

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA  
CURSOS ABIERTOS

**XX CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**  
**MODULO I: RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA DISEÑO**

Del 20 al 23 de junio de 1994.

**DIRECTORIO DE PROFESORES**

1. Dr. Shri K. Singh  
Investigador titular C  
Universidad Nal. Aut. de México  
Ciudad Universitaria  
04510 México, D.F.  
Tel. 676 20 64
2. Ing. Sonia E. Ruíz  
Investigadora titular B  
UNAM  
Ciudad Universitaria  
04510 México, D.F.  
Tel. 622 34 64
3. Dr. Luis Esteva Maraboto  
Director investigador  
Instituto de Ingeniería, UNAM  
Ciudad Universitaria  
04510 México, D.F.  
Tel. 548 30 44
4. Ing. Jaime García Pérez  
Ingeniero  
Av. Universidad 2042 Edif. 7-701  
Col. Copilco Universidad  
04510 México, D.F.  
Tel. 658 97 51
5. Ing. Francisco José Sánchez Sesma  
Investigador titular  
Inst. de Ingeniería, UNAM  
Ciudad Universitaria  
04510 México, D.F.  
Tel. 506 33 41
6. Ing. Luis Eduardo Pérez Rocha  
Investigador  
Centro de investigación Sísmica A.C.  
Fundación Javier Barros Sierra  
Camino al Ajusco 203  
Col. Heroés de Padierna  
14200 México, D.F.  
Tel. 645 49 59
7. Ing. Ernesto Heredia Zavoni  
Investigador  
Instituto de Ingeniería, UNAM  
Ciudad Universitaria  
04510 México, D.F.  
Tel. 658 99 29

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA  
CURSOS ABIERTOS

**XX CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**  
**MODULO I: RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA DISEÑO**

Del 20 al 23 de junio de 1994.

**DIRECTORIO DE ASISTENTES**

1. Ing. Orlando Ramírez Boscan  
Profesor Visitante  
Univers. Nal. Aut. del Edo. de Méx.  
Ciudad universitaria  
04510 México, D.F.  
Tel. 622 34 66
2. Arq. Alfonso Cacho Vázquez  
Catedrático  
U.N.A.M.  
Ciudad Universitaria  
04510 México, D.F.  
Tel. 595 88 14
3. Sixto Fernández Ramírez
4. Sergio Méndez Méndez
5. Ing. Rodrigo Osorio Mora  
Profesor tiempo completo  
Universidad GAFIT  
Carr. 49 N-7 Sur 50  
Tel. 266 05 00
6. Alejandro Ramírez Guzmán  
Comisión Fed. de Electricidad
7. Ing. Guillermo Luis Gabrielli  
Ingeniero Civil Consultor  
Andrade 443, 1641 Acassuso  
Acassuso, Argentina  
Tel. 743 69 75
8. M. en C. Orlando Ramírez Boscan  
Ingeniero Civil  
Av. Universidad 1864 Depto. 8  
Col. Oxtopulco Universidad  
04318 México, D.F.  
Tel. 658 53 95

DIVISION DE EDUCACION CONTINUA  
 CURSOS ABIERTOS  
**XX CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**  
**MODULO I RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA DISEÑO**

Del 20 al 23 de junio de 1994

FECHA	HORARIO	TEMA	PROFESOR
Lunes 20	17:00 a 18:30 hrs. 18:30 a 19:30 hrs. 19:30 a 21:00 hrs.	Conceptos fundamentales de sismología Conceptos Fundamentales de probabilidad Plantamiento general	Ing. S.K. Singh Ing. S.E. Ruíz Dr. Luis Esteva Maraboto
Martes 21	17:00 a 18:30 hrs. 18:30 a 19:30 hrs. 19:30 a 21:00 hrs.	Sismicidad local: Teoría y aplicaciones Vibraciones aleatorias Leyes de atenuación teoría y aplicaciones	Ing. J. García Ing. S.E. Ruíz Ing. J. García
Miércoles 22	17:00 a 19:30 hrs. 19:30 a 21:00 hrs.	Condiciones locales: Teoría Condiciones locales: Aplicaciones	Ing. Francisco Sánchez Sesma Ing. L.E. Pérez Rocha
Jueves 23	17:00 a 18:30 hrs. 18:30 a 19:30 hrs. 19:30 a 21:00 hrs.	Confiabilidad y optimación Selección de espectros de diseño Espectros de diseño: Aplicaciones	Dr. Luis Esteva Maraboto Dr. Luis Esteva Maraboto Ing. J. García



1.- ¿LE AGRADO SU ESTANCIA EN LA DIVISION DE EDUCACION CONTINUA?

SI	NO
----	----

SI INDICA QUE "NO" DIGA PORQUE.

2.- MEDIO A TRAVES DEL CUAL SE ENTERO DEL CURSO:

PERIODICO EXCELSIOR		FOLLETO ANUAL		GACETA UNAM		OTRO MEDIO	
PERIODICO EL UNIVERSAL		FOLLETO DEL CURSO		REVISTAS TECNICAS			

3.- ¿QUE CAMBIOS SUGERIRIA AL CURSO PARA MEJORARLO?

---

---

4.- ¿RECOMENDARIA EL CURSO A OTRA(S) PERSONA(S)?

SI		NO	
----	--	----	--

5.- ¿QUE CURSOS LE SERVIRIA QUE PROGRAMARA LA DIVISION DE EDUCACION CONTINUA.

---

---

6.- OTRAS SUGERENCIAS:

---

---

**RELACION DE TEMAS PARA EL CURSO INTERNACIONAL  
DE INGENIERIA SISMICA**

NOMBRE	TEMA
1. Dra. Sonia E Ruiz	Conceptos fundamentales de la teoría de probabilidades para análisis de riesgo sísmico
2. Dr. Luis Esteva	Seismicity
3. Jaime Cárdena	Riesgo sísmico
4. Sonia E Ruiz	Espectros de respuesta y de diseño
5. Dr. Fco. Sánchez Sesma Ing. Luis E. Pérez Rocha	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Evaluación de la respuesta sísmica de depósitos de suelo blando mediante la superposición de haces gaussianos</li> <li>- Ground motion on stratified alluvial deposits for incident SH waves</li> <li>- Site effects on strong ground motion</li> <li>- Características sísmicas de la ciudad de México</li> </ul>
6. Dr. Luis Esteva	Riesgo sísmico y espectros de diseño en la República Mexicana

NOTA: Debido a que el Dr. Singh se encuentra fuera del país, se le enviará después su tema.

CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

ANALISIS DE RIESGO SISMICO

T E M A

CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LA TEORIA DE PROBABILIDADES PARA  
ANALISIS DE RIESGO SISMICO

Dra Sonia E. Ruiz

# CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LA TEORIA DE PROBABILIDADES PARA ANALISIS DE RIESGO SISMICO

## INTRODUCCION

La teoría de Probabilidades es una herramienta muy útil para evaluar el riesgo sísmico.

Dado que la naturaleza de los temblores no es de tipo determinista, el problema debe tratarse mediante modelos probabilistas. Por ejemplo, existen grandes incertidumbres respecto a las coordenadas del foco, magnitud del evento, tiempo de ocurrencia, relaciones magnitud-intensidad, etc.

No es posible decir con certeza cuando ocurrirá un temblor, pero sí podemos decir qué tan probable es que ocurra. El tiempo de ocurrencia de los sismos de diferentes características originados en una determinada fuente puede expresarse mediante un *proceso estocástico*, que es una descripción matemática de la forma en que varía con el tiempo la ocurrencia de ciertos eventos.

Para formular un modelo de sismicidad y estimar sus parámetros sería deseable contar con un número suficiente de registros de movimientos sísmicos fuertes, de las características de su fuente y de su ubicación, sin embargo esta información es muy escasa por lo que se tiene que hacer uso de técnicas estadísticas más refinadas (por ejemplo el teorema de Bayes).

Enseguida se presenta un repaso de los conceptos fundamentales de la teoría de Probabilidades para la mejor comprensión del análisis de riesgo sísmico.

# NOCIONES DE TEORIA DE PROBABILIDADES

## AXIOMAS FUNDAMENTALES

AXIOMA 1.- La probabilidad de un evento A se encuentra 0 y 1

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

AXIOMA 2.- La probabilidad de la unión de dos eventos mutuamente exclusivos es igual a la suma de sus probabilidades.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Si estos no son mutuamente exclusivos, entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

## PROBABILIDAD CONDICIONAL

La probabilidad de que ocurra un evento A, dado que conocemos el resultado de un evento B es igual a

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (1)$$

De donde

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

Generalizando,

$$P(A \cap B \cap C \dots \cap N) = P(A|B \cap C \dots) P(B|C \cap \dots) \dots P(N)$$

Si los eventos son independientes entre sí, entonces

$$P(A \cap B \cap C \dots \cap N) = P(A)P(B)P(C) \dots P(N)$$

## TEOREMA DE PROBABILIDADES TOTALES

Dado un conjunto de eventos mutuamente exclusivos y colectivamente exhaustivos,  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , es posible siempre expresar la probabilidad  $P(A)$  de otro evento  $A$  como sigue

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + \dots = \sum_{i=1}^n P(A \cap B_i)$$

Entonces

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i) P(B_i) \quad (2)$$

## TEOREMA DE BAYES

La probabilidad condicional de  $A_j$  dado que ha ocurrido el evento  $B$  es

$$P(A_j|B) = \frac{P(A_j \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B \cap A_j)}{P(B)} \quad (3)$$

Por lo visto en las definiciones anteriores es posible llegar a lo siguiente

$$P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j) P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i) P(A_i)}, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Generalmente a la probabilidad resultante se le llama "a posteriori" y a la probabilidad  $P(A_j)$  se le llama "a priori"

## DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD DE LAS VARIABLES ALEATORIAS

El comportamiento de una variable aleatoria se describe a través de leyes probabilísticas representadas mediante funciones de distribución de probabilidad.

En el caso de variables aleatorias discretas estas leyes se repre

sentan mediante FUNCIONES DE MASA DE PROBABILIDAD, en el caso de variables continuas se utilizan las FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD. Cuando se tratan varias variables a la vez el comportamiento lo determinan leyes de probabilidad CONJUNTAS.

### DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD MARGINAL

El comportamiento de una (o varias) variable (s) aleatoria(s) se puede obtener a partir de una distribución conjunta, integrando sobre todos los valores de las variables cuyo comportamiento no interesa. La función que representa a este comportamiento es la distribución de probabilidad MARGINAL. Por ejemplo sean X y Y variables aleatorias continuas, con densidad de probabilidades  $f_{x,y}(x, y)$ ; entonces la función de probabilidad marginal de x es igual a

$$f_x(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x, y) dy \quad (5)$$

Generalizando

$$f_{x_1, x_2}(x_1, x_2) = \iiint \dots \int_D f_{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) dx_3 \dots dx_n$$

### DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD CONDICIONAL

Si en una función de distribución de probabilidad conjunta algunas variables adquieren valores fijos la función de distribución de probabilidad normalizada resultante representa a la distribución CONDICIONAL. Sean X y Y variables aleatorias continuas y  $f_{x,y}(x, y)$  su función de distribución; si Y adquiere el valor  $y_0$ , entonces la función de probabilidad condicional de X es igual a

$$f_{x|y}(x, y_0) = \frac{f_{x,y}(x, y_0)}{f_y(y_0)} \quad (6)$$

En donde

$$f_y(y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{x,y}(x, y_0) dx$$

## FUNCION-DE DISTRIBUCION ACUMULADA

Una forma alternativa de representar el comportamiento de una variable aleatoria es mediante la función de distribución acumulada. El valor de dicha función,  $F_X(x)$ , es igual a la probabilidad de que la variable aleatoria sea menor o igual que el argumento, es decir

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(u) du$$

La función de distribución  $f_X(x)$  se puede encontrar a partir de la función acumulada, a través de

$$\frac{dF_X(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left[ \int_{-\infty}^x f_X(u) du \right] = f_X(x)$$

Sus propiedades son las siguientes

$$0 \leq F_X(x) \leq 1$$

$$F_X(-\infty) = 0$$

$$F_X(\infty) = 1.$$

$$F_X(x_2) - F_X(x_1) = P[x_1 < X \leq x_2]$$

## MOMENTOS DE UNA VARIABLE ALEATORIA

Media ó valor esperado de una variable continua X

$$m_x = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$$

Variancia de una variable continua X

$$\sigma_x^2 = \text{var}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f_X(x) dx = E[x^2] - E^2[x]$$

Desviación estandard de una variable continua X;

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$$

# FUNCIONES DE MASA DE PROBABILIDAD:

## BINOMIAL Y DE POISSON

Enseguida se tratan dos distribuciones de variables aleatorias discretas; discontinua de orden finito la BINOMIAL y de orden infinito la de POISSON

### DISTRIBUCION BINOMIAL

Se aplica a experimentos de Bernoulli (acepta únicamente dos posibles resultados: éxito y fracaso).

Sea

$p$  = probabilidad de obtener éxito

$q = 1 - p$  = probabilidad de obtener fracaso

La probabilidad de obtener  $x$  éxito al realizar  $n$  veces el experimento de Bernoulli es

$$\underbrace{p \cdot p \cdot p \cdot \dots \cdot p}_x \cdot \underbrace{q \cdot q \cdot q \cdot \dots \cdot q}_{n-x} = p^x q^{n-x}$$

Aquí se supuso que los  $x$  éxitos ocurren al principio. El número total de formas en que pueden presentarse los  $x$  éxitos es igual a las permutaciones de  $n$  objetos formados por dos grupos: uno de  $x$  objetos iguales y otro de  $n-x$  objetos iguales o sea igual a

$$\frac{n!}{x!(n-x)!}$$

o sea que la probabilidad buscada es la siguiente

$$P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} \quad (10)$$

La variable aleatoria  $x$  es un número entero entre cero y  $n$

Su media es igual a

$$m_x = \sum_{x=0}^n x P(x) = np$$

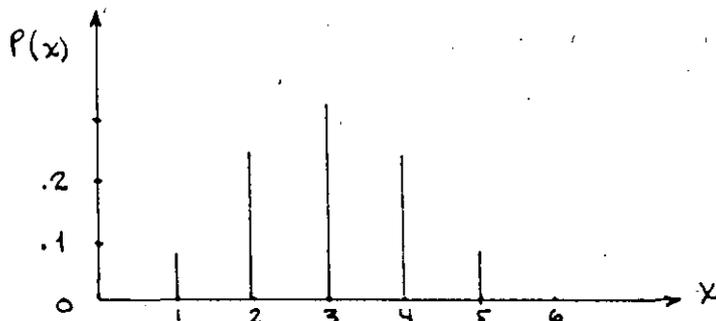
Su variancia es

$$\sigma_x^2 = \sum_{x=0}^n x^2 P(x) = npq$$

Su desviación estándar

$$\sigma_x = \sqrt{npq}$$

La representación gráfica de  $P(x)$  para  $n = 6$  y  $p = 0,5$  es como sigue



DISTRIBUCION DE POISSON

Si se considera que en la distribución binomial  $n$  tiende a infinito mientras que la probabilidad  $p$  de éxito tiende a cero, entonces la ec. (10) se convierte en

$$P(x) = \frac{\nu^x}{x!} e^{-\nu}, \quad x=0,1,2,3,\dots,\infty \quad (11)$$

Esta distribución de probabilidad se llama de POISSON de parámetro  $\nu$

Su media está dada por

$$m_x = \sum_{x=0}^{\infty} x P(x) = \nu$$

Su variancia es igual a

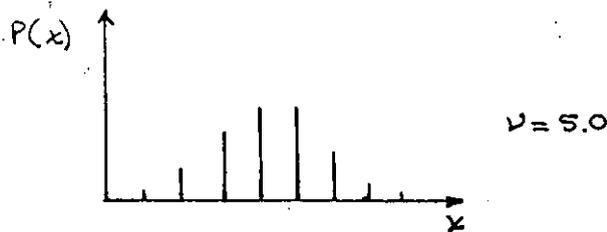
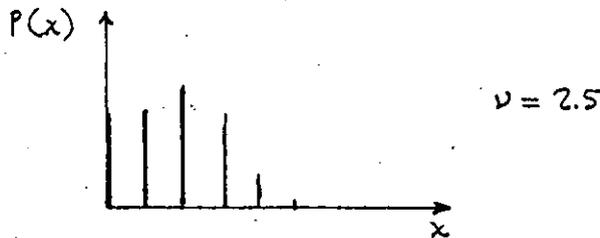
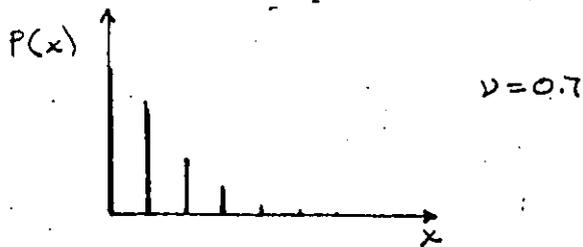
$$\sigma_x^2 = \sum_{x=0}^{\infty} x^2 P(x) = \nu$$

Su desviación estándar

$$\sigma_x = \sqrt{\nu}$$

(La distribución de Poisson de parámetros  $\nu = np$  se aproxima a la binomial siempre que  $n > 50$  y  $np < 5$ ).

En las siguientes figuras se ilustra la variación de la forma de las distribuciones con el parámetro  $\nu$ :

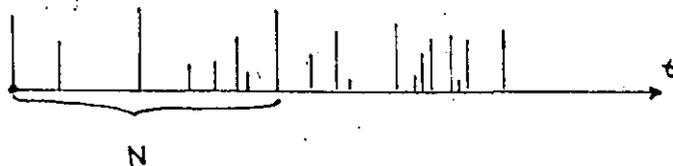


#### PROCESO DE POISSON

Este proceso representa el número de eventos que ocurre en un tiempo  $t$  cuando dichos eventos tienen distribución de Poisson; es decir,

$$P(n) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}$$

Ilustrando esto gráficamente:



En un proceso de Poisson, la media de su distribución (de Poisson) es  $m_n = \lambda t$ . Al parámetro  $\lambda$  se le llama tasa media de ocurrencia del proceso.

Un proceso de Poisson debe satisfacer las siguientes hipótesis:

## 1. ESTACIONARIEDAD

La probabilidad de un evento en un intervalo corto de tiempo  $(t, t + \Delta t)$  es aproximadamente  $\lambda(\Delta t)$  para cualquier  $t$ . Es decir que no importa qué tiempo  $t$  se elige para hacer la estimación.

## 2. NO MULTIPLICIDAD

La probabilidad de 2 o más eventos en un intervalo corto de tiempo es despreciable comparado con  $\lambda(\Delta t)$ .

## 3. INDEPENDENCIA

El número de eventos en cualquier intervalo de tiempo es independiente de el número en cualquier otro intervalo de tiempo. O sea que la ocurrencia de unos es independiente de los que ocurren en otro intervalo de tiempo.

Varios investigadores han propuesto modelos probabilísticos para describir la ocurrencia de temblores. Algunos de ellos se basan en la construcción de histogramas de tiempos de espera entre eventos sísmicos. Por simplicidad matemática frecuentemente se adopta la hipótesis que la distribución probabilística de tales tiempos de espera es de Poisson. Es decir, para una determinada región, la probabilidad de que ocurran  $n$  temblores con magnitud mayor que  $M$  en el intervalo de tiempo  $(0, t)$  es

$$p(n) = (\lambda_M t)^n e^{-\lambda_M t} / n!$$

en que  $\lambda_M$  es el número medio de temblores con magnitud mayor que  $M$  que ocurran en dicha región por unidad de tiempo. Si se considera  $n$  nulo se obtiene

$$p(0) = e^{-\lambda_M t}$$

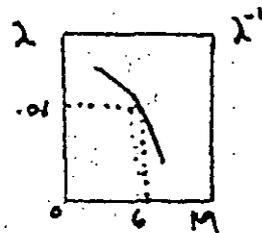
que representa la probabilidad de que no ocurran temblores con magnitud mayor que  $M$  en el intervalo de tiempo  $t$  (aún cuando no empiece en cero) es decir la probabilidad de la intensidad máxima en el intervalo  $t$

### EJEMPLO

Mediante un estudio estadístico sobre la ocurrencia de sismos en cierta región se estimó que un temblor con una magnitud igual a 6 o mayor, tiene un período de recurrencia de 100 años. Calcular las probabilidades de que en los próximos 10, 50 y 100 años no ocurra ningún sismo en dicha región cuya magnitud exceda a 6, suponiendo que la ocurrencia de los sismos se puede modelar mediante un proceso estocástico de Poisson.

$$\lambda_M = \frac{1}{100} = .01$$

$$P(n) = \frac{(.01t)^n e^{-.01t}}{n!}$$



Para  $t = 10$  años

$$P(0) = \frac{(.01 \times 10)^0 e^{-.01 \times 10}}{0!} = .905$$

Para  $t = 50$  años

$$P(0) = \frac{(.01 \times 50)^0 e^{-.01 \times 50}}{0!} = .607$$

Para  $t = 100$  años

$$P(0) = \frac{(.01 \times 100)^0 e^{-.01 \times 100}}{0!} = .368$$

Las probabilidades de que ocurra por lo menos un sismo con magnitud mayor que 6 son -

$$P_{10}(n \geq 1) = 1 - .905 = .095$$

$$P_{100}(n \geq 1) = 1 - .607 = .393$$

$$P_{1000}(n \geq 1) = 1 - .368 = .632$$

# FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD:

## EXPONENCIAL, NORMAL Y LOGNORMAL

### DISTRIBUCION EXPONENCIAL

En la sección anterior se trató el proceso de Poisson. En lo que sigue se describirá la distribución de tiempo de espera entre eventos si ellos se describen mediante un proceso de Poisson.

Si denotamos la variable aleatoria  $T$  como el tiempo de la primer ocurrencia de un evento, entonces la probabilidad de que  $T$  exceda algún valor de  $t$  es igual a la que no ocurran eventos en el intervalo de tiempo  $t$ , o sea igual a  $1 - F_T(t) = p(0)$ , o sea

$$1 - F_T(t) = e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0$$

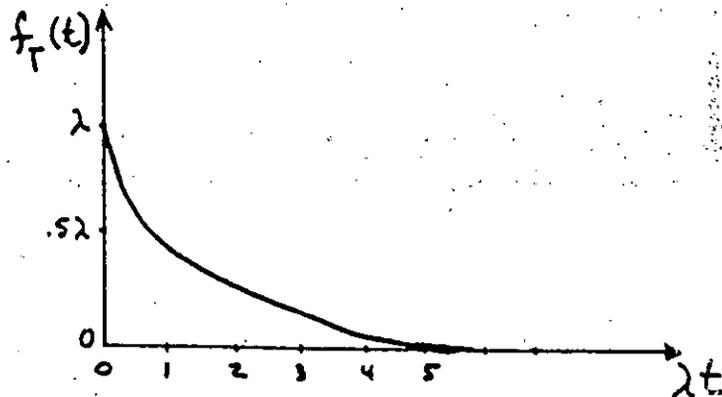
Entonces

$$F_T(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f_T(t) = \frac{dF_T(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0$$

¿Qué es la distribución exponencial? Esta describe el tiempo de la primer ocurrencia de un evento de Poisson. Pero recordando las propiedades de independencia y estacionariedad del proceso de Poisson  $e^{-\lambda t}$  es la probabilidad de que no se presenten eventos en ningún intervalo de tiempo  $t$ , aunque este no empiece en  $t = 0$ . Si utilizamos el tiempo de arribo del  $n$ -ésimo evento como el principio del intervalo de tiempo, entonces  $e^{-\lambda t}$  es la probabilidad de que el tiempo de ocurrencia del  $(n+1)$ -ésimo evento sea mayor  $t$ . Es decir, los tiempos de arribo intermedios de un Proceso de Poisson son independientes y

están distribuidos exponencialmente. Su valor esperado, conocido como periodo de recurrencia, es igual a  $(\lambda_M)^{-1}$ , su varian\_za es igual a  $(\lambda_M^2)^{-1}$



Distribución exponencial

## DISTRIBUCIÓN NORMAL

Una de las más importantes funciones dentro de la teoría de Probabilidades es la NORMAL O GAUSSIANA. Esta es aplicable a variables aleatorias continuas dentro del dominio de los números reales.

La función de densidad de probabilidad está dada por

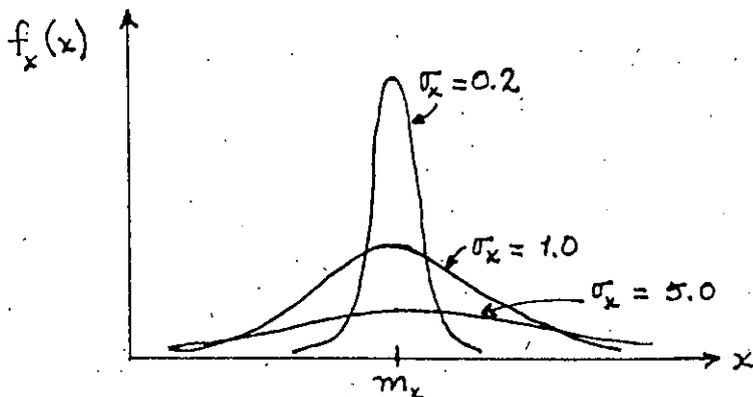
$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \quad , \quad -\infty < x < \infty \quad (13)$$

en donde

$m_x$  = media

$\sigma_x^2$  = variancia

Al examinar esta expresión se deduce que es una función simétrica con respecto a un eje vertical que pasa por  $m_x$ , que es asintótica al eje de las abscisas para valores que tiendan a  $\pm \infty$ , y, que su valor máximo corresponde a  $m_x$ . En la siguiente figura se presenta su representación cuando su media permanece constante igual a  $m_x$  y su desviación estándar ( $\sigma_x$ ) varía



## SEISMICITY

LUIS ESTEVA

*Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México*

### 6.1 ON SEISMICITY MODELS

Rational formulation of engineering decisions in seismic areas requires quantitative descriptions of seismicity. These descriptions should conform with their intended applications: in some instances, simultaneous intensities during each earthquake have to be predicted at several locations, while in others it suffices to make independent evaluations of the probable effects of earthquakes at each of those locations.

The second model is adequate for the selection of design parameters of individual components of a regional system (the structures in a region or country) when no significant interaction exists between response or damage of several such individual components, or between any of them and the system as a whole. In other words, it applies when the damage — or negative utility — inflicted upon the system by an earthquake can be taken simply as the addition of the losses in the individual components.

The linearity between monetary values and utilities implied in the second model is not always applicable. Such is the case, for instance, when a significant portion of the national wealth or of the production system is concentrated in a relatively narrow area, or when failure of life-line components may disrupt emergency and relief actions just after an earthquake. Evaluation of risk for the whole regional system has then to be based on seismicity models of the first type, that is, models that predict simultaneous intensities at several locations during each event; for the purpose of decision making, nonlinearity between monetary values and utilities can be accounted for by means of adequate scale transformations. These models are also of interest to insurance companies, when the probability distribution of the maximum loss in a given region during a given time interval is to be estimated.

Whatever the category to which a seismic risk problem belongs, it requires the prediction of probability distributions of certain ground motion characteristics (such as peak ground acceleration or velocity, spectral density, response or Fourier spectra, duration) at a given site during a single shock or of maximum values of some of those characteristics in earthquakes occurring during given time intervals. When the reference interval tends to infinity, the probability distribution of the maximum value of a given characteristic ap-

proaches that of its maximum possible value. Because different systems or subsystems are sensitive to different ground motion characteristics, the term *intensity characteristic* will be used throughout this chapter to mean a particular parameter or set of parameters of an earthquake motion, in terms of which the response is to be predicted. Thus, when dealing with the failure probability of a structure, intensity can be alternatively measured — with different degrees of correlation with structural response — by the ordinate of the response spectrum for the corresponding period and damping, the peak ground acceleration, or the peak ground velocity.

In general, local instrumental information does not suffice for estimating the probability distributions of maximum intensity characteristics, and use has to be made of data on subjective measures of intensities of past earthquakes, of models of *local seismicity*, and of expressions relating characteristics with magnitude and site-to-source distance. Models of local seismicity consist, at least, of expressions relating magnitudes of earthquakes generated in given volumes of the earth's crust with their return periods. More often than not, a more detailed description of local seismicity is required, including estimates of the maximum magnitude that can be generated in these volumes, as well as probabilistic (stochastic process) models of the possible histories of seismic events (defined by magnitudes and coordinates).

This chapter deals with the various steps to be followed in the evaluation of seismic risk at sites where information other than direct instrumental records of intensities has to be used: identifying potential sources of activity near the site, formulating mathematical models of local seismicity for each source, obtaining the contribution of each source to seismic risk at the site and adding up contributions of the various sources and combining information obtained from local seismicity of sources near the site with data on instrumental or subjective intensities observed at the site.

The foregoing steps consider use of information stemming from sources of different nature. Quantitative values derived therefrom are ordinarily tied to wide uncertainty margins. Hence they demand probabilistic evaluation, even though they cannot always be interpreted in terms of relative frequencies of outcomes of given experiments. Thus, geologists talk of the maximum magnitude that can be generated in a given area, assessed by looking at the dimensions of the geological accidents and by extrapolating the observations of other regions which available evidence allows to brand as similar to the one of interest; the estimates produced are obviously uncertain, and the degree of uncertainty should be expressed together with the most probable value. Following nearly parallel lines, some geophysicists estimate the energy that can be liberated by a single shock in a given area by making quantitative assumptions about source dimensions, dislocation amplitude and stress drop, consistent with tectonic models of the region and, again, with comparisons with areas of similar tectonic characteristics.

Uncertainties attached to estimates of the type just described are in gen-

eral extremely large: some studies relating fault rupture area, stress drop, and magnitude (Brune, 1968) show that, considering not unusually high stress drops, it does not take very large source dimensions to get magnitudes 8.0 and greater, and those studies are practically restricted to the simplest types of fault displacement. It is not clear, therefore, that realistic bounds can always be assigned to potential magnitudes in given areas or that, when this is feasible, those bounds are sufficiently low, so that designing structures to withstand the corresponding intensities is economically sound, particularly when occurrence of those intensities is not very likely in the near future. Because uncertainties in maximum feasible magnitudes and in other parameters defining magnitude-recurrence laws can be as significant as their mean values when trying to make rational seismic design decisions, those uncertainties have to be explicitly recognized and accounted for by means of adequate probabilistic criteria. A corollary is that geophysically based estimates of seismicity parameters should be accompanied with corresponding uncertainty measures.

Seismic risk estimates are often based only on statistical information (observed magnitudes and hypocentral coordinates). When this is done, a wealth of relevant geophysical information is neglected, while the probabilistic prediction of the future is made to rely on a sample that is often small and of little value, particularly if the sampling period is short as compared with the desirable return period of the events capable of severely damaging a given system.

The criterion advocated here intends to unify the foregoing approaches and rationally to assimilate the corresponding pieces of information. Its philosophy consists in using the geological, geophysical, and all other available non-statistical evidence for producing a set of alternate assumptions concerning a mathematical (stochastic process) model of seismicity in a given source area. An initial probability distribution is assigned to the set of hypotheses, and the statistical information is then used to improve that probability assignment. The criterion is based on application of *Bayes theorem*, also called the *theorem of the probabilities of hypotheses*. Since estimates of risk depend largely on conceptual models of the geophysical processes involved, and these are known with different degrees of uncertainty in different zones of the earth's crust, those estimates will be derived from stochastic process models with uncertain forms or parameters. The degree to which these uncertainties can be reduced depends on the limitations of the state of the art of geophysical sciences and on the effort that can be put into compilation and interpretation of geophysical and statistical information. This is an economical problem that should be handled, formally or informally, by the criteria of decision making under uncertainty.

## 6.2 INTENSITY ATTENUATION

Available criteria for the evaluation of the contribution of potential seismic sources to the risk at a site make use of *intensity attenuation* expressions that relate intensity characteristics with magnitude and distance from site to source. Depending on the application envisaged, the intensity characteristic to be predicted can be expressed in a number of manners, ranging from a subjective index, such as the *Modified Mercalli intensity*, to a combination of one or more quantitative measures of ground shaking (see Chapter 1).

A number of expressions for attenuation of various intensity characteristics with distance have been developed, but there is little agreement among most of them (Ambraseys, 1973). This is due in part to discrepancies in the definitions of some parameters, in the ranges of values analyzed, in the actual wave propagation properties of the geological formations lying between source and site, in the dominating shock mechanisms, and in the forms of the analytical expressions adopted a priori.

Most intensity-attenuation studies concern the prediction of earthquake characteristics on rock or firm ground, and assume that these characteristics, properly modified in terms of frequency-dependent soil amplification factors, should constitute the basis for estimating their counterparts on soft ground. Observations about the influence of soil properties on earthquake damage support the assumption of a strong correlation between type of local ground and intensity in a given shock. Attempts to analytically predict the characteristics of motions on soil given those on firm ground or on bedrock have not been too successful, however (Crouse, 1973; Hudson and Udawadia, 1973; Salt, 1974), with the exception of some peculiar cases, like Mexico City (Herrera et al., 1965), where local conditions favor the fulfillment of the assumptions implied by usual analytical models. The following paragraphs concentrate on prediction on intensities on firm ground; the influence of local soil is discussed in Chapter 4.

### 6.2.1 Intensity attenuation on firm ground

When isoseismals (lines joining sites showing equal intensity) of a given shock are based only on intensities-observed on homogeneous ground conditions, such as *firm ground* (compact soils) or bedrock, they are roughly elliptical and the orientations of the corresponding axes are often correlated with local or regional geological trends (Figs. 6.1–6.3). In some regions — for instance near major faults in the western United States — those trends are well defined and the correlations are clear enough as to permit prediction of intensity in the near and far fields in terms of magnitude and distance to the generating fault or to the centroid of the energy liberating volume. In other regions, such as the eastern United States and most of Mexico, isoseismals seem to elongate systematically in a direction that is a function of the epi-

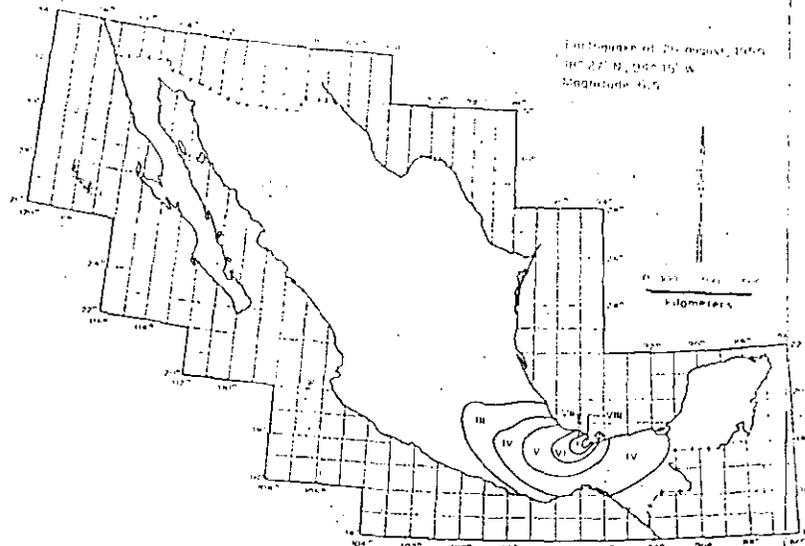


Fig. 6.1. Isoseismals of an earthquake in Mexico. (After Figueroa, 1963.)

central coordinates (Bollinger, 1973; Figueroa, 1963). In that case, intensity should be expressed as a function of magnitude and coordinates of source and site. For most areas in the world, intensity has to be predicted in terms of simple — and cruder — expressions that depend only on magnitude and distance from site to instrumental hypocenter. This stems from inadequate knowledge of geotectonic conditions and from limited information concerning the volume where energy is liberated in each shock.

A comparison of the rates of attenuation of intensities on firm ground for shocks on western and eastern North America has disclosed systematic differences between those rates (Milne and Davenport, 1969). This is the source of a basic, but often unavoidable, weakness of most intensity-attenuation expressions, because they are based on heterogeneous data, recorded in different zones, and the very nature of their applications implies that the less is known about possible systematic deviations in a given zone, as a consequence of the meagerness of local information, the greater weight is given to predictions with respect to observations.

#### 6.2.1.1 Modified Mercalli intensities

An analysis of the Modified Mercalli intensities on firm ground reported for earthquakes occurring in Mexico in the last few decades leads to the fol-

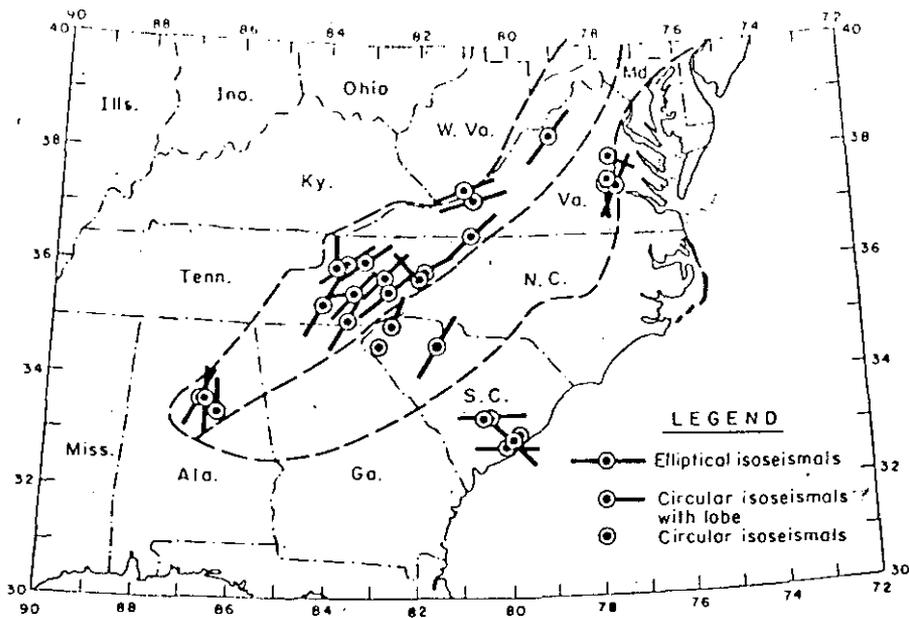


Fig. 6.2. Elongation of isoseismals in the southeastern United States. (After Bollinger, 1973.)

Following expression relating magnitude  $M$ , hypocentral distance  $R$  (in kilometers) and intensity  $I$  (Esteva, 1968):

$$I = 1.45 M - 5.7 \log_{10} R + 7.9 \quad (6.1)$$

The prediction error, defined as the difference between observed and computed intensity, is roughly normally distributed, with a standard deviation of 2.04, which means that there is a probability of 60% that an observed intensity is more than one degree greater or smaller than its predicted value.

#### 6.2.1.2 Peak ground accelerations and velocities

A few of the available expressions will be described. Their comparison will show how cautiously a designer intending to use them should proceed.

Housner studied the attenuation of peak ground accelerations in several regions of the United States and presented his results graphically (1969) in terms of fault length (in turn a function of magnitude), shapes of isoseismals and areas experiencing intensities greater than given values (Fig. 6.4 and 6.5).

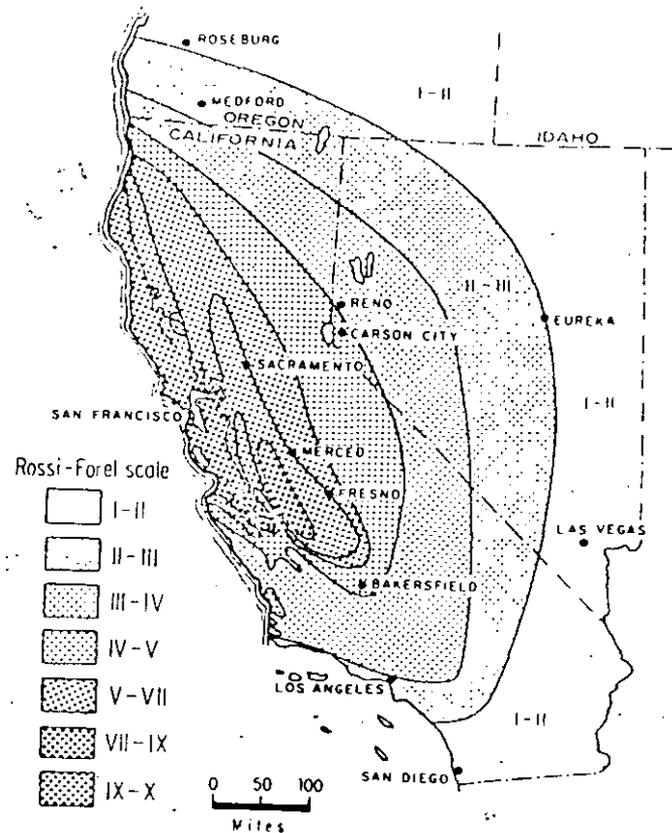


Fig. 6.3. Isoseismals in California. (After Bolt, 1970.)

He showed that intensities attenuate faster with distance on the west coast than in the rest of the country. This comparison is in agreement with Milne and Davenport (1969), who performed a similar analysis for Canada. From observations of strong earthquakes in California and in British Columbia, they developed the following expression for  $a$ , the peak ground acceleration, as a fraction of gravity:

$$a/g = 0.0069 e^{1.6M} / (1.1 e^{1.1M} + R^2) \quad (6.2)$$

Here,  $R$  is epicentral distance in kilometers. The acceleration varies roughly as  $e^{1.64M} R^{-2}$  for large  $R$ , and as  $e^{0.54M}$  where  $R$  approaches zero. This reflects to some extent the fact that energy is released not at a single point but from a finite volume. A later study by Davenport (1972) led him

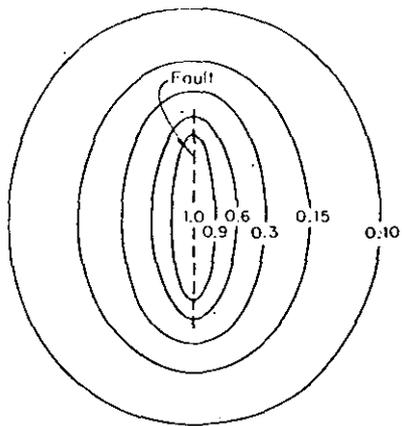


Fig. 6.4. Idealized contour lines of intensity of ground shaking. (After Housner, 1969.)

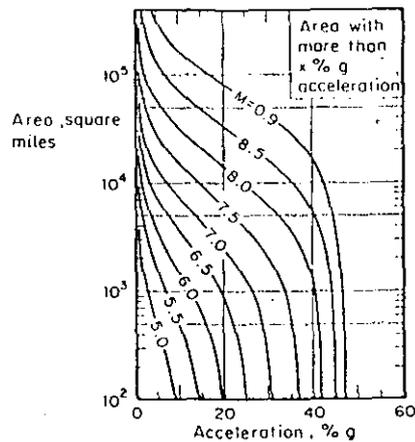


Fig. 6.5. Area in square miles experiencing shaking of  $x\%g$  or greater for shocks of different magnitudes. (After Housner, 1969.)

to propose the expression:

$$a/g = 0.279 e^{0.8M}/R^{1.64} \quad (6.3)$$

The statistical error of this equation was studied by fitting a lognormal probability distribution to the ratios of observed to computed accelerations. A standard deviation of 0.74 was found in the natural logarithms of those ratios.

Esteva and Villaverde (1973), on the basis of accelerations reported by Hudson (1971, 1972a,b), derived expressions for peak ground accelerations and velocities, as follows:

$$a/g = 5.7 e^{0.8M}/(R + 40)^2 \quad (6.4)$$

$$v = 32 e^M/(R + 25)^{1.7} \quad (6.5)$$

Here  $v$  is peak ground velocity in cm/sec and the other symbols mean the same as above. The standard deviation of the natural logarithm of the ratio of observed to predicted intensity is 0.64 for accelerations and 0.74 for velocities. If judged by this parameter, eqs. 6.3 and 6.4 seem equally reliable. However, as shown by Fig. 6.6, their mean values differ significantly in some ranges.

With the exception of eq. 6.2, all the foregoing attenuation expressions are products of a function of  $R$  and a function of  $M$ . This form, which is acceptable when the dimensions of the energy-liberating source are small com-

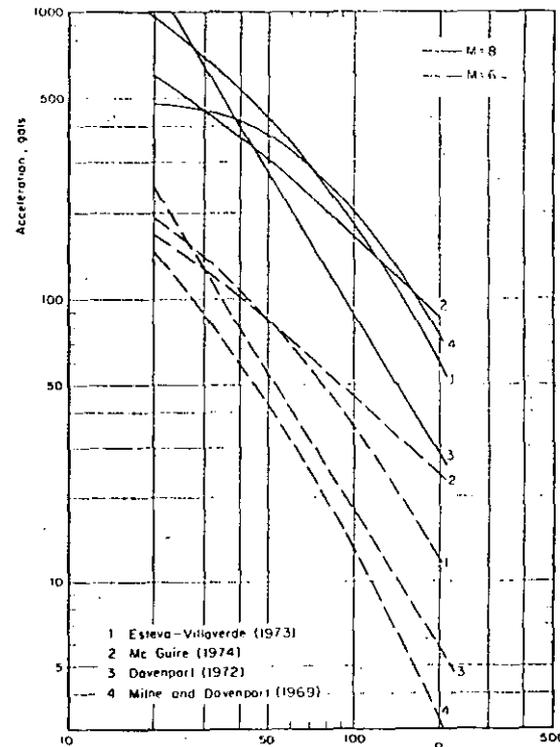


Fig. 6.6. Comparison of several attenuation expressions.

pared with  $R$ , is inadequate when dealing with earthquake sources whose dimensions are of the order of moderate hypocentral distances, and often greater than them. Although equation errors (probability distributions of the ratio of observed to predicted intensities) have been evaluated by Davenport (1972) and Esteva and Villaverde (1973), their dependence on  $M$  and  $R$  has not been analyzed. Because seismic risk estimates are very sensitive to the attenuation expressions in the range of large magnitudes and short distances, more detailed studies should be undertaken, aiming at improving those expressions in the mentioned range, and at evaluating the influence of  $M$  and  $R$  on equation error. Information on strong-motion records will probably be scanty for those studies, and hence they will have to be largely based on analytical or physical models of the generation and propagation of seismic waves. Although significant progress has been lately attained in this direction (Trifunac, 1973) the results from such models have hardly influenced the

practice of seismic risk estimation because they have remained either unknown to or imperfectly appreciated by engineers in charge of the corresponding decisions.

### 6.2.1.3 Response spectra

Peak ground acceleration and displacement are fairly good indicators of the response of structures possessing respectively very high and very small natural frequencies. Peak velocity is correlated with the response of intermediate-period systems, but the correlation is less precise than that tying the former parameters; hence, it is natural to formulate seismic risk evaluation and engineering design criteria in terms of spectral ordinates.

Response spectrum prediction for given magnitude and hypocentral or site-to-fault distance usually entails a two-step process, according to which peak ground acceleration, velocity and displacement are initially estimated and then used as reference values for prediction of the ordinates of the response spectrum. Let the second step in the process be represented by the operation  $y_s = \alpha y_g$ , where  $y_s$  is an ordinate of the response spectrum for a given natural period and damping ratio, and  $y_g$  is a parameter (such as peak ground acceleration or velocity) that can be directly obtained from the time-history record of a given shock regardless of the dynamic properties of the systems whose response is to be predicted. For given  $M$  and  $R$ ,  $y_g$  is random and so is  $y_s/y_g = \alpha$ ; the mean and standard deviation of  $y_s$  depend on those of  $y_g$  and  $\alpha$  and on the coefficient of correlation of the latter variables. As shown above,  $y_g$  can only be predicted within wide uncertainty limits, often wider than those tied to  $y_s$  (Esteva and Villaverde, 1973). The coefficient of variation of  $y_s$  given  $M$  and  $R$  can be smaller than that of  $y_g$  only if  $\alpha$  and  $y_g$  are negatively correlated, which is often the case: the greater the deviation of an observed value of  $y_g$  with respect to its expectation for given  $M$  and  $R$ , the lower is likely to be  $\alpha$ . In other words, it seems that in the intermediate range of natural periods the expected values of spectral ordinates for given damping ratios can be predicted directly in terms of magnitude and focal distance with narrower (or at most equal) margins of uncertainty than those tied to predicted peak ground velocities. For the ranges of very short or very long natural periods, peak amplitudes of ground motion and spectral ordinates approach each other and their standard errors are therefore nearly equal.

McGuire (1974) has derived attenuation expressions for the conditional values (given  $M$  and  $R$ ) of the mean and of various percentiles of the probability distributions of the ordinates of the response spectra for given natural periods and damping ratios. Those expressions have the same form as eqs. 6.4 and 6.5, but their parameters show that the rates of attenuation of spectral ordinates differ significantly from those of peak ground accelerations or velocities. For instance, McGuire finds that peak ground velocity attenuates in proportion to  $(R + 25)^{-1.20}$ , while the mean of the pseudovelocity for a

TABLE 6.1

McGuire's attenuation expressions  $y = b_1 10^{b_2 M} (R + 25)^{-b_3}$

$y$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$V(y) = \text{coeff. of var. of } y$
$a$ gals	472.3	0.278	1.301	0.548
$v$ cm/sec	5.64	0.401	1.202	0.696
$d$ cm	0.393	0.434	0.885	0.883
Undamped spectral pseudovelocities				
$T = 0.1$ sec	11.0			
0.5	3.05	0.278	1.346	0.941
1.0	0.631	0.391	1.001	0.636
2.0	0.0768	0.378	0.549	0.768
5.0	0.0834	0.469	0.419	0.989
		0.564	0.897	1.344
5% damped spectral pseudovelocities				
$T = 0.1$ sec	10.09			
0.5	5.74	0.233	1.341	0.651
1.0	0.432	0.356	1.197	0.591
2.0	0.122	0.399	0.704	0.703
5.0	0.0706	0.466	0.675	0.941
		0.557	0.938	1.193

natural period of 1 sec and a damping ratio of 2% attenuates in proportion to  $(R + 25)^{-0.59}$ . These results stem from the way that frequency content changes with  $R$  and lead to the conclusion that the ratio of spectral velocity should be taken as a function of  $M$  and  $R$ .

Table 6.1 summarizes McGuire's attenuation expressions and their coefficients of variation for ordinates of the pseudovelocity spectra and for peak ground acceleration, velocity and displacement. Similar expressions were derived by Esteva and Villaverde (1973), but they are intended to predict only the maxima of the expected acceleration and velocity spectra, regardless of the periods associated with those maxima. No analysis has been performed of the relative validity of McGuire's and Esteva and Villaverde's expressions for various ranges of  $M$  and  $R$ .

### 6.3 LOCAL SEISMICITY

The term *local seismicity* will be used here to designate the degree of seismic activity in a given volume of the earth's crust; it can be quantitatively described according to various criteria, each providing a different amount of information. Most usual criteria are based on upper bounds to the magnitudes of earthquakes that can originate in a given seismic source, on the

amount of energy liberated by shocks per unit volume and per unit time or on more detailed statistical descriptions of the process.

### 6.3.1 Magnitude-recurrence expressions

Gutenberg and Richter (1954) obtained expressions relating earthquake magnitudes with their rates of occurrence for several zones of the earth. Their results can be put in the form:

$$\lambda = \alpha e^{-\beta M} \quad (6.6)$$

where  $\lambda$  is the mean number of earthquakes per unit volume and per unit time having magnitude greater than  $M$  and  $\alpha$  and  $\beta$  are zone-dependent constants;  $\alpha$  varies widely from point to point, as evidenced by the map of epicenters shown in Fig. 6.7, while  $\beta$  remains within a relatively narrow range, as shown in Fig. 6.8. Equation 6.6 implies a distribution of the energy liberated per shock which is very similar to that observed in the process of microfracturing of laboratory specimens of several types of rock subjected to gradually increasing compressive or bending strain (Mogi, 1962; Scholz, 1968). The values of  $\beta$  determined in the laboratory are of the same order as those obtained from seismic events, and have been shown to depend on the heterogeneity of the specimens and on their ability to yield locally. Thus, in heterogeneous specimens made of brittle materials many small shocks precede a major fracture, while in homogeneous or plastic materials the number of small shocks is relatively small. These cases correspond to large and small  $\beta$ -values, respectively. No general relationship is known to the writer between  $\beta$  and geotectonic features of seismic provinces: complexity of crustal structure and of stress gradients precludes extrapolation of laboratory results; and statistical records for relatively small zones of the earth are not, as a rule, adequate for establishing local values of  $\beta$ . Figure 6.8 shows that for very high magnitudes the observed frequency of events is lower than predicted by eq. 6.6. In addition, Rosenblueth (1969) has shown that  $\beta$  cannot be smaller than 3.46, since that would imply an infinite amount of energy liberated per unit time. However, Fig. 6.8 shows that the values of  $\beta$  which result from fitting expressions of the form 6.6 to observed data are smaller than 3.46; hence, for very high values of  $M$  (above 7, approximately) the curve should bend down, in accordance with statistical evidence.

Expressions alternative to eq. 6.6 have been proposed, attempting to represent more adequately the observed magnitude-recurrence data (Rosenblueth, 1964; Merz and Cornell, 1973). Most of these expressions also fail to recognize the existence of an upper bound to the magnitude that can be generated in a given source. Although no precise estimates of this upper bound can yet be obtained, recognition of its existence and of its dependence on the geotectonic characteristics of the source is inescapable. Indeed, the prac-

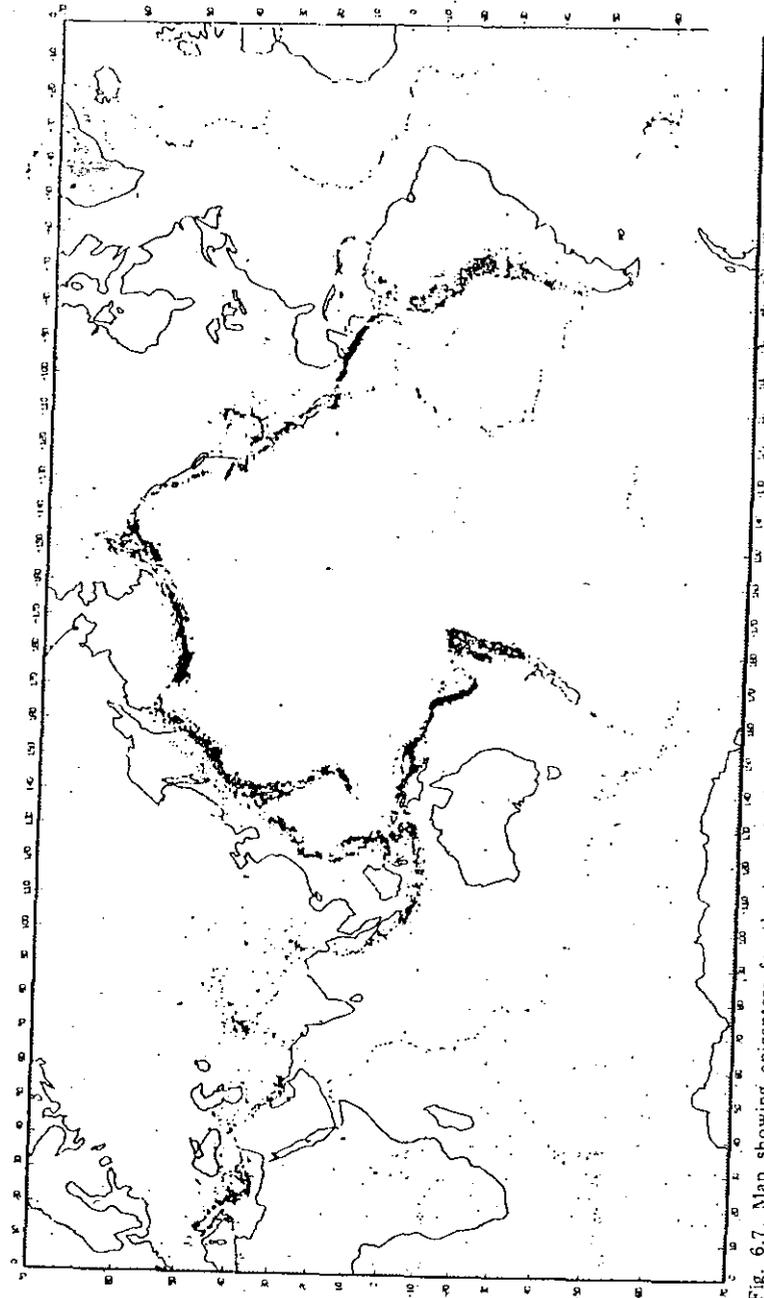


Fig. 6.7. Map showing epicenters for the interval 1961-1967. (After Newmark and Rosenblueth, 1971.)

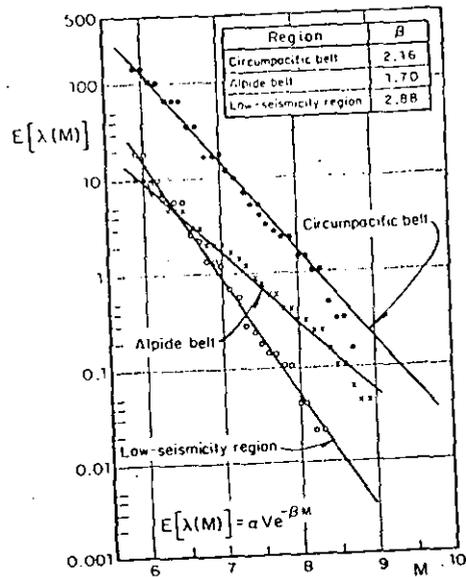


Fig. 6.8. Seismicity of macrozones. (After Esteva, 1968.)

tice of seismic zoning in the Soviet Union has been based on this concept (Gzovsky, 1962; Ananiin et al., 1968) and in many countries design spectra for very important structures, such as nuclear reactors or large dams, are usually derived from the assumption of a maximum credible intensity at a site; that intensity is ordinarily obtained by taking the maximum of the intensities that result at the site when at each of the potential sources an earthquake with magnitude equal to the maximum feasible value for that source is generated at the most unfavourable location within the same source. When this criterion is applied no attention is usually paid to the uncertainty in the maximum feasible magnitude nor to the probability that an earthquake with that magnitude will occur during a given time period. The need to formulate seismic-risk-related decisions that account both for upper bounds to magnitudes and for their probabilities of occurrence suggests adoption of magnitude recurrence expressions of the form:

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda_L G^*(M) & \text{for } M_L \leq M \leq M_U \\ &= \lambda_L & \text{for } M < M_L \\ &= 0 & \text{for } M > M_U \end{aligned} \quad (6.7)$$

where  $M_L$  = lowest magnitude whose contribution to risk is significant,  $M_U$

= maximum feasible magnitude, and  $G^*(M)$  = complementary cumulative probability distribution of magnitudes every time that an event ( $M \geq M_L$ ) occurs. A particular form of  $G^*(M)$  that lends itself to analytical derivations is:

$$G^*(M) = A_0 + A_1 \exp(-\beta M) - A_2 \exp[-(\beta - \beta_1)M] \quad (6.8)$$

where:

$$A_0 = A\beta_1 \exp[-\beta(M_U - M_L)]$$

$$A_1 = A(\beta - \beta_1) \exp(\beta M_L)$$

$$A_2 = A\beta \exp(-\beta_1 M_U + \beta M_L)$$

$$A = [\beta\{1 - \exp[-\beta_1(M_U - M_L)]\} - \beta_1\{1 - \exp[-\beta(M_U - M_L)]\}]^{-1}$$

As  $M$  tends to  $M_L$  from above, eq. 6.7 approaches eq. 6.6. Adoption of adequate values of  $M_U$  and  $\beta_1$  permits satisfying two additional conditions: the maximum feasible magnitude and the rate of variation of  $\lambda$  in its vicinity. When  $\beta_1 \rightarrow \infty$ , eq. 6.8 tends to an expression proposed by Cornell and Vanmarcke (1969).

Yegulalp and Kuo (1974) have applied the theory of extreme values to estimating the probabilities that given magnitudes are exceeded in given time intervals. They assume those probabilities to fit an extreme type-III distribution given by:

$$\begin{aligned} F_{M_{\max}}(M|t) &= \exp\{-C(M_U - M)^K t\} & \text{for } M \leq M_U \\ &= 0 & \text{for } M > M_U \end{aligned} \quad (6.9)$$

Here  $F_{M_{\max}}(M|t)$  indicates the probability that the maximum magnitude observed in  $t$  years is smaller than  $M$ ,  $M_U$  has the same meaning as above, and  $C$  and  $K$  are zone-dependent parameters. This distribution is consistent with the assumption that earthquakes with magnitudes greater than  $M$  take place in accordance with a Poisson process with mean rate  $\lambda$  equal to  $C(M_U - M)^K$ . Equation 6.9 produces magnitude recurrence curves that fit closely the statistical data on which they are based for magnitudes above 5.2 and return periods from 1 to 50 years, even though the values of  $M_U$  that result from pure statistical analysis are not reliable measures of the upper bound to magnitudes, since in many cases they turn out inadmissibly high.

For low magnitudes, only a fraction of the number of shocks that take place is detected. As a consequence,  $\lambda$ -values based on statistical information lie below those computed according to eqs. 6.6 and 6.8 for  $M$  smaller than about 5.5. In addition, Fig. 6.9, taken from Yegulalp and Kuo (1974), shows that the numbers of detected shocks fit the extreme type III in eq. 6.9 better than the extreme type-I distribution implied by eq. 6.6., coupled with the assumption of Poisson distribution of the number of events. It is not

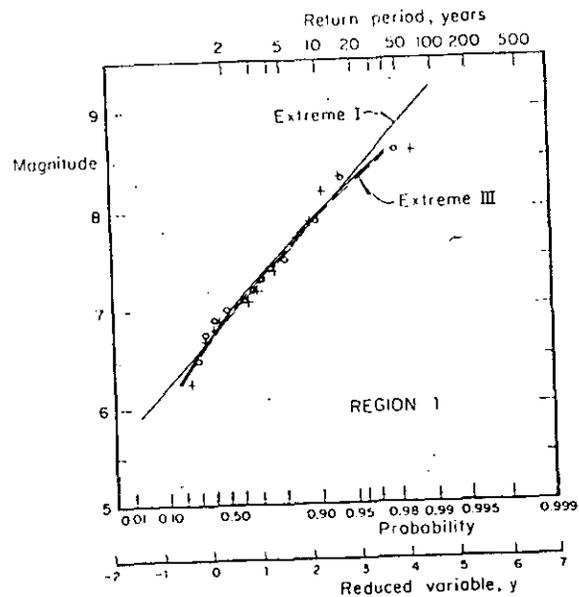


Fig. 6.9. Magnitude statistics in the Aleutian Islands region. (After Yegulalp and Kuo, 1974.)

clear what portion of the deviation from the extreme type-I distribution is due to the low values of the detectability levels and what portion comes from differences between the actual form of variation of  $\lambda$  with  $M$  and that given by eq. 6.6. The problem deserves attention because estimates of expected losses due to nonstructural damage may be sensitive to the values of  $\lambda$  for small magnitudes (say below 5.5) and because the evaluation of the level of seismic activity in a region is often made to depend on the recorded numbers of small magnitude shocks and on assumed detectability levels, i.e. of ratios of numbers of detected and occurred earthquakes (Kaila and Narain 1971; Kaila et al., 1972, 1974).

None of the expressions for  $\lambda$  presented in this chapter possess the desirable property that its applicability over a number of non-overlapping regions of the earth's crust implies the validity of an expression of the same form over the addition of those regions, unless some restrictions are imposed on the parameters of each  $\lambda$ . For instance, the addition of expressions like 6.6 gives place to an expression of the same form only if  $\beta$  is the same for all terms in the sum. Similar objections can be made to eq. 6.8. In what follows these forms will be preserved, however, as their accuracy is consistent with

the amount of available information and their adoption offers significant advantages in the evaluation of regional seismicity, as shown later.

### 6.3.2 Variation with depth

Depth of prevailing seismic activity in a region depends on its tectonic structure. For instance, most of the activity in the western coast of the United States and Canada consists of shocks with hypocentral depths in the range of 20–30 km. In other areas, such as the southern coast of Mexico, seismic events can be grouped into two ensembles: one of small shallow shocks and one of earthquakes with magnitudes comprised in a wide range, and with depths whose mean value increases with distance from the shoreline (Fig. 6.10). Figure 6.11 shows the depth distribution of earthquakes with magnitude above 5.9 for the whole circum-Pacific belt.

### 6.3.3 Stochastic models of earthquake occurrence

Mean exceedance rates of given magnitudes are expected averages during long time intervals. For decision-making purposes the times of earthquake occurrence are also significant. At present those times can only be predicted within a probabilistic context.

Let  $t_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) be the unknown times of occurrence of earthquakes generated in a given volume of the earth's crust during a given time interval, and let  $M_i$  be the corresponding magnitudes. For the moment it will be assumed that the risk is uniformly distributed throughout the given volume, and hence no attention will be paid to the focal coordinates of each shock.

Classical methods of time-series analysis have been applied by different researchers attempting to devise analytical models for random earthquake sequences. The following approaches are often found in the literature:

(a) Plotting of histograms of waiting times between shocks (Knopoff, 1964; Aki, 1963).

(b) Evaluation of Poisson's index of dispersion, that is of the ratio of the sample variance of the number of shocks to its expected value (Vere-Jones, 1970; Shlien and Toksöz, 1970). This index equals unity for Poisson processes, is smaller for nearly periodic sequences, and is greater than one when events tend to cluster.

(c) Determination of autocovariance functions, that is, of functions representing the covariance of the numbers of events observed in given time intervals, expressed in terms of the time elapsed between those intervals (Vere-Jones, 1970; Shlien and Toksöz, 1970). The autocovariance function of a Poisson process is a Dirac delta function. This feature is characteristic for the Poisson model since it does not hold for any other stochastic process.

(d) The hazard function  $h(t)$ , defined so that  $h(t) dt$  is the conditional probability that an event will take place in the interval  $(t, t + dt)$  given that

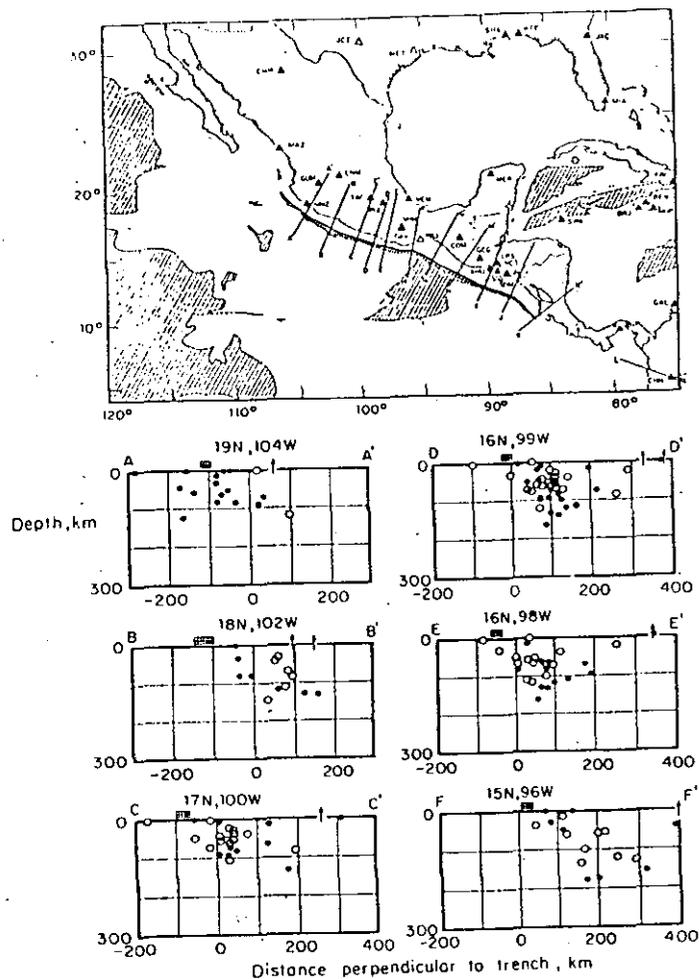


Fig. 6.10. Earthquake hypocenters projected onto a series of vertical sections through Mexico (After Molnar and Sykes, 1969.)

no events have occurred before  $t$ . If  $F(t)$  is the cumulative probability distribution of the time between events:

$$h(t) = f(t) / [1 - F(t)] \quad (6.10)$$

where  $f(t) = \partial F(t) / \partial t$ .

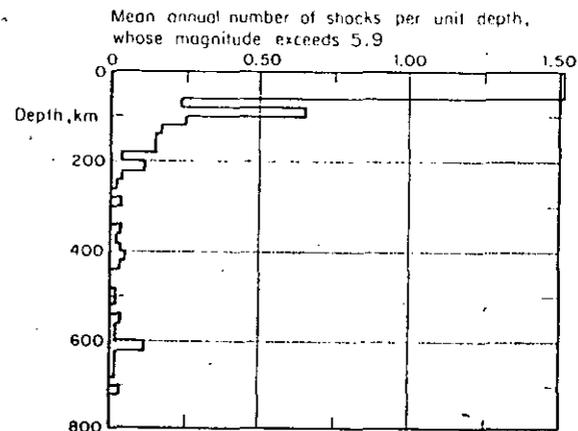


Fig. 6.11. Variation of seismicity with depth. Circum-Pacific Belt, (After Newmark and Rosenblueth, 1971.)

For the Poisson model,  $h(t)$  is a constant equal to the mean rate of the process.

### 6.3.3.1 Poisson model

Most commonly applied stochastic models of seismicity assume that the events of earthquake occurrence constitute a Poisson process and that the  $M_i$ 's are independent and identically distributed. This assumption implies that the probability of having  $N$  earthquakes with magnitude exceeding  $M$  during time interval  $(0, t)$  equals:

$$P_N = [\exp(-\nu_M t) (\nu_M t)^N] / N! \quad (6.11)$$

where  $\nu_M$  is the mean rate of exceedance of magnitude  $M$  in the given volume. If  $N$  is taken equal to zero in eq. 6.11, one obtains that the probability distribution of the maximum magnitude during time interval  $t$  is equal to  $\exp(-\nu_M t)$ . If  $\nu_M$  is given by eq. 6.6, the extreme type-I distribution is obtained.

Some weaknesses of this model become evident in the light of statistical information and of an analysis of the physical processes involved: the Poisson assumption implies that the distribution of the waiting time to the next event is not modified by the knowledge of the time elapsed since the last one, while physical models of gradually accumulated and suddenly released energy call for a more general renewal process such that, unlike what happens in the Poisson process, the expected time to the next event decreases as time goes on (Esteva, 1974). Statistical data show that the Poisson assump-

tion may be acceptable when dealing with large shocks throughout the world (Ben-Menahem, 1960), implying lack of correlation between seismicities of different regions; however, when considering small volumes of the earth, of the order of those that can significantly contribute to seismic risk at a site, data often contradict Poisson's model, usually because of clustering of earthquakes in time: the observed numbers of short intervals between events are significantly higher than predicted by the exponential distribution, and values of Poisson's index of dispersion are well above unity (Figs. 6.12 and 6.13). In some instances, however, deviations in the opposite direction have been observed: waiting times tend to be more nearly periodic, Poisson's index of dispersion is smaller than one, and the process can be represented by a renewal model. This condition has been reported, for instance, in the southern coast of Mexico (Esteve, 1974), and in the Kamchatka and Pamir-Hindu Kush regions (Gaisky, 1966 and 1967). The models under discussion also fail to account for clustering in space (Tsuboi, 1958; Gajardo and Lomnitz, 1960), for the evolution of seismicity with time, and for the systematic shifting of active sources along geologic accidents (Allen, Chapter 3 of this book). On account of its simplicity, however, the Poisson process model provides a valuable tool for the formulation of some seismic-risk-related decisions, particularly of those that are sensitive only to magnitudes of events having very long return periods.

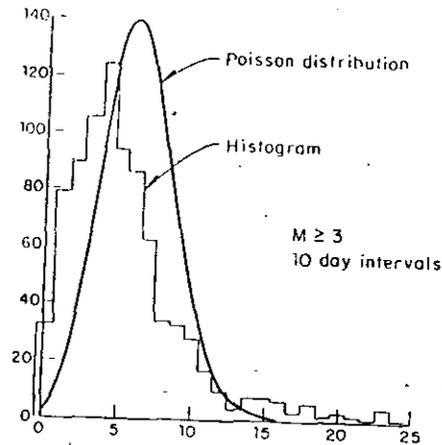
### 6.3.3.2 Trigger models

Statistical analysis of waiting times between earthquakes does not favor the adoption of the Poisson model or of other forms of renewal processes, such as those that assume that waiting times are mutually independent with lognormal or gamma distributions (Shlien and Toksöz, 1970). Alternative models have been developed, most of them of the 'trigger type' (Vere-Jones, 1970), i.e. the overall process of earthquake generation is considered as the superposition of a number of time series, each having a different origin, where the origin times are the events of a Poisson process. In general, let  $N$  be the number of events that take place during time interval  $(0, t)$ ,  $\tau_m$  = origin time of the  $m$ th series,  $W_m(t, \tau_m)$  the corresponding number of events up to instant  $t$ , and  $n_t$  the random number of time series initiated in the interval  $(0, t)$ . The total number of events that occur before instant  $t$  is then:

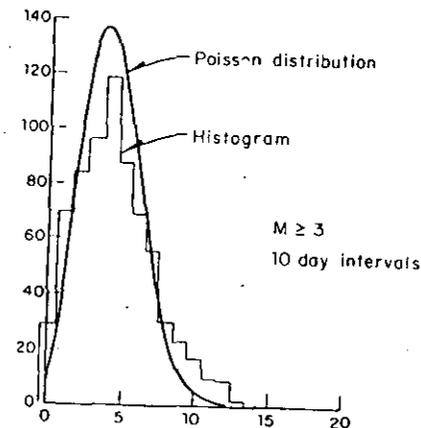
$$N = \sum_m^{n_t} W_m(t, \tau_m) \quad (6.12)$$

If origin times are distributed according to a homogeneous Poisson process with mean rate  $\nu$ , and all  $W_m$ 's are identically distributed stochastic processes with respect to  $(t - \tau_m)$ , it can be shown (Parzen, 1962) that the mean and variance of  $N$  can be obtained from:

$$E(N) = \nu \int_0^t E[W(t, \tau)] d\tau \quad (6.13)$$



a) Including swarms



b) Eliminating swarms

Fig. 6.12. Evaluation of Poisson process assumption. (After Knopoff, 1964.)

$$\text{var}(N) = \nu \int_0^t E[W^2(t, \tau)] d\tau \quad (6.14)$$

Parzen (1962) gives also an expression for the probability generating function  $\psi_N(Z; t)$  of the distribution of  $N$  in terms of  $\psi_w(Z; t, \tau)$ , the generat-

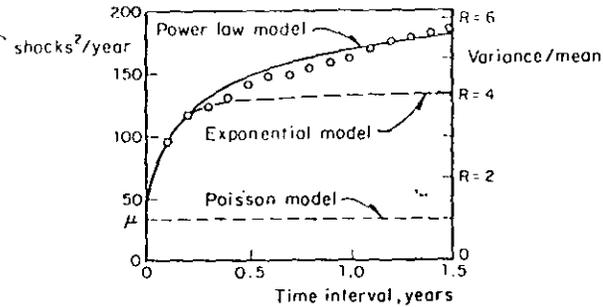


Fig. 6.13. Variance-time curve for New Zealand shallow shocks. (After Vere-Jones, 1966.)

ing function of each of the component processes:

$$\psi_N(Z; t) = \exp \left[ -\nu t + \nu \int_0^t \psi_W(Z; t, \tau) d\tau \right] \quad (6.15)$$

where:

$$\psi_W(Z; t, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} Z^n P\{W(t, \tau) = n\} \quad (6.16)$$

and the probability mass function of  $N$  can be obtained from  $\psi_N(Z; t)$  by recalling that:

$$\psi_N(Z; t) = \sum_{n=0}^{\infty} Z^n P\{N = n\}$$

expanding  $\psi_N$  in power series of  $Z$ , and taking  $P\{N = n\}$  equal to the coefficient of  $Z^n$  in that expansion. For instance, if it is of interest to compute  $P\{N = 0\}$ , expansion of  $\psi_N(Z; t)$  in a Taylor's series with respect to  $Z = 0$  leads to:

$$\psi_N(Z; t) = \psi_N(0; t) + Z \psi'_N(0; t) + \frac{Z^2}{2!} \psi''_N(0; t) + \dots \quad (6.17)$$

where the prime signifies derivative with respect to  $Z$ . From the definition of  $\psi_N$ ,  $P\{N = 0\} = \psi_N(0; t)$ .

Because the component processes of 'trigger'-type time series appear overlapped in sample histories, their analytical representation usually entails study of a number of alternative models, estimation of their parameters, and comparison of model and sample properties — often second-order properties (Cox and Lewis, 1966).

*Vere-Jones models.* Applicability of some general 'trigger' models to rep-

resent local seismicity processes was discussed in a comprehensive paper by Vere-Jones (1970), who calibrated them mainly against records of seismic activity in New Zealand. In addition to simple and compound Poisson processes (Parzen, 1962), he considered Neyman-Scott and Bartlett-Lewis models, both of which assume that earthquakes occur in clusters and that the number of events in each cluster is stochastically independent of its origin time. In the Neyman-Scott model, the process of clusters is assumed stationary and Poisson, and each cluster is defined by  $p_N$ , the probability mass function of its number of events, and  $\Lambda(t)$ , the cumulative distribution function of the time of an event corresponding to a given cluster, measured from the cluster origin. The Bartlett-Lewis model is a special case of the former, where each cluster is a renewal process that ends after a finite number of renewals. In these models the conditional probability of an event taking place during the interval  $(t, t + dt)$ , given that the cluster consists of  $N$  shocks, is equal to  $N\lambda(t)dt$ , where  $\lambda(t) = \partial \Lambda(t) / \partial t$ .

Because clusters overlap in time they cannot easily be identified and separated. Estimation of process parameters is accomplished by assuming different sets of those parameters and evaluating the corresponding goodness of fit with observed data.

Various alternative forms of Neyman-Scott's model were compared by Vere-Jones with observed data on the basis of first- and second-order statistics: hazard functions, interval distributions (in the form of power spectra) and variance time curves. The statistical record comprises about one thousand New Zealand earthquakes with magnitudes greater than 4.5, recorded from 1942 to 1961. Figures 6.13–6.15 show results of the analysis for shallow New Zealand shocks as well as the comparison of observed data with sev-

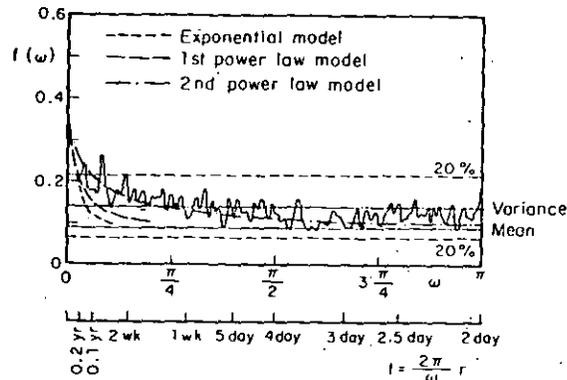


Fig. 6.14. Smoothed periodogram for New Zealand shallow shocks. (After Vere-Jones, 1966.)

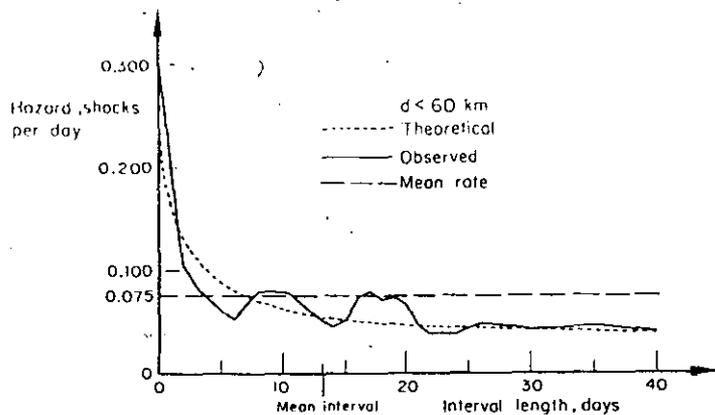


Fig. 6.15. Hazard function for New Zealand shallow shocks. (After Vere-Jones, 1970.)

eral alternative models. The process of cluster origins is Poisson in all cases, but the distributions of cluster sizes ( $N$ ) and of times of events within clusters differ among the various instances: in the Poisson model no clustering takes place (the distribution of  $N$  is a Dirac delta function centered at  $N = 1$ ) while in the exponential and in the power-law models the distribution of  $N$  is extremely skewed towards  $N = 1$ , and  $\Lambda(t)$  is taken respectively as  $1 - e^{-\lambda t}$

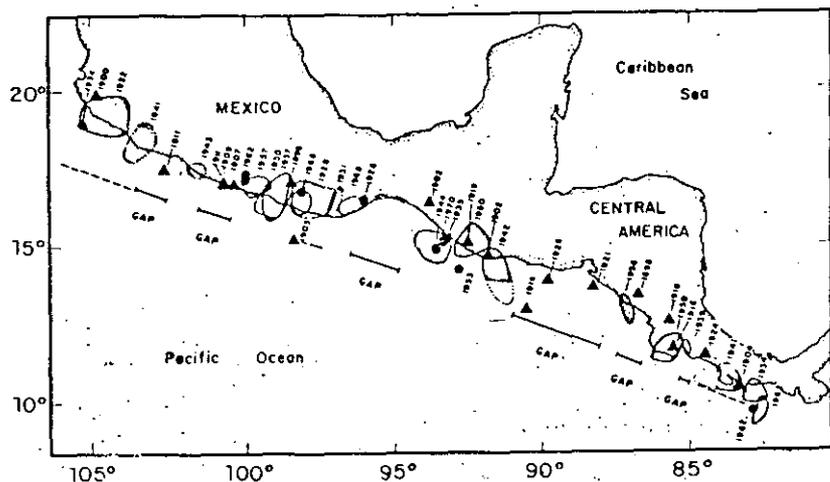


Fig. 6.16. Rupture zones and epicenters of large shallow Middle American earthquakes of this century. (After Kelleher et al., 1973.)

and  $1 - [c/(c + t)]^b$  for  $t \geq 0$ , and as zero for  $t < 0$ , where  $\lambda$ ,  $c$ , and  $\delta$  are positive parameters. In Figs. 6.13–6.15,  $\delta = 0.25$ ,  $c = 2.3$  days, and  $\lambda = 0.061$  shocks/day. The significance of clustering is evidenced by the high value of Poisson's dispersion index in Fig. 6.13, while no significant periodicity can be inferred from Fig. 6.14. Both figures show that the power-law model provides the best fit to the statistics of the samples. A similar analysis for New Zealand's deep shocks shows much less clustering: Poisson's dispersion index equals 2, and the hazard function is nearly constant with time.

Still, data reported by Gaisky (1967) have hazard functions that suggest models where the cluster origins as well as the clusters themselves may be represented by renewal processes. Mean return periods are of the order of several months, and hence these processes do not correspond, at least in the time scale, to the process of alternate periods of activity and quiescence of some geological structures cited by Kelleher et al. (1973), which have led to the concept of 'temporal seismic gaps', discussed below.

*Simplified trigger models.* Shlien and Toksöz (1970) proposed a simple particular case of the Neyman-Scott process; they lumped together all earthquakes taking place during non-overlapping time intervals of a given length and defined them as clusters for which  $\lambda(t)$  was a Dirac delta function. Working with one-day intervals, they assumed the number of events per cluster to be distributed in accordance with the discrete Pareto law and applied a maximum-likelihood criterion to the information consisting of 35 000 earthquakes reported by the USCGS from January 1971 to August 1968. The model proposed represents reasonably well both the distribution of the number of earthquakes in one-day intervals and the dispersion index. However, owing to the assumption that no cluster lasts more than one day, the model fails to represent the autocorrelation function of the daily numbers of shocks for small time lags. The degree of clustering is shown to be a regional function, and to diminish with the magnitude threshold value and with the focal depth.

*Aftershock sequences.* The trigger processes described have been branded as reasonable representations of regional seismic activity, even when aftershock sequences and earthquake swarms are suppressed from statistical records, however arbitrary that suppression may be. The most significant instances of clustering are related, however, to aftershock sequences which often follow shallow shocks and only rarely intermediate and deep events. Persistence of large numbers of aftershocks for a few days or weeks has propitiated the detailed statistical analysis of those sequences since last century. Omori (1894) pointed out the decay in the mean rate of aftershock occurrence with  $t$ , the time elapsed since the main shock; he expressed that rate as inversely proportional to  $t + q$ , where  $q$  is an empirical constant. Utsu (1961) proposed a more general expression, proportional to  $(t + c)^{-\xi}$  where  $\xi$  is a constant; Utsu's proposal is consistent with the power-law expression for  $\Lambda(t)$  presented above.

Lomnitz and Hax (1966) proposed a clustering model to represent aftershock sequences; it is a modified version of Neyman and Scott's model, where the process of cluster origins is non-homogeneous Poisson with mean rate decaying in accordance with Omori's law, the number of events in each cluster has a Poisson distribution, and  $\Lambda(t)$  is exponential. All the results and methods of analysis described by Vere-Jones (1970) for the stationary process of cluster origins can be applied to the nonstationary case through a transformation of the time scale. Fitting of parameters to four aftershock sequences was accomplished through use of the second-order information of the sample defined on a transformed time scale. By applying this criterion to earthquake sets having magnitudes above different threshold values it was noticed that the degree of clustering decreases as the threshold value increases.

The magnitude of the main shock influences the number of aftershocks and the distribution of their magnitudes and, although the rate of activity decreases with time, the distribution of magnitudes remains stable throughout each sequence (Lomnitz, 1966; Utsu, 1962; Drakopoulos, 1971). Equation 6.6 represents fairly well the distribution of magnitudes observed in most aftershock sequences. Values of  $\beta$  range from 0.9 to 3.9 and decrease as the depth increases. Since values of  $\beta$  for regular (main) earthquakes are usually estimated from relatively small numbers of shocks generated throughout crust volumes much wider than those active during aftershock sequences, no relation has been established among  $\beta$ -values for series of both types of events. The parameters of Utsu's expression for the decay of aftershock activity with time have been estimated for several sequences, for instance those following the Aleutian earthquake of March 9, 1957, the Central Alaska earthquake of April 7, 1958, and the Southeastern Alaska earthquake of July 10, 1958 (Utsu, 1962), with magnitudes equal to 8.3, 7.3, and 7.9, respectively;  $c$  (in days) was 0.37, 0.40, and 0.01, while  $\zeta$  was 1.05, 1.05 and 1.13, respectively. The relationship of the total number of aftershocks whose magnitude exceeds a given value with the magnitude of the main shock was studied by Drakopoulos (1971) for 140 aftershock sequences in Greece from 1912 to 1968. His results can be expressed by  $N(M) = A \exp(-\beta M)$ , where  $N(M)$  is the total number of aftershocks with magnitude greater than  $M$ , and  $A$  is a function of  $M_0$ , the magnitude of the main shock:

$$A = \exp(3.62\beta + 1.1M_0 - 3.46) \quad (6.18)$$

Formulation of stochastic process models for given earthquake sequences is feasible once this relationship and the activity decay law are available for the source of interest. For seismic-risk estimation at a given site the spatial distribution of aftershocks may be as significant as the distribution of magnitudes and the time variation of activity, particularly for sources of relatively large dimensions.

### 6.3.3.3 Renewal process models

The trigger models described are based on information about earthquakes with magnitudes above relatively low thresholds recorded during time intervals of at most ten years. The degrees of clustering observed and the distributions of times between clusters cannot be extrapolated to higher magnitude thresholds and longer time intervals without further study.

Available information shows beyond doubt that significant clustering is the rule, at least when dealing with shallow shocks. However, there is considerable ground for discussion on the nature of the process of cluster origins during intervals of the order of one century or longer. While lack of statistical data hinders the formulation of seismicity models valid over long time intervals, qualitative consideration of the physical processes of earthquake generation may point to models which at least are consistent with the state of knowledge of geophysical sciences. Thus, if strain energy stored in a region grows in a more or less systematic manner, the hazard function should grow with the time elapsed since the last event, and not remain constant as the Poisson assumption implies. The concept of a growing hazard function is consistent with the conclusions of Kelleher et al. (1973) concerning the theory of periodic activation of *seismic gaps*. This theory is partially supported by results of nearly qualitative analysis of the migration of seismic activity along a number of geological structures. An instance is provided by the southern coast of Mexico, one of the most active regions in the world. Large shallow shocks are generated probably by the interaction of the continental mass and the subductive oceanic Cocos plate that underthrusts it and by compressive or flexural failure of the latter (Chapter 2). Seismological data show significant gaps of activity along the coast during the present century and not much is known about previous history (Fig. 6.16). Along these gaps, seismic-risk estimates based solely on observed intensities are quite low, although no significant difference is evident in the geological structure of these regions with respect to the rest of the coast, save some transverse faults which divide the continental formation into several blocks. Without looking at the statistical records a geophysicist would assign equal risk throughout the area. On the basis of seismicity data, Kelleher et al. have concluded that activity migrates along the region, in such a manner that large earthquakes tend to occur at seismic gaps, thus implying that the hazard function grows with time since the last earthquake. Similar phenomena have been observed in other regions; of particular interest is the North Anatolian fault where activity has shifted systematically along it from east to west during the last forty years (Allen, 1969).

Conclusions relative to activation of seismic gaps are controversial because the observation periods have not exceeded one cycle of each process. Nevertheless, those conclusions point to the formulation of stochastic models of seismicity that reflect plausible features of the geophysical processes.

These considerations suggest the use of renewal-process models to rep-

resent sequences of individual shocks or of clusters. Such models are characterized because times between events are independent and identically distributed. The Poisson process is a particular renewal model for which the distribution of the waiting time is exponential. Wider generality is achieved, without much loss of mathematical tractability, if inter-event times are supposed to be distributed in accordance with a gamma function:

$$f_T(t) = \frac{\nu^k}{(k-1)!} (vt)^{k-1} e^{-\nu t} \quad (6.19)$$

which becomes the exponential distribution when  $k = 1$ . If  $k < 1$ , short intervals are more frequent and the coefficient of variation is greater than in the Poisson model; if  $k > 1$ , the reverse is true. Shlien and Toksöz (1970) found that gamma models were unable to represent the sequences of individual shocks they analyzed; but these authors handled time intervals at least an order of magnitude shorter than those referred to in this section.

On the basis of hazard function estimated from sequences of small shocks in the Hindu-Kush, Vere-Jones (1970) deduces the validity of 'branching renewal process' models, in which the intervals between cluster centers, as well as those between cluster members, constitute renewal processes.

Owing to the scarcity of statistical information, reliable comparisons between alternate models will have to rest partially on simulation of the process of storage and liberation of strain energy (Burrige and Knopoff, 1967; Veneziano and Cornell, 1973).

#### 6.3.4 Influence of the seismicity model on seismic risk

Nominal values of investments made at a given instant increase with time when placing them at compound interest rates, i.e. when capitalizing them. Their real value — and not only the nominal one — will also grow, provided the interest rate overshadows inflation. Conversely, for the purpose of making design decisions, nominal values of expected utilities and costs inflicted upon in the future have to be converted into present or actualized values, which can be directly compared with initial expenditures. Descriptions of seismic risk at a site are insufficient for that purpose unless the probability distributions of the times of occurrence of different intensities — or magnitudes at neighbouring sources — are stipulated; this entails more than simple magnitude-recurrence graphs or even than maximum feasible magnitude estimates.

Immediately after the occurrence of a large earthquake, seismic risk is abnormally high due to aftershock activity and to the probability that damage inflicted by the main shock may have weakened natural or man-made structures if emergency measures are not taken in time. When aftershock activity has ceased and damaged systems have been repaired, a normal risk level is attained, which depends on the probability-density functions of the waiting times to the ensuing damaging earthquakes.

For the purpose of illustration, let it be assumed that a fixed and deterministically known damage  $D_0$  occurs whenever a magnitude above a given value is generated at a given source. If  $f(t)$  is the probability-density function of the waiting time to the occurrence of the damaging event, and if the risk level is sufficiently low that only the first failure is of concern, the expected value of the actualized cost of damage is (see Chapter 9):

$$\bar{D} = D_0 \int_0^{\infty} e^{-\gamma t} f(t) dt \quad (6.20)$$

where  $\gamma$  is the discount (or compound interest) coefficient and the overbar denotes expectation. If the process is Poisson with mean rate  $\nu$ , then  $f(t)$  is exponential and  $\bar{D} \cong D_0 \nu/\gamma$ ; however, if damaging events take place in clusters and most of the damage produced by each cluster corresponds to its first event, the computation of  $\bar{D}$  should make use of the mean rate  $\nu$  corresponding to the clusters, instead of that applicable to individual events. Table 6.II shows a comparison of seismic risk determined under the alternative assumptions of a Poisson and a gamma model ( $k = 2$ ), both with the same mean return period,  $k/\nu$  (Esteve, 1974). Three descriptions of risk are presented as functions of the time  $t_0$  elapsed since the last damaging event:  $T_1$ , the expected time to the next event, measured from instant  $t_0$ ; the expected value of the present cost of failure computed from eq. 6.20, and the hazard function (or mean failure rate). Since clustering is neglected, risk of aftershock occurrence must be either included in  $D_0$  or superimposed on that displayed in the table.

This table shows very significant differences among risk levels for both processes. At small values of  $t_0$ , risk is lower for the gamma process, but it

TABLE 6.II

Comparison of Poisson and gamma processes

$t_0 \nu/k$	$\bar{T}_1 \nu/k$	Poisson process, $k = 1$		$T_1 \nu/k$	Gamma process, $k = 2$		$hk/\nu$
		$D/D_0$			$D/D_0$		
		$\gamma k/\nu = 10$	$\gamma k/\nu = 100$		$\gamma k/\nu = 10$	$hk/\nu = 100$	
0				1.0	0.0278	0.0004	0
0.1				0.92	0.0511	0.0036	0.367
0.2				0.86	0.0675	0.0059	0.667
0.5				0.75	0.0973	0.0100	1.333
1	1.0	0.0909	0.0099	1.0	0.120	0.0132	2.000
2				0.60	0.139	0.0158	2.667
5				0.54	0.154	0.0179	3.333
10				0.52	0.160	0.0187	3.633
				0.50	0.167	0.0196	4.000

grows with time, until it outrides that for the Poisson process, which remains constant. The differences shown clearly affect engineering decisions.

#### 6.4 ASSESSMENT OF LOCAL SEISMICITY

Only exceptionally can magnitude-recurrence relations for small volumes of the earth's crust and statistical correlation functions of the process of earthquake generation be derived exclusively from statistical analysis of recorded shocks. In most cases this information is too limited for that purpose and it does not always reflect geological evidence. Since the latter, as well as its connection with seismicity, is beset with wide uncertainty margins, information of different nature has to be evaluated, its uncertainty analyzed, and conclusions reached consistent with all pieces of information. A probabilistic criterion that accomplishes this is presented here: on the basis of geotectonic data and of conceptual models of the physical processes involved, a set of alternate assumptions can be made concerning the functions in question (magnitude recurrence, time, and space correlation) and an initial probability distribution assigned thereto; statistical information is used to judge the likelihood of each assumption, and a posterior probability distribution is obtained. How statistical information contributes to the posterior probabilities of the alternate assumptions depends on the extent of that information and on the degree of uncertainty implied by the initial probabilities. Thus, if geological evidence supports confidence in a particular assumption or range of assumptions, statistical information should not greatly modify the initial probabilities. If, on the other hand, a long and reliable statistical record is available, it practically determines the form and parameters of the mathematical model selected to represent local seismicity.

##### 6.4.1 Bayesian estimation of seismicity

Bayesian statistics provide a framework for probabilistic inference that accounts for prior probabilities assigned to a set of alternate hypothetical models of a given phenomenon as well as for statistical samples of events related to that phenomenon. Unlike conventional methods of statistical inference, Bayesian methods give weight to probability measures obtained from samples or from other sources; numbers, coordinates and magnitudes of earthquakes observed in given time intervals serve to ascertain the probable validity of each of the alternative models of local seismicity that can be postulated on the grounds of geological evidence. Any criterion intended to weigh information of different nature and different degrees of uncertainty should lead to probabilistic conclusions consistent with the degree of confidence attached to each source of information. This is accomplished by Bayesian methods.

Let  $H_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) be a comprehensive set of mutually exclusive assumptions concerning a given, imperfectly known phenomenon and let  $A$  be the observed outcome of such a phenomenon. Before observing outcome  $A$  we assign an initial probability  $P(H_i)$  to each hypothesis. If  $P(A|H_i)$  is the probability of  $A$  in case hypothesis  $H_i$  is true, then Bayes' theorem (Raiffa and Schlaifer, 1968) states that:

$$P(H_i|A) = P(H_i) \frac{P(A|H_i)}{\sum_j P(H_j)P(A|H_j)} \quad (6.21)$$

The first member in this equation is the (posterior) probability that assumption  $H_i$  is true, given the observed outcome  $A$ .

In the evaluation of seismic risk, Bayes' theorem can be used to improve initial estimates of  $\lambda(M)$  and its variation with depth in a given area as well as those of the parameters that define the shape of  $\lambda(M)$  or, equivalently, the conditional distribution of magnitudes given the occurrence of an earthquake. For that purpose, take  $\lambda(M)$  as the product of a rate function  $\lambda_L = \lambda(M_L)$  by a shape function  $G^*(M, B)$ , equal to the conditional complementary distribution of magnitudes given the occurrence of an earthquake with  $M \geq M_L$ , where  $M_L$  is the magnitude threshold of the set of statistical data used in the estimation, and  $B$  is the vector of (uncertain) parameters  $B_1, \dots, B_r$  that define the shape of  $\lambda(M)$ . For instance, if  $\lambda(M)$  is taken as given by eq. 6.8,  $B$  is a vector of three elements equal respectively to  $\beta, \beta_1$ , and  $M_U$ ; if eq. 6.9 is adopted,  $B$  is defined by  $h$  and  $M_U$ .

The initial distribution of seismicity is in this case expressed by the initial joint probability density function of  $\lambda_L$  and  $B$ :  $f(\lambda_L, B)$ . The observed outcome  $A$  can be expressed by the magnitudes of all earthquakes generated in a given source during a given time interval. For instance, suppose that  $N$  earthquakes were observed during time interval  $t$  and that their magnitudes were  $m_1, m_2, \dots, m_N$ . Bayes' expression takes the form:

$$f'(\lambda_L, B|m_1, \dots, m_N; t) = f(\lambda_L, B) \frac{P\{m_1, m_2, \dots, m_N; t|\lambda_L, B\}}{\int \int P\{m_1, m_2, \dots, m_N; t|l, b\} f(l, b) dl db} \quad (6.22)$$

where  $f'(\cdot)$  is the posterior probability density function, and  $l$  and  $b$  are dummy variables that stand for all values that may be taken by  $\lambda_L$  and  $B$ , respectively. Estimation of  $\lambda_L$  can usually be formulated independently of that of the other parameters. The observed fact is then expressed by  $N_L$ , the number of earthquakes with magnitude above  $M_L$  during time  $t$ , and the following expression is obtained, as a first step in the estimation of  $\lambda(M)$ :

$$f'(\lambda_L|N_L; t) = f(\lambda_L) \frac{P(N_L; t|\lambda_L)}{\int P(N_L; t|l) f(l) dl} \quad (6.23)$$

##### 6.4.1.1 Initial probabilities of hypothetical models

Where statistical information is scarce, seismicity estimates will be very

sensitive to initial probabilities assigned to alternative hypothetical models; the opinions of geologists and geophysicists about probable models, about the parameters of these models, and the corresponding margins of uncertainty should be adequately interpreted and expressed in terms of a function  $f'$ , as required by equations similar to 6.22 and 6.23. Ideally, these opinions should be based on the formulation of potential earthquake sources and on their comparison with possibly similar geotectonic structures. This is usually done by geologists, more qualitatively than quantitatively, when they estimate  $M_U$ . Initial estimates of  $\lambda_L$  are seldom made, despite the significance of this parameter for the design of moderately important structures (see Chapter 9).

Analysis of geological information must consider local details as well as general structure and evolution. In some areas it is clear that all potential earthquake sources can be identified by surface faults, and their displacements in recent geological times measured. When mean displacements per unit time can be estimated, the order of magnitude of creep and of energy liberated by shocks and hence of the recurrence intervals of given magnitudes can be established (Wallace, 1970; Davies and Brune, 1971), the corresponding uncertainty evaluated, and an initial probability distribution assigned. The fact that magnitude-recurrence relations are only weakly correlated with the size of recent displacements is reflected in large uncertainties (Petrushevsky, 1966).

Application of the criterion described in the foregoing paragraph can be unfeasible or inadequate in many problems, as in areas where the abundance of faults of different sizes, ages, and activity, and the insufficient accuracy with which focal coordinates are determined preclude a differentiation of all sources. Regional seismicity may then be evaluated under the assumption that at least part of the seismic activity is distributed in a given volume rather than concentrated in faults of different importance. The same situation would be faced when dealing with active zones where there is no surface evidence of motions. Hence, consideration of the overall behavior of complex geological structures is often more significant than the study of local details.

Not much work has been done in the analysis of the overall behavior of large geological structures with respect to the energy that can be expected to be liberated per unit volume and per unit time in given portions of those structures. Important research and applications should be expected, however, since, as a result of the contribution of plate-tectonics theory to the understanding of large-scale tectonic processes, the numerical values of some of the variables correlated with energy liberation are being determined, and can be used at least to obtain orders of magnitude of expected activity along plate boundaries. Far less well understood are the occurrence of shocks in apparently inactive regions of continental shields and the behavior of complex continental blocks or regions of intense folding, but even there some

progress is expected in the study of accumulation of stresses in the crust.

Knowledge of the geological structure can serve to formulate initial probability distributions of seismicity even when quantitative use of geophysical information seems beyond reach. Initial probability distributions of local seismicity parameters  $\lambda_L$ ,  $B$  in the small volumes of the earth's crust that contribute significantly to seismic risk at a site, can be assigned by comparison with the average seismicity observed in wider areas of similar tectonic characteristics, or where the extent and completeness of statistical information warrant reliable estimates of magnitude-recurrence curves (Esteve, 1969). In this manner we can, for instance, use the information about the average distribution of the depths of earthquakes of different magnitudes throughout a seismic province to estimate the corresponding distribution in an area of that province, where activity has been low during the observation interval, even though there might be no apparent geophysical reason to account for the difference. Similarly, the expected value and coefficient of variation of  $\lambda_L$  in a given area of moderate or low seismicity (as a continental shield) can be obtained from the statistics of the motions originated at all the supposedly stable or aseismic regions in the world.

The significance of initial probabilities in seismic risk estimates, against the weight given to purely statistical information, becomes evident in the example of Fig. 6.16: if Kelleher's theory about activation of seismic gaps is true, risk is greater at the gaps than anywhere else along the coast; if Poisson models are deemed representative of the process of energy liberation, the extent of statistical information is enough to substantiate the hypothesis of reduced risk at gaps. Because both models are still controversial, and represent at most two extreme positions concerning the properties of the actual process, risk estimates will necessarily reflect subjective opinions.

#### 6.4.1.2 Significance of statistical information

*Estimation of  $\lambda_L$ .* Application of eq. 6.23 to estimate  $\lambda_L$  independently of other parameters will be first discussed, because it is a relatively simple problem and because  $\lambda_L$  is usually more uncertain than  $M_U$  and much more so than  $\beta$ .

A model as defined by eq. 6.19 will be assumed to apply. If the possible assumptions concerning the values of  $\lambda_L$  constitute a continuous interval, the initial probabilities of the alternative hypotheses can be expressed in terms of a probability-density function of  $\lambda_L$ . If, in addition, a certain assumption is made concerning the form of this probability-density function, only the initial values of  $E(\lambda_L)$  and  $V(\lambda_L)$  have to be assumed. It is advantageous to assign to  $\nu = k/E(T)$  a gamma distribution. Then, if  $\rho$  and  $\mu$  are the parameters of this initial distribution of  $\nu$ ; if  $k$  is assumed to be known, and if the observed outcome is expressed as the time  $t_n$  elapsed during  $n+1$  consecutive events (earthquakes with magnitude  $\geq M_L$ ), application of eq. 6.23 leads to the conclusion that the posterior probability function of  $\nu$  is

also gamma, now with parameters  $\rho + nk$  and  $\mu + t_n$ . The initial and the posterior expected values of  $\nu$  are respectively equal to  $\rho/\mu$ , and to  $(\rho + nk)/(\mu + t_n)$ . When initial uncertainty about  $\nu$  is small,  $\rho$  and  $\mu$  will be large and the initial and the posterior expected values of  $\nu$  will not differ greatly. On the other hand, if only statistical information were deemed significant,  $\rho$  and  $\mu$  should be given very small values in the initial distribution, and  $E(\nu)$ , and hence  $\lambda_L$ , will be practically defined by  $n$ ,  $k$ , and  $t_n$ . This means that the initial estimates of geologists should not only include expected or most probable values of the different parameters, but also statements about ranges of possible values and degrees of confidence attached to each.

In the case studied above only a portion of the statistical information was used. In most cases, especially if seismic activity has been low during the observation interval, significant information is provided by the durations of the intervals elapsed from the initiation of observations to the first of the  $n + 1$  events considered, and from the last of these events until the end of the observation period. Here, application of eq. 6.23 leads to expressions slightly more complicated than those obtained when only information about  $t_n$  is used.

The particular case when the statistical record reports no events during at least an interval  $(0, t_0)$  comes up frequently in practical problems. The probability-density function of the time  $T_1$  from  $t_0$  to the occurrence of the first event must account for the corresponding shifting of the time axis. Furthermore, if the time of occurrence of the last event before the origin is unknown, the distribution of the waiting time from  $t = 0$  to the first event coincides with that of the excess life in a renewal process at an arbitrary value of  $t$  that approaches infinity (Parzen, 1962). For the particular case when the waiting times constitute a gamma process,  $T_1$  is measured from  $t = 0$ ,  $T$  is the waiting time between consecutive events, and it is known that  $T_1 \geq t_0$ , the conditional density function of  $\tau_1 = (T_1 - t_0)/E(T)$  is given by eq. 6.24 (Esteve, 1974), where  $u_0 = t_0/E(T)$ :

$$f_{\tau_1}(u|T_1 \geq t_0) = \frac{\sum_{m=1}^k \frac{k}{(m-1)!} [k(u + u_0)]^{m-1}}{\sum_{m=1}^k \sum_{n=1}^m \frac{1}{(n-1)!} (ku_0)^{n-1}} e^{-ku} \quad (6.24)$$

Consider now the implications of Bayesian analysis when applied to one of the seismic gaps in Fig. 6.16, under the conditions implicit in eq. 6.24. An initial set of assumptions and corresponding probabilities was adopted as described in the following. From previous studies referring to all the southern coast of Mexico, local seismicity in the gap area (measured in terms of  $\lambda$  for  $M \geq 6.5$ ) was represented by a gamma process with  $k = 2$ . An initial

probability density function for  $\nu$  was adopted such that the expected value of  $\lambda(6.5)$  for the region coincided with its average throughout the complete seismic province. Two values of  $\rho$  were considered: 2 and 10, which correspond to coefficients of variation of 0.71 and 0.32, respectively. Values in Table 6.III were obtained for the ratio of the final to the initial expected values of  $\nu$ , in terms of  $u_0$ .

The last two columns in the table contain the ratios of the computed values of  $E''(T_1)$  and  $E'(T)$  when  $\nu$  is taken as equal respectively to its initial or to its posterior expected value. This table shows that, for  $\rho = 10$ , that is, when uncertainty attached to the geologically based assumptions is low, the expected value of the time to the next event keeps decreasing, in accordance with the conclusions of Kelleher et al. (1973). However, as time goes on and no events occur, the statistical evidence leads to a reduction in the estimated risk, which shows in the increased conditional expected values of  $T_1$ . For  $\rho = 2$ , the geological evidence is less significant and risk estimates decrease at a faster rate.

#### 6.4.1.3 Bayesian estimation of jointly distributed parameters

In the general case, estimation of  $B$  will consist in the determination of the posterior Bayesian joint probability function of its components, taking as statistical evidence the relative frequencies of observed magnitudes. Thus, if event  $A$  is described as the occurrence of  $N$  shocks, with magnitudes  $m_1, \dots, m_N$ , and  $b_i$  ( $i = 1, \dots, r$ ) are values that may be adopted by the components of vector  $B$  being estimated, eq. 6.21 becomes:

$$f_B''(b_1, \dots, b_r|A) = \frac{f_B(b_1, \dots, b_r)P(A|b_1, \dots, b_r)}{\int \dots \int f_B(u_1, \dots, u_r)P(A|u_1, \dots, u_r)du_1, \dots, du_r} \quad (6.25)$$

where  $P(A|u_1, \dots, u_r)$  is proportional to:

$$\prod_{i=1}^N g(m_i|u_1, \dots, u_r)$$

and  $g(m) = -\partial G^*(m)/\partial m$ .

Closed-form solutions for  $f''$  as given by eq. 6.25 are not feasible in general. For the purpose of evaluating risk, however, estimates of the posterior first and second moments of  $f''$  can be obtained from eq. 6.25, making use of available first-order approximations (Benjamin and Cornell, 1970; Rosenblueth, 1975). Thus, the posterior expected value of  $B_i$  is given by  $\int f_B''(u) u du$ , where  $f_B''(u_i) = \int \dots \int f_B''(u_1, \dots, u_r) du_1, \dots, du_n$  and the multiple integral is of order  $r - 1$ , because it is not extended to the dominion of  $B_i$ . Hence:

$$E''(B_i) = \frac{E_B'[B_i P(A|B_1, \dots, B_r)]}{E_B'[P(A|B_1, \dots, B_r)]} \quad (6.26)$$

TABLE 6.III

Bayesian estimates of seismicity in one seismic gap

$u_0 = t_0/E'(T)$	$E''(\nu)/E'(\nu)$		$E''(T_1 T_1 > t_0)/E'(T)$	
	$\rho = 2$	$\rho = 10$	$\rho = 2$	$\rho = 10$
0	1.0	1.0	0.75	0.75
0.1	0.95	0.99	0.76	0.74
0.5	0.75	0.94	0.91	0.71
1	0.58	0.87	1.14	0.73
5	0.20	0.54	3.11	1.05
10	0.11	0.36	5.47	1.55
20	0.06	0.22	10.50	2.48

where  $E'$  and  $E''$  stand for initial and posterior expectation, and subscript  $B$  means that expectation is taken with respect to all the components of  $B$ . Likewise, the following *posterior moments* can be obtained:

Covariance of  $B_i$  and  $B_j$ 

$$\text{Cov}''(B_i, B_j) = \frac{E'_B[B_i B_j P(A|B_1, \dots, B_r)]}{E'_B[P(A|B_1, \dots, B_r)]} - E''(B_i)E''(B_j) \quad (6.27)$$

Expected value of  $\lambda(M)$ 

$$\begin{aligned} E''[\lambda(M)] &= E''(\lambda_1)E''[G^*(M; B)] \\ &= E''(\lambda_1) \frac{E'_B[G^*(M; B)P(A|B_1, \dots, B_r)]}{E'_B[P(A|B_1, \dots, B_r)]} \end{aligned} \quad (6.28)$$

**Marginal distributions.** The posterior expectation of  $\lambda(M)$  is in some cases all that is required to describe seismicity for decision-making purposes. Often, however, uncertainty in  $\lambda(M)$  must also be accounted for. For instance, the probability of exceedance of a given magnitude during a given time interval has to be obtained as the expectation of the corresponding probabilities over all alternative hypotheses concerning  $\lambda(M)$ . In this manner it can be shown that, if the occurrence of earthquakes is a Poisson process and the Bayesian distribution of  $\lambda_L$  is gamma with mean  $\bar{\lambda}_L$  and coefficient of variation  $V_L$ , the marginal distribution of the number of earthquakes is negative binomial with mean  $\bar{\lambda}_L$ . In particular, the marginal probability of zero events during time interval  $t$  — equivalently, the complementary distribution function of the waiting time between events — is equal to  $(1 + t/t'')^{-r''}$ , where  $r'' = V_L^{-2}$  and  $t'' = r''/\bar{\lambda}_L$ . The marginal probability density function of the waiting time, that should be substituted in eq. 6.20, is  $\bar{\lambda}_L(1 + t/t'')^{-r''-1}$ , which tends to the exponential probability function as  $r''$  and  $t''$  tend to infinity (and  $V_L \rightarrow 0$ ) while their ratio remains equal to  $\bar{\lambda}_L$ .

Bayesian uncertainty tied to the joint distribution of all seismicity parameters ( $\lambda_L, B_1, \dots, B_r$ ) can be included in the computation of the probability of occurrence of a given event  $Z$  by taking the expectation of that probability with respect to all parameters:

$$P(Z) = E_{\lambda_L, B}[P(Z; \lambda_L, B_1, \dots, B_r)] \quad (6.29)$$

When the joint distribution of  $\lambda_L, B$  stems from Bayesian analysis of an initial distribution and an observed event,  $A$ , this equation adopts the form:

$$P'(Z) = \frac{E'_{\lambda_L, B}[P(Z|\lambda_L, B)P(A|\lambda_L, B)]}{E'_{\lambda_L, B}[P(A|\lambda_L, B)]} \quad (6.30)$$

where ' and '' stand for initial and posterior, respectively.

**Spatial variability.** Figure 6.17 shows a map of geotectonic provinces of Mexico, according to F. Mooser. Each province is characterized by the large-scale features of its tectonic structure, but significant local perturbations to the overall patterns can be identified. Take for instance zone 1, whose seismotectonic features were described above, and are schematically shown in Fig. 6.18 (Singh, 1975): the Pacific plate underthrusts the continental block and is thought to break into several blocks, separated by faults transverse to the coast, that dip at different angles. The continental mass is also

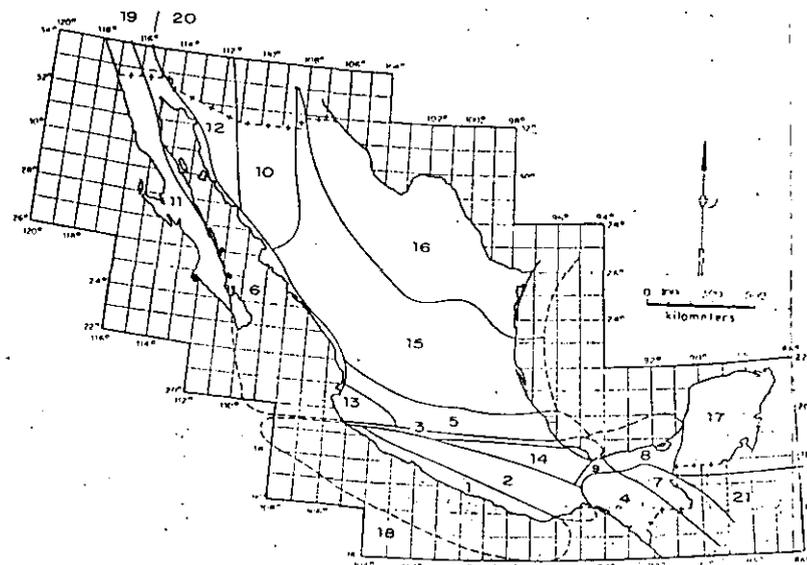


Fig. 6.17. Seismotectonic provinces of Mexico. (After F. Mooser.)

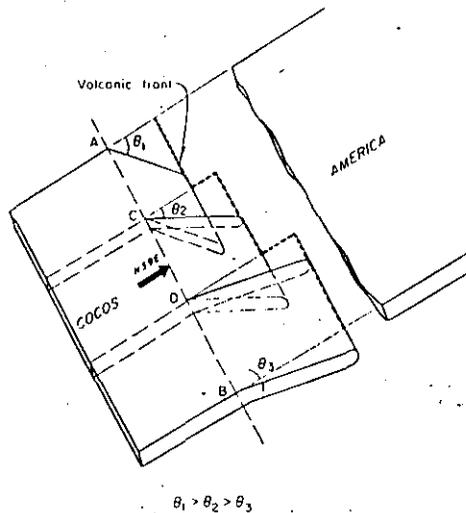


Fig. 6.18. Schematic drawing of the segmenting of Cocos plate as it subducts below American plate. (After Singh, 1974.)

made up of several large blocks. Seismic activity at the underthrusting plate or, at its interface with the continental mass is characterized by magnitudes that may reach very high values and by the increase of mean hypocentral depth with distance from the coast; small and moderate shallow shocks are generated at the blocks themselves. Variability of statistical data along the whole tectonic system was discussed above and is apparent in Fig. 6.10. Bayesian estimation of local seismicity averaged throughout the system is a matter of applying eq. 6.21 or any of its special forms (eqs. 6.22 and 6.23), taking as statistical evidence the information corresponding to the whole system. However, seismic risk estimates are sensitive to values of local seismicity averaged over much smaller volumes of the earth's crust; hence the need to develop criteria for probabilistic inference of possible patterns of space variability of seismicity along tectonically homogeneous zones.

On the basis of seismotectonic information, the system under consideration can first be subdivided into the underthrusting plate and the subsystem of shallow sources; each subsystem can then be separately analyzed. Take for instance the underthrusting plate and subdivide it into  $s$  sufficiently small equal-volume subzones. Let  $\nu_L$  be the rate of exceedance of magnitude  $M_L$  throughout the main system,  $\nu_{L_i}$  the corresponding rate at each subzone, and define  $p_i$  as  $\nu_{L_i}/\nu_L$ , with  $p_i$  independent of  $\nu_L$  ( $p_i$  is equal to the probability that an earthquake known to have been generated in the overall system originated at subzone  $i$ ). Initial information about possible space variability of

$\nu_{L_i}$  can be expressed in terms of an initial probability distribution of  $p_i$  and of the correlation among  $p_i$  and  $p_j$  for any  $i$  and  $j$ . Because  $\sum \nu_{L_i} = \nu_L$ , one obtains  $\sum p_i = 1$ . This imposes two restrictions on the initial joint probability distribution of the  $p_i$ 's:  $E'(p_i) = 1$ ,  $\text{var}' \sum p_i = 0$ . If all  $p_i$ 's are assigned equal expectations and all pairs  $p_i, p_j, i \neq j$  are assumed to possess the same correlation coefficient  $\rho_{ij} = \rho'$ , the restrictions mentioned lead to  $E'(p_i) = 1/s$  and  $\rho' = -1/(s-1)$ . Posterior values of  $E(p_i)$  and  $\rho_{ij}$  are obtained according to the same principles that led to eqs. 6.25-6.28. Statistical evidence is in this case described by  $N$ , the total number of earthquakes generated in the system, and  $n_i, (i = 1, \dots, s)$  the corresponding numbers for the subzones. Given the  $p_i$ 's, the probability of this event is the multinomial distribution:

$$P(A|p_1, \dots, p_s) = \frac{N!}{n_1! \dots n_s!} p_1^{n_1} \dots p_s^{n_s} \quad (6.31)$$

If the correlation coefficients among seismicities of the various subzones can be neglected, each  $p_i$  can be separately estimated. Because  $p_i$  has to be comprised between 0 and 1, it is natural to assign it a beta initial probability distribution, defined by its parameters  $n_i'$  and  $N_i'$ , such that  $E'(p_i) = n_i'/N_i'$  and  $\text{var}'(p_i) = n_i'(N_i' - n_i')/[N_i'^2(N_i' + 1)]$  (Raiffa and Schlaifer, 1968). The parameters of the posterior distribution will be:

$$n_i'' = n_i' + n_i, N_i'' = N_i' + N$$

Take for instance a zone whose prior distribution of  $\lambda_L$  is assumed gamma with expected value  $\lambda_L'$  and coefficient of variation  $V_L'$ . Suppose that, on the basis of geological evidence and of the dimensions involved, it is decided to subdivide the zone into four subzones of equal dimensions; a-priori considerations lead to the assignment of expected values and coefficients of variation of  $p_i$  for those subzones, say  $E'(p_i) = 0.25, V'(p_i) = 0.25 (i = 1, \dots, 4)$ . From previous considerations for  $s = 4$  take  $\rho_{ij} = -1/3$  for  $i \neq j$ . Suppose now that, during a given time interval  $t$ , ten earthquakes were observed in the zone, of which 0, 1, 3, and 6 occurred respectively in each subzone. If the Poisson process model is adopted,  $\lambda_L'$  and  $V_L'$  can be expressed in terms of a fictitious number of events  $n' = V_L'^{-2}$  occurred during a fictitious time interval  $t' = n'/\lambda_L'$ ; after observing  $n$  earthquakes during an interval  $t$ , the Bayesian mean and coefficient of variation of  $\lambda_L$  will be  $\lambda_L'' = (n' + n)/(t' + t)$ ,  $V_L'' = (n' + n)^{-1/2}$  (Esteve, 1968). Hence:

$$\lambda_L'' = (V_L'^{-2} + 10)/(V_L'^{-2} \lambda_L'^{-1} + t), \quad V_L'' = (V_L'^{-2} + 10)^{-1/2}$$

Local deviations of seismicity in each subzone with respect to the average  $\lambda_L$  can be analyzed in terms of  $p_i (i = 1, \dots, 4)$ ; Bayesian analysis of the proportion in which the ten earthquakes were distributed among the subzones proceeds according to:

$$E''(p_i|A) = \frac{E'\{p_i P(A|p_1, \dots, p_4)\}}{E'\{P(A|p_1, \dots, p_4)\}} \quad (6.32)$$

The expectations that appear in this equation have to be computed with respect to the initial joint distribution of the  $p_i$ 's. In practice, adequate approximations are required. For instance, Benjamin and Cornell's (1970) first-order approximation leads to  $E''(p_1) = 0.226$ ,  $E''(p_4) = 0.294$ .

If correlation among subzone seismicities is neglected, and statistical information of each subzone is independently analyzed, when the  $p_i$ 's are assigned beta probability-density functions with means and coefficients of variation as defined above, one obtains  $E''(p_1) = 0.206$ ,  $E''(p_4) = 0.311$ , which are not very different from those formerly obtained; however, when  $E''(p_i) = 0.25$  and  $V''(p_i) = 0.5$ , the first criterion leads to  $E''(p_i) = 0.206$ ,  $E''(p_4) = 0.314$ , while the second produces 0.131 and 0.416, respectively. Part of the difference may be due to neglect of  $\rho'_{ij}$ , but probably a significant part stems from inaccuracies of the first-order approximation to the expectations that appear in eq. 6.32; alternate approximations are therefore desirable.

*Incomplete data.* Statistical information is known to be fairly reliable only for magnitudes above threshold values that depend on the region considered, its level of activity, and the quality of local and nearby seismic instrumentation. Even incomplete statistical records may be significant when evaluating some seismicity parameters; their use has to be accompanied by estimates of detectability values, that is, of ratios of the numbers of events recorded to total numbers of events in given ranges (Esteve, 1970; Kaila and Narain, 1971).

## 6.5 REGIONAL SEISMICITY

The final goal of local seismicity assessment is the estimation of regional seismicity, that is, of probability distributions of intensities at given sites, and of probabilistic correlations among them. These functions are obtained by integrating the contributions of local seismicities of nearby sources, and hence their estimates reflect Bayesian uncertainties tied to those seismicities. In the following, regional seismicity will be expressed in terms of mean rates of exceedance of given intensities; more detailed probabilistic descriptions would entail adoption of specific hypotheses concerning space and time correlations of earthquake generation.

### 6.5.1 Intensity-recurrence curves

The case when uncertainty in seismicity parameters is neglected will be discussed first. Consider an elementary seismic source with volume  $dV$  and local seismicity  $\lambda(M)$  per unit volume, distant  $R$  from a site  $S$ , where intensity-recurrence functions are to be estimated. Every time that a magnitude  $M$  shock is generated at that source, the intensity at  $S$  equals:

$$Y = \epsilon Y_p = \epsilon b_1 \exp(b_2 M) g(R) \quad (6.33)$$

(see eqs. 6.4 and 6.5), where  $\epsilon$  is a random factor and  $Y$  and  $Y_p$  stand for actual and predicted intensities,  $b_1$  and  $b_2$  are given constants, and  $g(R)$  is a function of hypocentral distance. The probability that an earthquake originating at the source will have an intensity greater than  $y$  is equal to the probability that  $\epsilon Y_p > y$ . If  $Y_p$  is expressed in terms of  $M$  and randomness in  $\epsilon$  is accounted for, one obtains:

$$\nu(y) = \int_{\alpha_U}^{\alpha_L} \nu_p(y/u) f_\epsilon(u) du \quad (6.34)$$

where  $\nu$  and  $\nu_p$  are respectively mean rates at which actual and predicted intensities exceed given values,  $\alpha_U = y/y_U$ ,  $\alpha_L = y/y_L$ ,  $y_U$ , and  $y_L$  are the predicted intensities that correspond to  $M_U$  and  $M_L$ , and  $f_\epsilon$  the probability-density function of  $\epsilon$ . If eq. 6.33 is assumed to hold:

$$\nu_p(y) = K_0 + K_1 y^{-r_1} - K_2 y^{-r_2} \quad (6.35)$$

where:

$$K_i = [b_1 g(R)]^{r_i} A_i \lambda_L dV \quad (i = 0, 1, 2) \quad (6.36)$$

$$r_0 = 0, \quad r_1 = \beta/b_2, \quad r_2 = (\beta - \beta_1)/b_2 \quad (6.37)$$

Substitution of eq. 6.35 into 6.34, coupled with the assumption that  $\ln \epsilon$  is normally distributed with mean  $m$  and standard deviation  $\sigma$  leads to:

$$\nu(y) = c_0 K_0 + c_1 K_1 y^{-r_1} - c_2 K_2 y^{-r_2} \quad (6.38)$$

where:

$$c_i = \exp(Q_i) \left[ \Phi \left( \frac{\ln \alpha_L - u_i}{\sigma} \right) - \Phi \left( \frac{\ln \alpha_U - u_i}{\sigma} \right) \right] \quad (6.39)$$

$\Phi$  is the standard normal cumulative distribution function,  $Q_i = 1/2 \sigma^2 r_i^2 + m r_i$ , and  $u_i = m + \sigma^2 r_i$ . Similar expressions have been presented by Merz and Cornell (1973) for the special case of eq. 6.8 when  $\beta_1 \rightarrow \infty$  and for a quadratic form of the relation between magnitude and logarithm of exceedance rate. Closed-form solutions in terms of incomplete gamma functions are obtained when magnitudes are assumed to possess extreme type-III distributions (eq. 6.9).

Intensity-recurrence curves at given sites are obtained by integration of the contributions of all significant sources. Uncertainties in local seismicities can be handled by describing regional seismicity in terms of means and variances of  $\nu(y)$  and estimating these moments from eq. 6.34 and suitable first- and second-moment approximations. Influence of these uncertainties in design decisions has been discussed by Rosenblueth (in preparation).

### 6.5.2 Seismic probability maps

When intensity-recurrence functions are determined for a number of sites with uniform local ground conditions the results are conveniently represented by sets of seismic probability maps, each map showing contours of intensities that correspond to a given return period. For instance, Figs. 6.19 and 6.20 show peak ground velocities and accelerations that correspond to 100 years return period on firm ground in Mexico. These maps form part of a set that was obtained through application of the criteria described in this chapter. Because the ratio of peak ground accelerations and velocities does not remain constant throughout a region, the corresponding design spectra will not only vary in scale but also in shape (frequency content); in other words, seismic risk will usually have to be expressed in terms of at least the values of two parameters (for instance, as in this case, peak ground accelerations and velocities that correspond to various risk levels (return periods)).

### 6.5.3 Microzoning

Implicit in the above criteria for evaluation of regional seismicity is the adoption of intensity attenuation expressions valid on firm ground. Scatter of actual intensities with respect to predicted values was ascribed to differences in source mechanisms, propagation paths, and local site conditions; at least the latter group of variables can introduce systematic deviations in the

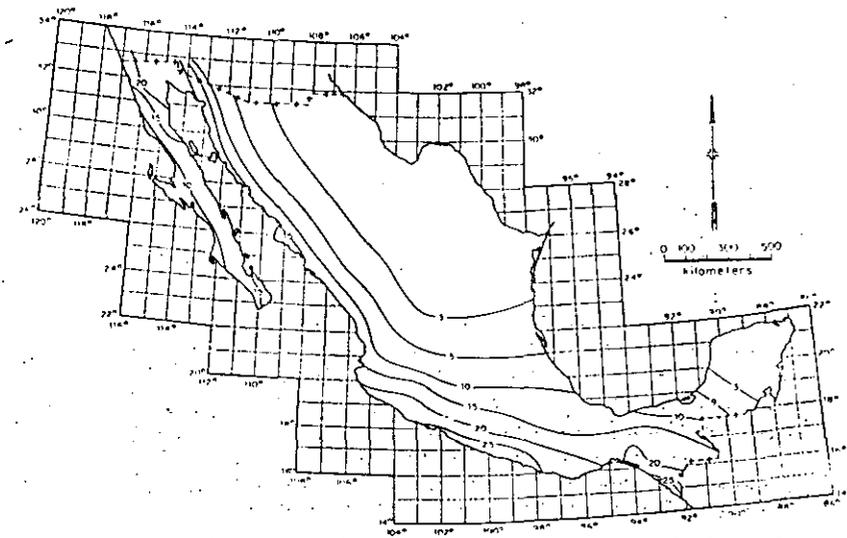


Fig. 6.19. Peak ground velocities with return period of 100 years (cm/sec).

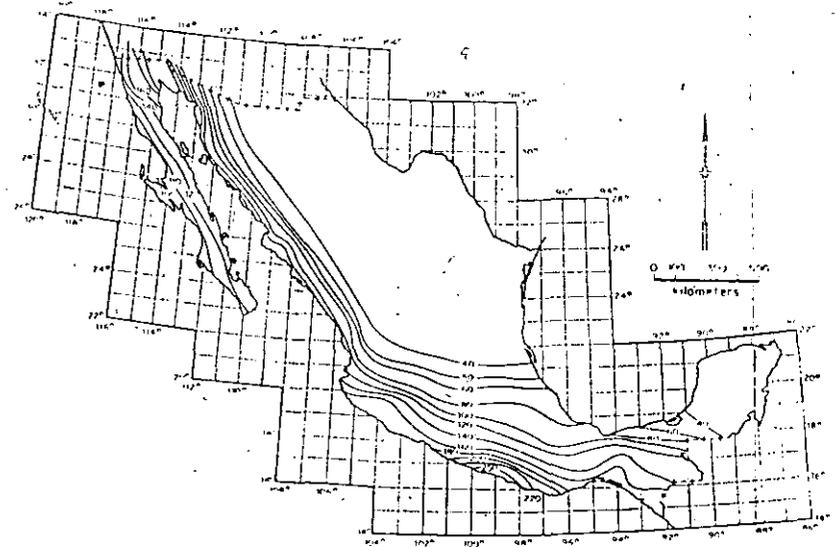


Fig. 6.20. Peak ground accelerations with return period of 100 years ( $\text{cm}/\text{sec}^2$ ).

ratio of actual to predicted intensities; and geological details may significantly alter local seismicity in a small region, as well as energy radiation patterns, and hence regional seismicity in the neighbourhood. These systematic deviations are the matter of microzoning, that is, of local modification of risk maps similar to Figs. 6.19 and 6.20.

Most of the effort invested in microzoning has been devoted to study of the influence of local soil stratigraphy on the intensity and frequency content of earthquakes (see Chapter 4). Analytical models have been practically limited to response analysis of stratified formations of linear or nonlinear soils to vertically traveling shear waves. The results of comparing observed and predicted behavior have ranged from satisfactory (Herrera et al., 1965) to poor (Hudson and Udawadia, 1972). Topographic irregularities, as hills or slopes of firm ground formations underlying sediments, may introduce significant systematic perturbations in the surface motion, as a consequence of wave focusing or dynamic amplification. The latter effect was probably responsible for the exceptionally high accelerations recorded at the abutment of Pacoima dam during the 1971 San Fernando earthquake.

Present practice of microzoning determines seismic intensities or design parameters in two steps. First the values of those parameters on firm ground are estimated by means of suitable attenuation expressions and then they are amplified according to the properties of local soil; but this implies an arbitrary decision to which seismic risk is very sensitive: selecting the boundary between soil and firm ground. A specially difficult problem stems when

trying to fix that boundary for the purpose of predicting the motion at the top of a hill or the slope stability of a high cliff (Rukos, 1974).

It can be concluded that rational formulation of microzoning for seismic risk is still in its infancy and that new criteria will appear that will probably require intensity attenuation models which include the influence of local systematic perturbations. Whether these models are available or the two-step process described above is acceptable, intensity-recurrence expressions can be obtained as for the unperturbed case, after multiplying the second member of eq. 6.34 by an adequate intensity-dependent corrective factor.

#### REFERENCES

- Aki, K., 1963. *Some Problems in Statistical Seismology*. University of Tokyo, Geophysical Institute.
- Allen, C.R., 1969. Active faulting in northern Turkey. *Calif. Inst. Tech., Div. Geol. Sci., Contrib.* 1577.
- Allen, C.R., St. Amand, P., Richter, C.F. and Nordquist, J.M., 1965. Relationship between seismicity and geologic structure in the southern California region. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 55 (4): 753-797.
- Ambraseys, N.N., 1973. Dynamics and response of foundation materials in epicentral regions of strong earthquakes. *Proc. 5th World Conf. Earthquake Eng., Rome*.
- Ananiin, I.V., Bune, V.I., Vvedenskaia, N.A., Kirillova, I.V., Reisner, G.I. and Sholpo, V.N., 1968. *Methods of Compiling a Map of Seismic Regionalization on the Example of the Caucasus*. C. Yu. Schmidt Institute of the Physics of the Earth, Academy of Sciences of the USSR, Moscow.
- Benjamin, J.R. and Cornell, C.A., 1970. *Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers*. McGraw-Hill, New York.
- Ben-Menahem, A., 1960. Some consequences of earthquake statistics for the years 1918-1955. *Gerlands Beitr. Geophys.*, 69: 68-72.
- Bollinger, G.A., 1973. Seismicity of the southeastern United States. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 63: 1785-1808.
- Bolt, B.A., 1970. Causes of earthquakes. In: R.L. Wiegel (editor), *Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Brune, J.N., 1968. Seismic moment, seismicity and rate of slip along major fault zones. *J. Geophys. Res.*, 73: 777-784.
- Burridge, R. and Knopoff, L., 1967. Model and theoretical seismicity. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 57: 341-371.
- Cornell, C.A. and Vanmarcke, E.H., 1969. The major influences on seismic risk. *Proc. 4th World Conf. Earthquake Eng. Santiago*.
- Crouse, C.B., 1973. Engineering studies of the San Fernando earthquake. *Calif. Inst. Technol., Earthquake Eng. Res. Lab. Rep.* 73-04.
- Cox, D.F. and Lewis, P.A.W., 1966. *The Statistical Analysis of Series of Events*. Methuen, London.
- Davenport, A.G., 1972. A statistical relationship between shock amplitude, magnitude and epicentral distance and its application to seismic zoning. *Univ. Western Ontario, Faculty Eng. Sci., BLWT-4-72*.
- Davies, G.F. and Brune, J.N., 1971. Regional and global fault slip rates from seismicity. *Nature*, 229: 101-107.
- Drakopoulos, J.C., 1971. A statistical model on the occurrence of aftershocks in the area of Greece. *Bull. Int. Inst. Seismol. Earthquake Eng.*, 8: 17-39.
- Esteva, L., 1968. Bases para la formulación de decisiones de diseño sísmico. *Natl. Univ. Mexico, Inst. Eng. Rep.* 182.
- Esteva, L., 1969. Seismicity prediction: a bayesian approach. *Proc. 4th World Conf. Earthquake Eng. Santiago*.
- Esteva, L., 1970. Consideraciones prácticas en la estimación bayesiana de riesgo sísmico. *Natl. Univ. Mexico, Inst. Eng., Rep.* 248.
- Esteva, L., 1974. Geology and probability in the assessment of seismic risk. *Proc. 2nd Int. Congr. Int. Assoc. Eng. Geol., Sao Paulo*.
- Esteva, L. and Villaverde, R., 1973. Seismic risk, design spectra and structural reliability. *Proc. 5th World Conf. Earthquake Eng., Rome*, pp. 2586-2597.
- Figueroa, J., 1963. Isosistas de macrosismos mexicanos. *Ingeniería*, 33 (1): 45-68.
- Gaisky, V.N., 1966. The time distribution of large, deep earthquakes from the Pamir-Hindu-Kush. *Dokl. Akad. Nauk Tadzhik S.S.R.*, 9 (8): 18-21.
- Gaisky, V.N., 1967. On similarity between collections of earthquakes, the connections between them, and their tendency to periodicity. *Fiz. Zemli*, 7: 20-28 (English transl., pp. 432-437).
- Gajardo, E. and Lomnitz, C., 1960. Seismic provinces of Chile. *Proc. 2nd World Conf. Earthquake Eng., Tokyo*, pp. 1529-1540.
- Gutenberg, B. and Richter, C.F., 1954. *Seismicity of the Earth*. Princeton University Press, Princeton.
- Gzovsky, M.G., 1962. Tectonophysics and earthquake forecasting. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52 (3): 485-505.
- Herrera, I., Rosenblueth, E. and Rascón, O.A., 1965. Earthquake spectrum prediction for the Valley of Mexico. *Proc. 3rd Int. Conf. Earthquake Eng., Auckland and Wellington*, 1: 61-74.
- Housner, G.W., 1969. Engineering estimates of ground shaking and maximum earthquake magnitude. *Proc. 4th World Conf. Earthquake Eng., Santiago*.
- Hudson, D.E., 1971. *Strong Motion Instrumental Data on the San Fernando Earthquake of February 9, 1971*. California Institute of Technology, Earthquake Engineering Research Laboratory.
- Hudson, D.E., 1972a. Local distributions of strong earthquake ground shaking. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62 (6).
- Hudson, D.E., 1972b. *Analysis of Strong Motion Earthquake Accelerograms, III, Response Spectra, Part A*. California Institute of Technology, Earthquake Engineering Research Laboratory.
- Hudson, D.E. and Vdwadia, F.E., 1973. Local distribution of strong earthquake ground motions. *Proc. 5th World Conf. Earthquake Eng., Rome*, pp. 691-700.
- Kaila, K.L. and Narain, H., 1971. A new approach for preparation of quantitative seismicity maps as applied to Alpeide Belt-Sunda Arc and adjoining areas. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 61 (5): 1275-1291.
- Kaila, K.L., Gaur, V.K. and Narain, H., 1972. Quantitative seismicity maps of India. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 62 (5): 1119-1132.
- Kaila, K.L., Rao, N.M. and Narain, H., 1974. Seismotectonic maps of southwest Asia region comprising eastern Turkey, Caucasus, Persian Plateau, Afghanistan and Hindu-kush. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 64 (3): 657-669.
- Kelleher, J., Sykes, L. and Oliver, J., 1973. Possible criteria for predicting earthquake locations and their application to major plate boundaries of the Pacific and the Caribbean. *J. Geophys. Res.*, 78 (14): 2547-2585.
- Knopoff, L., 1964. The statistics of earthquakes in southern California. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54: 1871-1873.
- Lomnitz, C., 1966. Magnitude stability in earthquake sequences. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 56: 247-249.
- Lomnitz, C. and Hax, A., 1966. Clustering in aftershock sequences. In: J.S. Steinhart and T. Jefferson Smith (editors), *The Earth Beneath the Continents*. Am. Geophys. Union, pp. 502-508.

- McGuire, R.K., 1974. Seismic structural response risk analysis incorporating peak response regressions on earthquake magnitude and distance. *Mass. Inst. Technol., Dep. Civ. Eng.*, R74-51.
- Merz, H.A. and Cornell, C.A., 1973. Seismic risk analysis based on a quadratic magnitude-frequency law. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 63 (6): 1999-2006.
- Milne, W.G. and Davenport, A.G., 1969. Earthquake probability. *Proc. 4th World Conf. Earthquake Eng., Santiago*.
- Mogi, K., 1962. Study of elastic shocks caused by the fracture of heterogeneous materials and its relations to earthquake phenomena. *Bull. Earthquake Res. Inst. Tokyo*, 40: 125-173.
- Molnar, P. and Sykes, L.R., 1969. Tectonics of the Caribbean and Middle America regions from focal mechanisms and seismicity. *Geol. Soc. Am. Bull.*, 80: 1639.
- Newark, N.M. and Rosenblueth, E., 1971. *Fundamentals of Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Omori, F., 1894. On the aftershocks of earthquakes. *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo*, 7: 111-200.
- Parzen, E., 1962. *Stochastic Processes*. Holden Day, San Francisco.
- Petrushkevsky, B.A., 1966. *The Geological Fundamentals of Seismic Zoning*. Scientific Translation Service, order 5032, Ann Arbor, USA.
- Raiffa, H. and Schlaifer, R., 1968. *Applied Statistical Decision Theory*. MIT Press.
- Rosenblueth, E., 1964. Probabilistic design to resist earthquakes. *Am. Soc. Civ. Eng., J. Eng. Mech. Div.*, 90 (EM5): 189-249.
- Rosenblueth, E., 1969. Seismicity and earthquake simulation. *Rep. NSF-UCER Conf. Earthquake Eng. Res., Pasadena*, pp. 47-64.
- Rosenblueth, E., 1975. *Point Estimates for Probability Moments*. National University of Mexico, Institute of Engineering, Mexico City.
- Rosenblueth, E., in preparation. Optimum design for infrequent disturbances.
- Rukos, E., 1974. *Análisis dinámico de la margen izquierda de Chicoasén*. National University of Mexico, Institute of Engineering, Mexico City.
- Salt, P.E., 1974. Seismic site response. *Bull. N. Z. Natl. Soc. Earthquake Eng.*, 7 (2): 63-77.
- Scholz, C.H., 1968. The frequency-magnitude relation of microfracturing and its relation to earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 58: 399-417.
- Shlien, S. and Toksöz, M.N., 1970. A clustering model for earthquake occurrences. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 60 (6): 1765-1787.
- Singh, S.K., 1975. *Mexican Volcanic Belt: Some Comments on a Model Proposed by F. Mooser*. National University of Mexico, Institute of Engineering, Mexico City.
- Trifunac, M.D., 1973. Characterization of response spectra by parameters governing the gross nature of earthquake source mechanisms. *Proc. 5th World Conf. Earthquake Eng., Rome*, pp. 701-704.
- Tsuboi, C., 1958. Earthquake province. Domain of sympathetic seismic activities. *J. Phys. Earth.*, 6 (1): 35-49.
- Utsu, T., 1961. A statistical study on the occurrence of aftershocks. *Geophys. Mag., Tokyo*, 30: 521-605.
- Utsu, T., 1962. On the nature of three Alaska aftershock sequences of 1957 and 1958. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 52: 179-297.
- Veneziano, D. and Cornell, C.A., 1973. Earthquake models with spatial and temporal memory for engineering seismic risk analysis. *Mass. Inst. Technol., Dep. Civ. Eng.*
- Vere-Jones, D., 1970. Stochastic models for earthquake occurrence. *J. R. Stat. Soc.*, 32 (1): 1-45.
- Wallace, R.E., 1970. Earthquake recurrence intervals on the San Andreas Fault. *Geol. Soc. Am. Bull.*, 81: 2875-2890.
- Yegulalp, T.M. and Kuo, J.T., 1974. Statistical prediction of the occurrences of maximum magnitude earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 64 (2): 393-414.

## Chapter 7

### TSUNAMIS

ROBERT L. WIEGEL

Professor of Civil Engineering, University of California, Berkeley, Calif., U.S.A.

#### 7.1 INTRODUCTION

##### 7.1.1 Some data

Tsunamis are the long water waves (with wave 'periods' in approximately the 5-60 minute range) generated impulsively by mechanisms such as underwater tectonic displacements associated with earthquakes, high-speed subaqueous slides, rock-slides into reservoirs, bays or the ocean, and exploding islands. They may be caused by the tectonic displacement of an entire body of water such as a lake (Wiegel and Camotim, 1962).

The horizontal component of velocity  $V_h$  at which the water is displaced from the source by one of the mechanisms mentioned above is important, with the speed being measured relative to  $\sqrt{gd}$  (where  $g$  is the acceleration of gravity and  $d$  is the water depth). However, as long as the Froude number ( $V_h/\sqrt{gd}$ ) is high, theory and hydraulic experiments show it is not as important as the amount of water that is displaced (see, for example, Wiegel et al., 1970; Hatori, 1970).

It is likely that the major cause of large-scale catastrophic tsunamis is a rapidly occurring tectonic displacement of the ocean bottom, with the displacement having a substantial vertical component (dip-slip), as shown in Fig. 7.1 (Iida, 1970; see also, Balakina, 1970 and Watanabe, 1970). One would expect that strike-slips would have to occur through a seamount or submarine cliff to generate a tsunami, and then, owing to the rapid decrease of the ground displacement with distance from the fault (Bonilla, 1970), it is unlikely that major tsunamis would be generated by this mechanism as the waves would be rather short (Garcia, 1972). However, earthquakes associated with strike-slip faults (as well as with other types of faulting) may trigger a submarine earthquake, which in turn may generate a tsunami.

Tsunamis are important because of the loss of life and great property damage that result from large ones. More than 27,000 people were killed and 10,000 houses destroyed in Japan by the tsunami of June 15, 1896 (Leet, 1948). A great tsunami which struck Chile, Hawaii, California, Japan and all other coastal areas bordering the Pacific Ocean, occurred in conjunction with the Chilean earthquake of May 23, 1960. (Committee for Field Investigation

RIESGO SISMICO

Mario Ordaz<sup>1,2</sup>

Jaime García<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Ingeniería, UNAM

<sup>2</sup>Centro Nacional de Prevención  
de Desastres

## SISMICIDAD LOCAL

Se conoce como sismicidad local al proceso de ocurrencia de temblores generados en una zona determinada. En el contexto de este estudio se entenderá por evaluar la sismicidad local determinar los parámetros de las distribuciones de probabilidad que describen la ocurrencia de temblores en una región dada.

En la fig 1 se indican las fuentes sísmicas que consideramos afectan a Tajimaroa, y en las tablas 1 - 3 se presentan los catálogos sísmicos de estas fuentes. En la realidad las fuentes no son puntuales; el catálogo 1 por ejemplo, representa la sismicidad de un área muy extensa, y los temblores se pueden generar en cualquier lugar de esta área. Consideraremos la distancia a la fuente como una variable aleatoria (V. A.) a la cual asignamos una densidad de probabilidad. En este caso estamos utilizando una aproximación de primer orden al considerar la V.A. distancia a la fuente igual a su esperanza.

El proceso de sismicidad lo consideramos como un proceso de Poisson múltiple, donde la tasa de excedencia de cada una de las magnitudes, definida como el valor esperado del número de temblores con magnitud mayor o igual a  $M$  por unidad de tiempo; está expresada como (Cornell y Vanmarcke, 1969)

$$\lambda(M) = \lambda_0 \frac{e^{-\beta M} - e^{-\beta M_u}}{e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_u}}$$

donde  $\lambda_0$ ,  $\beta$  son parámetros desconocidos,  $M_0$  es la magnitud por encima de la cual el catálogo está completo. Si la ecuación anterior se representa en papel semilogarítmico se observa que para magnitudes pequeñas es una línea recta con pendiente igual a  $-\beta$ , lo que está de acuerdo con lo observado por Gutenberg y Richter (1954). Conforme  $M$  aumenta, la curva, todavía en papel semilogarítmico, se vuelve cóncava hacia abajo y  $\lambda(M)$  vale cero para  $M > M_u$ , reconociendo el hecho de que  $M_u$  es la magnitud máxima que puede generarse en la fuente sísmica correspondiente.

Dada la definición de  $\lambda(M)$ , la función de densidad de probabilidad de las magnitudes es:

$$\begin{aligned} f_M(M) &= -\frac{1}{\lambda_0} \frac{d\lambda(M)}{dM} \quad M_0 \leq M \leq M_u \\ &= \frac{\beta e^{-\beta M}}{e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_u}} \end{aligned}$$

Puesto que se trata de un proceso de Poisson, la densidad de probabilidades del tiempo entre temblores con  $M \geq M_0$  es exponencial con tasa de ocurrencia  $\lambda_0$ . Con esta, y con la función de densidad de probabilidad de la magnitud de cada temblor, podemos calcular la verosimilitud de la historia sísmica como:

$$L_E | \lambda_0, \beta, M_u = \prod_{i=1}^n f_T(t_i) f_M(M_i) = \prod_{i=1}^n \lambda_0 e^{-\lambda_0 t_i} \frac{\beta e^{-\beta M_i}}{e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_u}}$$

Reorganizando términos tenemos:

$$L_E | \lambda_0, \beta, M_u \propto \lambda_0^n e^{-\lambda_0 T} \left( \frac{\beta}{e^{-\beta M_0} - e^{-\beta M_u}} \right)^n e^{-\beta \hat{S}}$$

donde:  $n$  = número de eventos ocurridos

$$T = \sum_{i=1}^n t_i = \text{tiempo cubierto por el catálogo.}$$

$$\hat{S} = \sum (M_i - M_0)$$

De acuerdo con el teorema de Bayes, la densidad a posteriori de los parámetros es igual al producto de la verosimilitud del evento por la densidad a priori de tales parámetros. Para  $\lambda_0$  y  $\beta$  elegimos a priori densidades gamma, con la siguiente forma:

$$f'_{\lambda_0}(\lambda_0) \propto \lambda_0^{m'-1} e^{-\lambda_0 t'}$$

$$f'_{\beta}(\beta) \propto \beta^{m'-1} e^{-\beta s'}$$

donde  $n'$ ,  $m'$ ,  $t'$  y  $s'$  son parámetros que condensan nuestra información previa, y que normalmente se fijan con base en regiones tectónicamente similares. Para  $M_u$  fijaremos, con fines de ilustración, una densidad arbitraria  $f_u(M_u)$ . Aplicando el teorema de Bayes obtenemos que

$$L_{\lambda_0, \beta, M_u} = \lambda_0^{n''-1} e^{-\lambda_0 t''} \beta^{m''-1} e^{-\beta s''} \left[ 1 - e^{-\beta M_u} \right]^{-n} f_u(M_u)$$

donde  $m''=m'+n$ ,  $n''=n'+n$ ,  $t''=t'+T$ , y  $s''=s'+\hat{S}$ . Se observa que  $\lambda_0$  tiene, a posteriori, también distribución gamma, y que el valor esperado de este parámetro es  $n''/t''$ , siendo su coeficiente de variación  $1/\sqrt{n''}$ . En general, el término entre paréntesis cuadrados es cercano a la unidad, por lo que  $\beta$  tiene aproximadamente distribución gamma con  $E\beta = m''/s''$  y  $c^2\beta = 1/m''$ .

Una aproximación de primer orden consistiría en tomar los parámetros, que en rigor son inciertos, iguales a su esperanza.

A partir de la información de los catálogos se calcularon todos los parámetros necesarios, los cuales se presentan en la tabla 4.

A  $M_u$  se considerará determinista y se tomará como  $M_u = 8.5$ .

## ATENUACION DE LAS ONDAS SISMICAS Y SISMICIDAD REGIONAL

Si se cuenta con un número de registros suficientemente amplio de las intensidades ocurridas en el sitio en estudio durante lapsos largos, los modelos probabilistas de la sismicidad regional pueden deducirse directamente de análisis estadísticos de dichos registros. En caso opuesto deben deducirse a partir de los modelos probabilistas de la sismicidad local en fuentes sísmicas vecinas.

Debido a lo anterior, es necesario contar con expresiones que relacionen la magnitud y posición focal de un temblor con las intensidades que pueden generarse en un sitio dado. A estas relaciones se les conoce como leyes de atenuación.

Si tomamos a la aceleración máxima del terreno como medida de intensidad, y consideramos una ley de atenuación sobre ésta, se puede emplear una expresión de la forma:

$$\text{Log Amax} = A + B \text{ Log R} + C M$$

en donde A, B, C son coeficientes evaluados con una regresión múltiple sobre las aceleraciones registradas, M es la magnitud y R la distancia epicentral. Para el terreno firme de Ciudad Universitaria (Cd. de México), Singh, et al (1987) obtuvieron la ley de atenuación que se empleará en este trabajo, dada por

$$\text{Log Amax} = 5.396 - 2.976 \text{ Log R} + 0.429 M$$

Aplicando esta ley de atenuación, supuesta determinista para Tajimaroa, se obtienen las aceleraciones para distintas magnitudes cuyos valores se muestran en la tabla 5. Recordando que en la realidad las fuentes no son puntuales, lo que hacemos es proponer

una función de densidad de probabilidad de la distancia a la fuente; para Tajimaroa estamos utilizando una aproximación de primer orden al considerar la variable aleatoria distancia a la fuente igual a su esperanza.

Ahora bien, nos interesa conocer las curvas de ocurrencia de intensidad para Tajimaroa, es decir, la tasa media de ocurrencia de temblores cuya intensidad en el sitio en cuestión exceda de valores dados.

Analizaremos en primer término el caso determinista, y posteriormente incluiremos el efecto de la incertidumbre en la aceleración máxima.

Para la fuente  $i$  se tiene que la tasa de ocurrencia de temblores cuyas intensidades calculadas exceden valores dados es

$$\nu_1(a) = \lambda_1 [M(a)_1] \quad (A)$$

Puesto que deben tomarse en cuenta las contribuciones de las diversas fuentes sísmicas cercanas que afectan a Tajimaroa, se tiene:

$$\nu(a) = \sum_{i=1}^3 \nu_1(a)$$

El valor de  $\nu_1(a)$  se calcula como sigue:

En primer lugar  $M(a)_1$  puede obtenerse a partir de la ley de atenuación como:

$$M(a)_1 = (\text{Log } A - 5.396 + 2.976 \text{ Log } R_1) / 0.429$$

$$C_1 = \frac{2.976 \text{ Log } R_1 - 5.396}{0.429}$$

$$M(a)_1 = 2.331 \text{ Log } a + C_1$$

sustituyendo en (A)

$$\nu_1(a) = \lambda_0 \frac{e^{-\beta(2.331 \log a + c_1)} e^{-\beta M_u}}{e^{-\beta M_0} e^{-\beta M_u}}$$

Después de aplicar los conceptos expuestos para el caso de Tajimaroa, se obtienen los valores presentados en la tabla 6 y las curvas graficadas en la fig 3.

Con los datos de  $\nu(a)$  pueden construirse curvas de la probabilidad de exceder una determinada aceleración en un determinado período de tiempo. Puesto que se trata de un proceso de Poisson, dicha probabilidad puede calcularse con la expresión

$$p[A > a \text{ en } T \text{ años}] = 1 - e^{-\nu(a)T}$$

En la tabla 7 se muestran los valores de las probabilidades y en la fig 4 se presentan las curvas correspondientes.

Cuando se consideran los efectos de la incertidumbre en la aceleración máxima se procede de la siguiente manera.

Recordemos que  $\lambda(M)$  representa la tasa de excedencia de temblores con magnitudes iguales a  $M$  o mayores, asociadas con un proceso sísmico desarrollado en una fuente dada. A cada ocurrencia de un temblor asociado con el proceso sísmico de interés corresponde una magnitud y unas coordenadas focales, que definen una distancia del foco al sitio de interés. Como en general la correlación probabilista entre la magnitud y la localización del foco es importante, la distribución probalista de la intensidad de un evento aleatorio al sitio de interés, dependerá de la distribución conjunta de magnitudes y distancias. Se opta en este ejemplo considerar la distancia epicentral como determinista y la tasa de excedencias se calcula como:

$$\nu(y) = \int_{M_1}^{M_2} \frac{d\lambda(M)}{dM} p[Y > y | M] dM$$

$\nu(y)$  es la tasa de ocurrencia en el sitio de interés de temblores con intensidad igual a  $(y)$  o mayor, producidos por un proceso sísmico dado,  $M_1$  y  $M_2$  son los extremos inferior y superior del intervalo de magnitudes involucrado en el proceso sísmico de interés y el segundo factor dentro de la integral es la probabilidad condicional de que la intensidad exceda de  $(y)$  cuando la magnitud es igual a  $M$ .

Para Tajimaroa en donde la intensidad está dada por la aceleración máxima del terreno.

$$\nu(a) = \int_{M_0}^{M_u} - \frac{d\lambda}{dM} p[A > a | M] dM$$

Si tomamos en cuenta que  $A|M = LN[\bar{m}(M), \sigma_{lna}]$  y que el  $\ln \bar{m}(M)$  es igual a la ley de atenuación  $\alpha + bM$

$$p[A > a | M] = \phi \left[ \frac{\alpha + bM - \ln a}{\sigma_{lna}} \right] dM$$

entonces

$$\nu(a) = \int_{M_0}^{M_u} - \frac{d\lambda(M)}{dM} \phi \left[ \frac{\alpha + bM - \ln a}{\sigma_{lna}} \right] dM$$

de la ley de atenuación se tiene  $\sigma_{lna} = 0.7$

Resolviendo la expresión anterior, se obtienen las tasas de excedencia para aceleraciones considerando la incertidumbre. La tabla 8 muestra los valores correspondientes; comparando en la última columna el caso determinista cuyos valores son de menor magnitud que cuando se considera la incertidumbre. En la fig 5, se tienen graficadas las dos últimas columnas de la tabla 5.

Lo que hemos calculado hasta aquí corresponde a un terreno firme

supuesto en Tajimaroa. Para considerar los efectos locales de manera aproximada en nuestro estudio, se puede afectar la ley de atenuación por un factor de 10 para un suelo como el del Valle de México; lo anterior está basado en funciones de transferencia obtenidas de terreno firme a blando en sismos recientes en la ciudad de México.

## COEFICIENTE DE DISEÑO SISMICO

Se considera óptimo el coeficiente de diseño que conduce a la mínima suma de los dos siguientes conceptos: costo inicial de la estructura y esperanza del valor presente de las pérdidas por daños debidos a sismo.

Para evaluar estas cantidades se hacen las siguientes hipótesis:

- a) El proceso de ocurrencia de temblores es de Poisson.
- b) Cada estructura tiene un solo estado de falla. La condición para que esta se alcance se expresa en términos de la aceleración espectral máxima del temblor que produce la falla.
- c) El costo de la estructura,  $C$ , puede modelarse con la siguiente expresión.

$$C(c) = C_1 + Q c^\alpha$$

donde  $C_1$ ,  $Q$ , y  $\alpha$  son constantes y  $c$  es el coeficiente sísmico de diseño.

- d) La tasa de excedencia  $\nu(c)$ , de la aceleración — número de veces por unidad de tiempo en que esta aceleración es excedida — puede representarse con la expresión.

$$\nu(c) = k \bar{c}^r$$

donde  $K$  y  $r$  toman valores diferentes en cada sitio.

Puede demostrarse que bajo las hipótesis anteriores, las pérdidas esperadas por sismo cuando se diseña con el coeficiente  $c$  valen.

$$P(c) = \frac{A}{\gamma} v(c)$$

donde  $\gamma$  es la tasa de descuento usualmente fijada en 0.05/año, y  $A$  es el costo de la falla si ocurriera hoy. En estas condiciones, se requiere minimizar la suma

$$C_T = C(c) + P(c)$$

$$C_T = C_1 + Q C^\alpha + \frac{A}{\gamma} v(c)$$

o bien, si se expresa el costo total en términos del valor de las estructuras sin diseño sísmico  $C_1$ .

$$\frac{C_T}{C_1} = 1 + \frac{Q}{C_1} C^\alpha + \frac{A}{\gamma C_1} v(c) \quad (B)$$

$$\frac{C_T}{C_1} = 1 + \rho_1 C^\alpha + \frac{\rho_2}{\gamma} v(c)$$

donde

$$\rho_1 = \frac{Q}{C_1}$$

$$\rho_2 = \frac{A}{C_1}$$

para este estudio se emplearon los siguientes valores (Vargas y Jara 1989)

$$\alpha = 1.2$$

$$\gamma = 0.05$$

$$\rho_1 = 2.4$$

$$\rho_2 = 20$$

entonces (B) se puede escribir como:

$$\frac{C_I}{C_I} = 1 + 2.4 C^{1.2} + 400 \nu(c)$$

Para distintos valores de  $c$  y  $\nu(c)$  se obtiene la tabla 9 y la fig. 6 se observa que la aceleración óptima es  $12\text{cm/S}^2$ .

Ahora bien todo el procedimiento se debe realizar para distintos períodos y obtener el espectro óptimo.

## REFERENCIAS

Singh, S. K. (1987) Empirical Prediction of Ground Motion in Mexico City from Coastal Earthquakes, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 77, No. 5, pp. 1862 - 1867.

Cornell, C A y Vanmarcke, E (1964), "The major influences on seismic risk", Memorias IV Congreso Mundial de Ingenierha Sismica, Santiago de Chile, Chile.

Gutenberg, B. y Richter, CF (1954), Seismicity of the earth (and associated phenomena), Princeton University Press, Princeton, NJ, EUA.

Tabla 1. Catálogo sísmico de la fuente 1

T	M
0.54	5.9
1.34	5.5
1.88	4.8
2.05	4.9
3.47	5.6
5.74	5.4
7.52	4.8
9.15	4.6
9.84	4.7
11.46	6.7
11.88	5.1
13.53	4.7
16.03	5.3
17.25	5.2
17.86	5.8
21.91	6.0
22.68	4.7
23.72	5.5
24.34	5.8
25.44	4.8
25.91	5.4
27.20	4.6
27.26	4.8
28.08	5.2
29.79	4.8
30.62	4.7
30.74	5.2
33.40	4.7
34.87	4.9
36.73	4.7
37.98	4.9
40.06	6.0
40.49	4.8
42.15	4.7
43.51	5.6
44.57	4.7
45.15	5.0
46.44	4.6
47.80	4.6
48.18	4.8
51.03	4.5

n=41

Tabla 2 Catálogo sísmico de la fuente 2

T	M
0.48	4.8
0.74	4.7
3.17	4.6
4.75	4.9
7.11	4.6
7.72	5.4
9.31	5.0
9.91	4.9
10.34	5.3
11.51	4.6
11.78	5.3
15.52	5.0
18.99	6.4
19.47	4.8
21.26	4.9
21.66	4.9
21.99	5.3
23.14	5.1
24.71	4.9
25.50	5.9
25.95	6.3
26.83	5.1
29.12	4.9
29.86	4.9
30.56	5.6
31.98	5.4
34.23	5.4
34.93	5.9
36.02	5.0
37.99	4.9
40.05	4.5
40.76	6.4
43.49	5.3
43.57	5.0
45.54	4.8
47.39	4.7
47.61	5.2
49.71	4.5
50.05	4.6

n=39

Tabla 3 Catálogo sísmico de la fuente 3.  
n=86

T	M	T	M
0.27	5.3	26.73	6.0
3.81	4.8	26.97	4.8
4.04	4.8	27.24	4.6
4.29	4.8	27.41	6.7
4.74	4.7	27.52	4.8
6.22	5.8	27.88	4.6
6.66	4.5	28.62	4.9
6.67	4.8	29.24	5.4
6.84	4.5	30.66	5.2
7.67	4.5	30.73	5.0
8.09	4.5	32.52	7.0
8.11	4.5	33.22	4.8
9.26	5.0	34.55	5.1
11.35	4.7	34.57	4.6
12.07	4.7	34.65	4.6
12.22	5.9	35.03	4.8
13.07	5.8	35.81	4.5
13.76	4.7	36.34	4.5
14.13	5.0	36.53	4.9
14.80	5.2	36.92	4.8
14.83	5.6	37.86	5.5
16.27	4.5	37.97	7.1
16.75	4.9	40.59	4.6
16.96	4.6	40.65	5.1
17.02	5.3	41.56	5.2
17.25	6.0	41.59	4.9
17.91	5.0	43.30	4.5
18.16	6.4	43.44	5.2
19.24	5.1	43.54	5.2
19.77	4.7	44.10	5.1
21.16	4.7	44.32	5.5
22.19	5.5	44.79	4.9
22.47	4.6	45.65	4.9
23.92	4.6	46.56	4.6
24.15	5.3	46.80	4.5
24.15	4.8	46.97	4.8
24.62	5.5	47.03	4.7
25.19	4.6	48.05	4.6
25.46	4.8	49.02	5.2
25.51	5.0	49.41	4.7
25.72	4.7	49.45	5.1
26.10	4.6	49.99	4.6
26.41	4.5	50.48	4.6

Tabla 4. Parámetros que definen la sismicidad local

fuelle	n	t	$\lambda_0$	$\beta$
1	41	50	0.82	1.71
2	39	50	0.78	1.65
3	86	50	1.72	1.98

Tabla 5. Magnitudes y aceleraciones para las fuentes 1, 2 y 3

Magnitud	a1	a2	a3
4.50	1.11	0.90	0.78
4.70	1.35	1.10	0.95
4.90	1.64	1.34	1.16
5.10	2.00	1.63	1.41
5.30	2.44	1.99	1.72
5.50	2.97	2.42	2.09
5.70	3.62	2.95	2.55
5.90	4.41	3.59	3.11
6.10	5.37	4.38	3.78
6.30	6.55	5.33	4.61
6.50	7.98	6.50	5.62
6.70	9.72	7.91	6.84
6.90	11.84	9.64	8.34
7.10	14.43	11.75	10.16
7.30	17.58	14.31	12.38
7.50	21.42	17.44	15.08
7.70	26.10	21.25	18.38
7.90	31.79	25.89	22.39
8.10	38.74	31.55	27.29
8.30	47.20	38.44	33.25
8.50	57.51	46.84	40.51
8.70	70.07	57.07	49.35

Tabla 6. Tasas de excedencia para las fuentes  
1, 2 y 3, y la total en el sitio de  
Tajimaroa

a	$v_1(a)$	$v_2(a)$	$v_3(a)$	$v_T(a)$
1.11	0.815364	0.549997	0.844251	2.209613
1.35	0.580764	0.396316	0.568380	1.545461
1.64	0.414419	0.286047	0.383480	1.083948
2.00	0.293673	0.205044	0.256651	0.755369
2.44	0.207888	0.146795	0.171561	0.526245
2.97	0.147674	0.105414	0.115146	0.368236
3.62	0.104580	0.075442	0.077004	0.257027
4.41	0.074053	0.053954	0.051481	0.179490
5.37	0.052404	0.038531	0.034382	0.125317
6.55	0.036899	0.027351	0.022814	0.087065
7.98	0.025959	0.019368	0.015105	0.060433
9.72	0.018195	0.013633	0.009937	0.041765
11.84	0.012675	0.009507	0.006465	0.028649
14.43	0.008743	0.006533	0.004130	0.019407
17.58	0.005956	0.004399	0.002566	0.012922
21.42	0.003975	0.002864	0.001516	0.008356
26.10	0.002568	0.001760	0.000811	0.005140
31.79	0.001570	0.000968	0.000339	0.002877
38.74	0.000859	0.000396	0.000021	0.001278
47.20	0.000354	0.000000	0.000000	0.000354
57.51	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
70.07	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 7. Probabilidad de exceder a en 50,100 y 150 años

a	$\nu_T(a)$	p(50)	p(100)	p(150)
1.11	2.209613	1.000000	1.000000	1.000000
1.35	1.545461	1.000000	1.000000	1.000000
1.64	1.083948	1.000000	1.000000	1.000000
2.00	0.755369	1.000000	1.000000	1.000000
2.44	0.526245	1.000000	1.000000	1.000000
2.97	0.368236	0.999999	1.000000	1.000000
3.62	0.257027	0.999997	1.000000	1.000000
4.41	0.179490	0.999873	0.999999	1.000000
5.37	0.125317	0.998099	0.999996	0.999999
6.55	0.087065	0.987135	0.999834	0.999997
7.98	0.060433	0.951279	0.997626	0.999884
9.72	0.041765	0.876096	0.984647	0.998097
11.84	0.028649	0.761276	0.943011	0.986395
14.43	0.019407	0.621049	0.856396	0.945581
17.58	0.012922	0.475914	0.725334	0.856051
21.42	0.008356	0.341506	0.566385	0.714467
26.10	0.005140	0.226631	0.401901	0.537449
31.79	0.002877	0.133982	0.250013	0.350498
38.74	0.001278	0.061901	0.119970	0.174445
47.20	0.000150	0.007471	0.014888	0.022248
57.51	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
70.07	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 7. Probabilidad de exceder a en 50,100 y 150 años

a	$\nu_T(a)$	p(50)	p(100)	p(150)
1.11	2.209613	1.000000	1.000000	1.000000
1.35	1.545461	1.000000	1.000000	1.000000
1.64	1.083948	1.000000	1.000000	1.000000
2.00	0.755369	1.000000	1.000000	1.000000
2.44	0.526245	1.000000	1.000000	1.000000
2.97	0.368236	0.999999	1.000000	1.000000
3.62	0.257027	0.999997	1.000000	1.000000
4.41	0.179490	0.999873	0.999999	1.000000
5.37	0.125317	0.998099	0.999996	0.999999
6.55	0.087065	0.987135	0.999834	0.999997
7.98	0.060433	0.951279	0.997626	0.999884
9.72	0.041765	0.876096	0.984647	0.998097
11.84	0.028649	0.761276	0.943011	0.986395
14.43	0.019407	0.621049	0.856396	0.945581
17.58	0.012922	0.475914	0.725334	0.856051
21.42	0.008356	0.341506	0.566385	0.714467
26.10	0.005140	0.226631	0.401901	0.537449
31.79	0.002877	0.133982	0.250013	0.350498
38.74	0.001278	0.061901	0.119970	0.174445
47.20	0.000150	0.007471	0.014888	0.022248
57.51	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
70.07	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 8. Comparación de tasas de excedencias considerando la incertidumbre y el caso determinista.

a	$\nu_{11}(a)$	$\nu_{12}(a)$	$\nu_{13}(a)$	$\nu_{1T}(a)$	$\nu_T(a)$
1.11	0.696204	0.574604	1.089942	2.360750	2.209613
1.35	0.606273	0.486629	0.883209	1.976112	1.545461
1.64	0.512822	0.400622	0.692836	1.606281	1.083948
2.00	0.419202	0.319267	0.524137	1.262607	0.755369
2.44	0.332356	0.247788	0.384897	0.965043	0.526245
2.97	0.257263	0.188664	0.276928	0.722856	0.368236
3.62	0.194203	0.140809	0.194797	0.529810	0.257027
4.41	0.143933	0.103683	0.135046	0.382662	0.179490
5.37	0.105139	0.075589	0.092578	0.273307	0.125317
6.55	0.075720	0.054518	0.062730	0.192970	0.087065
7.98	0.054170	0.039161	0.042325	0.135657	0.060433
9.72	0.038527	0.028001	0.028290	0.094819	0.041765
11.84	0.027259	0.019882	0.018919	0.066060	0.028649
14.43	0.019132	0.014058	0.012549	0.045740	0.019407
17.58	0.013401	0.009869	0.008311	0.031582	0.012922
21.42	0.009314	0.006876	0.005442	0.021634	0.008356
26.10	0.006432	0.004728	0.003538	0.014698	0.005140
31.79	0.004389	0.003210	0.002261	0.009860	0.002877
38.74	0.002954	0.002132	0.001422	0.006509	0.001278
47.20	0.001950	0.001386	0.000871	0.004207	0.000350
57.51	0.001260	0.000873	0.000519	0.002653	0.000000

Tabla 9. Valores de costo total/inicial

a	$v_{IT}(a)$	Ст/Сг
1.11	2.36075	948.0201
1.35	1.976112	794.8853
1.64	1.606281	647.8578
2.00	1.262607	511.5565
2.44	0.965043	394.0169
2.97	0.722856	299.0041
3.62	0.52981	224.1613
4.41	0.382662	168.3057
5.37	0.27330	128.3605
6.55	0.19297	101.0809
7.98	0.13565	84.27728
9.72	0.094819	75.69059
11.84	0.06606	74.00763
14.43	0.04574	78.3611
17.58	0.031582	88.49007
21.42	0.021634	104.538
26.1	0.01469	127.1555
31.79	0.00986	157.3352
38.74	0.00650	196.8017
47.2	0.004207	247.5563
57.51	0.002653	312.4481

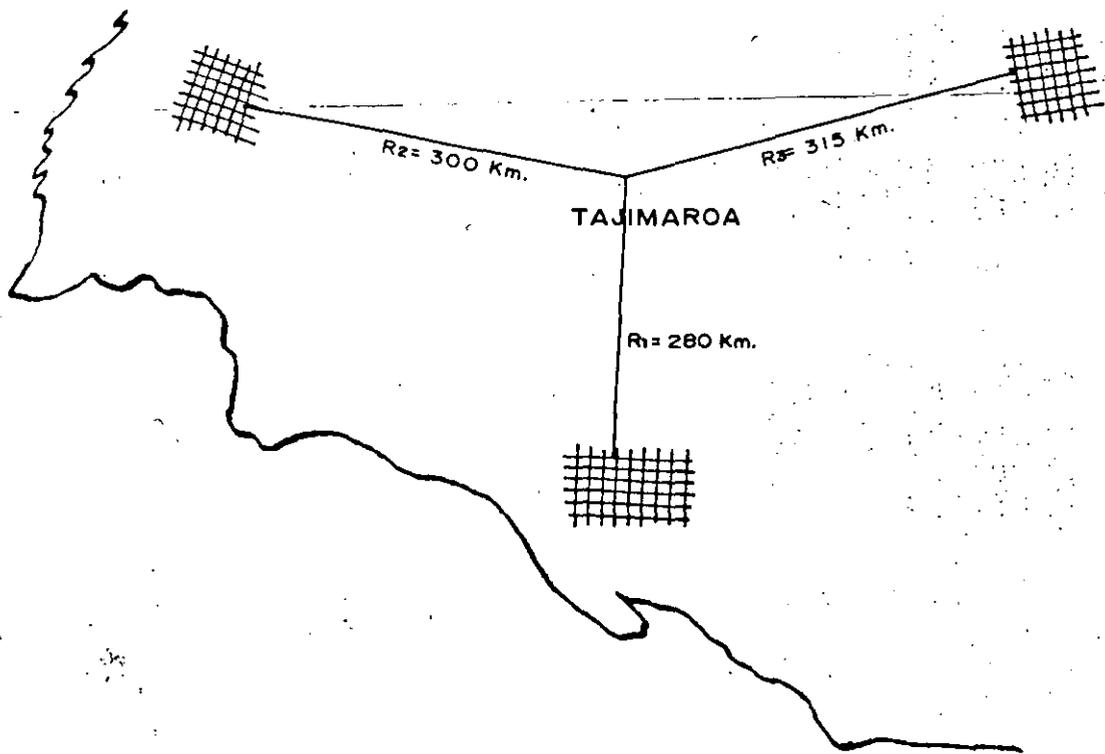


fig. 1 Croquis del problema sísmico en Tajimaroa

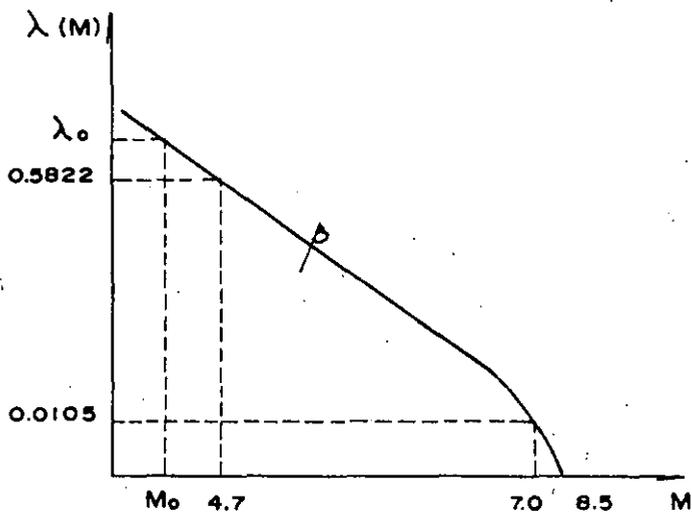


fig. 2 Tasas de excedencias de magnitudes

fig. 3 Tasas de excedencias para a

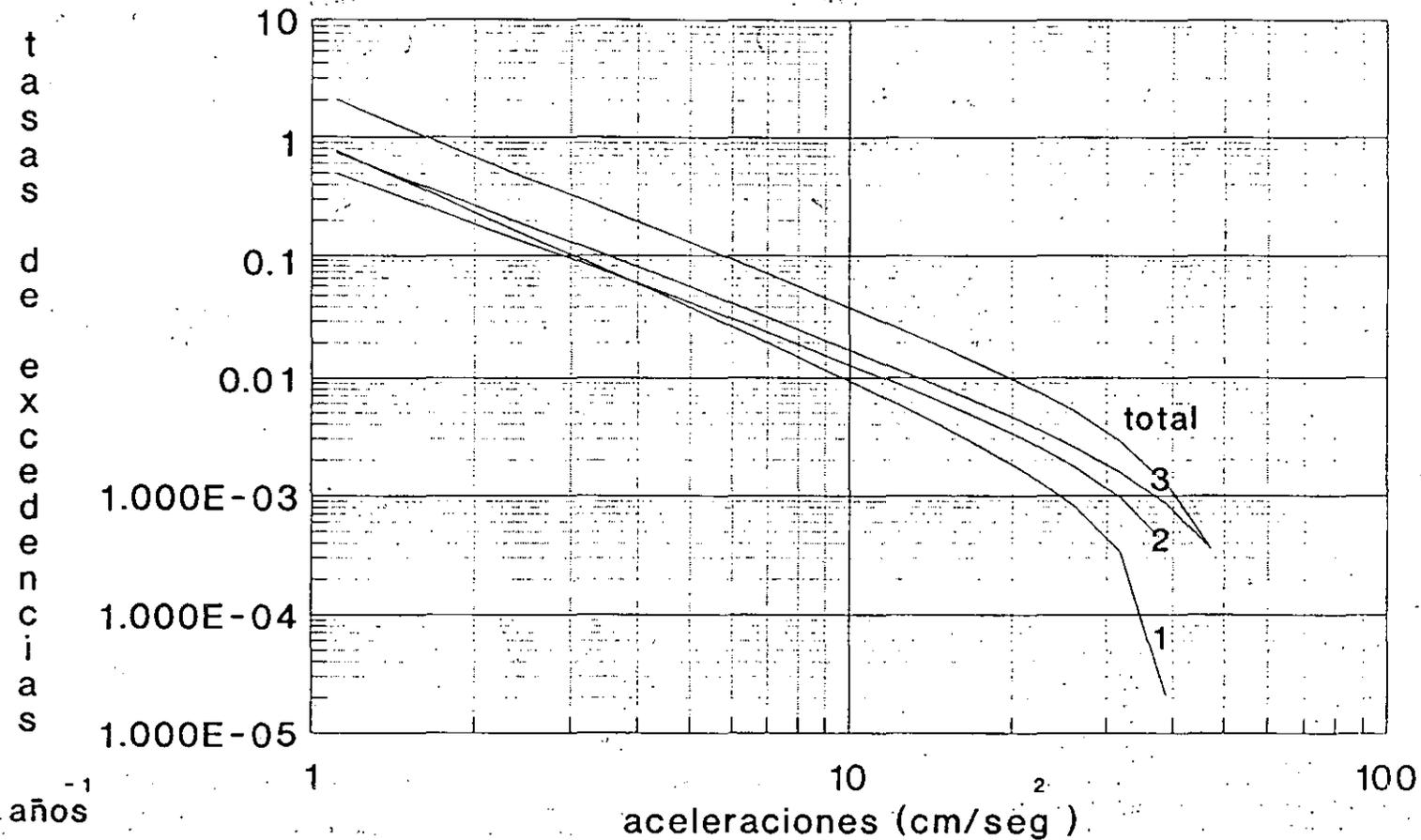


fig. 4 Probabilidades de exceder a  
en 50, 100 y 150 años

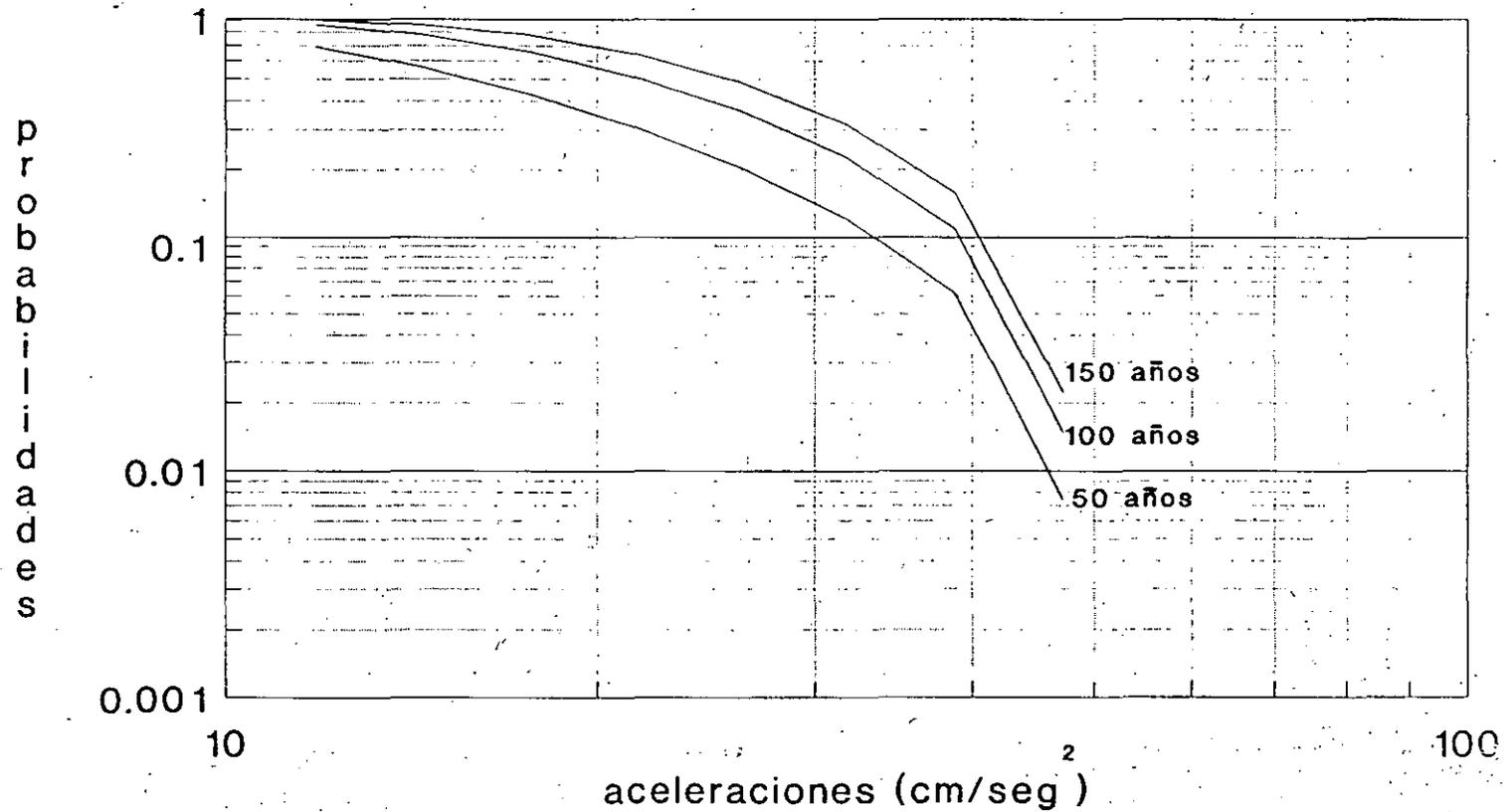


fig. 5 Efecto de la incertidumbre en la aceleración máxima

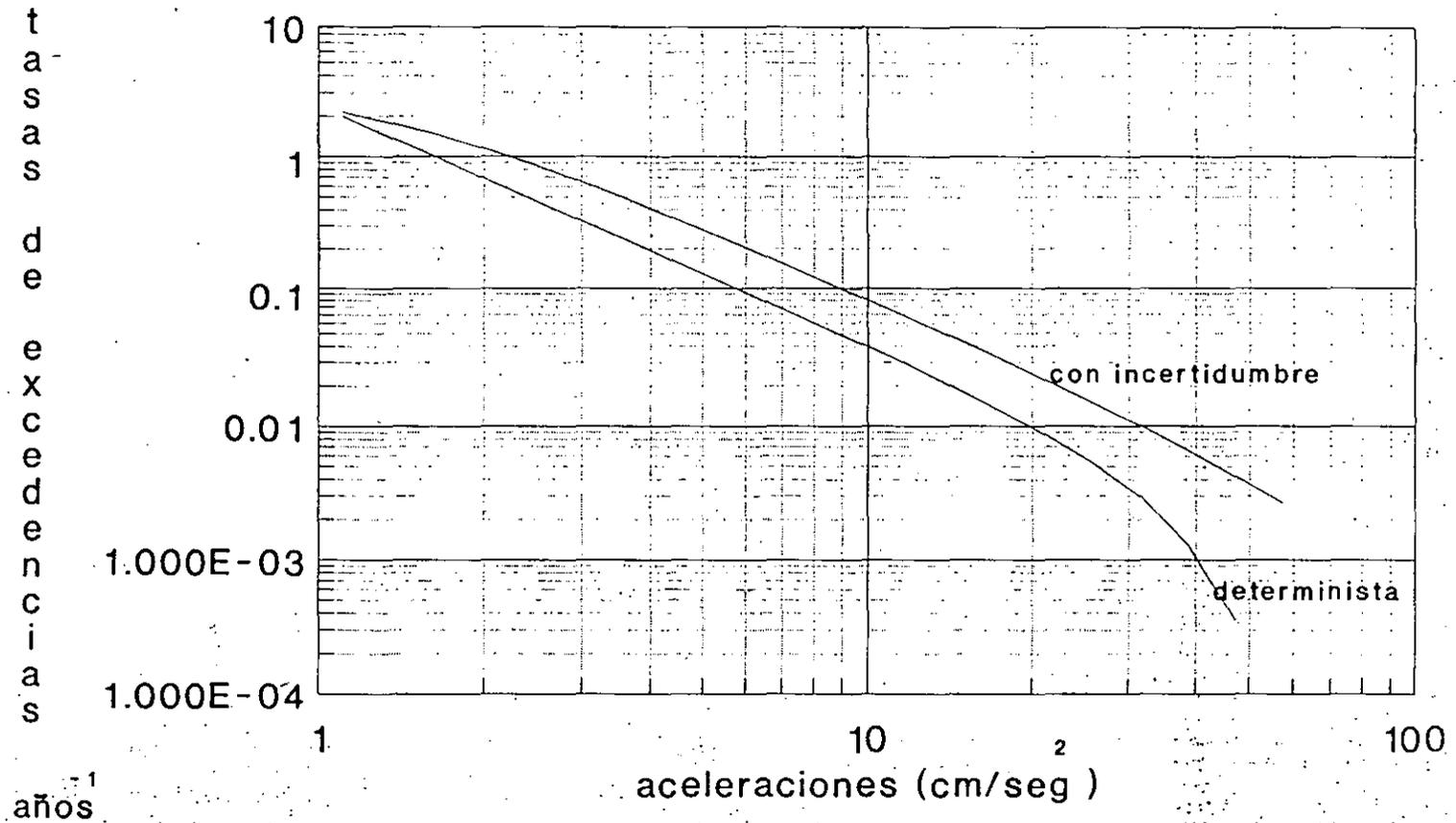
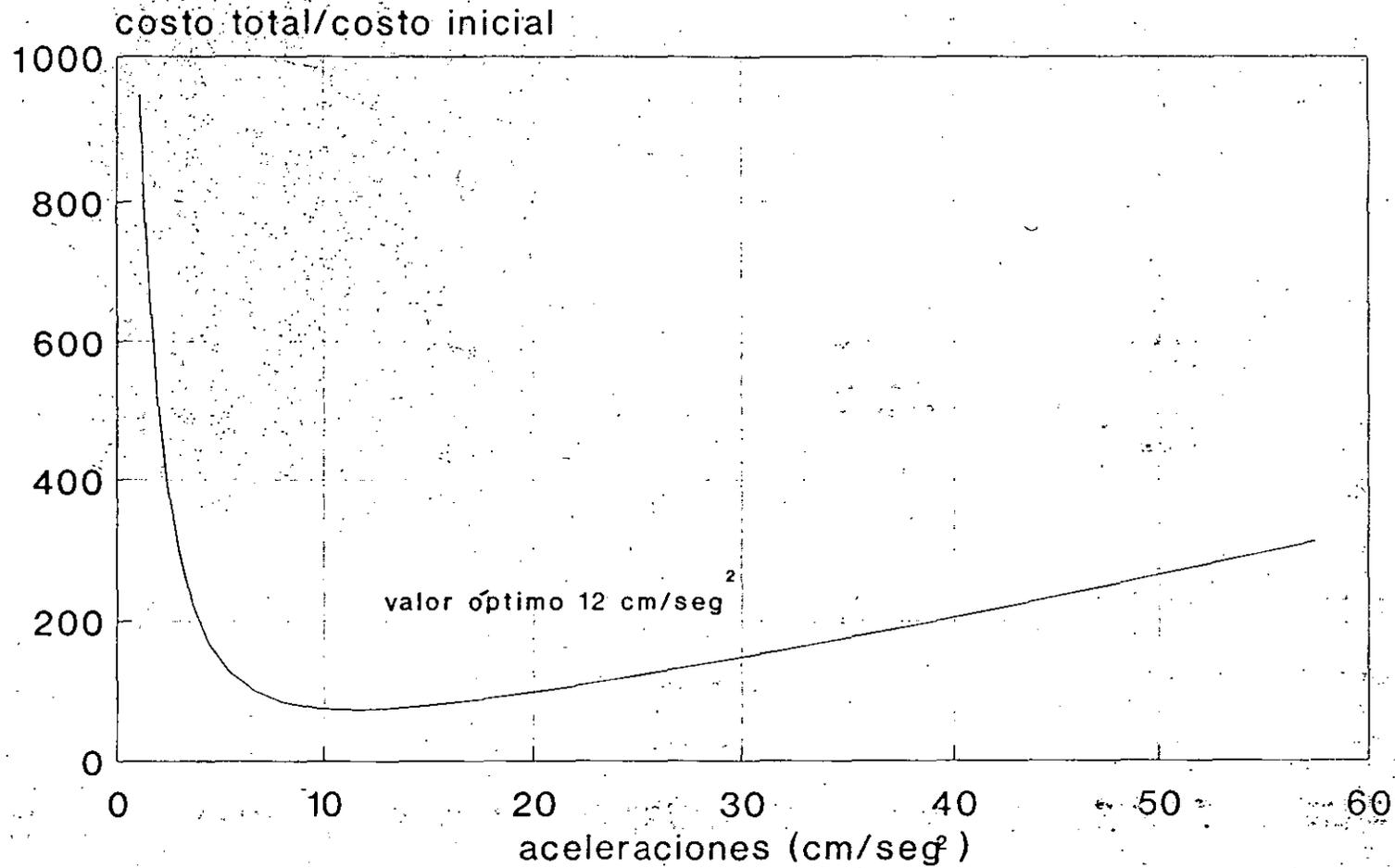


fig. 6 Valor óptimo de a



# ESPECTROS DE RESPUESTA Y DE DISEÑO

Sonia E Ruiz

## I. INTRODUCCION

## II. ESPECTROS DE RESPUESTA

1. *Comportamiento elástico lineal*
2. *Comportamiento no lineal*
3. *Respuesta elástica y elastoplástica*

## III. ESPECTROS DE DISEÑO

1. *Reducción de espectros elásticos por comportamiento no lineal*

## IV. CALCULO DE ESPECTROS DE DISEÑO A PARTIR DE FUNCIONES DE DENSIDAD ESPECTRAL

1. *Análisis probabilista en la frecuencia*

## I. INTRODUCCION

La manera más usual de definir el movimiento del terreno en un sitio con fines de diseño sísmico es mediante un ESPECTRO DE DISEÑO. La forma de este se puede predecir estadísticamente si se cuenta con suficientes datos de instrumentos, sin embargo en general esto no sucede así por lo que no es posible realizar una predicción estadística solamente con ESPECTROS DE RESPUESTA calculados a partir de registros locales de temblores. Debido a esto dicha predicción debe de hacerse a partir del conocimiento de las características de los temblores que puedan afectar el lugar, y de la probabilidad de que ocurran. De lo anterior se deduce que un ESPECTRO DE DISEÑO implica una formulación probabilista ya que interviene un gran número de variables aleatorias, como magnitud y localización de los sismos, mecanismo de movimiento en la fuente, propagación de las ondas, naturaleza del terreno local, etc; mientras que un ESPECTRO DE RESPUESTA se obtiene en forma determinista a partir del movimiento registrado.

En las siguientes secciones se tratan ambos espectros.

---

\* Inv. Titular, Instituto de Ingeniería, UNAM,  
Apdo Postal 70-472, 04510 México, D. F.

## II ESPECTROS DE RESPUESTA

### 1. Comportamiento elástico lineal

El espectro de respuesta elástica es el valor absoluto máximo de la respuesta sísmica de un sistema de un grado de libertad con cierto amortiguamiento, en función de la frecuencia natural  $\omega_n$  del sistema. La respuesta de un sistema elástico lineal normalmente se refiere a: desplazamiento relativo, velocidad relativa a la base y aceleración absoluta ( $S_d$ ,  $S_v$ ,  $S_a$ , respectivamente). La expresión para obtener  $S_v$  a partir de la historia de aceleración  $x(t)$ , para un amortiguamiento  $\xi$  dado, y una frecuencia  $\omega_n$ , es

$$S_v = \left| \int_0^t x(\tau) e^{-\xi \omega_n (t-\tau)} \left[ \cos \omega_d (t-\tau) - \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_d (t-\tau) \right] d\tau \right|_{\max} \quad (1)$$

en que  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$

Cuando el amortiguamiento es suficientemente pequeño, tal que

$\sqrt{1 - \xi^2} \approx 1$ , los términos de igual orden que  $\xi$  y mayores pueden despreciarse, y el término del coseno puede reemplazarse por seno. En este caso se encuentran las siguientes relaciones entre  $S_d$ ,  $S_v$  y  $S_a$

$$S_d = \frac{S_v}{\omega_d} = \frac{\pi S_v}{2\pi} \quad (2)$$

$$S_a = \omega_d S_v = \frac{2\pi}{T} S_v \quad (3)$$

donde  $T$  representa el periodo natural del sistema.

En la práctica de la ingeniería sísmica estas expresiones son generalmente utilizadas para calcular espectros de pseudo-desplazamientos relativos (PS) y pseudoaceleraciones absolutas (PS<sub>a</sub>) de la siguiente manera

$$PS_d \approx \frac{S_v}{\omega_n} \quad (4)$$

$$PS_a \approx \omega_n S_v \quad (5)$$

De manera similar puede calcularse el pseudoespectro de velocidad a partir del de aceleración o del de desplazamiento. Sin embargo en general se parte del espectro de velocidad y de este se calculan los pseudoespectros PS y PS<sub>a</sub>.

En la ref 1 se presentan los valores de amortiguamiento  $\xi$  usados en la práctica.

El espectro correspondiente a amortiguamiento nulo presenta oscilaciones abruptas, lo que indica que la respuesta es muy sensible a cambios pequeños del periodo. A medida que aumenta el amortiguamiento en el sistema, se reducen las respuestas máximas y la sensibilidad al cambio de periodo es mucho menor.

Es común representar en gráficas tetralogarítmicas los espectros de velocidad, desplazamiento y aceleración para varias fracciones de amortiguamiento crítico en función de la frecuencia natural, de manera que se lean las tres respuestas directamente a partir de una sola gráfica

## 2. Comportamiento no lineal

Cuando el comportamiento del sistema es no lineal también se pueden representar los espectros en un trazo tetralogarítmico; sin embargo en este caso los valores absolutos máximos que se grafican son tales que corresponden a un indicador de daño sísmico especificado; es decir, todos los puntos de un espectro asociado a un amortiguamiento viscoso dado, corresponden a un mismo nivel de deterioro o daño. Es usual, hasta la fecha, que tal indicador sea la demanda de ductilidad, de modo que se describen espectros inelásticos no lineales asociados a cierta demanda de ductilidad del sistema de un grado de libertad.

Las formas más comunes de comportamiento no lineal inelástico utilizadas en ingeniería estructural son: elastoplástico, bilineal y bilineal con deterioro de rigidez y resistencia. En todos estos casos la demanda de ductilidad  $\mu$  se define como la relación entre el desplazamiento relativo máximo  $\delta_{max}$  y el de fluencia  $\delta_y$ . Este último lo define, en un modelo bilineal, la intersección de la rigidez inicial y la fuerza de fluencia  $F_y$ .

$$\mu = \frac{\delta_{\max}}{\delta_y} \quad (6)$$

Los espectros no lineales inelásticos, correspondientes a un mismo sismo, tienen características distintas según el tipo de comportamiento estructural que se trate. Esto se debe a que la respuesta histerética en cada caso disipa la energía con forma y magnitud distintas dependiendo de las relaciones carga-deformación en cuestión. Dicha respuesta implica cierto nivel de daño que puede afectar la capacidad del sistema para resistir sismos intensos en el futuro.

El cálculo de espectros de respuesta no lineales generalmente se realiza numéricamente integrando las ecuaciones de movimiento paso a paso en el tiempo. En la fig 1 se presenta un diagrama de bloques relativo al cálculo de los espectros inelásticos. Estos también se pueden estimar en forma aproximada, reduciendo mediante reglas simples el respectivo espectro lineal elástico.

### 3. Respuestas elástica y elastoplásticas

Para acelerogramas con banda ancha registrados cerca del epifoco, la relación entre la respuesta máxima de un sistema elástico y la de un sistema con comportamiento elastoplástico es aproximadamente de la siguiente forma (ref 1).

a) Cuando el periodo del sistema se encuentra dentro del intervalo de velocidad constante, el desplazamiento máximo inelástico es aproximadamente constante e igual al desplazamiento máximo elástico  $\delta_e$  (fig 2a). Esto no ocurre para niveles de fluencia extremadamente bajos, en donde el desplazamiento se incrementa grandemente. A partir de lo anterior se llega a

$$\mu = \frac{\delta_{\max}}{\delta_y} = \frac{\delta_e}{\delta_y} = \frac{F_e}{F_y} = \frac{ma}{ma_y} \quad (7)$$

en donde  $F_e$  y  $a$  son la fuerza y aceleración del sistema cuando este se considera elástico;  $F_y$  y  $a_y$  representan la fuerza y aceleración de fluencia del sistema, y  $m$  es la masa del mismo.

b) Si el periodo del sistema es muy corto, de modo que la respuesta se encuentre dentro del intervalo de aceleración constante, el desplazamiento máximo inelástico es tal que la energía disipada por un sistema con nivel de fluencia  $F_y$  es igual a la energía del correspondiente sistema elástico. Esto es, en la fig 2b, el área  $\Delta OCE$  es igual a la comprendida entre los puntos OBDM. En esta figura la línea punteada  $CD'$  representa los puntos del verdadero desplazamiento máximo inelástico y la línea llena  $CD$  une los puntos de iguales energías de los sistemas elastoplástico y elástico. A partir de esto

$$\frac{F_e}{F_y} = (2\mu - 1)^{1/2} \quad (8)$$

Las ecs 7 y 8 constituyen las reglas de reducción de espectros elásticos para calcular espectros elastoplásticos. Estas reglas son válidas para movimientos de banda ancha de registros en terreno duro, cercanos al epifoco. Cuando el movimiento es de banda estrecha, como los que se presentan en la zona blanda de la ciudad de México, estas reglas no son aplicables, según se explica enseguida.

Rosas, et al (1989, ref 2), Ruiz y Díaz (1991, ref 3) analizaron las relaciones entre espectros elastoplásticos de aceleración y sus respectivos elásticos para varios conjuntos de movimientos con periodos dominantes especificados, registrados en la ciudad de México. La forma de las relaciones medias se muestra en la fig 3. Esta correspondiente a registros en terreno blando con periodo

dominante de 2s. El tipo de curva de regresión que se ajustó en dichos estudios es

$$\frac{F_y}{F_e} = \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) e^{-AT} - D e^{-BT} T^{C\mu} + \frac{1}{\mu} \quad (9)$$

en donde T representa el periodo de sistema, A, B, C, y D son parámetros que dependen del sitio. En la fig 3 se muestra con línea discontinua la relación correspondiente a las ecs. 7 y 8. Como puede observarse en tal figura estas expresiones dan lugar a espectros inelásticos del lado de la seguridad para periodos cercanos al dominante del movimiento, pero resultan menos conservadoras para periodos relativamente cortos. Actualmente se están tratando de derivar en el Instituto de Ingeniería, UNAM reglas generales para construir espectros inelásticos a partir de elásticos en donde se tome en cuenta el ancho de banda de la densidad espectral del movimiento (ref 4).

### III. ESPECTROS DE DISEÑO

Un espectro de diseño implica una formulación probabilista. Este espectro debe cubrir las características de los posibles movimientos del terreno en un sitio especificado o una región con características geológicas similares entre sí. Tales movimientos pueden, por ejemplo deberse a fuentes cercanas y lejana al sitio, con características sismogénicas diversas, etc.

En la construcción de un espectro de diseño se deben tener en cuenta principalmente las características de las fuentes sísmicas, las relaciones entre estas y el movimiento del terreno, y la influencia de las condiciones locales del suelo.

Generalmente se asocian para un sitio dado, varios espectros elásticos de diseño, cada uno para diferentes periodos de recurrencia. La elección del periodo de recurrencia, con fines de diseño sísmico, debe basarse en criterios de optimación sobre el riesgo aceptado y los costos de las construcciones.

## 1. Reducción de espectros elásticos por comportamiento no lineal

Cuando actúa un sismo intenso sobre las estructuras estas pueden desarrollar un comportamiento no lineal o lineal, según se prevea en el diseño. En nuestro medio, como en muchos, es usual diseñar edificios de manera que presenten un comportamiento más allá del de fluencia. Los métodos de análisis comúnmente empleados se basan en sistemas lineales excitados por movimientos correspondientes a espectros elásticos reducidos para tomar en cuenta el comportamiento no lineal. Es común calcular los espectros reducidos asociados a un nivel de excitación de forma tal que el sistema tenga cierta demanda de ductilidad  $\mu$ .

Newmark y Hall (ref 5) propusieron reglas de reducción de espectros lineales basados en las ecs 7 y 8, aplicables a registros de banda ancha, como el de El Centro, Calif. de 1940. En varios reglamentos de diseño sísmico se utilizan dichas leyes de reducción de espectro, incluyendo el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF-87, ref 6) y el UBC (Uniform Building Code, ref 7).

El RCDF-87 especifica tres espectros elásticos, para 5% de amortiguamiento crítico, que dependen del tipo de terreno (zonas I, II y III). Dichos espectros cubren los posibles tipos de sismos que pueden afectar al Valle de México. Estos son (ref 8): a) temblores locales; b) de profundidad intermedia; c) de subducción, y d) del resto de la Placa Continental. La envolvente de los espectros asociados a estos tipos de temblores con cierta probabilidad de ocurrencia, es tal que la banda de frecuencias resulta moderadamente ancha. Cuando además se introducen las incertidumbres asociadas a: condiciones locales del terreno (topografía, heterogeneidad, anisotropía, escases de datos sobre

temblores intensos, incertidumbre en la respuesta estructural, etc) dicho espectro de diseño resulta francamente de banda ancha. Por lo anterior es razonable aplicar las reglas de Newmark al espectro lineal que propone el RCDF-87.

Los espectros reducidos por demanda de ductilidad se emplean tanto en el análisis modal espectral de estructuras como en el de fuerzas laterales equivalentes. En el primero las fuerzas actuantes se determinan con base en los modos de vibración que intervienen en el análisis estructural, mientras que en el segundo dichas fuerzas se calculan a partir del modo natural de la estructura.

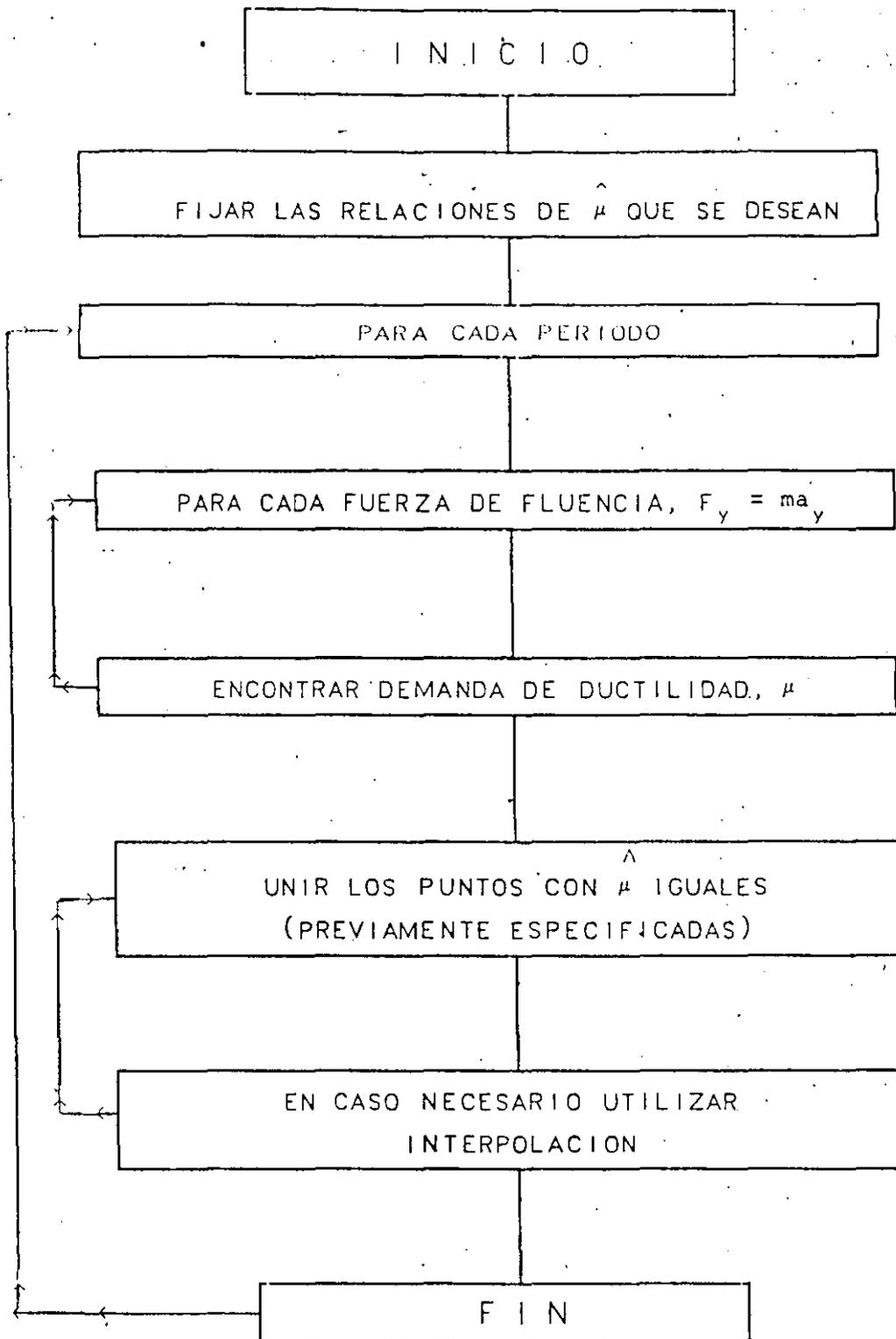


Fig 1 Diagrama de bloques para el cálculo de espectros inelásticos no lineales

#### IV CALCULO DE ESPECTROS DE DISEÑO A PARTIR DE FUNCIONES DE DENSIDAD ESPECTRAL

En esta sección se supone que se conoce la densidad espectral del movimiento esperado en un sitio asociado a cierto período de recurrencia, y a partir de esta información se desea definir el correspondiente espectro de diseño. Los criterios para lograr esto son los siguientes:

- A) Análisis Probabilista en la Frecuencia. Primeramente se obtiene con la función de densidad espectral de la respuesta de un sistema de un grado de libertad (1gdl). Se analizan las probabilidades de excedencia de valores espectrales y se determinan espectros de respuesta con probabilidades de excedencia prefijados. Este criterio utiliza los primeros momentos de la función de densidad espectral y la duración de fase intensa del movimiento. Con ellos se puede encontrar en forma aproximada la esperanza de la respuesta máxima y estimar espectros de diseño. Este criterio se explica más adelante.
- B) Simulación de Movimiento Sísmicos. A partir de un número suficiente de movimientos simulados se calculan sus correspondientes espectros de respuesta y se obtiene el espectro asociado a cierta probabilidad de excedencia.

En lo que sigue se explica con detalle el inciso A. El referente a Simulación de Movimientos Sísmicos se trata ampliamente en el capítulo correspondiente.

### 1. Análisis probabilista en la frecuencia

En este caso la excitación sísmica se trata mediante funciones de densidad espectral (f d e) de potencia  $G(\omega)$ . El valor esperado  $E[x(t)]$  de los acelerogramas es nulo, por lo que el área bajo la función  $G(\omega)$  es igual a la varianza  $\sigma^2$ . La siguiente relación es básica en la teoría de vibraciones aleatorias estacionarias de sistemas lineales (Crandall y Mark, 1963; ref 9)

$$G_u(\omega) = G(\omega) |H(\omega)|^2 \quad (10)$$

en donde  $G_u(\omega)$  es la f d e resultante y  $|H(\omega)|$  es la función de amplificación o de transferencia que representa la amplitud de la respuesta del sistema ante una excitación armónica de amplitud unitaria y frecuencia  $\omega$ . Para un sistema de un grado de libertad en que la excitación y la respuesta son la aceleración y el desplazamiento respectivamente, la función de amplificación al cuadrado es

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2} \quad (11)$$

donde  $\omega_n$  representa la frecuencia natural del sistema y  $\xi$  el amortiguamiento. La varianza de la respuesta  $\sigma_u^2$  es igual al área bajo la curva  $G_u(\omega)$ . La desviación estándar de la pseudoaceleración de la respuesta es  $\sigma_a = \omega_n^2 \sigma_u$ .

$$\begin{aligned}\sigma_a^2 &= \omega_n^4 \sigma_u^2 = \omega_n^4 G(\omega_n) \int_0^\infty |H(\omega)|^2 d\omega + \int_0^{\omega_n} G(\omega) d\omega \\ &= \omega_n G(\omega_n) \pi / (4\xi) + \int_0^{\omega_n} G(\omega) d\omega\end{aligned}\quad (12)$$

La importancia relativa del segundo término de la derecha crece para frecuencias naturales grandes (ver fig 4).

La desviación estándar de la pseudo-aceleración,  $\sigma_a$ , es igual a la de la aceleración del terreno,  $\sigma$ , cuando  $\omega_n \rightarrow \infty$ , y  $\sigma_u$  es igual a la desviación del desplazamiento del terreno cuando  $\omega_n = 0$ . Para sistemas ligeramente amortiguados, con frecuencias naturales intermedias, predomina el primer término.

La varianza  $\sigma_a^2$  crece desde cero a un valor  $\sigma_a^2(s)$  al final de la duración  $s$  del temblor. Dicha varianza está dada por

$$\sigma_a^2(s) = G(\omega_n) \frac{\pi \omega_n}{4\xi} (1 - e^{-2\xi\omega_n s}) + \int_0^{\omega_n} G(\omega) d\omega \quad (13)$$

La esperanza del desplazamiento máximo  $\bar{U}_{\max}$  que define el punto del espectro de respuesta medio, es proporcional a la desviación estándar  $\sigma_u(s)$ , es decir

$$\bar{U}_{\max, s, p} = r_{s, p} \sigma_u(s) \quad (14)$$

donde  $r_{s, p}$  se conoce como el factor pico. Los subíndices  $s$  y  $p$  se asocian a la duración del movimiento y a la probabilidad de excedencia respectivamente. Cuando  $p = 0.5$  se obtiene la mediana del espectro de respuesta. El intervalo usual de variación de  $r_{s, p}$  es entre 1.25 y 3.50 (Vanmacke, 1975). El problema de evaluar  $r_{s, p}$  equivale al de evaluar la probabilidad de que la respuesta del sistema sea mayor a cierto límite  $a$  durante el intervalo de tiempo  $(0, s)$ . Una expresión aproximada, la cual supone que la respuesta estacionaria cruza la barrera  $a$  siguiendo

un proceso de Poisson, es

$$r_{s,p} = [2 \ln (2n [1 - \exp(-\delta_e \sqrt{\pi \ln 2n})])^{1/2}] \quad (15)$$

donde

$$n = \frac{\Omega_u s / (2\pi)}{(-\ln p)}$$

$$\delta_e = (\delta_u)^{1.2}$$

$$\Omega_u = (\lambda_{2,u} / \lambda_{0,u})^{1/2}$$

$$\delta_u = (1 - \lambda_{1,u}^2 / \lambda_{0,u} \lambda_{2,u})^{1/2}$$

$$\lambda_{1,u} = \int_0^{\infty} \omega^1 G_u(\omega) d\omega$$

Una expresión simplificada de la anterior es la siguiente:

$$r_{s,p} = (2 \ln N)^{1/2} + \gamma / (2 \ln N)^{1/2} \quad (16)$$

en donde

$$N = \frac{s}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_{2,u}}{\lambda_{0,u}}}$$

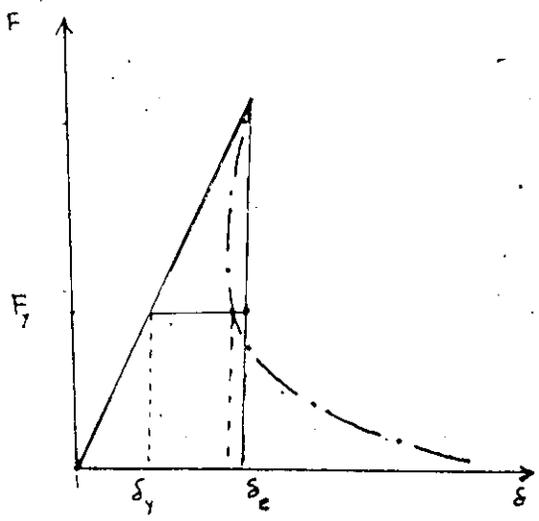
$$\gamma = 0.577... \text{ (constante de Euler)}$$

Esta expresión implica un valor  $p \approx 0.368$  de manera que  $(-\ln p)^{-1} = 1$ , y  $n = \Omega_u s / (2\pi)$  representa el número promedio de cruces de la respuesta por el eje del tiempo.

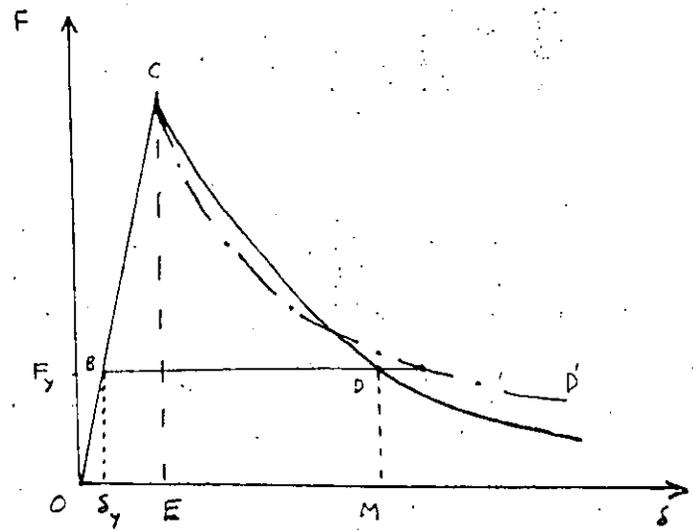
La expresión simplificada (ec 16) se ha calibrado con acelerogramas obtenidos en la ciudad de México (Ordaz y Reinoso, 1987 ref 10). Para los casos analizados la comparación de este criterio y uno "exacto" paso a paso da lugar a errores relativos medios del orden de 6-% y a desviaciones estándar de dichos errores de 18%.

## REFERENCIAS

1. Chopra, Anil K. y Newmark Nathan "Análisis", Cap 2. Diseño de estructuras resistentes a sismos, editor E. Rosenblueth, IMCYC, 1982.
2. Rosas H, Ruiz S.E. y Díaz O. "Espectros elastoplásticos de acelerogramas registrados en terrenos blandos y duro del Distrito Federal", Informe interno, proyecto 9726, Instituto de Ingeniería, UNAM, 1991.
3. Ruiz, S. E. y Díaz, O, "Reduction of linear elastic response spectra due to elastoplastic behavior of systems", 5th International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Karlsruhe, Alemania, 1991.
4. Ruiz, S. E. y Díaz O, investigación en proceso, 1991.
5. Newmark, N. M. y Hall, W. J., "Procedures and criteria for earthquake resistant design, Building Practices for Disaster Mitigation", Building Science Serie 46, National Bureau of Standards, pp 209-236, Feb 1973.
6. Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, No. 9, Julio de 1987.
7. "Uniforme Building Code", UBC.
8. Rosenblueth E, Singh, S. K., Ordaz M, y Sánchez-Sesma, F. J., "Espectros de diseño para el Distrito Federal", Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, A 1-A 17, 1987, Querétaro, Qro.
9. Crandall, S. H. y Mark, W. D. "Random Vibration in Mechanical Systems", Academic Press, New York, 1963.
10. Ordaz M. y Reinoso E, "Uso de teoría de vibraciones aleatorias en la determinación de los espectros de diseño del Reglamento para las Construcciones del Distrito Federal", VII Congreso de Ingeniería Sísmica, Querétaro, Qro., pp A 1545-160, nov. 1987.

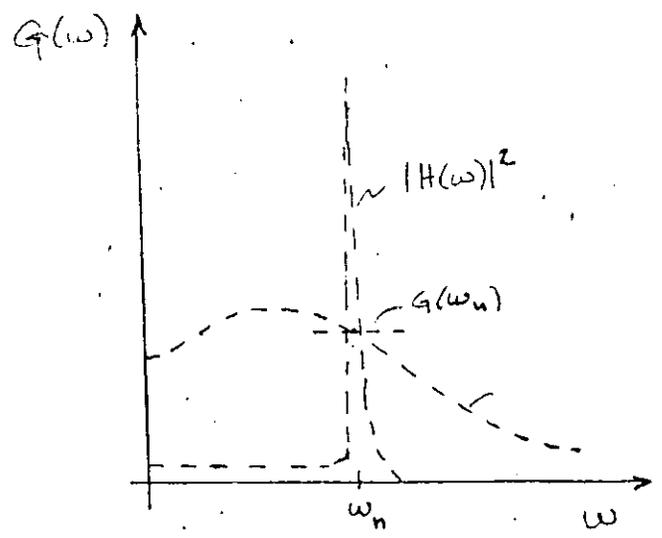


a) Sistema con período largo

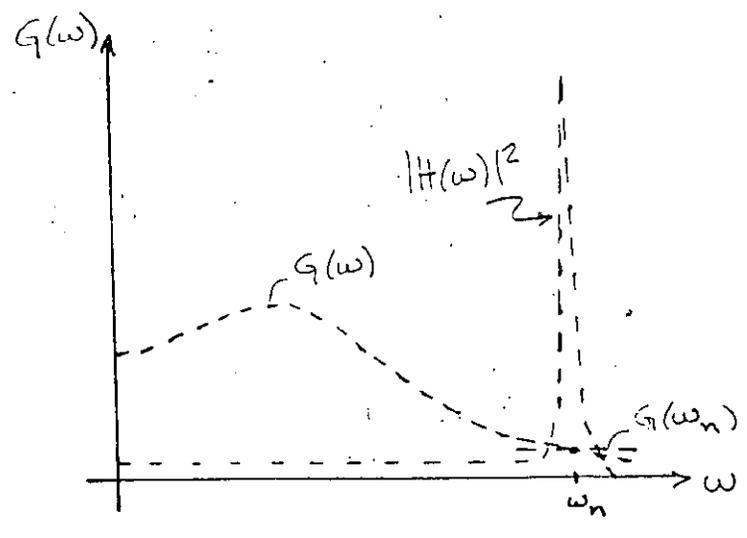


b) Sistema con período corto

Fig 2 Desplazamiento máximo elásticos e inelásticos (ref 1).



a) Primer término



b) Segundo término

Fig 3 Significado de los términos de la ec 12 (Vanmarcke, 1975)

**EVALUACION DE LA RESPUESTA SISMICA  
DE DEPOSITOS DE SUELO BLANDO  
MEDIANTE LA SUPERPOSICION DE HACES GAUSSIANOS**

**DAVID A. ALVAREZ, JOSE LUIS RODRIGUEZ**

y

**FRANCISCO J. SANCHEZ-SESMA**

*Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México  
Ciudad Universitaria, A.P. 70-472, Coyoacán 04510, México, D.F., México*

**RESUMEN**

Se presenta un método para simular la respuesta sísmica de depósitos de suelo blando sobre un semiespacio elástico ante la incidencia de ondas de corte SH planas. El problema está gobernado por la ecuación escalar de onda, la cual se resuelve usando haces Gaussianos. Estos se obtienen con base en una aproximación parabólica de la ecuación de onda, en coordenadas locales construidas a lo largo de rayos (líneas perpendiculares a los frentes de onda). La técnica consiste en la descomposición del campo de onda incidente en un sistema de haces Gaussianos. Cada uno de ellos da lugar a haces refractados y reflejados. Los primeros se propagan geoméricamente en el depósito considerando los correspondientes coeficientes de reflexión. El campo de desplazamientos en el sitio de interés se calcula con la suma de las contribuciones significativas de cada uno de los haces. Los cálculos se realizan en el dominio de la frecuencia y la respuesta temporal se obtiene mediante la transformada rápida de Fourier. Para calibrar el método se comparan resultados con los obtenidos mediante otros procedimientos. Se discuten los alcances y limitaciones del método.

**ABSTRACT: SEISMIC RESPONSE EVALUATION  
OF SOFT SOIL DEPOSITS  
BY MEANS OF GAUSSIAN BEAM SUPERPOSITION**

A method is presented to simulate the seismic response of a soft soil basin in an elastic halfspace for the incidence of plane SH waves. The problem is governed by the scalar wave equation, which is solved using Gaussian beam superposition. Gaussian beams are obtained from a parabolic approximation of the wave equation in local coordinates which are constructed along beams (perpendicular lines to the wave-front). The technique is based upon the incident wave field decomposition in a system of Gaussian beams. Each incident beam produces a refracted and a reflected beam. The first one spreads out geometrically inside the basin according with its reflection coefficients. The displacement field is obtained as the sum of significant contributions of each beam. The computations are carried out in the frequency domain and the time response is obtained using the Fast Fourier Transform. In

order to calibrate the method, the results are compared with those obtained with other procedures. The scope and limitations of the method are discussed.

## INTRODUCCION

Los sismos intensos en poblaciones asentadas sobre depósitos de suelo blando han provocado graves pérdidas humanas y económicas. Por ello es importante comprender el fenómeno de propagación de ondas sísmicas en este tipo de configuraciones geológicas. Diversos estudios muestran una clara correlación entre la distribución de daños y las condiciones locales.<sup>1</sup> Durante los sismos de Septiembre de 1985, en la Ciudad de México, ubicada sobre un valle lacustre a una distancia de aproximadamente 400 km de la zona epicentral, se registraron amplificaciones espectrales de 10 a 50 veces con respecto a lo observado en sitios de terreno firme (como es la Ciudad Universitaria<sup>2</sup>). Sin embargo, en lugares ubicados a distancias menores de 100 km el movimiento pasó prácticamente inadvertido.

La amplificación dinámica del movimiento se debe principalmente al atrapamiento y enfocamiento de la energía sísmica incidente. Estos fenómenos son generados principalmente por el contraste de impedancias entre los medios y por la geometría de la estructura geológica. La generación de ondas superficiales y los efectos no lineales también influyen de manera importante en el comportamiento sísmico. Se han desarrollado diversos métodos para evaluar los efectos de las condiciones de estratigrafía y geología locales en las características del movimiento del terreno.<sup>3-5</sup> Para configuraciones arbitrarias las soluciones numéricas permiten, a través de estudios paramétricos, obtener una estimación de la respuesta sísmica en el sitio sin simplificar demasiado la estructura local o el campo de onda incidente. Sin embargo, la mayor parte de estas técnicas (elementos finitos, diferencias finitas o ecuaciones integrales) demanda considerables recursos de cómputo a medida que la frecuencia aumenta. Si bien es cierto que la flexibilidad y versatilidad de estos métodos se incrementan con el desarrollo de los sistemas de cómputo, también es deseable contar con métodos aproximados suficientemente rápidos que permitan cálculos para altas frecuencias. Tal es el caso de los métodos geométricos basados en la teoría de rayos. Estos tienen la ventaja de presentar una clara visualización de la física del problema y de ser confiables en alta frecuencia.

La teoría de rayos es una aproximación de alta frecuencia. Los rayos son líneas que representan las trayectorias de propagación con el mínimo tiempo. En medios homogéneos se trata de líneas rectas. En problemas de propagación de ondas en configuraciones irregulares el uso de rayos permite obtener aproximaciones razonables de la parte geométrica del campo de ondas. Sin embargo, deben tenerse precauciones especiales para tratar regiones de singularidad tales como las caústicas o las zonas de transición entre rayos y sombra geométrica pues se desprecia la difracción. Además, generalmente los métodos de rayos tradicionales requieren un trazado de rayos emisor-receptor.<sup>6,7</sup>

Recientemente se ha desarrollado una técnica de superposición de haces Gaussianos que elimina muchas de las desventajas de la teoría de rayos tradicional.<sup>8-13</sup> En la solución se combina el método asintótico de rayos<sup>6</sup> con una

aproximación parabólica de la ecuación de onda.<sup>14</sup> Los cálculos con esta técnica son satisfactorios, aun en la vecindad de caústicas. Ello se debe al efecto de suavizado que proporcionan los haces Gaussianos, lo que simula la difracción.

La técnica de superposición de haces Gaussianos permite estudiar aproximadamente el comportamiento sísmico de diversas estructuras geológicas. Aquí presentamos una aplicación de esta técnica, propuesta por Babich,<sup>8</sup> al estudio de depósitos irregulares de suelo blando en la superficie de un semiespacio elástico ante la incidencia de ondas de corte SH planas.

### SUPERPOSICION DE HACES GAUSSIANOS

El método se basa en la solución aproximada, en coordenadas centradas, de la ecuación de onda. Para ello se construye el diagrama de rayos que indica la propagación de las ondas sísmicas. A diferencia de otros métodos de rayos no se requiere el trazado emisor-receptor y su costo es comparable. Debido a los efectos intrínsecos de suavidad y de disipación de energía, puede decirse que se considera en parte la difracción, en especial para geometrías suaves.

Para obtener una representación confiable del movimiento, se requiere de una adecuada densidad de rayos. La superposición de las contribuciones relevantes de los haces Gaussianos proporcionará una descripción de los desplazamientos para el sitio de interés.

Considérese una configuración bidimensional e incidencia de ondas de corte polarizadas horizontalmente (SH). En estas condiciones, la ecuación reducida de onda, que gobierna el movimiento armónico en medios elástico-lineales, homogéneos e isótropos, en coordenadas centradas  $(s, r)$ , se puede escribir como

$$\frac{\partial^2 v}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + k^2 v = 0 \quad (1)$$

donde  $k = \omega/\beta$  es el número de onda,  $\omega$  la frecuencia circular y  $\beta$  es la velocidad de propagación de las ondas SH. Si se acepta que la dirección preferencial de propagación coincide con el eje  $s$ , el campo antiplano de desplazamientos,  $v(s, r, \omega)$ , se expresa como

$$v(s, r, \omega) = f(s, r, \omega) e^{-i(\omega t - ks)} \quad (2)$$

Por otra parte, si la variación de  $f$  con respecto a  $s$  es suave; es decir, que la segunda derivada de  $f$  con respecto a  $s$  puede despreciarse, entonces las ecuaciones (1) y (2) conducen a la expresión

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + 2ik \frac{\partial f}{\partial s^2} = 0 \quad (3)$$

Esta ecuación parabólica se puede resolver en términos de polinomios de Hermite.<sup>11</sup> La solución más simple, correspondiente al polinomio de orden cero, se denomina aquí haz Gaussiano básico y se representa por

$$u_0 = \frac{C}{\sqrt{1 + i(s/s_c)}} \exp\left\{iks - \frac{r^2}{L_M^2 [1 + i(s/s_c)]}\right\} e^{-i\omega t} \quad (4)$$

donde  $s_c = \frac{1}{2}kL_M^2$  es la distancia crítica,  $L_M$  es el semiancho inicial del haz en  $s=0$ , y  $C$  es una constante. En este estudio se adoptó el criterio de que  $L_M$  fuese determinado por la separación entre rayos. Por otra parte, Nowack y Aki<sup>10</sup> definen  $L_M$  inversamente proporcional a  $\sqrt{\omega}$  y en consecuencia aceptan traslapes significativos de los haces (particularmente en frecuencias bajas). La elección de  $L_M$  es de suma importancia, en especial en el límite inferior de frecuencias. En la Figura 1 se muestra la variación del haz Gaussiano en amplitud y ancho para distintos valores de  $s/s_c$ . Estas definiciones se basan en la nomenclatura utilizada por Červený.<sup>9</sup> Puede decirse que para  $s < s_c$  la propagación corresponde a la de una onda plana, y para  $s > s_c$  se tiene aproximadamente propagación cilíndrica. Es claro que en la primera de estas regiones las hipótesis son más fidedignas. De hecho, la extensión de esta zona crece con la frecuencia. Sin embargo, si se emplea un mayor número de rayos la distancia crítica se reduce, ya que  $L_M$  disminuye.

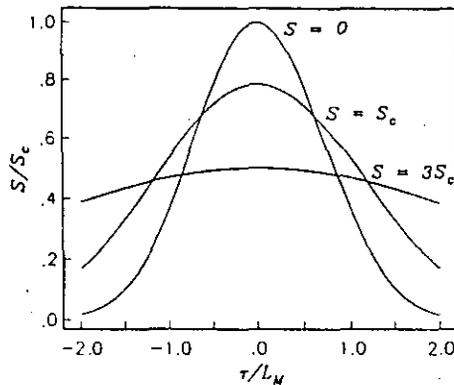


Figura 1. Amplitud de un haz Gaussiano básico.

El nombre de esta técnica se debe a que la amplitud del haz se reduce exponencialmente con el cuadrado de la distancia desde el centro del rayo, generando la forma de la distribución de Gauss. La superposición de estos haces permite representar una onda plana de manera exacta.<sup>13</sup> Sin embargo, como en las aplicaciones se usa un número finito de términos, a grandes distancias (relativas a  $s_c$ ) el esparcimiento de los haces ya no reproduce una representación confiable de la onda plana. En la formulación que aquí se presenta se parte de la representación exacta de una onda plana en términos de la suma de haces Gaussianos. Se acepta que ésta es válida para representar las ondas emitidas por refracción dentro del depósito. La condición inicial es entonces la dada por la onda incidente y el respectivo coeficiente de transmisión. Este último se calcula bajo la hipótesis de onda localmente plana.

Por otra parte, cualquier función  $F(r)$  se puede escribir como

$$F(r) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi)\delta(r - \xi) d\xi \quad (5)$$

donde  $\delta(\cdot)$  es la delta de Dirac que puede representarse mediante

$$\delta(r - \xi) = \lim_{L_M \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{\pi}L_M} e^{-[(r-\xi)/L_M]^2} \quad (6)$$

Nótese que la ecuación (4), evaluada en  $s=0$  y con  $C=1/(\sqrt{\pi}L_M)$ , coincide precisamente con la distribución Gaussiana mostrada en la ecuación (6). Es posible, considerando las ecuaciones (4) a (6), obtener una expresión aproximada del campo de desplazamientos  $v$ , a partir de sus valores iniciales en la línea  $s=0$  mediante

$$v(s, r, \omega) = \Delta\xi \sum_{j=-\infty}^{\infty} v(0, j\Delta\xi, \omega) g(s, r - j\Delta\xi, \omega) \quad (7)$$

donde se ha discretizado la integral resultante,  $g(s, r, \omega)=v_G$  y  $C=1/(\sqrt{\pi}L_M)$ . De hecho, la ecuación (7) es una aproximación de la representación exacta para una onda plana que se propaga en la dirección  $s$ . Aun si la propagación no ocurre en esta dirección esta representación es excelente.

A partir de la ecuación (7) es posible obtener una expresión aproximada de los desplazamientos emitidos dentro del depósito por la incidencia desde el semiespacio. Por supuesto, en tal expresión los haces deben afectarse por los correspondientes coeficientes de transmisión y reflexión. Con base en esto, se puede escribir que

$$v(x, y, \omega) = \sum_{j=1}^{NR} \Delta\xi v_j \sum_{l=1}^{REF+1} \left( \prod_{k=1}^l A_k \right) g(s, r, \omega) \quad (8)$$

donde NR es el número de rayos, REF es el número de reflexiones (para cada rayo),  $A_1$  es el coeficiente de transmisión,  $A_k$  ( $k=2,3,\dots$ ) son los coeficientes de reflexión y  $v_j$  es la fase en el punto de contacto de cada uno de los rayos incidentes con la frontera del depósito. En la ecuación (8) implícitamente se acepta que las coordenadas  $(s, r)$  son funciones diferentes de  $(x, z)$  para cada segmento del haz.

Una vez obtenido el campo de desplazamientos en el dominio de la frecuencia, la respuesta temporal se calcula empleando la transformada rápida de Fourier (FFT).

## EJEMPLOS

Un depósito que ha recibido una amplia atención en la literatura especializada corresponde a un estrato de espesor variable en forma cosenoidal. El ancho es de 50 km con profundidades mínima y máxima de 1 y 6 km respectivamente, como se muestra en la Figura 2. Las velocidades de las ondas de corte (SH) para el depósito y el semiespacio son  $\beta=700$  m/s y  $\beta_r=3500$  m/s, respectivamente. Las densidades de los medios respectivamente son  $\rho=2000$  kg/m<sup>3</sup> y  $\rho_r=3300$  kg/m<sup>3</sup>. La respuesta sísmica de este depósito se ha obtenido con diversos métodos: el del número de onda discreto, el de óptica geométrica, el de elementos finitos y el de haces Gaussianos. La comprensión del comportamiento de una señal elemental permite establecer un primer juicio cualitativo del movimiento sísmico de un depósito. Por ello se empleó como señal transitoria el pulso de Ricker cuya representación es

$$f(t) = \left(a^2 - \frac{1}{2}\right)e^{-a^2} \quad (9)$$

$$a = \frac{\pi(t - t_s)}{t_p}$$

En la Figura 2 se muestran los cálculos para un pulso con parámetros  $t_s=20$  s y  $t_p=17.14$  s. Los sismogramas calculados por Nowack y Aki<sup>11</sup> se identifican por GB y los generados en este trabajo por HG. Las diferencias que se aprecian entre estas dos técnicas se deben a los criterios de selección del parámetro  $L_M$ . De cualquier manera puede apreciarse que los resultados de los distintos métodos son muy similares, a pesar de la relativamente baja frecuencia en este ejemplo.

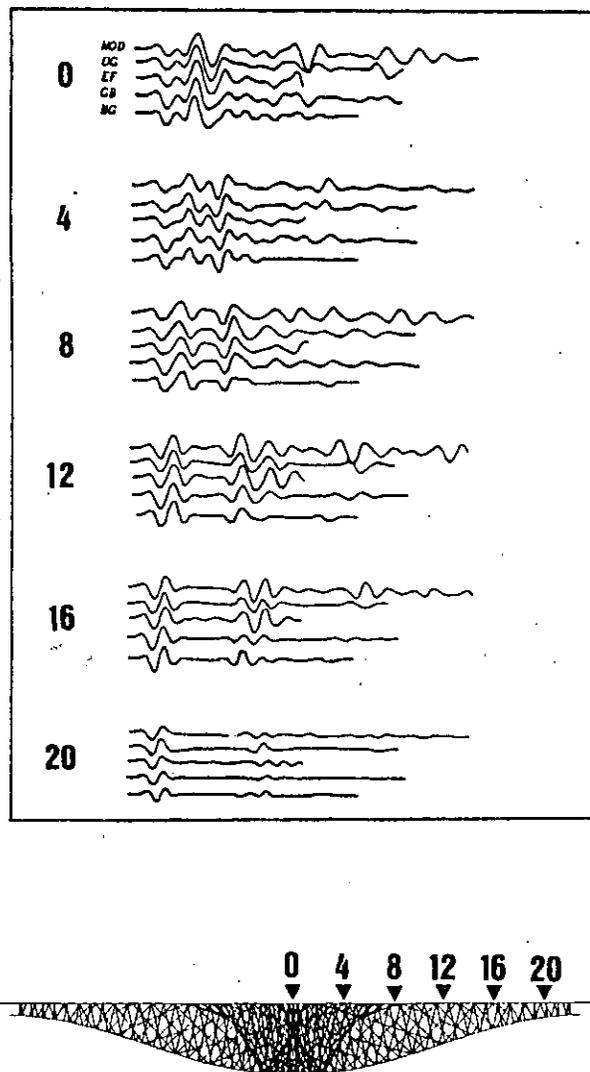


Figura 2. Sismogramas sintéticos calculados con diferentes métodos: NOD-número de onda discreto, OG-óptica geométrica, GB-haces Gaussianos y HG-haces Gaussianos obtenidos en este trabajo. Las propiedades del depósito son  $\beta=700$  m/s,  $\rho=2000$  kg/m<sup>3</sup>, y en la base son  $\beta_r=3500$  m/s y  $\rho_r=3300$  kg/m<sup>3</sup>.

Otro modelo de interés<sup>15</sup> es un depósito trapecial de 10 km de longitud por 1 km de profundidad y ángulos de talud de  $26.6^\circ$ . En la parte superior de la Figura 3 se muestran los sismogramas sintéticos calculados con un método de ecuaciones integrales de frontera, *BEM*.<sup>16</sup> La señal incidente corresponde a un pulso de Ricker con parámetros  $t_s=4$  s y  $t_p=1$  s; las propiedades empleadas fueron  $\beta=1000$  m/s,  $\beta_r=2500$  m/s y  $\rho=\rho_r$ . Estos sismogramas se comparan con el método de superposición de haces Gaussianos. En general, la aproximación es bastante buena. Además, cabe señalar que el *BEM* requirió el uso de una supercomputadora CRAY-YMP, mientras que en los cálculos con el método propuesto se empleó tan sólo una computadora personal.

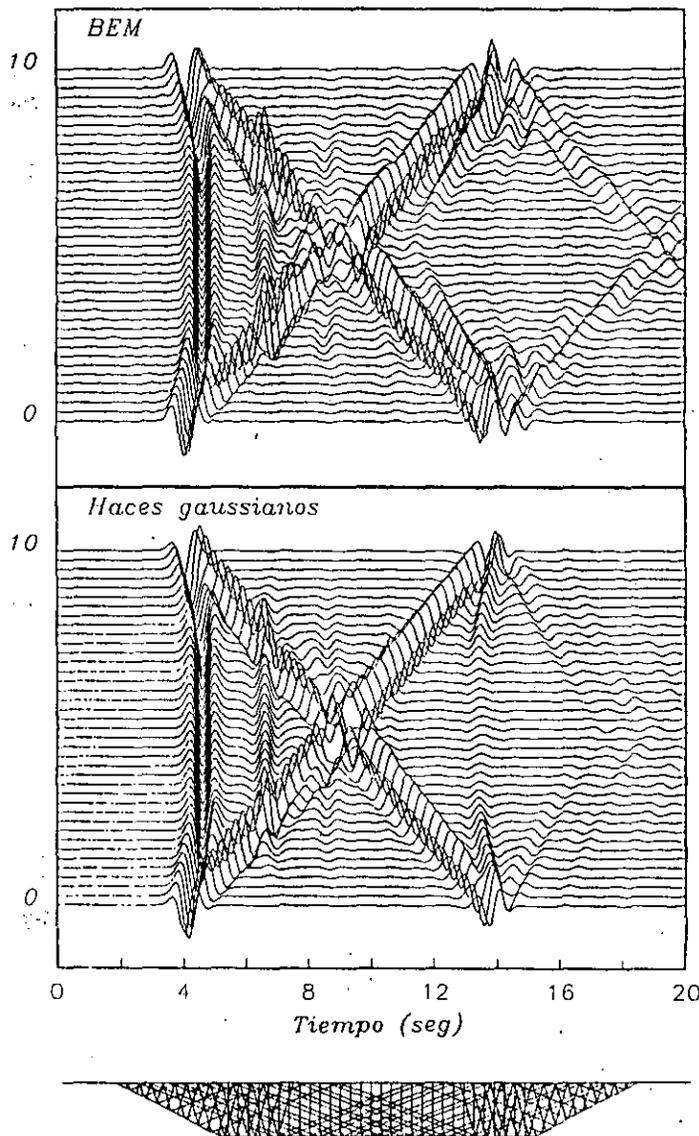


Figura 3. Sismogramas sintéticos obtenidos para un depósito trapecial con velocidades de  $\beta=1000$  m/s en el depósito y  $\beta_r=2500$  m/s en la roca. En la parte superior se muestran los cálculos con un método de ecuaciones integrales (*BEM*) y en la parte inferior los obtenidos con la técnica de haces Gaussianos.

La frecuencia, a partir de la cual el método de haces Gaussianos deja de ser confiable, depende del criterio para seleccionar los valores de  $L_M$ , del número de rayos y de la suavidad de la interfaz. En el ejemplo, este límite inferior se sitúa aproximadamente en 0.3 Hz. Sin embargo, para estudiar bajas frecuencias existen métodos más apropiados (por ejemplo, métodos de elementos de frontera) y es posible combinarlos con la suma de haces Gaussianos<sup>17</sup> para aprovechar lo mejor de cada técnica en sus rangos de máxima eficiencia.

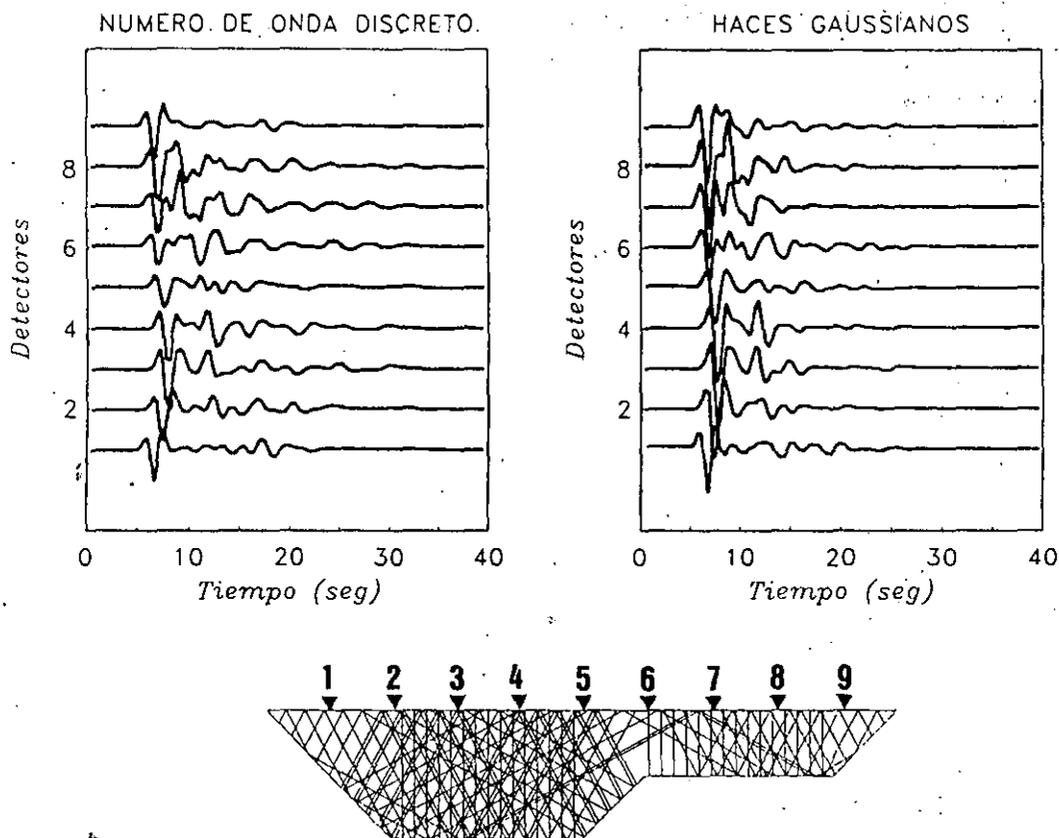
En la Figura 4 se presentan resultados de la respuesta temporal obtenidos con dos métodos de cálculo para un depósito aluvial irregular, con propiedades  $\beta=1000$  m/s,  $\beta_r=2500$  m/s,  $\rho=1800$  kg/m<sup>3</sup> y  $\rho_r=2200$  kg/m<sup>3</sup>. Con fines de comparación, se emplearon haces Gaussianos y una variante del método del número de onda discreto.<sup>18</sup> Este modelo pretende representar los efectos de la posible existencia de la falla Mixuca en la respuesta de los sedimentos profundos del valle de México. Es preliminar, pues existen fuertes limitaciones impuestas por el insuficiente conocimiento de la geología y las propiedades mecánicas. El depósito tiene 10 km de longitud con taludes a 45°. Los sedimentos en la parte más superficial tienen un espesor de 1 km y en la parte más profunda de 2 km. Los detectores están ubicados a cada kilómetro. Nótese que la irregularidad lateral combinada con los cambios de profundidad produce variaciones significativas en el movimiento calculado. Las discrepancias entre los métodos se deben principalmente al bajo rango de frecuencias en estudio, donde el efecto de la difracción generada en los vértices es importante.

El estudio de un depósito con profundidad variable, como el mostrado en la Figura 5, es de particular interés. Este modelo tiene una longitud de 10 km y una profundidad de 1 km hacia las orillas y 0.5 km en la parte central. Los correspondientes sismogramas sintéticos en la superficie del depósito se muestran en la misma Figura 5 para la excitación de un pulso de Ricker con  $t_s=10$  s y  $t_p=1$  s, e incidencias de 0° y 30°. En esta Figura se puede observar el efecto causado por los cambios laterales de profundidad como son la generación y propagación local de modos fundamentales de ondas superficiales, así como su interacción constructiva y destructiva con aquellas generadas por los bordes del depósito y con las reflexiones unidimensionales.

En la Figura 6 se muestra un depósito que presenta un cambio lineal en su espesor, y resultados sintéticos, calculados para incidencias de 0° y 30°, y un pulso con los mismos parámetros del usado en la Figura 5. En los resultados sintéticos, se observa un comportamiento predominantemente de cuña, dado por la concentración hacia uno de los vértices de la energía propagada en forma de ondas superficiales. Pueden también distinguirse las pendientes variables de las reflexiones unidimensionales en la superficie libre y la base del depósito. En las posiciones cercanas al vértice más bajo del depósito, puede apreciarse, aunque muy débil, la difracción allí generada, lo que conduce a establecer que no obstante el carácter de alta frecuencia de la técnica, permite representar la difracción de manera aproximada en algunos casos.

Para considerar el efecto de la atenuación se modificó la expresión del número de onda, sustituyendo  $\omega/\beta$  por  $\omega/\beta(1+i/2Q)$ , donde  $Q$  es el factor de calidad que se supuso constante e independiente de la frecuencia. Es usual

decir que esta forma de incluir la atenuación es equivalente a emplear amortiguamiento histerético. Para mostrar estos efectos se presentan, en la Figura 7, los sismogramas sintéticos calculados en el depósito trapecial de la Figura 5 para las estaciones  $x=1.6, 3.3$  y  $5$  km. Se emplearon factores de calidad  $Q=20, 50, 100$  y sin amortiguamiento. Nótese que para  $Q=20$  la duración del movimiento no es mayor de 25 s.



**Figura 4.** Comparación de la respuesta sísmica del depósito que se ilustra entre un método del número de onda discreto (*DWN*) y el de superposición de haces Gaussianos.  $\beta=1000$  m/s,  $\rho=1800$  kg/m<sup>3</sup>,  $\beta_r=2500$  m/s y  $\rho_r=2000$  kg/m<sup>3</sup>.

Finalmente, se presenta la respuesta sísmica de un depósito ante una señal de tiempo compleja. El modelo en estudio corresponde al depósito trapecial descrito en los resultados de la Figura 3. En la Figura 8 se muestra el acelerograma empleado como señal incidente registrado en Tacubaya, Ciudad de México el 8 de febrero de 1988. Además se muestra la respuesta unidimensional y la respuesta bidimensional, en el centro del depósito, calculada con un método de ecuaciones integrales de frontera (*BEM*),<sup>16</sup> y la obtenida con el método de superposición de haces Gaussianos, usando 50 rayos y 20 reflexiones. En esta Figura pueden apreciarse las diferencias de amplitud al comparar el acelerograma registrado con la respuesta unidimensional. Sin embargo, esta diferencia resulta más significativa al compararlo con los modelos bidimensionales. Como es de esperarse, las contribuciones de las ondas super-

ficiales generadas en los vértices del depósito son las causantes de estas grandes diferencias. Obsérvese la gran semejanza entre las respuestas de los métodos en dos dimensiones.

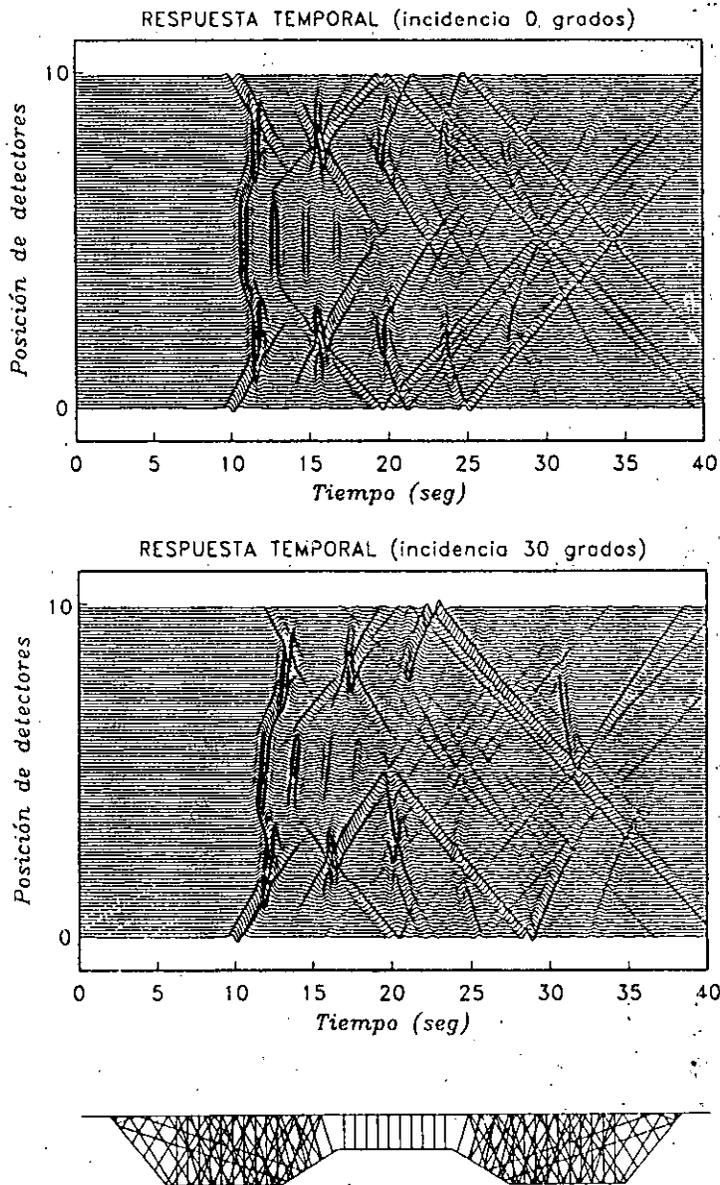


Figura 5. Sismogramas sintéticos para incidencias de  $0^\circ$  y  $30^\circ$  en un depósito trapecoidal con profundidad variable. Las propiedades empleadas son  $\beta=500$  m/s,  $\beta_r=2500$  m/s y  $\rho=\rho_r$ .

## CONCLUSIONES

Se presentó un método de superposición de haces Gaussianos para estudiar la propagación de ondas sísmicas en depósitos de suelo blando irregulares. Esta técnica permite evitar las dificultades principales de los métodos tradicionales de rayos. Las regiones de singularidad no son muy significativas y no se requiere

un trazado de rayos emisor-receptor. Los resultados son confiables en alta frecuencia para geometrías suaves. Además, los tiempos y recursos de cómputo con esta técnica son notablemente inferiores a los requeridos por métodos de frontera.

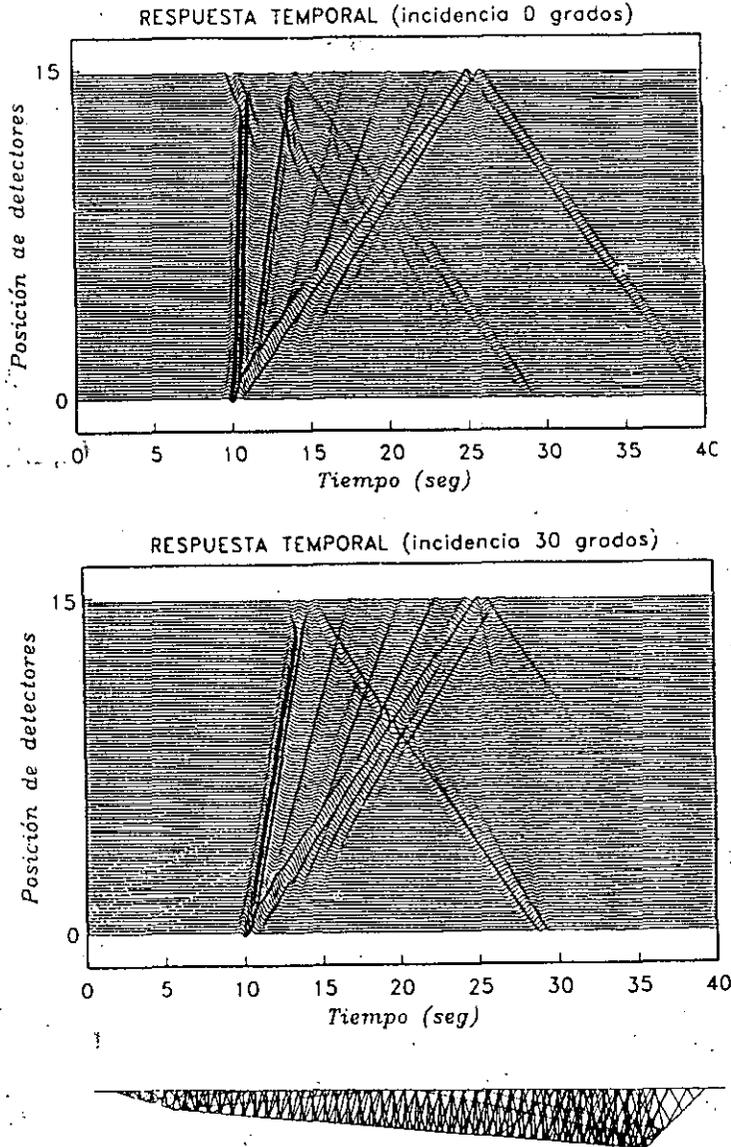


Figura 6. Sismogramas sintéticos para incidencias de  $0^\circ$  y  $30^\circ$  para el depósito de profundidad variable mostrado. Las propiedades empleadas son  $\beta=1000$  m/s,  $\beta_r=2500$  m/s,  $\rho=1800$  kg/m<sup>3</sup> y  $\rho_r=2100$  kg/m<sup>3</sup>.

En la aplicación de este tipo de modelado es útil conocer las hipótesis restrictivas y el rango de validez. Para obtener una representación confiable se requiere una densidad suficiente de rayos y se deben evitar desfases entre haces. Esto se logra buscando que el ángulo de emisión de los haces con respecto a la frontera de contacto inicial sea cercano a  $90^\circ$ , aunque valores próximos a  $60^\circ$  todavía dan resultados aceptables.<sup>11</sup> En bajas frecuencias

( $s_c \ll s$ ) la aproximación puede ser deficiente debido a que la difracción domina la respuesta y no se incluye explícitamente en este procedimiento.

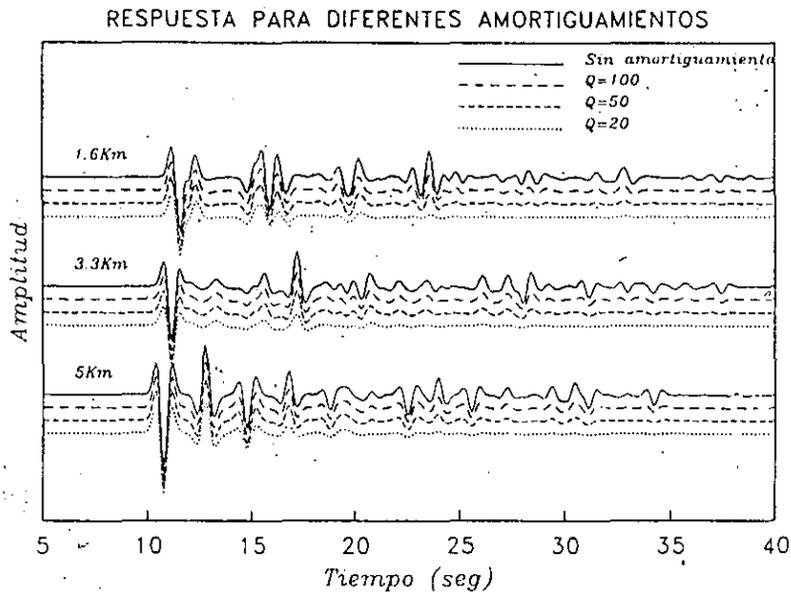


Figura 7. Efecto del amortiguamiento en 3 estaciones sobre la superficie del depósito de la Figura 5,  $x=1.6, 3.3$  y  $5$  km.

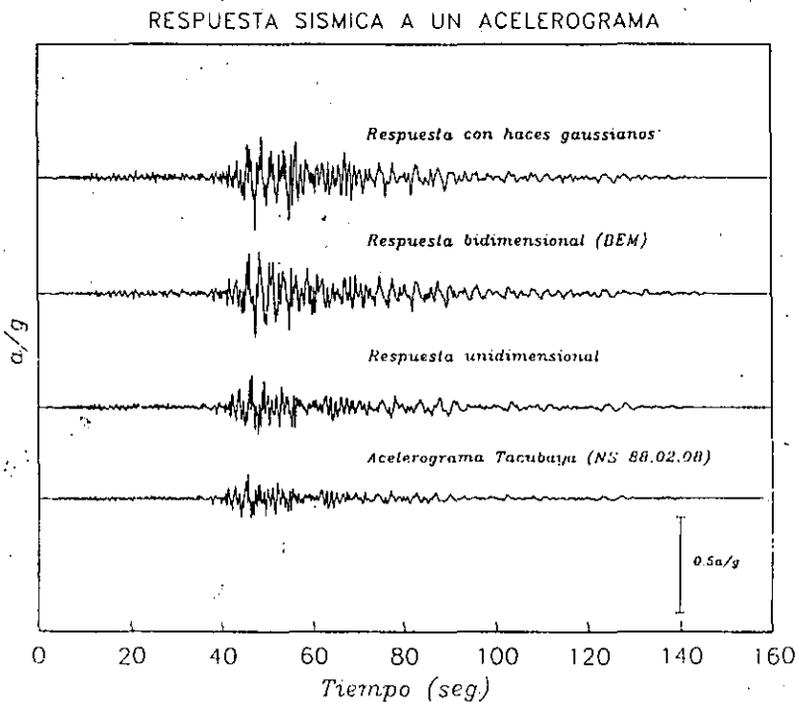


Figura 8. Comparación de la respuesta obtenida en el depósito de la Figura 3 para un acelerograma registrado en Tacubaya, Ciudad de México (terreno firme) durante el sismo del 8 de Febrero de 1988. Se muestra la respuesta unidimensional para un estrato de  $1$  km de espesor y la respuesta bidimensional del depósito empleando un método de ecuaciones integrales (*BEM*) y la técnica de haces Gaussianos. ( $Q=50$ .)

El estudio de propagación de ondas de corte SH en medios estratificados, o la extensión al análisis de ondas P ó SV, es complicado y requiere de grandes recursos de cómputo. Es de esperarse que la combinación de esta técnica con otros métodos generen mejores resultados. Por ejemplo, se ha utilizado<sup>12</sup> la suma de haces Gaussianos dentro de una técnica integral de frontera para representar la difracción de ondas SH por depósitos cilíndricos circulares. Los resultados obtenidos son excelentes.

### AGRADECIMIENTOS

Se agradecen los comentarios y sugerencias, así como la lectura crítica del manuscrito de M. Suárez. Los cálculos con el método de frontera fueron realizados por J. Ramos. Este estudio ha sido parcialmente apoyado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología con los proyectos P127CCOT904892 y P0523-T9109.

### REFERENCIAS

1. F. Sánchez-Sesma, S. Chávez-Pérez, M. Suárez, M.A. Bravo y L.E. Pérez-Rocha, 'The Mexico Earthquake of September 19, 1985 - On the seismic response of the Valley of Mexico,' *Earthq. Spectra*, 4, 569-589 (1988).
2. S.K. Singh, E. Mena y R. Castro, 'Some effects of source characteristics on the 19 September, 1985, Michoacan Earthquake and ground motion amplification in and near Mexico, City from strong motion data,' *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 451-477 (1988).
3. F.J. Sánchez-Sesma, 'Site effects on strong ground motion,' *Soil Dyn. and Earthq. Engng.*, 6, 124-132 (1987).
4. K. Aki, 'Local site effects on strong ground motion,' *Earthquake Engineering and Soil Dynamics II - Recent Advances in Ground-Motion Evaluation* (J.L. Von Thun, editor), 103-155, Geotechnical Special Publication N°20, ASCE, New York (1988).
5. P.-Y. Bard, 'Understanding effects of local conditions on ground motion and accounting for them in earthquake hazard studies,' *proceedings of the ECE/UN Seminar on Prediction of Earthquakes*, 1, 517-534, Lisboa, Portugal (Nov.14-18, 1988).
6. V. Červený, I.A. Molotkov e I. Pšenčík, *Ray Method in Seismology*, Karlova Univerzita, Praga, Checoslovaquia (1977).
7. P. Moczo, P.-Y. Bard e I. Pšenčík, 'Seismic response of twodimensional absorbing structures by the ray method,' *J. Geophys. Res.*, 62, 38-49 (1987).
8. V.M. Babich y M.M. Popov, 'Propagation of concentrated sound beams in a three-dimensional inhomogeneous medium,' *Sov. Phys. Acoust.*, 27, 459-462 (1981).
9. V. Červený, 'Gaussian beam synthetic seismograms,' *J. Geophys. Res.*, 58, 44-72 (1985).

10. R. Nowack y K. Aki, 'The two-dimensional Gaussian beam synthetic method: testing and application,' *J. Geophys. Res.*, **89**, 7797-7819 (1984).
11. D.A. Alvarez, 'Aplicación de la teoría de rayos a la simulación de la respuesta sísmica de valles aluviales,' *Tesis de Licenciatura*, Facultad de Ingeniería, UNAM, México (1989).
12. R. Benites y K. Aki, 'Boundary integral-Gaussian beam method for seismic wave scattering: SH waves in two-dimensional media,' *J. Acoust. Soc. Am.*, **86**(1), 375-386 (1989).
13. J.L. Rodríguez-Zúñiga, F.J. Sánchez-Sesma, M.A. Santoyo y M.A. Bravo, 'Use of Gaussian beams to model refraction of elastic waves by two-dimensional inclusions of arbitrary shape,' *Engineering Seismology and Site Response* (A.S. Cakmak e I. Herrera, editores), 101-111, Computational Mechanics Publications, Southampton, Reino Unido (1989).
14. F.D. Tappert, 'The parabolic approximation method, wave propagation and underwater acoustics,' *Lect. Notes Phys.*, **70**, 224-287 (1976).
15. H. Kawase y K. Aki, 'A study on the response of a soft basin for incident S, P, and Rayleigh waves in conjunction with the long duration observed in Mexico City,' *Bull. Seism. Soc. Am.*, **79**, 1361-1382 (1989).
16. F.J. Sánchez-Sesma, J. Ramos y M. Campillo, 'An indirect boundary element method applied to simulate the seismic response of alluvial valleys for incident P, S and Rayleigh waves,' *Earthquake eng. struct. dyn.*, en prensa (1992).
17. M.A. Bravo, F.J. Sánchez-Sesma y S. Chávez-Pérez, 'A hybrid approach to study the seismic response of soft-soil sedimentary basins,' *Engineering Seismology and Site Response* (A.S. Cakmak e I. Herrera, editores), 183-193, Computational Mechanics Publications, Southampton, Reino Unido (1989).
18. F.J. Sánchez-Sesma, J.-F. Heitz y M.A. Bravo, 'Ground motion on stratified alluvial basins,' *Engineering Seismology and Site Response* (A.S. Cakmak e I. Herrera, editores), 209-219, Computational Mechanics Publications, Southampton, Reino Unido (1989).

[Recibido 4 Diciembre 1991]

[Revisado 9 Septiembre 1992]

## GROUND MOTION ON STRATIFIED ALLUVIAL DEPOSITS FOR INCIDENT *SH* WAVES

BY MIGUEL A. BRAVO, FRANCISCO J. SÁNCHEZ-SESMA, AND FRANCISCO J. CHÁVEZ-GARCÍA

### ABSTRACT

A boundary method is applied to study the response of a two-dimensional horizontally stratified deposit of arbitrary shape under the incidence of *SH* waves. The procedure combines the line source method with a discrete wavenumber representation for the stratified part in terms of propagator matrix. Comparison of results for a circular, nonhomogeneous deposit with those obtained with the finite element method shows excellent agreement.

The response of a basin with two strata is analyzed. Variation of results as a function of incidence angle is presented for several frequencies. Transfer functions at several points on the surface of the deposit are obtained for vertical incidence and comparison with results from a one-dimensional analysis show significant differences. Time response for an incident Ricker wavelet clearly shows important effects due to lateral heterogeneity.

### INTRODUCTION

Local geologic conditions can generate large amplifications and important spatial variations of seismic ground motion. These effects are of particular significance in the assessment of seismic risk, in studies of microzonation, in planning, and in the seismic design of important facilities.

There is significant evidence that subsurface lateral heterogeneities are related to localized damage distribution in the Skopje, Yugoslavia, earthquake of 26 July 1963 (Poceski, 1969). It has been suggested that focusing of the wave energy, by irregular interfaces, generated large amplification in limited zones of the city (Jackson, 1971).

A recent case history was offered by the 19 September 1985 Michoacán, México, earthquake. The combination of site effects in the lacustrine basin with an anomalous flux of energy from a distant source (Singh *et al.*, 1988) was of disastrous consequences in Mexico City. The damaged areas of the city in this and past earthquakes show good correlation with parts of the old lake boundary, suggesting that the basin geometry played an important role in the pattern of destruction. Many aspects of the problem have to be studied to understand what happened and to acquire valuable information applicable to hazard mitigation.

The seismic response of stratified soils with lateral irregularities has been studied by many authors (e.g., Aki and Larner, 1970; Trifunac, 1971; Sánchez-Sesma and Esquivel, 1979; Bard and Bouchon, 1980a, b; Dravinski, 1982a, b). Until very recently, models of soil deposits have been homogeneous and overlaying a homogeneous half-space. The exception is the work by Dravinski (1983), who modeled the two-dimensional response of alluvial deposits formed by dipping layers of arbitrary shape. A recent development has been achieved by Geli (1985). He combined Haskell's method with the Aki and Larner (1970) method to obtain the seismic response of stratified structures with lateral irregularities. Moreover, he adapted a linearization procedure to model in an approximate way the dynamic response of saturated materials using Biot's theory. This technique has been extended to deal with large vertical velocity gradients (Bard and Gariel, 1986).

In the Aki and Larner (1970) method, the diffracted and refracted fields are represented by superposition of plane waves of unknown complex amplitudes propagating in many directions. Inhomogeneous plane waves are allowed. The total motion is obtained through integration over horizontal wavenumber. Under the assumption of horizontal periodicity of the irregularity, the integral is replaced by an infinite sum. Truncation of this sum and application of the interface conditions of continuity of stress and displacement lead to a system of linear equations for the unknown complex coefficients. This method has found many applications in seismology, due mainly to its flexibility to model elastic field (see, e.g., Bouchon, 1973; Bouchon and Aki, 1977a, b; Bouchon, 1979; Bard and Bouchon, 1980a, b; Bard, 1982; Campillo, 1983; Bard and Bouchon, 1985; Bouchon, 1985; Campillo and Bouchon, 1985; Geli, 1985; Bard and Gariel, 1986).

Finite elements and finite differences may also be used with advantage to model very irregular soil configurations and nonlinear behavior (e.g., Joyner and Chen, 1975; Joyner, 1975; Harmsen and Harding, 1981; Ohtsuki *et al.*, 1984; Virieux, 1984). In particular, they can be used to study quantitatively the mechanisms of conversion of body waves into surface waves in irregular or dipping soil interfaces.

In recent years boundary methods have gained increasing popularity. This is mainly due to the availability of high-speed computers. Boundary methods are well suited to deal with wave propagation problems because they avoid the introduction of fictitious boundaries and reduce by one the dimensionality of the problem, which yield numerical advantages. Moreover, boundary methods can be used together with the finite element method (Zienkiewicz *et al.*, 1977). Using this combination, the region modeled with finite elements can be smaller (e.g., Ayala and Gómez, 1979; Shah *et al.*, 1982).

There are two main approaches for the formulation of boundary methods: one is based on the use of boundary integral equations (Cruse and Rizzo, 1968a, b; Brebbia, 1978; Cole *et al.*, 1978; Alarcón *et al.*, 1979), and the other on the use of complete systems of solutions (Herrera and Sabina, 1978; Herrera, 1980). A boundary method based on this last approach has been recently developed and applied to various problems of diffraction of elastic waves (Sánchez-Sesma, 1978; Sabina *et al.*, 1978; Sánchez-Sesma and Rosenblueth, 1979; Sánchez-Sesma and Esquivel, 1979; Engländer *et al.*, 1980; Wong, 1982; Dravinski, 1982a, b; Sánchez-Sesma *et al.*, 1982; Dravinski, 1983; Sánchez-Sesma, 1983; Sánchez-Sesma *et al.*, 1984, 1985). The method consists of constructing the diffracted fields with linear combinations of members of a complete family of wave functions (Herrera and Sabina, 1978). These families of functions, which are solutions to the governing equations of the problem, can be constructed in a very general way with single or multi-polar sources having their singularities outside the region of interest. Coefficients of the linear forms thus constructed are obtained from a least-squares matching of boundary conditions. As pointed out by Wong (1982), the method can be considered as a generalized inverse one. Wong also suggested a procedure which improves the solution numerically. A general framework for the method is given by a recent algebraic theory of boundary value problems (Herrera, 1979, 1984).

In this paper we deal with the two-dimensional antiplane response of a horizontally stratified alluvial valley of arbitrary shape under incidence of harmonic SH waves. It has been shown (Sánchez-Sesma *et al.*, 1982) that a representation in terms of homogeneous plane waves is complete in a bounded domain for the scalar problem. Therefore, we use a discrete wavenumber representation to construct the fields within the valley. In the case of parallel layers, this can be done in terms of

Haskell's propagator matrices (see, e.g., Aki and Richards, 1980). The diffracted waves in the half-space are constructed with a set of Hankel functions with singularities located outside the region of interest (see, e.g., Sánchez-Sesma and Esquivel, 1979; Sánchez-Sesma, 1981). Boundary conditions of continuity of displacements and tractions along the common boundary of the valley and the half-space are satisfied in the least-squares sense. Some numerical examples are given to illustrate the method. Comparison of results with those obtained with the finite element method (Bielak, personal communication, 1987) shows excellent agreement. Time domain results for the incident Ricker wavelet show important effects due to lateral heterogeneity.

FORMULATION OF THE PROBLEM

Let us consider the homogeneous isotropic elastic half-space,  $E$ , and a horizontally stratified deposit of arbitrary shape,  $R$ , in Figure 1. Let  $\partial R = \partial E$  be the common boundary between them. The problem is to find the antiplane displacement  $v$  at the free surface in and near the deposit upon incidence of harmonic  $SH$  waves. Being independent of  $y$ , the displacements satisfy the two-dimensional Helmholtz equation

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + k^2 v = 0 \tag{1}$$

where  $k = \omega/\beta$ ,  $\omega =$  circular frequency,  $\beta = \sqrt{\mu/\rho} =$  shear wave velocity,  $\mu =$  shear modulus, and  $\rho =$  mass density.

The displacement field in the half-space may be written as (Sánchez-Sesma and Esquivel, 1979)

$$v_E = v^{(0)} + \sum_{n=1}^N A_n G_n \tag{2}$$

where  $v^{(0)} =$  free-field displacement (the field in absence of irregularity,  $R$ ),  $A_n =$  unknown complex coefficients, and  $G_n =$  Green's function for a line source in a half-space. Because of its singularity at origin, the sources are located outside the irregular region  $E$ . This function is given by

$$G_n = \frac{i}{4} \left[ H_0^{(2)} \left( \frac{\omega}{\beta_E} r_n \right) + H_0^{(2)} \left( \frac{\omega}{\beta_E} r_n' \right) \right] \tag{3}$$

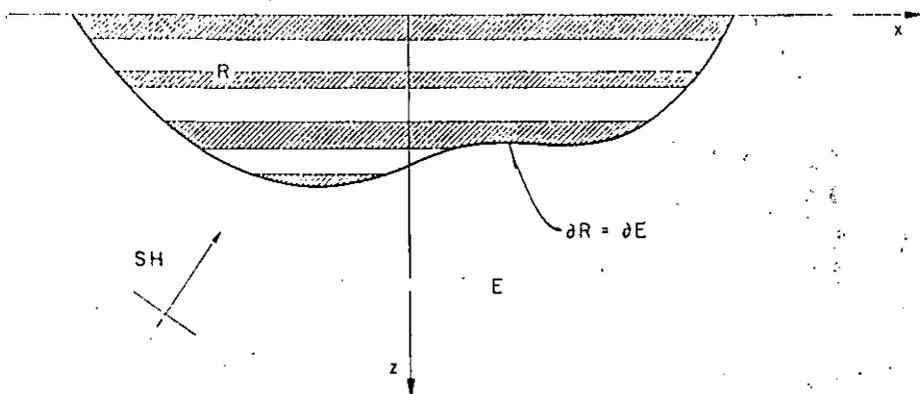


FIG. 1. Horizontally stratified deposit in the surface of a homogeneous half-space.

where  $r_n$  and  $r_n'$  are distances from observation point to source and image source points, respectively. In equation (3),  $\beta_E = \beta$  for the half-space, and  $H_0^{(2)}$  = Hankel function of the second kind and order zero. It is easy to show that equation (3) satisfies the free boundary condition on the half space surface and the radiation condition at infinity (Sommerfeld, 1949; Kupradze, 1965).

For the solution in the stratified medium, we combine Haskell's propagator matrices (Thomson, 1950; Haskell, 1953) in the framework of a discrete wavenumber representation. In this way, the field in region  $R$  can be written as

$$v_R = \sum_{m=-M}^M B_m l_1(k_m, z, \omega) \exp(-ik_m x) \quad (4)$$

where  $B_m$  = unknown complex coefficients, and  $l_1(k_m, z, \omega)$  = first element of the motion-stress vector for Love waves (Aki and Richards, 1980) for the horizontal discrete wavenumber  $k_m$ . Vector  $(l_1, l_2)^T$  is solution of a first-order vector equation obtained from equation (1) when we make

$$v = l_1(k, z, \omega) \exp(-ikx) \quad (5)$$

and

$$\mu \frac{\partial v}{\partial z} = l_2(k, z, \omega) \exp(-ikx) \quad (6)$$

where  $l_1$  and  $l_2$  are continuous functions of  $z$ .

It can be shown (Aki and Richards, 1980) that, in a medium composed of horizontal homogeneous layers, the motion-stress vector at depth  $z$  can be written, in terms of the propagator matrix and the motion-stress vector at depth  $z_0$ , as

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}_z = P(z, z_0) \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}_{z_0} \quad (7)$$

It follows, from the repeated application of equation (7), that

$$P(z, z_0) = P(z, z_{j-1})P(z_{j-1}, z_{j-2}) \cdots P(z_1, z_0) \quad (8)$$

for  $z_j \geq z \geq z_{j-1}$ , that is, for  $z$  in the  $j$ th stratum. The propagator matrix for homogeneous media is given by

$$P(z, z_{j-1}) = \begin{bmatrix} \cos \eta_j(z - z_0) & (\eta_j \mu_j)^{-1} \sin \eta_j(z - z_0) \\ -\eta_j \mu_j \sin \eta_j(z - z_0) & \cos \eta_j(z - z_0) \end{bmatrix} \quad (9)$$

where  $\eta_j = \sqrt{\omega^2/\beta_j^2 - k_m^2}$ . In the above expressions,  $\mu_j$  and  $\beta_j$  stand for  $\mu$  and  $\beta$  in the  $j$ th stratum. The form of equation (7) guarantees satisfaction of continuity of stress and displacement between adjacent layers. To satisfy the boundary condition at the free surface, it suffices to make  $l_2 = 0$  at  $z = 0$ . Without loss of generality, we make  $l_1 = 1$  at the free surface.

It can be seen from the foregoing discussion that  $v_E$  and  $v_R$  are constructed so as to satisfy every boundary condition of the problem except those at the interface

$\partial R = \partial E$ . These can no longer be satisfied analytically and require a numerical treatment.

### NUMERICAL SOLUTION

Coefficients  $A_n$  and  $B_m$  will be determined from the remaining boundary conditions, continuity of stress and displacement between regions  $R$  and  $E$ . They will be satisfied in the least-squares sense; we force the mean square error in the boundary conditions to be a minimum. The mean square error is defined here by the expression

$$\epsilon = \int_{\partial R} \left\{ |v_R - v_E|^2 + c \left| \mu_E \frac{\partial v_E}{\partial n} - \mu_R \frac{\partial v_R}{\partial n} \right|^2 \right\} ds \quad (10)$$

where  $c$  = normalization coefficient and  $n$  = vector normal to  $\partial R$ .

For  $\epsilon$  to be a minimum, we must have

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial A_n^*} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

and

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial B_m^*} = 0, \quad m = -M, -M + 1, \dots, M \quad (12)$$

where the asterisk means complex conjugate. Thus, a system of linear equations is obtained with the structure

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

where  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ , and  $a_{22}$  are submatrices of orders  $N \times N$ ,  $N \times (2M + 1)$ ,  $(2M + 1) \times N$  and  $(2M + 1) \times (2M + 1)$ , respectively. They are given by

$$a_{11} = \int_{\partial R} \left( G_l^* G_n + c \mu_E^2 \frac{\partial G_l^*}{\partial n} \frac{\partial G_n}{\partial n} \right) ds, \quad l, n = 1, \dots, N \quad (14)$$

$$a_{12} = (a_{21}^*)^T = - \int_{\partial R} \left[ G_l^* l_m e^{ik_m x} + c \mu_E \mu_R \frac{\partial G_l^*}{\partial n} \frac{\partial}{\partial n} (l_1 e^{ik_m x}) \right] ds, \quad (15)$$

$$l = 1, \dots, N$$

$$m = -M, \dots, M$$

and

$$a_{22} = \int_{\partial R} \left( l_q^* l_m + c \mu_R^2 \frac{\partial l_q^*}{\partial n} \frac{\partial l_m}{\partial n} \right) dS, \quad q, m = -M, \dots, M. \quad (16)$$

$b_1$  and  $b_2$  are vectors of orders  $N \times 1$  and  $(2M + 1) \times 1$ , respectively, and are given by

$$b_l = - \int_{\partial R} \left( G_l^* v^{(0)} + c_{\mu E}^2 \frac{\partial G_l^*}{\partial n} \frac{\partial v^{(0)}}{\partial n} \right) dS, \quad l = 1, \dots, N \quad (17)$$

and

$$b_q = \int_{\partial R} \left( l_q^* v^{(0)} + c_{\mu K \mu E} \frac{\partial l_q^*}{\partial n} \frac{\partial v^{(0)}}{\partial n} \right) dS, \quad q = -M, \dots, M \quad (18)$$

In equations (15), (16), and (18),  $l_q = l_1(z, k_q x) \exp(-ik_q x)$ ,  $l_m = l_1(z, k_m x) \exp(-ik_m x)$  and the asterisk means complex conjugate. Integrals in equations (14) to (18) are calculated with a Gaussian rule (Abramowitz and Stegun, 1970).

Once equation (13) is solved, displacements can be computed with equations (2) and (4). Horizontal discrete wavenumbers are equally spaced in a range that gives only homogeneous plane waves for the displacement field in the softest stratum. That is,  $k_M < \omega/\beta_{\min}$ . This makes our discrete wavenumber representation different from the one used in the Aki-Larner (1970) method. We make use of the completeness of plane wave expansions in bounded regions (Sánchez-Sesma *et al.*, 1982) which does not require the assumption of horizontal periodicity of the irregularity and the wave field. In our method, we combine the best of different representations of wave fields; i.e., propagator matrices for the stratified part and Green's functions for the half-space. We believe that our method has some advantages over existing procedures to study this problem.

#### EXAMPLES

To assess the performance of the method, we compared results with those obtained with the finite element method (Bielak, personal communication, 1987) for the model of Figure 2; a semi-circular deposit with a linear variation of shear modulus with depth. This variation is given by

$$\frac{\mu_R}{\mu_E} = \mu_0 + \mu_1 \frac{z}{a}, \quad 0 \leq z \leq a \quad (19)$$

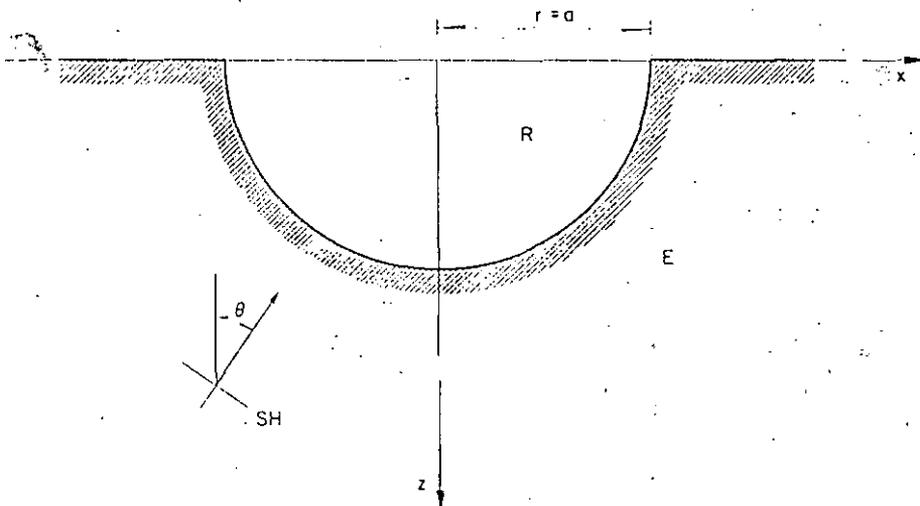


FIG. 2. Semi-circular stratified deposit considered for comparison of results with Bielak (personal communication, 1987).

where  $a$  = radius of deposit,  $\mu_0 = 0.08333$ , and  $\mu_1 = 0.1666$ . A constant ratio  $\rho_R/\rho_E = 0.6666$  was considered. Comparison is made for a normalized frequency  $\eta = 0.5$ , given by  $\eta = \omega a/\pi\beta_E$ . The linear variation of  $\mu$  within  $R$  was approximated with 50 homogeneous strata of equal thicknesses. For the scattered fields, the expansions were limited to  $N = 20$  in  $E$  and  $M = 21$  in  $R$ . To perform the integrals in equations (14) to (18), the length of the boundary  $\partial R = \partial E$  was divided in 10 segments. A Gaussian rule of three points was used in each one. Figure 3 shows results obtained with both methods for incidence angles  $0^\circ$  and  $60^\circ$ , respectively. The agreement is excellent.

The stratified parabolic deposit of Figure 4 was also analyzed. Region  $R$  consists of two homogeneous strata, the top layer being 1. Maximum thicknesses are  $H_1 = a/6$  and  $H_2 = a/3$ , where  $a$  = half-width of the deposit. Viscous damping,  $\xi_1 = 0.05$  and  $\xi_2 = 0.02$ , was considered for the layered medium. Shear-wave velocities and mass densities, referred to those of the half-space, are

$$\begin{aligned} \beta_1/\beta_E &= \frac{1}{3} & \rho_1/\rho_E &= \frac{3}{4} \\ \beta_2/\beta_E &= \frac{2}{3} & \rho_2/\rho_E &= 0.85. \end{aligned}$$

Figures 5 to 7 present results for three incidence angles,  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ , and  $60^\circ$ , and three normalized frequencies (1 to 3). It can be seen that, as frequency increases, the

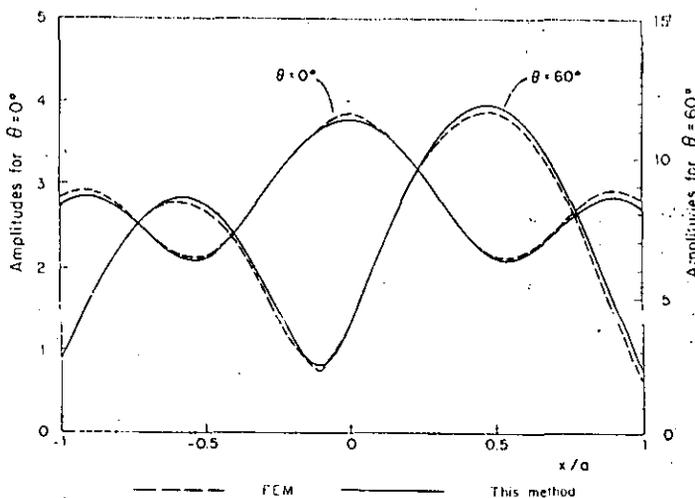


FIG. 3. Amplitudes of horizontal displacement on a semi-circular nonhomogeneous deposit. Normalized frequency is  $\eta = 0.25$  and incidence angles are  $\theta = 0^\circ$  and  $60^\circ$ . Comparison of results with those obtained by Bielak (personal communication, 1987).

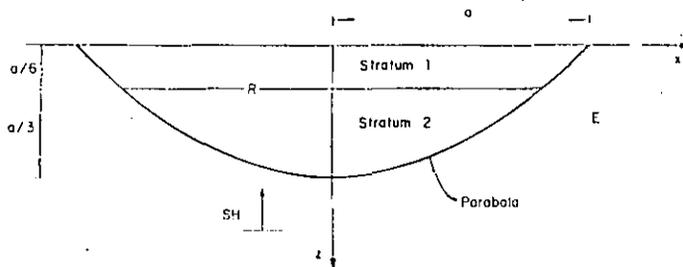


FIG. 4. Stratified deposit with a parabolic boundary  $\partial R = \partial E$ . Ratios of velocities of  $S$  wave and mass densities considered here are:  $\beta_1/\beta_E = \frac{1}{3}$ ,  $\beta_2/\beta_E = \frac{2}{3}$  and  $\rho_1/\rho_E = \frac{3}{4}$ ,  $\rho_2/\rho_E = 0.85$ . Viscous damping in strata is  $\xi_1 = 0.05$  and  $\xi_2 = 0.02$ .

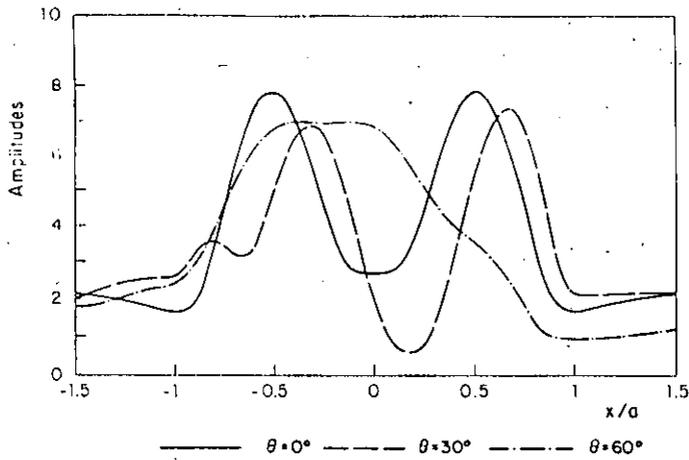


FIG. 5. Displacement amplitudes on the surface of the parabolic stratified deposit of Figure 4. Normalized frequency is  $\eta = 1.0$ , and incidence angles are  $\theta = 0^\circ$ ,  $30^\circ$ , and  $60^\circ$ .

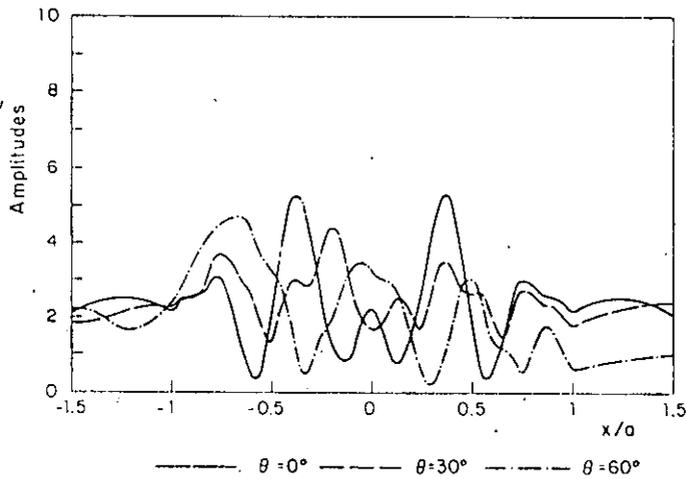


FIG. 6. Displacement amplitudes on the surface of the parabolic stratified deposit of Figure 4. Normalized frequency is  $\eta = 2.0$ , and incidence angles are  $\theta = 0^\circ$ ,  $30^\circ$ , and  $60^\circ$ .

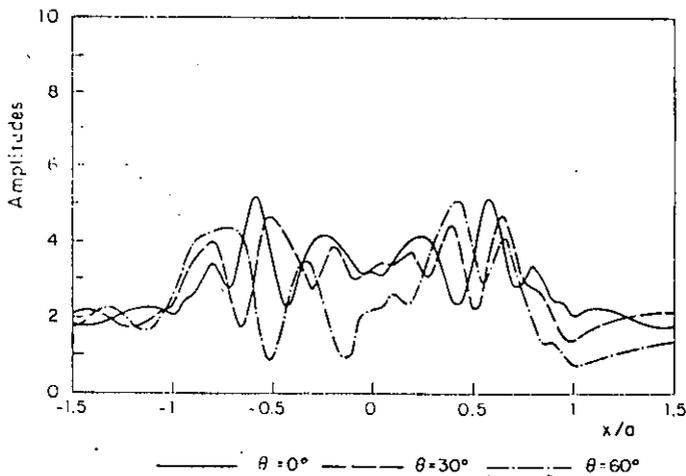


FIG. 7. Displacement amplitudes on the surface of the parabolic stratified deposit of Figure 4. Normalized frequency is  $\eta = 3.0$ , and incidence angles are  $\theta = 0^\circ$ ,  $30^\circ$ , and  $60^\circ$ .

displacement pattern grows in complexity. Thus, while amplification is maximum for wavelengths comparable to the characteristic dimension of the irregularity, spatial variation of displacement is more important for higher frequencies.

Transfer functions versus dimensionless frequency were also calculated for model of Figure 4 and normal incidence at points  $x/a = 0.0, 0.4,$  and  $0.8$ . These are shown in Figures 8 to 10, together with response for the corresponding one-dimensional models (infinite horizontal layers models with thicknesses equal to those under each point). Comparison of results reveals significant differences. In all three cases, the two-dimensional model presents additional resonant frequencies with respect to corresponding one-dimensional model. Clearly, lateral confinement increases the complexity of the response, which is more evident near the edges of the deposit.

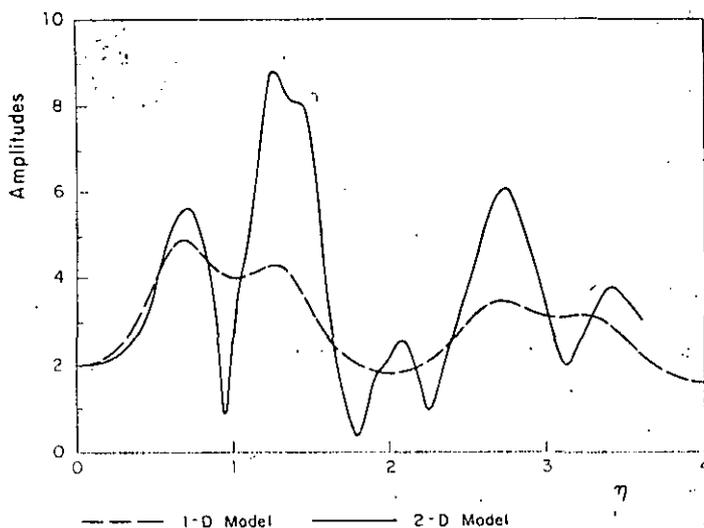


FIG. 8. Transfer function versus dimensionless frequency at station  $x/a = 0.0$  for vertical incidence of  $SH$  waves on the parabolic stratified deposit of Figure 4. Comparison of results with those of the corresponding one-dimensional model is shown.

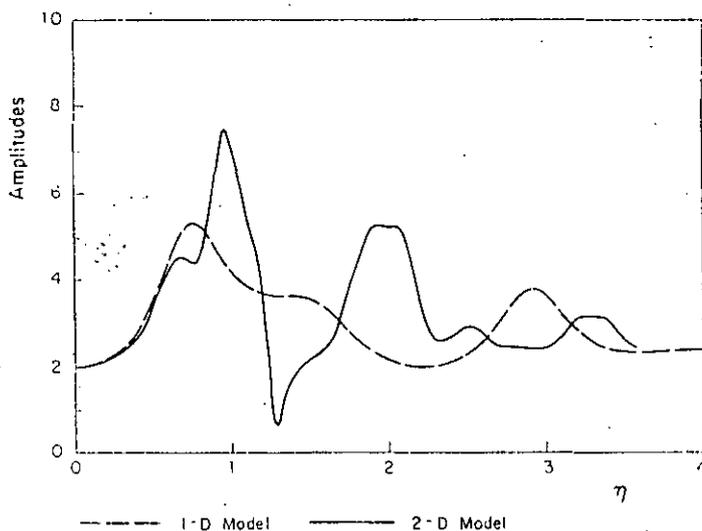


FIG. 9. Transfer function versus dimensionless frequency at station  $x/a = 0.40$  for vertical incidence of  $SH$  waves on the parabolic stratified deposit of Figure 4. Comparison of results with those of the corresponding one-dimensional model is shown.

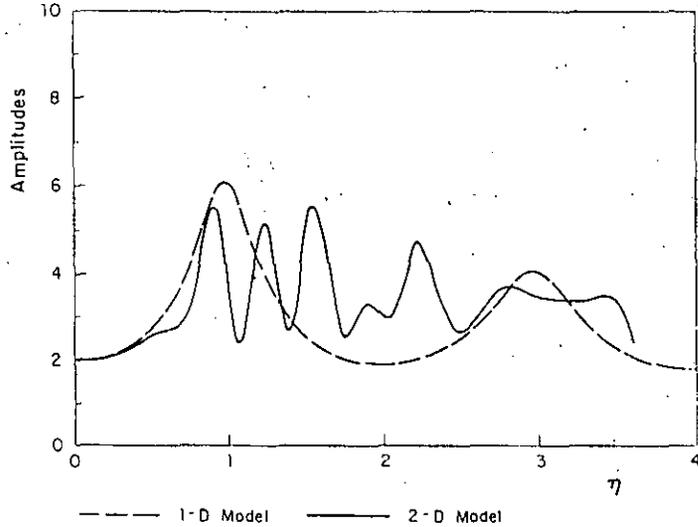


FIG. 10. Transfer function versus dimensionless frequency at station  $x/a = 0.80$  for vertical incidence of SH waves on the parabolic stratified deposit of Figure 4. Comparison of results with those of the corresponding one-dimensional model is shown.

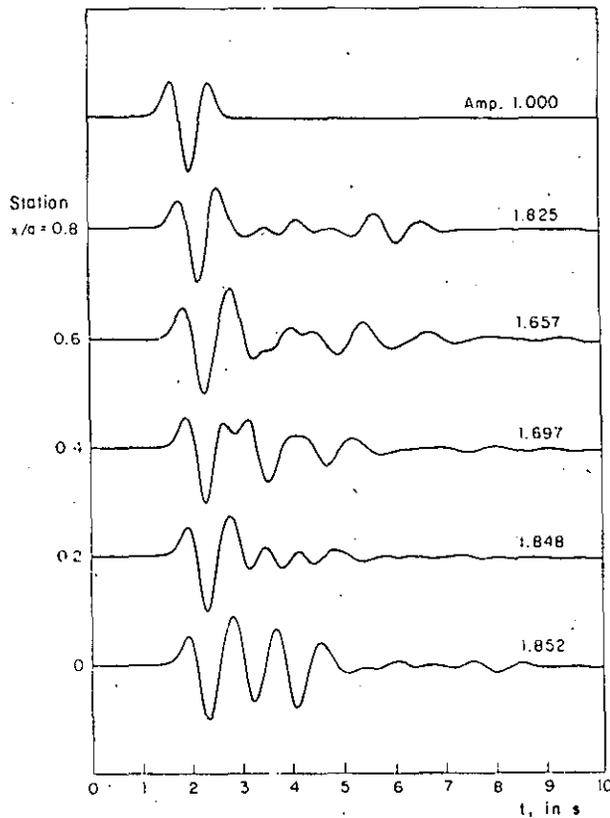


FIG. 11. Time response for a Ricker pulse at several stations of the parabolic stratified deposit of Figure 4. Incidence angle is  $\theta = 0^\circ$ . Amplification factors (at right) are referred to the maximum amplitude of the corresponding response for the pulse on the surface of the half-space (top pulse).

Moreover, one-dimensional model amplitudes at resonant frequencies can be greatly amplified in the two-dimensional model. In Figure 8, for example, one-dimensional resonant response at a frequency of about  $\eta = 1.3$  is amplified 100 percent in the two-dimensional model; while for  $\eta = 2.7$ , it is amplified 50 per cent. In other cases, one-dimensional resonant frequencies do not coincide with those of the two-dimensional model.

Finally, time response to a Ricker-type incident pulse was computed for several points on the surface of the deposit. This commonly used waveform is described by Bard (1982). Time series are obtained from

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega)v(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (20)$$

where  $v(\omega)$  is given in equation (2) and  $f(\omega)$  is the Fourier transform of the input signal. The Ricker-type wavelet used is given by

$$f(t) = (A - B)\exp(-A) \quad (21)$$

where  $A = \pi^2(t - t_s)^2/t_p^2$ ,  $B = \pi^2 t_s^2/t_p^2$ ,  $t_p$  = characteristic period of the pulse, and  $t_s$  = abscissa of the minimum value of the pulse. Here, the value  $t_s/t_p = 0.1983$  was chosen.

Computations were done with the Fast Fourier transform algorithm with a cut-off frequency  $f_{\max} = 1.8\beta_E/a$ . Figures 11 to 13 show time domain results for incidence angles  $\theta = 0^\circ$ ,  $30^\circ$ , and  $60^\circ$ , respectively. The values  $t_p = 1$  sec,  $a = 1600$  m, and  $\beta_E = 2000$  m/sec were used. Displacement amplitudes are compared with the free-field amplitude of the pulse in the surface of a homogeneous half-space. Large amplifications are observed in the middle of the deposit for normal incidence while for oblique incidence they occur near the edge of the incident side.

Results for the three incidences clearly show surface waves coming from the edges. They converge at the middle of the deposit for vertical incidence. For oblique

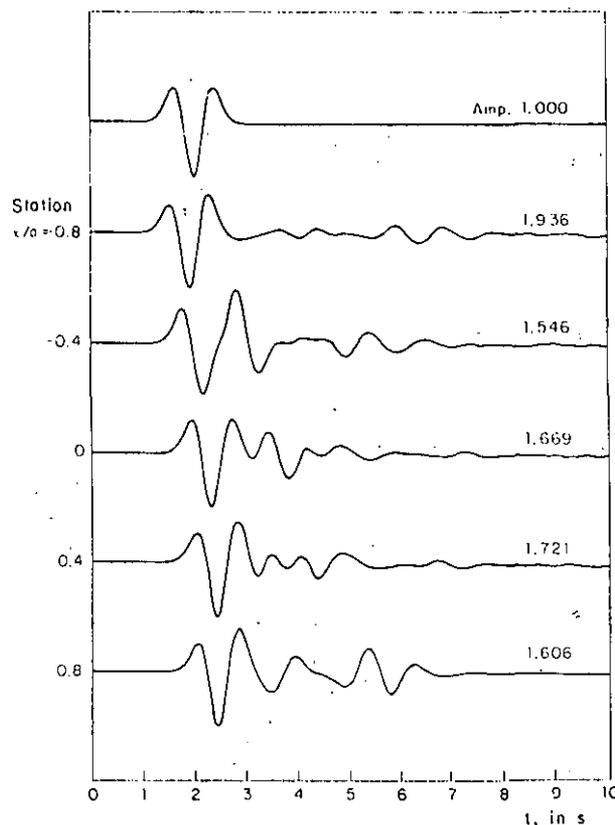


FIG. 12. Time response for a Ricker pulse at several stations of the parabolic stratified deposit of Figure 4. Incidence angle is  $\theta = 30^\circ$ . Amplification factors (at right) are referred to the maximum amplitude of the corresponding response for the pulse on the surface of the half-space (top pulse).

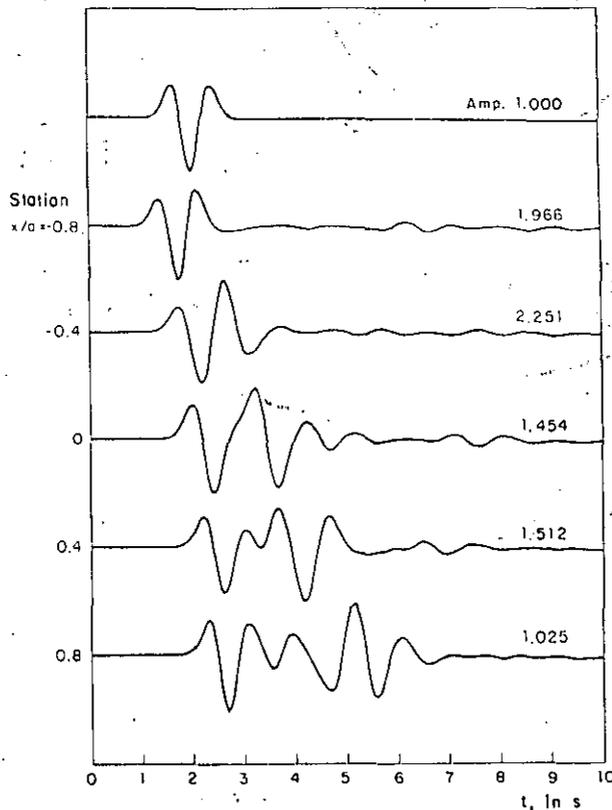


FIG. 13. Time response for a Ricker pulse at several stations of the parabolic stratified deposit of Figure 4. Incidence angle is  $\theta = 60^\circ$ . Amplification factors (at right) are referred to the maximum amplitude of the corresponding response for the pulse on the surface of the half-space (top pulse).

incidences, these waves travel from the edge of the incident side to the opposite side. In the first case, surface waves produce large constructive interference in the middle of the deposit due to in-phase simultaneous arrival from the two edges. This effect has been observed by Bard and Bouchon (1980a).

#### CONCLUSIONS

A boundary method has been presented to study frequency and time-domain response of two-dimensional horizontally stratified deposits of arbitrary shape under incident *SH* waves. The procedure combines a line source method with discrete wavenumber and propagator matrix methods. Comparison with results from finite-element method for a semi-circular nonhomogeneous deposit shows excellent agreement.

The surface ground motion of a parabolic-shaped deposit of two strata was analyzed. The response shows significant variation with incidence angle of the incoming wave. It is observed that while maximum amplification is produced by wavelengths comparable with the vertical and horizontal sizes of the irregularity, important spatial variations of displacement are observed at higher frequencies. Comparison with one-dimensional models evinces the appearance of additional resonant frequencies due to lateral confinement. Two-dimensional effects may give rise to amplifications up to 100 per cent larger than one-dimensional models for the deposit analyzed here.

Time response of the deposit to an incident pulse shows generation of surface waves of nonnegligible amplitudes produced by the interaction of incoming waves with the edges of the deposit. Significant variations with incidence angle were found.

The method appears to be a useful tool to study the seismic response of alluvial valleys with horizontal layering. The method does not require the assumption of horizontal periodicity as in the Aki and Larner (1970) method. This leads us to believe that our method has some advantages over existing procedures.

#### ACKNOWLEDGMENTS

Thanks are given to Emilio Rosenblueth for his encouragement and criticism, and to Keiiti Aki and C. B. Crouse for their valuable comments and critical reading of the manuscript. R. Castro and M. Ordaz made valuable suggestions. The help of Jacqueline Le Falle is greatly appreciated.

Part of this work was done while one of the authors (F. J. S.-S.) was on leave from the National University of Mexico at the Department of Geological Sciences of the University of Southern California, Los Angeles, as a Visiting Professor.

This research was partially supported by Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) under Grants PCCBBNA-021963 and PCECCNA-040803, by Fondo Mexicano de Fomento Académico A.C., and by the National Science Foundation under Grant EAR-8610905.

#### REFERENCES

- Abramowitz, M. and I. A. Stegun (1970). *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, Inc. New York.
- Aki, K. and K. L. Larner (1970). Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane *SH* waves, *J. Geophys. Res.* **75**, 933-954.
- Aki, K. and P. G. Richards (1980). *Quantitative Seismology: Theory and Methods*, W. H. Freeman and Co., San Francisco, California.
- Alarcón, E., A. Martín, and F. Paris (1979). Boundary elements in potential and elasticity theory, *J. Computers and Structures* **10**, 351-362.
- Ayala, G. A. and R. Gómez (1979). A general procedure for solving three dimensional elasticity problems in geomechanics, in *Numerical Methods in Geomechanics, Aachen, 1979*, W. Wittke, Editor, A. A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands.
- Bard, P.-Y. (1982). Diffracted waves and displacement field over two-dimensional elevated topographies, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **71**, 731-760.
- Bard, P.-Y. and M. Bouchon (1980a). The seismic response of sediment-filled valleys. Part 1. The case of incident *SH* waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **70**, 1263-1286.
- Bard, P.-Y. and M. Bouchon (1980b). The seismic response of sediment-filled valleys. Part 2. The case of incident *P* and *SV* waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **70**, 1921-1941.
- Bard, P.-Y. and M. Bouchon (1985). The two-dimensional resonance of sediment-filled valleys, *Bull. Seism. Soc. Am.* **75**, 519-541.
- Bard, P.-Y. and J. C. Gariel (1986). The seismic response of two-dimensional sedimentary deposits with large vertical velocity gradients, *Bull. Seism. Soc. Am.* **76**, 343-366.
- Bouchon, M. (1973). Effect of topography on surface motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* **63**, 615-632.
- Bouchon, M. (1979). Predictability of ground displacement and velocity near an earthquake fault. An example: the Parkfield earthquake of 1966, *J. Geophys. Res.* **84**, 6149-6156.
- Bouchon, M. (1985). A simple, complete numerical solution to the problem of diffraction of *SH* waves by an irregular surface, *J. Acoust. Soc. Am.* **77**, 1-5.
- Bouchon, M. and K. Aki (1977a). Discrete wave number representation of seismic source wave fields, *Bull. Seism. Soc. Am.* **67**, 259-277.
- Bouchon, M. and K. Aki (1977b). Near-field of seismic source in a layered medium with irregular interfaces, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **50**, 669-684.
- Brebbia, C. A. (1978). *The Boundary Element Method for Engineers*, Pentech Press, London, England.
- Campillo, M. (1983). Numerical evaluation of the near field high-frequency radiation from quasi-dynamic circular faults, *Bull. Seism. Soc. Am.* **73**, 723-734.
- Campillo, M. and M. Bouchon (1985). Synthetic *SH*-seismograms in a laterally varying medium by the discrete wave number method, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **83**, 307-317.
- Cole, D. M., D. D. Kosloff, and J. B. Minster (1978). A numerical boundary integral equation method for elastodynamics. I, *Bull. Seism. Soc. Am.* **68**, 1331-1357.
- Cruse, T. A. and F. J. Rizzo (1968a). A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem. I, *J. Math. Anal. Appl.* **22**, 244-259.
- Cruse, T. A. and F. J. Rizzo (1968b). A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem. II, *J. Math. Anal. Appl.* **22**, 341-355.

- Dravinski, M. (1982a). Scattering of SH waves by subsurface topography, *J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE* **108**, 1-17.
- Dravinski, M. (1982b). Influence of interface depth upon strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* **72**, 597-614.
- Dravinski, M. (1983). Scattering of plane harmonic SH wave by dipping layers of arbitrary shape, *Bull. Seism. Soc. Am.* **73**, 1303-1319.
- England, R., F. J. Sabina, and I. Herrera (1980). Scattering of SH waves by surface cavities of arbitrary shape using boundary methods, *Phys. Earth Planet. Interiors* **21**, 148-157.
- Geli, L. (1985). Propagation des ondes sismiques dans les formations superficielles, *Thèse Présentée à l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble, Grenoble, France, June 1985* (in French).
- Harmsen, S. C. and S. T. Harding (1981). Surface motion over a sedimentary valley for incident plane P and SV waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 655-670.
- Haskell, N. A. (1953). The dispersion of surface waves in multilayered media, *Bull. Seism. Soc. Am.* **43**, 17-34.
- Herrera, I. (1979). Theory of connectivity: a systematic formulation of boundary element methods, *Appl. Math. Model* **3**, 151-156.
- Herrera, I. (1980). Boundary methods. A criterion for completeness, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **77**, 4395-4398.
- Herrera, I. (1984). *Boundary Methods: An Algebraic Theory*, Pitman Adv. Publishing Program, Boston, Massachusetts.
- Herrera, I. and F. J. Sabina (1978). Connectivity as an alternative to boundary integral equations. Construction of bases, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **75**, 2059-2063.
- Jackson, P. S. (1971). The focusing of earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* **61**, 685-695.
- Joyner, W. B. (1975). A method for calculating nonlinear seismic response in two dimensions, *Bull. Seism. Soc. Am.* **65**, 1337-1357.
- Joyner, W. B. and A. T. F. Chen (1975). Calculation of nonlinear ground motion response in earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* **65**, 1315-1336.
- Kupradze, V. D. (1965). Potential methods in the theory of elasticity, in *Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, Israel*.
- Ohtsuki, A., H. Yamahara, and K. Harumi (1984). Effect of topography and subsurface inhomogeneity on Rayleigh waves, *Intl. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.* **12**, 37-58.
- Poceski, A. (1969). The ground effects of the Skopje July 26, 1963 earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.* **59**, 1-29.
- Sabina, F. J., R. England, and I. Herrera (1978). Theory of connectivity: applications to scattering of seismic waves. I. SH wave motion, *Proc. 2nd Intl. Conf. on Microzonation, San Francisco, California*, **2**, 813-824.
- Sánchez-Sesma, F. J. (1978). Ground motion amplification due to canyons of arbitrary shape, *Proc. 2nd Intl. Conf. on Microzonation, San Francisco, California*, **2**, 729-738.
- Sánchez-Sesma, F. J. (1981). A boundary method applied to elastic scattering problems, *Arch. Mech.* **33**, 167-179.
- Sánchez-Sesma, F. J. (1983). Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.* **73**, 1621-1636.
- Sánchez-Sesma, F. J. (1987). Site effects in strong ground motion, *Soil. Dyn. Earthquake Eng.* **6**, 124-132.
- Sánchez-Sesma, F. J. and J. A. Esquivel (1979). Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **69**, 1107-1120.
- Sánchez-Sesma, F. J. and E. Rosenblueth (1979). Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident SH waves, *Intl. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.* **7**, 441-450.
- Sánchez-Sesma, F. J., I. Herrera, and J. Avilés (1982). A boundary method for elastic wave diffraction. Application to scattering of SH waves by surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.* **72**, 473-490.
- Sánchez-Sesma, F. J., S. Chávez-Pérez, and J. Avilés (1984). Scattering of elastic waves by three-dimensional topographies, *Proc. 2nd World Conf. Earthquake Eng. 8th.*, San Francisco, California, **2**, 633-646.
- Sánchez-Sesma, F. J., M. A. Bravo, and I. Herrera (1985). Surface motion of topographical irregularities for incident P, SV, and Rayleigh waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **75**, 263-269.
- Shah, A. H., K. C. Wong, and S. K. Dutta (1982). Diffraction of plane SH waves in a half-space, *Intl. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.* **10**, 519-528.
- Singh, S. K., E. Mena, and R. Castro (1988). Some aspects of source characteristics of the 19 September 1985 Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico City from strong motion data, *Bull. Seism. Soc. Am.* **78**, 451-477.
- Sommerfeld, A. (1949). *Partial Differential Equations in Physics*, Academic Press, Inc., New York.

- Thomson, W. T. (1950). Transmission of elastic waves through a stratified solid medium, *J. Appl. Phys.* **21**, 89-93.
- Trifunac, M. D. (1971). Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane *SH* waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **61**, 1755-1770.
- Virieux, J. (1984). *SH*-wave propagation in heterogeneous media: velocity-stress finite-difference method, *Geophysics* **49**, 1933-1942.
- Wong, H. L. (1982). Effect of surface topography on the diffraction of *P*, *SV*, and Rayleigh waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **72**, 1167-1183.
- Zienkiewicz, O. C., D. W. Kelly, and P. Bettess (1977). The coupling of the finite element method and boundary solution procedures, *Intl. J. Num. Meth. Eng.* **11**, 355-377.

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM  
CD. UNIVERSITARIA  
APDO. 70-472  
COYOACÁN 04510, MÉXICO, D.F.  
MÉXICO (M.A.B., F.J.S.-S.)

FUNDACIÓN JAVIER BARROS SIERRA, A.C.  
CAMINO AL AJUSCO 203  
COL. HÉROES DE PADIERNA  
TLALPAN 14200, MÉXICO, D.F.  
MÉXICO (F.J.C.-G., F.J.S.-S.)

Manuscript received 15 December 1986

# SEISMIC FAILURE RATES OF MULTISTORY FRAMES

By Luis Esteva<sup>1</sup> and Sonia E. Ruiz<sup>2</sup>

**ABSTRACT:** A general approach is presented for the estimation of expected failure rates of structures per unit time, which accounts for uncertainties about mechanical and geometrical properties, as well as about live load and seismic excitation. Such an approach is applied to one-, three-, and nine-story frames with nonlinear behavior, subjected to random sequences of simulated accelerograms corresponding to soft and hard types of ground. Conclusions are reached concerning the influence of several concepts on the probability of failure of the structures analyzed, including: (1) The influence of the spatial statistical correlation among the mechanical properties of the structural members is relatively small as compared to that of other variables; (2) the number of degrees of freedom has a great influence on the probability of failure; (3) for small coefficients of variation of the available ductility, the probabilities of structural failure for a given intensity are higher than those corresponding to greater coefficients of variation (this is a consequence of the assumed relation between expected and nominal values of this variable); and (4) the structural failure rate decreases when the design ductility factors increase. It is pointed out that these conclusions are not valid if the safety factors with respect to local brittle failure modes are small as compared with those associated with ductile modes.

## INTRODUCTION

Basic criteria and algorithms for selecting seismic design coefficients and spectra on the basis of optimizing present values of expected utilities, including uncertainties about both structural properties and seismic excitations, have been available for a long time (Esteva 1967, 1968, 1969, 1976; Rosenblueth 1976). These highly developed algorithms cover cases in which the occurrence of earthquakes of different intensities at a site is modeled either by a Poisson process or by a renewal process. In addition to the probabilistic descriptions of the seismic-activity process, the algorithms make use of concepts such as the probability distribution of the ground-motion intensity at which a structure of interest fails and the probability of failure for a given intensity or, more generally, the probability distribution of the cost of damage for that intensity.

Both the relevance and the complexity tied to the analysis of the seismic process have been recognized for many years; therefore, large efforts have been devoted to defining adequate probabilistic models and to formulating criteria for estimating their parameters (Cornell 1972; Esteva 1976; Rosenblueth 1986). Much less attention has been paid to the study of the probability distributions of the intensities resisted by given structures and to the distributions of damage for given intensities. One reason for this neglect is the frequently used argument that uncertainties tied to structural parameters, i.e., response and performance, are very small as compared to those attached

<sup>1</sup>Dir. and Prof., Inst. de Ingeniería, UNAM, Apdo. Postal 70-472, 04510 México, D.F. Mexico.

<sup>2</sup>Assoc. Prof., Inst. de Ingeniería, UNAM, Apdo. Postal 70-472, 04510 México, D.F. Mexico.

Note. Discussion open until July 1, 1989. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the ASCE Manager of Journals. The manuscript for this paper was submitted for review and possible publication on October 1, 1987. This paper is part of the *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 2, February, 1989. ©ASCE, ISSN 0733-9445/89/0002-0268/\$1.00 + \$.15 per page. Paper No. 23171.

4.1.140  
to the nature and parameters of the seismic processes. In most cases, the argument justifies replacing an uncertain structural strength with its expected value when performing studies about the reliability of a structure in a seismic environment. However, the problems still remain of determining the ratio of the expected value of the earthquake intensity resisted by a structure to the nominal value used to express safety-related specifications, and of obtaining  $E(v_r)$ , the expected rate of failure per unit time of a structure with uncertain mechanical properties, in terms of  $v_r(y^*)$ , the rate of occurrence of intensities greater than  $y^*$ , the nominal value of the design intensity.

The problems that hinder the determination of accurate values of  $E(v_r)$  given  $v_r(y^*)$  range from insufficient knowledge about the mechanical properties and failure mechanisms of structural members and systems to the wide complexity of the mathematical models needed to represent the joint probability distributions of the variables that determine seismic response and performance, i.e., ground-motion history, gravity loads, constitutive laws of structural materials and members, and failure mechanisms and conditions.

The studies reported in this article aim at assessing the influence of a number of structural parameters on computed failure probabilities of systems designed with the same safety factors for the same nominal intensities. For this purpose, it is assumed that building frames fail in a ductile manner by the formation of plastic hinges at those member sections where the acting bending moment reaches the local bending capacity and that a brittle failure limit state is reached when the ductility demand at any given story, expressed in terms of lateral deformations of that story, reaches the available capacity of ductile deformation. The analytical difficulties implied by the mathematical models adopted are circumvented by applying a Monte Carlo simulation.

## PROBLEM FORMULATION

The following approach and assumptions will be adopted:

1. Seismic hazard at the site of interest is expressed in mathematical terms by a known function,  $v_r(y)$ , representing the mean number of times per unit time (year) that an intensity greater than  $y$  occurs at the site.

2. Under the action of an earthquake of intensity  $y$ , the structure may fail in  $n$  different modes; for instance, each failure mode may correspond to exceedance of the capacity for ductile deformation at a given story.  $R_i$  will designate the structural capacity to resist the  $i$ th failure mode, and  $S_i$  will be used to denote the maximum amplitude of the response variable governing the occurrence of the  $i$ th failure mode. The ratio  $S_i/R_i$  is the reciprocal of a random safety factor and will be denoted by  $Q_i$ . Failure in the  $i$ th mode occurs if  $Q_i \geq 1$ . It is also assumed that failure occurs precisely in the  $i$ th mode and not in any other, provided that  $Q_i \geq Q_j$  for all  $j = 1, \dots, n$ . This means that if we have two modes,  $i$  and  $j$ , such that  $Q_i \geq Q_j \geq 1$ , failure will be assumed to take place precisely in the  $i$ th mode, in spite of the fact that during the response process the condition  $Q_j \geq 1$  may be reached before the condition  $Q_i \geq 1$ . This assumption is introduced for simplicity and does not have any practical implication if it is assumed that the consequences of failure are independent of the failure mode leading to it.

From these assumptions, the probability of failure for a given intensity equals the probability that the maximum of all the values of  $Q_i$  exceeds unity. Thus, if that maximum is called  $Q$ , then

$$P_F(y) = P(Q \geq 1|y) \dots \dots \dots (1)$$

where  $P_F(y)$  = the probability of structural failure under the action of an earthquake with intensity  $y$ .

3. The rate of failure of a structure with deterministically known properties (vector  $R$ ) is

$$v_f(R) = \int_0^\infty - \frac{\partial v_f(u)}{\partial u} P_F(u|R) du \dots \dots \dots (2)$$

where  $v_f(u)$  = the rate of occurrence of an intensity in excess of  $u$ , and  $P_F(u)$  is given by Eq. 1. If  $R$  is a vector of uncertain structural properties, then the expected value of  $v_f$  can be obtained by weighing the value given by Eq. 2 with respect to the joint p.d.f. of  $R$ . Denoting by  $f_R(r)$  this p.d.f., the expected value of  $v_f$  can be obtained as follows:

$$E(v_f) = \int_0^\infty f_R(r) \int_0^\infty - \frac{\partial v_f(u)}{\partial u} P_F(u|r) du dr \dots \dots \dots (3)$$

The first integral appearing in this equation must be understood as a multiple integral, with a number of dimensions equal to the order of  $R$ . Changing the order of integrations, Eq. 4 is obtained:

$$E(v_f) = \int_0^\infty - \frac{\partial v_f(u)}{\partial u} \int_0^\infty P_F(u|r) f_R(r) dr du \dots \dots \dots (4)$$

This order of performing the integrations lends itself better than Eq. 3 to the calculation of  $E(v_f)$  by the algorithm that will be proposed later. The interior integral in Eq. 4 is the failure probability of a system with uncertain properties subjected to an earthquake with intensity  $Y = u$ .

**BASIC MODELS AND ASSUMPTIONS**

**Seismic Hazard Function**

For the purpose of calculating  $p_F(y)$ , as given by Eq. 1, it is convenient to express  $y$  as the value of a parameter of the ground-motion time-history, which can then be used by engineers to estimate maximum values of structural responses. Examples of such parameters are peak ground accelerations or velocities, ordinates of response spectra for given period and damping, and expected values of these ordinates. If one of these parameters is used to measure intensity, then the expected rate of occurrence of earthquakes with intensities higher than a given value  $y$  is known. It can be expressed by a function of the form

$$v(y) = Ky^{-r} \left[ 1 - \left( \frac{y}{y_M} \right)^\epsilon \right], \quad \text{for } y \leq y_M \dots \dots \dots (5a)$$

$$v(y) = 0, \quad \text{for } y \geq y_M \dots \dots \dots (5b)$$

where  $y_M$  = an upper bound to the intensities that may occur at the site of interest;  $r$  and  $\epsilon$  = parameters defining the shape of the distribution of intensities; and  $K$  = a scaling factor. For the applications that follow,  $y$  and  $y_M$  are measured by peak ground acceleration at the site during an earth-

quake, and the parameters in Eq. 5 are assumed to take the values  $K = 129.5$ ,  $r = 1.6$ ,  $\epsilon = 1$ , and  $Y_M = 1,125 \text{ cm/s}^2$  for the analysis of cases 1-13. This means that accelerations in excess of 200 and 500  $\text{cm/s}^2$  occur, respectively, every 45 and 285 years on the average. For case 14,  $K = 80$  and  $Y_M = 500 \text{ cm/s}^2$ . Although Eq. 5 is deemed adequate for engineering applications, it is not acceptable for small values of  $y$ , as it leads to unbounded values of  $v(y)$  as  $y$  tends to zero.

**Ground-Motion Time-Histories**

Two sets of simulated ground-motion time-histories were used; one based on the statistical properties of the NS component of the record obtained in 1940 in El Centro, California, and the other represents the most intense portion of the EW component obtained at the parking lot of the SCT building in Mexico City during the earthquake of September 19, 1985 (Mena 1986). 20 sample records belonging to the first set and nine belonging to the second one were generated by means of the algorithm described by Ruiz, Paredes-López, and Galarza (1986) and Ruiz and Lira (1987). For the first case, the simulated records have a duration of 30 sec and for the second, 82 sec.

The algorithm used to generate the simulated accelerograms takes into account the variation in time of ground-motion intensity, as well as the distribution of energy content among frequencies. Briefly, it may be described as a sequence of three operations: first, the duration of the record to be simulated is divided into several segments, and the frequency content and intensity of the ground motion included within each segment is obtained; second, unit-intensity segments of samples of Gaussian processes with the corresponding spectral densities are generated for each segment defined in the first step; and, finally, the simulated segments are put together, and each resulting record is modulated by a deterministic time function.

**Structures Studied**

The studies reported herein cover three families of single-bay frames with one, three, and nine stories, respectively. Their nominal dimensions are shown in Fig. 1. The computed values of the fundamental periods resulting from their member sections and from the nominal values of their material properties are given in Table 1, as well as the ductility-related reduction factors adopted for design and the corresponding seismic design coefficient. Each of the latter resulted from dividing by the corresponding reduction factor the average ordinates of the linear response spectra of each set of simulated records for the computed fundamental period of the structure of interest. This way of transforming the ordinates of a linear response spectrum to those of the corresponding elasto-plastic response spectrum for a specified ductility demand was deemed reasonably approximate because the fundamental natural periods are not too short as compared to the dominant periods of the ground-motion records.

As previously mentioned, failure is assumed to occur when the ductility demand at any given story reaches the available capacity of ductile deformation of that story. This capacity is taken as uncertain, and several assumptions about its variation coefficient were considered, as shown in the fifth column of Table 1.

The probability distributions of member strengths and stiffnesses were not directly obtained, but, as explained in the following, random values of these

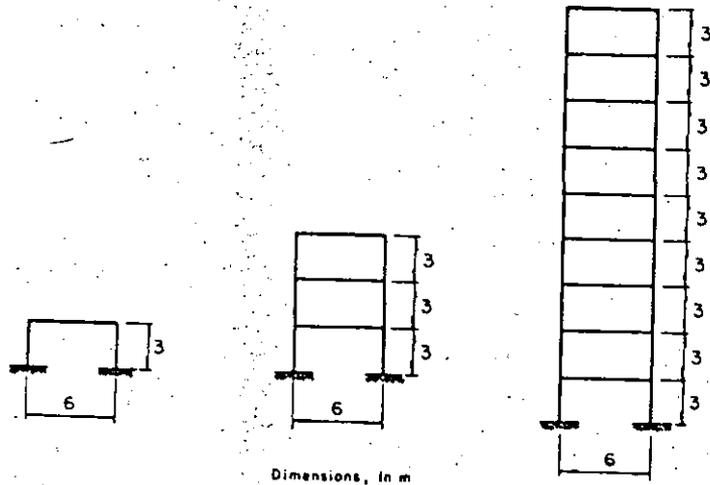


FIG. 1. Overall Dimensions of Cases Studied

properties were generated by Monte Carlo simulation of the material properties and cross-section dimensions, followed by application of conventional expressions of structural mechanics.

The parameters and the assumed forms of the statistical distributions of these properties are given in Table 2, which also includes values corresponding to live loads. Those parameters are: concrete strength  $f_c$ ; steel yield stress  $f_y$ ; reinforcement cover in girders and columns  $r$ ; width and depth,  $b$  and  $h$ ; and live load  $W_L$ . The expected capacity of ductile deformation  $\bar{\mu}$  at a given

TABLE 1. Cases Studied

Case number (1)	Number of stories (2)	Fundamental period (sec) (3)	Ductility design factor (4)	Ductility coefficient of variation (5)	Spatial correlation <sup>a</sup> (6)	Seismic design coefficient (7)	Excitation <sup>b</sup> (8)
1	1	0.36	1	0.3	HC	0.69	EC
2	1	0.36	1	0.5	HC	0.69	EC
3	1	0.36	2	0.3	HC	0.35	EC
4	1	0.36	2	0.5	HC	0.35	EC
5	1	0.36	4	0.3	HC	0.17	EC
6	1	0.36	4	0.5	HC	0.17	EC
7	1	0.36	6	0.3	HC	0.12	EC
8	1	0.36	6	0.5	HC	0.12	EC
9	3	0.85	2	0.3	LC	0.25	EC
10	3	0.85	4	0.3	LC	0.12	EC
11	3	0.36	4	0.3	LC	0.17	EC
12	3	0.36	4	0.3	HC	0.17	EC
13	3	0.36	4	0.6	HC	0.17	EC
14	9	1.32	2.5	0.3	LC	0.115	SCT

<sup>a</sup>HC = High correlation between structural member properties; LC = low correlation between structural member properties.

<sup>b</sup>EC = El Centro, 1940, NS component; SCT = SCT, Mexico City, 1985, EW component.

TABLE 2. Statistical Parameters of Distributions of Material Properties and Loads

Variable (1)	Assumed probability function (2)	Nominal value (kPa) (3)	Mean value (kPa) (4)	Coefficient of variation (5)
$W_L$	Gamma	0.88	0.69	0.480
$f_c$ (field)	Gaussian	17,600	19,800	0.195
$f_y$	Gaussian	411,600	458,600	0.096
$b, h, r$	Gaussian	—*	—*	—*

\*Similar to those given by Mirza (1979).

TABLE 3. Correlation Coefficients for Cases with Low Correlation (LC) between Mechanical Properties

Variable (1)	Correlation coefficient, $\rho$ (2)
$f_c$	0.6
$f_y$	0.8
$b$	0.8
$h$	0.8
$r$	0.8

story is related to its nominal value  $\mu^*$  through the equation  $\bar{\mu} = \mu^* \exp(0.55 \times 3 \times V_{\mu})$ , where  $V_{\mu}$  = the coefficient of variation of the available ductility. The probability distribution of the latter variable was obtained by defining a new variable,  $w = \mu - 1$ , assumed to possess log-normal distribution. Symbols HC and LC in the sixth column of Table 1 mean "high correlation" and "low correlation." In the first case, each material property or cross-section dimension is assumed to be perfectly correlated throughout the structure, but the different variables at a given member are stochastically independent. In the second case, each material property or cross-section dimension at a given member-end is correlated with its counterpart at any other member-end in accordance with the correlation coefficients of Table 3, and there is no correlation between the values of the different variables.

All systems studied were assumed to possess a viscous damping of 5% of critical.

#### ALGORITHMS USED

##### Failure Probabilities for Given Intensities

Trying to obtain failure probabilities in analytic terms is intractable by present means, and trying to generate them by Monte Carlo simulation requires an excessively large number of samples if we are interested in the ranges of very low values of these probabilities. Because our interest is focused on obtaining rates of failure of structures subjected to earthquakes of random intensities, and because the uncertainties about the latter are much larger than those concerning the properties of a structure, it is acceptable to limit our efforts to estimating second moments of  $Q$ , the reciprocal of the safety factor, and assuming a reasonable form for its probability density

function. This is the approach adopted in this paper. According to it, the following procedure was applied:

1. Artificial accelerograms were simulated and scaled to the intensity of interest. This variable was measured by the peak ground acceleration.

2. A structure was designed in accordance with the design coefficients in Table 1. These coefficients correspond to intensities (expected peak ground accelerations) of 0.283 g and 0.176 g, i.e., to return intervals of 84 and 32 years, according to Eq. 5 and its parameters adopted previously.

3. On the basis of the statistical parameters and distribution forms in Tables 1-3, the mechanical properties of a sample of structures were obtained by Monte Carlo simulation in correspondence with each structure designed as described in the previous paragraph.

4. The simulated structures were excited by randomly selected members of the population of simulated accelerograms. In order to keep within acceptable limits, the computational effort involved, and the sample of the combinations of simulated structures and ground-motion time-histories, was integrated as follows: (1) A set of intensities was chosen, with values covering the interval of interest in engineering, from a sufficiently small lower bound to the maximum feasible intensity  $y_m$ ; (2) for each of these intensities, one member was randomly selected from the population of simulated records, and it was scaled to the corresponding intensity; and (3) for each intensity, a sample structure was simulated.

5. The response of each structure was obtained by step-by-step integration, and the corresponding value of  $Q$  (maximum value of  $S_i/R_i$  for all the potential failure modes) was obtained. For this purpose,  $S_i$  = the peak value of the relative displacement of the  $i$ th story; and  $R_i$  = its capacity for ductile deformation. The latter value is obtained by multiplying the story yield displacement resulting from the simulated stiffnesses and strengths by the simulated ductility factor. In order to determine story yield displacements, nonlinear shear-displacement curves were obtained for each story by means of elasto-plastic static analysis of the response of the frame to a gradually increasing force pattern, with amplitudes proportional to the elevation with respect to the bottom ends of the first-story columns, using an algorithm similar to that proposed by Mochle and Alarcón (1985). At each story, the yield displacement was taken as that corresponding to the intersection of the tangent to the shear-deformation curve at the origin with the tangent to the branch corresponding to very large deformations.

6. The values of  $Q$  are plotted against the corresponding intensities for each structural type and each design coefficient. Then, curves relating expected values of  $Q$ , intensities, and nominal ductility-related reduction factors are fitted to the result, and the variances of the differences between individual and expected values are estimated. Thus, for each structural type and reduction factor the conditional mean value and standard deviation of  $Q$ , given the ground-motion intensity, will be known. They are denoted in the sequel by  $E(Q|y)$  and  $\sigma_{Q|y}$  respectively.

7. The conditional probability density function of  $Q$ , given that the intensity equals  $y$ , was arbitrarily taken as log-normal, with the first two moments as given in the preceding paragraph. Computing  $p_f(y)$  according to Eq. 1 is immediate. The ordinates of the log-normal probability distribution function were obtained by an elementary transformation of an expression proposed by Rosenblueth (1986).

### Response Analysis

Frame members were modeled as simple one-dimensional bending elements. Nonlinear behavior of the members was assumed to be concentrated

at plastic hinges at their ends. These hinges were assumed to possess bilinear hysteretic stiffness-degrading moment-rotation curves with plastic hardening characteristics, such that the slope of the plastic branch is 2% of the initial tangent stiffness for small deformations. The damping matrix was taken as a linear combination of the initial-stiffness and mass matrices.

The equations of motion were integrated by means of a constant-acceleration step-by-step algorithm included in computer program DRAIN-2D (Kanaan and Powell 1973).

## RESULTS OF SIMULATIONS

### Single-Story Frames

Values of  $Q$  in terms of peak ground accelerations and nominal design ductilities  $\mu^*$  for these cases are plotted in Figs. 2 and 3 for a natural period of 0.36 sec and variation coefficients of the available ductility  $\mu$  of 0.3 and 0.5, respectively. The figures also show the curves fitted to the expected values of  $Q$ , as well as the corresponding mathematical expression for the expected value of the natural logarithm of  $Q$  and the standard deviation of that logarithm. These figures show that the expected values of  $Q$  grow for decreasing variation coefficients of  $\mu$ , as well as for decreasing values of nominal design ductilities  $\mu^*$ . The first of these trends is related to the fact that, according to the manner in which mean and nominal values of available ductilities are assumed to be associated, if  $\mu^*$  is kept fixed, the mean value of  $\mu$  grows with  $V_\mu$ . The second trend arises from the fact that the frames being studied are continuous at their joint and possess a lateral strength even though they are not specifically designed to resist lateral forces. The contribution of this strength to that necessary to satisfy the design requirements for the superposition of gravity and seismic forces is more significant for high design ductilities than for low values of them. The results in Figs. 4 and 5, showing failure probabilities in terms of intensities and design ductilities, are consistent with these trends.

### Three-Story Frames

One objective of the studies on three-story frames was that of assessing the influence of spatial correlation of mechanical properties on the distribution of  $Q$ , as well as on the probabilities of failure. The results in Figs. 6 and 7 make comparisons of both variables for cases 11 and 12 of Table 1, i.e., for  $T = 0.36$  sec,  $V_\mu = 0.3$ , and  $\mu^* = 4$ ; these cases differ in the degree of spatial correlation assumed. For this case, no significant influence of that correlation was found on any of the variables studied: probabilistic moments of  $\ln Q$  and failure probabilities. This low sensitivity of  $Q$  to the correlation coefficients is probably due to the fact that uncertainties related to the detailed ground-motion characteristics for a given intensity are much greater than those concerning the mechanical properties of the structure.

The influence of  $V_\mu$  on the expected values of  $\ln Q$  and failure probabilities for given intensities is shown in Figs. 8 and 9 for  $T = 0.36$  sec,  $\mu^* = 4$ , and high spatial correlation. The trends that may be observed are similar to those discussed in connection with single-story frames.

Finally, Fig. 10, obtained for  $T = 0.85$  sec,  $V_\mu = 0.3$ , and low spatial correlation, shows that expected values of  $Q$  grow with decreasing values in the design ductilities. Failure probabilities were found to behave in the

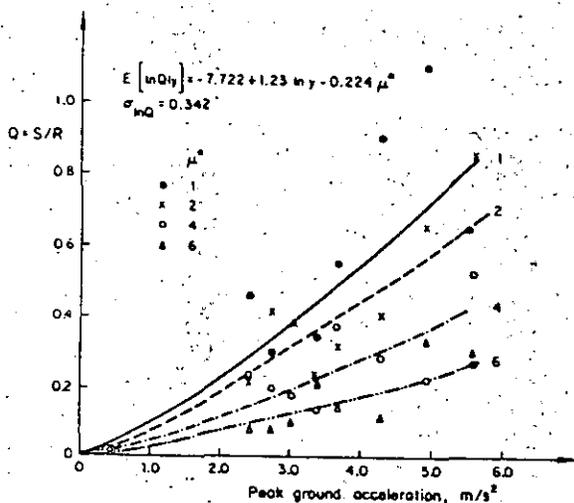


FIG. 2. Normalized Response of Single-Story Frames ( $T = 0.36$  s and  $V_{\mu} = 0.3$ )

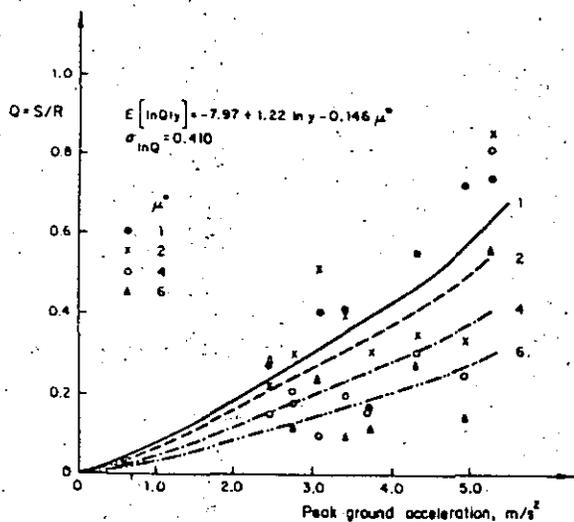


FIG. 3. Normalized Response of Single-Story Frames ( $T = 0.36$  s and  $V_{\mu} = 0.5$ )

same manner. Again, these trends are consistent with those observed for single-story frames.

#### Nine-Story Frames

Only one case was studied. The natural period is equal to 1.33 sec, the variation coefficient of the available story ductilities is 0.3, and the nominal design ductility is 2.5. Spatial correlation of mechanical properties is low. Unlike the previous cases, the simulated ground-motion records belong to the same population as the EW component of the SCT record of September

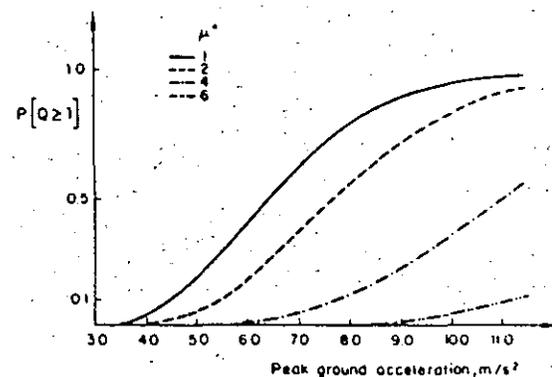


FIG. 4. Failure Probabilities of Single-Story Frames Designed for Different Ductility Factors ( $V_{\mu} = 0.3$ )

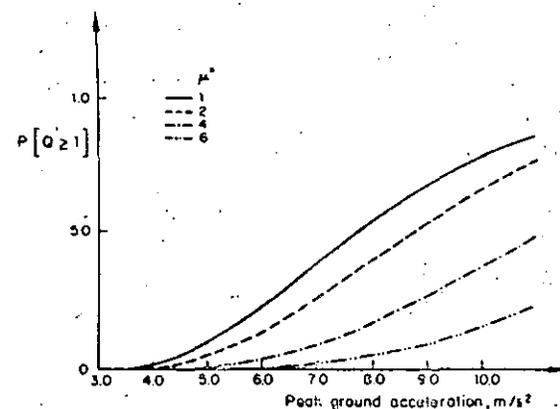


FIG. 5. Failure Probabilities of Single-Story Frames Designed for Different Ductility Factors ( $V_{\mu} = 0.5$ )

19, 1985, in Mexico City. The results are shown in Fig. 11.

Because the yield moments at column ends depend on the axial forces acting on them, they are sensitive to the overturning moment, which is a function of time. At any given instant, the axial forces due to overturning are of positive sign on the columns on one side of the neutral axis of the building plan and of negative sign on those lying on the other side. Therefore, the decrements in the yield moments produced at some column ends at a given story will be approximately compensated by the increments taking place at the other column ends in the same story. Consequently, the response analyses carried out in this study were based on the simplifying assumption that column yield moments are constant and equal to the values that result when column axial forces equal their design values for the condition of ordinary gravity loads.

In order to explore the possible influence of the uncertainty about structural parameters on failure probabilities, two sets of five structures were

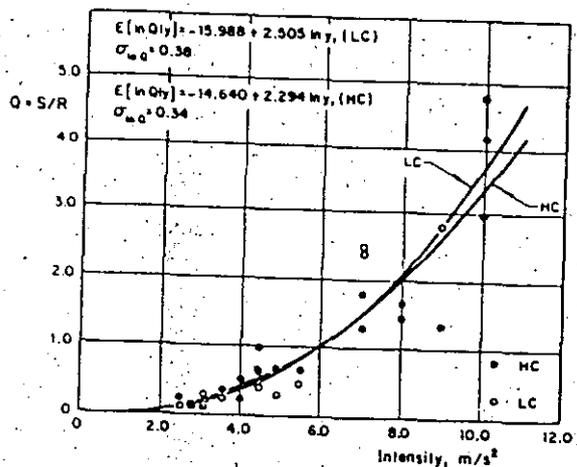


FIG. 6. Normalized Response of Three-Story Frames ( $T = 0.3$  s,  $\mu^* = 4$ , and  $V_{\mu} = 0.3$ ); High (HC) and Low (LC) Spatial Correlation

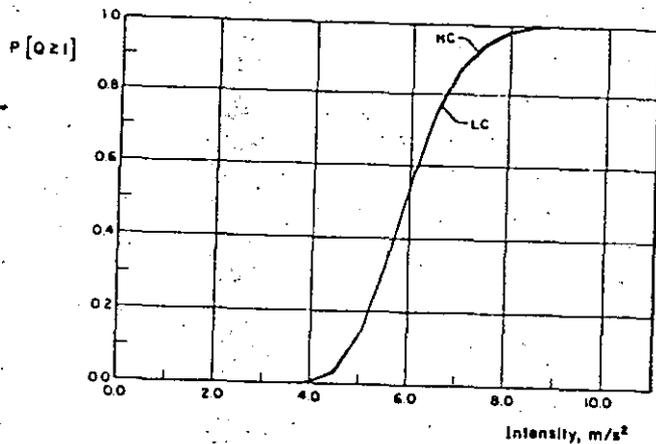


FIG. 7. Failure Probabilities of Three-Story Frames ( $T = 0.35$  s,  $\mu^* = 4$ , and  $V_{\mu} = 0.3$ ); High (HC) and Low (LC) Spatial Correlation

analyzed under the action of randomly chosen ground-motion records with peak ground accelerations equal to  $2.5 \text{ m/s}^2$ . The mechanical properties of the structure were taken as deterministically equal to their expected values in one set of structures and as uncertain in the other. Sample means and variation coefficients of  $Q$  were obtained for both cases. The resulting failure probabilities, assuming log-normal distribution of  $Q$ , were  $1.7 \times 10^{-4}$  and  $4.8 \times 10^{-4}$ , respectively, for the deterministic and uncertain systems. However, if the  $\ln Q$  is taken as normally distributed, and sample values of it are used to obtain its mean and standard deviation, the resulting failure probabilities are  $1.8 \times 10^{-2}$  and  $1.3 \times 10^{-3}$ , respectively. The large discrepancies between the results arising from the different approaches in analyzing the sample statistics may originate from the small sample size and from the

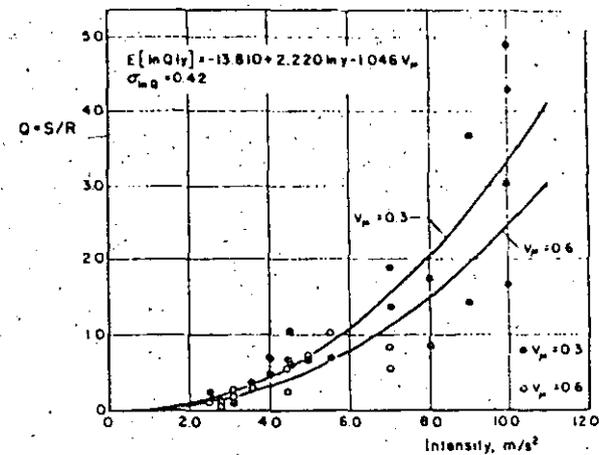


FIG. 8. Normalized Response of Three-Story Frames ( $T = 0.36$  s,  $\mu^* = 4$ , and  $V_{\mu} = 0.3$  and  $0.6$ ) High Spatial Correlation

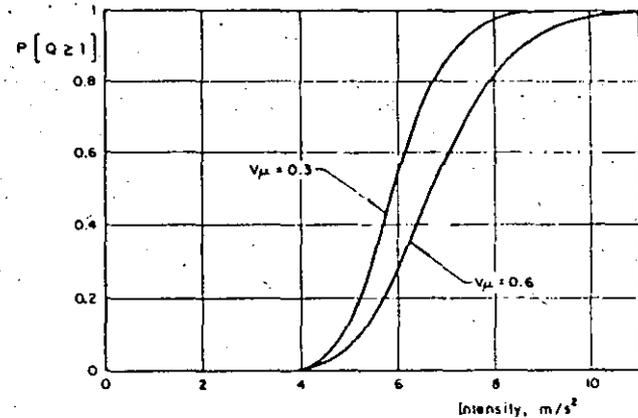


FIG. 9. Failure Probabilities of Three-Story Frames ( $T = 0.36$  s,  $\mu^* = 4$ , and  $V_{\mu} = 0.3$  and  $0.6$ ); High Spatial Correlation

possible inadequacy of the assumption regarding the form of the distribution of  $Q$ . Thus, the significance of the uncertainty about structural properties on failure probabilities remains an open question.

The nine-story frame of Fig. 1 was also used for the study of the possible role of the large uncertainties about the excitation on explaining the small differences noted in Figs. 6 and 7 between failure probabilities of systems characterized by high or low statistical correlations between mechanical properties of different members. For this purpose, one set of five simulated frames with lowly correlated mechanical properties and another corresponding to perfectly correlated properties were subjected to the same time-history of ground acceleration (SCT record, normalized to a peak ground acceleration of  $250 \text{ cm/s}^2$ ). In three cases in the first group, the maximum  $Q$ -value

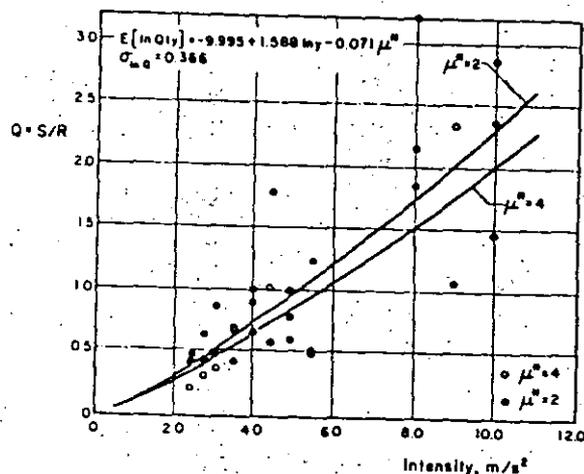


FIG. 10. Normalized Response of Three-Story Frames ( $T = 0.85$  s,  $\mu^* = 2$  and 4, and  $V_{\mu} = 0.3$ ) Low Spatial Correlation

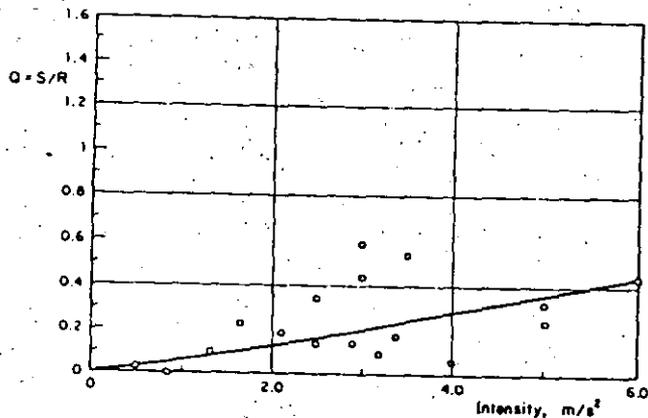


FIG. 11. Normalized Response of Nine-Story Frames ( $T = 1.33$  s,  $V_{\mu} = 0.3$ , and  $\mu^* = 2.5$ ); Low Spatial Correlation

was attained at the first story, and in the other two, the maximum occurred at the ninth story. In the second group the maximum appeared four times at the first story and once at the third story. However, failure probabilities were not very different: 0.085 and 0.111, respectively.

#### EXPECTED FAILURE RATES

Expected failure rates for the different cases considered were obtained in accordance with Eq. 4, using for the interior integral the failure probability curves in terms of intensities, similar to those shown in Figs. 4, 5, 7, and 9. These failure rates are shown as  $E(v_r)$  in Table 4, which also indicates values of  $v(y^*)$ , the rates of occurrence of intensities higher than the value

TABLE 4. Expected Failure Rates

Case number (1)	Number of stories (2)	$E(v_r) \times 10^3$ (one/yr) (3)	$v(y^*) \times 10^3$ (one/yr) (4)	Ratio, $E(v_r)/v(y^*)$ (5)
1	1	2.550	12.00	0.213
2	1	1.456	12.00	0.121
3	1	1.342	12.00	0.112 (*)
4	1	1.007	12.00	0.084 (*)
5	1	0.332	12.00	0.028 (*)
6	1	0.420	12.00	0.035 (*)
7	1	0.036	12.00	0.003 (*)
8	1	0.137	12.00	0.011 (*)
9	3	2.609	12.00	0.217
10	3	2.060	12.00	0.172 (*)
11	3	2.426	12.00	0.202
12	3	2.527	12.00	0.211
13	3	1.794	12.00	0.150
14	9	0.213	13.7	0.0155

assumed for seismic design, as well as the ratios  $E(v_r)/v(y^*)$ . The latter ratios are seen to vary over very wide intervals. They are lower for high design ductilities than for low values of this parameter. The reason for this trend is similar to that mentioned in connection with the forms of variation of expected ductility demand and failure probabilities in terms of intensities.

Asterisks in the last columns of Table 4 serve to identify cases where some reinforced concrete members have reinforcement ratios higher than those strictly necessary to provide the strengths resulting from the seismic analysis. These higher ratios were adopted for the purpose of complying with minimum reinforcement ratios required for temperature and shrinkage effects. Thus, part of the decrease in the ratio  $E(v_r)/v(y^*)$  for these cases must be ascribed to their being on average stronger than was assumed when adopting a design intensity.

Failure rates of three-story frames are in general higher than those of single-story frames. Two main causes have been identified as possibly leading to this systematic discrepancy: (1) Minimum reinforcement ratios are not found to govern design as often in three-story frames as in the lower ones; and (2) because of the irregularity of the ground motion and the contribution of higher vibration modes to the response, the probability that the latter exceeds a given ductility value at any story is higher for three-story structures.

The failure rate obtained in case 14 cannot easily be compared with those of the previous cases, as it corresponds to a widely different family of strong-motion records and to a different seismic design criterion. The low failure rate obtained can be partly explained by the application of a reduction factor of 0.8 to the nominal value of the available ductility factor considered in design.

#### CONCLUSIONS

A general approach toward evaluating expected failure rates of structures per unit time has been presented, which accounts for uncertainties about

mechanical and geometrical properties, as well as about seismic excitation and live load.

Such an approach was applied to one-, three-, and nine-story frames under simulated accelerograms, which were associated with soft and hard types of ground. From the cases analyzed the following was concluded:

1. Among the mechanical properties of the structural members on the probability of failure, the influence of the spatial statistical correlation is relatively small as compared to the influence of other variables.

2. The number of degrees of freedom has a great influence on the probability of failure of structures subjected to earthquakes.

3. The structural failure rate was observed to decrease when the design ductility factors increased. This can be explained in terms of the contribution of the available lateral load capacity that any continuous frame has even if it has not been specifically designed for that type of load. The higher the capacity of the structure to take ductile deformations, the lower the additional lateral strength required to resist a specified set of lateral forces; therefore, the higher the design ductility, the higher, in proportion, is the contribution of the member resistances needed for vertical loads to the lateral strength required to take an earthquake of given intensity, and the higher are the earthquake intensities that may be resisted by the strength reserves due to the differences between expected and nominal values of member resistances.

4. Due to the form of the assumed relation between the expected and the nominal values of the available ductility, as a function of the variation coefficient of that variable, the probabilities of failure for a given intensity are greater for the cases for which that variation coefficient is lower.

5. The seismic hazard function used in this study was arbitrarily chosen. Obviously, other ratios  $E(v_f)/v(y^*)$  would be obtained for other hazard functions. Thus, the values presented in the last column of Table 4 are only general indicators of the significance of the variables studied and should not be blindly used to make design decisions.

6. It must be remembered that most systems considered in this study are assumed to develop significant local yielding at several critical sections before a failure limit state is reached. Neither the results reported herein nor the conclusions reached are valid if the safety factors with respect to local brittle failure modes are not sufficiently high with respect to those associated to ductile modes as to prevent the occurrence of the former.

7. Finally, the variability of the failure probabilities obtained for the few cases studied is significant enough as to justify the development of new studies designed to gain greater understanding of it. Future investigations should not only widen the ranges of cases studied, but they should also explore better representations of the mechanical behavior of structural members and systems.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The writers express their sincere recognition to R. Paredes-López, C. Esquerro, N. Quiroz, and J. E. Ramírez for their invaluable assistance. This project was sponsored by the National Science and Technology Council of Mexico.

#### APPENDIX I. REFERENCES

- Cornell, C. A. (1972). "Bayesian statistical decision theory and reliability based design." *Proc., Int. Conf. on Structural Safety and Reliability*, A. M. Freudenthal, ed., Pergamon Press, Oxford, U.K.
- Esteva, L. (1967). "Criterios para la construcción de espectros de diseño sísmico." *Tercer Simposio Panamericano de Estructuras*, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela (in Spanish).
- Esteva, L. (1968). "Bases para la formulación de decisiones de diseño sísmico." *Report 182*, Institute of Engineering, UNAM, México City, Mexico (in Spanish).
- Esteva, L. (1969). "Seismic risk and seismic design decisions." *Proc., Seminar on Seismic Design of Nuclear Power Plants*, R. Hansen, ed., M.I.T., Cambridge, Mass.
- Esteva, L. (1976). "Seismicity." *Seismic risk and engineering decisions*, C. Lomnitz and E. Rosenblueth, eds., Elsevier, Amsterdam, The Netherlands.
- Kanaan, A. E., and Powell, G. H. (1973). "DRAIN-2D, a general purpose program for dynamic analysis of inelastic plane structures." *Reports No. 73-6 and No. 73-22*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Calif.
- Mena, E., et al. (1986). "Catálogo de acelerogramas para terreno blando." *Report 497*, Institute of Engineering, UNAM, México City, Mexico (in Spanish).
- Mirza, S. A., and McGregor, J. (1979). "Variation in dimensions of reinforcement concrete members." *J. Struct. Div., ASCE*, 105(ST4), 751-766.
- Moehle, J. P., and Alarcón, L. F. (1985). "Seismic analysis methods for irregular buildings." *J. of Struct. Engrg., ASCE*, 112(6), 35-52.
- Rosenblueth, E. (1976). "Optimum design for infrequent disturbances." *J. Struct. Div., ASCE*, 102(ST9), 1807-1825.
- Rosenblueth, E. (1985). "On computing normal reliabilities." *Struct. Safety*, 2, 165-167.
- Rosenblueth, E. (1986). "Use of statistical data in assessing local seismicity." *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 14(3), 325-338.
- Ruiz, S. E., and Lira, E. (1987). "Simulación de acelerogramas para terreno blando." *Report of Project 5745*, Institute of Engineering, UNAM, México City, Mexico.
- Ruiz, S. E., Paredes-López, R., and Galarza, V. (1986). "Reliability of structures." *Proc., Eighth European Conf. on Earthquake Engineering*, Vol. 1, 2.4/63-2.4/70.

#### APPENDIX II. NOTATION

The following symbols are used in this paper:

- $b$  = width of girders and columns;  
 EC = El Centro, 1940, NS component;  
 $E(v_f)$  = expected rate of structural failure per unit time;  
 $f_c$  = concrete strength;  
 $f_R(r)$  = probability density function of R;  
 $f_y$  = steel yield resistance;  
 HC = high spatial correlation;  
 $h$  = depth of girders and columns;  
 $K, \epsilon, \gamma_M$  = parameters defining shape of distribution of intensities;  
 LC = low spatial correlation;  
 $p_f(y)$  = probability of structural failure under action of earthquake with intensity  $y$ ;  
 $Q$  = reciprocal of safety factor,  $Q_i = S_i/R_i$ ;  
 $R_i$  = structural capacity to resist  $i$ th failure mode;  
 $r$  = cover of reinforcement in girders and columns;

# VISCOELASTIC STABILITY MODEL FOR ELASTOMERIC ISOLATION BEARINGS

By Chan Ghee Koh<sup>1</sup> and James M. Kelly<sup>2</sup>

**ABSTRACT:** A viscoelastic model accounting for the stability effect is proposed for high-damping elastomeric bearings, used in aseismic base isolation. This model is consistent with Haringx's theory, which takes into consideration the significant shear deformation of the elastomer. The method of mode superposition is used to obtain an alternative solution to the "Haringx column," and this solution is readily generalized to include viscoelasticity. Each mode is an eigensolution of the corresponding stability problem. The rapid fourth-order convergence permits the use of only the first mode to give a very good approximation. The dynamic shear stiffness, damping characteristics, and height reduction of bearings are obtained by the first-mode consistent model. In particular, the phenomenon of increasing energy dissipation due to the axial load is explained by the model in a consistent way. The applicability of the model is then verified by experiments conducted on multilayer elastomeric isolation bearings with and without lead plugs.

## INTRODUCTION

Base isolation is a relatively new approach for earthquake-resistant design. Among many different forms that have been proposed (Kelly 1982; Kelly 1986), the use of high-damping elastomeric bearings is believed to offer the simplest method of isolation, and they are relatively very easy to make. However, in spite of the recent interest in using elastomeric bearings for base isolation, there continues to be a reluctance on the part of the structural engineering profession to use this concept. One question often raised is the effect of axial load, or the stability effect, on the dynamic behavior of these bearings, since they can undergo large displacements in an earthquake. There are also other practical reasons that call for the need to include the stability effect in modeling the elastomeric isolation bearings:

1. In practice, base-isolated buildings normally require the use of a large number of isolation bearings. For example, the first base-isolated building in the United States, the Foothill Communities Law and Justice Center located at San Bernardino, California, sits on 98 natural rubber bearings (Taries 1984). The vertical loads carried by the bearings vary quite widely, but, in order to minimize the design and manufacture costs, only a few sets of bearings are made. As a result, each set of bearings designed might have to accommodate a considerably wide range of axial loads.
2. In the event of a severe earthquake, the overturning moment of the base-isolated building can cause significant changes in the axial loads on the supporting bearings. The axial loads on the bearings can therefore be substantially increased even if the static dead loads are small.
3. It has been observed in past experiments that the axial load increases the energy dissipation per cycle in the bearing. This phenomenon, if properly under-

<sup>1</sup>Lect., Dept. of Civ. Engrg., Nat. Univ. of Singapore, Singapore 0511.

<sup>2</sup>Prof., Dept. of Civ. Engrg., Univ. of California, Berkeley, CA 94720.

Note. Discussion open until July 1, 1989. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the ASCE Manager of Journals. The manuscript for this paper was submitted for review and possible publication on November 18, 1987. This paper is part of the *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 2, February, 1989. ©ASCE, ISSN 0733-9445/89/0002-0285/\$1.00 + \$.15 per page. Paper No. 23172.

- = maximum amplitude of response governing occurrence of *i*th failure mode;
- SCT = SCT, Mexico City, 1985, EW component;
- $T$  = fundamental period of structure;
- $V_x$  = coefficient of variation of  $x$ ;
- $V_{\mu}$  = coefficient of variation of available ductility;
- $W_L$  = live load;
- $\bar{X}$  = mean value of  $x$ ;
- $y$  = intensity;
- $y^*$  = nominal value of design intensity;
- $\mu$  = ductility factor;
- $\nu(y^*)$  = rate of occurrence of intensities greater than  $y^*$ ;
- $\rho$  = correlation coefficient; and
- $\sigma_{Qb}$  = standard deviation of  $Q$  for given value of  $y$ .

## Superscripts

\* = nominal value.

## Subscripts

$F$  = failure.

## RIESGO SISMICO Y ESPECTROS DE DISEÑO EN LA REPUBLICA MEXICANA

Luis Esteva y Mario Ordaz\*

## INTRODUCCION

Con motivo del programa de revisión y actualización de los reglamentos de construcción que en forma coordinada desarrollan autoridades y sociedades profesionales en diversos estados y municipios del país, surgió la necesidad de proponer coeficientes y espectros para diseño sísmico, para lo cual los coordinadores del programa citado solicitaron apoyo técnico a la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica. El problema se analizó en el seno de un grupo formado por representantes de dicha Sociedad y de investigadores del Instituto de Ingeniería. Se concluyó que, con el fin de formular una propuesta que cubriera uniformemente a todo el país, convenía partir de un conjunto de mapas de riesgo sísmico y uno de regionalización previamente formulados y de los coeficientes y espectros de diseño asociados con dichos mapas (ref. 12) y ajustar tales coeficientes y espectros con base en criterios que tomen en cuenta las enseñanzas derivadas del temblor de septiembre de 1985 en la ciudad de México sobre posibles valores de las funciones de amplificación dinámica de los espectros asociadas con la presencia de suelos blandos.

El presente trabajo se ocupa de describir los estudios de riesgo sísmico que condujeron a los mapas de la ref. 12 y de presentar los criterios

---

\*Instituto de Ingeniería, UNAM

para pasar de funciones de riesgo sísmico en un sitio dado a espectros para diseño de diversos tipos de construcciones en dicho sitio.

Las conclusiones de este trabajo constituyen lo que a juicio de los autores puede proponerse con los estudios de riesgo sísmico disponibles a la fecha. Dichos estudios datan de 1974, y a partir de entonces se han registrado avances significativos en los criterios y herramientas para el análisis de riesgo sísmico y se ha ampliado considerablemente la información sismológica recabada. Por tal motivo es muy recomendable actualizar las estimaciones de riesgo sísmico como base para futuras revisiones de las recomendaciones de diseño sísmico que aquí se proponen.

La información con que contamos para estimar el riesgo sísmico es de dos tipos: el primero consiste en información geofísica y el otro se refiere a características de registros de temblores obtenidas en cada sitio de interés. El primero abarca información que nos dan los sismólogos sobre características de temblores en la fuente, y que mediante relaciones de atenuación que ligan magnitud con intensidad en términos de distancia y condiciones locales nos permiten predecir lo que ocurre en el sitio en cuestión a partir de la información sismológica. De aquí nuestro interés en estudiar la sismicidad.

## SISMICIDAD Y RIESGO SISMICO

El riesgo sísmico en un sitio dado lo expresamos en términos de la frecuencia media con que en dicho sitio se excede cada intensidad, y para fines de ingeniería esta última se expresa, por ejemplo, como la máxima aceleración o la máxima velocidad del terreno en el sitio durante un

temblor, o como la ordenada del espectro de respuestas para valores dados de periodo natural y amortiguamiento o, en fin, como cualquier parámetro ligado directamente a las características del movimiento del terreno en el sitio de interés y que tiene una correlación elevada con las respuestas máximas de las obras de ingeniería que interesan.

Usualmente no se cuenta para el sitio que interesa con información estadística obtenida de instrumentos que registren directamente en el sitio las características de los temblores ocurridos. Por ello tenemos que conocer lo que ocurre en las posibles fuentes sísmicas vecinas; por lo mismo, mediante el uso de las mencionadas leyes de atenuación necesitamos transformar los modelos matemáticos que describen la actividad de las fuentes sísmicas vecinas (expresada en términos de magnitudes y coordenadas de los focos) en actividad sísmica expresada en términos de las intensidades que ocurren en los sitios de interés. En forma simplificada, la actividad sísmica en una fuente puede representarse mediante una curva de tasa de excedencia como la que se muestra en la fig. 1, en que la escala vertical es logarítmica y la curva en su extremo derecho es asíntota a una vertical cuya abscisa es la máxima magnitud que puede generarse en la fuente sísmica considerada.

La fig. 2 muestra el tipo de curvas que al ingeniero interesan para tomar decisiones relativas a la intensidad para la que deben diseñarse las construcciones, atendiendo a los riesgos de falla que deben aceptarse. En esta figura,  $y$  es la intensidad expresada en las unidades que correspondan y  $v$  es el número de veces por unidad de tiempo (año) que cada intensidad se excede en el sitio. En esta figura, tanto los ejes

horizontal como vertical son logarítmicos.

### SISMICIDAD DE MEXICO

Por lo que respecta a la actividad de las fuentes sísmicas de México, debemos recordar que la costa sur de México corresponde a la zona de subducción en que la placa de Cocos se introduce por debajo de la placa continental de Norte América y que a dicha zona corresponde la mayor parte de la actividad que ocasiona temblores intensos en la costa sur y en su vecindad, específicamente en la ciudad de México. Por otro lado, a lo largo del Mar de Cortés el movimiento relativo entre placas principalmente es de tipo lateral, semejante al que ocurre en la costa occidental de los Estados Unidos.

La actividad sísmica en grandes zonas del mundo se representa bastante bien mediante curvas semejantes a la fig. 1. En zonas pequeñas no siempre se tiene información estadística suficiente para trazar curvas, pero es de esperarse que dichas curvas sean de igual tipo, aunque los parámetros correspondientes son función de cada fuente específica.

La distribución de la actividad sísmica con respecto a la profundidad es muy variable, dependiendo de la región y la fuente que se consideren. Un estudio de la distribución de las profundidades de temblores generados en el Cinturón Circumpacífico muestra que prácticamente toda la energía se libera en los 100 o 200 km más próximos a la superficie y que la parte más importante y que contribuye en forma decisiva a determinar el riesgo ocurre en los primeros 60 km. En zonas dadas, la distribución de las profundidades puede variar rápidamente con las coordenadas

horizontales, como consecuencia de los rasgos sismotectónicos de la región. Así por ejemplo, en la costa sur de México las profundidades aumentan sistemáticamente conforme nos internamos en el territorio nacional, alejándonos de la trinchera o zona que delimita el contacto entre las placas de Cocos y de Norte América, según muestra la fig. 3, tomada de la ref. 1.

En relación con la forma de los modelos de sismicidad, debe hacerse notar que hasta hace unos cuantos años se suponía que la curva de magnitud-recurrencia para una fuente sísmica local tenía la forma de la fig. 1, que resulta del análisis de datos observados en toda la corteza terrestre o en zonas muy amplias de ella. También se hacía la hipótesis que la distribución probabilística de los tiempos de espera entre eventos sísmicos con magnitudes en un intervalo dado es del tipo exponencial (y por tanto que el número de eventos con magnitudes en dicho intervalo tiene distribución de Poisson), es decir, que el riesgo no se altera con el tiempo transcurrido sin temblores de gran magnitud. Durante los últimos años se han reconocido abiertamente ciertas discrepancias con respecto al modelo citado. Tómese por ejemplo la zona de Oaxaca en la costa sur de México, delimitada de acuerdo con la fig. 4a. La fig. 4b muestra, para magnitudes basadas tanto en ondas de cuerpo como en ondas de cortante, los números de temblores con magnitudes comprendidas en intervalos dados, así como los números de temblores con magnitudes mayores que cada valor dado. Observando el intervalo de magnitudes moderadas y grandes, es evidente que las observaciones no son congruentes con la forma de la fig. 1, pues en vez de que el número de eventos con magnitudes en intervalos dados decrezca sistemática y monótonamente al crecer

la magnitud, los datos muestran que dichos valores empiezan a crecer para magnitudes moderadas, alcanzan un máximo y luego decrecen para magnitudes muy elevadas. Como consecuencia, la pendiente negativa de la curva de número medio de eventos con magnitudes mayores que cada valor dado no crece monótonamente, como implica la fig. 1.

De lo anterior se ha concluido que conviene actualizar los modelos sobre sismicidad en ciertas zonas del mundo, entre ellas la costa sur de México, de manera de representar la actividad sísmica como la superposición de dos procesos: uno en que los eventos ocurren de manera enteramente casual, sin que sea posible hacer alguna predicción de tipo determinista o semi-determinista y otro constituido por los llamados temblores característicos, que son de magnitud elevada y cuyos intervalos entre ocurrencias son mucho menos inciertos que los asociados al primer proceso. Estos nuevos modelos deberán incorporarse en el futuro a los estudios de riesgo sísmico en el país, pero no se han tomado en cuenta en los mapas de riesgo sísmico que se muestran en este trabajo.

#### RIESGO SISMICO EN TERRENO FIRME

Los mapas de las figs. 5 a 10 muestran valores de aceleraciones y velocidades máximas del terreno que corresponden a periodos de recurrencia de 50, 100 y 500 años en terreno firme para toda la república. Estos mapas fueron obtenidos con la información sismológica disponible en el país hasta 1974. Para obtenerlas se partió del conocimiento sobre la estructura geotectónica de las zonas sísmicas. Empleando los datos sobre magnitudes y coordenadas de los temblores registrados en sismógrafos desde principios del siglo (época en que dichos instrumentos empezaron a

operar sistemáticamente en el mundo) se estimaron los parámetros de curvas como la de la fig. 1 para las diversas fuentes sísmicas potenciales. Al llevar a cabo estas estimaciones se tomó en cuenta la presencia de brechas (o vacancias) sísmicas, es decir, de zonas que por sus características geológicas y por su disposición en los sistemas tectónicos deben considerarse como de elevado potencial de actividad sísmica, pero que durante lapsos largos incluidos durante el intervalo de observación han manifestado poca actividad, probablemente por encontrarse en periodos de acumulación de energía de deformación. Entre estos casos se encuentran las brechas de Oaxaca, de Tehuantepec, de Guerrero y de Michoacán (fig. 4a). Para fines de calcular el riesgo sísmico en la vecindad de la zona de subducción se estimó la función  $\lambda(M)$  por unidad de longitud paralela a la costa, suponiendo que la actividad observada se distribuya uniformemente a lo largo de tramos largos de la zona de subducción incluyendo las brechas sísmicas. Para definir la forma de la variación de la actividad con respecto a la sección transversal a la costa se tomó en cuenta la información que se presenta en las secciones transversales de la fig. 3.

En las refs. 3 y 5 se presentan leyes de atenuación de la intensidad sísmica, es decir, relaciones entre magnitud, distancia e intensidad en terreno firme obtenidas empleando, en parte, datos sobre aceleraciones y velocidades máximas registradas en el territorio nacional, así como valores de la última variable calculados a partir de relaciones empíricas entre velocidad máxima del terreno e intensidades en la escala de Mercalli modificada. A partir de dichas leyes de atenuación, de la incertidumbre asociada a ellas y de las curvas de sismicidad  $\lambda(M)$  (ver

fig. 1) para las diversas fuentes sísmicas se obtuvieron, por un proceso de integración descrito en la ref. 3, curvas de tasa de excedencia de intensidades en terreno firme (curvas  $v(y)$ , fig. 2), para un conjunto de puntos localizados en las intersecciones de meridianos y paralelos distantes un grado en cada dirección (en la zona vecina al eje volcánico el espaciamiento entre puntos fue menor). Por interpolación a partir de dichos puntos se obtuvieron las curvas de las figs. 5 a 10. En ellas se observa que, además de los sitios en la vecindad de la zona de subducción en la costa sur del país, existe una región de elevado riesgo en la vecindad del extremo norte del Golfo de California, asociada con la actividad del sistema de la falla de San Andrés. En otras regiones del país el riesgo varía entre bajo y moderado.

#### ESPECTROS DE RESPUESTA

Los datos que presentan las figs. 5 a 10 sirven para estimar espectros de respuesta en terreno firme para períodos de recurrencia dados. Para tal fin pueden emplearse relaciones previamente establecidas entre aceleración, velocidad y desplazamiento máximos del terreno durante sismos dados y las correspondientes ordenadas de los espectros de respuesta para diversos períodos naturales y amortiguamientos. Por ejemplo, Newmark y Hall proponen (ref. 6) que si se trazan los máximos valores de aceleración, velocidad y desplazamiento del terreno en un sistema de ejes tetralogarítmico como el de la fig. 11 (tomada de la ref. 11) las ordenadas de las envolventes de los espectros medios de respuesta pueden obtenerse de acuerdo con la misma figura, usando para desplazamientos, velocidades y aceleraciones los factores que aparecen en la tabla insertada

en la figura. Por ejemplo, la aceleración envolvente del espectro de respuesta para amortiguamiento de 0.02 del crítico se obtiene multiplicando 0.36g, que es la máxima aceleración del terreno, por el factor 4.3 consignado en la tabla; así resulta el 1.55g de la figura. De manera semejante se obtienen los valores de 151 cm/seg y 75 cm para las velocidades y desplazamientos máximos envolventes del espectro de respuesta en el trazo tetra-logarítmico. Estos factores están basados en temblores típicos de la costa occidental de Estados Unidos, registrados sobre terreno firme a unas cuantas decenas de kilómetros del foco.

En terreno blando, como es sabido, la duración del movimiento del terreno es mayor que en terreno firme, las ordenadas espectrales son mayores y los periodos dominantes son más largos. Para un gran número de temblores registrados en la ciudad de México, la ref. 7 contiene espectros de respuesta para diversos amortiguamientos, correspondientes a terreno blando y terreno firme. Las refs. 8 y 9 contienen información semejante para los registros obtenidos en diversos sitios durante los temblores de septiembre de 1985. Del análisis de esta información, así como de la distribución de daños en la ciudad de México durante diversos temblores, se concluye que la amplificación del movimiento del terreno debido a la naturaleza del terreno local puede variar significativamente entre un sitio y otro de la zona compresible del valle de México y entre un temblor y otro, y que en esa amplificación pueden jugar papeles importantes ciertos mecanismos y tipos de ondas, diferentes de los considerados en la teoría simplificada de propagación vertical de ondas unidimensionales de cortante a través de formaciones estratificadas.

## INFLUENCIA DE CONDICIONES LOCALES EN TASAS DE EXCEDENCIA DE INTENSIDADES DADAS

La fig. 12, tomada de la ref. 10, muestra la influencia del tipo de suelo en las aceleraciones máximas del terreno correspondientes a diversos periodos de recurrencia. La figura se obtuvo a partir de los datos registrados por acelerógrafos en el valle de México de 1959 a 1983. Los valores registrados se clasificaron en dos grupos, de acuerdo con el tipo de terreno, pero cada grupo incluye sitios diferentes, por lo que las curvas que se muestran no representan rigurosamente tasas de excedencia de aceleraciones dadas en un sitio dado, sino en cualquiera de varios sitios, más o menos cercanos, con condiciones de suelos más o menos parecidas.

## REGIONALIZACION SISMICA

La fig. 13 es el mapa de regionalización sísmica propuesto en la ref. 12, y que aquí se propone adoptar, a falta de estudios más refinados que abarquen todo el país.

En adición a la regionalización citada en la ref. 12 se propone también que las condiciones de suelo local se clasifiquen en los tipos I, II y III, de acuerdo con el siguiente procedimiento:

- a) Se localizará el nivel de terreno firme, bajo el cual haya módulos de rigidez mayores que  $75\ 000\ \text{ton/m}^2$ , o requieran más de 50 golpes por cada 30 cm en la prueba de penetración estándar.
- b) Para estratos comprendidos entre el nivel de terreno firme y el nivel en que las aceleraciones horizontales del terreno se transmitan a la

construcción se calculará la suma  $\sum H_i \sqrt{\gamma_i/G_i}$ , donde:

$H_i$  = espesor del i-ésimo estrato, en m.

$\gamma_i$  = su peso volumétrico, en  $\text{ton/m}^3$ .

$G_i$  = módulo de rigidez, en  $\text{ton/m}^2$ .

Si la suma  $\sum H_i \sqrt{\gamma_i/G_i}$  es menor que 0.2, el terreno se considerará del tipo I.

Si la suma  $\sum H_i \sqrt{\gamma_i/G_i}$  es mayor o igual que 0.2 y menor que 0.78, y además se cumple que  $\sum H_i / \sum H_i \sqrt{\gamma_i/G_i}$  es mayor que 80, el terreno se considerará de baja rigidez, es decir, del tipo II.

A falta de información más precisa, para la aplicación del criterio anterior puede tomarse para  $\gamma_i$  el valor de  $1.5 \text{ ton/m}^3$  y los valores de  $G_i$  pueden estimarse como  $G_i = 0.35E_i$ , en que  $E_i$  es la pendiente inicial de la curva esfuerzo-deformación de una prueba de compresión simple.

Para esta clasificación se tomarán en cuenta los suelos que se encuentren debajo del nivel en que las aceleraciones horizontales se transmiten a la construcción, por ejemplo en el caso de un cajón de cimentación, este correspondería al desplante de la losa inferior.

En el resto de este trabajo se discuten los criterios para pasar de curvas de riesgo sísmico a espectros de diseño y se presentan los resultados en términos de espectros lineales de diseño para amortiguamiento de 5 por ciento del crítico, para terrenos tipos I a III en cada una de las zonas sísmicas de la fig. 13.

## CRITERIOS DE OPTIMACION PARA DEFINIR COEFICIENTES DE DISEÑO SISMICO

Se considera óptimo al coeficiente de diseño que conduce a la mínima suma de los dos siguientes conceptos: costo inicial de la estructura y esperanza del valor presente de las pérdidas por daños debidos a sismo. Para evaluar estas cantidades se hicieron los siguientes hipótesis:

- a) El proceso de ocurrencia de temblores es de Poisson
- b) Cada estructura tiene un solo estado de falla. La condición para que esta se alcance se expresa en términos de la aceleración espectral máxima del temblor que produce la falla.
- c) El costo inicial de la estructura,  $C$ , puede modelarse con la siguiente expresión:

$$C(c) = A_0 + A_1 c^\alpha \quad (1)$$

donde  $A_0$ ,  $A_1$  y  $\alpha$  son constantes y  $c$  es el coeficiente sísmico de diseño.

- d) La tasa de excedencia,  $v(c)$ , de la aceleración  $c$  -número de veces por unidad de tiempo en que esta aceleración es excedida- puede representarse con la expresión

$$v(c) = Kc^{-r} \quad (2)$$

donde  $K$  y  $r$  toman valores diferentes en cada sitio.

Puede demostrarse que, bajo las hipótesis anteriores, las pérdidas esperadas por sismo cuando se diseña con el coeficiente  $c$  valen

$$P(c) = Dv(c)/\gamma \quad (3)$$

donde  $r$  es la tasa de descuento usualmente fijada en 0.05/año, y  $D$  es el costo de la falla si ocurriera hoy. En estas condiciones, se requiere minimizar la suma  $C(c)+P(c)$ ; o bien, encontrar  $c$  tal que

$$\frac{d}{dc} (C(c)+P(c)) = 0 \quad (4)$$

Sustituyendo las ecs. 1, 2 y 3 en la ec. 4

$$\frac{d}{dc} (A_0 + A_1 c^\alpha + D \frac{Kc^{-r}}{\gamma}) = 0$$

de donde

$$\alpha A_1 c_0^{\alpha-1} - D \frac{K}{\gamma} r c_0^{-(r+1)} = 0$$

en que  $c_0$  es el coeficiente de diseño óptimo. Entonces,

$$\begin{aligned} \alpha A_1 c_0^{\alpha-1} &= \frac{DKr}{\gamma} c_0^{-(r+1)} \\ \frac{c_0^{\alpha-1}}{c_0^{-(r+1)}} &= \frac{DKr}{\alpha A_1 \gamma} \\ c_0^{r+\alpha} &= \frac{DKr}{\alpha A_1 \gamma} \end{aligned} \quad (5)$$

Si fueran conocidos los valores de  $K$ ,  $r$ ,  $D$ ,  $\alpha$  y  $A_1$  (puesto que  $\gamma$  es usualmente asignado) sería teóricamente posible evaluar  $c_0$  para un sitio específico. Esto no es posible en nuestras condiciones, por lo que se decidió proceder de la siguiente forma: se admitió que los valores de  $K$  y  $r$  que pueden inferirse de la regionalización sísmica actual son adecuados y se supuso que, por otra parte, los coeficientes de diseño vigentes actualmente para el DF se encuentran cercanos a lo óptimo. Así, para el DF cumplirse que

$$c_{OB} r_B^{+\alpha} = D K_B r_B / \alpha A_1 \gamma \quad (6)$$

donde el subíndice B denota parámetros correspondientes a la zona sísmica B del país, a la cual pertenece el DF. Puesto que no hay razón para suponer que  $\alpha$ ,  $D$ ,  $A_1$  y  $\gamma$  sean muy diferentes en otras zonas, se consideran constantes. Desde luego, la ec. 5 debe satisfacerse para cualquier zona del país, digamos la zona A. Entonces,

$$c_{OA} r_A^{+\alpha} = D K_A r_A / \alpha A_1 \gamma \quad (7)$$

Dividiendo la ec. 7 entre la 6 se obtiene que

$$c_{OA} r_A^{+\alpha} / c_{OB} r_B^{+\alpha} = K_A r_A / K_B r_B \quad (8)$$

y puesto que  $v_A(c_A) = K_A c_A^{-r_A}$ ,  $K_A = v_A(c_A) c_A^{r_A}$ ,  $K_B = v_B(c_B) c_B^{r_B}$ . Sustituyendo en la ec. 8

$$c_{OA} r_A^{+\alpha} / c_{OB} r_B^{+\alpha} = v_A(c_A) c_A^{r_A} r_A / v_B(c_B) c_B^{r_B} r_B \quad (9)$$

Si se hace  $v_A(c_A) = v_B(c_B)$ , en que  $c_A$  y  $c_B$  son aceleraciones correspondientes a la misma tasa de excedencia -o al mismo periodo de retorno- en las zonas A y B respectivamente, la ec. 9 se simplifica. Despejando

$c_{OA}$ ,

$$c_{OA} = [c_{OB} r_B^{+\alpha} c_A^{r_A} r_A / c_B^{r_B} r_B]^{1/(r_A + \alpha)} \quad (10)$$

de donde puede obtenerse el coeficiente óptimo en la zona A cuando se conocen las sismicidades de las zonas A y B y se considera óptimo el valor  $c_{OB}$ . Nótese que si la ec. 2 se cumpliera rigurosamente, no importaría qué valores de  $c_A$  y  $c_B$  se eligieran siempre que correspondieran a

mismo periodo de recurrencia. En el caso de la regionalización sísmica de México, se obtienen ligeras variaciones, dependiendo del periodo de recurrencia elegido.

#### COEFICIENTES OPTIMOS DE DISEÑO EN TERRENO TIPO I (FIRME)

De acuerdo con el párrafo anterior, para que la ec. 10 se cumpla rigurosamente es requisito que ocurra lo mismo con la ec. 2. A fin de cubrir las consecuencias de las desviaciones respecto a esta condición sobre los valores de los coeficientes de diseño óptimos estimados según la ec. 10, en este estudio se tomaron como base los parámetros que conducían al máximo valor de  $c_0$  en cada región. En la siguiente tabla se presentan los valores de los parámetros en cuestión:

TABLA 1

Zona	Periodo de recurrencia (años)					
	r	K		50	100	500
A	3.36	2064	$c_A$	30	40	60
B	2.58	1142	$c_B$	120	140	200
C	2.60	5783	$c_C$	140	180	260
D	2.47	8957	$c_D$	250	300	500

( $c_A, c_B, c_C$  y  $c_D$   
en cm/seg<sup>2</sup>)

Se consideró  $c_{0B} = 0.160$  g, que es la ordenada máxima de diseño en terreno firme para el DF (zona B). Aplicando la ec 10 con  $\alpha=1$  y con las consideraciones anteriores se llega a los siguientes coeficiente óptimos en terreno firme:

TABLA 2

Zona	Coefficiente óptimo en terreno firme
A	0.08
B	0.16
C	0.25
D	0.34

### COEFICIENTES DE DISEÑO PARA OTROS TIPOS DE TERRENO

Para determinar estos coeficientes se hizo la hipótesis de que para cualquier temblor, la ordenada espectral máxima en cualquier terreno es igual a la ordenada espectral máxima en terreno firme multiplicada por un factor de amplificación que es independiente de la intensidad del evento.

En virtud de que las definiciones de terreno intermedio y blando son relativamente vagas cuando se habla de todo el país, se decidió caracterizar a estos dos tipos de suelo con factores de amplificación razonablemente grandes. Para el terreno intermedio (tipo II) se asignó un valor de 3 que es cercano al máximo que teóricamente puede esperarse en las partes más blandas de la zona de transición del valle de México. A esta conclusión se llegó después un estudio simplificado de amplificación de las ondas sísmicas, donde se vio que si la velocidad de onda S no es inferior a 250 m/s no es probable que el cociente entre la aceleración espectral máxima en terreno tipo II y la correspondiente en terreno firme sea superior a 3.

De manera análoga, se asignó para el terreno tipo III un factor de amplificación de 4.25, que es el promedio de amplificación, para dos

componentes horizontales, del temblor del 85.9.19 entre SCT y CU en estructuras con ductilidad de 2. Se considera que esta amplificación cubre la gran mayoría de los casos que pueden esperarse en otros terrenos muy blandos que puedan existir en el país.

Para calcular las ordenadas del espectro de diseño en cada zona se adoptó el siguiente razonamiento: sea  $c_b$  la ordenada espectral máxima en terreno blando. De acuerdo con la definición aquí usada de factor de amplificación  $c_b$  es igual al producto de la ordenada máxima en terreno firme por el propio factor de amplificación.

$$c_b = c_f F \quad (11)$$

Puesto que  $F$  no depende de la intensidad de temblor, la tasa de excedencia de  $c_b$ ,  $v_b(c_b)$ , vale

$$v_b(c_b) = KF^r c_b^{-r} \quad (12)$$

Aplicando el criterio de optimización expuesto, puede concluirse que

$$c_{ob} = (Kr/\alpha A_1 \gamma)^{1/r+\alpha} F^{1/r+\alpha} \quad (13)$$

pero  $(Kr/\alpha A_1 \gamma)^{1/r+\alpha}$  es justamente el coeficiente óptimo en terreno firme,  $c_{of}$  (ver ec. 7), por lo que

$$c_{ob} = c_{of} F^{r/r+\alpha} \quad (14)$$

En nuestro caso,  $F = 3$  para terreno II y  $F = 4.25$  para terreno III. Para  $\alpha=1$  y los valores de  $r$  consignados en la Tabla 1 resultan los siguientes valores para las cuatro zonas y los dos tipos de terreno.

TABLA 3 Valores de  $c_{ob}/c_{of}$  para las cuatro zonas sísmicas y los dos tipos de terreno

Zona	Terreno	
	II	III
A	2.33	3.05
B	2.21	2.84
C	2.21	2.84
D	2.19	2.80

Multiplicando estos factores por los coeficientes de diseño en terreno firme se obtiene la siguiente tabla de coeficientes básicos de diseño:

TABLA 4 Coeficientes básicos de diseño

Zona	Terreno		
	I	II	III
A	0.08	0.18	0.24
B	0.16	0.36	0.45
C	0.25	0.55	0.70
D	0.34	0.75	0.95

#### COEFICIENTES DE DISEÑO SISMICO AJUSTADOS, EN TERMINOS DE COTAS AL RIESGO ACEPTABLE

Las curvas que describen la sismicidad regional en nuestro país están asociadas a aceleraciones y velocidades máximas del terreno. Supondremos que el cociente entre aceleración espectral máxima y aceleración máxima del terreno en terreno firme es de 2.6 para 5 por ciento de amortiguamiento crítico. En estas condiciones las tasas de excedencia asociadas a las ordenadas máximas de los espectros de diseño valen

$$v(c) = K(c/2.6)^{-r} \quad (15)$$

con los valores de K y r de la Tabla 1. Se llega a los siguientes valores:

TABLA 5 Tasas de excedencia  $v(c)$  (periodos de recurrencia,  $T(c)$ ) para las aceleraciones máximas de diseño en las 4 zonas sísmicas

Zona	c (g)	$\lambda(c)$ años <sup>-1</sup>	T(c) años
A	0.08	0.0206	48.6
B	0.16	0.0276	36.1
C	0.25	0.0404	24.7
D	0.34	0.0530	18.9

Los periodos de recurrencia en las zonas C y D, aunque teóricamente óptimos, pueden juzgarse excesivamente pequeños a la luz de criterios que incluyan actitudes de la sociedad de aversión al riesgo. Si se desea que los coeficientes en estas zonas tengan tasas de excedencia comparables a las de la zona B, en vez de la Tabla 4 se obtiene la siguiente

TABLA 6 Coeficientes de diseño sísmico ajustados

Zona	Terreno		
	I	II	III
A	0.08	0.18	0.24
B	0.16	0.36	0.45
C	0.30	0.60	0.73
D	0.44	0.86	1.08

## FORMAS DE LOS ESPECTROS DE DISEÑO

Para fines de diseño, ha sido usual utilizar formas simples de las envolventes de los espectros de respuesta asociados a los periodos de recurrencia seleccionados. Los espectros de diseño toman también en cuenta la incertidumbre prevaleciente en el cálculo del periodo de vibrar de la estructura.

En este estudio se ha adoptado la forma de espectro de diseño que se muestra en la fig. 14.

La obtención del parámetro  $c$  para las diferentes zonas sísmicas y tipos de terreno se ha descrito en los párrafos anteriores.

Se describe a continuación la obtención de los parámetros  $T_a$  y  $T_b$ .

### Terreno firme

Para el cálculo de  $T_a$  se postularon temblores asociados a periodos de recurrencia comparables a los de las máximas ordenadas espectrales. Estos temblores quedaron descritos a través de sus espectros de Fourier y sus duraciones, estimados con modelos de fuente calibrados para las diferentes zonas sísmicas del país. Se hace notar que para estos fines sólo es necesario que la variación en el contenido de frecuencias, y no su amplitud, estén correctamente descritos, puesto que el nivel de aceleración de diseño fue calculado por otros medios.

Una vez definidos los temblores como se ha esbozado, se calcularon sus espectros de respuesta (pseudoaceleraciones, 5 por ciento del amortiguamiento crítico) a través de teoría de vibraciones aleatorias y se

determinó un valor de  $T_a$  tal que el espectro de diseño envolviera conservadoramente al de respuesta.

Para el cálculo de  $T_b$ , se determinaron las velocidades máximas del terreno asociadas a los mismos periodos de recurrencia que las aceleraciones espectrales máximas y se procedió como se señala en la ref. 11 para determinar el punto en que la aceleración espectral máxima empieza a disminuir conforme aumenta el periodo estructural.

### Otros tipos de terreno

Se efectuó un análisis de amplificación de las ondas sísmicas, utilizando un modelo viscoelástico lineal del suelo, por el cual se propagan ondas S incidiendo verticalmente. El modelo consiste en un semiespacio con  $v_s = 700$  m/s -en que  $v_s$  es la velocidad de propagación de las ondas S-, sobre el cual descansa un estrato caracterizado por su espesor, H, y la velocidad de las mismas ondas. La velocidad 700 m/s es congruente con la definición dada para terreno firme.

A continuación, variando H y  $v_s$  del estrato, se calcularon las funciones de transferencia asociadas a depósitos con periodos naturales  $T_0$  dados por la expresión

$$T_0 = 4 H/v_s$$

El valor de  $T_0$  se hizo variar entre los límites implícitos en las definiciones dadas de terreno tipo II y terreno tipo III.

El producto del espectro de Fourier en terreno firme por la función de transferencia resulta en el espectro de Fourier en terreno blando.

Nuevamente se recurrió a la teoría de vibraciones aleatorias para calcular el espectro de respuesta y se determinaron valores de  $T_a$  y  $T_b$  tales que, dada la definición de cada tipo de terreno, incluyendo las limitaciones implícitas para  $v_s$ , no se tuvieran factores de amplificación superiores a los indicados anteriormente para terrenos II y III, es decir, 3 y 4.25 respectivamente. Los valores de  $T_a$  y  $T_b$  obtenidos fueron ajustados conservadoramente para incluir los efectos de la incertidumbre del periodo estructural.

Para  $a_0$  se decidió asignar un valor de  $c/3$  para los casos en que  $T_a \neq 0$ .

En la Tabla 7 se presentan los valores obtenidos de  $T_a$  y  $T_b$  en las cuatro zonas y para los tres tipos de terreno.

#### COMENTARIOS ADICIONALES

Como se ha indicado, las descripciones del riesgo que se han usado en el presente estudio no reflejan totalmente los avances recientes en esta materia.

En particular, el estudio realizado para la evaluación del riesgo en el valle de México indica que posiblemente las tasas de excedencia de aceleraciones máximas del terreno en la zona sísmica B estén sobrestimadas con las curvas usadas en este trabajo. Sin embargo, no fué posible usar las curvas obtenidas en aquel estudio puesto que hubiera sido necesaria una revaluación homogénea para todo el país.

De la misma manera, los estudios que en la actualidad lleva a cabo el Instituto de Ingeniería para proponer espectros de diseño para los

municipios del estado de Guerrero, sugieren que la adopción de la ec. 2 para describir la variación de  $v$  con respecto a  $c$ , usando los parámetros de la Tabla 1, subestima ligeramente las tasas de excedencia para aceleraciones pequeñas y moderadas, y las sobrestima para aceleraciones grandes, en virtud del fenómeno de saturación de la aceleración máxima del terreno al crecer la magnitud, fenómeno que apenas empieza a estudiarse.

Debe reconocerse también el hecho de que, al menos en la zona D del país, no existe una correlación suficientemente buena entre aceleraciones espectrales y daños estructurales. Prueba de ello es que, en los últimos 30 años, se ha excedido probablemente cuatro veces la aceleración de 0.3 g en terreno firme de Acapulco, con ordenadas espectrales máximas en ocasiones del orden del triple de las de diseño, sin que los daños correspondan a lo que se habría esperado. Cualesquiera que sean las explicaciones, no contamos con métodos que permitan tomar en cuenta algunas de las posibles causas.

Los coeficientes de diseño propuestos para la zona B son superiores a los vigentes para el DF. Esto acontece porque los valores aquí presentados deben cubrir la totalidad de esta zona, incluyendo puntos con sismicidad mayor que la del valle de México. En cualquier caso un análisis específico para un sitio justificaría variaciones en los coeficientes con respecto a los prevaletientes para la zona general.

## CONCLUSIONES

La Tabla 7 presenta los valores que definen los espectros de diseño propuestos en este estudio para las diferentes zonas sísmicas de la

Se han presentado los métodos usados para llegar a los valores propuestos, y se han hecho explícitas las hipótesis empleadas y las simplificaciones aceptadas. Se han incorporado, en lo posible, enseñanzas del gran temblor de 1985, especialmente en lo que se refiere a amplificaciones del terreno. Sin embargo, se han hecho ver las limitaciones impuestas por la falta de estimaciones del riesgo sísmico que incorporen no sólo las lecciones de 1985 sino también las nuevas herramientas y nuevos datos que han surgido en los últimos 10 o 15 años. De cualquier manera, la Tabla 7 sintetiza lo que a nuestro juicio puede proponerse con la información disponible.

TABLA 7. Parámetros propuestos para definir los espectros de diseño

Zona	Terreno I					Terreno II					Terreno III				
	c	$a_0$	$T_a$	$T_b$	r	c	$a_0$	$T_a$	$T_b$	r	c	$a_0$	$T_a$	$T_b$	r
A	0.08	0.03	0.3	0.8	1/2	0.18	0.06	0.4	1.7	2/3	0.24	0.08	0.6	3.9	1
B	0.16	0.05	0.2	0.6	1/2	0.36	0.12	0.3	1.7	2/3	0.45	0.15	0.6	3.9	1
C	0.30	--	0	0.6	1/2	0.60	0.20	0.17	1.6	2/3	0.72	0.24	0.3	2.5	1
D	0.44	--	0	0.6	1/2	0.86	--	0	1.4	2/3	1.08	0.36	0.3	2.4	1

## RECONOCIMIENTO

Los autores agradecen las valiosas sugerencias de E. Rosenblueth, así como su revisión crítica del manuscrito.

## REFERENCIAS

1. Kelleher, J., Sykes, L. y Oliver, J., Possible criteria for predicting earthquake locations and their application to major plate boundaries of the Pacific and the Caribbean. J. Geophys. Res., 78(14): 2547-2585 (1973)
2. Singh, S.K., Rodríguez, M. y Esteva L., Statistics of small earthquakes and frequency of occurrence of large earthquakes along the Mexican subduction zone. Bull. Seismol. Soc. Amer., 73: 1779-96 (1983)
3. Esteva, L., Seismicity. Cap. 6 de Seismic Risk and Engineering Decisions, editado por C. Lomnitz y E. Rosenblueth, Elsevier, Amsterdam (1976)
4. Singh, S.K., Astiz, L., y Havskov, J., Seismic gaps and recurrence periods of large earthquakes along the Mexican subduction zone: a reexamination. Bull. Seismol. Soc. Amer., 71: 827-843 (1981)
5. Esteva, L. y Villaverde, R., Seismic risk, design spectra and structural reliability. Proc. 5th World Conf. Earthquake Eng., Rome: 2586-96 (1973)
6. Newmark, N.M. y Hall, W.H., Seismic design criteria for nuclear reactor facilities. Memorias del Cuarto Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Santiago, Chile (1969)
7. Rascón, O., et al, Registros y espectros de temblores en las ciudades de México y Acapulco, 1961-1968. Informe 385, Instituto de Ingeniería, UNAM, México (1977)
8. Prince, J., et al, Acelerogramas en Ciudad Universitaria del sismo del 19 de septiembre de 1985. Informe IPS-10A, Instituto de Ingeniería, UNAM, México (1985)
9. Mena, E., et al, Acelerogramas en el Centro SCOP de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes. Sismo del 19 de septiembre de 1985. Informe IPS-10B, Instituto de Ingeniería, UNAM, México (1985)

10. Rascón, O. y Muñoz, C., Análisis sísmico de tuberías enterradas. Modelo matemático y recomendaciones para el Distrito Federal. Elaborado para la DGOH del DDF, Instituto de Ingeniería, UNAM, México (1983)
11. Esteva, L., Regionalización sísmica de México para fines de Ingeniería. Informe 246, Instituto de Ingeniería, UNAM, México (1970).
12. Esteva, L. y Trigos, J.L., Recomendaciones para la formulación de reglamentos de diseño sísmico en el país, Secretaría de Obras Públicas, (Abril, 1976).

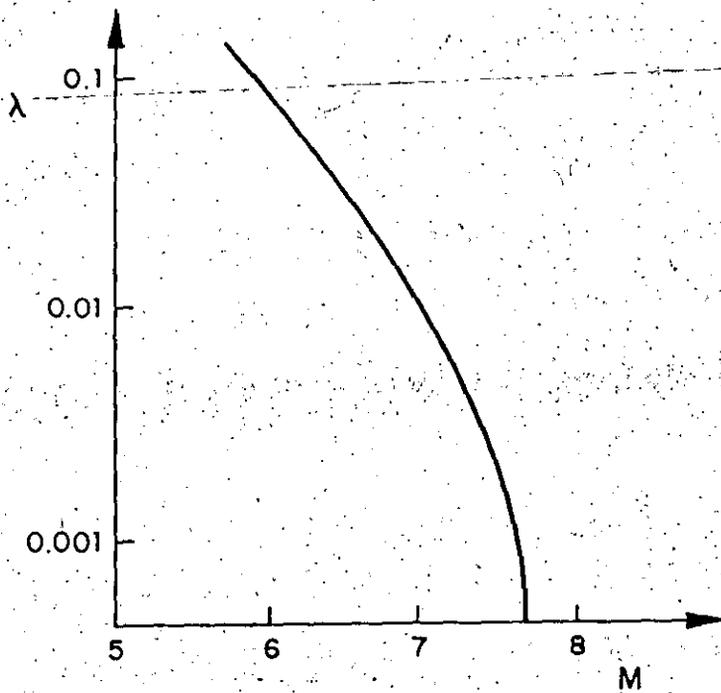


Fig 1 Tasas de excedencia de magnitudes en una fuente sísmica

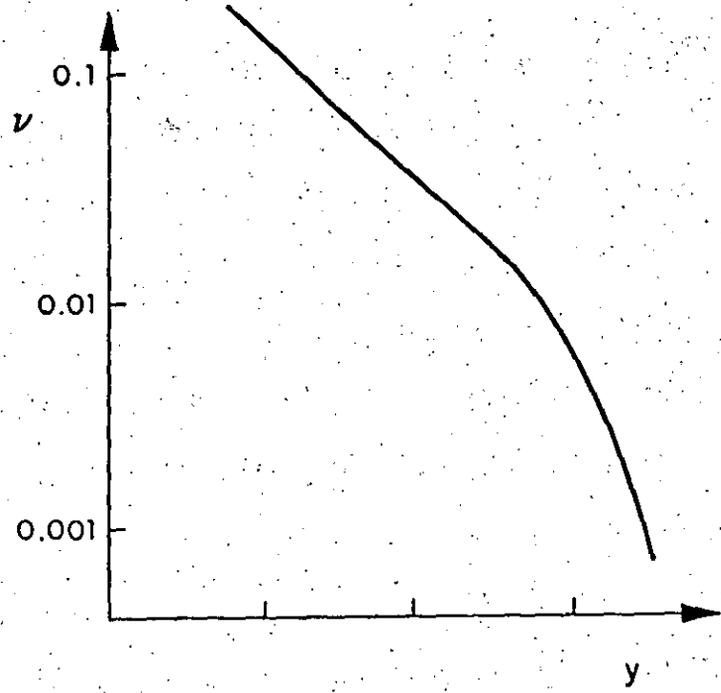


Fig 2 Tasas de excedencia de intensidades en un sitio

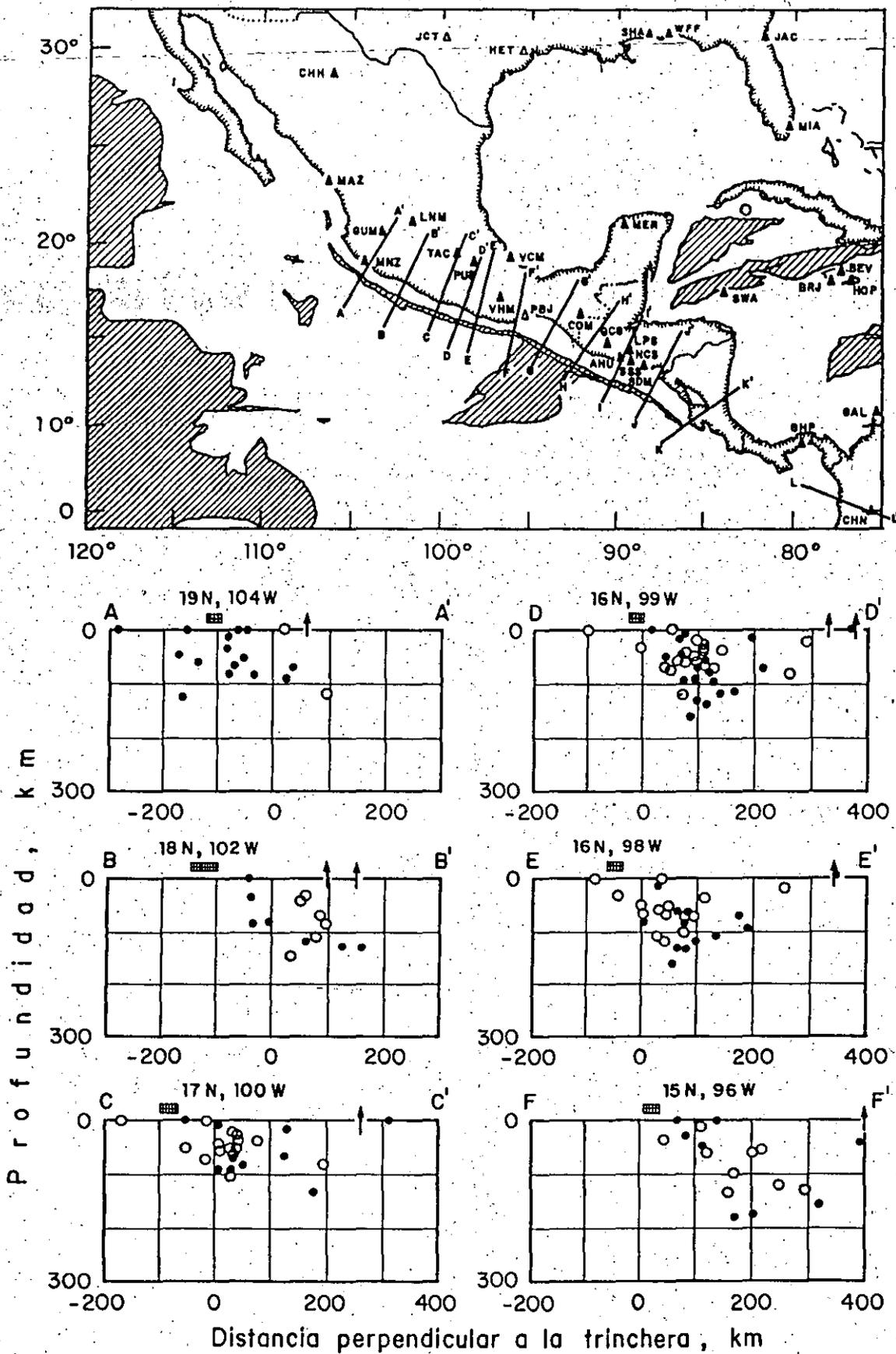
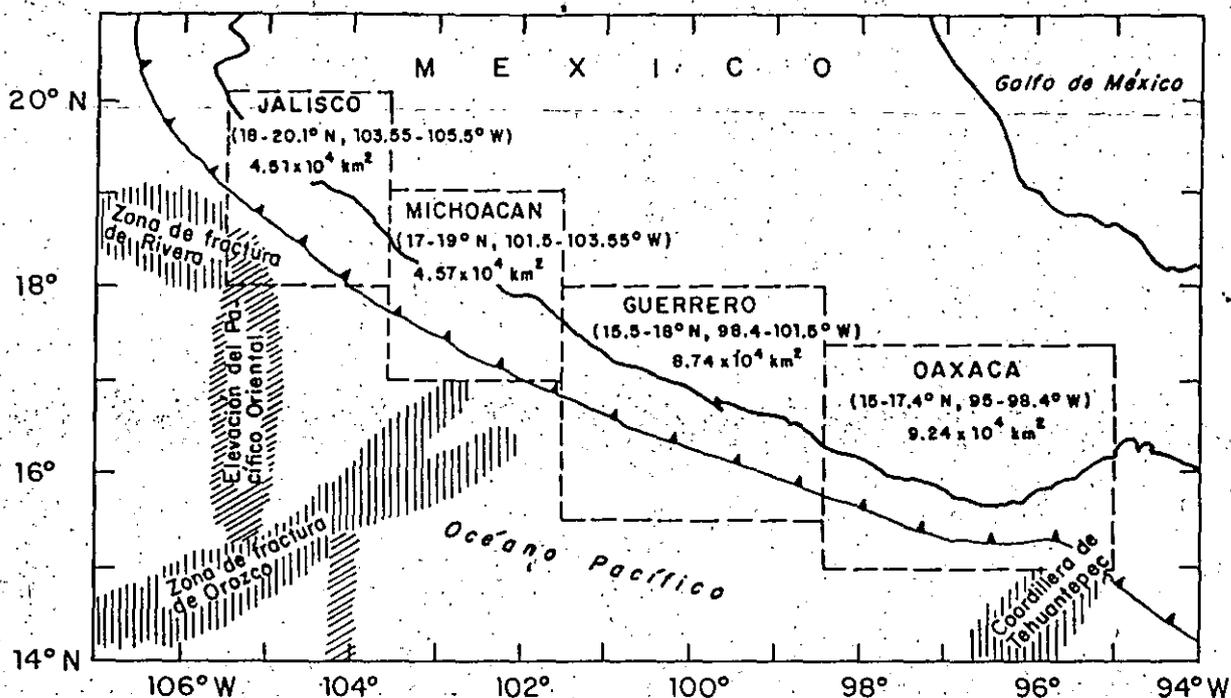
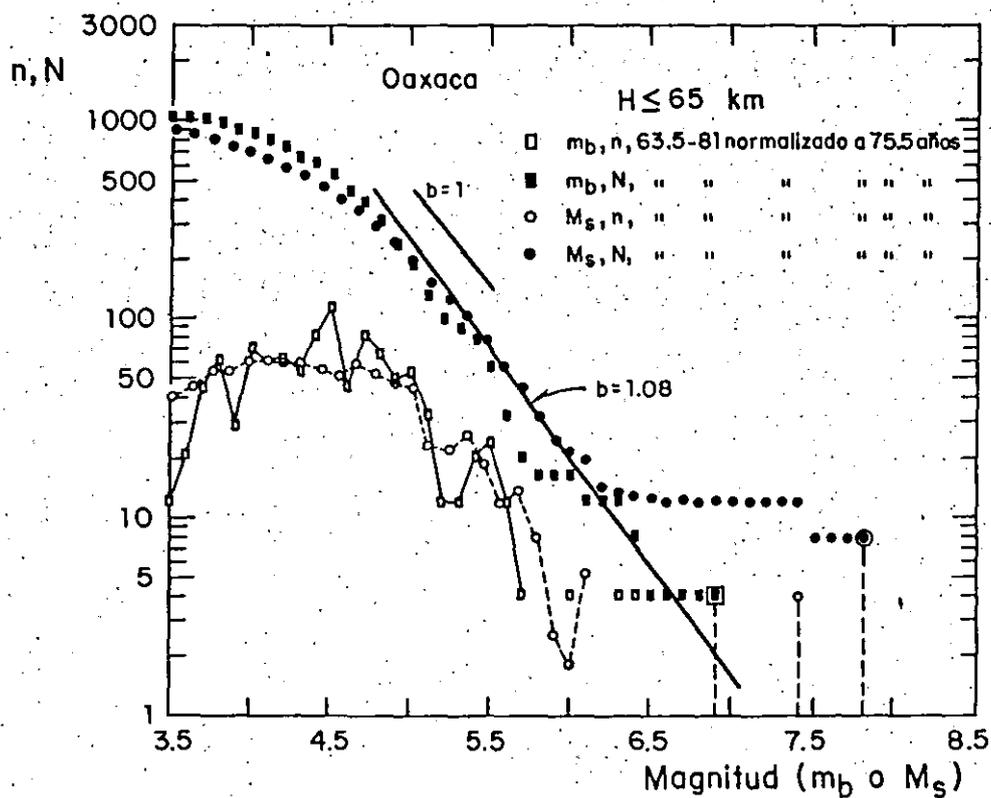


Fig 3 Localización de focos de temblores sobre secciones transversales en la zona de subducción de la costa sur de México



a) Zonas sísmicas en la costa sur de México



b) Distribución de magnitudes y tasas acumuladas de excedencia

Fig 4 Distribución de magnitudes en la zona de Oaxaca

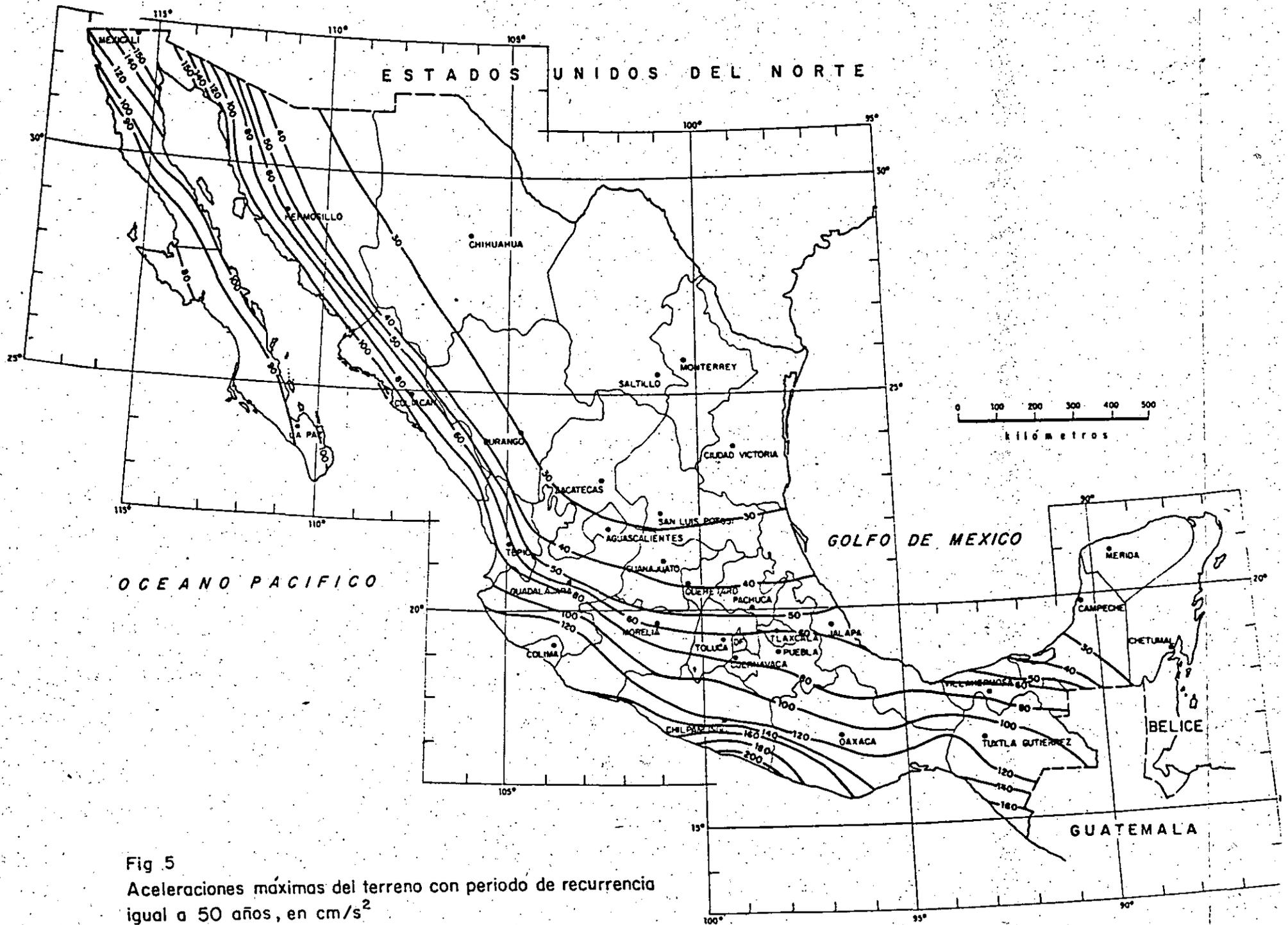


Fig 5  
 Aceleraciones máximas del terreno con periodo de recurrencia  
 igual a 50 años, en  $\text{cm/s}^2$



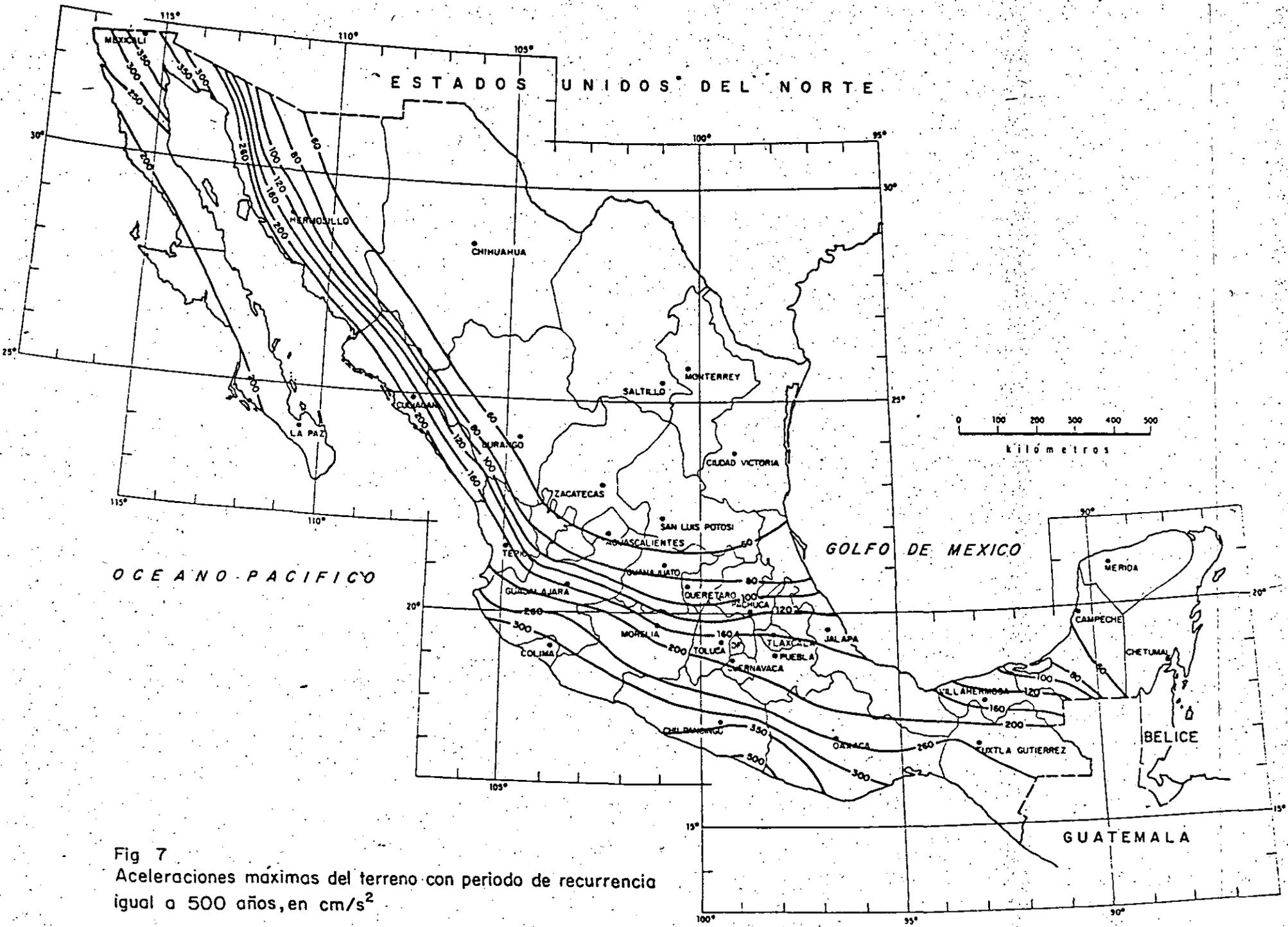


Fig 7  
 Aceleraciones máximas del terreno con periodo de recurrencia  
 igual a 500 años, en  $\text{cm/s}^2$

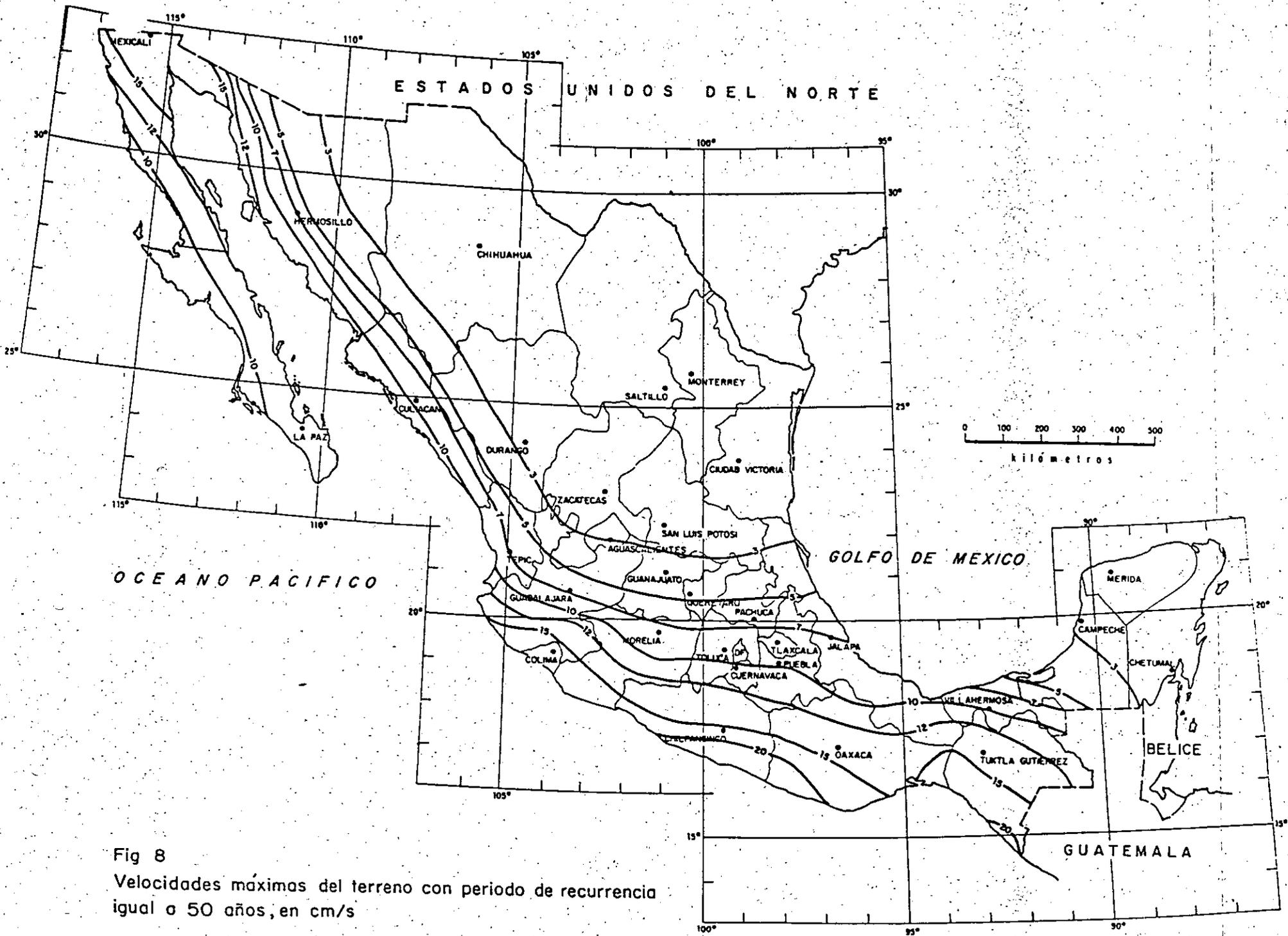


Fig 8  
 Velocidades máximas del terreno con periodo de recurrencia  
 igual a 50 años, en cm/s

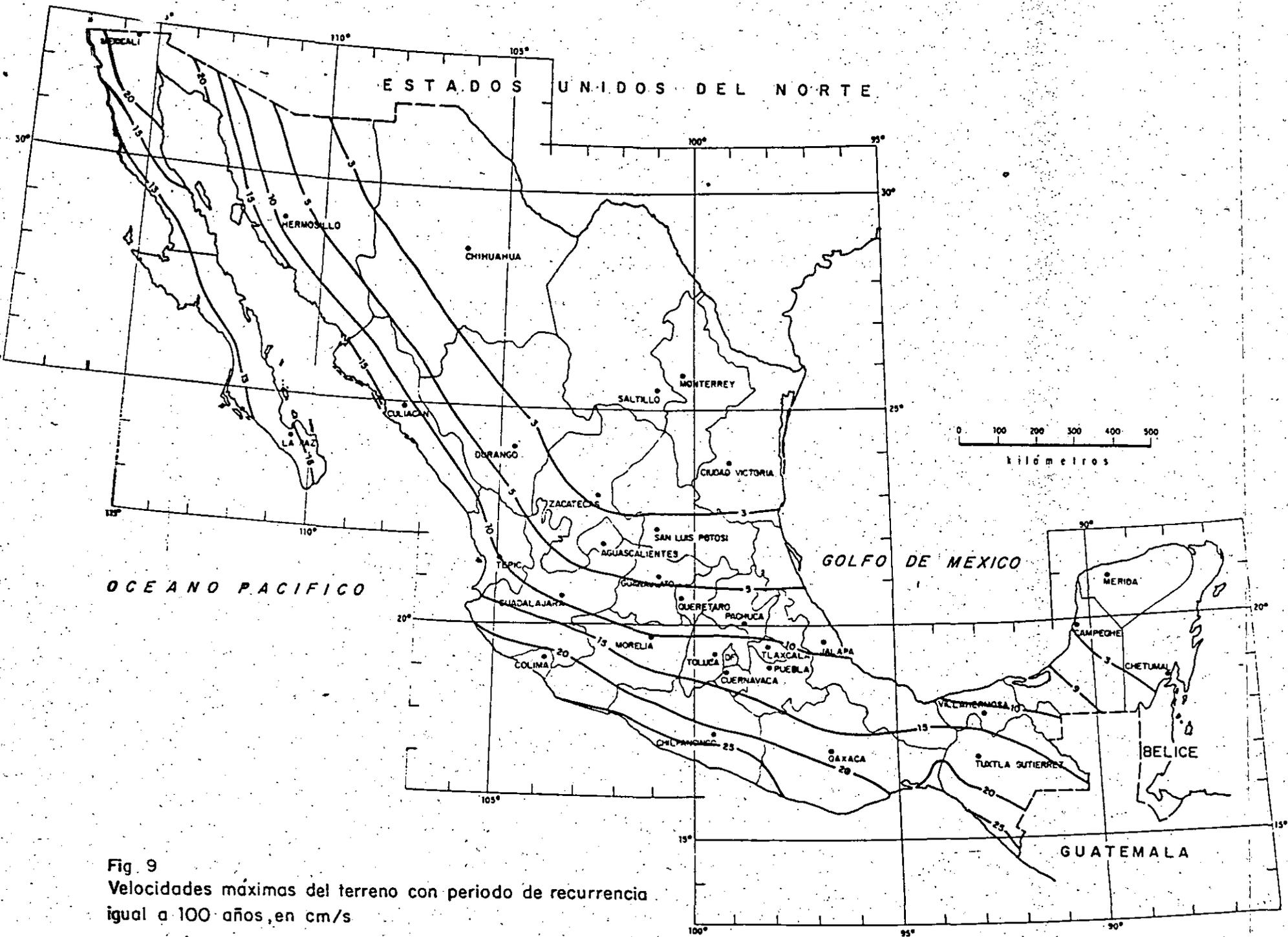


Fig. 9  
 Velocidades máximas del terreno con periodo de recurrencia  
 igual a 100 años, en cm/s

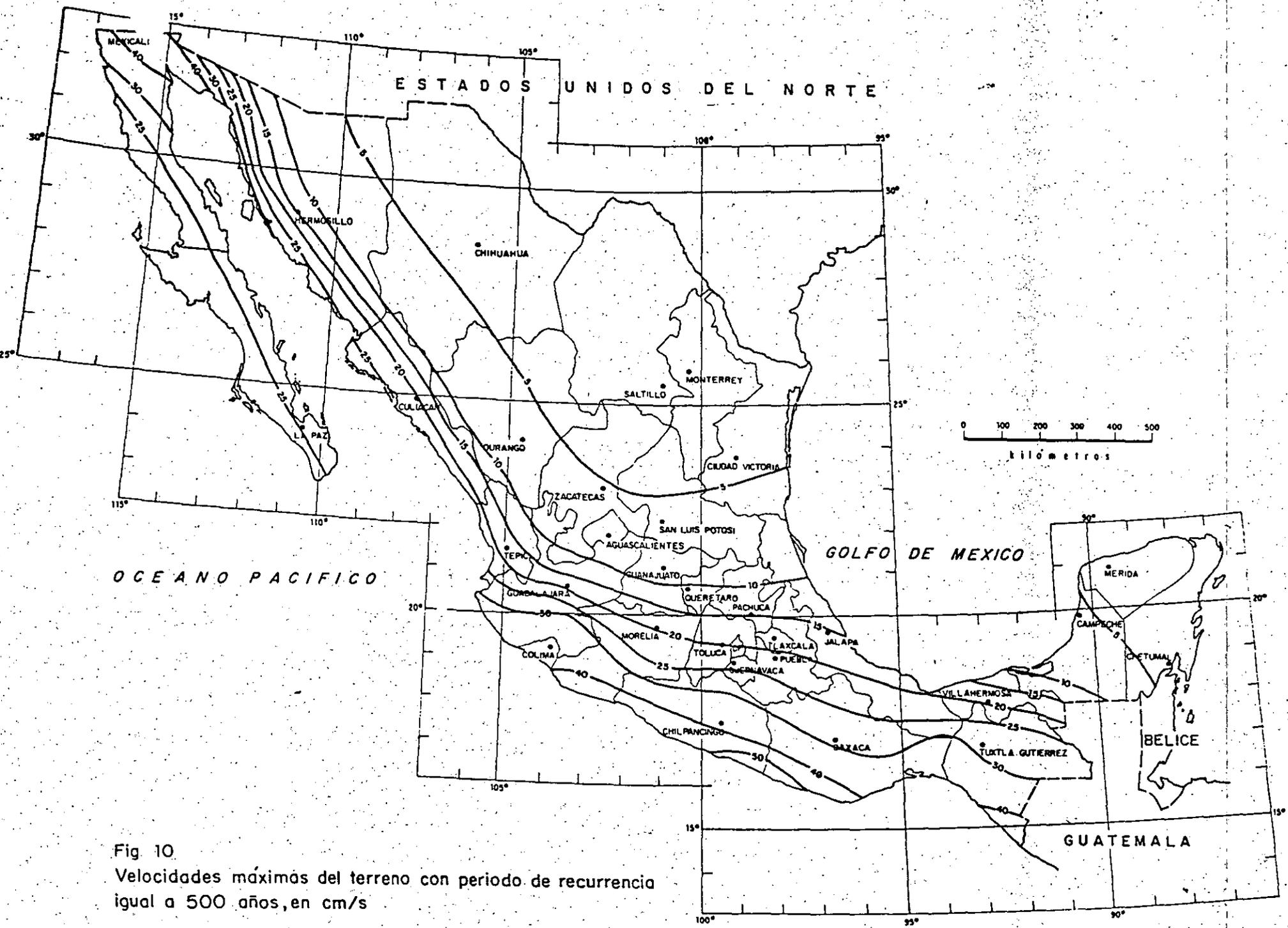


Fig. 10.  
 Velocidades máximas del terreno con periodo de recurrencia  
 igual a 500 años, en cm/s

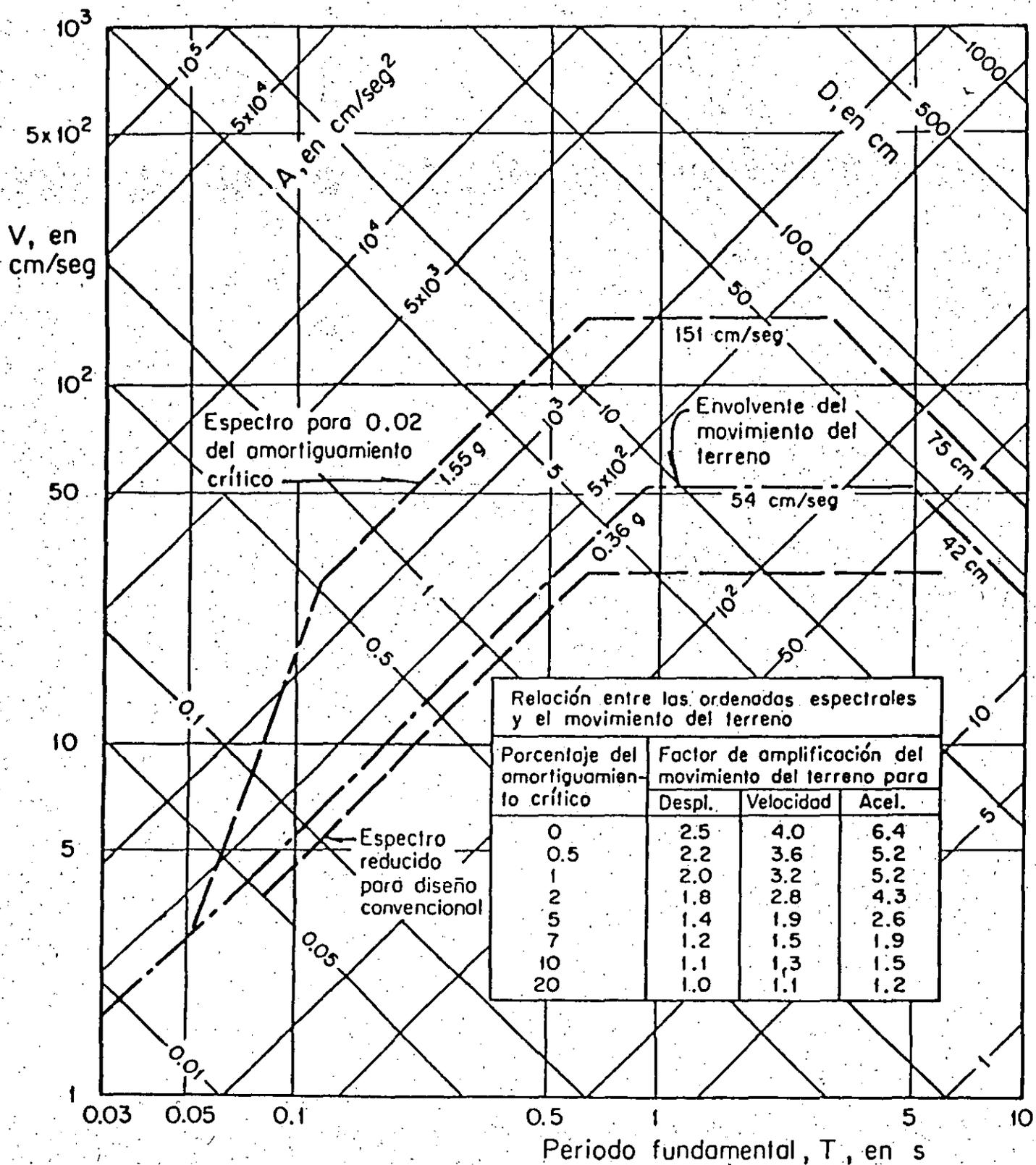


Fig 11 Construcción de espectros de diseño

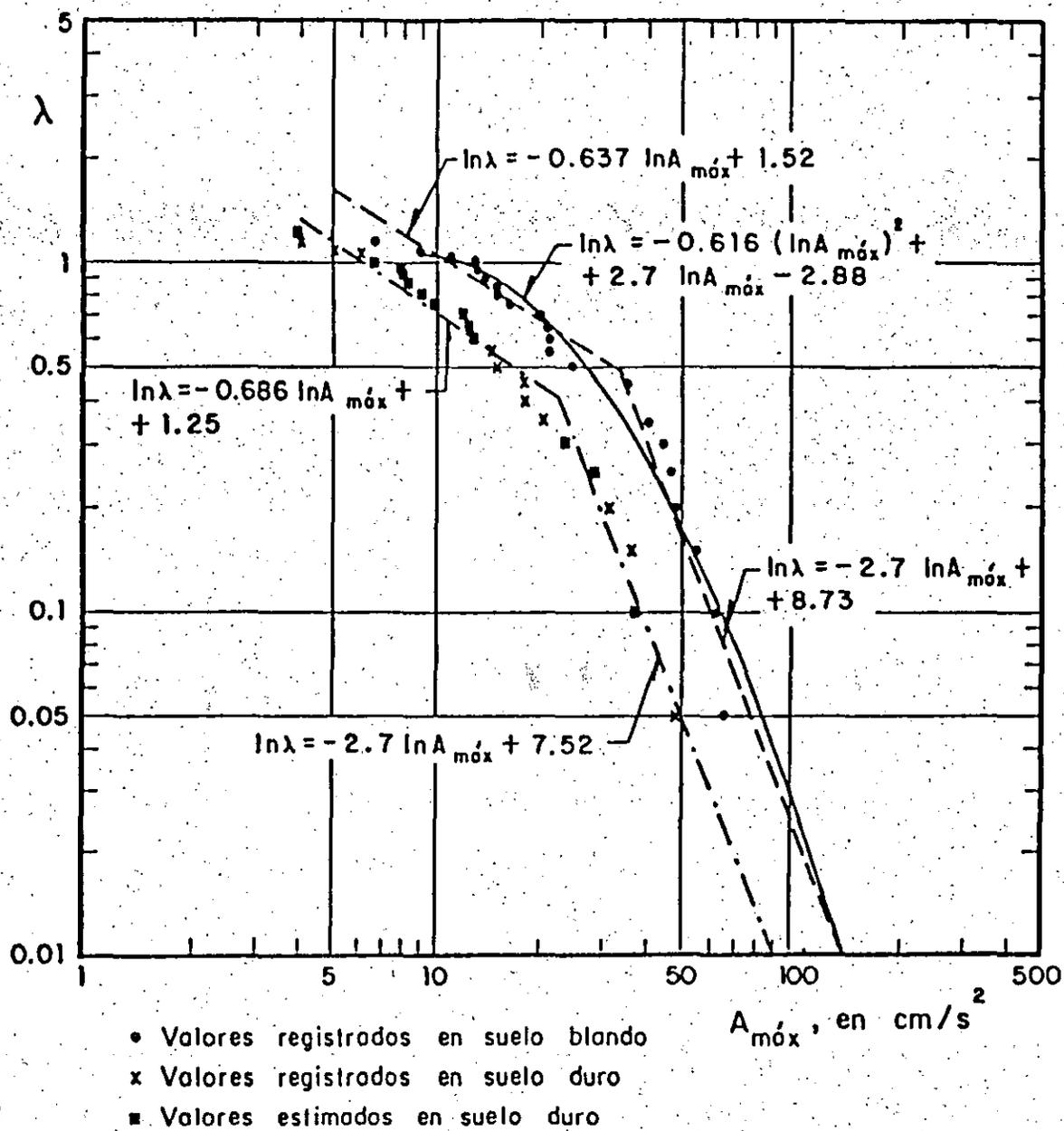
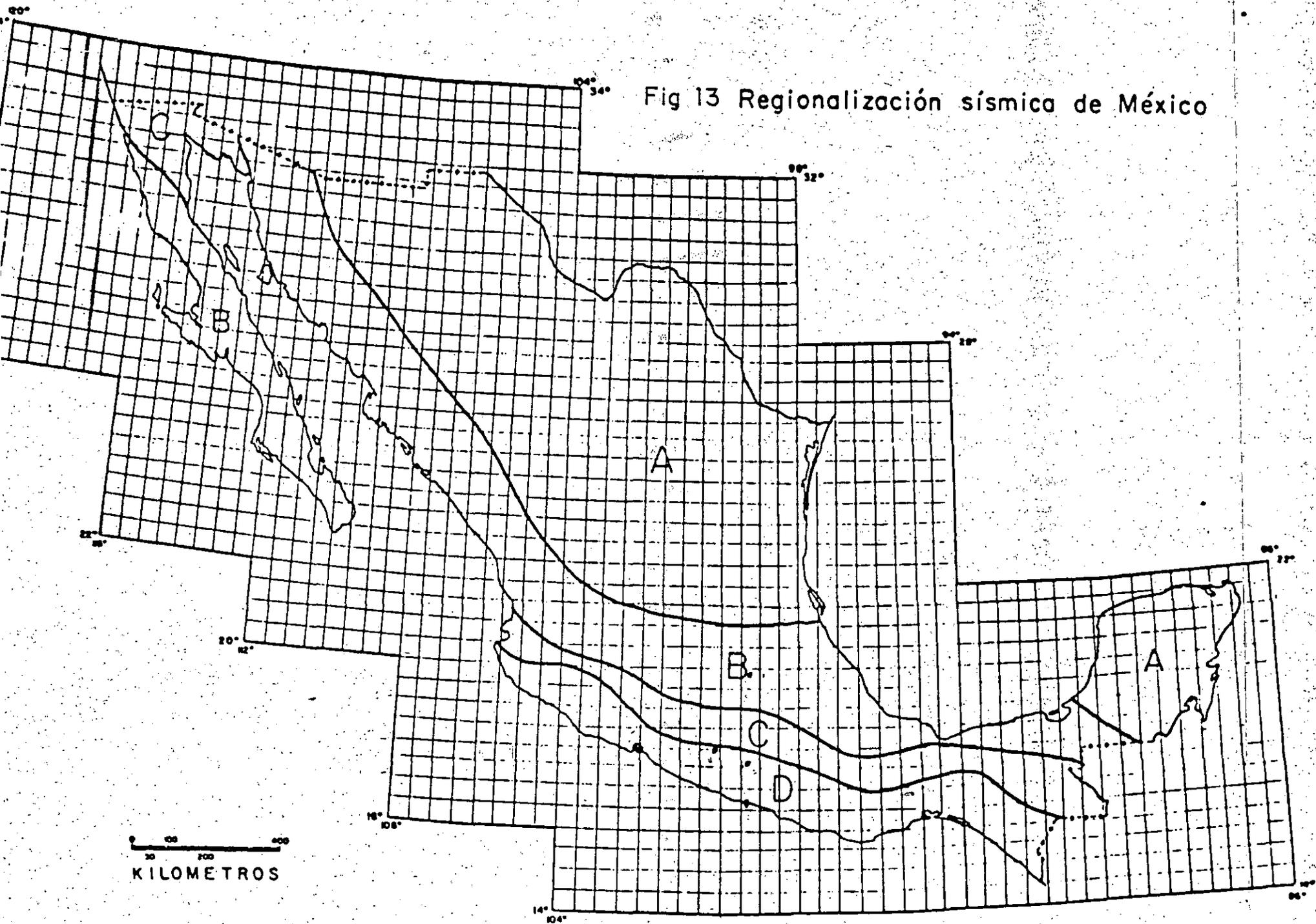


Fig 12 Frecuencia de ocurrencia de  $A_{\text{m} \acute{o} \text{x}}$ . Suelos blando y duro

Fig 13 Regionalización sísmica de México



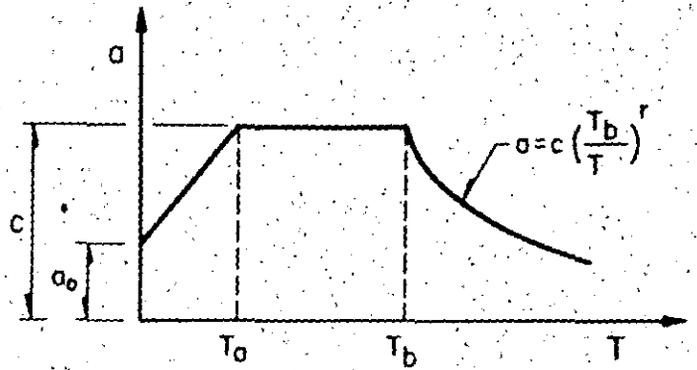


Fig 14 Forma adoptada para los espectros de diseño

# Características Sísmicas de la Ciudad de México: Amplificación de las Ondas Sísmicas en el Valle de México, Características del Movimiento del Terreno y Microzonificación de la Ciudad

Eduardo Reinoso

*Centro de Investigación Sísmica*

Carretera al Ajusco 203, México D.F.

*"En México a la verdad tiembla la tierra casi todos los años una o dos veces y muy ligeramente. Ello acontece en cualquiera de las estaciones del año sin que en ésta ni en otra circunstancia se observen ningunos indicios en el suelo ni el cielo capaces de fundar un prudente pronóstico de estos fatales accidentes." (Joaquín Velázquez de León, Descripción histórica y topográfica del valle, siglo XVII)*

## Resumen

Se presentan las principales aspectos de las características dinámicas de amplificación en el Valle de México ante temblores originados en la zona de subducción. Primero, en forma general, se describe la cuenca de México y las propiedades de los depósitos lacustres, tocándose con más detalle el problema del hundimiento y sus repercusiones en la mecánica de suelos. Se mencionan las principales fuentes sísmicas que afectan a la ciudad y se incluye una breve historia sobre los principales sismos que la han afectado durante los últimos 600 años, poniendo énfasis en la importancia que tienen los sismos recientes para la ingeniería sísmica. Se incluyen estudios y resultados que hacen uso de los datos captados por la red acelerográfica de la ciudad. Los estudios abarcan temas como efectos de sitio en terreno firme, duración del movimiento, amplificación del movimiento en el lago tanto en el dominio del tiempo como en la frecuencia, y mapas de periodos dominantes. En combinación con los datos de la red de Guerrero se presentan figuras, comentarios y resultados relativos a la trayectoria de las ondas hacia el valle de México y al efecto de amplificación regional observado en los sitios de terreno firme. Se incluyen diversas figuras ilustrativas que ponen en evidencia la magnitud de todos estos fenómenos sísmicos. Finalmente, las conclusiones contienen las posibles implicaciones de estos estudios en la práctica de la ingeniería sísmica y en el reglamento de construcciones.

## Introducción

Desde la caída de Tenochtitlán en manos de los españoles y sus aliados indígenas, una de las guerras navales más importantes en la historia de la humanidad, la ciudad de México ha crecido en una necia e infinita lucha sobre el lago que la vio nacer. La ciudad y sus habitantes han tenido que sortear casi todo tipo de dificultades para aprovechar el agua y deshacerse de ella. La lucha ha sido en forma desordenada. Las estrategias y soluciones planteadas han tenido poco respeto al entorno y han atentado continuamente contra el equilibrio ecológico. Por razones históricas, políticas, sociales, religiosas y económicas, la ciudad convirtió un lago en un suelo blando y compresible, poco apto para sostener eficazmente los palacios que ha creado.

En su carrera vertiginosa por crecer, la *Muy Noble y Muy Leal Ciudad de México* ha conocido sismos de muchos tipos y diversas intensidades. Su memoria sísmica abarca varios siglos atrás. Como testigos quedan las cuarteaduras y grietas de las obras que se conservan en pie, las crónicas y relatos hechos por propios y extraños y los parques donde hubo hogares y oficinas de muchos mexicanos.

Son muchos y grandes los retos que nuestra ciudad exige. El reto sísmico es sólo uno más de ellos. Es necesario conocer mejor las características de los sismos que la afectan, de sus suelos y de sus estructuras, así como hacer edificios más seguros y prepararnos para afrontar ordenada y eficientemente los sismos.

## I La cuenca de México

El valle de México, donde se encuentra enclavada la ciudad, es a su vez una cuenca cerrada de 110 km de largo en el sentido norte-sur y 80 km de ancho en el este-oeste. Tiene una altitud de 2236 msnm en su parte más baja y alcanza hasta 5230 m snm en la más alta: la punta del Iztaccihuatl.

### La historia lacustre

*"Mi ciudad es chinampa en un lago escondido". (Guadalupe Trigo, canción)*

Desde principios del cuaternario hasta hace apenas 500 años, la cuenca había recogido, dentro del parteaguas que la define, abundante lluvia de verano para formar los lagos de Zumpango, Xaltocan, Texcoco, Xochimilco y Chalco (del Castillo, 1978). Desde entonces, hemos usado y abusado de sus aguas, vaciándola con majestuosas obras hidráulicas como el Tajo de Nochistongo en la época colonial, el Gran Canal y los túneles de Tequisquiác en el siglo pasado y el drenaje profundo a partir de 1975. Si bien estas obras han cumplido su objetivo al aminorar y en algunas zonas eliminar el problema de las inundaciones, han contribuido a la desecación casi total de los lagos. En la figura 1 se aprecia este proceso. Actualmente, sólo pequeñas zonas de lago subsisten en Xochimilco y Texcoco.

### El hundimiento

En 1925 Roberto Gayol comunicó a la Asociación de Ingenieros y Arquitectos que la ciudad de México se estaba hundiendo. Atribuyó las causas de este hundimiento al abatimiento del nivel freático. A pesar de que el sistema de agua potable habilitado en 1910 tenía como fuente principal los manantiales de Xochimilco, un gran número de predios extraían el agua del subsuelo mediante pozos.

Para la década de los cuarentas, el incremento de la población exige mayor demanda de agua y por lo tanto más bombeo. Por consiguiente, se acelera el hundimiento reflejándose en asentamientos diferenciales de edificios. Las observaciones de Nabor Carrillo basadas en la teoría de consolidación de Terzaghi, confirman que este hundimiento es debido al abatimiento de la presión hidráulica en los acuíferos del subsuelo ocasionados por el bombeo. Consecuentemente, a partir de 1954, las autoridades capitalinas deciden cesar la explotación de nuevos pozos y el hundimiento disminuye. En la figura 2 (Marzal y Mazari, 1990) se muestran los asentamientos totales que algunos edificios y zonas de la ciudad han experimentado desde finales del siglo pasado. Estos sitios son la Alameda Central, el Palacio de Minería y la Catedral Metropolitana. Se aprecia que, con base en los datos de nivelación de 1890, todos ellos han sufrido hundimientos mayores a los siete metros.

Recientemente, la demanda de agua potable ha llevado a las autoridades a explotar otros pozos en zonas menos céntricas, lo que ha ocasionado hundimientos en estos sitios similares a los observados en la figura 2. Como ejemplo mencionamos la esquina de Plutarco Elías Calles y Ermita Ixtapalapa en donde la velocidad media de hundimiento durante la década de los setentas fue de 11.3 cm al año. Actualmente, cerca del 70% del agua que utiliza la ciudad se extrae del subsuelo, sin que surja alguna alternativa razonable para disminuir esta creciente demanda.

Independientemente del problema económico, ecológico y de logística que esta sobreexplotación de acuíferos significa, provoca daños en las cimentaciones y asentamientos diferenciales en estructuras. Esto agrava enormemente el problema sísmico al hacer las estructuras más vulnerables ante temblores. Además los efectos son apreciables a simple vista, causando un desagradable aspecto por el deterioro visual de la ciudad y en algunos casos críticos hasta inseguridad en los transeúntes.

### Perfil Geológico

Las zonas más jóvenes del valle son los depósitos aluviales, la serie volcánica del cerro de la Estrella y la sierra de Chichinautzin, siendo esta última la responsable de haber cerrado la cuenca en su parte sur. Más antiguas son las tobas de la formación Tarango y las lavas andesíticas del Iztaccihuatl y el Ajusco. Una base de calizas que afloran en diversas partes de la cuenca forman su propio fondo. En la figura 3 (Mooser, 1990) se muestra un corte

esquemático de la parte superficial de la cuenca donde se aprecian las principales formaciones geológicas así como algunas fallas que pueden dar origen a temblores locales.

Desde el punto de vista de Ingeniería Sísmica, los 150 m más superficiales son los más relevantes ya que determinan los efectos más importantes de amplificación. Los primeros trabajos de exploración y laboratorio para conocer las propiedades del subsuelo en la zona céntrica de la ciudad, y por consiguiente verificar la teoría de hundimiento desarrollada por Nabor Carrillo en 1948, dieron fruto a la primer zonificación de la ciudad. En la figura 4 presentamos esta zonificación que incluye las modificaciones realizadas hasta 1987. En ella, se distinguen tres zonas: zona I, *firme* o de *lomas*, localizada en las partes más altas de la cuenca y formada por suelos poco compresibles y de alta resistencia, zona III o de *lago*, formada por lo que fueron los lagos hace 500 años y que consiste en depósitos lacustres muy blandos y compresibles con contenidos de agua de entre 50 y 500% y con profundidades de hasta 60 m en Texcoco y mayores de 100 m en Tlahuac; finalmente la zona II o de *transición*, que presenta características intermedias entre las zonas anteriores.

La figura 5 muestra una sección tipo de la zona lacustre en donde se muestra la variación con la profundidad del contenido de agua de las arcillas. Además, se presentan dos perfiles esquemáticos en donde se aprecia la variación, que a causa del hundimiento, han tenido este tipo de sitios en los últimos 40 años. Esto se refleja en la disminución del espesor de las dos formaciones arcillosas. La figura 6 muestra otra sección tipo con la variación de la velocidad de corte con la profundidad. Velocidades tan bajas como las mostradas en los 40 m más superficiales son, en gran medida, las responsables de la amplificación dinámica del movimiento en el valle de México. Ambas figuras fueron tomadas de Cvando y Romo (1991).

## II Sísmicidad en la ciudad de México

### Tipos de temblores

Las principales fuentes sísmicas que afectan a la ciudad de México (Rosenbluth y otros, 1987) pueden clasificarse en cuatro grupos cuya localización se muestra esquemáticamente en la figura 7. Estos grupos son:

- Temblores locales, originados dentro de la cuenca o cerca de ella. Generalmente de pequeña magnitud (menores que 5.5 grados).
- Temblores que se originan en el resto de la placa de Norteamérica. Pueden alcanzar magnitudes hasta de 7.0 grados Richter. También conocidos como tipo Acambay por el sismo que allí se generó en 1912.
- Temblores de subducción. Los que más estragos han causado ya que pueden tener magnitudes de hasta 8.2 grados. Pese a la relativa lejanía de la ciudad de México al epicentro de estos temblores (entre 280 y 600 km), la ciudad es particularmente vulnerable porque el tipo de ondas que llegan son ricas en contenido de periodos largos y provocan grandes duraciones, sobre todo en la zona de lago. Es por esto por lo que prácticamente cualquier sismo ocurrido en la zona de subducción, desde Jalisco hasta Oaxaca, representa un peligro para la ciudad capital.
- Temblores de profundidad intermedia, también conocidos como de falla normal. Causados por rompimientos de la placa de Cocos ya subducida. Los que se originan cerca de la zona de subducción pueden tener magnitudes de hasta ocho grados pero a medida que el epicentro se aleja de esta zona la magnitud disminuye, llegando hasta 6.5 grados debajo del valle de México.

En la figura 8 se muestra la sísmicidad en la República Mexicana durante el mes de junio de 1990 (Martínez y García, 1990). En sólo un mes se aprecian, aunque de baja magnitud, los cuatro tipos de temblores que afectan a la ciudad. Los temblores de subducción, los locales y los tipo Acambay se muestran con cuadros, mientras que los de profundidad intermedia se muestran con triángulos.

## III Cronología de los principales terremotos sentidos en el valle de México

A continuación presentamos una breve recopilación de los principales sismos que se han sentido en el valle de México desde la época prehispánica. Sólo se incluyen los considerados como severos ya que en promedio se han reportado, por cada sismo éstos: cinco fuertes, diez moderados y cincuenta leves (Fundación ICA, 1992). Se

"hizo que se dañara el acueducto de agua gorda; por lo que al día siguiente fue prohibido el tránsito de carruajes por la calzada de Tacubaya". Al parecer un gran sismo de profundidad intermedia con epicentro en el estado de Michoacán.

## Siglo XX

El surgimiento de los sismógrafos permite calcular con mejor exactitud los epicentros de los temblores. Se adopta una forma de medir su magnitud: la escala de Richter (Ms). A principios de siglo la ciudad se ve afectada por varios sismos moderados, algunos de la zona de subducción como los de 1907 (Ms=7.9) y 1909 (Ms=7.5) que causan daños al centro de la ciudad. En 1912 ocurre el temblor de Acambay (Ms=7.0) que no causa muchos daños a la capital pero deja el precedente de que puede haber sismos grandes a distancias epicentrales pequeñas. En 1932 se registra el sismo más grande del siglo en México (Ms=8.2): originándose en las costas de Jalisco sin producir grandes daños al D.F.

### Sismos recientes y su impacto en la ingeniería sísmica

No fue sino hasta el reglamento de 1942, a consecuencia del sismo de 1941, cuando se incluye el diseño sísmico de estructuras. La ciudad había resistido con éxito el gran temblor de 1932 pero entonces se contaba con edificios de menos de cuatro niveles de estructuración conservadora.

Por los daños que causó, el sismo de 1957 es el que impulsa los estudios sobre el comportamiento del valle ante sismos. Las estructuras que la ciudad vio crecer a partir del sismo de 1941 requerían mejores diseños y conocimientos sobre las propiedades de los materiales y los suelos. Por ello, se incluye en el nuevo reglamento, entre otras innovaciones, la zonificación de la ciudad atendiendo a las características del subsuelo. Esta zonificación que como se ha mencionado tuvo sus orígenes en el estudio del problema de hundimientos, se incorpora al problema sísmico al observarse la estrecha correlación entre daño estructural y composición del subsuelo.

En 1979 ocurre un sismo en las costas de Guerrero que produce algunos daños en la colonia Roma y derriba la Universidad Iberoamericana.

### Los sismos de 1985

Daño y destrucción sin precedente. Mueren más de cinco mil personas y se dañan más de dos mil edificios. Gran movilización social. Fluye ayuda internacional de más de sesenta países. Grandes lecciones sobre diseño de cimentaciones y edificios. El registro de aceleración en SCT aparece en un sinúmero de publicaciones en todo el mundo por su gran amplitud en periodos largos.

### Red acelerométrica y los sismos a partir de 1985

Desde 1965 se han obtenido datos de acelerómetros en Ciudad Universitaria, en un sitio de terreno firme al sur de la ciudad. Los datos abarcan una gran variedad de terremotos. Durante los sismos de 1985, la red manejada por el Insituto de Ingeniería contaba ya con 11 estaciones, incluyendo sitios en zonas de transición y lago.

A partir de estos sismos la red crece considerablemente. Actualmente se tienen en más 90 acelerógrafos digitales distribuidos a lo largo y ancho del valle. La red es manejada por tres instituciones: el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico de la Fundación Javier Barros Sierra, el Instituto de Ingeniería de la UNAM y el Centro Nacional de Prevención de Desastres. La red incluye también sistemas de pozo y estructuras. La densidad de acelerógrafos es mayor en las zonas céntricas y donde ha habido daños durante sismos, especialmente los de 1985. Esta distribución puede observarse en la figura 10 junto con las zonas geotécnicas y algunos sitios de referencia de la ciudad.

Una gran cantidad de datos se han obtenido desde 1986 de más de trece sismos pequeños y moderados. A la fecha, la red ha registrado más de 40000 segundos de movimiento fuerte del terreno. En la tabla I, actualizada hasta 1992, se resumen los datos de cada sismo y su aportación al banco de datos. El sismo más importante por su intensidad ha sido el del 25 de abril de 1989 y la mayor parte de los datos empleados en este trabajo corresponden a este evento. Otro sismo importante es el del 31 de mayo ya que, aunque de magnitud menor a la del 25 de abril, ocurrió casi con la red al 100% de su funcionamiento. Este sismo fue el primero en aportar datos de las estaciones de pozo.

Debido a que contamos con más datos de temblores de subducción y que a la vez han sido los que más han afectado a la ciudad, en adelante solo nos referiremos a este tipo de sismos.

#### IV Movimientos fuertes en el valle de México ante temblores de subducción

Para temblores ocurridos en la zona de subducción, los datos registrados en el valle de México son una combinación de las características de la fuente, la trayectoria de las ondas sísmicas, el efecto regional de la cuenca y los efectos locales en cada estación. Los efectos de la fuente definen las características propias de cada sismo como su magnitud y contenido de frecuencias, entre otros. El análisis de estos aspectos escapa del objetivo de esta presentación. A continuación se describen, en forma general, el efecto de la trayectoria y la amplificación regional y, en forma detallada, los efectos de sitio o amplificación local.

##### Trayectoria de las ondas y efecto regional de amplificación

Utilizando los datos de la red acelerográfica de Guerrero, presentamos en la figura 11 una gráfica donde se aprecia e ilustra el efecto de trayecto de las ondas desde su origen hasta el valle de México. El sismo utilizado es el del 25 de abril y el componente mostrado es el norte-sur. A lo largo de la costa, el sismo fue captado por la red acelerométrica de Guerrero. En la estación las Vigas, el movimiento fue de duración corta, con gran amplitud y con periodos de vibración cortos. Partiendo del epicentro, el efecto de atenuación se aprecia en la baja amplitud de los registros ubicados hacia el poniente (estaciones Atoyac, Coyuca y Cavaco) y al oriente (estación Copala); inclusive, otras estaciones ubicadas más al poniente no registraron el sismo. También hacia el norte se aprecia la disminución en la amplitud de los registros (estaciones Filo de Caballo y Teacalco), incluyendo los de terreno firme en la Ciudad de México (estaciones Pedregal y Cerro del Tepeyac). Se muestran además dos acelerogramas en zona de lago con el objeto de poner en evidencia la gran diferencia del movimiento causada por la brutal amplificación en la zona lacustre. En ellos se aprecia la existencia de periodos dominantes largos, la gran amplificación dinámica y el incremento tanto en la duración de la etapa intensa como en la del registro.

Utilizando el concepto de función de transferencia empírica o cociente espectral, entendido como el cociente entre dos espectros de amplitudes de Fourier, obtuvimos para el sismo del 25 de abril, la amplificación relativa de todos los sitios de terreno firme dentro del valle con respecto al sitio Teacalco (Sánchez-Sesma y otros, 1993). La figura 12 muestra estos cocientes y además, con línea sólida, el promedio de ellos. Contrariamente a lo que podría esperarse, aún para sitios de terreno firme se observan amplificaciones importantes en frecuencias o periodos críticos (de dos a cuatro segundos) para cierto tipo de estructuras que han sufrido daños.

Por otro lado, Ordaz y Singh (1992) han estudiado el movimiento en sitios de terreno firme tanto en la fuente como en la trayectoria y en el valle de México. En la figura 13 presentamos dos de sus gráficas de ordenadas espectrales calculadas para estos sitios contra su distancia epicentral: con línea continua se muestra una función de atenuación y con punteadas los percentiles 16 y 84 de error; los círculos representan las amplitudes espectrales de los registros que se usaron en la regresión, los círculos abiertos son de la región de la costa y los cerrados de tierra adentro; los triángulos son los datos no usados en la regresión y los indicados con T y C corresponden a Teacalco y Cuernavaca. Se muestran los cálculos correspondientes a 0.4 y 5.0 Hz. Los resultados para 0.4 Hz indican que los sitios en terreno firme en el valle de México presentan amplitudes espectrales diez veces mayores a las esperadas a distancias epicentrales semejantes para un gran intervalo de frecuencias particularmente dañino para la ciudad (de 0.2 a 0.7 Hz, o sea, de 1.4 a 5.0 s). En cambio, los de 5.0 Hz, muestran que para estos valores las amplitudes espectrales son del orden de las esperadas. Los autores atribuyen la causa de esta clara evidencia de amplificación regional a la posible existencia de una cuenca sedimentaria antigua por debajo del basamento rocoso.

##### Efectos de sitio en terreno firme

En sismos ocurridos recientemente (Italia 1976 y 1980, Chile 1985) se observaron importantes amplificaciones del movimiento en las cimas de los cerros así como deamplificación en la base de los mismos. En general, tanto las observaciones durante temblores como los resultados de modelos matemáticos, indican que el movimiento se amplifica en superficies convexas y deamplifica en cóncavas. Estos efectos de topografía superficial no han sido correctamente cuantificados por lo que no se han tomado en cuenta en reglamentos.

Antes de contar con varios registros de terreno firme para un mismo temblor, se consideraba que las diferencias del movimiento entre los sitios en zona I eran despreciables, pero durante el temblor del 25 de abril de 1989 estas diferencias se hicieron evidentes. En la figura 14 se muestran los once acelerogramas obtenidos en zona I para este temblor. La duración del registro varía desde 160 s para el sitio 13 hasta 50 s para el sitio 64. La diferencia en aceleración máxima es también notoria e importante:  $0.053 \text{ m/s}^2$  para el sitio 64 y  $0.163 \text{ m/s}^2$  para el 74, un factor mayor que tres. Estas diferencias se pueden atribuir a los efectos de topografía superficial y a la compleja estructura

profunda del valle como se aprecia en la figura 15, que es una sección del valle (Mooser, 1990) que pasa por los sitios 18 (Cerro de la estrella) y 78 (Lomas poniente).

Si bien es poco probable que estas diferencias incidan a corto plazo en el reglamento de construcciones, sí son importantes al escoger un determinado sitio de terreno firme como punto de referencia para estudiar la amplificación en zonas de transición y lago. En este sentido y desde el punto de vista geológico, los sitios que posiblemente reflejan claramente el campo incidente son el 64 y el 28 por estar desplantados en las partes más profundas del valle. Desafortunadamente, son pocos y muy cortos los registros que se han captado en estas estaciones.

Otro sitio de referencia importante, tomando en cuenta su larga historia registrando, es la estación CU, ya que además de contar con registros desde 1964, el Instituto de Geofísica ha instalado allí un sismógrafo de banda ancha que está aportando información valiosa sobre el movimiento en esta parte del valle.

### Amplificación en la zona lacustre

*"Hallábame en la calzada de Chapultepec, camino para la capital, cuando se hizo sentir un fuerte sacudimiento trepidatorio; a ese movimiento siguieron fuertes oscilaciones, que violentamente cambiaron de dirección transformándose al fin en movimiento ondulatorio. Los campos de la hacienda de la Condesta se hundían y levantaban por tramos alternativamente, haciendo chocar las aguas de las acequias, obligadas a dirigirse en direcciones encontradas, o a precipitarse en cascada sobre las acequias transversales, a causa del repentino desnivel producido por el terrible e irregular movimiento de la tierra".*  
(García Cubas, temblor de junio de 1858)

En el valle de México se manifiestan de manera dramática los efectos de amplificación dinámica en depósitos lacustres. Esta amplificación se debe al entrampamiento de ondas por el contraste entre las características dinámicas de los depósitos superficiales y la roca basal. En el dominio de la frecuencia, la forma y amplitud de esta amplificación están controladas por el contraste de impedancias elásticas, amortiguamiento del suelo, las características del campo incidente y la geometría del valle. Para conocer la amplificación en forma teórica es necesario recurrir a modelos de propagación de ondas. En forma empírica, la técnica más usada es la de cocientes espectrales o funciones de transferencia empíricas, de la que hablaremos más adelante.

En el dominio del tiempo la respuesta se refleja en movimientos más armónicos, en el incremento de la duración y en la mayor amplitud de los registros. Como ejemplo, en la figura 16 se presentan los desplazamientos del componente norte-sur de todas las estaciones que registraron el sismo del 25 de abril. La distribución geográfica de las mismas permite conocer la gran diferencia que hay en el movimiento horizontal entre las diferentes zonas geotécnicas. Estas gráficas permiten comparar los registros en forma directa y cualitativa, y subrayar la importancia de las características topográficas y geológicas del valle en la amplificación y duración del movimiento. Los desplazamientos en la zona de lago muestran variaciones espaciales importantes y una duración excepcional. Típicamente, después de una porción con excitación de banda de frecuencias relativamente ancha se observa una coda monocromática con duración mayor a cien segundos.

La figura 17 es otra gráfica ilustrativa de esta amplificación. En ella se muestra un corte norte-sur del valle que pasa por el centro de la ciudad y por el lago de Xochimilco, se indican algunos puntos de referencia y se muestran los acelerogramas del componente norte-sur del 25 de abril cuyas estaciones están cerca de este corte.

Con el fin de mostrar una imagen general de la gran complejidad del movimiento del terreno, en la figura 18 se describe, para el sismo del 25 de abril, el desplazamiento en el plano calculado con ambos componentes horizontales. Cada diagrama, conocido como odograma, representa el movimiento de cada acelerógrafo en el plano horizontal. La figura es también ilustrativa sobre el fenómeno de amplificación y a la vez muestra que el movimiento en la zona de lago es caótico, con grandes variaciones en la dirección y grandes diferencias entre estaciones cercanas.

Con la intención de ilustrar las diferencias entre diversos sismos, en la figura 19 se presentan todos los registros obtenidos para el sitio Central de Abastos Oficinas (CA) y Ciudad Universitaria (CU) que han registrado sismos desde 1985. Se aprecia la gran diferencia tanto en duración como en intensidad para cada uno de los registros y la diferencia entre ambos componentes horizontales. La gran duración registrada en CA para el 25 de abril es debida a

que después de los sismos de 1985 se disminuyó el umbral de disparo del acelerómetro para captar registros más largos.

### Duración del movimiento

*"Duró más del tiempo del que se puede ocupar en rezar dos credos con devoción". (Relato del sismo ocurrido el 17 de enero de 1653)*

*"(Duró más de un minuto) sin embargo de que hubo quien lo extendió a 22, otros más moderados a 15 y otros algo menos, a proporción del terror de cada uno". (Diario de México, sismo ocurrido el 3 de diciembre de 1805)*

Un aspecto que no ha sido estudiado y atacado directamente es el de la duración del movimiento. El interés por integrar de alguna forma la duración al análisis de estructuras, se debe al deterioro que éstas sufren por carga cíclica. Como se ilustró en las figs 16 y 17, las estructuras están sometidas a grandes sollicitaciones ante un número elevado de ciclos. Por ahora, la herramienta más utilizada en diseño es el espectro de respuesta que por su definición no considera la duración del movimiento. Es claro que no basta diseñar las estructuras para que resistan una determinada fuerza; hay que considerar el deterioro que sufren ante un cierto número de ciclos. Resalta la necesidad de desarrollar en el diseño estructural, una técnica que involucre a la duración en forma explícita, sobre todo en la zona de lago donde la gran duración puede llegar a ser un parámetro vital en la resistencia estructural.

Los acelerómetros están diseñados para captar el movimiento fuerte del terreno y cuentan con un umbral de disparo que debe ser rebasado para registrar el movimiento que se está presentando. Este umbral se fija para cada aparato de acuerdo a las condiciones en las que se encuentre. En zonas de lago, por ejemplo, los umbrales son bastante altos en comparación con los sitios en terreno firme ya que el *ruido ambiental* (tráfico vehicular y peatonal, aviones aterrizando, explosiones, microsismos, entre otros) tiene gran amplitud. De no ser así, el acelerómetro estaría continuamente registrando, con el riesgo de saturar la cinta de grabación. A pesar de ello, la duración del movimiento fuerte en la zona de lago es tan grande que se han llegado a captar en algunas estaciones registros de sismos, como el del 25 de abril, de más de cinco minutos.

Como la duración del registro no es un parámetro adecuado para medir la duración del temblor, se ha propuesto para algunos fines (Ordaz y Reinoso, 1987), medir la duración de la etapa intensa como el lapso entre el cual se presenta el 5 y el 95% de la energía contenida en el acelerograma. De esta manera se obtiene para cada registro una duración correspondiente al tiempo bajo el cual se presenta la parte más relevante del acelerograma, eliminándose las incertidumbres relativas al umbral. A la duración así calculada se le conoce como duración de la etapa intensa.

De esta forma se ha calculado, para el sismo del 25 de abril, la duración de la etapa intensa de todos los registros. Los resultados obtenidos son muy similares para ambos componentes horizontales. En la figura 20 se muestra la ciudad con curvas de igual duración, los valores van desde 40 s en terreno firme, hasta 160 s en las zonas más profundas de la zona de lago. En la figura 21 se muestra para ambos componentes de todos los registros, una relación entre duración y el periodo dominante del sitio donde cada estación se encuentra. Se aprecia la clara dependencia de la duración con respecto al periodo. Los cálculos realizados para otros temblores de magnitud mayor o igual a seis grados suministran resultados similares.

Por otro lado, para un grupo de acelerogramas de sitios con periodos dominantes similares, presentamos en la figura 22, para sitios con periodo de 2.0 s, la dependencia de la duración con respecto a la magnitud de cuatro temblores. La dependencia no es muy notoria, lo que indica que ante temblores de subducción con magnitud mayor o igual a 5.4 y hasta 8.1 grados, la duración de la etapa intensa es aproximadamente la misma.

### Amplificación relativa de las zonas de lago y transición con respecto a terreno firme

Utilizando la técnica de los cocientes espectrales o funciones de transferencia empíricas, los datos de la red acelerométrica han servido, entre otras cosas, para medir la amplificación relativa de los sitios en zonas de lago y transición con respecto a los de terreno firme (Singh y otros, 1988). La figura 23 es una representación esquemática donde se muestra cómo obtener un cociente espectral. El cociente representa la amplificación medida en el dominio de la frecuencia y refleja las características dinámicas del sitio, entre ellas el periodo o frecuencia dominantes.

Desde los primeros cálculos de cocientes para el valle, se observó que, para un mismo sitio, poco variaban los cocientes calculados para ambos componentes horizontales. Sin embargo, se encontraron algunas diferencias en los resultados de un sismo a otro. Esto llevó a la conclusión de que la amplificación en el valle podría depender de la

magnitud, distancia epicentral y azimut del sismo. Recientemente, con más datos disponibles (Reinoso, 1991), se ha comprobado que los cocientes calculados son muy similares de un sismo a otro si se toma como sitio de referencia el movimiento promedio en terreno firme. De esta forma, las diferencias observadas son mínimas y se encontró que no hay evidencia de que la magnitud, distancia epicentral o el azimut, influyan de manera importante en la amplificación.

Con el objeto de contar con cocientes que sean representativos de la amplificación del valle de México, tomamos en cuenta la mayor parte de los datos y procedimos a calcular, para cada componente horizontal y cada sismo, los cocientes de cada sitio con respecto al movimiento promedio en terreno firme. Una vez obtenidos los cocientes para cada sismo y dada la similitud observada entre ellos, los promediamos para obtener el cociente promedio de todos los sismos. En la figura 24 se muestran algunos de estos cocientes dibujados en función del periodo. Para zonas de transición, los periodos dominantes y la amplitud son pequeños pero para las partes profundas del lago, los periodos dominantes y las amplitudes aumentan hasta llegar a 5.0 s y 60, respectivamente. La forma de los cocientes es menos regular en los bordes y partes profundas de la zona de lago. Esto posiblemente se debe a que efectos de geometría de dos y tres dimensiones están contribuyendo de manera significativa a la amplificación. Ello dificulta enormemente el estudio detallado de los efectos de sitio en estos lugares. Es necesario recurrir a modelos matemáticos para conocer e interpretar los datos observados y poder predecir el movimiento en esos sitios.

Con todos los cocientes promedio, realizamos curvas de igual amplificación (figura 25) para ciertos periodos. La comparación de estas curvas con el mapa de daños (figura 26) durante temblores recientes resulta reveladora. Se observa que para la mayoría de los periodos mostrados existe una clara correlación entre los daños y la curva de igual valor correspondientes a diez o más. En la misma figura se observa que existen otras zonas dentro del valle con valores grandes de amplificación y donde no había estructuras en 1985.

#### Periodos dominantes dentro del valle

A partir de cocientes espectrales, el periodo dominante de un sitio será el asociado a la máxima amplitud de aquel (figura 24). En general, para un mismo sitio, el periodo es muy similar para ambos componentes y de un sismo a otro. De esta manera, a partir de datos de sismos, se han calculado más de 90 periodos dominantes dentro del valle.

Paralelamente, el uso de la técnica de microtemblores (Lermo y otros, 1990; Lermo y Becerra, 1991) ha dado buenos resultados para medir el periodo dominante en la zona de lago. Esta técnica consiste en registrar oscilaciones naturales del terreno en campo libre (tráfico vehicular, microsismos y vibración de maquinaria, entre otros) a lo largo de varias horas. El periodo asociado a la mayor amplitud del espectro de velocidad se considera como el periodo dominante del sitio.

Ambas técnicas han sido comparadas y sus resultados combinados (Reinoso y Lermo, 1991) para obtener mapas de periodo dominante. En la figura 27 presentamos el mapa con curvas de igual periodo calculadas con datos de sismos y microtemblores que abarca todo el valle. En la figura 28 se presenta un acercamiento más detallado a la zona central de la ciudad. Por último, la figura 29 es una representación tridimensional de estos periodos donde la parte plana corresponde a terreno firme. Estos mapas son similares pero más confiables al incluido en las normas técnicas complementarias por haberse obtenido a partir de datos de sismos y más completos por abarcar no sólo la parte centro de la ciudad sino gran parte de la zona de lago.

La importancia de conocer el periodo dominante del suelo en un sitio dado, está en que debe evitarse construir allí estructuras con periodos similares. Ello reduciría los posibles efectos de resonancia.

En algunas partes de las normas de diseño sísmico del reglamento de 1987 se requiere conocer este periodo. Estas son:

1. Apéndice A4: Espectros de diseño. El reglamento permite una reducción del coeficiente sísmico  $c$  si se conoce el periodo dominante del sitio  $T_s$ . Esto se debe a que durante 1985 se observó en los registros un alto contenido de energía en 2.0 s lo que permitía, en otros sitios con diferente periodo dominante, reducir la ordenada espectral. Si bien esto fue consistente en 1987, pensamos que la complejidad de la respuesta del valle no permite pensar que sólo para 2.0 s se presentarán grandes amplificaciones.
2. Apéndice A7: Interacción suelo-estructura, donde el periodo dominante es un parámetro necesario para los cálculos.

## Conclusiones

La ciudad de México ha sufrido desde siempre temblores de muchos tipos e intensidades. Aquí ha temblado y seguirá temblando. Es imprescindible educarse, prepararse y reducir incertidumbres.

Los estudios de mecánica de suelos sobre el valle fueron motivados por el hundimiento de la ciudad que se ha acelerado en este siglo. Estos estudios fueron posteriormente incorporados y útiles al problema sísmico. El hundimiento ha causado daños a las cimentaciones e provocado asentamientos diferenciales en las estructuras, problemas que agravan y se suman a la brutal amplificación sísmica en la zona de lago. Desgraciadamente, es de esperarse que el hundimiento continúe, ya que no se vislumbran alternativas para abastecer a la ciudad de agua potable y sustituir al bombeo.

El efecto de la duración del movimiento no ha sido tomado en cuenta en el diseño estructural y puede llegar a ser un factor decisivo en el comportamiento de estructuras, sobre todo en la zona de lago. Es necesario proponer herramientas de diseño que contemplen la degradación por efecto de carga cíclica. Este análisis debe hacerse extensivo a estudios de daño acumulado ocasionado por varios temblores a lo largo de los años.

### Sobre el reglamento de construcciones

De las gráficas y resultados aquí presentados, sugerimos que el análisis paso a paso permitido por el reglamento (inciso 9.2 de las normas de diseño por sismo) se haga con mucho cuidado al escoger y simular acelerogramas realmente representativos, que consideren los altos niveles de intensidad, duración y contenido de frecuencias adecuado para el sitio. En este sentido es claro que el registro de SCT del sismo de 1985 es representativo para una franja limitada de la ciudad y no debe usarse en sitios de zona de lago con otras características dinámicas.

El apéndice A4 fue incluido después de las observaciones sobre los sismos de 1985. Esto se debió a que en aquel sismo el movimiento tuvo un alto contenido de energía en dos segundos, pero con el análisis de los datos registrados desde entonces no parece haber fuertes evidencias de que así serán los siguientes terremotos. Por lo tanto, se sugiere no aplicar este apéndice.

Los mapas de igual-periodo aquí presentados son más completos, detallados y confiables que los incluidos en el reglamento, por lo que se sugiere su amplia divulgación y uso.

### Hacia una microzonificación

Por el momento no es posible proponer una microzonificación más detallada ya que los únicos datos con los que contamos son provenientes de sismos de subducción y existen evidencias históricas de daños ocasionados por otro tipo de fuentes. Podemos comentar al menos que, en lo que a sismos de subducción se refiere, las curvas de igual amplificación pueden ser útiles ya que existe una importante correlación entre los valores máximos de estas curvas, estructuras existentes y daños durante sismos. En principio, estas curvas pueden seguir como guía para el diseño y evitar que los periodos dominantes de los edificios nuevos coincida con los valores altos de las curvas. Asimismo, toda reparación estructural debe modificar sustancialmente las propiedades dinámicas de la estructura para evitar que se presente resonancia y daño por carga repetida.

Para formular una microzonificación más detallada de la ciudad, será necesario recurrir a modelos matemáticos del valle. Estos deberán explicar y predecir el movimiento dentro de las zonas de lago, sobre todo en aquellas zonas donde se ha observado una respuesta irregular que podría indicar la existencia de ondas superficiales generadas dentro del valle.

### Investigaciones presentes y futuras

**Análisis de los datos.** Las redes acelerográficas han proporcionado una cantidad generosa de información que está siendo procesada. Prácticamente todos los resultados que se obtienen, algunos de los cuales se mostraron aquí, están enfocados a conocer los diversos mecanismos de amplificación del valle. Son muchas las personas e instituciones que en México y el mundo están usando esta información para calibrar, alimentar o comprobar sus modelos matemáticos, para realizar estudios estadísticos, para elaborar reglamentos de construcciones, y en general, para reducir incertidumbres y poder predecir las características del movimiento ante eventos futuros. Mucho se ha avanzado por estandarizar y uniformizar el banco de datos que se alimenta de tres instituciones pero aún hay mucho por hacer para que estos datos se puedan disponer y procesar en forma rápida y práctica.

**La alerta sísmica.** Paralelamente a todos los estudios que se realizan sobre el valle, surge este proyecto que es único para la ciudad de México. Las mismas características que hacen a ciudad tan vulnerable ante sismos lejanos, nos ofrecen una gran ventaja: un minuto de aviso. Pero el proyecto está cargado de incertidumbres y de problemas técnicos, y deberá probarse ante diferentes sismos antes de ser usado masivamente. Por supuesto, este proceso debe estar desligado de intereses políticos, de prestigio y poder. El proyecto debe ser visto por todos como algo único y esperanzador, en donde se requerirá no sólo profesionales técnicos sino de un amplio sector del área humanística que se encargue de aspectos como la organización, educación, participación y el pánico; no es suficiente garantizar técnicamente su funcionamiento sino que debemos saber qué hacer con esos valiosos segundos antes del sismo. Se deberá trabajar en todas las áreas en forma simultánea y coordinada. De esta forma y a mediano plazo, la ciudad contará orgullosamente con una herramienta estratégica y útil.

Por último, es necesario dar mayor información y educación a la gente en general. Existe una gran incultura sísmica que se ha convertido en pánico sísmico. Es necesario corregir esto porque no lleva a acciones positivas ni concretas. Es muy probable que los riesgos disminuyan si diseñadores, dueños de inmuebles, inquilinos y otras personas involucradas en la vida de una estructura, estuvieran conscientes e informados sobre los riesgos y posibles soluciones. Se sabe que el individuo no toma el riesgo pero eventualmente la sociedad paga las consecuencias. Es necesario desarraigar creencias populares erróneas como: "si aguantó el de 85, aguantará lo que sea", "cuando te toca, te toca" y tantas por el estilo. Algunos sectores de la sociedad, que pueden llegar a ser muy importantes, tienen memoria sísmica de muy corto plazo: es necesario recordarles lo que ha pasado y que no queremos que se repita.

### Agradecimientos

La mayor parte de los resultados presentados en este trabajo han sido parte de proyectos de investigación realizados en el Centro de Investigación Sísmica de la Fundación Javier Barros Sierra, patrocinados por la Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal y CONACYT. Los datos de la red acelerográfica de la ciudad de México han sido proporcionados por el Instituto de Ingeniería de la UNAM, el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico y el CENAPRED. Agradezco a Mario Ordaz y Francisco Sánchez-Sesma el interés que han mostrado a lo largo de los años, así como sus ideas y comentarios que han sido indispensables para la realización de los diferentes proyectos. A Luis Eduardo Pérez Rocha agradezco su desinteresada, entusiasta y fructífera colaboración y la revisión crítica del presente escrito.

### Referencias

- Bravo H., Ponce L., Suárez G. y Zúñiga R. (1988). Potencial Sísmico de México. *Estudios sobre sismicidad en el valle de México*, DDF, 1-66.
- Del Castillo R. (1978). Ciudad de México. *El subsuelo y la ingeniería de cimentaciones en el áreas del valle de México*, editado por la SMMS, 15-50.
- Fundación ICA (1992). *Catálogo de temblores que han afectado al valle de México del siglo XII al XV*. Editorial Limusa.
- Lermo J., Cabrera G., Cesati C. y Ortega R. (1990). Estimación del periodo dominante en 18 sitios del D.F. utilizando mediciones de velocidad de ondas de cortante en pozos, microtemblores y movimientos fuertes. *Congreso Nacional de Mecánica de Suelos*, San Luis Potosí, México.
- Lermo J. y Becerra A. (1991). Actualización del mapa de isoperíodos para la ciudad de México desde mediciones de microtemblores y datos de movimientos fuertes, *Boletín del Centro de Investigación Sísmica*, 1, 48-50.
- Martínez A. y García V. (1990). *Boletín de información sísmica preliminar*. Junio 1990, Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Marzal R. y Mazari M. (1990). Desarrollo de la mecánica de suelos en la ciudad de México. *El subsuelo de la cuenca del valle de México y su relación con la ingeniería de cimentaciones a cinco años del sismo*, 2, 3-24.
- Micoser F. (1990). Estratigrafía y estructuras del valle de México. *El subsuelo de la cuenca del valle de México y su relación con la ingeniería de cimentaciones a cinco años del sismo*, 2, 29-36.

- Ordaz M. y Reinoso E. (1987). Uso de la teoría de vibraciones aleatorias en la determinación de los espectros de diseño del reglamento para las construcciones del D.F., *VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, México, A155-A167.
- Ordaz M. y Singh S. K. (1992). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 82, 24-43.
- Ordaz M., Rosenblueth E. y Reinoso E. (1993). Future ground motions in Mexico City, *Tectonophysics*, 218, 141-155.
- Ovando E. y Romo M.P. (1991). Estimación de la velocidad de ondas S en la arcilla de la ciudad de México con ensayos de cono. *Sismodinámica*, 2, 107-123.
- Reinoso E. (1991). Efectos sísmicos locales en el valle de México: amplificación en la zona lacustre. *IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Manzanillo, México, 2, 224-236.
- Reinoso, E. y J. Lermo 1991. Periodos del suelo medidos en el valle de México durante sismos y con vibración ambiental. *IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Manzanillo, México, 2, 149-156.
- Rojas T., Pérez J. M. y García V. (1986). Y volvió a temblar. Cronología de los sismos en México. *Centro de Investigaciones y Estudios Superiores en Antropología Social, SEP*.
- Rosenblueth E., Sánchez-Sesma F.J., Ordaz M. y Singh S.K. (1987). Espectros de diseño en el reglamento para las construcciones del Distrito Federal, *VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, México, A1-A17.
- Sánchez-Sesma F. J., Pérez-Rocha L. E. y Reinoso E. (1993). Ground motion in Mexico City during the April 25, 1989, Guerrero earthquake, *Tectonophysics*, 218, 127-140.
- Singh S. K., Lermo J., Domínguez T., Ordaz M., Espinosa J. M., Mena E. y Quas R. (1988). A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site. *Earthquake Spectra*, 4, 653-673.

FECHA	ORIGEN	M (Ms)	R (km)	NO. DE REGISTROS				(seg)
				S+	E+	P=	T	
19, IX, 85 <sup>a</sup>	Subducción (Mich)	8.1	380	11	-	-	11	1150
21, IX, 85 <sup>a</sup>	Subducción (Mich)	7.6	320	7	-	-	7	680
30, IV, 86 <sup>a</sup>	Subducción (Mich)	7.0	410	7	-	-	7	400
12, III, 87 <sup>b</sup>	Local	3.0	-	1	2	-	3	45
7, VI, 87 <sup>b</sup>	Subducción (Gro)	4.8	270	6	7	-	13	480
15, VII, 87 <sup>b</sup>	Normal (Oax)	5.9	280	10	7	-	17	1020
8, II, 88 <sup>c</sup>	Subducción (Gro)	5.8	290	55	5	-	60	3910
10, III, 89 <sup>b</sup>	Subducción (Gro)	5.0	240	13	-	-	13	330
25, IV, 89 <sup>c</sup>	Subducción (Gro)	6.8	305	66	2	-	68	12430
2, V, 89 <sup>c</sup>	Subducción (Gro)	5.0	305	50	3	-	53	3280
12, VIII, 89 <sup>b</sup>	?	5.5	220	14	3	-	17	370
11, V, 90 <sup>d</sup>	Subducción (Gro)	5.3	295	51	4	5	60	3930
31, V, 90 <sup>e</sup>	Subducción (Gro)	6.1	295	71	7	16	95	8800

S - en superficie  
E - en estructuras  
P - en pozo

Tabla 1 Sismos registrados por la red acelerométrica de la ciudad de México desde 1985

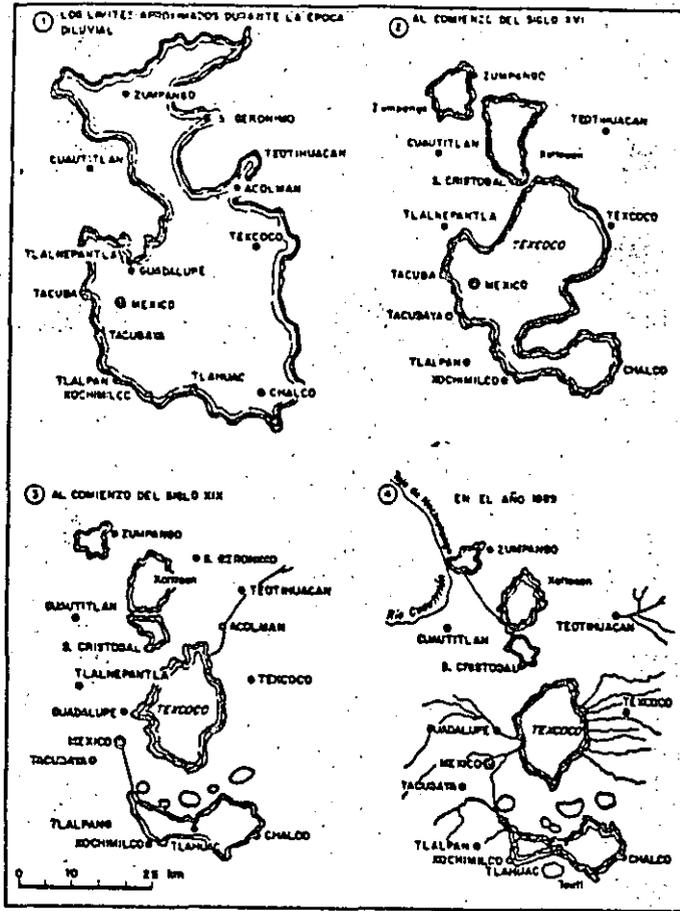


Fig 1 Proceso de desecación de los lagos del valle de México

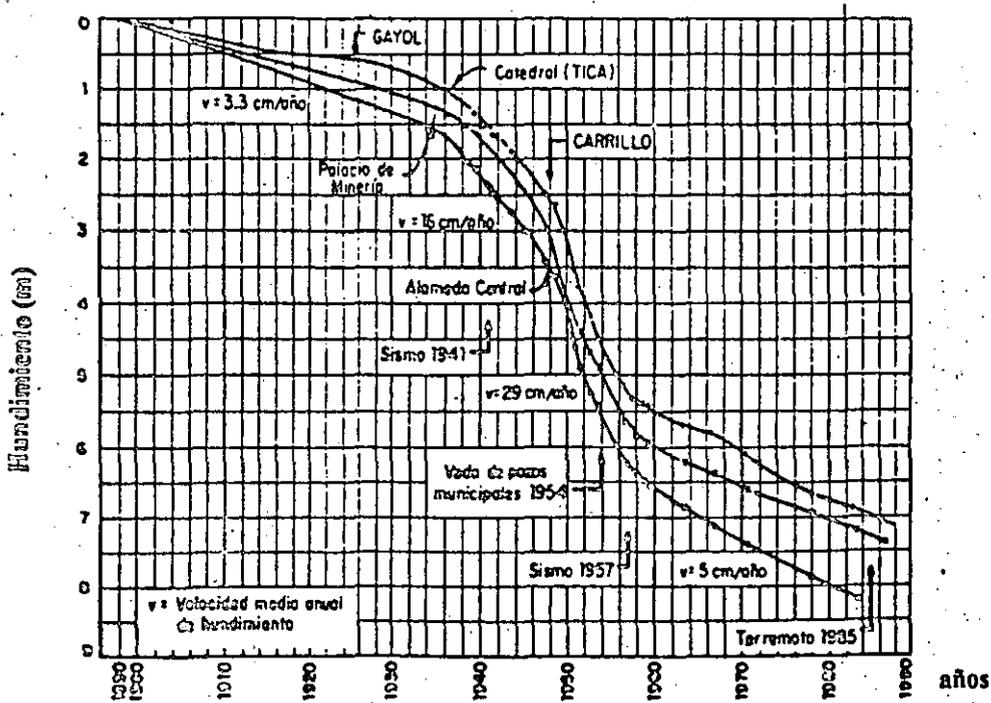


Fig 2 Historia de los hundimientos desde 1900 en algunos sitios del centro de la ciudad

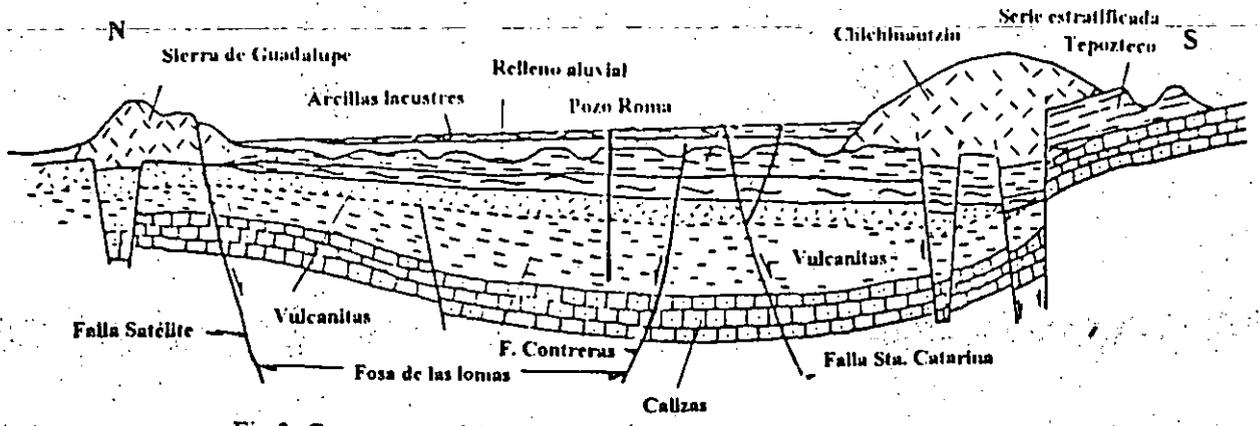


Fig 3 Corte esquemático que muestra la parte superficial de la cuenca

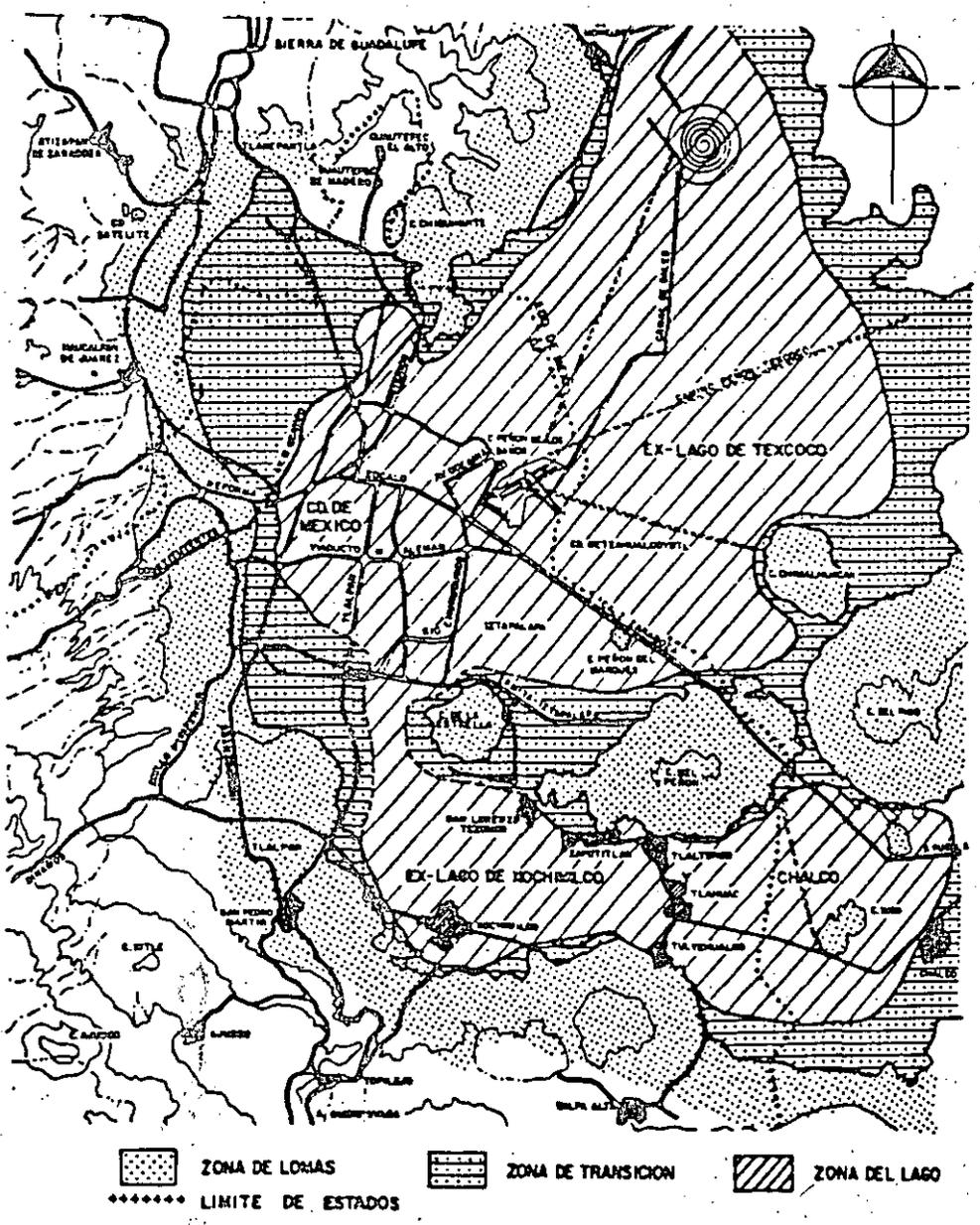


Fig 4 Zonificación geotécnica y parte del valle de México (1987)

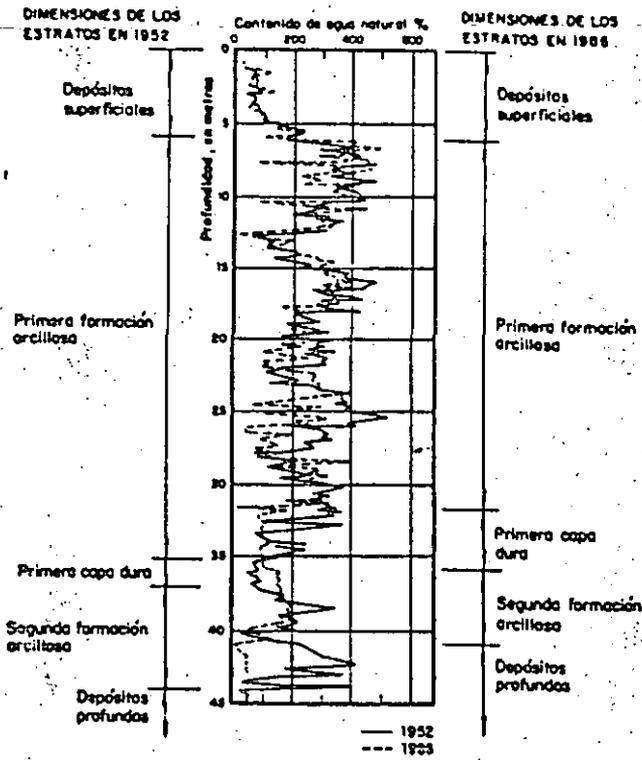


Fig 5 Estratigrafía típica de la zona lacustre

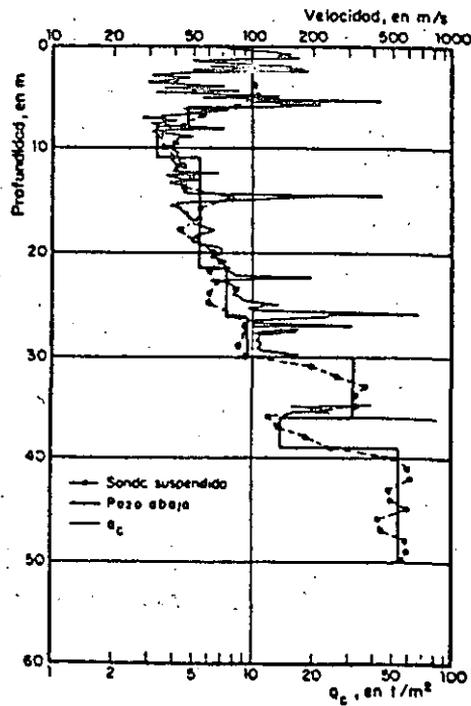


Fig 6 Velocidad de ondas de corte en zona lacustre como función de la profundidad

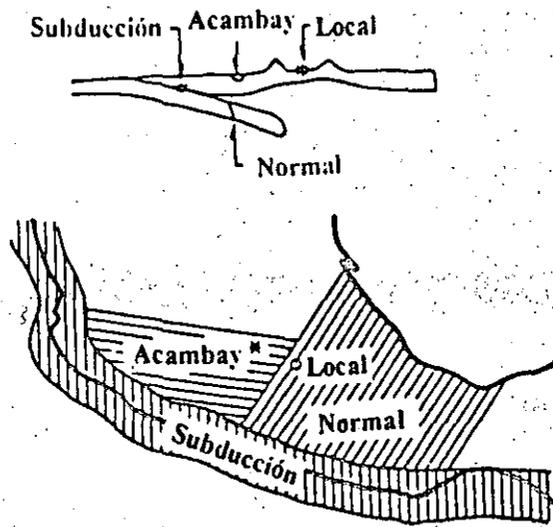


Fig 7 Los cuatro tipos de temblores considerados y sus posibles regiones de ocurrencia

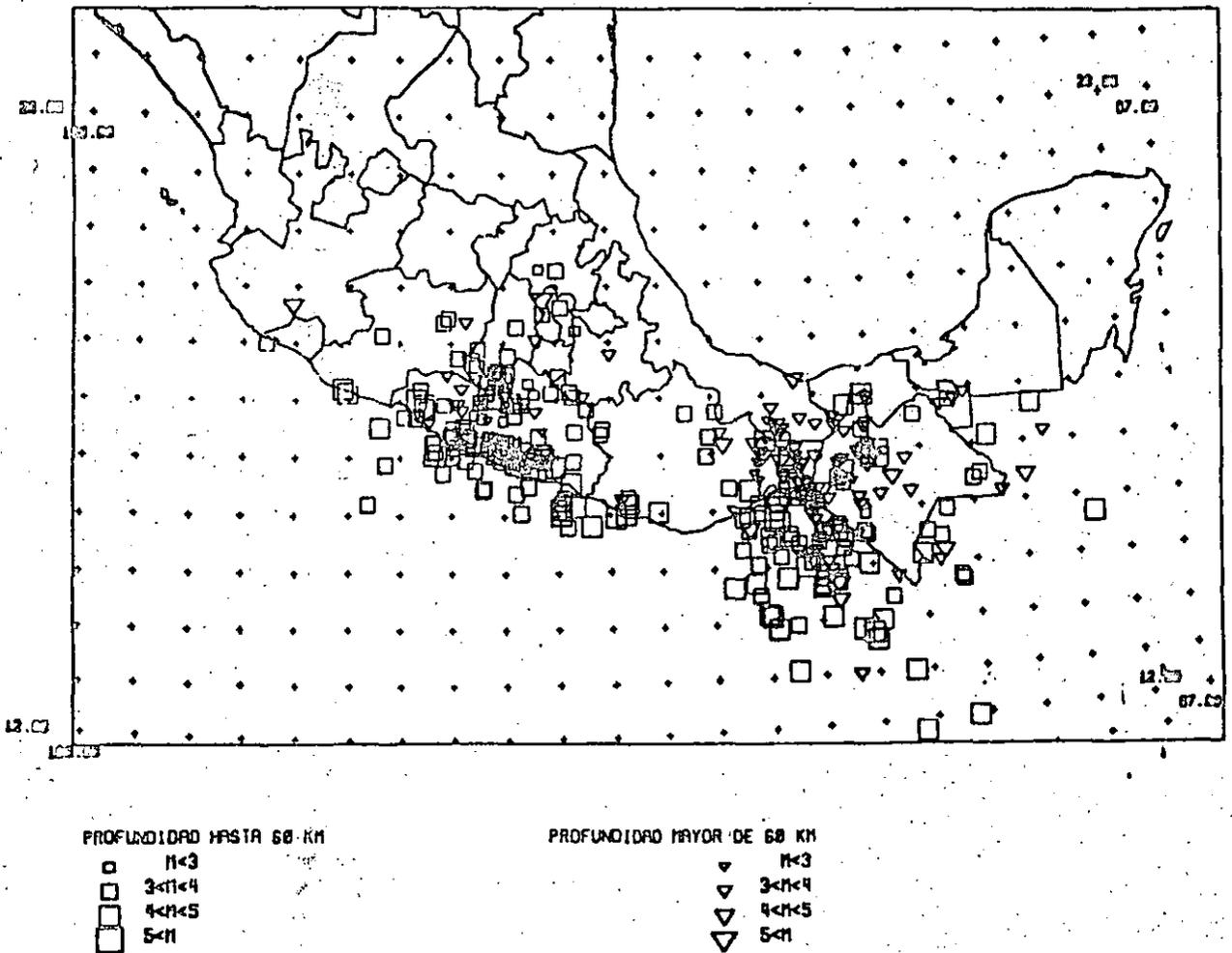


Fig 8 Sismos localizados en junio de 1990

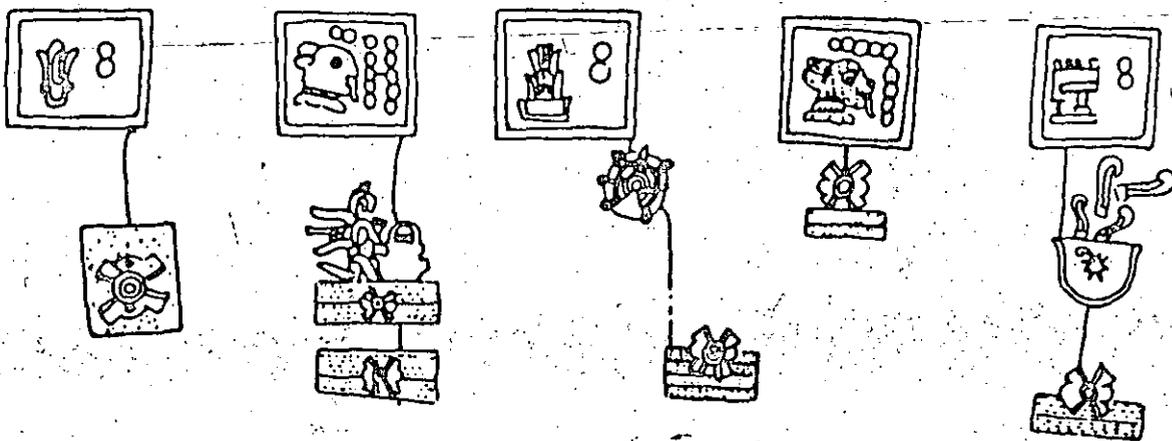


Fig 9 Glifos que indican el año y la ocurrencia de temblores

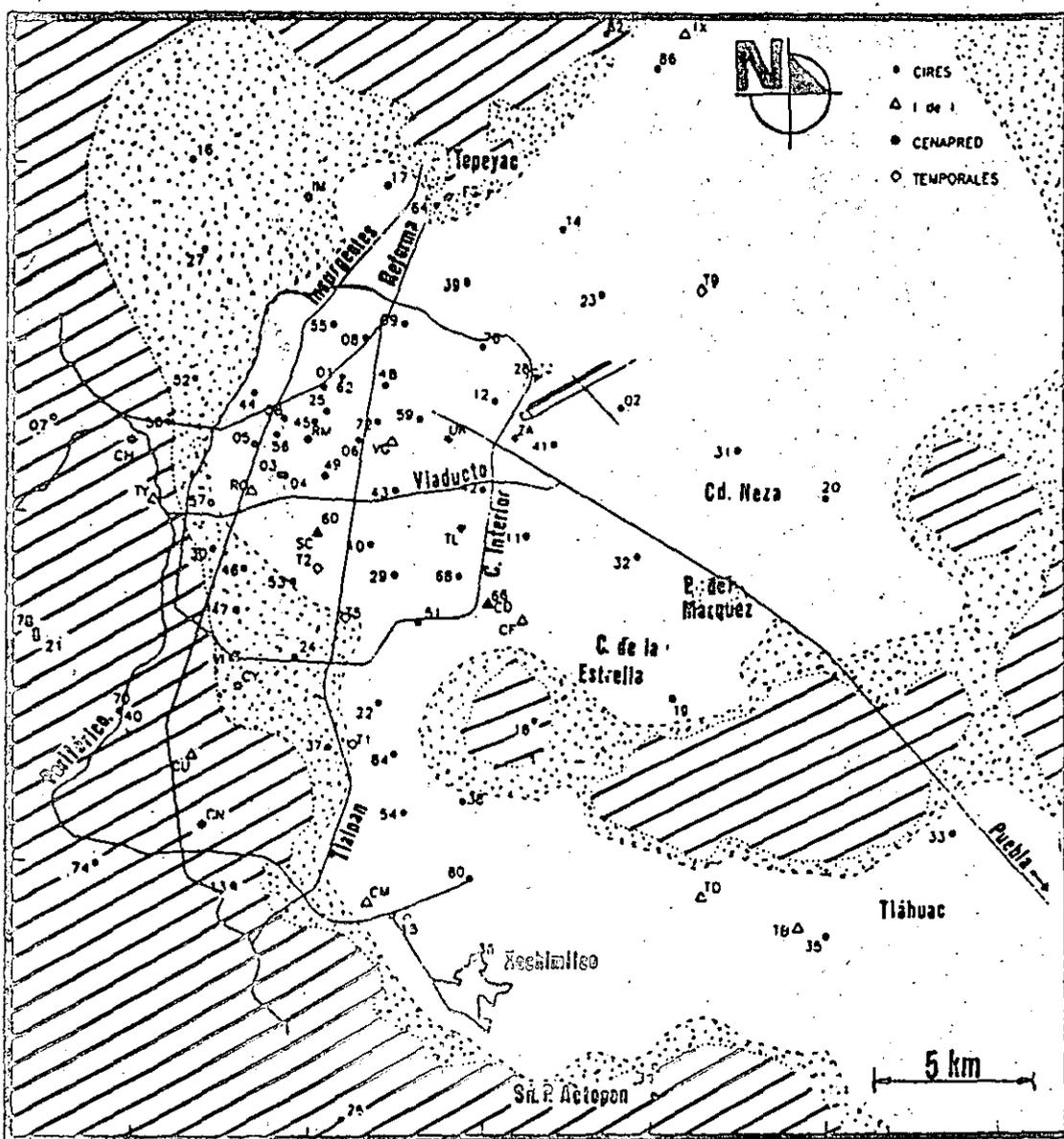


Fig 10 Red acclerométrica de la ciudad de México, zonas geotécnicas y puntos de referencia

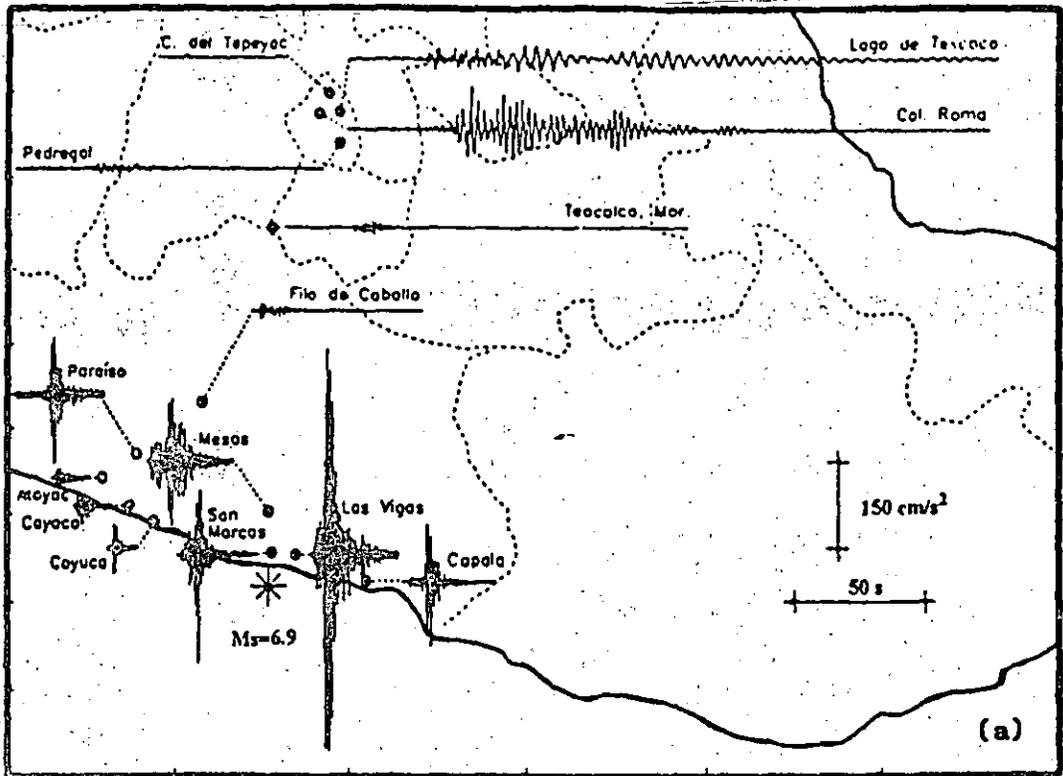


Fig 11 Aceleraciones registradas por las redes de Guerrero y de la ciudad de México para el sismo del 25 de abril

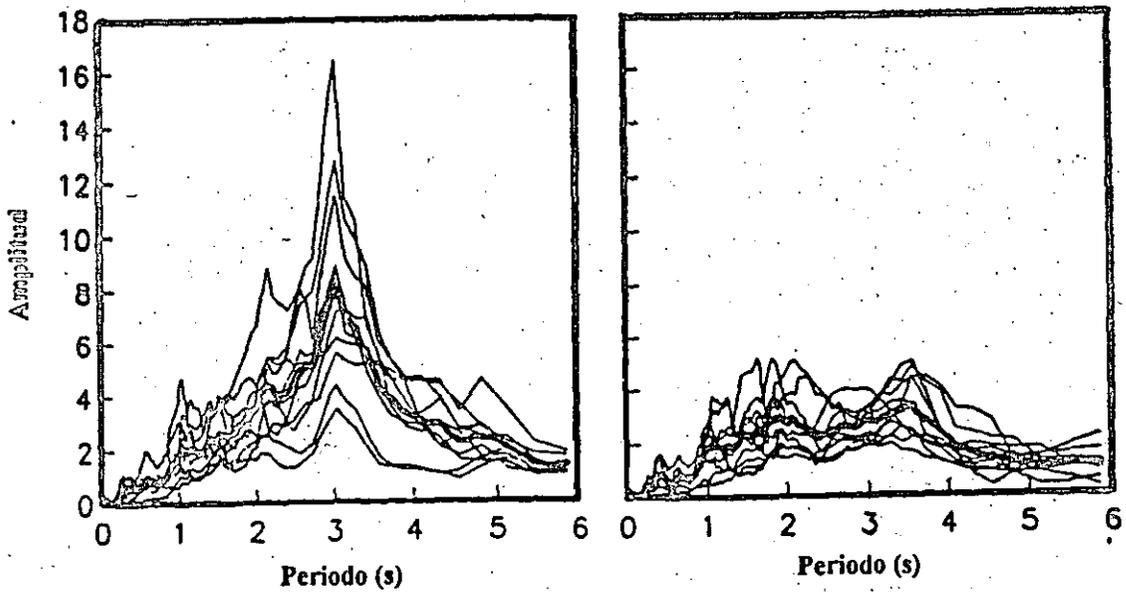


Fig 12 Amplificación espectral de sitios en terreno firme del valle de México respecto a Teacalco

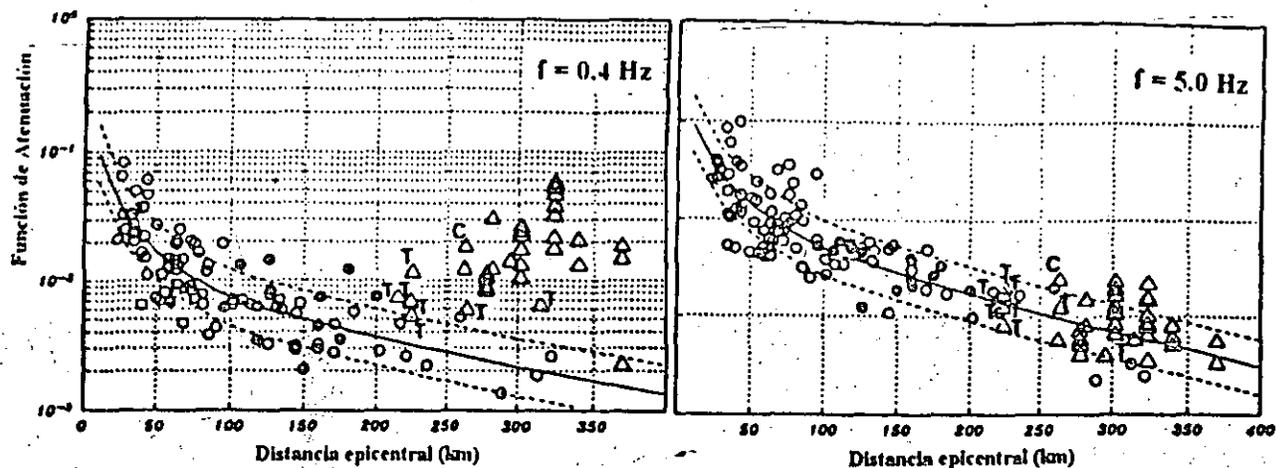


Fig 13 Ordenadas espectrales contra distancia epicentral de sitios en terreno firme

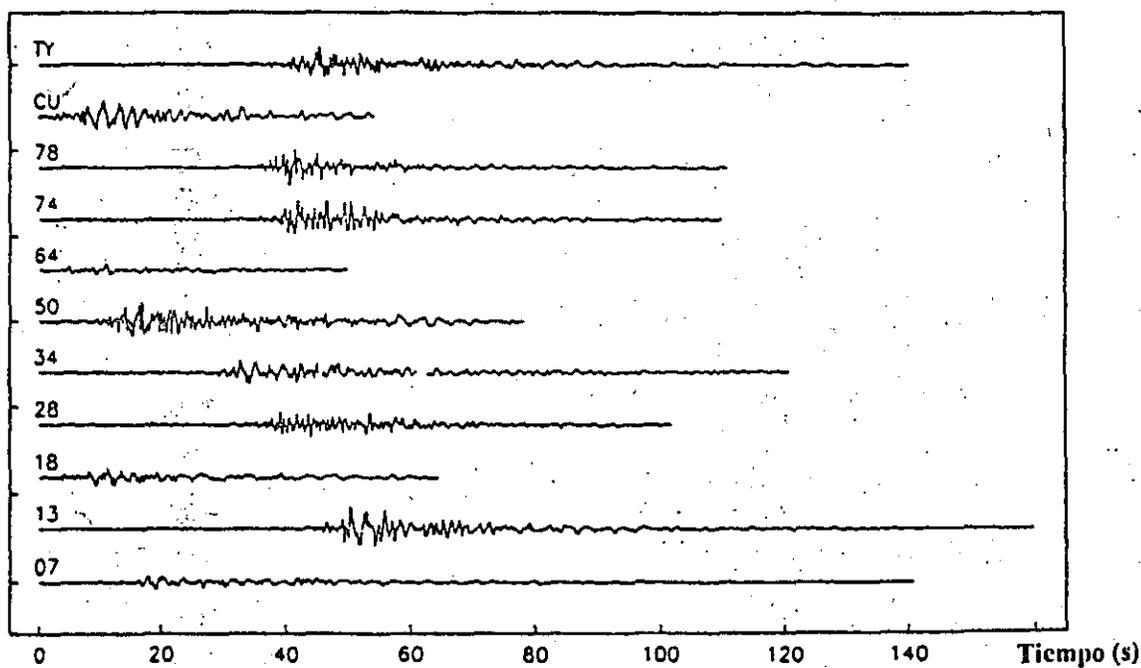


Fig 14 Aceleraciones registradas en el valle de México durante el sismo del 25 de abril en once sitios de terreno firme

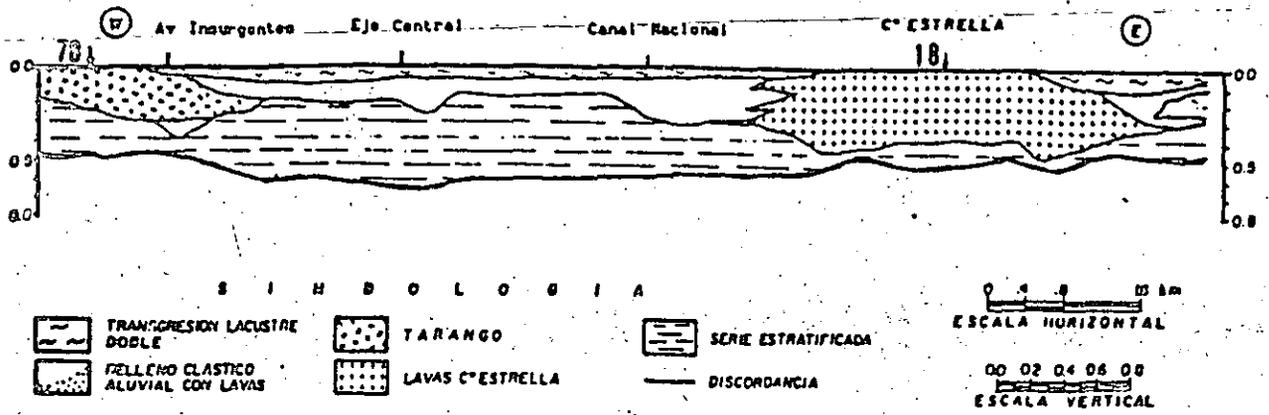


Fig 15 Corte esquemático que corre por Ermita Iztapalapa mostrando los sitios 78 y 18

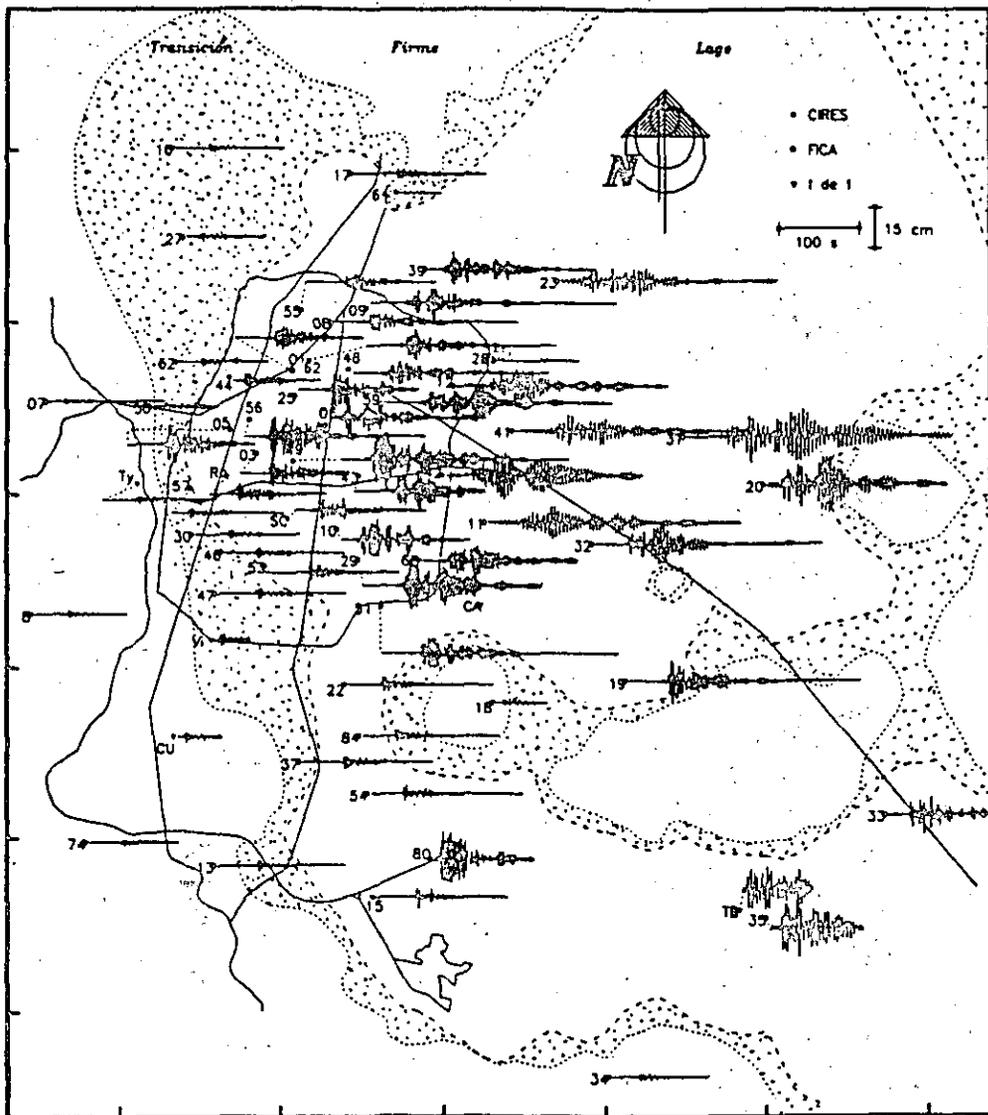


Fig 16 Desplazamientos norte-sur en el valle de México del sismo del 25 de abril

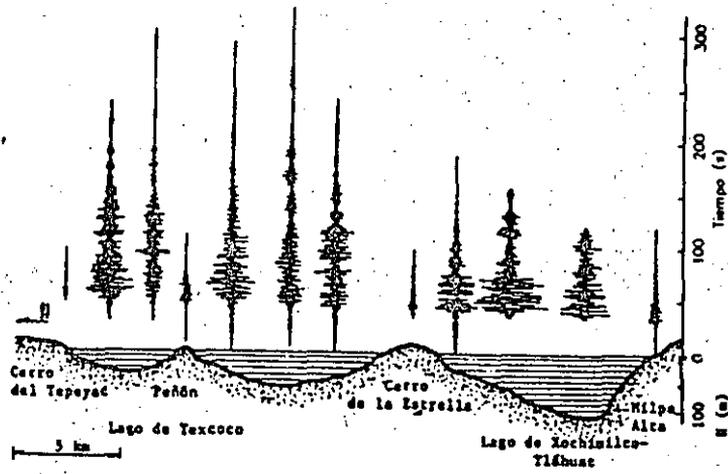


Fig 17 Aceleraciones en una sección norte-sur del valle de México para el sismo del 25 de abril

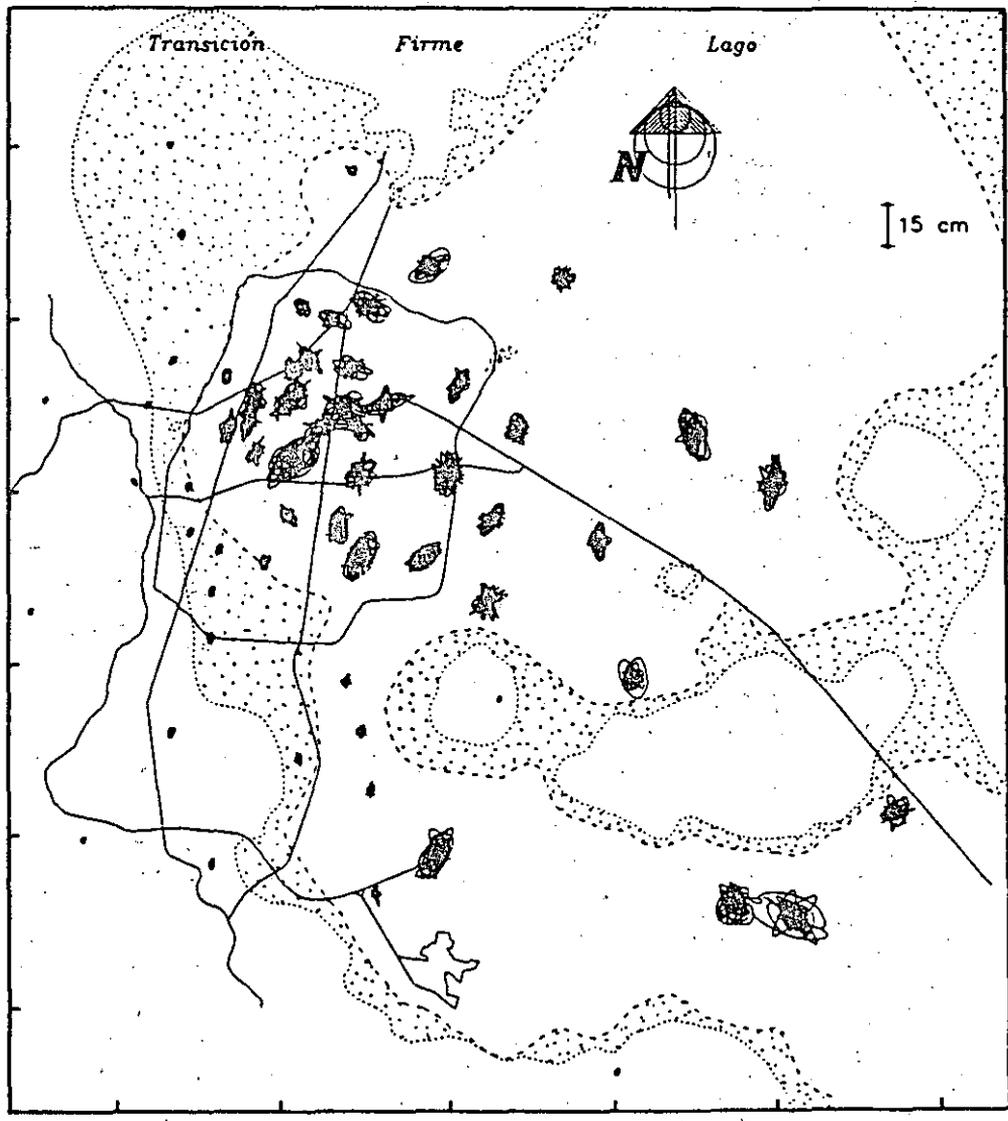


Fig 18 Desplazamientos en el plano horizontal en el valle de México para el sismo del 25 de abril

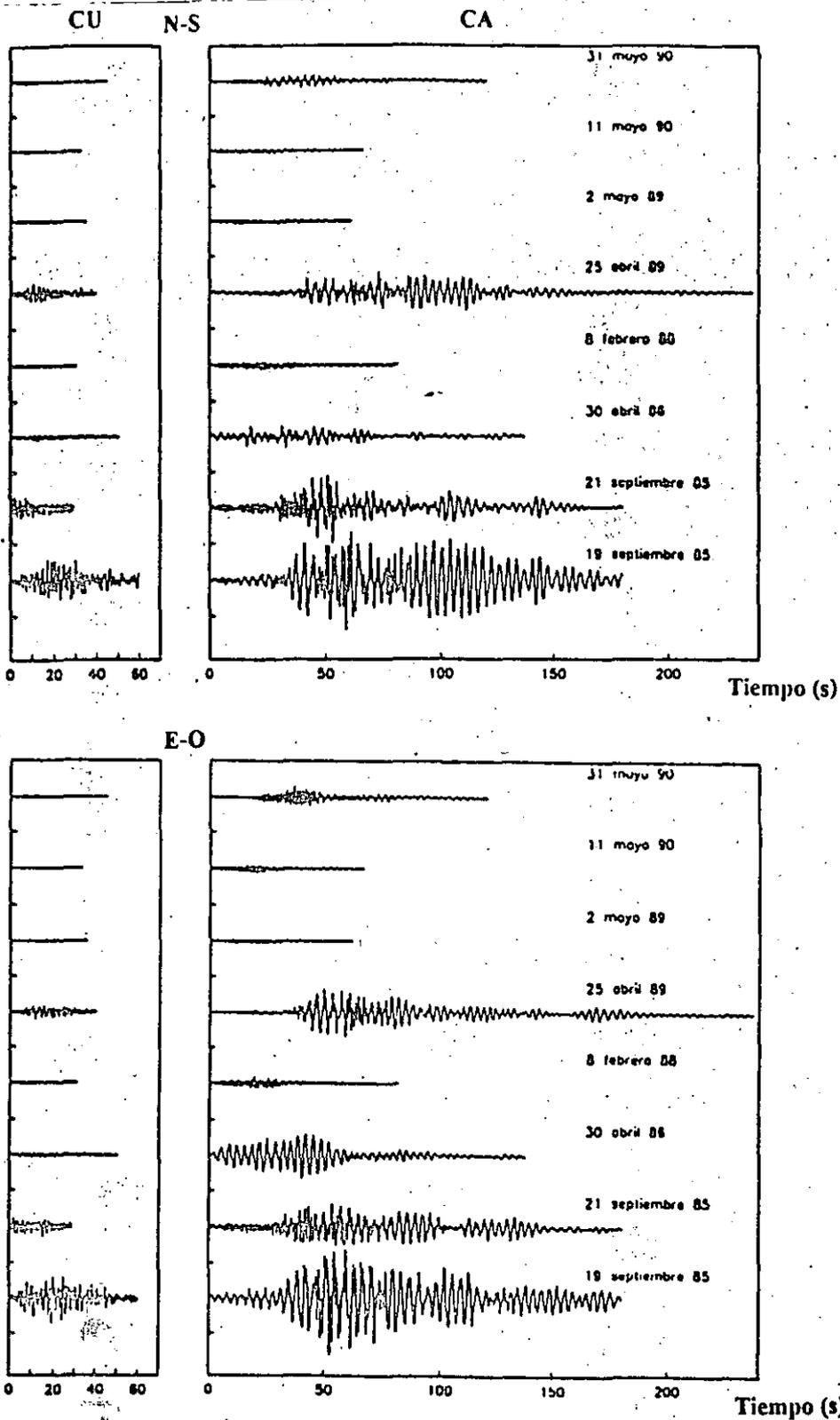


Fig 19 Registros de aceleración en Ciudad Universitaria y Central de Abastos captados durante ocho sismos recientes

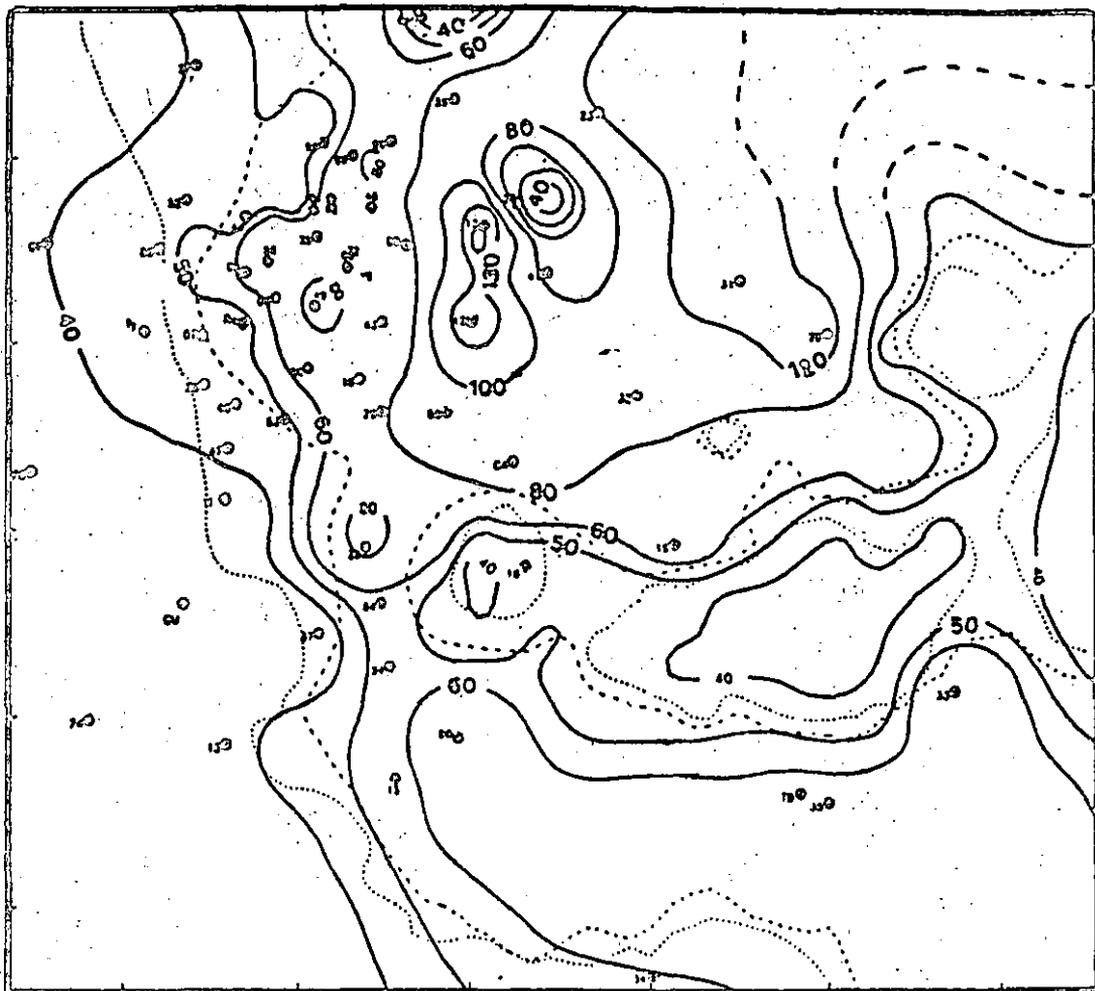


Fig 20 Curvas de igual duración de la fase intensa para el componente norte-sur del 25 de abril

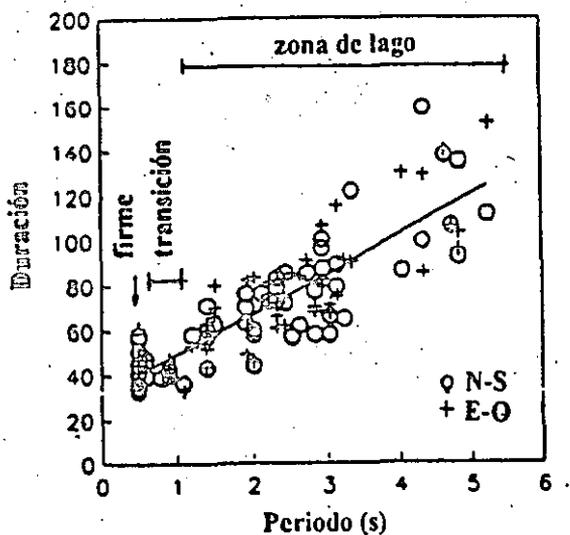


Fig 21 Duración contra periodo dominante

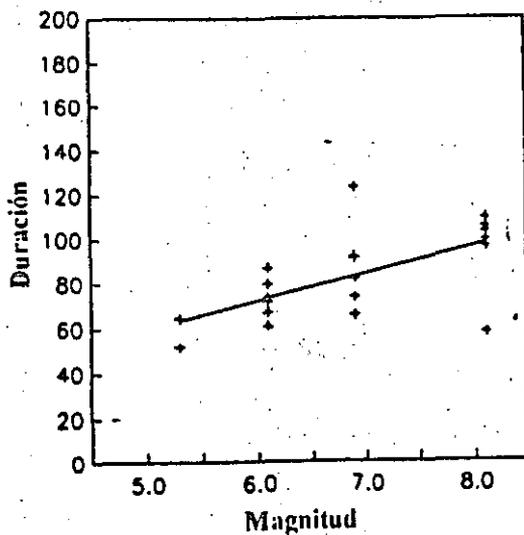


Fig 22 Duración contra magnitud

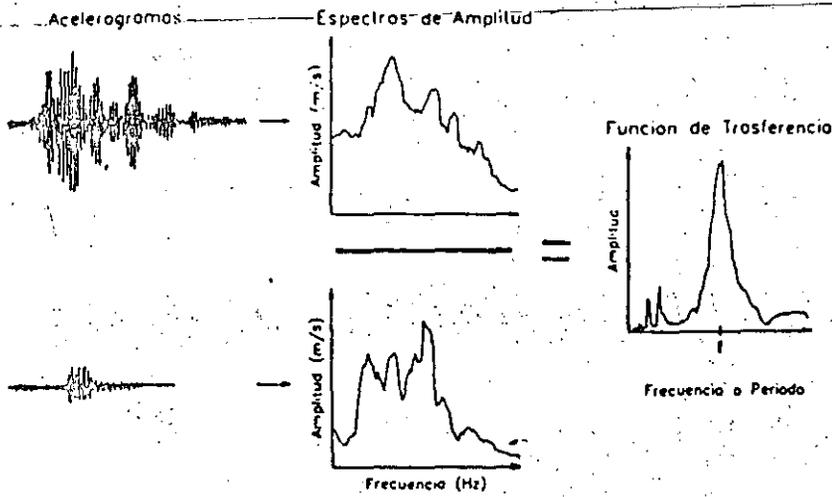


Fig 23 Obtención de un cociente espectral o función de transferencia empírica

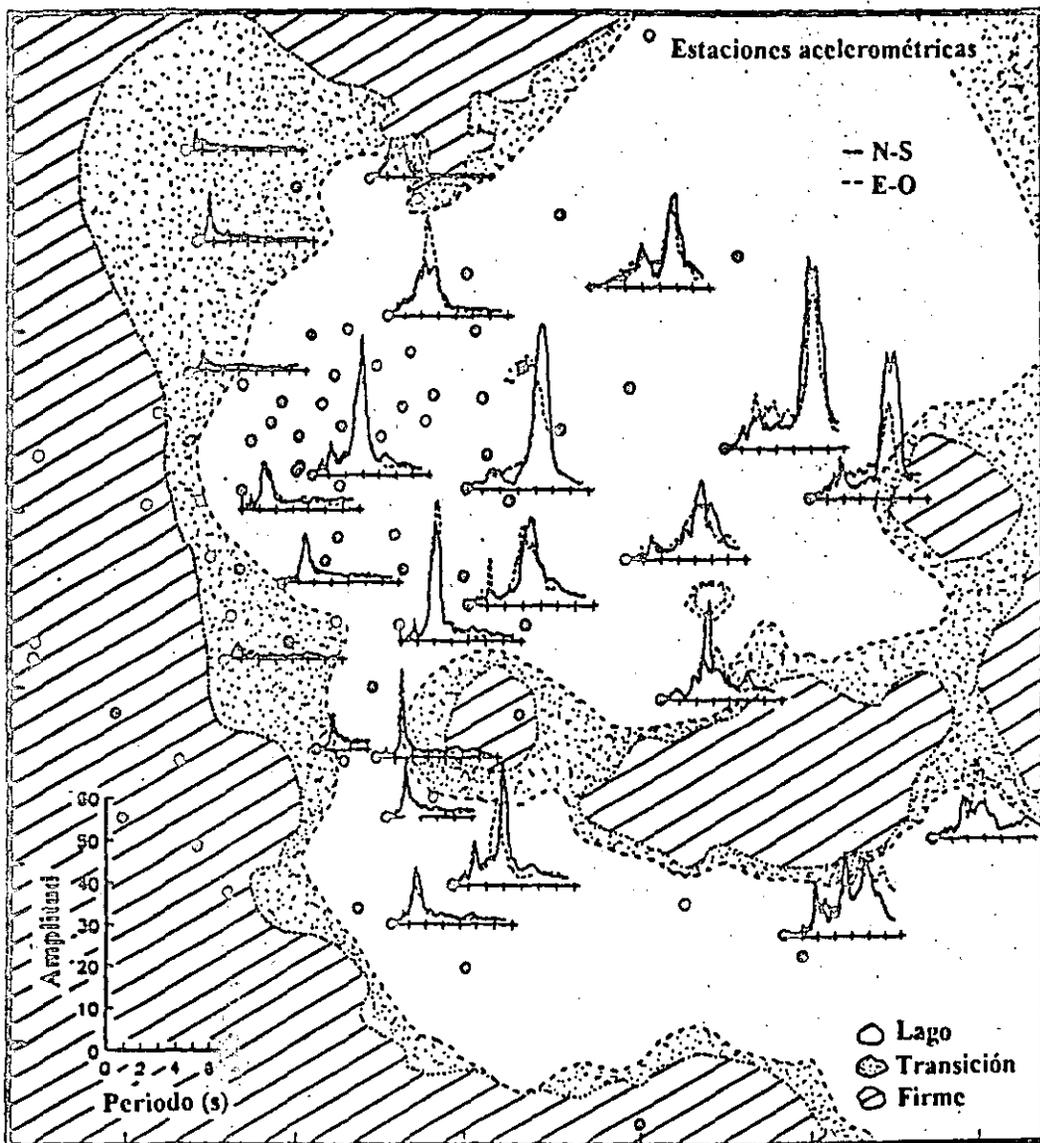


Fig 24 Algunos cocientes espectrales promedio calculados para el valle de México

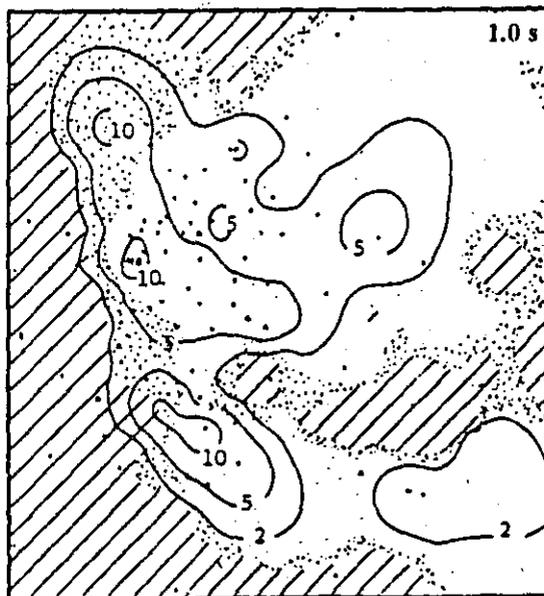
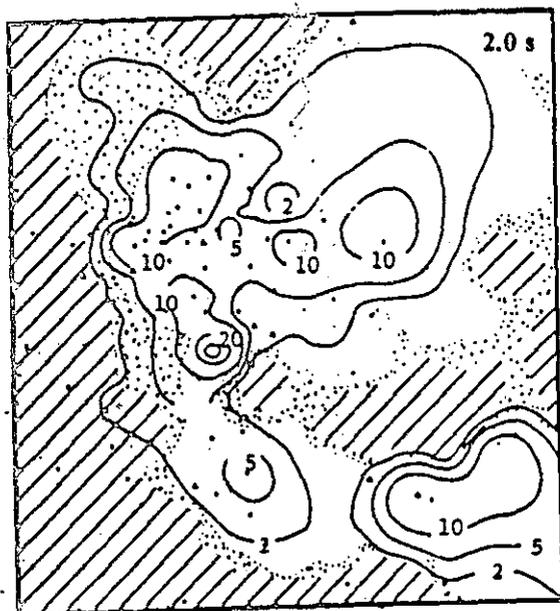
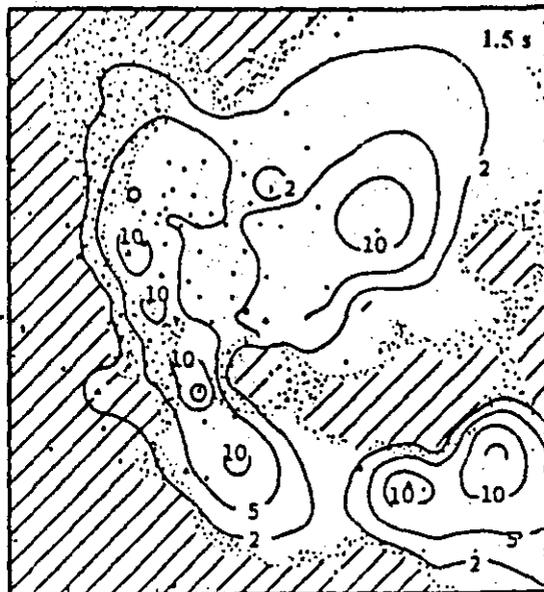


Fig 25 Curvas de igual amplificación dentro del valle de México para diferentes periodos

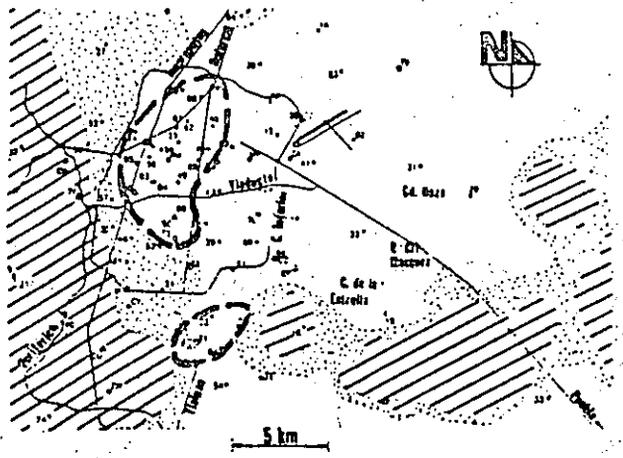


Fig 26 Zona de daños causados por sismos recientes en la ciudad de México

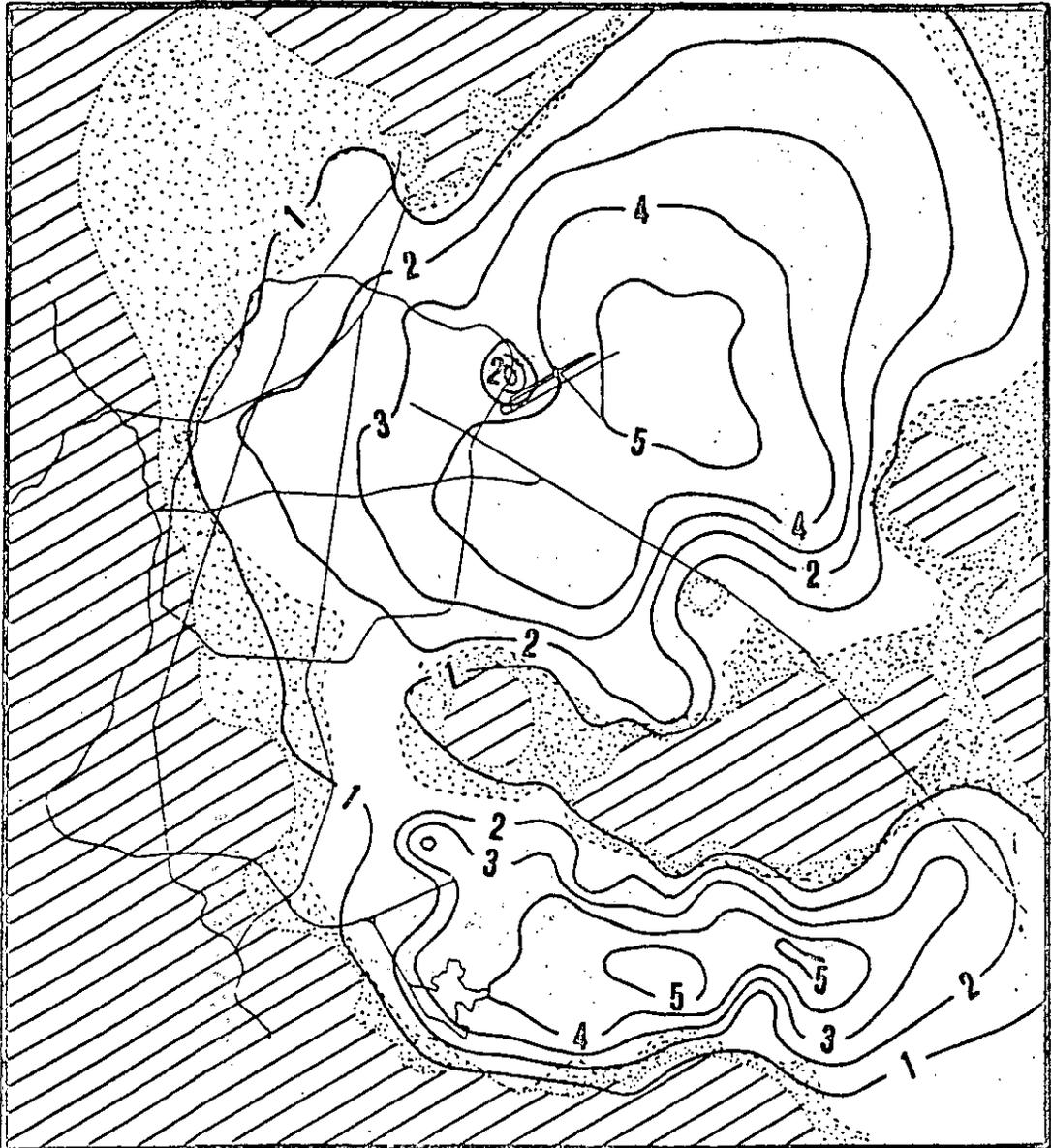


Fig 27 Mapa de la ciudad de México con curvas de igual periodo

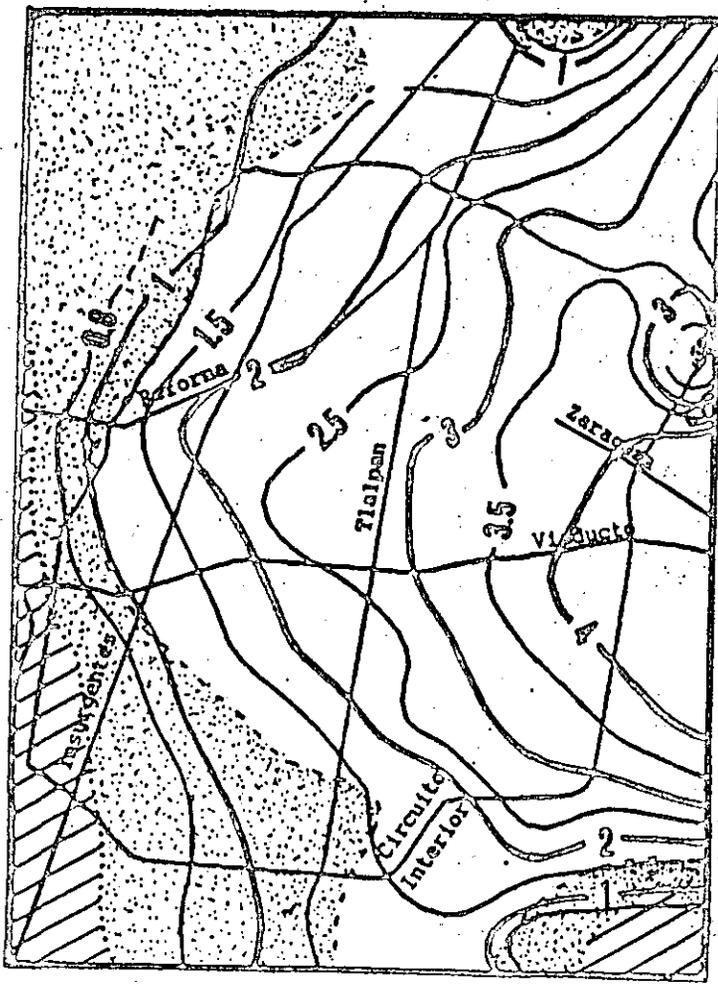


Fig 28 Mapa del centro de la ciudad con curvas de igual periodo

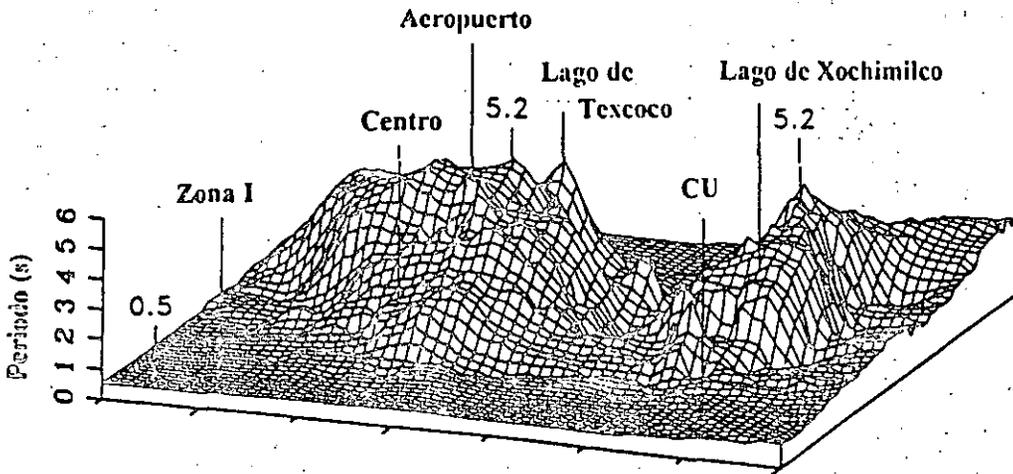


Fig 29 Gráfica tridimensional de periodos dominantes en la ciudad de México

# Site effects on strong ground motion

FRANCISO J. SÁNCHEZ-SESMA

*Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Cd. Universitaria, Apdo. 70-472, Coyoacán 04510, Mexico, D.F. Mexico*

A review of some of the available methods to study the effects of site conditions on strong ground motion is presented. The need of unified treatment of source, path and site effects in the assessment of seismic risk is pointed out.

**Key Words:** strong ground motion, site effects

## INTRODUCTION

It has long been recognized that site effects can significantly affect the nature of strong ground motion. In some situations, ground motion amplification can adequately be inferred using simple one-dimensional models. However, due to lateral variations, the problem must be dealt with as a spatial phenomenon.

Local conditions can generate large amplifications and important spatial variations of seismic ground motion. These effects are of particular significance in the assessment of seismic risk, in studies of microzonation, in planning and in the seismic design of important facilities (Esteva, 1977; Ruiz, 1977). In particular, local irregularities can be relevant in calculating the seismic response of long structures (see Fig. 1) like dams, bridges or life-line systems (e.g., Esquivel and Sánchez-Sesma, 1980; Ruiz and Esteva, 1981).

The effect of soil conditions in ground motion has been observed in well-documented earthquakes (Sozen *et al.*, 1968; Jennings, 1971) and in regression analyses of strong motion data. For instance, there is significant evidence that subsurface topography, i.e., lateral heterogeneities, are related to localized damage distribution in the Skopje, Yugoslavia earthquake of July 26, 1963 (Poceski, 1969). It has been suggested that focusing of the wave energy, by irregular interfaces, generated large motion amplification in limited zones of the city (Jackson, 1971). The same can be said of the recent destructive Michoacán earthquake of September 19, 1985. In this case the combination of site effects with a continuous flux of energy from a distant source was of disastrous consequences in Mexico City. The phenomenon of local amplification in sedimentary basins has been related to the formation of caustics Rial, 1984). Damage statistics of buried utility pipes in the Miyagiken-Oki, Japan earthquake of June 12, 1978 have shown spectacular increase in the number of occurred failures near the cut-and-fill boundary of a newly developed area (Kubo and Isoyama, 1980). Such damage has been associated with failures of the ground (Irikura, personal communication).

Topographical effects have been invoked to explain the high acceleration recorded at the Pacoima Dam (1.25 g)

during the San Fernando, California earthquake of February 9, 1971 (Trifunac and Hudson, 1971; Boore, 1973). For the aftershocks of the same earthquake, Davis and West (1973) in a series of observations have found significant local amplifications due to topographical relief. In a field study in the Appalachian Mountains using distant mine blasts as sources, average amplitude ratios between mountain top and valley sites were determined (Griffiths and Bollinger, 1979). These average ratios showed that the seismic wave amplitudes at the crests were amplified by factors from 1.7 to 3.4. In Fig. 2 three seismograms for the same event in the Powell Mountain area are shown. The positions of recording sites are also displayed in the figure. Dealing with destructive earthquakes, evidence shows that damaging effects tend to increase where steep relief or complicated topography

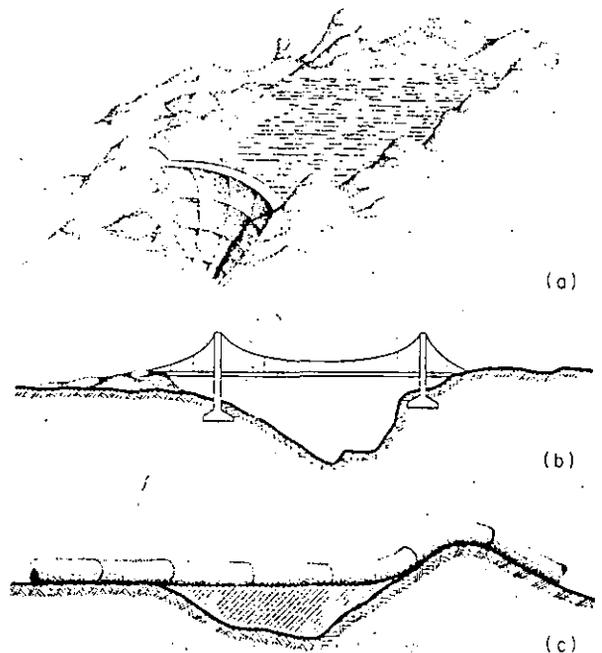


Fig. 1. Long structures at irregular sites: (a) dam; (b) bridge; and (c) a life-line system

Accepted February 1986. Discussion closes June 1987.

0267-7261/87/010124-09\$2.00

© 1987 Computational Mechanics Publications

is present. Recent case histories were offered, by the November 23, 1980 Southern Italy earthquake, where topography related increments of up to 2 degrees in the MSK intensity scale have been observed (Siro, 1982).

As pointed out by Trifunac (1980), the strong earthquake shaking of interest in earthquake engineering falls in the frequency range from about 0.1 Hz to about 20 Hz and since the seismic wave velocities near the earth's surface lie in the range from about 0.1 km/s to about 3 km/s, it can be seen that the corresponding wave lengths are from tens of meters to tens of kilometers. Thus, the topographical and geological irregularities of dimensions near to this range will have considerable influence on the corresponding waves. It follows that the extent and detail of local conditions required to study their effects should be considered in terms of the wave lengths associated with the periods of motion which are more important for a particular analysis. For a tall building, a dam or a bridge, for example, these local site dimensions might be of several kilometers. On the other hand, for stiff structures or small buildings, these dimensions can be from tens to hundreds of meters.

Although recent work has emphasized the physical understanding of site effects so that quantitative predictions can be made (Boore, 1983a), there is still lack of criteria for dealing with the problem taking into account source, path and local conditions. Active research is needed to predict more accurately the local effects, given the source parameters. Indeed, it is encouraging the recent progress on strong motion prediction using mathematical modelling techniques (Aki, 1982). Much of the research is concentrated on the understanding of fault mechanics and wave propagation in the Earth. It is generally accepted that high frequency radiation, which controls accelerations, comes from very localized parts of the fault. A powerful asymptotic theory of high frequency radiation has been recently developed (Madariaga, 1983). Applications of the theory are coming (e.g., Bernard and Madariaga, 1984). However, it should be noted that the foci of future earthquakes are not known; their location, mechanism and amount of released energy can only be speculated in terms of regional seismicity models (Esteva, 1976). On the other hand, the knowledge of geological details is generally small to justify the use of very refined models of wave propagation, particularly for the high frequencies. It is then clear, in view of the mentioned uncertainties, that the problem of seismic risk assessment must be dealt within a probabilistic framework. A promising approach seems to be the use of integral measures of intensity such as Arias' (1970) combined with stochastic descriptions of the input (Boore, 1983b) and simplified models of the local irregularities (Sánchez-Sesma *et al.*, 1986).

The aim of this work is to review the problem of calculating the effects of topographical and geological irregularities on ground motion given some kind of seismic waves as input. For this purpose the current formulation of the problem, the known analytical solutions and some of the available numerical methods are briefly discussed. It is hoped that this work could serve to stimulate discussion and interest on the problem.

#### FORMULATION OF THE PROBLEM.

There is no doubt that the source mechanism governs the

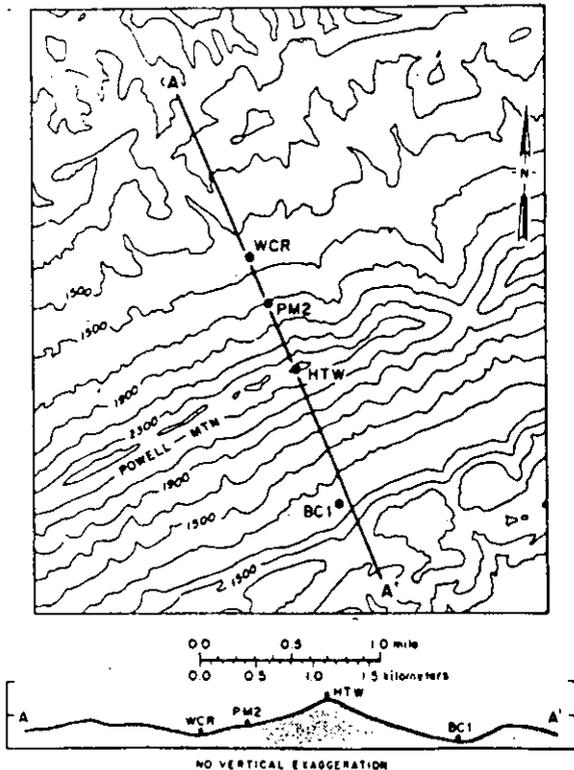
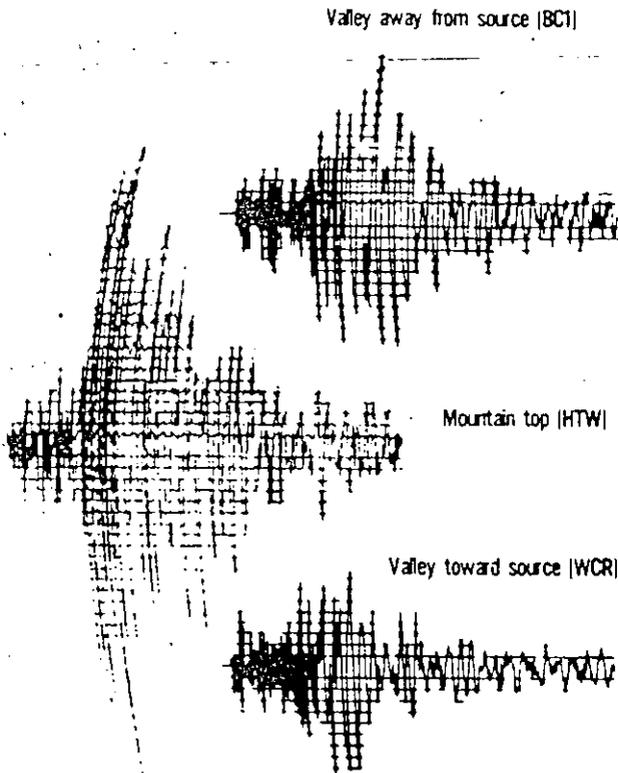


Fig. 2. Seismograms at three stations at the Powell Mountain area and location of the recording sites. Epicentral distance was about 30 km. Topographic contour interval is 200 ft (61 m) (After Griffiths and Bollinger, 1979)

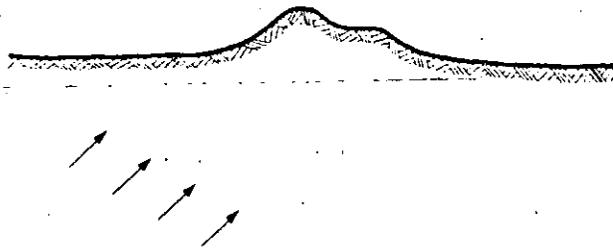


Fig. 3. Half-space with irregular surface and incident elastic waves

way in which the released seismic energy is radiated in space and time. However, seismic waves, once emitted by the source, are dependent on the mechanical properties of earth materials and the heterogeneities encountered in their path. This is also true dealing with irregular local conditions. Moderate changes in mechanical impedances or irregularities with size comparable to incident wave lengths can generate significant amplifications and spatial variations of ground motion (Boore, 1972b).

Plane waves are reflected back and refracted forward as they arrive at a plane interface. The amounts of reflected and transmitted energy depend on the mechanical properties of the media involved. Reflection and refraction in elastic wave propagation can well be described by geometrical means. Let us call diffraction to every change in the waves' path that can not be described as reflection or refraction. To study diffraction of elastic waves it is necessary to solve a boundary value problem for the governing equations of linear elasticity (e.g. Achenbach, 1973; Aki and Richards, 1980).

To fix ideas, consider an elastic, homogeneous and isotropic half-space with an irregular surface as shown in Fig. 3. Under incidence of elastic waves the irregularity will diffract the incident waves (diffraction is frequently called scattering). Diffracted waves must satisfy, together with incident waves, the governing equations (Navier equations) and the boundary conditions. Moreover, the diffracted fields must satisfy the Sommerfeld (1949) radiation condition at infinity, which means that the diffracted fields must scatter to infinity; i.e., no energy may be radiated from infinity into the irregular region. The Sommerfeld radiation condition has been extended to elastic wave fields by Kupradze (1965).

## ANALYTICAL SOLUTIONS

The simplest problems in elastic wave diffraction are the two-dimensional *SH*-wave problems because they can be analyzed separately from other body waves. The governing equation for this case is the scalar wave equation. Then, analytical solutions can be obtained for geometries of the scatterer which allow separation of variables (Mow and Pao, 1971). Using this method, exact solutions have been obtained for the diffraction of *SH*-waves by canyons and alluvial valleys with semi-circular (Trifunac, 1971, 1973) or semi-elliptical shapes (Wong and Trifunac, 1974a,b). Even with these simple models of local irregularities, complicated interference patterns were found and the calculated surface displacement fields varied strongly in space (see Fig. 4). Results are very sensitive to incidence angle and frequency. Results for alluvial valleys show the importance of the two-dimensional behaviour gives much larger amplifications

than those obtained from unidimensional calculations. These analytical solutions have shown the importance of the problem and they provide a check for numerical procedures.

A very simple result can also be obtained for two-dimensional wedges of any angle under incidence of plane or cylindrical of *SH*-waves. Using a representation of the solution given by Macdonald (1902) it is possible to show that the amplification (or reduction) coefficient at the vertex is given by  $2/\nu$ , where  $\nu\pi$  = internal angle of the wedge (Sanchez-Sesma, 1985). Surprisingly, amplifications larger than  $2/\nu$  were found in other regions of the surface.

For the more difficult cases of *P*- or *SV*-incident waves the orthogonal wave functions developed in classical physics are not separable for the half-space surface due to the coupling of boundary conditions. Lee (1982) overcame this difficulty for a semi-spherical canyon by expanding the spherical wave functions into a power series which matched all the boundary conditions successfully. However, this approach limited to small frequencies.

Under additional simplifying assumptions other analytical solutions have been obtained using orthogonal wave functions. For an acoustic medium exact expressions for the scattered fields generated by incidence of *P*-waves on canyons of semi-circular and semi-spherical shapes have been obtained (Singh and Sabina, 1977). The results however, are of small utility because the acoustic assumption can hardly be met in real cases. The problem of vertically incident *P*-waves upon a semi-ellipsoidal three-dimensional scatterer has been solved exactly for an elastic medium in which horizontal displacements are restricted. Results for vertical displacement are in reasonable agreement with those from more reliable computations for a truly elastic medium (see e.g. Sanchez-Sesma, 1983). This is illustrated in Fig. 5.

Under the assumption of small-slope irregularities a perturbation solution has been obtained for the elastic scattered field by two-dimensional geometries (Gilbert and Knopoff, 1960). The approximation is based on replacing the irregularity by an equivalent stress distribution. An application of this method by Hudson

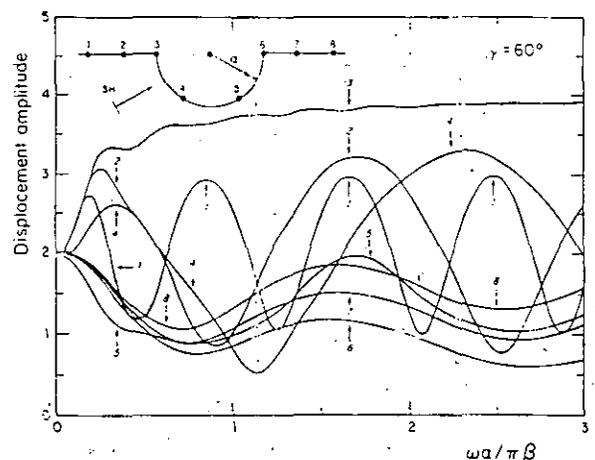


Fig. 4. Displacement amplitudes at points in the surface of a semi-circular canyon. Incidence of harmonic plane *SH* waves (After Trifunac, 1973)

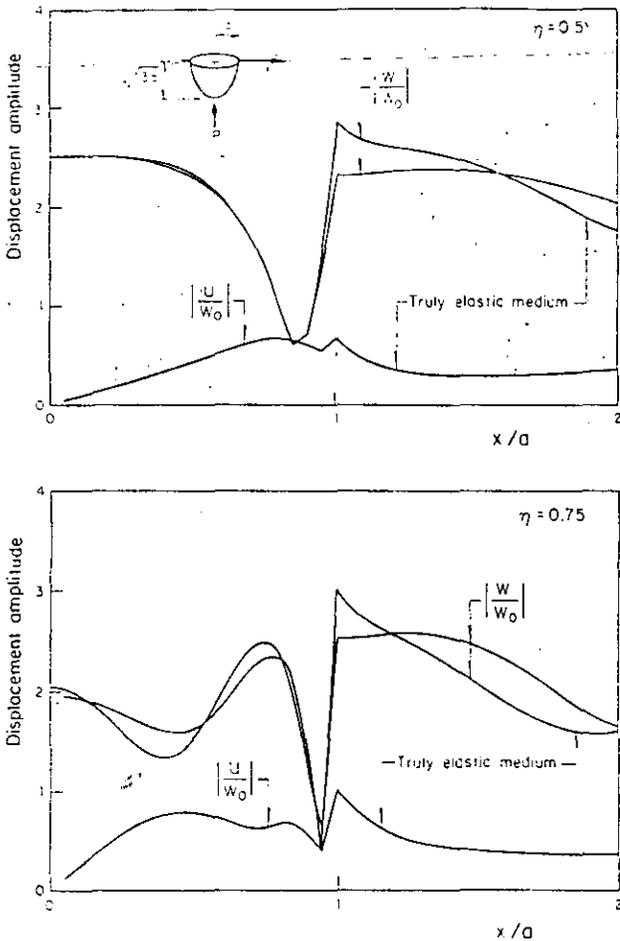


Fig. 5. Displacement amplitudes in a semi-ellipsoidal surface cavity under vertical incidence of P waves. Vertical displacements are computed for a simplified elastic medium in which horizontal motion is restricted. Comparison is provided with computations for a truly elastic medium

(1967) deals with small-slope three-dimensional scatters. With this approach reasonable estimates have been obtained of the scattered Rayleigh waves as compared with observations even in cases in which slope angles are as large as 25° or 30° (Hudson and Boore, 1980).

The method of matched asymptotic expansions has no restrictions on the slope of the irregularity. It is based in matching the first terms of an outer expansion of the near field with those of an inner expansion of the far field (Sabina and Willis, 1975, 1977). Although the method is limited to very small frequencies, results are in qualitative agreement with observations.

### NUMERICAL METHODS

A powerful technique has been developed by Aki and Larner (1970) to treat scattering of SH-waves by irregular interfaces. In the Aki-Larner method, it is assumed incidence of a plane single-frequency. The diffracted field is represented by superposition of plane waves of unknown complex amplitudes propagating in many directions. Inhomogeneous plane waves are allowed. The method is restricted to small-slope irregularities for numerical reason only because it does not include

explicitly upgoing waves. Then, even if the representation in terms of plane waves is complete, convergence to the true solution can be very slow. The total motion is obtained from integration over horizontal wave number. Under the assumption of horizontal periodicity of the irregularity, the integral is replaced by an infinite sum. Truncation of this sum and application of the interface conditions of continuity of stress and displacement in the wavenumber domain lead to a system of linear equations for the complex scattering coefficients. This method has been applied by Bouchon (1973) to study the effects of two-dimensional irregular topographies on ground motion for incidence of SH, SV and P waves. Figure 6 shows some results. An extension of the method has been advanced by Bouchon and Aki (1977a,b) to represent with this discrete-wave-number technique near source seismic fields in a layered medium with irregular interfaces. Another extension, now to time domain calculations, has been developed to study the seismic response of alluvial valleys (Bard and Bouchon, 1980a,b) under incidence of SH, P and SV waves. The Aki-Larner technique has been used by Bard (1982) to analyze the effects of two-dimensional elevated topography on ground motion. An additional extension of the method is due to Bouchon (1985) in which upgoing waves are explicitly included in the analysis, thus eliminating the restriction of small-slopes. Calculations for irregular layered media show a very good performance of the extended method (Campillo and Bouchon, 1985). The method has been used to model the fields generated by real faults (Bouchon, 1979; Campillo, 1983). It can be

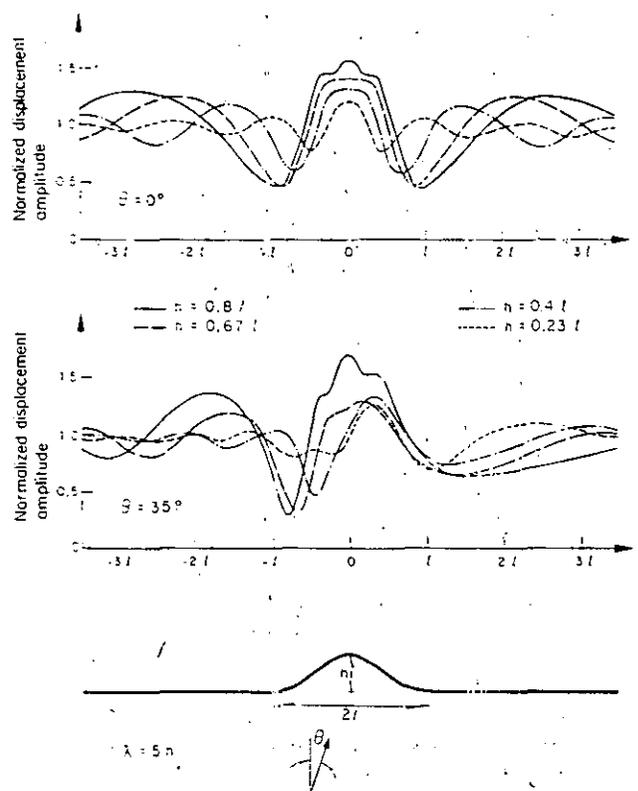


Fig. 6. Normalized displacement amplitudes in the surface of a ridge under incident SH waves. (After Bouchon, 1973)

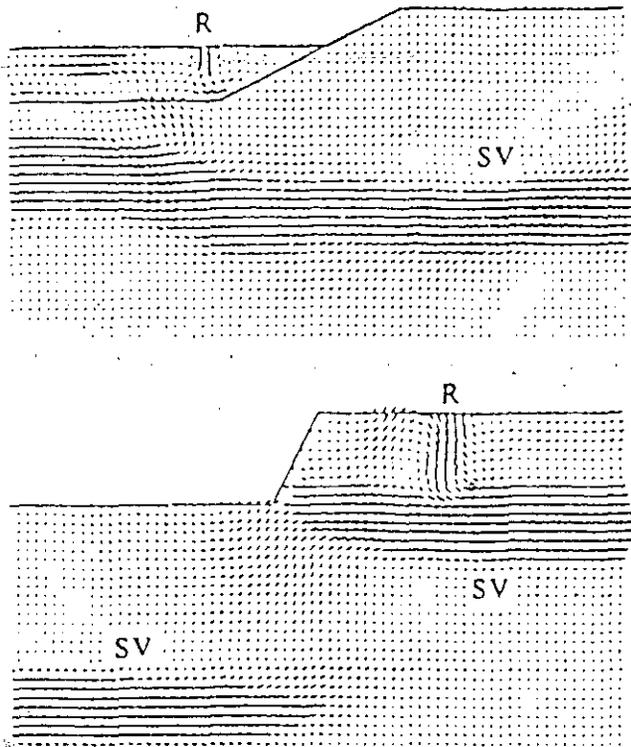


Fig. 7. Generation of surface Rayleigh waves by surface irregularities. In both cases the incident field consists of SV waves. (After Ohtsuki, et al., 1984)

used to model ground motion considering together the effects of source, path and local conditions. However, the numerical computations involved may become very expensive for many real cases.

The finite difference method is also a powerful tool in elastic wave propagation studies (Alterman and Karal, 1968; Boore, 1972a). It has been applied to model two-dimensional irregular interfaces (Boore *et al.*, 1971) and ridges (Boore, 1972b) in the *SH* case and also for incident *P* and *SH*-waves upon a sedimentary basin (Harmsen and Harding, 1981) and a step-like topography (Boore *et al.*, 1981). Interesting results have been found concerning the significant generation of Rayleigh surface waves by lateral irregularities. Recent work by Ohtsuki and coworkers (Ohtsuki and Harumi, 1983; Ohtsuki *et al.*, 1984a; 1984b) confirm this fact. They have used a combination of finite differences and finite elements. Figure 7 displays some results which show this important effect. For incidence of *P* waves upon a surface slot the computations by Ilan and Bond (1981) give good agreement with experiments. It is found that the amplitude of the scattered Rayleigh wave is, as expected, dependent on incidence angle. A finite difference analysis of axisymmetric topographical irregularities has been presented to study the effects of vertically incident shear waves (Liao *et al.*, 1980). Spectral ratios were obtained and comparison with observations gives reasonable agreement. The finite difference method is theoretically unlimited to model details and nonlinear behaviour of materials, but the size of the problem can easily exceed the capacity of major computing facilities.

The finite element method also allows a detailed description of site topography and layering. With this method it is possible to calculate the response of two-

dimensional soil configurations with truly nonlinear stress-strain relations (Streeter *et al.*, 1974; Joyner and Chen, 1975; Joyner, 1975). The major disadvantage of the method is its low-frequency limit and high cost. Usually, real time analysis must be shortened to avoid the reflections from the artificial boundaries. The use of different transmitting techniques can reduce the spurious waves to some extent (e.g., Smith, 1974, 1975; Ayala and Aranda, 1977; Clayton and Engquist, 1977; Castellani *et al.*, 1981; Liao and Wong, 1981). Successful criteria have been developed for damping out the unwanted reflections by means of nonuniform element size (Day, 1977) or by combining finite elements with a boundary integral representation of the conditions at the edges of the studied domain (Franssens and Langasse, 1984). Finite elements have been used to treat problems of irregular layering (Lysmer and Drake, 1972; Drake, 1972; Ayala and Aranda, 1977) and two-dimensional topographical irregularities (Castellani *et al.*, 1982) under idealized conditions. Nevertheless, a realistic wave analysis can be very costly.

Ray methods have also been used to study the ground motion in sediment filled basins with irregular interfaces (e.g., Jackson, 1971; Hong and Helmberger, 1977; Lee and Langston, 1983; Rial, 1984) or dipping layers (Ziegler and Pao, 1984).

An extension of ray theory based on a paraxial approximation of the elastic solution has been recently used to study many problems of wave propagation in inhomogeneous media (e.g., Nowack and Aki, 1984; Madriaga, 1984). These solutions are called Gaussian beams because of the Gaussian shape of the wave amplitude around a central ray. The high frequency character of Gaussian beams place them as a very promising tool to study site effects on strong ground motion.

Experimental techniques can be very useful in describing topographical or layering site effects. Using polyurethane foam models King and Brune (1981) were able to obtain results for sedimentary basins. Excellent agreement was found with analytical solutions.

In recent years boundary methods have gained increasing popularity. This fact is mainly due to the availability of high speed computers. Boundary methods are well suited to deal with wave propagation problems because they avoid the introduction of fictitious boundaries and reduce by one the dimensionality of the problem. These facts yield numerical advantages. Moreover, boundary methods can be used together with the finite element method (Zienkiewicz *et al.*, 1977). Then, the region modelled with finite elements can be smaller (e.g., Ayala and Gómez, 1979; Shah *et al.*, 1982).

There are two main approaches to the formulation of boundary methods: one is based on the use of boundary integral equations (Cruse and Rizzo, 1968a,b; Brebbia, 1978; Cole *et al.*, 1978; Alarcón *et al.*, 1979), and the other, on the use of complete systems of solutions (Herrera and Sabina, 1978; Herrera, 1980a). The scattering of incident *SH*-waves from two-dimensional irregular topographies has been formulated with integral equations by Wong and Jennings (1975) for arbitrarily shaped canyon-like profiles and by Sills (1978) for ridges and mixed shapes. This method has been applied with success to calculate the effects of a dipping layer of alluvium on the displacement field due to a *SH*-wave source on the surface

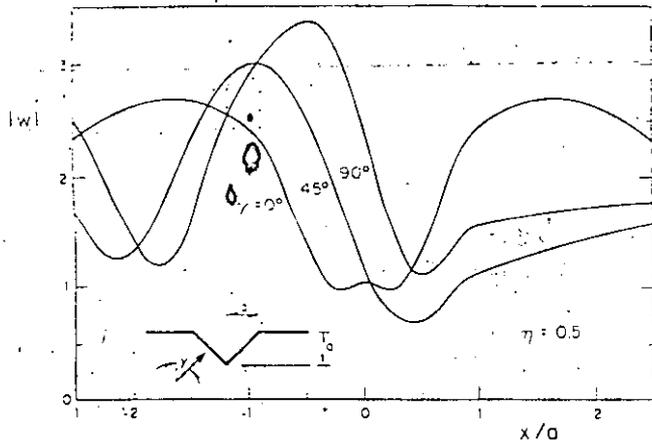


Fig. 8. Displacement amplitudes on the surface of a triangular canyon with 45° slopes for different incidence angles and normalized frequency  $\eta=0.5$ , incidence of SH waves

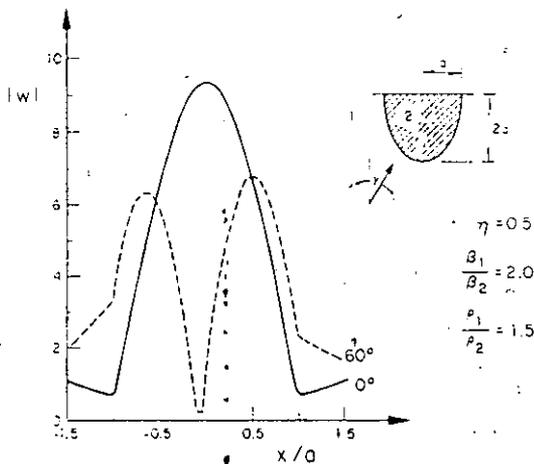


Fig. 9. Displacement amplitudes at the free-surface. Semi-elliptical alluvial valley. Incidence of SH waves with angles 0° and 60 degrees. Normalized frequency  $\eta=0.5$

(Wong *et al.*, 1977). Results compare favourably with observations during a full-scale low-amplitude propagation test. A powerful approach which combines the boundary integral equation method with finite differences in time has been presented (Cole *et al.*, 1978) for elastodynamic problems. The performance of the method was found to be good in a simple numerical problem. A boundary method has been developed and applied to solve two-dimensional scattering of harmonic elastic waves by canyons (Sánchez-Sesma, 1978, 1981; Sabina *et al.*, 1979; Sánchez-Sesma and Rosenblueth, 1979; Wong, 1979, 1982; England *et al.*, 1980; Sánchez-Sesma *et al.*, 1982a; 1985), alluvial deposits (Sánchez-Sesma and Esquivel, 1979; Ize *et al.*, 1981; Dravinski, 1982a, b, 1983) and ridges (Sánchez-Sesma and Esquivel, 1980; Sánchez-Sesma *et al.*, 1982b) for different types of waves and shapes, of the scatterers. The method consists of constructing the scattered fields with linear combinations of members of a complete family of wave functions (Herrera and Sabina, 1978; Herrera, 1984). These families of functions, which are solutions of the governing equations of the problem, can be constructed in a very

general way, with single or multipolar sources having their singularities outside the region of interest. Coefficients of the linear forms thus constructed are obtained from a least-squares matching of boundary conditions. As pointed out by Wong (1982), the method can be considered as a generalized inverse one. He suggested a procedure which improves the solution numerically. A general framework for the method is given by a recent algebraic theory of boundary value problems (Herrera, 1979, 1980a, b; 1984). Figures 8, 9 and 10 illustrate typical results for incidence of SH-waves, Figure 11 shows the amplitudes of vertical and horizontal displacements in the surface of a semicircular canyon for incidence of Rayleigh waves. Results are displayed for three different frequencies  $\eta=2a/\lambda$ , where  $\lambda$ =wavelength of the incoming waves.

The approach has been extended to three-dimensional problems (Sánchez-Sesma, 1983; Sánchez-Sesma *et al.*, 1984). The case of incident elastic P, SV and Rayleigh waves upon axisymmetric irregularities on the surface of an elastic half-space was formulated using an azimuthal decomposition. The diffracted fields were constructed with multipolar solutions of the reduced Navier equations in spherical coordinates (Takeuchi and Saito, 1972; Aki and Richards, 1980). For a semi-spherical alluvial deposit and vertical incidence of P-waves a very large amplification was found as compared with the flat layer problem. In Figs. 12 and 13 the amplitudes of displacements are shown for two three-dimensional problems. In both cases incidence of P waves is assumed with normalized frequency  $\eta_k = \omega a / \pi \beta = 1$ . Figure 12 present the case of a semi-spherical canyon. Finally, an example for a ridge appears in Fig. 13. The shape of the ridge is given by  $z = -h(1 + 2\xi^2 - 3\xi^4)$ , where  $\xi^2 = (x^2 + y^2)/a^2 < 1$ .

CONCLUDING REMARKS

The influence of topographic and geological irregularities on seismic ground motion has been briefly discussed and some of the available methods to deal with the problem

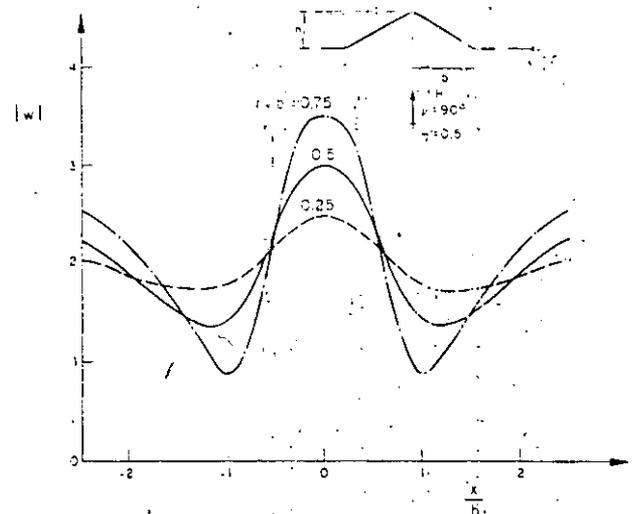


Fig. 10. Displacement amplitudes at the free-surface. Ridges with different aspect ratio  $h/b$ . Vertical incidence of SH waves with normalized frequency  $\eta=0.5$

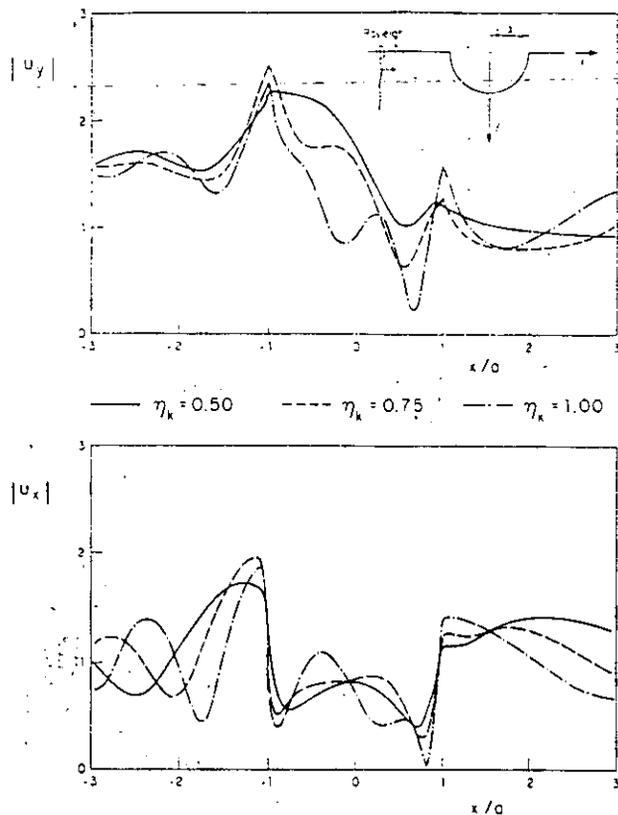


Fig. 11. Amplitudes of vertical and horizontal displacements at the free-surface. Semicircular canyon. Incidence of Rayleigh waves with normalized frequencies  $\eta_k = 0.5, 0.75, 1.0$  (Poisson ratio 0.33)

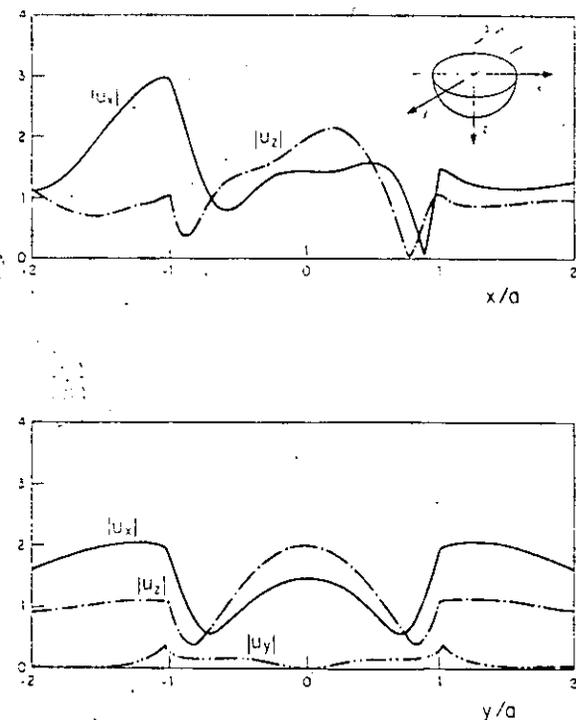


Fig. 12. Surface displacement amplitudes. Semi-spherical canyon under incidence of P waves with incidence angle of  $60^\circ$  and normalized frequency  $\eta_k = 1.0$  (Poisson ratio 0.25)

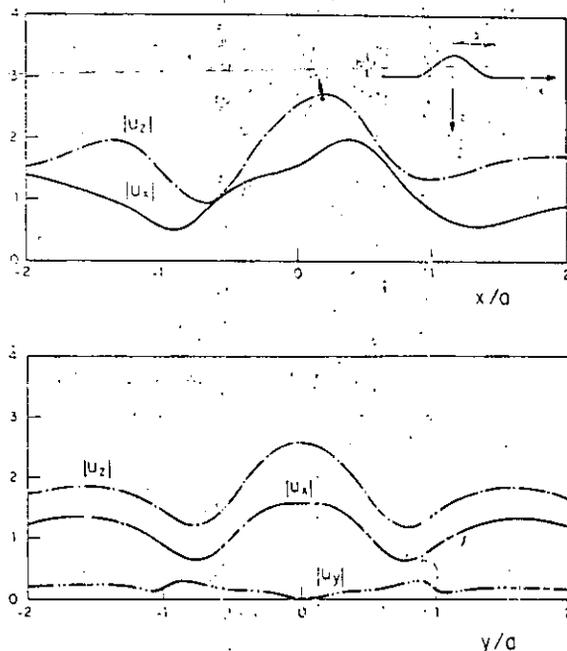


Fig. 13. Surface displacement amplitudes. Axisymmetric ridge with  $h/a = 0.5$ . Incidence of P waves with incidence angle of  $30^\circ$  and normalized frequency  $\eta_k = 1.0$  (Poisson ratio 0.25)

were reviewed. They have been used to study various aspects of local effects. Discrete wave number and finite differences allow the modelling of various types of irregularities and provide physical understanding of site effects as they are aimed to produce time signals of the response. With the advent of supercomputers their capabilities are being extended both in the complexity of the problems and in the possibility of dealing with high frequency signals. Ray methods including the use of Gaussian beams seem to be powerful tools to deal with high frequencies. On the other hand, boundary methods, which allow the study of three-dimensional local features, are still in the development stage. It is hoped that a comparative study among the various methods will define in a clear way the advantages and limitations of each one.

There is no doubt that local conditions play an important role in the spatial variation of ground shaking and should be explicitly considered in the design of some important facilities, as well as in microzoning. However, seismic hazard involves also the effects of source mechanism and path of seismic waves. Thus, a complete description of the problem is needed.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

Thanks are given to K. Aki, K. Irikura, M. A. Bravo and F. J. Chávez-García for the critical reading of the manuscript and for helpful discussions. This review was done while the author was on leave from the National University of Mexico as a visiting professor at the Department of Geological Sciences, University of Southern California, Los Angeles, California, USA. This work was partially supported by the National Science Foundation under Grant CEE-8408227.

## REFERENCES

- Achenbach, J. D. *Wave propagation in elastic solids*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1973
- Aki, K. Strong motion prediction using mathematical modeling techniques, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1982, **72**, S29-S41
- Aki, K. and Larner, K. L. Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.* 1970, **70**, 933-954
- Aki, K. and Richards, P. G. *Quantitative seismology, theory and methods*, W. H. Freeman and Co., San Francisco, 1980
- Alarcón, E., Martín, A. and Paris, F. Boundary elements in potential and elasticity theory, *J. Computers and Structures* 1979, **10**, 351-362
- Alterman, Z. S. and Karal, F. C., Jr. Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1968, **58**, 367-398
- Arias, A. A measure of earthquake intensity in *Seismic design for nuclear power plants*, (Ed. R. J. Hansen), MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1970
- Ayala, G. A. and Aranda, G. R. Boundary conditions in soil amplification studies, *Proc. World. Conf. Earthquake Eng., 6th*, New Delhi, 1977
- Ayala, G. A. and Gómez, R. A. A general procedure for solving three dimensional elasticity problems in geomechanics in *Numerical methods in geomechanics*, (Ed. W. Wittke), Aachen, A. A. Balkema, Rotterdam, 1979
- Bard, P. Y. Diffracted waves and displacement field over two-dimensional elevated topographies, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1982, **71**, 731-760
- Bard, P. Y. and Bouchon, M. The seismic response of sediment-filled valleys, Part 1. The case of incident SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1980a, **70**, 1263-1286
- Bard, P. Y. and Bouchon, M. The seismic response of sediment-filled valleys, Part 2. The case of incident P and SV waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1980b, **70**, 1921-1941
- Bernard, P. and Madariaga, R. High-frequency seismic radiation from a buried circular fault, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1984, **78**, 1-17
- Boore, D. M. Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials in *Methods in computational physics* 11, (Ed. B. A. Bolt), Academic Press, New York, 1972a
- Boore, D. M. A note on the effect of simple topography on seismic SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1972b, **62**, 275-284
- Boore, D. M. The effect of simple topography on seismic waves: implications for accelerations recorded at Pacoima Dam, San Fernando Valley, California, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1973, **63**, 1603-1609
- Boore, D. M. Strong-Motion Seismology - 1979 through 1982, *Reviews of Geophysics and Space Physics* 1983a, **21**, 1308-1318
- Boore, D. M. Stochastic simulation of high-frequency ground motions based in seismological models of the radiated spectra, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1983b, **73**, 1865-1894
- Boore, D. M., Larner, K. L. and Aki, K. Comparison of two independent methods for the solution of wave scattering problems: response of a sedimentary basin to incident SH waves, *J. Geophys. Res.* 1971, **76**, 558-569
- Boore, D. M., Harmsen, S. C. and Harding, S. T. Wave scattering from a steep change in surface topography, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1981, **71**, 117-125
- Bouchon, M. Effect of topography on surface motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1973, **63**, 615-632
- Bouchon, M. Predictability of ground displacement and velocity near an earthquake fault. An example: the Parkfield earthquake of 1966, *J. Geophys. Res.* 1979, **84**, 6149-6156
- Bouchon, M. A simple, complete numerical solution to the problem of diffraction of SH waves by an irregular surface, *J. Acoust. Soc. Am.* 1985, **77**, 1-5
- Bouchon, M. and Aki, K. Discrete wave number representation of seismic source wave fields, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1977a, **67**, 259-277
- Bouchon, M. and Aki, K. Near-field of seismic source in a layered medium with irregular interfaces, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1977b, **50**, 669-684
- Brebbia, C. A. *The boundary element method for engineers*, Pentech Press, London, 1978
- Campillo, M. Numerical evaluation of the near field high-frequency radiation from quasi-dynamic circular faults, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1983, **73**, 723-734
- Campillo, M. and Bouchon, M. Synthetic SH-seismograms in a laterally varying medium by the discrete wavenumber method, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* in press
- Castellani, A., Chesi, C. and Mitsopoulou, E. An earthquake engineering wave propagation model, *Meccanica*, Journal of the Italian Association of Theoretical and Applied Mechanics, March 1981, 33-41
- Castellani, A., Peano, A. and Sardella, L. On analytical and numerical techniques for seismic analysis of topographic irregularities, *Proc. European Conf. Earthquake Eng. 7th*, Athens, Greece, 1982, 2, 415-423
- Clayton, R. and Engquist, B. Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1977, **67**, 1529-1540
- Cole, D. M., Kosloff, D. D. and Minster, Bernard J. A numerical boundary integral equation for elastodynamics. I, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1978, **68**, 1331-1357
- Cruse, T. A. and Rizzo, F. J. A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem. I, *J. Math. Anal. Appl.* 1968a, **22**, 244-259
- Cruse, T. A. and Rizzo, F. J. A direct formulation and numerical solution of the general transient elastodynamic problem. II, *J. Math. Anal. Appl.* 1968b, **22**, 341-355
- Davis, L. L. and West, L. R. Observed effects of topography on ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1973, **63**, 283-298
- Day, S. M. Finite element analysis of seismic scattering problems, PhD Thesis, University of California, San Diego, California, 1977, 149 pp.
- Drake, L. A. Love and Rayleigh waves in non-horizontal layered media, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1972, **62**, 1241-1258
- Dravinski, M. Scattering of SH waves by subsurface topography, *J. Eng. Mech. Div., Proc. ASCE* 1982a, **108**, 1-17
- Dravinski, M. Influence of interface depth upon strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1982b, **72**, 597-614
- Dravinski, M. Amplification of P, SV and Rayleigh waves by two alluvial valleys, *Soli Dynamics and Earthquake Eng.* 1983, **2**, 60-77
- England, R., Sabina, F. J. and Herrera, I. Scattering of SH waves by surface cavities of arbitrary shape using boundary methods, *Phys. Earth Planet. Ints.* 1980, **21**, 148-157
- Esquivel, J. A. and Sánchez-Sesma, F. J. Effects of canyon topography on dynamic soil-bridge interaction for incident plane SH waves, *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 7th*, Istanbul, 1980, **2**, 153-160
- Esteva, L. Seismicity in *Seismic risk and engineering decisions*, (Eds C. Lomnitz and E. Rosenblueth), Elsevier Scientific Pub. Co., Amsterdam, 1976
- Esteva, L. Microzoning: models and reality, *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 6th*, New Delhi, 1977
- Franssens, G. R. and Lagasse, P. E. Scattering of elastic waves by a cylindrical obstacle embedded in a multilayered medium, *J. Acoust. Soc. Am.* 1984, **76**, 1535-1542
- Gilbert, F. and Knopoff, I. Seismic scattering from topographic irregularities, *J. Geophys. Res.* 1960, **65**, 3437-3444
- Griffiths, D. W. and Bollinger, G. A. The effect of the Appalachian Mountain topography on seismic waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1979, **69**, 1081-1105
- Harmsen, S. C. and Harding, S. T. Surface motion over a sedimentary valley for incident plane P and SV waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1981, **72**, 655-670
- Herrera, I. Theory of connectivity: a systematic formulation of boundary element methods, *Applied Math. Modelling* 1979, **3**, 151-156
- Herrera, I. Variational principles for problems with linear constraints, prescribed jumps and continuation type restrictions, *J. Inst. Maths. and Applics.* 1980a, **25**, 67-96
- Herrera, I. Boundary methods. A criterion for completeness, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 1980b, **77**, 4395-4398
- Herrera, I. *Boundary methods: an algebraic theory*, Pitman Adv Publishing Program, Boston, 1984
- Herrera, I. and Sabina, F. J. Connectivity as an alternative to boundary integral equations, *Construction of bases*, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 1978, **75**, 2059-2063
- Hong, T. L. and Helmberger, D. V. Glorified optics and wave propagation in non planar structures, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1977, **68**, 1313-1330
- Hudson, J. A. Scattered surface waves from a surface obstacle, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1967, **13**, 441-458
- Hudson, J. A. and Boore, D. M. Comments on 'Scattered surface waves from a surface obstacle', *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1980, **60**, 123-127
- Ilan, A. and Bond, L. J. Interaction of a compressional impulse with a slot normal to the surface of an elastic half space - II, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1981, **65**, 75-90
- Ize, J. R., England, R. and Sabina, F. J. Theoretical and numerical study of diffraction of waves by inhomogeneous obstacles, *Comunicaciones internas*, 291, IIMAS-UNAM, Mexico, 1981
- Jackson, P. S. The focusing of earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* 1971, **61**, 685-695
- Jennings, P. C. (editor) San Fernando earthquake of February 9, 1971,

- Earthquake Eng. Res. Lab., EERL71-02, Calif. Inst. of Tech., Pasadena, California, 1971
- Joyner, W. B. A method for calculating nonlinear seismic response in two dimensions. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1975, **65**, 1337-1357
- Joyner, W. B. and Chen, A. T. F. Calculation of nonlinear ground response in earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1975, **65**, 1315-1336
- King, J. L. and Brune, J. N. Modeling the seismic response of sedimentary basins. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1981, **72**, 1469-1487
- Kubo, K. and Isoyama, R. Damage to buried utility pipes in the 1978 Miyagiken-Oki earthquake. *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 7th*, Istanbul, 1980, **8**, 225-232
- Kupradze, V. D. Potential methods in the theory of elasticity. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965
- Lee, J. J. and Langston, C. A. Wave propagation in a three-dimensional circular basin. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1983, **73**, 1637-1655
- Lee, V. W. A note on the scattering of elastic plane waves by a hemispherical canyon. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 1982, **1**, 122-129
- Liao, Z. P., Baipo, Y. and Yifan, Y. Effect of three-dimensional topography on earthquake ground motion. *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 7th*, Istanbul, 1980, **2**, 161-168
- Liao, Z. P. and Wong, H. L. A transmitting boundary for discrete methods. *Proc. 4th, ASCE-EMD Speciality Conf.*, Purdue University, 1981
- Lysmer, J. and Drake, L. A. A finite element method for seismology in *Methods of Computational Physics, 11*, (Ed. B. A. Bolt), Academic Press, New York, 1972
- Macdonald, H. M. *Electric Waves*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 1902
- Madariaga, R. High frequency radiation from dynamic earthquake fault models. *Ann. Geophysical* 1983, **1**, 17-23
- Madariaga, R. Gaussian beam synthetic seismograms in a vertically varying medium. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1984, **79**
- Mow, C. C. and Paò, Y. H. The diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations. Report R-482-PR, The Rand Corporation, Santa Monica, California, 1971
- Nowack, R. and Aki, K. The two-dimensional Gaussian beam synthetic method: testing and applications. *J. Geophys. Res.* 1984, **89**, 7797-7819
- Ohtsuki, A. and Harumi, K. Effect of topography and subsurface inhomogeneities on seismic SV waves. *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1983, **11**, 441-462
- Ohtsuki, A., Yamahara, H. and Harumi, K. Effect of topography and subsurface inhomogeneity on seismic Rayleigh waves. *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1984a, **12**, 37-58
- Ohtsuki, A., Yamahara, H. and Tazoh, T. Effect of lateral inhomogeneity on seismic waves. II. Observations and analyses. *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1984b, **12**, 795-816
- Poceski, A. The ground effect of the Skopje July 26, 1963 earthquake. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1969, **59**, 1-29
- Rial, J. A. Caustics and focusing produced by sedimentary basins. Application of catastrophe theory to earthquake seismology. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1984, **79**, 923-938
- Ruiz, S. E. Influencia de las condiciones locales en las características de los sismos. Instituto de Ingeniería, UNAM, 1977, **387**, pp. 65
- Ruiz, S. E. and Esteva, L. Probabilistic response of multi-support structures on non uniform soil conditions. *Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, St. Louis, Missouri, 1981, **1**, 351-354
- Sabina, F. J. and Willis, J. R. Scattering of SH waves by a rough half-space of arbitrary slope. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1975, **42**, 685-703
- Sabina, F. J. and Willis, J. R. Scattering of Rayleigh waves by a ridge. *J. Geophys.* 1977, **43**, 401-419
- Sabina, F. J., England, R. and Herrera, I. Theory of connectivity: Applications to scattering of seismic waves. I. SH wave motion. *Proc. 2nd International Conf. on Microzonation*, San Francisco, California, 1979, **2**, 813-824
- Sánchez-Sesma, F. J. Ground motion amplification due to canyons of arbitrary shape. *Proc. Int. Conf. on Microzonation, 2nd*, San Francisco, California, 1978, **2**, 729-738
- Sánchez-Sesma, F. J. A boundary method applied to elastic scattering problems. *Arch. Mech.* 1981, **33**, 167-179
- Sánchez-Sesma, F. J. Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1983, **73**, 1621-1636
- Sánchez-Sesma, F. J. Diffraction of elastic SH waves by wedges. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1985, **75**, 1435-1446
- Sánchez-Sesma, F. J. and Rosenbluth, E. Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident SH waves. *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1979, **7**, 441-450
- Sánchez-Sesma, F. J. and Esquivel, J. A. Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1979, **69**, 1107-1120
- Sánchez-Sesma, F. J. and Esquivel, J. A. Ground motion on ridges under incident SH waves. *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 7th*, Istanbul, 1980, **1**, 33-40
- Sánchez-Sesma, F. J., Herrera, I. and Bravo, M. A. Difracción de ondas P, SV y de Rayleigh en un semiespacio elástico. Instituto de Ingeniería, UNAM, Mexico, 1982a
- Sánchez-Sesma, F. J., Herrera, I. and Avilés, J. A boundary method for elastic wave diffraction. Application to scattering of SH waves by surface irregularities. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1982b, **72**, 473-490
- Sánchez-Sesma, F. J., Chávez-Pérez, S. and Avilés, J. Scattering of elastic waves by three-dimensional topographies. *Proc. World Conf. Earthquake Engng., 8th*, San Francisco, California, 1984, **2**, 639-646
- Sánchez-Sesma, F. J., Bravo, M. A. and Herrera, I. Surface motion of topographical irregularities for incident P, SV and Rayleigh waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1985, **75**, 263-269
- Sánchez-Sesma, F. J., Faccioli, E. and Fregonese, R. An index for measuring the effects of topography on seismic ground motions intensity. *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1986, in press
- Shah, A. H., Wong, K. C. and Datta, S. K. Diffraction of plane SH waves in a half-space. *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1982, **10**, 519-528
- Sills, L. B. Scattering of horizontally polarized shear waves by surface irregularities. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1978, **54**, 319-343
- Siro, L. Emergency microzonation by Italian Geodynamics Project after November 23, 1980 earthquake: a short technical report. *Proc. Int. Conf. Microzonation, 3rd*, Seattle, Washington, 1982, **3**, 1417-1427
- Singh, S. K. and Sabina, F. J. Ground motion amplification by topographic depressions for incident P waves under acoustic approximation. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1977, **67**, 345-352
- Smith, W. D. A nonreflecting boundary for wave propagation problems. *J. Computational Phys.* 1974, **15**, 492-503
- Smith, W. D. The application of finite element analysis to body wave propagation problems. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1975, **42**, 747-768
- Sommerfeld, A. *Partial differential equations in physics*. Academic Press, Inc., New York, 1949
- Sozen, M. A., Jennings, P. C., Mattiesen, P. B., Housner, G. W. and Newmark, N. M. Engineering Report of the Caracas Earthquake of July 29, 1967, National Academy of Sciences, Washington DC, 1968
- Streeter, V. L., Wylie, E. B. and Richard, F. E., Jr. Soil motion computations by characteristics method. *Proc. Am. Soc. Civil Eng., J. Geotech. Eng. Div.* 1974, **100**, 247-263
- Takeuchi, H. and Saito, M. Seismic surface waves in *Methods in Computational Physics*, (Ed. B. A. Bolt), Academic Press, New York, 1972, **11**
- Trifunac, M. D. Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1971, **61**, 1755-1770
- Trifunac, M. D. Scattering of plane SH waves by a semi-cylindrical canyon. *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1973, **1**, 267-281
- Trifunac, M. D. Effects of site geology on amplitudes of strong motion. *Proc. World Conf. Earthquake Eng., 7th*, Istanbul, 1980, **2**, 145-152
- Trifunac, M. D. and Hudson, D. E. Analysis of the Pacoima Dam accelerometer - San Fernando, California, earthquake of 1971. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1971, **61**, 1393-1411
- Wong, H. L. Diffraction of P, SV and Rayleigh waves by surface topographies. Report CE 79-05, Department of Civil Engineering, University of Southern California, Los Angeles, California, 1979
- Wong, H. L. Effect of surface topography on the diffraction of P, SV and Rayleigh waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1982, **72**, 1167-1183
- Wong, H. L. and Trifunac, M. D. Scattering of plane SH wave by a semi-elliptical canyon. *Int. J. Earthquake Engng. Struct. Dyn.* 1974a, **3**, 157-169
- Wong, W. L. and Trifunac, M. D. Surface motion of a semi-elliptical alluvial valley for incident plane SH wave. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1974b, **64**, 1389-1408
- Wong, H. L. and Jennings, P. C. Effect of canyon topography on strong ground motion. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1975, **65**, 1239-1257
- Wong, H. L., Trifunac, M. D. and Westermo, B. Effects of surface and subsurface irregularities on the amplitude of monochromatic waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* 1977, **67**, 353-368
- Ziegler, F. and Pao, Y.-H. Transient elastic waves in a wedge-shaped layer. *Acta Mechanica* 1981, **52**, 133-163
- Zienkiewicz, O. C., Kelly, D. W. and Bettess, P. The coupling of the finite element and boundary solution procedures. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 1977, **11**, 355-377

## LOCAL SITE EFFECTS ON STRONG GROUND MOTION

Keiiti Aki\*

### Abstract

This is a review of the state-of-the-art in evaluating site effects on strong ground motion. We start with examining the effectiveness of the broad classification of site conditions into soil and rock in strong motion prediction. After reviewing empirically determined site-specific amplification factors, we conclude that the conventional broad classification is not effective in characterizing the site effect especially for higher frequencies. We also review analytical approaches to the site effect, and find that we may have an adequate state-of-the-art in predicting the site effect for many realistic situations (except for the full three dimensional case), if we know input motion, velocity and density distribution, topography, sediment thickness and damping of sediment. We review the current practice in site characterization and conclude that the most realistic approach to the microzonation is to determine empirical site-amplification factors for as many sites as possible by the regression analysis of earthquake data, and correlate them with various geotechnical parameters of the site which are relatively easier to measure. Analytical studies on the causes of site effects will give helpful insight to the search for effective parameters.

### Introduction

Aeons of weathering, erosion, deposition and other geological processes formed a great variety of topography and lithologic structures of irregular shapes and heterogeneous material near the surface of the Earth. Since all our engineering structures are constructed on these complex near-surface media the understanding of their effect on strong ground motion is essential for earthquake engineering.

The purpose of the present paper is to review the current knowledge and understanding of the effects of topographic and geologic conditions of a site on its strong ground motion and come up with recommendations on how to define and approach the problem.

\*William M. Keck Foundation Professor, University of Southern California, Department of Geological Sciences, Los Angeles, CA 90089-0740.

In order to define the problem of site effect on strong ground motion, we must define what parameters of ground motion we are concerned, what the input wave field is and how the site conditions are characterized. These three questions are equally important for a clear definition of the site effect.

First, the same site would respond differently depending on the type of incident waves and the direction of their approach. The response will also depend on the coherency of incident wave field. For example, if the incident wave-field is always incoherent and considered to be composed of waves coming from various directions, the site effect would be stable and would not vary from one earthquake to another.

Secondly, the site conditions must be characterized properly to capture the essence of physical processes involved in the site effect. For example, the broad classification of a site into soil and rock generally leads to the conclusion that there is no need to consider the site effect for the peak ground acceleration or for the response spectra for frequencies higher than a few Hz. As shown later, the truth is not that the site effect does not exist for high frequencies, but that the current broad classification into soil and rock does not capture the site condition affecting high frequencies.

Finally, the site effect depends on what parameters of strong ground motion we are concerned with. For example, the peak ground velocity and displacement correlate with the broad classification of soil better than the peak ground acceleration. Some site characteristics such as absorption affect the amplitude of strong motion but not the duration, while others like the resonance of soft sediment will affect both amplitude and duration. The spatial variation of ground motion important for long structures such as bridges, on the other hand, would depend strongly on the nature of incident wave field.

Thus, a rich variety of site effects emerges by considering various choices of ground motion parameters, incident wave field and site characteristics. We shall try, in our review of the current state of the art, to classify site effects systematically according to the orderly choice of the three factors.

One of the most useful way of synthesizing these various site effects is to construct a microzonation map. Such a map to be useful, however, the quantity plotted must vary from a place to another more than the range of its uncertainty at each site. Otherwise, the engineering significance of site effects is questionable as pointed out by Hudson (1972) with regard to the ground motion in Pasadena during the San Fernando earthquake of 1971.

Let us start our review with the conventional broad classification of site conditions such as soil and rock sites.

## Broad Classification of Site Conditions

When Newmark *et al.* (1973) presented response spectra appropriate for the design of critical structures such as nuclear power plant, the spectral shape was considered to be site-independent, although they noted the need for modification of the shape for the particular site conditions for periods longer than 0.5 sec.

The site-dependent response spectra were published by Hayashi *et al.* (1971) and Kuribayashi *et al.* (1972) in Japan, and by Seed *et al.* (1976), Mohraz (1976) and Trifunac (1976a) among others in the U.S.

The classifications of geologic conditions used in the U.S. in the past decade or so were summarized by Campbell (1985). For example, Seed *et al.* (1976) use four classes of site conditions, namely, (1) soft to medium clay and sand, (2) deep cohesionless soil, (3) stiff soil, and (4) rock. On the other hand, Trifunac (1976a) follows Trifunac and Brady (1975) and use three classes, namely, (1) soft alluvium (2) intermediate and (3) hard basement or crystalline rock.

Different methods were used by various authors to estimate the site effect. Seed *et al.* (1976) grouped observed spectral shapes into the above four classes, and estimated their average as well as the standard error. Trifunac (1976a) applied more formal regression analysis to the observed Fourier spectra  $FS(T)$  by expressing the site effect to the logarithm of  $FS(T)$  as

$$\log FS(T) = -d(T)S + \text{source and path effects} \quad (1)$$

where  $T$  is the period,  $S$  is 0 for alluvium, 2 for rock and 1 for the intermediate site.

In spite of the difference in analysis method, the results obtained by various authors both in the U.S. and Japan are remarkably consistent. All of them show that soil sites have greater amplification factors than rock sites for long periods, but the relation tends to be reversed for short periods. For example, Trifunac (1976a) found that basement rock sites show greater amplification than alluvium sites for periods shorter than 0.2 sec as much as 1.5 times. This is consistent with the trend of period dependence of the relative amplification of granite and alluvium sites studied by Gutenberg (1957). A similar cross-over at the period of about 0.2 sec can be seen in the results of Mohraz (1976) and Seed *et al.* (1975) between the response curves for soil and rock sites.

Recent study of the site effects at about 150 seismic stations in the central California by the coda method (Phillips and Aki, 1986) also revealed a similar frequency dependent site effect. They classified the site into granite, Franciscan formation (Mesozoic), fault-zone sediment and non-fault zone sediment, and found that granite sites have the lowest amplification factor among all the sites at 1.5 Hz, but show the highest amplification at 24 Hz. Thus, relative to the granite

site, other sites show the cross-over as mentioned above. The cross-over occurs at 4 Hz for Franciscan, 8 Hz for fault-zone sediment and 20 Hz for non-fault-zone sediment.

The result from Japan is also similar. The response curves obtained by Hayashi *et al.* (1971) show that the amplification factor for stiff soils is lower than that for loose soils for periods longer than about 0.25 sec, but the relation is reversed for shorter periods. Likewise, Katayama *et al.* (1978) found a similar cross-over for soft alluvium site (type 4) and Tertiary or older sediment site (type 1) at about 0.25 sec.

With regard to the magnitude of amplification factor, soil sites show up to a factor 2 to 3 greater amplification than rock sites for periods longer than the cross-over period, while the amplification at rock sites relative to soil sites for shorter periods is less than a factor of 2.

The frequency dependence of site effect discussed above is reflected in the difference in site effect among peak ground acceleration, velocity and displacement. For example, Trifunac (1976b) concluded that the influence of geological conditions at the recording site appeared to be insignificant for peak acceleration but become progressively more important for peaks of velocity and displacement. This statement is consistent with the frequency dependent site effect, because the predominant period in peak acceleration is in the general range where the cross-over occurs, and there may be roughly equal chance for amplification and deamplification, while the predominant period in peak velocity and displacement is probably longer than the cross-over period.

A similar conclusion about the site effect on peak acceleration, velocity and displacement has been reported by Boore *et al.* (1980) and Joyner and Boore (1981) who estimate the peak velocity at soil sites to be a factor of 1.5 greater than that at rock sites. According to Campbell and Duke (1974), the Arias intensity, which is the squared acceleration spectra integrated over the whole frequency range, showed higher value for alluvium sites than for rock sites, at least for the data from the San Fernando earthquake of 1971.

Recent result from Japan obtained by Kawashima *et al.* (1986) who analyzed 197 strong motion records by classifying them into three groups of site conditions also supports the existence of cross-over. They found that the peak acceleration is the lowest for the softest site, while the peak velocity and displacement are the highest for the softest site.

Let us now summarize what we found about average site effects using the broad classification of site conditions.

(1) There exists a cross-over period; above it the soil site shows higher amplification than the rock site and below it the relation is reversed.

(2) The cross-over period is around 0.2 sec for both U.S. and Japan.

(3) The amplification of soil sites relative to rock sites for periods longer than the cross-over period amounts to a factor of 2 to 3, and the amplification of rock sites relative to soil sites for period shorter than the cross-over is less than a factor of 2.

(4) Peak ground accelerations are independent of site conditions.

(5) Peak velocity and displacement as well as the Arias intensity show higher values for soil sites than rock sites.

The above conclusions seemingly suggest that the variation in the site effect from a site to another may be at most a factor of 3, and the effect may decrease with decreasing period, becoming insignificant for short periods that prevail in the peak acceleration. We shall demonstrate, however, in the next section from a review of recent results on site-specific amplification factors determined by methods which do not require a site classification that the above suggestion is unfounded.

#### Site Specific Amplification Factor from Regression Analyses of Earthquake Data

A systematic study of site specific amplification factor of 26 strong motion seismograph sites was made by Kamiyama and Yanagisawa (1986) using 117 strong motion earthquake records in Japan which registered maximum accelerations greater than 0.02G. They fitted the observed velocity response spectra  $V_{ij}(T)$  at the  $i$ th station for the  $j$ th earthquake by the following equation

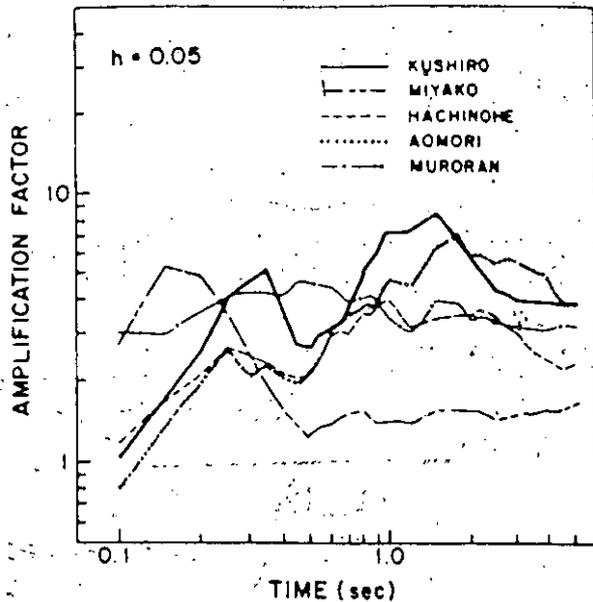
$$\log V_{ij}(T) = a(T)M_j - b(T)\log(\Delta_{ij} + 30) - d(T) D_j + A_i(T) \quad (2)$$

where  $T$  is the period,  $M_j$  and  $D_j$  are respectively the magnitude and focal depth of the  $j$ th earthquake,  $\Delta_{ij}$  is the epicentral distance to the  $i$ th station from the  $j$ th earthquake, and  $A_i(T)$  is the site amplification factor at the  $i$ th station.  $a(T)$ ,  $b(T)$ ,  $d(T)$  and  $A_i(T)$  are determined by the least squares method from horizontal component velocity response spectra for the period range  $0.1 < T < 5$  sec.

A unique determination of the site amplification factor requires an additional constraint. Kamiyama and Yanagisawa assumed that the amplification factor is 2 for a station on a hard rock, and chose Ofunato located on a rock site with the shear velocity of about 1 km/s as the reference station. This assumption is essentially equivalent to assume that Ofunato is located on a homogeneous half-space. However, the range of geographic variation of the amplification factor, which we are interested at this moment, is not affected by this assumption.

Fig. 1 and 2 show examples of the amplification factor  $10A_i$ . It is clear from these figures that the range of variation from a site to another is roughly independent of period in the range from 0.1 to 5 sec. In fact, from their results for all 25 stations, we obtain the following range of variation in  $A_i$ .

VELOCITY RESPONSE SPECTRA  
(HORIZONTAL)



VELOCITY RESPONSE SPECTRA  
(HORIZONTAL)

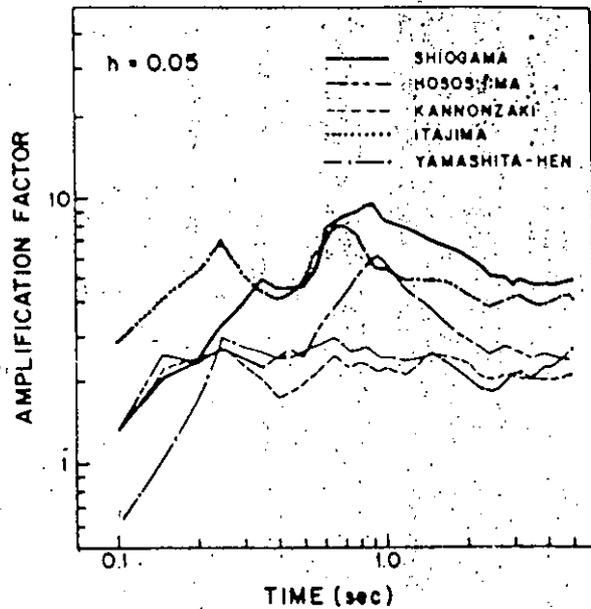


Fig. 1. Site amplification factor as a function of frequency for various stations determined by regression analysis of observed velocity response spectra. (Reproduced from Kamiyama and Yanagisawa (1986).)

Fig. 2. Site amplification factor as a function of frequency for various stations determined by regression analysis of observed velocity response spectra. (Reproduced from Kamiyama and Yanagisawa (1986).)

f in Hz	10	5	2	1	0.2
T in sec	0.1	0.2	0.5	1.0	5.0
range of $A_1$	0.92	0.64	0.70	1.13	0.58
10 (range of $A_i$ )	8.3	4.4	5.0	13.5	3.8

The above table shows that the variation is greatest around 1 Hz; but there is no trend of decrease toward high frequency.

As far as the author is aware, there have been no investigations of site specific amplification factor by regression analysis of strong motion data in the U.S. We have, however, extensive results for weak motion data from the U.S. Geological Survey's seismic network in the central California. Phillips and Aki (1986) determined the amplification factor for coda waves at about 150 stations. Fig. 3 shows the amplification factor normalized to the mean of all the

stations for four groups of selected stations; namely those on granitic rocks, on the Franciscan formation, on the fault zone sediment, and on non-fault zone sediments. The amplification factor for coda waves has been shown to agree with the average of amplification factors for S waves over various directions of approach (Tsujiura, 1978; Tucker and King, 1984). This is consistent with the coda model of S to S backscattering proposed by Aki (1980).

The range of variation of amplification factor again show no strong decrease toward high frequency. In order to show the frequency dependence more clearly, we compare the histogram of amplification factor for 5 different frequencies; 1.5, 3, 6, 12 and 24 Hz in Fig. 4. The range of variation is somewhat greater for 1.5 Hz and smaller for 12 Hz, but the difference is slight. The effective range is about 2.5 in natural logarithm for 1.5 Hz and about 2 for 12 Hz, corresponding to the factor of 12 and 7.4 respectively. This is in good agreement with the result obtained from strong motion data in Japan; namely a factor of 13.5 for 1 Hz, and 8.3 for 10 Hz.

As mentioned in the introduction, for a meaningful microzonation map, the geographic variation of amplification factor must be significantly greater than the variation at a given site due to different incident wave field. Direct measurement of such variation is available from the comparative observations at a surface site and at a basement rock using a surface and borehole seismograph.

Kinoshita et al. (1986) calculated velocity response spectra for 27 earthquakes with magnitudes in the range from 5.5 to 7.4 in the east-central part of Japan, recorded at three borehole sites, namely, IWT (3.5 km deep), SHM (2.3 km) and FCH (2.8 km) in the Kanto region. The seismographs at the bottom are all located in the Tertiary bed rock

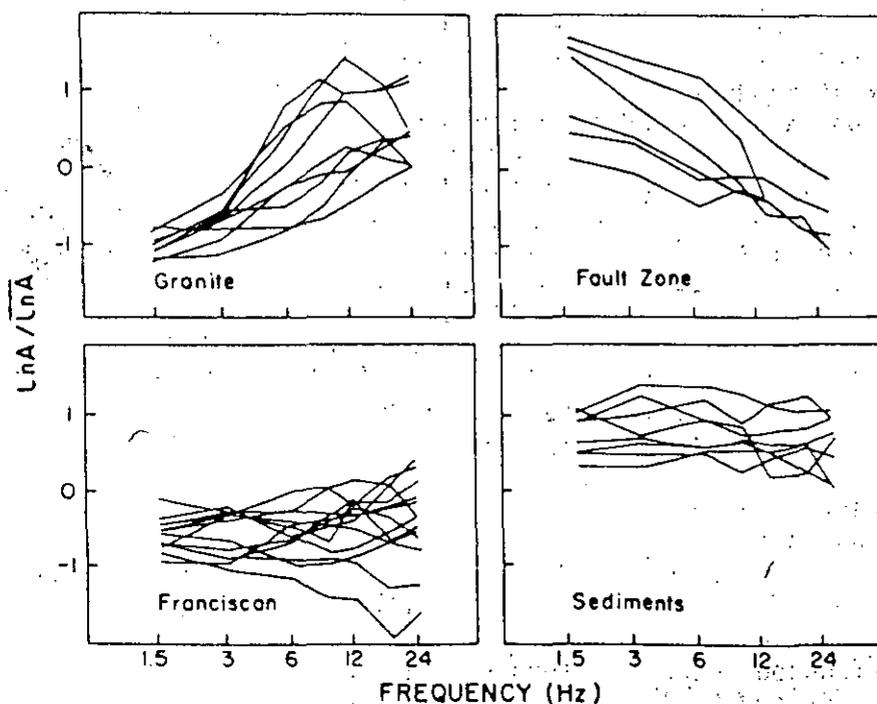
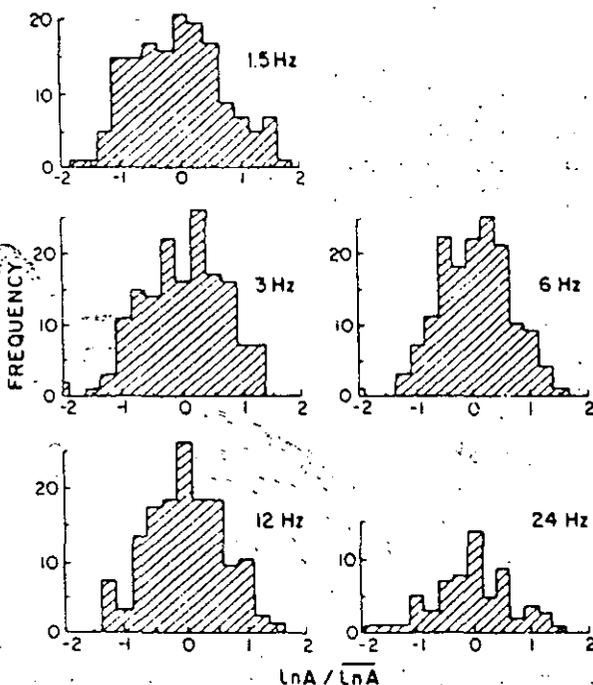


Fig. 3. Site amplification factor as a function of frequency for various sites determined by regression analysis of coda wave spectra. The natural logarithm of amplitude is shown relative to its mean over all stations used in the analysis. (Reproduced from Phillips and Aki (1986).)

at the depth of 600 to 700 meter below its upper boundary. The velocity response spectra are calculated for the seismographs located at the surface and in the bed rock at each site, and the ratio representing the site amplification was calculated for each earthquake. An example for the horizontal transverse component obtained at IWT is shown in Fig. 5, where the average amplification and the range of one standard error are shown for periods 0.1 to 5 sec. The standard error is about the same for the whole frequency range, and is a factor of a little less than 2. Nearly the same result is obtained for the horizontal radial component at IWT, as well as for both components at SHM and FCH.

Tucker and King's (1984) work on the amplification of three valley sites relative to rock site in the Garm region of USSR, and Tsujiura's (1978) work on the relative amplification of several sites at Dodaira also support the conclusion that the variation of amplification factor due to the variation of incident wave is frequency independent in the range from about 1 Hz to 25 Hz and the standard error of variation is less than a factor of 2.

Since the geographical variation of site specific amplification factor obtained by regression analysis was 13 for 1 Hz and about 8 for 10 Hz as discussed earlier, we may conclude that a very meaningful microzonation map predicting the amplification factor with a standard error less than a factor of 2 can be constructed for the frequency range at least from 1 to 10 Hz.



In the preceding section on the broad classification of site effects, it was suggested that the geographical variation in the site effect might be at most a factor of 3, and the effect might decrease with decreasing period. It is clear from the conclusion in the present section that the above suggestion does not reflect the real physical state of site effects on the earth, but only shows the inadequacy of characterization of site conditions by a broad classification, especially for short periods. As discussed later in Section 9, parameters which have not been used in the broad classification can be useful to characterize the site-specific amplification.

Fig. 4. Histogram of natural logarithm of site amplification factor at various frequencies. (Reproduced from Phillips and Aki (1986).)

## Use of Microtremor for Evaluating Site Effects

As demonstrated by Phillips and Aki (1986), the coda method is an effective way of finding a frequency-dependent site-specific amplification factor for S waves averaged over all directions of wave approach. Two issues may be raised regarding the coda method. One is the problem of non-linearity of soil at a high strain level which cannot be addressed by the coda method using low strain signals. We shall address this problem in the next section.

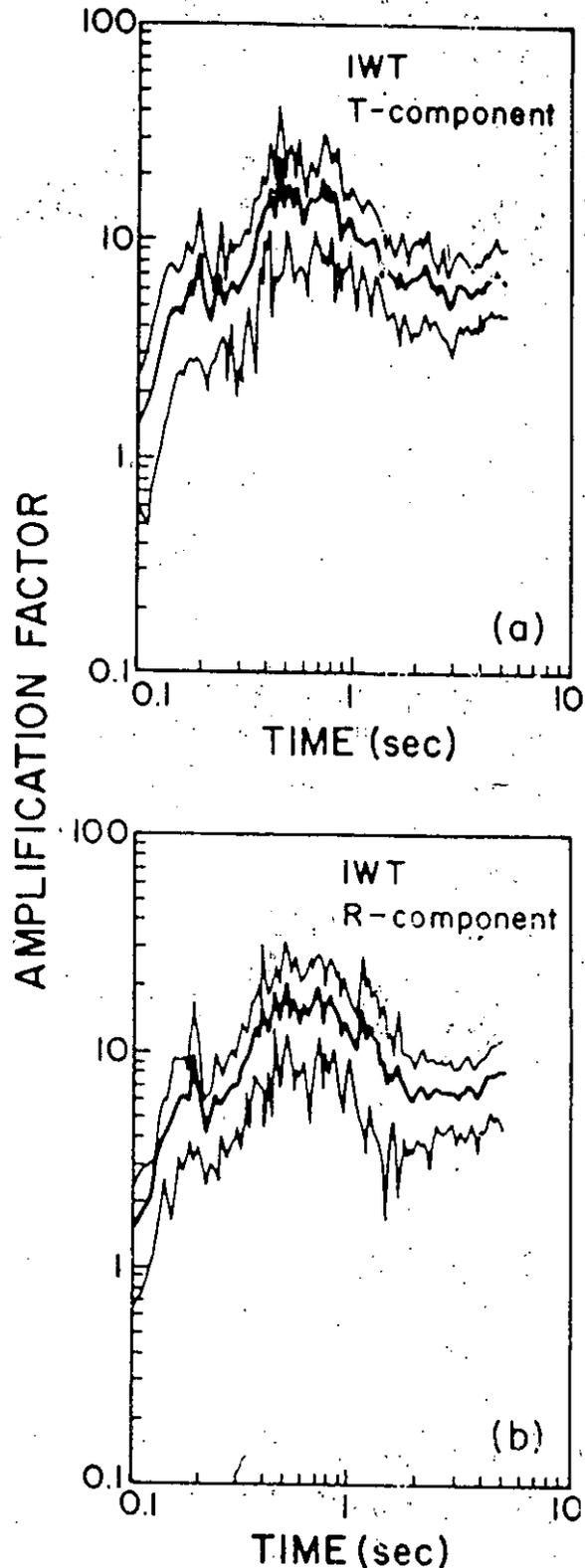


Fig. 5. Amplification factor for the surface site relative to the borehole bottom in the basement rock with the range of one standard error for station IWT. (a) transverse component; (b) radial component. (Reproduced from Kinoshita *et al.* (1986).)

The other issue is the relative complexity in applying the coda method as compared to the microtremor method which has been used for many years by Kanai and his colleagues in Japan as a means of seismic zoning. Unlike microtremor, the measurement of coda waves requires an instrument which can wait and record a small local earthquake. Thus, we may ask if the microtremor data can be used to evaluate the frequency-dependent, site-specific amplification factor.

The advantage of microtremor method is the simplicity of measurement, and there is no doubt that the spectral feature of microtremors shows gross correlation with the site conditions. For example, the predominant period of microtremor is an indicator of site condition. For Tertiary or older rock, the period tends to be shorter than 0.2 sec, and for soft alluvium or reclaimed land longer than 0.6 sec. For U.S., Alcock (1972) reports greater damage in the town of Grand Valley, Colorado by the 1969 Rulison underground explosion for area with the microtremor frequency lower than 12.5 Hz than for area with higher frequency.

An extensive measurement of microtremors in the U.S. was carried out by Tanaka et al. (1968) who reported amplitudes and frequency distribution of periods of microtremor at 309 sites in the Western U.S.. Their most interesting observation was that the range of variation of both amplitudes and periods was about the same between the U.S. and Japan. This may mean that the extent of variation of site conditions is about the same between the two countries, assuming that the cultural activities that generate microtremors are about the same between the two countries.

A major problem with the use of microtremor for the study of site effect is the impossibility of separating their source-path effects from the site effect. This situation is radically different from the coda waves, which have been shown to share the common source and path effects at any sites for a given local earthquake. Thus, the site amplification factor relative to a reference site can be obtained simply by taking amplitude ratio.

We cannot eliminate the source-path effect for microtremor, because the source of tremor at a site is usually different from the source of tremor at another site. For example, the relative site amplification for microtremor observed in Mexico city are different from those observed during the earthquake of 19 September 1985 by an order of magnitude (Celebi et al., 1987).

Long-period microtremor within an area, on the other hand, can be caused by a common source such as a distant oceanographic disturbance. In fact, the usefulness of microtremor with period 1 to 5 sec for evaluating site effect was demonstrated by Ohta et al. (1978) for Japan, and by Kagami et al. (1982, 1986) for California. They found a general increase in the level of long-period amplitude with thickness of soil deposit. Long-period microtremors would supplement the method using coda waves, because the coda waves from small local earthquakes usually lack long-period signals.

Another promising approach using microtremor is the determination of shear velocity distribution with depth by the analysis of dispersion curves extracted from microtremor data. Okada *et al.* (1987) successfully determined shear velocity distribution to the depth of 2 km using microtremor in the frequency range from 0.2 to 1 Hz recorded by a small array of a few km aperture.

They suggested that the spatial autocorrelation method due to Aki (1957), which gives the same result as the frequency-wave number method due to Capon (1969), may be simple enough for a real-time, on-site determination of shear velocity structure using a microprocessor-controlled microtremor measurement array.

#### Site Effects on Weak and Strong Motions

A vast amount of literature exists on the non-linearity of soil including the liquefaction phenomena, and there is no question about its importance to the understanding of site effect on strong ground motion. The present author, however, is not qualified for reviewing the soil mechanical aspect of the subject and must restrict himself to the seismological literature on comparative studies of weak and strong motions at a given site.

So far as the author is aware of, the only strong motion record demonstrating the striking effect of non-linearity of soil is the record of the Niigata earthquake of June 16, 1964 obtained at site 701 (No. 2 apartment house, Kawagishi-cho, Niigata). As shown in Fig. 6, about 8-10 sec after the beginning of recording, short-period motions suddenly become small and are dominated by long-period (5.5 sec) motions. The apartment No. 2 which housed the seismograph suffered a large tilt, but the nearby No. 4 apartment completely fell on the ground by the liquefaction of soil consisting of water saturated sand.

Except for the above example, it is usually not easy to clearly recognize the non-linear effect on observed strong motion records. As Esteva (1977) states, the influence of non-linearities is often overshadowed by the overall patterns of shock generation and propagation.

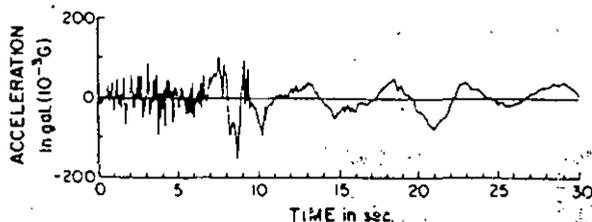


Fig. 6. N-S component acceleration record of the Niigata earthquake of June 16, 1964, obtained at Site 701, No. 2 apartment house, Kawagishi-cho, Niigata.

As a matter of fact, seismologists tend to find a good correlation between weak and strong motions at a given site, namely, similar amplification factors for both, implying that non-linearities are not important as the first order effect in most cases.

Rogers et al. (1984) recorded seismic motions from the underground nuclear tests at the Nevada Test Sites at 28 sites in the Los Angeles area at which strong ground motions were also recorded during the 1971 San Fernando earthquake. They chose four reference sites on relatively harder rock in Pasadena, Hollywood, Van Nuys and Palos Verdes. They then computed the Fourier amplitude spectra for the NTS signal (about 329 sec duration) and the San Fernando record (41 sec duration), and obtained the ratio of the spectrum to the corresponding spectrum observed at the closest reference site. Fig. 7 shows the spectral ratio for the NTS signal plotted against that for the San Fernando earthquake for 4 different period bands over which the spectral ratio was averaged. Total period, short period, intermediate period and long period band correspond to the period range 0.2 to 10.0, 0.2 to 0.5, 0.5 to 1.0 and 1 to 3.3 sec, respectively. In spite of the large range in signal levels up to  $10^{-3}$  for the strong motion data, the site amplification factor shows a good correlation between the weak and strong motion data. This correlation is remarkable in view of the

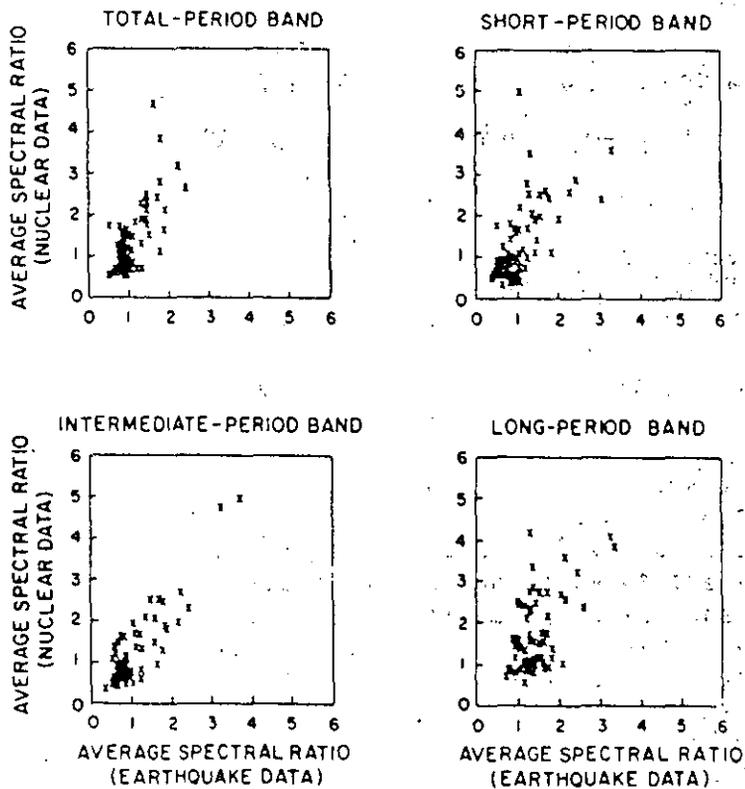


Fig. 7. Relation between the amplification factor for nuclear test and that for the San Fernando strong motion. The amplification factor is relative to the reference site of each group. (Reproduced from Rogers et al. (1984).)

difference in the incident wave field between the two data sets. The signal duration, incident direction, and wave composition are different between the two, and one may expect the standard error of a little less than a factor of 2 for each ratio as discussed earlier. Most of the scattered points in Fig. 8 are indeed within a factor of 2 from the line corresponding to the equality of two spectral ratios. We also note for both NTS and earthquake data that the range of geographic variation of amplification factor is about a factor of 10 in agreement with our earlier conclusion.

A similar agreement of the amplification factor between weak and strong motion was observed by Tucker and King (1984) for a sediment-filled valley in Garm, USSR. Fig. 8 shows the spectral ratio of the middle to the edge of the valley for weak ( $10^{-9}$  -  $10^{-3}g$ ) and strong acceleration (.04-0.2g). The ratios are plotted for different events to show scatter due to different incident directions. No significant differences can be recognized on the average between the weak motion group and the strong motion group.

Similarity, Murphy *et al.* (1971) concluded that a linear model can explain the major features of the amplification effect at various sites in the NTS for a wide range of ground motion ( $10^{-5}$  to  $1g$ ) caused by the underground nuclear testing. Joyner *et al.* (1981) also found that the effect of alluvium on strong ground motion observed during the Coyote Lake, California, earthquake of 1979 can be explained without invoking nonlinear soil response.

In a more qualitative study, Benites *et al.* (1987) found a good correlation between the damage pattern for past large earthquakes and the weak motion amplification for small earthquakes in Lima, Peru.

Thus, the comparison of amplification factor at a given site between weak and strong motion generally supports a good correlation between them. We may conclude, then, except for an obvious case of liquefaction, that the amplification factor obtained for a given site using the weak motion data can be used to predict the first order effect on strong ground motion at the site.

#### Nature of Strong Motion Wave Field

The most direct way of finding the nature of strong motion wave field is probably to make spatial-temporal correlation analysis or the frequency-wave number analysis of data collected by a dense network of seismographs such as the SMART-1 array in Taiwan and the differential array in El Centro.

The first attempt along this line was made by Aki and Tsujiura (1959) using the records of small local earthquakes obtained by an array of six stations deployed within an area of 500 m diameter over granitic rocks near Tsukuba, Japan. They analyzed records of 18 earthquakes in the frequency range from 0.3 to 17 Hz. Using an analog computer for calculating correlation coefficient among all station pairs, they estimated the fraction of power carried by the regular plane waves coming from the earthquake source for consecutive time

windows (each 2.5 s long) from P waves to the coda. The probability of finding the plane wave in the P wave part, S wave part, P to S interval and post S-arrival was found to be 100%, 78%, 62% and 30% respectively. Thus, the S wave part which constitute the maximum motion contained greater fraction of plane waves coming from the source than the P-coda or the S-coda part. The fraction of power carried by plane waves in the time window containing P waves was found to be the highest; it was up to 80% and about 40% on the average. In the time window containing the S waves the fraction of power carried by these plane waves was 60% in the largest case, and 20 to 30% in most cases.

The above low fraction of power carried by plane waves in the P and S wave parts may be partly due to the long time window (2.5 s) with respect to the source duration of earthquakes analyzed, which permits

contamination by scattered waves into these parts. In fact, the study by Spudich and Cranswick (1984) on the data obtained by the El Centro differential array (213 m long linear array) during the 1979 Imperial Valley earthquake ( $M_s=6.9$ ) revealed much higher degree of coherency in vertical acceleration during the first 9 sec period, and in horizontal acceleration during the 6 to 11 sec period. They attributed these coherent waves to direct P and S waves from a small region surrounding the propagating rupture front.

The SMART-1 array in Taiwan has produced valuable data for studying the wave field of strong ground motion for great ranges of earthquake size, epicentral distance and focal depth as described in a recent review by Abrahamson *et al.* (1987).

Using multi-station measures of coherency, Abrahamson (1985) found, for example, that across a 2 km aperture subarray for a M-6.3 event at an epicentral distance 20 km and focal depth 25 km, S-wave coherency

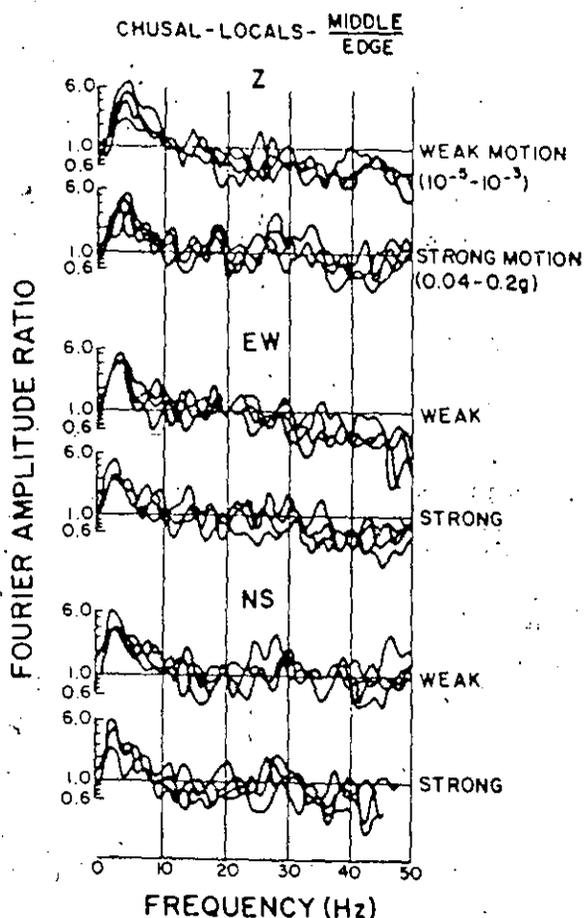


Fig. 8. S-wave amplification factor at mid-valley sites relative to valley-edge in the Chusal Valley for local earthquakes. Results for weak motions and strong motions are shown separately. (Reproduced from Tucker and King (1984).)

decays rapidly with frequency above approximately 2 Hz while the P-wave coherency decays at frequencies above approximately 3 Hz. Since the aperture is ten times greater than the El Centro array, the loss of coherency above 2-3 Hz may not be a strong contradiction to what was observed during the Imperial Valley earthquake. The results from Tsukuba are certainly comparable to those from the SMART-1 array considering the aperture size about a quarter of the latter.

An extremely intriguing result on the magnitude dependence of the variability of peak acceleration within the SMART-1 array was reported by Abrahamson (1987). He found that the standard deviation of the natural logarithm of the peak ground acceleration within the array significantly decreases with the increasing magnitude. The standard deviation is about 0.35 at M=4 and decreases to about 0.17 at M=7. The above magnitude dependence may be attributed partly to the more coherent waves from larger earthquakes because of the tendency that larger earthquakes have longer predominant periods, and located further from the array on the average. If the magnitude dependence still remains after removing these wave-propagational effects, it must be attributed to the non-linear effect of soil. The above observation, thus, presents a future problem of the first order importance for geotechnical engineers and seismologists.

#### Causes of Local Variations in Ground Motion

Earlier we have concluded that the geographical variation of site-specific amplification factor amounts to about a factor of 10 for the frequency range from 1 to 10 Hz, and the conventional broad classification of site conditions is inadequate for capturing the real site effect.

In order to find a better characterization of site conditions, it is essential to understand what causes local variations in ground motion. Let us start with the simplest, namely, the effect of a flat free surface.

#### Flat Free Surface

As well known, the flat free surface doubles the vertically incident S waves. For SH waves polarized in the horizontal direction, the amplification of factor 2 applies to all incidence directions, and there will be no local variations caused by the free surface.

For SV waves, however, the flat free surface has an extremely complex effect. This is not a subject of academic interest but of practical concern of major importance, because the extremely localized damage pattern due to the recent Whittier Narrows earthquake of 1987 has been attributed by Sammis et al. (1987) to the free surface effect on SV waves incident near the critical angle  $\theta_c$ . The critical angle is given by  $\sin \theta_c = \beta/\alpha$ , where  $\alpha$  is the P wave velocity and  $\beta$  is the S wave velocity. At the critical angle, the horizontal component of slowness of S waves matches the P wave slowness, and a strong coupling occurs, including the generation of SP waves (P waves converted from S waves and propagating along the surface).

Several surprising effects are expected for SV waves incident near the critical angle. First, the horizontal component displacement at the surface shows a sharp peak for plane SV waves incident at the critical angle as shown in Fig. 9 for the case of Poisson's ratio 0.25. The amplification factor amounts to about 5 for a narrow ( $\sim 1^\circ$ ) range of incidence angle. The peak amplification depends on Poisson's ratio, and increases with decreasing Poisson's ratio as shown in Fig. 10 together with the critical angle. The range of incidence angle with high amplification narrows rapidly with decreasing Poisson's ratio. This suggests that the effect may be smoothed out for spherical waves composed of plane waves with distributed directions. In fact, the calculation by Pekeris and Lifson (1957) for a point source of vertical force does not appear to show the effect as strong as expected for plane waves.

We found, however, even more drastic effect in the result of Pekeris and Lifson. For a source varying as the step function in time, SV waves generate surface displacement of step function at a distance shorter than the critical distance and of a logarithmic singularity beyond the critical distance. In other words, the displacement is finite inside the critical distance, and becomes infinite outside. The horizontal radial component displacements at various distances (critical distance in this case of Poisson's ratio 0.25 is  $H/\sqrt{2}$ , where  $H$  is the focal depth) are shown in Fig. 11. Of course, the infinite displacement does not occur in reality because the source time function is band limited. In this case the displacement due to SV waves will have the same amplitude spectral shape but a  $\pi/2$  phase shift across the critical distance.

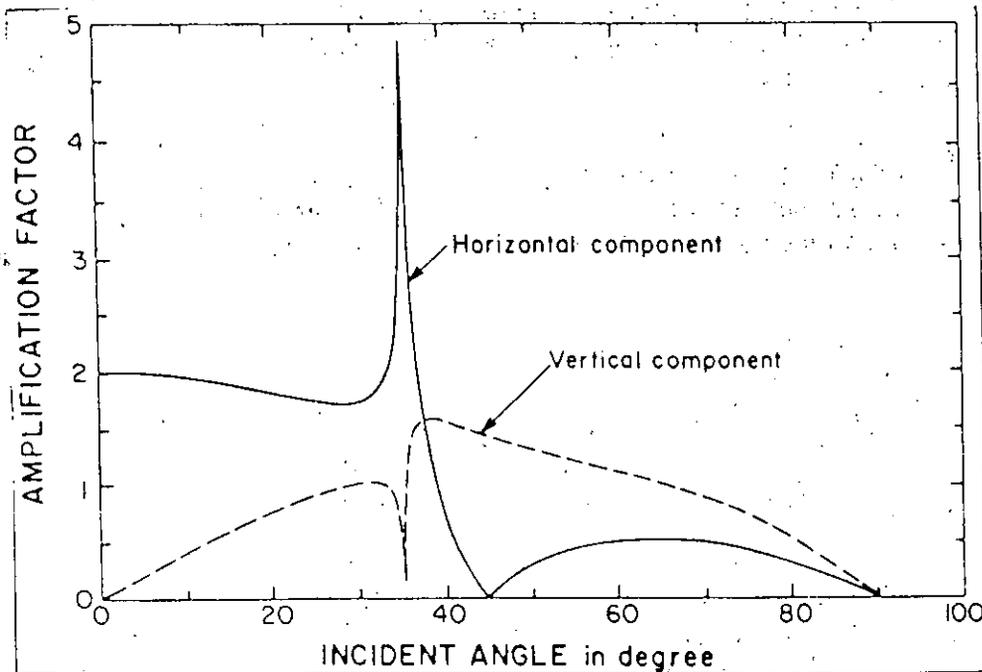


Fig. 9. The amplitude of horizontal (solid line) and vertical (broken line) component displacement at the free surface due to incident SV waves plotted as a function of incidence angle, for the case of Poisson's ratio 0.25.

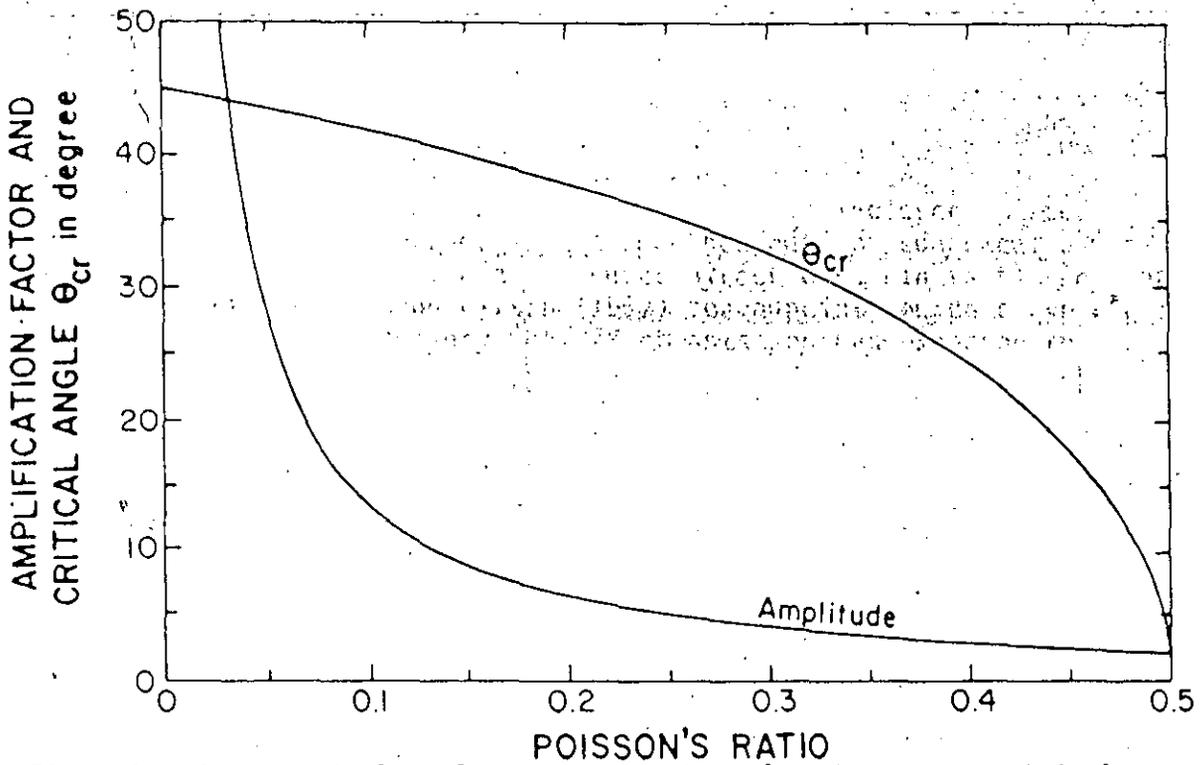


Fig. 10. The critical angle and the peak amplitude at the critical angle as a function of Poisson's ratio.

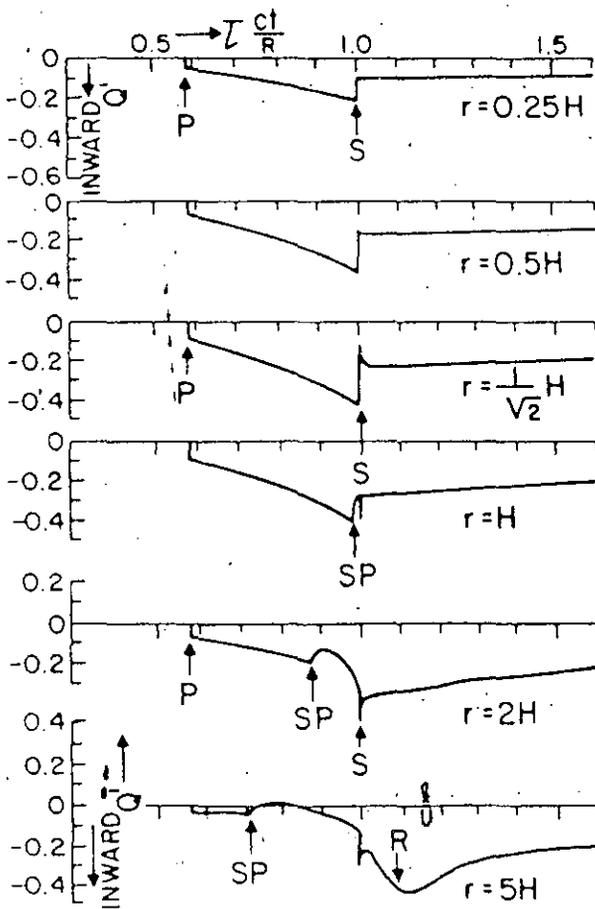


Fig. 11. Horizontal displacement seismogram at the surface of a homogeneous halfspace due to a buried vertical line force at depth  $H$ .  $r$  is the epicentral distance. (Reproduced from Pekeris and Lifson (1957).)

The effect of free surface on SV waves from dislocation sources was studied by Kawasaki et al. (1973) who found a similar result to Pekeris and Lifton (1957), and was clearly identified in the case of the Kita-mino earthquake of August 19, 1961 (Kawasaki, 1975).

In addition to the drastic change in wave form for S waves, SP waves (S converted to P propagating along the surface) appear beyond the critical distance. Chapman (1972) and Bouchon (1978) made an interesting observation that SP waves have sharper wave form for lower Poisson's ratio. Bouchon further discussed the effect of finite fault size and low velocity surface layer on the seismic motion near the critical distance.

### Topography

A natural item to follow the effect of a flat free surface is the effect of topography on seismic motion. In order to describe the topography effect, we need to specify the geometry of topography as well as the incident wave field. Let us start with the simplest case of a wedge-shaped ridge and valley where plane SH waves polarized in the direction of the axis of ridge or valley are incident.

#### SH Waves Incident on Wedge-Shaped Ridge or Valley: A Rule of Thumb.

A surprisingly simple exact solution exists for the motion at the vertex of a wedge due to incident SH waves polarized in the direction of vertex. As pointed by Sanchez-Sesma (1985), Macdonald's (1902) solution gives the displacement amplification at the vertex to be  $2/v$  when the angle of wedge is  $v\pi$  (for  $0 < v < 2$ ), for any incidence angle. For example, the amplification by the flat free surface ( $v=1$ ), is 2 as well known, and it is 4 for the case of a rectangular wedge. Although this amplification is not necessarily the maximum value and higher amplification is observed at the far side of the vertex with respect to the incidence direction, it gives a convenient rule of thumb for the rough estimate of topographic amplification at a ridge as well as deamplification at a valley.

#### SH Waves Incident on Ridges.

Boore (1972) calculated the seismic motion at a non-planar free surface of a homogeneous half space due to normally incident plane SH waves using a finite difference method. He considered triangular ridges with slopes  $23^\circ$  and  $35^\circ$ , and showed that the motion at the ridge crest can be amplified up to about 70% more than the flat surface case for wave length comparable to the ridge width.

Smith (1975) also studied a triangular ridge with  $20^\circ$  slope using a finite element method. He found the peak amplification of about 50% greater than the flat surface case at the ridge crest for normally incident SH waves with wave length about 1.6 time the half width of ridge.

A similar result was obtained by Bouchon (1973) who studied the

effect of shape of a ridge on the surface motion for the normal and oblique ( $35^\circ$ ) incidence using the time-domain extension of the Aki-Larner (1970) method. Fig. 12 shows the shape of ridge and amplitude of surface motion relative to the flat surface case for various ratios of height ( $h$ ) to half width ( $l$ ). The wave length ( $\lambda$ ) was chosen to be  $5h$  for all cases. The amplification at the ridge crest amounts to a little greater than 50%.

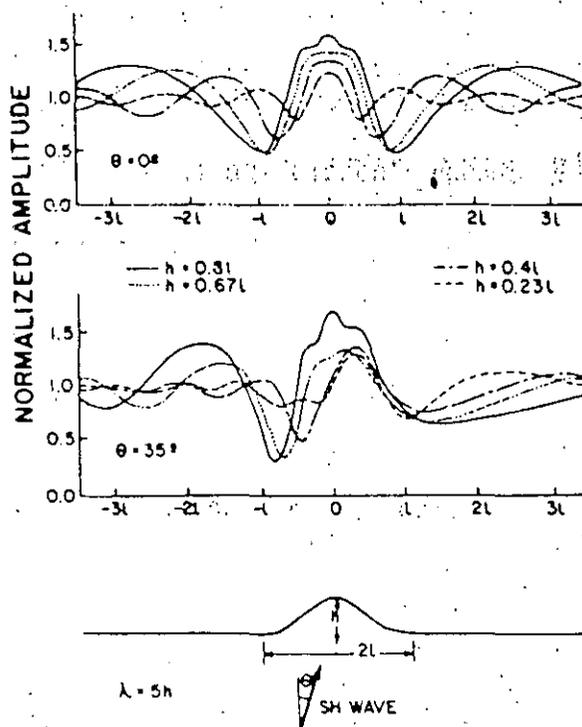


Fig. 12. The shape of ridge is shown at the bottom. The amplitude of surface motion is shown for normally incident SH waves for various shape ratio  $h/l$  at the top, and for incidence angle  $35^\circ$  in the middle. (Reproduced from Bouchon (1973).)

Bard (1982), refining the method used by Bouchon (1973), studied the details of wave scattering phenomena involved in the ridge crest amplification. He considered the mountain model of Sills (1978) given by the following equation for elevation,

$$\zeta(x) = h (1-a) \exp(-3a) \quad (3)$$

where  $a = (x/l)^2$ . This topography is completely defined by its half-width  $l$  and its height  $h$  as shown in Fig. 13. SH waves of the form of a Ricker wavelet,  $f(t) = (b-0.5) \exp(-b)$  with  $b = (\pi t/t_p)^2$ , were considered. Bard investigated the physics of ridge effect on SH waves by examining time, frequency as well as wave-number domain solutions for various shape ratios  $h/l$ , incidence angles and characteristic periods  $t_p$ . He identified the following two effects operating in the phenomena; one is the local amplification associated with the convex curvature of ridge crest, and the other is the diffracted waves generated at and propagated away from the ridge crest. The local amplification shows a broad spectral peak for wave lengths comparable with or a slightly shorter than the mountain width, and generally decreases with increasing incidence angle. On the other hand, diffracted waves become stronger for the forward scattering and weaker for the back scattering as the incidence angle increases. Their

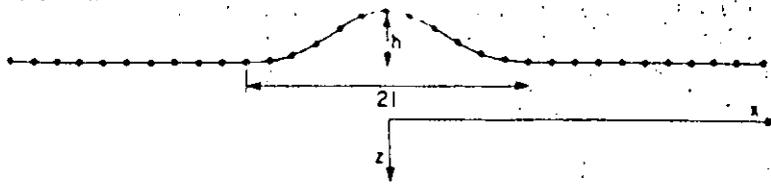


Fig. 13. The shape of ridge used by Sills (1978) and Bard (1982).



Fig. 14. One of the repeated ridge models used by Bard (1982).

lateral propagation along ridge slope and their interference with the primary wave creates rapid variations in amplitude and phase, giving rise to significant differential motions along the slope.

Bard (1982) and Bard and Tucker (1985) further considered models of three ridges in parallel as shown in Fig. 14, and showed that a relatively narrow band, additional amplification of about a factor of 1.5 relative to the single ridge case occurs due to a lateral resonance.

#### SH Waves Incident on Canyons

The simple rule of thumb by Sanchez-Sesma (1985) discussed earlier suggests amplification at the edge of a canyon and deamplification at the bottom. Bouchon (1973) showed that such a pattern develops in the case of normally incident SH waves for a canyon with the depth greater than about  $1/3$  of the half-width. Both the amplification and deamplification increases with the canyon depth. The Aki-Larner method used by Bouchon, however, is limited to cases of relatively gentle slope. A similar result was obtained by Sanchez-Sesma and Rosenblueth (1979) who used the boundary integral equation method which is applicable to topography of an arbitrary shape. Trifunac (1973), on the other hand, gave an exact solution for the case of SH waves incident on a semi-cylindrical canyon. His solution delineated the detailed amplification-deamplification pattern for various frequencies and incidence angles.

Fig. 15 and 16, for incidence angle  $0^\circ$  and  $30^\circ$  respectively, show the amplitude of surface displacement plotted as a function of two variables; one is the horizontal distance  $X$  normalized to the canyon depth or radius  $a$  (the canyon occupies  $-1 < X/a < 1$ ) and the other is the normalized frequency  $\eta$  ( $=2a/\lambda$ ) for the range from 0.25 (wavelength  $\lambda$  equal to 8 times the canyon depth) to 2.0 (wave length equal to the canyon depth). In the case of incidence angle  $30^\circ$ , waves are incident from the negative  $X$  axis, and Fig. 16 shows clearly the shadowing effect of the canyon on its far side (positive  $X$ ), and the strong interference on its near side (negative  $X$ ) between the incident and reflected waves.

The spectral amplitude diagrams such as Fig. 17 and 18 do not convey the whole picture of phenomena because the phase information is completely missing. Thus, we need a time-domain solution to capture the physics of wave scattering phenomena by a canyon. Recently, Kawase (1987a) developed an efficient method for calculating the time-domain solution in which the boundary element method (Brebba, 1978) is combined with the Green's function calculated by the discrete wave number method (Bouchon and Aki, 1977). Kawase's results corresponding to Trifunac's cases for the incident wave form of the Ricker wavelet with characteristic frequency of  $n=2$  are presented in Fig. 17 and 18, respectively for the incidence angles of  $0^\circ$  and  $30^\circ$ . It is clear from these figures that the peaks and troughs in amplitude distribution in the frequency domain do not necessarily mean actual large and small amplitudes in the time domain. For example, the time domain solution in Fig. 17 shows that both direct waves and reflected waves (marked by arrows) from the canyon surface have amplitudes nearly constant over the entire horizontal surface outside the canyon. Thus, the spectral

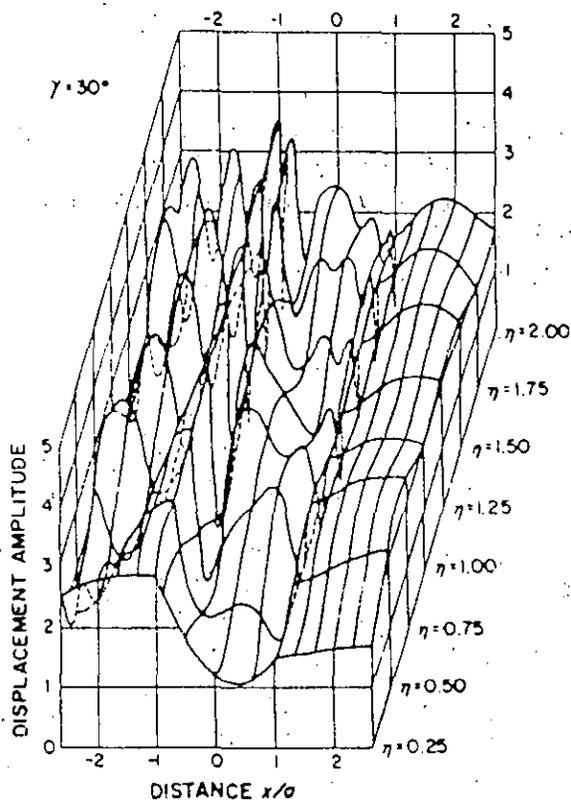
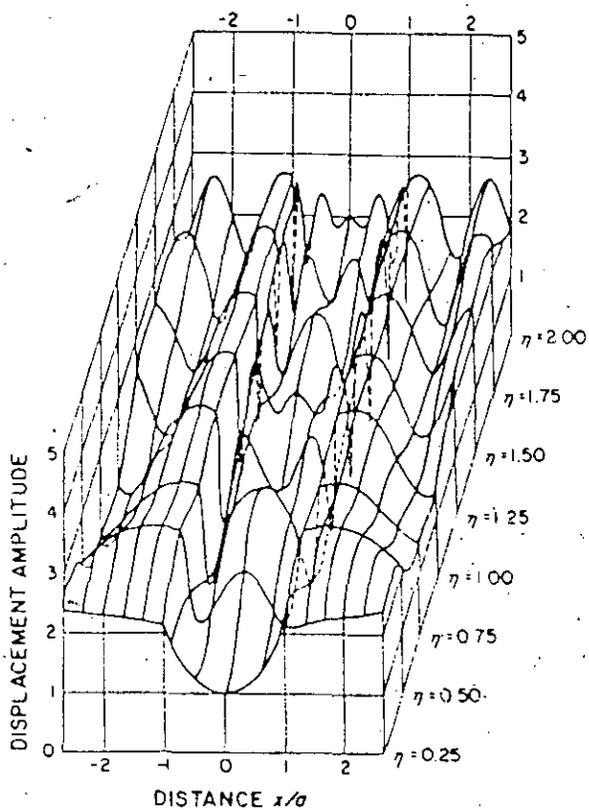


Fig. 15. The amplitude of surface motion across a cylindrical canyon due to normally incident SH waves as a function of horizontal distance  $X$  normalized to the canyon depth and the normalized frequency  $n(=2a/\lambda)$  where  $\lambda$  is the wave length of incident SH waves. (Reproduced from Trifunac (1973).)

Fig. 16. The same as Fig. 17 except that the waves are incident from  $-X$  at an incidence angle of  $30^\circ$ . (Reproduced from Trifunac (1973).)

amplitude variation over the same surface shown in Fig. 15 does not mean the actual variation in amplitude along the surface; but only means an apparent fluctuation in Fourier transform amplitude due to contributions from both the direct and reflected waves. The diffracted

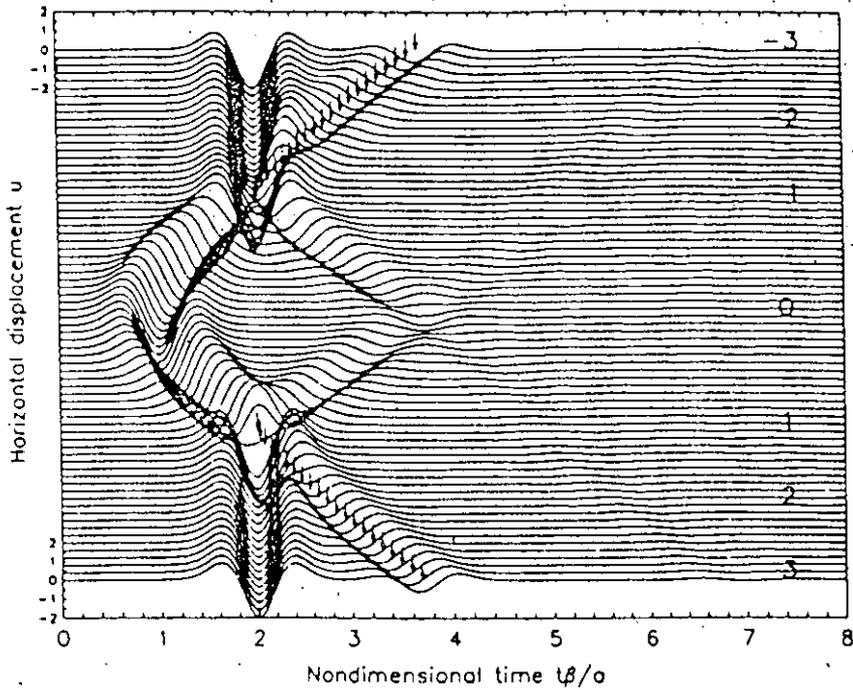


Fig. 17. The time domain solution for the case corresponding to Fig. 17. The incident waveform is the Ricker pulse with predominant frequency of  $n=2$ . (Reproduced from Kawase (1987a).)

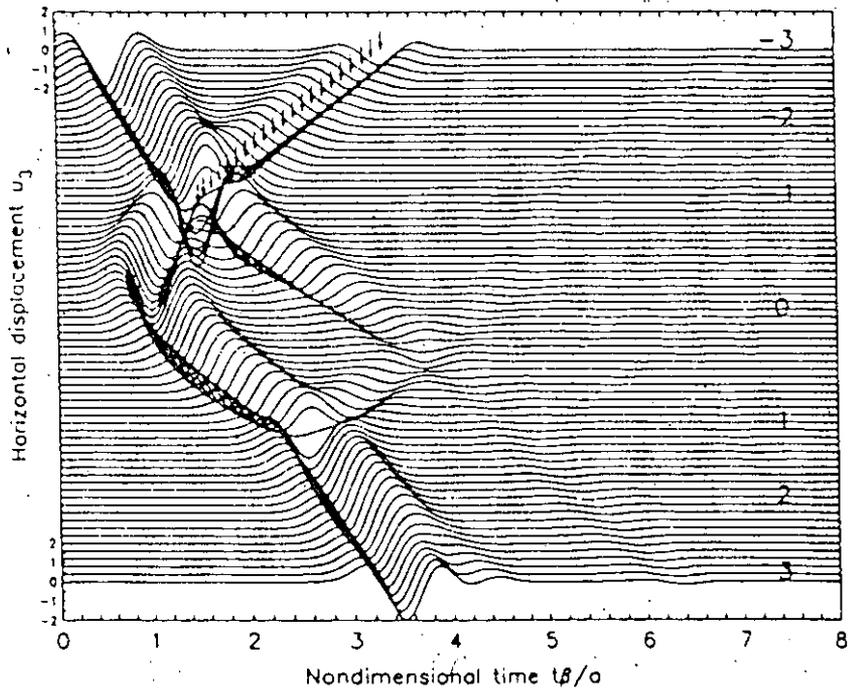


Fig. 18. The time domain solution for the case corresponding to Fig. 18. The incident wave form is the Ricker pulse with predominant frequency of  $n=2$ . (Reproduced from Kawase (1987a).)

waves from the edge of the canyon are difficult to distinguish at the surface outside the canyon from the wave reflected at the canyon.

On the other hand, the effect of shadow at the far-side edge of canyon ( $X=1$ ) is clear both in the frequency domain and time domain, because the wavelet is isolated at this point. In general, we find that the scattered wave field observed at the surface consists of (1) direct (incident) waves, (2) reflected waves at the canyon surface and (3) diffracted waves generated at both edges of the canyon. The diffracted waves propagating along the canyon surface ( $|X/a| < 1$ ) are the main motions observed inside the canyon after the arrival of direct wave. It is clear from Figures 17 and 18 that a large differential motion is expected near both edges of the canyon.

Trifunac's exact solutions have been extremely useful in serving as a classic test case for many approximate methods later developed for dealing with more general topographic geometries. Another set of exact solutions which has been used for testing approximate methods was obtained by Wong and Trifunac (1974a) for the canyon of elliptic cross-section.

In order to study the effect of canyon with an arbitrary shape, Wong and Jennings (1975) used the method of boundary integral equation to obtain solutions both in the frequency and time domain as well as response spectra. Considering a topography which simulates that near the Pacoima dam (the site of strong motion seismograph registering acceleration greater than  $1g$  during the San Fernando earthquake of 1971), they found that the effect of canyon was strongest in the frequency-domain solution for wavelengths comparable to or shorter than the canyon width. The time domain solutions showed significant differences at different points, but not as large as seen in the frequency domain solution. The response spectra showed the smallest differences with significant effects only at high frequencies.

#### P and SV waves incident on ridges

The effects of a ridge on incident P and SV waves were studied by Bard (1982) for the same ridge geometry and using the same technique as for incident SH waves. He found that the amplification of displacement at the ridge relative to the flat case is weak for incident P waves, only 10% as compared to 38% for SH and 30% for SV waves for an identical ridge shape.

In the case of incident SH waves, the diffracted SH waves propagate from the ridge crest, as mentioned earlier. In the case of incident P waves, the diffracted waves are primarily Rayleigh waves because unlike SH waves P waves propagating along the free surface cannot satisfy the stress free condition and are quickly attenuated. In the case of incident SV waves, the diffracted waves are both Rayleigh and SP waves mentioned earlier in the section on the effect of flat free surface on SV waves. Because of the involvement of different kinds of waves, the pattern of surface motion is more complicated than the case of incident SH waves. The interference between the direct waves and diffracted waves again generates rapidly varying amplitude and phase along ridge

slopes, giving rise to significant differential motions as in the case of SH waves.

When SV waves are incident at the critical angle  $\theta_c$ , where  $\sin\theta_c = (s \text{ velocity}) / (p \text{ velocity})$ , the anomalous amplification occurs at the

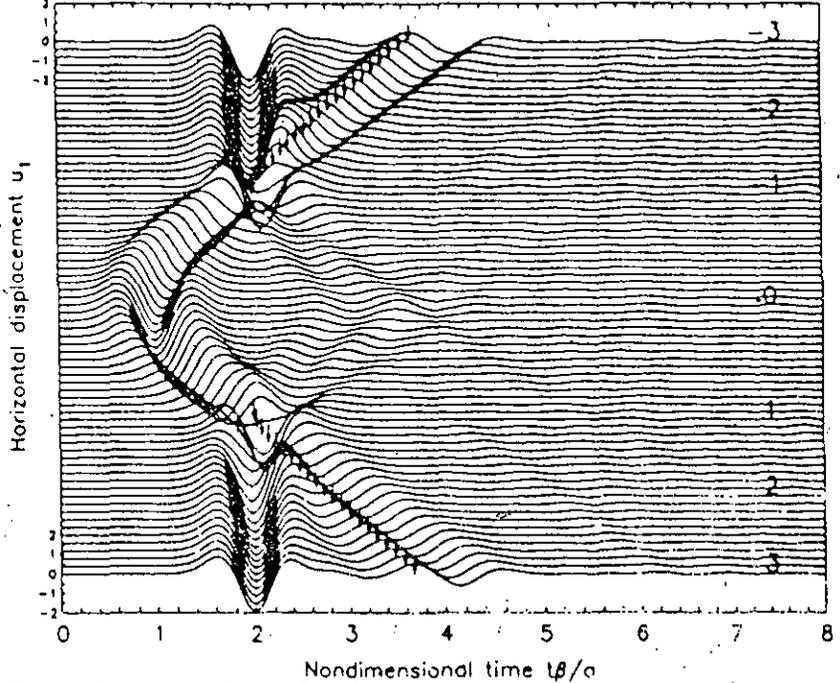


Fig. 19. The time domain solution for horizontal component displacement at the surface of a cylindrical canyon with depth  $a$  due to normally incident SV waves with the same wave form as in Fig. 17. (Reproduced from Kawase (1987a).)

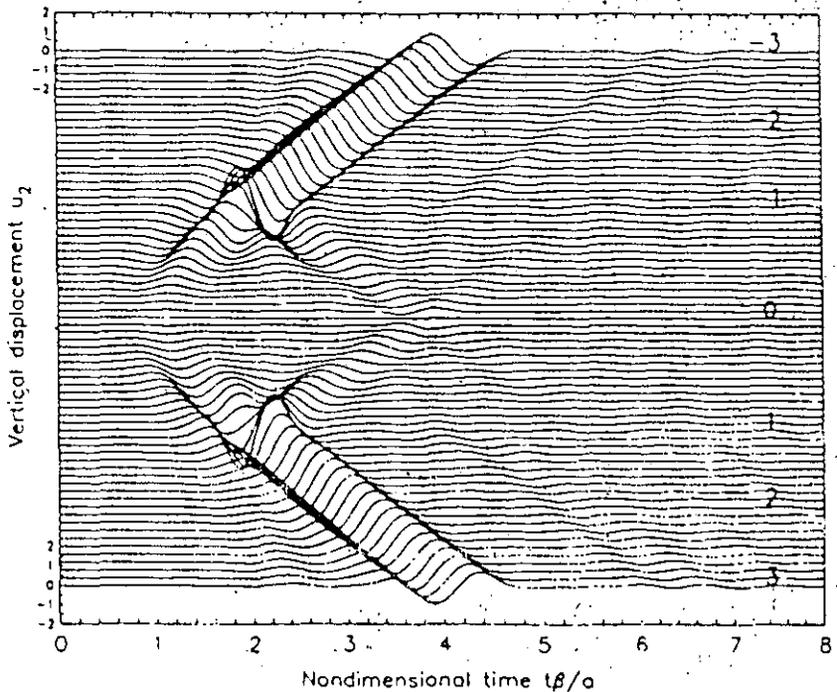


Fig. 20. The same caption as Fig. 19, except that vertical displacement is shown. (Reproduced from Kawase (1987a).)

flat surface as mentioned earlier. Bard (1982) shows an extraordinary effect observed in this case that the surface motion at the ridge crest is reduced to about a half the case of the critical angle incidence. Further study is needed, however, to ascertain the existence of a similar effect for incident spherical waves from a localized source.

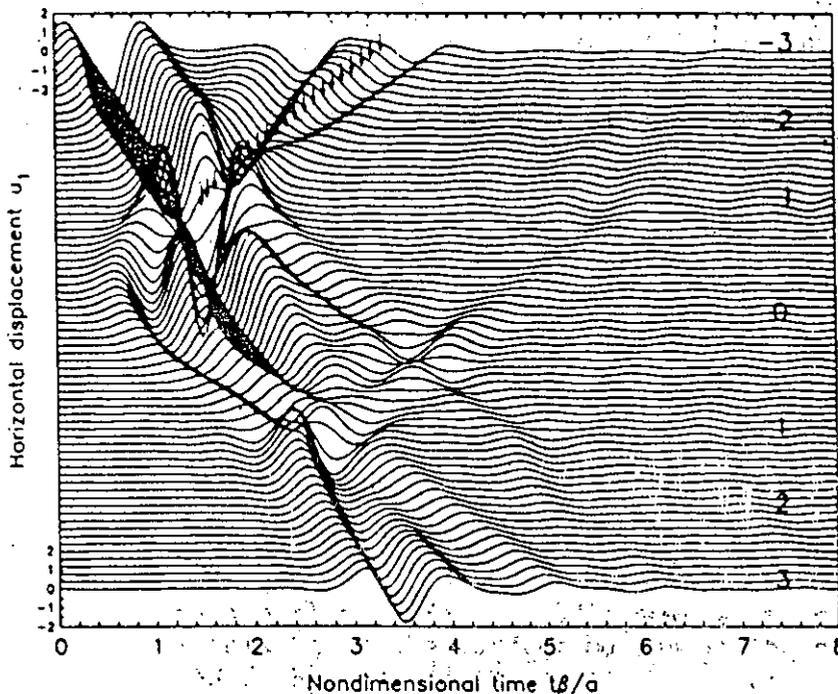


Fig. 21. The same caption as Fig. 19, except that the incidence angle is  $30^\circ$ ; the critical angle for Poisson's ratio  $1/3$ . (Reproduced from Kawase (1987a).)

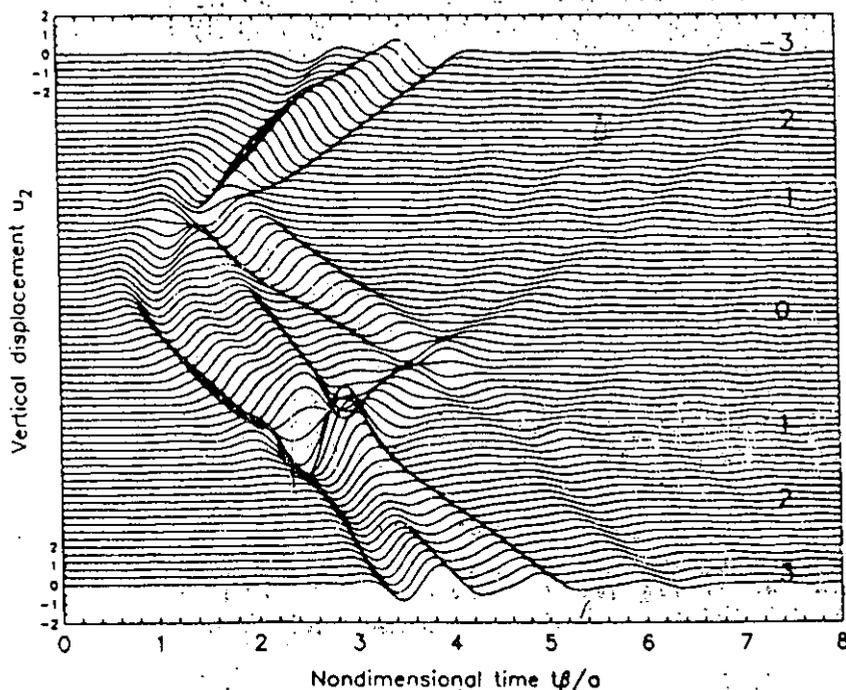


Fig. 22. The same caption as Fig. 21, except that vertical displacement is shown. (Reproduced from Kawase (1987a).)

## P and SV Waves Incident on Canyons.

P and SV waves incident on canyons of various shapes have been studied by Bouchon (1973) and Wong (1982) among others, but so far the best demonstration of physics of the phenomena is given by Kawase (1987a) who used the boundary element method combined with Green's function calculated by the discrete wave number method. His result for SH waves in a cylindrical canyon obtained by the same method described earlier showed that the wave field consists of incident SH waves, reflected SH waves at the canyon surface and diffracted SH waves generated at both edges of the canyon.

In the case of vertically incident SV waves shown in Fig. 19 (horizontal component) and Fig. 20 (vertical component), we find a similar result to the SH case except that diffracted waves now contain P, SV and Rayleigh waves. The arrival times of SV waves reflected at the canyon surface and observed on the surface outside the canyon are again marked by arrows. They are difficult to distinguish from the diffracted SV and Rayleigh waves generated at the canyon edge, although the particle motion and apparent velocity supports that they are probably of Rayleigh wave type.

For the case of SV waves with the incidence angle  $30^\circ$  shown in Fig. 21 (horizontal component) and Fig. 22 (vertical component), we find an additional complication by SP waves generated at the critical incidence angle, which is  $30^\circ$  for this case of Poisson's ratio  $(1/3)$  and propagating along the surface as P waves. The large amplitude horizontal motion immediately following the direct wave observed inside the canyon is due to SP waves. This motion is not prominent in the vertical component as expected.

The case of incident P waves is much simpler than the case of incident SV waves, partly because of the absence of SP waves and partly because of the relatively longer wave length of P waves for a given period.

The conclusion of Bard (1982) after a comparative study of P, SV and SH waves incident on a ridge, namely, "incident SV waves possess the greatest scattering power and seem to be associated with the most complicated diffraction scheme" appears to apply also to the case of a canyon.

## Rayleigh Waves Incident on Irregular Topographies

The effect of irregular topographies on Rayleigh waves in a homogeneous half space has been studied by various researchers. Here we shall only describe some of the results which may have significant engineering application.

We found that canyons are very effective to block Rayleigh waves with wave length comparable or less than the canyon depth. For example, Wong (1982) showed by a least-squares approach for matching boundary conditions that a semi-cylindrical canyon of depth (radius) a

will reduce the amplitude of transmitted Rayleigh wave down to 20% of that of incident Rayleigh waves for wave-length less than  $1.5a$ , and to 50% for wave length between  $1.5a$  and  $2.5a$ . The corresponding time-domain solution obtained by Kawase (1987a) by the discrete wave-number boundary element method showed that the amplitude of transmitted Rayleigh waves is reduced to less than 10% of that of incident Rayleigh waves of the Ricker waveform with the effective wave-length of about  $0.93a$ .

Another case of practical importance is the effect of a cliff on Rayleigh waves. Fuyuki and Nakano (1984) computed the effect of a step-like cliff on Rayleigh waves incident from the lower surface by a finite difference method, and measured the amplitude of transmitted Rayleigh waves observed at a horizontal distance from the cliff five times the wave length  $\lambda$  of Rayleigh waves. They found that the amplitude ratio of transmitted to incident Rayleigh waves decreases with the increasing height  $h$  of the step to about 30% at  $h=0.4\lambda$ , increases slightly to about 50% at  $h=0.7\lambda$ , and then again decreases to less than 10% for  $h$  greater than  $1.2\lambda$ . Their numerical results are in a good agreement with the theoretical prediction by Mal and Knopoff (1965) who omitted contributions of diffracted waves from the corners of cliff.

Fuyuki and Nakano (1984) also found significant S waves diffracted from the lower corner of cliff when Rayleigh waves are incident from the lower surface. The reciprocal problem of Rayleigh wave generation by a cliff due to incident SV waves are studied by Boore et al. (1981) using also a finite difference method. Their calculations revealed Rayleigh waves with amplitude as large as 0.4 times the amplitude of the surface motion of the incident waves in the absence of cliff, even for incident wave lengths several times the cliff height. Since Rayleigh waves have short horizontal wave lengths as compared with incident body waves, they play an important role in the differential motion.

### Three Dimensional Topographies.

The theoretical study of the effect of three dimensional topographies is still a difficult task for the currently available computer, except for the case of cylindrical symmetry as investigated by Sanchez-Sesma (1983). An alternative approach is the physical modelling such as developed by King and Brune (1981) and Brune (1984) who used photographic recording of particle motion of foam-rubber models of realistic topographies. Brune (1984) modelled the topography around the Pacoima dam accelerograph site and found that for many angles of incidence the motion at the site is reduced rather than amplified relative to the flat area. This is explained as a consequence of two counteracting effect, namely the amplification of ridge and deamplification of canyon, because the ridge on which the accelerograph site is located is itself at the bottom of a canyon.

### Flat Soft Surface Layer

The effect of soft surface layer on strong ground motion has been well recognized in Japan since early 1930's through pioneering

observational studies by Ishimoto and theoretical studies by Sezawa. A simultaneous observation of ground motion due to the same earthquake at different sites with different geologic condition was already carried out by Takahashi and Hirano (1941) almost 50 years ago who was able to obtain the transfer function between two sites from observed seismograms and interpreted it in terms of a soft surface layer at one of the sites as reproduced in Aki and Richards (1980, p. 588). They are also probably the first to explicitly give the following well known formula for the amplification factor of surface displacement due to SH waves normally incident on a soft surface layer from underneath,

$$|U(\omega)| = 2\{\cos^2(\omega H/\beta_1) + (\rho_1\beta_1/\rho_2\beta_2)^2 \sin^2(\omega H/\beta_1)\}^{-1/2} \quad (4)$$

where the incident wave is harmonic with unit amplitude and frequency  $\omega$ .  $H$ ,  $\beta_1$ ,  $\rho_1$ , are the thickness, shear velocity and density of the surface layer, respectively and  $\beta_2$  and  $\rho_2$  are the shear velocity and density of the basement rock, respectively.

The above formula predicts the familiar factor of 2 amplification of the free surface effect for incident waves with wave length much longer than the layer thickness ( $\omega H/\beta_1 \rightarrow 0$ ). The amplification is peaked at incident wave lengths  $4H$ ,  $4/3 H$ ,  $4/5 H$ , ... at which the amplification factor is equal to twice the impedance ratio between the basement and the layer, namely,  $2\rho_2\beta_2/\rho_1\beta_1$ .

The peak amplification decreases with the increasing incidence angle as shown by Burridge et al. (1980). There still exists, however, the simple rule of peak amplification related to the impedance ratio if we extend the concept of impedance to non-vertical incidence case as  $\rho\beta \cos \theta$ , where  $\theta$  is the angle between the direction of wave propagation and the vertical. Since  $\cos\theta$  approaches zero rapidly as  $\theta$  approaches  $90^\circ$ , the peak amplification decreases rapidly as the wave incidence approaches grazing for plane SH wave incidence. Burridge et al. (1980) also calculated the amplification for incident P and SV waves. For the case of vertical incidence, there is no distinction between SV and SH, and the amplification factor for P waves is very similar to that for S waves. For non-vertical incidence cases, the situation becomes complicated because of coupling between P and SV waves. In particular, for incident SV waves with incidence angle (in the basement rock) greater than the critical angle  $\theta_c$ , where  $\sin\theta_c = \beta_2/a_2$ , a very sharply peaked amplification much beyond the impedance ratio occurs at a frequency near the lowest resonant frequency ( $\beta_1/4H$ ). Thus, the effect of a soft surface layer becomes drastically different between SH and SV waves as the incidence angle increases. As an example, Fig. 23 shows the amplification for vertically incident S waves for the case in which  $\rho_2/\rho_1 = 1.2$ ,  $\beta_2/\beta_1 = a_2/a_1 = 2.5$ , and Poisson's ratio is 0.25. Fig. 24 shows the amplification for vertical (broken line) and horizontal (solid line) component for the same case but with the incidence angle  $45^\circ$ , which is beyond the critical angle for this Poisson's ratio, and a striking peak amplification as much as a factor of about 25 shows up.

An interesting and important effect of a soft surface layer is expected when the top of water table is contained in the layer, because the water table will be a strong discontinuity for P wave velocity but not for S wave velocity. As suggested by Cranswick and Mueller (1985),

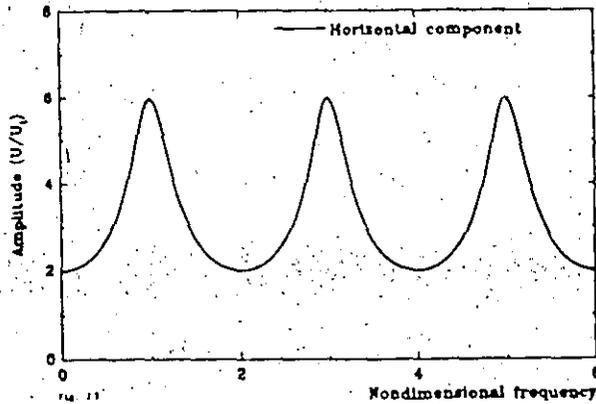


Fig. 23. The amplification factor due to a surface layer for normally incident S waves. The peak amplification is equal to twice the impedance contrast  $(\rho_2/\beta_2)/\rho_1\beta_1$ , which is 6 in this case.

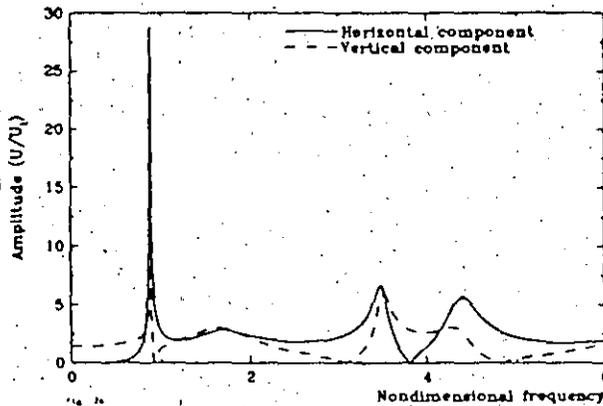


Fig. 24. The amplification factor due to a surface layer for SV waves incident at  $45^\circ$ . The solid line for horizontal and the broken line for vertical component. (Recalculated using parameters in Burridge et al. (1980).)

P waves converted by the incident SV waves at the free surface may be trapped in the layer above the water table and may become the cause of high-frequency resonance often observed only in the vertical component strong motion accelerograms obtained at soil sites.

#### Sediment-Filled Valley

Actual soft surface layers are not flat but laterally confined in the form of sediment-filled valley or basin. The finite lateral extent of the surface layer introduces additional effects such as the generation of surface waves at the edge and the resonance in lateral direction, and tends to increase the amplitude as well as the duration of ground motion. Numerous studies have been made on these effects by various researchers using a variety of approaches. Let us first sample some examples from studies by representative methods to gain some perspective about available solutions.

Exact analytical solutions are available for the case of SH waves incident on a semi-cylindrical (Trifunac, 1971) and a semi-elliptical (Wong and Trifunac, 1974b) sediment-filled valley. They have been extremely useful for testing numerical methods applicable to more general geometries. Lee (1984) obtained solutions for the three-dimensional cases of P, SH and SV plane waves incident on a semi-spherical valley, matching boundary conditions by expanding the spherical wave functions into a power series.

Finite-difference (Harmsen and Harding, 1981) and finite-element (Ohtsuki and Harumi, 1983) have been used to show a strong generation of Rayleigh waves at the edge of a sediment-filled valley when P and SV waves are incident.

When the medium is composed of a basin imbedded in a homogeneous half-space, the problem can be reduced to a set of linear equations involving Green's function and unknown parameters describing the source distribution of scattered waves. The set of linear equations can be obtained starting with the representation theorem in the form of integral equation and discretizing the boundary surface (Brebba, 1978), or it can be formed from the continuity of displacement and traction across the boundary using the complete systems of solutions (Herrera, 1981).

A great variety of the boundary method exists depending on how Green's function is calculated, how the boundary surface is discretized, how the complete systems of solutions are approximated and how the matching of displacement and traction is accomplished across the boundary. For example, Bouchon (1985), Campillo and Bouchon (1985) and Kawase (1987a) use the discrete wave number method for calculating Green's function. Wong (1982) uses the generalize inverse approach toward matching the boundary condition. Sanchez-Sesma and Esquivel (1979) and Dravinski (1982, 1983) consider the sources of scattered waves distributed near but off the boundary to avoid the singularity of Green's function, while Kawase *et al.* (1982) eliminates the singularity by approximate integration over the segmented surface.

The Aki-Larner (1970) method based on the Rayleigh ansatz and the discrete wave number representation can be also considered as a particular case of approximation to the complete systems of solutions (Sanchez-Sesma *et al.*, 1982). In the Aki-Larner method, the wave field in each layer is expressed as a superposition of plane harmonic waves including inhomogeneous plane waves, and the boundary condition is met in the horizontal wave-number domain taking advantage of the fast Fourier Transform. The method has been extended to the time domain by Bouchon (1973) and Bard and Bouchon (1980a, b), to three dimension by Niwa and Hirose (1985), to the case of multiple layers by Kohketsu (1987), and to the case of vertically inhomogeneous layers by Bard and Gariel (1986).

Ray methods (Hong and Helmburger, 1977) and their extension, Gaussian beam methods (Nowack and Aki, 1984) have also been used to study the ground motion in sediment-filled basins. They appear to give a surprisingly good result for the case of incident SH waves.

Recently, Sanchez-Sesma et al. (1987) presented a strikingly simple representation of wave field as a sum of rays in a triangular basin with a dip angle  $\pi/2N$  ( $N=3,5,7,\dots$ ) under incident SH waves. Since ray methods are the least time-consuming, the practical application to three-dimensional earth model is possible for the deterministic prediction of site effect using the present-day computer and has been attempted (Ihnen and Hadley, 1987).

Ray methods, however, cannot deal with the cases in which inhomogeneous plane waves, such as Rayleigh waves and beyond-critically reflected waves, play major roles, as in the case of P and SV waves incident on the sediment-filled basin.

In the following, we shall summarize major results on the effect of sediment-filled basin on incident P, SV and SH waves obtained in the literature.

### SH Waves Incident on Sediment-Filled Valleys

The seismic motion of a sediment-filled valley due to incident SH waves has been thoroughly studied by Bard and Bouchon (1980a, b, 1985), Bard and Gariel (1985) and Bard (1983). Their approach of investigating solutions in time, frequency and wave number domains was particularly useful in clarifying the physical processes involved in the complex phenomena. They considered two types of valley geometry as shown in Fig. 25. Type 1 is a cosine-shaped valley with half-width  $D$  and depth  $h$ . Type 2 has a flat bottom bounded by steep edges with half width  $d_1$  of the bottom part,  $d_2$  of the edge part and depth  $h$ . The density, shear velocity and rigidity of the sediment are  $\rho_1$ ,  $\beta_1$ , and  $\mu_1$  and those of the basement rock are  $\rho_2$ ,  $\beta_2$ , and  $\mu_2$  respectively. In the examples reproduced here,  $\rho_1=2.0 \text{ g cm}^{-3}$ ,  $\rho_2=3.3 \text{ g cm}^{-3}$ ,  $\beta_1=0.7 \text{ km sec}^{-1}$ ,  $\beta_2=3.5 \text{ km sec}^{-1}$  and the damping is assumed to be 0 (or  $Q=\infty$ ). Fig. 26 shows seismic motions at the surface of type 1 (cosine-shaped) valley with  $h=200 \text{ m}$  and  $D=5 \text{ km}$  when a SH plane waves of Ricker waveform with the characteristic period  $0.732 \text{ s}$  incident vertically from below. Fig. 27, on the other hand, shows seismic motions at the surface of type 2 (flat bottom) valley with  $h=500 \text{ m}$ ,  $d_1=4 \text{ km}$  and  $d_2=1 \text{ km}$  when a SH plane waves of Ricker waveform with the effective period of  $1.225 \text{ s}$  incident vertically from below. Because of the symmetry, only one half

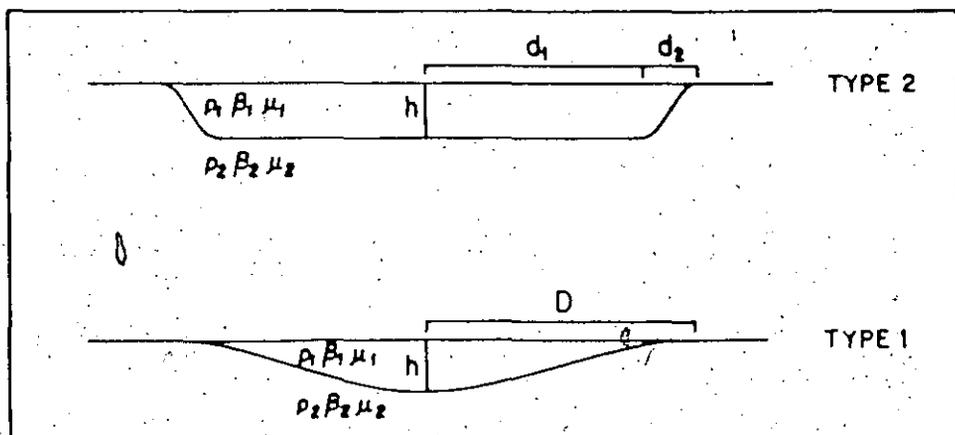


Fig. 25. Two types of sediment-filled valley studied by Bard and Bouchon (1980a,b).

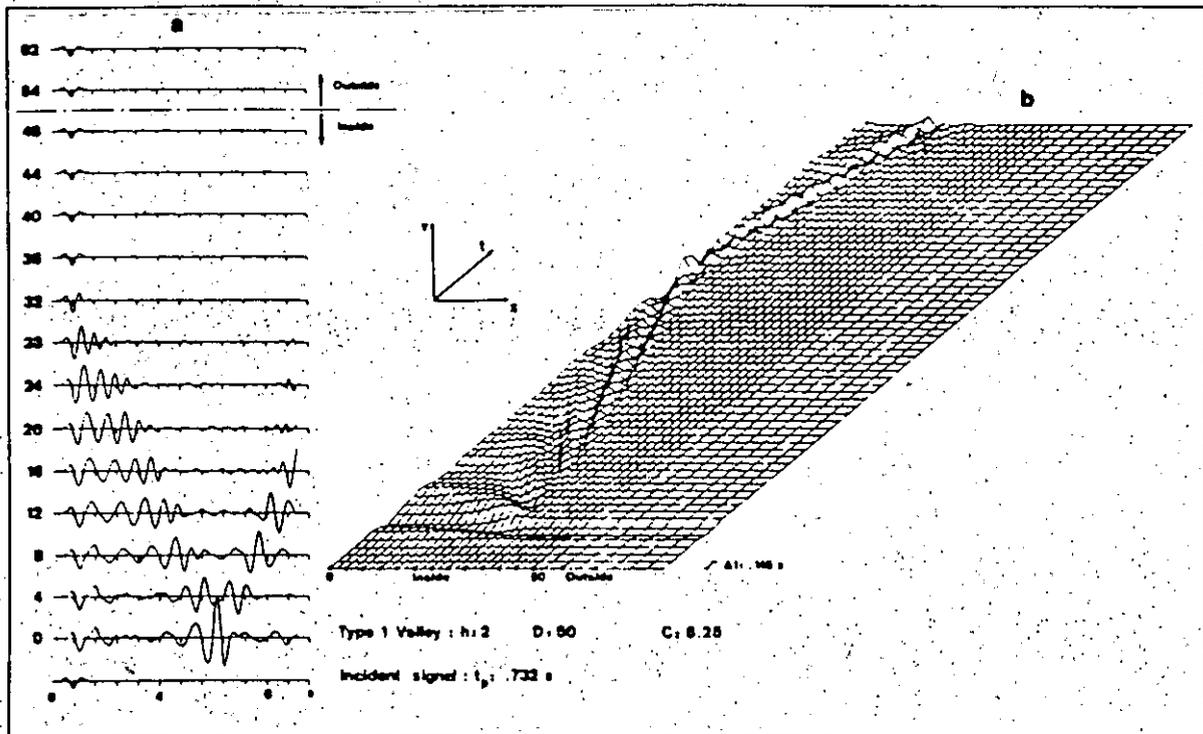


Fig. 26. Response of a type 1 valley with maximum depth  $h=200$  m, half-width  $D=5$  km, to a vertically incident SH Ricker wavelet of characteristic period  $0.732$  sec. (a) The traces represent the displacement at surface receivers, spaced from  $0$  to  $6.2$  km from the Valley Center. The bottom trace would be the surface displacement without the valley. (b) Diagram showing the spatial ( $x$ ) and temporal evolution of the surface displacement in the valley and in its vicinity. The dots indicate the location of sites where the seismograms in (a) are computed. (Reproduced from Bard and Bouchon (1980a).)

of the valley is shown in these figures. In both cases, it is clear that the main departure from the flat layer response is the Love waves generated at the edge of valley and propagated back and forth between both edges. The amplitude of Love waves is the largest at the valley center because of the constructive interference of waves from both edges. We find that stronger Love waves are generated by type 1 (cosine) valley than type 2 (flat bottom) even though the depth of sediment is thicker for the latter. It is also apparent that seismic motion in type 2 valley shows stronger flat-layer response because of the broader width over which the sediment depth is constant.

The departure of seismic motion from the flat-layer response due to generation of Love waves in the sediment critically depends on the damping characteristic of the sediment. If, for example, the damping is 10% (corresponding to  $Q=5$ ), most of Love waves seen in Fig. 27 will be wiped out. In fact, Aki and Larner (1970) studying the identical problem as in Fig. 27 but assuming 10% damping, concluded that the flat-layer response is applicable to this case. Thus, the question of

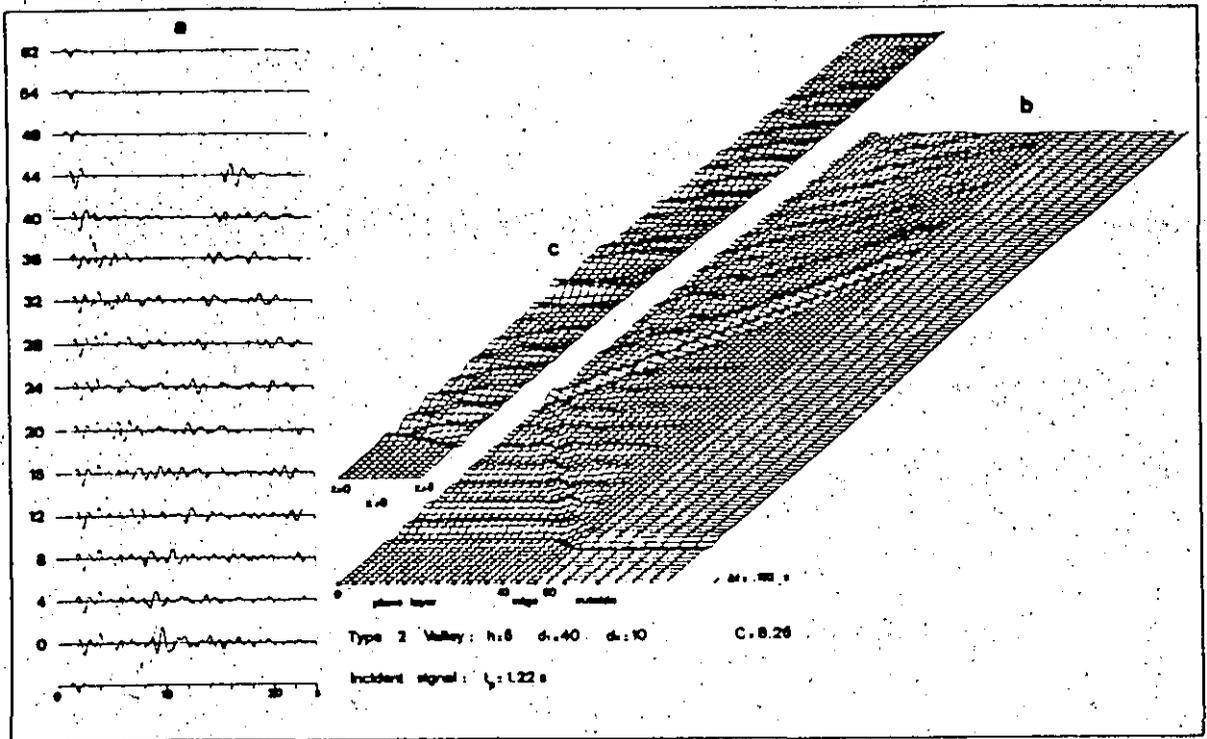


Fig. 27. The same as Fig. 26 except that the SH wave with the characteristic period 1.22 sec is incident on the type 2 valley with deeper depth ( $h=500$  m). (Reproduced from Bard and Bouchon (1980a).)

the applicability of the flat-layer response critically depends on the damping of sediment. If the damping is strong, the flat-layer response will give a satisfactory result in this case.

The effect of oblique incidence, however, may be quite different between the flat-layer and the sediment-filled valley even if the damping is strong. As mentioned earlier the peak amplification in the flat layer case decreases with the incidence angle. Aki and Larner (1970) showed that the surface motion of the type 1 valley is nearly independent of the incidence angle. Bard and Bouchon (1980a) further observes that the surface motion may be increased by the direct transformation of obliquely incident SH waves into Love waves. An example of strong Love waves generated at the near-source edge of valley is shown in Fig. 28 for the same valley as shown in Fig. 27 but for incidence angle of  $45^\circ$  and waveform of period 1.83s.

Bard and Bouchon (1985) recognized that the whole sediment-filled valley begins to vibrate in phase with a single frequency when the shape ratio  $h/P$  exceeds a certain critical value, where  $P$  is the total width over which the sediment thickness is more than half its maximum. This phenomenon was also seen in the semi-cylindrical valley studied by Trifunac (1971). They called it "2-D resonance", and found that the critical shape ratio depends on the velocity contrast between the sediment and the basement. The critical shape ratio is smaller for the greater velocity contrast as shown in Fig. 29.

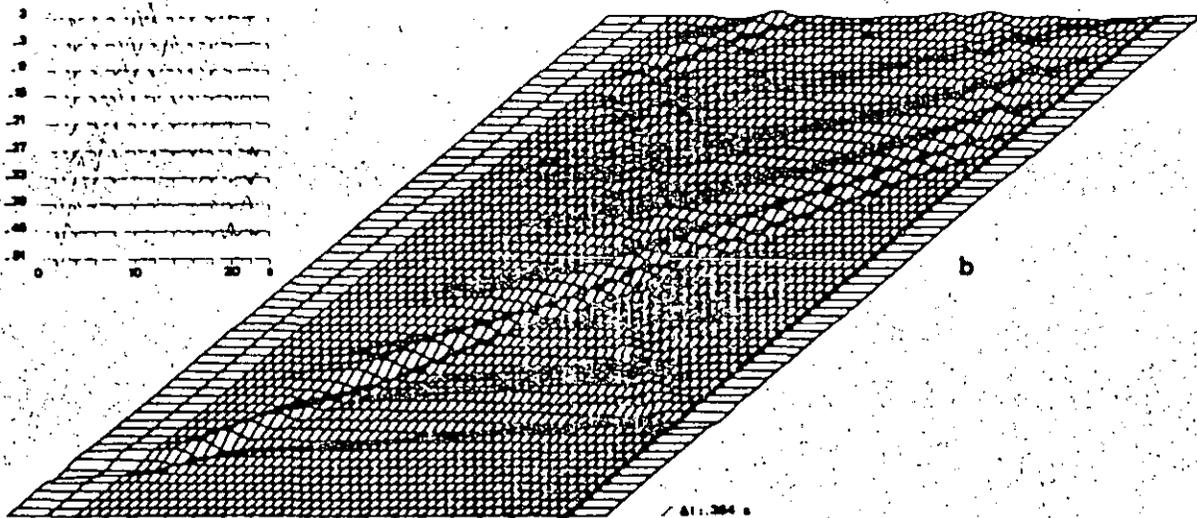


Fig. 28. The same as Fig. 27 except that the SH wave with the characteristic period 1.83 s is incident at an incidence angle of  $45^\circ$ . (Reproduced from Bard and Bouchon (1980a).)

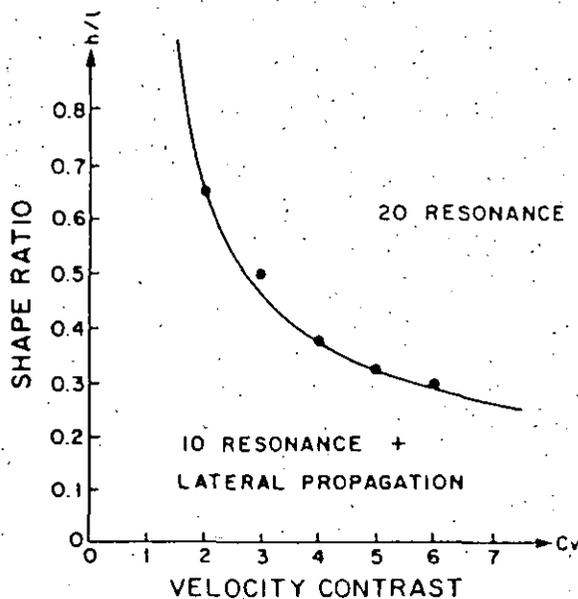


Fig. 29. The critical shape ratio for the 2-D resonance as a function of the velocity contrast between the sediment and basement for incident SH waves. (Reproduced from Bard and Bouchon (1985).)

The 2-D resonance, in general, shows higher frequency and higher peak amplification than the 1-D flat-layer resonance. Bard and Bouchon (1985) made a systematic study of nine cosine-shaped valleys with shape ratios ranging from 0.05 to 1.0, velocity contrast of 5, density contrast of 1.5 and damping of 2.5% ( $Q$  of 20). For each case, they

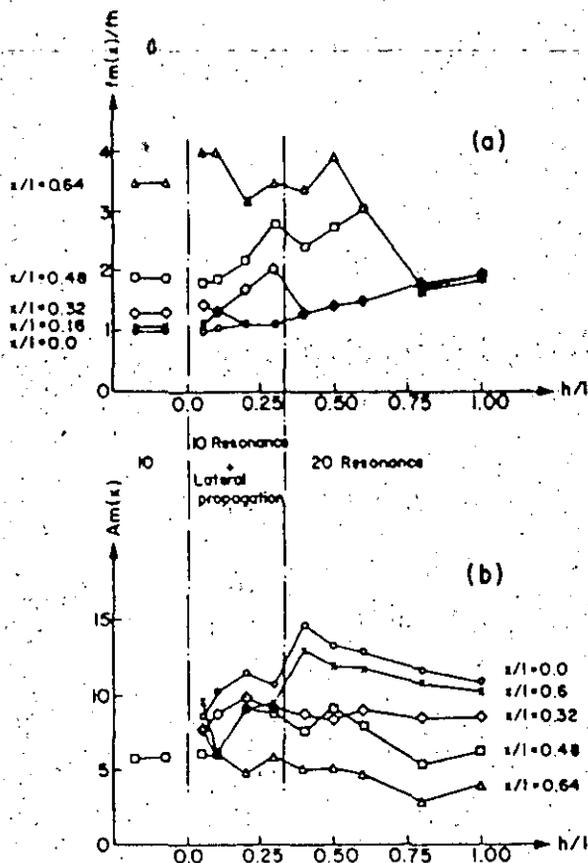


Fig. 30. Peak frequency and the corresponding amplification factor at several horizontal locations  $x$  within the sediment as a function of the shape ratio ( $h/l$ ). (Reproduced from Bard and Bouchon (1985).)

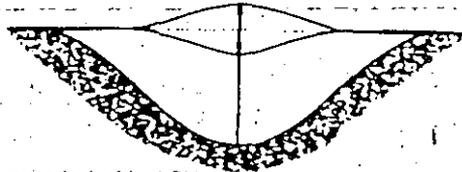
measured the peak frequency and the corresponding amplification factor at five surface sites equally spaced from  $X/P=0.0$  (center) to  $X/P=0.64$  (edge). They are shown in Fig. 30 together with the frequency and amplification factor for the flat-layer case with the thickness equal to the thickness below each site. It is extremely interesting to see that as the shape ratio increases, the resonance frequency converges to the single value for the 2-D resonance, while the amplification factor diverges from the single value for the 1-D resonance (the impedance ratio diminished slightly by the damping effect). Fig. 30 shows that the 2-D amplification is up to 3 times the 1-D values near the valley center.

Strong amplification of differential motions, such as strain, tilt and rotation, by a sediment-filled valley is expected as demonstrated, e.g., by Bouchon et al. (1982). As a rough estimate, the amplification factor for differential motions would be inversely proportional to the square of shear velocity in the sediment, because the peak displacement amplification is proportional to the impedance contrast, and the wave length is proportional to the shear velocity.

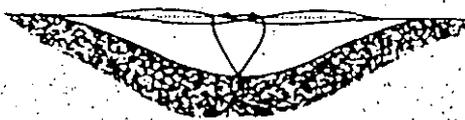
#### P and SV Waves Incident on Sediment-Filled Valley

Bard and Bouchon (1980b) extended their study of SH waves in

Bulk mode, incident P waves  
 $h/l = 0.6$ ;  $f_0/fh = 1.16$



In-plane shear mode, incident SV waves  
 $h/l = 0.3$ ;  $f_0/fh = 1.41$



Anti-plane shear mode, incident SH waves  
 $h/l = 0.4$ ;  $f_0/fh = 1.31$

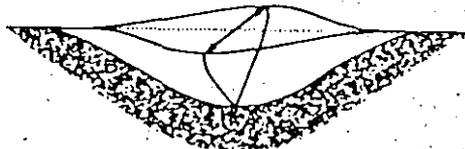


Fig. 31. Vibration modes of a sediment-filled valley due to normally incident P waves (top), SV waves (middle) and SH waves (bottom). (Reproduced from Bard and Bouchon (1985).)

sediment-filled valley to incident P and SV waves using the same two types of valley geometry. The behavior of the motion is qualitatively similar to that for SH waves. The edge of valley generates surface waves (Rayleigh waves in this case) which are trapped between the two edges and increases the amplitude of the motion as well as its duration. The seismograms, however, are much more complicated than in the SH case because of interference among P, SV and Rayleigh waves.

The transition to the 2-D resonance occurs for both P and SV cases as in the SH case, but it appears to occur for SV at a smaller shape ratio than for SH and P. Bard and Bouchon (1980b) observed, for the type 1 valley with  $h=1$  km,  $D=5$  km, and velocity contrast of 5, the in-phase vibration of the whole valley that lasted far too long to be explainable by the flat-layer theory.

The fundamental modes of 2-D resonance excited by P, SV and SH waves are illustrated in Fig. 33 reproduced from Bard and Bouchon (1985).

The seismic motion in sediment-filled valleys due to incident P and SV waves has not been studied as extensively as for the SH case. We expect especially unusual phenomena for oblique incidence of SV waves as we have seen in the cases of flat free surface, ridge, canyon, and flat surface layer.

#### Comparison of Observation and Theory

Recently, Geli *et al.* (1986) made a comprehensive review of the effect of topography on seismic motion, thereby comparing observational results obtained by Davis and West (1973), Griffith and Bollinger (1979) and Tucker *et al.* (1984) with theoretical results obtained by

Boore (1972), Smith (1975), Sills (1978), Zhenpeng et al. (1980), Bard (1982) and Zahradnik and Urban (1984).

They found that theoretical results are in agreement with results from laboratory model experiments such as done by Rogers et al. (1974), but they cannot explain the large amplification effect observed at some ridge crests in the field. Some of the observed amplification are far too large to be attributed to the simple topography effect considered in the theoretical studies. Bard and Tucker (1985) and Geli et al. (1986) suggested that combined effects of elevated topography, low velocity layering at higher elevation, and laterally repeated ridges may explain the observed high amplification.

A comparison of theory and observation becomes more difficult for the effect of soft surface layer or sediment-filled valley because we need to have not only the information on sub-surface velocity and density distribution, but also a simultaneous observation of seismic motions at the surface and at a reference point either in the basement rock beneath the surface observation point or at a nearby exposed site.

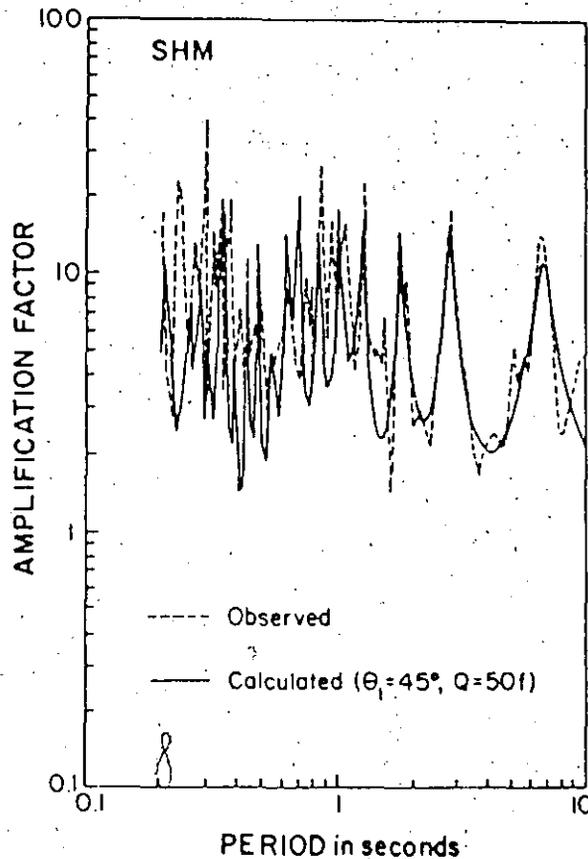


Fig. 32. Comparison of the observed and calculated amplification factor at a borehole station SHM. The observed amplification is obtained from a simultaneous recording at the surface and borehole bottom. The calculated curve is based on the shear velocity, density,  $Q$  values, and thickness of layers above the basement rock known from borehole measurements. (Reproduced from Kinoshita et al. (1986).)

Examples from simultaneous observation at the surface and depth were given by Kinoshita *et al.* (1986) using several holes 2 to 3 km deep penetrated into the Tertiary basement rock near Tokyo, Japan. The shear wave velocity, density and thickness of layers above the basement rock as well as their  $Q$  values are known from various borehole seismic observations.

Fig. 32 shows a comparison of observed spectral ratio for surface and basement motion (dotted lines) at station SHM (depth of 2.3 km) and the theoretical amplification for SH waves with the incidence angle  $45^\circ$  in the basement rock. The earthquake used for calculating the amplitude ratio was  $M=7.0$  earthquake of July 23, 1982 at a distance about 200 km from the station. The agreement between observation and flat-layer theory is very good both in the absolute level of amplification and peak frequencies.

Another example of good agreement comes from the Mexico earthquake of September 19, 1985. As shown in Fig. 33, Romo and Seed (1985), using the one-dimensional, vertical wave propagation analysis procedure of Seed and Idriss (1969) and Schnabel *et al.* (1972), compared the average spectrum of observed motion at station CAO with the spectrum computed for proper choices of shear velocity and damping of soil assuming that the motion observed at station UNAM corresponds to the incident wave beneath CAO. It was pointed out, however, by Kawase (1987b) that the duration at station CDAO was too long to be explained by the 1-D resonance.

A most impressive comparison of observed seismic motion in a sediment-filled valley and theoretical prediction was made by Bard and Tucker (1987) for the Chusal Valley, Garm, USSR. The thickness and seismic velocity of the sediments are known from the work of Sedova (1962) as shown in Fig. 34. At the top of Fig. 35, the NS component velocity seismogram band-passed between 1.5 and 4.5 Hz from the S wave of a local event is shown. The valley surface appears to move in phase and the amplitude is greatest at the valley center and decreases smoothly toward the valley edges.

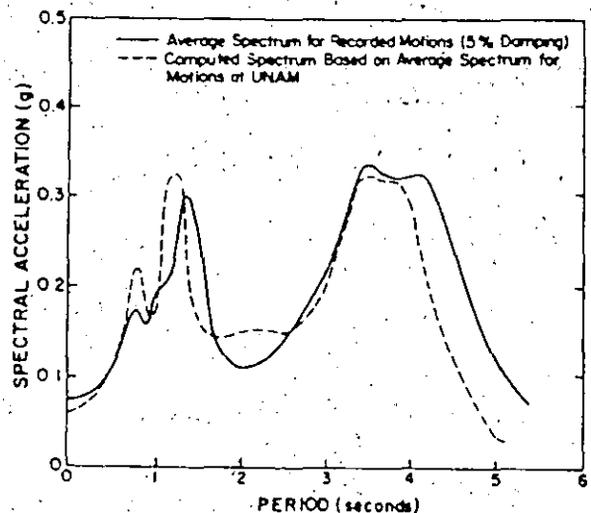


Fig. 33. Comparison of spectra for recorded and computed motions at CAO site in Mexico City. (Reproduced from Romo and Seed (1986).)

Fig. 34. Chusal Valley sediments and seismometer sites. Plan view sketch of Chusal Valley. The 5 m - contours of sediment thickness, together with the P and S wave velocities as a function of depth (inset, upper left) were determined in a seismic reflection study (Sedova, 1962). Also shown are the seismometers sites 1 through 12 used in this study, and the tunnel site (T) acting as a common trigger and reference for the valley stations. The dotted line to the south indicates the estimated boundary with the saturated sediments of the Surkhob Valley. (Reproduced from Bard and Tucker (1987).)

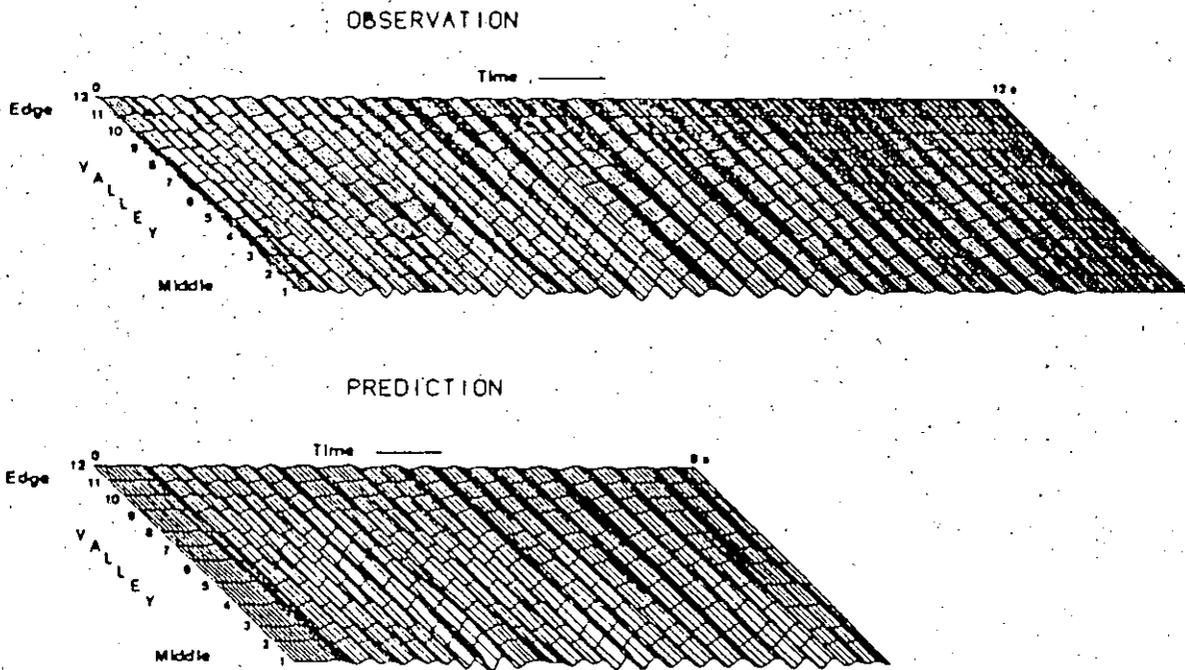
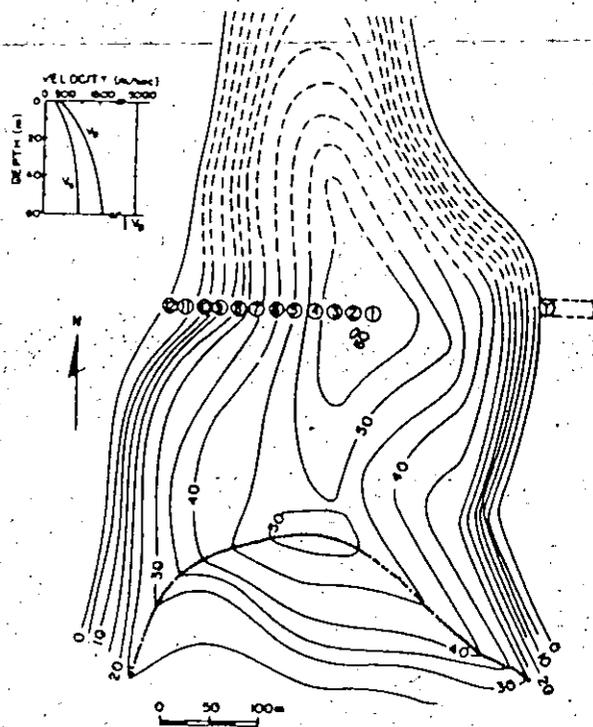


Fig. 35. Two-dimensional anti-plane shear resonance across Chusal Valley. (Top) Observed space-time response of Chusal Valley. The 12 NS component seismograms were recorded during a very small local event on October 12, 1977, located 3 km south of Chusal at a depth of 6 km. These records have been band-passed between 1.5 and 4.5 Hz in order to

emphasize the fundamental resonance mode: the motion is in-phase across the whole valley, and its amplitude decreases from the center to the edge. (Bottom) Predicted space-time SH response of Chusal Valley to the same event. The incoming signal was chosen in such a way the predicted signal at the valley edge would be the same as the recorded one. The incoming wave is a vertical plane SH wave. These seismograms are also band-passed between 1.5 and 4.5 Hz. (Reproduced from Bard and Tucker (1987).)

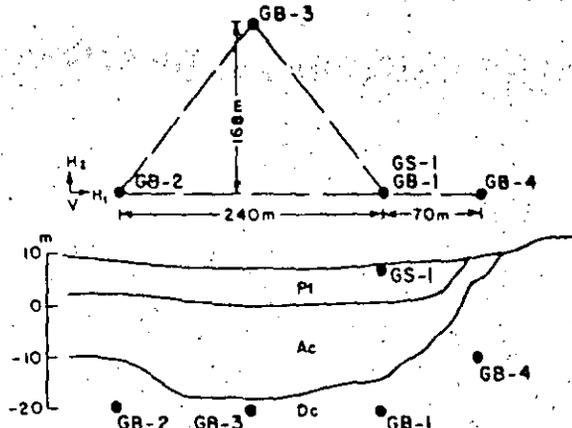


Fig. 36. Plan view (top) and cross-section (bottom) of seismograph sites in the sediment and basement rock. (Reproduced from Ohtsuki *et al.* (1984).)

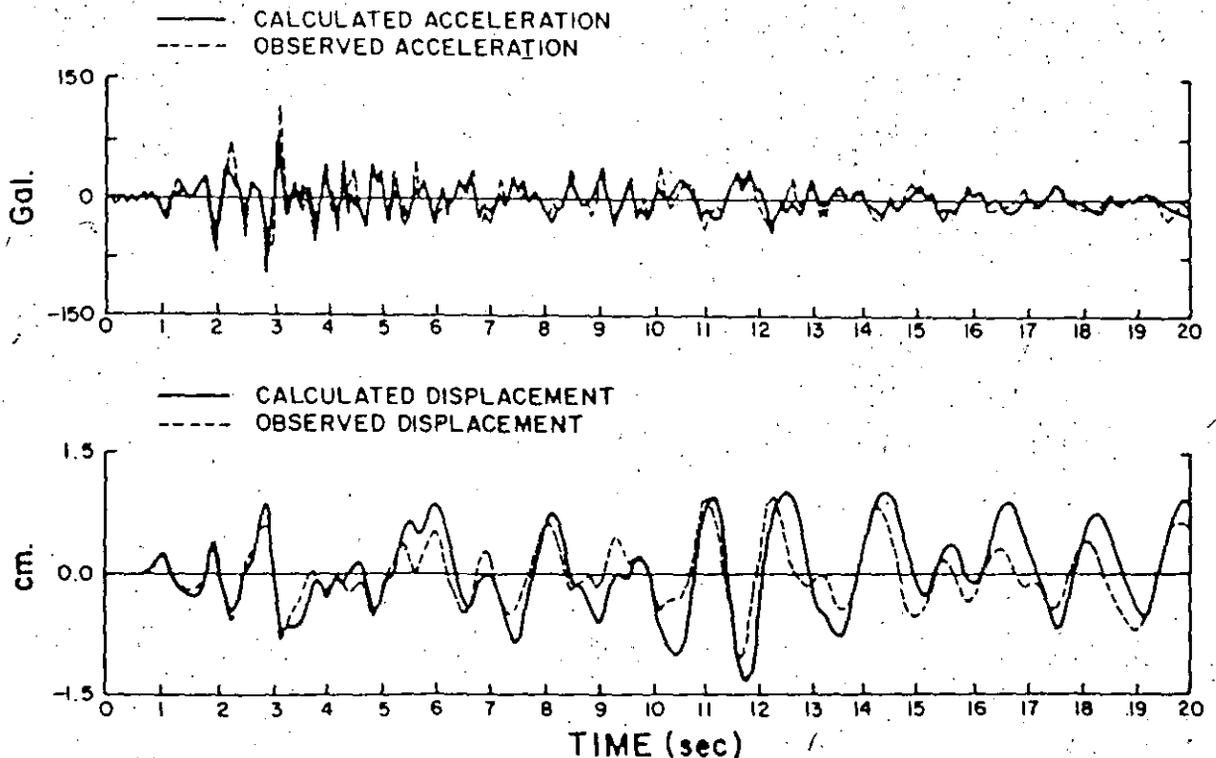


Fig. 37. Comparison of observed (dashed line) and calculated (solid line) accelerograms and displacements at the GS-1 site (see Fig. 38). (Reproduced from Ohtsuki *et al.* (1984).)

Using the Aki-Larner method extended to the layer with a vertical velocity gradient, Bard and Tucker (1987) calculated the seismic motion on the basis of Sedova's model as shown at the bottom of Fig. 35. We find that main features of observed motion are reproduced in the predicted.

Another example of good agreement between observed and calculated motions was obtained by Ohtsuki *et al.* (1984). They recorded simultaneously earthquake motions at the surface of a low velocity sediment-filled valley near its edge and at points in the basement rock, as shown in Fig. 36. The observed motion at the surface site (GS-1) was compared with the theoretical motion in Fig. 37 calculated by the hybrid method which combined a particle model (with the input motion given by the observed basement motion) and finite element method. The agreement is quite satisfactory both for acceleration and displacement.

The above examples suggest that we may have an adequate state-of-the-art in predicting the site effect on ground motion for many realistic situations, if we know (1) input motion, (2) velocity and density distribution, (3) topography, (4) sediment thickness, and (5) damping of sediment.

Our analysis method still need development for application to more general 3-D, heterogeneous and anisotropic cases, but the real difficulty lies in gaining the information about input motion and structural parameters mentioned above.

The analytical approach described in the preceding several sections is expensive in terms of computer time, necessary input and structural information. Earlier, we described an alternative approach of empirically determining site-specific amplification using the regression analysis of earthquake data. There is an intermediate approach between these two extremes, namely, trying to correlate empirically determined amplification factor with the characteristic of site condition that can be measured relatively easily.

#### Characterization of Site Conditions

The single most important parameter affecting the site amplification is probably the near-surface shear wave velocity as can be found in our detailed discussions on the causes of local variations in ground motion. For example, the resonant peak amplification of a flat surface layer is proportion to the impedance contrast, which is inversely proportional to the near-surface shear wave velocity assuming that basement velocity is constant. If the shear wave velocity varies smoothly in both lateral and vertical directions, the resonance disappears, but the amplitude will be inversely proportional to the square root of impedance as shown in Aki and Richards (1980, p. 116), and therefore to the square root of near-surface shear wave velocity. In fact, a comprehensive study of empirical site amplification factor and various geologic and geotechnical parameters made by Rogers *et al.* (1985) for Los Angeles and San Francisco revealed that the most significant factor controlling site amplification is mean void ratio

which strongly correlates (inversely) with the mean shear wave velocity.

Void ratios ( $e$ ) are computed from dry density (GD) data obtained from the foundation engineering data by using the relation  $e = (GS/GD) - 1$ , where GS is the density of the solid without voids. The void ratio data are more readily available than the shear wave velocity data. They are generally obtained from engineering boreholes as the depth-weighted mean for the upper 8 m.

Fig. 38 from Rogers et al. (1985) shows the short period spectral ratio smoothed over 0.2 to 0.5 sec at sites in the Los Angeles basin as a function of the void ratio of the site. It is remarkable that the range of variation reduced from a factor of 7 to a factor of 2 by specifying the void ratio.

Rogers et al. studied 9 other geotechnical parameters; (1) mean percentage of silt and clay, (2) thickness of Quaternary, (3) age, (4) thickness of Holocene, (5) depth to water table, (6) textural type, (7) depth to crystalline basement, (8) depth to cementation, and (9) mean shear wave velocity. They found that in addition to the void ratio and shear wave velocity, the thickness of unconsolidated sediment (principally Holocene) and the depth to basement rock are also significant parameters controlling the amplification for periods 0.2-0.5 s. At periods longer than 0.5s, depth to basement rock and the thickness of Quaternary sediments were found to be controlling factors. They found, at least for Los Angeles, that the depth to water table is not a reliable predictor of site amplification.

A geotechnical site parameter calculated from blow-count (N-value) profiles from standard penetration test has also been shown to have a significant relation with the amplification factor by Goto et al. (1982).

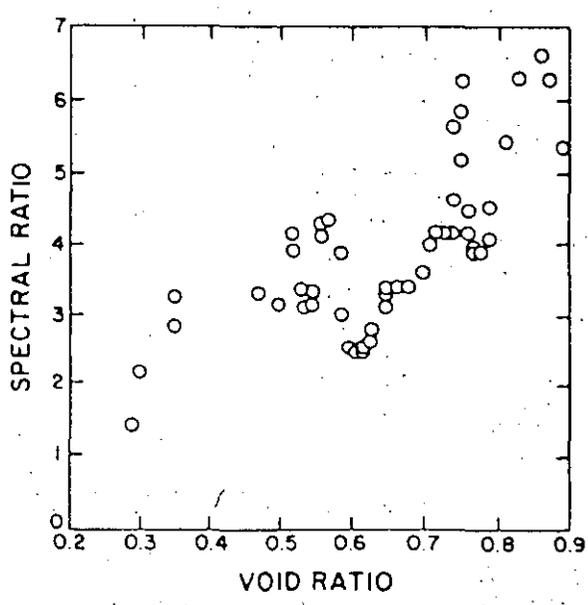


Fig. 38. Spectral ratio relative to a rock site smoothed over the period range 0.2 to 0.5 sec at sites in the Los Angeles basin plotted against the void ratio (Reproduced from Rogers et al. (1985).)

All the above characterizations are anticipating that softer the material higher the amplification. There is, however, a definite trend that the relation may be reversed for frequencies higher than a few Hz as discussed in detail in an earlier section. In fact, Anderson and Hough (1984) presented a strikingly simple frequency dependence of the observed S-wave acceleration which clearly manifest the importance of absorption in site effects on high frequency seismic motion. They found that the acceleration spectrum can be characterized by a trend of exponential decay  $e^{-\pi k f}$ , and the coefficient  $k$  is systematically smaller for sites on rock than for sites on alluvium.

Thus, for higher frequencies, the geotechnical parameters related to the softness of soil will have a relation with the site amplification factor opposite to the one for lower frequencies. Our future problem in this area would be to find an effective geotechnical parameter which can characterize this frequency dependent behavior of site amplification-deamplification effect.

The testing of site amplification predictions based on various geotechnical measurements being coordinated by the California Division of Mines and Geology as a part of the Parkfield Earthquake Prediction experiment is a useful starting point for finding such an effective parameter.

## Conclusions

In this review of site effects on strong ground motion, we started with the broad classification of site conditions into soil and rock and found there exists a cross-over period above which the soil site shows higher amplification than the rock site and below which the relation is reversed. The cross-over period is around 0.2 sec for both U.S. and Japan. The amplification of soil sites relative to rock sites for periods longer than the cross-over period amount to a factor of 2 to 3, and the amplification of rock sites relative to soil sites for periods shorter than the cross-over is less than a factor of 2. No significant difference was found in the peak ground acceleration between soil and rock sites.

The above results do not mean that the site effect decreases with decreasing period, rather means that the broad classification fails to capture the essential factor controlling the site effect for shorter periods. This conclusion was obtained from the review of empirical site specific amplification obtained from regression analysis of strong motion and weak motion data.

Observations in both Japan and U.S. indicate that the geographic variation of site specific amplification factor obtained by regression analysis ranges over a factor of about 10 for frequencies between 1 and 10 Hz. Since the standard error of the observed variation of amplification factor for different directions of incident waves is less than a factor of 2, we may conclude that a very meaningful microzonation map predicting the amplification factor can be constructed for the frequency range at least from 1 to 10 Hz.

There are two alternative approaches toward the meaningful microzonation. One is to measure the site-specific amplification factor empirically using the data from large and small earthquakes. The other is to improve the characterization of site conditions to capture the frequency dependent amplification effect.

The microtremors are easier to observe than earthquakes and useful for a broad classification of site conditions, but cannot give accurate estimation of amplification factor because of the unknown source effect.

Numerous observations are presented to support that the amplification factors for weak and strong motions are similar to each other to the first order, except for the obvious case of liquefaction, although a latest result from SMART-1 array suggests an intriguing possibility of non-linear effect on peak ground acceleration.

In order to improve the site characterization, we reviewed theoretical studies on the causes of local variations in ground motion including the effects of flat free surface, topography, flat soft surface layer, sediment-filled valley. We present several successful comparisons of observation and theory, and suggest that we may have an adequate state-of-the-art in predicting the site effect on ground motion for many realistic situations, if we know (1) input motion, (2) velocity and density distribution, (3) topography (4) sediment thickness, and (5) damping of sediment. The analysis method still need development for application to more general 3-D, heterogeneous and anisotropic cases, but the real difficulty lies in gaining information about input motion and structural parameters mentioned above.

The most realistic approach to the microzonation is then to determine empirical site-amplification factors for as many sites as possible by the regression analysis of earthquake data, and correlate them with various geotechnical parameters of the site which are relatively easier to measure. Analytical studies on the causes of site effects will give helpful insight to the search for effective parameters.

#### Acknowledgement

It is my pleasure to acknowledge numerous stimulating discussions with Pierre Yves Bard, Michel Campillo, Hiroshi Kawase and Francisco Sanchez-Sesma. My thanks are also due Jacqueline Le Falle, Cindy Waite and Hiroshi Kawase for preparing the camera-ready copy. This work was supported by the National Science Foundation under grant ECE-8616457.

## REFERENCES

- Abrahamson, N. A., B. A. Bolt, R. B. Darragh, J. Penzien, and Y. B. Tsai, The SMART 1 accelerograph array (1980-1987), *Earthquake Spectra*, 3, 263-288, 1987.
- Abrahamson, N. A., Estimation of seismic wave coherency and rupture velocity using SMART 1 strong motion array recordings, EERC Report No. UCB/EERC-85/02, 1985.
- Abrahamson, N. A., Some statistical properties of peak ground accelerations, submitted to *Bull. Seis. Soc. Am.*, 1987.
- Aki, K., and P. G. Richards, Quantitative Seismology: Theory and Methods, Freeman and Co., 1980.
- Aki, K., Scattering and attenuation of shear waves in the lithosphere, *J. Geophys. Res.*, 85, 6496-6504, 1980.
- Aki, K., Space and time spectra of stationary stochastic waves with special reference to microtremors, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 35, 415-456, 1957.
- Aki, K., and K. L. Larner, Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.*, 75, 933-954, 1970.
- Aki, K., and M. Tsujiura, Correlational study of near earthquake waves, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, Tokyo University, 37, 207-232, 1959.
- Alcock, E. D., Grand Valley Colorado: A microzonation case history, *Proc. of 1st Int. Conf. on Microzonation*, 299-306, 1972.
- Anderson, J. G., and S. E. Hough, A model for the shape of the Fourier amplitude spectrum of acceleration at high frequencies, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 74, 1969-1994, 1984.
- Bard, P. Y., Les effets de site d'origine structurale en sismologie, modelisation et interpretation, application au risque sismique, these d'Etat, Universite Scientifique et Medicale de Grenoble, France, 1983.
- Bard, P. Y., Diffracted waves and displacement field over two dimensional elevated topographies, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 71, 731-760, 1982.
- Bard, P. Y., and M. Bouchon, The seismic response of sediment-filled valleys, Part I. The case of incident SH waves, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 70, 1263-1286, 1980a.
- Bard, P. Y., and M. Bouchon, The seismic response of sediment-filled valleys, Part II. The case of incident SH waves, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 70, 1263-1286, 1980b.

- Bard, P. Y., and M. Bouchon, The two-dimensional resonance of sediment-filled valleys, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 75, 519-541, 1985.
- Bard, P. Y., and J. C. Gariel, The seismic response of two-dimensional sedimentary deposits with large vertical velocity gradients, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 76, 343-346, 1986.
- Bard, P. Y., and B. E. Tucker, Ridge and tunnel effects: comparing observations with theory, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 75, 905-922, 1985.
- Bard, P. Y., and B. E. Tucker, Predictability of sediment site amplification: a case study, preprint, 1987.
- Benites, R., B. Tucker and J. Kuroiwa, A comparison of historical damage and response to weak motion in La Molina valley, Lima, Peru.
- Boore, D. M., A note on the effect of simple topography on seismic SH waves, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 62, 275-284, 1972.
- Boore, D. M., W. B. Joyner, A. A. Oliver, III, and R. A. Page, Peak acceleration, velocity, and displacement from strong motion records, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 70, 305-321, 1980.
- Boore, D. M., S. C. Harmsen, and S. T. Harding, Wave scattering from a step change in surface topography, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 71, 117-125, 1981.
- Bouchon, M., A simple, complete numerical solution to the problem of diffraction of SH waves by an irregular surface, *J. Acoust. Soc. Am.*, 77, 1-5, 1985.
- Bouchon, M., Effect of topography on surface motion, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 63, 615-632, 1973.
- Bouchon, M., The importance of the surface or interface P wave in near-earthquake studies, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 68, 1293-1311, 1978.
- Bouchon, M., and K. Aki, Discrete wavenumber representation of seismic source wavefield, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 67, 259-277, 1977.
- Bouchon, M., K. Aki, and P. Y. Bard, Theoretical evaluation of differential ground motions produced by earthquakes, Proc. 3rd Microzonation Conf., G2-G12, Seattle, 1982.
- Brebbia, C. A., The boundary element method for engineers, Pentech Press, London, 1978.
- Brune, J. N., Preliminary results on topographic seismic amplification effect on a foam rubber model of the topography near Pacoima dam, Proc. 8th WCEE, 663-670, 1984.
- Burrige, R., F. Mainardi, and G. Servizi, *Phys. Earth Planet. Int.*, 22, 122-136, 1980.

- Campbell, K. W., Strong ground motion attenuation relations: a ten-year perspective, *Earthquake Spectra*, 1, 759-804, 1985.
- Campbell, K. W., and C. M. Duke, Bedrock intensity attenuation and site factors from San Fernando earthquake records, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 64, 173-185, 1974.
- Campillo, M., and M. Bouchon, Synthetic SH seismograms in a laterally varying medium by the discrete wave-number method, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 83, 307-317, 1985.
- Capon, J., High-resolution frequency-wave number spectrum analysis, *Proc. IEEE*, 57, 1408-1418, 1969.
- Celebi, M., C. Dietel, J. Prince, M. Onate and G. Chavez, Site amplification in Mexico City (determined from 19 September 1985 strong-motion records and from recordings of weak motions), in *Ground Motion and Engineering Seismology*, ed. A. S. Cakmak, 141-152, Elsevier, 1987.
- Chapman, C. H., Lamb's problem and comments on the paper "On leaking modes" by Usha Gupta, *Pure Appl. Geophys.*, 94, 233-247, 1972.
- Cranswick, E., and C. S. Mueller, High-frequency vertical particle motions in the Imperial Valley and SV to P coupling: The site response of differential array on the "Greenhouse effect," *EOS*, 66, no. 46, 968, 1985.
- Davis, L. L., West, L. R., Observed effects of topography on ground motion, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 63, 283-298, 1973.
- Dravinski, M., Amplification of P, SV and Rayleigh waves by two alluvial valleys, *Soil Dynamics and Earthquake Eng.*, 2, 66-77, 1983.
- Dravinski, M., Influence of interface depth upon strong ground motion, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 72, 597-614, 1982.
- Esteva, L., Microzoning: models and reality, *Proc. of 6th WCEE, New Dehli*, 1977.
- Fuyuki, M., and M. Nakano, Finite difference analysis of Rayleigh wave transmission past an upward step change, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 74, 893-911, 1984.
- Geli, L., P. Y. Bard, and B. Jullien, The effect of topography on earthquake ground motion: A review and new results, submitted to *Bull. Seis. Soc. Am.*, 1986.
- Goto, H., H. Kameda, and M. Sugito, Use of N-value profiles for estimation of site dependent earthquake motions (in Japanese), *Collected Papers* 317, Japanese Society of Civil Engineering, 69-78, 1982.

- Griffith, D. W., and G. A. Bollinger, The effect of Appalachian Mountain topography on seismic waves; Bull. Seis. Soc. Am., 69, 1081-1105, 1979.
- Gutenberg, B., Effects of ground on earthquake motion, Bull. Seis. Soc. Am., 47, 221-250, 1957.
- Harmsen, S. C., and S. T. Harding, Surface motion over a sedimentary valley for incident plane P and SV waves, Bull. Seis. Soc. Am., 72, 655-670, 1981.
- Hayashi, S., H. Tsuchida, and E. Kurata, Average response spectra for various subsoil conditions, Third Joint Meeting, US-Japan Panel on Wind and Seismic effects, UJNR, Tokyo, May 10-12, 1971.
- Herrera, I., Boundary methods for fluids, in Finite Elements in Fluids IV, R. H. Gallagher, Editor, John Wiley and Sons, New York, 1981.
- Hong, T. L., and D. V. Helmberger, Glorified optics and wave propagation in non planar structures, Bull. Seis. Soc. Am., 68, 1313-1330, 1977.
- Hudson, D. E., Local distribution of strong earthquake ground motions, Bull. Seis. Soc. Am., 62, 1765-1786, 1972.
- Ihnen, S. M. and D. M. Hadley, Seismic hazard maps for Puget Sound, Washington, Bull. Seis. Soc. Am., 77, 1091-1109, 1987.
- Joyner, W. B., and D. M. Boore, Peak horizontal acceleration and velocity from strong motion recording including records from the 1979 Imperial Valley, California, earthquake, Bull. Seis. Soc. Am., 71, 2011-2038, 1981.
- Joyner, W. B., R. E. Warrick and T. E. Fumal, The effect of Quaternary alluvium on strong ground motion in the Coyote Lake, California, earthquake of 1979, Bull. Seis. Soc. Am., 71, 1333-1350, 1981.
- Kagami, H., C. M. Duke, G. C. Liang, and Y. Ohta, Observation of 1- to 5-second microtremors and their application to earthquake engineering, Part 2: Evaluation of site effect upon seismic wave amplification due to extremely deep soil deposits, Bull. Seis. Soc. Am., 72, 987-998, 1982.
- Kagami, H., S. Okada, K. Shiono, M. Oner, M. Dravinski, and A. K. Mal, Observation of 1- to 5-second microtremors and their application to earthquake engineering. Part 3: A two-dimensional study of site effects in the San Fernando valley, Bull. Seis. Soc. Am., 76, 1801-1812, 1986.
- Kamiyama, M. and E. Yanagisawa, A statistical model for estimating response spectra of strong earthquake ground motions with emphasis on local soil conditions, Soils and Foundations, 26, 16-32, 1986.

- Katayama, T., T. Iwasaki, and M. Saeki, Statistical analysis of earthquake acceleration response spectra, Collected Papers, 275, Japanese Society of Civil Engineering, 29-40, 1978.
- Kawasaki, I., Y. Suzuki, and R. Sato, Seismic waves due to a shear fault in a semi-infinite medium, Part I, Point source, J. Phys. Earth, 21, 251-284, 1973.
- Kawasaki, I., The focal process of the Kita-mino earthquake of August 19, 1961, and its relationship to quaternary fault, the Hatogayu-Koike fault, J. Phys. Earth, 24, 227-250, 1975.
- Kawase, H., K. Yoshida, S. Nakai, and Y. Koyanagi, Dynamic response of structure on a layered medium - a dipping layer and a flat layer -, Proc. 6th Japan Earthq. Eng. Symp., 1641-1648, 1982.
- Kawase, H., Time-domain response of a semicircular canyon for incident SV, P and Rayleigh waves calculated by the discrete wave number boundary element method, submitted to Bull. Seis. Soc. Am., 1987a.
- Kawase, H., Irregular ground analysis to interpret time-characteristics of strong motion recorded in Mexico City during 1985 Mexico earthquake, in Ground Motion and Engineering Seismology, A. S. Cakmak, editor, Elsevier, 467-476, 1987b.
- Kawashima, K., K. Aizawa, and K. Takahashi, Attenuation of peak ground acceleration, velocity and displacement based on multiple regression analysis of Japanese strong motion records, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 14, 199-215, 1986.
- King, J. L., and J. N. Brune, Modeling the seismic response of sedimentary basins, Bull. Seis. Soc. Am., 71, 1469-1487, 1981.
- Kinoshita, S., T. Mikoshiba, and T. Hoshino, Estimation of the average amplification characteristics of a sedimentary layer for short period S-waves, Zisin (Journ. Seis. Soc. Japan), Ser. 2, 39, 67-80, 1986.
- Kohketsu, K., 2-D reflectivity method and synthetic seismograms for irregularly layered structure, I. SH-wave generation, Geophys. J. R. Astr. Soc., 89, 821-838, 1987.
- Kuribayashi, E., T. Iwasaki, Y. Iida and K. Tuji, Effects of Seismic and subsoil conditions on earthquake response spectra, Proc. Int. Conf. on Microzonation, 499-512, 1972.
- Lee, V. W., Three-dimensional diffraction of plane P, SV and SH waves by a hemispherical alluvial valley, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 3, 133-144, 1984.
- Macdonald, H. M., Electric waves, Cambridge University Press, Cambridge, England, 1902.

Mal, A. K., and L. Knopoff, Transmission of Rayleigh waves past a step change in elevation, Bull. Seis. Soc. Am., 55, 319-334, 1965.

Mohraz, B., A study of earthquake response spectra for different geological conditions, Bull. Seis. Soc. Am., 66, 915-935, 1976.

Murphy, J. R., A. H. Davis and M. L. Weaver, Amplification of seismic body waves by low-velocity surface layers, Bull. Seis. Soc. Am., 61, 109-146, 1971.

Newmark, N. M., J. A. Blume, and K. Kapur, Design response spectra for nuclear power plants, paper presented at the Structural Engineers ASCE Conference, San Francisco, Calif., April, 1973.

Niwa, Y., and S. Hirose, Three-dimensional analysis of ground motion by integral equation method in wave-number domain, Proc. 5th Int. Conf. Numerical Methods in Geomechanics, 1985.

Nowack, R., and K. Aki, The two-dimensional Gaussian beam synthetic method; testing and applications, J. Geophys. Res., 89, 7797-7819, 1984.

Ohta, Y., H. Kagami, N. Goto, and K. Kudo, Observation of 1- to 5-second microtremors and their application to earthquake engineering. Part 1: Comparison with long-period accelerations at the Tokachi-Oki earthquake of 1968, Bull. Seis. Soc. Am., 68, 767-779, 1978.

Ohtsuki, A., and K. Harumi, Effect of topography and subsurface inhomogeneities on seismic SV waves, Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn., 11, 441-462, 1983.

Ohtsuki, A., H. Yamahara and T. Tazoh, Effect of lateral inhomogeneity on seismic waves, II observations and analyses, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 12, 795-816, 1984.

Okada, H., T. Matsushima, and E. Hidaka, Comparison of spatial autocorrelation method and frequency-wave number spectral method of estimating the phase velocity of Rayleigh waves in long-period microtremors, Geophysical Bulletin of Hokkaido Univ., Sapporo, Japan, No. 49, 53-62, 1987.

Pekeris, C. I. and H. Lifson, Motion of the surface of a uniform elastic half-space produced by a buried pulse, J. Acoust. Soc. Am., 29, 1233-1238, 1957.

Phillips, W. S., and K. Aki, Site amplification of coda waves from local earthquakes in central California, Bull. Seis. Soc. Am., 76, 627-648, 1986.

Rogers, A. M., R. D. Borchardt, P. A. Covington, and D. M. Perkins, A comparative ground response study near Los Angeles using recordings of Nevada nuclear tests and the 1971 San Fernando earthquake, Bull. Seis. Soc. Am., 74, 1925-1949, 1984.

- Rogers, A. M., L. J. Katz, and T. J. Benett, Topographic effect on ground motion for incident P waves: a model study, Bull. Seis. Soc. Am., 64, 437-456, 1974.
- Rogers, A. M., J. C. Tinsley, and R. D. Borcherdt, Predicting relative ground response; in Evaluating Earthquake Hazards in the Los Angeles region, ed. J. I. Ziony, U.S.G.S. Prof. Paper 1360, 221-248, 1985.
- Romo, M. P., and H. B. Seed, Analytical modeling of dynamic soil response in the Mexico earthquake of Sept. 19, 1985, in the Mexico Earthquakes - 1985, ed. M. A. Cassaro and E. M. Romero, 148-162, Am. Soc. Civil Eng., 1988.
- Sammis, C. G., K. Aki and H. Kawase, Damage pattern due to the Whittier-Narrows earthquake of October 1, 1987: A ring of destruction by SV waves at critical incidence, submitted to Bull. Seis. Soc. Am., 1987.
- Sanchez-Sesma, F. J., Diffraction of elastic SH waves by wedges, Bull. Seis. Soc. Am., 75, 1435-1446, 1985.
- Sanchez-Sesma, F. J., Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities, Bull. Seis. Soc. Am., 73, 1621-1636, 1983.
- Sanchez-Sesma, F. J., F. J. Chavez-Garcia and M. A. Bravo, Seismic response of a class of alluvial valleys for incident SH waves, in press, Bull. Seis. Soc. Am., 1987.
- Sanchez-Sesma, F. J., I. Herrera, and J. Aviles, A boundary method for elastic wave diffraction: application to scattering of SH waves by surface irregularities, Bull. Seis. Soc. Am., 72, 473-490, 1982.
- Sanchez-Sesma, F. J., and E. Rosenblueth, Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident SH waves, Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn., 7, 441-450, 1979.
- Sanchez-Sesma, F. J., and J. A. Esquivel, Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH waves, Bull. Seis. Soc. Am., 69, 1107-1120, 1979.
- Schnabel, P. B., J. Lysmer, and H. B. Seed, SHAKE: A computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, Report No. EERC.72-12, University of California, Berkeley, December, 1972.
- Sedova, E. N., Correlation of dynamic features of weak earthquakes with ground conditions (in Russian), Trudi Inst. Phys. Earth, U.S.S.R., 25, 211-225, 1962.
- Seed, H. B., and I. M. Idriss, The influence of soil conditions on ground motions during earthquakes, J. Soil Mech. Found. Eng. Div., ASCE, 94, SM1, 93-137, 1969.

- Seed, H. B., C. Ugas, and J. Lysmer, Site-dependent spectra for earthquake-resistant design, Bull. Seis. Soc. Am., 66, 221-243, 1976.
- Sills, L. B., Scattering of horizontally polarized shear waves by surface irregularities, Geophys. J. R. Astr. Soc., 54, 319-348, 1978.
- Smith, W. D., The application of finite element analysis to body wave propagation problems, Geophys. J. R. Astr. Soc., 42, 747-768, 1975.
- Spudich, P., and E. Cranswick, Direct observation of rupture propagation during the 1979 Imperial Valley earthquake using a short baseline accelerometer array, Bull. Seis. Soc. Am., 74, 2083-2114, 1984.
- Takahasi, R., and K. Hirano, Seismic vibrations of soft ground, Bull. Earthq. Res. Inst., Tokyo University, 19, 534-543, 1941.
- Tanaka, T., K. Kanai, K. Osada, and D. J. Leeds, Observation of microtremors, XII, Bull. Earthq. Res. Inst., Tokyo Univ., 46, 1127-1147, 1968.
- Trifunac, M. D., Preliminary empirical model for scaling Fourier amplitude spectra of strong ground acceleration in terms of earthquake magnitude, source-to-station distance and recording site condition, Bull. Seis. Soc. Am., 66, 1343-1373, 1976a.
- Trifunac, M. D., Preliminary analysis of the peaks of strong earthquake ground motion-dependence of peaks on earthquake magnitude, epicentral distance and recording site conditions, Bull. Seis. Soc. Am., 66, 189-219, 1976b.
- Trifunac, M. D., Scattering of plane SH waves by a semi-cylindrical canyon, Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn., 1, 267-281, 1973.
- Trifunac, M. D., Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves, Bull. Seis. Soc. Am., 61, 1755-1770, 1971.
- Tsujiura, M., Spectral analysis of the coda waves from local earthquakes, Bull. Earthq. Res. Inst., Tokyo Univ., 53, 1-48, 1978.
- Tucker, B. E., and J. L. King, Dependence of sediment-filled valley response on the input amplitude and the valley properties, Bull. Seis. Soc. Am., 74, 153-165, 1984.
- Tucker, B. E., J. L. King, D. Hatzfeld, and I. L. Nersesov, Observations of hard rock site effects, Bull. Seis. Soc. Am., 74, 121-136, 1984.

- Wong, H. L., and M. D. Trifunac, Scattering of plane SH waves by a semi-elliptical canyon, *Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 3, 157-169, 1974a.
- Wong, H. L., and M. D. Trifunac, Surface motion of a semi-elliptical alluvial valley for incident plane SH waves, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 64, 1389-1408, 1974b.
- Wong, H. L., and P. C. Jennings, Effect of Canyon topography on strong ground motion, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 65, 1239-1257, 1975.
- Wong, H. L., Effect of surface topography on the diffraction of P, SV and Rayleigh waves, *Bull. Seis. Soc. Am.*, 72, 1167-1183, 1982.
- Zahradnik, J., and L. Urban, Effect of a simple mountain range on underground seismic motion, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 79, 167-183, 1984.
- Zhenpeng, L. Y., L. Baipo and Y. Yifan, Effect of three dimensional topography on earthquake ground motion, *Proc. 7th World Conference on Earthquake Engineering, Istanbul*, 2, 161-168, 1980.

# Ground motion in Mexico City during the April 25, 1989, Guerrero earthquake

F.J. Sánchez-Sesma<sup>a,b</sup>, L.E. Pérez-Rocha<sup>b</sup> and E. Reinoso<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, CU, Apdo 70-472, Coyoacán 04510, México D.F., México

<sup>b</sup> Centro de Investigación Sísmica, A.C., Fund. J Barros Sierra, Carr al Ajusco 203, Tlalpan 14200, México D.F., México

(Received June 4, 1991; revised version accepted November 16, 1991)

## ABSTRACT

Sánchez-Sesma, F.J., Pérez-Rocha, L.E. and Reinoso, E., 1993. Ground motion in Mexico City during the April 25, 1989, Guerrero earthquake. In: F. Lund (Editor), *New Horizons in Strong Motion: Seismic Studies and Engineering Practice*. *Tectonophysics*, 218: 127-140.

Instrumental observations of ground motion in Mexico City during the April 25, 1989, Guerrero earthquake were analyzed. Our aim was to understand various aspects of the seismic response of the valley that had not been completely resolved. Such understanding of the basic mechanisms that control the seismic behavior of the valley sediments is crucial in any modeling attempt. The study of vertical motion for this event, which was shown to be practically unaffected by site conditions, lead to the identification of a prominent long-period Rayleigh wave. This, together with the availability of absolute time for some stations, allowed the establishment of a common time reference for all recordings. Horizontal motion, in contrast, was significantly amplified, with large increases in duration, at lake bed sites.

In order to interpret the observed complexity of ground motion we studied two simplified models of soft alluvial valleys. One of these is two-dimensional and it is excited by plane S waves with variable polarization and incidence angles. This model allows three-dimensional response. The other is a three-dimensional axi-symmetric flat valley with a rigid base. Computations were performed in the frequency domain by means of a boundary integral method for the two-dimensional model and using a collocation least-squares technique for the three-dimensional one. Seismograms were obtained through Fourier synthesis. It was found that the irregular soft layer response produces polarization patterns which are similar to the observations, suggesting that the latter are a consequence of three-dimensional effects.

## Introduction

The great significance of local site effects is now widely recognized. Being produced by geotechnical conditions and the very surficial geology, they can produce large variations in seismic ground motion and concentrated damage. The last two decades have witnessed both theoretical advances in the characterization of such effects and dramatic examples of its reality as well. However, much work is still needed to transform this body of knowledge and evidence into practical rules to mitigate seismic hazard.

The importance of local amplification was evinced by the unprecedented effects observed in Mexico City during the great 1985 Michoacan earthquake. The earthquake was generated at a part of the subduction zone of the Mexican coast along the Pacific Ocean. A portion of this region, the so-called Guerrero Gap, has a high seismic potential in the short term (Singh and Ordaz, 1991). It is uncertain whether the energy that accumulates there will be released in a big event or in many, smaller ones. In either case, it is of interest to understand the characteristics of the response of Mexico City Valley to coastal events.

Since 1985 considerable efforts have been devoted to a better understanding of both the valley response (see e.g., Bard et al., 1988; Ordaz et al., 1988; Sánchez-Sesma et al., 1988a,b; 1989a,b; Singh et al., 1988; Paolucci and Faccioli, 1991;

Correspondence to: F.J. Sánchez-Sesma, Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, CU, Apdo 70-472, Coyoacán 04510, México D.F., México.

Pérez-Rocha et al., 1991; Singh and Ordaz, 1991; Ordaz and Singh, 1992) and the effects related to source and path (Campillo et al., 1988; 1989; Singh and Ordaz, 1991). In particular, the recently installed accelerometric network, which by now has more than 100 stations, has allowed the extensive recording of seismic ground motion from coastal events. This has been useful for

defining the general characteristics of the response of the valley (Sánchez-Sesma et al., 1988; Singh et al., 1988) as well as the regional amplification (Ordaz and Singh, 1992). Such results have been used to establish practical parameters and recommendations for seismic design. However, the large variability of amplitudes, the long duration of recorded seismograms and their peculiar

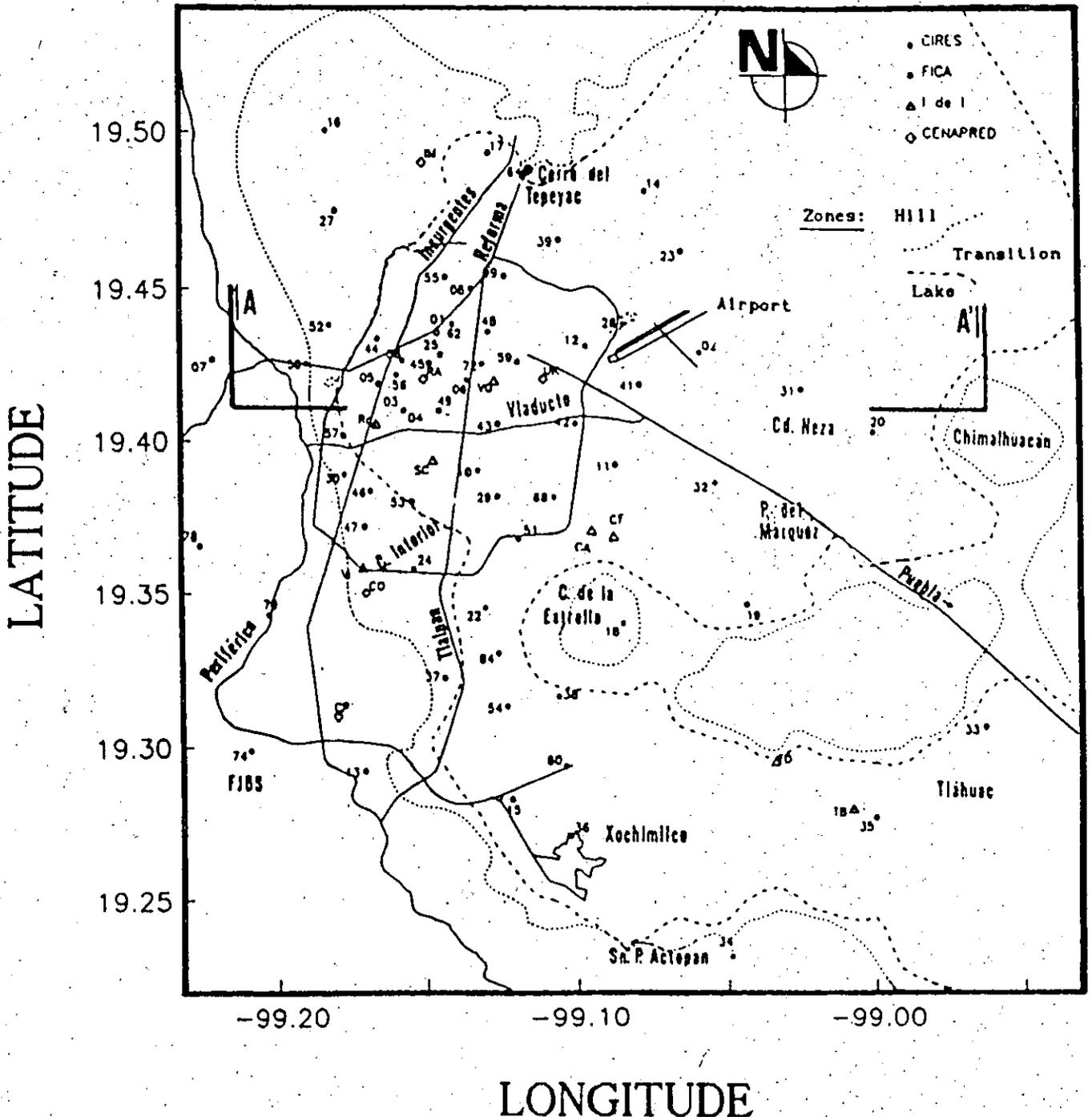


Fig. 1. The Mexico City accelerometric array (MCAA). Lines = main avenues; dotted lines = boundary of the transition zone with the hill zone; dashed line = boundary of the transition zones with the lake bed zone. The actual geotechnical zoning, based on Marsal and Mazari (1959), is also indicated.

polarization have not been completely understood. These effects cannot be explained in terms of one-dimensional shear model alone. Two- and three-dimensional effects must be invoked in order to account for observations.

In this work we study instrumental observations of ground motion in Mexico City during the April 25, 1989, Guerrero earthquake ( $M_s = 6.9$ ). The epicenter was located at about 300 km south of Mexico City with a depth of 17 km (i.e., precisely in the Guerrero Gap). This event was well recorded in the valley at more than 60 sites and is one of the best recorded earthquakes since 1985. Figure 1 displays the location of nearly all the stations of the Mexico City accelerometric array

(MCAA). The stations belong to various institutions: Centro de Instrumentación y Registro Sísmico (CIRES), Fundación de Ingenieros Civiles Asociados (FICA), Instituto de Ingeniería (I de I) and Centro Nacional para la Prevención de Desastres (CENAPRED).

#### Vertical motion

Vertical displacements in the valley during the 1985 Michoacan earthquake showed nearly identical waveforms and amplitudes which were not significantly affected by local site conditions (Campillo et al., 1989; Sánchez-Sesma et al., 1989b). The long-period wave was identified as a

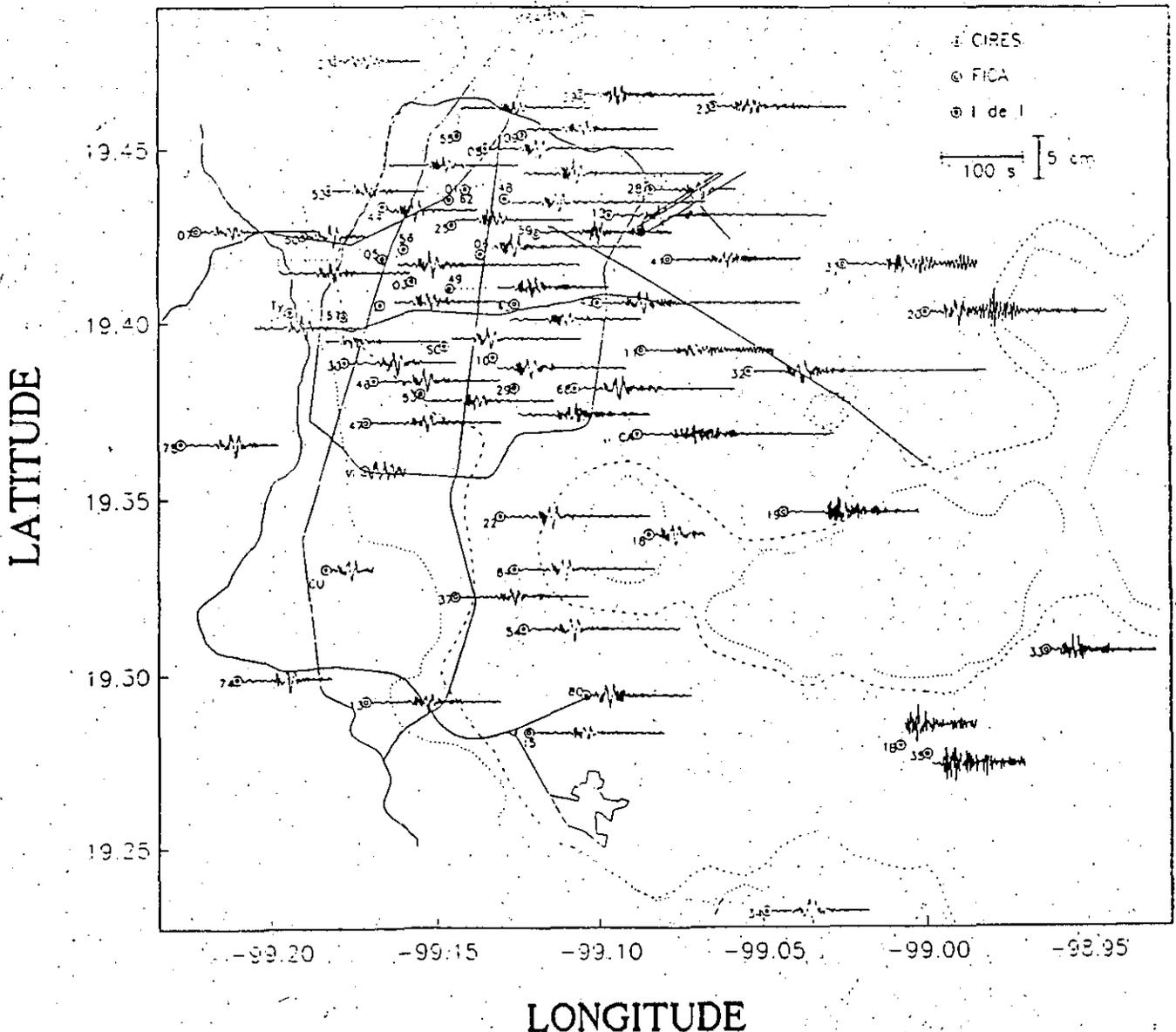


Fig. 2. Vertical displacements in Mexico City during the April 25, 1989, Guerrero earthquake.

Rayleigh surface wave, whereas the observed (2–3 s) ripples were interpreted as higher-mode crust-guided Lg waves. The April 25, 1989, event again showed up similar waveforms. Figure 2 displays vertical displacements for most stations in the array. They were computed from the double integration of recorded accelerations. There is much similarity among the seismograms. This confirms the fact that vertical motion is little affected, if any, by the local conditions. On the other hand, the uncoupling from horizontal motion suggests that, in principle, vertical motion contains significant information on the incident wave fields. In fact, the common waveform in the vertical displacements is associated with the incident, long-period (10 s) Rayleigh wave, but this time with an amplitude of about 1 cm (1/8th of that for the Michoacan earthquake but still well recorded).

Absolute time is available for five stations from the Instituto de Ingeniería, UNAM (Almora and Mena, personal communication, 1989). They are: La Viga (Vg), Tacubaya (Ty), Roma (Ro), Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SC T) and Viveros (Vi). Their location can be seen in Figure 1. Figure 3 shows the vertical displacements for these stations. This information allowed the establishment, through a least-squares fitting of the prominent waveform correlation, a group velocity

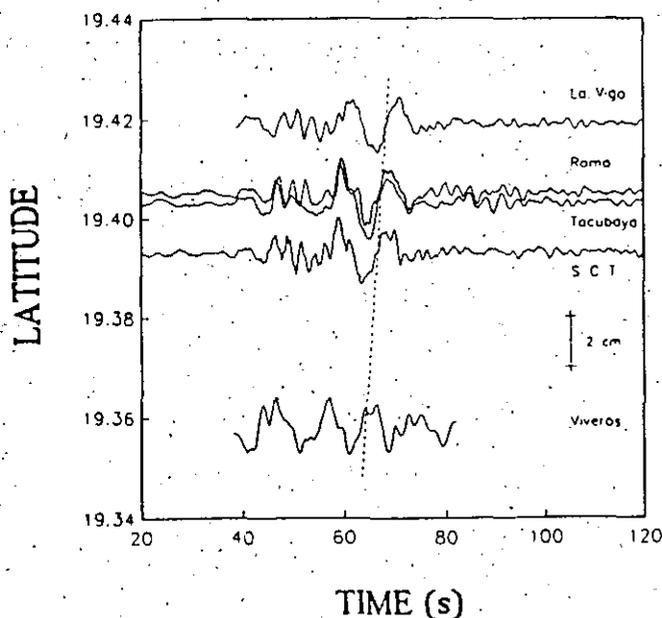


Fig. 3. Vertical displacements for some stations of Instituto de Ingeniería with absolute time.

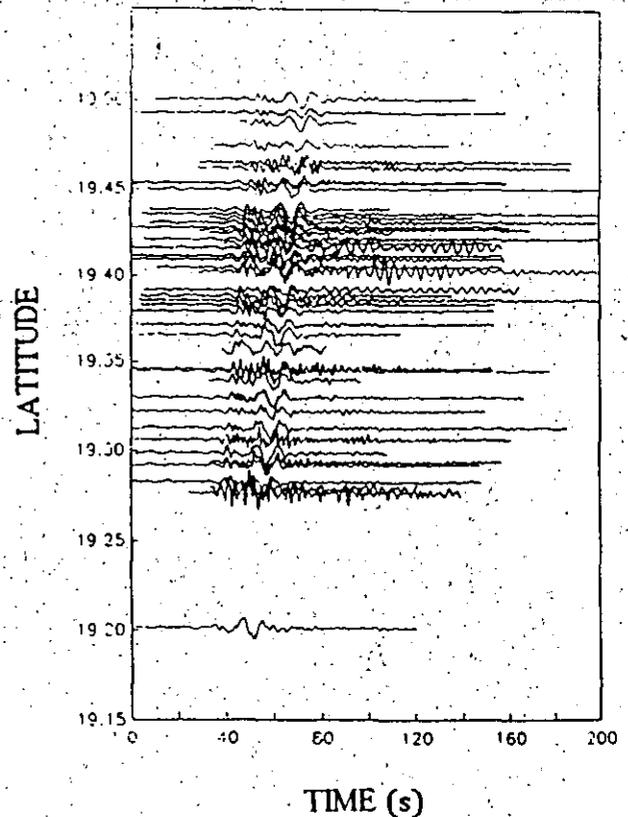


Fig. 4. Vertical displacements for 60 stations of the MCAA with a common time basis.

of 1.6 km/s, given the incidence is from the south. Considering that the distance covered by stations with absolute time is about 7 km and that the origin time can have a maximum error of 0.25 s, our estimate may be with an error of about 0.2 km/s. In any case, the upper bound of our group velocity is still a very small value for continental paths. Our result remains to be verified. If it is true, it may imply that the crust beneath the valley of Mexico is thinner and/or has lower rigidity than other continental regions. In fact, Ewing et al. (1957) observed, for Rayleigh waves with period of 10 s, group velocities of about 3 km/s for typical continental paths. In contrast, values as low as 1 km/s have been measured for oceanic paths (e.g., Oliver, 1958; Pomeroy and Oliver, 1960; Keilis-Borok, 1989).

Although, these effects are largely attributable to the water layer, they are also partly due to the slow velocity sediments as well. Regarding continental regions, Oliver and Ewing (1958) pointed out that, in this frequency range, surface wave velocity "may be strongly affected by sediments

and sedimentary rocks near the Earth's surface". For periods less than about 10 s they reported velocities as low as 2 km/s. Perhaps this can serve to explain Ordaz and Singh's (1992) observation of anomalously large regional amplifications of horizontal ground motion in the hill zone and at some locations around the Mexico City valley. In addition, these authors suggest that this amplification could be due to deep (about 1 km) and extended (about 60 km) soft deposits. The subject is a matter of current research.

By assuming our estimate for group velocity of 1.6 km/s to be correct, a common time reference for all recordings can be established from a corre-

lation analysis. Figure 4 displays the vertical seismograms with a common time basis and a vertical offset given by the latitude of the recording station. For some stations the site effects are spectacular, with significant amplifications of late phases. For instance, station 20 (see Figs. 1 and 2) shows a conspicuous wave train with a period of 4–5 s that can be seen with an about 30 s delay with respect to our reference Rayleigh wave.

### Horizontal motion

The geotechnical zoning in Mexico City is based on the pioneering work of Marsal and

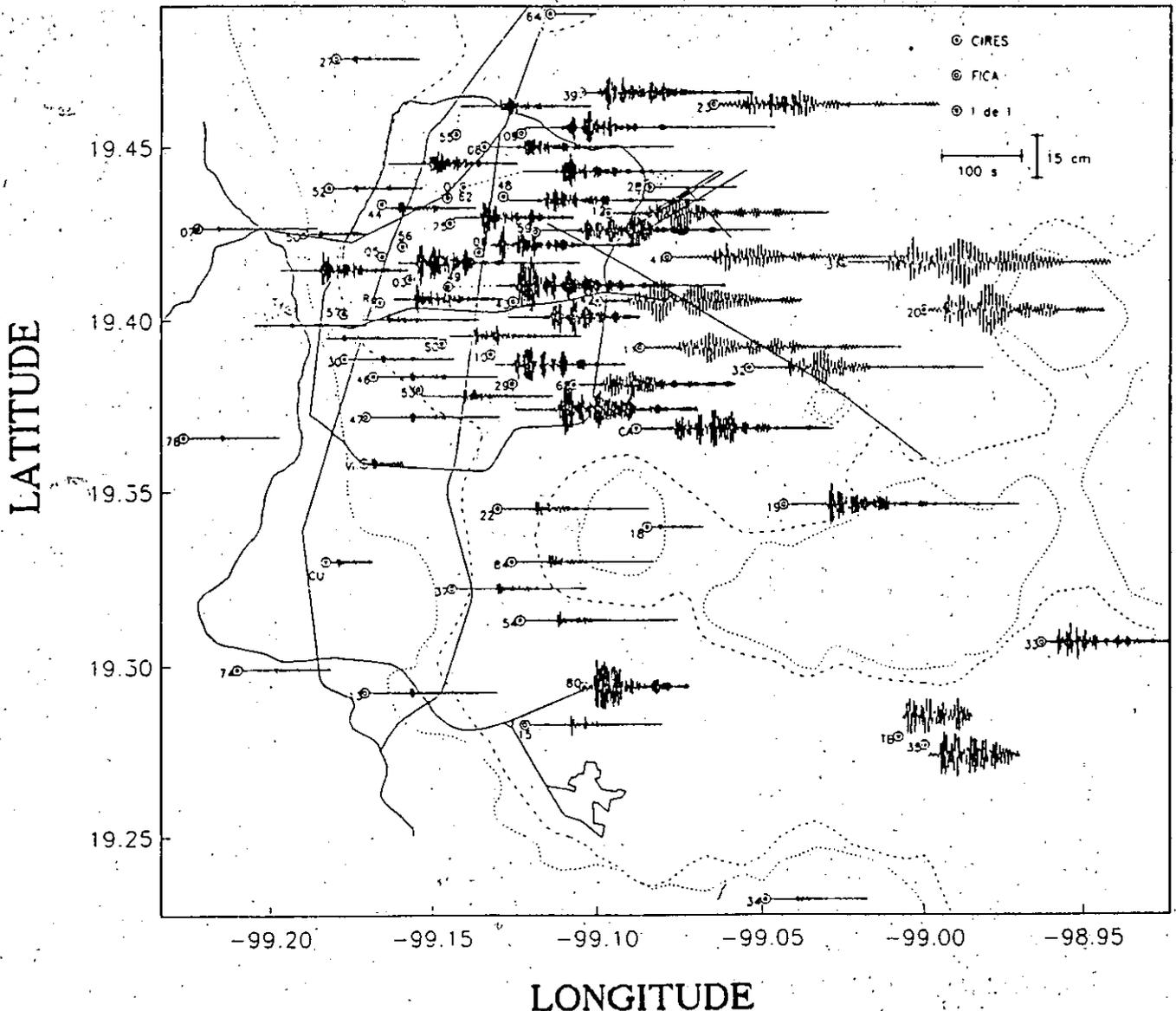


Fig. 5. North-south displacements in Mexico City during the April 25, 1989, Guerrero earthquake.

Mazari (1959). The data from recent earthquakes show that it is consistent with observed seismic response. Recorded horizontal ground motion clearly differs depending on whether the site is in the hill, transition or lake bed zones. In order to illustrate this, we use data from the April 25, 1989, Guerrero earthquake. Figures 5 and 6 show, the displacements for the north-south and east-west components, respectively, for most stations of the MCAA. These plots allow direct comparisons of recorded ground motions, both in amplitude and duration, which take into account the geotechnical conditions.

From this it is clear that horizontal motion is significantly amplified, with large increases in duration, at lake bed sites. Typically after a portion with a relatively wide frequency content, the records show a nearly monochromatic coda of extraordinary duration. For most locations, the dominant period of this coda is the same as that predicted for the one-dimensional response of each site. However, these effects cannot be explained in terms of one-dimensional shear model alone. Two- and three-dimensional effects must be invoked in order to account for the observations. In fact, spectral amplification at lake bed

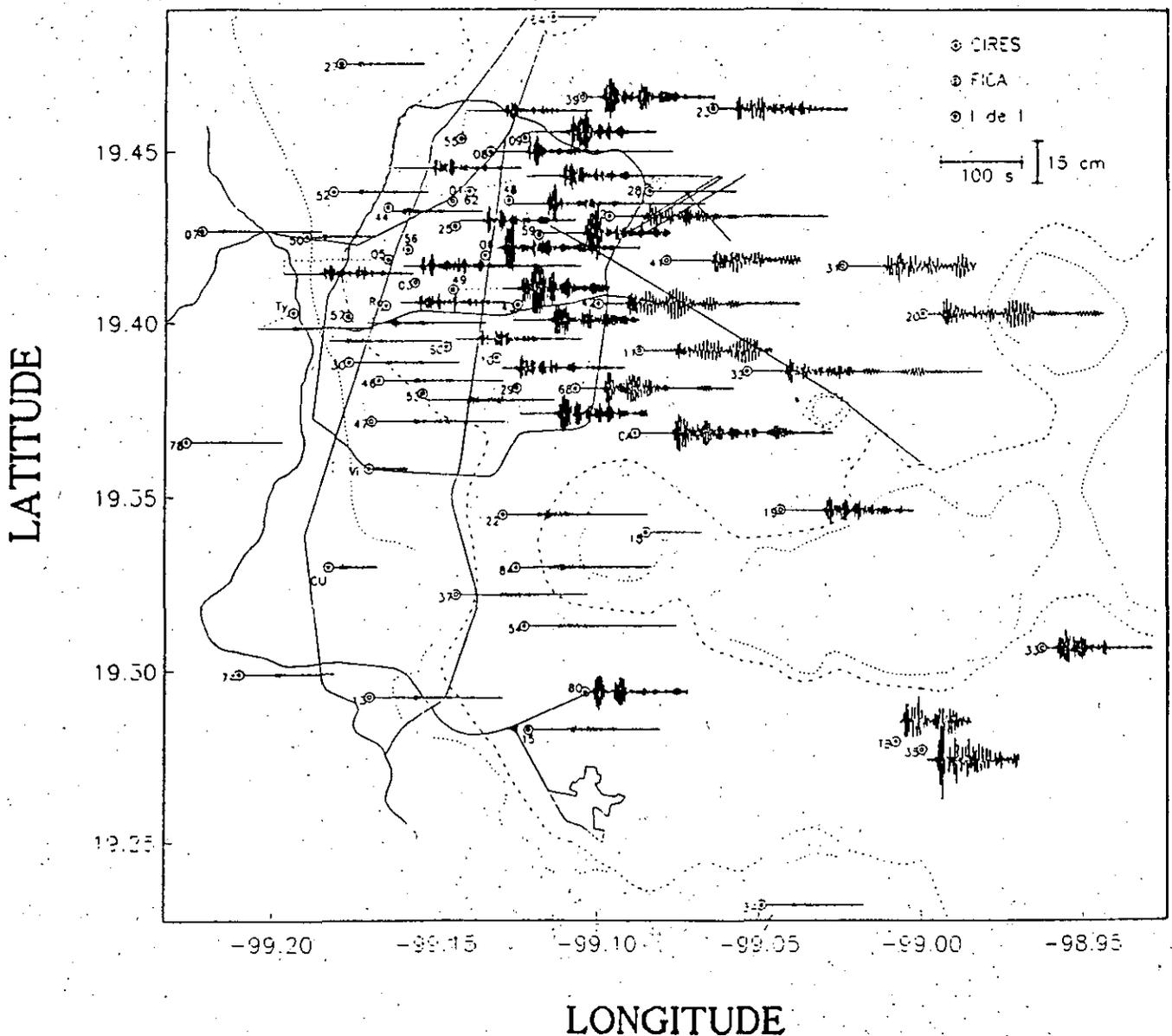


Fig. 6. East-west displacements in Mexico City during the April 25, 1989, Guerrero earthquake.

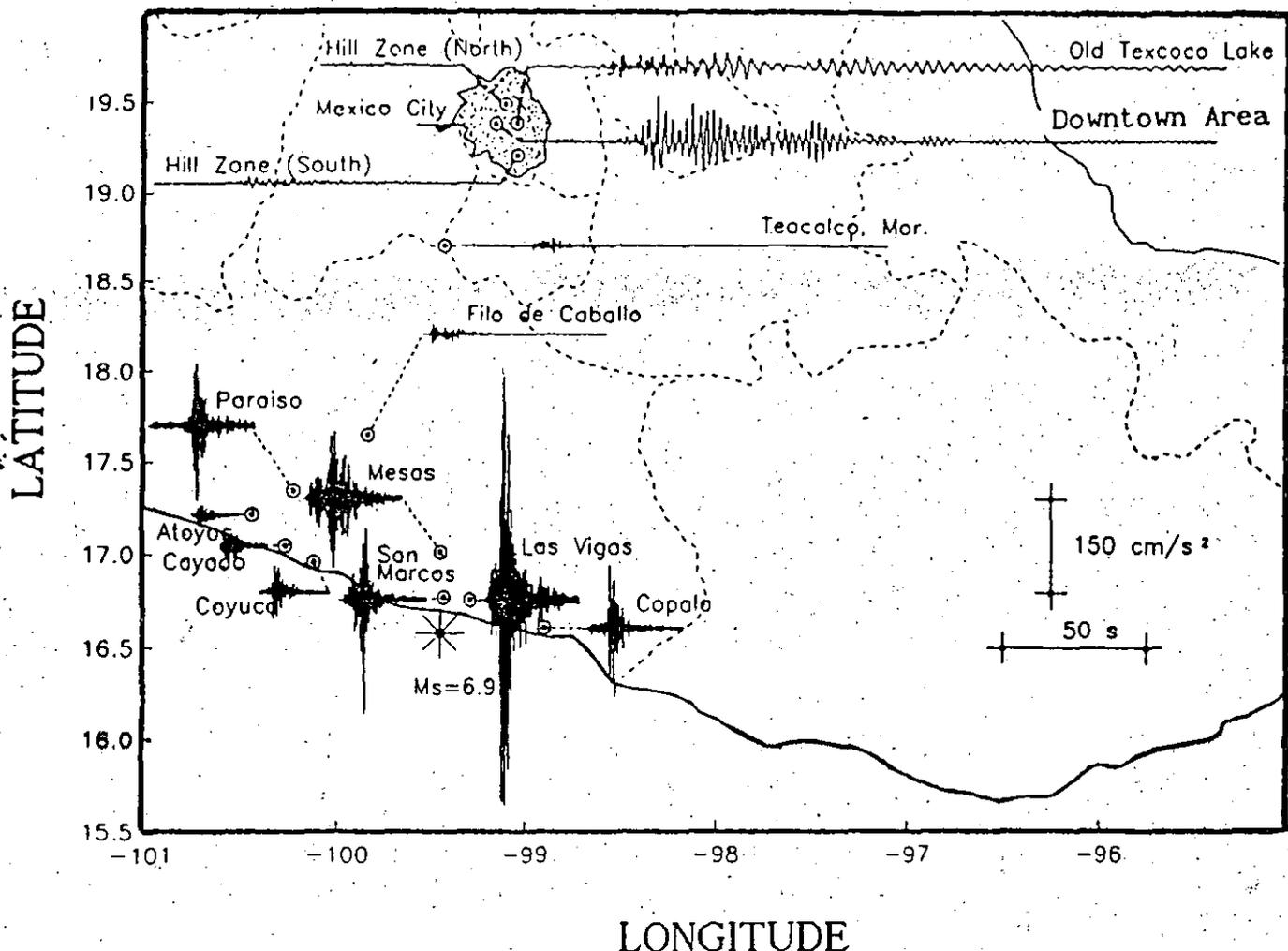


Fig. 7. Regional view of north-south trending ground acceleration during the April 25, 1989, Guerrero earthquake. Near-source, along-path and Mexico City records are displayed.

sites reached more than 50 with respect to CU, a hill zone site (Sánchez-Sesma and Singh, 1986; Singh et al., 1988). This could be produced by focusing of the incident waves and to the very efficient generation of local Love and Rayleigh surface waves at the edges of the basin (e.g., Sánchez-Sesma, 1987; Aki, 1988; Bard et al., 1988; Kawase and Aki, 1989) and to small-scale irregularities (e.g., Bard et al., 1988; Campillo et al., 1990).

On the other hand, we have computed Fourier spectral ratios at eleven sites in the hill zone (07, 13, 18, 28, 34, 50, 64, 74, 78, CU and TY, Fig. 1) in Mexico City and the average of three sites (Paraiso, Filo de Caballo, and Teacalco, Fig. 7) located along the path. Results are presented in Figure 8 for north-south and east-west components. Computed ratios show a significant ampli-

fication for periods between 1 and 5 s. A remarkable peak can be seen around 3 s. This is consistent with Ordaz and Singh's (1992) observation.

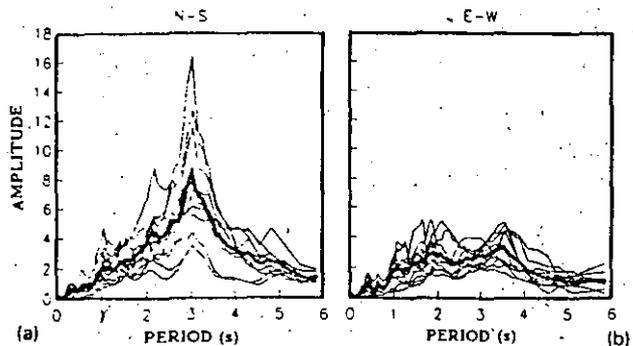


Fig. 8. Spectral ratios between eleven Mexico City hill-zone spectra and average external ones for the April 25, 1989, Guerrero earthquake. North-south and east-west components are displayed at the left- and right-hand side, respectively. Mean values are indicated with thick lines.

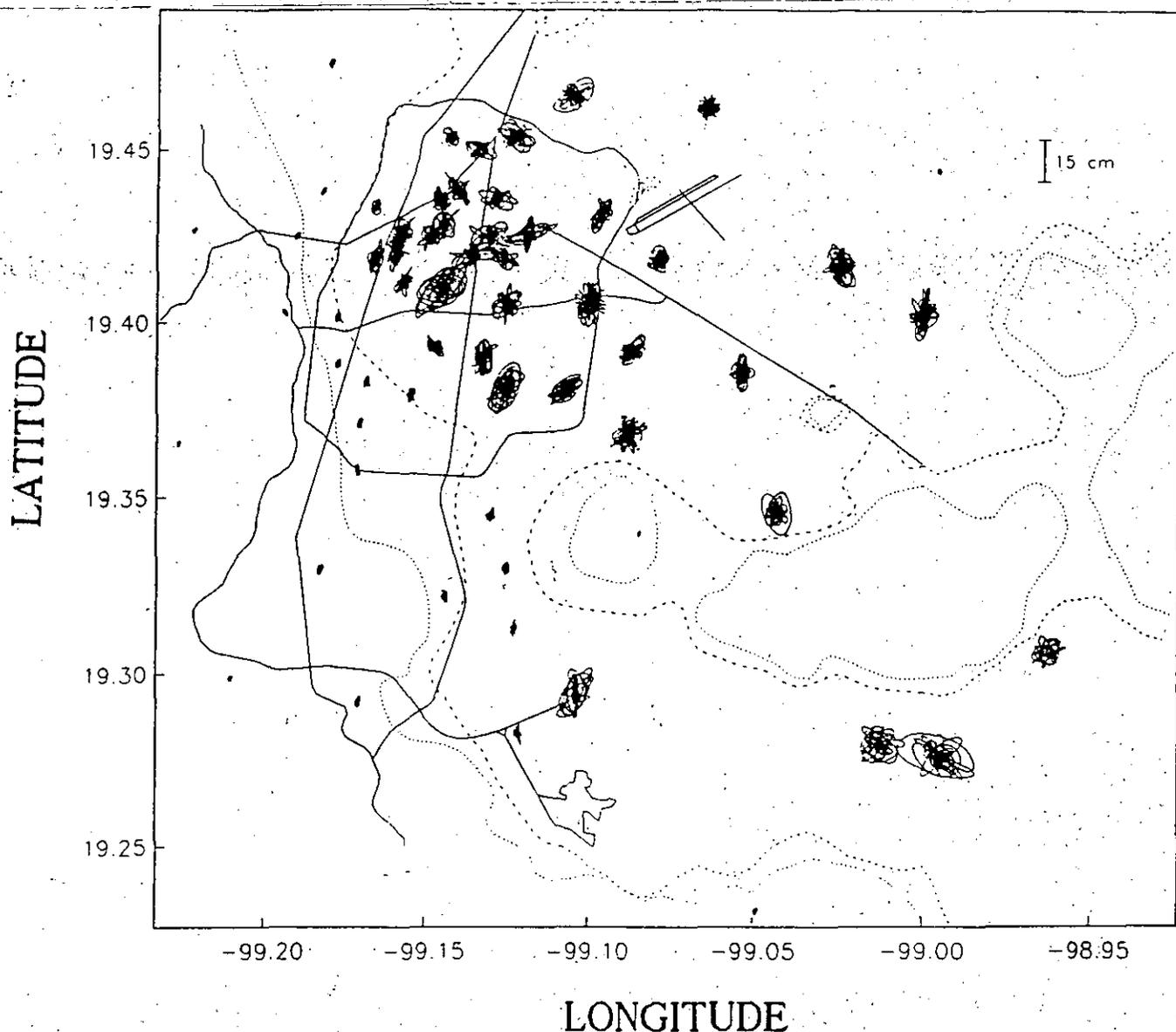


Fig. 9. Horizontal particle motion in Mexico City during the April 25, 1989, Guerrero earthquake.

To illustrate the complexity of horizontal motion in Figure 9 the particle trajectories are given for each station of the network. These plots are known as polarization diagrams or hodograms. At first look they seem chaotic. In all cases the horizontal polarization patterns show a conspicuous variation (they rotate with time) which we interpret as being due to the interference of locally generated surface waves. For most stations the north-south component is larger than its east-west counterpart. It is likely that, in addition to the complexity of the incoming wave field, significant effects of the response are related to

the azimuth of incident waves. For instance, Figure 10 shows the corresponding polarization diagrams for the May 31, 1990 ( $M_s = 6.1$ ) event. This earthquake was generated in direction S35°E, some 300 km away from Mexico City. Of course the azimuth is different but so are the size of the earthquake and the path of the seismic waves.

An interpolation code based on least-squares fitting of polynomial functions was applied in order to see the continuous spatial variations of motion across Mexico City. Use was made of only the coherent part of observed Fourier spectra. Therefore, time histories inferred for sites inside

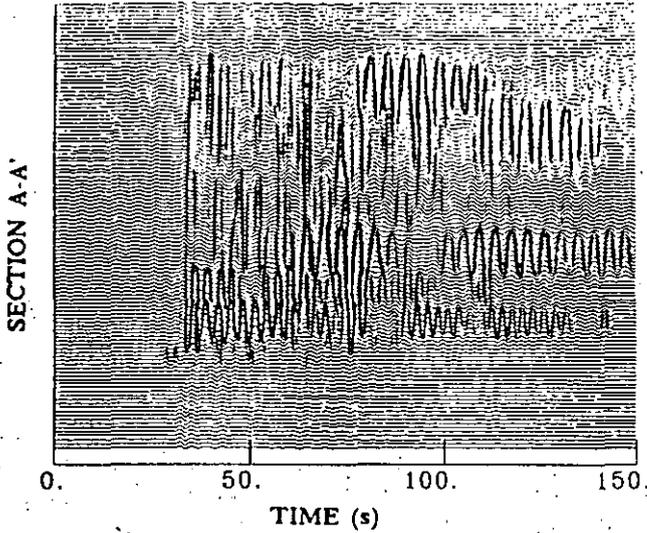


Fig. 11. Interpolated north-south displacements along the section A-A' obtained from recorded data of the April 25, 1989, Guerrero earthquake.

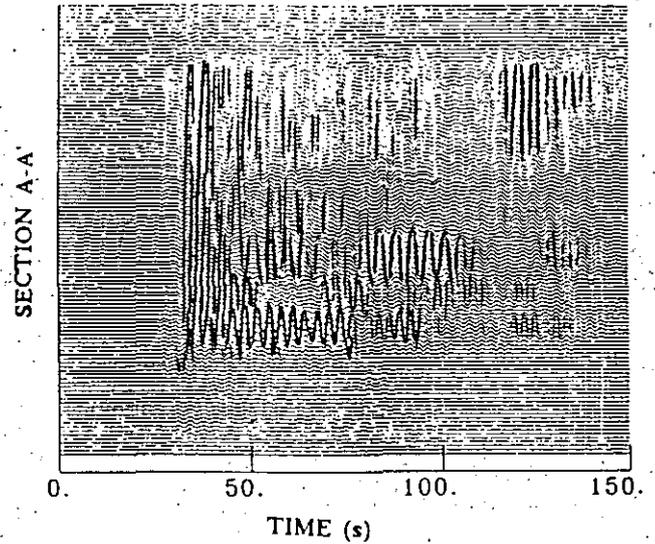


Fig. 12. Interpolated east-west displacements along the section A-A' obtained from recorded data of the April 25, 1989, Guerrero earthquake.

parabolic with a maximum depth of  $0.05a$ , where  $a$  = half width of the deposit. Material properties are  $\beta_E = 4\beta_R$ , where  $\beta$  = shear wave velocity and subscripts E and R correspond to half-space and valley, respectively. Poisson ratios are  $\nu_E = 1/3$  and  $\nu_R = 0.49$  (compressional wave velocities are  $\alpha_E = 2\beta_E$  and  $\alpha_R = 7.14\beta_R$ ), mass densities are  $\rho_E = 2\rho_R$ , and quality factors  $Q_E = 1000$  and  $Q_R = 500$ . These properties were set to represent a soft alluvial valley with a relatively high Poisson ratio, as it is the case for Mexico City's sediments.

Even though this model is two-dimensional, we can consider the incidence of a plane S wave with a given incidence angle  $\gamma$  and arbitrary polariza-

tion  $\theta$  (Fig. 13) by the simple combination of SH ( $\theta = 0$ ) and SV ( $\theta = \pi/2$ ) responses. Each one will be modulated by  $\sin \theta$  and  $\cos \theta$ , respectively. This allows us to see how the distinct wave propagation properties of Love and Rayleigh surface waves, which produce the anti-plane and in-plane components, respectively, interact and control the polarization of horizontal motion. The time variation of the incoming wavefield is given by a Ricker wavelet with characteristic period  $t_p = 0.5 t_0$ , where  $t_0 = 2\alpha/\beta_E$ . Seismograms are obtained through Fourier synthesis. For an incidence angle  $\gamma = 30^\circ$ , Figures 14 and 15 show the synthetics for SH and SV waves, respectively.

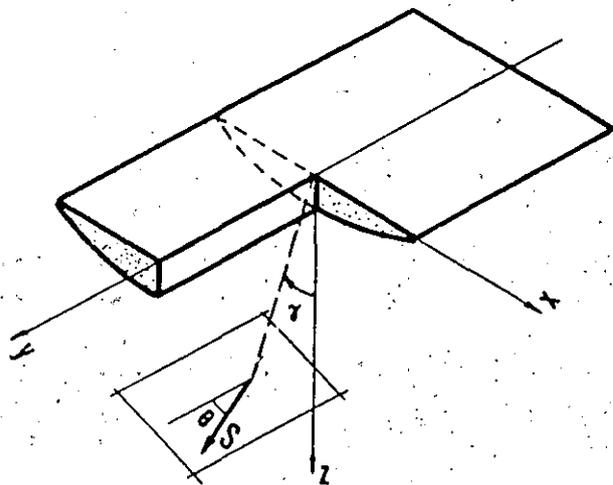
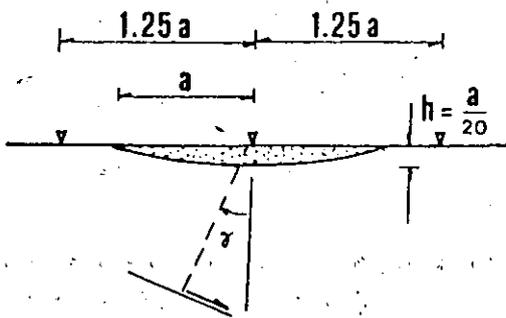


Fig. 13. Soft alluvial valley with parabolic interface under incidence of plane S waves. Incidence and polarization angles are represented by  $\gamma$  and  $\theta$ , respectively.

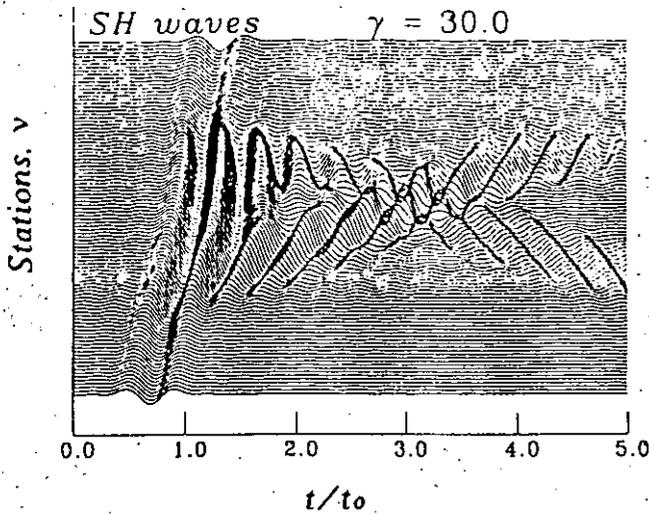


Fig. 14. Synthetic seismograms for incidence of SH waves in 51 stations (from  $-1.25a$  to  $1.25a$ ) across the surface of the two-dimensional model.

Figure 16 shows the horizontal particle motion by means of polarigrams (plots of displacement vectors shifted along the time axis) and hodograms for sites across the valley when the polarization angle is  $\theta = 45^\circ$ .

It was found that the model response produced horizontal polarization patterns which have a rotation with time similar to that of the observed patterns. In our model this effect is due to the different velocities of Love and Rayleigh waves which are present in displacements  $v$  and  $u$ , respectively. This apparently obvious result has been developed in a formal way and can be the

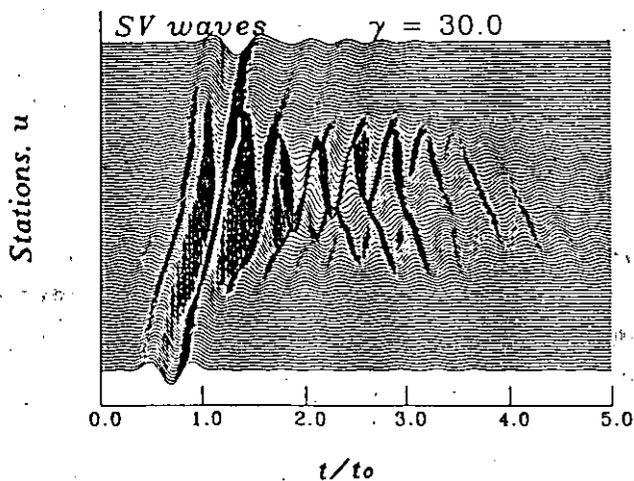


Fig. 15. Horizontal synthetic seismograms for incidence of SV waves in the stations used in Fig. 14.

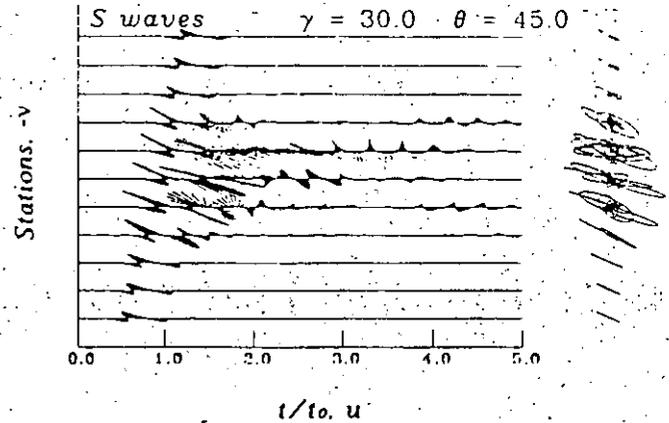


Fig. 16. Polarigrams and horizontal particle motion for eleven stations (from  $-1.25a$  to  $1.25a$ ) across the two-dimensional model when polarization angle  $\theta = 45^\circ$ .

departure for a quantitative explanation of the observed response.

The other model studied is a three-dimensional axis-symmetric valley with a rigid base with prescribed motion in the  $x$  direction. The Poisson ratio is  $\nu = 0.45$  (compressional wave velocity is  $\alpha = 3.33\beta$  and  $\beta =$  shear wave velocity of the valley) with a quality factor  $Q = 20$ . The model is shown in Figure 17. It is a limited flat layer with thickness,  $h = 0.2a$ , where  $a =$  radius of the valley at the free surface. A diametral cross-section shows the assumed slope of  $45^\circ$  at the basin's edge. Transfer functions were constructed using a superposition of spherical wave functions and a

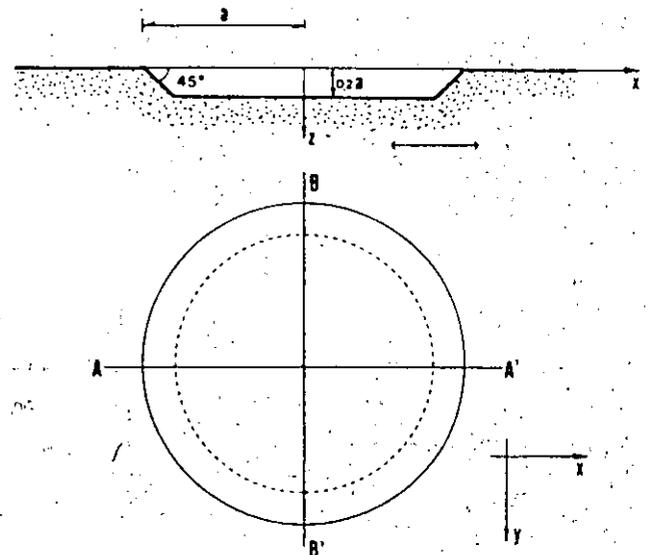


Fig. 17. Three-dimensional axisymmetric alluvial valley with rigid base and unit slope at the edge. Motion is imposed at the base in the  $x$  direction.

collocation least-squares matching of boundary conditions (Sánchez-Sesma, 1983; Sánchez-Sesma et al., 1989c).

For reasons of symmetry, the total motion of the model's surface, under the assumed excitation, can be described by three radial functions modulated by  $\cos \phi$  for radial and vertical motion and by  $\sin \phi$  for circumferential motion, where  $\phi =$  azimuthal angle. Therefore, to represent the ground motion at any point of the surface it suffices to know the response for two slices of the model. Figure 18 displays the horizontal ground motion along sections A-A' and B-B', respectively. Again, due to symmetry, such motion takes place in the  $x$  direction. It is radial at section A-A' and circumferential at B-B'.

If our model is considered, alternatively, as two-dimensional for these two sections, then we have in-plane (P-SV-Rayleigh) and anti-plane (SH-Love) responses, respectively. Here, they are mixed, due to the three-dimensional nature of our model. Synthetics correspond to a Ricker wavelet input with characteristic period  $t_p = 0.2 t_0$ , where  $t_0$  has the same meaning as that in the two-dimensional model. These results allow us to establish that the response in flat valleys is clearly composed by the one-dimensional response strongly modified by surface waves. This is clear in section P-B', due to the lower velocity of Love modes, even if modified by other wave contributions from the edge. Figure 19 shows the horizontal particle motion in the surface of the valley as

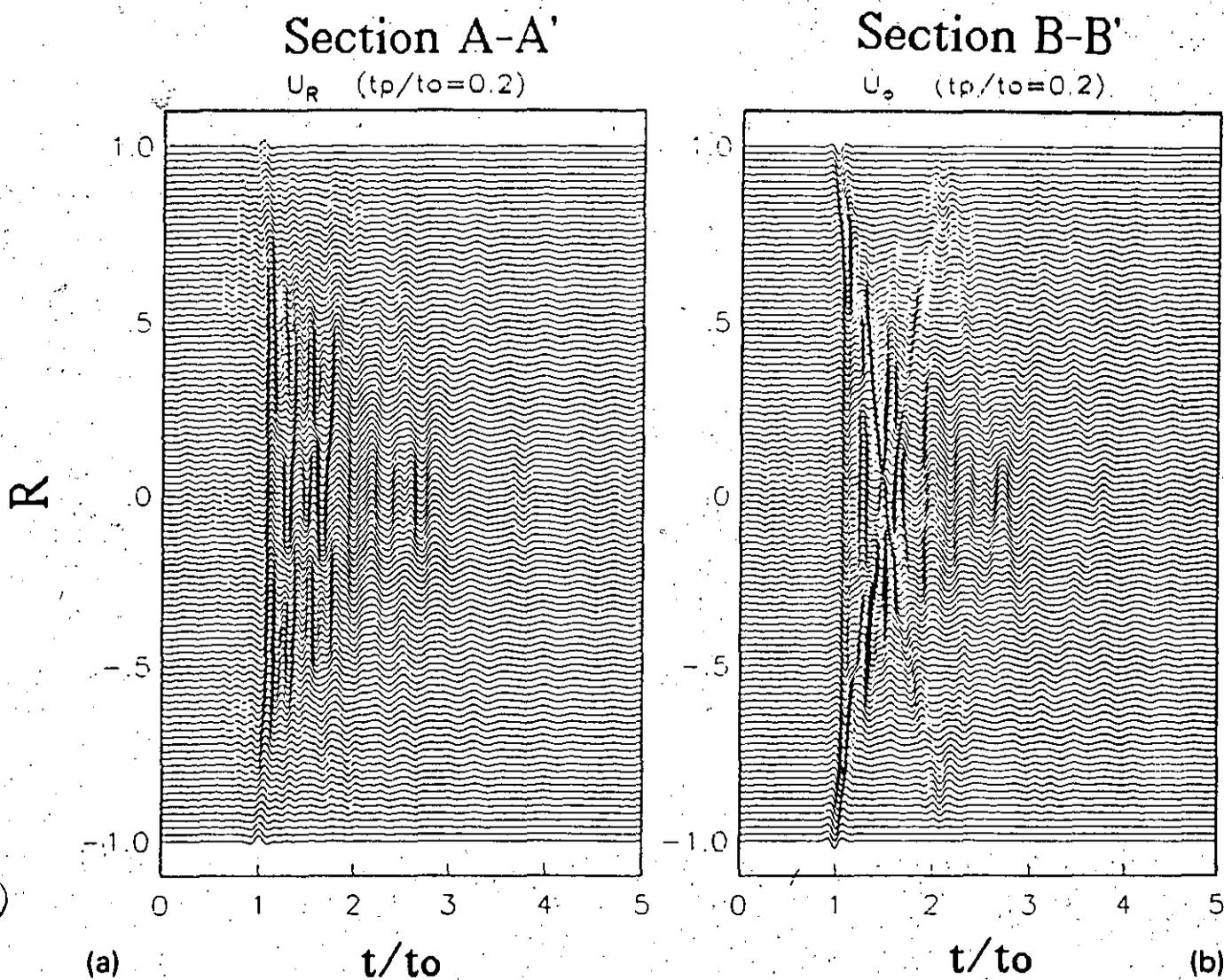
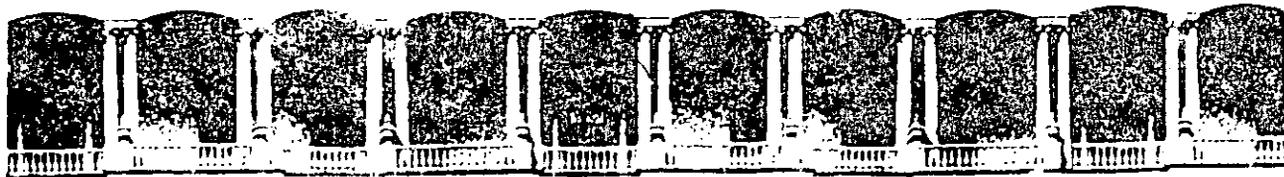


Fig. 18. Horizontal synthetic seismograms in 101 stations along the sections A-A' and B-B', respectively, of the three-dimensional model.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XX CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**MODULO I**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA DISEÑO**

**LA MEDIDA DE LOS TEMBLORES**

**PROF. SHIRI KRISHNA  
PROF. MARIO ORDAZ**

1994.

## LA MEDIDA DE LOS TEMBLORES

Shri Krishna Singh<sup>1</sup> y Mario Ordaz<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Geofísica, UNAM

<sup>2</sup> Instituto de Ingeniería, UNAM

### Introducción

Un temblor es el resultado del movimiento repentino de una masa de roca con respecto a otra. Se requieren diversos parámetros para cuantificar un temblor, algunos de los cuales son: la orientación, buzamiento y sentido del movimiento en el plano de la falla, la longitud y área de la zona de ruptura, desplazamiento en la falla, velocidad y aceleración de partícula del movimiento de la falla, la duración de ruptura y las energías sísmicas total e irradiada. Sin embargo, sólo se dispone de esta cantidad de información para unos cuantos temblores, puesto que para obtenerla se requieren complejos y extensivos análisis, así como datos de muy alta calidad. Si se fuera a emplear un solo parámetro para describir el tamaño de un temblor, este parámetro debería ser la cantidad de energía sísmica liberada,  $E_s$ . La energía total liberada,  $E_T$ , puede escribirse como

$$E_T = \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right) S \bar{u}$$

donde  $\sigma_1$  es el esfuerzo cortante inicial -antes de la ruptura-,  $\sigma_2$  es el esfuerzo cortante final -al término de la ruptura-,  $S$  es el área de la zona de ruptura y  $\bar{u}$  es el deslizamiento promedio en la superficie de falla. La energía total es también la suma de la energía sísmica liberada más la energía disipada por fricción durante la ruptura,  $E_f$ , esto es,

$$E_T = E_s + E_f$$

donde

$$E_f = \sigma_f S \bar{u}$$

siendo  $\sigma_f$  el esfuerzo de fricción. De esta forma, resulta que

$$E_s = \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \sigma_f \right) S \bar{u}$$

Si se acepta que  $\sigma_1 = \sigma_2$ , hipótesis conocida como *modelo de Orowan*, entonces

$$E_s = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_f}{2} \right) S \bar{u} = \frac{\Delta\sigma}{2} S \bar{u}$$

El momento sísmico,  $M_0$ , se define de la siguiente manera:

$$M_0 = \mu S \bar{u} \quad (1)$$

donde  $\mu$  es el módulo de rigidez al corte del material involucrado en la ruptura. En términos del momento sísmico, la energía sísmica liberada vale entonces

$$E_s = \frac{\Delta\sigma M_0}{2\mu} \quad (2a)$$

Por ejemplo, si  $\Delta\sigma = 30$  bares ( $30 \times 10^6$  dina/cm<sup>2</sup>), como sugieren los datos, y  $\mu = 3 \times 10^{11}$  dina/cm<sup>2</sup>, de suerte que  $\Delta\sigma/\mu \approx 10^{-4}$ , entonces

$$E_s = 5 \times 10^{-5} M_0 \quad (2b)$$

Las características de la energía irradiada a muy baja frecuencia están relacionadas con el momento sísmico. Para temblores recientes moderados y grandes, la calidad de los datos mundiales permite la estimación rutinaria de  $M_0$ .  $M_0$  es una medida del temblor a periodos largos; su estimación requiere análisis extensivo de los registros, y usualmente toma tiempo hacerla.  $M_0$  va, de aproximadamente  $10^{15}$  dina-cm para el más pequeño temblor mensurable, hasta alrededor de  $10^{30}$  dina-cm para el más grande temblor de este siglo (el temblor de Chile del 22 de mayo de 1960).

La energía sísmica liberada también puede ser calculada integrando la velocidades del terreno registradas en diferentes puntos de la tierra, después de hacer algunas correcciones pertinentes. Sin embargo, esta técnica de estimación requiere análisis y correcciones laboriosas, por lo que no es posible utilizarla de manera rutinaria.

Una alternativa simple para medir temblores esta basada en amplitudes de las ondas sísmicas. La *magnitud* de un temblor se define en términos del logaritmo de la amplitud de alguna fase de la onda medida a cierto periodo. Esta relación está dada por:

$$M = \log A + f(\Delta) + c_1 + s \quad (3)$$

donde  $M$  denota magnitud,  $A$  es la amplitud de la onda correspondiente,  $\Delta$  es la distancia epicentral,  $c_1$  es una constante y  $s$  es una corrección que depende de la estación de registro. La atenuación de  $A$  con  $\Delta$  se corrige mediante el término  $f(\Delta)$  de la ecuación 3. Esta corrección es tal que, para un mismo temblor, la magnitud determinada en diferentes estaciones a diferentes distancias es aproximadamente la misma; la magnitud del temblor es el valor promedio. La desviación estándar es generalmente del orden de 0.3. Parte de la razón de la dispersión de los valores de  $M$  determinados para un mismo temblor en diversas estaciones radica en el hecho de que la ecuación 3 no incluye correcciones por patrón de irradiación. También, la geología en las inmediaciones de la estación de registro puede amplificar o deamplificar las ondas sísmicas; por esta razón, algunas estaciones producen magnitudes consistentemente mayores o menores que el promedio. El término  $s$  de la ecuación 3 toma en cuenta esta situación.

Las características de los sismogramas cambian con la distancia y con el tipo de instrumento con que se registren. En la fuente sísmica se generan ondas longitudinales (P) y ondas transversales (S). La energía en las ondas S es del orden de 20 veces mayor que la energía en forma de ondas P. Estas ondas de cuerpo interactúan con la complicada estructura del interior de la tierra, y con la la superficie libre, para producir complejas formas de onda que

incluyen ondas superficiales. Dependiendo de la distancia, varía el tipo de las ondas que predominan. Se han desarrollado diversas escalas de magnitud, cada una de las cuales la define en términos de la amplitud de cierto tipo de onda a cierto periodo. A continuación describiremos brevemente estas escalas. Posteriormente describiremos una escala de magnitud basada en la duración del sismograma, y finalmente mencionaremos brevemente las escalas de intensidad, las cuales están basadas en los efectos del temblor sobre las personas y las construcciones.

Escala  $M_L$ : Esta escala fue introducida por Richter (1935). Su objetivo original era modesto: clasificar los temblores del sur de California en grandes, medianos y pequeños. Richter definió  $M_L$  como

$$M_L = \log A + f(\Delta) \quad (4)$$

donde  $A$  es la máxima amplitud, en milímetros, registrada por un sismógrafo torsional estándar (Wood-Anderson, periodo natural de 0.8 seg, amortiguamiento de 80% del crítico, y amplificación de 2800). No se especifica el tipo de onda; puede ser P, S u onda superficial. La función de atenuación,  $f(\Delta)$ , fue determinada, para  $\Delta \leq 600$  km, a partir de temblores del sur de California (ver Richter, 1958, p 342). Fue definida de suerte que, si  $A = 10^{-3}$  mm (un micrón) a  $\Delta = 100$  km,  $M_L$  fuese nula, es decir,  $f(100) = 3$ . Esta escala presenta varias limitaciones: (1) Se requiere desarrollar una función de atenuación para cada región; (2) Quedan muy pocos instrumentos Wood-Anderson en operación; (3) La verdadera amplificación de este instrumento puede diferir de 2800; (4)  $M_L$  para  $\Delta < 100$  km puede alcanzar un valor de saturación de alrededor de 7; en otras palabras, la energía sísmica podría seguir incrementándose pero  $M_L$  nunca excedería de 7. Por tanto, para temblores muy grandes,  $M_L$  no mediría el tamaño del temblor.

Como se mencionó antes, los sismógrafos Wood-Anderson pueden saturarse para temblores moderados y grandes a distancias pequeñas.  $M_L$  puede aun ser determinada si se dispone de acelerogramas. Este se usa para calcular numéricamente la respuesta del instrumento Wood-Anderson y, a partir de esta, obtener  $M_L$  (e g, Kanamori y Jennings, 1978). Los datos así obtenidos, junto

con argumentos físicos (Brune, 1970) muestran que, en realidad,  $M_L$  puede saturarse cerca de 7.

En la figura 1 se presentan acelerogramas (componente NS) registrados en la región epicentral del temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985. Este temblor, y su réplica principal del 21 de septiembre de 1985, fueron extensivamente registrados con acelerógrafos. Los registros han sido usados para sintetizar respuesta Wood-Anderson y para calcular  $M_L$ . La figura 2 muestra  $M_L$  en función de la distancia para ambos temblores (Singh et al, 1988a). Los resultados se resumen en la Tabla 1. Varios puntos ameritan un comentario: (1)  $M_L$  para el temblor del 19 de septiembre en la zona epicentral fue de sólo 6, mostrando la saturación de esta escala de magnitud; (2) Después de 100 km, para sitios firmes en la costa,  $M_L$  fue de 7.4; (3) En los sitios firmes del Distrito Federal,  $M_L$  alcanzó un valor de 8.2; (4) En la zona del lago de la ciudad de México, el valor fue 8.7. El hecho de que  $M_L$  fuera más grande en la zona del lago en comparación con la zona firme, se puede atribuir a la amplificación de las ondas sísmicas debida a los suelos blandos. La extraña observación de que  $M_L$  fue superior en la zona firme de la ciudad que en los sitios duros de la costa ( $\Delta \geq 100$  km) sugiere la existencia de amplificación de las ondas sísmicas aún en la zona firme del DF. Estas observaciones han sido confirmadas con trabajos recientes, basados en mayor número de datos (e g, Singh et al, 1988b; Ordaz y Singh, 1991).

A pesar de las limitaciones de la escala  $M_L$ , se llevan a cabo todavía muchos esfuerzos de investigación para desarrollar esta escala en diferentes regiones. Mahdyiar et al (1986) desarrollaron una escala de magnitud  $M_L$  aplicable a la costa de Guerrero, con base en velocidades máximas y no en respuestas Wood-Anderson.

Escala  $M_s$ : La magnitud de ondas superficiales,  $M_s$ , fue introducida por Gutenberg (1945a), pensada esencialmente para temblores someros. Esta magnitud se define de la siguiente forma:

$$M_s = \log A + 1.656 \log \Delta + 1.818 + s \quad (5)$$

donde  $A = (A_E^2 + A_N^2)^{1/2}$ ,  $A_E$  y  $A_N$  son amplitudes máximas del desplazamiento del terreno registrados en componentes EW y NS, en micrones, para la fase de ondas superficiales con periodo de entre 17 y 23 seg.  $\Delta$  es la distancia epicentral, en grados. Para temblores superficiales, esta fase de ondas está claramente diferenciada, por lo que  $M_s$  es relativamente fácil de calcular. Gutenberg y Richter (1956) obtuvieron una relación entre la energía sísmica irradiada,  $E_s$  (en ergs) y  $M_s$ :

$$\log E_s = 1.5 M_s + 11.8 \quad (6)$$

Vañek *et al* (1962) propusieron una escala  $M_s$  basada en amplitudes de ondas superficiales en componente vertical con periodo de cerca de 20 seg:

$$M_s = \log (A/T)_{\text{máx}} + 1.66 \log \Delta + 3.3 \quad (7)$$

donde T es el periodo de las ondas; cuando este vale 20 seg, la ecuación 7 es parecida a la ecuación 5.

Por ejemplo, en la figura 3 se muestra el sismograma de periodo largo del componente vertical del temblor del 19 de septiembre de 1985 registrado en Gräfenberg, Alemania (GRFO),  $\Delta = 90.8^\circ$ . Como se puede ver, para  $T=25$  seg,  $A_{\text{máx}}$  es 500 micrones. De la ecuación 7, se obtiene que  $M_s = 7.85$ . El valor promedio de  $M_s$  para este temblor fue de 8.1, el segundo temblor mexicano más grande de este siglo.

Las figuras 1 y 3 sirven para ilustrar la naturaleza del movimiento del terreno registrado en la zona epicentral y a distancias telesísmicas.

Cabe notar que para grandes terremotos, (con longitudes de ruptura mayores que unos 100 km), la escala  $M_s$  comienza a saturarse alrededor de 8.2.

Escala  $m_B$ : Gutenberg (1945b) introdujo una escala de magnitud basada en ondas de cuerpo,  $m_B$ . En esta escala se mide la amplitud máxima de un grupo de ondas que incluye a las P, PP y S. La función de atenuación está dada en Richter

(1958, Apéndice VIII).  $m_b$  se puede usar para temblores superficiales, intermedios y profundos. El periodo de las ondas usadas es generalmente de entre 0.5 y 12 seg.

Debe enfatizarse que la magnitud  $M$  reportada en el libro clásico de Gutenberg y Richter (1954) es un algún promedio pesado de  $M_s$  y  $m_b$ . El significado exacto de  $M$  sigue siendo motivo de controversia e investigación (ver, por ejemplo, Geller y Kanamori, 1977).

Escala  $m_b$ : Esta escala es la más ampliamente usada después de la instalación de la red mundial de sismógrafos estándar (WWSSN por sus siglas en inglés). Se calcula a partir de la máxima amplitud de la onda P en los primeros ciclos del registro, que se lleva a cabo con un instrumento de periodo natural de 1 seg, en el componente vertical. Generalmente el periodo de la onda usada en el cálculo también es 1 seg. Conviene mencionar que para determinar  $m_b$  se usan las mismas fórmula y función de atenuación que para  $m_s$ , aunque el periodo de la onda y la manera de medir amplitud máxima son muy diferentes. Esta escala sufre, entre otras, de las siguientes limitaciones: (1) El proceso de ruptura durante grandes temblores es mucho más largo que los pocos segundos de onda P usados para medir amplitud máxima. Por tal razón, la escala mide el tamaño del temblor en su inicio y no el tamaño total. (2) Los primeros pocos ciclos de onda P están fuertemente afectados por el patrón de irradiación. En general, las ondas directas de temblores originados en fallas de rumbo dan lugar a amplitudes que son un orden de magnitud más pequeñas que para un temblor de buzamiento. Esta escala sufre de saturación cerca de  $m_b = 6.5$ .

Escala  $\hat{m}_b$ : Esta escala es una extensión de  $m_b$ . En vez de medir la amplitud máxima en los primeros ciclos de onda P, se mide la amplitud máxima de todo el grupo de ondas P (Houston y Kanamori, 1986). La formula para calcular  $\hat{m}_b$ , que es la misma que para calcular  $m_b$ , está dada por:

$$\hat{m}_b = \log (A/T) + Q(\Delta) \quad (9)$$

donde  $T$  es el periodo de las ondas de interés (generalmente  $T = 1$  seg) y  $Q(\Delta)$

es la función de atenuación, dada en Richter (1958, Apéndice VIII). Esta escala es actualmente materia de investigación, y no se emplea de manera rutinaria. No parece sufrir del problema de saturación.

Escala  $M_w$ : Esta escala está basada en el momento sísmico,  $M_0$ , definido en la ecuación 1. Aunque se requieren análisis complicados, el momento sísmico de temblores grandes y pequeños puede obtenerse con bastante exactitud si se dispone de registros adecuados.  $M_0$  mide el comportamiento del temblor a periodo largo (teóricamente a periodo infinito); por tanto, no es sensible a los detalles del proceso de ruptura. La ecuación 2b relaciona  $M_0$  con la energía sísmica liberada. Con base en el momento sísmico, se ha desarrollado una escala de magnitud llamada *magnitud de momento*,  $M_w$  (Kanamori, 1977; Hanks y Kanamori, 1979; Singh y Havskov, 1980), definida por:

$$M_w = 2/3 (\log M_0 - 16.1) \quad (10)$$

donde  $M_0$  está en dina-cm. El avance reciente en la instrumentación sísmica mundial y en las técnicas de análisis, permiten la estimación rutinaria de  $M_0$  de todos los temblores con  $M_w$  mayor que aproximadamente 5.0.

Escala  $M_c$ : La escala de magnitud de coda,  $M_c$ , está basada en la duración del sismograma del temblor. Fue originalmente propuesta por Bisztricsány (1959). En virtud de su simplicidad, ha ganado popularidad para determinar magnitudes de temblores registrados en redes sismográficas locales y regionales (Lee et al, 1972). La relación entre  $M_c$  y la duración,  $\tau$ , es:

$$M_c = c_1 \log \tau + c_2 \Delta + c_3 \quad (11)$$

Puesto que  $\tau$  depende tanto del instrumento de registro como de las condiciones locales, las constantes de la ecuación 11 deben determinarse tomando en cuenta estos factores. La parte del sismograma que sigue a la fase intensa-la coda-, está compuesta de ondas dispersadas. Por tal razón, la escala no es sensible al patrón de irradiación. Havskov y Macías (1982) desarrollaron una escala  $M_c$  para algunas estaciones sísmicas mexicanas, calibrando  $M_c$  con  $m_b$ .

## Relaciones entre diversas escalas de magnitud

Al desarrollar nuevas escalas de magnitud, en general se ha tratado de ligarlas a escalas ya existentes. Por ejemplo, Gutenberg (1945a) calibró la escala  $M_s$  con la más antigua  $M_L$ . Puesto que los eventos de calibración tenían  $M_L$  cercana a 6,  $M_s$  y  $M_L$  coinciden aproximadamente para esta magnitud. En vista de que los tipos de onda y el periodo difieren en las dos escalas, no hay razón para esperar que coincidan en otros rangos de magnitud. A  $m_b$  se le requirió coincidir con  $M_s$ . Nuevamente, los eventos de calibración tuvieron  $M_s$  entre 6.5 y 7, por lo que ambas escalas coinciden en este rango.  $m_b$  no fue calibrada con ninguna escala preexistente.

En la figura 4, tomada de Kanamori (1983), se grafican algunas escalas de magnitud en función de la magnitud de momento,  $M_w$ . Dada  $M_w$ , la figura 4a muestra un rango de posibles valores de otros tipos de magnitud. La dispersión no es solamente debida a errores de observación, sino que refleja diferencias esenciales entre las diferentes escalas. Como se mencionó, diferentes escalas implican mediciones a diversos periodos; por otro lado, el espectro de la fuente del temblor no es plano. Por tales razones, no es posible esperar una correspondencia uno a uno en un rango amplio de magnitudes entre las escalas. Esto explica porqué para el mismo temblor se reportan varias magnitudes. Por ejemplo, el temblor de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 fue reportado con  $M_s = 8.1$ ,  $m_b = 7$  y  $M_w = 8.05$ . Ya hemos discutido los valores de  $M_L$  para este temblor (ver figura 2).

En esta breve revisión hemos mencionado solamente las escalas más ampliamente usadas. Existen muchas más, que han sido desarrolladas para diferentes regiones del mundo. Actualmente se dedica mucho esfuerzo a desarrollar nuevas escalas y a entender y mejorar las existentes.

## Escalas de intensidad

Antes de la existencia de sismógrafos, los temblores podían medirse sólo por sus efectos. Rossi y Forel, en 1883, desarrollaron una escala llamada escala

de intensidad de Rossi-Forel. Con base en los efectos del temblor sobre las personas, las construcciones y la superficie de la tierra, se asigna una intensidad entre I y X, y finalmente se construyen mapas de isosistas, que son curvas que unen puntos sobre la tierra que experimentaron la misma intensidad. En 1902, Mercalli propuso una escala mejorada, que se extiende de I a XII. Una versión abreviada y modificada de la escala de Mercalli está dada en Richter (1958, capítulo 11). Las isosistas siguen siendo una herramienta valiosa en la estimación de la intensidad de un temblor, a escala descriptiva, ya que en muchas regiones no existen registros instrumentales. Además, en muchos países se dispone de una larga historia documental de los efectos de los temblores. Las intensidades generalmente decrecen con la distancia a la fuente; sin embargo, las condiciones locales pueden elevar significativamente la intensidad. Un caso espectacular de este fenómeno es la zona de lago del Distrito Federal. Se han hecho esfuerzos por correlacionar intensidad con aceleración máxima del terreno; también, se ha relacionado el área incluida dentro de la isosista de cierta intensidad con la magnitud (ver, por ejemplo, Singh et al, 1982, para el caso de México).

La amplitud de las ondas sísmicas, al igual que la intensidad, decrece con la distancia. En las escalas de magnitud, las funciones de atenuación tratan de tomar en cuenta este decaimiento, de suerte que uno obtenga aproximadamente la misma magnitud independientemente de la distancia, suponiendo que se use la misma escala. Cualquier efecto de sitio se toma en cuenta aplicando una corrección por estación. Por otra parte, el mismo temblor dará lugar a diferentes intensidades dependiendo de la distancia y las condiciones locales.

### **Comentarios finales**

La cuantificación completa de un temblor requiere muchos parámetros. Determinar estos parámetros es posible sólo para algunos temblores y después de laboriosos análisis. Una idea gruesa del tamaño del temblor puede obtenerse con un parámetro: la magnitud. Esta es determinada a partir de la amplitud registrada de ondas de cierto tipo. Puesto que la magnitud crece

como el logaritmo común de la amplitud, un aumento de diez veces en la amplitud corresponde a un incremento de una unidad de magnitud. Un aumento de una unidad de magnitud está asociado a una energía sísmica liberada del orden de 31 veces superior, es decir, que la energía involucrada en un temblor de magnitud 8 puede equipararse a la de 1000 temblores de magnitud 6.

Se han desarrollado diversas escalas de magnitud. Puesto que los tipos de onda y periodos involucrados son diferentes, las magnitudes de distintas escalas no coinciden. Deben tomarse precauciones para no mezclar magnitudes de distintas escalas.

## Referencias

- Bisztricsány, E. (1959). On a new method of determining earthquake magnitudes, *Publ. BCIS, Trav. Sci., Fasc., A20*, 9-15.
- Brune, J.N. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **75**, 4997-5009.
- Geller, R.J. y H. Kanamori (1976). Magnitudes of great shallow earthquakes from 1904 to 1952, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **66**, 1501-1523.
- Gutenberg, B. (1945a). Amplitudes of surface waves and magnitudes of shallow earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **35**, 3-12.
- Gutenberg, B. (1945b). Amplitudes of P, PP and S and magnitudes of shallow earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **35**, 57-69.
- Gutenberg, B. y C.F. Richter (1954). *Seismicity of the Earth and Associated Phenomena*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 310 pp.
- Gutenberg, B. y C.F. Richter (1956). Magnitude and energy of earthquakes, *Ann. Geofis. (Rome)*, **9**, 1-15.
- Hanks, T.H. y H. Kanamori (1979). A moment magnitude scale, *J. Geophys. Res.*, **84**, 2348-2350.
- Havskov, J. y M. Macías (1983). A coda-length magnitude scale for some Mexican stations, *Geofis. Int.*, **22**, 205-214.
- Houston, H. y H. Kanamori (1986). Source spectra of great earthquakes: teleseismic constraints on rupture process and strong motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **76**, 19-42.
- Kanamori, H. (1977). The energy release in great earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **82**, 2981-2987.

Kanamori, H. (1983). Magnitude scale and quantification of earthquakes, *Tectonophysics*, 93, 185-199.

Kanamori, H. y P.C. Jennings (1978). Determination of local magnitude,  $M_L$ , from strong motion accelerograms, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 68, 471-485.

Lee, W.H.K., R.E. Bennett y K.L. Meagher (1972). A method for estimating magnitude of local earthquakes from signal duration, *U.S.G.S. Open File Report*, 32 pp.

Mahdyiar, M., S.K. Singh y R.P. Meyer (1986). Moment magnitude scale for local earthquakes in the Petatlán region, Mexico, based on recorded peak horizontal velocity, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 76, 1225-1240.

Ordaz, M. y S.K. Singh (1991). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes, and evidence of amplification in the hill-zone of Mexico City, *Bull. Seism. Soc. Am.*, en prensa.

Richter, C.F. (1935). An instrumental earthquake magnitude scale, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 25, 1-32.

Richter, C.F. (1958). *Elementary Seismology*, W.H. Freeman, San Francisco, Calif., 768 pp.

Singh, S.K y J. Havskov (1980). On moment magnitude scale, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70, 379-383.

Singh, S.K., M. Reichle y J. Havskov (1980). Magnitude and epicentral determination of Mexican earthquakes from isoseismic maps, *Geofis. Int.*, 19, 269-284.

Singh, S.K., E. Mena y R. Castro (1988a). Some aspects of source characteristics of 19 September, 1985, Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico City from strong-motion data, *Bull. Seism.*

*Soc. Am.*, 78, 451-477.

Singh, S.K., J. Lermo, T. Domínguez, M. Ordaz, J.M. Espinosa, E. Mena y R. Quaas (1988b). A study of relative amplification of seismic waves in the valley of Mexico with respect to a hill-zone site (CU), *Earthquake Spectra*, 4, 653-674.

Vañek, J., A. Zátpek, V. Kárník, N.V. Kondorskaya, Y.V. Ríznichenko, E.F. Savarensky, S.L. Solov'ev y N.V. Shebalin (1962). Standardization of magnitude scales, *Bull. Acad. Sci. USSR, Geophys. Ser.*, 108-111 (Versión en inglés).

### Pies de figura

Figura 1. Acelerogramas obtenidos en la zona epicentral del terremoto de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 (componente NS).

Figura 2.  $M_L$  sintetizada a partir de acelerogramas *versus* distancia para los temblores del 19 y 21 de septiembre de 1985.

Figura 3. Sismograma de periodo largo, componente vertical, del temblor del 19 de septiembre de 1985, registrado en Gräfenberg, Alemania ( $\Delta = 90.8^\circ$ ). La escala horizontal, en minutos. La escala vertical mide el desplazamiento del terreno, en micrones, a 25 seg de periodo.

Figura 4. Relaciones entre diferentes escalas de magnitud. (a) Rango de posibles valores de magnitud dado un valor de  $M_w$ . (b) Relación promedio.

Fig. 1

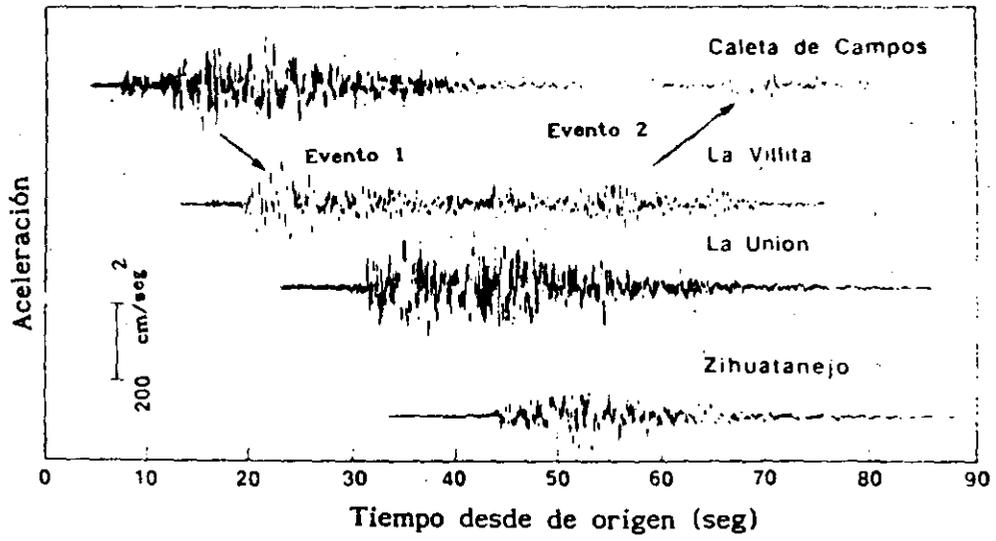


Fig. 2

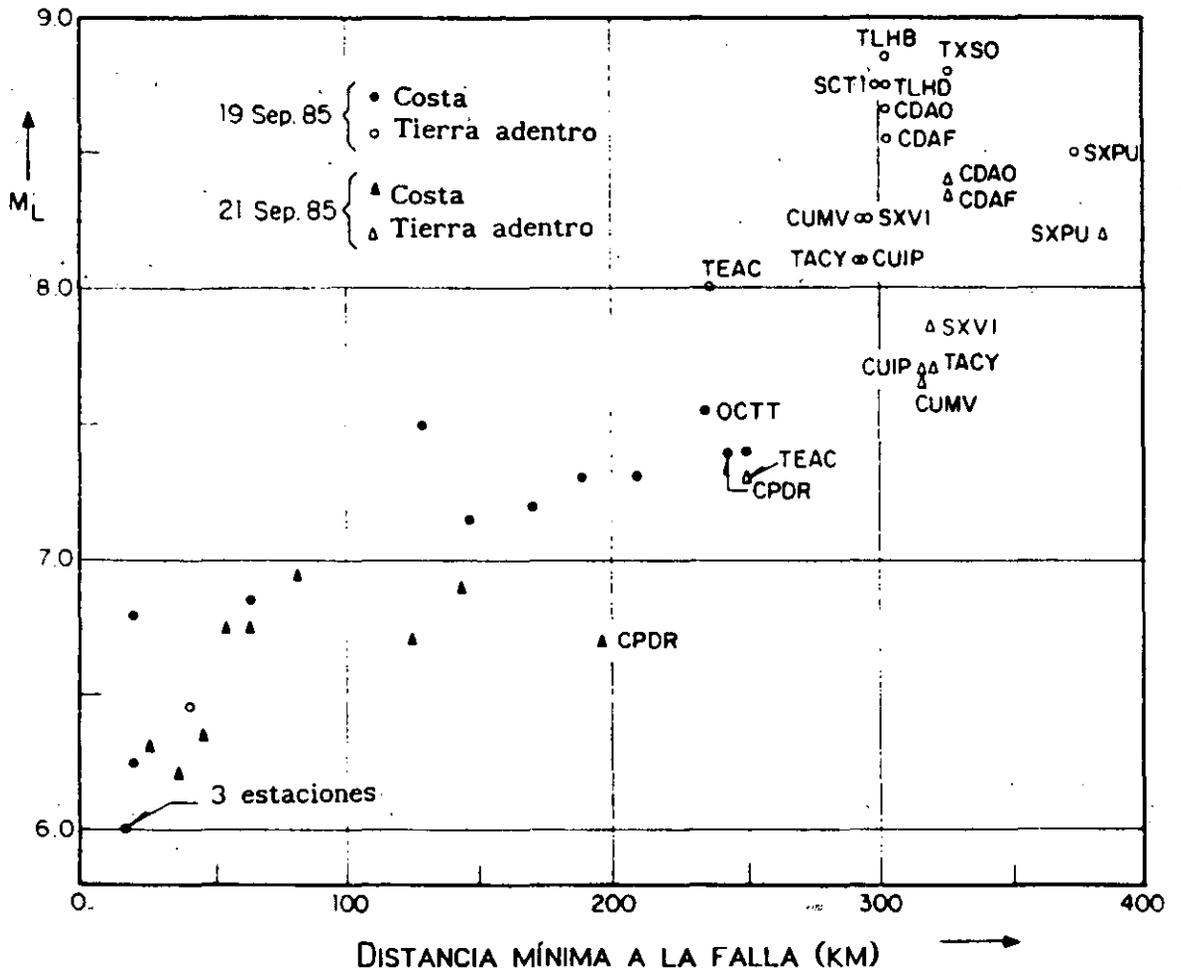


Fig. 2

Michoacan, Mexico  $h=33.0$   $m_b=7.0$   $M_{sz}=8.1$

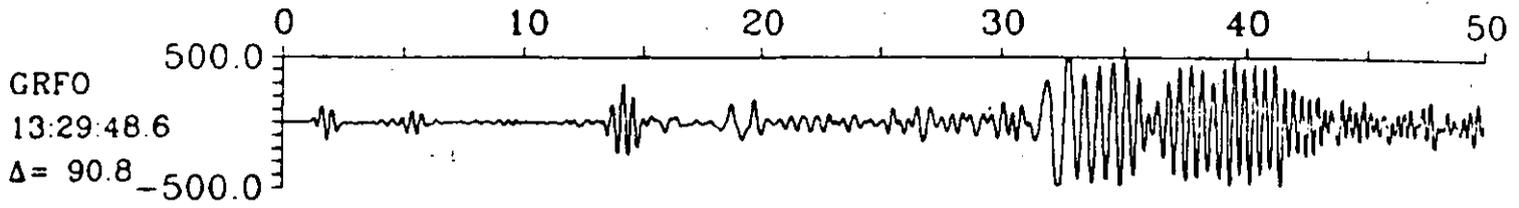


Fig. 4

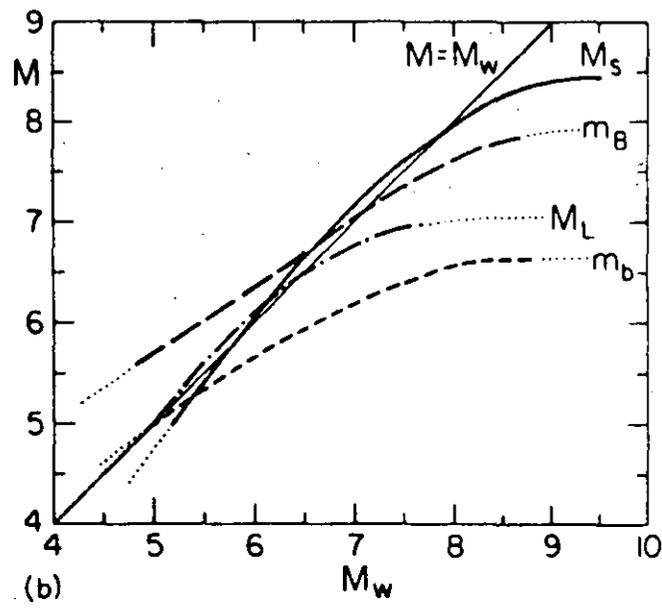
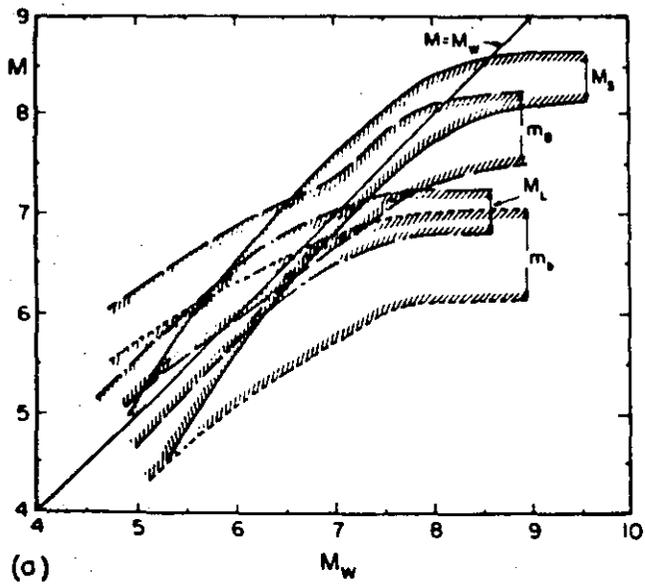
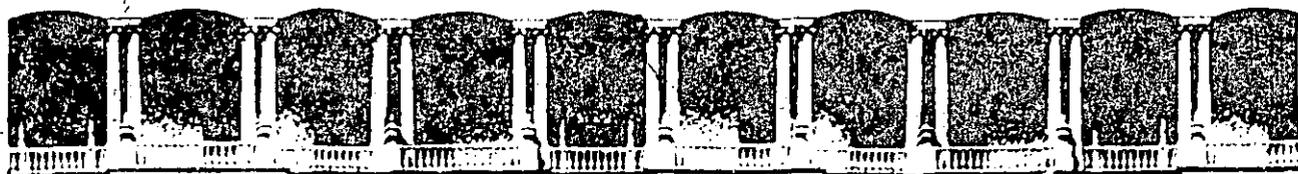


Tabla 1  
 $M_L$  de los temblores de septiembre de 1985

Región	$M_L$ promedio*	
	19 sept 1985	21 sept 1985
Epicentral	6.0	6.3
$R \geq 100$ km, sitios firmes de la costa	7.4	6.7
Zona firme, México DF	8.2	7.7
Zona de lago, México DF	8.7	8.4

\*  $M_L$  calculada a partir de respuesta Wood-Anderson sintética usando acelerogramas y la relación de atenuación para California.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XX CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**MODULO I: RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES DISEÑO**

**SISMICIDAD Y MOVIMIENTOS FUERTES EN MEXICO UNA VISION ACTUAL**

**PROF. SHIRI K. SISNG  
PROF. MARIO ORDAZ**

1994

Shri K. Singh<sup>1</sup> y Mario Ordaz<sup>2</sup>

## RESUMEN

Se hace una reseña de algunos estudios que se han realizado en los últimos cinco años sobre características de los temblores mexicanos y la estimación de los movimientos fuertes producidos por ellos. Se hace hincapié en aquellos resultados que han tenido, o probablemente tendrán, mayor impacto en los nuevos reglamentos de construcciones en nuestro país.

### 1. INTRODUCCION

Los temblores de Michoacán del 19 y 21 de septiembre de 1985 dieron un gran ímpetu a la sismología y a la ingeniería sísmica en

---

<sup>1</sup> Investigador, Instituto de Geofísica, UNAM. Asesor, Instituto de Ingeniería, UNAM y Centro Nacional de Prevención de Desastres.

<sup>2</sup> Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM. Jefe del Área de Riesgos Geológicos, Centro Nacional de Prevención de Desastres.

México. La importancia de entender los fenómenos de generación de los grandes temblores, la propagación de las ondas sísmicas y el efecto de sitio en el movimiento del terreno quedó manifiesta a causa de los daños producidos por el terremoto del 19 de septiembre de 1985 (Ms 8.1) especialmente en el Distrito Federal (DF). Gracias a la disponibilidad de sismogramas de muy alta calidad obtenidos a distancias telesísmicas, así como acelerogramas digitales registrados en la zona epicentral, a lo largo de la costa del Pacífico y en el DF, las características del terremoto del 19 de septiembre de 1985 han sido estudiadas en detalle por diversos grupos de investigadores. Aunque la metodología y los datos usados por los grupos difieren, los resultados obtenidos son muy consistentes.

Aparte de los estudios relacionados con el terremoto de Michoacán, se han hecho avances significativos para entender: (a) el proceso de ruptura de los grandes temblores mexicanos (Ms  $\geq$  7) que han ocurrido desde 1907; (b) los sismos históricos de México; (c) la extensión y potencial sísmico de la brecha de Guerrero; (d) las características especiales de los grandes temblores mexicanos; (e) el espectro sísmico en la fuente y su atenuación con la distancia; (f) la predicción de la aceleración máxima esperada en la zona epicentral; (g) la propagación de las ondas sísmicas hacia el DF; (h) la estimación del movimiento del terreno en el DF (aceleración máxima, espectro de Fourier, espectro de respuesta, duración) debido a sismos de la costa del Pacífico; e (i) la amplificación espectral de las ondas sísmicas en la zona dura del valle de México. En el presente artículo se hace un breve resumen de los trabajos que sobre estos temas se han realizado a partir de septiembre de 1985.

## 2. TECTONICA DE MEXICO Y LOS GRANDES TEMBLORES

Los grandes temblores ( $M_s \geq 7.0$ ) en México a lo largo de la costa del Pacífico, son causados por la subducción de las placas oceánicas de Cocos y de Rivera bajo la placa de Norteamérica (fig 2.1). La placa de Rivera, que es relativamente pequeña, se desliza bajo el estado de Jalisco con velocidad relativa de unos 2.5 cm/año. La frontera entre las placas de Rivera y de Norteamérica es algo incierta, pero se estima que intersecta la costa de México cerca de Manzanillo ( $19.1^\circ N$ ,  $104.3^\circ W$ ). Por otra parte, la velocidad relativa de la placa de Cocos con respecto al continente varía desde unos 5 cm/año cerca de Manzanillo hasta 8 cm/año en Tehuantepec. El terremoto de Jalisco del 3 de junio de 1932 ( $M_s 8.2$ ), el cual ocurrió sobre la interfase de la placa de Rivera y la de Norteamérica (Singh et al, 1985a), muestra que una placa pequeña, joven y con una velocidad relativamente baja de subducción es capaz de generar grandes temblores. Este terremoto es el más grande que ha ocurrido en México en el presente siglo.

Los grandes temblores también ocurren en el continente con profundidades de unos 60 km. En este caso los temblores presentan un mecanismo de fallamiento normal que refleja el rompimiento de litósfera oceánica subducida (Singh et al, 1985b). Si bien este tipo de eventos es relativamente poco frecuente, se sabe que pueden causar grandes daños. Algunos ejemplos de este tipo de sismos son el de Oaxaca del 15 de enero de 1931 ( $M_s 7.8$ ), el de Orizaba del 23 de agosto de 1973 ( $m_b 7.3$ ) y el de Huajuapán de León del 24 de octubre de 1980 ( $m_b 7.0$ ).

Aún menos frecuentes son los temblores que ocurren dentro de la placa continental ( $M_s \leq 7$ ). Dependiendo de su ubicación, tales eventos pueden generar daños considerables en diversos asentamientos humanos. Dos ejemplos son: el temblor de Jalapa del 3 de enero de 1920 ( $M_s 6.4$ ) y el de Acambay del 19 de noviembre de

1912 (Ms 7.0).

Existe también lo que podría llamarse sismicidad de fondo, consistente en temblores con  $M \leq 5.5$ , cuyo origen no puede asociarse a ninguna estructura geológica en particular.

El Eje Neovolcánico en México no es paralelo a la trinchera, lo cual es algo anormal. Es muy probable que esto se deba a la morfología de la placa subducida; como posteriormente se demuestra, el contorno de los 80 a 100 km de profundidad de la zona de Benioff aproximadamente coincide con la línea de los volcanes.

## 2.1 Catálogo de grandes temblores ocurridos en México

Los catálogos basados en sismogramas cubren los temblores que han ocurrido en este siglo. Aún para estos temblores, la asignación de magnitud ha sido problemática debido a cambios en la definición de la magnitud (ver, por ejemplo, Singh et al, 1984a) y en las características de los sismógrafos. Algunos catálogos de grandes temblores mexicanos de este siglo están dados por Singh et al (1981), Singh et al (1984a) y Anderson et al (1989); las magnitudes y los momentos sísmicos reportados en Anderson et al son tal vez los más confiables.

Tradicionalmente se ha considerado que el estudio de la sismicidad proporciona respuestas a dos cuestiones cruciales para la ingeniería sísmica: qué tan frecuentemente pueden presentarse en una región determinada temblores de cierta magnitud y cuál es la máxima magnitud que puede generarse en una estructura geológica dada. En virtud de la naturaleza del fenómeno, su descripción en términos probabilistas es, hasta el momento, la única posibilidad racional. Para alcanzar este objetivo, además de la información

geológica pertinente, se requiere contar con un catálogo de temblores confiable que cubra un lapso suficientemente grande. Un catálogo es confiable cuando incluye todos los sismos con magnitud superior a cierta magnitud de interés; es requisito además que otros datos relevantes como magnitud y localización, sean suficientemente precisos; en particular, la escala de magnitudes debe ser uniforme y no sufrir del problema de saturación. En vista de que la sismicidad instrumental se inicia a principios de siglo, la magnitud y localización de los eventos ocurridos en los siglos anteriores están necesariamente basadas en la interpretación de las descripciones de daños. Esto implica, por una parte, que los catálogos históricos pueden incluir sólo eventos de magnitudes moderadas y grandes, y por otra parte, que las estimaciones de magnitud y localización pueden ser sumamente inciertas. El problema de catálogos históricos en México es especialmente agudo en vista de la escasa población a lo largo de la costa del Pacífico en los siglos pasados. Por ejemplo, para el siglo pasado, se ha identificado la ocurrencia de cerca de 23 temblores con  $M \geq 7$  (Singh et al, 1981), mientras que en lo que va de este siglo ya han ocurrido alrededor de 35 eventos de esta magnitud sin que haya razón que justifique tal diferencia en la sismicidad. En otras palabras, es muy probable que el catálogo del siglo pasado esté incompleto. De estas consideraciones se desprende la necesidad de dedicar esfuerzos importantes al estudio de los temblores históricos como los que han realizado García et al (1988) y Rojas et al (1988) para documentar y dar interpretación sismológica a todos los temblores históricos para los que se dispone de testimonios. Aún cuando estos esfuerzos no permitieran completar el catálogo histórico, los resultados, correctamente usados, serán de gran importancia en la estimación del riesgo sísmico en México.

## 2.2 Periodos de recurrencia de grandes temblores a lo largo de la zona de subducción.

Los catálogos de grandes temblores de este siglo y del siglo anterior, junto con sus áreas de réplicas (medidas o inferidas), han permitido estimar periodos de recurrencia para algunos segmentos de la zona de subducción. Los resultados se resumen en la tabla 2.1 (modificada a partir de Singh *et al*, 1981). Los periodos de recurrencia observados,  $T_R$ , varían de 30 a 75 años. Sean  $V$  la velocidad relativa de la placa y  $D$  el deslizamiento durante un gran sismo. Resulta entonces que

$$D = \eta V T_R \quad (2.1)$$

donde  $\eta$  toma en cuenta deslizamientos asísmicos. Como  $D$  es aproximadamente proporcional a  $M_o^{1/3}$  ( $M_o$  = momento sísmico) es posible rescribir la ec 2.1 como

$$T_R \propto M_o^{1/3} / \eta V \quad (2.2)$$

Astiz y Kanamori (1984) ajustaron la ec 2.2 a datos de temblores mexicanos de subducción (tabla 2.1, excepto por los dos últimos eventos) y encontraron que

$$\log T_R = 1/3 \log M_o - 7.5 \quad (2.3)$$

( $M_o$  en dina-cm,  $T_R$  en años). Si se toma el temblor de 1911 como el último evento en Michoacán (tabla 2.1), la ec 2.3 predice  $M_o = 1.3 \times 10^{28}$  dina-cm para un temblor en 1985. Este valor para el momento sísmico coincide razonablemente con los valores reportados por varios autores para el temblor del 19 de septiembre de 1985. Nótese que la ec 2.3 predice el momento sísmico acumulado, es decir el momento que podría liberarse en un gran evento o en

varios, más pequeños, distribuidos en un lapso relativamente breve.

### 2.3 Tramos de quietud o brechas sísmicas

Los tiempos entre grandes eventos de subducción muestran claramente que el proceso que les da origen no puede ser modelado como uno de Poisson. El proceso se puede visualizar como constituido por periodos de acumulación de energía de deformación -por efecto de la subducción de la placa- y su repentina liberación durante un temblor. Después del temblor, es necesario un nuevo periodo de acumulación de energía hasta que se sobrepase la resistencia de las rocas dando lugar a un nuevo temblor. Surge entonces la noción de *brecha sísmica* para designar a un segmento del área de contacto entre las placas en el cual no se ha producido un temblor de importancia en un lapso relativamente grande (en el caso de México, más de 30 años). Se antoja intuitivamente aceptable asignar altas probabilidades de ocurrencia de un gran temblor en un lapso relativamente breve a las brechas sísmicas. Con base en estas consideraciones se identificaron diversas brechas sísmicas en México (e g Kelleher *et al*, 1973; Singh *et al*, 1981). Los grandes temblores recientes (Colima, 1973; Oaxaca, 1978; Petatlán, 1979; Playa Azul, 1981; doblete de Ometepec, 1982; Michoacán, 1985) han ocurrido en sitios considerados brechas sísmicas. Destaca la de Guerrero, en cuya zona noroeste (desde Petatlán hasta cerca de Acapulco) no se han producido grandes temblores en los últimos 80 años y cuya porción sureste (desde Acapulco hasta cerca de Ometepec) no ha dado lugar a eventos de importancia después de los terremotos de 1957 y 1962. Más adelante se discute con detalle el potencial sísmico de esta brecha.

Cabe mencionar que se han hecho esfuerzos para modelar procesos de

ocurrencia como el descrito recurriendo tanto a modelos simplificados del proceso físico (Hong y Rosenblueth, 1988; Ordaz y Rosenblueth, 1989; E Reinoso, comunicación personal, 1990) como a modelos basados en la estadística bayesiana que hacen uso óptimo de la información disponible (Jara y Rosenblueth, 1988). La noción de brecha sísmica y la naturaleza no poissoniana de la ocurrencia de temblores hace que, en general, el riesgo sísmico crezca con el tiempo que ha transcurrido sin temblar. El estudio de las implicaciones de este hecho en la reglamentación sísmica es actualmente tema de investigación (Cornell y Winterstein, 1988; Rosenblueth y Jara, 1990).

## 2.4 Los temblores de septiembre de 1985

### 2.4.1. Acelerogramas en las zonas epicentrales

El gran temblor del 19 de septiembre de 1985 (Ms 8.1) rompió la brecha de Michoacán. A este temblor siguió otro el día siguiente (21 de septiembre, tiempo de Greenwich) con Ms 7.6. Estos eventos fueron registrados por una red de acelerógrafos instalada en la zona epicentral por un equipo conjunto del Instituto de Ingeniería de la UNAM y de la Universidad de California en San Diego. Es la primera vez que temblores de gran magnitud en una zona de subducción se observan instrumentalmente con equipo digital y buena cobertura. Para el temblor del 19 de septiembre la información de esta red y de los acelerogramas en el valle de México presenta peculiaridades sorprendentes. En la zona epicentral se registraron aceleraciones del terreno que pueden considerarse pequeñas (0.15g) para un temblor de gran magnitud. Por otra parte, las aceleraciones observadas en y cerca del valle de México varían entre 0.03 y 0.20 g. Esto también es sorprendente si se considera que la Ciudad de México se encuentra a casi 350 km de la zona epicentral.

Inmediatamente después del primer sismo se instaló una red de sismógrafos en la zona epicentral y con ello se obtuvieron las áreas de réplicas de los dos grandes eventos. Estas se muestran en la fig 2.2. Las profundidades se estimaron en 16 y 20 km, respectivamente, con base en modelado sintético de ondas P de período largo (LP) (UNAM Seismology Group, 1986). Los mecanismos focales de ambos eventos son prácticamente iguales: buzamiento =  $9^{\circ}$ , azimut =  $288^{\circ}$  y dislocación =  $72^{\circ}$  (Astiz *et al*, 1987).

El análisis de ondas P telesísmicas, LP, claramente muestra que el temblor del 19 de septiembre estuvo compuesto de dos subeventos, separados 27 s y que el segundo ocurrió unos 95 km al SE del primero (UNAM Seismology Group, 1986; Astiz *et al* 1987). Esto está confirmado por los datos de los acelerógrafos en la zona epicentral (Anderson *et al*, 1986; Singh *et al*, 1989a). Las ondas P telesísmicas del temblor del 21 de septiembre pueden modelarse con una sola fuente. Los parámetros de la fuente de los dos temblores se presentan en la tabla 2.2. En esta tabla los momentos sísmicos son el promedio de los valores reportados por varios autores.

La fig 2.3 muestra las aceleraciones, velocidades y desplazamientos en la zona epicentral del terremoto del 19 de septiembre (Anderson *et al*, 1986). Es la primera vez que se ha obtenido el desplazamiento permanente para un gran temblor a partir de registros de movimientos fuertes. Los estudios de la mortalidad de organismos marinos sésiles, también muestran un desplazamiento vertical permanente de la costa cerca de la zona epicentral de casi 1 m.

Las réplicas del temblor del 21 de septiembre se superponen parcialmente con el área estimada de ruptura del temblor de Petatlán en 1979 (fig 2.2). Se ha mostrado que el evento del 21 de

septiembre rompió una parte de la interfase entre las placas más cercana a la costa que el evento de 1979 (UNAM Seismology Group, 1986). Esto implica que una brecha sísmica al ser ocupada por un gran temblor no puede considerarse necesariamente liberada de potencial sísmico en un futuro inmediato. Sin embargo, no se sabe qué tan frecuentemente ocurren tales casos.

#### 2.4.2 Evidencias de irradiación anómala durante el temblor del 19 de septiembre

Debido a los daños sin precedentes que ocasionó el temblor del 19 de septiembre en la Ciudad de México se sugirió que la irradiación de este sismo pudo haber sido anómalamente energética en esa dirección, por los menos en periodos cercanos a los de resonancia de los sitios con suelos de origen lacustre (1.4 a 4.8 s). Esto fue confirmado por Singh *et al* (1988b) quienes estudiaron los cocientes de los espectros de Fourier de las aceleraciones registradas el 19 y 21 de septiembre en varios sitios de terreno firme en y cerca de la Ciudad de México.

Un trabajo reciente (Singh *et al*, 1990b) muestra que el origen de esta anomalía proviene de la fuente del terremoto. Los sismogramas digitales de los grandes temblores mexicanos recientes, registrados en Gräfenberg (GRF,  $\Delta \approx 91^{\circ}$ ), se muestran en la fig 2.4. Nótese la oscilación con periodo de 2.5 seg, aproximadamente 7 seg. después del comienzo de la onda P para el terremoto del 19 de septiembre. No existe tal oscilación en el registro de los otros temblores. Del sismograma de GRF, así como de los de muchos otros observatorios, se puede concluir que el terremoto generó ondas de cuerpo anómalamente energéticas cerca de 2.5 seg. de periodo. En la fig 2.5 se hace una comparación del cociente de los espectros de Fourier de aceleraciones registradas el 19 y 21 de septiembre en y cerca del D F (terreno firme) con el cociente obtenido a

partir de las ondas P registradas a distancias telesísmicas en el cuadrante noreste. Los dos cocientes son similares en la banda de frecuencias cercanas a las de resonancia en la zona del lago ( 0.7 a 0.25 Hz). Estos cocientes, sin embargo, son de 2 a 3 veces más grandes que el cociente esperado para un modelo teórico de  $\omega^{-2}$ .

Otras evidencias de la anomalía proviene del registro de aceleraciones en la zona epicentral (oscilaciones de 2.5 seg en las trazas de velocidades, fig 2.3) y la comparación del espectro de Fourier de aceleración registrado en C U durante el terremoto del 19 de septiembre con lo predicho a partir de registros de otros temblores (Castro *et al*, 1988).

#### 2.4.3 Algunas otras características de la fuente del terremoto del 19 de septiembre

Los desplazamientos obtenidos en la zona epicentral (fig 2.3) han sido modelados por Yomogida (1987) y Campillo *et al* (1989), entre otros. Los resultados sugieren que el modelo más adecuado para explicar las observaciones es el de una grieta propagándose suavemente. Según estos autores el modelo cinemático de dislocación no estaría de acuerdo con los datos.

Por otro lado, algunos autores (por ejemplo Mendoza y Hartzell, 1988) han invertido las ondas P registradas a distancias telesísmicas para estimar la distribución del desplazamiento sobre el plano de falla. Los resultados obtenidos son similares a grandes rasgos pero difieren en detalles.

#### 2.5 El proceso de ruptura de grandes temblores mexicanos

El proceso de ruptura de grandes temblores ( $M_s \geq 7$ ) que han

ocurrido después de la instalación de la red mundial de sismógrafos estándar (WWSSN) en 1962 ha sido ampliamente estudiado por varios autores. Singh et al (1984b) analizaron los eventos entre 1907 y 1962. En un trabajo más reciente (Singh y Mortera, 1990), se ha hecho análisis de las ondas P de los temblores mexicanos (1928-1986) usando los registros de sismógrafo Galitzin (periodo de sismómetro = periodo de galvanómetro  $\approx$  10 seg; ganancia máxima  $\approx$  740) situado en DeBilt (DBN), Holanda. El método de análisis consiste en determinar la función de tiempo en la fuente ( $\dot{M}_0(t)$ , donde  $\dot{M}_0(t)$  es el momento sísmico como función de tiempo y  $M_0(t \rightarrow \infty) = M_0$ ) y la profundidad a partir de la comparación entre el sismograma observado y el calculado teóricamente. Los sismogramas complejos necesitan más de una fuente para su modelación. La fig 2.1 muestra la funciones de tiempo de los grandes temblores ( $M_s \geq 7$ , 1928-1986) de la zona de subducción de México. Las profundidades (no incluidas en la figura) varían entre 16 y 20 km. Los temblores de Oaxaca, en su mayoría, se pueden modelar con una sola fuente y, por lo tanto, son relativamente simples en periodos de  $\approx$  8 seg (fig 2.1). Se necesita más de una fuente para modelar los temblores de las otras regiones.

En la fig 2.6 se presenta el cociente  $Mos/Mop$  como función de la longitud, donde  $Mos$  = momento sísmico a partir de las ondas superficiales (periodo  $\geq$  40 seg) y  $Mop$  = momento sísmico a partir de las ondas P registradas en De Bilt (periodo  $\approx$  8 seg). El cociente  $Mos/Mop$ , que es una medida de la excitación de las ondas de periodo largo en comparación con las de periodo de 8 seg, muestra un claro cambio alrededor de longitud  $99^\circ W$ ; los valores al este de  $99^\circ W$  son más bajos que los valores al oeste. Para el evento 10 (28 de julio de 1957,  $M_s$  7.5) el valor de  $Mos/Mop = 8$  es anómalamente grande. Discutiremos este temblor posteriormente. La fig 2.6 sugiere que el desplazamiento sobre el plano de la falla al oeste de  $99^\circ W$  ocurre más lentamente que al este. De las figs

2.1 y 2.6 se puede especular que la interfase entre las placas en la región de Oaxaca consiste en unas cuantas asperezas, cada una con una dimensión  $\approx 80$  km. Durante el temblor rompe una aspereza pero sin causar desplazamiento lento sobre el área alrededor, tal vez porque las asperezas están separadas por barreras. La situación en otras regiones es la contraria: al romperse la aspereza ocurre un desplazamiento relativamente lento sobre el área de ruptura y el área alrededor.

¿Por qué los  $99^{\circ}\text{W}$  delimitan las dos regiones de diferentes características de ruptura?. En la fig 2.7 se presentan contornos de profundidad de la zona de Benioff basados en la distribución de hipocentros. Al oeste de Tehuantepec ocurren pocos temblores con profundidad mayor a los 100 km. Mientras que en Oaxaca el contorno de 80 km se extiende casi 350 km dentro del continente, este contorno está más cercano a la costa en las otras regiones. Se puede postular una segmentación de la placa de Cocos cerca de los  $99^{\circ}\text{W}$  y otra cerca de los  $96^{\circ}\text{W}$  (fig 2.7). La razón del cambio de la morfología de la zona de Benioff alrededor de los  $99^{\circ}\text{W}$  aún no está clara. Nótese que los volcanes recientes están situados cerca del contorno de los 80 km (fig 2.7). En resumen, existen evidencias de una segmentación de la placa subducida cerca de los  $99^{\circ}\text{W}$ , la cual puede actuar como una barrera para la extensión de una ruptura.

## 2.6 La brecha sísmica de Guerrero

### 2.6.1 Potencial sísmico

Existe un consenso general en la comunidad científica de que actualmente la zona de más alto potencial sísmico en el país es la de la costa de Guerrero (Singh *et al* 1981; Singh *et al*, 1982;

Nishenko y Singh, 1987a, 1987b). En esta región ocurrieron grandes temblores en 1899 (Ms 7.9), 1907 (Ms 7.7), 1908 (Ms 7.6; 7.0), 1909 (Ms 6.9) y 1911 (Ms 7.6). Después de esta intensa actividad, han ocurrido pocos sismos en la zona (1957, Ms 7.5; 1962, Ms 7.2, 6.9; 1989, Ms 6.9). El momento sísmico acumulativo,  $\Sigma M_0$ , liberado en sismos desde 1800 está graficado en la fig 2.8 (Anderson *et al.*, 1989). Cabe reiterar que los datos correspondientes al siglo pasado no son confiables. Se puede interpretar la gráfica de la fig 2.8 de varias maneras. La envolvente dada por las líneas paralelas es una interpretación estadística de datos imperfectos. Si el momento acumulativo permanece dentro de la envolvente entonces se puede estimar el déficit actual de  $\Sigma M_0$  en 15 a 20 x  $10^{27}$  dina-cm. También se puede usar la ec 2.3 para estimar  $\Sigma M_0$ . Despreciando los momentos sísmicos liberados durante los sismos de 1957, 1962 y 1989 y tomando  $T_R=80$  años, la ec 2.3 predice  $\Sigma M_0 = 16 \times 10^{27}$  dina-cm. Las dos estimaciones son bastante consistentes. Un momento sísmico acumulativo de 10 a 20 x  $10^{27}$  dinas-cm puede generar 1 o 2 terremotos de  $M = 8$  ( $M = 2/3 \log M_0 - 10.7$ ), o bien de 2 a 4 de  $M = 7.8$ .

### 2.6.2 La extensión de la brecha sísmica de Guerrero

El límite noroeste de la brecha está dado por el área de ruptura del sismo de Petatlán de 1979, Ms 7.6 (fig 2.1). El límite sureste puede llegar hasta la barrera producida por la segmentación de la placa en la región, es decir  $99^\circ W$ . Los reportes del terremoto de 1907 también sugieren este límite para la propagación de la ruptura durante este sismo. Con base en estos límites se puede concluir que la extensión máxima de la brecha es de 230 km. Tomando el ancho de la falla como 80 km (Singh *et al.*, 1985b), el área máxima que puede romperse en un terremoto es de 18,000 km<sup>2</sup>. Usando la relación empírica entre la magnitud Ms y el

área de ruptura A en  $\text{km}^2$  (Singh et al, 1980)

$$M_s = 0.887 \log A + 4.532 \quad (2.4)$$

se obtiene un valor de 8.3 para la magnitud máxima esperada, la cual concuerda bien con las otras dos estimaciones.

Si bien el estado del conocimiento actual no permite predecir con precisión el instante de ocurrencia del futuro temblor en la brecha, el Instituto de Geofísica de la UNAM lleva a cabo un monitoreo detallado de la sismicidad en la región con base en una densa red de sismógrafos (Suárez et al, 1990) y análisis de otros posibles fenómenos precursores (Ponce et al, 1990). Estos esfuerzos bien podrían desembocar en la predicción oportuna del evento esperado. En cualquier caso, la información recabada y los métodos de análisis serán de gran utilidad para entender la tectónica y predecir otros temblores futuros.

### 2.6.3 El temblor del 28 de julio de 1957 ( $M_s$ 7.5)

Es de gran importancia el estudio del proceso de ruptura del temblor de 1957 para estimar los movimientos del terreno esperados en la zona epicentral y en el DF durante futuros sismos en la brecha de Guerrero. Aunque no existen sismogramas de alta calidad con buena cobertura mundial para el temblor de 1957, se ha llegado a ciertas conclusiones preliminares.

El momento sísmico del temblor fue de  $5 \times 10^{27}$  dina-cm (Singh et al, 1982; Anderson et al, 1989) el cual es aproximadamente 3 veces más grande de lo esperado para un sismo con  $M_s$  7.5. Como se observa en la fig 2.6 el valor de  $M_{os}/M_{op}$  es anómalamente grande. Esto sugiere que el temblor fue muy energético en periodos largos ( $T \geq 60$  seg) y muy deficiente en periodos de 8 a 20 seg. El sismo

seguramente fue energético cerca de 2 seg de periodo en vista de los daños causados en la zona de lago del valle de México. De hecho, los sismogramas de algunos temblores mexicanos registrados por un sismógrafo de banda ancha (Benioff, periodo natural = 1 seg, periodo de galvanómetro = 90 seg) en Pasadena claramente muestran que el temblor de 1957 fue muy energético a cortos periodos (fig 2.8). Estas características muy peculiares del sismo pueden repetirse durante futuros temblores en la brecha de Guerrero.

## 2.7 Algunas características de los grandes temblores en Mexico

A continuación se hace un resumen de algunas características sobresalientes de los grandes temblores de México, reveladas por los eventos de septiembre de 1985 así como por otros sismos en la zona de subducción.

a) Los temblores de septiembre de 1985, así como otros grandes eventos de falla inversa bien estudiados, ocurrieron cerca de la costa con profundidades de 16 a 20 km (Singh *et al*, 1984b; Singh y Mortera, 1990).

b) El ancho de ruptura no excede 80 km (Singh *et al*, 1985b). Esto probablemente explica las longitudes de ruptura relativamente pequeñas ( $\leq 220$  km) de los temblores ocurridos en México.

c) El area de ruptura ( $170 \times 80$  km<sup>2</sup>) del sismo del 19 de septiembre de 1985 es inferior sólo a la correspondiente al temblor de Jalisco de 1932 (ver fig 2.1) que se ha estimado como  $220 \times 80$  km<sup>2</sup> (Singh *et al*, 1985a).

d) Los temblores en México generan un número de réplicas anómalamente pequeño. Esto coincide con el patrón observado en el

cinturón circumpacífico (Singh y Suárez, 1988).

e) La comparación de sismogramas registrados en De Bilt (Holanda) de todos los grandes temblores de subducción ocurridos en México desde 1928 muestra que los temblores de Oaxaca, con muy pocas excepciones, son simples. En otras partes de la zona de subducción ocurren tanto temblores complejos como simples (UNAM Seismology Group, 1986, Singh *et al*, 1984b; Singh y Mortera, 1990).

f) La estadística de los sismos muestran que la relación de Gutenberg y Richter,  $\log N = a - b M_s$ , donde  $N$  = número de eventos con magnitud  $\geq M_s$  no es válida para la zona de subducción de México; hay una gran deficiencia de eventos en el rango de magnitudes  $6.4 \leq M_s \leq 7.4$ . Esta evidencia de "magnitudes características" es más impresionante para Oaxaca (Singh *et al*, 1983).

g) Los espectros de banda ancha de ondas P telesísmicas de algunos temblores ocurridos en México (incluidos los eventos de septiembre de 1985) son menos energéticos entre periodos de 1 y 10 s que los temblores de subducción en otras partes con magnitudes similares (Houston y Kanamori, 1986). Sin embargo, la caída de esfuerzos requerida para modelar el nivel espectral a altas frecuencias ( $1 \leq f \leq 10\text{Hz}$ ), 100 bares, es igual que para otras regiones del mundo (Singh *et al*, 1990a, 1989).

Los incisos d) a g) sugieren que a lo largo de la zona de subducción de México la interfase entre las placas es relativamente homogénea y sin asperezas en la escala de longitudes de 3 a 30 km.

### 3. ESTIMACION DE MOVIMIENTOS FUERTES

A raíz de los sismos de 1985 se hizo evidente que la importancia de predecir movimientos fuertes en la ciudad de México difícilmente podía ser sobrestimada. Las conclusiones que pueden obtenerse de estudios de riesgo sísmico, incluyendo las fuerzas de diseño que se prescriban en un reglamento de construcciones, descansan fuertemente en la capacidad que exista para estimar la naturaleza del movimiento del terreno producido por un temblor de magnitud y localización dadas. Se conoce como *leyes de atenuación* a estas relaciones, en las que las características relevantes del movimiento del suelo son descritas en función de la magnitud del temblor, su localización y otros parámetros generalmente asociados a la fuente sísmica.

Antes de 1985 se habían hecho esfuerzos en esta dirección. Esteva y Villaverde (1973) produjeron leyes de atenuación para aceleración y velocidad máximas del terreno ( $a_{\max}$  y  $v_{\max}$  respectivamente) a partir de una base de datos que incluía registros de temblores mexicanos. Bufaliza (1984) propuso leyes de atenuación para  $a_{\max}$  y  $v_{\max}$  basadas exclusivamente en datos de temblores registrados en México. Sin embargo, existen diversas razones que hicieron indispensables estudios más profundos al respecto: en primer lugar, el incremento en número de las estaciones de registro sísmico digital tanto en la ciudad de México como en la costa del Pacífico, permitió acrecentar sustancialmente la base de datos sobre movimientos fuertes, especialmente en lo referente a magnitudes moderadas; en segundo lugar, el análisis minucioso de registros análogos de temblores ocurridos entre mediados de los años 60 y mediados de los 70, permitió contar con señales digitales de aceleración relativamente confiables; y finalmente, aunque no menos relevante, la enorme importancia de la amplificación de las ondas sísmicas por el subsuelo de la ciudad de México hizo reconocer la necesidad de

contar con descripciones detalladas del contenido de frecuencias de los movimientos que podrían esperarse en el futuro.

En los incisos 3.1 y 3.2 se reseñan los principales resultados de los estudios orientados a la predicción de movimientos fuertes en la cuenca de México y la costa del Pacífico, que son las regiones más vulnerable a la acción de los grandes temblores.

### 3.1 La cuenca de México

#### 3.1.1 Estimación de movimientos fuertes

Como se ha señalado, Bufaliza (1984) propuso leyes de atenuación basadas exclusivamente en temblores mexicanos. Podría pensarse entonces que sus resultados serían aplicables también a la ciudad de México. Sin embargo, las regresiones de Bufaliza incluyeron temblores registrados en sitios diferentes a la ciudad de México, por lo que la aplicación de sus resultados podría conducir a estimaciones poco confiables del movimiento del terreno en la ciudad de México.

Por estas razones Singh et al (1987) analizaron datos de movimientos fuertes originados por temblores costeros registrados en un solo sitio: la estación CUIP, localizada en la Ciudad Universitaria, en terreno firme de la ciudad de México. Esta estación fue seleccionada porque para ella se cuenta con el mayor número de temblores registrados en esta ciudad. A partir de estos datos Singh et al (1987) propusieron las siguientes leyes de atenuación:

$$\log a_{\max} = 0.429 M_s - 2.976 \log R + 5.396 \quad (3.1)$$

$$\log v_{\max} = 0.348 M_s - 2.439 \log R + 4.052 \quad (3.2)$$

donde  $a_{\max}$  está en  $\text{cm/s}^2$ ,  $v_{\max}$  en  $\text{cm/s}$ ,  $R$  en  $\text{km}$  es la mínima distancia al área de ruptura y  $M_s$  denota magnitud de ondas superficiales. De la regresión se deduce también que las desviaciones estándar de los logaritmos comunes de  $a_{\max}$  y  $v_{\max}$  valen 0.15 y 0.16 respectivamente. Los rangos de magnitud y distancia para los cuales se consideran aplicables las ecs 3.1 y 3.2 ( $5.6 \leq M_s \leq 8.1$ ;  $282 \leq R \leq 466 \text{ km}$ ) son suficientemente amplios como para poder tener estimaciones confiables de  $a_{\max}$  y  $v_{\max}$  debidas a temblores críticos que en el futuro se generen en la zona mexicana de subducción.

Sin embargo, el problema de predicción de movimientos fuertes no se restringe a estimar valores máximos de aceleración y velocidad del terreno. Se sabe que la correlación entre estos parámetros y el daño estructural es relativamente baja. Una mejor caracterización del movimiento debe incluir, al menos, la descripción de su contenido de frecuencias y su duración. Esto permitiría calcular mejores estimadores del daño estructural como las ordenadas del espectro de respuesta. Aún esto puede ser insuficiente cuando se pretende predecir el comportamiento de sistemas no lineales que experimentan deterioro en su resistencia. Para estos fines, la descripción del movimiento debe ser más cuidadosa (Grigoriu *et al*, 1988).

Como un primer paso en esta dirección, Castro *et al* (1988) analizaron espectros de amplitudes de Fourier de 14 temblores costeros registrados en la estación CUIP. Además de la razón ya mencionada para elegir esta estación como base, se tomó en cuenta el hecho de que se conocen los cocientes espectrales (o funciones de transferencia) de numerosos sitios de la ciudad de México con respecto a esta estación (Singh *et al*, 1988a) lo que permitiría estimar el espectro de amplitudes de Fourier en cualesquiera de estos sitios. Los espectros de los temblores mencionados fueron

ajustados al siguiente modelo

$$\log FS(T) = A(T) M_s + C(T) \log R + B(T) \quad (3.3)$$

donde  $FS(T)$  denota al mayor valor de dos componentes ortogonales del espectro de amplitudes de Fourier y  $A(\cdot)$ ,  $B(\cdot)$  y  $C(\cdot)$  son coeficientes que dependen del periodo. Esta forma funcional, también elegida por McGuire (1978) en su estudio de espectros californianos, está de acuerdo con modelos teóricos de fuente. Aplicando regresión lineal se obtuvieron los coeficientes  $A$ ,  $B$  y  $C$  para 18 periodos entre 0.2 y 2.5 s. Sus valores se presentan en la tabla 3.1, junto con las correspondientes desviaciones estándar de  $\log FS(T)$ ,  $\sigma$ . En la tabla 3.1,  $FS(T)$  está en cm/s y  $R$  en km. La fig 3.1 muestra espectros de amplitudes de Fourier predichos para diferentes magnitudes y una distancia fija de 280 km (una distancia probable para un futuro gran temblor en la brecha de Guerrero).

Una vez predicho el espectro de amplitudes de Fourier en CU para un temblor postulado caracterizado por su magnitud y mínima distancia a la zona de ruptura, es posible obtener el espectro del mismo temblor en muchos sitios del valle de México (alrededor de 80) en virtud de que es posible, con base en registros de temblores pequeños, estimar la función de transferencia de dichos sitios con respecto a CU (ver, por ejemplo, Singh *et al.*, 1988a). Esta estimación del espectro en el sitio, junto con una estimación de la duración de la fase intensa del movimiento, conduce, vía la teoría de vibraciones aleatorias, a estimaciones de espectros de respuesta y otros valores de intensidad como aceleración y velocidad máximas (ver, por ejemplo, Ordaz y Reinoso, 1987; Ordaz *et al.*, 1988; Ordaz y Reinoso, 1989).

La técnica anterior, que se basa en funciones transferencia obtenidas a partir de temblores moderados, supone comportamiento

lineal del suelo. Esta hipótesis podría no ser válida en algunos sitios durante excitaciones debidas a temblores mayores. Sin embargo, la evidencia muestra que aún durante el terremoto de 1985, hubo un efecto no lineal despreciable (Singh et al, 1988a). En estas condiciones, es de esperarse que el procedimiento descrito funcione adecuadamente para predecir movimientos ocasionados por todos los temblores costeros de interés.

Quizá el avance reciente más notable en la estimación de movimientos fuertes en México sea este uso de espectros de amplitud de Fourier para caracterizar los movimientos del terreno y para producir, a partir de ellos, leyes de atenuación para las ordenadas del espectro de respuesta. Esta técnica fue usada por primera vez en análisis de riesgo sísmico en nuestro país por Sánchez-Sesma (1985). El caracterizar movimientos del terreno por sus espectros de amplitud de Fourier ha venido a sustituir a la estimación de aceleración y velocidad máximas del terreno que, en conjunto con reglas simples, permitían definir forma y amplitud de los espectros de respuesta (Esteve, 1970).

### 3.1.2 Amplificación en la zona firme de la cuenca

Es bien sabido que en la zona de lago de la cuenca de México las ondas sísmicas sufren una drástica amplificación. Esta amplificación, medida en términos del espectro de amplitudes de Fourier, puede alcanzar valores de 10 a 50 -dependiendo del sitio y la frecuencia- con respecto a lo registrado en la zona firme, por ejemplo la estación acelerográfica de CU. Existen evidencias claras de que aún en la zona dura las ondas están amplificadas con respecto a lo que podría esperarse a partir de estudios de atenuación empleando registros de sitios fuera del valle de México. Esta amplificación es del orden de 10 en el rango de frecuencias de interés para ingeniería sísmica (0.3 a 3 Hz). La

fig 3.2 muestra la amplitud del espectro de Fourier para frecuencias de 0.3 y 0.5 Hz como funciones de la distancia, para el temblor del 25 de abril de 1989 ( $M_s$  6.9). Los círculos abiertos representan sitios de la zona dura del valle de México mientras que los círculos llenos señalan sitios fuera de la cuenca. La línea continua muestra el ajuste por mínimos cuadrados para esta magnitud y las frecuencias mencionadas, incluyendo los datos de 6 temblores ampliamente registrados. Nótese que las amplitudes en la zona dura son iguales o mayores que las de la zona epicentral ( $R < 30$  km). La causa de esta amplificación está muy probablemente relacionada con particularidades del valle de México, ya que la anomalía no se observa muy claramente en sitios en las afueras del valle. Tal vez la explicación sea la existencia de una cuenca sedimentaria antigua, de materiales poco competentes, sobreyaciendo al basamento rocoso de mayor rigidez. Algunos cálculos preliminares (Campillo *et al*, 1988) dan cierta fuerza a esta conjetura.

### 3.2 La costa del Pacífico

En los últimos dos años se ha realizado un análisis de los movimientos fuertes registrados en sitios cercanos a la fuente sísmica de eventos de subducción en la costa mexicana del Pacífico (Singh *et al*, 1989). Se analizaron 64 registros en el rango de magnitudes  $3 \leq M \leq 8.1$  y para distancias a la zona de ruptura menores a 54 km, para estudiar el escalamiento de la aceleración máxima del terreno y el espectro de amplitudes de Fourier,  $a(f)$ , como funciones de la magnitud. Todos los datos a partir de 1985 fueron registrados por la red de acelerógrafos digitales de Guerrero (Anderson *et al*, 1987a, 1987b; Quaas *et al*, 1987).

Para estudiar la dependencia de la aceleración máxima con la magnitud, los datos se normalizaron a una distancia de 16 km (la

minima distancia focal que puede esperarse si se supone que la profundidad de la placa es aproximadamente 16 km) multiplicándolos por el factor  $(R/16) e^{\pi(R-16)f/\beta Q}$  que toma en cuenta la atenuación geométrica y la atenuación anelástica. Se usó para  $\beta$ , velocidad media de propagación de las ondas de corte, un valor de 3.2 km/s y se tomó  $Q = 100 f$ , valor reportado por Singh et al (1990a) como adecuado para la costa mexicana del Pacífico.

Se consideró  $a_{\max} = \left( (a_E^2 + a_N^2)/2 \right)^{1/2}$ , donde  $a_E$  y  $a_N$  son las aceleraciones pico de las componentes EW y NS respectivamente. En la fig 3.3 se presentan los valores de  $a_{\max}$  normalizados a 16 km en función de la magnitud,  $M$ . Puede observarse que para  $3 \leq M \leq 6$   $a_{\max}$  muestra una clara dependencia con  $M$ . Sin embargo, para  $M \geq 6$  los datos, aunque limitados en número, no muestran un incremento sistemático de  $a_{\max}$  con respecto a la magnitud.

Los autores del estudio analizaron las posibles causas de esta aparente saturación de la aceleración máxima. Concluyen que se debe al tamaño finito de la fuente sísmica y proponen un modelo paramétrico relativamente simple del espectro de amplitudes de Fourier, basado en las siguientes ideas: supóngase que una fuente sísmica circular de radio  $r_0$  rompe con intensidad uniforme en toda el área. El punto de observación  $P$  se localiza a una distancia  $R_0$  de la zona de ruptura justo arriba del foco sísmico. El área de ruptura se considera dividida en elementos de tamaño diferencial, y se supone que la ruptura de cada elemento ocurre aleatoriamente con probabilidad uniforme en el intervalo  $(0, T_d)$ . Con estas consideraciones, Singh et al (1989) encuentran que

$$a^2(f) = 2C^2 A^2(f) (M_0 f_c^2)^2 \frac{e^{-2\pi k f}}{r_0^2} \left[ E_1(\alpha R_0) - E_1(\alpha \sqrt{R_0^2 + r_0^2}) \right] \quad (3.4)$$

donde  $A(f)$  es un factor que corrige por amplificación de las ondas

Si al propagarse a través de materiales con velocidades progresivamente menores (Boore, 1986),  $M_0$  es el momento sísmico,  $\alpha = 2\pi/\beta Q$ ,  $\kappa$  es un parámetro de atenuación que corrige por efectos de sitio (Singh et al, 1982) y que, en general, es función de la distancia y  $E_1(\cdot)$  es la integral exponencial (Abramowitz y Stegun, 1965). Además,

$$C = \frac{R_{\theta\phi} (2\pi)^2 F P}{4\pi\rho\beta^3}$$

donde  $R_{\theta\phi}$  es el patrón medio de radiación,  $F = 2$  toma en cuenta la amplificación por efecto de la superficie libre,  $P = 1/\sqrt{2}$  toma en cuenta la partición de la energía en dos componentes horizontales iguales y  $\rho$  es la densidad promedio de los materiales a través de los cuales se propagan las ondas. En la ec 3.4  $f_c$  es la llamada *frecuencia de esquina* (Brune, 1970) dada por

$$f_c = 0.491 \beta (\Delta\sigma/M_0)^{1/3} = 2.34 \beta/2\pi r_0$$

[ $\beta$  en km/s,  $\Delta\sigma$  en bares,  $M_0$  en ergs,  $r_0$  en km]

donde  $\Delta\sigma$  es la caída de esfuerzo.

Los autores muestran que a medida que el punto de observación se aleja de la fuente sísmica, el modelo descrito por la ec 3.4 tiende a convertirse en el conocido espectro de fuente puntual  $\omega^{-2}$  (Aki, 1967; Brune, 1970). Esto obedece a que conforme  $R_0$  crece en relación al tamaño de la fuente,  $r_0$ , el tamaño de esta última es cada vez menos relevante, hasta que puede considerárselo un punto. A partir de la ec 3.4 y empleando teoría de vibraciones aleatorias Singh et al (1989) encuentran expresiones aproximadas para la aceleración máxima esperada del terreno. En la fig 3.4 se presentan curvas de  $a_{\max}$  contra magnitud para una distancia fija de 16 km y diferentes valores de los parámetros  $\Delta\sigma$  y  $\kappa$ . Se

comparan con las que resultarían de un modelo de fuente puntual y con los datos de  $a_{\max}$  normalizados a la misma distancia. Se observa que para  $M \geq 6.5$  el modelo de fuente finita propuesto predice aceleraciones más bajas que el modelo clásico de fuente puntual. Para  $M \geq 7.8$  el modelo de fuente finita muestra una saturación de  $a_{\max}$ , que aproximadamente concuerda con los datos registrados en la zona epicentral.

Al tratar de predecir aceleraciones máximas en sitios localizados a mayores distancia focales el modelo propuesto, como se ha señalado, se convierte en un modelo de fuente puntual. Singh *et al* (1990a) observaron que los espectros de este tipo de temblores no pueden ser explicados en términos del modelo de Brune (1970) sin hacer importantes modificaciones, lo cual podría deberse a las siguientes causas: a) efectos de directividad; b) efectos de sitio; o c) inaplicabilidad de la aproximación de ondas de cuerpo.

Con el fin de contar con relaciones de atenuación confiables para la costa del Pacífico a distancias focales mayores a unas cuantas veces la dimensión del área de ruptura, Ordaz *et al* (1989) calcularon relaciones empíricas a partir de los datos registrados por la red digital de Guerrero. A partir de estos datos y aplicando la técnica de regresión lineal descrita por Joyner y Boore (1981) Ordaz *et al* (1989) encuentran que

$$\log a_{\max} = 1.76 + 0.30M_s - \log R - 0.0031R \quad (3.5)$$

con una desviación estándar de  $\log a_{\max}$  igual a 0.25.

Se considera que para distancias focales intermedias la ec 3.4 describe adecuadamente la forma espectral cuando se hace

$$\kappa = \kappa_0 + R/Q_1$$

Singh *et al* (1989) encuentra que, en promedio para diversos sitios de la costa del Pacífico,  $\kappa_0 = 0.018$  y  $Q_1 = 1500$  km. Sin embargo, como se ha mencionado, aunque la forma espectral dada por la ec 3.4 es aproximadamente correcta, su amplitud no lo es. Por esta razón puede aceptarse para distancias focales intermedias la forma de la ec 3.4, pero ajustando su amplitud de modo que se obtenga la aceleración máxima calculada con la ec 3.5.

Se considera que las expresiones presentadas en este inciso constituyen medios razonables para predecir características de los movimientos del terreno originados por temblores de subducción en la costa mexicana del Pacífico.

### 3.3 Uso de teoría de vibraciones aleatorias

En los dos incisos anteriores se han dado expresiones que permiten estimar el espectro de amplitudes de Fourier en función de la magnitud y localización del temblor, tanto para la cuenca de México como para la costa del Pacífico. Aunque las amplitudes del espectro de Fourier son medidas de la intensidad del temblor, resulta más conveniente expresar la intensidad en términos de otras cantidades mejor correlacionadas con el posible daño estructural, como las ordenadas del espectro de aceleraciones de respuesta para un amortiguamiento dado.

La información contenida en el espectro de amplitudes de Fourier, sin embargo, no es suficiente para calcular el espectro de respuesta. En efecto, dado un espectro de amplitudes de Fourier, existe un número infinito de acelerogramas que podrían producirlo. El número sería infinito aún si se prescribiera la duración del movimiento, puesto que nada se dice sobre las fases.

Cada uno de los acelerogramas con espectro de amplitudes y

duración dados produciría un valor diferente de respuesta máxima en un oscilador con características conocidas. La respuesta máxima es, desde este punto de vista, una variable aleatoria cuya distribución de probabilidades y momentos estadísticos fueron calculados en la década de los 50, en los inicios de lo que ahora se conoce como teoría de vibraciones aleatorias (Rice, 1954; Cartwright y Longuett-Higgins, 1956). Posteriormente surgieron expresiones asintóticas y fórmulas aproximadas que permiten calcular el valor máximo esperado de respuestas lineales (ver, por ejemplo, Boore, 1983).

Los resultados teóricos existentes son, en general, válidos cuando se aceptan algunas hipótesis sobre la naturaleza de las señales sísmicas; en particular, usualmente se exige que el movimiento sea estacionario y ergódico. Ordaz y Reinoso (1987) analizaron acelerogramas registrados en la ciudad de México y compararon los espectros de respuesta exactos (pseudoaceleraciones, 5% del amortiguamiento crítico) con los que resultan de suponer que del movimiento sólo se conocen el espectro de amplitudes de Fourier y la duración de la fase intensa. Encuentran que no existen discrepancias excesivas entre los espectros de respuesta calculados con ambos métodos cuando la duración de la fase intensa se define como el lapso en que se concentra entre el 5 y el 95% de la intensidad de Arias (Arias, 1969). De este trabajo y de otros estudios posteriores (Reinoso *et al*, 1989; Singh *et al*, 1989) se concluyó que el uso de los resultados de la teoría de vibraciones aleatorias es satisfactorio para calcular respuestas lineales máximas, aún en el caso de acelerogramas registrados en sitios blandos de la ciudad de México en los cuales se viola claramente la hipótesis de estacionariedad (Grigoriu *et al*, 1988).

### 3.4 Espectros de diseño por sismo para el Distrito Federal y el estado de Guerrero

En esta sección se menciona brevemente el impacto de algunos de los resultados mencionados anteriormente en la determinación de espectros de diseño para el Distrito Federal y el estado de Guerrero.

#### 3.4.1 El Distrito Federal

Para estimar los movimientos del terreno que podrían afectar seriamente al DF, se postularon cuatro temblores representativos y se supuso que son los más peligrosos que es razonable esperar durante los próximos 150 años. Para cada evento se estimó su espectro de amplitudes de Fourier en Ciudad Universitaria, estación que fue elegida porque en ella se dispone del mayor número de acelerogramas. Para estos fines, los temblores que ocurren en nuestro país fueron divididos en cuatro grupos:

a) temblores locales, generados en la placa de Norteamérica bajo el valle de México y sus inmediaciones. La máxima magnitud registrada en este siglo para este tipo de temblores es  $M_L = 5.1$ , donde  $M_L$  denota magnitud local. Aunque es probable que puedan generarse eventos con magnitudes de hasta 5.5 (Mooser, 1987) se eligió una magnitud de 4.7 y distancia focal de 11 km para el análisis determinista. Esto se decidió por el hecho de que cada evento afectaría una zona reducida, por lo que el periodo de recurrencia para cualquier punto del DF es mucho mayor que para toda la región.

b) Temblores en la placa continental, generados en el resto de la placa de Norteamérica. Los miembros de este grupo que más seriamente amenazan a la ciudad de México se producen en las

intersecciones de fallas principales o en los extremos de aquellas que han venido creciendo sistemáticamente. El sitio que se consideró más peligroso es el extremo oriental de las fallas que definen el graben de Acambay (Mooser, 1987). En 1912 ocurrió en este sitio un temblor con magnitud 7.0 y no se han producido eventos importantes desde entonces. Se asignó al temblor representativo de este grupo una magnitud de 7.0 y una distancia focal de 80 km.

c) Temblores de profundidad intermedia. Las magnitudes registradas de temblores que ocurren en la placa de Cocos tienen una tendencia decreciente con la distancia a la zona de subducción. Dada la profundidad de la placa de Cocos bajo el valle de México, se encuentra que el candidato más peligroso de este grupo tiene una magnitud de 6.5 y profundidad de 80 km.

d) Temblores de subducción. Estos eventos son los que históricamente han causado los daños más graves a la ciudad de México. Como se mencionó, La máxima magnitud registrada desde 1800 es  $M_s = 8.2$  para el temblor de Jalisco de 1932. Sin embargo, los que se producen frente a las costas de Michoacán y Guerrero son los que producen los movimientos más violentos en el DF. Como se indicó, un análisis de las zonas que podrían deslizarse en un solo gran temblor muestra que el sismo más violento que sería razonable esperar en la brecha sísmica de Guerrero tendría  $M_s = 8.2$ . La distancia a la cuenca de México es incierta. Se asignaron probabilidades de 0.25, 0.5 y 0.25 a  $R=180$ , 248 y 280 km respectivamente.

El espectro de amplitudes de Fourier para los tres primeros grupos de temblores se supuso correctamente descrito por el modelo  $\omega^{-2}$  (Brune, 1970; Boore, 1983). En la tabla 3.2 se presentan los parámetros usados para cada uno de los tres eventos. En la fig 3.5 se presentan los espectros de amplitudes de Fourier resultantes de

la aplicación de ese modelo.

Para el evento local y el evento de profundidad intermedia o de fallamiento normal, los parámetros se eligieron de modo que se describieran adecuadamente las observaciones de espectros de temblores reales del grupo correspondiente. No se disponía de registros de temblores del grupo de Acambay por lo que se usaron parámetros que el equipo de geofísicos consideró razonables. Para el evento de subducción se emplearon envolventes de los espectros predichos con las leyes semiempíricas que se describieron en el inciso 3.1 (ver figs 3.1 y 3.5).

Para fines del reglamento de construcciones del DF se requieren espectros de respuesta de aceleraciones para 5% del amortiguamiento crítico. Estos fueron calculados usando teoría de vibraciones aleatorias (Boore, 1983; Boore y Joyner, 1984). Como se indicó anteriormente, esto requiere el espectro de amplitudes de Fourier y la duración del movimiento del terreno. Esta última cantidad fue estimada con base en valores observados para temblores registrados. Los espectros de amplitudes de Fourier en los sitios escogidos como representativos de cada una de las zonas en que se encuentra dividido el valle de México fueron calculados multiplicando los espectros estimados en terreno firme por la función de transferencia del sitio. Esta última fue evaluada a partir de análisis unidimensionales de propagación de ondas SH, con base en la información geotécnica disponible. Cabe mencionar que cuando se realizaron estos estudios no se contaba con registros de temblores que permitieran determinar la función de transferencia empírica.

Estos resultados, aunados a los espectros de respuesta calculados para el gran temblor de 1985 en los sitios en que se disponía de registros, permitieron la construcción de los espectros de diseño que se propusieron para el reglamento de construcciones. Estos

espectros de diseño son envolventes simples de los espectros de respuesta modificados para tomar en cuenta la duración esperada del movimiento del terreno y el comportamiento inelástico de las estructuras.

Para calcular las tasas de excedencia de intensidades en el DF, así como las pérdidas esperados por sismo, los procesos de ocurrencia de todos los grupos de temblores que se mencionan, a excepción de los de subducción, se supusieron poissonianos en virtud de que pueden originarse eventos en un gran número de fallas sensiblemente independientes. La forma adoptada para la relaciones magnitud-frecuencia, así como los métodos bayesianos para la estimación de sus parámetros, pueden consultarse en Rosenblueth *et al* (1989) y las referencias que ahí se indican.

Los grandes temblores de subducción son generados en unos cuantos sitios bien delimitados, por lo que no se justifica la hipótesis de ocurrencia según un proceso de Poisson. Se asignó a los tiempos entre este tipo de eventos, para  $M \geq 7$ , una distribución gamma (análisis posteriores a la elaboración de este estudio han mostrado que resulta más conveniente asignar a los tiempos entre grandes temblores una distribución lognormal; ver Jara y Rosenblueth, 1988); para  $M < 7$ , se conservó la hipótesis de Poisson. En el caso de  $M > 7$  se adoptó una densidad de probabilidad parabólica para las magnitudes. La zona de subducción fue dividida en 13 regiones, de acuerdo con lo señalado por Nishenko y Singh (1987b). Se supuso que cada región poseía un proceso de ocurrencia independiente de los procesos de las demás regiones.

Como puede apreciarse, el método adoptado para efectuar los cálculos que guiaron la elección de los espectros de diseño para el DF descansó fuertemente en algunos de los resultados recientes que se han descrito sobre sismicidad, modelos de la fuente sísmica, movimientos fuertes y su estimación usando teoría de

vibraciones aleatorias.

### 3.4.2 El estado de Guerrero

De acuerdo con lo expresado en el inciso 2, el riesgo sísmico en la costa del estado de Guerrero está dominado por la ocurrencia, a corto plazo, de un gran temblor en la brecha de Guerrero. Resulta entonces de suma importancia la estimación de la magnitud máxima que tal temblor podría generar, así como el cálculo de los movimientos esperados del terreno en la zona epicentral y el establecimiento de leyes de atenuación de las aceleraciones espectrales. En virtud del formato probabilista adoptado en el estudio que condujo a los espectros de diseño para el estado de Guerrero (Ordaz et al, 1989), la distribución de probabilidad de los tiempos entre grandes eventos en la brecha también resultó ser decisiva.

Estos problemas fundamentales -magnitud máxima esperada, movimientos en la zona epicentral, su atenuación con la distancia y distribución de los tiempos entre grandes eventos- fueron atacados con las ideas derivadas de algunos de los estudios que aquí se han mencionado.

## 4. CONCLUSIONES

Se han expuesto algunos de los resultados más importantes que se han producido a partir de los sismos de 1985 en materia de sismicidad, características de los grandes temblores y estimación de movimientos fuertes. Se ha hecho especial énfasis en aquellos que mayor impacto han tenido desde el punto de vista de la ingeniería sísmica en nuestro país.

Se han esbozado las ideas y métodos con los cuales es posible estimar algunas de las características de los movimientos fuertes que pueden esperarse de temblores que ocurran en el futuro. El énfasis de estas técnicas de estimación se ha puesto en la evaluación de riesgo sísmico en el valle de México y en la costa del Pacífico, regiones que históricamente han sido las más afectadas por grandes temblores.

Como el presente trabajo muestra, ha habido un gran avance en la comprensión de los fenómenos sísmicos después de los temblores de septiembre de 1985. Si tomamos en cuenta el reciente aumento en la instrumentación sísmica en México, es de esperarse que la investigación en la materia aumente muy rápidamente en el futuro próximo y llene las lagunas en el conocimiento actual. Esto último requerirá del concurso de un mayor número de investigadores de alto nivel así como de la continuidad en el apoyo financiero para estos fines.

#### AGRADECIMIENTOS

Gran parte de los estudios que aquí se han descrito han sido posibles gracias a la instalación y eficiente operación de las redes de sismógrafos y acelerógrafos a cargo de las siguientes instituciones: Fundación ICA, Fundación Javier Barros Sierra, Instituto de Geofísica, UNAM e Instituto de Ingeniería, UNAM. Los avances que se han referido se deben al esfuerzo de un gran número de personas de diversas instituciones. La lista de referencias de ninguna manera da cuenta exhaustiva de todos los trabajos realizados sobre esta materia.

## REFERENCIAS

Abramowitz, M. y Stegun, I. (1965), Handbook of Mathematical Functions, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series 55.

Aki, K. (1967), "Scaling law of seismic spectrum", *J. Geophys. Res.*, 72, 1217-1231.

Aki, K. and Richards, P.G. (1980), Quantitative Seismology, W.H. Freeman and Co., San Francisco.

Anderson, J.G., Bodin, P., Brune J.N., Singh, S.K. Quaas, R., and Oñate, M. (1986), "Strong ground motion from the Michoacan, Mexico, Earthquake", *Science*, 233, 1043-1049.

Anderson, J.G., Quaas, R., Almora, D., Velasco, J.M., Guevara, E., de Pavia, L.E., Gutiérrez, A. y Vázquez, R. (1987a) "Guerrero, Mexico accelerograph array: Summary of data collected in the year 1985", Reporte conjunto del Instituto de Ingeniería, UNAM y el Institute of Geophysics and Planetary Physics, UC-San Diego, GAA-2.

Anderson, J.G., Quaas, R., Almora, D., Velasco, J.M., Guevara, E., de Pavia, L.E., Gutiérrez, A. y Vázquez, R. (1987b) "Guerrero, Mexico accelerograph array: Summary of data collected in the year 1985", Reporte conjunto del Instituto de Ingeniería, UNAM y el Institute of Geophysics and Planetary Physics, UC-San Diego, GAA-3.

Anderson, J.G., Singh, S.K., Espindola, J.M., and Yamamoto, J. (1989), "Seismic strain release in the Mexican subduction thrust", *Phys. Earth Planet. Interiors*, 58, 307-332.

Arias, A. (1969), "A measure of earthquake intensity", en *Seismic design for nuclear power plants*, R. Hansen, editor, MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Astiz, L. and Kanamori, H. (1984) , "An earthquake doublet in Ometepec, Guerrero, Mexico", *Phys. Earth Planet. Interiors*, **34**, 24-45.

Astiz, L., Kanamori, H., and Eissler, H. (1987), "Source characteristics of earthquakes in the Michoacan seismic gap in Mexico", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **77**, 1326-1346.

Boore, D.M. (1983), "Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, 1865-1894.

Boore, D.M. (1986), "The effect of finite bandwidth on seismic scaling relationships", en *Earthquake Source Mechanics, Geophysical monograph 37 (Maurice Ewing Series 6)*, American Geophysical Union, pp 275-283.

Boore, D.M. y Joyner, W.B. (1984), "A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitude of transient signals", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **74**, 2035-2039.

Brune, J.N. (1970), "Tectonic stresses and spectra of seismic waves from earthquakes", *J. Geophys. Res.*, **75**, 4997-5009.

Bufaliza, M. (1984), "Atenuación de intensidades sísmicas con la distancia en sismos mexicanos", tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Campillo, M., Bard, P.-Y., Nocollin, F., and Sánchez-Sesma, F. (1988), "The incident wave-field in Mexico City during the great Michoacan earthquake and its interaction with the deep basin,

*Earthquake Spectra*, 4, 591-608.

Campillo, M., Gariel, J.C., Aki, K., and Sánchez-Sesma, F.J. (1989), "Destructive strong ground motion in Mexico City: Source, path and site effects during the great 1985 Michoacan earthquake", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 79, 1718-1735.

Cartwright, D.E. y Longuet-Higgins, M.S. (1956), "The statistical distribution of the maxima of a random function", *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A237*, 212-223.

Castro, R., Singh, S.K., and Mena, E. (1988), "An empirical model to predict Fourier amplitude spectra of horizontal ground motion", *Earthquake Spectra*, 4, 675-686.

Cornell, C.A. y Winterstein, S.R. (1988), "Temporal and magnitude dependence in earthquake recurrence models", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 1522-1537.

Esteva, L. (1970), "Regionalización sísmica de México para fines de ingeniería", *Serie Azul de Instituto de Ingeniería*, 246.

Esteva, L y Villaverde, R. (1974), "Seismic risk, design spectra and structural reliability", *Memorias V Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, Roma, Italia, 2586-2597.

García, V., Hernández, R., Márquez, I. Molina, A., Pérez, J. M., Rojas, T., y Sacristán, C. (1988), "Cronología de los sismos en la cuenca del valle de México", en *Estudios sobre sismicidad en el valle de México*, Secretaría General de Obras, Departamento del Distrito Federal, 409-500.

Grigoriu, M., Ruiz, S.E. y Rosenblueth, E. (1988), "Nonstationary models of seismic ground acceleration", *Earthquake Spectra*, 4, 551-568.

Hong, H.P. y Rosenblueth, E. (1988), "Model for generation of subduction earthquakes", *Earthquake Spectra*, 4, 481-498.

Houston, H. y Kanamori, H. (1986), "Source characteristics of the 1985 Michoacan, Mexico earthquake at short periods", *Geophys. Res. Lett.*, 13, 597-600.

Jara, J.M. y Rosenblueth, E. (1988), "Probability distribution of times between characteristic subduction earthquakes", *Earthquake Spectra*, 4, 499-529.

Joyner, W.B. y Boore, D.M. (1981), "Peak horizontal acceleration and velocity from strong-motion records including records from the 1979 Imperial Valley, California, earthquake", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 71, 2011-2038.

Kelleher, J., Sykes, L., and Oliver, J. (1973), "Possible criteria for predicting earthquake locations and their applications to major plate boundaries of the Pacific and the Caribbean", *J. Geophys. Res.*, 78, 2547-2585.

McGuire, R.K. (1978), "A simple model for estimating Fourier amplitude spectra of horizontal ground accelerations", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 68, 803-822.

Mendoza C. and Hartzell, S. (1988), "Inversion for slip distribution using GDSN P-waves: North Palm Springs, Borah Peak and Michoacan earthquakes", *Bull. Seis. Soc. Am.*, 78, 1092-1111.

Mooser, F. (1987), "Riesgo sísmico en la cuenca de México", *VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, conferencia invitada, Querétaro, México.

Nishenko, S.P. and Singh, S.K. (1987a), "The Acapulco-Ometepe, Mexico earthquakes of 1907-1982: Evidence for a variable recurrence history". *Bull. Seism. Soc. Am.*, **77**, 1359-1367.

Nishenko, S.P. and Singh, S.K. (1987 b) "Conditional probabilities for the recurrence of large and great interplate earthquakes along the Mexican subduction zone", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **77**, 2095-2114.

Ordaz, M. y Reinoso, E. (1987), "Uso de teoría de vibraciones aleatorias en la determinación de los espectros de diseño del Reglamento para las Construcciones del Distrito Federal", *Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, México, A155-A167.

Ordaz, M. y Rosenblueth, E. (1989), "Earthquake magnitude exceedance rate and self-similarity", *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, **18**, 1017-1023.

Ordaz, M., Singh, S.K., Reinoso, E., Lermo, J., Espinoza, J.M., and Dominguez T. (1988), "Estimation of response spectra in the lake bed zone of the Valley of Mexico", *Earthquake Spectra*, **4**, 815-834.

Ordaz, M, E Reinoso, S K Singh, E Vera y J M Jara (1989), "Espectros de respuesta en diversos sitios del valle de México ante temblores postulados en la brecha de Guerrero", *Memorias del VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, México, nov, A187-A198.

Ordaz, M., Jara, J.M., y Singh, S.K. (1989), "Riesgo sísmico y espectros de diseño para el estado de Guerrero", reporte del Instituto de Ingeniería, UNAM y el Centro de Investigación Sísmica A.C. al gobierno del Estado de Guerrero.

Ponce, L., Granados, L., Comte, D. y Pardo, M. (1990), "Seismicity and Q-coda temporal variation in the Guerrero, Mexico seismic gap: evidence for a soon-to-break gap ?, *Seism. Res. Lett.*, 61, 43. (Resumen).

Quaas, R., Anderson, J.G. y Almora, D. (1987), "La red acelerográfica de Guerrero para registro de temblores fuertes", *Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, México, B40-B53.

Reinoso, E., Ordaz, M. y Sánchez-Sesma, F.J. (1989), "A note on the fast computation of seismic response spectra estimates", aceptado para su publicación en *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.

Rice, S.O. (1954), "Mathematical analysis of random noise", en *Selected Papers on Noise and Stochastic Processes*, N. Wax, editor, Dover Publications Inc., Nueva York.

Rojas, T., García, V. y Pérez, J.M. (1988), Cronología de los sismos en la cuenca de México: 1821-1911, CIESAS/FUNDACION JAVIER BARROS SIERRA/DDF/ONU.

Rosenblueth, E., Ordaz, M., Sánchez-Sesma, F.J. y Singh, S.K. (1989), "Design spectra for Mexico's Federal District", *Earthquake Spectra*, 5, 273-291.

Sánchez-Sesma, F.J. (1985), "Análisis de riesgo sísmico en Laguna Verde, Ver. Parte I. Determinación de espectros de respuesta específicos", reporte a la Comisión Federal de Electricidad, *Instituto de Ingeniería, UNAM*.

Singh, S.K., Bazán, E. y Esteva, L. (1980), "Expected earthquake magnitude at a fault", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70, 903-914.

Singh, S.K., Astiz, L., and Havskov, J. (1981), "Seismic gaps and recurrence period of large earthquake along the Mexican subduction zone: a reexamination", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 71, 827-843.

Singh, S.K., Espindola, J.M., Yamamoto, J., and Havskov, J. (1982a), "Seismic potential of Acapulco-San Marcos region along the Mexican subduction zone", *Geophys. Res. Lett.*, 9, 633-636.

Singh, S.K., Apsel, R., Fried, J. y Brune, J.N. (1982b), "Spectral attenuation of SH waves along the Imperial fault", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 72, 2003-2016.

Singh, S.K., Rodríguez, M., and Esteva, L. (1983), "Statistics of small earthquakes and frequency of occurrence of large earthquakes along the Mexican subduction zone", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 73, 1779-1796.

Singh, S.K., Rodríguez, M. and Espindola, J.M. (1984a), "A catalog of shallow earthquakes of Mexico from 1900 to 1981", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 74, 267-279.

Singh, S.K., Dominguez, T., Castro, R., and Rodríguez, M. (1984b), "P waveforms of large shallow earthquakes along the Mexican subduction zone", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 74, 2135-2156.

Singh, S.K., Ponce, L., and Nishenko, S.P. (1985a), "The great Jalisco, Mexico Earthquake of 1932: Subduction of the Rivera Plate", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 75, 1301-1313.

Singh, S.K., Suárez, G., and Dominguez, T. (1985b), "The Oaxaca, Mexico earthquake of 1931: Lithospheric normal faulting in the subducted Cocos plate", *Nature*, 317, 56-58.

Singh, S.K., Mena, E., Castro, R. y Carmona, C. (1987), "Empirical prediction of ground motion in Mexico City from coastal earthquakes", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **77**, 1862-1867.

Singh, S.K., and Suárez, G. (1988), "Regional variations in the number of aftershocks ( $m_b \geq 5.0$ ) of large subduction zone earthquakes ( $M_w \geq 7.0$ )", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **78**, 230-242.

Singh, S.K., Lermo, J., Domínguez, T., Ordaz, M., Espinoza, J.M., Mena, E., and Quaas, R. (1988a), "A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site (C U)", *Earthquake Spectra*, **4**, 653-673.

Singh, S.K., Mena, E., and Castro, R. (1988b), "Some aspects of the source characteristics and the ground motion amplifications in and near Mexico City from the acceleration data of the September, 1985, Michoacan, Mexico earthquakes", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **78**, 451-477.

Singh, S.K., Ordaz, M., Anderson, J.G., Rodríguez, M., Quaas, R., Mena, E., Ottaviani, M., and Almora, D. (1989), "Analysis of near-source strong motion recordings along the Mexican subduction zone", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **79**, 1697-1717.

Singh, S.K., Mena, E., Anderson, J.G., Quaas, R., and Lermo, J. (1990a), "Source spectra and RMS acceleration of Mexican Subduction zone earthquakes", *Pure & Applied Geophys.*, en prensa.

Singh, S.K., Mori, A., Mena, E., Krüger, F. y Kind, R. (1990b), "Evidence for anomalous body-wave radiation between 0.3 and 0.7 Hz from the 1985 september 19 Michoacan, Mexico earthquake", *Geophys. J. Int.*, **101**, 37-48.

Singh, S. K. y Mortera, F. (1990), "Source-time functions of large Mexican subduction earthquakes, morphology of the Benioff zone,

and the extent of the Guerrero gap", *J. Geophys. Res.*, sometido.

Suárez, G., Monfret, T., Wittlinger, G. y David, C. (1990), "Geometry of subduction and depth of the seismogenic zone in the Guerrero gap",

UNAM Seismology Group (1986), "The September 1985 earthquakes: Aftershocks distribution and history of rupture", *Geophys. Res. Lett.*, **13**, 573-576.

Yomogida, K. (1987), "Dynamic rupture processes inferred from near-field observations", *EOS, Trans. Am. Geophys. Union*, **68**, 1354.

Tabla 2.1 : Periodos de recurrencia observados de grandes temblores superficiales a lo largo de la zona de subducción de México. Los datos entre corchetes son menos confiables.

Región	Localización aprox.		Año del evento	Periodo promedio (años)
	Lat (°N)	Long (°O)		
E. Oaxaca	16.2	95.8	1897(7.4); 1928(7.5); 1965(7.8)	34
C. Oaxaca	16.0	96.8	1870(7.9); 1928(7.8); 1978(7.8)	54
O. Oaxaca	16.6	97.7	[1854(7.7)]; [1894(7.4)]; 1928(7.6); 1968(7.4)	38
Ometepec	16.5	98.5	1950(7.1); 1982(6.9, 7.0)	32
San Marcos	16.7	99.2	[1845(8.1)]; 1907(7.7); 1957(7.5)	56
Petatlán	17.3	101.4	1943(7.5); 1979(7.6)	36
Michoacán	18.1	102.5	1911(7.7); 1985(8.1)	74
Colima	18.4	103.2	1941(7.7); 1973(7.5)	32

Tabla 2.2: Parámetros de fuentes de los temblores del 19 y 21 de septiembre de 1985.  
 $M_0$  = momento sísmico,  $u$  = desplazamiento promedio sobre la falla,  
 $\Delta\sigma$  = caída de esfuerzo,  $L$  = longitud de la falla y  $W$  = ancho de la falla.

Evento Origen	Tiempo de origen	Localización	Profundidad*	$M_0 \times 10^{27}$ dina-cm	$L \times W$ , km <sup>2</sup>	$u$ , cm	$\Delta\sigma^*$ , bares
19 Sept 1985 ( $M_s=8.1$ )	13:17:49.05	18.141°N, 102.700°O	16 km	12.0	170 x 50	284	25
21 Sept 1985 ( $M_s=7.6$ )	01:37:11.75	17.618°N, 101.815°O	20 km	3.8	66 x 33	384	45

\* Profundidad restringida a partir de modelado sintético de ondas P

$$\Delta\sigma = \frac{8M_0}{3\pi LW^2}$$

Tabla 3.1 Coeficientes A, C, B y desviación estándar de log FS(T) (ec 3.3)

T	A	C	B	$\sigma$
2.5	0.267	-2.421	5.249	0.220
2.3	0.230	-2.289	5.168	0.224
2.1	0.324	-2.087	3.999	0.214
2.0	0.334	-1.810	3.270	0.186
1.9	0.309	-2.273	4.667	0.189
1.8	0.310	-2.456	5.164	0.195
1.7	0.323	-2.765	5.840	0.209
1.6	0.385	-2.701	5.154	0.200
1.5	0.400	-2.936	5.556	0.189
1.4	0.388	-3.053	5.856	0.189
1.3	0.372	-3.421	6.859	0.172
1.2	0.375	-3.346	6.603	0.141
1.1	0.360	-2.740	5.169	0.130
1.0	0.364	-2.458	4.439	0.119
0.8	0.416	-3.326	6.155	0.137
0.6	0.304	-3.109	6.211	0.142
0.4	0.312	-3.220	6.221	0.123
0.2	0.203	-2.459	4.994	0.103

Tabla 3.2 Parámetros de los espectros de amplitudes de Fourier de los temblores seleccionados (según Rosenblueth *et al.*, 1988).

	Acambay	Local	Normal
$M_w$	7.0	4.7	6.5
R (km)	80.0	11.0	80.0
$M_0$ (ergs)	$3.5 \times 10^{26}$	$1.4 \times 10^{23}$	$7.0 \times 10^{25}$
$f_c$ (hz)	0.103	0.800	0.222
$\Delta\sigma$ (bar)	100.0	50.0	200.0
$\rho$ (gr/cm <sup>3</sup> )	3.1	2.5	3.1
$V_s$ (km/s)	3.2	2.3	3.2
$T_s$ (s)	30.0	7.0	30.0

En todos los casos,  $Q = 200 f^{0.8}$ , y factor de sitio  $F_s = 4.2$ .

---

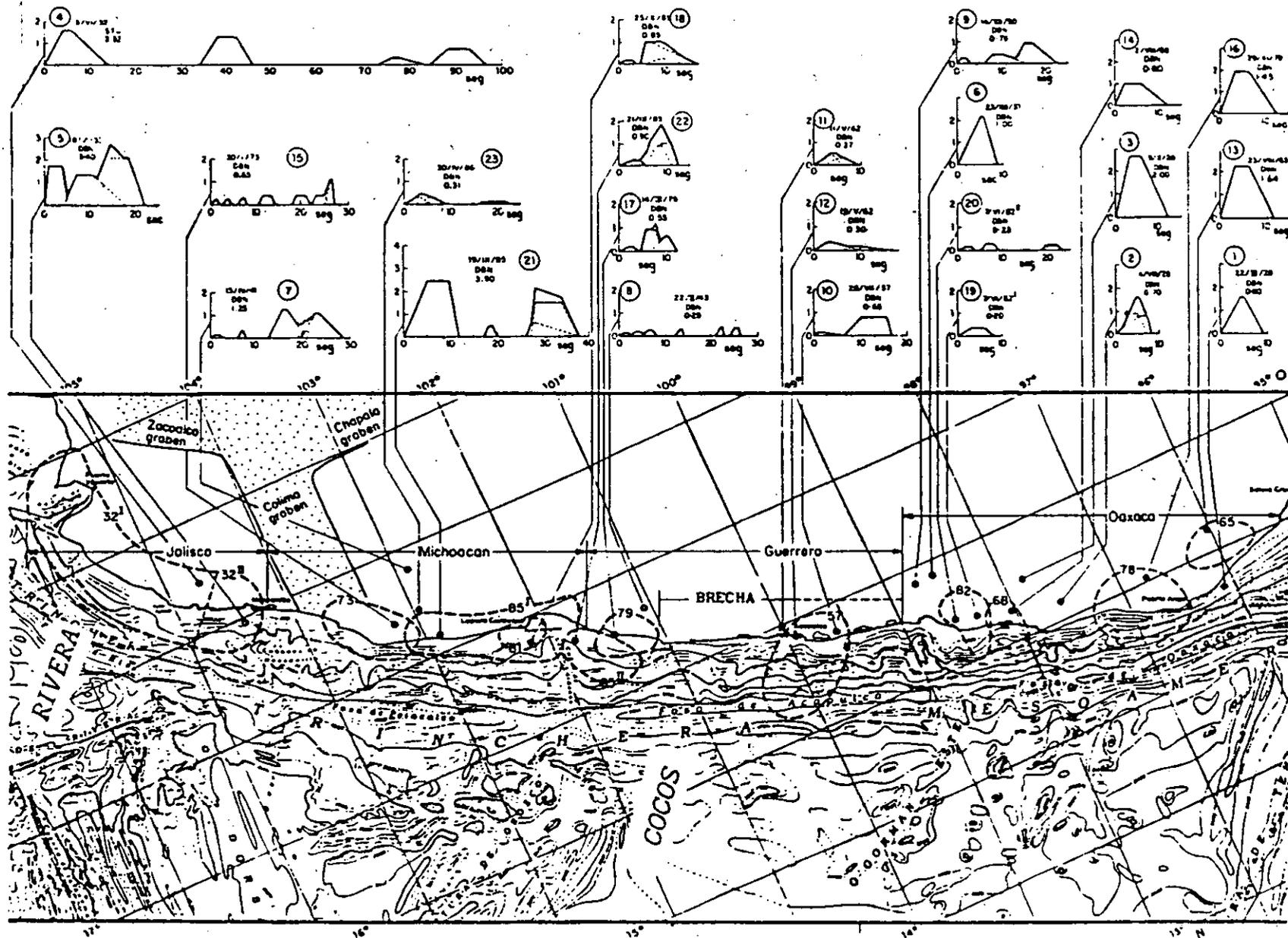


Fig 2.1. El mapa de México y la batimetría. Las áreas de ruptura de algunos temblores están marcadas con las líneas discontinuas. Los círculos negros indican epicentros de los grandes temblores mexicanos entre 1928 y 1986. En la parte superior se incluyen las funciones de tiempo de estos temblores, donde las ordenadas representan  $M_0(t)$  ( $\times 10^{26}$  dina-cm/seg).

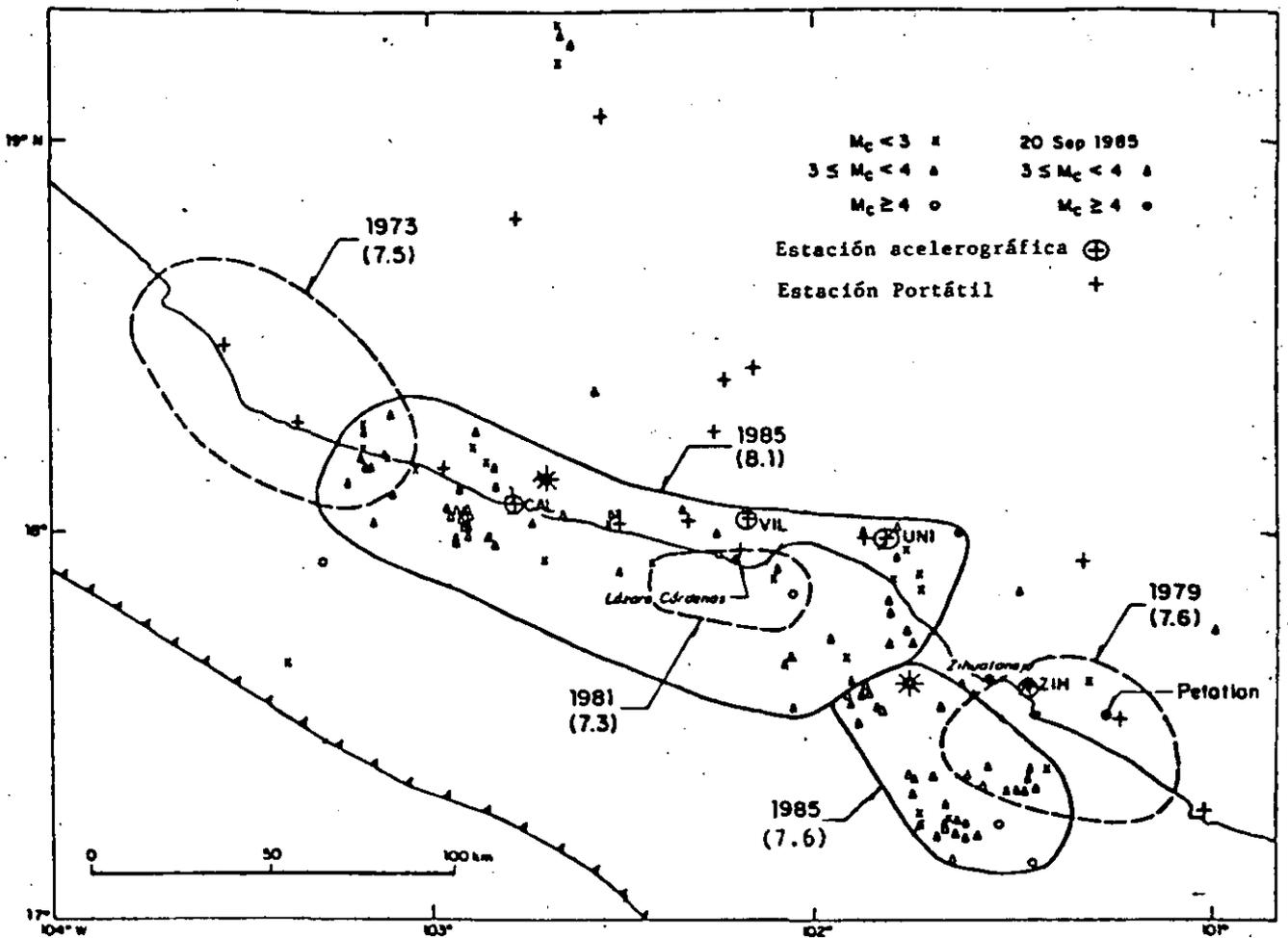


Fig 2.2. Localizaciones de las réplicas de los temblores de septiembre de 1985. Se indican las áreas de ruptura de los sismos del 19 y 21 de septiembre, basadas en las primeras.

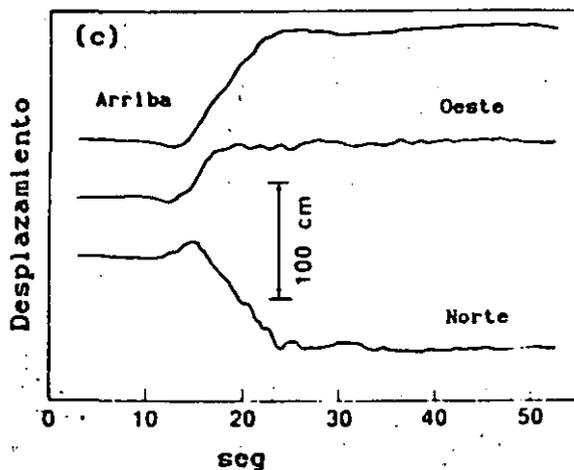
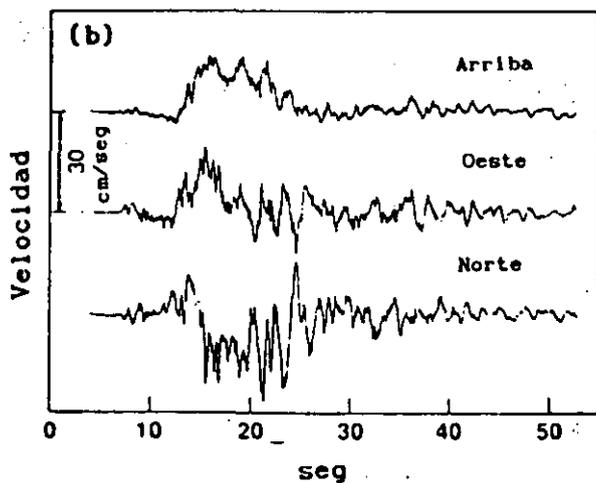
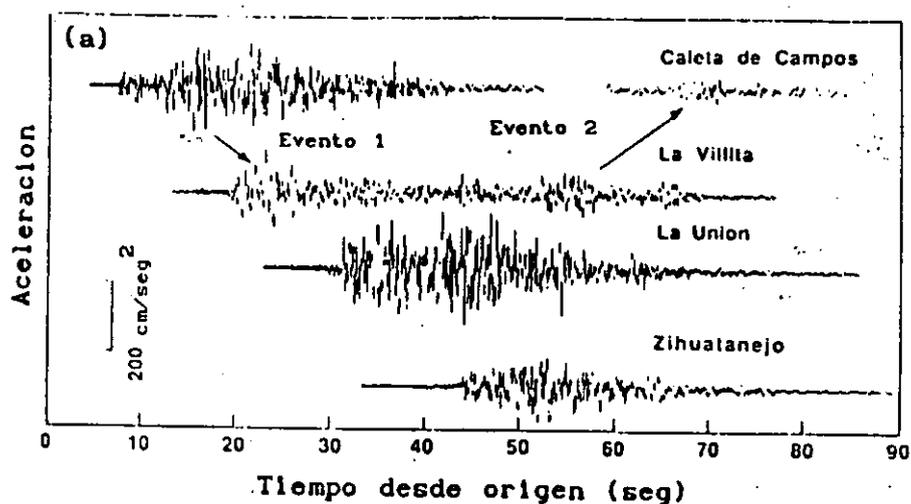


Fig 2.3. (a) Registros de las aceleraciones (componente NS ) del temblor del 19 de septiembre, 1985 en la zona epicentral. Se pueden ver 2 eventos principales en las estaciones de Caleta de Campos (CALE) y La Villita. (b) Velocidad del terreno en CALE. Nótese las oscilaciones con un periodo de 0.4 seg. (c) Desplazamiento del terreno en CALE.

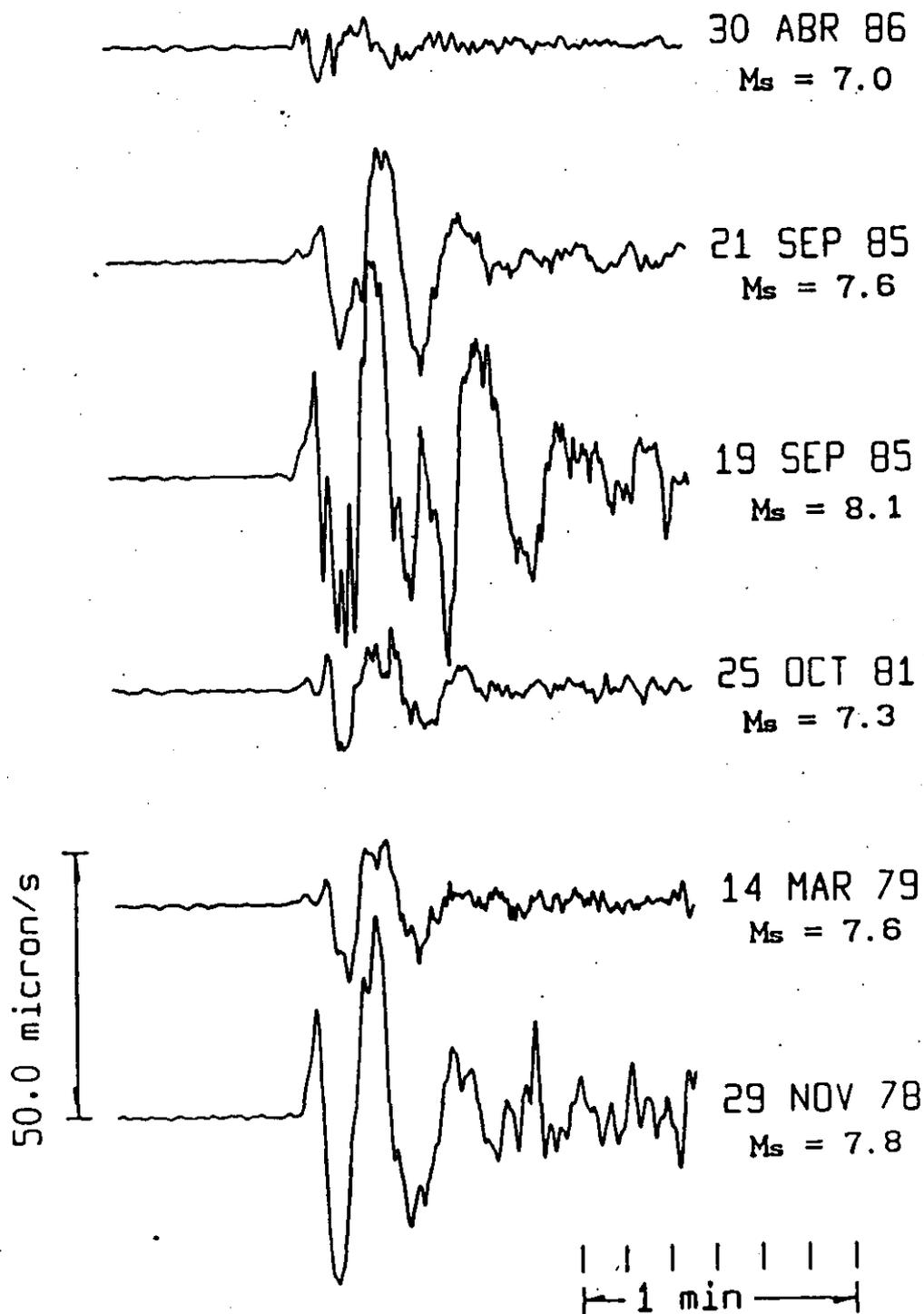


Fig 2.4. Sismogramas de onda P de grandes temblores mexicanos recientes, registrados en un sismógrafo de banda ancha (componente vertical), localizado en Gräfenberg, Alemania Occidental (distancia  $\approx$  10,000 km). Nótese las oscilaciones con un periodo de 0.4 seg en la traza del temblor de 19 de septiembre de 1985 después de 7 seg del inicio.

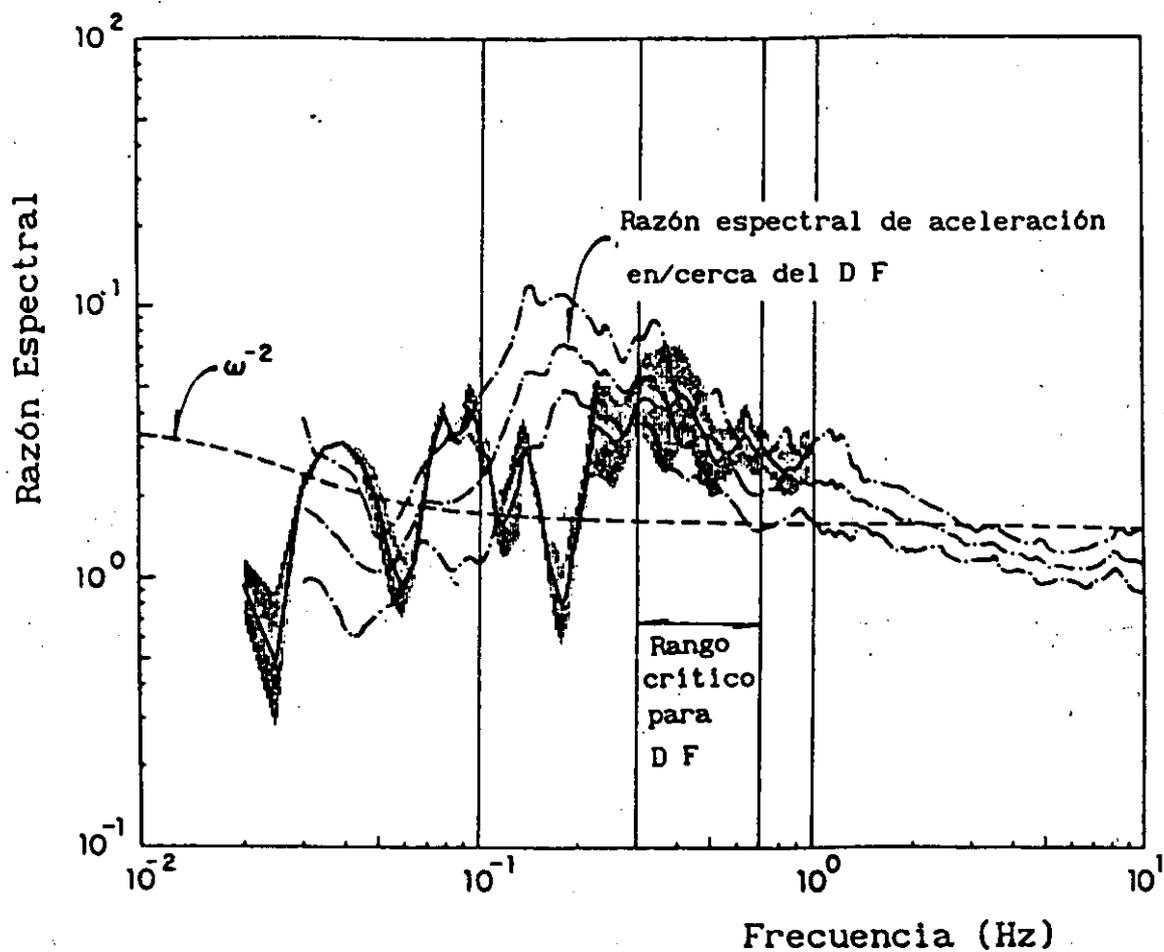


Fig 2.5. Razón espectral entre los temblores del 19 y 21 septiembre de 1985. Línea continua: ondas P telesísmicas (cuadrante noreste). Línea discontinua: aceleraciones en y cerca del D F. Nótese que las razones observadas son 2 a 3 veces mayores que la predicha por un modelo de la fuente de  $\omega^{-2}$ .

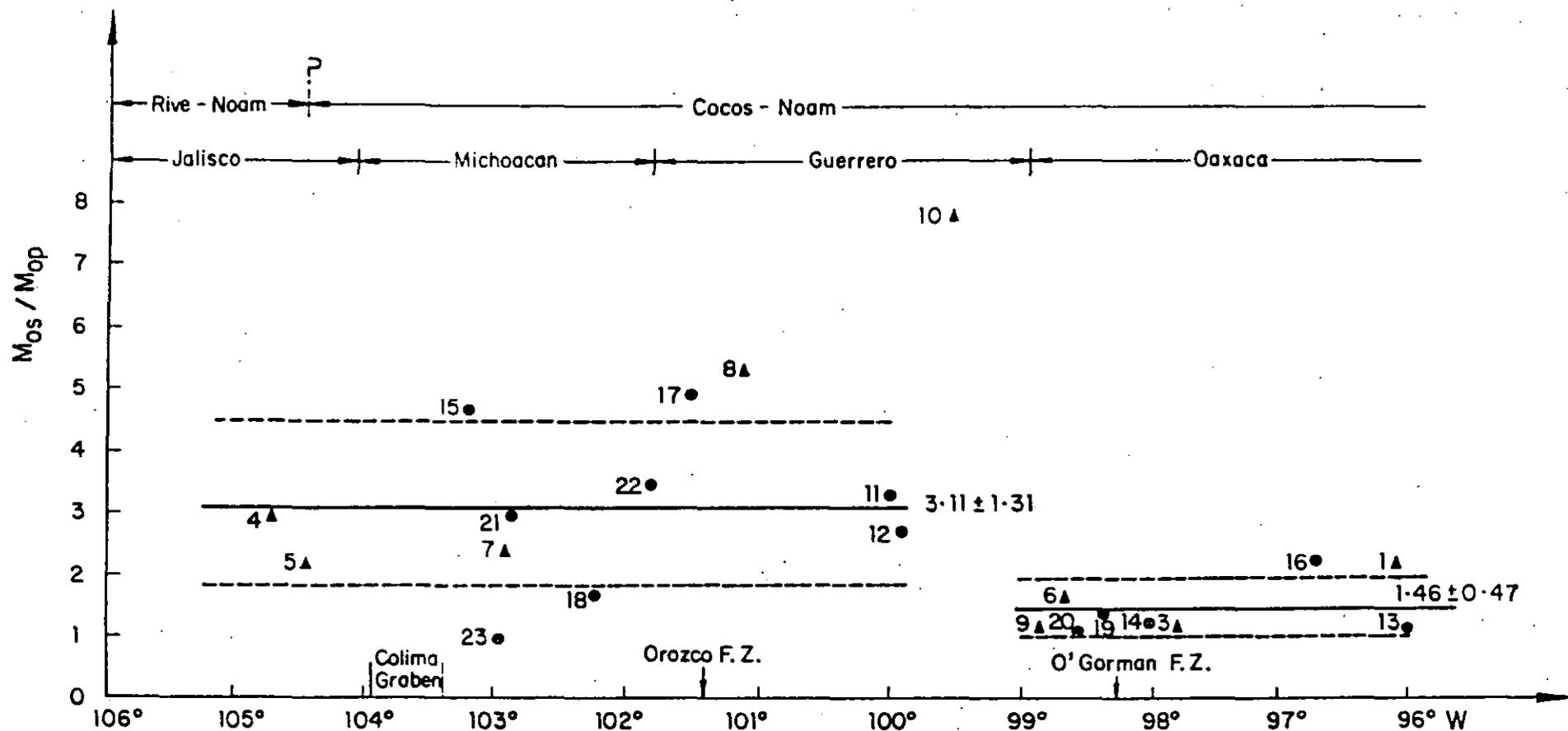


Fig 2.6.  $M_{os}/M_{op}$  como función de la longitud geográfica de los epicentros.  $M_{os}$  = momento sísmico a partir de ondas superficiales,  $M_{op}$  = momento sísmico a partir de las ondas P. Nótese el cambio a los 99°W. El número 10 corresponde al temblor del 1957.

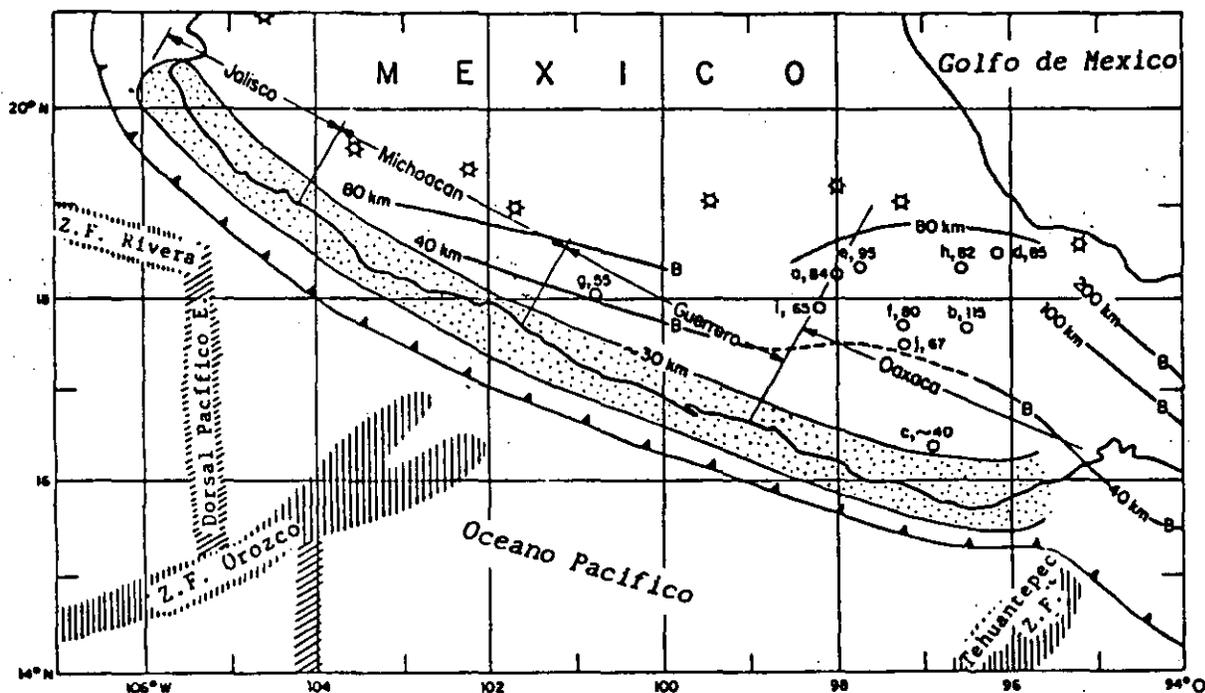


Fig 2.7. Contornos de las profundidades de la zona de Benioff abajo de México. Nótese un cambio en el contorno de 80 km a los 99° W.

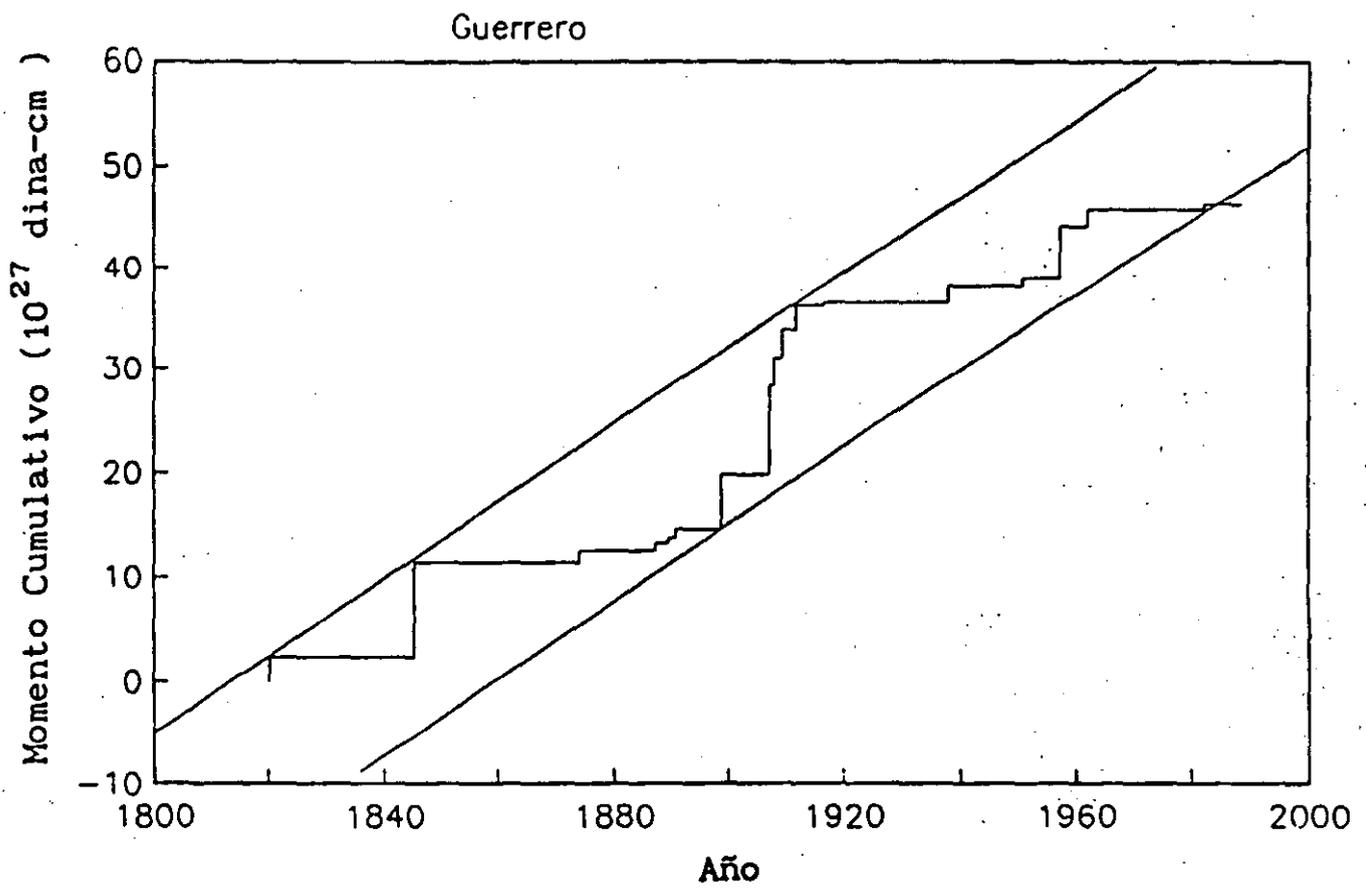


Fig 2.8. Momento acumulativo como función del tiempo en la brecha sísmica de Guerrero.

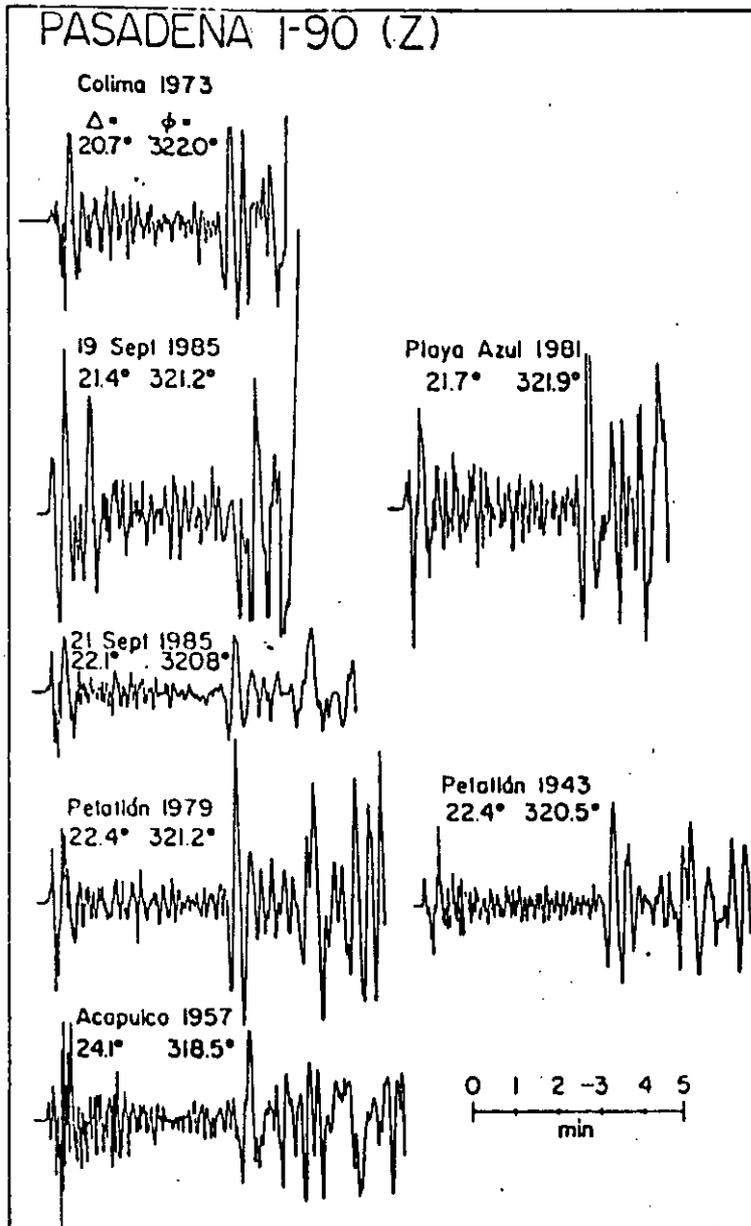


Fig 2.9. Sismogramas de temblores mexicanos registrados por un sismógrafo de banda ancha en Pasadena, Cal. Nótese el contenido de altas frecuencias en la onda P del temblor de 1957.

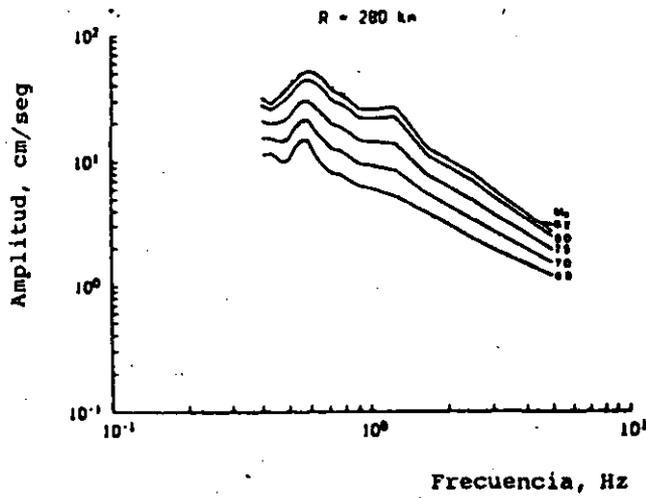


Fig. 3.1 Espectros de amplitudes de Fourier obtenidos por regresión, para diversas magnitudes y distancia a la falla de 280 km (según Castro et al, 1988).

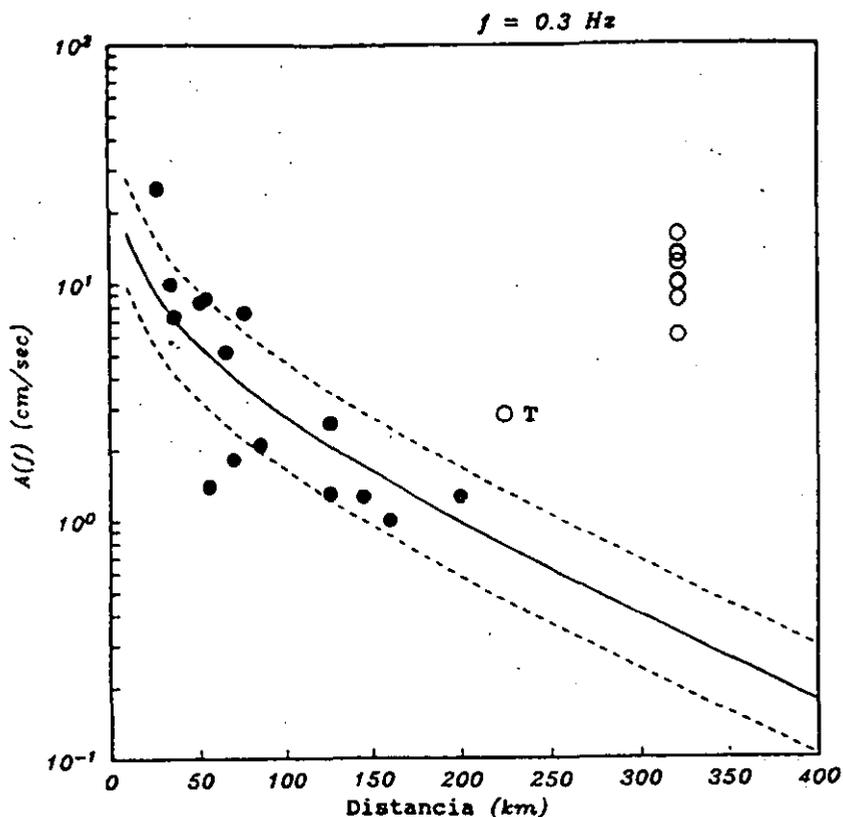


Fig. 3.2a Amplitudes del espectro de Fourier (promedio de los componentes horizontales) como función de la distancia, para el temblor del 25 de abril de 1989 ( $M_s$  6.9), para una frecuencia de 0.3 Hz. Los círculos llenos señalan estaciones fuera del valle de México, a excepción de la marcada T, que se refiere a la estación Teacalco. Los círculos abiertos señalan estaciones de terreno firme del valle de México. La línea continua muestra el ajuste de mínimos cuadrados sin incluir Teacalco ni las estaciones del valle. Las líneas discontinuas corresponden a más y menos el error estándar del ajuste.

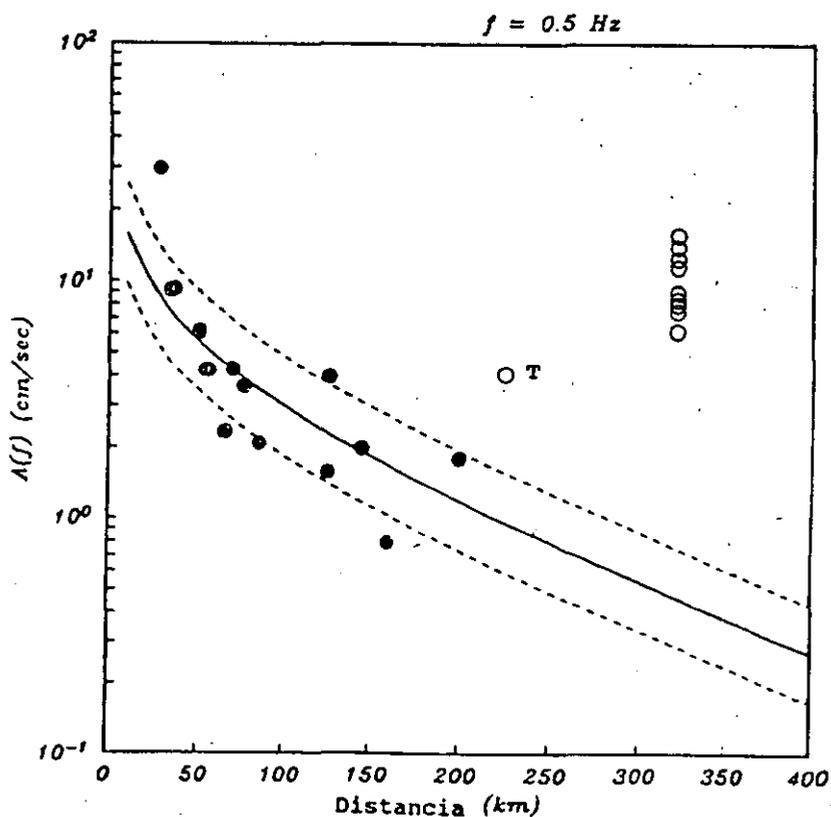


Fig 3.2b. Igual que la figura 3.2a pero para una frecuencia de 0.5 Hz.

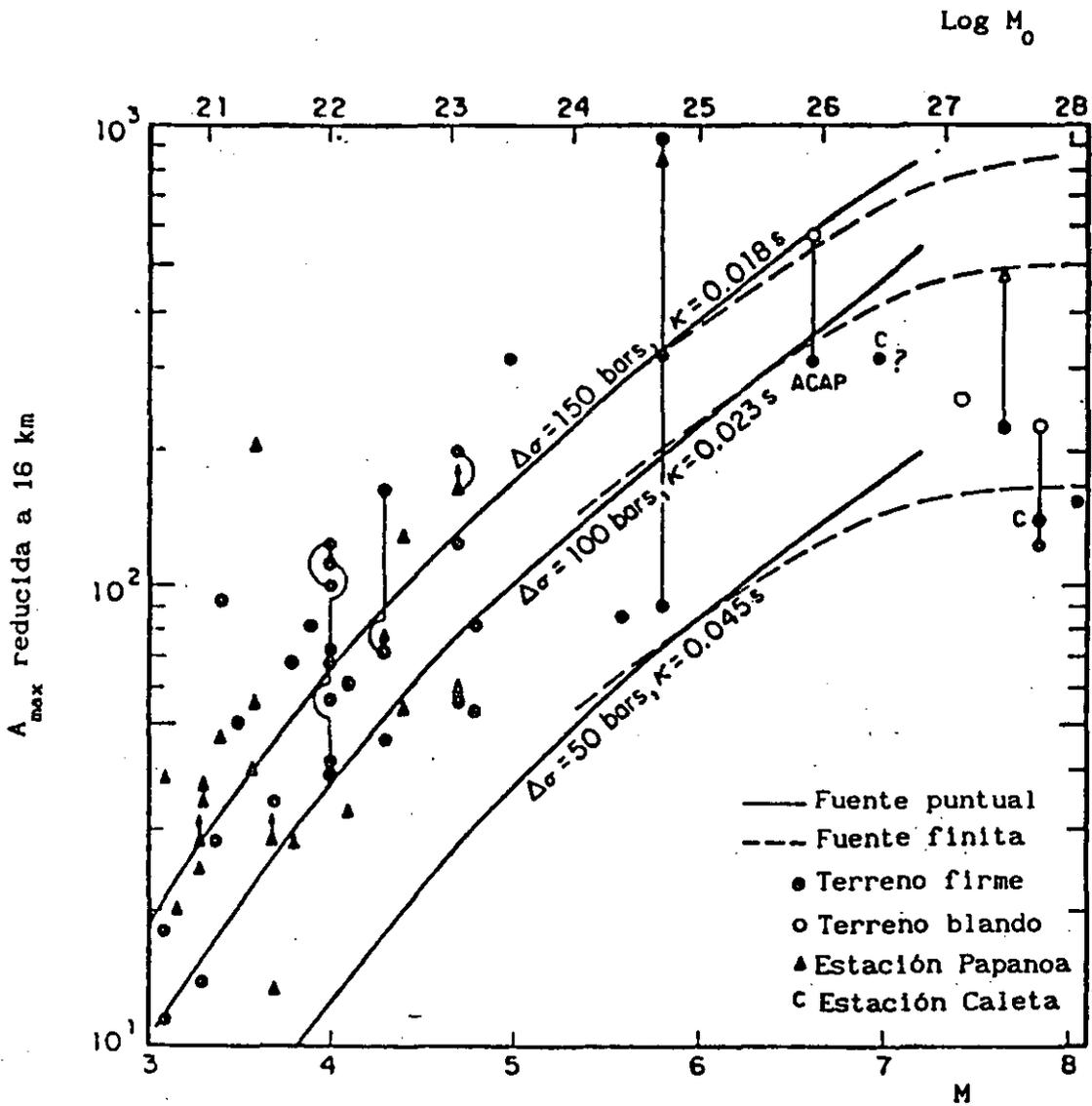


Fig 3.3 Relación entre magnitud,  $M$ , y aceleración máxima del terreno,  $a_{max}$ , reducida a 16 km para registros en la zona epicentral de temblores mexicanos de subducción. Se presentan también las relaciones teóricas obtenidas con los modelos de fuente finita y fuente puntual (según Singh et al, 1989).

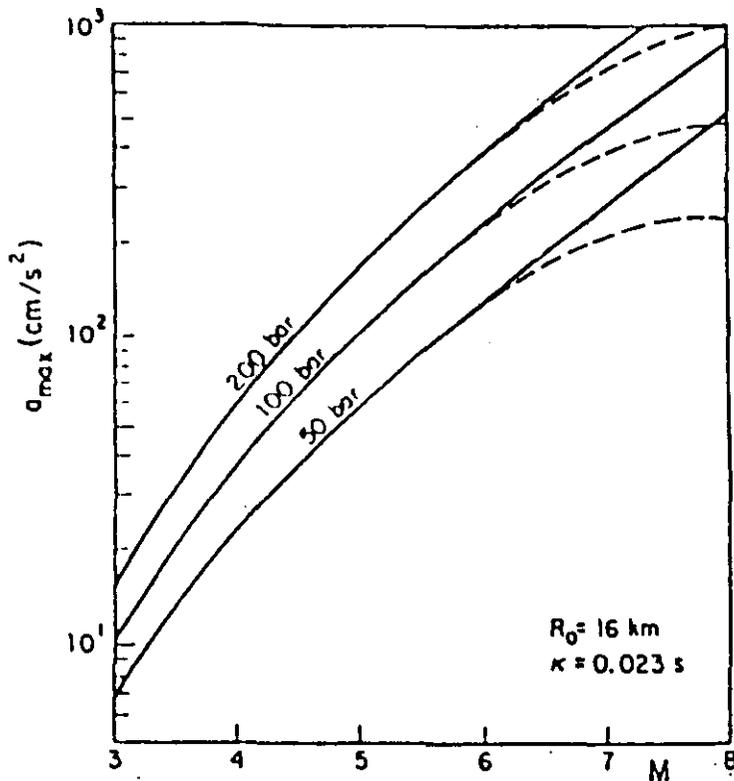


Fig 3.4 Aceleración máxima esperada del terreno a 16 km del foco como función de la magnitud,  $M$ , con base en el modelo de fuente puntual (línea continua) y en el modelo de fuente finita (línea discontinua). Se presentan curvas para varios valores de  $\Delta\sigma$ . Según Singh et al, 1989.

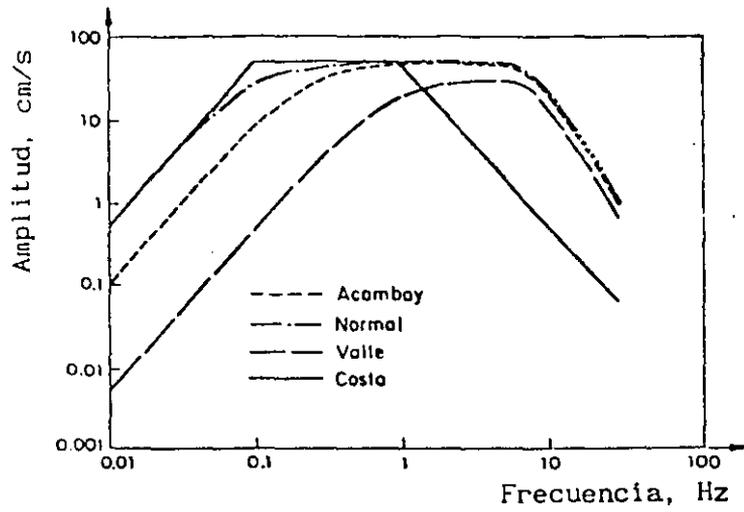
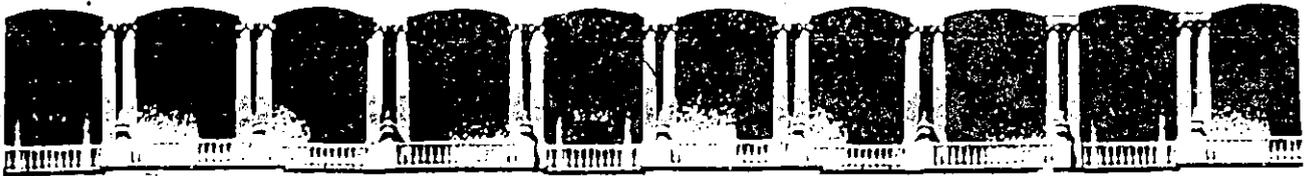


Fig 3.5 Espectros de amplitudes de Fourier para los cuatro temblores seleccionados (según Rosenblueth et al, 1988).



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.  
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**CURSOS ABIERTOS**

**XX CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA**

**MODULO I**

**RIESGO SISMICO Y SELECCION DE TEMBLORES PARA DISEÑO**

**MODIFICACION DE LOS ESPECTROS DE DISEÑO CONOCIDO EL PERIODO  
DOMINANTE DEL TERRENO**

**ING. EDUARDO PEREZ ROCHA**

**1994.**

# MODIFICACIÓN DE LOS ESPECTROS DE DISEÑO CONOCIDO EL PERIODO DOMINANTE DEL TERRENO: EL CASO DEL VALLE DE MÉXICO

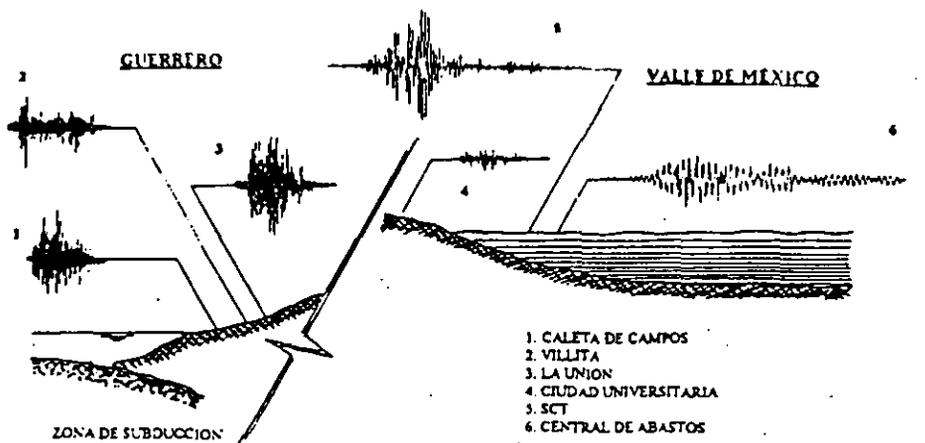
## I. INTRODUCCIÓN

El periodo fundamental de la estructura  $T_e$  y del periodo dominante del terreno  $T_s$  son parámetros determinantes en el diseño estructural y de gran impacto en la economía de la construcción. Es posible reducir el valor de los periodos de vibrar de una estructura mediante elementos rigidizadores, o bien, optar por alternativas que le den mayor flexibilidad, dependiendo de las características del sitio de desplante, en particular, el periodo dominante. En este trabajo se discute la metodología propuesta por el Reglamento para tomar en cuenta el periodo del sitio en el diseño sísmico. Además, se ilustran las modificaciones en los espectros de diseño que resultan de tomar en cuenta estas recomendaciones, para ello se han construido contornos de diseño, o bien, curvas de igual valor del coeficiente sísmico en el dominio  $T_e - T_s$ . Estos contornos se comparan con contornos de respuesta espectral obtenidos a partir de un modelo unidimensional de propagación de ondas de corte.

## II. VULNERABILIDAD DEL VALLE DE MÉXICO

La formación geológica del valle de México, constituida por depósitos aluviales y lacustres, en combinación con el efecto de subducción en la costa del Pacífico y otras fuentes tectónicas, propician condiciones de alto riesgo sísmico. Los temblores que con mayor fuerza han azotado al valle de México se originan en la brecha de Guerrero por la subducción de la placa de Cocos en la placa de Norteamérica. Se sabe que a pesar de que la distancia entre el valle y la zona epicentral es de alrededor de 300 km, las ondas sísmicas que llegan a la cuenca se amplifican dramáticamente por la presencia de los estratos arcillosos más superficiales (fig 1).

Históricamente se han registrado daños por sismo a muchas construcciones. Los sismos de septiembre de 1985 causaron daños y muertes sin precedente en la región. El informe del Comité Metropolitano para emergencias indica que más de 5000 edificios fueron dañados o destruidos (SGOP, 1988). Las experiencias vividas obligan a profundizar en el estudio del comportamiento del suelo en el valle de México, así como en otras zonas de alta vulnerabilidad. Conociendo la respuesta que presenta el suelo ante condiciones sísmicas se podrán diseñar obras civiles con menor incertidumbre, lo que conduce a la construcciones de obras más seguras y económicas.



**Figura 1. Amplificación de las ondas sísmicas en el valle de México**

### **III. RED ACELEROMÉTRICA DEL VALLE DE MÉXICO Y MICROTREMBORES**

Después de los sismos de 1985 el valle de México ha sido instrumentado con acelerómetros digitales. Actualmente se cuenta con casi cien estaciones en la superficie del terreno (fig.2). Las estaciones acelerométricas están controladas actualmente por el Instituto de Ingeniería (I de I) de la UNAM, el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) y el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico (CIRES) de la Fundación Javier Barros Sierra. Hasta la fecha se han registrado cerca de 50 000 segundos de movimiento correspondientes a más de 8 sismos de subducción de magnitud Richter mayor a 5. Por otro lado, la utilización de aparatos para registrar vibración ambiental ha tenido gran aplicabilidad en el monitoreo de edificios y su uso se ha extendido a la medición de periodos dominantes del terreno.

Con el fin de contar con un mapa del valle de México que mostrara con mayor claridad los periodos dominantes del suelo y que cubriera una superficie mayor a la de los estudios hechos hasta hoy, Reinoso y Lermo (1991), proponen un mapa de isoperiodos aplicando la técnica de cocientes espectrales a partir de registros de movimientos fuertes captados por la red acelerométrica del valle de México y complementada con los registros de microtemblores (fig. 2). Este mapa puede ser utilizado en sustitución del mapa de isoperiodos que se propone en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño (NTC) por Sismo del RCDF (fig.3) y además es un instrumento práctico para la modificación de los espectros de diseño que permite el Reglamento.

#### IV. PERIODOS DEL SUELO EN EL DISEÑO SÍSMICO

El RCDF establece espectros de diseño para cada una de las zonas geotécnicas, considerando para cada zona diferentes coeficientes sísmicos y tomando en cuenta el grupo de construcción de que se trate (A o B). En la tabla 1 se indican los parámetros que deben considerarse para la construcción de los espectros de diseño.

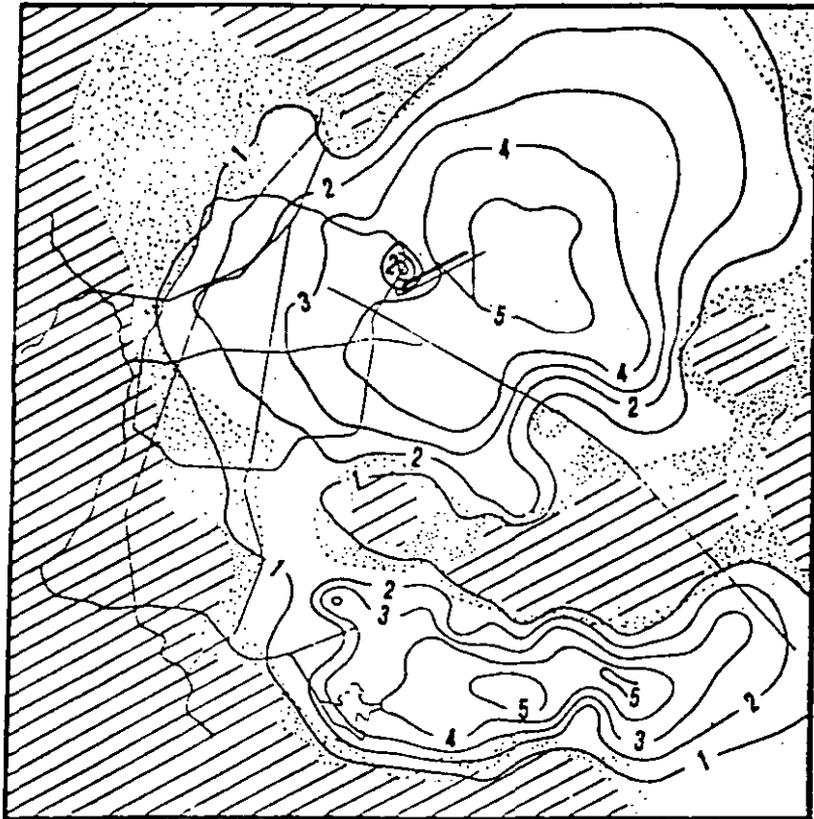


Figura 2. Curvas de isoperiodos con funciones de transferencia y microtemblores

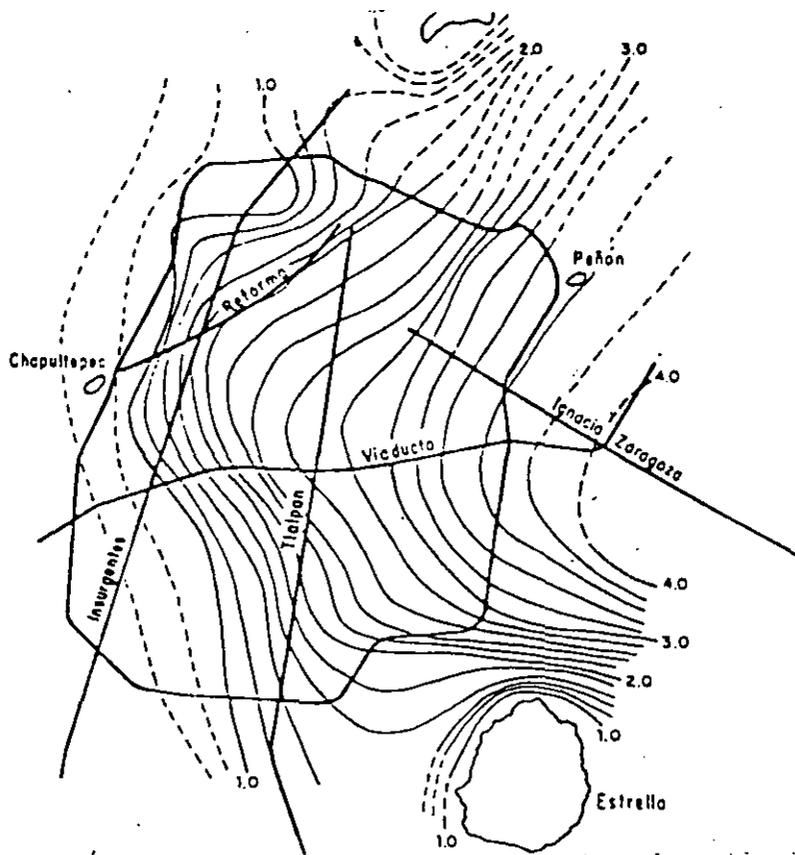


Figura 3. Mapa de isoperiodos propuesto por el RCDF

Tabla 1					
Zona	Ta	Tb	r	c	
				grupo B	grupo A
I	0.2	0.6	1/2	0.16	0.24
II	0.3	1.5	2/3	0.32	0.48
III*	0.6	3.9	1	0.40	0.60

\*Aplicable a las regiones que indican las NTC en la zona II

El coeficiente sísmico (c) establece la aceleración que corresponde a una estructura en función de su periodo fundamental de vibración. El coeficiente sísmico se expresa en partes de la aceleración de la gravedad (g). Los valores de Ta y Tb marcan los límites del grupo de periodos estructurales a los que corresponde el máximo coeficiente sísmico en el espectro, es decir, la parte del espectro de diseño a la cual se le asignan las máximas aceleraciones. Por su parte, r representa el exponente que marca la forma en que decrece la curva después del la abscisa Tb. Para la obtención de las ordenadas espectrales de aceleración (a), se hace uso de las siguientes relaciones:

$$a = \frac{1+3T/T_b}{4} c \quad \text{Si } T < T_b \quad (1)$$

$$a = c \quad \text{Si } T_s < T < T_b \quad (2)$$

$$a = \left( \frac{T_b}{T} \right)^r c \quad \text{Si } T_b < T \quad (3)$$

En la figura 4 se han construido los espectros de diseño para cada una de las zonas geotécnicas y para los dos grupos de estructuras.

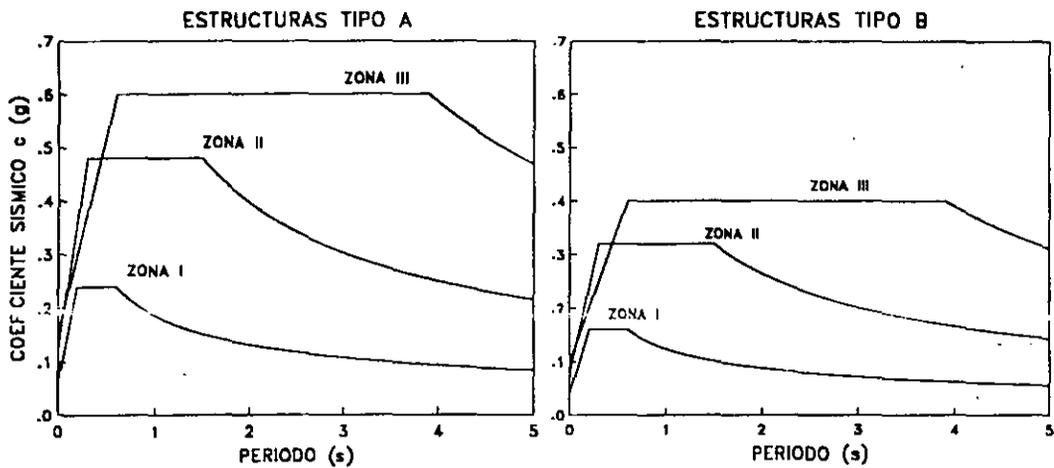


Figura 4. Espectros de diseño

Sin embargo, conociendo el periodo del suelo, el coeficiente sísmico, puede modificarse al aplicar la ecuación que aparece en el apéndice A4 de las NTC:

$$c = \frac{1.6 T_s}{4 + T_s^2} \quad (4)$$

donde  $T_s$  es el periodo del sitio. El valor de  $c$  obtenido es aplicable a estructuras del grupo B y se considera 1.5 veces su valor para aquellas del grupo A. Se excluye su uso para construcciones ubicadas en las dos regiones que marcan las NTC en la zona de transición. Esta ecuación no considera reducciones del coeficiente sísmico para periodo del suelo igual a dos segundos, debido a que es en esos sitios donde se han registrado las máximas aceleraciones producidas por un sismo (Septiembre/85).

Considerando el periodo  $T_s=0.5$  s como frontera entre la zona de I (lomas) y la II (de transición), y  $T_s=1.0$ s como división entre la zona II y la III (de lago), puede trazarse el comportamiento que sigue el coeficiente  $c$  conforme varía el periodo del suelo, como lo ilustra la figura 5. Con línea discontinua se observan los valores de  $c$  para cada zona

geotécnica sin considerar el periodo dominante del suelo (tabla 1) y con línea continua la variación de  $c$  al aplicar la ec.4. En estas curvas se observa lo siguiente:

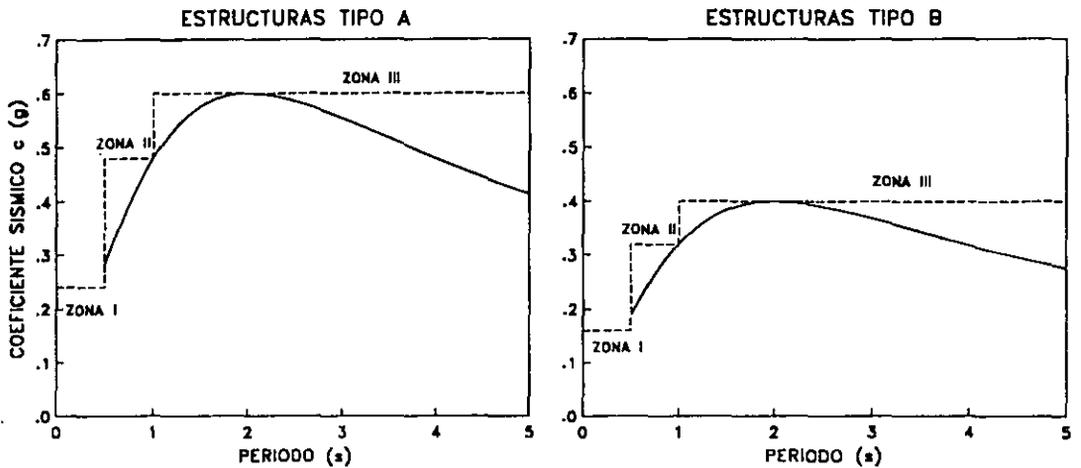


Figura 5. Variación del coeficiente sísmico con el periodo del suelo

- Al considerar el periodo del suelo,  $c$  llega a reducirse hasta un 30 % en la zona III ya que puede alcanzar valores próximos a 0.28 para estructuras del grupo B y 0.42 para el A, aproximadamente.
- La reducción de  $c$  en la zona II alcanza valores de 0.19 para estructuras del grupo B y 0.29 para el A, lo que equivale a reducciones del 40 %, aproximadamente.
- Existen pequeñas porciones de la zona II donde  $T_s$  puede exceder a un segundo, lo que puede ocasionar coeficientes  $c$  mayores a 0.32 para el grupo B y a 0.48 para el A.

La variación de  $T_a$  y  $T_b$  al conocer el periodo del sitio se lleva a cabo por las relaciones de la tabla 2. En la figura 6 se muestra con línea discontinua los valores que adoptan  $T_a$  y  $T_b$  sin conocer el periodo del suelo y con línea continua los valores que toman estos parámetros al conocer tal periodo. Debido a que estos valores delimitan el intervalo de periodos estructurales a los que corresponden aceleraciones mayores en los espectros de respuesta, la condición más favorable será aquella donde  $T_a$  y  $T_b$  presenten valores cercanos. Se observa también que el valor de  $T_a$  siempre será mayor cuando se tiene conocimiento del periodo del sitio. Sin embargo,  $T_b$  sólo se reducirá cuando  $T_s$  es menor a 3.25 s.

Tabla 2		
Zona	$T_a$	$T_b$

II	0.64 Ts	1.2 Ts
III	el mayor de: 0.35 Ts 0.64 s	1.2 Ts

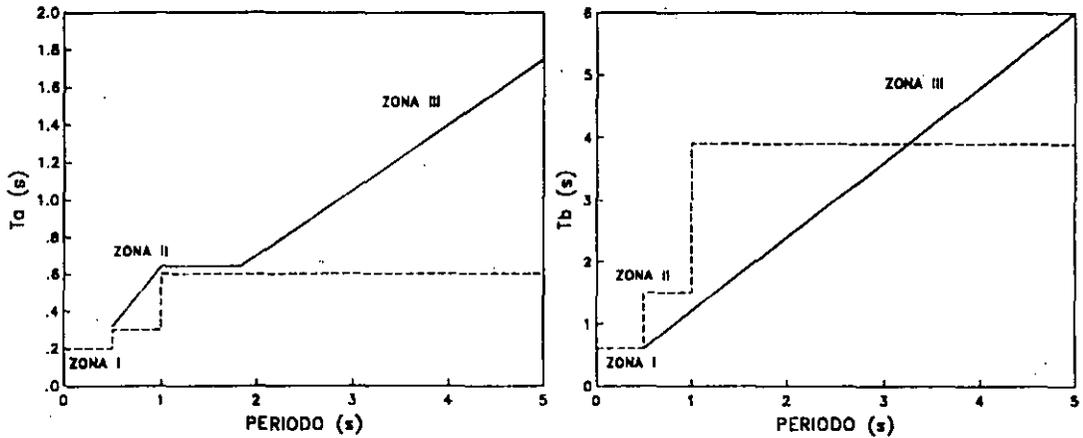


Figura 6. Variación de  $T_a$  y  $T_b$  con el periodo del suelo

En las figuras 7, 8 y 9 aparecen con línea continua los espectros de diseño para las zonas II y III que marca el RCDF sin ninguna modificación. Con línea discontinua se indican los espectros extremos entre los que pueden variar los espectros de diseño al considerar las modificaciones correspondientes a los valores del coeficiente sísmico  $c$  y a los parámetros  $T_a$  y  $T_b$  en función del periodo del sitio  $T_s$ . Se ha tomado también, como frontera entre las zonas II y III, a un segundo de periodo del suelo.

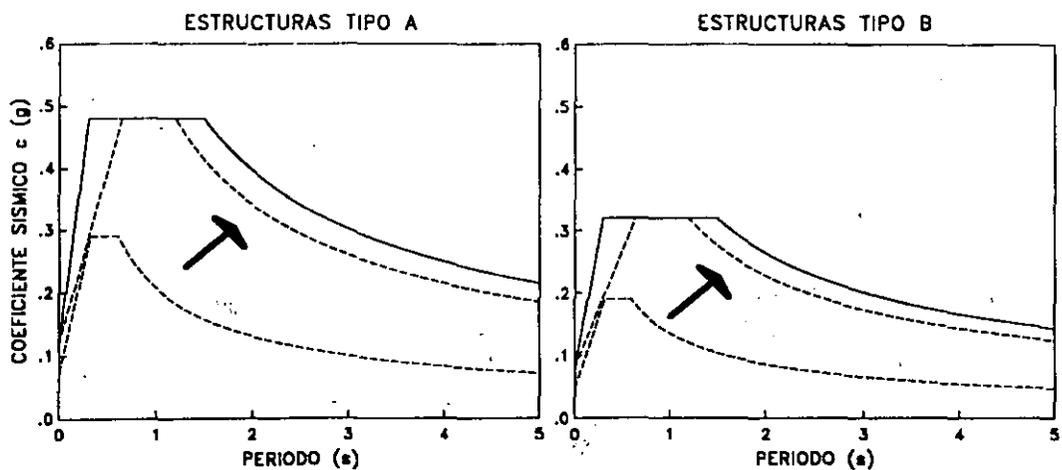


Figura 7. Variación del espectro de diseño en la zona II

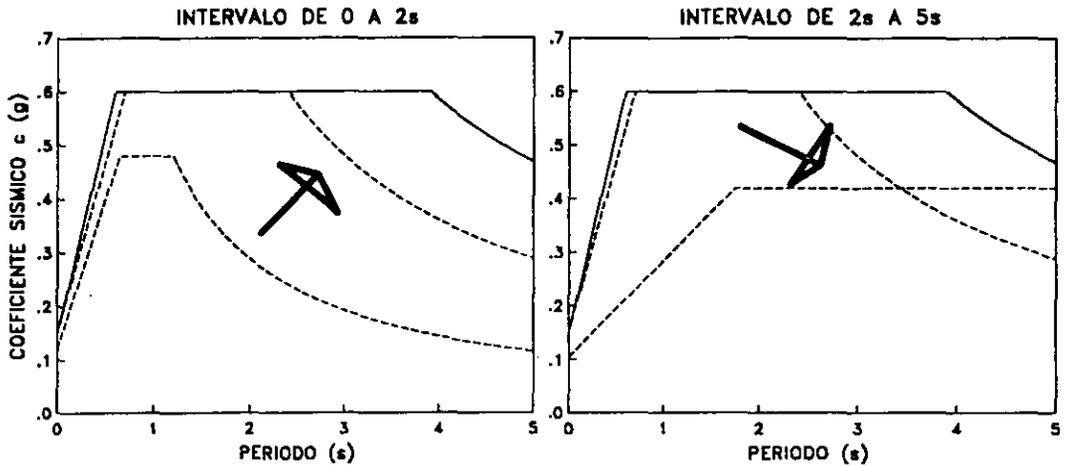


Figura 8. Variación del espectro de diseño en la zona III. Estructuras tipo A

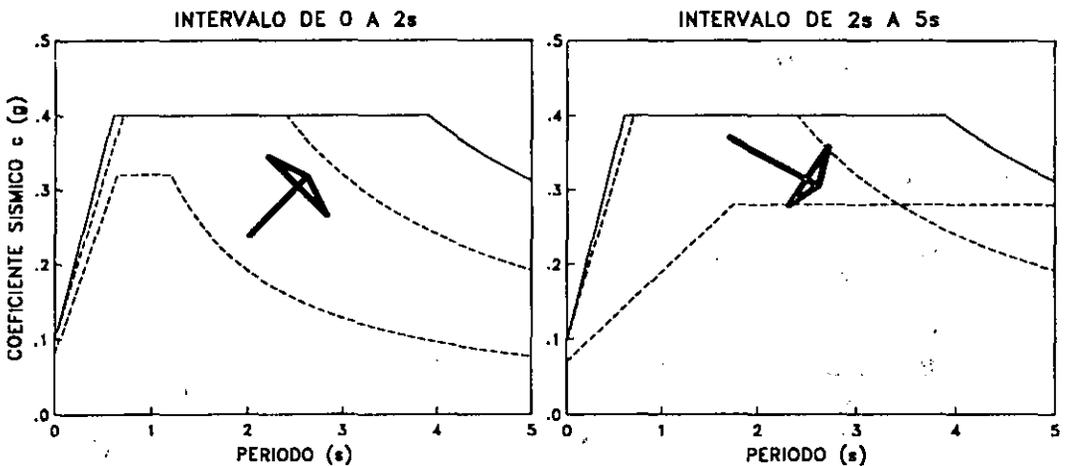


Figura 9. Variación del espectro de diseño en la zona III. Estructuras tipo B

Puede observarse que el conocimiento de  $T_s$  conduce, en general, a ordenadas espectrales menores, conservando la amplitud máxima para los periodos iguales y cercanos al del sitio. Los espectros modificados indican una reducción del intervalo de periodos con ordenadas espectrales máximas. La reducción del intervalo de periodos para las aceleraciones espectrales mayores es de aproximadamente 40%. Este hecho puede ocasionar que la aceleración a la que estaría sujeta una estructura sin considerar el periodo del sitio, se vea reducida al tomarlo en cuenta y obtener los valores de  $c$ ,  $T_a$  y  $T_b$ . La importancia de estas reducciones sugiere que debe realizarse un estudio más detallado.

La gama de espectros modificados al conocer el periodo del sitio puede observarse mediante el uso de contornos espectrales. En la figura 10 aparecen contornos espectrales de diseño para las estructuras del grupo A y B. El eje de las abscisas indica el periodo estructural y el

eje de las ordenadas el periodo dominante del sitio. Las curvas unen puntos de igual aceleración espectral. La magnitud de estos periodos se ha fijado en 5s, pues se sabe que los periodos fundamentales para el valle de México alcanza este valor. Similarmente, las estructuras presentan su modo fundamental en valores del mismo orden.

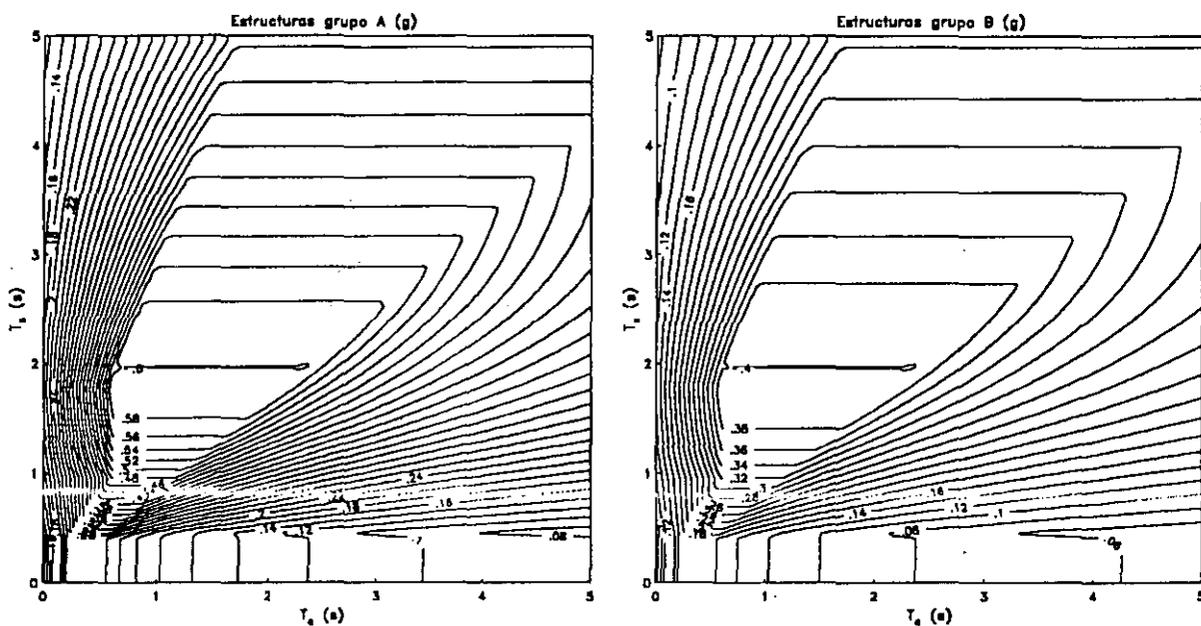


Figura 10. Contornos de diseño

Al realizar una sección horizontal en estos contornos se observa el espectro de diseño que corresponde al sitio de periodo  $T_s$ . Por ello, cortes en periodos del suelo iguales a 0.5 y 1.0 s en ambos contornos, mostrarían los espectros con línea discontinua que aparecen en la figura 7. Lo mismo sucedería con cortes en los periodos asociados a los espectros de las figuras 8 y 9.

La zona de periodo del suelo comprendida entre 0.0 y 0.5 s presenta sólo líneas verticales, es decir ordenadas espectrales constantes. Este intervalo de periodos se refiere a la zona geotécnica I o terreno firme, donde no se tienen expresiones que modifiquen al espectro de diseño conociendo el periodo del sitio. Por ello, cualquier corte realizado en esta región representará el espectro de diseño para la zona I (fig. 4). También se observa en los contornos que las máximas aceleraciones espectrales corresponden a 0.4 y 0.6 g, para las edificaciones del grupo B y A.

Como se ha visto, es posible evaluar espectros de diseño en función del periodo del sitio, a partir de los contornos espectrales. De acuerdo con este esquema se propone la construcción de contornos espectrales en los que los efectos de sitio se representen mediante

el modelo unidimensional de propagación de ondas, es decir, un depósito homogéneo de extensión lateral infinita, al cuál subyace la roca basal que se caracteriza por un semiespacio.

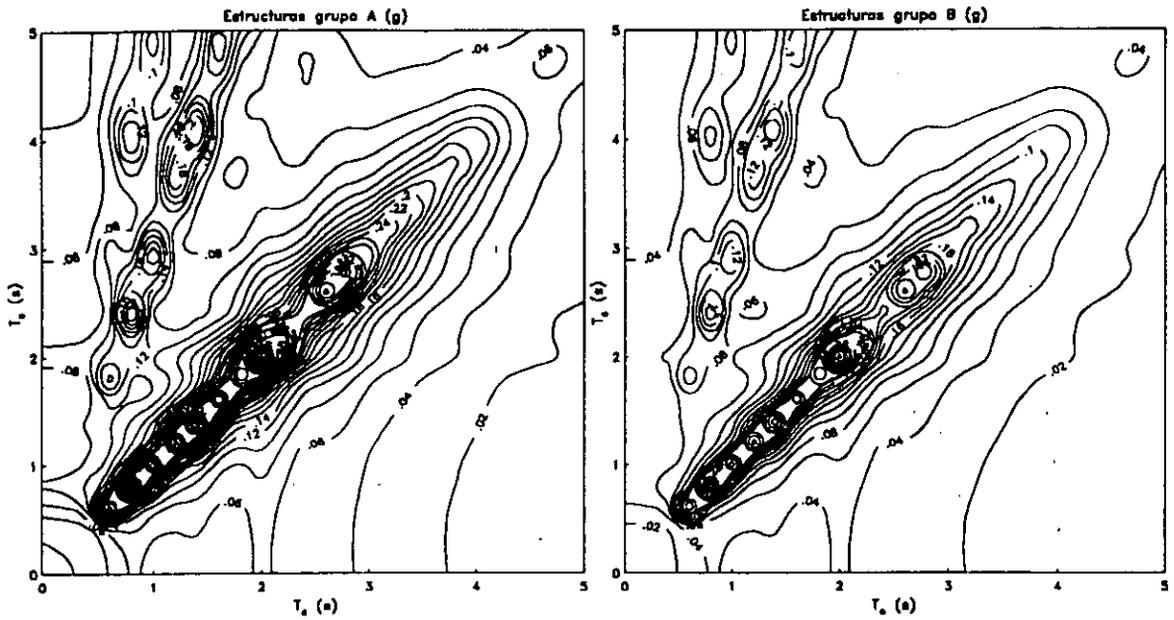
El mecanismo para obtener espectros en función del periodo del suelo, consiste en fijar una profundidad de depósito (H), que al asociarla con determinado periodo se evalúa la velocidad de propagación de ondas de corte ( $\beta$ ), mediante la expresión:

$$\beta = \frac{4 H}{T_s} \quad (5)$$

Con estos valores se calcula la función de transferencia del sitio, que junto con el espectro de amplitudes de una excitación, es posible obtener el espectro de respuesta aplicando los resultados de la teoría de vibraciones casuales (Boore y Joyner, 1984). El procedimiento se hace para cada periodo de sitio. Por lo tanto, pueden obtenerse diferentes espectros de respuesta con igual espesor del depósito, para sitios con diferente periodo y sometidos a la misma excitación. Con ellos, se realiza la construcción de los contornos espectrales.

Se obtienen buenos resultados si el movimiento de excitación se considera como el que ocurre en la roca basal. Es válido considerar que éste es el que se observa en la zona de terreno firme. Para este estudio, se ha tomado el componente este-oeste del registro de Ciudad Universitaria (CU) correspondiente al sismo del 19 de septiembre de 1985 ( $M_s = 8.1$ ).

En la figura 11 se presentan contornos espectrales escalados con los factores 0.4 y 0.6 para que sean comparables con los contornos de diseño calculados para las edificaciones del grupo B y A, respectivamente. En ellos se observa que las amplitudes mayores se registran sobre una línea imaginaria de pendiente aproximada a uno en el plano de periodos estructura-suelo. Las líneas con pendientes tres y cinco, también comprenden zonas de aceleraciones importantes. En periodos de sitio y estructura mayores a cuatro segundos, no se presentan grandes aceleraciones, ello se debe al contenido de frecuencias de la excitación.



**Figura 11. Contornos espectrales con modelo unidimensional**

Al comparar los contornos que contienen los espectros propuestos por el RCDF y los contornos espectrales (fig. 12) se observa que la tendencia de máximas amplitudes es muy semejante. Sin embargo, las mayores aceleraciones espectrales en los contornos de diseño cubren desde el primer modo hasta el segundo de los contornos espectrales. Se observa también, que la zona de periodo del sitio comprendida entre 0 y 0.5s no se ve fuertemente afectada para ninguno de los dos casos.

Una de las causas por la que los espectros de diseño son robustos y de que sus aceleraciones espectrales no sean tan grandes como las que se han registrado en sismos como los de 1985, se debe a la consideración del comportamiento no lineal de las estructuras. Por este hecho se han evaluado contornos espectrales utilizando expresiones equivalentes para considerar el comportamiento no lineal. La figura 13 muestra contornos para ductilidades ( $Q$ ) de 1.5 y 2.0 junto con los contornos de diseño para estructura del grupo A y B, respectivamente. En estas figuras se observa que existe una mayor correspondencia entre las zonas de máximas aceleraciones espectrales.

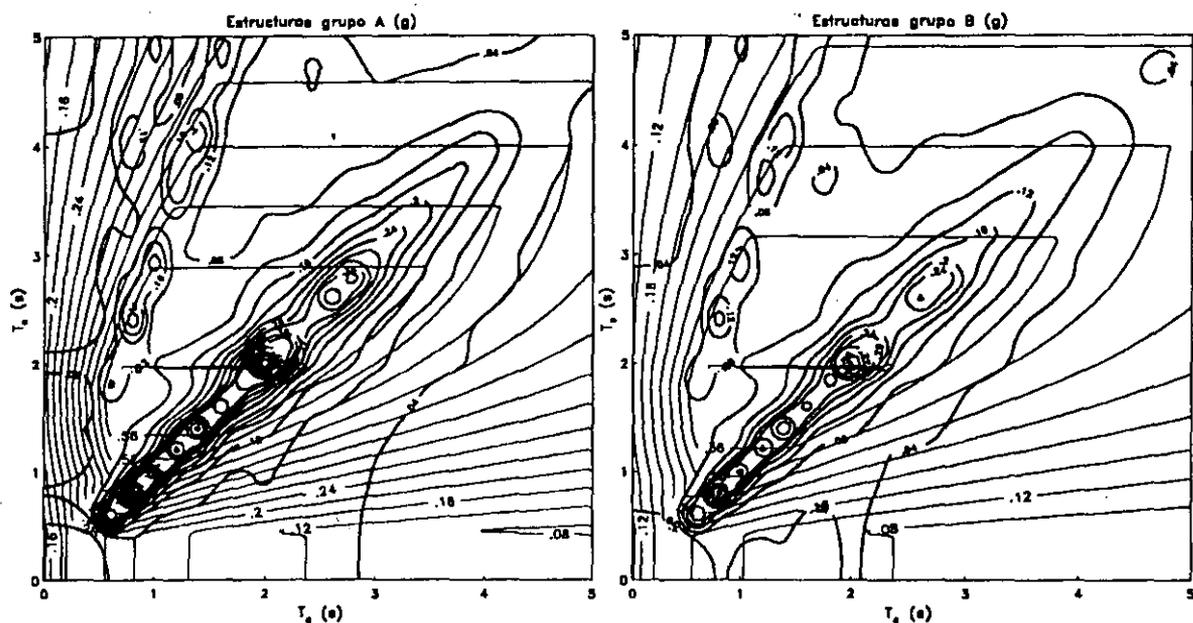


Figura 12. Comparación de contornos de diseño y contornos espectrales

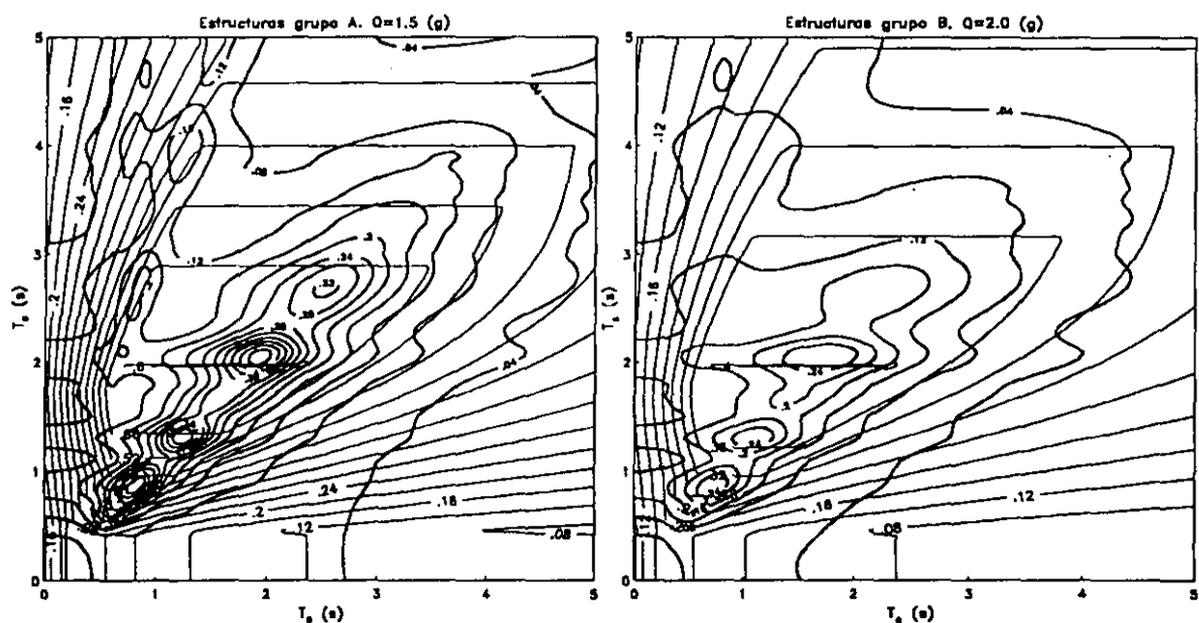
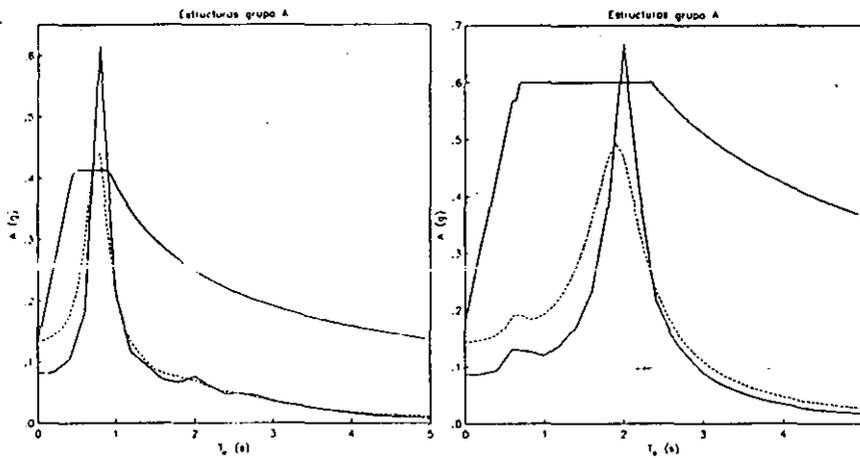


Figura 13. Comparación entre contornos de diseño y contornos no lineales

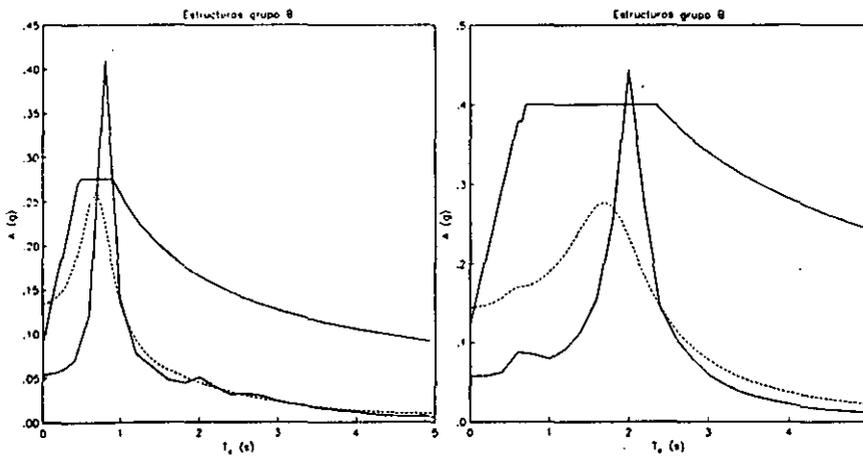
Para comparar espectros obtenidos de cada uno de los contornos, se ha propuesto realizar cortes en periodos del suelo en 0.8 s y 2.0 s, que corresponden a sitios en la zona de transición y lago respectivamente. Estos espectros se observan en las figuras 14 y 15, que

corresponden a las edificaciones del grupo A y B respectivamente. Con línea discontinua se ha trazado el espectro de los contornos donde se ha incluido el comportamiento no lineal.

En estos espectros se observa como aún después de escalar los contornos espectrales, las ordenadas son mayores en comparación con los dos espectros restantes. En general los espectros que más se acercan a los espectros de diseño son los espectros no lineales. Adicionalmente, se observa que la caída de los espectros de diseño no es tan fuerte como en los espectros de respuesta. Esto se explica, por que el espectro de diseño intenta considerar en esta parte del espectro a aquellas estructuras, donde los modos superiores de vibración contribuyen significativamente en la respuesta estructural.



**Figura 14. Espectros de diseño y de respuesta en zona II y zona III. Grupo A**



**Figura 15. Espectros de diseño y de respuesta en zona II y zona III. Grupo B**

## **V. CONCLUSIONES**

La conjunción de las técnicas de funciones de transferencia empíricas y los microtemblores para el cálculo de periodos dominantes del suelo han dado como resultado un mapa de isoperiodos del valle de México confiable y completo que puede ser utilizado en sustitución del presentado por el RCDF.

La modificación de los espectros de diseño conociendo el periodo dominante del sitio, produce para la mayoría de los periodos estructurales una reducción en las ordenadas espectrales. En algunos casos estas reducciones son hasta del 40%.

En los espectros de diseño modificados, el intervalo de periodos estructurales más fuertemente afectados se reduce en los casos de máximas aceleraciones espectrales a un 60 % aproximadamente.

La similitud que existe entre los contornos de diseño y los contornos de respuesta espectral obtenidos a partir del modelo unidimensional, sienta las bases para determinar de forma más precisa los periodos estructurales que pueden ser afectados fuertemente. Con ello, es posible ajustar optimamente la forma de los espectros de diseño.

## VI. REFERENCIAS

Claerbout J. F. (1976) Fundamentals of geophysical data processing, McGraw-Hill Book Company, New York.

Boore J y Joyner W B (1984) A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals. *Bull. Seism. Soc. Am.* 74, 2035-2039.

Field, E. H., S. E. Hough y K. H. Jacob (1990). Using microtremors to asses portential earthquakes site response: a cade study in Flushing Meadows, New York City, *Bull. Seism. Soc. Am.* 80, 1456-1480.

Kanai, K. y T. Tanaka (1954). Measurement of the microtremor, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, Tokyo Univ., 32 199-209.

Lermo, J. y F. J. Chávez-García (1992). Site effect evaluation using microtremor measurements. A review in three cites in Mexico and results of a new technique, *Proc. Int. Symp. on Earthq. Disaster Prevention*, Ciudad de México, 18 al 21 de Mayo, Vol. 1, 144-155.

Lermo, J. y F. J. Chávez García (1993). Are microtremors useful in site effect evaluation?. *Bull. Seism. Soc. Am.*, aceptado.

Lermo J., Rodriguez M. y Singh S. K. (1988). Natural period of sites in the Valley of Mexico from microtremor measurements. *Earthquake Spectra*, Nov, 4, 805-814.

Liam, W. D. (1991). Getoechnical engineering aspects of microzonation, *Proc. Fourth Int. Conf. on Seismic Zonation*, Stanford California, I, 199-259.

Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo 1987. *Diario oficial del 28 de septiembre*, México D.F.

Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal 1987. *Diario oficial del 3 de julio*, México D.F.

Reinoso E. (1991). Actualización del mapa de isoperiodos para la ciudad de México desde mediciones de microtremores y datos de movimientos fuertes, *Boletín del Centro de Investigación Sísmica A.C.*, 1, 48-50.

Reinoso E. y Lermo J. (1991). Periodos del suelo del valle de México medidos en sismos y con vibración ambiental. *Memorias del IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Manzanillo, Col.

SGOP (1988). Estudio sobre sismicidad en el valle de México. *Secretaría General de Obras Públicas del DDF*, Ed. Internacional, México, DF.

Singh S. K., Mena E. y Castro R. (1988). Some aspects of source characteristics of the 19 September 1985 Michoacan earthquake and ground motions amplification in a near Mexico City from strong motion data. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 451-477.