



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DIVISIÓN DE INGENIERÍA CIVIL Y GEOMÁTICA**

---

---

**DISEÑO DINÁMICO DE UNA CIMENTACIÓN PARA UN  
COMPRESOR RECIPROCANTE EN LA REFINERÍA  
“CEPSA-LA RABIDA” EN HUELVA, ESPAÑA**

TESIS  
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**INGENIERÍA CIVIL**

PRESENTA:

**ISMAEL ALDAMA BARRERA**

DIRECTOR DE TESIS:

**Dr. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO**

MÉXICO, CIUDAD UNIVERSITARIA, MARZO DE 2014





FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA

*Aceptación de Trabajo Escrito*

MTRO. JOSÉ GONZALO GUERRERO ZEPEDA  
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA  
DE LA U.N.A.M.  
Presente.

En relación con el Examen Profesional de **ALDAMA BARRERA ISMAEL**, registrado con número de cuenta 087556188 en la carrera de **INGENIERÍA CIVIL**, del cual hemos sido designados sinodales, nos permitimos manifestarle la aceptación del trabajo escrito desarrollado por el citado alumno.

Atentamente,

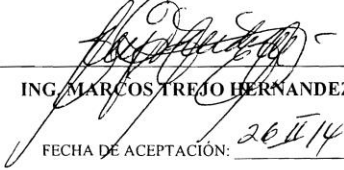
  
M.I. AGUSTIN DEMENEGHI COLINA

  
DR. RIGOBERTO RIVERA  
CONSTANTINO

FECHA DE ACEPTACIÓN: 26/02/2014

FECHA DE ACEPTACIÓN: 26/02/2014

  
M.I. FERNANDO MONROY MIRANDA

  
ING. MARCOS TREJO HERNANDEZ

FECHA DE ACEPTACIÓN: 26/02/2014

FECHA DE ACEPTACIÓN: 26/II/14

  
M.I. CARMELINO ZEA CONSTANTINO

FECHA DE ACEPTACIÓN: 26/02/2014

FECHA DE EMISIÓN : 18 de Febrero de 2014

FEX-2  
GAR

## TABLA DE CONTENIDO

| ÍNDICE                                                                   | PAG. |
|--------------------------------------------------------------------------|------|
| INTRODUCCIÓN.....                                                        | 6    |
| ANTECEDENTES.....                                                        | 8    |
| TIPOS DE MAQUINARIA.....                                                 | 10   |
| MÁQUINAS RECIPROCANTES.....                                              | 10   |
| MÁQUINAS CENTRÍFUGAS.....                                                | 11   |
| MÁQUINAS DE IMPACTO.....                                                 | 11   |
| MÁQUINAS SOPORTADAS POR ESTRUCTURAS.....                                 | 12   |
| MÁQUINAS ESPECIALES.....                                                 | 12   |
| CONCEPTOS BÁSICOS DE DINÁMICA APLICADOS A LAS CIMENTACIONES.....         | 12   |
| DEFINICIONES.....                                                        | 12   |
| MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE.....                                          | 15   |
| 1.- ACCIONES SOBRE UNA CIMENTACIÓN DE MAQUINARIA.....                    | 18   |
| 1.1 ACCIONES PERMANENTES.....                                            | 18   |
| 1.2 ACCIONES VARIABLES.....                                              | 18   |
| 1.3 ACCIONES TÉRMICAS.....                                               | 18   |
| 1.4 CARGA DE PAR TORQUE NORMAL.....                                      | 18   |
| 1.5. CARGAS DINÁMICAS.....                                               | 19   |
| 1.5.1 FUERZA DINÁMICA EN MÁQUINAS CENTRÍFUGAS.....                       | 19   |
| 1.5.2 FUERZA DINÁMICA EN MÁQUINAS RECIPROCANTES.....                     | 22   |
| 2.- CRITERIOS DE DISEÑO.....                                             | 30   |
| 2.1 ESTADO LÍMITE DE FALLA DEL SUELO.....                                | 31   |
| 2.2 ESTADO LÍMITE DE FALLA DE LA CIMENTACIÓN.....                        | 32   |
| 2.3 ESTADO LÍMITE DE SERVICIO POR VIBRACIÓN DE MAQUINARIA.....           | 32   |
| 2.4 ESTADO LÍMITE POR RESONANCIA.....                                    | 33   |
| 2.5 ESTADO LÍMITE POR TRANSMISIÓN DE VIBRACIONES.....                    | 35   |
| 2.6 REVISIÓN DEL PROBLEMA.....                                           | 35   |
| 2.7 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO.....                                          | 36   |
| 3.- PARÁMETROS DEL SUELO.....                                            | 38   |
| 3.1. VELOCIDAD DE APLICACIÓN DE LA CARGA.....                            | 39   |
| 3.2 CARGAS REPETIDAS.....                                                | 40   |
| 3.3. TÉCNICAS DE LABORATORIO PARA OBTENER LAS PROPIEDADES DINÁMICAS..... | 42   |
| 3.3.1 ENSAYE DE PULSOS ULTRASÓNICOS.....                                 | 43   |
| 3.3.2 ENSAYE DE COLUMNA RESONANTE.....                                   | 44   |
| 3.3.3 ENSAYE DE PÉNDULO DE TORSIÓN.....                                  | 47   |

|                                                                                                                                                    |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.3.4 ENSAYE TRIAXIAL CÍCLICO .....                                                                                                                | 50  |
| 3.3.5 ENSAYE DE CORTE SIMPLE CÍCLICO .....                                                                                                         | 55  |
| 3.3.6 ENSAYE DE MESA VIBRATORIA .....                                                                                                              | 58  |
| 3.3.7 TÉCNICAS DE CAMPO .....                                                                                                                      | 59  |
| 3.3.7.1 ENSAYES UP-HOLE Y DOWN-HOLE .....                                                                                                          | 59  |
| 3.3.7.2 ENSAYE CROSS-HOLE .....                                                                                                                    | 61  |
| 3.5 CORRELACIONES CON EL MÓDULO DINÁMICO G .....                                                                                                   | 63  |
| 3.5.1 CÁLCULO DEL MÓDULO DINÁMICO G .....                                                                                                          | 66  |
| 3.6 COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINÁMICOS .....                                                                                                        | 74  |
| 3.6.1 COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINÁMICA VERTICAL .....                                                                                              | 75  |
| 3.6.2 COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINÁMICA HORIZONTAL .....                                                                                            | 79  |
| 3.6.2.1 RIGIDEZ DINÁMICA EN LA DIRECCIÓN CORTA " Y " .....                                                                                         | 79  |
| 3.6.2.2 RIGIDEZ DINÁMICA EN LA DIRECCIÓN LONGITUDINAL " X " .....                                                                                  | 81  |
| 3.6.3 COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINÁMICA POR CABECEO .....                                                                                           | 83  |
| 3.6.3.1 RIGIDEZ DINÁMICA POR CABECEO EN LA DIRECCIÓN DEL EJE CORTO " Y " .....                                                                     | 83  |
| 3.6.3.2. RIGIDEZ DINÁMICA POR CABECEO EN DIRECCIÓN DEL EJE LONGITUDINAL X.....                                                                     | 84  |
| 3.6.4 RIGIDEZ DINÁMICA POR TORSIÓN.....                                                                                                            | 86  |
| 4.- ANÁLISIS DINÁMICO DE CIMENTACIÓN DE MAQUINARIA .....                                                                                           | 88  |
| 4.1 RIGIDEZ DEL SUELO REPRESENTADO POR RESORTES EQUIVALENTES.....                                                                                  | 89  |
| 4.2 VIBRACIÓN VERTICAL EN EL BLOQUE DE CIMENTACIÓN .....                                                                                           | 92  |
| 4.3 VIBRACIÓN HORIZONTAL EN EL BLOQUE DE CIMENTACIÓN.....                                                                                          | 95  |
| 4.4 VIBRACIÓN POR CABECEO EN EL BLOQUE DE CIMENTACIÓN .....                                                                                        | 96  |
| 4.5 VIBRACIÓN POR TORSIÓN EN EL BLOQUE DE CIMENTACIÓN .....                                                                                        | 101 |
| 4.6 VIBRACIÓN SIMULTÁNEA VERTICAL, DESLIZAMIENTO HORIZONTAL Y CABECEO EN EL BLOQUE DE CIMENTACIÓN.....                                             | 103 |
| 4.6.1 FRECUENCIAS NATURALES DEL SISTEMA .....                                                                                                      | 105 |
| 4.6.2 AMPLITUDES DE MOVIMIENTO DEL SISTEMA.....                                                                                                    | 109 |
| 5.- EJERCICIO DE APLICACIÓN: ANÁLISIS DE LA CIMENTACIÓN DINAMICA DE UN COMPRESOR RECIPROCANTE PARA LA REFINERIA "LA RÁBIDA" EN HUELVA, ESPAÑA..... | 115 |
| 5.1 GEOMETRÍA DE LA CIMENTACIÓN .....                                                                                                              | 115 |
| 5.2 PARÁMETROS DEL SUELO .....                                                                                                                     | 116 |
| 5.2.1 ESTRATIGRAFÍA DEL SUELO .....                                                                                                                | 116 |
| 5.2.2 PARÁMETROS DINÁMICOS DEL SUELO .....                                                                                                         | 117 |
| 5.3 PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LA CIMENTACIÓN .....                                                                                                | 117 |
| 5.4 PARÁMETROS DE LA MÁQUINA .....                                                                                                                 | 118 |
| 5.5 CÁLCULO DE COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINÁMICOS .....                                                                                             | 118 |
| 5.5.1 RIGIDEZ DINÁMICA VERTICAL .....                                                                                                              | 119 |
| 5.5.2 RIGIDEZ DINÁMICA HORIZONTAL, LADO CORTO (DIRECCIÓN Y) .....                                                                                  | 119 |
| 5.5.3 RIGIDEZ DINÁMICA HORIZONTAL, LADO LARGO (DIRECCIÓN X) .....                                                                                  | 120 |

|                                                                                                                                                                            |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.5.4 RIGIDEZ DINÁMICA POR CABECEO, LADO CORTO (ALREDEDOR DEL EJE X) .....                                                                                                 | 120 |
| 5.5.5 RIGIDEZ DINÁMICA POR CABECEO, LADO LARGO (ALREDEDOR DEL EJE Y) .....                                                                                                 | 121 |
| 5.5.6 RIGIDEZ DINÁMICA POR TORSIÓN (ALREDEDOR DEL EJE Z) .....                                                                                                             | 121 |
| 5.6 DATOS PARA CÁLCULO (MODULOS DE CIMENTACIÓN) .....                                                                                                                      | 122 |
| 5.7 GEOMETRÍA PARA CÁLCULOS .....                                                                                                                                          | 123 |
| 5.8 DETERMINACIÓN DEL CENTRO DE GRAVEDAD DEL SISTEMA .....                                                                                                                 | 126 |
| 5.9 CALCULO DINÁMICO DE LA CIMENTACIÓN .....                                                                                                                               | 128 |
| 5.9.1 MOMENTO DE INERCIA DE MASA ALREDEDOR DEL EJE "Y" .....                                                                                                               | 129 |
| 5.9.2 CÁLCULO DE FRECUENCIAS NATURALES Y AMPLITUDES DE VIBRACIÓN .....                                                                                                     | 133 |
| 5.9.3 REVISIÓN VERTICAL (MODOS DESACOPADOS) .....                                                                                                                          | 134 |
| 5.9.4 REVISIÓN HORIZONTAL DIRECCIÓN "X" .....                                                                                                                              | 134 |
| 5.9.5 REVISIÓN POR CABECEO ALREDEDOR DEL EJE "Y" .....                                                                                                                     | 135 |
| 5.9.6 REVISIÓN POR TORSIÓN, ALREDEDOR DEL EJE Z .....                                                                                                                      | 136 |
| 5.9.7 VIBRACIÓN SIMULTÁNEA, DESLIZAMIENTO HORIZONTAL Y CABECEO ALREDEDOR DEL EJE Z .....                                                                                   | 137 |
| 5.9.8 COMBINACIÓN FINAL DE AMPLITUDES DE VIBRACIÓN .....                                                                                                                   | 139 |
| 5.9.9 TABLA DE RESULTADOS, REVISIÓN DEL EFECTO DE RESONANCIA Y COMPARATIVA DE VIBRACIONES CALCULADAS CONTRA VIBRACIONES PERMISIBLES .....                                  | 140 |
| 5.9.10 TABLA DE RESULTADOS UTILIZANDO LA HERRAMIENTA SAP 2000, REVISIÓN DE EFECTO DE RESONANCIA COMPARATIVA DE VIBRACIONES CALCULADAS CONTRA VIBRACIONES PERMISIBLES ..... | 141 |
| 6.- CONCLUSIONES .....                                                                                                                                                     | 142 |
| REFERENCIAS .....                                                                                                                                                          | 147 |
| ANEXOS                                                                                                                                                                     |     |
| ANEXO A. ESTUDIO DE MECÁNICA DE SUELOS .....                                                                                                                               | 148 |
| ANEXO B. PLANOS DEL FABRICANTE DEL EQUIPO.....                                                                                                                             | 157 |
| ANEXO C. CORRIDA PROGRAMA DE COMPUTADORA SAP2000 .....                                                                                                                     | 165 |
| ANEXO D. PLANOS FINALES DE DISEÑO .....                                                                                                                                    | 182 |
| ANEXO E. REPORTE FOTOGRÁFICO .....                                                                                                                                         | 185 |

**OBJETIVOS:** El objetivo principal de esta tesis, es diseñar una cimentación sujeta a cargas estáticas y dinámicas (de operación) paso a paso, tomando en cuenta los parámetros del suelo, la geometría del equipo y las cargas de operación proporcionadas por el fabricante (DRESER RAND). Las dimensiones de la cimentación para soportar el equipo resultan de un análisis dinámico utilizando el método del semiespacio; dicha cimentación se construyó para un compresor recíprocante en la refinería "CEPSA-LA RÁBIDA" en Huelva, España. Como complemento, se realiza un análisis por computadora utilizando un programa comercial comparando los resultados. El equipo actualmente se encuentra en operación y formando parte de

los procesos de producción de la refinería mencionada, la cimentación es estable y cumple con los parámetros de diseño que marca la normatividad vigente en materia de equipo dinámico.

## INTRODUCCIÓN

Dentro de la ingeniería civil aplicada a la industria, existe una parte importante que tiene que ver con la cimentación de maquinaria y equipos mecánicos. Tanto en el sector energético, minero, siderúrgico, petroquímico, etc., por lo general nos encontramos con la necesidad de cimentar este tipo de equipos, los cuales aparte de su peso estático, están sujetos a fuerzas dinámicas que pueden llegar a ser importantes. Compresores, motores, turbinas, bombas, martillos neumáticos, grúas viajeras, son algunos ejemplos de dichos equipos.

Los equipos estáticos por lo general pueden ser resueltos aplicando la ingeniería de cimentaciones convencional, cumpliendo con los estados límite de falla y de servicio, para lo cual se necesita conocer las propiedades mecánicas del suelo de apoyo.

Sin embargo, los equipos dinámicos, los cuales, aunado a su peso propio, generan fuerzas dinámicas producto de su operación, las cuales a su vez inducen esfuerzos y deformaciones ( vibraciones ) que pueden llegar a afectar el correcto funcionamiento de la máquina si no se hace un diseño adecuado de su cimentación.

El presente trabajo tiene como fin, proponer un procedimiento de cálculo para resolver cimentaciones sujetas a cargas dinámicas cíclicas, basado en el método conocido como “semiespacio”, ya que de manera general toma en cuenta la rigidez del suelo sobre el que se desplanta la cimentación, la cual junto con las propiedades inerciales del bloque de concreto y los datos de la máquina (velocidad de operación, fuerzas dinámicas, peso propio ) permiten resolver las ecuaciones de comportamiento del sistema: suelo-cimentación-máquina.

El objetivo principal del diseño dinámico de una cimentación es cumplir con los estados límite de servicio y de falla, dicho de otra manera, que las deformaciones y vibraciones del conjunto máquina-cimentación-suelo (en operación) cumpla con lo que marca la norma vigente y además que tenga la suficiente

capacidad para resistir las fuerzas a las que estará sujeta en su vida útil (estáticas, sismo, viento, temperatura, etc.).

En resumen de los temas que se tratarán son:

En el capítulo 1, se exponen los conceptos básicos de la teoría de vibraciones, los tipos de máquinas sujetas a fuerzas dinámicas, las cuales normalmente nos encontramos en la práctica profesional de la ingeniería, también se describen las fuerzas a las que normalmente está sujeta una cimentación de maquinaria, poniendo especial atención a las cargas por vibración.

En el capítulo 2 se presentan los criterios de diseño contenidos en la normatividad vigente tanto nacionales como internacionales.

El capítulo 3, presenta los métodos para determinar los parámetros dinámicos del suelo, necesarios para diseñar dinámicamente una cimentación.

En el capítulo 4 se presentan los procedimientos analíticos para la solución de una cimentación sujeta a cargas dinámicas, los cuales sirven de base para el desarrollo del capítulo 5, donde se resuelve una cimentación real para un compresor recíprocante perteneciente a la Refinería “La Rábida” que se ubica en Huelva, España.

Finalmente en el capítulo 6 se dan las conclusiones del trabajo y se comparan los resultados obtenidos con el método del semiespacio con los que arroja el programa comercial SAP-2000, cuya corrida se adjunta en el anexo E de este trabajo.

En los anexos pueden consultarse: el estudio de mecánica de suelos, los planos del proveedor, los resultados de la corrida del programa de computadora con un programa comercial, los planos finales de diseño y un reporte fotográfico final.

## ANTECEDENTES

Los primeros procedimientos de cálculo aplicados a cimentaciones de maquinaria aparecen hacia la década de los 50's y 60's, fueron propuestos por la DEGEBO (German Research Society for Soil Mechanics) en Alemania (ref. 1), la cual mediante estudios experimentales propusieron reglas semiempíricas basadas en conceptos como "Masa en fase" ; "Frecuencia natural reducida" de Tschebotarioff y el módulo de reacción dinámico. (ref. 2).

Un método más racional, que incorpora soluciones analíticas basadas en la representación del suelo mediante un semiespacio elástico fue introducido después de los 60's. Con este método ya se empieza a utilizar los conceptos de rigidez y amortiguamiento del suelo, incluía la disipación de energía a través del "amortiguamiento geométrico" y calculaba las amplitudes de vibración asociadas a la frecuencia de "resonancia". En la teoría del semiespacio, se introdujeron ciertas simplificaciones matemáticas, que en rigor no fueron muy realistas, pero que sirvieron de base para estimar las constantes de rigidez y amortiguamiento que deben de ser incorporadas en un cálculo de sistema vibratorio masa-resorte-amortiguador.

La teoría del semiespacio tuvo su apoyo en los estudios de Lysmer (1965), el cual mostró que la respuesta de vibraciones verticales en una zapata circular rígida apoyada sobre un semiespacio elástico, puede representarse con bastante precisión siempre y cuando las constantes del resorte y amortiguador sean elegidas correctamente. Otros investigadores como Richard y Whitman (1967), reforzaron la teoría del semiespacio y mostraron que el comportamiento dinámico de una cimentación puede ser resuelto mediante la misma.

Gazetas (ref. 3) ha incorporado algunas mejoras al modelo, lo que ha permitido evaluar los coeficientes dinámicos de rigidez y de amortiguamiento del sistema de cimentación. Paralelo a ello, se han propuesto métodos aproximados simples, ecuaciones y cartas que nos permiten de manera rápida y confiable calcular los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del suelo, estos métodos están basados en la teoría del semiespacio y han sido calibrados con métodos más elaborados de cómputo.

El primero de estos métodos fue el de un sistema de un grado de libertad, propuesto por Lysmer y Richard en 1966, el cual consideró la rigidez y el amortiguamiento como independientes de la frecuencia

y se enfocó a solucionar la respuesta de una cimentación circular desplantada sobre un semiespacio elástico. Posteriormente se resolvió el caso de una zapata circular con otros modos de vibración, todo ello llevó a proponer lo que conocemos como el “círculo equivalente” el cual nos permite calcular cimentaciones circulares y no circulares.

A partir de la década de los 80's tiene su auge los métodos simples para cimentaciones superficiales, embebidas con geometría arbitraria y geometría circular, en ambos casos desplantadas sobre un semiespacio elástico. Dobry y Gazetas (ref. 4) realizaron estudios teóricos y experimentales para determinar los coeficientes de amortiguamiento y de rigidez del suelo. Como resultado de sus investigaciones, Dobry y Gazetas presentaron un método simplificado mediante cartas y ecuaciones para la determinación de la rigidez y el amortiguamiento del sistema de cimentación, parámetros que dependen de la frecuencia de excitación para los seis modos principales de vibración del sistema.

En las cimentaciones de maquinaria debe tenerse presente que además de las cargas estáticas tales como el peso de la máquina y su cimentación, también actúan cargas debidas al funcionamiento de la maquinaria las cuales son de naturaleza dinámica, es decir fuerzas de tipo cíclico en el caso de maquinaria reciprocante. Dichas fuerzas dinámicas están asociadas con las partes móviles de la maquinaria y son pequeñas en comparación con las estáticas.

En un equipo vibratorio, una acción dinámica es aplicada sobre un largo periodo de tiempo, dependiendo su vida útil (30 años por lo general), y aunque su magnitud sea pequeña, el número de ciclos de carga es en general muy grande, por lo que se requiere que el comportamiento del suelo sea elástico, de otra manera la deformación se incrementará con cada ciclo de carga y el suelo puede presentar fallas por esfuerzo cortante y hundimientos diferenciales que podrían poner en riesgo el funcionamiento de la máquina.

En el cálculo de una cimentación de equipo vibratorio, las amplitudes de vibración del sistema suelo-cimentación-máquina debidas a las acciones dinámicas propias del funcionamiento de la maquinaria y la revisión del fenómeno de resonancia (relación frecuencia de la máquina a frecuencia natural del sistema), son los dos aspectos más importantes por definir.

## TIPOS DE MAQUINARIA

La clasificación de diversos tipos de maquinaria que más interesa al ingeniero civil es de acuerdo al tipo de vibración que éstas generan:

Máquinas reciprocantes

Máquinas centrífugas

Máquinas de impacto

Máquinas que se mueven sobre las estructuras como son: grúas viajeras.

Máquinas especiales como: molinos, prensas, trituradoras y rodillos de laminación.

## MÁQUINAS RECIPROCANTES

Estas máquinas trabajan logrando la expansión violenta de un gas mediante la combinación de émbolos, bielas y manivelas. El movimiento alternante del émbolo (de tipo armónico o cíclico) se transforma por la acción de la biela en un movimiento circular de la manivela. Por lo general son máquinas de baja velocidad. A este grupo pertenecen las máquinas de combustión interna, compresoras de pistón, máquinas de vapor y todas aquellas que involucren mecanismos de manivela. La velocidad de operación de este tipo de máquinas es menor a 600 rev/min ( RPM ).

En el diseño de este tipo de cimentación se debe considerar que las fuerzas desbalanceadas siguen una variación senoidal o cosenoidal, distinguiéndose los siguientes tipos:

**Máquinas de vapor:** Este tipo de equipos, por lo general, consta de uno o dos cilindros, los cuales pueden ser horizontales o verticales. El vapor generado en una caldera impulsa el émbolo de cada cilindro.

**Bombas de émbolo:** Este tipo de equipo puede ser horizontal o vertical, dependiendo de la posición de los cilindros o bien de acción sencilla o doble.

**Motores diesel y de gasolina:** Por lo general los motores constan de más de tres cilindros, pueden ser de dos o cuatro tiempos. Se le denomina “Ciclo diesel” al ciclo básico presión – volumen de los motores a base de diesel y “Ciclo de Otto” a los motores a base de gasolina. El impulso se debe a la expansión de gases producto de la explosión de una mezcla de combustible y aire.

**Compresores de émbolo:** Generalmente constan de uno o varios pasos de compresión y están asociados a motores diesel o de gasolina.

## MÁQUINAS CENTRÍFUGAS

La característica principal de estas máquinas es que sus partes móviles describen un desplazamiento de trayectoria circular. Su movimiento está regido por la ley de acción y reacción, al desplazar un fluido entre los alabes de una o más ruedas, en otros casos se debe a la existencia de un conductor en un campo magnético variable. Este tipo de maquinaria por lo general trabaja a velocidad constante y son: turbinas, (utilizadas en las termoeléctricas), bombas centrífugas, compresores centrífugos, ventiladores y turbogeneradores.

La velocidad de operación de estas máquinas está entre 3000 RPM a 10000 RPM e incluso pueden sobrepasar este último valor, por lo general son de alta velocidad. Podemos distinguir los siguientes tipos:

**Bombas y compresores centrífugos:** En estas máquinas las partes móviles (generalmente accionadas por un motor externo) impulsan un fluido (agua, aceite, aire, etc.) que circula entre los alabes y se desplaza en determinada dirección. En algunos casos estas máquinas pueden operar indistintamente como turbinas o como bombas, invirtiéndose el sentido del flujo del fluido.

**Turbogeneradores:** En este tipo de máquinas el agua o el vapor, al desplazarse entre los alabes, impulsan la turbina, misma que está acoplada con el campo móvil (rotor) de un generador eléctrico.

**Motores eléctricos:** En este tipo de máquinas, un campo magnético variable hace que los conductores del rotor se desplacen, produciéndose un movimiento circular.

## MÁQUINAS DE IMPACTO

Las máquinas de impacto, como su nombre lo dice, produce cargas de impacto, y son: martinets de forja, cizallas de impacto, máquinas punzadoras, martillos neumáticos, estampadoras.

La característica principal de estas máquinas, es que sus cargas pueden considerarse como impulsos singulares, dado que su efecto termina antes que ocurra la siguiente carga, lo que provoca una vibración

de tipo transitoria. Para evaluar la respuesta de una cimentación sujeta a éste tipo de cargas se requiere conocer la información de fuerza-tiempo para cada impulso, normalmente esta información la da el proveedor del equipo.

## **MÁQUINAS SOPORTADAS POR ESTRUCTURAS**

Este tipo de máquinas, por general grúas viajeras, transmiten a las estructuras que las soportan vibraciones importantes en el arranque, frenado y descarga, por lo general los reglamentos sugieren considerar factores de impacto con el fin de tomar en cuenta estos efectos.

## **MÁQUINAS ESPECIALES**

En la industria siderúrgica se emplean máquinas muy pesadas como molinos, prensas, trituradoras y rodillas de laminación. Este tipo de maquinaria por lo general impulsadas por un motor acoplado, los cuales en conjunto provocan vibraciones a la cimentación que los soporta.

En el anexo E se puede ver un conjunto de fotografías para mayor claridad de las máquinas descritas.

## **CONCEPTOS BÁSICOS DE DINÁMICA APLICADOS A LAS CIMENTACIONES**

En una cimentación de maquinaria las cargas son de tipo periódico, y pueden representarse por una función armónica senoidal o coseinodal. El bloque de cimentación que se propone para efectos de análisis tiene seis grados de libertad. A continuación se presentan algunos conceptos básicos de la teoría de vibraciones.

## **DEFINICIONES**

**Vibración:** Es el movimiento periódico de un cuerpo o sistema de cuerpos interconectados que se desplazan desde una posición de equilibrio.

**Período:** Si un movimiento se repite en el mismo intervalo de tiempo a este se le llama movimiento periódico. El tiempo que tarda en producirse un movimiento completo se le llama período y se mide en unidades de tiempo (segundo).

**Movimiento no periódico:** Es aquél movimiento que no se repite en el mismo intervalo de tiempo.

**Ciclo:** Se le llama así a un movimiento completado durante un período determinado.

**Frecuencia:** Es el número de ciclos que se dan en un determinado tiempo.

**Frecuencia natural:** Si un sistema oscilatorio vibra bajo la acción de las fuerzas inherentes al sistema y no actúa una fuerza externa, la frecuencia con la que vibra es conocida como su frecuencia natural.

**Vibración forzada:** Es la vibración que es provocada por fuerzas externas periódicas o intermitentes aplicadas a un sistema.

**Vibración libre:** Ocurre cuando el movimiento se mantiene debido a fuerzas de restauración gravitacionales o elásticas, como el movimiento oscilatorio de un péndulo o la vibración de una varilla elástica.

**Amplitud de movimiento:** Es la distancia máxima que experimenta un cuerpo durante las vibraciones desde su posición en reposo.

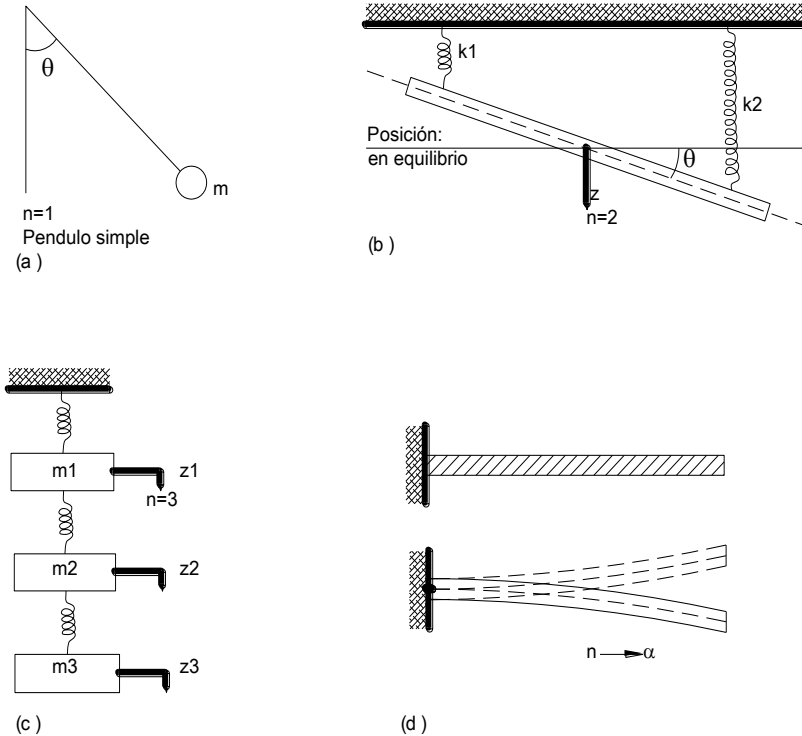
**Grados de libertad:** Es el número de coordenadas independientes necesarias para definir el movimiento de un sistema.

En la fig. 2.1a se muestra un péndulo simple de un grado de libertad, conociendo el ángulo  $\theta$  definimos el sistema y podemos representarlo como  $n=1$ .

En la fig. 2.1b se requieren conocer dos variables: el ángulo  $\theta$  y el desplazamiento "X" por lo tanto es un sistema de dos grados de libertad  $n=2$ .

En la fig. 2.1c se requiere conocer tres desplazamientos  $Z_1$ ,  $Z_2$  y  $Z_3$  por lo tanto se trata de tres grados de libertad  $n=3$ .

En la fig. 2.1d para una viga elástica se requiere un número infinito de grados de libertad para definir el sistema  $n= \infty$



**Figura 2.1. Sistemas de grados de libertad: (a)  $n=1$ , (b)  $n=2$ , (c)  $n=3$ , (d)  $n=\alpha$**

**Resonancia:** Si la frecuencia de excitación (de la máquina) coincide con alguna de las frecuencias naturales del sistema (máquina-cimentación-suelo) entonces se dice que se alcanzó una condición de resonancia. Las amplitudes de movimiento son excesivas cuando hay resonancia, de ahí la importancia de calcular las frecuencias naturales del sistema.

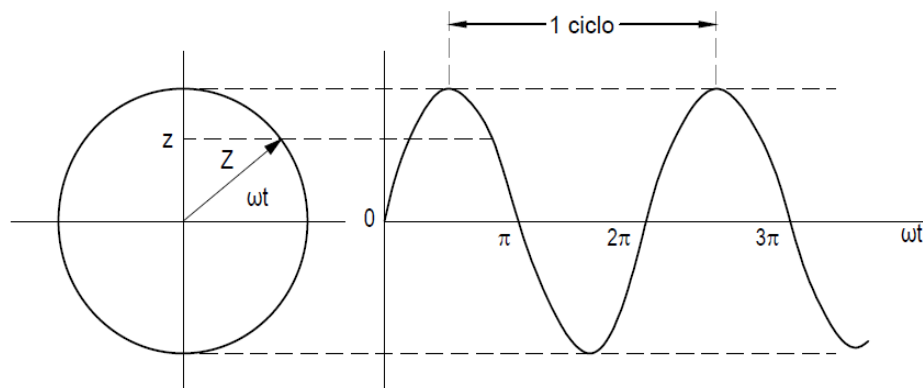
**Relación de frecuencias:** Es la relación de frecuencia de la máquina a la frecuencia del sistema (máquina-cimentación-suelo).

**Modo principal de vibración:** Un sistema con  $n$  grados de libertad vibra en una forma tan compleja que la amplitud y las frecuencias no parecen seguir un patrón fijo. Entre este conjunto desordenado de movimientos, existe un tipo especial simple que se ha denominado modo principal de vibración, en el cual cada punto del sistema vibra con la misma frecuencia, que es una de las frecuencias naturales del sistema.

**Modo Normal de vibración:** Cuando la amplitud de movimiento de un punto del sistema de vibración en uno de los principales modos es igual a la unidad, el movimiento se llama modo normal de vibración.

**Amortiguamiento:** El amortiguamiento está asociado con la disipación de energía y se opone a las vibraciones libres de un sistema. Si la fuerza de amortiguamiento es constante, se denomina amortiguamiento de Coulomb. Si la fuerza de amortiguamiento es proporcional a su velocidad, se denomina amortiguamiento viscoso.

### MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE



**Fig. 2.2 Representación vectorial de un movimiento armónico simple**

Las fuerzas dinámicas de una máquina en operación pueden representarse por medio de una función seno o coseno como la siguiente:

$$z = Z \sin \omega t \quad (2.1)$$

En la ecuación anterior  $\omega$  es la frecuencia circular en rad/seg,  $z$  es la proyección vertical del vector  $Z$  que está rotando a una velocidad angular constante  $\omega$ , ver fig. 2.2.

Como el movimiento se repite después de  $2\pi$  radianes (vuelta completa), el ciclo del movimiento se completa cuando:

$$\omega T = 2\pi \quad (2.2a)$$

Despejando T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{seg}) \quad (2.2b)$$

En donde T es el período en segundos. La frecuencia f es el inverso del período y podemos escribirla así:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (\text{rad/seg}) \quad (2.2c)$$

Para obtener la velocidad del movimiento diferenciamos la ecuación 2.1 con respecto al tiempo como sigue:

$$\dot{z} = \omega Z \cos \omega t = \omega Z \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.4)$$

Diferenciando la ecuación anterior obtenemos la aceleración, y es:

$$\ddot{z} = -\omega^2 Z \sin \omega t = \omega^2 Z \sin(\omega t + \pi) \quad (2.5)$$

Si combinamos las ecuaciones (2.1) y (2.5) escribimos la aceleración así:

$$\ddot{z} = -\omega^2 z \quad (2.6)$$

Las ecuaciones (2.4) y (2.5) representan la velocidad y aceleración respectivamente de un movimiento armónico y pueden ser representados por los vectores  $\omega Z$  y  $\omega^2 Z$  con una rotación igual a  $\omega$  en unidades rad/seg. Los vectores  $\omega Z$  y  $\omega^2 Z$  forman un ángulo con el vector  $Z$  de  $\pi/2$  ( $90^\circ$ ) y  $\pi$  ( $180^\circ$ ) respectivamente.

En la figura (2.3) puede verse la proyección vertical de los vectores mencionados con respecto al tiempo  $t$ . Los ángulos entre vectores son conocidos como “ángulos de fase”, por lo tanto el vector velocidad respecto al vector desplazamiento está a  $90^\circ$  y el vector aceleración respecto al vector desplazamiento se encuentra a  $180^\circ$  y  $90^\circ$  respecto al vector velocidad.

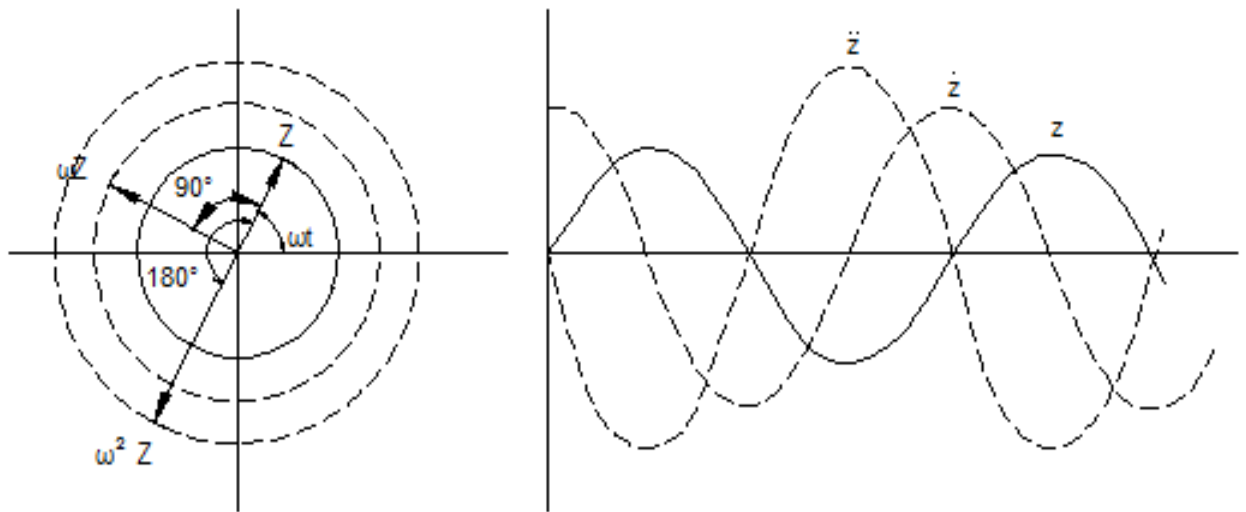


Fig. 2.3 Representación de los vectores: desplazamiento ( $z$ ), velocidad ( $\dot{z}$ ) y aceleración ( $\ddot{z}$ ).

## **1.- ACCIONES SOBRE UNA CIMENTACIÓN DE MAQUINARIA**

Como toda cimentación, todas las cargas que actúan sobre ella, deberán resistirse sin ningún problema durante toda su vida útil. Las acciones que se generan sobre una cimentación de maquinaria pueden variar de un equipo a otro, dependiendo del tipo y sobre todo, de su velocidad de operación. A continuación presentamos de manera general las acciones que gravitan sobre una cimentación de maquinaria.

### **1.1 ACCIONES PERMANENTES**

Las acciones permanentes son: el peso de la cimentación, el peso de la maquinaria, el peso de las tuberías y/o racks, el peso de plataformas, contenedores propios del equipo, protección antifuego. Antiguamente se tenía la idea de que la masa de la cimentación debería ser de 3 a 5 veces la masa de la máquina, regla que es totalmente obsoleta porque puede modificar la frecuencia natural y acercarse al fenómeno de resonancia.

### **1.2 ACCIONES VARIABLES**

Las acciones variables son las cargas vivas a las que estará sujeta la cimentación, los valores de dichas cargas podemos encontrarlos en los códigos aplicables o reglamentos locales.

### **1.3 ACCIONES TÉRMICAS**

Los cambios de temperatura en condiciones de operación de la máquina causan expansiones y contracciones, estos movimientos se transmiten a los apoyos, los cuales si no están bien lubricados inducen esfuerzos adicionales a la cimentación.

Generalmente no tomamos en cuenta los esfuerzos y deflexiones originadas por el gradiente térmico dentro de la cimentación debido a las elevadas temperaturas en las superficies cercanas a la máquina. Por lo general el fabricante del equipo evalúa estas deflexiones y esfuerzos e incorpora en el diseño de los soportes de la máquina elementos para tomar en cuenta estas acciones adicionales.

### **1.4 CARGA DE PAR TORQUE NORMAL**

La carga de par de torque normal se presenta en los turbogeneradores, como producto de la operación de la máquina, generando un par de fuerzas sobre los soportes, de dirección contraria a la rotación del rotor. La magnitud del par depende de la velocidad, masa y potencia de la máquina.

## 1.5. CARGAS DINÁMICAS

Las fuerzas dinámicas por lo general las da el fabricante del equipo, son producto de la operación de la máquina y representan los valores de algún desbalanceo de fuerzas internas en la máquina. Las fuerzas dinámicas que produce una máquina se originan por diversas causas, las cuales dependen del tipo, potencia, velocidad de operación, modelo, instalaciones y mantenimiento de la máquina.

Las causas más comunes que producen la vibración de una máquina son:

El desbalanceo debido a que el centro de masas no coincide exactamente con el centro o eje de rotación de la máquina.

La rotación de uno o más elementos de la máquina, lo cual genera una fluctuación de fuerzas internas que actúan sobre los apoyos del equipo.

El desgaste de las piezas da lugar a un desbalanceo que produce fuerzas y momentos internos que pueden llegar a ser significativos.

Las deformaciones y asentamientos de la cimentación de la maquinaria o el movimiento del equipo o estructuras complementarias.

La correcta determinación de la magnitud, tipo de fuerza dinámica y la dirección en la que actúa en el sistema, es muy importante para el análisis y diseño de la cimentación. A continuación describimos las características principales de las fuerzas de desbalanceo en máquinas centrífugas y reciprocantes.

### 1.5.1 FUERZA DINÁMICA EN MÁQUINAS CENTRÍFUGAS

Las máquinas centrífugas están diseñadas para operar a velocidades constantes por largos períodos de tiempo, a este grupo pertenecen: turbinas, compresores axiales, bombas centrífugas, turbogeneradores y ventiladores.

Teóricamente casi siempre es posible balancear las partes móviles con el fin de evitar fuerzas por desbalanceo, En la práctica existe siempre una porción cuya magnitud depende de factores que involucran el montaje, la fabricación, el diseño y el mantenimiento del equipo. Estos elementos pueden incluir un eje de rotación que no pasa por el centro de gravedad de los componentes móviles o un eje de rotación que no pasa por el eje principal de inercia del equipo, estos ejes rotacionales originan: pares

longitudinales, deflexiones en el rotor, desalineamiento durante la instalación y desgaste de las partes móviles.

Como ya se mencionó, las fuerzas transmitidas a la cimentación son de tipo senoidal y podemos expresarlas así ( ref. 5 pág. 10 ):

$$Q = Q_0 \sin(\omega t) \quad (2.7)$$

La fuerza  $Q_0$  está dada por:

$$Q_0 = m_e e \omega^2 \quad (2.8)$$

En donde:

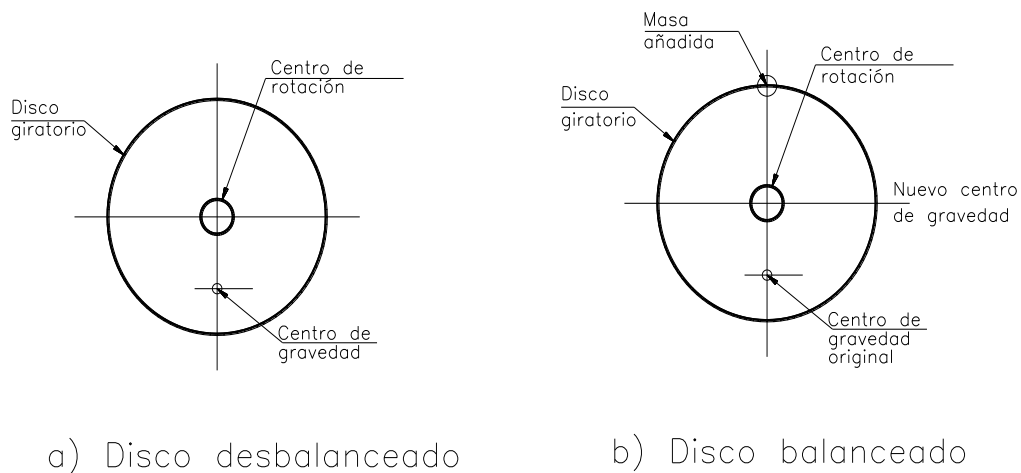
$Q_0$ : Fuerza desbalanceada, constante o una función de la frecuencia de rotación ( $\omega$ )

$m_e$ : Masa total desbalanceada

$e$ : Excentricidad

$\omega$ : Frecuencia de excitación

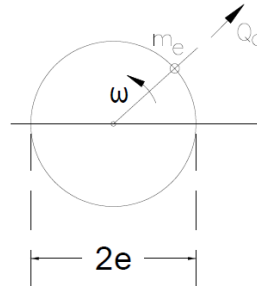
En la fig. 2.4 se muestra una forma común de disminuir las fuerzas más simples por desbalanceo.



**Figura 2.4 Procedimiento típico de balanceo**

La masa total y la frecuencia son propias del sistema y las proporciona el fabricante, así que bastará con determinar la excentricidad para estimar la magnitud de la fuerza de desbalanceo. Hay casos en los que el origen de las fuerzas de desbalanceo es complicado por lo que el fabricante utiliza instrumentación especial para detectar las causas y medir la magnitud de dichas fuerzas dinámicas (fuerzas desbalanceadas).

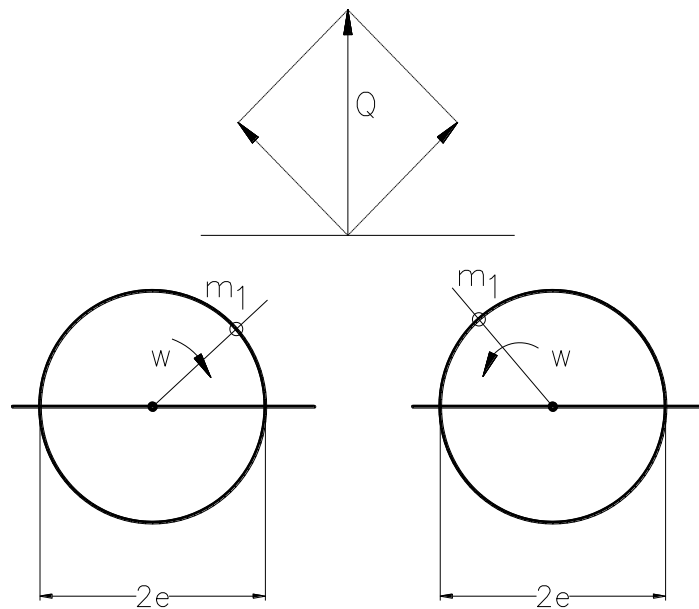
Cuando se tiene una sola masa rotatoria (ver figura 2.5) se desarrolla una fuerza centrípeta que puede representarse gráficamente por un vector dirigido hacia el centro de rotación y por la ecuación 2.8.



**Figura 2.5. Fuerza centrípeta de una masa girando**

Cuando se tienen dos masas girando en ejes paralelos dentro de un mismo sistema, se puede producir una fuerza oscilatoria en una dirección determinada. Si vemos la figura 2.6, dos masas que giran en sentido opuesto pueden sincronizarse de manera que los componentes horizontales se cancelen, no así las verticales, que se sumarán, por lo tanto si cada masa vale  $m_1$  y la excentricidad es “e” la fuerza vertical producida es:

$$Q = 2m_1 e \omega^2 \sin \omega t \quad (2.9)$$



**Figura 2.6. Fuerza de dos masas que giran en sentido opuesto**

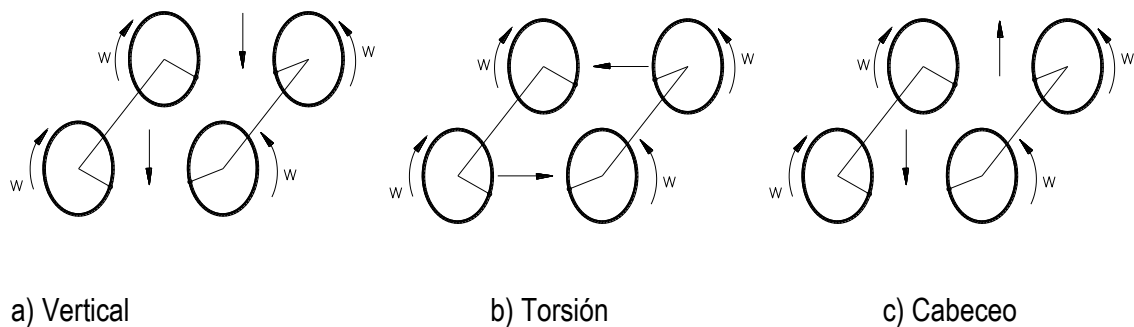
En el mecanismo de varios vibradores es común utilizar cuatro masas excéntricas iguales que se arreglan de manera que exista una de ellas en cada extremo de dos ejes paralelos. El fabricante del equipo puede darle arreglos diferentes a estas masas produciendo una fuerza cíclica vertical (figura 2.7a), un par torsionante (figura 2.7b) y un momento de cabeceo (figura 2.7c). La ecuación que representa los dos últimos casos es:

$$M = 4m_1 e \frac{d}{2} \omega^2 \sin \omega t \quad (2.10)$$

Donde:

d: Es la distancia entre los extremos de cada eje

Si observamos las ecuaciones 2.8, 2.9 y 2.10 vemos que si la excentricidad se mantiene fija la magnitud de las fuerzas o pares varía en función del cuadrado de la frecuencia de excitación.



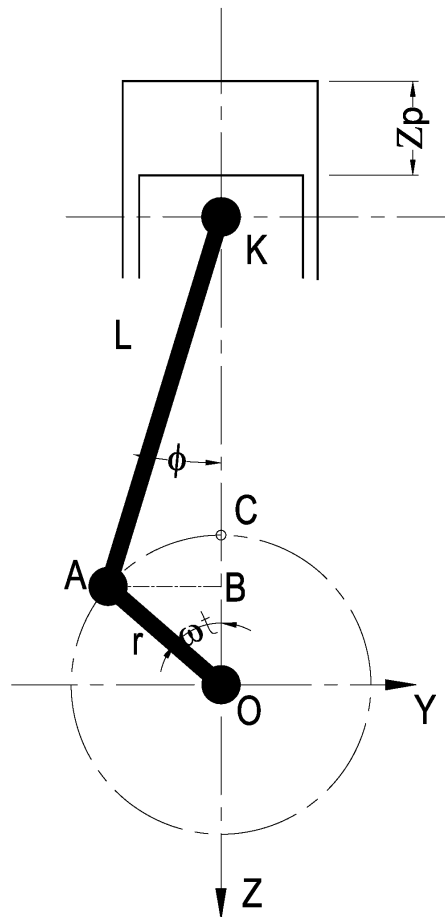
**Figura 2.7. Fuerzas excitadoras con masas rotatorias**

## 1.5.2 FUERZA DINÁMICA EN MÁQUINAS RECIPROCANTES

Las fuerzas reciprocantes son producto de un mecanismo manivela-pistón, mismo que está presente en máquinas reciprocantes como compresores, bombas de pistón y motores de combustión interna (autos). El mecanismo de manivela transforma un movimiento reciprocante en un movimiento rotatorio y

viceversa. El fabricante del equipo, una vez que ha determinado el peso y el centro de gravedad de cada una de las partes móviles, procede a evaluar las fuerzas dinámicas resultantes.

En la figura 2.8 se muestra un mecanismo básico de manivela. Las partes que lo componen son: un pistón que se mueve verticalmente dentro de un cilindro que sirve de guía, una manivela de longitud " $r$ " que gira alrededor de eje " $O$ " y una varilla de longitud  $L$ , unida al pistón en el punto  $K$  y a la manivela en el punto  $A$ . Como puede verse en la figura 2.8, mientras el punto  $K$  se mueve longitudinalmente el punto  $A$ , por consecuencia, se mueve circularmente a una velocidad  $\omega$ , del resultado de este movimiento los puntos intermedios tendrán un movimiento elíptico.



**Figura 2.8. Mecanismo de manivela-pistón para máquinas reciprocantes**

Sí conocemos la velocidad angular  $\omega$  de la manivela, podemos determinar el desplazamiento del pistón en cualquier instante de tiempo " $t$ " y como consecuencia podemos obtener la velocidad y la aceleración con las ecuaciones siguientes:

$$Z_p = \left[ r + \frac{r^2}{4L} \right] - r \left[ \cos \omega t + \frac{r}{4L} \cos 2\omega t \right] \quad (2.11)$$

$$\dot{Z}_p = r\omega \left[ \sin \omega t + \frac{r}{2L} \sin 2\omega t \right] \quad (2.12)$$

$$\ddot{Z}_p = r\omega^2 \left[ \cos \omega t + \frac{r}{L} \cos 2\omega t \right] \quad (2.13)$$

Donde:

$Z_p$ : Desplazamiento del pistón (mm)

$r$ : Longitud de la manivela (mm)

$L$ : Longitud de la varilla (mm)

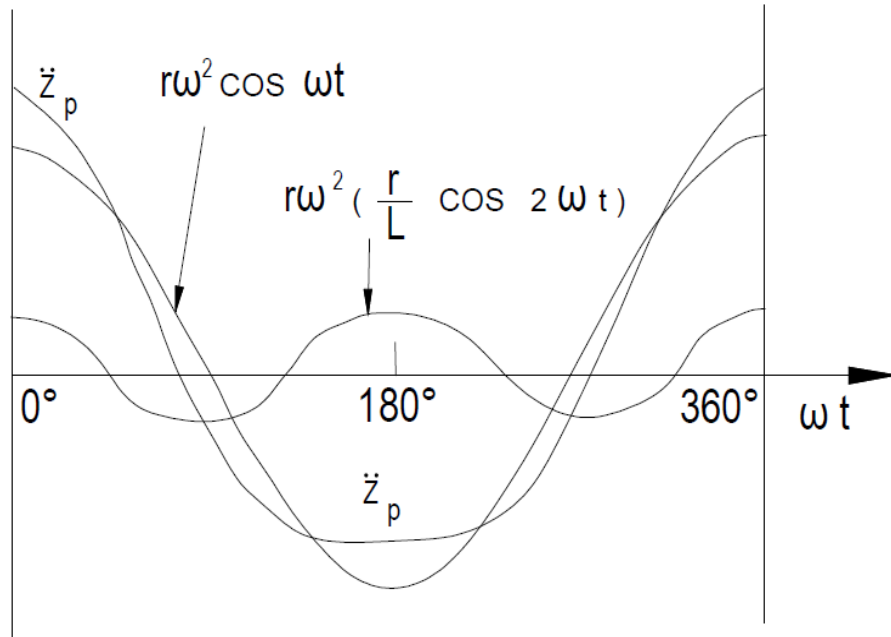
$\omega$ : Frecuencia circular de operación de la máquina (rad/s)

$t$ : Tiempo (s)

Si multiplicamos las expresiones 2.12 y 2.13 por la masa del pistón, se obtienen respectivamente, las fuerzas de impacto y de inercia que el pistón produce al moverse.

Si vemos las ecuaciones 2.12 y 2.13, notamos que el primer término varía con la frecuencia de rotación mientras que el segundo término varía con el doble de dicha frecuencia y su valor depende de la relación  $r/L$ . Al primero de estos términos se le conoce como término primario y al segundo como término secundario.

En el segundo término el factor  $r/L$  tiene una importancia en la interpretación física de dichas ecuaciones (2.12 y 2.13), por ejemplo si la longitud  $L$  tiende a infinito el segundo término desaparece y el pistón se mueve en movimiento armónico simple. En cambio, si la longitud de la varilla  $L$  es finita, el movimiento del pistón es periódico pero no armónico.



**Figura 2.9. Aceleración del pistón como función del ángulo de rotación de la manivela, para  $r/L = 0.25$**

En la figura 2.9, se puede ver la influencia que tiene en la aceleración del pistón el término secundario sobre el primario para relaciones:

$$\frac{r}{L} = 0.25$$

En este tipo de máquinas existen fuerzas de desbalanceo en la flecha, éstas pueden ser sustituidas por el efecto de una masa concentrada en el punto A, la cual produce las mismas fuerzas de inercia que el sistema original.

La ecuación que representa el movimiento vertical del punto A de acuerdo a la figura 2.8 es:

$$Z_c = r(1 - \cos \omega t) \quad (2.14)$$

La velocidad de operación de ese punto será entonces la derivada del desplazamiento:

$$\dot{Z}_c = r \omega \sin \omega t \quad (2.15)$$

Asimismo la aceleración es la segunda derivada del desplazamiento:

$$\ddot{Z}_c = r\omega^2 \cos \omega t \quad (2.16)$$

Si proyectamos el punto A sobre el eje Y las componentes horizontales en términos de desplazamiento, velocidad y aceleración, serían:

$$Y_c = -r \sin \omega t \quad (2.17)$$

$$\dot{Y}_c = -r \cos \omega t \quad (2.18)$$

$$\ddot{Y}_c = r\omega^2 \sin \omega t \quad (2.19)$$

Si asumimos que una parte de la masa de la barra L forma parte del pistón y la otra forma parte de la masa que gira en la articulación C, la masa total del mecanismo manivela-pistón se puede dividir en una masa que se mueve en forma recíproca “mrec” y en otra que se mueve en forma rotatoria “mrot”. Para estas consideraciones y tomando en cuenta las ecuaciones de aceleración 2.13, 2.16 y 2.19, la fuerza de inercia vertical es:

$$F_z = (m_{rec} + m_{rot})r\omega^2 \cos \omega t + m_{rec} \frac{r^2}{L} \omega^2 \cos 2\omega t \quad (2.20)$$

Asimismo la fuerza horizontal es:

$$F_y = m_{rot}r\omega^2 \sin \omega t \quad (2.21)$$

Si analizamos la ecuación 2.20 la fuerza vertical Fz tiene un componente primario actuando a la misma velocidad de rotación (primer término) y un componente secundario actuando al doble de esa frecuencia. La fuerza Fy solo tiene un componente primario (ecuación 2.21).

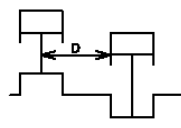
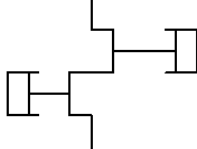
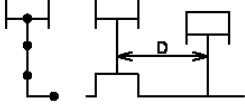
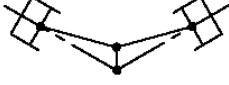
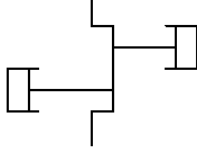
Finalmente el momento que actúa en el eje de rotación (alrededor del eje O figura 2.8) está dado por:

$$M = -m_{rec}\omega^2 r^2 \sin\omega t \left[ \frac{r}{2L} + \cos\omega t + \frac{3r}{2L} \cos 2\omega t \right] \quad (2.22)$$

El fabricante del equipo, normalmente recurre a lo que se llama “contrabalanceo”, mediante el cual la fuerzas de inercia debido a las masas rotatorias pueden ser reducidas o eliminadas completamente. Normalmente esto se hace en el diseño de máquinas de combustión interna, en los compresores y en las bombas. No obstante, las masas reciprocantes aún producen desbalanceo en un sistema sencillo como el que se muestra en la figura 2.8., de ahí que una máquina de un solo cilindro es siempre desbalanceada.

En la tabla 1 ( Richart 1970), se muestran las fuerzas desarrolladas por máquinas de varios cilindros para diferentes arreglos de manivela y número de cilindros.

Por lo general en máquinas y compresores de varios cilindros es posible arreglar los cilindros de manera que se minimicen las fuerzas desbalanceadas. Estas fuerzas dinámicas, incluyendo los momentos de cabeceo y torsional, deben ser proporcionadas por el fabricante del equipo debido a que estas cantidades fueron empleadas en el diseño de la máquina.

| ARREGLOS DE MANIVELA                                                                                                                                                    | FUERZA                                                   |            | PARES DE FUERZA                                               |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|------------|---------------------------------------------------------------|------------|
|                                                                                                                                                                         | PRIMARIA                                                 | SECUNDARIA | PRIMARIA                                                      | SECUNDARIA |
| <b>Manivela sencilla</b><br>                                                           | $F'$ sin contrapesos<br>$0.5 F'$ con contrapesos         | $F''$      | Cero                                                          | Cero       |
| <b>Dos manivelas a <math>180^\circ</math></b><br><b>Cilindros en línea</b><br>         | 0                                                        | $2F''$     | $F' D$ sin contrapesos<br>$0.5 F' D$ con contrapesos          | Cero       |
| <b>Cilindros compuestos</b><br>                                                        | 0                                                        | 0          | Nada                                                          | Nada       |
| <b>Dos manivelas a <math>90^\circ</math></b><br>                                     | $(1.41)F'$ sin contrapesos<br>$0.707 F'$ con contrapesos | 0          | $(1.41) F' D$ sin contrapesos<br>$0.707 F' D$ con contrapesos | $F''D$     |
| <b>Dos cilindros en una manivela</b><br><b>Cilindros a <math>90^\circ</math></b><br> | $F'$ sin contrapesos<br>0 con contrapesos                | $1.41 F''$ | Nada                                                          | Nada       |
| <b>Dos cilindros en una manivela</b><br><b>Cilindros opuestos</b><br>                | $2 F'$ sin contrapesos<br>$F'$ con contrapesos           | $1.41 F''$ | Cero                                                          | Nada       |

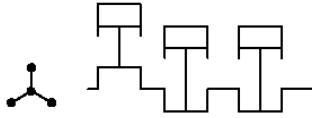
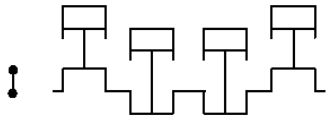
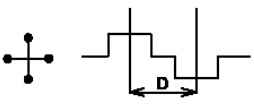
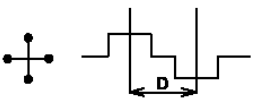
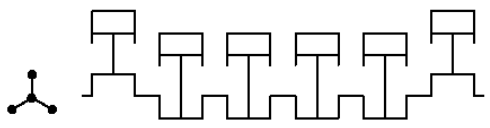
|                                                                                                                                                                                                                             |   |   |                                                         |          |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---------------------------------------------------------|----------|
| <b>Tres manivelas a 120°</b><br>                                                                                                           | 0 | 0 | 3.46 F' D sin contrapesos<br>1.73 F' D con contrapesos  | 3.46 F'D |
| <b>Cuatro cilindros<br/>Tres manivelas a 180°</b><br><br> | 0 | 0 | 0                                                       | 0        |
|                                                                                                                                            | 0 | 0 | 1.41 F' D sin contrapesos<br>0.707 F' D con contrapesos | 4 F'D    |
| <b>Seis cilindros</b><br>                                                                                                                 | 0 | 0 | 0                                                       | 0        |

Tabla No. 1 Fuerzas desbalanceadas y pares de fuerzas para diferentes arreglos de manivelas (Richart, 1970)

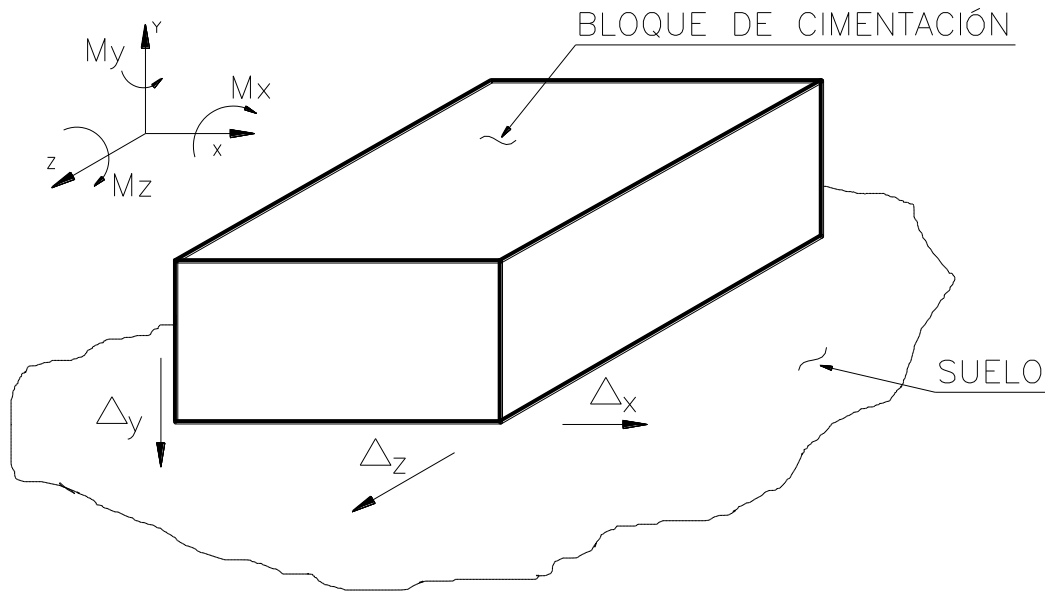
## 2.- CRITERIOS DE DISEÑO

De acuerdo a los reglamentos vigentes, toda cimentación debe cumplir con los estados límite de servicio (desplazamientos, asentamientos, deformaciones, vibraciones) y con los de falla (capacidad de carga, volteo, deslizamiento).

Normalmente una máquina en operación, por su naturaleza rotatoria, transmite a su cimentación y al suelo vibraciones, por lo que el objetivo de un diseño dinámico es evitar que dichas vibraciones produzcan daños a la máquina, que no ocasionen molestias al personal que labora en la planta, ni a las estructuras o instalaciones cercanas. El correcto diseño de una cimentación de maquinaria debe apegarse a los límites de vibraciones especificados en los reglamentos.

En el presente capítulo, se presentan los criterios de diseño para determinar los efectos que pueden producir las vibraciones de una máquina en operación sobre los humanos y las estructuras vecinas, se indican también los valores límites establecidos, los cuales son el marco de referencia para evaluar el comportamiento satisfactorio del conjunto máquina-cimentación-suelo.

Para analizar una cimentación sujeta a vibraciones, se propone modelarla como un bloque rígido desplantado directamente sobre el suelo. Una vez que actúan sobre dicho bloque las fuerzas dinámicas, dependiendo de su magnitud, se pueden producir giros y desplazamientos en cualesquiera de los seis grados de libertad principales (ver figura 3.1). Los desplazamientos se asocian con la dirección de cada eje de referencia y los giros a un par alrededor de cada eje.



**Figura 3.1 Grados de libertad de un bloque de cimentación**

Cuando diseñamos una cimentación de maquinaria el objetivo principal es llegar a un sistema suelo-cimentación que sea estructuralmente suficiente para darle soporte. El criterio de diseño normalmente aceptado está relacionado con la respuesta dinámica de la cimentación. La condición de falla se alcanza cuando el movimiento excede un valor límite fijado por los reglamentos vigentes, el cual es expresado en términos de velocidad, aceleración o amplitud del desplazamiento de la cimentación.

En los siguientes párrafos presentamos los estados límite de falla y de servicio, que toda cimentación de maquinaria debe cumplir a fin de asegurar su estabilidad

## 2.1 ESTADO LÍMITE DE FALLA DEL SUELO

En este estado de falla, lo que se busca es que el terreno sobre el cual se apoya la cimentación, no sobrepase su resistencia al corte cuando esté sujeto a las sollicitaciones estáticas y dinámicas producidas por la máquina-cimentación que soporta. Para hacer esta revisión debe tomarse en cuenta lo que marca los códigos aplicables.

## **2.2 ESTADO LÍMITE DE FALLA DE LA CIMENTACIÓN**

Debe revisarse también que la estructura de la cimentación, no rebase ningún estado límite de falla (flexión, cortante, torsión), cuando se le someta a solicitaciones estáticas y dinámicas producidas por la máquina que soporta. La revisión se hará en base al cálculo de estructuras y apegado a los códigos aplicables.

## **2.3 ESTADO LÍMITE DE SERVICIO POR VIBRACIÓN DE MAQUINARIA**

Una máquina para que funcione correctamente requiere que bajo condiciones de operación, no se encuentre sujeta a movimientos excesivos. Los movimientos máximos aceptables por lo general los define el fabricante del equipo, este especifica los límites para desplazamientos en direcciones y puntos específicos.

Las vibraciones excesivas en toda máquina, pueden poner en riesgo su propio funcionamiento llevando a desgastes heterogéneos y prematuros, que aumentan el costo del mantenimiento y disminuyen la vida útil del equipo.

En la figura 3.2 se muestran los valores de la amplitud del desplazamiento en relación con la frecuencia, los cuales deben de considerarse en el criterio para evaluar la respuesta dinámica del conjunto máquina-cimentación suelo. En dicha figura pueden apreciarse las curvas que limitan los niveles de percepción de vibraciones por los seres humanos, desde “no percibido por las personas” hasta “severo”. Así mismo también se presentan curvas que limitan el efecto de estos factores sobre la maquinaria, cimientos o estructuras a fin de evitar daño en ellas.

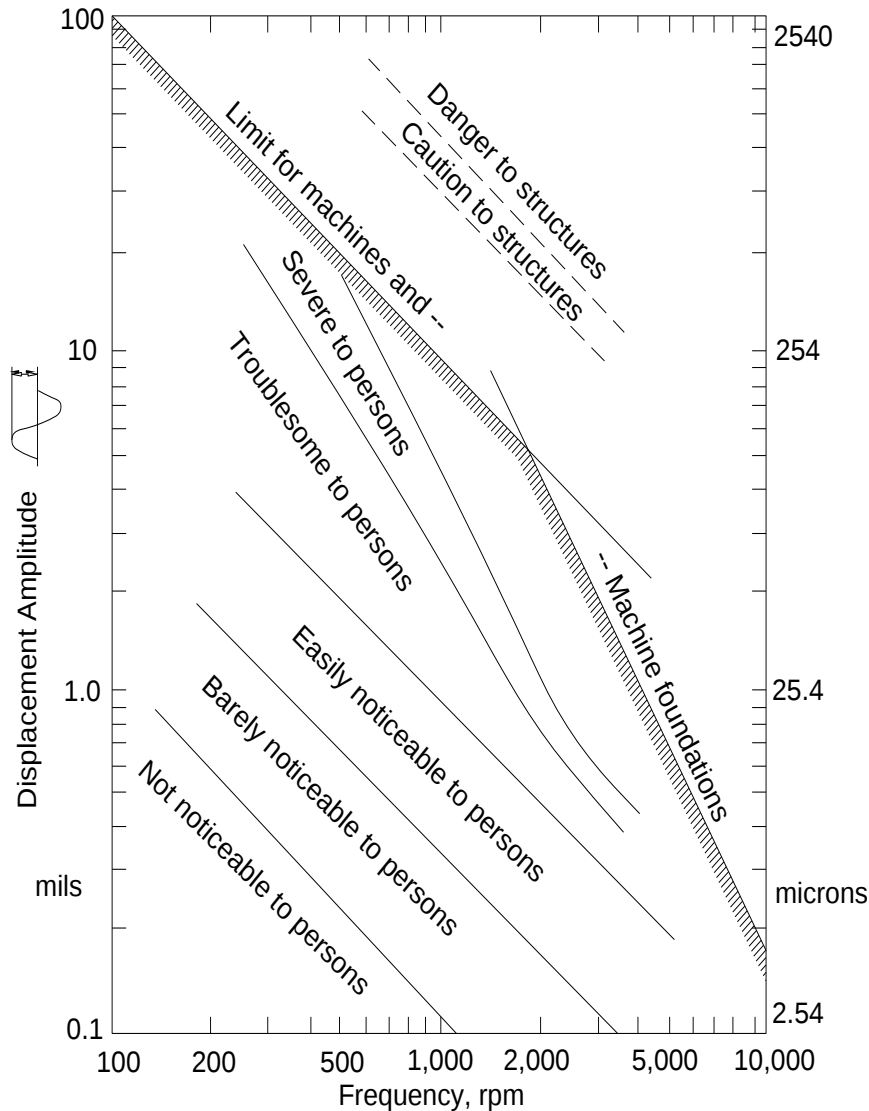
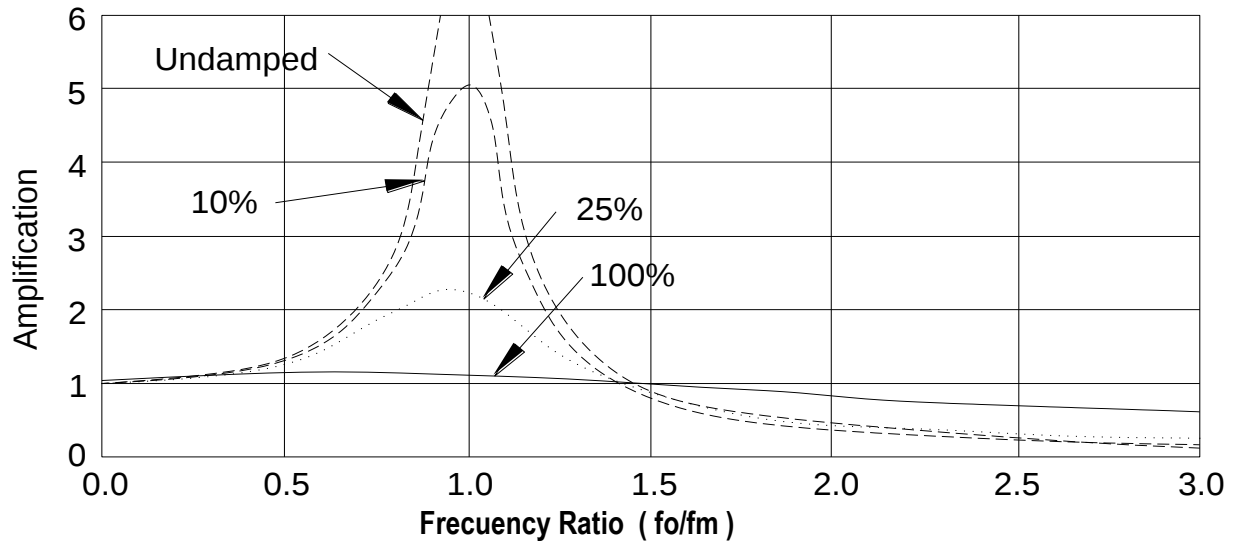


Figura 3.2 Límites de amplitud del desplazamiento en función de la frecuencia, ACI 351.3R-22.  
(Richart, Hall y Woods 1970).

## 2.4 ESTADO LÍMITE POR RESONANCIA

Una vez calculadas la frecuencias naturales del conjunto máquina-cimentación-suelo para los seis modos principales de vibrar, si alguna de estas coincide con alguna de las frecuencias de operación de la máquina entonces se presenta el fenómeno de resonancia. El problema de resonancia se caracteriza por producir desplazamientos excesivos, que pueden dañar la máquina y/o causar molestias a los operadores, por lo que el objetivo del diseño de la cimentación es evitar que se presente.

Si la relación frecuencia de la máquina a frecuencia del sistema máquina-cimentación-suelo es igual a la unidad entonces se produce el fenómeno de resonancia, tal como se ilustra en la siguiente gráfica:



**Figura 3.3 Fenómeno de resonancia. Relación de frecuencia de la máquina a la frecuencia del sistema máquina-cimentación-suelo. Tomada del ACI 351.3R-23.**

Se recomienda limitar la relación de frecuencias para evitar tener riesgo de entrar en resonancia ( ref. 5 pág. 22 ), la siguiente ecuación es aplicable para el diseño dinámico de maquinaria.

$$0.8 \geq \frac{f_0}{f_m} \geq 1.2 \quad 3.1$$

Donde:

$f_0$  : Frecuencia de la máquina en RPM (proporcionada por el fabricante del equipo)

$f_m$  : Frecuencia del conjunto máquina-cimentación-suelo

Como puede verse en la ecuación 3.1, si aseguramos en el cálculo que se cumpla dicha desigualdad, es decir que la relación frecuencia de la máquina a frecuencia del conjunto máquina-cimentación-suelo esté

por debajo de 0.8 o por arriba de 1.2, entonces podemos afirmar que no tenemos resonancia en nuestra cimentación, es decir cumplimos con este estado límite, no hay efecto de resonancia, la cimentación es estable. Este es un punto muy importante en la revisión dinámica de una cimentación.

## **2.5 ESTADO LÍMITE POR TRANSMISIÓN DE VIBRACIONES**

En este estado se revisa que las vibraciones del conjunto máquina-cimentación-suelo resultantes de dicha combinación bajo condiciones de servicio, por ningún motivo deberán ser molestas a las personas que se requiere permanezcan cerca del equipo, ni deberán afectar el funcionamiento de otras máquinas o estructuras vecinas.

## **2.6 REVISIÓN DEL PROBLEMA**

En el análisis del problema se considera a la cimentación como un bloque masivo apoyado sobre el suelo representado por un medio elástico semi-infinito. Las siguientes hipótesis de cálculo se plantean para resolver el problema:

- 1.- Existe una relación lineal entre el suelo que reacciona sobre la cimentación que está vibrando y el desplazamiento de la misma.
- 2.- El suelo no tiene propiedades inerciales, solo elásticas.
- 3.- El bloque de cimentación solo tiene propiedades inerciales y no elásticas. Es decir el bloque se mueve rígidamente, como un todo único.
- 4.- Si el bloque de cimentación se encuentra parcial o totalmente embebido en el terreno, las reacciones elásticas del suelo actúan en la base de la cimentación y a lo largo de las superficies laterales.

Si observamos la Figura 3.1, las fuerzas dinámicas que pueden actuar sobre el bloque de cimentación rígido son seis:

Una fuerza horizontal en dirección longitudinal a la cimentación  $P_z$

Una fuerza horizontal en dirección transversal a la cimentación  $P_x$

Una fuerza vertical  $P_y$

Un momento de cabeceo  $M_z$ , alrededor del eje longitudinal  $Z$

Un momento de cabeceo  $M_x$ , alrededor del eje longitudinal  $X$

Un momento torsionante  $M_y$ , alrededor del eje vertical  $Y$

De acuerdo a la figura 3.1 la respuesta del bloque de cimentación a las solicitaciones antes mencionadas para los seis grados de libertad, es:

Desplazamiento en  $Z$

Desplazamiento en  $X$

Desplazamiento en  $Y$

Giro en  $Z$

Giro en  $X$

Giro en  $Y$

A los primeros tres grados de libertad se les conoce como: “modos de vibración traslacionales” y a los tres giros se le llama: “modos rotacionales”.

En este tipo de cimentaciones se asume que la reacción del suelo pasa por el centroide de la superficie de contacto de la cimentación. Por lo general, es posible que el centro de gravedad del sistema máquina-cimentación no coincida con el centro de gravedad de la superficie de contacto, por lo que los seis modos de vibrar están acoplados y se deberán estudiar juntos.

## 2.7 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO

En general toda cimentación de maquinaria es un bloque rígido de concreto reforzado, el cual responde a las fuerzas dinámicas a partir de las deformaciones del terreno que la soporta.

Si observamos la figura 4.1, la cimentación representada con geometría arbitraria parcial o totalmente embebida en un semiespacio elástico y homogéneo está sometida a fuerzas y momentos armónicos de la forma:

$$V = V_0 e^{i(\omega t + \phi)} \quad (3.2)$$

Donde:

V: Fuerza armónica

$V_0$ : Amplitud de la fuerza

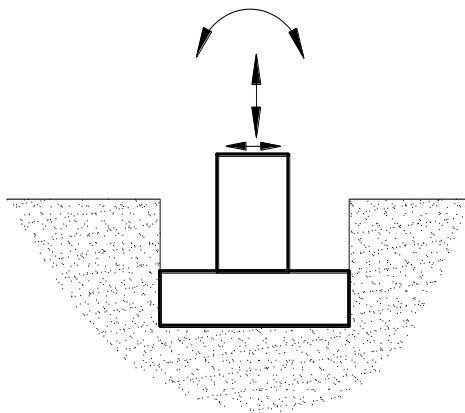
e: Base de logaritmos naturales

$\omega$ : Frecuencia circular ( rad/seg )

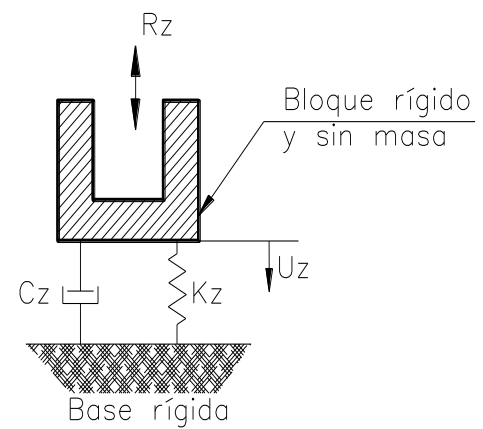
$\phi$ : Ángulo de fase en radianes

t: Tiempo en segundos

i:  $\sqrt{-1}$



Momentos y fuerzas que actúan sobre la masa del sistema



Resorte y amortiguador dinámico equivalente, para vibración vertical

**Figura 4.1. Cimentación real y su modelo de análisis**

### 3.- PARÁMETROS DEL SUELO

Para diseñar una cimentación sujeta a cargas dinámicas o conocer el comportamiento de una masa de suelo ante un sismo de cualquier magnitud, se requiere determinar los parámetros dinámicos de suelo para rangos de deformación diferentes. En la práctica de la ingeniería de cimentaciones, requerimos de las siguientes propiedades dinámicas de los suelos ( ref. 6 ):

Módulo dinámico de Young,  $E$  ( Ton/m<sup>2</sup> )

Módulo dinámico al esfuerzo cortante,  $G$  ( Ton/m<sup>2</sup> )

Módulo dinámico de deformación volumétrica,  $K$

Relación de Poisson,  $\nu$

Amortiguamiento,  $\zeta$

Propiedades esfuerzo-deformación

Parámetros de licuación

Resistencia al esfuerzo cortante en función de la velocidad de aplicación de carga

Para determinar las propiedades anteriores disponemos de técnicas de laboratorio o bien mediante técnicas de campo.

Las ventajas de las técnicas de laboratorio son:

Bajos costos en su ejecución

Relativa facilidad al manejar las variables de ensaye

Definición clara de las variables de frontera

La desventaja principal que se tiene es: la alteración del suelo provocada por los procedimientos de muestreo, su transporte, almacenamiento y el ensaye mismo en cierta forma.

Las ventajas de las técnicas de campo son:

El ensaye se hace en un mayor volumen de suelo

La alteración de suelo prácticamente es nula

Las desventajas principales de las técnicas de campo son: dificultad para controlar las condiciones de frontera y los bajos niveles de deformación que se pueden alcanzar.

El ensaye de los suelos tiene dos objetivos:

- 1.- Proporcionar la información básica para el análisis y diseño de las cimentaciones.
- 2.- Obtener la base experimental que permita el desarrollo de ecuaciones constitutivas.

En relación al primer objetivo debe decirse que los ensayos tanto de laboratorio como de campo nos dan una aproximación de la condición real de trabajo del suelo, en cuanto al segundo objetivo, lo que se pretende es; entender, predecir y explicar el comportamiento de los suelos ante condiciones generales.

En cuanto a las técnicas de laboratorio, las variables importantes son la medición precisa de: la carga, la deformación y la presión de poro. Las dos primeras por lo general se determinan sin problema, en cambio, la presión de poro depende del tipo de suelo a ensayar, concretamente de su permeabilidad, no es lo mismo ensayar un material granular permeable que una arcilla de baja permeabilidad, por lo tanto la medición de presión de poro en las fronteras puede no ser el promedio del espécimen en suelos arcillosos. La presión de poro depende además del tipo de suelo y la permeabilidad, de la magnitud de la carga o de la velocidad de deformación y de las condiciones de drenaje del ensaye.

### 3.1. VELOCIDAD DE APLICACIÓN DE LA CARGA

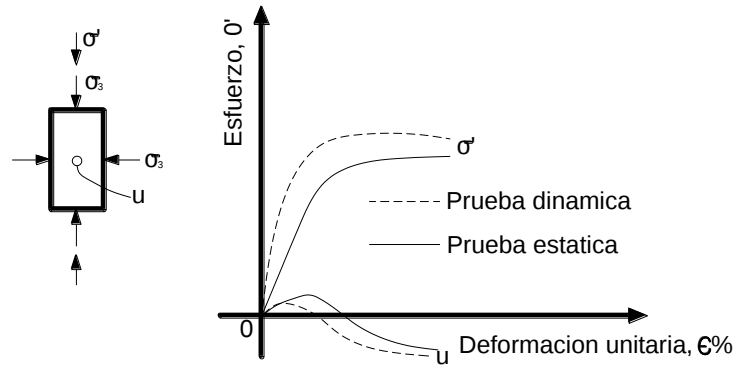
De acuerdo a investigaciones realizadas ( ref. 6 ), la resistencia al esfuerzo cortante de los suelos se incrementa con el aumento de la velocidad de aplicación de la carga. Se puede expresar dicha resistencia mediante la siguiente ecuación:

$$(\zeta_{\text{máx}})_{\text{dinámica}} = (\zeta_{\text{máx}})_{\text{estática}} (\text{FVC}) \quad (4.1)$$

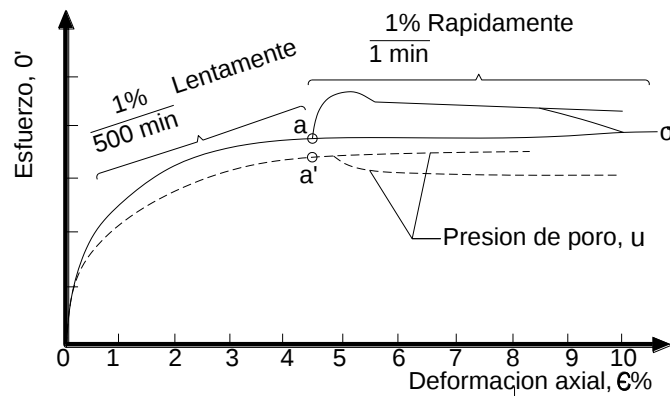
En donde:

FVC: Factor de velocidad de aplicación de carga

Como puede verse en la ecuación anterior, a la resistencia estática se le aplica un factor para obtener el esfuerzo cortante máximo dinámico de un suelo. La figura 4.1 nos muestra resultados experimentales de cómo cambia dicho esfuerzo.



(a)



(b)

**Figura 4.1 Efecto de la velocidad de aplicación de carga**

Las investigaciones (Whitman 1970 y Richart 1970) nos indican que:

Para arenas secas el FVC puede estar comprendido entre 1.1 y 1.15 para velocidades de deformación comprendidas entre 0.02% por segundo y 1000 % por segundo, respectivamente.

Para suelos cohesivos saturados el FVC está comprendido entre 1.5 y 3.

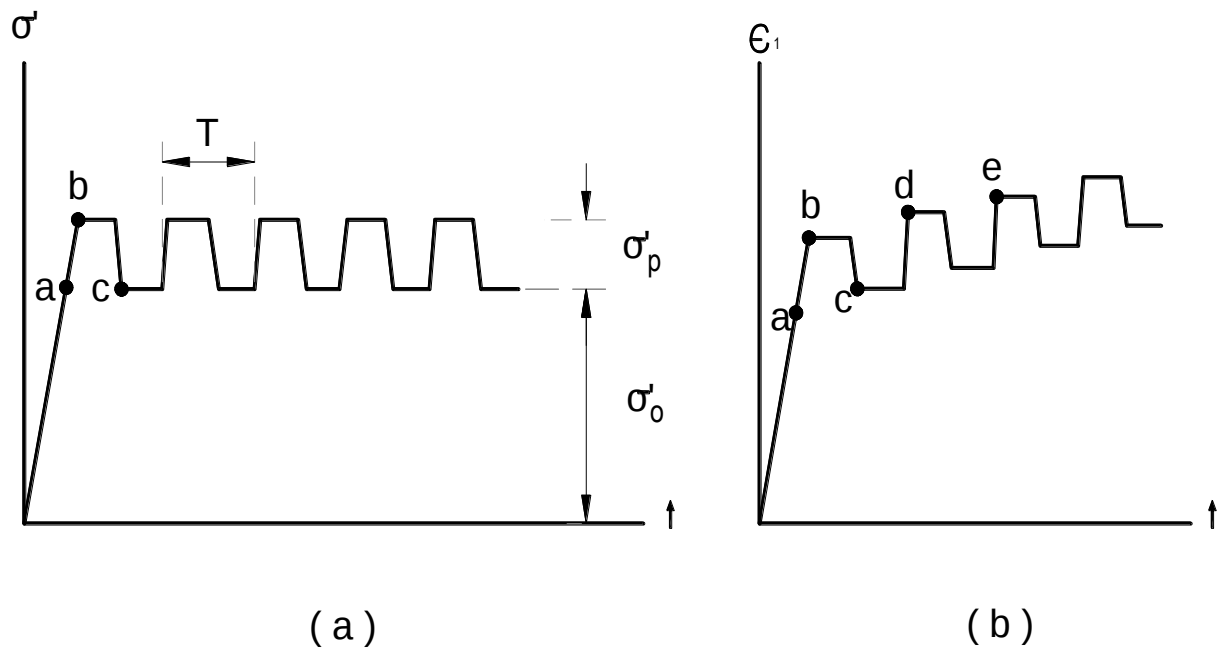
Para suelos parcialmente saturados el factor está comprendido entre 1.5 y 2.

### 3.2 CARGAS REPETIDAS

La vibración de maquinaria produce cargas cíclicas sobre la masa del suelo, ello provoca cambios en el estado de esfuerzos de dicho suelo, lo cual se ve reflejado en un incremento de la deformación y la

presión de poro, por consiguiente aparecen asentamientos, ablandamiento del suelo y pérdida de la resistencia al esfuerzo cortante.

La figura 4.2a representa un ensaye de carga repetida típico. La muestra de suelo se sujeta a un esfuerzo  $\sigma'_o$  en condiciones estáticas, posteriormente se somete a un esfuerzo cíclico de magnitud  $\sigma_p$  y periodo  $T$ , las deformaciones se presentan en la figura 5.2b en la cual se ve que estas se incrementan con el número de ciclos de aplicación de carga.



**Figura 4.2 Efecto de la carga repetida**

Como puede notarse, del tipo de suelo, la magnitud de los esfuerzos estático  $\sigma'_o$  y cíclico  $\sigma_p$  así como del número de ciclos, dependerá el resultado final del ensaye. En general, si la suma de  $\sigma'_o + \sigma_p$  es muy pequeña comparada con la resistencia estática, la deformación del suelo, después de un cierto número de ciclos tiende a un estado de equilibrio y la deformación no se incrementará más ( Fig. 4.3<sup>a</sup> ). Por el contrario, si la suma de esfuerzos es cercana a la resistencia estática, la deformación se incrementará ciclo a ciclo y ocurrirá una falla conocida por carga cíclica ( Fig. 4.3<sup>c</sup> ).

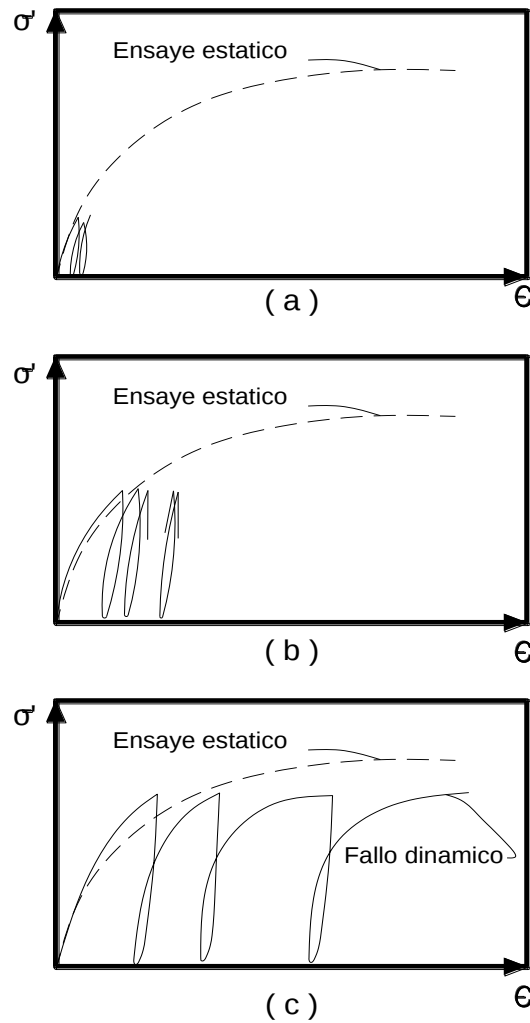


Figura 4.3 Efecto de la amplitud del esfuerzo cíclico

### 3.3. TÉCNICAS DE LABORATORIO PARA OBTENER LAS PROPIEDADES DINÁMICAS

Las técnicas de laboratorio son muy útiles para determinar las propiedades dinámicas de los suelos, se ha inventado equipo, técnicas y procedimientos para tal fin, pero debemos aceptar que no existe un aparato, procedimiento ó técnica única que cubra todo el rango de interés de la dinámica de suelos, para cada aplicación deberá escogerse el tipo de ensaye más apropiado.

A continuación se describen de manera general, las técnicas de laboratorio más comunes que se utilizan para determinar propiedades dinámicas de suelos.

### 3.3.1 Ensaye de pulsos ultrasónicos

Este ensaye consiste en generar, utilizando cristales piezoeléctricos, ondas ultrasónicas longitudinales ó de torsión y medir el tiempo,  $t$ , necesario para la propagación del pulso elástico generado, a través del espécimen de suelo de longitud  $L$ , ello permite determinar la velocidad de propagación del pulso generado en el espécimen a estudiar.

La piezoelectricidad es un fenómeno que se presenta en cristales (cuarzo, turmalina, bario-titanio, fosfato amónico) cuando se ejerce una presión sobre ellos. La presión produce una deformación que origina un desplazamiento del centro de aplicación de las cargas negativas respecto al de las positivas, produciendo así en el cristal una polarización que depende de la presión aplicada (efecto piezoeléctrico directo).

De manera contraria, si se aplica un campo eléctrico al cristal, se producen deformaciones que dependen de la intensidad del campo aplicado (efecto piezoeléctrico inverso).

Resumiendo el método, se aplica un pulso de carga repentinamente en un extremo del espécimen de suelo mediante un cristal piezoeléctrico, la deformación del espécimen debido a la carga se propaga a través de él mediante ondas de esfuerzo. La llegada del pulso de carga al extremo opuesto del espécimen al igual que la aplicación del pulso se registra en un osciloscopio, ver figura 4.4.

Cuando el pulso aplicado es de compresión, la velocidad  $V_c$  podemos obtenerla mediante la ecuación siguiente:

$$V_c = \frac{L}{t} \quad (4.2)$$

El módulo equivalente de Young se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$E_{eq} = \gamma \cdot V_c^2 = \frac{\gamma L^2}{t_c^2} \quad (4.3)$$

Si el pulso aplicado es de torsión, la velocidad  $V_s$  es entonces:

$$V_s = \frac{L}{t_s} \quad (4.4)$$

El módulo al esfuerzo cortante  $G$ , se obtiene mediante la ecuación:

$$G = \gamma \cdot V_s^2 = \frac{\gamma L^2}{t_s^2} \quad (4.5)$$

El ensaye de pulsos se considera no destructiva, ya que las deformaciones unitarias que se producen son del orden de  $10^{-4}$  a  $10^{-3}$  en porcentaje.

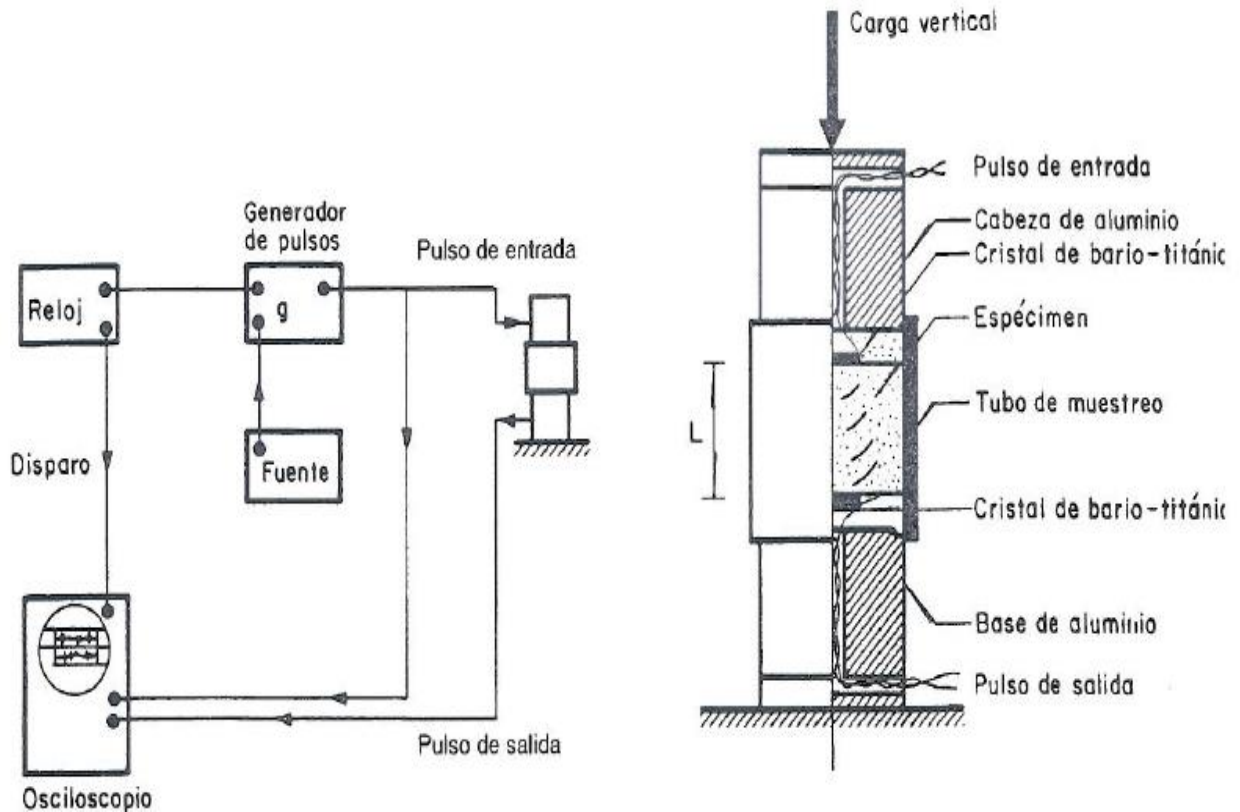


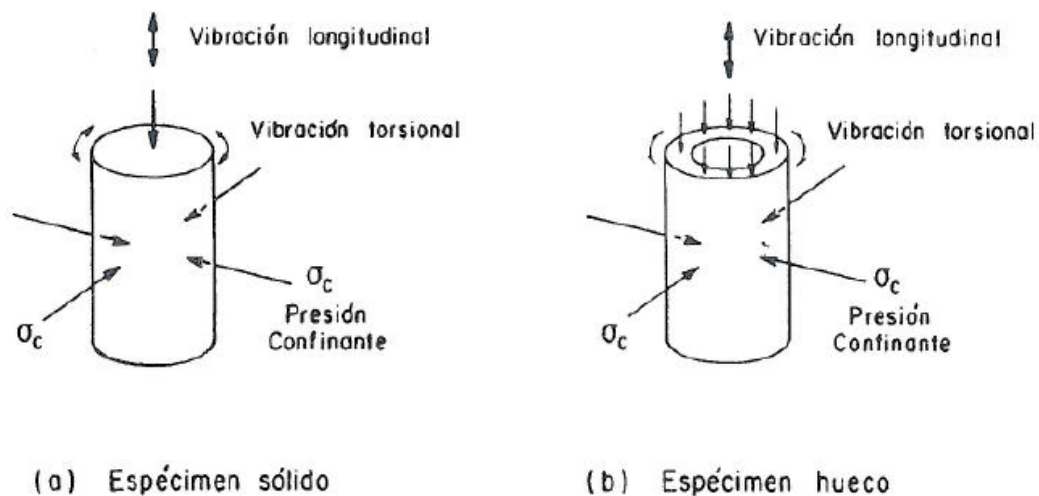
Figura 4.4 Esquema del equipo utilizado en el ensaye de pulsos. (Whitman y Lawrence, 1963)

### 3.3.2 Ensayo de columna resonante:

La columna resonante data desde 1937 (Ishimoto e Iida), Bishopp (1959), Hardin (1965), Drnevich, Hall y Richard (1967) fundamentaron la teoría en que se basa la interpretación de los resultados del equipo de la columna resonante.

El ensaye de columna resonante consiste en someter un espécimen cilíndrico de suelo a un estado de vibración forzada longitudinal ó torsional, variando la frecuencia de excitación hasta lograr la resonancia del espécimen.

El módulo dinámico de rigidez al corte  $G$  se calcula con la frecuencia de resonancia  $F_n$ , la geometría del espécimen ( ver figura 4.5 ) y las características del equipo.

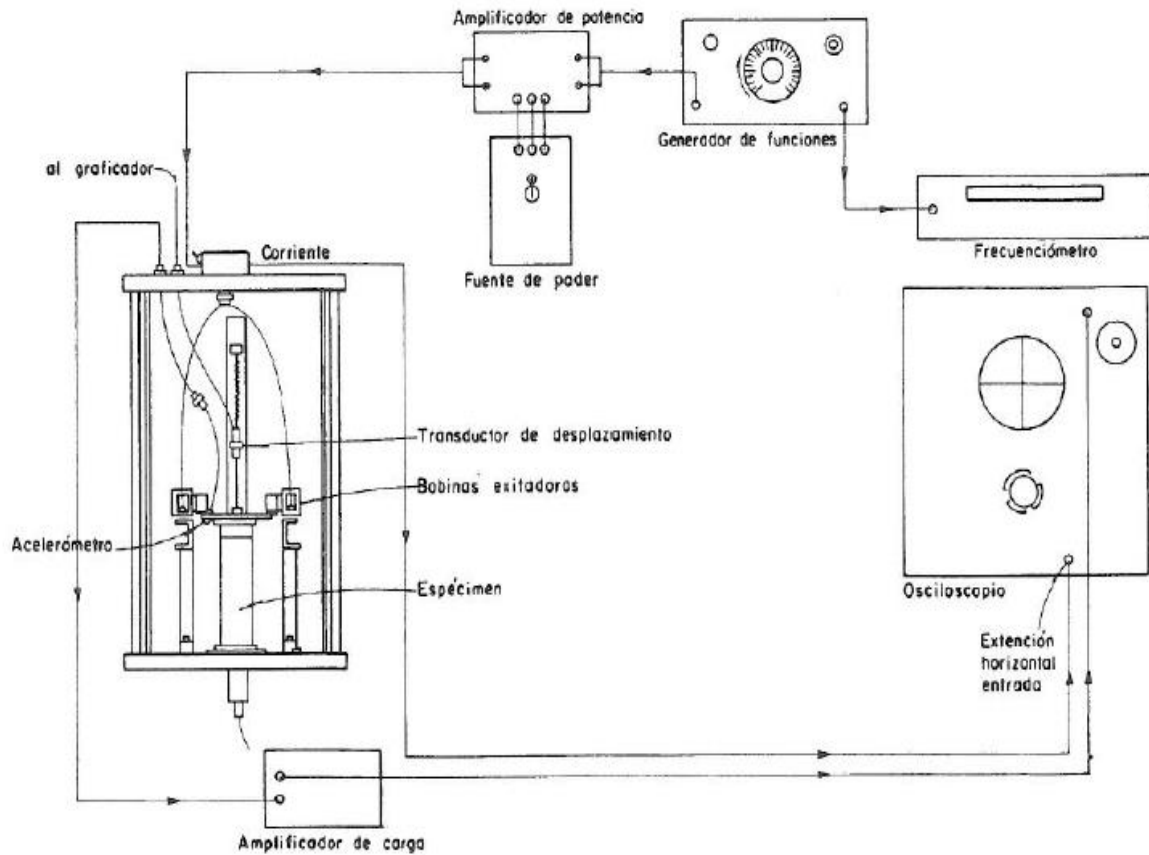


**Figura 4.5 Principios básicos del ensayo de columna resonante**

La columna resonante consiste en colocar un espécimen de suelo cilíndrico sobre una base rígida, este puede ser sólido ó hueco, en su parte superior se coloca un dispositivo que comunica la excitación torsional y/o longitudinal, con ello se logra que el espécimen de suelo se fije en su extremo inferior y este libre en el superior. La respuesta del suelo se mide mediante un acelerómetro, cuya salida se observa en el eje Y de un osciloscopio.

El ingeniero encargado del ensayo controla la frecuencia de vibración, lo cual le permite realizar un barrido de frecuencias hasta encontrar la de resonancia  $f_n$ , esta frecuencia depende tanto del espécimen del suelo como del aparato utilizado.

La gráfica del osciloscopio ( figura X-Y ) permite conocer cuando el sistema está es resonancia. En la figura 4.6 se muestra en forma esquemática una versión moderna de la columna resonante.



**Figura 4.6 Esquema del aparato de columna resonante a torsión**

Los factores que afectan los resultados de la prueba son:

La amplitud de deformación angular,  $\gamma$

La presión de confinamiento,  $\sigma_c$

La relación de vacíos,  $e$

La ecuación que relaciona la velocidad de propagación de ondas de esfuerzo cortante,  $V_s$  con la frecuencia de resonancia  $f_n$  es:

$$V_s = \frac{2 \cdot \beta \cdot f_n \cdot L}{\psi_s} \quad (4.6)$$

En donde:

L: Longitud del espécimen

$\psi_s$ : Raíz de la ecuación de frecuencias

$$\psi_s \tan \psi_s = \frac{J}{J_o} \quad (4.7)$$

En donde:

J: Momento de inercia del espécimen

$J_o$ : Momento de inercia de la cabeza del sistema

El valor del módulo de rigidez al corte G, se calcula con la siguiente ecuación:

$$G = V_s^2 \cdot \gamma \quad (4.8)$$

En donde:

$\gamma$ : densidad de masa del espécimen

### 3.3.3 Ensaye del péndulo de torsión:

En este ensaye se somete un espécimen cilíndrico de suelo a un impulso que le provoque una vibración torsional libre. En la figura 4.7 se muestra el aparato utilizado, consiste en una cámara triaxial modificada, en donde se somete el espécimen a diferentes presiones de confinamiento  $\sigma_c$  lo cual nos lleva a conocer la variación del módulo de rigidez al corte G.

Como puede verse en la figura, un vástago unido a una barra horizontal atraviesa la tapa de la cámara transmitiendo vibración torsional libre al extremo superior de la muestra.

Al brazo horizontal se le colocan masas en forma simétrica con respecto al eje del espécimen, ello da lugar a un sistema de un grado de libertad. Para que el sistema vibre libremente se le da al brazo un pequeño impulso inicial.

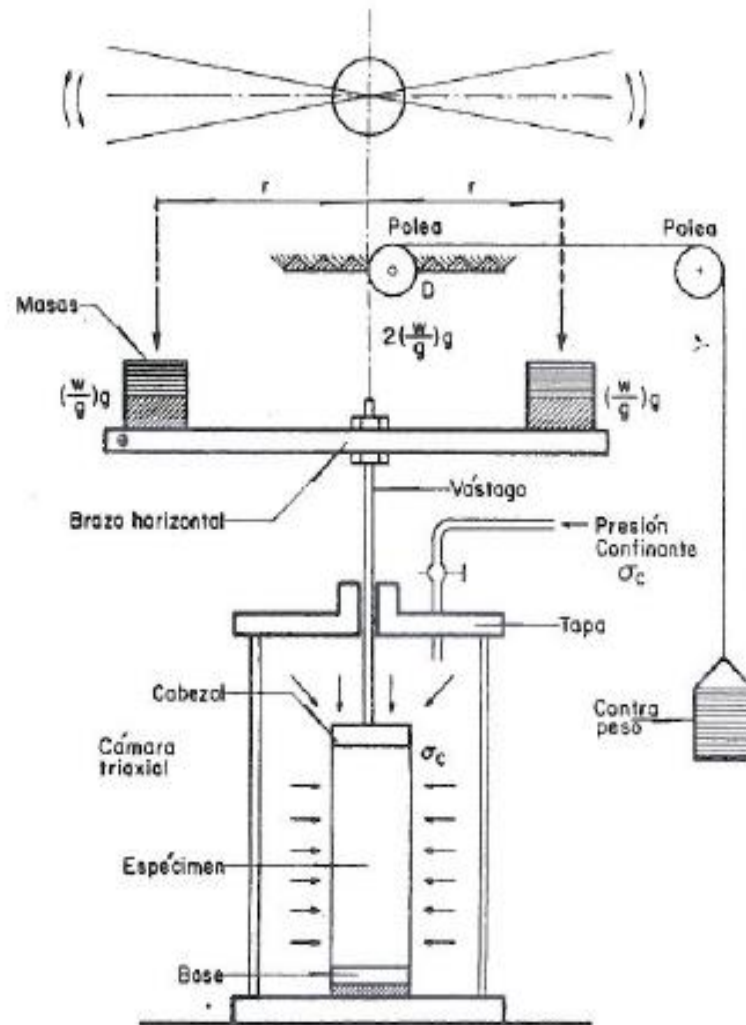


Figura 4.7 Péndulo de torsión de vibración libre (Zeevaert, 1967)

Ante el impulso, la respuesta del suelo (vibración) es registrada por un graficador dotado de dos plumillas: una registra la vibración libre del sistema y la otra las marcas del tiempo. En la figura 4.8 se puede ver para diferentes tipos de suelo la: amplitud, periodo y decremento logarítmico de la vibración libre amortiguada del sistema aparato-suelo. De acuerdo a la información obtenida del ensaye el módulo  $G$  se calcula con la siguiente expresión:

$$G = \frac{\omega_{sd}^2 \cdot C}{\left(1 - \xi_s^2\right) - \left(1 - \xi_a^2\right) \left(\frac{\omega_{sd}}{\omega_{ad}}\right)^2} \quad (4.9)$$

Donde:

$C = J_a h / I_p$

$J_a$  = Momento de inercia de masas

$h$  = Altura del espécimen

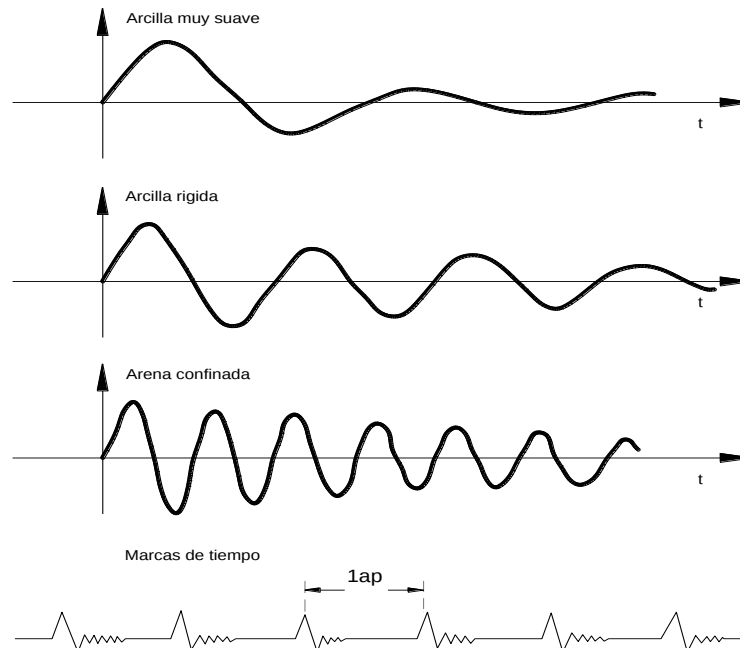
$I_p = \beta D^4 / 32$

$D$  = Diámetro del espécimen

$\omega_{sd}$  = Frecuencia circular amortiguada del sistema

$\omega_{ad}$  = Frecuencia circular amortiguada de calibración

$\xi_s$  y  $\xi_a$  = Representa las relaciones de amortiguamiento del sistema y del instrumento respectivamente.



**Figura 4.8 Registros típicos obtenidos con el ensaye de péndulo de torsión**

### 3.3.4 Ensayo triaxial cíclico:

Este ensayo tiene como finalidad investigar el comportamiento esfuerzo-deformación y la resistencia al esfuerzo cortante de un espécimen cilíndrico de suelo, sometido a cargas axiales cíclicas.

Por medio de este ensayo, a una muestra de suelo se le aplica un esfuerzo de confinamiento,  $\sigma_{3c}$ , hasta lograr su consolidación y posteriormente se le aplica un esfuerzo axial cíclico (esfuerzo desviador),  $\sigma_d$ , a una frecuencia determinada, ver figura 4.9.

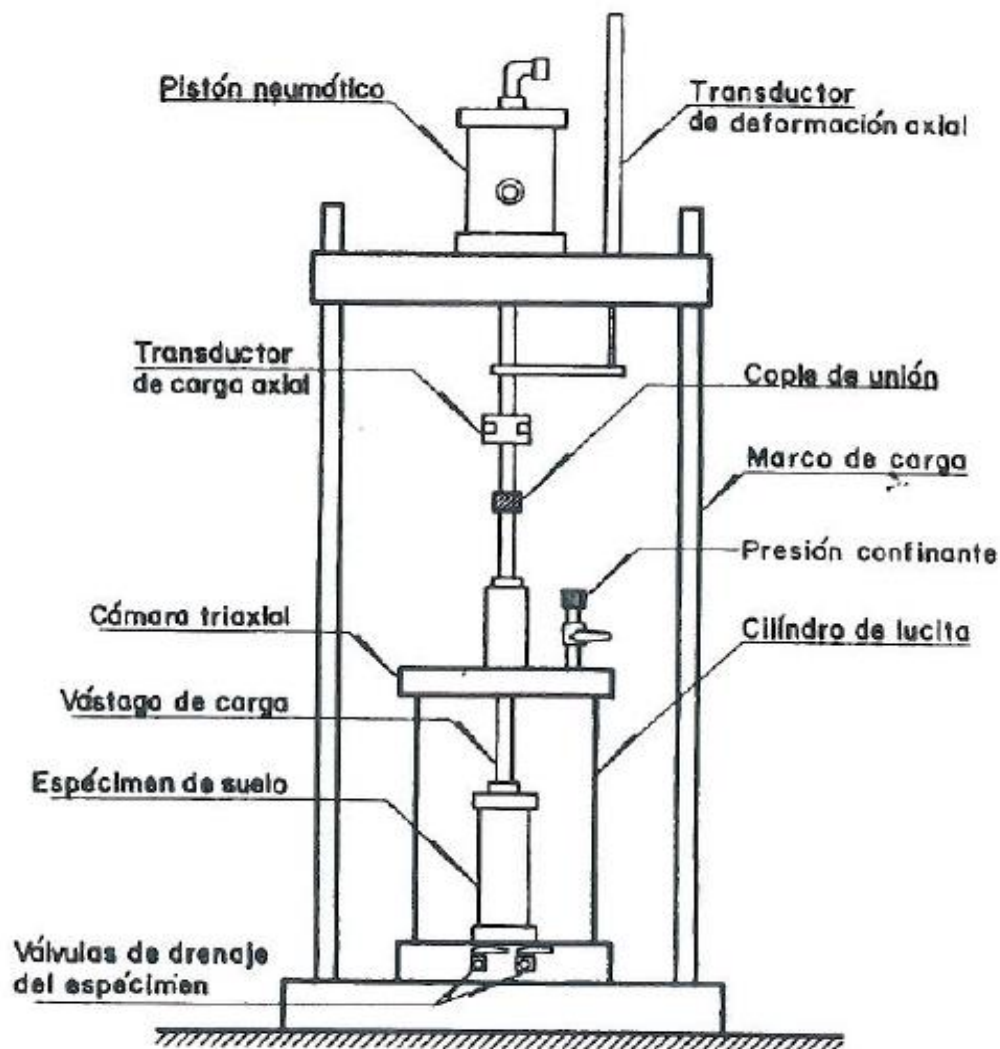


Figura 4.9 Cámara triaxial cíclica

Un estado de esfuerzos se presenta en la figura 4.10, el espécimen es sometido a consolidación isotrópica de magnitud,  $\sigma_{3c}$  (figura 4.10a), como segunda etapa (en condiciones no drenadas), se cambia el estado de esfuerzos, de tal forma que el esfuerzo axial se incremente en una cantidad igual a  $1/2\sigma_d$ , y el esfuerzo radial se disminuye en una cantidad igual a  $1/2\sigma_d$ , entonces resulta un estado de esfuerzos como el mostrado en la figura 4.10b, el mismo estado de refuerzos resulta si se incrementa el esfuerzo axial en una cantidad igual a  $\sigma_d$  y simultáneamente se disminuye la presión confinante en un valor igual a  $1/2\sigma_d$ , ver figura 4.10c.

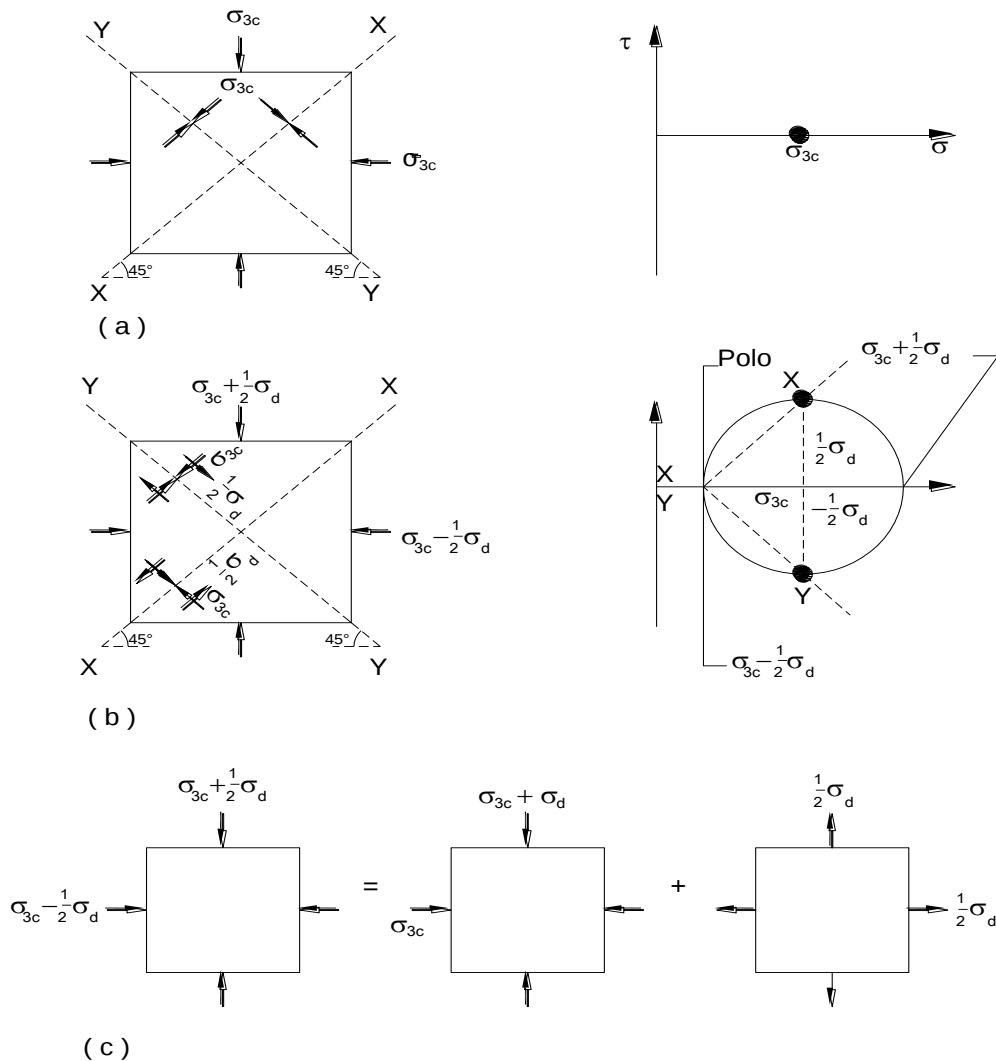
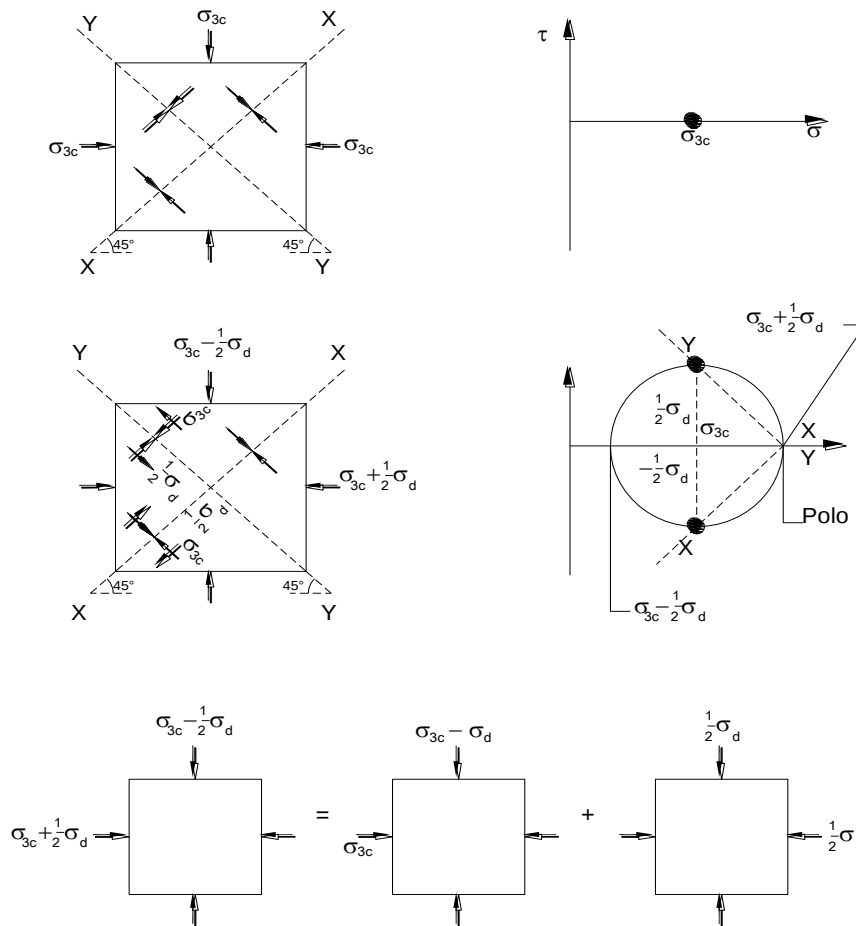


Figura 4.10 Estado de esfuerzos en un ensaye triaxial cíclico

Como puede verse, la condición descrita, produce esfuerzos cortantes,  $\tau = \frac{1}{2} \sigma_d$  en planos con inclinación a  $45^\circ$  con respecto a la horizontal.

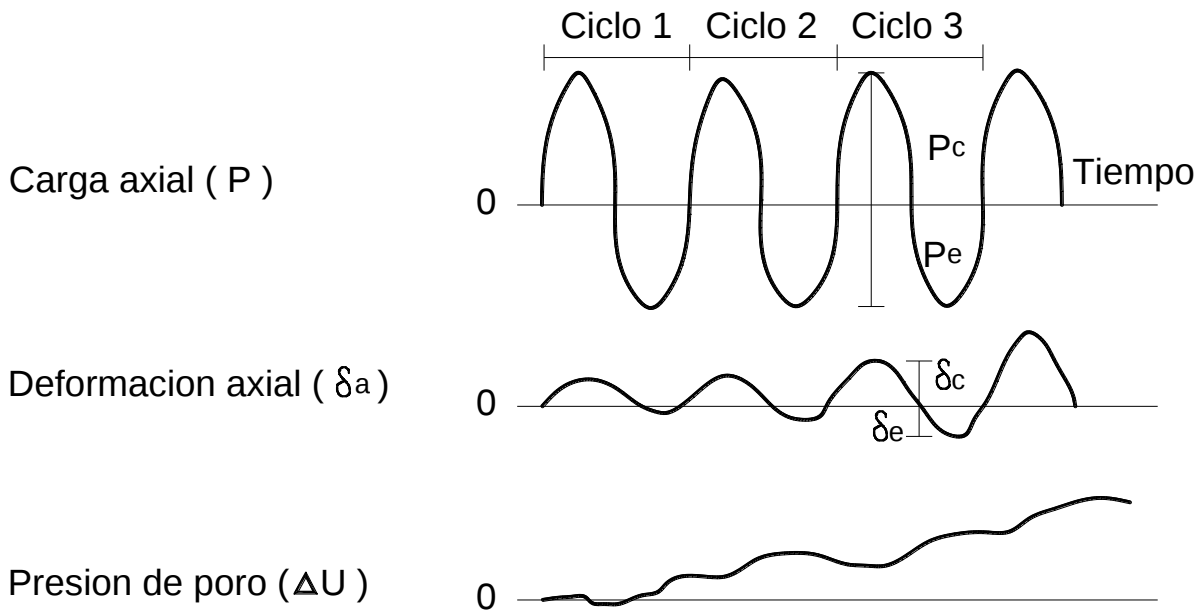
Un caso similar pero aplicando esfuerzos diferentes se representa en la fig. 4.11, a partir de la condición isotrópica (fig. 4.11<sup>a</sup>) y en condiciones no drenadas, se decrementa el esfuerzo axial en un valor igual a  $\sigma_d$ , simultáneamente se incrementa la presión de confinamiento en un valor igual a  $\frac{1}{2}\sigma_d$  (figura 4.11b), el estado de esfuerzos final produce esfuerzos cortantes en un valor igual a  $\frac{1}{2}\sigma_d$  igualmente en planos con una inclinación de  $45^\circ$  con respecto a la horizontal. Como puede verse, en este caso los esfuerzos cortantes resultan ser contrarios a los generados en la figura 4.10.



**Figura 4.11 Estado de esfuerzos en un ensaye triaxial cíclico**

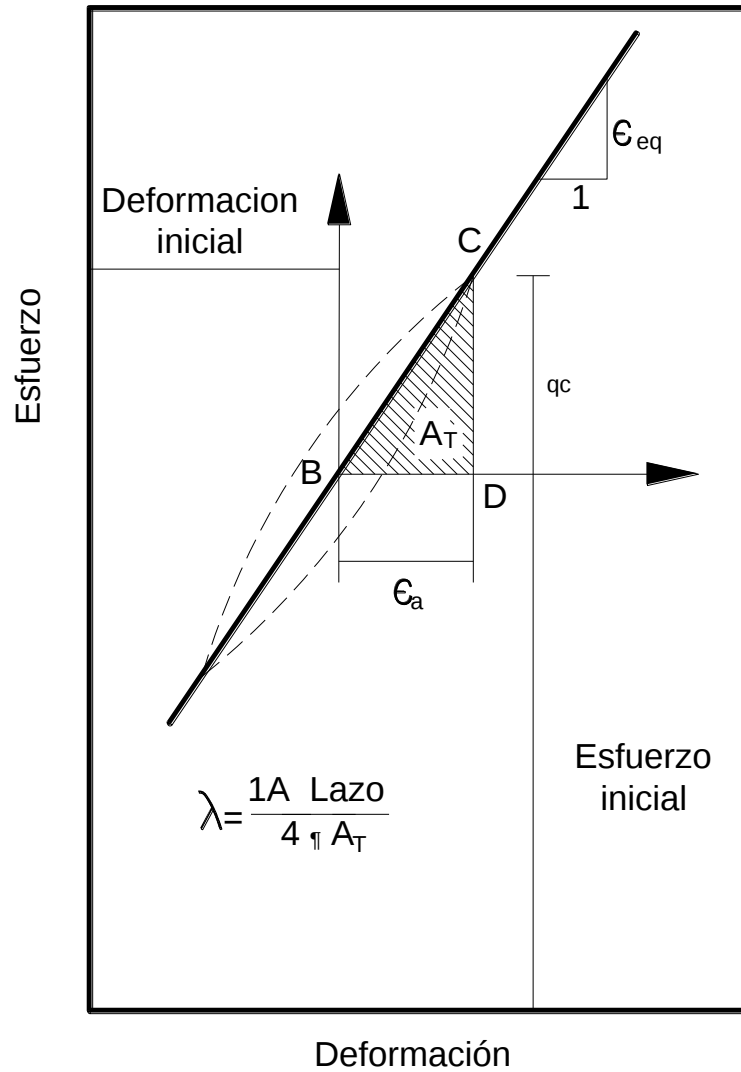
Si las dos condiciones descritas anteriormente se repiten cíclicamente, los esfuerzos normales se mantienen constantes pero se producen esfuerzos cortantes que cambian de dirección.

Con el ensaye triaxial cíclico, se obtienen los registros continuos de la variación de: la carga axial aplicada,  $p$ , la deformación axial producida,  $\varepsilon$ , y la presión de poro,  $\Delta u$ , la cual se genera durante la aplicación de la carga cíclica. En la figura 4.12 se muestra el esquema de registro de un ensaye de las variables mencionadas.



**Figura 4.12 Registros de un ensaye triaxial cíclico**

Un lazo típico de histéresis de un ensaye triaxial cíclico se muestra en la figura 4.13, en la misma se presenta el estado inicial de consolidación del espécimen, la variación del esfuerzo axial cíclico,  $q_c$  y la variación de la deformación axial cíclica,  $\varepsilon_c$ .



**Figura 4.13 Lazo típico de histéresis y definiciones**

La pendiente de la línea que une los puntos extremos del lazo de histéresis (figura 4.13), nos permite calcular el módulo equivalente de Young,  $E_{eq}$  y por consiguiente podemos calcular el valor de  $G$  con la siguiente ecuación:

$$G = \frac{E_{eq}}{2 \cdot (1 + \mu)} \quad (4.10)$$

Igualmente podemos calcular la relación de amortiguamiento equivalente,  $\lambda$ , con la siguiente expresión:

$$\lambda = \frac{1}{4\pi} \frac{\text{Área} \cdot \text{del} \cdot \text{lazo} \cdot \text{de} \cdot \text{histéresis}}{\text{Área} \cdot \text{del} \cdot \text{triángulo} \cdot BCD} \quad (4.11)$$

### 3.3.5 Ensayo de corte simple cíclico:

El objetivo de esta prueba es investigar el comportamiento esfuerzo-deformación y la resistencia al esfuerzo cortante de un espécimen de suelo sometido a una condición de esfuerzos de corte simple, ver figura 4.14.

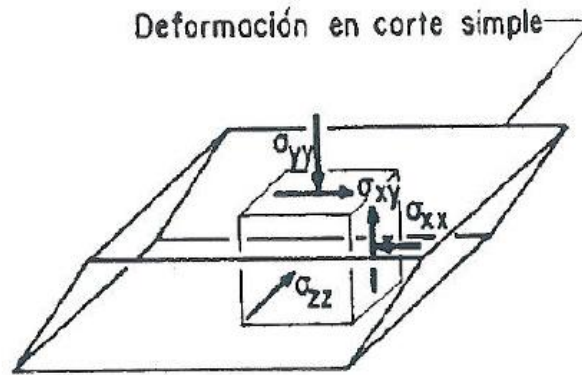


Figura 4.14 Deformación de corte simple de un elemento prismático

Esta prueba, en la actualidad, se puede hacer con dos tipos de aparatos de corte simple, los especímenes a utilizar son: uno de paredes rígidas y forma prismática de aproximadamente 5x5x2.9 cm (fig. 4.15<sup>a</sup>) y otro de forma cilíndrica, con dimensiones de 71 mm de diámetro y 20 mm de altura, para este caso, el espécimen se coloca dentro de una membrana reforzada con alambre de acero en espiral (fig. 4.15b), ello con la finalidad de lograr que el desplazamiento relativo entre la parte superior y la inferior de la muestra defina una línea recta.

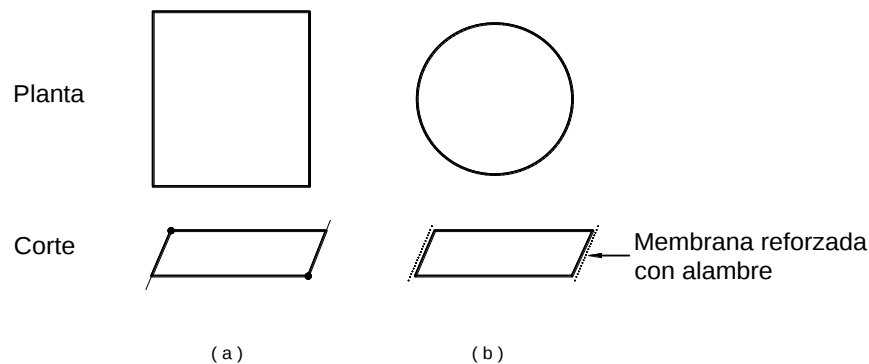
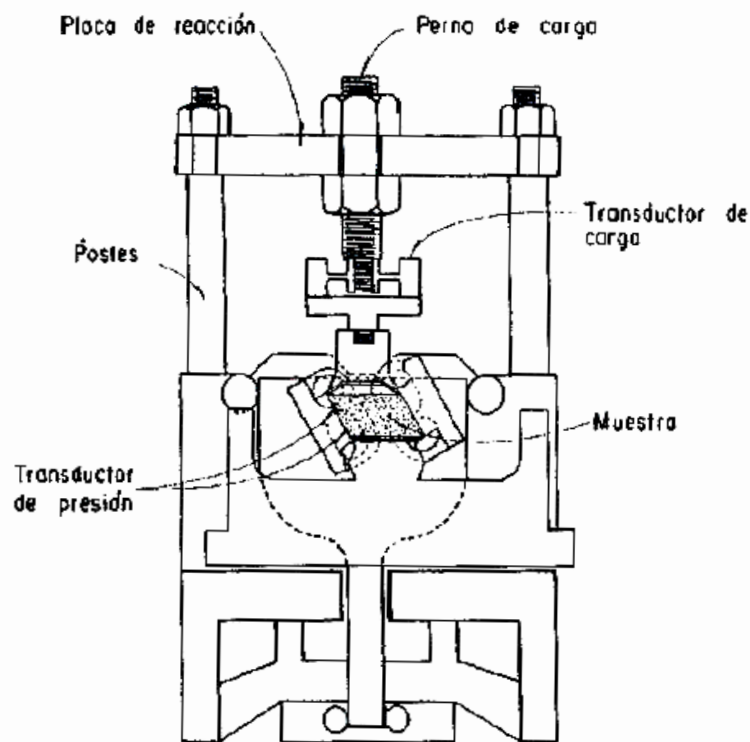


Figura 4.15 Tipos de especímenes de suelo para el ensayo de corte simple

Básicamente, el ensaye de corte simple consiste en aplicar una fuerza cortante cíclica a una muestra de suelo, como las mostradas en la figura 4.15, envuelta en una membrana de hule, que a su vez es confinada por un resorte plano o un recipiente de paredes móviles. El procedimiento para confinar el espécimen fue desarrollado por Rendón y Casagrande (1973).

En la figura 4.16 se muestra el aparato de corte simple ideado por Finn y Vaid (1977) para ensayos a volumen constante, este aparato tiene el propósito de reducir los efectos del cambio de volumen de la muestra debido a la deformación del equipo.

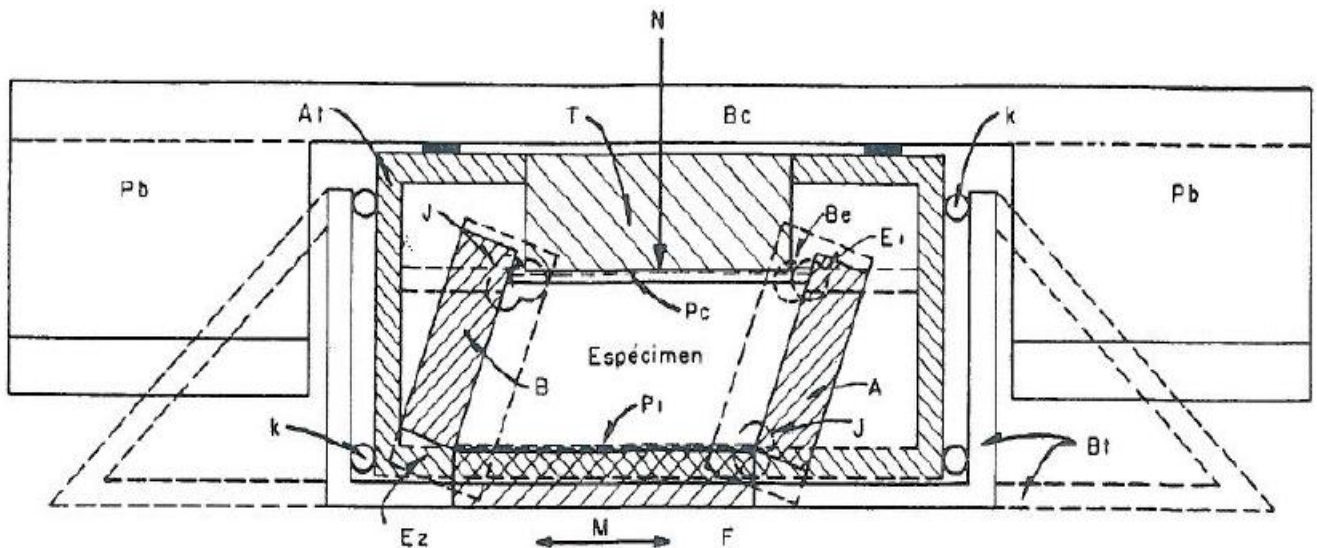


**Figura 4.16 Aparato de corte simple cíclico (Finn y Vaid, 1977)**

El trabajo de los distintos tipos de aparatos de corte simple es similar, al espécimen de suelo se le aplica un esfuerzo vertical  $\sigma_v$  de consolidación, una vez consolidada, a través de la tapa de la muestra, la probeta se somete a una fuerza cortante cíclica usando un gato neumático. Durante la prueba se mide la fuerza cortante y el desplazamiento horizontal, con estos datos, se trazan las curvas esfuerzo cortante-deformación para cada ciclo de carga, la figura que resulta es como la mostrada en la figura 4.13 una vez

obtenida dicha curva, se calcula el módulo  $G$  y la relación de amortiguamiento utilizando las ecuaciones 4.10 y 4.11, respectivamente.

Como puede verse, el espécimen utilizada es pequeño, los investigadores Díaz-Rodríguez, Weckmann e Iturbe (1973) diseñaron un aparato de corte simple de paredes rígidas para muestras de gran tamaño (30x60x90 cm), para ello el equipo se monta sobre una mesa vibratoria, ver figura 4.17.



|        |                                             |    |                                                             |
|--------|---------------------------------------------|----|-------------------------------------------------------------|
| A, B   | Paredes inclinables                         | J  | Movimiento vertical de cojinetes de las paredes inclinables |
| At     | Armazón de la tapa                          | k  | Cojinetes-guía                                              |
| Bc     | Bastidor de carga                           | M  | Movimiento alternado de la mesa vibratoria                  |
| Be     | Movimiento vertical de cojinetes de la tapa | N  | Carga normal sobre la tapa                                  |
| Bt     | Bastidor para la tapa                       | Pb | Masas de plomo                                              |
| E1, E2 | Ejes de las paredes inclinables             | Pc | Placa de carga                                              |
| F      | Fondo del recipiente                        | T  | Tapa del recipiente                                         |

**Figura 4.17** Aparato de corte simple cíclico para muestras gigantes (Díaz Rodríguez, Weckman e Iturbe, 1973)

### 3.3.6. Ensayo de mesa vibratoria:

La mesa vibratoria, es un mecanismo que permite realizar ensayos dinámicos de muestras de suelo o cualquier otro componente (presas, edificios, etc.,) a escala natural o reducida. Son muchas las aplicaciones que se pueden dar al uso de mesas vibratoras en la investigación del comportamiento dinámico de suelos, y las estructuras construidas con ellos. El fenómeno de licuación de arenas puede estudiarse a través de este ensaye. En este aparato las fuerzas cortantes se generan mediante fuerzas de inercia del sistema. En la figura 4.18 se muestra un esquema de conjunto de una mesa vibratoria moderna.

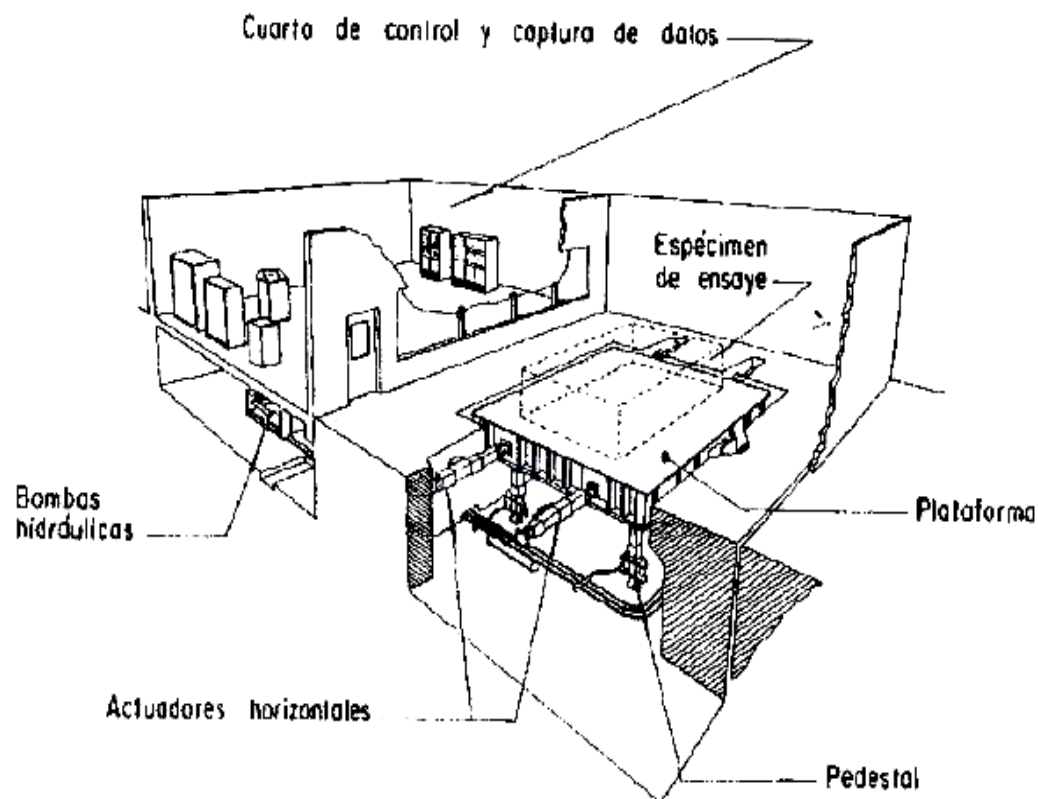


Figura 4.18 Mesa vibratoria moderna, esquema de conjunto

### 3.3.7 TÉCNICAS DE CAMPO

Los ensayos de laboratorio tiene el inconveniente que las muestras de suelo que se estudian adolecen de los efectos de alteración causada por la extracción, transporte, almacenamiento y preparación del ensaye, el espécimen sufre un “remoldeo” que en forma general afecta los resultados de los ensayos.

Los ensayos de campo tienen la gran ventaja que los estudios se hacen directamente con la muestra del suelo inalterada in situ, a continuación se presentan las técnicas principales que se usan en el campo de la dinámica de suelos y su aplicación a la solución de cimentaciones.

#### 3.3.7.1 Ensayes up-hole y down-hole:

Basados en la medición de ondas sísmicas en los suelos, provocadas por una fuente de perturbación,  $F$ , y registradas en un punto,  $R$ , denominado receptor, los ensayos de up-hole y dwn-hole son de las técnicas de campo más usados. En la figura 4.19 se muestra esquemáticamente la fuente y el receptor.

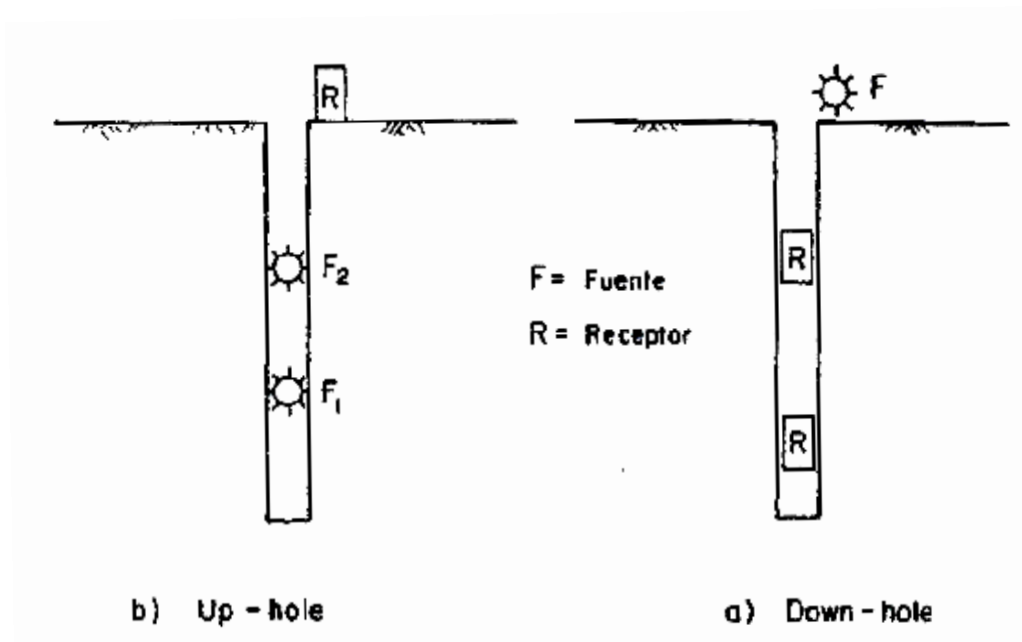


Figura 4.19 Ensayes down-hole y up-hole

Como puede verse en la figura anterior, si la fuente se coloca en la superficie y el receptor en el interior del sondeo, las ondas generadas viajarán hacia abajo y el ensaye recibe el nombre de down-hole. Cuando la fuente se coloca dentro del sondeo y el receptor en la superficie del terreno El ensaye recibe en nombre de up-hole.

La técnica down-hole consiste en perforar un sondeo de 7.6 cm de diámetro hasta una profundidad requerida y proceder a colocar un ademe poco rígido, posteriormente se cuela un bloque de concreto de 0.6 m de lado, ver figura 4.20.

El siguiente paso es colocar a una profundidad Z un geófono de tres componentes dentro del sondeo fijándolo contra el ademe, utilizando un martillo de 4.5 kg de peso golpeamos el bloque de concreto, el impacto genera ondas de cuerpo. En un osciloscopio, se registra la traza del impacto y las trazas de llegada de las ondas al geófono. El procedimiento se repite de cada 1.5 a 3 m, hasta cubrir la profundidad total del sondeo.

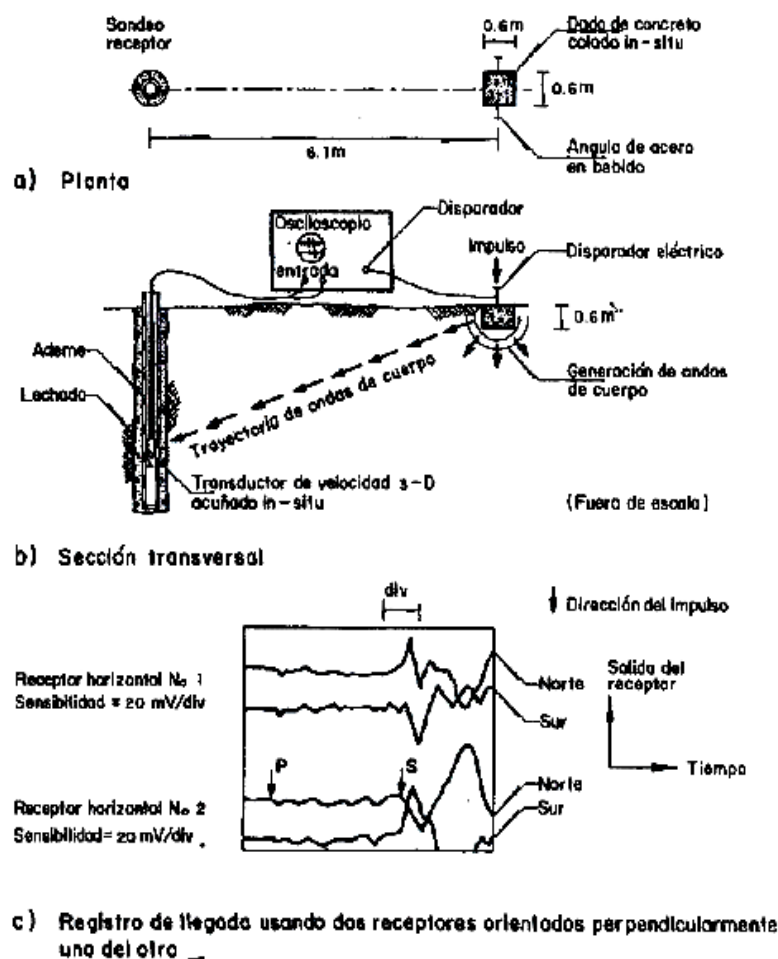


Figura 4.20 Ensaye sísmico down-hole

Si conocemos el tiempo que se requiere para que la onda viaje desde el punto de la perturbación hasta el receptor así como la distancia entre ambos, se puede determinar la velocidad de propagación de las ondas compresionales,  $V_c$ , así como las ondas de esfuerzo cortante  $V_s$ .

Para diferenciar las ondas generadas (dos tipos: compresionales y de esfuerzo cortante), se sabe que las primeras que llegan a la estación de registro son las compresionales y por otro lado se puede recurrir a cambiar el sentido de las ondas de cortante (que son las que nos interesan). Es posible, también, realizar dos ensayos en los cuales el arribo de la onda compresional permanezca sin cambio en tanto que la llegada de la onda de cortante se encuentre desfasada  $180^\circ$ , lo anterior nos permite su identificación.

Las deformaciones para este ensayo están comprendidas entre  $10^{-1} \%$  y  $10^{-3} \%$ , una de las desventajas de este método es la rápida atenuación de la energía con la profundidad.

### 3.3.7.2 Ensayo cross-hole:

Este ensayo de campo, nos permite medir la velocidad de propagación de ondas de cuerpo (P o S) para puntos colocados a una misma profundidad. En la figura 4.21 se muestra esquemáticamente cómo se aplica esta prueba. Se requiere un mínimo de dos sondeos, uno de los cuales se utiliza como fuente y el otro como receptor. Mediante este ensayo se puede medir la variación del módulo al esfuerzo cortante  $G$  con respecto a la profundidad. Conocidas las velocidades de ondas de corte  $V_s$ , mediante la siguiente ecuación, podemos conocer el valor de  $G$ :

$$G = \rho \cdot V_s^2 \quad (4.12)$$

en donde:

$$\rho = \gamma_m / g$$

$\gamma_m$ : peso volumétrico del suelo ( ton/m<sup>3</sup> )

$g$ : aceleración de la gravedad ( m/s<sup>2</sup> )

Antes de la realización del ensayo, con varios días de anticipación, los sondeos se deben ademar con el fin de lograr un buen contacto entre la pared exterior del tubo de ademe y la masa del suelo.

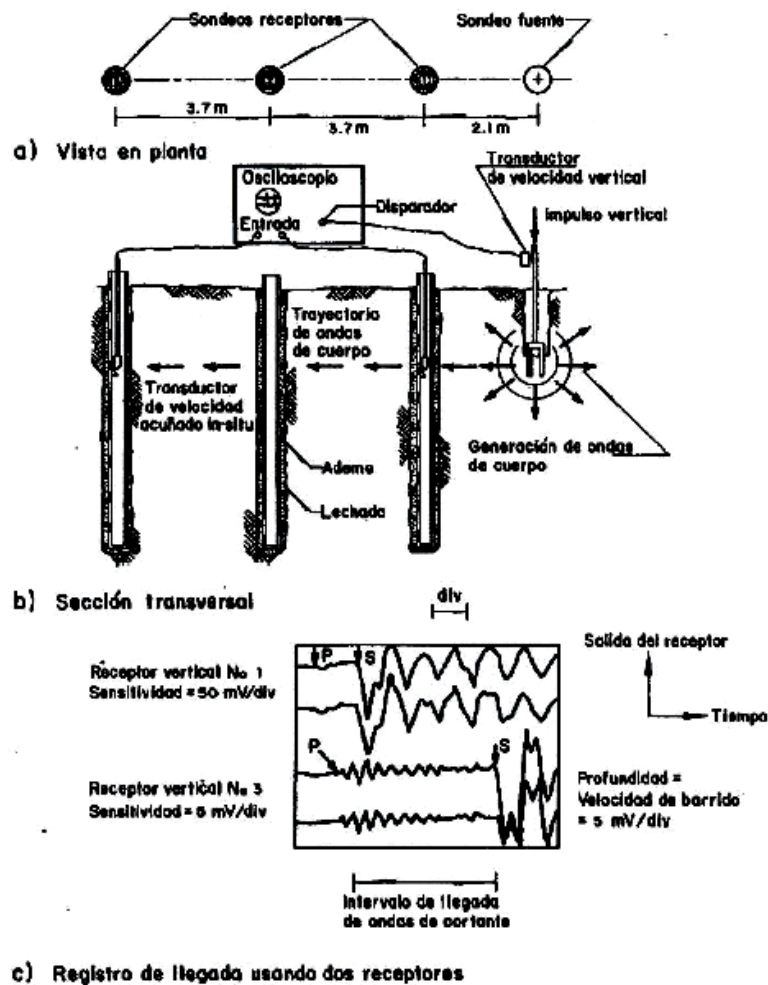


Figura 4.21 Ensayo sísmico cross-hole

Se sugiere que el diámetro del ademe no sea menor que 7.6 cm con el fin de permitir el paso de los geófonos, los mismos que deben acunarse contra el ademe.

La generación de la onda sísmica se realiza en el sondeo fuente, puede realizarse mediante el penetrómetro del ensayo de penetración estándar (SPT), en la barra de perforación se coloca un transductor de velocidad vertical, cada vez que el martillo de 63.5 kg. de peso golpea el penetrómetro, se produce una señal eléctrica que dispara el osciloscopio, en ese mismo instante se dispara el registro de las trazas de los geófonos receptores que se encuentran colocados a la misma profundidad de la perturbación.

### 3.5 CORRELACIONES CON EL MÓDULO DINÁMICO G

El módulo dinámico G como ya se dijo, debe obtenerse de preferencia con métodos de campo o de laboratorio, pero para fines de estimación se pueden recurrir a ecuaciones empíricas que relacionan el valor de G con otras propiedades de los suelos. Hardin y Black (1966) proponen las dos ecuaciones siguientes para deformaciones angulares inferiores a  $10^{-4}$ :

Para arenas con granos redondeados ( $e < 0.8$ ):

$$G_{máx} = \frac{697.35(2.17 - e)^2}{(1 + e)} \left( \frac{\bar{\sigma}_o}{\sigma_o} \right)^{0.5} \quad (4.13)$$

Para arenas con granos angulosos:

$$G_{máx} = \frac{326.14(2.97 - e)^2}{(1 + e)} \left( \frac{\bar{\sigma}_o}{\sigma_o} \right)^{0.5} \quad (4.14)$$

En donde:

G : Módulo de rigidez al corte ( kg/cm<sup>2</sup> )

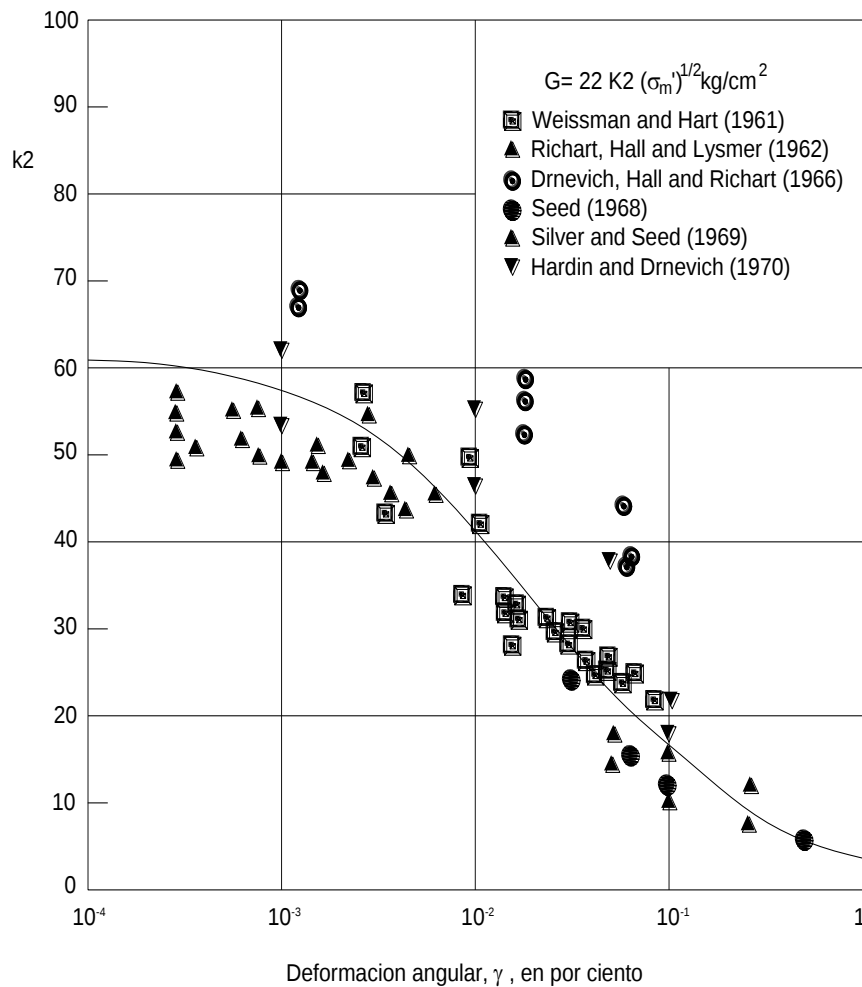
e : Relación de vacíos

$\bar{\sigma}_o$  : Esfuerzo octaédrico efectivo

Otros investigadores como Seed e Idriss ( 1970 ) proponen la siguiente ecuación para calcular el módulo de rigidez al corte:

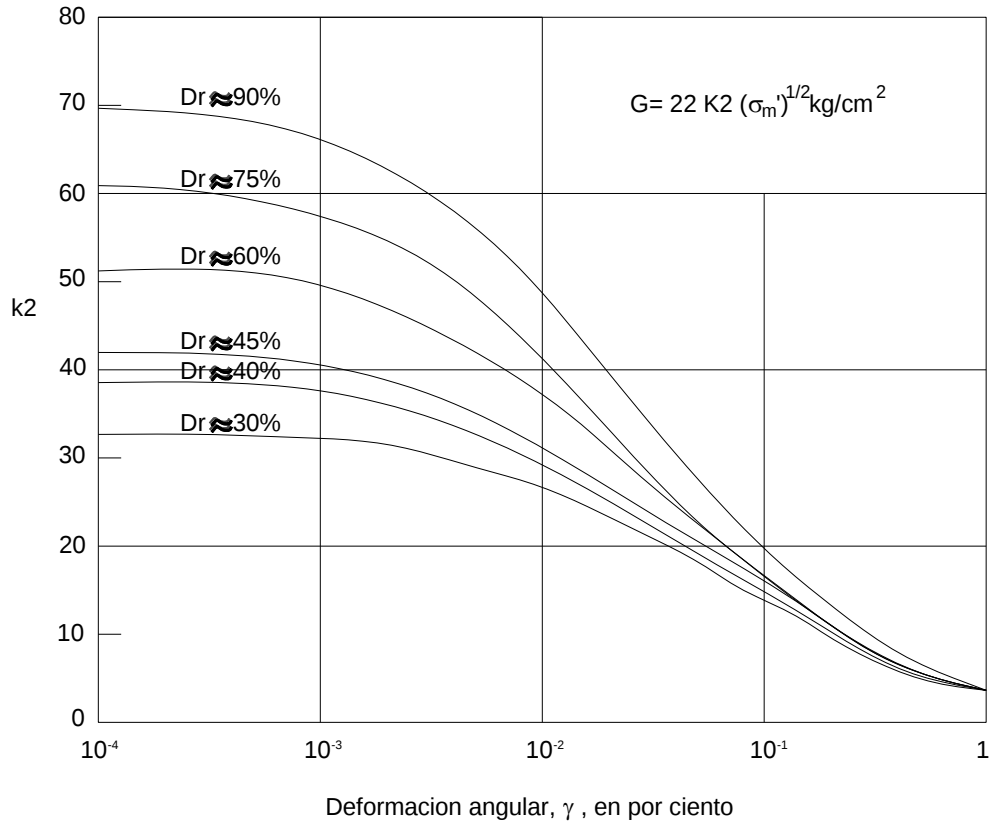
$$G = 22 \cdot K_2 \left( \frac{\bar{\sigma}_o}{\sigma_o} \right)^{0.5} \quad (4.15)$$

Tratándose de arenas,  $K_2$  depende de la amplitud de las deformaciones y de la relación de vacíos. Para una compacidad relativa  $C_r = 75\%$  para diversas muestras de arena los valores de  $K_2$  pueden verse en la figura 4.22.



**Figura 4.22 Módulo de rigidez al corte para arenas de compacidad relativa  $C_r = 75\%$**

Para diversas compacidades relativas el valor de  $K_2$  se puede obtener mediante la figura 4.23. El valor de estas investigaciones estriba en que el parámetro  $K_2$  se relaciona con la prueba de penetración estándar, como sabemos, la compacidad relativa se puede estimar a partir de los datos de campo que viene de un ensaye de penetración estándar.



**Figura 4.23 Módulo de rigidez al corte para arenas para diferentes valores de compactación relativa.**

Los investigadores Ohsaki e Iwasaki (1973) proponen la siguiente ecuación que relaciona el módulo dinámico  $G$  obtenido mediante el ensaye cross-hole y la prueba de penetración estándar:

$$G_{\text{máx}} = 12000 N^{0.8} \quad (4.16)$$

Donde  $G_{\text{máx}}$  está en Kpa

Para los suelos arcillosos, Hardin y Drnevich (1972) proponen la siguiente ecuación:

$$G_{\text{max}} = 326 \frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} (OCR)^k \left( \frac{\sigma_o}{\sigma_o} \right)^{0.5} \quad (4.17)$$

Donde:

$G_{\text{máx}}$  : Módulo de rigidez al cortante en  $\text{kg/cm}^2$

OCR : Relación de preconsolidación

El valor de K depende del índice de plasticidad, PI, en la tabla 1 se muestran los valores propuestos.

|    |      |     |      |      |      |
|----|------|-----|------|------|------|
| PI | 20   | 40  | 60   | 80   | >100 |
| K  | 0.18 | 0.3 | 0.41 | 0.48 | 0.5  |

Tabla 1. Valores de k según Hardin y Drnevich, 1972

### 3.5.1 CÁLCULO DEL MÓDULO DINÁMICO G

En el anexo A se presenta el estudio de Mecánica de suelos del sitio donde se desplantará el equipo mientras que en la tabla 2 se hace un resumen de la estratigrafía del sitio con las propiedades índice más representativas:

| PROFUNDIDAD (m) | ESTRATO No.                          | CONTENIDO DE AGUA W (%) | PESO VOLUMÉTRICO SECO (Ton/m <sup>3</sup> ) | PESO (Ton/m <sup>3</sup> ) | GRADO DE SATURACIÓN G (%) | RELACIÓN DE VACÍOS e | ÁNGULO DE FRICCIÓN INTERNA $\phi$ (°) |
|-----------------|--------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------------|----------------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------------------|
| 0-1             | 0<br>Rellenos                        | 4.5-17.2                | 1.81-1.99                                   | 1.91-2.16                  | 26.5-99.1                 | 0.33-0.46            |                                       |
| 1-3             | I<br>Arena marrón grisácea con finos | 10.6-17.4               | 1.82-1.95                                   | 2.1-2.21                   | 78-100                    | 0.36-0.46            | 42                                    |
| 3-7             | II<br>Arcilla grisácea               | 20-29.5                 | 1.48-1.74                                   | 1.96-2.05                  | 93.6-100                  | 0.54-0.82            |                                       |
| 7-10            | III<br>Arena marrón anaranjada       | 16.2-18.7               | 1.77-1.85                                   | 2.09-2.15                  | 91.6-100                  | 0.43-0.49            |                                       |

Tabla 2. Resumen de propiedades índice de la estratigrafía del sitio

Como puede verse, los estratos 0, I y III son suelos arenosos, para evaluar su valor de G utilizaremos la ecuación 4.13 (Hardin y Black 1966). Para el estrato II (suelo arcilloso) utilizaremos la ecuación 4.17 propuesta por Hardin y Drnevich (1972).

Para ambos casos requerimos conocer el valor del esfuerzo octaédrico efectivo, que para fines prácticos lo igualaremos al esfuerzo vertical efectivo, que a continuación calculamos:

### Cálculo del esfuerzo vertical efectivo:

El compresor en estudio, cuyo TAG es: ND-C1 A/B, tiene como coordenadas N= 543.588 m y E=1523.9 m, que lo ubica respecto al predio que ocupa la ampliación de la refinería. En el estudio de mecánica de suelos (anexo A), se indica un croquis de localización de los sondeos de campo SH2 y SH3.

Tomando propiedades medias de dichos sondeos, se calcularán los esfuerzos verticales efectivos.

En la figura 4.24 se reportan las propiedades del suelo para el cálculo de esfuerzos y posteriormente el cálculo del módulo dinámico G.

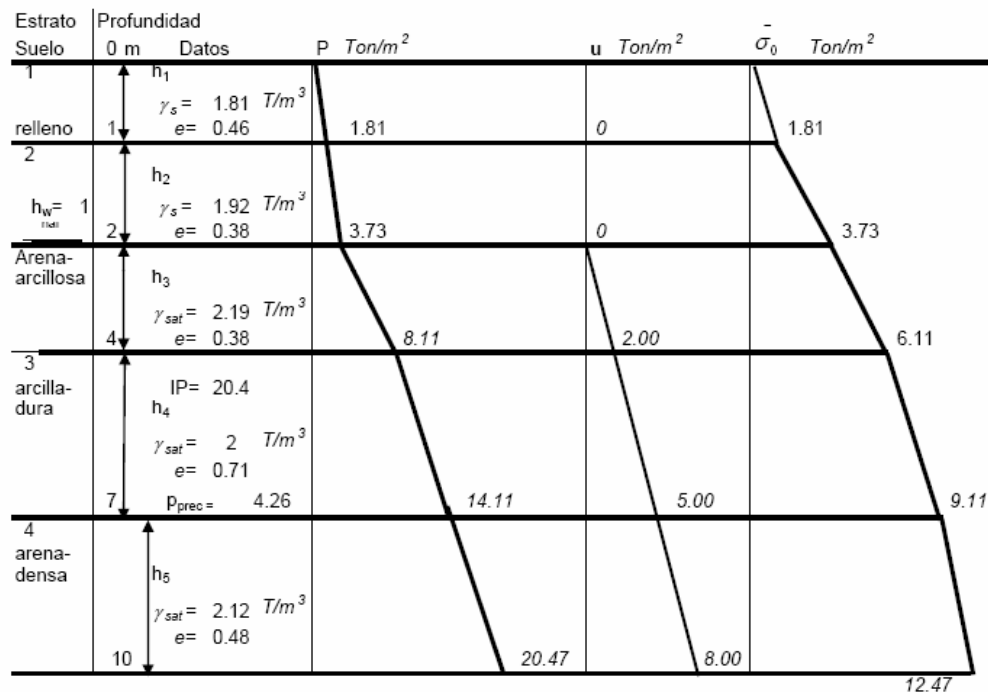


Figura 4.24. Diagrama de esfuerzos totales, de presión de poro y esfuerzos efectivos

Donde:

$P_{prec}$  : esfuerzo de pre consolidación

Cálculos para obtener el esfuerzo efectivo

### Cálculo de la presión total:

$$p_1 = h_1 \gamma_{seco\ relleno} = 1 \times 1.81 = 1.81 \text{ Ton/m}^2$$

$$p_2 = p_1 + h_2 \gamma_{seco\ arena} = 1.81 + (1 \times 1.92) = 3.73 \text{ Ton/m}^2$$

$$p_4 = p_2 + h_3 \gamma_{saturado\ arena} = 3.73 + (2 \times 2.19) = 8.11 \text{ Ton/m}^2$$

$$p_7 = p_4 + h_4 \gamma_{saturado\ arcilla} = 8.11 + (3 \times 2) = 14.11 \text{ Ton/m}^2$$

$$p_{10} = p_7 + h_5 \gamma_{saturado\ arena} = 14.11 + (3 \times 2.12) = 20.47 \text{ Ton/m}^2$$

### Cálculo de la presión de poro:

$$u_2 = 0$$

$$u_4 = h_3 \gamma_w = 2 \times 1 = 2.00 \text{ Ton/m}^2$$

$$u_7 = (h_3 + h_4) \gamma_w = 5 \times 1 = 5.00 \text{ Ton/m}^2$$

$$u_{10} = (h_3 + h_4 + h_5) \gamma_w = 8 \times 1 = 8.00 \text{ Ton/m}^2$$

### Cálculo del esfuerzo efectivo:

Como sabemos, en una masa de suelo existen esfuerzos producidos por el peso propio del suelo (fase sólida y líquida) o por sobrecargas que se le imponen. Podemos clasificar los esfuerzos en totales, neutros o de poro y efectivos, la relación que existe entre ellos se expresa en la siguiente ecuación:

$$P = \sigma_0 + u \quad (4.17^a)$$

Por lo tanto:

$$\sigma_0 = P - u \quad (4.17^b)$$

Donde:

$\sigma_0$  : Esfuerzo efectivo o intergranular, la resistencia al esfuerzo cortante de un suelo depende de la magnitud de este valor.

$P$  : Esfuerzo total, es un esfuerzo debido al peso de la fase sólida y líquida que constituye un suelo.

$u$  : Esfuerzo neutro de poro, es producto de la presión hidrostática que produce el agua intersticial

Aplicando la ecuación 4.17b tenemos:

$$\bar{\sigma}_1 = P_1 - u_1 = 1.81 - 0 = 1.81 \quad \text{Ton/m}^2$$

$$\bar{\sigma}_2 = P_2 - u_2 = 3.73 - 0 = 3.73 \quad \text{Ton/m}^2$$

$$\bar{\sigma}_4 = P_4 - u_4 = 8.11 - 2 = 6.11 \quad \text{Ton/m}^2$$

$$\bar{\sigma}_7 = P_7 - u_7 = 14.11 - 5 = 9.11 \quad \text{Ton/m}^2$$

$$\bar{\sigma}_{10} = P_{10} - u_{10} = 20.47 - 8 = 12.47 \quad \text{Ton/m}^2$$

Calcularemos los esfuerzos efectivos al centro de cada estrato:

$$\bar{\sigma}_{prom1} = \frac{\bar{\sigma}_1}{2} = \frac{1.81}{2} = 0.91 \quad \text{Ton/m}^2$$

$$\bar{\sigma}_{prom2} = \frac{\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2}{2} = \frac{1.81 + 3.73}{2} = 2.77 \quad \text{Ton/m}^2$$

$$\bar{\sigma}_{prom4} = \frac{\bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_4}{2} = \frac{3.73 + 6.11}{2} = 4.92 \quad \text{Ton/m}^2$$

$$\bar{\sigma}_{prom7} = \frac{\bar{\sigma}_4 + \bar{\sigma}_7}{2} = \frac{6.11 + 9.11}{2} = 7.61 \quad \text{Ton/m}^2$$

$$\bar{\sigma}_{prom10} = \frac{\bar{\sigma}_7 + \bar{\sigma}_{10}}{2} = \frac{9.11 + 12.47}{2} = 10.79 \quad \text{Ton/m}^2$$

### Cálculo del módulo dinámico G

#### Estrato 1

Como se trata de un relleno, no tenemos una clasificación definida, pero para fines prácticos calcularemos su valor de G utilizando la ecuación 4.13, para arenas con granos redondeados ( $e < 0.8$ ) de acuerdo al estudio de Mecánica de suelos pág. 18 el valor promedio de la relación de vacíos e, es:  $e=0.46$

y el esfuerzo efectivo promedio calculado para este estrato es:

$$\bar{\sigma}_{prom1} = \frac{\bar{\sigma}_1}{2} = \frac{181}{2} = 0.91 \quad \text{Ton/m}^2$$

sustituyendo valores en la ecuación 4.13 tenemos:

$$G_{m\acute{a}x} = \frac{697.35 \cdot (2.17 - e)^2}{(1 + e)} \left( \bar{\sigma}_0 \right)^{0.5} = \frac{697.35 (2.17 - 0.46)^2}{(1 + 0.46)} (0.091)^{0.5}$$

$$G_{m\acute{a}x1} = 420.6 \text{ kg/cm}^2$$

#### Estrato 2

Como se trata de una arena, estimaremos el valor de G utilizando la ecuación 4.13 propuesta por Hardin y Black para arenas con granos redondeados ( $e < 0.8$ ).

de acuerdo al estudio de Mecánica de suelos pág. 21 ( ver anexo A ) el valor de la relación de vacíos e, para el sondeo SH-2 es:

$$e=0.38$$

y el esfuerzo efectivo promedio calculado para este estrato es:

$$\sigma_{prom2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{1.81 + 3.73}{2} = 2.77 \text{ Ton/m}^2$$

Sustituyendo valores en la ecuación 4.13 tenemos:

$$G_{m\acute{a}x} = \frac{697.35 \cdot (2.17 - e)^2}{(1 + e)} \left( \sigma_0 \right)^{0.5} = \frac{697.35 (2.17 - 0.38)^2}{(1 + 0.38)} 0.277^{0.5}$$

$$G_{m\acute{a}x2} = 852.15 \text{ kg/cm}^2$$

Estrato 2<sup>a</sup>

Para este estrato se trata de una arena, para evaluar su módulo dinámico G utilizaremos la ecuación 4.13 para arenas con granos redondeados ( $e < 0.8$ ).

de acuerdo al estudio de Mecánica de suelos pág. 21 ( ver anexo A ) el valor de la relación de vacíos e, es:

$$e = 0.38$$

y el esfuerzo efectivo promedio calculado para este estrato es:

$$\sigma_{prom4} = \frac{\sigma_2 + \sigma_4}{2} = \frac{3.73 + 6.11}{2} = 4.92 \text{ Ton/m}^2$$

Sustituyendo valores en la ecuación 4.13 tenemos:

$$G_{m\acute{a}x} = \frac{697.35 \cdot (2.17 - e)^2}{(1 + e)} \left( \sigma_0 \right)^{0.5} = \frac{697.35 (2.17 - 0.38)^2}{(1 + 0.38)} (0.492)^{0.5}$$

$$G_{m\acute{a}x2a} = 1135.69 \text{ kg/cm}^2$$

## Estrato 3

Este estrato es una arcilla dura, para evaluar su G emplearemos la ecuación 4.17 propuesta por Hardin y Drnevich ( 1972 ) para arcillas.

de acuerdo al estudio de Mecánica de suelos pág. 26 el valor promedio de la relación de vacíos e, es:

$$e=0.71$$

el esfuerzo efectivo promedio calculado para este estrato es:

$$\sigma_{prom7} = \frac{\sigma_4 + \sigma_7}{2} = \frac{6.11 + 9.11}{2} = 7.61 \quad \text{Ton/m}^2$$

La presión de pre consolidación promedio OCR es:

$$OCR = \frac{P_{pre}}{\sigma_v} \quad 4.17c$$

Donde

$P_{pre}$  : Esfuerzo de pre consolidación:

$\sigma_v$  : Esfuerzo vertical efectivo actual

Para la arcilla del estudio de mecánica de suelos, el esfuerzo de preconsolidación es:

$$p_{pre} = 25 \quad \text{Ton/m}^2$$

Sustituyendo valores en la ecuación 4.20 tenemos:

$$OCR = \frac{P_{pre}}{\sigma_v} = \frac{25}{7.61} = 3.29$$

El valor K depende del índice de plasticidad PI, de acuerdo al estudio de Mecánica de suelos página 24 el valor de este es:

$$IP = 20.4$$

Con el valor anterior entramos a la tabla 1, interpolando por regla de tres, el valor de K es:

$$K = 0.184$$

Sustituyendo valores en la ecuación 4.17 tenemos:

$$G_{max} = 326 \frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} (OCR)^k \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_0} \right)^{0.5} = \frac{326 (2.973 - 0.71)^2 (3.29)^{0.184} (0.761)^{0.5}}{1 + 0.71}$$

$$G_{máx3} = 1060.06 \quad \text{kg/cm}^2$$

Estrato 4

Como se trata de una arena, estimaremos el valor de G utilizando la ecuación 4.13 propuesta por Hardin y Black para arenas con granos redondeados ( $e < 0.8$ ).

de acuerdo al estudio de Mecánica de suelos pág. 22 ( ver Anexo A ) el valor promedio de la relación de vacíos e, es:

$$e = 0.48$$

y el esfuerzo efectivo promedio calculado para este estrato es:

$$\bar{\sigma}_{prom10} = \frac{\bar{\sigma}_7 + \bar{\sigma}_{10}}{2} = \frac{9.11 + 12.47}{2} = 10.79 \quad \text{Ton/m}^2$$

Sustituyendo valores en la ecuación 4.17 tenemos:

$$G_{max\ e4} = \frac{697.35(2.17 - e)^2}{(1 + e)} (\sigma_0)^{0.5} = \frac{697.35(2.17 - 0.48)^2}{(1 + 0.48)} (1.079^{0.5}) =$$

$$G_{máx4} = 1397.89 \quad \text{Ton/m}^2$$

Una vez obtenido el valor de G para cada estrato de suelo, obtenemos el promedio para llegar al valor final de Gprom, el cual es:

$$G_{prom} = \frac{G_{máxe1} + G_{máxe2} + G_{máxe2a} + G_{máxe3} + G_{máxe4}}{5} \quad 4.17d$$

Sustituyendo los valores calculados de G para cada estrato en la ecuación anterior, tenemos:

$$G_{prom} = \frac{420.16 + 852.15 + 1135.69 + 1060.06 + 1397.89}{5}$$

$$G_{prom} = 973.19 \quad \text{kg/cm}^2$$

El valor de G que reporta el estudio de Mecánica de suelos es de 8000 Ton/m<sup>2</sup> y el calculado utilizando fórmulas empíricas es de 9731.9 Ton/m<sup>2</sup>, hay una diferencia de un 21.6 % entre ambos valores, que para fines prácticos podemos considerar aceptable.

Para el cálculo dinámico de la cimentación tomaremos el valor reportado por el estudio de Mecánica de suelos, ya que fué el valor recomendado y con el cual se diseñó la cimentación del compresor.

### 3.6 COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINÁMICOS

Para fundamentar los valores de rigidez dinámicos que se requieren en el cálculo de la cimentación dinámica, se propone utilizar las investigaciones y propuestas realizadas por Ricardo Dobry y George Gazetas (ver referencia 4). Como ya se dijo, el bloque de cimentación está sujeto a seis modos de vibrar (ver figura 3.1), para los cuales se requiere investigar su correspondiente módulo de rigidez, a continuación se presentan las ecuaciones para calcular dichos coeficientes.

### 3.6.1 COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINÁMICA VERTICAL

Para calcular el módulo de rigidez vertical dinámico, se emplea el método propuesto por Dobry y Gazetas, se necesita conocer primero el módulo de rigidez vertical estático. La figura 4.25 nos permitirá definir los ejes globales y las dimensiones de la cimentación a utilizar como variables en las ecuaciones siguientes.

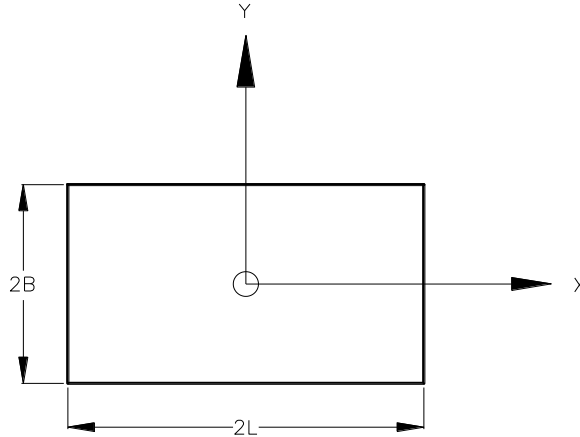


Figura 4.25. Geometría de la cimentación y definición de ejes globales

Para cimentaciones con geometría arbitraria, embebidas en un suelo homogéneo, la siguiente ecuación permite conocer dicha rigidez:

$$K_z = S_z \frac{2LG}{1-\nu} \quad 4.18$$

donde:

$$S_z = 0.8 \text{ para } \frac{A}{(4L^2)} < 0.02 \quad 4.19$$

$$S_z = 0.73 + 1.54 \left( \frac{A}{4L^2} \right)^{0.75} \text{ para } \frac{A}{4L^2} > 0.02 \quad 4.20$$

Donde:

Kz: rigidez estática ( FL<sup>-1</sup>)

Sz: Factor de reacción ( 0 )

L: Semilargo de la geometría de cimentación ( L ) ( ver figura 4.25 )

G: Módulo de rigidez al corte del suelo ( FL<sup>-2</sup>)

ν: Módulo de poisson

A: Área de la base de la cimentación ( $L^2$ )

La ecuación 4.20 esta graficada en la figura 4.26, con el valor  $A/(4L^2)$  entramos a la curva y obtenemos el valor  $S_z$ .

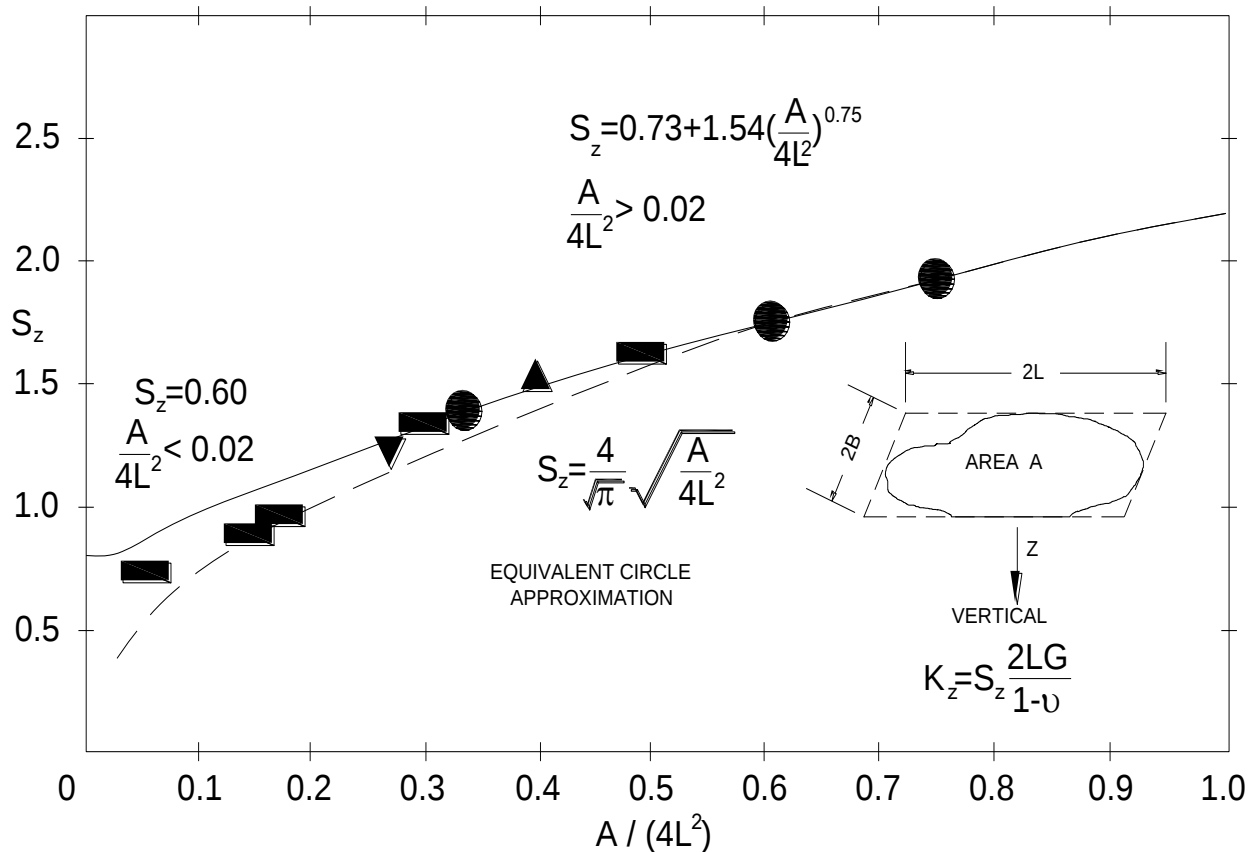


Figura 4.26. Rigidez vertical  $S_z$  contra la geometría rectangular de una cimentación en planta.

Para calcular el módulo de rigidez dinámico ver la figura 4.27, en esta se presenta la variación del coeficiente dinámico  $k$  contra el parámetro  $a_0$  para valores de la relación poissón de 0.33 para suelos no saturados y de 0.5 para suelos saturados.

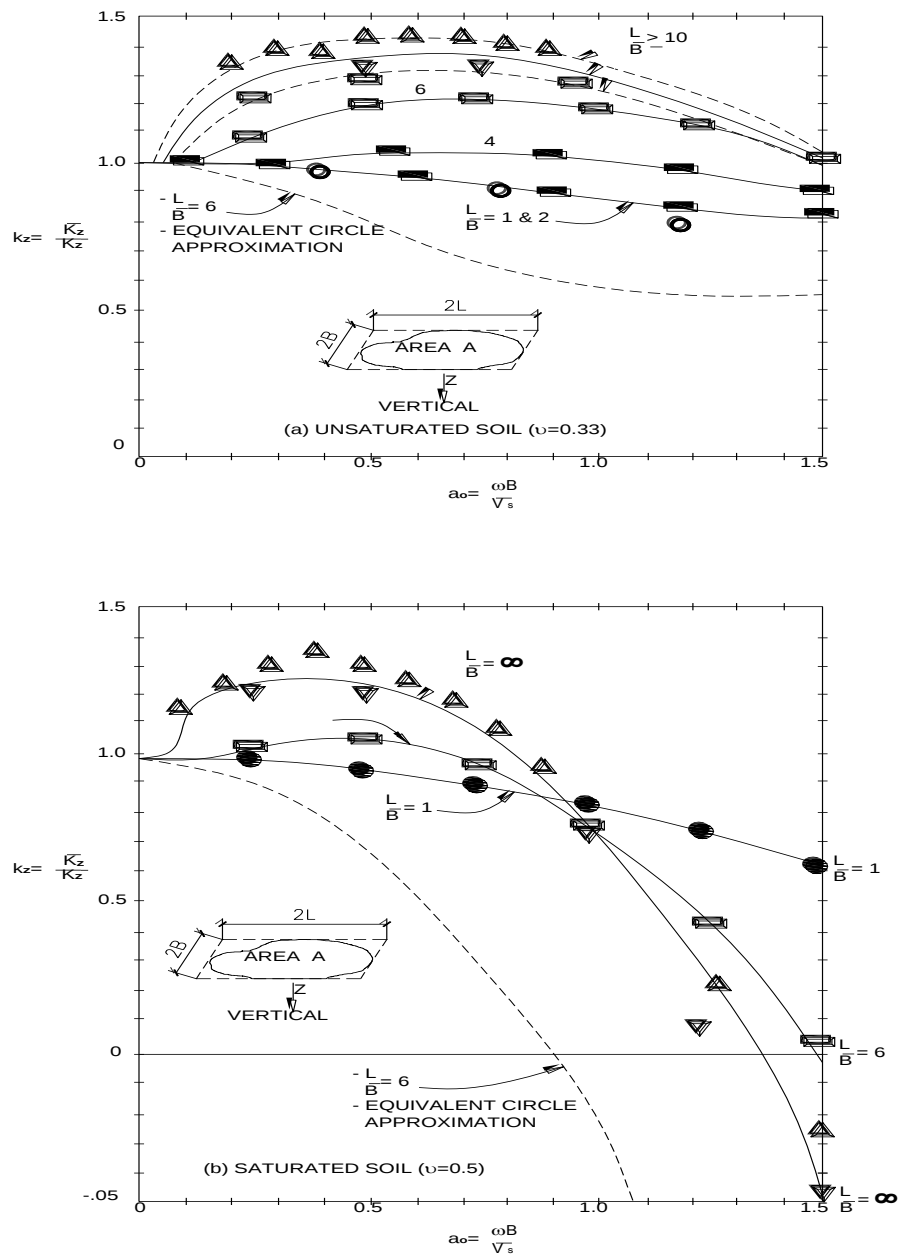


Figura 4.27. Módulo de rigidez vertical  $\bar{K}_z$  contra frecuencia de la máquina para diferentes formas geométricas de cimentación.

Evaluando la ecuación 4.21 entramos a la gráfica de la figura 4.27 y con el valor de  $L/B$  podemos conocer el valor del coeficiente dinámico  $k_z$  ver la ecuación 4.22.

Las ecuaciones siguientes nos permiten calcular la rigidez vertical dinámica del suelo:

$$a_0 = \frac{\omega B}{V_s} \quad 4.21$$

Donde:

$a_0$  : Parámetro de forma dinámico (adimensional)

$\omega$  : Frecuencia de la máquina (rad/seg)

B : Semi ancho de la cimentación en planta (m)

$V_s$ : Velocidad de onda (m/seg)

La ecuación 4.22 es:

$$k_z = \frac{\bar{K}_z}{K_z} \quad 4.22$$

donde:

$k_z$  : Relación de rigidez dinámica a estática (adimensional)

$\bar{K}_z$  : Módulo de rigidez dinámica (Ton/m)

$K_z$  : Módulo de rigidez estática (Ton/m)

De la ecuación 4.22 despejamos  $\bar{K}_z$  para obtener el valor de la rigidez vertical dinámica del suelo, cuyo valor es muy importante para el cálculo dinámico de la cimentación:

$$\bar{K}_z = k_z \cdot K_z \quad 4.23$$

En el ejemplo de aplicación se emplean estos conceptos para calcular los módulos dinámicos de rigidez, ver capítulo 6.

### 3.6.2 COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINÁMICA HORIZONTAL

#### 3.6.2.1. RIGIDEZ DINÁMICA EN LA DIRECCIÓN CORTA “Y”

$$K_y = S_y \frac{2LG}{1-\nu} \quad 4.24$$

Donde:

$$S_y = 2.24 \text{ para } \frac{A}{(4L^2)} < 0.16 \quad 4.25$$

$$S_y = 4.5 \left( \frac{A}{4L^2} \right)^{0.38} \text{ para } \frac{A}{4L^2} > 0.16 \quad 4.26$$

Donde:

$K_y$ : rigidez estática horizontal en dirección corta ( Ton/m )

$S_y$ : Factor de reacción ( adimensional )

$L$ : Semilargo de la geometría de cimentación ( m )( ver figura 4.25 )

$G$ : Módulo de rigidez al corte del suelo ( Ton/m<sup>2</sup> )

$\nu$ : Módulo de poissón ( adimensional )

$A$ : Área de la base de la cimentación ( m<sup>2</sup> )

Las ecuaciones 4.25 y 4.26 están graficadas en la figura 4.28, con el valor  $A/(4L^2)$  entramos a la gráfica y obtenemos el valor  $S_y$ .

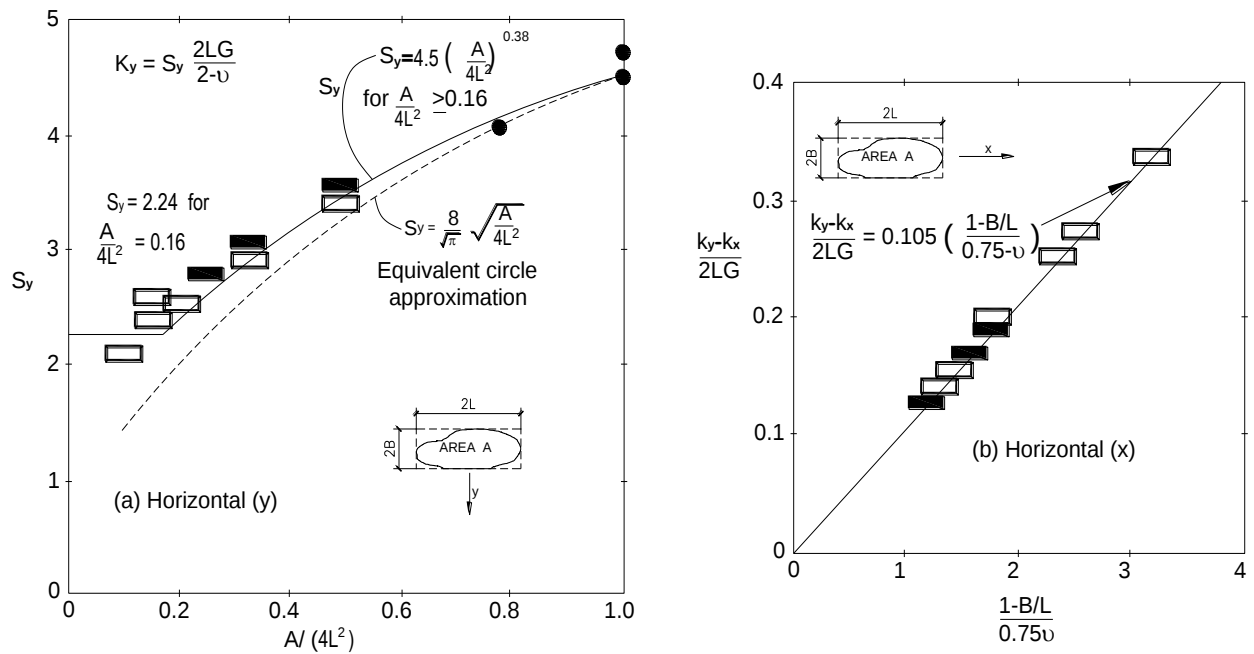


Figura 4.28. Factor de reacción estática horizontal  $S_y$ ,  $S_x$ , en a) dirección corta, b) dirección larga contra factor de forma de la base de la cimentación.

Conocido el valor de  $S_y$ , evaluamos, mediante la ecuación 4.24, la rigidez estática del suelo  $K_y$ .

Con el valor  $K_y$ , evaluando la ecuación 4.21 para obtener el valor de  $a_0$  y con la relación  $L/B$  entramos a la gráfica de la figura 4.29 para conocer la relación de rigidez dinámica a estática  $k_y$ , ver ecuación 4.27 siguiente:

$$k_y = \frac{\bar{K}_y}{K_y} \quad 4.27$$

Donde:

$k_y$  : Relación de rigidez dinámica a estática ( adimensional )

$\bar{K}_y$  : Módulo de rigidez dinámica ( Ton/m )

$K_y$  : Módulo de rigidez estática ( Ton/m )

De la ecuación 4.27 despejamos  $\bar{K}_y$  para obtener el valor de la rigidez horizontal dinámica en la dirección corta de la cimentación:

$$\bar{K}_y = k_y \cdot K_y \quad 4.28$$

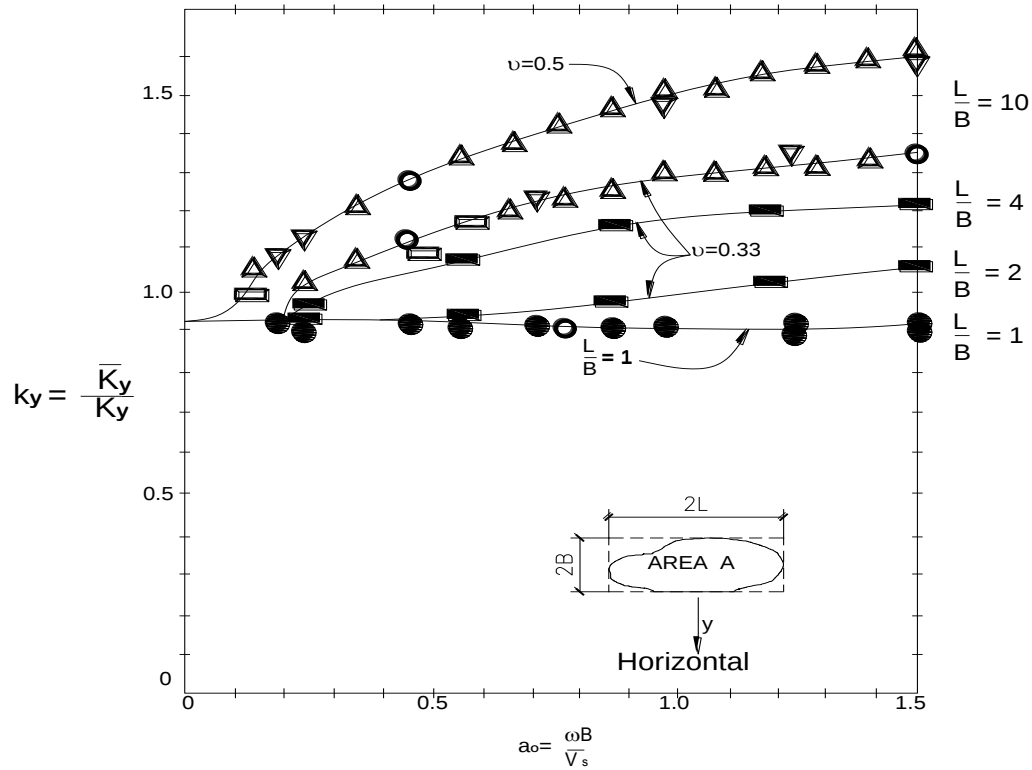


Figura 4.29. Rigidez dinámica horizontal  $\bar{K}_y$  lado corto contra frecuencia de la máquina a diferentes formas geométricas rectangulares de la cimentación.

### 3.6.2.2. RIGIDEZ DINÁMICA EN LA DIRECCIÓN LONGITUDIAL “X”

La rigidez dinámica horizontal en la dirección longitudinal depende de la rigidez horizontal en dirección transversal de la cimentación, la siguiente ecuación nos permite evaluar dicha rigidez  $K_x$ :

$$K_x = K_y - \frac{0.21 \cdot LG}{0.75 - \nu} \left( 1 - \frac{B}{L} \right) \quad 4.29$$

Kx: rigidez estática horizontal en dirección longitudinal ( Ton/m )

Ky: rigidez estática horizontal en dirección transversal ( Ton/m )

L: Semilargo de la geometría de cimentación ( m ),( ver figura 4.25 )

G: Módulo de rigidez al corte del suelo ( Ton/m<sup>2</sup> )

$\nu$  : Relación de poisson

B: Semiancho de la cimentación ( m ) ( ver figura 4.25 )

Para evaluar la ecuación 4.29 podemos hacerlo mediante la gráfica de la figura 4.28, como puede verse existe una dependencia de la rigidez estática en dirección longitudinal a la transversal.

Para evaluar la rigidez dinámica, la ecuación 4.27 se convierte en la 4.30 como sigue:

$$k_x = \frac{\bar{K}_x}{K_x} \quad 4.30$$

Donde:

$k_x$  : Relación de rigidez dinámica a estática ( adimensional )

$\bar{K}_x$  : Módulo de rigidez horizontal dinámica dirección longitudinal ( Ton/m )

Kx : Módulo de rigidez horizontal estática dirección longitudinal ( Ton/m )

De la ecuación 4.30 despejamos  $\bar{K}_x$  para obtener el valor de la rigidez horizontal dinámica dirección longitudinal del suelo:

$$\bar{K}_x = k_x \cdot K_x \quad 4.31$$

Los investigadores citados ( referencia 4 ) han encontrado que en este caso el valor de la relación de rigidez dinámica a estática k tiende a la unidad, entonces la ecuación 4.31 se transforma en la 4.32:

$$\bar{K}_x = K_x \quad 4.32$$

### 3.6.3 COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINÁMICA POR CABECEO

#### 3.6.3.1. RIGIDEZ DINÁMICA POR CABECEO EN DIRECCIÓN DEL EJE CORTO “Y”

La rigidez estática por cabeceo de acuerdo a la referencia 4 es: ( ver figura 4.25 ):

$$K_{rx} = S_{rx} \left( \frac{G}{1-\nu} \right) (I_x)^{0.75} \quad 4.33$$

Donde:

$$S_{xz} = \frac{2.54}{\left( \frac{B}{L} \right)^{0.25}} \quad \text{para } \frac{B}{L} < 0.4 \quad 4.34$$

$$S_{rx} = 3.2 \quad \text{para } \frac{B}{L} > 0.4 \quad 4.35$$

Krx: rigidez estática a cabeceo en dirección corta ( Ton-m/rad)

Srx: Factor de reacción ( adimensional )

L: Semilargo de la geometría de cimentación ( m )

G: Módulo de rigidez al corte del suelo ( Ton/m<sup>2</sup>)

ν: Relación de poisson ( adimensional )

B: Semiancho de la base de la cimentación ( m )

Ix: Momento de inercia de la cimentación alrededor del eje x ( m<sup>4</sup> )

Evaluando la ecuación 4.21 para obtener el valor de  $a_0$  y con la relación L/B entramos a la gráfica de la figura 4.30a para obtener el valor de la relación de rigidez siguiente:

$$k_{rx} = \frac{\bar{K}_{rx}}{K_{rx}} \quad 4.36$$

Donde:

$k_{rx}$  : Relación de rigidez dinámica a estática por cabeceo (adimensional)

$\bar{K}_{rx}$  : Módulo de rigidez por cabeceo dinámica dirección corta ( Ton-m/rad )

$K_{rx}$  : Módulo de rigidez por cabeceo estática dirección corta ( Ton-m/rad )

De la ecuación 4.36 despejamos  $\bar{K}_{rx}$  para obtener el valor de la rigidez por cabeceo dinámica dirección corta:

$$\bar{K}_{rx} = k_{rx} \cdot K_{rx} \quad 4.37$$

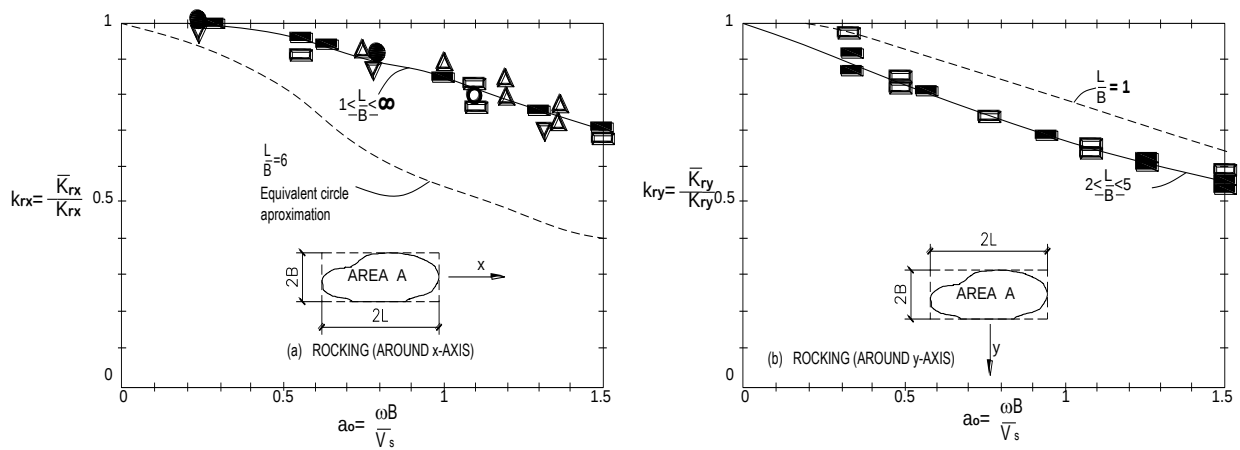


Figura 4.30. Rigidez dinámica por cabeceo en dirección del eje a) corto, b) longitudinal, contra frecuencia de la máquina de diferentes forma de cimentación

### 3.6.3.2. RIGIDEZ DINÁMICA POR CABECEO EN DIRECCIÓN DEL EJE LONGITUDINAL X

La rigidez estática por cabeceo en dirección longitudinal de acuerdo a la referencia 4 es:

$$K_{ry} = S_{ry} \left( \frac{G}{1-\nu} \right) (I_y)^{0.75} \quad 4.38$$

donde:

$$S_{xy} = 3.2 \quad 4.38^a$$

$K_{ry}$ : rigidez estática a cabeceo en dirección longitudinal ( Ton-m/rad )

$S_{ry}$ : Factor de reacción ( adimensional )

$G$ : Módulo de rigidez al corte del suelo ( Ton/m<sup>2</sup>)

$\nu$ : Relación de poisson ( adimensional )

$I_y$ : Momento de inercia de la cimentación alrededor del eje corto Y ( m<sup>4</sup> )

Evaluando la ecuación 4.21 para obtener el valor de  $a_o$  y con la relación L/B entramos a la gráfica de la figura 4.30b para obtener el valor de la relación de rigidez siguiente:

$$k_{ry} = \frac{\bar{K}_{ry}}{K_{ry}} \quad 4.39$$

donde:

$k_{ry}$  : Relación de rigidez dinámica a estática por cabeceo ( adimensional )

$\bar{K}_{ry}$  : Módulo de rigidez por cabeceo dinámica dirección longitudinal ( Ton-m/rad )

$K_{ry}$  : Módulo de rigidez por cabeceo estática dirección longitudinal ( Ton-m/rad )

De la ecuación 4.26 despejamos  $\bar{K}_{ry}$  para obtener el valor de la rigidez por cabeceo dinámica dirección longitudinal:

$$\bar{K}_{ry} = k_{ry} \cdot K_{ry} \quad 4.40$$

En el ejercicio de aplicación del capítulo 6 se emplean estos conceptos para calcular los módulos dinámicos de rigidez.

### 3.6.4 RIGIDEZ DINÁMICA POR TORSIÓN

La ecuación que propone Dobry y Gazetas ( referencia 4 ) para evaluar la rigidez estática es la siguiente:

$$K_t = S_t G (J)^{0.75} \quad 4.41$$

donde:

$$S_t = 3.8 + 10.7 \left( 1 - \frac{B}{L} \right)^{10} \quad \text{para } \frac{B}{L} \geq 0.25 \quad 4.42$$

$$S_t = 3.8 \quad \text{para } \frac{B}{L} < 0.25 \quad 4.43$$

Kt: rigidez estática por torsión ( Ton-m/rad )

St: Factor de reacción por torsión

G: Módulo de rigidez al corte del suelo ( Ton/m<sup>2</sup> )

υ: Relación de poisson ( adimensional )

J: Momento polar de inercia de la cimentación ( m<sup>4</sup> )

Evaluando la ecuación 4.21 para obtener el valor de  $a_0$  y con la relación L/B entramos a la gráfica de la figura 4.31 para obtener el valor de la relación de rigidez siguiente:

$$k_t = \frac{\bar{K}_t}{K_t} \quad 4.43a$$

donde:

kt : Relación de rigidez dinámica a estática por torsión ( adimensional )

$\bar{K}_t$  : Módulo de rigidez por torsión dinámica ( Ton-m/rad )

Kt : Módulo de rigidez por torsión estática dirección longitudinal ( Ton-m/rad )

De la ecuación 4.43a despejamos  $\bar{K}_t$  para obtener el valor de la rigidez por torsión dinámica:

$$\bar{K}_t = k_t \cdot K_t \quad 4.44$$

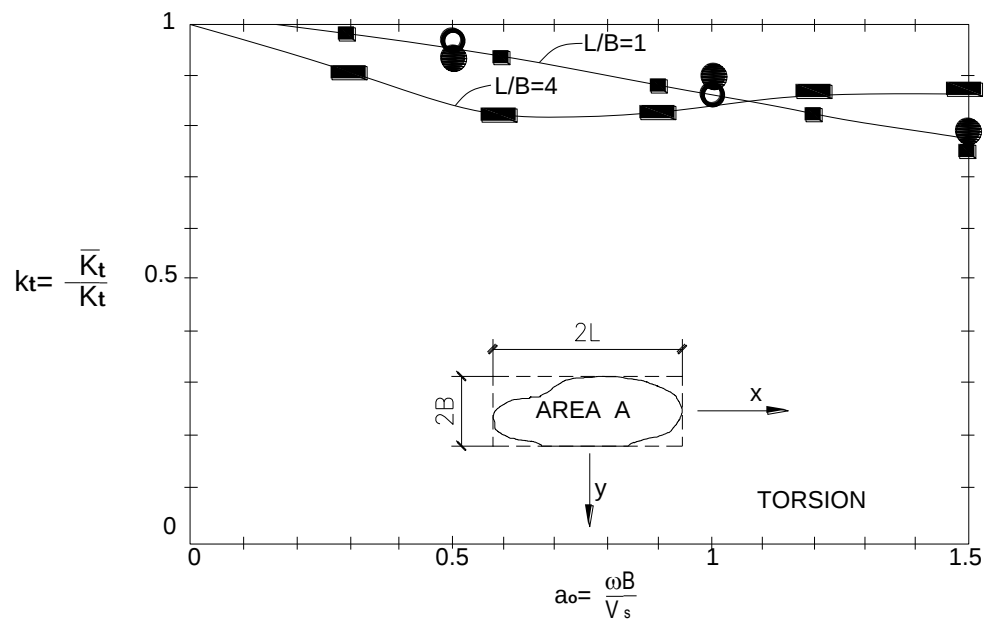


Figura 4.31. Rigidez torsional dinámica  $\bar{K}_t$  contra frecuencia de la máquina para diferentes formas de geometría.

#### 4.- ANÁLISIS DINÁMICO DE CIMENTACIÓN DE MAQUINARIA

Como se mencionó en el capítulo 2, existen seis grados de libertad principales en un bloque de cimentación sujeto a cargas dinámicas, en la figura 5.1 se representan los desplazamientos y giros con los cuales responde el bloque de cimentación a una excitación dinámica. Los seis grados de libertad son:

- 1.- Traslación en dirección Z
- 2.- Traslación en dirección X
- 3.- Traslación en dirección Y
- 4.- Rotación alrededor del eje Z
- 5.- Rotación alrededor del eje X
- 6.- Rotación alrededor del eje Y

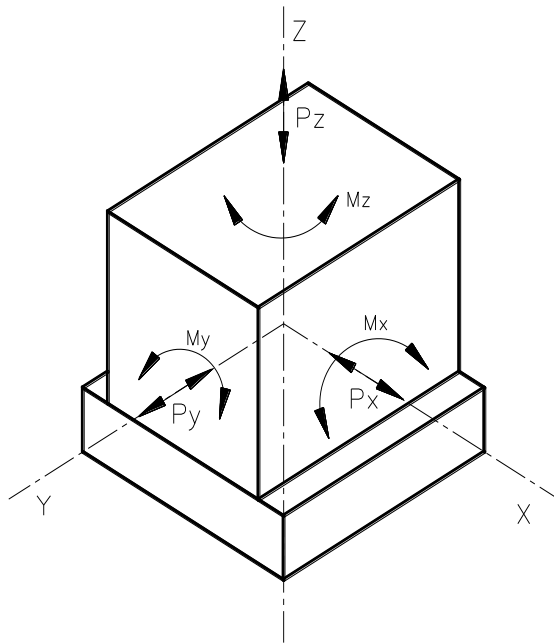


Figura 5.1. Grados de libertad en un bloque de cimentación

#### 4.1 RIGIDEZ DEL SUELO REPRESENTADO POR RESORTES EQUIVALENTES

Se asume que el suelo es elástico, homogéneo e isótropo, la figura 5.1 muestra un bloque de concreto sujeto a las siguientes acciones:

Excitación vertical ( compresión uniforme )

Traslación horizontal ( cortante uniforme )

Cabeceo ó giro ( compresión no uniforme )

Torsión ( cortante no uniforme )

Según la acción de que se trate, el suelo estará representado por su constante elástica del resorte. Si vemos la figura 5.2 tenemos los cuatro casos básicos representados:

Para el caso figura 5.2a, vibración vertical, la frecuencia natural del sistema es:

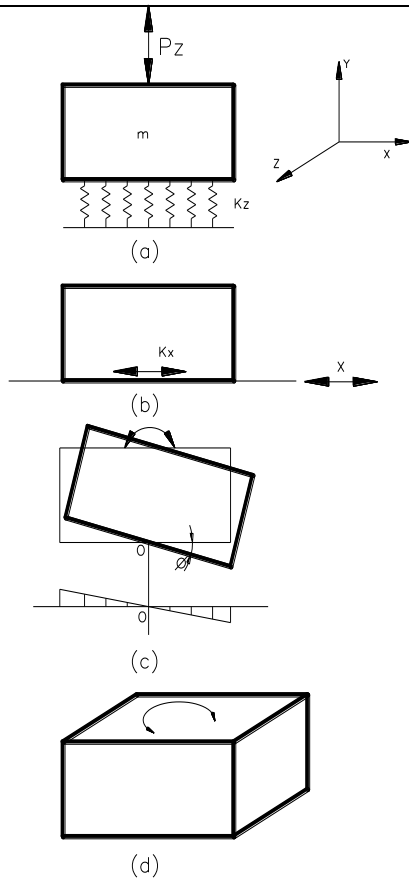
$$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{K_z}{m}} \quad 5.1$$

donde:

$\omega_{nz}$  : Frecuencia natural circular en vibración vertical ( rad/seg ) ( T<sup>-1</sup> )

K<sub>z</sub> : Rigidez del suelo ( constante del resorte ) en vibración vertical ( Ton/m )

m : Masa del bloque de cimentación ( Ton-s<sup>2</sup>/m ) ( FL<sup>-1</sup>T<sup>2</sup> )



**Figura 5.2. Vibraciones en un bloque de cimentación . a) vibración vertical, b) vibración horizontal, c) vibración por cabeceo, d) vibración por torsión.**

Para el caso 5.2b vibración horizontal, la frecuencia natural del sistema es:

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{K_x}{m}} \quad 5.2$$

donde:

$\omega_{nx}$  : Frecuencia natural circular en vibración horizontal ( rad/seg ) (  $T^{-1}$  )

$K_x$  : Rigidez del suelo ( constante del resorte ) en traslación dirección X, ( Ton/m ) (  $FL^{-1}$  )

$m$  : Masa del bloque de cimentación (  $Ton \cdot s^2/m$  ) (  $FL^{-1}T^2$  )

Para el caso 5.2c vibración por cabeceo ( giro ), la frecuencia natural del sistema es:

$$\omega_{n\phi} = \sqrt{\frac{K_{\phi}}{M_{mO}}} \quad 5.3$$

donde:

$\omega_{n\phi}$  : Frecuencia natural circular en cabeceo ( rad/seg ) ( T<sup>-1</sup> )

$K_{\phi}$ : Rigidez del suelo ( constante del resorte ) en vibración por cabeceo ( Ton-m/rad )( FL )

$M_{mO}$  : Momento de inercia de masa de la máquina y la cimentación alrededor de un eje horizontal perpendicular al plano de análisis del área de contacto con el suelo ( Ton-m-s<sup>2</sup> ) (FLT<sup>2</sup>).

Para el caso 5.2d vibración por torsión, la frecuencia natural del sistema es:

$$\omega_{n\psi} = \sqrt{\frac{K_{\psi}}{M_{mz}}} \quad 5.4$$

donde:

$\omega_{n\psi}$  : Frecuencia natural circular en vibración torsional ( rad/seg ) ( T<sup>-1</sup> )

$K_{\psi}$ : Rigidez del suelo ( constante del resorte ) en vibración por torsión ( FL<sup>-1</sup> )

$M_{mz}$  : Momento polar de inercia de masa de la máquina y la cimentación alrededor de un eje vertical perpendicular al plano del área de contacto con el suelo ( Ton-m-s<sup>2</sup> ) (FLT<sup>2</sup>)

En este capítulo usaremos el concepto coeficiente elástico uniforme a compresión ( conocido también como módulo de reacción ), el cual es:

$$C_u = \frac{P}{S_e} \quad 5.5$$

donde:

$C_u$ : Coeficiente elástico uniforme a compresión ( Ton/m<sup>3</sup> )

$P$  : Presión de contacto ( Ton/m<sup>2</sup> )

$S_e$  : Hundimiento del suelo ( m )

Por definición la constante de rigidez del resorte es:

$$K_z = \frac{PA}{S_e} \quad 5.6$$

donde:

$K_z$  : Rigidez del suelo ( constante del resorte ) en vibración vertical ( Ton/m )

$P$  : Presión de contacto ( Ton/m<sup>2</sup> )

$A$  : Área de la base ( m<sup>2</sup> )

$S_e$  : Hundimiento del suelo ( m )

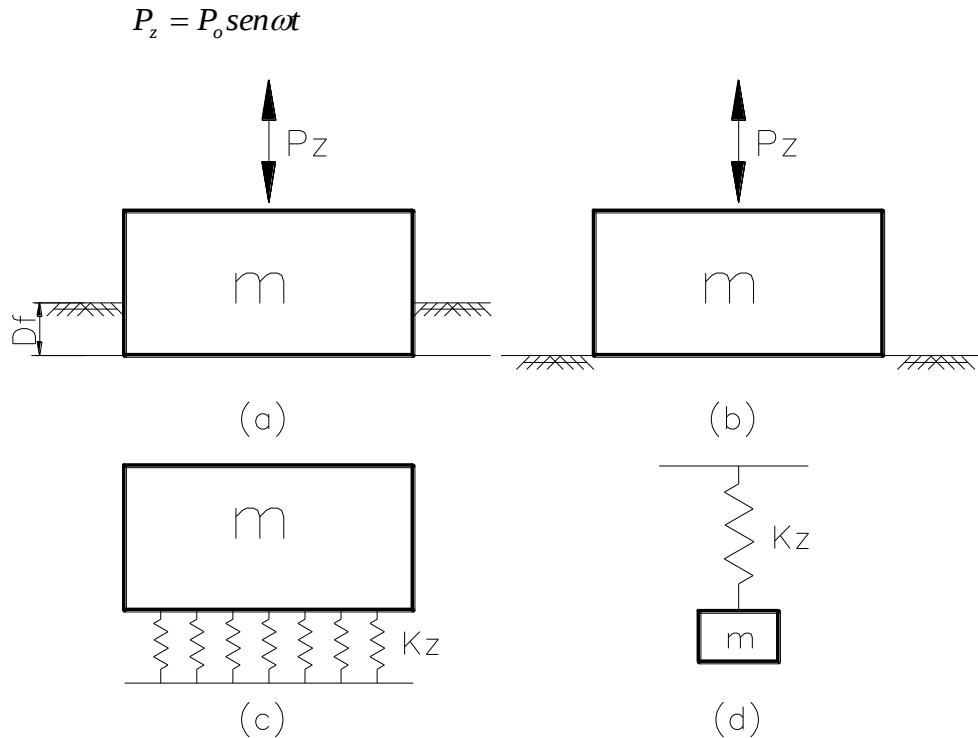
Sustituyendo la ecuación 5.5 en la 5.6 la constante del resorte a compresión es:

$$K_z = C_u A \quad 5.7$$

Las constantes del resorte para los seis modos de vibrar que usaremos en el cálculo de la cimentación serán en base a lo explicado en el capítulo 3.

## 4.2 VIBRACIÓN VERTICAL EN EL BLOQUE DE CIMENTACIÓN

Si observamos la figura 5.3, consideremos una cimentación de área  $A$ , actuando sobre ella una carga dinámica vertical  $P_z$  en el centro de gravedad del bloque de cimentación:



**Figura 5.3. Bloque de cimentación bajo vibración vertical. a) bloque desplantado a una profundidad  $D_f$ , b) bloque desplantado a nivel de piso para análisis, c) suelo representado por resortes equivalentes  $K_z$ , d) sistema equivalente resorte-masa para análisis.**

Los efectos de embebido reducen las amplitudes de vibración, pero para efecto de análisis despreciaremos este efecto como puede verse en la figura 5.3b, el suelo podemos representarlo por su rigidez  $K_z$  figura 5.3c, el sistema completo podemos representarlo como se muestra en la figura 5.3d.

Los efectos de embebido y de amortiguamiento son pequeños, por lo tanto podemos despreciarlos, entonces la ecuación de movimiento del sistema es:

$$m \ddot{z} + K_z z = P_o \sin \omega t \quad 5.9$$

donde:

$m$ : Masa del bloque de cimentación y de la máquina ( Ton-s<sup>2</sup>/m )

$P_o$ : carga dinámica ( Ton )

$K_z = C_u A$  : Rigidez del suelo ( constante del resorte ) en vibración vertical ( Ton/m )

$C_u$ : Coeficiente elástico uniforme a compresión ( Ton/m<sup>3</sup>)

$z$ : Desplazamiento vertical ( m )

$\ddot{z}$ : Aceleración del bloque de cimentación ( m/s<sup>2</sup> )

De acuerdo a la ecuación 5.1 la frecuencia natural del sistema es entonces:

$$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{C_u A}{m}} \quad 5.10$$

y la amplitud del movimiento  $A_z$  es:

$$A_z = \frac{P_0 \text{sen} \omega t}{C_u A - m \omega^2} \quad 5.11$$

utilizando la ecuación 5.1 podemos escribir la 5.11 como sigue:

$$A_z = \frac{P_0 \text{sen} \omega t}{m(\omega_{nz}^2 - \omega^2)} \quad 5.12$$

La amplitud máxima se da cuando el  $\text{sen} \omega t = 1$  y podemos expresarla así:

$$A_z = \frac{P_0}{m(\omega_{nz}^2 - \omega^2)} \quad 5.13$$

donde:

$A_z$  : Amplitud máxima de la vibración ( m )

$P_0$  : Fuerza dinámica máxima ( Ton )

$\omega_{nz}$  : Frecuencia natural circular del sistema en vibración vertical ( rad/seg ) ( T<sup>-1</sup> )

$\omega$  : Frecuencia circular de la máquina ( rad/seg ) ( T<sup>-1</sup> )

#### 4.3 VIBRACIÓN HORIZONTAL EN EL BLOQUE DE CIMENTACIÓN

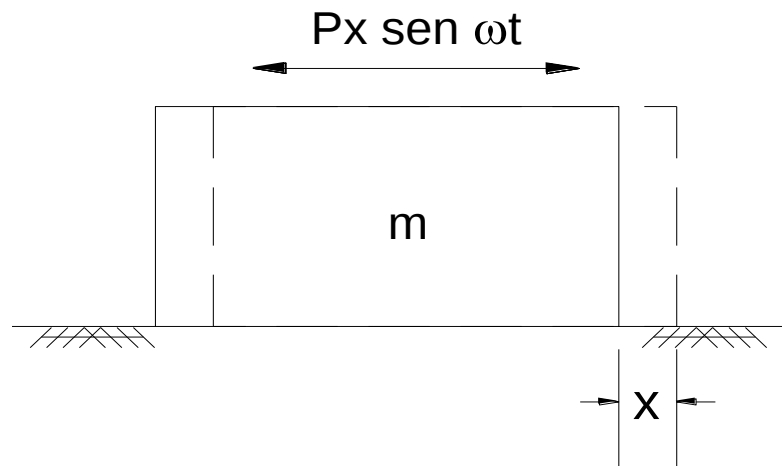
En la práctica el cabeceo y el deslizamiento ocurren simultáneamente, el desplazamiento horizontal en una cimentación de área  $A$  ocurre cuando sobre ella actúa una fuerza dinámica horizontal  $P_x \sin \omega t$ , ver figura 5.4. La vibración de la cimentación en este caso es análoga a la vibración vertical, la constante del resorte del suelo es:

$$K_x = C_r A \quad 5.14$$

Donde:

$K_x$  : Rigidez del suelo ( constante del resorte ) en vibración horizontal ( Ton/m )

$C_r$ : Coeficiente elástico uniforme a cortante ( Ton/m<sup>3</sup>)



**Figura 5.4. Bloque de cimentación sujeta a vibración horizontal**

La ecuación de movimiento del bloque es:

$$m \ddot{x} + K_x x = P_x \sin \omega t \quad 5.15$$

De acuerdo a la ecuación 5.2 la frecuencia natural circular del sistema es entonces:

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{K_x}{m}} = \sqrt{\frac{C_r A}{m}} \quad 5.16$$

y la amplitud  $A_x$  es:

$$A_x = \frac{P_x \sin \omega t}{C_r A - m \omega^2} \quad 5.17$$

utilizando la ecuación 5.2 podemos escribir la 5.17 como sigue:

$$A_x = \frac{P_x \sin \omega t}{m(\omega_{nx}^2 - \omega^2)} \quad 5.18$$

La amplitud máxima se da cuando el  $\sin \omega t = 1$  y podemos expresarla así:

$$A_x = \frac{P_x}{m(\omega_{nx}^2 - \omega^2)} \quad 5.19$$

donde:

$A_x$  : Amplitud máxima de la vibración horizontal ( m )

$P_x$  : Fuerza dinámica máxima horizontal ( Ton )

$\omega_{nx}$  : Frecuencia natural circular del sistema en vibración horizontal ( rad/seg ) (  $T^{-1}$  )

$\omega$  : Frecuencia de la máquina ( rad/seg ) (  $T^{-1}$  )

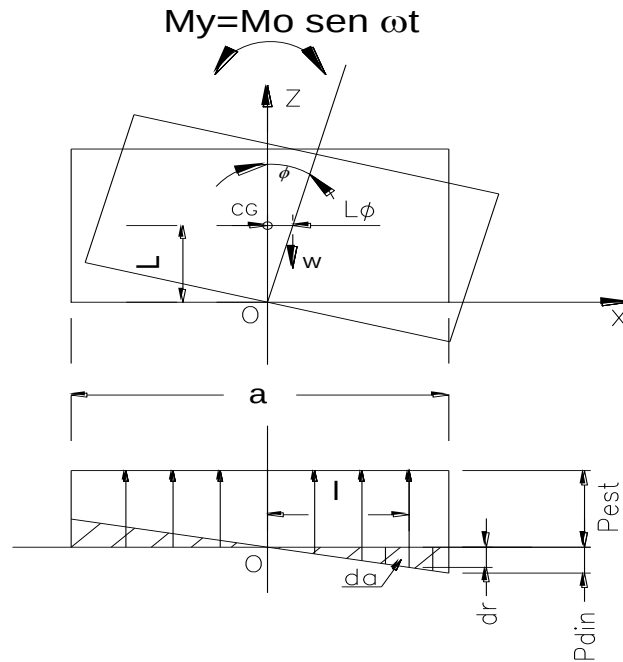
$x$  : Desplazamiento horizontal de la cimentación ( m )

$\ddot{x}$  : Aceleración de la cimentación (  $m/s^2$  )

#### 4.4 VIBRACIÓN POR CABECEO EN EL BLOQUE DE CIMENTACIÓN

Si consideramos un bloque de cimentación de área  $A$ , apoyado sobre el suelo y actuando sobre él un momento dinámico  $M_y = M_o \sin \omega t$ , alrededor del eje  $y$ , en el plano  $xz$ , ver figura 5.5.

Se asume que la cimentación es simétrica respecto al eje  $y$ , el centro de gravedad de la máquina y la cimentación coincide con el centroide de la base, el cual se ubica en el punto 0 ( centro de vibraciones por cabeceo ).



**Figura 5.5. Bloque de cimentación bajo vibraciones de cabeceo**

Sí asumimos que la resistencia al deslizamiento es grande para efectos de análisis y que solo hay rotación  $\phi$  del bloque alrededor del eje que pasa por  $O$  y perpendicular al plano de vibraciones ( aquí el sistema posee un solo grado de libertad: el giro ).

Los siguientes momentos actúan en al cimentación, ver figura 5.5, alrededor del centro de rotación:

Momento por reacción del suelo:

$$\begin{aligned}
 M_R &= -\int_A dR \cdot dA \cdot l \\
 &= -\int_A (C_\phi l \phi \cdot dA) \cdot l = -C_\phi \cdot \phi \int_A dA \cdot l^2 = -C_\phi I \phi
 \end{aligned}
 \tag{5.20}$$

como puede verse el signo negativo indica que este momento actúa en dirección contraria a las manecillas del reloj.

Las variables que interviene en la ecuación 5.20 son:

$dR$  : Reacción del suelo actuando en una pequeña área  $dA$  ( Ton )

$l$  : Distancia desde  $dA$  hasta el centro de rotación  $O$ , ( m )

$\phi$  : desplazamiento angular del bloque en radianes

$I$  : momento de inercia del área de contacto alrededor del eje  $y$  que pasa por el centroide de la base  $O$  ( centro de rotación en este caso y perpendicular al plano de vibración ) (  $m^4$  )

$C\phi$ : coeficiente elástico no uniforme a compresión ( Ton/ $m^3$  )

#### **Momento por excentricidad del peso del bloque de cimentación:**

$$M_w = W \cdot L\phi \quad 5.21$$

el momento anterior actúa en dirección de las manecillas del reloj ( ver figura 5.5 )

#### **Momento externo aplicado:**

$$M_y = M_0 \sin \omega t \quad 5.22$$

La ecuación de movimiento alrededor del centro de rotación es de la siguiente forma:

$$M_{m0} \ddot{\phi} = \sum M \quad 5.23$$

donde:

$M_{m0}$  : Momento de inercia de masa de la máquina y la cimentación alrededor del eje de rotación  $Y$  perpendicular al plano de vibración y que pasa a través del área de contacto de la base ( Ton- $m-s^2$  ) (FLT<sup>2</sup>)

$\ddot{\phi}$  : aceleración angular del bloque de cimentación

sustituyendo valores en la ecuación 5.23 tenemos:

$$M_0 \sin \omega t - C_\phi I \ddot{\phi} + WL \phi = M_{m0} \ddot{\phi}$$

reagrupando términos:

$$M_{m0} \ddot{\phi} + \phi (C_\phi I - WL) = M_0 \sin \omega t \quad 5.24$$

$$\omega_{n\phi} = \sqrt{\frac{C_\phi I - WL}{M_{m0}}} \quad 5.25$$

y el giro máximo por cabeceo está dado por:

$$A_\phi = \frac{M_0}{M_{m0} (\omega_{n\phi}^2 - \omega^2)} \quad 5.26$$

donde:

$A_\phi$  : Amplitud máxima de la vibración por cabeceo, en radianes.

$M_0$  : Momento máximo ( Ton-m )

$\omega_{n\phi}$  : Frecuencia natural circular del sistema en vibración por cabeceo ( rad/seg ) ( T<sup>-1</sup> )

$\omega$  : Frecuencia de la máquina ( rad/seg ) ( T<sup>-1</sup> )

Si comparamos la ecuación 5.25 con la 5.10 se ve ( por analogía ) que la constante del resorte no uniforme a compresión es:

$$K_\phi = C_\phi I \quad 5.27$$

donde:

$K_\phi$  : Rigidez del suelo ( constante del resorte ) en vibración por cabeceo ( ton-m/rad)

$C\phi$ : Coeficiente elástico no uniforme a compresión ( Ton/m<sup>3</sup>)

$I$  : Momento de inercia de la planta del bloque de cimentación ( m<sup>4</sup> )

Si las dimensiones de la cimentación son

$a = x$

$b = y$

el momento de inercia de la sección es:

$$I_y = \frac{ba^3}{12} \quad 5.28$$

para obtener la amplitud máxima es una esquina de la cimentación se requiere conocer la amplitud por giro la cual es ( ver figuras 5.3 y 5.5 )

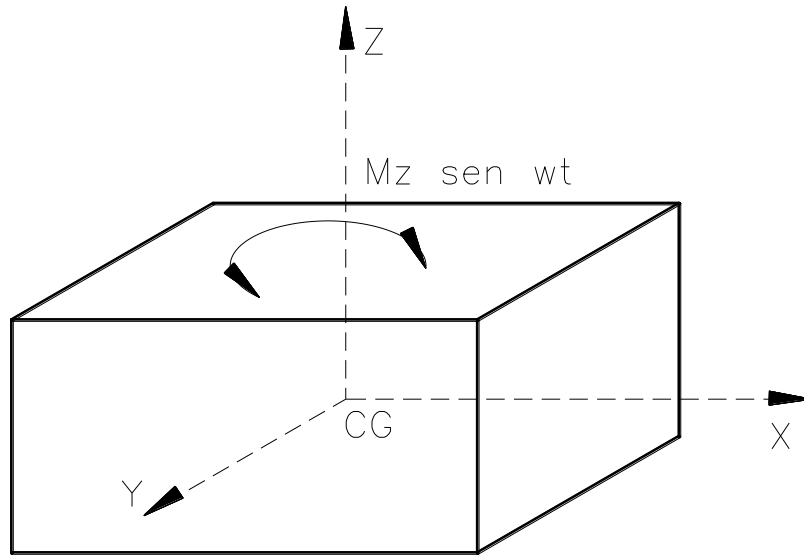
$$A = \frac{a}{2} \cdot A_\phi = \frac{a}{2} \cdot \frac{M_0}{M_{m0}(\omega_{n\phi}^2 - \omega^2)} \quad 5.29$$

Sumando el desplazamiento vertical por compresión no uniforme con el desplazamiento vertical uniforme, se tiene la amplitud máxima vertical, y la calculamos sumando las ecuaciones 5.29 y la 5.13, por lo tanto:

$$A_{total} = A + A_z \quad 5.30$$

#### 4.5 VIBRACIÓN POR TORSIÓN EN EL BLOQUE DE CIMENTACIÓN

Si el bloque de cimentación está sujeto a un momento torsionante aplicado en la cara superior, como el mostrado en la figura 5.6



**Figura 5.6. Bloque de cimentación sujeto a vibración por torsión**

La ecuación de movimiento es (despreciando efectos de amortiguamiento por ser pequeña su aportación):

$$M_{mz} \ddot{\psi} + C_{\psi} J_z \psi = M_z \sin \omega t \quad 5.31$$

en donde:

$M_{mz}$  : Momento de inercia de masa de la máquina y la cimentación alrededor del eje de rotación Z, ( Ton-m-s<sup>2</sup> ) ( FLT<sup>2</sup> )

$J_z$  : Momento polar de inercia de la base de la cimentación ( m<sup>4</sup> )

$\psi$  : ángulo de torsión de la cimentación ( rad )

$C_{\psi}$  : coeficiente elástico no uniforme a cortante ( Ton/m<sup>3</sup> )

La frecuencia natural de vibración es:

$$\omega_{n\psi} = \sqrt{\frac{C_{\psi} J_z}{M_{mz}}} \quad 5.32$$

donde:

$\omega_{n\psi}$  : Frecuencia natural circular del sistema en vibración por torsión ( rad/seg )( T<sup>-1</sup> )

si comparamos la ecuación 5.32 con la 5.10 se ve ( por analogía ) que la constante del resorte no uniforme a cortante es:

$$K_{\psi} = C_{\psi} J_z \quad 5.33$$

donde:

$K_{\psi}$  : Rigidez del suelo ( constante del resorte ) en vibración por torsión ( ton-m/rad)

y el máximo desplazamiento angular por torsión es:

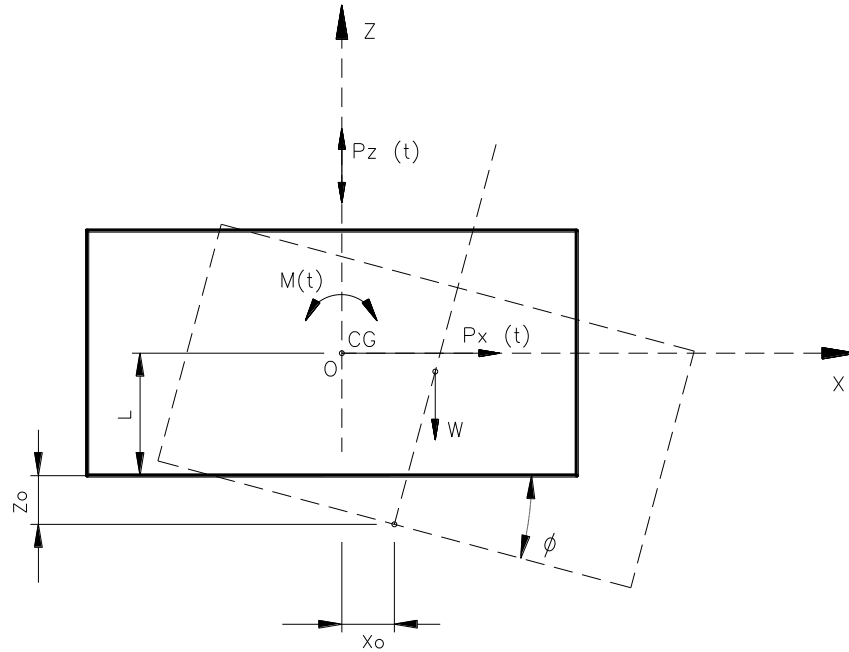
$$\psi_{\max} = \frac{M_z}{M_{mz} (\omega_{n\psi}^2 - \omega^2)} \quad 5.34$$

donde:

$\psi_{\max}$  : giro por torsión ( rad )

#### 4.6 VIBRACIÓN SIMULTÁNEA VERTICAL, DESLIZAMIENTO HORIZONTAL Y CABECEO EN EL BLOQUE DE CIMENTACIÓN

Si consideramos un bloque de cimentación y sobre él actuando simultáneamente una carga dinámica vertical  $P_z(t)$ , una carga horizontal  $P_x(t)$  y un momento de volteo  $M(t)$  como se muestra en la figura 5.7



**Figura 5.7. Bloque de cimentación sujeto a la acción simultánea de una fuerza dinámica vertical  $P_z(t)$ , una horizontal  $P_x(t)$ , y un momento  $M(t)$ .**

Las cargas que actúan sobre el bloque de cimentación son:

$$P_z(t) = P_z \sin \omega t$$

$$P_x(t) = P_x \sin \omega t$$

$$M(t) = M_y \sin \omega t$$

Las cargas anteriores actúan en el centro de gravedad de la máquina y la cimentación, se asume que el centro de gravedad del área de contacto y el CG de la máquina y la cimentación pasan por una misma línea vertical el cual es el eje Z de la figura 5.7.

La respuesta de la cimentación a las cargas impuestas tiene los siguientes desplazamientos: desplazamiento vertical  $Z_0$ , desplazamiento horizontal  $X_0$ , y una rotación de la base. Las ecuaciones de movimiento son:

En dirección Z:

$$m \ddot{z} = \sum F_z(t) \quad 5.35$$

En la dirección X:

$$m \ddot{x} = \sum F_x(t) \quad 5.36$$

En giro alrededor del eje Y:

$$M_m \ddot{\phi} = \sum M(t) \quad 5.37$$

donde:

$M_m$  : Momento de inercia de masa de la máquina y la cimentación alrededor del eje Y.

La respuesta de la cimentación ante las cargas impuestas provocan las siguientes fuerzas y momentos:

1.- Debido al desplazamiento Z de la cimentación se provoca una reacción  $Z_1$  vertical positiva, la cual es:

$$Z_1 = -C_u AZ \quad 5.38$$

El desplazamiento del centro de gravedad debido a la rotación de la cimentación, provoca un momento alrededor del eje Y, el cual es:

$$M_w = WL\phi \quad 5.39$$

Dicho momento es en sentido de las manecillas del reloj.

2.- Una fuerza de reacción horizontal debido a la resistencia elástica del suelo que se opone al deslizamiento  $x_0$ , la cual es:

$$x_1 = -C_\tau Ax_0 \quad 5.40$$

si el desplazamiento del CG de la máquina y la cimentación es x, entonces:

$$x_0 = x - L\phi \quad 5.41$$

sustituyendo la ecuación 5.41 en la 5.40 tenemos:

$$x_1 = -C_\tau A(x - L\phi) \quad 5.42$$

3.- la fuerza de reacción  $x_1$  provoca un momento en sentido de las manecillas del reloj alrededor del CG de:

$$M_x = C_\tau AL(x - L\phi) \quad 5.43$$

4.- La resistencia del suelo inducida por la rotación de la cimentación genera un momento alrededor del CG, el cual es:

$$M_0 = -C_\phi \phi \cdot I \quad 5.44$$

donde:

I: Momento de inercia de la cimentación con respecto al eje Y perpendicular al plano de vibraciones. (  $m^4$  )

Sustituyendo las fuerzas y momentos en las ecuaciones de movimiento 5.35, 5.36 y 5.37, tenemos:

$$m\ddot{Z} + C_u AZ = P_z \sin \omega t \quad 5.45$$

$$m\ddot{x} + C_\tau Ax - C_\tau AL\phi = P_x \sin \omega t \quad 5.46$$

$$M_m \ddot{\phi} + \phi(-WL + C_\tau AL^2 + C_\phi I) - C_\tau ALx = M_y \sin \omega t \quad 5.47$$

#### 4.6.1 FRECUENCIAS NATURALES DEL SISTEMA

Si igualamos las ecuaciones 5.46 y 5.47 a cero tenemos:

$$m\ddot{x} + C_\tau Ax - C_\tau AL\phi = 0 \quad 5.48$$

$$M_m \ddot{\phi} + \phi(-WL + C_\tau AL^2 + C_\phi I) - C_\tau ALx = 0 \quad 5.49$$

la solución de las ecuaciones diferenciales anteriores son:

$$x = X \sin(\omega_n t + \alpha) \quad 5.50$$

$$\phi = \Phi \sin(\omega_n t + \alpha) \quad 5.51$$

Donde  $X$ ,  $\Phi$  y  $\alpha$ , son constantes arbitrarias relacionadas con el movimiento de condición inicial.

la primera y segunda derivada de la ecuación 5.50 son:

$$\dot{X} = -X\omega_n \cos(\omega_n t + \alpha)$$

$$\ddot{X} = -X\omega_n^2 \text{sen}(\omega_n t + \alpha)$$

sustituyendo valores en la ecuación 5.48 tenemos:

$$-mX\omega_n^2 \text{sen}(\omega_n t + \alpha) + C_\tau AX \text{sen}(\omega_n t + \alpha) - C_\tau AL\Phi \text{sen}(\omega_n t + \alpha) = 0$$

algebraicamente la ecuación anterior queda así:

$$-mX\omega_n^2 + C_\tau AX - C_\tau AL\Phi = 0 \quad 5.52$$

O de esta forma:

$$X(C_\tau A - m\omega_n^2) - C_\tau AL\Phi = 0 \quad 5.53$$

la primera y segunda derivada de la ecuación 5.51 son:

$$\dot{\phi} = -\Phi\omega_n \cos(\omega_n t + \alpha)$$

$$\ddot{\phi} = -\Phi\omega_n^2 \text{sen}(\omega_n t + \alpha)$$

sustituyendo las ecuaciones anteriores, así como la 5.50 y 5.51 en la ecuación 5.49 tenemos:

$$-M_m \omega_n^2 \Phi + \Phi(C_\tau AL^2 + C_\phi I - WL) - C_\tau ALX = 0 \quad 5.54$$

o de esta forma:

$$-C_{\tau}ALX + \Phi(C_{\tau}AL^2 + C_{\phi}I - WL - M_m\omega_n^2) = 0 \quad 5.55$$

Las ecuaciones 5.53 y 5.55 contienen las constantes  $X$  y  $\Phi$ , las cuales podemos eliminar, despejando  $X$  de la ecuación 5.53, tenemos:

$$X = \frac{C_{\tau}AL}{C_{\tau}A - m\omega_n^2} \Phi \quad 5.56$$

despejando  $X$  de la ecuación 5.55 tenemos:

$$X = \frac{C_{\tau}AL^2 + C_{\phi}I - WL - M_m\omega_n^2}{C_{\tau}AL} \Phi \quad 5.57$$

Igualando las ecuaciones 5.56 y 5.57 tenemos:

$$C_{\tau}^2A^2L^2 = (C_{\tau}A - m\omega_n^2)(C_{\tau}AL^2 + C_{\phi}I - WL - M_m\omega_n^2) \quad 5.58$$

Desarrollando términos de la ecuación anterior, tenemos:

$$C_{\tau}^2A^2L^2 = C_{\tau}^2A^2L^2 + C_{\tau}A(C_{\phi}I - WL) - C_{\tau}AM_m\omega_n^2 - C_{\tau}AL^2m\omega_n^2 - m\omega_n^2(C_{\phi}I - WL) + M_m m\omega_n^4$$

De la ecuación anterior dividiendo entre  $mM_m$  y reordenando términos tenemos:

$$\omega_n^4 - \omega_n^2 \left( \frac{C_{\phi}I - WL}{M_m} + \frac{C_{\tau}A}{m} \cdot \frac{M_m + mL^2}{M_m} \right) + \frac{C_{\tau}A}{m} \left( \frac{C_{\phi}I - WL}{Mm} \right) = 0 \quad 5.59$$

Si  $M_{m0}$ : Momento de inercia de la cimentación y de la máquina alrededor de un eje que pasa por el centroide de la base y perpendicular al plano de vibraciones. Si vemos la siguiente ecuación:

$$M_{m0} = M_m + mL^2 \quad 5.59a$$

y hacemos la igualdad:

$$\frac{M_m}{M_{m0}} = \gamma (\gamma < 1) \quad 5.59b$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación 5.59 tenemos:

$$\omega_n^4 - \frac{\omega_n^2}{\gamma} \left( \frac{C_\phi I - WL}{M_{m0}} + \frac{C_\tau A}{m} \right) + \frac{C_\tau A}{m} \cdot \frac{C_\phi I - WL}{\gamma M_{m0}} = 0 \quad 5.60$$

Recordando la ecuación 5.16 y 5.25 tenemos:

$$\omega_{nx}^2 = \frac{C_\tau A}{m}$$

$$\omega_{n\phi}^2 = \frac{C_\phi I - WL}{M_{m0}}$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en la 5.60 tenemos:

$$\omega_n^4 - \frac{\omega_{n\phi}^2 + \omega_{nx}^2}{\gamma} \omega_n^2 + \frac{\omega_{n\phi}^2 \omega_{nx}^2}{\gamma} = 0 \quad 5.61$$

La ecuación anterior puede tener dos posibles soluciones  $\omega_{n1}$  y  $\omega_{n2}$  correspondientes a dos frecuencias naturales del sistema.

La ecuación 5.61 podemos resolverla como función de segundo grado como sigue:

$$\omega_{n1,2}^2 = \frac{1}{2\gamma} \left[ \omega_{n\phi}^2 + \omega_{nx}^2 \pm \sqrt{(\omega_{n\phi}^2 + \omega_{nx}^2)^2 - 4\gamma\omega_{n\phi}^2\omega_{nx}^2} \right] \quad 5.62$$

La raíz sería:

$$\omega_{n1}^2 + \omega_{n2}^2 = \frac{\omega_{n\phi}^2 + \omega_{nx}^2}{\gamma} \quad 5.63$$

Y el producto de ambas frecuencias es:

$$\omega_{n1}^2 \omega_{n2}^2 = \frac{\omega_{n\phi}^2 \omega_{nx}^2}{\gamma} \quad 5.64$$

Y la diferencia de ambas frecuencias es:

$$\omega_{n1}^2 - \omega_{n2}^2 = \frac{1}{\gamma} \sqrt{(\omega_{n\phi}^2 + \omega_{nx}^2)^2 - 4\gamma\omega_{n\phi}^2\omega_{nx}^2} \quad 5.65$$

#### 4.6.2 AMPLITUDES DE MOVIMIENTO DEL SISTEMA

Actuando solamente la carga horizontal  $P_x \sin \omega t$ , las ecuaciones 5.46 y 5.47, podemos escribirlas así:

$$m \ddot{x} + C_\tau Ax - C_\tau AL\phi = P_x \sin \omega t \quad 5.66$$

$$M_m \ddot{\phi} + \phi(-WL + C_\tau AL^2 + C_\phi I) - C_\tau ALx = 0 \quad 5.67$$

La solución de las ecuaciones anteriores son:

$$x = A_x \sin \omega t \quad 5.68$$

$$\phi = A_\phi \sin \omega t \quad 5.69$$

Donde  $A_x$  y  $A_\phi$  son las máximas amplitudes por deslizamiento horizontal y cabeceo. Sustituyendo estas soluciones en las ecuaciones 5.66 y 5.67 tenemos:

la primera y segunda derivada de la ecuación 5.68 es:

$$\dot{x} = -A_x \omega \cos \omega t$$

$$\ddot{x} = -A_x \omega^2 \sin \omega t$$

Sustituyendo las derivadas anteriores en la ecuación 5.66 tenemos:

$$m(-A_x \omega^2 \sin \omega t) + C_\tau A(A_x \sin \omega t) - C_\tau AL(A_\phi \sin \omega t) = P_x \sin \omega t \quad 5.70$$

Eliminando  $\sin \omega t$  y ordenando términos tenemos:

$$A_x (C_\tau A - m\omega^2) - C_\tau ALA_\phi = P_x \quad 5.71$$

la primera y segunda derivada de la ecuación 5.69 son:

$$\dot{\phi} = -A_\phi \omega \cos \omega t$$

$$\ddot{\phi} = -A_\phi \omega^2 \sin \omega t$$

sustituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación 5.67 tenemos:

$$M_m(-A_\phi \omega^2 \sin \omega t) + A_\phi \sin \omega t(-WL + C_\tau AL^2 + C_\phi I) - C_\tau ALA_x \sin \omega t = 0$$

Eliminando  $\sin \omega t$  y ordenando términos tenemos:

$$-C_\tau ALA_x + A_\phi (C_\tau AL^2 + C_\phi I - WL - M_m \omega^2) = 0 \quad 5.72$$

despejando  $A_x$  de la ecuación anterior, tenemos:

$$A_x = \frac{C_\tau AL^2 + C_\phi I - WL - M_m \omega^2}{C_\tau AL} A_\phi \quad 5.73$$

sustituyendo la ecuación anterior en la 5.71 tenemos:

$$\frac{(C_\tau AL^2 + C_\phi I - WL - M_m \omega^2)(C_\tau A - m\omega^2)}{C_\tau AL} A_\phi - C_\tau AL A_\phi = P_x$$

despejando  $A_\phi$  tenemos:

$$A_\phi = \frac{C_\tau AL}{mM_m \left[ \frac{C_\tau A (C_\phi I - WL)}{m} - \frac{C_\tau A (mL^2 + M_m)}{M_m} + \frac{(C_\phi I - WL)}{M_m} \right] + \omega^4} P_x \quad 5.74$$

Recordando la ecuación 5.16 y 5.25

$$\omega_{nx}^2 = \frac{C_\tau A}{m}$$

$$\omega_{n\phi}^2 = \frac{C_\phi I - WL}{M_{m0}}$$

y usando las ecuaciones 5.59a y 5.59b, sustituyendo valores en la ecuación 5.74 tenemos:

$$A_\phi = \frac{C_\tau AL}{mM_m \left[ \frac{\omega_{nx}^2 \omega_{n\phi}^2}{\gamma} - \frac{\omega^2}{\gamma} (\omega_{nx}^2 + \omega_{n\phi}^2) + \omega^4 \right]} P_x$$

sustituyendo en la ecuación anterior las ecuaciones 5.63 y 5.64 tenemos:

$$A_{\phi} = \frac{C_{\tau} AL}{mM_m [\omega_{n1}^2 \omega_{n2}^2 - \omega^2 (\omega_{n1}^2 + \omega_{n2}^2) + \omega^4]} P_x$$

la ecuación anterior podemos expresarla de esta forma:

$$A_{\phi} = \frac{C_{\tau} AL}{mM_m (\omega_{n1}^2 - \omega^2)(\omega_{n2}^2 - \omega^2)} P_x \quad 5.75$$

si expresamos el denominador de la ecuación anterior de esta forma:

$$mM_m (\omega_{n1}^2 - \omega^2)(\omega_{n2}^2 - \omega^2) = \Delta(\omega^2) \quad 5.75a$$

la ecuación 5.75 podemos expresarla de esta forma:

$$A_{\phi} = \frac{C_{\tau} AL}{\Delta(\omega^2)} P_x \quad 5.76$$

sustituyendo la ecuación 5.76 en la 5.73 tenemos que la amplitud por desplazamiento X es:

$$A_x = \frac{C_{\tau} AL^2 + C_{\phi} I - WL - M_m \omega^2}{\Delta(\omega^2)} P_x \quad 5.77$$

Las ecuaciones desarrolladas hasta aquí se aplicarán en la solución del ejercicio práctico del capítulo 5, como se verá más adelante.

Actuando sólo el momento  $M(t) = M_y \sin \omega t$ , las ecuaciones 5.46 y 5.47 pueden escribirse así:

$$m \ddot{x} + C_\tau Ax - C_\tau AL \phi = 0 \quad 5.78a$$

$$M_m \ddot{\phi} + \phi(-WL + C_\tau AL^2 + C_\phi I) - C_\tau ALx = M_y \sin \omega t \quad 5.78b$$

La solución de la ecuaciones anteriores son:

$$A_x = \frac{C_\tau AL}{\Delta(\omega^2)} M_y \quad 5.79a$$

$$A_\phi = \frac{C_\tau A - m\omega^2}{\Delta(\omega^2)} M_y \quad 5.79b$$

Cuando las fuerzas dinámicas  $P_x$  y  $M_y$  actúan simultáneamente las amplitudes de movimientos son las siguientes:

$$A_x = \frac{(C_\tau AL^2 + C_\phi I - WL - M_m \omega^2)P_x + (C_\tau AL)M_y}{\Delta(\omega^2)} \quad 5.80$$

$$A_\phi = \frac{(C_\tau AL)P_x + (C_\tau A - m\omega^2)M_y}{\Delta(\omega^2)} \quad 5.81$$

Si la cimentación está sujeta sólo al momento de excitación  $M_y$  de las ecuaciones 5.79ab podemos obtener la relación de amplitudes siguiente:

$$\rho = \frac{A_x}{A_\phi} = \frac{C_\tau AL}{C_\tau A - m\omega^2} = \frac{\omega_{nx}^2}{\omega_{nx}^2 - \omega^2} L \quad 5.82$$

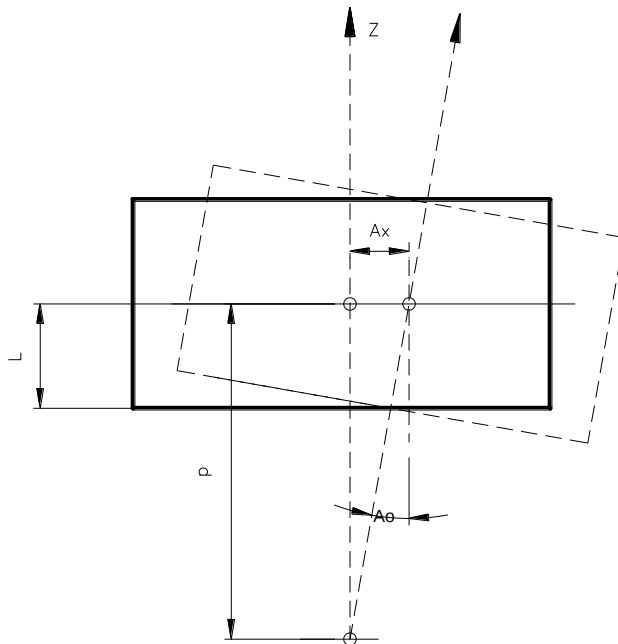
Si la frecuencia de excitación de la máquina  $\omega$  es pequeña en comparación con  $\omega_{nx}$ , entonces  $\rho \approx L$ , el eje de rotación coincide con el eje Z, solo se presenta giro no hay deslizamiento.

Cuando  $\omega$  crece el denominador decrece y  $\rho$  se incrementa, el centro de rotación pasa a ocupar una segunda posición y entonces la cimentación gira y se desliza simultáneamente ver figura 5.8a, en este caso se dice que los dos movimientos están en fase.

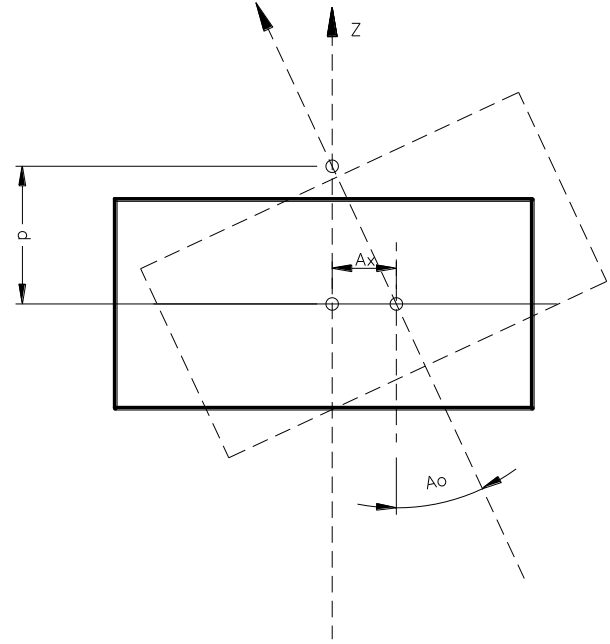
Si  $\omega = \omega_{nx}$  entonces  $\rho \rightarrow \infty$  entonces la cimentación se someterá solo a deslizamiento y las vibraciones por cabeceo están ausentes.

Si  $\omega$  es mayor que  $\omega_{nx}$  entonces  $\rho$  cambia de signo y las vibraciones por deslizamiento y cabeceo ocurren en fases de oposición como se muestra en la figura 5.8b.

Si  $\omega$  se incrementa mucho  $\rho \rightarrow 0$  y el eje de rotación coincide con el centro de gravedad de la máquina y la cimentación.



( a )



( b )

5.8. Bloque de cimentación sujeta a vibraciones. ( a ) Giro y deslizamiento en fase en la misma dirección , ( b ) giro y deslizamiento en fases de oposición.

5.- EJERCICIO DE APLICACIÓN: ANÁLISIS DE LA CIMENTACIÓN DINÁMICA DE UN COMPRESOR RECIPROCANTE PARA LA REFINERIA "LA RÁBIDA-CEPSA" EN HUELVA, ESPAÑA.

5.1 GEOMETRÍA DE LA CIMENTACIÓN

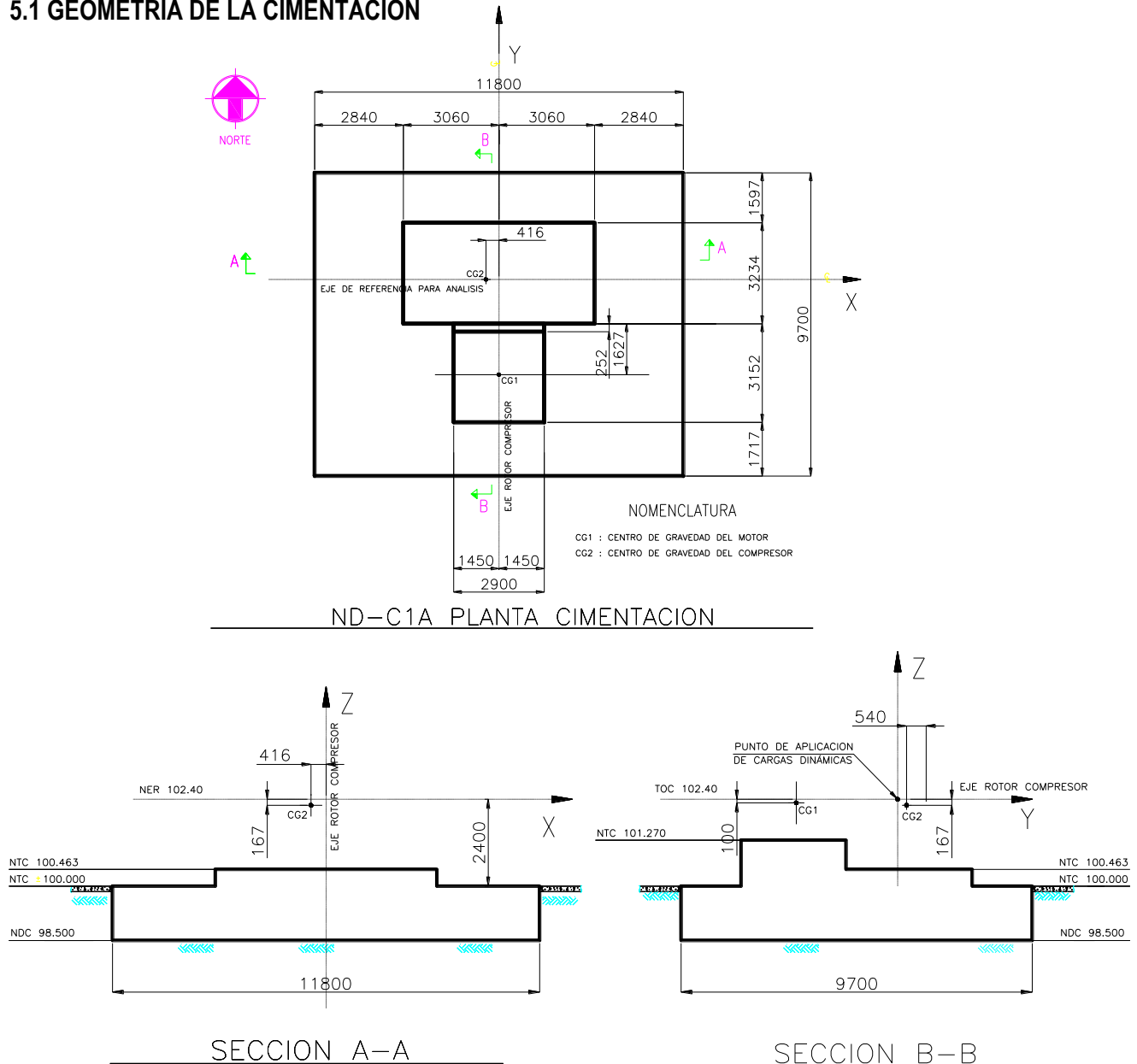
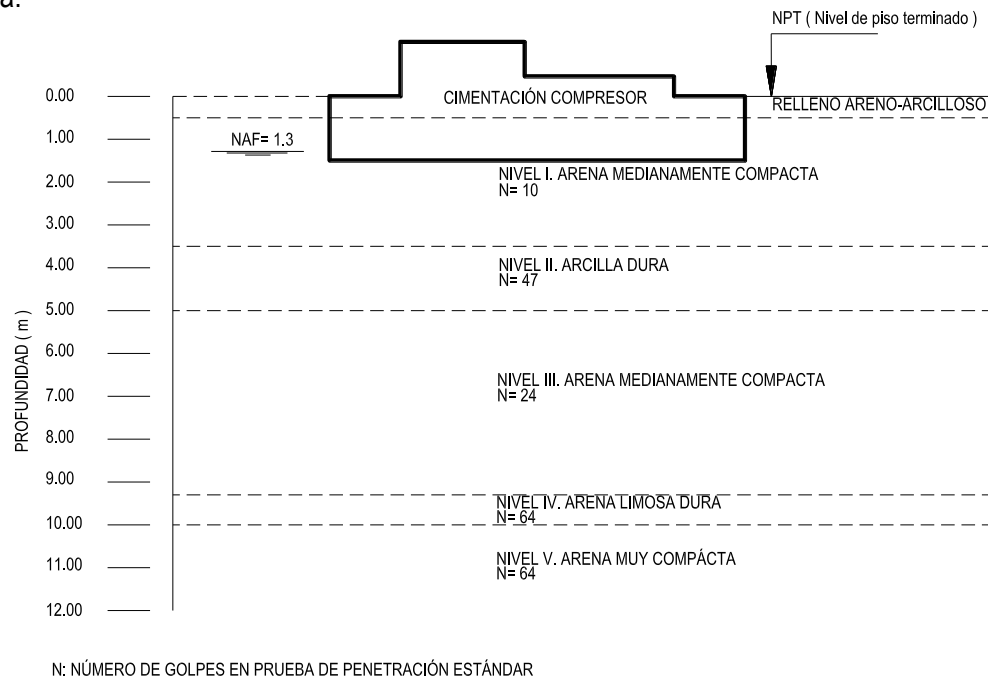


Figura 6.1. Geometría de la cimentación del compresor

## 5.2 PARÁMETROS DEL SUELO

### 5.2.1 ESTRATIGRAFÍA DEL SUELO

De acuerdo al reporte de Mecánica de suelos la estratigrafía del subsuelo puede verse en la siguiente figura:



**Figura 6.2. Estratigrafía en el subsuelo del compresor**

### 5.2.2 PARÁMETROS DINÁMICOS DEL SUELO

El estudio de Mecánica del suelos ( anexo A ), reporta los siguientes parámetros dinámicos:

**Módulo dinámico de rigidez al corte:**  $G = 8000 \text{ Ton/m}^2$

**Relación de poisson :**  $\nu = 0.35$

**Peso volumétrico del suelo:**  $\gamma = 2 \text{ Ton/m}^3$

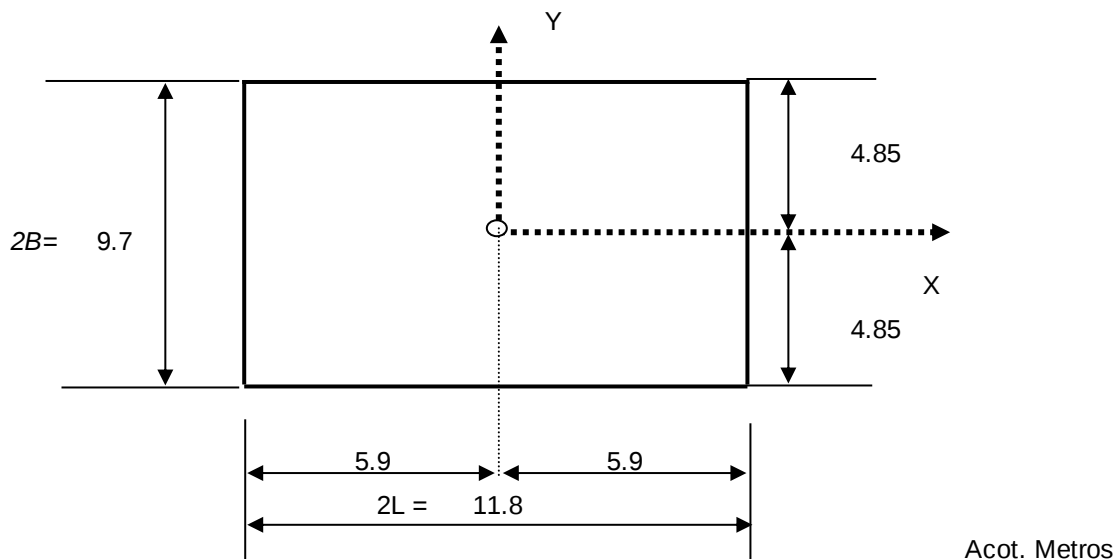
**La aceleración de la gravedad:**  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

**Densidad de masa del suelo:**  $\rho_0 = \frac{\gamma}{g} = \frac{2}{9.81} = 0.204 \text{ Ton s}^2 / \text{m}^4$

**elocidad de onda, ver la ecuación 4.12 :**  $V = \sqrt{\frac{G}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{8000}{0.204}} = 198.09 \text{ m/s}$

**amortiguamiento :**  $D_i = 0.05$

### 5.3 PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LA CIMENTACIÓN



**Figura 6.3. Geometría en planta de la cimentación**

$$L/B = 5.9/4.85 = 1.216$$

$$\text{Area} = 11.8 \times 9.7 = 114.46 \text{ m}^2$$

$$B/L = 4.85/5.9 = 0.822$$

$$A / (4L^2) = 0.82 \longrightarrow \text{Ver ecuación 4.20}$$

$$\text{Momento de inercia alrededor del eje X : } I_x = (2L) (2B)^3 / 12 = 897.46 \text{ m}^4$$

$$\text{Momento de inercia alrededor del eje Y : } I_y = (2B) (2L)^3 / 12 = 1328.12 \text{ m}^4$$

Momento polar de inercia de la base alrededor del eje vertical Z:

$$I_z = I_x + I_y = 897.46 + 1328.12 = 2225.58 \text{ m}^4$$

#### 5.4 PARÁMETROS DE LA MÁQUINA

$$\text{Peso del Compresor } (W_C) = 65.14 \text{ Ton}$$

$$\text{Peso del Motor Eléctrico } (W_{ME}) = 25.5 \text{ Ton}$$

$$\text{Peso total de la máquina } (W) = 90.64 \text{ Ton}$$

$$\text{Velocidad de Operación } (f_o) = 370 \text{ RPM}$$

$$\text{Frecuencia } (\omega) = 2\pi (f_o / 60) = 38.75 \text{ rad / seg}$$

Datos proporcionados por el fabricante del equipo DRESSER-RAND, ver anexo B

$$a_0 = \frac{\omega \cdot B}{V_s} = \frac{38.75 \times 4.85}{198.09} = 0.95 \text{ (adimensional)} \longrightarrow \text{Ver ecuación 4.21}$$

#### 5.5 CÁLCULO DE COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINÁMICOS

De acuerdo a lo expuesto en el capítulo 4, a continuación se presentan los cálculos para obtener los coeficientes de rigidez dinámicos, requeridos para calcular la cimentación dinámica:

### 5.5.1 RIGIDEZ DINÁMICA VERTICAL

Como  $A/4L^2 = 0.82 > 0.02$ , el factor de rigidez vertical  $S_z$  es, usando la ecuación 4.20:

$$S_z = 0.73 + 1.54 \left( \frac{A}{4L^2} \right)^{0.75} = 0.73 + 1.54(0.82)^{0.75} = 2.059$$

sustituyendo valores en la ecuación 4.18, la rigidez estática es:

$$K_z = S_z \frac{2LG}{1-\nu} = 2.059 \cdot \frac{2 \times 5.9 \times 8000}{1-0.35} = 299102.6 \quad \text{Ton/m}$$

Con el valor de  $a_0$  entramos a la gráfica de la figura 4.27a y con el valor de  $L/B$  tenemos que la ecuación 4.22 es:

$$k_z = \frac{\bar{K}_z}{K_z} = 0.85$$

Finalmente utilizando la ecuación 4.23, la rigidez dinámica vertical es:

$$\bar{K}_z = k_z \cdot K_z = 0.85 \times 299102.6 = 254237.23 \quad \text{Ton/m}$$

### 5.5.2 RIGIDEZ DINÁMICA HORIZONTAL, LADO CORTO (DIRECCIÓN Y)

Como  $A/4L^2 = 0.82 > 0.16$ , el factor de rigidez horizontal  $S_y$  es, usando la ecuación 4.26:

$$S_y = 4.5 \left( \frac{A}{4L^2} \right)^{0.38} = 4.5(0.82)^{0.38} = 4.18$$

sustituyendo valores en la ecuación 4.24, la rigidez estática es:

$$K_y = S_y \frac{2LG}{1-\nu} = 4.18 \left( \frac{2 \times 5.9 \times 8000}{1-0.35} \right) = 606637.49 \quad \text{Ton/m}$$

Con el valor de  $a_0$  entramos a la gráfica de la figura 4.29 y con el valor de  $L/B$  tenemos que la ecuación 4.27 es:

$$k_y = \frac{\bar{K}_y}{K_y} = 0.97$$

Finalmente utilizando la ecuación 4.28, la rigidez dinámica horizontal lado corto es:

$$\bar{K}_y = k_y \cdot K_y = 0.97 \times 606637.49 = 588438.37 \quad \text{Ton/m}$$

### 5.5.3 RIGIDEZ DINÁMICA HORIZONTAL, LADO LARGO (DIRECCIÓN X)

La ecuación 4.29 nos permite calcular la rigidez  $K_x$  en función de  $K_y$ , sustituyendo valores tenemos:

$$K_x = K_y - \frac{0.21 \cdot LG}{0.75 - \nu} \left( 1 - \frac{B}{L} \right) = 588438.37 - \left( \frac{0.21 \times 5.9 \times 8000}{0.75 - 0.35} \right) \left( 1 - \frac{4.85}{5.9} \right) = 584028.37 \text{ Ton/m}$$

La rigidez dinámica horizontal lado largo de acuerdo a la ecuación 4.32 es:

$$\bar{K}_x = K_x = 584028.37 \text{ Ton/m}$$

### 5.5.4 RIGIDEZ DINÁMICA POR CABECEO, LADO CORTO Y (ALREDEDOR DEL EJE X)

Como  $B/L = 0.822 > 0.4$  el factor de rigidez al cabeceo  $S_{rx}$  es, usando la ecuación 4.35:

$$S_{rx} = 3.2$$

Sustituyendo valores en la ecuación 4.33 tenemos:

$$K_{rx} = S_{rx} \left( \frac{G}{1 - \nu} \right) (I_x)^{0.75} = 3.2 \left( \frac{8000}{1 - 0.35} \right) (897.46)^{0.75} = 6457859.35 \text{ Ton m/rad}$$

Con el valor de  $\alpha_0$  entramos a la gráfica de la figura 4.30a y con el valor de  $L/B = 1.216$  la ecuación 4.36 es:

$$k_{rx} = \frac{\bar{K}_{rx}}{K_{rx}} = 0.85$$

Finalmente utilizando la ecuación 4.37, la rigidez dinámica por cabeceo lado corto es:

$$\bar{K}_{rx} = k_{rx} \cdot K_{rx} = 0.85 \times 6457859.35 = 5489180.44 \text{ Ton m/ rad}$$

### 5.5.5 RIGIDEZ DINÁMICA POR CABECEO, LADO LARGO ( ALREDEDOR DEL EJE Y )

Como  $B/L = 0.822 > 0.2$ , el factor de rigidez al cabeceo  $S_{ry}$  es, usando la ecuación 4.38a:

$$S_{ry} = 3.2$$

Sustituyendo valores en la ecuación 4.38 tenemos:

$$K_{ry} = S_{ry} \left( \frac{G}{1-\nu} \right) (I_y)^{0.75} = 3.2 \left( \frac{8000}{1-0.35} \right) (1328.14)^{0.75} = 8664709.19 \text{ Ton m/rad}$$

Con el valor de  $a_0$  entramos a la gráfica de la figura 4.30b y con el valor de  $L/B = 1.216$  la ecuación 4.39 es:

$$k_{ry} = \frac{\bar{K}_{ry}}{K_{ry}} = 0.85$$

Finalmente utilizando la ecuación 4.40, la rigidez dinámica por cabeceo lado largo es:

$$\bar{K}_{ry} = k_{ry} \cdot K_{ry} = 7365002.81 \text{ Ton-m/rad}$$

### 5.5.6 RIGIDEZ DINÁMICA POR TORSIÓN ( ALREDEDOR DEL EJE Z )

Como  $B/L = 0.822 > 0.25$  el factor de rigidez por torsión  $S_t$  es, usando la ecuación 4.42:

$$S_t = 3.8 + 10.7 \left( 1 - \frac{B}{L} \right)^{10} = 3.8 + 10.7 \left( 1 - \frac{4.85}{5.9} \right)^{10} = 3.80$$

Sustituyendo valores en la ecuación 4.41 tenemos:

$$K_t = S_t G (J)^{0.75} = 3.8 \times 8000 * (2225.14)^{0.75} = 9850445.92 \text{ Ton m}$$

Con el valor de  $a_0$  entramos a la gráfica de la figura 4.31 y con el valor de  $L/B = 1.216$  la ecuación 4.43 es:

$$k_t = \frac{\bar{K}_t}{K_t} = 0.85$$

Finalmente utilizando la ecuación 4.44, la rigidez dinámica por torsión es:

$$\bar{K}_t = k_t \cdot K_t = 0.85 \times 9850445.92 = 8372879.03 \text{ Ton-m/rad}$$

## 5.6 DATOS PARA CÁLCULO ( MÓDULOS DE CIMENTACIÓN )

|                          |                              |                       |                                                  |
|--------------------------|------------------------------|-----------------------|--------------------------------------------------|
| $A = 114.46 \text{ m}^2$ | $q_a = 25 \text{ T/m}^2$     | $L = 11.80 \text{ m}$ | Centro de gravedad<br>$\bar{X} = 5.85 \text{ m}$ |
| $2L = 11.80 \text{ m}$   | $\gamma = 2.4 \text{ T/m}^3$ | $B = 9.70 \text{ m}$  | $\bar{Y} = 4.93 \text{ m}$                       |
| $2B = 9.70 \text{ m}$    | $g = 9.81 \text{ m/s}^2$     |                       | $\bar{Z} = 1.35 \text{ m}$                       |

donde:

A: Área en planta de la cimentación

2L: Longitud de la cimentación

2B: Ancho de la cimentación

$q_a$ : Capacidad de carga del suelo

$\gamma$ : Peso volumétrico del concreto

$g$ : Aceleración de la gravedad

*Momento de Inercia de la base de cimentación*

$$I_y = \frac{(11.80)^3 * (9.70)}{12} = 1328.12 \text{ m}^4$$

$$I_x = \frac{(11.80) * (9.70)^3}{12} = 897.46 \text{ m}^4$$

$$C_u = \frac{K_z}{A} = \frac{254237.23}{114.46} = 2221.19 \text{ T/m}^3 \quad \text{Coeficiente elástico del suelo uniforme a compresión}$$

$$C_{xy} = \frac{Kh_y}{A} = \frac{588438.37}{114.46} = 5141.00 \text{ T/m}^3 \quad \text{Coeficiente elástico del suelo uniforme a cortante}$$

$$C_{yx} = \frac{Kh_x}{A} = \frac{584028.37}{114.46} = 5102.47 \text{ T/m}^3 \quad \text{Coeficiente elástico del suelo uniforme a cortante}$$

$$J_z = I_x + I_y = 897.46 + 1328.12 = 2,225.58 \text{ m}^4 \quad \text{Momento Polar de Inercia}$$

$$C_{\phi x} = \frac{K_{\phi x}}{I_x} = \frac{5489180.44}{897.46} = 6116.34 \text{ T/m}^3 \text{ rad} \quad \text{Coeficiente elástico del suelo no uniforme a compresión}$$

$$C_{\phi y} = \frac{K_{\phi y}}{I_y} = \frac{7365002.81}{1328.12} = 5545.45 \text{ T/m}^3 \text{ rad} \quad \text{Coeficiente elástico del suelo no uniforme a compresión}$$

$$C_{\psi} = \frac{K_{\psi}}{J_z} = \frac{8372879.03}{2225.58} = 3762.11 \text{ T/m}^3 \quad \text{Coeficiente elástico del suelo no uniforme a cortante}$$

## 5.7 GEOMETRÍA PARA CÁLCULOS

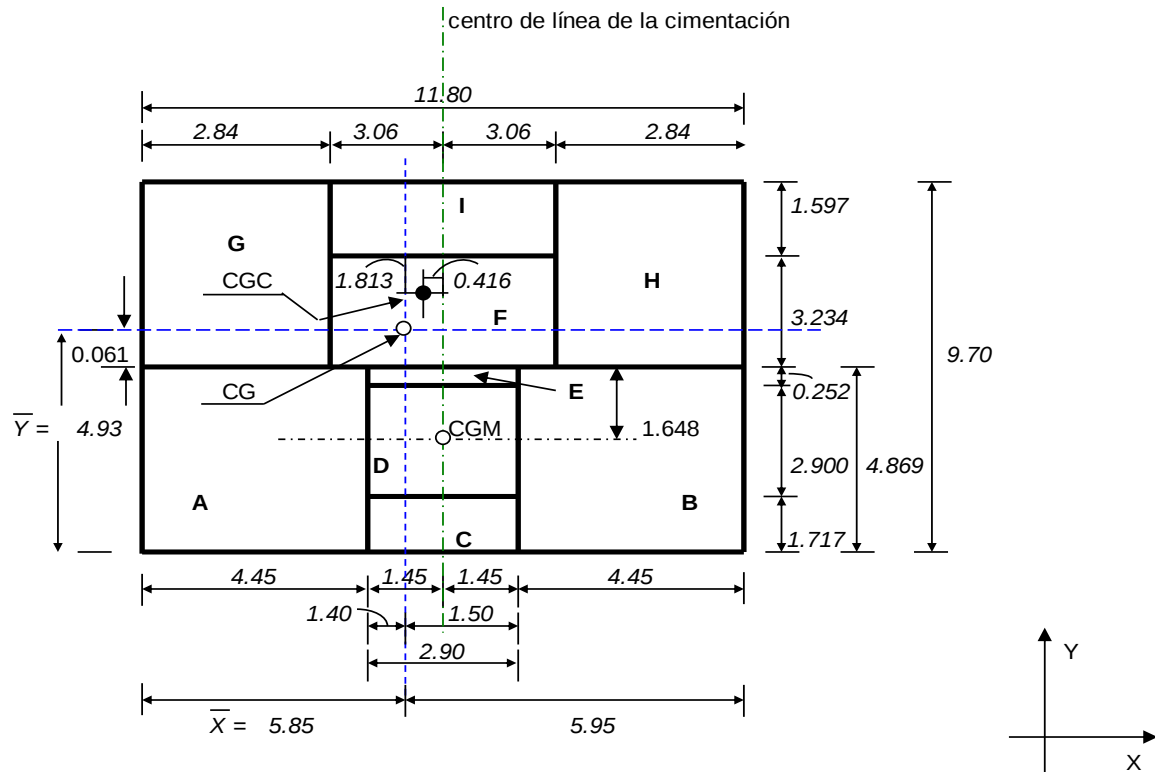


Fig. 6.4 Planta de cimentación

## NOMENCLATURA

CGM = Centro de gravedad del motor

CGC = Centro de gravedad del compresor

CG = Centro de gravedad de la cimentación

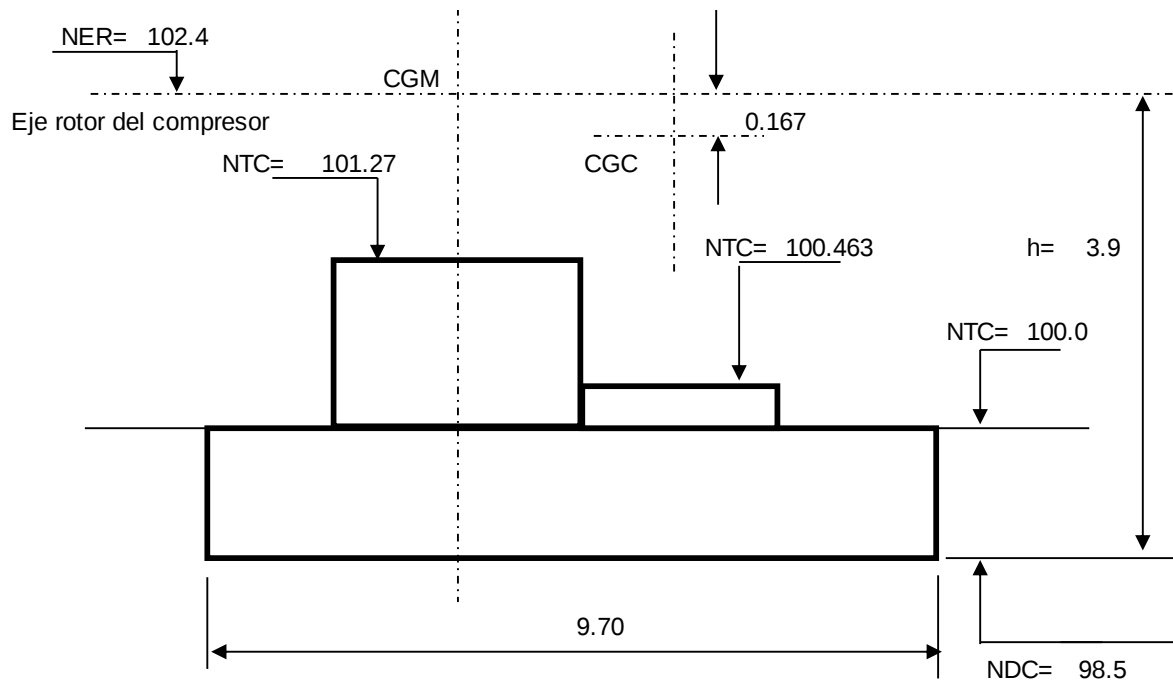


Fig. 6.5 Vista Lateral de la cimentación

## DIAGRAMAS PARA LA OBTENCIÓN DEL MOMENTO DE INERCIA DE MASAS

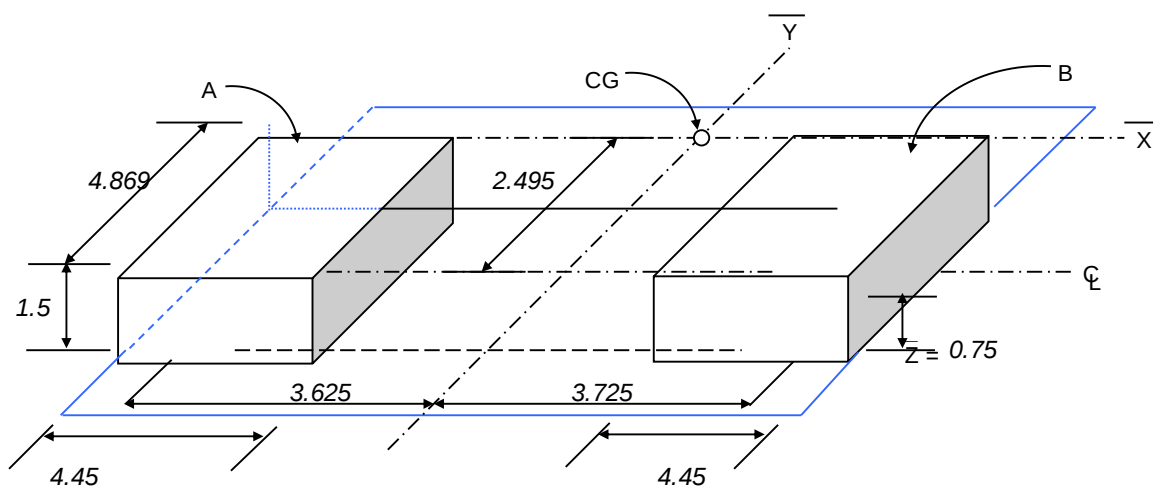


Fig. 6.6 Modelo de cimentación en partes, cuerpos A y B

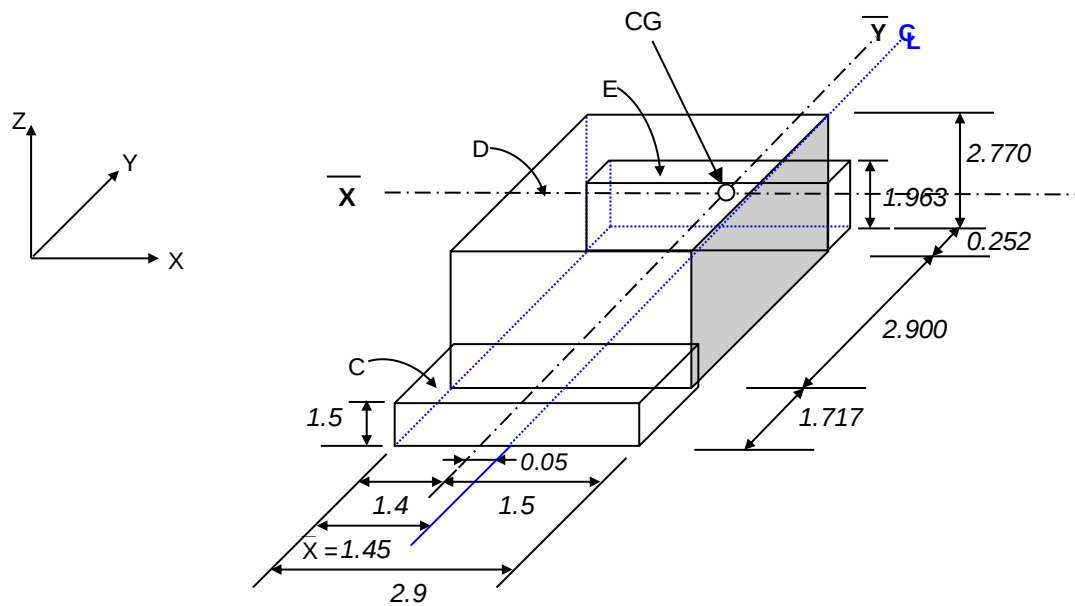


Fig. 6.7 Modelo de cimentación en partes, cuerpos C,D y E

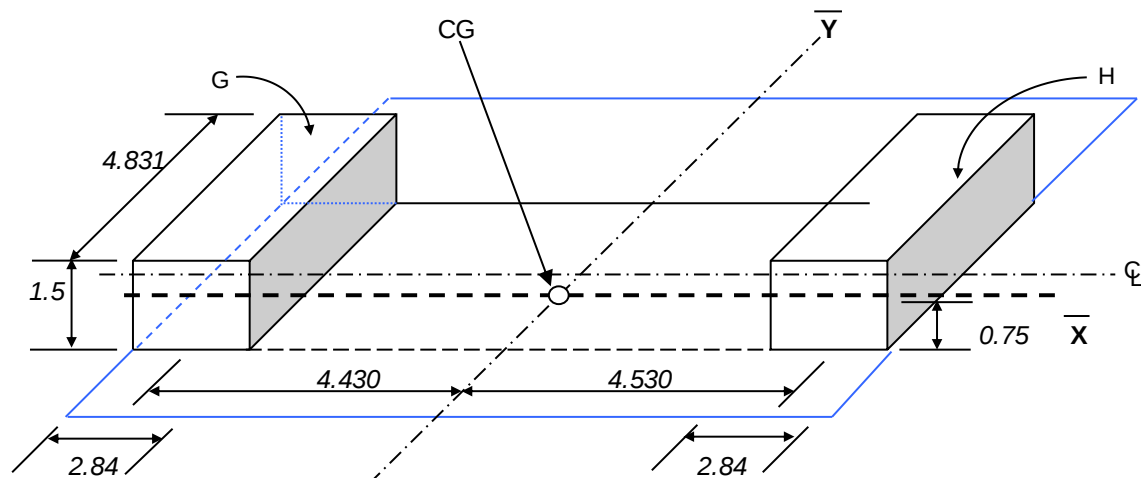


Fig. 6.8 Modelo de cimentación en partes, cuerpos G y H

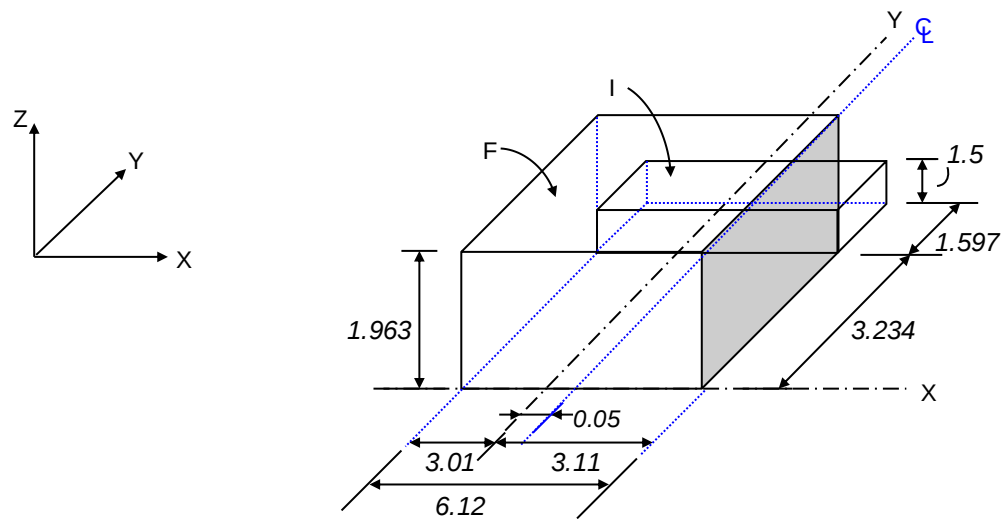


Fig. 6.9 Modelo de cimentación en partes, cuerpos F e I

## 5.8 DETERMINACIÓN DEL CENTRO DE GRAVEDAD DEL SISTEMA

Ver tabla siguiente.

EJERCICIO DE APLICACIÓN COMPRESOR CEPESA ESPAÑA

DATE  
CONT. NO. R0  
BY IAB  
CHKD IAB  
SHEET NO.

Cimentación dinámica  
Compresor reciprocante  
Refinería " La Rábida España "

| 6.8. DETERMINACIÓN DEL CG DEL SISTEMA |                                |       |      |                           |                                              |                                       |        |        |                                                                    |          |         |
|---------------------------------------|--------------------------------|-------|------|---------------------------|----------------------------------------------|---------------------------------------|--------|--------|--------------------------------------------------------------------|----------|---------|
| ELEMENTOS DEL SISTEMA                 | DIMENSIONES DE ELEMENTOS ( m ) |       |      | PESO DEL ELEMENTO ( Ton ) | MASA DEL ELEMENTO ( Ton s <sup>2</sup> / m ) | COORDENADAS DEL CG DEL ELEMENTO ( m ) |        |        | MOMENTOS ESTÁTICOS DE MASA DE LOS ELEMENTOS ( Ton s <sup>2</sup> ) |          |         |
|                                       | ax                             | ay    | az   |                           |                                              | xi                                    | yi     | zi     | mi xi                                                              | mi yi    | mi zi   |
| A                                     | 4.45                           | 4.869 | 1.50 | 78.00138                  | 7.9512                                       | 2.225                                 | 2.4345 | 0.75   | 17.6914                                                            | 19.3572  | 5.9634  |
| B                                     | 4.45                           | 4.869 | 1.50 | 78.00138                  | 7.9512                                       | 9.575                                 | 2.4345 | 0.75   | 76.1328                                                            | 19.3572  | 5.9634  |
| C                                     | 2.90                           | 1.717 | 1.50 | 17.92548                  | 1.8273                                       | 5.90                                  | 0.8585 | 0.75   | 10.7809                                                            | 1.5687   | 1.3704  |
| D                                     | 2.90                           | 2.900 | 2.77 | 55.90968                  | 5.6993                                       | 5.90                                  | 3.1670 | 1.385  | 33.6256                                                            | 18.0495  | 7.8935  |
| E                                     | 2.90                           | 0.252 | 1.96 | 3.44294                   | 0.3510                                       | 5.90                                  | 4.7430 | 0.9815 | 2.0707                                                             | 1.6646   | 0.3445  |
| F                                     | 6.12                           | 3.234 | 1.96 | 93.24445                  | 9.5050                                       | 5.90                                  | 6.486  | 0.9815 | 56.0797                                                            | 61.6497  | 9.3292  |
| G                                     | 2.84                           | 4.831 | 1.50 | 49.39214                  | 5.0349                                       | 1.42                                  | 7.2845 | 0.75   | 7.1495                                                             | 36.6766  | 3.7762  |
| H                                     | 2.84                           | 4.831 | 1.50 | 49.39214                  | 5.0349                                       | 10.38                                 | 7.2845 | 0.75   | 52.2620                                                            | 36.6766  | 3.7762  |
| I                                     | 6.12                           | 1.597 | 1.50 | 35.18510                  | 3.5867                                       | 5.90                                  | 8.9015 | 0.75   | 21.1613                                                            | 31.9266  | 2.6900  |
| COMPRESOR                             |                                |       |      | 65.143                    | 6.6405                                       | 5.484                                 | 6.29   | 3.733  | 36.4163                                                            | 41.7685  | 24.7889 |
| MOTOR                                 |                                |       |      | 25.5                      | 2.5994                                       | 5.90                                  | 3.221  | 3.90   | 15.3364                                                            | 8.3726   | 10.1376 |
| TOTAL                                 |                                |       |      | 551.13770                 | 56.1812                                      |                                       |        |        | 328.7067                                                           | 277.0679 | 76.0332 |

1. Coordenadas del Centro de Gravedad

$$\bar{X} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{328.7067}{56.1812} = 5.85 \text{ m}$$
$$\bar{Y} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{277.0679}{56.1812} = 4.93 \text{ m}$$
$$\bar{Z} = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i} = \frac{76.0332}{56.1812} = 1.35 \text{ m}$$

2. Cálculo de la Excentricidad ( Ejes Globales )

$$e_x = L - \bar{X} = 5.9 - 5.85 = 0.049 \text{ m}$$
$$A_x = \frac{e_x}{2L} = \frac{0.0042}{2L} = 0.417 \% < 5 \%$$

Como  $A_x = 0.417 \% < 5 \%$  Se acepta estamos por abajo del límite de excentricidad en X

Ismael Aldama Barrera

Página 127

## 5.9 CÁLCULO DINÁMICO DE LA CIMENTACIÓN

### Cálculo de la Excentricidad en " Y "

$$e_z = B - \bar{Y} = | 4.85 - 4.93 | = 0.082 \text{ m}$$

$$A_z = \frac{e_z}{B} = \frac{0.0084}{1} = 0.842 \% < 5 \%$$

Como  $A_z = 0.842 \% < 5 \%$  Se acepta, estamos por abajo del límite de excentricidad.

### Cálculo del Momento de Inercia ( Ejes Globales )

Momentos de Inercia en la Base ( ver figura 6.4 )

$$I_y = \frac{9.70 * (11.80)^3}{12} = 1328.12 \text{ m}^4$$

$$I_x = \frac{11.80 * (9.70)^3}{12} = 897.46 \text{ m}^4$$

### Cálculo del momento de inercia de masa alrededor del eje Z:

La ecuación que nos permite calcular el momento de inercia de masa alrededor de un eje vertical ( ver Ref. 8 ), de un cuerpo rectangular es:

$$I_{zz} = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$$

donde:

$I_{zz}$  : Momento de inercia de masa ( Tms<sup>2</sup> )

m: Masa del cuerpo.

a,b: Dimensiones en planta de cuerpo.

Aplicando la ecuación anterior se tiene que el momento de inercia de masa alrededor del eje Z es:

**Para la cimentación ( ver figura 6.3 ):**

$$M_{mcmz} = \frac{m}{12} [(2L)^2 + (2B)^2] = \frac{46.94}{12} [(11.8^2) + (9.7^2)] = 912.71 \text{ Tms}^2$$

Para el compresor ( ver geometría en plano del proveedor del equipo G12944 en el anexo B ):

$$M_{mcz} = \frac{m}{12} [A^2 + B^2] = \frac{6.64}{12} [(5.60^2) + (2.715^2)] = 21.43 \text{ Tms}^2$$

Para el motor ( ver geometría en plano del proveedor del equipo G12948 en el anexo B ):

$$M_{mmz} = \frac{m}{12} [A^2 + B^2] = \frac{2.59}{12} [(2.00^2) + (2.24^2)] = 1.86 \text{ Tms}^2$$

Y el momento de inercia de masa alrededor de Z del conjunto cimentación-máquina es:

$$M_{mz} = M_{mcimz} + M_{mcx} + M_{mmz} = 912.71 + 21.43 + 1.86 = 936.00 \text{ Tms}^2$$

Nota: El valor de  $M_{mz}$  será utilizado para revisar la vibración por efecto del momento torsionante dinámico.

### 5.9.1. Momento de Inercia de Masa alrededor del Eje "Y"

usando la figura 6.6 tenemos:

$$M_{mo}^A = M_A \left[ \frac{a_{xa}^2 + a_{za}^2}{12} \right] + M_A \bar{Z}_{ia}^2 + M_A \bar{X}_{ia}^2$$

$$M_{mo}^A = 7.951 \left[ \left( \frac{(4.45)^2 + (1.50)^2}{12} \right) + (0.75)^2 + (3.625)^2 \right]$$

$$M_{mo}^A = 7.9512 [1.8377 + 0.5625 + 13.141] = 123.5684 \text{ Tms}^2$$

para la Parte B tenemos:

$$M_{mo}^B = M_B \left[ \frac{b_{xb}^2 + b_{zb}^2}{12} \right] + M_B \bar{Z}_{ib}^2 + M_B \bar{X}_{ib}^2$$

$$M_{mo}^B = 7.9512 \left[ \left( \frac{(4.45)^2 + (1.50)^2}{12} \right) + (0.75)^2 + (3.725)^2 \right]$$

$$M_{mo}^B = 7.9512 [1.8377 + 0.5625 + 13.8756] = 129.4126 \text{ Tms}^2$$

para la Parte C, usando la figura 6.7 tenemos:

$$M_{m0}^C = M_C \left[ \frac{c_{xc}^2 + c_{zc}^2}{12} \right] + M_C \bar{Z}_{ic}^2 + M_C \bar{X}_{ic}^2$$

$$M_{m0}^C = 1.8273 \left[ \left( \frac{2.9^2 + (1.50)^2}{12} \right) + (0.75)^2 + (0.05)^2 \right]$$

$$M_{m0}^C = 1.8273 [0.8883 + 0.5625 + 0.0025] = 2.6556 \text{ Tms}^2$$

para la Parte D, usando la figura 6.7 tenemos:

$$M_{m0}^D = M_D \left[ \frac{d_{xd}^2 + d_{zd}^2}{12} \right] + M_D \bar{Z}_{id}^2 + M_D \bar{X}_{id}^2$$

$$M_{m0}^D = 5.6993 \left[ \left( \frac{2.9^2 + (2.77)^2}{12} \right) + (1.385)^2 + (0.05)^2 \right]$$

$$M_{m0}^D = 5.6993 [1.3402 + 1.9182 + 0.0025] = 18.5851 \text{ Tms}^2$$

para la Parte E, usando la figura 6.7 tenemos:

$$M_{m0}^E = M_E \left[ \frac{e_{xe}^2 + e_{ze}^2}{12} \right] + M_E \bar{Z}_{ie}^2 + M_E \bar{X}_{ie}^2$$

$$M_{m0}^E = 0.3510 \left[ \left( \frac{2.9^2 + (1.963)^2}{12} \right) + (0.98)^2 + (0.05)^2 \right]$$

$$M_{m0}^E = 0.3510 [1.0219 + 0.9633 + 0.0025] = 0.6976 \text{ Tms}^2$$

para la Parte G usando la fig. 6.8 tenemos:

$$M_{m0}^G = M_G \left[ \frac{g_{xg}^2 + g_{zg}^2}{12} \right] + M_G \bar{Z}_{ig}^2 + M_G \bar{X}_{ig}^2$$

$$M_{m0}^G = 5.0349 \left( \left[ \frac{(2.84)^2 + (1.50)^2}{12} \right] + (0.75)^2 + (4.430)^2 \right)$$

$$M_{m0}^G = 5.0349 [0.8596 + 0.5625 + 19.6249] = 105.9692 \text{ Tms}^2$$

para la Parte H usando la figura 6.8 tenemos:

$$M_{m0}^H = M_H \left[ \frac{h_{xh}^2 + h_{zh}^2}{12} \right] + M_H \bar{Z}_{ih}^2 + M_H \bar{X}_{ih}^2$$

$$M_{m0}^H = 5.0349 \left( \left[ \frac{(2.84)^2 + (1.50)^2}{12} \right] + (0.75)^2 + (4.530)^2 \right)$$

$$M_{m0}^H = 5.0349 [0.8596 + 0.5625 + 20.5209] = 110.4805 \text{ Tms}^2$$

para la Parte F usando la fig. 6.9 tenemos:

$$M_{m0}^F = M_F \left[ \frac{f_{xf}^2 + f_{zf}^2}{12} \right] + M_F \bar{Z}_{if}^2 + M_F \bar{X}_{if}^2$$

$$M_{m0}^F = 9.5050 \left( \left[ \frac{(6.12)^2 + (1.963)^2}{12} \right] + (0.98)^2 + (0.05)^2 \right)$$

$$M_{m0}^F = 9.5050 [3.4423 + 0.9633 + 0.0025] = 41.8997 \text{ Tms}^2$$

para la Parte I usando la fig. 6.9 tenemos:

$$M_{mo}^I = M_I \left[ \frac{i_{xi}^2 + i_{zi}^2}{12} \right] + M_I \bar{Z}_{ii}^2 + M_I \bar{X}_{ii}^2$$

$$M_{mo}^I = 3.5867 \left[ \left( \frac{6.12^2 + 1.50^2}{12} \right) + (0.75)^2 + (0.05)^2 \right]$$

$$M_{mo}^I = 3.5867 [3.3087 + 0.5625 + 0.0025] = 13.8936 \text{ Tms}^2$$

para el Compresor tenemos, usando las fig. 6.4 y 6.5

$$M_{mo}^{Comp} = M^{Comp} (\bar{X}_c^2 + \bar{Z}_c^2)$$

$$M_{mo}^{comp} = 6.6405 [ (0.416)^2 + (3.733)^2 ]$$

$$M_{mo}^{comp} = 6.6405 [0.173056 + 13.93529] = 93.6860 \text{ Tms}^2$$

para el Motor, usando las fig. 6.4 y 6.5 tenemos:

$$M_{mo}^{Mot} = M^{Mot} (\bar{X}_m^2 + \bar{Z}_m^2)$$

$$M_{mo}^{Mot} = 2.5994 [ (0.0)^2 + (3.90)^2 ]$$

$$M_{mo}^{Mot} = 2.5994 [0.0 + 15.21] = 39.5367 \text{ Tms}^2$$

y el Momento de Inercia de Masa de la máquina  $M_{mo}$  y la cimentación con respecto a un eje que pasa por el centroide del área de la base y perpendicular al plano de vibración es:

$$M_{mo} = M_{mo}^A + M_{mo}^B + M_{mo}^C + M_{mo}^D + M_{mo}^E + M_{mo}^G + M_{mo}^H + M_{mo}^F + M_{mo}^I + M_{mo}^{comp} + M_{mo}^{Mot}$$

$$M_{mo} = 123.5684 + 129.4126 + 2.6556 + 18.5851 + 0.6976 + 105.9692 + 110.4805$$

$$41.8997 + 13.8936 + 93.6860 + 39.5367$$

$$M_{mo} = 680.3851 \text{ Tms}^2$$

dado que:

$$M_{mo} = M_m + m (\bar{Z})^2 \quad \text{----- ec. 1.53a} \quad \text{despejando} \quad M_m = M_{mo} - m (\bar{Z})^2$$

Siendo  $M_m$  el momento de inercia de masa de la máquina y su cimentación con respecto a un eje que pasa por el centro de gravedad del sistema en la dirección del eje Y. Sustituyendo valores en la ecuación

$$M_m = 680.3851 - 56.1812 * 1.3534^2 = 680.3851 - 102.9000 \quad \text{anterior:}$$

$$M_m = 577.4851 \text{ Tms}^2$$

Sustituyendo valores en la ecuación 5.53b, tenemos

$$\gamma = \frac{M_m}{M_{mo}} = \frac{577.4851}{680.3851} = 0.8488 \quad ; \quad \gamma = 0.8488 < 1$$

## 5.9.2 CÁLCULO DE FRECUENCIAS NATURALES Y AMPLITUDES DE VIBRACIÓN

FUERZAS DESBALANCEADAS (DE PLANOS DEL PROVEEDOR, VER ANEXO B)

|       | PRIMARIA<br>( Ton ) | SECUNDARIA<br>( Ton ) | TOTAL<br>( Ton ) |                                       |
|-------|---------------------|-----------------------|------------------|---------------------------------------|
| $F_x$ | 4.00                | 0.634                 | 4.634            | → genera deslizamiento en dirección X |
| $F_y$ | 0                   | 0                     | 0                |                                       |
| $F_z$ | 0                   | 0                     | 0                |                                       |
| $M_z$ | 44.216              | 4.899                 | 49.115           | → genera torsión alrededor del eje Z. |
| $M_y$ | 13.315              | 0                     | 13.315           | → genera cabeceo alrededor del eje Y. |
| $M_x$ | 0                   | 0                     | 0                |                                       |

Concentrando Datos:

$$C_u = 2221.19 \text{ Ton/m}^3$$

$$C_{\phi_y} = 6116.34 \text{ Ton/m}^3$$

$$C_{\phi_x} = 5545.45 \text{ Ton/m}^3$$

$$C_{\tau_y} = 5141.00 \text{ Ton/m}^3$$

$$C_{\tau_x} = 5102.47 \text{ Ton/m}^3$$

$$C_{\psi} = 3762.11 \text{ Ton/m}^3$$

$$m = 56.1812 \text{ Ts}^2\text{m}^{-1}$$

$$\omega = 38.74631 \text{ rad / seg}$$

$$A = 114.46 \text{ m}^2$$

$$J_z = 2225.58 \text{ m}^4$$

### 5.9.3 Revisión Vertical (Modos Desacoplados)

Usando la ec. (5.10) tenemos:

$$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{C_u A}{m}} = \sqrt{\frac{2221 \cancel{\text{Ton/m}^3} * 114.46 \cancel{\text{m}^2}}{56.1812 \cancel{\text{Tons}^2} \cancel{\text{m}}}}$$

$$\omega_{nz} = 67.2704 \text{ rad / seg}$$

Usando la ec. (5.13) tenemos:

Dado que  $P_z = 0$ , la amplitud de vibración en dirección Z es:  $A_z = 0$

Revisión de Resonancia

$$\frac{\omega}{\omega_{nz}} = \frac{38.7463}{67.2704} = \frac{38.74631}{67.2704} = 0.576 < 0.7$$

$$\frac{\omega}{\omega_{nz}} = 0.58 < 0.7 \quad \text{OK}$$

### 5.9.4. Revisión Horizontal dirección "X"

Usando la ec. (5.16) tenemos:

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{K_x}{m}} = \sqrt{\frac{C_{tx} A}{m}} = \sqrt{\frac{5102 \cancel{\text{Ton/m}^3} * 114.46 \cancel{\text{m}^2}}{56.1812 \cancel{\text{Tons}^2} \cancel{\text{m}}}}$$

$$\omega_{nx} = 101.9580 \text{ rad / seg}$$

## Revisión de Resonancia

$$\frac{\omega}{\omega_{nx}} = \frac{38.7463}{101.9580} = \frac{38.74631}{101.9580} = 0.38 < 0.7$$

$$\frac{\omega}{\omega_{nx}} = 0.38 < 0.7 \quad \text{OK}$$

y la Amplitud es, de acuerdo a la ec. (5.19):

$$A_x = \frac{P_x}{m(\omega_{nx}^2 - \omega^2)} = \frac{4.6340}{56.1812 \left[ (101.9580)^2 - (38.7463)^2 \right]} = 9.27E-03 \text{ mm}$$

$$A_x = 0.00927 \text{ mm} = 9.274 \text{ um}$$

## 5.9.5. Revisión por cabeceo alrededor del eje Y

Usando la ec. ( 5.25 ) tenemos:

$$\omega_{n\phi x} = \sqrt{\frac{C_{\phi x} I_y - W Y^2}{M_{mo}}} = \sqrt{\frac{[5545 * 1328.12] - [551.14 * 1.35]}{680.3851}}$$

$$\omega_{n\phi x} = \sqrt{\frac{7365003 - 745.8856}{680.3851}} = 104.037 \text{ rad / seg}$$

## Revisión de Resonancia

$$\frac{\omega}{\omega_{n\phi x}} = \frac{38.7463}{104.0368} = 0.372$$

$$\frac{\omega}{\omega_{n\phi x}} = 0.372 < 0.7 \quad \text{se acepta no hay resonancia}$$

El giro por cabeceo alrededor del eje Y, máximo de la cimentación, usando la ec. ( 5.26 ) es:

$$A_{\phi} = \frac{M_z}{M_{mO} (\omega_{n\phi}^2 - \omega^2)} = \frac{13.315}{680.3851 \left[ (104.0368)^2 - (38.74631)^2 \right]} = \frac{13.315}{6342811} = 2.09923E-06$$

$$A_{\phi} = 0.0000021 \quad \text{rad}$$

### 5.9.6. Revisión por torsión, alrededor del eje Z

de la ec. ( 5.32 ) tenemos:

$$f_{n\psi} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_{\psi} J_z}{M_{mz}}}$$

donde:

Mnz: Momento de inercia de masa del conjunto máquina cimentación con respecto al eje Z.

Jz : Momento polar de inercia de la base de la cimentación con respecto al eje Z

El valor de Mnz ya se calculó en el punto 6.9, su valor es:

$$Mnz = 936.00 \text{ Ton m S}^2$$

sustituyendo valores en la ec. 5.32 a tenemos:

$$f_{n\psi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_{\psi} J_z}{M_{mz}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3762.11 * 2225.58}{936.0005}} = 15.06 \text{ Hz}$$

como

$$\omega_{n\psi} = 2\pi \cdot f_{n\psi}$$

entonces la frecuencia es:

$$\omega_{n\psi} = 94.63 \text{ rad/seg}$$

Revisión de Resonancia

$$\frac{\omega}{\omega_{n\psi}} = \frac{38.7463}{94.6282} = 0.409458 < 0.7 \text{ se acepta}$$

El máximo desplazamiento angular por torsión se calcula aplicando la ec. 5.34

$$\psi_{nz} = \frac{M_z}{M_{nz}(\omega_{n\psi}^2 - \omega^2)} = \frac{49.1}{936.0005 * (8954.498 - 1501.276)} = 0.00000704 \text{ rad}$$

### 5.9.7. VIBRACIÓN SIMULTÁNEA, DESLIZAMIENTO HORIZONTAL Y CABECEO ALREDEDOR DEL EJE Z.

Con las frecuencias calculadas anteriormente y sustituyendo valores en la ecuación 5.62 tenemos:

$$(\omega_{n1}, \omega_{n2})^2 = \frac{1}{1.6975} \left[ \left( 10823.6593 + 10395.4388 \right) \pm \sqrt{450250126.72 - 381999620.49} \right]$$

$$(\omega_{n1}, \omega_{n2})^2 = \frac{1}{1.6975} \left[ 21219.0982 \pm 8261.3865 \right]$$

$$\omega_{n1}^2 = 17366.7529 ; \quad \omega_{n2}^2 = 7633.300$$

de donde:

$$\omega_{n1} = 131.7830 \text{ rad / seg}$$

$$\omega_{n2} = 87.3688 \text{ rad / seg}$$

obteniendo el término de la ecuación 5.75a, sustituyendo valores tenemos:

$$\Delta(\omega^2) = mM_m (\omega_{n1}^2 - \omega^2) (\omega_{n2}^2 - \omega^2)$$

$$\Delta(\omega^2) = 56.1812 * 577.4851 (17366.75 - 1501.276) (7633.30 - 1501.276)$$

$$\Delta(\omega^2) = 32443.8 * 15865.4764 * 6132.0233$$

$$\Delta(\omega^2) = 3.15638E+12$$

Calculando el giro de la cimentación por efecto de la fuerza  $F_x$

aplicando la ec. ( 5.76 ) tenemos:

$$A_o = \frac{C_{\phi x} \bar{A} Z}{\Delta(\omega^2)} F_x = \left( \frac{5545.45}{3.15638E+12} \right) \left( \frac{114.5}{1} \right) \left( \frac{1.35}{1} \right) \left( 4.6340 \right)$$

$$A_o = 1.26E-06 \text{ rad}$$

Cálculo de la amplitud por efecto de la fuerza  $F_x$ , aplicando la ecuación 5.77 tenemos:

$$A_x = \frac{[5102 * 114.5 * 1.832] + [5545 * 1328.12] - [551.1 * 1.35] - [577.4851 * 1501.276]}{3.15638E+12} F_x$$

$$A_x = \left( \frac{1069691 + 7365003 - 745.8856 - 866964.9}{3.15638E+12} \right) F_x$$

$$A_x = 2.39736E-06 * 4.634 = 1.11094E-05 \text{ m} = 0.011109383 \text{ mm} = 11 \text{ } \mu\text{m}$$

Calculando la rotacion de la cimentación debido al momento  $M_y$ , de la ecuación 5.79b tenemos:

$$A_{\phi} = \frac{C_{\phi x} A - m \omega^2}{\Delta(\omega^2)} M_y = \left( \frac{5545.45 * 114.5}{3.1564E+12} \right) - \left( \frac{56.1812 * 1501.28}{3.1564E+12} \right) (13.3150)$$

$$A_{\phi} = 2.32178E-06 \text{ rad}$$

Calculando la amplitud por efecto de momento de cabeceo  $M_y$ , de la ecuación 5.79a tenemos:

$$A_x = \frac{C_{\tau x} \bar{A} Z}{\Delta(\omega^2)} M_z = \left( \frac{5102}{3.15638E+12} \right) \left( \frac{114.5}{1} \right) \left( \frac{1.35}{1} \right) (13.3150)$$

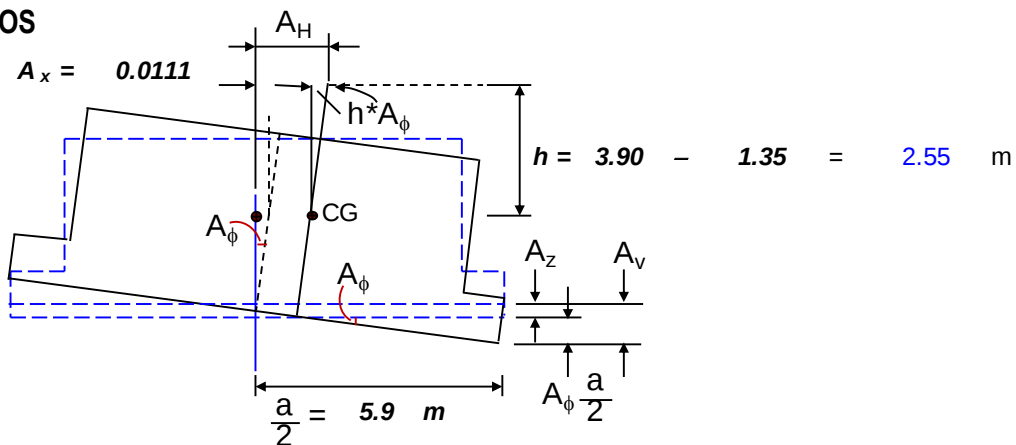
$$A_x = 3.33E-06 \text{ m} = 0.003334252 \text{ mm} = 3.334252 \text{ } \mu\text{m} \quad \text{ok, se acepta}$$

Cálculo de las amplitudes horizontales por efecto del giro torsional son:

$$A_{x\psi} = \psi_{nz} \quad L/2 = 0.00000704 \times 5.9 = 41.54 \quad \mu\text{m}$$

$$A_{y\psi} = \psi_{nz} \quad B/2 = 0.00000704 \times 4.85 = 34.15 \quad \mu\text{m}$$

### 5.9.8. COMBIACIÓN FINAL DE AMPLITUDES DE VIBRACIÓN DESPLAZAMIENTOS DINÁMICOS COMBINADOS



$$hA_\phi = (3.90 - 1.353356)(2.32178E-06) = 5.91E-06 \text{ m} = 5.912751 \mu\text{m}$$

Figura 6.10 Desplazamientos dinámicos combinados

La amplitud total horizontal en dirección X es la suma de las tres acciones: Por efecto de la carga horizontal  $F_x$ , por efecto del momento de cabeceo  $M_y$  más el efecto del momento torsionante  $M_z$ , sumando sus respectivas amplitudes ya calculadas, se tiene:

$$A_H = A_x + hA_\phi + A_{x\psi} = 11.11 + 5.913 + 41.54 = 58.56 \text{ } \mu\text{m}$$

$$A_z = 0.00E+00 \text{ mm} \longrightarrow \text{No hay desplazamiento vertical porque la máquina no está sujeta a vibración}$$

La amplitud vertical. total vertical es solamente por efecto del momento de cabeceo  $M_y$ , ya que no se tiene fuerza vertical:

$$A_\phi \frac{a}{2} = (2.32178E-06 * 5900) = 0.0137 \text{ mm} = 13.7 \text{ } \mu\text{m}$$

$$A_v = (0.00000 + 0.01370) = 0.0137 \text{ mm} = 13.7 \text{ } \mu\text{m}$$

#### 5.9.9. Tabla de resultados, revisión de efecto de resonancia y comparativa de vibraciones calculadas contra vibraciones permisibles.

| MODO             | $f_m$ Frecuencia<br>máquina $w$<br>( rad/seg ) | $f_o$ Frecuencia<br>calculada $w_c$<br>( rad/seg ) | Revisión de<br>resonancia<br>$f_o/f_m$ | Amplitud<br>calculada<br>$\mu\text{m}$ | Amplitud<br>permisible<br>$\mu\text{m}$ | Observaciones |
|------------------|------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------|---------------|
| Vertical Z       | 38.74631                                       | 67.27                                              | 0.58                                   | 13.70                                  | 50                                      | Ok            |
| Horizontal X     | 38.74631                                       | 101.96                                             | 0.38                                   | 58.56                                  | 50                                      | Ok            |
| Horizontal Y     | 38.74631                                       | -                                                  | -                                      | 34.15                                  | 50                                      | Ok            |
| Giro alrededor Y | 38.74631                                       | 104.04                                             | 0.37                                   | -                                      |                                         |               |
| Giro alrededor X | 38.74631                                       | -                                                  | -                                      | -                                      |                                         |               |
| Torsión          | 38.74631                                       | 94.63                                              | 0.41                                   | -                                      |                                         |               |

**5.9.10. Tabla de resultados utilizando la herramienta SAP2000, revisión de efecto de resonancia y comparativa de vibraciones calculadas contra vibraciones permisibles, ver cálculos en el Anexo C.**

| MODO             | $f_m$ Frecuencia<br>máquina $w$<br>( rad/seg ) | $f_o$ Frecuencia<br>calculada $w_c$<br>( rad/seg ) | Revisión de<br>resonancia<br>$f_o/f_m$ | Amplitud<br>calculada<br>$\mu m$ | Amplitud<br>permisible<br>$\mu m$ | Observaciones |
|------------------|------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|---------------|
| Vertical Z       | 38.74631                                       | 62.67                                              | 0.62                                   | 33.79                            | 50                                | Ok            |
| Horizontal X     | 38.74631                                       | 43.95                                              | 0.88                                   | 54.66                            | 50                                | Ok            |
| Horizontal Y     | 38.74631                                       | 61.49300                                           | 0.63                                   | 39.18                            | 50                                | Ok            |
| Giro alrededor Y | 38.74631                                       | 94.94                                              | 0.41                                   | -                                |                                   |               |
| Giro alrededor X | 38.74631                                       | 93.55000                                           | 0.41                                   | -                                |                                   |               |
| Torsión          | 38.74631                                       | 94.90                                              | 0.41                                   | -                                |                                   |               |

Como puede apreciarse, comparando los efectos de resonancia del cálculo con la teoría del semiespacio con los que arroja la herramienta de cálculo SAP2000, vemos que no hay resonancia, la relación de frecuencia de la máquina a frecuencia del sistema máquina-cimentación-suelo está por debajo de la unidad. En cuanto a las amplitudes de vibración estas se encuentran por debajo de las permisibles.

## 6.- CONCLUSIONES

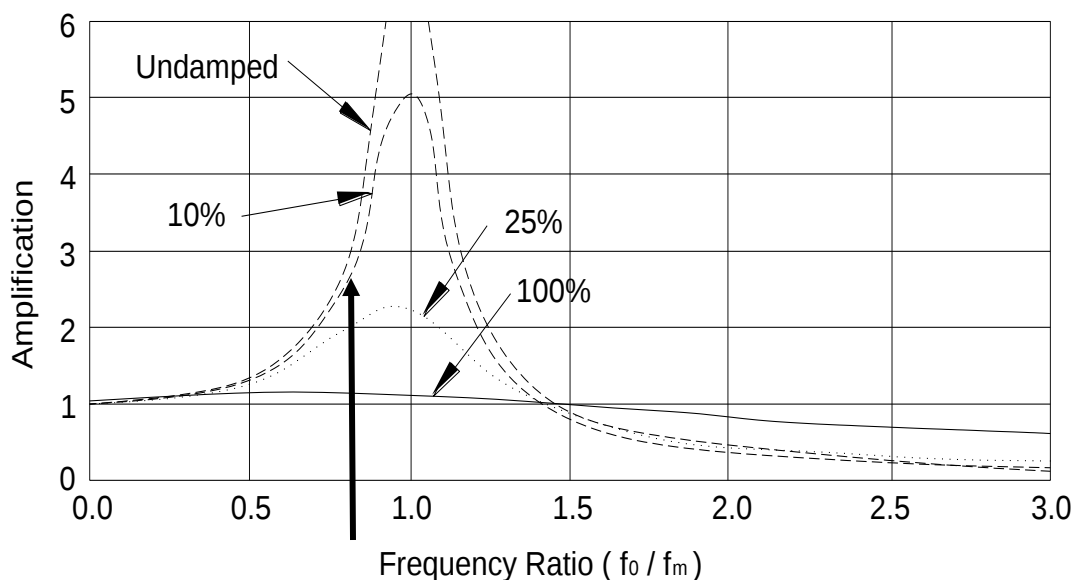
Geometría final: De los cálculos de amplitud de vibración y resonancia, se concluye que la geometría propuesta de la cimentación es satisfactoria, el bloque de concreto es suficiente para que, en conjunto con la vibración natural de la máquina y las propiedades dinámicas del suelo, trabaje de manera satisfactoria.

### Revisión de la cimentación por resonancia:

Como ya se explicó en el capítulo 3.4, para la revisión del estado límite por resonancia, la relación de frecuencia de la máquina a frecuencia del sistema cimentación-máquina-suelo, debe ser diferente de la unidad, el reglamento ACI 351.3R-04 recomienda que dicha relación de frecuencias esté por debajo de 0.7 o mayor a 1.3, podemos plantear con la siguiente ecuación:

$$0.8 \geq \frac{f_o}{f_m} \geq 1.3$$

De acuerdo a los cálculos efectuados y resumidos en la tabla 5.9.10, puede verse que la relación de frecuencias  $f_o/f_m$  está siempre por debajo de 0.8, por lo tanto podemos concluir que nuestra cimentación es estable al estar por debajo de la zona de resonancia. Podemos ubicar la máxima relación de frecuencias calculada en la figura siguiente ( tomada del ACI 351.3R-04 ) con el fin de ver en qué zona de resonancia está trabajando la cimentación calculada:

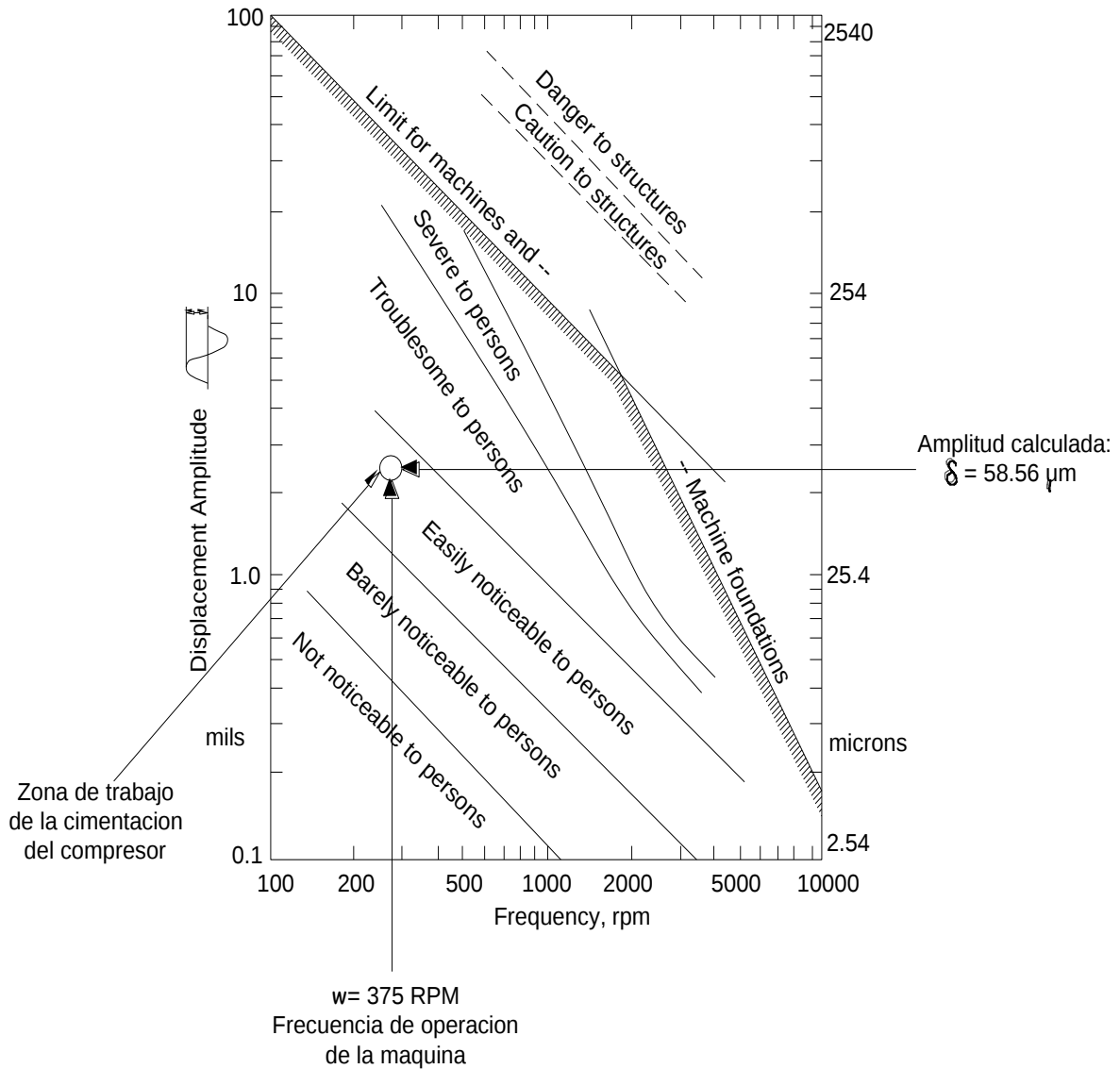


**Figura 7.1 Revisión de la resonancia con base a los resultados calculados de relación de frecuencias**

**Revisión de la cimentación por amplitud de vibración:**

La doble amplitud máxima de vibración calculada es para el desplazamiento en dirección X, de acuerdo a los ejes planteados en la figura 6.4. Para esta amplitud se tiene valores de vibración causados por el momento de cabeceo  $M_y$  como el momento torsionante  $M_z$  (principalmente). El valor máximo calculado es de 58.6 mm.

La amplitud de vibración resultado del cálculo y la revisión de la resonancia, son los puntos más importantes a cumplir para una cimentación sujeta a cargas dinámicas. La norma ACI 351.3R-04 limita las vibraciones resultado del cálculo a valores permisibles, con el fin de evitar que las personas que trabajan dentro de la zona del equipo no sientan molestias a parte de no tener daños en el equipo por efecto de las vibraciones del conjunto cimentación-máquina-suelo, como ya se comentó en el capítulo de criterios de diseño. La siguiente figura propuesta por Richart, Hall y Woods en 1970, y tomada del ACI 351.3R-04 pág. 22 (Ref. 4) nos permitirá posicionar el punto donde nuestra cimentación del compresor teóricamente está trabajando y ver al mismo tiempo, qué tanto sentirán los operarios del equipo los efectos de la vibración:

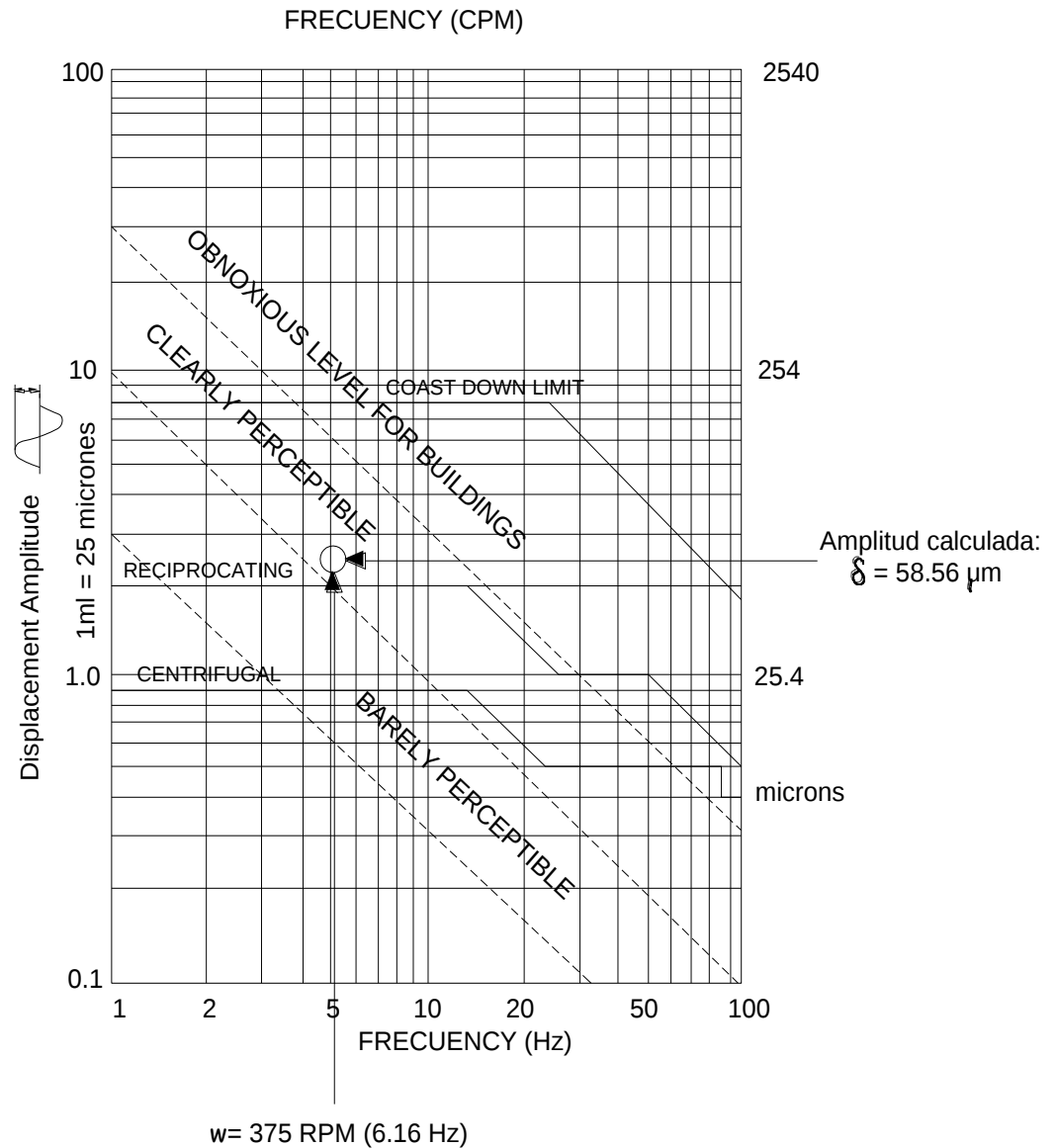


**Figura 7.2 Revisión de amplitud de vibración calculada máxima ( Richart, Hall, Woods, 1970 )**

En la gráfica entramos con la frecuencia de la máquina en RPM, para nuestro caso la máquina está trabajando a 370 RPM ( 6.16 Hz ), posteriormente con la vibración calculada en micrones entramos por el lado derecho de la gráfica y en el cruce de ambas rectas podemos ubicar el punto de trabajo de nuestra cimentación.

Si observamos la gráfica anterior y el punto de trabajo de la cimentación, podemos concluir que la cimentación se encuentra dentro de una zona donde el personal humano sentirá las vibraciones del sistema cimentación-máquina pero no serán molestas, estamos dentro de una zona perceptible a las personas pero no molesta ni mucho menos dañina.

En la práctica de la ingeniería se recomiendan valores según el tipo de máquina que se está cimentando, en la gráfica siguiente ( que es consecuencia de la gráfica anterior ) se muestran valores de amplitudes que garantizan un comportamiento adecuado:



**Figura 7.3 Revisión de amplitud de vibración calculada contra vibración permisible para máquinas reciprocantes ( tomada de la práctica de icafluor 000.215.1233 )**

Si observamos la gráfica anterior (que es la misma de la figura 7.2 pero con la adecuación a diversos tipos de máquinas), el punto de trabajo de nuestra cimentación se encuentra en el límite de las máquinas reciprocantes (que es nuestro caso), la vibración permisible es de 50 mm y con nuestro cálculo llegamos a 58 mm, ligeramente arriba de lo marcado en la práctica de ingeniería. En términos prácticos aceptamos la cimentación.

### **Comparativa de resultados con el cálculo SAP2000**

Del cálculo de frecuencias, tanto para el cálculo con la teoría del semiespacio como los resultados utilizando la herramienta SA2000, no hay efecto de resonancia, los valores son muy parecidos entre ambos. Para las vibraciones, en ambos cálculos cumplimos, las amplitudes están por debajo de las permisibles, de igual forma, los valores de vibración son del mismo orden, se acepta la cimentación, cumplimos con los requisitos que marca la normatividad.

## REFERENCIAS

- 1.- Gregory P. Tschebotarioff (1952). Soil Mechanics, Foundations, and Earth Structures. First edition. New York.
- 2.- Richart, F.E., Hall j. R. and Woods R.D. (1984). Vibrations of Soils and Foundations. Pretice Hall, New Jersey 1970. Analysis of Machine Foundations Vibrations: “ State of the Art “. International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, ASCE, Vol.112, Jan. pp. 109-135.
- 3.- George G. (1984). Analysis of Machine Foundations Vibrations: “State of the Art“. International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol 110, Jan. pp 20-40.
- 4.- Ricardo Dobry and George Gazetas. (1986). Dynamic Response of Arbitrarily Shaped Foundations. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 112, Jan. pp. 750-771.
- 5.- ACI 351.3R-04, Foundations for Dynamic Equipment , Reported by ACI Committee 351, pag. 10.
- 6.- Dinámica de Suelos, Abraham Díaz Rodríguez, Limusa Noriega Editores.
- 7.- Shamsheer Prakash,Vijay K. Puri. Foundations for Machines: Analysis and Design, A Wiley-Interscience Publication.

## **ANEXOS**

### **ANEXO A**

#### **ESTUDIO DE MECÁNICA DE SUELOS**

96

**CEPSA**  
**RECOMENDACIONES GEOTÉCNICAS**  
**UNIDADES DE HIDRODESULFURACIÓN**  
**E HIDRÓGENO**  
**PROYECTO DE COMUNES**  
**REFINERÍA LA RÁBIDA**  
**PALOS DE LA FRONTERA, HUELVA**

**1. INTRODUCCIÓN**

CEPSA tiene en proyecto para la refinería de La Rábida una ampliación de instalaciones, distribuidas en distintas parcelas, la mayor parte de ellas dentro del recinto de la Refinería. La ampliación incluye el Proyecto de Comunes y el de las unidades SSAA y OSBL.

El estudio geotécnico ha sido dividido por CEPSA en dos partes:

- La investigación de campo y los ensayos de laboratorio, que los ha llevado a cabo la empresa GEOCISA.
- Las recomendaciones geotécnicas, que han sido preparadas por nuestra empresa, tomando como base la información facilitada por GEOCISA así como nuestra experiencia en las características y el comportamiento de los suelos existentes en el emplazamiento de la refinería, ya que en su ubicación hemos realizado múltiples estudios geotécnicos, incluso antes de su construcción, hace más de 40 años.

GEOCISA había realizado con anterioridad un estudio\* inicial para el Proyecto de Comunes y de la unidad SSAA. Sobre este estudio existe un informe\*\* realizado por Don Luis M. Sopeña Mañas.

El Proyecto de Comunes ha sido encargado por CEPSA a cuatro ingenierías y, tanto de la investigación de campo y ensayos de laboratorio como de las recomendaciones geotécnicas, se presenta un informe independiente para las unidades que proyecta cada ingeniería.

\* I.G. Proyecto de Comunes en la refinería de La Rábida, Palos de La Frontera, Huelva, fechado en enero de 2007.

\*\* Informe sobre la evaluación de los resultados de la campaña de reconocimiento y estudio geotécnico del terreno, realizados por GEOCISA, fechado el 27 de diciembre de 2006.

97

La planificación de la campaña de investigación ha sido realizada por nuestra empresa, de acuerdo con las ingenierías encargadas de los proyectos. También se han preparado los programas de ensayos.

En este informe se presentan las recomendaciones geotécnicas para las unidades de hidrodesulfuración (H-4) e hidrógeno (HR-2). La investigación de campo y los ensayos de laboratorio, realizados por GEOCISA, han sido presentados en un informe factual\* fechado en junio de 2007.

## 2. CARACTERÍSTICAS DEL PROYECTO

La ingeniería encargada del proyecto de las unidades H-4 y HR-2 (proyecto 711.55) es FLUOR.

La parcela donde se construirá la unidad tiene unas dimensiones aproximadas de  $200 \times 60 \text{ m}^2$ . Su situación en planta respecto al resto de instalaciones de la refinería se muestra en la Figura 1. La cota\*\* final de pavimentación será la +11,0.

Las características conocidas de los equipos más importantes son las siguientes:

- **Horno.** La carga será de unos 250 t.
- **Reactor.** La carga será de unas 400 t en prueba hidráulica.
- **2 Separadores.** Las cargas totales de cada uno serán de 85 y 125 t en prueba hidráulica.
- **2 Compresores.** La carga de cada uno será de unas 90 t.
- **Sistema de recuperación de agua caliente.** Su carga en prueba hidráulica será de unas 585 t.
- **Precalentador de aire.** Su carga total será de 74 t.
- **Caldera de gas.** La carga será de unas 98 t.

\* Caracterización geotécnica unidades H-4 y HR-2 en la refinería de La Rábida, Palos de la Frontera, Huelva (Fase 2).

\*\* Las cotas y orientaciones indicadas en este informe están referidas al sistema de coordenadas utilizado en la refinería de La Rábida.

98

- **Depósito de vapor de proceso.** Transmitirá una carga de unas 98 t.
- **Steam reformer.** Transmitirá una carga de unas 1.000 t.
- **Pressure swing adsorption.** Su carga será de unas 380 t.
- **Racks de tuberías.** Las cargas máximas serán del orden de 100 t por apoyo.

### 3. OBJETO Y ALCANCE DEL ESTUDIO

Se trata de darles las recomendaciones necesarias, desde el punto de vista geotécnico, para la elaboración del proyecto y construcción de las instalaciones anteriormente descritas, tomando como base el informe factual preparado por GEOCISA y nuestro conocimiento general de las características de los suelos de la refinería.

Se incluyen recomendaciones para la preparación de la parcela, tipo y profundidad de cimentación, así como carga admisible para los diferentes equipos de las unidades, asientos estimados, etc.

Es posible que durante el desarrollo detallado del proyecto sea preciso aclarar algún aspecto geotécnico adicional, en cuyo caso no duden en consultarnos.

### 4. CARACTERÍSTICAS DEL TERRENO

#### 4.1 GENERAL

En el informe factual de GEOCISA se presenta una descripción completa de las características del subsuelo, incluyendo una planta con la situación aproximada de la investigación, perfiles geotécnicos, registros de sondeos, penetraciones dinámicas, calicatas, niveles de agua y resultados de ensayos de laboratorio.

En este informe se hace una descripción general del subsuelo y de los principales parámetros geotécnicos.

Como investigación de campo se han perforado 6 sondeos, realizado 8 penetraciones dinámicas y excavado 3 calicatas. Además, para el informe de GEOCISA de enero de 2007, se había perforado en esta parcela 1 sondeo, realizado 2 penetraciones dinámicas y excavado 2 calicatas.

99

## 4.2 CONDICIONES SUPERFICIALES

La parcela donde se ubicarán las unidades de hidrodesulfuración e hidrógeno ha estado ocupada por tanques de diferentes diámetros y alturas, con sus correspondientes diques de tierra de cierre de los cubetos y racks de tuberías. Los diámetros de los tanques variaban entre 7,0 y 23,8 m y sus alturas entre 8,3 y 15,0 m.

La cota de explanación variaba aproximadamente entre +10,0 y +10,8, alcanzando los diques hasta la cota +12,0. Las plataformas de apoyo de algunos tanques tenían la cota +11,3 y las de otros la +10,8 aproximadamente. Dos viales de la refinería cruzaban la parcela en dirección norte-sur.

Cuando se inició la investigación de campo estas instalaciones habían sido desmontadas o estaban en proceso de desmontaje.

## 4.3 CARACTERÍSTICAS DEL SUBSUELO

De acuerdo con la información facilitada por GEOCISA existe superficialmente en toda la zona un relleno de material granular con proporciones variables de finos\*. El espesor reconocido en los sondeos y calicatas varía entre 0,5 y 2,5 m.

Sin embargo, es posible que una parte del material descrito como relleno sea terreno natural, aunque no se haya podido distinguir en los sondeos, por tener una composición arenosa similar al relleno y el terreno natural.

Probablemente este relleno se construyó al hacer la explanación general de la refinería y se compactó adecuadamente, aunque no hay confirmación de esta suposición.

Los suelos naturales se pueden describir, en su conjunto, como fundamentalmente arenosos con contenidos variables de finos y grava, con un estrato arcilloso intercalado, cuyo techo se ha encontrado entre las cotas +6,8 y +8,3. Se han encontrado también otros lentejones arcillosos intercalados en las arenas, a mayor profundidad.

En el informe de GEOCISA se han distinguido 5 niveles en el terreno natural (denominados I a V). El nivel I (el más superficial) está formado por una arena marrón o gris con pocos finos (mayoritariamente tipo duna), que en general se puede considerar como floja a medianamente densa. La profundidad máxima reconocida de este estrato es de 4,0 m. Es posible que en algunos sondeos esta capa se haya confundido, al menos parcialmente con el relleno.

\* Finos: material que pasa por el tamiz 0,080 UNE.

100

El nivel II es el estrato arcilloso que parece que se encuentra en toda la parcela. Su espesor reconocido varía entre 1,0 y 3,0 m aproximadamente. Su consistencia es en general muy firme y está preconsolidado a presiones del orden o superiores a  $2,5 \text{ kg/cm}^2$ .

Los niveles III, IV y V son arenas de colores marrones, anaranjados y rojizos, con proporciones variables de limo y grava, que ocasionalmente tienen intercaladas capas o vetas arcillosas. La densidad de la arena varía de medianamente densa a densa o muy densa, aumentando la densidad, en general, con la profundidad. Las capas arcillosas son, en general, de consistencia muy firme. Estos niveles están preconsolidados a presiones del orden o superiores a  $2,5 \text{ kg/cm}^2$ .

Aunque en los sondeos realizados en esta fase no se ha llegado a atravesar por completo el conjunto de los niveles descritos, sabemos, por sondeos realizados en la fase anterior y por estudios anteriores hechos en la refinería, que debajo se encuentra un estrato de arena fina muy densa, de color gris azulado o gris oscuro, con contenido variable de limo y con restos de conchas y fósiles, que en esta parcela tiene su techo entre las cotas -5,0 y -8,5 aproximadamente. Es probablemente de edad pliocena-pleistocena, tiene decenas de metros de espesor y es muy poco compresible. Este estrato se corresponde con el nivel III del informe de GEOCISA de enero de 2007.

Se ha supuesto de forma conservadora, basándonos en los resultados de los ensayos y los datos de estudios anteriores, que el coeficiente de recompresión específica es  $C_r^* = 0,010$  para los 10 m superiores del terreno y  $C_r = 0,005$  a partir de 10 m de profundidad.

Para los estratos arenosos se puede considerar, también de forma conservadora, que el ángulo de fricción es  $\phi' = 35^\circ$  y cohesión  $c' = 0$ , valores que son iguales o ligeramente inferiores a los utilizados en estudios anteriores y también algo inferiores a los obtenidos en los ensayos de corte directo realizados sobre muestras de arena para este estudio. Por los resultados de ensayos triaxiales realizados para este y otros estudios sobre muestras del estrato arcilloso, se puede considerar que el valor medio de la resistencia al corte sin drenaje es superior a  $1,0 \text{ kg/cm}^2$ .

 $\sigma \approx 1.0 \text{ kg/cm}^2$ 

El nivel de agua medido en los sondeos y calicatas realizados para esta fase, en marzo y abril de 2007, varía entre las cotas +8,8 y +10,1. Sin embargo, en los sondeos y calicatas realizados para la fase anterior (octubre de 2006) el nivel medido estaba, como media, entre 0,5 y 1,0 m más bajo. Es posible que esta variación sea estacional.

$$C_r = \frac{C_r}{1 + e_0}$$

$C_r$  = Coeficiente de recompresión  
 $e_0$  = Índice de poros inicial

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1 GENERAL

Las características del subsuelo son adecuadas para apoyar superficialmente todos los equipos y estructuras en proyecto, preparando la parcela tal como se indica en el apartado siguiente. El hecho de que en la parcela hayan estado en funcionamiento tanques de almacenamiento no introduce ninguna heterogeneidad en el comportamiento del subsuelo ante las cargas de las estructuras en proyecto, ya que las cargas que los tanques han transmitido al terreno (entre 0,8 y 1,5 kg/cm<sup>2</sup>) son inferiores a la presión de preconsolidación (mayor de 2,5 kg/cm<sup>2</sup>) que se estima que tiene el subsuelo.

### 5.2 PREPARACIÓN DEL TERRENO

Está previsto realizar una limpieza de toda la parcela para retirar los restos de las demoliciones realizadas y al mismo tiempo, con carácter general, efectuar una excavación cuyo fondo estará a la cota +10,1; es decir, la excavación tendrá unos 70 cm de profundidad máxima. En el caso de que a esa cota se encuentren zonas con materiales contaminados, con materia orgánica o rellenos de mala calidad, deberán excavarlos también. Asimismo se deben eliminar los restos de cimentaciones existentes, y sanear zanjas de conducciones, fosos o depósitos enterrados, etc., en el caso de que existan por debajo del fondo de la excavación.

Las sobreexcavaciones que haya que realizar por este motivo deben hacerse con taludes laterales 5(H):1(V), con objeto de evitar cambios bruscos en las condiciones del subsuelo bajo futuras cimentaciones.

Si el relleno que quede por debajo del fondo previsto de la excavación es de material arenoso limpio no se considera necesario retirarlo. Debe ponerse especial cuidado en no alterar el fondo de la excavación ni dejar materiales sueltos.

El fondo de la excavación se encontrará próximo al nivel de agua, e incluso en alguna zona, o si hay que realizar sobreexcavaciones, puede estar por debajo de él. Si con la excavación no se ha llegado al nivel de agua, la superficie resultante se recompactará mediante seis pasadas de rodillo vibrante. En caso contrario se utilizará como material de relleno pedraplén o grava limpia tipo balasto, hasta unos 30 cm por encima del nivel de agua. Este material se compactará mediante seis pasadas de rodillo vibrante.

Por encima del nivel del agua el relleno se puede hacer por tongadas con un material tipo zahorra cuyo tamaño máximo no sea superior a 4 cm y su contenido de finos sea inferior al 15%. El espesor de cada tongada no será superior a 30 cm y debe compactarse hasta obtener una densidad

102

seca de al menos el 95% de la máxima obtenida en los ensayos de Proctor Modificado realizados sobre muestras del material empleado.

### 5.3 CIMENTACIONES

Por la información de que disponemos los equipos más pesados transmitirán al terreno una carga del orden de 1.000 t. Todo los equipos se pueden apoyar superficialmente mediante losas o zapatas aisladas. Se han realizado cálculos para estimar los asentos que se producirán para distintas cargas totales y presiones medias admisibles. En función de los resultados obtenidos se recomiendan como presiones medias admisibles del terreno las que se indican en la Tabla 1, en relación con la carga vertical máxima de cada cimentación.

TABLA 1

| Carga vertical      | Presión media<br>ESTÁTICA<br>admisible (kg/cm <sup>2</sup> ) | PRESIÓN MEDIA<br>ACCIDENTAL<br>Admisible (kg/cm <sup>2</sup> ) |
|---------------------|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| hasta 400 t         | 2,5                                                          | 3.25 32.5 t/m <sup>2</sup>                                     |
| entre 400 y 800 t   | 2,0                                                          | 2.6 26 t/m <sup>2</sup>                                        |
| entre 800 y 1.500 t | 1,5                                                          | 1.95 19.5 t/m <sup>2</sup>                                     |
| mayor de 1.500 t    | 1,0                                                          | 1.30 13.0 t/m <sup>2</sup>                                     |

Estos valores pueden aumentarse un 30% para presiones de punta y las hipótesis de carga temporales (sismo, viento, etc.). Las cimentaciones deben apoyarse a una profundidad mínima de 1,0 m por debajo de la cota final de explanación

may = 2.5 cm

4

Se estima que los asentos que sufrirán las cimentaciones apoyadas en las condiciones indicadas y utilizando las presiones admisibles dadas en la Tabla 1 serán en todos los casos inferiores o del orden de 2,5 cm y que se producirán muy rápidamente con la aplicación de las cargas. Es conveniente que las conexiones definitivas entre los diferentes equipos se hagan después de la prueba hidráulica.

Si durante la construcción se observa que a la cota de apoyo prevista para alguna cimentación se encuentran condiciones heterogéneas, como pueden ser las debidas a la eliminación de alguna conducción o instalación existente anteriormente y que solo afecta a una parte de la nueva cimentación, es conveniente uniformizar las condiciones existentes bajo la cimentación, excavando hasta la misma cota en toda su superficie, con un sobreancho de 0,5 m por cada lado y rellenando hasta la cota de cimentación con hormigón pobre o grava limpia tipo balasto, compactada con bandeja vibrante.

La cota de apoyo de algunas cimentaciones se encontrará por debajo del nivel de agua, pero suponemos que el agotamiento de las excavaciones con medios normales de obra no presentará problemas especiales. Si así fuera, habría que considerar la posibilidad de hacer una zanja de drenaje temporal a lo largo del borde Norte del emplazamiento.

#### 5.4 OTRAS RECOMENDACIONES

Puede utilizarse como valor del módulo de balasto en los estratos arenosos del terreno natural  $5,0 \text{ kg/cm}^3$  para una placa de  $30 \times 30 \text{ cm}^2$  apoyada en la superficie de terreno. Como valor del coeficiente de fricción terreno – hormigón se recomienda adoptar 0,5. Para el cálculo de muros se puede considerar un valor del coeficiente de empuje activo,  $K_a = 0,27$ .

Para el cálculo de cimentaciones sometidas a esfuerzos dinámicos puede utilizarse un módulo dinámico de rigidez transversal  $G_D = 8000 \text{ t/m}^2$ ; un coeficiente de Poisson  $\nu = 0,35$ ; y un coeficiente de amortiguamiento interno  $D_i = 5\%$ .

En el informe de GEOCISA se encuentra la información respecto a la posible agresividad del agua y el suelo a los hormigones y sobre las características del subsuelo frente a acciones sísmicas.

Madrid, 13 de julio de 2007

DM Iberia, S.A.

Manuel Velasco Oliván

Luis Pedraza Mateo

MVO/LPM/ca

\*\*\*\*\*

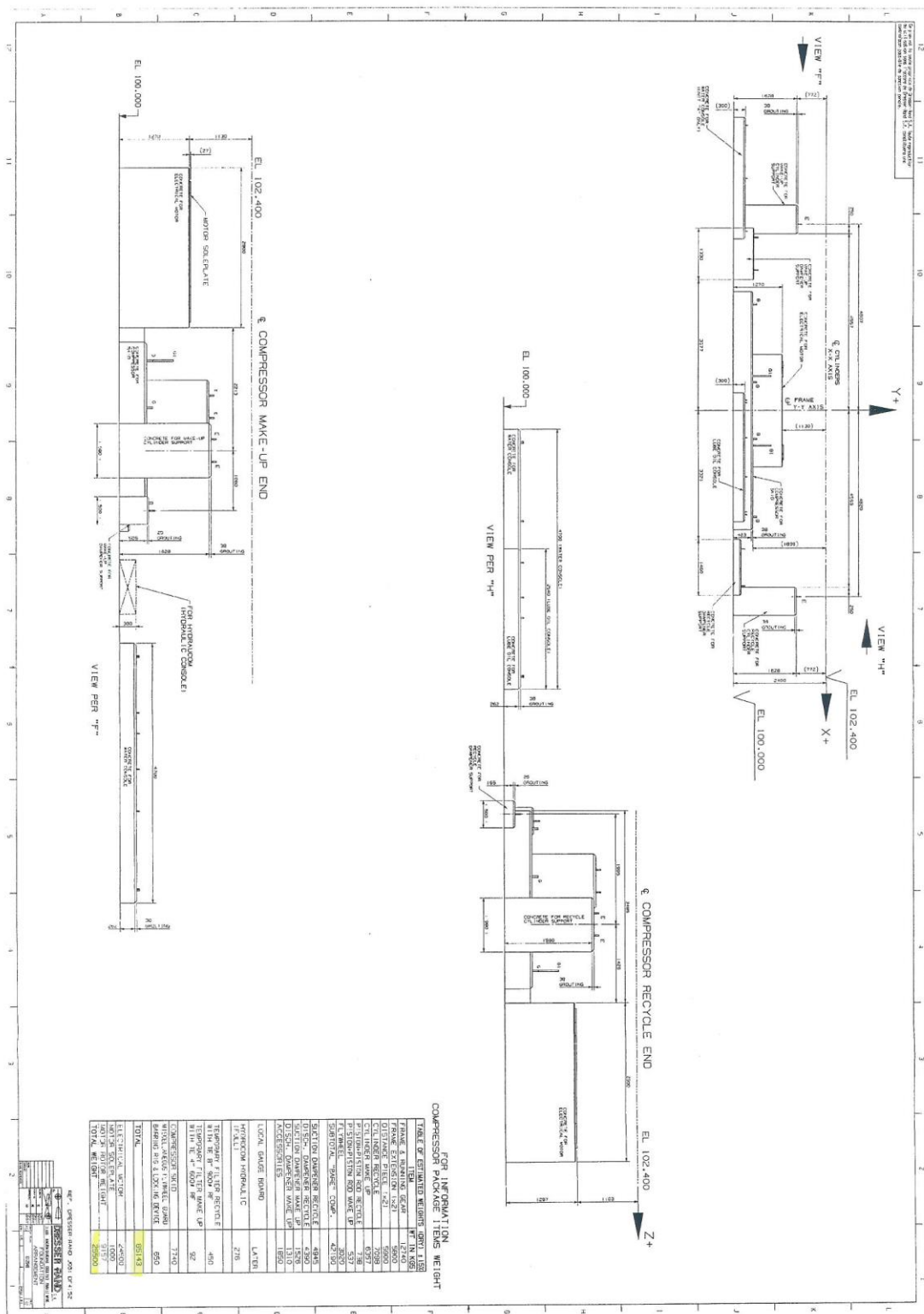
Se adjunta la siguiente Figura:

Figura 1 – Planta General

## **ANEXO B**

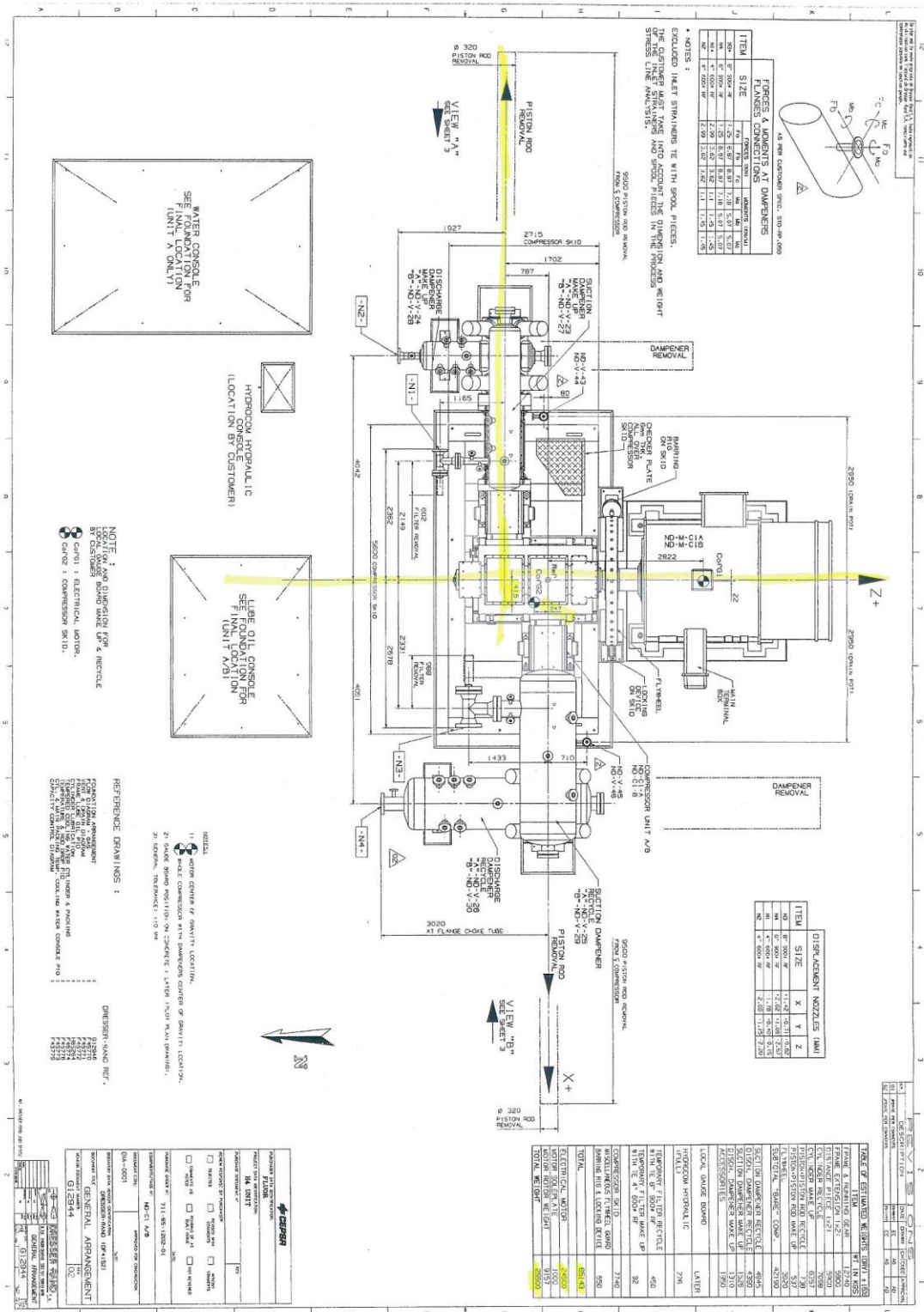
### **PLANOS DEL FABRICANTE DEL EQUIPO**













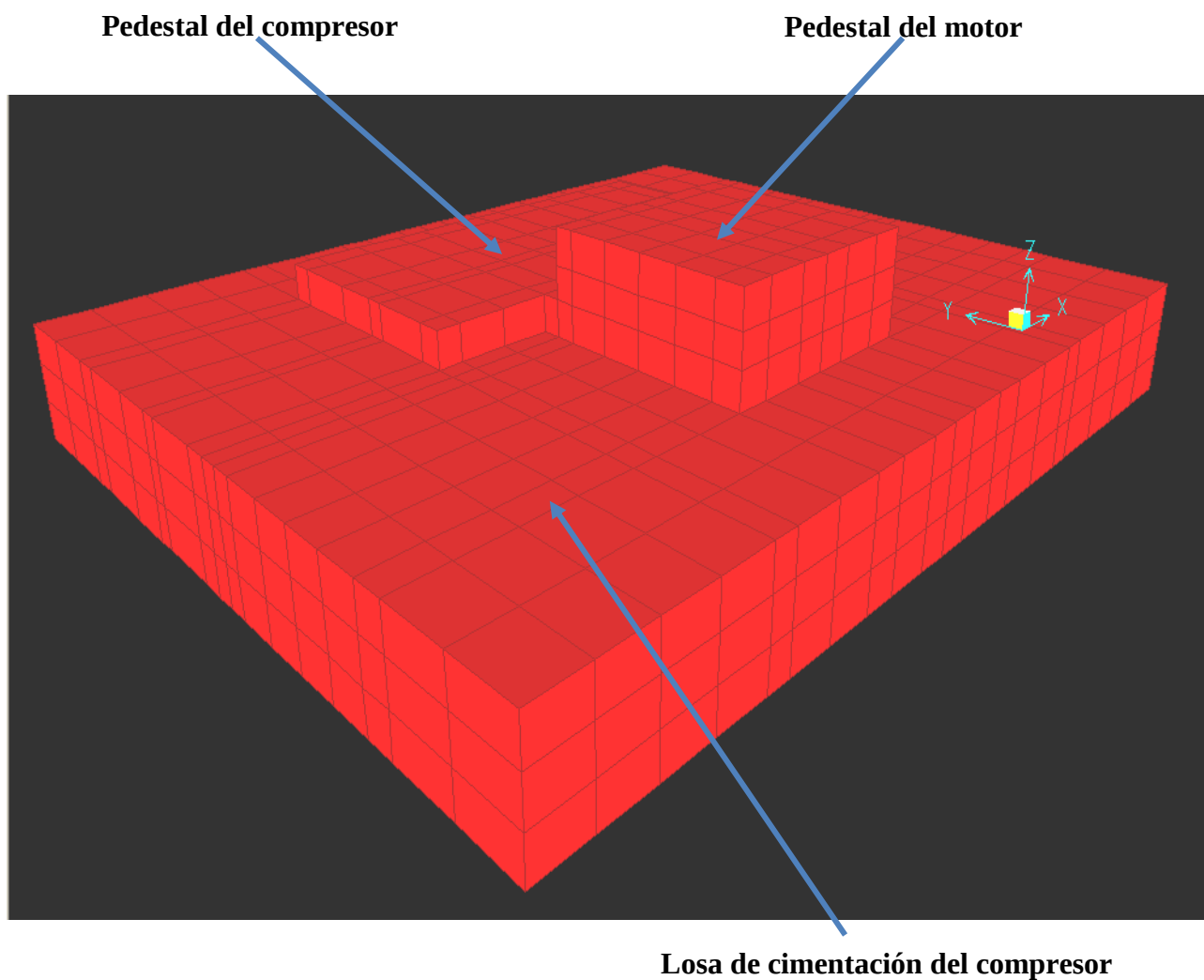


## **ANEXO C**

### **CALCULO DE LA CIMENTACIÓN UTILIZANDO LA HERRAMIENTA SAP2000**

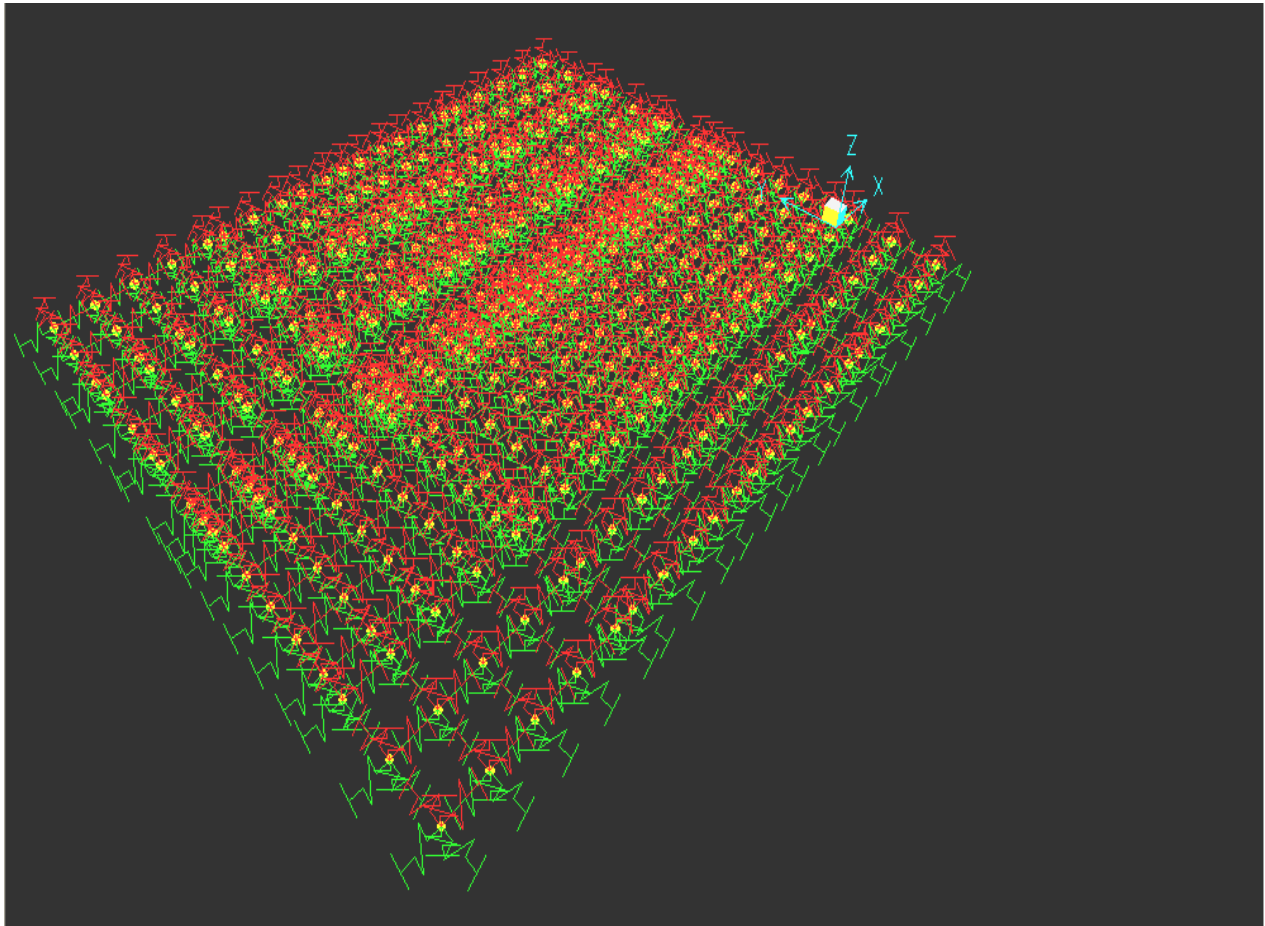
Con el objetivo de realizar una comparativa de las vibraciones calculadas, así como el efecto de resonancia, la cimentación se calculó utilizando la herramienta de computadora SAP2000, a continuación se describen los pasos principales que se realizaron para la captura de datos y los resultados obtenidos, en el capítulo 7 referente a las conclusiones se comparan los resultados que arroja el programa.

PASO 1.- Modelado de elementos sólidos: Con la geometría definida previamente en el capítulo 6 ( figura 6.1 ), se modela la cimentación con elementos sólidos, ver figura C1.



**Figura C1. Modelo de elemento finito sólidos, para la cimentación compresor reciprocante utilizando como base la geometría presentada en la figura 6.1.**

PASO 2.- Se capturan las condiciones de apoyo, en este caso los valores de rigidez calculados en el capítulo 6 para los seis modos de vibrar, discretizando los valores de acuerdo al área tributaria de los nodos de apoyo, ver figuras C2 y C3.



**Figura C2. Rigidez de los nodos de apoyo de la cimentación**

| Joint<br>Text | CoordSys<br>Text | U1<br>KN/m | U2<br>KN/m | U3<br>KN/m | R1<br>KN-m/rad | R2<br>KN-m/rad | R3<br>KN-m/rad |
|---------------|------------------|------------|------------|------------|----------------|----------------|----------------|
| 2507          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2508          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2509          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2510          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2511          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2512          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2513          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2514          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2515          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2516          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2517          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2518          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2519          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2520          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2521          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2522          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2523          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2524          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2525          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2526          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2527          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2528          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2529          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2530          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2531          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2532          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2533          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2534          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2535          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2536          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2537          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2538          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2539          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2540          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2541          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |
| 2542          | Local            | 12513.8    | 12608.29   | 5447.47    | 117615         | 157807.7       | 179403.2       |

Figura C3. Valores de rigidez dinámicos, de los nodos de apoyo de la cimentación

PASO 3.- Se definen los materiales a utilizar, en este caso es un bloque de concreto reforzado, ver figura C4 y C5.

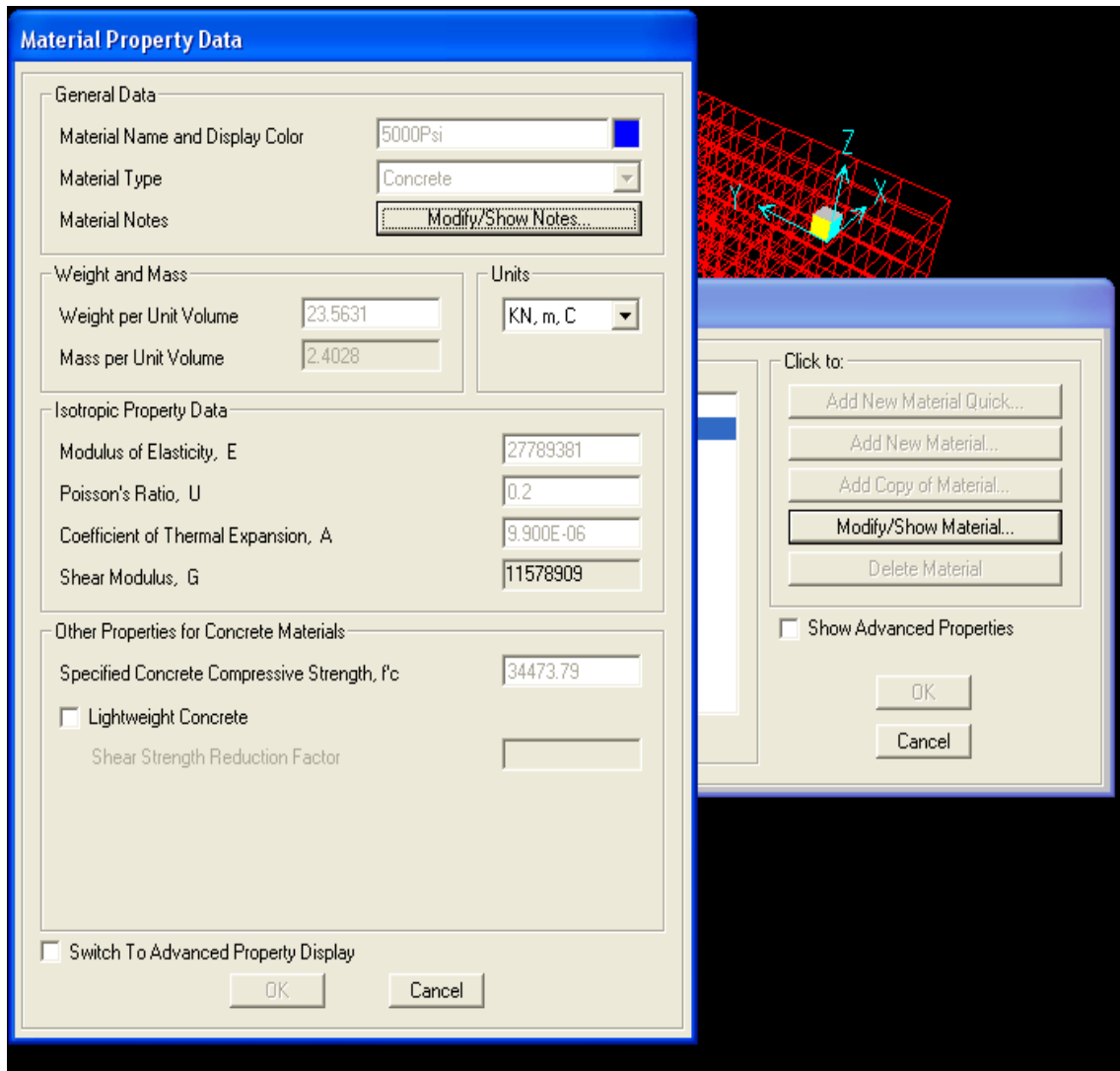


Figura C4. Material del bloque de cimentación, concreto reforzado  $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$

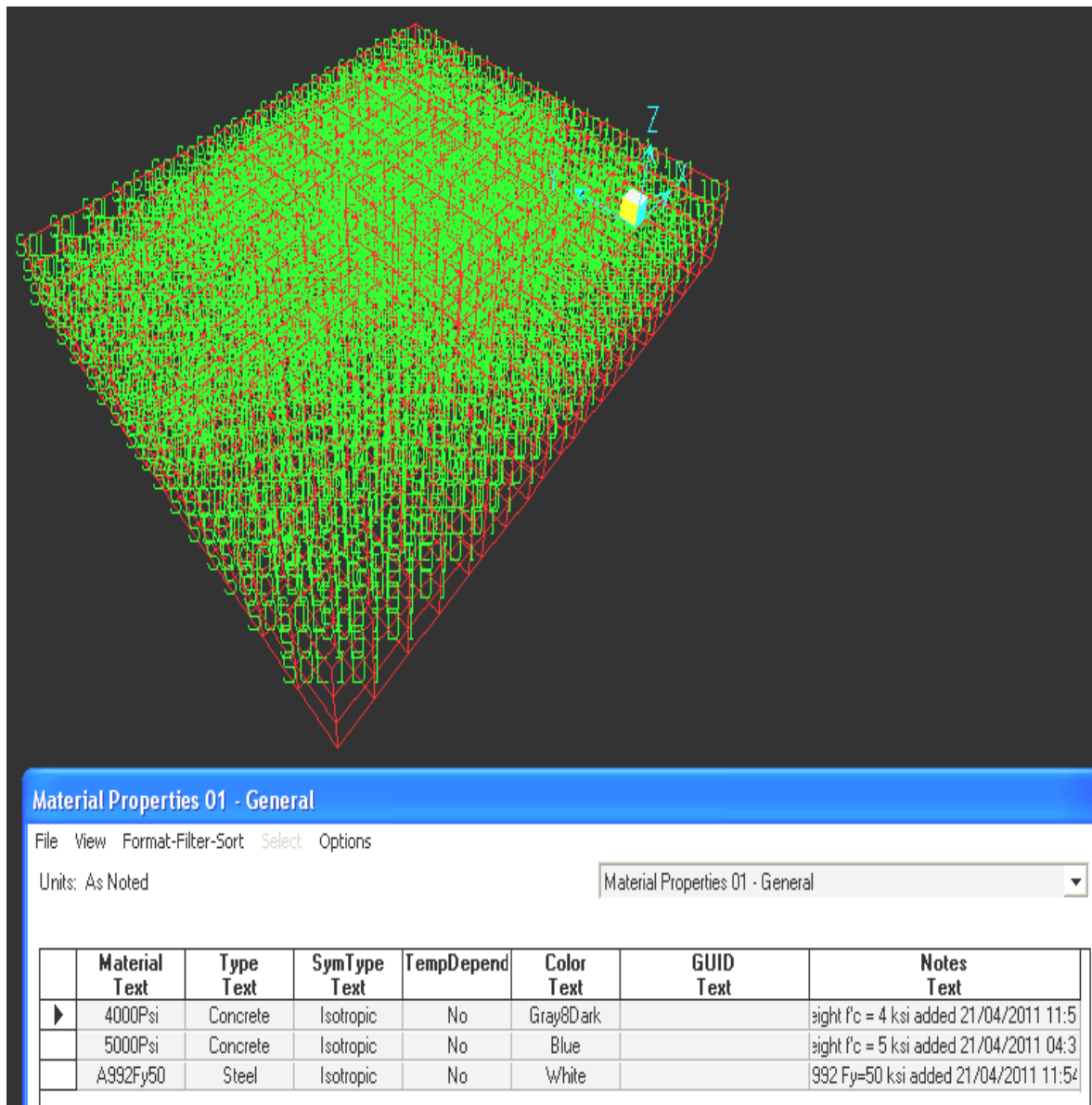
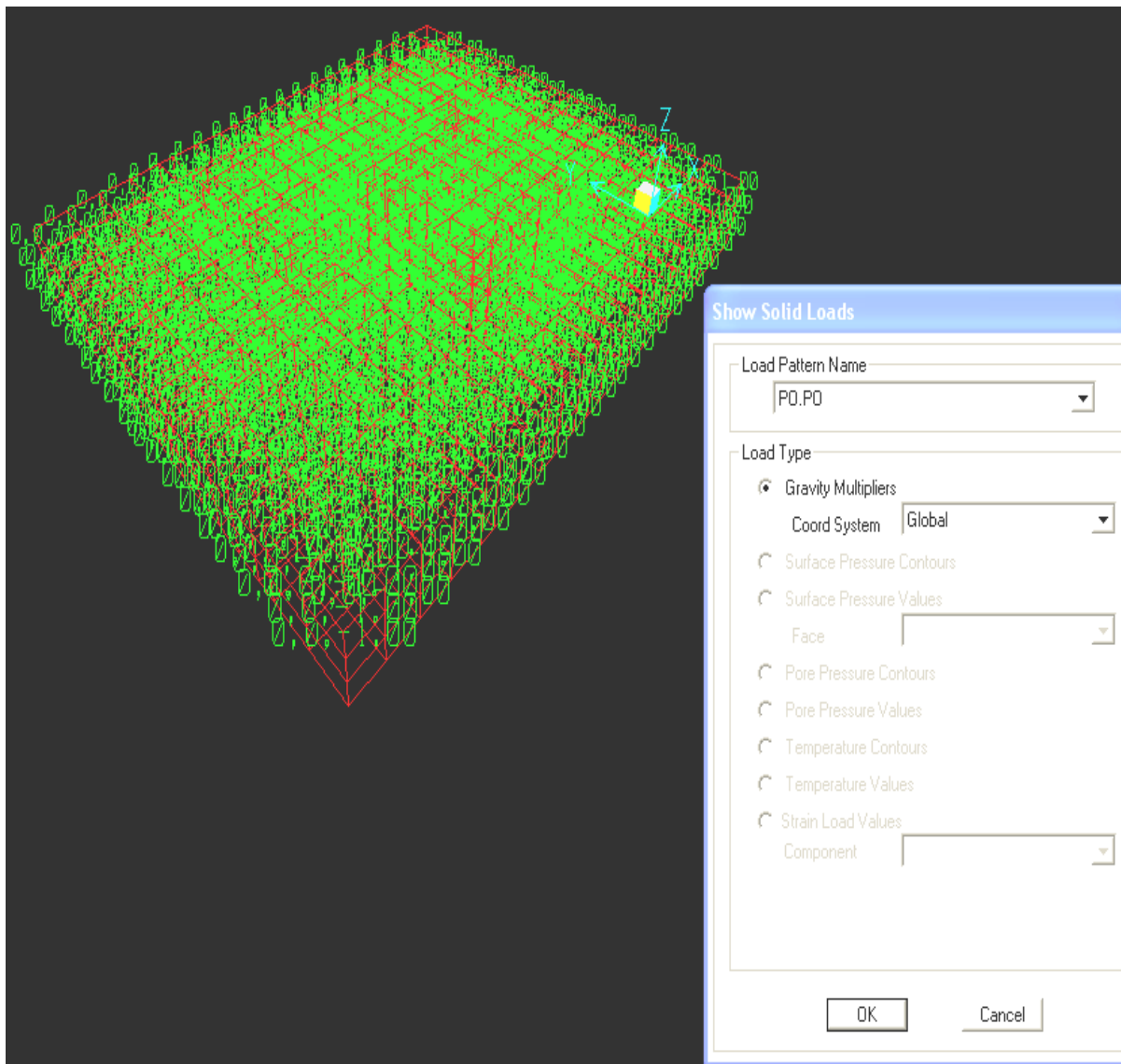
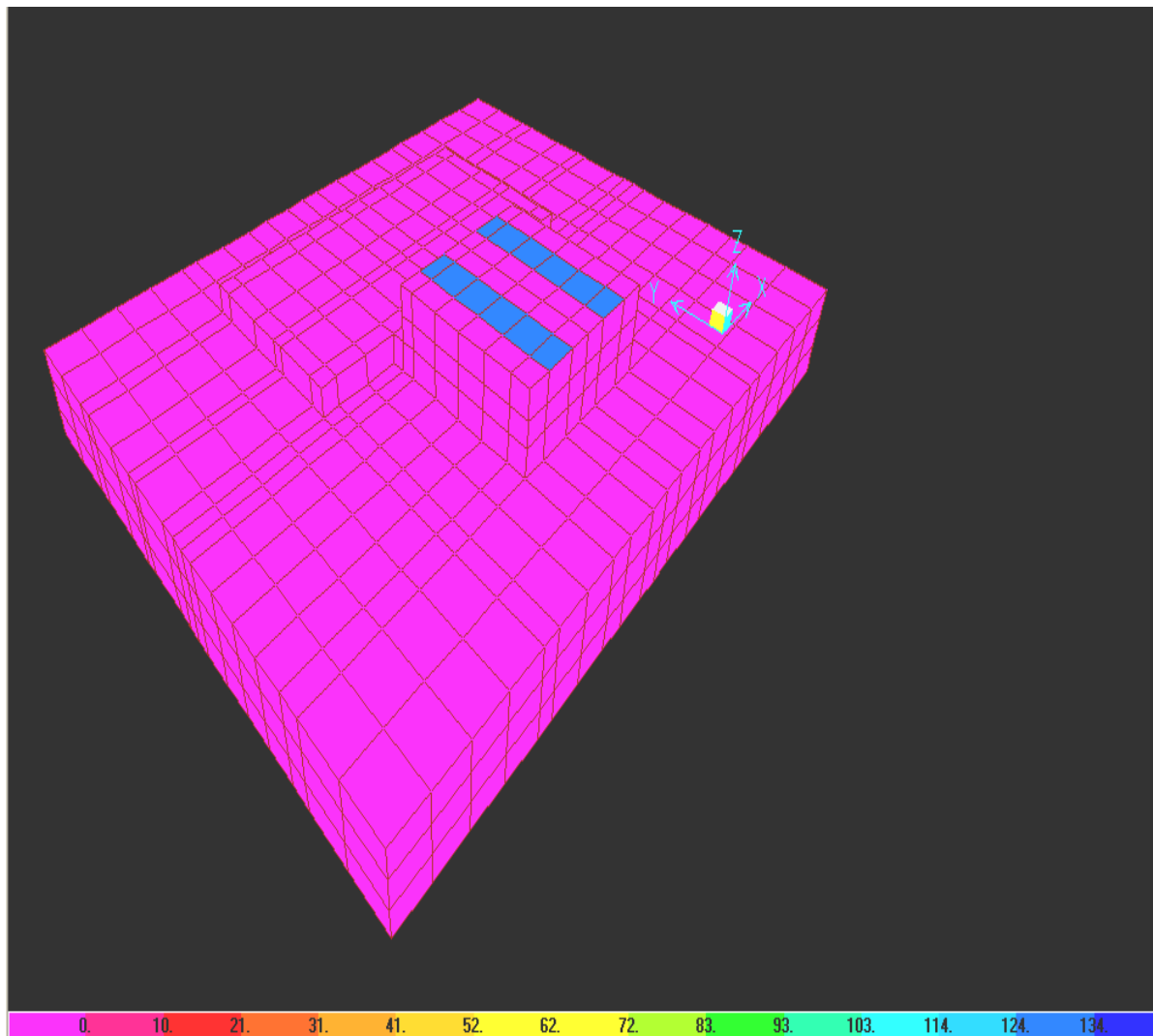


Figura C5. Definición de material del bloque de cimentación, SOLID1

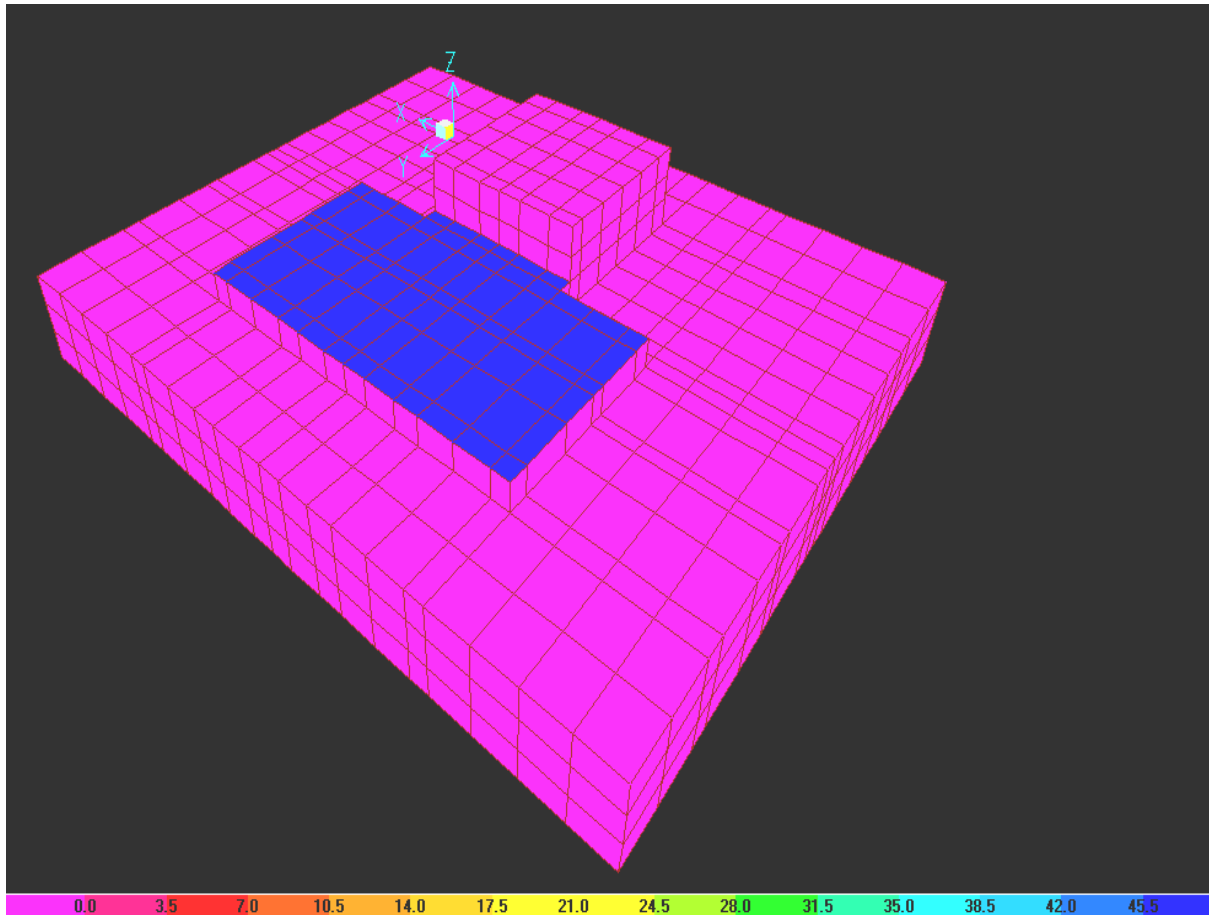
PASO 4.- Se capturan las cargas de acuerdo a su naturaleza: peso propio, peso del equipo, cargas dinámicas en función del tiempo ( función armónica coseno ), ver figuras C6-C12



**Figura C6. Carga de peso propio del bloque de cimentación**



**Figura C7. Peso del motor, declarado como presión sobre elementos sólidos en zona del motor,  $P=13.68 \text{ Kn/m}^2$**



**Figura C8. Peso del compresor, declarado como presión sobre elementos sólidos en zona de los pistones,  $P= 45.52 \text{ Kn/m}^2$**

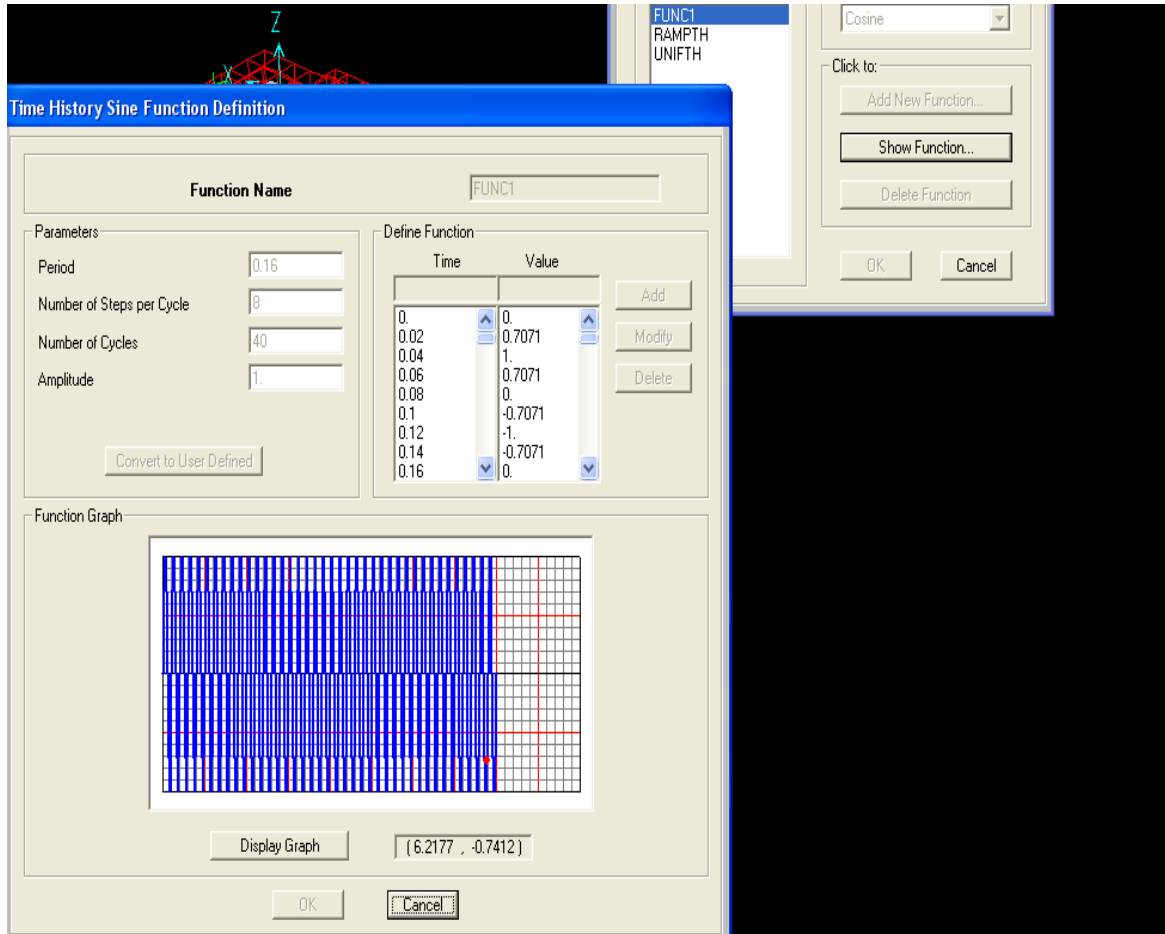
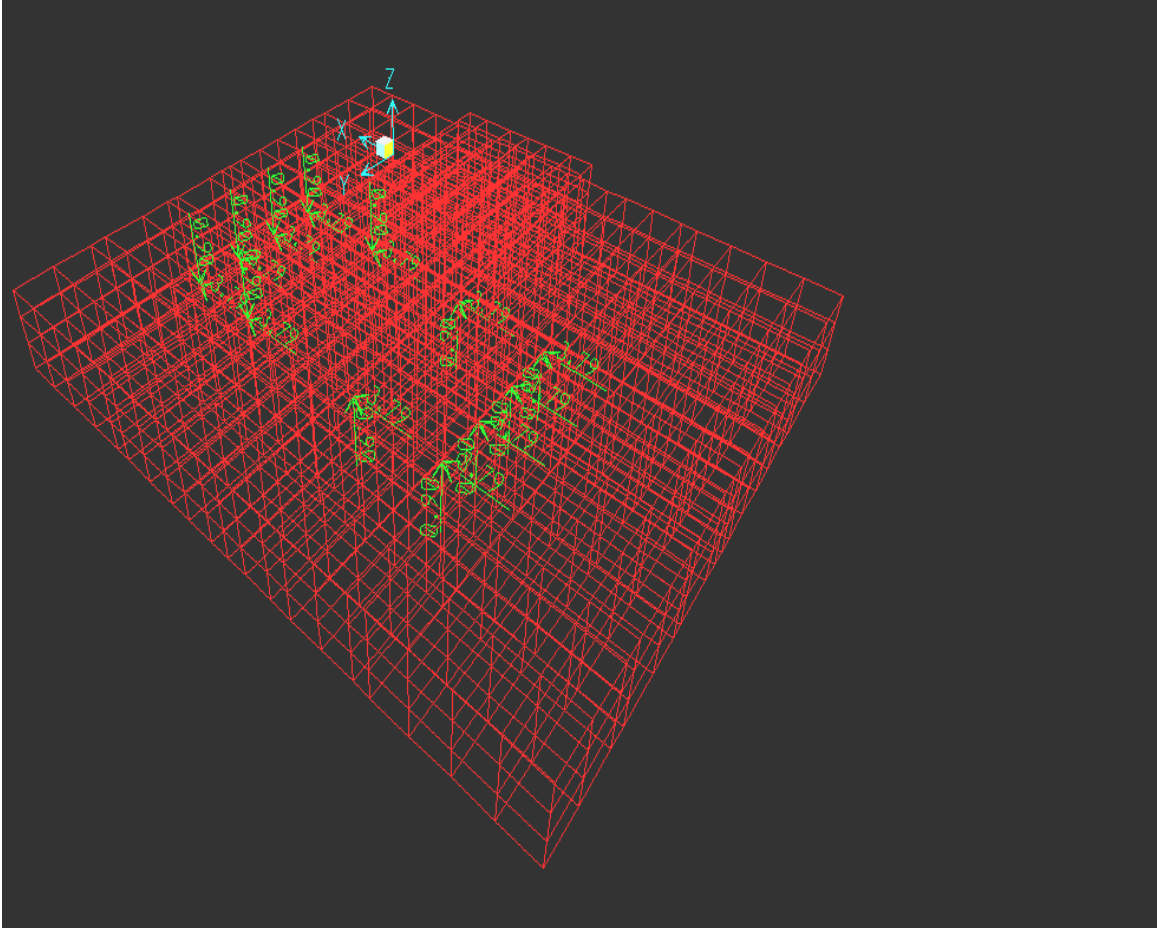
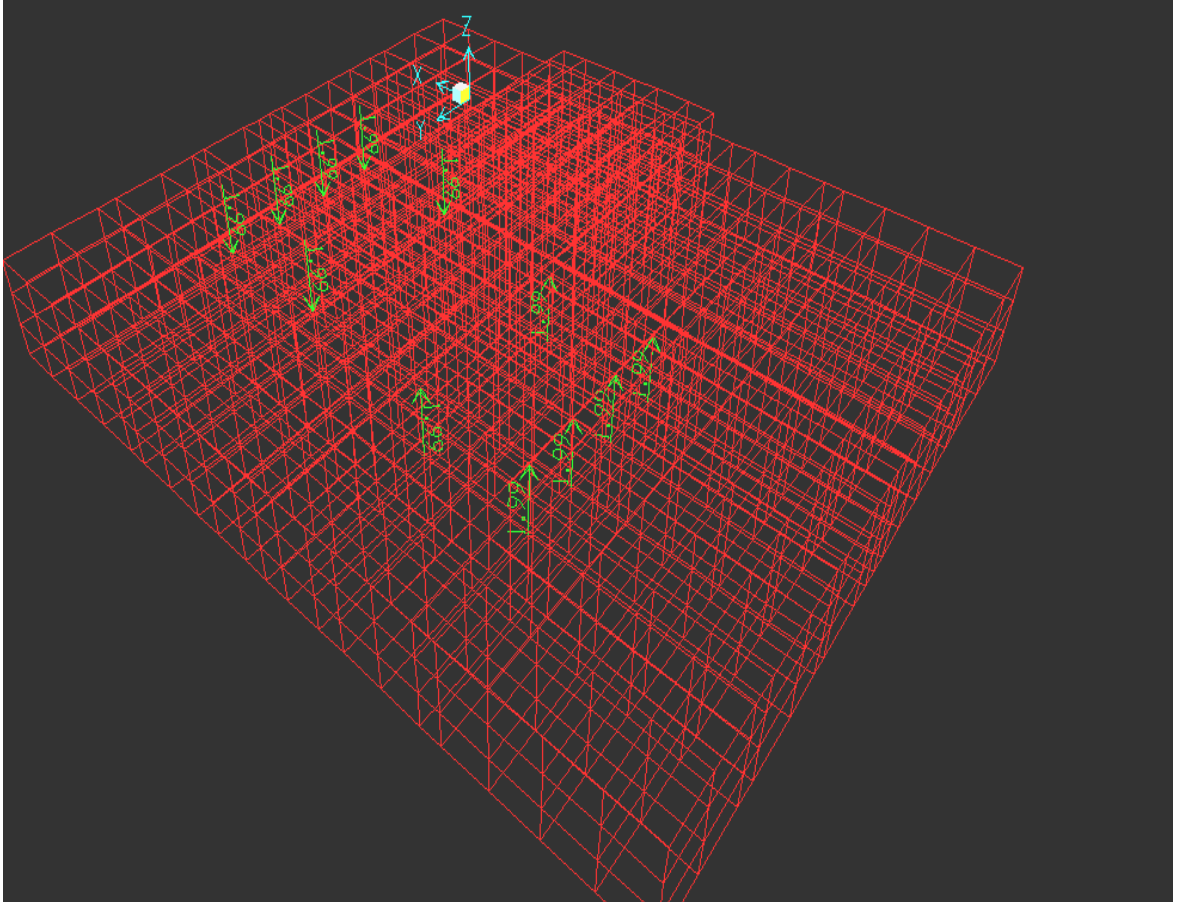


Figura C9. Gráfica de función coseno para cargas dinámicas



**Figura C10. Carga dinámica  $F_x$ , proporcionada por el fabricante del equipo.**



**Figura C11. Carga dinámica, cabeceo My, proporcionada por el fabricante del equipo.**

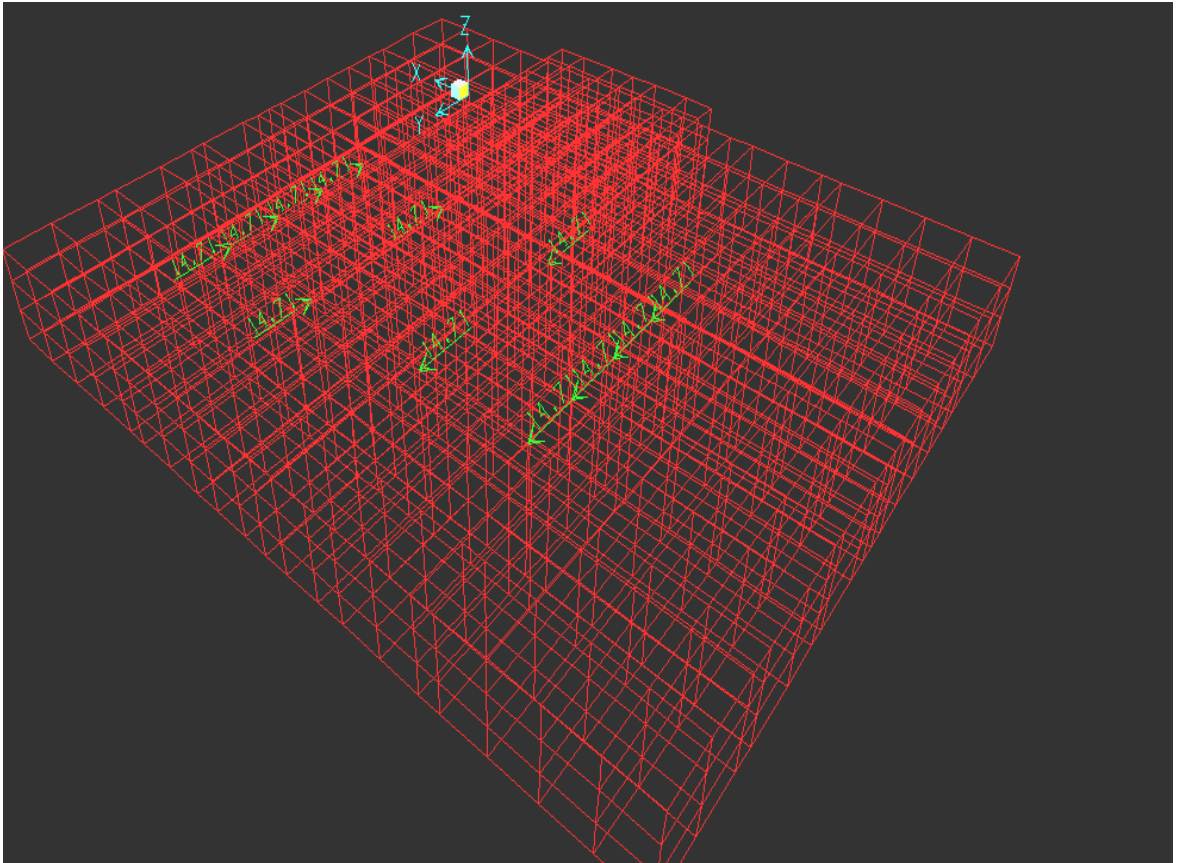
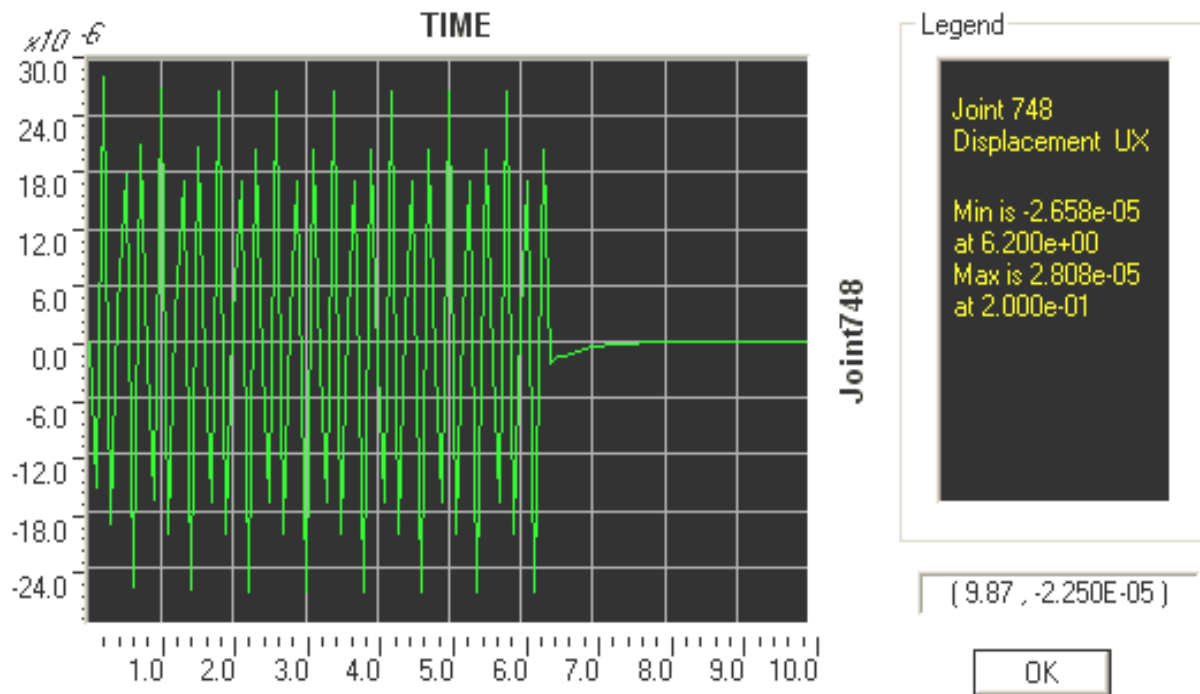


Figura C12. Carga dinámica, torsión  $M_z$ , proporcionada por el fabricante del equipo.

PASO 5.- Se calcula la cimentación, y se obtienen las gráficas de amplitudes y tabla de frecuencias del sistema máquina-cimentación-suelo, ver figuras C13, C14, C15, C16.



**Figura C13. Máxima amplitud de vibración en dirección longitudinal “ X “, ver tabla comparativa de resultados en las conclusiones, punto 6.9.11**

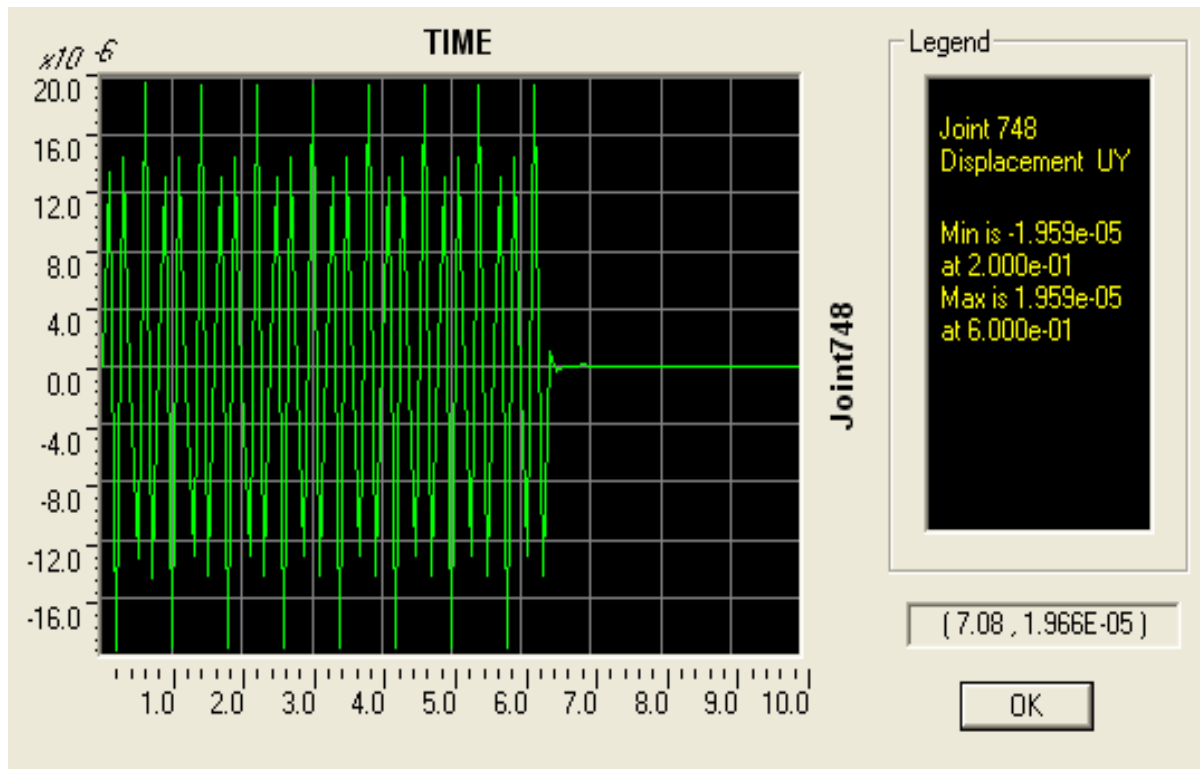


Figura C14. Máxima amplitud de vibración en dirección corta “Y”, ver tabla comparativa de resultados en las conclusiones, punto 6.9.11

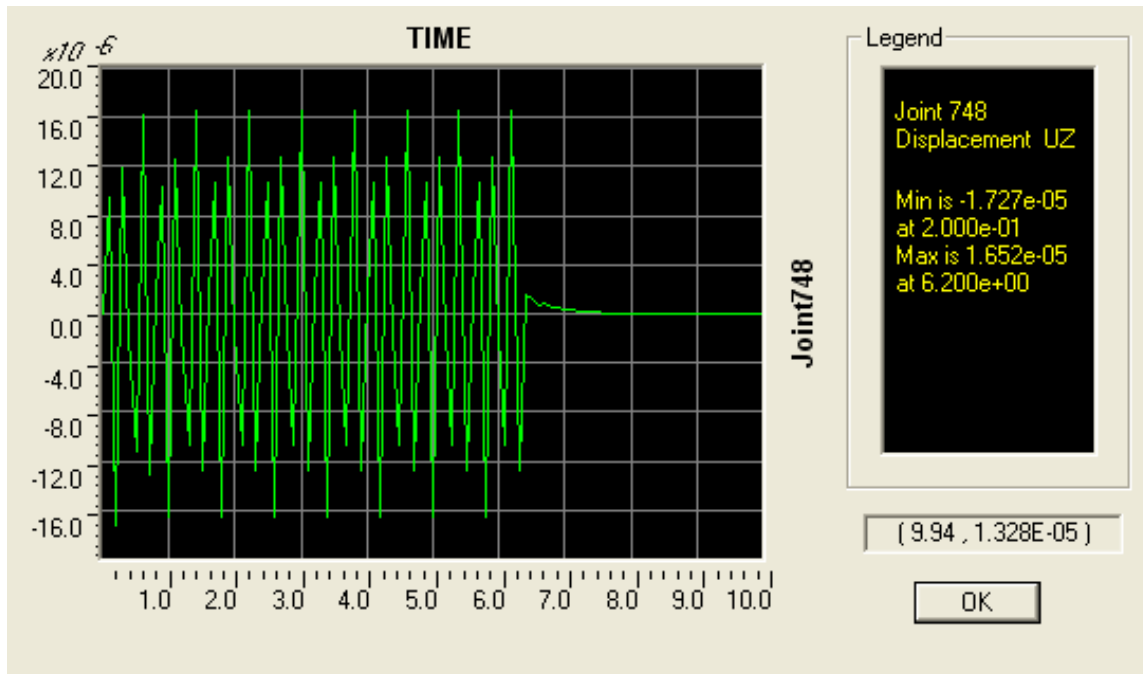


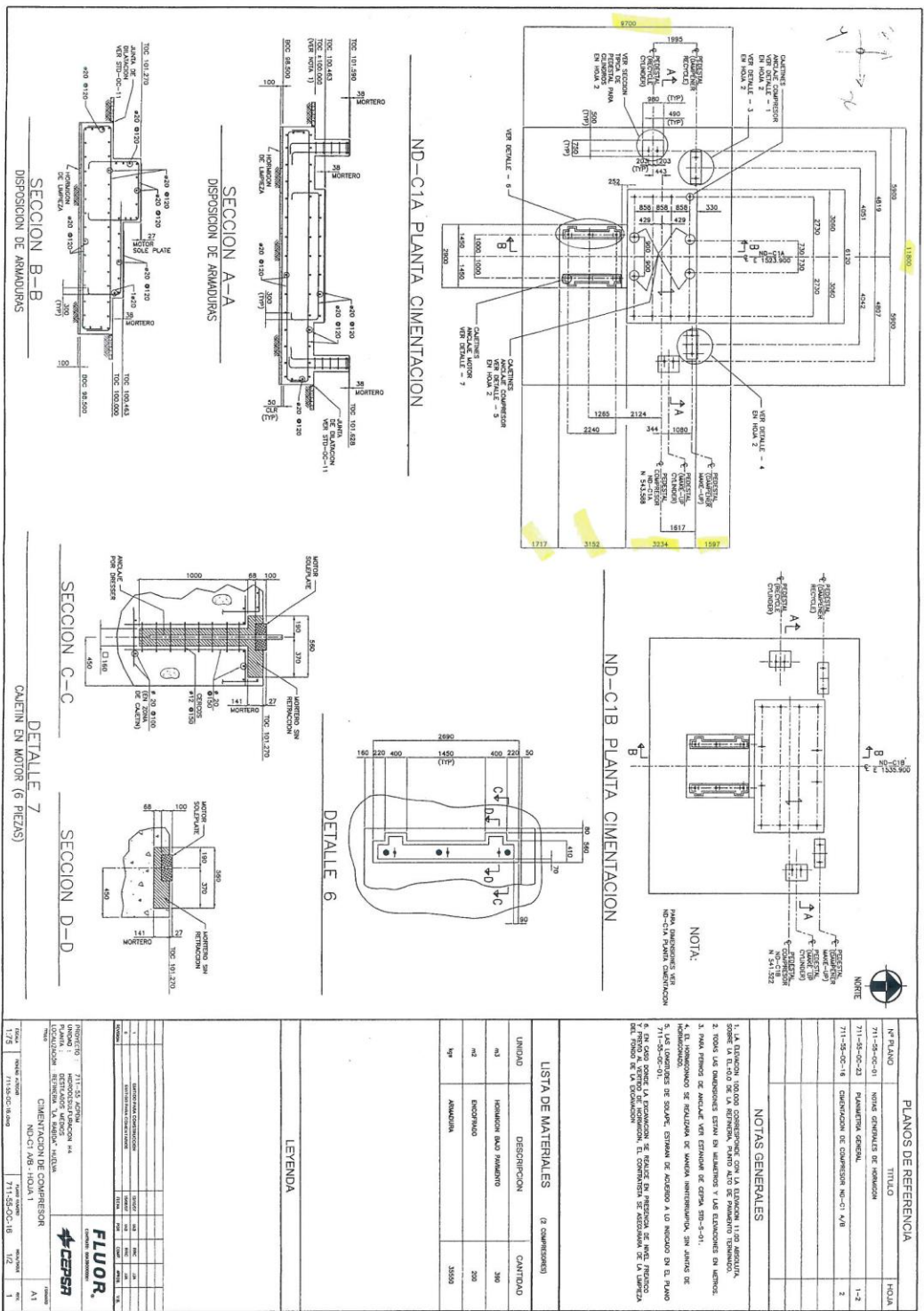
Figura C15. Máxima amplitud de vibración en dirección vertical “ Z “, ver tabla comparativa de resultados en las conclusiones, punto 6.9.11

| OutputCase<br>Text | StepType<br>Text | StepNum<br>Unitless | Period<br>Sec | Frequency<br>Cyc/sec | CircFreq<br>rad/sec | Eigenvalue<br>rad2/sec2 |
|--------------------|------------------|---------------------|---------------|----------------------|---------------------|-------------------------|
| MODAL              | Mode             | 1                   | 0.142979      | 6.9941               | 43.945              | 1931.2                  |
| MODAL              | Mode             | 2                   | 0.102177      | 9.7869               | 61.493              | 3781.4                  |
| MODAL              | Mode             | 3                   | 0.100259      | 9.9741               | 62.669              | 3927.4                  |
| MODAL              | Mode             | 4                   | 0.067164      | 14.889               | 93.55               | 8751.6                  |
| MODAL              | Mode             | 5                   | 0.066812      | 14.967               | 94.043              | 8844.1                  |
| MODAL              | Mode             | 6                   | 0.066188      | 15.109               | 94.93               | 9011.7                  |

**Figura C16. Frecuencias calculadas para los seis modos de vibrar del sistema máquina-cimentación-suelo, ver tabla comparativa de resultados en las conclusiones, punto 6.9.11**

## **ANEXO D**

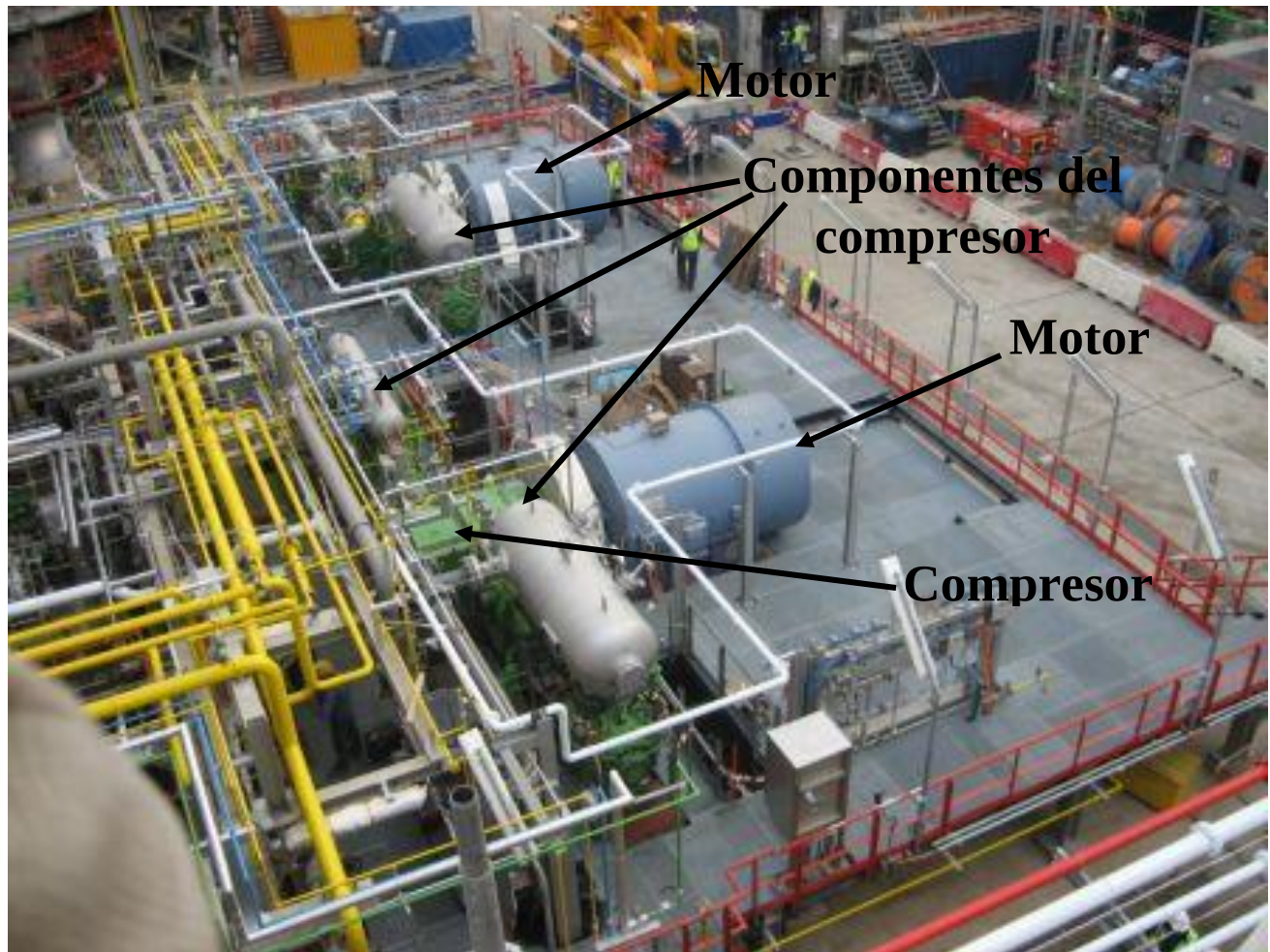
### **PLANOS FINALES DE DISEÑO**

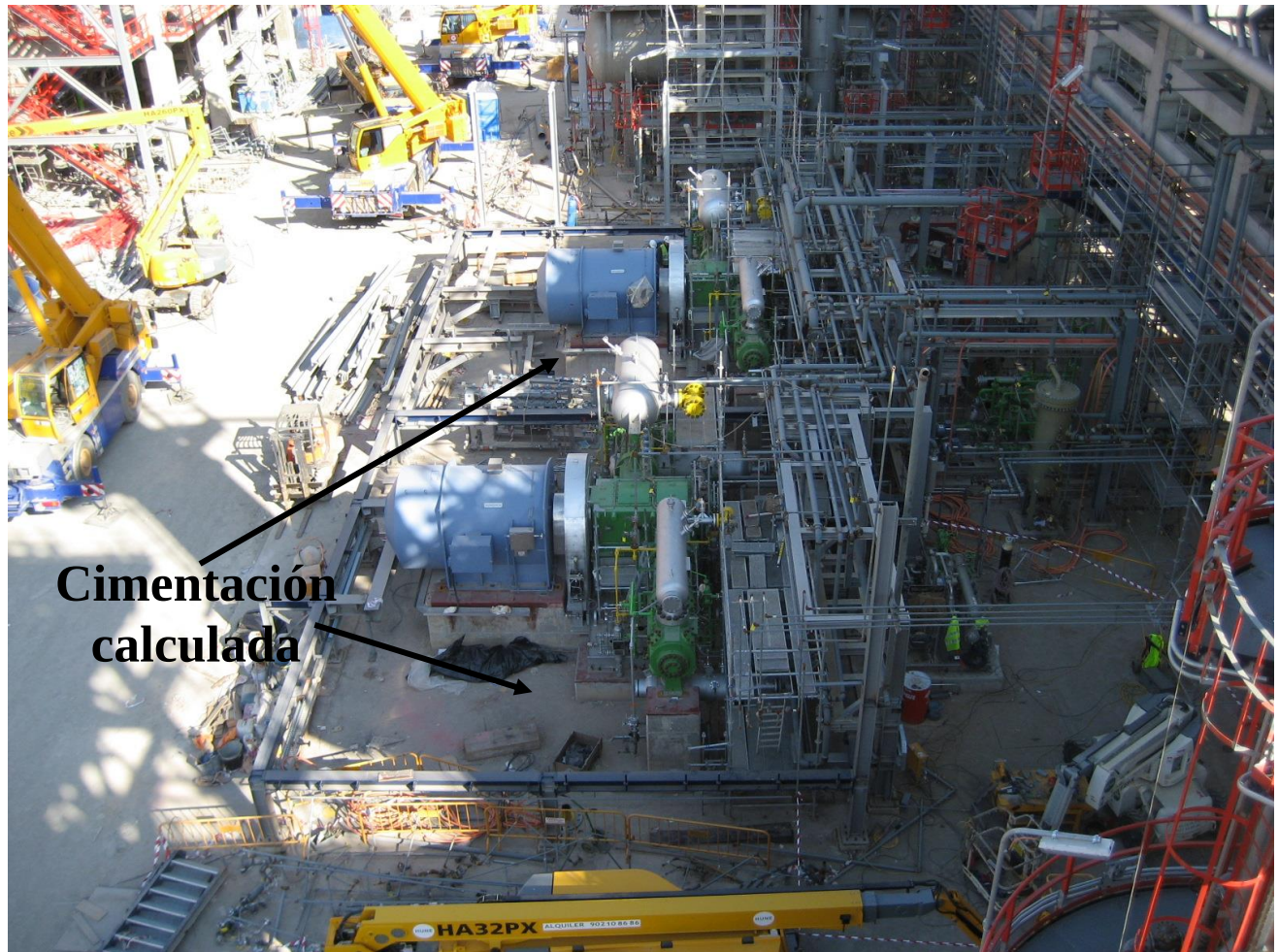


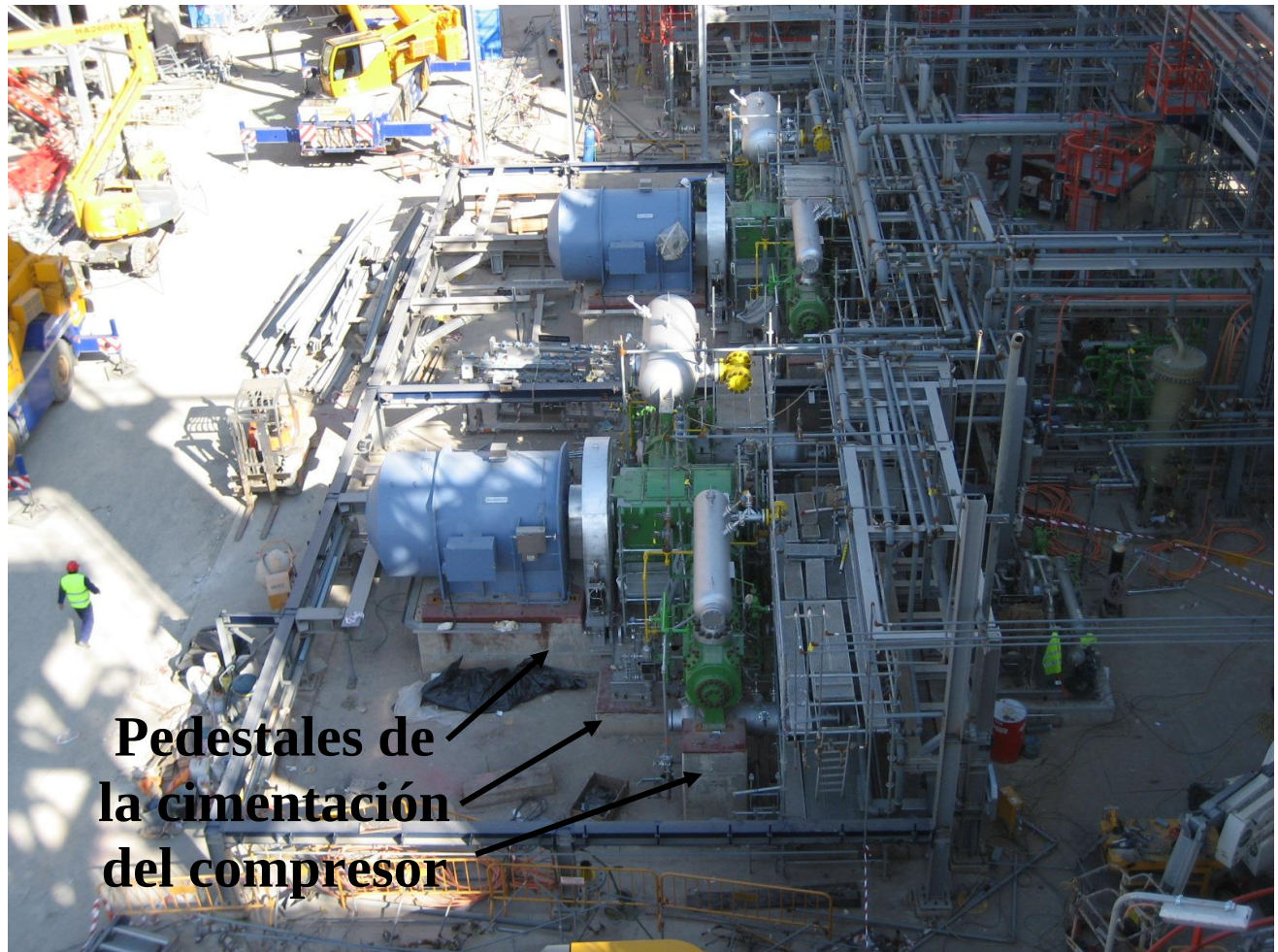


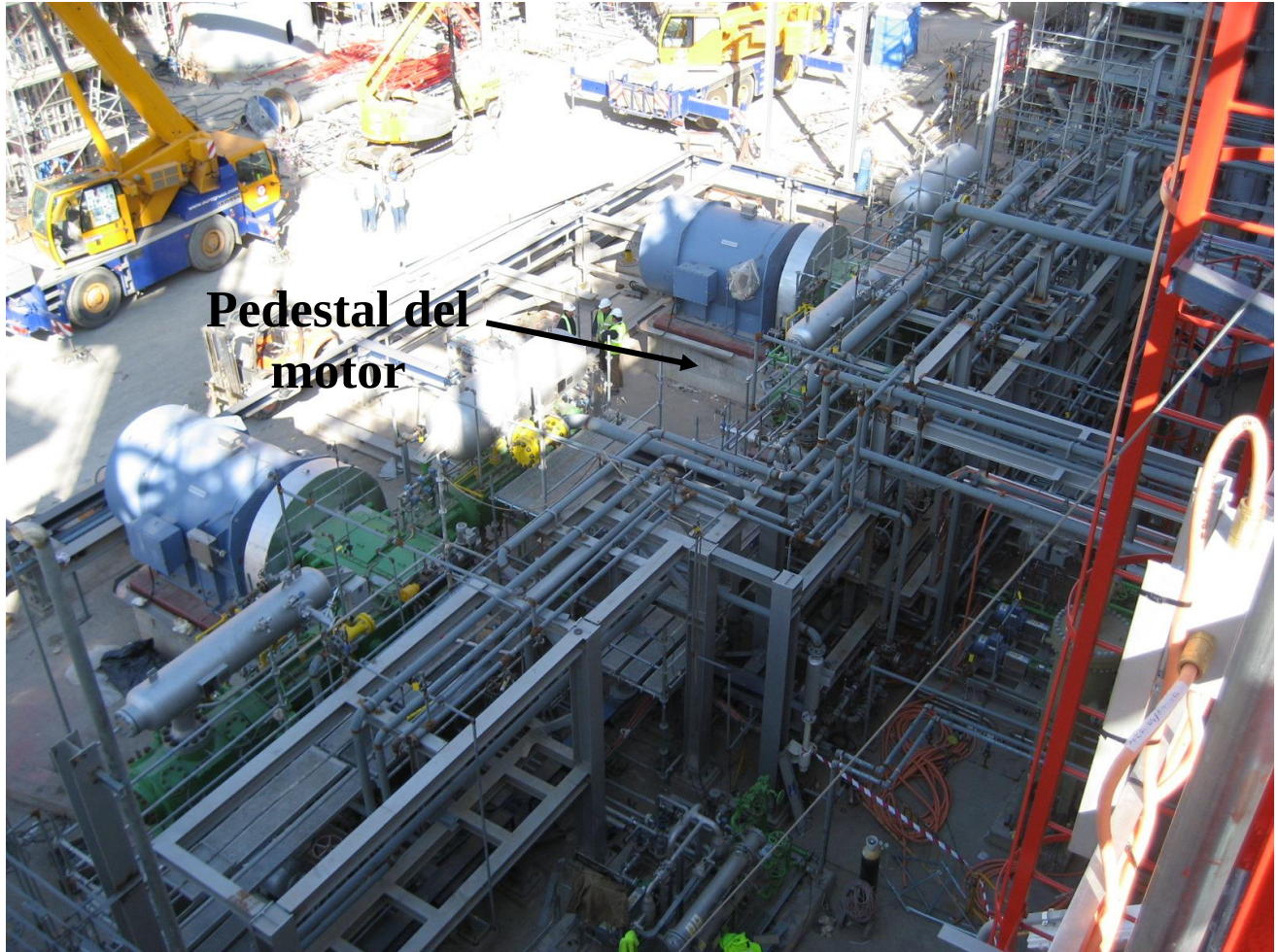
## **ANEXO E**

### **REPORTE FOTOGRÁFICO**











**Compresor-motor  
ya montado en la  
cimentación**



