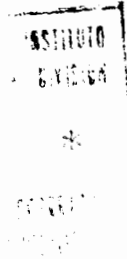


TRABAJO DE INVESTIGACION I  
(SEMESTRE 91-I)



ALVAREZ CUEVAS DAVID ARTURO



## RESUMEN

Se presenta un método de rayos para calcular la respuesta sísmica de depósitos irregulares estratificados sometidos a la incidencia de ondas de corte SH. El método proporciona una solución aproximada del campo de desplazamiento al superponer haces gaussianos en el sitio en estudio. Para ello se requiere construir la cinemática de la propagación de los rayos en el depósito y el estrato. En torno de cada rayo se establece una solución aproximada de la ecuación de onda y la interacción de cada uno de los rayos generará la respuesta del modelo ante la señal incidente. Se obtienen soluciones para un depósito de forma cosenoidal y otro parabólico.

## TRABAJO DE INVESTIGACION I

### SIMULACION DE LA RESPUESTA SISMICA DE DEPOSITOS ESTRATIFICADOS MEDIANTE LA SUPERPOSICION DE HACES GAUSSIANOS

La ubicación de grandes asentamientos humanos sobre depósitos de suelo relativamente blando, obedece a una gran diversidad de factores. En zonas sísmicas, este hecho cobra mayor relevancia, pues se producen amplificaciones significativas en el movimiento con respecto a lo registrado en terreno firme. Por tanto, es importante conocer la propagación y comportamiento de las ondas sísmicas en este tipo de depósitos. Algunos estudios y observaciones, (*e.g.* Poceski, 1969; Sánchez-Sesma, 1987), muestran que las condiciones locales afectan de manera muy importante la propagación de las ondas sísmicas. Al arribar al depósito, dichas ondas sufren amplificaciones dinámicas producto del contraste de impedancia entre los medios, así como de la heterogeneidad del medio y los efectos no lineales. La combinación de estos factores provoca atrapamiento, enfocamiento y amplificación del movimiento, además de generar ondas superficiales (*e.g.* Bravo, 1988).

Diversos investigadores han abordado el tema utilizando diferentes métodos numéricos (para una revisión general de los métodos veáse *e.g.* Sánchez-Sesma, 1987), de entre ellos podemos mencionar métodos como el de diferencias finitas (Boore, 1972), el de elementos finitos (*e.g.* Streeter *et al.*, 1974) el del número de onda discreto (*e.g.* Aki y Larner, 1970; Kawase y Aki, 1988), el uso de las ecuaciones integrales de frontera (*e.g.* Sánchez-Sesma y Esquivel, 1979; Sánchez-Sesma y Campillo, 1991) y la teoría de rayos (*e.g.* Červený, 1985; Sánchez-Sesma *et al.*, 1988).

La teoría de rayos permite un análisis rápido y económico en alta frecuencia. Las soluciones, comparadas con métodos más rigurosos, muestran buenos resultados. De entre la variedad de técnicas de rayos desarrolladas, la técnica de superposición de haces gaussianos presenta grandes ventajas. En el presente trabajo se ilustran las principales características de esta técnica.

## TECNICA DE SUPERPOSICION DE HACES GAUSSIANOS

La técnica de superposición de haces gaussianos, propuesta por Babich (Babich y Popov, 1981), combina el método asintótico de rayos (Červený *et al.*, 1977) con una aproximación parabólica de la ecuación de onda (Tappert, 1976). Su aplicación se restringe a geometrías suaves y altas frecuencias, por lo que esta técnica cobra especial importancia en aquellos sitios en que tales frecuencias tienen un sentido práctico. Por otra parte, debido a que el método conlleva efectos intrínsecos de suavidad y de disipación de energía, puede decirse que se considera en parte la difracción. Los sismogramas sintéticos calculados con esta técnica han mostrado buenas aproximaciones, aun en sitios con singularidades como son las regiones críticas o las caústicas. El método no requiere el trazo emisor-receptor del rayo, por lo que el análisis de la respuesta sísmica es relativamente rápido y de bajo costo.

La técnica de suma de haces gaussianos consiste en resolver aproximadamente, en coordenadas locales (s-r), la ecuación de onda. Primero se construye la cinemática de los rayos sobre la cual viajan las ondas sísmicas, considerando que la densidad de rayos deberá ser suficiente para obtener una representación confiable del campo de onda incidente. Posteriormente, sobre cada rayo se establece la solución aproximada, denominada aquí como haz gaussiano básico, de la ecuación de onda. El nombre se debe a que la amplitud de los haces decrece exponencialmente con el cuadrado de la distancia, desde el centro del rayo, generando una campana de Gauss. Finalmente, el campo de desplazamientos en un sitio determinado, se genera al superponer las contribuciones de cada uno de los rayos.

En este trabajo se estudia el caso de ondas de corte SH, donde la ecuación reducida de onda, que gobierna el movimiento en medios elástico-lineales, homogéneos e isótropos, se puede expresar, en coordenadas locales s-r, como

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + k^2 \psi = 0$$

donde  $k = \omega/\beta$  es el número de onda,  $\omega$  la frecuencia circular y  $\beta$  es la velocidad de la propagación de las ondas SH. Suponiendo que el campo de desplazamientos tiene una dependencia armónica con el tiempo, siendo el eje  $s$  la dirección preferencial se puede escribir

$$\psi(s, r, \omega) = f(s, r, \omega) e^{-i(\omega t - ks)}$$

Además, aceptando que la variación de  $f$  con respecto a  $s$  es suave. Es decir, la segunda derivada de  $f$  con respecto a  $s$  es despreciable, entonces la combinación de las ecuaciones anteriores conducen a la expresión

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + 2ik \frac{\partial f}{\partial s} = 0$$

Esta ecuación parabólica se puede resolver a través de un sistema infinito de haces o modos linealmente independientes, es decir en términos de polinomios de Hermite (Nowack y Aki, 1984). La solución más simple, correspondiente a la de orden cero, será el haz gaussiano básico y está dada por

$$\psi_G = \frac{C}{[1+i(s/s_c)]^{1/2}} \exp \left\{ iks - \frac{r^2}{L_M^2 [1+i(s/s_c)]} \right\} e^{-i\omega t}$$

donde  $s_c = 1/2kL_M^2$  es la distancia crítica,  $L_M$  es el semiancho inicial del haz en  $s=0$ ; y  $C$  es una constante. Debe considerarse que el rango de aplicación es limitado, puesto que a cierta distancia el esparcimiento de los haces ya no es confiable para la representación del campo incidente.

Es posible demostrar que al superponer haces gaussianos se puede

representar una onda plana de manera exacta (e.g. Rodríguez *et al.*, 1989). Por otra parte, evaluando un haz gaussiano básico en  $s=0$  con  $C=1/(\sqrt{\pi}L_M)$  se obtiene una distribución gaussiana que puede relacionarse con la función delta de Dirac y generar el campo de desplazamientos (e.g. Alvarez *et al.*, 1989)

$$u(s,r,\omega) = \Delta\xi \sum_{j=-\infty}^{\infty} u(0,j\Delta\xi,\omega) g(s,r-j\Delta\xi,\omega) \quad (1)$$

donde  $g(s,r,\omega) = u_C$  con  $C = 1 / (\sqrt{\pi} L_M)$

Se han obtenido soluciones para depósitos homogéneos, (e.g. Nowack y Aki, 1984; Alvarez, 1989), la cuales muestran buenas aproximaciones con métodos más rigurosos y costosos. Esto ha llevado a la idea de extender el método al caso en que el depósito sea estratificado.

## DEPOSITOS CON ESTRATOS

En el estudio de depósitos de suelo relativamente blando con estratos las propiedades de los medios alteran la trayectoria de los rayos y afectan su amplitud. La inclusión de estos efectos se efectúa mediante la aplicación de la ley de Snell y los coeficientes de transmisión y reflexión. Una discusión más amplia puede encontrarse en p. ej. Alvarez, 1989. En la fig 1 puede observarse el comportamiento de un rayo que se propaga en un depósito irregular cualquiera, el cual se aproxima con rectas. El rayo cada vez que entra en contacto con el estrato se bifurcará siguiendo una trayectoria dentro del estrato y otra en el depósito; es así, que en este ejemplo, al término de la séptima reflexión, el rayo incidente se subdividirá en cuatro nuevos rayos. Por sencillez se desprecian los rayos que pasarían del estrato al depósito y cuyos coeficientes de transmisión son ya pequeños. Esta aproximación es razonable cuando el estrato es más blando que el medio que lo subyace.

La presencia de estratos sobre el depósito principal produce una mayor amplificación de la respuesta sísmica. El método de rayos permite una visualización de la física del problema, mostrando las zonas de concentración y enfocamiento de energía, así como las zonas de sombra geométrica. Los sismogramas sintéticos calculados, aun en regiones de singularidad como son las regiones críticas y las caústicas, presentan una buena aproximación.

Para ilustrar el problema se presenta, en la fig 2, la cinemática de la propagación de los rayos dentro de un depósito cosenoidal, el cual tiene como propiedades en el semiespacio (roca), el depósito y el estrato:  $\beta_r = 3500$  m/s,  $\rho_r = 3300$  kg/m<sup>3</sup>;  $\beta = 700$  m/s,  $\rho = 2000$  kg/m<sup>3</sup>;  $\beta_e = 500$  m/s,  $\rho_e = 1000$  kg/m<sup>3</sup>, respectivamente. La longitud del depósito es de 50 km y su profundidad varía desde 1 km en los bordes hasta 6 km en su centro. En la primera de las gráficas se presenta el arribo de 50 rayos antes de cruzar al estrato. Posteriormente los rayos se propagarán dentro de éste y se reflejarán hacia dentro del depósito. En la siguiente etapa los rayos dentro del estrato se reflejarán al

igual que los rayos dentro del depósito, y así sucesivamente. Lo anterior sólo es una visión gráfica simplista de la cinemática. La propagación, en un instante dado, dependerá de la distancia que halla recorrido cada uno de los rayos.

El hecho de que cada rayo se subdivide en un número no determinado obliga a un control diferente al caso de depósitos sin estratos (e.g. Alvarez, 1989); si incidieren, por ejemplo 50 rayos y se consideran 10 reflexiones dentro de la estructura, es posible que se generen, dependiendo de la geometría del modelo, hasta 300 rayos. La manera en que se superpondrán los rayos quedará establecida por términos del número de rayos generados (NRG) y reflexiones (REF) dentro del estrato. Entonces la ecuación 1 se puede reescribir como

$$\psi(s, r, \omega) = \sum_{j=1}^{NRG} \Delta \xi_j \psi_j \sum_{l=1}^{REF+1} \left[ \prod_{k=1}^l A_k \right] g(s, r, \omega)$$

donde  $A_1$  es el coeficiente de transmisión del depósito principal al estrato,  $A_k$  ( $k=2,3,4,\dots$ ) son los coeficientes de reflexión y  $\psi_j$  es la fase en el punto de contacto de cada uno de los rayos incidentes. Debe hacerse notar que en la superposición sólo se consideran los rayos que se propagan dentro del estrato.

El campo de desplazamientos, en el dominio del tiempo, se calcula empleando el teorema de convolución y auxiliándose de la transformada de Fourier. Para ello es necesario transformar la señal incidente al dominio de la frecuencia, así la respuesta sísmica del modelo se obtendrá multiplicando punto a punto la señal y la función de transferencia del depósito,  $H(\omega)=\psi(s, r, \omega)$ . La respuesta en el tiempo se obtendrá aplicando la transformada inversa de Fourier

$$\psi(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) H(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

donde  $F(\omega)$  es la transformada de Fourier de la señal incidente.



## EJEMPLOS DE APLICACION

La inclusión de un estrato superficial en una estructura afecta notablemente la respuesta sísmica del modelo. En la fig 3 se comparan los sismogramas sintéticos calculados en el depósito cosenoidal cuando no existe el estrato y cuando éste tiene un espesor de 1 km. El campo incidente se compone por 55 rayos con 10 reflexiones cada uno. La señal incidente es un pulso de Ricker con parámetros  $t_s = 20$  seg y  $t_p = 17.14$  seg. El principal efecto del estrato es la amplificación del movimiento. En la fig 4 se muestra la respuesta sísmica global del depósito registrada a cada kilómetro a lo largo de la superficie. En la gráfica se observa la generación de ondas superficiales.

Otro modelo de interés corresponde a un depósito parabólico con su foco en el centro de éste, como se muestra en la fig 5. Los sismogramas sintéticos calculados en la fig 6 corresponden cuando el semiancho del depósito es de 16 km, la profundidad del estrato es de 2667 m y las propiedades de los medios son:  $\beta_r = 2000$  m/s,  $\rho_r = 1333.3$  kg/m<sup>3</sup>;  $\beta = 1333.3$  m/s,  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup>;  $\beta_e = 666.7$  m/s,  $\rho_e = 1133.3$  kg/m<sup>3</sup>, en el semiespacio, el depósito y el estrato respectivamente. Los parámetros de los pulso de Ricker son  $t_s = 5$  seg y  $t_p = 1$  seg.

Para observar el efecto que produce la variación del ángulo de incidencia del frente de onda en la respuesta del modelo se calcularon los sismogramas correspondientes a  $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  y  $60^\circ$  medidos con respecto a la vertical. El detector se localizó en el centro del depósito (fig 7) y en un extremo de éste (fig 8), en estos cálculos se eligió un semiancho del depósito de 892 m con un estrato delgado de 46 m de espesor. Los medios tienen las siguientes propiedades:  $\beta_r = 1500$  m/s,  $\rho_r = 2000$  kg/m<sup>3</sup>;  $\beta = 600$  m/s,  $\rho = 1700$  kg/m<sup>3</sup>;  $\beta_e = 428$  m/s,  $\rho_e = 1600$  kg/m<sup>3</sup>; En la señal del pulso se tomó  $t_s = 5$  seg  $t_p = 4$  seg.

Para la implementación del método se desarrolló un programa compuesto por un módulo principal y cuatro subrutinas. El programa posee la flexibilidad de variar la profundidad del estrato, así como el ángulo de incidencia del frente de onda. Se permite hasta un máximo de 500 rayos generados y 15 reflexiones. Por las características del



problema se requiere, de preferencia, de una computadora personal con coprocesador numérico. Esto representa un gran ahorro en recursos de cómputo, puesto que a diferencia de otros métodos, no es necesario el empleo de máquinas más poderosas.

## CONCLUSIONES

La técnica de superposición de haces gaussianos permite un análisis aproximado de la respuesta sísmica de depósitos de suelo blando. Esta técnica permite salvar muchas limitaciones de los métodos tradicionales de rayos. Las regiones de singularidad no afectan significativamente los resultados. A diferencia de otros métodos no se necesita un trazado de rayos emisor-receptor y no se resuelven sistemas de ecuaciones. La técnica es confiable en alta frecuencia para geometrías suaves con tiempos de proceso muy reducidos.

En la construcción de la respuesta sísmica para depósitos con un estrato superficial se requiere el trazado cinemático de rayos. Es aquí, donde se pueden identificar las zonas de enfocamiento, caústicas y sombra geométrica importantes en la interpretación sísmica.

En los ejemplos estudiados se observó una amplificación notable del movimiento por efecto del estrato, aunque la duración del movimiento no fue mucho mayor. Esto último depende del número de rayos y de reflexiones consideradas. En baja frecuencia la representación es pobre pues los efectos de la difracción, en dichas frecuencias, es un factor importante.

Es de esperarse que la combinación de esta técnica con otros métodos produzca mejores resultados.

**FIGURAS**

*Propagación de un rayo dentro de un  
depósito irregular estratificado  
(7 reflexiones)*

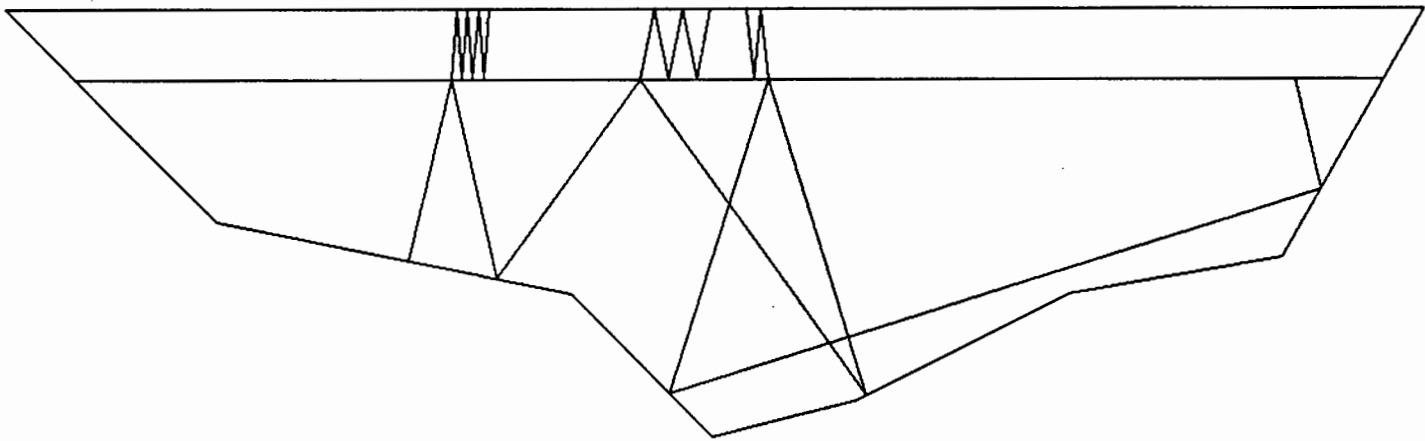


fig 1

# PROPAGACION DE UNA SERIE DE RAYOS EN UN DEPOSITO COSENOIDAL

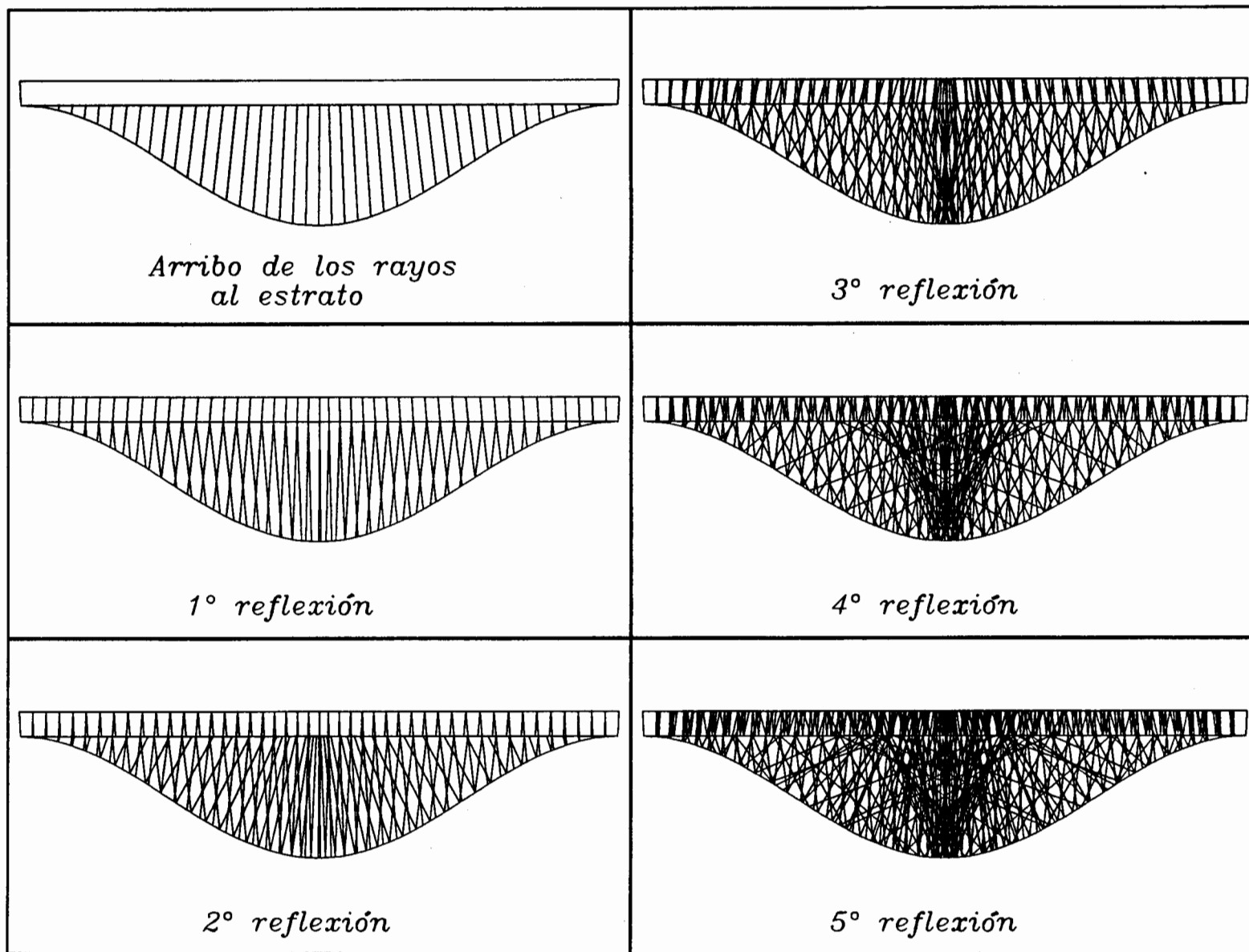


fig 2

# SISMOGRAMAS SINTETICOS EN VALLE COSENOIDAL

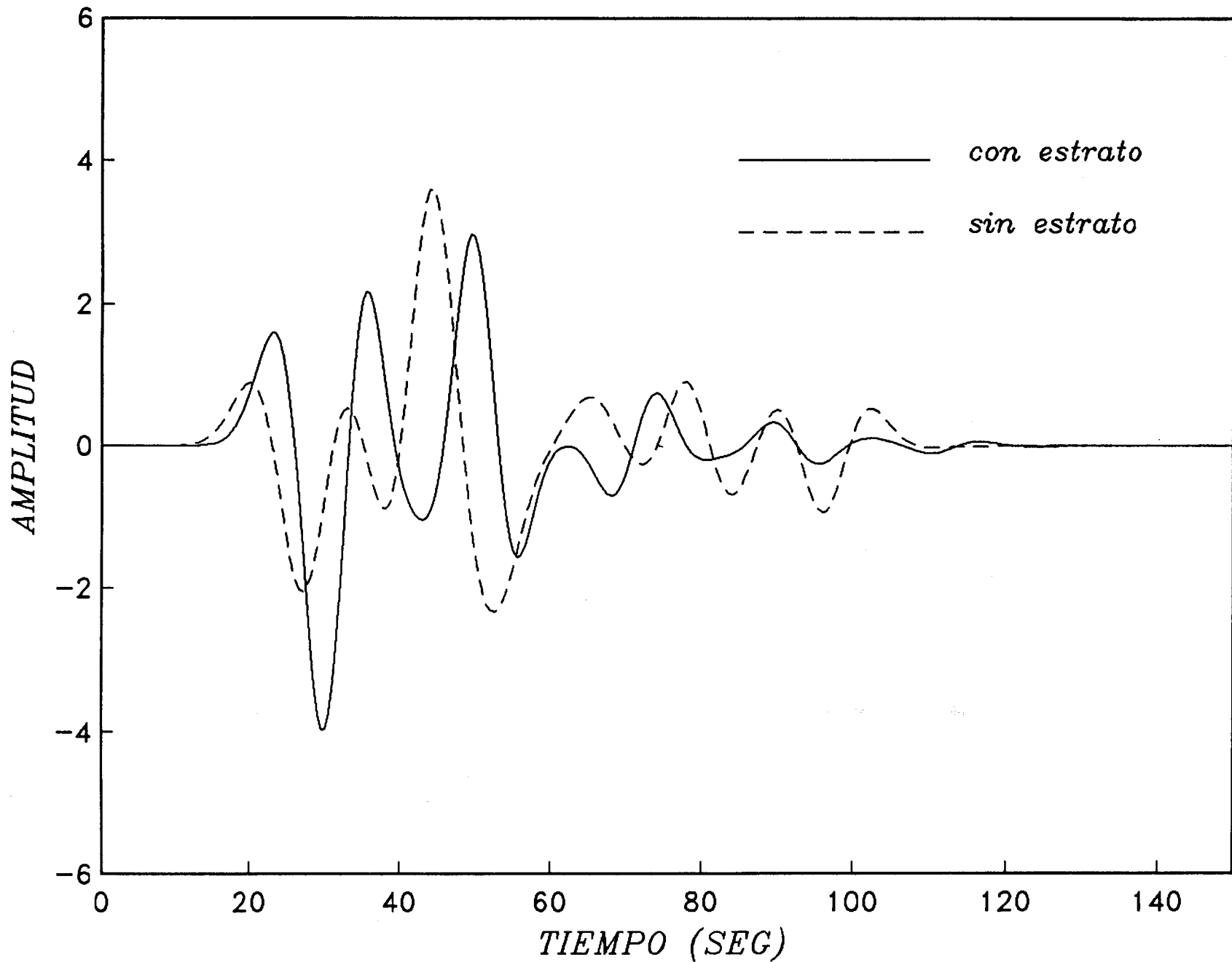


fig 3

# SISMOGRAMAS SINTETICOS EN DEPOSITO COSENOIDAL

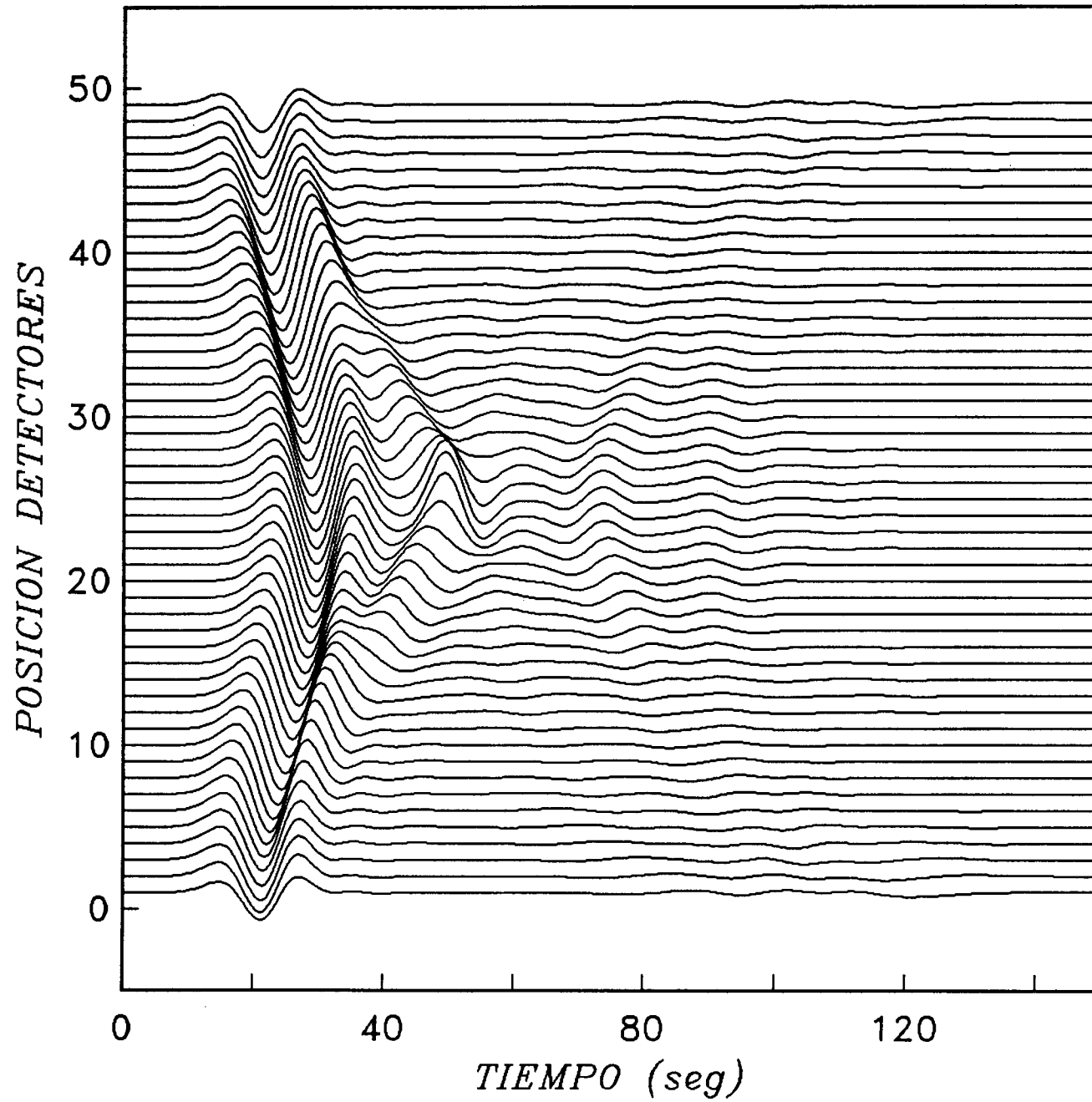


fig 4



*DEPOSITO PARABOLICO  
CON UN ESTRATO SUPERFICIAL*

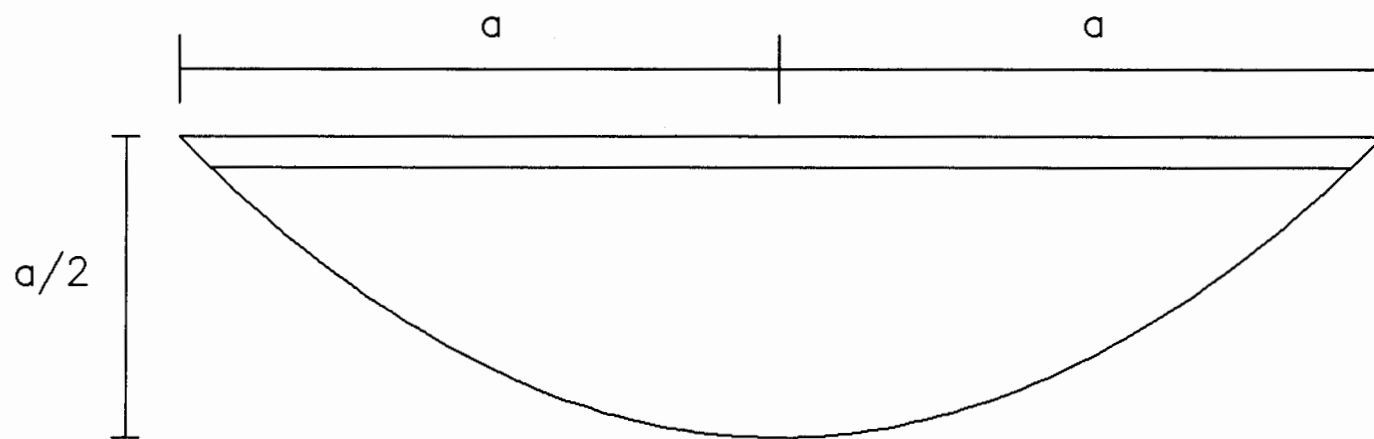


fig 5

SISMOGRAMAS SINTETICOS EN UN DEPOSITO PARABOLICO

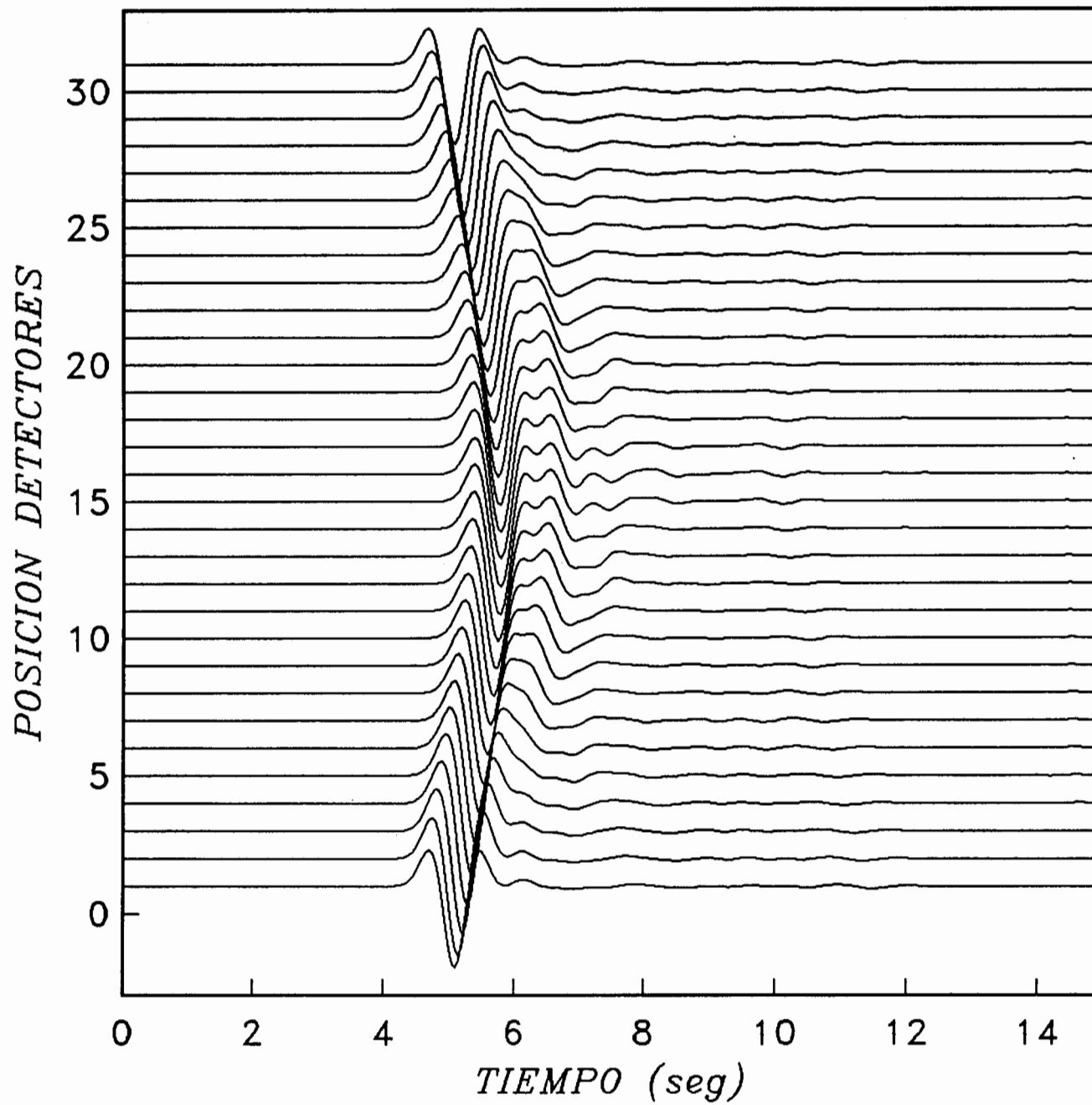


fig 6

# RESPUESTA SISMICA DEL DEPOSITO PARABOLICO

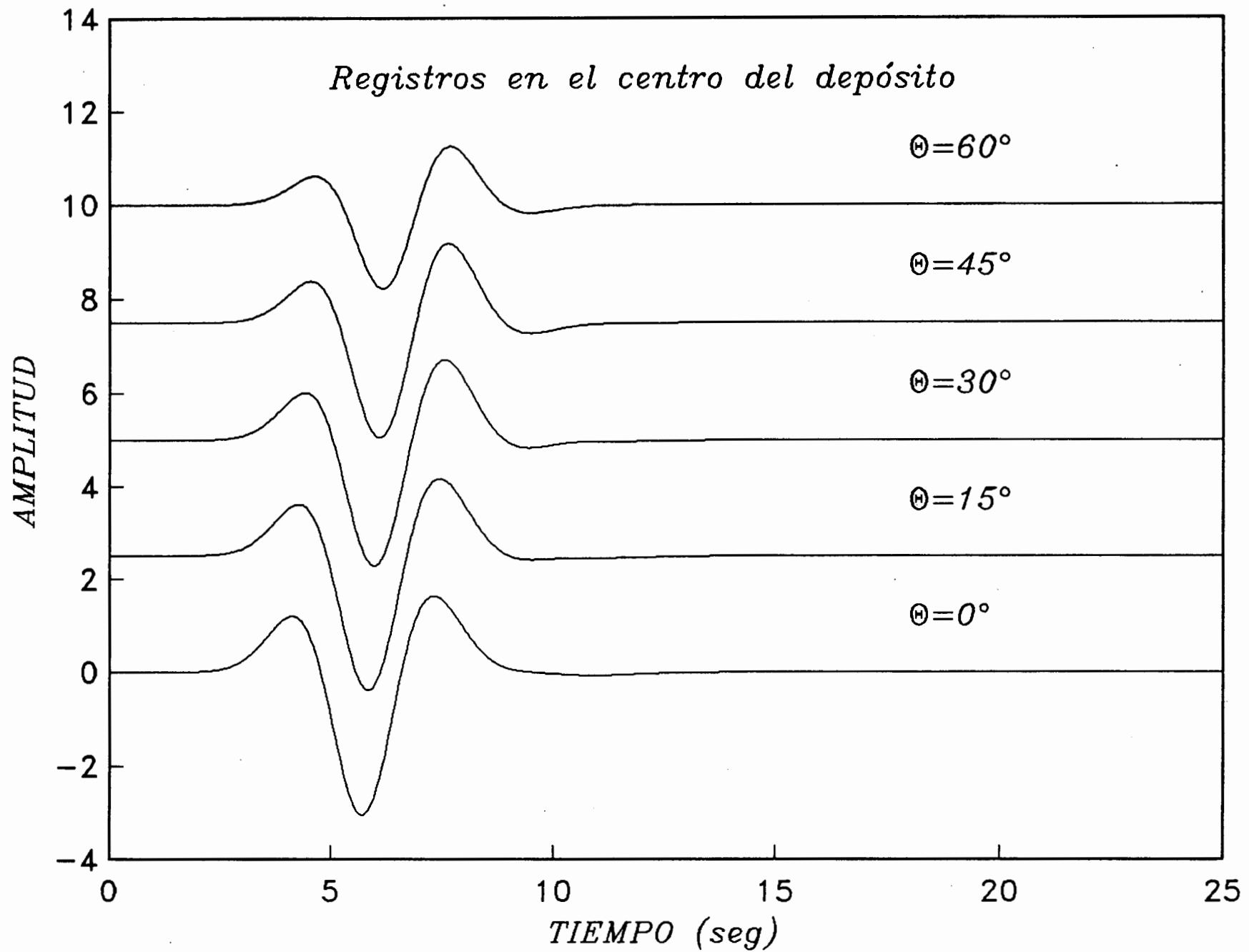


fig 7

# RESPUESTA SISMICA DEL DEPOSITO PARABOLICO

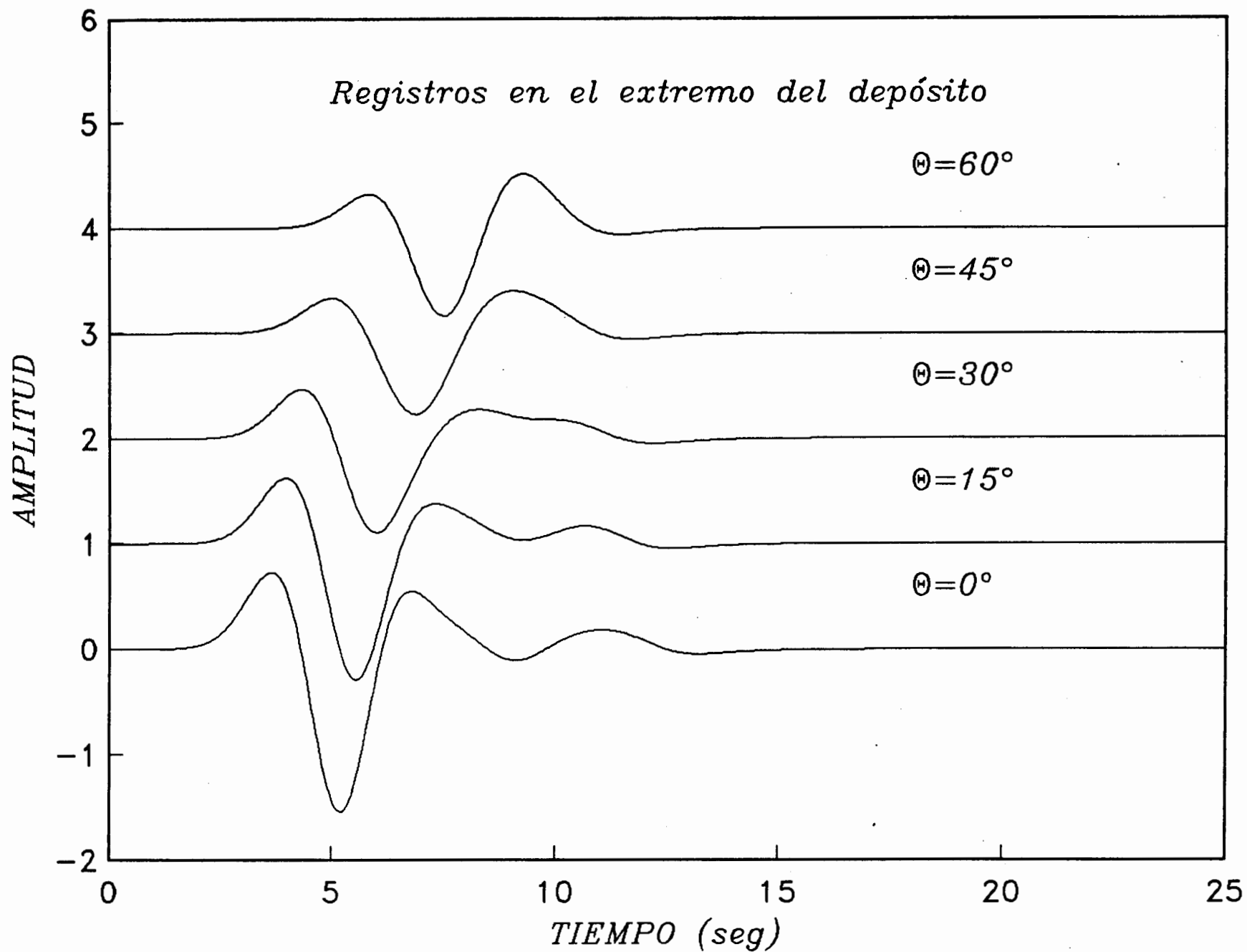


fig 8

## REFERENCIAS

Aki, K., y Larner, K. L. (1970). Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.*, 70 , 933-954.

Alvarez C., D. A. (1989). Aplicación de la teoría de rayos a la simulación de la respuesta sísmica de valles aluviales, *Tesis licenciatura, Facultad de Ingeniería.*

Alvarez C., D. A., Sánchez-Sesma, F. J., Rodríguez Zúñiga, J. L., Heitz, J. F. y Suarez L., M. (1989). Simulación de la respuesta sísmica de configuraciones geológicas complejas mediante la suma de haces gaussianos, *VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Nov. 16-19, Acapulco Gro.

Babich, V. M. y Popov, M. M. (1981). Propagation of concentrated sound beams in a three-dimensional inhomogeneous medium, *Sov. Phys. Acoust.*, 27, 459-462.

Boore, D. M. (1972). Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials in *Methods in computational physics II*. (Ed. B. A. Bolt), Academic Press, New York.

Bravo, M. A. (1988). Respuesta sísmica en depósitos estratificados de suelo blando. *Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM.*

Červený, V., Molotkov, I. A. y Pšeničik, I (1977). Ray Method in Seismology, *Karlova Univerzita, Praga.*

Červený, V. (1985). Gaussian beam synthetic seismograms, *J. Geophys. Res.* 58, 44-72.

Nowack, R. y Aki, K. (1984). The Two-Dimensional Gaussian Beam Synthetic Method: Testing and Application, *J. Geophys. Res.* **89**, 7797-7819.

Poceski, A. (1969). The ground effect of the Skopje July 26, 1963 earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **59**, 1-29.

Rodríguez Z., J. L., Sánchez-Sesma, F. J., Santoyo, M. A. y Bravo, M. A. (1989). Use of gaussian beams to model refraction of elastic waves by two dimensional inclusions of arbitrary shape, 4<sup>th</sup> *International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Oct. 23-26, Mexico City, Mexico.

Sánchez-Sesma, F. J. (1987). Site effects on strong ground motion, *Soil. Dyn. and Earthquake Eng.*, **6**, 124-132.

Sánchez-Sesma, F. J. y Esquivel J. A. (1979). Ground motion on alluvial valleys under incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **69**, 1107-1120.

Sánchez-Sesma, F. J., Chávez-García, F. J. y Bravo, M. A. (1988) Seismic Response of a class of alluvial valleys for incident SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **78**, 83-95.

Sánchez-Sesma, F. J. y Campillo, M. (1991). Diffraction of P, SV, and Rayleigh waves by topographic features: a boundary integral formulation, *Bull. Seism. Soc. Am.*, en prensa.

Streeter, V. L., Wylie, E. B. y Richard, F. E., Jr (1974). Soil motion computations by characteristics method, *Proc. Am. Soc. Civil Eng., J. Geotech. Eng. Div.*, **100**, 247-263.

Tappert, F. D. (1976). The parabolic approximation method, wave propagation and underwater acoustics, *Lect. Notes Phys.*, **70**, 224-287.

F/DEPFI/TI/1991/D



71772