

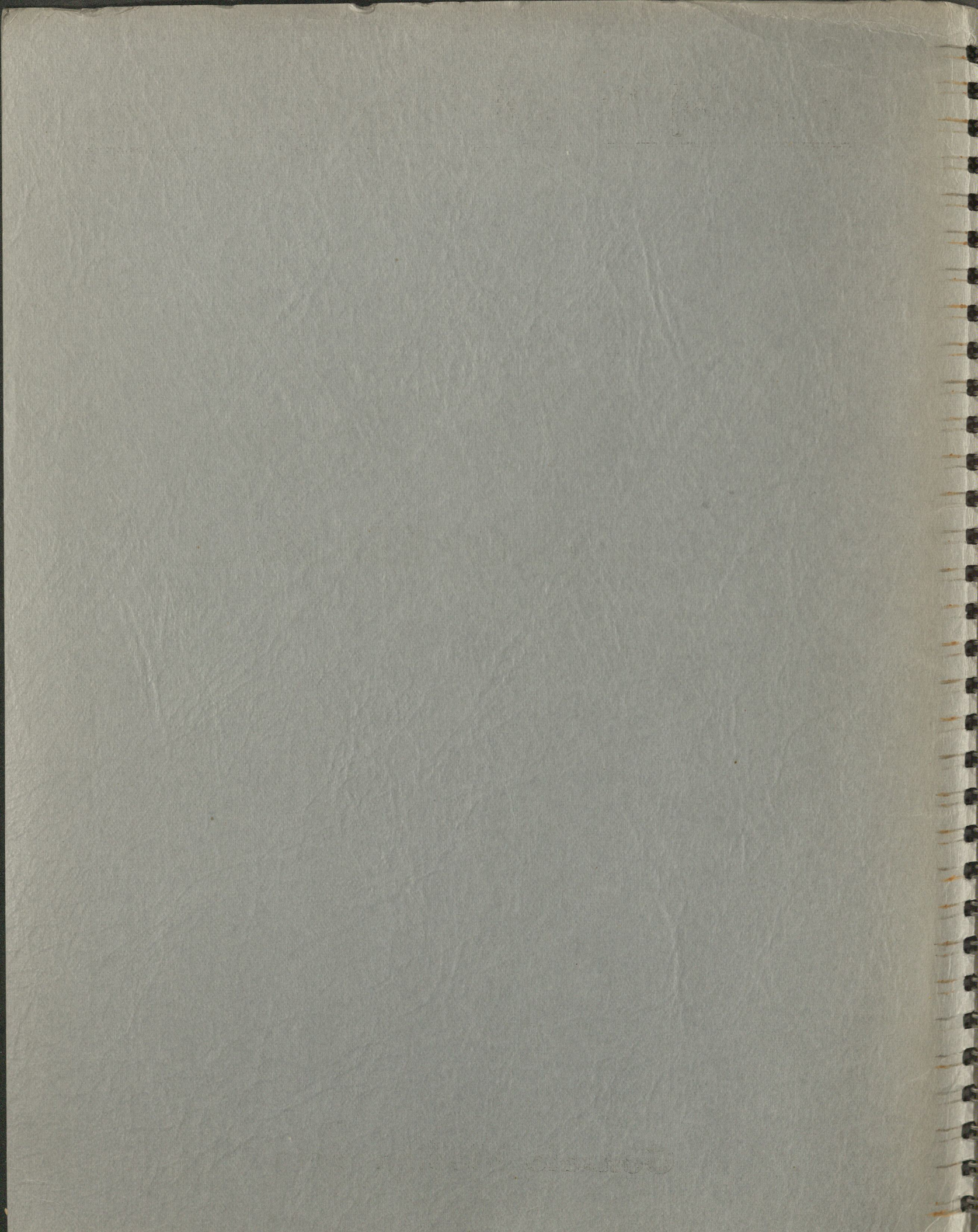
Universidad Nacional Autónoma de México

TESIS PROFESIONAL



MED.G
1940
ej.1

Gonzalo Medina Vela



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
ESCUELA NACIONAL DE INGENIEROS.

T E S I S

P A R A

E X A M E N P R O F E S I O N A L

D E

INGENIERO TOPOGRAFO E HIDROGRAFO.

AGOSTO DE 1940.

GONZALO MEDINA VELAZQUEZ

COLLEGE BOND

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
ESCUELA NACIONAL DE INGENIEROS.

T E S I S

A MIS PADRES:

P A R A

DR. MERCEDES VELA E. DE MEDINA

E X A M E N P R O F E S I O N A L

D E

INGENIERO TOPOGRAFO E HIDROGRAFO.

AGOSTO DE 1940.

GONZALO MEDINA VELA.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
ESCUELA NACIONAL DE INGENIEROS.

T E S I S

P A R A

E X A M E N P R O F E S I O N A L

D E

INGENIERO TOPOGRAFO E HIDROGRAFO.

AGOSTO DE 1940.

GONZALO MEDINA VELAZ

T
O
P
O
G
R
A
F
I
A

B
O
N
I
F

A MIS PADRES:

DRA. MERCEDES VELA E. DE MEDINA

y

GONZALO MEDINA AVILA,

CON TODO CARIÑO Y GRATITUD.

LEONARDO BOND

TOLTI

A MIS PADRES

DR. MERCEDES VELA B. DE MEDINA

7

GONZALO MEDINA AVILA

CON TODO CARINO Y GRATITUD.

ESCUELA NAC. DE INGENIEROS.
Dirección.
Número 731 - 973
Exp. Núm. 731/214.27-508.

Al Presente señor Gonzalo Medina Vela,
Presente.

A MIS DISTINGUIDOS MAESTROS:

De conformidad con su solicitud relativa,
por usted a continuación el tema, que aprobado por
esta Dirección, propone el señor Profesor Ing. Isidro
G. Orozco, para que lo presente usted como tesis en
su examen profesional.

ING. ISIDRO G. OROZCO,

DR. JOAQUIN GALLO,

ING. RICARDO TOSCANO,

DR. VALENTIN GAMA,

ING. NICOLAS DURAN,

ING. ALFONSO DE LA O e

ING. EMILIO ZUBIAGA,

RESPECTUOSAMENTE.

Rférica.

Ing. Mariano Rostera.

EM/TH/14.

copias.

BOND

A MIS DISTINGUIDOS MAESTROS:

ING. ISIDRO G. GONZALEZ

DR. JOAQUIN GALLO

ING. RIBARDO FIGUEROA

DR. VALENTIN GAMA

ING. NICOLAS DURAN

ING. ALFONSO DE LA O

ING. EMILIO SUBIAGA

RESPECTUOSAMENTE.

CAVENDISH

ESCUELA NAC. DE INGENIEROS.
Dirección.
Número 731 - 973
Exp. Núm. 731/214.2/-508.

Al Pasante señor Gonzalo Medina Vela,
P r e s e n t e .

De conformidad con su solicitud relativa, doy a usted a continuación el tema, que aprobado por esta Dirección, propone el señor Profesor Ing. Isidro G. Orozco, para que lo desarrolle usted como tesis en su examen profesional de Ingeniero TOPOGRAFO E HIDROGRAFO:

"Estudio analítico y su aplicación gráfica de la relación entre una fotografía y el plano que de ella se puede obtener."

Atentamente,

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
México, D. F., a 12 de agosto de 1940.

EL DIRECTOR,

Rúbrica.

Ing. Mariano Moctezuma.

MM/TB/ib.

copió:lma.

BOGOTÁ, D. C., DE ENERO DE 1940.
Dirección.
Número 731 - 973
Exp. Núm. 731/214.2/-508.

Al Presente señor General Medina Vélez.
Presente.

Se conferenció con su solicitud relativa
de la parte de continuación el tema, que suscitado por
esta Dirección, propone el señor Efraim J. Laido
G. Orozco, para que se desarrolle el tema como tesis en
su examen profesional de Ingeniería FOTOGRAFIA Y HIDRO-
GRAFIA.

"Estudio analítico y su aplicación gráfica
de la relación entre una fotografía y el plano
que de ella se puede obtener".

Acerca de:

"POR MI BAHIA HABIANA EL ESPERITU"
México, D. F., a 12 de agosto de 1940.

EL DIRECTOR,

Editor.

Ing. Mariano Acosta

SECRETARÍA

copias.

I N D I C E .

CONVERGENCIA	31
DEDUCCION DE LA ELEVACION EQUIVALENTE....	18
DEDUCCION DE LA FORMULA DE INCLINACION...	41
DEDUCCION DEL VALOR DE e_r	36
DESPLAZAMIENTO DEBIDO AL RELIEVE	13
DESPLAZAMIENTO POR INCLINACION	36 y 43
DETERMINACION DE LA ELEVACION EQUIVALENTE	24
DETERMINACION DE Z_e POR MEDIO DE UN NOMOGRAMA	28 y 51
DETERMINACION DEL ISOCENTRO	45
DETERMINACION DEL PUNTO A ESCALA	48
DIRECCION DEL EJE DE INCLINACION	44
ELECCION DE ESCALAS	3
ELEVACION EQUIVALENTE	15
EXISTENCIA DE LA ALTURA EQUIVALENTE	16
PRECUENCIA DE LA ESCALA-TIPO	3
INCLINACION	35
PUNTO A ESCALA	46
RELACION DE ESCALAS Y ALTURAS DE VUELO ..	29
RELACION ENTRE UNA FOTOGRAFIA Y UN MAPA..	12
SIGNIFICADO DE LAS DIFERENTES LETRAS EMPLEADAS EN ESTE TRABAJO	7

I N D I C E

31	CONVERGENCIA
18	DEDUCCION DE LA ELEVACION EQUIVALENTE
41	DEDUCCION DE LA FORMULA DE INCLINACION
36	DEDUCCION DEL VALOR DE σ
13	DETERMINACION DEBIDO AL RELIEVO
36 y 43	DETERMINACION POR INCLINACION
24	DETERMINACION DE LA ELEVACION EQUIVALENTE
38 y 51	DETERMINACION DE σ POR MEDIO DE UN NIVEL GRAMA
43	DETERMINACION DEL ASPECTO
48	DETERMINACION DEL PUNTO A ESCALA
44	DIRECCION DEL EJE DE INCLINACION
3	ELECCION DE ESCALAS
13	ELEVACION EQUIVALENTE
16	EXISTENCIA DE LA ALBURA EQUIVALENTE
3	FRECUENCIA DE LA ESCALA-TIPO
33	INCLINACION
46	PUNTO A ESCALA
29	REACCION DE ESCALAS Y ALBURA DE VUELO
12	REACCION ENTRE UNA FOTOGRAFIA Y UN MAPA
7	SIGNIFICADO DE LAS DIFERENTES LETRAS EN PLANTAS DE ESTE TRABAJO

rreno y a la fotografía, será constante para todas las rectas del terreno impresas en la vista. Esta condición es difícil de llenar en la práctica, por lo tanto es necesario

La fotogrametría aérea tiene por objeto la obtención de planos por medio de fotografías, esto es, el estudio de las transformaciones que ha de sufrir una fotografía hasta convertirse en plano topográfico.

Este método de levantamiento topográfico no -- nuevo, pero sí poco conocido en México, es el más económico y rápido para planificar extensiones grandes de topología variada, de regiones inaccesibles, reduciendo el trabajo de campo al mínimo y teniendo al mismo tiempo -- las vistas de la extensión planificada para usos diversos. La fotogrametría aérea nos da fotografías que no -- son planos puesto que rara vez terreno y vistas son paralelos al momento de la exposición, además el terreno de relieve quebrado produce en la vista deformaciones que -- la alejan de ser un plano topográfico, encontrándose en ella un sinnúmero de escalas. La fotogrametría aérea -- tiene como primer propósito la rectificación de la vista y la deducción de las escalas que contiene.

Si consideramos un terreno plano sin elevaciones y horizontal, una foto de él paralela al mismo, nos da una relación: $\frac{\text{TERRENO}}{\text{FOTO}} = \text{CONSTANTE}$. Una recta -- del terreno estará representada en la foto por una recta a escala que dadas las condiciones que impusimos al te--

La fotogrametría aérea tiene por objeto la ob-
tención de planos por medio de fotografías, esto es, el
estudio de las transformaciones que ha de sufrir una li-
nearización hasta convertirse en plano topográfico.

Este método de levantamiento topográfico no
nuevo, pero sí poco conocido en México, es el más econó-
mico y rápido para planificar extensiones grandes de ter-
ritorio variada, de regiones inaccesibles, reduciendo el
trabajo de campo al mínimo, y reduciendo al mismo tiempo
las vistas de la extensión planificada para uno o dos
aerofotogrametría aérea nos da fotografías que no
son planos puesto que para ver terreno y vistas son
lejos al momento de la exposición, además el terreno de
relieve quebrado produce en la vista deformaciones que
la afectan de ser un plano topográfico, encontrándose en
ella un aumento de escalas. La fotogrametría aérea
tiene como primer propósito la rectificación de la vista
y la deducción de las escalas que contiene.

Si consideramos un terreno plano sin elevacio-
nes y horizontal, una foto de él paralela al mismo, nos
da una relación: $\frac{\text{TERRENO}}{\text{FOTO}} = \text{CONSTANTE}$. Una recta
del terreno estará representada en la foto por una recta
a escala que da las condiciones que imprimen al ter-

rreno y a la fotografía, será constante para todas las rectas del terreno impresas en la vista. Esta condición es difícil de llenar en la práctica, por lo tanto es necesario encontrar en la vista puntos de elevación conocida y de distancias de separación también conocidas, (puntos de control), una línea que una dos de estos puntos recibe el nombre de ESCALA-TIPO. Por regla general tres (cuando menos) escalas-tipo se emplean para determinar la escala de un plano común de referencia. Muy frecuentemente la elevación a la cual la escala fotográfica es correcta, difiere en cada una de las líneas-escalas-tipo que han sido fotografiadas por eso es necesario convertir estas diferentes escalas-tipo a una sola de un plano común de referencia. El plano de referencia dado por tres o más escalas-tipo, es horizontal cuando las escalas deducidas para él son iguales entre sí, y es oblicuo cuando difieren entre sí, o inversamente la fotografía será horizontal en el primer caso e inclinada en el segundo. Deducida la inclinación de la foto ya puede comenzarse la elección de escalas y luego la del plano de referencia que ha de normar la vista.

La fotogrametría comienza en el revelado de la placa y consta de las siguientes operaciones: Inspección del contenido de la vista para la determinación de las escalas más convenientes, la deducción de las esca-

tramo y a la fotografía, será constante para todas las
 rectas del terreno representadas en la vista. Este condi-
 ción es difícil de llenar en la práctica, por lo tanto
 es necesario encontrar en la vista puntos de elevación
 conocida y de distancias de separación también conoci-
 das (puntos de control), una línea que una dos de es-
 tos puntos recibe el nombre de ESCALA-TIPO. Por re-
 gla general tres (cuando menos) escalas-tipo se emplean
 para determinar la escala de un plano común de referen-
 cia. Muy frecuentemente la elevación a la cual se es-
 cala fotográfica es correcta, difiere en cada una de -
 las líneas-escalas-tipo que han sido fotografiadas por
 eso es necesario convertir estas diferentes escalas-ti-
 po a una sola de un plano común de referencia. El -
 plano de referencia dado por tres o más escalas-tipo,
 es horizontal cuando las escalas deducidas para él son
 iguales entre sí, y es oblicuo cuando difieren entre -
 sí, e inversamente la fotografía será horizontal en el
 primer caso e inclinada en el segundo. Deducida la -
 inclinación de la foto ya puede comenzarse la elección
 de escalas y luego la del plano de referencia que ha -
 de formar la vista.

La fotografía comienza en el revelado de la
 placa y consta de las siguientes operaciones: inspec-
 ción del contenido de la vista para la determinación de
 las escalas más convenientes, la deducción de las esca-

las-tipo y la determinación de las distancias y elevaciones de los diferentes puntos que aparecen en la foto, por último la formación del plano.

ELECCION DE ESCALAS.

La escala correcta del plano de referencia se determina valiéndose de puntos fijos (puntos de control) y que en la vista deben destacarse con toda claridad; la línea fotografiada definida por estos puntos recibe el nombre de Escala-tipo. La obtención de los puntos de control debe hacerse aprovechando todo dato que exista en la región y que los fije y luego haciendo una selección de ellos, para determinar cuales son las escalas más convenientes, obtenidas éstas, todas las demás medidas se harán sobre las vistas reduciendo al mínimo el costo. Los puntos de control deberán ser debidamente marcados en las fotos-índices (líneas levantadas por métodos topográficos comunes y elevaciones acotadas).

FRECUENCIA DE LA ESCALA-TIPO.

Una revisión rápida de la naturaleza de la región y del contenido de la vista respectiva da siempre idea de la frecuencia de las escalas-tipo. Cuando el vuelo es uniforme, de altura constante y sin ángulos fuertes de inclinación, y el terreno relativamente plano se requiere control cada 10 o 12 fotos, pero si el terreno es accidentado y las placas tienen ángulos de inclinación, el control deberá ser más frecuente.

3.
Las tipo y la determinación de las distancias y elevaciones de los diferentes puntos que aparecen en la foto, por último la formación del plano.

SELECCIÓN DE ESCALAS.

La escala correcta del plano de referencia se -
determina valiéndose de puntos fijos (puntos de control) y que en la vista deben destacarse con toda claridad; las líneas fotográficas definidas por estos puntos recibe el nombre de Escala-tipo. La obtención de los puntos de control debe hacerse aprovechando todo dato que exista en la región y que los tipos y luego haciendo una selección de ellos, para determinar cuáles son las escalas más convenientes, obtenidas éstas, todas las demás medidas se harán sobre las vistas reduciendo al mínimo el costo. Los puntos de control deberán ser rápidamente marcados en las fotos-índices (líneas levantadas por métodos topográficos comunes y elevaciones exactas).

FRECUENCIA DE LA ESCALA-TIPO.

Una revisión rápida de la naturaleza de la región y del contenido de la vista respectiva de siempre indica de la frecuencia de las escalas-tipo. Cuando el vuelo es uniforme, de altura constante y sin ángulos fuertes de inclinación, y el terreno relativamente plano no se requiere control cada 10 o 12 fotos, pero si el terreno es accidentado y las plazas tienen ángulos de inclinación, el control deberá ser más frecuente.

La selección de fotografías que den líneas-escalas-tipo deberán normarse de la manera siguiente:

Las fotografías deberán tener puntos ventajosamente situados, preferentemente se tomarán aquellos que tengan coordenadas topográficas y que han sido utilizados para el plano de la región, las líneas-escalas-tipo deberán de preferencia ser comunes en fotos distintas, - pues así adquieren más precisión las vistas sobrepuestas, deberán despreciarse aquellas fotos de gran inclinación y sobre todo las que tengan puntos de control -- dudosos.

La selección de las líneas-escalas-tipo deberán normarse de la manera siguiente:

Los puntos en que terminen las líneas-escalas-tipo, deberán estar perfectamente visibles en la fotografía, (intersección de caminos, canales, vías férreas, torres, chimeneas, esquinas de edificios bien definidos, estructuras sobre carreteras, vías férreas y canales; - las intersecciones son más valiosas cuando forman entre si ángulos no menores de 60° . Las líneas de cultivos, - matorrales, cambios de color en el terreno, pueden tomarse como puntos de control pero de segundo orden; --- cuando el terreno no presente características notables, deberá ponerse en él cruces encaladas o señales que las suplan), las líneas que luego se deduzcan en el gabinete deberán presentar también una buena impresión. Las

La selección de fotografías que den línea-
 calca-tipo deberán normarse de la manera siguiente:
 Las fotografías deberán tener puntos ventajosos
 mente situados, preferentemente se tomarán aquellas que
 tengan coordenadas topográficas y que han sido utiliza-
 dos para el plano de la región, las líneas-escalas-tipo
 deberán de preferencia ser comunes en fotos distintas,
 pues así adquirirán más precisión las vistas superposi-
 tas, deberán despreciarse aquellas fotos de gran incli-
 nación y sobre todo las que tengan puntos de control
 dudosos.

La selección de las líneas-escalas-tipo debe-
 rán normarse de la manera siguiente:
 Los puntos en que terminen las líneas-escalas-
 tipo, deberán estar perfectamente visibles en la foto-
 grafía, (intersección de caminos, canales, vías férreas,
 torres, chimeneas, esquinas de edificios bien definidos,
 estructuras sobre carreteras, vías férreas y canales);
 las intersecciones son más valiosas cuando forman entre
 sí ángulos no menores de 60°. Las líneas de cultivos,
 matorrales, campos de color en el terreno, pueden ser
 marcadas como puntos de control pero de segundo orden;
 cuando el terreno no presente características notables,
 deberá ponerse en él cruces encañados o señales que las
 suplan, las líneas que luego se dibujen en el gabinete
 se deberán presentar también una buena impresión. Las

líneas de control medidas en el campo deberán marcarse debidamente en el mosaico índice y las no medidas pero que aparecen claramente en él se marcarán distinguiéndolas de aquellas, usando tintas diferentes.

Cada escala-tipo deberá tener una longitud no menor de tres centímetros que abarquen cuando menos en el terreno 900 metros, naturalmente que las líneas férreas que no producen elevación en el costo del control terrestre deberán aprovecharse lo más que se pueda.

La frecuencia y precisión de las líneas de control darán la precisión del levantamiento aéreo, siendo más o menos profuso el control según el fin a que ha de destinarse el plano levantado por estos procedimientos.

La topología debe ayudar a la formación del control y así en las carteras de campo, deberán venir los croquis con rasgos que marquen la configuración del terreno ahorrando así trabajo e identificación notablemente.

Las distancias de puntos del terreno pueden obtenerse de las vistas que han sido rectificadas, pues siempre existen en la región puntos fijos, las carreteras y vías férreas dan estas distancias sin elevar el costo del control terrestre y sin recurrir al trabajo de campo se pueden determinar distancias horizontales ventajosamente; en las vías férreas sobre todo se en-

líneas de control medidas en el campo deberán marcarse
debidamente en el mosaico índice y las no medidas pero
que aparecen claramente en él se marcarán distintamente
bolas de aquellas, usando tintas diferentes.

Cada escala tipo deberá tener una longitud no
menor de tres centímetros que aparezcan cuando menos en
el terreno 200 metros, naturalmente que las líneas de
traza que no producen elevación en el costo del control
terrestre deberán aprovecharse lo más que se pueda.

La frecuencia y precisión de las líneas de con-
trol darán la precisión del levantamiento aéreo, siendo
más o menos preciso el control según el fin a que ha de
destinarse el plano levantado por estos procedimientos.

La topografía debe ayudar a la formación del
control y así en las carreteras de campo, deberán venir
los croquis con rasgos que marquen la configuración del
terreno ahorrando así trabajo e identificación notabi-
mente.

Las distancias de puntos del terreno pueden --
obtenerse de las vistas que han sido rectificadas, pues
siempre existen en la región puntos fijos, las carre-
tas y las líneas dan estas distancias sin elevar el
costo del control terrestre y sin recurrir al trabajo
de campo se pueden determinar distancias horizontales
ventajosamente; en las líneas sobre todo se en-

cuentran magníficos puntos fijos determinados por las estructuras que pueden servir como puntos terminales de las escalas tipo. La obtención de elevaciones del terreno y las necesidades para conocer su altura depende de la región fotografiada y la altura del vuelo. La variación de la escala fotografiada con las elevaciones del terreno varía inversamente con la altura de vuelo, por ejemplo, una diferencia de 33 M. causará un cambio en la escala, volando a 3300 M. de 1% y sólo 0.50% volando a 6600 M. Las elevaciones del terreno deberán ser consideradas cuando el área abarcada por la foto tenga variaciones en elevación de un medio por ciento de la altura del vuelo; cuando la naturaleza del terreno hace necesario el considerar sus elevaciones, es conveniente referirlas a una elevación común del área fotografiada y relacionar las demás fotos para que den la escala deseada. Los datos barométricos para dar alturas de puntos de control son utilísimos y no deben olvidarse, deberán marcarse estas estaciones aceptadas así, en el mosaico índice.

Siempre se procurará obtener la altura promedio de la región y si esto no fuera posible, una rápida revisión estereoscópica de las listas nos la dará.

Deberán ponerse sobre la impresión fotográfica marcando con pequeños círculos y a diferentes tintas los puntos de control y en el reverso de ellas la des--

encontrar magníficos puntos fijos determinados por las
 estructuras que pueden servir como puntos terminales de
 las escalas tipo. La obtención de elevaciones del ter-
 rreno y las necesidades para conocer su altura depende
 de la región fotografiada y la altura del vuelo. La
 variación de la escala fotografiada con las elevaciones
 del terreno varía inversamente con la altura de vuelo.
 Por ejemplo, una diferencia de 33 M. causará un cambio
 en la escala, volando a 3300 M. de 1% y sólo 0.50% volan-
 do a 6600 M. Las elevaciones del terreno deberán ser
 consideradas cuando el área abarcada por la foto tenga
 variaciones en elevación de un medio por ciento de la
 altura del vuelo; cuando la naturaleza del terreno hace
 necesario el considerar sus elevaciones, es conveniente
 referirse a una elevación común del área fotografiada
 y relacionar las demás fotos para que con la escala de-
 scienda. Los datos parométricos para dar alturas de pun-
 tos de control son útiles y no deben olvidarse, de-
 berán marcarse estas estaciones acapadas así, en el
 mosaico final.

Siempre es procurado obtener la altura prome-
 dia de la región y si esto no fuera posible, una rápida
 revisión estereoscópica de las listas nos la dará.
 Deberán pensarse sobre la impresión fotográfica
 cuando son pedales circulares y a diferentes listas
 los puntos de control y en el reverso de ellas la des-

cripción de los diferentes puntos y sus elevaciones. -
 Los caminos para la determinación de distancias debe--
 rán acompañar las fotos con las notas respectivas de -
 los diferentes puntos de control. La línea escala-ti-
 po deberá estar perfectamente descrita y acompañada de
 un croquis del terreno circundante. La descripción --
 deberá estar en la libreta de campo y en el reverso de
 la foto siendo más detallado en la primera, pero más -
 substancial en la segunda, si en el terreno no existie-
 ran puntos característicos, que es raro, se tendrán --
 que señalar, de aquí que el encargado de dar el control
 terrestre siempre tratará de encontrar puntos de fácil
 descripción y rápidamente identificables.

SIGNIFICADO DE LAS DIFERENTES LETRAS

EMPLEADAS EN ESTE TRABAJO.-

FIGURAS 1, 2, 3. y 4

- N' - Punto nodal posterior.
- N - Punto nodal anterior.
- L - Punto nodal anterior o estación al momento de la
exposición.
- f - Distancia principal. Es la perpendicular bajada
del punto nodal posterior al plano de la fotogra-
fía. Erróneamente llamada distancia focal.
- o - Es el punto principal y el pie de la perpendicu--
lar bajada, desde el punto nodal posterior a la -

descripción de los diferentes puntos y sus elevaciones.
 Los caminos para la determinación de distancias debe-
 rán acompañar las fotos con las notas respectivas de
 los diferentes puntos de control. La línea escalar-
 po deberá estar perfectamente descrita y acompañada de
 un croquis del terreno circundante. La descripción de
 deberá estar en la libreta de campo y en el reverso de
 la foto siendo más detallada en la primera, pero más
 sustancial en la segunda, si en el terreno no existie-
 ran puntos característicos, que se verá, se tendrán
 que señalar, de aquí que el enserado de dar el control
 terrestre siempre tendrá de encontrar puntos de fácil
 descripción y rápidamente identificables.

SIGNIFICADO DE LAS DIFERENTES LETRAS

EMPLAZADAS EN ESTE TRABAJO

FIGURAS 1, 2, 3, Y 4

- M - Punto nodal posterior.
- N - Punto nodal anterior.
- I - Punto nodal anterior o estación al momento de la
exposición.
- P - Distancia principal. Es la perpendicular bajada
del punto nodal posterior al plano de la fotogra-
fía. Irónicamente llamada distancia focal.
- O - Es el punto principal y el pie de la perpendicular
por bajada desde el punto nodal posterior a la

una vista sin inclinación. En una vista inclinada el rayo central ocupa el isocentro y el nadir.

POSICION DE MAPA.- Es la correcta posición de una imagen fotografiada corregida por inclinación y relieve.

$$H = LO$$

$$f = Lo$$

SP_e = Posición actual de la Escala

SP = Posición de la Escala del plano de referencia.

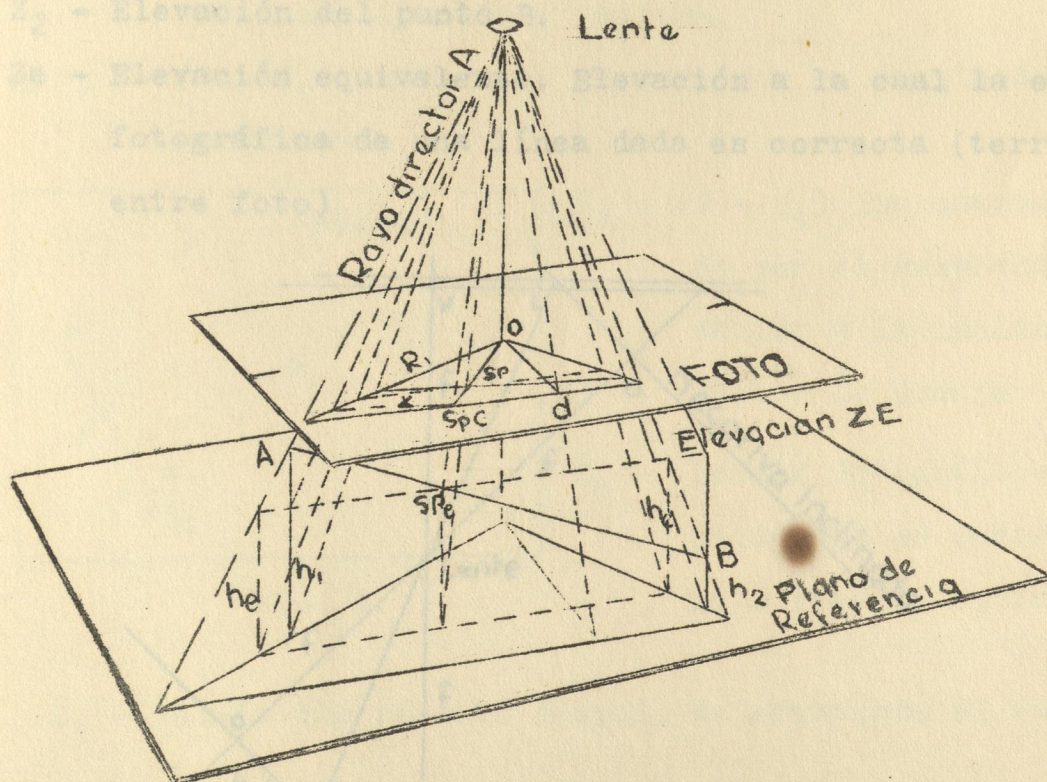


FIG. 2.

una vista sin inclinación. En una vista inclinada el
 rayo central coupe el eje óptico y el nadir.

POSICION DE MAPA. - En la correcta posición de
 una imagen fotografada corregida por inclinación y re-

- H = Lo
- f = Lo
- SP = Posición actual de la Escala
- SP = Posición de la Escala del plano
 de referencia.

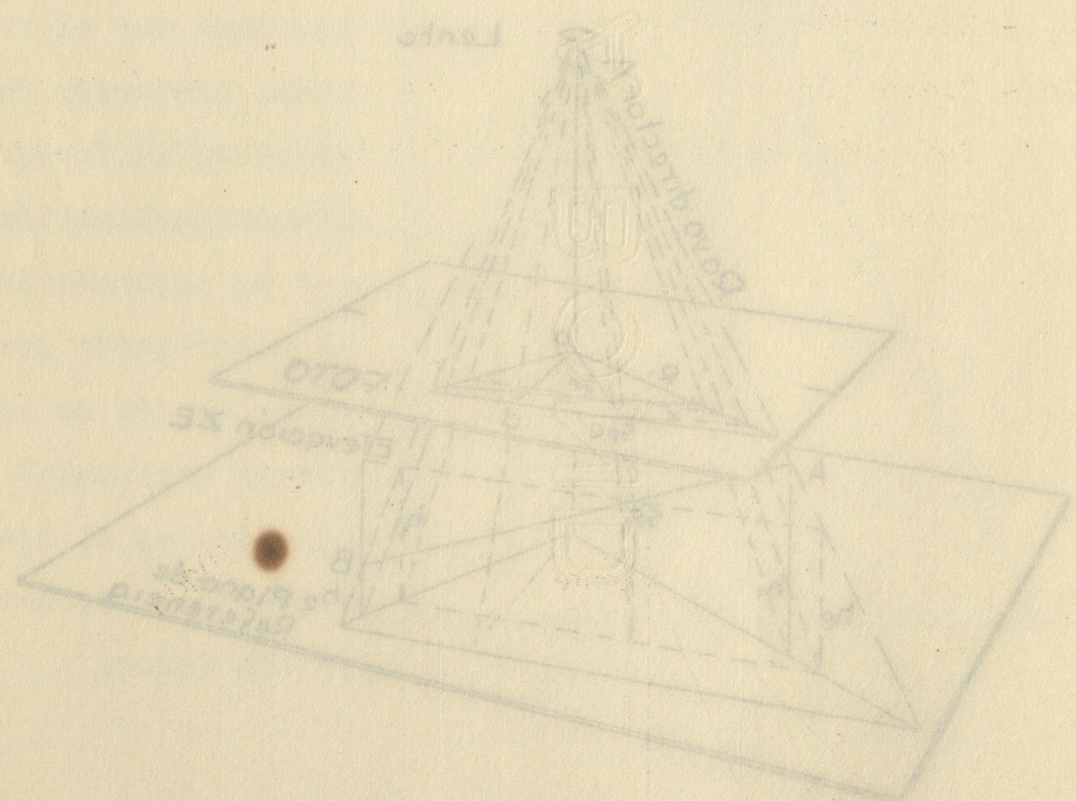


FIG. 2.

- X - La distancia comprendida del pie de la perpendicular bajada del punto principal a la línea escala tipo, a la imagen a de un punto del terreno y considerada como terminal más elevado.
- A - Punto de control.
- a - Imagen de A.
- B - Punto de control.
- b - Imagen de B.
- ab - Línea escala tipo
- D - Distancia horizontal entre A y B
- E_d - Elevación del plano de referencia.
- Z_1 - Elevación del punto A.
- Z_2 - Elevación del punto B.
- Z_e - Elevación equivalente. Elevación a la cual la escala fotográfica de una línea dada es correcta (terreno - entre foto)

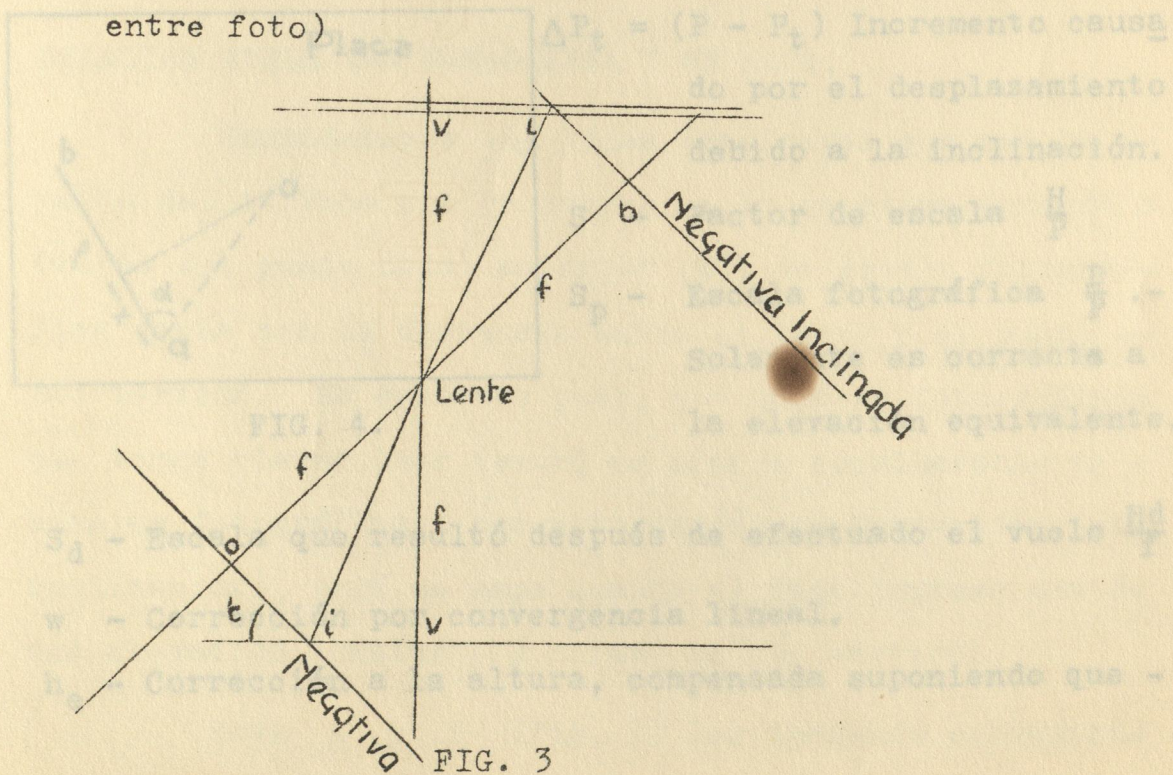


FIG. 3

- Z_{ec} = Z_e corregida por convergencia.
 H_d - Altura a la cual se verificó el vuelo sobre Z_d .
 H - Altura de vuelo predeterminada sobre Z_d
 H_e - Altura de vuelo sobre Z_e .
 h - Incremento en diferencia de elevaciones.
 P - Longitud de la fotografía de una línea escala-tipo.
 P_d - P corregida por inclinación y relieve.
 P_r = P corregida por relieve.
 P_t - Longitud de una línea escala-tipo corregida por inclinación
 ΔP_d - $(P - P_d)$ Incremento causado por el desplazamiento en inclinación y relieve.
 ΔP_r - $(P - P_r)$ Incremento causado por el desplazamiento en relieve.

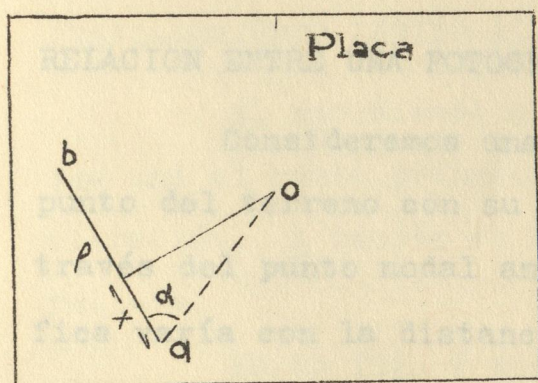


FIG. 4.

- $\Delta P_t = (P - P_t)$ Incremento causado por el desplazamiento debido a la inclinación.
 S - Factor de escala $\frac{H}{P}$
 S_p - Escala fotográfica $\frac{D}{P}$.- Solamente es correcta a la elevación equivalente.

- S_d - Escala que resultó después de efectuado el vuelo $\frac{H_d}{F}$
 w - Corrección por convergencia lineal.
 h_e - Corrección a la altura, compensada suponiendo que -

- Sec - Se corrigida por convergencia.
- Hd - Altura a la cual se verificó el vuelo sobre Zd.
- H - Altura de vuelo predeterminada sobre Zd.
- He - Altura de vuelo sobre E.
- r - Incremento en diferencias de elevaciones.
- P - Longitud de la fotografía de una línea escala-ti-

- Pd - P corregida por inclinación y relieve.
- Pt - P corregida por relieve.
- Pt - Longitud de una línea escala-tipo corregida por inclinación.
- $\Delta P_d = (P - P_d)$ Incremento causado por el desplazamiento en inclinación y relieve.
- $\Delta P_t = (P - P_t)$ Incremento causado por el desplazamiento en relieve.

$\Delta P_t = (P - P_t)$ Incremento causado por el desplazamiento debido a la inclinación.

S - Factor de escala $\frac{H}{H_d}$

$\frac{D}{P}$ - Escala fotográfica

Siempre es correcta a la elevación equivalente.

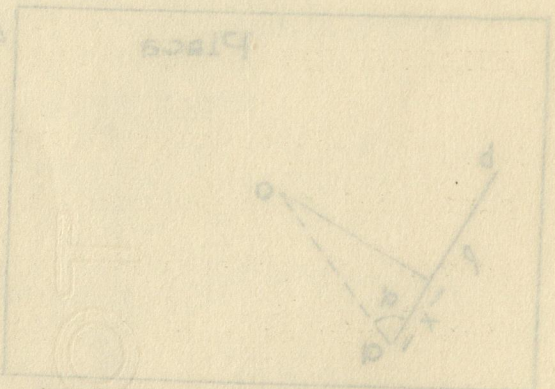


FIG. 4.

- Zd - Escala que resultó después de efectuado el vuelo Hd
- w - Corrección por convergencia lineal.
- h - Corrección a la altura, compensada suponiendo que

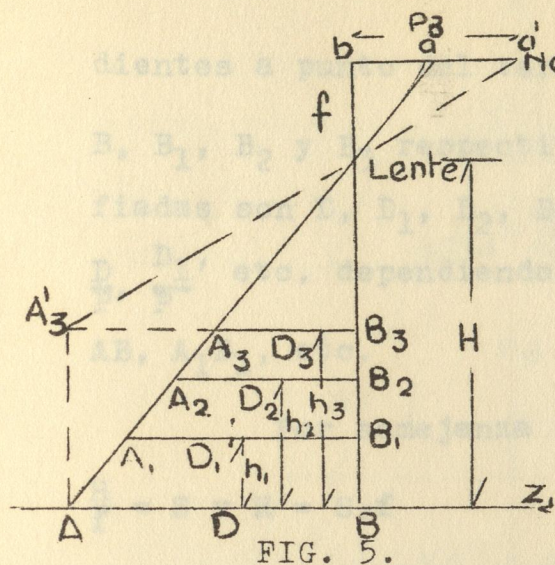


FIG. 5.

el desplazamiento de los -- puntos terminales de la esca la, debido a la inclinación y a su elevación son parale- los entre sí.

La corrección lineal w es siempre positiva y - la corrección en elevación h_c es siempre negativa.

R_d - Radio de alargamiento. Es un factor que resulta - de dividir la escala predeterminada por la real. - Indica el alargamiento o reducción de una impresión medida.

RELACION ENTRE UNA FOTOGRAFIA Y UN MAPA.

Consideremos una línea imaginaria que una un -- punto del terreno con su imagen en la negativa pasando a través del punto nodal anterior (N), la escala fotográ-- fica varía con la distancia entre el lente y el punto -- del terreno. Es evidente pues, que un área fotografiada que tenga elevaciones tendrá un número considerable de - escalas fotográficas, por esta razón una fotografía (sin inclinación), será un mapa cuando el área impreso sea de una elevación constante y normal al eje vertical.

Sean a y b (fig. 5) las imágenes correspon-

los entre sí.
 y a su elevación son gases-
 la, debido a la inclinación
 puntos terminales de la escog
 el desplazamiento de los --

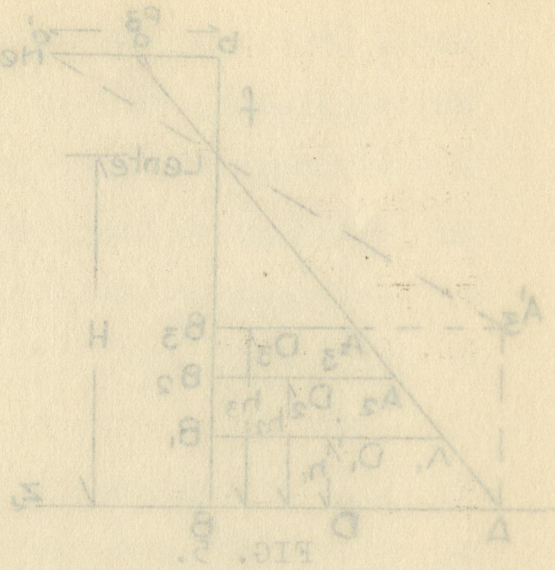


FIG. 2.

La corrección lineal w es siempre positiva y
 la corrección en elevación h es siempre negativa.
 R_f - Radio de alargamiento. Es un factor que resulta
 de dividir la escala predefinida por la real.
 Indica el alargamiento o reducción de una impresión
 medida.

RELACION ENTRE UNA FOTOGRAFIA Y UN MAPA.

Consideremos una línea imaginaria que una un
 punto del terreno con su imagen en la negativa pasando a
 través del punto nodal anterior (N), la escala fotogr-
 fica varía con la distancia entre el lente y el punto
 del terreno. Es evidente pues, que un área fotografiada
 que tenga elevaciones tendrá un número considerable de
 escalas fotográficas, por esta razón una fotografía (sin
 inclinación), será un mapa cuando el área impreso sea de
 una elevación constante y normal al eje vertical.
 Sean A y B (Fig. 2) las imágenes correspon-

dientes a punto del terreno A, A₁, A₂ y A₃ así como ---
 B, B₁, B₂ y B₃ respectivamente; las distancias fotogra-
 fiadas son D, D₁, D₂, D₃; las escalas fotográficas son:
 $\frac{D}{P}$, $\frac{D_1}{P}$, etc. dependiendo de la elevación de las líneas -
 AB, A₁B₁, etc.

Por semejanza de triángulos $H:f::D:P$ de donde
 $\frac{H}{f} = S$ y $H = S.f$

Si suponemos que la línea AB de longitud D en
 el terreno, se eleva hasta ocupar la posición A₃B₃ la
 longitud de sus fotografías será ba' luego sólo hay --
 una longitud de escala para una elevación dada. El --
 punto B sigue coincidiendo con el b pues se considera
 situado en el eje vertical de la fotografía.

DESPLAZAMIENTO DEBIDO AL RELIEVE

El movimiento que tiene lugar sobre la recta
 que une el punto principal con la impresión de una --
 elevación. A recibe el nombre de desplazamiento de -
 relieve.

En la fig. 6 nosotros observamos que H_d repre-
 senta la diferencia de elevación entre el plano de re--
 ferencia dado al instante de exposición de manera que -
 la escala $S_d = \frac{H_d}{f}$. Supongamos una chimenea situada en
 el área fotografiada, la imagen recogida de ella sólo -
 será un círculo cuando el punto principal coincida con
 el centro de su base, para otras posiciones del punto -

diante a punto del terreno A, A', A₂ y A₃ así como --
 B, B', B₂ y B₃ respectivamente; las distancias fotogra-
 fiadas son D, D', D₂, D₃; las escalas fotográficas son:
 $\frac{D}{D'}$, $\frac{D}{D_2}$, etc. dependiendo de la elevación de las líneas -
 AB, A₁B₁, etc.

Por semejanza de triángulos H:L:D:P de donde

$$\frac{H}{L} = \frac{D}{P} \text{ y } H = \frac{D \cdot P}{L}$$

Si suponemos que la línea AB de longitud D en
 el terreno, se eleva hasta ocupar la posición A₂B₂ la
 longitud de sus fotografías será D₂; luego sólo hay --
 una longitud de escala para una elevación dada. El --
 punto B sigue coincidiendo con el b pues se considera
 situado en el eje vertical de la fotografía.

DESPLAZAMIENTO DEBIDO AL RELIEVO

El movimiento que tiene lugar sobre la recta
 que une el punto principal con la impresión de una --
 elevación, A recibe el nombre de desplazamiento de --
 relieve.

En la fig. 6 notamos observamos que H' repre-
 senta la diferencia de elevación entre el punto de ter-
 terreno dado al instante de exposición de manera que --
 la escala $S' = \frac{H'}{L}$. Supongamos una cámara situada en
 el área fotográfica; la imagen recogida de ella abor-
 dará un círculo cuando el punto principal coincida con
 el centro de un círculo, para otras posiciones del punto --

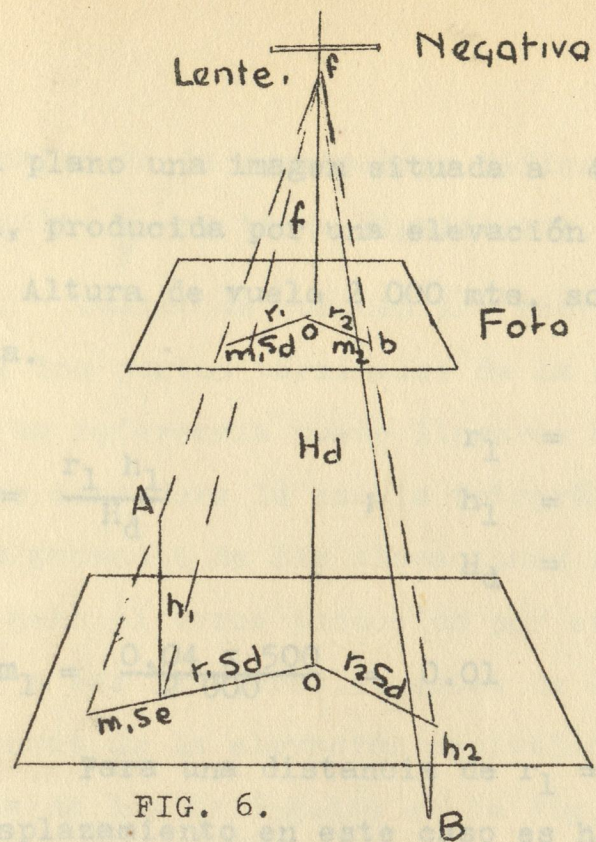


FIG. 6.

principal la imagen recogida mostrará una pequeña parte en relieve, esta porción visible lateral, es el desplazamiento debido a relieve. CONSIDERACIONES: El desplazamiento debido a relieve siempre se verifica en la recta que une la imagen con el punto principal.

La dirección del desplazamiento es hacia el punto principal cuando se trata de una elevación sobre el plano de referencia y se aleja de él cuando es una depresión.

El desplazamiento de una imagen varía directamente con su elevación o depresión con relación al plano de referencia, directamente con la distancia de la imagen al punto principal e inversamente con la altura de vuelo.

EJEMPLO:- Encontrar la posición que ocuparía -

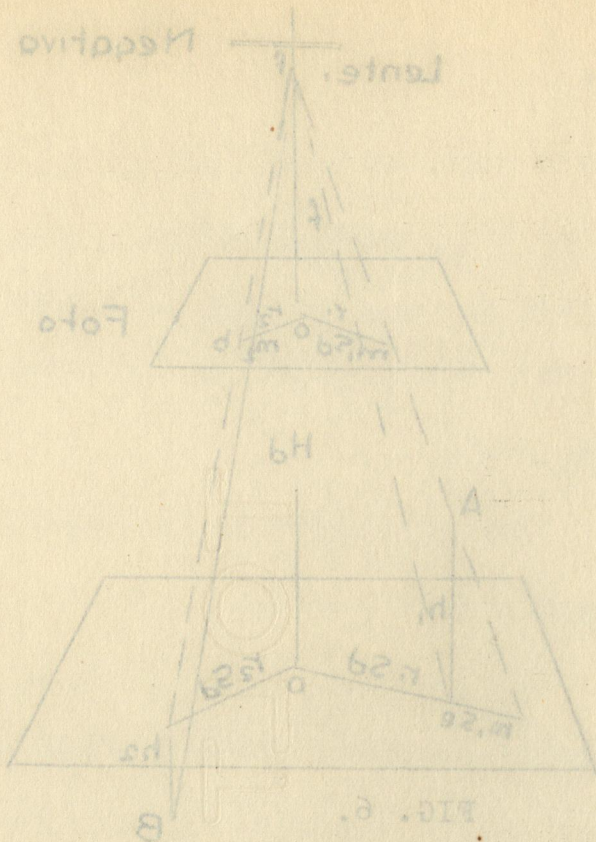


FIG. 6.

principal la imagen recibida mostrará una pequeña parte en relieve, esta porción visible lateral, es el desplazamiento debido a relieve. CONSIDERACIONES: El desplazamiento debido a relieve siempre se verifica en la recta que une la imagen con el punto principal.

La dirección del desplazamiento es hacia el punto principal cuando se trata de una elevación sobre el plano de referencia y se aleja de él cuando es una depresión.

El desplazamiento de una imagen varía directamente con su elevación o depresión con relación al plano de referencia, directamente con la distancia de la imagen al punto principal e inversamente con la altura de vuelo.

Ejemolo: Encontrar la posición que ocuparía

en el plano una imagen situada a 4 cms. del punto principal, producida por una elevación en el terreno de 500 mts. Altura de vuelo 2 000 mts. sobre el plano de referencia.

$$m_1 = \frac{r_1 h_1}{H_d}$$

$$r_1 = 0.04 \text{ ca.}$$

$$h_1 = 500 \text{ mts.}$$

$$H_d = 2\,000 \text{ mts.}$$

$$m_1 = \frac{0.04 \times 500}{2\,000} = 0.01$$

Para una distancia de $r_1 = 0.16$ cms. $m_1 = 0.04$, el desplazamiento en este caso es hacia el punto principal.

El desplazamiento que sufre una línea recta con puntos terminales no situados en el plano de referencia se puede hallar aplicando lo anterior a cada uno de sus extremos, es decir, hallando el desplazamiento individual de estos puntos, la recta resultante de la unión de estos dos puntos corregidos por relieve será la posición correcta.

ELEVACION EQUIVALENTE.-

Una planificación aérea presenta dificultades aún cuando las fotografías no tengan inclinación, es cierto que la escala de la fotografía se obtiene fácilmente dividiendo la distancia horizontal por la longitud medida en la placa y es efectiva a la elevación de la línea, pero generalmente las elevaciones de los puntos

en el plano una imagen situada a 4 cms. del punto principal, producida por una elevación en el terreno de 500 mts. Altura de vuelo 2 000 mts. sobre el plano de referencia.

$$m_1 = \frac{r_1 h_1}{H^2}$$

;

$$r_1 = 0.04$$

$$h_1 = 500 \text{ mts.}$$

$$H^2 = 2\ 000 \text{ mts.}$$

$$m_1 = \frac{0.04 \times 500}{2\ 000} = 0.01$$

Para una distancia de $r_1 = 0.16$ cms. $m_1 = 0.04$, el desplazamiento en este caso es hacia el punto principal.

El desplazamiento que sufre una línea recta con puntos terminales no situados en el plano de referencia se puede hallar aplicando lo anterior a cada uno de sus extremos, es decir, hallando el desplazamiento individual de estos puntos, la recta resultante de la unión de estos dos puntos corregidos por relieve será la posición correcta.

ELIVACION EQUIVALENTE.

Una planificación será presentada en forma de una línea cuando las fotografías no tengan inclinación, es decir, cuando que la escala de las fotografías se obtiene fácilmente dividiendo la distancia horizontal por la longitud medida en la placa y es efectiva a la elevación de las líneas, pero generalmente las elevaciones de los puntos...

terminales de la escala-tipo difieren, y en tales casos la escala $\frac{D}{P}$ no tiene significado.

Cuando se conocen las elevaciones o depresiones de los puntos terminales de la escala tipo sobre el plano de referencia puede llegarse al mapa. En la práctica se considera la escala fotográfica correcta a una altura promedio de las elevaciones de los puntos terminales pero el error producido por esta suposición puede llegar a ser intolerable; antes de la demostración de la existencia de la elevación equivalente observemos la semejanza de los triángulos en la Fig. 7.

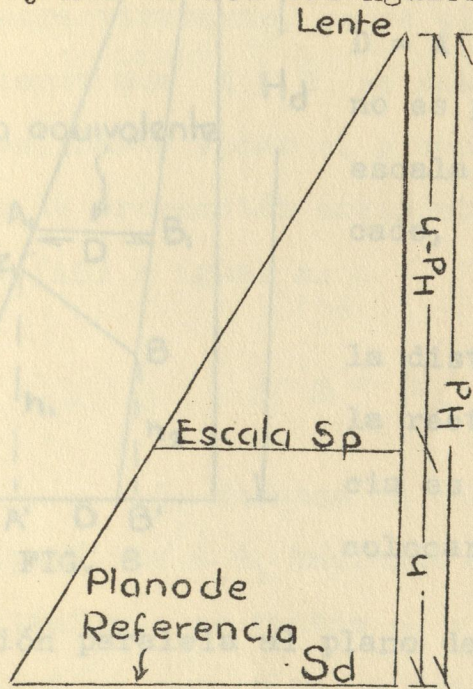


FIG. 7.

Se tiene:

$$H_d : S_d :: (H_d - h) : S_p$$

$$S_d = \frac{H_d}{H_d - h} : S_p$$

EXISTENCIA DE LA ALTURA EQUIVALENTE.

Sean AB dos puntos del terreno situados alturas h_1 y h_2 sobre el plano de referencia (Fig. 8). El rayo director del punto A es el imaginario que une A con a

terminales de la escala tipo diferente, y en tales casos la escala $\frac{1}{F}$ no tiene significado.

Cuando se conocen las elevaciones o depresiones de los puntos terminales de la escala tipo sobre el plano de referencia puede llegarse al mapa. En la práctica se considera la escala fotográfica correcta a una altura promedio de las elevaciones de los puntos terminales pero el error producido por esta suposición puede llegar a ser considerable; antes de la demostración de la existencia de la elevación equivalente observemos la semejanza de los triángulos en la Fig. 7.

Se tiene:

$$H_a : S_a :: (H_b - h) : S_p$$

$$S_a = \frac{H_b - h}{H_b} S_p$$

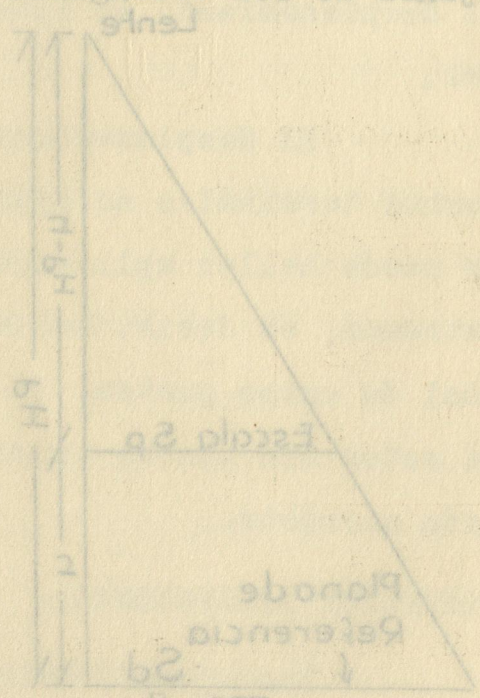


FIG. 7.

EXISTENCIA DE LA ALTURA EQUIVALENTE.

Sean A y B dos puntos del terreno situados a una altura h sobre el plano de referencia (Fig. 8). El rayo director del punto A es el imaginario que une A con Q .

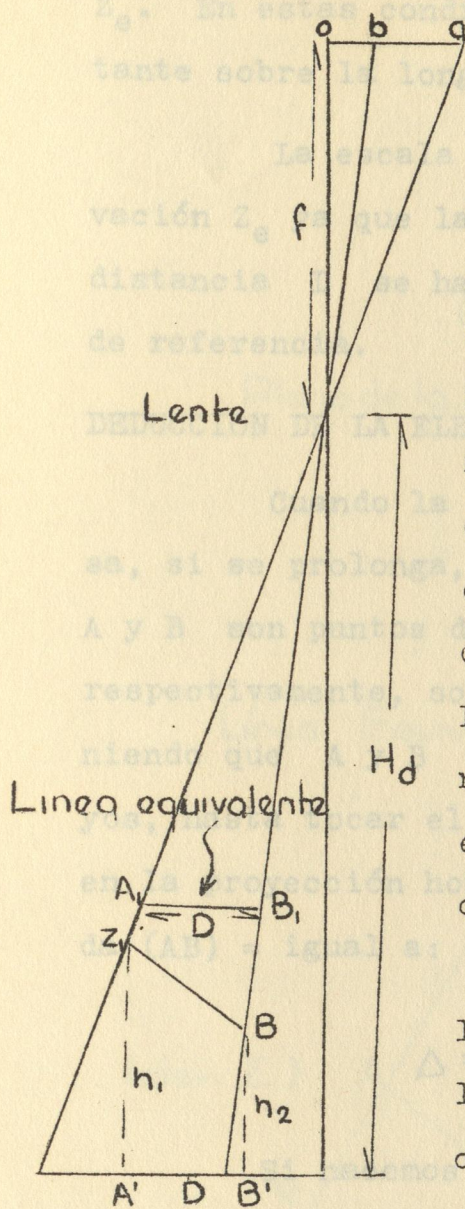


FIG. 8

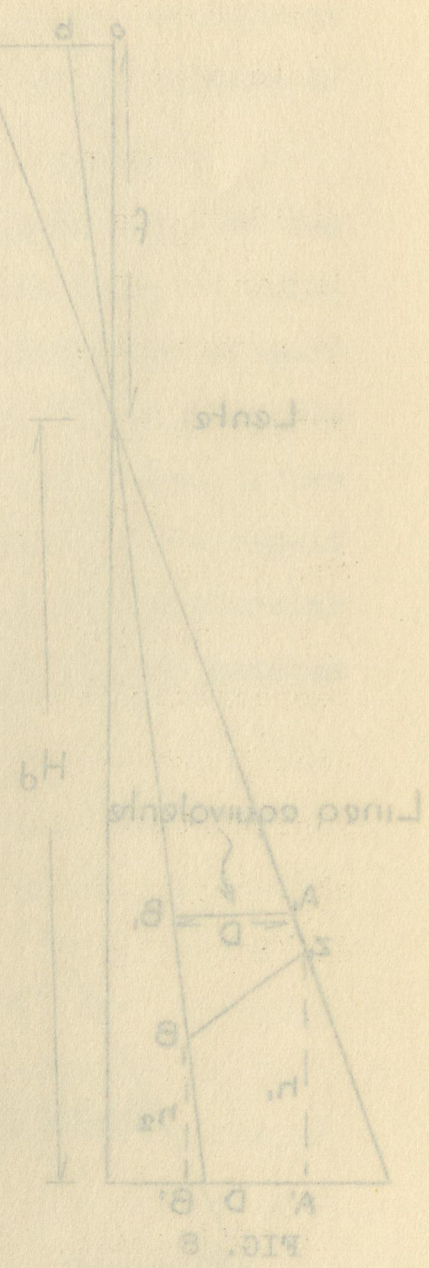
pasando a través del lente. El rayo director de B es el que une el punto B del terreno con su respectiva imagen b . Hay que recordar que los puntos a) y b) sufren un movimiento hacia el punto principal debido al relieve pero por el momento los vamos a considerar hipotéticamente intercambiables. La línea AB en el espacio une los puntos A y B del terreno que distan entre sí horizontalmente $D = A' B'$. Puesto que la recta AB no es paralela a la distancia D la escala fotográfica carece de significado.

Para subsanar esta dificultad la distancia D obtenida al proyectar la recta AB sobre el plano de referencia es movida hipotéticamente, hasta colocarse en la posición A_1B_1 , posi-

ción paralela al plano de referencia, los puntos A_1 y B_1 están en los rayos respectivos, lo mismo que AB. La recta A_1B_1 está a la elevación equivalente Z_e que dista h_e del plano de referencia. La distancia fotografiada AB es ahora paralela a la distancia medida en el terreno $A' B'$ cuando las elevaciones Z_1 y Z_2 son remplazadas por

pasando a través del lente. El rayo director de B es el que une el punto B del terreno con su respectiva imagen p. Hay que recordar que los puntos a) y b) sufren un movimiento hacia el punto principal debido al relieve pero por el momento los vamos a considerar hipotéticamente intercambiables. Las líneas AB en el espacio unen los puntos A y B del terreno que distan entre sí horizontalmente D = A'B'. Puesto que la recta AB no es paralela a la distancia D la escala fotográfica carece de significado.

Para superar esta dificultad la distancia D obtenida al proyectar la recta AB sobre el plano de referencio es movida hipotéticamente, hasta colocarse en la posición A₁B₁, post-



cuando las elevaciones A₁ y B₁ son reemplazadas por AB es ahora paralela a la distancia medida en el terreno h₀ del plano de referencio. La distancia fotografiada recta A₁B₁ está a la elevación equivalente E₀ que dista están en los rayos respectivos, lo mismo que AB. La línea paralela al plano de referencio, los puntos A₁ y B₁

Z_e . En estas condiciones la escala fotográfica es constante sobre la longitud de la escala tipo.

La escala fotográfica S_p prevalece a la elevación Z_e ya que la longitud ab no ha cambiado y la distancia D se ha considerado proyectada en el plano de referencia.

DEDUCCION DE LA ELEVACION EQUIVALENTE.

Cuando la escala ab o extensión teórica pasa, si se prolonga, por el punto principal (Fig. 9). - A y B son puntos del terreno a elevaciones h_1 y h_2 respectivamente, sobre el plano de referencia. Suponiendo que A y B se mueven sobre sus respectivos rayos, hasta tocar el plano de referencia habrá un cambio en la proyección horizontal de la longitud fotografada $(AB) =$ igual a:

$$\Delta = M_1 - M_2$$

Si hacemos la misma consideración con la recta hipotética A_1B_1 haciendo que h_e se reduzca a cero desalojándose los puntos A_1 y B_1 sobre los rayos directores, habrá un cambio en la proyección igual

$$\Delta = M'_1 - M'_2 = A'B'$$

También

$$D + M_1 - M_2 = A'B'$$

Y

$$D + M'_1 - M'_2 = A'B'$$

En estas condiciones la escala fotográfica es cons-
tante sobre la longitud de la escala tipo.

La escala fotográfica S_p prevalece a la ele-
vación S_e ya que la longitud se no ha cambiado y la
distancia D se ha considerado proyectada en el plano
de referencia.

DEDUCCION DE LA ELEVACION EQUIVALENTE.

Cuando la escala se o extensión técnica pa-
sa, al se prolonga, por el punto principal (Fig. 2).
A y B son puntos del terreno a elevaciones h_1 y h_2
respectivamente, sobre el plano de referencia. Supo-
niendo que A y B se mueven sobre sus respectivos ra-
yos, hasta tocar el plano de referencia habrá un cambio
en la proyección horizontal de la longitud fotográfica
de (AB) = igual a:

$$\Delta = M_1 - M_2$$

Si hacemos la misma consideración con la recta
hipotética A'B' haciendo que h_e se reduzca a cero des-
lejándose los puntos A' y B' sobre los rayos directores,
habrá un cambio en la proyección igual

$$\Delta = M_1' - M_2' = A'B'$$

También

$$D + M_1 - M_2 = A'B'$$

$$D + M_1' - M_2' = A'B'$$

Y

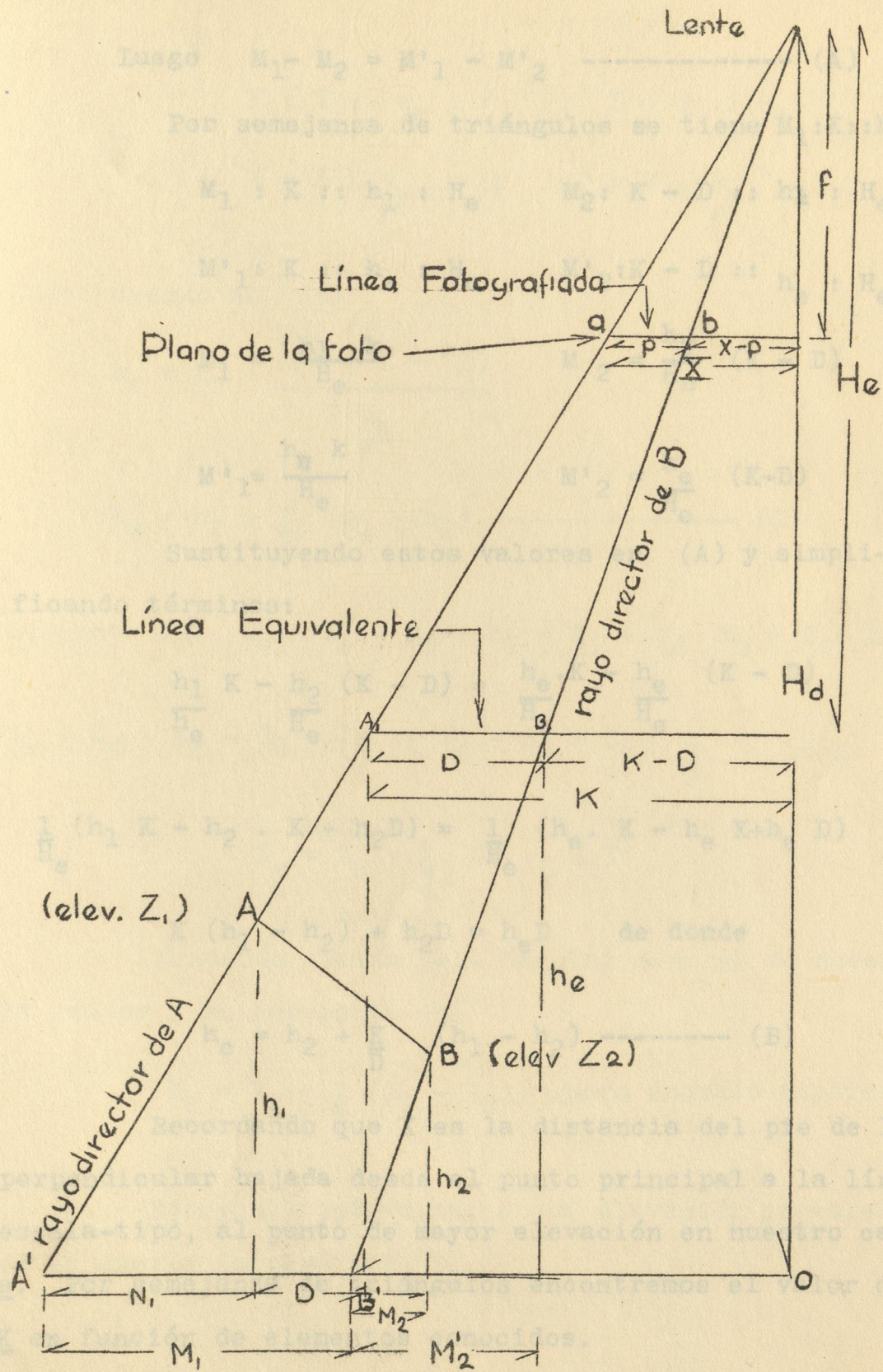


FIG. 9.

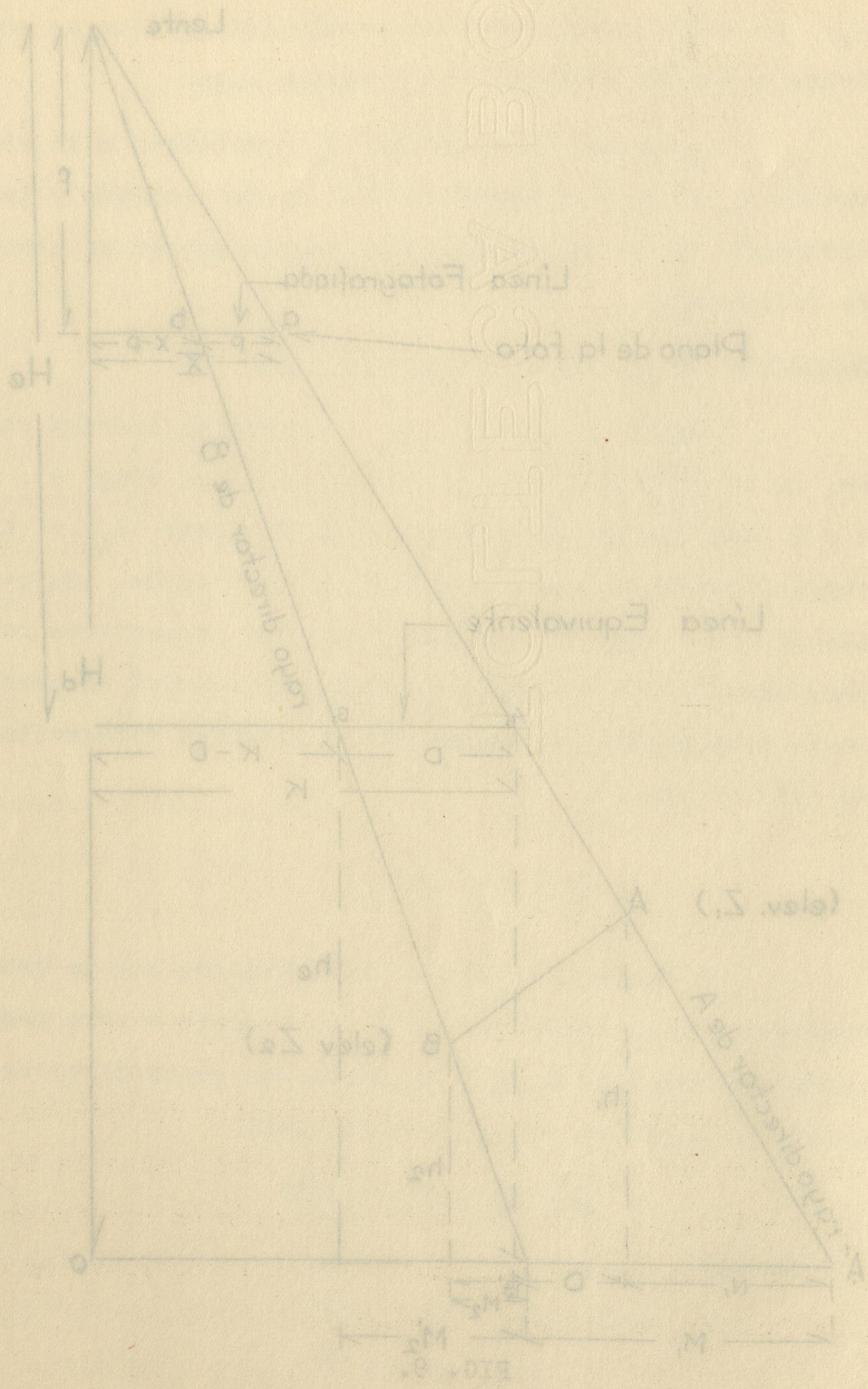


FIG. 100

$$\text{Luego } M_1 - M_2 = M'_1 - M'_2 \text{ ----- (A)}$$

Por semejanza de triángulos se tiene $M_1 : K :: h_1 : H_e$

$$M_1 : K :: h_1 : H_e \quad M_2 : K - D :: h_2 : H_e$$

$$M'_1 : K :: h_e : H_e \quad M'_2 : K - D :: h_e : H_e$$

$$M_1 = \frac{h_1 \cdot K}{H_e} \quad M_2 = \frac{h_2}{H_e} (K - D)$$

$$M'_1 = \frac{h_e \cdot K}{H_e} \quad M'_2 = \frac{h_e}{H_e} (K - D)$$

Sustituyendo estos valores en (A) y simplificando términos:

$$\frac{h_1}{h_e} K - \frac{h_2}{H_e} (K - D) = \frac{h_e \cdot K}{H_e} - \frac{h_e}{H_e} (K - D)$$

$$\frac{1}{H_e} (h_1 K - h_2 \cdot K + h_2 D) = \frac{1}{H_e} (h_e \cdot K - h_e K + h_e D)$$

$$K (h_1 - h_2) + h_2 D = h_e D \quad \text{de donde}$$

$$h_e = h_2 + \frac{K}{D} (h_1 - h_2) \text{ ----- (B)}$$

Recordando que X es la distancia del pie de la perpendicular bajada desde el punto principal a la línea escala-tipo, al punto de mayor elevación en nuestro caso a. Por semejanza de triángulos encontremos el valor de K en función de elementos conocidos.

Entonces $M_1 - M_2 = M'_1 - M'_2$ ----- (A)

Por semejanza de triángulos se tiene $M_1 : K :: h_1 : H_e$

$$M_1 : K :: h_1 : H_e \quad M_2 : K - D :: h_2 : H_e$$

$$M'_1 : K :: h'_1 : H_e \quad M'_2 : K - D :: h'_2 : H_e$$

$$M_1 = \frac{h_1 K}{H_e} \quad M_2 = \frac{h_2 (K - D)}{H_e}$$

$$M'_1 = \frac{h'_1 K}{H_e} \quad M'_2 = \frac{h'_2 (K - D)}{H_e}$$

Substituyendo estos valores en (A) y simpli-

ficando términos:

$$\frac{h_1 K}{H_e} - \frac{h_2 (K - D)}{H_e} = \frac{h'_1 K}{H_e} - \frac{h'_2 (K - D)}{H_e}$$

$$\frac{1}{H_e} (h_1 K - h_2 K + h_2 D) = \frac{1}{H_e} (h'_1 K - h'_2 K + h'_2 D)$$

$$X (h_1 - h_2) + h_2 D = h'_2 D \quad \text{de donde}$$

$$h_e = h_2 + \frac{K}{D} (h_1 - h_2) \quad \text{----- (B)}$$

Recordando que X es la distancia del pie de la perpendicular bajada desde el punto principal a la línea escala-tipo, al punto de mayor elevación en nuestro caso g. Por semejanza de triángulos encontramos el valor de K en función de elementos conocidos.

$$K : X :: H_e : f \quad ; \quad D : P :: H_e : f$$

$$K = X \cdot \frac{H_e}{f} \quad \text{y} \quad D = P \cdot \frac{H_e}{f}$$

Sustituyendo en (B)

$$h_e = h_2 + \frac{X H_e}{P H_e} (h_1 - h_2)$$

$$h_e = h_2 + \frac{X}{P} (h_1 - h_2) \quad \text{-----} \quad (C)$$

Sabiendo que $h_e = Z_e - Z_d$; $h_1 = Z_1 - Z_d$ $h_2 = Z_2 - Z_d$

$$Z_e - Z_d = Z_2 - Z_d + (Z_1 - Z_d - Z_2 + Z_d) \frac{X}{P} \quad \text{luego}$$

$$Z_e = Z_2 + \frac{X}{P} (Z_1 - Z_2)$$

Ecuación cierta para ángulos menores de noventa grados y se convierte en:

$$Z_e = Z_2 - \frac{X}{P} (Z_1 - Z_2) \quad \text{para ángulos mayores}$$

Ejemplo: Determinar a qué elevación prevalece la escala fotográfica S_p ,

$$K : X :: H_e : f \quad ; \quad D : P :: H_e : f$$

$$K = X \cdot \frac{H_e}{f} \quad \vee \quad D = P \cdot \frac{H_e}{f}$$

Substituyendo en (B)

$$h_e = h_2 + \frac{XH_e}{f} (h_1 - h_2)$$

$$h_e = h_2 + \frac{X}{f} (h_1 - h_2) \quad \text{--- (C)}$$

Sabiendo que $h_e = \Delta_e - \Delta_b$; $h_1 = \Delta_1 - \Delta_b$; $h_2 = \Delta_2 - \Delta_b$

$$\Delta_e - \Delta_b = \Delta_2 - \Delta_b + \frac{X}{f} (\Delta_1 - \Delta_b - \Delta_2 + \Delta_b)$$

$$\Delta_e = \Delta_2 + \frac{X}{f} (\Delta_1 - \Delta_2)$$

Buscamos cierta para ángulos menores de noventa

los grados y se convierte en:

$$\Delta_e = \Delta_2 - \frac{X}{f} (\Delta_1 - \Delta_2) \quad \text{para ángulos mayores}$$

Ejemplo: Determinar a qué elevación prevalece

de la escala fotográfica E_p .

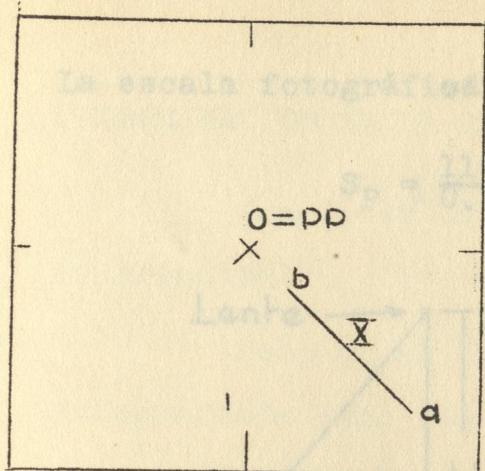


FIG. 10.

DATOS:

$$Z_1 = 600 \text{ mts.} ; H_d = 2\,000 \text{ mts.}$$

$$Z_2 = 100 \text{ " } ; S_d = 1:5000 \text{ "}$$

$$Z_d = 0 \text{ " } ; X = 0.16 \text{ "}$$

$$P = ab = 0.10 \text{ m.}$$

La longitud ab corregida por relieve (P_r) es:

$$P_r = P - \frac{Z_1 - Z_d}{H_d} X + \frac{Z_2 - Z_d}{H_d} (X - P) \text{ de la --}$$

fórmula $m_1 = \frac{r_1 h_1}{H_d}$ y $m_2 = \frac{r_2 h_2}{H_d}$ ya explicadas.

Dando valores se tiene:

$$P_r = 0.10 + \frac{600}{2000} \cdot 0.16 + \frac{100}{2000} (0.16 - 0.10)$$

$$P_r = 0.10 + 0.048 \pm 0.003$$

$$P_r = 0.055$$

La distancia en el terreno será:

$$D = S_d \cdot P_r = 2\,000 \times 0.055 = 110 \text{ mts.}$$

La elevación equivalente será:

$$Z_e = 100 + \frac{0.16}{0.10} (600 - 100) = 900 \text{ mts.}$$

$$H_e = Z_e - Z_d = 900 \text{ mts.}$$

DATOS:

$Z_1 = 600$ mts. ; $H_B = 2000$ mts.
 $Z_2 = 100$ " ; $S_B = 1:2000$ "
 $Z_d = 0$ " ; $X = 0.16$ "
 $P = S_B = 0.10$ m.

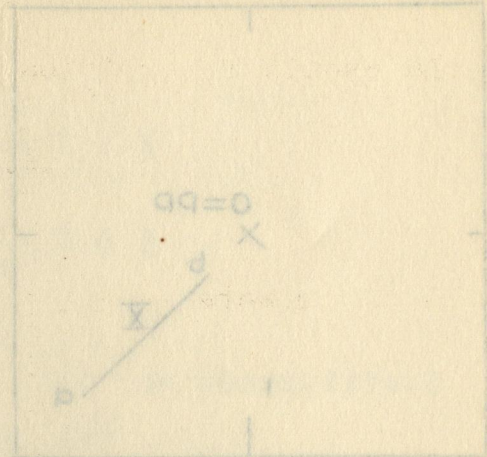


FIG. 10.

La longitud ap corregida por relieve (P_r) es:

$$P_r = P - \frac{Z_1 - Z_2}{H_B} X + \frac{Z_2 - Z_d}{H_B} (X - P) \text{ de la --}$$

fórmula $m_1 = \frac{Z_1 H_1}{H_B}$ y $m_2 = \frac{Z_2 H_2}{H_B}$ ya explicadas.

Dando valores se tiene:

$$P_r = 0.10 + \frac{600}{2000} \cdot 0.16 + \frac{100}{2000} (0.16 - 0.10)$$

$$P_r = 0.10 + 0.048 + 0.003$$

$$P_r = 0.052$$

La distancia en el terreno será:

$$D = S_B \cdot P_r = 2000 \times 0.052 = 110 \text{ mts.}$$

La elevación equivalente será:

$$Z_e = 100 + \frac{0.16}{0.10} (600 - 100) = 900 \text{ mts.}$$

$$H_e = Z_e - Z_d = 900 \text{ mts.}$$

La escala fotográfica será:

$$S_p = \frac{110}{0.10} = 1:1100$$

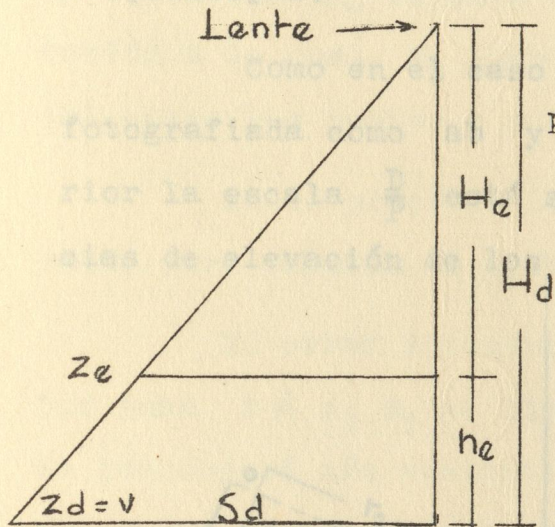


FIG. 11

Comprobación: (Fig. 11) -

por semejanza de triángulos.

$$S_e : H_e :: S_d : h_d \text{ y } H_e = H_d - h_e =$$

$$S_e = H_e \frac{S_d}{H_d} \text{ dando valores}$$

$$S_e = 1100 \cdot \frac{2000}{2000} \text{ de donde}$$

$$S_e = S_p$$

$$m_1 = \frac{r_1 h_1}{H_d}$$

$$m_2 = \frac{h_2 r_2}{H_d}$$

$$a \ a_3 = \frac{h_e r_1}{H_d}$$

$$b \ b_3 = \frac{h_e r_2}{H_d}$$

(Véase fig. 12)

La escala fotográfica será:

$$S_p = \frac{110}{0.10} = 1:1100$$

Comprobación: (Fig. 11) -
 por semejanza de triángulos.

$$S_e : H_e :: S_d : H_d \quad S_e : H_e = H_d - K_e =$$

dando valores $S_e = H_e \frac{S_d}{H_d}$

$$S_e = 1100 \cdot \frac{2000}{2000} \text{ de donde}$$

$$S_e = S_p$$

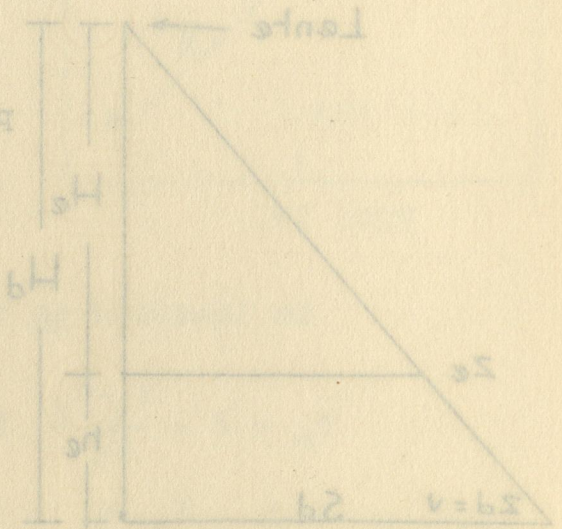


FIG. 11

$$m_1 = \frac{r_1 h_1}{H_d} \quad m_2 = \frac{h_2 r_2}{H_d}$$

$$p_1 = \frac{h_1 r_1}{H_d} \quad p_2 = \frac{h_2 r_2}{H_d}$$

(Véase fig. 12)

DETERMINACION DE LA ELEVACION EQUIVALENTE. Caso segundo.

Cuando la línea-escala-tipo no pasa por el punto principal.

Como en el caso primero la línea AB aparece -- fotografiada como ab y también como en el caso ante--- rior la escala $\frac{D}{P}$ está sin sentido debido a las diferen-- cias de elevación de los puntos del terreno. (Fig. 12)

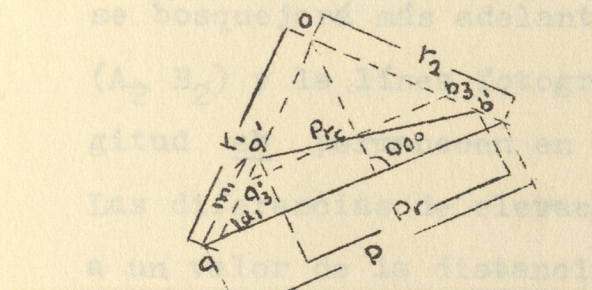


FIG. 12

La línea AB proyectada -- sobre el plano de referencia se reduce a A'B' y la línea ab -- corregida por relieve se convier-- te en a'b' en la fotografía, -- ahora podremos encontrar la es-- cala S_d de la fotografía compa-- rando las longitudes A'B' y -- a'b'

$S_d = \frac{A'B'}{a'b'} = \frac{D}{P_r}$, pero nuestra idea principal es encontrar la elevación a la cual $S_p = \frac{D}{P}$ es cierta.

Supongamos una línea horizontal de magnitud -- cualquiera pero cuyos puntos terminales estén sobre los rayos de A y B moviéndola hacia arriba o hacia abajo nosotros podemos hacer que tome la longitud de la pro-- yección de AB = (D).

En las Fig. 12 y 2 $A_2 B_2$. En esta nueva po--

DETERMINACION DE LA ELEVACION EQUIVALENTE. Caso segundo.

Cuando la línea-escala-tipo no pasa por el punto principal.

principal.

Como en el caso primero la línea AB aparece fotografiada como ab y también como en el caso anterior la escala $\frac{D}{f}$ está sin sentido debido a las diferencias de elevación de los puntos del terreno. (Fig. 12)

La línea AB proyectada sobre el plano de referencia reduce a A'B' y la línea ab corregida por relieve se convierte en a'b' en la fotografía. Ahora podemos encontrar la escala S_d de la fotografía comparando las longitudes A'B' y a'b'.

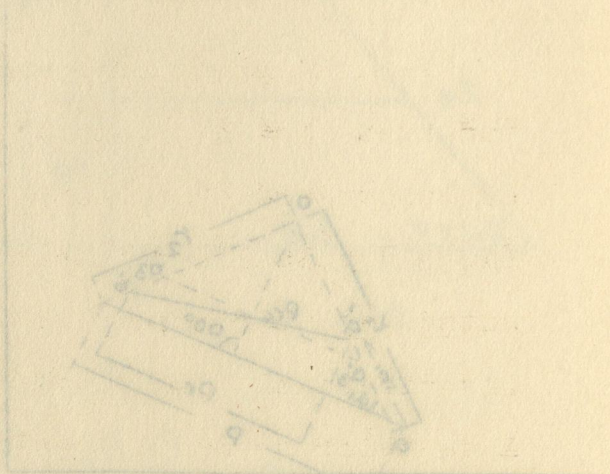


FIG. 12

$S_d = \frac{A'B'}{a'b'} = \frac{D}{f}$, pero nuestra idea principal es

encontrar la elevación a la cual $S_d = \frac{D}{f}$ es cierta.

Supongamos una línea horizontal... cualquier punto cuyos puntos terminales estén sobre los rayos de A y B moviéndolos hasta arriba o hasta abajo nosotros podemos hacer que tome la longitud de la proyección de AB = (D).

En las Fig. 12 y 2 A, B, a, b. En esta nueva po-

sición se tendrá:

$$\frac{A_2 B_2}{ab} = \frac{D}{P} = S_p$$

La elevación h_e de esta línea sobre el plano es la elevación a la cual $S_p \cdot ab$ nos da la distancia horizontal entre los puntos A y B.

En la práctica la anterior deducción es modificada, para acortar el trabajo, haciendo $A_2 B_2 = A_1 B_1$.

El error introducido por este cambio de magnitud pues $D \neq A_1 B_1$ se llama "error de convergencia" y se bosquejará más adelante. Ambas, la línea equivalente ($A_2 B_2$) y la línea fotografiada AB lo mismo que la longitud ab permanecen en los mismos rayos directores. -- Las diferencias de elevación ($h_e = Z_e - Z_d$) es tal que a un valor de la distancia en la fotografía (ab) corregido por relieve desde la elevación equivalente corresponde una longitud $a_2 b_2$ igual a $a' b'$ (Cuando ha sido corregida por convergencia) distancia verdadera de la longitud AB en el mapa, corregida por relieve desde las elevaciones terminales Z_1 y Z_2 . De manera que la distancia P se convertirá en P_r ya sea corrigiendo por relieve Z_1 y Z_2 que corrigiendo por la elevación equivalente.

$$P_r = P - (\Delta_1 + \Delta_2) \quad (\text{Fig. 12})$$

De manera que P se convierte en P_r cuando ha sido disminuída en Δ_1 y Δ_2 . P_r tiene un error desprecia

estación se tendrá:

$$\frac{A_2 B_2}{S_2} = \frac{B_1}{P} = S_1$$

La elevación B_2 de esta línea sobre el plano de la elevación a la cual B_1 es not de la distancia horizontal tal entre los puntos A y B.

En la práctica la anterior deducción es difícil cada, para acortar el trabajo, haciendo $A_2 B_2 = A_1 B_1$.

El error introducido por este cambio de magnitud

tal pues $D_1 A_1 B_1$ se llama "error de convergencia" y se disminuye más adelante. Ambas, la línea equivalente

($A_2 B_2$) y la línea fotográfica AB la misma que la longitud $A_1 B_1$ permanecen en los mismos rayos directores.

Las diferencias de elevación ($B_2 - B_1 = E_2 - E_1$) es tal que a un valor de la distancia en la fotografía (S_2) corre-

cido por relieve desde la elevación equivalente correspondiente una longitud $A_2 B_2$ igual a $A_1 B_1$ (Cuando se

corrección por convergencia) distancia verdadera de la longitud AB en el mapa, corregida por relieve desde las

elevaciones terminales E_1 y E_2 . De manera que la distancia P se convierte en P_1 ya sea corrigiendo por relieve

E_1 y E_2 que corrigiendo por la elevación equivalente

$$P_1 = P - (A_1 B_1) \left(\frac{E_2 - E_1}{S_2} \right) \quad (15.15)$$

De manera que P se convierte en P_1 cuando se -- sido disminuido en $A_1 B_1$. P_1 tiene un error despreciable

ble con la verdadera escala porque hemos tomado A_1B_1 igual a $A'B'$. $P_{rc} = a'b'$; $P_{rc} - P_r$ error muy pequeño es corregido por pequeñas aproximaciones o disminuyendo la elevación equivalente. La elevación equivalente corregida por convergencia la denominaremos Z_{ec} y será igual a $Z_e - h_c$; más adelante se encontrará h_c .

El desplazamiento debido al relieve es como se dijo al principio:

$$m_1 = aa' = \frac{h_1}{H_d} \cdot r_1 \quad \text{y} \quad m_2 = bb' = \frac{h_2}{H_d} \cdot r_2$$

estos desplazamientos proyectados en la escala-tipo son:

$$\Delta_1 = m_1 \cos \alpha_1 \quad \Delta_2 = m_2 \cos \alpha_2$$

Sustituyendo los valores de m_1 y m_2 en las anteriores igualdades se tendrá:

$$\Delta_1 = \frac{h_1}{H_d} \cdot r_1 \cos \alpha_1 \quad \Delta_2 = \frac{h_2}{H_d} \cdot r_2 \cos \alpha_2$$

Observando la figura también se ve:

$$\cos \alpha_1 = \frac{X}{r_1} \quad \text{y} \quad \cos \alpha_2 = \frac{P - X}{r_2}$$

luego $\Delta_1 + \Delta_2 = \frac{1}{H_d} \left[X h_1 + h_e (P - X) \right]$ transformándola

$$\Delta_1 + \Delta_2 = \frac{P}{H_d} \left[h_2 + \frac{X}{P} (h_1 - h_2) \right] \quad \text{----- (A)}$$

que con la verdadera escala porque hemos tomado $A_1 B_1$
 igual a A.B. $P_1 C_1 = P_2 C_2$; $P_1 C_1 - P_1 C_2$ error muy
 pequeño es corregido por reducciones aproximaciones o dis-
 minuyendo la elevación equivalente. La elevación equi-
 valente corregida por conversión de la denominación $P_1 C_1$
 y será igual a $P_1 C_1 - P_1 C_2$; esta cantidad se encontrará $P_1 C_1$
 El desplazamiento debido al relieve es como se
 dijo al principio:

$$m_1 = \frac{h_1}{R_1} = \frac{h_2}{R_2} \cdot R_2 \cdot \cos \Delta_2 = \frac{h_2}{R_2} \cdot R_2 \cdot \cos \Delta_2 + \frac{h_2}{R_2} \cdot R_2 \cdot \sin \Delta_2$$

estos desplazamientos proyectados en la escala tipo son:
 $A_1 B_1 \cos \Delta_1 = A_2 B_2 \cos \Delta_2 = m_2 \cdot X \cos \Delta_2$

Sustituyendo los valores de m_1 y m_2 en las an-
 teriores igualdades se tendrá:

$$A_1 B_1 \cos \Delta_1 = \frac{h_1}{R_1} \cdot R_1 \cdot \cos \Delta_1 = \frac{h_2}{R_2} \cdot R_2 \cdot \cos \Delta_2 + \frac{h_2}{R_2} \cdot R_2 \cdot \sin \Delta_2$$

Operando la figura también se ve:

$$\frac{h_1}{R_1} \cdot R_1 \cdot \cos \Delta_1 = \frac{h_2}{R_2} \cdot R_2 \cdot \cos \Delta_2 + \frac{h_2}{R_2} \cdot R_2 \cdot \sin \Delta_2$$

luego $A_1 B_1 \cos \Delta_1 = \frac{h_2}{R_2} \cdot R_2 \cdot \cos \Delta_2 + \frac{h_2}{R_2} \cdot R_2 \cdot \sin \Delta_2$ transformando

$$A_1 B_1 \cos \Delta_1 = \frac{h_2}{R_2} \cdot R_2 \cdot \cos \Delta_2 + \frac{h_2}{R_2} \cdot R_2 \cdot \sin \Delta_2 \quad (A)$$

La longitud $\Delta_1 + \Delta_2$ representa el cambio en la escala-tipo causado para convertirse P en P_r a las elevaciones Z_1 y Z_2 y también a la elevación equivalente. Z_e , h_c representa el cambio pequeño suficiente en la elevación para causar en la longitud ab uno igual a $\Delta_1 - \Delta_2$. (Fig. 14) El cambio en longitud de P debido a uno en la elevación (h_c) puede obtenerse observando las siguientes proporciones.

$$h_e : (\Delta_1 + \Delta_2) \frac{H_d}{F} :: H_d : P \frac{H_d}{F}$$

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{P}{H_d} \cdot h_e$$

Sustituyendo este valor en A se tiene

$$\frac{P}{H_d} \cdot h_e = \frac{P}{H_d} \left[h_2 + \frac{X}{P} (h_1 - h_2) \right]$$

es (fig. 13). $h_e = h_2 + \frac{X}{P} (h_1 - h_2)$ la fórmula general

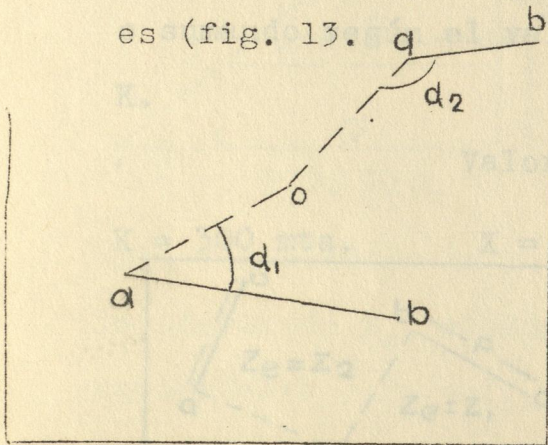


FIG. 13

$$h_e = h_2 \pm \frac{X}{P} (h_1 - h_2)$$

Debiendo usarse el signo (+) -- mas cuando $\alpha_1 < 90^\circ$ y el signo menos (-) cuando $\alpha_1 > 90^\circ$

De manera que

$$Z_e = Z_2 \pm \frac{X}{P} (Z_1 - Z_2)$$

La longitud $\Delta l + \Delta c$ representa el cambio en la escala-tipo causado para convertirse P en P' a las elevaciones h_1 y h_2 y también a la elevación equi-valente h_e representa el cambio pequeño anti-ciente en la elevación para causar en la longitud un cambio igual a $\Delta l - \Delta c$. El cambio en longitud de P debido a uno en la elevación (h_e) puede obtenerse observando las siguientes proporciones.

$$h_e : (\Delta l + \Delta c) :: H_1 : P \frac{H_1}{P}$$

$$\Delta l - \Delta c = \frac{P}{H_1} \cdot h_e$$

Substituyendo este valor en A se tiene

$$\frac{P}{H_1} \cdot h_e = \frac{P}{H_2} \left[\frac{H_2}{H_1} + \frac{X}{P} (h_1 - h_2) \right]$$

La fórmula general

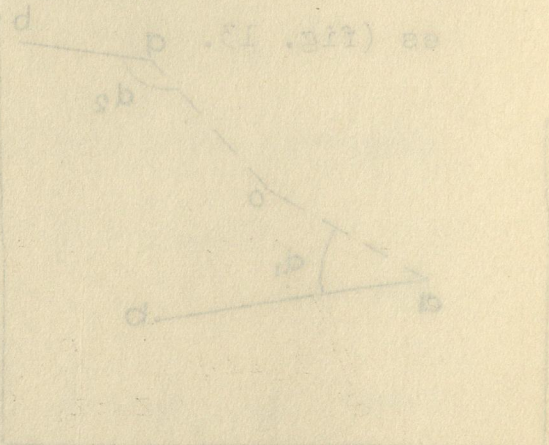
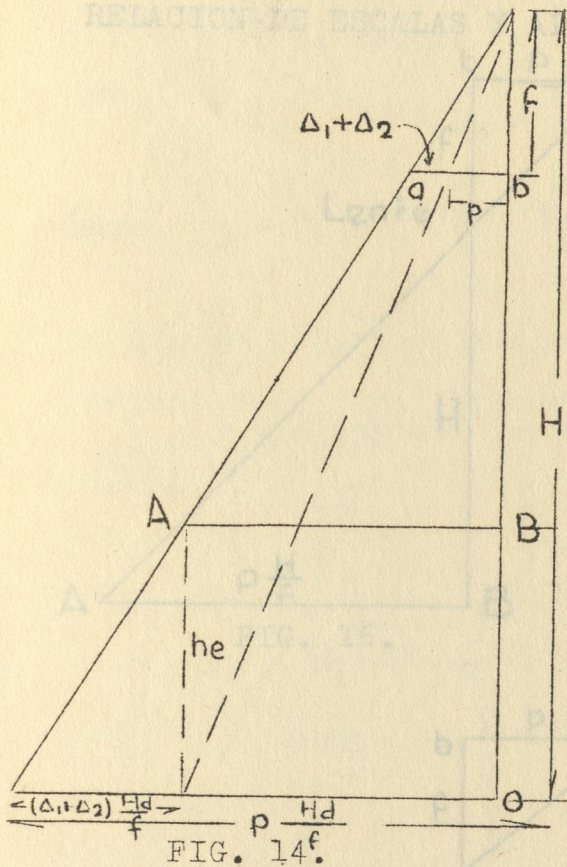


FIG. 13

deben ser el mismo (+) o el mismo cuando $\angle < 90^\circ$ y el signo negativo (-) cuando $\angle > 90^\circ$

$$h_e = \frac{X}{P} (h_1 - h_2)$$



Observaciones prácticas: (Fig. 15) cuando X sea igual a cero, $\frac{P}{2}$ y $\frac{P}{2}$, las elevaciones equivalentes son Z_2 , Z_1 y $1/2 (Z_1 - Z_2)$ respectivamente.

DETERMINACION DE Z_e POR MEDIO DE UN NOMOGRAMA.-

Son tantos los cálculos que hay que hacerse de Z_e en cada foto que se simplifican notablemente valiéndose de un nomograma

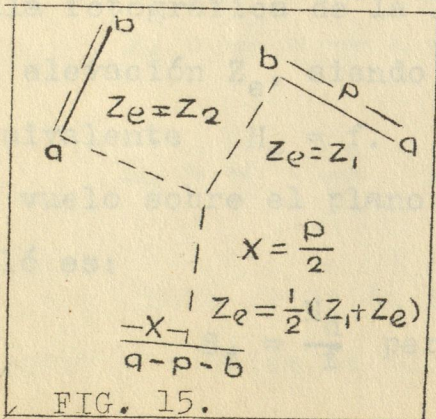
$$Z_e = Z_2 \pm \frac{X}{P} (Z_1 - Z_2)$$

$$K = \frac{X}{P} (Z_1 - Z_2)$$

pues hallando el valor de K fácilmente es encontrado el de Z_e restando o sumando según el valor de α_1 la magnitud encontrada - K.

Valores límites

$$K = 300 \text{ mts.} \quad X = 0.15 \text{ mts.} \quad \text{y} \quad P = 0.15 \text{ mts.}$$



$$K P = w \quad K = 1 \quad w = X (Z_1 - Z_2) = w \quad X = X$$

Observaciones prácticas: (Fig. 15) cuando X sea igual a cero. P y P', las elevaciones equiva- lentes con Z₁ y 1/2 (Z₁-Z₂) respectivamente.

DETERMINACION DE Z₀ POR MEDIO DE UN NOMICRAMA.

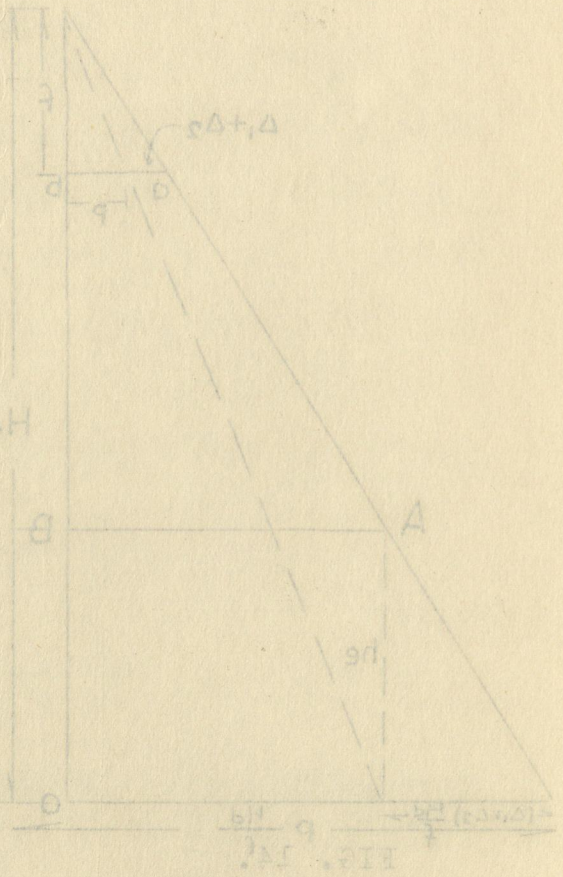
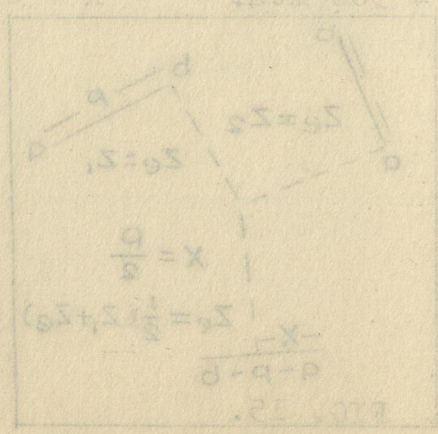
Son tantos los cálculos que hay que hacerse de Z₀ en cada caso que se simplifica notable- mente valiéndose de un nomograma

$Z_0 = Z_2 \pm \frac{X}{P} (Z_1 - Z_2)$ haciendo $K = \frac{X}{P} (Z_1 - Z_2)$ pues hallando el valor de K fácilmente se encuentra el de Z₀ restado o sumado según el valor de X la magnitud encontrada.

Valores límites

K = 300 mts. X = 0.15 mts. P = 0.15 mts.

$KP = w$ $K = 1$ $w = X$
 $X(Z_1 - Z_2) = w$



RELACION DE ESCALAS Y ALTURAS DE VUELO.

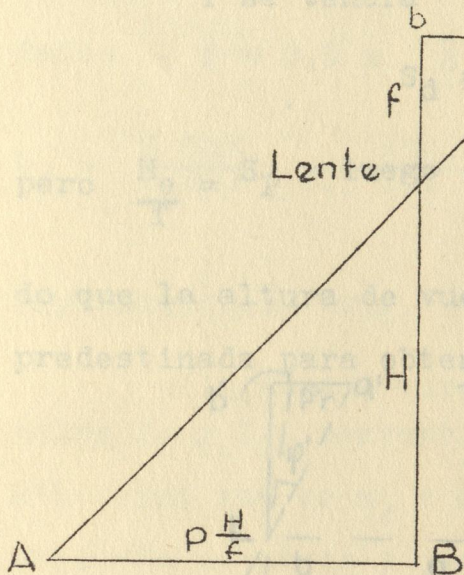


FIG. 16.

Como siempre A y B representan dos puntos del terreno -- (fig. 16) y a y b sus imágenes. Por una sencilla proporción

$$AB = P \cdot \frac{H}{f}$$

donde la escala de la línea ab está representada por $\frac{H}{f}$; cuando H. es igual a 2 000 mts. y la -- distancia f es igual a 0.20 mts.

la escala es $\frac{2\ 000}{0.20} = 1 : 10\ 000$.

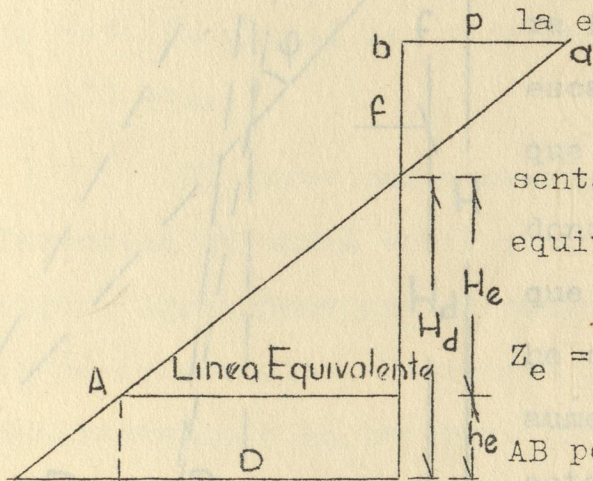


FIG. 17.

En la figura 17 AB representa una línea a la elevación -- equivalente.

$$Z_e = Z_2 \pm \frac{X}{P} \quad (Z_1 - Z_2) \quad \text{siendo}$$

AB por suposición igual a la -- distancia horizontal D. La es-

cala fotográfica de la línea es $S_p = \frac{D}{P}$ y prevalece a -- la elevación Z_e , siendo la altura de vuelo sobre la línea equivalente $H_e = f$. S_p y H_d representa la altura -- de vuelo sobre el plano de referencia, la escala a que se voló es:

$$S_d = \frac{H_d}{f} \quad \text{pero } H_d = H_e + h_e$$

RELACION DE ESCALAS Y ALTURAS DE VUELO.

Como siempre A y B representan dos puntos del terreno -- (Fig. 16) y a y b sus imágenes. Por una sencilla proporción

$$AR = P \cdot \frac{H}{f}$$

donde la escala de la línea ab está representada por $\frac{H}{f}$; cuando H es igual a 2 000 mts. y la distancia f es igual a 0.20 mts. la escala es $\frac{2000}{0.20} = 1 : 10\ 000$.

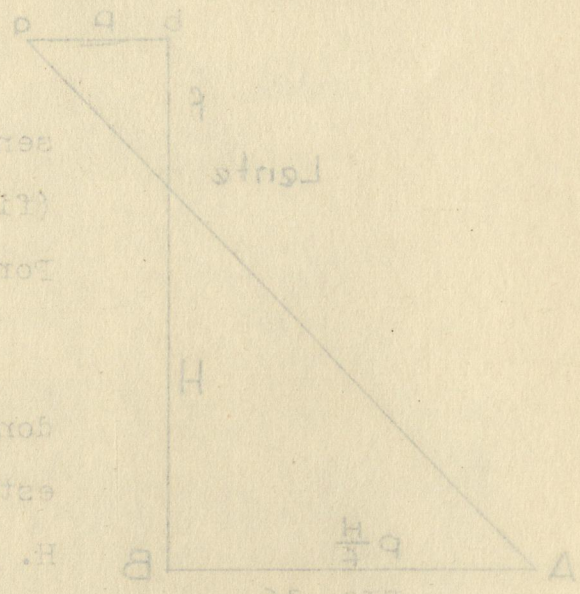


FIG. 16.

En la figura 17 AB representa una línea a la elevación equivalente.

La elevación H_e es la altura de vuelo sobre la línea AB por exposición igual a la distancia horizontal D. La escala

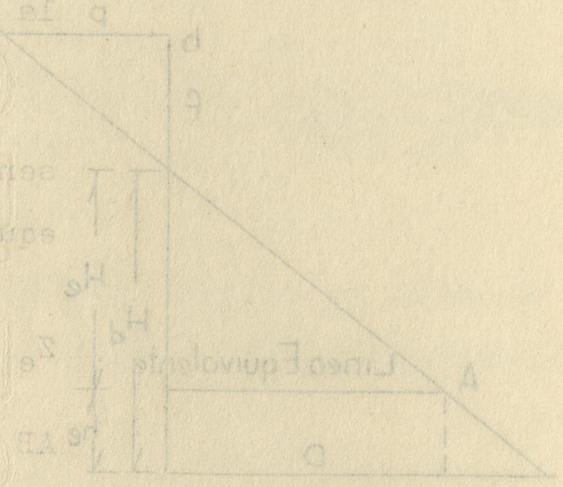


FIG. 17.

esta fotografía de la línea es $S_p = \frac{D}{p}$ y prevalece a la elevación H_e , siendo la altura de vuelo sobre la línea equivalente $H_e = f \cdot S_p$. H_e representa la altura de vuelo sobre el plano de referencia la escala a que se

vele es:

$$S_p = \frac{D}{p} \text{ pero } H_e = H_p + h_e$$

Ejemplo: Y se tendrá

$$S_d = \frac{H_e}{F} + \frac{h_e}{F}$$

pero $\frac{H_e}{F} = S_p$ luego $S_d = S_p + \frac{h_e}{F}$ (fig. 18) suponiendo

que la altura de vuelo H_d sea menor que H (altura predestinada para obtener una escala dada) = $F \cdot S$, la longitud

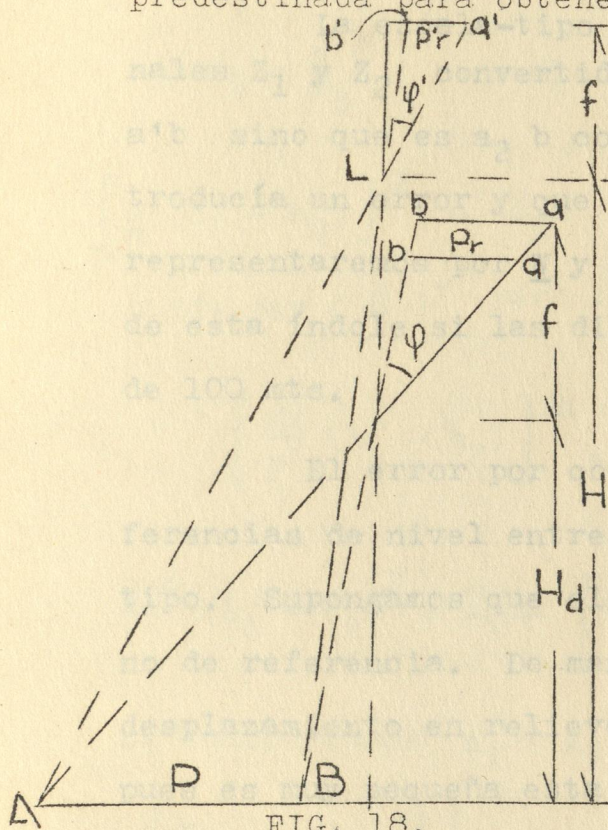


FIG. 18.

de la escala-tipo dada - ab es mayor que a'b' que debería ser la correcta longitud

si se hubiera volado a la altura H; en estas condiciones la escala actual es $S_d = \frac{D}{P_r}$ y la

que se debió obtener $S = \frac{D_1}{P'_r}$ donde $P_r > P'_r$. Entonces hay

que encontrar la relación en que ha disminuído la escala por el

aumento de ab, Llamando R_d a esta relación se tiene :

$$R_d = \frac{S_d}{S} = \frac{S_p}{S} + \frac{h_e}{S \cdot F} \text{ pero } S \cdot F = H \text{ luego}$$

$$R_d = \frac{S_p}{S} + \frac{h_e}{S \cdot F} \text{ y también } R_d = \frac{H_d}{H} = \frac{f \cdot S_d}{F \cdot S} = \frac{S_d}{S}$$

Esta relación es llamada "relación de alargamiento" y también es empleada cuando la impresión es más pequeña.

Y se tendrá

$$S_B = \frac{H_e}{L} + \frac{H_c}{L}$$

pero $\frac{H_e}{L} = S_p$ luego $S_B = S_p + \frac{H_c}{L}$ (fig. 18) suponien

do que la altura de vuelo H_e sea menor que H (altura --
 preestablecida para obtener una escala dada) = R. S. la lon-
 gitud de la escala-tipo dada --
 se es mayor que S_p , que de-
 bería ser la correcta longitud.
 si se hubiera volado a la altu-
 ra H ; en estas condiciones la -
 escala actual es $S_B = \frac{H}{L}$ y la
 que se debió obtener $S = \frac{H_e}{L}$ -
 donde $R > 1$. Entonces hay -
 que encontrar la relación en que
 ha disminuido la escala por el -
 aumento de H . Llamando R_B a -
 esta relación se tiene:

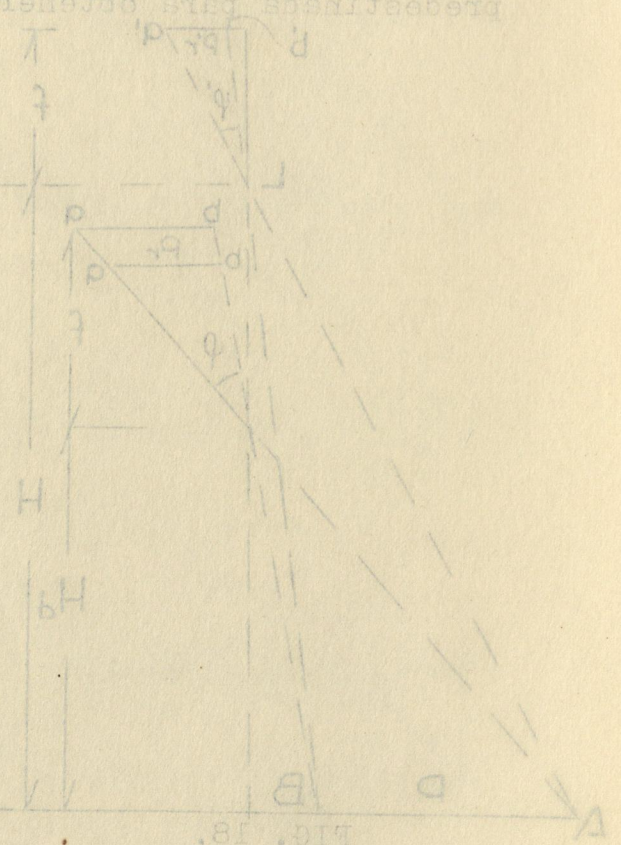


FIG. 18.

$$R_B = \frac{S_B}{S} = \frac{\frac{H}{L}}{\frac{H_e}{L}} = \frac{H}{H_e} \text{ pero } S.F. = H \text{ luego}$$

$$R_B = \frac{S_B}{S} = \frac{S_p + \frac{H_c}{L}}{S_p} \text{ y también } R_B = \frac{H_e}{H} = \frac{1}{S} = \frac{S_p}{S} = \frac{S_p}{S_p + \frac{H_c}{L}}$$

Esta relación se llama "relación de altura" y también es empleada cuando la expresión es más
 pedosa.

Ejemplo:

Datos $f = 0.3 \text{ m}$ $S = 1:4\ 000$ $S_p = 1:5\ 000$ $Z_e = 400$

$$R_d = \frac{5\ 000}{4\ 000} + \frac{400}{0.3 \times 4\ 000} = 1.58$$

CONVERGENCIA.- (Fig. 19)

La escala-tipo ab con sus elevaciones terminales Z_1 y Z_2 convertida a la elevación Z_e no es $a'b$ sino que es a_2b con tal motivo dijimos que se introducía un error y que llamamos de convergencia, lo representaremos por W y no es necesaria una corrección de esta índole si las diferencias de relieve no exceden de 100 mts.

El error por convergencia es una función de diferencias de nivel entre puntos terminales de la escala-tipo. Supongamos que el punto B se encuentra en el plano de referencia. De manera que sólo el punto A sufrirá desplazamiento en relieve. Consideremos además $H = f.S$ pues es muy pequeña esta **corrección**.

El desplazamiento en relieve m_1 del rayo oa cuando se proyecta normalmente a la escala-tipo ab es:

$$\Delta_1 = aa_2 = m_1 \cos \alpha_1 \quad \text{y} \quad a_2a' = m_1 \sin \alpha_1$$

$$(a'b)^2 = (a_2a')^2 + (P - a_2a)^2 \quad \text{por definición} \quad \underline{a'b = a_2b + w}$$

combinando términos:

Ejemplo:

Datos: $r = 0.3 \text{ m}$, $S = 1:14000$, $S_p = 1:15000$, $E_p = 400$

$$H_a = \frac{2000}{4000} + \frac{400}{0.3 \times 4000} = 1.38$$

CONVERGENCIA. - (Fig. 19)

La escala-tipo se con sus elevaciones terminales X_1 y X_2 convertida a la elevación E_p no es...
El error por convergencia es una función de la...
terrestres de nivel entre puntos terminales de la escala-tipo. Suponemos que el punto B se encuentra en el plano de referencial. De manera que sólo el punto A sufrirá desplazamiento en relieve. Consideremos ahora $H = 1.5$ que es un pedregal esta corrección.

El desplazamiento en relieve m_1 del rayo a_1 cuando se proyecta normalmente a la escala-tipo es:
$$m_1 = \frac{H}{S_p} \sin \alpha_1$$

El desplazamiento en relieve m_2 del rayo a_2 cuando se proyecta normalmente a la escala-tipo es:
$$m_2 = \frac{H}{S_p} \sin \alpha_2$$

$$(P - m_1 \cos \alpha_1 + w)^2 + (m_1 \sin \alpha_1)^2 + (P - m_1 \cos \alpha_1)^2 \text{----- A}$$

$$(P - m_1 \cos \alpha_1)^2 + 2w (P - m_1 \cos \alpha_1) + w^2 = m_1^2 \sin^2 \alpha_1 + (P - m_1 \cos \alpha_1)^2$$

despreciando w^2 por ser pequeñísimo y reduciendo se tiene $m_1^2 \sin^2 \alpha_1 = 2PW (1 - \frac{m_1 \cos \alpha_1}{P})$ ----- (B)

pero recordando $m_1 = \frac{r_1}{H} (h_1 - h_2)$

$\sin \alpha_1 = \frac{N}{r_1}$; $\cos \alpha_1 = \frac{X}{r_1}$ se tiene en seguida.

$$\left[\frac{N}{H} (h_1 - h_2) \right]^2 = \frac{2w}{H} \left[P.H - X (h_1 - h_2) \right] \text{ multipli-$$

cando por $\left(\frac{H}{P} \right)^2$ para llegar a forma conocida:

$$\left[\frac{HN}{P} (h_1 - h_2) \right]^2 = \frac{H^2 w}{P^2} \left[PH - X (h_1 - h_2) \right]$$

$$\left(\frac{N}{P} \right)^2 (h_1 - h_2)^2 = \frac{2Hw}{P} \left[H - \frac{X}{P} (h_1 - h_2) \right] \text{----- (D)}$$

Si consideramos $A_1 + A_2 = W = \frac{P}{H} \cdot h_c$ tenemos

$$\left[\frac{N}{P} (h_1 - h_2) \right]^2 = 2 h_c \left[H - \frac{X}{P} (h_1 - h_2) \right]$$

$$h_c = \frac{\left[\frac{N}{P} (h_1 - h_2) \right]^2}{2 \left[H - \frac{X}{P} (h_1 - h_2) \right]}$$

La elevación equivalente **corregida** por convergencia es

pues:

$$Z_{ec} = Z_2 \pm \frac{X}{P} (h_1 - h_2) - \frac{\left[\frac{N}{P} (h_1 - h_2) \right]^2}{2 \left[H \pm (h_1 - h_2) \right]}$$

haciendo $X = 0$ $Y = W = 0.001.P$ en la ecuación D se tiene $h_1 - h_2 = \frac{HP}{N}$ (0.0448) esta ecuación quiere decir que cuando $h_1 - h_2 = \geq 0.0448 \frac{HP}{N}$ una corrección por convergencia será aplicada por tomar un error mayor que el 0.1%; si hacemos $\frac{P}{N} = 1$, $H = 2\ 000$ mts. y $w = 0.001 P$.

$h_1 - h_2 = 89.6$ mts. luego el error producido por convergencia cuando se trata de diferencias de alturas menores de 89.60 es menor que el 0.1%.

Se ve prácticamente que la corrección por el error de convergencia es innecesaria en diferencias de nivel que no excedan a los 150 mts. pues en los trabajos de levantamiento hay un margen de tolerancia que los hace desechables, y si aún quisieran hacerse estas correcciones es fácil tabular los valores para los datos más frecuentes.

Ejemplo: Encontrar a que tanto por ciento corresponde la corrección por convergencia con los siguientes datos:

$$P = 0.075 \text{ m} \quad N = 0.10 \quad f = 0.25 \text{ m} \quad S = 1:13\ 000.$$

$$X = 0.075 \text{ m} \quad H = F.S = 3\ 250 \text{ m} \quad h_1 = 666 \quad h_2 = 0 \quad D = 843.27$$

$$SP = \frac{D}{P} = \frac{843.27}{0.075} = 1 : 11\ 243.6$$

para:

$$E_{eo} = \frac{E_{22} \pm \frac{X}{V} (h_1 - h_2)}{E \left[H \pm (h_1 - h_2) \right]}$$

haciendo $X = 0$ $Y = W = 0.001 P$ en la ecuación D se tiene $h_1 - h_2 = \frac{HP}{V} (0.0448)$ esta ecuación quiere decir que cuando $h_1 - h_2 \geq 0.0448 \frac{HP}{V}$ una corrección por convergencia será aplicada por tener un error mayor que el 0.1% al hacerse $\frac{H}{V} = 1$, $H = 2000$ mts. y $w = 0.001 P$.

$h_1 - h_2 = 39.6$ mts. luego el error producido por convergencia cuando se trata de diferencias de alturas menores de 39.60 es menor que el 0.1%.

Se ve prácticamente que la corrección por el error de convergencia es innecesaria en diferencias de nivel que no excedan a los 150 mts. pues en los trabajos de levantamiento hay un margen de tolerancia que los hace desechables, y si aun quisieran hacerse estas correcciones es fácil tabular los valores para los casos más frecuentes.

Ejemplo: Encontrar a que tanto por ciento corresponde la corrección por convergencia con los siguientes datos:

$$P = 0.075 \text{ m} \quad N = 0.10 \quad t = 0.25 \text{ m} \quad S = 1:15000$$

$$X = 0.075 \text{ m} \quad H = P.S = 3250 \text{ m} \quad h_1 = 666 \quad h_2 = 0 \quad D = 843.27$$

$$E = \frac{H}{P} = \frac{666}{0.075} = 8880$$

$$H_e = S_p \cdot f = 11\,243 \times 0.25 = 2\,810.9$$

$$h_{e_c} = h_2 + \frac{X}{P} (h_1 - h_2) - h_c = 0 + \frac{0.075}{0.075} \cdot 666 - h_c = 666 - h_c$$

$$h_c = \frac{\left[\frac{N}{P} \cdot (h_1 - h_2) \right]^2 \cdot \left(\frac{0.1}{0.075} \cdot 666 \right)^2}{2 \left[H - \frac{X}{P} (h_1 - h_2) \right]^2} = \frac{(1.33 \times 666)^2}{2 (3250 - 0.075 \cdot 666)} = \frac{5\,168}{33.7} = 152.50$$

INCLINACION.

$$h_{e_c} = 666 - 152.50 = 513.5$$

$$H_d = H_e - h_{e_c} = 2\,810.9 - 513.5 = 3\,324.40$$

$$S_d = \frac{H_d}{I} = \frac{3\,324.4}{25.5} = 13\,297.6$$

$$R_d = \frac{S_d}{S} = \frac{13\,297.6}{13\,000} = 1.022$$

$$R_d = \frac{H_d}{H} = \frac{3\,324.4}{3\,250.0} = 1.022$$

Error por ciento 0.022 de manera que es despreciable

Véase Fig. 19.

$$H_e = S_p \cdot i = 11.243 \times 0.25 = 2.810.9$$

$$h_{ec} = h_c + \frac{K}{P} (h_1 - h_2) - h_c = 0 + \frac{0.075}{0.075} \cdot 666 - h_c = 666 - h_c$$

$$H_e = \frac{H_1 \cdot (h_1 - h_2) + \frac{K}{P} (h_1 - h_2)}{2 \left[H \frac{K}{P} (1 - h_2) \right]} = \frac{11.243 \cdot (666 - h_c) + \frac{0.075}{0.075} \cdot 666}{2 \left[11.243 \cdot \frac{0.075}{0.075} \cdot (1 - h_2) \right]}$$

$$= 152.30$$

$$h_{ec} = 666 - 152.30 = 513.7$$

$$H_d = H_e - h_{ec} = 2.810.9 - 513.7 = 2.297.2$$

$$S_d = \frac{H_d}{i} = \frac{2.297.2}{0.25} = 9.188.8$$

$$R_d = \frac{S_d}{P} = \frac{9.188.8}{13.000} = 0.7068$$

$$R_d = \frac{H_d}{P} = \frac{2.297.2}{3.250.0} = 0.7068$$

Erreur par suite de 0,025 de manere que se despreciable

Véase Fig. 13.

$$\omega = bq'_1 - bq_2$$

$$z_1 > z_2$$

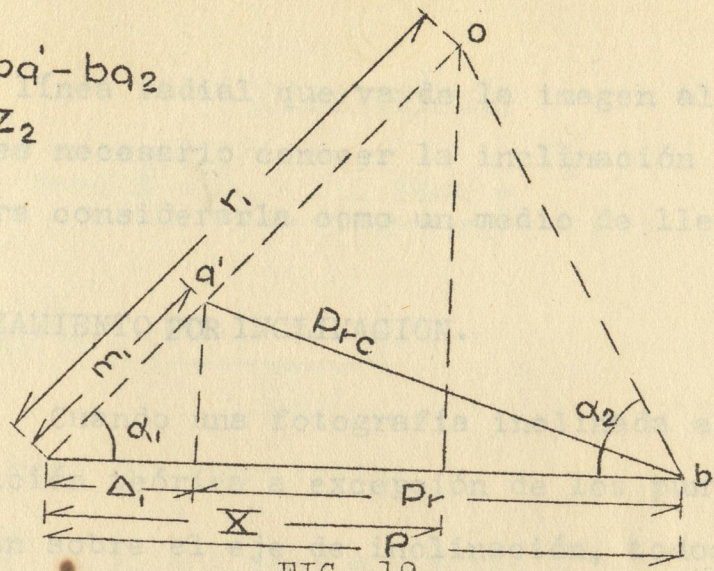
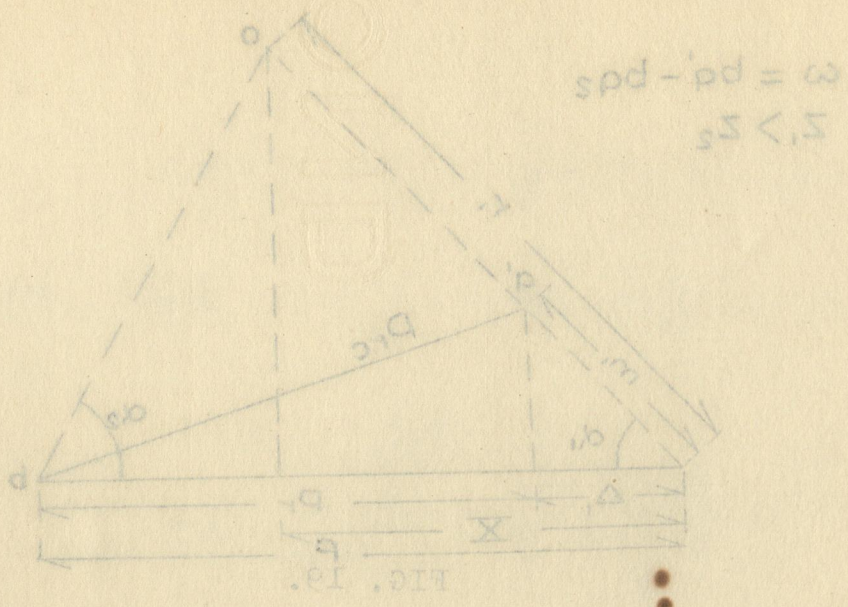


FIG. 19.

INCLINACION.

Quando el plano de una negativa al tiempo de una exposici3n no es paralelo al plano de referencia, est3 inclinado.

Las c3maras a3reas est3n equipadas con niveles poco sensibles para obtener estas inclinaciones, infortunadamente la **gravedad y la fuerza centrifuga**, causada por el movimiento del avi3n producen cambios en el nivel. El efecto de la inclinaci3n puede obtenerse comparando una fotograf3a inclinada con una no inclinada del mismo terreno. En el caso de un terreno rectangular, -- por ejemplo, si la fotograf3a es paralela a 3l aparece r3 como un rect3ngulo, pero en cambio si es inclinada -- con respecto a 3l tomar3 la forma trapezoidal; todos los puntos sobre un lado del eje de inclinaci3n se desplazaran alej3ndose del eje y todos los puntos del otro lado se acercaran a 3l. Este desplazamiento se verifica so-



INCLINACION.

Cuando el plano de una cámara al tiempo de una exposición no es paralelo al plano de referencia, está inclinado.

Las cámaras aéreas están equipadas con niveles horizontales para obtener estas inclinaciones, internamente la gravedad y la fuerza centrífuga, causada por el movimiento del avión producen cambios en el nivel. El efecto de la inclinación puede obtenerse comparando una fotografía inclinada con una no inclinada del mismo terreno. En el caso de un terreno rectangular, por ejemplo, si la fotografía es paralela a él aparecerá como un rectángulo, pero en cambio si es inclinada con respecto a él tomará la forma trapezoidal; todos los puntos sobre un lado del eje de inclinación se desplazarán alejándose del eje y todos los puntos del otro lado se acercarán a él. Este desplazamiento se verifica so-

bre la línea radial que va de la imagen al isocentro, de donde es necesario conocer la inclinación de la fotografía para considerarla como un medio de llegar al plano.

DESPLAZAMIENTO POR INCLINACION.

Cuando una fotografía inclinada es restituída a la posición teórica a excepción de los puntos que se encuentran sobre el eje de inclinación, todos los demás se rigen por leyes definidas en su movimiento. La intersección de la placa inclinada con el plano no inclinado define el eje de inclinación. La intersección del eje de inclinación y la línea principal, (línea normal a la placa y que pasa a través del punto principal) es conocida con el nombre de isocentro y se representa por i , el eje de inclinación pasa por i y es normal al dado; en la Fig. 20 iL es común a los dos triángulos rectángulos Lvi y Loi de iguales bases, f (la distancia principal); los ángulos vLi e iLo y la distancia vi e io son iguales. El adiv y el punto principal están sobre la vertical fotografiada, el desplazamiento debido a la inclinación e_r sobre el lado levantado con respecto a la placa horizontal es: $e_r = ia - ia'$ y el desplazamiento e_d sobre el lado bajado con respecto al plano de referencia es: $e_d = ib' - ib$.

DEDUCCION DEL VALOR DE e_r

En la figura 20 se tiene:

que la línea radial que va de la imagen al isocentro, de donde es necesario conocer la inclinación de la fotografía para considerarla como un medio de llevar al plano.

TRASPASAMIENTO POR INCLINACION.

Cuando una fotografía inclinada es reconstituida a la posición teórica a excepción de los puntos que se encuentran sobre el eje de inclinación, todos los demás se rigen por leyes determinadas en su movimiento. La intersección de la placa inclinada con el plano no inclinada define el eje de inclinación. La intersección del eje de inclinación y la línea principal (línea normal a la placa y que pasa a través del punto principal) es conocida con el nombre de isocentro y se representa por I . El eje de inclinación pasa por I y es normal al tablero de la Fig. 20. Si se continúa las dos líneas rectas que son I y I_0 de traza base, y (la distancia principal); las líneas VI e I_0 y la distancia VI e I_0 son iguales. El eje y el punto principal están sobre la vertical fotográfica, el desplazamiento debido a la inclinación e sobre el lado levantado con respecto a la placa horizontal es: $e_1 = d \cdot \tan \alpha$ y el desplazamiento e_2 sobre el lado bajado con respecto al plano de

referencia es: $e_2 = d \cdot \tan \alpha$

REDUCCION DEL VALOR DE e_1

En la figura 20 se muestra

Primer método

$$\tan \beta = \frac{E_1 - f \cdot \tan \frac{t}{2}}{f}$$

$$\text{y } \tan \alpha = \frac{E + f \tan \frac{t}{2}}{f}$$

Resolviendo las ecuaciones:

$$E_1 = f \tan \beta + f \tan \frac{t}{2} \quad \text{----- (A)}$$

$$E = f \tan \alpha - f \tan \frac{t}{2} \quad \text{----- (B)}$$

$$e_r = E - E_1 \quad \text{----- (C)}$$

$$\text{Luego: } e_r = f (\tan \alpha - \tan \beta - 2 \tan \frac{t}{2}) \quad \text{----- (D)}$$

Segundo método

Por la relación de los lados a los senos:

$$\frac{E_1}{\sin (90 - \alpha)} = \frac{E}{\sin (90 + \alpha - t)} \quad \text{ó}$$

$$\frac{E_1}{\cos \alpha} = \frac{E}{\cos (\alpha - t)} \quad \therefore E_1 = \frac{E \cos \alpha}{\cos (\alpha - t)}$$

pero tomando en consideración que:

$$\cos (\alpha - t) = \cos \alpha \cos t + \sin \alpha \sin t \quad \text{sustituyendo}$$

$$E_1 = \frac{E \cos \alpha}{\cos \alpha \cos t + \sin \alpha \sin t} = \frac{E}{\cos t + \tan \alpha \sin t} \quad \text{(A)}$$

Primer método

$$\tan \alpha = \frac{E_1 - E_2}{I} = \frac{E_1 - I \tan \beta}{I}$$

$$\tan \alpha = \frac{E_1 + I \tan \beta}{I}$$

Resolviendo las ecuaciones:

(A) $E_1 = I \tan \beta + I \tan \alpha$

(B) $E_2 = I \tan \alpha - I \tan \beta$

(C) $E_1 = E_2 - E_1$

(D) Imagen: $E_1 = I (\tan \alpha - \tan \beta) - 2 \tan \beta$

Segundo método

Por la relación de los lados a los senos:

$$\frac{E_1}{\sin (90^\circ - \alpha)} = \frac{E_2}{\sin (90^\circ + \alpha - \beta)}$$

$$\frac{E_1}{\cos \alpha} = \frac{E_2}{\cos (\alpha - \beta)} \therefore E_1 = \frac{E_2 \cos \alpha}{\cos (\alpha - \beta)}$$

pero tomando en consideración que:

$$\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

(A) $E_1 = \frac{E_2 \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}$

observando la figura:

$$\tan \alpha = \frac{f \tan \frac{t}{2} + E}{f} \quad \text{sustituyendo este -}$$

valor en A

$$E_1 = \frac{E}{\cos t + \frac{\sin t}{f} (f \tan \frac{t}{2} + E)} \quad \text{-----} \quad (B)$$

haciendo $\tan \frac{t}{2} = \frac{1}{2} \frac{\sin t}{E}$ por ser $\frac{\sin t}{E}$ pequeño y ---

$$\cos t = 1 \quad \text{tenemos} \quad E_1 = \frac{E}{1 + \frac{1}{2} \frac{\sin^2 t}{E} + \frac{E \sin t}{f}} \quad (C)$$

$\frac{1}{2} \frac{\sin^2 t}{E}$ es despreciable por ser muy pequeño, luego

$$E_1 = \frac{E}{1 + \frac{E \sin t}{f}} \quad \text{-----} \quad (D)$$

El desplazamiento por inclinación es:

$$e_r = E - E_1 \quad \text{-----} \quad (E)$$

sustituyendo valores de E se tiene:

$$e_r = E - \frac{E}{1 + \frac{E \sin t}{f}} = \frac{E + E^2 \frac{\sin t}{f} - E}{1 + \frac{E \sin t}{f}} = \frac{E^2 \frac{\sin t}{f}}{1 + \frac{E \sin t}{f}}$$

multiplicando el numerador y denominador por

$$\frac{f}{(\sin t)} ; e_r = \frac{E^2}{\frac{f}{\sin t} + E}$$

para el lado bajado se encuentra

$$e_d = \frac{E^2}{\frac{f}{\sin t} - E}$$

La distancia E es la comprendida sobre el plano de la fotografía inclinada, del eje de inclinación al punto en cuestión.

Para ángulos muy pequeños, suele emplearse, tanto para la parte levantada como para la bajada:

$$e = \frac{E^2 \operatorname{sent} t}{f}$$

Ejemplo: $E = 0.10$ $f = 0.25$ m $t = 10^\circ$

$$\text{encontrar } e_r = \frac{0.10^2}{\frac{0.25}{0.1736} + 0.1} = 0.006 \text{ m}$$

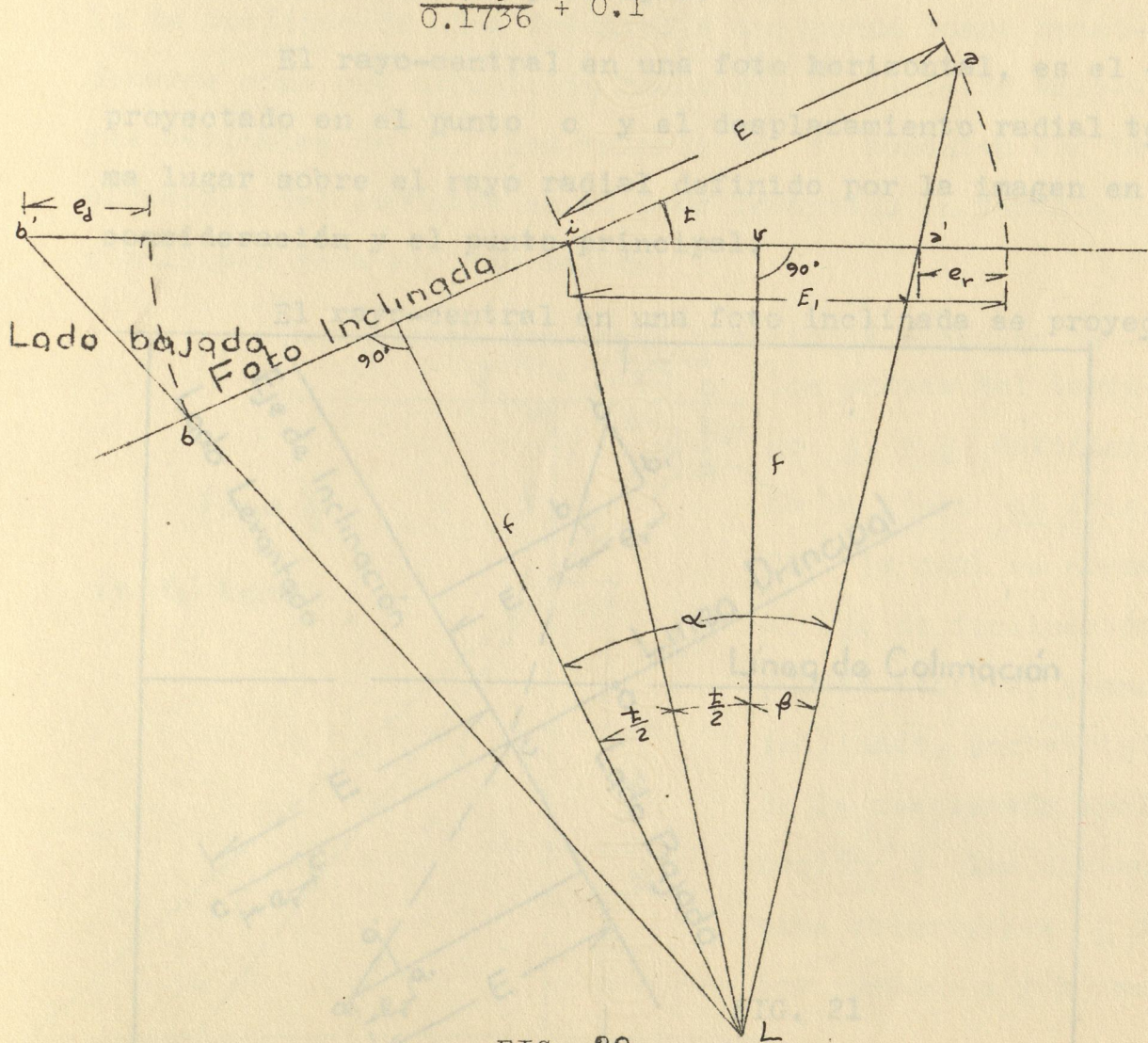


FIG. 20.

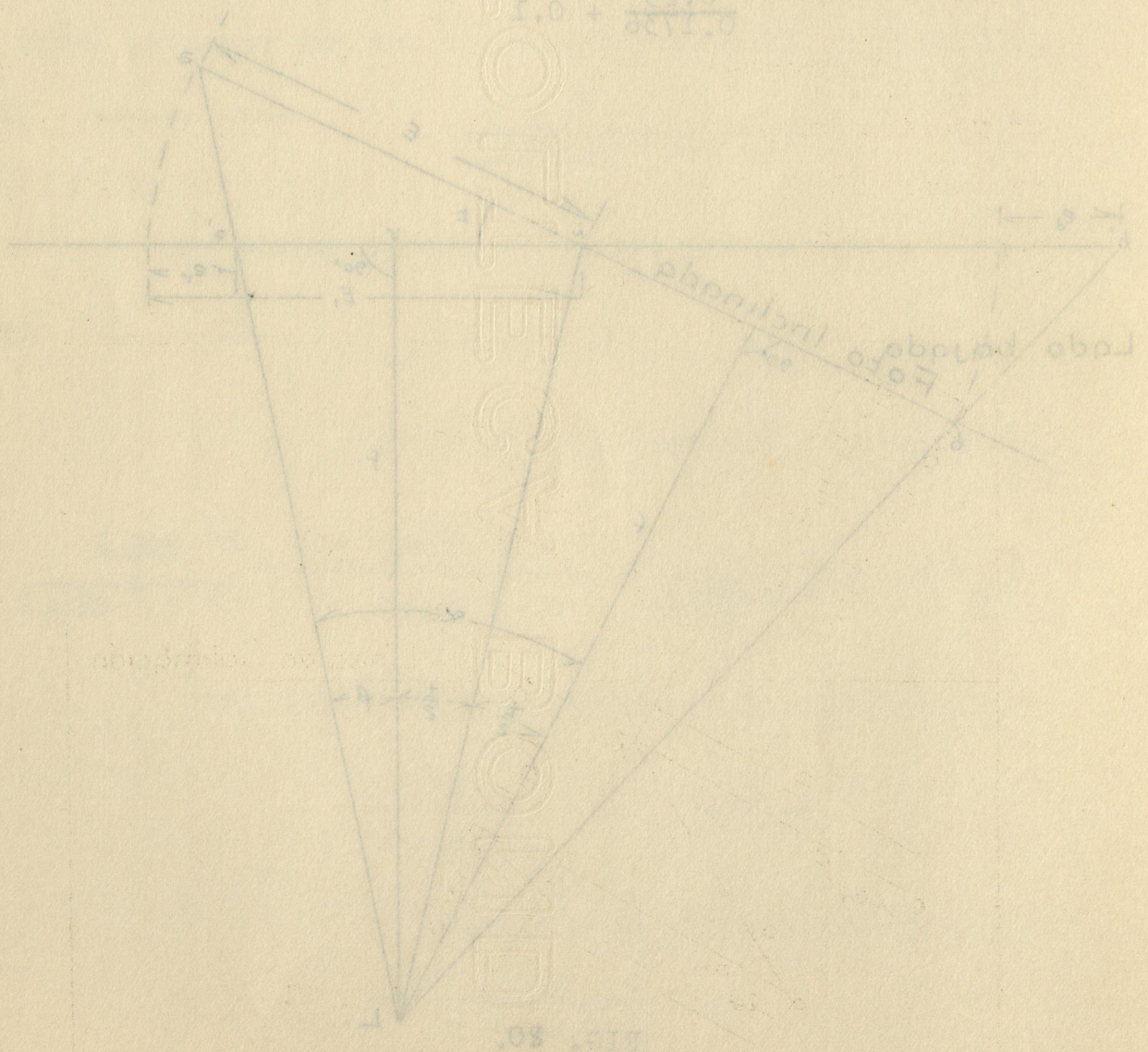
La distancia E es la comprendida sobre el eje
 de la fotocamara inclinada, del eje de inclinacion al
 punto en cuestion.

Para angulos muy pequenos, puede emplearse, tan-
 to para la parte levantada como para la bajada:

$$e = \frac{E^2 \text{ cent}}{f}$$

Ejemplo: E = 0.10 f = 0.25 m t = 10°

$$\text{encontrar } e = \frac{0.10^2}{0.1736 + 0.1} = 0.006 \text{ m}$$



En la Fig. 21 puede verse claramente el eje de inclinación y sobre todo las correcciones en una placa inclinada a los puntos.

El desplazamiento actual aa' es obtenido proyectando e_r sobre una paralela al eje de inclinación y cortando por un rayo isocentral ia, así se obtiene el punto a'; el desplazamiento radial aa' es igual a $\frac{e_r}{\cos \varphi}$

Fig. 21. Luego la distancia D del terreno puede obtenerse en la foto (P_t) cuando se conocen la inclinación, la escala y la distancia principal.

El rayo-central en una foto horizontal, es el proyectado en el punto o y el desplazamiento radial toma lugar sobre el rayo radial definido por la imagen en consideración y el punto principal.

El rayo-central en una foto inclinada se proyec

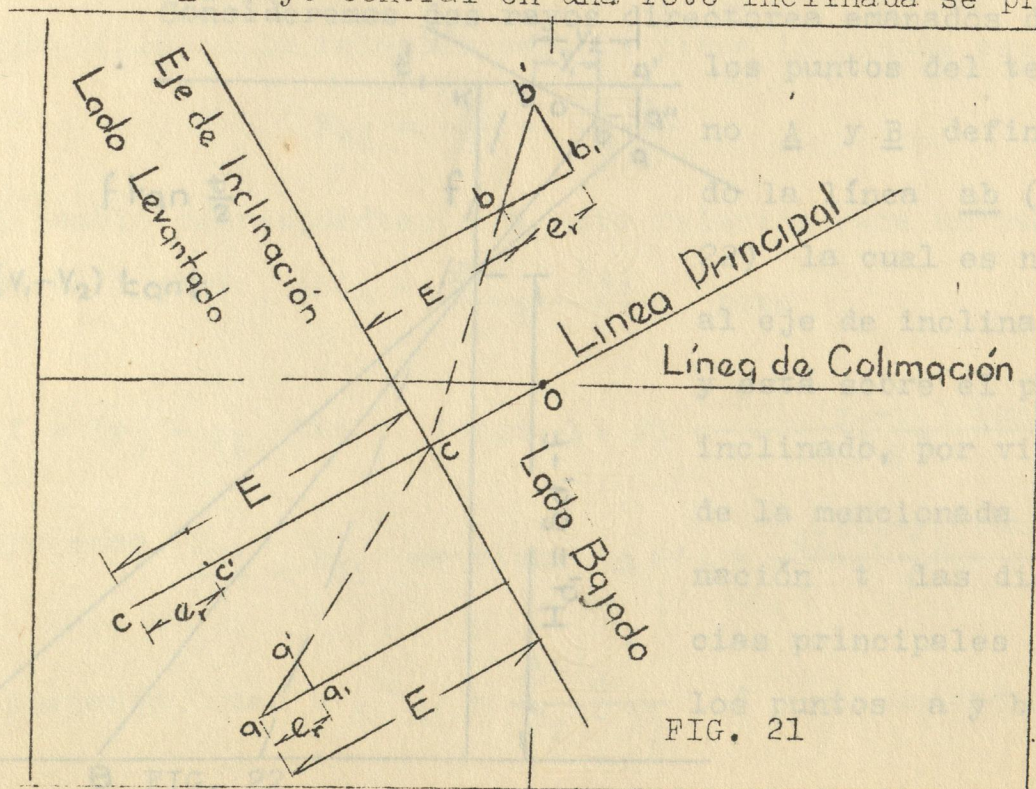


FIG. 21

En la Fig. 21 puede verse claramente el eje de inclinación y sobre todo las correcciones en una placa inclinada a los puntos.

El desplazamiento actual a' , es obtenido proyectando e' sobre una paralela al eje de inclinación y cortando por un rayo isocéntrico ia' , así se obtiene el punto a' ; el desplazamiento radial a' , es igual a $\frac{e'}{\cos \gamma}$

Fig. 21. Luego la distancia D del terreno puede obtenerse en la foto (F_f) cuando se conocen la inclinación, la escala y la distancia principal.

El rayo-central en una foto horizontal, es el proyectado en el punto o y el desplazamiento radial to se proyecta sobre el rayo radial definido por la imagen en consideración y el punto principal.

El rayo-central en una foto inclinada se proyecta

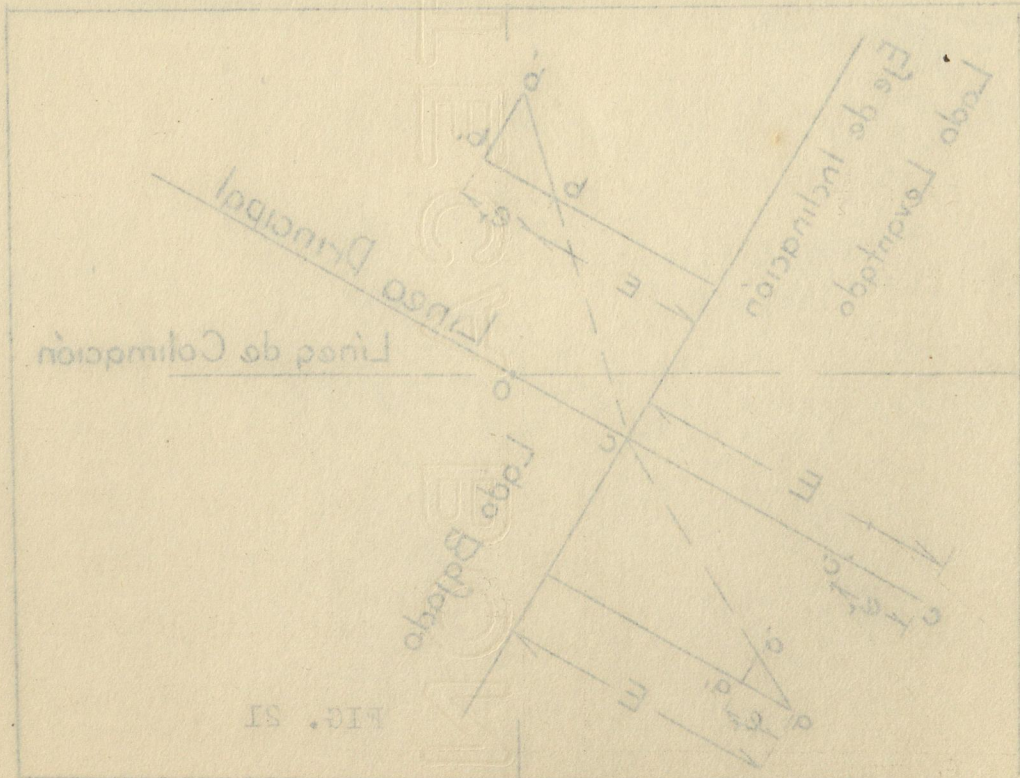
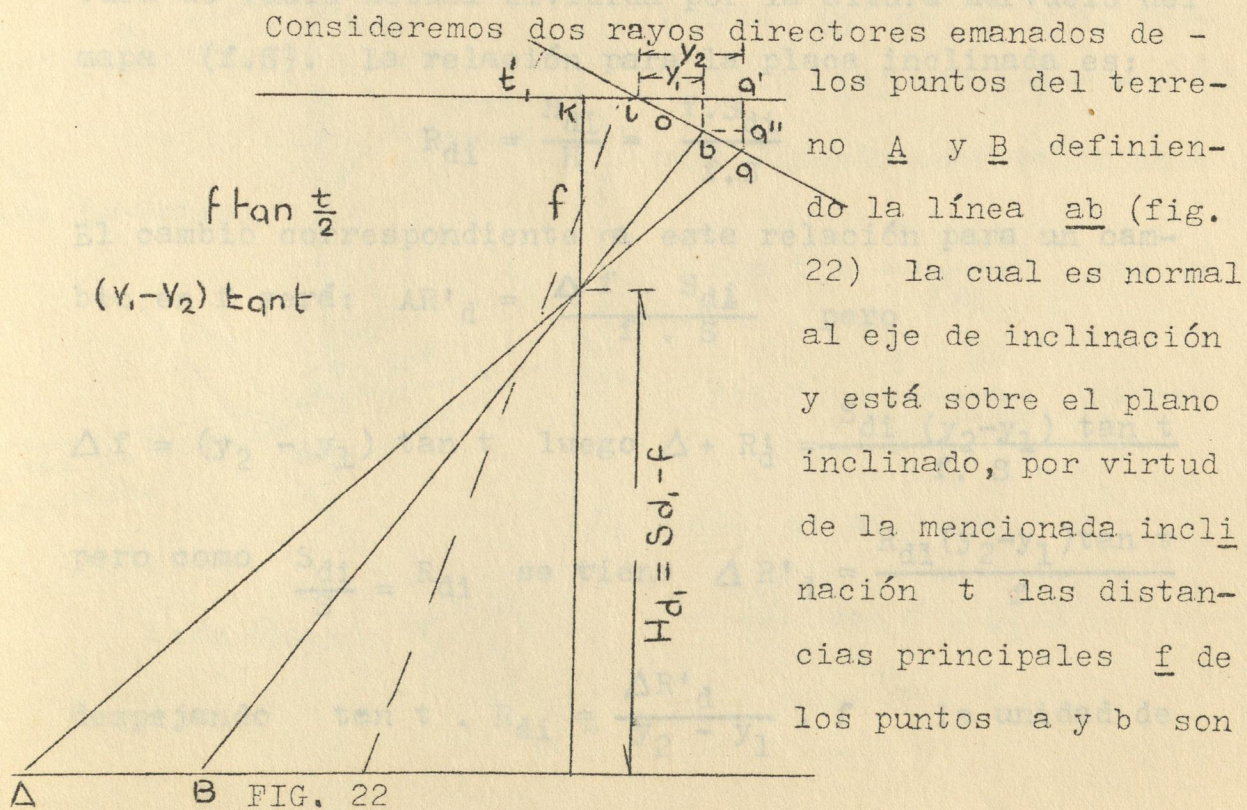


FIG. 21

ta en el isocentro i y estos rayos son proyecciones de la vertical en el plano de la fotografía. El punto principal queda definido también por las líneas de colimación y es de suma importancia su fijación pues todas las determinaciones fotogramétricas están referidas a él.

DEDUCCION DE LA FORMULA DE INCLINACION.

El ángulo diedro formado por el plano de una vista horizontal y el de una vista inclinada es el ángulo de inclinación. Una fotografía inclinada puede considerarse como una exposición hecha con un lente de valores variables de f . Los valores de f aumentan con la distancia del isocentro en el lado levantado en tanto que disminuyen para el lado bajado.



En el isocentro I y estas rayos son proyecciones de la vertical en el plano de la fotografía. El punto principal queda definido también por las líneas de colima- ción y es de suma importancia en fijación pues todas las determinaciones fotogramétricas están referidas a él.

REDUCCION DE LA FORMULA DE INCLINACION.

El ángulo diedro formado por el plano de una - vista horizontal y el de una vista inclinada es el ángulo de inclinación. Una fotografía inclinada puede consi- derarse como una exposición hecha con un lente de valo- res variables de f . Los valores de f aumentan con la distancia del isocentro en el lado levantado en tanto que disminuyen para el lado bajado.

Consideremos dos rayos directores empujados de - los puntos del terre- no A y B definien- do la línea ab (fig. 22) la cual es normal al eje de inclinación y está sobre el plano inclinado, por virtud de la mencionada incli- nación f las distan- cias principales f de los puntos a y b son

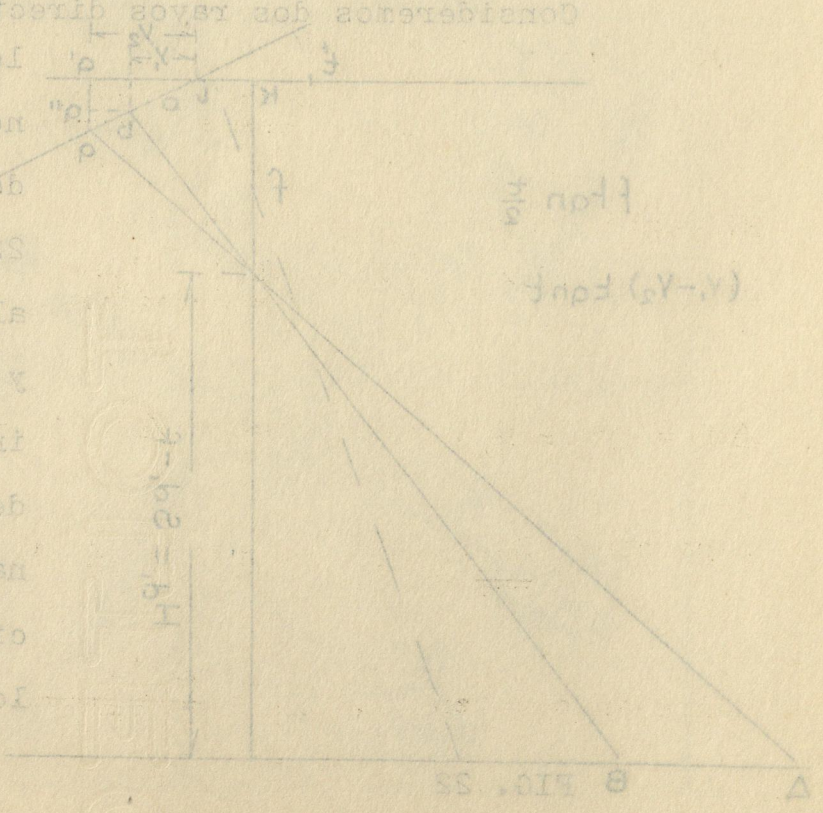


FIG. 22

$\frac{f - y_2 \tan t}{f}$ y $\frac{f - y_1 \tan t}{f}$ respectivamente.

La escala de la fotografía a la imagen a es $S_a = \frac{H_{di}}{f - y_2 \tan t}$ y la escala a la imagen b es

$S_b = \frac{H_{di}}{f - y_1 \tan t}$ de manera que la fotografía, en el lado bajado, es más pequeña puesto que los rayos se han acercado más y es más grande de lo debido en la parte levantada porque los rayos se han dispersado.

Sean R_a y R_b los rayos que van a a y b de la fotografía inclinada; el cambio producido en f por la inclinación es $(y_2 - y_1) \tan t$ sobre el intervalo ab del plano inclinado.

La relación de alargamiento o reducción es la altura de vuelo actual dividida por la altura del vuelo del mapa ($f.S$). La relación para la placa inclinada es:

$$R_{di} = \frac{H_{di}}{H} = \frac{f.S_{di}}{f.S}$$

El cambio correspondiente a esta relación para un cambio en f será: $\Delta R'_d = \frac{\Delta f \cdot S_{di}}{f \cdot S}$ pero

$$\Delta f = (y_2 - y_1) \tan t \quad \text{luego} \quad \Delta R'_d = \frac{S_{di} (y_2 - y_1) \tan t}{f \cdot S}$$

$$\text{pero como } \frac{S_{di}}{S} = R_{di} \quad \text{se tiene} \quad \Delta R'_d = \frac{R_{di} (y_2 - y_1) \tan t}{f}$$

$$\text{despejando} \quad \tan t \cdot R_{di} = \frac{\Delta R'_d}{y_2 - y_1} \cdot f \quad \text{la unidad de}$$

La inclinación de la fotografía a la imagen es α y la inclinación de la imagen a la fotografía es β .

Sea R_1 y R_2 los rayos que van a α y β de la fotografía inclinada; el cambio producido en f por la inclinación es $(V_2 - V_1) \tan \alpha$ sobre el intervalo Δf del plano inclinado.

La relación de alargamiento o reducción en la altura de vuelo actual dividida por la altura del vuelo del mapa (1.2), la relación para la placa inclinada es:

$$R_{\Delta f} = \frac{H \sin \alpha}{f \cos \alpha} = \frac{H \tan \alpha}{f}$$

El cambio correspondiente a esta relación para un cambio en f sería: $\Delta f' = \frac{\Delta f \cdot R_{\Delta f}}{R_{\Delta f}}$ pero

$$\Delta f' = \frac{H \tan \alpha}{f} \Delta f = \frac{H \tan \alpha}{f} \left(\frac{H \tan \alpha}{f} \right) \Delta f = \frac{H^2 \tan^2 \alpha}{f^2} \Delta f$$

pero como $\frac{H}{f} = R_{\Delta f}$ se tiene $\Delta f' = R_{\Delta f}^2 \Delta f$

$$\Delta f' = R_{\Delta f}^2 \Delta f = \left(\frac{H \tan \alpha}{f} \right)^2 \Delta f$$

la relación del cambio de $\frac{\Delta R}{R}$ es $\frac{\Delta R}{R} = \cos t$
 luego $t = \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R}{R}$
 donde ΔR representa la relación
 diferencial entre los puntos más próximos en la normal
 al eje de inclinación y otros (teóricos) en la placa ho-
 rizontal.

DESPAZAMIENTO POR INCLINACION. (otro método de obtención)

(Fig. 20) La relación entre el cambio produci-
 do por la inclinación y la dis-
 tancia l es $\frac{\Delta R}{R} = \frac{l}{R}$ y el in-
 versamente $l = \frac{\Delta R}{R} \cdot R = \Delta R \cdot R$
 sustituyendo este valor en

$$\text{sen } t = \frac{l \cdot \Delta R}{R} \text{ nos da}$$

$$\text{sen } t = \frac{l \cdot \Delta R}{R} \text{ donde}$$

tando l se tiene:

$$e = \frac{l}{R} \text{ sen } t = \frac{l}{R} \cdot \frac{l \cdot \Delta R}{R}$$

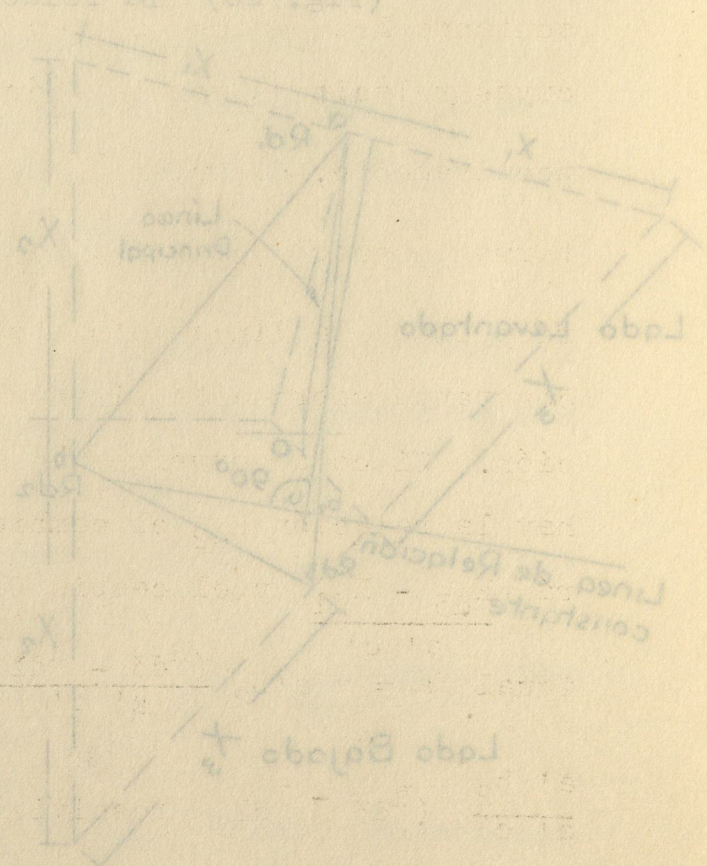


FIG. 20.

El valor deducido anteriormente para e es correcto como éste, empleándose este último para inclinaciones no mayores de 10° .

DIRECCION DEL EJE DE INCLINACION.

La ecuación: $\text{sen } t = f \cdot \frac{\Delta R_d}{R_{di}}$ implica que la escala y la relación sobre una placa inclinada varía como una línea recta, esto es si en un intervalo de K unidades, la relación cambia a $\Delta R'_d$, el cambio correspondiente en \underline{Km} unidades sería: $\underline{m \Delta R'_d}$

Sean los puntos a' , b' y c' figura 23, representando los puntos de tres escalas - tipo diferentes - cuyas relaciones con la teórica son R_{d1} , R_{d2} , R_{d3} respectivamente, suponiendo además que R_{d2} es un valor intermedio entre R_{d1} y R_{d3} se requiere determinar la dirección de la línea $a'b_2$ tal que la relación permanezca constante sobre esta línea ya que es el eje de inclinación. Si como supusimos en un punto de la línea $a'c'$ - hay la relación R_{d2} el cambio de relación por unidad será $\frac{R_{d3} - R_{d1}}{a'c'}$ y el cambio de relación entre a' y b_2 es

igual $a = a'b_2 \frac{(R_{d3} - R_{d1})}{a'c'}$ de donde $R_{d2} - R_{d1} =$

$\frac{a'b_2}{a'c'} (R_{d3} - R_{d1})$ resolviendo la ecuación anterior:

El valor debido anteriormente para θ es co-
recto como este emplazándose este último para inclinacio-
nes no mayores de 10° .

DIRECCION DEL EJE DE INCLINACION.

La ecuación: $\tan \theta = \frac{\Delta R_B}{R_{B1}}$ implica que la
escala y la relación sobre una placa inclinada varía co-
mo una línea recta, esto es en un intervalo de K .
unidades, la relación cambia a $\Delta R'_B$, el cambio corres-
pondiente en K unidades sería: $m \Delta R'_B$

Sean los puntos a' , b' y c' figuras 23, repre-
sentando los puntos de tres escalas - tipo diferentes -
cuyas relaciones con la técnica son R_{B1} , R_{B2} , R_{B3} res-
pectivamente, suponiendo además que R_{B2} es un valor in-
termedio entre R_{B1} y R_{B3} se requiere determinar la di-
rección de la línea $a'b'$ tal que la relación permanezca
constante sobre esta línea ya que es el eje de inclinac-
ión. Si como supusimos en un punto de la línea $a'b'$ -
hay la relación R_{B2} el cambio de relación por unidad es-
tá $R_{B3} - R_{B1}$ y el cambio de relación entre a' y b' es

$$\frac{R_{B3} - R_{B1}}{a'b'} \text{ de donde } R_{B2} - R_{B1} = \frac{R_{B3} - R_{B1}}{a'b'} \cdot a'b'$$

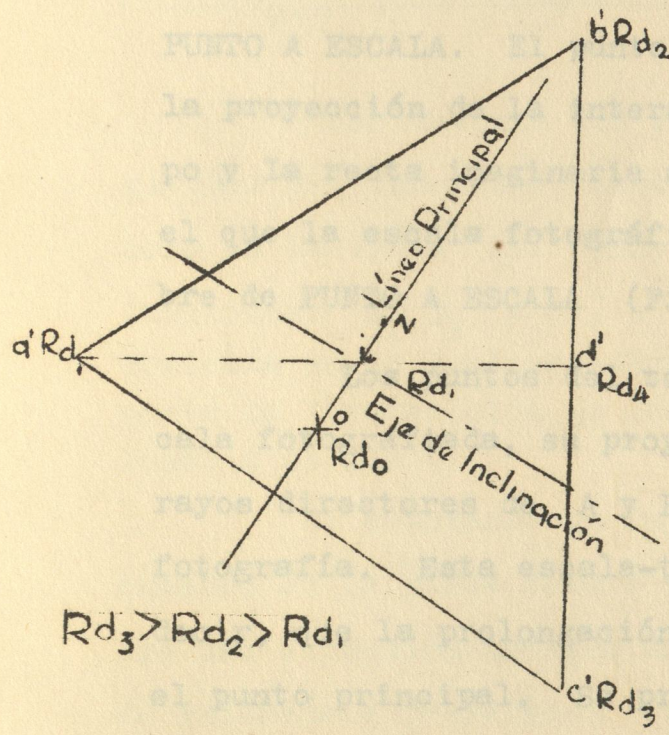
Resolviendo la ecuación anterior:
 $\frac{a'b'}{R_{B3} - R_{B1}} (R_{B2} - R_{B1})$

$$a'b_2 = a'c' \frac{(R_{d2} - R_{d1})}{R_{d3} - R_{d1}}$$

La relación sobre la recta $a'b_2$ es aproximadamente -- constante puesto que $b'b_2$ es prácticamente paralela al eje de inclinación cuando ésta es moderada. Cuando la inclinación y el relieve son grandes por sucesivas aproximaciones se puede llegar a valores de ángulos que difieren entre sí menos de 5 minutos.

Los tres puntos terminales de las escalas-tipo deben estar seleccionados de manera que se aproximen al triángulo equilátero.

DETERMINACION DEL ISOCENTRO.- (Fig. 24)



Cuando se conocen las relaciones de algunos puntos R_{d1} , R_{d2} , R_{d3} se puede determinar la relación R_{di} a la que se encuentra el isocentro por interpolaciones, usando las relaciones de los tres puntos con las escala-tipo como argumentos.

Supongamos que R_{d1} , R_{d2} , R_{d3} y R_{di} representan tres rela-

FIG. 24
ciones de los puntos de la escala-tipo, deduzcamos la re-

$$a'p_2 = a'p_1 \frac{(R_{d2} - R_{d1})}{R_{d2} - R_{d1}}$$

La relación sobre la recta $a'p_2$ es aproximadamente -- constante puesto que $d'p_2$ es prácticamente paralela al eje de inclinación cuando ésta es moderada. Cuando la inclinación y el relieve son grandes por sucesivas erguaciones se puede llegar a valores de ángulos que di- fueran entre el rango de 5 minutos.

Los tres puntos terminales de las escalas-tipo deben estar seleccionados de manera que se aproximen al triángulo equilátero.

DETERMINACION DEL ISOCENTRO. -- (Fig. 24)

Cuando se conocen las relaciones de algunos puntos R_{d1}, R_{d2}, R_{d3} se puede de- terminar la relación R_{d1} a la que se encuentra el isocentro por interpolaciones, usando las relaciones de los tres puntos con las escalas-tipo como argu- mentos.

Supongamos que R_{d1}, R_{d2}, R_{d3} y R_{d3} representan tres rela-

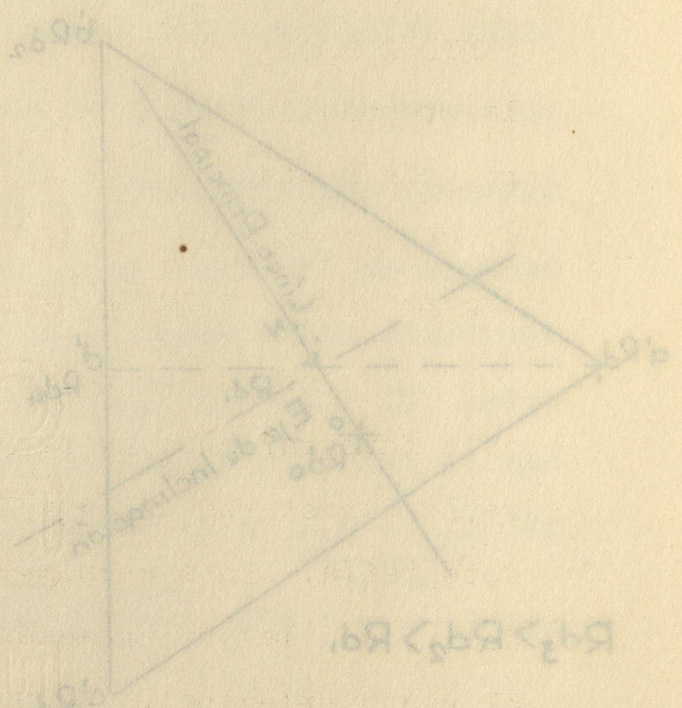


FIG. 24. -- Relaciones de los puntos de la escala-tipo, deducimos la re-

relación R_{d1} .

$$R_{d4} = R_{d2} + \frac{b'd'}{b'c'} (R_{d3} - R_{d2}) \quad y$$

$$R_{d1} = R_{d1} + \frac{a'i}{a'd'} (R_{d4} - R_{d1})$$

El punto principal relación R_{d0} puede ser -- usado en lugar de R_{d1} cuando la inclinación y el relieve no excedan de 4 grados y **cien metros** respectivamente.

Obtenido el isocentro uniéndolo con el punto principal se encuentra la proyección de la línea principal y la perpendicular a ella que pasa por el isocentro es el eje de inclinación.

PUNTO A ESCALA. El punto imaginario que se toma como -- la proyección de la intersección de la recta escala-tipo y la recta imaginaria a la altura equivalente y en -- el que la escala fotográfica es correcta recibe el nombre de PUNTO A ESCALA (Fig. 25.)

Los puntos del terreno A y B definen la es-- cala fotografiada, su proyección horizontal es D. Los rayos directores de A y B definen los a y b en la -- fotografía. Esta escala-tipo se ha supuesto radial, es decir, que la prolongación de la recta a b pasa por -- el punto principal. Se prefiere para esta demostración la escala radial para evitar el error de convergencia, -- pero el resultado es cierto para casos de escalas no --

reflexión R₀₁.

$$R_{04} = R_{02} + \frac{a'_{02}}{a'_{01}} (R_{03} - R_{02})$$

$$R_{01} = R_{01} + \frac{a'_{01}}{a'_{02}} (R_{04} - R_{01})$$

El punto principal reflexión R₀₀ puede ser --
basado en lugar de R₀₁ cuando la inclinación y el re-
lieve no excedan de 4 grados y sean metros respectiva-
mente.

Ostentado el faccetro ortográfico con el punto
principal se encuentran la proyección de la línea princí-
pal y la perpendicular a ella que pasa por el faccetro
es el eje de inclinación.

PUNTO A ESCALA. El punto imaginario que se toma como
la proyección de la intersección de la recta escala-ti-
po y la recta imaginaria a la altura equivalente y en
el que la escala fotográfica es correcta recibe el nom-
bre de PUNTO A ESCALA (Fig. 25.).

Los puntos del terreno A y B definen la es-
cala fotografada, su proyección horizontal es D. Los
rayos directores de A y B definen los a_p y b_p en la
fotografía. Este escala-tipo se ha supuesto radial, es
decir, que la prolongación de la recta $a_p b_p$ pase por
el punto principal. Se quiere para este demostración
la escala radial para evitar el error de convergencia,
pero el resultado es otro para casos de escalas no

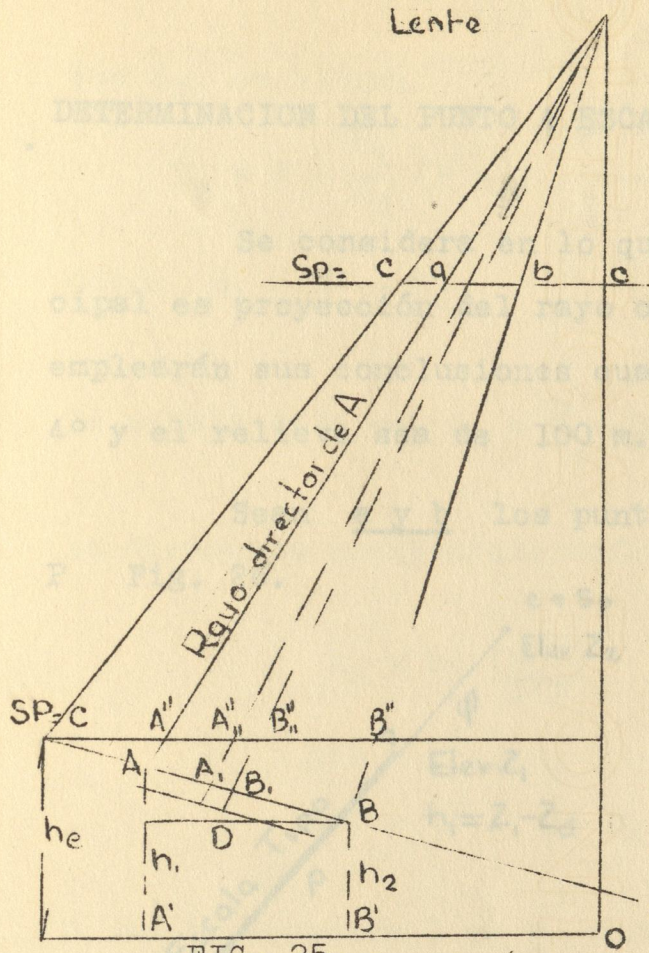


FIG. 25.

radiales corregidas por el error antes mencionado.

La línea equivalente horizontal $A'' B''$ es igual - en longitud a D y está situada a la altura equivalente.

Recordemos que la escala fotográfica S_p es constante sobre la longitud o extensión teórica de la escala-tipo cuando las elevaciones Z_1 y Z_2 son reemplazadas por Z_e .

Consideremos dos rayos LA_1 y LB_1 cortando longitudes diferenciales, tanto en la línea equivalente $A'' B''$ como en la recta AB . Inmediatamente se supone que las longitudes $A_1 B_1$ y $A'' B''$ no son iguales, sólo hay una posición en la cual son iguales para ambas y es precisamente la intercepción de las dos rectas. Este punto es el Punto a escala C .

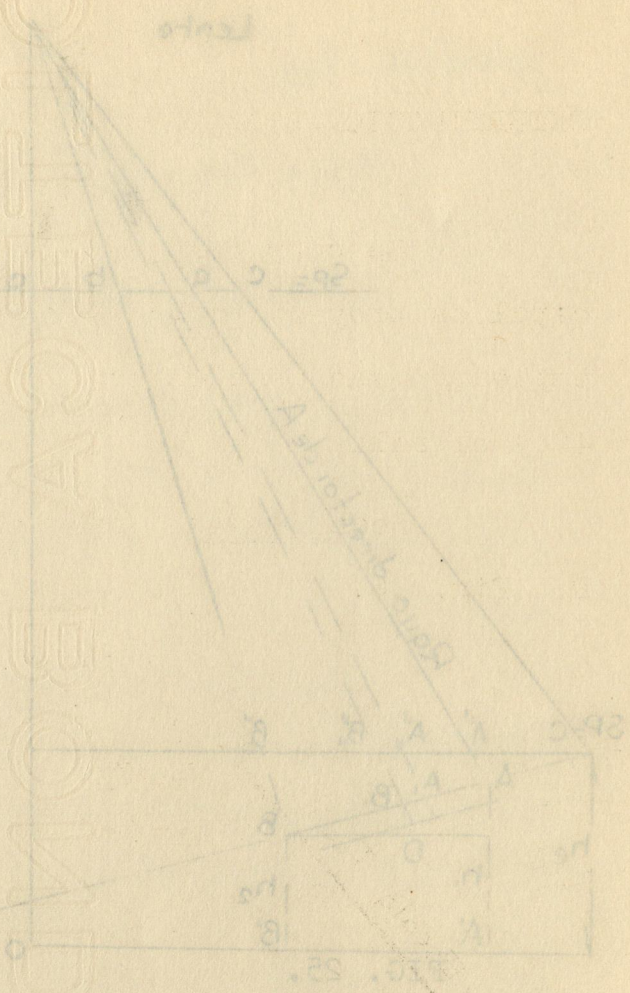
Si suponemos un rayo emitido por él y que se encuentre en la placa estará en c . Luego hay un punto sobre una extensión teórica en el cual la escala del plano de referencia prevalece.

reglas corregidas por el error antes mencionado. Las líneas equivalentes horizontal "A" y "B" es igual en longitud a D y está al tanto a las alturas equivalentes.

Recordemos que la escala fotográfica S_p es constante sobre la longitud o extensión teórica de la escala-tipo cuando las elevaciones S_1 y S_2 son reemplazadas por S .

Consideremos dos rayos IA_1 y IB_1 corriendo en direcciones diferentes, tanto en las líneas equivalentes "A" y "B" como en la recta AB. Inmediatamente se supone que las longitudes A_1B_1 y A_2B_2 no son iguales, sólo hay una posición en la cual son iguales para ambas y es precisamente la intersección de las dos rectas. Este punto es el punto G .

Si suponemos un rayo emitido por G y que se encuentra en la placa estaré en G . Luego hay un punto sobre una extensión teórica en el cual la escala del plano de referencia prevalece.



DETERMINACION DEL PUNTO A ESCALA.

Se considera en lo que sigue que el punto principal es proyección del rayo central. Por lo que no se emplearán sus conclusiones cuando la inclinación pase de 4° y el relieve sea de 100 m.

Sean a y b los puntos terminales de la línea P Fig. 26.

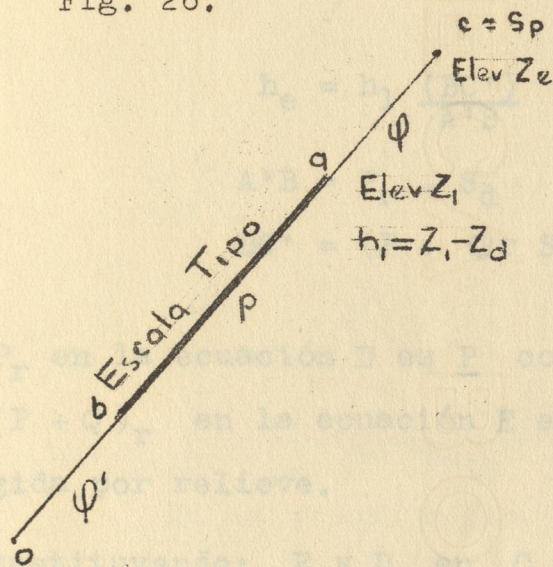


Fig. 26

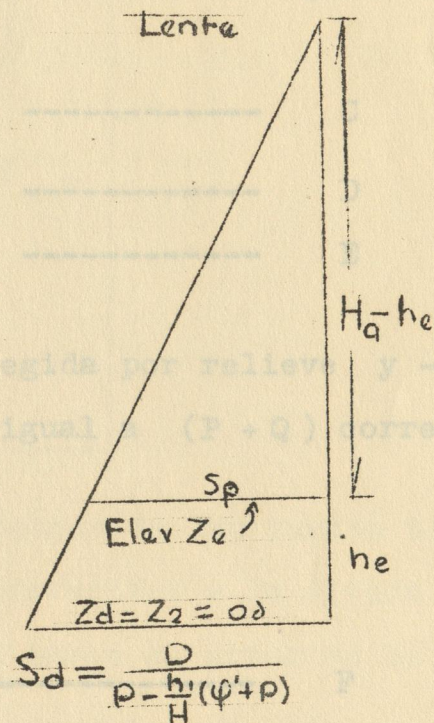


Fig. 27.

con elevaciones Z_1 y Z_2 , para simplificar supondremos $Z_2 = Z_d$. La línea ab pasa a través del punto principal para evitar el error por convergencia. Cuando la inclinación se acerque a 4 grados la corrección por inclinación deberá hacerse. Considerando Z_1 más elevado

DETERMINACION DEL PUNTO A ESCALA.

Se considera en lo que sigue que el punto principal es la proyección del rayo central. Por lo que no se emplearán sus coordenadas cuando la inclinación sea de 4° y el relieve sea de 100 m.

Sean a y b los puntos terminales de la línea

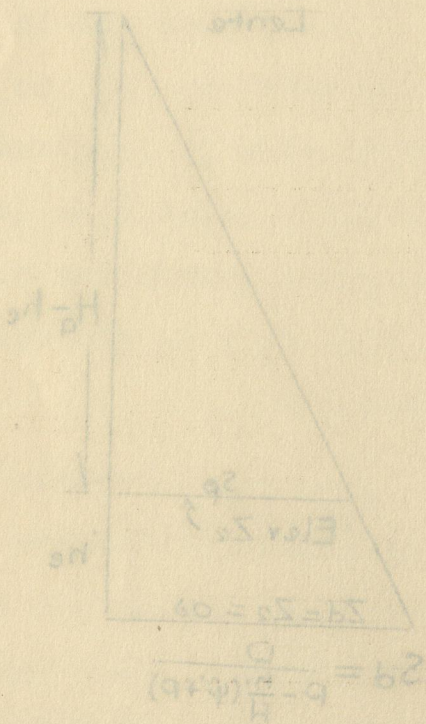


Fig. 27.

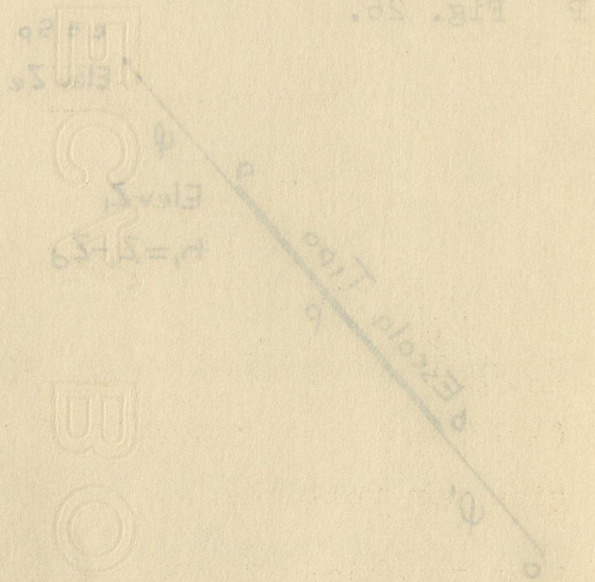


Fig. 26.

con elevaciones a y b , para simplificar exponeremos - a y b . La línea ab pasa a través del punto principal del para evitar el error por convergencia. Cuando la inclinación sea superior a 4 grados la corrección por inclinación deberá hacerse. Considerando a más elevado

que Z_2 se tiene:

$$P_r = P - \frac{h_1}{H_d} (P + Q') \text{ ----- A}$$

donde $h_1 = Z_1 - Z_d$

La escala dada es $S_d = \frac{D}{P_r} = \frac{D}{P - \frac{h_1}{H_d} (P + Q')}$ siendo D

la distancia horizontal; refiriéndose a la figura 28

$$h_e = h_1 \frac{(BC')}{A'B} \text{ ----- C}$$

$$A'B = P_r \cdot S_d \text{ ----- D}$$

$$BC' = (P + Q)r S_d \text{ ----- E}$$

P_r en la ecuación D es \underline{P} corregida por relieve y $(P + Q)_r$ en la ecuación E es igual a $(P + Q)$ corregida por relieve.

Sustituyendo: E y D en C

$$h_e = h_1 \frac{(P + Q)r}{P_r} \text{ ----- F}$$

haciendo $(P + Q)r = P + Q$; y $P_r = P$

$$h_e = h_1 \frac{P + Q}{P} \text{ ----- G}$$

La ecuación G tiene un pequeño error. Este pequeño error es debido a la suposición de tomar:

$$(P + Q)_r = P + Q$$

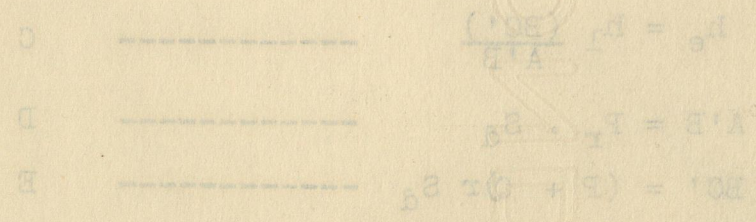
que se tiene:

$$P_1 = P - \frac{H_1}{H_2} (P + Q)$$

$$h_1 = z_1 - z_2$$

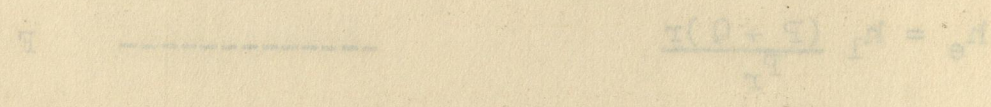
La escala dada es $S_1 = \frac{D}{P} = \frac{D}{P - \frac{H_1}{H_2} (P + Q)}$ siendo D

la distancia horizontal; refiriéndose a la figura 28



P_1 en la ecuación D es E corregida por relieve y --
($P + Q$) en la ecuación E es igual a ($P + Q$) cor-
rigida por relieve.

Entonces: E y D en 0



haciendo ($P + Q$) r = $P + Q$ y $P_1 = P$



La ecuación G tiene un pequeño error. Este -

pequeño error se debió a la suposición de tener:

$$(P + Q) r = P + Q$$

En la práctica se corrige P por relieve.

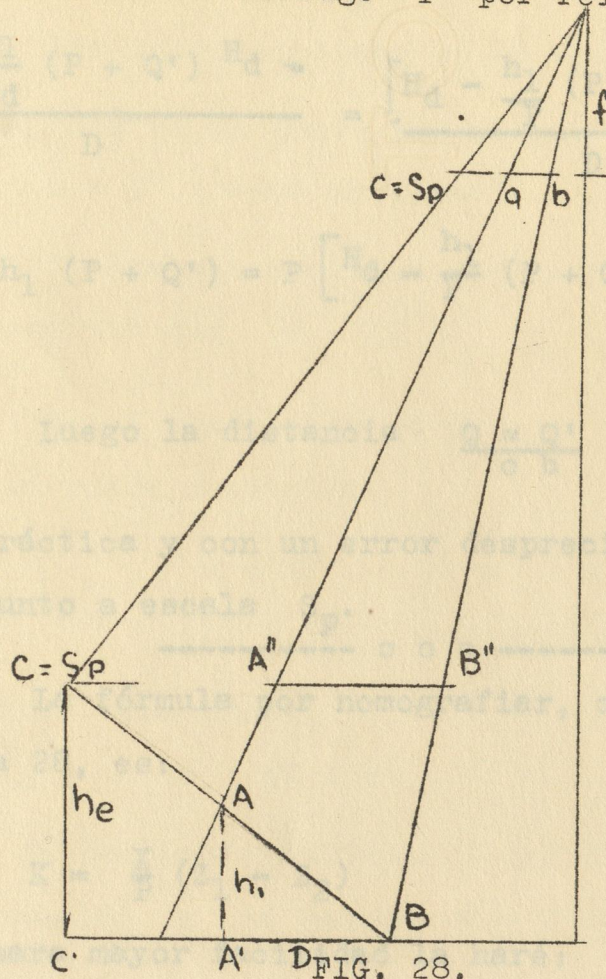


FIG. 28.

En la práctica las imágenes de los puntos terminales de la escala-tipo son corregidos a la altura dada. Esto tiende a nulificar en parte el error en la G.

Ahora se requiere encontrar la relación entre Q y Q' de manera que sea correcta la escala en el punto C. Por semejanza de triángulos:

$$H_d : \frac{D}{P - \frac{h_1}{H_d} (P + Q')} :: (H_d - h_e) : S_p \quad \text{-----} \quad H$$

Sustituyendo $S_p = \frac{D}{P}$ y $h_e = \frac{h_1}{P} (P + Q)$ en la anterior proporción se tiene:

$$\frac{P - \frac{h_1}{H_d} (P + Q') H_d}{D} = \frac{\left[H_d - \frac{h_1}{P} (P + Q) \right] P}{D} \quad \text{---- J}$$

$$P H_d - h_1 (P + Q') = P \left[H_d - \frac{h_1}{P} (P + Q) \right] \quad \text{---- K}$$

Luego la distancia $\frac{Q = Q'}{o \ b}$ es igual $\frac{\quad}{a \ c}$

en la práctica y con un error despreciable. El punto C es el punto a escala S_p .

----- o o o -----

La fórmula por nomografiar, como dije en la -- página 28, es:

$$K = \frac{X}{P} (Z_1 - Z_2)$$

pero para mayor facilidad la haré:

$$K = \frac{A}{P} L$$

donde $A = X$ y $Z_1 - Z_2 = L$

Por una sencilla transformación $KP = AL$

y haciendo $KP = u$; $u = AL$

Si en un eje de coordenadas tomamos

$$u = Y \quad ; \quad A = X$$

$Y = LX$ recta de pendiente variable.

$$P - \frac{H^2}{H_0} (P + Q) = \frac{H^2}{H_0} (P + Q) \left[\frac{H_0}{H} - \frac{H^2}{H_0} \right]$$

$$P H_0 - H^2 (P + Q) = P \left[H_0 - \frac{H^2}{H_0} (P + Q) \right]$$

Luego la distancia $\frac{Q}{a}$ es igual $\frac{Q}{a}$

en la práctica y con un error despreciable. El punto Q es el punto a escala $\frac{Q}{a}$

La fórmula por homografía, como dije en la página 28, es:

$$x = \frac{1}{k} (x_1 - x_2)$$

pero para mayor facilidad la haré:

$$k = \frac{a}{b}$$

donde $A = k$ y $B = \frac{1}{k} = \frac{b}{a}$

Por una sencilla transformación $KP = AJ$

$$y = \frac{1}{k} (y_1 - y_2)$$

Si en un eje de coordenadas tomamos

$$x = y \quad ; \quad A = X$$

$Y = IX$ resta de pendiente variable.

Las intersecciones de la recta $A = X$ e --
 $Y = LX$ nos da un punto por el que ha de pasar la -
 recta $u = Y$ (recta auxiliar).

Ya hemos encontrado el valor de u pero hay
 que recordar que $u = KP$

En el mismo sistema de ejes coordenados o en
 otro se puede construir:

$$\begin{array}{ll} u = KP & \text{pero } u = Y \\ KP = Y & \text{haciendo } P = X \end{array}$$

se tendrá finalmente

$$KX = Y$$

recta de pendiente variable K definida por el punto de
 intersección de las rectas $u = Y$ e $Y = KX$ y el
 origen.

México, D. F., agosto de 1940.

Gonzalo Medina Vela.

Las intersecciones de la recta $A = X$ y $Y = LX$ son de un punto por el que ha de pasar la recta $n = Y$ (recta auxiliar).

Ya hemos encontrado el valor de g pero hay que recordar que $n = KP$

En el mismo sistema de ejes coordenados o en otro se puede construir:

$$\begin{aligned} n = KP & \text{ pero } n = Y \\ KP = Y & \text{ haciendo } P = X \end{aligned}$$

se tendrá finalmente

$$KX = Y$$

recta de pendiente variable K definida por el punto de intersección de las rectas $n = Y$ e $Y = KX$ y el origen.

México, D. F., agosto de 1940.

Gonzalo Medina Vela.

