



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA MECÁNICA – DISEÑO MECÁNICO

**MODELADO TRIDIMENSIONAL DE LA ESTRUCTURA  
TRABECULAR Y SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE SU  
COMPORTAMIENTO MECÁNICO**

**TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

PRESENTA:

**EDUARDO PÉREZ GUERRA**

TUTOR:

**DR. ARMANDO ORTIZ PRADO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**

MÉXICO, D. F. DICIEMBRE 2015

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: **Dr. Barba Pingarrón Arturo**  
Secretario: **Dr. Jacobo Armendariz Víctor Hugo**  
Vocal: **Dr. Ortiz Prado Armando**  
1 er. Suplente: **Dr. Schouwenaars Franssens Rafael**  
2 do. Suplente: **Dr. Morales Acosta Lázaro**

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: **CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, DF.**

**TUTOR DE TESIS:**

DR. ARMANDO ORTIZ PRADO

-----  
**FIRMA**

*Dedicado a:*

*mi familia,  
a la que agradezco  
todo el apoyo, paciencia y comprensión  
otorgada durante todos estos años.*

## AGRADECIMIENTOS.

---

A mi asesor de tesis el Dr. Armando Ortiz Prado por el soporte, tiempo y consejo en el desarrollo del presente trabajo.

A la Dirección General de Asuntos del Personal Académico de la UNAM, por el apoyo brindado a través del proyecto PAPIIT IN115415 *Validación Experimental de Modelos de Tejido Óseo Desarrollados en Elemento Finito*.

A mis sinodales: Dr. Arturo Barba Pingarrón, Dr. Jacobo Armendariz Victor Hugo, Dr. Rafael Schouwenaars Franssens y Dr. Lázaro Morales Acosta por sus valiosos comentarios y sugerencias que contribuyeron a la mejora de este trabajo.

Al M. en I. Osvaldo Ruiz Cervantes y al M. en C. Edgar Isaac Ramírez Díaz por sus consejos y apoyo para la obtención de artículos relacionados con hueso esponjoso.

A mi compañero Ricardo Arturo Pinzón Aguirre por su ayuda en la elaboración y preparación de las muestras de hueso.

Al Ing. Jorge L. Romero Hernández por el apoyo otorgado en el uso del equipo óptico utilizado para conseguir imágenes de dichas muestras.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme una formación profesional integral orientada a crear gente preparada y con valores, capaz de contribuir a solventar los diversos problemas en el país y en otras partes del mundo.

# PRÓLOGO.

---

En el presente trabajo se describe la metodología utilizada para elaborar un modelo tridimensional virtual de la estructura trabecular, generado a partir de imágenes de secciones de una muestra cúbica de tejido esponjoso vertebral, de la cual se describe de manera concisa el proceso de maquinado realizado a la misma, considerando algunas recomendaciones mencionadas en algunos artículos donde se manipuló hueso trabecular.

En el modelo obtenido se parametriza la geometría y las dimensiones de la sección transversal de los elementos trabeculares que lo conforman, esto con el objetivo de analizar las relaciones existentes entre su geometría y arquitectura con sus propiedades mecánicas, y así entender y predecir de mejor manera el comportamiento del tejido trabecular. Esto es de gran importancia ya que la información obtenida será muy útil en el diseño y producción de prótesis e implantes, así como en la selección del material en los mismos.

Una meta de este trabajo es proporcionar información relacionada a los efectos mecánicos provocados por padecimientos en dicho tejido, tales como la osteoporosis, la cual se simula en el modelo generado para obtener información que servirá para la adecuada selección de terapias óseas, así como en la elaboración de futuros modelos de hueso con este padecimiento.

Se muestra rápidamente como se realizan pruebas virtuales de compresión a diferentes configuraciones en el modelo y se describen los parámetros involucrados en las mismas y así entender los mecanismos de falla en este tejido.

# ÍNDICE.

---

## **CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES GENERALES.**

1.1 Tejido óseo.....	1
1.2 Morfología del hueso.....	3
1.2.1 Hueso trabecular.....	5
1.2.2 Hueso cortical.....	7
1.3 Composición del tejido óseo.....	9
1.3.1 Matriz mineral.....	10
1.3.2 Matriz orgánica.....	11
1.4 Niveles de organización del hueso.....	13

## **CAPÍTULO 2. COMPORTAMIENTO Y PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HUESO.**

2.1 Parámetros y características importantes en el comportamiento mecánico del hueso. ....	16
2.2 Factores que influyen en las propiedades mecánicas del hueso.....	22
2.3 Comportamiento mecánico del hueso trabecular.....	27
2.4 Propiedades físicas del hueso trabecular. ....	28
2.5 Propiedades mecánicas del hueso trabecular.....	32

## **CAPÍTULO 3. MODELOS DE HUESO TRABECULAR.**

3.1 Métodos de adquisición de imágenes de hueso trabecular.....	35
3.2 Modelos de sólidos celulares. ....	38
3.2.1 Sólidos celulares bidimensionales (estructura de panal) con carga en el plano.....	42
3.2.2 Sólidos celulares bidimensionales (estructura de panal) con carga perpendicular al plano. ....	44
3.2.3 Sólidos celulares tridimensionales (estructura de espuma). ....	45
3.3 Modelos generados por técnicas de escaneo de alta resolución y prototipado rápido.....	48
3.4 Modelos de elemento finito basados en imágenes de hueso trabecular. ....	51
3.5 Limitaciones en los modelos de hueso.....	53

## **CAPÍTULO 4. MODELADO MICROESTRUCTURAL DE HUESO TRABECULAR.**

4.1 Modelado con estructura de celdas de Voronoi.....	56
4.2 Metodología para generar un modelo tridimensional de hueso trabecular..	62
4.3 Estructura del archivo .inp para importar el modelo de tipo alambre en Abaqus®. ....	73
4.3.1 Sistema de unidades.....	73
4.3.2 Sistema de coordenadas y malla.....	74
4.3.3 Heading y geometría.....	75

## **CAPÍTULO 5. REPRESENTACIÓN ESTRUCTURAL DE LA PÉRDIDA DE DENSIDAD ÓSEA EN MODELOS DE HUESO TRABECULAR.**

5.1 Antecedentes.....	78
5.2 Modelado de la estructura trabecular con adelgazamiento en sus elementos trabeculares.....	83
5.3 Análisis por elemento finito de los modelos con disminución en sus espesores trabeculares.....	88
5.3.1 Análisis de resultados.....	89
5.4 Modelado de la estructura trabecular con pérdida de elementos trabeculares.....	95
5.5 Análisis por elemento finito de los modelos con pérdida de elementos trabeculares.....	98
5.5.1 Análisis de resultados.....	99

## **CONCLUSIONES..... 106**

## **BIBLIOGRAFÍA..... 109**

## **ANEXO 1.....A-1**

## **ANEXO 2.....A-5**

# CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES GENERALES.

---

## INTRODUCCIÓN.

El tejido óseo es un material jerárquico y complejo que se encuentra constituido por una matriz orgánica de células y proteínas de colágeno fibrosas tipo I, y una parte inorgánica mineral constituida principalmente por hidroxapatita que está inmersa e impregnada en la matriz orgánica. Ambos componentes trabajan juntos, otorgándole al hueso rigidez y ligereza. Éste cumple tareas específicas muy importantes dentro del organismo de los mamíferos vertebrados, tales como lo son el dar soporte estructural y movilidad a los organismos, así como ofrecer protección, además de realizar tareas como el almacenamiento de minerales necesarios para el individuo (calcio y fósforo) y desarrollar nuevas células sanguíneas.

Debido a las tareas que el hueso tiene asignadas de forma natural, se compone de dos tipos de arquitectura a nivel macroscópico que surgen a partir del tipo de trabajo o sollicitaciones presentes en diferentes partes del cuerpo vertebrado. Dichas configuraciones son el hueso trabecular y el hueso cortical. El primero tiene una estructura más compleja que el segundo debido a su grado de porosidad que es muy alto, generando una disposición estructural muy irregular y compleja. Ambos difieren no solo en su morfología, sino que también en su fisiología, lo que hace que el hueso en conjunto sea considerado como un material compuesto y complejo.

La distribución en el sistema esquelético, tanto del hueso trabecular como del cortical, es de suma importancia, ya que cada uno tiene un comportamiento mecánico diferente respecto al otro, por lo que dependiendo del tipo de sollicitaciones mecánicas y fisiológicas que existan en determinada parte del cuerpo, habrá una mayor o menor proporción de cada tipo de hueso, por lo que éste es un material vivo que se encuentra en constante cambio.

Es por lo antes mencionado, que es necesario el conocimiento previo de estos aspectos para comprender de mejor manera los mecanismos involucrados en el comportamiento del hueso observado desde el punto de vista de la ingeniería, ya que de esta manera se tienen las bases para realizar un análisis del mismo de acuerdo a los elementos involucrados.

## 1.1 TEJIDO ÓSEO.

---

El tejido óseo o hueso es una estructura viva, activa y compleja que se encuentra en un proceso de remodelación constante, añadiendo tejido nuevo y retirando tejido viejo, así mismo es una forma rígida de tejido conectivo especializado que proporciona soporte, sujeción, movilidad y protección a los tejidos blandos del



organismo. Los huesos en conjunto con los tejidos cartilagosos forman el sistema esquelético sin el cual el ser humano no podría ejercer movimientos.

Los huesos tienen la capacidad de modificar su estructura y sus propiedades con base en las sollicitaciones tanto mecánicas como fisiológicas del entorno (Cowin, 2001). Esto hace que tengan diversas funciones en el organismo, las cuales se clasifican en dos grupos principalmente, las *funciones mecánicas* y las *funciones metabólicas*.

**Funciones mecánicas:** Protección, sostén, movimiento, transducción de sonido (huesos del oído interno: martillo, yunque, estribo, columela).

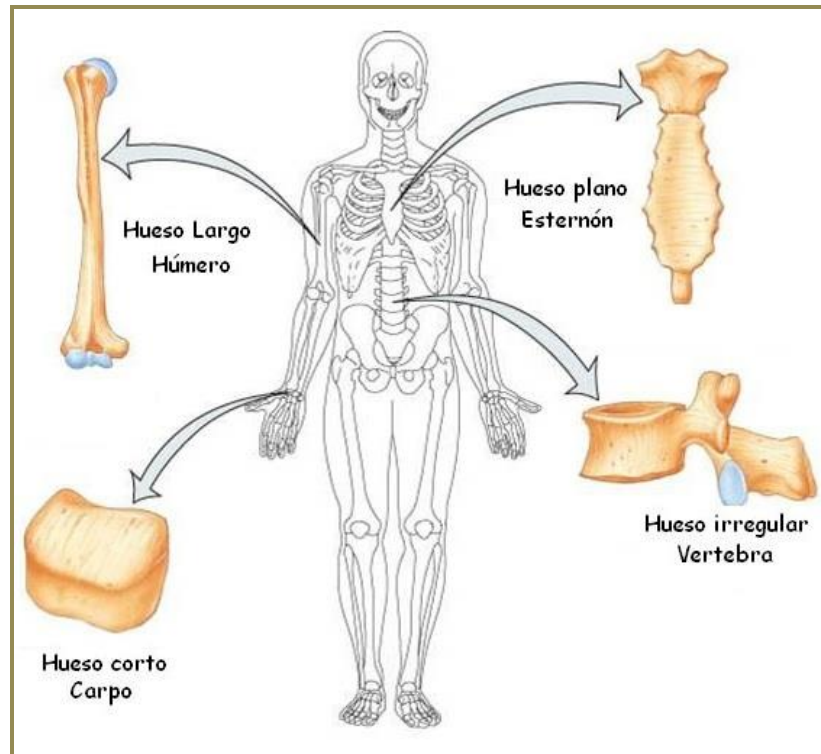
**Funciones metabólicas:** Almacenamiento de minerales (calcio, fosforo), almacenamiento de factores de crecimiento (insulínico, transformante beta), almacenamiento de energía (ácidos grasos), equilibrio ácido-base (absorben o liberan sales alcalinas al torrente sanguíneo), desintoxicación (almacenan metales pesados y otros elementos externos al cuerpo), función endócrina (regulan el metabolismo del fosfato y contribuyen a la regulación de la glucosa en la sangre y la deposición de grasa)

Otras funciones que cabe mencionar que tienen los huesos y que no pertenecen a los dos grupos anteriores, son las *funciones sintéticas*, por medio de las cuales la médula ósea que se encuentra en el tejido esponjoso de los huesos largos se encarga de la formación de nuevas células sanguíneas (hematopoyesis).

Debido a las diversas circunstancias a las que el ser humano ha sido sometido a través de su evolución, los huesos de su esqueleto han adaptado diversas formas, a través de las cuales estos pueden ser clasificados en cuatro grupos principalmente (*figura 1.1*):

- a) **Huesos largos:** son aquellos en donde su longitud es mayor a su espesor y anchura, tienen dos extremos o epífisis compuestos principalmente por tejido esponjoso donde suelen conectarse a otros huesos por medio de articulaciones, poseen un cuerpo o diáfisis constituido sólo de tejido compacto, presentando en su interior el canal medular relleno de medula ósea amarilla, además tienen una zona de unión entre diáfisis y epífisis formada por un disco óseo y cartilaginoso llamado metáfisis. (fémur, húmero, falanges de manos y pies).
- b) **Huesos cortos:** ninguna de sus dimensiones predomina sobre las demás, están compuestos internamente por tejido laminar esponjoso y por una delgada capa externa de tejido laminar compacto. (carpos, tarsos).
- c) **Huesos planos:** predomina la longitud y el ancho sobre su espesor, poseen tejido laminar compacto externamente (áploe) y tejido laminar esponjoso internamente (díploe), forman cavidades en el cuerpo como el cráneo y el tórax entre otros. (omóplato, esternón, costillas).

- d) **Huesos irregulares:** por su forma no se pueden clasificar dentro de otro grupo, se componen internamente de tejido esponjoso y tienen una capa de tejido compacto en su exterior, dentro de este grupo se encuentran las vértebras y los huesos neumáticos que poseen cavidades llenas de aire como lo son los huesos que forman la cara.



**Figura 1.1 Ejemplos: a) Hueso largo, b) Hueso corto, c) Huesos planos, d) Hueso irregular (web 1).**

La gran mayoría de los huesos se encuentran cubiertos externamente por una delgada capa de tejido conectivo denso llamada periostio, el cual nutre y da sensibilidad al hueso, cumpliendo con lo mismo, existe otro tejido celular llamado endostio, el cual reviste todas las superficies internas incluyendo los espacios medulares y conductos vasculares, este tejido continua con la capa interna del periostio en los orificios de desembocadura de los conductos vasculares que perforan el hueso (Enciclopedia Microsoft® Encarta®, 2002).

## 1.2 MORFOLOGÍA DEL HUESO.

En una escala macroscópica el hueso presenta visiblemente dos apariencias distintas, una en la que se nota una elevada porosidad y otra en la que la porosidad es prácticamente inexistente, al primer caso se le conoce como tejido esponjoso o trabecular y al segundo como tejido compacto o cortical. Esta distinción entre ambos tipos de hueso se da con base en la diferencia de su

porosidad o bien, su densidad relativa o fracción volumétrica de sólido. En un humano adulto aproximadamente el 80% de su masa ósea se conforma de tejido cortical y el 20% de tejido trabecular, ambos tipos se distribuyen en un total de 206 huesos y se ordenan en cada uno dependiendo el tipo de hueso. El tejido óseo con una fracción de volumen menor a un 70% se clasifica como tejido trabecular mientras que si su fracción de volumen es mayor al 70% se clasifica como tejido cortical (Nordin y otros, 1989). Independientemente del tipo de hueso del que se trate, ambos están constituidos por láminas, las cuales en conjunto en el tejido trabecular forman trabéculas, mientras que en el tejido cortical forman osteones. En la *Tabla 1.1* se muestran algunas de las diferencias que existen entre el tejido trabecular y cortical.

**Tabla 1.1 Diferencias entre hueso cortical y esponjoso (Bronner y otros, 1999).**

	<b>Cortical</b>	<b>Trabecular</b>
Masa esquelética	80%	20%
Superficie del hueso	33%	67%
Superficie/Volumen [mm <sup>2</sup> /mm <sup>3</sup> ]	20	2.5
Elementos microestructurales	Osteones secundarios (Sistemas de Havers) Lámelas Intersticiales Lámelas Circunferenciales	Placas curvas, barras (Hemiosteones) Lámelas Intersticiales
Porosidad	Baja	Alta
Médula	Adiposa	Hematopoyética
Tejido suave principal	Viscera	Médula
Desarrollo	Osificación Intramembranosa <sup>1</sup>	Osificación Endocondrial <sup>2</sup>
Recambio óseo	Lento	Rápido
Función	Principalmente biomecánica, también de soporte y protección	Principalmente homeostasis <sup>3</sup> mineral, también de soporte

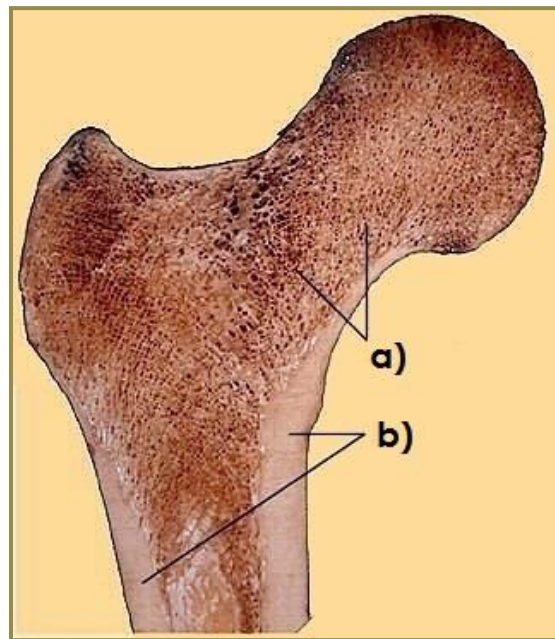
<sup>1</sup> Osificación intramembranosa: formación de tejido óseo donde el tejido mesenquimal circundante forma osteoblastos por diferenciación, los cuales son los encargados de sintetizar la matriz ósea, que al quedar atrapados se transforman en osteocitos, que forman parte de la trabécula ósea en formación (huesos planos).

<sup>2</sup> Osificación endocondrial: Usa un cartílago hialino como molde y la osificación se da mediante remodelación y procesos de calcificación relativamente complejos. Típico de huesos largos y cortos.

<sup>3</sup> Homeostasis: Estado de equilibrio dinámico o conjunto de mecanismos por los que todos los seres vivos tienden a alcanzar estabilidad en las propiedades de su medio interno y por tanto de la composición bioquímica de los líquidos, células y tejidos.

### 1.2.1 HUESO TRABECULAR.

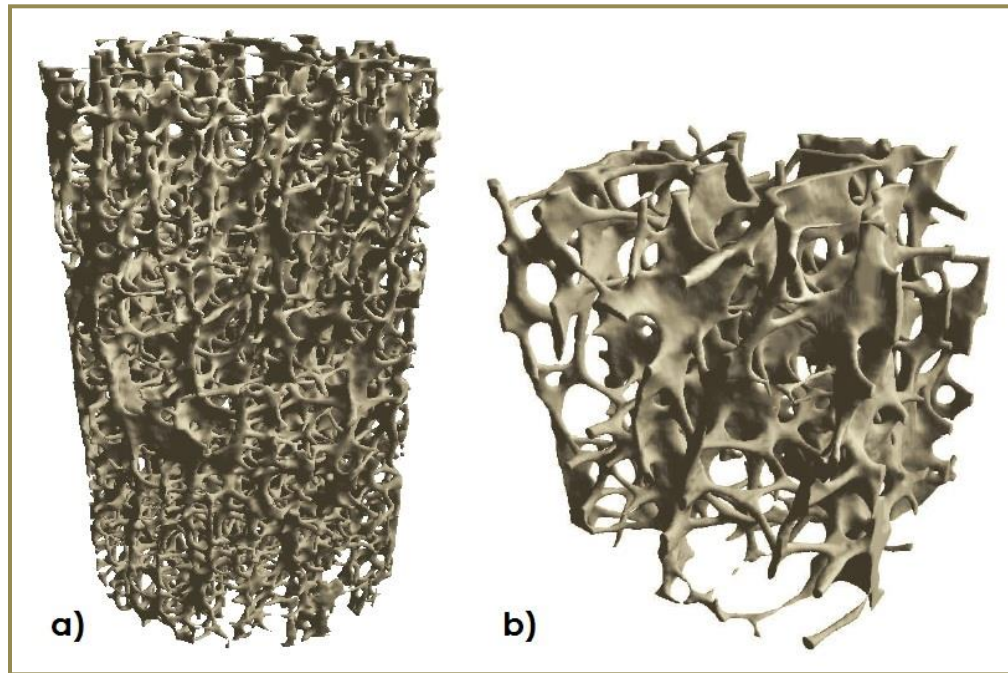
El hueso trabecular es una estructura tridimensional porosa conformada por una red de placas y barras angulares llamadas trabéculas, las cuales están dispuestas en función de las solicitaciones mecánicas y fisiológicas (*figura 1.2*). Dentro de esta estructura existe medula ósea roja que es la encargada de nutrir y remodelar a las trabéculas. Este tipo de hueso se encuentra principalmente en los extremos de los huesos largos (epífisis), así como en el interior de los huesos planos, cortos e irregulares.



**Figura 1.2** Extremo de un fémur humano adulto (epífisis y metáfisis), a) hueso trabecular, b) hueso cortical (web 2).

En densidades relativas bajas (0.3) las trabéculas forman una red abierta de barras y a una densidad relativa alta (0.7) se acumula una cantidad mayor de material óseo en las paredes de las celdas y la estructura se transforma en una red más cerrada de placas. El hueso esponjoso es más activo metabólicamente que el hueso cortical por lo que se adapta con mayor rapidez a las cargas, además sus células óseas se sitúan entre lámelas o en la superficie de las trabéculas donde pueden ser directamente influenciadas por la médula (Ramírez, 2007). Adicionalmente, es un tejido con menor rigidez que el cortical pero presenta una deformación mayor antes de que ocurra la falla (fractura) en la estructura. Estas características del hueso son los principales elementos en la determinación de sus propiedades mecánicas (Burgos, 1999).

Las trabéculas están constituidas por láminas con espesores de aproximadamente 3 a 7 micrómetros, las cuales se encuentran orientadas de forma paralela o concéntrica. Muestran un espesor aproximado de entre 100 y 200 micrómetros, y la distancia a la que se encuentran unas de otras es de aproximadamente de 500 a 1000 micrómetros (figura 1.3) (Shi, 2010).



**Figura 1.3** Imagen de Micro-CT de hueso trabecular de vértebra humana con un 9% de fracción volumétrica de sólido a una resolución de 22  $\mu\text{m}$ , a) muestra cilíndrica de 8mm de diámetro por 15 mm de longitud, b) muestra cúbica de 5x5 mm del núcleo del cilindro (Bayraktar, 2007).

Otra característica que también diferencia a este tipo de hueso poroso del hueso compacto, es su función mecánica, ya que en el fémur el hueso cortical es el responsable de soportar las cargas de flexión y de torsión, mientras que el hueso trabecular es quien soporta las cargas repetitivas o cíclicas de tracción y compresión. Las trabéculas adaptan su forma mediante dos procesos que se realizan en lugares en donde se precisa el remodelado del hueso, el primero consiste en el depósito de material óseo por acción de los osteoblastos en forma de laminillas en las zonas en donde se necesite un refuerzo de la estructura, y el segundo consiste en la remoción de material óseo por acción de los osteoclastos en las zonas en donde las sollicitaciones mecánicas son mínimas o nulas. Esto es explicado por la ley de Wolf en 1892 la cual dice: *la forma y estructura de huesos en crecimiento y huesos adultos dependen de las cargas a las que están sometidos. Alterando las líneas de carga la forma de un hueso puede cambiar* (Solano, 2006). Si el patrón de esfuerzos en el hueso esponjoso es complejo,

entonces la disposición de la arquitectura trabecular será compleja y asimétrica, mientras que si el patrón es más sencillo entonces la disposición de la estructura será menos compleja y simétrica, esto se ejemplifica claramente en las vértebras en donde la mayoría de las sollicitaciones presentes en ellas son uniaxiales, por lo que las trabéculas se orientan de manera vertical desarrollando una disposición columnar con simetría cilíndrica, lo que otorga mayor resistencia en la dirección de la carga, pero menor en su dirección transversal. Esto además conlleva a que la relación en proporción de hueso esponjoso y compacto en cada tipo de hueso del esqueleto varíe significativamente.

El hueso trabecular comparte una composición muy similar con el hueso cortical por lo que su diferencia es morfológica, sin embargo esta distinción es muy importante debido a que el cambio en la morfología del tejido óseo tiene un enorme efecto en las propiedades mecánicas del mismo.

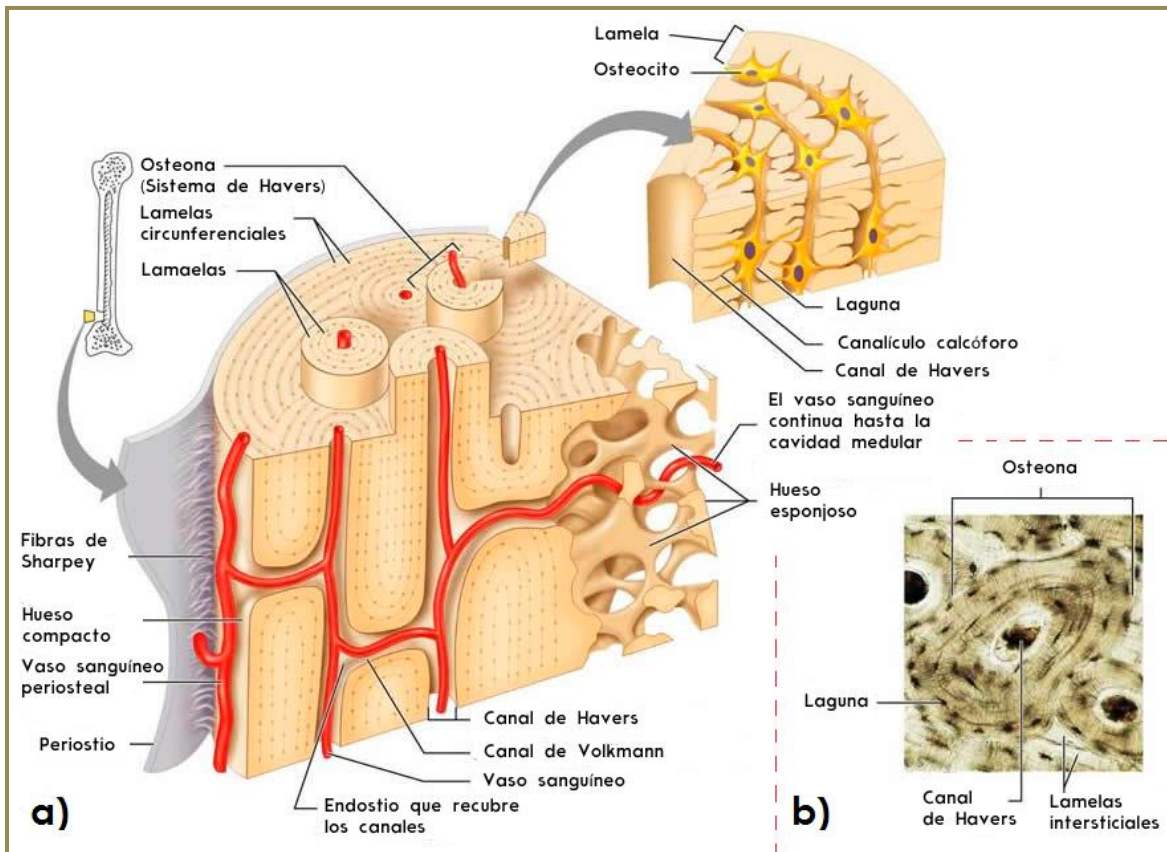
---

### 1.2.2 HUESO CORTICAL.

---

El hueso cortical es una estructura sólida formada por fibras de colágeno organizadas en láminas de 3 a 7 micrómetros de espesor (lamelas) las cuales se encuentran agrupadas de manera paralela y concéntrica en torno a conductos o canales microscópicos que contienen paquetes neurovasculares llamados sistemas Haversianos u osteonas, mismos que se extienden al paralelo de la superficie externa del hueso. Las láminas se encuentran distanciadas por espacios pequeños denominados lagunas (lacunae) que contienen osteocitos, los que a su vez se interconectan por pequeños canales llamados canalículos para controlar la cantidad de hueso que se crea y se deteriora (*figura 1.4*). Las osteonas constituyen aproximadamente dos terceras partes del volumen total del hueso cortical y en promedio tienen un diámetro aproximado de 200 a 250 micrómetros, sus paredes están formadas de 20 a 30 lamelas concéntricas que otorgan un espesor de cerca de 70 a 100 micrómetros, además el borde exterior de cada osteona está envuelta por una capa de línea de cemento (lamelas intersticiales: matriz deficiente en fibras de colágeno) de 1 a 2 micrómetros de espesor, que son remanentes de osteonas que fueron absorbidas parcialmente durante el proceso de remodelado del hueso. El área transversal de las osteonas cambia dependiendo de la especie animal y del sitio anatómico (Cowin, 2001; Martin y otros, 1996).





**Figura 1.4 a) Sección transversal de hueso cortical, b) sistema Haversiano (web 3).**

Las funciones principales del hueso cortical son de soporte y protección, todos los huesos tienen una capa externa de este tipo de hueso, el cual en un adulto promedio constituye aproximadamente cerca del 80% de su masa esquelética. Este tejido es muy denso a comparación con el tejido trabecular, contiene poros microscópicos que representan aproximadamente el 10% del volumen total del hueso. Este grado de porosidad es importante ya que puede ser punto de partida para una fractura, así como una disminución en la resistencia del hueso (Guerrero, 2014).

El tejido cortical es el responsable de la formación de la porción alargada de los huesos largos (diáfisis) dentro de la cual se encuentra la cavidad medular en donde a su vez está la medula amarilla. La superficie de esta cavidad se comunica con los sistemas Haversianos a través de canales transversales u oblicuos más grandes que los de las osteonas llamados canales perforantes o canales de Volkmann, cuya longitud total es de aproximadamente 1 cm, y que a su vez poseen vasos que provienen del periostio y del endostio. El periostio sirve como una capa de tejido transitoria entre el hueso cortical y el tejido muscular. Las partes en donde los huesos no se encuentran recubiertos por periostio son en las zonas en donde existe inserción de tejidos cartilagosos y ligamentos. Este tejido se desarrolla principalmente por osificación intramembranosa, proceso

mediante el cual se crea una delgada capa de células óseas a partir de que el tejido mesenquimal diferencia osteoblastos, que al quedar atrapados se transforman en osteocitos que forman parte del tejido óseo en formación. En la *Tabla 1.2* se muestra una comparación entre las unidades estructurales del hueso trabecular y cortical.

**Tabla 1.2 Comparación de las unidades estructurales del hueso cortical y del hueso trabecular en adultos (Cowin, 2001).**

Parámetro	Cortical (osteonal)	Esponjoso (paquete trabecular)
Longitud (mm)	2.5	1.0
Radio (mm)	0.6	0.6
Espesor de la pared (mm)	0.075	0.040
Número/mm <sup>3</sup>	15	40
Número total en el esqueleto	21 X 10 <sup>6</sup>	14 X 10 <sup>6</sup>

El hueso cortical se encuentra en mayor proporción en los huesos largos que en cualquier otro, es en ellos en donde la medula ósea es rodeada por un armazón sólido en el que el mineral del hueso es distribuido lejos de los ejes de flexión, lo que incrementa la resistencia a esta sollicitación sin que se genere un aumento de peso en el hueso dando como resultado una estructura lo suficientemente resistente y ligera como para soportar las cargas generadas por los músculos y el peso, haciendo eficiente el uso de la energía necesaria para la locomoción del cuerpo.

### 1.3 COMPOSICIÓN DEL TEJIDO ÓSEO.

El hueso se encuentra constituido por células (osteocitos) y componentes extracelulares calcificados, morfológicamente por dos elementos: células y una matriz intercelular. La matriz intercelular se compone de un 65% de mineral, en donde el más abundante es la hidroxapatita, y el restante 35% corresponde a material orgánico constituido principalmente por fibras de colágeno tipo I.

La asociación de la hidroxapatita con las fibras colágenas es la responsable de la dureza y resistencia característica del tejido óseo, el cual tiene una mayor rigidez y dureza en comparación con otros tejidos conectivos, además de que es ligero. El tejido trabecular tiene un contenido de calcio significativamente más bajo que el tejido cortical, mientras que prácticamente la cantidad de fósforo es la misma en ambos (*Tabla 1.3*). El hueso desmineralizado, pierde la mayor parte de su dureza, pero es todavía bastante firme y flexible. Por otra parte si se le retiran los componentes orgánicos al hueso, éste pierde la mayor parte de su resistencia y es tan frágil como la porcelana. Esto indica que la dureza del hueso depende de sus



componentes inorgánicos, mientras su resistencia y elasticidad dependen de su matriz orgánica, y particularmente del colágeno (Fawcett, 1989).

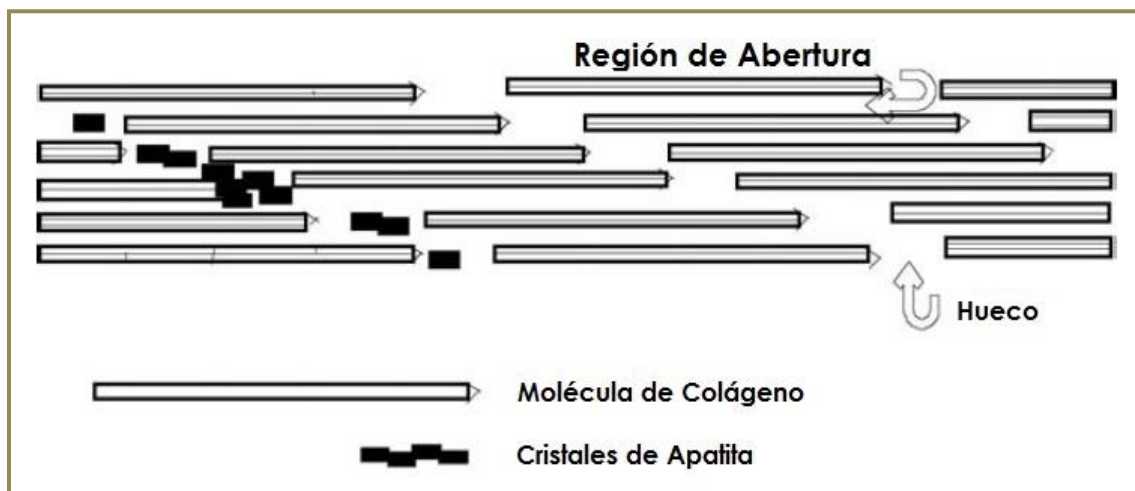
**Tabla 1.3 Composición del tejido esponjoso y cortical (Cowin, 2001).**

Propiedades	Tejido esponjoso	Tejido cortical
Contenido de calcio [mg/g]	257	271 (bovino)
Calcio [% peso]	34.4	38.5 (humano)
Contenido de fósforo [% peso]	18.1	17.9 (humano)
Agua [% volumen]	27	22.9 (humano)
Densidad del tejido [g/cc]	1.874	2.914 (humano)

### 1.3.1 MATRIZ MINERAL.

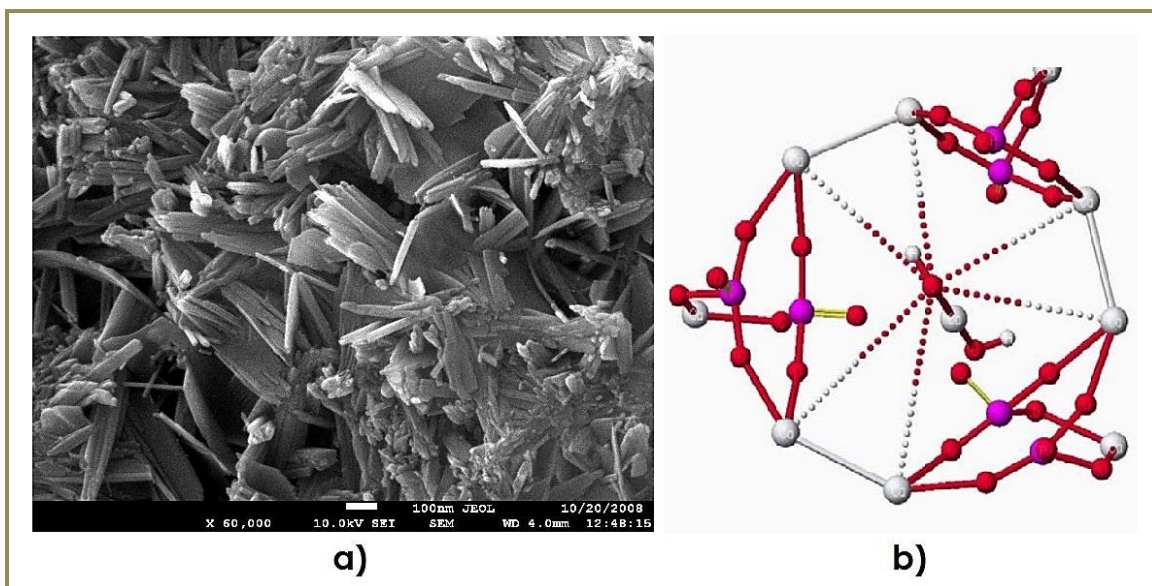
La porción mineral del hueso tiene forma de pequeños cristales en forma de agujas, placas y barras localizadas en huecos entre las fibras de colágeno (figura 1.5), las cuales se orientan dependiendo la dirección de las sollicitaciones mecánicas.

Esta fase inorgánica representa aproximadamente un 45% del peso de la matriz ósea, además de que consiste principalmente de calcio, fósforo y pequeñas cantidades de bicarbonato de magnesio, sodio y potasio (Gartner y otros, 2011).



**Figura 1.5 Ilustración esquemática de la manera en la que los cristales minerales se depositan inicialmente en las regiones con agujeros de las fibras de colágeno, y como se dispersan en las regiones de apertura (Cowin, 2001).**

El mineral más abundante en el hueso es conocido con el nombre de hidroxiapatita  $Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2$ , que es un fosfato de calcio que presenta una estructura cristalina perteneciente al grupo de las apatitas, dicha estructura se puede describir como un empaquetamiento hexagonal compacto de átomos (figura 1.6).



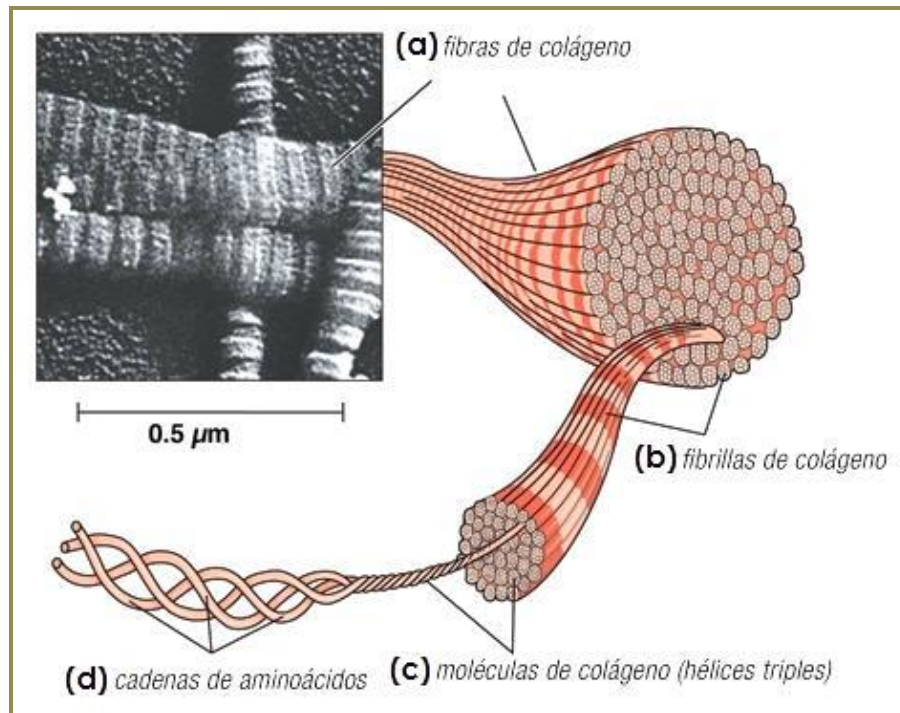
**Figura 1.6 a) Cristales de hidroxiapatita sintética a 60000X, b) cristal de hidroxiapatita, donde 3 moléculas de fosfato de calcio (periferia) se encuentran unidas por fuerzas intermoleculares con la molécula de hidróxido de calcio (centro) (Melini, 2008).**

La hidroxiapatita contiene muchas impurezas como los carbonatos, citratos, magnesio, fluoruros y estroncio, mismos que se incorporan a la red cristalina o son absorbidos en la superficie del cristal. Los cristales imperfectos son más solubles que la apatita geológica, permitiendo la solubilidad del hueso y la consecuente liberación de iones de calcio, fosfato y magnesio al fluido extracelular como sea necesario. Por esta razón el hueso tiene la función de almacén de iones minerales que cubran las demandas homeostáticas del cuerpo entero (Deng y otros, 2005).

### 1.3.2 MATRIZ ORGÁNICA.

La parte orgánica representa aproximadamente el 35% del peso del hueso, se encuentra constituida principalmente por fibrillas de colágeno tipo I el cual conforma el 90% de la matriz, mientras que el restante 10% corresponde a proteínas no colagénicas, fosfolípidos y proteoglicanos. Estas fibrillas están formadas por un ensamble de moléculas compuestas de cadenas de tres polipéptidos que se enrollan y se fijan mediante enlaces transversales en una configuración de hélice (figura 1.7). Las moléculas se ensamblan de tal manera

que dan a las fibrillas un bandeo periódico característico (periodo axial que se repite cada 66 nanómetros aproximadamente) apreciable cuando se examina con el microscopio electrónico (Ruiz, 2010).



**Figura 1.7 Arreglo de fibras de colágeno tipo I, a)  $\sim 10 \mu\text{m}$ , b)  $\sim 1 \mu\text{m}$ , c)  $\sim 300 \text{ nm}$ , d)  $\sim 1 \text{ nm}$  (web 4).**

El colágeno tipo I consiste de fibrillas relativamente delgadas (78 nanómetros de diámetro) resultado del ensamble de moléculas de 2 cadenas de  $\alpha_1(\text{I})$  y una cadena de  $\alpha_1(\text{II})$ , que difieren ligeramente en su composición de aminoácidos y en su secuencia (Yuehuei y otros, 2000). Su función principal es la de ofrecer resistencia a la tracción, se encuentra abundantemente en el hueso, la dermis, el tendón y la córnea.

El colágeno tipo II se encuentra principalmente en el cartílago, forma fibrillas delgadas de 10 a 20 nanómetros, pero en otros microambientes puede formar fibrillas más grandes, indistinguibles morfológicamente del colágeno tipo I. Se encuentran formadas por tres cadenas de  $\alpha_1(\text{II})$  de un único tipo. Su principal función es la de ofrecer resistencia a la presión intermitente.

El colágeno tipo III abunda en el tejido conjuntivo laxo, en las paredes de los vasos sanguíneos, la dermis de la piel y el estroma de varias glándulas. Está

constituido por una clase única de cadena  $\alpha_1(\text{III})$ . Su función es la proporcionar sostén a los órganos expandibles.

El colágeno tipo IV es el encargado de formar la lámina basal que subyace a los epitelios. Es un colágeno que no se polimeriza en fibrillas, sino que forma un fieltro de moléculas orientadas al azar. Su función principal es la de sostén y filtración (Ramírez, 2007).

Las moléculas de colágeno dispuestas de manera paralela se traslapan hasta que forman un escalamiento de aproximadamente un cuarto de la longitud total, esto de acuerdo al modelo clásico de Hodge y Petruska en 1962. El alineamiento de los grupos químicos da lugar a bandas periódicas y los escalones forman agujeros o boquetes como los mostrados anteriormente en la *figura 1.5*. Las moléculas se estabilizan por medio de eslabones intra e intermoleculares que son esenciales para incrementar la resistencia a la tracción en las fibrillas y ayudar en su proceso de mineralización (Yuehwei y otros, 2000).

La matriz orgánica actúa para transmitir fuerzas a lo largo de la región mineral del hueso y para prevenir su ruptura prematura como un material frágil. Si existiera un exceso de carga, la deformación de las fibras de colágeno involucraría: estiramiento, deslizamiento de elementos de unión, separación (a niveles molecular y/o, de fibras de colágeno) y finalmente, la ruptura de las fibras, todo esto en las regiones donde existiera una transmisión de fuerzas cortantes (Bowman, 1996; Kotha, 2003).

### **Componentes no colagénicos.**

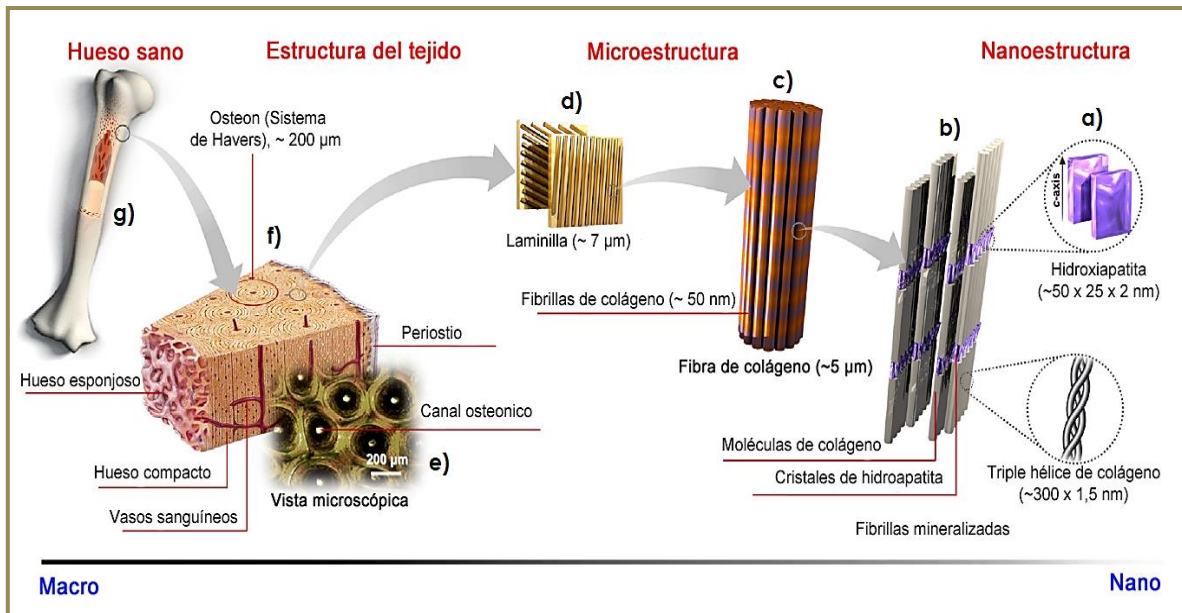
Las proteínas no colagénicas incluyen a los proteoglicanos, los fosfolípidos, las glicoproteínas y las fosfoproteínas. La distribución y cantidad de proteínas no colagénicas (osteopontina, osteonectina, sialoproteína ósea) varían de acuerdo al tipo de hueso y a la zona en donde se localiza la matriz ósea. La función de las proteínas también es variable. El grado de calcificación puede ser un factor que contribuye a este respecto, mientras que la calcificación por si misma está influenciada por las proteínas no colagénicas. Los proteoglicanos pueden tener un efecto regulador, aunque su papel como inhibidor o promotor del proceso de calcificación continúa en debate. Se considera que los fosfolípidos presentes en la matriz de calcificación también ayudan significativamente en este proceso (Yuehwei y otros, 2000).

## **1.4 NIVELES DE ORGANIZACIÓN DEL HUESO.**

El hueso es considerado un material compuesto debido a la dependencia que tienen sus propiedades mecánicas con las propiedades de sus constituyentes individuales. Esto quiere decir que sus propiedades van a variar según el nivel estructural que se esté estudiando.

En el nivel 1 se encuentran las fibrillas de colágeno y los cristales en forma de placas extremadamente pequeñas de hidroxapatita (HA), los cuales son los

bloques de construcción básicos con sólo unas decenas de nanómetros de ancho y longitud, así como unos 2 a 3 nanómetros de espesor. En el nivel 2 se encuentran las fibrillas de colágeno mineralizado en las que las placas de HA están colocadas de forma ordenada en la matriz de colágeno. En el nivel 3 las fibrillas mineralizadas están ordenadas en arreglos paralelos, los que en el nivel 4 se organizan en una estructura tridimensional (laminillas). En el nivel 5 para el hueso osteonal, la estructura tridimensional es observada con facilidad en las láminas del hueso, ya que están organizadas dentro de estructuras cilíndricas llamadas osteones (Rho, y otros, 1998). El nivel 6 corresponde a la estructura que divide al hueso en cortical y trabecular, y el nivel 7 concierne a una pieza de hueso completo (figura 1.8). En los diferentes niveles se presentan distintas propiedades mecánicas, por lo que el considerar al tejido óseo como un material compuesto es aceptable.



**Figura 1.8 Niveles de organización del hueso, a) fibrillas de colágeno e hidroxiapatita, b) fibrillas mineralizadas, c) fibra o grupo de fibrillas, d) laminillas, e) osteones, f) hueso cortical y trabecular, g) hueso completo (Sadat-Shojai y otros, 2013).**

Yuehuei y Draughn clasificaron las estructuras del hueso en cinco niveles jerárquicos, desde un nivel nanoestructural hasta un nivel macroestructural, los cuales se muestran en la Tabla 1.4.



**Tabla 1.4 Niveles jerárquicos del hueso (Yuehwei y otros, 2000).**

<b>Nivel</b>	<b>Elementos (especímenes)</b>	<b>Factores determinantes en la rigidez del hueso</b>
Macroestructura (hueso completo)	Fémur, humero, vértebra, calcáneo, etc.	Forma tubular, área de la sección transversal, porosidad.
Arquitectura (nivel del tejido)	Hueso compacto y bloques de hueso esponjoso, cilindros, cubos.	Densidad, porosidad, orientación del osteon, fibras de colágeno, o trabéculas.
Microestructura (nivel trabecular u osteonal)	Osteones o trabéculas.	Dirección de carga, con una máxima resistencia a lo largo de su eje longitudinal.
Submicroestructura (nivel lamelar)	Lamelas, fibras largas de colágeno.	Dirección preferencial en hojas lamelares o fibras de colágeno, la orientación de las fibrillas (Colágeno-HA) definen direcciones máximas y mínimas de fuerza para una dirección primaria de carga.
Ultraestructura (nanoestructura)	Fibrillas de colágeno y moléculas, componentes minerales.	Cristales de HA son embebidos entre las terminales de las moléculas adjuntas de colágeno. Esta última composición de HA rígida y la contribución del colágeno flexible provee al material propiedades mecánicas superiores a las que si solo se encontraran individualmente.

Las propiedades, estructura y composición del hueso son aparentemente comunes a todos los segmentos esqueléticos. Realizando una observación más detallada, el hueso se muestra como un tejido altamente heterogéneo; la composición y estructura varían según su ubicación en el esqueleto, así como la función fisiológica que realiza, edad, sexo y especie de los sujetos en estudio. En contraste con esta heterogeneidad, los componentes básicos del tejido son notablemente consistentes (Yuehwei y otros, 2000).

## CAPITULO 2. COMPORTAMIENTO Y PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HUESO.

---

### INTRODUCCIÓN.

El hueso como cualquier material tiene un comportamiento particular para cada tipo de sollicitación mecánica a la que sea sometido, dicho comportamiento puede ser predecido de manera cercana si se conocen bien sus parámetros básicos, es decir, aquellos que reflejen su estructura y funcionamiento, y que pueden ser medidos mediante pruebas sobre una unidad anatómica completa o sobre muestras para analizar particularmente componentes estructurales.

Dimensiones del hueso como lo son la longitud, el espesor, el área, el volumen, la densidad, el contenido mineral y la estructura a niveles macro y micro e incluso en nanoniveles, son ejemplos de parámetros básicos para las pruebas mecánicas en hueso.

El conocer las propiedades mecánicas del tejido óseo es útil para saber cómo es que los huesos soportan las distintas fuerzas a las que están sometidos en la vida cotidiana del individuo. Se realizan estudios sobre las diferentes configuraciones de carga externa e interna que actúan sobre estos, lo que nos ayuda a entender de mejor manera, la causa de las lesiones en la estructura ósea.

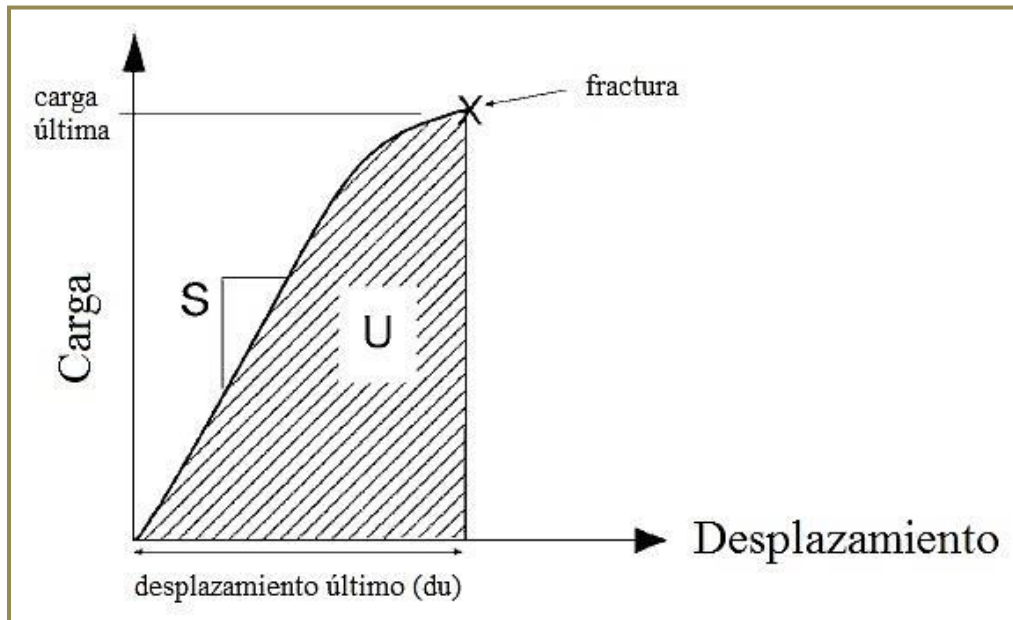
### 2.1 PARÁMETROS Y CARACTERÍSTICAS IMPORTANTES EN EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HUESO.

---

El comportamiento mecánico del hueso en situaciones fisiológicas normales es similar al de un material elástico sin cambio en su apariencia exterior y sus propiedades mecánicas son una serie de parámetros básicos que reflejan su estructura y funcionamiento, los cuales pueden ser medidos mediante pruebas en especímenes completos o sobre componentes estructurales particulares. En comparación a otros materiales, el hueso es una estructura viviente que tiene mecanismos especializados de autorreparación y adaptación, por lo que constantemente son alteradas sus propiedades mecánicas y su morfología.

El hueso puede ser caracterizado usando parámetros mecánicos, tales como la relación entre la carga aplicada a su estructura y su desplazamiento como respuesta de la misma. Esta relación es mostrada de manera gráfica en la curva *carga - desplazamiento* (figura 2.1) en la que la pendiente de la región elástica (porción recta de la curva) representa la rigidez extrínseca o rigidez de la estructura, la cual está íntimamente relacionada con el nivel de mineralización del hueso. Además de la rigidez se pueden obtener otras propiedad mecánicas, tales como lo son la carga última (valor sobre el cual el hueso falla), el trabajo de

falla (cantidad de energía necesaria para que el hueso falle: área bajo la curva) y el desplazamiento último (inversamente relacionado con su fragilidad).

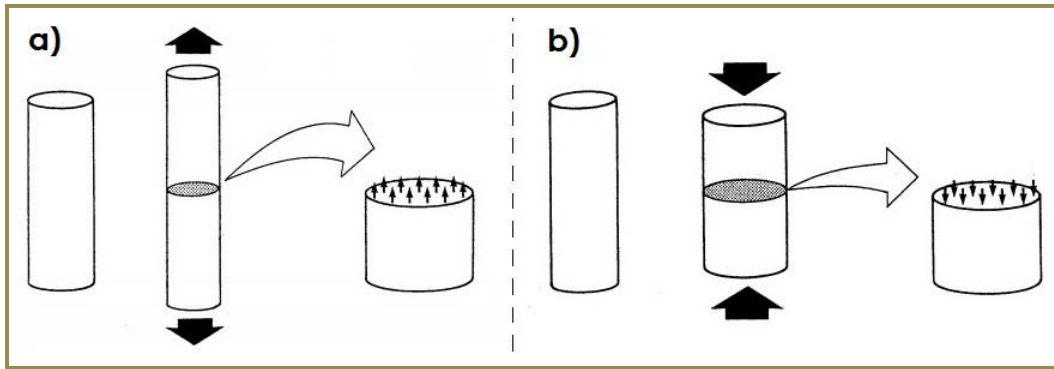


**Figura 2.1** Curva carga – desplazamiento, ilustrando los cuatro parámetros biomecánicos para un espécimen de hueso: carga última, rigidez ( $S$ ), trabajo de falla ( $U$ ), desplazamiento último (Cowin, 2001).

Cuando es aplicada una carga o fuerza sobre un cuerpo, éste responde con una deformación directamente proporcional a la misma, el cuerpo al ser sujeto a una sollicitación da lugar a la existencia de los esfuerzos, que son las fuerzas internas que actúan en el mismo, los cuales pueden ser normales o tangentes (de corte) a la superficie, los primeros generan cambios de volumen mientras que los segundos dan lugar a cambios de forma. Dicho lo anterior es por lo que la gráfica de la figura 2.1 también es conocida como diagrama esfuerzo – deformación. En cuanto a la deformación, se describe como la relación en el cambio de dimensiones de un cuerpo entre su tamaño inicial y final. Tomando en consideración esto se definen dos tipos de sollicitaciones mecánicas muy comunes en ingeniería:

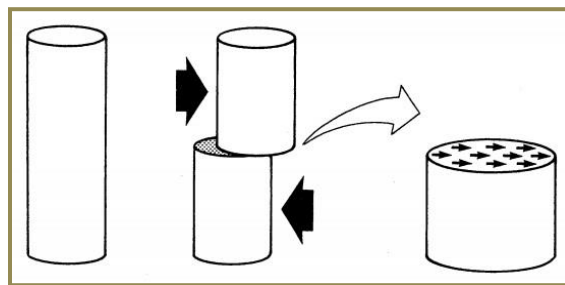
**Normal:** este tipo de sollicitación se presenta en la tracción y en la compresión de un elemento estructural a lo largo de su eje longitudinal y tiende a “alargarlo” o “acortarlo” respectivamente (figura 2.2).





**Figura 2.2 a) Carga de tracción, b) carga de compresión (Nordin y otros, 1989).**

**Tangencial o cortante:** es el resultante de las tensiones paralelas a la sección transversal de un elemento estructural, lo que provoca deslizamiento (figura 2.3).



**Figura 2.3 Carga tangencial o cortante (Nordin y otros, 1989).**

El comportamiento de un material sometido a una carga depende básicamente de cuatro características que son: la elasticidad, la plasticidad, la fractura y la viscosidad. A continuación se dará una breve explicación de cada una.

### **Elasticidad.**

Los ensayos o pruebas mecánicas en los materiales permiten observar su comportamiento y definir su diagrama esfuerzo – deformación, muchos materiales poseen un comportamiento elástico lineal que es cuando el nivel de esfuerzo es proporcional a la deformación y muestra una porción recta en este diagrama, lo que cumple con la ley de Hooke. La pendiente de dicha recta es el *módulo de Young* o *módulo elástico* (E) del material, y se expresa en pascuales (Pa). De acuerdo con el principio de superposición, la suma de fuerzas se correlaciona con la suma de deformaciones y con el principio de independencia del tiempo, por lo que la deformación se considera instantánea y no varía respecto al mismo.

En un material isotrópico las sollicitaciones de tracción y de compresión, generan deformaciones de alargamiento o acortamiento, las que consecuentemente crean otras deformaciones de estrechamiento y ensanchamiento en direcciones perpendiculares a las sollicitaciones, fenómeno que se expresa con el coeficiente de Poisson ( $\nu$ ).

Un material elástico lineal presenta una deformación reversible siempre y cuando no se supere su *límite elástico*. Esto quiere decir que al aplicársele una carga al material este se deforma y retiene la energía necesaria para ello, mientras la carga exista de igual manera la deformación se mantendrá, pero al retirar dicha carga, la deformación desaparece y se disipa la energía contenida al inicio. El *límite elástico* o *punto de fluencia* es el punto en el diagrama esfuerzo – deformación en donde se pierde la proporcionalidad lineal entre estos dos parámetros. Generalmente, la posición de este punto no puede ser determinada con precisión por lo que se ha establecido una convención en la cual se traza una línea recta paralela a la línea elástica del diagrama, desplazada por una determinada deformación, usualmente 0.2%. La intersección correspondiente a la de esta línea con el diagrama esfuerzo – deformación es el punto de fluencia del material (Callister, 2004).

### **Plasticidad.**

Cuando en la curva esfuerzo – deformación se sobrepasa el límite elástico y no existe relación lineal entre ambos, se generan deformaciones permanentes en el material, ya que al ser retiradas las cargas las deformaciones no desaparecen y se pierden las dimensiones originales. Esto sucede debido al movimiento relativo de los átomos y moléculas del material, lo que en los metales, causa un endurecimiento. Las pruebas de tracción permiten conocer la cantidad de deformación que puede experimentar un material antes de que este se fracture y así conocer su ductilidad.

### **Fractura.**

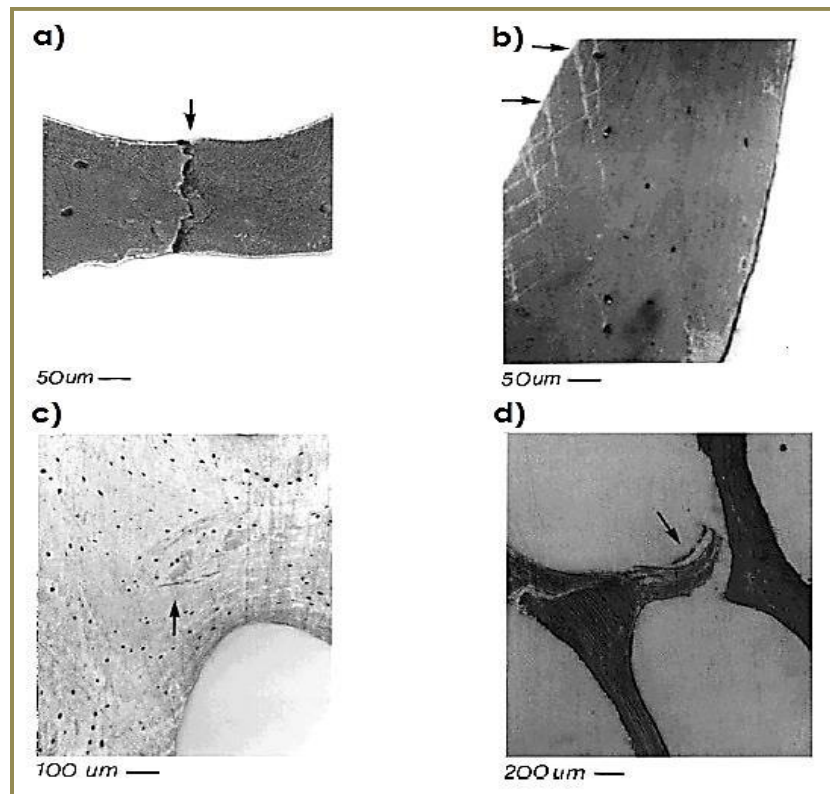
Es la pérdida en la continuidad del material provocada por fuerzas cuyas intensidades superan las fuerzas interatómicas o intermoleculares del mismo. Esto se presenta debido a la presencia de pequeñas hendiduras, grietas o discontinuidades en el material, en las que la distribución de esfuerzos es mayor (concentrador de esfuerzos), lo que provoca más discontinuidades o grietas y que las ya existentes crezcan en tamaño hasta que el material cede por completo y se divide.

Griffith en 1920 fue el primero en abordar el rol de las grietas en fractura frágil en un sólido isotrópico, formuló un modelo para la propagación de las mismas, en la cual considera que la fractura corresponde a la creación de nuevas superficies en el material, lo que requiere el aporte de energía, por lo que se puede calcular la fuerza necesaria para que simultáneamente todos los enlaces interatómicos se rompan sobre un plano, cuyo valor se encuentra entre  $E/5$  y  $E/20$ , en donde  $E$  es el módulo de Young del material (Griffith, 1920). Sin embargo los valores promedio o usuales en la fractura se sitúan en valores que oscilan entre  $E/1000$  para un

material frágil y E/100 para uno dúctil, a causa del fenómeno de concentración de esfuerzos mencionado anteriormente.

Es por lo anterior que una grieta se propaga cuando el incremento de energía elástica producida por el esfuerzo aplicado es igual o mayor que la energía necesaria para crear una nueva superficie de grieta. La ecuación de Griffith permite determinar el esfuerzo máximo de trabajo del material cuando se conoce el tamaño mayor de las grietas que presenta, es decir, la resistencia a la fractura de un material está determinada por el tamaño y orientación de su grieta más amplia. Por su parte, Yeni sugiere que la falla por cortante entre las fibras de colágeno, debe ser uno de los principales factores iniciadores de microgrietas en el tejido del hueso debido al exceso de cargas (Yeni, 2000). Esta teoría sólo es aplicable en materiales con características elásticas lineales, y no en aquellos que presenten una deformación plástica ya que disminuye la concentración de esfuerzos.

En hueso trabecular, se han encontrado cuatro tipos de falla bajo diferentes niveles de deformación, esto mediante un análisis microscópico a 200X del daño físico en muestras de bovino, los cuales son: fracturas transversales, bandas cortantes, fracturas paralelas y fracturas completas (figura 2.4). Los dos primeros tipos son los predominantes entre los cuatro (Cowin, 2001).



**Figura 2.4 Tipos de falla observados en hueso trabecular: a) fractura transversal, b) bandas cortantes, c) fractura paralela, d) fractura completa (Cowin, 2001).**

La resistencia que ofrece un determinado material a la propagación de las grietas es conocida como la *tenacidad a la fractura*. Si la formación y propagación de grietas es relativamente fácil y rápida, la tenacidad es baja y se considera un material frágil, mientras que si la propagación es demasiado lenta y se necesita un enorme aporte de energía, entonces la tenacidad es alta y el material es considerado dúctil. Es fundamental el conocimiento de estos conceptos para evaluar el comportamiento frente a la fractura de cualquier material.

### **Viscosidad.**

La elasticidad implica la reversibilidad en la deformación, mientras que la viscosidad representa la disipación de la energía de la deformación, debido a que los átomos y moléculas se trasladan en movimientos no transitorios. En los sólidos no idealizados se presenta simultáneamente viscosidad y elasticidad (o plasticidad), de modo que presentan una relajación de esfuerzos. Es bien conocido que el hueso y todos los materiales biológicos presentan propiedades viscoelásticas que pueden ser modeladas mediante diversos modelos constitutivos (Reilly y otros, 1974).

Se considera que el tiempo de relajación de un sólido elástico ideal tiende a infinito, ya que su forma original es recuperada de manera inmediata al ser retirada la carga. La gran mayoría de los materiales tienen un comportamiento intermedio llamado viscoelástico, que se puede describir determinando el tiempo de relajación. Ejemplos de este tipo de materiales son los polímeros, los elastómeros y los tejidos biológicos, entre otros. En los materiales linealmente viscoelásticos el tiempo de relajación varía con respecto al tiempo de carga, lo que hace difícil encontrar su módulo elástico. Esto se puede resolver si se aplica una carga constante y se observa la variación de la deformación con respecto al tiempo, lo que corresponde al concepto de fluencia, así mismo, se puede inducir una deformación constante y se observa la variación de la fuerza con respecto al tiempo, lo que corresponde al concepto de relajación de esfuerzos (Ruiz, 2010).

La temperatura es otro factor que afecta el comportamiento de los materiales viscoelásticos, lo cual se debe de considerar al caracterizar un biomaterial. Para analizar de manera simplificada estos materiales es posible construir modelos mecánicos, dándoles un tratamiento matemático a su desenvolvimiento real.

El hueso esponjoso es descrito como un material viscoelástico. La porción elástica se debe a la capacidad que tiene el hueso trabecular de recuperar su configuración inicial después de ser retirada una carga aplicada, siempre que esta no sobrepase su límite elástico. Cuando la velocidad de deformación es muy elevada, la porción viscosa de la médula contenida en la estructura trabecular, otorga un aparente endurecimiento en la misma, esto debido a la incompresibilidad de la médula. Por el contrario, a una velocidad de deformación baja, el tejido trabecular permite el desalojo de la médula sin que esta afecte su comportamiento mecánico. El estudio de McElhaney y Byars muestra que para ensayos de compresión, al incrementar la velocidad de deformación, el módulo aparente de Young se incrementa, al igual que el esfuerzo último, mientras que el rango de deformación que es capaz de soportar

disminuye (McElhaney y otros, 1965). La fluencia viscosa se presenta de manera regular en el hueso durante la vida diaria, por lo que su influencia experimental no debe de ser ignorada (Kim y otros, 2010).

La capacidad de disipar energía de deformación dentro del rango elástico y de fenómenos como la relajación de esfuerzos y fluencia en el hueso esponjoso también se explican por la consideración de un comportamiento viscoelástico. Las propiedades viscoelásticas del tejido trabecular se han establecido como similares a las del hueso cortical, la fluencia en ambos tipos de hueso es similar. Aunque las propiedades mecánicas tales como el módulo y la resistencia son también dependientes de la velocidad de deformación, la dependencia es muy débil. Ambos, resistencia y módulo, son proporcionales a la velocidad de deformación elevada a la potencia 0.06. (Cowin, 2001).

Consecuentemente, para velocidades de deformación que ocurren durante el desarrollo de las actividades cotidianas, es decir, aproximadamente de ~1Hz, el hueso esponjoso puede ser descrito correctamente como un material elástico.

Las propiedades elásticas del hueso se encuentran definidas a nivel del continuo conocido también como el nivel aparente. A este nivel, el hueso es considerado como un material continuo con propiedades promedio obtenidas de un volumen de hueso representativo. Dicho volumen debe contener un número elevado de trabéculas para que las propiedades promedio del continuo sean suficientes. Para hueso esponjoso, un volumen representativo debe tener un tamaño equivalente a cinco longitudes trabeculares (de 3mm a 5 mm aproximadamente) (Cowin, 2001).

## 2.2 FACTORES QUE INFLUYEN EN LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HUESO.

---

Debido a que las propiedades mecánicas del hueso, como se ha mencionado, dependen de múltiples factores, considerando además la edad, las condiciones de salud y el lugar anatómico de estudio, se tiene en suma que las características físicas tendrán también influencia directa en dichas propiedades, por lo que existen determinadas técnicas que permiten cuantificarlas, dando como resultado un análisis con el que se pueda establecer el grado de influencia de las mismas sobre dichas propiedades.

Sin duda, la medición de estas características es primordial para el establecimiento de las propiedades mecánicas de manera general, ya que de esta forma se tiene un punto de referencia de acuerdo a características específicas del tejido óseo con respecto a diferentes individuos o sitios anatómicos, por lo que existe la posibilidad de obtener parámetros adecuados con los cuales establecer la calidad mecánica del hueso con características particulares. Dichas características físicas o factores que influyen en las propiedades mecánicas de este material se pueden clasificar en dos grupos: *sistemáticos* o *factores in vivo*, y *factores in vitro*. Los primeros como su nombre lo menciona, son aquellos que intervienen en las propiedades del hueso mientras

éste se encuentra dentro de un ser vivo, y los segundos cuando se encuentra fuera del mismo. A continuación se describirán brevemente los principales factores pertenecientes a los dos grupos que más influyen en las propiedades mecánicas del hueso:

**Composición:** El contenido de minerales en el tejido óseo varía entre cada especie, edad, salud, función mecánica, etc. Todos estos factores son interdependientes. Para una mineralización elevada se tienen módulos elásticos mayores pero energías de fractura reducidas, e inversamente, para valores reducidos de mineralización se asocian valores elevados de energías de fractura y módulos de elasticidad bajos. El nivel de masa mineral puede ir desde un 40% a un 70% de la masa total del hueso, aunque en algunos casos extremos se logra alcanzar hasta un 80%.

La reducida energía absorbida antes de la fractura para el caso de una elevada mineralización puede ser causada por la falla de varios mecanismos para frenar el crecimiento de grietas, y se presenta cuando la cohesión entre los distintos bloques de hueso es baja (fibrillas mineralizadas de hueso, lámelas, osteones, etc.), ya que cuando el contenido mineral es alto y existe la presencia de una grieta, ésta encuentra a su paso un material prácticamente homogéneo (una sola fase), por lo que tenderá a propagarse y a causar una falla rápida.

**Especie:** Las propiedades del hueso de los mamíferos difieren de forma considerable en valores absolutos. Por ejemplo el módulo de elasticidad de un fémur de humano es 17.6 GPa, mientras que el de un caballo es 25.5 GPa y el de un cerdo 14.9 GPa.

**Función:** Las propiedades mecánicas del hueso difieren de acuerdo a las funciones que realizan, un ejemplo se observa entre el fémur de bovino y la cornamenta de un ciervo. El primero es rígido y relativamente resistente y el segundo es relativamente menos rígido pero mucho más tenaz ya que está normalmente sometido a altos impactos.

Los niveles de actividad de la vida diaria tienen un efecto sobre la masa del tejido óseo. La masa de un hueso está determinado por el equilibrio entre dos procesos de remodelación: la resorción y la deposición de las superficies del periósteeo y el endósteeo. El aumento de la carga lleva a un aumento en la cantidad de masa mientras que una disminución de la carga da como resultado que la masa disminuya (Currey, 2002).

**Edad:** El ser humano a diferencia de los animales, sufre más los efectos del envejecimiento, ya que sus ciclos de vida son prolongados, mientras que el de los animales es más reducido y no sobreviven mucho tiempo después de la etapa maternal. Mientras se avanza con la edad, generalmente existe un incremento en el contenido de mineral en los huesos, lo que aumenta la rigidez y resistencia del mismo, pero cuando se llega a una edad adulta o madura, aproximadamente a los 35 años, comienza una disminución de estas propiedades debido a la disminución del contenido mineral. En la *Tabla 2.1* se muestran diferentes valores de resistencia y rigidez en muestras de hueso humano a diferentes edades.

**Tabla 2.1 Datos de especímenes húmedos a temperatura ambiente (Fémur/Tibia)  
(Burnstein y otros, 1976).**

Edad (años)							
	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
<b>Módulo Elástico (Gpa)</b>							
Tracción	17-18.9	17.6-27	17.7-28.8	16.6-23.1	17.1-19.9	16.3-19.9	15.6-29.2
Compresión	18.1	18.6-35.3	18.7-30.6	18.2-24.5	15.9-25.1	18-26.7	15.4-25.9
<b>Resistencia Máx. (MPa)</b>							
Tracción	140-161	136-154	139-170	139-164	129-147	129-145	120-156
Compresión	209	209-213	200-204	192-192	179-183	183-190	180-197
<b>Deformación Máx. (%)</b>							
Tracción	3.4-4	3.2-3.9	3-2.9	2.8-3.1	2.5-2.7	2.5-2.7	2.4-2.3

Los efectos de la edad sobre el hueso esponjoso se reducen principalmente al efecto que se observa en su arquitectura, conectividad y nivel de porosidad, pero cabe mencionar que el hueso cortical adyacente se degrada de una forma similar (Martínez, 2006).

**Hormonas:** El cese de producción de estrógenos en la mujer ya sea de modo natural o por medios quirúrgicos, afecta significativamente el metabolismo del hueso reduciendo la masa del mismo y afectando su calidad.

Durante el embarazo y la lactancia, la homeostasis de calcio se altera para satisfacer las necesidades del feto y al mismo tiempo previene una pérdida de hueso que pueda ser peligrosa para la madre.

**Sexo:** En general, no existen diferencias respecto a la resistencia del hueso cortical entre hombres y mujeres. La diferencia es la cantidad de masa, es decir que los hombres cuentan con esqueletos más grandes y pesados pero no necesariamente más densos. Sin embargo, después de la menopausia los huesos femeninos aceleran las velocidades de resorción, lo que aumenta su porosidad y produce un material más débil.

**Anisotropía y heterogeneidad:** Algunos investigadores han estudiado la orientación estructural de las redes trabeculares en relación con su aportación biomecánica y encontraron que la orientación de la red trabecular es el segundo mayor contribuyente en la resistencia del hueso después de la densidad mineral.

Debido a que el hueso trabecular es un material heterogéneo, éste muestra una gran variación en sus propiedades mecánicas. Esta heterogeneidad resulta de los cambios en su fracción volumétrica (volumen de sólido / volumen de huecos + volumen de sólido), arquitectura y las propiedades de su tejido. El módulo de elasticidad y la resistencia del hueso trabecular varían dentro de un mismo espécimen y entre unos y otros.

Se sabe que muchos parámetros morfológicos están relacionados con la fracción volumétrica del hueso. A pesar de lo anterior, poco se sabe acerca de cómo varía la relación entre la fracción volumétrica del hueso y la microarquitectura entre los diferentes lugares anatómicos o individuos. Pueden existir individuos con la misma densidad mineral de hueso y la misma fracción volumétrica pero con diferente morfología en algún lugar de su anatomía.

Entre las dos situaciones extremas correspondientes a un material completamente isótropo o anisótropo, existen muchas situaciones intermedias en las que el material sólo presenta simetría elástica en determinadas direcciones como es el caso de la isotropía transversal o en el de la ortotropía.

### **Enfermedades:**

**Artritis:** Se manifiesta con cambios patológicos en los cartílagos, huesos y otros tejidos que interactúan entre sí, lo que causa una falla en las articulaciones. El progreso de esta enfermedad lleva a la destrucción del cartílago en combinación con un crecimiento anormal del hueso subcondrial y la deformación de la articulación. El hueso subcondrial aumenta su fracción volumétrica en las áreas donde recibe mayores cargas. El hueso trabecular también se modifica ensanchando sus trabéculas y dejando un menor espacio entre ellas (Day, 2005).

Según las investigaciones de Radin et al. en 1986, existe una relación entre el progreso de la artritis y la mecánica del hueso subcondrial. Ellos explican que el aumento en la rigidez del plato del hueso subcondrial es un factor por el cual se inicia la enfermedad. Según su hipótesis, las fracturas microscópicas en las trabéculas debidas a cargas excesivas producen un incremento en el remodelado del hueso en el plato subcondrial, lo que lleva a un endurecimiento localizado que produce un exceso de esfuerzos cortantes sobre el cartílago produciendo su desgaste (Radin y otros, 1986).

**Osificación imperfecta:** Es una enfermedad hereditaria de los tejidos conectores causada principalmente por un desorden genético por el cual se reduce la presencia de colágeno de tipo I en la matriz del hueso lo que ocasiona que se fragilice. Los pacientes con osificación imperfecta presentan una reducida densidad ósea, alteraciones en la morfometría del hueso, mineralización anormal del hueso, fracturas múltiples y en los casos más severos, deformaciones en el esqueleto.

**Osteoporosis:** Es una enfermedad metabólica del hueso que ocasiona una disminución en su densidad. Se manifiesta con la disminución en la masa ósea y un deterioro en la microarquitectura, lo que provoca un incremento en la fragilidad del esqueleto y a un mayor riesgo de fractura. Es por esto que para entender mejor las propiedades mecánicas del hueso, es importante saber que la pérdida de hueso no es sólo la pérdida de su masa, sino el cambio en su arquitectura trabecular. Esta enfermedad de los huesos es la más común alrededor del mundo.



La densidad mineral se usa como un índice de masa de hueso para predecir el riesgo de fractura. El contenido mineral en los huesos de los humanos se incrementa con la edad hasta los sesenta años aproximadamente y después de esta edad disminuye, exactamente al contrario de lo que sucede con la cantidad de agua (Müller y otros, 1996).

Como el hueso trabecular es más poroso que el cortical, aporta una mayor área superficial para el remodelado y es más activo metabólicamente, en consecuencia, es afectado en mayor magnitud por la osteoporosis. En la *Tabla 2.2* se muestran algunos valores de huesos sanos y con osteoporosis en distintas regiones del esqueleto.

Las fracturas debidas a la osteoporosis usualmente ocurren en huesos con una alta presencia de hueso trabecular, como lo son la cadera, el radio distal, muñecas y las vértebras. Las fracturas en las vértebras, contrariamente a las de la cadera y el radio, no requieren de cuidados médicos ya que pueden seguir resistiendo condiciones normales de carga (Fyhrie y otros, 1994).

**Tabla 2.2 Densidades y características estructurales de huesos sanos y con osteoporosis en distintas regiones del esqueleto (Hakulinen, 2006).**

	Densidad mineral (gr/cm <sup>3</sup> )	Fracción volumétrica (%) (vol. Hueso / vol. trabecular)	Espesor trabecular (µm)	Espaciado trabecular (µm)
<b>Vértebra</b>				
Sana	1.04	14	268	957
Con osteoporosis	0.79	10	238	1111
<b>Radio</b>				
Sano	0.37	46	240	280
Con osteoporosis	0.19	37	200	350
<b>Calcáneo</b>				
Sano	0.83	32	600	1380
Con osteoporosis	0.7	23	540	1840

Es por lo anterior que la evaluación de la calidad del hueso es importante en la diagnosis de la osteoporosis y para estudiar la eficacia de las intervenciones terapéuticas.

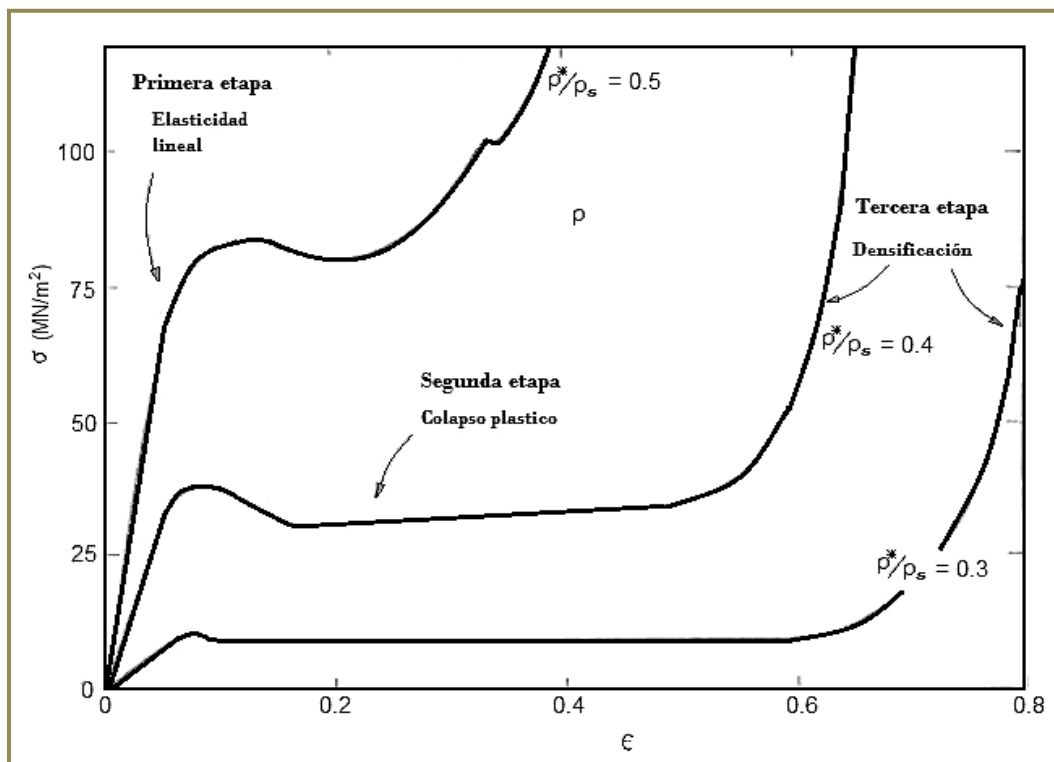
Existe una correlación importante entre las características mecánicas del hueso esponjoso, entre su resistencia y rigidez y su densidad aparente y densidad mineral. En el hueso normal, más del 80% de la variación en su comportamiento mecánico se puede explicar a través de la densidad y de la orientación trabecular (Yuehuei y otros, 2000).

Cabe mencionar que a partir de este punto se hablará de manera más constante y específica del hueso trabecular, ya que el enfoque del presente trabajo está dirigido hacia el mismo.

### 2.3 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HUESO TRABECULAR.

La estructura del hueso trabecular es considerada como una estructura celular, es decir, que está constituida por una red interconectada de barras y de placas, por lo que su comportamiento mecánico es muy similar a los denominados materiales o sólidos celulares como lo son las espumas de polímeros sintéticos. Estos materiales son heterogéneos, por lo que los poros están integrados por estructuras de celdas, su arreglo y forma es denominada arquitectura.

El diagrama esfuerzo - deformación en los sólidos celulares bajo compresión se caracteriza por tres regiones: Región elástica lineal, que corresponde a la flexión de los bordes o paredes de la celda; esfuerzo meseta (plateau), correspondiente al colapso progresivo de la celda por pandeo elástico, cedencia plástica o fractura frágil, dependiendo de la naturaleza del sólido del cual está hecho el material; y la densificación, que corresponde al colapso de las celdas a través del material y de la carga subsecuente de los bordes y de las caras de las celdas, unas sobre otras (figura 2.5) (Ramírez, 2007).



**Figura 2.5** Curvas esfuerzo - deformación característica del hueso trabecular a diferentes densidades relativas (Gibson, 2005).

En deformaciones bajas el comportamiento del hueso se puede simplificar como elástico lineal. Muchos materiales celulares tienen densidades relativas bajas de un 10% a un 20% aproximadamente, por lo que pueden ser sometidos a grandes deformaciones de hasta un 70% u 80% antes de que ocurra la densificación, aunque antes de eso ya se presentó el colapso de la estructura. En tracción la respuesta elástica lineal es la misma, al menos en deformaciones bajas. Cuando la deformación es mayor, las celdas se orientan en la dirección de las sollicitaciones, aumentando la rigidez del material hasta que se alcance su esfuerzo de falla. En celdas con geometrías asimétricas las barras y placas se intersectan en sus puntos medios unas con las otras, lo que provoca flexión elástica en las paredes de las celdas. Cuando las celdas tienen estructura columnar, las barras y placas se apilan unas sobre las otras, y la deformación en dirección longitudinal es por compresión axial de las paredes de las celdas. En la dirección transversal, las celdas no están alineadas, y la deformación se da por pandeo de igual manera que en las celdas asimétricas (Gibson, 1985).

Si las barras tienen una elevada relación entre longitud y espesor, la falla se da por pandeo elástico, tanto en especímenes húmedos como secos. Si por el contrario existe una baja relación, los especímenes húmedos sufren de microgrietas mientras que los secos se fracturan de forma frágil.

Los principales factores que influyen en el comportamiento mecánico del hueso esponjoso son las propiedades intrínsecas de los diferentes constituyentes del hueso, como las trabéculas compuestas por cristales de hidroxapatita inmersos en una matriz de colágeno, y la estructura o arquitectura trabecular, la cual puede tener diferentes disposiciones o formas, en cualquiera de los casos su espesor promedio es muy similar (entre 150 a 200  $\mu\text{m}$ ).

En algunas de estas estructuras las trabéculas tienen orientaciones preferenciales, pero en otras la orientación es muy difícil de definir. La presencia de la orientación preferencial es de importancia particular de la anisotropía mecánica del hueso esponjoso (Mullender y otros, 1996).

## **2.4 PROPIEDADES FÍSICAS DEL HUESO TRABECULAR.**

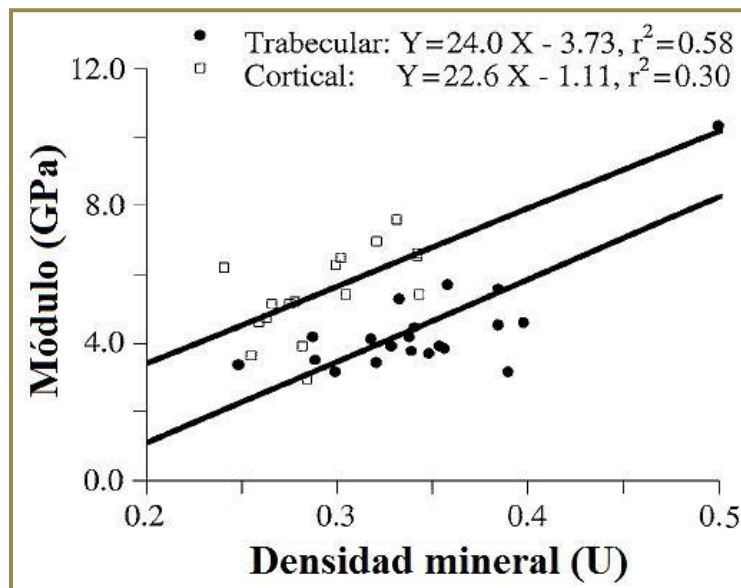
---

La estructura trabecular se caracteriza morfológicamente por parámetros físicos tales como lo son la densidad, la porosidad y la fracción volumétrica, los cuales junto con otros parámetros escalares, definen las propiedades mecánicas del hueso. Entre estos últimos se encuentran el espesor y el espaciamiento trabecular promedio, que cuantifican la geometría, así mismo están la conectividad y la dimensión fractal de la red trabecular. Para cuantificar la direccionalidad y anisotropía de la estructura se han introducido parámetros tensoriales, tales como la intercepción lineal promedio o *MIL* por sus siglas en inglés, el cual consiste en la proyección de líneas paralelas sobre imágenes de estructura ósea en corte transversal y se cuenta el número de intercaras hueso-médula para diversos ángulos de la red (Cowin, 2001).

### 2.4.1 DENSIDAD ESTRUCTURAL, POROSIDAD Y FRACCIÓN VOLUMÉTRICA.

El hueso esponjoso como ya se mencionó, tiene menor densidad que el hueso compacto, por lo que su rigidez es menor, pero soporta una mayor deformación antes de la fractura. El hueso esponjoso in vitro puede soportar hasta un 50% de deformación antes de empezar a sobrecargarse, mientras que el hueso cortical cede y se fractura cuando la deformación excede del 1.5% al 2%, esto se debe a que la estructura porosa del hueso esponjoso tiene una elevada capacidad de almacenamiento de energía (Keaveny y otros, 1993).

Diferentes autores han encontrado relaciones exponenciales entre el módulo del tejido óseo y su densidad (figura 2.6). Carter y Hayes encontraron una relación cubica entre el módulo y la densidad estructural en muestras de hueso esponjoso y cortical de humano y bovino (Carter y otros, 1977), aunque estudios posteriores a este, indican que una relación cuadrática puede ajustarse mejor al hueso trabecular humano. En revisiones de estas afirmaciones, se encontró una variación en los resultados de no más de un 4%, por lo que no se puede concluir de manera clara en qué modelo se ajustan mejor los datos.



**Figura 2.6** Correlación entre el módulo del tejido óseo medido en microprueba de flexión en 4 puntos y la densidad mineral medida por micro-CT en especímenes de hueso trabecular y cortical (Choi y otros, 1990; Cowin, 2001).

Estudios más recientes no limitan sus resultados a un modelo cuadrático o cúbico sino que se ajustan a una forma más general:  $E=ap^p$ , donde  $E$  es el módulo de Young y  $p$  la densidad, mientras que  $a$  y  $p$  son el coeficiente de correlación y la relación exponencial entre la densidad y el módulo. Los resultados de estos estudios han indicado que la potencia  $p$  entre el módulo longitudinal y la

densidad estructural es cercana a 2, pero también valores cercanos a éste ( $\rho=2.6$ ) en estudios que incluyen especímenes con un amplio rango de densidades y sitios. Se han encontrado coeficientes de correlación muy elevados entre el hueso esponjoso y su densidad, un ejemplo de esto es la relación que Hodgkinson y Currey determinaron para 24 especímenes de hueso esponjoso humano con un amplio rango de densidades aparentes (Hodgkinson y otros, 1992), la cual puede explicar el 94% de la variación en el módulo de Young promedio (Ec. 2.1) expresado en pascuales. En todos estos estudios se utilizaron pruebas experimentales para obtener el módulo de elasticidad del hueso.

$$E_{prom} = 0.003715\rho^{1.96} \quad (2.1)$$

La diferencia física entre los dos tipos de tejido óseo se cuantifica en términos de la densidad del hueso, que se define como la cantidad de material óseo presente en una unidad de volumen de hueso ( $\text{g/cm}^3$ ). Para determinar la densidad del hueso esponjoso es utilizado el principio de Arquímedes, inventado en el siglo 3<sup>o</sup> a.C., basado en su ley de flotación, que establece que la densidad de una muestra ósea puede ser determinada de los pesos secos y sumergidos (Ec. 2.2).

$$\rho_{hueso} = \rho_{fluido} \frac{W}{W-S} \quad (2.2)$$

Dónde  $W$  es el peso seco y  $S$  es el peso sumergido, pero para que se pueda realizar esta medición, es necesario retirar completamente la médula, lo cual no es del todo posible, generando así errores de medición. Una alternativa para mejorar la precisión es utilizar alcohol etílico puro ya que humedece mejor las muestras desplazando el agua de la matriz, por lo que posteriormente debe de rehidratarse en solución salina para que recupere sus propiedades (Cowin, 2001).

Otra medición de densidad comúnmente utilizada en el hueso esponjoso, es la *densidad aparente*, la cual se calcula obteniendo la densidad del espécimen de material óseo pesándolo después de que la médula ha sido removida y dividiéndolo entre el volumen total de la muestra incluyendo los poros, además de medir su porosidad utilizando técnicas histomorfométricas (Ec. 2.3).

$$\rho_{aparente} = (1 - P)\rho_{hueso} \quad (2.3)$$

Donde  $P$  es la porosidad, que se define como la fracción de volumen que no se encuentra ocupada por el material óseo, que en el caso del hueso esponjoso, suele encontrarse la médula, además la porosidad esta inversa y exponencialmente relacionada con el módulo y la resistencia del hueso.

El valor de la densidad aparente es muy útil para un cálculo preciso de la porosidad, despejando a  $P$  de la ecuación 2.3, es posible obtenerla (Ec. 2.4).

$$P = 1 - \frac{\rho_{aparente}}{\rho_{hueso}} \quad (2.4)$$

Las propiedades mecánicas del hueso dependen en gran medida de la densidad aparente, así como de la conectividad trabecular. Esta densidad tiene rangos de  $0.14 \text{ g/cm}^3$  a  $1.1 \text{ g/cm}^3$ , y se encuentra relacionada con su resistencia a compresión expresada en MPa (Ec. 2.5) (Yuehuei y otros, 2000).

$$\sigma = 60\rho^2 \quad (2.5)$$

También el módulo en compresión del hueso esponjoso, expresado en MPa, está relacionado con la densidad aparente (Ec. 2.6) (Yuehuei y otros, 2000).

$$E = 2915\rho^2 \quad (2.6)$$

Gibson demostró, después de analizar datos experimentales que para el módulo elástico la densidad sea menor a  $350 \text{ kg/m}^3$ . Para densidades mayores, la densidad aparente debe elevarse a la tercera potencia. Sin embargo, para la mayoría de las densidades aparentes se ha encontrado que la potencia es dos cuando se pretende determinar el esfuerzo de cedencia (Gibson, 1985). Rice analizó datos estadísticos reportados en trabajos previos y concluyó que tanto el módulo elástico como el esfuerzo de cedencia se relacionan con el cuadrado de la densidad aparente (Rice y otros, 1990).

Yener reportó con base en resultados experimentales, que la fracción volumétrica ( $V_v$ ) de hueso podría ser utilizada para determinar propiedades mecánicas (Yener y otros, 2003), la cual se define como el volumen de material trabecular dividido entre el volumen del espécimen completo incluyendo el volumen espacial medular (Ec. 2.7).

$$V_v(\text{hueso}) = \frac{\text{Volumen del hueso trabecular}}{\text{Volumen del hueso trabecular} + \text{Volumen espacial medular}} \quad (2.7)$$

Esta fracción volumétrica es proporcional a la densidad relativa asumiendo que la masa aparente de hueso es igual a la masa trabecular. En los resultados de Yener se muestra que la relación entre fracción volumétrica y resistencia última es lineal, sin seguir ninguna ley potencial. Por otra parte, no se utilizó la fracción volumétrica para predecir el módulo de elasticidad, pero se aplicó un análisis de regresión lineal para determinar la relación entre módulo experimental y esfuerzo último.

Asimismo como en el caso de la densidad, se relacionó la fracción volumétrica con diversas constantes elásticas, obteniéndose el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), así como el tensor de rigidez promedio para 141 especímenes óseos con las constantes elásticas ortotrópicas (Yang y otros, 1999):

$$\begin{aligned} E_{11} &= E(1240 V_v^{1.8}), \quad E_{22} = E(885 V_v^{1.89}), \quad E_{33} = E(529 V_v^{1.92}), \quad (R^2 = 0.924) \\ G_{23} &= E(533.3 V_v^{2.04}), \quad G_{13} = E(633.3 V_v^{1.97}), \quad G_{12} = E(972.6 V_v^{1.98}), \quad (R^2 = 0.884) \\ \nu_{23} &= E(0.256 V_v^{-0.086}), \quad \nu_{13} = E(0.316 V_v^{-0.191}), \quad \nu_{12} = E(0.176 V_v^{-0.248}), \quad (R^2 = 0.755) \end{aligned}$$

## 2.5 PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HUESO TRABECULAR.

La naturaleza porosa del hueso trabecular, se presta asimismo a una descripción mecánica por las características estructurales y materiales, por lo que sus propiedades mecánicas están definidas por las propiedades intrínsecas de sus trabéculas individuales, las cuales tienen que ser medidas a través de pruebas mecánicas, usando métodos de análisis físicos y computacionales de pandeo, flexión, tracción y compresión.

Cada una de las trabéculas del hueso esponjoso tiene su propio módulo de Young y en conjunto forman una estructura que tiene su propia y única rigidez. Por lo tanto, este tipo de hueso tiene un *módulo material* (algunos autores utilizan los términos *módulo efectivo* y *módulo del tejido*), el cual indica la rigidez para cada trabécula, y un *módulo estructural* o *módulo aparente*, el cual representa la rigidez de la estructura trabecular o conjunto de trabéculas. La mayoría de los estudios biomecánicos del hueso esponjoso se centran en las propiedades estructurales ya que las propiedades materiales de la trabécula son difíciles de medir.

El módulo de elasticidad del hueso trabecular (trabéculas individuales) es menor que el del hueso cortical de un 10 a un 30%. Por ejemplo, el módulo de elasticidad es de 14.8 GPa para trabéculas y 20.7 GPa en tejido cortical, ambos medidos por técnica de ultrasonido, y 10.4 GPa y 18.6 GPa respectivamente, usando prueba de microtensión (Yuehuei y otros, 2000). Sin embargo el rango de los datos reportados es muy amplio en cuanto al módulo de las trabéculas, los cuales muestran valores de 0.76 a 20 GPa, y de entre 0.1 a 2000 MPa correspondientes al módulo aparente, todos estos datos obtenidos a través de pruebas experimentales estándar ingenieriles, tales como pruebas de tracción, compresión, flexión en tres o cuatro puntos, torsión, etc. (Cowin, 2001).

No obstante, técnicamente el uso del ultrasonido no es adecuado, esto se debe a la imposibilidad de examinar el hueso subcortical dado que el ultrasonido se refleja en la superficie del hueso y no lo penetra, por lo que solamente la superficie cortical ósea es visible (Vargas y otros, 2008).

En cuanto a la relación de Poisson, no puede ser determinada simplemente escalando los resultados por elemento finito con los resultados experimentales, ya que las propiedades del tejido isotrópico son una función no lineal de esta, por lo que no existe un factor de escala. Sin embargo, mediante distintos análisis por elemento finito se ha demostrado que la variación de la relación de Poisson del tejido óseo tiene un efecto mínimo en el comportamiento de los modelos (Ladd y otros, 1998) por lo que la mayoría de los estudios han utilizado un valor razonable de 0.3 para las propiedades del tejido. En la *Tabla 2.3* se muestra el módulo elástico del hueso esponjoso obtenido por diversos autores en diferentes ensayos.

**Tabla 2.3 Módulo de elasticidad en diferentes especímenes de hueso trabecular (Cowin, 2001; Schneck, 2003; Yuehuei y otros, 2000).**

Espécimen	Ensayo	Módulo de elasticidad (GPa)
Fémur distal (humano)	Pandeo	8.69 ± 3.17 (seco)
Tibia proximal (humano)	Pandeo	11.38 (húmedo)
Fémur (humano)	Ultrasonido	12.7 ± 2.0 (húmedo)
Fémur (bovino)	Tracción	10.9 ± 1.6 (húmedo)
Tibia y fémur (humano)	Viga voladiza	8.7 (6.2 – 11.2)
Cresta iliaca (humano)	Tracción	0.8 ± 0.4
Cresta iliaca (humano)	Flexión a tres puntos	3.81
Vértebra L3 (humano)	Modelo estructural 3D	3.8
Tibia (parte superior) (humano)	Flexión a tres puntos	4.59
Tibia (humano)	Flexión a cuatro puntos	5.7 ± 1.3
Tibia (humano) seco	Tracción	10.4 ± 3.5
Fémur (humano)	Ultrasonido en cubos de hueso	12.7 ± 2.0
Fémur (humano) seco Tibia (humano) fresco	Flexión cantiléver con análisis FEM	7.8 ± 5.4
Tibia (humano)	Ultrasonido	14.8 ± 1.4
Vértebra (humano)	Nanoindentación	13.4 ± 2.0
Fémur (humano) seco	Nanoindentación	18.14 ± 1.7
Fémur (humano) húmedo	Nanoindentación	11.4 ± 5.6
Vértebra (humano)	Imagen Micro-CT y análisis FEM	5.7 ± 1.6
Vértebra (humano)	Imagen de Tomografía de rayos X y análisis FEM	6.6 ± 1.1
Vértebra (humano)	Flexión a cuatro puntos	2.11 ± 1.89

Las propiedades mecánicas del hueso esponjoso son determinadas por varios factores importantes, incluyendo densidad aparente y densidad mineral, conectividad trabecular y localización. (Yuehuei y otros, 2000). En el hueso como en la madera y otras estructuras biológicas, existe una “dirección preferencial” en las trabéculas, por lo que el módulo de Young varía con la dirección que se analice, es por esto que el hueso es un material anisótropo (Chen, 2009; Currey, 2003; Kotha, 2003; Lalegname, 2002; Reilly y otros, 1974). Su módulo también varía dependiendo de la región en la que se analice, por lo tanto es un material no homogéneo (Turner y otros, 1993). Sumado a esto, se encuentra el proceso de remodelado óseo, el cual tiene lugar en la superficie de las trabéculas,



ocasionando una distribución mineral no uniforme, lo que afecta las propiedades mecánicas del hueso ya que estas dependen del contenido mineral.

La capa de la superficie de las trabéculas es frecuentemente renovada, pero el tejido en la mitad de la trabécula (hueso intersticial) puede escapar de éste efecto de remodelación y puede envejecer más que la capa superficial (Birkenhager-Frenkel y otros, 1993), dando así a las trabéculas un núcleo altamente mineralizado en donde las deformaciones son menores. Este proceso remueve los microdaños, reemplaza el hueso muerto o hipermineralizado y adapta la microestructura a los esfuerzos locales.

Específicamente para el estudio de sus propiedades mecánicas, el hueso puede ser considerado idealmente como un sólido elástico, homogéneo e isotrópico mediante la aplicación de la mecánica del medio continuo, lo cual se encuentra alejado del comportamiento real del mismo pero es una primera aproximación.

## CAPÍTULO 3. MODELOS DE HUESO TRABECULAR.

---

### INTRODUCCIÓN.

A través de los años se ha intentado comprender el comportamiento mecánico del hueso mediante el uso de diversas técnicas de modelado y teorías como la del sólido celular.

El modelado es un proceso por el cual se obtiene lo más esencial de un sistema complejo y es utilizado para crear una representación simplificada de dicho sistema y así hacer relativamente más sencilla su comprensión.

Gran cantidad de investigadores han realizado modelos microestructurales que representen la estructura trabecular de manera aproximada e idealizada, que además permitan obtener datos de los mismos al estudiar su comportamiento y hacer predicciones de su desempeño al ser sometidos a diversos análisis ingenieriles bajo ciertas condiciones o parámetros.

En el presente capítulo se resumirán los modelos enfocados al hueso trabecular, que serán la base para el planteamiento mostrado en el siguiente capítulo.

### 3.1 MÉTODOS DE ADQUISICIÓN DE IMÁGENES DE HUESO TRABECULAR.

---

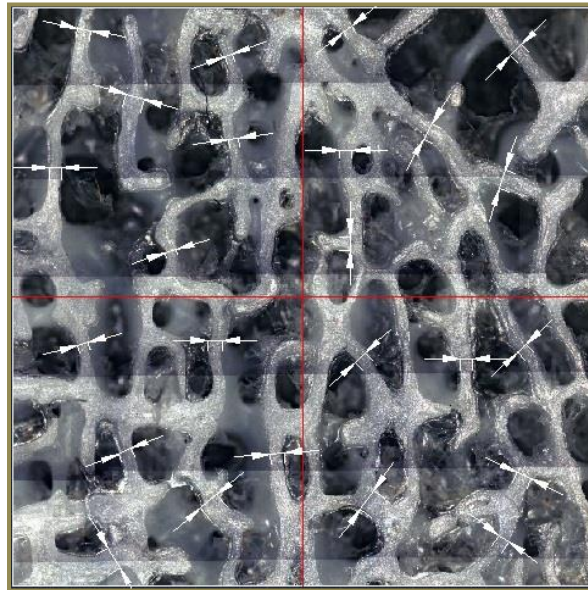
Existen diferentes métodos utilizados hasta nuestros días para obtener imágenes de la estructura trabecular, en donde gran parte de éstas han sido utilizadas para tratar de representar de la mejor manera la estructura real de este material. Mientras estas imágenes contengan mayor grado de resolución y exactitud, se consideran más de las características o parámetros que definen a la estructura en cuestión, es por ello que hoy en día es indispensable el uso de las nuevas tecnologías para obtener resultados más cercanos o próximos a la realidad.

Los parámetros de la estructura trabecular que son considerados en mayor medida en las imágenes obtenidas de hueso esponjoso son el *volumen de hueso (BV)* que es el volumen trabecular dividido entre el volumen total representativo de una muestra en  $\mu\text{m}^3$ , el *área de hueso (TBA)* que es la superficie trabecular dividida entre el área total representativa de una muestra en  $\mu\text{m}^2$ , el *espesor trabecular (Tb.Th)* que es el promedio del espesor de las trabéculas en  $\mu\text{m}$  y la *separación trabecular (Tb.Sp)* que es la distancia promedio de separación entre las trabéculas, la cual representa la cantidad del espacio ocupado por la médula en  $\mu\text{m}$ .

Otros parámetros comúnmente utilizados para la conectividad de la estructura son el *número trabecular (Tb.N)* que es el promedio del número de elementos continuos trabeculares existentes por unidad de área, el *número de nodos*

trabeculares ( $N.Nd$ ) que es la cantidad de uniones entre trabéculas, el número de terminales trabeculares ( $N.Tm$ ) que es la cantidad de extremos libres en las mismas y la relación entre estos dos últimos ( $Nd/Tm$ ). La mayoría de estos parámetros se pueden medir con la ayuda de software especializado utilizando imágenes de una sección histológica individual o en secciones en 2D e imágenes en serie de escaneo en 3D (Yuehuei y otros, 2000).

Tradicionalmente, la formación de la estructura ósea a cusa del efecto de su estimulación mecánica es evaluada por un análisis estereológico e histomorfométrico de secciones histológicas a las que se les realizan escaneos y capturas con herramientas ópticas como los microscopios o escáneres (figura 3.1), estas secciones se obtienen al realizar cortes longitudinales, transversales y en diferentes ángulos en el hueso, por lo que se trata de un método invasivo. Esta técnica de análisis cuantitativo, permite medir en una muestra de tejido o biopsia, mediante métodos manuales, semiautomáticos o automáticos, una amplia serie de parámetros estáticos y dinámicos de los diversos componentes que integran el tejido óseo. Los estáticos se obtienen midiendo las estructuras en los diferentes cortes, y los dinámicos se obtienen mediante el marcaje con tetraciclinas (grupo de antibióticos que presentan fluorescencia a la luz ultravioleta), que permiten introducir el factor tiempo en las mediciones.

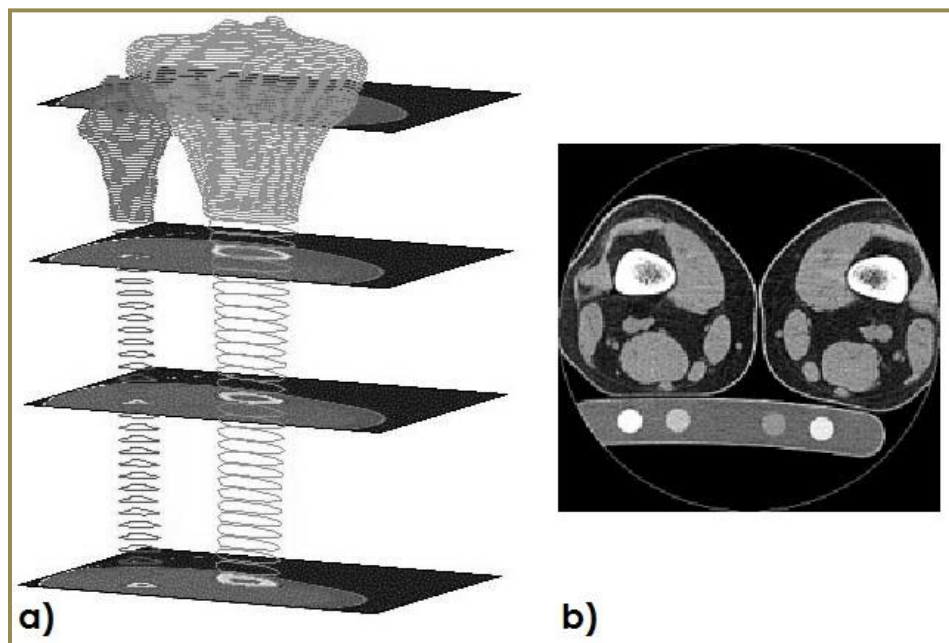


**Figura 3.1 Corte axial de 10 x 10 mm de muestra de hueso de vertebra bovina al que se le realizan mediciones de sus espesores trabeculares en diferentes cuadrantes con la ayuda de software computacional.**

Para comprender la respuesta adaptativa del hueso en función del tiempo, se deben de utilizar diferentes especímenes o muestras en distintos lapsos de tiempo,

esto complica mucho el estudio de dicha respuesta en el mismo espécimen, además de que la preparación de secciones histológicas toma demasiado tiempo y se requiere una gran cantidad de mano de obra, así como un poco de experiencia en el manejo del hueso. Sumado a esto, la cantidad de secciones histológicas que se pueden obtener de una muestra ósea es muy reducido, por lo que en este sentido, usualmente no es posible obtener una vista tridimensional completa de la estructura trabecular.

Es por lo anterior que la mayoría de los investigadores han optado por el uso de las tomografías y microtomografías computarizadas (CT y  $\mu$ CT) como una alternativa más poderosa, en la que se obtienen imágenes bidimensionales de diferentes secciones del hueso utilizando rayos X y que posteriormente por medio de un algoritmo de reconstrucción se genera una imagen digitalizada tridimensional muy detallada de la estructura ósea (*figura 3.2*). Estas han evolucionado de gran manera, por lo que con el tiempo se han convertido en una herramienta estándar para el estudio de la arquitectura trabecular, además de ser un método no invasivo y relativamente rápido.



**Figura 3.2 a) Proceso de reconstrucción en tomografía computarizada de imagen digitalizada en 3D de tibia humana mediante imágenes 2D de secciones transversales, b) tomografía de sección transversal (Cerroloza y otros, 2001).**

El desarrollo de la imagen tridimensional ha hecho posible la representación con mayor exactitud de la arquitectura trabecular, muestras de ello es que Ulrich et al. en 1999 utilizaron las tomografías computacionales para estudiar la relación existente entre parámetros de micro-arquitectura de hueso, y unos años antes

Parfitt en 1988 las usó para el estudio de las propiedades mecánicas de hueso esponjoso, adquiriendo un conjunto de imágenes de especímenes de humano de los que determinó parámetros de micro-arquitectura y elaboró modelos micromecánicos con elemento finito (FE) con los que calculó la resistencia ortotrópica de los mismos asegurando que la resistencia mecánica obtenida fuera la esperada (Jeremy y otros, 2005).

Una variante de este método, es la tomografía microcomputarizada cuantitativa periférica, con la que se obtienen imágenes digitalizadas tridimensionales de la estructura trabecular in vivo, la cual no es invasiva pero utiliza radiación iónica, por lo que las limitaciones en su dosis no le permiten alcanzar una buena resolución.

Otro método interesante de naturaleza no invasiva es la resonancia micromagnética, en el cual de igual manera que en el anterior se pueden obtener las imágenes del hueso esponjoso in vivo, aunque las resoluciones en las imágenes digitalizadas no son tan buenas como en las microtomografías.

Existen más métodos con los que es posible obtener imágenes del hueso esponjoso, como lo son la absorciometría con rayos X de energía dual (DXA) y el ultrasonido cuantitativo (QUS) que son los estudios estándar para diagnosticar la osteoporosis, los cuales otorgan imágenes proyectadas en donde los cambios estructurales del hueso tales como la reducción de elementos óseos, la transformación de placas a barras o alteraciones en conectividad y anisotropía, pueden ser observados.

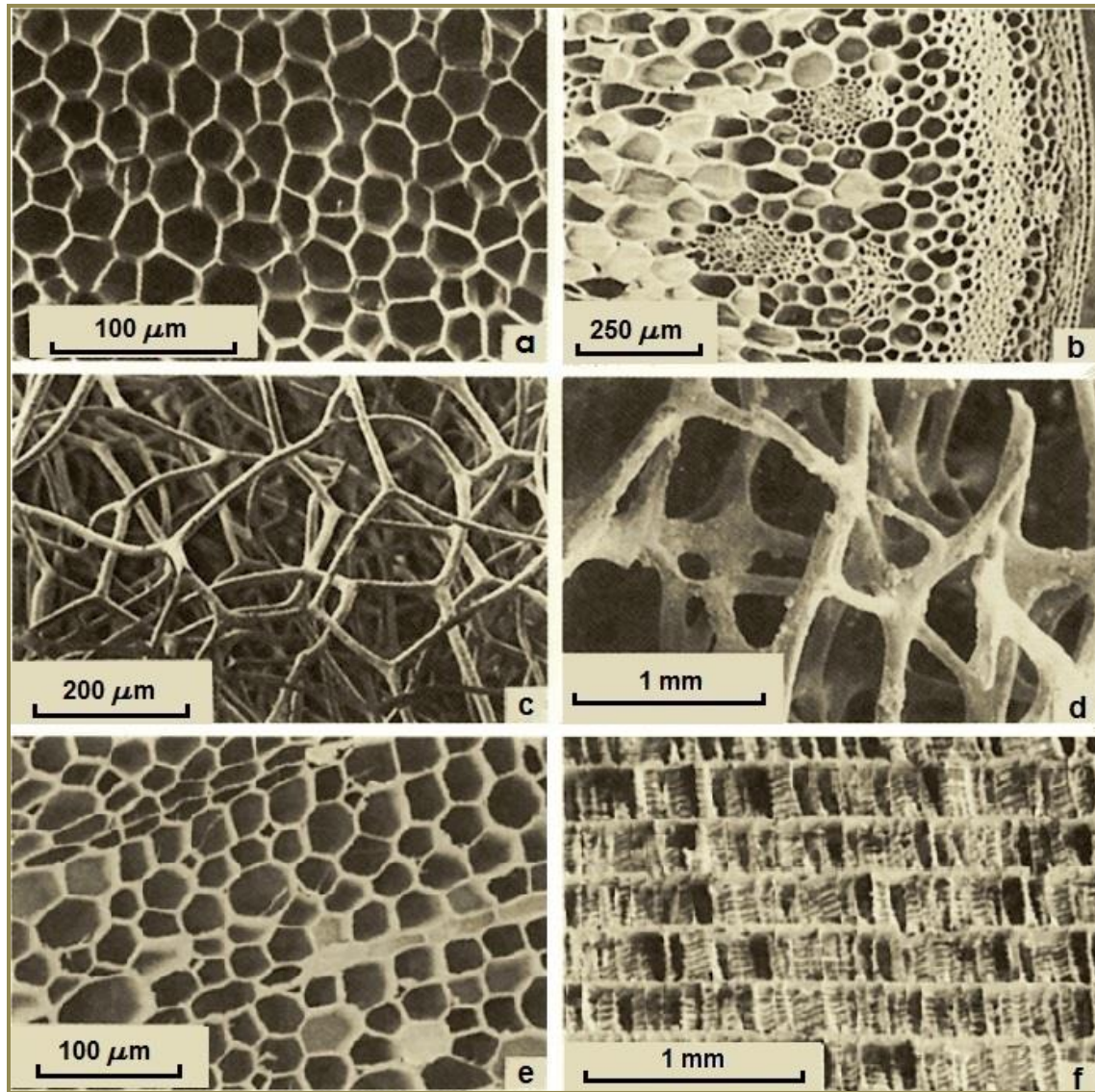
La resolución espacial es un parámetro muy importante que debe de ser seleccionado de acuerdo al objetivo que se tenga, ya que para observar la superficie de un hueso grande, una resolución de  $1\mu\text{m}$  es la necesaria para analizar el espacio trabecular. De esta manera se puede establecer que para examinar las características del hueso esponjoso se requieren resoluciones por arriba de los  $10\mu\text{m}$ , por lo que para estudiar los cambios óseos en un nivel celular la resolución de  $1\mu\text{m}$  es la adecuada. Aunque se requiere resoluciones más elevadas para analizar la ultra estructura del hueso y la estructura cristalina del mineral óseo (Peña, 2009).

### 3.2 MODELOS DE SÓLIDOS CELULARES.

---

Este tipo de modelos de estructura celular se encuentran constituidos por la unión de elementos unitarios o celdas poliédricas, dispuestos de manera periódica elaborando una estructura entramada en dos o tres dimensiones, satisfaciendo la continuidad de desplazamientos y tracciones a lo largo de los límites de dichas celdas. El arreglo y la forma de las celdas definen la denominada *arquitectura* en el sólido celular. En la naturaleza existen diversas muestras de estructuras celulares, tales como el corcho, el coral, la madera y el hueso esponjoso (*figura 3.3*).





**Figura 3.3 Materiales celulares naturales: a) corcho, b) tallo de una planta, c) esponja, d) hueso trabecular, e) madera, f) hueso de jibia (molusco marino muy parecido al calamar) (Gibson y otros, 1997).**

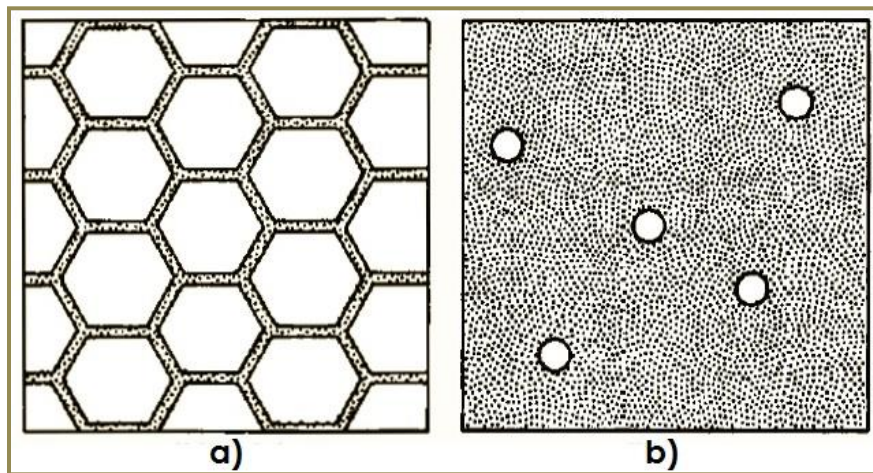
Los materiales celulares en general presentan propiedades mecánicas envidiables tales como buena relación rigidez-peso específico, alta capacidad para absorber energía, resistencia a la compresión, proveen aislamiento térmico y acústico, presentan un alto grado de deformación y alta durabilidad al ser sometidos a cargas dinámicas y fatiga. Las características microestructurales que afectan la respuesta mecánica de estos materiales son estudiadas principalmente en espumas y estructuras del tipo panal de abeja. Los panales de abeja son definidos como estructuras celulares bidimensionales (las paredes de las celdas tienen un generador común y arreglo homogéneo), mientras que las espumas con sus estructuras poliédricas, se consideran como sólidos

tridimensionales (las paredes de las celdas presentan orientaciones aleatorias en el espacio) (Gibson, 2005). A partir de estas estructuras celulares los ingenieros han diseñado biomateriales para reemplazar o regenerar partes del cuerpo humano, tal es el caso de las espumas de titanio que están siendo consideradas como materiales que sustituyan el hueso trabecular.

Una de las características principales a considerar en las estructuras celulares es la densidad relativa ( $\rho_{rel}$ ), la cual se define como el cociente entre la densidad del sólido celular ( $\rho^*$ ) y la del material del cual están hechos los bordes de las celdas ( $\rho^s$ ) (Ec. 3.1).

$$\rho_{rel} = \frac{\rho^*}{\rho^s} \quad (3.1)$$

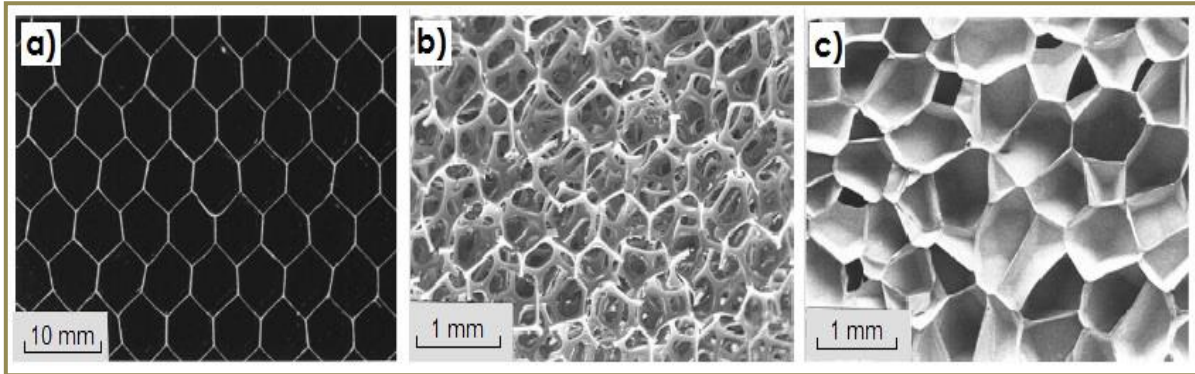
Conforme la densidad relativa se incrementa, el espesor de las paredes de las celdas aumenta y el tamaño de los poros disminuye. Para una densidad relativa del orden de 0.3 se tiene una transición de una estructura celular a una considerada como un sólido con poros aislados (figura 3.4), es decir, que para ser considerado como material celular éste debe tener una porosidad mayor al 70% (Gibson, 2005).



**Figura 3.4 Diferencia entre un sólido celular y un sólido poroso: a) sólido celular, b) sólido poroso (Martín, 2009).**

Dentro de estos modelos, como ya se ha visto, existe una importante distinción topológica, la primera es entre las celdas bidimensionales y las celdas tridimensionales (figura 3.5), en ambas las orientaciones de las paredes son diferentes, además de que el modelado de propiedades en dos dimensiones es más simple que en un espacio tridimensional, sin embargo gran parte del análisis puede extenderse usando argumentos de aproximación como en el caso de la

compleja geometría de las espumas. La segunda distinción es entre los modelos tridimensionales de celda abierta y celda cerrada, siendo las celdas abiertas aquellas que presentan material únicamente en las aristas (*figura 3.5-b*) mientras que las de celdas cerradas también contienen material en las caras (*figura 3.5-c*). Características topológicas de las celdas como la conectividad de las aristas y las caras, tienen un considerable efecto en las propiedades mecánicas de los sólidos celulares (Aly, 2010).



**Figura 3.5 Topología de sólidos celulares ingenieriles: a) estructura tipo panal de abeja de aluminio, b) espuma de poliuretano de celda abierta, c) espuma de polietileno de celda cerrada (Gibson, 2005).**

Con la ayuda de los sólidos celulares se ha tratado de describir el comportamiento mecánico del hueso trabecular mediante su representación estructural, proponiéndose celdas unitarias hexagonales bidimensionales, así como cubos o dodecaedros de barras y placas en tres dimensiones. La geometría de las celdas permite un análisis factible pero no otorga una representación exacta de la arquitectura real del material óseo.

El análisis mediante sólidos celulares es una teoría ingenieril que permite describir las características de falla uniaxial en hueso trabecular. Estos modelos analíticos simples, propuestos por Rajan y Gibson (Gibson, 1985) para hueso trabecular, se pueden utilizar para explicar el motivo por el cual la resistencia o el módulo elástico del espécimen completo varía con la densidad aparente o la fracción volumétrica a través de una relación lineal o potencial. Dependiendo de la estructura y la dirección de la carga, se asume que las trabéculas se deforman principalmente de forma axial. La resistencia puede variar dependiendo de la fracción de volumen, de la geometría de la celda, del mecanismo de falla y de la dirección de la carga. También los efectos de la disposición estructural y de las características materiales del tejido permiten identificar las interacciones entre la arquitectura y la fracción de volumen (Ruiz, 2010); además en estos modelos se pueden obtener las características del material de la celda y las relaciones



existentes entre la resistencia y el módulo aparente contra la fracción volumétrica, medidas cuantitativas de la arquitectura.

En primera instancia podría suponerse que el tamaño de la celda es un parámetro importante, en ocasiones lo es, sin embargo la mayoría de las propiedades mecánicas dependen débilmente de este factor, la forma de la celda en cambio es un parámetro de mayor importancia, cuando las celdas son equiaxiales las propiedades son isotrópicas, pero cuando las celdas son alargadas o aplanadas, las propiedades dependen de la dirección (Gibson y otros, 1997; Gibson, 2005).

En los modelos de sólido celular se considera que el comportamiento a nivel del continuo (macroestructura) puede estudiarse a nivel microestructural si es empleado un elevado número de celdas unitarias idénticas, por lo que se puede derivar el comportamiento aparente a través del análisis de una sola celda unitaria. Para este caso de igual manera se puede utilizar lo que se le denomina como elemento de volumen representativo (RVE), el cual debe de incluir un gran número de microelementos de tal forma que sean representativos de las propiedades del continuo (Nasser-Nemat, 1998). Cabe mencionar que las dimensiones absolutas de los microconstituyentes pueden variar sensiblemente, dependiendo de la masa del continuo y de los objetivos del análisis.

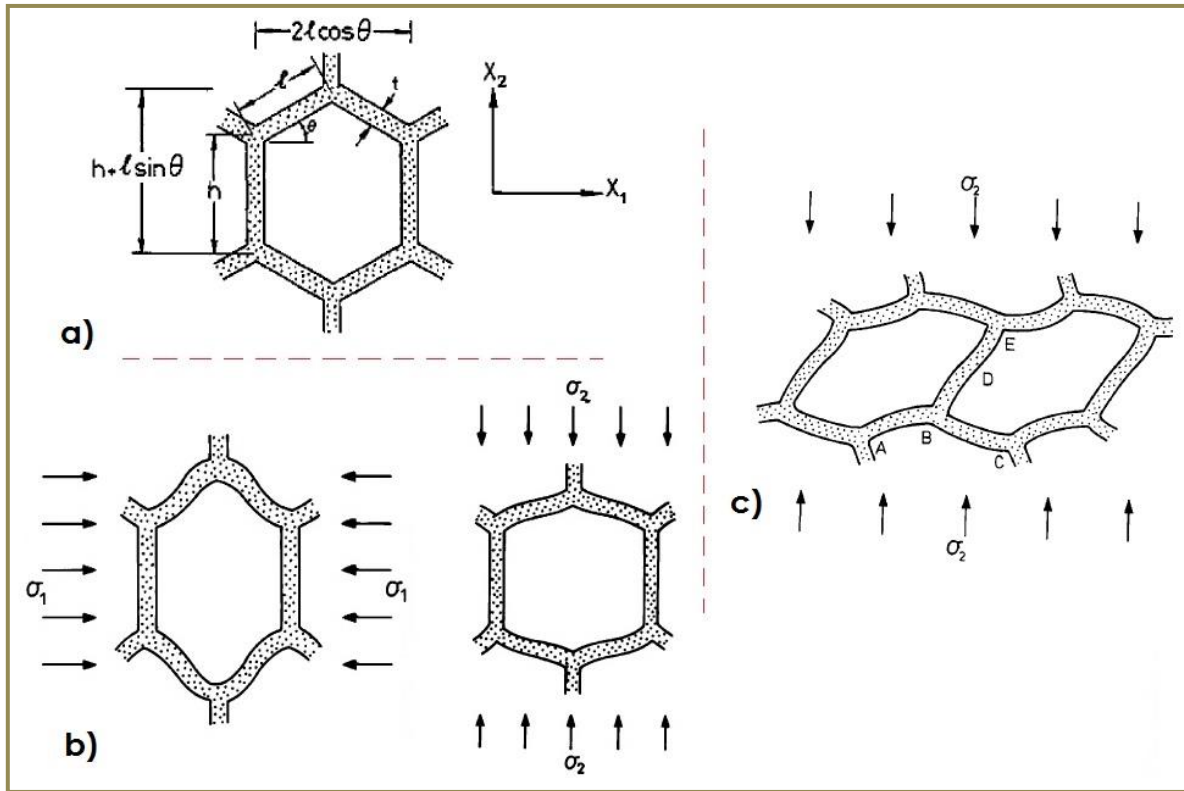
Debido a que la microestructura presenta cambios durante la deformación, se afectan las propiedades del RVE, por lo que es necesaria una formulación incremental como en el caso del hueso esponjoso debido al pandeo que sufren las trabéculas. Aunque para ciertos problemas elásticos esto no es necesario y una formulación en términos de esfuerzos y deformaciones totales es suficiente.

---

### 3.2.1 SÓLIDOS CELULARES BIDIMENSIONALES (ESTRUCTURA DE PANAL) CON CARGA EN EL PLANO.

---

Según Gibson (Gibson, 2005) cuando se presenta una carga uniaxial en el plano en las celdas hexagonales (*figura 3.6-a, b*), las paredes de la celda inicialmente se deforman por flexión. El módulo de Young del material  $E^*$  puede ser relacionado con su densidad relativa  $\rho^*/\rho_s$ , el módulo del sólido celular  $E_s$  y la geometría de la celda ( $h/l, \theta$ ) usando mecánica estructural.



**Figura 3.6** Parámetros de la celda hexagonal y dirección de la carga: a) sin deformar, b) flexión elástica lineal, c) pandeo elástico no lineal (Gibson, 2005).

La carga  $P$  induce en dirección de  $x_1$  el esfuerzo  $\sigma_1$  en el extremo de la pared inclinada de la celda (Ec. 3.2).

$$P = \sigma_1(h + l \sin\theta)b \quad (3.2)$$

Donde  $b$  es el espesor de la pared,  $l$  su longitud y  $h$  su altura. La pared se deforma (Ec. 3.3):

$$\delta = \frac{Pl^3 \sin\theta}{12E_s I} \quad (3.3)$$

Donde  $I$  es el momento de inercia de la sección transversal de la pared de la celda ( $I = bt^3/12$ ). La deformación en la dirección  $x_1$  es entonces (Ec. 3.4):

$$\varepsilon_1 = \frac{\delta \sin\theta}{l \cos\theta} = \frac{\sigma_1(h+l \sin\theta)bl^2 \sin^2\theta}{12E_s I \cos\theta} \quad (3.4)$$

El módulo de elasticidad en dirección del eje  $x_1$  es (Ec. 3.5):

$$\frac{E_1^*}{E_s} = \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\cos\theta}{(h+l \sin\theta)\sin^2\theta} \quad (3.5)$$

El módulo de Young para la carga en la dirección  $x_2$  y el módulo de corte en el plano  $x_1-x_2$ , puede ser determinada de manera similar. Todos ellos dependen del módulo de elasticidad del material del sólido del cual está hecho.

En una determinada carga las paredes de la celda colapsaran por flexión, deformación plástica o falla frágil, esto dependiendo de las propiedades mecánicas del material. El esfuerzo de colapso por pandeo elástico (figura 3.6-c) se encuentra relacionado con la carga de pandeo crítica  $P_{crit}$  de la columna vertical por (Ec. 3.6):

$$\sigma_{el}^* = \frac{P_{crit}}{2lb \cos\theta} \quad (3.6)$$

Donde  $P_{crit} = \frac{n^2\pi^2 E_s l}{h^2}$  y  $n$  es un factor que describe la rigidez rotacional de los nodos, entonces (Ec. 3.7):

$$\frac{\sigma_{el}^2}{E_s} = \frac{n^2\pi^2}{24} \frac{t^3}{lh^2 \cos\theta} \quad (3.7)$$

Para  $h/l=1$ ,  $n=0.686$  y para  $h/l=2$ ,  $n=0.806$ .

El esfuerzo de colapso plástico puede ser calculado del momento plástico en el cual se empiezan a formar bisagras en las paredes, mientras que la fractura frágil puede ser calculada con el módulo de ruptura requerido para que se fracturen las paredes. Bajo una carga y deformaciones elevadas el colapso de la celda ocurre progresivamente a lo largo del material y una vez que ésta colapsa y sus paredes se presionan unas contra otras, el esfuerzo se incrementa significativamente.

### 3.2.2 SÓLIDOS CELULARES BIDIMENSIONALES (ESTRUCTURA DE PANAL) CON CARGA PERPENDICULAR AL PLANO.

Para cargas a lo largo del eje del prisma en la dirección perpendicular al plano, las paredes de la celda de la estructura de panal inicialmente se comprimen axialmente, por lo que el módulo de Young simplemente varía con la fracción volumétrica del sólido o con la densidad relativa (Ec. 3.8):

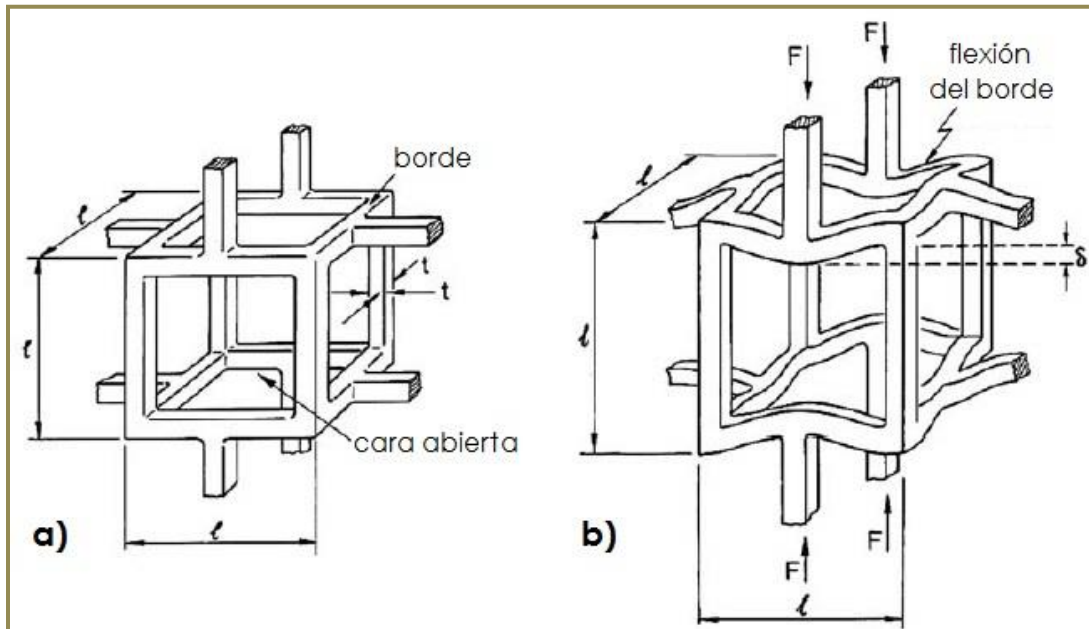
$$\frac{E_3^*}{E_s} = \frac{\rho^*}{\rho_s} \quad (3.8)$$

Si el pandeo es evitado, la fuerza de cedencia y la fuerza de falla frágil para la carga en la dirección del eje  $x_3$  solo varía directamente con la densidad relativa.

### 3.2.3 SÓLIDOS CELULARES TRIDIMENSIONALES (ESTRUCTURA DE ESPUMA).

Argumentos dimensionales basados en los mecanismos de deformación y de falla en las espumas pueden ser usados para estimar sus propiedades mecánicas. Los argumentos dimensionales asumen que las celdas tridimensionales de diferentes densidades relativas son geoméricamente similares. Mientras aquí es utilizada una celda cubica para ilustrar el argumento, el mismo resultado es obtenido para cualquier geometría de celda, tanto como el modo de deformación o de falla es el mismo.

En el régimen elástico lineal, bajo esfuerzo uniaxial, las celdas abiertas se deforman primeramente por flexión en sus bordes. El módulo de Young  $E^*$  puede ser estimado como se describe a continuación (figura 3.7-a, b).



**Figura 3.7 Análisis dimensional para una celda abierta de estructura tipo espuma: a) sin deformación, b) flexión elástica lineal (Gibson, 2005).**

Bajo una carga transversal  $F$ , la deflexión  $\delta$  de un elemento con longitud  $l$  y con área de sección transversal proporcional a  $t^2$ , está dada por (Ec. 3.9):

$$\delta \propto \frac{Fl^3}{E_s t^4} \quad (3.9)$$

Donde  $E_s$  es el módulo de Young del sólido celular. El esfuerzo que actúa sobre la celda es proporcional a  $F/l^2$  y la deformación es proporcional a  $\delta/l$  obteniéndose (Ec. 3.10):

$$\frac{E^*}{E_s} \propto \left(\frac{t}{l}\right)^4 \quad (3.10)$$

La densidad relativa de cualquier celda abierta tridimensional  $\rho^*/\rho_s$  es proporcional al cuadrado de la relación  $t/l$  del espesor con la longitud, por lo que (Ec. 3.11):

$$\frac{E^*}{E_s} = C_1 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2 \quad (3.11)$$

El análisis otorga la dependencia del módulo de Young sobre el módulo del sólido y la densidad relativa y combina todas las constantes de proporcionalidad a la geometría de la celda en una sola constante  $C_1$ , la cual por conveniencia  $C_1 \sim 1$ .

Como en el caso de las estructuras de panal, el coeficiente de Poisson en estructuras de esponja depende solo de la geometría y no depende de la densidad relativa (asumiendo que las deformaciones por flexión predominan). Los valores típicos se encuentran alrededor de 1/3, sin embargo existe un rango muy amplio en los valores reportados.

Al igual que el módulo de Young, el módulo de corte de las celdas abiertas se encuentra relacionado con la rigidez a la flexión de los bordes de la celda y depende del cuadrado de la densidad relativa (Gibson, 2005). Para una estructura de espuma isotrópica con un coeficiente de Poisson de 1/3, el módulo de corte es (Ec. 3.12):

$$\frac{G^*}{E_s} = \frac{3}{8} \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2 \quad (3.12)$$

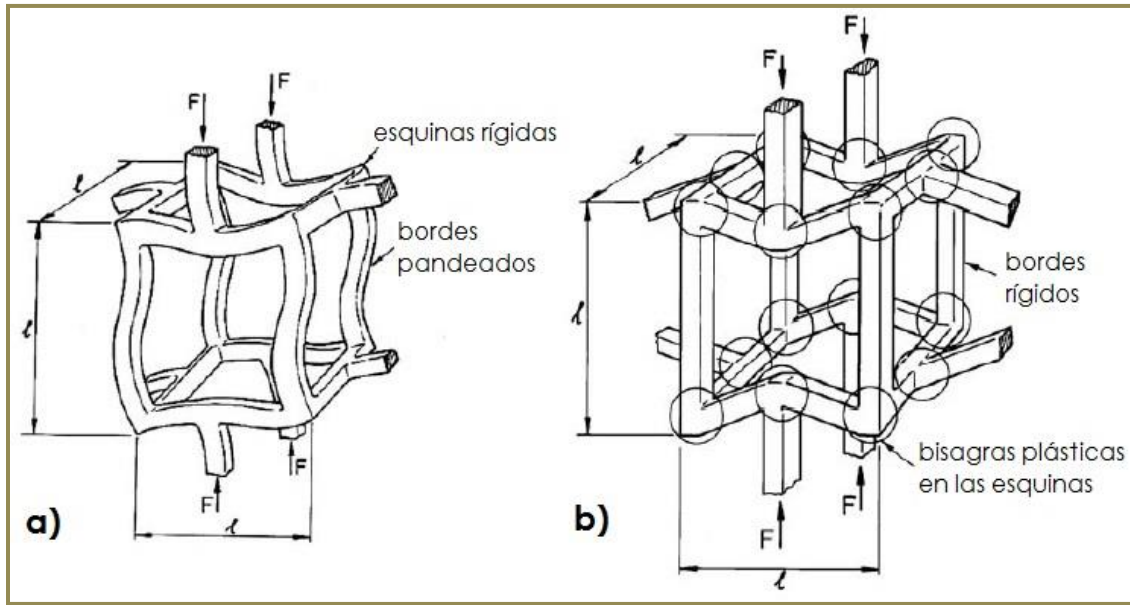
El esfuerzo de colapso elástico (figura 3.8-a) es proporcional a la carga de pandeo crítica dividida por  $l^2$  (Ec. 3.13, 3.14):

$$\sigma_{el}^* \propto \frac{P_{crit}}{l^2} \propto \frac{E_s t^4}{l^4} \quad (3.13)$$

ó

$$\sigma_{el}^* = C_2 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2 \quad (3.14)$$

En donde  $C_2 \sim 0.05$  y  $0.1-0.18$ , dependiendo de la sección transversal de los bordes de la celda para una carga en una dirección.



**Figura 3.8 Colapso de celda tridimensional: a) por pandeo elástico, b) por cedencia plástica (Gibson, 2005).**

El esfuerzo de colapso plástico  $\sigma_{pl}^*$  es encontrado por la ecuación del momento aplicado  $M$  sobre el elemento por una fuerza transversal  $F$  al momento plástico  $M_p$ , requerido para formar bisagras plásticas (figura 3.8-b) (Ec. 3.15, 3.16, 3.17):

$$M \propto Fl \propto \sigma_{pl}^* l^3 \tag{3.15}$$

$$M_p \propto \sigma_{ys} t^3 \tag{3.16}$$

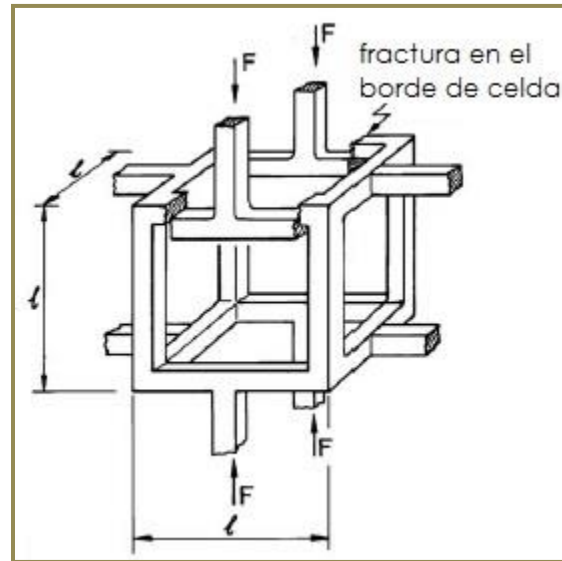
Dando

$$\frac{\sigma_{pl}^*}{\sigma_{ys}} \propto \left(\frac{t}{l}\right)^3 = C_3 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^{3/2} \tag{3.17}$$

Donde  $\sigma_{ys}$  es el esfuerzo de cedencia del material de la pared del sólido celular, por conveniencia  $C_3 \sim 0.3$ .

La fuerza de fractura frágil es encontrada de una manera similar con (figura 3.9) (Ec. 3.18):

$$\frac{\sigma_{cr}^*}{\sigma_{fs}} = C_4 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^{3/2} \tag{3.18}$$



**Figura 3.9 Colapso de celda tridimensional por fractura frágil (Gibson, 2005).**

Donde  $\sigma_{fs}$  es el módulo de ruptura del material de la pared del sólido celular, por conveniencia  $C_4 \sim 0.2$ .

En las celdas cerradas en estructuras del tipo espuma, la extensión de las caras de las celdas afectan la respuesta mecánica. En muchas espumas poliméricas las caras son más delgadas que los bordes de las celdas. La contribución de las caras en la respuesta mecánica en conjunto, depende entonces de la fracción de sólido en las caras y agrega una relativa densidad lineal a la expresión existente para el módulo de Young y los esfuerzos de colapso.

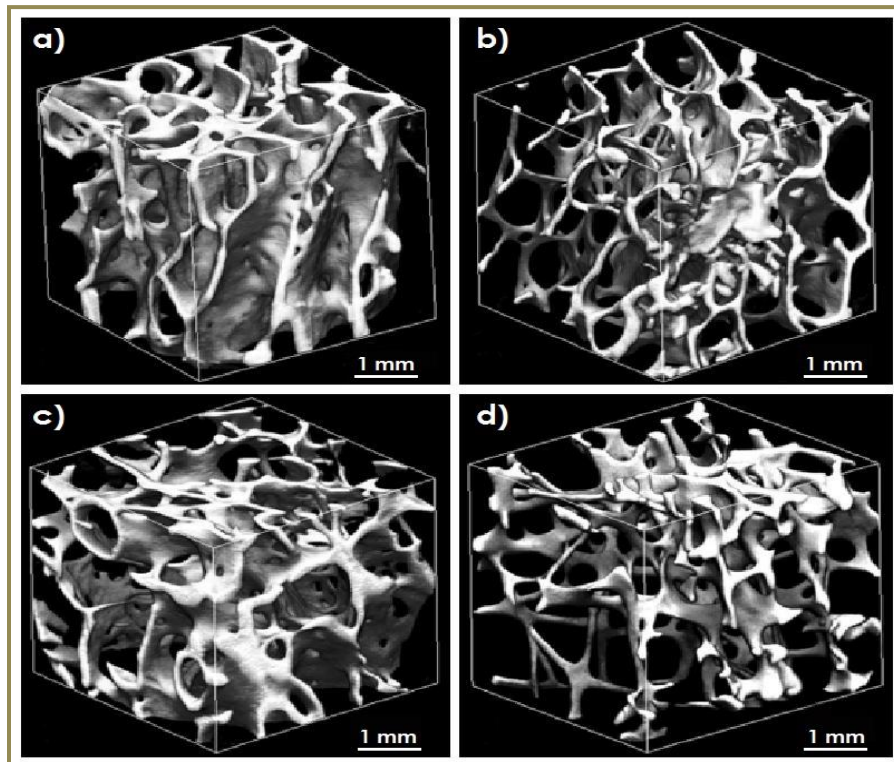
El fluido dentro de las celdas cerradas influye en su respuesta mecánica, mientras que en las celdas abiertas existe la disipación viscosa del fluido que se mueve a través de ellas. Este efecto depende de la viscosidad del fluido, el rango de deformación, el tamaño de la celda y el tamaño de la muestra. El volumen en las celdas cerradas decrece durante la compresión y la presión del gas dentro de las mismas aumenta de acuerdo a la ley de los gases ideales, lo que contribuye con el esfuerzo total necesario para deformar la estructura.

### 3.3 MODELOS GENERADOS POR TÉCNICAS DE ESCANEO DE ALTA RESOLUCIÓN Y PROTOTIPADO RÁPIDO.

A pesar de que los modelos de celdas periódicas continúan mejorando en complejidad geométrica, aun no alcanzan el detalle de la geometría del hueso trabecular. Es por ello que se han utilizado técnicas de alta tecnología para obtener imágenes muy detalladas del hueso y con base en ellas reconstruir la arquitectura real.



Como se mencionó anteriormente, las técnicas más utilizadas (ultrasonido, resonancia magnética, emisión de rayos X) manejan escáneres que permiten resoluciones de hasta  $1.4 \mu\text{m}$  además de contar con algoritmos de reconstrucción muy avanzados con los que es posible reconstruir la estructura trabecular en imágenes de muy alto detalle en tres dimensiones (*figura 3.10*) a partir de imágenes bidimensionales de secciones transversales. Estas imágenes se pueden obtener de muestras de especímenes in vivo (método no destructivo), lo que hace que estas técnicas se utilicen con mayor frecuencia con el paso de los años. Otra ventaja que presentan estos métodos, es que un mismo modelo puede ser manipulado en software de elemento finito estudiando sus condiciones de falla en repetidas ocasiones sin la necesidad de obtener o generar uno nuevo, además de que las condiciones de frontera pueden ser variadas en diferentes configuraciones de carga. Esto puede ser aprovechado para desarrollar criterios de falla multiaxial, que pueden ser validados mediante una serie de ensayos o simulaciones muy sencillas. Un ejemplo de esto, es el estudio realizado por Niebur sobre la falla microestructural en regiones de hueso esponjoso bovino (Niebur, 2000), en donde un espécimen entero es sometido a cargas de compresión que alcanzan su límite elástico aparente y una tercera parte del tejido falla por tracción debido a dichas cargas, mientras que casi ningún tejido falla por compresión cuando un espécimen es sometido a cargas aparentes de tracción.



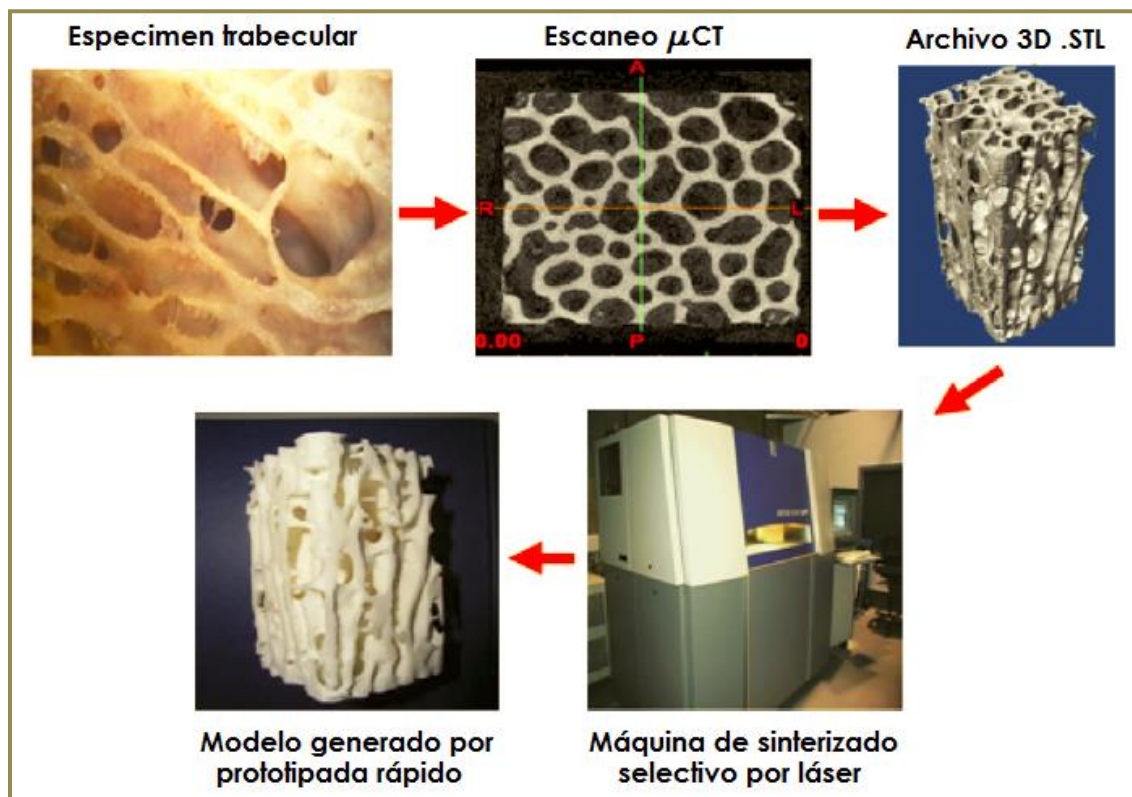
**Figura 3.10** Microestructura trabecular de cuello femoral: a) de un hombre de 62 años, b) de un hombre de 92 años, c) de una mujer de 62 años, c) de una mujer de 92 años (Huayue y otros, 2014).



Otros modelos obtenidos por estas técnicas de alta resolución, son los modelos por prototipado rápido, también conocido como impresión 3D, el cual es un proceso mediante el que se fabrican piezas de plástico, metal o cerámica, conocido en inglés como “additive manufacturing”.

El proceso comienza por tomar un diseño virtual o imagen tridimensional de alta resolución de un software de modelado o de diseño asistido por computadora (CAD), la cual es procesada en una máquina de prototipado rápido con la que se añade material líquido, en chapa o polvo, capa por capa en una serie de secciones transversales, de una manera similar al proceso de las tomografías computacionales, hasta generar por completo la geometría escaneada (figura 3.11).

El prototipado rápido usa una interfaz de datos estándar, implementada como el formato de archivo STL, para convertir del software CAD a la máquina de prototipo 3D. En general, se pueden crear modelos dentro de pocas horas, sin embargo esto puede variar mucho dependiendo del tipo de máquina que se utilice y del tamaño y número de modelos que se vayan a crear.



*Figura 3.11 Proceso de manufactura de un modelo de hueso trabecular por prototipado rápido (McDonnell y otros, 2010).*

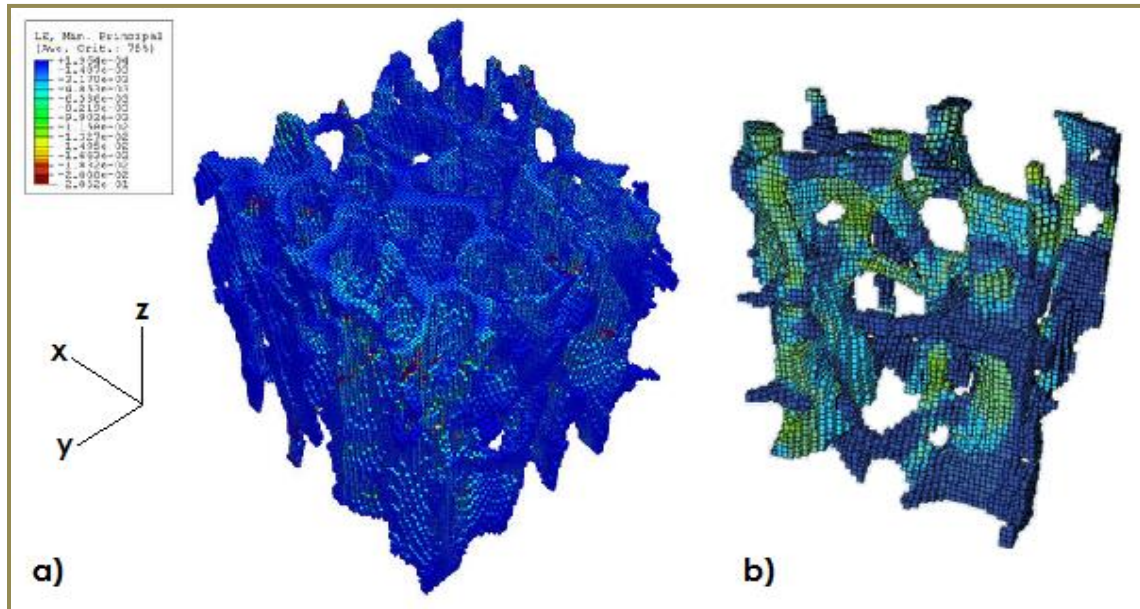
Para el caso de un modelo de hueso trabecular por prototipado rápido, se le realizan distintas pruebas mecánicas como si fuera material óseo real, obteniéndose sus respectivos resultados. Para asegurara que estos resultados son confiables, previamente se llevan a cabo ensayos mecánicos en especímenes reales de hueso trabecular y así obtener un factor de correlación entre los resultados arrojados en los dos tipos de pruebas y asemejarlos entre sí (McDonnell y otros, 2010).

### **3.4 MODELOS DE ELEMENTO FINITO BASADOS EN IMÁGENES DE HUESO TRABECULAR.**

---

Los modelos analíticos de sólido celular presentan la desventaja de que no consideran la irregularidad de la estructura trabecular real, por lo que para explicar algo de esta complejidad geométrica pero conservando cierta simplicidad que permita el entendimiento de la misma, se han desarrollado modelos generados con la técnica de los elementos finitos, la cual permite obtener arreglos estructurales característicos.

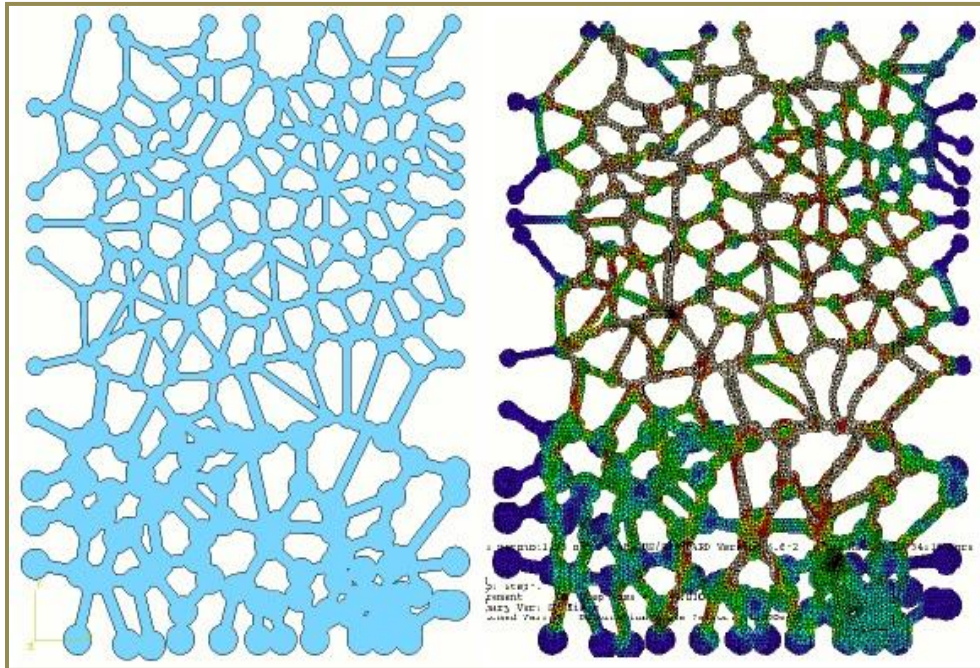
Un método para elaborar modelos de elemento finito del tejido trabecular de manera automática, es por medio del uso de las imágenes de tomografías computacionales, en las que cada uno de los pixeles en las mismas es convertido en un elemento finito representado por un voxel (contracción del término en inglés "volumetric pixel"), que es un elemento cubico tridimensional representativo de un pixel en una imagen 2D. La unión de todos estos voxeles genera el modelo de la estructura ósea (*figura 3.12*) y mediante el uso de software de análisis por elemento finito, se le asignan propiedades elásticas correspondientes al material. También existe un método por el cual se genera un modelo en el que las trabéculas son seccionadas en tetraedros de diferentes tamaños, el modelo final tiene la ventaja de presentar superficies continuas y lisas, aunque tiene la desventaja de que los cálculos para resolver este tipo de modelos son más complejos y menos exactos, por el hecho de contar con una enorme cantidad de elementos finitos ( $10^5$ - $10^6$  elementos por  $\text{cm}^3$ ).



**Figura 3.12 Modelos de hueso trabecular contruidos mediante elementos voxel analizados con elemento finito: a) muestra cubica de 4 mm<sup>3</sup> de tibia proximal humana, b) muestra conformada por elementos de 44 µm con una deformación por compresión del 2% (Morgan y otros, 2005; Bayraktar, 2007).**

Müller y Rügsegger en 1996 utilizaron un escaneo CT con una resolución de 250 µm para generar un modelo de elemento finito conformado por elementos tetraédricos para garantizar representaciones lisas en su superficie con el que obtuvieron un módulo de Young de 0.564 GPa.

Para modelar el hueso esponjoso por elemento finito se ha recurrido a diversas geometrías bidimensionales y tridimensionales, las cuales se implementan de muy buena manera en computadoras, debido a la facilidad, rapidez y exactitud que estas presentan en los cálculos y en el manejo de algoritmos numéricos (figura 3.13). Usualmente los estudios de estos modelos se realizan usando datos experimentales para complementar su análisis.



**Figura 3.13 Modelo bidimensional de hueso trabecular de fémur construido con diagramas de Voronoi, analizado por elemento finito (Ramírez, 2007).**

Una enorme ventaja que presenta la técnica de los elementos finitos, es que se pueden simular diferentes pruebas mecánicas en un mismo modelo o en varios de manera simultánea, así como controlar muchas de las variables presentes, situación que no es posible en la realidad, por lo que no es necesario preparar los modelos y las pruebas una y otra vez de la manera convencional, obteniéndose datos de manera más práctica y ágil, además de que es posible conseguir información necesaria para evaluar completamente la matriz de rigidez del hueso microscópicamente continuo, lo que es una aproximación con el fin de obtener resultados simplificados. Otra ventaja adicional de esta técnica es la disponibilidad de datos sobre las deformaciones y los esfuerzos a nivel local, los cuales son necesarios para estudios de análisis de microfractura y sus relaciones con el esfuerzo macroscópico. Aunque existen limitaciones, como la inexistencia de un método para determinar la distribución espacial de las propiedades viscoelásticas y la falta de homogeneidad del hueso.

### 3.5 LIMITACIONES EN LOS MODELOS DE HUESO.

Los modelos bidimensionales y tridimensionales microestructurales que asumen que el hueso trabecular está conformado por celdas unitarias idénticas y periódicas, no consideran la irregularidad de su arquitectura, por lo que su comportamiento y propiedades mecánicas son sólo una idealización de la realidad.

Además la mayoría de estos modelos son limitados a análisis en su rango elástico, ya que existen diversas dificultades computacionales, tales como el incremento en la complejidad de los cálculos debido al gran número de elementos involucrados, así como la dificultad de establecer de manera independiente los efectos relativos de los cambios recurrentes en la microestructura del hueso trabecular ocasionados por la edad.

También los modelos obtenidos a través de métodos en los que se utilizan trabéculas individuales o especímenes maquinados, contienen defectos de forma e irregularidad ocasionados por el corte sobre los mismos, agregando que estos métodos no pueden aplicarse para determinar in situ los esfuerzos y las deformaciones.

La confiabilidad de las técnicas que utilizan modelos de hueso trabecular, dependen en gran medida de la capacidad que presentan las mismas en describir de manera realista la arquitectura trabecular.

Aunque todos estos modelos relativamente sencillos no explican la arquitectura compleja del hueso trabecular, si permiten una comprensión básica de las posibles deformaciones y de los mecanismos de falla en trabéculas individuales.



# CAPÍTULO 4. MODELADO MICROESTRUCTURAL DE HUESO TRABECULAR.

---

## INTRODUCCIÓN.

La comprensión de un sistema complejo como el tejido trabecular, es factible con el uso de modelos, en los que se adaptan las características más esenciales del sistema de una manera simplificada con la finalidad de comprenderlas. El modelado es ampliamente utilizado en muchas ramas de la ciencia, esto puede ser de una manera analítica, como en el caso de los modelos matemáticos que son representaciones conceptuales, y de una manera física o experimental, en donde se usan modelos reales.

Un modelo de hueso permite realizar observaciones del comportamiento del tejido óseo bajo ciertas restricciones, con las que se formulan predicciones de las posibles condiciones de esfuerzo, deformación y falla en su estructura y así comprender las relaciones existentes entre los diferentes parámetros que intervienen en su comportamiento mecánico.

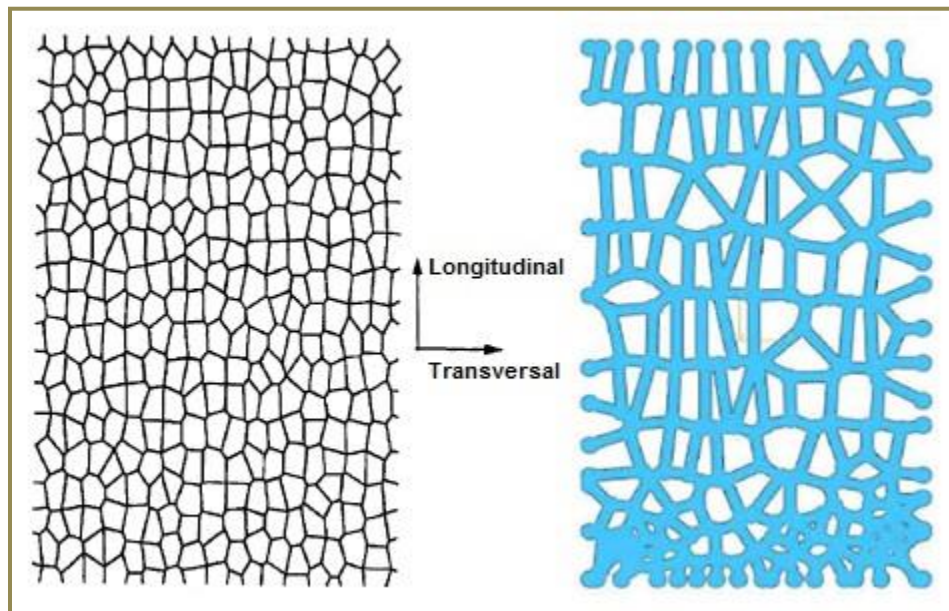
El modelado del hueso por elemento finito ha sido utilizado ampliamente debido a su relativa sencillez, rapidez y exactitud tanto en la generación de modelos como en los análisis numéricos de los mismos. Esto y el continuo avance en las tecnologías computacionales hace que sea posible realizar de una manera más eficiente gran cantidad de estudios mecánicos con diferentes configuraciones de carga con sólo modificar las condiciones de frontera, así como llevar al límite de falla en repetidas ocasiones a cualquier modelo sin la necesidad de generar uno nuevo, además de poder controlar aspectos que en la vida real es muy complicado de hacer o imposible.

Los resultados obtenidos mediante el modelado por elemento finito son muy relevantes en el ámbito de la ortopedia, ya que diversos estudios realizados por este método han arrojado buenas predicciones, de las que la gran mayoría han sido comparadas con los resultados obtenidos en modelos físicos bajo pruebas experimentales para establecer su validez. Este método es utilizado en la ortopedia principalmente con tres propósitos: el diseño y análisis preclínicos de prótesis, para obtener datos biomecánicos acerca de las interacciones de la estructura músculo-esquelética, y para comprender los procesos de adaptación de los mismos en función del tiempo.

Es entonces que se presenta la metodología para desarrollar una estructura espacial compuesta de celdas de Voronoi que asemeje de manera aproximada la arquitectura del hueso trabecular, enfocándose primordialmente en el comportamiento elástico del hueso esponjoso con el propósito de entender la relación existente entre su microestructura y sus propiedades mecánicas.

#### 4.1 MODELADO CON ESTRUCTURA DE CELDAS DE VORONOI.

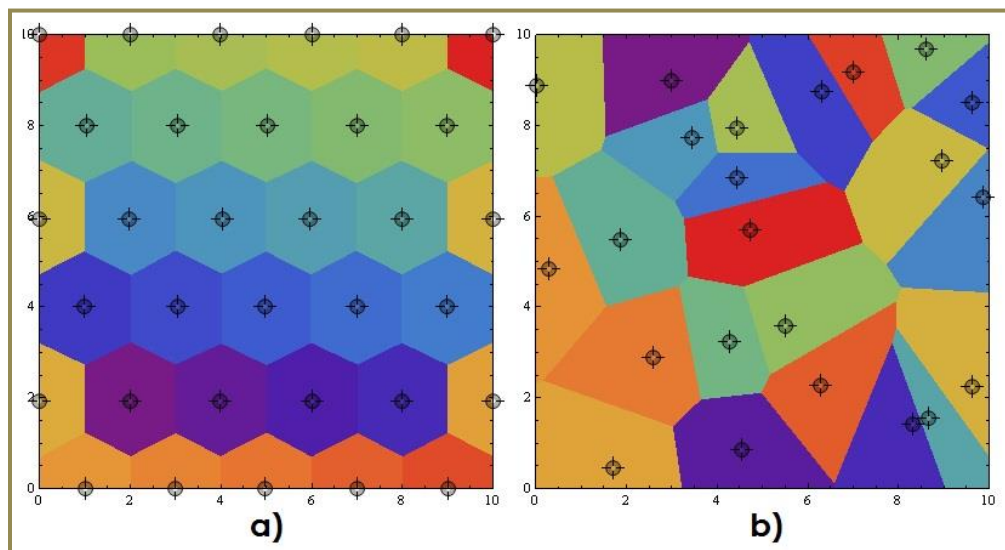
Con base en lo descrito en capítulos anteriores, se puede notar que el grado de representación de la estructura real del tejido trabecular es la clave para conseguir un modelo que otorgue resultados más aproximados o con mayor exactitud. Es por ello que para modelar dicha estructura hace falta generar un modelo que represente de manera cercana la geometría irregular de la misma pero al mismo tiempo simplificando su análisis, por lo que se considera que el modelo en cuestión se construya a partir de diagramas de Voronoi, los cuales ya han sido estudiados con anterioridad para el modelado de hueso y cumplen con esta función (figura 4.1). Un modelo bidimensional de elemento finito del hueso trabecular fue generado utilizando diagramas de Voronoi en donde el comportamiento a compresión de los esfuerzos y las deformaciones en la estructura, se predijo utilizando el método de los elemento finitos y se comparó con resultados obtenidos experimentalmente en especímenes de hueso trabecular de vertebrae humanas (Silva y otros, 1997). También Ramírez E. y Ruiz O. en 2007 y en 2010 respectivamente, construyeron un modelo bidimensional de elemento finito con celdas de Voronoi a partir de imágenes de secciones transversales de muestras de fémur y de vertebra, en donde además de considerar la irregularidad, incluyeron parámetros de la estructura trabecular como el espesor de las trabéculas y el espesor en la intersección de las mismas (Ramírez, 2007; Ruiz, 2010).



**Figura 4.1 Modelos bidimensionales de elemento finito de hueso trabecular a partir de diagramas de Voronoi (Silva y otros, 1997; Ruiz, 2010).**

Los diagramas de Voronoi se discutieron por primera vez en 1850 por Peter Lejeune-Dirichlet, aunque fue hasta mucho después en 1908 que Georgy F. Voronoi describió estos diagramas. Existen datos de que la resistencia de una estructura de Voronoi bidimensional con una disposición aleatoria es menor en 30% que en el caso de estructuras hexagonales periódicas, es por esto que es de gran importancia considerar las irregularidades geométricas en los modelos (Yuehwei y otros, 2000). Es por ello además que se plantea el desarrollo de un modelo con diagramas de Voronoi que puede considerar esas irregularidades para aproximarse de mejor manera a la estructura del tejido trabecular real.

El diagrama de Voronoi se define como una subdivisión del espacio en regiones geométricas o celdas, regulares o irregulares que se generan a partir de puntos dispuestos llamados generadores o semillas, de las que por cada una habrá una región correspondiente que consta de todos los puntos más cercanos a esa semilla que a cualquier otra, estas regiones se llaman celdas de Voronoi. Si los puntos generadores son dispuestos en el espacio de manera homogénea, entonces los diagramas tendrán geometrías regulares y si los puntos son dispuestos de forma no homogénea o aleatoria, los diagramas tendrán geometrías irregulares (*figura 4.2*).



**Figura 4.2** Diagramas de Voronoi, a) disposición homogénea de puntos, b) disposición aleatoria de puntos.

Para lograr obtener una estructura tridimensional con celdas de Voronoi, primeramente se debe de entender cómo es que se genera una estructura bidimensional de este tipo para más adelante realizar el proceso de generación de la estructura en tres dimensiones.



### 4.1.1 CONSTRUCCIÓN DE UNA ESTRUCTURA BIDIMENSIONAL EMPLEANDO DIAGRAMAS DE VORONOI.

Un método sencillo de entender por el cual es posible obtener estructuras bidimensionales de Voronoi es el método de mediatrices. A continuación se describe esta metodología en la generación de las celdas que conforman el diagrama de Voronoi a partir de un conjunto de puntos dispuestos de manera aleatoria (*figura 4.3*). Primero es necesario determinar la colindancia existente entre los puntos base a partir de los cuales se obtienen las celdas correspondientes.

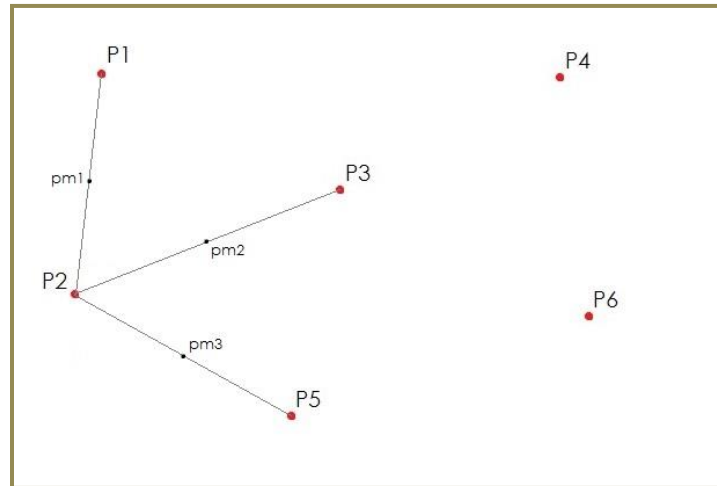


**Figura 4.3 Puntos generadores con distribución aleatoria.**

Se puede observar que para cada uno de los puntos, la colindancia es:

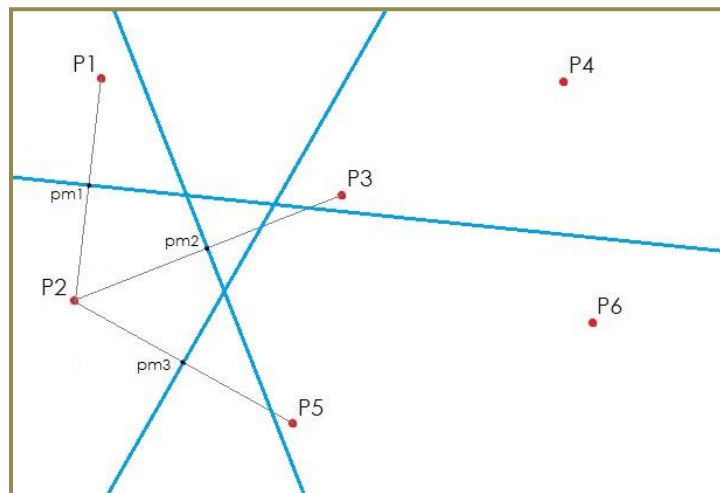
- P1 puntos vecinos: P2, P3
- P2 puntos vecinos: P1, P3, P5
- P3 puntos vecinos: P1, P2, P4, P5, P6
- P4 puntos vecinos: P1, P3, P6
- P5 puntos vecinos: P2, P3, P6
- P6 puntos vecinos: P3, P4, P5

Una vez que se tiene la colindancia de todos los puntos, se escoge cualquiera de los mismos, en este caso se escoge P2 y se conecta mediante rectas con sus puntos vecinos y se determina su punto medio (pm) (*figura 4.4*), el orden en el que se comience este proceso no altera el diagrama de Voronoi.



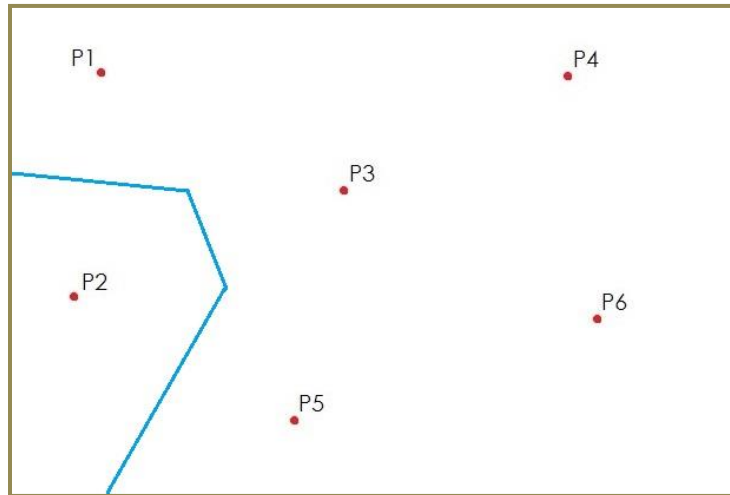
**Figura 4.4 Conexión entre puntos mediante rectas mostrando sus puntos medios.**

Ya que se tienen los puntos medios, sobre estos se trazan líneas perpendiculares a las líneas que conectan a P2 con sus puntos vecinos P1, P3 y P5, es decir, se trazan sus mediatrices (figura 4.5).



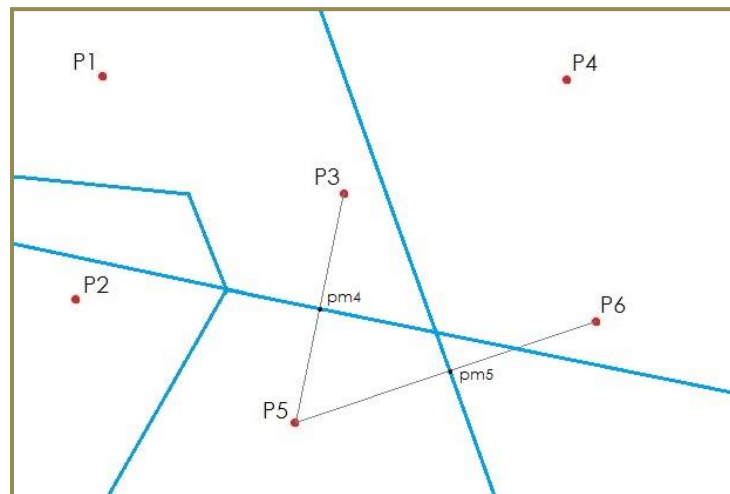
**Figura 4.5 Trazado de mediatrices sobre las rectas que conectan los puntos.**

Trazadas las mediatrices correspondientes, se observa que existe un polígono creado por las mismas, el cual delimita un área dentro de la que se encuentra P2, al eliminar las secciones de recta sobrantes que no pertenecen al diagrama, se define la primera celda (figura 4.6).



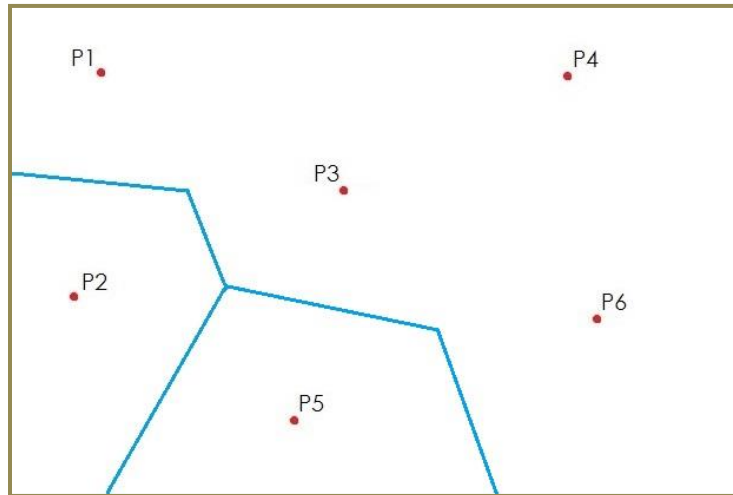
**Figura 4.6** Celda de Voronoi definida por secciones de recta pertenecientes a las mediatrices.

Definida esta celda, se prosigue de la misma manera con el siguiente punto, en este caso P5, obteniéndose las líneas que lo conectan con sus puntos vecinos P3 y P6 con sus respectivas mediatrices (figura 4.7), el trazado de la línea P5-P2 y de su mediatriz correspondiente ya no es necesario, debido a que se obtuvo con anterioridad el segmento de recta que separa ambos puntos.



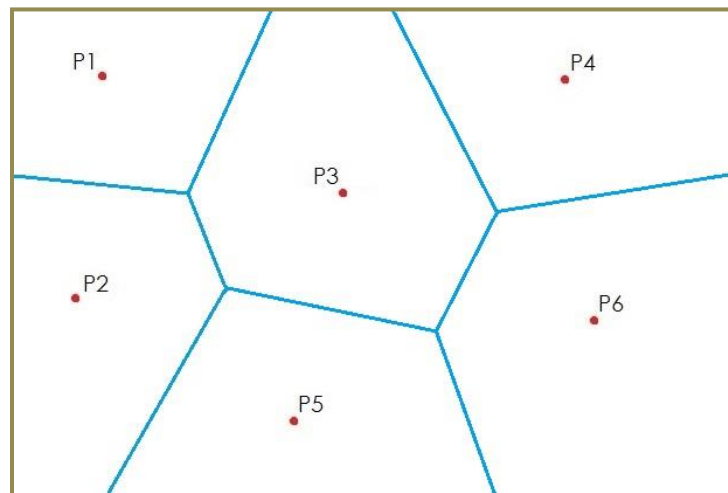
**Figura 4.7** Trazado de rectas y mediatrices.

De igual forma como en el punto P2, se observa que las mediatrices crean un polígono que rodea al punto P5, eliminando las secciones de recta sobrantes que no pertenecen al diagrama, se define la segunda celda (figura 4.8).



**Figura 4.8 Nueva celda de Voronoi definida por secciones de recta pertenecientes a las mediatrices.**

Siguiendo la misma metodología para los puntos restantes P1, P3, P4 y P6, obteniéndose las líneas que los interconectan entre si y sus respectivas mediatrices, se construye el diagrama de Voronoi (figura 4.9) para el conjunto de puntos aleatorios mostrado.



**Figura 4.9 Diagrama de Voronoi obtenido a partir de puntos generadores con distribución aleatoria.**

Utilizando el procedimiento descrito, se puede programar un algoritmo que realice dichas estructuras de manera automática, aunque el procedimiento mencionado no es el más eficiente y se desperdicia tiempo de computo. Existen

diferentes paqueterías que realizan este proceso de manera eficiente debido a que detrás de su desarrollo hay mucho trabajo de investigación en el que este tema se ha tratado de forma más profunda, es por ello que en el presente trabajo sólo se pretende dar los principios básicos de la generación del diagrama de Voronoi a partir de establecer puntos generadores.

## 4.2 METODOLOGÍA PARA GENERAR UN MODELO TRIDIMENSIONAL DE HUESO TRABECULAR.

---

Primeramente, antes de describir la metodología usada para obtener un modelo tridimensional de hueso trabecular, cabe mencionar que para este trabajo de tesis se eligió hueso de bovino debido a la facilidad en su adquisición en comparación a muestras humanas donde existen diversas dificultades para obtenerlas, como el conseguir permisos legales. Otro factor es el tamaño de la pieza de hueso, ya que en comparación con la del humano y otro animal, como por ejemplo el cerdo, es posible obtener muestras de mayores dimensiones o un mayor número de las mismas.

Una vez dicho lo anterior, para construir un modelo con una estructura que se asemeje a la arquitectura real del hueso, es necesario obtener imágenes de especímenes reales y a partir de ellas generar el modelo, asociando ambas estructuras. El modelo del cual se describe su desarrollo en el presente capítulo se obtiene de esta forma, dando como resultado un modelo cúbico con dimensiones de 10 mm por cada lado en el que se considera la irregularidad de la arquitectura, el espesor trabecular y la orientación preferencial de las trabéculas.

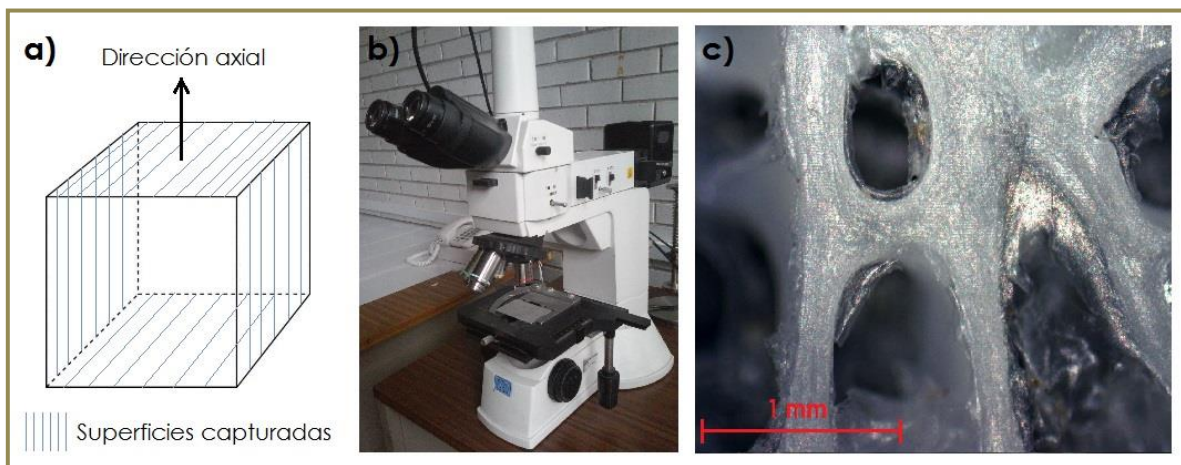
Para comenzar la construcción del modelo, primero se obtiene una muestra cúbica de hueso trabecular de 15 mm por cada lado del cuerpo de una pieza vertebral bovina en la dirección axial al cuerpo de la misma (orientación preferencial trabecular), esto se hace con ayuda de la cortadora de disco de diamante (Buehler Isomet 1000) (*figura 4.10*) a una velocidad de 300 revoluciones por minuto (rpm) y 300g de palanca (velocidad y palanca bajos como lo recomienda el fabricante para cortes más precisos). Dicho volumen representativo de hueso contiene un número elevado de trabéculas para que las propiedades promedio a nivel del continuo sean suficientes, para hueso esponjoso el volumen debe de tener un tamaño equivalente a 5 longitudes trabeculares como mínimo (de 3 a 5 mm aproximadamente) (Cowin, 2001), además se corta una muestra con dimensiones mayores a las necesarias debido a que la misma debe de sujetarse durante el proceso de corte, por lo que se consideran las dimensiones necesarias para ello.

La muestra obtenida es lavada con agua y con jabón sin utilizar ningún otro elemento desengrasante en especial y más adelante se le retira por completo la medula con la ayuda de un limpiador por ultrasonido.



**Figura 4.10** Muestra cubica de hueso trabecular de vértebra y cortadora de disco de diamante.

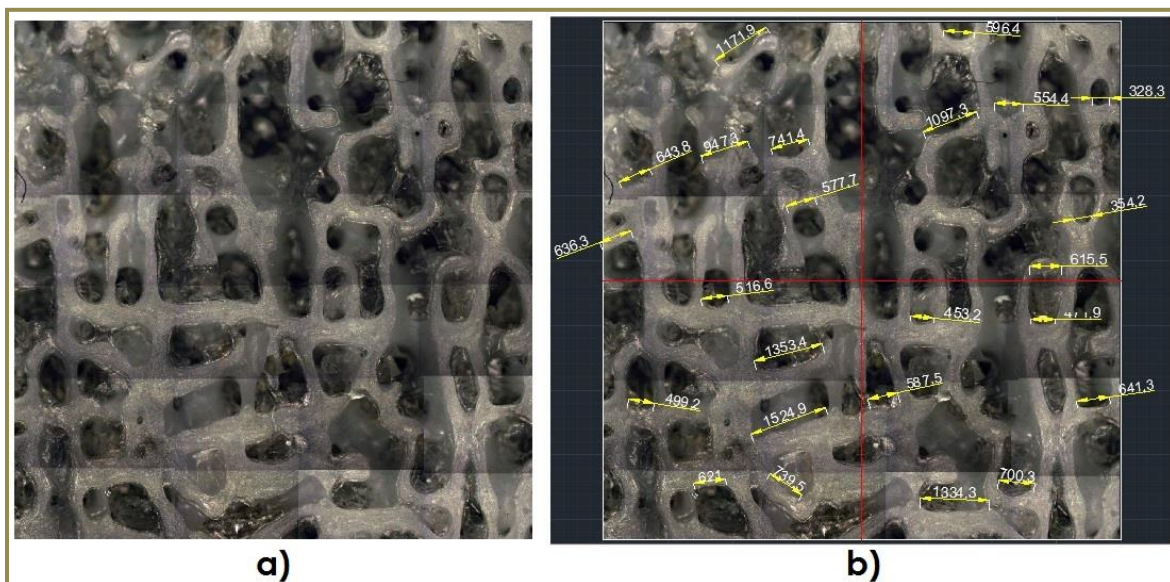
Posteriormente en la muestra, se identifican tanto su dirección axial y la dirección transversal en función a la posición en que fue cortada y a la de sus trabéculas. Una vez hecho lo anterior, se obtienen capturas o imágenes de toda la superficie de las 2 caras transversales y de las 2 paralelas a la dirección axial del cubo utilizando un microscopio óptico con un aumento de 50X (figura 4.11-a, b). Las imágenes obtenidas son enviadas a un ordenador en donde es posible utilizar filtros para mejorar su calidad y se establece una escala de referencia en cada una de ellas (figura 4.11-c), la cual servirá como base para obtener diferentes mediciones más adelante.



**Figura 4.11** a) Caras de la muestra de las que se obtienen las imágenes, b) microscopio óptico, c) captura escalada a 50X de un área de la superficie de la muestra de hueso.



Las imágenes que se obtienen son pequeños mosaicos o regiones locales de la superficie total de cada cara, por lo que se deben de capturar muchas tomas por cada una para posteriormente ser ensambladas como en un rompecabezas en una imagen global de cada superficie (*figura 4.12-a*), esto se realiza con la ayuda del software CorelDraw® X7. Ya que se tienen las imágenes globales de estas cuatro caras, cada una de ellas es importada en el software AutoCAD® 2015 donde son redimensionadas en función a la escala de referencia establecida con anterioridad al utilizar el microscopio óptico. A estas imágenes se les secciona en cuadrantes y en cada uno de ellos se realizan 6 mediciones en sus longitudes trabeculares en dirección transversal (*figura 4.12-b*) en donde el ángulo de cada trabécula considerada no exceda los 45° con respecto a la horizontal, obteniéndose un total de 96 mediciones.

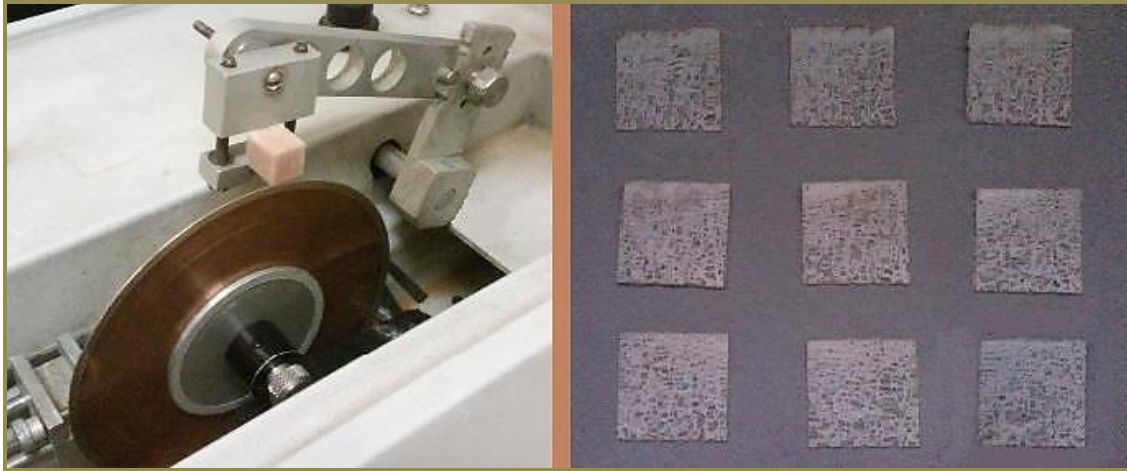


**Figura 4.12 Superficie completa de una cara transversal de la muestra de hueso: a) imagen ensamblada, b) mediciones de las longitudes trabeculares.**

Las longitudes trabeculares de cada cuadrante y de cada cara, son sumadas y promediadas, dando como resultado un valor promedio de 812.213  $\mu\text{m}$  y una desviación típica o estándar de  $\pm 171.846 \mu\text{m}$ , ambos valores se usan más adelante para obtener el modelo de hueso final.

Obtenidos los valores de estas cuatro caras o superficies, la muestra de hueso esponjoso se monta en la cortadora de disco de diamante y se corta en repetidas ocasiones en su dirección axial y en paralelo a su parte frontal a 300 rpm (valor recomendado por el fabricante para conseguir cortes más precisos), obteniéndose secciones planas o rebanadas de hueso con espesores de 300  $\mu\text{m}$  cada una (*figura 4.13*). Entre cada corte el disco desbasta aproximadamente 0.9 mm de material que sumados a los 0.3 mm de espesor de cada rebanada de la

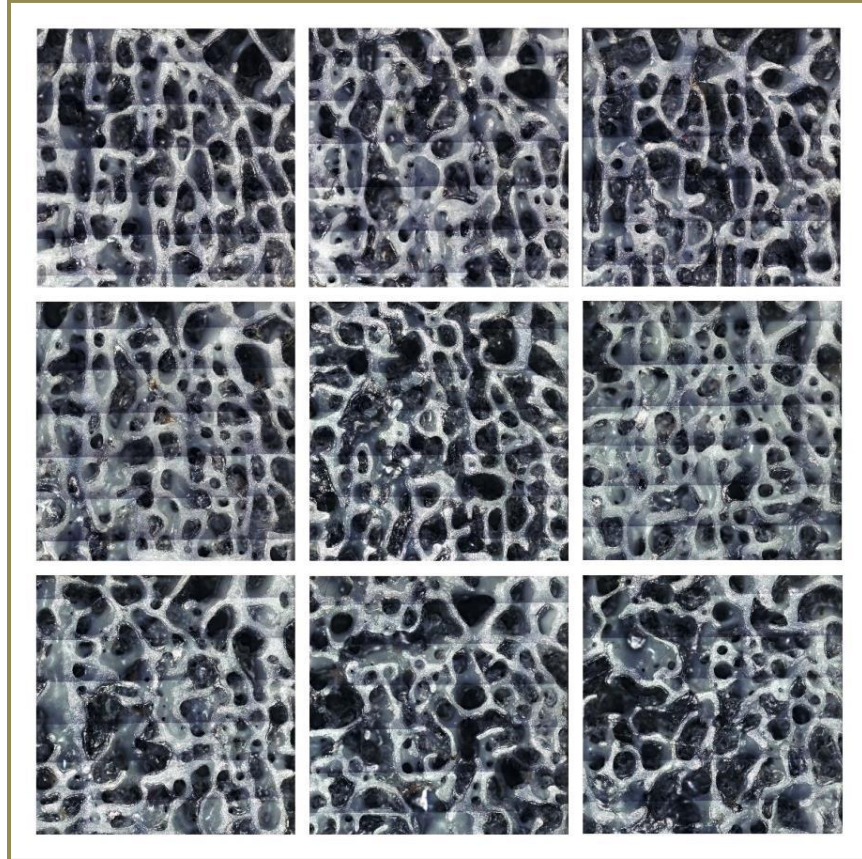
muestra suman aproximadamente 1.2 mm, el modelo que se pretende construir, como se mencionó con anterioridad, es un cubo con dimensiones de 10 mm por cada lado, por lo que sólo fueron necesarias 9 rebanadas, ya que el espesor total sumado de estas es de 2.7 mm y el espesor total desbastado por el disco de la cortadora es de 7.2 mm, esto porque sólo se consideran 8 cortes debido a que el último de ellos desbasta parte del extremo opuesto restante de la muestra mediante el cual se sujeta a la cortadora.



***Figura 4.13 Montaje de la muestra de hueso esponjoso en la cortadora de disco de diamante y secciones planas obtenidas de la misma.***

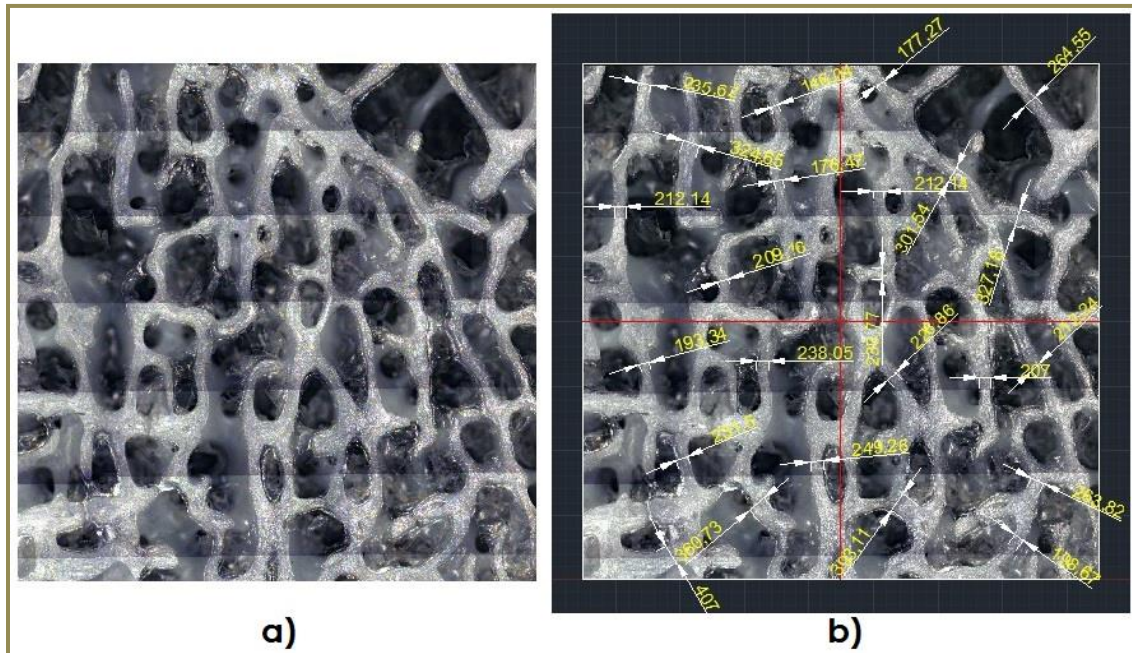
En cada una de las secciones cuadradas de hueso obtenidas, se identifica su posición y orientación en función al orden en el que fueron cortadas de la muestra original. Una vez que éstas se encuentran debidamente identificadas, son llevadas al microscopio óptico en donde se obtienen mosaicos de imágenes de cada una de las secciones, los cuales posteriormente son ensambladas en imágenes globales de cada sección (figura 4.14).





**Figura 4.14** *Imágenes ensambladas de las secciones de hueso esponjoso.*

Posteriormente, cada una de estas imágenes, como se hizo con anterioridad, es importada en AutoCAD® donde en cada una de las imágenes globales se delimita un área cuadrada de 10 x 10 mm a partir de una coordenada de referencia en común, ya que el modelo que se pretende generar es un cubo de 10 mm por lado. Más adelante estas imágenes son divididas en cuadrantes y en cada uno de ellos se realizan 6 mediciones de los espesores trabeculares sin importar su orientación (*figura 4.15*), dando un total de 216 mediciones en total de todas las imágenes de los cortes de hueso. Los valores obtenidos de cada cuadrante y de cada sección trabecular son sumados y promediados, dando como resultado un valor promedio en el espesor trabecular de 257.12  $\mu\text{m}$ , este valor es utilizado más adelante en el modelo final.



**Figura 4.15 Superficie completa de una sección plana de la muestra de hueso: a) imagen ensamblada, b) mediciones de los espesores trabeculares.**

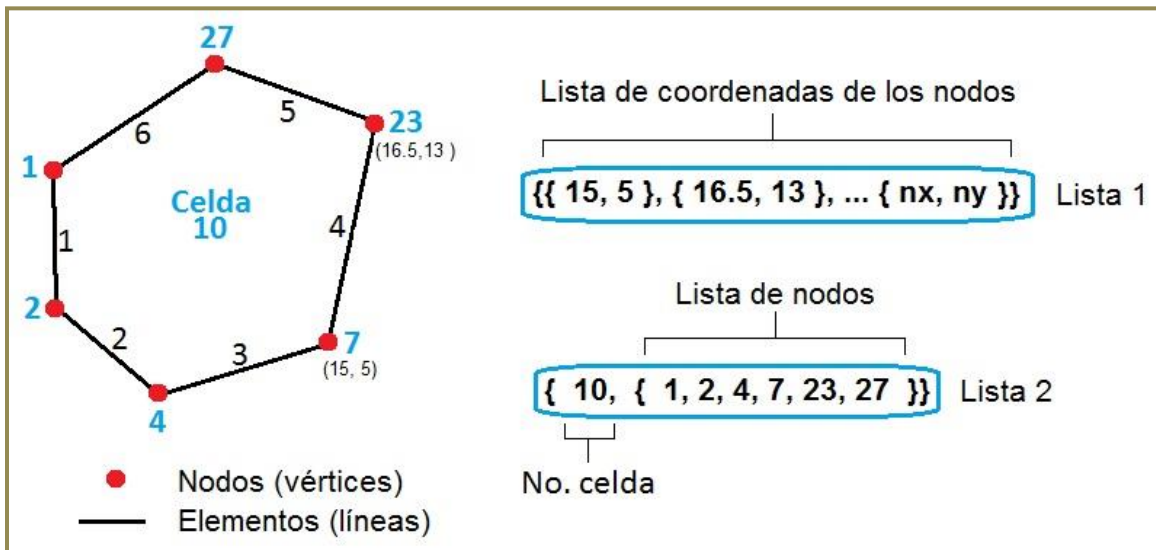
En este punto ya se tienen valores promedio de los espesores y de las longitudes trabeculares, además de su desviación estándar y también se tienen imágenes ensambladas de cada una de las 9 secciones cuadradas de hueso.

Es a partir de estas imágenes, que se construye un programa en el software computacional Mathematica® 10, el cual genera un modelo en tres dimensiones de la estructura trabecular. Este programa consta de partes más pequeñas encargadas de realizar una tarea específica y que en conjunto crean el modelo final. Este proceso se describe a continuación:

Para comenzar, se utiliza el comando `VoronoiDiagram`, el cual da la facilidad de generar el diagrama de Voronoi de un conjunto de puntos dispuestos de forma aleatoria (figura 4.17-a). Este comando al ser ejecutado otorga como datos de salida un conjunto de dos listas de datos (Anexo 1-a) a las que se denomina *lista 1* y *lista 2*, dichos nombres se establecen debido a que las mismas cambian constantemente conforme se construye el programa final, de esta forma es más sencilla la comprensión del cómo trabaja cada parte del programa, es por esto que los nombres de *lista 1* y *lista 2* asignados a los datos de salida, son diferentes a los presentes en el código de programación mostrado en el anexo.

La *lista 1* contiene las coordenadas con respecto a los ejes X y Y de todos los puntos o nodos (vértices de las celdas) que componen el diagrama y la *lista 2* especifica las relaciones de conectividad entre los mismos, creando los elementos (líneas que conectan los nodos) que corresponden a cada una de las celdas individuales de todo el diagrama (figura 4.16).

Los nodos y los elementos que componen las estructuras de Voronoi son manejados como listas, ya que de esta manera es más sencilla su programación, por lo que se mantiene esta estructura de datos en todo el proceso de programación de aquí en adelante.



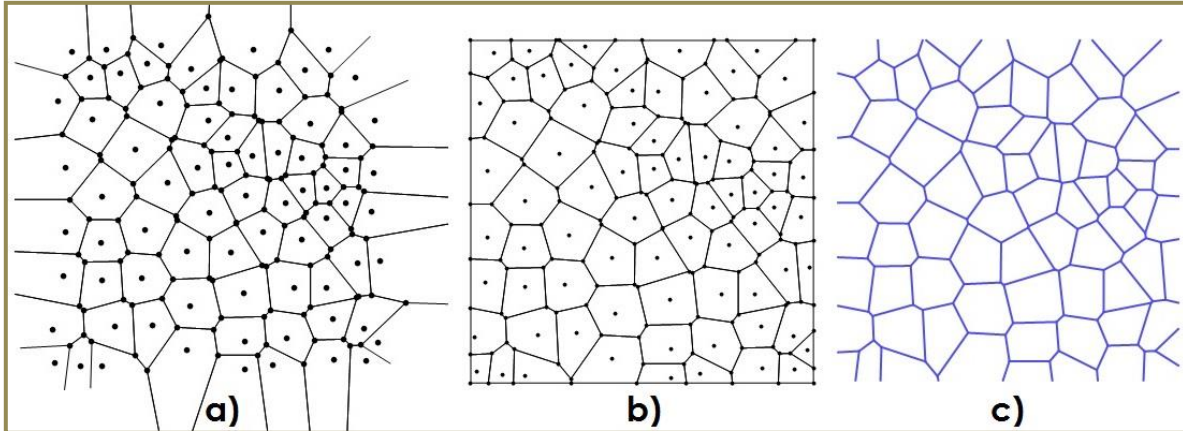
**Figura 4.16** Listas de datos que muestran la construcción de las celdas de Voronoi en función a las coordenadas de los nodos y las relaciones de conectividad entre los mismos.

Los diagramas generados por este comando no se encuentran delimitados por un área en específico, así que se agregan unas líneas de programación para establecer estos límites, de esta forma se asigna un área cuadrada con las mismas dimensiones que las imágenes de hueso. Para realizar esto, es necesario utilizar otro comando con el nombre de `BoundedDiagram`, el cual delimita el diagrama de Voronoi (*Anexo 1-b*), agregando nuevos elementos en las fronteras con las coordenadas de los vértices del área en cuestión (*figura 4.17-b*). Una vez delimitado el diagrama ya no son necesarios estos elementos delimitadores, por lo que se programa un algoritmo que los elimine del mismo junto con los nodos creados en la frontera que queden desconectados. Además el algoritmo corrige las listas de datos generadas por los comandos antes mencionados, arrojando dos nuevas listas en las cuales no se consideran los nodos y elementos eliminados (*Anexo 1-c*).

En las nuevas listas se encuentran los datos necesarios para construir un diagrama de Voronoi, pero ya no es posible utilizar el comando `VoronoiDiagram` para hacerlo, ya que el mismo se ejecuta a partir de datos de una sola lista de puntos, de los que crea su diagrama en cuestión y entrega dos listas, ahora por el contrario, se tienen dos listas de datos como partida, por lo cual no pueden ser usadas en este comando. Es por esto que se programa un algoritmo denominado

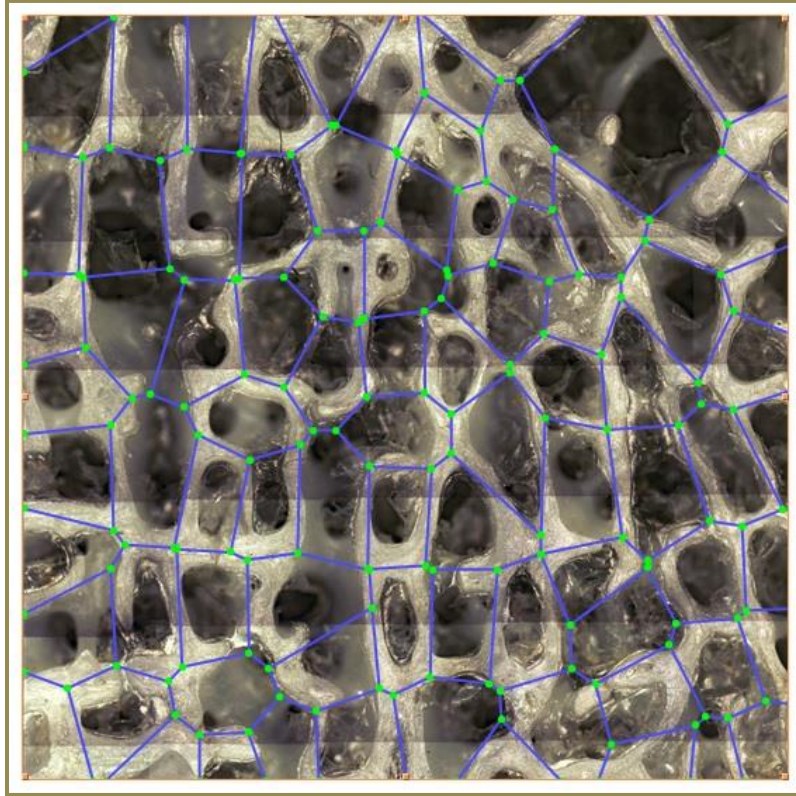


Con2D que utiliza estas dos listas como datos de entrada y que arroja como salida un diagrama de Voronoi corregido (figura 4.17-c), es decir, un diagrama delimitado y sin elementos en la frontera (Anexo 1-d). Esto lo hace colocando primeramente los nodos de los cuales se especifican sus coordenadas en la primera lista y posteriormente conecta los mismos entre sí, generando las celdas con los datos de conectividad de la segunda lista como en el caso mostrado en la figura 4.16.



**Figura 4.17 Diagrama de Voronoi de puntos aleatorios: a) utilizando el comando VoronoiDiagram, b) utilizando el comando BoundedDiagram, c) utilizando el algoritmo Con2D (diagrama corregido).**

Una vez que se obtiene dicho programa, se importan las imágenes de las secciones de hueso al software en cuestión y se colocan los puntos generadores en las coordenadas de los centros de los poros de la estructura trabecular (figura 4.18). Este proceso se realiza con cada una de las 9 imágenes de hueso obteniéndose el diagrama de Voronoi bidimensional de 10 x 10 mm de cada sección.

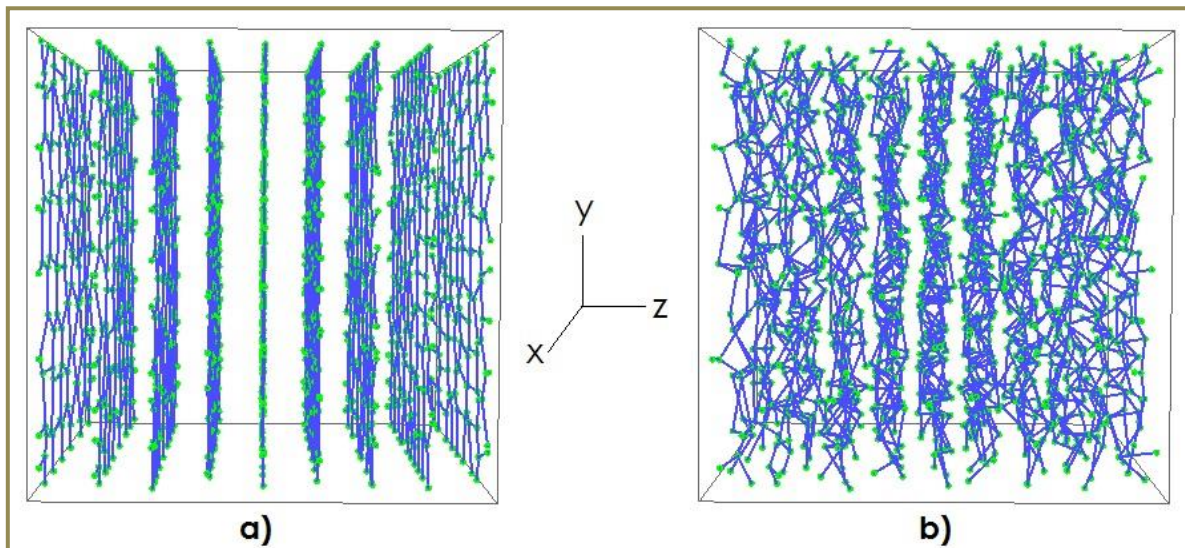


**Figura 4.18 Diagrama de Voronoi generado a partir de las coordenadas de los centros de los poros de la estructura trabecular de una sección plana obtenida de la muestra cubica de hueso.**

La *lista 1* en donde se encuentran las coordenadas de los nodos con respecto a  $X$  y  $Y$  es alterada mediante un algoritmo que inserta en cada par de valores un tercer valor, el cual es una coordenada con respecto a  $Z$ . El valor de esta coordenada es constante para un conjunto de nodos que pertenecen a un mismo diagrama, pero es diferente al de otro conjunto de nodos, es decir, que a cada diagrama individual le corresponde un determinado valor en  $Z$ . Al finalizar el proceso se obtiene la *lista 1* modificada en donde se encuentran las coordenadas en tres dimensiones de los nodos de los diagramas de Voronoi.

Esto se hace con la finalidad de que cada uno de los diagramas pertenezca a un plano distinto con respecto a los demás. Dicha coordenada en el eje  $Z$  se establece en función a que se pretenden ensamblar los 9 diagramas bidimensionales de forma paralela a lo largo de los 10 mm de longitud que tendrá el modelo tridimensional como se muestra en la figura 4.19-a. Una vez establecida la coordenada  $Z$  en cada uno de los diagramas, ésta se modifica por el mismo algoritmo (Anexo 1-e). A cada una de ellas se le suma un valor obtenido de una lista conformada por valores aleatorios generados por el comando **Random**, en donde dichos valores se encuentran dentro de un rango establecido por la desviación estándar del promedio de las longitudes trabeculares obtenida

anteriormente de las imágenes de la muestra de hueso (figura 4.12). Esto distorsiona los diagramas con respecto al eje Z pero mantienen su relación con respecto a los ejes X y Y (figura 4.19-b). La distorsión se realiza para asemejar más la estructura de los diagramas a la del hueso real, ya que en el mismo la disposición de las trabéculas es irregular con respecto a sus tres direcciones X, Y y Z y no sólo en dos direcciones como en el caso de los diagramas sin distorsión.

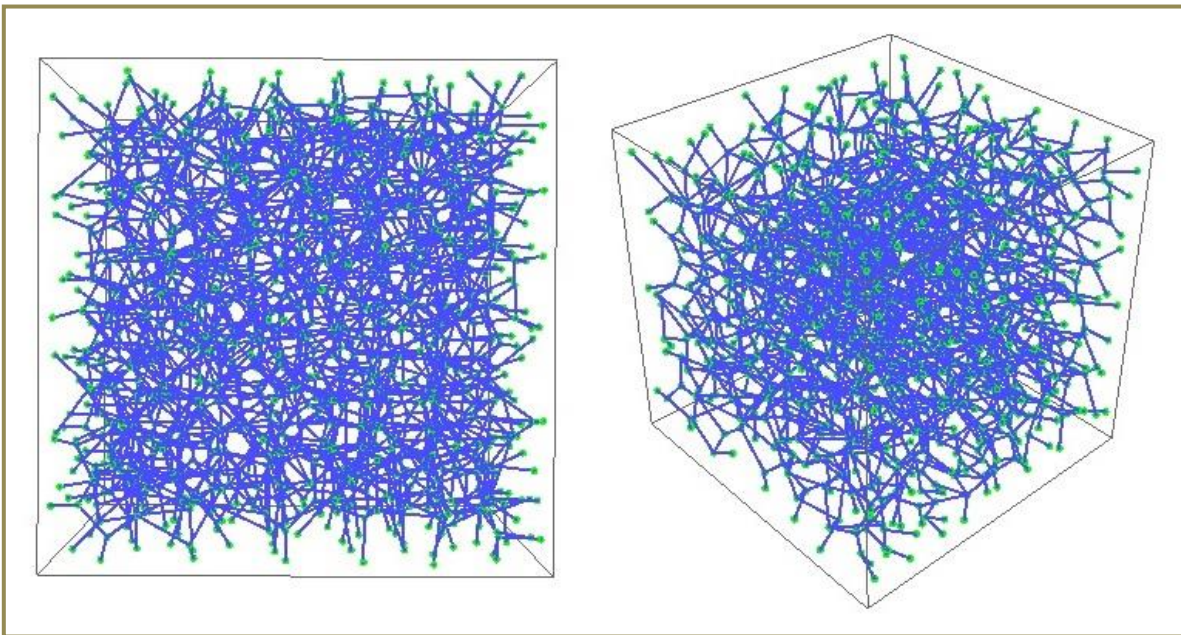


**Figura 4.19 Diagramas de Voronoi dispuestos de forma paralela: a) sin distorsión respecto a Z, b) con distorsión respecto a Z.**

De la misma manera como en la *lista 1*, la *lista 2* que contiene a todos los elementos que conforman los diagramas de Voronoi y su respectiva conectividad también es alterada. Otro algoritmo programado, lee los valores de numeración asignados a cada conjunto de nodos pertenecientes a los 9 diagramas y detecta el valor máximo de cada uno de ellos. Después de esto, el programa suma el valor máximo perteneciente al conjunto de nodos del primer diagrama a cada uno de los valores de numeración de los nodos del segundo diagrama. Terminada esta operación, ahora se suman los valores máximos de los nodos del primer y segundo diagrama, y el resultado se suma a cada valor de numeración de los nodos que pertenecen al tercer diagrama. Ahora se suman los máximos del primer, segundo y tercer diagrama y el resultado se suma a los valores de los nodos del cuarto diagrama y así sucesivamente hasta llegar a los valores pertenecientes al noveno diagrama donde el programa finaliza el proceso iterativo y arroja una nueva *lista 2* con los valores de numeración modificados en todos los nodos con excepción de los pertenecientes al primer diagrama (Anexo 1-f). Esto se realiza con la finalidad de que no se repita ningún valor en la numeración de los nodos y que más adelante sea posible la conectividad entre todos ellos para construir el modelo final.



Obtenidos todos los diagramas distorsionados de cada sección de hueso y posicionados de forma paralela uno con respecto del otro, son conectados entre sí por nuevos elementos generados por un programa denominado **Con3D**, el cual clasifica todos los nodos correspondientes a cada uno de los planos formados por cada diagrama de Voronoi. La conectividad se realiza entre nodos de planos adyacentes sin considerar aquellos con coordenadas en las fronteras. Los nuevos elementos o líneas que interconectan los distintos planos, se crean en función a la longitud promedio trabecular obtenida de las mediciones realizadas con anterioridad (*figura 4.12*), en donde existe un rango de valores con un mínimo y un máximo, creándose así los elementos con longitudes que se encuentren dentro de este rango (*Anexo 1-g*). Los valores de la conectividad de los nodos pertenecientes a dichos elementos, son agregados a la lista correspondiente, es decir, a la *lista 2*. Realizada esta operación se obtiene una estructura tridimensional asociada a la muestra cúbica de hueso (*figura 4.20*), así como las listas con las coordenadas de todos los nodos y la conectividad de todos los elementos que la constituyen.



**Figura 4.20 Estructura tridimensional generada en Mathematica® asociada a la estructura de la muestra de hueso trabecular.**

El modelo en tres dimensiones obtenido hasta este punto, es una estructura de tipo alambre, ya que si bien es una representación estructural simplificada de la arquitectura trabecular, sus elementos constituyentes son líneas sin espesor o volumen, es por ello que es necesario manipularlos en un software que permita asignar un determinado volumen a dichos elementos, en este caso se optó por utilizar el software Abaqus® 6.13, mediante el cual es posible realizar esto, además



de que más adelante va a permitir realizar diferentes análisis por elemento finito del modelo estructural de hueso generado.

Para manipular en Abaqus® la estructura obtenida hasta ahora, es necesario importar los datos de la *lista 1* y de la *lista 2* mediante un archivo con extensión *.inp*. Este archivo de entrada o input file es el medio de comunicación entre el preprocesador Abaqus/CAE®, y el software de análisis Abaqus/Standard® o Explicit®, el cual además es un archivo de texto basada en un formato de *keywords* o palabras clave, por lo que es fácil de editar mediante un editor de texto con el que se puede teclear por completo el archivo y simplemente cambiar la extensión *.txt* por *.inp*. Las *keywords* contienen la información necesaria para definir ciertos parámetros en un análisis por elemento finito, como por ejemplo, las propiedades del material, el tipo de malla o las condiciones de frontera. Si se utiliza el preprocesador Abaqus/CAE®, las modificaciones en el archivo se realizan desde la interfaz del mismo, ya que al terminar de establecer los parámetros del análisis en un modelo, el preprocesador genera el archivo *.inp* de manera automática.

Utilizando el editor de texto Notepad® (Microsoft Windows® 8.1), se construye el archivo *.inp* requerido, en el cual las instrucciones o *keywords* siempre van anteceditas por un asterisco (\*) y precedidas por los parámetros de dichas instrucciones, estas últimas deben ser separados de los parámetros mediante el uso de comas (,) y si se requiere agregar más información en el archivo a modo de comentarios, se deben de colocar dos asteriscos (\*\*) al inicio de la línea. Este tipo de archivo debe de elaborarse con una estructura específica, la cual se describe a continuación.

### **4.3 ESTRUCTURA DEL ARCHIVO .INP PARA IMPORTAR EL MODELO DE TIPO ALAMBRE EN ABAQUS®.**

---

Para lograr generar un archivo con extensión *.inp* que sea compatible con el software de elemento finito en cuestión, es necesario cumplir con una determinada estructura u orden en las instrucciones para que esto suceda de manera correcta, es por ello que se describen las características necesarias que deben de considerarse en el mismo.

#### **4.3.1 SISTEMA DE UNIDADES.**

---

Al establecer el sistema de unidades en el archivo de entrada es necesario verificar la consistencia entre las unidades, ya que el software en cuestión no maneja ni verifica las mismas. En este caso en particular se utiliza el sistema internacional, ya que las coordenadas de la estructura generada maneja estas unidades. En la Tabla 4.1 se muestran las unidades más usuales en análisis por elemento finito en Abaqus®.

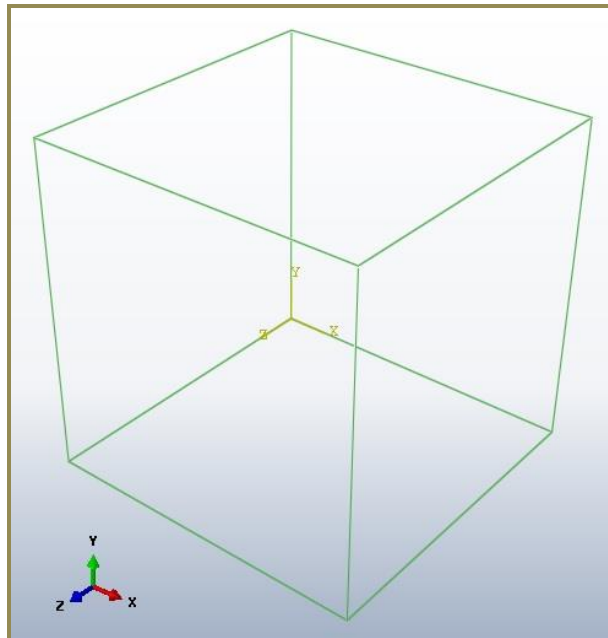
**Tabla 4.1 Sistemas de unidades más comunes en análisis numéricos en Abaqus®.**

Magnitud	SI	SI (mm)	US (ft)	US (in)
Longitud	m	mm	ft	in
Fuerza	N	N	lb <sub>f</sub>	lb <sub>f</sub>
Tiempo	s	s	s	s
Masa	Kg	Ton (Kg x10 <sup>3</sup> )	slug	lb <sub>f</sub> *s <sup>2</sup> /in
Densidad	Kg/m <sup>3</sup>	Ton/mm <sup>3</sup>	Slug/ft <sup>3</sup>	lb <sub>f</sub> *s <sup>2</sup> /in <sup>4</sup>
Esfuerzo	Pa (N/m <sup>2</sup> )	MPa (N/mm <sup>2</sup> )	lb <sub>f</sub> /ft <sup>2</sup>	Psi (lb <sub>f</sub> /in <sup>2</sup> )
Energía	J	mJ (J x10 <sup>-3</sup> )	ft*lb <sub>f</sub>	in*lb <sub>f</sub>

Es importante mencionar que los resultados en los análisis numéricos en este software deben de ser revisados considerando el sistema de unidades empleado, buscando posibles inconsistencias o errores en los mismos.

### 4.3.2 SISTEMA DE COORDENADAS Y MALLA.

El sistema de coordenadas que maneja por default el software es un sistema cartesiano derecho (figura 4.21), por lo que se trabaja con el mismo en las coordenadas de la estructura.



**Figura 4.21 Sistema de coordenadas por default.**

El método del elemento finito consiste en dividir el cuerpo, estructura o dominio (medio continuo) sobre el cual se encuentran definidas las ecuaciones que caracterizan el comportamiento físico del problema en una serie de subdominios no intersectantes entre sí a los que se les denomina elementos finitos. El conjunto de elementos finitos forma una partición del dominio llamada discretización. Dentro de cada uno de estos elementos se distinguen una serie de puntos representativos, que son los denominados nodos, de los cuales dos son adyacentes entre sí al pertenecer al mismo elemento finito. A este conjunto de nodos y a sus relaciones de adyacencia se le conoce con el nombre de malla.

En el presente trabajo, los datos que se tienen en la *lista 1* y en la *lista 2* con el programa generado, conforman una malla tridimensional, en la cual cada elemento definido por dos nodos, representa una trabécula. Es por esto que dentro del software de elemento finito se establecen como elementos a las vigas, cuya principal característica es que son una simplificación aproximada en una dimensión de un continuo en tres dimensiones, lo cual es posible al asumir que su sección transversal es mucho más pequeña que su longitud a lo largo del elemento, lo que da una simplificación muy importante en los cálculos y reduce el tiempo de cómputo.

Dentro del amplio grupo en este tipo de elementos, se selecciona a las vigas tipo B33 o vigas de Euler-Bernoulli, ya que ofrecen buena precisión en los resultados, en especial en los casos en donde se involucran cargas distribuidas a lo largo de la viga, esto se debe a que utilizan funciones de interpolación cúbicas, permitiendo usar un solo elemento por cada trabécula. Además este tipo de vigas no permiten deformación cortante transversal, las secciones planas permanecen planas y normales al eje de la viga. Sumado a esto son buenas para trabajos en tres dimensiones y en donde se presenten deformaciones pequeñas (López, 2010).

---

### 4.3.3 HEADING Y GEOMETRÍA.

---

El **\*heading** o encabezado es la primer instrucción dentro del archivo `.inp`, en ella se establece una breve descripción del contenido en el mismo para facilitar su identificación posteriormente. Para este caso en especial, se establece la instrucción como se muestra:

```
*Heading  
Modelo_3D  
Hueso_Trabecular
```

A continuación, una vez definido el encabezado, con la instrucción **\*Part** se establecen los datos que describen la geometría, lo cual se realiza mediante los nodos y los elementos que conforman la malla, además el nombre de la geometría se asigna con la instrucción **name**. En este caso, la geometría está conformada por una sola parte o pieza unida, si existieran más partes se deben de definir por separado cada una con diferentes nombres. La lista que contiene los nodos se establece con la instrucción **\*Node** conformada por las coordenadas de todos los nodos enumeradas de manera ascendente de uno en uno con el

formato: «No. de nodo» «coord. en X» «coord. en Y» «coord. en Z» y la estructura siguiente:

```
*Part, name=Estr3D
```

```
*Node
```

```
1, 0.57342, 1.20744, 1.37771
```

```
2, 0.71668, 6.58717, 0.82354
```

```
3, 0.77045, 8.09243, 1.10687
```

```
4, ...
```

La lista de elementos se asigna con la instrucción *\*Elem*, en donde además se define el tipo de elemento con la instrucción *type*, el tipo asignado es B33 como se mencionó con anterioridad. El formato que siguen los elementos es: «número de elemento» «nodo 1» «nodo 2». Dichas instrucciones obedecen la siguiente estructura:

```
*Element, type=B33
```

```
1, 1, 177
```

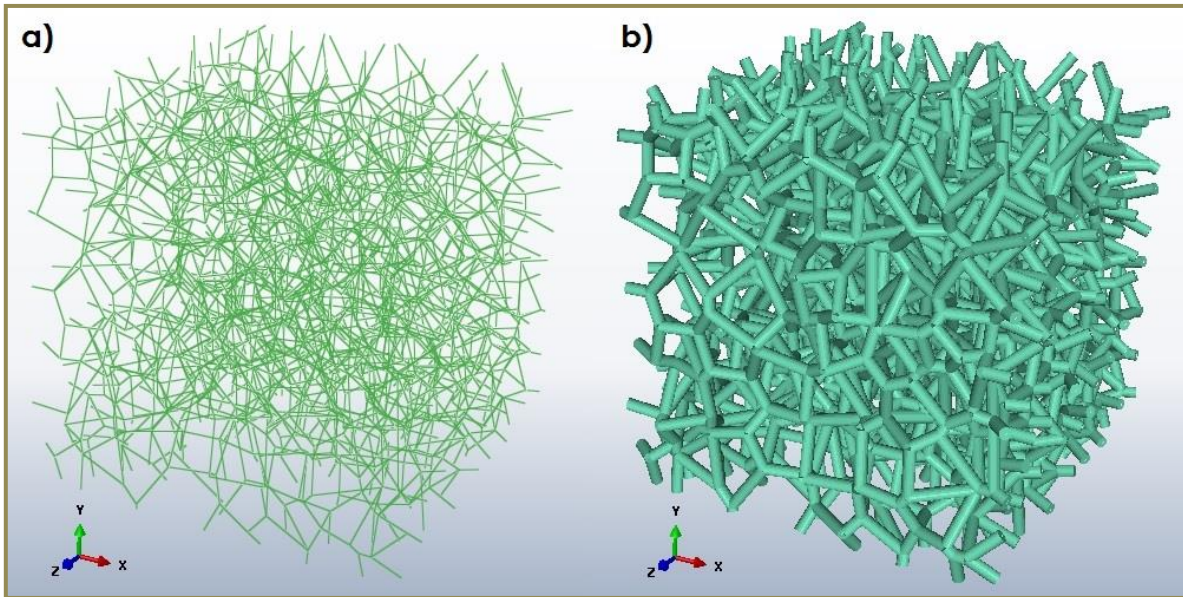
```
2, 2, 183
```

```
3, 4, 186
```

```
4, ...
```

Una vez establecidos los elementos, se guarda el archivo y se importa en Abaqus® con las opciones *File*→*Import*→*Model*, seleccionándolo desde la ruta en donde se guardó como un *Abaqus Input File*, obteniéndose así el modelo de tipo alambre en el entorno gráfico del software de elemento finito (*figura 4.22-a*), mediante el cual ahora puede ser manipulado.

Por último, a cada uno de los elementos del modelo se le asigna una sección transversal circular constante a través de toda su longitud, generándose sólidos cilíndricos por cada elemento, esto se realiza en el módulo *Property* con la opción *Create profile*, en donde se establece como diámetro del círculo un valor de 0.25712 mm (257.12  $\mu\text{m}$ ) el cual es el promedio de los espesores trabeculares obtenido con anterioridad de las mediciones hechas a la muestra de hueso (*figura 4.15*), dando como resultado el modelo final de la estructura trabecular (*figura 4.22-b*) conformado por 1528 nodos y 2544 elementos trabeculares.



**Figura 4.22** Modelo tridimensional de hueso trabecular: a) estructura tipo alambre, b) estructura con volumen (modelo final).

Pese a que el modelo obtenido presenta además semejanzas con la estructura en una esponja, la geometría asignada a sus elementos trabeculares puede ser modificada para ajustar la arquitectura de una manera más cercana a la mostrada por el tejido esponjoso real. En el siguiente capítulo se presentan dos configuraciones diferentes donde las secciones transversales en los modelos son las más usuales en la construcción de modelos virtuales en la literatura: barras y placas.

# CAPITULO 5. REPRESENTACIÓN ESTRUCTURAL DE LA PÉRDIDA DE DENSIDAD ÓSEA EN MODELOS DE HUESO TRABECULAR.

---

## INTRODUCCIÓN.

La osteoporosis es una enfermedad metabólica del hueso que se caracteriza por una disminución de su resistencia, es una enfermedad progresiva que puede afectar a todo el esqueleto, cuya prevalencia es especialmente elevada en mujeres posmenopáusicas y que, sin la intervención adecuada, conduce a un aumento significativo del riesgo de padecer fracturas óseas. Las fracturas relacionadas característicamente con la osteoporosis son las de cadera, vertebrales y de antebrazo distal (fractura de Colles) (Fierro, 2013).

En las últimas décadas se ha reconocido a la osteoporosis como un problema de salud pública, logrando importantes avances en el reconocimiento de su epidemiología, patogenia, manifestaciones clínicas (fracturas), diagnóstico, prevención y tratamiento. Hasta hace pocos años se consideraba a la osteoporosis como parte del envejecimiento normal del individuo, ahora se reconoce como una enfermedad.

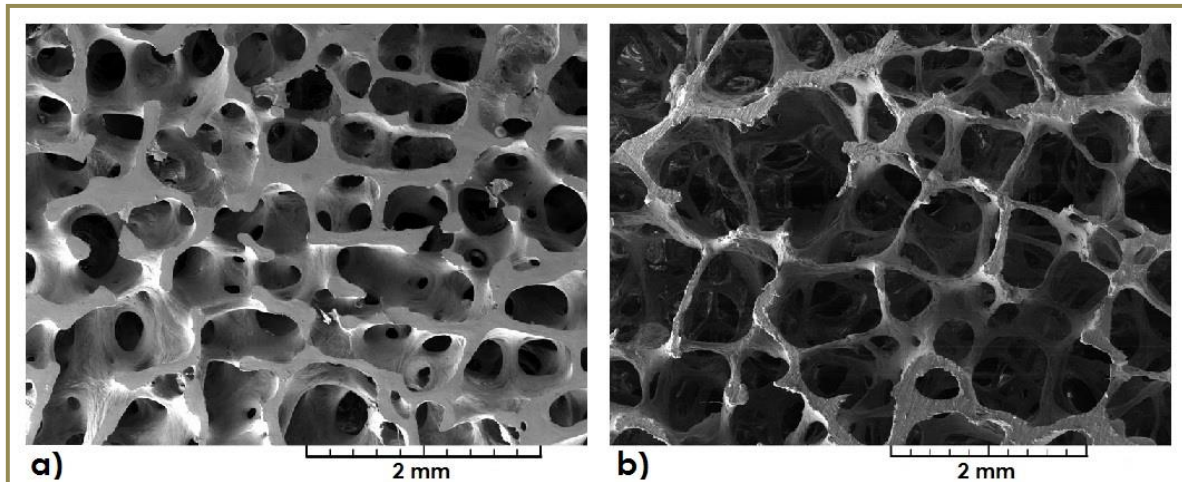
Los efectos en la rigidez y en el comportamiento de la estructura del hueso trabecular debidos a esta enfermedad, pueden ser descritos por un modelo que represente dicha arquitectura y que considere parámetros esenciales de la misma, tales como la orientación de las trabéculas, su espesor y su conectividad.

## 5.1 ANTECEDENTES.

---

La osteoporosis se define como una enfermedad caracterizada por masa ósea baja y por el deterioro de la microarquitectura del tejido óseo, con el consiguiente aumento de la fragilidad ósea y la susceptibilidad a la fractura (figura 5.1) (Kanis y otros, 2013). La importancia clínica de la osteoporosis radica en las fracturas y consecuencias médicas, sociales y económicas asociadas que ocasionan un gran impacto en la calidad de vida e independencia funcional de hombres y mujeres. La osteoporosis se clasifica en primaria o secundaria. En la primaria se reconocen dos tipos: Tipo I o posmenopáusica, que corresponde a la fase rápida de pérdida de hueso posterior a la menopausia en las mujeres, y Tipo II o senil que se presenta en ambos sexos y es asociada a la edad. La osteoporosis secundaria es aquella que se asocia a enfermedades tales como artritis reumatoide, tirotoxicosis, insuficiencia renal y otras, así como también a la administración de algunos medicamentos como los glucocorticoides o anticonvulsivantes ((SIGN), 2003; (CNETS), 2013).





**Figura 5.1 Morfología del hueso trabecular: a) normal sin osteoporosis, b) con osteoporosis (web 5).**

Según la Organización Mundial de la Salud en 2007, en Estados Unidos, Europa y Japón, la osteoporosis afecta a más de 75 millones de personas y está relacionada con 8.9 millones de fracturas al año a nivel mundial, de las cuales 4.5 millones ocurren en América Latina y Europa. Se estima que, según cifras obtenidas de diferentes estudios internacionales, afecta del 2 al 6% de las mujeres mayores de 50 años, estas cifras aumentan con la edad llegando del 25 al 50% en las mayores de 80 años. En España se tiene reportado que afecta a un 35% de las mujeres mayores de 50 años, porcentaje que se eleva a un 52% en las mayores de 70 años. Una de cada 5 mujeres de más de 50 años tiene una fractura vertebral, lo que afecta su calidad de vida y aumenta el riesgo de una nueva fractura vertebral o de otro tipo. La incidencia anual de fracturas de fémur en mujeres mayores de 50 años es de 3 por cada 1000 (Pérez y otros, 2011).

En México, se ha descrito una prevalencia de osteoporosis del 17% en mujeres mayores de 50 años. Una de cada 12 mujeres de más de 50 años sufrirá fractura de cadera. El número total de casos de fractura de cadera fue de aproximadamente 21,000 en el año 2005 y se espera que alcance 110,055 casos en el año 2050, un aumento del 431%.

En el año 2006 se reportaron costos directos de más de 97 millones de dólares por fracturas de cadera, la estimación para el año 2025 varía de 213 millones a más de 466 millones de dólares, para el 2050 de 555 a 4088 millones de dólares.

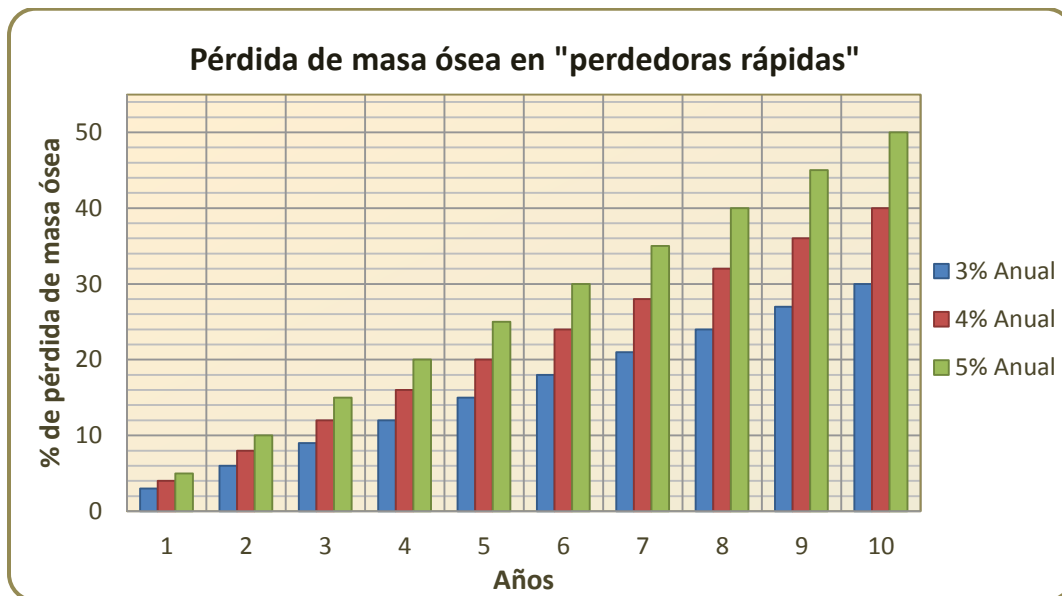
Sólo el 25% de los equipos de densitometría dual se encuentra en las instituciones públicas del sector salud (Clark y otros, 2010).

La masa ósea de un individuo depende de la densidad ósea máxima o masa "pico" que se alcanza en la juventud (alrededor de los 20 y 30 años de edad) y la magnitud de la pérdida subsecuente. El riesgo de presentar fracturas por



fragilidad depende tanto de factores esqueléticos: a) Densidad ósea (70 a 80% de la resistencia del hueso), b) Su calidad (arquitectura, remodelamiento, daño por microfracturas, plasticidad) y c) Geometría (longitud del eje femoral y su ángulo con relación a la diáfisis); así como de factores extraesqueléticos: a) Propensión a presentar caídas, b) Grosor de tejidos blandos y c) Mecanismos de defensa al trauma.

La masa ósea pico es producto de la interacción de varios factores: genéticos, hormonales (hormonas sexuales, tiroideas, paratiroides), nutricionales, actividad física y factores ambientales (Ej. protectores como la exposición solar o deletéreos como el tabaquismo o alcoholismo). Un individuo puede desarrollar osteoporosis si no alcanza una masa ósea pico adecuada en la niñez y adolescencia y/o si presenta una pérdida significativa de la densidad ósea relacionada con la edad, menopausia o provocada por exposición a factores de riesgo. A menor densidad ósea mayor riesgo de fractura. Después de alcanzada la masa ósea pico, el promedio anual de pérdida es de 1 a 2% en mujeres posmenopáusicas y de 0.2 a 0.5% en el hombre. Alrededor de 30% de las mujeres posmenopáusicas presentan una fase de pérdida rápida de masa ósea, que va de 3 a 5% por año durante los primeros 5 a 10 años después de la menopausia, a las que se les llama "perdedoras rápidas" (gráfica 5.1). En la mujer, la causa principal de pérdida ósea y osteoporosis es la falta de estrógenos especialmente asociada a la menopausia.



Gráfica 5.1 Porcentaje de pérdida de masa ósea en "perdedoras rápidas" durante los primeros 10 años.

Tanto los hombres como las mujeres de raza blanca caucásica parecen tener el mismo "umbral de fractura", que es un nivel arbitrario en densidad ósea ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ), por abajo del cual aumenta en forma importante el riesgo de fractura, este umbral no se encuentra todavía bien determinado en otras poblaciones incluyendo la nuestra ((AMMOM), 2003).

Existen diferencias étnico-raciales y de género en densidad ósea e incidencia de fracturas por osteoporosis; las mujeres tienen una densidad ósea menor que los hombres de la misma raza o grupo étnico y después de la menopausia una incidencia de fracturas dos a tres veces mayor que los hombres. Es por ello que la osteoporosis afecta principalmente a mujeres posmenopáusicas y a un gran número de ancianos, avanza en forma "silenciosa" con la edad, sin provocar síntomas hasta que aparecen las fracturas. La probabilidad de desarrollar fracturas está relacionada con la presencia de factores de riesgo que condicionan las mismas, las más importantes son la densidad ósea disminuida y la propensión a sufrir caídas o accidentes. Diversos estudios han demostrado que la combinación de estos factores de riesgo con la medición de la masa ósea aumenta el valor predictivo de la densitometría ósea. El riesgo relativo de fractura aumenta a mayor número de factores de riesgo y menor densidad ósea. La presencia de uno o dos factores de riesgo y una densidad ósea disminuida puede aumentar la probabilidad de fractura de cadera en casi tres veces más; en presencia de cinco o más factores de riesgo y densidad ósea disminuida la probabilidad de fractura se incrementa de forma muy notable (Thompson, 2000).

En México existe un estudio de factores de riesgo en fracturas que ha determinado que en nuestra población la edad avanzada, el peso corporal bajo y el alcoholismo se asocian a fracturas de cadera, además un segundo trabajo de factores de riesgo asociados a masa ósea baja en población mexicana, reporta que la edad avanzada y la falta de ejercicio (actividad física) son determinantes de una masa ósea baja (Clark y otros, 1998).

En nuestro país se encuentran algunos estudios aislados que han intentado establecer algunas aproximaciones de la magnitud del problema en nuestro medio. En un análisis de 5,000 certificados de defunción de una Oficialía del Registro Civil de la Ciudad de México en el año de 1978, se estimó una tasa de mortalidad de 1.8 por cada 1,000 defunciones por causas asociadas a la osteoporosis. En 1988 se informó que en los hospitales de concentración de traumatología y ortopedia del Instituto Mexicano de Seguro Social se presentaron 160 fracturas (cualquier tipo de fractura, sin definir cuáles podrían ser atribuidas a fragilidad ósea) por 100,000 derechohabientes mayores de 50 años, y sugerían que existe un incremento anual de 5 a 10% en la frecuencia de fracturas. Se estimó que podrían ocurrir alrededor de 20,000 a 30,000 fracturas de cadera por año en la República Mexicana. En una revisión hecha en la ciudad de León, Gto., en un periodo de cinco años (1988-1992) de 113,410 egresos hospitalarios se informó una frecuencia de 3.78 fracturas de cadera atribuibles a osteoporosis por cada 1,000 egresos totales en instituciones públicas de salud. Éstas ocurrieron a

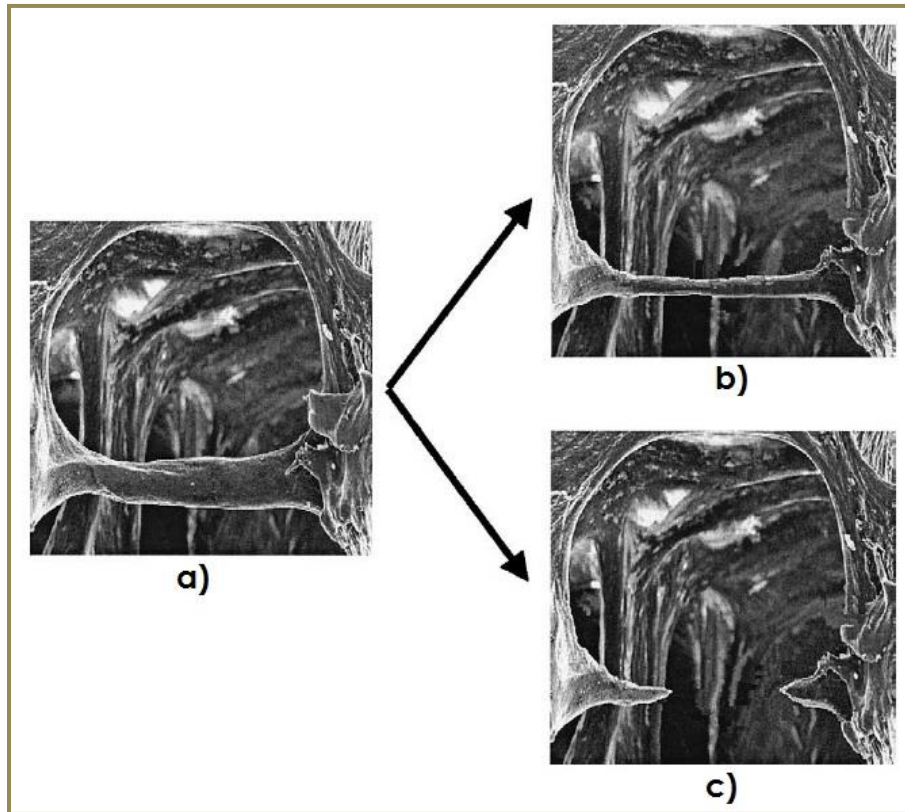
una edad promedio de 74.6 años. Finalmente, en una revisión de todos los egresos hospitalarios del sector salud (n = 606,104) se informó que 9.3% de las personas mayores de 60 años había egresado por "fracturas", ocupando el 4o lugar como causa de hospitalización. Desafortunadamente estos datos son parciales, no se encuentran bien caracterizados los denominadores, han sido objeto de revisiones retrospectivas donde es importante enfatizar la deficiencia en los registros de datos tanto en tipo de fractura como de los factores de riesgo que ocasionaron la misma (Gómez y otros, 1997).

Es muy importante la realización de estudios epidemiológicos de fracturas atribuibles a osteoporosis que nos permitan conocer la magnitud del problema en nuestro país (morbimortalidad, costo e impacto en la calidad de vida). Estos estudios permitirían establecer políticas y programas de salud e implementar estrategias de prevención y tratamiento de la osteoporosis y sus fracturas para nuestra creciente población de individuos de la tercera edad.

Considerando los datos mostrados anteriormente, se plantea el modelar la estructura trabecular con pérdida de masa ósea ocasionada por la osteoporosis y estudiar su comportamiento mecánico, esto mediante el uso del modelo generado en el capítulo anterior, en el cual se pueden adaptar las dos condiciones estructurales existentes de disminución del material óseo (*figura 5.2*), que son:

- Adelgazamiento de los elementos trabeculares.
- Pérdida de elementos trabeculares (pérdida de conectividad).

Esto se realiza con la finalidad de estudiar cuál de estas condiciones tiene un efecto más severo en la resistencia y en el comportamiento mecánico de la estructura trabecular.



*Figura 5.2 Imágenes simulando las dos condiciones de pérdida de masa ósea: a) trabécula normal, sin pérdida, b) adelgazamiento trabecular, c) pérdida del elemento trabecular (Guo y otros, 2002).*

El proceso para obtener los modelos tridimensionales con pérdida de material y las consecuencias de dicha pérdida en sus propiedades mecánicas, así como en su comportamiento, se describe a continuación.

## **5.2 MODELADO DE LA ESTRUCTURA TRABECULAR CON ADELGAZAMIENTO EN SUS ELEMENTOS TRABECULARES.**

Tomando como base el modelo de hueso generado en el capítulo anterior cuando cada uno de sus elementos trabeculares tiene un espesor promedio de  $257.12 \mu\text{m}$  y considerando además el valor más alto de pérdida de masa ósea en las “perdedoras rápidas” del 5% anual en sus primeros diez años, se varía la fracción volumétrica ( $FrV$ ) de dicho modelo con la finalidad de representar en el mismo la pérdida anual de material óseo hasta obtener una pérdida acumulada total del 25% en un lapso de 5 años. Esto se realiza modificando en Abaqus® el valor del espesor promedio en cada uno de los elementos trabeculares de cada modelo en función a la disminución en su  $FrV$  del 5% anual, proceso mediante el cual se generan 6 modelos con la misma arquitectura pero con diferente  $FrV$  con

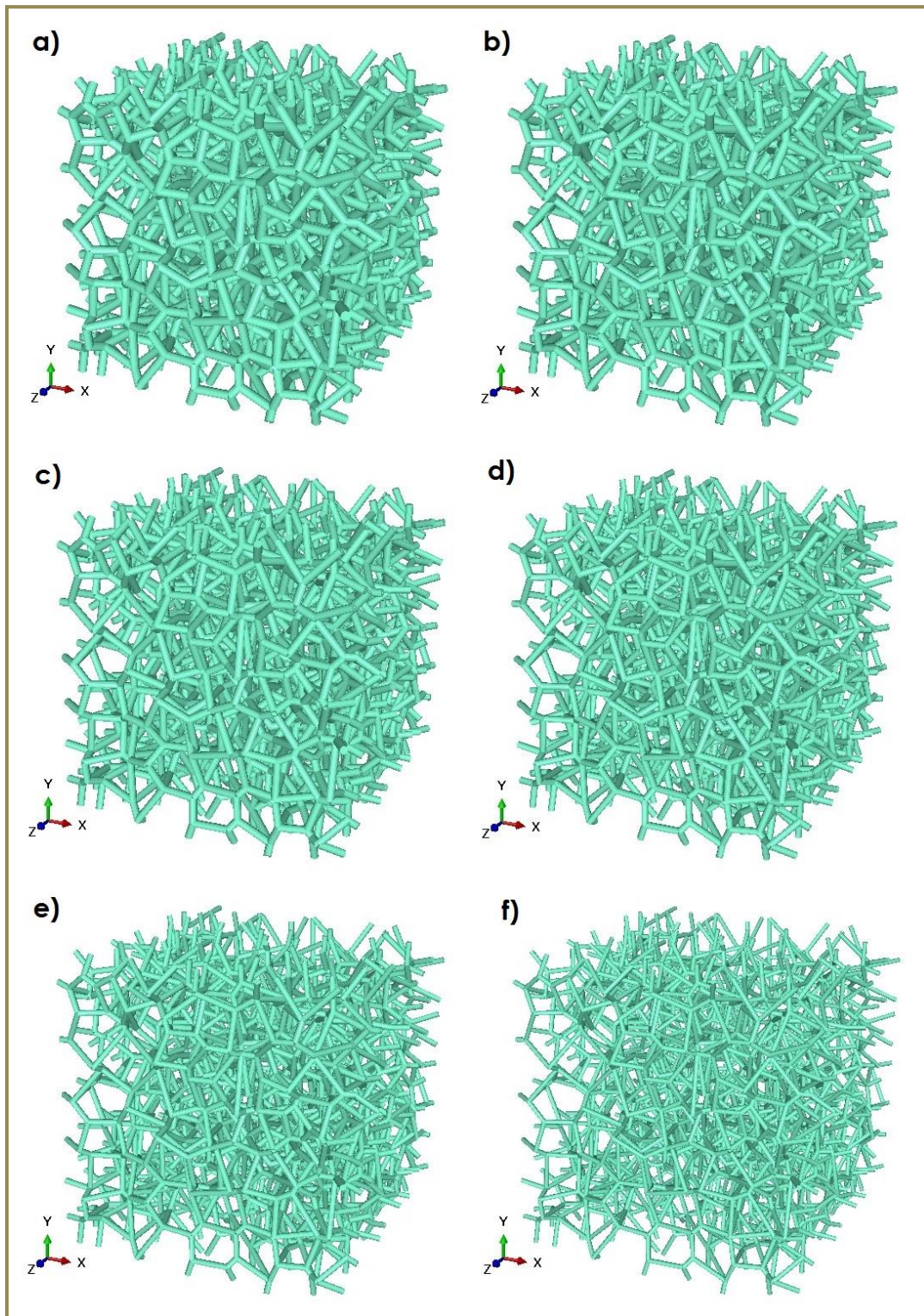
la intención de evaluar los efectos en su resistencia y comportamiento ocasionados solamente por la disminución en los espesores trabeculares. En la *Tabla 5.1* se muestran los valores correspondientes a cada uno de los modelos obtenidos.

**Tabla 5.1 Valores para los modelos de hueso vertebral con sección transversal circular.**

Modelo	Espesor trabecular – ø de la sección transversal (µm)	Pérdida anual de material (%)	Volumen de la muestra completa (mm <sup>3</sup> )	Volumen del material óseo (mm <sup>3</sup> )	FrV (%)
<b>A<sub>c</sub></b>	257.12	0	1000	170.45	17.045
<b>B<sub>c</sub></b>	250.60	5	1000	161.92	16.192
<b>C<sub>c</sub></b>	243.91	10	1000	153.39	15.339
<b>D<sub>c</sub></b>	237.03	15	1000	144.86	14.486
<b>E<sub>c</sub></b>	229.94	20	1000	136.34	13.634
<b>F<sub>c</sub></b>	222.62	25	1000	127.81	12.781

Los modelos con pérdida y el modelo base con el espesor original en sus elementos se muestran a continuación (*figura 5.3*), cabe mencionar que debido a que la remoción de material es reducida y a que éste se retira homogéneamente en todos los elementos que constituyen al modelo, la disminución en los espesores es casi imperceptible visualmente, es por ello que las imágenes mostradas presentan una pérdida escalada por un factor de 3 sólo con fines ilustrativos.





**Figura 5.3 Modelos de hueso vertebral con elementos de sección transversal circular con disminución en sus espesores trabeculares ( $\mu\text{m}$ ): a) 257.12, b) 250.60, c) 243.91, d) 237.03, e) 229.94, f) 222.62.**



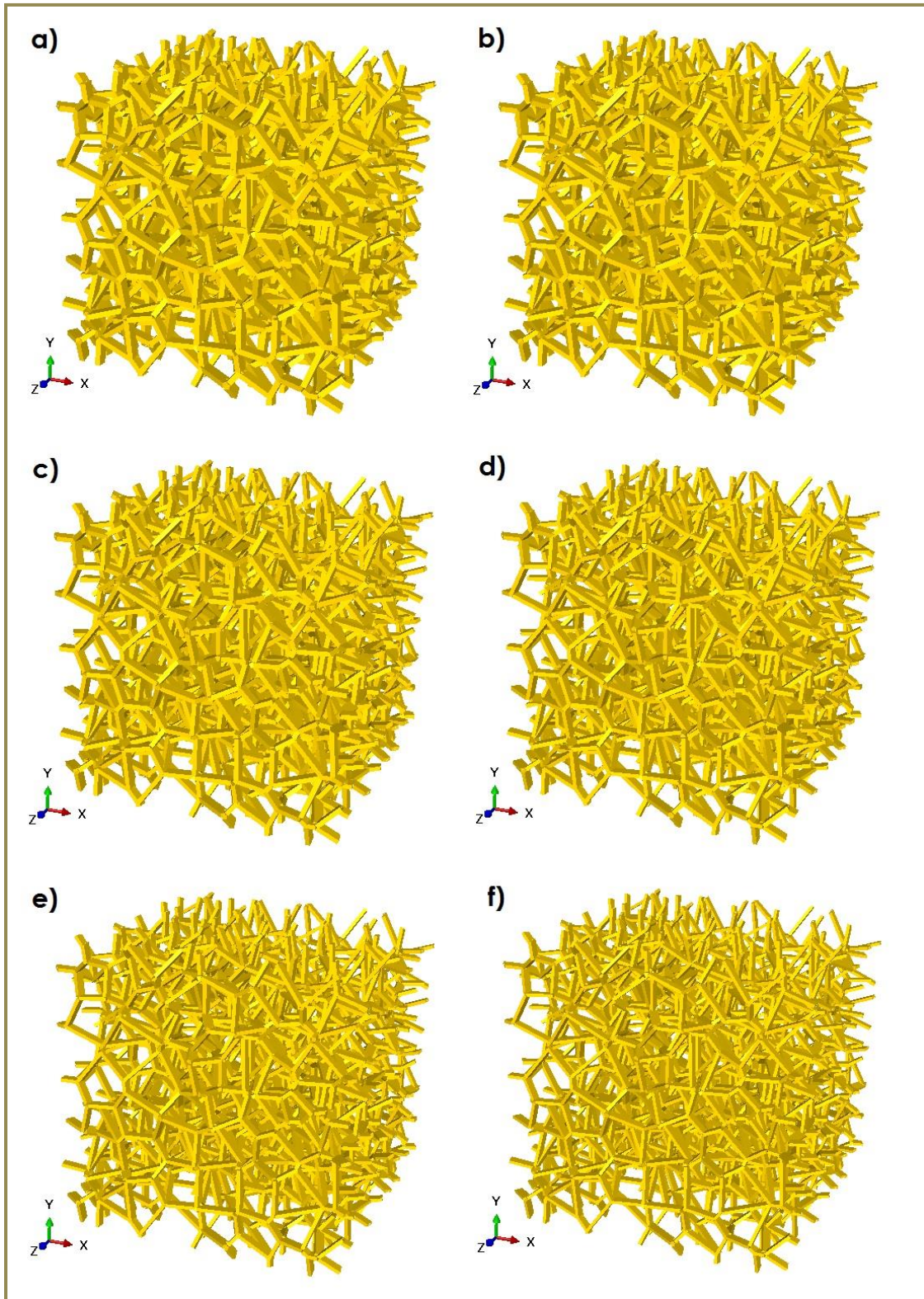
De la misma manera que en estos modelos con elementos de sección transversal circular (estructura de barras), se generan otros 6 modelos, pero con elementos con sección transversal rectangular (estructura de placas) (figura 5.4) para comparar su rigidez y comportamiento mecánico. Ambas geometrías son elegidas ya que en la literatura es común el asociar la estructura trabecular con arreglos de barras y de placas en diferentes configuraciones, aunque cabe mencionar que la disposición presente en las vértebras tiene mayor similitud con una estructura de placas (*plate-like*) (Morgan y otros, 2001).

Para realizar esta comparación, es necesario que algunas variables permanezcan constantes en ambos casos, por lo que obtenidas las fracciones volumétricas de los modelos con arreglo de barras, se considera que estos valores sean los mismos para los modelos con arreglo de placas, así que es necesario modificar sus espesores trabeculares con la finalidad de aproximar ambas fracciones volumétricas. Cabe mencionar que se define una relación de 1:2 entre las dimensiones de la altura (*a*) y la base (*b*) de la sección transversal rectangular, y que dicha altura es la dimensión considerada para el espesor trabecular de la cual depende la dimensión de la base.

Al igual que con los modelos anteriores, en la *Tabla 5.2* se muestran los valores correspondientes a cada uno de ellos.

**Tabla 5.2 Valores para los modelos de hueso vertebral con sección transversal rectangular.**

Modelo	Altura ( <i>a</i> ) de la sección transversal ( $\mu\text{m}$ )	Base ( <i>b</i> ) de la sección transversal ( $\mu\text{m}$ )	Pérdida anual de material (%)	Volumen de la muestra completa ( $\text{mm}^3$ )	Volumen del material óseo ( $\text{mm}^3$ )	FrV (%)
<b>A<sub>r</sub></b>	161.11	322.22	0	1000	170.44	17.044
<b>B<sub>r</sub></b>	157.02	314.04	5	1000	161.90	16.190
<b>C<sub>r</sub></b>	152.84	305.68	10	1000	153.38	15.338
<b>D<sub>r</sub></b>	148.53	297.06	15	1000	144.86	14.486
<b>E<sub>r</sub></b>	144.08	288.16	20	1000	136.32	13.632
<b>F<sub>r</sub></b>	139.50	279.00	25	1000	127.80	12.780



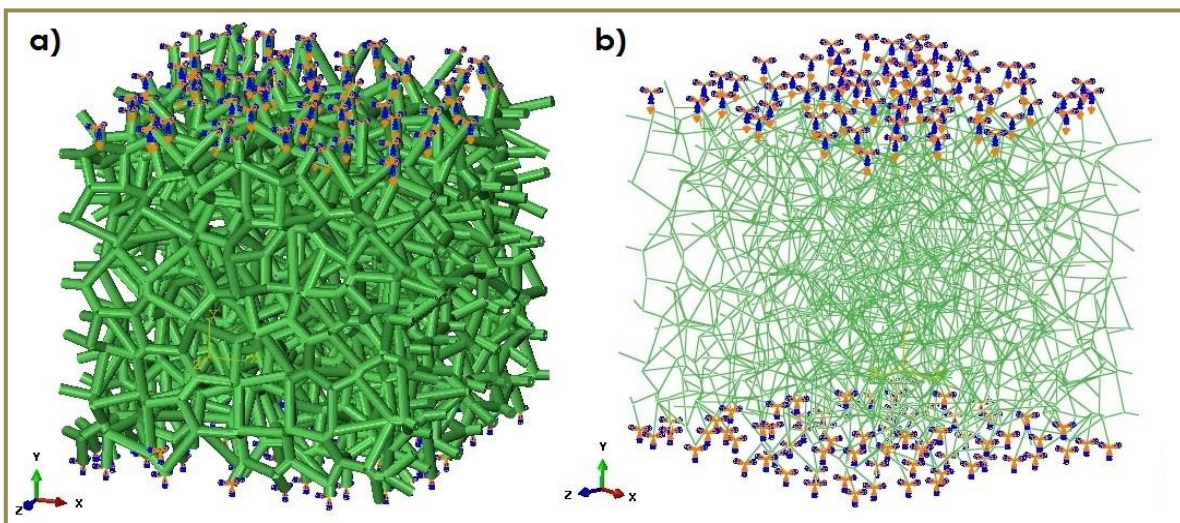
*Figura 5.4 Modelos de hueso vertebral con elementos de sección transversal rectangular con disminución en sus espesores trabeculares a-b ( $\mu\text{m}$ ): a) 161.11 - 322.22, b) 157.02 - 314.04, c) 152.84 - 305.68, d) 148.53 - 297.06, e) 144.08 - 288.16, f) 139.50 - 279.00.*

### 5.3 ANÁLISIS POR ELEMENTO FINITO DE LOS MODELOS CON DISMINUCIÓN EN SUS ESPEORES TRABECULARES.

Cada uno de los modelos generados son manipulados en Abaqus®, en donde se les pretende realizar un análisis por elemento finito para estudiar los efectos en la resistencia y comportamiento de su estructura al reducirse los espesores en sus elementos trabeculares. Para ello es necesario que primero se determine el módulo de Young del material que se le asigna a todos los modelos, el cual se determina de la siguiente manera:

Al modelo base (**A<sub>c</sub>**) se le asigna un material elástico lineal e isotrópico con un módulo de Young de 1 GPa y una relación de Poisson de 0.3, que es el valor más usual para hueso en la literatura. Posteriormente, se le realiza una prueba virtual de compresión en la misma dirección que la orientación preferencial de carga de sus elementos trabeculares (eje Y), esto mediante un paso estático general, ya que la velocidad de deformación es relativamente baja, por lo que es posible despreciar los efectos de la parte viscosa (médula) del tejido trabecular.

Para simular la compresión, se asigna un desplazamiento de 0.55 mm correspondientes a un 5.5% de deformación, en dirección negativa al eje Y en todos los nodos que se encuentran en la parte superior del modelo y se restringe además el desplazamiento de todos los nodos en su parte inferior mediante una condición de empotramiento (*figura 5.5*). El porcentaje de deformación utilizado se obtiene de trabajos realizados con anterioridad en hueso esponjoso por Ramírez et al. en donde se considera que la estructura colapsa por completo cuando aproximadamente el 36% de las trabéculas alcanzan el esfuerzo máximo bajo un nivel de deformación promedio del 5.5% (Ramírez, 2007).



**Figura 5.5** Condiciones de frontera para el modelo de hueso en la prueba de compresión uniaxial: a) vista con volumen, b) vista de alambre.



Como ya se mencionó con anterioridad, los elementos utilizados de la librería de Abaqus® como trabéculas son los elementos viga B33, los cuales tienen asignado un comportamiento elástico lineal y se encuentran definidos por sólo dos nodos, por lo cual utilizan una interpolación cúbica para la determinación del campo de desplazamientos a lo largo de cada elemento.

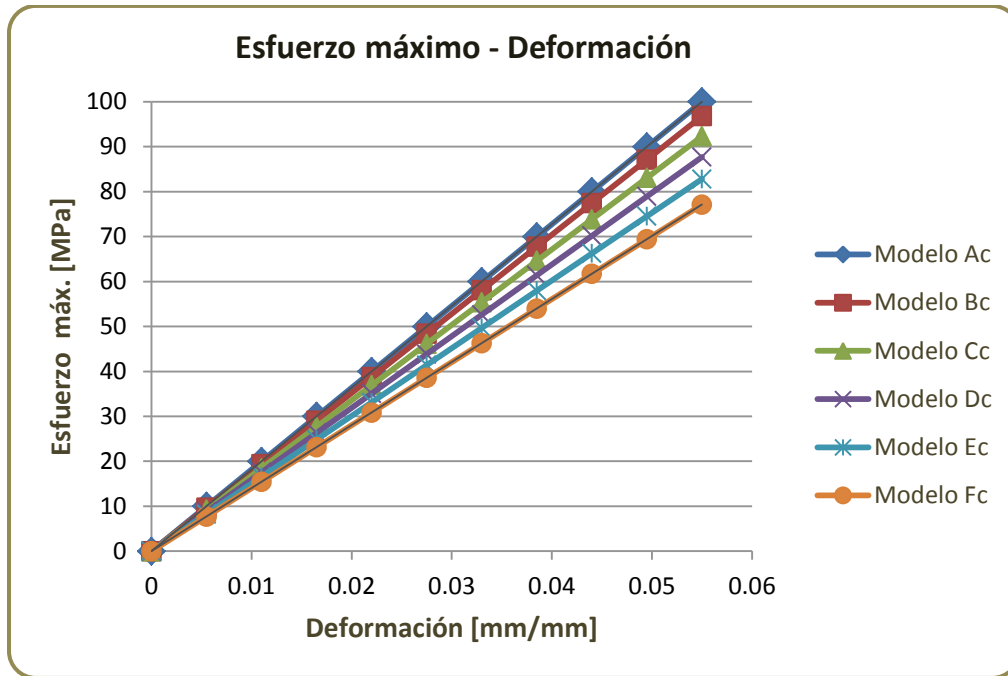
Una vez concluida la simulación, se manipula la escala de colores para determinar el momento en el que aproximadamente el 36% de las trabéculas superen un determinado valor de esfuerzo, que en este caso corresponde a 22.3 MPa, el cual divide al valor de 100 MPa correspondiente al esfuerzo máximo obtenido para un modelo de hueso trabecular de vértebra (Kim y otros, 2002), con lo cual se determina un factor por el que se multiplica el módulo de elasticidad asignado inicialmente de 1 GPa, dando como resultado final un módulo de 4.484 GPa, el cual se encuentra dentro del rango de valores reportados para hueso al utilizar este método, que es de 4 a 8 GPa (Ladd y otros, 1998). Este último valor es asignado al material de todos los modelos, manteniéndose constante, y a cada uno de ellos se les realiza una prueba de compresión con el procedimiento descrito para el modelo base (**A<sub>c</sub>**) utilizando los mismos parámetros y condiciones de frontera. De esta manera se analizan los 12 modelos mostrados en la *figura 5.3* y *5.4*.

---

### 5.3.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS.

---

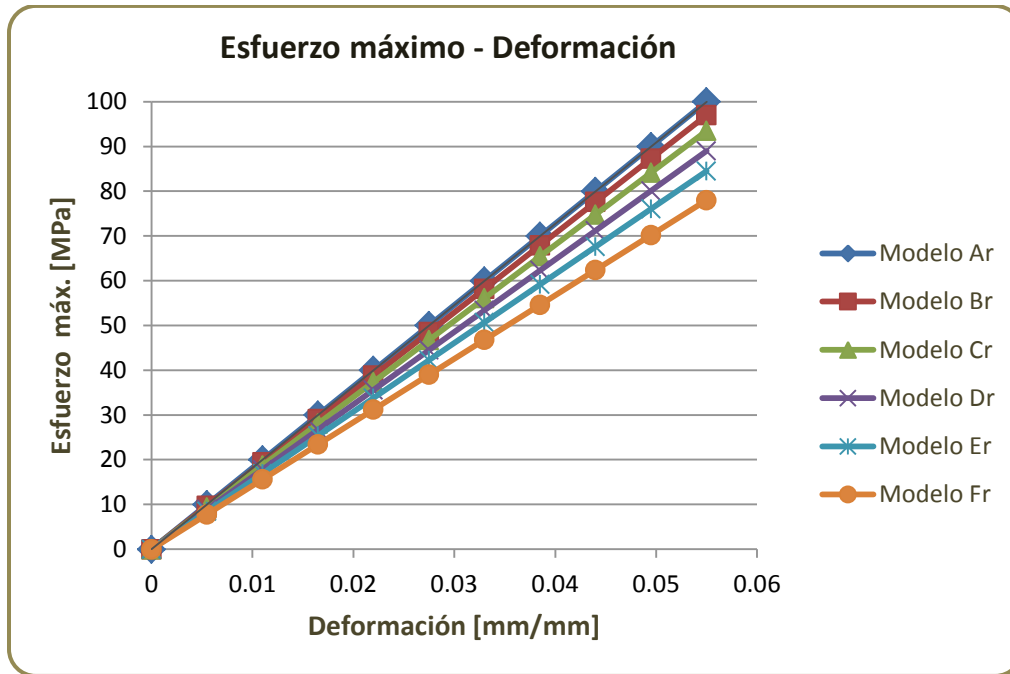
De cada modelo analizado se obtiene el valor del esfuerzo máximo en el cual se considera que la estructura colapsa, esto se realiza manipulando la escala de colores del software de elemento finito hasta encontrar el valor del esfuerzo en el cual aproximadamente el 36% de los elementos trabeculares alcanzan dicho valor. El modelo **A<sub>c</sub>** que es el modelo base con la *FrV* más elevada, presenta un valor máximo de 100 MPa ya que se manipuló a que así fuera, la estructura del modelo **B<sub>c</sub>** con una pequeña disminución del 5% de material presenta un valor de 96.8 MPa, para el modelo **C<sub>c</sub>** al igual que en el anterior el valor disminuye otro 5% en su *FrV*, presentando 92.3 MPa, los resultados de los últimos tres modelos muestran esta disminución de igual forma uno con respecto del otro, para el modelo **D<sub>c</sub>** se tiene un valor de 87.7 MPa, para el modelo **E<sub>c</sub>** 82.8 MPa y para el último modelo **F<sub>c</sub>** se tiene un valor de 77.1 MPa. En la *gráfica 5.2* se muestran estos valores de esfuerzo máximo correspondientes a la deformación de cada modelo.



*Gráfica 5.2 Variación del esfuerzo máximo con respecto a la deformación en los modelos con estructura de barras.*

La disminución máxima en la resistencia de la estructura de los modelos con sección circular, comparando el valor máximo con el mínimo obtenido, es de 22.9%, existiendo una disminución promedio del 4.58% en la resistencia por cada reducción en la FrV del 5%.

Para los modelos con elementos con sección transversal rectangular, se tiene que el modelo **A<sub>r</sub>** presenta un valor máximo de 100 MPa, definido de igual manera que en el modelo base, el modelo **B<sub>r</sub>** muestra un valor de 97 MPa, el **C<sub>r</sub>** 93.5 MPa, el **D<sub>r</sub>** 89 MPa y por último la estructura del modelo **E<sub>r</sub>** y **F<sub>r</sub>** arrojan valores de 84.5 y 78 MPa respectivamente. En la *gráfica 5.3* se muestran estos valores de esfuerzo máximo correspondientes a la deformación de cada modelo. Cabe mencionar que en este caso, poco más del 36% (~40%) de las trabéculas en los modelos, presentaron valores por arriba del esfuerzo máximo de 100 MPa, ya que si bien muestran valores de esfuerzo similares a las estructuras de barras, la distribución de los mismos es diferente.



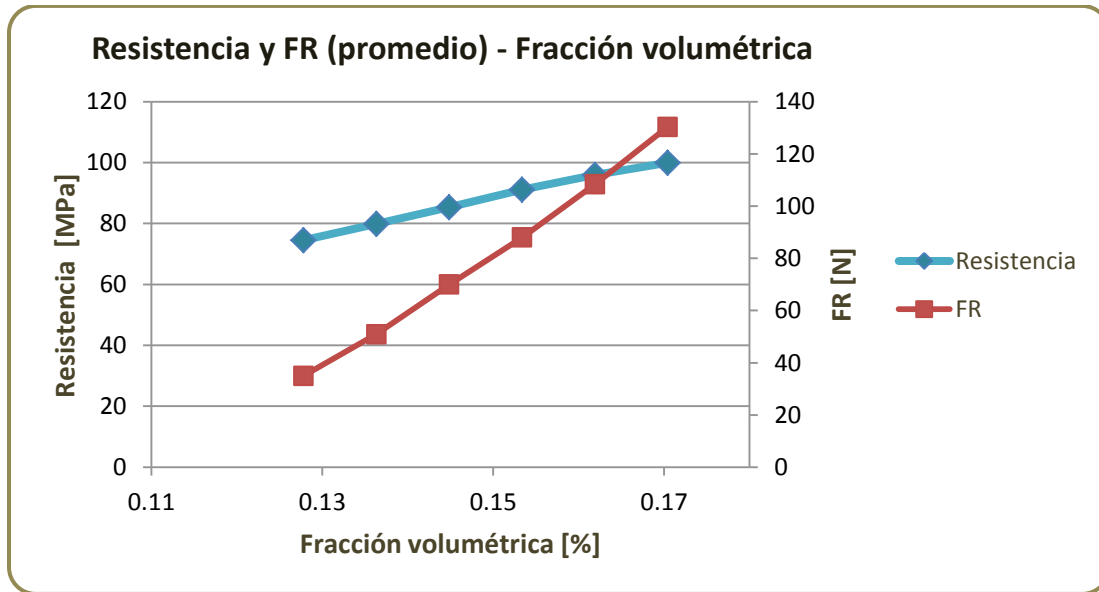
**Gráfica 5.3** Variación del esfuerzo máximo con respecto a la deformación en los modelos con estructura de placas.

La disminución máxima en la resistencia de la estructura de los modelos con sección rectangular, comparando el valor máximo con el mínimo obtenido, es de 22%, existiendo una disminución promedio del 4.4% en la resistencia por cada reducción en la FrV del 5%.

Los valores de resistencia obtenidos para estos modelos con diferente sección, son muy similares entre sí, teniendo una variación promedio entre estos de solamente un 1.08%, algo similar sucede con las fuerzas de reacción, mostrando una variación promedio del 4.74% donde en ambos casos es superior la estructura de sección rectangular, aunque cabe recalcar que es por un margen muy reducido.

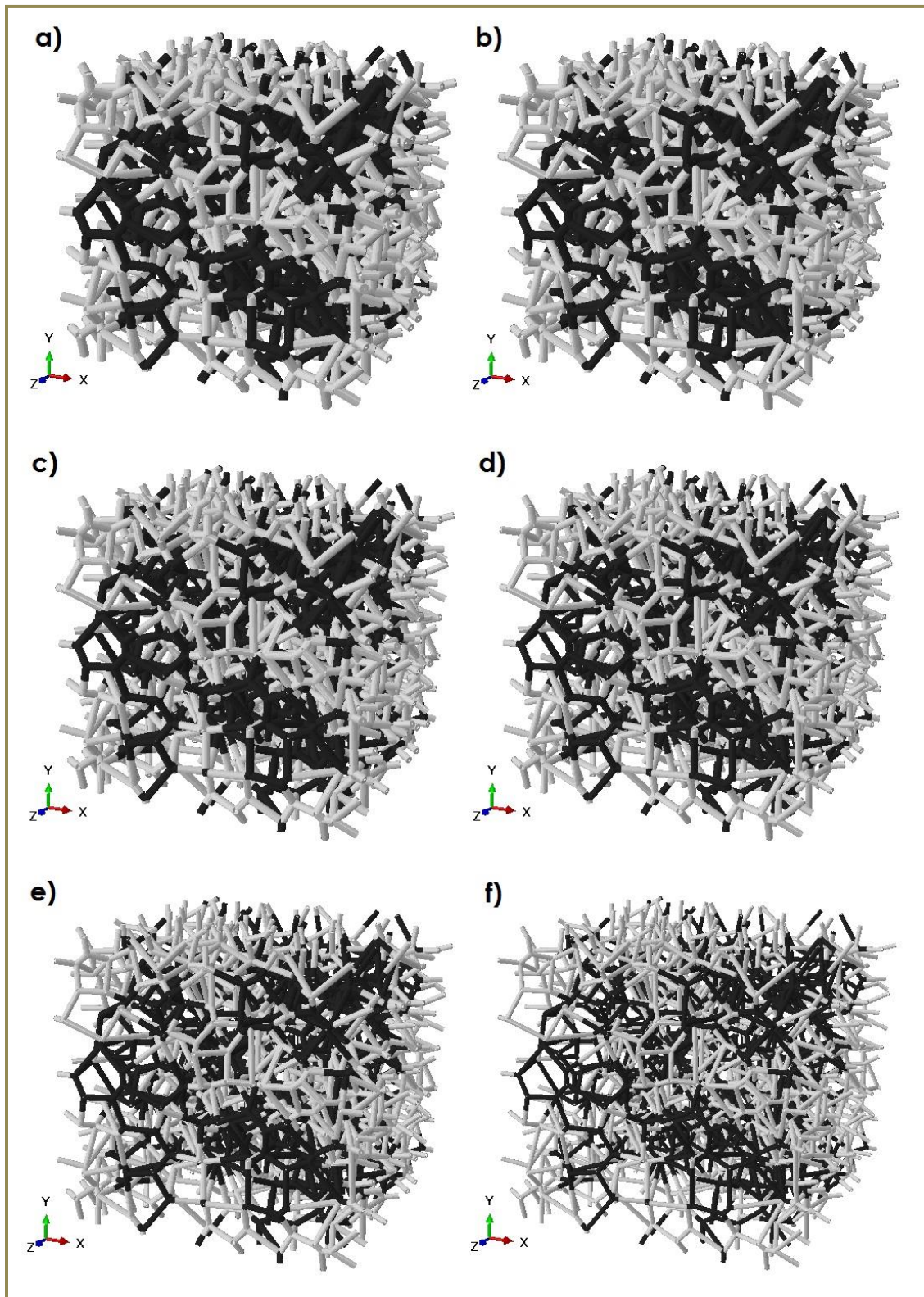
Con estos resultados se puede notar un comportamiento lineal como era de esperarse, ya que al material de los modelos se le asignó un comportamiento elástico lineal. Algo más a destacar, es que la resistencia disminuye conforme la fracción volumétrica se reduce, es por ello que en ambos tipos de modelos con diferente sección transversal, el primer modelo con la FrV más alta, es el que presenta la mayor resistencia, mientras que el último, con la menor FrV, es el que muestra el nivel más bajo, fenómeno que además ocurre de manera inversa si se aumenta la FrV, lo cual concuerda con lo descrito en la literatura. En la *gráfica 5.4* se muestra la resistencia y la fuerza de reacción promedio correspondiente a cada FrV.



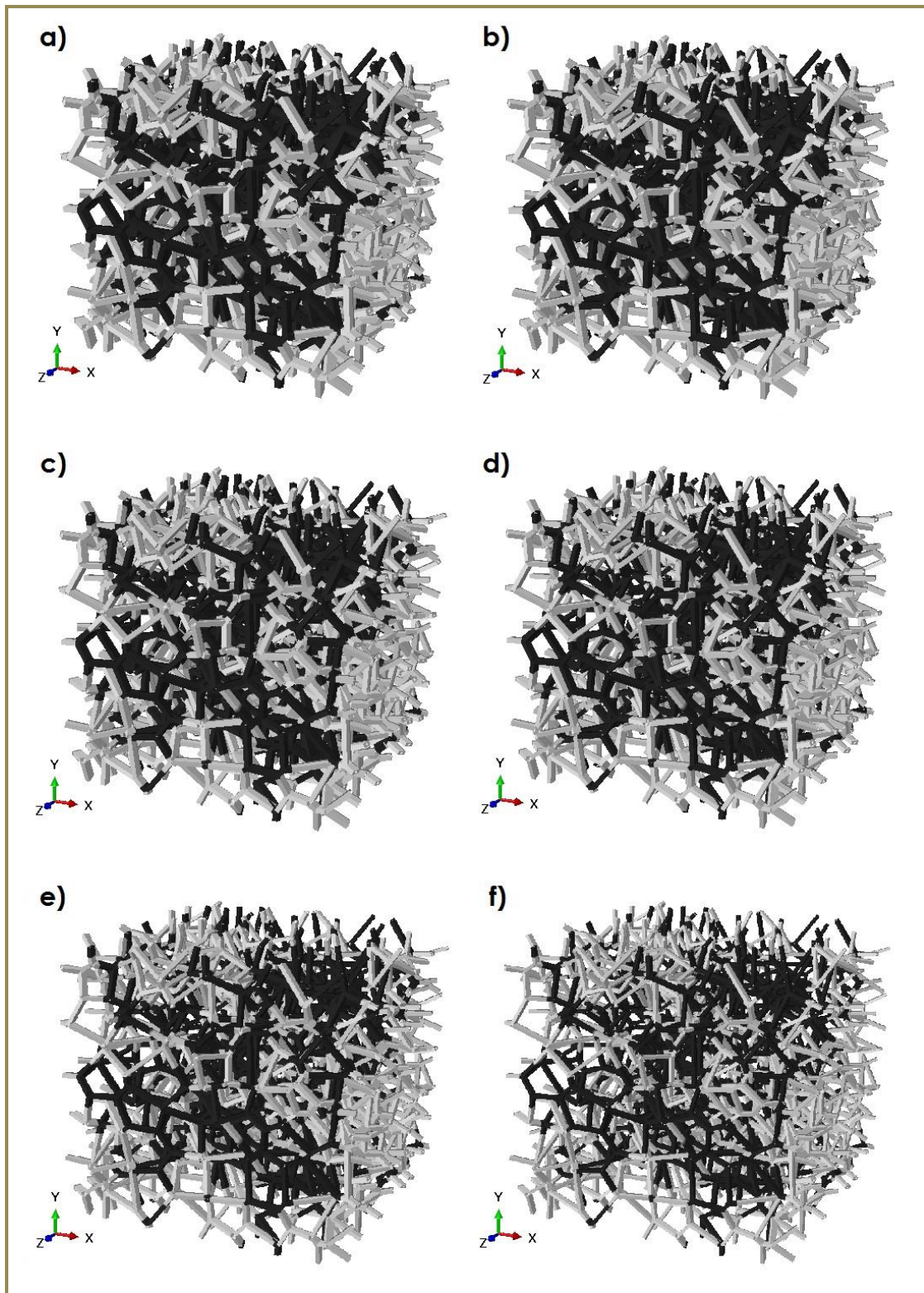


*Gráfica 5.4 Variación en la resistencia y fuerza de reacción promedio con respecto a la FrV en los modelos de hueso.*

Otra cosa que se puede observar en las simulaciones, es que independientemente del espesor de los elementos en los modelos, los patrones de carga y de falla en las estructuras con sección transversal similar, es el mismo, es decir, que las trabéculas que fallan en los modelos son las mismas sin importar la disminución en su FrV, esto debido a que se mantiene la continuidad en la estructura y no se altera, por lo que la carga se distribuye de la misma forma. En la figura 5.6 y 5.7 se muestran en color negro los elementos que ya han superado el valor del esfuerzo máximo determinado para cada modelo y en color gris aquellos elementos que se considera que no han fallado.



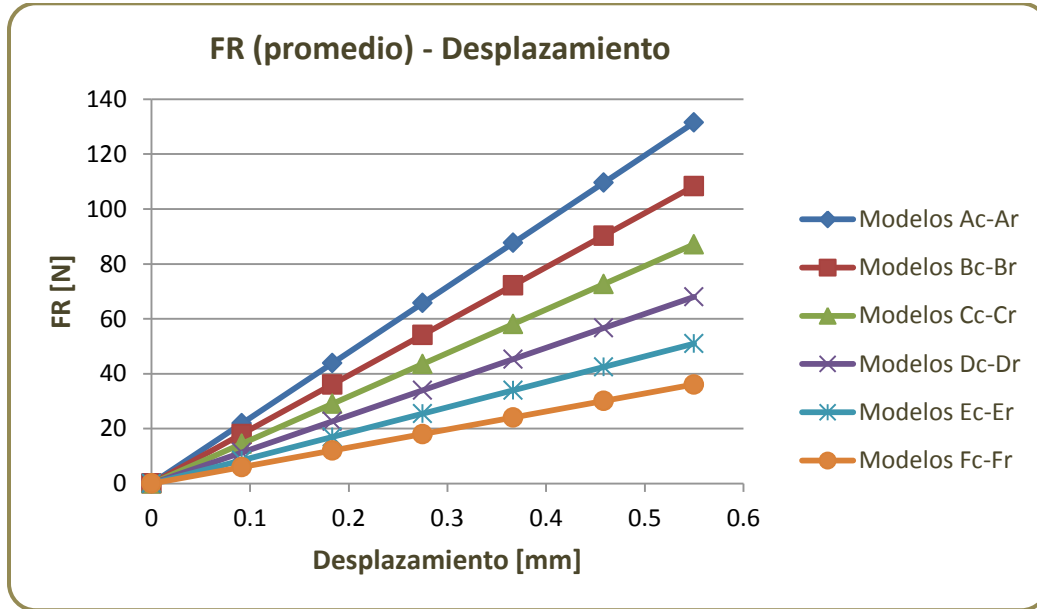
**Figura 5.6** Nivel de esfuerzos en los modelos con estructura de barras con disminución en su fracción volumétrica: a) 0%, b) -5%, c) -10%, d) -15%, e) -20%, f) -25%.



*Figura 5.7 Nivel de esfuerzos en los modelos con estructura de placas con disminución en su fracción volumétrica: a) 0%, b) -5%, c) -10%, d) -15%, e) -20%, f) -25%.*



Por último, en la *gráfica 5.5* se observa como en términos generales la fuerza de reacción promedio de cada par de modelos, muestra un comportamiento lineal en función al desplazamiento vertical en las simulaciones numéricas.



*Gráfica 5.5 Fuerza de reacción promedio en función al desplazamiento en los modelos.*

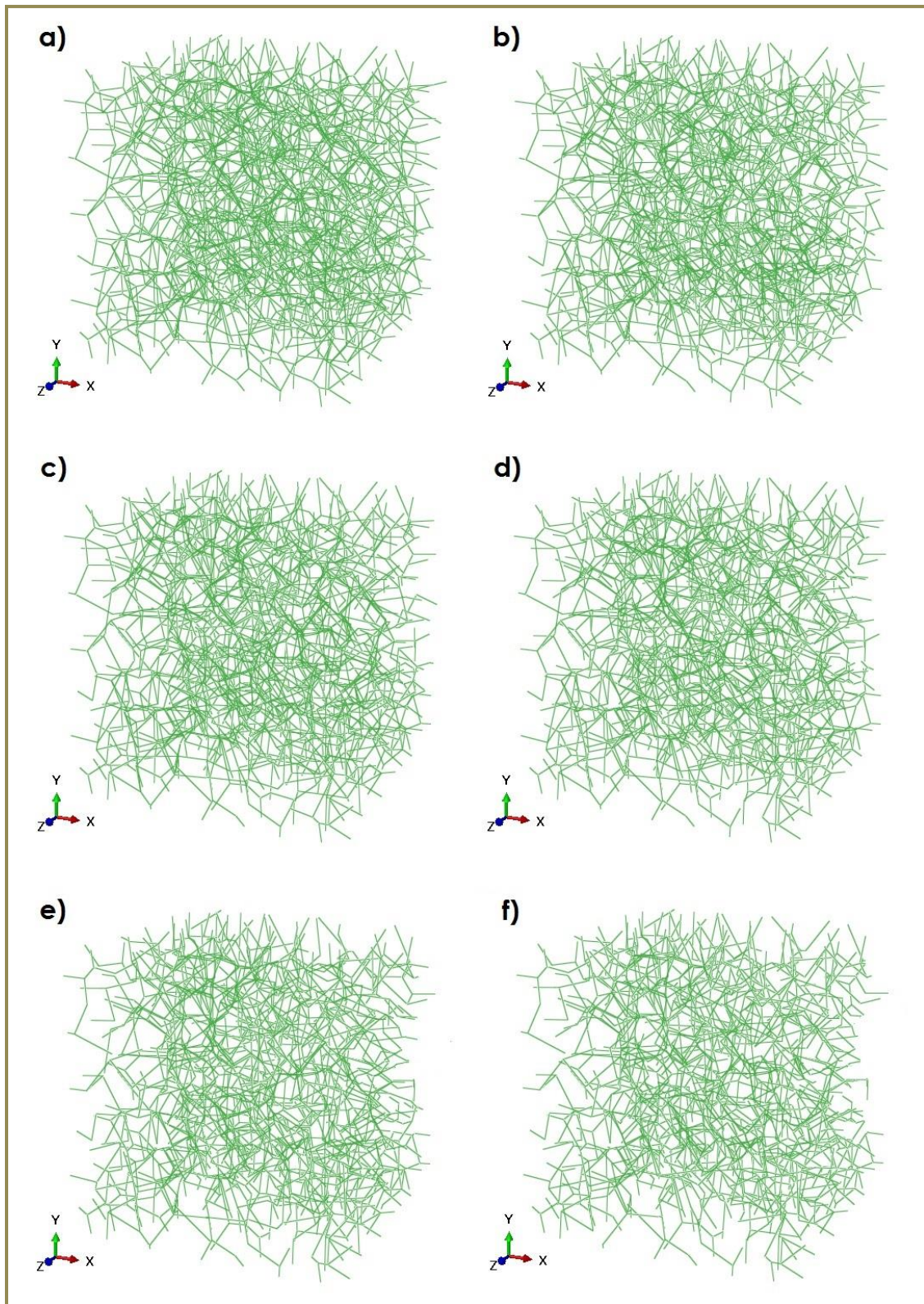
#### 5.4 MODELADO DE LA ESTRUCTURA TRABECULAR CON PÉRDIDA DE ELEMENTOS TRABECULARES.

Para representar esta condición de pérdida de masa ósea en los modelos de hueso trabecular, se construyen nuevas líneas de programación en el programa descrito en el capítulo anterior, con las cuales se retira un determinado número de elementos de la estructura tridimensional de manera que la fracción volumétrica de los modelos generados de esta forma sea muy similar a la mostrada por los modelos con disminución en sus espesores trabeculares. El proceso para obtener dichos modelos se presenta a continuación.

Utilizando nuevamente el software Mathematica®, antes de generar el diagrama de Voronoi en 2D de cada una de las secciones planas de la muestra de hueso, en la *lista 2* donde se encuentra la conectividad entre los nodos que conforman cada diagrama, se realiza una función de complemento con otra lista creada a partir del comando `Random` con el que se obtiene un determinado número de elementos existentes en la *lista 2*, mediante el comando `Complement`, se obtiene una nueva lista en donde estos elementos repetidos son eliminados, este proceso se realiza iterativamente en cada uno de los diagramas de Voronoi

bidimensionales de tal forma que se genere una lista sin los elementos repetidos (Anexo 2-a).

Una vez que se tiene esta lista con los elementos restantes de cada plano, se crea otra lista de manera similar con el comando `RandomSample` y con `Complement` nuevamente, sólo que ahora se elimina una determinada cantidad de elementos que interconectan a los diagramas bidimensionales distorsionados y se obtiene una lista final en donde se agrupan todos los elementos restantes. Esta última lista sustituye a la *lista 2* como datos de entrada junto con la *lista 1* sin alterar en el algoritmo `Con3D` con el que se genera el modelo tridimensional de alambre con pérdida de elementos trabeculares (Anexo 2-b). La cantidad de elementos eliminados se especifica de acuerdo al número total de los mismos que conforman el modelo final, es decir, que para una pérdida en la *FrV* del 5% se eliminan 127 elementos de los 2544 totales del modelo original sin pérdida, esto se realiza para cada caso de disminución en la *FrV* hasta alcanzar el 25% final, con una pérdida acumulada de 636 elementos, obteniéndose 5 modelos con remoción de elementos. En la *figura 5.8* se muestran los modelos conseguidos con este método, cabe mencionar que debido al elevado número de elementos y a que la remoción de material es reducida, es casi imperceptible visualmente, es por ello que las imágenes mostradas presentan una pérdida escalada por un factor de 2 y una estructura de alambre para que se aprecie de mejor manera, lo cual se realiza sólo con fines ilustrativos.



**Figura 5.8 Modelos de hueso vertebral (estructura de alambre) con pérdida de elementos trabeculares: a) sin pérdida, b) -127, c) -254, d) -381, e) -508, f) -636.**



## 5.5 ANÁLISIS POR ELEMENTO FINITO DE LOS MODELOS CON PÉRDIDA DE ELEMENTOS TRABECULARES.

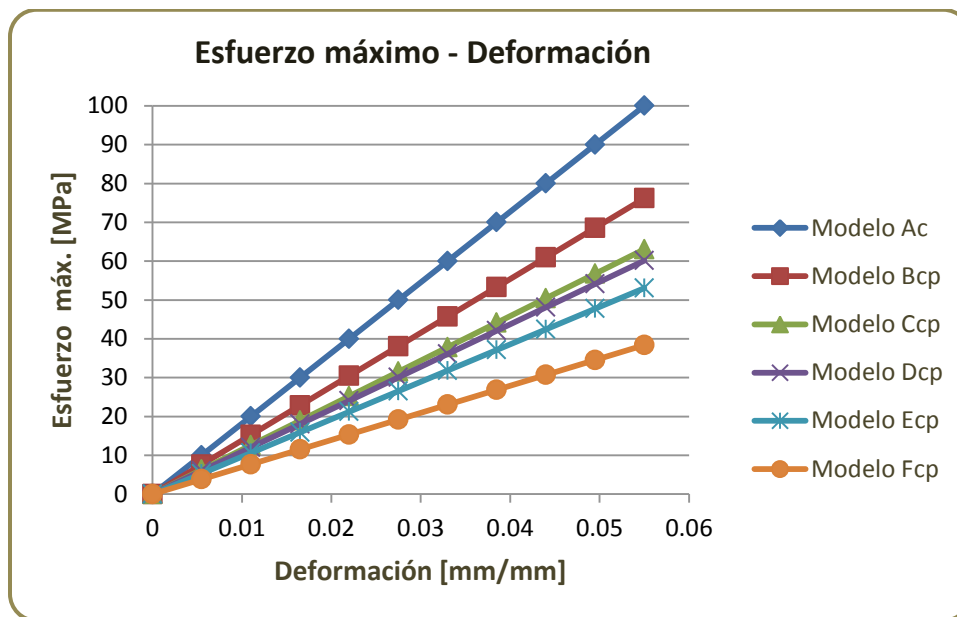
Para efectuar el análisis, cada modelo es llevado a la paquetería de elemento finito en donde se les asigna las mismas propiedades de material (módulo de Young de 4.484 GPa, relación de Poisson de 0.3) y se les realizan pruebas de compresión con los mismos parámetros que con los modelos anteriores (desplazamiento vertical en la parte superior del modelo del 5.5% y restricción del desplazamiento en la parte inferior). El espesor designado a sus elementos es el correspondiente a la FrV del modelo base (17.045%), esto con la finalidad de comparar los resultados con los obtenidos de los modelos con disminución en sus espesores. Los valores que se establecen son 257.12  $\mu\text{m}$  para sección transversal circular y 161.11 (a) - 322.22 (b)  $\mu\text{m}$  para sección transversal rectangular, por lo que se obtienen 10 modelos con pérdida en total, 5 para cada tipo de sección. Con esto, se pretende evaluar los efectos en la resistencia y comportamiento de la estructura ocasionados solamente por la pérdida de trabéculas. En la *Tabla 5.3* se muestran los valores correspondientes a cada uno de los modelos obtenidos.

**Tabla 5.3 Valores para los modelos de hueso.**

Modelo	Espesor trabecular ( $\mu\text{m}$ )	Pérdida anual de material (%)	# de elementos eliminados	FrV (%)
Sección transversal circular				
<b>A<sub>c</sub></b>	257.12	0	0	17.045
<b>B<sub>cp</sub></b>	“” “”	5	127	16.183
<b>C<sub>cp</sub></b>	“” “”	10	254	15.320
<b>D<sub>cp</sub></b>	“” “”	15	381	14.481
<b>E<sub>cp</sub></b>	“” “”	20	508	13.607
<b>F<sub>cp</sub></b>	“” “”	25	636	12.772
Sección transversal rectangular				
<b>A<sub>r</sub></b>	161.11(a) – 322.22 (b)	0	0	17.044
<b>B<sub>rp</sub></b>	“” “”	5	127	16.170
<b>C<sub>rp</sub></b>	“” “”	10	254	15.318
<b>D<sub>rp</sub></b>	“” “”	15	381	14.479
<b>E<sub>rp</sub></b>	“” “”	20	508	13.605
<b>F<sub>rp</sub></b>	“” “”	25	636	12.771

### 5.5.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS.

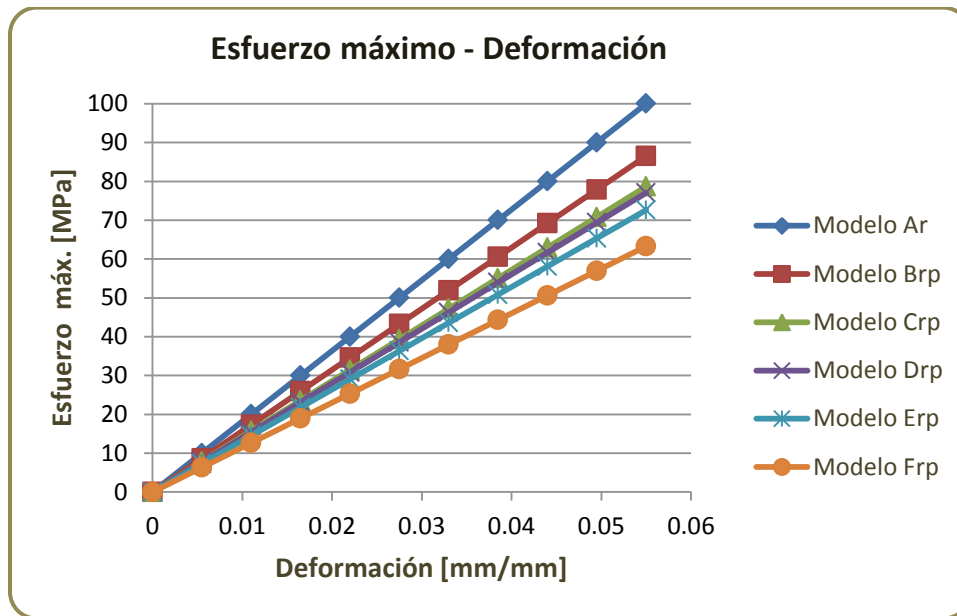
Para cada modelo analizado, al igual que con los modelos con disminución en sus espesores trabeculares, se determina el valor del esfuerzo máximo con respecto a su deformación (gráfica 5.6), en donde el modelo **B<sub>cp</sub>** con la primera reducción del 5% en su *FrV*, muestra un valor de 76.17 MPa, lo que representa una disminución en la resistencia del 23.83% en comparación con el modelo sin pérdida **A<sub>c</sub>**, para el modelo **C<sub>cp</sub>** al igual que en el anterior el valor disminuye otro 5% en su *FrV*, presentando un valor de 63.06 MPa con una disminución en la resistencia del 36.94%, los resultados de los últimos tres modelos muestran esta disminución de igual forma uno con respecto del otro, en el modelo **D<sub>cp</sub>** se tiene un valor de 60.14 MPa, notándose una disminución del 39.86% no tan marcada con respecto a la anterior, para el modelo **E<sub>cp</sub>** se tiene un valor máximo de 53.05 MPa con una disminución del 46.95% y por último el modelo **F<sub>cp</sub>** muestra un valor de 38.39 MPa con una disminución en la resistencia del 61.61%.



*Gráfica 5.6 Variación del esfuerzo máximo con respecto a la deformación en los modelos con estructura de barras y pérdida de elementos.*

La disminución máxima en la resistencia de la estructura de los modelos con sección circular, comparando el valor del esfuerzo máximo del modelo base **A<sub>c</sub>** con el mínimo obtenido, es de 61.61%, existiendo una disminución promedio del 12.32% en la resistencia por cada reducción en la *FrV* del 5%, lo cual es 2.69 veces (269%) el valor promedio encontrado para los modelos con disminución en los espesores de sus elementos trabeculares y sección transversal similar.

Para los modelos con elementos con sección transversal rectangular, se presentan de igual manera los resultados de esfuerzo máximo con respecto a la deformación (gráfica 5.7), así como la disminución en la resistencia de su estructura en comparación con la del modelo sin pérdida  $A_r$ . Se tiene que el modelo  $B_{rp}$  presenta un valor de esfuerzo máximo de 86.52 MPa y una reducción en la resistencia del 13.48%, el modelo  $C_{rp}$  muestra un valor de 78.66 MPa con una disminución de 21.34%, el modelo  $D_{rp}$  otorga un valor máximo de 77.05 MPa y un 22.95% de disminución, para los modelos  $E_{rp}$  y  $F_{rp}$  se tiene un valor de 72.61 MPa con disminución del 27.39% y 63.27 MPa con disminución del 36.73% respectivamente.



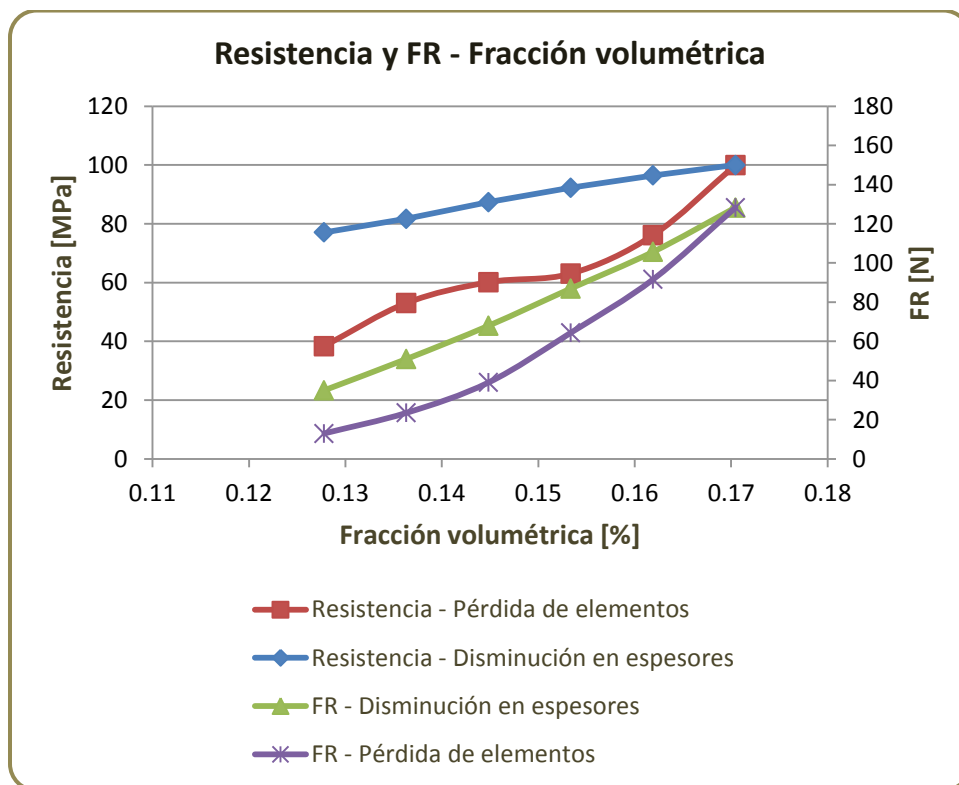
*Gráfica 5.7 Variación del esfuerzo máximo con respecto a la deformación en los modelos con estructura de placas y pérdida de elementos.*

La disminución máxima en la resistencia de la estructura de los modelos con sección rectangular, comparando el valor del esfuerzo máximo del modelo  $A_r$  con el mínimo obtenido, es de 36.73%, existiendo una disminución promedio del 7.34% en la resistencia por cada reducción en la  $FrV$  del 5%, lo cual es aproximadamente 1.66 veces (166.8%) el valor promedio encontrado para los modelos con disminución en los espesores de sus elementos trabeculares y sección transversal similar.

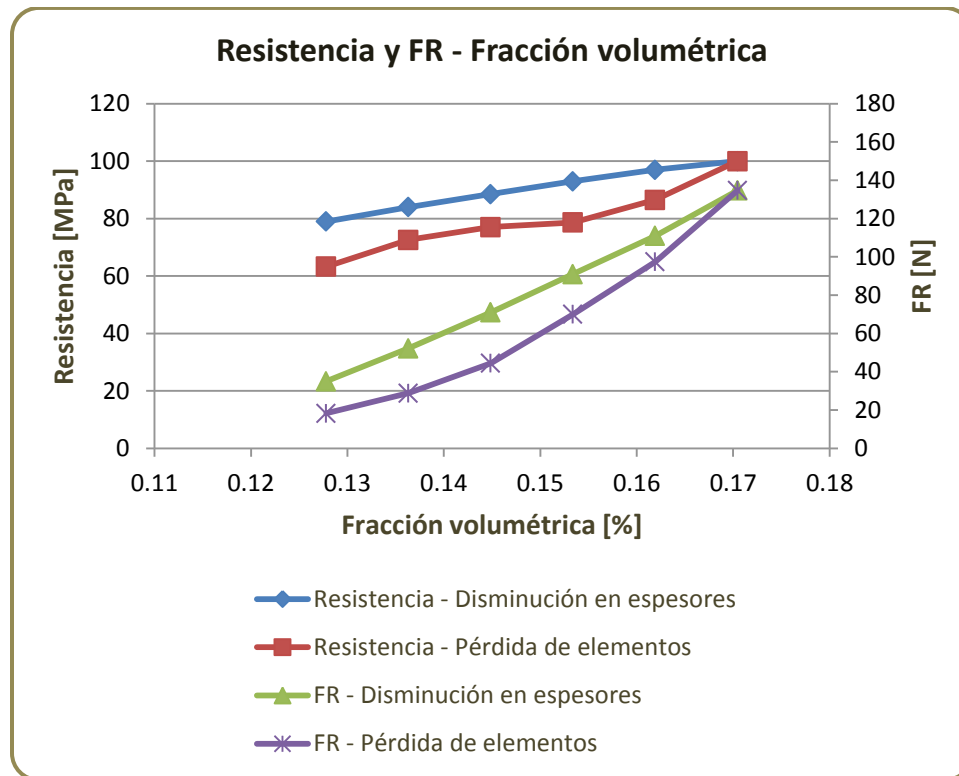
Los valores de resistencia obtenidos entre los modelos con sección circular con disminución en los espesores trabeculares y pérdida de elementos, muestran una variación promedio entre estos de 29.17%, mientras que para los modelos con

sección rectangular existe una variación promedio de 12.77%, lo que revela una variación en la resistencia 2.28 veces (228%) más marcada entre los modelos con sección circular.

En lo que respecta a las fuerzas de reacción entre los modelos con sección circular con disminución de espesores y pérdida de elementos, existe una variación promedio de 22.10%, mientras que para los modelos con sección rectangular se tiene una variación promedio de 20.05%, lo que manifiesta que la variación entre ambos es aproximada, con un 9.27% de diferencia. En las *gráficas 5.8 y 5.9* se muestra la resistencia y la fuerza de reacción correspondiente a cada *FrV* en los modelos con diferente tipo de pérdida de material.



**Gráfica 5.8** Variación en la resistencia y fuerza de reacción con respecto a la *FrV* en los modelos con sección transversal circular.



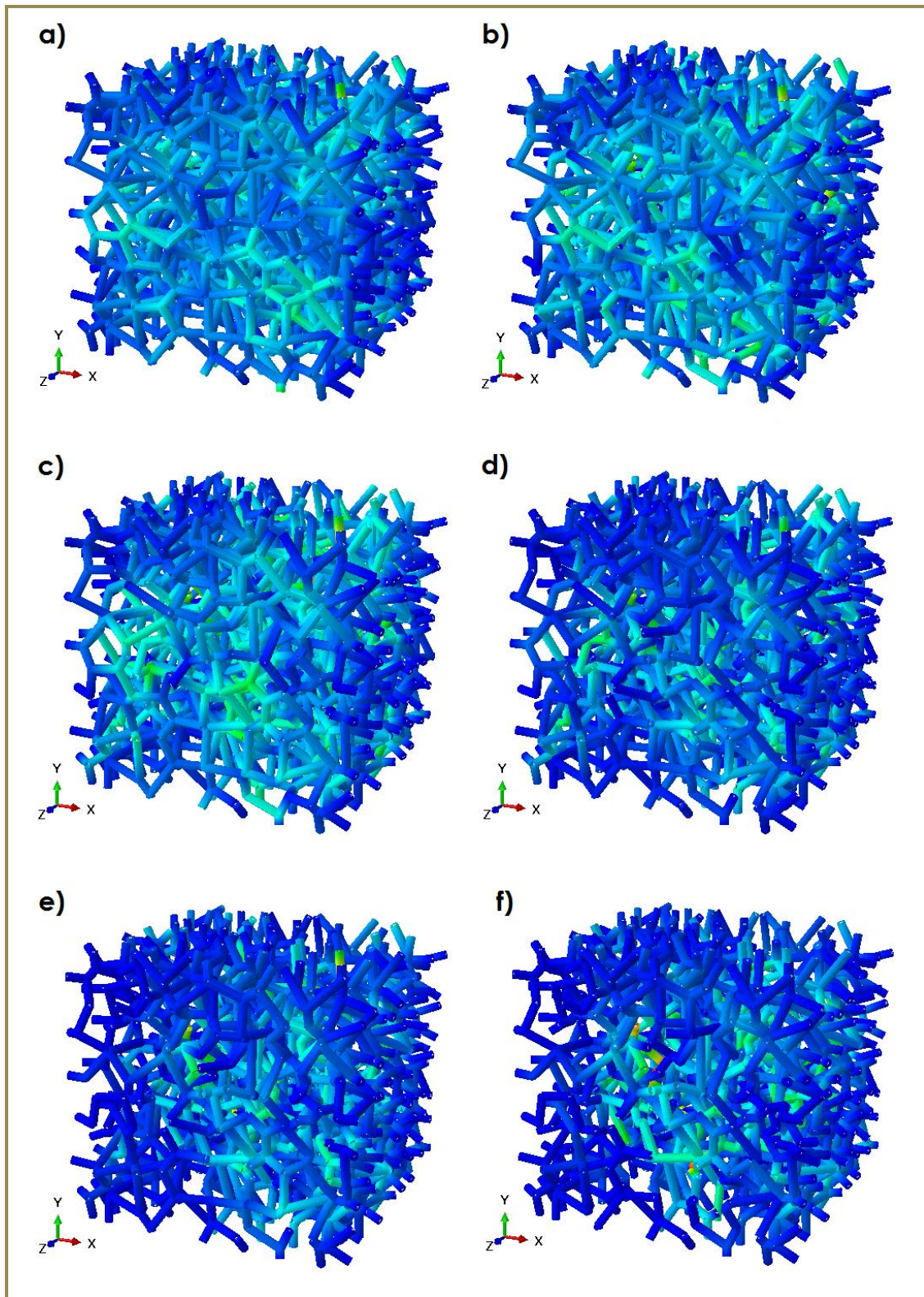
**Gráfica 5.9 Variación en la resistencia y fuerza de reacción con respecto a la FrV en los modelos con sección transversal rectangular.**

Con estos resultados se observa que en los modelos con pérdida de elementos trabeculares, no se manifiesta un comportamiento lineal tanto en la resistencia como en la fuerza de reacción, ya que la variación en estas entre disminuciones en su FrV en ocasiones es alta y en otras es baja, aunque sí se observa la relación entre resistencia y fuerza de reacción con la FrV, en donde si cualquiera de las primeras se incrementa, la FrV también lo hace y viceversa.

Es por lo anterior que cabe mencionar que en los modelos con pérdida de elementos, se presentan decrementos más altos tanto en la resistencia como en la fuerza de reacción en comparación a los modelos con reducción en sus espesores, aun cuando la disminución en su FrV es la misma.

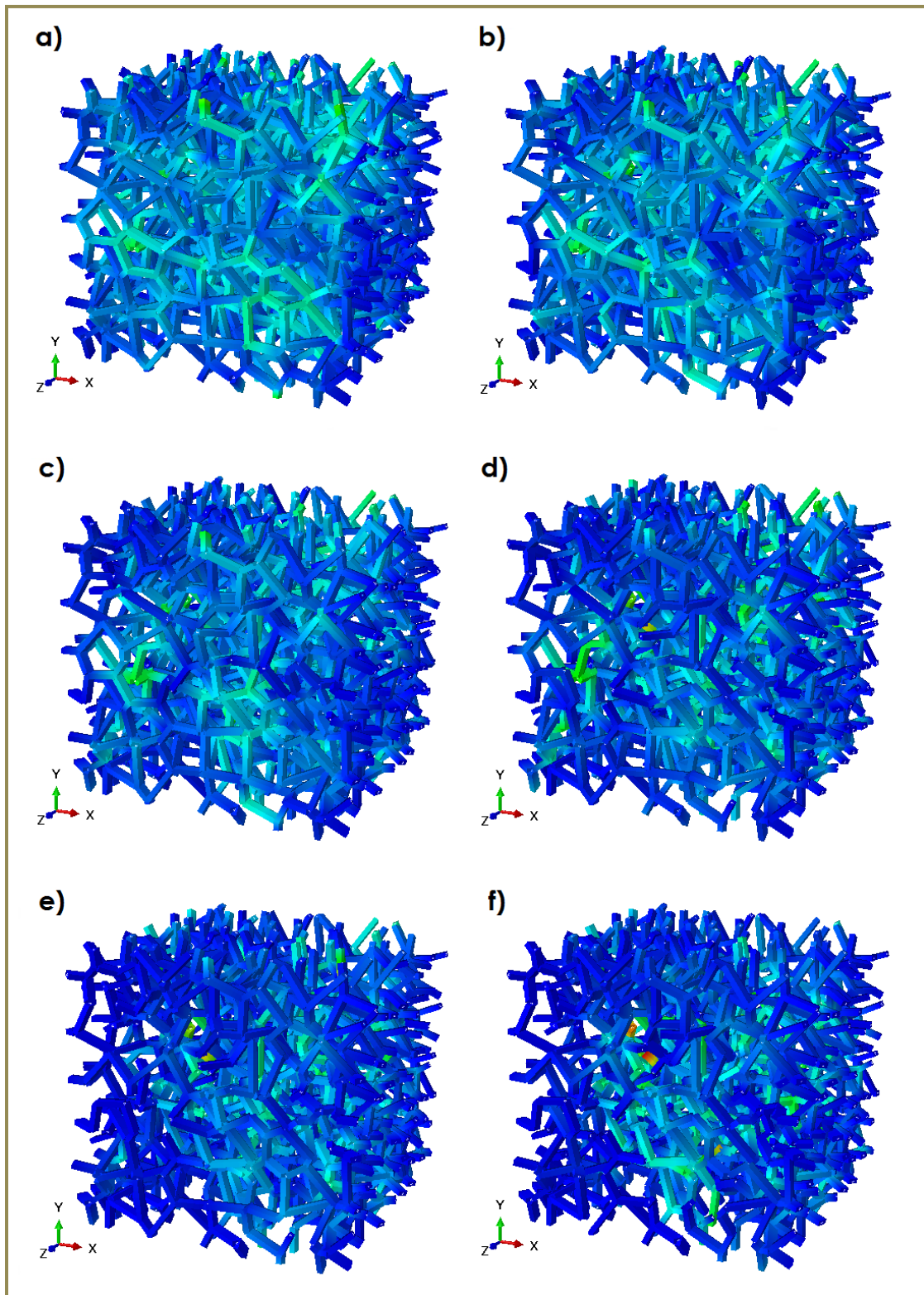
De la misma forma que en los análisis anteriores, se pueden observar los patrones de carga y falla en los modelos, los cuales muestran variaciones, a diferencia de las simulaciones realizadas a los modelos con reducción en sus espesores, por lo que difieren unos con otros, esto se debe a que la continuidad en la estructura se pierde y cambia, por lo que la carga se distribuye de diferente manera a través de los elementos restantes que se mantienen conectados. En las figuras 5.9 y 5.10 se muestran los patrones de carga en los modelos con diferente sección y pérdida de elementos trabeculares.





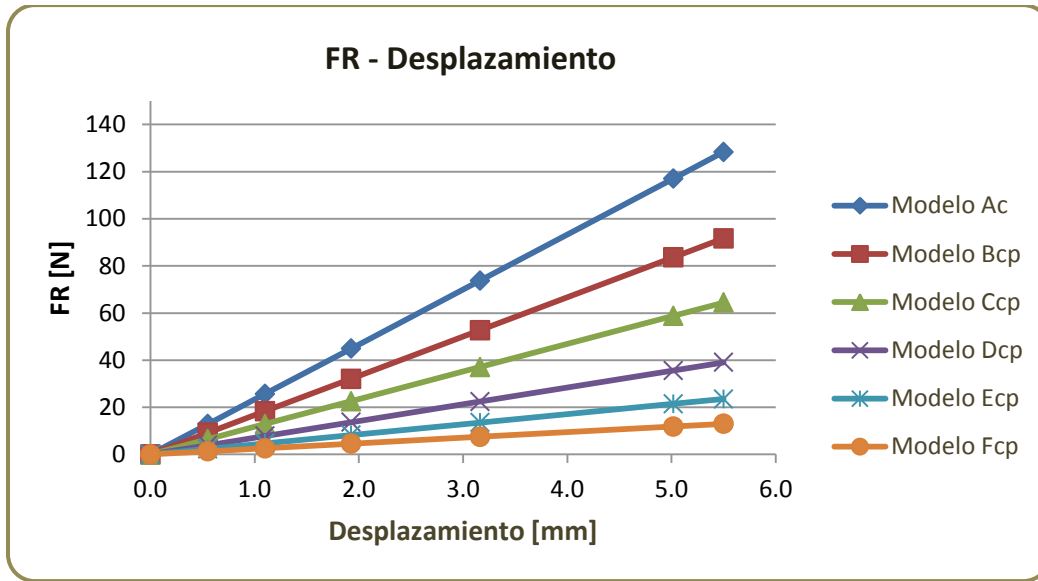
*Figura 5.9 Patrón de carga en los modelos con sección transversal circular con pérdida de elementos trabeculares: a) sin pérdida, b) -127, c) -254, d) -381, e) -508, f) -636.*



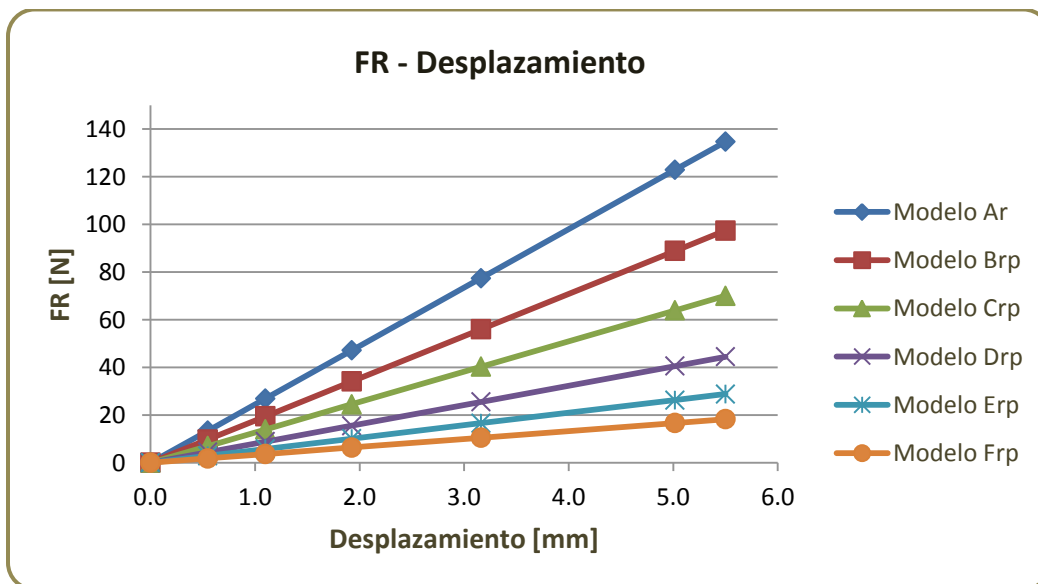


*Figura 5.10 Patrón de carga en los modelos con sección transversal rectangular con pérdida de elementos trabeculares: a) sin pérdida, b) -127, c) -254, d) -381, e) -508, f) -636.*

Por último, se observa que aunque la pérdida de elementos en la estructura de los modelos con diferente sección afecta los niveles en la fuerza de reacción, no altera su comportamiento lineal en función al desplazamiento vertical en las simulaciones numéricas (gráfica 5.10 y 5.11).



Gráfica 5.10 Fuerza de reacción en función al desplazamiento en los modelos con sección transversal circular.



Gráfica 5.11 Fuerza de reacción en función al desplazamiento en los modelos con sección transversal rectangular.

## CONCLUSIONES.

---

La generación de los modelos tridimensionales de hueso trabecular mediante el requiere tiempos elevados en su construcción en la forma tradicional, pero gracias a las herramientas computacionales de hoy en día, se hace más accesible y rápida la creación de los mismos, reduciendo de gran forma la carga de trabajo y brindando nuevas opciones en la elaboración de diferentes configuraciones en la arquitectura de los modelos de manera más eficiente. Además estas herramientas, permiten que los cálculos sean más precisos y fáciles de implementar en los análisis mecánicos realizados a materiales y estructuras muy complejas como el tejido óseo, al otorgar diversas opciones para simplificar su estudio.

Los modelos construidos para el presente trabajo consideran los tres factores determinantes en cualquier estructura celular: las propiedades del material, tales como el módulo de Young y la relación de Poisson, la arquitectura trabecular, asociada con los diagramas de Voronoi, y la fracción volumétrica o densidad, establecida mediante los espesores en los elementos trabeculares.

Los resultados obtenidos entre los modelos con disminución en su fracción volumétrica por adelgazamiento en sus elementos trabeculares y con sección transversal diferente, muestran una diferencia muy baja en sus resultados de resistencia, varían solamente un 1.08% en promedio y un 4.74% con respecto a su fuerza de reacción, mostrando además un comportamiento muy similar entre ambos. Estas similitudes se mantienen aun cuando ambos tipos de modelos presentan la misma pérdida en su fracción volumétrica del 5% anual hasta el acumulado total del 25% en 5 años, mostrando los valores un poco más altos los modelos con sección rectangular.

En el caso de todos los modelos con pérdida de densidad de material por la disminución en sus espesores, se observa una relación lineal entre la resistencia y la fuerza de reacción con la fracción volumétrica, los modelos con los valores más altos en ambos casos, son los que presentan menor pérdida de material, mientras que los que muestran los valores más bajos, son los que tienen los porcentajes de pérdida en su fracción volumétrica más altos. Con esto se puede concluir que existe un comportamiento lineal y una relación proporcional en dichos modelos entre la resistencia y la fuerza de reacción con la fracción volumétrica, existiendo una estructura más resistente y que transfiere mayor fuerza, al mostrar una densidad más elevada y viceversa.

En cuanto a los modelos con la misma sección transversal, pero con diferente condición de pérdida de masa, se observa que aunque presentan los mismos porcentajes de disminución, los valores máximos en resistencia y fuerza de reacción varían significativamente.

Con respecto a la resistencia entre los modelos con condición de pérdida diferente, los resultados para los modelos con sección circular varían un 29.17% en promedio, mientras que los de sección rectangular un 12.77%, con lo que se puede notar que la variación en la resistencia entre los modelos con sección circular es más de dos veces la mostrada en los modelos con sección rectangular, por lo que su estructura se ve más afectada por la falta de elementos trabeculares que en una con la misma disposición o arquitectura, pero con elementos con sección transversal rectangular. En lo que respecta a las fuerzas de reacción, la variación promedio en los valores máximos en los modelos con sección circular es de 22.10%, mientras que para los modelos con sección rectangular es de 20.05%, lo cual muestra valores muy similares, caso contrario a lo visto en la resistencia donde la diferencia es muy alta.

Si bien se concluye que en los modelos existe una relación proporcional tanto de la resistencia como de la fuerza de reacción con la fracción volumétrica, es notable la diferencia que existe en dicha relación entre los dos tipos de condición de pérdida, aun cuando la misma es igual para cada tipo de modelo. En el caso en donde a los modelos se les disminuye el espesor de sus elementos, se muestra un comportamiento lineal en la gráfica de la resistencia y la fuerza de reacción con respecto a la fracción volumétrica, mientras que en los modelos con pérdida de elementos, se pierde la linealidad debido a que en determinados porcentajes de disminución de material existen variaciones altas mientras que en otros las variaciones son bajas.

La resistencia y la fuerza de reacción en los modelos con sección transversal circular (estructura de barras) y con sección transversal rectangular (estructura de placas), son afectadas en mayor medida por la pérdida de elementos trabeculares que por la disminución en sus espesores, es decir que la integridad estructural del tejido esponjoso depende más de la conectividad entre sus elementos que de la pérdida de densidad sin que se altere su arquitectura.

En cuanto a los patrones de falla y de carga de los modelos, se puede observar que para la condición de pérdida por disminución en los espesores de los elementos trabeculares, se presenta el mismo patrón, esto siempre y cuando la sección transversal de los elementos estructurales sea la misma y no se modifique la arquitectura. Si se modifica la sección transversal pero no la arquitectura, el patrón cambia con respecto del otro pero se mantiene constante para cada disminución en los espesores de sus elementos, esto se debe a que se mantiene la continuidad en la estructura y la carga se distribuye de la misma forma, es decir, por los mismos elementos estructurales.

Si se altera la continuidad de la estructura, como en la condición de pérdida de elementos trabeculares, la continuidad se altera y la carga se distribuye de diferente manera para cada porcentaje de disminución en la fracción volumétrica, por lo cual en ocasiones se observan variaciones altas y bajas en los valores de resistencia y fuerza de reacción de los modelos de hueso.

De acuerdo a los datos obtenidos, se observa que los mismos muestran el comportamiento de otros modelos descritos en la literatura, además de que el módulo del tejido (4.484 GPa), así como los datos utilizados en el software de elemento finito para realizar las pruebas de compresión, se encuentran dentro de los rangos descritos para hueso trabecular, por lo que se puede concluir que los modelos generados son una buena aproximación a las estructuras del tejido trabecular real.

Finalmente, como complemento de esta investigación, se pueden establecer diferentes disposiciones trabeculares o morfologías, así como el introducir el parámetro de los espesores en las uniones trabeculares para disminuir los efectos de los concentradores de esfuerzos, además se pueden manipular las secciones transversales en determinados elementos trabeculares y generar modelos tridimensionales con diferentes secciones de manera conjunta en un mismo modelo, de manera que la arquitectura del mismo se ajuste más a la presente en el tejido trabecular real.



## BIBLIOGRAFIA.

---

- (AMMOM), Asociación Mexicana de Metabolismo Óseo y Mineral.** "Consenso Mexicano de Osteoporosis". Querétaro, México : s.n., 2003.
- (CNETS), Centro Nacional de Excelencia Tecnológica en Salud.** "Guía: Diagnostico y tratamiento de osteoporosis en mujeres posmenopáusicas". México, D. F. : s.n., 2013.
- (SIGN), Scottish Intercollegiate Guidelines Network.** "Management of osteoporosis. Anational clinical guideline". Edinburgh, United Kingdom : s.n., 2003.
- Aly M. S.,** "Effect of pore on the tensile behavior of open-cell Ti foams: Experimental results". Saudi, Arabia : Center of Excellence for Research in Engineering Materials (CEREM), Faculty of Engineering, King Saud Uni., Riyadh, Kingdom, págs. 935-937, 2010.
- Bayraktar H. H.,** "Nonlinear micro finite element analysis of human trabecular bone". University of California, Berkeley : Abaqus technology brief, 2007.
- Birkenhager-Frenkel D. H., y otros,** "Changes of interstitial bone thickness with age in men and women". Bone 14 (3). s.l. : Bone 14 (3), págs. 211-216, 1993.
- Bowman S.,** "The tensile behavior of demineralized bovine cortical bone". s.l. : Journal of Biomechanics, págs. 29: 1497-1501, 1996.
- Bronner F. y Worrell, R. V.,** "Orthopaedics, principles of basic and clinical science". Boca Raton, Florida : CRC Press, 1999.
- Burgos F. J.,** "Cirugía ortopédica y traumatología". s.l. : Editorial Médica Panamericana, 1999.
- Burnstein A., Reilly D. y Martens M.,** "Aging of bone tissue: Mechanical properties". s.l. : Journal of Bone and Joint Surgery, 1976.
- Callister W. D.,** "Introducción a la ciencia e ingeniería de los materiales". España : Ed. Reverté, 2004.
- Carter D. y Hayes W.,** "The compressive behavior of bone as a two-phase structure". s.l. : Journal of Bone and Joint Surgery, 1977.
- Cerrolaza R. M. y Müller-Karger C.,** "Un nuevo método para la simulación de la estructura ósea mediante la versión P de elementos finitos", vol. 39. Caracas: IMME : s.n., 2001.
- Chen P. Y.,** "Comparison of the structure and mechanical properties of bovine femur bone and antler of the North American elk". s.l. : Acta Biomaterialia, págs. 5: 693-706, 2009.
- Choi K. y otros.,** "The elastic moduli of human subchondral, trabecular, and cortical bone tissue and the size-dependency of cortical bone modulus". s.l. : Journal of Biomechanics, 1990.
- Clark P. y otros.,** "Epidemiología: Costos y carga de la osteoporosis en México". Ciudad de México, México : Revista Metabolismo Óseo y Mineral, págs. 152-161, 2010.
- Clark P. y otros.,** "Factors for osteoporotic hip fractures in mexicans". Ciudad de México, México : Archives of Medical Research, págs. 253-257, 1998.

- Cowin S. C.**, *"Bone Mechanics Handbook"*. s.l. : 2nd Ed., CRC Press, 2001.
- Currey J.**, *"Bones: Structure and mechanics"*. E.U.A. : Princeton, University Press, 2002.
- Currey J.D.**, *"The many adaptations of bone"*. s.l. : Journal of Biomechanics, págs. 36: 1487-1495, 2003.
- Day J.**, *"Bone Quality: The mechanical effects of microarchitecture and matrix properties"*. Rotterdam, Netherlands : Department of Orthopaedics, Erasmus MC, 2005.
- Deng H. W. y Liu Y. Z.**, *"Current topics in bone biology"*. Hackensack, NJ : World Scientific, 2005.
- Enciclopedia Microsoft® Encarta®**, 2002.
- Fawcett J.**, *"Tratado de histología"*. s.l. : Interamericana, 1989.
- Fierro, C. M.**, *"Correlación entre los resultados de la escala FRAX valorando factores de riesgo para fracturas osteoporóticas y la evaluación de la densidad mineral ósea por densitometría de cadera"*. México, Ciudad Universitaria, UNAM : Centro Nacional de Atención Investigación y Capacitación para la Rehabilitación e Integración Educativa Gaby Brimmer, 2013.
- Fyhrie D. P. y Schaffler M. B.**, *"Failure mechanisms in human vertebral cancellous bone"*. s.l. : Bone, Vol. 15, págs. 105-109, 1994.
- Gartner L. P. y Hiatt J. L.**, *"Histología básica + student consult"*. España : Elsevier, 2011.
- Gibson L. J.**, *"The mechanical behaviour of cancellous bone"*. s.l. : Journal of Biomechanics, vol. 18, 1985.
- Gibson L. J.**, *"Biomechanics of celular solids"*. Massachusetts : Journal of Biomechanics 38, págs. 377-399, 2005.
- Gibson L. J. y Ashby M. F.**, *"Cellular solids"*. Cambridge, Inglaterra : Cambridge University Press, 1997.
- Gómez G. F. y Figueroa F.**, *"Epidemiología en fracturas en mayores de 50 años"*. Ciudad de México, México : Revista mexicana de reumatología, págs. 119-124, 1997.
- Griffith A. A.**, *"The phenomena of ruptura and flow in solids"*. England, Philosophical Transaction of the Royal Society of London, Serie A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, Vol. 221, págs. 163-198, 1921.
- Guerrero V. L.**, *"Análisis de un modelo de hueso femoral mediante FEM"*. Ciudad de México, México, Tesis UNAM : s.n., 2014.
- Guo X. E. y Kim C. H.**, *"Mechanical Consequences of trabecular bone loss and its treatment: A three-dimensional model simulati6n"*. New York, U.S.A. : Elsevier, Vol. 30, págs. 404-411, 2002.
- Hakulinen M.**, *"Prediction of density, structure and mechanical properties of trabecular bone using ultrasound and X-ray techniques"*. s.l. : Doctoral dissertation, University of Kuopio, 2006.
- Hodgkinson y Currey.**, *"Young's modulus, density and material properties in cancellous bone over a large density range"*. s.l. : Journal of Materials Science: Materials in Medicine , 1992.
- Huayue C. y Kin-ya K.**, *"Bone three-dimensional microstructural features of the common osteoporotic fracture sites"*. Jap6n : World J. Orthop, págs. 486-495, 2014.
- Jeremy C. M.**, *"Relationship between CT intensity, micro.architecture and mechanical properties of porcine vertebral cancellous bone"*. Singapur, Elsevier, 2005.

- Kanis J. A. y otros.**, "European guidance for the diagnosis and management of osteoporosis in postmenopausal women". s.l. : National Library of Medicine, U.S., Osteoporos Int., págs. 23-57, 2013.
- Keaveny T. M. y Hayes W. C.**, "A 20 year perspective on the mechanical properties of trabecular bone". s.l. : Journal of Biomechanics, Engineering, vol. 115, 1993.
- Kim D. G. y Huja S. S.**, "Relationship of viscosity with contact hardness and modulus of bone matrix measured by nanoindentation". England : Journal of Biomechanics, págs. 132(2): 1-5, 2010.
- Kim H. y Al-Hassani S.**, "A morphological model of vertebral trabecular bone". South Korea : Journal of Biomechanics, Vol. 35, págs. 1101-1114, 2002.
- Kotha S.**, "Tensile damage and its effects on cortical bone". s.l. : Journal of Biomechanics, págs. 36: 1683-1689, 2003.
- Ladd A. J. y Kinney J.**, "Numerical errors and uncertainties in finite-element modeling of trabecular bone". s.l. : Journal of Biomechanics, 1998.
- Ladd, A. J. y otros.**, "Finite element modeling of trabecular bone: comparison with mechanical testing and determination of tissue modulus". s.l. : J. Orthop. Res., págs. 16: 622, 1998.
- Lalegname A.**, "Análisis micromecánico de hueso". s.l. : Mecánica computacional, págs. 21: 2530-2538, 2002.
- López C. H.**, "Simulación numérica de ensayos de compresión para determinar las propiedades mecánicas de materiales celulares". Ciudad de México, México, Tesis UNAM : s.n., 2010.
- Martín J. J.**, "Modelización del comportamiento mecánico de una espuma metálica". Madrid, España : Universidad Carlos III de Madrid, Dpto de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, 2009.
- Martin R. B. y otros.**, "Osteonal structure in the equine third metacarpus". s.l. : Bone, págs. 19: 165-171, 1996.
- Martínez D.**, "Estudio de las propiedades mecánicas del tejido óseo y sus mecanismos de evaluación". Ciudad de México, México, Tesis UNAM : s.n., 2006.
- Martínez H. D.**, "Determinación experimental de las propiedades mecánicas del tejido óseo". México, Instituto de Investigación en Materiales, Tesis UNAM : s.n., 2010.
- Maximow A.**, "Tratado de histología". U.S.A. : Labor, 1960.
- McDonnell P. y otros.**, "Investigation of the mechanical interaction of the trabecular core with an external shell using rapid prototype and finite element models". Ireland : Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, 2010.
- McElhaney H. y Byars.**, "Dynamic response of biological materials". s.l. : ASME 65 WMHUF-9, págs. 1-8, 1965.
- Melini B. P.**, "Síntesis de hidroxapatita para la fabricación de implantes de hueso". Guatemala : Universidad Rafael Landívar, 2008.
- Morgan E. F. y Boussein M.**, "Use of finite element analysis to assess bone strength". Massachusetts, USA : BoneKEy-Osteovision, págs. 8-19, 2005.
- Morgan E. F. y Keaveny T.**, "Dependence of yield strain of human trabecular bone on anatomic site". USA : Journal of Biomechanics, 2001.

- Mullender M. G. y otros.**, "*Osteocyte density and histomorphometric parameters in cancellous bone of the proximal fémur in five mammalian species*". s.l. : Journal Orthop, 1996.
- Müller R. y Rügsegger P.**, "*Analysis of mechanical properties of cancellous bone under conditions of simulated bone atrophy*". s.l. : Journal of Biomechanics, Vol. 29, págs. 1053-1060, 1996.
- Nasser-Nemat M. H.**, "*Micromechanics: Overall properties of heterogeneous materials*". Nueva York : s.n., 1998.
- Niebur G. L.**, "*High-resolution finite element models with tissue strength asymmetry accurately predict failure of trabecular bone*". s.l. : Journal of Biomechanics, vol. 33, págs. 1575-1583, 2000.
- Nordin M. y Frankel V. H.**, "*Basic biomechanics of the musculoskeletal system*". Philadelphia, London : Lea and Febiger, 2d ed., 1989.
- Peña G. O.**, "*Caracterización microestructural del hueso esponjoso*". Ciudad de México, México, Tesis UNAM : s.n., 2009.
- Pérez L. E., y otros.**, "*Actualización 2011 del consenso de la sociedad española de reumatología de osteoporosis*". Reumat. Clin., España : s.n., págs. 357-379, 2011.
- Radin E. L. y Rose R. M.**, "*Role of subchondral bone in the initiation and progression of cartilage damage*". s.l. : Clin Orthop, Vol. 213, págs. 34-40, 1986.
- Ramírez E. I.**, "*Desarrollo de un modelo micromecánico para las predicciones de las propiedades de hueso mediante paquetería de elemento finito*". Ciudad de México, México, Tesis UNAM : s.n., 2007.
- Reilly D. y Burstein A.**, "*The mechanical properties of cortical bone*". s.l. : The journal of bone, págs. 56: 1001-1022, 1974.
- Rho J., Kuhnspearing L. y Zioupos P.**, "*Mechanical properties and the hierarchical structure of bone*". s.l. : Medical Engineering & Physics, 1998.
- Rice J. C. y otros.**, "*The fabric dependence of the orthotropic elastic constants of cancellous bone*". s.l. : Journal of Biomechanics, vol. 23, págs. 549-561, 1990.
- Ruiz C. O.**, "*Efecto en la resistencia mecánica del hueso esponjoso al variar la densidad y arquitectura trabecular*". México, Instituto de Investigación en Materiales, Tesis UNAM : s.n., 2010.
- Sadat-Shojai M. y otros.**, "*Synthesis method for nanosized hydroxiapatite with diverse structures*". s.l. : Acta Biomaterialia, Volume 9, 2013.
- Schneck D. J.**, "*Mechanics of hard tissue*". s.l. : Biomechanics: principles and applications, CRC Press, 2003.
- Shi X.**, "*Effects of Architecture on Microdamage: Suscepribility in trabecular bone*". Indiana, Doctorado, Universidad de Notre Dame : s.n., 2010.
- Silva M. J. y Gibson L. J.**, "*Modeling the mechanical behavior of vertebral trabecular bone: Effects of age-related changes in microstructure*". s.l. : Bone, vol. 21, nº 2, págs. 191-199, 1997.
- Solano U. A.**, "*Las leyes de la ortopedia*". s.l. : Revista colombiana de ortopedia y traumatología, 2006.-
- Teo J. C. y otros.**, "*Relationship between CT intensity, micro.architecture and mechanical properties of porcine vertebral cancellous bone*". Singapur : Elsevier, 2005.

**Thompson, P.W.**, "A fracture risk profile using single-site bone density assessment and clinical risk factors". U.S.A. : Journal of Clinical Densitometry, págs. 73-77, 2000.

**Turner C. H. y Burr D. B.**, "Basic biomechanical measurements of bone: a tutorial". s.l. : Journal Biomechanics, 1993.

**Vargas A. y otros.**, "Principios físicos básicos del ultrasonido, sonoanatomía del sistema musculoesquelético y artefactos ecográficos". México : Acta Ortopédica Mexicana, 2008.

**Yang G. y otros.**, "The anisotropic Hooke's law for cancellous bone and word". s.l. : J. Elasticity, 1999.

**Yener N. Y. y David P. F.**, "A rate-dependent microcrack-bridging model that can explain the strain rate dependency of cortical bone apparent yield strength". s.l. : Journal of Biomechanics, vol. 36, págs. 1343-1353, 2003.

**Yeni Y. N.**, "Fracture toughness of human femoral neck: effect of microstructure, composition and age". s.l. : Bone, págs. 26: 499-504, 2000.

**Yuehuei H. y Draughn R. A.**, "Mechanical testing of bone and the bone-implant interface". U.S.A. : Ed. CRC Press, 2000.

**web 1.** <http://4.bp.blogspot.com/--w84a8H9XEo/UTdVe-kzSxI/AAAAAAAAACIM/66dp-Q1D9A4/s640/tipos+de+huesos.png>. Fecha de consulta 23/01/15.

**web 2.** <http://www.gla.ac.uk/t4/~fbls/files/fab/images/generic/bocompac.jpg>. Fecha de consulta 26/01/15.

**web 3.** [https://curiosoando.com/wp-content/uploads/2014/10/esquema\\_sistema\\_de\\_Havers.png](https://curiosoando.com/wp-content/uploads/2014/10/esquema_sistema_de_Havers.png). Fecha de consulta 27/01/15.

**web 4.**  
[http://www.sciteconline.com/language/es/catalog/guide\\_to\\_vitamins/images/guide\\_to\\_vitamins-05.jpg](http://www.sciteconline.com/language/es/catalog/guide_to_vitamins/images/guide_to_vitamins-05.jpg).  
Fecha de consulta 29/01/15.

**web 5.** <http://hansmalab.physics.ucsb.edu/images/SEMbone.jpg>. Fecha de consulta 23/01/15.

## ANEXO 1.

---

(\*Modelo 3D de hueso trabecular\*)

**a)**

(\*Llamando la función\*)

```
Needs["ComputationalGeometry`"];
```

(\*Puntos generadores\*)

```
pts= ;
```

```
DT = DelaunayTriangulation[pts];
```

```
hull = ConvexHull[pts];
```

(\*Vértices y conectividad\*\*lista 1 (vvert) y lista 2 (vcon)\*)

```
{vvert, vcon} = VoronoiDiagram[pts, DT, hull];
```

**b)**

(\*Puntos frontera\*)

```
MaX = ; MaY = ;
```

```
bo = {{0, 0}, {MaX, 0}, {MaX, MaY}, {0, MaY}};
```

(\*Estructura 2D\*\*Diagrama con frontera\*)

```
{vvert1, vcon1} = BoundedDiagram[bo, pts, DT, hull];
```

**c)**

(\*Vértices y conectividad\*frontera\*)

```
vc = vcon1[[All, 2]];
```

(\*Creación de elementos de 2 nodos\*)

```
nt = Sort[
```

```
  Flatten[Table[{vc[[i, j]], vc[[i, j + 1]]}, {i, Length[vc]}, {j,
```

```
    Length[vc[[i]]] - 1}], 1]];
```

(\*Eliminación de elementos duplicados\*)

```
nre = Complement[nt,
```

```
  Union[Flatten[
```

```
    Table[If[
```

```
      nt[[i]] == {nt[[j, 2]], nt[[j, 1]]}, {nt[[j, 1]], nt[[j, 2]]},
```

```
      ""], {i, Length[nt]}, {j, i, Length[nt]}, 1]]];
```

```
efro = {MaX, MaY, 0, 0.};
```

```
efr = Flatten[Table[Position[vvert1, efro[[i]]], {i, Length[efro]}, 1];
```

```
ef = Union[Table[efr[[i, 1]], {i, Length[efr]}];
```

```
ee = Flatten[
```

```
  Table[{ef[[i]], ef[[j]]}, {i, Length[ef]}, {j, Length[ef]}, 1];
```

(\*Conectividad entre nodos frontera\*)

```
nee = Complement[nre, ee];
```



```
(*Eliminación de nodos desconectados*)
nef = Flatten[nee];
ndel = Complement[ef, nef];
(*Coordenadas de los vertices a eliminar*)
vdel = Table[vvert1[[i]], {i, Min[ndel], Max[ndel]}];
(*Lista de coordenadas de los vértices corregida (vvert11)*)
vvert11 = Drop[vvert1, {First[ndel], Last[ndel]}] // N;
(*Lista de conectividad de elementos corregida (ne)*)
nn = Table[
  If[nef[[i]] >= Min[ndel], nef[[i]] - Length[ndel], nef[[i]]], {i,
  Length[nef]};
nnp = Table[{nn[[i]], nn[[i + 1]]}, {i, 1, Length[nn] - 1, 2}];
ne = Complement[nnp, ee];
```

**d)**

```
(*Estructura 2D**Diagrama corregido*)
Con2D[vvertT_, neTT_] := Module[{e, n},
  e = Table[
    Graphics[{RGBColor[.3, .3, 1], Thick,
      Line[vvertT[[neTT[[i]]]]}], {i, Length[neTT]};
  n = ListPlot[vvertT, PlotStyle -> {Green, PointSize[0.015]}];
  Show[e, n, AspectRatio -> Automatic]]
```

```
Con2D[vvert11, ne]
```

**e)**

```
vvertt=List[{{(*Coordenadas de los vértices de todas las secciones*)}}]
net=List[{{(*Conectividad de los elementos de todas las secciones*)}}]
(*Generando coordenadas 3D**promedio de longitudes trab. transv.*)
zi = Table[
  Random[Integer, {" "}], {Max[
  Table[Length[vvertt[[i]]], {i,
  Length[vvertt]}]}];
(*Distorsión en Z**MaX/Length[vvertt]**lista de vértices estructura 3D completa**lista 1*)
vverT = Flatten[
  Table[Insert[
    vvertt[[i, j]], (MaX/(Length[vvertt] - 1) - 194/8)*i - 0.1 +
    zi[[j]], 3], {i, Length[vvertt]}, {j, Length[vvertt[[i]]}], 1];
```

**f)**

```
(*Obteniendo máximos de cada plano*)
Mp = Table[Max[Flatten[posverT[[i]]], {i, Length[posverT]}];
(*Sumando máximos**eliminando numeración repetida*)
neT = {Table[net[[1]][[i]], {i, Length[net[[1]]]},
  Table[net[[2]][[i]] + Mp[[1]], {i, Length[net[[2]]]},
  Table[net[[3]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]], {i, Length[net[[3]]]},
```

```

Table[net[[4]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]], {i,
  Length[net[[4]]]},
Table[net[[5]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]] + Mp[[4]], {i,
  Length[net[[5]]]},
Table[net[[6]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]] + Mp[[4]] +
  Mp[[5]], {i, Length[net[[6]]]},
Table[net[[7]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]] + Mp[[4]] +
  Mp[[5]] + Mp[[6]], {i, Length[net[[7]]]},
Table[net[[8]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]] + Mp[[4]] +
  Mp[[5]] + Mp[[6]] + Mp[[7]], {i, Length[net[[8]]]},
Table[net[[9]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]] + Mp[[4]] +
  Mp[[5]] + Mp[[6]] + Mp[[7]] + Mp[[8]], {i, Length[net[[9]]]};

```

**g)**

```

(*Generando conectividad (ne) de cada plano*)
posverT =
Table[Position[vvertt[[i]], vvertt[[i]][[j]]], {i,
  Length[vvertt] - 1}, {j, Length[vvertt[[i]]]};
(*Obteniendo nodos para conectividad entre planos**eliminando nodos frontera*)
efro2 = {MaX, MaY, 0, 0.};
efr2 = Flatten[Table[Position[vverT, efro2[[i]]], {i, Length[efro2]},
  1];
ef2 = Union[Table[efr2[[i, 1]], {i, Length[efr2]}];
(*Separando nodos pertenecientes a cada plano**sin nodos frontera*)
fneT = Table[Union[Flatten[neT[[i]]], {i, Length[neT]}];
ncp = Flatten[{Table[Complement[fneT[[i]], ef2], {i, Length[fneT]}},
  1];
(*Conectividad entre nodos de diferentes planos **en pares*)
cp = Flatten[
  Table[{ncp[[i, j]], ncp[[i + 1, k]]}, {i, Length[ncp] - 1}, {j,
    Length[ncp[[i]]]}, {k, Length[ncp[[i + 1]]]}, 2];
fcp = Flatten[
  cp];(*vcp=Table[vvertT[[i]],{i,1,Length[fcp],fcp[[j]]},{j,Length[\
  fcp]}];*)
(*Obteniendo coordenadas de los nodos de conectividad entre planos*)
tt = Table[
  If[fcp[[{i}]] == Flatten[Position[vverT, vverT[[fcp[[i]]]]],
    vverT[[fcp[[i]]], False], {i, Length[fcp]}];
(*Calculando las distancias entre nodos*)
dis = Table[\[Sqrt]((tt[[i + 1, 1]] -
  tt[[i, 1]])^2 + (tt[[i + 1, 2]] -
  tt[[i, 2]])^2 + (tt[[i + 1, 3]] - tt[[i, 3]])^2)
, {i, 1, Length[tt] - 1, 2};
(*Generando elementos de conectividad entre planos para agregar en neT*)
(*Desviación típica medida en planos transversales**escalada*)
Lt1 = ; Lt2 = ;
ecp = Union[
  Flatten[Table[
    If[Lt1 >= dis[[i]] >= Lt2, Position[dis, dis[[i]]], False], {i,

```

```

Length[dis]]];
ecp1 = Table[cp[[ecp[[i]]], {i, Length[ecp] - 1}];
(*Eliminando nodos repetidos en conectividad entre planos**primera posición*)
neT1 = Union[
  Table[If[ecp1[[i, 1]] == ecp1[[i + 1, 1]], {1, 1}, ecp1[[i]], {i,
    Length[ecp1] - 1}];
(*Eliminando nodos repetidos en conectividad entre planos**segunda posición*)
neT2 = Complement[neT1,
  Union[Flatten[
    Table[If[neT1[[i, 2]] == neT1[[i + j, 2]], neT1[[i], ""], {i,
      Length[neT1]}, {j, Length[neT1] - i}], 1]];
(*Obteniendo conectividad total al unir conectividad de cada plano y entre planos** lista de
conectividad estructura 3D completa**lista 2*)
neTT = Join[Take[neT2, -(Length[neT2] - 1)], Flatten[neT, 1]];
(*Estructura 3D**alambre *)
Con3D[vvertT_, neTT_] := Module[{e, n},
  e = Table[
    Graphics3D[{RGBColor[.3, .3, 1], Thick,
      Line[vvertT[[neTT[[i]]]]}], {i, Length[neTT]};
  n = Table[
    Graphics3D[{Green, PointSize[0.015], Point[vvertT[[i]]}], {i,
      Length[vvertT]};
  Show[e, n, AspectRatio -> Automatic]]

Con3D[vverT, neTT]

```

## ANEXO 2.

---

(\*Modelo 3D de hueso trabecular con pérdida de elementos \*)

**a)**

(\*Eliminando elementos de cada plano\*)

```
ne1 = Complement[nei[[" "]], Complement[nnp, nee]];
nett = Complement[nei[[" "]], RandomSample[ne1, ""]];
(*Conectividad (net) con elementos eliminados de cada plano*)
in = ;
net1 = {ne0[[in]], ne2[[in]], ne3[[in]], ne4[[in]], ne5[[in]],
  ne6[[in]], ne7[[in]], ne8[[in]], ne9[[in]]};
neT11 = {Table[net1[[1]][[i]], {i, Length[net1[[1]]]},
  Table[net1[[2]][[i]] + Mp[[1]], {i, Length[net1[[2]]]},
  Table[net1[[3]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]], {i, Length[net1[[3]]]},
  Table[net1[[4]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]], {i,
  Length[net1[[4]]]},
  Table[net1[[5]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]] + Mp[[4]], {i,
  Length[net1[[5]]]},
  Table[net1[[6]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]] + Mp[[4]] +
  Mp[[5]], {i, Length[net1[[6]]]},
  Table[net1[[7]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]] + Mp[[4]] +
  Mp[[5]] + Mp[[6]], {i, Length[net1[[7]]]},
  Table[net1[[8]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]] + Mp[[4]] +
  Mp[[5]] + Mp[[6]] + Mp[[7]], {i, Length[net1[[8]]]},
  Table[net1[[9]][[i]] + Mp[[1]] + Mp[[2]] + Mp[[3]] + Mp[[4]] +
  Mp[[5]] + Mp[[6]] + Mp[[7]] + Mp[[8]], {i, Length[net1[[9]]]}}};
```

**b)**

(\*Pérdida de conectividad entre planos\*\*(neT2)\*)

```
ttra = RandomSample[Take[neT2, -(Length[neT2] - 1)], ""]
tneT2 = RandomSample[
  Complement[Take[neT2, -(Length[neT2] - 1)], Flatten[ttra, 1]], ""]
```

(\*Elementos transversales perdidos\*\*(Ttra)\*)

Ttra = ;

(\*Generando diagrama con elementos eliminados\*\*nueva lista 2 (neTD)\*)

```
neTD = Union[Flatten[neT11, 1],
  Complement[Take[neT2, -(Length[neT2] - 1)],
  Flatten[Take[Ttra, "", 1]]];
```

```
Con3D[vverT, neTD]
```