



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

**CURSO: "METODOS NUMERICOS APLICADOS A
PROBLEMAS DE INGENIERIA "**

**CURSO DE SUPERACION DEL PERSONAL ACADEMICO
DE LA DIVISION DE CIENCIAS BASICAS**

5 DE ABRIL AL 8 DE MAYO

D. C. B.

100 - 6 A

100 - 6 A

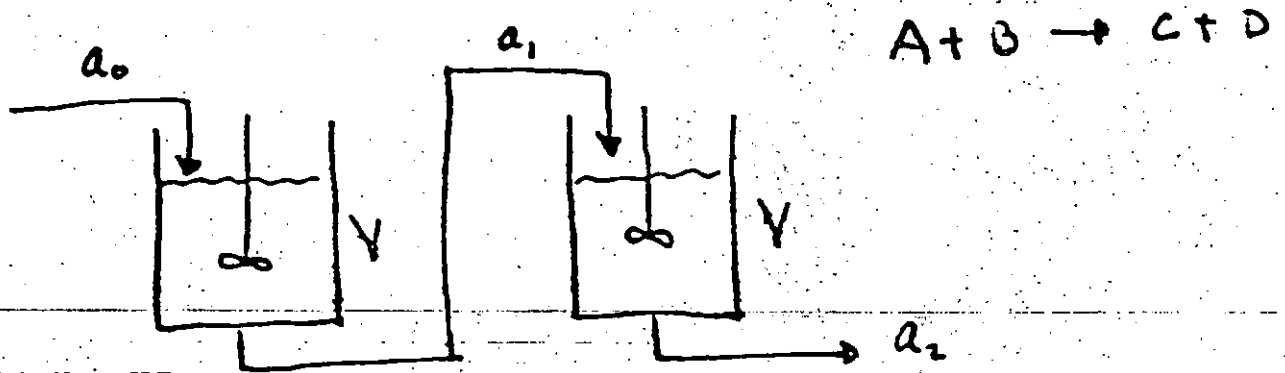
100 - 6 A

100 - 6 A

Cálculo del volumen de un reactor

①

Reacción irreversible de 2º orden



V = volumen

a_0 = concentración de A y B a la entrada

a_1 = concentración de A a la salida del 1º tanque

a_2 = concentración final de A.

Ecuaciones de balance.

$$K a_1^2 = \frac{v(a_0 - a_1)}{V}$$

v = flujo volumétrico

$$K a_2^2 = \frac{v(a_1 - a_2)}{V}$$

Si $K = 0.075 \frac{\text{lt}}{\text{gmol} \cdot \text{min}}$

$v = 30 \frac{\text{lt}}{\text{min}}$

$a_0 = 1.6 \frac{\text{gmol}}{\text{lt}}$

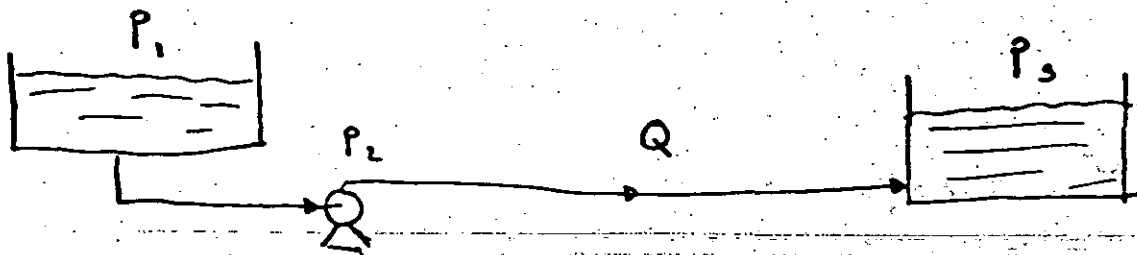
$\frac{a_2}{a_0} = 0.2$

¿Cuánto vale V ?

Handwritten scribbles and faint markings, possibly including a small number '2' at the top.



Determinación del flujo que se puede mandar por una tubería (2)



Aumento de presión en la bomba

$$P_2 - P_1 = a - b Q^{1.5}$$

Caida de presión a lo largo de una tubería de longitud L

$$P_2 - P_3 = 2.16 \times 10^{-4} \frac{f_r \rho L Q^2}{D^5}$$

ρ	densidad	$\frac{lb}{ft^3}$
L	longitud	ft
D	diámetro	in
f_r	factor de fricción	[0]
Q	gasto	gpm

$$P_2 = a - b Q^{1.5} + P_1$$

$$P_2 = 2.16 \times 10^{-4} \frac{f_m p L Q^2}{D^5} + P_3$$

$$a - b Q^{1.5} + P_1 = 2.16 \times 10^{-4} \frac{f_m p L Q^2}{D^5} + P_3 \quad \text{Como } P_1 = P_3$$

$$a - b Q^{1.5} = 2.16 \times 10^{-4} \frac{f_m p L Q^2}{D^5}$$

$$2.16 \times 10^{-4} \frac{f_m p L Q^2}{D^5} - a + b Q^{1.5} = 0$$

$$F(Q) = 0$$

$$\text{Si } p = 51.4 \quad L = 50.0 \quad D = 1.049$$

$$f_m = 0.032 \quad a = 16.7 \quad b = 0.052$$

¿Cuánto vale Q ?

$$\begin{array}{l} \text{GAS} \\ \text{DGAS} \\ \text{GGAS} \end{array} \quad \begin{array}{l} f(10) = -13 \\ f(100) = 175.15 \end{array}$$

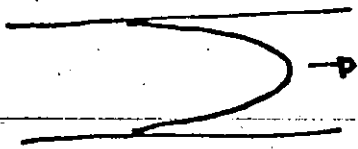
10

2

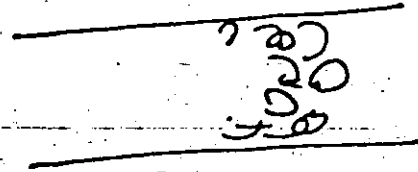
12
5
10
15
20

2

Flujo de un fluido incompresible en una tubería rugosa:



$$Re \leq 2,000$$



$$Re > 2,000$$

La caída de presión está dada por:

$$\Delta P = \frac{f_m \rho V_m^2 L}{2 g_c D}$$

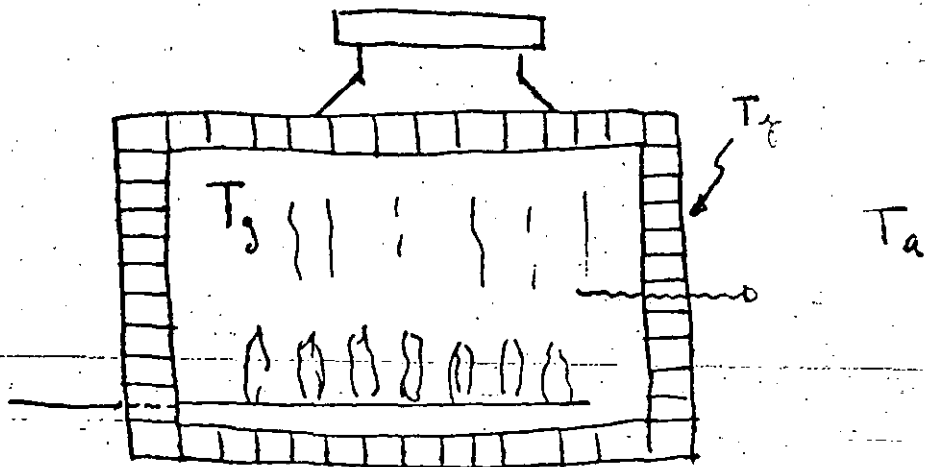
Número de Reynolds:

$$Re = \frac{D \rho V_m}{\mu}$$

$$\text{si } Re \leq 2,000 : f_m = 64 / Re$$

$$\text{si } Re > 2,000 : \frac{1}{\sqrt{f_m}} = 2 \log \left[\frac{E}{3.7 D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f_m}} \right]$$

Pérdidas de calor en una cámara de combustión (5)



Pérdida de calor

$$q = K(T_g - T_p) / t = \epsilon \sigma (T_p^4 - T_a^4) + h(T_p - T_a)$$

$\sigma =$ Cte de Boltzmann = 0.1714×10^{-8}

$\epsilon =$ emisividad = 0.14 (oro pulido)

$t =$ espesor de la pared = 0.00625 ft.

$K =$ emisividad = 25.9

$T_a = 100^\circ F$

$T_g = 1100^\circ F$

¿Cuánto calor se pierde?

$$h = 0.21 (T_p - T_a)^{1/3}$$

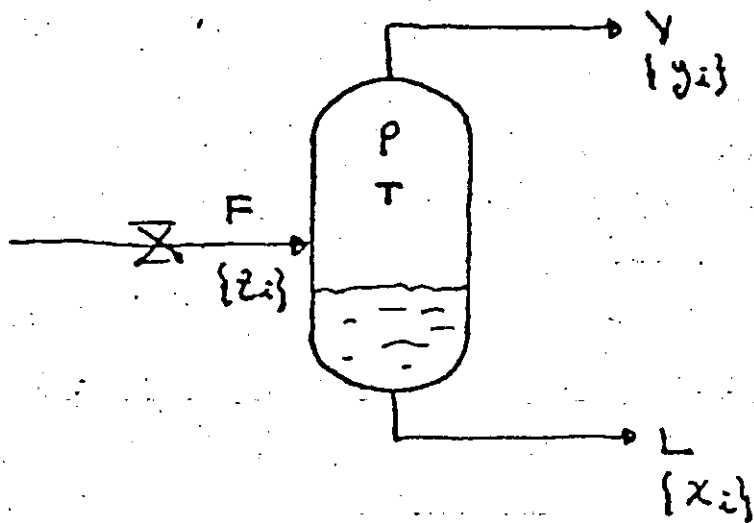


1

2

Calculo de Temperaturas de burbuja y de rocío

(6)



Relaciones de equilibrio

$$y_i = K_i x_i \quad i=1, c$$

$$\sum_{i=1}^c y_i = 1.0$$

$$\sum_{i=1}^c x_i = 1.0$$

Constante de equilibrio

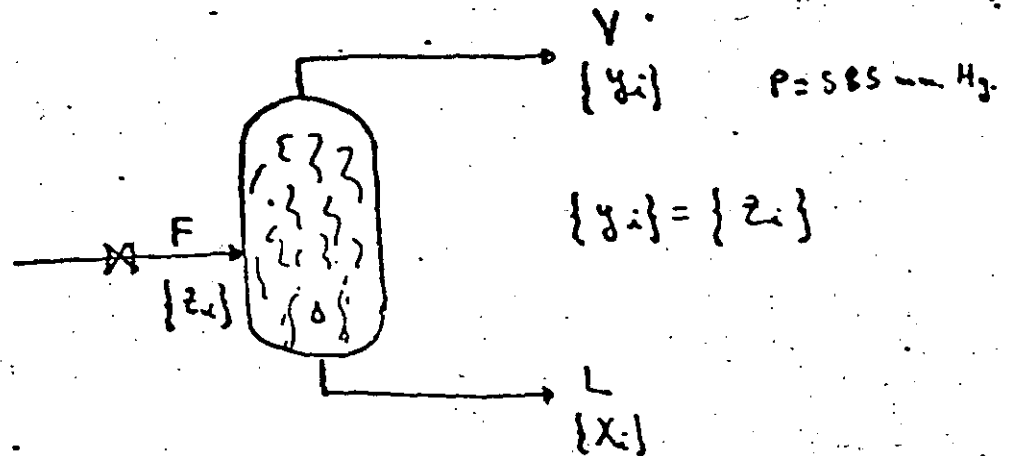
$$K_i = \frac{p_i^0}{P}$$

Ecuación de Antoine

$$p_i^0 = \frac{e^{(A_i + \frac{B_i}{C_i + T})}}{P}$$

Cálculo de la Tr

©



$$\sum_{i=1}^c x_i = \sum_{i=1}^c \frac{y_i}{K_i} = \sum_{i=1}^c \frac{y_i}{P_i} P = \sum_{i=1}^c \frac{y_i}{e^{(A_i + \frac{B_i}{C_i + T})}} P = 1.0$$

Componente.	z_i	A_i	B_i	C_i
1	1/3	04	-2,788.94	220.71
2	1/3	16.586	-3,448.10	235.83
3	1/3	16.142	-3,267.60	215.105

$$f(T) = \left[\sum_{i=1}^3 \frac{585}{e^{(A_i + \frac{B_i}{C_i + T})}} \cdot \frac{1}{3} \right] - 1.0 = 0.0$$

```

01*LEL *INI*      R24 PA
02 RCL 00
03 1000
04 /
05 1
06 +
07 STO 01
08 21
09 STO 04
10 RCL 00
11 +
12 STO 05
13 RCL 00
14 +
15 STO 06
16 RCL 00
17 +
18 STO 07
19 0
20 STO 05
21 ENI
    
```

```

01*LEL *TEP*
02 XEQ *INI*
03*LEL 01
04 XEQ *FVAL*
05 1/X
06 RCL IND 07
07 *
08 ST+ 05
09 1
10 ST+ 04
11 ST+ 05
12 ST+ 06
13 ST+ 07
14 ISG 01
15 GTO 01
16 RCL 03
17 RCL 20
18 *
19 /
20 -
21 ENI
    
```

```

01*LEL *TEP*
02 XEQ *INI*
03*LEL 01
04 XEQ *FVAL*
05 RCL IND 07
06 *
07 ST+ 05
08 1
09 ST+ 04
10 ST+ 05
11 ST+ 06
12 ST+ 07
13 ISG 01
14 GTO 01
15 RCL 03
16 RCL 20
17 *
18 /
19 -
20 ENI
    
```

Calcular la longitud del intercambiador, que se quiere para calentar 22.5 lb./hr. de CO_2 , de 60°F a 260°F , usando vapor saturado a 550°F , si se dispone de la siguiente información

$$D = 0.041 \text{ ft.}$$

$$C_p = 0.251 + 3.46 \times 10^{-5} T - \frac{14,400}{(T+460)^2} \quad \frac{\text{Btu}}{\text{lb } ^\circ\text{F}}$$

$$\mu = 0.0332 \left(\frac{T+460}{4} \right)^{0.935}$$

$$K = \begin{cases} 0.0085 & (32^\circ\text{F}) \\ 0.0133 & (212^\circ\text{F}) \\ 0.0181 & (342^\circ\text{F}) \\ 0.0228 & (572^\circ\text{F}) \end{cases}$$

$$h = \frac{0.023 K}{D} \left(\frac{4 m}{\pi D \mu} \right)^{0.8} \left(\frac{\mu C_p}{K} \right)^{0.4}$$

$$L = \frac{m}{\pi D} \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_p}{h (T_s - T)} dT.$$

Utilizando el cambiador de calor ya diseñado.
¿ A qué temperatura saldrá una corriente de 30 lb/hr
de CO_2 , si se utiliza vapor saturado a 300°F ?

$$\frac{dT}{dX} = \frac{\pi D h (T_s - T)}{m C_p}$$

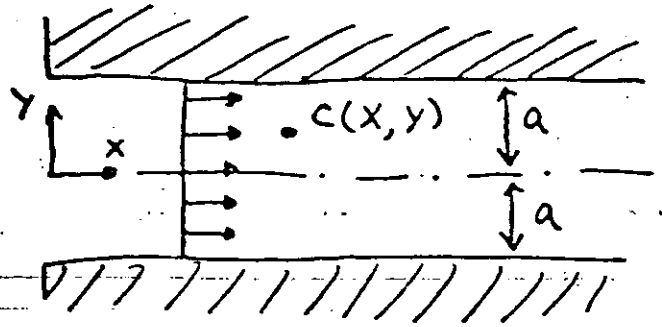
Condiciones iniciales:

cuando $X=0$, $T=60^\circ\text{F}$

la longitud del cambiador es de 4.3 ft

El reactor químico que se muestra en la figura, se rige por la ecuación:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial Y^2} = \frac{\partial B}{\partial X}$$



Para $X > 0$, $-1 < Y < 1$ $B = \frac{C}{C_0}$

Condición inicial:

Para $X = 0$, $-1 \leq Y \leq 1$ $B = 1$

Condición de frontera

en $Y = 1$, $X \geq 0$ $B + \frac{\partial B}{\partial Y} = 0$

en $Y = -1$, $X \geq 0$ $B - \frac{\partial B}{\partial Y} = 0$

$$h = \frac{ka}{D} = 0.1$$

¿Qué longitud de reactor se necesita para lograr una conversión del 50%?

Algoritmo de Bisección

Sirve para encontrar una solución a $f(X) = 0$ dada la función continua $f(X)$ en el intervalo $[a, b]$ donde $f(a)$ y $f(b)$ tienen signo opuesto.

Datos:

~~Puntos extremos a y b~~ tolerancia TOL y número máximo de iteraciones, N.

Resultado:

Solución aproximada p , ó mensaje de ~~fracaso~~

Paso 1.- $i = 1$

Paso 2.- Mientras $i \leq N$ efectuar los pasos 3 a 6

Paso 3.- $p = a + (b - a) / 2$

Paso 4.- Si $f(p) = 0$ ó $(b-a) / 2 < TOL$
entonces el resultado es p . Alto

Paso 5.- $i = i + 1$

Paso 6.- Si $f(a) \cdot f(p) > 0$ entonces $a = p$
en caso contrario $b = p$

Paso 7.- Resultado: El método falló después de N iteraciones.
Alto.


```

01•LBL "BISEC"
02 27          Borra la
03 ACCH      pantalla
04 69
05 ACCH
06 FIX 2
07 "a=?"     DATOS:
08 AVIEW     punto extremo
09 STOP      a
10 STO 10
11 PRX
12 "b=?"     Punto extremo
13 AVIEW     b
14 STOP
15 STO 11
16 PRX
17 RDN
18 "FUNCION?" Nombre de la
19 AVIEW     rutina que evalúa
20 STOP     a f(X)
21 ASTO 13
22 PRX
23 RDN
24 "TOL?"    Tolerancia
25 AVIEW     TOL
26 STOP
27 STO 16
28 PRX
29 "N=?"    Número máximo
30 AVIEW     de iteraciones
31 STOP
32 PRX
33 1000
34 /
35 1          N
36 +
37 STO 14
38 "b"
39 ACA
40 "a"       Impresión de
41 ACA       encabezados
42 "P"
43 ACA
44 "F(X)"
45 ACA
46 RDN

```

```

47 RCL 11
48 RCL 11
49 ACX
50 RCL 10
51 ACX
52 -
53 2
54 /
55 STO 15
56 RCL 16
57 +
58 ACX
59 STO 12
60 STO 17
61 2
62 SKPCH
63 XEQ IND 13
64 STO 19
65 ACX
66 RDN
67 X=0?
68 GTO 01
69 RCL 15
70 RCL 16
71 X<Y?
72 GTO 02
73•LBL 01
74 FIX 6
75 "RESULTADO"
76 AVIEW
77 RCL 12
78 "P="
79 ARCL X
80 AVIEW
81 FIX 2
82 RCL 14
83 INT
84 "ITERACIONES="
85 ARCL X
86 AVIEW
87 GTO 03
88•LBL 02
89 RCL 10
90 STO 17
91 XEQ IND 13
92 RCL 19
93 +
94 X>0?
95 GTO 05
96 RCL 12
97 STO 11
98 GTO 04
99•LBL 05
100 RCL 12
101 STO 18
102•LBL 04
103 ISG 14
104 GTO 06
105 "MAXIMO DE"
106 AVIEW
107 "ITERACIONES"
108 AVIEW
109 "EXCEDIDO"
110 AVIEW
111•LBL 03
112 END.

```

Mientras i > N
calcular:

(13)

$$p = a + (b-a)/2$$

f(p)

Si f(p)=0

o
(b-a)/2 TOL
el resultado
es p,consequ.
en cierto número
de iteraciones

Si f(a)f(p) > 0
va a LBL 05, en
caso contrario

b=p

a=p

Resultado: el método
falló después de N
iteraciones

Fin

(14)

Algoritmo del Método de Aproximaciones Sucesivas

Sirve para encontrar una solución a $p = g(p)$ dada una aproximación p_0 .

Datos:

Aproximación inicial p_0 , tolerancia TOL, número máximo de iteraciones N.

Resultado:

Solución aproximada de p, ó mensaje de fallo

Paso 1.- $i = 1$

Paso 2.- Mientras $i \leq N$ efectuar los pasos 3 a 6

Paso 3.- $p = g(p_0)$

Paso 4.- Si $|p - p_0| / |p| < TOL$, entonces el resultado es p. Alto.

Paso 5.- $i = i + 1$

Paso 6.- $p_0 = p$

Paso 7.- Resultado: El método falló después de N iteraciones.
Alto.

```

01+LBL *PF*
02 27
03 ACCH*      Borra la
04 69          pantalla
05 ACCH*
06 FIX 4
07 *P0=?*
08 AVIEW      DATOS:
09 STOP      aproximación
10 STO 17     inicial p0
11 PRX
12 *TOL=?*
13 AVIEW      Tolerancia
14 STOP      TOL
15 STO 12
16 PRX
17 *N=?*
18 AVIEW      Número máximo
19 STOP      de iteraciones
20 PRX
21 1000      N
22 /
23 1
24 +
25 STO 14
26 AON
27 *FUNCION?* Nombre de la rutina
28 AVIEW      que evalúa a g(X)
29 STOP
30 ASTO 13
31 PRA
32 AOFF
33 * F *
34 ACA      Impresión de
35 * G(X)*  encabezados
36 ACA
37 ADV

```

```

38+LBL 01
39 RCL 17      Mientras i N
40 ACX
41 4
42 SKPCHR
43 XEQ IND 13
44 ACX
45 ADV
46 STO 11      p=g(p0)
47 RCL 17
48 -
49 RCL 11
50 /
51 ABS
52 RCL 12
53 XYY?
54 GTO 02
55 RCL 11
56 STO 17      p0=p
57 ISG 14
58 GTO 01
59 GTO 03
60+LBL 02
61 *RESULTADO*
62 AVIEW
63 FIX 6
64 RCL 11
65 *P=*
66 ARCL X
67 AVIEW
68 FIX 2
69 RCL 14
70 INT
71 *ITERACIONES=*
72 ARCL X
73 AVIEW
74 GTO 04
75+LBL 03
76 * MAXIMO DE*
77 AVIEW
78 *ITERACIONES*
79 AVIEW
80 *EXCEDIDO*
81 AVIEW
82+LBL 04
83 .END.

```

Resultado:
la raíz es p

Resultado:
el método falló
después de N
iteraciones

Algoritmo de Newton - Raphson

Sirve para encontrar una solución a $f(X) = 0$ dada una aproximación inicial p_0 .

Datos:

Aproximación inicial p_0 , tolerancia TOL, número máximo de iteraciones N.

Resultado:

Solución aproximada de p, ó mensaje de fallo.

Paso 1.- $i = 1$

Paso 2.- Mientras $i \leq N$, efectuar los pasos 3 a 6

Paso 3.- $p = p_0 - f(p_0) / f'(p_0)$

paso 4.- Si $f(p) < TOL$, entonces el resultado es p.
Alto.

paso 5.- $i = i + 1$

paso 6.- $p_0 = p$

Paso 7.- Resultado: El método falló después de N iteraciones.
Alto.

```

01*LBL "N-R"
02 27          Borra la
03 ACCHP      pantalla
04 69
05 ACCHP
06 FIX 4
07 "P0=?"    DATOS:
08 AVIEW      aproximación
09 STOP      inicial p0
10 STO 17
11 PRX
12 "TOL=?"   Tolerancia
13 AVIEW      TOL
14 STOP
15 STO 12
16 PRX
17 "N=?"
18 AVIEW      Número máximo
19 STOP      de iteraciones
20 PRX
21 1000
22 /          N
23 1
24 +
25 STO 14
26 AOR
27 "FUNCION?" Nombre de la
28 AVIEW      rutina que
29 STOP      evalúa a f(X)
30 ASTO 13
31 PRA
32 "DFUNCION?"
33 AVIEW      Nombre de la
34 STOP      rutina que
35 ASTO 15    evalúa a f(X)
36 PRA
37 AOFF
38 "X"
39 ACA
40 "F(X)"     Impresión de
41 ACA       encabezados
42 "DF(X)"
43 ACA
44 ADV

```

```

45*LBL 01
46 RCL 17
47 ACX
48 XEQ IND 13
49 STO 16
50 ACX
51 XEQ IND 15
52 STO 16
53 ACX
54 ADV
55 RCL 17
56 RCL 16
57 RCL 18
58 /
59 -
60 STO 17
61 RCL 16
62 ABS
63 RCL 12
64 X>Y?
65 GTO 02
66 ISG 14
67 GTO 01
68 "% MAXIMO DE"
69 AVIEW
70 "ITERACIONES"
71 AVIEW
72 "EXCEDIDO"
73 AVIEW
74 GTO 01
75 "RESULTADO"
76 "RESULTADO"
77 "RESULTADO"
78 AVIEW
79 RCL 17
80 "P="
81 ARCL X
82 AVIEW
83 FIX 2
84 RCL 14
85 INT
86 "ITERACIONES="
87 ARCL X
88 AVIEW
89*LBL 03
90 .END.

```

Mientras $i \leq N$

$$p = p_0 - f(p_0) / f'(p_0)$$

$p_0 = p$

Si $f(p) < TOL$
se va a LBL 02

Resultado:
el método falló
después de N
iteraciones

Resultado:
la raíz aproximada
es p

(E)

Algoritmo de la Secante:

Sirve para encontrar una solución a $f(X) = 0$ dadas las aproximaciones iniciales p_0 y p_1 .

Datos:

Aproximaciones iniciales p_0 y p_1 ; tolerancia TOL y número máximo de iteraciones N.

Resultado:

Solución aproximada p , ó mensaje de fracaso

Paso 1.- $i = 2$

$$q_0 = f(p_0)$$

$$q_1 = f(p_1)$$

Paso 2.- Mientras $1 \leq N$ efectuar los pasos 3 a 6

Paso 3.-
$$p = p_1 - q_1 (p_1 - p_0) / (q_1 - q_0)$$

Paso 4.- Si $f(p) < TOL$, el resultado es p .
Alto.

Paso 5.- $i = i + 1$

Paso 6.-

$$p_0 = p_1$$
$$q_0 = q_1$$
$$p_1 = p$$
$$q_1 = f(p)$$

Paso 7.- Resultado: El método falló después de N iteraciones.
Alto.

```

01*LBL "SEC"
02 27      Borra la
03 ACCHR   pantalla
04 69
05 ACCHR
06 FIX 4
07 "P0=?"  DATOS:
08 AVIEW   aproximación
09 STOP    inicial p0
10 STO 16
11 PRX
12 "P1=?"  Aproximación
13 AVIEW   inicial p1
14 STOP
15 STO 11
16 PRX
17 "TOL=?" Tolerancia
18 AVIEW   TOL
19 STOP
20 STO 12
21 PRX
22 "N=?"   Número máximo
23 AVIEW   de iteraciones
24 STOP
25 PRX
26 1000    N
27 /
28 1
29 +
30 STO 14
31 AON
32 "FUNCION?" Nombre de la
33 AVIEW   rutina que
34 STOP    evalúa a f(X)
35 ASTO 13
36 PRA
37 AOFF
38 " P "
39 ACA     Impresión de
40 " F(P)" encabezados
41 ACA
42 ADV

```

```

43*LBL 01
44 RCL 10  Mientras i ≤ N
45 STO 17
46 XEQ IND 13  q0=f(p0)
47 STO 15
48 RCL 11
49 ACX
50 STO 17
51 2
52 SKPCHR
53 XEQ IND 13  q1=f(p1)
54 ACX
55 ADV
56 STO 16
57 RCL 11
58 RCL 16
59 RCL 11
60 RCL 18
61 -
62 *
63 RCL 16
64 RCL 15
65 -
66 /
67 -
68 STO 18
69 RCL 16
70 ABS
71 RCL 12  Si f(p1) < TOL
72 X>Y?   se va a LBL 03
73 GTO 03
74 RCL 11
75 STO 10  p0=p1
76 RCL 18  p1=p
77 STO 11
78 ISG 14
79 GTO 01
80 "MAXIMO DE"
81 AVIEW   Resultado:
82 "ITERACIONES" el método falló
83 AVIEW   después de N
84 "EXCEIDIO"   iteraciones
85 AVIEW
86 GTO 04
87*LBL 03
88 "RESULTADO" Resultado:
89 AVIEW   la raíz aproximada
90 FIX 6   es p
91 RCL 11
92 "F="
93 ARCL X
94 AVIEW
95 FIX 2
96 RCL 14
97 INT
98 "ITERACIONES="
99 ARCL X
100 AVIEW
101*LBL 04
102 .END.

```

Algoritmo de la División Sintética:

Sirve para encontrar los intervalos que contienen raíces reales de un polinomio $P(X)$, de grado máximo q .

Datos:

Grado del polinomio N . coeficientes a_i , $i = 0, N$ del polinomio $P(X) =$

$$a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \dots + a_1 X + a_0 ; X_0 = -1$$

Resultado:

Valores de los polinomios $P(X)$ y $P'(X)$ en los puntos:

$$X = -1, -0.75, -0.50, \dots, 0.50, 0.75, 1.; \quad Y = P(X); \quad Z = P'(X)$$

Paso 1.- $Y = a_n$

$$Z = a_0$$

Paso 2.- Para $j = n-1, n-2, \dots, 1$

$$Y = X_0 Y + a_j$$

Paso 3.- $Y = X_0 Y + a_0$

Paso 4.- Para $i = 1, 2, \dots, n-1$

$$Z = X_0 Z + a_i$$

Paso 5.- $Z = X_0 Z + a_n$

Paso 6.- Resultado: Y, Z

Paso 7.- $X_0 = X_0 + 0.25,$

Si $X_0 = 1$. Alto, en caso contrario, ir al paso 1.-

01•LBL "SINT"

02 27

03 ACCHR

04 69

05 ACCHR

06 0

07 STO 14

08 "N=?"

09 RYIEM

10 STOP

11 PRX

12 STO 21

13 STO 22

14 1000

15 /

16 STO 18

17•LBL 01

18 CF 29

19 FIX 0

20 "A"

21 RCL 14

22 ARCL X

23 "I=?"

24 FIX 4

25 SF 29

26 RYIEM

27 STOP

28 PRX

29 STO IND 14

30 1

31 ST+ 14

32 ISG 18

33 GTO 01

34 -1

35 STO 20

36 PRBUF

37 " X"

38 ACA

39 "

40 ACA

41 "P(X)"

42 ACA

43 "

44 ACA

45 "P(X)"

46 ACA

47 PRBUF

Borra la
pantalla

DATOS:
grado del
polinomio
N

Coefficientes
del polinomio

a
i=0,N

X=-1

Impresión de
encabezados

40•LBL 02

49 RCL IND 21

Y=a

50 STO 10

51 RCL 21

52 1

53 -

54 STO 23

55•LBL 03

56 XEQ A

$P(X) = (X - X_0)Q(X) + b$

57 DSE 23

58 STO 03

59 L 18

60 X 2

Impresión de
los valores

61 L 20

62 ACX

63 "

64 ACA

X y P(X)

65 *

66 RCL 00

67 FIX 4

68 +

69 ACX

70 "

71 ACA

72 RCL 00

73 STO 10

74 RCL 21

75 1000

76 /

77 1

78 +

79 STO 23

80•LBL 05

81 XEQ A

$P(X) = a_0X + a_1X + \dots + a_{n-1}X + a_n$

82 ISG 23

83 GTO 05

84 RCL 10

85 ACX

Impresión de
P(X)

86 PRBUF

87 RCL 20

88 1

89 X=Y?

90 GTO 06

91 .25

92 ST+ 20

X=X+0.25

93 GTO 02

94•LBL A

95 RCL 20

96 RCL 10

Y=X₀Y+a

97 *

98 RCL IND 23

99 +

100 STO 10

101 RTN

102•LBL 06

103 .END.

Algoritmo de Horner:

Sirve para encontrar una solución a $P(x) = 0$ dada una aproximación inicial x_0 .

Datos:

Grado del polinomio N ; coeficientes a_i , $i = 0, N$; aproximación inicial x_0 ; tolerancia TOL .

Resultado:

Valor aproximado x .

Paso 1.- $Y = a_n$
 $Z = a_n$

Paso 2.- Para $j = n-1, n-2, \dots$
 $Y = x_0 Y + a_j$
 $Z = x_0 Z + Y$

Paso 3.- $Y = x_0 Y + a_0$

Paso 4.- $X = x_0 - y / Z$

Paso 5.- Si $|x - x_0| < TOL$. Alto, el resultado es x .

Paso 6.- $x_0 = x$, ir al paso 1.-

```

01*LBL *HORN*
02 27
03 ACCHR      Borra la
04 69         pantalla
05 ACCHR
06 0
07 STO 14
08 *TOL=?*   DATOS:
09 AVIEW      Tolerancia
10 STOP      TOL
11 PRX
12 STO 15
13 *N=?*
14 AVIEW      Grado del
15 STOP      polinomio
16 PRX      N
17 STO 21
18 STO 22
19 1000
20 /
21 STO 18
22*LBL 01
23 CF 29
24 FIX 0
25 *A*
26 RCL 14
27 ARCL X
28 *t=?*
29 SF 29
30 FIX 4
31 AVIEW
32 STOP
33 PRX
34 STO IND 14
35 1
36 ST+ 14
37 ISG 18
38 GTO 01
39 *X0=?*
40 AVIEW      Aproximación
41 STOP      inicial X0
42 PRX
43 STO 20
44 PRBUF
45 * P
46 ACA
47 *
48 ACA
49 * DP
50 ACA
51 PRBUF

```

```

52*LBL 03
53 RCL IND 22   Y=a
54 STO 10
55 STO 11       Z=a
56 1
57 ST- 22
58*LBL 02
59 RCL 20
60 RCL 10
61 *           Y=X0Y+a
62 RCL IND 22
63 +
64 STO 10
65 RCL 20
66 RCL 11
67 *
68 RCL 10       Z=X0Z+Y
69 +
70 STO 11
71 DSE 22
72 GTO 02
73 RCL 10
74 RCL 20
75 *           Y=X0Y+a0
76 RCL 00
77 +
78 STO 16
79 ASS
80 RCL 15       Si P(X0) < TOL
81 XXY?        se va a LBL 04
82 GTO 04
83 *
84 *
85 *
86 *
87 ACA
88 RCL 11
89 ACX
90 PRBUF
91 /
92 CHS
93 ST+ 20       X0=X0-P(X0)/P(X0)
94 RCL 21
95 STO 22
96 GTO 03

```

97*LBL 04
 98 PRBUF
 99 *RESULTADO*
 100 AVIEW
 101 PRBUF
 102 RCL 20
 103 FIX 6
 104 *X*
 105 ARCL X
 106 AVIEW
 107 *P*
 108 RCL 16
 109 ARCL X
 110 AVIEW
 111 PRBUF

Resultado:
 una raíz real
 del polinomio
 es X_0 , con
 $P(X) = (X - X_0)Q(X) + b_0$
 b_0 TOL

112 *COEFICIENTES*

113 AVIEW
 114 *DEL POLINOMIO*
 115 AVIEW
 116 * Q(X)*
 117 AVIEW
 118 PRBUF
 119 RCL 21
 120 STO 22
 121 FIX 0
 122 CF 29
 123 RCL 22
 124 INT
 125 *b*
 126 ARCL X
 127 *t*
 128 SF 29
 129 FIX 6
 130 RCL IND 22
 131 ARCL X
 132 AVIEW
 133 STO 10
 134 1
 135 ST- 22
 136*LBL 06
 137 FIX 0
 138 CF 29
 139 RCL 22
 140 *b*
 141 ARCL X
 142 *t*
 143 FIX 6
 144 SF 29
 145 RCL 20
 146 RCL 10
 147 *
 148 RCL IND 22
 149 *
 150 ARCL X
 151 AVIEW
 152 STO 10
 153 DSE 22
 154 GTO 06
 155 .END.

Impresión del
 polinomio Q(X)

$$Q(X) = b X + b X + \dots + b X + b$$

Algoritmo de Lin

Sirve para encontrar el factor cuadrático del Polinomio

$$P(X) = X^m + C_1 X^{m-1} + C_2 X^{m-2} + \dots + C_{m-1} X + C_m$$

Tal que:

$$P(X) = (X^2 + pX + q)(X^{m-2} + b_1 X^{m-3} + \dots + b_{n-3} X + b_{n-2}) + RX + S$$

y que corresponde a raíces complejas de P(X), es decir: R = 0 , S = 0

Datos:

Grado del polinomio N; Coeficientes del polinomio C_i , i = 0, N , aproximaciones iniciales P₀ y q₀ , de p y q ; Tolerancia TOL.

Resultado:

Coeficientes p y q del factor cuadrático. Coeficientes b₁ , b₂ ... , b_{N-2} del polinomio remanente.

Paso 1.- b₋₁ = 0 ; b₀ = 1

Paso 2.- Para K = 1,2, ... , N-1

$$b_k = C_k - p_0 b_{k-1} - q_0 b_{k-2}$$

Paso 3.- R = b_{N-1}

$$S = C_{N-1} - q_0 b_{N-2}$$

Paso 4.- Si |R| < TOL y |S| < TOL, el resultado es P₀ , q₀ , b₁ , b₂ , ... , b_{N-2} . Alto.

Paso 5.- P₀ = p₀ + A / b_{N-2}

$$q_0 = q_0 + B / b_{N-2}$$

ir al paso 1

01 LBL "LCOP"		67 LBL 02	
02 27	Borra la	68 FIX 2	
03 ACOR	pantalla	69 RCL 19	
04 69		70 1	
05 ACOR		71 +	Se establecen
06 0		72 STO 18	subíndices y
07 STO 14	DATOS:	73 32	contadores
08 "N=?"	grado del	74 STO 14	
09 AVIEW	polinomio	75 31	
10 STOP	N	76 STO 15	
11 PRX		77 36	
12 STO 21		78 STO 16	
13 STO 22		79 2	
14 IEEE		80 STO 17	
15 /		81 LBL 03	
16 STO 16		82 RCL 01	
17 STO 19		83 RCL 11	Para $i=1, N-2$
18 "TOL=?"	Tolerancia	84 -	se calcula b_i
19 AVIEW	TOL	85 STO 31	
20 STOP		86 LBL 04	
21 PRX		87 XEQ A	
22 STO 18		88 1	
23 LBL 01		89 ST+ 14	
24 CF 29	Coefficientes del	90 ST+ 15	
25 FIX 0	polinomio	91 ST+ 16	
26 "C"		92 ST+ 17	
27 RCL 14		93 ISG 18	
28 RCL X		94 GTO 04	
29 "I=?"	C_i	95 RCL 21	
30 FIX 4		96 STO 14	
31 SF 29	$i=0, N$	97 20	
32 AVIEW		98 +	Contadores
33 STOP		99 STO 16	
34 PRX		100 RCL 22	
35 STO IND 14		101 20	
36 1		102 +	
37 STO 30		103 STO 15	
38 ST+ 14		104 RCL 10	
39 ISG 18		105 RCL IND 15	
40 GTO 01		106 R05	
41 "P0=?"	Aproximación inicial	107 X=Y?	Si $ R < TOL$
42 AVIEW	de p, p_0	108 GTO 05	se va a LBL 06
43 STOP		109 RCL IND 15	
44 PRX		110 STO 23	
45 STO 11		111 RCL IND 14	
46 "Q0=?"	Aproximación inicial	112 RCL IND 16	$S=C - qb$
47 AVIEW	de q, q_0	113 RCL 12	
48 STOP		114 0	
49 PRX		115 -	
50 STO 12		116 STO 13	
51 PRESUF		117 RCL 11	
52 "P"	Impresión de	118 R0X	Impresión de
53 R0A	encabezados	119 . .	
54 "		120 R0A	
55 R0A		121 RCL 12	P
56 "Q"		122 R0X	
57 R0A		123 . .	q
58 "		124 R0A	
59 R0A		125 RCL 23	R
60 "R"		126 R0X	
61 R0A		127 . .	S
62 "		128 R0A	
63 R0A		129 RCL 13	
64 "S"		130 R0X	
65 R0A		131 FREE	
66 R0Y			

132 RCL 25
 133 RCL IND 16
 134 /
 135 RCL 11
 136 +
 137 STO 11
 138 RCL 13
 139 RCL IND 16
 140 /
 141 RCL 12
 142 +
 143 STO 12
 144 GTO 02
 145 LBL A
 146 RCL IND 17
 147 RCL IND 15
 148 RCL 11
 149 *
 150 -
 151 RCL IND 16
 152 RCL 12
 153 *
 154 -
 155 STO IND 14
 156 RTH
 157 LBL 06
 158 PRBUF
 159 "RESULTADO:"
 160 AVIEW
 161 FIX 6
 162 RCL 11
 163 PRBUF
 164 "F="
 165 ARCL X
 166 AVIEW
 167 PRBUF
 168 RCL 12
 169 "Q="
 170 ARCL X
 171 AVIEW
 172 PRBUF
 173 30
 174 STO 15
 175 RCL 19
 176 1
 177 +
 178 STO 18

$$p = p + R/b$$

$$q = q + S/b$$

Rutina para
 calcular:

$$b_k = C_k - pb_k - qb_k$$

Resultado:
 coeficientes
 p y q
 del factor
 cuadrático

179 LBL 07
 180 RCL 18
 181 1
 182 -
 183 INT
 184 FIX 0
 185 CF 29
 186 "a"
 187 ARCL X
 188 "t="
 189 9F 29
 190 FIX 4
 191 RCL IND 15
 192 ARCL X
 193 AVIEW
 194 1
 195 ST+ 15
 196 100 18
 197 GTO 07
 198 "FIN"
 199 AVIEW
 200 .END.

Coefficientes
 del polinomio
 remanente

Algoritmo Iterativo de Gauss - Seidel

Sirve para resolver un sistema lineal $A \bar{X} = \bar{b}$ dada una aproximación inicial \bar{X}_0

Datos:

Número de ecuaciones y de incógnitas N. Elementos a_{ij} , $i = 1, N$, $j = 1, N$ de A. Elementos b_i , $i = 1, N$ de \bar{b} . Elementos XO_i , $i = 1, N$ de \bar{X}_0 . Tolerancia TOL. Número máximo de iteraciones IT.

Resultado:

Solución aproximada de X_1, X_2, \dots, X_N ó mensaje de que se excedió número máximo de iteraciones.

Paso 1.- $K = 1$

Paso 2.- Mientras $K \leq IT$ efectuar pasos 3 a 6

Paso 3.- Para $i = 1, N$

$$X_i = (- \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} X_j - \sum_{j=i+1}^N a_{ij} XO_j + b_i) / a_{ii}$$

Paso 4.- Si $|\bar{X} - \bar{XO}| < TOL$, el resultado es X_1, X_2, \dots, X_N
Alto.

Paso 5.- $K = K + 1$

Paso 6.- Para $i = 1, N$ $XO_i = X_i$

Paso 7.- Resultado: Se excedió el número máximo de iteraciones.
Alto.


```

61*LBL "G-SEI"
62 27      Borra la
63 ROCHR   pantalla
64 69
65 ROCHR
66 128     Ajusta el tamaño
67 PSIZE   de la memoria
68 CLRG
69 188     DATOS:
70 STO 01
71 *TOL?   Tolerancia
72 RVIEW    TOL
73 STOP
74 PRX
75 STO IND 01
76 *N=?    Número de
77 XEQ R    ecuaciones y
78 PRBUF    de incógnitas
79 STO 03   N
80 STO 06
81 STO 07
82 11
83 STO 08
84 STO 09
85*LBL 09
86 FIX 0
87 CF 29
88 RCL 06
89 *a*
90 RCL X
91 *h=?*
92 FIX 4
93 SF 29
94 RVIEW
95 STOP
96 PRX
97 STO IND 08
98 1
99 ST+ 03
100 ISG 06
101 GTO 09
102 18
103 ST+ 09
104 RCL 09
105 STO 03
106 RCL 05
107 STO 05
108 ISG 07
109 GTO 05
110 RCL 05
111 STO 06
112 PRBUF

```

```

53*LBL 10
54 RCL 06
55 INT      Elementos
56 FIX 0    del vector
57 CF 29    b
58 *b*
59 RCL X
60 *h=?*
61 FIX 4
62 SF 29
63 RVIEW
64 18
65 *
66 STO 07
67 STOP
68 PRX
69 STO IND 07
70 ISG 06
71 GTO 10
72 PRBUF
73 *ITERACIONES? Número máximo
74 XEQ R    de iteraciones
75 PRBUF
76 STO 08
77 CF 01
78 101
79 STO 03
80 RCL 05
81 STO 05
82*LBL 11
83 FIX 0
84 CF 29
85 RCL 05
86 INT
87 *X1*
88 RCL X
89 *h=?*
90 FIX 4
91 SF 29
92 RVIEW
93 STOP
94 PRX
95 STO IND 03
96 1
97 ST+ 03
98 ISG 06
99 GTO 11
100 PRBUF

```

Elementos de la matriz A

a_{ij}

$i=1,N$
 $j=1,N$

Elementos del vector b

b

$i=1,N$

Número máximo de iteraciones

Vector inicial X_0

XO_i
 $i=1,N$

101 LBL 06
 102 RCL 05
 103 STO 06
 104 STO 04
 105 10
 106 STO 01
 107 LBL 03
 108 RCL 01
 109 1
 110 +
 111 STO 03
 112 101
 113 STO 02
 114 0
 115 STO 07
 116 LBL 01
 117 RCL 03
 118 RCL 01
 119 -
 120 10
 121 *
 122 RCL 01
 123 X=Y?
 124 GTO 05
 125 RCL IND 02
 126 RCL IND 03
 127 *
 128 ST+ 07
 129 LBL 10
 130 1
 131 ST+ 02
 132 ST+ 03
 133 100 04
 134 GTO 01
 135 LBL 02
 136 RCL IND 01
 137 RCL 07
 138 -
 139 RCL IND 09
 140 /
 141 STO IND 08
 142 RCL 05
 143 STO 04
 144 10
 145 ST+ 01
 146 100 06
 147 GTO 03
 148 100
 149 STO 01
 150 101
 151 STO 02
 152 111
 153 STO 03
 154 110
 155 STO 04
 156 0
 157 STO IND 04
 158 RCL 05
 159 STO 06

Se establecen
 subíndices y
 contadores

Para $i=1, N$

$$\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} X_j + \sum_{j=i+1}^N a_{ij} X_j \rightarrow R_{07}$$

$$X = (b - R_{07}) / a_{ii}$$

Se establecen
 subíndices y
 contadores

160 LBL 12
 161 RCL IND 02
 162 RCL IND 03
 163 -
 164 ABS
 165 RCL IND 04
 166 X>Y?
 167 GTO 14
 168 R0N
 169 STO IND 04
 170 LBL 14
 171 1
 172 ST+ 02
 173 ST+ 03
 174 100 06
 175 GTO 12
 176 RCL IND 04
 177 RCL IND 01
 178 X=Y?
 179 GTO 13
 180 PRN0F
 181 "RESULTADO:"
 182 RVIEW
 183 PRN0F
 184 SF 01
 185 LBL 13
 186 RCL 05
 187 STO 07
 188 1
 189 STO 06
 190 RCL 08
 191 INT
 192 FIX 0
 193 "ITERACION"
 194 RCL X
 195 RVIEW
 196 FIX 4
 197 LBL 04
 198 RCL 07
 199 INT
 200 100
 201 +
 202 STO 08
 203 FIX 0
 204 CF 29
 205 RCL 06
 206 *X
 207 RCL X
 208 *-
 209 RCL IND 08
 210 FIX 4
 211 SF 29
 212 RCL X
 213 *-10K
 214 1
 215 ST+ 02
 216 100 07
 217 GTO 04
 218 GTO 01

X-X0

Si $|X-X_0| < TOL$
 se tiene el
 resultado

Presentación
 de los valores
 de X en cada
 iteración

X_i
 $i=1, N$

219•LEL 05	
220 RCL 03	
221 STO 09	Operaciones
222 RCL 02	en caso de
223 STO 08	que $i=j$
224 GTO 16	
225•LEL 08	-----
226 FSO 01	
227 GTO 17	
228 101.111009	$XO_i = X_i$
229 REMOVE	
230 ADV	
231 ISG 02	$i=1,N$
232 GTO 06	
233 GTO 15	
234•LEL A	-----
235 RVIEW	Rutina para
236 STOP	calcular el
237 PRX	contador de
238 1000	ecuaciones y
239 /	de incógnitas
240 1	
241 +	
242 RTN	
243•LEL C	-----
244 RCL X	
245 RVIEW	
246 STOP	
247 FIN 4	
248 FRN	
249 RTN	
250•LEL 15	-----
251 *MÁXIMO DE*	Resultado:
252 RCL	máximo de
253 * ITERACIONES*	iteraciones
254 RCL	excedido
255 * EXCEDIDO*	
256 RCL	
257 RIV	
258•LEL 17	-----
259 CF 01	Fin del
260 *FIN*	algoritmo
261 RVIEW	
262 .END.	

Algoritmo SOR

Sirve para resolver un sistema $\bar{A}\bar{X} = \bar{b}$, dado el parámetro w y la aproximación inicial \bar{X} (o)

Datos:

Número de ecuaciones y de incógnitas N , elementos a_{ij} $i = 1, N, j = 1, N$ de la matriz A ; elementos b_i , $i = 1, N$ de \bar{b} ; elementos XO_i , $i = 1, N$ de \bar{X} (o) parámetro w ; Tolerancia TOL ; número máximo de iteraciones IT .

Resultado:

Solución aproximado X_1, X_2, \dots, X_N ó mensaje de que se excedió el número máximo de iteraciones.

Paso 1.- $K = 1$

Paso 2.- Mientras $K \leq N$, efectuar pasos 3 a 6

Paso 3.- Para $i = 1, N$

$$X_i = (1-w) XO_i + w \left(- \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} X_j - \sum_{j=i}^N a_{ij} XO_j + b_i \right) / a_{ii}$$

Paso 4.- Si $|X - XO| < TOL$, entonces el resultado es X_1, X_2, \dots, X_N ALTO.

Paso 5.- $K = K + 1$

Paso 6.- Para $i = 1, N$
 $XO_i = X_i$

Paso 7.- Resultado: Se excedió el número máximo de iteraciones. Alto.

```

01•LBL "SOR"
02 27
03 ACCHR
04 05
05 ACCHR
06 121
07 PSIZE
08 CLRG
09 122
10 STO 01
11 "TOL?"
12 RVIEW
13 STOP
14 PRX
15 STO IND 01
16 "N="
17 XEQ A
18 PREUF
19 STO 05
20 STO 06
21 STO 07
22 11
23 STO 08
24 STO 09
25•LBL 09
26 FIX 0
27 CF 29
28 RCL 08
29 "a"
30 ARCL X
31 "i="
32 FIX 4
33 SF 29
34 RVIEW
35 STOP
36 PRX
37 STO IND 03
38 1
39 ST+ 03
40 ISG 06
41 GTO 09
42 10
43 ST+ 09
44 RCL 09
45 STO 08
46 RCL 05
47 STO 06
48 123 07
49 GTO 09
50 RCL 05
51 STO 01
52 PREUF

```

Borra la
pantalla

Ajusta el tamaño
de la memoria

DATOS:
Tolerancia
TOL

Número de
ecuaciones
y de
incógnitas
N

Elementos
de la
matriz
A

a_{ij}
 $i=1,N$
 $j=1,N$

```

53•LBL 10
54 RCL 06
55 INT
56 FIX 0
57 CF 29
58 "b"
59 ARCL X
60 "i="
61 RVIEW
62 FIX 4
63 SF 29
64 10
65 *
66 STO 07
67 STOP
68 PRX
69 STO IND 07
70 ISG 06
71 GTO 10
72 PREUF
73 "ITERACIONES:"
74 XEQ A
75 PREUF
76 STO 08
77 CF 01
78 101
79 STO 03
80 RCL 05
81 STO 06
82•LBL 11
83 RCL 06
84 INT
85 FIX 0
86 CF 29
87 "xi"
88 ARCL X
89 "i="
90 RVIEW
91 FIX 4
92 SF 29
93 STOP
94 PRX
95 STO IND 02
96 1
97 ST+ 03
98 ISG 06
99 GTO 11
100 PREUF
101 124
102 STO 01
103 "w="
104 RVIEW
105 STOP
106 PRX
107 PREUF
108 STO IND 01

```

Elementos
del
vector
b

b_i
 $i=1,N$

Número máximo
de iteraciones

Vector inicial
 X_0

X_{0i}
 $i=1,N$

Parámetro
w

109+LBL 06
 110 RCL 05
 111 STO 06
 112 STO 04
 113 I0
 114 STO 01
 115+LBL 03
 116 RCL 01
 117 I
 118 +
 119 STO 03
 120 I01
 121 STO 02
 122 0
 123 STO 07
 124+LBL 01
 125 RCL 03
 126 RCL 01
 127 -
 128 I0
 129 +
 130 RCL 01
 131 X=Y?
 132 GTO 05
 133 RCL IND 02
 134 RCL IND 03
 135 +
 136 ST+ 07
 137+LBL 16
 138 I
 139 ST+ 02
 140 ST+ 03
 141 ISG 04
 142 GTO 01
 143+LBL 02
 144 I20
 145 STO 02
 146 RCL IND 01
 147 RCL 07
 148 -
 149 RCL IND 02
 150 +
 151 RCL IND 09
 152 /
 153 I
 154 RCL IND 02
 155 -
 156 RCL IND 03
 157 +
 158 +
 159 STO IND 08
 160 RCL 05
 161 STO 04
 162 I0
 163 ST+ 01
 164 ISG 06
 165 GTO 03

Se establecen
 subíndices y
 contadores

Para i=1,N

$$\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} X_j + \sum_{j=i+1}^N a_{ij} X_j + X_0 \rightarrow R_{0i}$$

$$X = (b - R_{0i})w/a_{ii}$$

$$(1-w)X_0$$

$$X = (1-w)X_0 + R$$

166 I08
 167 STO 01
 168 I01
 169 STO 02
 170 I11
 171 STO 05
 172 I10
 173 STO 04
 174 0
 175 STO IND 04
 176 RCL 05
 177 STO 06
 178+LBL 12
 179 RCL IND 02
 180 RCL IND 03
 181 -
 182 ABS
 183 RCL IND 04
 184 X>Y?
 185 GTO 14
 186 R0N
 187 STO IND 04
 188+LBL 14
 189 I
 190 ST+ 02
 191 ST+ 03
 192 ISG 06
 193 GTO 12
 194 RCL IND 04
 195 RCL IND 01
 196 I13
 197
 198
 199 RVIEW
 200 SF 01
 201+LBL 13
 202 RCL 05
 203 STO 07
 204 I
 205 STO 06
 206 RCL 08
 207 INT
 208 FIX 0
 209 ITERACION
 210 RCL X
 211 RVIEW
 212 FIX 4
 213+LBL 04
 214 RCL 07
 215 INT
 216 I08
 217 +
 218 STO 08
 219 FIX 0
 220 CF 29
 221 RCL 06
 222 X
 223 RCL X
 224 "+"
 225 FIX 4
 226 SF 29
 227 RCL IND 08
 228 RCL X
 229 RVIEW

Contadores

X-X0

Si |X-X0| < TOL
 se tiene el
 resultado

Presentación
 de los valores
 de X en cada
 iteración

X

i=1,N

230 1	
231 ST+ 06	
232 ISG 07	Contadores
233 GTO 04	
234 GTO 08	
235+LBL 05	
236 RCL 03	
237 STO 09	Contadores
238 RCL 02	
239 STO 08	
240 GTO 16	
241+LBL 08	
242 FS? 01	
243 GTO 17	
244 101.111009	
245 REGMOVE	$XO_i = X_i$
246 ADV	$i=1, N$
247 ISG 00	
248 GTO 06	
249 GTO 15	
250+LBL A	
251 AYIEM	Rutina para
252 STOP	calcular el
253 PRX	número de
254 1000	ecuaciones y de
255 /	incógnitas
256 1	
257 +	
258 RTN	
259+LBL C	
260 ARCL X	Rutina para
261 AYIEM	la impresión
262 STOP	de resultados
263 FIX 4	intermedios
264 PRX	
265 RTN	
266+LBL 15	
267 *MAXIMO DE*	Resultado:
268 ACA	máximo de
269 * ITERACIONES*	iteraciones
270 ACA	excedido
271 * EXCEDIDO*	
272 ACA	
273 ADV	
274+LBL 17	
275 CF 01	
276 *FIN*	Fin del programa
277 AYIEM	
278 .END.	

Algoritmo para interpolación de Lagrange

Sirve para evaluar el polinomio de interpolación de Lagrange P, con N + 1 números distintos X_0, X_1, \dots, X_N en el punto X para la función f(X).

Datos:

Número de valores distintos N; valores $X_i, i = 0, N$; Valores $f(X_i), i = 0, N$; punto X.

Resultado:

Valor de interpolación P(X)

Paso 1.- Para $K = 0, N$

$$L_k = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^N (X - X_i) / (X_k - X_i)$$

Paso 2.- $P(X) = f(X_0) L_0 + f(X_1) L_1 + \dots + f(X_N) L_N$

Paso 3.- Resultado: P(X)

01+LBL "LAGRA"
 02 00 Tamaño de la memoria
 03 PSIZE
 04 27 Bora la
 05 ACCHR pantalla
 06 69
 07 ACCHR
 08 0
 09 STO 14 Número de
 10 "N=?" datos
 11 XEQ C N
 12 1000
 13 /
 14 STO 18
 15 XEQ A
 16+LBL 01 Lectura de
 17 XEQ D los valores
 18 STOP X_i
 19 PRX $i=0,N$
 20 XEQ a
 21 ISG 15
 22 GTD 01
 23 40
 24 STO 12 Contadores
 25 0
 26 STG 14
 27 RCL 18
 28 STO 15
 29+LBL 02 Lectura de
 30 XEQ E los valores
 31 STOP $F(X_i)$
 32 PRX $i=0,N$
 33 XEQ a
 34 ISG 15
 35 GTD 02
 36 XEQ A
 37+LBL 06 Para $i=0,N$
 38 RCL 18
 39 STO 15
 40 XEQ B
 41+LBL 04
 42 RCL 12
 43 RCL 13
 44 X=Y?
 45 GTD 05
 46 RCL IND 12 $\prod_{i \neq k} (X_k - X_i)$
 47 RCL IND 13
 48 -
 49 ST+ 14
 50+LBL 05
 51 1
 52 ST+ 13
 53 ISG 15
 54 GTD 04
 55 RCL 14
 56 STO IND 16
 57 1
 58 ST+ 12
 59 ST+ 16
 60 ISG 17
 61 GTD 06

62+LBL 10
 63 ADV
 64 "X=?"
 65 XEQ C Lectura del
 66 STO 07 valor X para
 67 XEQ A interpolación
 68 50
 69 STO 19
 70+LBL 09 Para $i=0,N$
 71 RCL 18
 72 STO 15
 73 XEQ B
 74+LBL 07
 75 RCL 12
 76 RCL 13
 77 X=Y?
 78 GTD 08
 79 RCL 07
 80 RCL IND 13 $\prod_{i \neq k} (X - X_i)$
 81 -
 82 ST+ 14
 83+LBL 08
 84 1
 85 ST+ 13
 86 ISG 15
 87 GTD 07
 88 RCL 14
 89 RCL IND 16 $L = \prod (X - X_i) / (X_k - X_i)$
 90 /
 91 STO IND 19
 92 1
 93 ST+ 12
 94 ST+ 16
 95 ST+ 19
 96 ISG 17
 97 GTD 09
 98 RCL 18
 99 STO 15
 100 50 Contadores
 101 STO 19
 102 40
 103 STO 12
 104 0
 105 STO 14
 106+LBL 11
 107 RCL IND 12
 108 RCL IND 19 $f(X) = f(X_0)L_0 +$
 109 * $f(X_1)L_1 + \dots + f(X_N)L_N$
 110 ST+ 14
 111 1
 112 ST+ 12
 113 ST+ 19
 114 ISG 15
 115 GTD 11
 116 RCL 14
 117 "F(X)=" Resultado:
 118 ARCL X $f(X)$
 119 RVIEW
 120 GTD 10

121+LBL A	
122 RCL 18	Rutina para
123 STO 15	guardar los
124 STO 17	valores X_i y
125 38	$F(X_i)$
126 STO 16	
127 Z8	
128 STO 12	
129 RTN	
130+LBL B	
131 Z8	
132 STO 13	Rutina para
133 1	guardar los
134 STO 14	productos
135 RTN	$(X_k - X_i)$
136+LBL C	
137 RYIEW	Rutina de
138 STOP	impresión
139 PRX	
140 RTN	
141+LBL E	
142 FIX 0	Rutina para
143 CF 29	la impresión
144 "F(X)"	de $F(X_i) = ?$
145 RCL 14	
146 ARCL X	
147 "I" = ?	
148 FIX 4	
149 SF 29	
150 RYIEW	
151 RTN	
152+LBL D	
153 FIX 0	Rutina para
154 CF 29	la impresión
155 "X"	de $X = ?$
156 RCL 14	
157 ARCL X	
158 "I" = ?	
159 FIX 4	
160 SF 29	
161 RYIEW	
162 RTN	
163+LBL a	
164 STO IND 12	Rutina para
165 1	el almacenamiento
166 ST+ 12	de datos
167 ST+ 14	
168 RTN	
169 .END.	

Algoritmo de Simpson

39

Sirve para aproximar la integral $I = \int_a^b f(x) dx$

Datos:

Puntos extremos a y b ; entero N

Resultado:

Aproximación XI a I

Paso 1.- $h = (b - a) / N$

Paso 2.- $XI0 = f(a) + f(b)$

$XI1 = 0$

$XI2 = 0$

Paso 3.- Para $i = 1, N-1$ efectuar pasos 4 y 5

Paso 4.- $X = a + ih$

Paso 5.- Si i es par $XI2 = XI2 + f(x)$

Si i es impar $XI1 = XI1 + f(x)$

Paso 6.- $XI = (XI0 + 2. XI2 + 4. XI1) h / 3$

Paso 7.- Resultado: XI . Alto.

```

01+LBL "SIMSON"
02 27          Borra la
03 ACCHR      pantalla
04 69
05 ACCHR
06 FIX 4      DATOS:
07 "a=?"     Punto extremo
08 AVIEW      a
09 STOP
10 PRX
11 STO 01
12 "b=?"     Punto extremo
13 AVIEW      b
14 STOP
15 PRX
16 STO 02
17 RDN
18 "FUNCION?" Nombre de
19 AVIEW      la rutina
20 STOP      que calcula
21 PRA       a f(X)
22 ASTO 03
23 ROFF
24+LBL 04
25 0
26 STO 09     Número de
27 STO 10     intervalos
28 "N=?"     N
29 AVIEW
30 STOP
31 PRX
32 STO 11
33 X=0?
34 GTO 05
35 1000
36 /
37 1.00002
38 +
39 STO 04
40 1
41 +
42 STO 05
43 RCL 01
44 STO 07     f(a)
45 XEQ IND 03
46 STO 08
47 RCL 02
48 STO 07     f(b)
49 XEQ IND 03
50 ST+ 08
51 RCL 02
52 RCL 01
53 -
54 RCL 11     h=(b-a)/N
55 /
56 STO 06
57 RCL 01
58 STO 08

```

```

59+LBL 01
60 RCL 06
61 ST+ 00
62 RCL 06
63 STO 07
64 XEQ IND 03  Σ f(Xi)
65 ST+ 09     i=par
66 ISG 04
67 GTO 02
68 GTO 03
69+LBL 02
70 RCL 06
71 ST+ 00
72 RCL 00     Σ f(Xi)
73 STO 07     i=impar
74 XEQ IND 03
75 ST+ 10
76 ISG 05
77 GTO 01
78+LBL 03
79 RCL 06
80 RCL 10
81 2
82 *
83 +
84 RCL 09     f(X) dx=(f(a)+f(b)
85 4
86 *
87 +
88 RCL 06     +4 Σ f(Xi)+2 Σ f(Xi))h/3
89 *
90 3
91 /
92 FIX 6
93 "INTEGRAL=" Resultado
94 ARCL X
95 AVIEW
96 "QUIERE PROBAR"
97 AVIEW
98 "CON MAS"
99 AVIEW
100 "INTERVALOS?" Si se desea
101 AVIEW      evaluar la
102 STOP      integral con
103 1          mayor exactitud
104 X=Y?      se da un 1, en
105 GTO 04    caso contrario
106+LBL 05    se da un 0.
107 "FIN"
108 AVIEW
109 .END.     Fin

```

Algoritmo de Simpson a funciones tabulares

Sirve para aproximar la integral $I = \int_a^b f(x)dx$ de una función tabular

$f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_N)$, donde los valores x_i están igualmente espaciados.

Datos:

Número de puntos N ; distancia h entre las x_i ; valores de la función tabular

$f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_N)$.

Resultado:

Aproximación XI de I

Paso 1.- $XI0 = f(x_0) + f(x_N)$

$XI1 = 0$

$XI2 = 0$

Paso 2.- Para $i = 1, N-1$

Si i es impar $XI1 = XI1 + f(x_i)$

Si i es par $XI2 = XI2 + f(x_i)$

Paso 3.- $XI = (XI0 + 4. XI1 + 2. XI2) h / 3$

Paso 4.- Resultado: XI . Alto

```

01 *LBL TSIMP
02 FIX 4
03 27
04 ACCHR
05 69
06 ACCHR
07 0
08 STO 01
09 1
10 STO 04
11 "N=?"
12 RVIEW
13 STOP
14 PRX
15 STO 03
16 2
17 -
18 1000
19 /
20 STO 02
21 "H=?"
22 RVIEW
23 STOP
24 PRX
25 STO 00
26 "F(X0)=?"
27 RVIEW
28 STOP
29 PRX
30 ST+ 01
31 RCL 03
32 FIX 0
33 CF 29
34 "F(X"
35 ARCL X
36 "H)=?"
37 FIX 4
38 SF 29
39 RVIEW
40 STOP
41 PRX
42 ST+ 01
43 CLA
    
```

Borra la pantalla.

DATOS:
número de puntos
N

Distancia entre las X
h

$f(X_0)=?$

$f(X_N)=?$

$f(X_0)+f(X_N)$ R

```

44 *LBL 01
45 XEQ A
46 RVIEW
47 STOP
48 PRX
49 4
50 *
51 ST+ 01
52 1
53 ST+ 04
54 ISG 02
55 GTO 03
56 GTO 02
57 *LBL 03
58 XEQ A
59 RVIEW
60 STOP
61 PRX
62 2
63 *
64 ST+ 01
65 1
66 ST+ 04
67 ISG 02
68 GTO 01
69 *LBL 02
70 RCL 01
71 RCL 00
72 *
73 3
74 /
75 *LBL 04
76 "INTE"
77 "L="
78 ARCL X
79 RVIEW
80 GTO 03
81 *LBL A
82 FIX 0
83 CF 29
84 "F(X"
85 RCL 04
86 ARCL X
87 "H)=?"
88 FIX 4
89 SF 29
90 RTH
91 *LBL 03
92 "FIN"
93 RVIEW
94 .END.
    
```

Para i=impar

$f(X_i)=?$

$\Sigma 4f(X_i) \rightarrow R_{04}$

Para i=par

$f(X_i)=?$

$\Sigma 2f(X_i) \rightarrow R_{04}$

$f(X) dx = (R_{04})h/3$

Resultado

Rutina para la impresión de $f(X_i)=?$

Fin

Algoritmo de Simpson -3/8-

Sirve para aproximar la integral $I = \int_a^b f(x)dx$ de una función tabular -

$f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_N)$, donde los valores de x_i están igualmente espaciados.

Datos:

Número de puntos N; distancia entre las x_i , h; valores de la función tabular -

$f(x_0), f(x_1) \dots, f(x_N)$.

Resultado:

Aproximación XI de I.

Paso 1.- $XI0 = f(x_0) + f(x_N)$

$XI1 = 0$

$XI3 = 0$

Paso 2.- Para $i = 1, N-1$

Si i es múltiplo de 3 $XI3 = XI3 + f(x_i)$

Para otra i $XI1 = XI1 + f(x_i)$

Paso 3.- $XI = (XI0 + 2. XI3 + 3. XI1) h.3 / 8$

Paso 4.- Resultado: XI. Alto.

```

01+LBL "S3/8"
02 27
03 ACCHR      Borra la
04 69         pantalla
05 ACCHR
06 0
07 STO 01     DATOS:
08 1          número de
09 STO 04     puntos
10 "N=?"     N
11 RVIEW
12 STOP
13 STO 03
14 PRX
15 3000
16 /         Distancia
17 1         entre las X
18 +         h
19 STO 02
20 "H=?"
21 RVIEW
22 STOP
23 PRX
24 STO 00
25 "F(X0)=?"
26 RVIEW     f(X0)=?
27 STOP
28 PRX
29 ST+ 01
30 FIX 0
31 CF 29
32 RCL 03
33 "F(XN)=?"
34 ARCL X    f(XN)=?
35 "I)=?"
36 FIX 4
37 SF 29
38 RVIEW
39 STOP
40 PRX
41 ST+ 01
42+LBL 01
43 XEQ B     Evalúa sumatorias
44 XEQ B
45 ISG 02
46 GTO 03
47 GTO 04

```

```

48+LBL 03
49 XEQ A
50 STOP
51 PRX
52 2
53 *
54 ST+ 01
55 1
56 ST+ 04
57 GTO 01
58 LBL 04
59 RCL 01
60 RCL 00     f(X) dX=(R01)h3/8
61 *
62 3
63 *
64 8
65 /
66 PRBUF
67 "INTEGRAL="
68 ARCL X     Resultado
69 RVIEW
70 GTO 02
71+LBL A
72 FIX 0
73 CF 29
74 RCL 04
75 "F(X)"
76 ARCL X
77 "I)=?"
78 FIX 4
79 SF 29
80 RVIEW
81 RTH
82+LBL B
83 SF 01
84 XEQ A
85 STOP
86 CF 01
87 PRX
88 3
89 *
90 ST+ 01
91 1
92 ST+ 04
93 RTH
94+LBL 02
95 "FIN"
96 RVIEW     Fin
97 END

```

$\Sigma 2f(X_i) \rightarrow R_{01}$
 $i = \text{múltiplo de } 3$

$f(X) dX = (R_{01})h3/8$

Resultado

Rutina para
la impresión de
 $f(X_i) = ?$

Rutina para
calcular

$\Sigma 3f(X_i) \rightarrow R_{01}$
 $i = 1, 2, 4, 5, \dots$

Algoritmo de Runge - Kutta

Sirve para aproximar la solución de un problema de valor inicial:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad X_0 \leq x \leq b, \quad Y(X_0) = Y_0$$

en $N + 1$ puntos igualmente espaciados en el intervalo $[X_0, b]$.

Datos:

Puntos extremos X_0, b ; entero N ; condición inicial Y_0 .

Resultado:

Aproximación W de y en los $N + 1$ valores de X .

Paso 1.- $h = (b - X_0) / N$

$$X = X_0$$

$$W = Y_0$$

Paso 2.- Para $i = 1, N$ efectuar pasos 3 a 5

Paso 3.- $K_1 = h \cdot f(x, w)$

$$K_2 = h \cdot f(x + h/2, w + K_1/2)$$

$$K_3 = h \cdot f(x + h/2, w + K_2/2)$$

$$K_4 = h \cdot f(x + h, w + K_3)$$

Paso 4.- $W = W + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) / 6$

$$X = X_0 + i h$$

Paso 5.- Resultado: X, W

Paso 6.- Alto.

01 LBL "R-K"
 02 27
 03 ACCHR Borra la
 04 69 pantalla
 05 ACCHR
 06 "Y0=?"
 07 RVIEW DATOS:
 08 STOP valor inicial
 09 PRX X_0
 10 STO 00
 11 STO 11
 12 "Y0=?"
 13 RVIEW Condición inicial
 14 STOP Y_0
 15 PRX
 16 STO 01
 17 STO 12
 18 "b=?"
 19 RVIEW Punto extremo
 20 STOP b
 21 PRX
 22 RCL 00
 23 -
 24 "N=?"
 25 RVIEW Número de
 26 STOP intervalos N
 27 PRX
 28 STO 02
 29 STO 05
 30 RCL 02
 31 RCL 00
 32 RCL 00
 33 /
 34 1 Contador
 35 +
 36 STO 02
 37 RDN
 38 "FUNCION?" Nombre de
 39 RVIEW la rutina
 40 STOP que calcula
 41 PRA a f(X,Y)
 42 ASTO 06
 43 ROFF
 44 PRBUF

45 RESULTADO
 46 RVIEW Impresión de
 47 PRBUF encabezados
 48 " X
 49 ACA
 50 " "
 51 ACA
 52 " Y "
 53 ACA
 54 PRBUF
 55 FIX 4 Para $i=1,2,\dots,N$
 56 LBL 03 se calculan los
 57 7 factores K_1, K_2, K_3 y K_4
 58 STO 13
 59 XEQ "FR-K"
 60 RCL 07
 61 RCL 08
 62 2
 63 *
 64 +
 65 RCL 09
 66 2 $W=W+(K_1+2K_2+2K_3+K_4)/6$
 67 *
 68 +
 69 RCL 10
 70 +
 71 6
 72 /
 73 RCL 01
 74 +
 75 STO 01
 76 RCL 05
 77 ST+ 00 $X=X_0+ih$
 78 RCL 00
 79 ACX Impresión de
 80 " " resultados
 81 ACA
 82 RCL 01
 83 ACX
 84 PRBUF
 85 ISG 02
 86 GTO 03
 87 "FIN"
 88 RVIEW Fin
 89 ERD

```
01+LBL "FR-K"  
02 XEQ IND 06  
03 RCL 05  
04 *  $K_1 = hf(X, W)$   
05 STO IND 13  
06+LBL 01  
07 RCL IND 13 Para i=2,3  
08 2  
09 /  
10 RCL 01  
11 +  
12 STO 12  
13 RCL 05  
14 2  
15 /  $K_2 = hf(X+h/2, W+K_{i-1}/2)$   
16 RCL 00  
17 +  
18 STO 11  
19 1  
20 ST+ 13  
21 XEQ IND 06  
22 RCL 05  
23 *  
24 STO IND 13  
25 0  
26 RCL 13  
27 X<=Y?  
28 GTO 01  
29 RCL 00  
30 RCL 05  
31 +  
32 STO 11  
33 RCL 09  
34 RCL 01  
35 +  $K_3 = hf(X+h, W+K_2)$   
36 STO 12  
37 XEQ IND 06  
38 RCL 05  
39 *  
40 STO 10  
41 RTN  
42 END
```