_n = 30 \times 60^2 \times 200 \times 0.169 (1 - 0.59 \times 0.169) = 32.86 \times 10^5 \text{ kg-cm.} \\ = 32.86 \text{ ton-m.}$$

$$M_R = \phi M_n = 0.9 \times 32.86 = 29.57 \text{ ton-m.}$$

$M_n = 32.86 \text{ ton-m.}$
 $M_R = 29.57 \text{ ton-m.}$

CON AYUDAS DE LA GRÁFICA.

PARA $w = 0.169$, $\frac{M_u}{bd^2 f'_c} = 0.15$

$M_u = 0.15 bd^2 f'_c = 0.15 \times 30 \times 60^2 \times 200 = 32.40 \times 10^5 \text{ Kg-cm}$
 $= 32.40 \text{ ton-m.}$

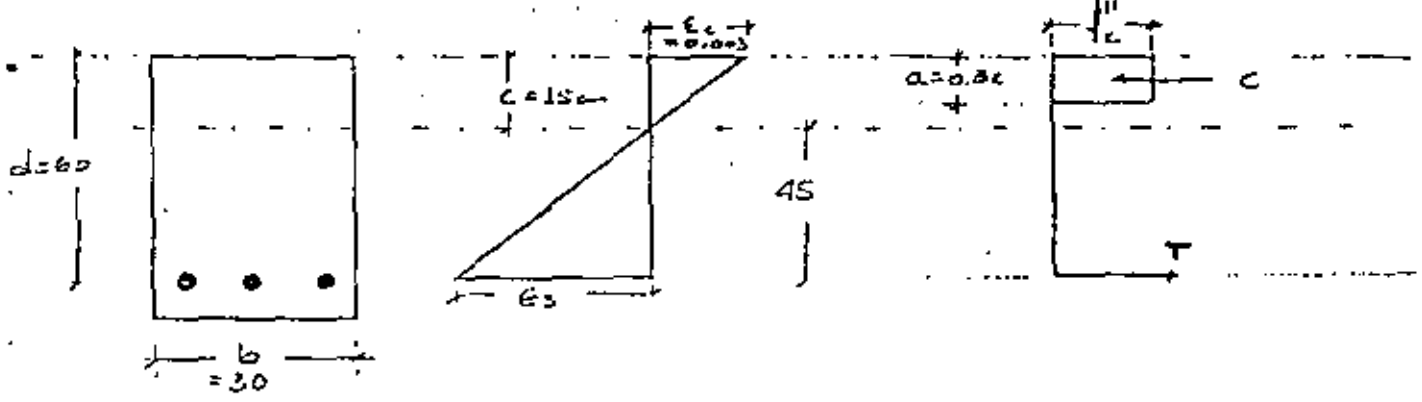
$M_R = \phi M_u = 0.90 \times 32.40 = 29.16 \text{ ton-m.}$

$M_u = 32.40$	ton-m
$M_R = 29.16$	ton-m

DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA, SEGUN HIPÓTESIS DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL D.F.

POR TANTEOS

PRIMER TANTEO: $c = 15 \text{ cm.}$



$f'_c = 0.8 f''_c = 0.8 \times 200 = 160 \text{ Kg/cm}^2$

$f''_c = 0.85 f'_c = 0.85 \times 200 = 170 \text{ Kg/cm}^2$

$a = 0.8c = 0.8 \times 15 = 12 \text{ cm.}$

$C = a f'_c b = 12 \times 160 \times 30 = 57600 \text{ Kg.}$

por similitud semejanzas: $\frac{\epsilon_s}{15} = \frac{\epsilon_c}{15} = \frac{0.003}{15}$; $\epsilon_s = 0.009 > \epsilon_y$

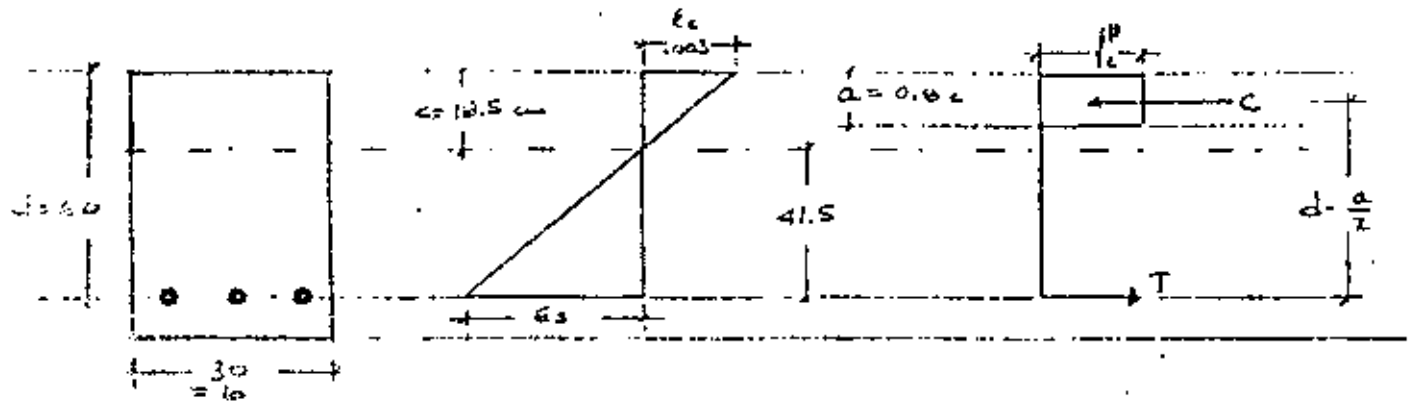
$f_s = f_y = 4000 \text{ Kg/cm}^2$

$T = A_s f_y = 15.21 \times 4000 = 60840 \text{ Kg.}$

$C < T$ ∴ se debe aumentar el valor de c.

SEGUNDO TANTO: $c = 18.5 \text{ cm.}$

(4)



$$a = 0.8c = 0.8 \times 18.5 = 14.8 \text{ cm.}$$

$$C = a f'_c b = 14.8 \times 136 \times 30 = 60384 \text{ cm.}$$

$$\frac{\epsilon_s}{41.5} = \frac{\epsilon_c}{18.5} = \frac{0.003}{18.5} \quad \therefore \epsilon_s = 0.0067 > \epsilon_y \quad \therefore f_s = f_y$$

$$T = A_s f_y = 60340 \text{ kg}$$

$$C = T$$

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) = 60340 \left(60 - \frac{14.8}{2}\right) = 32.00 \times 10^5 \text{ kg-cm} = 32.00 \text{ tm-m}$$

$$M_e = F_e A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) = F_e M_n = 0.9 \times 32.00 = 28.80 \text{ tm-m}$$

$$M_n = 32.00 \text{ tm-m.}$$

$$M_e = 28.80 \text{ tm-m.}$$

UTILIZANDO LA ECUACION

$$M_n = b d^2 f'_c q (1 - 0.5 q) \quad (\text{Resistencia nominal})$$

$$M_e = F_e b d^2 f'_c q (1 - 0.5 q) = F_e M_n \quad (\text{Resistencia de dise\u00f1o})$$

$$q = \rho \frac{f_y}{f'_c} \quad ; \quad \rho = \frac{A_s}{b d} = \frac{19.21}{30 \times 60} = 0.00945$$

$$q = 0.00945 \times \frac{4000}{136} = 0.2485$$

$$M_n = 30 \times 60^2 \times 136 \times 0.2485 (1 - 0.5 \times 0.2485) = 31.96 \times 10^5 \text{ kg-cm} = 31.96 \text{ tm-m.}$$

$$M_e = 0.9 \times 31.96 = 28.77 \text{ tm-m}$$

$$M_n = 31.96 \text{ tm-m.}$$

$$M_e = 28.77 \text{ tm-m.}$$

CON AYUDA DE LA GRÁFICA

5

$$p_{220} \quad q = 0.2485 \quad \frac{M_u}{bd^2 f_c} = 0.22$$

$$M_u = 0.22 \times bd^2 f_c = 0.22 \times 30 \times 60^2 \times 126 = 32.31 \times 10^5 \text{ kg-cm} \\ = 32.31 \text{ ton-m.}$$

$$M_e = F_e M_u = 0.9 \times 32.31 = 29.08 \text{ ton-m.}$$

$$M_u = 32.31 \text{ ton-m} \\ M_e = 29.08 \text{ ton-m}$$

Con la gráfica de la Fig. 2 (pag. 66)

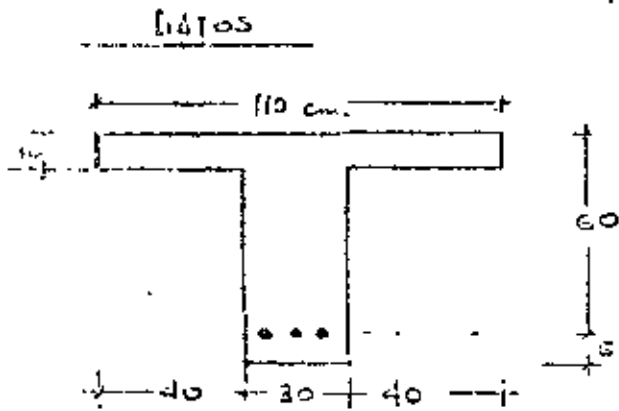
$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{15.21}{30 \times 60} = 0.00845$$

$$\frac{M_R}{bd^2} = 28 \quad (\text{para } f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2)$$

$$M_R = 28 \times 30 \times 60^2 = 3024000 \text{ kg-cm} = 30.24 \text{ ton-m}$$

EJEMPLO

RESISTENCIA A FLEXIÓN DE UNA SECCIÓN T



$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

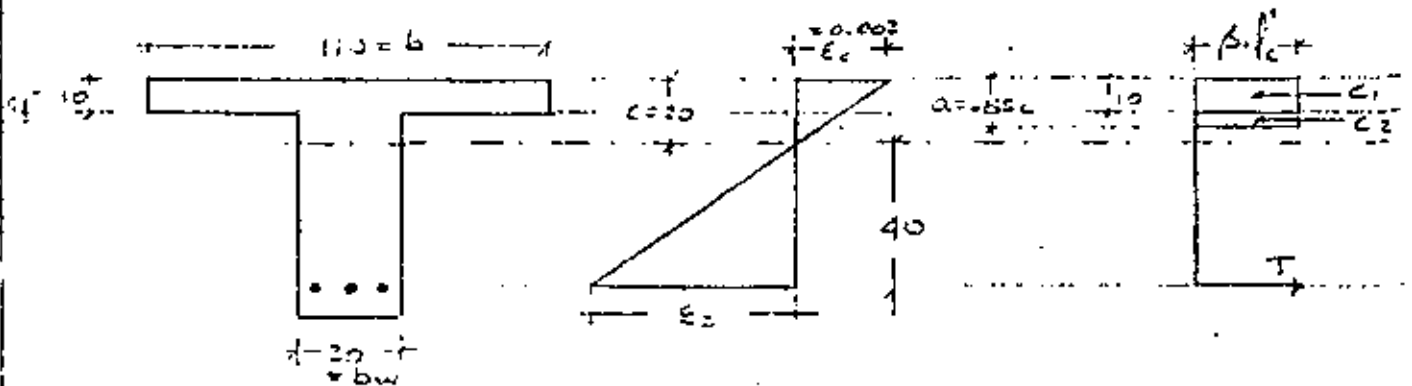
$$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 3 \text{ varillas } \# 8 \\ = 15.21 \text{ cm}^2$$

DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA SEGUN HIPOTESIS DEL SCI-318-77

Por tanteos

PRIMER TANTEO: $c = 20 \text{ cm}$



$$\beta_1 = 0.85 \quad (f'_c < 280 \text{ kg/cm}^2)$$

$$\beta_1 f'_c = 0.85 \times 200 = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = 0.85 c = 0.85 \times 20 = 17 \text{ cm}$$

$$C_1 = b_f \beta_1 f'_c a = 10 \times 170 \times 110 = 197000 \text{ kg}$$

$$C_2 = (a - h_f) \beta_1 f'_c b_w = (17 - 10) \times 170 \times 30 = 35700 \text{ kg}$$

$$C = C_1 + C_2 = 197000 + 35700 = 232700 \text{ kg}$$

Por tensiones semejantes: $\frac{\epsilon_2}{40} = \frac{\epsilon_c}{20} = \frac{0.002}{20} \therefore \epsilon_2 = 0.006 > \epsilon_y$

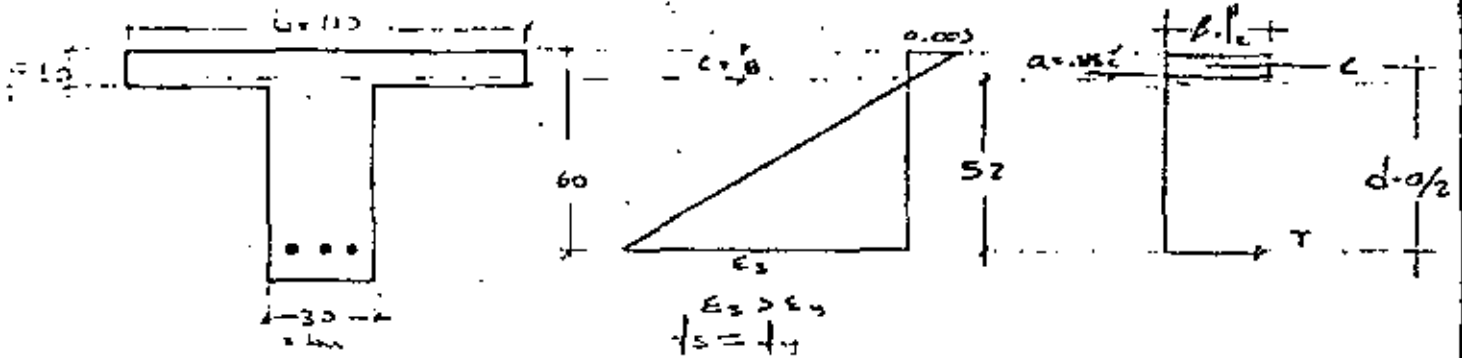
$$\therefore f_c = f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = A_s f_y = 15.21 \times 4000 = 60840 \text{ kg}$$

$C > T \quad \therefore$ se debe crecer c

SEGUJOS TANTEO : $c = 8 \text{ cm.}$

7



$$a = \rho_s f_c c = .85 \times 8 = 6.8 \text{ cm.}$$

$$C = a b f_c b = 6.8 \times 170 \times 110 = 127160 \text{ kg.}$$

$$T = A_s f_y = 60840 \text{ kg.}$$

$C > T \therefore$ SE DEBE REDUCIR c

TRAZO TANTEO : $c = 4 \text{ cm.}$

$$a = .85 f_c c = .85 \times 4 = 3.4 \text{ cm.}$$

$$C = 3.4 \times 170 \times 110 = 63580 \text{ kg.}$$

$$E_c > E_s \therefore f_s = f_y ; A_s f_y = T = 60840 \text{ kg.}$$

$$C = T$$

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 60840 \left(60 - \frac{3.4}{2} \right) = 35.47 \times 10^5 \text{ kg-cm.} \\ = 35.47 \text{ ton-m.}$$

$$M_e = \phi M_n = 0.9 \times 35.47 = 31.92 \text{ ton-m.}$$

$$M_n = 35.47 \text{ ton-m.} \\ M_e = 31.92 \text{ ton-m.}$$

UTILIZANDO LA ECUACION

$$a = \frac{A_s f_y}{.85 f_c b} = \frac{60840}{.85 \times 170 \times 110} = 3.25 \text{ cm} < h_f$$

$$M_n = b d^2 f_c \omega (1 - 0.59 \omega)$$

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f_c} = \frac{A_s f_y}{b d f_c} = \frac{15.21}{110 \times 60} \times \frac{1000}{170} = 0.04609$$

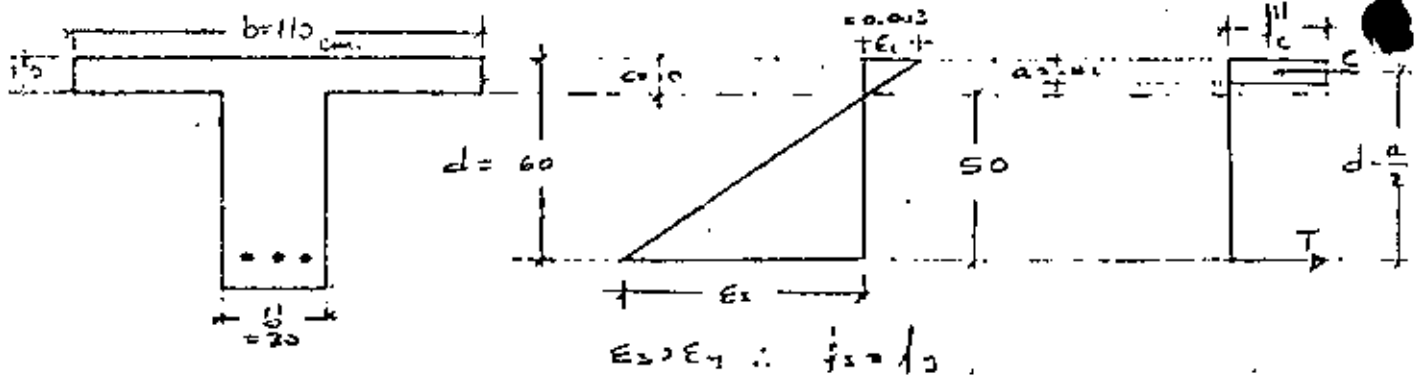
$$M_n = 110 \times 60^2 \times 170 \times 0.04609 (1 - 0.59 \times 0.04609) = 35.51 \times 10^5 \text{ kg-cm.} \\ = 35.51 \text{ ton-m.}$$

$$M_e = \phi M_n = 0.9 \times 35.51 = 31.96 \text{ ton-m.}$$

$$M_n = 35.51 \text{ Ton-m.} \\ M_e = 31.96 \text{ ton-m.}$$

PARA TANTOS

PRIMER TANTO: $c = 10 \text{ cm.}$



$$f_c^* = 0.8 f_c = 0.8 \times 200 = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_c'' = 0.55 f_c^* = 0.55 \times 160 = 136 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = 0.8 c = 0.8 \times 10 = 8 \text{ cm.}$$

$$C = a f_c'' b = 8 \times 136 \times 110 = 119680 \text{ kg}$$

$$T = A_s f_y = 15.21 \times 4000 = 60840 \text{ kg}$$

$C > T \therefore$ SE DEBE REDUCIR c

SEGUNDO TANTO: $c = 5 \text{ cm.}$

$$\epsilon_s \geq \epsilon_y \therefore f_s = f_y \quad ; \quad T = A_s f_y = 60840 \text{ kg.}$$

$$a = 0.8 c = 0.8 \times 5 = 4.0 \text{ cm.}$$

$$C = a f_c'' b = 4.0 \times 136 \times 110 = 59840 \text{ kg}$$

$$C \approx T$$

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 60840 \left(60 - \frac{4.0}{2} \right) = 35.28 \times 10^5 \text{ kg-cm} \\ = 35.28 \text{ ton-m.}$$

$$M_c = F_r A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = F_r M_n = 0.9 \times 35.28 \\ = 31.75 \text{ ton-m}$$

$M_n = 35.28 \text{ ton-m.}$
$M_c = 31.75 \text{ ton-m.}$

UTILIZANDO LA ECUACION

$$a = \frac{A_s f_y}{f_c'' b} = \frac{60840}{136 \times 110} = 4.06 \text{ cm.} < t = 30 \text{ cm.}$$

$$M_n = b d^2 f_c'' \rho (1 - 0.59 \rho)$$

$$\rho = \frac{A_s}{b d} = \frac{15.21}{110 \times 60} = \frac{13.21}{110 \times 60} \times \frac{4000}{136} = 0.06778$$

$$M_n = 110 \times 60^2 \times 136 \times 0.06778 (1 - 0.59 \times 0.06778) = 35.26 \times 10^5 \text{ kg-cm} = 35.26 \text{ ton-m}$$

$$M_c = F_r M_n = 0.9 \times 35.26 = 31.73 \text{ ton-m}$$

$M_n = 35.26 \text{ ton-m}$
$M_c = 31.73 \text{ ton-m}$



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE
CONCRETO REFORZADO

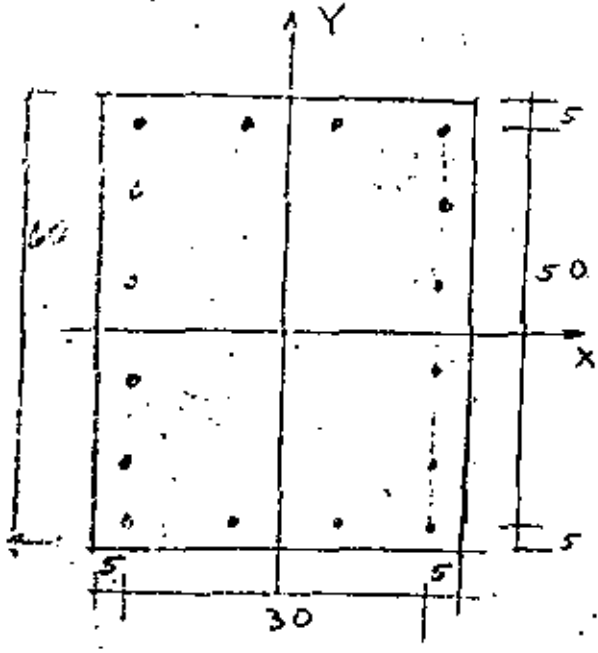
EJERCICIO NO. 2

DR. OSCAR M. GONZALEZ CUEVAS

OCTUBRE, 1979.



Ejercicio 6.5 Calcular los momentos que puede resistir la siguiente sección en cada uno de los planos principales de flexión cuando está sometida a una carga axial de 300 ton



$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$
 $f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$
 $A_s = 16 \text{ Vars del No. 6}$

a) Momento alrededor del eje X

$$\frac{d}{t} = \frac{55}{60} = 0.90$$

$$\rho = \frac{A_s}{bt} = \frac{16 \times 2.85}{40 \times 60} = 0.019$$

$$w = \frac{\rho f_y}{f'_c}$$

$$f'_c = 0.85 f_c^*, \quad f_c^* = 0.80 f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 0.85 \times 200 = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$w = \frac{0.019 \times 4000}{170} = 0.447$$

Ejercicio 6.5 (continuación)

Usando los diagramas de la Fig. B-6:

$$\alpha = \frac{N_r}{bt f_c} = \frac{300\,000}{40 \times 60 \times 170} = 0.735$$

Con los valores de α y w , se determina β :

$$\beta = \frac{M_r}{bt^2 f_c} = 0.217$$

$$M_r = 0.217 \times 40 \times 60^2 \times 170 = 53.12 \times 10^5 \text{ kg-cm}$$

$$\underline{\underline{M_r = 53.12 \text{ ton-m}}}$$

b) Momento alrededor del eje Y

$$\frac{d}{t} = \frac{35}{40} = 0.87 \approx 85$$

$$w = 0.447, \quad \alpha = 0.735$$

Usando los diagramas de la Fig. B-7:

$$\beta = 0.20$$

$$M_r = 0.20 \times 60 \times 40^2 \times 170 = 32.64 \times 10^5 \text{ kg-cm}$$

$$\underline{\underline{M_r = 32.64 \text{ ton-m}}}$$

Fórmula de Bresler

Se usa para flexión biaxial

$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{P_x} + \frac{1}{P_y} - \frac{1}{P_0}$$

P_r = carga normal máxima que actúa a excentricidades e_x y e_y .

P_x = carga normal máxima a una excentricidad e_x contenida en un plano de simetría ($e_y = 0$),

P_y = carga normal máxima a una excentricidad e_y contenida en un plano de simetría normal al anterior ($e_x = 0$)

P_0 = carga axial máxima que puede resistir el elemento ($e_x = e_y = 0$)





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería. unam



DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE
CONCRETO REFORZO

EJERCICIO NO. 3

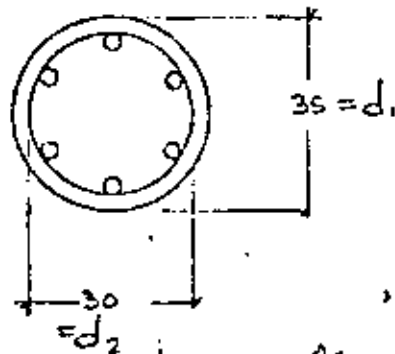
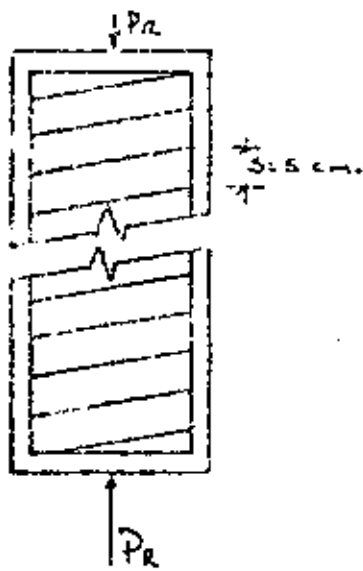
DR. OSCAR M. GONZALEZ CUEVAS

OCTUBRE, 1979.

EJEMPLO

CÁLCULO DE LA RESISTENCIA DE UNA COLUMNA CON REFUERZO HELICOIDAL. (REG. D.F.)

DATOS



$$f'_c = 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 6 \text{ VLS } \# 8 = 30.42 \text{ cm}^2$$

RECUBRIMIENTO LIBRE = 2.5 cm.

PISO DE LA HÉLICE = 5 cm.

HÉLICE DEL # 3

$$A_e = 0.71 \text{ cm}^2$$

CONSTANTES:

$$f'_c = 0.8 f'_c = 0.8 \times 150 = 200 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Sec. 1.4.1)}$$

$$f''_c = 0.75 f'_c = 0.75 \times 200 = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_g = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi \times 35^2}{4} = 962 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi \times 30^2}{4} = 707 \text{ cm}^2$$

$$p_s = \frac{4 A_e}{5 d_2} = \frac{4 \times 0.71}{5 \times 30} = 0.0189$$

CÁLCULO DE LA RESISTENCIA DE DISEÑO

a) PRIMER MÁXIMO:

$$P_R = F_R (f'_c A_g + f_y A_s) = 0.85 (170 \times 962 + 4200 \times 30.42) = 247,608 \text{ kg.}$$

$$P_R = 247 \text{ ton.}$$

b) SEGUNDO MÁXIMO

$$P_R = F_R (f''_c A_c + f_y A_s + 2 p_s f_y A_c) = 0.85 (170 \times 707 + 4200 \times 30.42 + 2 \times 0.0189 \times 4200 \times 707) = 306,168 \text{ kg.}$$

$$P_R = 306 \text{ ton.}$$

$$\text{RESISTENCIA: } P_R = 306 \text{ ton.}$$



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO

FUERZA CORTANTE EN TRABES

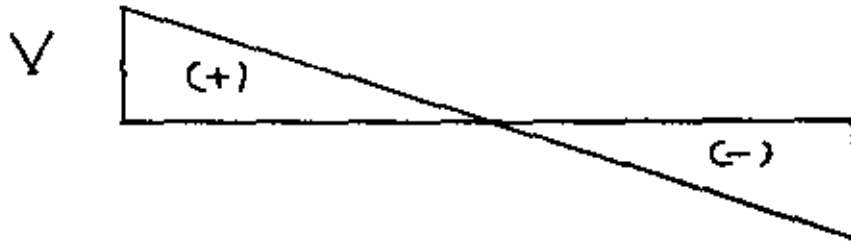
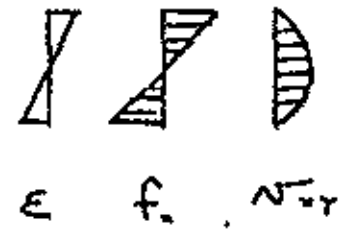
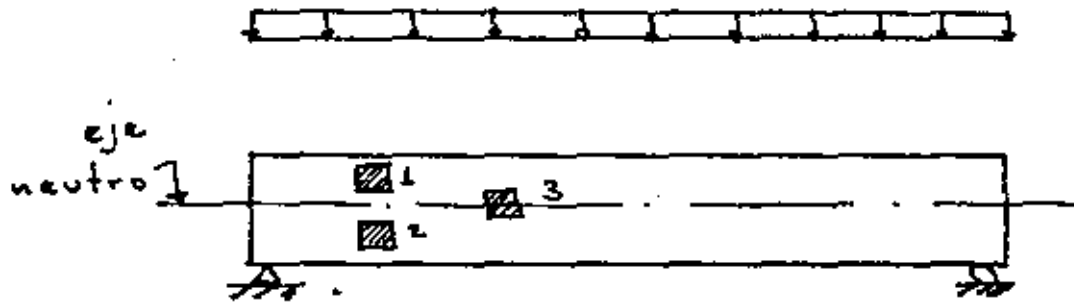
ING. JOSE LUIS CAMBA C.

OCTUBRE, 1979

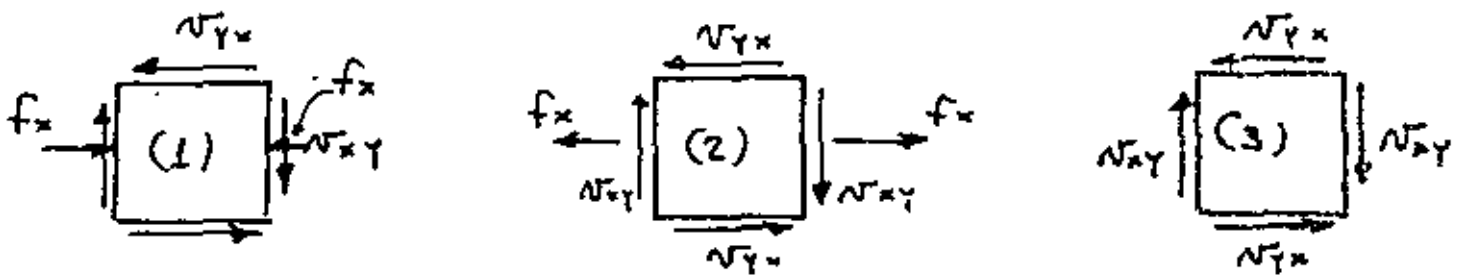
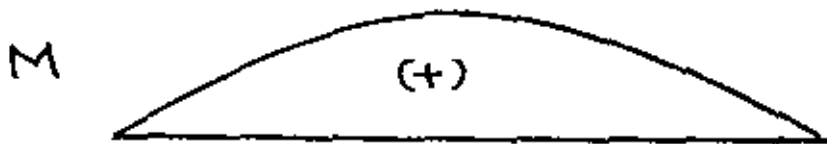


- 1.- INTRODUCCION
- 2.- COMPORTAMIENTO Y MODOS DE FALLA
- 3.- CALCULO DEL REFUERZO
- 4.- REGLAMENTO D.F.
- 5.- EJEMPLO

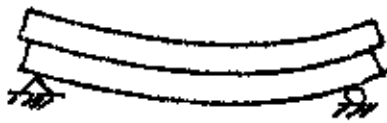




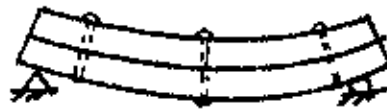
$$N_{xy} = N_{yx} = \frac{VQ}{Ib}$$



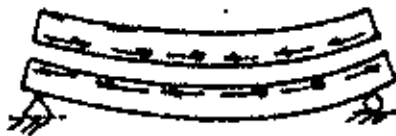
CORTANTE : COMPORTAMIENTO ELASTICO



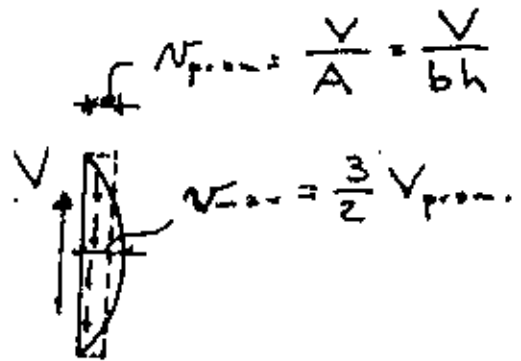
(a)



(b)

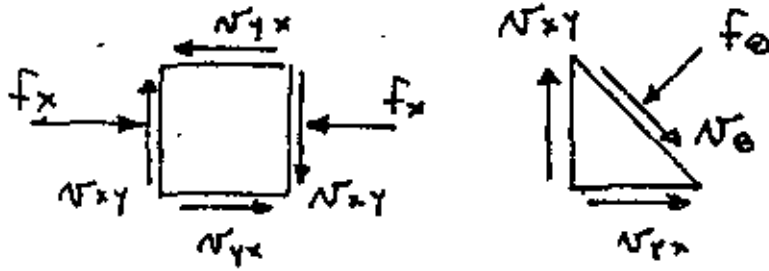


(c)



(d)

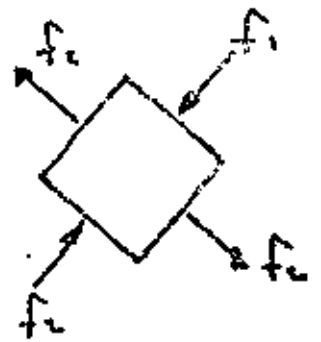
CORTANTE CON
COMPORTAMIENTO ELASTICO



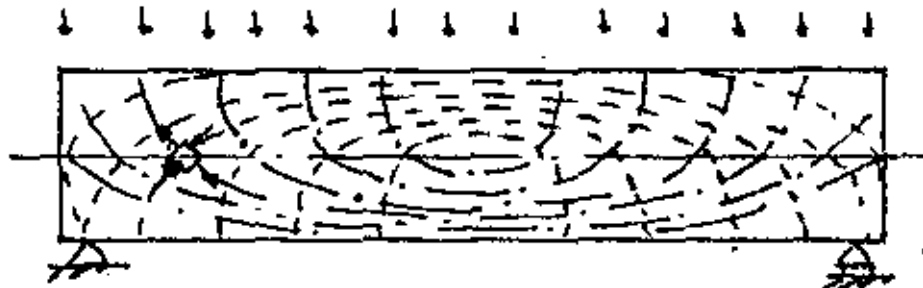
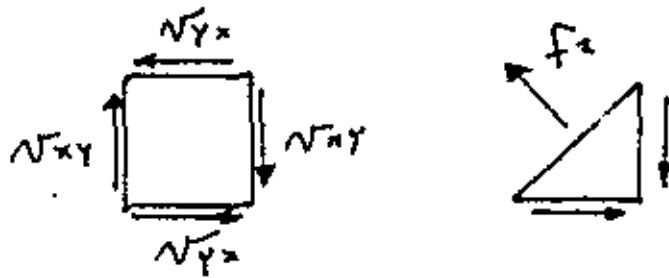
$$\tan 2\theta = \frac{2N_{xy}}{f_x}$$

$$f_1 = \frac{f_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{f_x}{2}\right)^2 + N_{xy}^2}$$

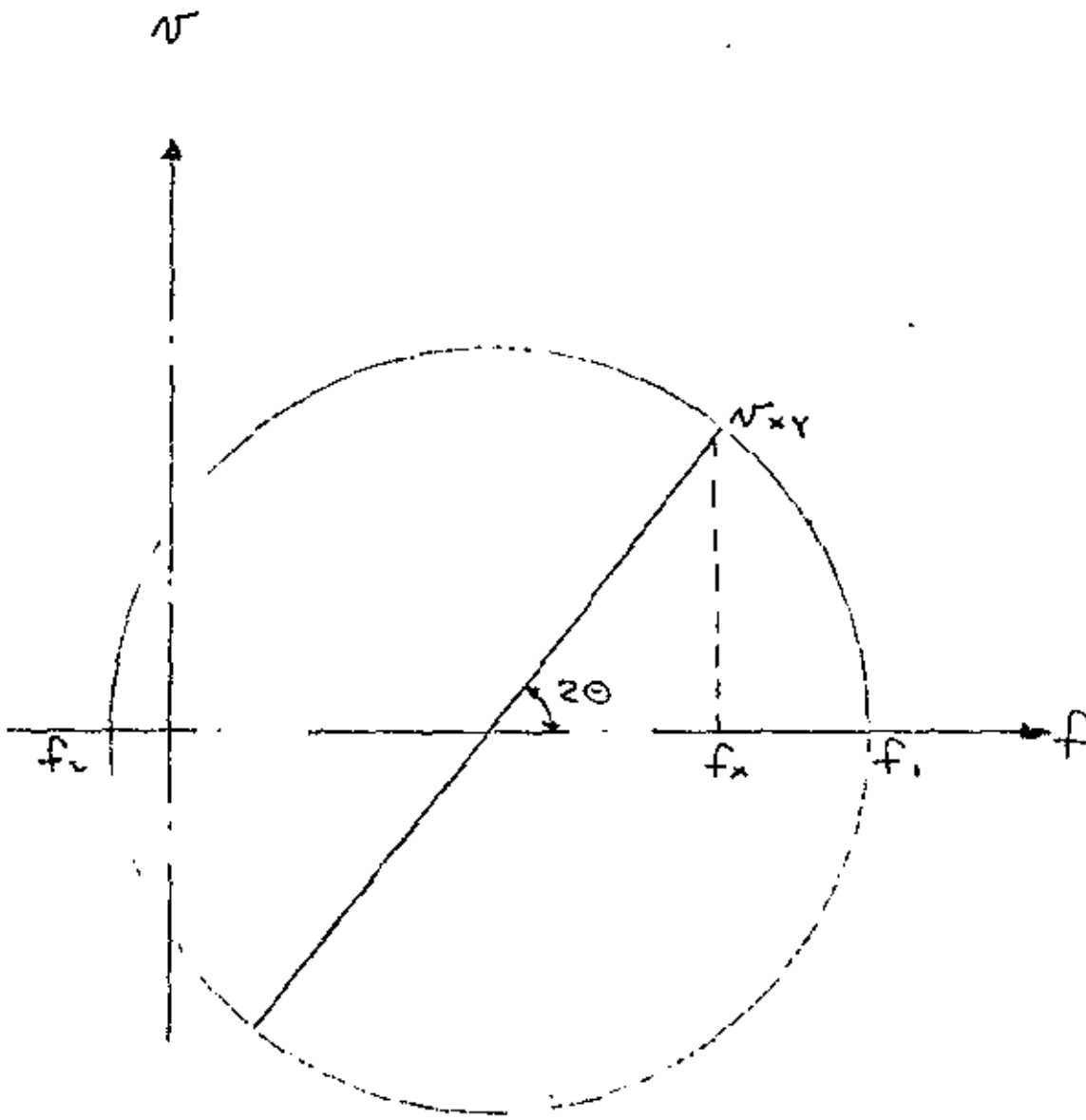
$$f_2 = \frac{f_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{f_x}{2}\right)^2 + N_{xy}^2}$$



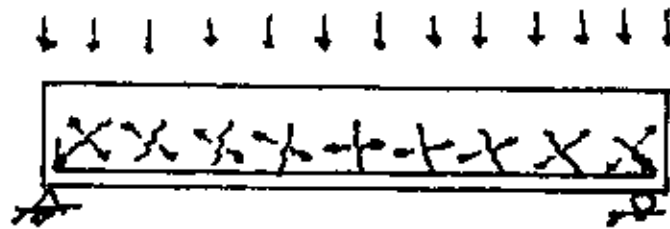
o' MOHR



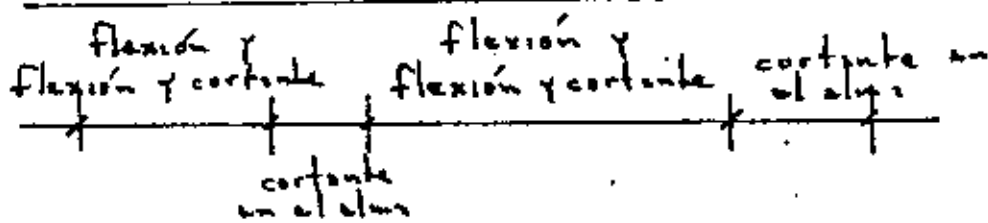
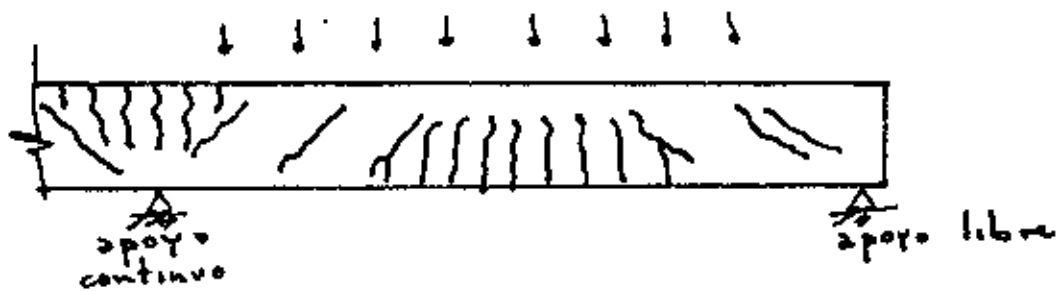
ESFUERZOS PRINCIPALES
EN TRABES HOMOGENEAS



CIRCULO DE MOHR



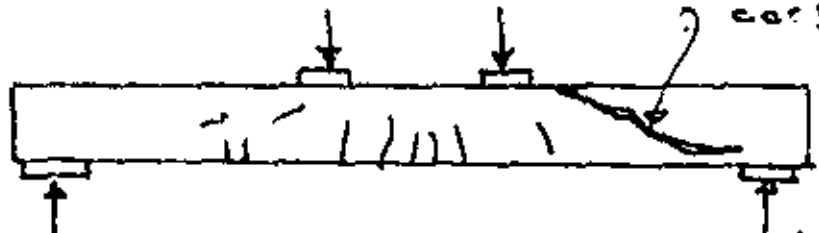
TRABE LIBREMENTE APOYADA



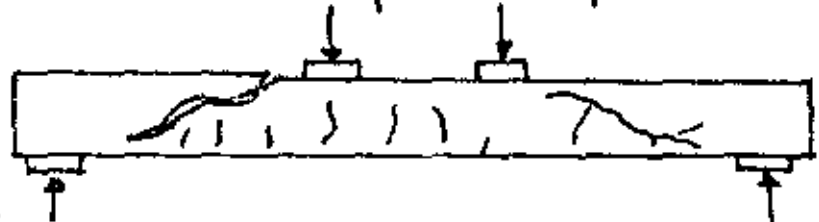
COMPORTAMIENTO POR CORTANTE
MIEMBROS SIN REFUERZO TRANSVERSAL

a) Falla por tensión diagonal

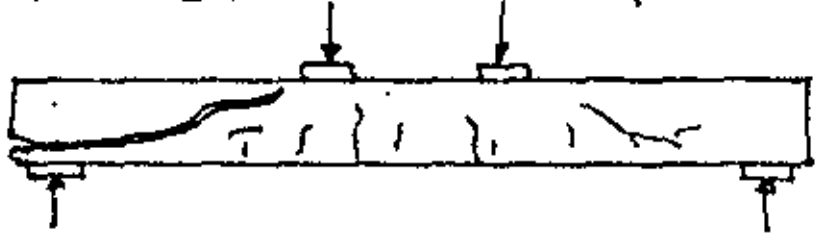
grieta inclinada formada súbitamente en una sola etapa de carga



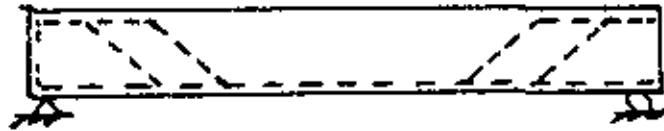
b) Falla en compresión por cortante



c) Falla en adherencia por cortante



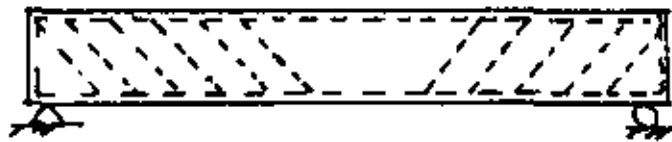
TIPOS DE FALLAS



a) Varillas dobladas

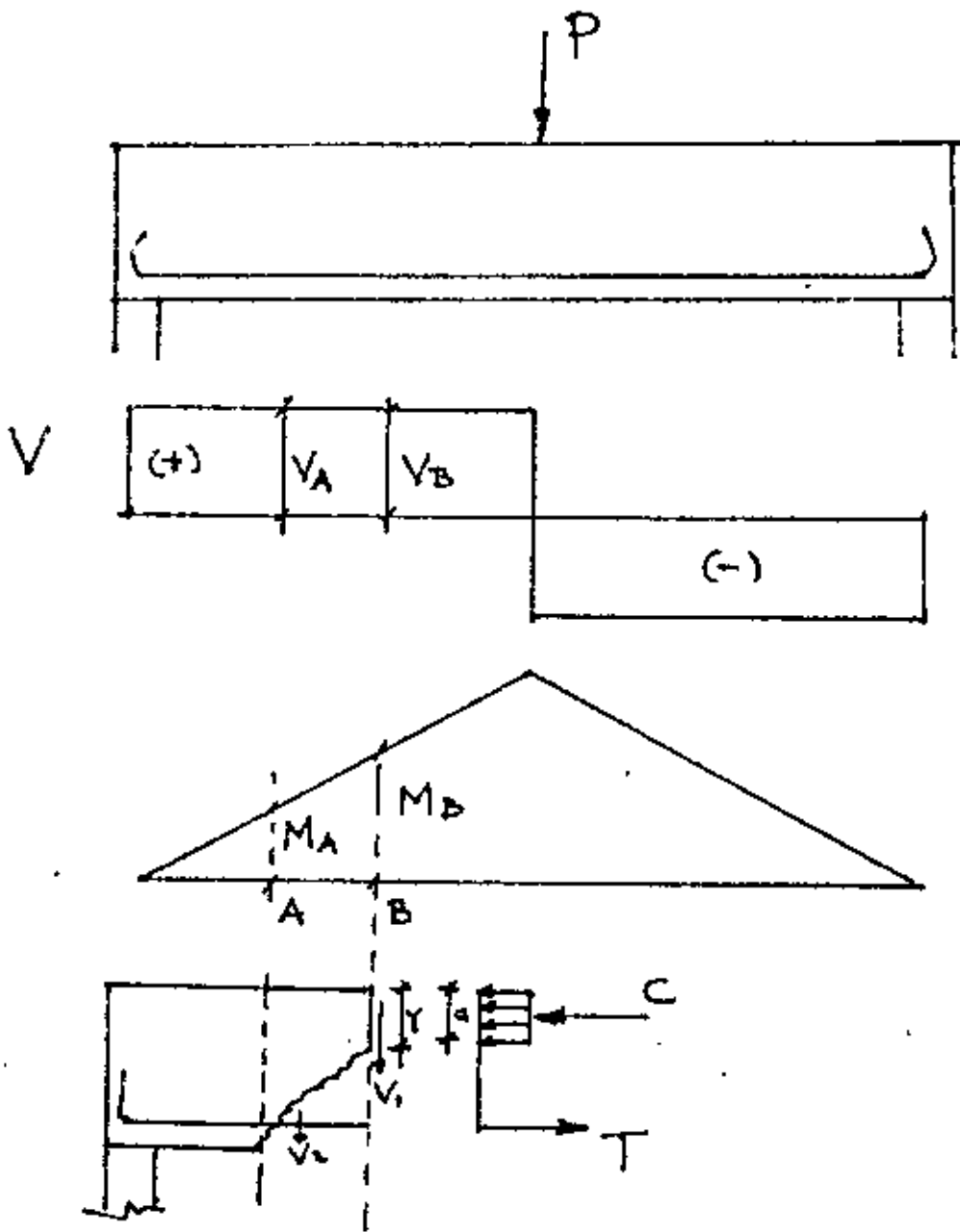


b) Estribos verticales

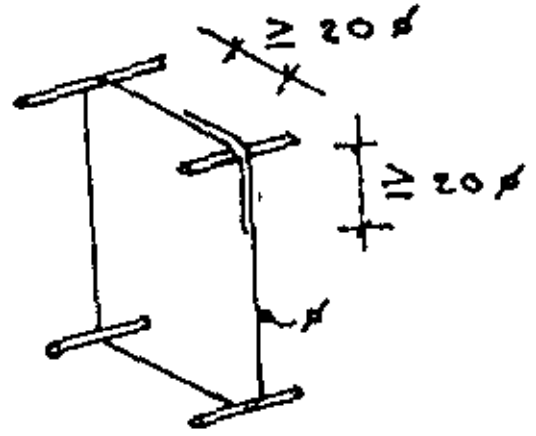
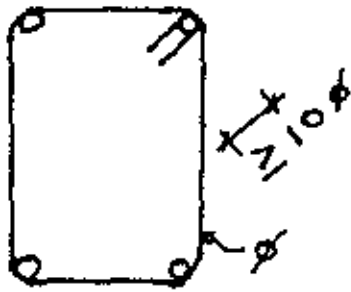


c) Estribos inclinados

TIPOS DE ESTRIBOS

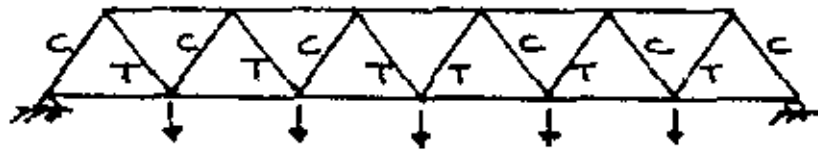


MECANISMO DE FALLA
SIN REFUERZO TRANSVERSAL

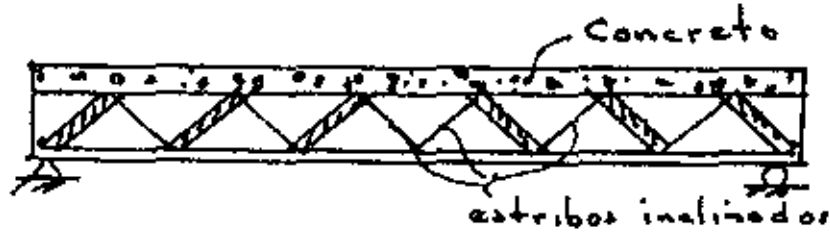


TIPOS DE ESTRIBOS

a) Armadura metálica



b) Analogía concreto reforzado



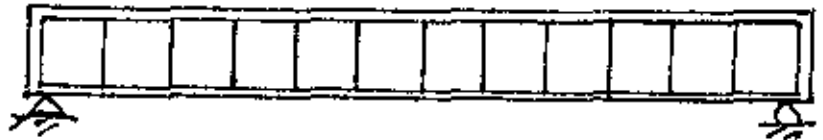
c) Trabe con estribos inclinados



d) Analogía concreto reforzado

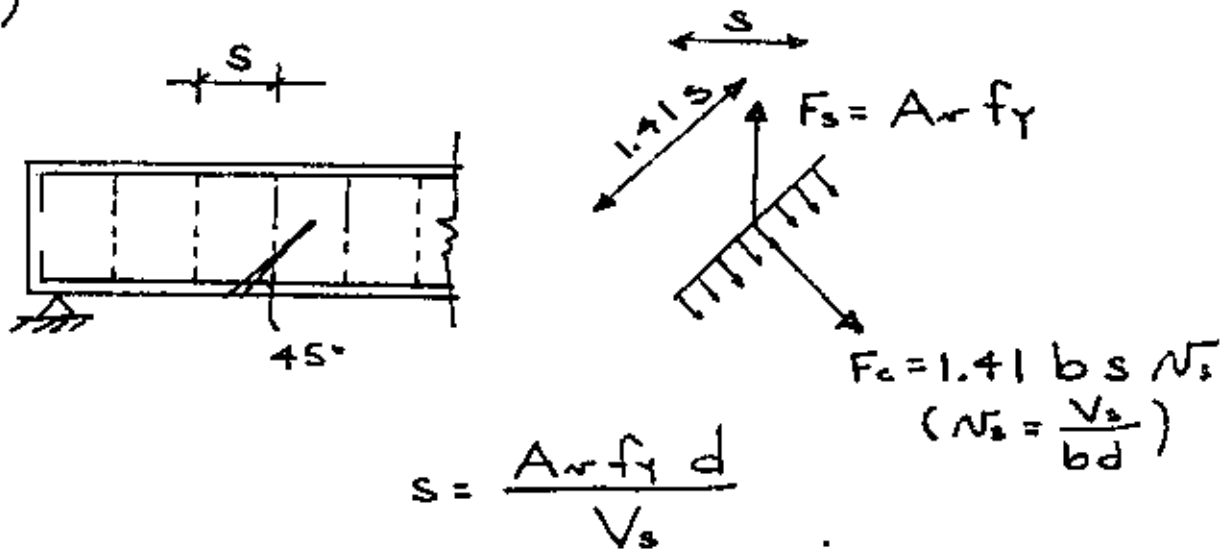


e) Trabe con estribos verticales

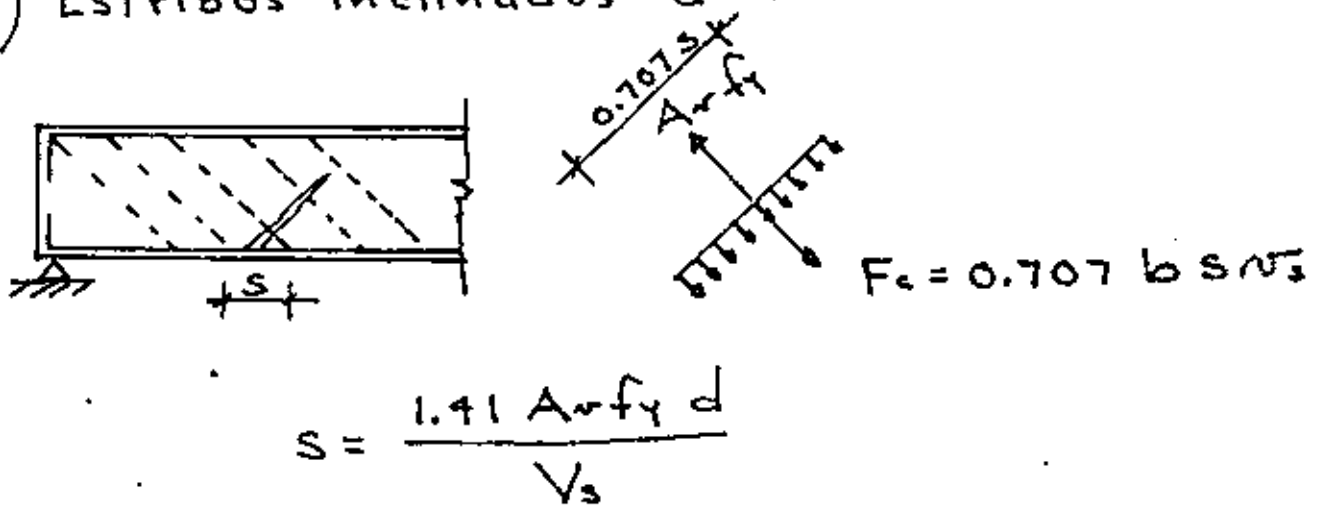


ANALOGIA DE LA ARMADURA

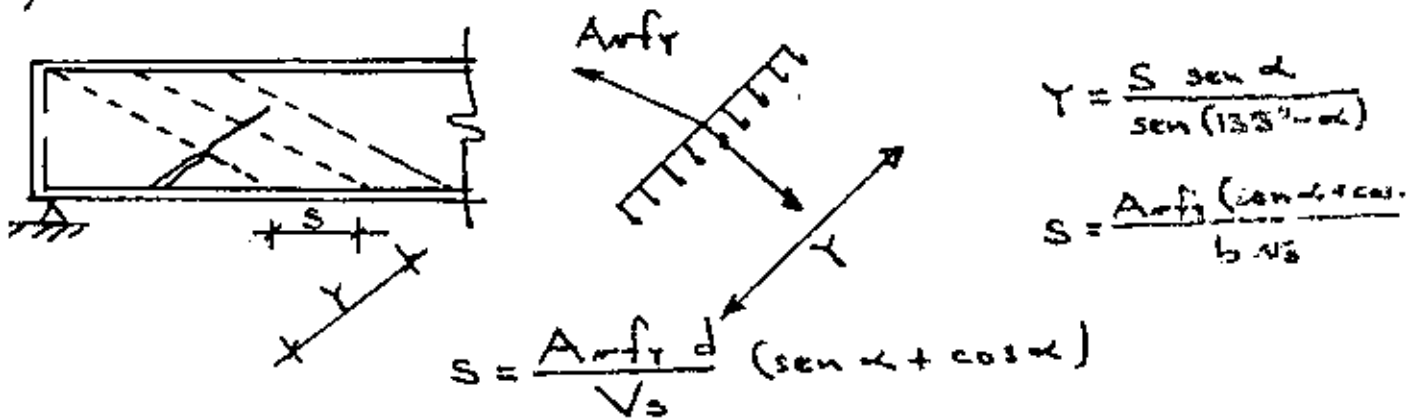
a) Estribos verticales



b) Estribos inclinados a 45°



c) Estribos inclinados un ángulo α



TRABES CON REFUERZO TRANSV.

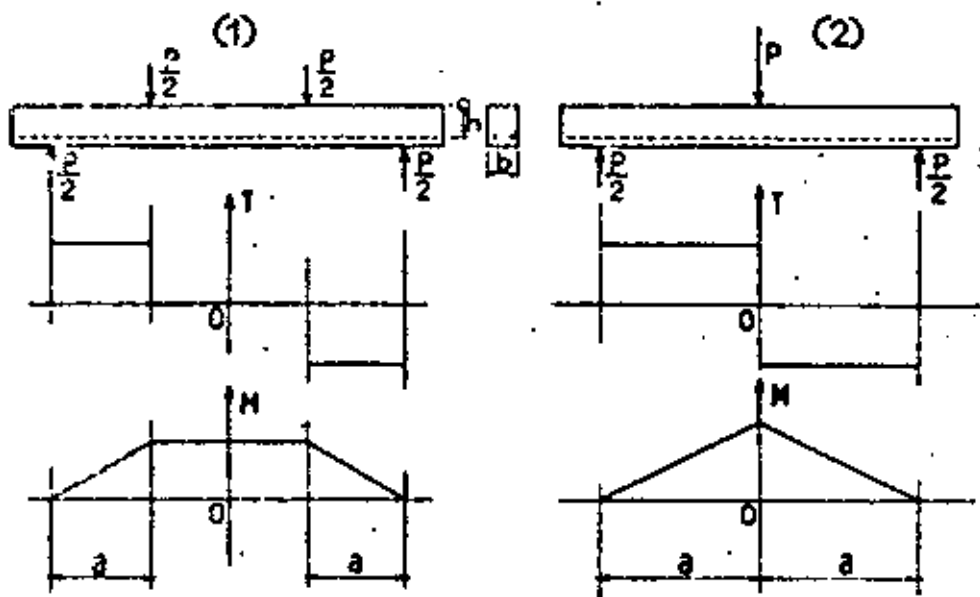


FIG. VI.12



FIG. VI.13

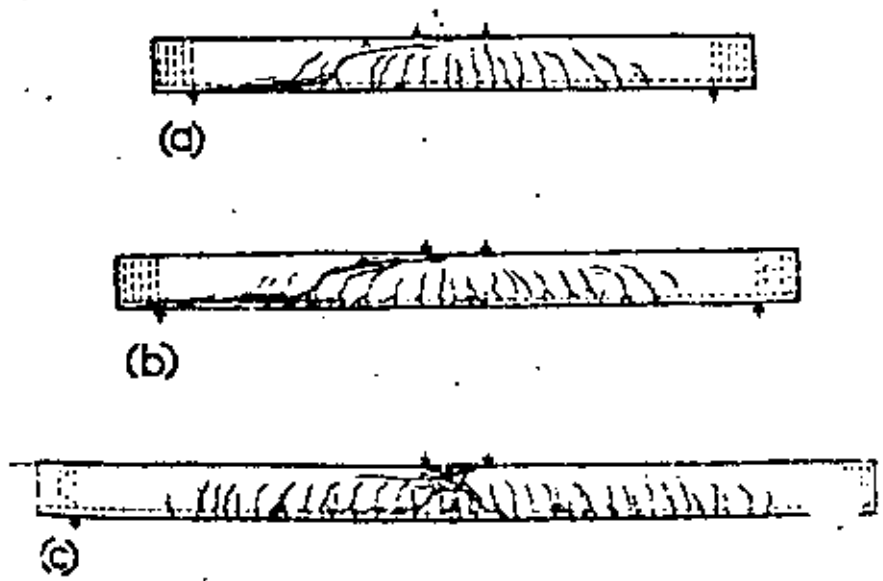


FIG. VI.14



$$\frac{a}{h} = 2$$

Falla por compresión de cortante



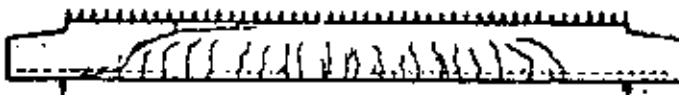
$$\frac{a}{h} = 1,5$$



$$\frac{a}{h} = 1$$

Falla por tensión diagonal

FIG. VI_18



sin estribos

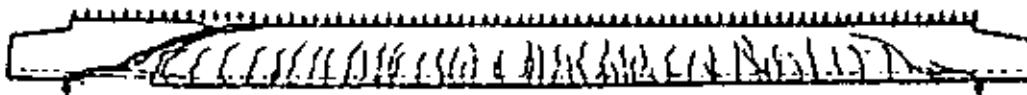


FIG. VI_21

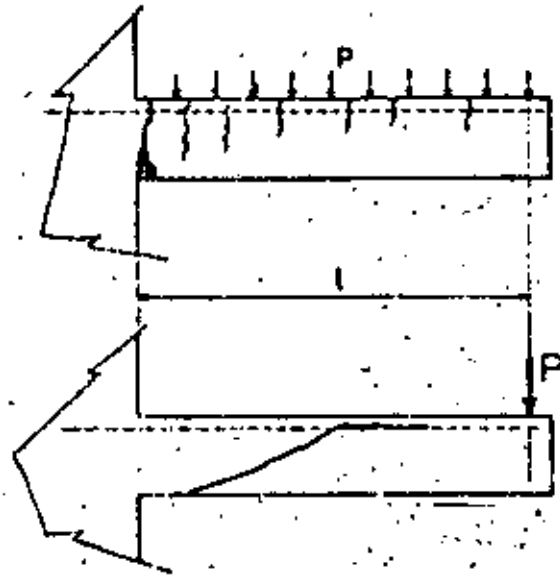
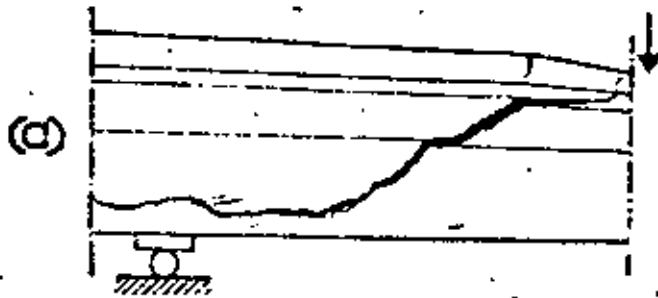
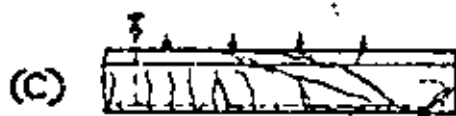
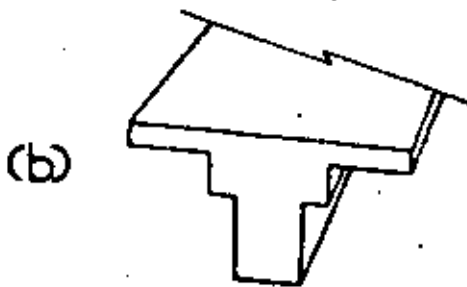


FIG. VI.22



Falla por tensión diagonal para cargas concentradas



falla por tensión diagonal para carga unif. repartida

FIG. VI.23

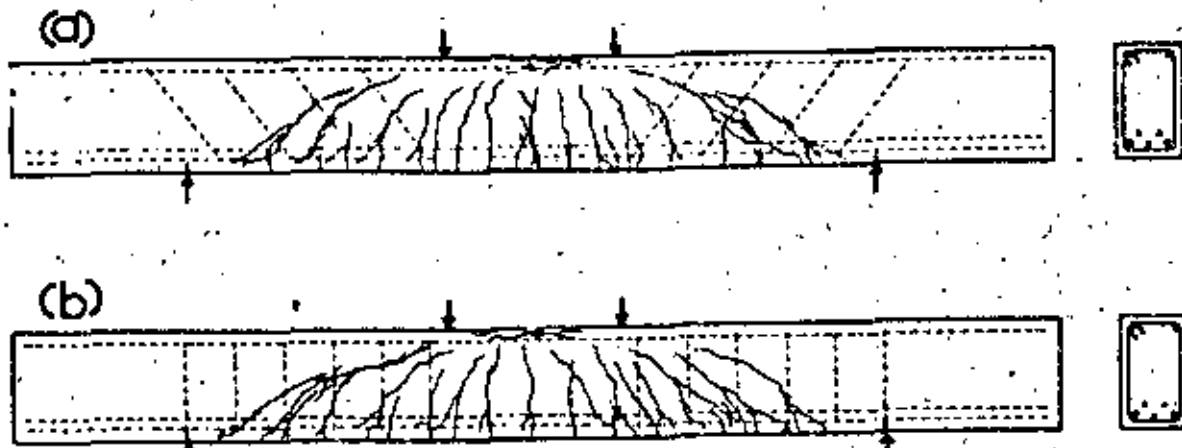
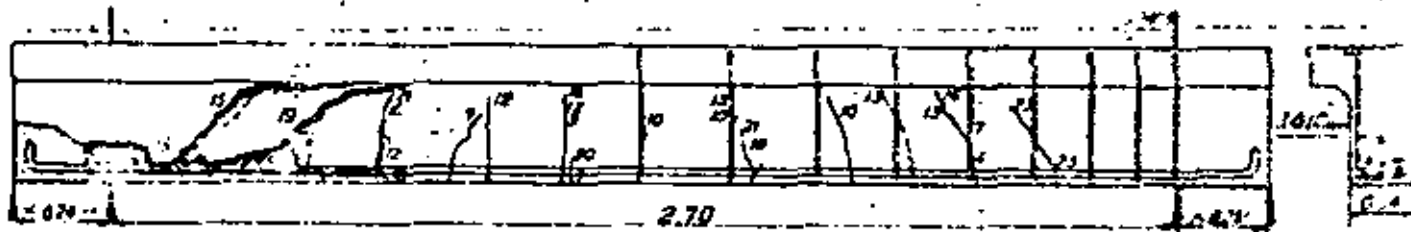
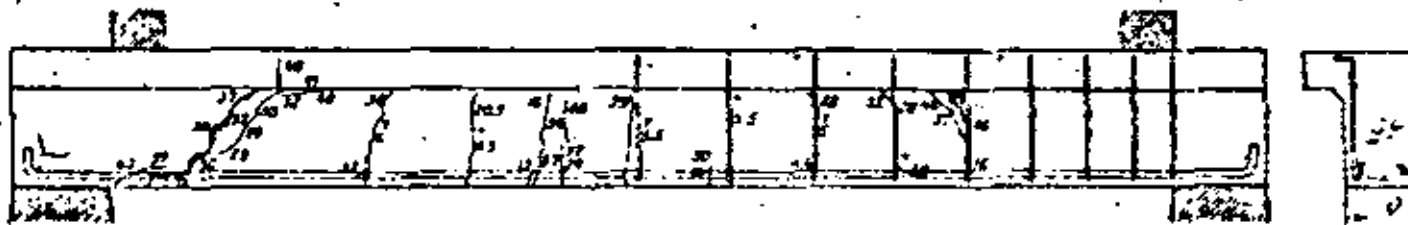


FIG. VI_25



Poutre I - 3 barres de 18mm. charge de rupture = 25.7 t.



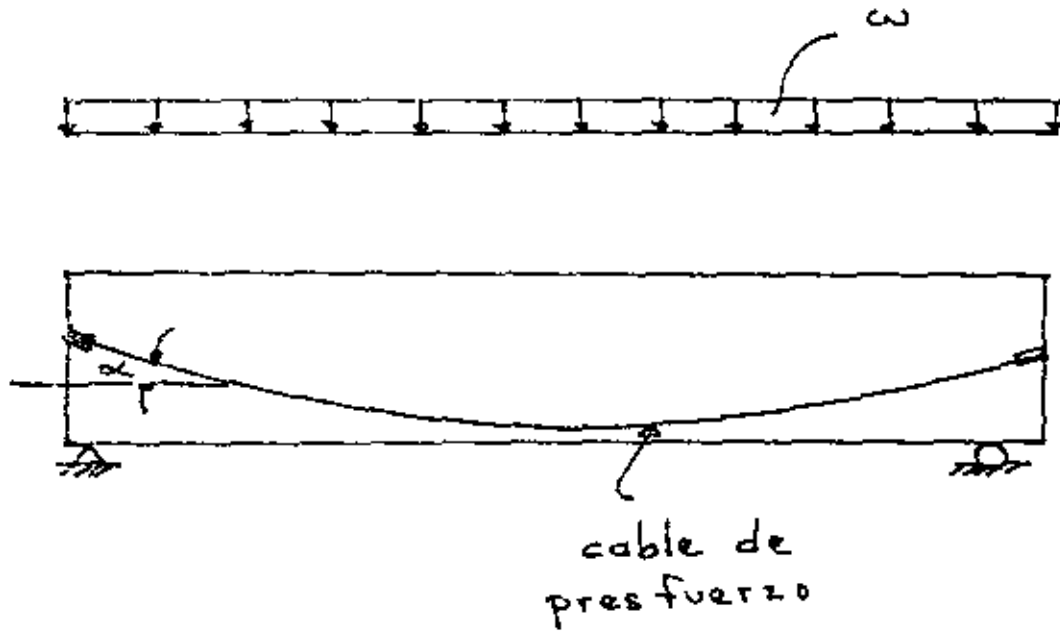
Poutre II - 3 barres de 18 mm. charge de rupture = 40,0 t



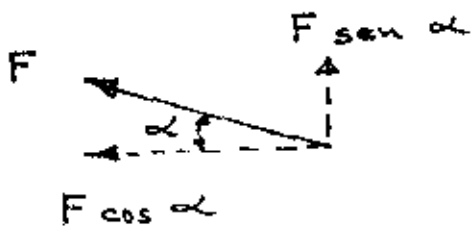
Poutre III - 3 fers Thacher, charge de rupture = 19.5 t

Estudio de Morsch
para cargas repartidas

FIGURE VI - 24



(a)



(b)

CORTANTE EN TRABES
POSTENSADAS

REGLAMENTO D.F. 1977
(RESISTENCIA A FUERZA CORTANTE)

1) Fuerza cortante última actuante

$$V_{Ua} = F.C. \quad V_a$$

$$V_{Ua} = 1.4 (V_{c.m.} + V_{c.v.}) \quad (1)$$

$$V_{Ua} = 1.5 (V_{c.m.} + V_{c.v.}) \quad (2)$$

$$V_{Ua} = 1.1 (V_{c.m.} + V_{c.v.} + V_{c.a.}) \quad (3)$$

2) Fuerza cortante que resiste el concreto

a) Si $h \leq 100$ y $\frac{h}{b} \leq 6 \rightarrow V_c$

b) Si $h \geq 100$ y $\frac{h}{b} \geq 6 \rightarrow 0.8 V_c$

3) Trabes a flexión

$$\text{Si } p < 0.01 \quad V_c = F_R b d (0.2 + 30p) \sqrt{f_c^*}$$

$$\text{Si } p \geq 0.01 \quad V_c = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$$

$$F_R = 0.8$$

$$p = \frac{A_s}{bd}$$

d = peralte efectivo

En vigas T, I ó Γ , $b' \rightarrow b$

Si $b < 20 \text{ cm} \rightarrow b = \text{ancho} - 2 \text{ cm}$.

4) Refuerzo por tensión diagonal

a) Tipos de refuerzo

b) Estribos con límite de fluencia

$$f_y \leq 4,200 \text{ Kg/cm}^2$$

c) Diámetro mínimo de estribos

$$\phi = 6.3 \text{ mm } \left(\frac{1}{4}'' \text{ o } \#2 \right)$$

d) Estribos inclinados : $\alpha \geq 45^\circ$

Barras inclinadas : $\alpha \geq 30^\circ$

e)

f) ver figuras

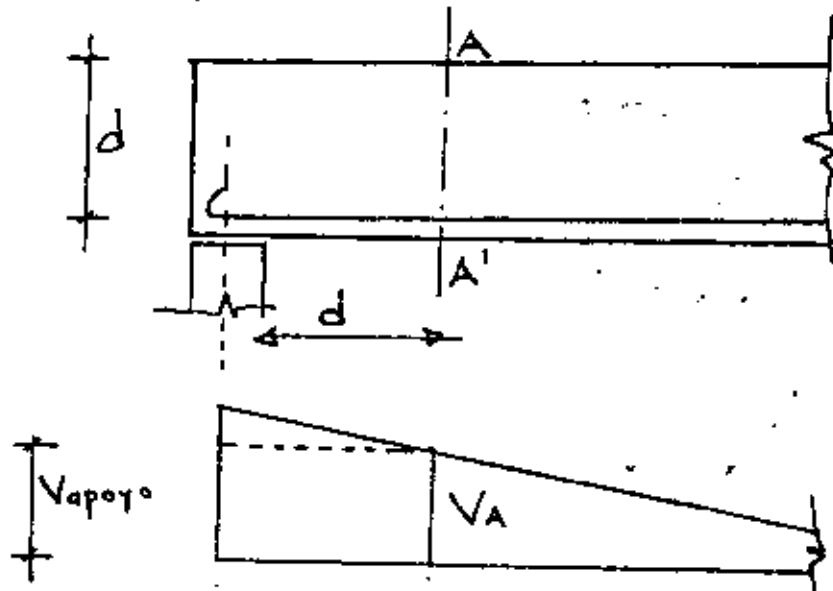
g).

h) colocación de estribos

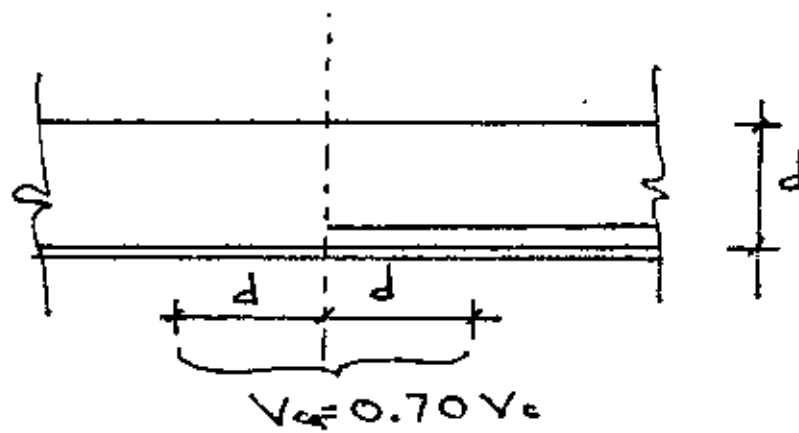
$$\phi_{\text{mín}} = 6.3 \text{ mm}$$

d

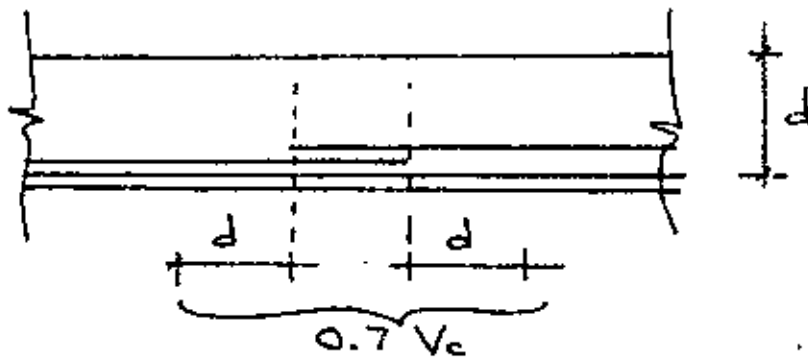
$$s_{\text{máx}} \leq 0.5 d$$



e) REFUERZO TRANSVERSAL EN PROXIMIDAD DE REACCIONES



f) INTERRUPCION DEL REFUERZO LONGITUDINAL



g) TRASLAPES DE REFUERZO LONGITUDINAL

h) Refuerzo transversal

$$\text{Si } V_{u_e} > V_c$$

• Estribos verticales

$$S = \frac{F_R A_r f_y d}{V_{u_e} - V_c} \leq \frac{F_R A_r f_y}{3.5 b}$$

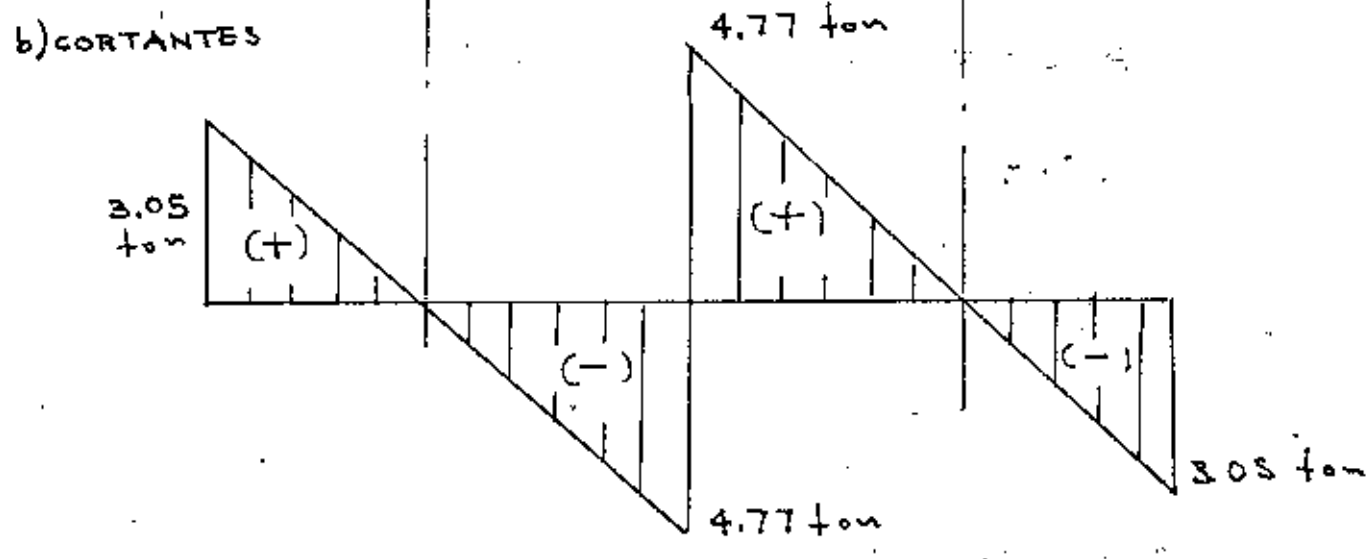
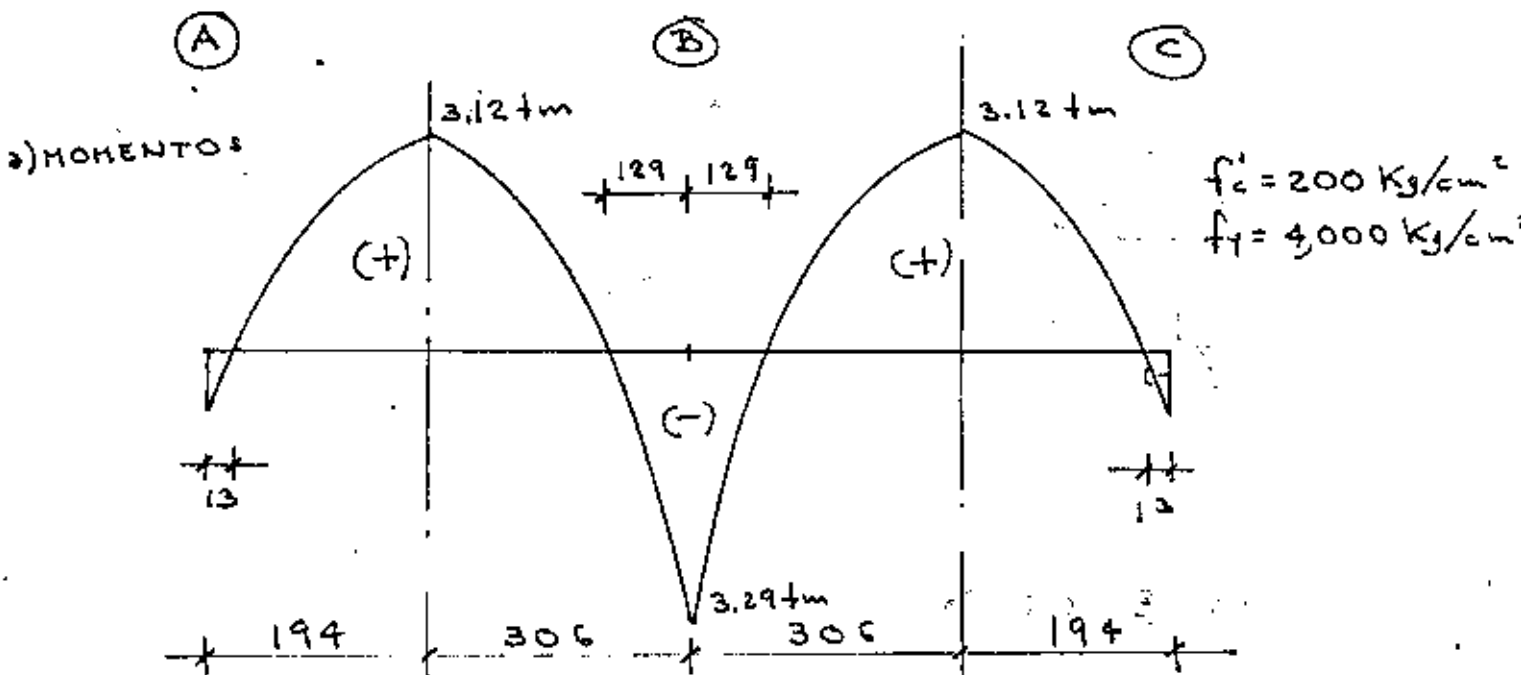
• Estribos inclinados

$$S = \frac{F_R A_r f_y d}{V_{u_e} - V_c} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) \leq \frac{F_R A_r f_y}{3.5 b}$$

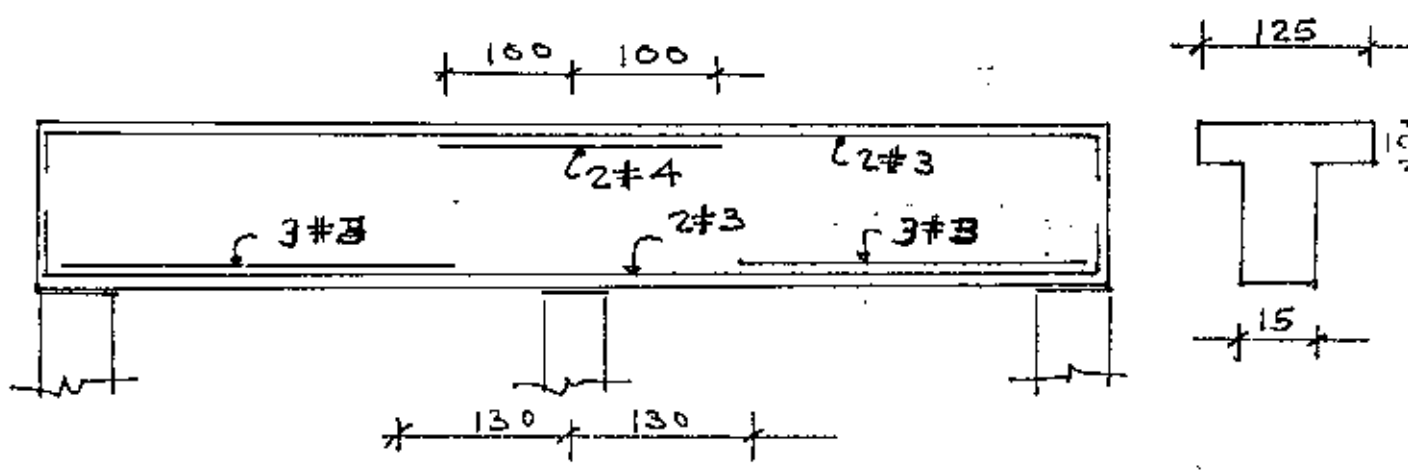
• Valor máximo de V_u

$$V_{u_e} \leq 2.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$$

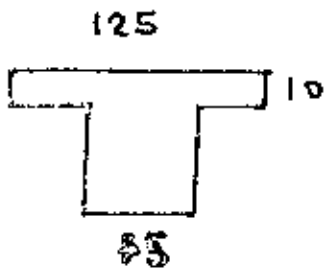
EJEMPLO.- CALCULAR EL REFUERZO POR CORTANTE



c) REFUERZO LONGITUDINAL



SOLUCIÓN.-



Como :

$$h < 100 \text{ cm}$$

$$\frac{h}{b'} = \frac{30}{13} < 6$$

$$\frac{L}{h} = \frac{500}{30} > 5$$

O.K.

$$b' = 15 - 2 = 13 \text{ cm}$$

Cuando $p < 0.01 \rightarrow V_c = F_R b' d (0.2 + 30p) \sqrt{f_c^*}$

Cuando $p \geq 0.01 \rightarrow V_c = 0.5 F_R b' d \sqrt{f_c^*}$

En vigas T se puede considerar, si el patín está en compresión $b' d \rightarrow b' d + t^2$

Patín en compresión :

$$a) \quad A_s = 3.50 \text{ cm}^2 \rightarrow p = \frac{A_s}{b' d}$$

$$p = \frac{3.50}{13 \times 26.5} = 0.01 \leq 0.01$$

$$V_c = 0.8 (13 \times 26.5 + 100) (0.2 + 30 \times 0.01) \sqrt{160}$$

$$= 2249 \text{ Kg}$$

Con 2#3 $\rightarrow A_s = 1.42 \text{ cm}^2$

$$p = \frac{A_s}{b'd} = \frac{1.42}{13 \times 26.5} = 0.004 < 1\%$$

$$V_c = 0.8(13 \times 26.5 + 100)(0.2 + 30 - 0.004) \sqrt{160}$$
$$= 1440 \text{ kg.}$$

Patin en tension

Con 2#3 + 2#4 ($A_s = 3.96 \text{ cm}^2$)

$$p = \frac{3.96}{13 \times 26.5} = 0.0113 > 1\%$$

$$V_c = 0.5 F_R \sqrt{f_c} b'd$$
$$= 0.5 \times 0.8 \sqrt{160} \times 13 \times 26.5$$
$$= 1743 \text{ kg.}$$

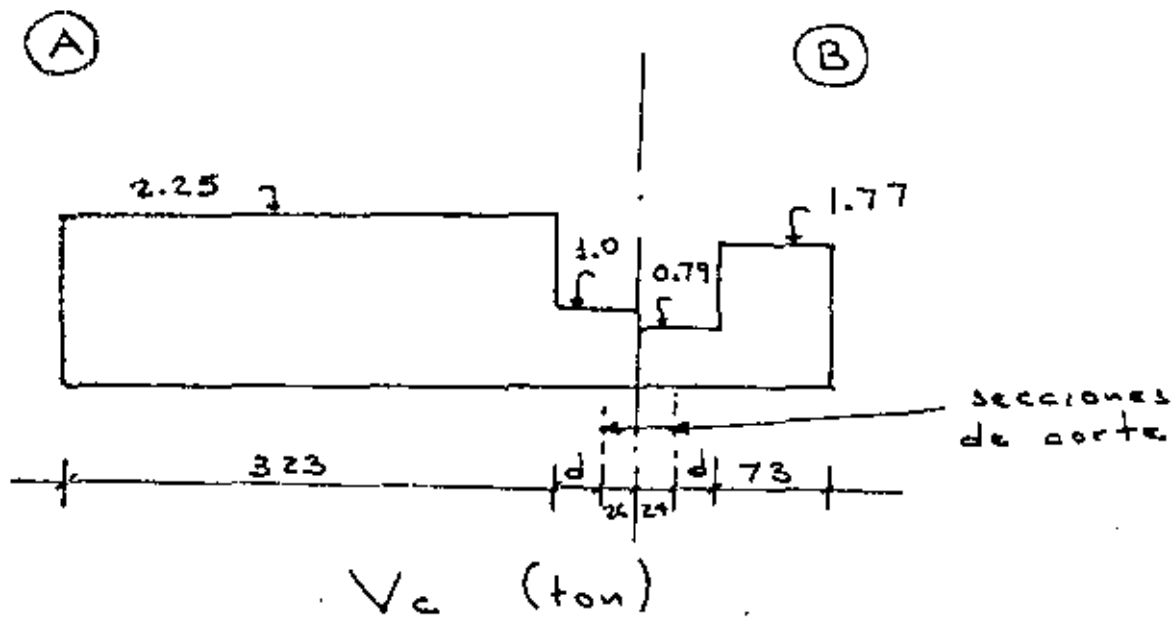
Con 2#3 $\rightarrow V_c = 1440 \text{ kg}$

En las secciones de corte de varillas se tomara' $0.7 V_c$ a ambos lados un peralte del corte (Art. 2.1.5.f)

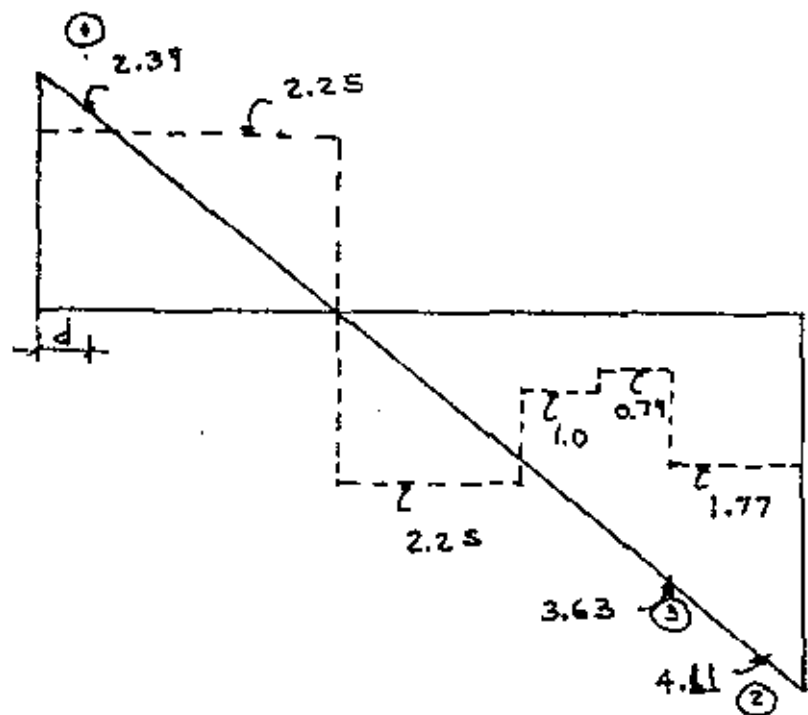
Lecho superior $\frac{2.54}{3.41} \times 100 = 54\% > 33\%$

Lecho inferior $\frac{2.13}{3.55} \times 100 = 60\% > 33\%$

El diagrama de cortante que toma el concreto es:



Cálculo de estribos



Con estribos verticales :

$$S = \frac{F_R A_r f_y d}{V_s} \leq \frac{F_R A_r f_y}{3.5 b}$$

Sección ②

$$V_u = 4.11 \text{ ton}$$

$$V_c = 1.77 \text{ ton}$$

$$V_s = 4.11 - 1.77 = 2.34 \text{ ton}$$

con estribos #2.5

$$A_r = 0.49 \times 2 = 0.98 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{0.8 \times 0.98 \times 4000 \times 26.5}{2340}$$

$$= 35 \text{ cm} \quad \therefore \text{ muy sobrado}$$

con estribos #2 (ϕ mínimo admisible)

$$A_r = 0.31 \times 2 = 0.62 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{0.8 \times 0.62 \times 2500 \times 26.5}{2340} = 14 \text{ cm}$$

Verificaciones :

$$S \leq \frac{F_R \cdot A_r \cdot f_y}{3.5 b} = \frac{0.8 \times 0.62 \times 2500}{3.5 \times 13} = 27 \text{ cm} \quad \text{O.K.}$$

$$1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} = 1.5 \times 0.8 \times 13 \times 26.5 \sqrt{160} = 5227 \text{ Kg}$$

$$4.11 < 5.22 \text{ ton}$$

$$\therefore V_u < 1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$$

$$S_{mín} = 0.5 d$$

$$= 0.5 \times 27.5 = 13.5 \text{ cm}$$

Se pondrán E # 2 a 13 cm

sección ③

$$V_u = 3.63 \text{ ton}$$

$$V_c = 0.79 \text{ ton}$$

$$V_s = 3.63 - 0.79 = 2.84 \text{ ton}$$

con estribos # 2

$$s = \frac{0.8 \times 0.62 \times 2500}{2840} \times 26.5 = 11.5 \text{ cm}$$

$$= 11 \text{ cm}$$

$$\frac{F_R A_s f_y}{3.5b} = \frac{0.8 \times 0.62 \times 2500}{3.5 \times 13} = 27 \text{ cm}$$

$$11 < 27 \text{ cm}$$

$$3.63 < 5.22 \text{ ton}$$

$$\therefore V_u < 1.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$$

$$S_{mín} = 0.5 d = 13 \text{ cm}$$

\therefore Se pondrán E # 2 a 13



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



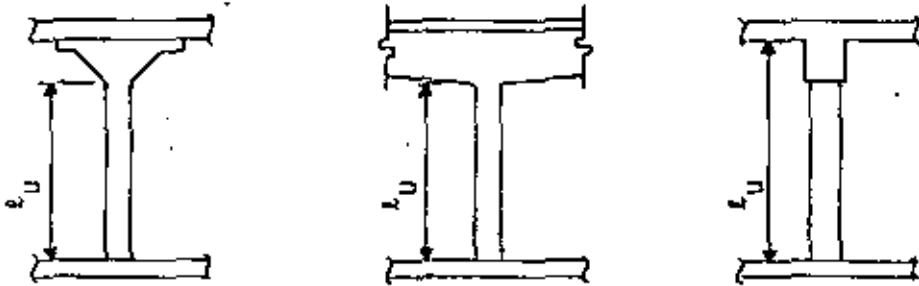
DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO
REFORZADO

EFFECTOS DE ESBELTEZ Y DISEÑO DE COLUMNAS

M. EN I. VICTOR PAVON RODRIGUEZ

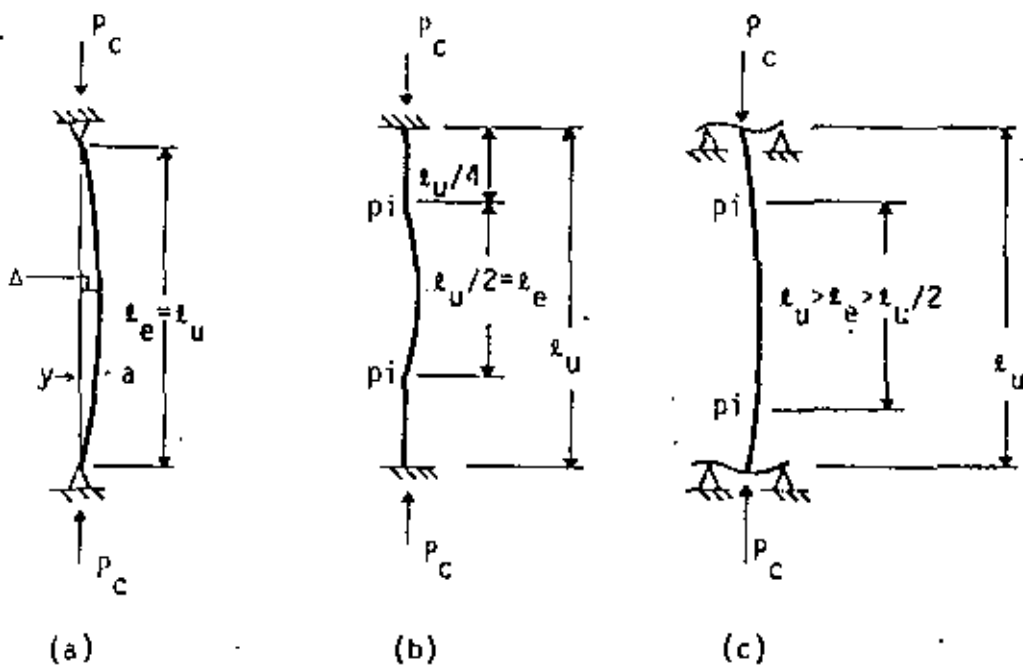
OCTUBRE, 1979.





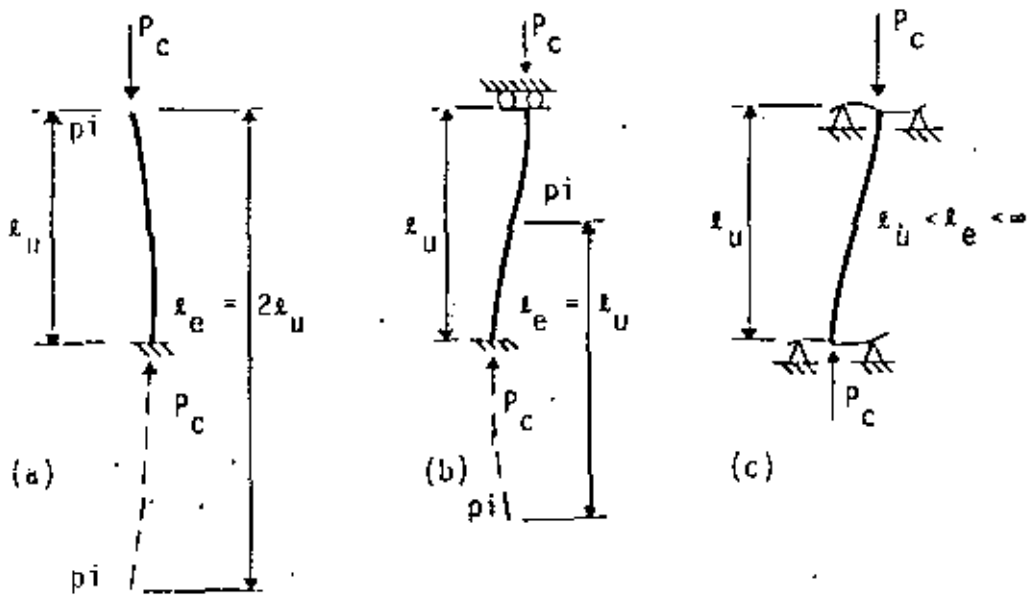
(1)

LONGITUD NO SOPORTADA (ℓ_u)



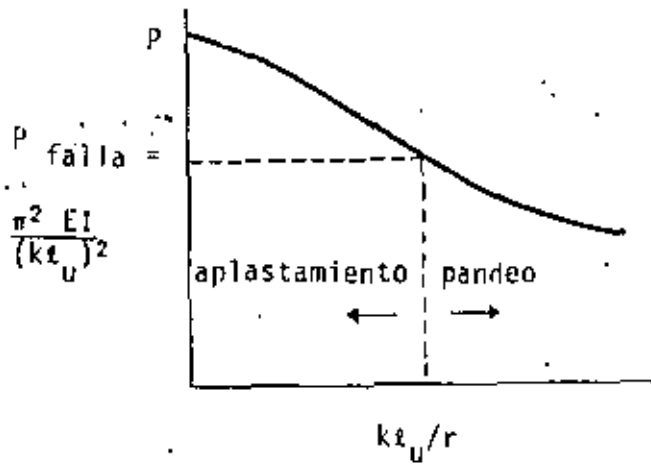
(2)

LONGITUD EFECTIVA ℓ_e (TRASLACION LATERAL IMPEDIDA)



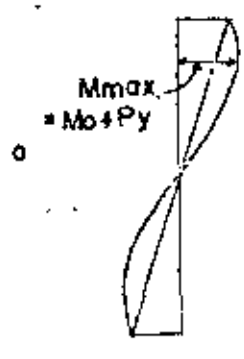
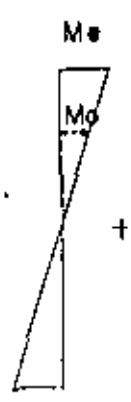
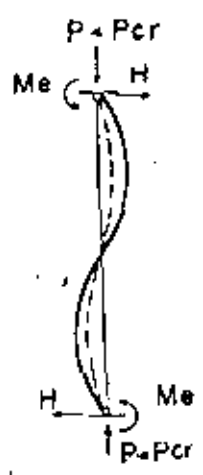
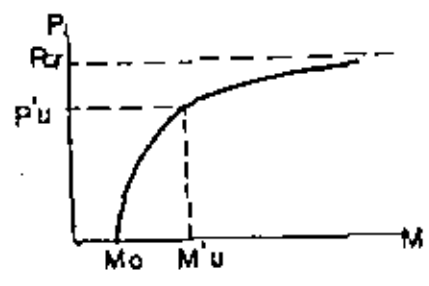
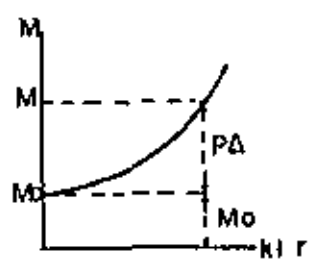
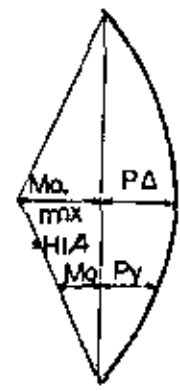
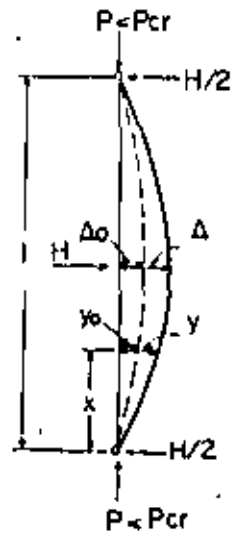
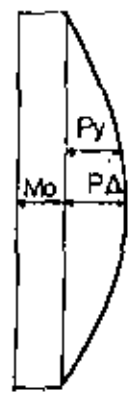
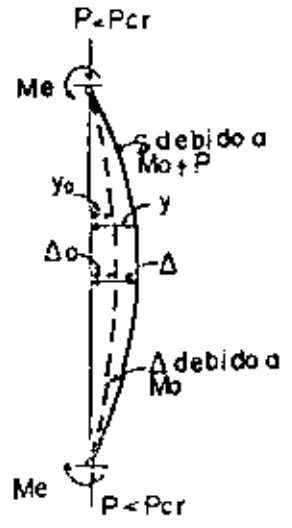
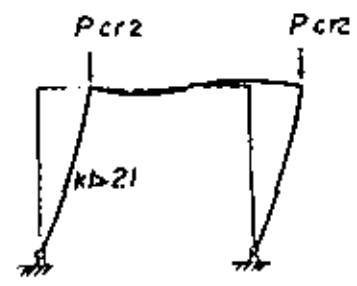
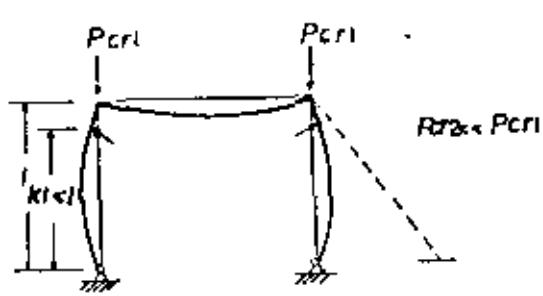
(3)

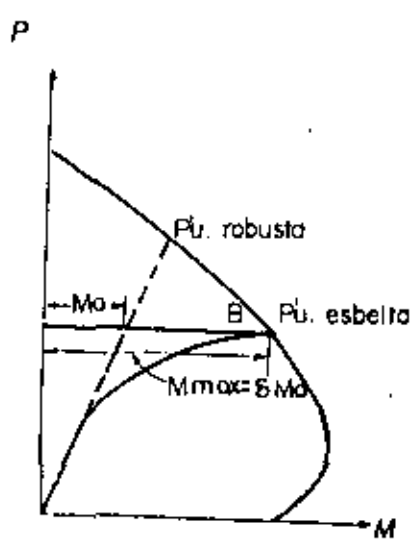
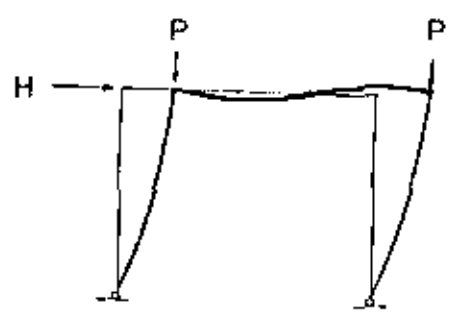
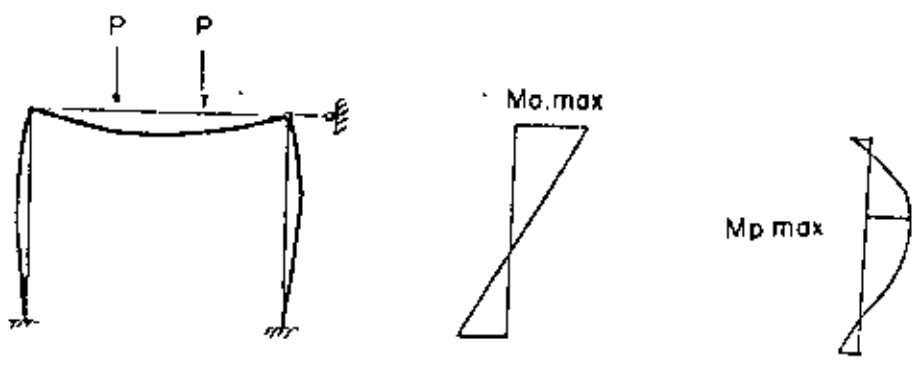
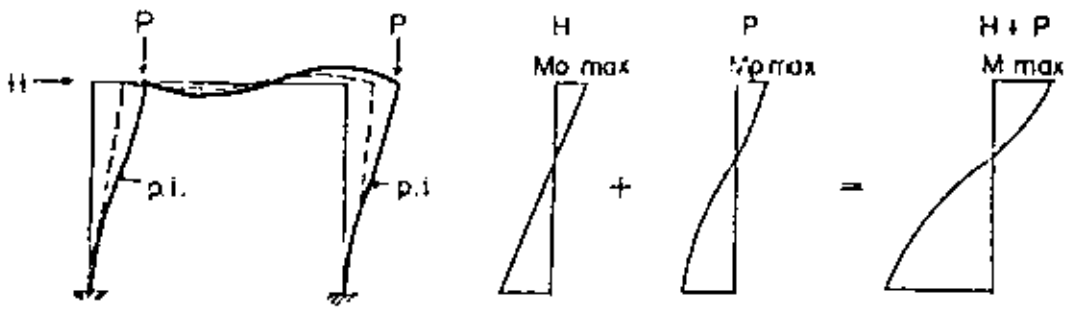
LONGITUD EFECTIVA l_e (TRASLACION LATERAL PERMITIDA)



(4)

CURVA DE LA COLUMNA.





EFECION DE ESBELTEZ

Columnas Cargadas Concéntricamente: El comportamiento básico de una columna esbelta, recta y concéntricamente cargada fue desarrollado por Euler hace más de 200 años. En forma general, establece que dicho miembro fallará por pandeo con la carga crítica

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{(kL)^2} \quad (1)$$

Si ambos miembros se dividen entre el área de la sección, se obtiene el esfuerzo de compresión por el cual ocurre el pandeo:

$$\left(\frac{P}{A}\right)_{cr} = \frac{\pi^2 E E}{(kL/r)^2} \quad (2)$$

en donde puede verse que el esfuerzo en la carga de pandeo disminuye rápidamente al aumentar la relación de esbeltez kL/r

El pandeo ocurre con una forma de curva senoidal

Combinación más flexión

$$M = M_0 + Py \quad (3)$$

$$y = y_0 \frac{1}{1 - P/P_{cr}} \quad (4)$$

Sea Δ la deflexión en el punto de M_{max} , De 3) y 4)

$$M_{max} = M_0 + P\Delta = P\Delta_0 \frac{1}{1 - P/P_{cr}} \quad (5)$$

Puede hacerse ver que la Ec. 5 se puede escribir

$$M_{max} = M_0 \frac{1 + \psi P/P_{cr}}{1 - P/P_{cr}} \quad (6)$$

en que ψ es un coeficiente que depende del tipo de carga y varía entre ± 0.20 para la mayoría de los casos prácticos. Considerando que $P/P_{cr} \ll 1$, se puede ver que el 2º término en el numerador es pequeña comparado con 1, por lo que puede despreciarse; obteniéndose

$$M_{max} = M_0 \frac{1}{1 - P/P_{cr}} \quad (7)$$

en que $\frac{1}{1 - P/P_{cr}}$ es el factor de amplificación

Doble curvatura: Para miembros con momentos iguales y opuestos

$$y = y_0 \frac{1}{1 - \frac{P}{A P_{cr}}} \quad (8)$$

(8) Se puede escribir

$$M_{max} = M_0 \frac{C_m}{1 - P/P_{cr}} \quad (9)$$

en que $C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_2}{M_1}$

(10) solo para miembros contraventados

$M_0 = M_1$; $M_1/M_2 > 0$ si curvatura simple $C_m = 1$ si $M_1 = M_2$
 $M_1/M_2 < 0$ si curvatura doble en miembros no contraventados

con los efectos de esbeltez

D.F.

A.C.I.

Secc. 1.3.2.3

Extremos restringidos lateralmente: Si la rigidez lateral de los miembros, muros u otros elementos que proporcionen rigidez lateral no es menor al 85% de la rigidez total del entrepiso. Además, la rigidez lateral de cada miembro horizontal o las que llega a cubrir, no debe ser menor que 10 veces la rigidez de un trípode del marco a que pertenece la columna en estudio.

También, puede considerarse que la col. tiene extremos restringidos lateralmente, cuando la deformación lateral del entrepiso, dividida entre la diferencia de elevaciones correspondientes, no sea mayor que 10 veces la relación entre la fuerza cortante de un trípode y la Σ de las cargas muertas y vivas nominales acumuladas desde el ordeno superior del edificio hasta el entrepiso considerada.

Miembros en que puede desprejiciarse el efecto de la esbeltez

Secc. 1.3.2.6

En miembros con extremos restringidos

si: $H'/r \leq 34 - 12 M_1/M_2$

En miembros con extremos no restringidos

si $H'/r \leq 22$

M_1/M_2 y $M_1/M_2 > 0$ si el miembro se flexiona en estructura simple y $M_1/M_2 \leq 0$ si el miembro se flexiona en estructura doble

Secc. 1.3.2.f

En miembros en que $H'/r > 100$ se hará un análisis de 2º orden

Se deberá incluir la excentricidad accidental

$0.05h > 2 \text{ cm}$

h es la dimensión de la columna en el sentido que se analiza. Secc. 2.13.2

Secc. 10.11.4.1

$kL_u/r \leq 34 - 12 M_1/M_2$

Secc. 10.11.4.2

$kL_u/r \leq 22$

igual.

igual Secc. 10.11.4.3

Excentricidad mínima

Secc. 10.11.5.4

Si no hay momento en ambos extremos o si los excentricidades son menores que $(0.6 + 0.03h) M_2$ en la Ec. 10.6 se basará en una excentricidad mínima $(0.6 + 0.03h)$ respecto a cada eje por separado

a) Si $e \leq 0.6 + 0.03h$ se utilizarán los momentos calculados para evaluar M_1/M_2

b) Si no hay excentricidad $M_1/M_2 = 1$

Momentos de Diseño

1.- Miembros con extremos restringidos lateralmente

$$M_c = F_a M_2 \quad (1.1)$$

$$F_a = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_c}} \geq 1.0 \quad (1.2)$$

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \quad (1.3)$$

$$P_c = \frac{F_c \pi^2 EI}{(H')^2} \quad (1.4)$$

$$EI = 0.4 \frac{E_c I_g}{1 + u} \quad (1.5)$$

en que $E = 10000 \sqrt{f'_c}$

$$u = \frac{\text{Momento de carga muerta}}{\text{Momento de carga total}}$$

$$M_c = \delta M_2 \quad (10.6)$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_c}} \quad (10.7)$$

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \quad (10.11)$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kL_u)^2} \quad (10.8)$$

$$EI = \frac{E_c I_g / 5 + E_s I_{se}}{1 + \beta_d} \quad (10.9)$$

$$EI = 0.4 \frac{E_c I_g}{1 + \beta_d} \quad (10.10)$$

en que $E = 15000 \sqrt{f'_c}$

$$\beta_d = \frac{\text{Momento de carga muerta}}{\text{Momento de carga total}}$$

2.- Miembros no restringidos lateralmente

El momento de diseño para cada columna se calculará con la Ec. 1.1 usando el mayor de los F_a siguientes:

1.- El que se obtenga con la Ec. 1.6 para el entrepiso completo, suponiendo que todas las columnas están cargadas y que sus extremos son restringidos lateralmente.

$$F_a = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_c}} \geq 1.0 \quad (1.6)$$

Los sumas se refieren a todos los columnas del entrepiso.

2.- El obtenido como si la columna tuviera sus extremos restringidos.

Básicamente lo mismo. Secc. 10.11.6

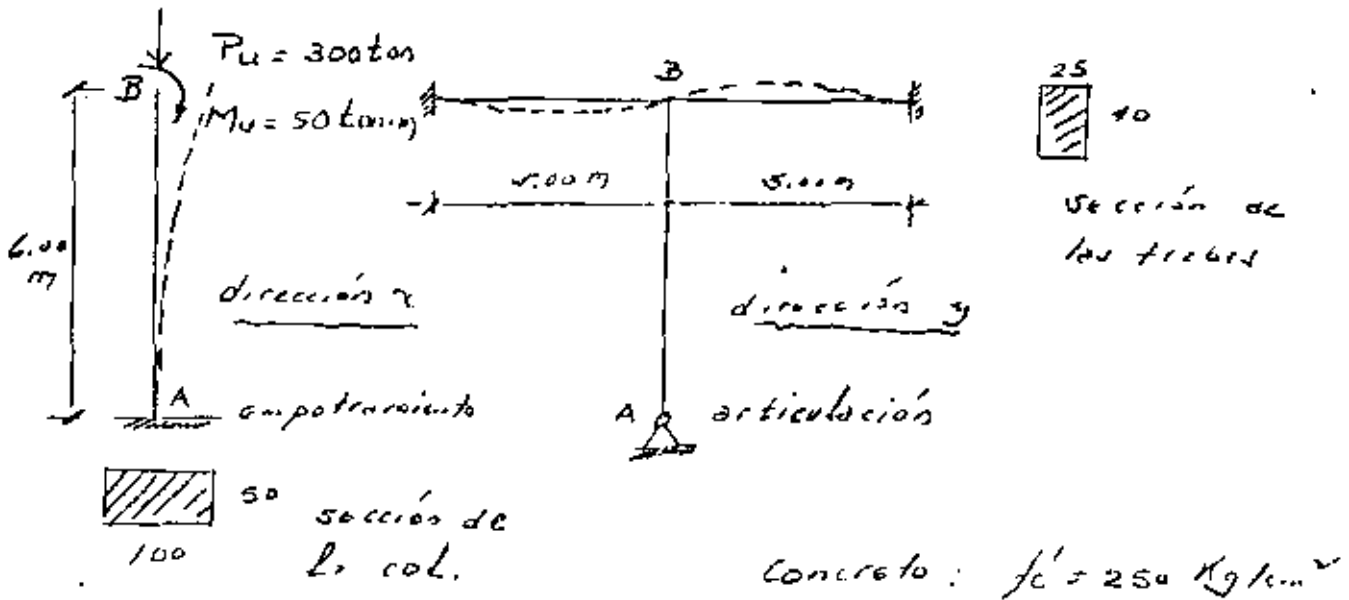
Secc. 10.11.6.4 Amplificador del momento δ para flexión biaxial.

Para miembros en compresión sujetos a flexión respecto a ambos ejes principales, s.e. amplificará el momento mediante δ respecto a cada eje, calculado para las condiciones correspondientes de restricción respecto a ese eje.



Ejemplo de valoración de los efectos de esbeltez

-1-



De conformidad con el Reglamento del D.F., los efectos de esbeltez se traducen en un incremento en los momentos aplicados. Dicho incremento se calcula mediante el factor de amplificación F_2 .

El momento amplificado vale $M = F_2 M_2$ (Ec. 1.1)
 en que

$$F_2 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_c}} \geq 1.0 \quad (\text{Ec. 1.2})$$

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \quad (\text{Ec. 1.3})$$

$$P_c = \frac{F_2 \pi^2 EI}{(H')^2} \quad (\text{Ec. 1.4})$$

$$EI = \frac{0.4 E_c I_g}{(1+u)} \quad (\text{Ec. 1.5})$$

en que $E = 10000 \sqrt{f_c'}$

$$u = \frac{\text{Momento de carga muerta}}{\text{Momento de carga total}}$$

$$F_2 = 0.85$$

Efectos de esbeltez en la dirección x

$C_m = 1$ para miembros no restringidos lateralmente
 Si se supone que el 50% de la carga total corresponde a la

carga muerta, $u = 0.5$

- 2 -

$$E_c = 10000 \sqrt{250} = 158,113 \text{ Kg/cm}^2$$

$$I_g = \frac{50 \times 100^3}{12} = 416,667 \text{ cm}^4$$

$$\bar{E} I_g = 6.59 (10^8) \text{ Kg.cm}^2$$

$$\bar{E} I = \frac{0.4 (6.59) 10^8}{1.5} = 1.757 (10^8) \text{ Kg.cm}^2$$

En la fórmula de Euler aparece el término H' que representa la longitud efectiva de pandeo de la columna. El valor de K se obtiene de los nomogramas de la Fig. 11, página 131 de las Normas Técnicas, Publicación 401 del Instituto de Ingeniería. A partir de los valores φ_A y φ_B que representan las restricciones al giro en los dos extremos de la columna.

$$\varphi = \frac{\sum \frac{EI}{L} \text{ columnas}}{\sum \frac{EI}{L} \text{ traveses}}$$

En la dirección x , por el ejemplo:

$$\varphi_A = 0 \quad ; \quad \varphi_B = \infty \quad \therefore K = 2 \quad \text{y} \quad H' = KH = 2(600) = 1200$$

$$H'/r = 1200/0.35 = 1200/0.3(100) = 4000 \text{ sí se toma en cuenta el radio de giro}$$

$$\therefore P_c = \frac{0.85(\pi^2) 1.757 (10^8)}{(1200)^2} = 1023788 \text{ Kg} = 1024 \text{ ton}$$

$$F_a = \frac{1}{1 - \frac{300}{1024}} = 1.414$$

$$M_x \text{ diseño} = 1.414 (50) = \underline{\underline{70.71 \text{ ton.m}}}$$

Efecto de esbaldos en la dirección y

Como en esta dirección no existen momentos, se calcula uno producido por la excentricidad accidental que se indica en la Secc. 2.1.3 de las Normas Técnicas.

$$0.05 h > 2 \text{ cm}$$

$$0.05 (50) = 2.5 \text{ cm} > 2 \text{ cm}$$

$$M = 300 (0.025) = 7.5 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

$$I_g = \frac{100 (50^3)}{12} = 1,042,000 \text{ cm}^4$$

$$EI = \frac{0.4 (158113) 1,042 (10^6)}{110.5} = 4.393 (10^{10})$$

Cálculo de H'

$$\psi_0 = \infty \text{ (articulación en la base)}$$

$$\psi_A = \frac{\frac{1,042 (10^6)}{600}}{\frac{2 (193,000)}{500}} = 3.3$$

$$I_{\text{columna}} = \frac{25 (40^3)}{12} = 193,000 \text{ cm}^4$$

Del nomograma (a) para miembros restringidos contra desplazamiento lateral, se obtiene $K = 0.99$

Verifíquese si es necesaria tomar en cuenta la esbeltez

$$H' = KH = 0.99 (600) = 564 \text{ cm}; \quad H'/r = H' / 0.3h = 564 / 0.3(50) = 37.6$$

$$\text{Para miembros restringidos } 34 - 12 \frac{M_1}{M_2} = 34 - 12 = 22 < 37.6$$

Se debe tomarse en cuenta la esbeltez

La relación de momentos M_1/M_2 en los extremos de la columna, varía pues depende de la excentricidad accidental que se considere constante en ambos extremos.

$$P_c = \frac{0.85 (F_c^2) 4.393 (10^{10})}{(564)^2} = 1158568 \text{ Kg} = 1158 \text{ Ton}$$

$$\text{El factor de amplificación } F_2 = \frac{1}{1 - \frac{300}{1158}} = 1.34$$

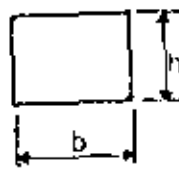
$$\therefore M_{uy} = 1.34 (7.5) = 10.05 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

El diseño de la columna se hará para:

$$P_{uc} = 300 \text{ ton}$$

$$M_{ux} = 70.71 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

$$M_{uy} = 10.05 \text{ "}$$



$r = 0.3b$



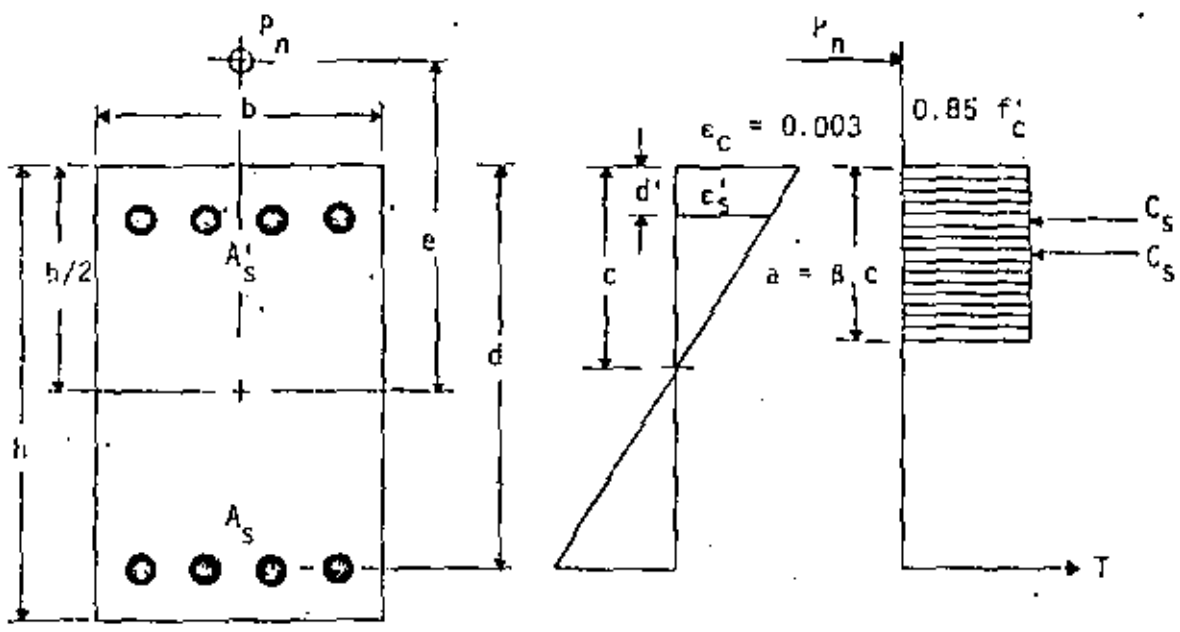
$r = 0.25 \text{ dia.}$



$r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}}$

(4)

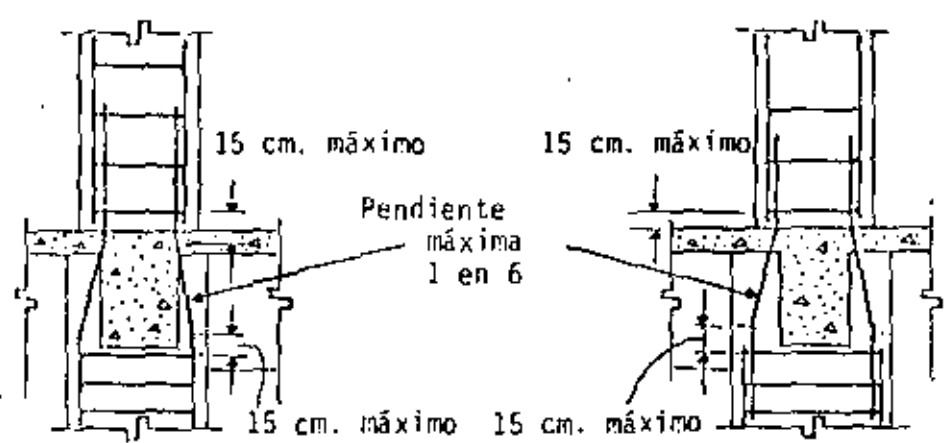
RADIO DE GIRO (r)



(5)

- $\epsilon_s < \epsilon_y$ (controla la compresión)
- $\epsilon_s = \epsilon_y$ (condición balanceada)
- $\epsilon_s > \epsilon_y$ (controla la tensión)

RELACIONES ESFUERZO DEFORMACION PARA LA COMBINACION DE FLEXION Y CARGA AXIAL.



(6)

Defasado menos de 7.5 cm.

Defasado 7.5 cm. o más.

DEFASAMIENTOS EN EL REFUERZO DE LA COLUMNA

DISEÑO DE UNA COLUMNA RECTANGULAR CON LOS DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN

Ejemplo: Diseñese una columna rectangular con las características siguientes:

Concreto $f'_c = 250 \text{ Kg/cm}^2$

Acero de refuerzo $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

Carga axial de diseño $P_u = 160 \text{ ton}$

Momentos de diseño $M_{ux} = 13 \text{ ton}\cdot\text{m}$

$M_{uy} = 14 \text{ "}$

Estos valores de cargas y momentos corresponden a los efectos de cargas gravitacionales, por lo que la carga P_u y los momentos, son los correspondientes de trabajo afectados del factor 1.4

a) Esfuerzos de diseño

$$f_c^* = 0.8 f'_c = 0.8 (250) = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 0.85 (200) = 170 \text{ "}$$

b) Datos de diseño supuestos

Supóngase una columna de $30 \times 50 \text{ cm}$; $d/t = 0.9$

$$b/t = 0.6$$

De conformidad con el Reglamento (Secc 1.5 de las Normas Técnicas) se deben deducir 2 cm. a cada lado de la columna

c) Parámetros de cálculo

$$K = \frac{P_u}{b' t' f_c''} = \frac{160 (10^2)}{28 (48) 170} = 0.700$$

$$R_x = \frac{M_{ux}}{b' (t')^2 f_c''} = \frac{13 (10^5)}{28 (48^2) 170} = 0.119$$

$$R_y = \frac{M_{uy}}{(b')^2 t f_c''} = \frac{14 (10^5)}{28^2 (48) 170} = 0.218$$

d) Uso de los diagramas de interacción

Se utilizan los gráficos para sección cuadrada y acero repartido uniformemente.

Para $K_x = 0.7$; $R_y = 0.218$, en la figura 26 de los diagramas de interacción, $\eta = 0.9$ para $R_x/R_y = 1$

Para $K_x = 0.7$; $R_y = 0.218$, en la figura 22, $\eta = 0.61$ con $R_x/R_y = 0.15$

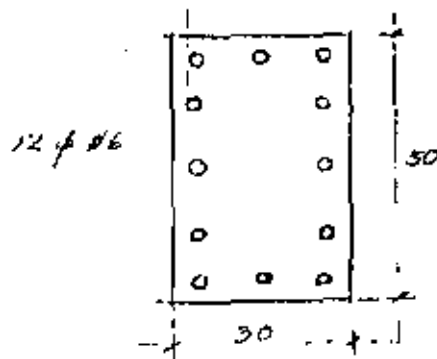
En el problema que se analiza $R_x/R_y = \frac{0.119}{0.218} = 0.547$
 Por consiguiente, interpolando

$$\eta = 0.61 + \frac{0.047}{0.15} (0.9 - 0.61) = 0.637$$

$$\text{Como } \eta = p \frac{f_y}{f_c''}; \quad p = \eta f_c'' / f_y = 0.637 (170 / 4200) = 0.026$$

$$p = 2.6\% ; A_s = p b t$$

$$A_s = 0.026 (28) 48 = 34.67 \text{ cm}^2 \rightarrow 12 \# 6$$



Revisar la columna para las condiciones 2 y 3 como sigue:

Cond 2
 $P_u = 125 \text{ ton}$
 $M_{ux} = 7 \text{ ton-m}$
 $M_{uy} = 28 \text{ ton-m}$

Cond 3
 $P_u = 125 \text{ ton}$
 $M_{ux} = 15 \text{ ton-m}$
 $M_{uy} = 12 \text{ ton-m}$



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO

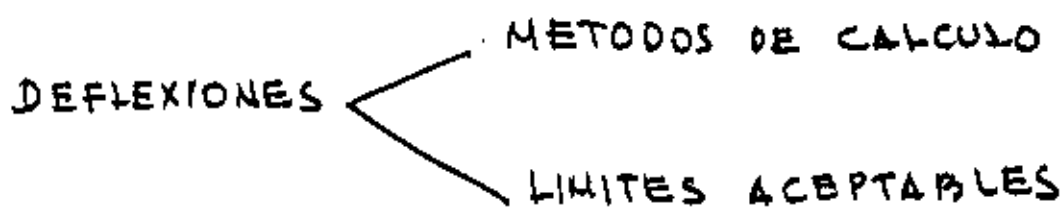
DEFLEXIONES BAJO CARGAS DE SERVICIO

ING. EDUARDO GUZMAN ESCUDERO.

OCTUBRE DE 1979.



DEFLEXIONES BAJO CARGAS DE SERVICIO



MÉTODOS DE CÁLCULO

Factores principales:

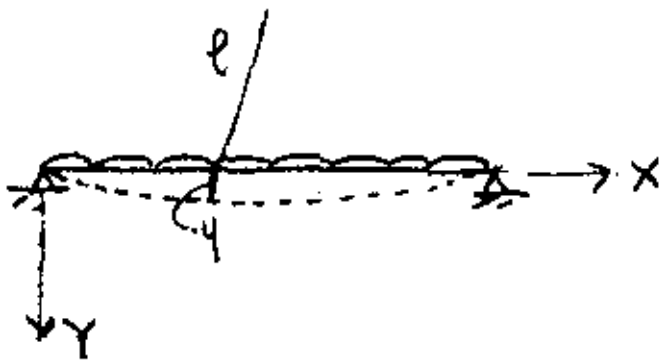
- 1.- Comportamiento del concreto a través del tiempo
- 2.- Historia de carga del miembro
- 3.- Condiciones de humedad y temperatura
- 4.- Interacción del elemento con otros elementos de la estructura.
- 5.- Distribución aleatoria de grietas a lo largo del elemento.
- 6.- Cambios en la distribución del refuerzo de una sección a otra.

LÍMITES ACEPTABLES

Factores principales:

- 1.- Evitar daños a otros elementos estructurales o no estructurales y
- 2.- Sensación de inseguridad al usuario

MATERIALES LINEALES

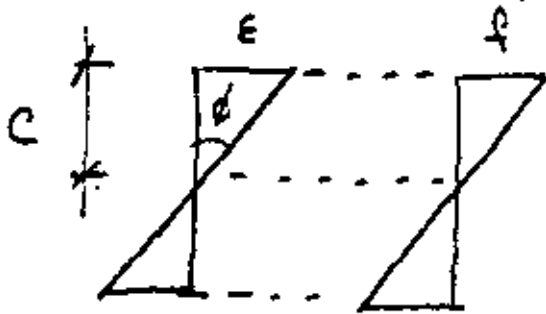
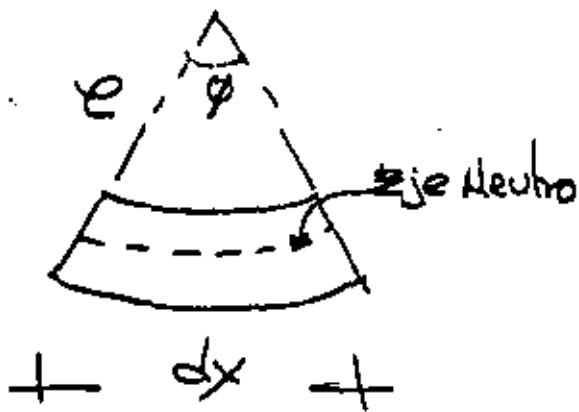


$$\rho = \frac{1}{\phi} = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

En vigas:

$$\phi = \frac{d^2y}{dx^2}$$

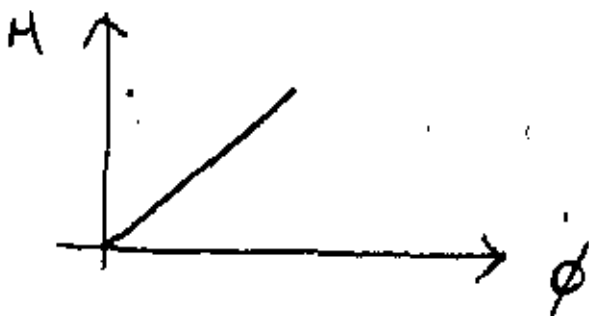
$$\therefore y = \iint \phi dx^2$$



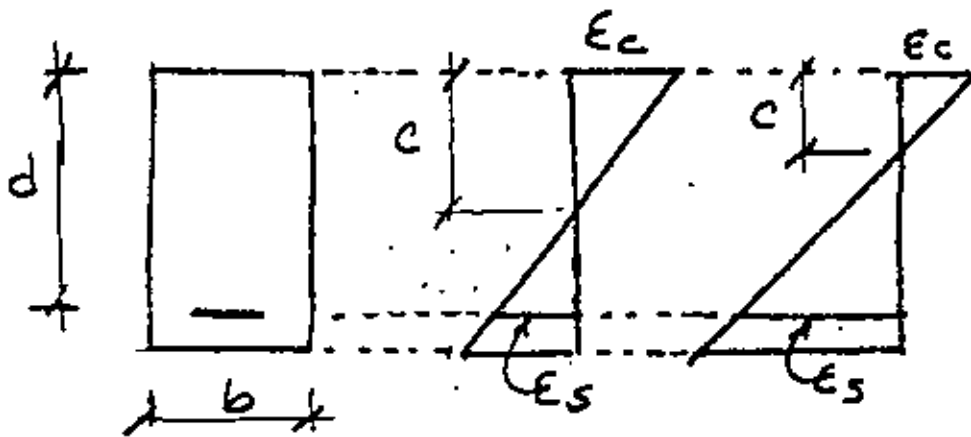
$$\phi = \frac{\epsilon}{c} ; \quad \epsilon = \frac{f}{E}$$

$$\phi = \frac{f}{E c} ; \quad f = \frac{H}{I} c$$

$$\phi = \frac{H}{E I} \therefore y = \iint \frac{H}{E I} dx^2$$

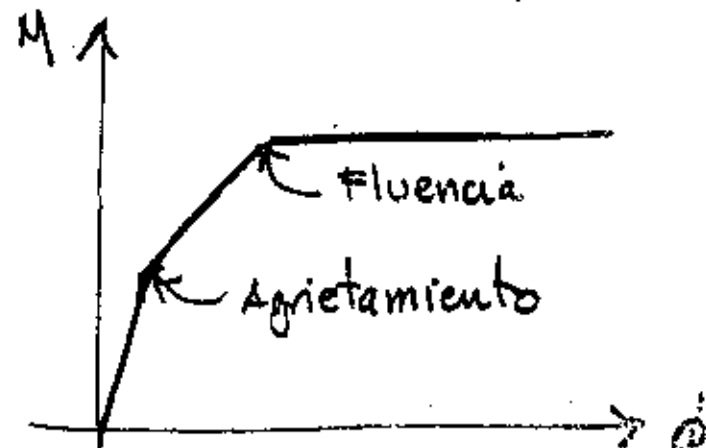
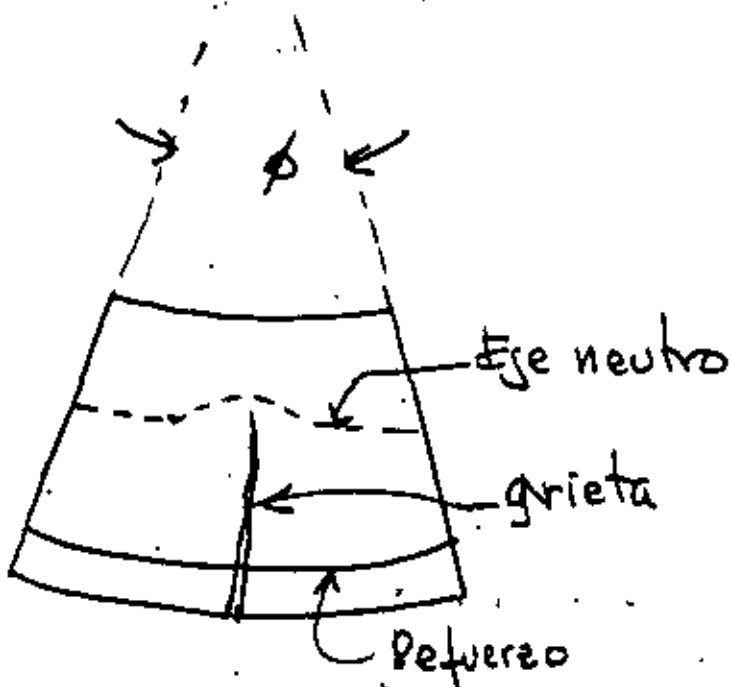


EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO

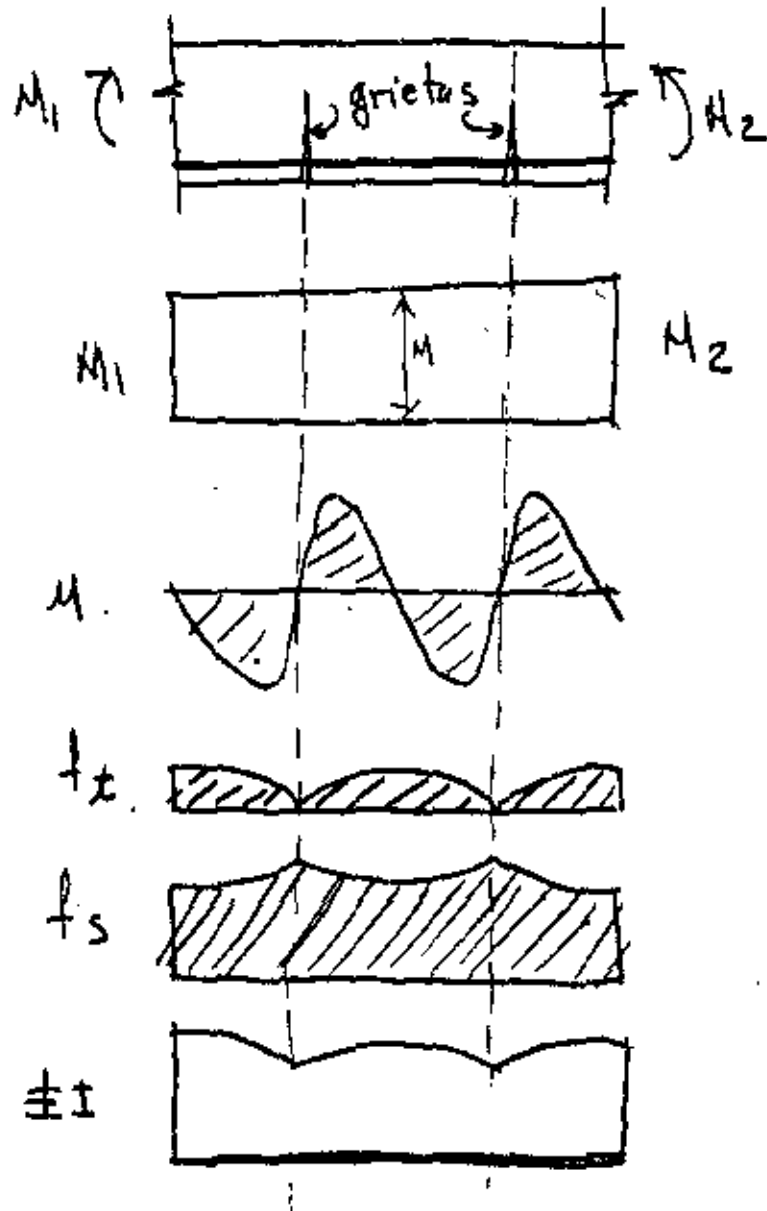


$$\phi = \frac{\epsilon_c}{c}$$

$$\phi = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d}$$

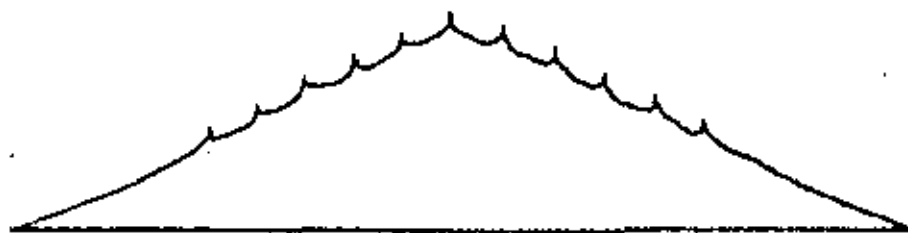
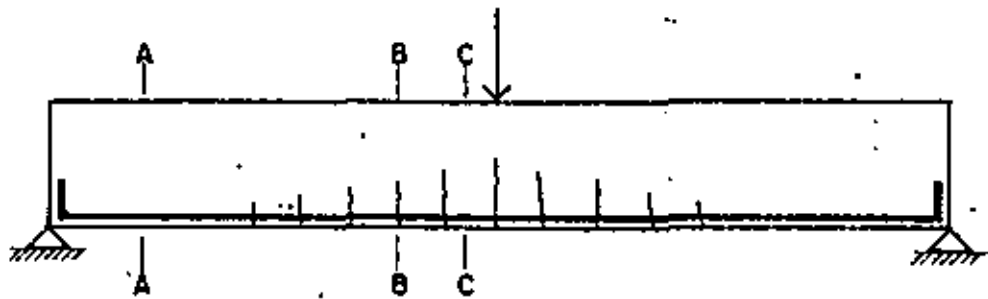
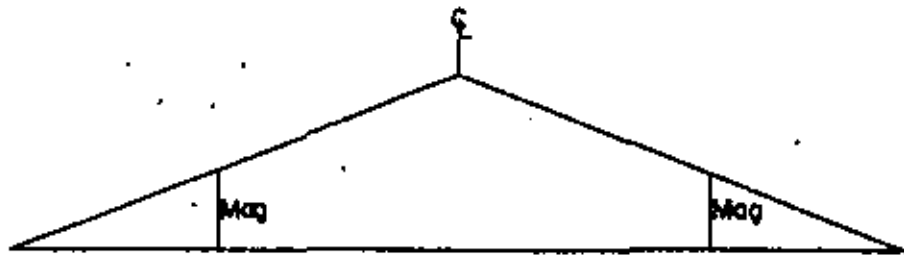
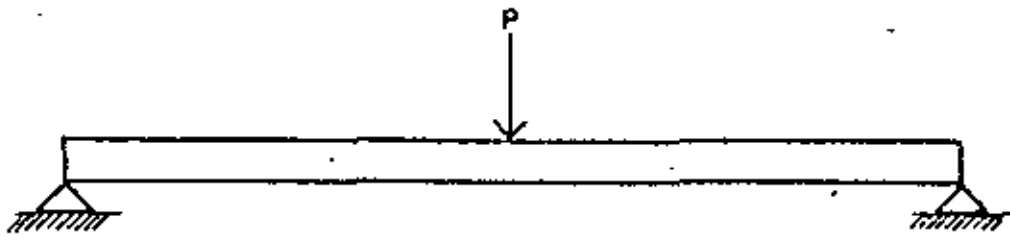


EFECTO DEL AGRIETAMIENTO EN LA RIGIDEZ

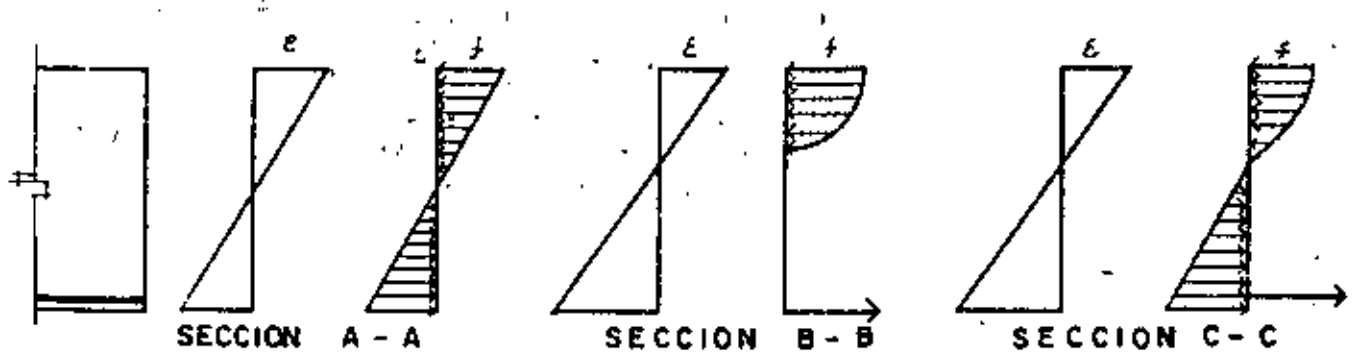


DISTRIBUCIONES DE AGRIETAMIENTO, DEFORMACIONES UNITARIAS Y ESFUERZO DE UNA VIGA BAJO CARGA DE SERVICIO

5/19



DISTRIBUCION DE CURVATURAS EN LA VIGA



DEFORMACIONES A CORTO PLAZO

VARIABLES PRINCIPALES

- 1.- Resistencia a tensión del concreto
- 2.- Módulo de elasticidad del concreto
- 3.- Porcentaje de refuerzo de tensión
- 4.- Agrietamiento del elemento.

1er METODO DE YU Y WINTER

$$y = \iint \frac{M}{E_c I} dx^2$$

E_c = Módulo de Elasticidad del concreto

I = Momento de Inercia de la sección Agrietada y Transformada; (en vigas libremente apoyadas se usa el valor del momento de inercia de la sección en el centro del claro; en vigas continuas se usa el promedio de los momentos de inercia en las zonas de momento positivo y negativo).

2º METODO DE YU - WINTER

La deflexión calculada por el primer método se multiplica por el factor:

$$\left[1 - b' \frac{M_1}{M_{\text{máx}}} \right]$$

donde:

b' = Ancho del alma en la zona de tensión.

$M_{\text{máx}}$ = Momento máximo bajo carga de servicio.

$$M_1 = 0.04 \left(\frac{I}{c} \right)^{2/3} h (h - k_d)$$

h = peralte total.

k_d = profundidad del eje neutro.

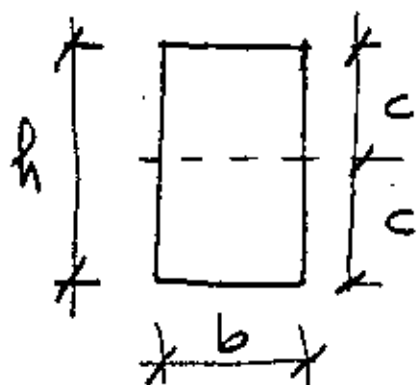
METODO DEL REGLAMENTO ACI-77 (Branson)

$$y = \iint \frac{M}{E_c I_{ef}}$$

$$I_{ef} = \left(\frac{M_{agr}}{M_{m\acute{a}x}} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{agr}}{M_{m\acute{a}x}} \right)^3 \right] I_{agr} \leq I_g$$

I_{ef} = Momento de inercia efectivo

M_{agr} = Momento de agrietamiento de la secci3n homog3nea de concreto, calculado con la f3rmula de la es-cuadr3a y suponiendo que el m3dulo de rotura es $2\sqrt{f'_c}$



$$M_{agr} = \frac{f_t I_g}{c}$$

$$f_t = 2\sqrt{f'_c}$$

I_g = Momento de inercia de la secci3n completa (sin con-siderar el refuerzo)

I_{agr} = Momento de inercia de la secci3n agrietada y tran-sformada.

Para vigas continuas se usa el promedio de los momentos de inercia efectivos en las secciones de momento positivo y negativo m3ximos.

$$y = \int \int \frac{M}{E_c I} dx^2$$

$$E_c = 10000 \sqrt{f'_c} \quad (\text{Art. 1.4.1})$$

I = Momento de Inercia de la sección transformada agrietada.

n claros continuos:

$$I = \frac{I_1 + I_2 + 2I_3}{4}$$

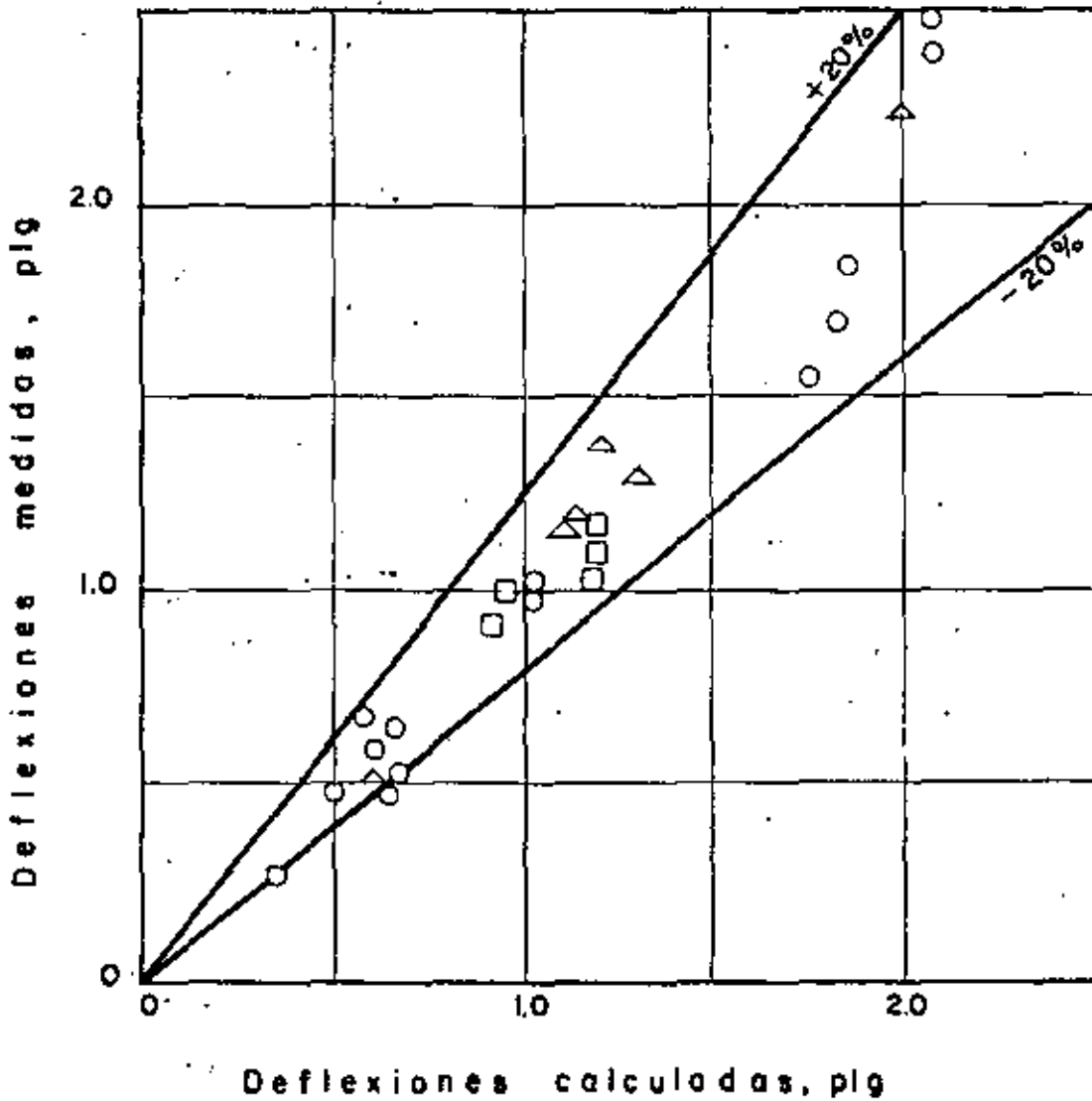
I_1 e I_2 son los momentos de inercia de las secciones extremas del claro.

I_3 es el momento de inercia en el centro del claro.

○ VIGAS RECTANGULARES SIMPLEMENTE APOYADAS

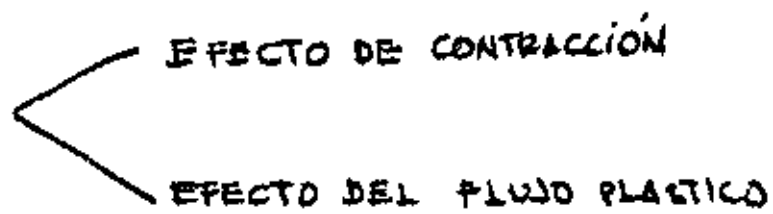
△ VIGAS T SIMPLEMENTE APOYADAS

□ DOS VIGAS RECTANGULARES CONTINUAS DE DOS CLAROS
l pig = 25.4 mm



DEFLEXIONES INMEDIATAS CALCULADAS
POR EL METODO DEL ACI 318-71

DEFLEXIONES
A LARGO PLAZO



12 / 19

CONTRACCION

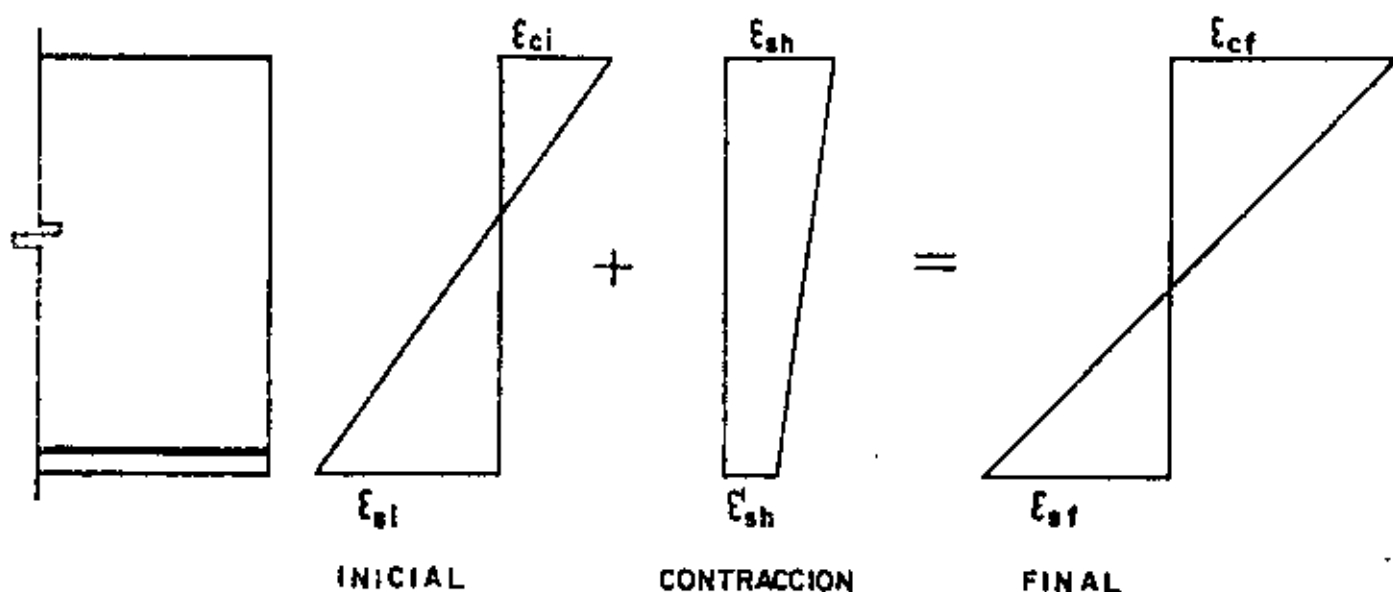
Variables principales:

- 1.- Relación entre porcentajes de refuerzo de tensión y compresión.
- 2.- Variables que determinan la contracción del concreto simple.

FLUJO PLASTICO

- 1.- El porcentaje de refuerzo de compresión
- 2.- variables que determinan el flujo plástico del concreto simple.

EFFECTO DE LA CONTRACCION EN UNA VIGA
CON REFUERZO DE TENSION



Brauson propone las siguientes expresiones empíricas para estimar la curvatura por contracción en elementos de sección rectangular doblemente armados:

para $p - p' < 0.03$

$$\phi_{sh} = 0.7 \frac{\epsilon_{sh}}{h} [100(p - p')]^{1/3} \left(\frac{p - p'}{p}\right)^{1/2}$$

para $p - p' > 0.03$

$$\phi_{sh} = \frac{\epsilon_{sh}}{h}$$

donde:

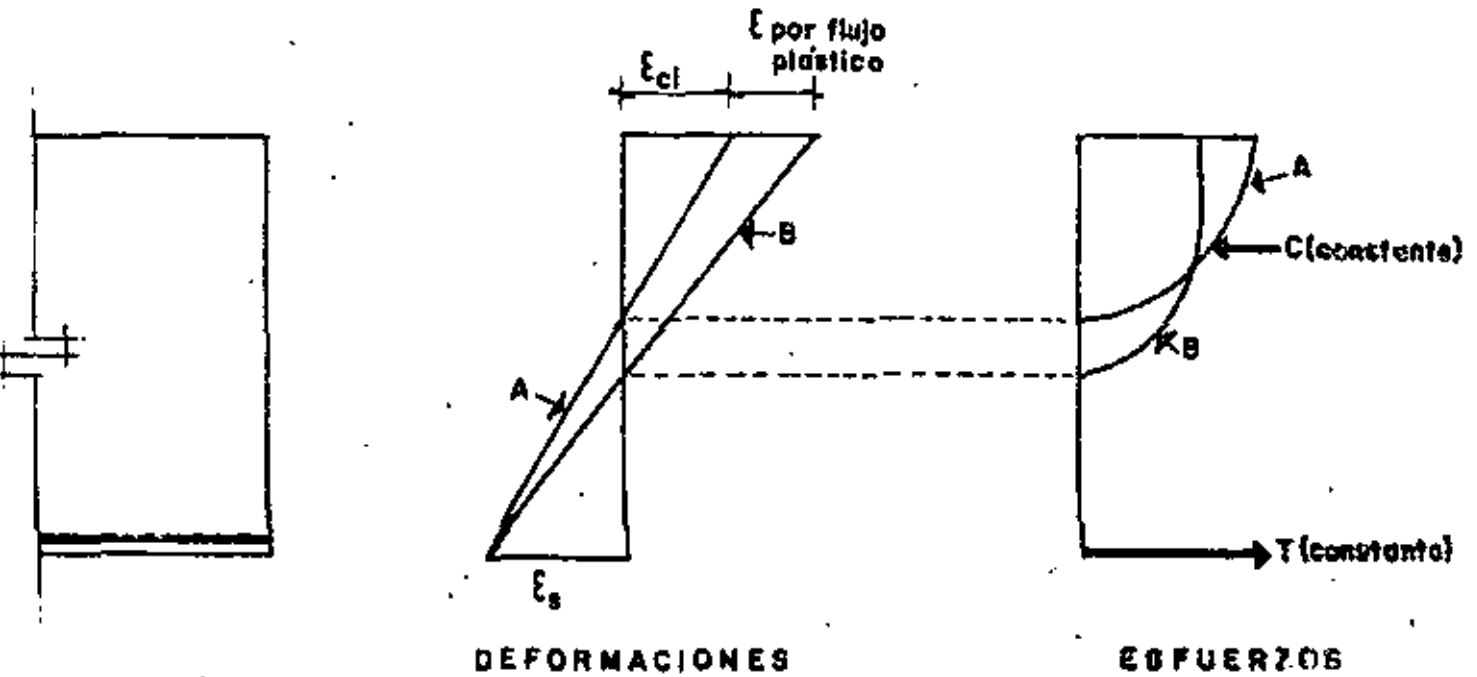
ϕ_{sh} = curvatura por contracción

ϵ_{sh} = Deformación unitaria por contracción no restringida

h = peralte total

$$p = \frac{A_s}{bd} ; p' = \frac{A'_s}{bd}$$

EFFECTO DEL FLUJO PLASTICO EN UNA VIGA CON REFUERZO DE TENSION



$$\phi_{cp} = k_r C_t \phi_i$$

donde:

ϕ_{cp} = curvatura por flujo plástico.

k_r = factor que está en función de las profundidades inmediata y a largo plazo del eje neutro.

ϕ_i = curvatura inmediata.

1er METODO DE YU-WINTER

El efecto del tiempo se toma en cuenta empleando un módulo de elasticidad modificado, que está en función de la duración de la carga y de la edad del concreto al aplicar la carga.

TABLA 9.1

MÓDULOS DE ELASTICIDAD MODIFICADOS ^{9.1}

f _c (kg/cm ²)		140			175			210			280			350		
		7	14	28	7	14	28	7	14	28	7	14	28	7	14	28
Duración de la carga	30 días	0.55	0.66	0.70	0.58	0.71	0.86	0.60	0.75	0.91	0.63	0.79	0.97	0.66	0.83	1.04
	90 días	0.41	0.51	0.63	0.43	0.54	0.67	0.45	0.56	0.70	0.46	0.58	0.73	0.47	0.61	0.77
	1 año	0.28	0.36	0.44	0.29	0.37	0.47	0.30	0.38	0.49	0.30	0.39	0.50	0.31	0.40	0.51
	3 años	0.23	0.29	0.37	0.24	0.30	0.38	0.24	0.31	0.39	0.24	0.31	0.40	0.25	0.32	0.42
	5 años o más	0.22	0.28	0.35	0.22	0.29	0.37	0.23	0.29	0.38	0.23	0.30	0.39	0.24	0.31	0.40

Los módulos modificados son iguales a los módulos instantáneos multiplicados por los factores de esta tabla.

E_{ct} = módulo de elasticidad reducido

$$E_{ct} = \frac{E_c}{1 + C_t}$$

I = momento de inercia de la sección transformada y agrietada; calculado con la relación modular:

$$n = \frac{E_s}{E_{ct}}$$

2º METODO DE YO-WINTER

Considera fundamentalmente el porcentaje de refuerzo en compresión y la duración de la carga.

$$\Delta z = \Delta i \neq$$

$$\Delta z = \Delta i + \Delta d$$

TABLA 9.2

DEFLEXIONES TOTALES DE LARGA DURACION ^{1,2}

Duración de la carga	F			Duración de la carga	F		
	A' = 0	A' = $\frac{1}{2}$ A _c	A' = A _c		A' = 0	A' = $\frac{1}{2}$ A _c	A' = A _c
1 mes	1.58	1.42	1.27	2 años	2.65	2.15	1.80
3 meses	1.95	1.77	1.55	2½ años	2.72	2.16	1.81
6 meses	2.17	1.95	1.69	3 años	2.78	2.18	1.81
9 meses	2.31	2.03	1.73	4 años	2.87	2.20	1.82
1 año	2.42	2.08	1.78	5 años	2.95	2.21	1.82
1½ año	2.51	2.12	1.80				

Las deflexiones de larga duración son iguales a las deflexiones instantáneas multiplicadas por los factores F de esta Tabla. Las deflexiones que se obtienen con estos factores incluyen las deflexiones instantáneas.

Δz = Deflexión total

Δi = Deflexión instantánea

Δd = Deflexión a largo plazo

\neq = factor que depende del porcentaje de refuerzo en compresión y la duración de la carga.

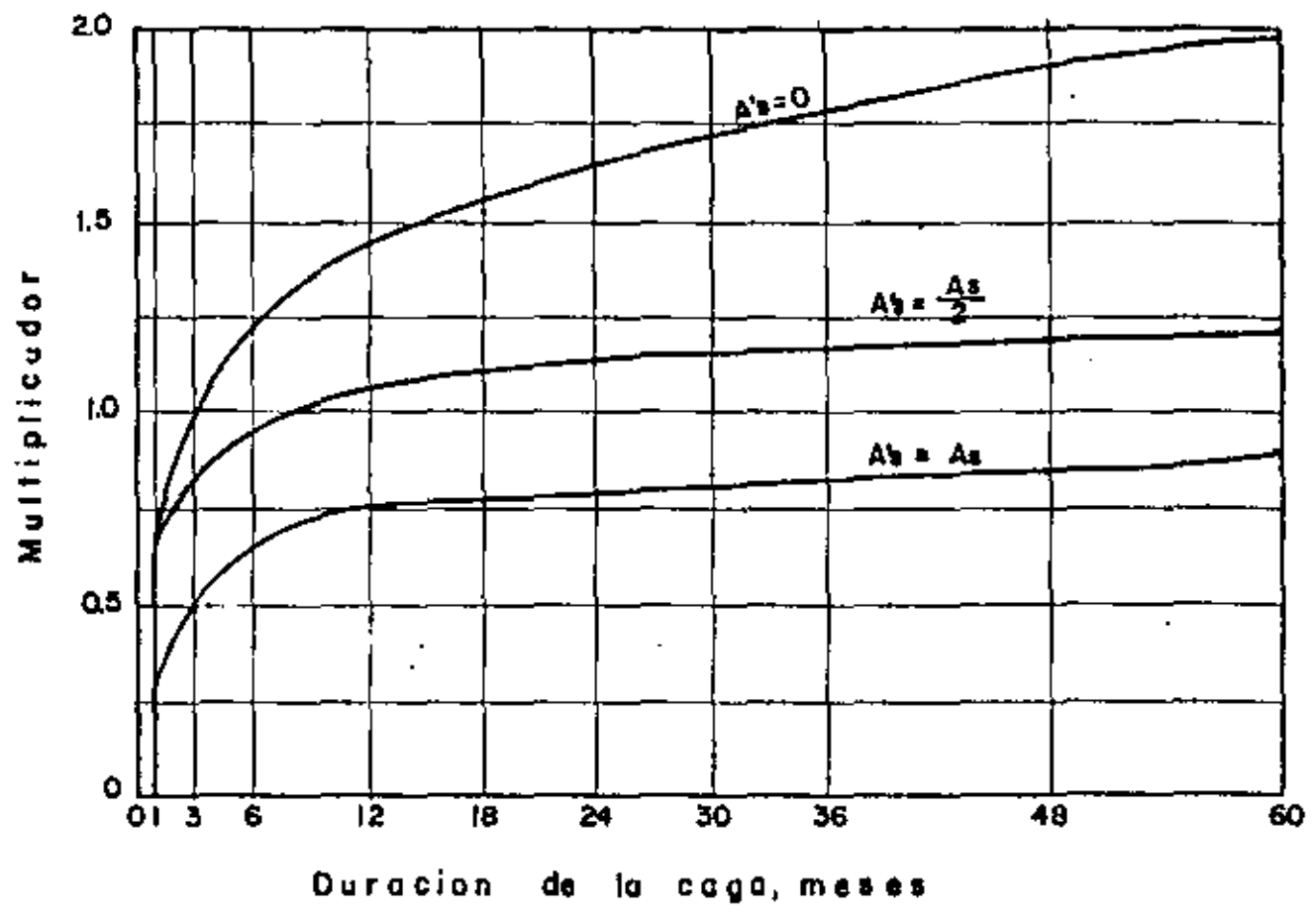
ACI-77 y RDF-76

Se basan en el 2º método de Yu y Winter.
 Las deflexiones adicionales que ocurren a largo plazo se obtienen multiplicando las deflexiones instantáneas para la carga considerada a largo plazo por el factor:

$$\left[2 - 1.2 \left(\frac{A'_s}{A_s} \right) \right] \geq 0.6$$

donde A'_s = Área de acero de compresión

Para elementos continuos se usará un promedio como en el caso de los momentos de inercia.



MULTIPLICADORES PARA LAS DEFLEXIONES
A LARGO PLAZO

DEFLEXIONES MAXIMAS PERMISIBLES CALCULADAS

D. D. F.

Deflexión d Permisible incluyendo efectos a largo plazo

P e r $\Delta_{per.} = \frac{L}{240} + 0.5 \text{ cms.}$

Para miembros cuyas deformaciones afecten elementos no Estructurales

P e r $\Delta_{per.} = \frac{L}{480} + 0.3 \text{ cms.}$

Medidas después de la Colocación de los elementos no Estructurales

P e r

A C I - 77

Tipo de miembro	Deflexión considerada	Limite de la deflexión
Azoteas planas que no soporten ni estén ligadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.	Deflexión instantánea debida a la carga viva, L	$\frac{L}{180}$
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.	Deflexión instantánea debida a la carga viva, L	$\frac{L}{360}$
Sistema de entrepiso o azotea que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.	La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales, y la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas sostenidas, y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional).	$\frac{L}{480}$
Sistema de entrepiso o azotea que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños por grandes deflexiones.		$\frac{L}{240}$

19/19

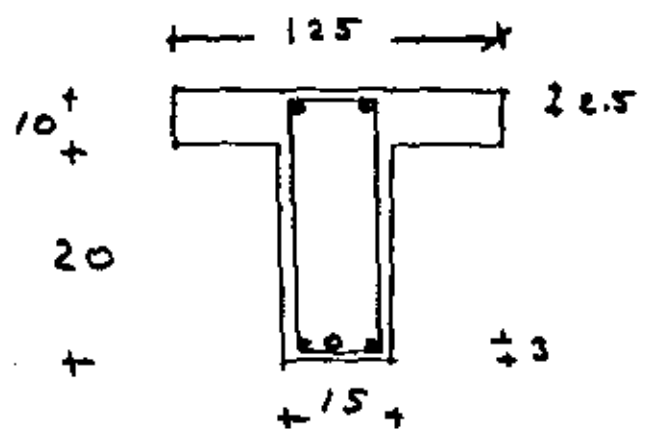
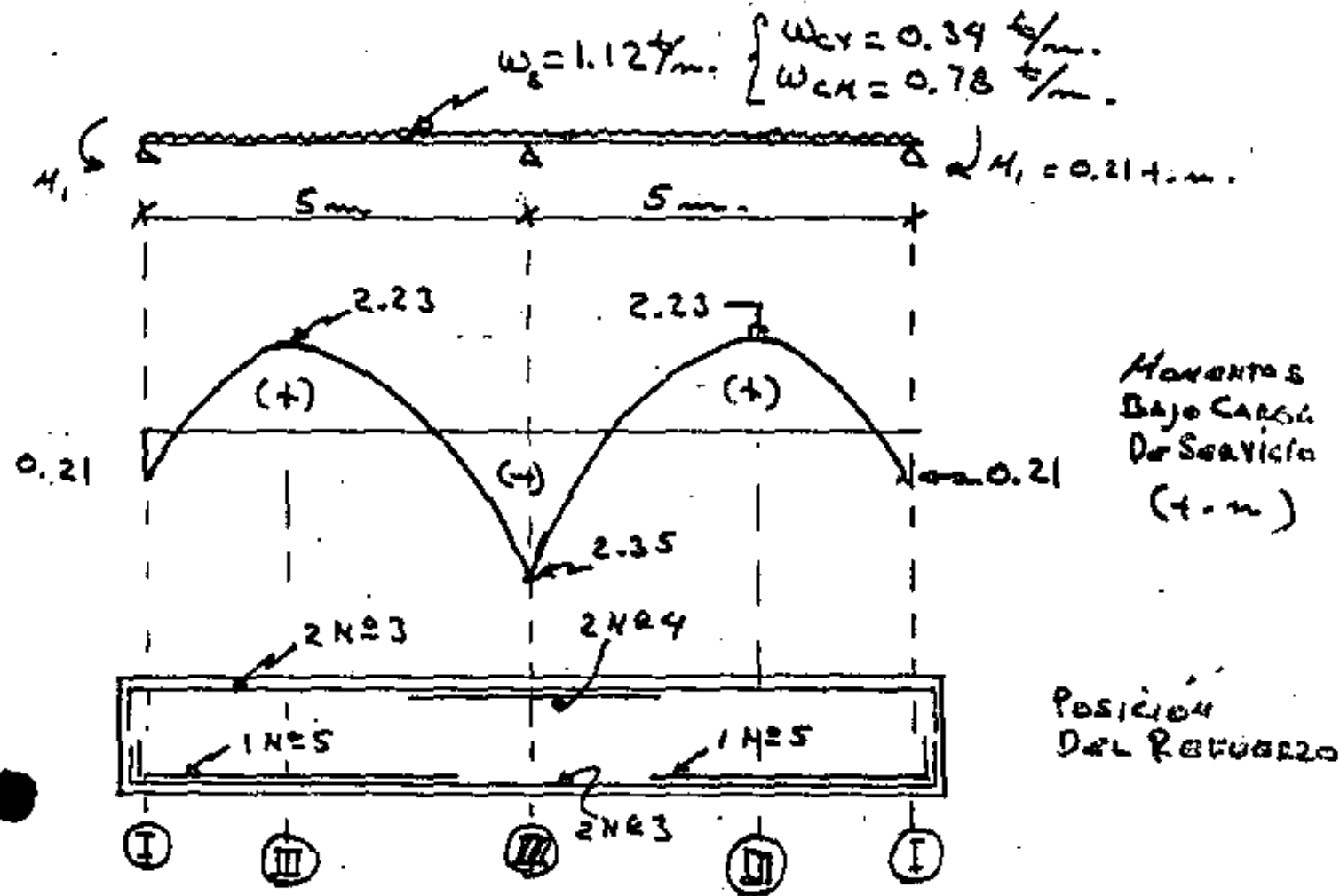
PERALTES MINIMOS DE VIGAS NO PRESFORZADAS O LOSAS EN UNA DIRECCION A MENOS QUE SE - CALCULEN LAS DEFLEXIONES.

PERALTE MINIMO h.

En miembros que no soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse por grandes deflexiones.

	Libremente apoyados	Con un extremo continuo	Ambos extremos	En voladizo
Losas macizas en una dirección.	$\frac{L}{20}$	$\frac{L}{24}$	$\frac{L}{28}$	$\frac{L}{10}$
Vigas o losas nervadas en una dirección	$\frac{L}{16}$	$\frac{L}{18.5}$	$\frac{L}{21}$	$\frac{L}{8}$

CALCULO DE LA DEFLEXION MAXIMA

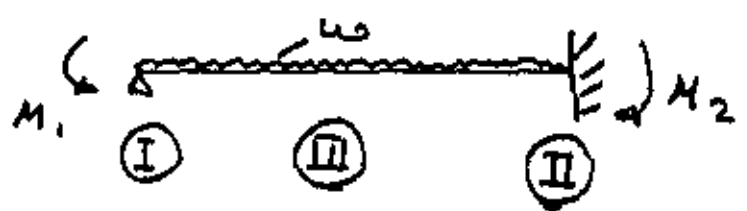


$I_c = 200 \frac{cm^4}{m^2}$

$I_y = 4200 \frac{cm^4}{m^2}$

$w_{cy} = 0.14 \frac{t}{m}$ (PARA EFECTOS DE LARGO PLAZO)

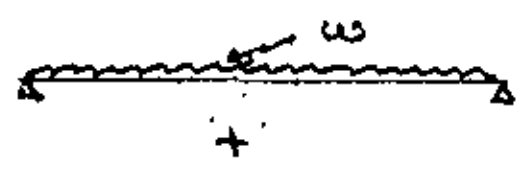
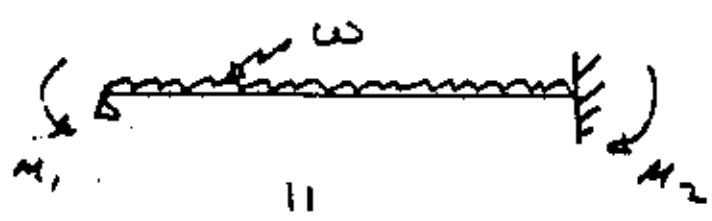
POR SIMETRIA SE ANALIZARA SOLO LA PARTE IZQUIERDA.



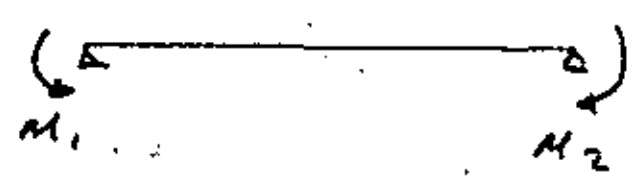
$$I = \frac{I_1 + I_2 + 2I_3}{4}$$

CÁLCULO DE LA DEFLECCIÓN INSTANTÁNEA ($w_{ent} + w_{ey}$)

Puede ser:



$$\Delta = \frac{5}{384} \frac{w l^4}{EI}$$



$$\Delta = \frac{M l^2}{8 EI}$$

Puede tomarse:

$$\Delta = \frac{5}{384} \frac{w l^4}{EI} - \frac{M l^2}{8 EI}$$

$$w = 1.12 \frac{kg}{m} = 11.2 \frac{kg}{cm}$$

$$M = \frac{M_1 + M_2}{2} = \frac{0.21 + 2.35}{2} = 1.28 \text{ t-m} = 1.28 \times 10^5 \text{ kg-cm}$$

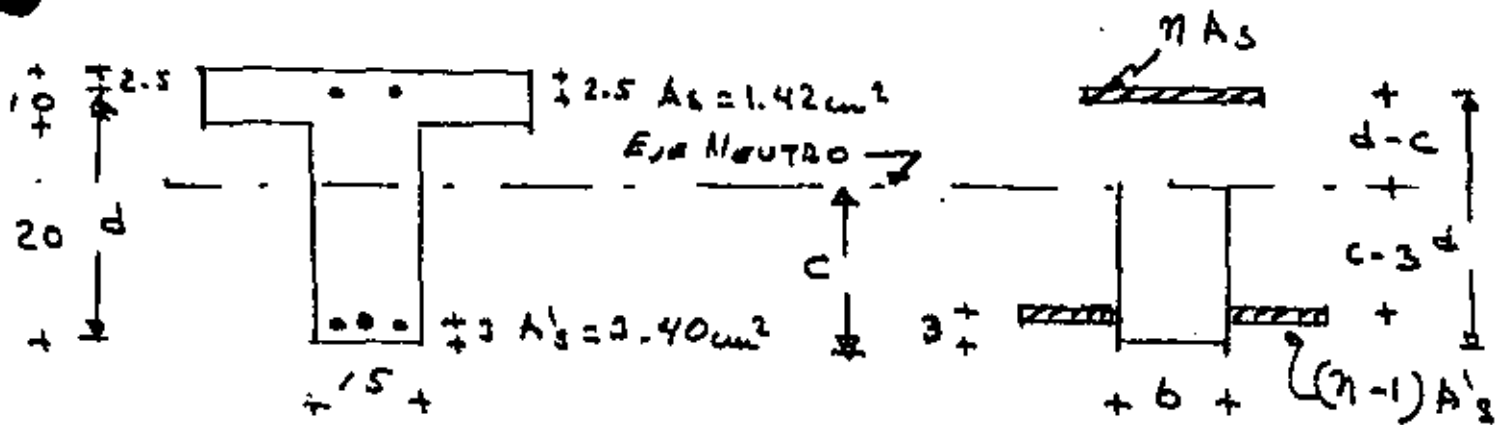
$$l = 5 \times 10^3 \text{ cm}, \quad l^2 = 25 \times 10^6 \text{ cm}^2, \quad l^4 = 625 \times 10^8 \text{ cm}^4$$

$$E = 14.14 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$$

$$I = \frac{I_1 + I_2 + 2I_3}{4} = 2.24 \times 10^4 \text{ cm}^4 \quad \left(\begin{array}{l} \text{Ver Hojas} \\ 3 \text{ y } 4 \end{array} \right)$$

$$\Delta = \frac{5}{384} \frac{11.2 \times 625 \times 10^8}{14.14 \times 10^4 \times 2.24 \times 10^4} - \frac{1.28 \times 10^5 \times 25 \times 10^6}{8 \times 14.14 \times 10^4 \times 2.24 \times 10^4}$$

$$\Delta_s = 2.87 - 1.26 = \underline{1.61 \text{ cm}}$$

CALCULO DE I_x 

Tomando Momentos Respecto Al Eje Neutro

$$\eta A_s (d - c) = b c \frac{c}{2} + (\eta - 1) A'_s (c - 3)$$

$$\eta = \frac{E_s}{E_c}$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad E_c = 10000 \sqrt{f'_c} = 14.14 \times 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\eta = \frac{2 \times 10^6}{14.14 \times 10^4} = 14.14$$

$$\eta A_s = 14.14 \times 1.42 = 20.07 \text{ cm}^2$$

$$d = 27 \text{ cm.} \quad b = 15 \text{ cm.}$$

$$(\eta - 1) A'_s = (14.14 - 1) 3.40 = 44.67 \text{ cm}^2$$

$$20.07 (27 - c) = \frac{15}{2} c^2 + 44.67 (c - 3)$$

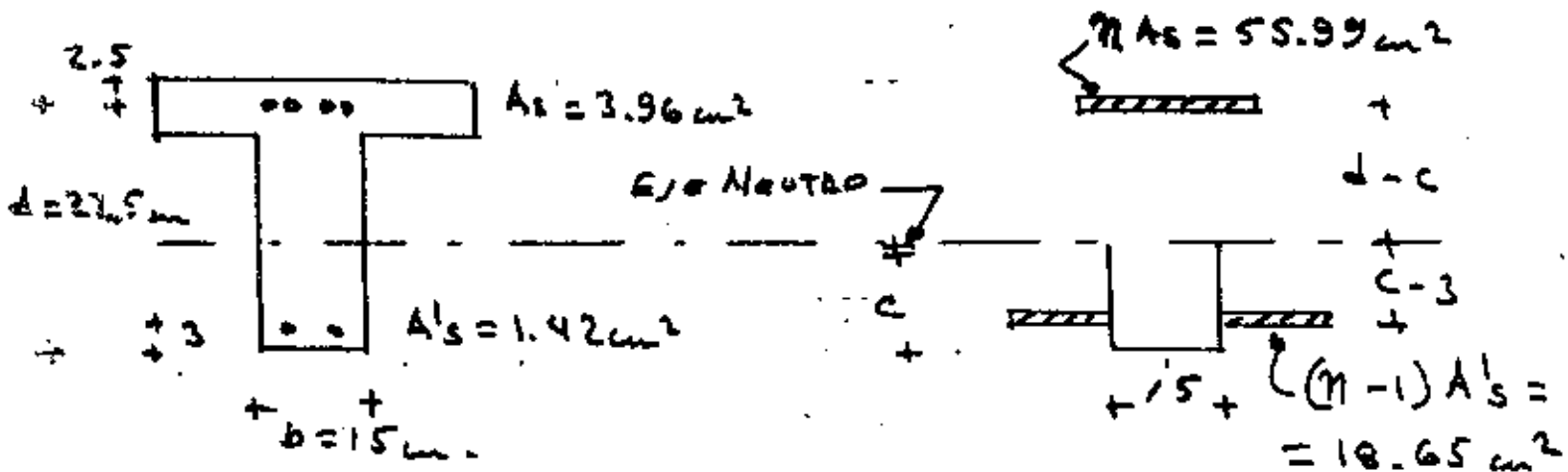
$$c^2 + 8.63 c - 91.46 = 0$$

$$\therefore c = 6.18 \text{ cm.}$$

$$I_x = 20.07 (27 - 6.18)^2 + \frac{15 (6.18)^3}{3} + 44.67 (6.18 - 3)^2 = 10331.65 \text{ cm}^4$$

EN FORMA SEMEJANTE

Sección II



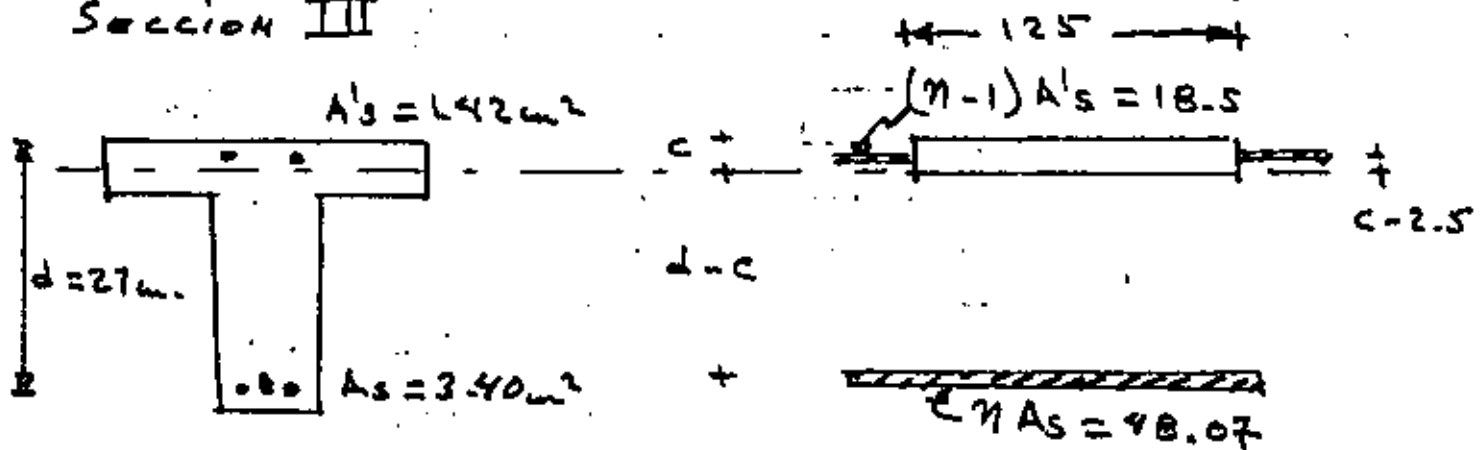
$$55.99(27.5 - c) = \frac{15}{2} c^2 + 18.65(c - 3)$$

$$c = 10.39 \text{ cm}$$

$$I_{II} = (55.99)(27.5 - 10.39)^2 + \frac{15(10.39)^3}{3} + 18.65(10.39 - 3)^2$$

$$I_{II} = \underline{23'017.81 \text{ cm}^4}$$

Sección III



$$c = 4.13 \text{ cm}$$

$$I_{III} = \underline{28126.74 \text{ cm}^4}$$

$$\therefore I = \frac{I_1 + I_2 + 2I_3}{4} =$$

$$I = \frac{10331.65 + 23017.81 + (28126.74)2}{4}$$

$$I = 22400.73 \text{ cm}^4$$

Deflexión a Largo Plazo ($w_{LTP} + \% w_{CV}$)

$$\Delta_{LTP} = [2 - 1.2 \left(\frac{A'_s}{A_s} \right)] \Delta_i \quad (2.38)$$

$$\left(\frac{A'_s}{A_s} \right)_I = \frac{3.40}{1.42} = 2.39$$

$$\left(\frac{A'_s}{A_s} \right)_{II} = \frac{1.42}{3.96} = 0.36$$

$$\left(\frac{A'_s}{A_s} \right)_{III} = \frac{1.42}{3.40} = 0.42$$

$$\frac{A'_s}{A_s} = \frac{\left(\frac{A'_s}{A_s} \right)_I + \left(\frac{A'_s}{A_s} \right)_{II} + 2 \left(\frac{A'_s}{A_s} \right)_{III}}{4}$$

$$\frac{A'_s}{A_s} = \frac{2.39 + 0.36 + 2 \times 0.42}{4} = 0.90$$

$$\therefore [2 - 1.2 \left(\frac{A'_s}{A_s} \right)] = [2 - 1.2 \times 0.90] = 0.92 > 0.6 \quad 20K.$$

De Acuerdo al ART. 211 TITULO IV $w = 0.78 + 0.14 = 0.92$

$$\Delta_{LTP} = 1.61 \frac{0.92}{1.12} = 1.32 \text{ cm.}$$

$$\Delta x_p = 0.92 \times 1.32 = 1.21 \text{ cm.}$$

$$\Delta t = \Delta x_i + \Delta x_p = 1.61 + 1.21 = 2.82 \text{ cm.}$$

$$\Delta t = 2.82 \text{ cm.}$$

$$\Delta p = r = 0.5 + \frac{l}{240} = 0.5 + \frac{500}{240} = 2.58 \text{ cm}$$

AGRIETAMIENTO

ESFUERZOS DE TENSION EN EL CONCRETO

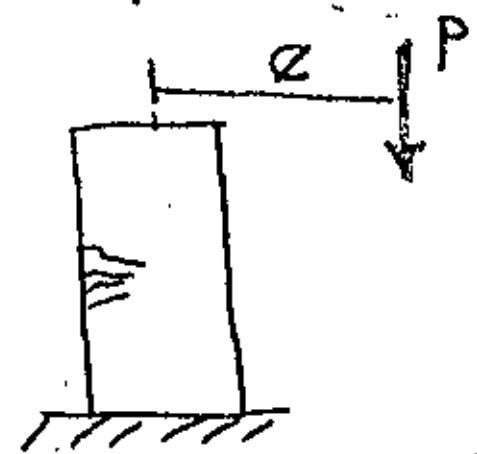
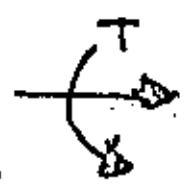
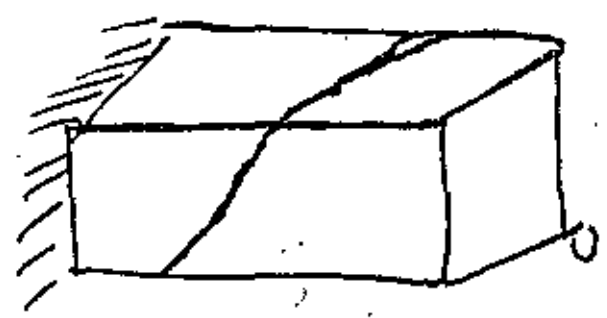
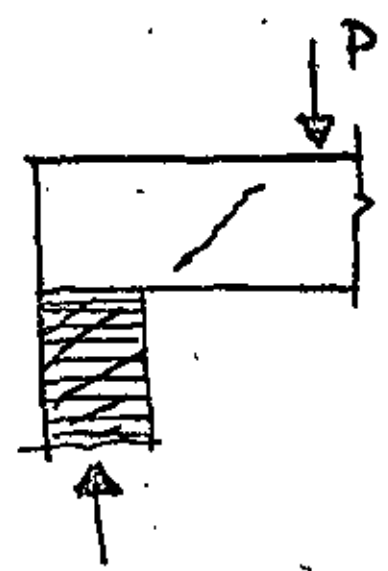
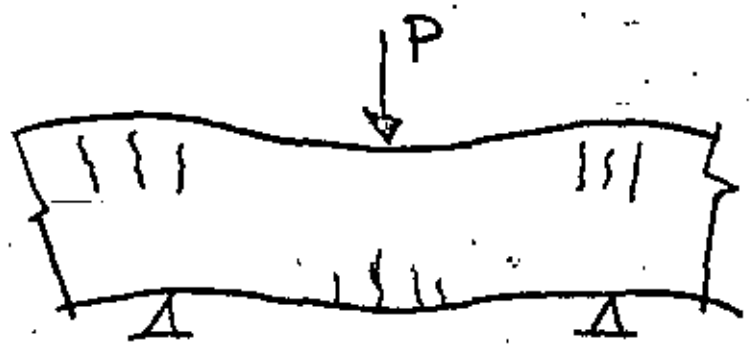
ACCIONES MECANICAS EN LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES

①

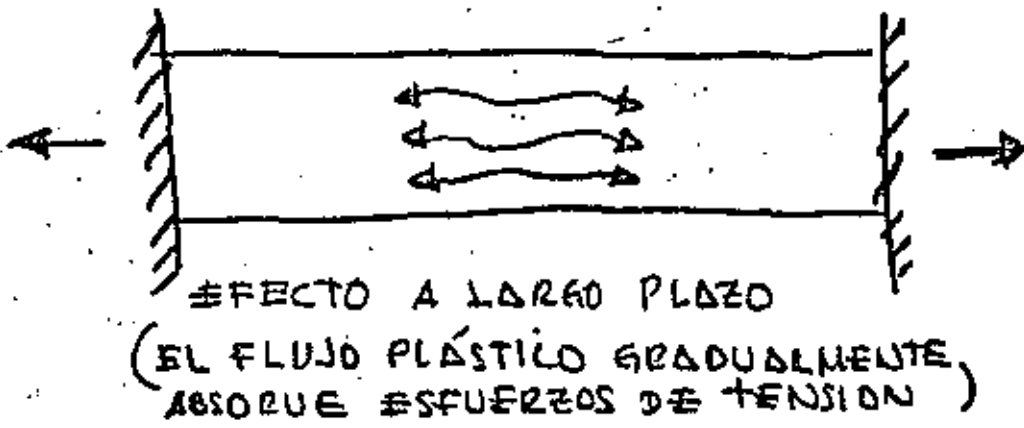
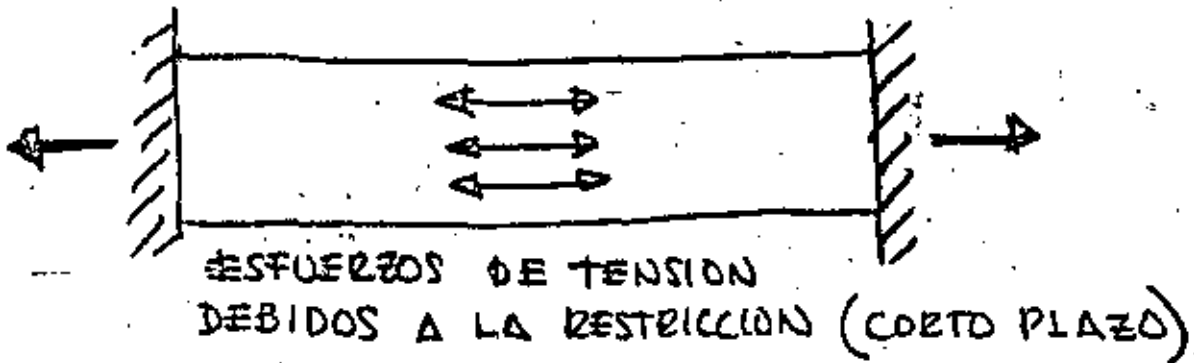
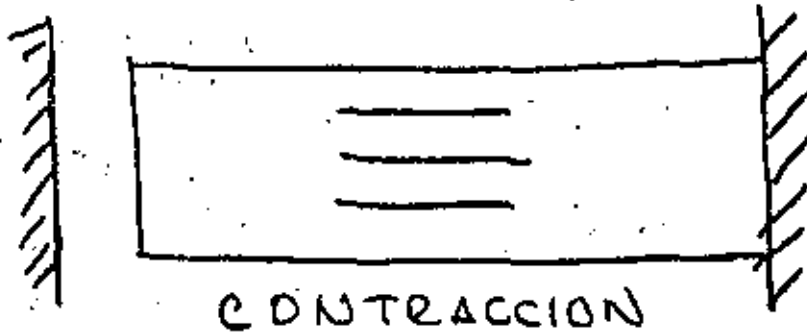
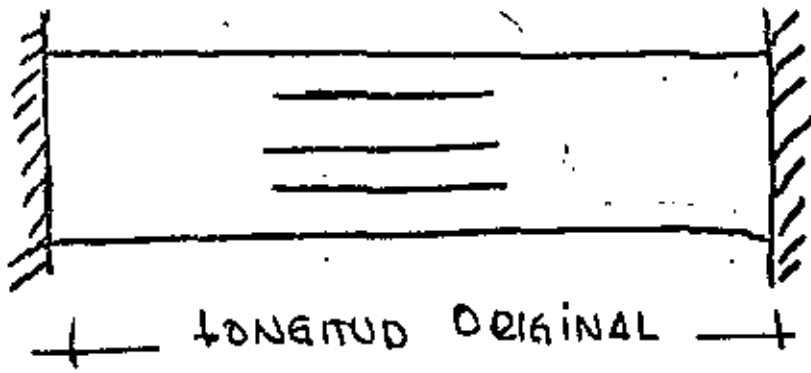
CAMBIOS VOLUMÉTRICOS

②

①

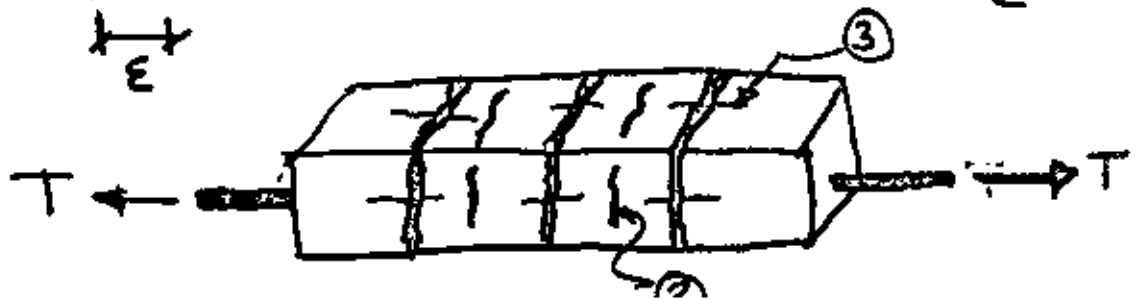
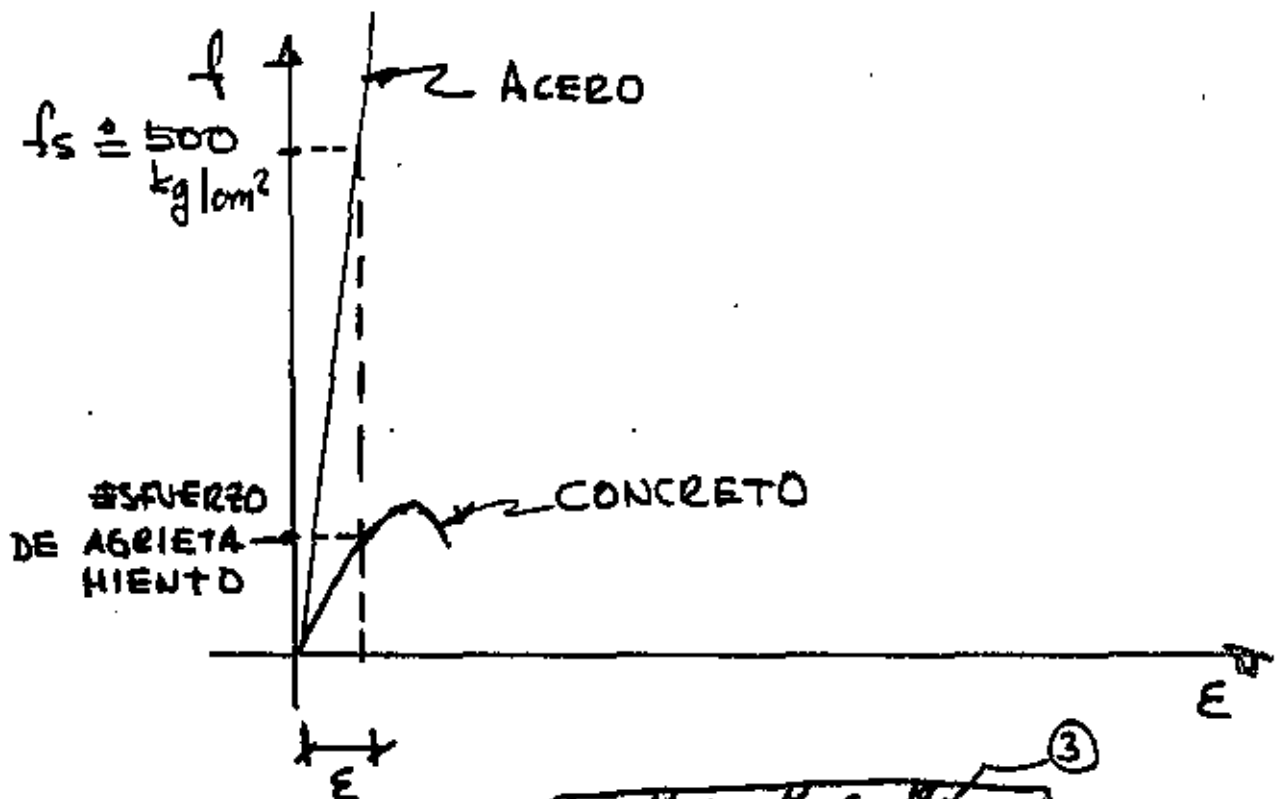
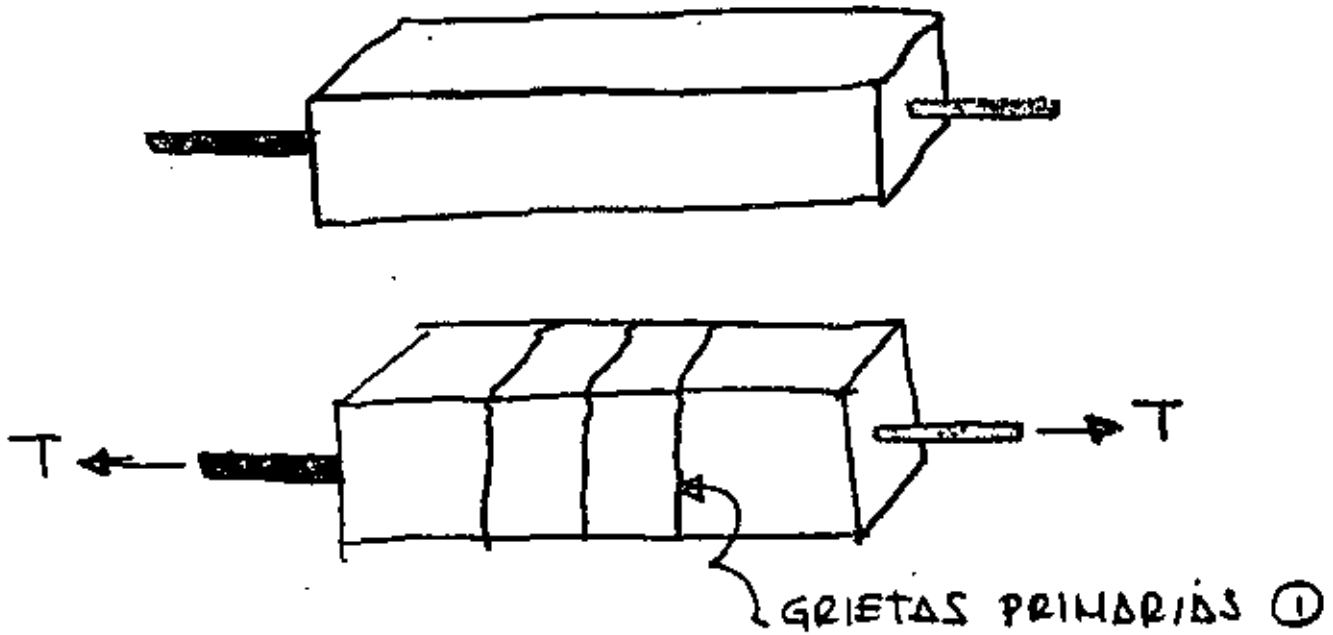


2

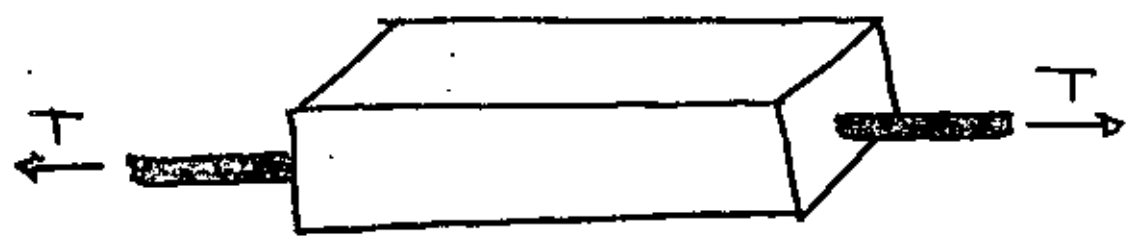


GRIETA DE TENSION (EL ESFUERZO DE TENSION ALCANZA LA RESISTENCIA DEL MATERIAL)

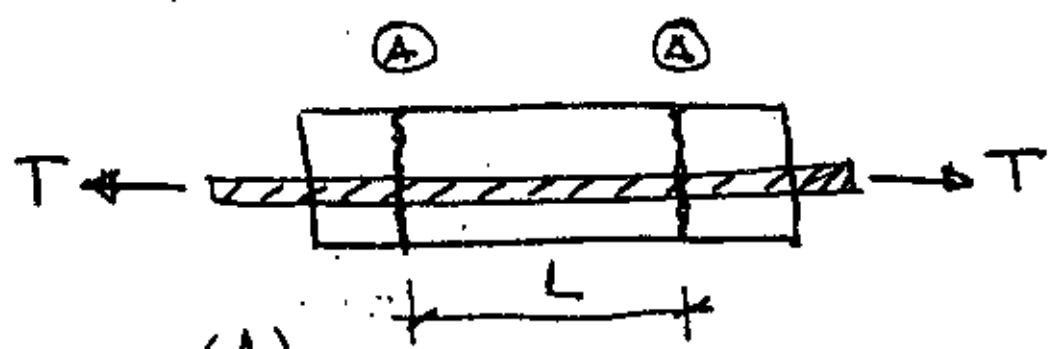
FORMACION Y DESARROLLO DE GRIETAS ELEMENTOS A TENSION



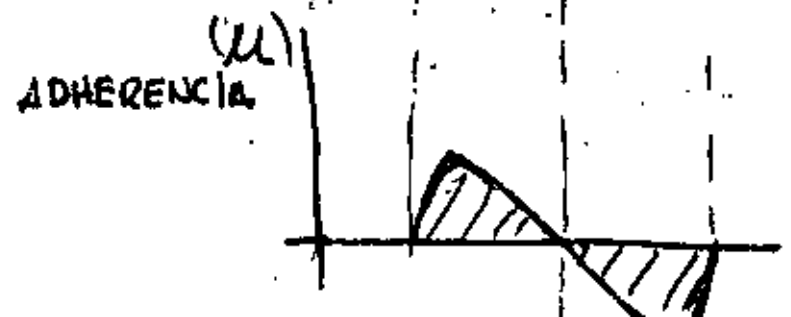
MECANISMO CLÁSICO



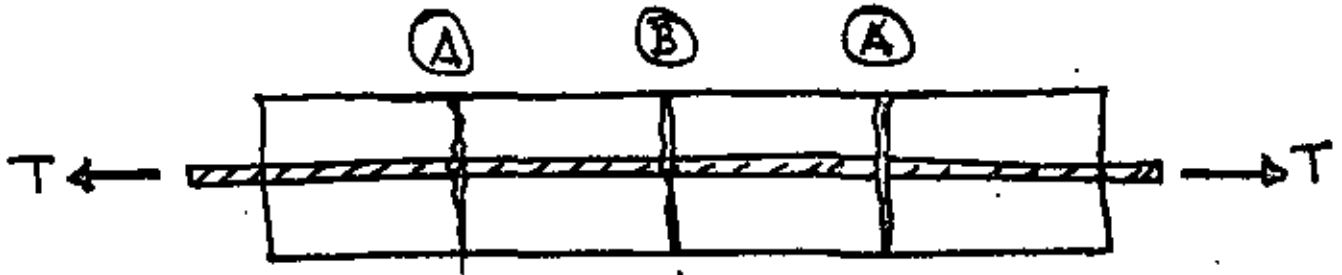
DISTRIBUCION UNIFORME DE ESFUERZOS



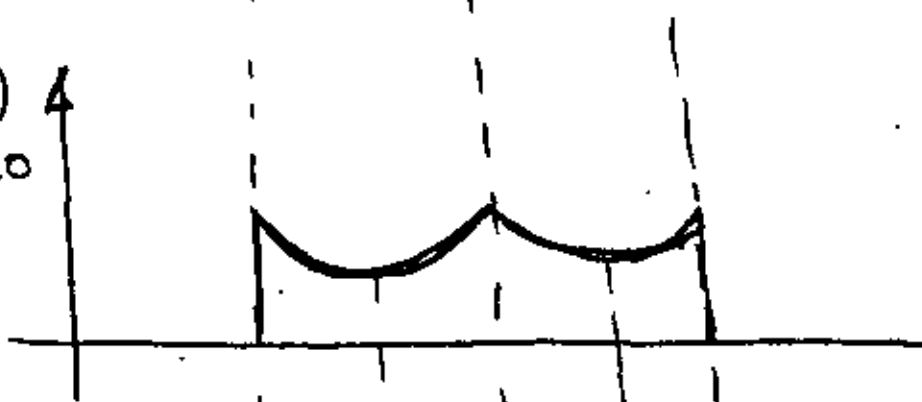
$$f_{s \textcircled{A}} = \frac{T}{A_s}$$



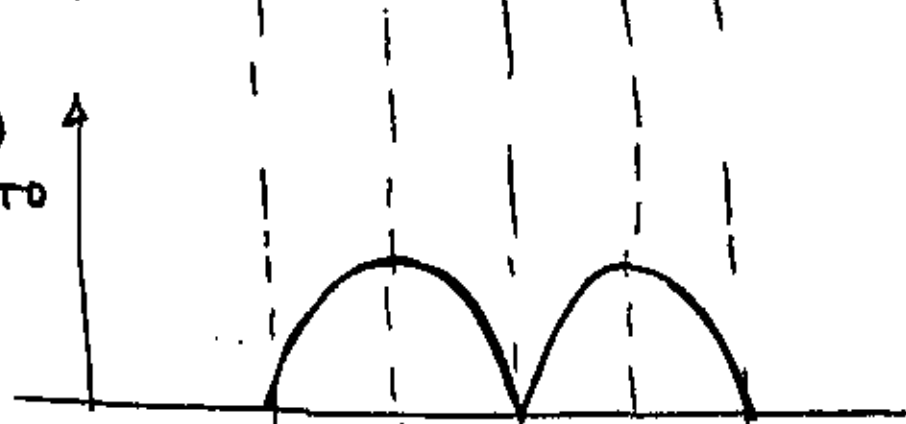
$$u = \frac{df_s}{dx} \frac{A_s}{\Sigma S}$$



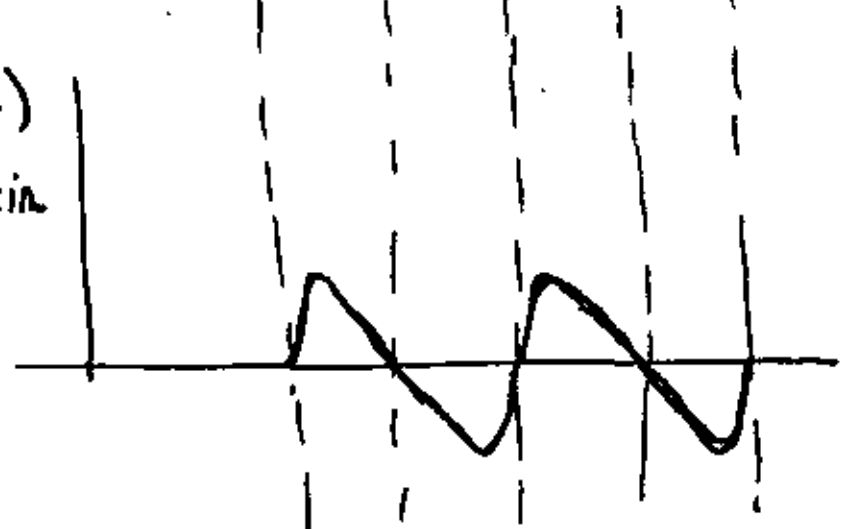
(f_s)
ACERO



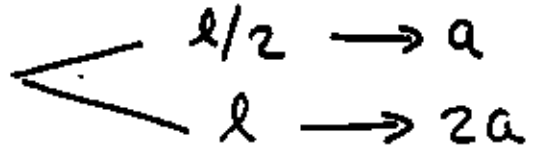
(f_c)
CONCRETO



(μ)
ADHESION



SEPARACION
DE GOJETAS



$s_{min} = a$
 $s_{prom} = 1.5a$
 $s_{max} = 2a$

CALCULO DE LA SEPARACION MINIMA

RESISTENCIA A TENSION DEL ELEMENTO DE CONCRETO = FUERZA DE TENSION TRANSFERIDA POR ADHERENCIA

$A_c f_t = \gamma a \mu s$ ——— ①

A_c = AREA DE CONCRETO DEL ELEMENTO

f_t = RESISTENCIA A TENSION DEL CONCRETO

γ = FACTOR QUE DEPENDE DE LA DISTRIBUCION DE ESFUERZOS DE ADHERENCIA

a = SEPARACION MINIMA ENTRE GRIETAS

μ = ESFUERZO MAXIMO DE ADHERENCIA

s = PERIMETRO DE LA VARILLA DE REFUERZO

DE ①

$a = \frac{A_c f_t}{\gamma \mu s}$

$s = \pi D$

$A_s = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{s D}{4} \therefore s = \frac{4 A_s}{D}$

$p = A_s / A_c$

$\therefore a = \frac{A_c f_t D}{\gamma \mu 4 A_s} = \frac{f_t D}{4 \gamma \mu p}$

C. P.

7/

CALCULO DEL ANCHO DE GRIETA (W)

$$W_{\min} = a (\epsilon_s - \epsilon_c)$$

AL OCURRIR EL AGRIETAMIENTO, $\epsilon_s \neq \epsilon_c$.

CONSIDERANDO $\epsilon_c = 0$

$$W_{\min} = a \epsilon_s \quad \text{--- (3)}$$

SUST. (2) EN (3)

$$W_{\min} = \frac{f_t D \epsilon_s}{4 \gamma_{up}}$$

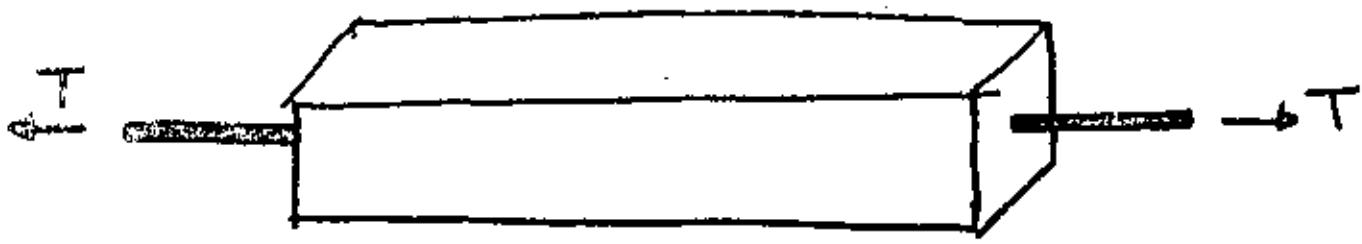
$$\epsilon_s = \frac{f_s}{E_s}$$

$$W_{\min} = \frac{f_t D f_s}{4 \gamma_{up} E_s}$$

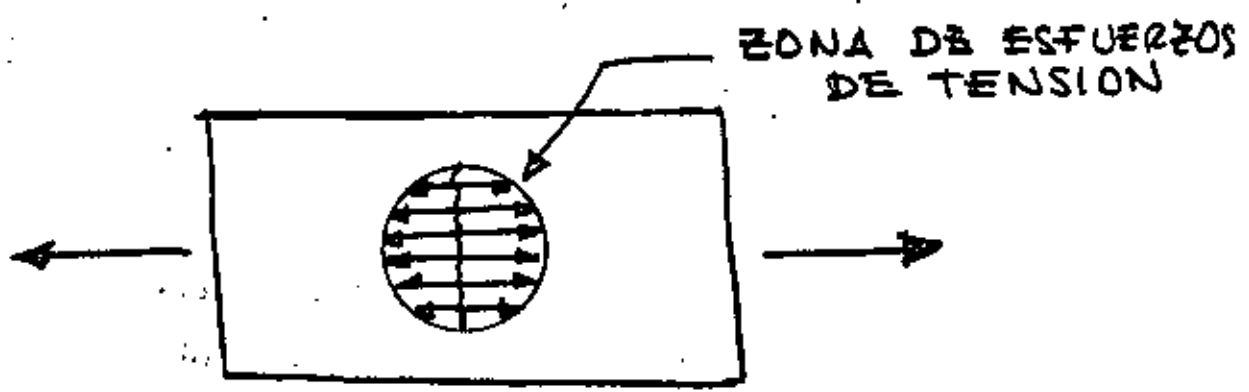
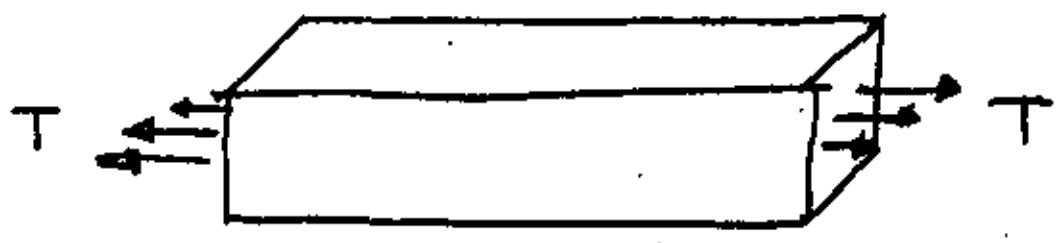
$$W_{\max} = 2 W_{\min}$$

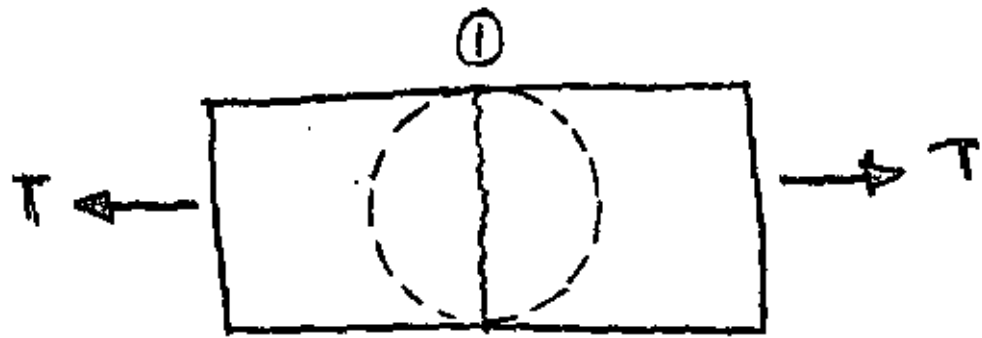
$$\therefore \boxed{W_{\max} = \frac{f_t D f_s}{2 \gamma_{up} E_s}}$$

MECANISMO BASADO EN EL ESTADO INTERNO
DE ESFUERZOS

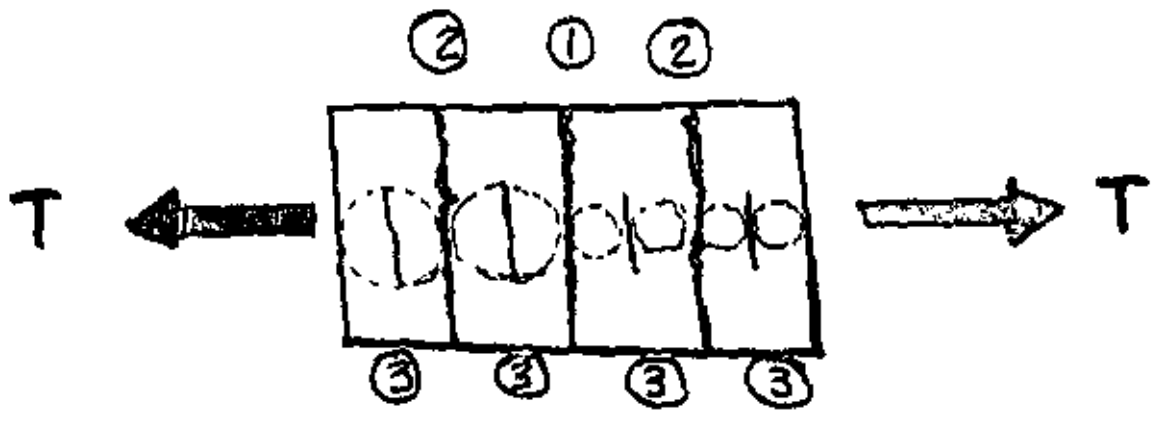
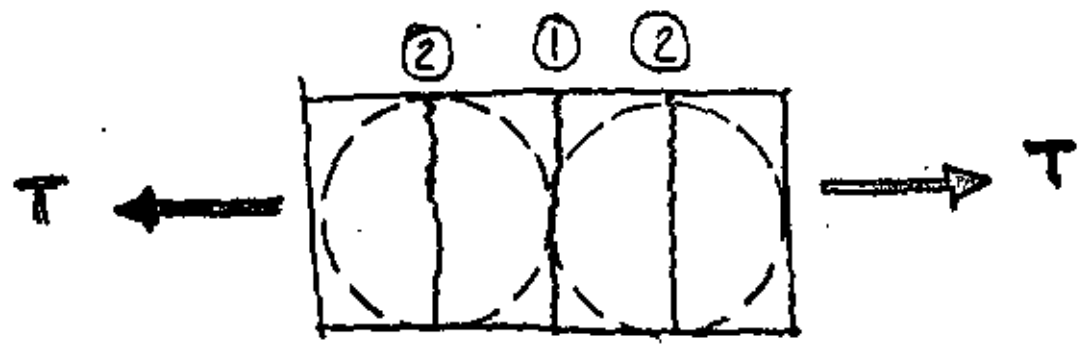


IDEALIZACION



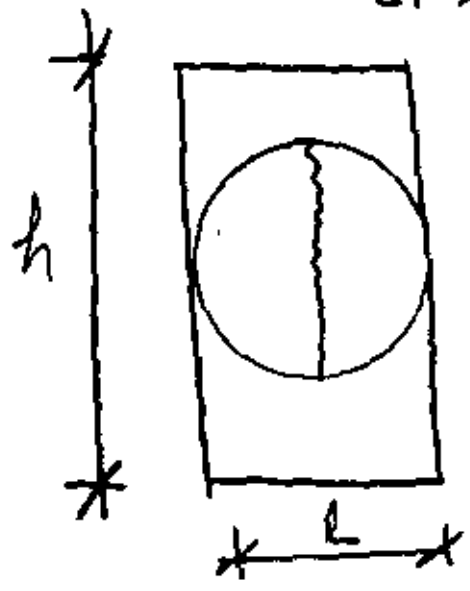


REDISTRIBUCION

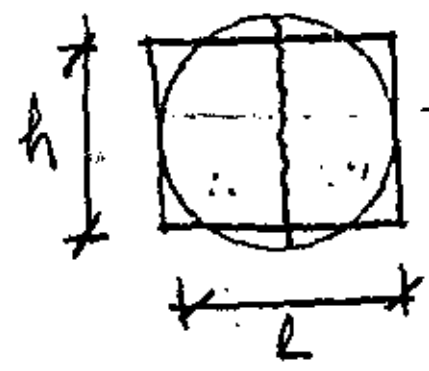


si $l/h < 1$

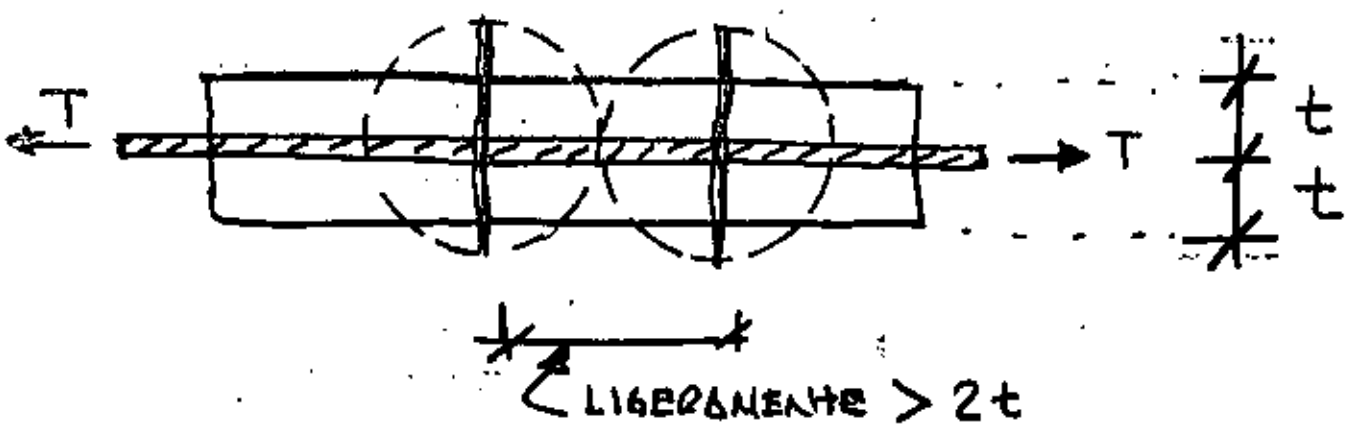
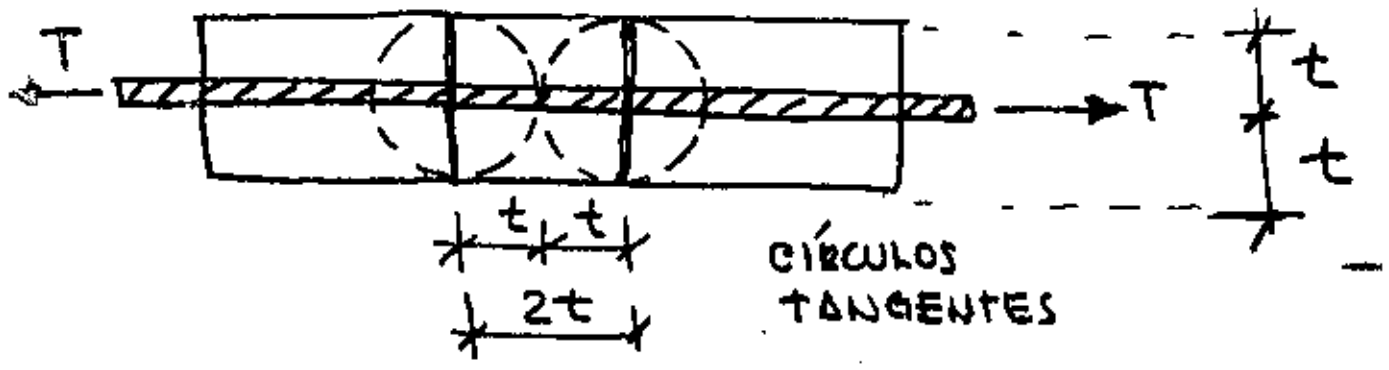
si $l/h > 1$



NO ES USABLE EN EL EXTERIOR



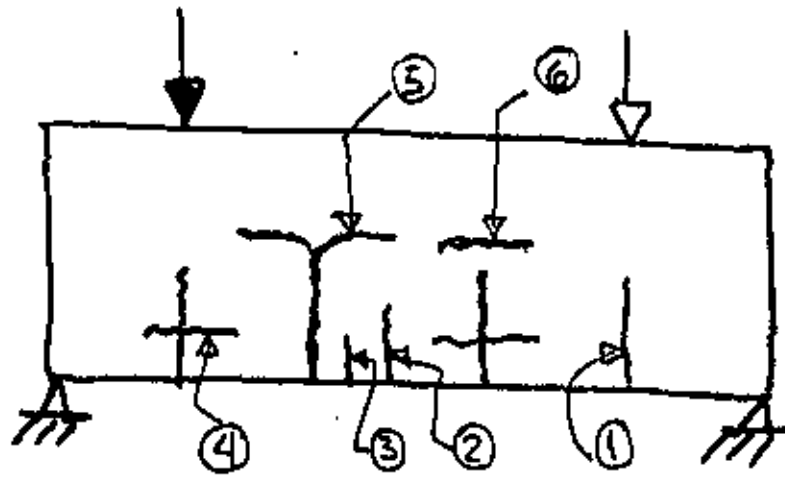
GRIETA USABLE



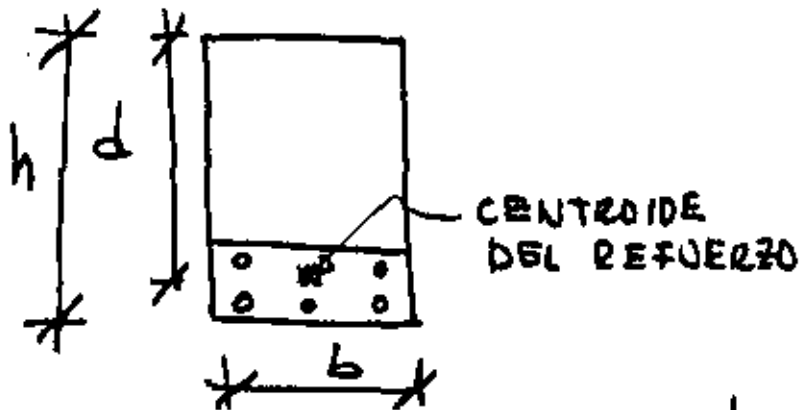
$$s_{\min} = t \rightarrow \sigma_{\min}$$
$$s_{\max} = 2t \rightarrow \sigma_{\max}$$
$$\therefore \sigma_{\text{prom}} = 1.5t$$

$W_{\text{prom}} = \sigma_{\text{prom}} \epsilon_s = 1.5t$ $W_{\text{máx}} = \sigma_{\text{máx}} \epsilon_s = 2t$

ELEMENTOS A FLEXION



AREA EFECTIVA DE TENSION

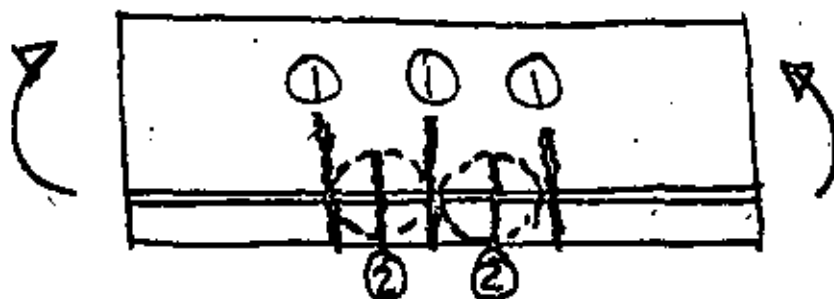


$$W_{\max} = \frac{f_t D f_s}{2 \gamma \mu p E_s}$$

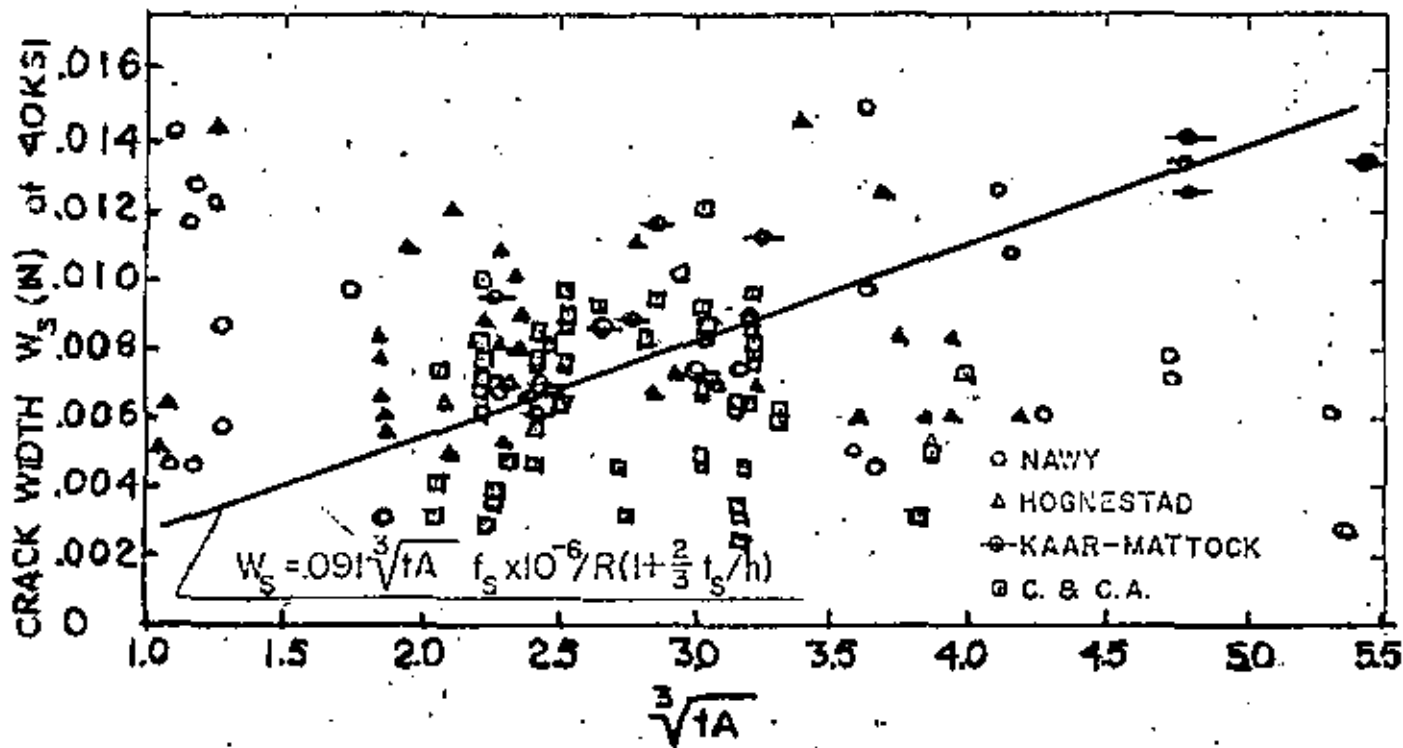
$$p = \frac{A_s}{A_e}$$

donde:

$$A_e = 2b(h-d)$$



FORMULAS DE GERGELY Y LUTZ



ANCHO DE GRIETA EN LA FIBRA EXTREMA DE TENSION

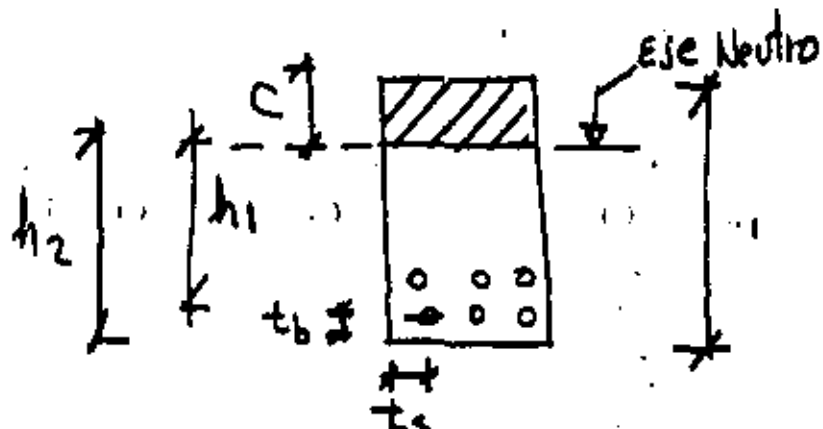
$$w_{\max} = \sqrt[3]{t_b A} \psi f_s \times 10^{-6} \text{ (cm)}$$

ANCHO DE GRIETA AL NIVEL DEL ACERO DE REFUERZO

$$w_{\max} = \frac{\sqrt[3]{t_s A}}{1 + \frac{2}{3} \frac{t_s}{h_1}} f_s \times 10^{-6} \text{ (cm)}$$

$$A = \frac{A_e}{\text{No Vars.}}$$

$$\psi = \frac{h_1}{h_2}$$



CONTROL DEL AGRIETAMIENTO

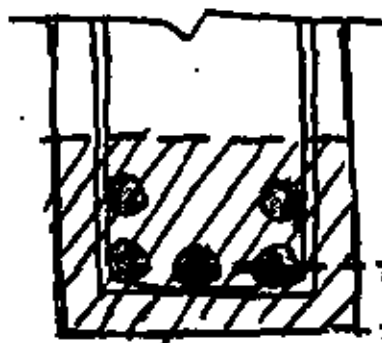
ART. 2.2.3.

Si $f_y > 3000 \text{ kg/cm}^2$

EN LAS SECCIONES DE $M_{\text{máx}} (+)$ y $M_{\text{máx}} (-)$

LA CANTIDAD $Z = f_s \sqrt[3]{d_c A} \leq 40000 \text{ kg/cm}^2$
(EQUIVALE A LIMITAR $w_{\text{máx}}$ a 0.5 mm)

EN ELEMENTOS NO EXPUESTOS A UN AMBIENTE MUY AGRESIVO Y QUE NO DEBAN SER IMPERMEABLES



$$A = \frac{A_e}{N^{\circ} \text{ VARS}}$$

d_c → DISTANCIA DE LA FIBRA EXTREMA DE TENSION AL CENTRO DE LA BARRA MAS CERCANA A ELA

PARA VARRILLAS DE DIFERENTE DIAMETRO:

$$N^{\circ} \text{ DE VARS EQUIVALENTE} = \frac{A_s (\text{TOTAL})}{A_s (\text{DE LA BARRA DE MAYOR DIAMETRO})}$$

$$f_s = \frac{M}{0.9 d A_s}$$

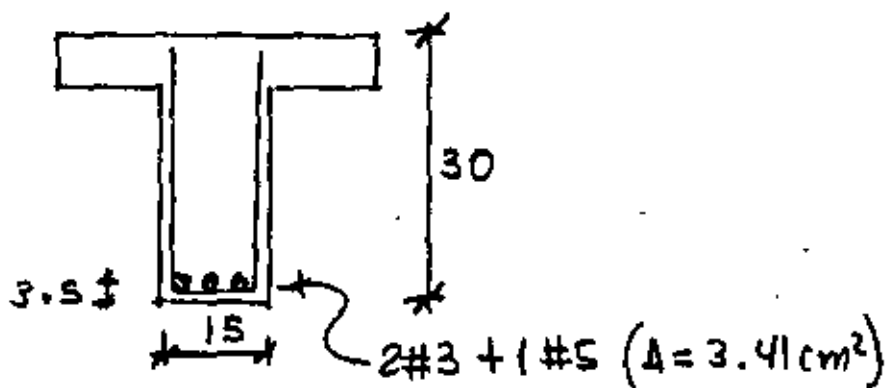
Ó SUPONERSE IGUAL A $0.6 f_y$

SI NO SE RECURRIÓ A LA REDISTRIBUCION DE MOMENTOS ELÁSTICA.

REVISION DEL AGRIETAMIENTO

1/3

SECCION DE M_{\max} (+)

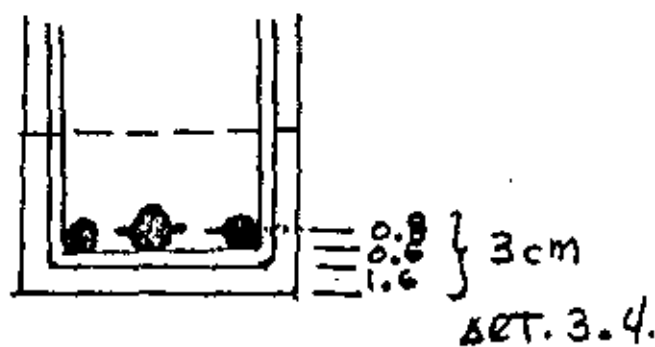


$$f_y = 4000 > 3000 \text{ kg/cm}^2$$

ART. 2.2.3

$$z = f_s \sqrt[3]{d_c A} \leq 40000 \text{ kg/cm}^2$$

$M_{(+)} \text{ máx de Servicio} = 2.23 \text{ ton-m}$



ajuste del recubrimiento
 con estribos del # 2
 ($\phi = 0.63 \text{ cm}$)

$$d_c = 30 \text{ cm}$$

$$d = 30 - 3 = 27 \text{ cm}$$

$$A_e = 2b(h-d) = 2 \times 15(30-27) = 90 \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{A_e}{N^{\circ} \text{Vars}_e} ; N^{\circ} \text{Vars}_e = \frac{3.41}{1.91} = 1.78 \text{ Vars}$$

$$A = \frac{90}{1.78} = \underline{\underline{50.41 \text{ cm}^2}}$$

$$f_s = \frac{M}{0.9 d A_s} = \frac{223000}{0.9 \times 27 \times 3.41} = \underline{\underline{2691 \text{ kg/cm}^2}}$$

$$z = f_s \sqrt[3]{d_c A}$$

$$z = 2691 \sqrt[3]{3 \times 50.41} = 14327 \text{ kg/cm} < 40000 \text{ kg/cm}$$

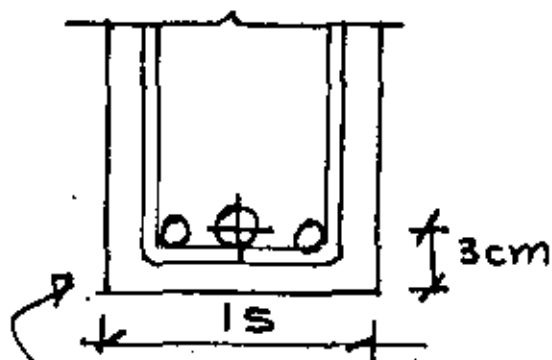
CALCULO DEL ANCHO MAXIMO DE GRIETA
AL NIVEL DE LA FIBRA EXTREMA DE TENSION.

Fórmula de Gergely-Lutz

$$w_{\max} = \sqrt[3]{t_b A \Psi f_s} \times 10^{-6} \text{ (cm)}$$

Sección de $M_{\max}(\pm) = 2.23 \text{ ton-m}$

$$f_s = \frac{M}{0.9 d K_s} = 2691 \text{ kg/cm}^2$$



$$2\#3 + 1\#5 \quad (A_s = 3.41 \text{ cm}^2)$$

$$\Psi = h_1 / h_2$$

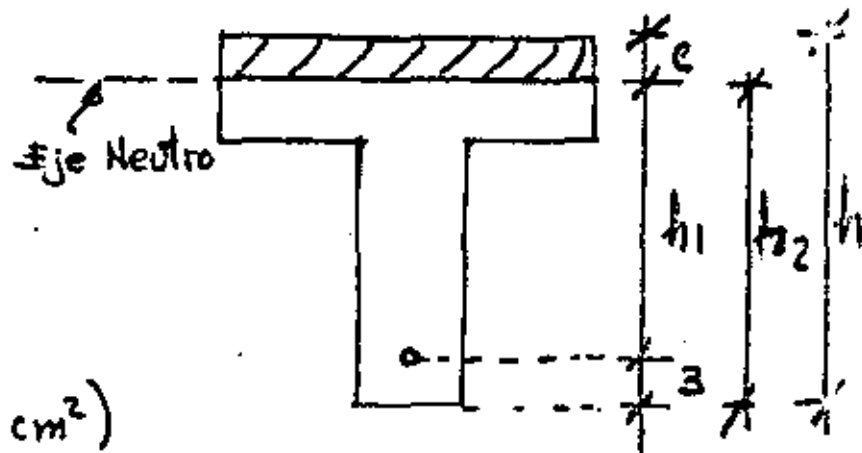
$$h_2 = 30 - 4.26 = 25.74 \text{ cm}$$

$$h_1 = 25.74 - 3 = 22.74 \text{ cm} \quad \Psi = 1.13$$

$$t_b = d_c = 3$$

$$A = 50.41 \text{ cm}^2$$

$$f_s = 2691 \text{ kg/cm}^2$$



$$c = 4.26 \text{ cm}$$

$$d = 27 \text{ cm}$$

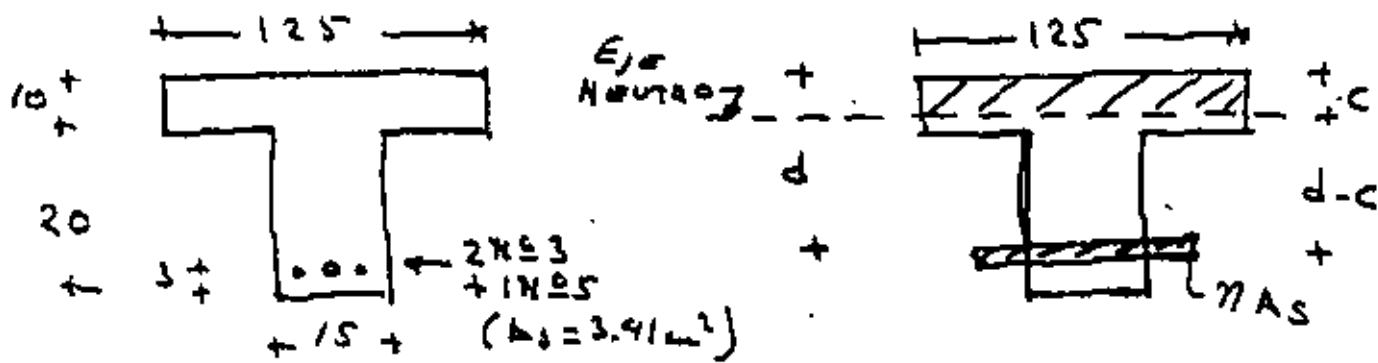
$$h = 30 \text{ cm}$$

$$\therefore f_s \sqrt[3]{t_b A} = 14337 \text{ kg/cm}^2$$

$$w_{\max} = 14337 \times 1.13 \times 10^{-6} = 0.016 \text{ cm}$$

$$w_{\max} = 0.16 \text{ mm} < 0.5 \text{ mm} \quad \text{ok}$$

CALCULO DE LA PROFUNDIDAD DEL EJE NEUTRO EN LA SECCION TRANSFORMADA Y AGRIETADA.



$$\eta = \frac{E_s}{E_c}$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2} \quad E_c = 10000 \sqrt{f_c} = 14.14 \times 10^4 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\eta = \frac{2 \times 10^6}{14.14 \times 10^4} = 14.14$$

$$\eta A_s = 14.14 \times 3.41 = 48.22 \text{ cm}^2$$

Tomando momentos respecto al Eje Neutro

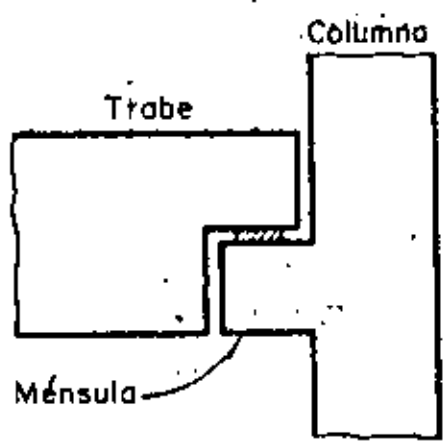
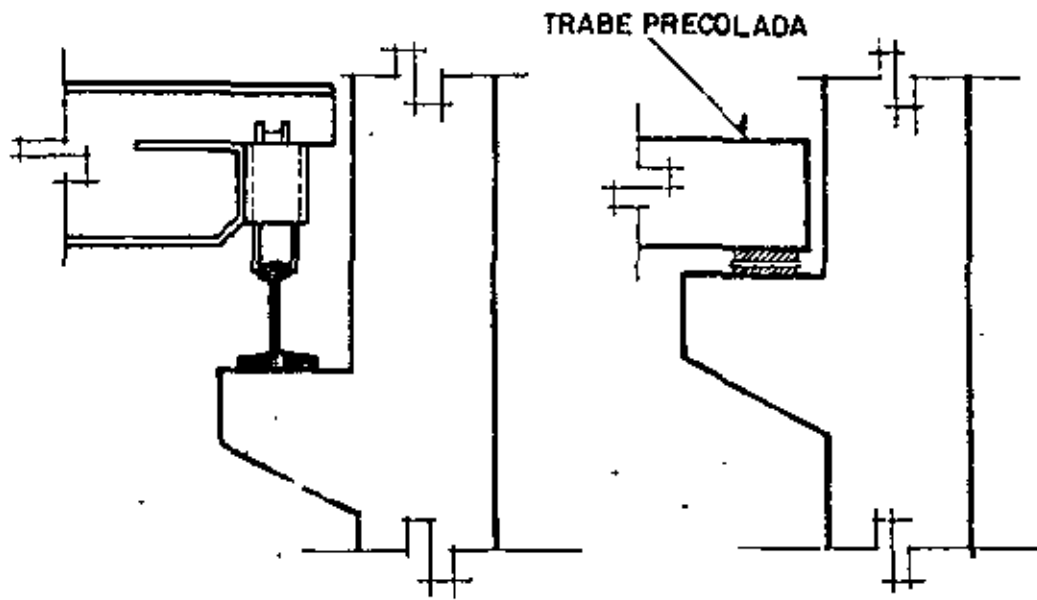
$$125 c \frac{c}{2} = 48.22 (d - c)$$

$$d = 30 - 3 = 27$$

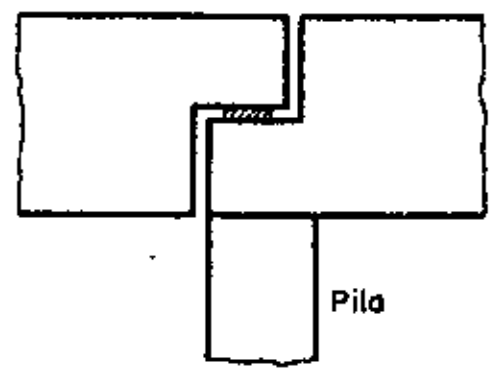
$$c^2 + 0.71c - 21.45 = 0$$

$$c = 4.26 \text{ cm.}$$

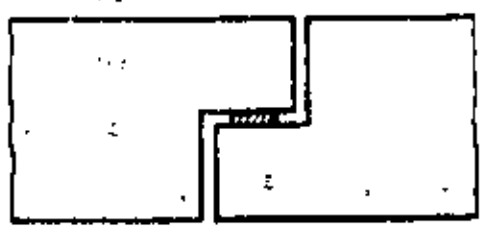
ALGUNAS APLICACIONES DE MENSULAS



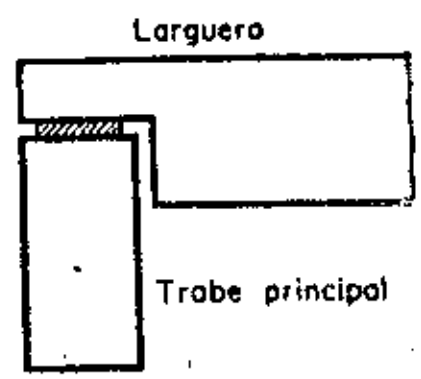
c) Unión de trabe con columna



b) Traves de puente sobre apoyo angosto

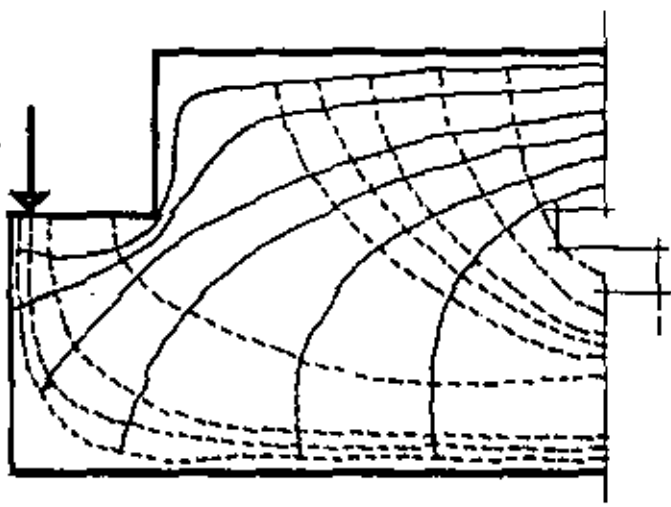
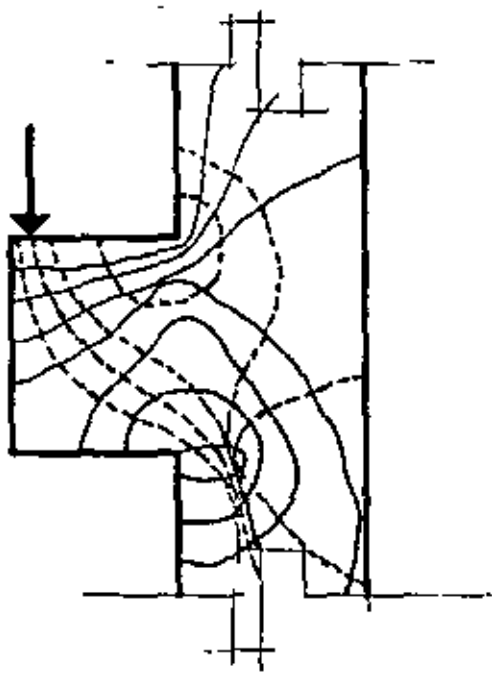


a) Apoyo de un tramo suspendido de puente

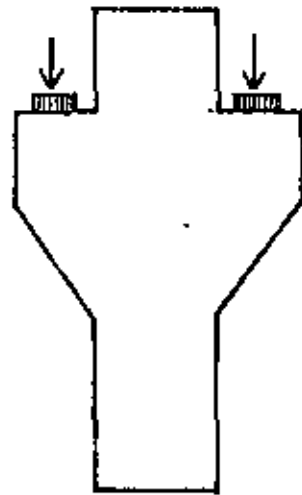


d) Unión de larguero y trabe principal

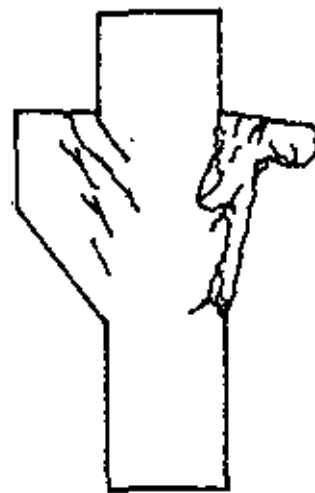
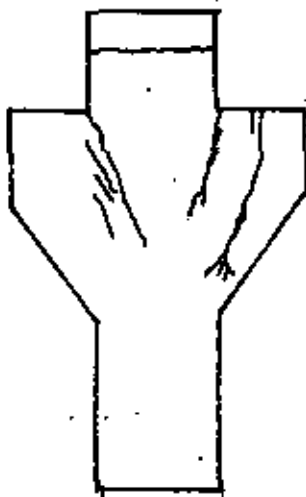
TRAYECTORIAS DE ESFUERZOS PRINCIPALES EN MENSULAS



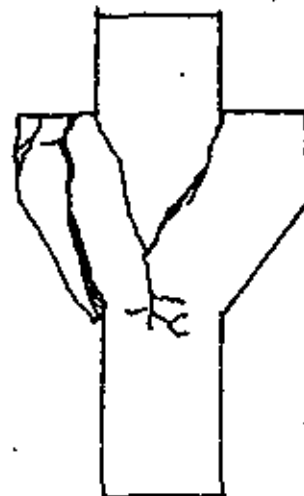
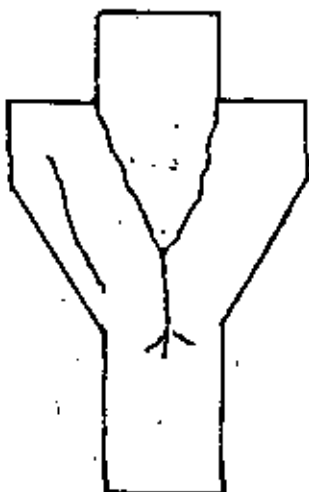
ESPECIMEN DE ENSAYE PARA EL ESTUDIO DE MENSULAS



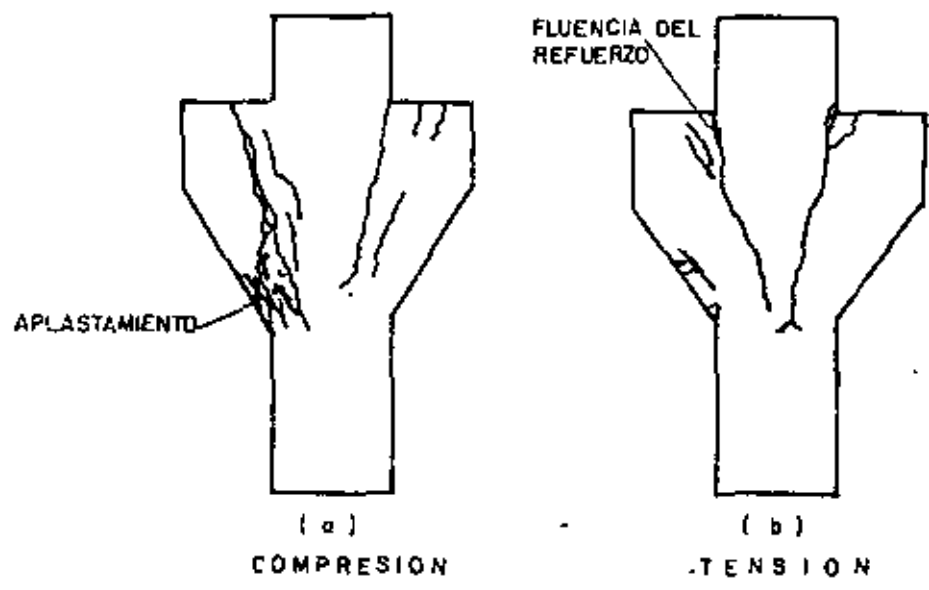
FALLAS POR CORTANTE DIRECTO



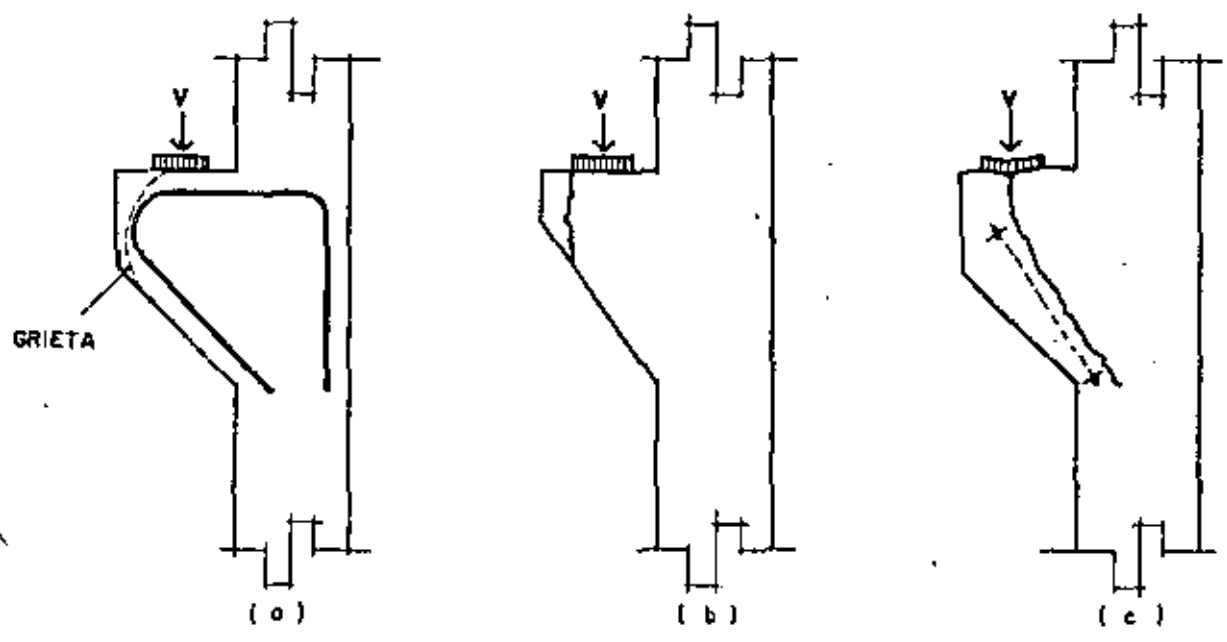
FALLAS POR TENSION DIAGONAL



FALLAS POR FLEXION



MODOS SECUNDARIOS DE FALLAS



FALLA DEBIDA A DETALLES INADECUADOS DEL REFUERZO.

FALLA DEBIDA A POCO PERALTE EN LA CARA EXTERNA.

FALLA DEBIDA AL APLASTAMIENTO DEL CONCRETO.

KRIZ Y RATHS



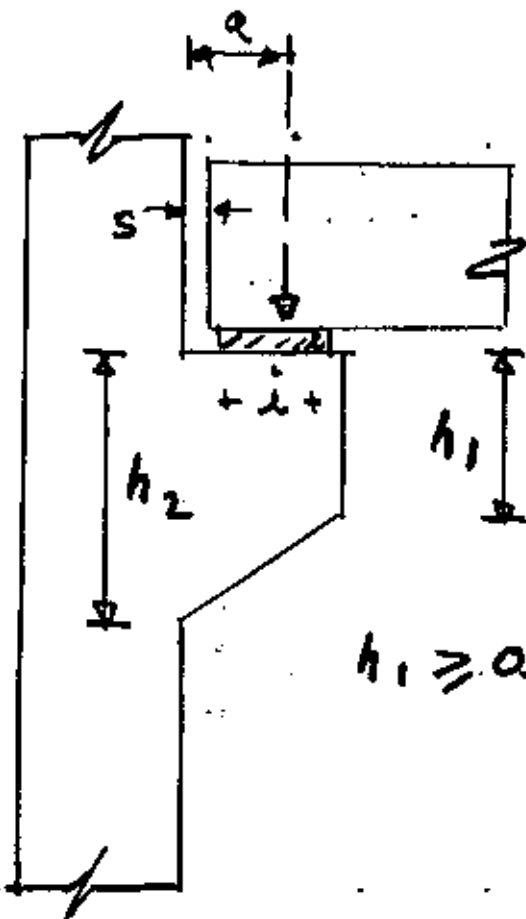
CARGA VERTICAL.

$$V_R = 1.7 b d \sqrt{f'_c} (1 - 0.5 \sqrt{v}) (1000 p_v)^{1/3}$$

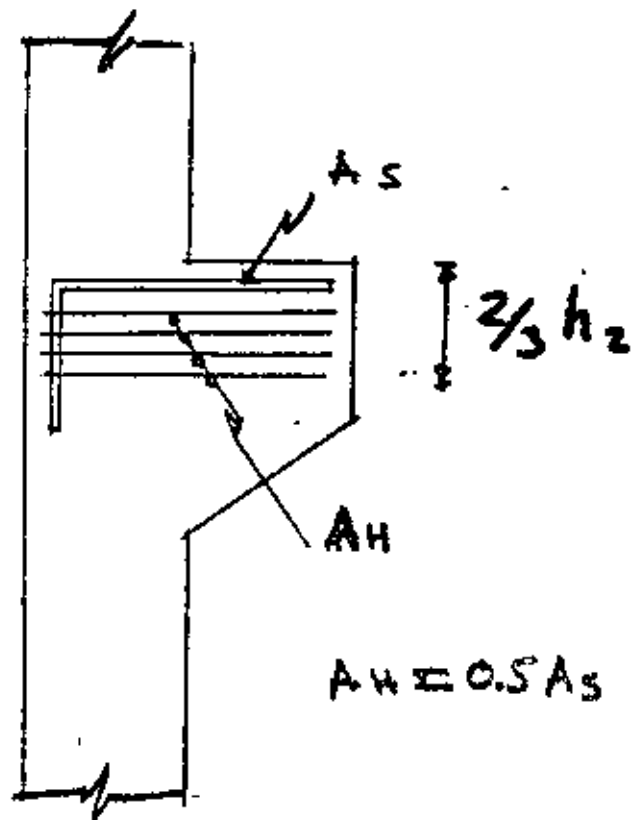
$$p_v = (A_s + A_H) / b d$$

$A_s \rightarrow$ REFUERZO POR FLEXIÓN.

$A_H \rightarrow$ REFUERZO POR CORTANTE DIRECTO



$$h_1 \geq 0.5 h_2$$



$$A_H \leq 0.5 A_s$$

$$a = 2s + \frac{d}{2} \text{ (LARGO DE CORTE)}$$

$$0.15 < a/d < 0.40$$

CARGA VERTICAL y HORIZONTAL: (7)

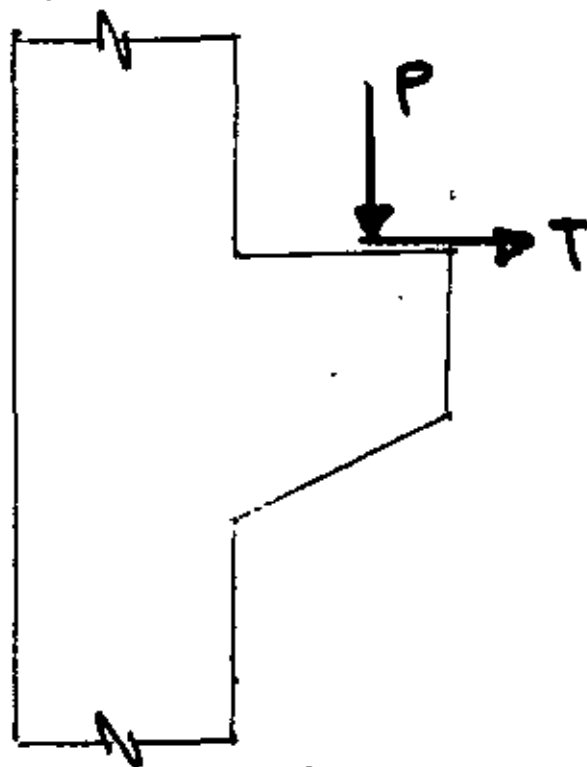
$$V_R = 1.7 b d \sqrt{f'_c} (1 - 0.5 d/a) \frac{(1000 p_n)^{1/3} + 0.9 \sqrt{V}}{10 a b H V}$$

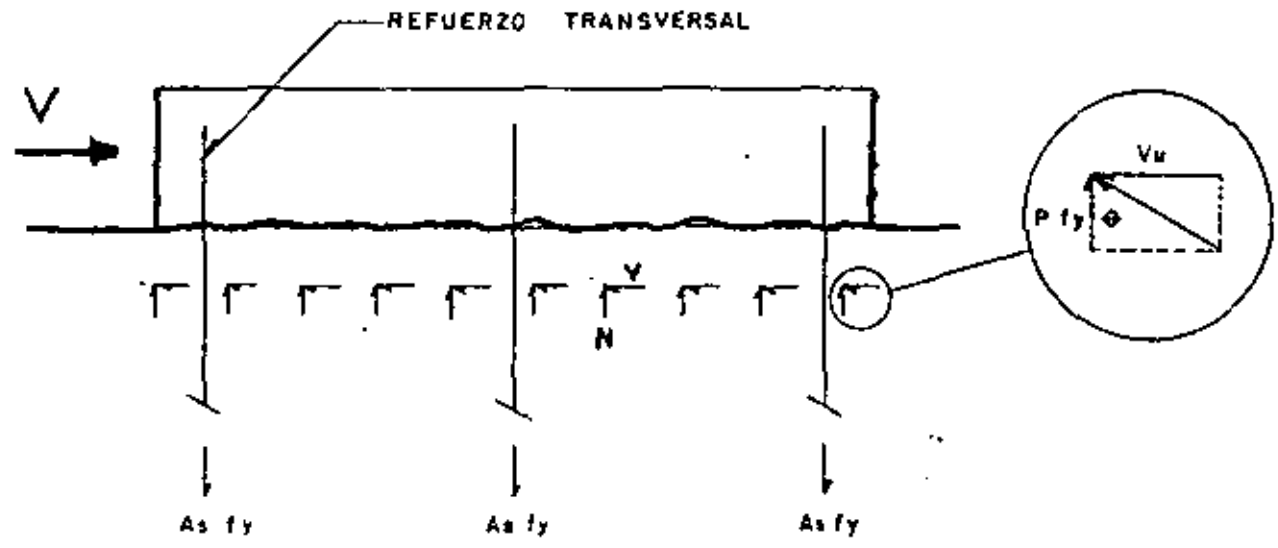
H = CARGA HORIZONTAL

V = CARGA VERTICAL

$$p_n = \frac{A_s}{b d}$$

ESFUERZO DE APLASTAMIENTO $\leq 0.5 f'_c$.

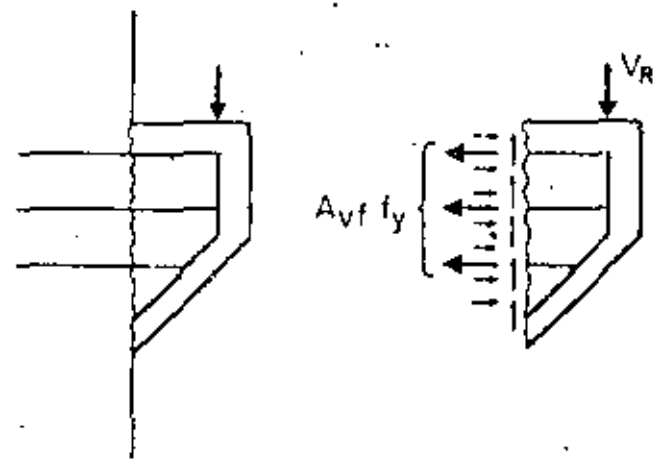




$$V = \mu N$$

$$N = A_s f_y$$

$$V = \mu A_s f_y$$



Del equilibrio vertical

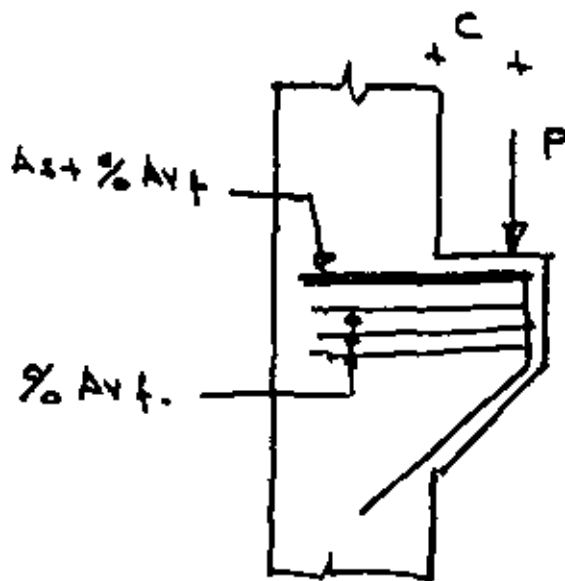
$$V_R = A_v f_y \mu$$

puesto que la fuerza normal a la superficie de falla es numéricamente igual a $A_v f_y$, por equilibrio horizontal

Fig 2.4. Resistencia a cortante por fricción

R. D. D. F.

9



$$\frac{C}{h} < 1.0$$

FLEXION.

$$M_R = F_R A_s t_y z$$

Siempre que:

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \leq 0.008 \quad \text{y, } \rho > \rho_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c}}{f_y}$$

Si: $0.5 < \frac{C}{h} \leq 1.0$

$$z = (0.4 + 0.4 C/h) h$$

Si: $\frac{C}{h} \leq 0.5 \quad z = 1.2 C.$

CORTANTE

$$V_R = F_R \mu (A_v f_y + N_u)$$

$$V_R = F_R [1.4 A + 0.8 (A_v f_y + N_u)]$$

$$V_R = 0.3 F_R f_c' A.$$

EN DONDE

$A_v f_y$ = AREA DEL REFUERZO POR CORTANTE POR FRICCION.

A = AREA DE LA SECCION DEFINIDA POR EL PLANO CRITICO

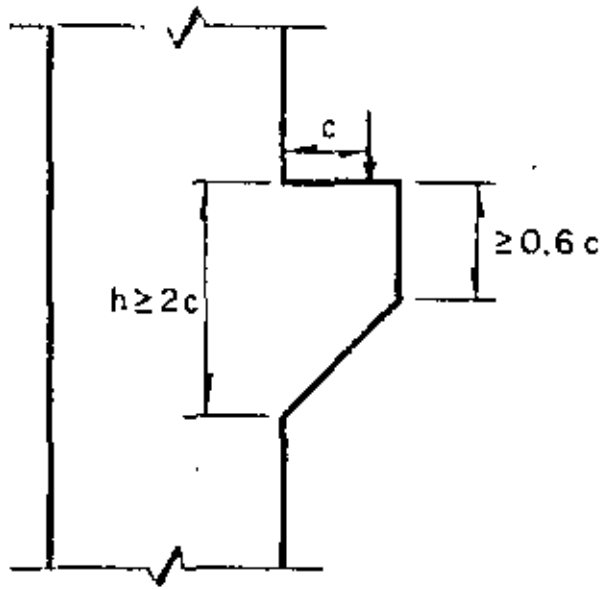
N_u = FUERZA DE DISEÑO DE COMPRESION NORMAL AL PLANO CRITICO.

μ = COEFICIENTE DE FRICCION.

$\mu = 1.4$ PARA CONCRETO MONOLITICO

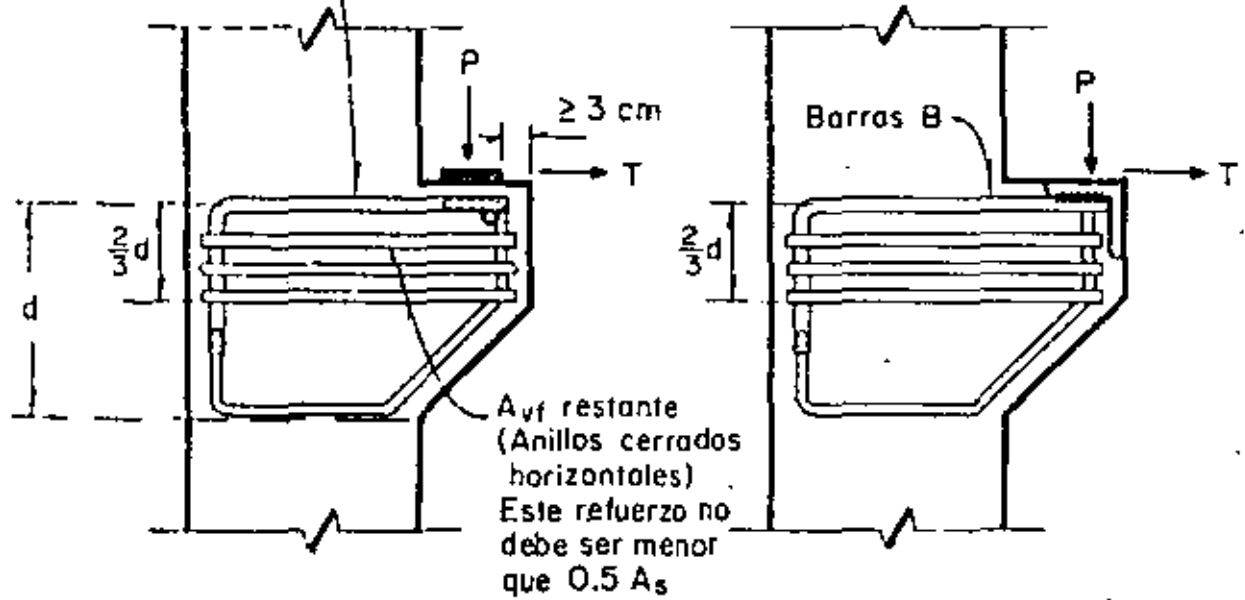
$\mu = 1.0$ PARA CONCRETO COLADO CONTRA CONCRETO ENDURECIDO

$\mu = 0.7$ PARA CONCRETO Y ACERO LAMINADO.



Geometría

Barras B (A_s y parte de A_{vf})



Barras B soldadas a una barra transversal

Barras B soldadas a un ángulo

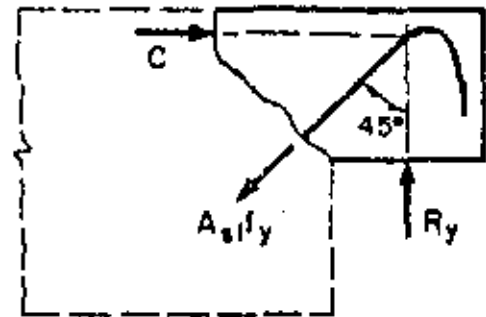
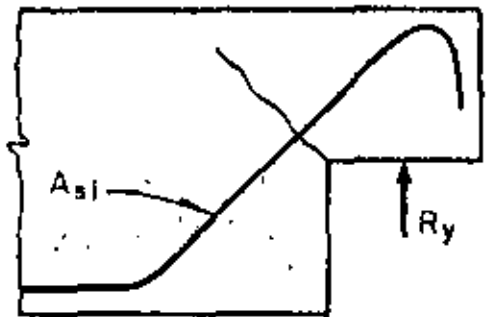
NOTAS: A_s se calcula para resistir la tensión debida a la flexión causada por P, y la tensión directa T

La soldadura del extremo de los barras B puede sustituirse por otro detalle que suministre el anclaje adecuado de dichas barras.

Cuando no se usa un ángulo, la distancia de la esquina de la ménsula al borde de la placa de apoyo o al paño lateral de la viga, si esta va de punta, no será menor de 3 cm

Fig 2.1 Requisitos de geometría y refuerzo de ménsulas, con relación c/h ≤ 0.5

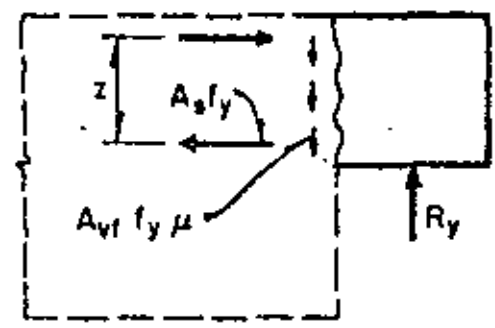
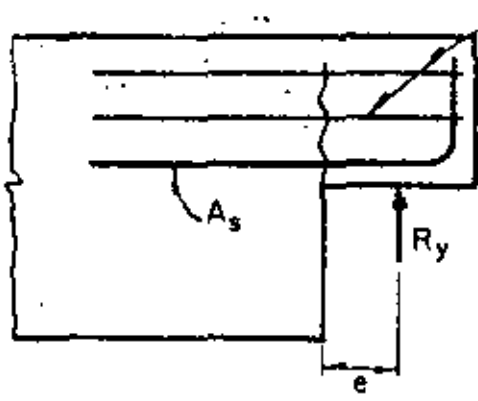
MANSOZAS EN VIGAS



$$\Sigma F_v = 0$$

$$A_{sl} = \frac{R_y}{f_y \cos 45^\circ}$$

a) Falla por tensión diagonal (Franz)

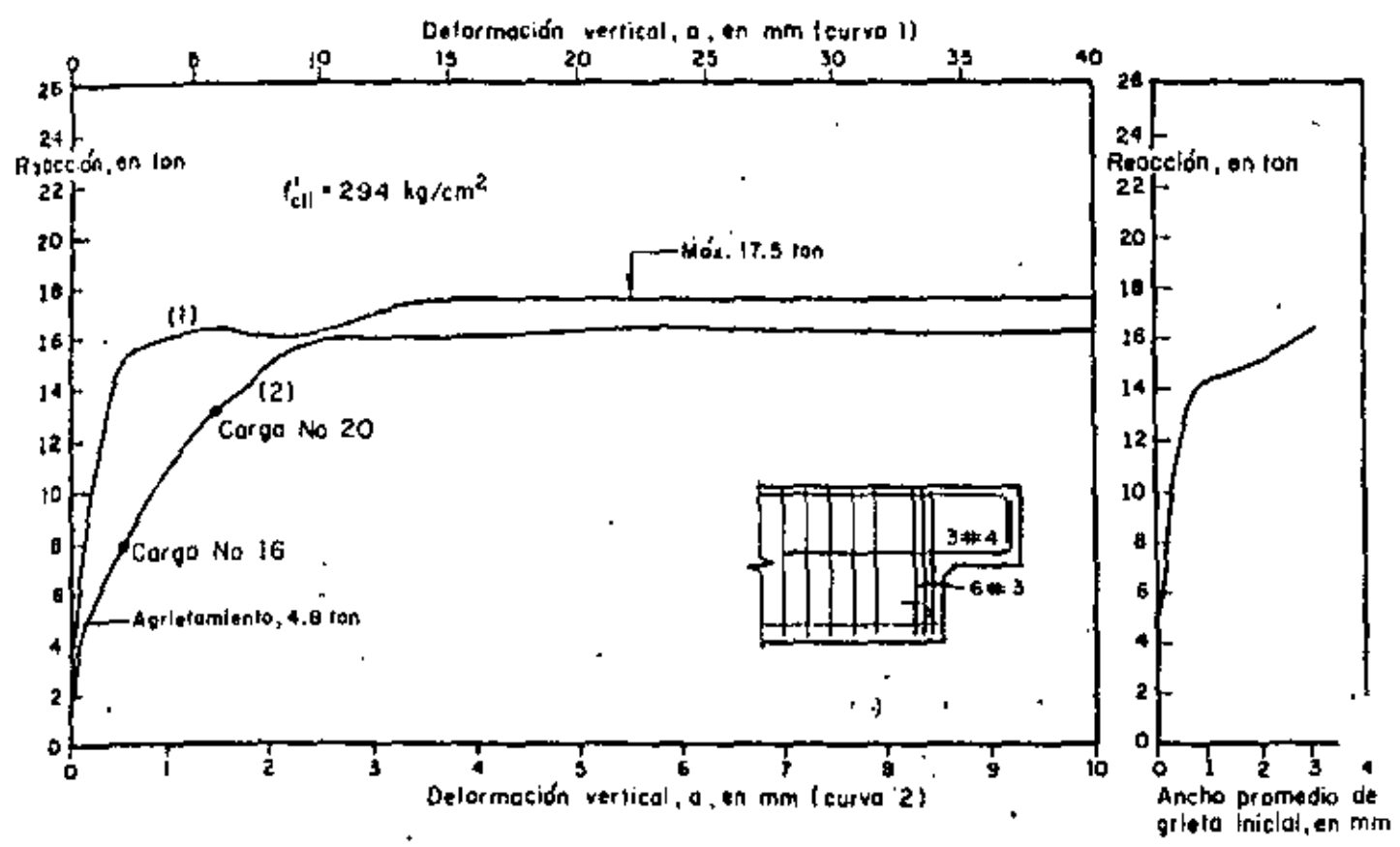
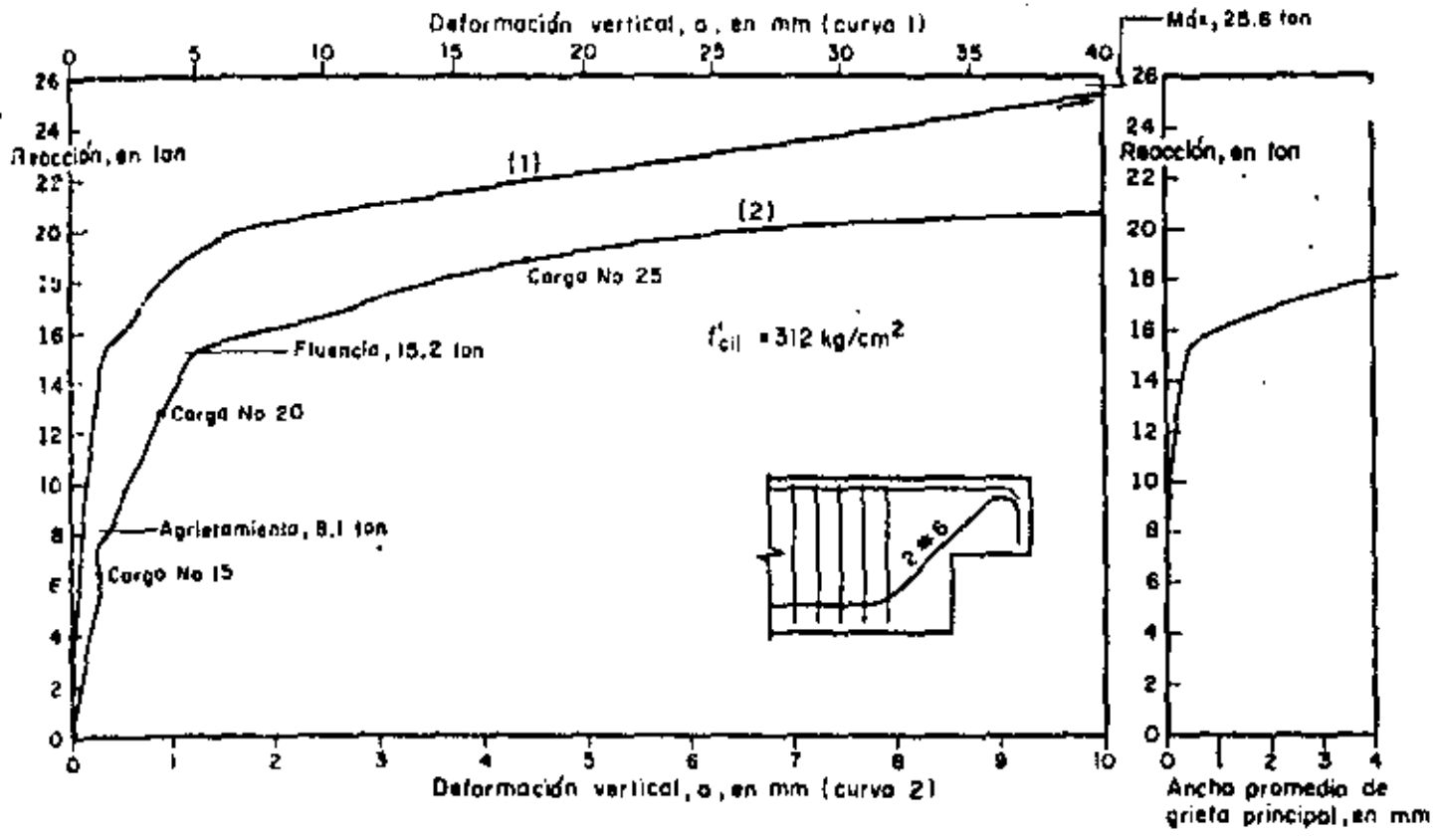


$$\Sigma F_v = 0 \quad ; \quad A_{sl} = \frac{R_y}{f_y \cdot \mu}$$

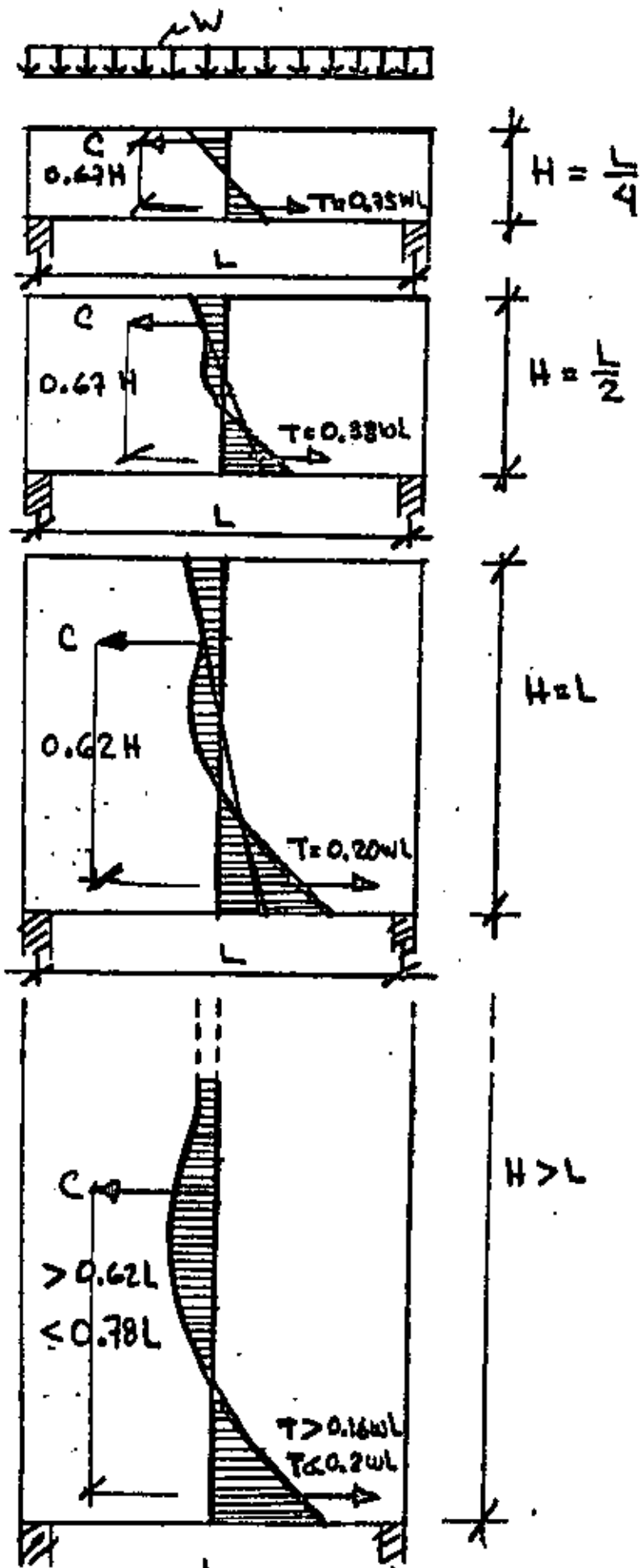
$$\Sigma M = 0 \quad ; \quad A_s = \frac{R_y \cdot e}{f_y \cdot z}$$

b) Falla por cortante

Fig. 3. Criterios de dimensionamiento

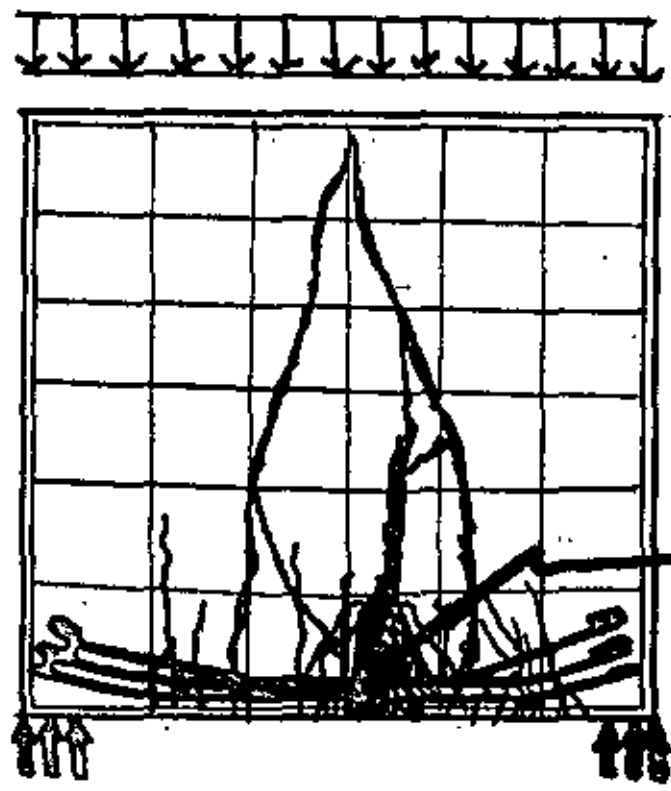
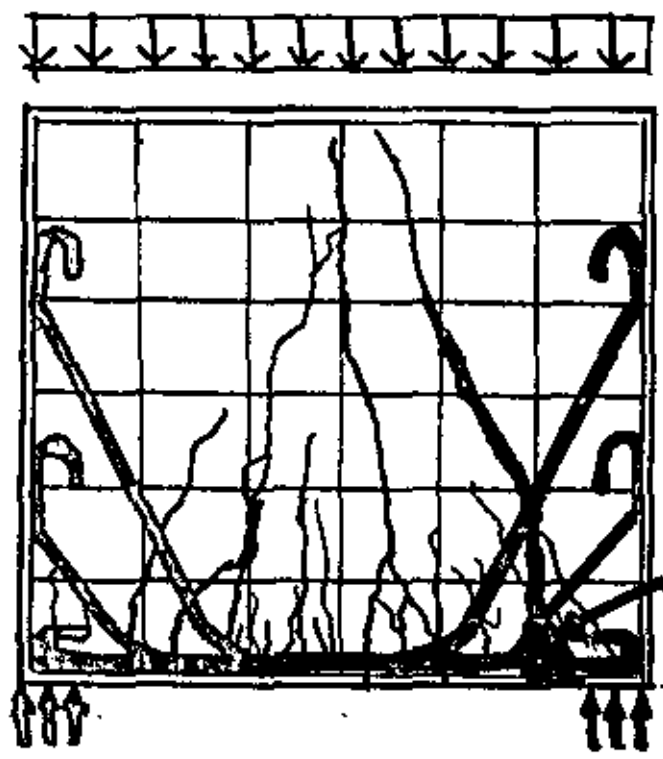


DISTRIBUCIONES ELASTICAS DE ESFUERZOS EN VIGAS CON DIFERENTES RELACIONES L/H (19)

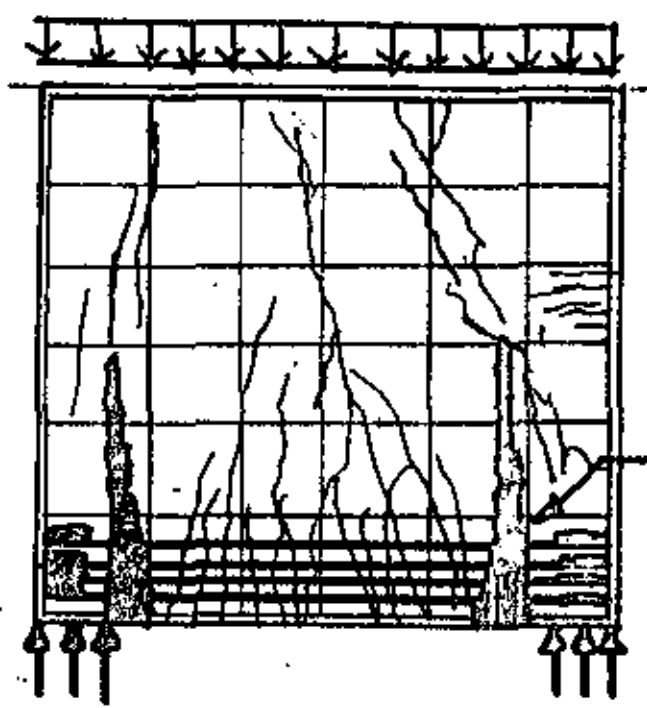
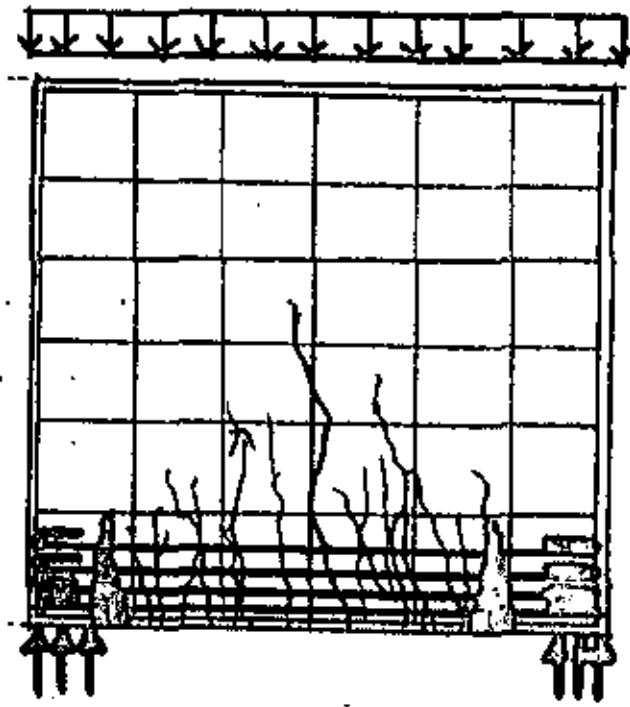


FOLLAS POR ROTURA DEL ACERO DE FLEXION EN VIGAS DE GRAN PERALTE

(15)

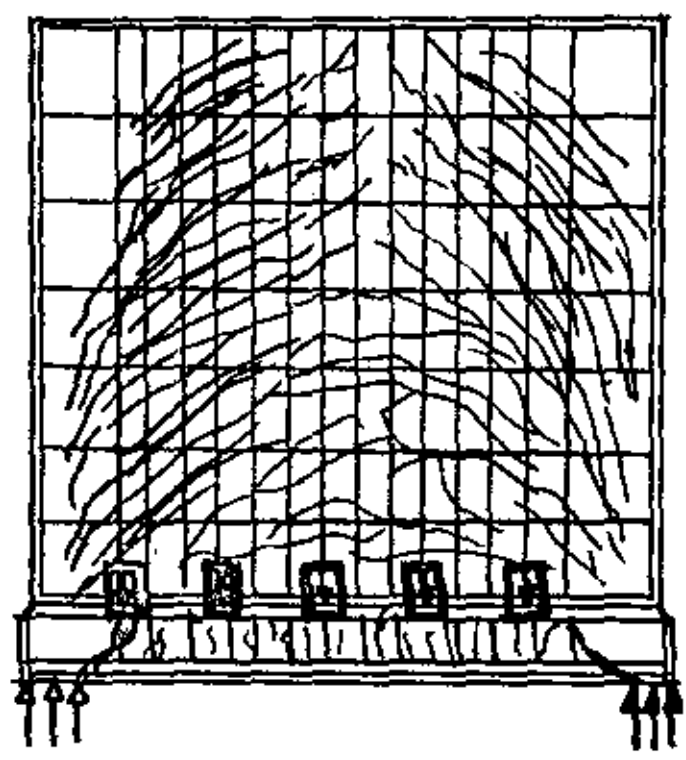


FALLAS POR APLASTAMIENTO DE LOS APOYOS EN VIGAS DE GRAN PERALTE

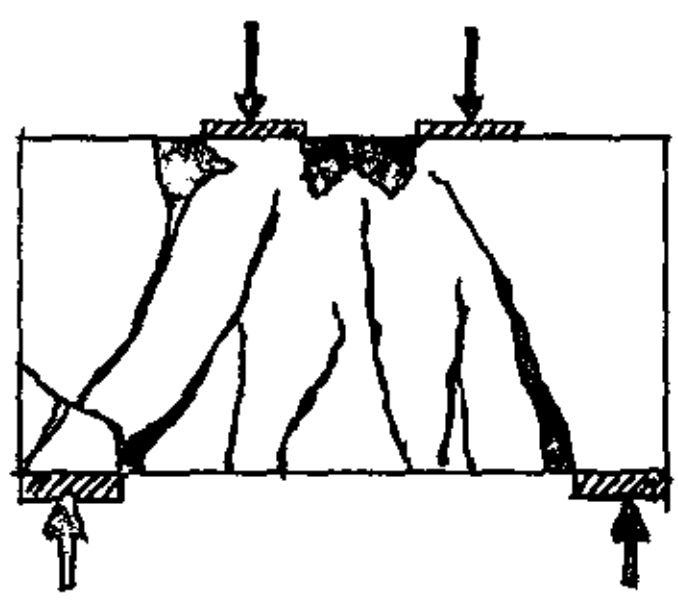


Aplastamiento del concreto

CONFIGURACION DE AGRIETAMIENTO EN VIGAS
CON CARGA APLICADA EN LA PARTE INFERIOR

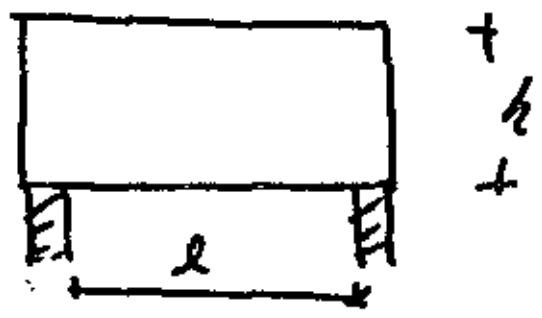


FALLA POR CORCHONTE EN VIGAS
DE GRAN PERALTE



VIGAS DIAFRAGMA.

GEOMETRIA



CONTINUAS $l/h < 2.5$

UN CLARO LIBREMENTE APOYADAS $l/h < 2.0$

RESISTENCIA A FLEXION

$$M_R = F_r A_s t y z$$

EN VIGAS DE UN CLARO

$$z = (0.4 + 0.2 l/h) h \quad \text{si } 1.0 < l/h \leq 2.0$$

$$z = 0.6 l \quad \text{si } l/h \leq 1.0$$

VIGAS CONTINUAS

$$z = (0.3 + 0.2 l/h) h \quad \text{si } 1.0 < l/h \leq 2.5$$

$$z = 0.5 l \quad \text{si } l/h \leq 1.0$$

$$P_{máx} = 0.008$$

CORTANTE

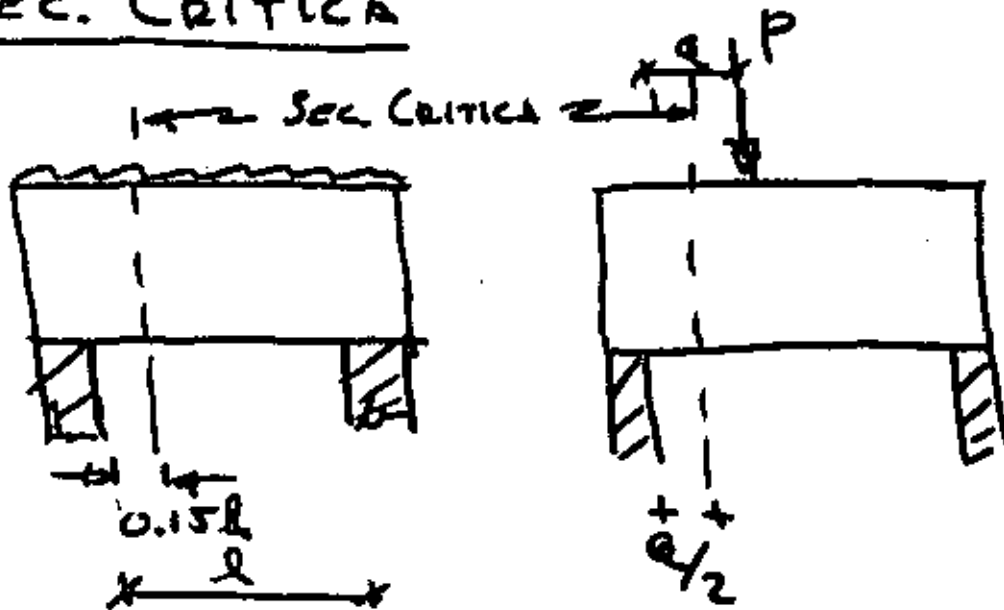
(19)

$$V_{c2} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c} (3.5 - 2.5 M/bd)$$

$$p_{c2} (3.5 - 2.5 M/bd) > 1.0$$

$$V_{cR} \leq 1.5 F_R b d \sqrt{f_c}$$

SEC. CRITICA



$$\frac{0.15l}{e/2} \leq d$$

$$V_{sv} = 0.083 F_R f_{yv} d A_v (1 + l/d) / S$$

$$V_{sh} = 0.083 F_R F_{yH} d A_{vH} (1 - l/d) / S$$

$$V_u \leq 2 F_R b d \sqrt{f_c}$$

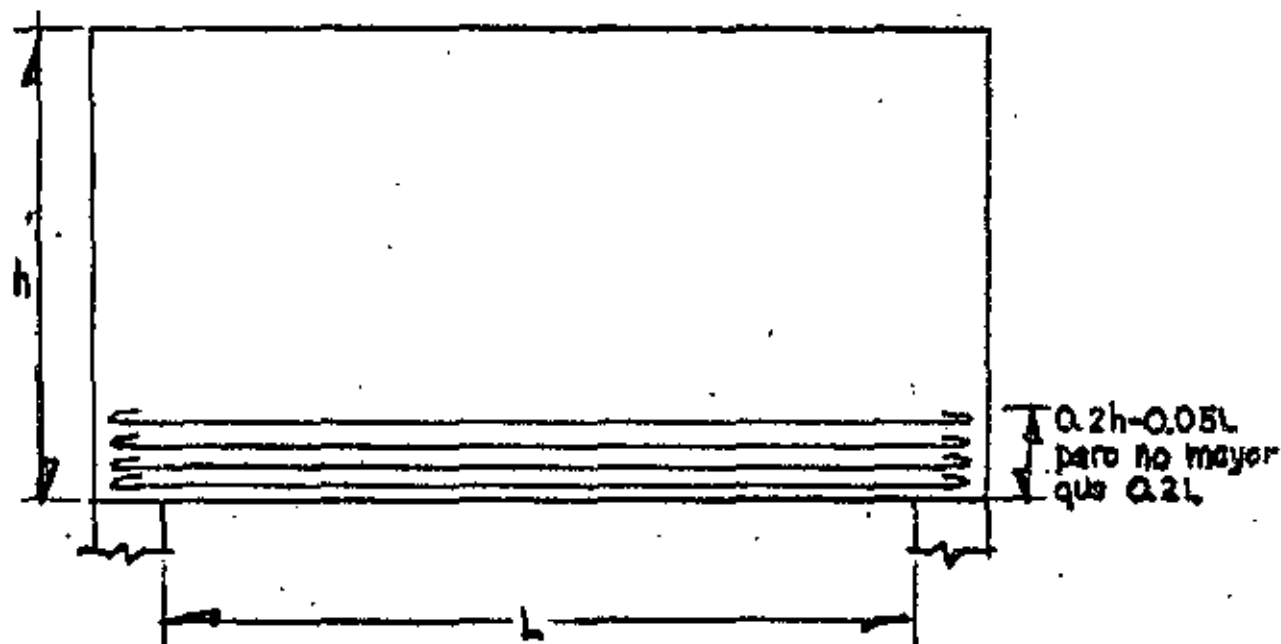


Fig 4.1. Disposición del refuerzo de flexión en una viga diafragma de un claro

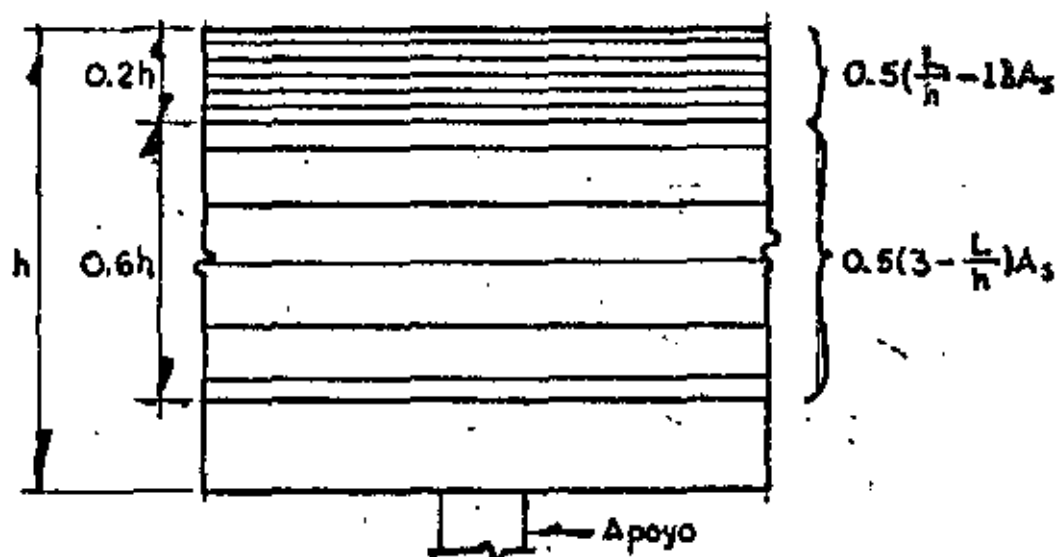
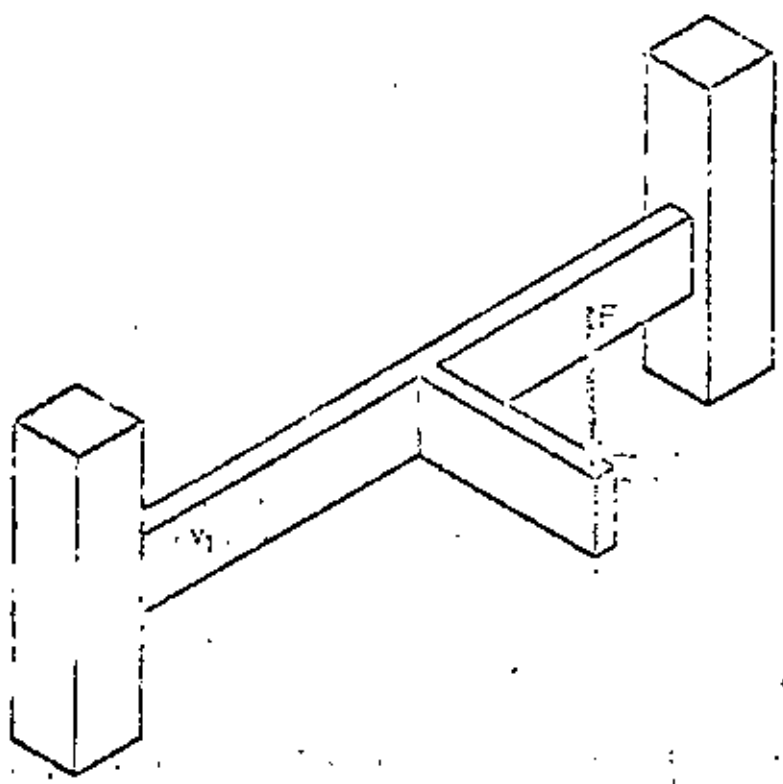
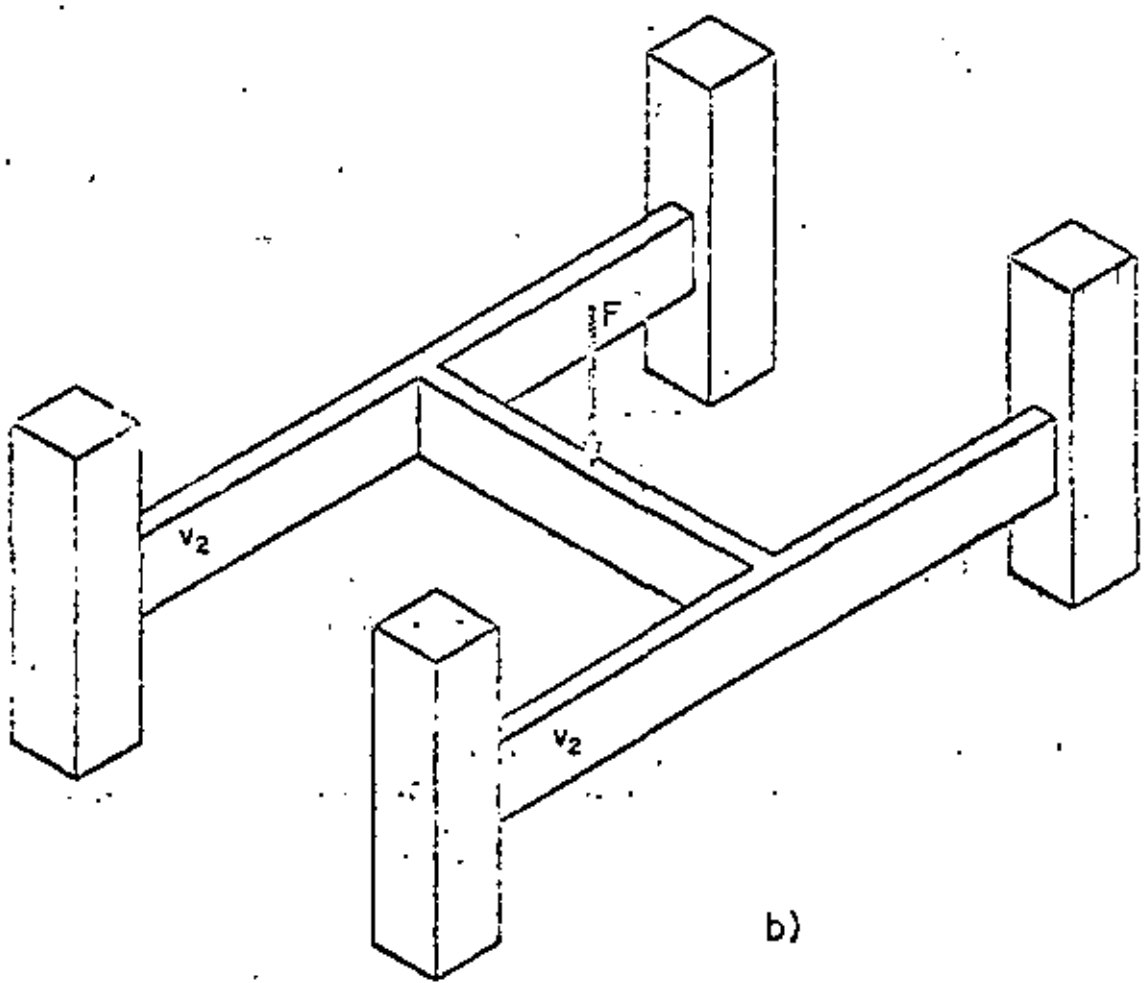


Fig 4.2 Franjas en que se distribuye el refuerzo negativo A_s , en una viga diafragma continua con $L/h \geq 1.0$



a)



b)

Fig 2.3 .Ejemplos de vigas en los que existe torsión (vigas v_1 y v_2)

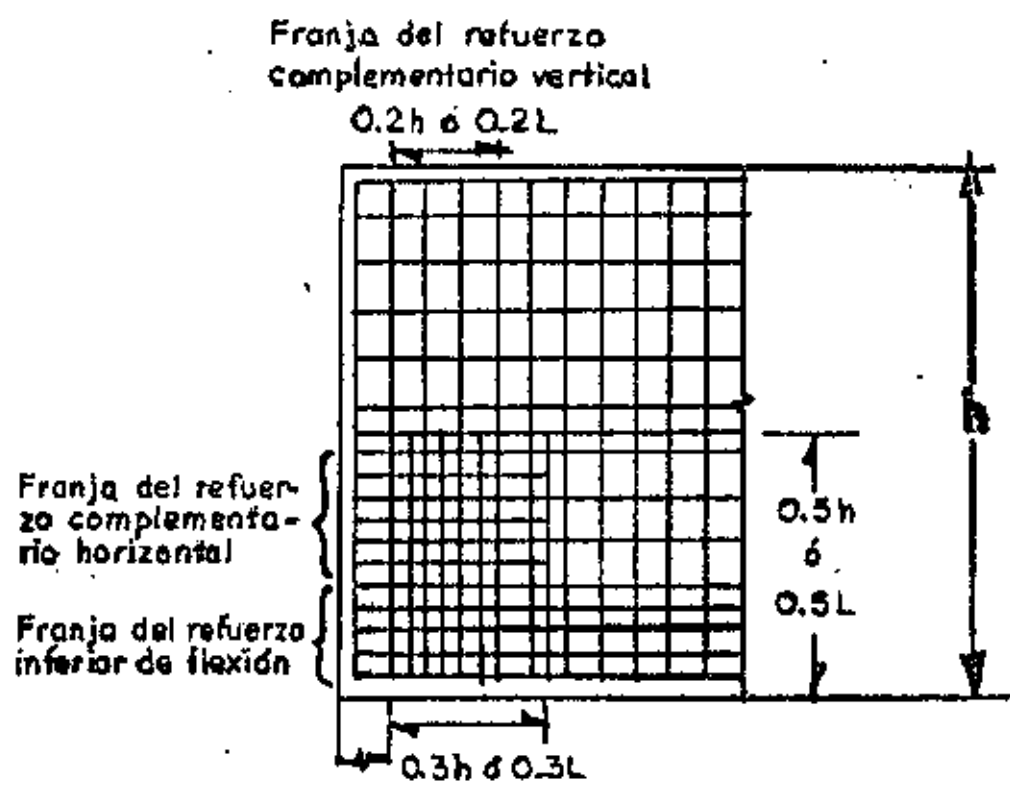


Fig 4.3. Refuerzo complementario en una zona de apoyo directo de una viga diafragma no atiesada

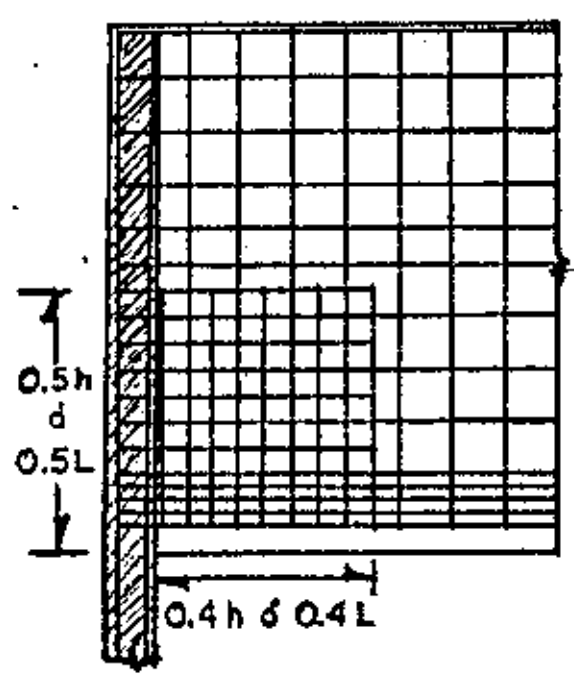


Fig 4.4. Refuerzo en una zona de apoyo indirecto

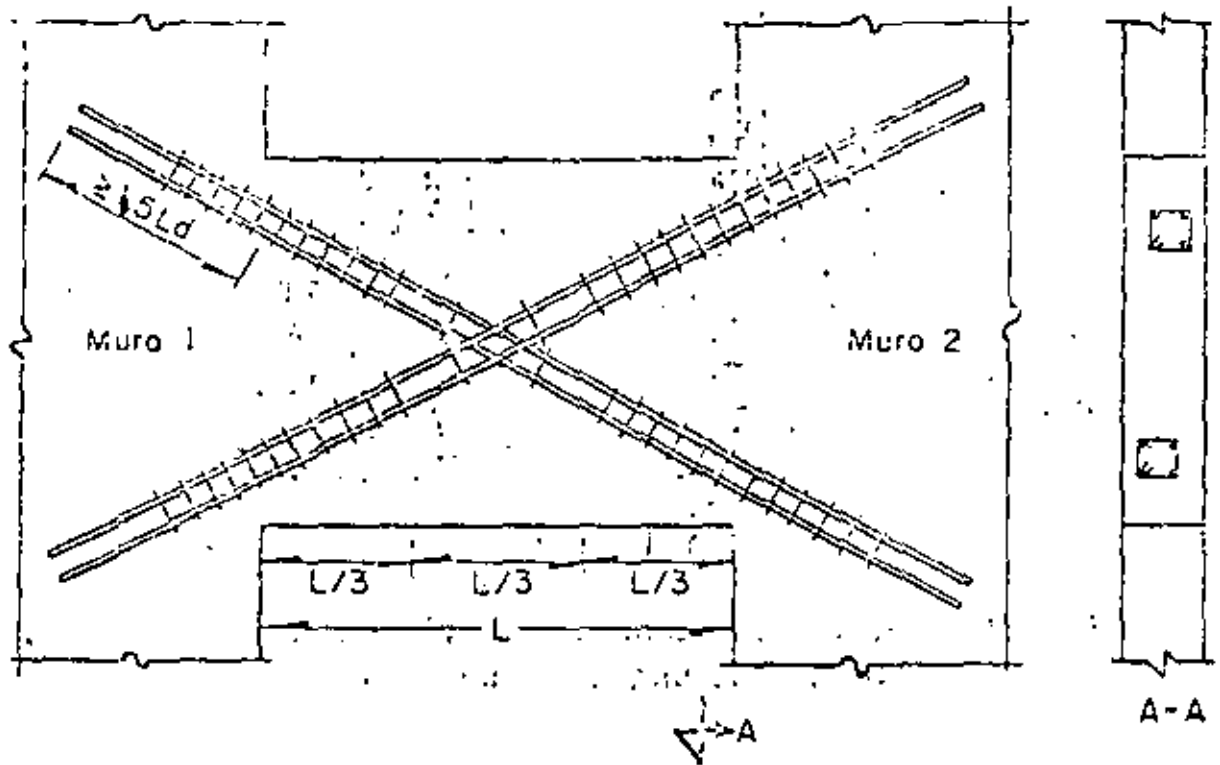
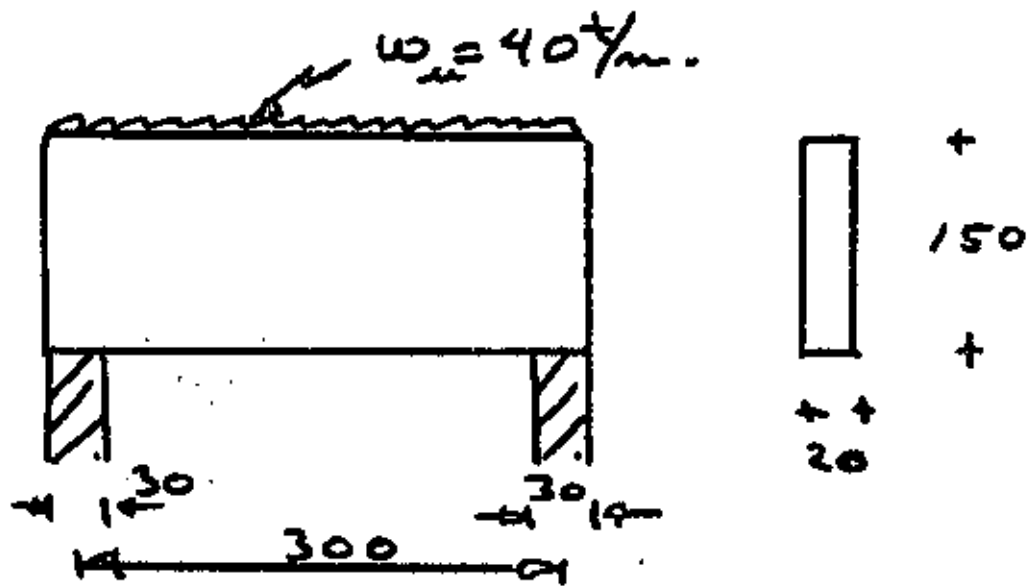


Fig 4.5 Refuerzo principal de una viga diafragma que une muros de cortante

EJEMPLO. - CALCULAR EL REFUERZO PARA LA SIG. VIGA.



$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2 \quad f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

REFUERZO POR FLEXION.

$$\frac{l}{h} = \frac{270}{150} = 1.8 < 2 \quad \therefore \text{VIGA PEBALTADA.}$$

$$M_R = F_R A_s + y z$$

$$\text{COMO } 1.0 < \frac{l}{h} < 2.0$$

$$z = (0.4 + 0.2 \frac{l}{h}) h$$

$$z = (0.4 + 0.2 \times 1.8) 150 = 114 \text{ cm.}$$

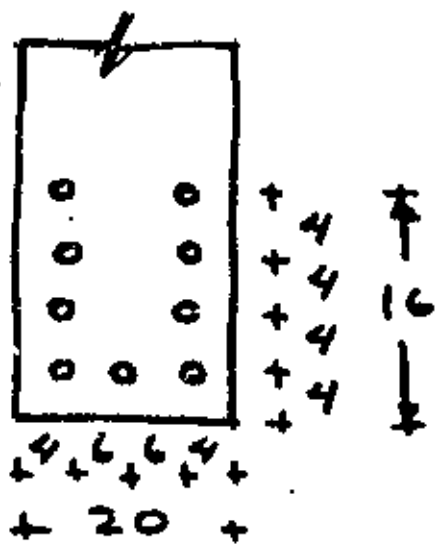
$$M_u = \frac{w l^2}{8} = \frac{40 (3)^2}{8} = 45 \text{ t-m.}$$

$$\text{si } M_u = M_R.$$

$$A_s = \frac{M_u}{F_R \cdot z} = \frac{4500000}{0.9 \times 4000 \times 114} = 10.96 \text{ cm}^2$$

CON 9 VARRAS N° 4 $A_s = 11.43 \text{ cm}^2$

(23)



$$0.2h - 0.05h \leq 0.2h$$

$$0.2 \times 150 - 0.05 \times 270 = \underline{16.5 \text{ cm}}$$

$$0.2 \times 270 = 54 \text{ cm}$$

$$r_c = 9.3 \text{ cm}$$

$$d = 150 - 9.3 = 140.7 \text{ cm}$$

A PLASTAMIENTO

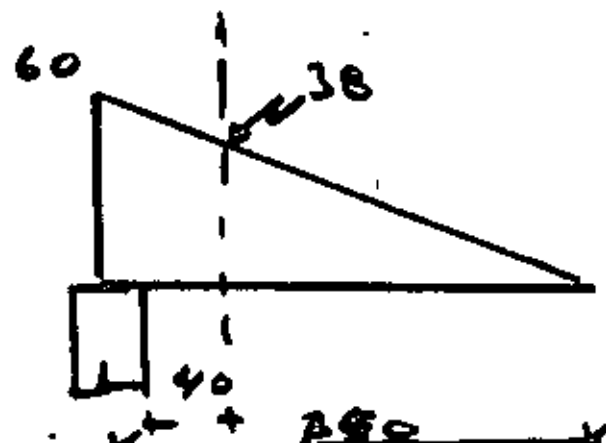
$$f_{por} = 0.5 f'_c = 0.5 \times 250 = 125 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_u = \frac{w_l l}{2} = R_{moy} = \frac{40 \times 3}{2} = 60 \text{ Ton}$$

$$f = \frac{60000}{30 \times 20} = 100 \text{ kg/cm}^2 < 125 \text{ kg/cm}^2 \text{ OK}$$

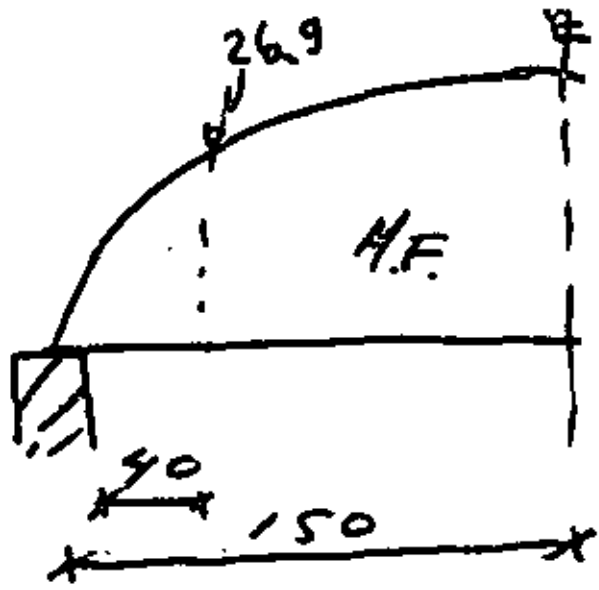
CORTANTE

$$V_{CR} = 0.5 F_R b_d \sqrt{f'_c} (3.5 - 2.5 \mu / \beta_1)$$



$$\begin{aligned} \text{SEC CRITICA} &= \\ &= 0.15 l = 0.15 \times 270 \\ &= 40 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\therefore V_u = 38 \text{ Ton}$$



$$3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd} = 3.5 - 2.5 \frac{36.9}{38 \times 140} = 2.23 > 1 \quad \text{OK.}$$

$$\therefore V_{cr} = 0.5 \times 0.8 \times 20 \times 140 \sqrt{250} \times 2.23 = 39.5 \text{ Ton} > 38 \text{ Ton}$$

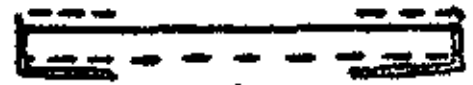
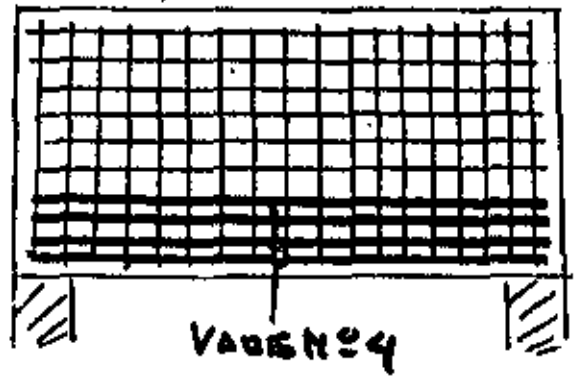
$$V_u \leq 2 F_R b d \sqrt{f'_c}$$

$$V_u = 38 \text{ Ton}$$

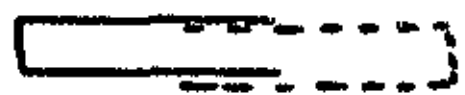
$$2 F_R b d \sqrt{f'_c} = 2 \times 0.8 \times 20 \times 140 \sqrt{250} = 70 \text{ Ton}$$

∴ No se requiere Refuerzo por Cortante.

Se colocará Refuerzo por Temperatura en el Alma.



FLEXION



EN EL ALMA





centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO

LOSAS

ING: FRANCISCO ROBLES FERNANDEZ:

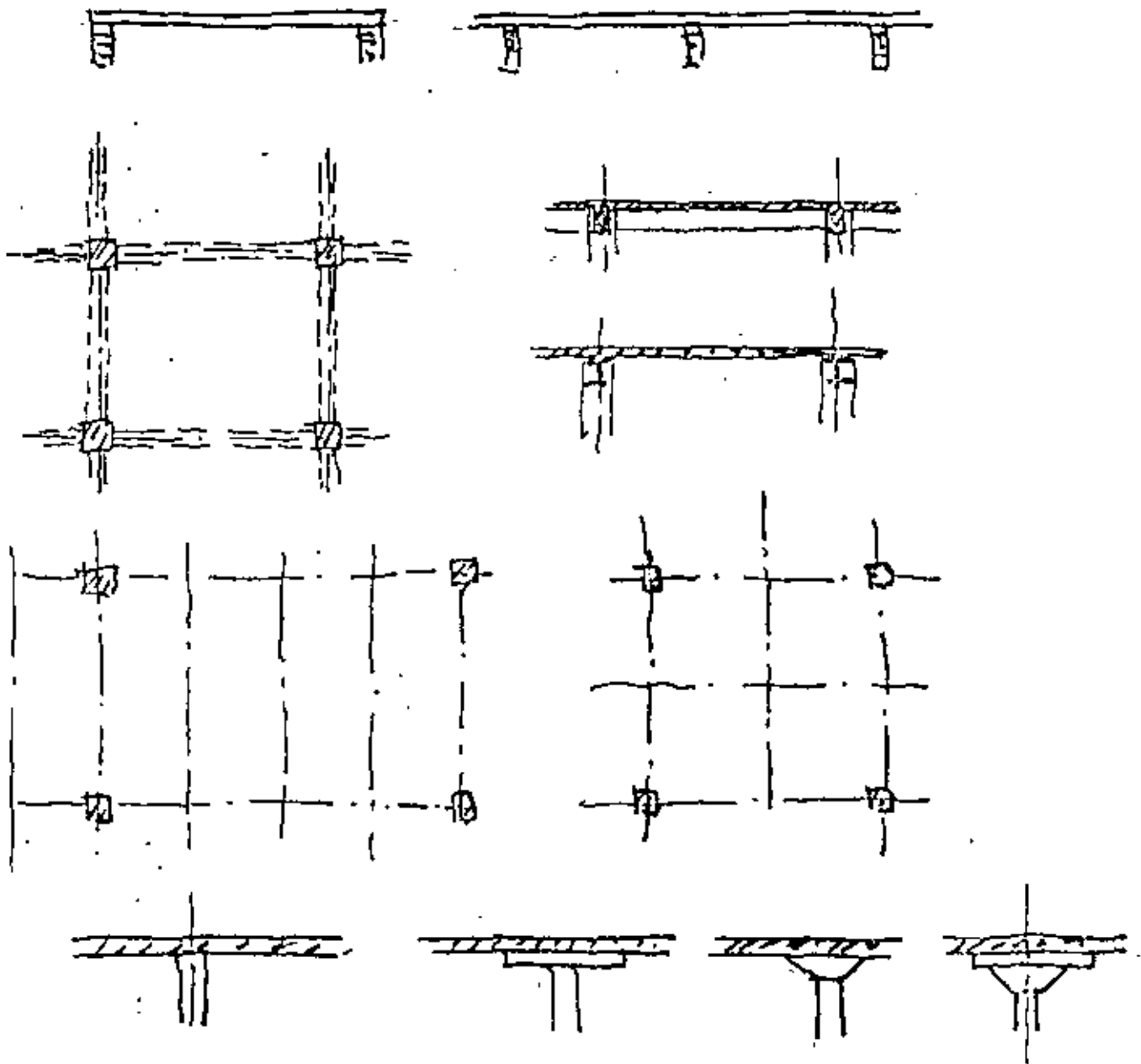
OCTUBRE DE 1979.



LOSAS

F. Robles

(Capítulo 14 del texto.)



LOSAS APOYADAS EN LADOS
OPUESTOS

Las losas que se apoyan en lados opuestos se flexionan en un solo sentido y pueden considerarse como un caso particular de la viga rectangular. (El caso de losas perimetralmente apoyadas, que se flexionan en dos sentidos se trata más adelante.) En su análisis suele considerarse un ancho unitario, generalmente un metro.

Las limitaciones de cuantía de acero máximo suelen ser semejantes a las indicadas para vigas de sección rectangular. Además debe cuidarse que la separación del acero principal, en el sentido de la flexión, no exceda de cierto valor. El Reglamento del Distrito Federal, por ejemplo, recomienda que la separación no exceda de 30 cm ni de 3.5 veces el peralte total.

Además del refuerzo principal en el sentido de la flexión, las losas deben contar con refuerzo normal al principal. Este refuerzo cumple dos funciones: contrarresta los efectos de los cambios volumétricos y resiste los momentos normales al sentido del momento principal, que pudiera producir una carga concentrada. Su cuantía suele ser del orden de 0.002.

Los requisitos de recubrimiento son análogos a los de vigas rectangulares.

En la tabla 1 se dan algunas recomendaciones que pueden tomarse como guía para la elección de peraltes tentativos.

TABLA ① PERALTES MINIMOS RECOMENDADOS EN LOSAS APOYADAS EN LADOS OPUESTOS Y VIGAS

<u>Miembros</u>	<u>Simplemente apoyada</u>	<u>Un extremo continuo</u>	<u>Ambos extremos continuos</u>	<u>Voladizo</u>
Losas	$l/20$	$l/24$	$l/28$	$l/10$
Vigas	$l/16$	$l/18.5$	$l/21$	$l/8$

Las longitudes l , en miembros no integrales con los apoyos, se toman iguales al claro libre más el peralte del elemento, pero no superiores a la distancia entre centros de apoyos. En elementos continuos se toma la distancia centro a centro. En voladizos se toma la longitud al paño del apoyo.

(Ver sección 4.3.2 de las NTC.)

Ejemplo ① Dimensionamiento de una losa apoyada en lados opuestos

El problema consiste en diseñar una losa apoyada libremente sobre muros.

La carga de servicio de 760 kg/cm^2 dada se multiplicó por un factor de carga igual a 1.4 para obtener los valores del momento y de la fuerza cortante que debe resistir la losa.

El claro de cálculo se tomó como la distancia centro a centro de apoyos. (Puede tomar el claro libre más el peralte efectivo, lo que en este caso daría un valor ligeramente menor.)

Se escogió arbitrariamente un peralte de 15 cm.

La relación entre el claro y este peralte es $500/15 = 33$. El valor es superior a los valores conservadores recomendados en la tabla 1. *Por lo tanto conviene revisar la deflexión.*

Como recubrimiento de cálculo se tomó 2.5 cm, que proporcionan una protección adecuada ya que el diámetro del refuerzo requerido será pequeño. El peralte efectivo correspondiente es 12.5 cm.

El análisis y dimensionamiento de este tipo de losas suele referirse a un ancho unitario. En el ejemplo se consideró un metro, de manera que el momento y la fuerza cortante calculados son los que actúan sobre una faja de un metro de ancho.

El refuerzo principal calculado resultó dentro de los límites establecidos. La separación obtenida se redondeó a 16 cm .

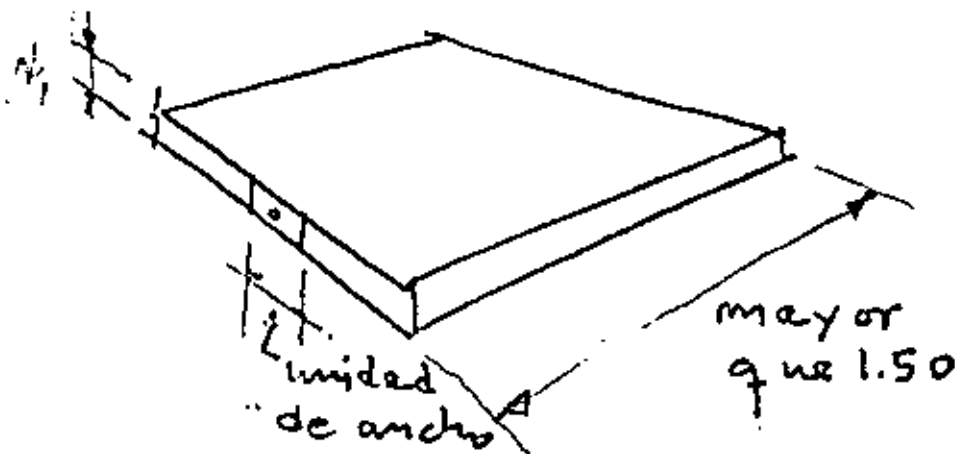
⑤

En el croquis de armado se muestra el refuerzo principal junto con el refuerzo transversal, que en estas losas se coloca encima del primero para lograr la máxima efectividad de este último.

La revisión por esfuerzo cortante indicó que el concreto por sí solo resiste ampliamente la fuerza cortante, como suele suceder en losas.

$$a_s = \frac{450 \rho_1}{f_y (N_1 + 100)} \quad \begin{matrix} (3.10) \\ (EC 3.3) \end{matrix}$$

a_s = área transversal del refuerzo colocado en la dirección que se considera por unidad de ancho de la pieza (cm^2/cm). ($2a_s$ en elementos no protegidos)



$$s_{máx} \begin{cases} 50 \text{ cm} \\ 3.5 \rho_1 \end{cases}$$

Alternativa : $\rho \begin{cases} 0.2\% \text{ en elementos protegidos} \\ 0.4\% \text{ en elementos no protegidos} \end{cases}$

Refuerzo transversal

Aplicar lo que indica la sección 3.10.

Ej. 1

⑧

Refuerzo máximo (2.1.2)

$$A_{smax} = A_{sb} = \frac{f_c''}{f_y} \cdot \frac{4800}{f_y + 6000} b d \quad (E_c 2.2)$$

$$= \frac{136}{4200} \cdot \frac{4800}{4200 + 6000} b d$$

$$A_{smax} = \underline{0.015 b d}$$

Fuerza cortante que resiste el concreto

$$\text{Si } p < 0.01 : V_{cR} = F_R b d (0.2 + 30p) \sqrt{f_c''} \quad (E_c 2.16)$$

$$\text{Si } p \geq 0.01 : V_{cR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c''} \quad (E_c 2.17)$$

$$(F_R = 0.8)$$

ANÁLISIS (Cálculo de momentos y fuerzas cortantes)

Claro (c.a.c. de apoyos) = 5 m

$$w_u = 0.76 \times 1.4 \approx \underline{1.06} \text{ ton/m} - (\text{por metro de ancho})$$

$$M_u = \frac{1}{8} w_u l^2 = \frac{1.06 \times 5^2}{8} = \underline{\underline{3.31 \text{ ton-m}}}$$

$$V_u = \frac{w_u l}{2} = \frac{1.06 \times 5}{2} = \underline{\underline{2.65 \text{ ton}}}$$

DIMENSIONAMIENTO

Elección de peralte:

Suponer $h = 15 \text{ cm}$; $d = 12.5$

(Ver 3.4 para recomendaciones sobre recubrimiento.)

Cálculo del acero requerido por metro de ancho ($b = 100 \text{ cm}$)

Usando gráfica de la fig 2, pág 173:
(Ver Anexo ①)

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{3.31 \times 10^5}{100 \times 12.5^2} = 21.84$$

$p = 0.0062$ (de la gráfica)

$$A_s = 0.0062 \times 100 \times 12.5 = \underline{\underline{7.75 \text{ cm}^2/\text{m}}}$$

(Ver también Anexos 2' y 2". En este caso el momento es superior al máximo de la gráfica.)

Revisión limitaciones acero principal

Por flexión

$$A_{s_{min}} = 0.0024 b d = 0.0024 \times 100 \times 12.5$$

$$= \underline{3 \text{ cm}^2} < 7.8$$

$$A_{s_{max}} = 0.015 b d = 0.015 \times 100 \times 12.5$$

$$= \underline{18.75 \text{ cm}^2} > 7.8$$

Por cambios volumétricos

$$a_s = \frac{450 \text{ kg}}{f_y (A_1 + 100)} = \frac{450 \times 15}{4200 (15 + 100)} = 0.0114 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

Para 100 cm: $a_{s_{100}} = \underline{1.4 \text{ cm}^2} < 7.8$

Separación acero principal

$$\frac{s}{A_{sv}} = \frac{100 \text{ cm}}{A_s}$$

(A_{sv} = área de la sección de una barra)

$$s = \frac{100 A_{sv}}{A_s}$$

Si $A_s = 1.27 \text{ cm}^2$ (barra del #4)

$$s_{\#4} = \frac{100 \times 1.27}{7.8} = 16.3 \text{ cm} \begin{cases} < 3.5 \lambda_1 = 52.5 \\ < 50 \end{cases}$$

Reforzo transversal

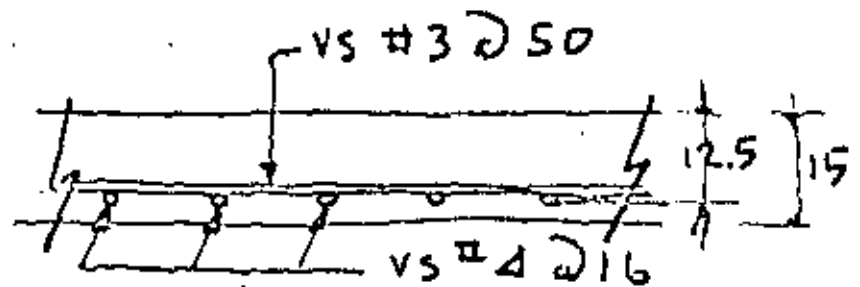
Usando varillas del #3, $A_{sv} = 0.71 \text{ cm}^2$

$$(A_s = a_{s100})$$

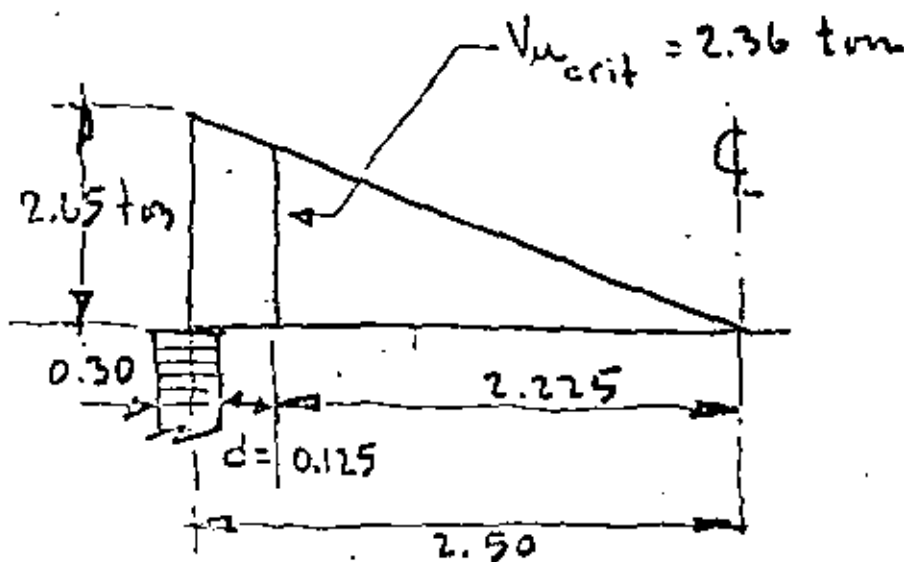
$$S = \frac{100 \times A_{sv}}{A_s} = \frac{100 \times 0.71}{1.4} = 51 \text{ cm} \begin{cases} > 50 \\ < 3.5/4 = 52.5 \end{cases}$$

\therefore Usar vs #3 @ 50 cm

ARMADO



REVISION FUERZA CORTANTE



Fuerza cortante que resiste el
el concreto

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{1.27}{16 \times 12.5} = 0.0064 < 0.01$$

\therefore Usar E_c 2.16

$$V_{CR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f'_c} = 0.5 \times 0.8 \times 100 \times 12.5 \sqrt{160}$$

$$V_{CR} = 6324.5 \text{ kg} \approx \underline{\underline{6.32 \text{ ton}}} \approx 72.36 \text{ tm}$$

REVISION DEL APLASTAMIENTO
EN EL APOYO



Aplastamiento admisible

$$p_R = F_R f'_c \quad (2.1.4)$$

$$= 0.7 \times 160 = \underline{\underline{112}} \text{ kg/cm}^2$$

$$p_u = \frac{2650}{30 \times 100} = 0.9 \text{ kg/cm}^2 < 112$$

REVISION DEL ANCLAJE EN EL APOYO (3.1)

Longitud básica

$$l_{db} = 0.06 \frac{a_s f_y}{\sqrt{f'_c}} \geq 0.006 d_b f_y \quad (E_c. 3.2)$$

d_b = diámetro barra en cm
 a_s = área transversal barra

$$l_{db} = 0.06 \frac{1.27 \times 4200}{\sqrt{200}} = 22.6 \text{ cm}$$

$$0.006 d_b \times f_y = 0.006 \times 1.27 \times 4200 = 32 > 22.6$$

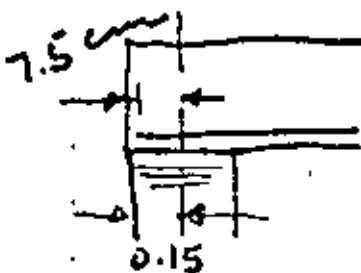
\therefore usar $l_{db} = 32 \text{ cm}$

$$l_d = l_{db} = \underline{\underline{32 \text{ cm}}}$$

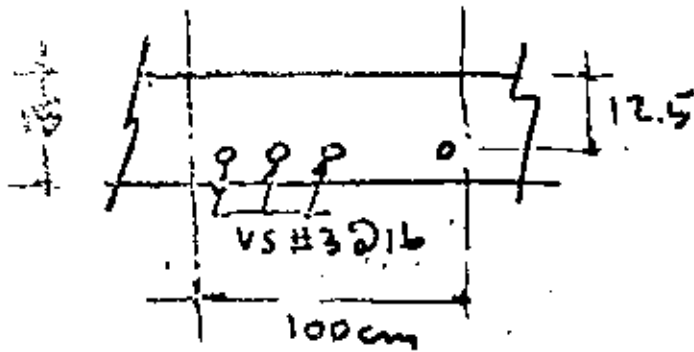
(Ver también la Tabla 3 de las ayudas de diseño)

Longitud que las barras deban prolongarse más allá del centro del apoyo

$$l_d - 0.25 L = 32 - 0.25 \times 500 < 0.5h = 0.5 \times 15 = 7.5$$



$$(l_d - 0.25 L \geq 0.5h \quad ; \quad E_c. 3.1)$$

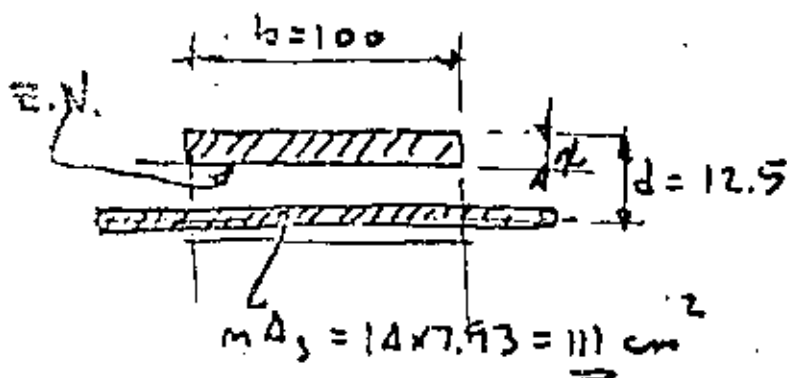
REVISION DE DEFLEXION (2.2.2)

$$A_s = \frac{100}{16} \times 1.27 = 7.93 \text{ cm}^2$$

$$\left. \begin{aligned} E_c &= 10000 \sqrt{f'_c} = 10000 \sqrt{200} = 141421 \text{ kg/cm}^2 \\ E_s &= 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right\} (1.4)$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{141421} \approx \underline{\underline{14}}$$

Momento de inercia de la sección transformada



Profundidad eje neutro (4)

$$\begin{aligned} \frac{b d^2}{2} - m A_s (d - x) &= 0 \\ 504^2 - 111 (12.5 - x) &= 0 \end{aligned}$$

$$y^2 + 2.22y - 27.75 = 0.$$

Ej. 1

(15)

$$y = \underline{4.28 \text{ cm}}$$

Momento de inercia

$$\frac{1}{3} \times 100 \times 4.28^3 = 2613$$

$$111 (12.5 - 4.28)^2 = \frac{7500}{10113 \text{ cm}^4}$$

Deflexión inmediata

$$\delta_1 = \frac{5}{384} \frac{w l^4}{EI}$$

$$w = 760 \text{ kg/m} = \underline{7.6 \text{ kg/cm}}$$

$$\delta_1 = \frac{5}{384} \frac{7.6 \times 500^4}{141421 \times 10113} = \underline{4.32 \text{ cm}}$$

Deflexión diferida (suponiendo cargas
viva total)

Factor para determinar deflexión adicional:

$$\left[2 - 1.2 \frac{A'_s}{A_s} \right] \geq 0.6 \quad (\text{Ec. 2.38})$$

$$\therefore \delta_2 = 3\delta_1 = 3 \times 4.32 = \underline{12.96 \text{ cm}}$$

Deflexión admisible (Art. 207)

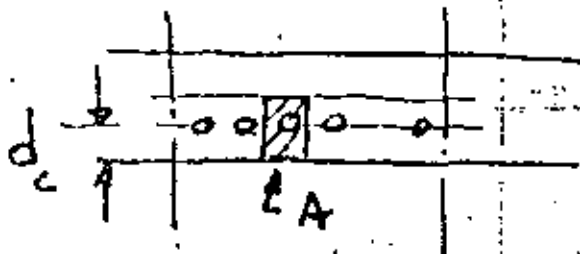
$$0.5 + \frac{l}{240} = 0.5 + \frac{500}{240} = \underline{2.60} < 4.52 < 12.96$$

∴ Debe aumentarse el peralte

REVISION DEL AGRIETAMIENTO (2.23)

Según la Ec. 2.39, la cantidad $f_s \sqrt{d_c A}$ no debe exceder de 40 kg/cm^2 .

$$f_s, \text{ el esfuerzo del acero } \left\{ \begin{array}{l} \text{Revisando según} \\ \text{2.2.1} \\ M/0.9dA_s \quad (a) \\ 0.6f_y \quad (b) \end{array} \right.$$



$$(a) \quad M = \frac{M_u}{1.4} = \frac{3.31}{1.4} = \underline{2.36} \text{ tm-m}$$

$$f_s = \frac{2.36 \times 10^5}{0.9 \times 12.5 \times 7.93} = \underline{262.5} \text{ kg/cm}^2$$

Ej. 1

(7)

$$(b) f_s = 0.6 \times 4200 = \underline{\underline{2520}} \text{ kg/cm}^2$$

$$d_c = 2.5 \text{ cm}$$

$$A = \frac{5 \times 100}{100/16} = 80 \text{ cm}^2$$

$$f_s \sqrt[3]{d_c A} = 2685 \sqrt[3]{2.5 \times 80} = \underline{\underline{15868}} < 20000$$

\therefore OK

LOSAS PERIMETRALMENTE APOYADAS

Análisis

El análisis elástico de losas perimetralmente apoyadas no es fácil. Por otra parte los resultados obtenidos de un análisis de este tipo no son rigurosamente correctos ya que el comportamiento del concreto no es estrictamente elástico. Las dificultades de tener en cuenta los efectos del agrietamiento, de las deflexiones de las vigas sobre las que se apoyan las losas y de las variaciones posibles de la carga viva contribuyen a agravar la complejidad del análisis.

Para simplificar el problema, los reglamentos suelen proporcionar coeficientes. Estos coeficientes están basados en los resultados de análisis elásticos rigurosos modificados para tener en cuenta en forma semi-empírica el comportamiento real de losas observado experimentalmente. Los valores dados prevén variaciones de carga moderadas.

La Tabla 4.1 de las NTC da coeficientes de momento que son aplicables en la mayoría de los casos prácticos (Anexo 3). Las NTC establecen con detalle las limitaciones que deben respetarse (4.3.3-a).

(Ver. sección 4.3.3 de las NTC.)

Secciones críticas y franjas de refuerzo
(4.3.3-b)

Para momento negativo las secciones críticas se toman en los bordes del tablero; y para positivo; en las líneas medias.

La losa se supone dividida, en cada dirección, en dos franjas extremas y una central. Los coeficientes de la Tabla de ^{Anexo 3} dan los momentos en las franjas centrales. El refuerzo correspondiente a las franjas extremas puede reducirse en la forma indicada en la tabla citada. Para relaciones de claro corte a claro largo mayores de 0.5, las franjas centrales se toman con un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas, y cada franja extrema, igual a la cuarta parte del mismo. Para relaciones a_1/a_2 menores de 0.5, la franja central perpendicular al lado largo tendrá un ancho igual a $a_2 - a_1$, y cada franja extrema, igual a $a_1/2$.

Peralte mínimo (4.3.3-e)

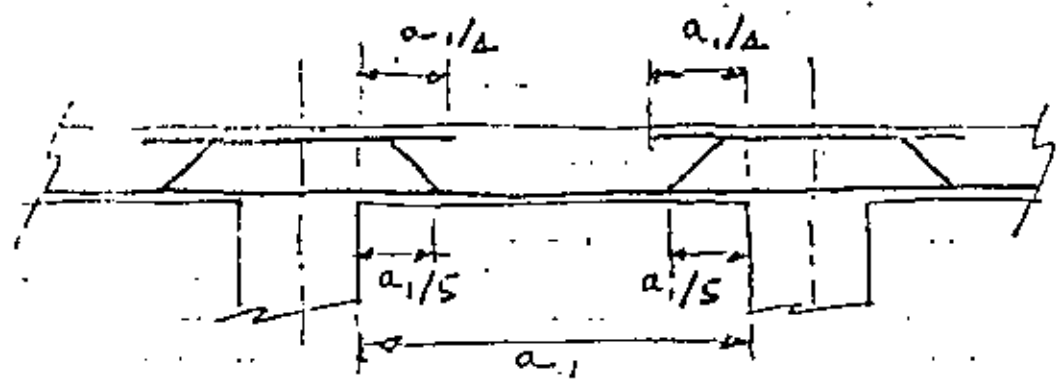
El cálculo de deflexiones puede omitirse si el peralte efectivo no es menor que el perímetro del tablero entre 300. Para este cálculo la longitud de los tableros se incrementa en 50 por ciento si los apoyos de la losa no son monolíticos con ella y 25 por ciento cuando lo sean.

Esta disposición es aplicable en losas en que $f_s \leq 2000 \text{ kg/cm}^2$ y $w \leq 380 \text{ kg/m}^2$. Para otras combi-

maciones de f_s y w , el peralte efectivo mínimo se obtiene multiplicando por $0.034 \sqrt{f_s w}$ el valor obtenido según el párrafo anterior.

Recomendaciones sobre refuerzo

Los cortes y doblados de varillas pueden hacerse de acuerdo con las indicaciones de la figura. En bordes discontinuos se usa $a/5$ para el acero negativo y $a/7$ para el positivo. Los valores dados deben aplicarse en ambos sentidos de la losa. Las consideraciones sobre refuerzo mínimo y máximo hechos para losas con flexión en un sentido son también aplicables a losas perimetralmente apoyadas.



CORTE Y DOBLADO DE VARILLAS EN LOSAS PERIMETRALMENTE APOYADAS. (En el claro largo se usan las mismas distancias que en el corto.)

Distribución de momentos entre tableros adyacentes (4.3.3-c)

Cuando los momentos obtenidos en el borde común de dos tableros adyacentes sean distintos, se distribuirán 2/3 del momento desequilibrado entre los dos tableros si estos son monolíticos con sus apoyos. Para la distribución se supondrá que la rigidez del tablero es proporcional a d^3/a . Si los tableros no son monolíticos se distribuye la totalidad del momento.

Revisión resistencia a fuerza cortante (4.3.3-f)

$$V = (a_1/2 - d) w / [1 + (\frac{a_1}{a_2})^4] \quad (E_c 4.3)$$

Cargas lineales (4.3.4)

Cargas concentradas (4.3.5)

Losas con bordes libres

Esteva M., L., "Coeficientes de diseño para losas con bordes libres", Revista "Ingeniería", jul 1963.

Métodos basados en
análisis límite

Líneas de fluencia

Método de Hillarborg, Sección H
del Manual de Diseño de Obras
Civiles.

Losas armadas con mallas

Ejemplo ① Dimensionamiento de una losa perimetralmente apoyada

Se considera en este ejemplo un tablero externo de un sistema de piso formado por trabes y losas.

Como peralte total tentativo se escogió ¹² 12 cm, que es ~~aproximadamente igual~~ ^{12.1} al valor mínimo de 8 cm que resulta de aplicar la regla dada en la sección 4.3.3-2. Este valor fue el utilizado al estimar la carga total que soportaba la losa en condiciones de servicio o de trabajo. La carga de diseño que debe resistir la losa se obtuvo multiplicando la carga de servicio por el factor de carga 1.4. Con este valor se determinó el momento flexionante M_R para el cual debe dimensionarse la losa.

En el Reglamento del D.D. F. se establece que el peralte efectivo correspondiente al acero de flexión debe reducirse en dos centímetros para tener en cuenta errores en la colocación del refuerzo. Este ajuste es significativo en el caso de losas, en que el peralte total suele ser reducido. En el ejemplo, el peralte efectivo del acero positivo resultó de 10 cm, considerando un recubrimiento de 2 cm. El del acero negativo, de acuerdo con la recomendación anterior, se redujo a 8 cm. Los momentos de diseño en las diversas regiones del tablero se calcularon con los coeficientes de la tabla del Anexo 3. Los cálculos correspondientes, así como los de las áreas y separaciones de acero requeridas, se efectuaron en forma tabular.

Para mayor brevedad el acero se calculó utilizando la gráfica del Anexo 1. Esta gráfica, que corresponde a un concreto de $f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$, permite encontrar los valores de la cuantía de acero ρ , para vigas rectangulares de peralte efectivo y ancho conocidos, requerida para resistir un momento de diseño, M_R , dado.

La gráfica se basa en la ecuación

$$M_R = F_R \cdot b d^2 f''c q (1 - 0.5 q)$$

en la que $q = p \frac{f_y}{f''c}$

~~Esta ecuación puede deducirse de las condiciones de equilibrio y de la hipótesis de la sección 14.3.1, en forma semejante que las ecuaciones 14.3 y 14.5. En las NTC pueden encontrarse gráficas análogas a la de la fig 14.10 para otras restricciones de concreto. Se ensayaron dos tamaños de varillas: No. 2.5 y No. 3. En el armado propuesto se utilizó la del No. 3. Observa que para los momentos positivos rigió la limitación de acero mínimo. La separación del acero negativo sobre el apoyo, continuó superior a la separación máxima admisible de 30 cm.~~

de la pág 31

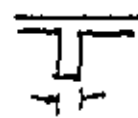
En la hoja de cálculo ~~5~~ se muestran en una planta esquemática las separaciones teóricas requeridas por momento para cumplir con especificaciones en las distintas zonas del tablero de losa considerado. Los armados propuestos se ajustan a estas separaciones dentro de las restricciones que impone la conveniencia que desde un punto de vista constructivo tiene el usar separaciones moduladas.

~~Las separaciones de los armados propuestos se muestran en la hoja de cálculo 5. Se observó que para los momentos positivos la separación teórica requerida es superior a la separación máxima admisible de 30 cm. En consecuencia, se adoptó la separación máxima admisible de 30 cm para los momentos positivos. Para los momentos negativos la separación teórica requerida es inferior a la separación máxima admisible de 30 cm. En consecuencia, se adoptó la separación teórica requerida para los momentos negativos.~~

(Ver Ejemplo 11 de las NTC.)

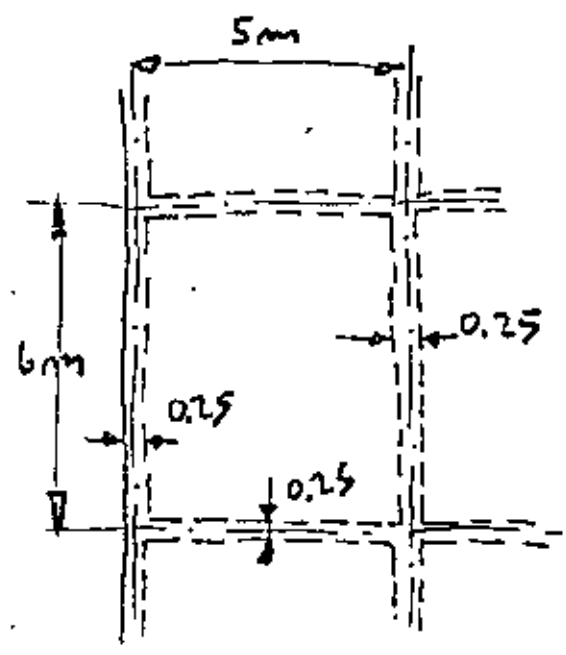
EJEMPLO (2) DIMENSIONAMIENTO DE UNA LOSA PERIMETRALMENTE APOYADA

DATOS



Cargas de servicio

$w = 1000 \text{ kg/m}^2$
(incluye peso propio)



Materiales

$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
barras del # 2.5 ó # 3

CONSTANTES Y ESPECIFICACIONES

$f_c^{*k} = 0.80 f'_c = 0.80 \times 200 = \underline{160} \text{ kg/cm}^2$

$f_c'' = 0.85 f_c^{*k} = 0.85 \times 160 = \underline{136} \text{ kg/cm}^2$

Factor de carga : $F_c = 1.4$

Refuerzo mínimo :

$P_{min} = 0.002A$ (Ver ejemplo (1))

$$a_s = \frac{450 \phi_1}{f_y (\phi_1 + 100)} \quad \text{Ej. 2} \quad (\text{Ver Ej. 1})$$

$$s_{max} \begin{cases} 50 \text{ cm} \\ 3.5 \phi_1 \end{cases}$$

Rafuerzo máximo

$$\rho_{max} = 0.015 \quad (\text{Ver Ej. 1})$$

Resistencia a cortante

$$V_{CR} = 0.5 F_R b d \sqrt{F'_{RC}} \quad (4.3.3-f)$$

ELECCION PERALTE

Peralte efectivo mínimo (4.3.3-e)

$$d_{min} = \frac{1.25 \times 575 + 575 + 2 \times 475}{300} \left(0.034 \sqrt[4]{f_s w} \right)$$

(El término entre paréntesis debe aplicarse cuando $f_s > 2000$ y $w > 300$.)

$$f_s \approx 0.6 f_y = 2520 \text{ kg/cm}^2$$

$$w = 1000 \text{ kg/m}^2$$

$$d_{\min} = 7.48 \left(0.034 \sqrt{2520 \times 1000} \right) = \underline{\underline{10.1 \text{ cm}}}$$

Peralte total mínimo suponiendo un recubrimiento de 2 cm.

$$h_{\min} = 10.1 + 2 = \underline{\underline{12.1 \text{ cm}}}$$

Considerar $h = \underline{\underline{12 \text{ cm}}} \approx 12$

PERALTES EFECTIVOS

Acero positivo: $d = h - \text{rec} = 12 - 2 = \underline{\underline{10 \text{ cm}}}$

Acero negativo: $d = h - \text{rec} - 2$
 $= 12 - 2 - 2 = \underline{\underline{8 \text{ cm}}}$

SEPARACION MAXIMA

(Ec. 3.3)

$$a_s = \frac{450 \cdot 41}{f_y (41 + 100)} = \frac{450 \times 12}{4200 (12 + 100)} = 0.0117 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

Para 100 cm: $a_{s, 100} = 1.17 \text{ cm}^2$

$$S_{R2.5} = \frac{100 \times 0.49}{1.17} = \underline{\underline{41.9 \text{ cm}}}$$

$$S_{R3} = \frac{100 \times 0.71}{1.17} = 60.7 \text{ cm}$$

para $p_{min} = 0.002A$; $A_s = 0.002A \times 100 \times 10 = 2.4 \text{ cm}^2$ $\left\{ \begin{array}{l} s_{025} = \frac{0.49 \times 100}{2.4} = 20 \\ s_{03} = \frac{0.71 \times 100}{2.4} = 30 \end{array} \right.$

Además : $\left\{ \begin{array}{l} s < 50 \\ s < 3.5h = 3.5 \times 12 = 42 \text{ cm} \end{array} \right.$ (28)

$\therefore s_{max} = \left\{ \begin{array}{l} s_{025} = 20 \\ s_{03} = 30 \end{array} \right.$

VALORES PARA EL CALCULO TABULAR

a_1 y a_2 : claros libres, corto y largo respectivamente

$$a_1 = 4.75 ; a_2 = 5.75$$

$$w_u = F.C. \times w = 1.4 \times 1.0 \text{ t/m}^2 = \underline{\underline{1.4 \text{ t/m}^2}}$$

$$w_u a_1^2 = 1.4 \times 4.75^2 = \underline{\underline{31.6}}$$

$$m = \frac{a_1}{a_2} = \frac{4.75}{5.75} = \underline{\underline{0.83}}$$

Valores de bd^2

Para acero positivo: $100 \times 10^2 = 10000$

✓ - negativo: $100 \times 8^2 = 6400$

Valores de $A_s = \rho bd$

Para acero positivo: $A_s = \rho \times 100 \times 10 = 1000\rho$

✓ - negativo: $A_s = \rho \times 100 \times 8 = 800\rho$

Separación

$$s = \frac{100 \times A_s}{A_s}$$

a_s = área de una varilla

A_s = área de acero por metro de ancho

#	a_s (cm ²)	s (cm)
2.5	0.49	49/A _s
3	0.71	71/A _s

TABLA DE MOMENTOS Y SEPARACIONES DE VARILLAS

Los valores de p se pueden determinar con la gráfica del Anexo ①. También es posible determinar separaciones con gráficas como las de los anexos ②' y ②''

(Tabla en la hoja siguiente.)

TABLA DE MOMENTOS Y SEPARACIONES DE VARILLOS

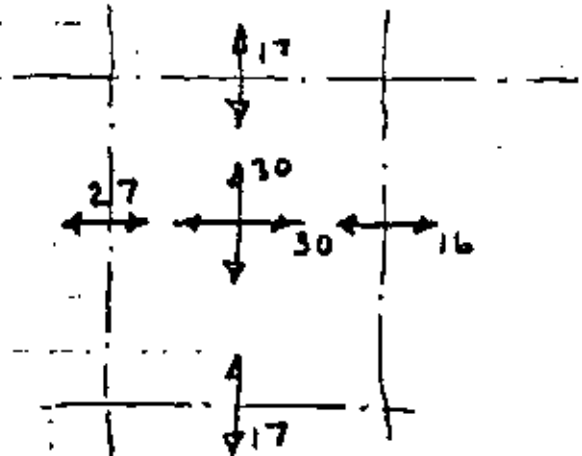
Tablero de borde, un lado largo discontinuo.

Momento	Claro	Coeficiente	M_R ton-m	$\frac{M_2 \times 10^5}{bd^2}$	P	A_s cm ² /m	S #2.5	S #3
Neg. bordes interiores	C	0.0397	1.254	19.6	0.0055	4.40	11	16
	L	0.0379	1.198	18.7	0.0052	4.16	12	17
Neg. borde discontinuo	C	0.0250	0.790	12.3	0.0033	2.64	19	27
Positivo	C	0.0202	0.638	6.38	P_{mim}	2.4	20	30
	L	0.0135	0.427	4.27	P_{min}	2.4	20	30

Los coeficientes corresponden a a_1/a_2 . Por mayor precisión, interpolar entre los correspondientes a $a_1/a_2 = 0.8$ y los correspondientes a $a_1/a_2 = 0.9$

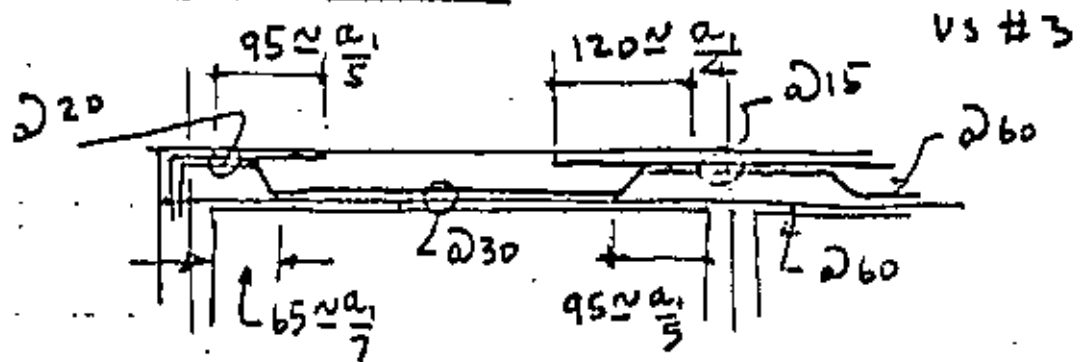
REFUERZO

Separaciones
teóricas en cm
usando vs del
#3.

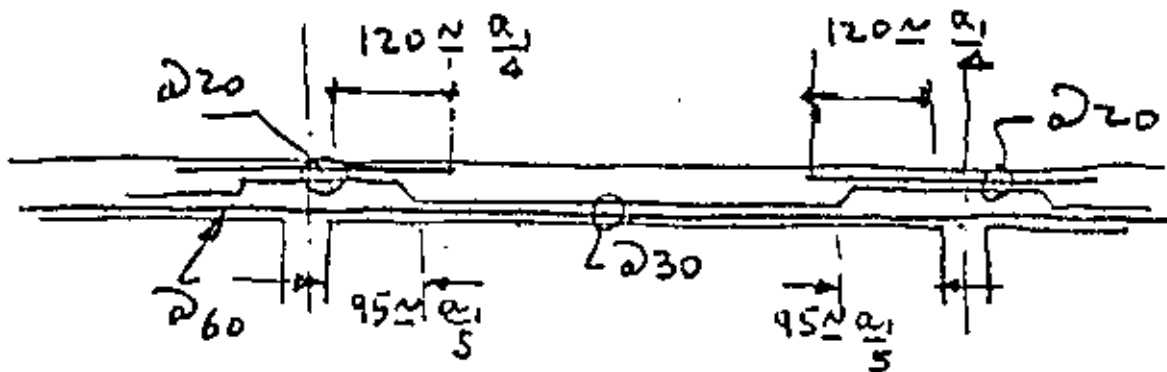


Armado propuesto

Sentido corto



Sentido largo



(32)

REVISION RESISTENCIA A FUERZA CORTANTE (4.3.3-f)

$$V = (a_1/2 - d) w / \left[1 + \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^6 \right] \quad (E_c 4.3)$$

$$V = \left(\frac{4.75}{2} - 0.10 \right) 1 / \left[1 + \left(\frac{4.75}{5.75} \right)^6 \right]$$

$$= \underline{2 \text{ tm}} \quad ; \quad V_1 = 1.15 \times 2 = \underline{2.30 \text{ tm}}$$

$$V_u = 1.4 \times V_1 = 1.4 \times 2.30 = \underline{3.22 \text{ tm}} \quad \text{(por claro extremo)}$$

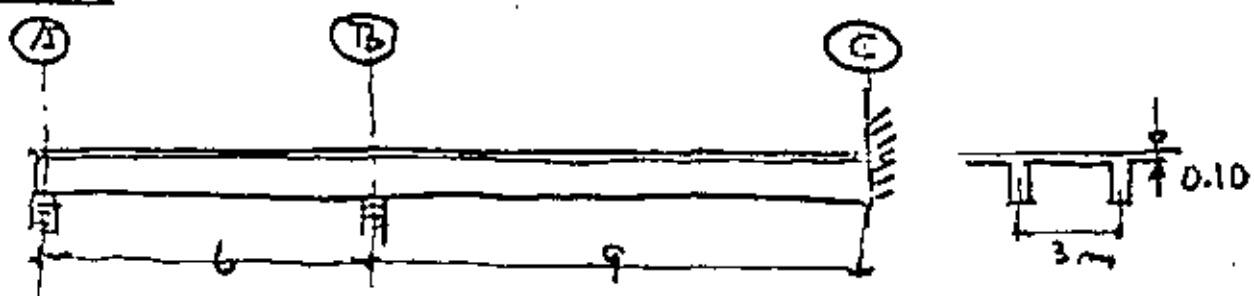
$$V_R = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} = 0.5 \times 0.8 \times 100 \times 8 \sqrt{160} \\ = \underline{4048 \text{ kg}} = \underline{4.048 \text{ tm}}$$

$$V_R > V_u \text{ ; o.k.}$$

VIGAS

EJEMPLO ③ DIMENSIONAMIENTO DE UNA VIGA T CONTINUA

DATOS



$$\begin{aligned}
 w_{cm} &= 2 \text{ ton/m} \\
 w_{cv} &= 3 \text{ ton/m} \\
 w &= 5 \text{ ton/m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f'_c &= 200 \text{ kg/cm}^2 \\
 f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2
 \end{aligned}$$

Elemento protegido. No afecta a elementos no estructurales. No sujeto a sismo.

ESPECIFICACIONES Y CONSTANTES

$$f^*_c = 0.80 f'_c = 0.8 \times 200 = \underline{160} \text{ kg/cm}^2$$

$$f''_c = 0.85 f^*_c = 0.85 \times 160 = \underline{136} \text{ kg/cm}^2$$

Factor de carga : $F_c = 1.4$

Refuerzo mínimo | (sec. rect.)

$$P_{min} = \frac{0.7 \sqrt{f'_c}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = \underline{0.0074}$$

(2.1.2)

El esfuerzo máximo (sec. rect.) (2.1.2)

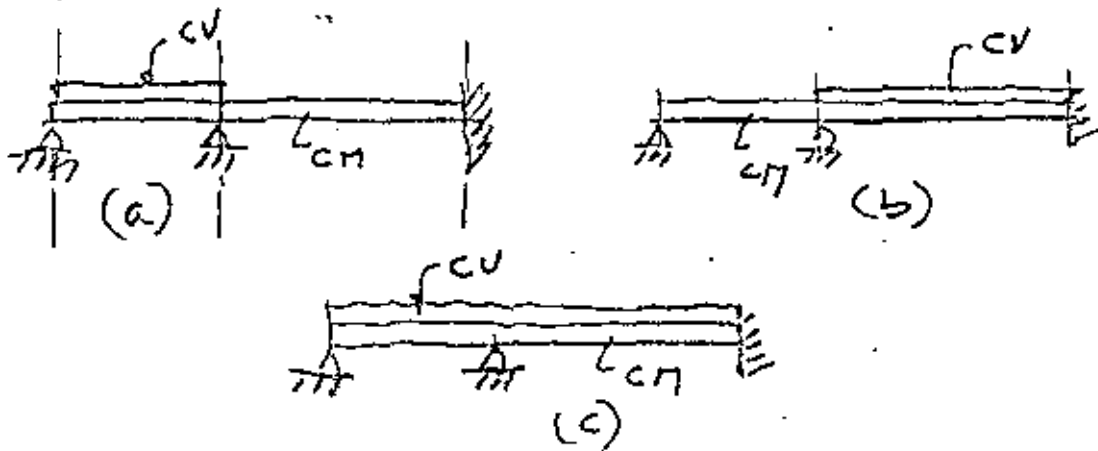
$$A_{s_{max}} = A_{s_b} = \frac{f'_c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000} b d \quad (\text{Ec. 2.2})$$

$$= \frac{136}{4200} \cdot \frac{4800}{4200 + 6000} b d$$

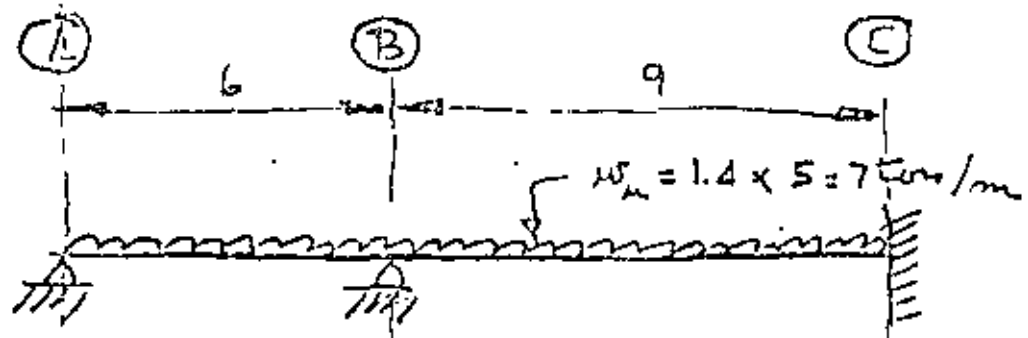
$$A_{s_{max}} = \underline{\underline{0.016 b d}}$$

ANÁLISIS

Con rigor debía considerarse la envolvente de los diagramas de momento correspondientes a las posiciones más desfavorables de la carga viva:



Por sencillez, en el ejemplo se considera únicamente la condición (c).



F.D.		0.53	0.47	
ME	0	+31.5	-47.3	+47.3
is		+8.4	+7.4	
t				+ 3.7
MF	0	+39.9	-39.9	+51.0
RL	21.0	21.0	31.5	31.5
ΔV	-6.7	+6.7	-1.2	+1.2
V	14.3	+27.7	30.3	32.7
η		$\rightarrow 2.04$	$\rightarrow 4.32$	
+M		+14.6	131.0 -65.3 -38.9 <hr/> +26.8	
i		$\rightarrow 4.08$	$\rightarrow 1.63$	$\rightarrow 7.01$

$\frac{1}{8} \times 7 \times 6^2 = 31.5$
 $\frac{1}{12} \times 7 \times 9^2 = 47.25$

$\eta = \frac{V}{w}$

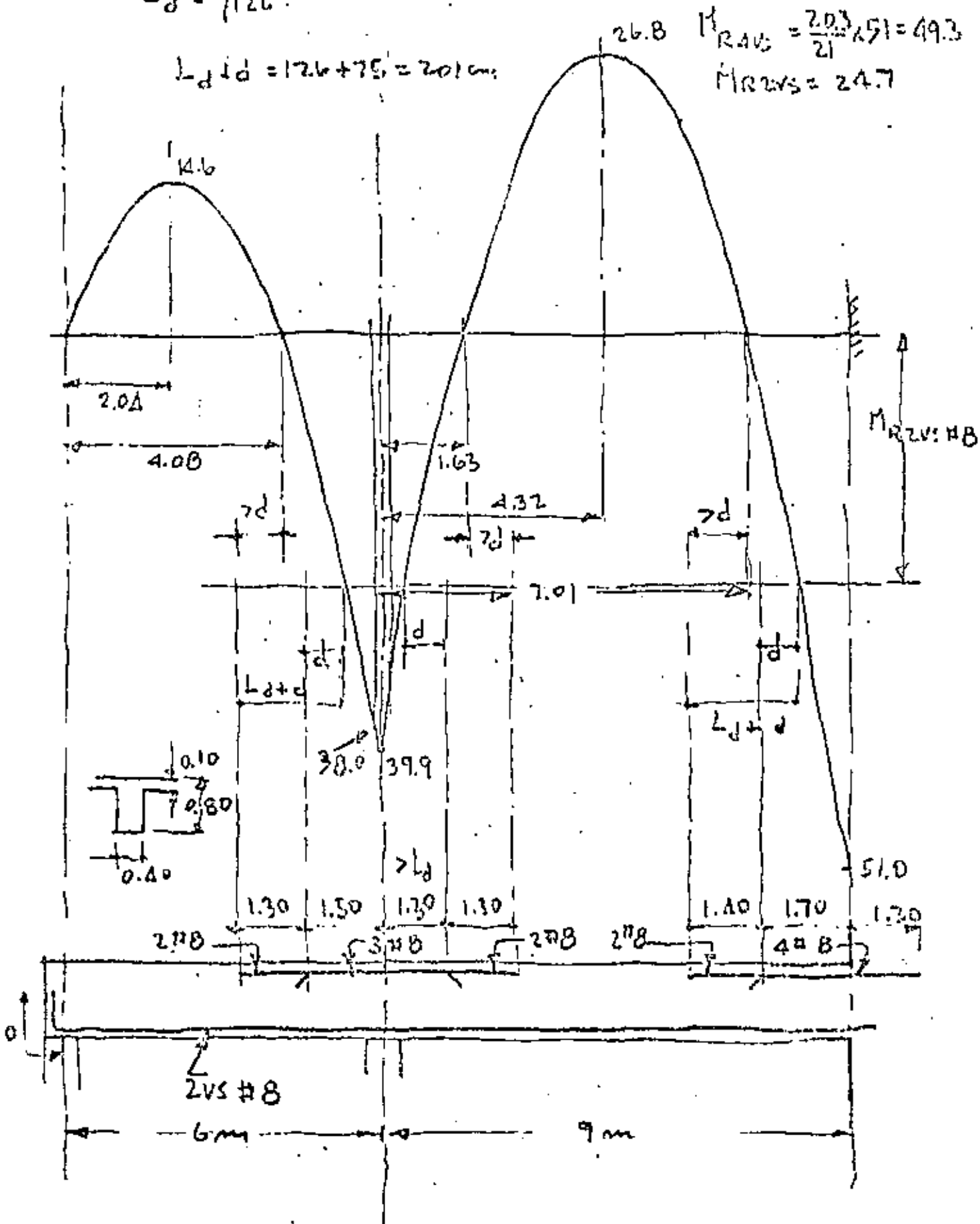
$i = \eta \pm \sqrt{\eta^2 - \frac{2M}{w}}$

$$L_d = \begin{cases} 90 \\ 126 \end{cases}$$

$$L_d + d = 126 + 75 = 201 \text{ cm}$$

$$M_{RAV} = \frac{2.03}{21} \times 51 = 49.3$$

$$M_{R2VS} = 24.7$$



ELECCION DE SECCION

Rige el momento en el apoyo C, donde la seccion es rectangular.

$$M_u = 51 \text{ tm} - \text{m}$$

Suponer $p = 0.008$ ($0.0024 < 0.008 < 0.01$)

h_{min}
(Tabla 1 pag 3)

$$\begin{cases} \frac{l}{21} = \frac{9.17}{21} = 42 \text{ cm} \\ \frac{l}{18.5} = \frac{6.17}{18.5} = 32 \text{ cm} \end{cases}$$

Para usar grafica Anexo 1:

$$M_u = M_R \quad \frac{M_R}{bd^2} = 26.6 \quad ; \quad d = \sqrt{\frac{M_R}{26.6 \times b}} = \sqrt{\frac{51 \times 10^5}{26.6 \times b}}$$

$$d = \sqrt{\frac{191729}{b}}$$

$$V_{CR} = F_R bd (0.2 + 30p) \sqrt{f'_c} \quad (\text{Ec 2.11})$$

Escrito arbitrariamente $= 0.8 \times bd (0.2 + 30 \times 0.008) \sqrt{160} = \underline{\underline{4.15 bd}}$

$$2.5 V_{CR} = \underline{\underline{11.13 bd}}$$

Relaciones economicas de b/h :
 $\frac{1}{2} \quad a \quad \frac{1}{4}$

b	d	2.5 V _{CR} (tm)
20	98	21.0
25	88	24.5
30	80	26.7
35	74	28.8
40	69	30.7
45	65	32.6

Usar $\boxed{40 \times 80}$; $b/h = \frac{1}{2}$ O.K.

$$2.5 V_{a12} = 11.13 \times 40 \times 72 = \underline{\underline{32.1 \approx 32.7}}$$

CALCULO DEL ACERO EN LA SECCION RECTANGULAR EN (C)

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{51 \times 10^5}{40 \times 72^2} = 24.6$$

De la grafica anexo 1: $\rho = 0.0073$

$$A_s = \rho bd = 0.0073 \times 40 \times 72 = \underline{\underline{21 \text{ cm}^2}}$$

CALCULO ACERO SECCION T CENTRO TRAMO T.C.

$$h/d = \frac{210}{90} = 2.25$$

$$c.a.c = 300$$

$$16 h_c + b_w = 160 + 40 = 200$$

} Usar $b = 210$

Tanteo inicial ($d = 75$ por acero en un lecho.)

Suponer brazo par interno:

$$z = 0.9 \times 75 = 67.5$$

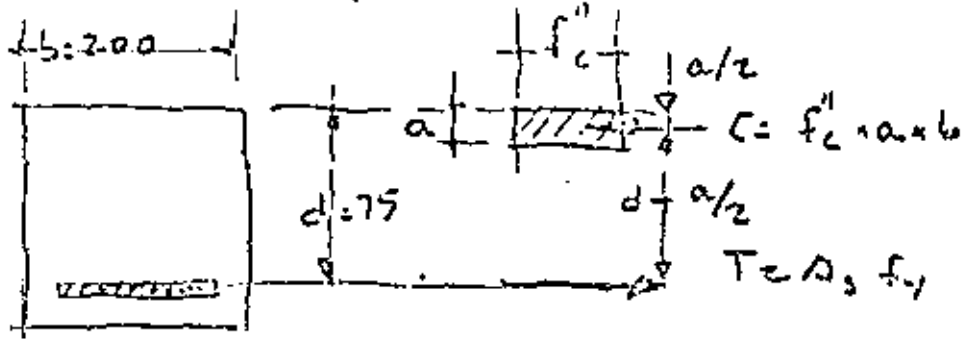
$$A_s = \frac{M_R}{f_r \cdot f_y \cdot z} = \frac{26.8 \times 10^5}{0.9 \times 4200 \times 67.5} = 10.5 \text{ cm}^2$$

$$T = F_R \Delta_s \cdot \gamma = 0.9 \times 10.5 \times 4200 = 39690 \text{ kg}$$

$$C_{pact} = F_R t b f_c'' = 0.9 \times 10 \times 200 \times 136 = 244800$$

739690

∴ Dimensional concrete rectangular



$$\left. \begin{aligned} \Delta_s &= \frac{M_{1R}}{F_R f_y (d - \frac{a}{2})} \\ a &= \frac{\Delta_s f_y}{b f_c''} \end{aligned} \right\}$$

1.ª tanteo tanteo inicial

$$a = \frac{10.5 \times 4200}{200 \times 136} = 1.62 \text{ cm}$$

$$\Delta_s = \frac{26.8 \times 10^5}{0.9 \times 200 (75 - 0.81)} = 9.6 \text{ cm}^2$$

2.ª tanteo

$$a = \frac{9.6 \times 4200}{200 \times 136} = 1.48 \text{ cm}$$

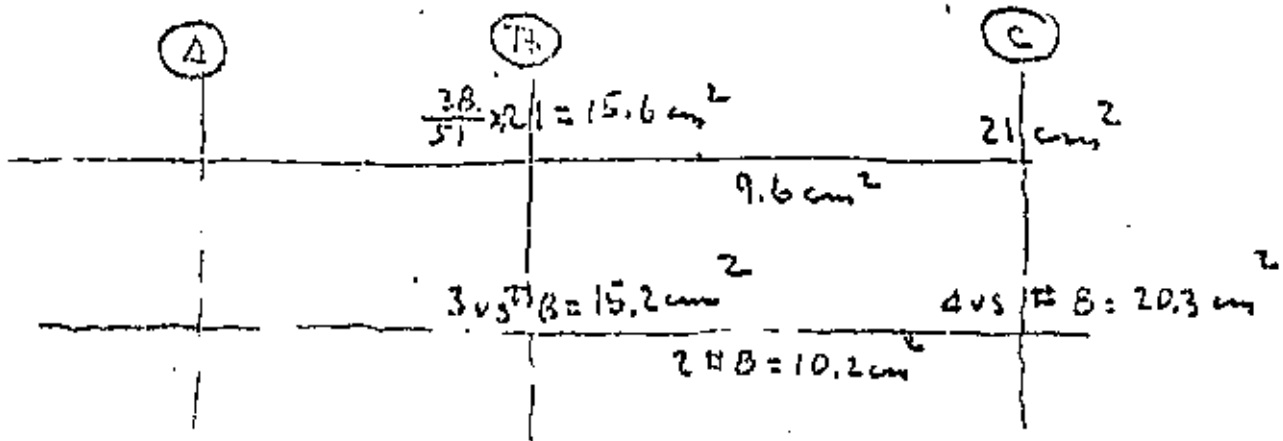
$$\Delta_s = \frac{26.8 \times 10^5}{0.9 \times 200 (75 - 0.75)} = 9.6 \text{ cm}^2 = 9.6 \text{ cm}^2$$

$$\Delta_s = 9.6 \text{ cm}^2$$

(40)

$$A_s \text{ min. } = 0.0036 d^2 = 0.0036 \times 100 \times 75 = 9 \text{ cm}^2 < 9.6 \therefore 0.15$$

REFUERZO ADOPTADO



LONGITUD DE DESARROLLO

$$L_{db} = 0.06 \frac{a_s f_y}{\sqrt{f'_c}} \geq 0.006 d_b f_y \quad (\text{Ec. 3.2})$$

Para barras del #8: $L_d = \begin{cases} 90 & \text{(barras con menos de 30 cms)} \\ 126 & \text{(barras con más de 30 cms abajo)} \end{cases}$
 (Tabla 3 de las Ayudas de diseño.)

\therefore El refuerzo negativo en el apoyo debe anclarse 126 cm.

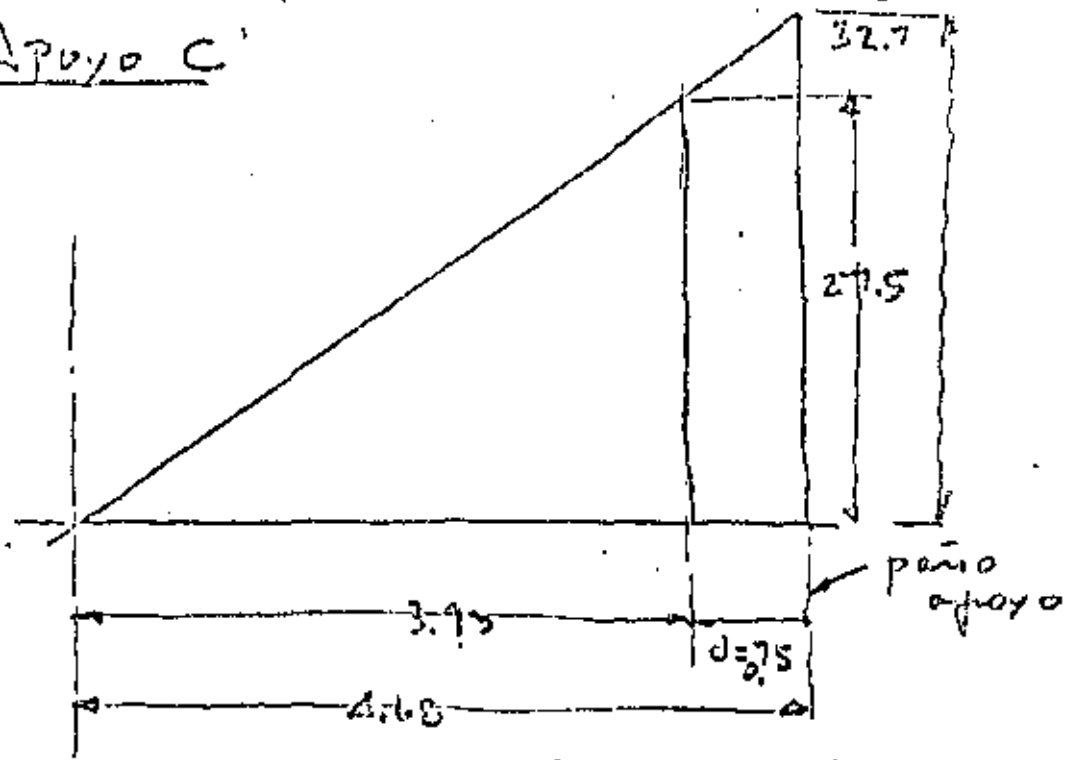
ANCLAJE EN EXTREMO LIBRE - MIENTE APOYADO

$$L_d = 0.25 L = 126 - 0.25 \times 900 < 0.5 h = 0.5 \times 80 = 40$$

\therefore Tomar $L_{anc} = 40$ cm

DIMENSIONAMIENTO ESTIROS

Apoyo C'



$$p = \frac{20.3}{40 \times 75} = 0.0068$$

$$\begin{aligned}
 V_{cR} &= F_R b d (0.2 + 30p) \sqrt{f'_c} \\
 &= 0.80 \times 40 \times 75 (0.2 + 30 \times 0.0068) \sqrt{160} \\
 &= 12264 \text{ kg} \approx \underline{123} \text{ tm} \quad \sqrt{\frac{1.5 F_R b d \sqrt{f'_c}}{727.5}} = 56.9
 \end{aligned}$$

$$S = \frac{F_R A_s f_y d}{V_u - V_{cR}} \quad (\text{Ec. 2.19})$$

Ests #3

$$S = \frac{0.8 \times 1.42 \times 1200 \times 75}{27500 - 11307} = 22 \text{ cm} < \frac{d}{2} = 37$$

(Por $1.5 F_R b d \sqrt{f'_c} < V_u$)

$$\frac{F_R A_s f_y}{3.5b} = \frac{0.8 \times 1.42 \times 1200}{3.5 \times 160} = 34722 \therefore \text{OK.}$$

REVISION DE LA DEFLEXION

(2.2.2)

$$I = \frac{I_1 + I_2 + 2I_3}{4}$$

I_1
 I_2 } mom. inertia sec. transformada agrietada en tramos extremos

I_3 - id en seccion central.

deflexiones

diferencia $[2 - 1.2 \frac{\Delta_1'}{\Delta_3}] \geq 0.6$

Use promedio como para I.

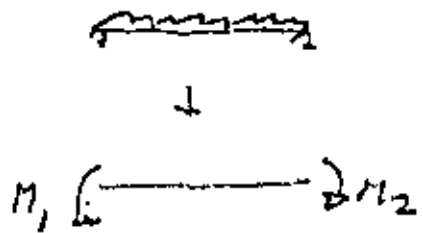
Alternativa A

$$\sigma_a = \frac{5l}{48EI} [M_m + \frac{1}{10} (M_B + M_C)]$$

(Wang y Salmon)

Alternativa B

$$\sigma = \frac{5}{384} \frac{wl^4}{EI} - \frac{(3M_1 + 3M_2) l^2}{48 E_s I_{eff}}$$



(Texto concreto)

$$\sigma_{admissible} = 0.5 + \frac{P}{240} \quad (Art 207)$$

ANEXO ①

MOMENTOS RESISTENTES DE SECCIONES RECTANGULARES

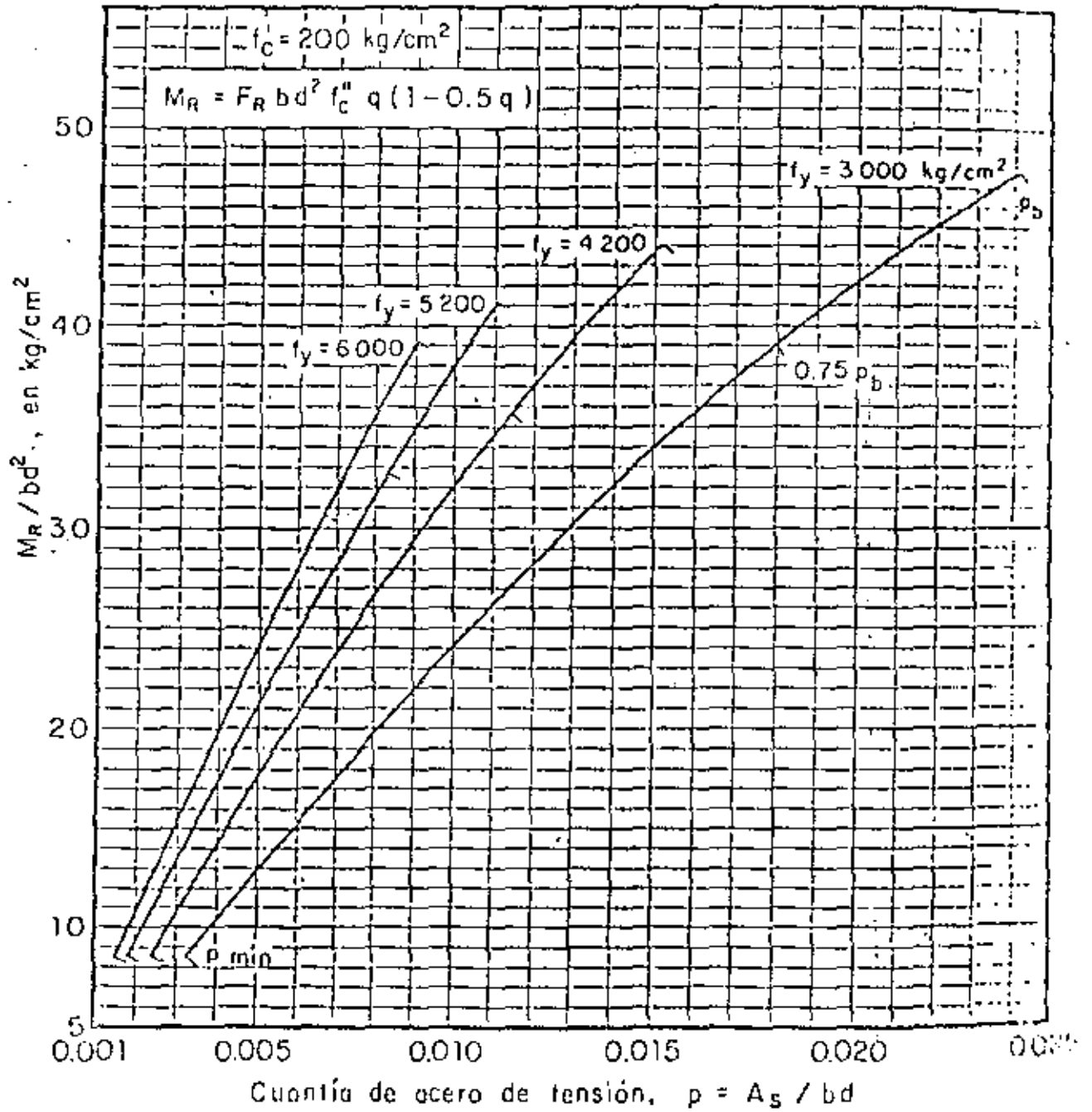
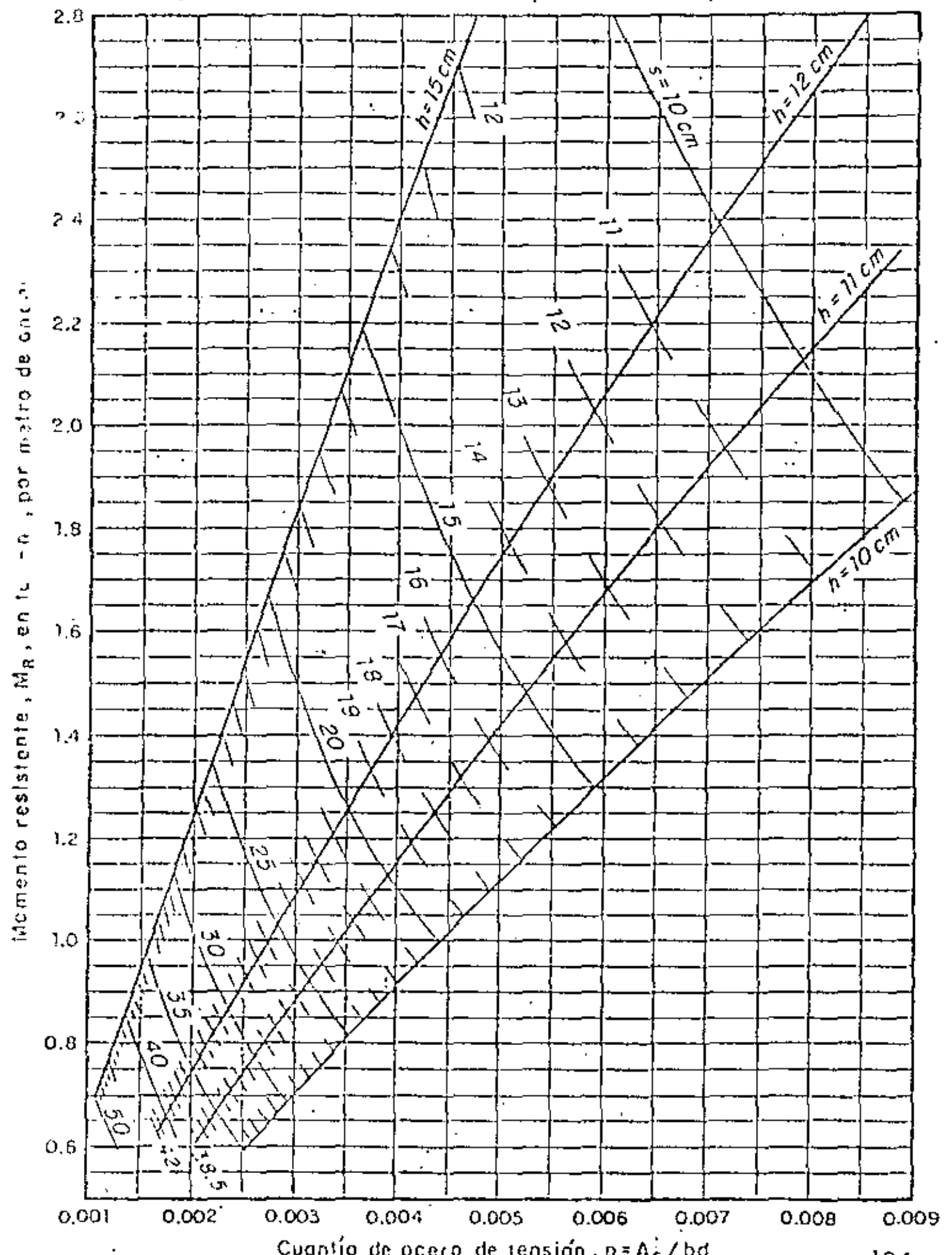


Fig 2

$f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$h = 10, 11, 12 \text{ y } 15 \text{ cm}$
 $d = 8, 9, 10 \text{ y } 13 \text{ cm}$

ANEXO (2)



LOSAS. Separación, s , de barras # 3 en lecho superior

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$h = 10, 11, 12 \text{ y } 15 \text{ cm}$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$d = 6, 7, 8 \text{ y } 11 \text{ cm}$$

ANEXO (2)

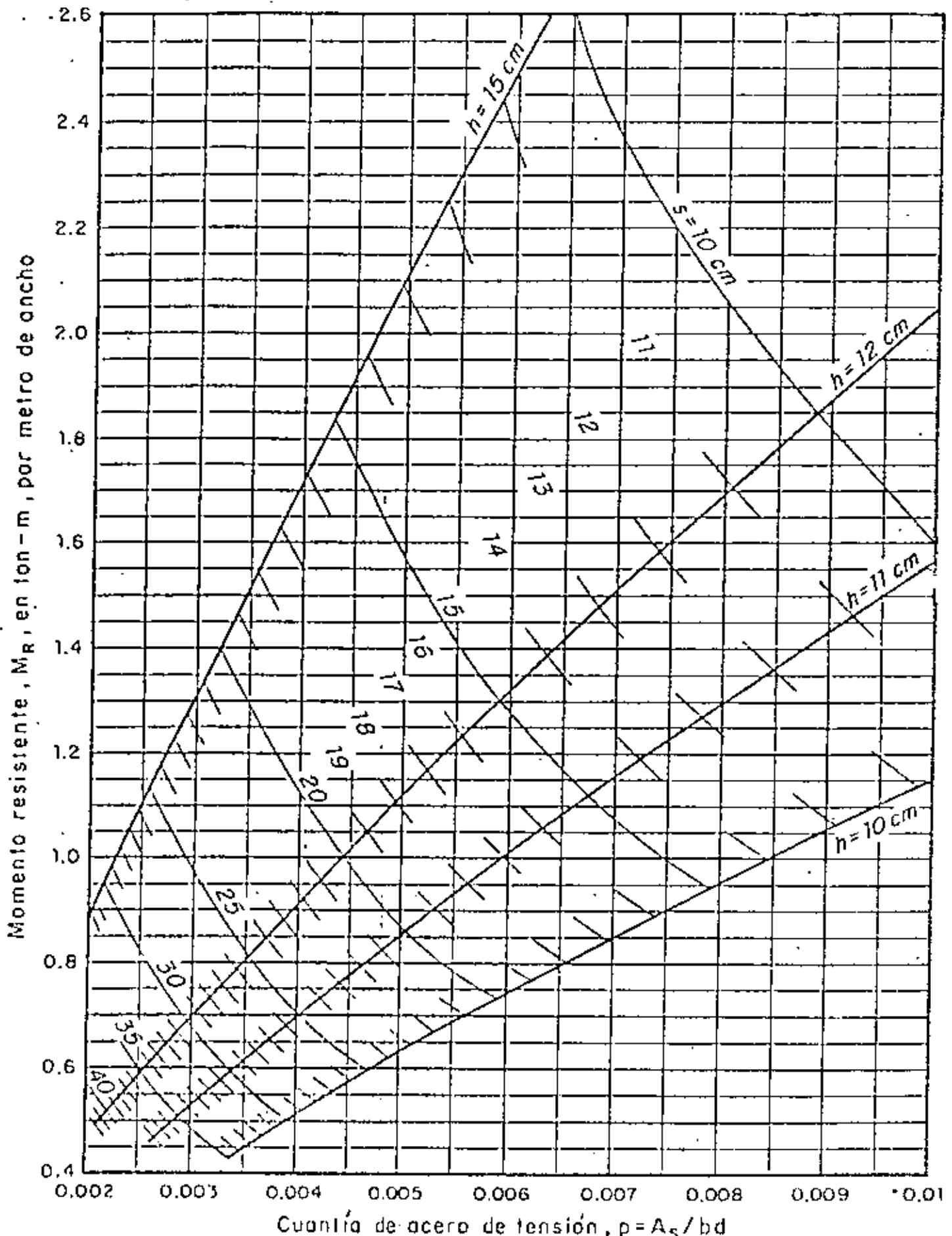


TABLA 4.1

COEFICIENTES DE MOMENTOS PARA TABLEROS RECTANGULARES, FRANJAS CENTRALES

Para las franjas extremas multiplíquense los coeficientes por 0,60

Tipo de losa	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$															
			0		0,5		0,6		0,7		0,8		0,9		1,0			
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II		
Interior Franjas centrales continuas	Neg. en bordes	corto	998	1018	553	535	489	498	437	438	381	387	333	338	288	292		
	interiores	largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	330	288	297		
	positivo	corto	630	668	312	322	268	276	228	235	192	199	158	164	126	130		
		largo	175	181	139	144	134	139	130	135	128	133	127	131	126	130		
De borde discontinua	Neg. en bordes	corto	998	1018	568	594	508	533	451	478	403	431	357	388	315	346		
	interiores	largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311		
	Neg. en bordes dis.	largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0		
	positivo	corto	630	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133	144		
	largo	179	187	142	149	137	143	133	140	131	137	129	134	129	135			
De borde Losa fija larga discontinua	Neg. en bordes	corto	1060	1143	583	624	514	548	453	481	397	420	346	364	297	311		
	interiores	largo	587	687	465	545	447	513	411	470	379	426	347	384	315	346		
	Neg. en bordes dis.	corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0		
	positivo	corto	751	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135		
	largo	185	200	147	158	142	153	138	149	135	146	134	145	133	144			
De esquina Franjas adyacentes discontinuas	Neg. en bordes	corto	1060	1143	598	653	530	587	471	520	419	464	371	412	324	364		
	interiores	largo	600	713	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364		
	Neg. en bordes dis.	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0		
	continuas	largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0		
	corto	751	912	358	416	305	354	259	298	216	247	176	199	137	153			
	largo	191	212	152	168	145	163	142	158	140	156	138	154	137	153			
Aislado cuatro frutas dis- continuas	Neg. en bordes	corto	570	0	550	0	530	0	470	0	430	0	380	0	330	0		
	discontinuas	largo	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0		
	positivo	corto	1700	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	570	950	500	830		
		largo	200	250	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830		

Caso I, losa colada monolíticamente con sus apoyos

Caso II, losa no colada monolíticamente con sus apoyos

Los coeficientes multiplicados por $10^{-4} w a_1^2$ dan momentos por unidad de ancho

Para el caso I, a_1 y a_2 pueden tomarse como los claros libres entre paños de vigas; para el caso II se tomarán como los claros entre ejes, pero sin exceder el claro libre más dos veces el espesor de la losa.



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO

VIGAS CONTINUAS CON ANALISIS AL LIMITE

DR. OSCAR MANJEL GONZALEZ CUEVAS

OCTUBRE, 1979.

METODO DE BAKER

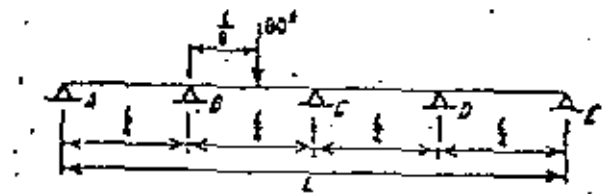
Consiste básicamente en insertar un número tal de articulaciones que la estructura se convierta en estáticamente determinada o isostática.

El procedimiento está basado en el método de análisis llamado método de las fuerzas o método de equilibrio.

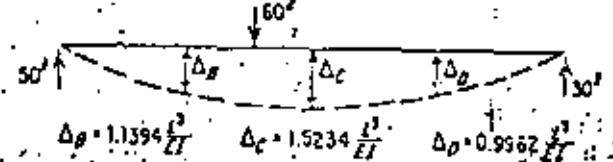
Se hará una revisión del método como se aplica a estructuras hiperestática analizadas elásticamente y luego se ampliará el método de Baker. El método consiste de los siguientes pasos.

1. Suponer una solución que satisfaga los requisitos de estática, o sea, de equilibrio.
2. Determinar los errores resultantes en geometría.
3. Aplicar fuerzas arbitrarias y determinar las correcciones resultantes en geometría.
4. Calcular las fuerzas correctivas necesarias para eliminar los errores originales en geometría.
5. Obtener las fuerzas finales sumando las fuerzas correctivas a las fuerzas correspondientes de la solución supuesta en la etapa I.

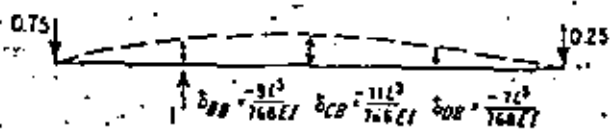
(2)



(a) Loaded Structure



(b) Assumed Deflected Shape



$$\Delta_B = 1.1394 \frac{l^3}{EI}, \quad \Delta_C = 1.5234 \frac{l^3}{EI}, \quad \Delta_D = 0.9962 \frac{l^3}{EI}$$

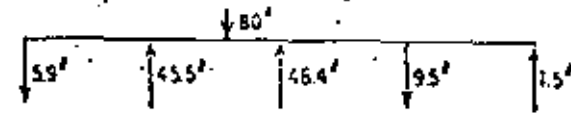
(c) Displacements Due to Unit Loads at B, C, and D

$$1.1394 + (-\frac{9}{168}) X_B + (-\frac{11}{168}) X_C + (-\frac{7}{168}) X_D = 0$$

$$1.5234 + (-\frac{11}{168}) X_B + (-\frac{16}{168}) X_C + (-\frac{11}{168}) X_D = 0$$

$$0.9962 + (-\frac{7}{168}) X_B + (-\frac{11}{168}) X_C + (-\frac{5}{168}) X_D = 0$$

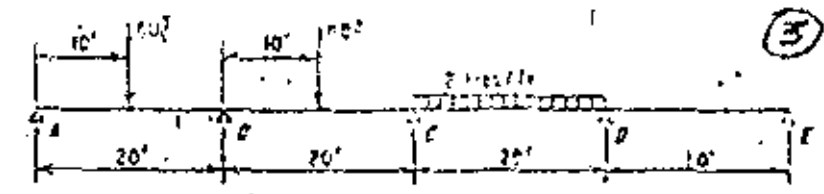
$$X_B = 45.5^k, \quad X_C = 48.4^k, \quad X_D = -9.5^k$$



(d) Final Reactions

Figure 7-1 Analysis of Continuous Beam by Force Method

(3)

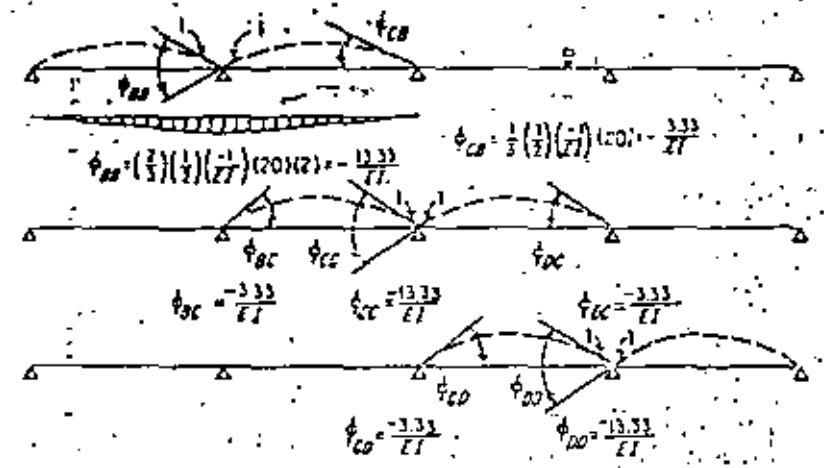


(a) Loaded Structure



(b) Assumed Deflected Shape

Unbalance: $\phi_B = \frac{3500}{EI}$, $\phi_C = \frac{2667}{EI}$, $\phi_D = \frac{667}{EI}$



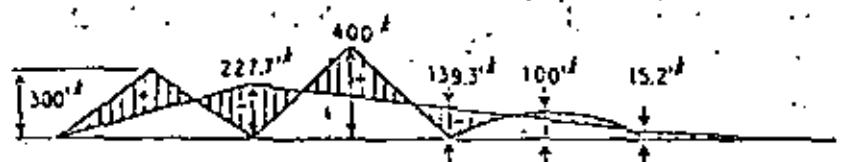
(c) Relations Due to Unit Moments at B, C, and D

$$3500 - 13.33 X_B - 3.33 X_C = 0$$

$$2667 - 3.33 X_B - 13.33 X_C - 3.33 X_D = 0$$

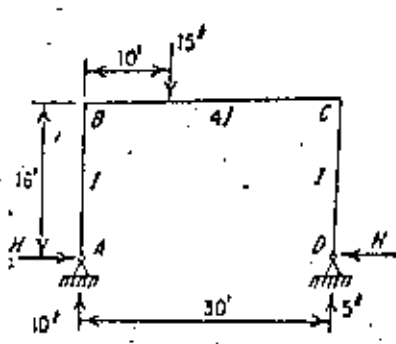
$$667 - 3.33 X_C - 13.33 X_D = 0$$

$$X_B = 227.7^k, \quad X_C = 139.3^k, \quad X_D = 15.2^k$$

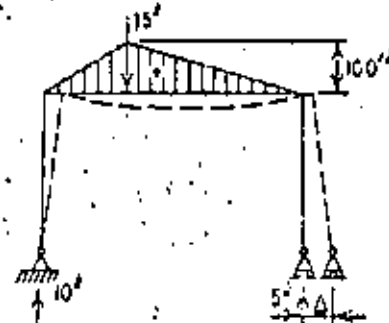


(d) Final Moments

Figure 7-2 Analysis of Continuous Beam by Force Method

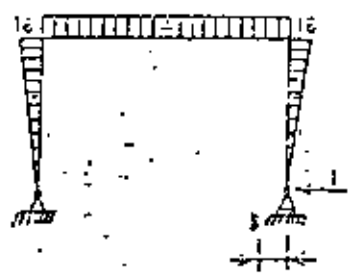


(a) Loaded Structure



$$\Delta = \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{100}{30}\right) (30)(16) = \frac{666.7}{EI}$$

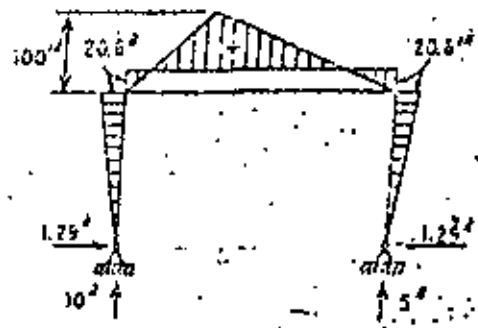
(b) Assumed Deflected Shape



$$\delta = -\left(\frac{16}{27}\right) (30)(16) - (2) \left(\frac{16}{27}\right) \left(\frac{15}{2}\right) \left(\frac{2}{3}\right) (16)$$

$$= -\frac{462.2}{EI}$$

(c) Assumed Correction Force



$$\Delta = \delta = 0$$

$$X = -\frac{\delta}{5}$$

$$H = X = 1.29 \text{ kips}$$

(d) True Reactions

Figure 7-3. Analysis of Rigid Frame by Force Method

El sistema de ecuaciones que se forma, se puede expresar en forma general como:

$$d_{10} + d_{11} X_1 + d_{12} X_2 + \dots + d_{1n} X_n = 0$$

$$d_{20} + d_{21} X_1 + d_{22} X_2 + \dots + d_{2n} X_n = 0$$

$$\dots \dots \dots$$

$$d_{no} + d_{n1} X_1 + d_{n2} X_2 + \dots + d_{nn} X_n = 0.$$

Es un sistema de N ecuaciones con N incógnitas (pág. 143 de las notas).

Significado Físico de los Términos:

d_{10} = deformación en (1) debida a la carga aplicada.
ejemplos: Δ_B , θ_B , Δ

d_{20} = deformación en (2) debida a la carga aplicada,
ejemplos: Δ_c , θ_c

d_{i0} = deformación en (i) debida a la carga aplicada

d_{11} = deformación en (1) debida a la carga aplicada en (1);
ejemplo d_{BB} , ϕ_{BB}

d_{12} = deformación en (1) debida a la carga aplicada en (2);
ejemplo: d_{BC} , ϕ_{BC}

d_{ik} = deformación en (i) debida a la carga aplicada en k.

X_1 = fuerza desconocida en (1)

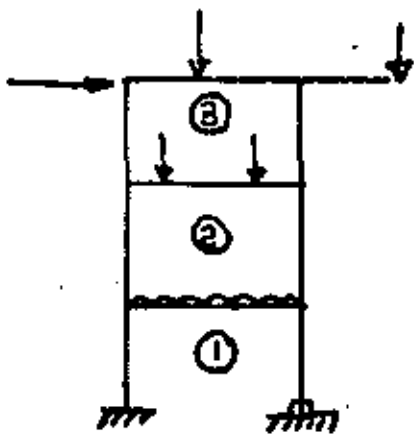
X_2 = fuerza desconocida en (2)

X_i = fuerza desconocida en (i)

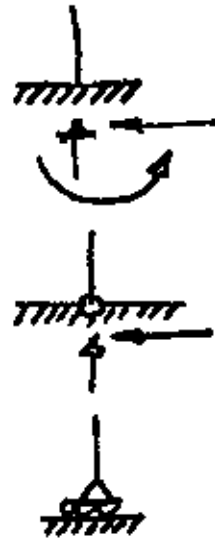
Para Marcos

$G - H_1 = 3 \times \text{número de circuitos cerrados}$

- número de reacciones eliminadas en los apoyos.



$G. H. = 3 \times 3 - 1 = 8$



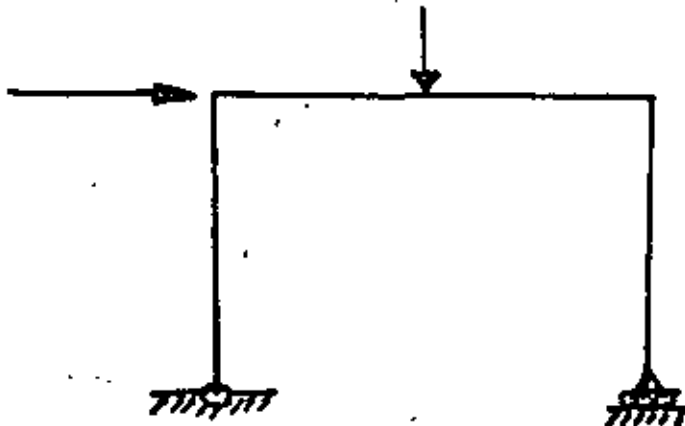
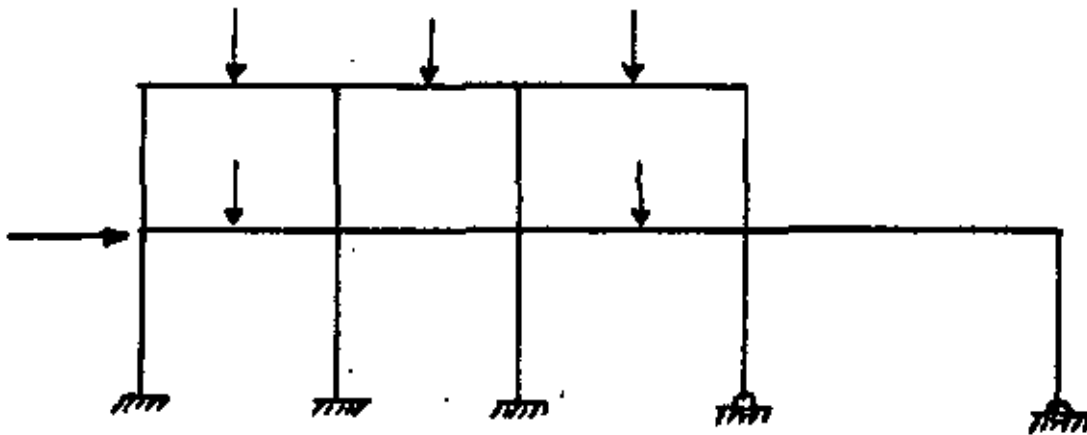
Reac. elimin.

0

1

2

Resolver los siguientes ejemplos:

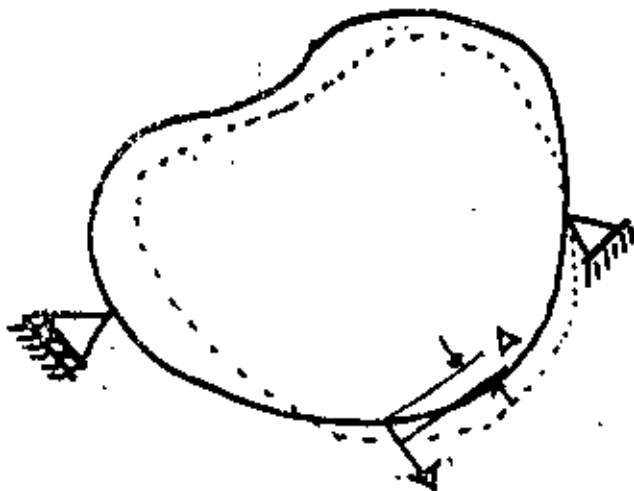


Paso 2

Determinar los errores resultantes en geometría.

En el método de Baker se determinan las rotaciones en apoyos. Estas rotaciones pueden determinarse por varios métodos:

Integrando la ecuación de la elástica, por viga conjugada, por teoremas área-momento. En el método de Baker se recomienda usar el método del trabajo virtual.



F (fuerza virtual)

Trabajo virtual externo = $F \Delta$

ds = def. real de un elemento diferencial

M = esf. producidos por F en un elemento diferencial.

Trabajo virtual interno = $\sum M ds$

$$F \Delta = \sum M ds$$

$$\Delta = \sum M ds$$

Para miembros sometidos a flexión:

M = momento en una sección debido a una fuerza virtual unitaria = m

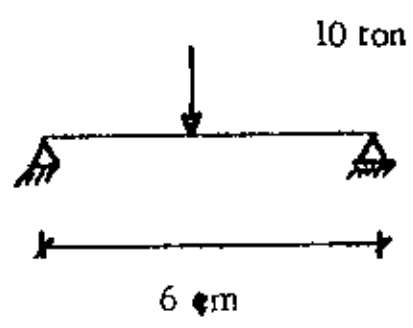
ds = cambio angular o curvatura en una sección de la viga por unidad de longitud.

$$= \frac{M}{EI} ds$$

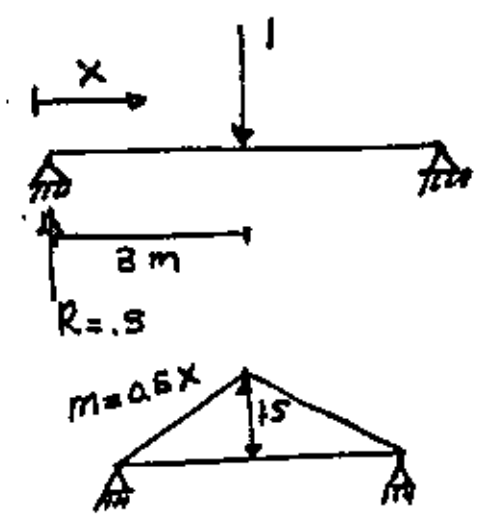
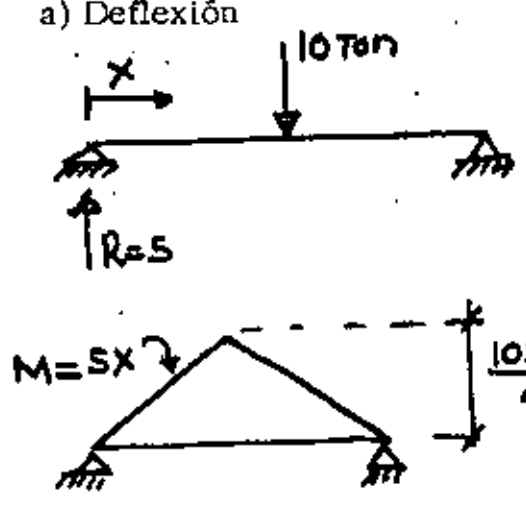
$$\therefore \Delta = \int m \frac{M ds}{EI}$$

Ejemplos

Calcular la deflexión al centro del claro y la rotación en un extremo



a) Deflexión



$$\Delta = \int m \frac{M ds}{EI} = \frac{1}{EI} \int (5x)(0.5x) dx$$

$$\frac{1}{2} \Delta = \frac{1}{EI} \times 2.5 \int_0^3 x^2 dx = \frac{2.5}{3EI} [x^3]_0^3 = \frac{27 \times 2.5}{3EI} = \frac{22.5}{EI}$$

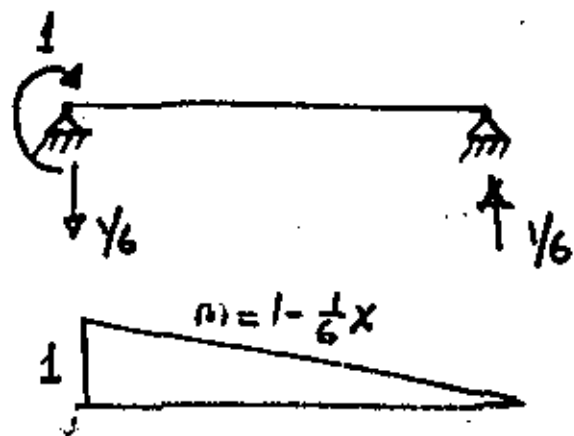
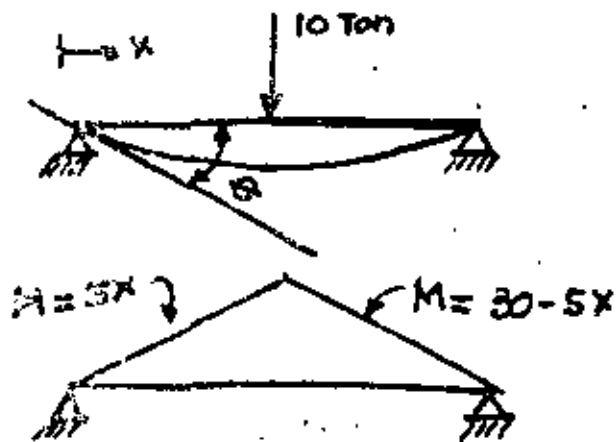
Usando la tabla 8.1 (pág. 164)

$$\Delta = \frac{45}{EI}$$

$$\frac{1}{2} \Delta = \frac{1}{3EI} I_{ac} = \frac{3 \times 15 \times 1.5}{3EI} = \frac{22.5}{EI}$$

$$\Delta = \frac{45}{EI}$$

b) Rotación en un extremo



$$\theta = \int \frac{mM ds}{EI} = \frac{1}{EI} \left[\int_0^3 (5x) \left(1 - \frac{1}{6}x\right) dx + \int_3^6 (30 - 5x) \left(1 - \frac{1}{6}x\right) dx \right]$$

$$\theta = \frac{1}{EI} \left[\int_0^3 5x dx - \int_0^3 \frac{5}{6}x^2 + \int_3^6 30 dx - \int_3^6 5x dx + \int_3^6 \frac{5}{6}x^2 dx \right] - \left[\int_3^6 5x dx \right]$$

$$\theta = \frac{1}{EI} \left[\left(\frac{5}{2}x^2 \right)_0^3 - \left(\frac{5}{18}x^3 \right)_0^3 + (30x)_3^6 - \left(\frac{5}{2}x^2 \right)_3^6 + \left(\frac{5}{18}x^3 \right)_3^6 - \left(\frac{5x^2}{2} \right)_3^6 \right]$$

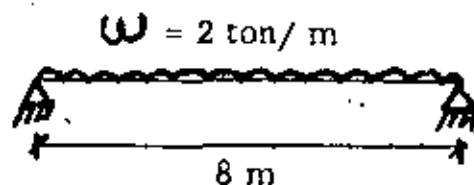
$$\theta = \frac{1}{EI} \left(\frac{5x^2}{2} - \frac{185}{18} + 90 - \frac{185}{2} + \frac{145}{18} - \frac{135}{2} \right) = \frac{22.5}{EI}$$

Usando la tabla 8.1 (pág. 164).

$$\theta = \frac{loc}{4EI} = \frac{6 \times 15 \times 1}{4EI} = \frac{22.5}{EI}$$

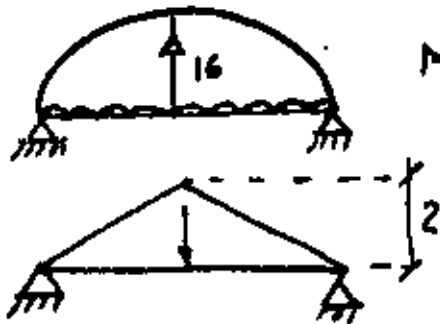
Ejercicio

En contrar la deflexión al centro del claro y la rotación en un extremo, usar la tabla 8.1



a) Deflexión

Trazar los diagramas de momentos de la viga real y de la viga con una carga virtual unitaria.



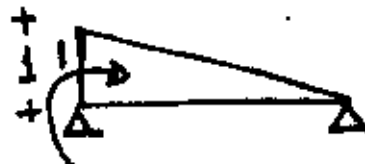
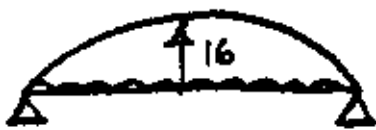
$$M = \frac{wl^2}{8} = \frac{2 \times 64}{8} = 16 \text{ Tn-m}$$

$$m = \frac{Pl}{4} = \frac{1 \times 8}{4} = 2 \text{ Tn-m}$$

$$\text{EI} \Delta = \frac{5}{12} lac = \frac{5 \times 8 \times 16 \times 2}{12} = 107$$

b) Rotación

Trazar los diagramas de momentos de la viga real y de la viga con un momento virtual unitario.



$$\text{EI} \theta = \frac{1}{3} lac = \frac{8 \times 16 \times 1}{3} = 42.6$$

Determinación de EI

El valor de E es el del módulo de elasticidad del concreto E_c .

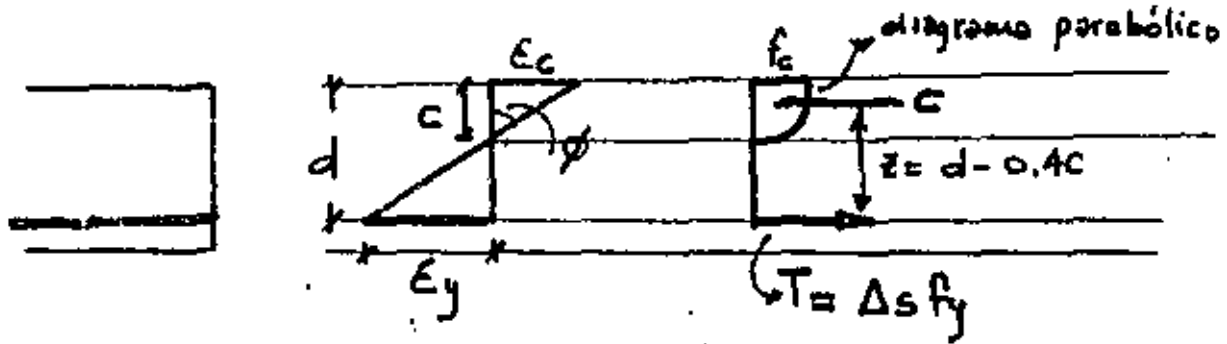
Baker recomienda calcular EI con el diagrama de deformaciones unitarias en la siguiente forma:

De la teoría de flexión:

$$\phi = \frac{M}{EI} \text{ (curvatura)}$$

$$\therefore EI = \frac{M}{\phi}$$

Se supone ahora el siguiente estado de deformaciones unitarias :



Se determina c por tanteos hasta que $C = T$

A partir de c , se calcula ϵ_c por triángulos semejantes.

Después se calcula:

$$\phi = \frac{\epsilon_c}{c} \quad y \quad M = Tz$$

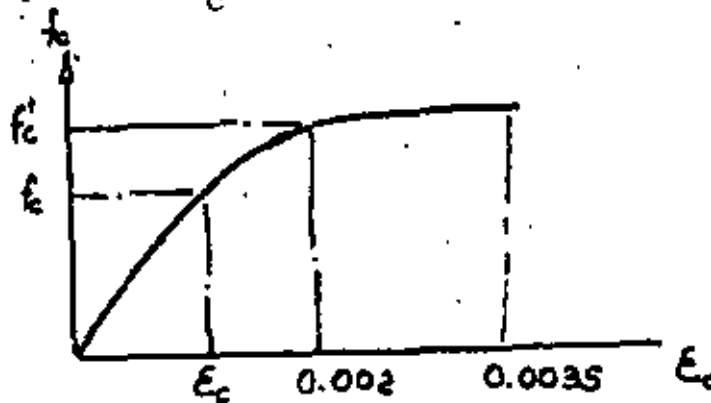
Por último:

$$EI = \frac{M}{\phi}$$

La fuerza C es:

$$C = \frac{2}{3} f_c cb$$

Para calcular f_c a partir de ϵ_c se supone el siguiente diagrama de esfuerzo-deformación



Para encontrar f_c a partir de ϵ_c :

$$f_c = \frac{4 f'_c \epsilon_c}{0.0042} (0.004 - \epsilon_c)$$

Ejemplo

Sección de $b = 14 \text{ cm}$

$d = 36 \text{ cm}$

$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 2350 \text{ kg/cm}^2$

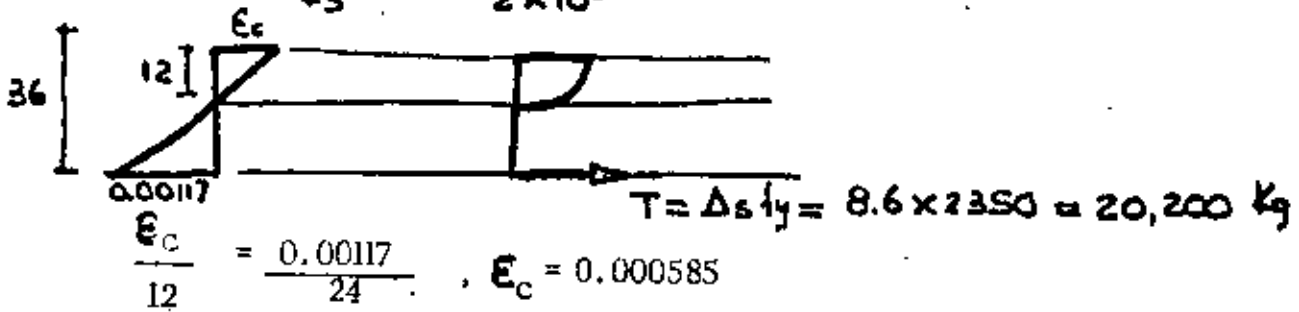
$A_s = 3 \text{ No. } 8_2$

$A_s = 8.6 \text{ cm}^2$

1er tanteo

$$c = 12 \text{ cm}$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{2350}{2 \times 10^6} = 0.00117$$



$$\frac{\epsilon_c}{12} = \frac{0.00117}{24} \quad ; \quad \epsilon_c = 0.000585$$

$$f_c = \frac{4 \frac{1}{2} \epsilon_c (0.004 - \epsilon_c)}{0.004^2}$$

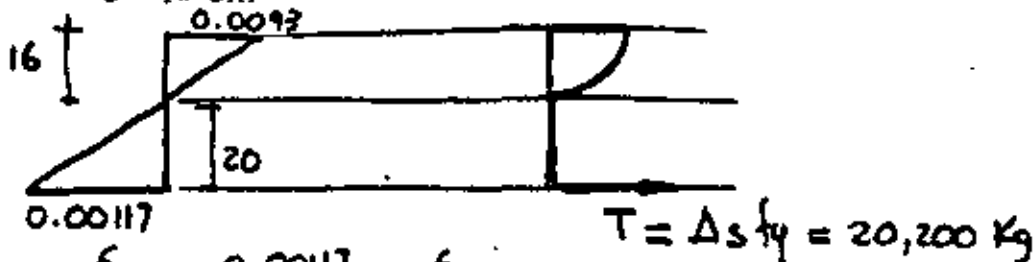
$$f_c = \frac{4 \times 200 \times 0.000585 \times 0.003415}{0.000016}$$

$$f_c = 100 \text{ Kg/cm}^2$$

$$C = \frac{2}{3} c f_c b = \frac{2 \times 12 \times 100 \times 14}{3} = 11,200 \text{ Kg}$$

2do. tanteo

$$c = 16 \text{ cm}$$



$$\frac{\epsilon_c}{16} = \frac{0.00117}{20} \quad ; \quad \epsilon_c = 0.0043$$

$$f_c = \frac{4 \times 200 \times 0.00093 \times 0.00307}{0.000016} = 143$$

$$C = \frac{2}{3} \times 143 \times 16 \times 14 = 21,000 \text{ Kg}$$

$$C \approx T$$

$$\phi = \frac{0.00093}{16} = 0.000058 \frac{1}{\text{cm}}$$

$$M = T \bar{z} \quad ; \quad \bar{z} = (36 - 0.4 \times 16) = 29.6$$

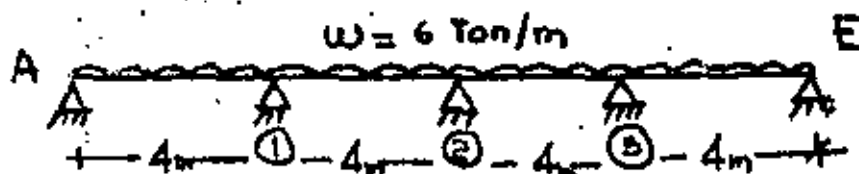
$$M = 20,200 \times 29.6 = 600,000 \text{ kg-cm}$$

$$EI = M/\phi = \frac{600,000}{0.000058} = 103 \times 10^8 \text{ kg-cm}^2$$

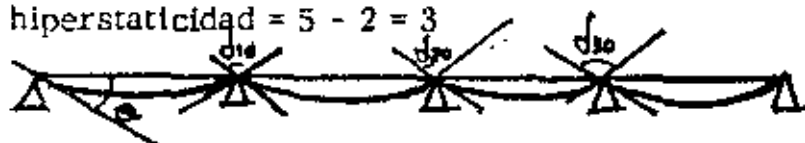
Con los valores de θ calculados con el método del trabajo virtual y el valor de EI calculados de la manera anterior, ya se pueden determinar los errores en geometría (paso 2)

Ejercicio

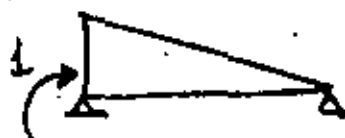
Calcular los errores en geometría de la siguiente viga usando la misma sección y refuerzo usados para calcular EI.



Grado de hiperstaticidad = $5 - 2 = 3$



Cálculo de θ para todos los claros:



$m = 1$

$$M = \frac{wl^2}{8} = \frac{6 \times 4^2}{8} = 12 \text{ ton-m}$$

$$EI\theta = \frac{1}{3} l \alpha c = \frac{4 \times (12 \times 1)}{3} = 16 \text{ ton-m}^2$$

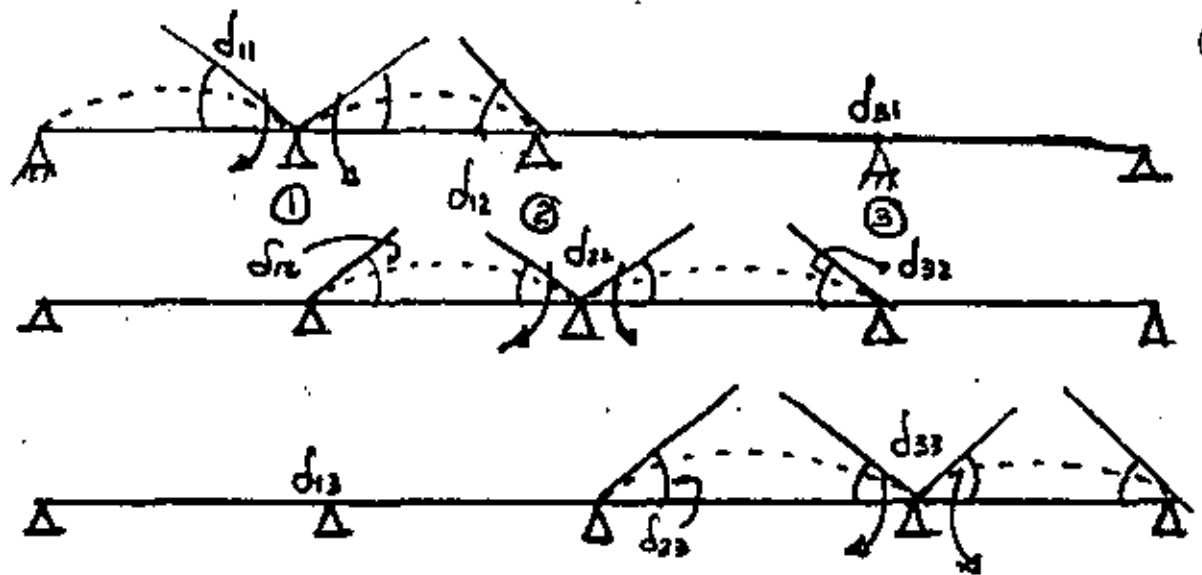
$$EI = 103 \times 10^8 \text{ Kg-cm}^2 = 1030 \text{ ton-m}^2$$

$$\theta = \frac{16}{1030} = 0.0156 \text{ rad.}$$

$$\theta_{10} = \theta_{20} = \theta_{30} = 0.0156 \times 2 = 0.0312$$

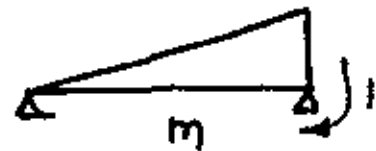
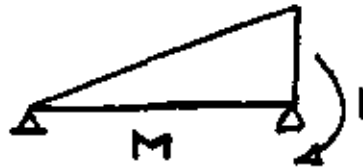
Paso 3

Aplicar fuerzas arbitrarias y determinar las correcciones resultantes en geometría.



Calcular los coeficientes d

Cálculo de d_{11} :

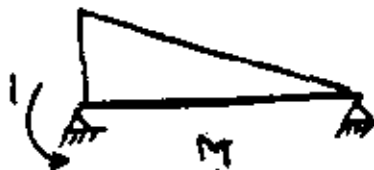


$$EI\theta = \frac{1}{3} l \alpha c = \frac{4 \times 1 \times 1}{3} = 1.33 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$$

$$\theta = \frac{1.33}{1080} = 0.00129 \text{ rad}$$

$$d_{11} = 0.00129 \times 2 = \underline{0.00258}$$

Cálculo de d_{12} :



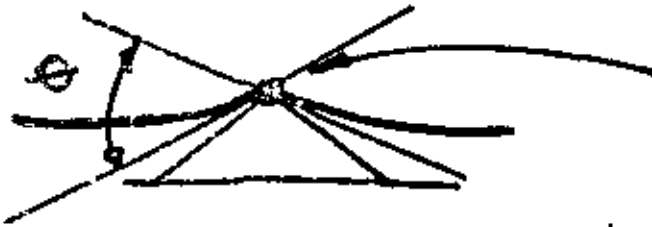
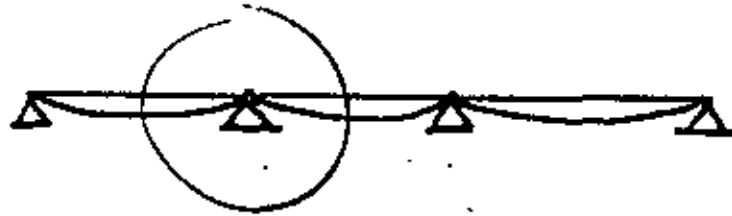
$$EI\theta = \frac{1}{6} l \alpha c = \frac{4 \times 1 \times 1}{6} = 0.67 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$$

$$\theta = \frac{0.67}{1080} = 0.00065$$

$$d_{12} = \theta = 0.00065$$

$$d_{22} = d_{33} = d_{11} = 0.00258$$

$$d_{23} = d_{32} = d_{12} = 0.00065$$



No hay continuidad sobre cada apoyo y

$$\theta \neq 0$$

Los momentos en cada apoyo se fijan arbitrariamente y se determinan mediante las ecuaciones anteriormente vistas las rotaciones θ sobre cada apoyo

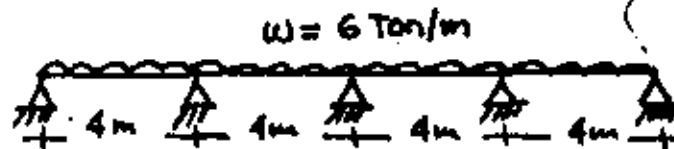
$$d_{10} + d_{11} \bar{X}_1 + d_{12} \bar{X}_2 + d_{13} \bar{X}_3 = -\theta_1$$

$$d_{20} + d_{21} \bar{X}_1 + d_{22} \bar{X}_2 + d_{23} \bar{X}_3 = -\theta_2$$

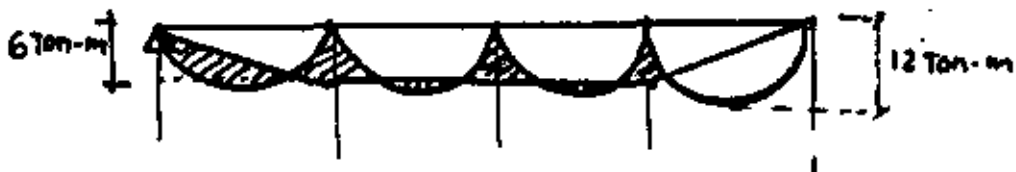
$$d_{30} + d_{31} \bar{X}_1 + d_{32} \bar{X}_2 + d_{33} \bar{X}_3 = -\theta_3$$

\bar{X}_1 , \bar{X}_2 y \bar{X}_3 son valores fijados arbitrariamente.

Ejemplo



$$M_0 = \frac{w l^2}{8} = \frac{w \times 4}{8} = 12 \text{ Ton-m}$$



S_1 se supone:

$$b = 14 \text{ cm}$$

$$d = 36 \text{ cm}$$

$$f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 2350 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 3 \text{ No. } 8 = 8.6 \text{ cm}^3$$

Paso 4.

Calcular fuerzas correctivas.

Plantear las ecuaciones generales de equilibrio:

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 = 0$$

$$\delta_{20} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 = 0$$

$$\delta_{30} + \delta_{31} X_1 + \delta_{32} X_2 + \delta_{33} X_3 = 0$$

$$- 0.0312 + 0.00258 X_1 + 0.00065 X_2 + 0 = 0$$

$$- 0.0312 + 0.00065 X_1 + 0.00258 X_2 + 0.00065 X_3 = 0$$

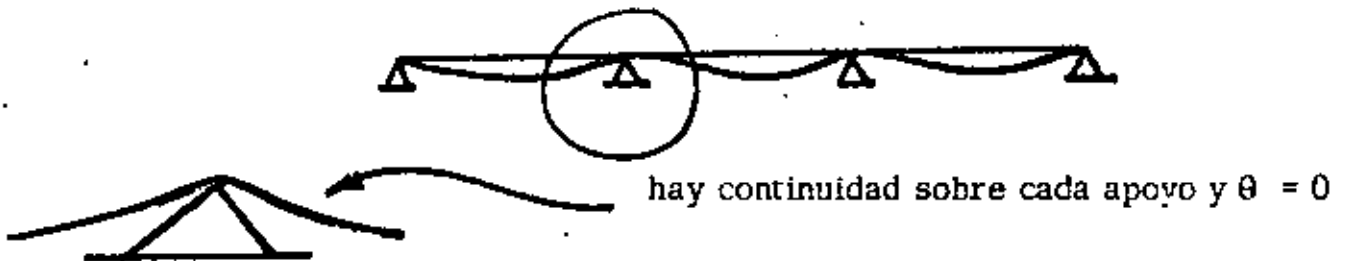
$$- 0.0312 + 0 + 0.00065 X_2 + 0.00258 X_3 = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtienen valores de X_1 , X_2 y X_3 que son los momentos en los puntos (1), (2) y (3).

En el paso 5 las fuerzas (momentos) supuestas inicialmente son nulas.

Diferencia entre el método de las fuerzas y el método de Baker

a) Método de las fuerzas



Los momentos en cada apoyo se calculan mediante un sistema de ecuaciones para que θ sea igual a cero.

b) Método de Baker

Calcular M_r .

$$M_r = b d^2 f_c' w (1 - 0.59w)$$

$$w = \frac{P f_s}{f_c'} ; P = \frac{8.6}{14 \times 36} = 0.017$$

$$w = \frac{0.017 \times 2350}{200} = 0.2$$

$$M_r = 14 \times 36^2 \times 200 \times 0.2 \times 0.88 = 640\,000 \text{ kg-cm}$$

$$M_r = 6.4 \text{ ton-m, } \bar{X} = M_r$$

Sustituyendo en las ecuaciones generales:

$$-0.0312 + 0.00258 \times 6.4 + 0.00065 \times 6.4 = -\theta_1$$

$$-0.0312 + 0.00065 \times 6.4 + 0.00258 \times 6.4 + 0.00065 \times 6.4 = -\theta_2$$

$$-0.0312 + 0.00065 \times 6.4 + 0.00258 \times 6.4 = \theta_3$$

$$\theta_1 = 0.0106 \text{ rad}$$

$$\theta_2 = 0.0065 \text{ rad}$$

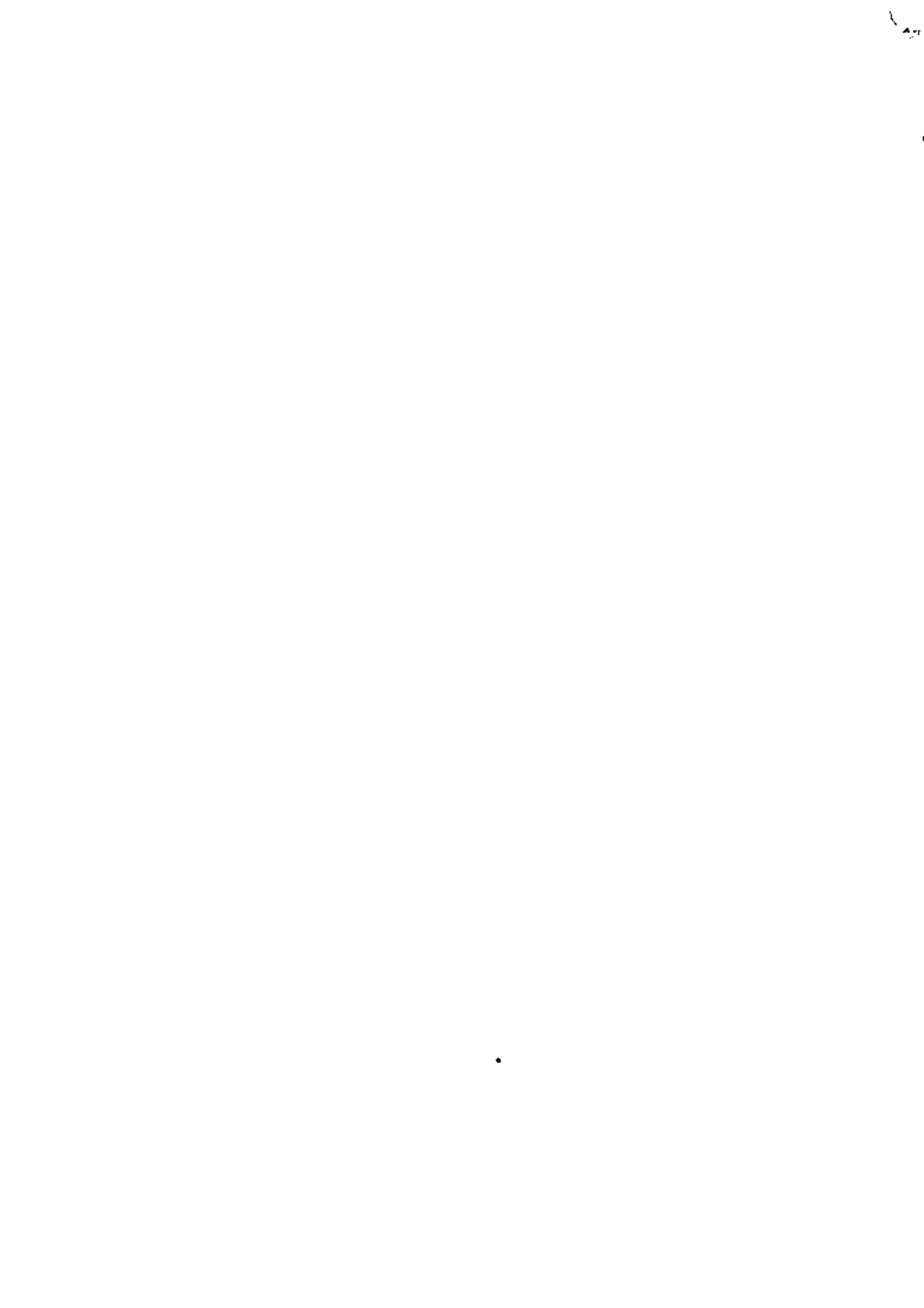
$$\theta_3 = 0.0106 \text{ rad}$$

TABLE 2

Influence coefficients	$\int \frac{M_i M_k}{EI} dz$ values				$\sum \int \frac{M_i M_k}{EI} dz$	
	Member AB	Member BC	Member CD	Member DE	Total	Radians
δ_{11}	$\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 1 \times 1}{EI}$	$\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 1 \times 1}{EI}$	0	0	$\frac{8}{3EI}$	0.00267×10^3
$\delta_{21} = \delta_{12}$	0	$\frac{1}{6} \times \frac{4 \times 1 \times 1}{EI}$	0	0	$\frac{2}{3EI}$	0.00066×10^3
$\delta_{31} = \delta_{13}$	0	0	0	0	0	0
δ_{22}	0	$\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 1 \times 1}{EI}$	$\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 1 \times 1}{EI}$	0	$\frac{8}{3EI}$	0.00267×10^3
$\delta_{32} = \delta_{23}$	0	0	$\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 1 \times 1}{EI}$	0	$\frac{2}{3EI}$	0.00066×10^3
δ_{33}	0	0	$\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 1 \times 1}{EI}$	$\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 1 \times 1}{EI}$	$\frac{8}{3EI}$	0.00267×10^3
δ_{19}	$-\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 12 \times 1 \times 10^3}{EI}$	$-\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 12 \times 1 \times 10^3}{EI}$	0	0	$-\frac{32 \times 10^3}{3EI}$	-0.032
δ_{29}	0	$-\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 12 \times 1 \times 10^3}{EI}$	$-\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 12 \times 1 \times 10^3}{EI}$	0	$-\frac{32 \times 10^3}{3EI}$	-0.032
δ_{39}	0	0	$-\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 12 \times 1 \times 10^3}{EI}$	$-\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 12 \times 1 \times 10^3}{EI}$	$-\frac{32 \times 10^3}{3EI}$	-0.032

REFERENCIAS

1. Sobre el método de las fuerzas para estructuras lineales, J. Michalos y E. N. Wilson, "Structural Mechanics and Analysis," Macmillan, 1965.
2. Sobre el método de Baker, A. Ramakrishnan, "Ultimate Strength Design for Structural Concrete", Pitman, 1969.
3. Sobre capacidad de rotación de articulaciones plásticas, O. González, "Vigas de Concreto Sujetas a Flexión de Corta Duración-Deformaciones al Colapso", Boletín 163 del Instituto de Ingeniería, UNAM, 1968.





centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO

VIGAS CONTINUAS CON ANALISIS AL
LIMITE PARTE II

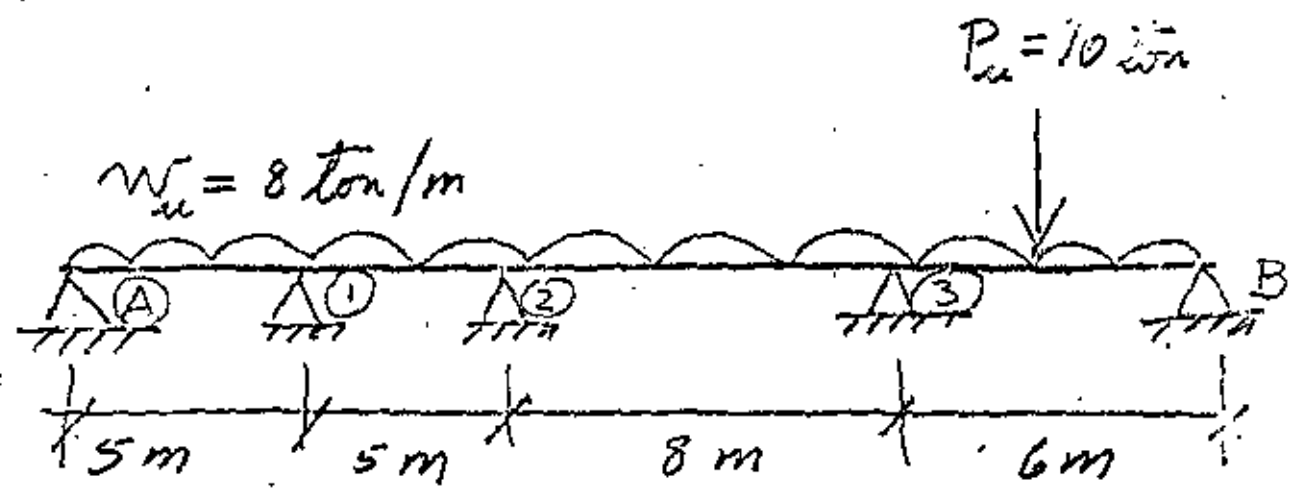
DR. OSCAR MANUEL GONZALEZ CUEVAS

OCTUBRE, 1979.



.

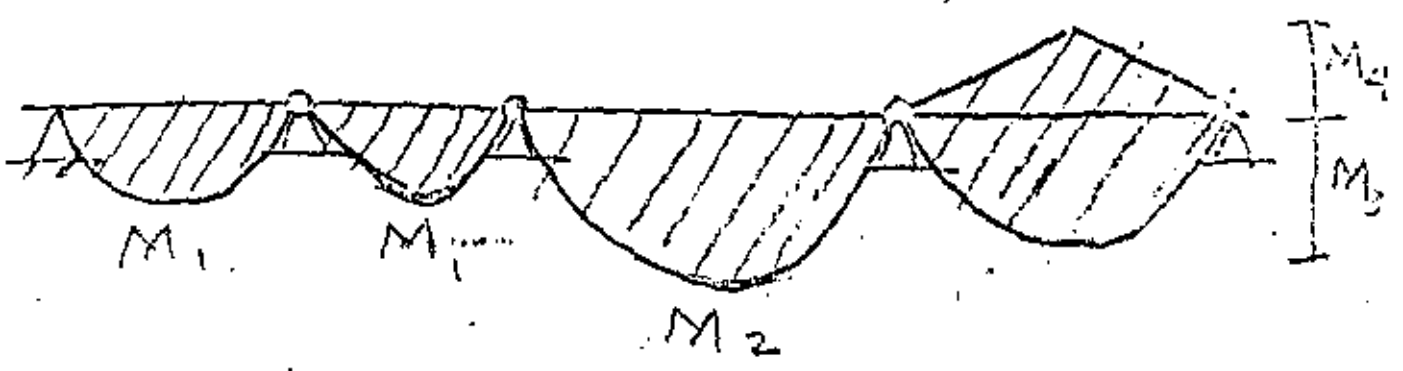
Resolver la siguiente viga continua por el método de Baker



1. Determinación del grado de hiperestaticidad:

$$G. H. = 5 - 2 = 3$$

2. Introducción de las articulaciones plásticas y determinación de los momentos isostáticos:



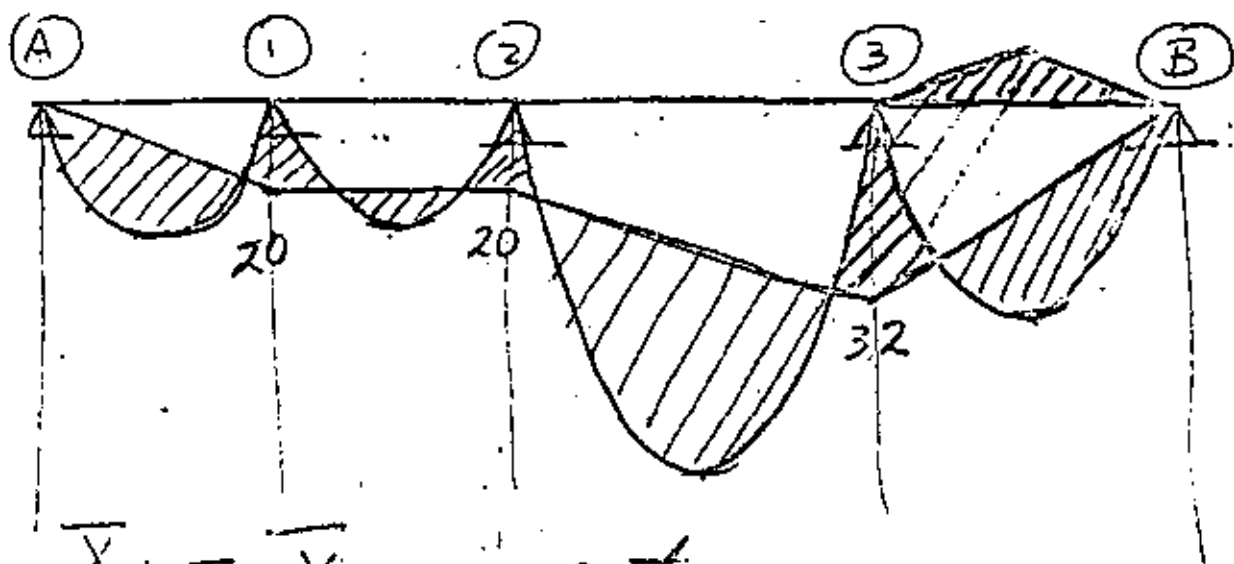
$$M_1 = \frac{wl^2}{8} = \frac{8 \times 25}{8} = 25 \text{ ton-m}$$

$$M_2 = \frac{wl^2}{8} = \frac{8 \times 64}{8} = 64 \text{ ton-m}$$

$$M_3 = \frac{wl^2}{8} = \frac{8 \times 36}{8} = 36 \text{ ton-m}$$

$$M_4 = \frac{Pl}{4} = \frac{10 \times 6}{4} = 15 \text{ ton-m}$$

3. Elección de los momentos \bar{X}_1 , \bar{X}_2 y \bar{X}_3



$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = 20 \text{ ton-m}$$

$$\bar{X}_3 = 32 \text{ ton-m}$$

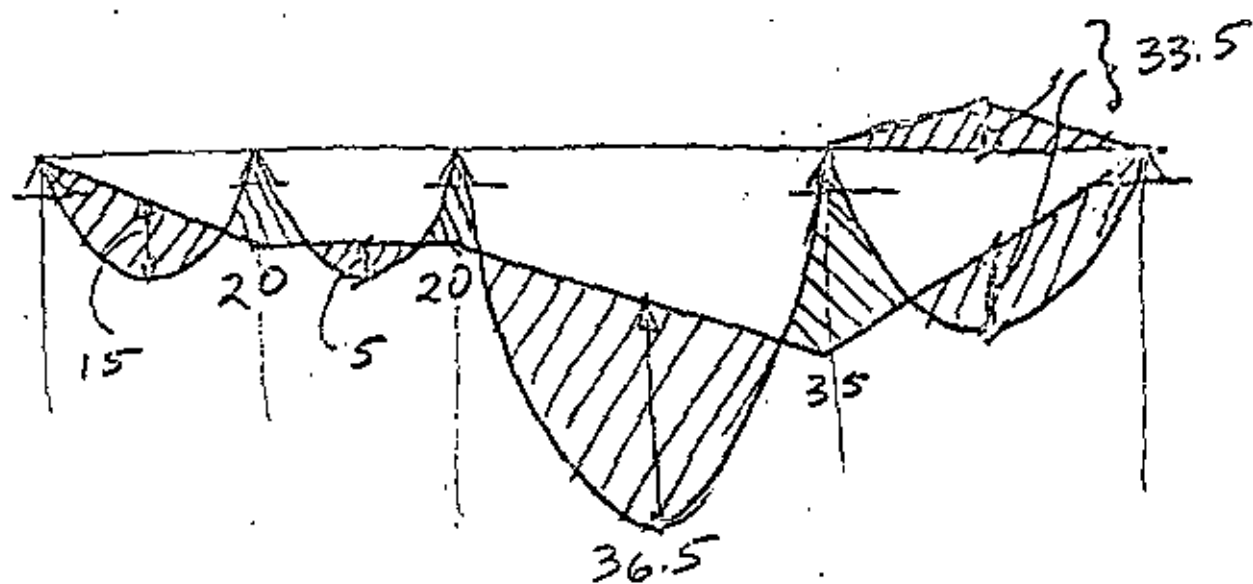
$$\begin{aligned} \text{Momento máximo (al centro del claro 3B)} &= \\ &= 36 - 16 + 15 = 35 \text{ ton-m} \end{aligned}$$

Momento máximo al centro del claro (2-3) = $\textcircled{3}$

$$= 64 - \frac{32+20}{2} = 64 - 26 = 38 \text{ ton-m}$$

Se ve que es conveniente aumentar un poco el momento negativo en $\textcircled{3}$ para que disminuyan los positivos máximos en $\textcircled{2-3}$ y $\textcircled{3-8}$:

Hacer $\bar{X}_3 = 35 \text{ ton-m}$



4. Dimensionamiento de una sección para que resista un momento de 36.5 ton-m.

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Como conviene que las secciones sean sobre-
forzadas, se determina primero la relación
balanceada de refuerzo ρ_b : (4)

$$\rho_b = \frac{\beta_1 0.85 f'_c}{f_y} \times \frac{6000}{6000 + f_y}$$

$$\beta_1 = \left(1.05 - \frac{f'_c}{1400} \right) \leq 0.85$$

$$\beta_1 = 1.05 - \frac{250}{1400} = 1.05 - 0.18 = 0.87 > 0.85$$

$$\beta_1 = 0.85$$

$$\rho_b = \frac{0.85 \times 0.85 \times 250 \times 6000}{4200 \times 10200} = 0.0255$$

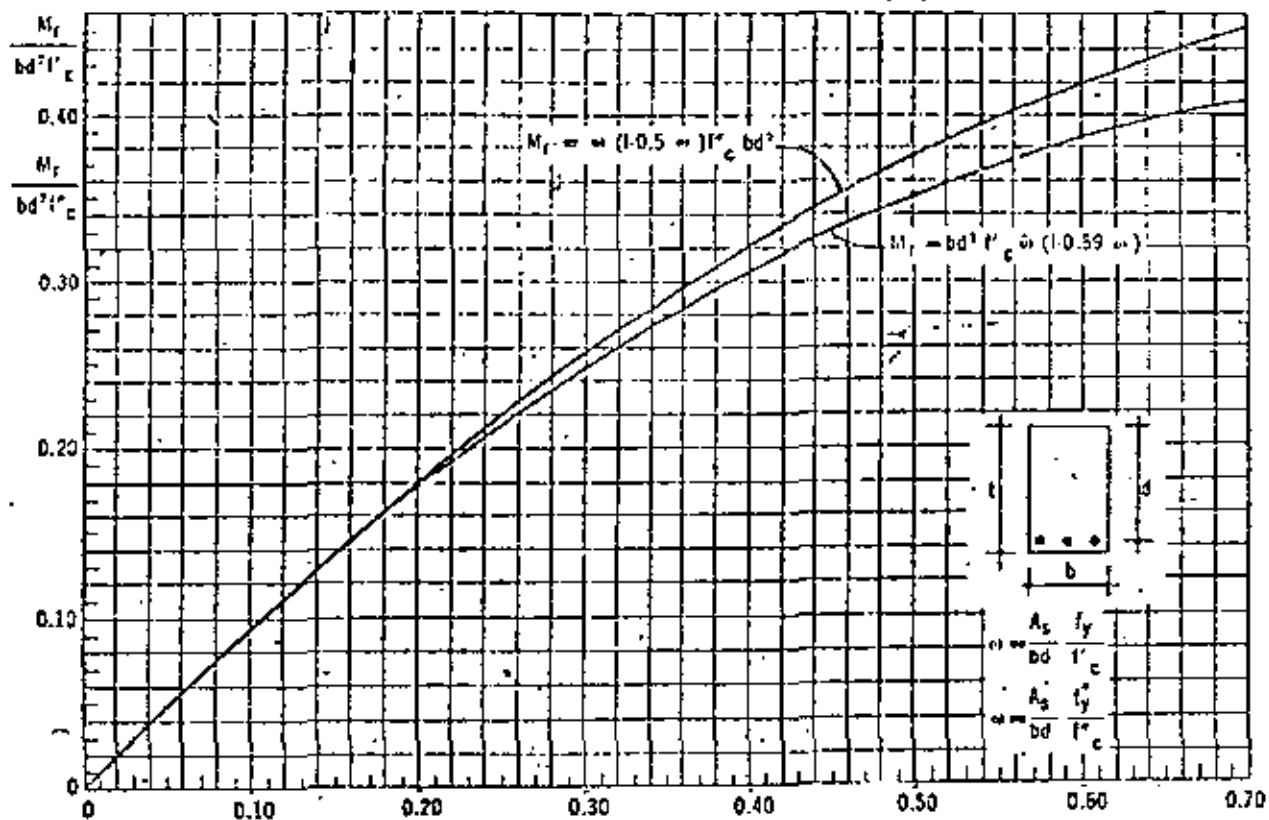
Es conveniente que $\rho \leq 0.50 \rho_b$, por lo
tanto, se puede fijar $\rho = 0.012$.

$$w = \frac{\rho f_y}{f'_c} = \frac{0.012 \times 4200}{250} = 0.22$$

Ahora se calcula la sección con:

$$M_r = b d^2 f'_c w (1 - 0.59 w)$$

Usando la gráfica de flexión:



Momentos resistentes de secciones rectangulares para $\omega \leq \omega_b$

Gráfica para diseño por flexión

para $w = 0.22$,

$$\frac{M_r}{bd^2 f'_c} = 0.19,$$

• Determinar b y d , suponiendo $d = 2b$:

$$bd^2 = \frac{M_r}{0.19 f'_c}$$

$$b^3 = \frac{M_r}{4 \times 0.19 f'_c} = \frac{3650000}{0.76 \times 250} = 19300$$

$$b = 27 \text{ cm}, \quad d = 54 \text{ cm}, \quad h = 60 \text{ cm}$$

$$A_s = 0.012 \times 27 \times 54 = 17.5 \text{ cm}^2$$

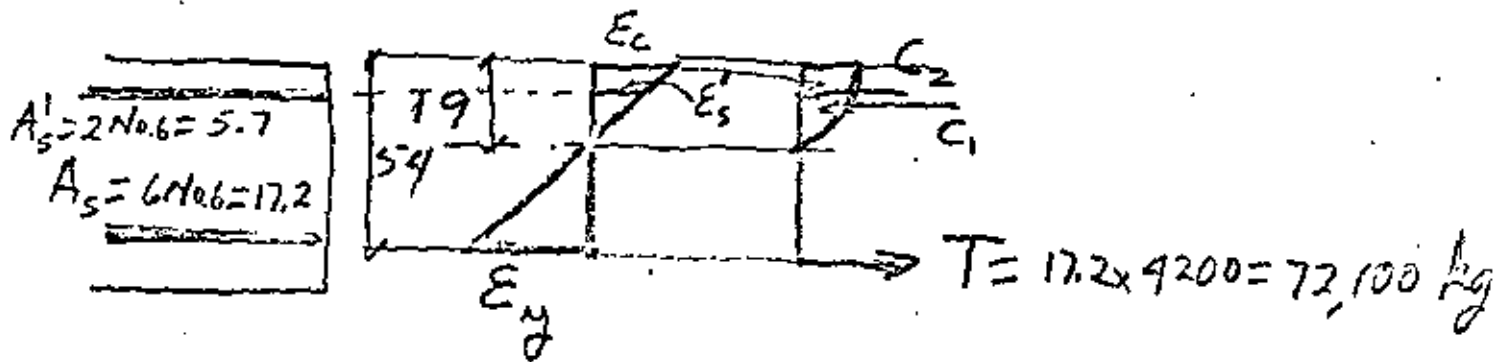
$$A_s = 6 \text{ Vars. del No. 6} = 17.2 \text{ cm}^2$$

5. Determinación de EI

$$EI = \frac{M}{\phi}$$

Tanteo con $c = 19 \text{ cm}$

7



$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{4200}{2 \times 10^6} = 0,0021$$

$$\epsilon_c = \frac{19 \times 0,0021}{35} = 0,00114$$

$$f_c = \frac{4 \times 250 \times 0,00114 + 4 \times 0,00286}{0,000016} = 205$$

$$C_1 = \frac{2 \times 19 \times 205 \times 24}{3} = 62000 \text{ kg}$$

$$\epsilon'_s = \frac{0,00114 \times 15}{19} = 0,0009$$

$$f'_s = E_s \epsilon'_s = 2 \times 10^6 \times 0,0009 = 1800 \text{ kg/cm}^2$$

$$C_2 = 5.7 \times 1800 = 10,200 \text{ kg}$$

$$C = C_1 + C_2 = 72,200 \approx T$$

$$M = T \left(d - \frac{c}{4} \right) = 72\,100 (54 - 4.7)$$

$$M = 72\,100 \times 49.3 = 3\,560\,000 \text{ kg-cm}$$

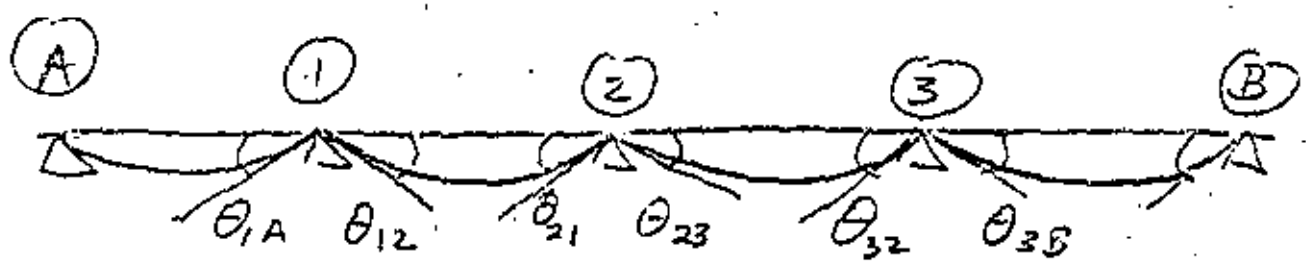
$$\underline{M = 35.6 \text{ ton-m}}$$

$$\phi = \frac{\epsilon_c}{c} = \frac{0.00114}{19} = \underline{0.00006 \text{ cm}^{-1}}$$

$$EI = \frac{M}{\phi} = \frac{3.56 \times 10^6}{6 \times 10^{-5}} = 0.593 \times 10^{11} \text{ kg-cm}^2$$

$$EI = 0.593 \times 10^4 \text{ ton-m}^2 = \underline{\underline{5930 \text{ ton-m}^2}}$$

6. Cálculo de los errores en geometría



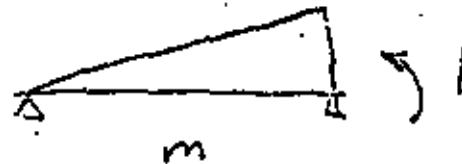
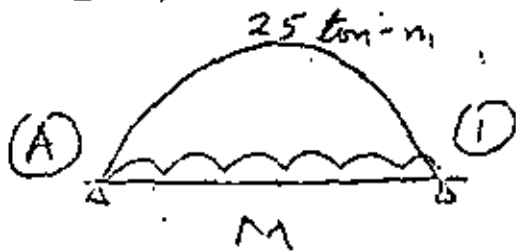
$$\delta_{10} = \theta_{1A} + \theta_{12}$$

$$\delta_{20} = \theta_{21} + \theta_{23}$$

$$\delta_{30} = \theta_{32} + \theta_{3B}$$

9

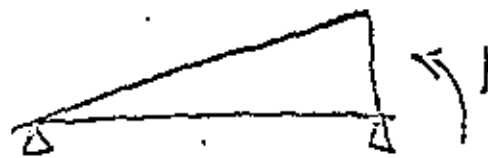
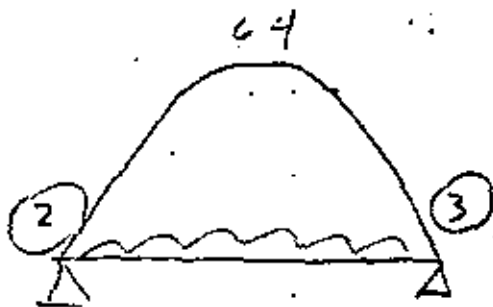
• Calcular los valores de θ .



$$EI \theta_{A1} = \frac{1}{3} lac = \frac{5 \times 25 \times 1}{3} = 25$$

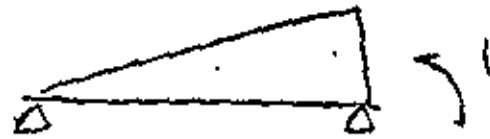
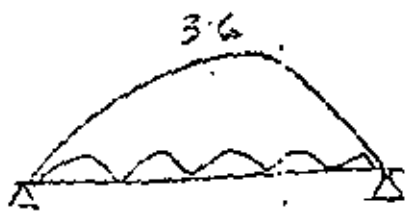
$$\theta_{A1} = \frac{25}{5930} = 0.0042 \text{ rad}$$

$$\theta_{12} = \theta_{21} = \theta_{A1} = 0.0042$$



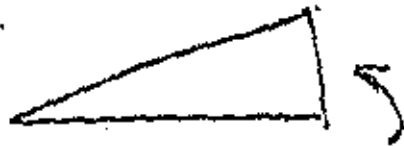
$$EI \theta_{23} = \frac{1}{3} lac = \frac{8 \times 64 \times 1}{3} = 170$$

$$\theta_{23} = \theta_{32} = \frac{170}{5930} = 0.0287 \text{ rad}$$



(10)

$$EI \theta'_{3B} = \frac{1}{3} lac = \frac{6 \times 36 \times 1}{3} = 72$$



$$EI \theta''_{3B} = \frac{lac}{4} = \frac{6 \times 15 \times 1}{4} = 22.5$$

$$EI \theta_{3B} = EI (\theta'_{3B} + \theta''_{3B})$$

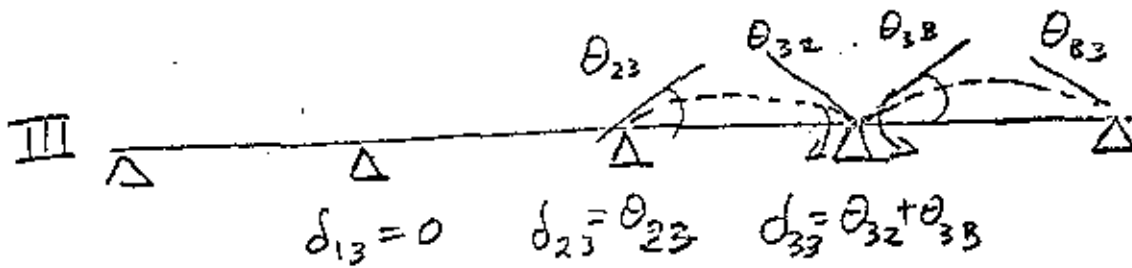
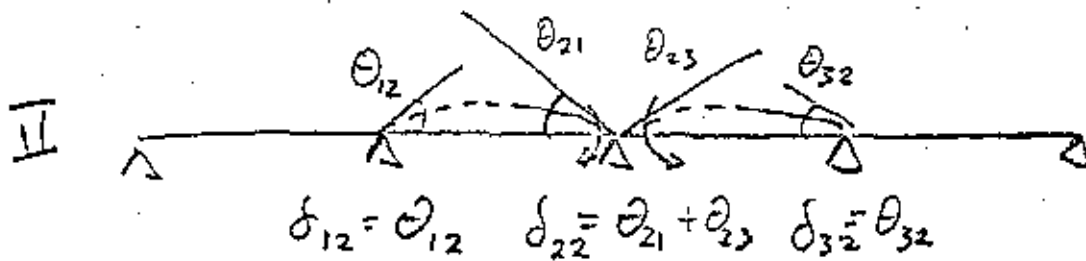
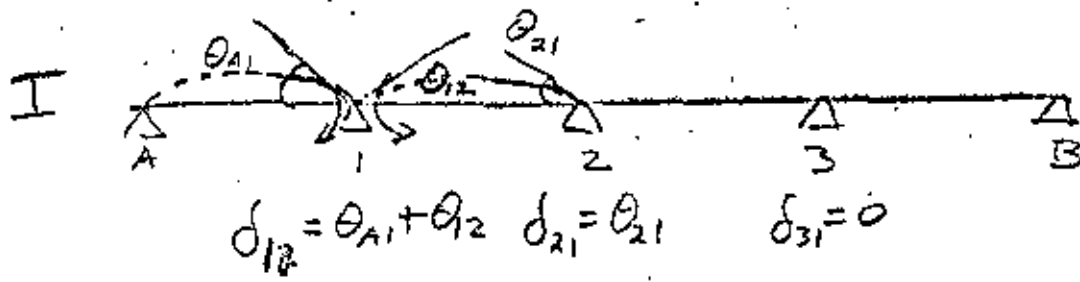
$$\theta_{3B} = \frac{94.5}{5930} = 0.0159 \text{ rad}$$

$$\delta_{10} = 0.0084$$

$$\delta_{20} = 0.0329$$

$$\delta_{30} = 0.0446$$

7. Cálculo de los coeficientes de corrección



• Caso I

$$EI \theta_{A1} = \frac{1}{3} l_{ac} = \frac{5 \times 1 \times 1}{3} = 1.67$$

$$EI \theta_{12} = EI \theta_{A1} = 1.67$$

$$EI \theta_{21} = \frac{1}{6} l_{ac} = \frac{5 \times 1 \times 1}{6} = 0.83$$

$$\delta_{11} = \frac{3.34}{5930} = 0.00056$$

$$\delta_{21} = \frac{0.83}{5930} = 0.00014$$

✓

Caso II

(12)

$$EI \theta_{12} = \triangle \times \triangle = \frac{1}{6} lac = \frac{5 \times 1 \times 1}{6} = 0.83$$

$$EI \theta_{21} = \triangle \times \triangle = \frac{1}{3} lac = \frac{5 \times 1 \times 1}{3} = 1.67$$

$$EI \theta_{23} = \triangle \times \triangle = \frac{1}{3} lac = \frac{8 \times 1 \times 1}{3} = 2.67$$

$$EI \theta_{32} = \triangle \times \triangle = \frac{1}{6} lac = \frac{8 \times 1 \times 1}{6} = 1.33$$

$$\delta_{12} = \frac{0.83}{5930} = 0.00014$$

$$\delta_{22} = \frac{4.34}{5930} = 0.00073$$

$$\delta_{32} = \frac{1.33}{5930} = 0.00022$$

Caso III

$$EI \theta_{23} = \triangle \times \triangle = \frac{1}{6} lac = \frac{8 \times 1 \times 1}{6} = 1.33$$

$$EI \theta_{32} = \triangle \times \triangle = \frac{1}{3} lac = \frac{8 \times 1 \times 1}{3} = 2.67$$

$$EI \theta_{33} = \triangle \times \triangle = \frac{1}{3} lac = \frac{6 \times 1 \times 1}{3} = 2.00$$

$$\delta_{23} = \frac{1.33}{5930} = 0.00022$$

$$\delta_{33} = \frac{4.67}{5930} = 0.00079$$

8. Cálculo de las rotaciones finales

13

$$d_{10} + d_{p1} \bar{X}_1 + d_{p2} \bar{X}_2 + d_{p3} \bar{X}_3 = -\theta_1$$

$$d_{20} + d_{21} \bar{X}_1 + d_{22} \bar{X}_2 + d_{23} \bar{X}_3 = -\theta_2$$

$$d_{30} + d_{31} \bar{X}_1 + d_{32} \bar{X}_2 + d_{33} \bar{X}_3 = -\theta_3$$

$$-0.0084 + 0.00056 \times 20 + 0.00014 \times 20 + 0 = -\theta_1$$

$$-0.0329 + 0.00014 \times 20 + 0.00073 \times 20 + 0.00022 \times 32 = -\theta_2$$

$$-0.0446 + 0 + 0.00022 \times 20 + 0.00079 \times 32 = -\theta_3$$

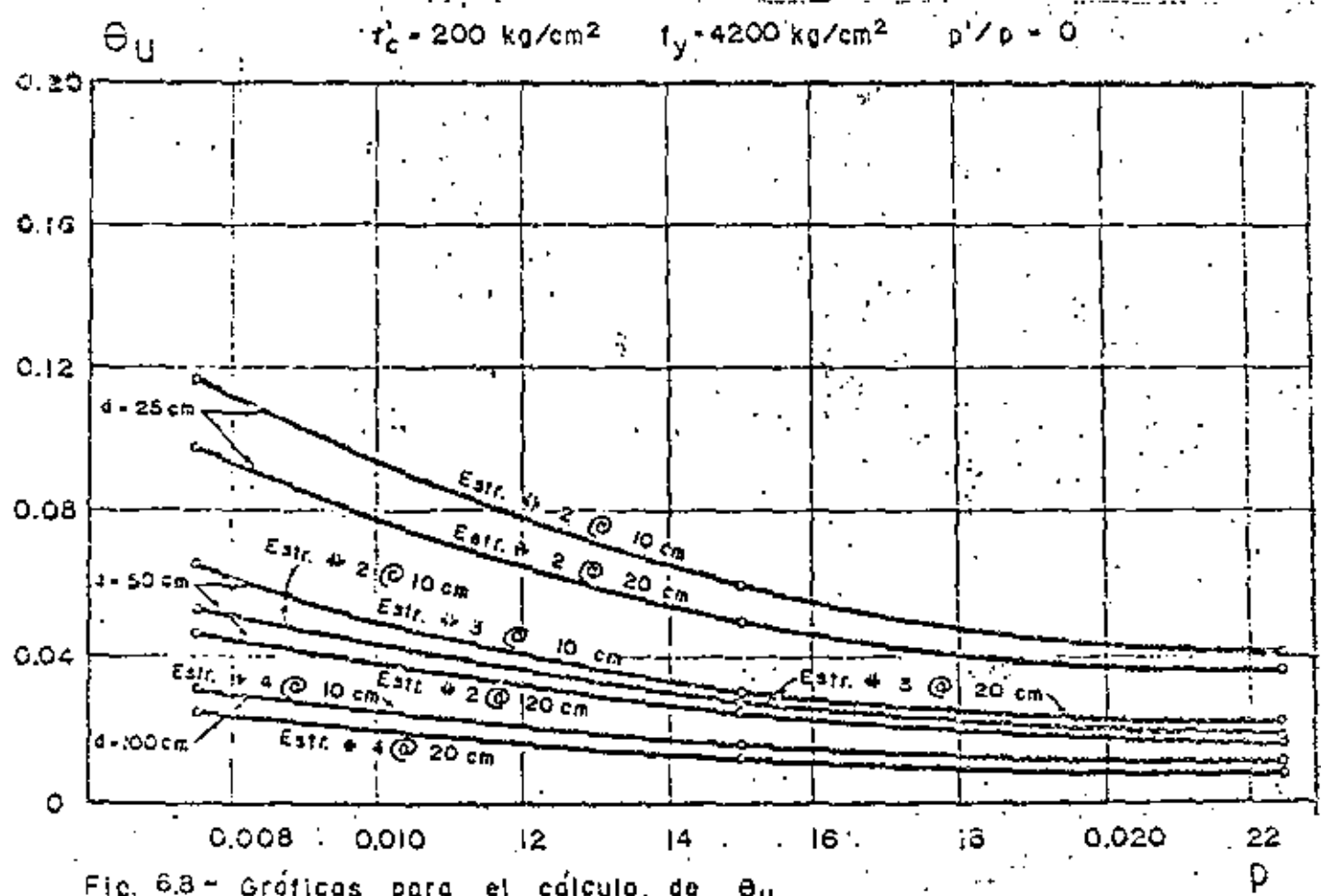
$$\theta_1 = 0.00448$$

$$\theta_2 = 0.00840$$

$$\theta_3 = 0.01490$$

9. Cálculo de rotaciones permisibles.

En la Fig. 6.8, para $p=0.012$, $d=50\text{cm}$,
y Estr. # 2 @ 20, $\theta_u = 0.03$, OK



10. Revisión bajo condiciones de servicio

(12)

Se supone un factor de carga de 1.8 y entonces los errores en geometría, δ_{10} , δ_{20} y δ_{30} son los calculados anteriormente divididos entre 1.8:

$$\delta_{10} = \frac{0.0084}{1.8} = 0.00475$$

$$\delta_{20} = \frac{0.0329}{1.8} = 0.0182$$

$$\delta_{30} = \frac{0.0446}{1.8} = 0.0248$$

Resulta el siguiente sistema de ecuaciones

$\begin{aligned} -0.00475 + 0.00056 X_1 + 0.00014 X_2 + 0 &= 0 \\ -0.0182 + 0.00014 X_1 + 0.00073 X_2 + 0.00022 X_3 &= 0 \\ -0.0248 + 0 + 0.00022 X_2 + 0.00079 X_3 &= 0 \end{aligned}$

Multiplicando por 1000 y despejando X_1 , X_2 y X_3 :

$$X_1 = -0.250 X_2 + 0 X_3 + 8.50$$

$$X_2 = -0.192 X_1 - 0.302 X_3 + 25.00$$

$$X_3 = 0 X_1 - 0.278 X_2 + 31.40$$

	X_1	X_2	X_3	C	
X_1		-0.250	0	+8.50	
X_2	-0.192		-0.302	+25.00	
X_3	0	-0.278		+31.40	
X_1	<u>5.70</u>	11.20	17.80	8.50	1 ^{er} ciclo
X_2	5.70	<u>18.43</u>	17.80	25.00	
X_3	5.70	18.43	<u>26.28</u>	31.40	
X_1	<u>3.90</u>	18.43	26.28	8.50	2 ^o ciclo
X_2	3.90	<u>16.34</u>	26.28	25.00	
X_3	3.90	16.34	<u>26.85</u>	31.40	
X_1	<u>4.42</u>	16.34	26.85	8.50	3 ^{er} ciclo
X_2	4.42	<u>16.05</u>	26.85	25.00	
X_3	4.42	16.05	<u>26.92</u>	31.40	

(17)

Valores para el primer ciclo:

$$X_1 = \frac{X_1}{F.C.} = \frac{20}{1.8} = 11.2$$

$$X_2 = \frac{X_2}{F.C.} = \frac{20}{1.8} = 11.2$$

$$X_3 = \frac{X_3}{F.C.} = \frac{32}{1.8} = 17.8$$

Entonces:

$$X_1 = -0.250 \times 11.2 + 8.50 = -2.80 + 8.50 = 5.70$$

$$X_2 = -0.192 \times 5.70 - 0.302 \times 17.8 + 25.00 = 18.43$$

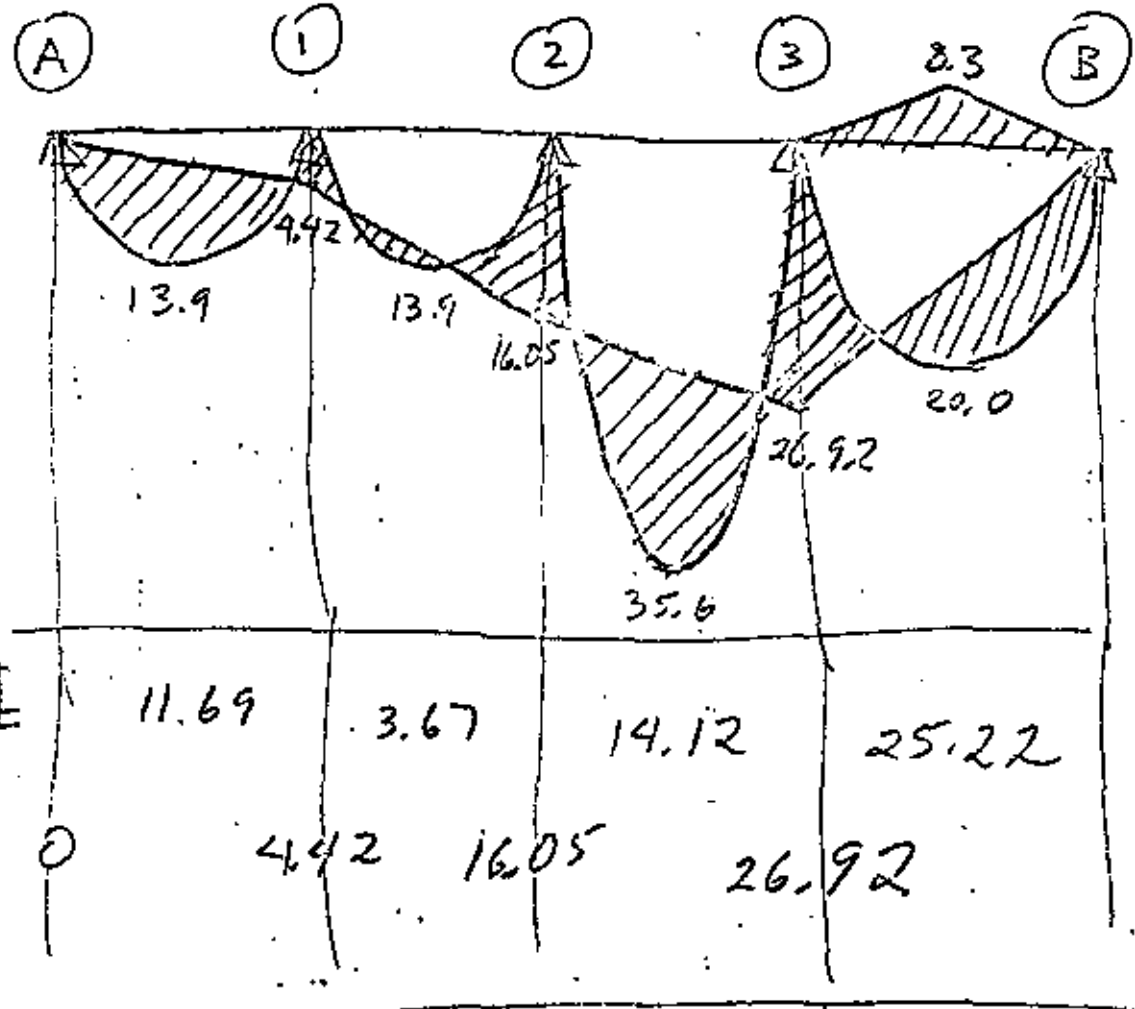
$$X_3 = -0.278 \times 18.43 + 31.40 = 26.28$$

Después de tres ciclos, se obtienen los siguientes momentos bajo cargas de servicio:

$$X_1 = 4.42 \text{ ton-m}$$

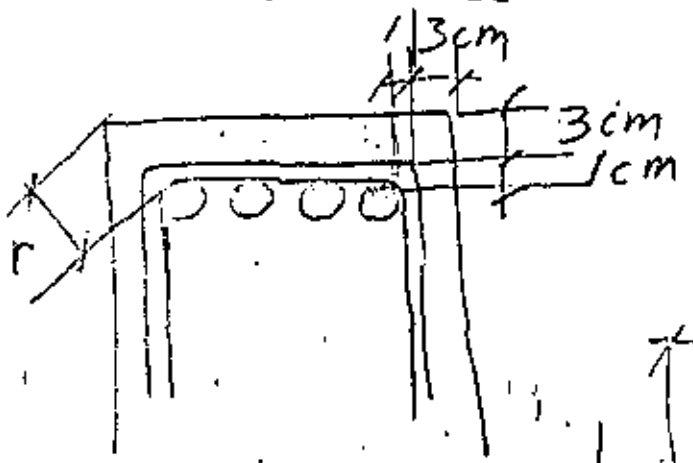
$$X_2 = 16.05 \text{ ton-m}$$

$$X_3 = 26.92 \text{ ton-m}$$

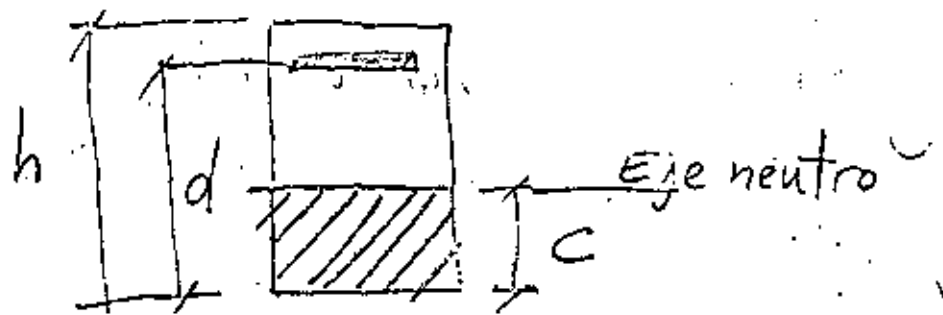


Revisión de agrietamiento en la sección (3)

Criterio de la CICA:



$$w_{max} = \eta r \frac{f_s}{E_s} \frac{h-c}{d-c}$$



$\eta = 3.3$ para varillas corrugadas

(19)

$$r = \sqrt{4^2 + 4^2} = 5.7 \text{ cm}$$

$$f_s = \frac{M}{A_s z} = \frac{2692000}{17.2 \times 0.85 \times 54} = 3,400 \text{ kg/cm}^2$$

$c = 19 \text{ cm}$ (aproximado), $d = 54 \text{ cm}$, $h = 60 \text{ cm}$

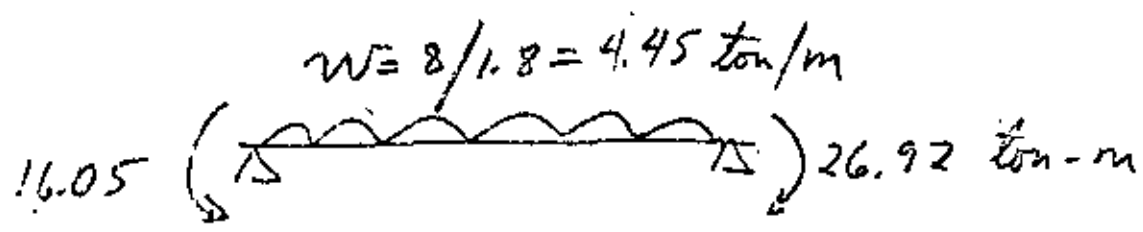
$$w_{\text{MAX}} = \frac{3.3 \times 5.7 \times 3400 (50 - 19)}{2 \times 10^6 (54 - 19)} = 0.037 \text{ cm}$$

En la siguiente tabla se muestran anchos permisibles:

TABLA 10.1 Anchos permisibles de grietas

Investigador o reglamento	Condiciones de exposición	Anchos máximos permisibles, mm
Brice	Severa	0.10
	Agresiva	0.20
	Normal	0.30
Rust.	Agresiva (agua salada)	0.20
	Normal	0.12 - 0.30
Esch	Severa o agrisima	0.05 - 0.15
	Normal (exterior)	0.15 - 0.25
	Normal (interior)	0.25 - 0.35
Reglamento A.C.I., 1963	Exterior	0.25
	Interior	0.40
CEB (Comité Europeo del Concreto)	Interior, ambiente normal	0.30
	Interior, ambiente agresivo	0.20
	Exterior	0.20
	Muy agresivo o cuando se requiere impermeabilidad	0.10
C.F.C. (Manual de Diseño de Obras Civiles, Comisión Federal de Electricidad)	Interior	0.30
	Agresivo	0.20
	Agresivo cuando se requiere impermeabilidad	0.10
	Cargas accidentales	0.40

Revisión de la deflexión en el tramo 2-3



$$a_1 = \frac{5}{384} \frac{w l^4}{EI}$$

$$a_2 = \frac{3 (M_1 + M_2) l^2}{48 EI}$$

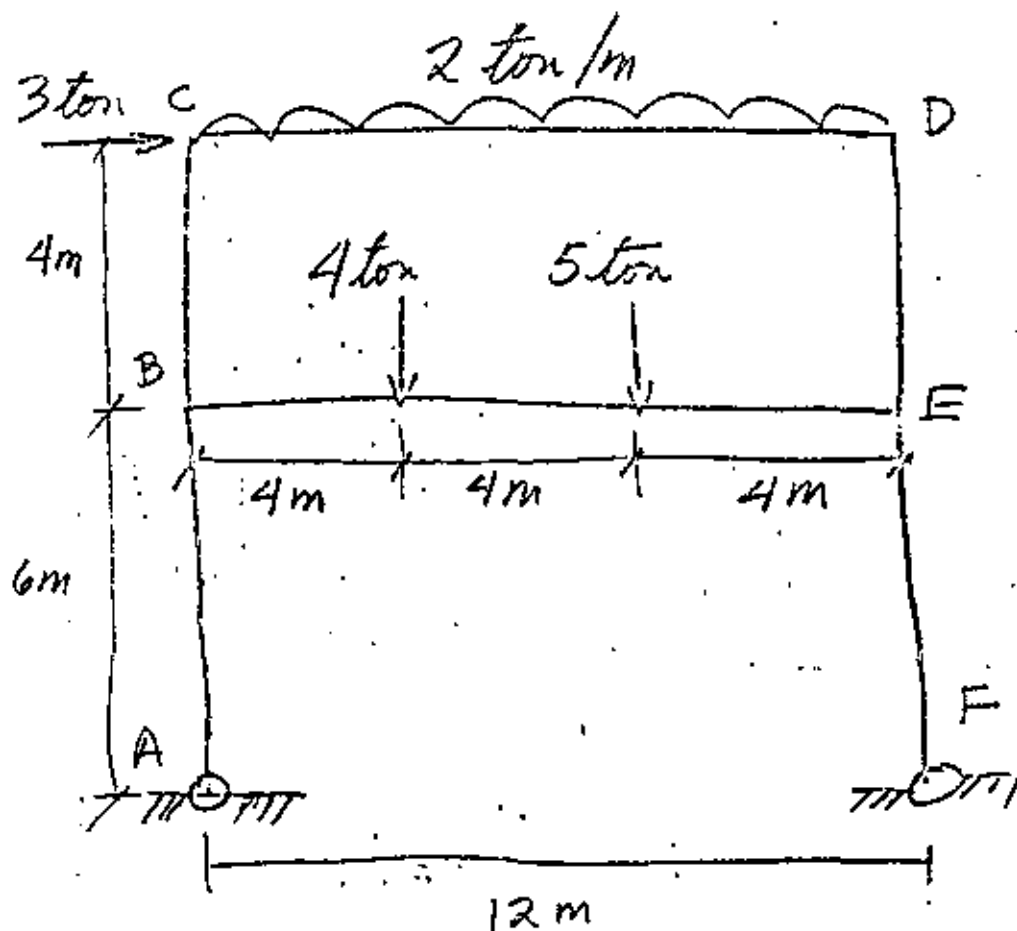
$$a_1 = \frac{5 \times 4.45 \times 8^4}{384 EI} = \frac{238}{EI}$$

$$a_2 = \frac{3 \times 42.97 \times 8^2}{48 EI} = \frac{172}{EI}$$

$$\Delta_{total} = a_1 - a_2 = \frac{238 - 172}{EI} = \frac{66}{EI}$$

$$\Delta_{total} = \frac{66}{5930} = 0.011 \text{ m} \quad \underline{OK}$$

Diseño de un marco



1. Determinación del grado de hiperestaticidad:

$$G.H. = 3 \times 2 - 2 = 4$$

Luego se requieren 4 articulaciones plásticas

2. Introducción de las articulaciones plásticas y determinación de los momentos isostáticos:

Baker recomienda la siguiente configuración:

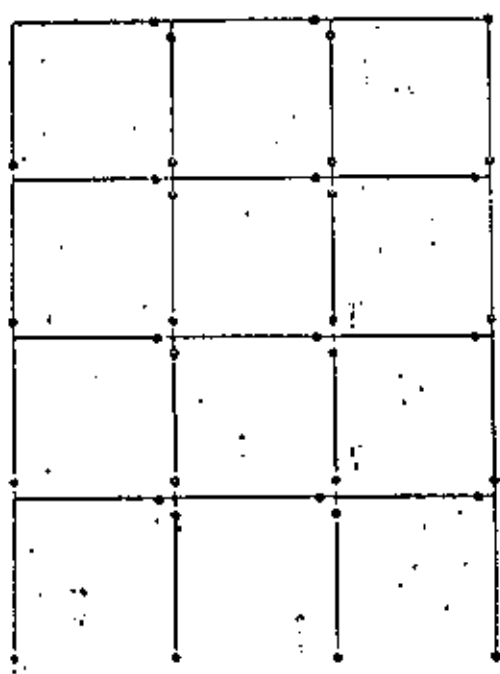
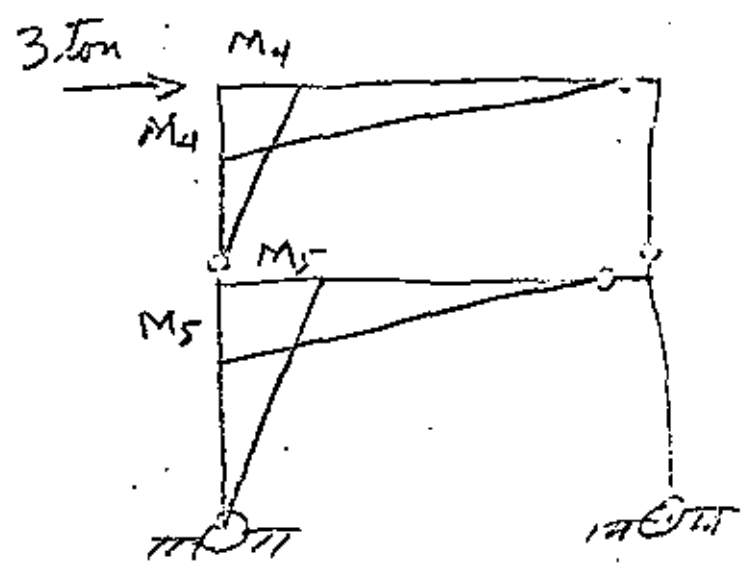
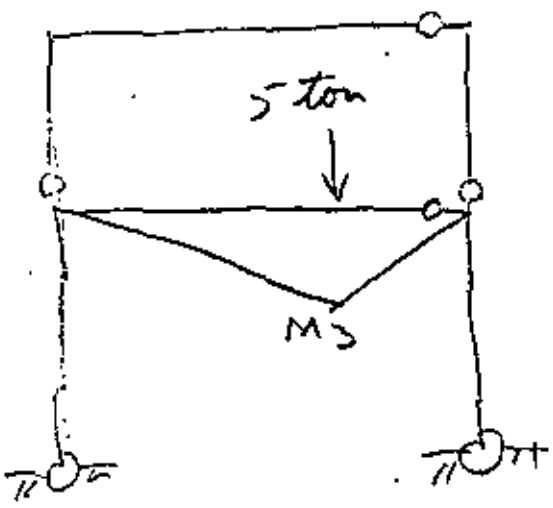
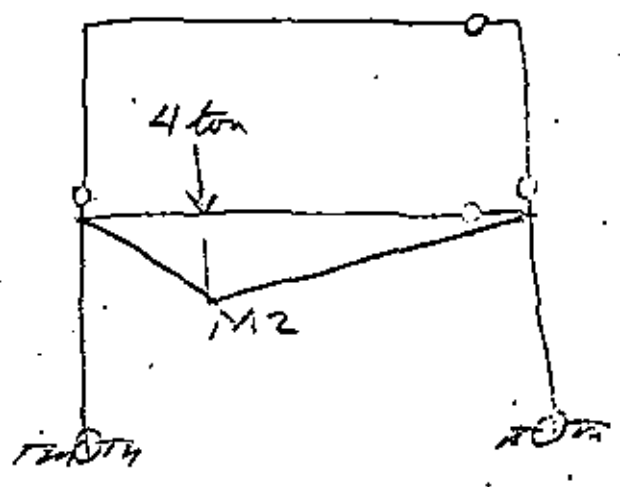
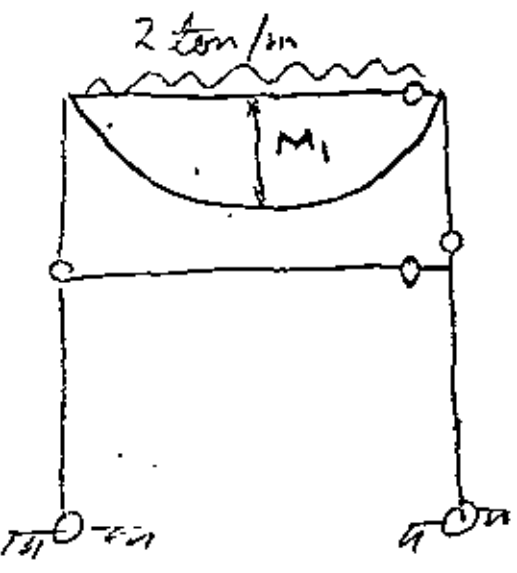


Fig. 7.11. Probable position of plastic hinges to make frame statically determinate

A. L. L. Baker's method of analysis for ultimate load differs from the method discussed in this chapter in that the frame is analysed in the statically determinate condition rather than in the mechanism condition. Baker's method is discussed in detail in Chapter 8.

✓



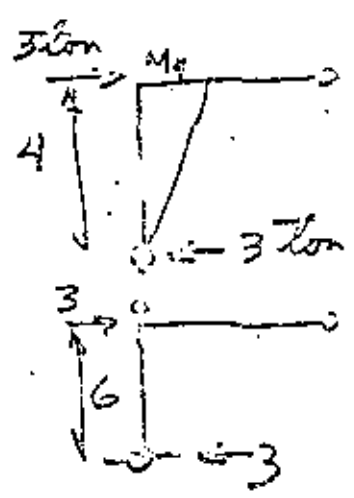
$$M_1 = \frac{wl^2}{8} = \frac{2 \times 12^2}{8} = 36 \text{ ton-m}$$

$$M_2 = \frac{Pab}{l} = \frac{4 \times 4 \times 8}{12} = 10.67 \text{ ton-m}$$

$$M_3 = \frac{Pab}{l} = \frac{5 \times 8 \times 4}{12} = 13.33 \text{ ton-m}$$

$$M_4 = 3 \times 4 = 12 \text{ ton-m}$$

$$M_5 = 3 \times 6 = 18 \text{ ton-m}$$



3. Elección de los momentos de diseño

Para las vigas:

$$M_u = 18 \text{ ton-m}$$

Para las columnas:

$$M_u = 18 \text{ ton-m}$$

$$P_u = 16 \text{ ton}$$

4. Dimensionamiento preliminar de las secciones:

Para las vigas:

$$b = 27 \text{ cm}, h = 50 \text{ cm}, d = 46 \text{ cm}$$

$$A_s = 20.3 \text{ cm}^2, f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2, f_y = 2350 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho = \frac{20.3}{27 \times 46} = 0.016$$

$$w = \frac{\rho f_y}{f'_c} = \frac{0.016 \times 2350}{200} = 0.188$$

$$\frac{\rho A_s}{bd^2 f'_c} = 0.17$$

$$M = 0.17 \times 27 \times 46^2 \times 200 = 1,942,000 \text{ kg-cm} = \underline{19.4 \text{ ton-m}}$$

Para las columnas:

$$b = 27 \text{ cm}, t = 45 \text{ cm}, A_s = 25 \text{ cm}^2, d = 41 \text{ cm},$$

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2, f_y = 2350 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{d}{t} = \frac{41}{45} = 0.9$$

Usando la Fig. B-2:

$$e = \frac{M}{P} = \frac{18}{16} = 1.12$$

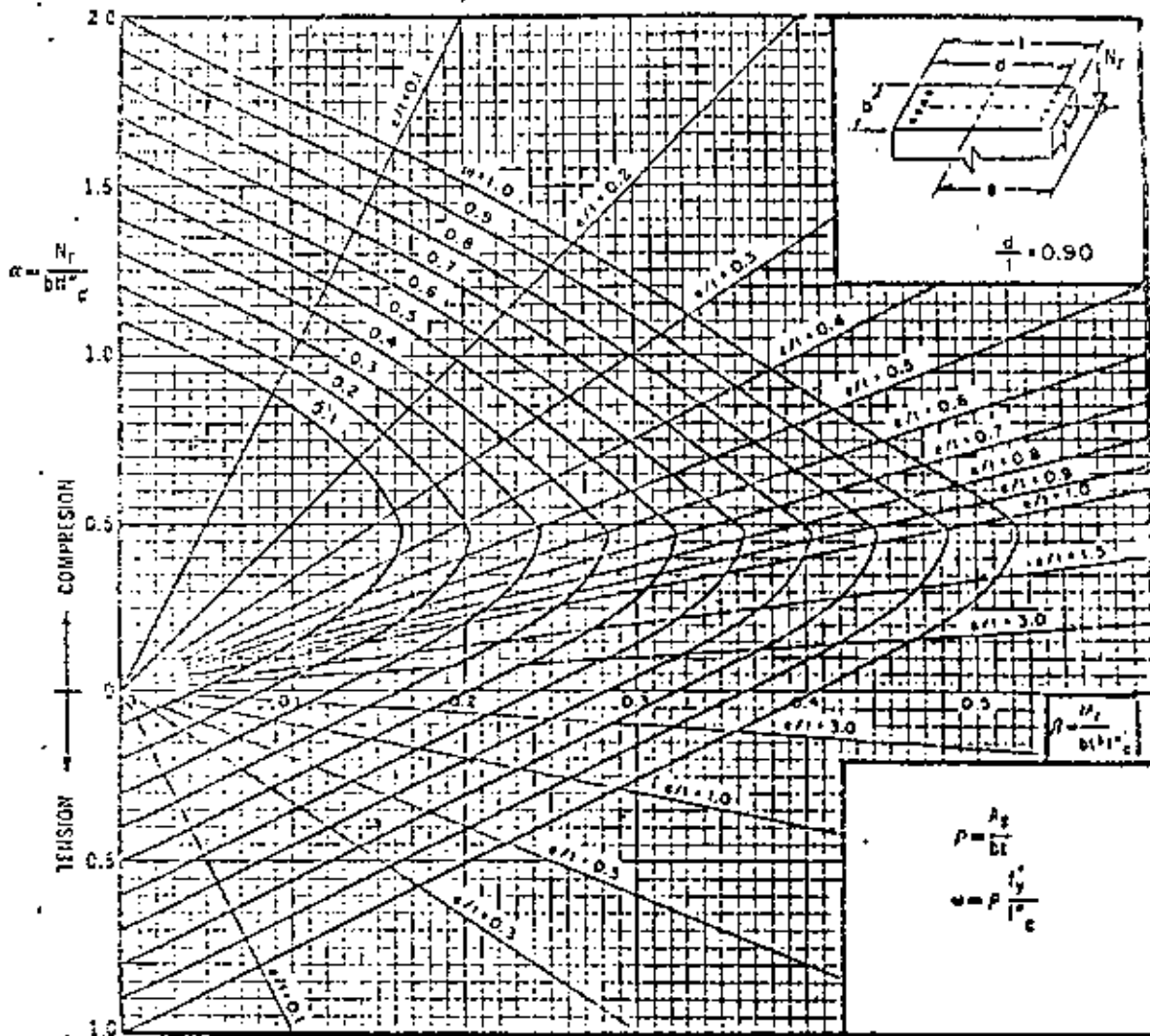
$$\frac{e}{t} = \frac{112}{45} = 2.5$$

$$\rho = \frac{A_s}{bt} = \frac{25}{27 \times 45} = 0.02$$

$$w = \frac{\rho f_y}{f'_c} = \frac{0.02 \times 2350}{200} = 0.23$$

$$\frac{N_r}{bt f'_c} = 0.1, N_r = P_u = 0.1 \times 27 \times 45 \times 200 = \underline{24300}$$

$$\frac{M_r}{bt^2 f'_c} = 0.13, M_r = M_u = 0.13 \times 27 \times 45^2 \times 200 = 14 \times 10^5 \text{ kg cm}$$
$$= \underline{14 \text{ ton-m}}$$



A_s = área total de refuerzo

$$f'_c = 0.85 f''_c \text{ si } f''_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2; f'_c = \left(1.05 - \frac{f''_c}{1400} \right) f''_c \text{ si } f''_c > 280 \text{ kg/cm}^2$$

M_u = momento flexionante último

N_u = carga axial última

Figura B-2

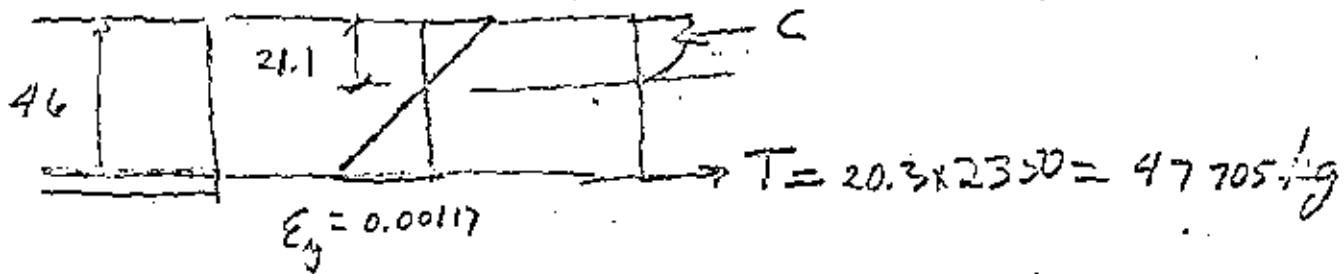
5. Determinación de EI

(27)

$$EI = \frac{M}{\phi}$$

a) Para la viga

Tanteo con $c = 21.1 \text{ cm}$



$$\epsilon_c = \frac{21.1 \times 0.00117}{24.9} = 0.00099$$

$$f_c = \frac{4 \times 200 \times 0.00099 \times 0.00301}{0.000016} = 148 \text{ kg/cm}^2$$

$$C = \frac{2}{3} \times 148 \times 21.1 \times 27 = 56210 \text{ kg}$$

Tanteo con $c = 19 \text{ cm}$

$$\epsilon_c = \frac{19 \times 0.00117}{27} = 0.00082$$

$$f_c = \frac{4 \times 200 \times 0.00082 \times 0.00318}{0.000016} = 130$$

$$C = \frac{2 \times 130 \times 19 \times 27}{3} = 44460$$

$$M = 47705 (46 - 0.4 \times 19) = 1832000 \text{ kg-cm} \quad (28)$$

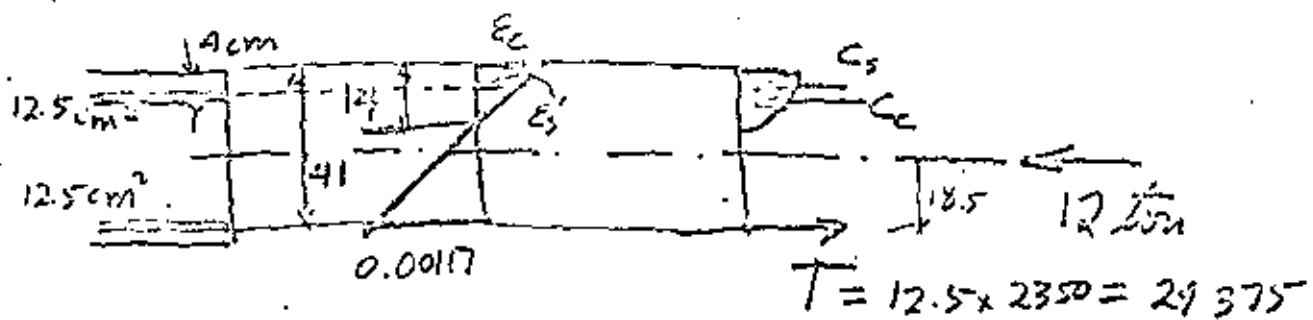
$$M = 18.3 \text{ ton-m}$$

$$\phi = \frac{0.00082}{19} = 0.0000431 \frac{1}{\text{cm}} = 0.00431 \frac{1}{\text{m}}$$

$$EI_{\text{vigas}} = \frac{18.3}{0.00431} = 4246 \text{ ton-m}^2$$

b) Para la columna

Tanto con $c = 14 \text{ cm}$



$$E_c = \frac{14 \times 0.00117}{27} = 0.000607$$

$$E_s' = \frac{10 \times 0.000607}{14} = 0.000433, \quad f_s' = 866 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_c'' = \frac{4 \times 200 \times 0.000607 \times 0.003393}{0.000016} = 103 \text{ kg/cm}^2$$

$$C_c = \frac{2 \times 103 \times 14 \times 27}{3} = 25960$$

$$C_s = 12.5 \times 866 = 10825$$

$$C = 36785$$

$$C - T = 36785 - 29375 = 7410 < 12000$$

Tanto con $c = 15 \text{ cm}$

$$\epsilon_c = \frac{15 \times 0.00117}{26} = 0.000675$$

$$\epsilon_s' = \frac{10 \times 0.000675}{14} = 0.000482, f_s' = 967 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_c = \frac{4 \times 200 \times 0.000675 \times 0.000325}{0.000016} = 112 \text{ kg/cm}^2$$

$$C_c = \frac{2 \times 112 \times 15 \times 27}{3} = 30,240 \text{ kg}$$

$$C_s = 12.5 \times 964 = 12,050 \text{ kg}$$

$$C = 42,290$$

$$C - T = 42290 - 29375 = 12,915 \text{ kg} \approx 12,100 \text{ kg}$$

$$M = 29.4 \times 0.185 + 12.1 \times 0.185 + 30.2 \left(\frac{0.335}{20.5} - 0.4 \times 0.15 \right)$$

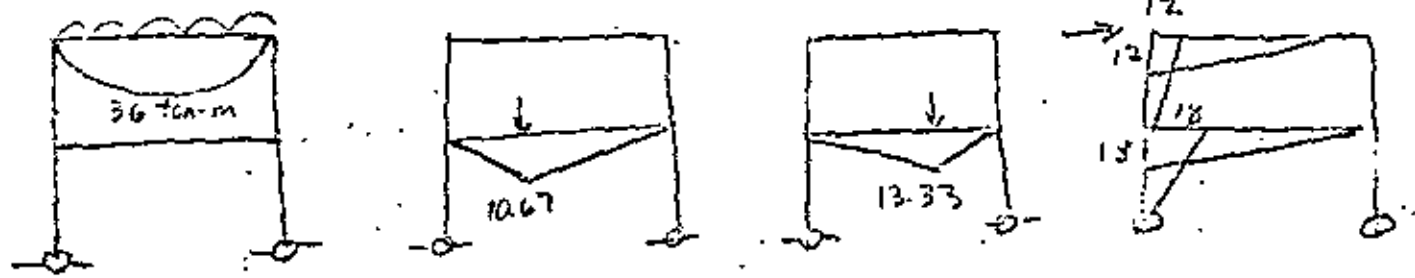
$$M = 5.44 + 2.24 + 4.98 = 12.66 \text{ ton-m}$$

$$\phi = \frac{\epsilon_c}{c} = \frac{0.000675}{0.15} = 0.0045 \frac{1}{m}$$

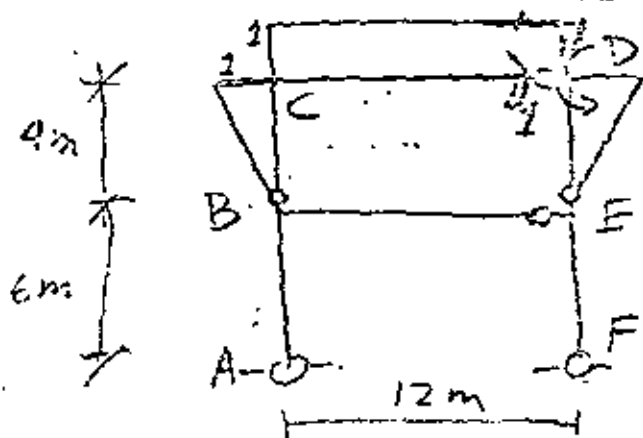
$$EI_{col.} = \frac{M}{\phi} = \frac{12.66}{0.0045} = 2813 \frac{kN \cdot m^2}{\text{rad}}$$

(30)

6. Cálculo de los errores en geometría



Para calcular δ_{10} se aplican los momentos unitarios en la articulación (1):



Se superponen estos diagramas con los 4 diagramas debidos a cargas externas.

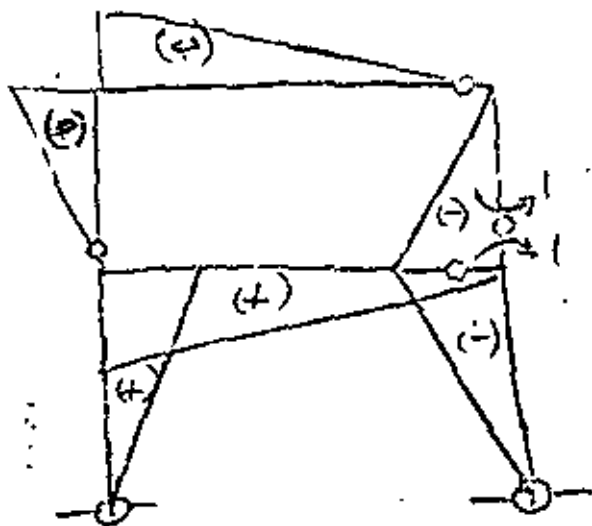
$$EI (\delta_{10})_{CD} = \left[\frac{2}{3} lac + \frac{1}{2} lac \right] = \left[\frac{2 \times 12 \times 36 \times 1}{3} + \frac{12 \times 12 \times 1}{2} \right]$$

$$EI (\delta_{10})_{CD} = -[288 + 72] = -360, (\delta_{10})_{CD} = -\frac{360}{4246}$$

$$EI (\delta_{10})_{BE} = -\frac{1}{3} lac = -\frac{12 \times 12 \times 1}{3} = -48, (\delta_{10})_{BE} = -\frac{48}{2813}$$

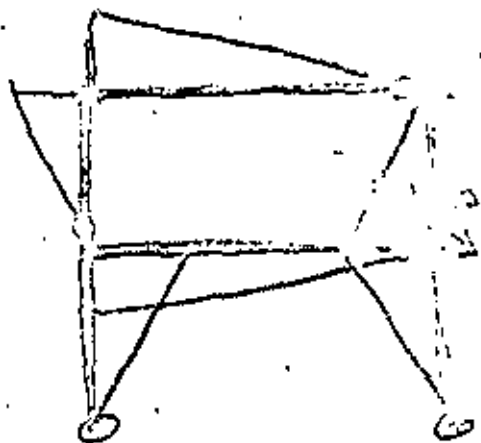
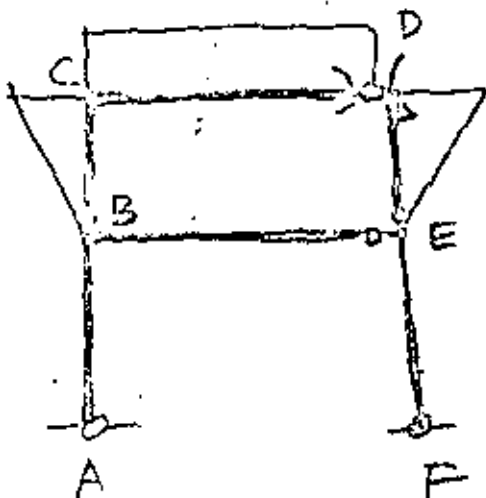
$$(\delta_{10}) = (\delta_{10})_{CD} + (\delta_{10})_{BE} = -0.1019$$

• Calcular δ_{20}



De la misma manera se calculan todos los coeficientes δ_{i0}

7. Cálculo de los coeficientes de corrección
Cálculo de δ_{12} (ejemplo):



$$EI \delta_{CD} = \frac{1}{2} l a c = \frac{12 \times 1 \times 1}{2} = 6, \delta_{CD} = \frac{6}{4296} = 0.00141 \quad (3.2)$$

$$EI \delta_{BC} = \frac{1}{3} l a c = \frac{12 \times 1 \times 1}{3} = 4, \delta_{BC} = \frac{4}{2813} = 0.00142$$

$$EI \delta_{DE} = -\frac{1}{6} l a c = -\frac{12 \times 1 \times 1}{6} = -2, \delta_{DE} = \frac{-2}{2813} = -0.00071$$

$$\delta_{12} = 0.00141 + 0.00142 - 0.00071 = \underline{0.00212}$$

De la misma manera se determinan los otros coeficientes. Los resultados aparecen en la pag. 172.

Las diferencias se deben a los diferentes valores de EI .

8. Cálculo de las rotaciones finales:
se plantean las ecuaciones generales:

$$-0.10 + 4.24 \times 10^{-8} \bar{X}_1 + 1.84 \times 10^{-8} \bar{X}_2 + 0 - 2.9 \times 10^{-8} \bar{X}_4 = -\theta_1$$

$$-0.0044 + 1.84 \times 10^{-8} \bar{X}_1 + 4.87 \times 10^{-8} \bar{X}_2 + 3.23 \times 10^{-8} \bar{X}_3 - 2.92 \times 10^{-8} \bar{X}_4 = -\theta_2$$

$$+0.0806 + 0 - 3.23 \times 10^{-8} \bar{X}_2 + 4.8 \times 10^{-8} \bar{X}_3 + 1.56 \times 10^{-8} \bar{X}_4 = -\theta_3$$

$$+0.0228 - 2.4 \times 10^{-8} \bar{X}_1 - 2.92 \times 10^{-8} \bar{X}_2 + 1.56 \times 10^{-8} \bar{X}_3 + 3.75 \times 10^{-8} \bar{X}_4 = -\theta_4$$

Ahora se suponen valores de $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3$

y \bar{X}_4 que cumplan las condiciones:

- 1) Los valores de θ deben ser positivos
- 2) Los valores de θ no deben exceder la capacidad de rotación de los elementos.

Los valores finales de \bar{X}_i se determinan por tanteos como se muestra en la siguiente tabla:

TABLE 8.4

Moments $\times 10^4$			Rotation at hinge 1				Rotation at hinge 2				Rotation at hinge 3				Rotation at hinge 4			
I Trial	II Trial	III Trial	Influence coefficients $\times 10^{-3}$ δ_{ik}	$\bar{X} \delta_{ik}$			Influence coefficients $\times 10^{-3}$ δ_{ik}	$\bar{X} \delta_{ik}$			Influence coefficients $\times 10^{-3}$ δ_{ik}	$\bar{X} \delta_{ik}$			Influence coefficients $\times 10^{-3}$ δ_{ik}	$\bar{X} \delta_{ik}$		
				I Trial	II Trial	III Trial		I Trial	II Trial	III Trial		I Trial	II Trial	III Trial		I Trial	II Trial	III Trial
M_1				-0.1000	-0.1000	-0.1000		-0.0044	-0.0044	-0.0044		-0.0206	-0.0206	-0.0206		0.0228	0.0228	0.0228
$\bar{V}_1 = 26$	15	21.7	-4.24	0.0760	0.0760	0.1004	1.84	0.0331	0.0331	0.0436	0	0	0	0	-2.4	-0.0413	-0.0413	-0.0519
$\bar{S}_1 = 2.05$	1.0	2.04	0.94	0.0159	0.0110	0.0221	4.47	0.0422	0.0292	0.0386	-3.23	-0.0280	-0.0194	-0.0390	-2.92	-0.0253	-0.0175	-0.0210
$\bar{V}_2 = 16.5$	15	21.9	0	0	0	0	-3.23	-0.0345	-0.0361	-0.0706	4.80	0.0810	0.0645	0.1030	1.56	0.0204	0.0281	0.0414
$\bar{S}_2 = 2.3$	2.0	2.4	-0.4	-0.0033	-0.0033	-0.0226	-2.92	-0.0067	-0.0067	-0.0273	1.56	0.0036	0.0036	0.0146	3.75	0.0046	0.0046	0.0152
			$-0_1 =$	-0.0136	-0.0135	-0.0401	$-0_2 =$	0.0097	-0.0069	-0.0003	$-0_3 =$	-0.0240	-0.0099	0	$-0_4 =$	-0.0107	-0.0112	0.0001



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam



DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO

ESTRUCTURACION

ING. FRANCISCO ROBLES FERNANDEZ

OCTUBRE, 1979



ESTRUCTURACION & RECOMEN-
DACIONES GENERALES

- BUSCAR SENCILLEZ CONSTRUCTIVA.
- REDUCIR A UN MINIMO EL NUMERO DE SECCIONES DIFERENTES
- EVITAR DISCONTINUIDADES ESTRUCTURALES (LAM 1)
- EVITAR PLANTAS IRREGULARES (LAM 2)
- USAR JUNTAS CON PRECAUCION
- TENDER A ESTRUCTURAS DUCTILES.

SISTEMAS ESTRUCTURALES

SISTEMAS
DE
CONCRETO
(LAM 3)
(LAM 3')

LOSAS Y COLUMNAS
LOSAS Y MUROS DE CONCRETO
LOSAS, COLUMNAS Y MUROS
DE CONCRETO

SISTEMAS
MIXTOS DE
CONCRETO
Y MAMPOSTERIA
(LAM 4)

LOSAS SOBRE MUROS DE
MAMPOSTERIA
MARCOS DE CONCRETO CON
RELLENO DE MAMPOSTERIA

COLUMNAS DE ACERO
RELLENAS DE CONCRETO

LAM 5

COLUMNAS DE ACERO
FORRADAS DE CONCRETO

DE SECCION

VIGAS COMPUESTAS (LAM 6)

LOSAS DE SECCION
COMPUESTA (LAM 7)

ESTRUCTURA DE
ACERO Y NUCLEO
DE CONCRETO. (LAM 8)

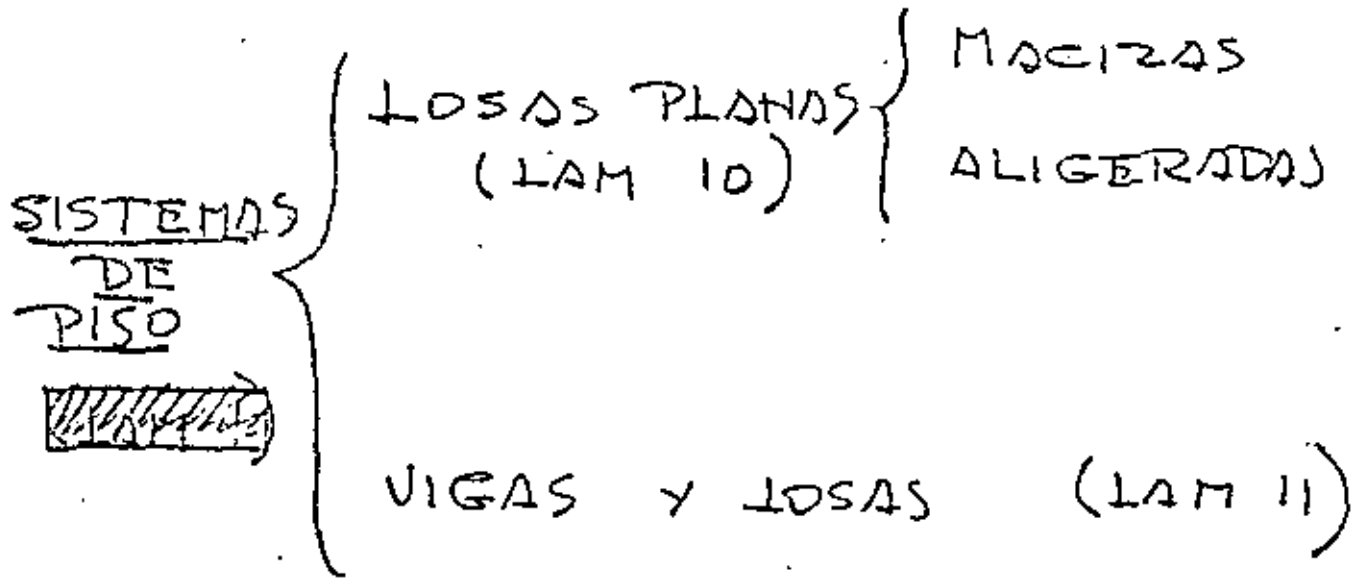
COLS. ACERO Y LOSA CONCRETO (LAM 9)
ESTRUCTURA DE ACERO
Y FACHADA DE CONCRETO

RECOMENDACIONES SOBRE
DISPOSICION DE MUROS
DE CORTANTE

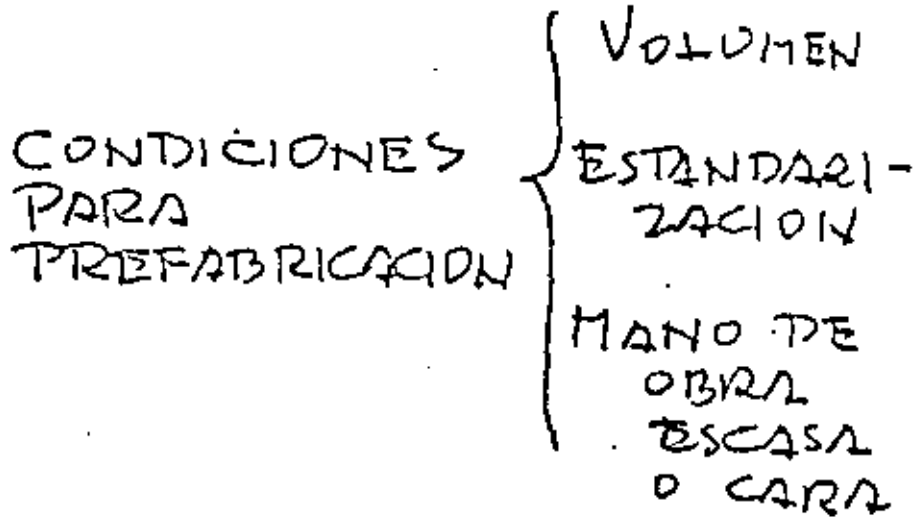
PROCURAR UTILIZAR POR
LO MENOS TRES MUROS,
COMO EN EL DETALLE (4)
DE LA LAM 3'.

PREFERIBLEMENTE UTILIZAR
DOS MUROS PARALELOS
EN CADA SENTIDO, LO
MAS DISTANTES QUE
SEA POSIBLE (DETALLE (5)
DE LA LAM 3')

EVITAR EXCENTRICIDADES
FUERTES ENTRE CENTRO
DE GRAVEDAD DE
RIGIDEZES Y CENTRO DE
GRAVEDAD DE FUERZAS
HORIZONTALES.



¿CONCRETO COLADO EN EL LUGAR O CONCRETO PREFABRICADO?



LAS CONEXIONES ESTRUCTURACION

4

PERSPECTIVAS
DE LA
PREFABRICACION
EN MEXICO

VIVIENDA
(SOLUCIONES
PIXTAS, CON
MAHPOSTERIA)

NAVES INDUSTRIALES

PUENTES DE
CLAROS PEQUEÑOS
Y MEDIANOS.-
ALCANTARILLAS

¿ PRESTUERO TOTAL, PARCIAL
O NULO ?

VENTAJAS
PRESTUERO

CLAROS
GRANDES

AHORRO
ACERO

REQUISITOS DE DUCTILIDAD

Según el Artículo 235 del Título IV del Reglamento, el coeficiente sísmico puede reducirse dividiendo por un factor Q' , que depende del factor de ~~ductilidad~~ ductilidad Q . (En muchos casos $Q' = Q$.) Este factor es una medida de la ductilidad del edificio analizado. Puede ser diferente en las dos direcciones ortogonales según las características estructurales.

Para escoger el valor de Q deben seguirse las indicaciones de la tabla que se proporciona en el Artículo 235. Se distinguen cinco casos que se comentan a continuación.

Caso 1. (Estructuración tipo 1*).

$$Q = 6$$

La resistencia es suministrada en todos los niveles exclusivamente por marcos no contraventados de concreto reforzado. Además, deben

* Ver Artículo 233 para la descripción de los tipos de estructuración.

cumplirse las siguientes condiciones:

- i) Las columnas deben estar zunchadas con refuerzo en espiral que cumpla con los requisitos de la NTC 4.2.3 o con estribos que tengan un efecto equivalente. (Esto último se logra respetando las recomendaciones para articulaciones plásticas que se comentan más abajo.
- ii) Se usa un factor de carga de 1.4 en lugar de 1.1 (como lo permite el artículo 220 cuando se consideran cargas ~~est~~ accidentales) para revisar formas de falla frágil.
- iii) Se satisfacen las limitaciones fijadas para articulaciones plásticas en la NTC 4.7, en todos los extremos de trabes y columnas y donde se formen estas articulaciones para que cada marco alcance un mecanismo de colapso. (Los requisitos de ~~las~~ las articulaciones plásticas se comentan más abajo.)
- iv) El mínimo cociente de la capacidad resistente de un elemento (resistencia de diseño calculada, tomando en cuenta todos los elementos que pueden

(1)
contribuir a la resistencia) entre la acción de diseño, no diferirá en más de 20% del promedio de dichos cocientes para todos los entrepisos.

Caso 2 (Estructuración tipo 1) $Q=1$

Resistencia suministrada por en todos los niveles exclusivamente por muros no contraventeados de concreto, así como por muros contraventeados o con muros de concreto, en los que la capacidad de los muros sin contar muros o contravientos sea cuando menos el 25% del total. El cociente mencionado en el Caso 2, no diferirá en más del 35%.

Caso 3 (Estructuración tipo 1) $Q=2$

Muros o muros que no cumplen lo especificado en los casos 1 y 2 o por muros de mampostería de piezas macizas confinados por elementos de concreto.

Caso 4 - (Estructuración tipo 1) $Q=1.5$

Muros de mampostería de piezas huecas o combinaciones de estos muros con los elementos descritos para los casos 1 a 3.

Caso 5 - (Estructuración tipos 1 a 4) Q=1

OFn tipos de elementos mis-
tentos en función horizontales.

ARTICULACIONES
PLASTICAS

(NTC 2,7)

(LAM 12)

(LAM 13)

(LAM 14)

EDIFICIOS ALTOS DE CONCRETO REFORZADO

¿QUÉ ES UN EDIFICIO ALTO?

¿PARA QUÉ UN EDIFICIO ALTO?

SITUACION OPTIMA

EL SISTEMA ESTRUCTURAL NECESARIO PARA RESISTIR CARGAS VERTICALES PUEDE RESISTIR TAMBIÉN LAS FUERZAS HORIZONTALES.

FORMAS CONVENIENTES

(LAM 15)

SISTEMAS ESTRUCTURALES

- a) Losa plana - Poca rigidez.
Problemas de estabilidad. Económico para edificios relativamente bajos.
- b) Trabes y Liras - Mayor rigidez que para edificios de losa plana. No económico para alturas grandes.

- c) Estructuras con muros de cortante. Alturas mayores que a) y b).
- d) Estructuras de núcleo (LAM 16)
- e) Estructuras de tubo (LAM 16)
- f) Estructuras de tubo en tubo (LAM 16)

EDIFICIOS EN MEXICO
(LAM 17)

ALTURAS POSIBLES

One Shell Plaza Building
Houston, Texas
714' — 52 pisos

Lake Point Tower, Chicago
70 pisos

LOS EDIFICIOS ALTOS DE CONCRETO EN EL FUTURO

Concreto ligero
Prestresado
Estructuras

EL EDIFICIO ALTO COMO MONTAÑA

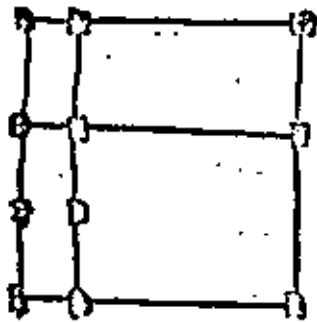
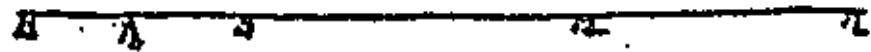
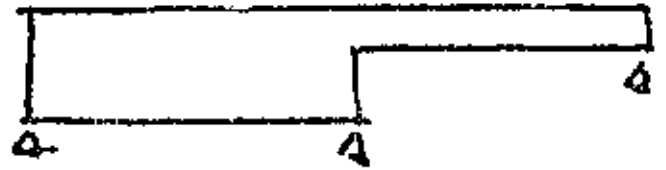
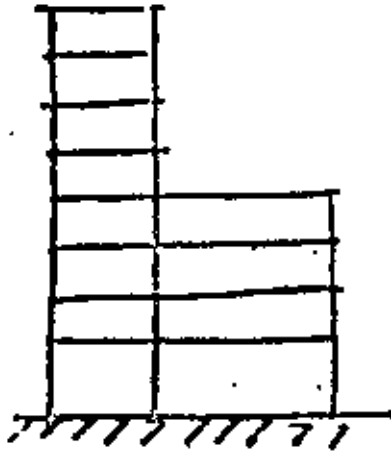
(LAM 18)

REFERENCIA

"Planning and Design of Tall Buildings",
ASCE, Nueva York, 1972

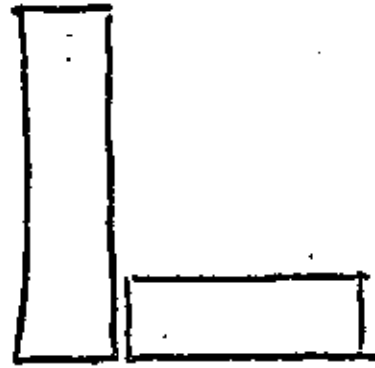
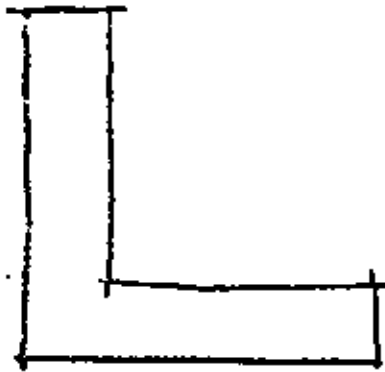
M. Fintel, "Handbook of Concrete Engineering",
Van Nostrand, Nueva York, 1974.

LSM ①

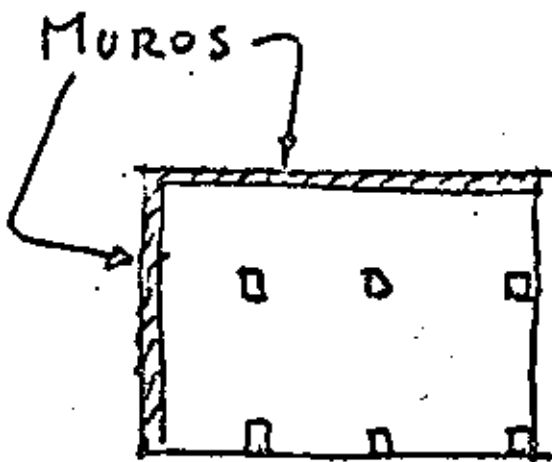


EJEMPLOS
DE
DISCONTINUIDAD
ESTRUCTURAL

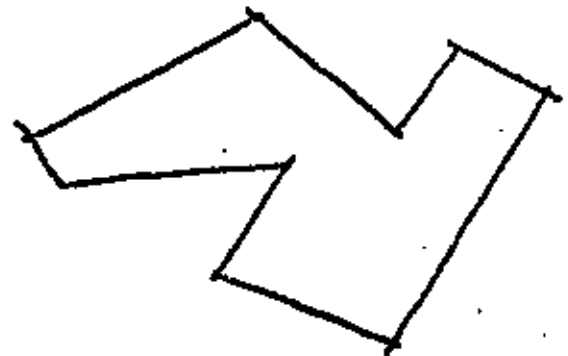
LAM 2



ALTERNATIVA
CON JUNTA



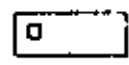
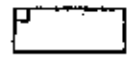
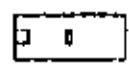
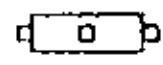
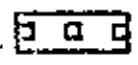
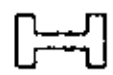
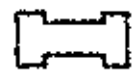
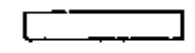
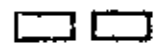
Muros



PLANTAS
IRREGULARES

(21)

SI No.

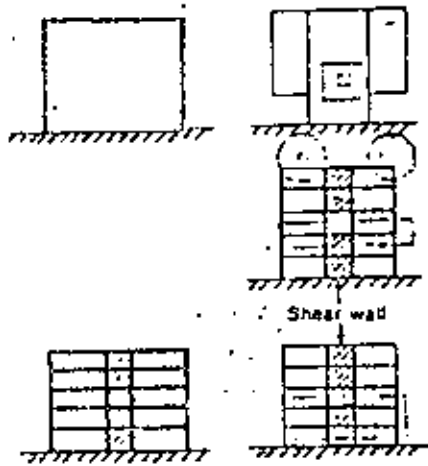


REGLAS PARA PLANTAS

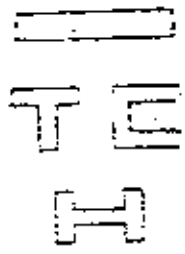
211

SI

NO



REGLAS PARA MARCOS VERTICALES

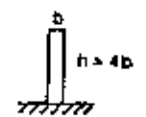
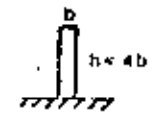


ECE

E

SI

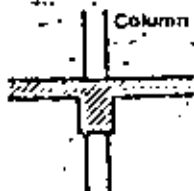
NO



REGLAS PARA FORMA EN ELEVACION

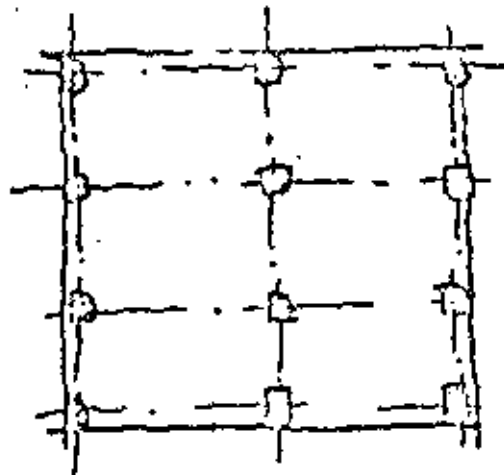
SI

NO

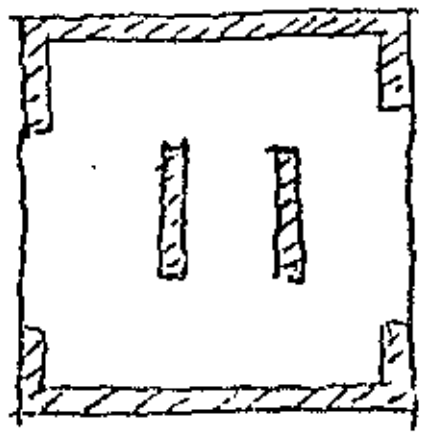


REGLAS PARA ANCHO VIGAS

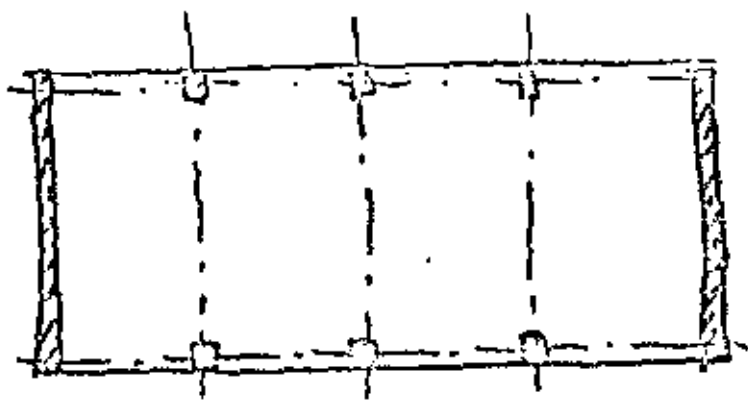
LAM ③



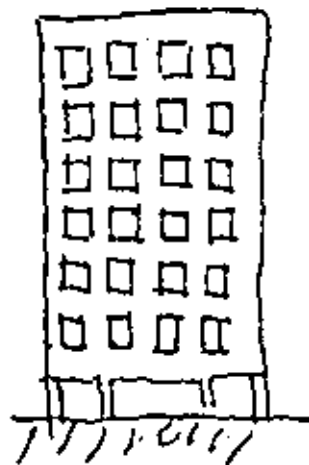
LOSA Y COLUMNAS



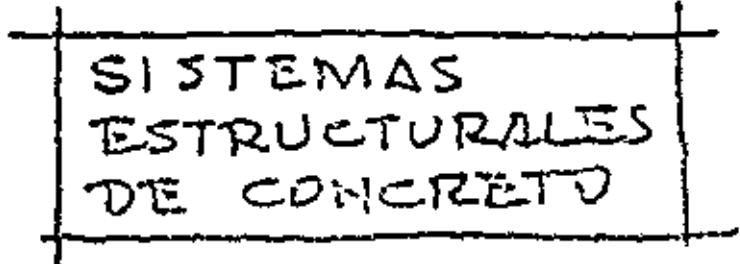
MUROS Y LOSA



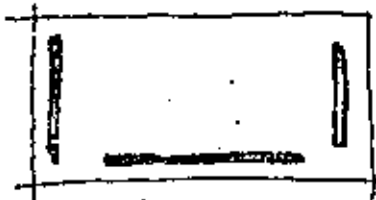
LOSA, MUROS Y COLUMNAS



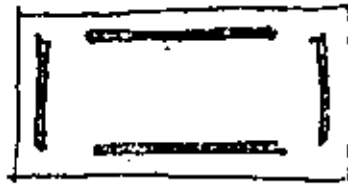
FACHADA DE CONCRETO



SISTEMAS ESTRUCTURALES DE CONCRETO



a) BIEN



b) BIEN



c) MAL

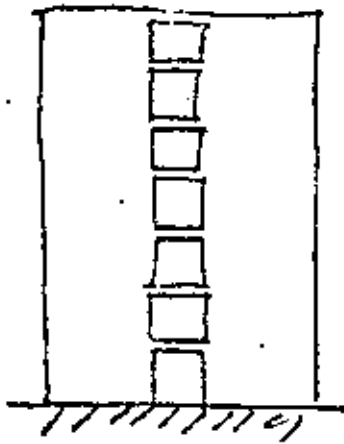


d) MAL

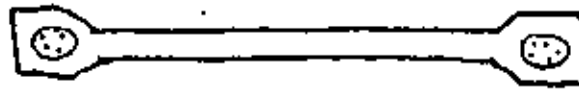


e) MAL

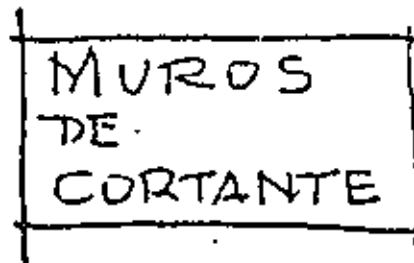
DISPOSICION DE MUROS DE CORTANTE

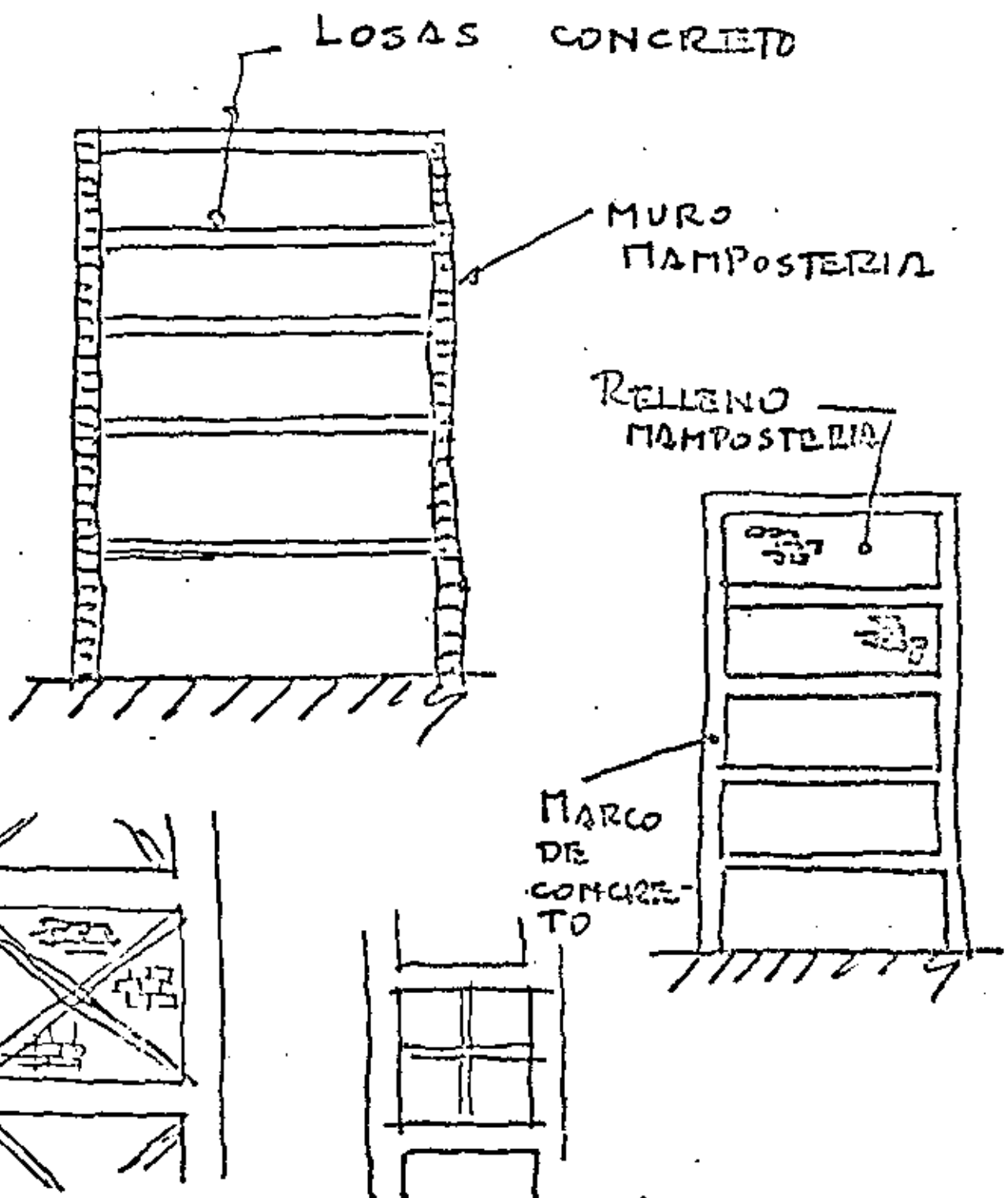


MUROS DE CORTANTE ACOPLADOS



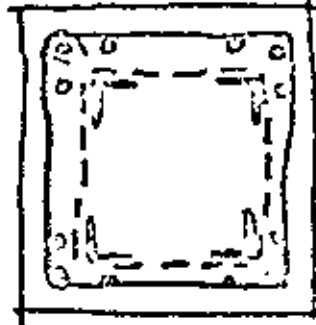
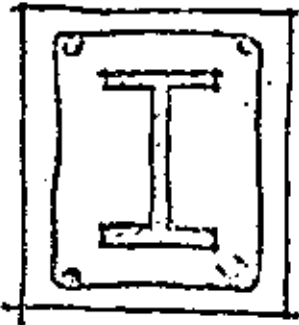
MURO DE CORTANTE CON REFUERZO ZUNCHADO EN LOS EXTREMOS



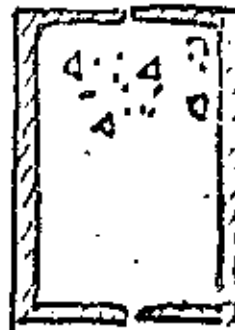


REFUERZO DE MUROS DE RELLENO CON DALAS Y CASTILLOS

ESTRUCTURAS MIXTAS DE CONCRETO Y MAMPOSTERIA



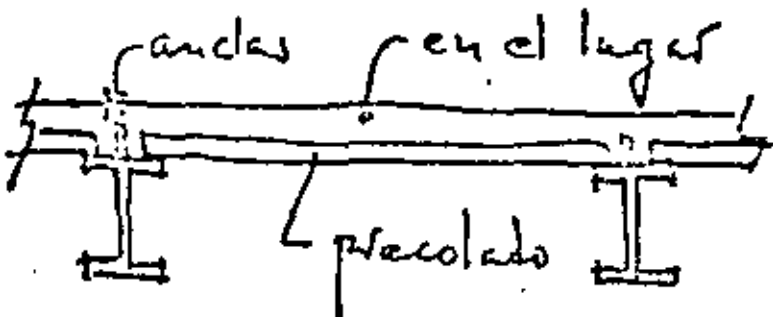
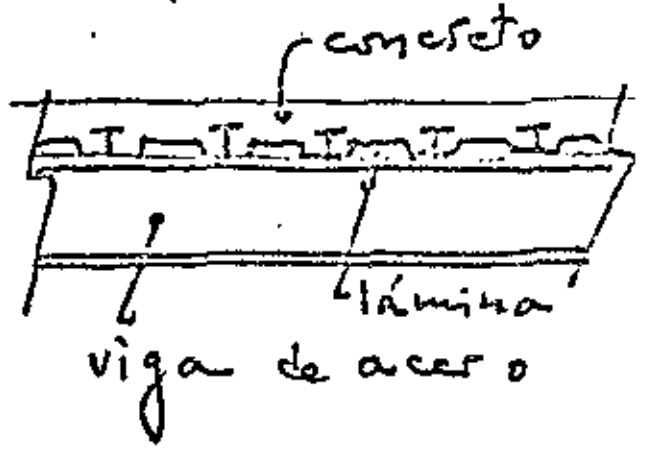
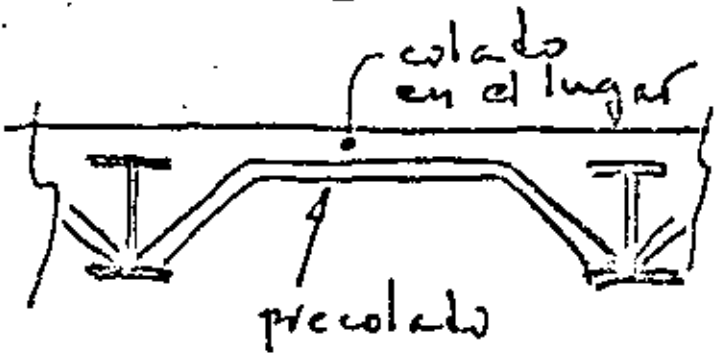
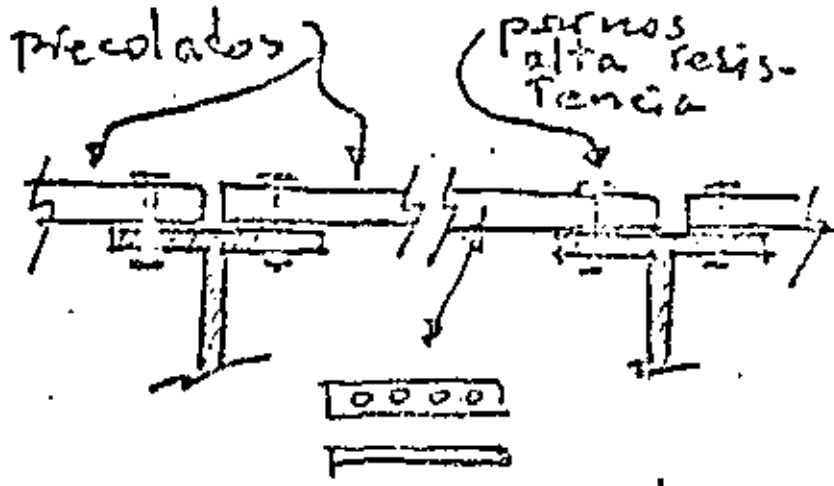
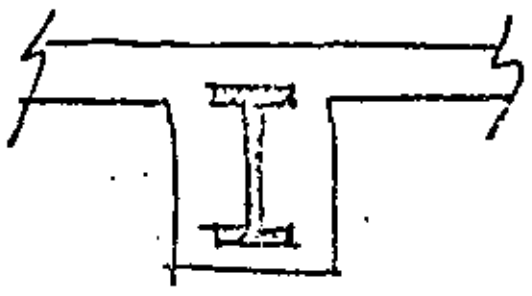
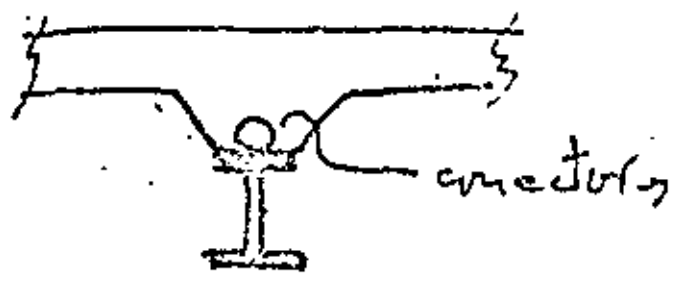
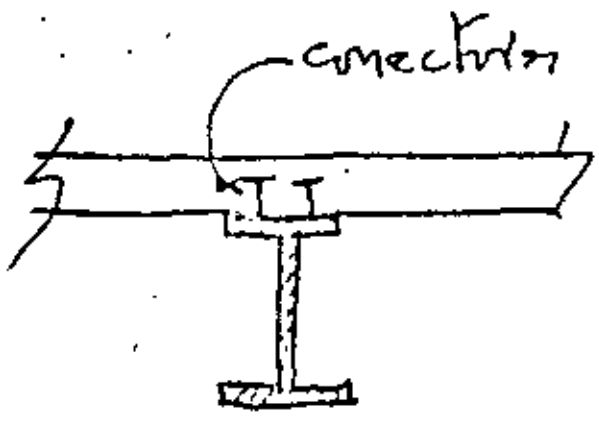
PERFILES DE ACERO
RODEADOS DE CONCRETO



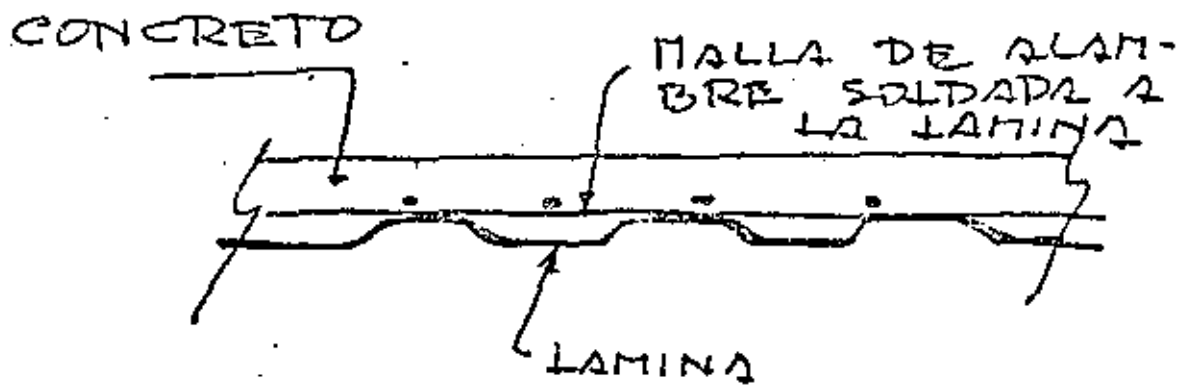
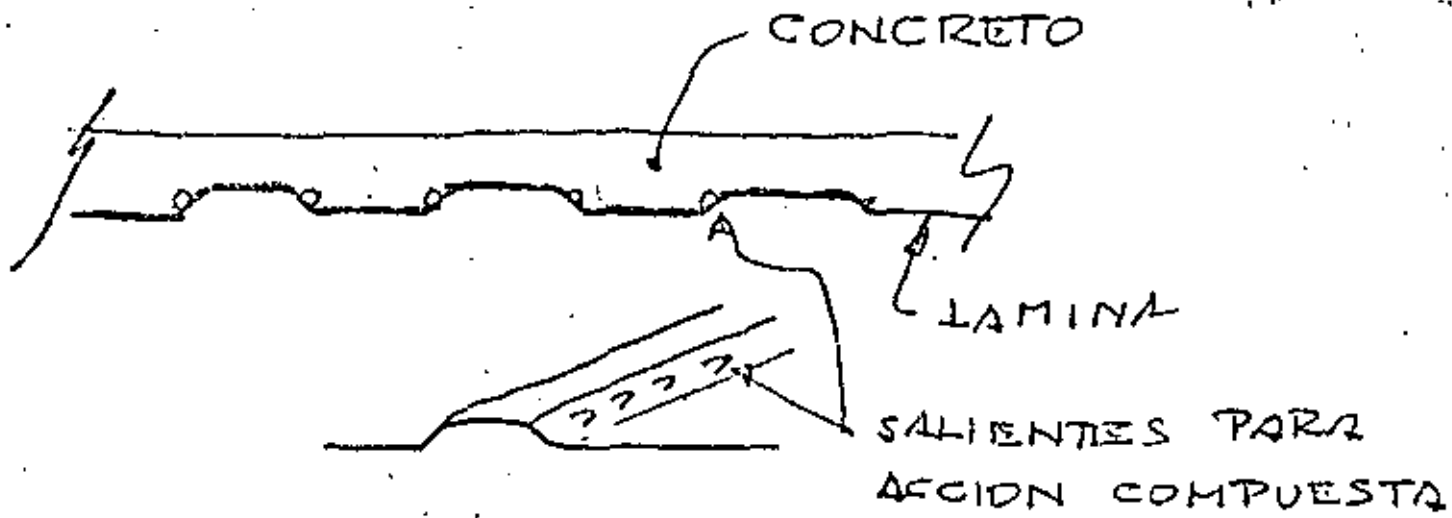
COLUMNAS TUBULARES
DE ACERO RELLENAS
DE CONCRETO

SISTEMAS MIXTOS
DE ACERO Y
CONCRETO:
COLUMNAS

LAM 6



SISTEMAS MIXTOS DE ACERO Y CONCRETO : VIGAS



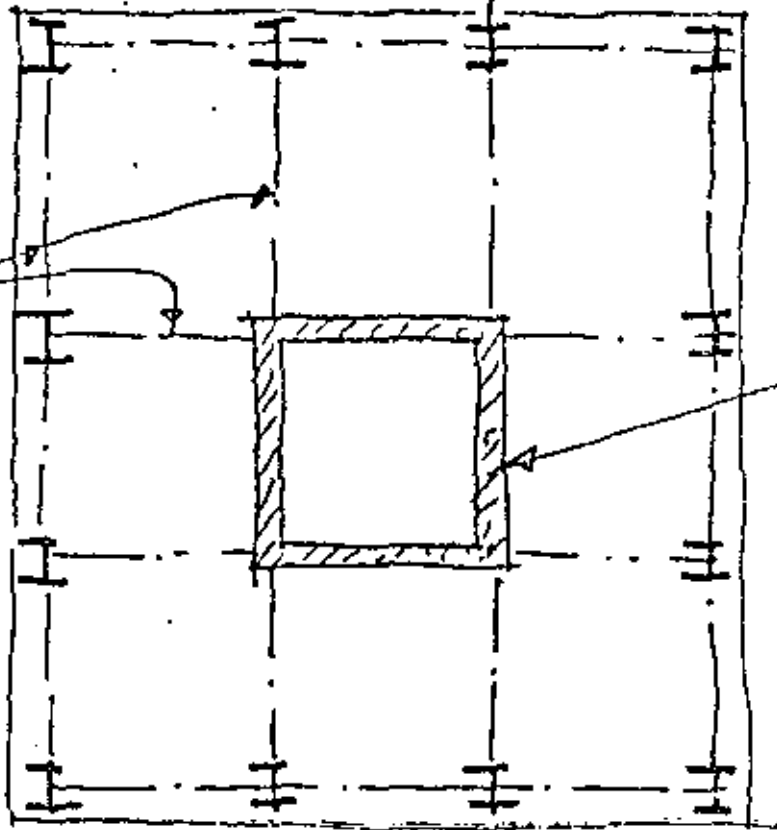
SISTEMAS MIXTOS DE ACERO Y CONCRETO :	
	LOSAS

LAM 8

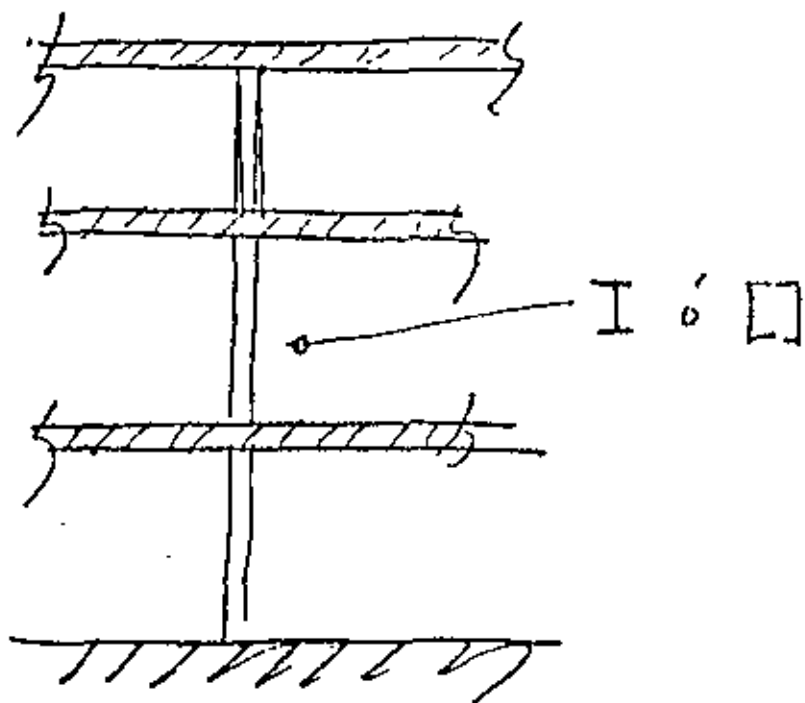
COLUMNA DE
ACERO

VIGAS
DE
ACERO

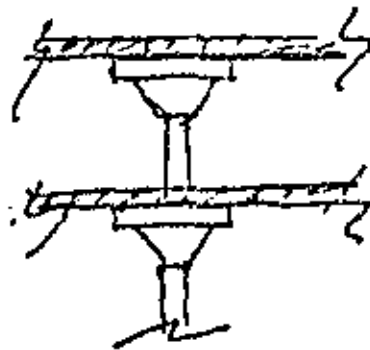
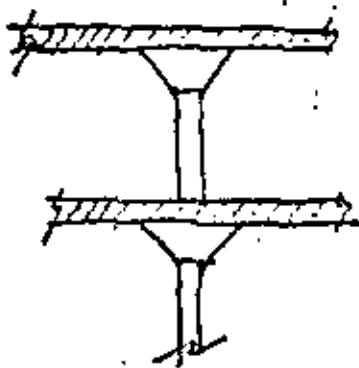
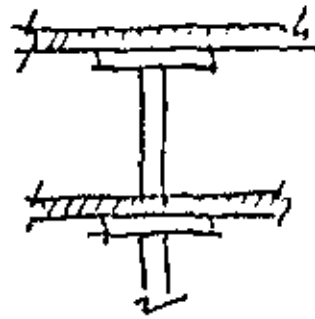
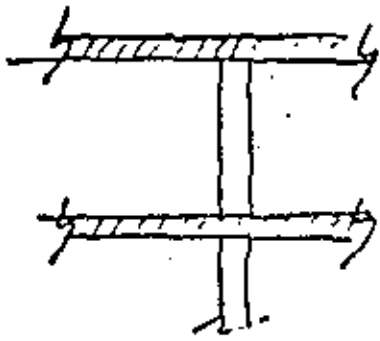
NUCLEO
DE
CONCRETO



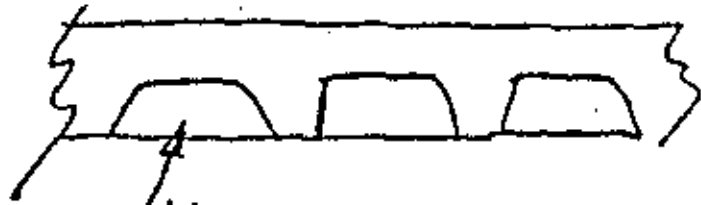
SISTEMAS MIXTOS
DE ACERO Y CON-
CRETO:
ESTRUCTURA DE
ACERO Y NUCLEO
DE CONCRETO



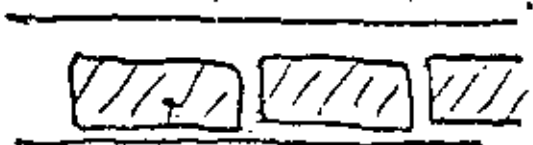
SISTEMAS MIXTOS
DE ACERO Y
CONCRETO:
COLUMNAS DE
ACERO Y LOSA
DE CONCRETO



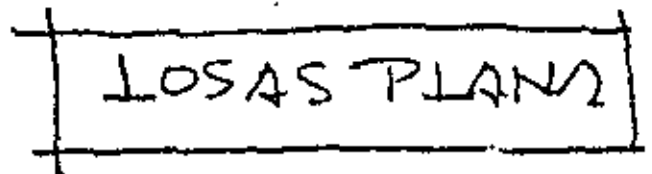
CASETONES DE BLOCK



HUECOS FORMADOS CON ELEMENTOS RECTANGULARES DE PLASTICO.

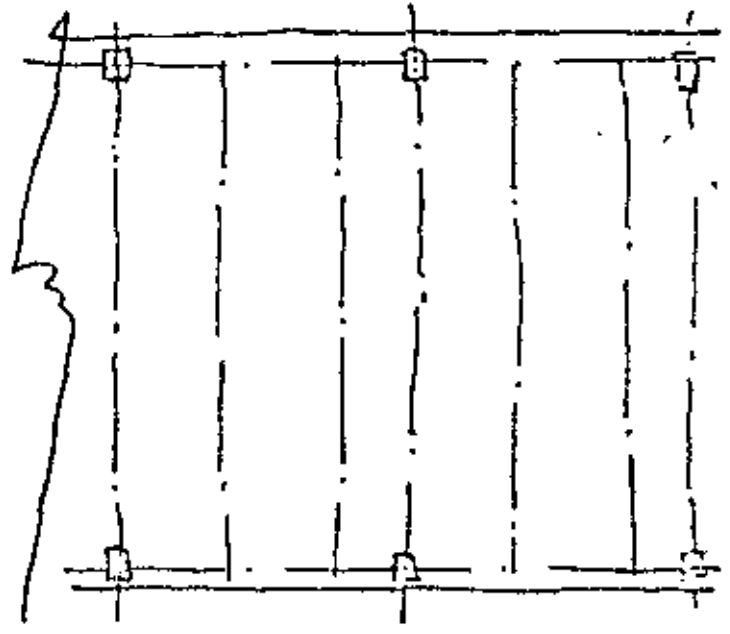
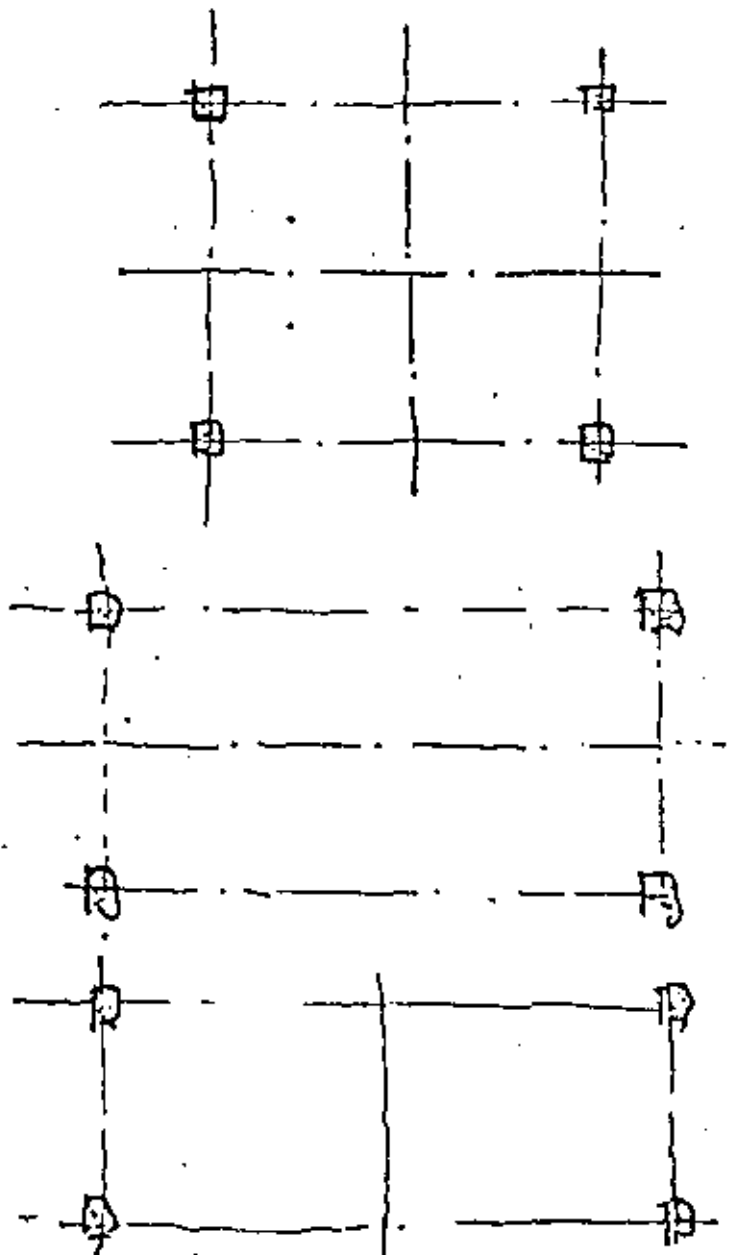
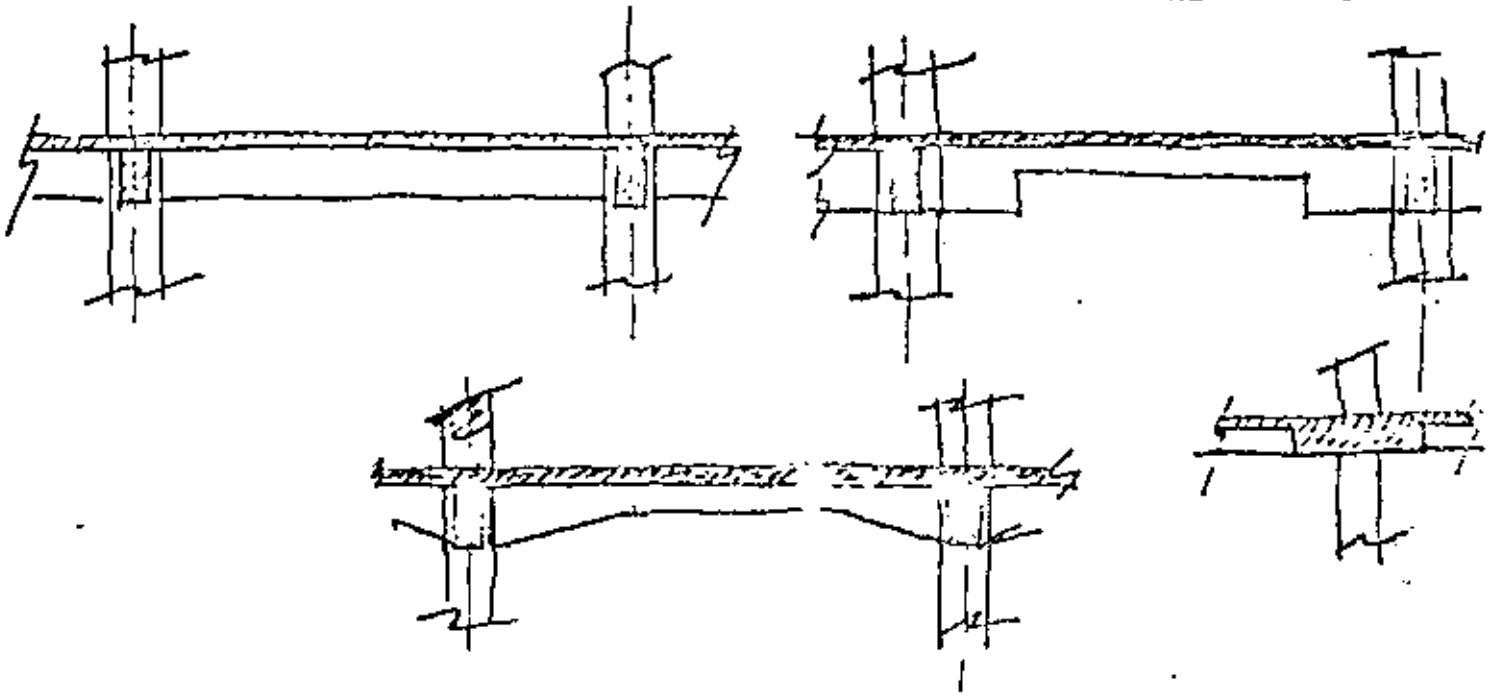


BLOQUES DE POLIURETANO



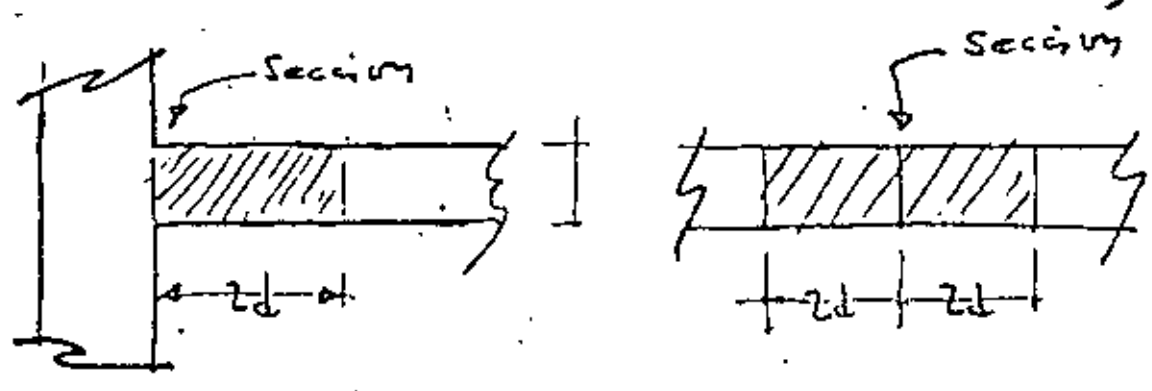
LOSAS PLANAS

LOM (11)



SISTEMAS
DE PISO
DE TRABES
Y LOSAS

AMPLITUD ARTICULACIONES PLASTICAS



EN ESTRUCTURAS ~~FEHES~~ DE COLS. Y TRABES, PROCURAR QUE LAS ARTICULACIONES PLASTICAS SE FORMEN EN LAS VIGAS

F.S. EN FLEXION FUERA DE LAS ZONAS DE ART. PLASTICAS DEBE SER. NO MENOR DE 1.1 EL QUE SE TIENE DENTRO DE LAS ZONAS DE ARTICULACION PLASTICA

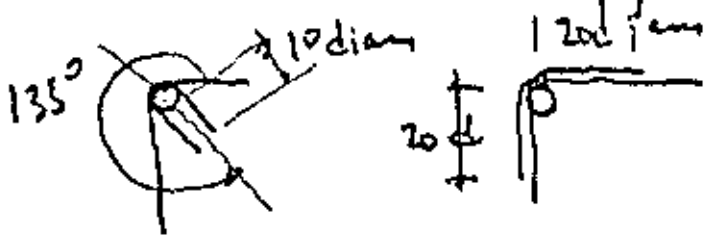
ARTICULACIONES PLASTICAS

a) $f_y \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$
 $f'_c \geq 200 \text{ kg/cm}^2$

b) $p \leq 0.75 p_b$

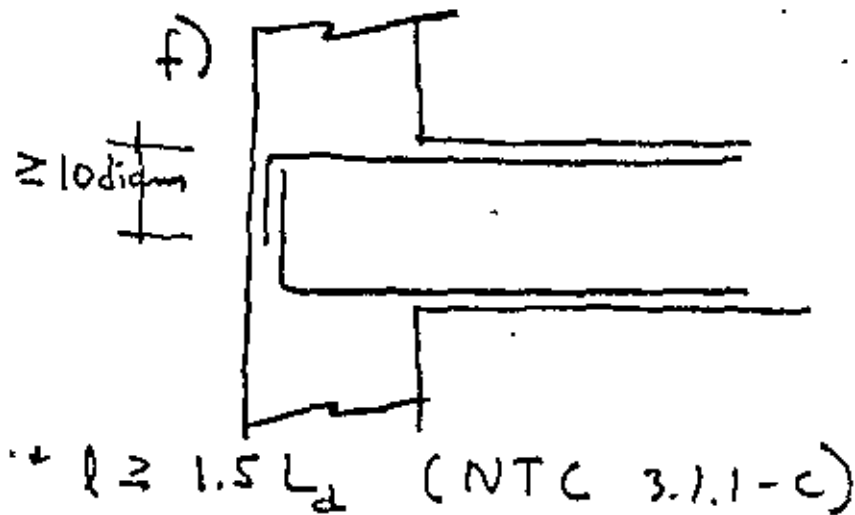
c) No interrumpir ni doblar barras

d) Estribos serán anillos cerrados normales al eje.



(NTC 3.1.3)

e) $s \leq 0.25d$ en vigas } Además
 $s \leq 10 \text{ cm}$ en columnas } NTC 4.2.2



REQUISITOS
 ARTICULACIONES
 PLASTICAS

COL. ZUNCHADAS

$$p' \leq 0.45 \left(\frac{A_{gr}}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y}$$

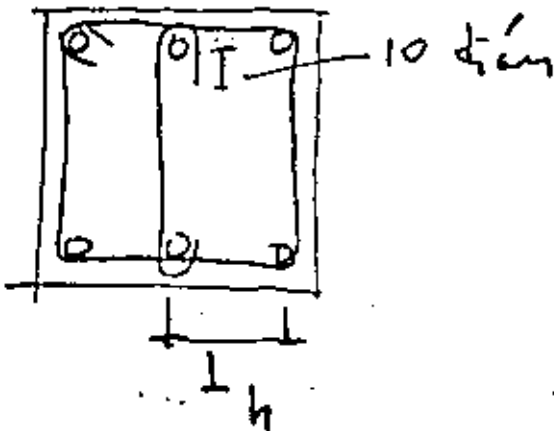
$$p' \leq 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$$

NTC
4.2.3

COL. ESTRIBOS

$$A_{sh} = \frac{L_h p' s_h}{2} \quad (4.8)$$

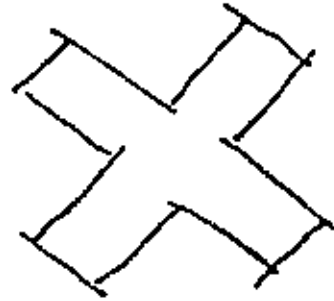
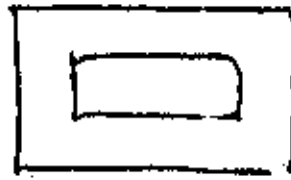
p' se obtiene de las fórmulas anteriores sustituyendo por A_c el área del núcleo hasta el plano exterior estribos.



REQUISITOS
ARTICULACIONES
PLASTICAS
(cont)

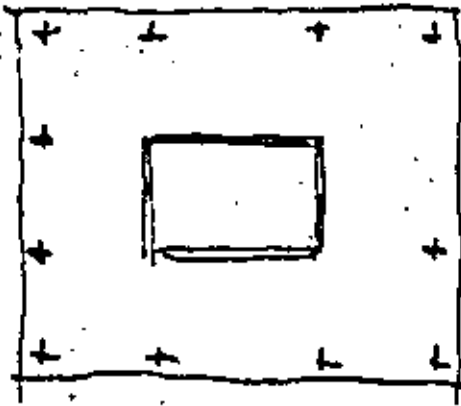
FORMAS

CONVENIENTES

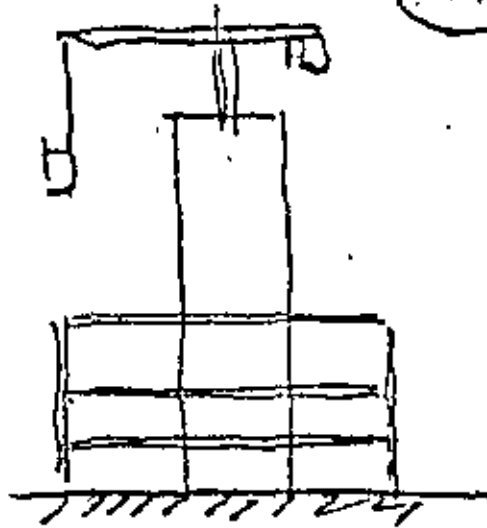


Evitar plantas excesiva-
mente alargadas

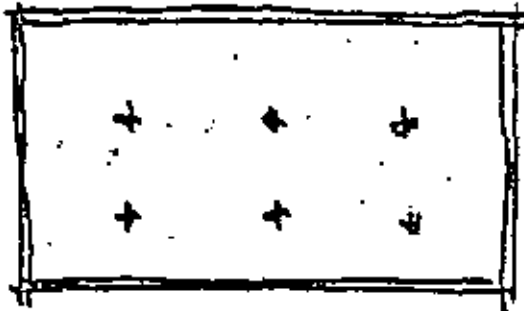
EDIFICIOS
ALTOS DE
CONCRETO
REFORZADO



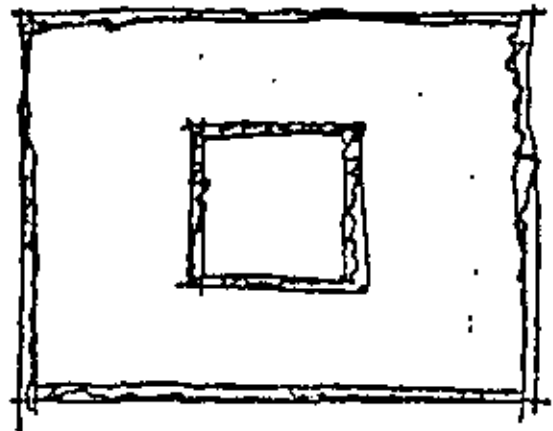
NUCLEO RIGIDO



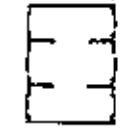
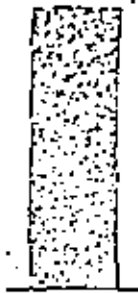
TUBO



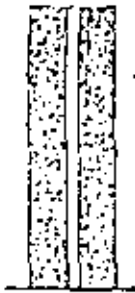
TUBO EN TUBO



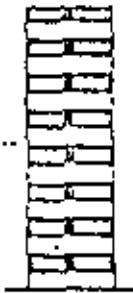
EDIFICIOS ALTOS (Cont.)



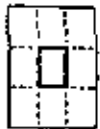
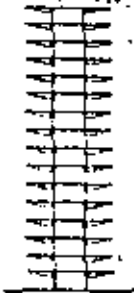
1. PARALLEL BEARING WALLS



2. CORE AND BEARING WALLS



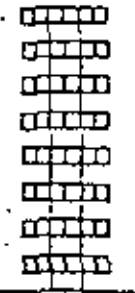
3. HONEY SELF-SUPPORTING



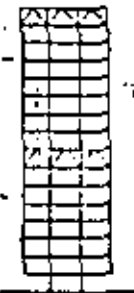
4. CANTILEVERED SLAB



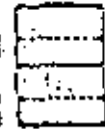
5. FLAT SLAB



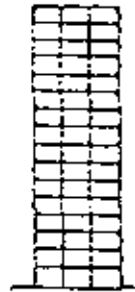
6. INTERSPATIAL



7. INVERTED



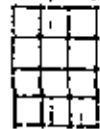
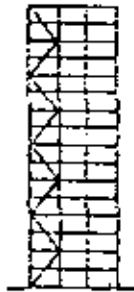
8. STAGGERED TRUSS



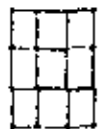
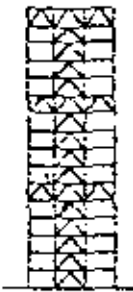
9. TUBE FRAME



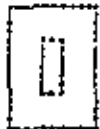
10. CORE AND RIB FRAME



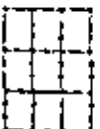
11. TRUSSED FRAME



12. BELT-TRUSSED FRAME AND FRAMED CORE

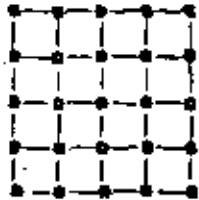


13. TUBE IN TUBE

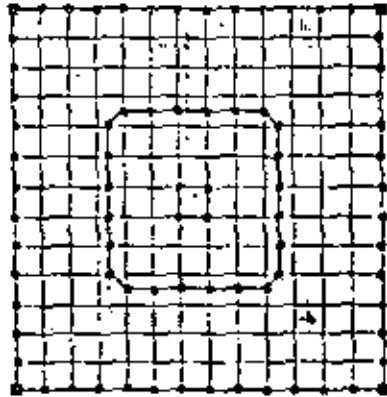


14. BUNDLED TUBE

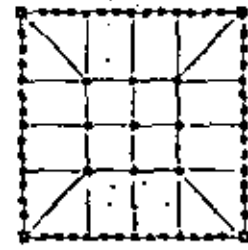
(191)



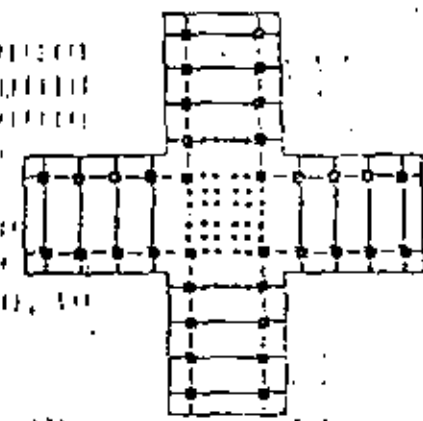
8. TWO-WAY CROSS FRAME



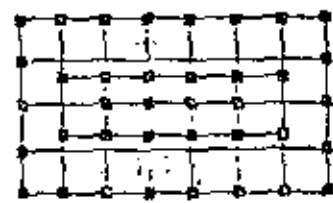
9. EXTERNAL AND INTERNAL ENVELOPES



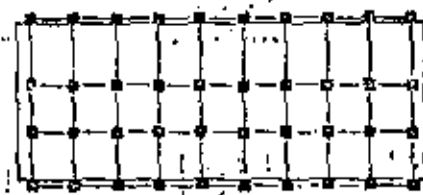
10. EXTERNAL ENVELOPE WITH INTERNAL CORE FRAME



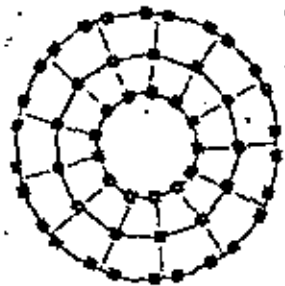
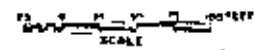
11. PARALLEL CROSS FRAME ON TWO AXES



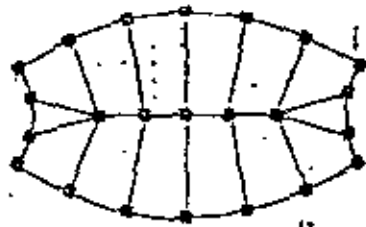
12. PARALLEL CROSS FRAME WITH PARTIALLY OFFSET INTERIOR COLUMNS



13. PARALLEL CROSS FRAME



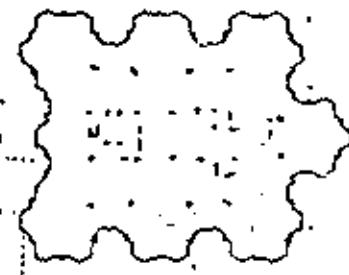
14. EXTERNAL AND INTERNAL CIRCULAR ENVELOPES (CROSS FRAME ON A RADIAL GRID)



15. CROSS FRAME ON A CURVILINEAR GRID

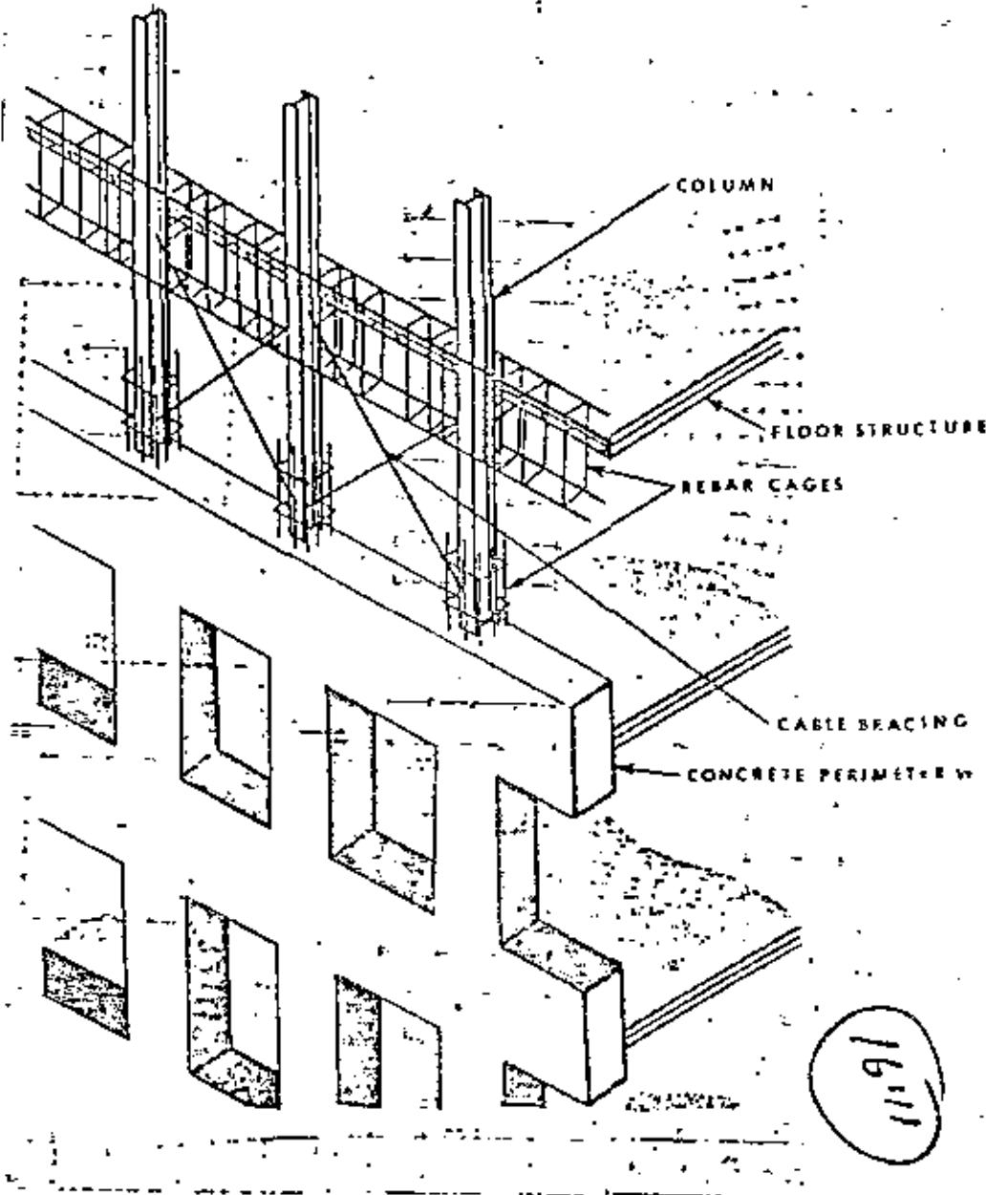
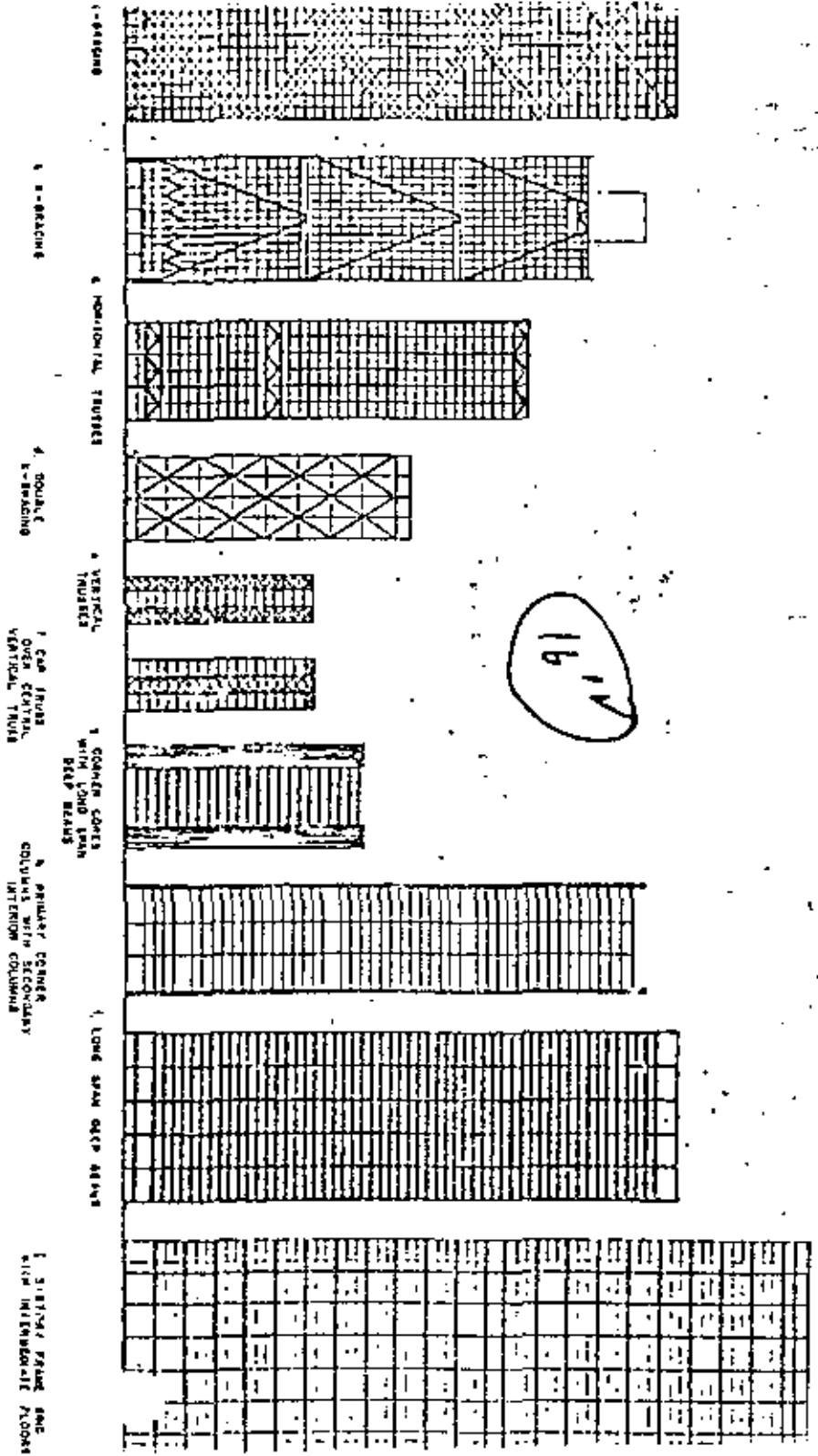


16. CROSS FRAME ON A RADIAL GRID

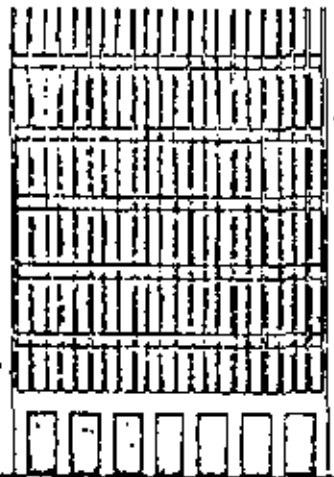


17. COLUMNS ON THE NON-RECTANGULAR GRID

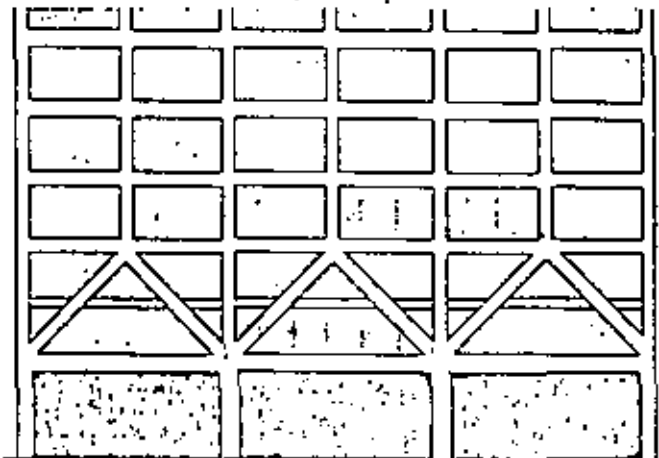
161



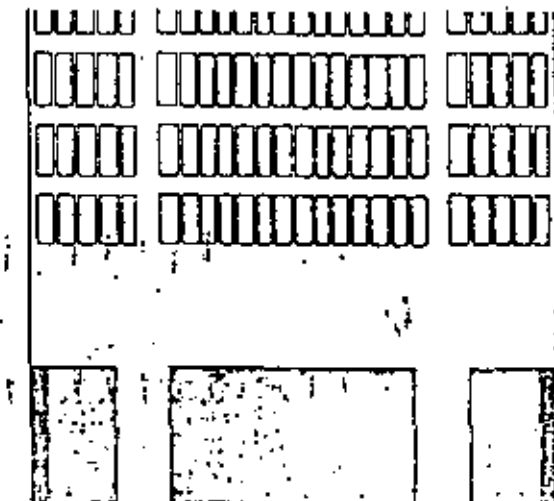
STRUCTURA TUBULAR
COMPUESTA



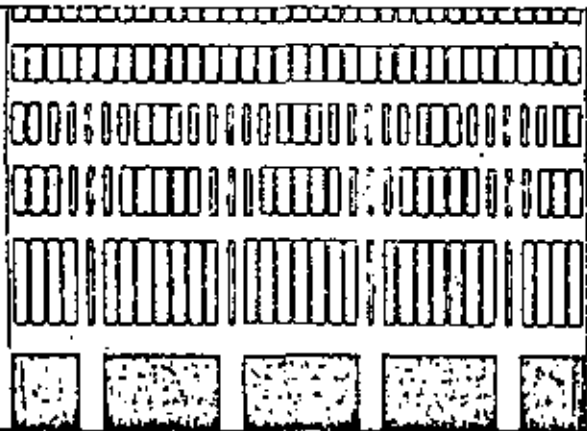
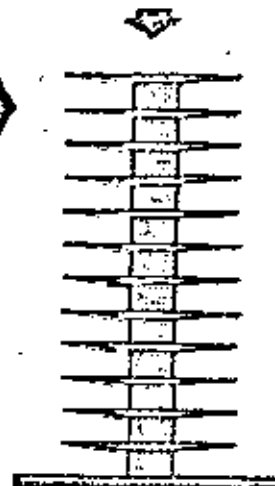
a. TRANSFER GIRDER
OFFICE BUILDING, PORTLAND



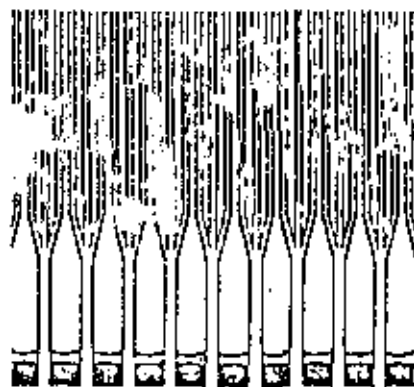
b. TRANSFER TRUSS
FIRST WISCONSIN CENTER, MILWAUKEE
(S.O.M.)



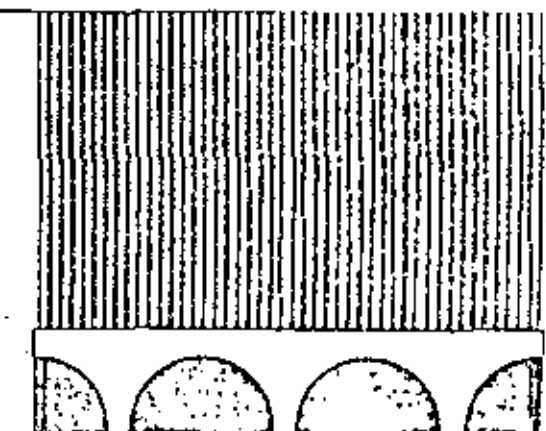
c. TRANSFER WALL BEAM
FINANCIAL CENTER, SEATTLE



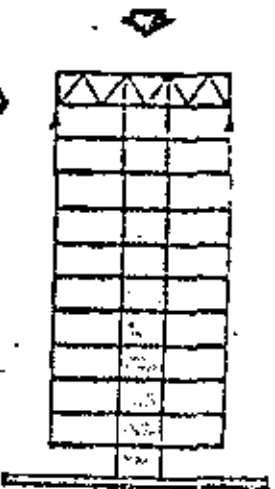
d. INDIRECT ARCH ACTION
MARINE MIDLAND, ROCHESTER
(S.O.M.)



e. COLUMN COLLECTION
WORLD TRADE CENTER, NEW YORK
(YAMASAKI)

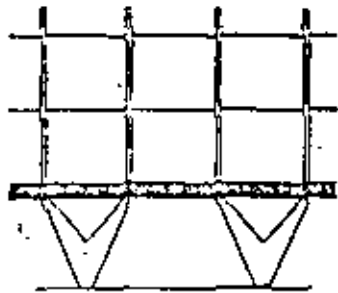


f. TRANSFER ARCHES
IBM BUILDING, SEATTLE
(YAMASAKI)

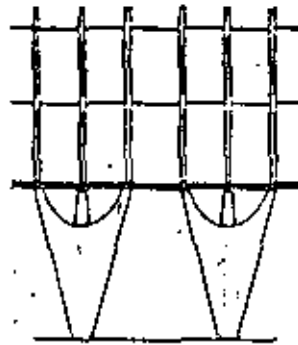


16/11

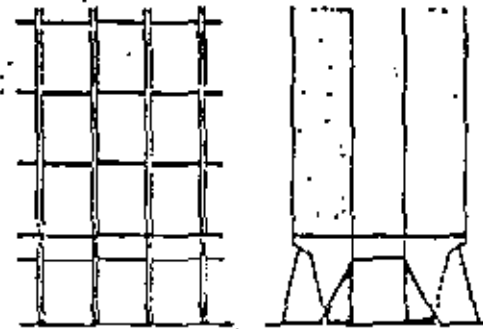
16/11



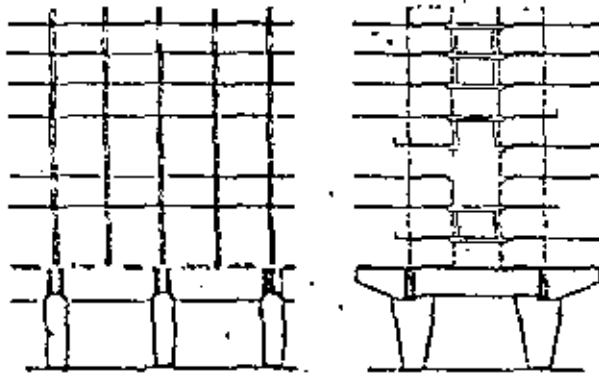
a. TWO-FORKED COLUMN
APPARTMENT BLOCK, BERLIN
(NIEMEYER)



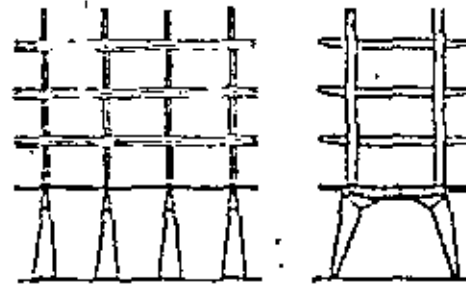
b. THREE-FORKED COLUMN
APPARTMENT BLOCK, BRAZIL
(NIEMEYER)



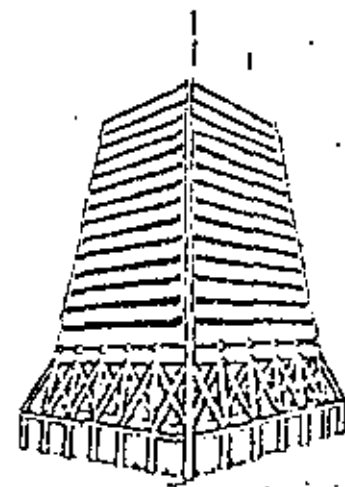
c. TILTED WALL SUPPORTS TIED TOGETHER
APPARTMENT BLOCK, BERLIN
(LE CORBUSIER)



d. PORTAL FRAME
UNITE' D' HABITAYON, MARSEILLES
(LE CORBUSIER)



e. PORTAL FRAME
UNESCO BUILDING, PARIS
(BREUER, NERVI, ZEHRFUSS)

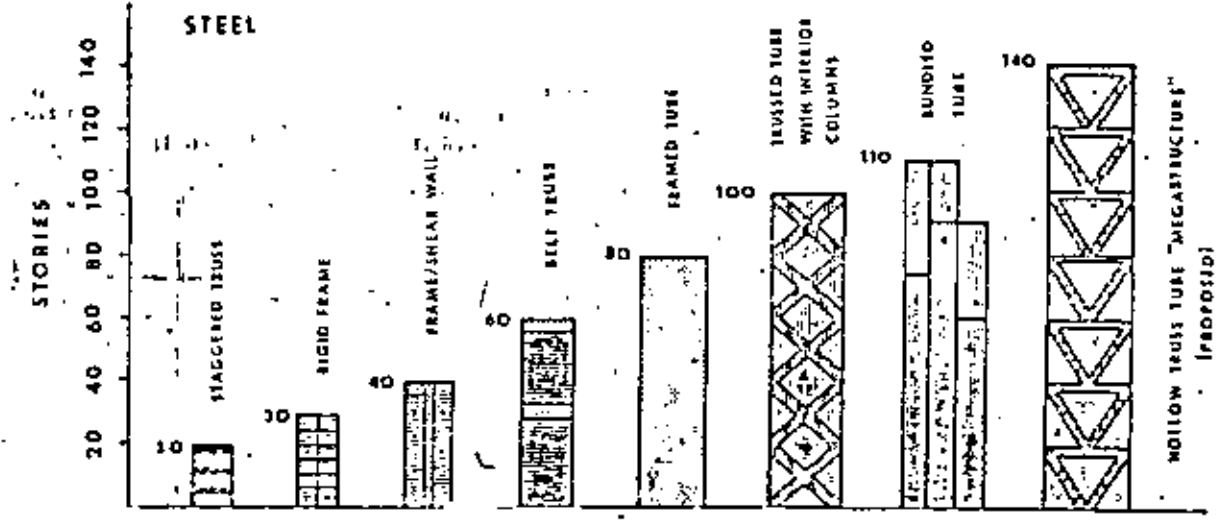
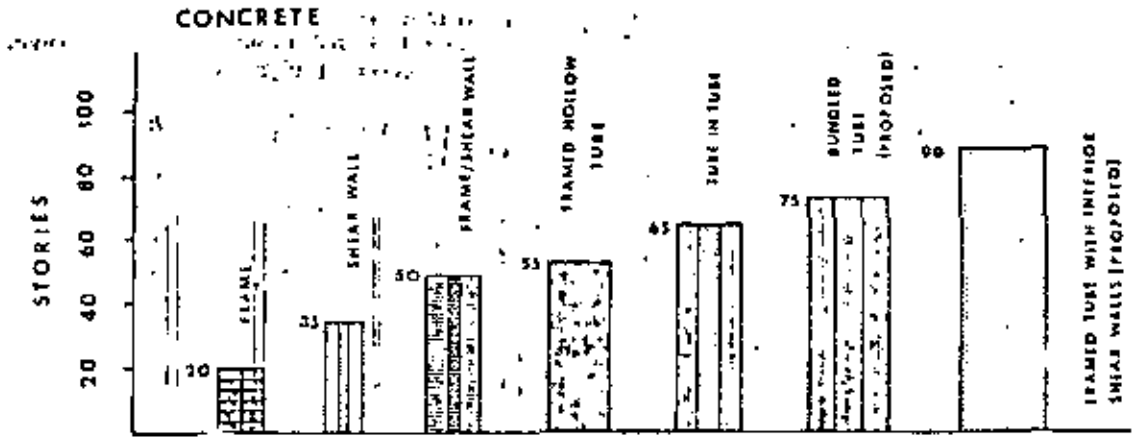


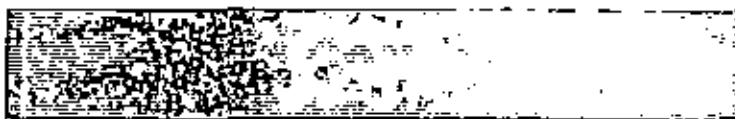
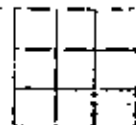
f. SPACE FRAME RING
TRANSAMERICA BUILDING, SAN FRANCISCO
(PEREIRA)

Fig. 4.13. Ground level support structures.

1941

169

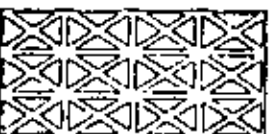




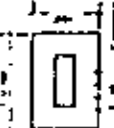
1. Lattice (diamond)



2. Lattice (diamond)



3. Lattice (diamond)



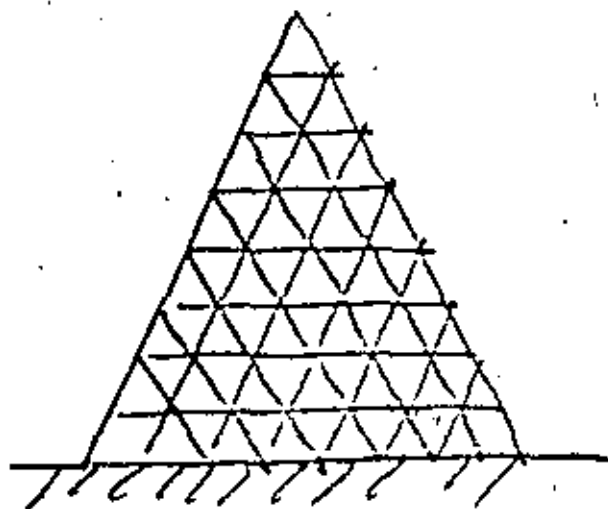
ESTRUCTURACION

F. R. Rojas

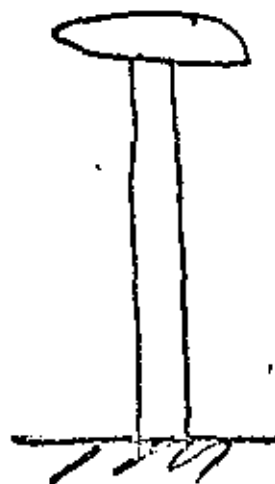
Oct. 1979

11/18

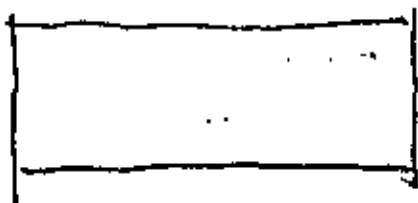
LAM 17



NONUALCO
(25 pisos)



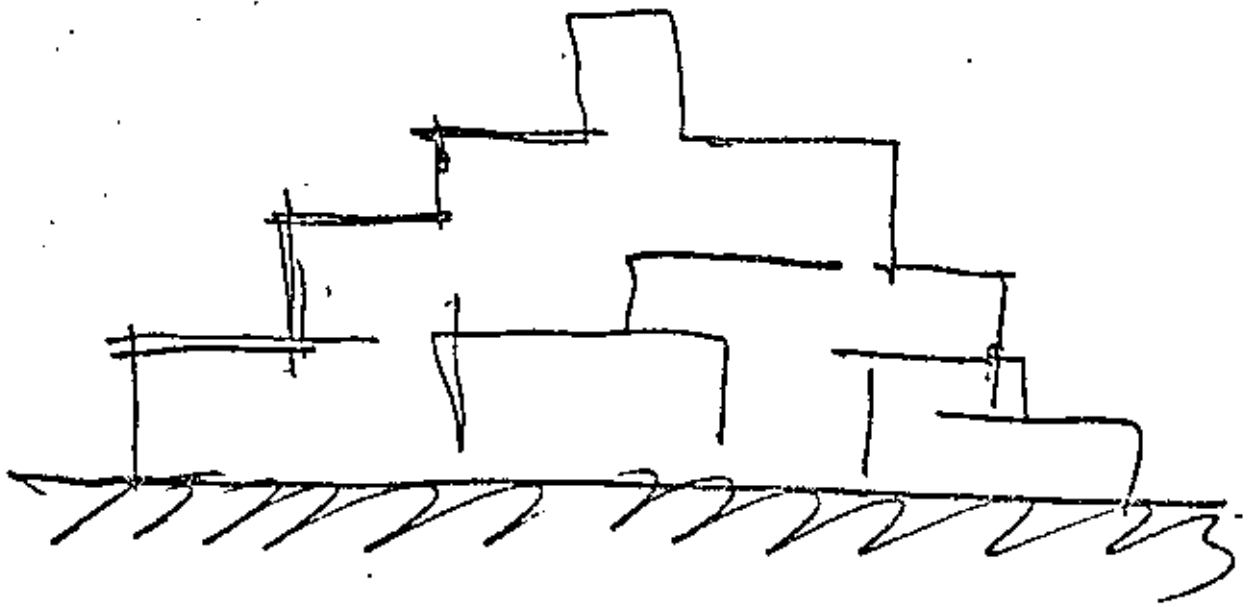
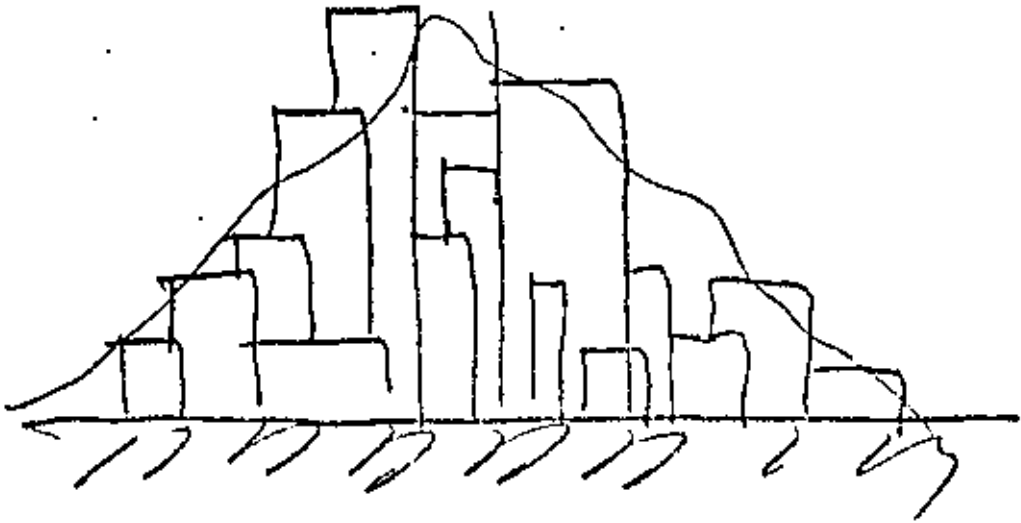
HOTEL DE
MEXICO



HOTEL
CHAPULTEPEC

EDIFICIOS ALTOS
DE CONCRETO
EN MEXICO

LAM (18)



EL EDIFICIO
ALTO COMO
MONTAÑA



centro de educación continua
división de estudios de posgrado
facultad de ingeniería unam

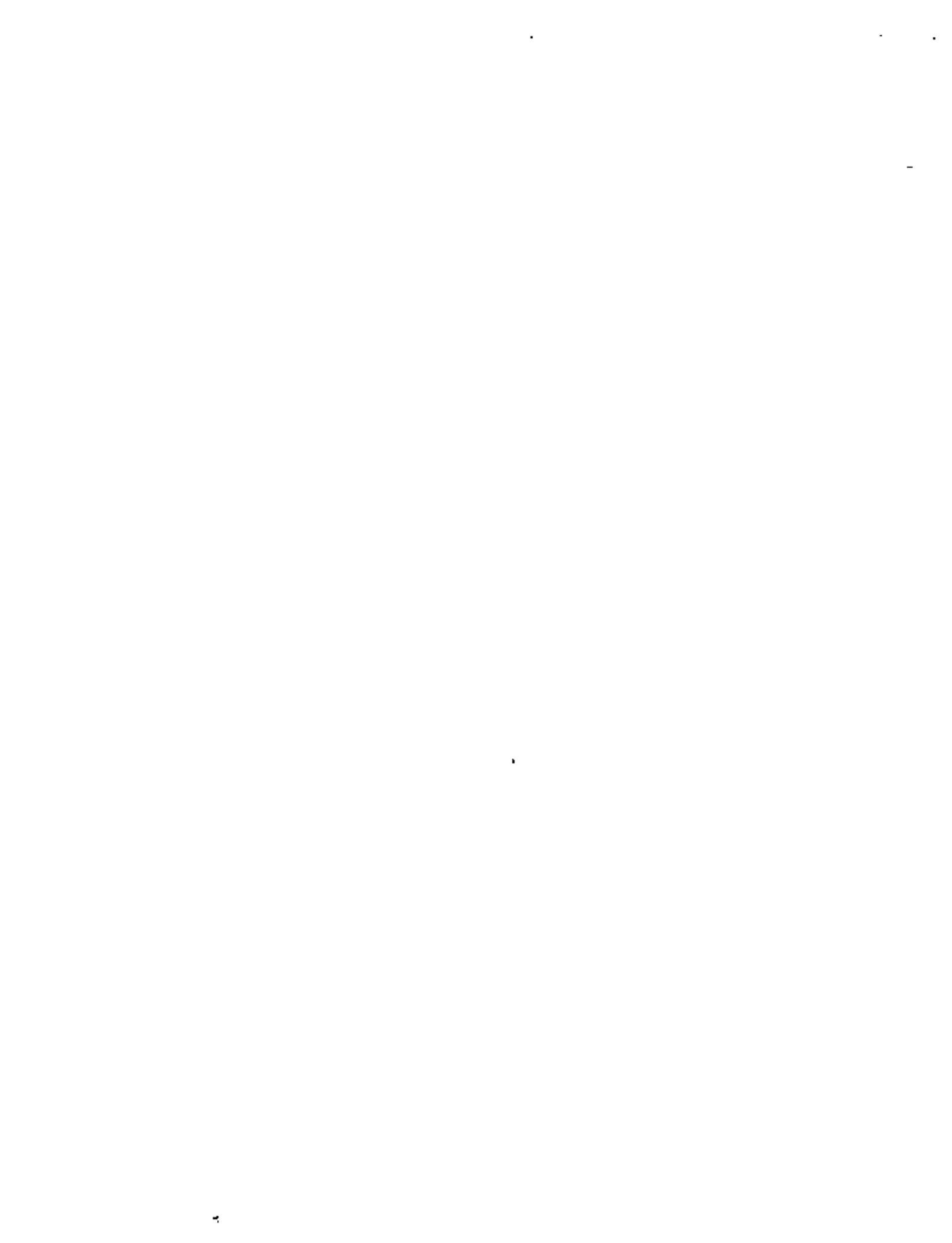


DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO

DISEÑO DE UN MARCO DE CONCRETO

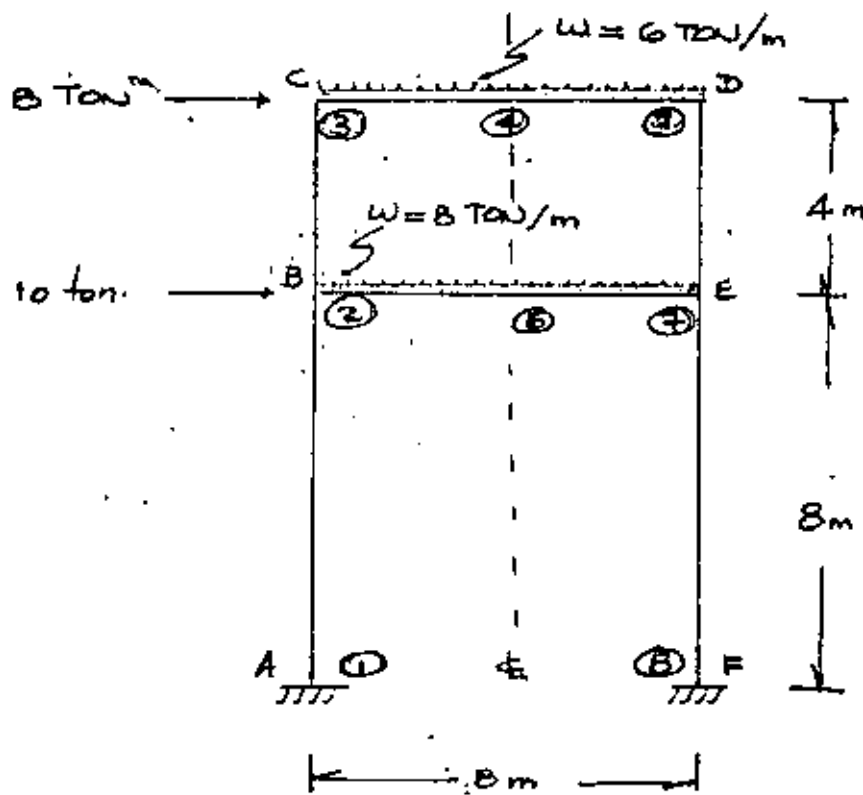
DR. OSCAR MANUEL GONZALEZ CUEVAS

OCTUBRE, 1979.





DISEÑO DE UN MARCO DE CONCRETO. (SEGUN D.D.F)



CONCRETO: $f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

ACERO: $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

LAS CARGAS INDICADAS SON DE SERVICIO.

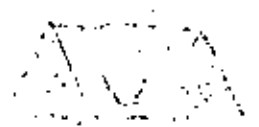
I. ANALISIS

SE SUPONEN LAS SIGUIENTES SECCIONES:

MIEMBRO	SECCION	I	PESO
AB	40 x 60 cm	$72 \times 10^4 \text{ cm}^4$	0.6 ton/m
BC	40 x 40	21.33×10^4	0.4
CD	40 x 60	72×10^4	0.6
BE	40 x 80	170.67×10^4	0.75
DE	40 x 40	21.33×10^4	0.4
EF	40 x 60	72×10^4	0.6

1. ANALISIS DE CARGAS VERTICALES

MIEMBRO	CARGA
CD	6: 6 ton/m
BE	8.75



MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO

$$M_{BE}^F = -\frac{8.75 \times 8^2}{12} = -46.67 \text{ Ton}\cdot\text{m}$$

$$M_{CB}^F = \frac{6.6 \times 8^2}{12} = -35.2 \text{ Ton}\cdot\text{m}$$

RIGIDEZES RELATIVAS (MODIFICADAS POR SIMETRIA)

$$K_{AB} = \frac{72 \times 10^4}{800} = 900$$

$$K_{BC} = \frac{21.33 \times 10^4}{400} = 533.25$$

$$K_{CD} = \frac{1}{2} \left[\frac{72 \times 10^4}{800} \right] = 450$$

$$K_{BE} = \frac{1}{2} \left[\frac{170.67 \times 10^4}{800} \right] = 1066.69$$

FACTORES DE DISTRIBUICION

$$k_{BA} = \frac{900}{900 + 533.25 + 1066.69} = 0.3600$$

$$k_{BE} = \frac{1066.69}{900 + 533.25 + 1066.69} = 0.4267$$

$$k_{BC} = 1 - 0.3600 - 0.4267 = 0.2133$$

$$k_{CB} = \frac{533.25}{533.25 + 450} = 0.5423$$

$$k_{CD} = 1 - 0.5423 = 0.4576$$

DISTRIBUICION DE MOMENTOS

NUDO	A	B			C	
EXTREMO	AB	BA	BE	BC	CB	CD
F.D.	-0.0	-0.3600	-0.4267	-0.2133	-0.5423	-0.4576
M ^F	-	-	-46.67	-	-	-35.2
M.D	-	+16.80	+19.91	+8.95	+19.09	+16.11
M _T	+8.40	-	-	9.55	+4.98	-
M _D	-	-3.44	-4.07	-2.04	-2.70	-2.28
M _T	-1.72	-	-	-1.35	-1.02	-
M _D	-	+0.49	+0.68	+0.29	+0.55	+0.47
M _T	+0.25	-	-	+0.28	+0.15	-
M _D	-	-0.10	-0.12	-0.06	-0.08	-0.07
Σ M	+6.93	+13.75	-30.37	+16.62	+20.97	-20.97



2: ANALISIS CARGAS HORIZONTALES (ACCIDENTALES)

RIGIDEZES RELATIVAS (MODIFICADAS POR ANTISIMETRIA)

$$K_{AB} = 900$$

$$K_{DC} = 533.25$$

$$K_{BE} = \frac{3}{2} \left(\frac{170.67 \times 10^4}{800} \right) = 3200$$

$$K_{CD} = \frac{3}{2} \left(\frac{72 \times 10^4}{800} \right) = 1350$$

FACTORES DE DISTRIBUCION

$$k_{BA} = \frac{900}{900 + 3200 + 533.25} = 0.1942$$

$$k_{BE} = \frac{3200}{900 + 3200 + 533.25} = 0.6906$$

$$k_{BC} = 1 - 0.1942 - 0.6906 = 0.1152$$

$$k_{CB} = \frac{533.25}{533.25 + 1350} = 0.2832$$

$$k_{CD} = 1 - 0.2832 = 0.7168$$

a) MARCO CON APOYO EN E

MOMENTOS POR DESPLAZAMIENTO

$$M_{BC}^* = M_{CB}^* = -100$$

DISTRIBUCION DE MOMENTOS

NUDO	A		B			C	
	AB	BA	BE	BC	CB	CD	
EXTREMO	-0	-0.1942	-0.6906	-0.1152	-0.2832	-0.7168	
M*	-	-	-	-100	-100	-	
MD	-	+19.42	+69.06	+14.52	+28.32	+71.68	
MT	+9.71	-	-	+14.16	+8.76	-	
MP	-	-2.75	-9.78	-1.63	-1.63	-4.13	
M*	-1.88	-	-	-0.82	-0.82	-	
MD	-	+0.16	+0.56	+0.09	+0.23	+0.58	
MT	+0.08	-	-	+0.12	+0.06	-	
MP	-	-0.02	-0.08	-0.01	-0.01	-0.04	
M	+8.41	+16.81	+59.76	-76.57	-68.10	+68.09	

b) MARCO CON APOYO EN D

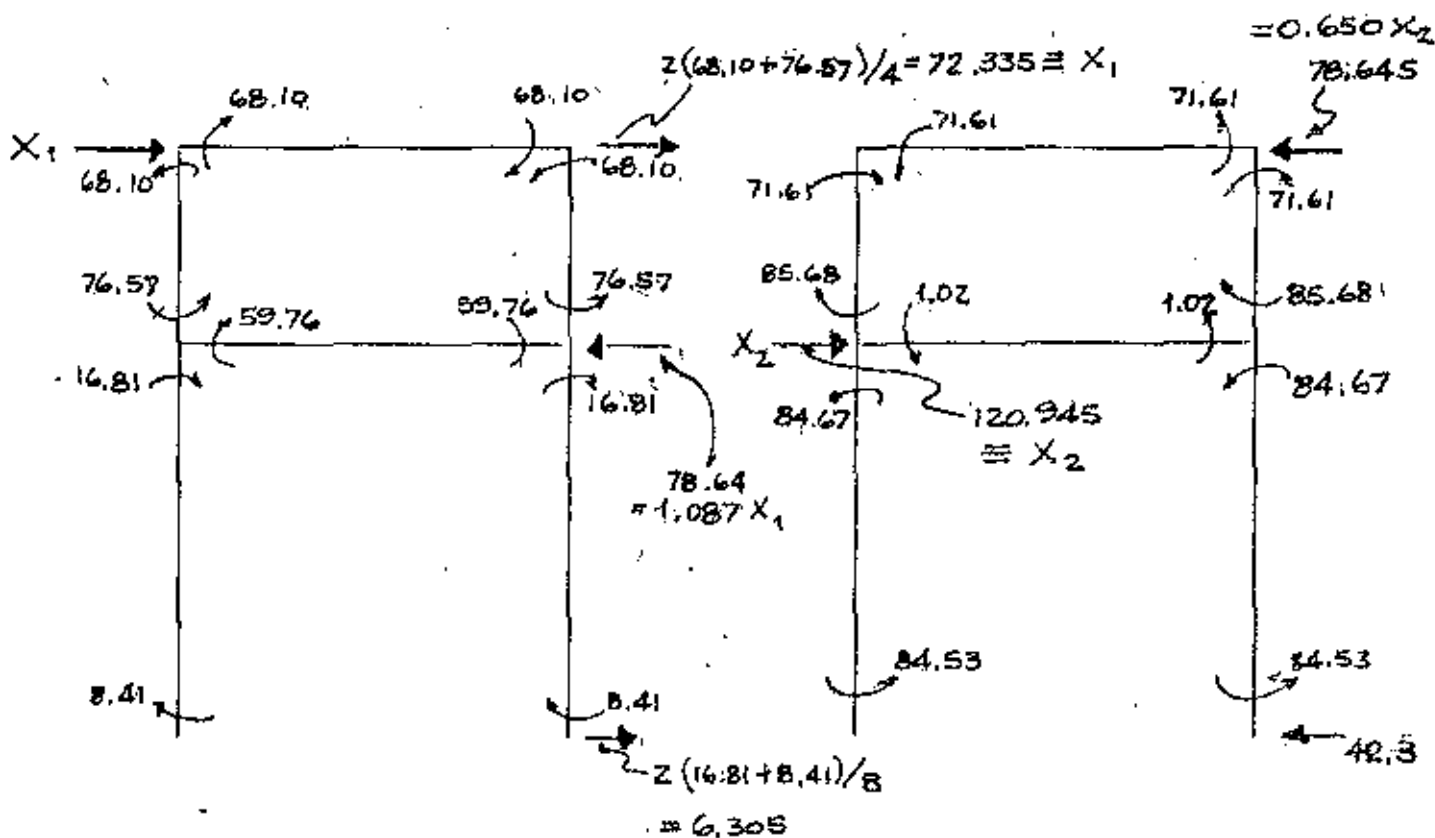
$$M_{CB}^* = M_{BC}^* = +100 = + \frac{6 E_c I_{BC}}{L_{BC}^2} \Delta = + \frac{6 \times 21.33 \times 10^4}{400^2} E_c \Delta = +8 E_c \Delta$$

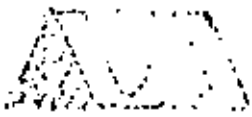
$$\Delta = \frac{100}{8 E_c} = 12.50 / E_c$$

$$M_{AB}^* = M_{BA}^* = - \frac{6 E_c I_{AB}}{L_{AB}^2} \Delta = - \frac{6 \times 72 \times 10^4}{800^2} \frac{100}{8} = -84.38$$

DISTRIBUCION DE MOMENTOS

NUDO	A	B			C	
BARRA	AB	BA	BE	BC	CB	CD
F. D	0	-0.1942	-0.6806	-0.1152	-0.2832	-0.7168
M ^x	-84.38	-84.38	-	+100	+100	-
M _D	-	-8.03	-10.79	-1.8	-28.32	-71.68
M _T	-1.52	-	-	-14.16	-0.90	-
M _B	-	+2.75	+9.78	+1.63	+0.25	+0.65
M _T	+1.38	-	-	+0.13	+0.82	-
M _D	-	-0.03	-0.09	-0.01	-0.23	-0.59
M _T	-0.01	-	-	-0.12	-0.01	-
M _D	-	+0.02	+0.08	+0.01	+0.00	+0.01
Σ = M	-84.53	-84.67	-1.02	+85.68	+71.61	-71.61





ECUACIONES DE EQUILIBRIO

$$X_1 - 0.650 X_2 = 8$$

$$-1.087 X_1 + X_2 = 10$$

$$X_1 = 49.41 \quad \rightarrow \quad m = \frac{49.41}{72.335} = 0.683$$

$$X_2 = 63.71 \quad \rightarrow \quad n = \frac{63.71}{120.945} = 0.527$$

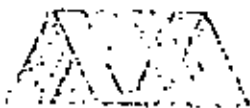
FINALMENTE: MOMENTOS POR FUERZAS LATERALES (\rightarrow DERECHA)

EXTREMO	AB	BA	BE	BC	CB	CD
M	-38.78	-33.12	+40.28	-7.16	-8.80	+8.80

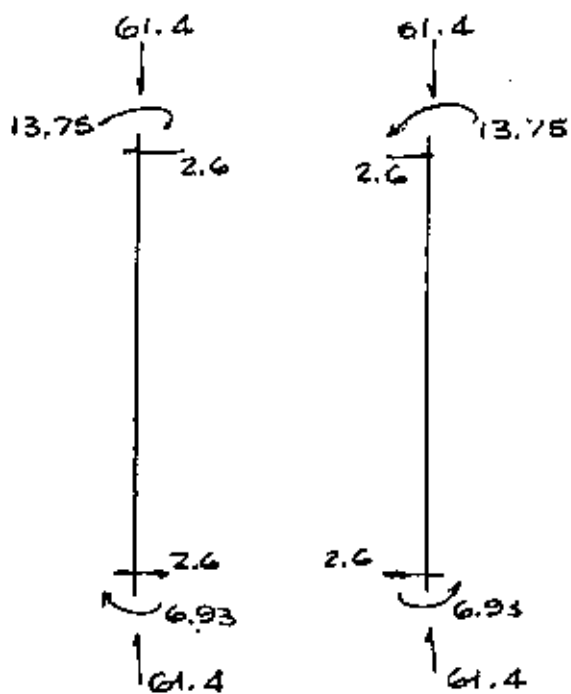
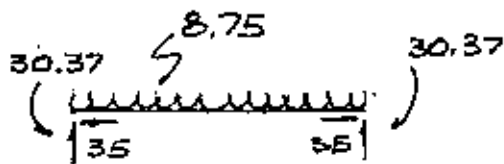
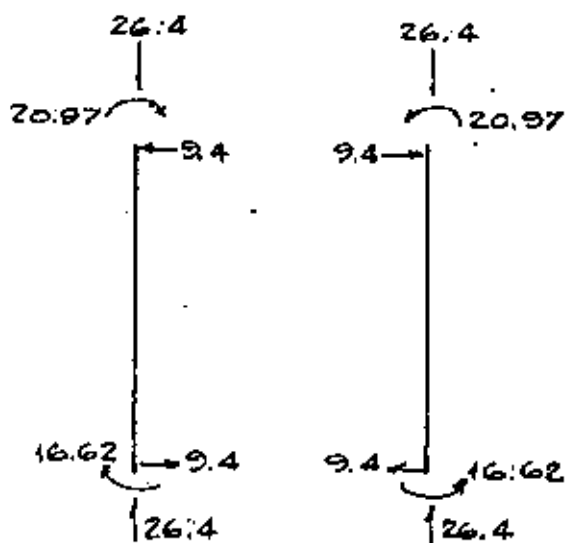
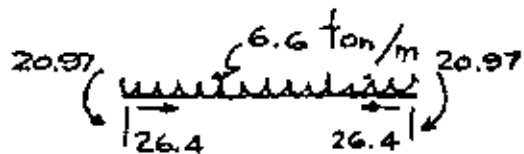
MOMENTOS POR FUERZAS LATERALES (\leftarrow IZQUIERDA)

EXTREMO	AB	BA	BE	BC	CB	CD
M	+38.78	+33.12	-40.28	+7.16	+8.80	-8.80

EXTREMO	AB	BA	BE	BC	CB	CD
M	+6.93	+13.75	-30.37	16.62	20.97	-20.97



CARGA VERTICAL



CARGA HORIZONTAL (→)

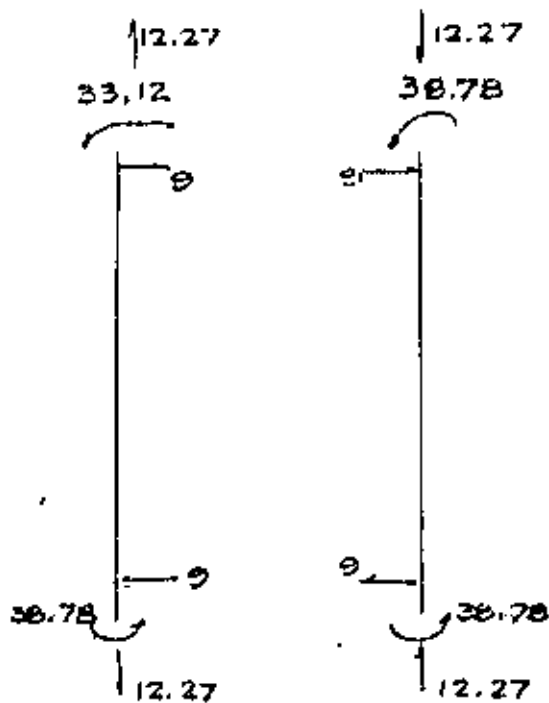
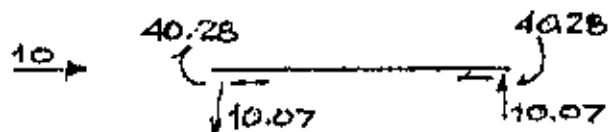
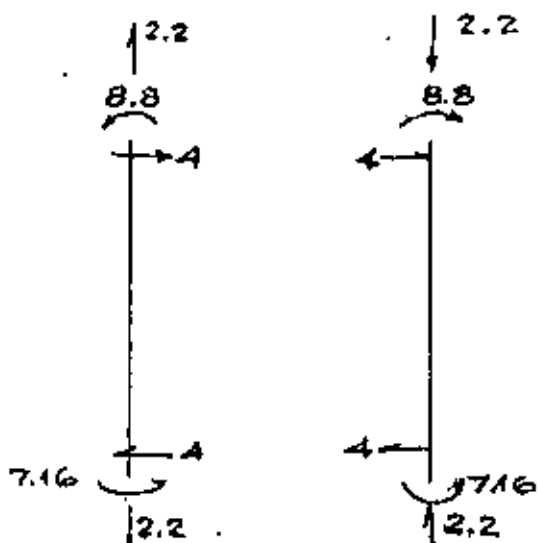
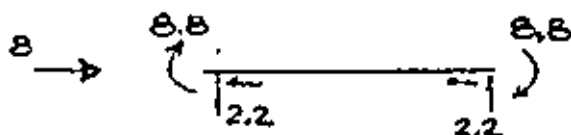


DIAGRAMA DE MOMENTOS DE DISEÑO
VIGA C-D

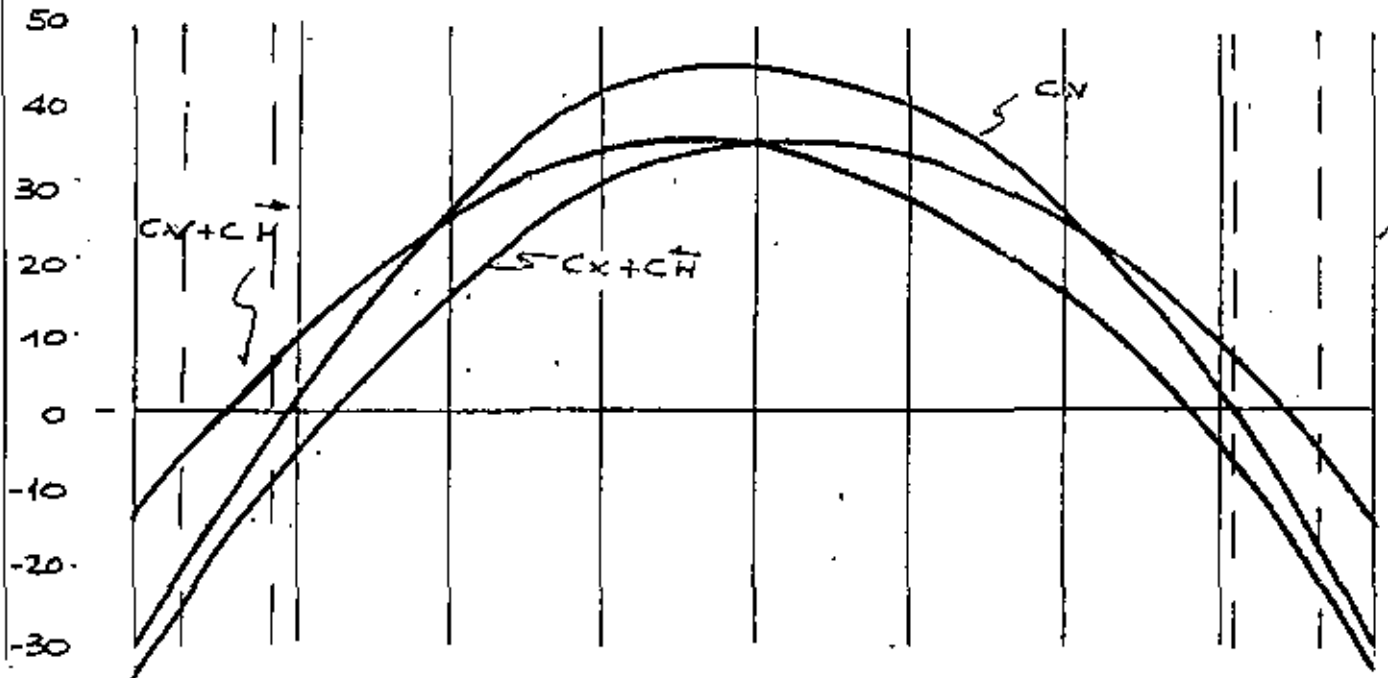
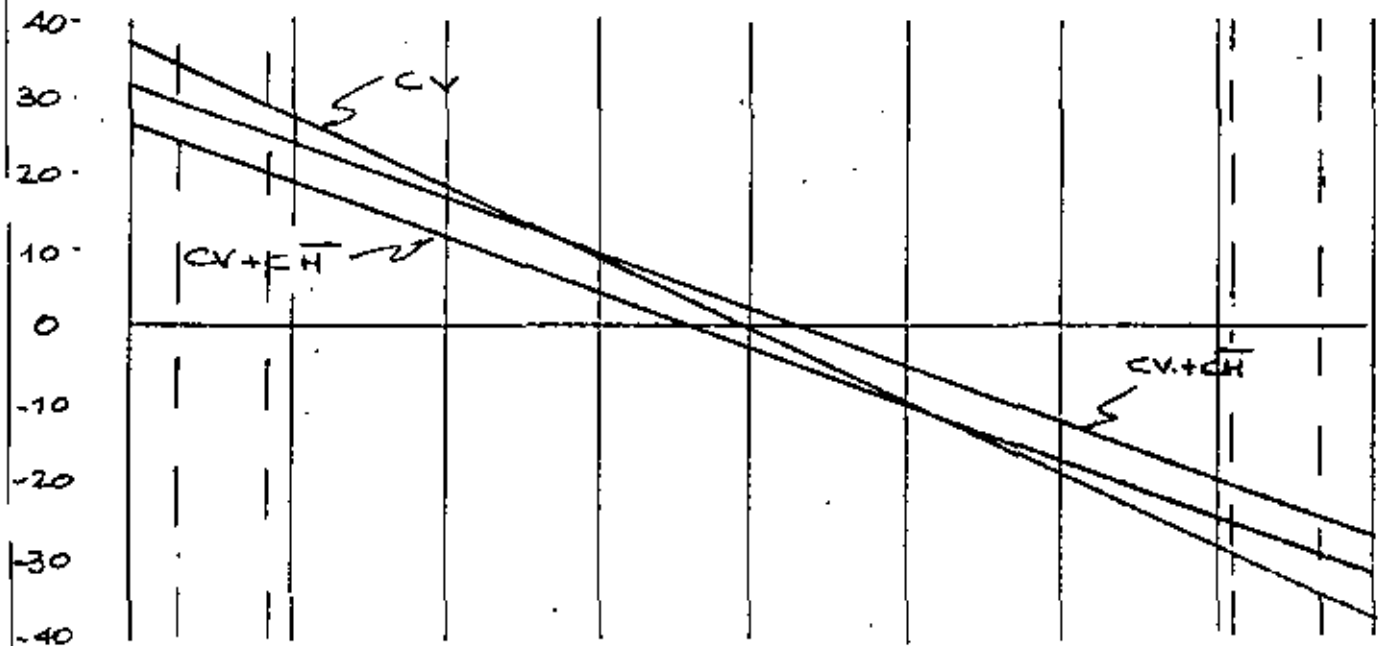
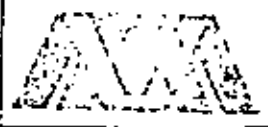


DIAGRAMA DE CORTANTES DE DISEÑO
VIGA C-D





DISEÑO DE LAS VIGAS

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad f'_c = 0.8 f'_c = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''_c = 0.85 f'_c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_{MIN} = 0.7 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.7 \frac{\sqrt{200}}{4200} = 0.00236$$

$$P_{MAX} = 0.75 P_b = 0.75 \frac{f''_c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000} = 0.75 \frac{136}{4200} \frac{4800}{4200 + 6000} = 0.01143$$

VIGA C-D

REFUERZO POR FLEXION

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$d = 60 - 5 = 55 \text{ cm}$$

MOMENTO POSITIVO DE DISEÑO

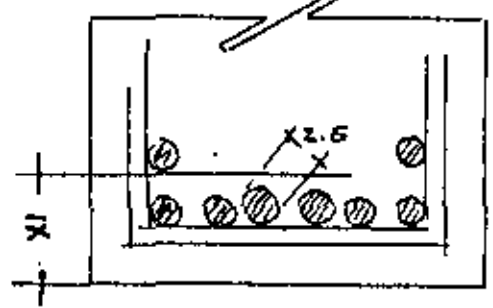
$$M_U^{(+)} = 44.5 \text{ ton-m} = M_R$$

$$\frac{M_R}{F_e b d^2 f'_c} = \frac{44.5 \times 10^5}{0.9 \times 40 \times 55^2 \times 136} = 0.30 \rightarrow \rho = 0.368 = \rho \frac{f_y}{f''_c}$$

$$\rho = 0.368 \times \frac{136}{4200} = 0.0119 \sim P_{MAX}$$

$$\Delta_s = \rho b d = 0.0119 \times 40 \times 55 = 26.18 \text{ cm}^2$$

ARMADO: 2 vs # 8 + 6 vs # 6 $\Delta_s = 10.14 + 17.10 = 27.24 \text{ cm}^2$



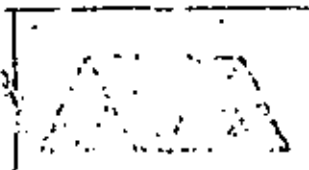
+2
+2
+2
+1
+2

$$\bar{x} = 4.9 = 5 \text{ cm}$$

$$d = 55 \text{ cm}$$

$$M_R \text{ 2vs\#8} = \frac{10.14}{27.24} \times 44.5 = 16.5 \text{ ton-m}$$

$$M_R \text{ 2vs\#6} = \frac{5.7}{27.24} \times 44.5 = 9.3 \text{ ton-m}$$



MOMENTO NEGATIVO DE DISEÑO

$M_v^{(-)} = 24 \text{ ton-m} = M_e$
(AL FIN DEL APoyo)

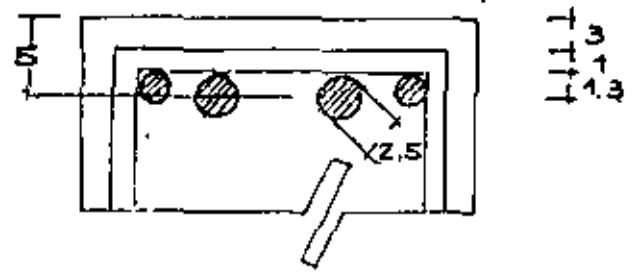
$\frac{M_e}{F_c b d^2 \rho_c} = \frac{24 \times 10^5}{0.9 \times 40 \times 55^2 \times 136} = 0.162$

$\rightarrow \rho = 0.178$

$\rho = 0.178 \frac{136}{4200} = 0.00576 < \rho_{max}$; $\Delta_s = 0.00576 \times 40 \times 55^2 = 12.67 \text{ cm}^2$

ARMADO: 2 VS # 8 + 2 US # 4

$\Delta_s = 10.14 + 2.54 = 12.68 \text{ cm}^2$



$x = 5 \text{ cm}$

$M_e \approx \frac{10.14}{12.68} \times 24 = 19 \text{ ton-m}$
2 US # 8

$l - 0.25l = 51 - 0.25 \times 200 = -150$
 $0.5h = 0.5 \times 60 = 30 \text{ cm}$

LONGITUD DE DESARROLLO

VS # 6

LECHO INFERIOR
LECHO SUPERIOR

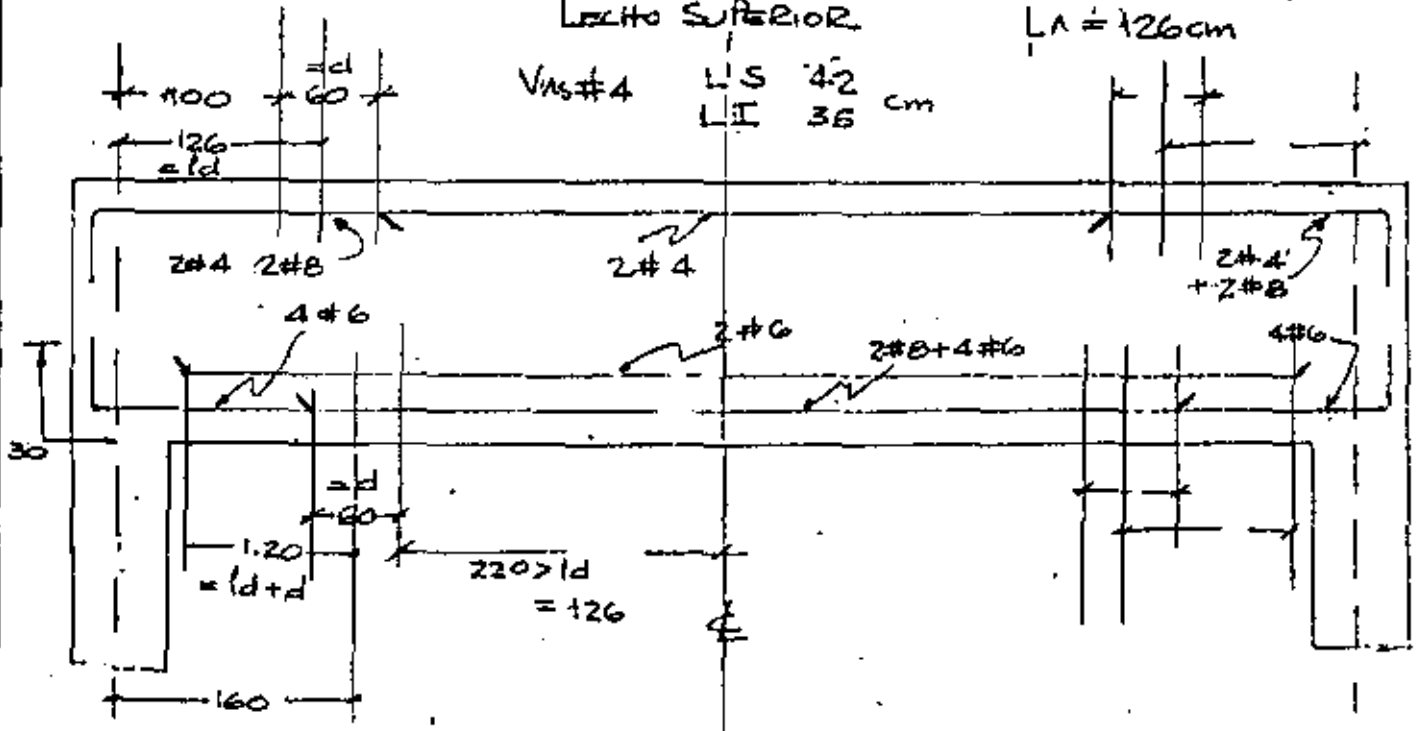
$L_A = 51 \text{ cm}$
 $L_A = 71 \text{ cm}$

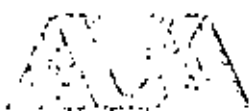
VS # 8

LECHO INFERIOR
LECHO SUPERIOR

$L_A = 90 \text{ cm}$
 $L_A = 126 \text{ cm}$

VS # 4 L'S 42
 L'II 36 cm





DEFUERZO POR CORTANTE

RESISTENCIA DEL CONCRETO

PRIMER TRAMO: $\Delta s = 4 \text{ us} \# 6 + 2 \text{ us} \# 8 + 2 \# 4 = 11.4 + 10.14 + 2.54 = 24.08 \text{ cm}^2$
 (INCLUYE LAS VARILLAS DE ASEO POSITIVO Y NEGATIVO)

$$P = \frac{24.08}{40 \times 55} = 0.0109 > 0.01$$

$$V_{CR} = F_r \times \Delta s \sqrt{f'_c} = 0.8 \times 6.33 = 5.06 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_{CR} = 5.06 \times 40 \times 55 = 11140 \text{ kg} = 11.14 \text{ ton}$$

DEMÁS TRAMOS $\Delta s > 24.08 \text{ cm}^2 \therefore V_{CR} = 11.14 \text{ ton}$

REDUCCION POR CORTE DE VARILLAS

MOMENTO NEGATIVO

CORTE DE 2 US # 8

$$\frac{\Delta s \text{ INTERRUPTADA}}{\Delta s} = \frac{10.14}{12.68} = 0.8 > 0.33$$

$$\therefore V_{CR} = 0.7 \times V_{CR} = 0.7 \times 11.14 = 7.8 \text{ ton}$$

PERILTE DE AMBOS LADOS DEL CORTE)

MOMENTO POSITIVO

CORTE DE 2 US # 8

$$\frac{\Delta s \text{ INT}}{\Delta s} = \frac{10.14}{27.24} = 0.37 > 0.33$$

$$V_{CR} = 7.8 \text{ ton}$$

CORTE DE 2 US # 6

$$\frac{\Delta s \text{ INT}}{\Delta s} = \frac{1}{3} = 0.33 \approx 0.33$$

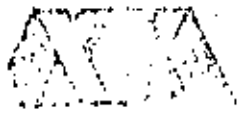
NO HAY REDUCCION

REVISION DE V_{UMAX}

$$25 \times F_r \times b d \sqrt{f'_c} > V_{UMAX} = 28.5 \text{ ton}$$

(A UN PERILTE (d) DEL PUNTO DEL APOYO)

$$25 \times 0.8 \times 40 \times 55 \times \sqrt{160} = 55.6 \text{ ton} > V_{UMAX}$$



ACERO ESTRIBOS $f_y = 3000 \text{ Kg/cm}^2$

ESTRIBOS DE 2 RAMAS #3 $\Delta u = 2.84 \text{ cm.}$

PRIMER TRAMO: $V_{u \text{ max}} = 28.5 \text{ ton.}$

$$s = \frac{F_r \Delta u f_y d}{V_u - V_c} = \frac{0.8 \times 2.84 \times 3000 \times 55}{(28.5 - 7.8) \times 1000} = 18 \text{ cm}$$

REVISION DE SEPARACION MAXIMA

$$s < \frac{F_r A_v f_y}{3.5 b} = \frac{0.8 \times 2.84 \times 3000}{3.5 \times 40} = 48 \text{ cm}$$

$$1.5 F_r b d \sqrt{f_c} = 1.5 \times 0.8 \times 40 \times 55 \times \sqrt{1608} = 43.97 \text{ ton.} > V_{u \text{ max}}$$

$$s < 0.6 d = 0.6 \times 55 = 27.5 \text{ cm.}$$

SEGUNDO TRAMO - A PARTIR DE 1.50 m del centro de apoyo.

$V_u = 23 \text{ ton.}$

$$s = \frac{0.8 \times 2.84 \times 55}{23000 - 7800} \times 3000 = 24.6 \text{ cm} \approx 25 \text{ cm.}$$

REVISION DE AGRIETAMIENTO

MOMENTO POSITIVO

$$f_s = \sqrt[3]{\frac{M}{d_c A}} < 40000$$

$$2370 \sqrt[3]{4 \times 117} = 18400 < 40000 \checkmark$$

MOMENTO NEGATIVO

$$3340 \sqrt[3]{4.6 \times 126} = 16752 < 40000 \checkmark$$

$$f_s = \frac{M}{0.9 d A_s} = \frac{32000.00}{.9 \times 55 \times 117.24} = 2370 \text{ Kg/cm}^2$$

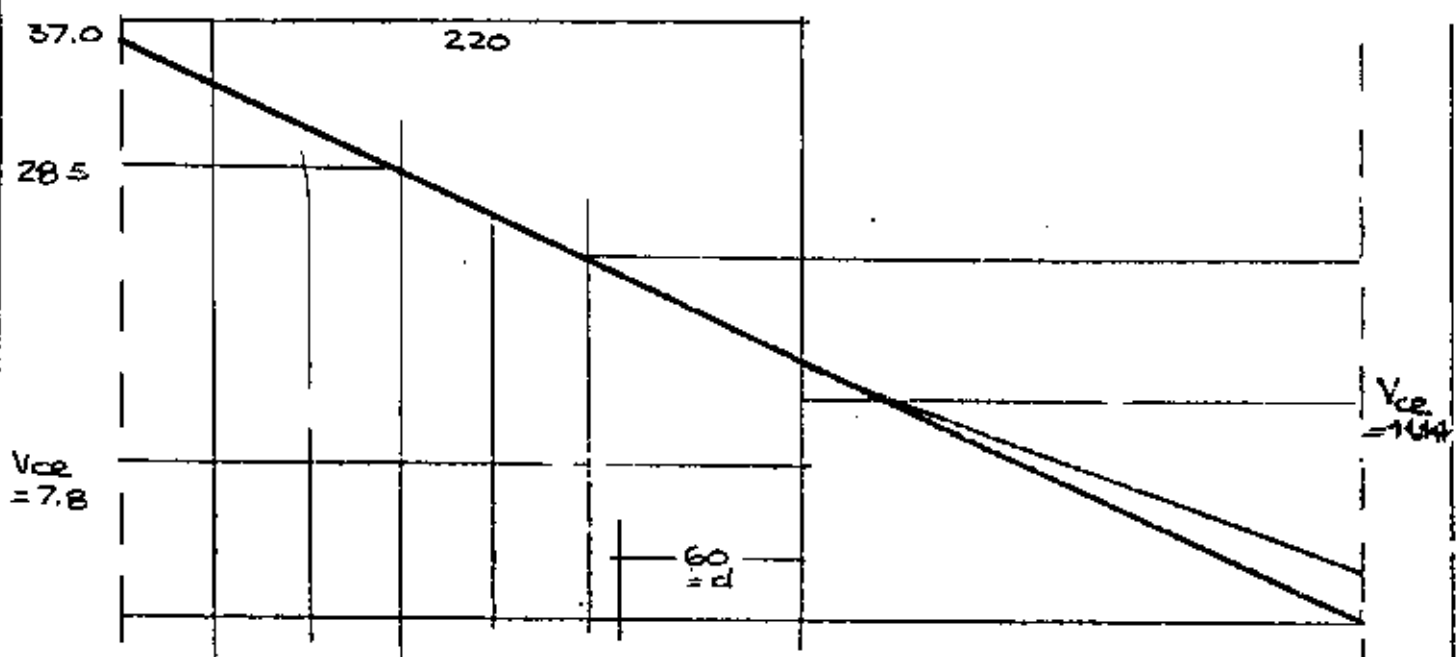
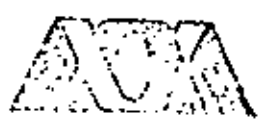
$$d_c = 40 \text{ cm}$$

$$A = \frac{40 \times 10}{27.24/8} = 117$$

$$f_s = \frac{2097000}{.9 \times 55 \times 12.68} = 3340 \text{ Kg/cm}^2$$

$$d_c = 46 \text{ cm}$$

$$A = \frac{40 \times 10}{12.68/4} = 126$$



d = 58

160

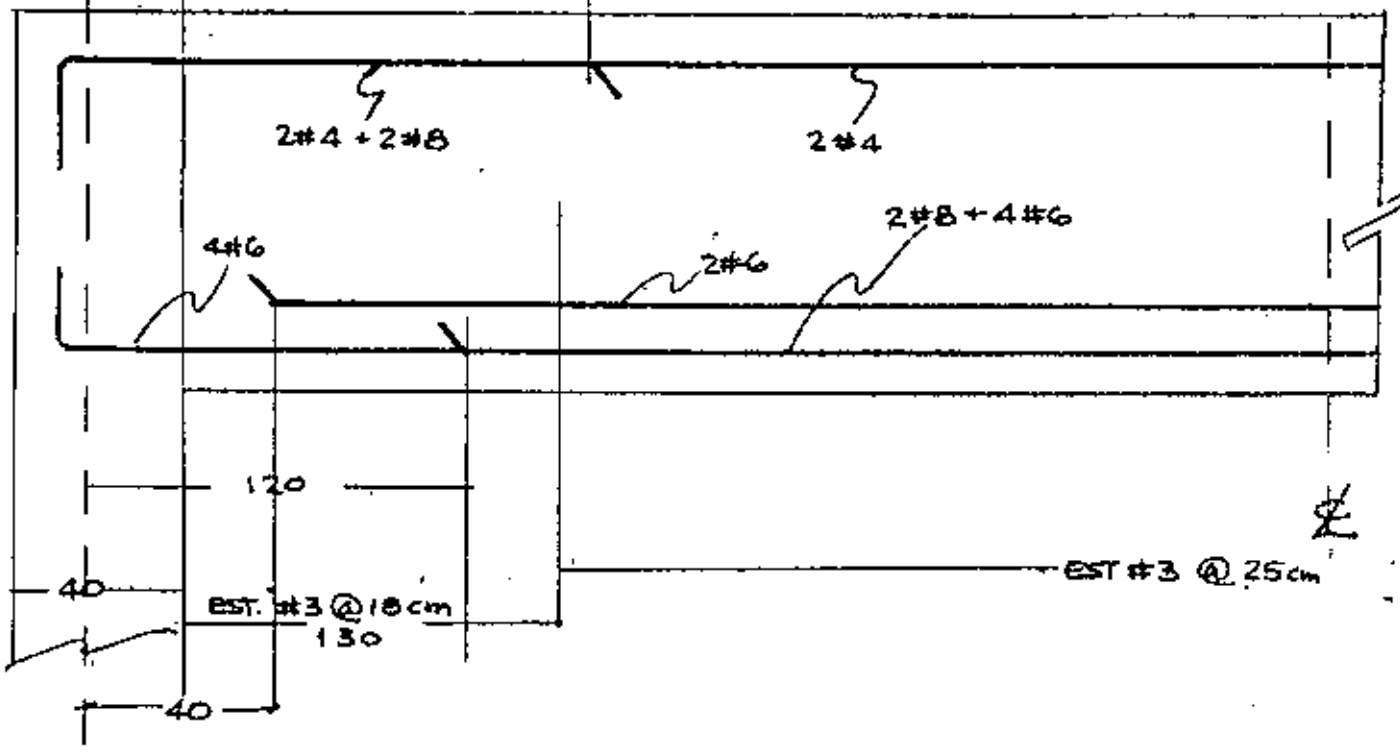




DIAGRAMA DE MOMENTOS VIGA B-E

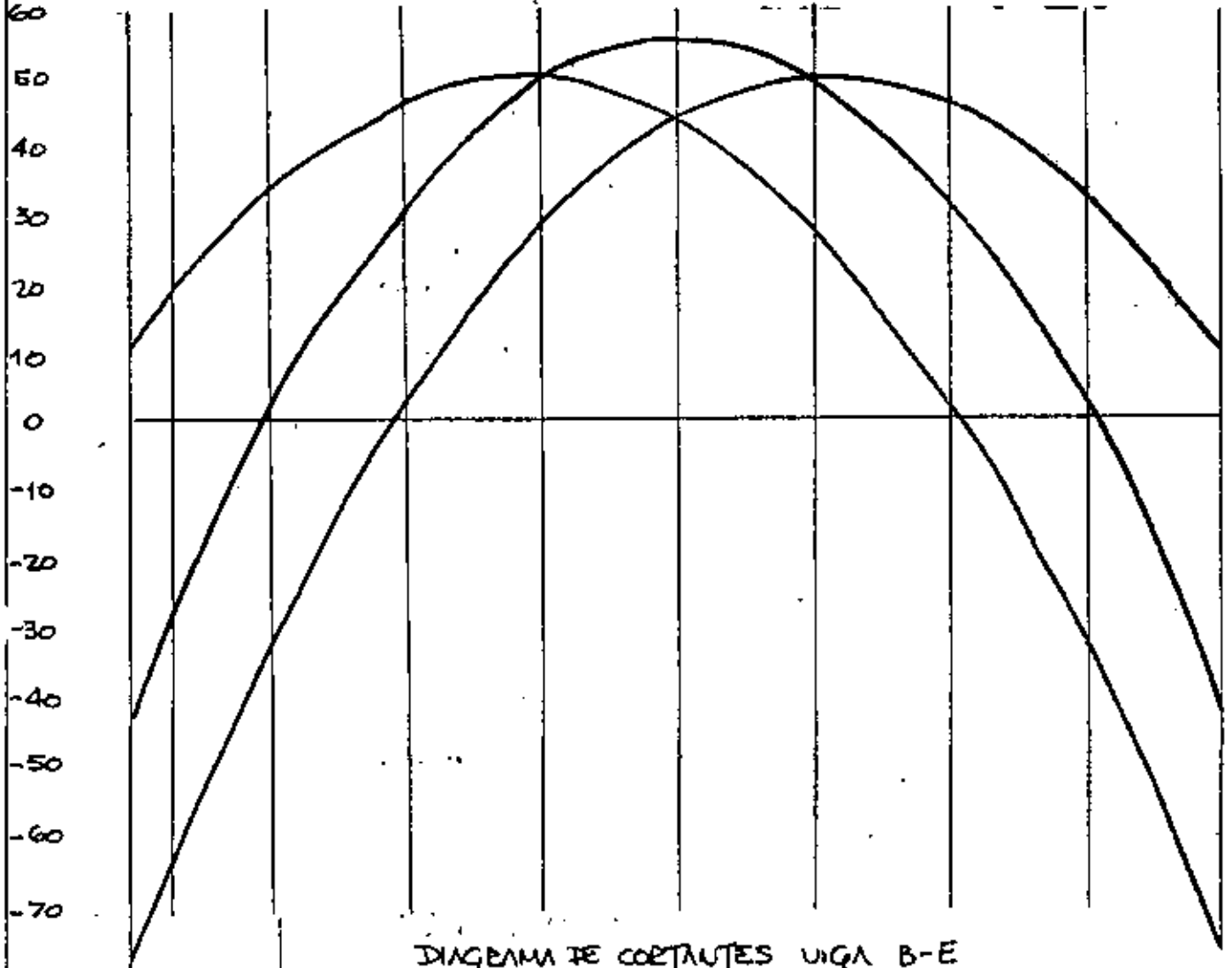
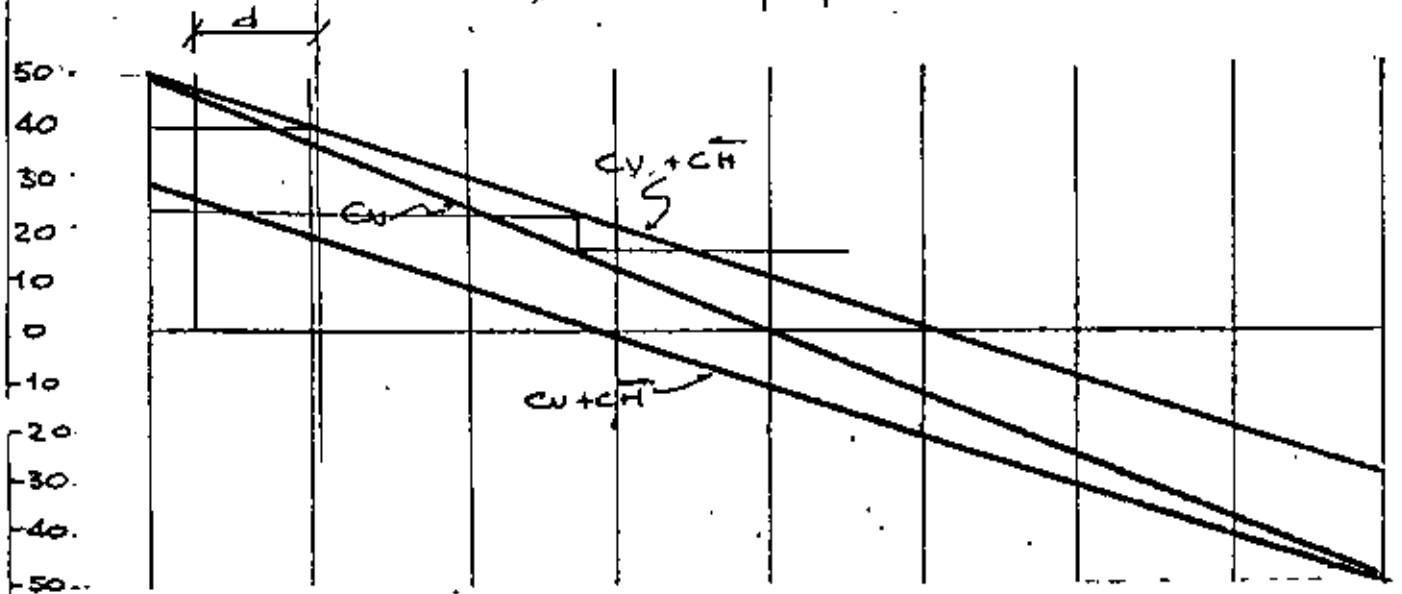


DIAGRAMA DE CORTANTES VIGA B-E



VIGA B-E

REFUERZO POR FLEXION

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$h = 80 \text{ cm}$$

SUPUENOS

$$d = 80 - 8 = 72 \text{ cm}$$

MOMENTO POSITIVO DE DISEÑO

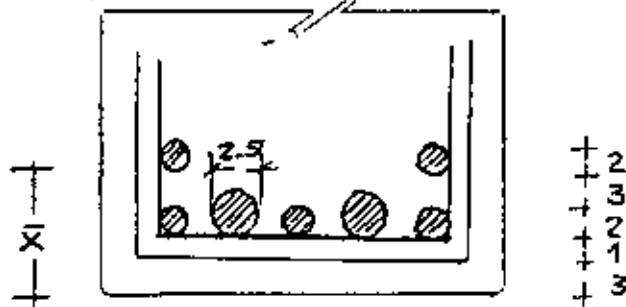
$$M_U^{(+)} = 55.5 \text{ ton-m} = M_R^{(+)}$$

$$\frac{M_R}{F_e b d^2 f_c'} = \frac{55.5 \times 10^5}{0.9 \times 40 \times 72^2 \times 136} = 0.2186 \rightarrow q = 0.2499$$

$$p = 0.2499 \frac{136}{4200} = 0.00809 < P_{MAX}$$

$$\Delta_s = 0.00809 \times 40 \times 72 = 23.30 \text{ cm}^2$$

ARMADO $2US \# 8 + 5US \# 6 = 10.14 + 14.25 = 24.39 \text{ cm}^2$



$$\bar{x} = 6.5 \text{ cm} \quad d = 73.5 \text{ cm}$$

$$M_e = 59 \text{ ton-m}$$

$$M_e = 20.7 \text{ ton-m}$$

3US #6

$$M_{e_{2US \# 8}} \approx \frac{10.14}{24.39} \times 59 = 24.5 \text{ ton-m}$$

$$M_{e_{1US \# 6}} = \frac{2.85}{24.39} \times 59 = 6.9 \text{ ton-m}$$

MOMENTO NEGATIVO DEL DISEÑO

$$M_U^{(-)} = 64 \text{ ton-m}$$

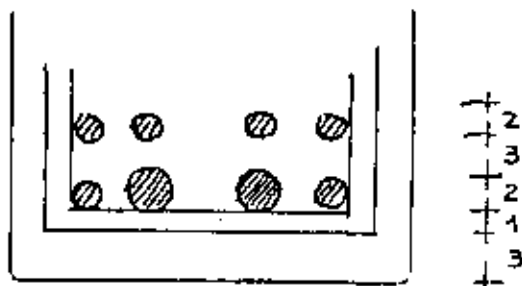
(AL PASO DEL APOYO)

$$\frac{M_e}{F_e b d^2 f_c'} = \frac{6400000}{0.9 \times 40 \times 72^2 \times 136} = 0.2521 \rightarrow q = 0.2959$$

$$p = 0.2959 \frac{136}{4200} = 0.00958 \times 0.01143 = P_{MAX}$$

$$\Delta_s = 0.00958 \times 40 \times 72 = 27.6 \text{ cm}^2$$

ARMADO: $2US \# 8 + 6US \# 6 = 10.14 + 17.10 = 27.24 \text{ cm}^2$

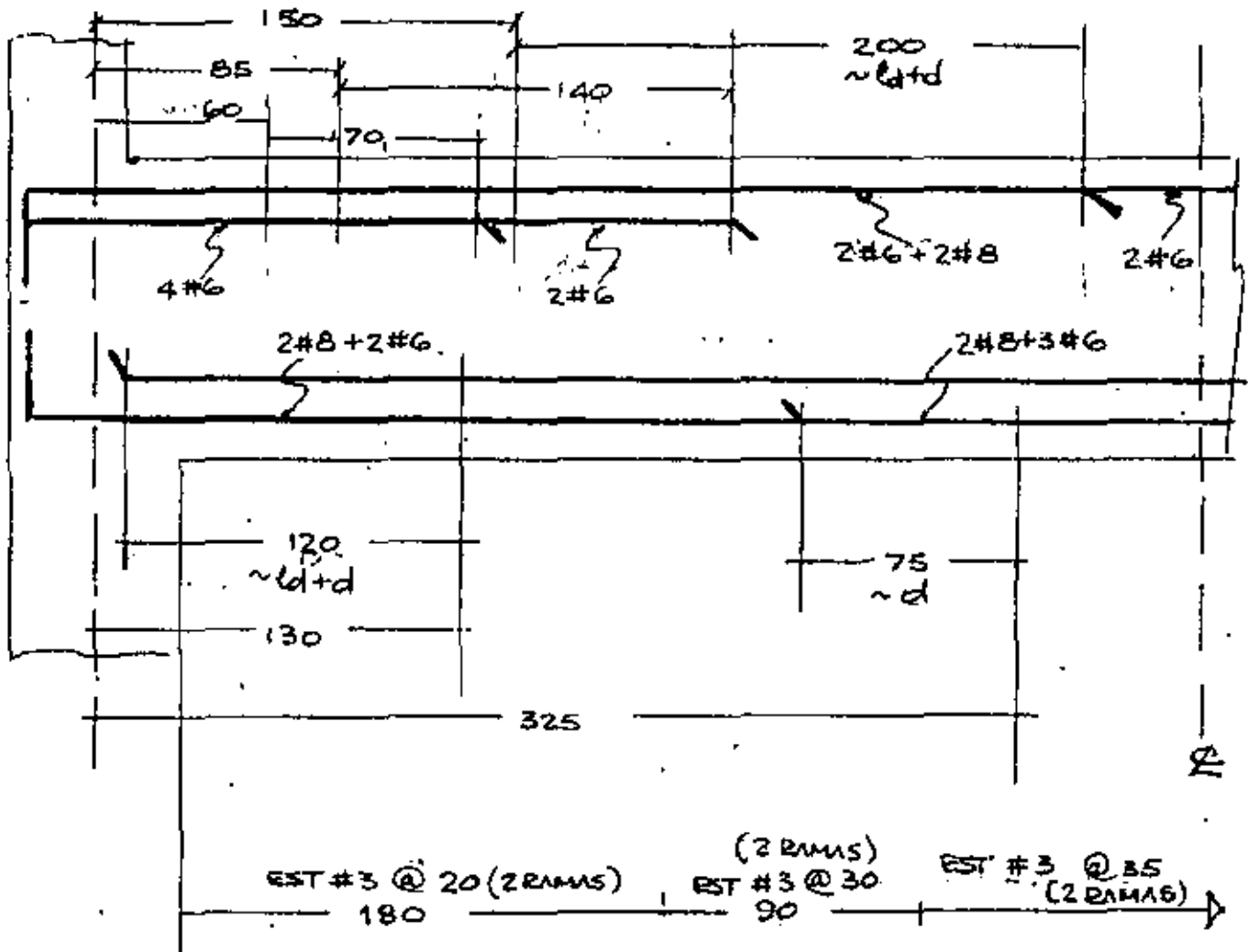


$$\bar{x} = 7.5 \text{ cm}$$

$$M_e = 63.8 \text{ ton-m} = 64 \text{ ton-m}$$

$$M_{e_{2 \# 8}} = \frac{10.14}{27.24} \times 64 = 23.8 \text{ ton-m}$$

$$M_{e_{2 \# 6}} = \frac{2.85 \times 2}{27.24} \times 64 = 13.4 \text{ ton-m}$$



REFUERZO POR CORTE ANTE

RESISTENCIA DEL CONCRETO

PRIMER TRAMO $\Delta s = 2\#8 + 2\#6 + 4\#6 + 2\#6 + 2\#8 : \Delta s = 10.14 + 5.7 + 11.1 + 5.7 + 10.14 = 43.08 \text{ cm}^2$

$$p = \frac{43.08}{40 \times 72.5} = 0.0148 > 0.01$$

$$v_{ce} = 0.5 F_R \sqrt{f_c^*} = 5.06 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_{ce} = 5.06 \times 40 \times 72.5 = 14.7 \text{ ton}$$

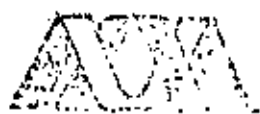
TERMO CENTRAL $\Delta s = 2\#6 + 2\#8 + 2\#8 + 3\#6 = 5.7 + 10.14 + 8.25 = 34.53$

$$p = 34.53 / (40 \times 72.5) = 0.012 > 0.01 \quad \therefore V_{ce} = 14.7 \text{ ton}$$

REDUCCION POR CORTE DE VARILLAS

MOMENTO POSITIVO : NO HAY

(SOLO CORTE DE 1 #6 DENTRO DE PÁIS DE APOYO)



MOMENTO NEGATIVO

CORTE DE 2#6 $\frac{\Delta s_{MT}}{\Delta s} = \frac{5.07}{27.24} = 0.18 < 0.33$ NO HAY REDUCCION

CORTE DE 2#6 $\frac{\Delta s_{MT}}{\Delta s} = \frac{5.07}{21.54} = 0.24$ NO HAY REDUCCION

CORTE DE 2#8 $\frac{\Delta s_{MT}}{\Delta s} = \frac{10.14}{15.84} = 0.64 > 0.33$
 $V'_{ce} = 0.7 V_{ce} = 10.3 \text{ ton}$

REVISION DE $V_{UMAX} = 40 \text{ ton}$

$$25 \text{ Fe } 6d \sqrt{f'_c} = 25 \times 0.8 \times 40 \times 72.5 \times \sqrt{160} = 73.36 \text{ ton} > V_{UMAX}$$

ESTRIBOS DE 2 BARRAS $f_y = 3000 \text{ kg/cm}^2$ #3 $\Delta U = 2.84 \text{ cm}^2$

PRIMER TRAMO

$$S = \frac{0.8 \times 2.84 \times 3000 \times 72.5}{(40.0 - 14.7) \times 1000} = 19.5 \sim 20 \text{ cm}$$

SEGUNDO TRAMO A PARTIR DE 2m

$$V_u = 30 \text{ ton} \quad V_{ce} = 14.7$$

$$S = \frac{0.8 \times 2.84 \times 3000 \times 72.5}{(30 - 14.7) \times 1000} = 32 \text{ cm} \approx 30 \text{ cm}$$

EN TRAMO CENTRAL

$$V_u = 23 \text{ ton} \quad V_{ce} = 10.3$$

$$S = \frac{0.8 \times 2.84 \times 3000 \times 72.5}{(23 - 10.3) \times 1000} = 39 \sim 40 \text{ cm}$$

REVISION SEPARACION MAXIMA

$$S_c \frac{F_e \Delta U f_y}{3.5 b} = 48 \text{ cm}$$

$$1.5 \text{ Fe } 6d \sqrt{f'_c} = 1.5 \times 0.8 \times 40 \times 72.5 \times \sqrt{160} = 44 \text{ ton} > V_{UMAX}$$

$$s < 0.5d = 0.5 \times 72.5 = 36 \sim 35 \text{ cm} \quad (\text{RIGE PARA EL TRAMO CENTRAL})$$

REVISION DE AGRIETAMIENTO

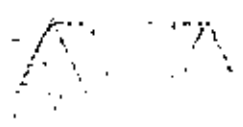
MOMENTO POSITIVO

$$f_s = \frac{8760000}{0.9 \times 72.5 \times 24.39} = 2490 \text{ kg/cm}^2$$

$$d_o = 5 \text{ cm} \quad \Delta = 570 / (24.39 / 7) = 149$$

$$f_s \sqrt[3]{d_c \Delta} = 2490 \times \sqrt[3]{5 \times 149} = 22584$$

$$22584 < 40000$$



MOMENTO NEGATIVO

$$M = \frac{30.37 \times 10^5}{0.9 \times 72.5 \times 27.14} = 1710 \text{ kg/cm}^2$$

$$d_c = 5 \text{ cm}$$

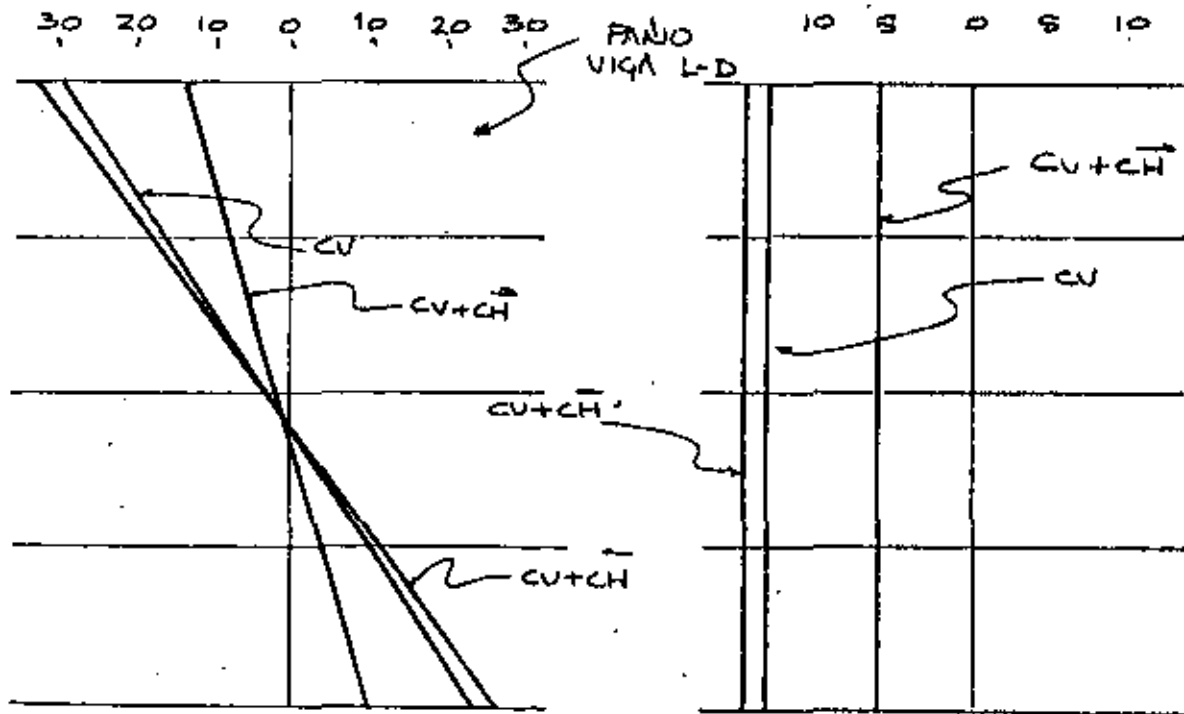
$$\lambda = \frac{600}{\frac{27.24}{8}} = 17.6$$

$$f_s \sqrt[3]{d \cdot \Delta} = 1710 \sqrt[3]{5 \times 176} = 16400 < 40000$$



DIAGRAMA MOMENTOS COLUMNA B-C

DIAGRAMA CORTANTES



PUNTO VIGA B-E

$$P_v = 36.96 = 37 \text{ ton}$$

COLUMNA B-C

REQUISITOS

$$\frac{20}{f_y} \leq \frac{\Delta_s}{\Delta_g} \leq 0.08$$

37 ton

$$\frac{20}{f_y} = \frac{20}{4200} = 0.00476$$

28 ton

$$\psi_B = \frac{21.33 + 72}{170.67} = 0.546$$

⊕

$$H = 400 - 20 - 30 = 350$$

$$\psi_C = \frac{21.33}{72} = 0.296$$

$$k = 1.15$$

⊖ 21 ton

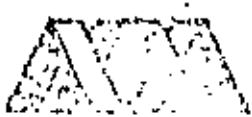
$$H' = Hk = 350 \times 1.15 = 402.5 \text{ cm}$$

37 ton

$$V = 0.3'h = 0.3 \times 40 = 12 \text{ cm}$$

$$\frac{H'}{r} = \frac{402.5}{12} = 33.54 > 22$$

(NO HAY EFECTOS DE ESBELTEZ)



$$M_c = F_a M_z = F_a \times 32.5 \text{ ton-m}$$

$$F_a \geq \begin{cases} \frac{C_m}{1 - P_u/P_c} \geq 1.0 \\ \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_c}} \geq 1.0 \end{cases} \quad \begin{aligned} C_m &= 0.6 + 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \\ P_c &= \frac{F_c \pi^2 E I}{(H)^2} \quad ; \quad EI = 0.4 \frac{E_c I_g}{(1+U)} \\ U &= \frac{M_{u,v}}{M_{u,max}} \end{aligned}$$

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{2.6}{32.5} = 0.28 < 0.4 \rightarrow C_m = 0.4$$

$$EI = 0.4 \frac{41400 \times 21.33 \times 10^4}{\left[1 + \left(\frac{2.6}{32.5}\right)^2\right]} = 6.74 \times 10^9$$

$$P_c = \frac{0.85 \times 10^3 \times 6.74 \times 10^9}{402.5^2} = 349 \text{ ton}$$

$$\frac{C_m}{1 - P_u/P_c} = \frac{0.4}{1 - \frac{37}{349}} = 0.45$$

$$1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_c} = \frac{10}{1 - \frac{2737}{27349}} = 1.12 = F_a$$

EXCENTRICIDAD ACCIDENTAL

$$0.05 \times h = 0.05 \times 40 = 2 \text{ cm}$$

$$e = 2 + \frac{28 \times 1.12}{37000} \times 10^5 = 87 \text{ cm.}$$

$$\frac{e}{h} = 2.2 \quad K = \frac{P_u}{F_c b h^3 P_c} = \frac{37000}{0.85 \times 140^3 \times 136} = 0.2$$

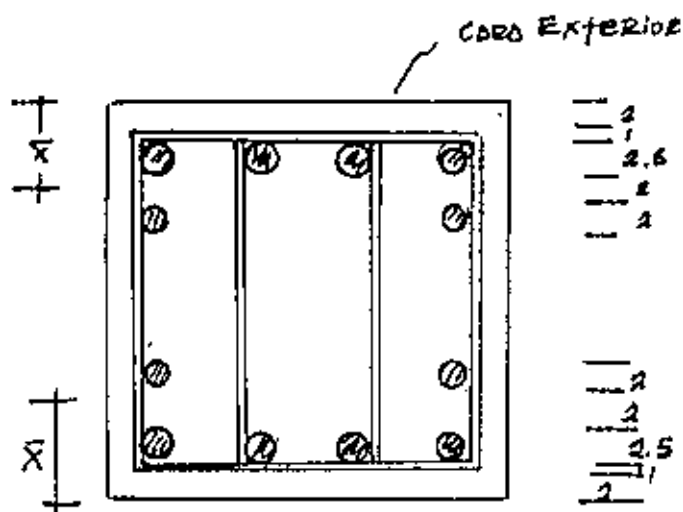
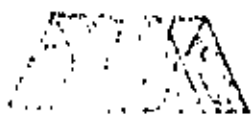
$$\frac{d}{h} = 0.85 \quad R = \frac{M_u}{F_c b h^2 P_c} = 0.43$$

$$\rightarrow g = 1.0$$

$$P = 1.0 \frac{136}{4200} = 0.032 < P_{max}$$

$$A_s = 0.32 \times 140 \times 140 = 51.2 \text{ cm}^2$$

$$ARMADO \quad A_s = 8 \# 8 + 4 \# 0 = 40.56 + 11.40 = 52.06 \text{ cm}^2$$



$$\bar{x} = 5.5 \text{ cm.}$$

$$d = 40 - 5.8 = 34.8$$

$$\frac{d}{h} = \frac{34.8}{40} = 0.86 \approx 0.85$$

REFUERZO TRANSVERSAL

$$V_u = 15 \text{ ton.}$$

$$\rho, 0.01$$

$$V_{cr} = b d 0.5 \times F_w \sqrt{f_c'} = 0.5 \times 0.85 \sqrt{160 \times 40 \times 34.5} = 7.4 \text{ Ton.}$$

$$0.7 f_c' A_g + 2000 A_s = 0.7 \times 160 \times 40^2 + 2000 \times 52.06 = 28320 \text{ kg.} = 283 \text{ ton} > P_u$$

$$V_{cr}' = V_{cr} (1 + 0.007 (P_u / A_g))$$

$$= 7.4 (1 + 0.007 \frac{283000}{40^2}) = 8.6 \text{ ton}$$

ESTRIBOS # 3 2RDMAS

$$A_u = 2.84 \text{ cm}^2 \quad f_y = 3200 \text{ kg/cm}^2$$

$$s = \frac{F_r A_u f_y d}{V_u - V_{cr}} = \frac{0.8 \times 2.84 \times 3200 \times 34.5}{15000 - 8600} = 39 \text{ cm.}$$

$$S_{MAX} \geq \left| \frac{850}{V_f} d_b^2 = \frac{850}{\sqrt{4200}} 1.9 = 249 \sim 25 \text{ cm} = S \right.$$

$$40 d_b = 40 \times 0.95 = 38 \text{ cm.}$$

$S = 12 \text{ cm.}$ Hasta $d = 60 \text{ cm.}$ de LA INTERSECCIÓN CONTRABES.



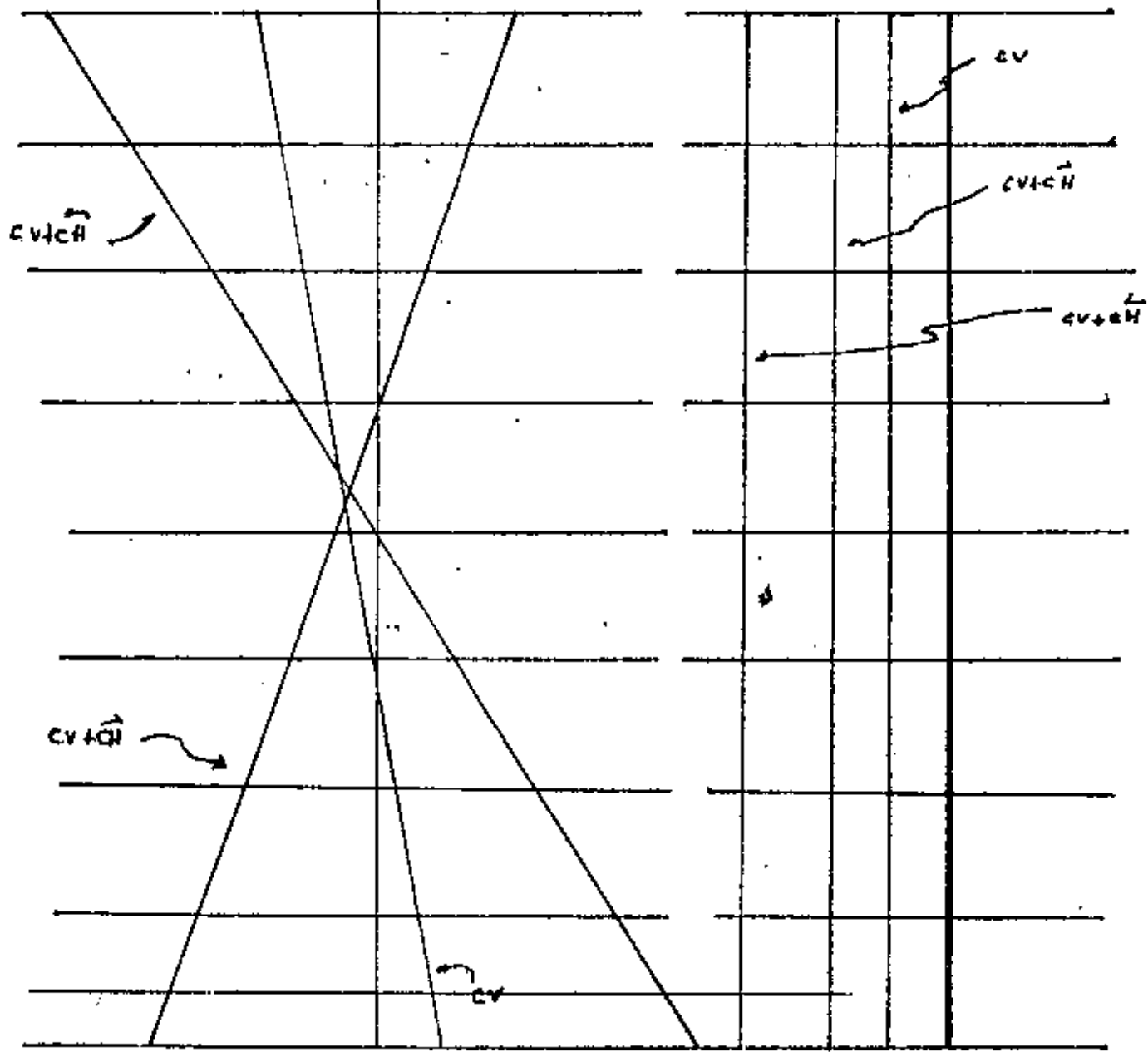
DIAGRAMA DE MOMENTOS

COLUMNA AB

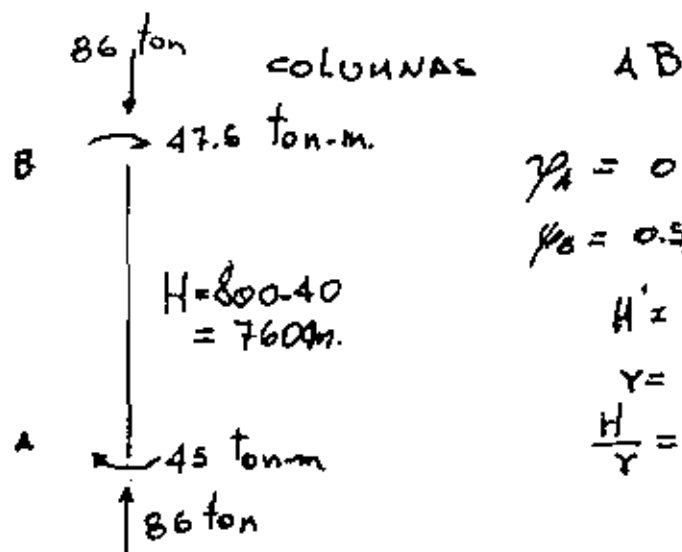
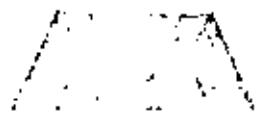
DIAGRAMA CORTANTES.

-50 -40 -30 -20 -10 0 10 20 30 40 50
 | | | | | | | | | |

10 5 0
 | | |



$N_u = 85.96 \approx 86 \text{ ton.}$



$$\gamma_A = 0$$

$$\gamma_B = 0.546$$

$$\rightarrow K = 1.1$$

$$H' = HK = 760 \times 1.1 = 836 \text{ cm.}$$

$$r = 0.3 h = 0.3 \times 60 = 18 \text{ cm.}$$

$$\frac{H}{r} = \frac{836}{18} = 46.4 > 22$$

(EXISTE EFECTO DE ESBELTEZ)

$$M_c = M_2 F_a = 47.5 F_a$$

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{46}{47.5} = 0.22 \rightarrow C_m = 0.4$$

$$EI = 0.4 \frac{141400 \times 72 \times 10^4}{\left(1 + \frac{10}{47.5}\right)} = 8.4 \times 10^{10}$$

$$P_c = \frac{0.85 \times \pi^2 \times 8.4 \times 10^{10}}{836^2} \approx 1008 \text{ ton.}$$

$$\frac{C_m}{1 - P_u/P_c} = \frac{0.4}{1 - \frac{86}{1008}} = 0.44$$

$$1 - \frac{P_u}{P_c} = \frac{1}{1 - \frac{86}{1008}} = 1.01 = F_a$$

EXCENTRICIDAD ACCIDENTAL $0.05h = 0.05 \times 60 = 3 \text{ cm} > 2 \text{ cm.}$

$$e = 3 + \frac{47.5 \times 10^5 \times 1.1}{86000} = 64 \text{ cm.}$$

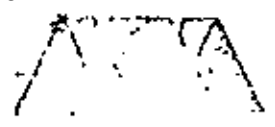
$$\frac{e}{h} = \frac{64}{60} = 1.07 \sim 1.1 \quad \frac{d}{h} = 0.90$$

$$K = \frac{86000}{0.85 \times 40 \times 60 \times 136} = 0.31 \rightarrow \rho = 0.55$$

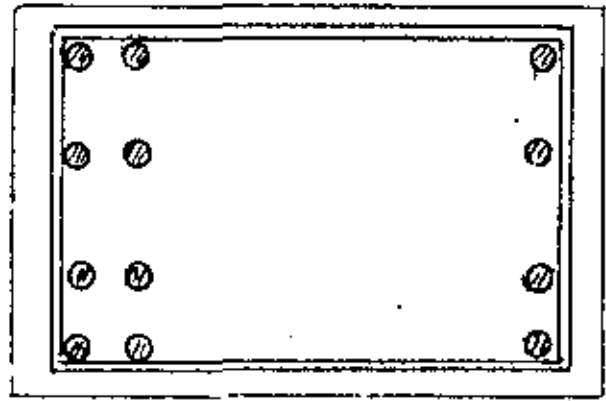
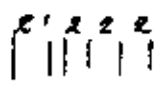
$$R = \frac{86000 \times 64}{0.85 \times 40 \times 60^2 \times 136} = 0.33$$

$$P = 0.55 \times \frac{136}{4000} = 0.0178 < P_{\max.}$$

$$A_s = 0.0178 \times 40 \times 60 = 42.74 \text{ cm}^2$$



ARMADO $4 \text{ us } \# 8 + 8 \# 6 = 20.28 + 22.80 = 42.08 \text{ cm}^2$



PARE EXTERIOR

+ 6 +
 $\frac{d}{h} = 0.9$

25 ± 3
+ +
5.25
 $\frac{d}{h} = 0.91 \approx 0.9$

REFUERZO TRANSVERSAL

$V_u = 13 \text{ ton}$

$P > 0.01 \quad V_c = 0.8 \times 0.5 \times \sqrt{160} \times 40 \times 54 \approx 10.1 \text{ ton}$

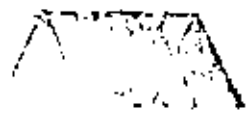
$0.7 \sqrt{f_c} A_g + 2000 A_s = 0.7 \times 160 \times 40 \times 60 + 2000 \times 42.08 \approx 355 \text{ ton} > P_u$

$V_{ce} = V_c (1 + 0.007 (P_u / A_g)) = 10.1 (1 + 0.007 \frac{80000}{40 \times 60})$
 $= 12.63 \approx V_u$

SE PROPORCIONA EL REFUERZO TRANSVERSAL MINIMO

ESTRIBOS #3 2 RAMAS $A_v = 2.84 \text{ cm}^2$

$s = 25 \text{ cm}$ (IDEM COLUMNA B-C)



EST 2 RAMOS @ 25

60 cm.

#3 2 RAMOS @ 12 cm.

X →

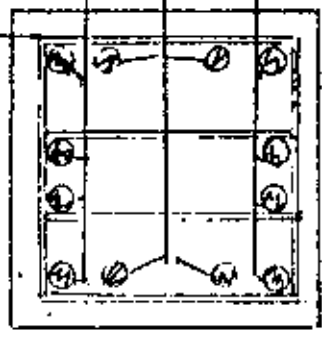


60 cm.

Est #3 2 RAMOS @ 12

Est #3 @ 25

4#8 4#6 4#8



2#6 + 2#8

4#6

2#6

2#6 + 2#8

← 180 EST. #3 2 RAMOS @ 20 cm. →



4#8

8#6

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS
DE CONCRETO REFORZADO (DEL 15 AL 28 DE OCTUBRE DE 1979)

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

- | | |
|--|---|
| 1. NICOLAS ARELLANO CHABOLLA
Pedro Antonio de los Santos 104-205
San Miguel Chapultepec
México, D. F.
Tel: 5-15-27-22 | PROYECTOS Y ASESORAMIENTOS DE
INGENIERIA SANITARIA
Génova No. 33-104
Col. Juárez
México 6, D. F.
Tel: 5-28-72-43 |
| 2. JORGE J. CANSECO LOPEZ
Hda. Molino de Flores No. 53
Bosques de Echeagaray
Naucalpan, Edo. de México
Tel: 5-60-61-12 | D. D. F. DIRECCION GENERAL DE CONSTRUCCION Y OPERACION HIDRAULICA
San Antonio Abad No. 231-7o. Piso
Col. Obrera
México 8, D. F.
Tel: 5-78-26-74 |
| 3. LUIS DE LA GARZA GONZALEZ
Río Marne 2-3
Col. Cuauhtémoc
México 5, D. F.
Tel: 5-92-26-80 | INGENIEROS Y ARQUITECTOS CONSULTORES;
S. C.
Félix Berenquer No. 126-1er'Piso
Lomas Virreyes
Tel: 5-40-72-20 |
| 4. CARLOS MANUEL DIAZ WOOD
Av. 18 de octubre No. 60
Santa Clara
Minatitlan, Ver.
Tel: 4-15-73 | |
| 5. ADAN FALCON HERRERA
Morelos 26-3
Col. Progreso San Angel
México 20, D. F.
Tel: 5-50-30-60 | |
| 6. SERGIO GALLECOS MEZA
Av. Paseo Tijuana Edif. 2 Dep. 4
Zona del Río
Tijuana, B. C. | INSTITUTO TECNOLOGICO REGIONAL DE
TIJUANA
Tijuana, B. C. |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO (DEL 15 AL 28 DE OCTUBRE DE 1979)

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

- | | |
|---|---|
| 7. CARLOS W. GARCIA PESCADOR
Lerdo No. 272-420 "E" Edif.
Frco. Zarco
Unidad Tlalotelco
México 3, D. F.
Tel: 5-83-10-42 | SECRETARIA DE ASENTAMIENTOS HUMANOS Y OBRAS PUBLICAS
Xola y Av. Universidad
Col. Narvarte
México 7, D. F.
Tel: 5-30-33-36 |
| 8. ANGEL GARFAS FLORES
Blvd. Bosques de Europa 49-B
Fracc. Bosques de Aragón
México, D. F. | PULLMAN SWINDELL, DE MEXICO
Blvd. Manuel Avila Camacho No. 40-70, Pisc
Naucalpan, Edo. de México
Tel: 5-57-53-00 |
| 9. JOSE DE J. GONZALEZ GARCIA GRANADOS
Nicolás San Juan No. 452
Col. del Valle
México 12, D. F.
Tel: 5-23-36-41 | A.C.V. CONSTRUCCIONES, S. A.
Av. Desierto de los Leones No. 4938
Col. del Valle
México 12, D. F.
Tel: 5-95-88-14 |
| 10. PEDRO GONZALEZ VERA
Av. México No. 2
Col. El Retiro
Tuxtla Gutiérrez, Chiapas
Tel: 2-11-77 | U.N.A.CH. |
| 11. CELSO GUERRERO MACIAS
Torres Adalid 1557-209
Col. Narvarte
México 12, d. F.
Tel: 5-25-02-90 | SERVICIOS PROFESIONALES DE INGENIERIA, S.A.
Melchor Ocampo No. 445
Col. Anzures
México 5, D. F.
Tel: 5-25-02-90 |
| 12. HUMBERTO JASO MENDOZA
Cascada del Angel No. 39
Fuentes de Satélite
Edo. de México
Tel: 5-72-44-51 | SERVICIOS METROPOLITANOS, S. A. DE C. V.
Insurgentes Sur No. 1802
Col. Florida
México, D. F.
Tel: 5-24-65-99 |
| 13. FERNANDO LANGDE LANGLE
Playa Pichilingue No. 158
Col. Reforma Ixtaccihuatl
México 13, D. F.
Tel: 5-39-55-67 | CIA. DE LUZ Y FUERZA DEL CENTRO, S.A.
Melchor Ocampo No. 171
Col. Anáhuac
México, D. F.
Tel: 5-18-00-80 Ext. 123 |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE
CÓNCRETO REFORZADO (DEL 15 AL 28 DE OCTUBRE DE 1979)

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
14. RENE LOPEZ GARCES Godard 117 Col. Héroe de Nacozari México 15, D. F.	ICATEC, S. A. González de Cosío No. 24 Col. del Valle México 12, D. F.
15. ANTONIN LOPEZ LOPEZ Calz. Vallejo No. 359 Col. H. de Nacozari México 15, D. F. Tel: 3-55-55-51	
16. ASUNCION MARTIN MARTIN Angel Flores 1873 Col. Aurora Culiacan, Sin. Tel: 3-65-28	UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SINALOA Ciudad Universitaria Culiacán, Sin.
17. ENRIQUE B. MEJIA ARGUETA 1er. Pje. 1-A No. 523 Col. Militar San Salvador Tel: 217156	
18. JOEL MENDOZA JIMENEZ Unidad Hab. Patera II Edif. 40-14 Col. Vallejo México 14, D. F.	SECRETARIA DE AGRICULTURA Y RECURSOS HIDRAULICOS Sierra Gorda No. 23 Lomas de Chapultepec México 10, D. F. Tel: 5-20-58-17
19. J. SALVADOR MOZO ARISTA 19 Oriente No. 1005 Puebla, Pue. Tel: 43-58-13	PROYECTO NEXPA SARH
20. JAVIER OLVERA GRAJALES Petén 580-2 Col. Vertiz-Narvarte México 13, D. F. Tel: 5-75-69-45	SECRETARIA DE AGRICULTURA Y RECURSOS HIDRAULICOS Sierra Gorda No. 23 Lomas de Chapultepec México, D. F. Tel: 5-20-58-17

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE DIMENSIONAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO (DEL 18 AL 28 DE OCTUBRE DE 1979)

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
21. ROGELIO REYES PUTADO Constitución No.43 Uruapan, Mich. Tel: 20317	CONSTRUCCIONES REYES Constitución No. 43 Uruapan, Mich. Tel: 20317
22. GUSTAVO ROMERO MARIN Lago. Ginebra No. 101 Col. Pencil México 17, D. F. Tel: 5-45-84-58	PRODUCTOS METACEL, S.A.
23. VICTOR A. ROSALES ORTEGA Aragón 281-2 Col. Alamos México 13, D. F. Tel: 5-90-13-14	CIA. DE LUZ Y FUERZA DEL CENTRO, S.A. Melchor Ocampo No. 171 Col. Anáhuac México, D. F. Tel: 5-44-47-76
24. ALFONSO TOVAR SANTANA Calz. R. Flores M. 205 Edif. V. Gro. B-704 Tlatelolco México 3, D. F. Tel: 5-83-29-37	E.S.I.A. Unidad Profesional Zacatenco Col. Lindavista México 14, D. F. Tel: 5-86-96-44
25. ARRIURO VILLALOBOS CRUZ Calle San León lote 20 Manzana 640 Sta. Ursula Coapa México 22, D. F. Tel: 6-77-21-59	SECRETARIA DE ASENTAMIENTOS HUMANOS Y OBRAS PUBLICAS Xola y Av. Universidad México, D. F.