



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO ORGANIZADO EN COLABORACION CON LA SECRETARIA DE EDUCACION
PUBLICA Y LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE TAMAULIPAS.

DISEÑO DE CIMENTACIONES SUJETAS A
VIBRACION.

TEMA: DINAMICA BASICA
(PARTE I).

PROF. J. RAUL FLORES BERRONES
PROFESOR DE LA DIV. DE EST. SUPERIORES
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM.
NOVIEMBRE, 1982.



DIVISION DE EDUCACION CONTINUA - FACULTAD DE INGENIERIA

U. N. A. M.

DIRECTORIO DE PROFESORES DEL CURSO:
"DISEÑO DE CIMENTACIONES SUJETAS A VIBRACION"

NOMBRE: DR. RAUL FLORES HERRONES

CARGO: ASESOR DEL DIRECTOR DE CAMINOS RURALES

EMPRESA O INSTITUCION: S.A.H.O.P./

DOMICILIO: XOLA Y AV. UNIVERSIDAD

TELEFONO: 548-56-66

NOMBRE: _____

CARGO: _____

EMPRESA O INSTITUCION: _____

DOMICILIO: _____

TELEFONO: _____

NOMBRE: _____

CARGO: _____

EMPRESA O INSTITUCION: _____

DOMICILIO: _____

TELEFONO: _____

NOMBRE: _____

CARGO: _____

EMPRESA O INSTITUCION: _____

DOMICILIO: _____

TELEFONO: _____



EVALUACION DEL PERSONAL DOCENTE

CURSO: "DISEÑO DE CIMENTACIONES
SUJETAS A VIBRACION "

FECHA: 17 AL 22 DE ENERO
TAMPICO, TAMAULIPAS

		DOMINIO DEL TEMA	EFICIENCIA EN EL USO DE AYUDAS AUDIOVISUALES	MANTENIMIENTO DEL INTERES. (COMUNICACION CON LOS ASISTENTES, AMENIDAD, FACILIDAD DE EXPRESION).	PUNTUALIDAD
CONFERENCISTA					
1.	DR. RAUL FLORES BERRONES				
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					
9.					
ESCALA DE EVALUACION: 1 a 10					

REPOSICION DE LAS ENTORNAS

ESTADO DE

DE

DE

DE

DE

EVALUACION DEL CURSO

CONCEPTO		EVALUACION
1.	APLICACION INMEDIATA DE LOS CONCEPTOS EXPUESTOS	
2.	CLARIDAD CON QUE SE EXPUSIERON LOS TEMAS	
3.	GRADO DE ACTUALIZACION LOGRADO CON EL CURSO	
4.	CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS DEL CURSO	
5.	CONTINUIDAD EN LOS TEMAS DEL CURSO	
6.	CALIDAD DE LAS NOTAS DEL CURSO	
7.	GRADO DE MOTIVACION LOGRADO EN EL CURSO	

ESCALA DE EVALUACION DE 1 A 10



APUNTES DE DINAMICA DE SUELOS

Por: Raúl Flores Berrones

1

PARTE I

DINAMICA BASICA

SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD (1 GOL)

En el análisis dinámico de estructuras o cimentaciones, se suele representar a los sistemas reales en sistemas equivalentes constituidos por masas concentradas que van unidas por resortes y amortiguadores. Dichas masas representan las masas correspondientes a los sistemas reales, mientras que los resortes y los amortiguadores representan, respectivamente, las rigideces y la disipación de energía que efectivamente existen. Un ejemplo de lo anterior se muestra en la fig 1.1.

La razón de la anterior representación es simplemente la de simplificar el análisis mediante el empleo de ecuaciones matemáticas.

En el caso de estructuras simples, como el de una viga que soporta un peso W o el de un marco estructural sujetos a una cierta fuerza dinámica $F(t)$, los elementos reales quedan representados por sistemas de 1 grado de libertad* (fig 1.2).

Ecuación de movimiento para sistemas sin amortiguamiento

Considerese el sistema de la fig 1.3.

* Nota.- Se dice que un sistema tiene "n" grados de libertad cuando existen "n" tipos de movimientos independientes en el sistema.

Del equilibrio dinámico del sistema se obtiene

$$M\ddot{y} + ky = F(t) \quad (1-1)$$

La solución a esta ecuación nos dará la respuesta del sistema, es decir, el valor de y .

Vibraciones libres. En el caso particular de que $F(t) = 0$, la ecuación 1-1 resulta

$$M\ddot{y} + ky = 0 \quad (1-2)$$

A esta ecuación diferencial se le conoce en la literatura con el nombre de vibración libre del sistema y su solución está dada por

$$y = C_1 \operatorname{sen} \sqrt{\frac{k}{M}} t + C_2 \operatorname{cos} \sqrt{\frac{k}{M}} t \quad (1-3)$$

donde C_1 y C_2 son constantes que dependen de las condiciones iniciales.

Si llamamos a $\omega = \sqrt{k/M}$, y consideramos que las condiciones iniciales son

$$\begin{aligned} y_{t=0} &= y_0 \\ \dot{y}_{t=0} &= \dot{y}_0 \end{aligned} \quad (1-4)$$

los valores de C_1 y C_2 son, respectivamente, $\frac{\dot{y}_0}{\omega}$ y y_0 . O sea, se obtiene

$$y = \frac{\dot{y}_0}{\omega} \operatorname{sen} \omega t + y_0 \operatorname{cos} \omega t; \quad (1-5)$$

esta última ecuación nos da el desplazamiento en cualquier instante cuando las condiciones iniciales son dadas. La descripción gráfica de cada término de la ecuación está dada por la fig 1.4.

La fig 1.4 muestra que el movimiento es armónico con una frecuencia circular natural $\omega = \sqrt{k/M}$ (rad/seg). Esta misma frecuencia, expresada en ciclos/seg, es

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} \quad \text{ciclos/seg o Hertz (Hz)}$$

Esta característica del sistema se acostumbra también expresar mediante el llamado período natural, que es el inverso de f , es decir

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{M/k} \quad (\text{seg})$$

Vibraciones libres con amortiguamiento. El término amortiguamiento en dinámica de suelos se traduce como la pérdida de energía que generalmente ocurre, tanto en el suelo como en las estructuras; esta pérdida o absorción de energía origina una disminución en las amplitudes de vibración.

Como se mencionó anteriormente, el amortiguamiento en el sistema o modelo equivalente suelo representarse mediante el elemento cilindro-pistón, según se aprecia en la fig 1.5.

La ecuación de movimiento libre para este caso está dada por

$$M\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0 \quad (1-6)$$

donde c es el coeficiente de amortiguamiento.

Existen dos tipos de solución a esta ecuación, según sea el valor de c .

a) Si c es pequeño se tendrá un movimiento armónico que disminuye en forma exponencial, y la solución estará dada en términos de seno y coseno (figs 1.6-a y 1.6-b).

b) Si c es muy grande, no ocurrirán movimientos armónicos; esto último ocurre cuando $c > 2 \sqrt{kM} = c_{\text{crítico}}$.

Suponiendo que las condiciones iniciales son

$$y_{t=0} = y_0$$

y

$$\dot{y}_{t=0} = 0$$

la solución a la ecuación diferencial (1-6) resulta igual a

$$y = y_0 e^{-\omega D t} \left(\cos \omega_1 t + D \frac{\omega}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right) \quad (1-7)$$

donde

$$D = \frac{c}{c_{\text{crit}}} = \text{relación de amortiguamientos}$$

$$\omega_1 = \omega \sqrt{1-D^2} ; \text{frecuencia circular natural con amortiguamiento}$$

Cuando D es pequeño, como sucede en la mayoría de los sistemas reales, la diferencia entre ω_1 y ω es muy pequeña y casi siempre se ignora; es decir, se supone que $\omega_1 \approx \omega$.

Haciendo algunos arreglos en la ecuación 1-7, se puede obtener la siguiente solución en términos de una sola función periódica.

$$y = y_0 \sqrt{1 + \left(\frac{D\omega}{\omega_1}\right)^2} e^{-\omega Dt} \cos(\omega_1 t + \theta) \quad (1-8)$$

donde

$$\theta = \tan^{-1} \left(-\frac{D\omega}{\omega_1}\right)$$

Nótese que cuando D es pequeño, se puede escribir

$$\frac{y_i}{y_{i+1}} = e^{\omega DT} = e^{2\pi D}, \quad (1-9)$$

o también

$$\Delta = \ln \frac{y_i}{y_{i+1}} = 2\pi D \text{ (decremento logarítmico)} \quad (1-10)$$

Obsérvese que mediante la ecuación (1-10), y a partir de la observación de la disminución de las amplitudes en las vibraciones libres (fig 6), la relación de amortiguamiento D se puede obtener fácilmente.

Vibraciones forzadas. Supóngase que se tiene un sistema de un grado de libertad sujeto a una cierta fuerza $P = P_0 \sin \Omega t$, como se observa en la fig 1.7. La ecuación de equilibrio está dada por

$$M\ddot{y} + c\dot{y} + ky = P_0 \sin \Omega t \quad (1-11)$$

La solución a la anterior ecuación es

$$y = \frac{P_0}{k} \frac{[(1 - \Omega^2/\omega^2) \text{ sen } \Omega t - 2D \frac{\Omega}{\omega} \text{ cos } \Omega t]}{1 - (\frac{\Omega}{\omega})^2} + \frac{e^{-\omega D t} [2D \frac{\Omega}{\omega} \text{ cos } \omega_1 t + \frac{\Omega}{\omega_1} (2D^2 + \frac{\Omega^2}{\omega^2} - 1) \text{ sen } \omega_1 t]}{[1 - (\frac{\Omega}{\omega})^2]^2 + 4D^2 (\frac{\Omega}{\omega})^2} \quad (1-12)$$

En esta ecuación 1-12 se observa que la solución está formada por dos partes: la correspondiente a vibraciones forzadas (1er término de la derecha) y la correspondiente a las vibraciones libres (2º término).

Sí $D < 0.1$, la ecuación 1-12 se puede simplificar mediante la expresión siguiente:

$$y = \frac{P_0}{k} \frac{\text{sen } \Omega t - e^{-\omega D t} \frac{\Omega}{\omega} \text{ sen } \omega t}{1 - (\frac{\Omega}{\omega})^2} \quad (1-13)$$

Ahora bien, después de un cierto tiempo, las vibraciones libres llegan a desaparecer como consecuencia del amortiguamiento y solo permanecen las vibraciones forzadas. En consecuencia, será necesario que enfoquemos nuestra atención en éstas últimas.

La parte correspondiente a las vibraciones forzadas se puede escribir de la forma que sigue:

$$y = \frac{P_0}{k} \frac{\text{sen } (\Omega t - \alpha)}{\sqrt{(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2})^2 + 4D^2 (\frac{\Omega}{\omega})^2}} \quad (1-14)$$

$$\text{donde } \alpha = \tan^{-1} \frac{2D \omega \Omega}{\omega^2 - \Omega^2}$$

y $\frac{P_0}{k}$ es el desplazamiento estático

En la literatura se le denomina como factor dinámico o de amplificación al siguiente valor:

$$DLF = \left[\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2 \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 \right]^{-1/2} \quad (1-15)$$

que viene siendo la relación entre el valor de la respuesta dinámica máxima y la respuesta estática; es decir

$$Y_0 = \frac{P_0}{k} DLF \quad (1-16)$$

La variación de DLF con la relación de frecuencias (Ω/ω) y el amortiguamiento, está dado por la fig 1.8.

Nótese en esta última figura que el DLF tiene un valor máximo cerca de $\Omega/\omega = 1$, y que para valores grandes de esta relación el $DLF \rightarrow 0$.

En el caso particular de tener fuerzas producidas por masas excéntricas, la amplitud de dichas fuerzas varía al cuadrado de la frecuencia de excitación, es decir

$$P_0 = Me\ell \Omega^2$$

donde

Me = masa excéntrica

ℓ = radio de giro

Ω = frecuencia de excitación

y la amplitud de la respuesta se puede calcular mediante:

$$y_0 = \frac{MeI \Omega^2}{k} DLF = \frac{MeI}{M} \left(\frac{f}{f_n}\right)^2 DLF \quad (1-17)$$

Para este caso las curvas de la fig 1.8 son válidas, sin embargo se emplean más las dibujadas en la fig 1.9.

En esta figura 1.9 se observa nuevamente un valor máximo cuando $\Omega/\omega = 1$; sin embargo, para valores grandes de Ω/ω , el valor de DLF $(f/f_n)^2 \rightarrow 1$.

Es importante observar en estas figuras que para frecuencias de excitación muy bajas ($\Omega \rightarrow 0$), la respuesta está regida fundamentalmente por la rigidez equivalente (constante del resorte k), mientras que para valores altos de Ω , la respuesta está regida por la inercia del sistema. Por otro lado, para frecuencias de excitación iguales o cercanas a la frecuencia natural del sistema, el amortiguamiento desempeña un papel muy importante; así por ejemplo, si $\Omega = \omega$, se puede ver que $DLF = \frac{1}{2D}$. (Nótese también en estas dos figuras que el peak o valor máximo ocurre para $\Omega/\omega = 1$, solo cuando $D = 0$; en otros casos este peak está desfasado ligeramente a la izquierda o a la derecha, según se trate de la fig 1.8 o la fig 1.9, respectivamente). La Tabla 1 resume las propiedades observadas en ambas figuras.

Tabla No. 1 RESUMEN DE LAS PROPIEDADES OBTENIDAS
DE LAS FIGS 7 y 8

PROPIEDAD	DE LA FIG 1.8	DE LA FIG 1.9
Respuesta adimensional para $\Omega = 0$	1	0
Respuesta adimensional para $\Omega \rightarrow \infty$	0	1
$\frac{\Omega_r}{\omega}$ (frec. de resonancia) frec. natural	$(1 - 2D^2)^{1/2}$	$(1 - 2D^2)^{-1/2}$
Respuesta adimensional cuando $\Omega = \Omega_r$	$[2D \sqrt{1 - D^2}]^{-1}$	$[2D \sqrt{1 - D^2}]^{-1}$
Respuesta adimensional cuando $\Omega = \omega$	1/2D	1/2D
Respuesta aproximada cuando $\Omega < \frac{2}{3} \omega$, o $\Omega > \frac{3}{2} \omega$	$\frac{1}{ 1 - (\frac{\Omega}{\omega})^2 }$	$\frac{(\Omega/\omega)^2}{ 1 - (\frac{\Omega}{\omega})^2 }$

Efecto del amortiguamiento

Como se observa en las figs 1.8 y 1.9, el efecto del amortiguamiento es, en primer lugar, la disminución del factor de amplificación, y en segundo, la variación de la frecuencia de resonancia.

Ahora bien, la cantidad de energía por ciclo que se consume o se pierde, se puede calcular como sigue:

$$\Delta E = \int \underbrace{c \dot{y}}_{\text{fza}} \underbrace{dy}_{\text{despl}}$$

$$\text{pero } \dot{y} = \frac{dy}{dt}$$

$$\text{o sea } \Delta E = c \int_0^T \dot{y}^2 dt$$

Derivando el valor del desplazamiento (Ec. 1.14) y substituyendo valores, resulta:

$$\Delta E = 2\pi y_0^2 \frac{\Omega^2}{\omega} c$$

Por otro lado, sabemos que el valor de la energía máxima almacenada en cada ciclo está dada por:

$$E = \frac{1}{2} k y_0^2$$

Es decir:

$$\frac{\Delta E}{E} = \boxed{2\pi \frac{\Omega^2}{\omega} \frac{c}{k} = \psi} ; \text{ capacidad de amortiguamiento}$$

En el caso de que $\Omega = \omega$, se tiene:

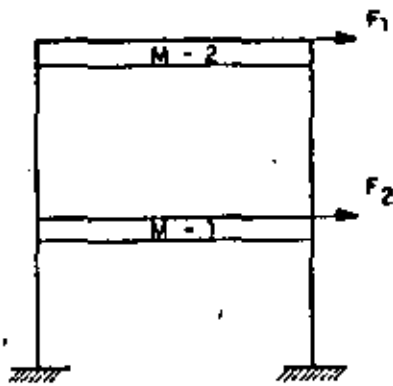
$$\psi = 2\pi \omega \frac{c}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{k}{M}} \frac{c}{k} = 4\pi \frac{c}{2\sqrt{kM}} = 4\pi D = 2\Delta$$

El ángulo de fase α (ángulo que indica lo retrazado o adelantado de la reacción con respecto a la fuerza aplicada), según se puede ver en la fig 1.10, es función del amortiguamiento.

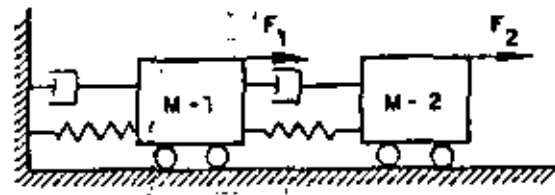
LIBROS DE CONSULTA PARA EL CURSO 132-106

DINAMICA DE SUELOS

1. Barkan, D. D., 1962, "Dynamics of Bases and Foundations", Prentice-Hall, Inc. Englewood, Cliffs, N. J. 1970.
2. Biggs, J. M., 1964, "Introduction To Structural Dynamics", New York, Mc Graw-Hill Book Co., Inc.
3. M. I. T. Fundamentals of Earthquake Engineering for Buildings, 1972. Biblioteca DESFI.
4. Newmark, N. M. and Rosenblueth, E., "Fundamentals of Earthquake Engineering", Prentice-Hall, Inc., Englewood, Cliffs, N. J. 1971.
5. Richart, F. E., Jr Hall, J. R., Jr, and Woods, R. D. "Vibrations of Soils and Foundations, Prentice-Hall, Inc. Englewood, Cliffs, N. J. 1970.
6. Whitman R. V., "Soil Dynamics", Biblioteca DESFI.
7. Wiegel, R. L., "Earthquake Engineering, Prentice-Hall, Inc., Englewood, Cliffs, N. J. 1970.



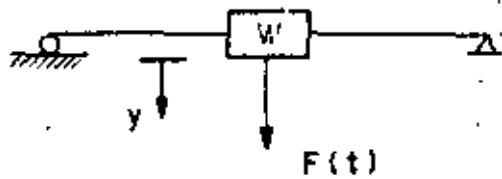
a) Sistema real



b) Sistema equivalente

Fig 1.1 Representación de un sistema real por un modelo matemático

Sistema real



Sistema equivalente

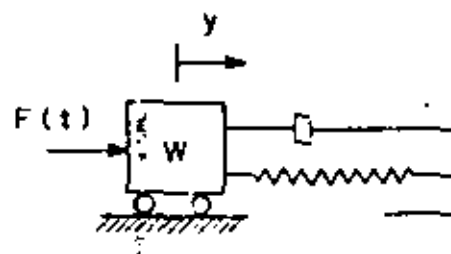
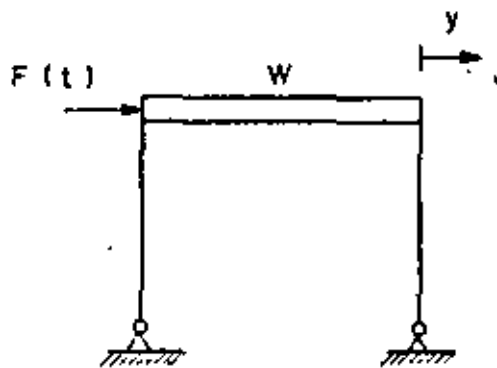
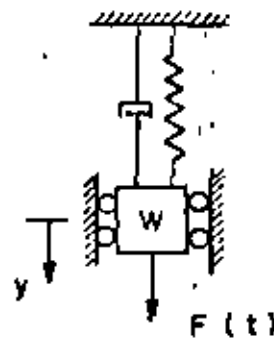


Fig 1.2 Sistemas de un grado de libertad

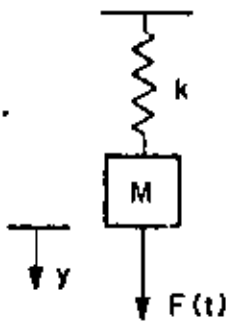


Fig 1.3-a Sistema de 1 G. D. L.

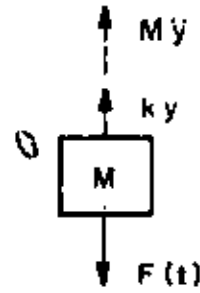


Fig 1.3-b Diagrama de cuerpo libre

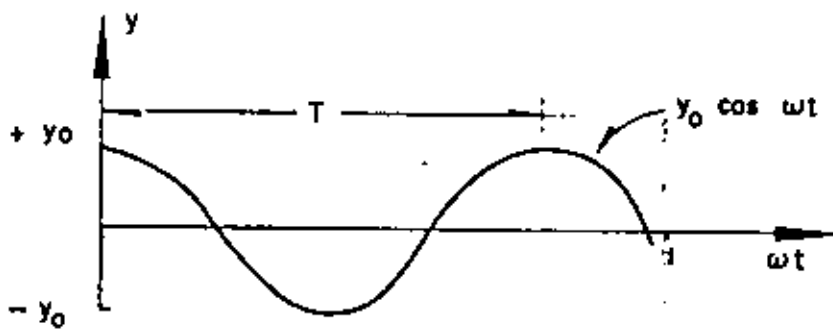


Fig 1.4 a Representación gráfica del término $y_0 \cos \omega t$

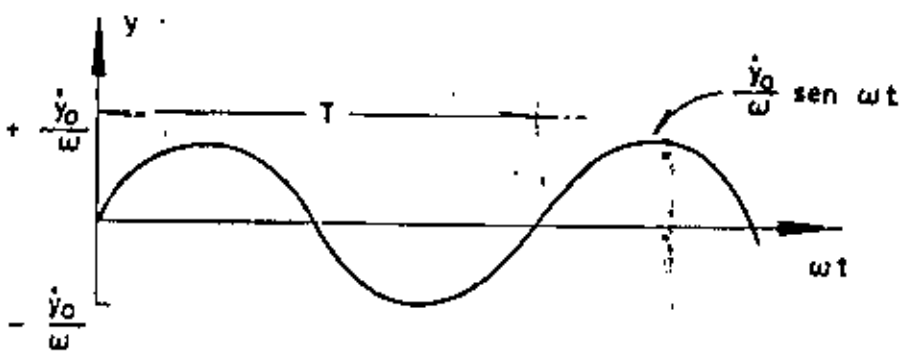


Fig 1.4-b Representación gráfica del término $\frac{\dot{y}_0}{\omega} \text{sen } \omega t$

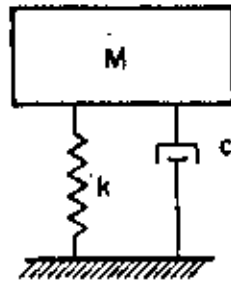


Fig 1.5 Modelo equivalente con amortiguamiento

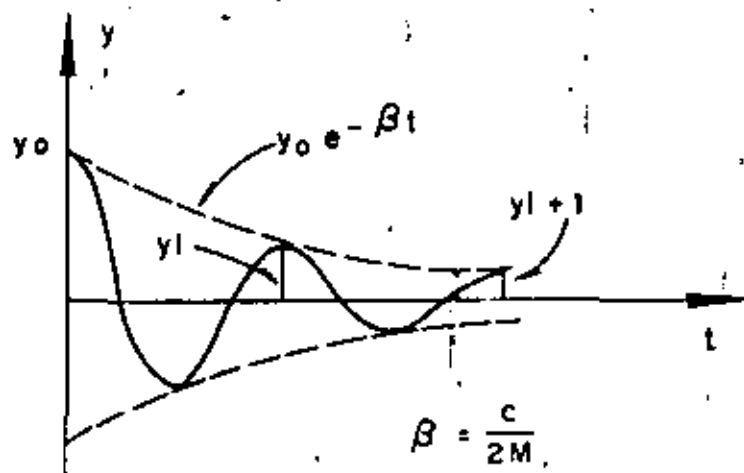


Fig 1.6 a Variación de y con respecto al tiempo ,
para un desplazamiento inicial y_0

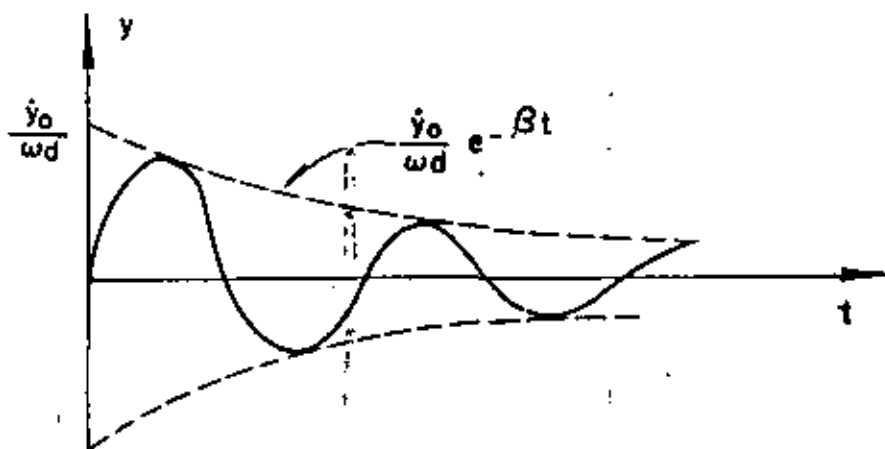


Fig 1.6-b Variación de y con respecto al tiempo ,
para una velocidad inicial \dot{y}_0

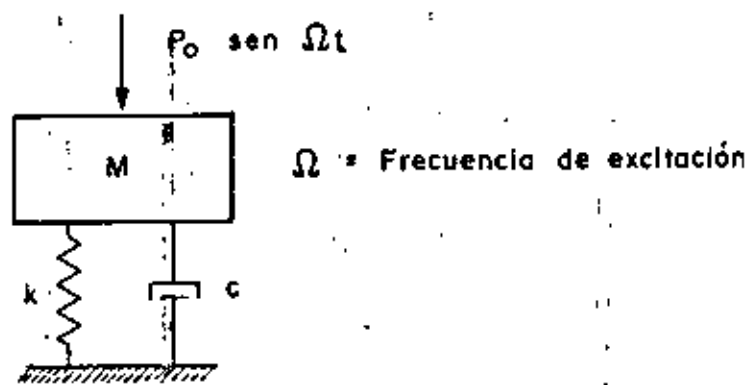


Fig 1.7 Sistema formado de 1 G. D. L .

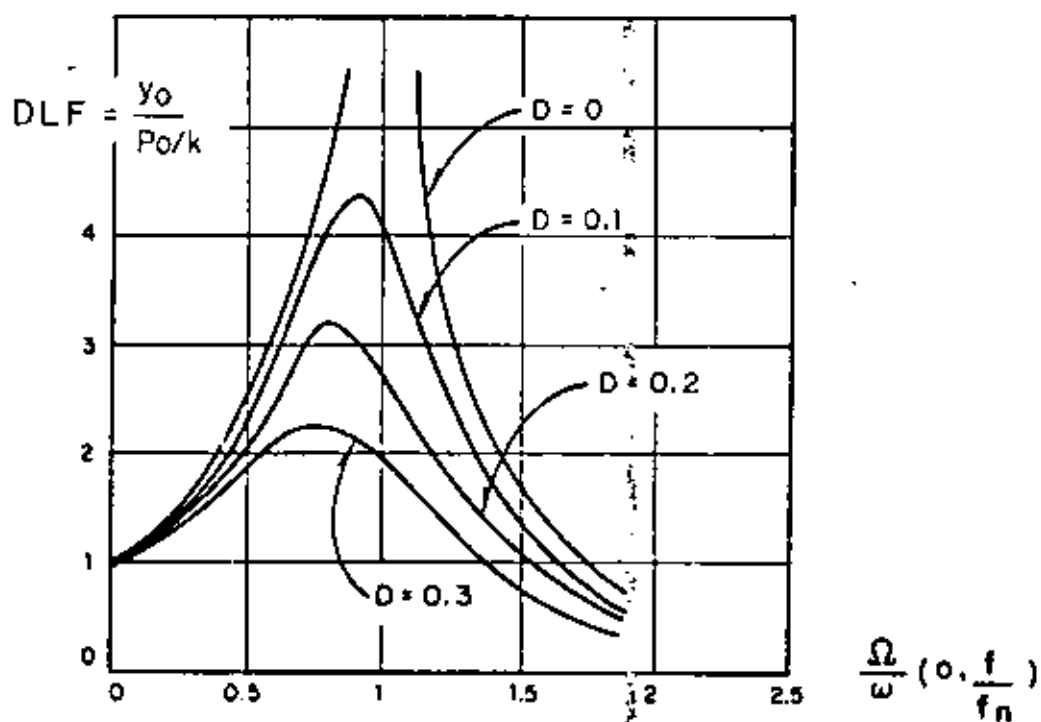


Fig 1.8 Factor de amplificación

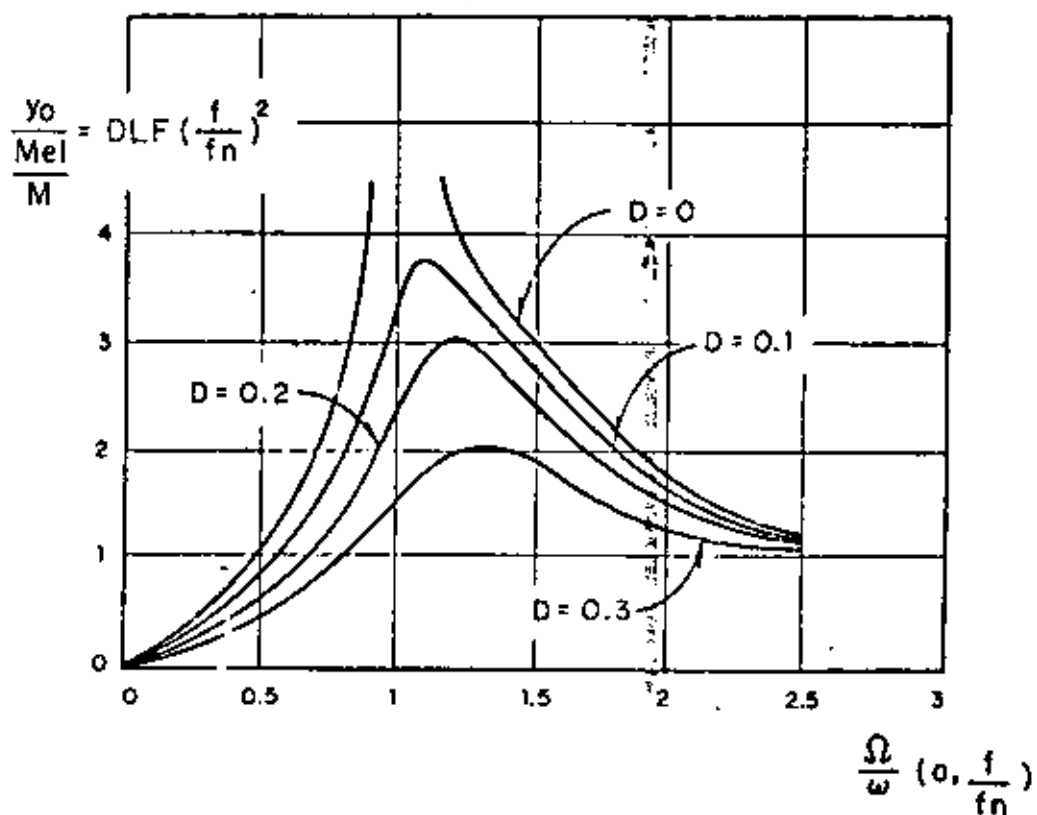


Fig 1.9 Curvas de amplificación para el caso de

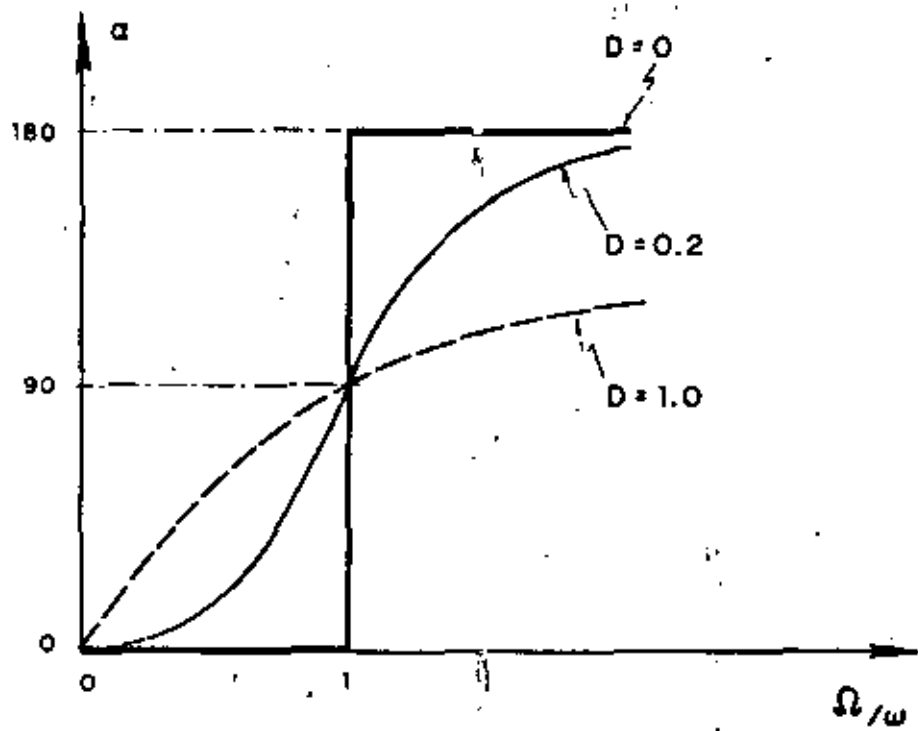


Fig 1.10 Variación del ángulo de fase α , con el amortiguamiento γ y con la relación Ω/ω

VIBRACIONES PRODUCIDAS POR ALGUNAS
FUNCIONES DE CARGA TIPICA

Considerando el caso de una fuerza $P(t)$ que varía en la forma señalada por la fig 1.11, aplicada en un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento nulo, se tiene que como efecto de un incremento del tiempo dt_1 , de acuerdo con la ec (1.3) para un desplazamiento inicial $y_0=0$ se producirá el siguiente desplazamiento para el tiempo t :

$$\frac{P(t) dt_1}{M\omega} \text{ sen } \omega (t-t_1) \quad (1.18)$$

ya que como consecuencia del impulso originado, $i = P(t) dt_1$, se tiene una velocidad inicial:

$$\dot{y}_0 = \ddot{y}_0 dt_1 = \frac{P(t)}{M} dt_1 \quad (1.19)$$

Si se considera que la superposición es válida, por efecto de todos los elementos de impulso, de 0 a t , se tendrá:

$$y = \int_0^t \frac{P(t)}{M\omega} \text{ sen } \omega (t-t_1) dt_1 \quad (1.20)$$

Si $P(t) = P_0 f(t_1)$, donde P_0 es la amplitud de la fuerza dinámica, y puesto que el desplazamiento estático $y_{es} = \frac{P_0}{k} = \frac{P_0}{\omega^2 M}$, la ec (1.20) se puede escribir

$$y = y_{es} \omega \int_0^t f(t_1) \text{ sen } \omega (t-t_1) dt_1 \quad (1.21)$$

El caso más general de la ecuación (1.21) sería:

$$y = y_0 \cos \omega t + \frac{\dot{y}_0}{\omega} \sin \omega t + y_{es} + \omega \int_0^t f(t_1) \sin \omega(t-t_1) dt_1 \quad (1.22)$$

donde

y_0 desplazamiento inicial para $t=0$

\dot{y}_0 velocidad inicial para $t=0$

A continuación se verán algunos ejemplos de aplicación de la ecuación (1.22) para diversos tipos de carga, empezando con los más simples.

a) Fuerza tipo rampa

Esta fuerza aumenta con el tiempo linealmente, desde cero hasta un cierto valor a partir del cual se mantiene constante, según se ilustra en la fig 1.12.

$$\text{Para este caso} \quad f(t_1) = \frac{t_1}{t_r} \quad t_1 \leq t_r \quad (1.23)$$

$$f(t_1) = 1 \quad t_1 > t_r$$

donde

t_r es el tiempo a partir del cual $P = \text{constante}$

Conviene determinar la respuesta a esta clase de fuerza en dos partes, siendo la primera de ellas para $0 \leq t \leq t_r$, con las condiciones iniciales

$$\begin{aligned} y_0 &= 0 \\ \dot{y}_0 &= 0 \end{aligned} \quad (1.24)$$

$$y \quad f(t_1) = t_1/t_r$$

Por lo tanto, llevando estas expresiones a la ecuación (1.22) y efectuando la correspondiente integral, se tiene

$$y = \frac{P_0}{k} \frac{1}{t_r} \left(t - \frac{\text{sen } \omega t}{\omega} \right) \quad (1.25)$$

Esta última expresión define la respuesta hasta antes de t_r ; puesto que P_0/k es la deflexión estática, el valor del DLF= y/y_{es} será

$$\text{DLF} = \frac{1}{t_r} \left(t - \frac{\text{sen } \omega t}{\omega} \right)$$

Para el segundo paso, de la ecuación (1.25) se obtiene

$$y_0 = \frac{P_0}{k} \left(1 - \frac{\text{sen } \omega t_r}{\omega t_r} \right)$$

$$\dot{y}_0 = \frac{P_0}{k t_r} (1 - \cos \omega t_r)$$

Llevando ahora estos valores a la ecuación (1.22) y tomando en cuenta que $f(t_1)=1$, se obtiene:

$$y = \frac{P_0}{k} \left[1 - \frac{\text{sen } \omega t_r}{\omega t_r} \right] \cos \omega(t-t_r) + \frac{P_0}{k \omega t_r} (1 - \cos \omega t_r) \text{sen } \omega(t-t_r) + \frac{P_0}{k} \left[1 - \cos \omega(t-t_r) \right]$$

Simplificando la ecuación anterior se reduce a la expresión siguiente

$$y = \frac{P_0}{k} \left\{ 1 + \frac{1}{\omega t_r} \left[\text{sen } \omega(t-t_r) - \text{sen } \omega t \right] \right\} \quad (1.26)$$

de donde se obtiene que el DLF es el siguiente

$$DLF = 1 + \frac{1}{\omega t_r} [\text{sen } \omega(t-t_r) - \text{sen } \omega t] \quad (1.27)$$

La fig 1.12 muestra respuestas típicas a esta clase de carga y en ella se puede observar que dichas respuestas consisten de vibraciones libres superpuestas a la solución estática; obsérvese también que para valores relativamente grandes de t_r con respecto a T , el efecto dinámico es muy pequeño. La fig 1.13a, donde se dibujó la amplitud máxima de los movimientos ($DLF_{\text{máx}}$), indica que ésta es función de t_r/T . La fig 1.13b representa el tiempo de respuesta máxima y en ella se puede ver que si T es pequeño comparado a t_r , la respuesta es prácticamente igual a la estática, pero si $t_r < T/4$, se tendrá un efecto similar al caso en que la carga se aplique repentinamente. Una peculiaridad que también se puede notar en la fig 1.13b, es que cuando el tiempo t_r es un múltiplo del período natural, la respuesta resulta exactamente igual a la estática.

b) Pulso rectangular

Esta clase de carga consiste en aplicar repentinamente una fuerza constante durante un tiempo t_d , a partir del cual el valor de la carga se vuelve cero, en la forma como lo indica la fig 1. Suponiendo que se inicia desde el reposo y que el amortiguamiento es nulo, el análisis de la respuesta se hace también en dos partes. En la primera de ellas, de $0 < t < t_d$, la solución a la ecuación diferencial

$$\ddot{y} M + ky = P_0 \quad (1.28)$$

es:

$$y = \frac{P_0}{k} (1 - \cos \omega t) \quad (1.29)$$

En el tiempo t_d se tendrán los siguientes datos

$$y_{td} = \frac{P_0}{k} (1 - \cos \omega t_d)$$

y

$$\dot{y}_{td} = \frac{P_0}{k} \omega \operatorname{sen} \omega t_d \quad (1.30)$$

Llevando estos valores a la ecuación (1.22), considerando que $f(t_1)=0$, y que se debe sustituir a t por $t-t_d$, para la parte donde $t > t_d$, se obtiene:

$$\begin{aligned} y &= \frac{P_0}{k} (1 - \cos \omega t_d) \cos \omega(t-t_d) + \frac{P_0}{k} \operatorname{sen} \omega t_d \operatorname{sen} \omega(t-t_d) = \\ &= \frac{P_0}{k} [\cos \omega(t-t_d) - \cos \omega t] \end{aligned} \quad (1.31)$$

que también se puede expresar en la forma siguiente

$$y = \frac{2P_0}{k} \operatorname{sen} \frac{\omega t_d}{2} \operatorname{sen} (\omega t + \alpha) \quad (1.32)$$

donde $\alpha = -\frac{\omega t_d}{2}$

Consecuentemente los factores dinámicos de carga serán los siguientes:

para $0 \leq t \leq t_d$ $DLF = 1 - \cos 2\pi \frac{t}{T}$ (1.33)

para $t > t_d$ $DLF = \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{t_d}{T} \right) - \cos 2\pi \frac{t}{T}$ (1.34)

La fig 1.15 muestra la respuesta a este tipo de carga para dos relaciones de t_d/T . Obsérvese que para $t > t_d$ existen vibraciones libres alrededor de la posición neutra; dichas vibraciones se denominan comúnmente residuales. El factor dinámico de carga máximo se obtiene al maximizar las ecuaciones (1.33) y (1.34); dicho valor depende de t_d/T según se muestra en la fig 1.16.

Conviene señalar que para valores grandes de t_d/T , la respuesta máxima ocurrirá durante las vibraciones forzadas y que para valores pequeños de t_d/T dicha respuesta ocurre durante las vibraciones residuales. La respuesta mayor resulta igual a $2P_0/k$ y ocurre si $t_d/T > 0.5$.

Si se considera ahora el caso más general, referente a que existe amortiguamiento en el sistema de un grado de libertad que se analiza, en vez de la ecuación (1.18) se tendría la siguiente expresión que corresponde a la respuesta para un tiempo cualquiera t , debido a la aplicación de la carga $P(t)$ durante el tiempo dt_1 :

$$\frac{P(t) dt_1}{M\omega_d} e^{-\omega D(t-t_1)} \sin \omega_d(t-t_1) \quad (1.35)$$

Por lo tanto, la respuesta total, debido a la aplicación de la carga durante el tiempo 0 a t , y considerando además el efecto de las condiciones iniciales, es la señalada por la expresión siguiente

$$y = e^{-\omega D t} \left(\frac{\dot{y}_0 + D y_0}{\omega_d} \sin \omega_d t + y_0 \cos \omega_d t \right) + y_{es} \frac{\omega^2}{\omega_d} \int_0^t f(t_1) e^{-\omega D(t-t_1)} dt_1$$

$$\int \sin \omega_d (t-t_1) dt_1 \quad (1.36)$$

Esta última expresión es equivalente a la ecuación (1.22) para $D=0$.

Vibraciones Forzadas con Movimientos Periódicos en el Soporte

Considérese que el soporte o base de un sistema de un grado de libertad, como el mostrado en la fig 1.16, experimenta los movimientos x_g . En tales circunstancias el movimiento relativo u de la masa M , con respecto a la base, será igual al desplazamiento absoluto x menos el desplazamiento en ese momento en dicha base; es decir:

$$u = x - x_g \quad (1.37)$$

Este desplazamiento relativo u se puede obtener a partir de la solución a la ecuación de equilibrio de la masa M , la cual está dada por:

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (1.38)$$

Sustituyendo la ec (1.37) en (1.38), se tendrá

$$M\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -M\ddot{x}_g \quad (1.39)$$

Obsérvese que esta última ecuación tiene la misma forma de la ec (1.11), por lo que puede decirse que el mover la base o soporte del sistema de un grado de libertad equivale simplemente

a que se aplique una fuerza en su masa igual a $-M\ddot{x}_s$; la solución por tanto a la ec (1.39) es la misma que la dada por la ec (1.36), sólo que en vez de y_{es} se tendrá $-\frac{My_{eso}}{k}$.

Supóngase por ejemplo que se tiene un movimiento senosoidal en la base del tipo $x = x_{so} \text{ sen } \Omega t$; para tal caso se tendrá:

$$M\ddot{x}_s = -Mx_{so} \Omega^2 \text{ sen } \Omega t \quad (1.40)$$

y la solución dada para la ec (1.11) se podrá aplicar si se sustituye a P_0 por $Mx_{so} \Omega^2$ y a y por u . Así, si lo que se busca en este ejemplo es la amplitud de los movimientos relativos, en vez de la ecuación (1.16) se tendrá

$$u_0 = \frac{Mx_{so} \Omega^2}{k} \text{ DLF}$$

o también:

$$u_0 = x_{so} \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 \text{ DLF} \quad (1.14)$$

Esta última ecuación permite que la fig 1.9 pueda utilizarse para la determinación de u_0/x_{so} .

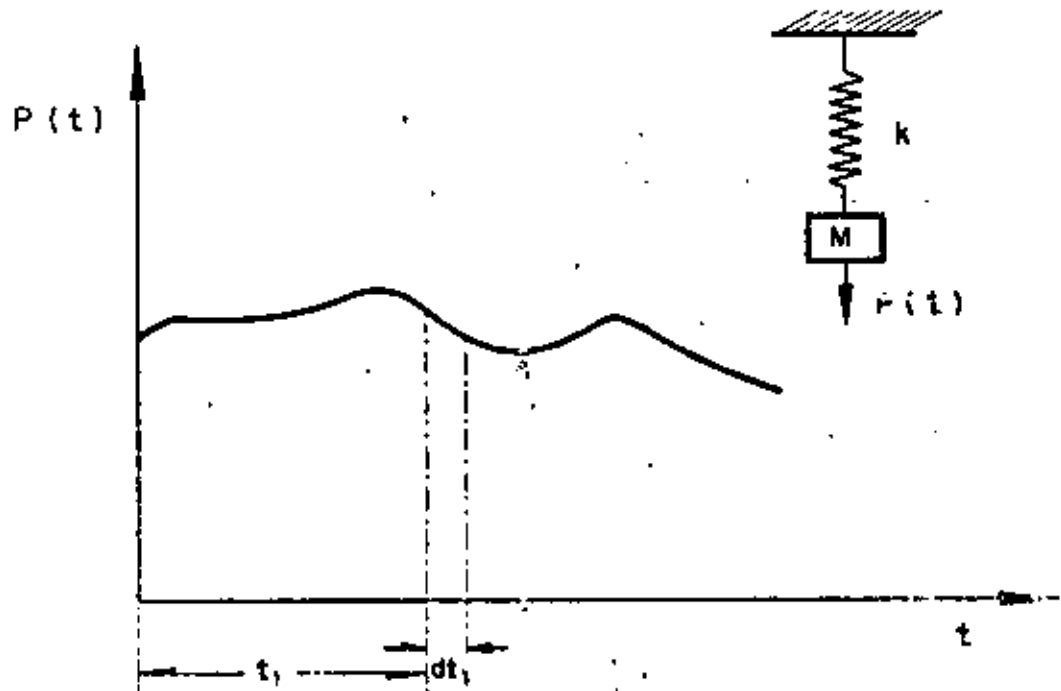


Fig 1.11 Variación de una fuerza P en función del tiempo t

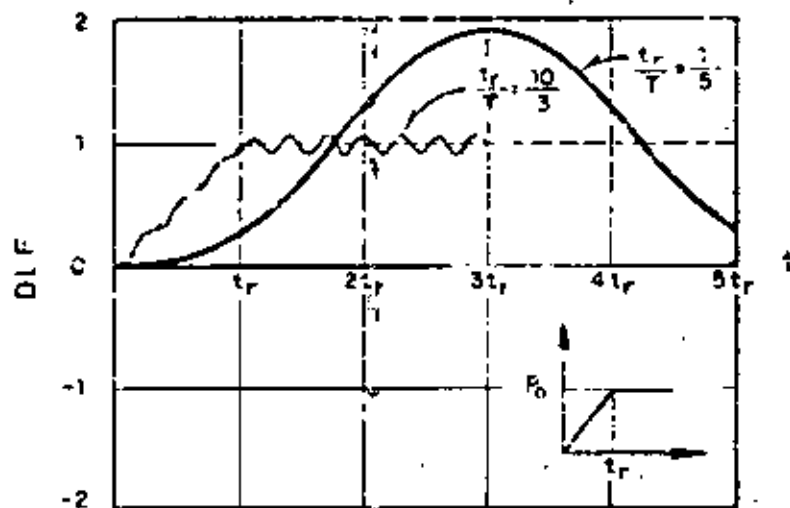


Fig 1.12 Respuestas típicas de un sistema de un grado de libertad a una fuerza tipo rampa

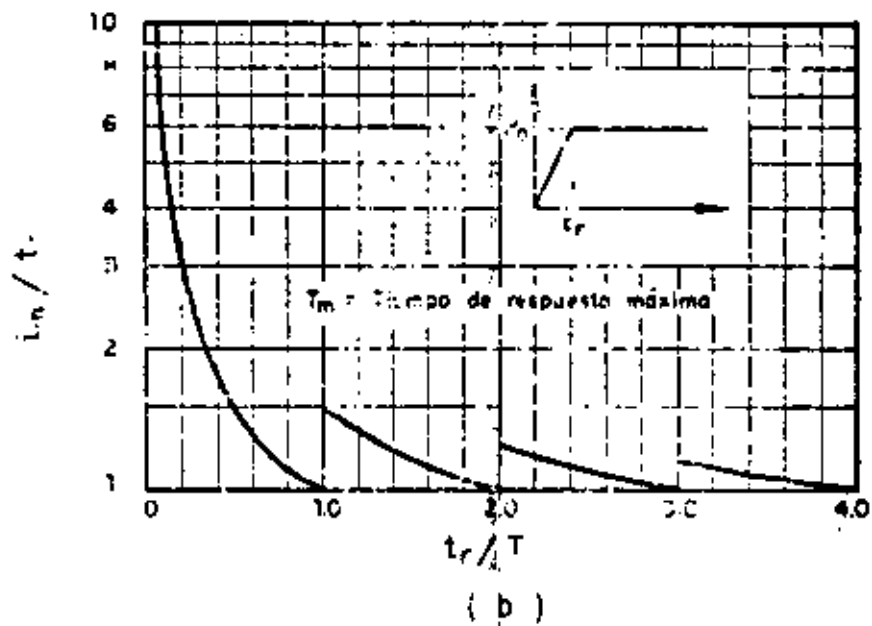
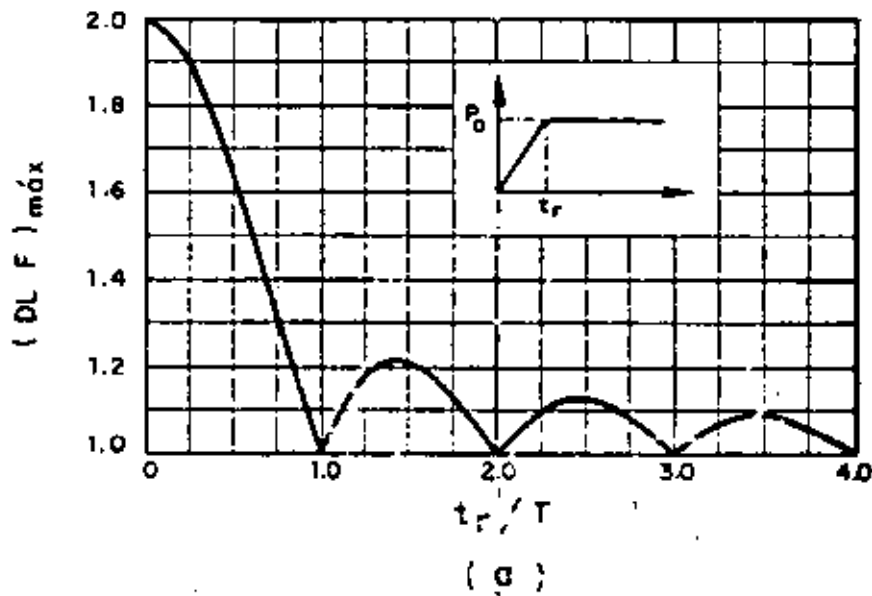


Fig 1.13 a) Amplitud máxima de movimientos $(DL F)_{\text{máx}}$
 b) Tiempo de respuesta máxima de un sistema de un grado de libertad sujeto a una fuerza tipo rampa .

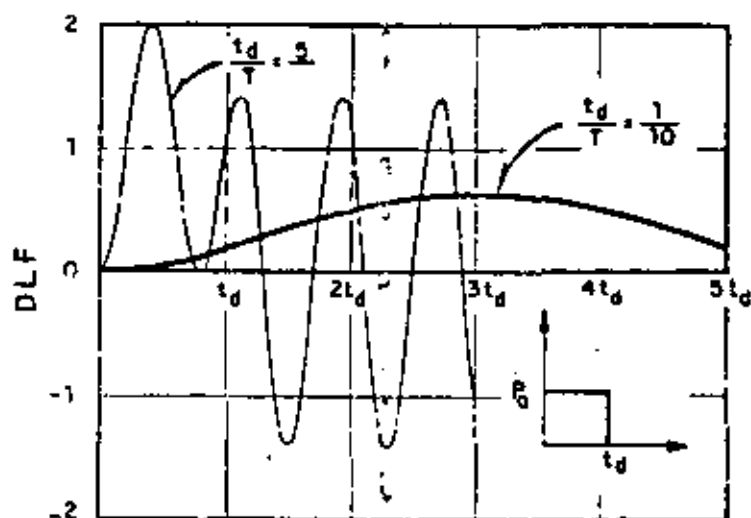


Fig 1.14 Respuesta típica de sistemas de un grado de libertad sujetos a una carga en forma de un pulso rectangular

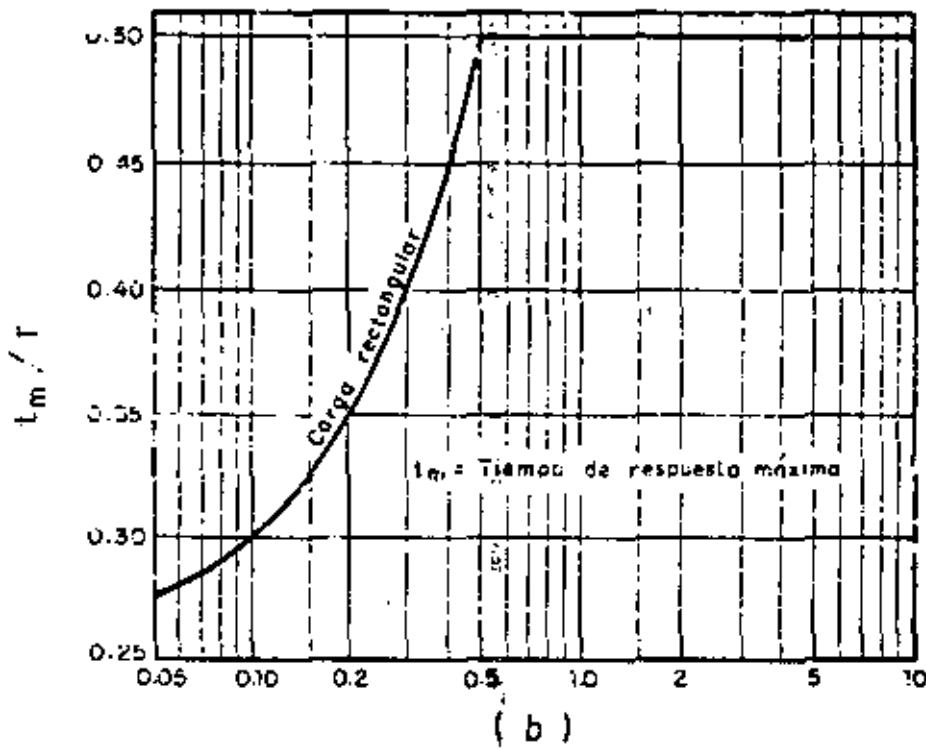
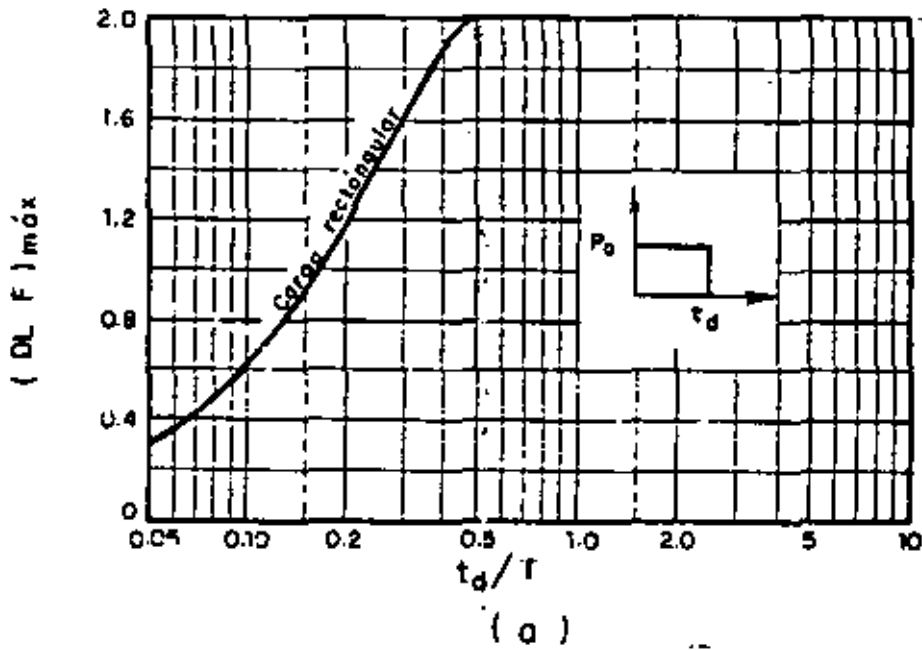


Fig 1.15 a) Factor dinámico de carga máximo
 b) Tiempo de respuesta máximo para un pulso rectangular

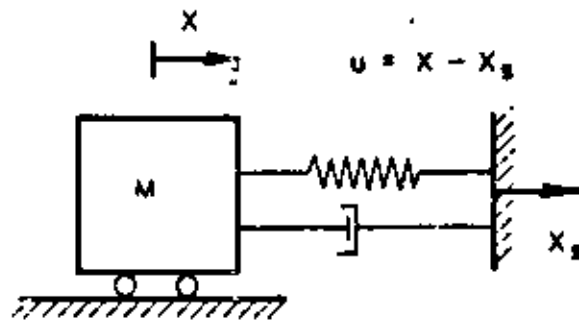


Fig 1.16 Sistema de un grado de libertad con movimiento en su soporte



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO ORGANIZADO EN COLABORACION CON LA SECRETARIA DE EDUCACION
PUBLICA Y LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE TAMAULIPAS.

DISEÑO DE CIMENTACIONES SUJETAS A
VIBRACION.

TEMA: SOLICITACIONES DINAMICAS DEBIDAS A MAQUINARIA.

PROF. J. RAUL FLORES BERRONES.
PROFESOR DE LA DIV. DE EST. SUPERIORES
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM.
NOVIEMBRE, 1982.

SOLICITACIONES DINÁMICAS DEBIDAS A MAQUINARIA

SINOPSIS

En este trabajo se estudian el origen, el mecanismo y las características más importantes de las fuerzas dinámicas que provienen de maquinaria, haciendo particular énfasis en los efectos que ellas ejercen en los humanos, las estructuras y los elementos mismos que constituyen el equipo. Se indican algunas de las procedimientos empleados para determinar o medir las fuerzas dinámicas y se describen varios métodos para disminuir y controlar las vibraciones; entre estos últimos destacan el uso de amortiguadores dinámicos y el de aisladores mecánicos. En el alcance de este trabajo no se incluye el procedimiento detallado para tomar en cuenta las fuerzas dinámicas en el dimensionamiento de las cimentaciones, por ser éste un tema de otra sesión; este aspecto, sin embargo, es cubierto por el autor en otras publicaciones a las que se hace referencia en el texto.

1. INTRODUCCION

La necesidad de efectuar estudios de cimentaciones para maquinaria ha ido aumentando considerablemente en los últimos cinco años entre los especialistas mexicanos en el campo de la geotecnia. Ello se debe fundamentalmente al desarrollo industrial que ha estado teniendo nuestro país con motivo de la política de industrialización, establecida hace ya más de 25 años, y recientemente por las nuevas industrias que se están generando como consecuencia del "boom" petrolero. Además, existe entre nuestros especialistas la inquietud por minimizar la dependencia tecnológica que en este campo se ha tenido debido, entre otros, al hecho que el diseño de las cimentaciones de maquinaria que se importa viene incluido dentro del paquete que tradicionalmente se adquiere en la compra.

Gran parte de la maquinaria a la que se hará aquí referencia (motores eléctricos, generadores, turbodínamos, compresores, turbinas, etc), es adquirida por instituciones gubernamentales como Pemex, Comisión Federal de Electricidad y SARH, por mencionar algunas, las cuales forman el eje medular en el desarrollo industrial que hoy en día se tiene en México. Por otro lado, sin embargo, la industria privada está cada vez participando más activamente dentro de este desarrollo y por tanto la adquisición de equipo que ella hace es también muy importante.

Ahora bien, el papel que desempeñan las cimentaciones en el correcto funcionamiento de la maquinaria, es en general más relevante que el que ellas desempeñan tra-

dicionalmente para otro tipo de obras. Ello se debe al efecto que los cimientos ejercen sobre las vibraciones que la maquinaria origina y/o transmite a través de ellos, pudiendo causar problemas a la maquinaria misma, a las personas que allí trabajan o a las estructuras circunvecinas.

Así pues, el tipo y magnitud de las fuerzas dinámicas que cada equipo origina y transmite al suelo son sumamente importantes en el análisis de sus cimentaciones.

El objeto de este trabajo es señalar el origen de las fuerzas dinámicas ejercidas por los diversos tipos de maquinaria, los efectos que ellas producen y las limitaciones que deben tener para el control de dichos efectos. No se incluye la forma como tales fuerzas intervienen en el análisis dinámico de las cimentaciones, por ser éste un tema correspondiente a otra sesión de esta Reunión y por limitaciones de tiempo; sin embargo, este aspecto es cubierto por el autor en las Refs. 11 y 12.

Primariamente se indica el origen y determinación de las fuerzas dinámicas, las vibraciones que producen y su mecanismo en los tipos más comunes de maquinaria. Se comentan los diversos procedimientos usados para medir las fuerzas dinámicas y se describen los efectos y limitaciones que tienen las vibraciones en las personas, en los equipos y en las estructuras. Se discute además los diferentes métodos existentes para el control y disminución de las vibraciones.

2. ORIGEN Y ANALISIS DE LAS FUERZAS DINAMICAS

Tomando en cuenta que el efecto de las fuerzas dinámicas se refiera por lo general a su efecto repetitivo, es decir, al de las vibraciones que dichas fuerzas originan, en este trabajo se estará haciendo particular énfasis al efecto o los efectos producidos por las vibraciones.

Así pues, las fuerzas dinámicas y/o las vibraciones que produce una máquina pueden originarse por causas muy diversas, dependiendo del tipo, modelo, instalaciones y mantenimiento de la misma. Existen sin embargo ciertas causas comunes que siempre tienden a causar vibraciones cuyas características pueden ser o no semejantes, según se indicará más adelante.

Dentro de las causas comunes se encuentran las siguientes:

- a) La rotación de uno o más elementos de la maquina-

ria, la cual origina la fluctuación de fuerzas internas que actúan sobre los soportes que sostienen el o los equipos.

- b) El desbalanceo que prácticamente siempre existe en una maquinaria debido a que el centro de masas no coincide exactamente con el centro o eje de rotación (fig 2) .
- c) Desgaste de piezas que origina a su vez un desbalanceo que produce fuerzas y momentos muy importantes (fig 3) .
- d) El movimiento o movimientos provocados por la cimentación de la propia maquinaria o del equipo complementario.

Existen desde luego algunas otras causas de vibraciones debidas, por ejemplo, a las combinaciones de las masas y rigideces estructurales, a las reacciones en los apoyos sujetos a diferentes tipos de fuerzas internas y a las tolerancias o defectos de fábrica en las componentes giratorias. El estudio del efecto de todas estas vibraciones parte, sin embargo, generalmente de las mismas bases como se indicará posteriormente.

Antes de continuar con el análisis de las vibraciones, conviene mantener en mente las características más importantes de las mismas. En la fig 4 se muestra, en forma esquemática, los conceptos de periodo (T), amplitud máxima (x_{max}), amplitud promedio (x_{prom}) y la amplitud media cuadrada (RMS= root mean square) de los desplazamientos de una partícula (o cuerpo) en una vibración armónica; todos estos conceptos son usados frecuentemente en la medición y análisis de las vibraciones. Cabe aclarar que en ocasiones se utiliza el término de frecuencia f (expresada en ciclos/seg) en vez de periodo, estando ambos relacionados mediante la expresión: $f=1/T$. Es también conveniente recordar que cuando se tiene este tipo de vibraciones (las más simples), la amplitud máxima de los desplazamientos producidos se puede relacionar a la velocidad máxima a través de la expresión:

$$v_{max} = 2\pi f x_{max} = \Omega x_{max}; (\Omega = 2\pi f = \text{frecuencia circular en rad/seg})$$

y a la aceleración máxima mediante

$$a_{max} = -\Omega^2 x_{max} \text{ (Ref 18)}$$

Otro aspecto importante a considerar es el hecho de que las vibraciones producidas por las máquinas, rara vez son armónicas y más bien son del tipo periódico como las debidas a la aceleración del pistón en una máquina de combustión interna (fig 5); más aun, dichas vibraciones pueden ser del tipo transiente como las originadas por las máquinas que producen fuerzas de impacto (prensas, martillos o martinets mecánicos de forja, etc; ver fig 6), o pueden ser del tipo aleatorio (fig 7) como las que frecuentemente ocurren en sistemas de máquinas donde existen elementos diversos que giran, cada uno, con diferentes frecuencias y amplitudes entre sí. Para el estudio de cualquiera de estos tipos de vibraciones, sin embargo, existen varios métodos que permiten definir sus características más relevantes (Ref 6); para el caso de vibraciones periódicas no armónicas, por ejemplo, el método que realiza un análisis del contenido de frecuencias (mediante el uso de las llamadas series de Fourier) es

de los más usados. La fig 8 ilustra gráficamente algunos pasos obtenidos con funciones armónicas para obtener una función no armónica. Conviene, por último, mantener en mente que las fuerzas dinámicas son resistidas por la masa, las rigideces y el amortiguamiento del sistema cimentación-suelo; de aquí la importancia de hacer una correcta evaluación del comportamiento dinámico del suelo en el sitio donde se piensa instalar una maquinaria.

MECANISMO DE LAS FUERZAS DINAMICAS

La determinación de la magnitud y tipo de las fuerzas dinámicas que actúan en un sistema es fundamental para su correcto análisis. Dadas las limitaciones en el alcance de este trabajo, en esta parte solo se mostrará con cierto detalle la estimación de las fuerzas más comunes que suelen presentarse en el diseño de maquinaria; se indican sin embargo las referencias en las que se puede obtener mayor información acerca de la determinación de las fuerzas dinámicas.

Uno de los problemas precisamente más comunes en dinámica de suelos es el análisis de maquinaria giratoria como es el caso de turbinas, compresores axiales, bombas centrífugas, ventiladores y conjuntos de turbogeneradores. Aunque teóricamente es siempre posible balancear las partes móviles a fin de evitar fuerzas por desbalanceo; en la práctica existe siempre un cierto desbalanceo cuya magnitud depende de factores que involucran el diseño, la fabricación, la instalación y el mantenimiento del equipo (Ref 18). Algunas de las causas de las fuerzas por desbalanceo son: a) un eje de rotación que no pasa por el centro de gravedad de los componentes que giran, fig 9-a; b) un eje de rotación que no pasa por el eje principal de inercia de la unidad, lo cual origina pares longitudinales (fig 9-b) c) deflexión gravitacional de la flecha (fig 9-c); d) desalineamiento durante la instalación, daño, corrosión, desgaste de las partes móviles (fig 10) o simplemente debido al apretado impropio de los componentes que constituyen la máquina.

La fig 11 muestra una forma típica de detectar y disminuir las fuerzas más simples por desbalanceo; tomando en cuenta que la magnitud de la fuerza desbalanceada es dada por

$$F_d = m_e c \Omega^2$$

donde

- m_e es la masa total desbalanceada
- c es la excentricidad y
- Ω la frecuencia de excitación,

bastará determinar la excentricidad c para estimar dicha magnitud. En casos donde el origen de las fuerzas por desbalanceo sea más complicado, se requiere de instrumentación especial para detectar las causas y medir la magnitud de tales fuerzas.

Ahora bien, tomando en cuenta que la fuerza F_d desarrollada por el giro de una sola masa puede representarse por un vector dirigido hacia el centro de rotación, cuando se tienen dos masas girando en ejes paralelos dentro de un mismo mecanismo se puede producir una fuerza oscilatoria en una determinada dirección (Ref 18). La fig 12-b ilustra la manera como dos masas que giran en sentido opuesto se pueden sincronizar de manera que las componentes horizontales se cancelen, pero las verticales se sumen; en este caso, si cada

masa vale m , y la excentricidad es e , la fuerza vertical total será:

$$P_{tot} = 2m_1 e \Omega^2 \sin \Omega t$$

En el mecanismo de varios vibradores es frecuente utilizar cuatro masas excéntricas iguales que se arreglan de manera que exista una de ellas en cada extremo de dos ejes paralelos. Dependiendo del arreglo que se les dé a estas masas, se puede producir una fuerza cíclica vertical (fig 12-c), un par torsionante (fig 12-d) o un momento de cabeceo (fig 12-e). En los dos últimos casos el par torsionante o de cabeceo está dado por

$$M = 4m_1 e \frac{d}{2} \Omega^2 \sin \Omega t$$

donde d es la distancia entre los extremos de cada eje

Obsérvese en las tres expresiones anteriores que, para valores fijos de las excentricidades y las masas, la magnitud de las fuerzas o pares varía en función del cuadrado de la frecuencia de excitación.

Con el objeto de ilustrar el análisis del mecanismo a través del cual se producen las fuerzas dinámicas que originan las vibraciones en un sistema manivela-pistón, a continuación se describirá la forma como opera una máquina con un solo cilindro. (Tal es precisamente el caso de las máquinas de combustión interna, los compresores y bombas de pistón, las máquinas de vapor, etc)

Haciendo referencia a la fig 13, se puede observar que los elementos que componen al sistema de manivela-pistón, son los siguientes: 1) el pistón que se mueve verticalmente dentro del cilindro que sirve como guía, 2) la manivela de longitud r_c que gira alrededor del eje c y 3) la varilla de longitud l_r que conecta al pistón con la manivela en los puntos A y B , respectivamente. Obsérvese que mientras el punto A se mueve longitudinalmente, el punto B se mueve circularmente a una velocidad Ω ; los puntos intermedios tienen consecuentemente un movimiento elíptico.

Ahora bien, conociendo la velocidad circular Ω de la manivela, es posible determinar la aceleración del pistón a lo largo de un eje de traslación. Para ello es conveniente determinar primeramente el desplazamiento "y" del pistón medido a partir de su posición superior; dicho desplazamiento vale:

$$y = DE + l_r (1 - \cos \phi) \quad (1)$$

donde $DE = r_c (1 - \cos \Omega t)$ (2)

$$y = \phi = \text{ang} \sin \left(\frac{r_c}{l_r} \sin \Omega t \right) \quad (3)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2) y (3) en (1), resulta:

$$y = r_c (1 - \cos \Omega t) + l_r \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r_c}{l_r} \sin \Omega t \right)^2} \right) \quad (4)$$

La expresión del radical, para relaciones de $r_c/l_r < 0.25$, es aproximadamente igual a (Ref 7):

$$1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r_c}{l_r} \sin \Omega t \right)^2$$

Por lo tanto, sustituyendo en la

ecuación (4), se tiene:

$$y = r_c (1 - \cos \Omega t) + \frac{r_c^3}{2l_r} \sin^2 \Omega t \quad (5)$$

Finalmente, considerando que $\sin^2 \alpha = (1 - \cos 2\alpha)/2$, de la ecuación anterior se obtiene el valor del desplazamiento del pistón en cualquier instante de tiempo t :

$$y = \left(r_c + \frac{r_c^3}{4l_r} \right) - r_c \left(\cos \Omega t + \frac{r_c}{4l_r} \cos 2\Omega t \right) \quad (6)$$

La velocidad $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$, será:

$$\dot{y} = r_c \Omega \left(\sin \Omega t + \frac{r_c}{2l_r} \sin 2\Omega t \right) \quad (7)$$

y la aceleración $\ddot{y} = d^2y/dt^2$, es:

$$\ddot{y} = r_c \Omega^2 \left(\cos \Omega t + \frac{r_c}{l_r} \cos 2\Omega t \right) \quad (8)$$

Al multiplicar las expresiones (7) y (8) por la masa m_p del pistón se obtienen, respectivamente, las fuerzas de impacto y de inercia que al pistón produce al moverse. Obsérvese en las dos últimas expresiones que uno de los términos de la derecha varía con la frecuencia de rotación, mientras que el segundo término varía con el doble de dicha frecuencia y su valor depende de la relación r_c/l_r ; al primero de estos términos se le conoce como primario y al segundo como secundario. La fig 14 muestra la influencia que tiene, en la aceleración del pistón, el término secundario sobre el primario para $r_c/l_r = 1/4$; en esta figura puede notarse que para valores de r_c/l_r muy pequeños, se tendría prácticamente un movimiento armónico.

Considerando que las fuerzas de desbalanceo que puedan existir en la flecha se pueden sustituir por el efecto de una masa concentrada en la articulación B de la manivela, es conveniente determinar el movimiento de dicha articulación. Este movimiento está dado por la siguiente expresión para la componente vertical:

$$y_B = r_c (1 - \cos \Omega t) \quad (9)$$

$$\dot{y}_B = r_c \Omega \sin \Omega t \quad (10)$$

$$\ddot{y}_B = r_c \Omega^2 \cos \Omega t \quad (11)$$

y la componente horizontal por:

$$x_B = -r_c \sin \Omega t \quad (12)$$

$$\dot{x}_B = -r_c \Omega \cos \Omega t \quad (13)$$

$$\ddot{x}_B = r_c \Omega^2 \sin \Omega t \quad (14)$$

Tomando ahora en cuenta que para fines prácticos una porción de la masa de la varilla conectora se puede considerar como parte del pistón y la otra porción como parte de la masa que gira en la articulación B (Ref 18), la masa total del sistema manivela-pistón se puede dividir en una masa que se mueve en forma recíproca (m_{rec}) y en otra que se mueve en forma rotatoria (m_{rot}). En estas circunstancias y tomando en consi-

deración las ecs B, 11 y 14, la fuerza inercial vertical está dada por:

$$F_v = (m_{rec} + m_{rot}) r_c \Omega^2 \cos \Omega t + m_{rac} \frac{r_c^2}{L_r} \Omega^2 \cos 2\Omega t \quad (15)$$

y la fuerza horizontal por:

$$F_h = m_{rot} r_c \Omega^2 \sin \Omega t \quad (16)$$

Es conveniente observar que mientras la fuerza vertical tiene una componente "primaria" actuando a la misma velocidad de rotación y una componente "secundaria" actuando al doble de esa frecuencia, la componente horizontal solo tiene la componente primaria.

Tomando en cuenta la geometría y las consideraciones antes descritas, el momento alrededor del eje, C de rotación resulta igual a

$$M = m_{rac} \Omega^2 r_c^2 \sin \Omega t \left(\frac{r_c}{2L_r} + \cos \Omega t + \frac{3r_c}{2L_r} \cos 2\Omega t \right) \quad (17)$$

En el caso de máquinas con varios cilindros, existe un momento inercial adicional que actúa perpendicular a la línea de los cilindros; la Tabla 1 muestra las fuerzas por desbalanceo y pares que actúan en máquinas con varios cilindros que tienen diferentes arreglos (Ref 14). La Tabla 2 representa un ejemplo de la magnitud de las fuerzas que se pueden desarrollar en máquinas de uno y dos cilindros. En esta última tabla se puede observar que debido al efecto de tener dos cilindros horizontales con diámetro diferente alineados, las fuerzas y momentos verticales son tan importantes como las horizontales; más aun, debido a la forma como se originan las fuerzas horizontales y verticales, junto con los pares de fuerzas que se generan, el compresor horizontal de dos cilindros en el ejemplo de esta figura puede producir vibraciones en los seis grados de libertad que el sistema tiene.

En lo que se refiere a las fuerzas de impacto como las producidas por martinetes o prensas, y donde la carga es caracterizada por un pulso transiente que dura solo unas décimas de segundo (fig 6), y además se puede repetir varias veces en un solo minuto, es fundamental disponer de la curva fuerza-tiempo del pulso para poder efectuar una evaluación de la respuesta en el sistema máquina-cimentación-suelo; dado que esta información no es siempre proporcionada por el fabricante, se deberá obtener experimentalmente (Refs 2 y 6). La fig 15 muestra el pulso obtenido en una prueba llevada a cabo por Drnevich y Hall (Ref 10), mediante la cual se determinó la variación de la fuerza originada por la caída libre de un saco de arena sobre una placa, en función del tiempo. La fig 16 muestra el tipo de curva fuerza-tiempo obtenida por Richert (Ref 19) en una prensa. Este tipo de curva, junto con las características del terreno de cimentación y el peso de la máquina con sus partes móviles, constituyen los datos requeridos para el análisis y diseño de la cimentación.

MEDICIÓN DE LAS FUERZAS DINÁMICAS

Varias de las fuerzas dinámicas que produce una cierta máquina, tales como las debidas al desbalanceo o las originadas por impacto, se pueden determinar de manera similar a la antes descrita para compresores de un cilindro. Más aun, generalmente la mayoría de

estas fuerzas son proporcionadas por los fabricantes; a este respecto, sin embargo, deberá tenerse mucho cuidado con la utilización de estos últimos datos, ya que frecuentemente los valores teóricos dados por el fabricante pueden llegar a ser diez o más veces menores que los valores reales (Ref 15).

Caba señalar, por otro lado, que existen ciertas fuerzas causadas por el desgaste de algunas partes de la maquinaria; las velocidades de operación diferentes a las recomendadas, la influencia de asentamientos del suelo o los efectos producidos por la operación de otras máquinas, que no pueden ser fácilmente determinados; fuerzas de este tipo se tienen comúnmente en motores eléctricos y turbinas. Para estos casos es conveniente establecer las frecuencias en las cuales operan las fuerzas más significativas; esto se puede hacer utilizando un analizador del espectro de frecuencias, a través del cual se convierte un registro de movimientos aleatorios (que varían con el tiempo), en movimientos senoidales con diferentes frecuencias (Ref 19); mediante este procedimiento la amplitud del registro, a una determinada frecuencia, indica la magnitud de la fuerza excitadora y conociendo las frecuencias con que operan las diferentes componentes del sistema de maquinaria, es posible identificar aquellas partes que originan las fuerzas más importantes. La fig 17 ilustra el tipo de vibración obtenida en una máquina que origina fuerzas dinámicas provenientes del desbalanceo, falta de alineación, del impulsor y de los apoyos; este tipo de registro muestra, de golpe, la importancia que tiene cada componente originaria de fuerzas. Cuando se dispone de este tipo de registros en diferentes etapas de la vida de una máquina, es posible evaluar el efecto del uso y desgaste de la misma.

Los registros de los espectros de frecuencia pueden usarse también para evaluar los movimientos a una cierta distancia de un generador de fuerzas aleatorias. La fig 18 muestra el cambio del contenido de frecuencia con la distancia de un martillo de forja; aquí se analizaron los registros del movimiento vertical de la superficie del terreno a 100 y 200 pies de la máquina y se puede observar como se redujeron las componentes de frecuencias altas como consecuencia del amortiguamiento hysterético.

El procedimiento más comúnmente usado para efectuar las mediciones de las fuerzas actuando en una cierta masa que vibra, es determinando las aceleraciones que la misma experimenta a través de un sistema como el mostrado en la fig 19; dicho sistema consiste en un acelerómetro, un preamplificador y un osciloscopio; así, teniendo un registro fotográfico del osciloscopio, se puede tener una historia del movimiento en función del tiempo, y por aproximaciones matemáticas se puede determinar el correspondiente espectro de Fourier. Existen, sin embargo, otros procedimientos más expeditos como el registrar el movimiento en una cinta magnética y efectuar eléctricamente el análisis requerido de frecuencia en vez de efectuar los cálculos matemáticos a partir del registro gráfico; la fig 20 muestra el arreglo de un sistema medidor donde se utilizó un registrador con cinta magnética. Un compendio muy amplio en los sistemas de medición que hoy en día existen y se utilizan se puede encontrar en la Ref 6.

3. EFECTOS Y LIMITACIONES DE LAS VIBRACIONES

Los efectos de las vibraciones son fundamentalmente im

... FIRST ...

portantes en los siguientes tres elementos: 1) los humanos, 2) el equipo y partes de la maquinaria en sí y 3) en las estructuras que contienen a la propia maquinaria o estructuras vecinas. A continuación se indicará, en forma condensada, la manera como afectan las vibraciones y las limitaciones que existen para cada caso.

1. Efecto en los humanos. El efecto principal de las vibraciones en las personas que trabajan en o cerca de las instalaciones de una máquina, se refiere a las molestias físicas y psicológicas que en ellas se producen y que afectan necesariamente a sus rendimientos. Estas molestias varían un poco entre una y otra persona, y a la vez es función de la posición en que trabaja cada persona, (Ref 6). La fig 21 muestra un sistema mecánico representando al cuerpo humano; a través del análisis de este modelo es posible comprender la razón por la cual los efectos en una persona son función, además de la magnitud de los movimientos transmitidos, de las frecuencias de excitación. La fig 22 muestra los niveles de vibración en términos de la aceleración media cuadrada (RMS) y la frecuencia de excitación, en los cuales se produce una igual eficiencia en los individuos; cuando se rebasan los tiempos de exposición indicados en este figura, en la mayoría de las situaciones se originará una fatiga y una deficiencia de los trabajadores.

La fig 23 muestra algunas curvas usadas como criterio para el análisis de respuesta dinámica; estas curvas indican las zonas de diferente sensibilidad para personas, variando de imperceptible a severo; estas categorías corresponden a personas paradas sujetas a vibraciones verticales.

2. Efecto en la maquinaria. Este efecto es el que generalmente tiene una mayor consideración por parte de los fabricantes de equipo debido, entre otros factores, a que el correcto funcionamiento del mismo depende de la magnitud de las vibraciones que actúan durante su operación; esta magnitud es a su vez función de que tan cercano se encuentran las frecuencias de excitación a las frecuencias de resonancia de una o varias partes de la maquinaria.

Cuando por alguna circunstancia existen movimientos excesivos en una maquinaria, se originan grandes esfuerzos que pueden causar fatigas prematuras, desgaste de soportes y otras partes de la maquinaria, e incluso un funcionamiento inseguro por tolerar vibraciones lineales o torsionales críticas (Ref 13).

Un factor importante a considerar en este caso es el hecho de que la forma de respuesta de una o más partes de la maquinaria, puede ser muy diferente a la forma de excitación original.

Considérese por ejemplo la curva de la fig 24-a y su póngase que representa una fuerza de excitación; sus componentes armónicas están dadas por la fig 24-b. Cada una de estas componentes establecerá su propio efecto de amplificación en una de las partes móviles del equipo, pudiendo tener como respuesta a cada una de ellas las curvas mostradas por la fig 24-c; obsérvese que una de estas componentes está cerca de la frecuencia de resonancia. La respuesta sumatoria en este caso sería la mostrada por la fig 24-d, la cual poco se parece a la curva original de excitación.

La envolvente azurada de la fig 25 se refiere al límite de seguridad de las máquinas y sus cimentaciones. Este envolvente está compuesto de dos rectas; una de ellas, la correspondiente a frecuencias menores de 2000 ciclos/min, representa una velocidad máxima de 1.0 pulg/seg; la otra, trazada para frecuencias mayores, corresponde a una aceleración máxima de 0.5 g (g = aceleración de la gravedad). Como se podrá observar en la fig 25, la magnitud de los movimientos permisibles en cimentaciones de maquinaria es en general mucho más pequeña que la de los asentamientos admisibles bajo cargas estáticas.

En lo que se refiere a las amplitudes permisibles en las velocidades de operación de máquinas rotatorias, Blake (Ref 5) divide en cinco categorías su comportamiento según se puede observar en la fig 26; las amplitudes de vibración en esta figura se refieren a los movimientos horizontales de los soportes. En su artículo Blake introduce el concepto de "factor de servicio" (ver Tabla 3), el cual indica la importancia relativa de cada máquina dentro del funcionamiento de toda una planta; a medida que es más alto este factor, mayores el papel que desempeña la máquina.

Una mayor información referente a las amplitudes permisibles de vibración en otros tipos de maquinaria, se encuentra en las Tablas 4, 5, 6 y 7. Tratándose de cimentaciones para equipo sensible (microscopios electrónicos, operación de máquinas de precisión, torres de radar o equipo de calibración), existen requerimientos especiales especificados por el cliente que son necesarios satisfacer; para esta clase de cimentaciones se debe analizar y resolver convenientemente las tolerancias y limitaciones de cada caso en particular.

3. Efecto en las estructuras. Dicho efecto se refiere al daño que las vibraciones producidas por la operación de maquinaria puede causar sobre las estructuras. Este efecto es importante a tomarse en cuenta, no solamente en las estructuras que contienen el equipo o maquinaria que origina las vibraciones, sino además en las estructuras adyacentes al sitio donde se instala el señalado equipo.

Generalmente los límites que se utilizan para evitar daños a las estructuras, están basados en las experiencias obtenidas de las detonaciones de explosivos (Ref 9). Así, el Departamento de Minas del Gobierno de Estados Unidos señala que para evitar daños a estructuras debido a detonaciones, en frecuencias abajo de 3 ciclos/seg la velocidad máxima debe ser menor a 2 pulg/seg, y arriba de esta frecuencia la aceleración máxima no debe exceder de 0.1 g.

Cuando las condiciones de falla están gobernadas por los límites de velocidad o aceleración máxima, Richard et al (Ref 18) recomienda dibujar esta información en un diagrama tripartita como el de la fig 27, donde se pueden leer simultáneamente los valores límites de la velocidad, el desplazamiento o la aceleración. En esta figura se muestran las siguientes condiciones límites: 1) para personas (vibraciones poco perceptibles y molestas), 2) los límites de Rausch para máquinas y cimentaciones de máquinas, 3) el criterio del Departamento de Minas de E.U.A. y 4) dos zonas azuradas que describen la posibilidad de daño estructural, en particular sobre paredes. A este tipo de diagramas se les conoce en la literatura como "espectros de respuesta".

Sci
c, y
N

Hall

Sci

Uno de los criterios para evaluar la influencia del impacto o energía de vibración sobre suelos o estructuras, es la llamada "relación de energía" definida como (Ref 9):

$$E.R. = \frac{(\text{Aceleración})^2 (\text{pies})^2 (\frac{\text{seg}}{\text{ciclos}})^2}{(\text{Frecuencia})^2 (\frac{\text{pies}}{\text{seg}^2})^2 (\frac{\text{seg}}{\text{ciclos}})^2}$$

Esta relación disminuye con la distancia a la fuente de excitación, según el amortiguamiento del suelo y las condiciones locales (Ref 18). Sin embargo, Crandell indica que en general la disminución de esta relación de energía es directamente proporcional al cuadrado de la distancia a la fuente de excitación y concluye que no ocurre daño estructural para valores de E.R. < 3.

4. CONTROL Y DISMINUCIÓN DE VIBRACIONES

4.1 Introducción

Una vez identificado el origen o causa de las vibraciones en un determinado problema, así como su magnitud y efecto sobre las personas, estructuras o el propio equipo, es muy importante conocer la forma o los procedimientos en que dichas vibraciones se pueden disminuir o limitar a los valores de diseño.

En esta parte se indicarán precisamente algunos de los procedimientos más usuales para el control y disminución de las vibraciones, señalando las limitaciones o los casos en que tales procedimientos resulten ser más adecuados de aplicar. Antes de esto, sin embargo, se presentará el concepto de transmisividad de las vibraciones a fin de entender mejor la aplicación de algunos de los métodos a describir.

4.2 Concepto de Transmisividad de las Vibraciones

Haciendo referencia al sistema de 1 grado de libertad de la fig 28-a, las figs 28-b y c se dibujaron tomando en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Se toma el vector desplazamiento Y como referencia.
2. El vector de la fuerza actuante F aventaja al del desplazamiento en un ángulo igual a φ.
3. La fuerza del resorte es directamente proporcional al desplazamiento y opuesta en dirección (o sea, desfasada 180°).
4. La fuerza debida al amortiguamiento actúa en dirección opuesta al vector velocidad y está desfasada 90° respecto al vector desplazamiento.
5. Para movimientos armónicos, el vector aceleración debe estar siempre desfasado 180° del vector desplazamiento.

Haciendo suma de fuerzas en x y y, se obtienen las siguientes expresiones

$$m\ddot{Y} + F \cos \phi - kY = 0 \quad (I)$$

$$c\dot{Y} - F \sin \phi = 0 \quad (II)$$

Resolviendo las ecs I y II para obtener y y φ, se tiene

$$\frac{F}{[(k-m\Omega^2)^2 + c^2\Omega^2]^{1/2}} = \frac{F}{\sqrt{[2(c/c_c)\Omega/\omega_n]^2 + [1-(\Omega/\omega_n)^2]^2}} \quad (III)$$

$$\tan \phi = \frac{c\Omega}{k-m\Omega^2} = \frac{2(c/c_c)(\Omega/\omega_n)}{1-(\Omega/\omega_n)^2} \quad (IV)$$

donde

- c/c_c = D relación de amortiguamientos (c_c = 2√km = amortiguamiento crítico) y
- Ω/ω_n relación de frecuencias (ω_n = √k/m = frecuencia natural circular del sistema)

Ahora bien, si se considera que la maquinaria con sus aditamentos puede estar representada por un sistema como el indicado por la fig 28-a, será entonces de interés determinar la fuerza que es transmitida a la base a través del resorte y amortiguador. Esto se puede hacer utilizando el diagrama mostrado por la fig 29, donde a la fuerza transmitida a la base se ha designado como F_T. En efecto, de las relaciones geométricas mostradas en esta última figura, se obtiene

$$F \sin \phi = F_T \sin \alpha \quad (V)$$

Designando como "factor de transmisión" T.F., a la relación de la fuerza transmitida a la fuerza aplicada, de la expresión (V) se obtiene:

$$\frac{F_T}{F} = T.F. = \frac{\sin \phi}{\sin \alpha} \quad (VI)$$

Por otro lado, haciendo uso de la relación trigonométrica que establece que si tan α = a/b, entonces sen α = a/(a²+b²)^{1/2}, de la ec (IV) se obtiene la expresión siguiente:

$$\sin \phi = \frac{2D(\Omega/\omega_n)}{\sqrt{[2D(\Omega/\omega_n)]^2 + [1-(\Omega/\omega_n)^2]^2}} \quad (VII)$$

y de la fig 29 se obtiene directamente

$$\tan \alpha = \frac{c\Omega}{kY} = 2 \frac{c\Omega}{c_c \omega_n} = 2D \frac{\Omega}{\omega_n} \quad (VIII)$$

Por lo tanto, de esta última expresión se obtiene:

$$\sin \alpha = \frac{2D \Omega/\omega_n}{\sqrt{1 + [2D(\Omega/\omega_n)]^2}} \quad (IX)$$

O sea, el valor de T.F. será

$$T.F. = \sqrt{\frac{1 + (2D \frac{\Omega}{\omega_n})^2}{[1 - (\frac{\Omega}{\omega_n})^2]^2 + [2D \frac{\Omega}{\omega_n}]^2}} \quad (X)$$

Fig. 30. Curvas de transmisión de fuerza y de desplazamiento.

Fig. 31. Curvas de transmisión de fuerza y de desplazamiento para un sistema de un grado de libertad.

La expresión (X) se dibujó en términos de la relación de frecuencias para varios valores de D , en la fig. 30. En esta figura es importante observar que el factor de transmisión no puede ser menor a la unidad para relaciones de frecuencias menores a $\sqrt{2}$, lo cual significa que para cualquier fuerza actuando sobre la masa m en este rango de frecuencias, siempre se transmitirá una fuerza igual o mayor a la cimentación; nótese que la transmisión de fuerzas se puede disminuir en este rango aumentando el amortiguamiento. Para la relación de frecuencias igual a $\sqrt{2}$ el factor de transmisión es uno y es independiente de la cantidad de amortiguamiento; sin embargo, para relaciones más altas de este valor, la transmisión se puede reducir disminuyendo el amortiguamiento.

4.3 Algunos Métodos para Reducir Vibraciones

Existen varios procedimientos o métodos para reducir el nivel de las vibraciones a los especificados para el diseño, el cual a su vez está regido por las limitaciones señaladas con anterioridad; a fin de satisfacer dichas especificaciones, se podrá utilizar uno o una combinación de tales procedimientos, según sean las características y/o el origen de las vibraciones. A continuación se indican algunos de los procedimientos más comunes que se utilizan frecuentemente en la práctica.

4.3.1 Disminución de las fuerzas actuantes

El contrabalanceo de las cargas impuestas por elementos giratorios de la maquinaria, representa un ejemplo típico de este método; para aplicarlo es necesario conocer, como ya se indicó en la parte 2, las características de estas cargas y balancearlas por medio de contrapesas como se muestra en la fig. 11. Analizando el problema directamente, se puede montar la flecha sobre un par de soportes con baja fricción y observar el elemento giratorio cuando esté en reposo; si los soportes están horizontales, este elemento tendrá su centro de gravedad directamente abajo del eje de la flecha. En estas condiciones las contrapesas se pueden añadir en la parte superior o incluso se puede quitar metal en la parte inferior con un taladro hasta lograr el balanceo deseado. La eficiencia de este procedimiento depende del tipo de maquinaria y las modalidades de la cimentación (Ref 2).

4.3.2 Variación de la frecuencia natural (fundamental) del sistema

Este procedimiento tiene por objeto alejar la frecuencia de operación de la frecuencia de resonancia (que es prácticamente igual a la natural según se puede observar en la fig. 33) y está basado en el supuesto que el sistema maquinaria-cimentación-suelo, se puede representar por un sistema de 1 grado de libertad como el mostrado por la fig. 31-a. Tomando en cuenta que la frecuencia de resonancia varía proporcionalmente a $\sqrt{k/m}$, para maquinaria de baja frecuencia de operación ($\Omega < \omega_n$) conviene aumentar la rigidez k , o disminuir m . Para frecuencias altas de operación ($\Omega > \omega_n$), lo contrario a lo señalado resulta recomendable; para este último caso, sin embargo, hay que tomar en cuenta que durante el arranque, o apagado de la maquinaria la frecuencia operativa pasará por la de resonancia y habrá de asegurarse que durante tales

lapsos las vibraciones no resulten excesivas (la forma de lograr esto último se expondrá más adelante).

Existen varias maneras de variar k o m , según sean las características de la maquinaria y el terreno de cimentación; por ejemplo, si se desea aumentar la rigidez del sistema para aumentar la frecuencia natural, se pueden aplicar las siguientes alternativas:

- 1) Estabilización del terreno de cimentación. Esto se puede hacer usando cemento o algún otro producto químico en terrenos blandos para aumentar la rigidez de la cimentación; este método es económico y se puede aplicar incluso cuando la maquinaria esté ya trabajando, sin tener grandes interrupciones. Otra manera de aumentar la rigidez del terreno de cimentación es obviamente mediante el hincado de pilotes y/o densificación de materiales granulares sueltos.
- 2) Cambios estructurales. Para aumentar la frecuencia natural se puede aumentar el área de contacto de la cimentación y su momento de inercia; a fin de no aumentar también la masa de la cimentación, en la práctica se hace que ésta sea hueca pero estructuralmente rígida. Con este mismo propósito, Barkan (Ref 2) recomienda también el uso de losas adjuntas construidas afuera de la superficie original de cimentación, cuya área y masa deberá calcularse de acuerdo con el decremento de las vibraciones que se desea obtener. Este procedimiento es en general caro y requiere de un período largo para realizar cambios, por lo cual se recomienda solo cuando no se puede utilizar ningún otro.

Cuando la frecuencia de operación es relativamente alta y se desea disminuir la frecuencia natural del sistema, la recomendación lógica es el aumento de la masa de la cimentación. Sin embargo, es muy conveniente tomar en cuenta que al aumentar la masa el amortiguamiento disminuye, lo cual puede empeorar en vez de mejorar la situación (Ref 12). Además, ya se había señalado la importancia que tiene el cuidar que las vibraciones no resulten excesivas al pasar, durante el encendido o apagado, por la frecuencia de resonancia. A fin de lograr esto último, se recomienda utilizar cualquiera de los procedimientos siguientes (Ref 7):

- a) Seleccionar un valor suficientemente alto del amortiguamiento a fin de limitar la respuesta a valores dentro de la seguridad cuando la relación Ω/ω_n esté cerca de la unidad.
- b) A objeto de mantener el amortiguamiento pequeño (y por tanto las vibraciones pequeñas) para $\Omega/\omega_n > \sqrt{2}$, poner frenadores o atrancadores en los resortes (o elementos deformables) a fin de mantener la amplitud de las vibraciones dentro de límites razonables en el momento de pasar por la frecuencia de resonancia.
- c) Con el fin de poner el sistema a su frecuencia normal de operación sin causar vibraciones violentas, se recomienda pasar muy rápidamente la frecuencia de resonancia; mediante este procedimiento se pueden mantener las fuerzas y desplazamientos a valores finitos, aun en ausencia de amortiguamiento.

Como comentario adicional a la efectividad del método

todo de cambiar la frecuencia fundamental o primera frecuencia para alejarla de la operacional, conviene señalar que deberán revisarse las amplitudes de vibración para los modos más altos en sistemas con grados de libertad mayores a uno. A este respecto, hay que tomar en cuenta que existen sistemas de máquinas compuestos por elementos diversos cuya frecuencia natural puede ser muy variable entre ellos; esto significa la posibilidad de que al alejarse de la frecuencia natural de vibración en uno de ellos, se puede estar acercándose a la frecuencia natural de otro.

4.3.3 Variación del amortiguamiento del sistema

Como se puede ver en las curvas de amplificación dinámica mostradas en las figs 31 y 32, a medida que el amortiguamiento es mayor, menor es la respuesta del sistema a una fuerza dinámica; o sea, desde este punto de vista es conveniente aumentar siempre el amortiguamiento. Sin embargo, si se toma en cuenta la trasversalidad de las fuerzas a la cimentación (ver fig 30), lo anterior sigue siendo válido solo para relaciones de frecuencias $\Omega/\omega_n < \sqrt{2}$ (cuando un sistema tiene este rango de frecuencias se dice que su montaje es "duro"); para valores mayores a este límite (montaje "suave"), es preferible tener valores pequeños de amortiguamiento.

En la práctica el principal efecto que tiene el amortiguamiento se refiere a su influencia en la magnitud de las vibraciones en frecuencias de operación cercanas a la de resonancia. Desde este punto de vista, siempre es conveniente tratar de introducir la mayor cantidad de amortiguamiento al sistema; de hecho, este es un procedimiento válido a usarse cuando no es posible variar la frecuencia natural que se encuentra cercana a la de operación.

Existen varias maneras de introducir amortiguamiento artificial dentro de un sistema (Ref 4). Algunos procedimientos mecánicos son los siguientes:

- 1) Fricción viscosa en un fluido. Un ejemplo típico de este mecanismo es el del amortiguador compuesto por un pistón que se mueve dentro de un cilindro y la fricción es originada por la salida del fluido o aire a través del espacio existente entre las paredes del cilindro y la superficie lateral del pistón.
- 2) Empleo de materiales altamente amortiguadores. El hule por ejemplo es utilizado en algunas ocasiones por sus propiedades amortiguadoras; láminas de este material se han utilizado concretamente en compresores con turbina de gas.
- 3) Fricción en seco, a través de superficies (placas) que se frotan entre sí durante la vibración. Este procedimiento es usado en algunos compresores con turbina de gas en las que las espas se "articulan" al rotor que las soporta. La fig 33 muestra esquemáticamente la forma como trabaja un sistema de este tipo y la relación fuerza-desplazamiento que se logra.
- 4) Construcción tipo sandwich, en la cual se utilizan piezas delgadas de acero que están separadas por una capa delgada de material viscoelástico. La fig 34 muestra algunos ejemplos de este tipo de amortiguadores.

- 5) "Empacamiento" o recubrimiento de piezas con plásticos espumosos, hules o material viscoelástico para reducir sus vibraciones. La fig 35 muestra un ejemplo de este tipo.

La efectividad del amortiguamiento inducido se puede checar mediante cualquiera de los siguientes dos métodos (Ref 6):

- a) El de la respuesta en función de la frecuencia (consistente en observar como se "calda" el pico de la curva de amplificación a frecuencias cercanas a la de resonancia).
- b) El de la velocidad de "calda" de las vibraciones (consistente en observar la velocidad con que las vibraciones libres se reducen a cero).

4.3.4 Empleo de amortiguadores dinámicos

Este tipo de amortiguadores se utiliza para reducir vibraciones en maquinaria que tienen un modo predominante de vibración y además opera con una frecuencia constante; la reducción de vibraciones en sistemas de varios grados de libertad con este procedimiento es normalmente complicado y en tal caso es preferible utilizar algún otro de los aquí señalados.

El principio básico que emplean los amortiguadores dinámicos consiste en montar en la maquinaria un sistema de masa-resorte, que tenga como frecuencia natural precisamente la de operación de la maquinaria; a través de este método teóricamente se anulan las vibraciones de la maquinaria ya que dichas vibraciones son absorbidas por el sistema que se monta. Esto se puede entender fácilmente analizando el sistema mostrado en la fig 36.

Suponiendo que la fuerza de excitación sobre la masa M de la maquinaria está dada por $F_0 \sin \Omega t$, y que la misma causa los desplazamientos $y_1 = Y_1 \sin \Omega t$ y $y_2 = Y_2 \sin \Omega t$ en la masa m del sistema absorbente (ver fig 36), las ecuaciones de movimiento del sistema completo están dadas por

$$M \frac{d^2 y_1}{dt^2} + K y_1 - k(y_2 - y_1) = F_0 \sin \Omega t \quad (A)$$

$$m \frac{d^2 y_2}{dt^2} + k(y_2 - y_1) = 0 \quad (B)$$

donde

- K es la rigidez del sistema original de la maquinaria y
- k es la rigidez del sistema amortiguante.

Sustituyendo los valores de los desplazamientos y_1 y y_2 en las expresiones A y B, se obtiene:

$$\left(1 + \frac{k}{K} - M \frac{\Omega^2}{K}\right) Y_1 - \frac{k}{K} Y_2 = \frac{F_0}{K} \quad (C)$$

$$Y_2 = \left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_d}\right)^2\right] Y_1 \quad (D)$$

WRITE TITLE HERE ON FIRST PAGE
 ÉCRIVEZ ICI LE TITRE A LA MACHINE, SUR LA PREMIERE PAGE
 ENTRADA AQUÍ A MÁQUINA EL TÍTULO, EN LA PRIMERA PAGINA

Sesión No.
 Séance No.
 Sesión No.

donde $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ = frecuencia natural circular del
 Conmencen a escribir sistema absorbente, sur la
 page No. 2 et sur les suivantes.
 Haciendo $\omega_n = \Omega$ en la ecuación (C) el
 desplazamiento Y_2 de la maquinaria es nulo y por tan-
 to la misma no vibrará. Para este caso, de la expresi-
 ón (C) se obtiene que el valor máximo del despla-
 zamiento Y_2 de la masa m vale:

$$Y_2 = -\frac{F_0}{k}$$

Debido a que generalmente tanto el sistema absorbente
 como el sistema original de la maquinaria tienen una
 determinada cantidad de amortiguamiento, en la prácti-
 ca las expresiones anteriores de movimiento son algo
 más complicadas y consecuentemente también sus solu-
 ciones. Las figs 37 y 38 muestran, respectivamente,
 el efecto teórico de utilizar un sistema absorbente
 sin amortiguamiento y un sistema con amortiguamiento
 infinito; en este último caso sucede que la masa del
 sistema absorbente está virtualmente adherida a la ma-
 sa de la maquinaria y por tanto dicho sistema no fun-
 ciona. Como se muestra en la fig 39, en realidad es
 conveniente utilizar un amortiguamiento intermedio,
 cuyo valor óptimo depende de la relación de masas
 (m/M) usada (ver fig 40).

Barkan (Ref 2), por otro lado, en función de la uni-
 formidad de la frecuencia de operación, y si ésta es
 menor o mayor de la frecuencia natural del sistema
 original, recomienda lo siguiente:

- a) para $\beta > 1$ (oprom) Comme indiqué sur le modèle,
 joint au Bulletin No. 1, à simple intervalle, en
 respectant les marges. Écrivez seulement de ce
 côté de la ligne B- $\frac{1}{2}(1-\epsilon)^2$ et (2- ϵ)
 Écriture à gauche de la ligne B- $\frac{1}{2}(1-\epsilon)^2$ et (2- ϵ)
 Bulletin No. 1, à renglón permitido, respetando es-
 trictamente los márgenes. Escriba sólo en
 este lado del papel.

b) para $0 < \beta < 1$

$$\frac{m}{M} > \frac{(1+\epsilon)^2 - \beta^2}{(1+\epsilon)^2} \epsilon(2+\epsilon)$$

4.3.5 Uso de aisladores

En general hay dos tipos de aislamiento de vibracio-
 nes: a) el aislamiento mecánico que se refiere al ais-
 lamiento de las máquinas de sus cimentaciones u otros
 elementos estructurales mayores, a través de aislado-
 res locales, y b) el aislamiento del sistema comple-
 to de cimentación-máquina o de su estructura total.
 A continuación se describirán los procedimientos más
 comunes empleados en ambos tipos de aislamiento.

Aislamiento Mecánico. En este tipo de aislamiento in-
 terviene significativamente el concepto de transmisión
 de vibraciones, señalado al principio de esta parte y
 representado en la fig 30. Esta figura muestra la con-
 veniencia de obtener bajos valores de frecuencias na-
 turales en el sistema maquinaria-cimentación, con el
 objeto de que la relación Ω/ω_n sea lo más alta posi-
 ble y consecuentemente se logre una máxima disminu-
 ción en las vibraciones.

Lo anterior se logra comúnmente mediante el uso de re-
 sortes de acero (fig 41) o el empleo de hules u otra
 clase de aisladores (fig 42). Ambos procedimientos he-
 cen uso de la deflexión estática para lograr el aisla-
 miento; como se puede ver en la tabla No. 8, a mayor
 deflexión estática es menor la frecuencia natural de
 un sistema y por tanto mayor aislamiento. La fig 43
 muestra como la eficiencia de un aislador es también
 función de la deflexión estática.

En el caso de aisladores de resortes de acero, que en
 general son los más prácticos y los más efectivos por
 lograr aislamientos hasta de 96% de todas las vibracio-
 nes (Ref 8), es importante tomar en cuenta las siguien-
 tes dos consideraciones:

- 1) Tratar que los aisladores sean calculados y color-
 dados correctamente con respecto al movimiento del
 centro de gravedad de la maquinaria (fig 44).
- 2) Utilice de preferéncia une machine à écrire
 El centro de gravedad de la maquinaria debe loca-
 lizarse lo más bajo posible, a fin de evitar movi-
 mientos de cabeceo o algún otro tipo de inestabili-
 dad.

Cuando se trata de maquinaria con frecuencias de opera-
 ción relativamente altas (>10 cps), en el que no es ne-
 cesario añadir una masa de cimentación arriba de los
 aisladores a fin de aumentar la relación Ω/ω_n , los
 resortes que se utilizan son del tipo de "soporte",
 llamados así porque van directamente abajo del equipo
 y sobre el bloque de la cimentación (fig 45). Sin em-
 bargo, en el caso de maquinaria de baja frecuencia,
 es conveniente agregar una masa al equipo de maquina-
 ria para lograr una importante diferencia entre Ω y ω_n
 en ocasiones para bajar el centro de gravedad
 (fig 46); en tal caso es más práctico utilizar resor-
 tes del tipo "suspensión", como el mostrado en la fig.
 47. Más aun, en determinadas circunstancias se puede
 utilizar un sistema como el mostrado en la fig 48, aun-
 que tal sistema resulta en realidad más complicado, no
 solamente de calcular sino también de instalar.

Mathematics may be hand-written in black ink.
 Como características comunes en los aisladores mecáni-
 cos, se pueden señalar que son los más simples y más
 económicos de instalar; sin embargo, esta clase de
 amortiguamiento se usa generalmente solo para dismi-
 nuir vibraciones verticales.

Aislamiento de la Cimentación. Esta clase de aisla-
 miento se utiliza tanto para evitar que las vibracio-
 nes "salgan" hacia el exterior del sitio donde se en-
 cuentra la instalación de la maquinaria que las origi-
 na (aislamiento activo); como para evitar que las vi-
 braciones "entren" al sitio donde se encuentra un cer-
 to equipo que se trata de proteger contra movimientos
 provenientes del exterior (aislamiento pasivo).

Para este caso se puede demostrar que la fig 30, donde
 se muestran las curvas de transmisión, se pueda uti-
 lizar para determinar la transmisión hacia la maquina-
 ria de un movimiento del tipo $y=Y_1 \sin \Omega t$, aplicado
 en la base de la cimentación. En efecto, haciendo re-
 ferencia a la fig 49 y considerando que la masa m de
 la maquinaria se mueve con cierto desfaseamiento α res-
 pecto al movimiento aplicado en la base, es decir,
 $y=Y_1 \sin(\Omega t - \alpha)$, al hacer la suma de fuerzas horizonta-
 les y verticales se obtienen las siguientes expresio-
 nes:

$$m\Omega^2 Y - kY + Y_1 \sqrt{k^2 + c^2 \Omega^2} \cos \phi = 0$$

REPL. FORMS ON FIRST PAGE
 REPRODUCCIÓN DE LA MÁQUINA EL. EN LA PRIMERA PAGINA

Y $\frac{dy}{dt} = \sqrt{k^2 + c^2 \Omega^2} \sin \theta = 0$ following pages.
 La amplitud de la onda Rayleigh a la distancia r de la fuente
 Obteniendo el valor de Δ de las expresiones anteriores, se tiene:

$$y = \frac{y_1 \sqrt{k^2 + c^2 \Omega^2}}{\sqrt{(k - m \Omega^2)^2 + c^2 \Omega^2}}$$

o también:

$$\frac{y}{y_1} = \frac{\sqrt{1 + (2D \frac{\Omega}{\omega_n})^2}}{\sqrt{[1 - (\frac{\Omega}{\omega_n})^2]^2 + [2D \frac{\Omega}{\omega_n}]^2}}$$

Start page 1 under dotted line.
 Sur la page No. 1, commencez à écrire sous
 Esta última expresión es exactamente igual a la determinada para obtener la relación entre la fuerza F que se aplica a la masa m, y la fuerza F_T que se transmite a la cimentación.

Ahora bien, existen tres formas tradicionales de efectuar esta clase de aislamiento:

- I. Aislamiento de la cimentación "empacándola" en un material aislante como puede ser hule, fibra de vidrio, corcho o un fieltro impregnado de asfalto (fig 50); el empleo de una capa de 8 a 10 pulgadas de arena y grava húmedas en la base de la cimentación, contribuye a lograr este tipo de aislamiento (Ref 8). El empleo de este procedimiento debe tomar muy en cuenta las curvas de transmisión de la fig 30, a fin de obtener una efectiva reducción en las vibraciones; la muestra adjunta al...
- II. Aislamiento utilizando barreras. Estas barreras pueden ser simples sanjas o pantallas de concreto, bronce, bentonita o cualquier otro material aislante que se coloque alrededor de la cimentación en el lado (o lados) que se desee proteger (Refs 18 y 21). Este procedimiento hace uso del hecho que la mayor parte de la energía originada por una cierta fuente de excitación, es transmitida hacia afuera de dicha fuente a través de ondas superficiales tipo Rayleigh; como la amplitud de tales ondas disminuye rápidamente con la profundidad (fig 51), la profundidad de las trincheras o pantallas no es muy grande y se puede determinar en función del porcentaje del aislamiento que se desee lograr (Ref 18).
- III. Aislamiento por distancia. Tomando en cuenta la atenuación originada por el amortiguamiento radial observada en la disminución de la amplitud de las ondas Rayleigh con la distancia, así como la atenuación provocada por el amortiguamiento interno del suelo, la atenuación total puede expresarse mediante la ecuación siguiente:

$$\Delta = \left[\Delta_0 \sqrt{\frac{r_1}{r}} \right] \left[e^{-(r-r_1)\alpha} \right]$$

donde
 Δ amplitud de la componente vertical de la onda Rayleigh a la distancia r, de la fuente de excitación

- Δ_0 amplitud de la componente vertical de la onda Rayleigh a la distancia r de la fuente
 - r distancia a la fuente de un punto cuya amplitud de movimiento se conoce
 - r₁ distancia a la fuente de un punto cuya amplitud de movimiento se desee conocer
 - α coeficiente de amortiguamiento con dimensiones 1/long
- Barken (Ref 2) sugiere valores de α entre 0.01 y 0.04 (1/pie) para varios tipos de suelo; sin embargo Richart et al (Ref 18) reportan valores de α entre 0.08 y 0.006.

El primer término de la derecha de la expresión anterior en paréntesis rectangulares, se refiere a la atenuación debida al amortiguamiento radial, mientras que el segundo se debe al amortiguamiento interno del suelo.
 Use de preferencia máquina eléctrica.
 El aprovechamiento de algunas formaciones geológicas (tales como barrancas, depresiones naturales, inclinación de los estratos de suelo o roca, etc) constituye otra forma más de lograr cierto aislamiento contra las vibraciones.
 Utilisez un ruban de machine à écrire, n'ayant pas servi plus d'une fois.
 Use una cinta negra de un sólo uso, o una

5- **RESUMEN Y CONCLUSIONES**

En el trabajo que aquí se presenta se hace un análisis del tipo, origen y características de las fuerzas dinámicas provenientes de la maquinaria, haciendo particular énfasis en la determinación de la magnitud de tales fuerzas; dicha magnitud se puede estimar a partir del estudio del mecanismo de los elementos que intervienen en el funcionamiento de una máquina, o bien a partir de la medición directa de las vibraciones que ocurren durante su operación a través de sistemas de aparatos como los señalados en el texto.

Se presentan también los efectos que las fuerzas dinámicas ejercen sobre los humanos, las estructuras y la maquinaria mismas, señalando claramente las limitaciones y especificaciones que al respecto existen para cada caso. Son estas limitaciones las que influyen en el dimensionamiento y características de las cimentaciones de las máquinas.

Se discuten varios de los procedimientos existentes para la disminución o control de las vibraciones, haciendo ver la importancia que en este concepto tiene la teoría de transmisibilidad de las vibraciones. Al respecto se muestran las ventajas y limitaciones de los distintos métodos que se discuten, entre los que destacan el empleo de amortiguadores dinámicos y el uso de aisladores.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece muy sinceramente las facilidades brindadas por el doctor Sergio Covarrubias y los Ingenieros Abraham Diaz Rodríguez y Gabriel Morano Pecero. A la señorita Ma. del Refugio Oliva, muchísimas gracias por el trabajo mecanográfico.

WRITE TITLE HERE ON FIRST PAGE
ÉCRIRE ICI LE TITRE À LA MACHINE, SUR LA PREMIÈRE PAGE
ESCRIBA AQUÍ A MÁQUINA EL TÍTULO, EN LA PRIMERA PÁGINA

REFERENCIAS (see first page 2 and following pages.)

1. Albarro, J. y Nieto, J.A. (1968)
"Criterios de Diseño para Cimentaciones de Maquinaria-Apéndice", Publicación No. 131 del Instituto de Ingeniería, UNAM
2. Barkan, D.D. (1962)
"Dynamics of Bases and Foundations", McGraw-Hill Book Co. (New York), Cap IV
3. Baxter, R.L. y Bernhard, D.L. (1967)
"Vibration Tolerances for Industry", ASME Paper 67-PEM-14, presented at Plant Eng. and Maintenance Conf. Detroit, Mich., April 10-12
4. Bishop, R.E.D. (1965)
"Vibration", Cambridge University Press
Start page 1 under dotted line.
5. Blake, M.P. (1964)
"New Vibration Standards for Maintenance", Hydrocarbon Processing and Petroleum Refiner, Vol. 43, No. 1, pp 111-114.
6. Broch, J.T. (1973)
"Mechanical Vibration and Shock Measurements", Bruel & Kjaer, Holanda
7. Burton, R. (1968)
"Vibration and Impact", Dover Publications, N.Y.
8. Caterpillar (1979)
"Selection and Installation for Generator Sets", Caterpillar Engine Div., U.S.A.
9. Crandall, F.J. (1949)
"Ground Vibration Due to Blasting and Its Effect on Structures", J. Boston Society of Civil Engineers, Abril 1949. Como en la nuestra adjunta al número No. 1, a renglón seguido, respetando estructura.
10. Ornevich, V.P. y Hart, J.R. (1966)
"Transient Loading Tests on a Circular Footing", Journal del ASCE, Soil Mech. and Found. Div., Vol. 93, No. SM6, Nov., pp 153-167
11. Flores Berrones, J.A. (1977)
"Lineamientos Introductorios en el Diseño de Cimentaciones de Maquinaria", Revista Ingeniería, Oct-Dic., pp 292-297
12. Flores Berrones, J.R. (1977)
"Parámetros de Diseño en Cimentaciones de Máquina Ala", Publicación No. 389 del Instituto de Ingeniería, UNAM
13. McNeill, R. (1969)
"Machine Foundations", State of the Art Report, Soil Dynamics Specialty Conference, VII Int. Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng'g, Mexico, D.F.
14. Newcomb, W.K. (1951)
"Principles of Foundation Design for Engines and Compressors", Trans. ASME, Vol. 73, pp 307-318
15. Nieto, J.A. y Reséndiz, D. (1967)
"Criterio de Diseño para Cimentaciones de Maquinaria", Publicación No. 131 del Instituto de Ingeniería, UNAM

16. Parvis, E. y Appendino, M. (1966)
"Large Size Turbogenerator Foundations Dynamic Problems and Considerations on Designing", Ente Nazionale per L'Energia Elettrica, Department of Milan, Steam Power Plant Design, Eng. and Constr. Div., Milan, Italia
17. Renfro, E.M. (1975)
"Foundation Repair Techniques", Hydrocarbon Processing Gulf Publishing Company
18. Richart, F.E., Hall, J.A. y Woods, R.D. (1969)
"Vibrations of Soils and Foundations", Prentice-Hall
19. Richart, F.E. (1978)
"Foundations for Dynamic Machine Loading", Proc. International Symposium on Foundations for Equipment and Machinery, American Concrete Institute Houston, Tex. (ver una máquina a escribir eléctrica)
20. Savinov, D.A. (1972)
"Cálculo de Cimentaciones de Máquinas con Cargas Dinámicas", Cap VI del libro Manual de Dinámica de las Estructuras, Strojizdat, Moscú
Use a one-use black ribbon, or a new one.
21. Wood, R.D., Barnett, N.E. y Segesser, R. (1974)
"Holography-A New Tool For Soil Dynamics", Journal del ASCE, Vol. 100, GT11, Proc. Paper no. 10949, pp 1231-1247

Have you cleaned your typewriter keys and rollers?
Vous êtes-vous assurés de la propreté des lettres et rouleaux de votre machine?
¿Ha limpiado Ud. los tipos y rodillos de su máquina de escribir?

Mathematics may be hand-written in black ink.
Les formules et symboles mathématiques peuvent être écrits à la main, à l'encre noire.
Las fórmulas y símbolos matemáticos pueden escribirse a mano, en tinta negra.

TABLA 1. FUERZAS DESBALANCEADAS Y PARES DE FUERZAS PARA DIFERENTES ARREGLOS DE MANIVELAS (Ref. 14)

ARREGLOS DE MANIVELA	FUERZA		PARES DE FUERZAS	
	PRIMARIA	SECUNDARIA	PRIMARIO	SECUNDARIO
MANIVELA SENCILLA	F^2 EN CONTRAPESOS (O $3 F^2$ CON CONTRAPESOS)	F^2	CERO	CERO
DOS MANIVELAS A 180° CILINDROS EN LINEA	0	$16 F^2$	F^2 EN CONTRAPESOS (O $3 F^2$ CON CONTRAPESOS)	CERO
DOS MANIVELAS A 90° CILINDROS OPUESTOS	0	0	NADA	NADA
DOS MANIVELAS A 90°	$11.40 F^2$ EN CONTRAPESOS (O $10.70 F^2$ CON CONTRAPESOS)	0	$11.48 F^2$ EN CONTRAPESOS (O $10.70 F^2$ CON CONTRAPESOS)	F^2
DOS CILINDROS EN UNA MANIVELA CILINDROS A 90°	F^2 EN CONTRAPESOS (O $3 F^2$ CON CONTRAPESOS)	$11.41 F^2$	NADA	NADA
DOS CILINDROS EN UNA MANIVELA CILINDROS OPUESTOS	$2 F^2$ EN CONTRAPESOS (O F^2 CON CONTRAPESOS)	0	CERO	NADA
TRES MANIVELAS A 120°	0	0	$13.48 F^2$ EN CONTRAPESOS (O $12.70 F^2$ CON CONTRAPESOS)	$13.48 F^2$
CUATRO CILINDROS MANIVELAS A 180°	0	0	0	0
MANIVELAS A 90°	0	0	$11.48 F^2$ EN CONTRAPESOS (O $10.70 F^2$ CON CONTRAPESOS)	$4.0 F^2$
SEIS CILINDROS	0	0	0	0

r = Radio de la manivela
 L = Longitud de la manivela
 D = Distancia al centro del cilindro
 W = Peso recíproco de un cilindro
 $F^2 = 0.000026 W r^2 L^2$ = F^2 Primaria
 $F^2 = F^2$ Secundaria

TABLA 2. MAGNITUD DE FUERZAS DESARROLLADAS POR MAQUINAS DE UNO Y DOS CILINDROS (Ref. 18)

Máquina vertical de un cilindro		
diámetro interior = 8.125 pulg. Carrera = 8.5 pulg. r = 3.25 pulg. L = 10.75 pulg. Peso total = 2270 lb. Peso recíproco = 1187 lb. Velocidad de operación = 1800 rpm. Fuerzas desbalanceadas: Primaria = 3450 lb. a 1800 rpm. Secundaria = 1075 lb. a 1800 rpm.		
Compresor vertical de un cilindro		
Diámetro interior = 14.5 pulg. Carrera = 9 pulg. Peso total = 10,900 lb. Fuerzas a la velocidad de operación de 450 rpm.		
		Vertical: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Primaria} = 980 \text{ lb.} \\ \text{Secundaria} = 220 \text{ lb.} \end{array} \right.$ Horizontal: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Primaria} = 30 \text{ lb.} \\ \text{Secundaria} = 0 \end{array} \right.$
Compresor horizontal con 2 cilindros desiguales		
Cilindro de baja presión diám. int. = 2.5" Carrera = 14", Peso desbalanceado = 130 lb. Cilindro de alta presión, diám. int. = 4" Carrera = 14", Peso desbalanceado = 890 lb. Peso del compresor = 2400 lb. Fuerzas desbalanceadas a 277 rpm.		
		Horizontal: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Primaria} = 6150 \text{ lb.} \\ \text{Secundaria} = 730 \text{ lb.} \end{array} \right.$ Vertical: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Primaria} = 5300 \text{ lb.} \\ \text{Secundaria} = 0 \end{array} \right.$
Momento desbalanceado a 277 rpm.		
Horizontal: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Primaria} = 22,400 \text{ ft-lb.} \\ \text{Secundaria} = 1,500 \text{ ft-lb.} \end{array} \right.$ Vertical: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Primaria} = 19,300 \text{ ft-lb.} \\ \text{Secundaria} = 0 \end{array} \right.$		

SECTION 10
SECTION 10
SECTION 10

.. TABLA 3 FACTORES DE SERVICIO (Ref 5)

Bomba centrífuga de un paso, motor síncrono, ventilador.	1
Equipos típicos de procesamiento químico, no críticos.	1
Turbina, turbogenerador, compresor centrífugo.	1.6
Centrífugas, flecha rígida; bomba centrífuga de paso múltiple.	2
Equipos varios de características desiguales.	2
Centrífugas, de flecha suspendida.	0.5
Centrífugas, corrector suspendido, soldado.	0.5

Vibración efectiva: amplitud de una vibración medida en pulg. - das, multiplicada por el factor de servicio.

La herramienta de la maquinaria está excluida, los valores son para el equipo remachado; cuando no es remachado, multiplicar el factor de servicio por 0.4 y usar el producto como un factor de servicio.

Precaución: La vibración se mide en el sitio donde se instalan los apoyos, excepto donde se especifique.

if possible.
une machine à écrire
quina eléctrica.

Use a one-use black ribbon, or a new one.
Utilisez un ruban de machine noir. n'ayant pas servi plus d'une fois.
Use una cinta negra de un sólo uso, o una

.. TABLA 4. RANGO DE LOS VALORES DE VIBRACION PARA TURBOALTERNADORES OPERANDO A 300 rpm. (Ref 16)

TIPO DE OPERACION EN EL EQUIPO	VIBRACION (UNA SOLA AMPLITUD)		
	EN LA CAPUCHA DE LOS SOPORTES (pulg.)	EN LA FLECHA (pulg.)	EN EL TABLERO DE LA TURBINA (pulg.)
EXCELENTE	0.0002	0.0010	0.0002
BUENO	0.0004	0.0020	0.0004
REGULAR	0.0008	0.0040	0.0008
MALO	0.0016	0.0080	0.0016
PELIGROSO	0.0032	0.0160	0.0032

* typewriter keys and rollers? Is de la propriété des lettres machine? tipos y rodillos de su

und-written in black ink. des mathématiques peuvent à l'encre noire. los matemáticos pueden a tinta negra.

.. TABLA 5 DATOS GENERALES SOBRE EL EFECTO DE LAS VIBRACIONES EN LA MAQUINARIA (Ref. 3)

VEL. MAX. HORIZONTAL (pulg./seg.)	OPERACION DE LA MAQUINARIA
<0.005	EXTREMADAMENTE SUAVE
0.005 - 0.010	MUY SUAVE
0.010 - 0.020	SUAVE
0.020 - 0.040	MUY BUENO
0.040 - 0.080	BUENO
0.080 - 0.160	REGULAR
0.160 - 0.315	LIGERAMENTE AGITADO
0.315 - 0.630	AGITADO
>0.630	MUY AGITADO

... ..

... ..

... ..

T A B L A N º 6

VALORES DE LA AMPLITUD PERMISIBLE SEGUN ESPECIFICACION RUSA (Ref. 20)

MAQUINARIA	NUMERO DE REV. POR MINUTO	AMPLITUD PERMISIBLE (A _p) en mm.	
Motogenerador y otras máquinas eléctricas de baja frecuencia	Hasta 500	0.20	
	500 a 750	0.15	
	Más de 750	0.10	
Máquina de mecanismo de biela - manivela	Hasta 200 200 a 400 400 a 600 Más de 600	Armónico fundamental	Segundo armónico
		0.25 (0.30) ※	0.15
		0.25 - 0.15	0.10
		0.15 - 0.10	0.07
0.10	0.05		
Trituradora (de conos o de mandíbula)	Hasta 300	0.30	
Martillo de forja	---	1.20 ※※	
※ El valor para A _p = 0.30 se refiere a cimentaciones de altura de más de 5 m. ※※ Al apoyar en arena saturada se toma A _p = 0.80 mm.			

TABLA 7. VALORES DE AMPLITUD DE VIBRACION PERMISIBLES EN UN TURBOGENERADOR TRABAJANDO (Ref 2)

Tipo de vibraciones	Punto de medición	Evaluación de la máquina	Amplitud de vibraciones en mm correspondiente a velocidades en rpm				
			3,000	2,500	2,000	1,500	1,000
Vertical	Actuando en el estator	Es apta para operar	0.02	0.03	0.04	0.06	0.08
		No necesita ajuste	0.03	0.05	0.06	0.09	0.11
		Un ajuste es conveniente	0.04	0.06	0.09	0.13	0.15
	Actuando en el centro	Es apta para operar	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
		No necesita ajuste	0.02	0.03	0.05	0.06	0.08
		Un ajuste es conveniente	0.03	0.04	0.06	0.08	0.13
Horizontal y transversal	Actuando en el extremo	Es apta para operar	0.05	0.07	0.08	0.09	0.12
		No necesita ajuste	0.06	0.10	0.11	0.12	0.15
		Un ajuste es conveniente	0.13	0.14	0.15	0.17	0.20
	Actuando en el centro	Es apta para operar	0.03	0.04	0.05	0.07	0.09
		No necesita ajuste	0.05	0.06	0.08	0.10	0.12
		Un ajuste es conveniente	0.06	0.09	0.13	0.14	0.17

TABLA 8. RELACION ENTRE LOS DESPLAZAMIENTOS ESTATICOS Y LAS FRECUENCIAS NATURALES EN SISTEMAS DE 1er. GRADO DE LIBERTAD

DESPLAZAMIENTO ESTATICO D _s (cm)	FRECUENCIA NATURAL f _n (cm)
0.001	158.0
0.01	50.0
0.10	15.8
1.0	5.0

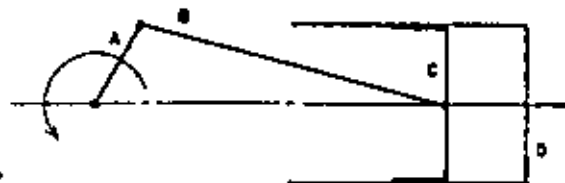


Fig. 1 MECANISMO DE UN SISTEMA MANIVELA-PISTON:

- A) MANIVELA
 - B) VARILLA CONECTORA
 - C) PISTON
 - D) CILINDRO
- (Ref. 4)

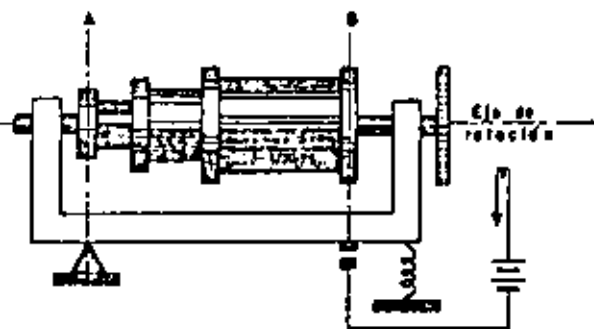


Fig. 2. SISTEMA GIRATORIO CON VARIOS ELEMENTOS CUYOS CENTROS DE GRAVEDAD NO COINCIDEN NECESARIAMENTE EN FORMA EXACTA CON EL EJE DE ROTACION.

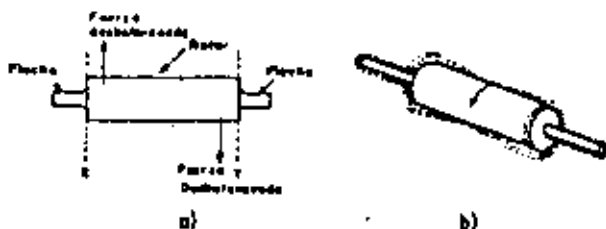


Fig. 3.- EJEMPLO DE UN DESBALANCEO DINAMICO
a) SENALAMIENTO DE LAS FUERZAS DESBALANCEADAS.
b) EFECTO CAUSADO.

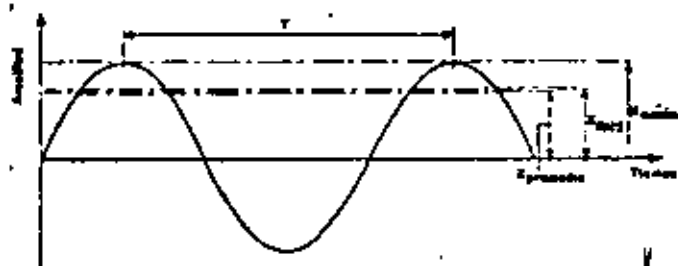


Fig. 4. EJEMPLO DE UNA VIBRACION ARMONICA DONDE SE INDICA EL VALOR DE X_{max} , X_{rms} Y X_{prom} (Ref. 6)

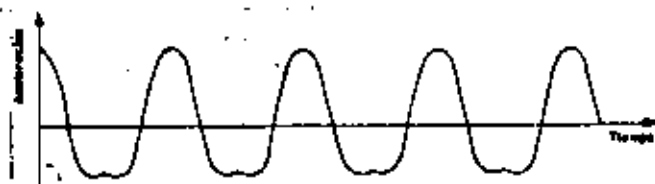


Fig. 5. EJEMPLO DE UN MOVIMIENTO PERIODICO NO ARMONICO (Ref. 6)

Peso nominal de la masa (g)	Modos de vibración	
	Carretillos	Yunque
6.0		
4.0		
2.6		
2.0		
1.2		
1		

Fig. 6. FORMAS TÍPICAS DE VIBRACION DE UN MARTINETE EN OPERACION (Ref. 2)

El movimiento aleatorio producido por las vibraciones de un sistema mecánico, sometido a una excitación aleatoria, se puede describir en términos estadísticos.



Fig. 7 MOVIMIENTO ALEATORIO EN UN SISTEMA DE MAQUINAS.

En un sistema mecánico, se pueden distinguir dos tipos de movimiento aleatorio: el aleatorio de la junta y el aleatorio de la pieza montada.

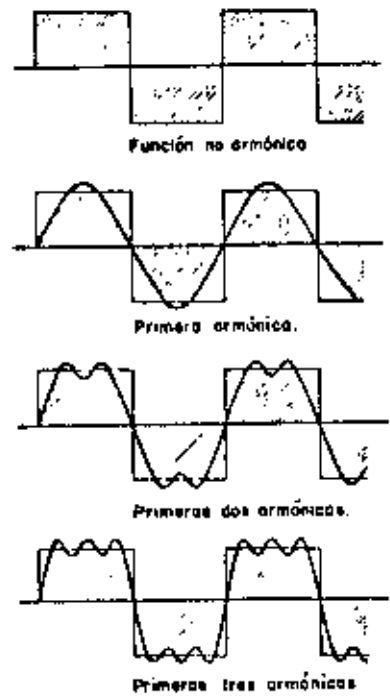


Fig. 8. UNA FUNCION NO ARMONICA Y ALGUNAS ETAPAS DE APROXIMACION MEDIANTE COMBINACION DE ARMONICAS (Ref. 7)

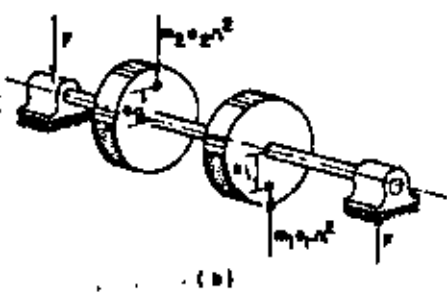
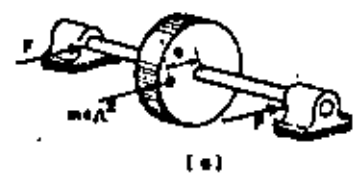


Fig. 9. a) DESBALANCE ESTATICO SIMPLE DE UN CUERPO GIRATORIO
b) DESBALANCE DINAMICO DONDE EL SISTEMA PUEDE ESTAR EN BALANCE ESTATICO

El tipo de movimiento aleatorio de un sistema mecánico depende de las características de las vibraciones de las partes de la máquina de excitación.

El tipo de movimiento aleatorio de un sistema mecánico depende de las características de las vibraciones de las partes de la máquina de excitación.

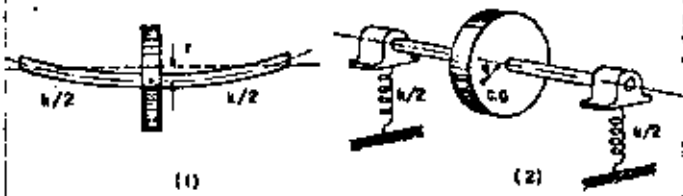


Fig. 9-C 1) DISCO DESBALANCEADO EN UNA FLECHA FLEXIBLE
2) SU-RIGIDEZ DINAMICA EQUIVALENTE

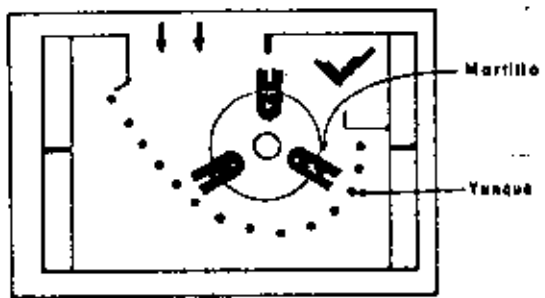


Fig. 10 ELEMENTOS EN UNA TRITURADORA DE MATERIAL (Ref 18)

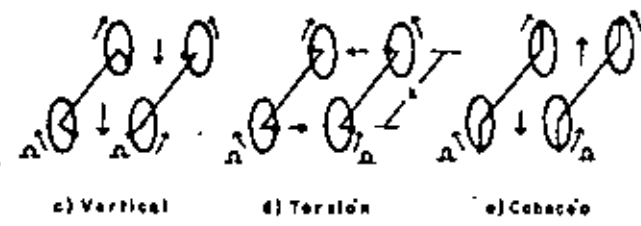
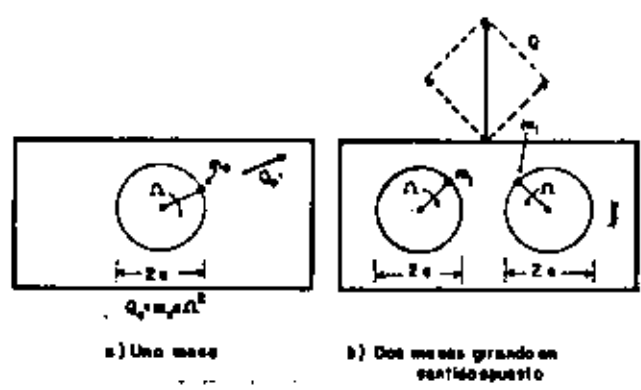


FIG. 12 FUERZAS PROVENIENTES DE EXITADORES CON MASAS GIRATORIAS (Ref 18)

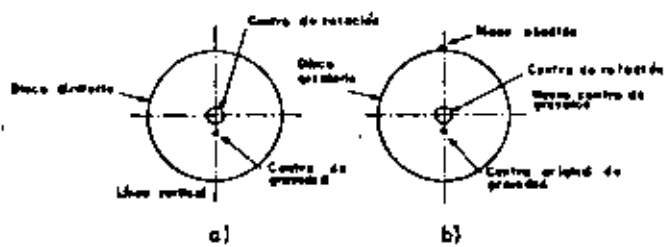


Fig. 11.- ILUSTRACION DEL PROCEDIMIENTO MAS SIMPLE DE BALANCEO
 a) DISCO DESBALANCEADO
 b) DISCO BALANCEADO (Ref. 6)

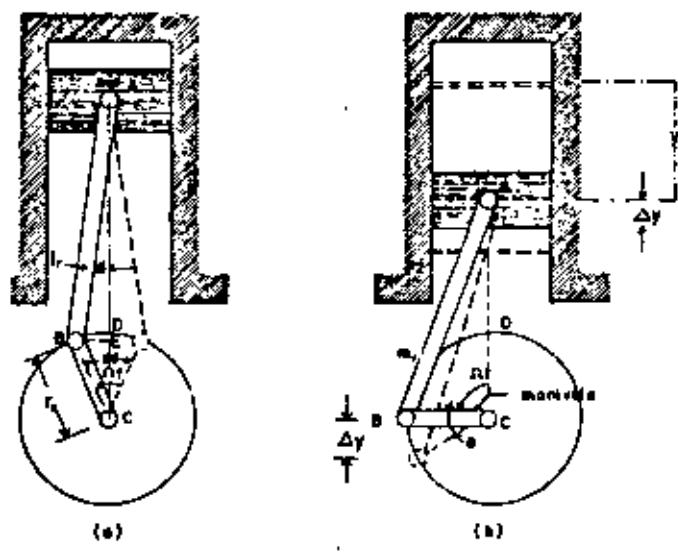


Fig. 13. SISTEMA MANIVELA-PISTON
 a) MOV. DE LA MANIVELA EN SU POSICION MAS ALTA.
 b) MOV. DE LA MANIVELA EN SU POSICION HORIZONTAL.

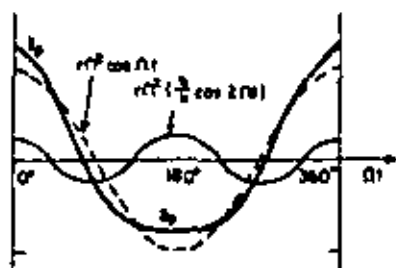
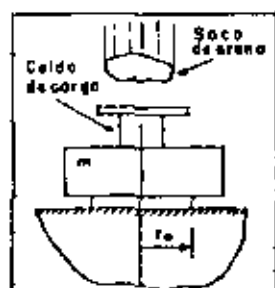
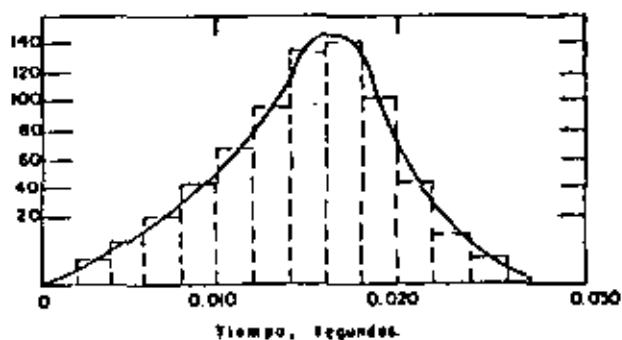


Fig. 14 COMPONENTES DE LA ACELERACION DEL PISTON EN FUNCION DEL ANGULO DE ROTACION DE LA MANIVELA PARA $r_c/r_l = 1/4$



a)



b)

Fig. 15 CARGA POR IMPACTO EN UN MODELO
a) ARRREGLO DE LA PRUEBA
b) CURVA FUERZA-TIEMPO
(Ref. 10)

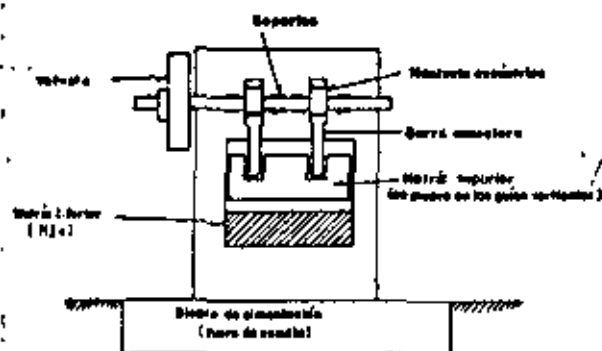
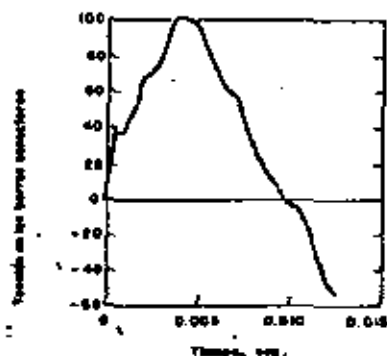


Diagrama de la prensa de un golpeo



Curva muestra - tiempo después que la barra superior golpea el cuerpo de metal.

Fig. 16 FUERZA DE IMPULSO DESARROLLADA POR LA OPERACION DE UNA PrensA DE GOLPEO (Ref. 19)

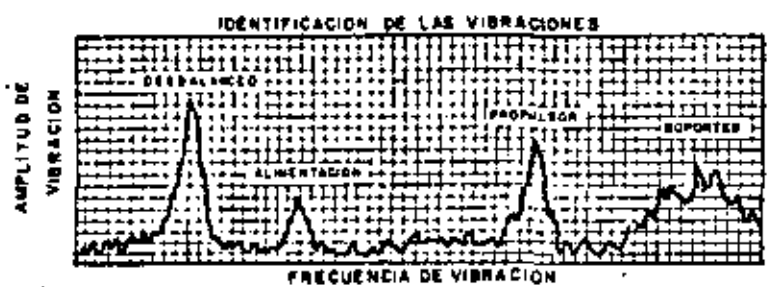


Fig. 17. IDENTIFICACION DE LAS VIBRACIONES (Ref 19)

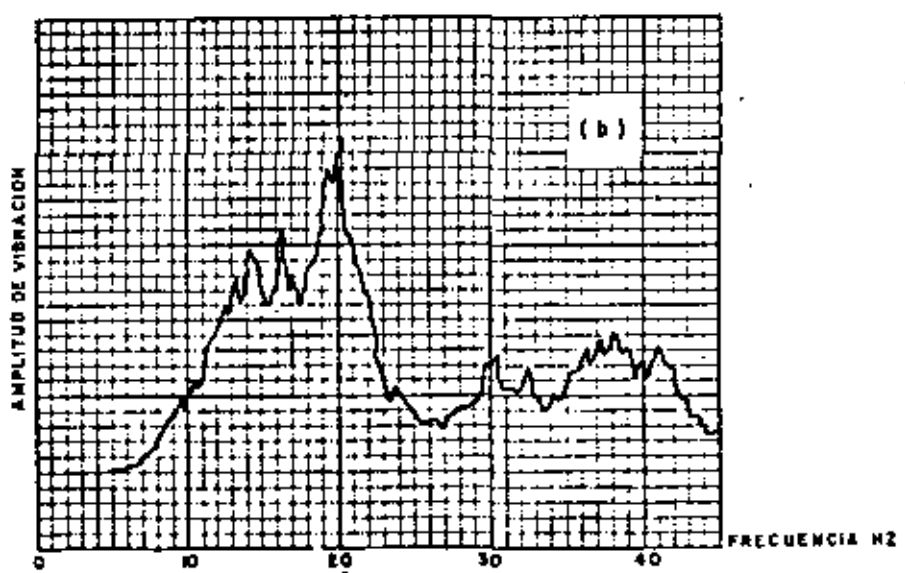
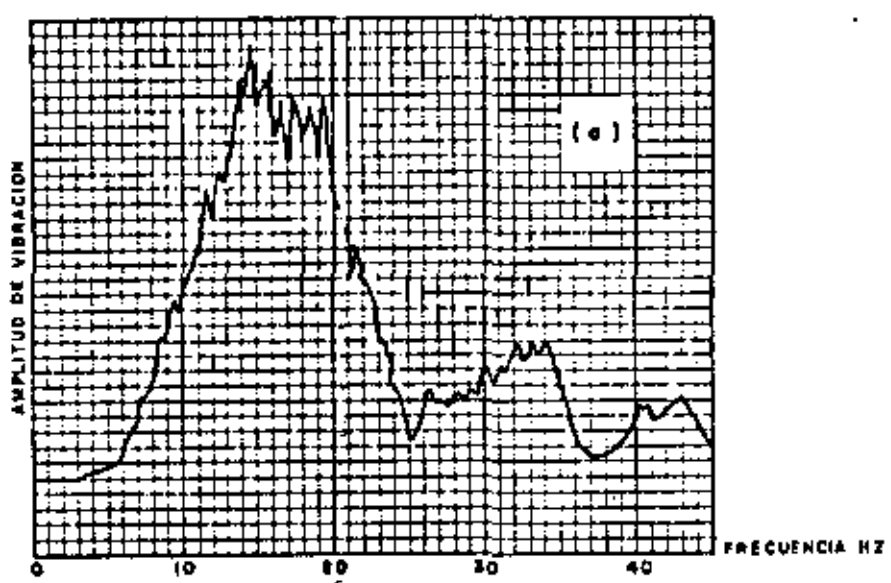


Fig. 18. ESPECTRO DE FRECUENCIA (Ref 19)

- (a) AMPLITUD DE LA VELOCIDAD VERTICAL A 100 PIES DE LA MAQUINA
- (b) AMPLITUD DE LA VELOCIDAD VERTICAL A 200 PIES DE LA MAQUINA

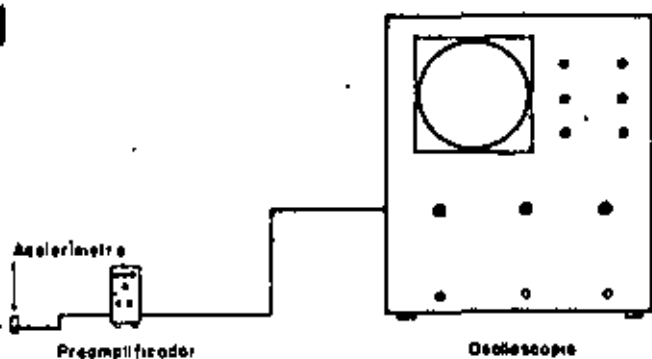


Fig. 19 ARREGLO SIMPLE DE UN SISTEMA MEDIDOR DE VIBRACIONES (Ref. 6)

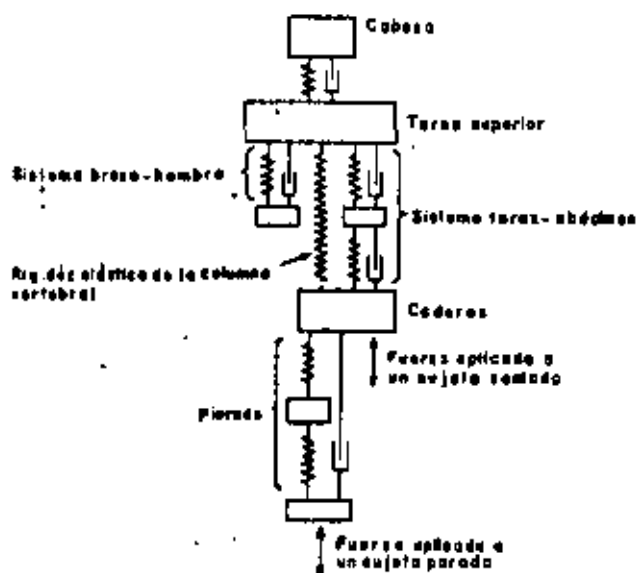


Fig. 21 SISTEMA MECANICO SIMPLIFICADO, REPRESENTANDO A UN CUERPO HUMANO PARADO SOBRE UNA PLATAFORMA QUE VIBRA VERTICALMENTE (Ref. 6)

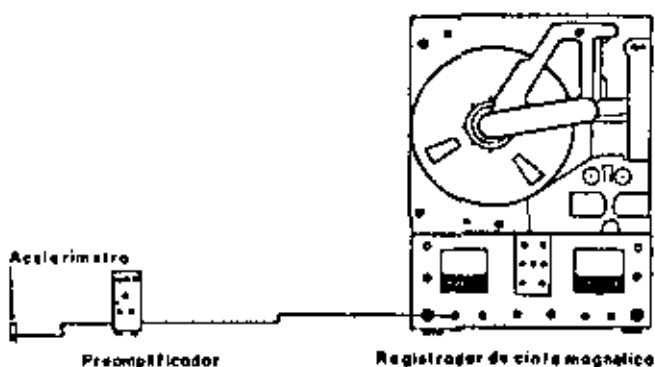


Fig. 20 SISTEMA DE MEDICION UTILIZANDO UN EQUIPO REGISTRADOR DE VIBRACIONES CON CINTA MAGNETICA (Ref. 6)

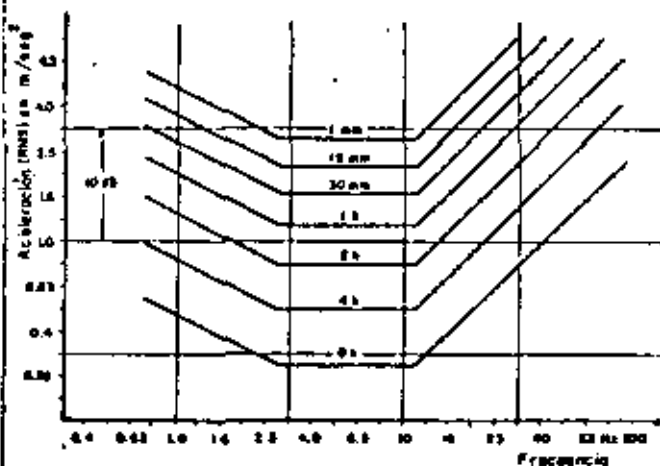


Fig. 22 NIVELES DE VIBRACION QUE PRODUCEN IGUALES TIEMPOS DE EFICIENCIA. (Ref. 6)

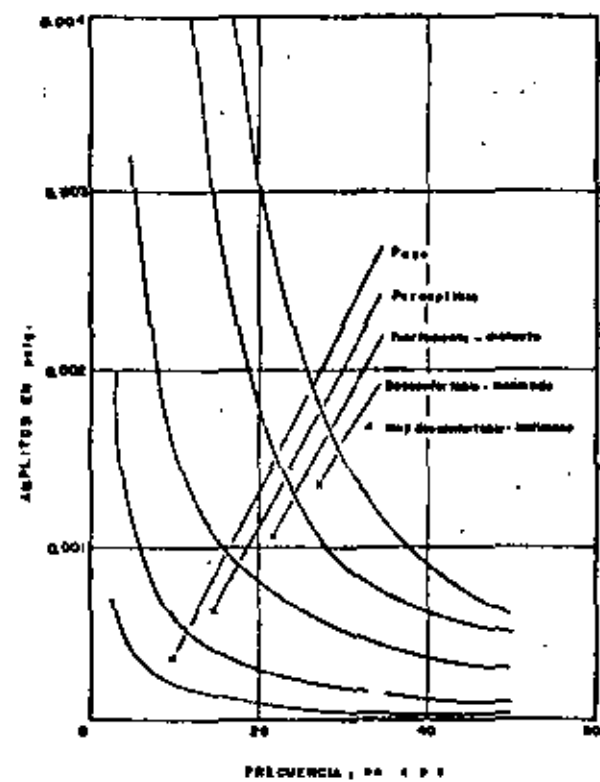


Fig. 23 EFECTO DE LAS AMPLITUDES DE VIBRACION EN LAS PERSONAS (Ref. 4)

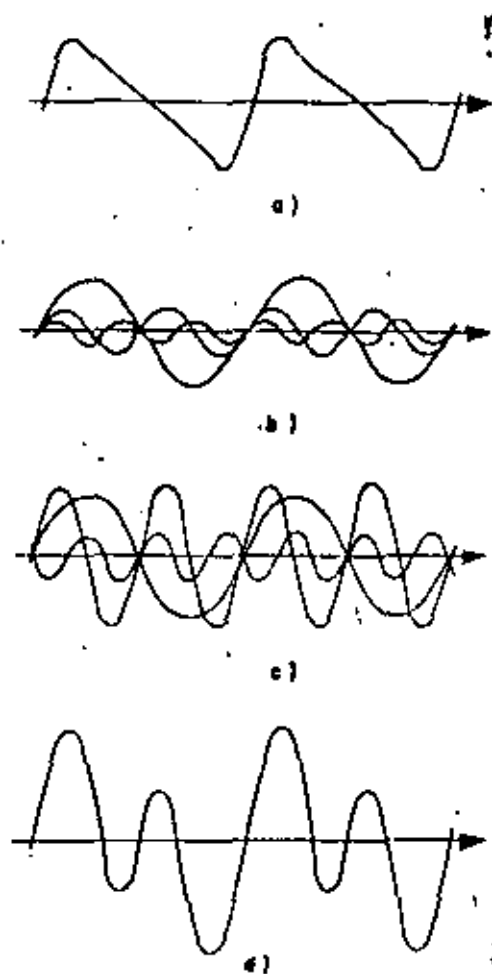


Fig. 24.- DIAGRAMA MOSTRADO.

- a) VARIACION DE LA EXCITACION ORIGINAL DE ENTRADA.
- b) COMPONENTES ARMONICOS DE LA EXCITACION.
- c) COMPONENTES ARMONICAS DE LA EXCITACION RESULTANTE.
- d) RESPUESTA RESULTANTE.

En el caso de vibraciones de tipo aleatorio, el nivel de vibración se define en términos de la densidad espectral de potencia (DSE) en unidades de $\text{m}^2/\text{s}^4/\text{Hz}$.

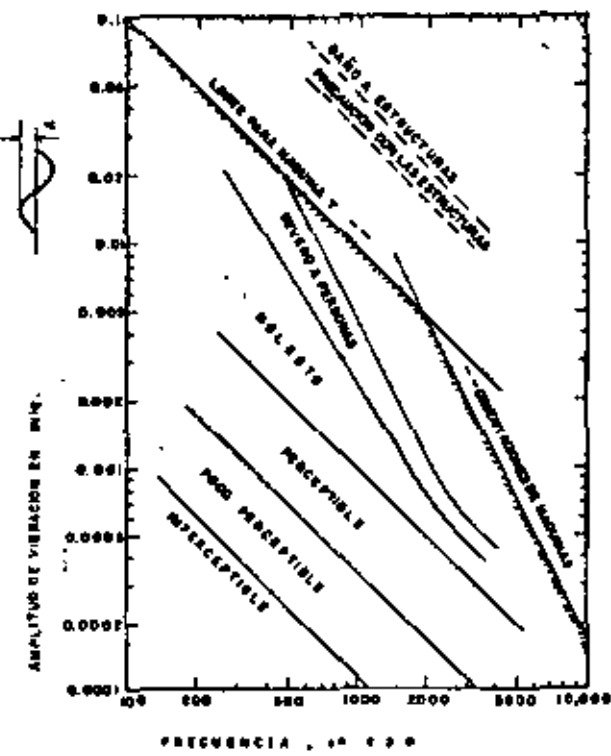


Fig. 25 LÍMITES DE LA AMPLITUD DE DESPLAZAMIENTO EN FUNCIÓN DE LA FRECUENCIA DE EXCITACION (Ref. 18)

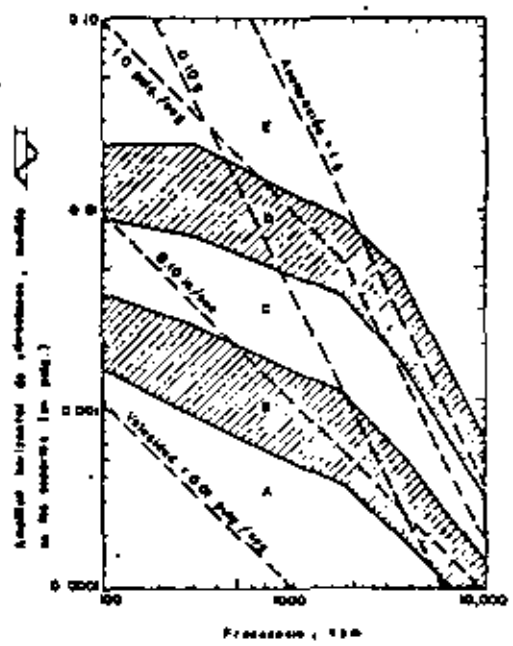


Fig. 26.- CRITERIOS PARA VIBRACIONES EN MAQUINA ROTATIVA. (Ref. 5)
 EXPLICACION DE LOS CASOS:
 A SIN FALLAS. EQUIPO TÍPICAMENTE NUEVO.
 B FALLAS MENORES LA CORRECCION SIGNIFICA SOLO GASTO.
 C FALLA. CORREGIR EN LOS PROXIMOS 10 DIAS PARA EVITAR GASTOS DE MANTENIMIENTO
 D FALLA PROXIMA. CORREGIR EN DOS DIAS PARA EVITAR GASTOS DE MANTENIMIENTO.
 E PELIGROSO. PARAR DE INMEDIATO PARA EVITAR DANO. (Ref. 5)

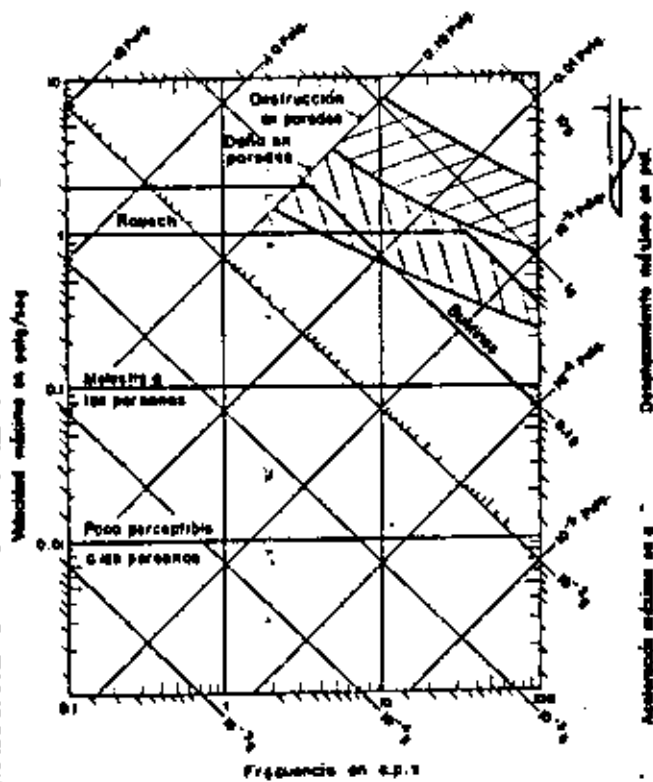
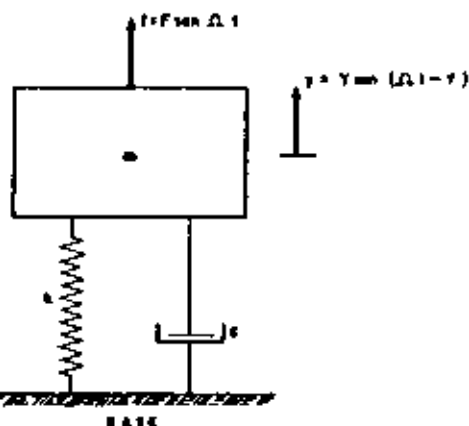


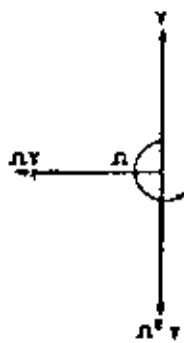
Fig. 27. ESPECTRO DE RESPUESTA PARA LOS LÍMITES DE VIBRACION. (R=1.0)

Ecuación de Equilibrio

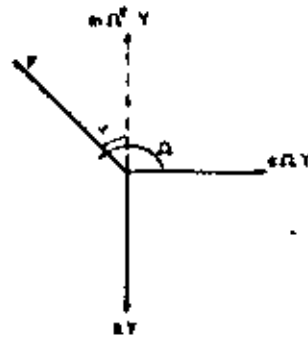
$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F \sin \Omega t$$



a) Sistema Masa - Resorte y Amortiguador



b) Vectores de Movimiento



c) Vectores de Fuerza

Fig. 28. MOVIMIENTOS Y FUERZAS ACTUANDO SOBRE UN SISTEMA DE MASA-RESORTE-AMORTIGUADOR.

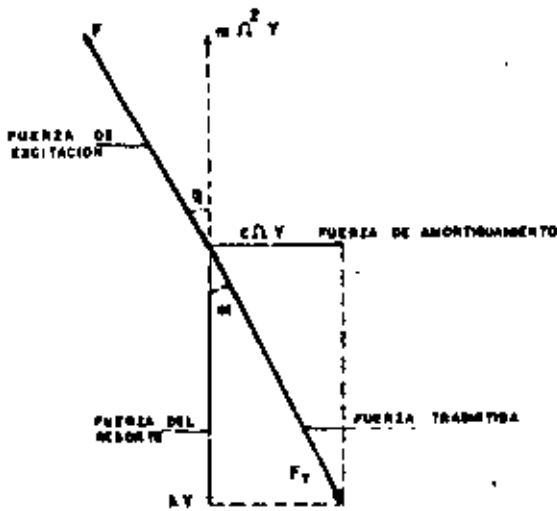


Fig. 29 RELACION DE DESFASAMIENTOS EN LAS FUERZAS ACTUANDO EN LA MASA m DE LA Fig. 28-A

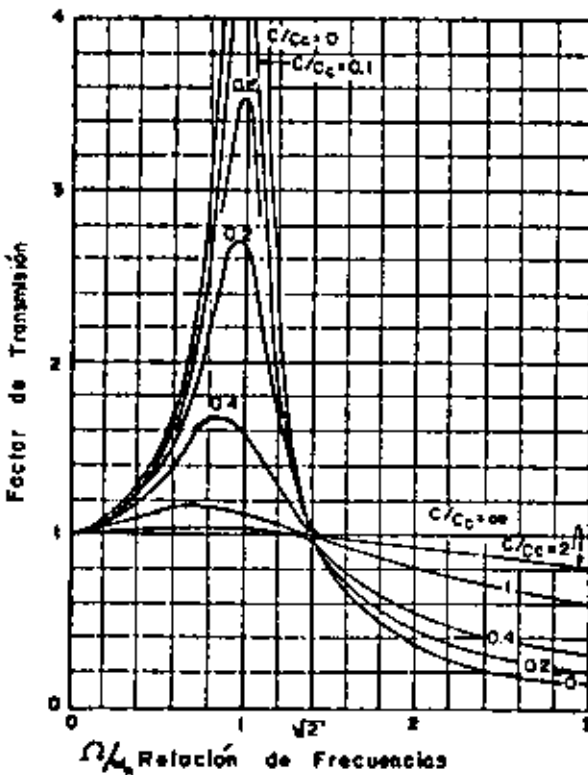


Fig. 30 FACTOR DE TRANSMISION VS. RELACION DE FRECUENCIA

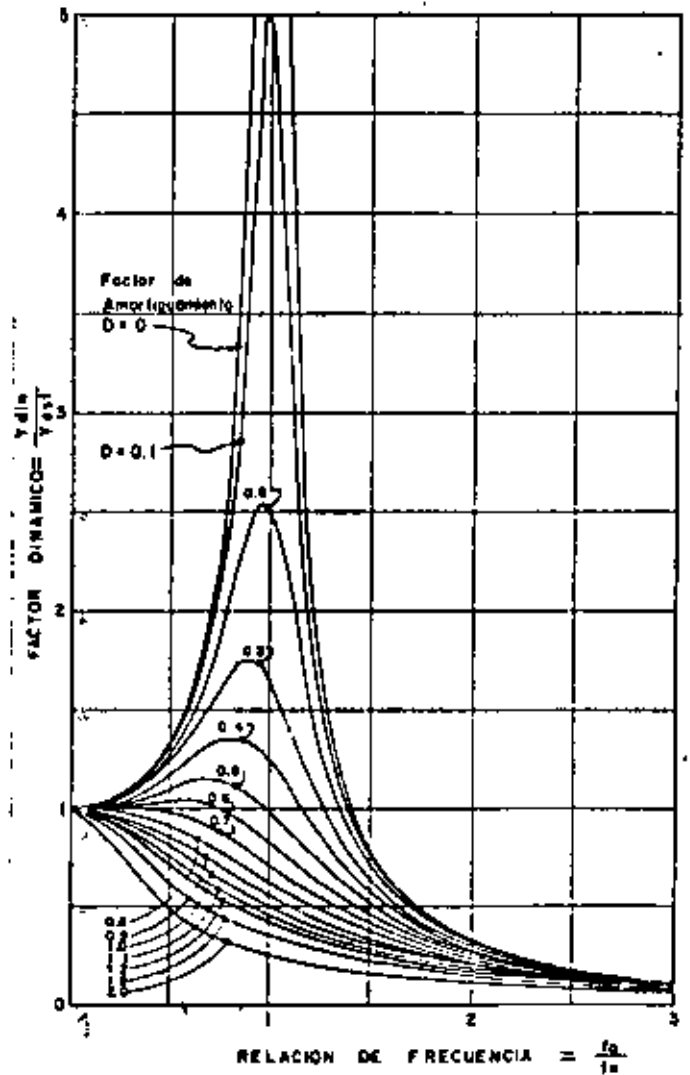


Fig. 31 CURVA DE RESPUESTA PARA FUERZA CONSTANTE

El efecto de la amortiguación en la respuesta dinámica de un sistema depende de la magnitud de la fuerza de amortiguamiento. En la figura 32 se muestran las curvas de respuesta para diferentes valores de ζ .

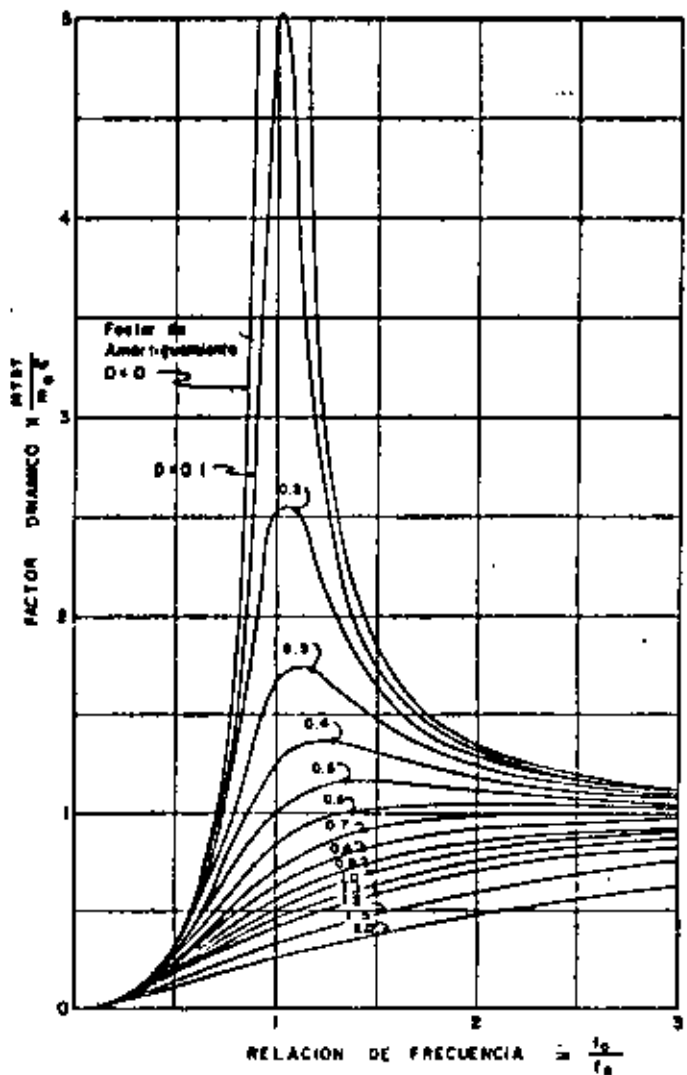


Fig. 32 CURVA DE RESPUESTA PARA FUERZA DEPENDIENTE DE LA FRECUENCIA

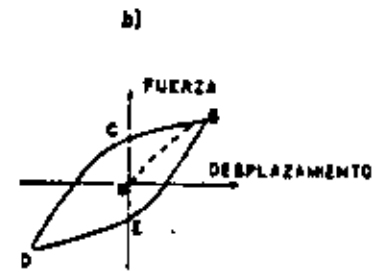
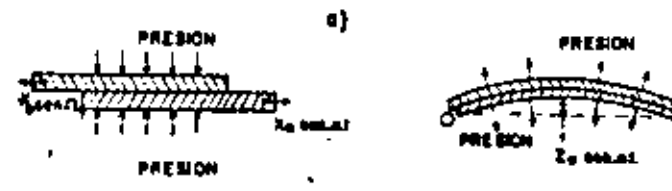


Fig. 33 EJEMPLOS DE AMORTIGUAMIENTO A TRAVES DE PLACAS.

- a).- SISTEMAS DE AMORTIGUAMIENTO POR FRICTION SUPERFICIAL.
- b) CURVAS DE FUERZA - DESPLAZAMIENTO OBSERVADAS EN ESTOS SISTEMAS (Ref. 6)

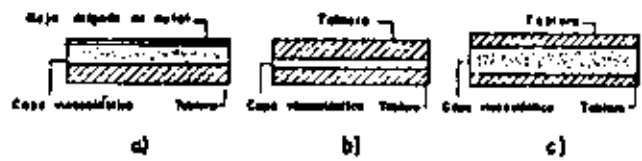


Fig. 34 EJEMPLOS DE ESTRUCTURAS TIPO SANDWICH

- a) CAPA VISCOELASTICA CONFINADA
- b) CAPA DELGADA DE MATERIAL VISCOELASTICO
- c) CAPA GRUESA DE MATERIAL VISCOELASTICO

(Ref. 6)



Fig. 35 USO DE UNA CAPA VISCOELASTICA PARA ABSORBER VIBRACIONES (Ref. 6)

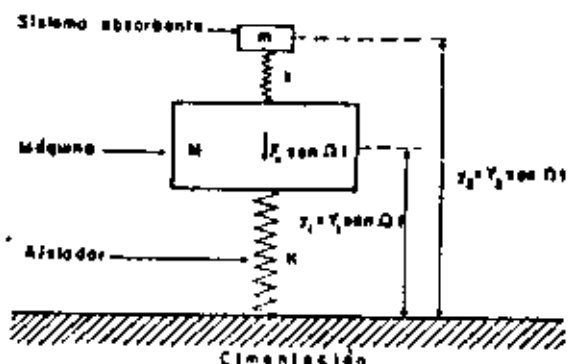


Fig. 36 PRINCIPIO DEL SISTEMA ABSORBENTE MECÁNICO (Ref. 6)

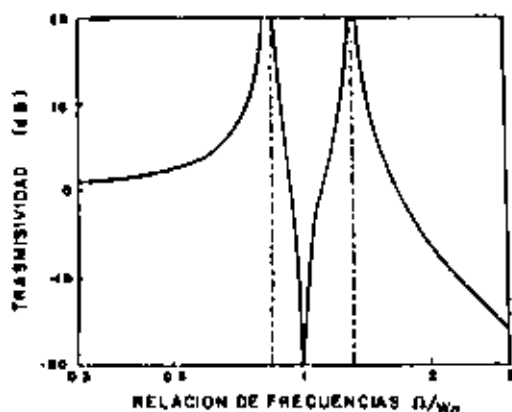


Fig. 37 CURVAS DE TRANSMISIVIDAD PARA UN SISTEMA QUE UTILIZA UN ABSORBENTE DE VIBRACION DINÁMICO SIN AMORTIGUAMIENTO (Ref. 6)

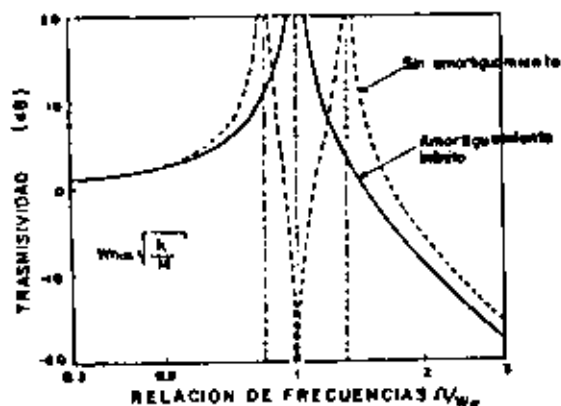


Fig. 38 EFECTO DE UN ABSORBENTE DE VIBRACION DINÁMICO CON AMORTIGUAMIENTO INFINITO (Ref. 6)

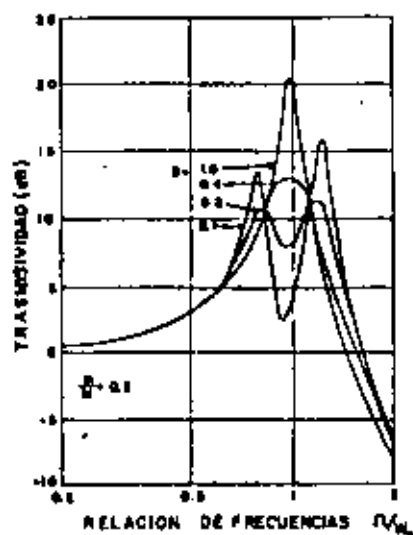


Fig. 39 EFECTO DEL AMORTIGUAMIENTO DE LOS SISTEMAS ABSORBENTES EN LAS CURVAS DE TRANSMISIVIDAD

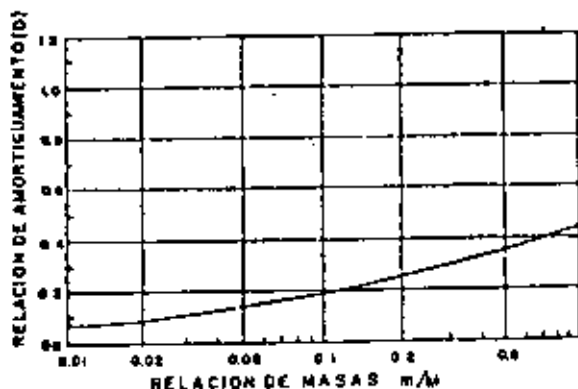


Fig. 40 CURVA SEÑALANDO EL AMORTIGUAMIENTO VISCOSO ÓPTIMO EN FUNCIÓN DE LA RELACION DE MASAS m/M

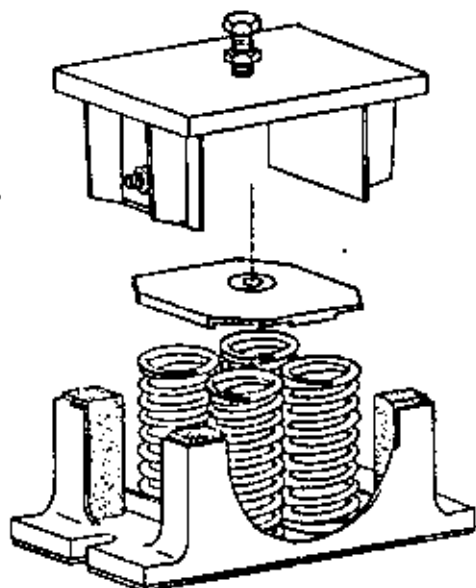


Fig. 41 AISLADOR MECANICO DE RESORTE (Ref. 8)

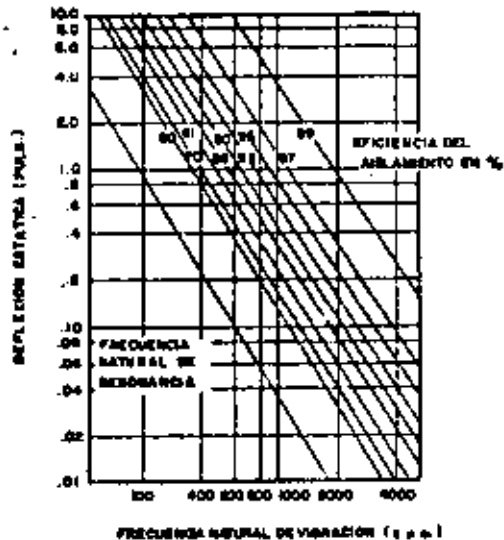


Fig. 43 GRAFICA BASICA DE VIBRACION (Ref. 8)



Fig. 42 ESQUEMA SEÑALANDO LA MASA AÑADIDA Y LA UTILIZACION DE UN AISLADOR COMO HULE O CORCHO (Ref. 8)

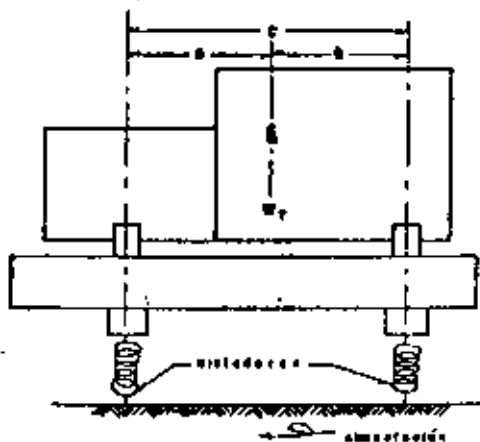


Fig. 44 LOCALIZACION DEL CENTRO DE GRAVEDAD EN RELACION A LOS AISLADORES EN UN SISTEMA TÍPICO DE MAQUINARIA (Ref. 8)

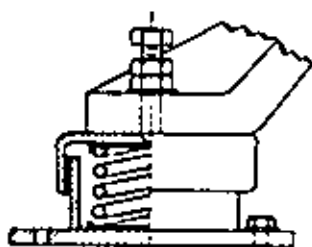


Fig. 45 a UN RESORTE PEQUEÑO ABSORBENTE DE VIBRACION (Ref. 2)

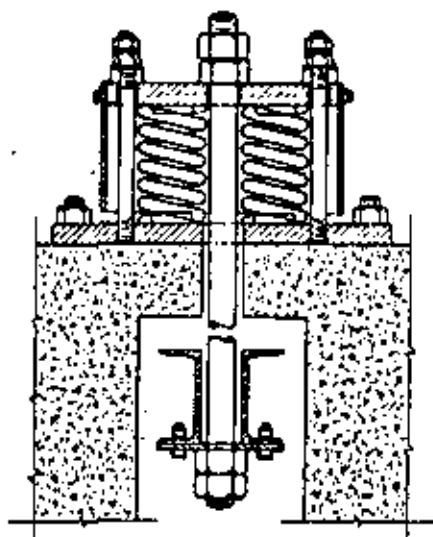


Fig. 47 AMORTIGUADOR DE VIBRACIONES, TIPO SUSPENDIDO (Ref. 2)

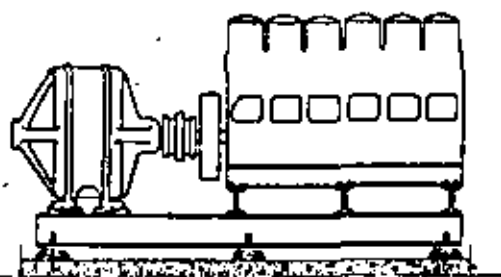


Fig. 45 b SOPORTE DE RESORTES PARA AISLAR LA VIBRACION DE UN MOTOR DIESEL DE SEIS CILINDROS ACOPLANDO UN GENERADOR. (Ref. 2)

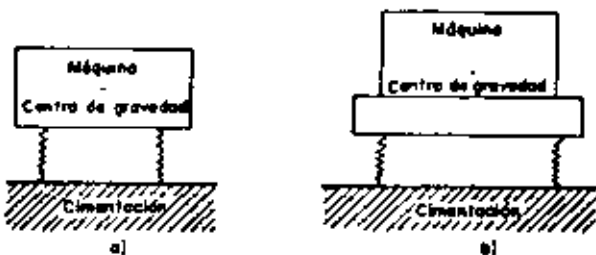


Fig. 46 ESQUEMA SEÑALANDO LA FORMA COMO EL CENTRO DE GRAVEDAD SE PUEDE BAJAR ARTIFICIALMENTE AÑADIENDO UNA MASA A LA MAQUINA (Ref. 6)

- a) Máquina
b) Máquina con una masa añadida

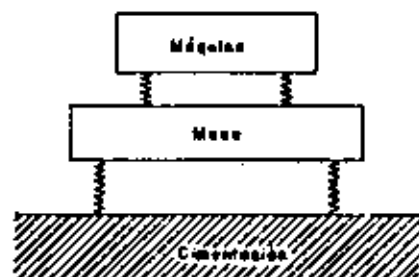
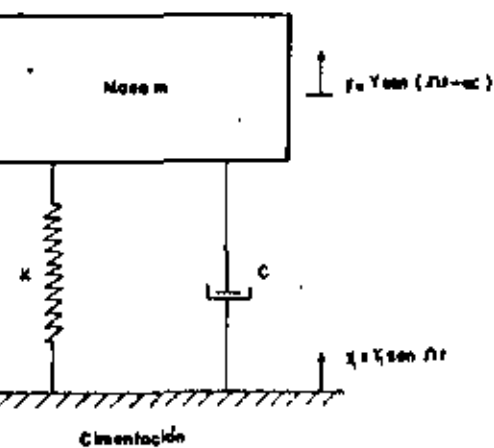
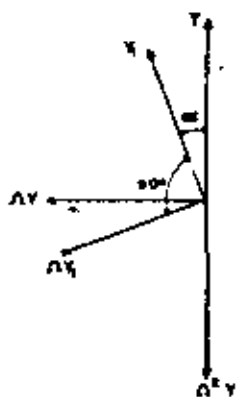


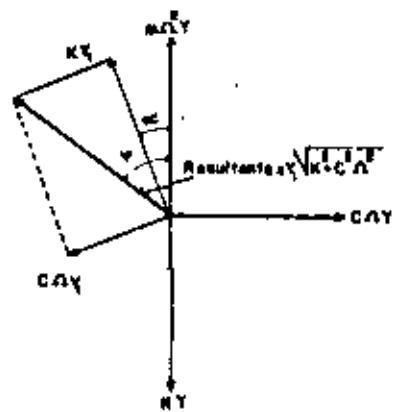
Fig. 48 ILUSTRACION DE UN SISTEMA COMPUESTO (Ref. 6)



a) Sistema masa-cimentación



b) Diagrama de movimientos



c) Diagrama de fuerzas

Fig. 49 DIAGRAMA DE MOVIMIENTOS Y FUERZAS EN UN SISTEMA MASA CIMENTACIÓN CON MOVIMIENTO EN LA BASE.

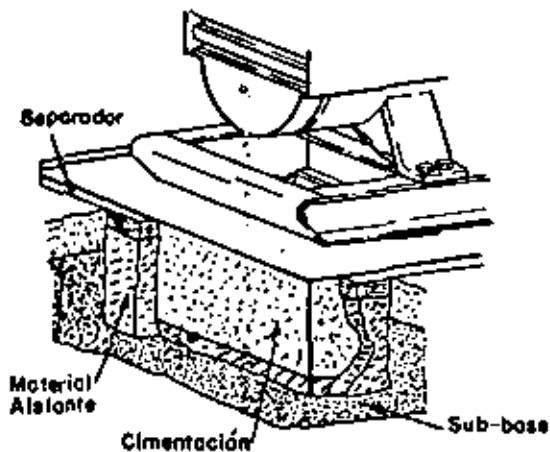


Fig. 50 USO DE MATERIAL AISLANTE ALREDEDOR DE UNA CIMENTACIÓN (Ref. 8)

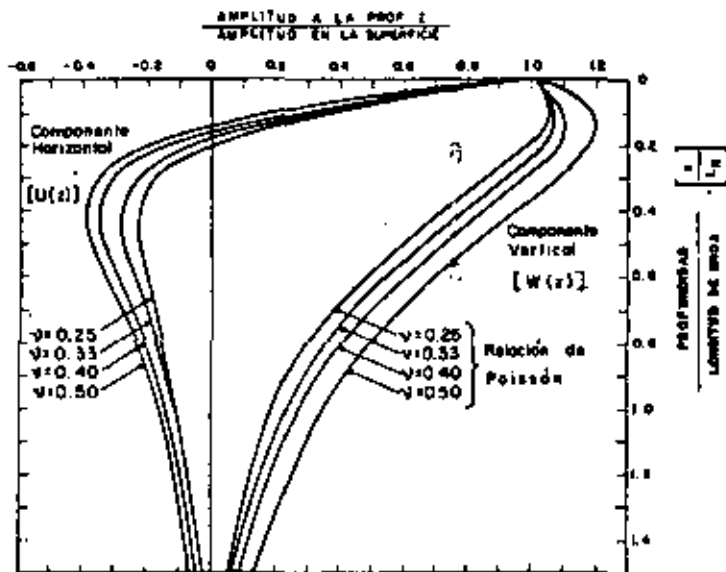


Fig. 51. RELACION DE AMPLITUD VS. PROFUNDIDAD
ADIMENSIONAL PARA ONDAS RAYLEIGH.
(Ref. 18)



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO ORGANIZADO EN COLABORACION CON LA SECRETARIA DE EDUCACION
PUBLICA Y LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE TAMAULIPAS.

DISEÑO DE CIMENTACIONES SUJETAS A
VIBRACION.

A

TEMA: EMPUJE DINAMICO DE SUELOS SOBRE MUROS DE RETENCION.

PROF. J. RAUL FLORES BERRONES.
PROFESOR DE LA DIV. DE EST. SUPERIORES
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM.
NOVIEMBRE, 1982.

EMPUJE DINAMICO DE SUELOS SOBRE MUROS DE RETENCION

1. INTRODUCCION

El empuje del terreno sobre muros de retención y estribos de --- puentes localizados en áreas sísmicas; o en muelles sujetos a -- considerables cargas cíclicas originadas por el oleaje y embarca- ciones atracadas en ellos, constituye una fuente importante de - problemas de estabilidad de suelos que deben analizarse racional- mente con el objeto de obtener soluciones seguras y económicas. .

A este respecto existen claras evidencias de fallas ocurridas en este tipo de estructuras, como las reportadas por ejemplo duran- te los sismos de Chile (Puerto Montt) en 1960 y los de Niigata - en 1964 (Refs. # 1 y # 2); en particular en este último lugar se presentaron serios daños en estructuras apoyadas en rellenos so- bre muros, como consecuencia del incremento de las presiones la- terales del suelo durante el sismo y el traslado horizontal de - las cimentaciones. La tabla No. 1 presenta un resumen de varias fallas ocurridas durante diversos sismos.

El objeto de este escrito es presentar y comentar los procedi--- mientos que más se utilizan actualmente en el análisis del empu- je dinámico de suelos sobre muros, en particular los desarrollados por Mononobe-Okabe y el método de Richards y Elms. Se presentan también algunas recomendaciones y lineamientos prácticos que po- drán aplicarse en el diseño de muros de retención localizados en zonas sísmicas.

Considerando que las fallas por licuación de suelos granulares - corresponde a un tema que se trata con amplitud en otros traba- jos, en el presente escrito no son analizados los mecanismos ni

las soluciones relacionadas a este fenómeno. Sin embargo, cabe señalar que en el estudio de la estabilidad de muros debe siempre analizarse la posibilidad de tener una reducción en la resistencia de los suelos localizados en ambos lados del muro como consecuencia del aumento de las presiones de poro durante o después del sismo, e incluso la pérdida total de dicha resistencia que corresponde precisamente al fenómeno de la licuación.

2. ANTECEDENTES

Desde 1926 y hasta hace apenas unos cinco años, el método tradicional que se había estado utilizando para tomar en cuenta el efecto dinámico del terreno sobre esta clase de estructuras, es el conocido como Mononobe-Okabe (Refs. # 3 y 4). Dicho método constituye en realidad una extensión del método estático de Coulomb.

Existen también resultados de varios modelos de laboratorios donde se han analizado los coeficientes de las presiones laterales de suelos granulares y cohesivos. En el caso de suelos granulares, Ishii et al (Ref. # 5) concluyeron que las señaladas presiones laterales medidas en modelos a pequeña escala coincidían razonablemente con las estimadas según Mononobe-Okabe y que después de una excitación dinámica existe una presión residual en el relleno que resulta considerablemente más grande que la presión existente antes de la excitación. En materiales cohesivos, por otro lado, Fukuoha y Yoshida (Ref. # 6) observaron que los valores calculados con el método de Mononobe-Okabe son considerablemente menores que las presiones normales obtenidas experimentalmente y que las magnitudes de presiones de suelos producidas por temblores estaban fuertemente influenciadas por el mecanismo de interacción entre el muro de retención y el terreno natural.

A partir de 1968 se ha estado empleando el método del elemento finito para analizar la magnitud y distribución de las presiones

dinámicas sobre muros de gravedad y tablestacados con anclajes - (Refs. 7 y 8); dichos métodos, aunque han contribuido considerablemente a entender el comportamiento de este tipo de estructuras durante la acción sísmica, resulta aún honeroso para la solución práctica de la mayoría de los problemas encontrados de diseño.

Recientemente Richards y Elms (Ref. # 9) propusieron un método de análisis que es considerablemente racional en la selección -- del coeficiente de aceleración para diseño; dicho método considera las fuerzas inerciales debidas al muro en sí (mismas que no son tomadas en cuenta por Mononobe-Okabe) y emplea el concepto de desplazamientos permisibles al momento de seleccionar los parámetros de diseño. Este método, como se indica más adelante, es el que posiblemente mejores perspectivas ofrece hoy en día para ser utilizado en la práctica ingenieril.

Existe también un reciente trabajo elaborado en el Inst. de Ingeniería por Ovando, Sánchez - Sesma y Arias (Ref. # 10) en el --- cual se discuten los diversos factores que deben hacerse intervenir en el comportamiento sísmico de muros de retención y se hace una crítica de los métodos de análisis más significativos.

Dentro de los análisis desarrollados en este tema cabe mencionar el presentado por el Profesor Scott de la Universidad de California (Ref. # 11), quién realizó un estudio sobre las fuerzas dinámicas actuando en un muro rígido que retiene un material elástico; Scott utiliza en su modelo resortes horizontales que representan la interacción suelo-muro y determina las correspondientes constantes de rigidez empleando la teoría de elasticidad.

3. MÉTODO MONONOBE-OKABE

3.1 Fundamentos del Método:

Este método fue desarrollado por Mononobe (Ref. # 3) y Okabe --- (Ref. # 4) para suelos granulares secos, y básicamente aplica la teoría de Coulomb excepto que se añaden una fuerza inercial horizontal ($k_h W$) y una fuerza inercial vertical ($k_v W$), que son función del peso de la cuña deslizante W (ver Fig. # 1) y de las -- aceleraciones horizontal $k_h g$ y vertical $k_v g$ del suelo en la base del muro.

Considerando el equilibrio de las fuerzas actuantes sobre la cuña de deslizamiento mostradas en la Fig. 1, se obtiene la expresión dada por Mononobe-Okabe para el empuje activo.

$$E_{ae} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1-k_v) K_{ae} \quad 1$$

Donde:

$$K_{ae} = \frac{\cos^2 (\phi - \theta - \beta)}{\cos \phi \cos^2 \beta \cos (\delta + \beta + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin (\phi + \delta) \sin (\phi - \theta - i)}{\cos (\delta + \beta + \theta) \cos (i - \beta)}} \right]^2} \quad 2$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{k_h}{1 - k_v} \quad 3$$

γ = peso volumétrico del suelo
 H = altura del muro
 ϕ = ángulo de fricción del suelo

Estos son datos que dependen de la geometría del --

δ = ángulo de fricción entre el muro y el suelo	}	problema y las características del terreno atrás del muro.
i = pendiente del terreno superficial que soporta el muro		
β = pendiente del muro respecto a la vertical.		
k_h = coeficiente de aceleración horizontal del terreno	}	Datos que se obtienen de un análisis de riesgo sísmico; en forma aproximada se pueden estimar en base a la sismicidad de la zona
k_v = coeficiente de aceleración vertical del terreno		

En el Apéndice A de la Ref. # 10 se presentan unas tablas que contienen valores de K_{ae} para un rango amplio de los parámetros involucrados en la Fig. 2.

De manera semejante, la expresión correspondiente al empuje pasivo es igual a:

$$E_{pe} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1-k_v) K_{pe} \quad 4$$

Donde:

$$K_{pe} = \frac{\cos^2 (\phi + \beta - \theta)}{\cos \theta \cos^2 \beta \cos (\delta - \beta + \theta) \left[1 - \left\{ \frac{\sin (\phi - \delta) \sin (\phi + i - \theta)}{\cos (i - \beta) \cos (\delta - \beta + \theta)} \right\}^{1/2} \right]^2} \quad 5$$

Seed y Whitman (Ref. # 12) muestran la influencia de k_v y la de los diversos ángulos en el valor de los empujes dados por las expresiones 1 y 4, proporcionando incluso gráficas con las que se puede estimar el incremento que ejerce la acción dinámica así calculada en comparación con el empuje estático ($k_h = k_v = 0$).

3.2 Simplificaciones al Método:

Arango (12), a fin de aprovechar los procedimientos gráficos existentes para el problema estático, propone utilizar la siguiente ecuación obtenida directamente de las expresiones de Mononobe para el caso activo.

$$E_{ae} = E_a (\beta^*, i^*) \cdot (1 - k_v) \cdot F. \quad 6$$

Donde:

$E_a (\beta^*, i^*)$ es el empuje activo estático de Coulomb que es función de $\beta^* = \beta + \theta$, $i^* = i + \theta$, y $F = \frac{\cos^2 \beta^*}{\cos \theta \cos^2 \beta}$

Este valor de F se puede obtener la Fig. # 2, y el valor del empuje estático, E_a , de las gráficas existentes en la literatura.

Basado en el hecho de que para un material de relleno con un ángulo de fricción de 35° , el incremento de la fuerza dinámica para empuje activo sobre un muro vertical es aproximadamente igual a:

$$\Delta E_{ae} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{3}{4} k_h, \quad 7$$

Seed (13) propone determinar la fuerza total (estática + dinámica) a través de la siguiente expresión.

$$E_{AE} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (K_A + \frac{3}{4} k_h) \quad 8$$

La aproximación de esta simplificación se puede apreciar en la Fig. # 3.

2.3 Localización de la resultante dinámica y efecto del agua:

La posición de la resultante de estos empujes con respecto a la base del muro depende de la distribución de la presión lateral con la profundidad, y sobre ello nada se comenta en las publicaciones originales de Mononobe-Okabe; sin embargo, este aspecto ha sido discutido por diversos autores (8, 12, 13, 14 y 15). --- Seed y Whitman (Ref. # 12) señalan por ejemplo que mientras la componente estática de tales resultantes se encuentran a $H/3$ a partir de la base del muro, el efecto adicional dinámico se localiza a $2H/3$; sin embargo, para fines prácticos, estos autores recomiendan considerar que la resultante total (estática + dinámica) se localiza en $H/2$.

En cuanto el efecto de la presencia del agua en los empujes dinámicos sobre muelles (calculados con Mononobe-Okabe), Marsuo y O'Hara (Ref. # 16) lo consideran haciendo las siguientes suposiciones:

- 1) Las fuerzas debidas a la presión del agua libre (del lado del mar) son reducidas durante el sismo en una cantidad igual a la dada por la teoría de Westergaard (Ref. # 17), es decir:

$$P_y = \frac{7}{8} \cdot k_h \cdot \gamma_w (h_y)^{1/2} \quad 9$$

donde P_y es la presión dinámica de agua a la profundidad "y", γ_w es el peso unitario del agua y h es el tirante total del agua (Fig. # 4); la fuerza total dinámica correspondiente según la teoría de Westergaard, expresada en ton/m², viene siendo:

$$P = \frac{7}{12} h^2 k_h \quad 10$$

- 2) Las fuerzas del agua en el lado tierra dentro del muro, se incrementan en un 70 % de los valores dados por Wertergaard y actúan conjuntamente con el suelo.

Así pues, la presión dinámica debido al suelo y al agua que se debe aumentar a la presión estática resulta igual a:

$$P_{\text{dín}} = k_h \phi \quad 11$$

donde ϕ es un factor dibujado por Matsuo y O'Hara en la Fig. # 5.

Becker (Ref. # 18) observó que para muros con alturas mayores de 6 m el factor ϕ , en ton/m², era aproximadamente igual a H² (H medida en metros), por lo que para fines prácticos la expresión anterior se puede escribir como:

$$P_{\text{dín}} = k_h H^2 \quad 12$$

El 25 % de esta presión es debida al efecto del suelo y el 75 % restante es debido a la presencia del agua en ambos lados del muro.

3.4 Comparación del Método con Resultados Observados:

En base a los resultados reportados por Mononobe y Matsuo en pruebas sobre modelos de laboratorio en material arenoso seco (Ref. # 19), Jacobesen (Ref. # 15) e Ishii et al (Ref. # 5) señalan que los valores dados por la fórmula de Mononobe-Okabe son bastantes aproximados a los experimentales. Más aun, en las pruebas realizadas sobre pruebas a pequeña escala de tablestacas con anclas en material de arena seca, Kurata et al (Ref. # 20) observaron que tanto los valores dados por la teoría de Rowe co-

mo la de Mononobe-Okabe se encontraban razonablemente cercanos a los valores observados.

Tratándose de suelos cohesivos sin embargo, Fukuoka y Yoshida -- (Ref. # 6) señalan que las presiones laterales experimentadas durante sismos pueden ser considerablemente mayores a las dictadas por Mononobe-Okabe, y que dichas presiones dependen en gran medida de la fricción entre el material de relleno y el muro; solo en el caso de muros pequeños los valores obtenidos con la fórmula de Mononobe-Okabe dió valores aproximados a los observados.

Existen por otro lado varias objeciones al empleo del método de Mononobe-Okabe. Ovando et al (Ref. # 10) por ejemplo señalan -- que en dicho método no se satisface el equilibrio de momentos de la cuña deslizando del suelo y que la distribución de presiones dinámicas no es hidrostática como en él se supone, y Richards y Elms (Ref. # 9) hacen notar la importancia de tomar en cuenta, para la estabilidad dinámica del muro, el efecto de su inercia; tal efecto no es considerado en el método de Mononobe-Okabe.

Así pues, el método tradicionalmente empleado para el análisis dinámico de tierras sobre muros, es decir, el de Mononobe-Okabe, tiene ciertas limitaciones que debieran tomarse en cuenta siempre que se utiliza en la solución de problemas prácticos.

4. METODO DE RICHARDS Y ELMS

4.1 Bases del Método:

A fin de eliminar la limitación de la fórmula de Mononobe-Okabe relacionada al efecto de la inercia del muro de contención, Richards y Elms (Ref. # 9) propusieron el empleo del siguiente procedimiento.

Haciendo referencia a la Fig. # 6, donde se muestra el diagrama de cuerpo libre del muro de retención, del equilibrio de fuerzas horizontales y fuerzas verticales se obtienen que el peso del muro W_w requerido para que no exista deslizamiento es:

$$W_w = \frac{\cos(\delta+\beta) - \text{sen}(\delta+\beta) \tan \phi_b}{(1-k_v) (\tan \phi_b - \tan \theta)} E_{ae} \quad 13$$

ya que $\tan \theta = k_h / (1-k_v)$

Esta E_c (13), en términos de K_{ae} según la E_c (2), resulta igual a:

$$W_w = \frac{\frac{1}{2} \gamma H^2 \cos(\delta+\beta) - \text{sen}(\delta+\beta) \tan \phi_b}{\tan \phi_b - \tan \theta} K_{ae} \quad 14$$

Mas aun, las ecuaciones (13) y (14) se pueden sintetizar en la siguiente expresión:

$$W_w = C_{ia} E_{ae} = C_{ia} \frac{1}{2} \gamma H^2 (1-k_v) K_{ae} \quad 15$$

Donde:

$$C_{ia} = \frac{\cos(\delta+\beta) - \text{sen}(\delta+\beta) \tan \phi_b}{(1-k_v) (\tan \phi_b - \tan \theta)} \quad 16$$

C_{ia} es llamado por Richards y Elms "coeficiente de inercia"; obsérvese en la E_c 16 la influencia tan directa que tienen sobre este coeficiente los valores de ϕ_b , k_v y δ .

Para comparar la influencia del efecto de inercia del muro con la del ampuje dinámico del suelo (dado por la E_c 1), se pueden -

normalizar ambos efectos con respecto a los valores estáticos correspondientes. Es decir, denominado como factor de empuje de suelo a:

$$F_e = \frac{k_{ae} (1-k_v)}{K_a} \quad 17$$

donde K_a es el coeficiente estático activo (Ref. # 21) dado por la expresión.

$$K_a = \frac{\cos^2 (\phi - \beta)}{\cos^2 \beta \cos (\delta + \beta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin (\delta + \phi) \sin (\phi - i)}{\cos (\delta + \beta) \cos (\beta - i)}} \right]^2} \quad 18$$

y como factor de inercia del muro a:

$$F_i = \frac{C_{ie}}{C_i} \quad 19$$

donde C_i es igual a la E_c (16) una vez que se ha hecho a $k_v = k_h = 0$. Al dibujar a F_e y F_i en la Fig. # 7, se puede observar que ambos factores tienen una magnitud muy similar para la mayoría de los valores de k_h . En esta figura está también dibujado el producto de los dos factores (F_s) que representa el factor de seguridad, ya que:

$$F_s = F_e F_i = \frac{k_{ae} (1-k_v)}{K_a} \times \frac{W_w}{C_i \frac{1}{2} \gamma H^2 (1-k_v) K_{ae}} = \frac{W_w}{W} \quad 20$$

Donde:

$$W = C_i \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

4.2 Recomendaciones de Diseño

Suponiendo que:

- a) se pueden despreciar el volteamiento y las aceleraciones verticales.
- b) los desplazamientos que un sismo puede producir en un muro de contención son finitos, acumulativos y calculables en función de las aceleraciones máximas del terreno que exceden el valor límite de aceleración, N_g , que puede soportar el muro.
- c) el valor de N_g (ver Fig. 8) se puede estimar mediante la expresión:

$$N_g = \frac{(F_s - 1) g}{(3/4 K_a) + (F_g / \tan \phi_b)} \quad 22$$

Richards y Elms (9) proponen utilizar el siguiente procedimiento para fines de diseño:

- 1) Definir el máximo desplazamiento aceptable del muro.
- 2) Utilizar la siguiente relación aproximada (deducida de las curvas envolventes de máximo desplazamiento vs k_h/A (aceleración máxima del terreno) obtenidas por Franklin y Chang (Ref. # 22) de 180 sismos normalizados a una aceleración máxima de 0.5g y una velocidad máxima de 30 pulg/seg).

$$d = 0.087 \frac{V^2}{A_g} \left(\frac{N}{A}\right)^{-4} \quad 23$$

donde:

d = desplazamiento relativo total del muro en pulgadas durante el sismo de diseño

V = velocidad máxima del sismo en pulg/seg.

A = coeficiente de aceleración máxima del sismo*

N = coeficiente de aceleración horizontal límite

- 3) Utilizar este valor de $N = k_h$ en las Ecs 2 y 14 para obtener el peso requerido del muro W_w .
- 4) Utilizar un factor de seguridad adecuada (del orden de 1.5) para la estimación de W_w .

Dado que el peso del muro es muy sensible a los ángulos de fricción ϕ , ϕ_b y δ , se recomienda usar valores conservadores (bajos) de los mismos.

En la discusión que Whitman (Ref. # 24) hace del trabajo de Richards y Elms, señala los siguientes aspectos interesantes:

- a) Al emplear la Ec 22 con valores típicos de los parámetros usados en un muro no diseñado sísmicamente y un factor de seguridad de 1.5, los valores resultantes de N se encuentran entre 0.08 y 0.12; para $F_s = 2$ tales valores se encuentran entre 0.14 y 0.21 (este rango varía desde luego un poco al variar los parámetros i y β). Este aspecto conduce a señalar que el valor de N para muros de gravedad no diseñadas específicamente contra temblores, cae dentro del rango de 0.05 y 0.25.

* Los valores de V y A se obtienen a partir de los estudios que sobre sismicidad se ha hecho en sitio dado. En ausencia de tales estudios se pueden usar los mapas de regionalización sísmica en la estimación de V y A . Para el caso de la República Mexicana se recomienda ver Ref. 23.

- b) Suponiendo que se acepta como desplazamiento permanente de falla el valor de 100 mm, al emplear la Ec 23 para determinar la intensidad del sismo que producirá esta falla es necesario relacionar la velocidad máxima del terreno, V , con el coeficiente de aceleración, A . Para ello se han estado usando valores de V/A que se encuentran en el rango de --- 1250 mm/seg y 750 mm/seg; los resultados de emplear estos valores en la determinación de N se muestran en la tabla (2) que indica, por ejemplo, que para $N = 0.1$ se deben tener aceleraciones del terreno de 0.24g o mayores antes de alcanzar desplazamientos de 100 mm.
- c) Suponiendo nuevamente que el desplazamiento máximo permisible es de 100 mm, la Ec 23 se puede también utilizar para calcular el valor de N requerido para soportar las diferentes intensidades sísmicas; la tabla (3) muestra los resultados e indica que si la aceleración máxima del sismo de diseño es de 0.4g, un valor de $N = 0.2$ en el análisis estático del muro debiera asegurar movimientos permanentes del mismo menores de 100 mm. En esta tercera tabla se puede observar que el valor requerido de N/A es del orden de 1/3 para sismos de baja intensidad y de 1/2 para sismos importantes.

En cuanto a la influencia de la aceleración vertical del relleno, k_v , la Fig. 9 muestra que:

$$k_v = (A-N) \tan \psi$$

24

donde ψ es el ángulo de inclinación del plano de falla, el cual a su vez en función de N y k_v . De acuerdo con Whitman, el principal efecto de incluir la aceleración vertical del relleno atrás del muro es hacer N función de la aceleración del terreno, lo cual hace que el valor límite

ya no sea constante sino que varíe con el tiempo; cuando se incluye dicha aceleración por lo general el valor límite de N aumenta.

De manera semejante, el valor del empuje activo E_{ae} cambia con el tiempo debido a que un valor positivo de k_v "descarga" el relleno y un valor negativo hace aumentar el peso efectivo del mismo, y por tanto aumenta el valor de E_{ae} .

Whitman llama "aceleración crítica" a la obtenida al principio del sismo cuando los deslizamientos horizontales del muro están por iniciarse y $N = A$ y $k_v = 0$. Sin embargo, una vez que se excede la aceleración crítica, la aceleración límite en cualquier momento depende de la aceleración del terreno en ese momento y el valor máximo de ella aumenta a medida que la aceleración máxima del terreno aumenta.

Zerrabi (Ref. 25) ha hecho varias comparaciones, usando registros reales de sismos, entre los desplazamientos permanentes estimados considerando e ignorando la aceleración vertical del relleno; en todos los casos se redujeron los desplazamientos permanentes al considerar la aceleración vertical del relleno.

Haciendo referencia ahora a la aceleración vertical del terreno (o sea el localizado en la base del muro), si la aceleración es hacia abajo se reduce la resistencia friccionante del muro al deslizamiento pero también disminuye el empuje horizontal del relleno; si la aceleración es hacia arriba dicha resistencia aumenta y también el empuje del muro. Si se presentan varios valores máximos de aceleración durante un sismo, es de esperarse que los efectos de este tipo de aceleramiento vertical tiendan a cancelarse y el efecto total sea pequeño. Los estudios que hasta --

ahora ha efectuado Zerrabi en el M.I.I., sin embargo, indican que como promedio el efecto neto es un ligero aumento en el deslizamiento del muro.

5. CONCLUSIONES

Las conclusiones más importantes que pueden extraerse de este artículo son las siguientes:

- 1) El método conocido como de Mononobe-Okabe es razonablemente bueno para calcular los empujes horizontales de suelos granulares que ocurren durante un sismo sobre un muro de concreto (Ec 1). Sin embargo a estos empujes habrá de sumársele el efecto de la inercia del muro de contención, el cual no es contemplado en la fórmula de Mononobe-Okabe y tiene una magnitud similar al del empuje dinámico del terreno sobre el muro.
- 2) El efecto de la inercia del muro se puede estimar mediante el procedimiento sugerido por Richards y Elms (9), mismo que se describe en la parte 4 de este escrito.
- 3) Cuando un muro de contención se diseña con factores de seguridad comprendidas entre 1.5 y 2.0 sin considerar el efecto sísmico, se puede decir que tal muro podría resistir aceleraciones máximas del terreno en un rango comprendido entre 0.05g y 0.25g sin que experimente desplazamiento alguno. Sin embargo, teniendo un determinado valor del desplazamiento máximo permisible y las características del sismo de diseño, utilizando las Ecs 2 y 14 se podrá estimar el valor del peso mínimo W que deberá tener el muro de contención.
- 4) La inclusión del efecto del volteamiento y la aceleración vertical tanto del relleno atrás del muro como la del terreno na

tural, involucra complicaciones muy serias en el análisis que desameritan por el momento su empleo en la solución -- práctica a esta clase de problemas. Además, considerando los resultados contradictorios obtenidos en investigaciones recientes sobre el efecto del volteamiento (Ref. 25) y la pequeña magnitud del efecto neto de la aceleración vertical del terreno, se recomienda por ahora despreciar ambos efectos.

REFERENCIAS

1. Duke, C.M. y Leeds, D.J. (1963): "Response of Soils, Foundations and Earth Structures", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 53, N° 2, pp 309-357.
2. Hayashi, S. Kub, K. y Nakase, A (1966): "Damage to Harbor Structures in the Niigata Earthquake"; Vol VI, N° 1, Enero.
3. Mononobe, N. (1929): "Earthquake - Proof Construction of Masonry Dams", Proceedings, World Engineering Conference, Vol 9, page - 275.
4. Okabe, S. (1926): "General Theory of Earth Pressure", Journal, - Japanese Society of Civil Engineers, Vol 12, N° 1.
5. Ishii, Y, Arai, H. y Tsuchida, H. (1960): "Material Earth Pressure in an Earthquake", Proceedings; 2nd World Conference on --- Earthquake Engineering, Tokio, Japan.
6. Fukuoka M. y Yoshida Y. (1977): "Researches on Earth Pressure on Cantiliver Retaining Wall With Cohesive Soil as Backfill - Surcharge, Earthquake". Journal of the Faculty of Engineering, -- the University of Tokio (B) Vol. XXXIV, N° 1.
7. Valera, J.E (1968): "Seismic Interaction of Granular Soils and Rigid Retaining Structures". Tesis doctoral en la Univercidad - de Berkeley, Calif.
8. Wood, J.H (1973): " Earthquake - Induced Soil Pressure on Structures", Report N° EERL 73-05, Earthquake Engineering Research - Lab., California Institute of Technology, Pasadena.

9. Richards, R.Jr. y Elms, D.G. (1979): "Seismic Behaviour of Gravity Retaining Wall", Journal of the Geotechnical Engineering - Div., ASCE, Vol 105, N° GT4, pp 449-464.
10. Ovando E, Sánchez F.J. y Arias A. (1979): "Análisis y Diseño Sísmico de Muros de Retención". Proyecto N° 9010. Instituto de Ingeniería, UNAM.
11. Scott, R.F. (1973): "Earthquake - Induced Earth Pressures on Retaining Walls", 5th World Conference on Earthquake Engineering, Roma Vol 2, pp 1611-1620.
12. Seed, H.B y Whitman, R.V (1970): "Design of Earth Retaining Structures for Dynamic Loads", Lateral Stresses in the Ground - and Earth Retaining Structures pp 103-147.
13. Seed, H.B (1969): "Dynamic Lateral Pressures on Retaining Structures". Conferencia presentada en la Universidad de Berkeley, Calif.
14. Prakash, S. y Basavana B.M. (1969): " Earth Pressure Distribution Behind Retaining Wall During Earthquake", Proc. 4th World Conf. Earthquake Engineering. Santiago de Chile Vo. A-5 pp 133-148.
15. Jacobsen, L.S (1939): Descripción del Apéndice D en "The Kentucky Project"; technical Report N° 13, Tennessee Valley Authority, 1951.
16. Matsuo, H. y O - Hara, S. (1965): "Dynamic Pore Water Pressure Acting on Quay Walls During Earthquakes". Precedings, 3rd world Conference on Earthquake Engineering. Nueva Zelandia.
17. Westergaard, H.M (1933): "Water Pressure on Dams During Earthquakes", Transactions of the American Society of Civil Engineers Vol 98.

18. Becker, E. (1969): Comunicación personal hecha a H.B Seed y R.V Whitman, según Ref. # 12.
19. Mononobe, N. y Matsuo, H. (1929): "On the Determination of Earth Pressures During Earthquakes", Proceedings. World Engineering Conference, Vol 9, pag. 176.
20. Kurata, S., Arai, H. y Yokoi, T. (1965): "On the Earthquake Resistance of Anchored Sheet Pile Bulkheads", Proceeding of the 3rd World Conference on Earthquake Engineering, Nueva Zelanda.
21. Bowles J.E (1977): "Lateral Earth Pressure". Foundation Analysis and Design
22. Franklin, A.G y Chang, F. K (1977): "Permanent Displacements of Earth Embankments by Newmark. Sliding Block Analysis", Misc. paper 5-71-17, U.S. Army Engineers Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss.
23. Esteva L (1970): "Regionalización Sísmica de México para fines de Ingeniería". Reporte 246 del Instituto de Ingeniería UNAM - Abril.
24. Whitman, R.V. (1979): "Dynamic Behaviour of Soils and Its Application to Civil Engineering Projects". Proc. Sexto Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cementaciones, Lima, Perú Vol. 1, pp 59-108.
25. Zarrabí, K. (1979): "Sliding of Gravity Retaining Wall During Earthquake Considering Vertical Acceleration and Changing Inclination of Failure Surface"; tesis de maestría en el Dept. de Ing. Civil, en el Inst. Tecnológico de Manachusetts.

TABLA 1. FALLAS Y MOVIMIENTOS DE MUROS PARA MUELLE (Ref. 12)

<u>Sismo</u>	<u>Fecha</u>	<u>Magnitud</u>	<u>Puerto</u>	<u>Dist. al epi centro</u>	<u>Daño</u>	<u>Movimiento aproximado</u>	
Kitaizu	25/11/30	7.1	Shimizu	30 millas	Falla de muros de contención	26'	
Shizuoka	11/07/35		Shimizu		Colapso de muro de contención	16'	
Tonankai	07/12/44	8.2	Shimizu	110 millas	Deslizamiento de un muro de re - tención.		
			Nagoya	80 millas	Mov. lateral de un tablestacado- para una plataforma de descarga.	10-13'	
			Yokkaichi	90 millas	Mov. lateral de un muelle sopor- tado en pilotes.	12'	
Nankai	21/12/46	8.1	Nagoya	125 a	Mov. lateral de un talbestacado- en una plataforma de descarga.	13'	
			Osaka		Falla de un muro de retención so- bre una plataforma de descarga.	14'	
			Yokkaichi		190 millas	Mov. lateral de un muelle apoya- do en pilotes.	12'
			Uno			Mov. hacia afuera de un muro de- contención.	2'
Tokachioki	04/03/52	7.8	Kushiro	90 millas	Mov. hacia afuera de un muro de- contención.	18'	

121

TABLA 1

(CONTINUACION)

<u>Sismo</u>	<u>Fecha</u>	<u>Magnitud</u>	<u>Puerto</u>	<u>Dist. al epi centro</u>	<u>Daño</u>	<u>Movimiento aproximado</u>
Chile	22/05/60	8.4	Puerto Montt	70 millas	Volteamiento total de muros de contención.	>15'
					Movimiento hacia afuera de ta- blestacas ancladas.	2' a 3'
Niigata	16/06/64	7.5	Niigata	32 millas	Giro de un muro de contención	10'
					Movimiento hacia afuera de ta- blestacas ancladas.	1' a 7'

TABLA 2

COEFICIENTE DE ACELERACION - A - QUE PRODUCE UN DESPLASAMIENTO DE 100 mm EN UN MURO DE CONTENCIÓN POR GRAVEDAD (REF. 24)

N	A	
	V/A = 1250 mm/seg	V/A = 750 mm/seg
0.05	0.14	0.17
0.10	0.24	0.29
0.15	0.33	0.40
0.20	0.41	0.50
0.25	0.47	0.60

TABLA 3

COEFICIENTE DE ACELERACION DE DISEÑO EN MUROS DE CONTENCIÓN PARA DIFERENTES VALORES ESPERADOS DE LA ACELERACION DEL TERRENO (DESPLAZAMIENTOS < 100 mm). - REF. 24

A	N	
	V/A = 1250 mm/s	V/A = 750 mm/s
0.1	0.034	0.027
0.2	0.082	0.063
0.3	0.14	0.15
0.4	0.20	0.15
0.5	0.26	0.20

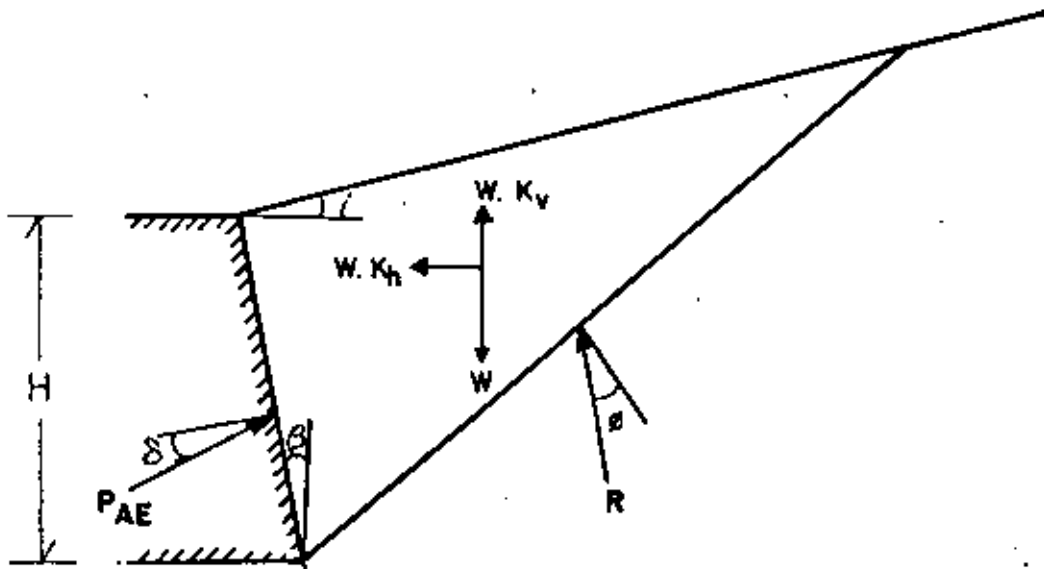


Fig. 1 FUERZAS CONSIDERADAS EN EL ANALISIS DE "MONONOBE — OKABE"

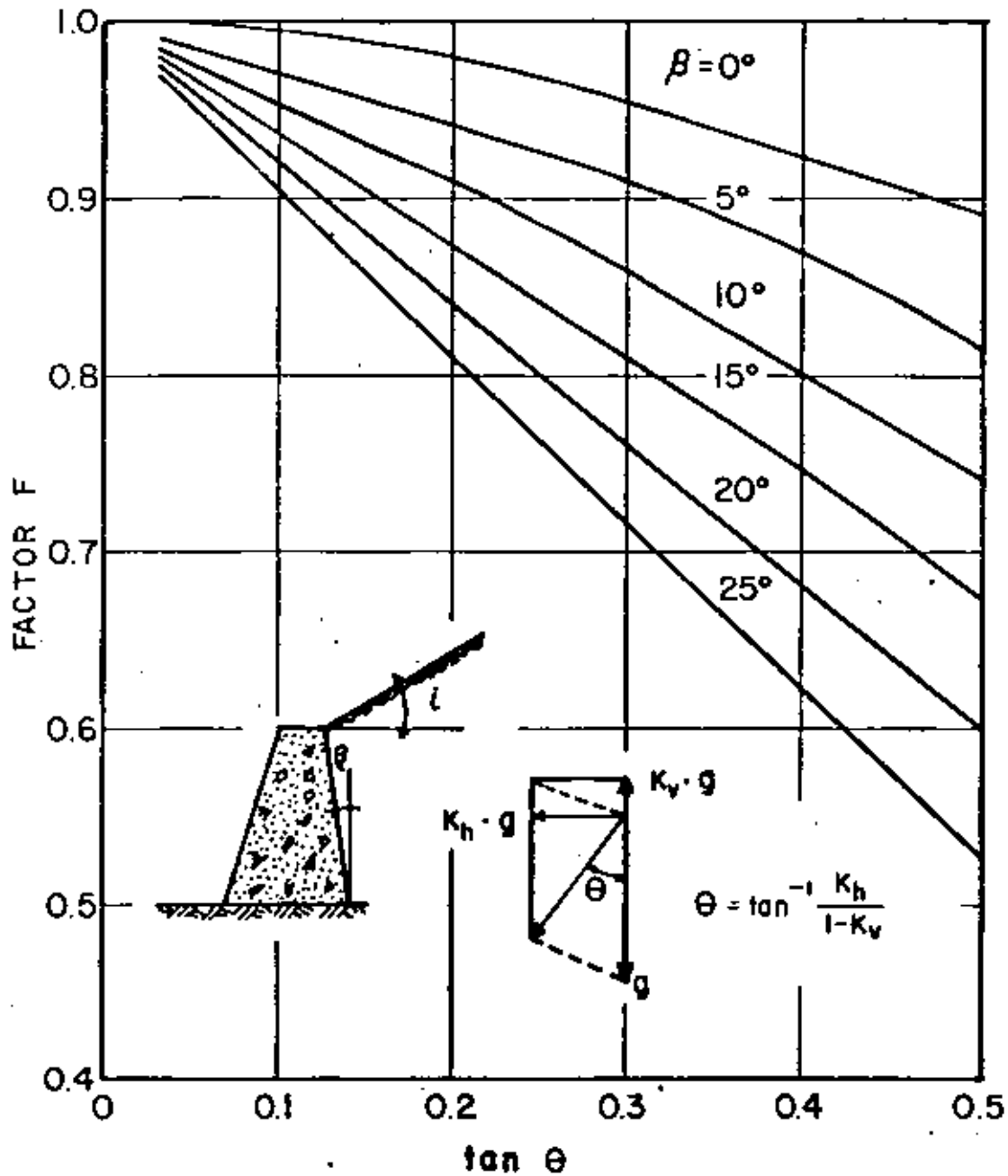


Fig. 2 VALORES DE F PARA LA DETERMINACION DE LOS COEFICIENTES DE PRESION LATERAL DINAMICA (Ref. 12)

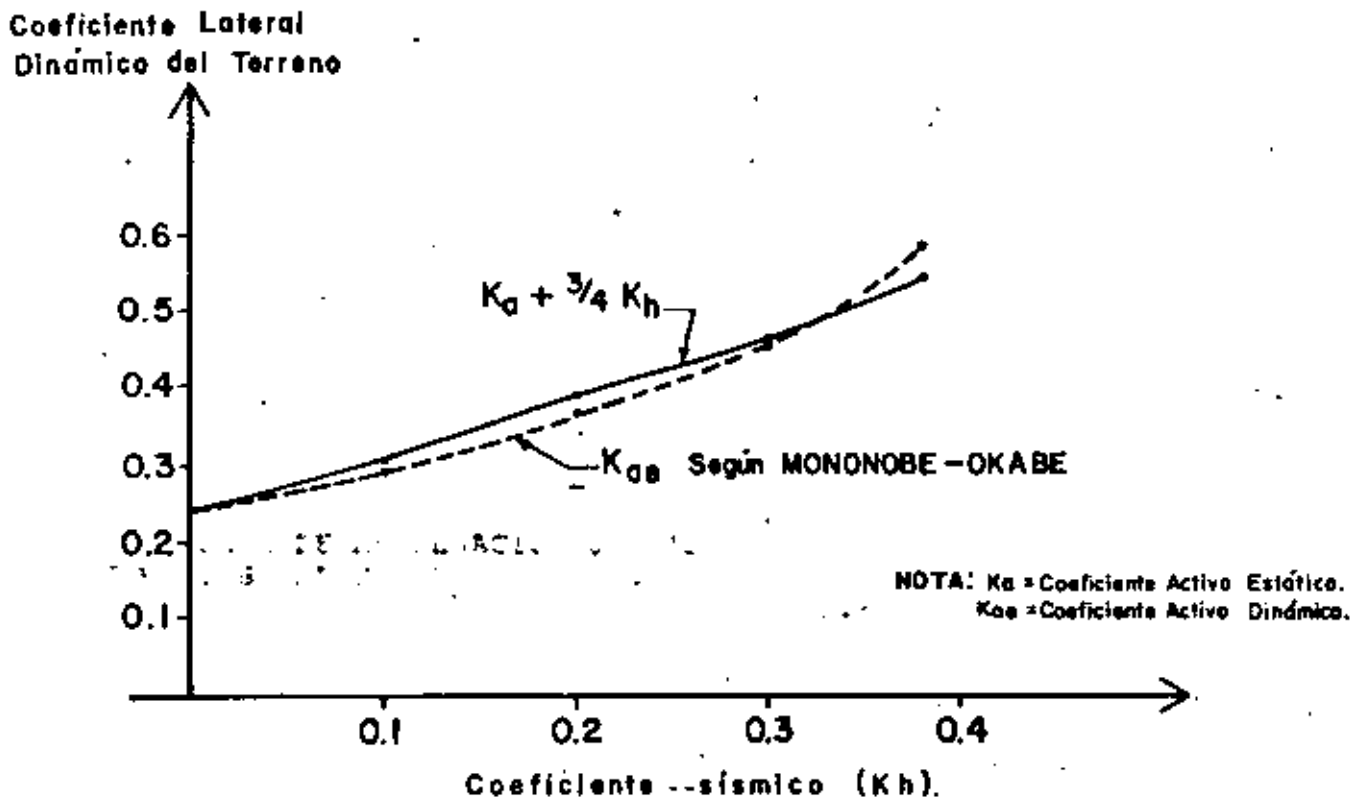
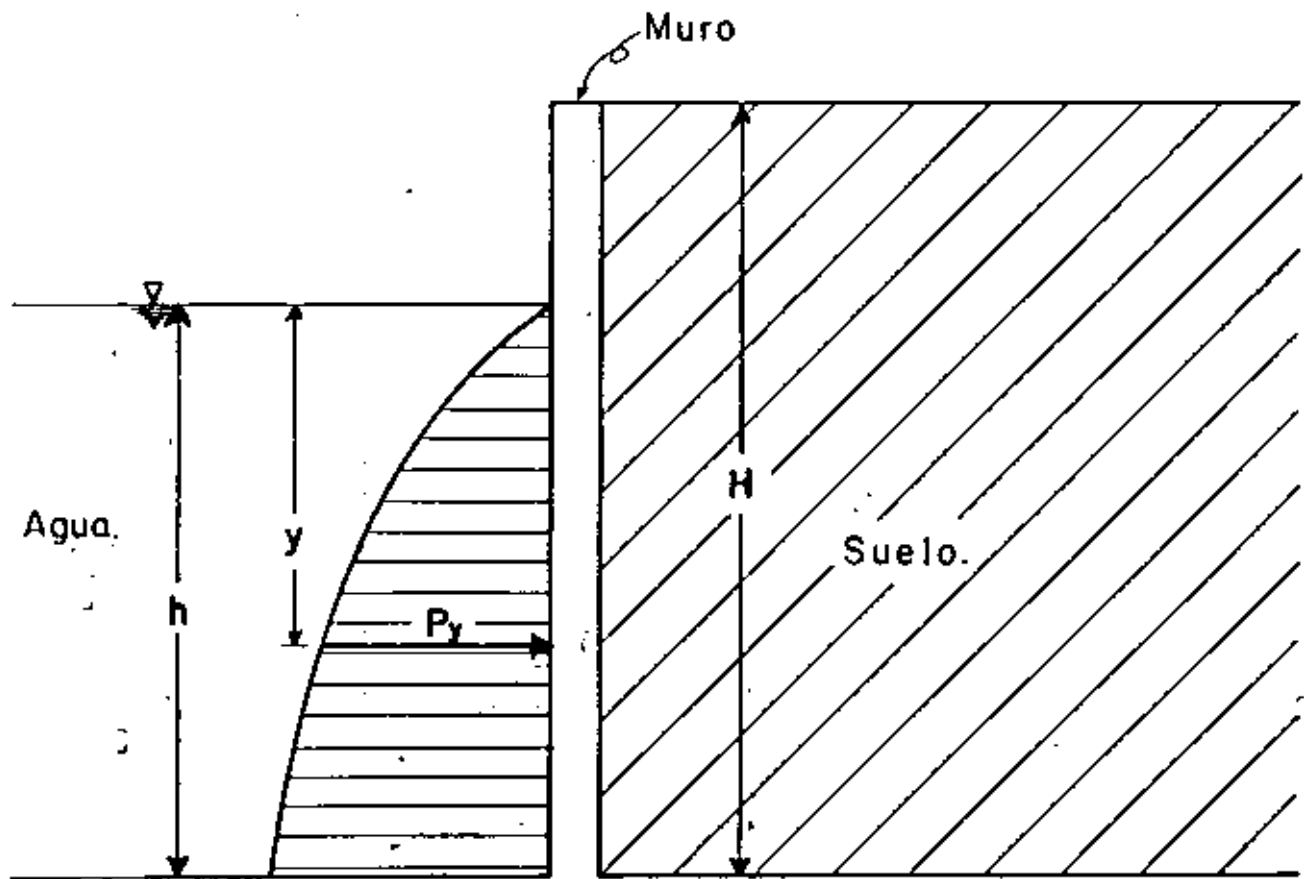


Fig.3 COMPARACION DE LOS COEFICIENTES DINAMICOS SEGUN MONONOBE-OKABE Y EL METODO SUGERIDO POR SEED PARA VARIAR VALORES DEL COEFICIENTE SISMICO ACTUANDO EN UN MURO VERTICAL



**Fig. 4 PRESION DINAMICA DEL AGUA SEGUN LA
TEORIA DE WESTERGAARD**

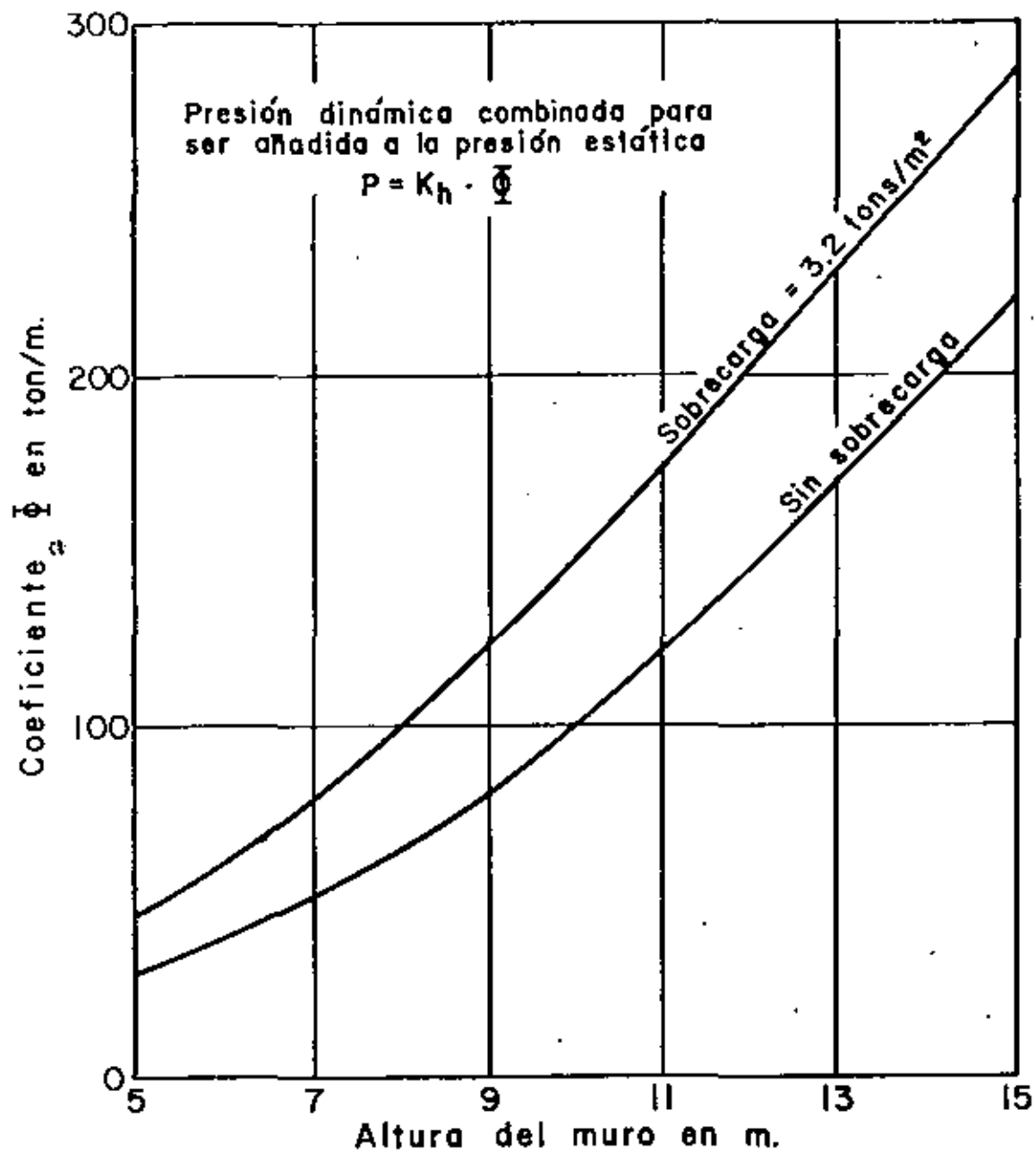
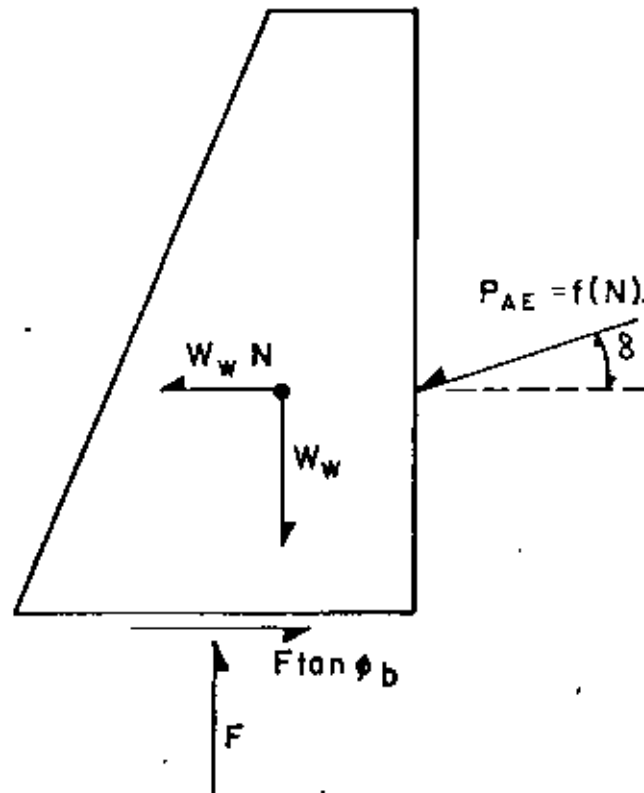


Fig. 5 PRESION DINAMICA DEL AGUA Y DEL SUELO (Ref. 16)



$$\begin{aligned}
 F &= W_w + P_{AE}(N) \operatorname{sen} \delta \\
 W_w N + P_{AE}(N) \operatorname{cos} \delta &= F \tan \phi_b \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{De aquí se obtiene } N \\
 \text{Para } \delta = 0 \text{ y } P_{AE} &= 1/2 \gamma H^2 (K_a + 3/4 N) \\
 W_w N + 1/2 \gamma H^2 K_a + 3/8 \gamma H^2 N &= W_w \tan \phi_b \\
 N &= \frac{W_w \tan \phi - 1/2 \gamma H^2 K_a}{3/8 \gamma H^2 + W_w} \\
 \text{Si } W_w &= FS \quad \frac{1/2 H^2 K_a}{\tan \phi} \\
 N &= \frac{FS - 1}{(3/4 K_a) H (FS / \tan \phi)}
 \end{aligned}$$

Fig. 8 FUERZAS ACTUANDO EN UN MURO DE CONTENCIÓN CON UNA ACELERACIÓN LÍMITE (Ref. 25).

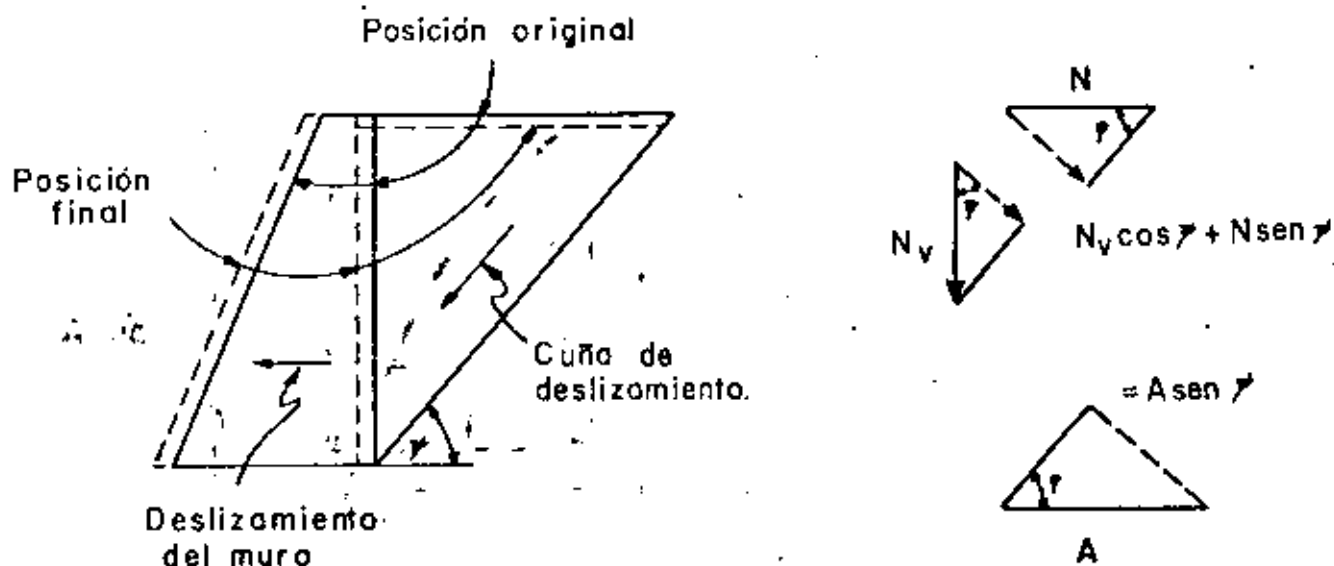
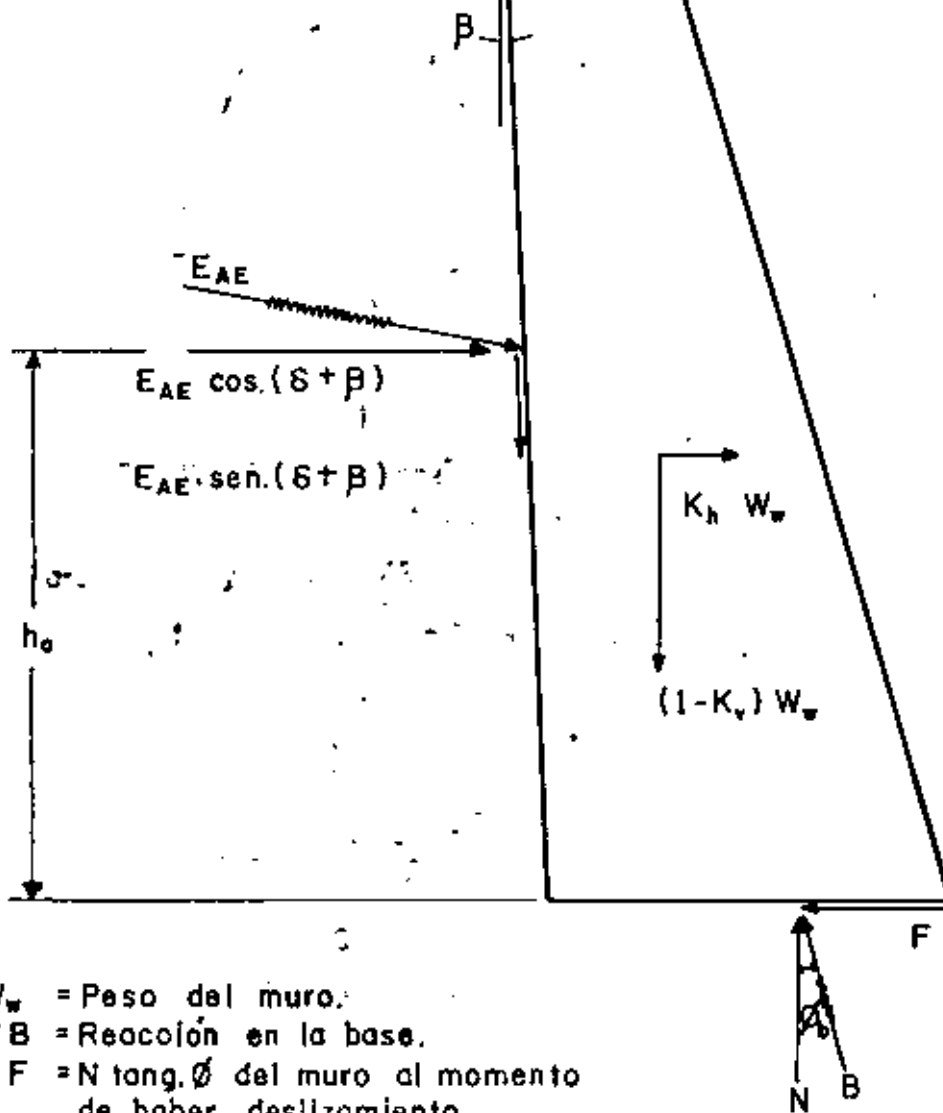


Fig. 9 MOVIMIENTO VERTICAL DE RELLENO DURANTE EL DESLIZAMIENTO DEL MURO (Ref. 25)

NOTA: El valor de β mostrada aquí es negativo.



- W_w = Peso del muro.
 B = Reacción en la base.
 $F = N \operatorname{tang.} \phi$ del muro al momento de haber deslizamiento.

Fig. 6 FUERZAS SISMICAS EN UN MURO DE RETENCION POR GRAVEDAD. (Ref. 9)

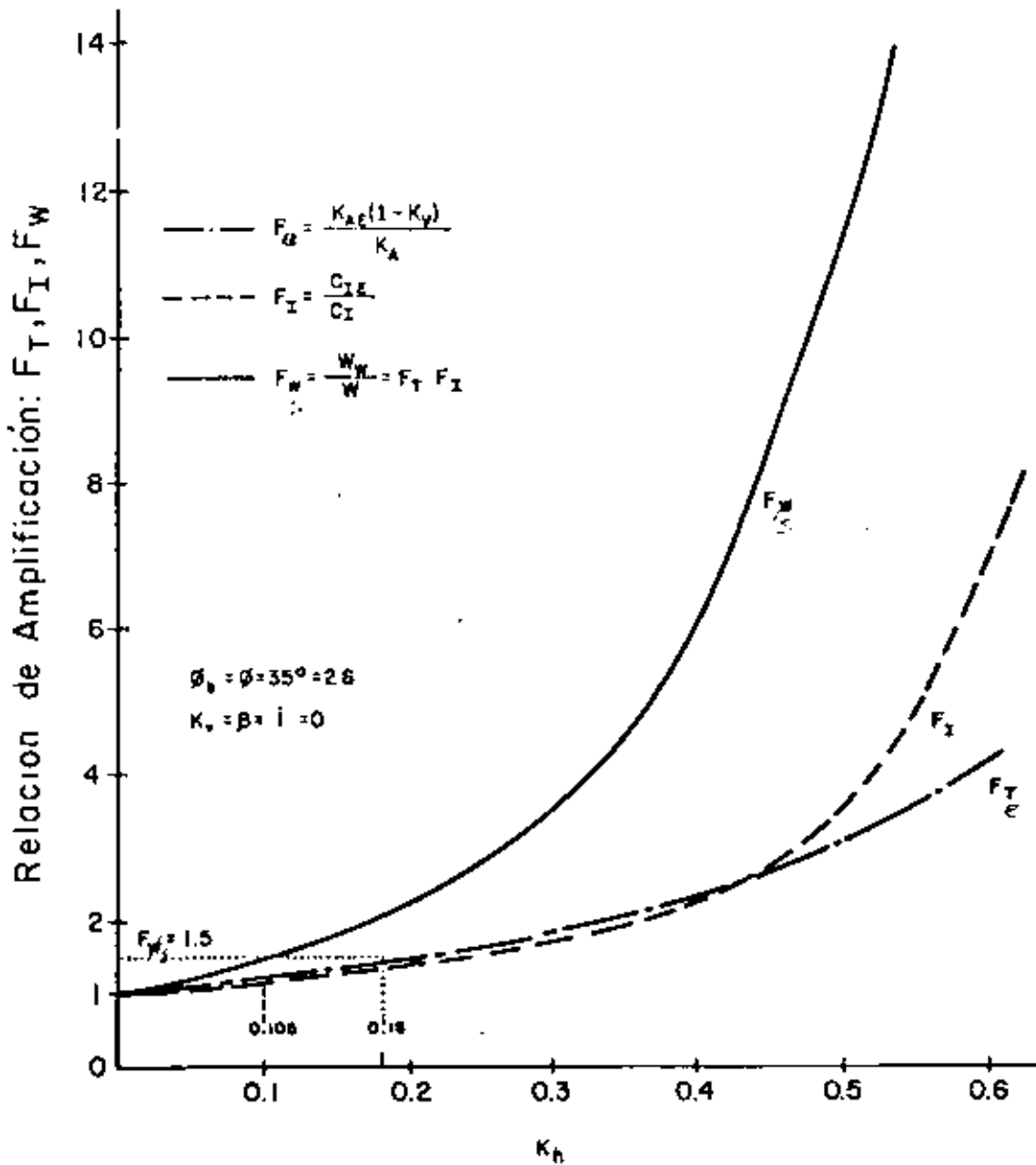


FIG. 7 VARIACION DE LOS FACTORES F_T, F_I y F_W . CONTRA LA ACELERACION HORIZONTAL (REF. 9).



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO ORGANIZADO EN COLABORACION CON LA SECRETARIA DE EDUCACION
PUBLICA Y LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE TAMAULIPAS.

DISEÑO DE CIMENTACIONES SUJETAS A
VIBRACION.

TEMA: DINAMICA BASICA
(PARTE II).

PROFESOR J. RAUL FLORES BERRONES.
PROF. DE LA DIV. DE EST. SUPERIORES
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM.
NOVIEMBRE, 1982.

PARTE II

PROPAGACION DE ONDAS

II.1 INTRODUCCION

Puesto que las vibraciones transmitidas por las cimentaciones (bien de las estructuras hacia el suelo como son las fuerzas de maquinaria, o del suelo hacia las estructuras como es el caso de sismos) se efectúan siempre a través de ondas, es muy importante conocer los distintos tipos de ondas que se producen en el suelo y sus mecanismos de propagación.

En problemas relacionados al terreno de cimentación se tendrán situaciones que van, desde el caso de considerar un medio idealizado como homogéneo y elástico (depósitos profundos de arcilla), hasta el caso más complejo pero más común, consistente en un medio errático, con estratificaciones alternantes y con características no lineales de esfuerzo deformación. Además, cuando se analiza un suelo a través de probetas en el laboratorio, se tendrá un caso particular de medio no continuo por las condiciones de frontera allí existentes.

Los casos señalados se pueden analizar a partir del estudio de la propagación de ondas, tanto en seriespacios infinitos homogéneos o estratificados, así como en barras de longitud finita.

El presente capítulo no pretende cubrir el estado del arte en propagación de ondas, sino simplemente presentar los fundamentos

que se requieran para el manejo de los conceptos que se tratan en la dinámica de suelos. Al lector que le interese profundizarse más sobre el tema, podrá consultar las referencias señaladas al final del capítulo.

Primeramente se indicarán los tipos de ondas elásticas existentes en un medio infinito, posteriormente se analizará la propagación de ondas en un medio seminfinito con características tanto homogéneas como las de un medio estratificado, y finalmente se describirá la propagación de ondas en barras.

II.2 PROPAGACION DE ONDAS EN UN MEDIO INFINITO

En un medio infinito, homogéneo e isótropo, sólo se pueden propagar los dos tipos de ondas que corresponden a las dos únicas soluciones que se obtienen de las ecuaciones de movimiento que más adelante se señalan; estas dos clases de ondas son las llamadas de compresión, primarias o dilatantes y las conocidas como ondas cortantes, secundarias o distorsionales.

Partiendo del análisis de equilibrio de un pequeño elemento como el mostrado por la fig 2.1; se llega a las siguientes expresiones conocidas en la literatura como las ecuaciones de movimiento (los pasos para llegar a las mismas se pueden ver en la ref 1)

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x} + G \nabla^2 u \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial y} + G \nabla^2 v \quad (2.2)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial z} + G \nabla^2 w \quad (2.3)$$

donde $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ (operador laplaciano en coordenadas cartesianas)

u, v, w son los desplazamientos en las direcciones x, y y z respectivamente

ρ es la densidad de masa del medio (peso volumétrico/aceleración de la gravedad)

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (\text{constante de Lamé})$$

$$G = \frac{E}{2(1-\nu)} \quad (\text{módulo al cortante})$$

ν es la relación de Poisson

E es el módulo elástico de Young

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \quad (\text{dilatación cúbica})$$

y ϵ_x, ϵ_y y ϵ_z son respectivamente las deformaciones normales en las direcciones x, y y z

Derivando las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3 con respecto a x, y y z respectivamente, y sumando las expresiones obtenidas, se llega a la siguiente ecuación

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{\epsilon}}{\partial t^2} = (\lambda + 2G) \nabla^2 \bar{\epsilon}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial t^2} = v_c^2 v^2 \bar{c} \quad (\text{ec de onda de dilatación cúbica}) \quad (2.4)$$

$$\text{donde } v_c = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} \quad (2.5)$$

Esta última expresión representa la velocidad de propagación de una onda dilatante o irrotacional, o dicho en otras palabras, la dilatación \bar{c} se propaga con una velocidad v_c . Al numerador de la ecuación 2.5 se le conoce comúnmente como módulo dilatante D , es decir

$$D = \lambda + 2G = \frac{(1-\nu) E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

Derivando ahora la ecuación 2.2 con respecto a z y a 2.3 con respecto a y , y eliminando \bar{c} mediante la substracción de las dos expresiones resultantes, se obtiene

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = Gv^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\text{o sea } \rho \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = Gv^2 \theta_x \quad (2.6)$$

donde $\theta_x = 2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$, o sea es la rotación alrededor del eje x

La ecuación 2.6 se puede también escribir como sigue

$$\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = v_s^2 \nabla^2 \theta_x \quad (2.7)$$

donde $v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ es la velocidad de las llamadas ondas cortantes o equivolúmetricas y representa la velocidad de propagación de la rotación θ_x .

Las ecuaciones correspondientes a θ_y y θ_z se obtienen de manera similar a la ec (2.7), y se puede decir que la rotación se propaga con la velocidad v_s .

Además de la velocidad con que se propagan cada una de estas ondas existentes en un medio elástico infinito, llamadas ahora ondas de cuerpo, tienen la siguiente particularidad. En las ondas compresionales el movimiento de las partículas tiene la misma dirección en que se propagan (véase fig 2.2), mientras que en las ondas cortantes los movimientos de las partículas son perpendiculares a la dirección de su propagación. La relación entre las velocidades de estas dos clases de ondas está dada por la expresión

$$\frac{v_c}{v_s} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \quad (2.8)$$

la cual implica que $v_c > v_s$ para cualquier valor de ν , y que para $\nu=0.5$, v_c adquiere un valor teórico de infinito.

II.3 PROPAGACION DE ONDAS EN UN MEDIO SEMINFINITO

En un medio seminfinito existe una frontera que permite obtener una tercera solución a las ecuaciones de movimiento y así tener un tercer tipo de onda. Este tercer tipo corresponde a las ondas superficiales llamadas de Rayleigh (en honor a quien las descubrió), las cuales producen en las partículas movimientos elípticos (fig 2.2) y disminuyen rápidamente su amplitud con la profundidad.

La ecuación de la onda Rayleigh se puede obtener estableciendo un sistema de coordenadas como el señalado en la fig 2.3, y suponiendo una onda plana que viaja en la dirección positiva de las x . Así, partiendo de que los desplazamientos u y w se pueden escribir respectivamente como

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{y} \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

donde ϕ y ψ son funciones potenciales que resultan estar relacionadas respectivamente con la dilatación y rotación del medio, se obtiene, al sustituir u y w en las ecs (2.1) y (2.3), las siguientes expresiones

$$\rho \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right) = (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \phi) + G \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \psi) \quad (2.9)$$

y

$$\rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) - \rho \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right) = (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \phi) - G \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \psi) \quad (2.10)$$

De estas ecuaciones se obtiene

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{\lambda + 2G}{\rho} \nabla^2 \phi = v_c^2 \nabla^2 \phi \quad (2.11)$$

y

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \left(\frac{G}{\rho}\right) \nabla^2 \psi = v_s^2 \nabla^2 \psi \quad (2.12)$$

Ahora bien, suponiendo una solución del tipo de onda senosoidal viajando en la dirección positiva de las x , se puede escribir

$$\phi = F(z) e^{i(\omega t - N_x)} \quad (2.13)$$

y

$$\psi = G(z) e^{i(\omega t - N_x)} \quad (2.14)$$

donde $F(z)$ y $G(z)$ son funciones que describen la variación de la amplitud de la onda con la profundidad, y $N=2\pi/L_R$ (conocido como número de onda); L_R es la longitud de la onda generada. Al sustituir los valores de ϕ y ψ dados por las ecuaciones (2.13) y (2.14) dentro de las ecuaciones (2.11) y (2.12), y considerando la condición de que la amplitud de la onda superficial tiende a cero con la profundidad, los valores de $F(z)$ y $G(z)$ resultan iguales a

$$F(z) = A_1 e^{-\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_c^2}} z}$$

y

$$G(z) = A_2 e^{-\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}} z}$$

Los valores de A_1 y A_2 se obtienen de aplicar las condiciones de frontera relativas a que los esfuerzos cortantes y normales en la superficie del semiespacio deben ser nulos. Aplicando dichas condiciones se obtienen las siguientes expresiones

$$\frac{A_1}{A_2} \frac{(\lambda + 2G) \left(N^2 - \frac{\Omega^2}{v_c^2}\right)^2 - \lambda N^2}{2i GN \sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}}} - 1 = 0 \quad (2.15)$$

y

$$\frac{A_1}{A_2} \frac{2 \sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_c^2}} iN}{2N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}} + 1 = 0 \quad (2.16)$$

Añadiendo estas dos ecuaciones y haciendo algunos arreglos matemáticos, se llega a la ecuación que da el valor de la velocidad con que se propagan las ondas Rayleigh

$$\left(\frac{v_R}{v_s}\right)^2 - 8 \left(\frac{v_R}{v_s}\right)^4 + \left[24 - 16 \left(\frac{v_s}{v_c}\right)^2\right] \left(\frac{v_R}{v_s}\right)^2 + 16 \left[\left(\frac{v_s}{v_c}\right)^2 - 1\right] = 0 \quad (2.17)$$

En la fig (2.4) se muestra la relación que guarda v_R/v_s y v_c/v_s para varios valores de la relación de Poisson ν ; obsérvese que v_R es aproximadamente igual a v_s , particularmente para valores grandes de ν .

En cuanto a la variación de los desplazamientos con la profundidad, éstos se pueden obtener a partir de las expresiones señaladas para $u = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial z}$ y $w = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}$, así como de sus-

tituir en ellas los valores de ϕ y Ψ dados por las ecs (2.13) y (2.14).

Las expresiones que resultan (ref 1), son las siguientes

$$u = A_1 N i \left\{ - \exp \left[- \frac{\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{V_C^2}}}{N} (zN) \right] + \frac{2 \sqrt{(N^2 - \frac{\Omega^2}{V_C^2})(N^2 - \frac{\Omega^2}{V_S^2})}{N^2} \cdot x}{\frac{N^2 - \frac{\Omega^2}{V_B^2}}{N^2} + 1} \right. \\ \left. \exp \left[- \frac{\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{V_S^2}}}{N} (zN) \right] \right\} \exp i(\Omega t - Nx) \quad (2.18)$$

y

$$w = A_1 N \left\{ \frac{2 \sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{V_C^2}}}{N^2 - \frac{\Omega^2}{V_B^2} + 1} \exp \left[- \frac{\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{V_S^2}}}{N} (zN) \right] - \frac{\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{V_C^2}}}{N} \cdot x \right. \\ \left. \exp \left[- \frac{\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{V_S^2}}}{N} (zN) \right] \right\} \exp i(\Omega t - Nx) \quad (2.19)$$

De la observación de estas dos ecuaciones, se puede deducir que los términos dentro de las llaves representan la variación respectiva de u y w con la profundidad. O sea

$$u = U(z) A_1 N i e^{i(\Omega t - Nx)}$$

y

$$w = W(z) A_1 N e^{i(\Omega t - Nx)}$$

La variación de $U(z)$ y $W(z)$ con la profundidad para varios valores de v , se indica en la fig 2.5. Para fines recordatorios, la fig 2.6 señala la interpretación física del concepto de longitud de onda que interviene en la figura anterior.

Debe señalarse que son las ondas Rayleigh las que transmiten la mayor parte de la energía generada por la vibración de una zapata sobre la superficie de un semiespacio. (Cuando la zapata es circular, el 67% de la energía es transmitida por las ondas Rayleigh, mientras que las cortantes transmiten el 26% y las de compresión el 7% restante.) Por otro lado, en comparación con las ondas de cuerpo, las amplitudes de las ondas Rayleigh disminuyen más lentamente con la distancia r al centro de la fuente de excitación (mientras que la atenuación de las ondas P y S en la superficie es proporcional a $1/r^2$, en las ondas Rayleigh es proporcional a $1/\sqrt{r}$); la razón de esta diferencia se debe al concepto del llamado amortiguamiento radial que se estudia en el siguiente capítulo. Lo anterior hace, como se ilustrará posteriormente, que las ondas Rayleigh desempeñen un papel muy importante en la transmisión de vibraciones en o cerca de la superficie.

Las ondas Rayleigh son generalmente fáciles de reconocer ya que usualmente tienen una amplitud grande con frecuencia relativamente baja, según puede observarse en la fig 2.7.

II.4 PROPAGACION DE ONDAS EN UN MEDIO ESTRATIFICADO

En la mayoría de los casos reales se tienen depósitos de suelo constituidos por estratificaciones, lo cual obliga a conocer la transmisión de vibraciones a través de medios estratificados. En forma simplista se puede conocer lo que sucede con las ondas que llegan a las superficies de contacto de dos estratos con propiedades diferentes, partiendo del análisis de refracción y reflexión que experimentan cada una de las ondas de cuerpo.

Sin embargo, con el objeto de considerar la división de la energía que se origina en el punto de incidencia, es conveniente considerar primeramente el caso particular de la descomposición de las ondas P y S al llegar a una superficie libre. Para ello resulta a la vez conveniente tomar en cuenta que las ondas cortantes S se pueden descomponer en una componente paralela a la superficie (ondas S H), y en otra contenida en el plano vertical (ondas S V). La fig 2.8 ilustra esta descomposición.

Cuando una onda dilatante P incide sobre la superficie libre del semiespacio, parte de la energía se refleja a través de una onda cortante SV y parte a través de una onda P (fig 2.9). El ángulo de reflexión θ_1 de la onda SV está dado de acuerdo con la ley de Snell

$$\text{sen } \theta_1 = \text{sen } \theta \frac{v_s}{v_p}$$

donde θ es el ángulo de incidencia.

El ángulo θ_1 de la onda P resulta igual al de incidencia.

Al llegar una onda cortante SV a la superficie, toda la energía que se refleja se hace a través de: a) una onda SV con un ángulo de reflexión igual al de incidencia (fig 2.10), y b) a través de una onda P cuyo ángulo de generación está dado por

$$\text{sen } \theta_1 = \text{sen } \theta \frac{v_c}{v_s}$$

Existe un cierto ángulo de incidencia, llamado crítico, para el cual las ondas incidentes P y S se reflejan horizontalmente (fig 2.11); dicho ángulo depende únicamente de la relación de Poisson.

$$\text{Para ondas dilatantes } \theta_{cr} = \text{sen}^{-1} \frac{v_c}{v_s}, \text{ y}$$

$$\text{para ondas cortantes } \theta_{cr} = \text{sen}^{-1} \frac{v_s}{v_p}$$

La fig 2.12 muestra la relación entre θ_{cr} y ν para el caso de ondas de incidencia SV. Cuando los ángulos de incidencia son mayores, los componentes horizontal y vertical de los movimientos del terreno se encuentran desfasados creando una vibración del tipo elipsoidal; la fig 2.13 muestra que para $\theta_s = 45^\circ$ el movimiento es vertical y que para $\theta_s = 90^\circ$ el movimiento se reduce a cero.

En el caso de una onda SH que llega a la superficie, toda la energía que se refleja se hace a través de otra onda SH, la

cual tiene un ángulo de reflexión igual al de incidencia. (fig 2.14). Esta característica hace que existan procedimientos especiales por medio de los cuales se generen este tipo de ondas y se facilite la interpretación de los datos obtenidos mediante los métodos geosísmicos; el empleo de dichos métodos se explicarán en capítulos posteriores.

Ahora bien, para el caso de llegar una onda a la superficie de contacto de dos estratos de características diferentes, se tendrá lo siguiente:

Al llegar una onda P sobre la superficie de contacto, se producen cuatro tipos de ondas según se ilustra en la fig 2.15a; dos ondas SV (una reflejada $[P-SV_1]$ y otra refractada $[P-SV_2]$) y dos P (una reflejada $[P-P_1]$ y otra refractada $[P-P_2]$).

Para una onda SV incidente habrá cuatro ondas resultantes:

- a) una onda SV reflejante (SV-SV₁)
- b) otra onda SV refractante (SV-SV₂)
- c) una onda P reflejada (SV-P₁) y
- d) una onda P refractada (SV-P₂).

En cuanto a las ondas incidentes SH, parte de la energía es reflejada (ondas SH-SH₁) y parte refractada (SH-SH₂), pero nuevamente sólo a través de ondas SH; la razón de no producir ondas P se debe a que las ondas SH no tienen componente normal en el plano de contacto.

Los ángulos de reflexión y refracción pueden calcularse a partir de la ley de Snell, de la cual se obtiene la siguiente expresión

$$\frac{\text{sen } \theta}{v_{p1}} = \frac{\text{sen } \theta_1}{v_{s1}} = \frac{\text{sen } \theta_2}{v_{p2}} = \frac{\text{sen } \theta_3}{v_{s2}} \quad (2.20)$$

donde

v_{p1} y v_{p2} son respectivamente las velocidades de las ondas dilatantes en los medios superior e inferior, y análogamente

v_{s1} y v_{s2} son las velocidades de las ondas cortantes de dichos medios.

Cuando la velocidad de una onda reflejada o refractada es mayor que la velocidad de la onda incidente, puede haber un ángulo de incidencia crítico para el cual la onda reflejada o refractada será horizontal; dicho ángulo se obtiene a partir de las expresiones 2.20. (Por ejemplo, para una onda dilatante P incidente, $\theta_{cr} = \text{sen}^{-1} \frac{v_{p1}}{v_{p2}}$).

Existen en la literatura fórmulas y gráficas que proporcionan la cantidad de energía que se trasmite a través de cada una de las ondas reflejadas o refractadas; véanse por ejemplo las refs 1 y 2.

Cuando existen varios estratos se tendrán múltiples refracciones y reflexiones, según puede observarse en la fig 2.16, y el problema de propagación de ondas se vuelve más complejo. Cuan

do el estrato superior es menos rígido que el que lo subyace, se puede generar otro tipo de onda superficial conocida como onda Love; este tipo de ondas son originadas por las reflexiones totales múltiples de la capa superior, y son ondas que se desplazan horizontalmente y producen movimientos transversales horizontales. Ewing (ref 3) define a esta clase de onda como "la onda cortante polarizada horizontalmente, atrapada en la capa superficial y originada por las reflexiones totales múltiples". Jones (ref 4) demuestra que para altas frecuencias de excitación, la velocidad de propagación de las ondas Love se aproximan asintóticamente a la velocidad de propagación de las ondas cortantes en el estrato superior, mientras que para bajas frecuencias dicha aproximación se refiere a la velocidad de las ondas cortantes en el estrato inferior.

II.5 PROPAGACION DE ONDAS EN BARRAS

Cuando las ondas dilatantes o compresionales se propagan en medios que no son infinitos, las condiciones de frontera modifican las ondas generadas haciendo que éstas sean un poco diferentes a las señaladas hasta ahora. Por ejemplo, las ondas compresionales que se propagan a través de una barra donde pueden haber expansiones libres en el sentido transversal, tienen una velocidad de propagación que resulta, según se demuestra más adelante, aproximadamente igual a

$$v_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.21)$$

Esta velocidad es menor que la velocidad v_c dada por la ecuación (2.5); la razón de ello es que en un medio infinito o seminfinito no existen desplazamientos normales a la dirección en que se propagan estas ondas, mientras que en una barra dichos desplazamientos son factibles. A esta clase de ondas compresionales en barras se les conoce en la literatura con el nombre de ondas longitudinales.

La obtención de la ecuación 2.21 se puede hacer a partir del análisis de fuerzas actuando en un elemento de barra de longitud Δx (fig 2.17), que tiene una sección transversal de área A .

Del equilibrio de fuerzas indicadas en la fig 2.17 se obtiene

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} \Delta x A = \rho \Delta x A \left(- \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)$$

Simplificando la expresión anterior se obtiene

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.22)$$

Esta misma ecuación se puede expresar en otros términos de la siguiente manera. De la teoría de elasticidad se tiene

$$\sigma = E \epsilon \quad (2.23)$$

donde $\epsilon = - \frac{\partial u}{\partial x}$

Llevando (2.23) a (2.22), se obtiene

$$E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.24)$$

que es la llamada "ecuación de ondas en una dimensión". La solución a esta ecuación es del tipo

$$u = f\left(x \pm \sqrt{\frac{E}{\rho}} t\right) \quad (2.25)$$

Ejemplo de funciones que satisfacen la condición anterior son las siguientes

$$u = \text{sen} \left(x \pm \sqrt{\frac{E}{\rho}} t \right)$$

$$u = \text{cos} \left(x \pm \sqrt{\frac{E}{\rho}} t \right)$$

$$u = \left(x \pm \sqrt{\frac{E}{\rho}} t \right)^2$$

El significado físico de las implicaciones de dicha solución se muestra en la fig (2.18). Para un tiempo cualquiera t_1 (que puede ser $t_1=0$), se tiene un cierto tipo de desplazamiento caracterizado por una función que satisfaga la ec 2.25; posteriormente, en el tiempo t_2 , se observará exactamente el mismo tipo de desplazamiento pero en un lugar diferente. Es decir, el tipo de movimiento que se observa es precisamente como el de una onda que se desplaza a una velocidad $v_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Analíticamerte lo anterior se puede comprobar de la siguiente manera; su-

póngase el signo negativo de la ecuación (2.25), y que $t_2 = t_1 + \Delta t$; se tiene entonces

$$u \Big|_{t=t_1} = f(x - v_L t)$$

$$u \Big|_{t_2=t_1+\Delta t} = f[(x + \Delta x) - v_L (t + \Delta t)]$$

$$u \Big|_{t_2=t_1+\Delta t} = f[(x + v_L \Delta t - v_L t - v_L \Delta t) - v_L \Delta t] = f(x - v_L t),$$

lo cual confirma lo antes señalado.

Es importante distinguir la diferencia que existe entre la velocidad de onda y la velocidad de la partícula. Para el caso de una onda de compresión como la mostrada en la fig 2.12, la velocidad de la partícula se obtiene a partir de la determinación del esfuerzo

$$\sigma_x = E \frac{u}{\Delta x}$$

de donde se obtiene que

$$u = \frac{\sigma_x}{E} \Delta x = \frac{\sigma_x}{E} v_L \Delta t$$

Por lo tanto, la velocidad de la partícula es

$$\dot{u} = \frac{u}{\Delta t} = \frac{\sigma_x v_L}{E} \quad (2.26)$$

Obsérvese en esta última expresión que la velocidad de la partícula depende del valor del esfuerzo aplicado, mientras que la velocidad de propagación de ondas depende sólo de las propiedades del material.

Ahora bien, al analizar las ondas cortantes en barras, siguiendo un procedimiento similar al descrito para las ondas compresionales, se llega a que la ecuación de onda está dada por la siguiente expresión

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = v_s^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (2.27)$$

donde θ es el ángulo de giro y

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.28)$$

es la velocidad con que se propagan las ondas cortantes en barras.

Este valor, como puede notarse, resulta ser igual al obtenido en el análisis de propagación de ondas en un medio infinito o seminfinito.

Obsérvese que conociendo las velocidades v_L o v_s los módulos E y G se pueden obtener respectivamente mediante las ecuaciones 2.21 y 2.28.

En la práctica la determinación de C_L y C_s se puede efectuar a través de probetas cilíndricas en el laboratorio, las

cuales constituyen barras de longitud finita. Si se consideran por ejemplo las ondas longitudinales a través de barras, la solución en este caso a la ecuación 2.24 se puede escribir en forma de series trigonométricas, de la siguiente manera

$$u = U(A_1 \cos \omega_n t + A_2 \operatorname{sen} \omega_n t) \quad (2.29)$$

donde

U es la amplitud de los desplazamientos

A_1 y A_2 son constantes que dependen de las condiciones de frontera

y ω_n es la frecuencia circular natural de vibración del n -ésimo modo

Al sustituir (2.29) en la ecuación 2.24, se obtiene

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\omega_n^2}{v_L^2} u = 0 \quad (2.30)$$

La solución a esta ecuación diferencial es del siguiente tipo

$$u = A_3 \cos \frac{\omega_n x}{v_L} + A_4 \operatorname{sen} \frac{\omega_n x}{v_L}$$

donde A_3 y A_4 son también constantes dependientes de las condiciones de frontera. Por ejemplo, suponiendo un extremo fijo y el otro libre (fig 2:19), dos condiciones son las siguientes

$$1) \quad u = 0 \Big|_{x=0} \quad (\text{significa que en el extremo fijo los desplazamientos son nulos})$$

$$2) \quad \left. \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \right|_{x=\ell} \quad (\text{en el extremo libre las deformaciones valen cero})$$

Aplicando la primera condición se deduce que $A_3 = 0$, y de la segunda se obtiene que

$$\cos \frac{\omega_n \ell}{v_L} = 0$$

de donde se deduce que

$$\omega_n = (2n-1) \frac{v_L}{2\ell}, \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (2.31)$$

Lo anterior conduce a poder expresar la amplitud del desplazamiento de la siguiente manera

$$U = A_n \operatorname{sen} \frac{(2n-1) v_L x}{2\ell} \quad (2.32)$$

En la fig 2.19 se muestran los tres primeros modos de vibración de una probeta circular y el significado físico de la constante A_n . Al sustituir la ec (2.32) en (2.29), se obtiene la forma general de los desplazamientos

$$u = \operatorname{sen} \frac{(2n-1) v_L x}{2\ell} \left[(A_1)_n \cos \frac{(2n-1) v_L t}{2\ell} + (A_2)_n \operatorname{sen} \frac{(2n-1) v_L t}{2\ell} \right] \quad (2.33)$$

Para otras condiciones de frontera o para el caso de vibraciones torsionales se podrá seguir el procedimiento descrito y obtener expresiones análogas a la ec (2.33). La expresión co-

correspondiente a la frecuencia circular natural bajo excitaciones torsionales, considerando las mismas condiciones de frontera (un extremo fijo y el otro libre), resulta exactamente la misma dada por la ec (2.31), sólo que en vez de v_L interviene

v_s .

REFERENCIAS

1. Richart, F.E., Hall, J.R., and Woods, R.D. (1970), "Vibrations of Soils and Foundations", Prentice-Hall.
2. Mooney, H.M. (1973), "Handbook of Engineering Geophysics", Bison Instruments, Inc.
3. Ewing, W.M., Jardetzky, W.S., and Press, F. (1957), "Elastic Waves in Layered Media", McGraw-Hill Book Co (New York) pp 380.
4. Jones, R. (1958), "In-Situ Measurements of the Dynamic Properties of Soil by Vibration Methods", Geotechnique, Vol 8, No 1, Marzo, pp 1-21.

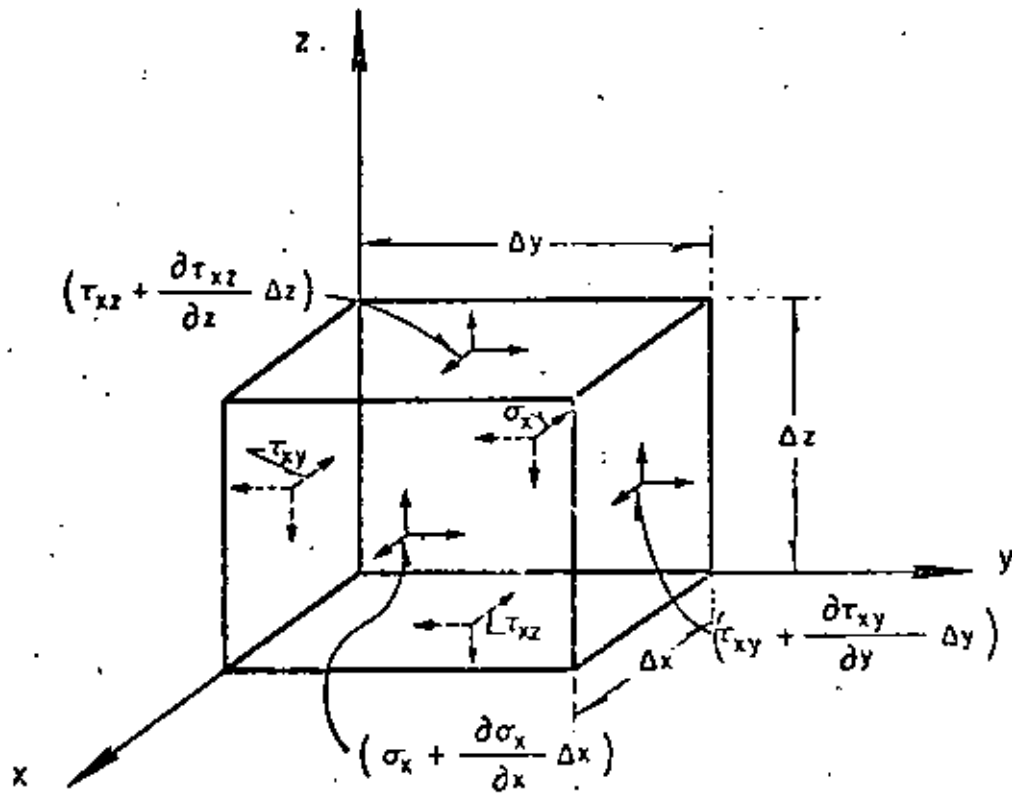
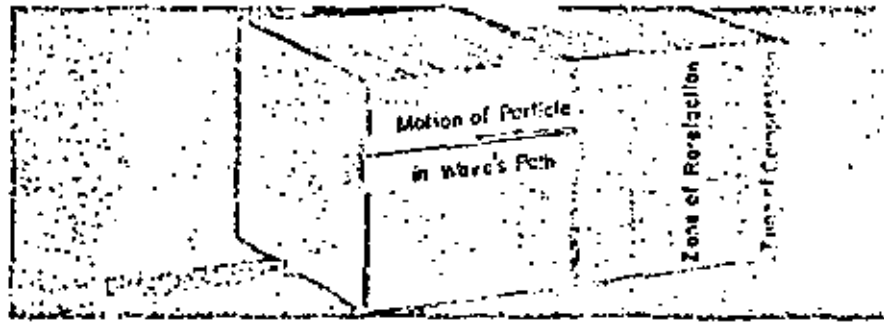
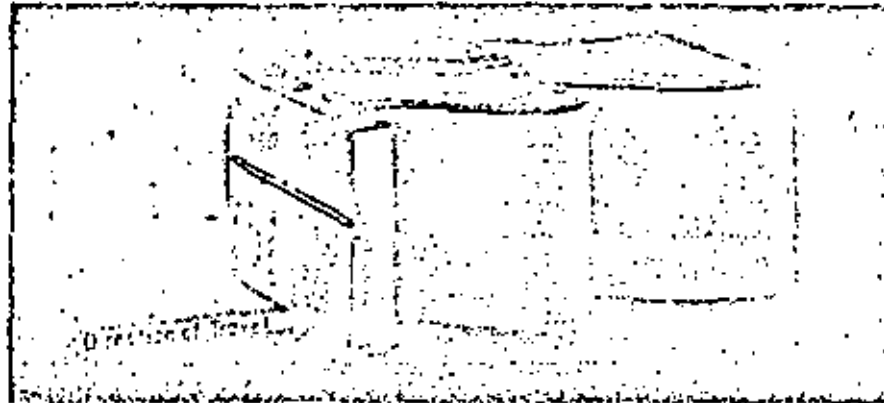


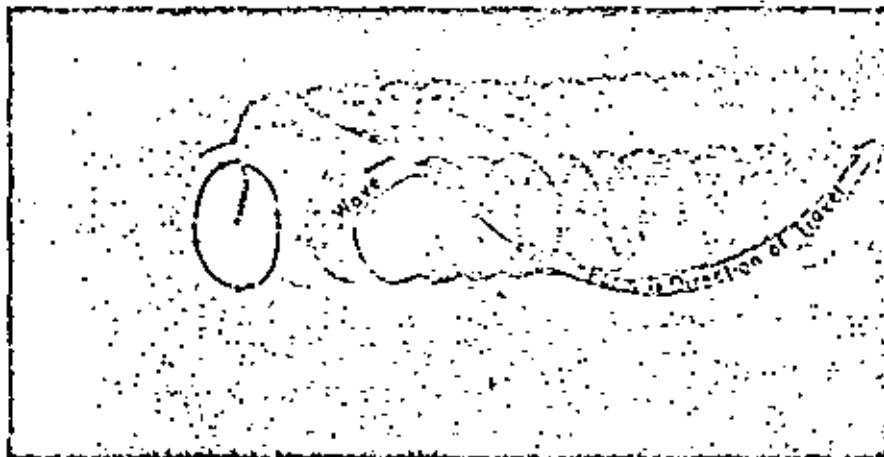
Fig 2.1 Esfuerzos actuando sobre un pequeño elemento



ONDA COMPRESIONAL



ONDA CORTANTE



ONDA DE SUPERFICIE

Fig 2.2. Naturaleza de los desplazamientos de los particulos de un suelo durante el paso de ondas de compresión (P) ; cortante (S) y Royleigh

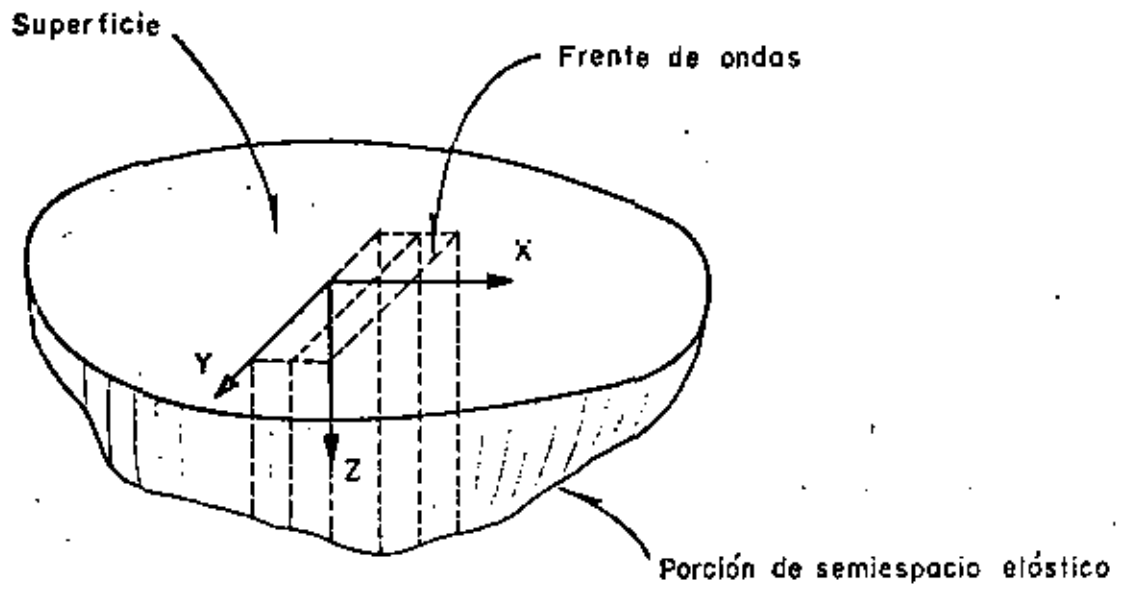


Fig 2.3 Sistema de coordenadas en un semiespacio elástico

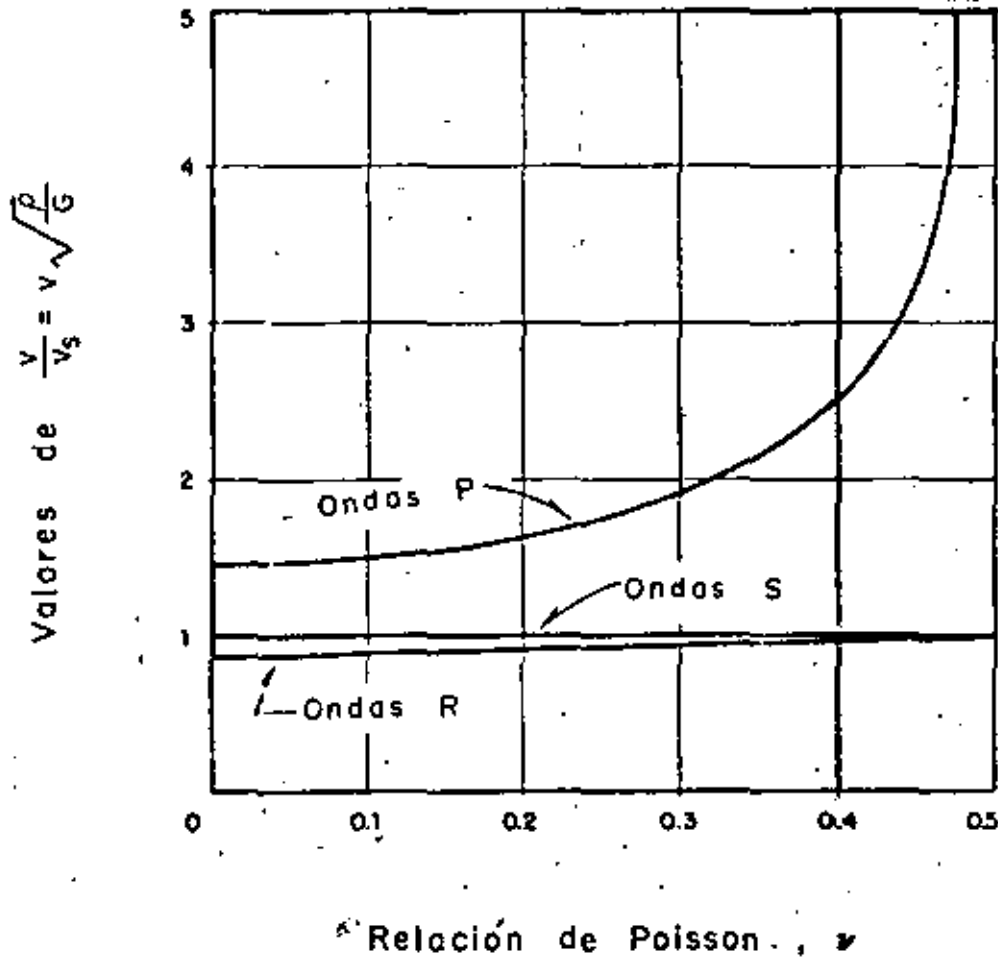


Fig 2.4 Relación entre v_s , v_c y v_R , contra la "relación de Poisson" ν

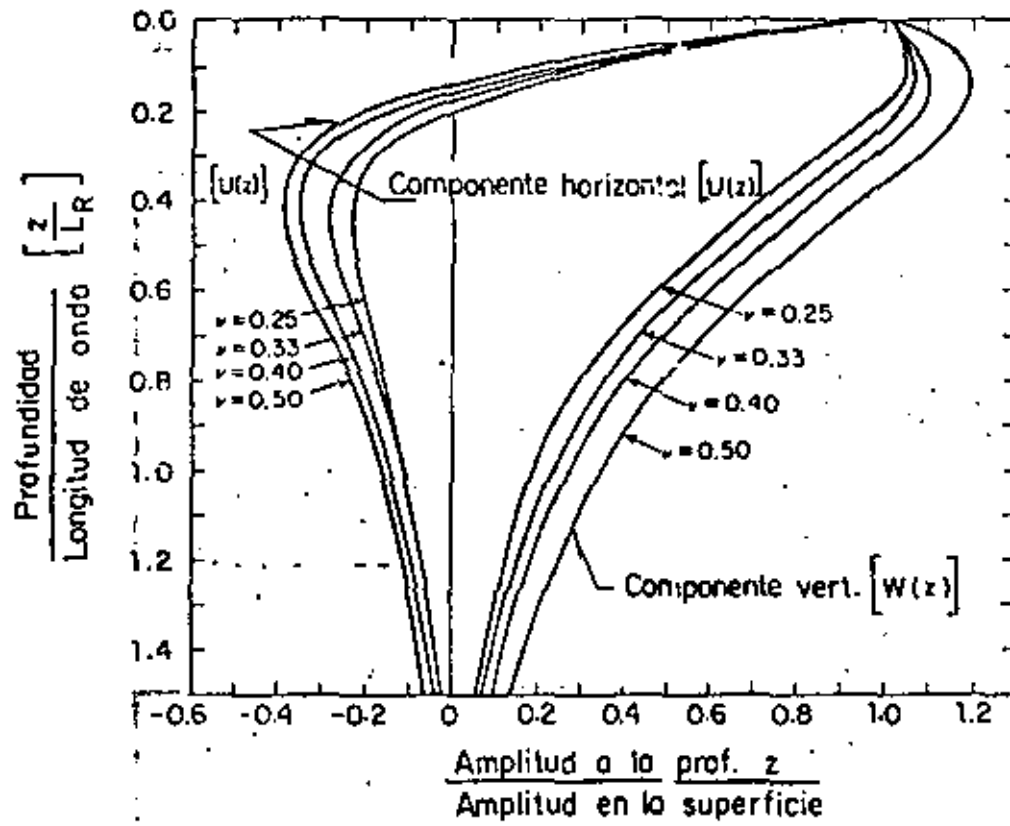


Fig 2.5 Relación de la amplitud de las ondas Rayleigh vs la profundidad (Ref. 1)

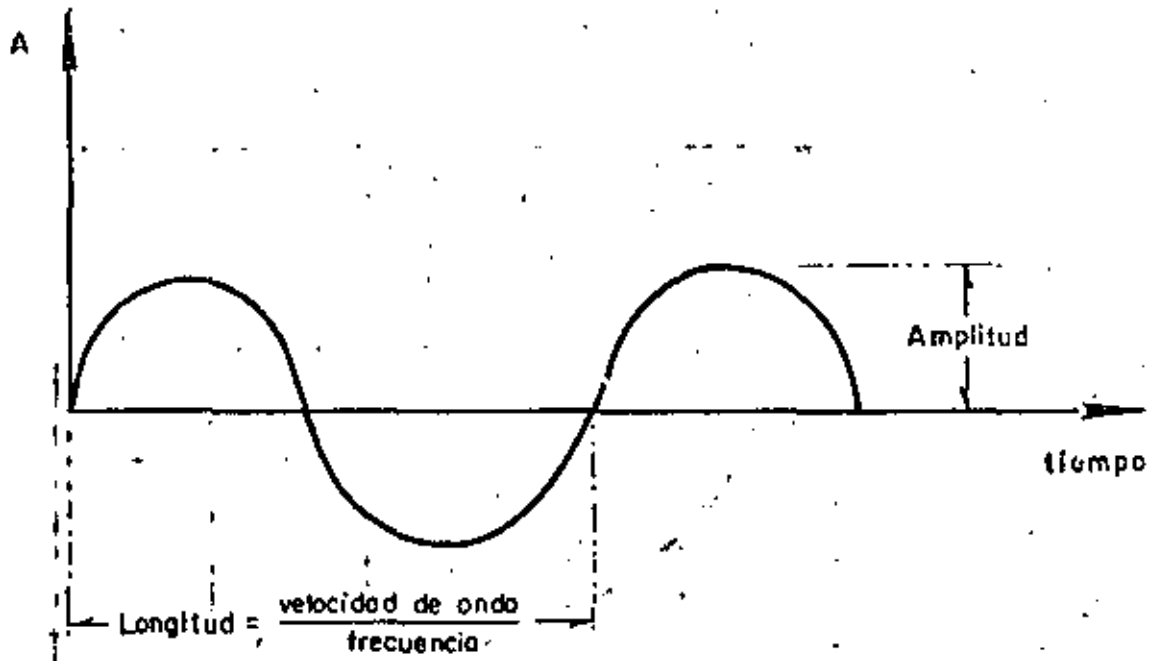


Fig 2.6—Interpretación gráfica de la longitud de onda

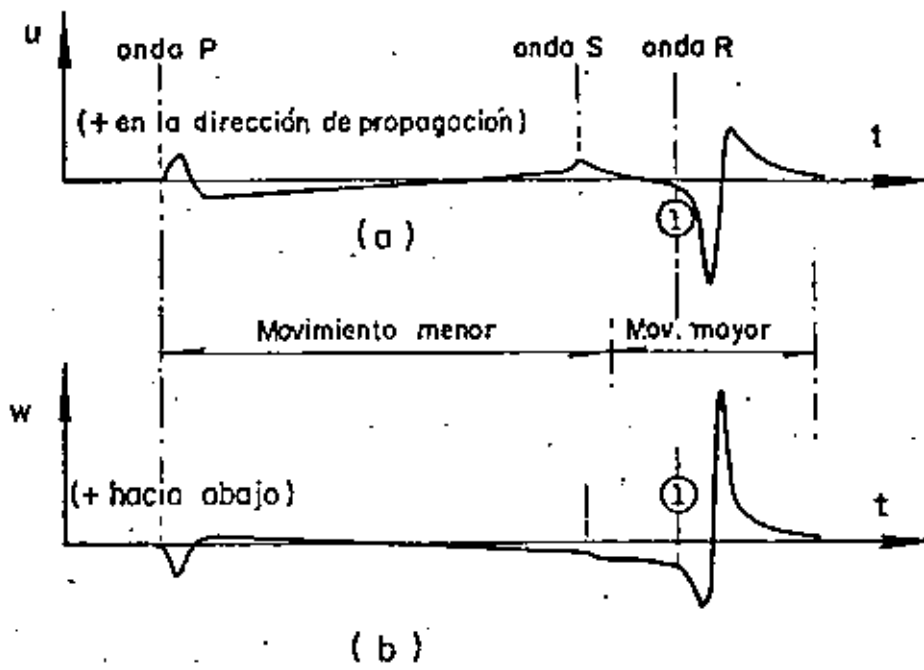


Fig 2.7 Sistema de ondas originadas por la excitación en un punto de la superficie de un medio idealizado. (Ref 1)

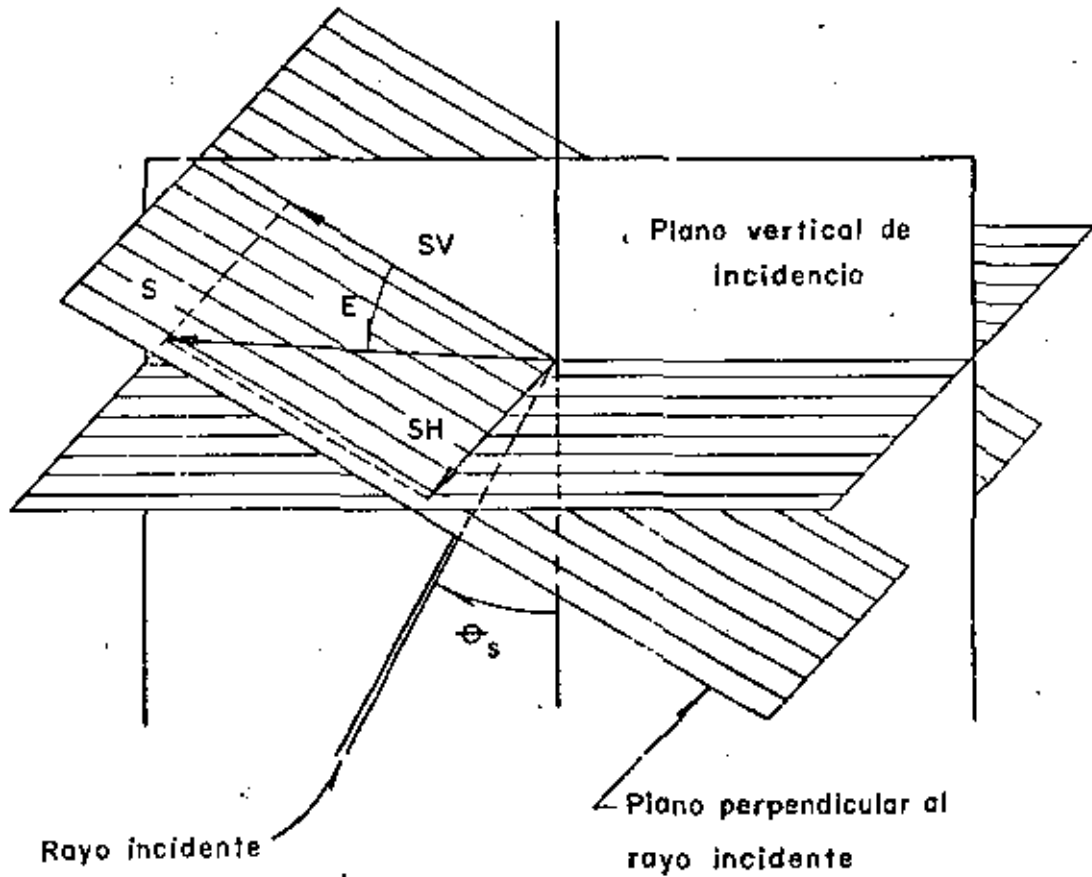


Fig 2.8 Componentes SV y SH de una onda cortante S
(Ref # 2)

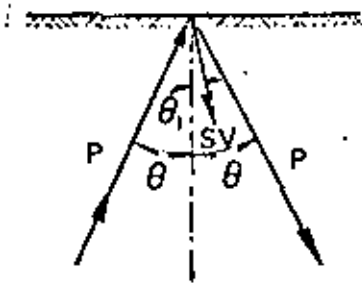


Fig 2.9 Reflexión en la superficie libre de una onda incidente P

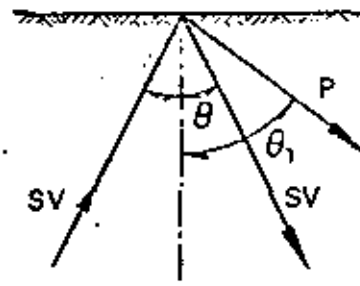


Fig 2.10 Reflexión de una onda incidente SV en una superficie libre

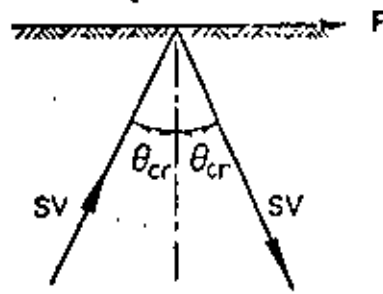


Fig 2.11 Reflexión horizontal de una onda P cuando una onda SV incide con un ángulo crítico

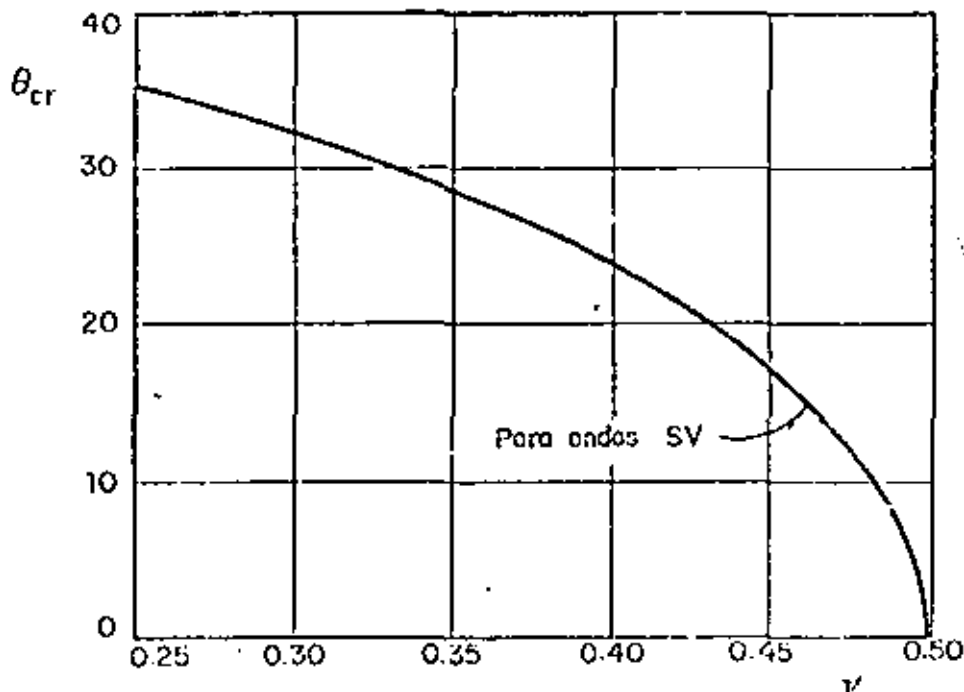


Fig 2.12 Angulo de incidencia crítica para las ondas SV , en función de la relación de Poisson ν

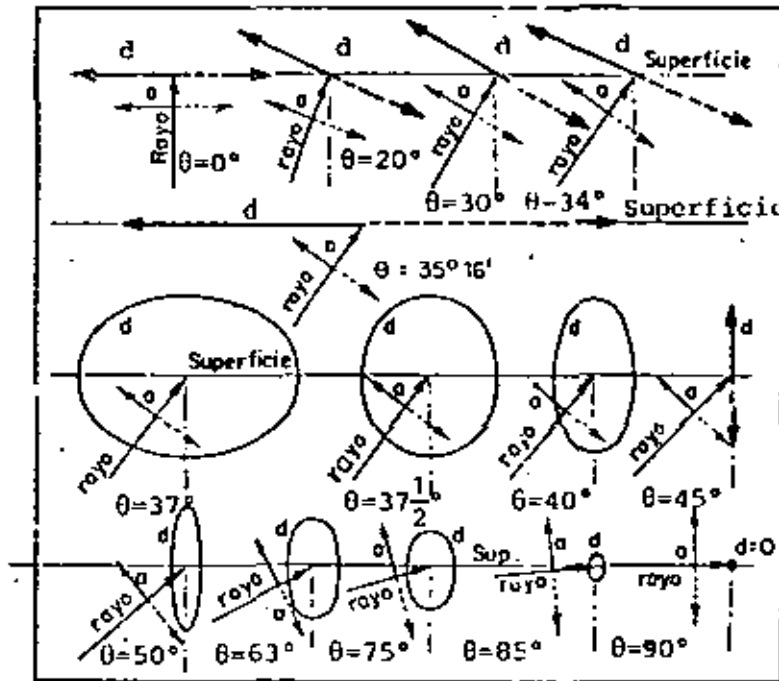


Fig 2.13 Desplazamientos (amplitud y dirección) de una partícula superficial producidos por una onda SV que tiene un ángulo de incidencia β (Ref # 2)

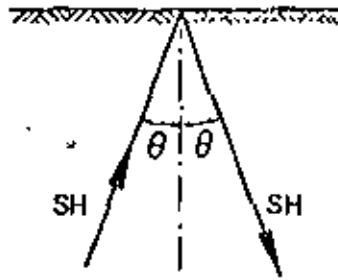


Fig 2.14 Incidencia y reflexión de una onda SH

(a) Onda incidente P (b) Onda incidente S (c) Onda incidente SH

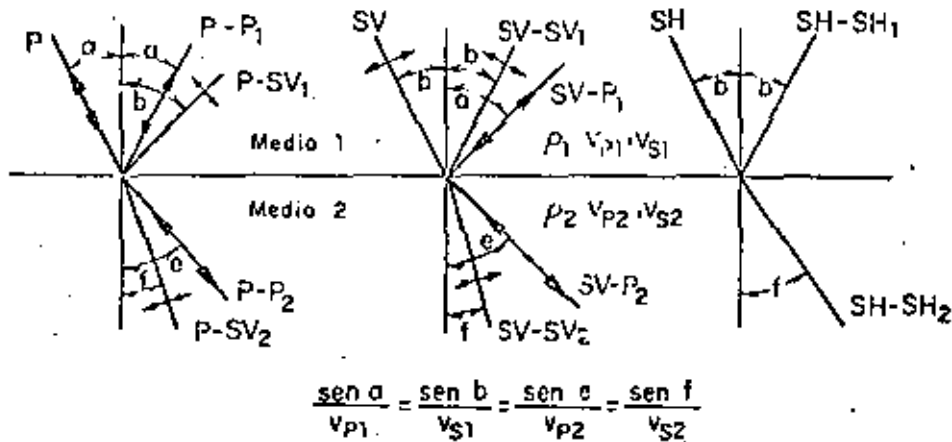


Fig 2.15 Distribución de ondas elásticas en la interfase de dos medios elásticos

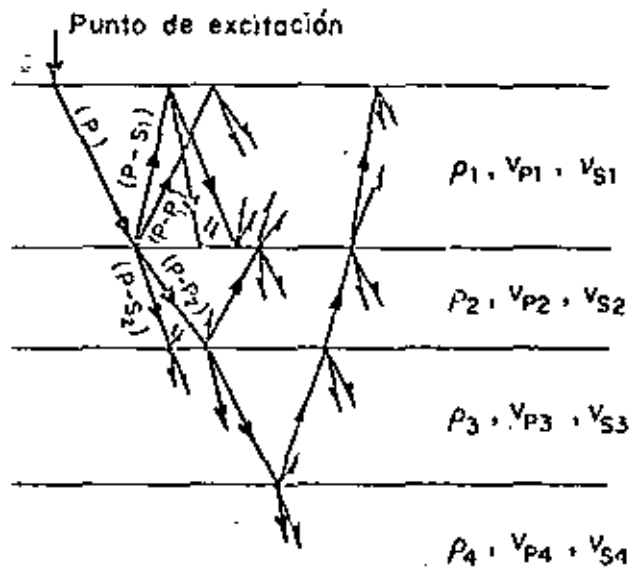


Fig 2.16 Reflexión y refracción múltiple de ondas en un sistema estratificado (Ref 1)

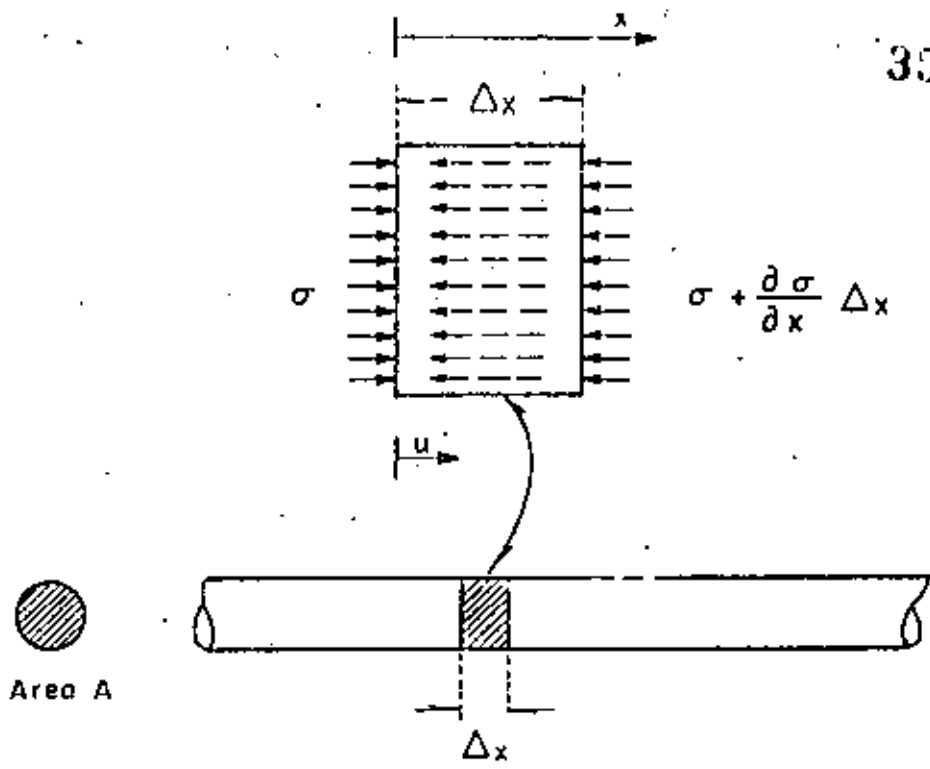


Fig 2.17 Fuerzas actuando sobre un elemento de una barra continua

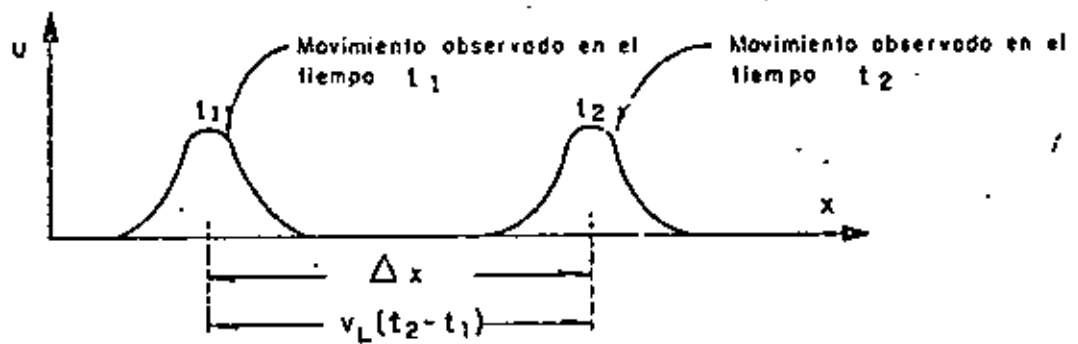


Fig 2.18 Desplazamientos observados en los tiempos t_1 y t_2 , para una función del tipo señalado por la Ec. 2-5

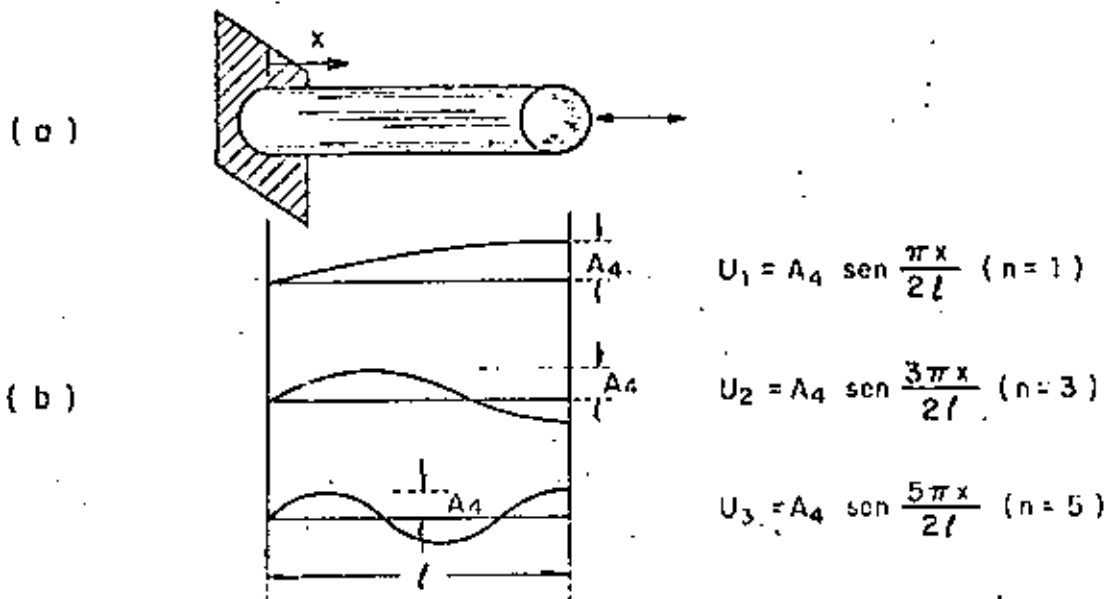


Fig 2.19 Primeros tres modos naturales de vibración de una barra con un extremo fijo y el otro libre



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO ORGANIZADO EN COLABORACION CON LA SECRETARIA DE EDUCACION
PUBLICA Y LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE TAMAULIPAS.

DISEÑO DE CIMENTACIONES SUJETAS A
VIBRACION...

TEMA: PRINCIPIOS DE INGENIERIA SISMICA.

PROF. J. RAUL FLORES BERRONES.
PROFESOR DE LA DIV. DE EST. SUPERIORES
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM.
NOVIEMBRE, 1982.

PRINCIPIOS DE INGENIERIA SISMICA

I. INTRODUCCION

La dinámica de suelos está íntimamente ligada a la ingeniería sísmica en lo que respecta al comportamiento de cimentaciones construidas en zonas sísmicas. A comparación de las cimentaciones soportando equipo vibratorio, donde las vibraciones van de la estructura hacia el suelo, en el caso de ocurrir temblores los movimientos vibratorios producidos por ellos son transmitidos del suelo a las estructuras; en ambos casos, sin embargo, las vibraciones pasan a través de las cimentaciones y el comportamiento del suelo sujeto a los correspondientes movimientos será el señalado en el Capítulo III.

Antes de analizar el comportamiento de las estructuras sujetas a sismos, conviene entender el mecanismo de los temblores y los factores que más influyen en la magnitud y duración de los movimientos.

Conviene también señalar, en forma de resumen o repaso, los conceptos que más se utilizan en la aplicación práctica de esta parte de la ingeniería sísmica.

Se tratará entonces en forma breve, el origen de los temblores, la localización de su epicentro y las definiciones de magnitud e intensidad de los sismos.

Se indicarán también las correlaciones entre la intensidad y magnitud de un sismo con la aceleración y velocidad máxima del terreno, así como la construcción y uso de los llamados espectros de respuesta.

II. CAUSAS DE LOS SISMOS

La teoría más aceptada hoy en día, referente al origen de los temblores, es la que señala que son los movimientos de las grandes placas que constituyen la litósfera terrestre, los que provocan o dan lugar a los sismos (ver figs 1 y 2).

El mecanismo que se sigue es más o menos el siguiente: como consecuencia de los movimientos de las placas o "nata" que envuelve a nuestro planeta, existen regiones donde la tendencia es de treparse o encimarse (fig 1), y regiones donde las placas tienden a sumergirse (fig 2) o seguir cualquiera de las formas indicadas en la fig 3. Este mecanismo se efectúa a través de las fallas y durante el mismo se va produciendo una acumulación de energía como consecuencia de la resistencia que lógicamente ofrecen las paredes de dichas fallas. En el momento que la resistencia es vencida, viene el disparo que permite liberar la energía que había sido acumulada; esta relajación de energía puede suceder de un solo golpe (sismos de muy poca duración), pero en la mayoría de las veces sucede en varios pasos (sismos de mayor duración).

Se conoce como foco o hipocentro de un sismo el punto donde se considera se inició el rompimiento o movimiento en la falla. Al punto de la superficie de la tierra localizado exactamente sobre el hipocentro se le llama epicentro; en la fig 4 se ilustra la localización de estos dos puntos en el sismo de San Fernando, Calif.

III. EVALUACION DE LA SISMICIDAD REGIONAL

La sismicidad de una cierta zona se puede determinar mediante uno o una combinación de los siguientes procedimientos:

a) Localización de fallas activas usando estudios de geología. Esta localización se puede hacer a través de: 1) estudios de fotointerpretación; 2) la revisión de la geología regional y haciendo un mapeo geológico; 3) efectuando una exploración y una evaluación de los movimientos en zonas de falla con las fechas de ocurrencia y 4) estimando los eventos sísmicos máximos posibles de cada falla. Las figs 5 y 6 muestran algunos rasgos geológicos observables en fallas activas.

b) Empleo de instrumentos de sismos y sus registros. Como es bien conocido, existen aparatos llamados sismógrafos de diferentes tipos y tamaños a través de los cuales se pueden registrar los movimientos que un sismo origina. La fig 7a muestra el acelerograma correspondiente a la componente horizontal N 14°E registrada durante el sismo de San Fernando el 9 de febrero de 1971; las figs 7b y 7c corresponden respectivamente a las velocidades y desplazamientos en función de tiempo (nótese que estas dos últimas figuras se pueden obtener por integración a partir de la fig 7a).

Mediante los registros así obtenidos se pueden realizar las siguientes determinaciones:

- 1) Estimación de la distancia epicentral y de la profundidad focal

Esto se logra a través de los registros en varias estaciones sísmológicas y mediante la determinación de los tiempos de llegada de las diferentes ondas que se generan como consecuencia del sismo. Así, por ejemplo, conociendo las velocidades de las distintas ondas y los intervalos entre los tiempos de llegada, es posible conocer la distancia del epicentro al lugar donde se localiza cada sismógrafo y con ello determinar el epicentro en la forma señalada por la fig 8.

2) Evaluación de la energía o deformación liberada en cada falla o grupo de fallas, así como su mecanismo focal (Ref 3)

3) Establecimiento de las curvas de recurrencia para cada región, en función de su mecanismo focal

c) Observación de los daños causados. Mediante esta clase de observación es posible determinar no solamente la magnitud, intensidad y mecanismo de falla de un sismo, sino también su distancia epicentral. Además, es precisamente a través de los daños registrados como se han podido reconstruir datos de algunos sismos históricos.

d) Elaboración de las curvas finales de recurrencia a través de lo señalado en las partes (a), (b) y (c).

IV. MAGNITUD E INTENSIDAD

a) Magnitud.— Esta palabra se utiliza para señalar el tamaño de un temblor, es decir, se refiere a la cantidad de energía liberada en el momento que ocurre. Sin embargo, la medición directa de esa cantidad es muy difícil y por esta razón hoy en día aún se sigue utilizando la definición de magnitud que Richter propuso en 1935 y que es la siguiente: "la magnitud de un sismo es el logaritmo decimal de la máxima amplitud horizontal, medida en milímetros por un sismógrafo Wood-Anderson de período corto, localizado en tierra firme y a 100 km del epicentro".

Desde luego que la definición de Richter es meramente arbitraria, ya que los movimientos a cualquier distancia considerable del epicentro pueden estar fuertemente influidos por la geología local y otros factores. Sin embargo, dicha definición se ha utilizado extensivamente y es la que más se emplea.

La tabla 1 muestra el número promedio de temblores de diferente magnitud que ocurrieron en el mundo en el período 1904-1946, y la tabla 2 algunos datos de los sismos más importantes ocurridos en el presente siglo.

La fig 9 ilustra, a través de una comparación con las explosiones más importantes efectuadas en la tierra, el significado de la magnitud de un sismo. De acuerdo con Richter la magnitud M y la cantidad de energía liberada están relacionadas por la siguiente expresión

$$\log E = 11.4 + 1.5 M \quad (1)$$

En general, a mayor magnitud de los sismos se tienen mayores longitudes de ruptura en la falla y la amplitud de las aceleraciones aumenta si M aumenta. La duración de las sacudidas está también influida por la magnitud de los temblores; se cree que la ruptura se propaga a lo largo de la falla a una velocidad de 2 millas/seg. La siguiente tabla es dada por Seed et al. (Ref 12).

MAGNITUD	DURACION DE LAS MAYORES SACUDIDAS
7	25-30 seg
6	15 seg
5	5 seg

La fig 10 muestra que el período predominante de un sismo (definido éste como el período para el cual la aceleración espectral es máximo) aumenta cuando su magnitud aumenta. La fig 11 muestra la localización del epicentro y magnitud del sismo principal de San Fernando, así como la de varios sismos posteriores más pequeños.

b) Intensidad.- A diferencia de la magnitud, que es única para un sismo dado y mide la fuerza total de un sismo, tenemos la llamada intensidad que mide la fuerza del temblor en un punto. Es decir, la intensidad se refiere a los efectos del sismo sobre

las estructuras y la manera como es sentido por la gente de un lugar determinado; puede por tanto variar de sitio en sitio y un mismo sismo puede tener varias intensidades dependiendo de la distancia al epicentro.

La llamada escala modificada de Mercalli es la más utilizada para medir la intensidad; dicha escala se muestra en la fig 12. La fig 13 ilustra la manera como la intensidad de un sismo varía en función de la distancia al epicentro. La fig 14 correlaciona la magnitud Richter con las intensidades en función de las distancias.

V. CORRELACIONES ENTRE LA ACELERACION Y VELOCIDAD MAXIMA CON LA MAGNITUD E INTENSIDAD

a) Correlaciones con la magnitud.- Algunos de los procedimientos para determinar las amplitudes máximas de las aceleraciones son las siguientes (Ref 12)

a) Gutenberg - Richter

$$\log a_o = -2.1 + 0.81 M - 0.027 M^2$$

donde

a_o es la aceleración máxima del terreno

M es la magnitud del sismo

b) Gutenberg - Richter - Benioff

$$a_D = a_o F_a$$

donde

a_D es la aceleración máxima a una distancia D a la falla que origina el sismo

a_o es la aceleración máxima en el área adyacente a la falla

F_a es el factor de atenuación = $\left(\frac{1.25}{1 + D/y_o}\right)^n$

$$n = 1 + \frac{1}{2.5 T_p}$$

T_p * período predominante para las aceleraciones

$y_o = 48$ millas

$D \geq 12$ millas

c) Esteva - Rosenblueth

$$a_D = \frac{110 e^{0.8M}}{R^{1.6}}$$

donde

R distancia epicentral

d) Kanai

$$a_D = \frac{1}{T_p} 10^B$$

$$B = 0.61 - (1.66 + \frac{3.6}{R}) \log R$$

e) Blume

$$F_a = \frac{1}{1 + (\frac{D}{h})^2}$$

donde

h es la profundidad del foco

Mediante el uso de la fig 15 se puede estimar la variación de la aceleración máxima con la magnitud del temblor y la distancia a la falla que originó el temblor.

b) Correlaciones con la intensidad.- Existen correlaciones entre la intensidad modificada de Mercalli y la aceleración máxima como la mostrada en la fig 16. Sin embargo existen algunas contradicciones cuando se trata de aplicar esas correlaciones a hechos experimentales; dichas contradicciones indican que la aceleración máxima, por sí misma, no es muy buena indicadora

del daño que puede causar un temblor. Una de las razones de esto último es que el daño que un sismo origina depende en gran medida de la duración del mismo. Como ejemplo de esta clase de correlaciones se tiene la ecuación de Arias (Ref 2)

$$I_x = \frac{1}{2g} \int_0^{t_0} a_x^2 (t) dt$$

donde

- I_x es la intensidad en la dirección x
- t_0 el tiempo de duración del temblor
- a_x la aceleración en la dirección x
- g es la aceleración de la gravedad

Esteva y Rosenblueth (Ref 4) han relacionado la intensidad con la velocidad del terreno mediante la siguiente fórmula

$$I = \frac{\log 14v}{\log 2}$$

donde

- v es la velocidad del terreno en cm/seg

Esta correlación da muchas veces mejores resultados que la que usa la aceleración; ello depende de si la estructura que se analiza es más sensitiva a la aceleración máxima o a la velocidad.

VI. ESPECTRO DE RESPUESTA

Una manera de obtener información útil de los registros de sismos, es a través del llamado espectro de respuesta, el cual se define como "la respuesta máxima a un sismo de todos los posibles sistemas de 1 grado de libertad". La forma como se obtiene es la siguiente:

- 1) Dado el sismo mediante su gráfica de aceleración *versus* tiempo (fig 17a), se encuentra (de acuerdo a los principios señalados en "Vibraciones Forzadas con Movimientos Periódicos en el Soporte" de la Parte I) el valor máximo del desplazamiento relativo que experimentaría un sistema de 1 grado de libertad cuyo período (T) o frecuencia natural (f_n) y amortiguamiento (D) son conocidos (figs 17b y 17c); de esta manera se tiene entonces un punto en la gráfica S_d vs T ó f_n (fig 17d).
- 2) Se repite (1) para otro sistema que tenga diferente T (ó f_n) pero el mismo amortiguamiento D , obteniendo así un segundo punto.
- 3) Se determina un número suficiente de puntos hasta que sea posible trazar una curva como la mostrada en la fig 17e.
- 4) Se repite todo el proceso anterior para otros valores de amortiguamiento obteniendo de esta manera un set de curvas como las indicadas en la fig 17f.

Siguiendo un procedimiento análogo al usado para el cálculo del espectro de desplazamientos se obtienen los correspondientes espectros de respuesta para la aceleración y la velocidad, los cuales son también funciones del amortiguamiento.

Tomando en cuenta que la ecuación de equilibrio de un sistema de un grado de libertad con cierto amortiguamiento (ver fig 18) puede expresarse como:

$$M \ddot{x}_{\text{máx}} + k u_{\text{máx}} = 0$$

donde

$\ddot{x}_{\text{máx}}$ es la aceleración absoluta máxima

$u_{\text{máx}}$ es el desplazamiento relativo máximo

se tiene

$$\ddot{x}_{\text{máx}} = - \frac{k}{M} u_{\text{máx}} = - \omega^2 u_{\text{máx}}$$

donde

ω es la frecuencia circular natural del sistema

O sea, el espectro de aceleración absoluta es exactamente $\omega^2 S_d(\omega)$; esta aceleración absoluta está relacionada a la fuerza máxima para la cual se diseña.

Para sistemas con cierto amortiguamiento la relación anterior no es exactamente cierta (Ref 10); sin embargo, desde el punto de vista práctico se puede considerar válida para la mayoría de los casos.

Puede demostrarse también (Ref 10) que la velocidad relativa máxima en un sistema de un grado de libertad, de frecuencia circular natural ω , es también aproximadamente igual a $\omega u_{\text{máx}}$. En la práctica se utiliza el llamado espectro de pseudo velocidad (velocidad ficticia) o simplemente espectro de velocidad, a la expresión

$$S_v = \omega S_d$$

que resulta ser la velocidad relativa máxima para $\beta=0$ ($\beta=\omega D$). Esta velocidad está relacionada a la energía máxima introducida a la estructura (Energía máx = $\frac{1}{2} m S_v^2$).

Existe un papel rayado con escalas especiales denominado papel tripartita, en el cual se puede obtener, a través de una sola gráfica, los tres espectros. La fig 19 muestra este tipo de escalas, y a manera de ejemplo se indica allí un punto que representa una vel = 2.4 pulg/seg, un desplazamiento = 0.15 pulg y una aceleración = 0.1 g, para un sistema con $T = 0.4$ seg.

En la fig 20 están dibujados los espectros de respuesta para el sismo de "El Centro", precisamente en esta clase de papel.

De la observación de los espectros de respuesta (como los mostrados en la fig 20) se puede decir lo siguiente:

a) Para estructuras con períodos naturales muy pequeños (estructuras muy rígidas):

aceleración de la estructura \approx aceleración del terreno

Esto indica que el terreno y la estructura se mueven juntos.

- b) Para estructuras de períodos relativamente cortos (estructuras medianamente rígidas), con amortiguamiento pequeño:

$$\underline{\text{aceleración de la estructura} > \text{aceleración del terreno}}$$

- c) Para estructuras con período muy grande (estructuras flexibles):

$$\underline{\text{Despl. relativo máx. de la est} \approx \text{Despl. del terreno}}$$

(O sea, la masa de estructura queda prácticamente inmóvil mientras el suelo en el que se apoya se mueve durante el sismo).

El efecto del amortiguamiento en los espectros de respuesta de un sismo se puede también apreciar en la fig 20.

Ahora bien, para fines de diseño no es conveniente utilizar un solo espectro por los siguientes dos inconvenientes: a) no existe razón para suponer que un temblor puede tener exactamente las características de otro que se registró en otra época o en otro sitio, y b) los espectros tienen regularmente variaciones muy fuertes entre los períodos o frecuencias muy cercanas (ver fig 21) y un pequeño cambio en el período natural del sistema puede conducir, cuando se maneja solamente el espectro de un sismo en particular, a cambios considerables en las fuerzas de diseño. Lo que se utiliza entonces es un espectro suavizado que representa un promedio de espectros provenientes de varios temblores.

Existen dos procedimientos para construir los espectros suavizados de diseño: 1) el de Housner y 2) el de Newmark.

El de Housner (Ref 5) consiste básicamente en dos pasos.

- 1) Determinar o estimar la intensidad del sismo esperado en el sitio de interés a partir de la siguiente definición que Housner hace de la intensidad

$$\text{Intensidad} = \int_{0.1 \text{ seg}}^{2.5 \text{ seg}} S_v dt$$

donde

S_v se refiere al espectro de pseudovelocidad del sismo esperado

- 2) Multiplicar la intensidad obtenida en (1) por el espectro promedio suavizado, mostrado en la fig 22. Housner obtuvo el set de espectros suavizados de la fig 22 graduando 5 registros de temblores fuertes de manera que tuvieran la misma intensidad y promediando los correspondientes espectros de respuesta.

En el espectro suavizado de Newmark se seleccionan los siguientes tres parámetros: 1) a_G máx, 2) d_G máx y 3) v_G máx, que representan respectivamente la aceleración, el desplazamiento y la velocidad máximos del terreno de cimentación, los cuales se pueden determinar a partir de las relaciones que dan Esteva y Rosenblueth (Ref 4) en base a la magnitud y distancia epicentral del sismo. Después se determinan las relaciones

$d_{\text{máx}}/d_G \text{ máx}$, $v_{\text{máx}}/v_G \text{ máx}$ y $a_{\text{máx}}/a_G \text{ máx}$, donde $d_{\text{máx}}$, $v_{\text{máx}}$ y $a_{\text{máx}}$ son respectivamente el desplazamiento, la velocidad y la aceleración máxima de la estructura, todas ellas funciones del amortiguamiento; estas relaciones se pueden obtener a partir de los datos que presenta Newmark (Ref 9) y que se indican en la siguiente tabla

AMORTIGUAMIENTO en %	$d_{\text{máx}}/d_G \text{ máx}$	$v_{\text{máx}}/v_G \text{ máx}$	$a_{\text{máx}}/a_G \text{ máx}$
0	2.5	4.0	6.4
0.5	2.2	3.6	5.8
1	2.0	3.2	5.2
2	1.8	2.8	4.3
5	1.4	1.9	2.6
7	1.2	1.5	1.9
10	1.1	1.3	1.5
20	1.0	1.1	1.2

Además, Newmark sugiere usar las siguientes relaciones, basadas en el espectro de respuesta del sismo de El Centro (1940), para trazar el espectro suavizado:

$$f_C/f_B = 4, \quad f_C/f_A = 10, \quad f_E/f_D = 4 \quad \text{y} \quad f_F/f_D = 10$$

donde

f_A , f_B , f_C , f_D y f_E son frecuencias en los cuales existe un quiebre en el espectro suavizado de respuesta, según se pue-

de observar en el espectro suavizado mostrado en la fig 23. Nótese que los valores de f_C y f_D se pueden determinar directamente del espectro suavizado una vez que se conocen $d_{m\acute{a}x}$, $v_{m\acute{a}x}$ y $a_{m\acute{a}x}$.

De la fig 23 se puede ver que a frecuencias muy grandes (períodos muy cortos) el espectro de diseño tiene prácticamente la misma aceleración que la del terreno; a frecuencias un poco menores existe una zona de transición, para pasar luego a un rango donde los valores máximos de aceleración de sistemas de un grado de libertad no cambian mucho (y por ello en el espectro suavizado la $a_{m\acute{a}x}$ se mantiene constante en dicho rango). Después se pasa al rango de frecuencias intermedias donde la $v_{m\acute{a}x}$ no varía mucho y se puede considerar prácticamente constante. Al pasar al rango donde las frecuencias son poco menores al anterior, se puede notar que en él los desplazamientos máximos no varían considerablemente y que el promedio de ellos se puede tomar también como constante. Posteriormente hay otra zona de transición y finalmente se tiene el caso de frecuencias muy cortas (períodos muy grandes) donde los desplazamientos relativos del sistema de un grado de libertad son prácticamente iguales a los del terreno de cimentación.

Cabe hacer notar que varios países donde tienen el problema de sismos, basan sus reglamentos de construcción para diseño precisamente en espectros suavizados. Dichos reglamentos indican, por ejemplo, que las estructuras se deben diseñar de manera que

soporten una fuerza cortante básica de sismo igual a

$$V = ZKW C$$

donde

V fuerza cortante básica que debe soportar la estructura

Z coeficiente que depende la sismicidad del área

K Coeficiente que es función del tipo de estructura

W peso de la estructura

C coeficiente que depende del período y es igual a

$$C = \frac{0.05}{\sqrt{T}} < 0.1$$

Este valor de C proviene precisamente del espectro de respuesta en escala aritmética, según se puede observar en la fig 24.

REFERENCIAS DE INGENIERIA SISMICA

1. Anderson, L. Don, "The San Andreas Fault", Scientific American, Nov. 1971
2. Arias, A., "A Measure of Earthquake Intensity", Seismic Design for Nuclear Power Plants, M.I.T. Press, Cambridge, Mass, R.J. Hansen Ed. 1969
3. Dawson, W. Andrew, "Notas Sobre Ingeniería Sísmica, No Publicadas, Instituto de Ingeniería, UNAM 1977
4. Esteva, Luis y Rosenblueth, Emilio, "Espectros de Temblores a Distancias Moderadas y Grandes", Bol. Soc. Mex. Ing. Sism., Vol. 2, No. 1, pp 1-18, marzo 1964
5. Housner, G.W., "Behavior of Structures During Earthquakes", ASCE Proc. EM4, Octubre 1959
6. Howell, F. Benjamin, "Introduction to Geophysics", McGraw-Hill, Book Company 1962
7. Lacopi, R., "Earthquake Country", Lane Books, Calif 1971
8. Lew, Sang Hai, Leyendecker, V. Edgar y Dijkers, D. Robert, "Engineering Aspects of the 1971 San Fernando Earthquake", Building Science Series No. 40, U.S. Dept. of Commerce 1972
9. Newmark, N., "Design Criteria for Nuclear Reactors Subjected to Earthquake Hazards", University of Illinois 1967
10. Roesset, M. José, "Response Spectra", Cap. IV de Fundamentals of Earthquake Engineering for Buildings. M.I.T. Summer Session 1972
11. Salinas de Gortari, E., "Atenuación de Intensidades Sísmicas en México", Tesis Profesional, Fac. de Ingeniería, UNAM 1976
12. Seed, H. Bolton, Idriss, M.I. y Kiefer, W.F., "Characteristics of Rock Motions During Earthquake", Report No. EERC68-5, University of California, Berkeley, Sept. 1968
13. Toksoz, M. Nafi, "The Subduction of the Lithosphere", Scientific American, Nov. 1971
14. Wesson, R.L., Helley, E.J., Lajoie, K.R. y Wentworth, C.M., "Faults and Future Earthquakes", Geological Survey Professional Paper 941-A, 1974
15. Whitman, V. Robert, "Characteristics of Earthquake and Resulting Ground Motions", Cap. II de Fundamentals of Earthquake Engineering for Buildings. M.I.T. Summer Session 1972

Tabla 1

NUMERO ANUAL PROMEDIO DE SISMOS DE POCA PROFUNDIDAD FOCAL
EN EL PERIODO 1904-1946 (SEGUN GUTENBERG Y RICHTER, 1949)

(Ref 15)

	<u>Magnitud</u>	<u>No. Anual Promedio</u>	
Sismos muy grandes	7.7-8.6	2	} Observados
Sismos grandes	7.0-7.7	12	
Sismos material mente destructivos	{ 6-7	108	} Estimados para todo el planeta en base al mues treo de ciertas regiones
		5-6	
	4-5	6,200	
	3-4	49,000	
	2.5-3	100,000	

Tabla 2

FECHAS Y MAGNITUDES DE SISMOS
 IMPORTANTES PARA INGENIERIA SISMICA

(Ref 15)

<u>Localidad</u>	<u>F e c h a</u>	<u>Magnitud</u>
San Francisco, California	Abril 18, 1906	8.3
Kanto (Tokyo), Japón	Marzo 02, 1923	8.5
Santa Barbara, California	Junio 29, 1925	6.3
Long Beach, California	Marzo 10, 1933	6.3
Imperial Valley, California	Mayo 18, 1940	7.1
Kern County, California	Julio 21, 1952	7.7
Port Hueneme, California	Marzo 18, 1957	4.7
San Francisco, California	Marzo 22, 1957	5.3
Agadir, Marruecos	Feb. 29, 1960	5.4
Concepción, Chile	Mayo 21, 1960	7.5
Valdivia, Chile	Mayo 22, 1960	8.5
Skopje, Yugoslavia	Julio 26, 1963	5.4
Prince William Sound, Alaska	Marzo 27, 1964	8.4
Niigata, Japón	Junio 16, 1964	7.3
Parkfield, California	Junio 27, 1966	5.5
Caracas, Venezuela	Julio 29, 1967	6.3
Konya, India	Dic. 11, 1967	6.2
Chimbote, Perú	Mayo 31, 1970	7.7
San Fernando, California	Feb. 09, 1971	6.6
Managua, Nicaragua	Dic. 23, 1972	
Guatemala, Guatemala	Feb. 14, 1975	7.7
Hopoh Province, China	Julio 27, 1975	8.2
Islas Filipinas	Agosto 16 y 17, 1976	8.0

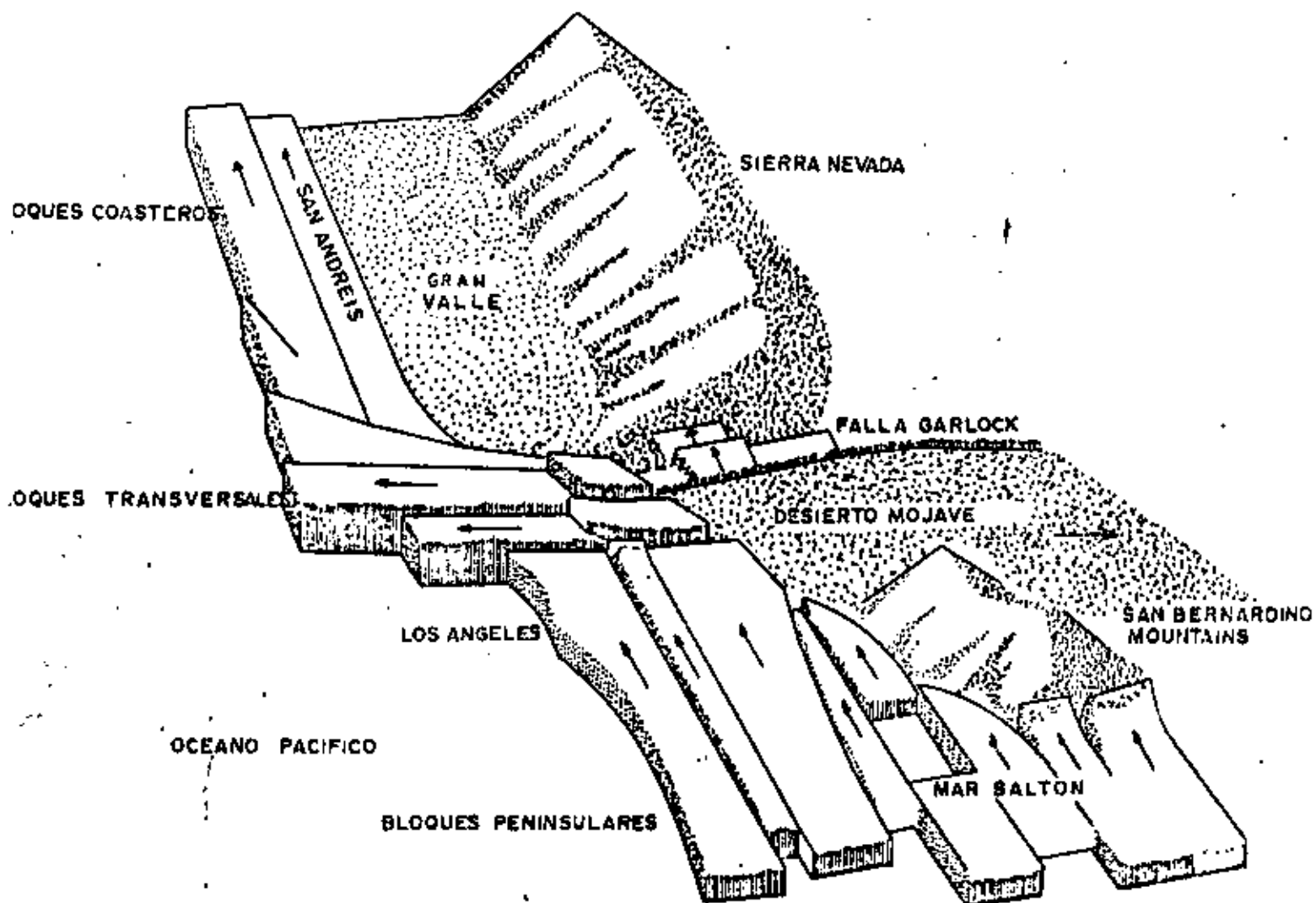


FIG.1.MOVIMIENTO DE LA COSTRA TERRESTRE EN EL SUR DE CALIFORNIA (Ref.1)

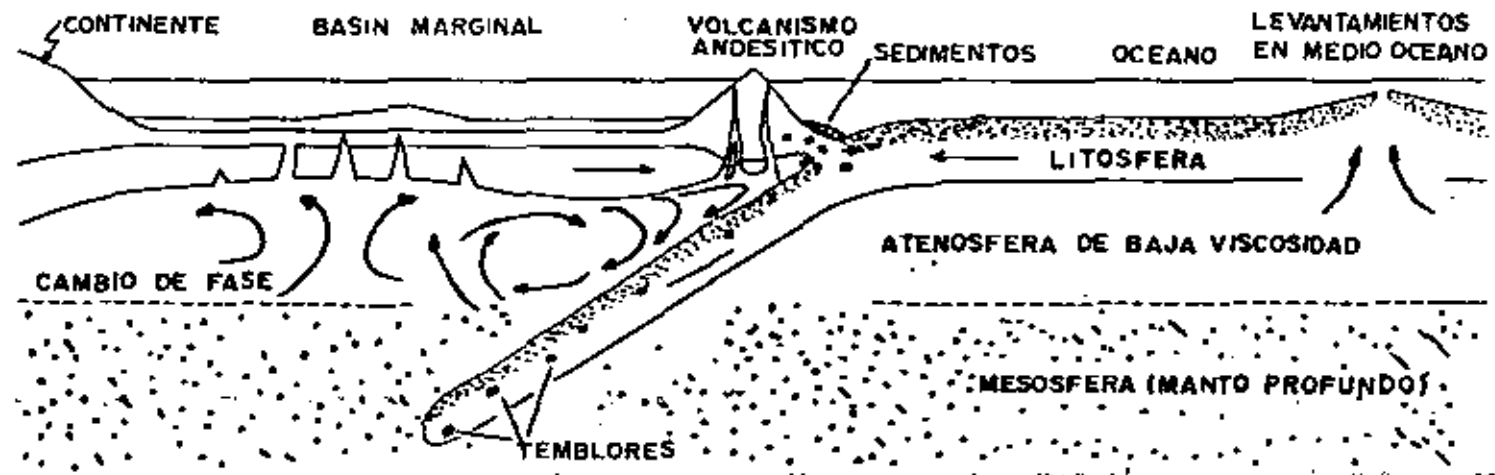


Fig 2 Formación y desaparición de la litosfera (Ref. 13)

MOVIMIENTOS POR COMPRESION



25

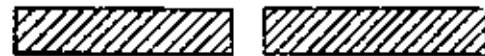
MOVIMIENTOS POR TENSION



DOBLAMIENTO



ROMPIMIENTO



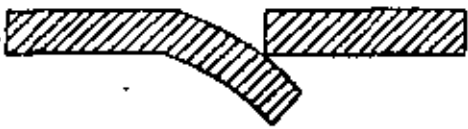
TREPAMIENTO



DESPRENDIMIENTO



INCRUSTAMIENTO



ADELGAZAMIENTO



ENGRUESAMIENTO



FIG. 3. RESPUESTA DE LA COSTRA SUPERFICIAL A MOVIMIENTOS DE COMPRESION (IZQ) Y DE TENSION (DERECHA) Ref. 1.

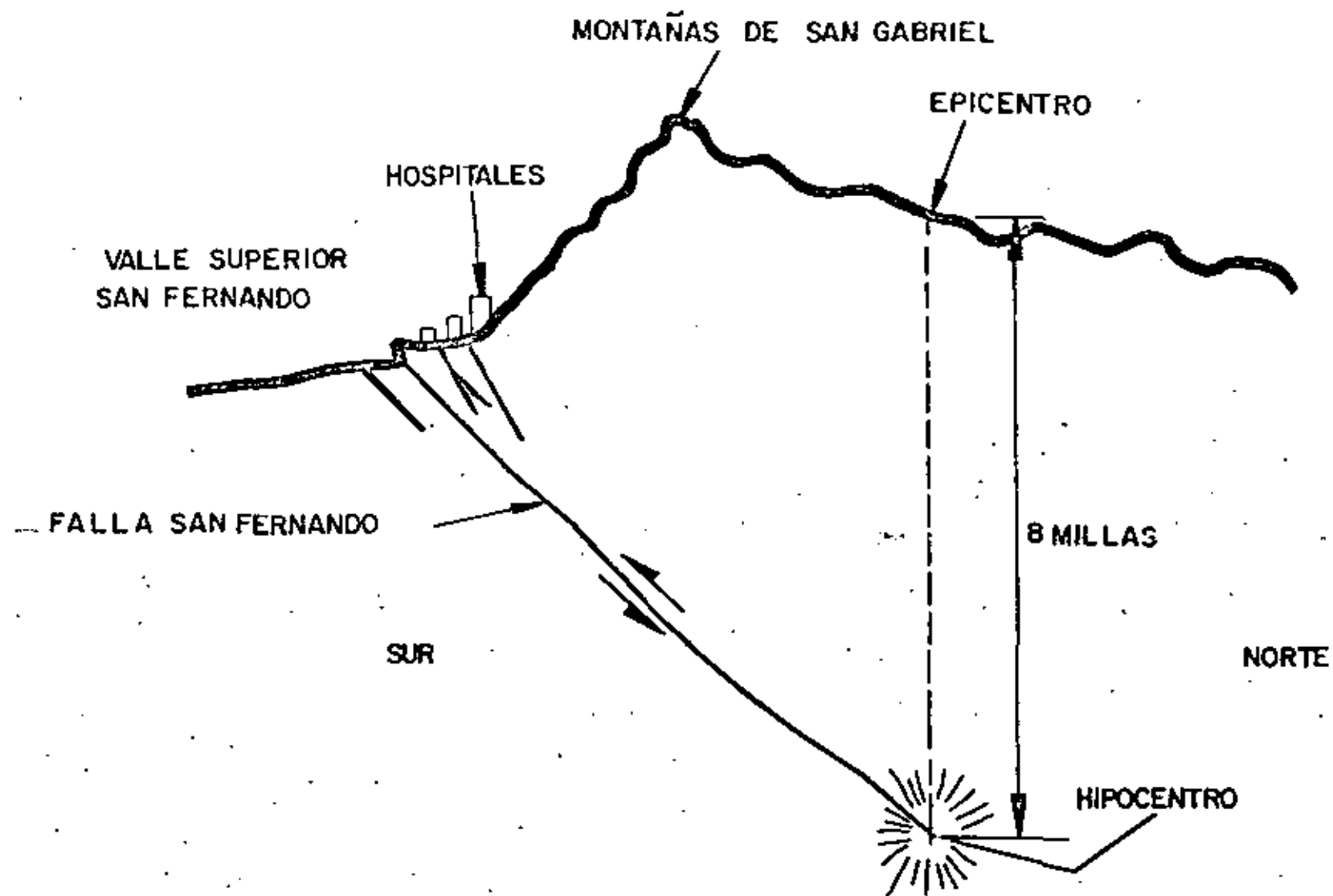


FIG. 4- Esquema indicando la localización del hipocentro y epicentro del sismo de San Fernando, 1971 (Ref. #8).

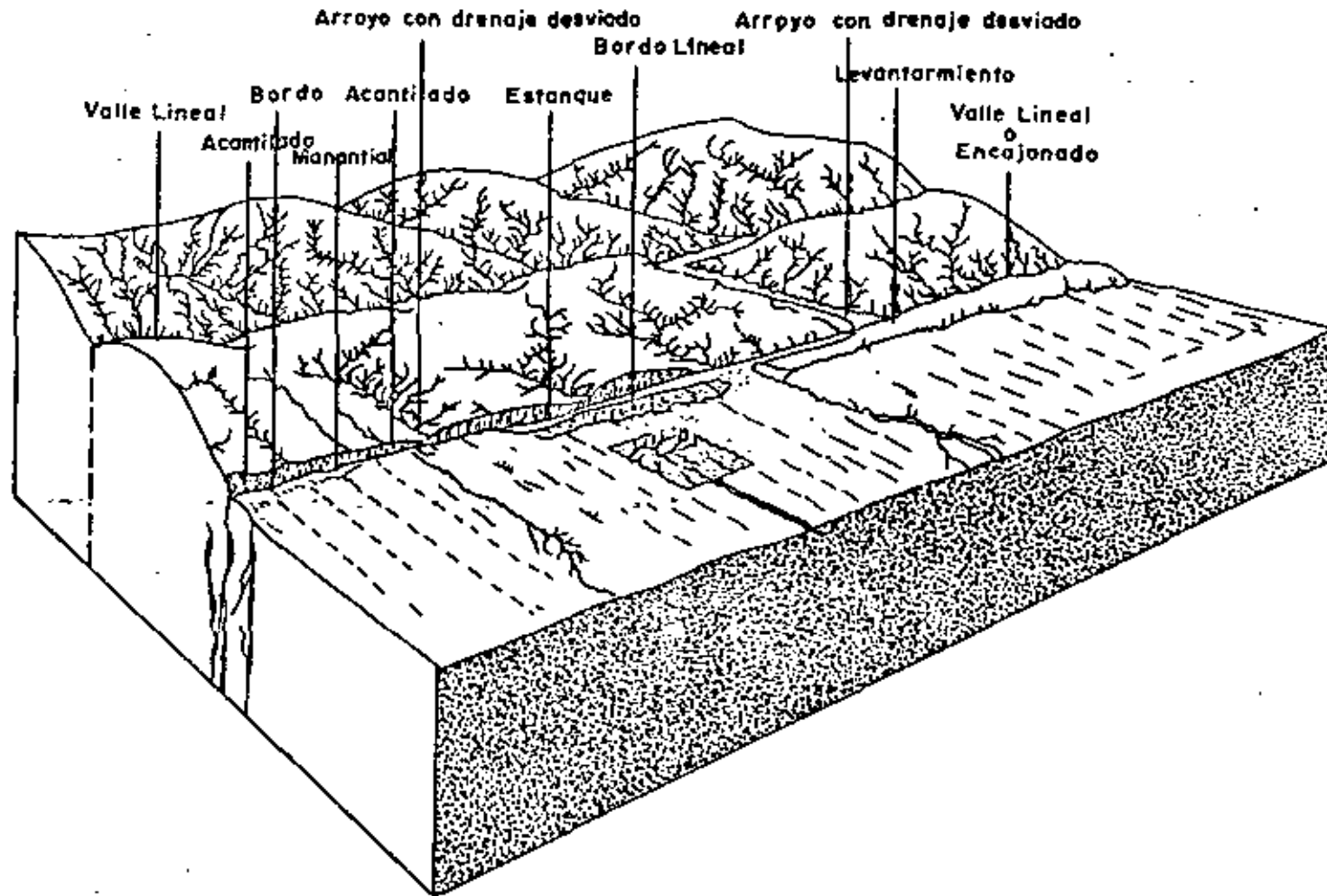


Fig 5 Diagrama indicando la topografía que se desarrolla como consecuencia de una falla activa (Ref. 14)



Fig 6 Fotografía donde fácilmente se puede observar el sitio por donde pasa una falla activa (Ref 7)

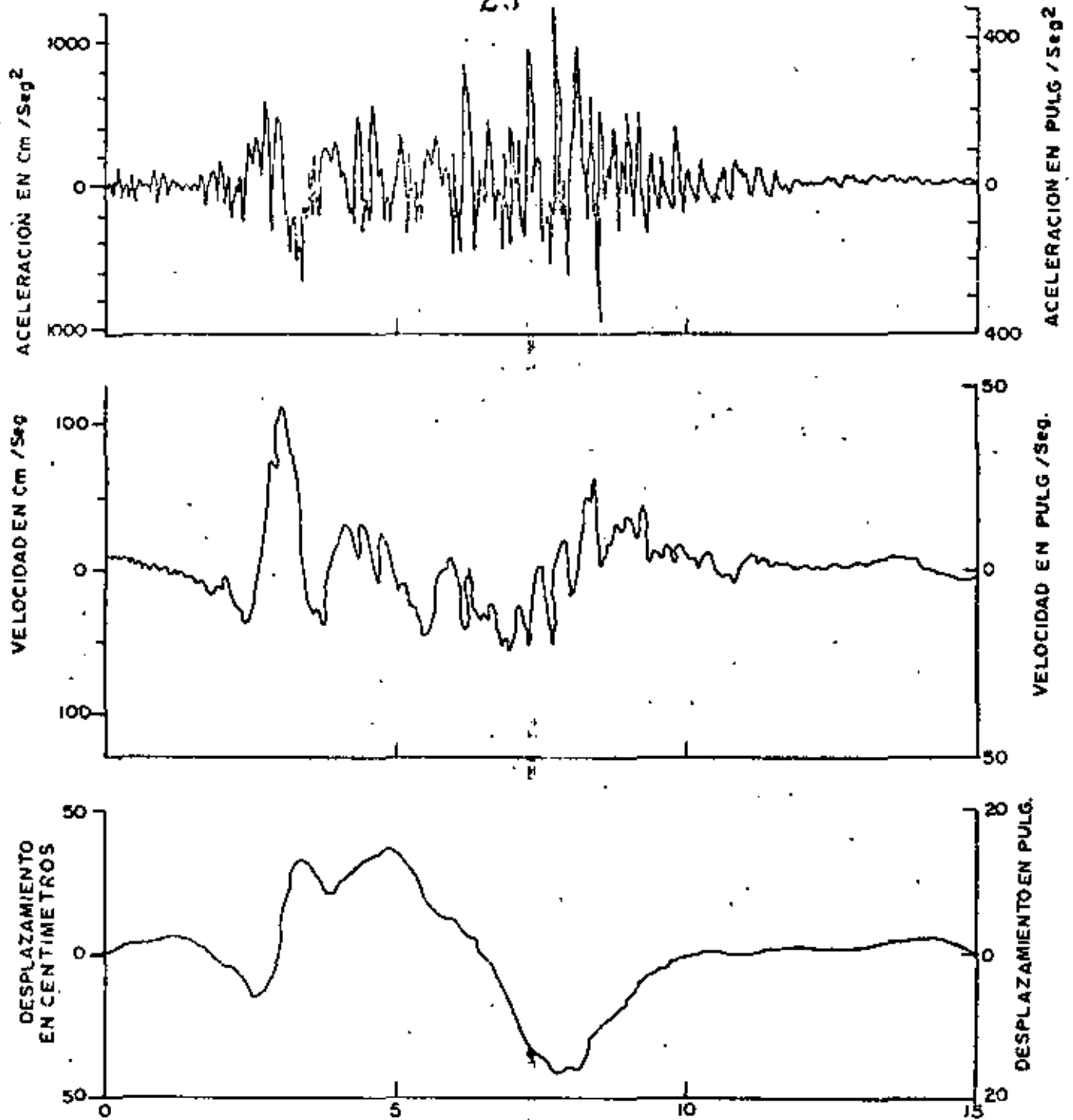


FIG. 7— REGISTRO DE LA COMPONENTE HORIZONTAL N 14°E EN LA PRESA PACOIMA, DURANTE EL SISMO DE SAN FERNANDO EN FEB. 9 DE 1971, LA VELOCIDAD Y EL DESPLAZAMIENTO SE OBTUVIERON A PARTIR DE INTEGRAR (UNA Y DOS VECES* RESPECTIVAMENTE) EL REGISTRO DE LA ACELERACION (REF. # 8)

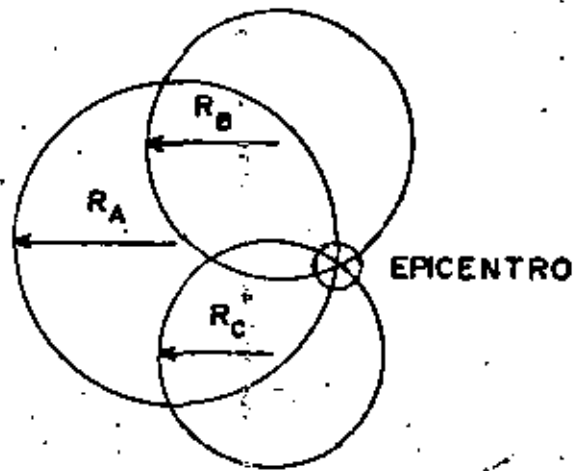
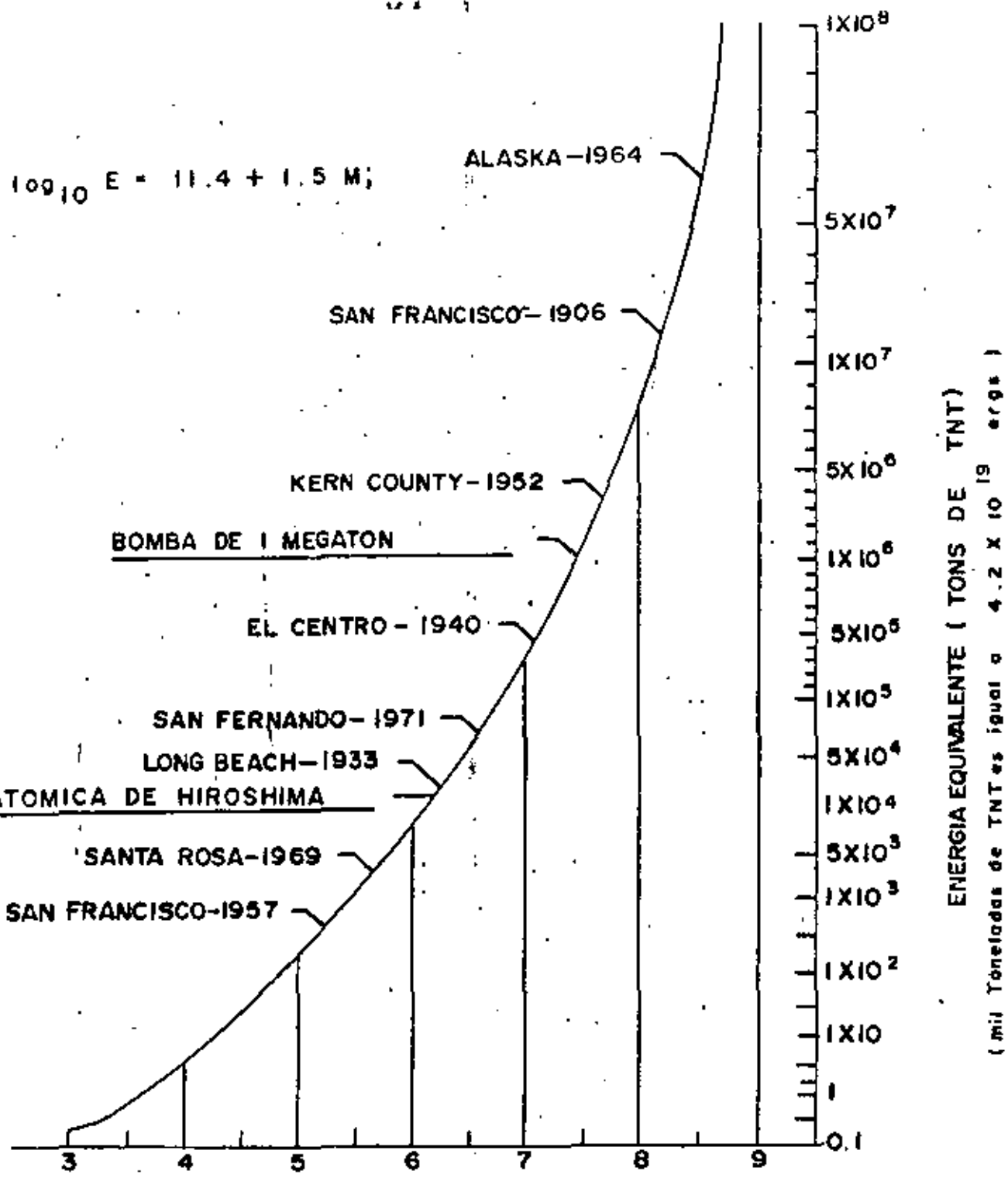


FIG 8 Localización del epicentro a través de los datos de sismógrafos localizados en tres diferentes sitios.

$10^{9.10} E = 11.4 + 1.5 M;$



ESCALA DE MAGNITUDES RICHTER

FIG. 9 — COMPARACION DE LA ESCALA DE MAGNITUDES RICHTER VERSUS ENERGIA EQUIVALENTE EN TNT (REF. # 8)

ENERGIA EQUIVALENTE (TONS DE TNT)

(Mil Toneladas de TNT es igual a 4.2 x 10¹⁹ ergs)

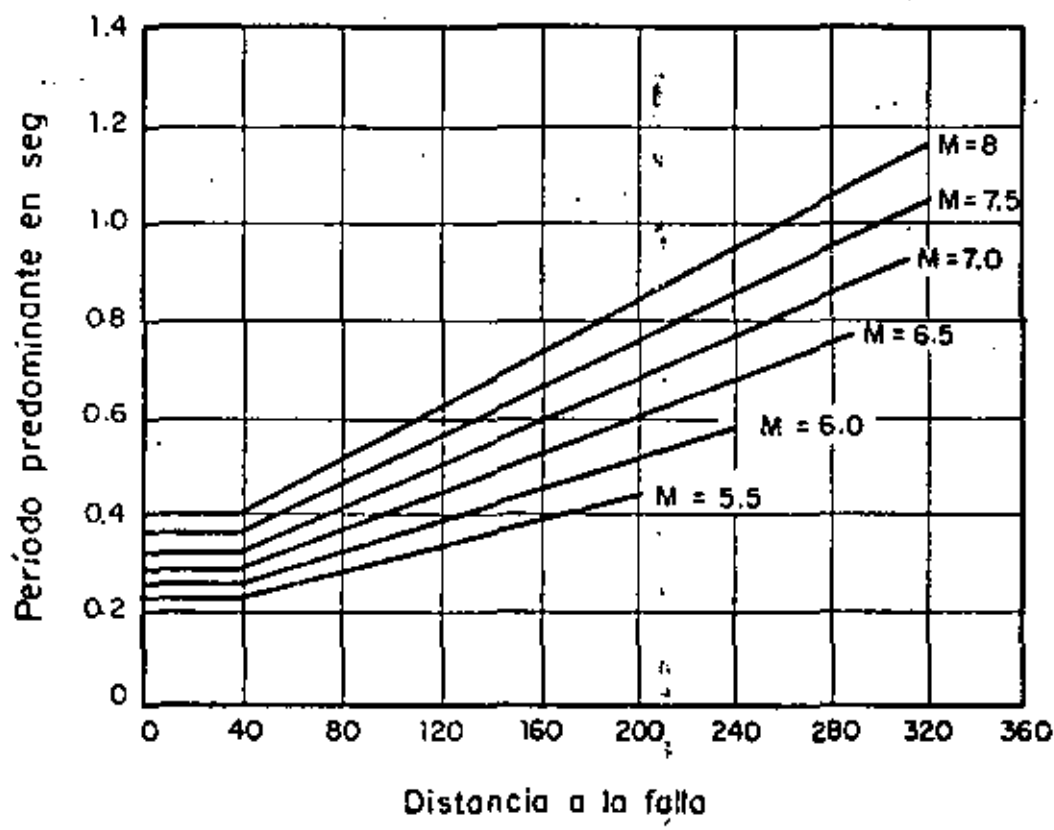


Fig 10 Períodos predominantes para las aceleraciones máximas en rocas (Ref 12)

FIG 12 ESCALA DE INTENSIDADES MERCALLI MODIFICADA EN 1931 (REF 6)

Grado de la escala	Efectos en las personas	Efectos en las estructuras	Otros Efectos	Equivalen- te Rossi- Forel	Magni- tud su perfi- cial equiva- lente
I	Unicamente perceptible por muy pocas personas en circunstancias favorables			I	
II	Lo perciben algunas personas en reposo		Algunos objetos delicados suspendidos se balancean ligeramente	I-II	2.5
III	Perceptible en interiores. Algunos coches se balancean un poco		La duración puede ser estimada	III	
IV	Perceptible por lo general en interiores. Se despiertan las personas que se hallan en reposo		Se balancean los coches y se mueven las ventanas, etc	IV-V	3.5
V	Perceptible en general	Caen algunos enlucidos	Se rompe la vajilla y los cristales de las ventanas. Se paran los péndulos de los relojes	V-VI	
VI	Perceptible por todos. Empieza a cundir el terror	Daños en las chimeneas y en los enlucidos de las paredes	Se mueven los muebles y caen los objetos pequeños	VI-VII	
VII	Todos se lanzan a la calle. Perceptible en coches en marcha	Daños moderados		VIII	5.5
VIII	Alarma general	Efectos destructivos y daños generales en estructuras débiles. Pocos daños en estructuras bien construidas	Se desploman los monumentos y las paredes. Se vuelcan los muebles. Se esparcen la arena y el fango. Variaciones en los niveles de agua de fuentes o pozos	VIII-IX	6
IX	Pánico	Total destrucción de estructuras débiles. Daños considerables en edificios bien construidos	Daños en los fundamentos de los edificios. Rotura de las tuberías subterráneas de canalización. En el suelo, grietas; cruídos perceptibles	IX	
X	Pánico	Destrucción general de estructuras de mampostería y arcos. Sólo quedan en pie los edificios mejor construidos. Fundamentos en estado ruinoso		X	
XI	Pánico	Sólo quedan en pie contados edificios	Grietas estrechas. Fallas pronunciadas en el suelo. Canalizaciones subterráneas fuera de servicio	X	8
XII	Pánico	Destrucción total	La aceleración superior a la de la gravedad. Ondas visibles en el suelo. Distorsión en las líneas visuales y de nivel. Los objetos son arrojados al aire	X	8.5

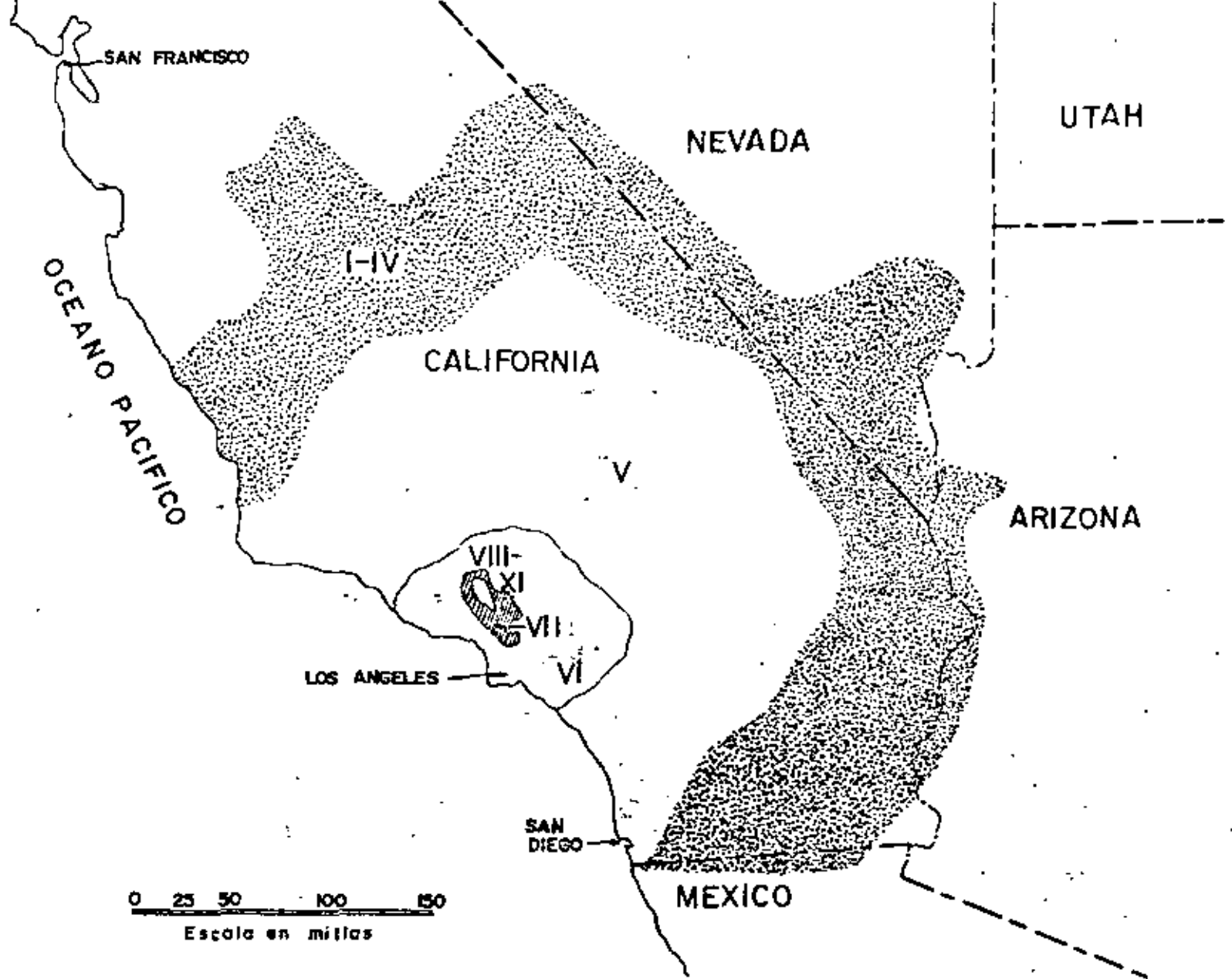


FIG. 13— Esquema preliminar de intensidades correspondientes al sismo de Sn.Fernando de 1971(Ref#8)

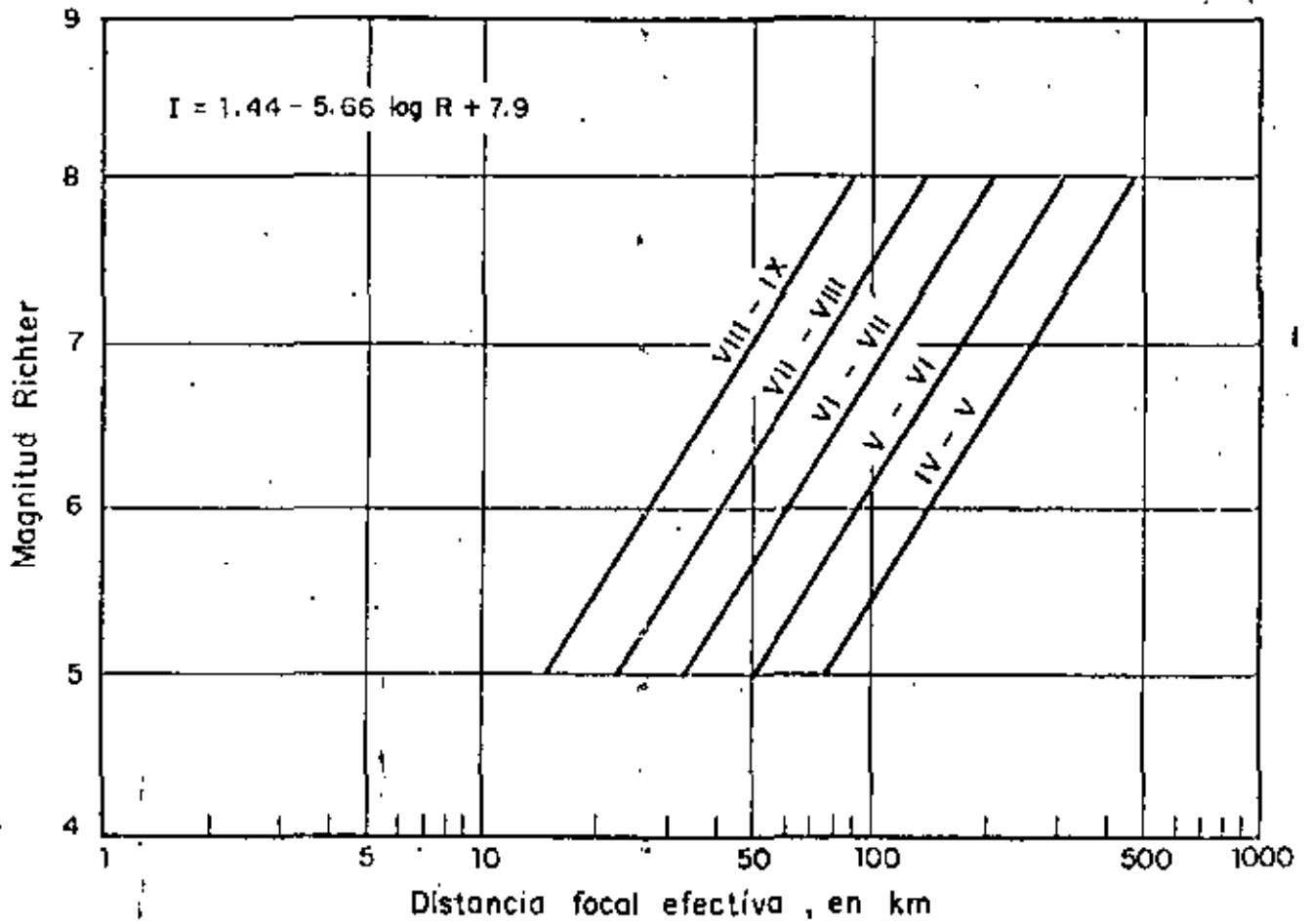


Fig 14 Curvas de atenuación de intensidades (Ref 13)

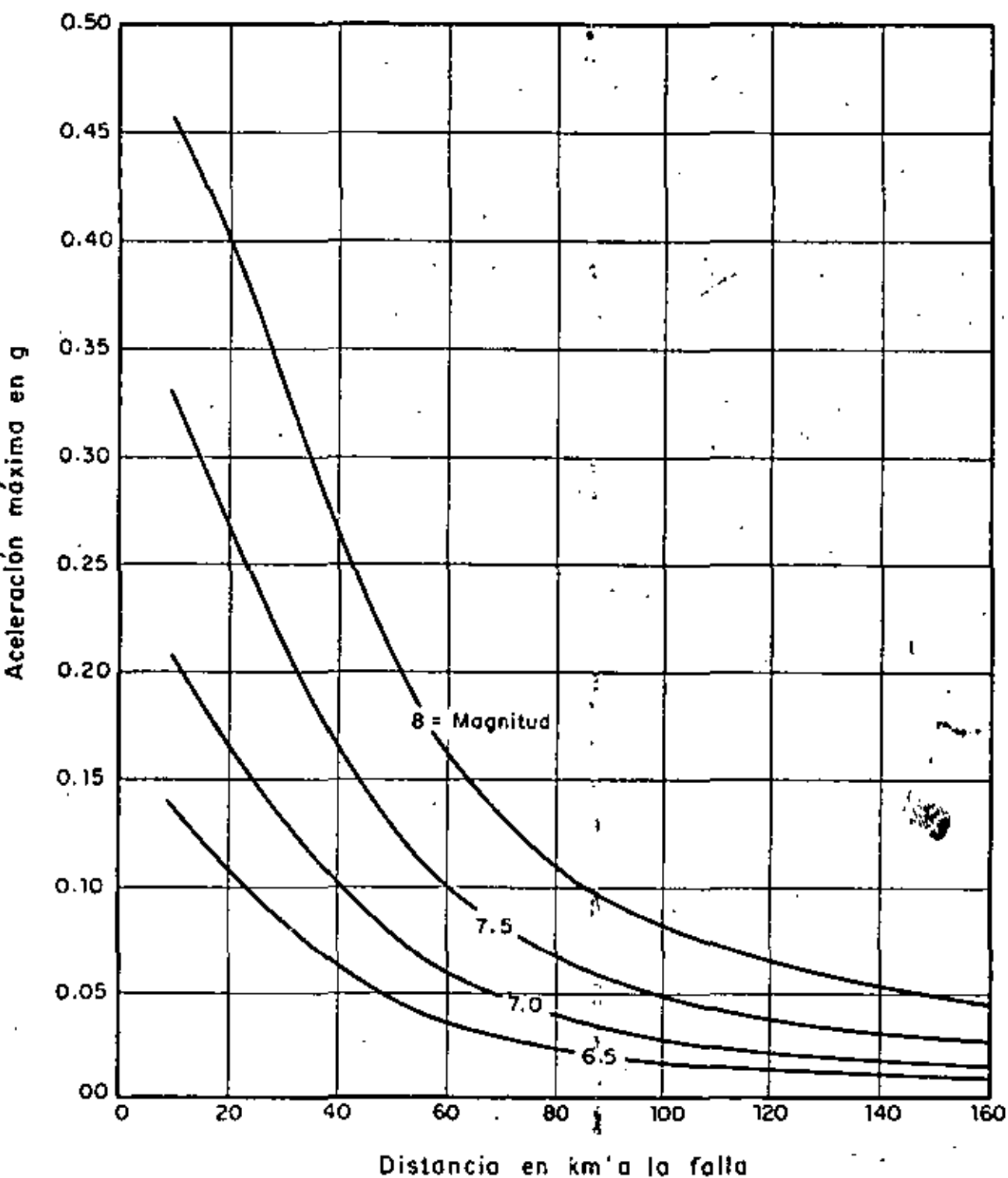


Fig 15 Variación de la aceleración máxima con la magnitud y la distancia a la falla

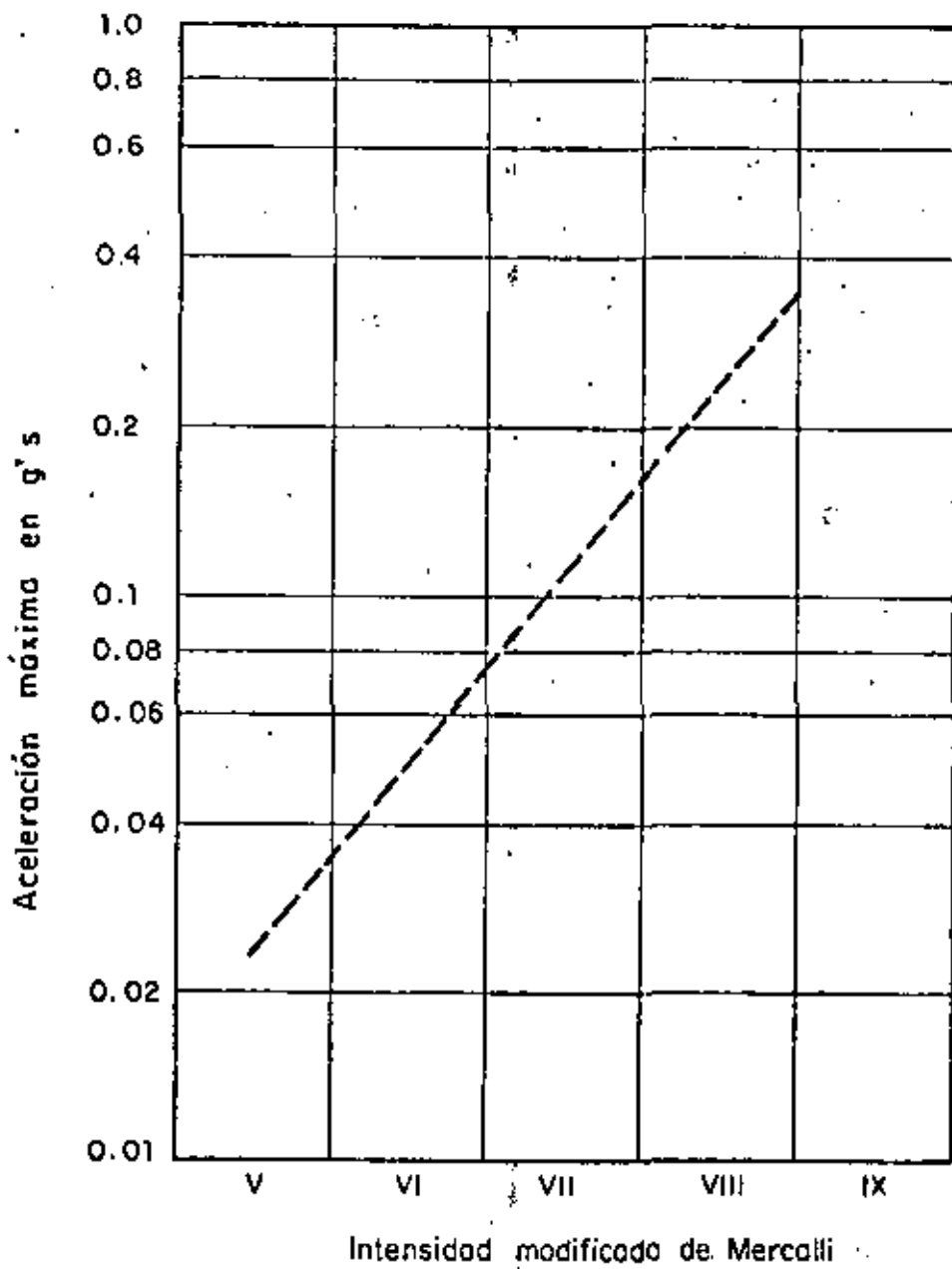
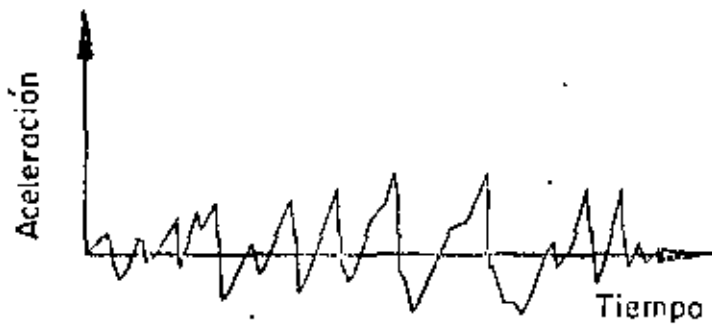
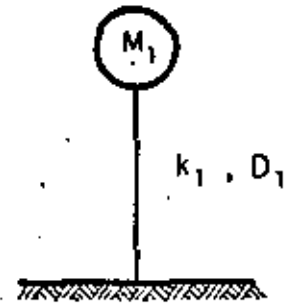


Fig 16 Correlación de la aceleración máxima y la intensidad modificada de Mercalli (Ref # 15)

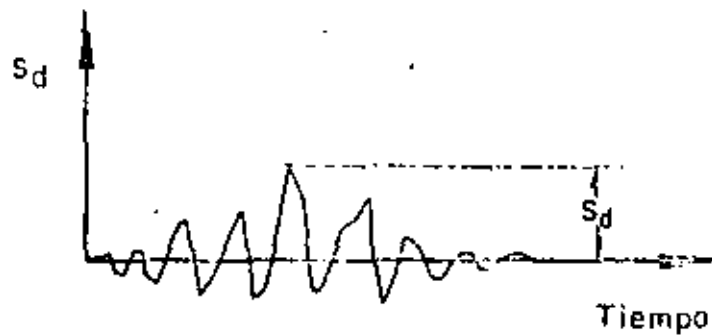


a) Acelerograma del sismo



$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{M_1}{k_1}}, \text{ ó } f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{M_1}}$$

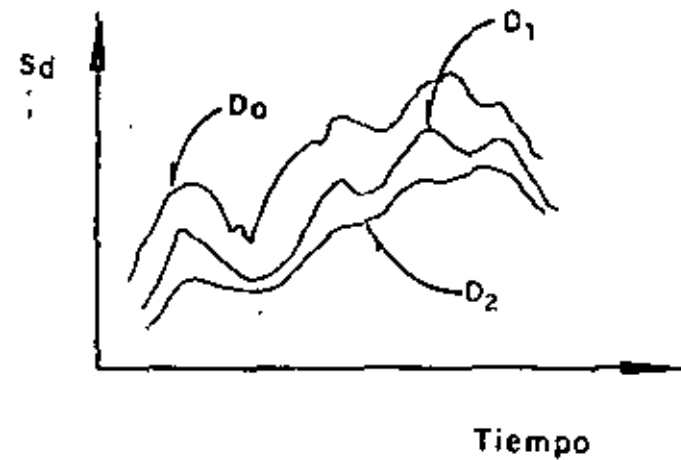
b) Sistema de un grado de libertad



c) Desplazamientos relativos Vs tiempo

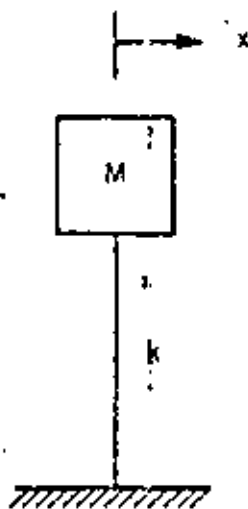


d) Desplazamientos relativos máximos Vs periodos

e) Espectro de respuesta para un amortiguamiento D_1 

f) Espectros de respuesta para varios amortiguamientos

Fig 17 Construcción de un espectro de respuesta



$$x_s(t) = x_{s0} f(t)$$

a) Sistema de 1 grado de libertad sujeto a movimientos en la base



$$u = x - x_s \quad (\text{Desplazamiento relativo})$$

Ecuación de equilibrio :

$$M\ddot{x} + k u = 0 \quad ,$$

o también

$$M\ddot{x} + k x = -k x_s(t)$$

b) Diagrama de cuerpo libre de la masa M y ecuación de equilibrio

Figura 18

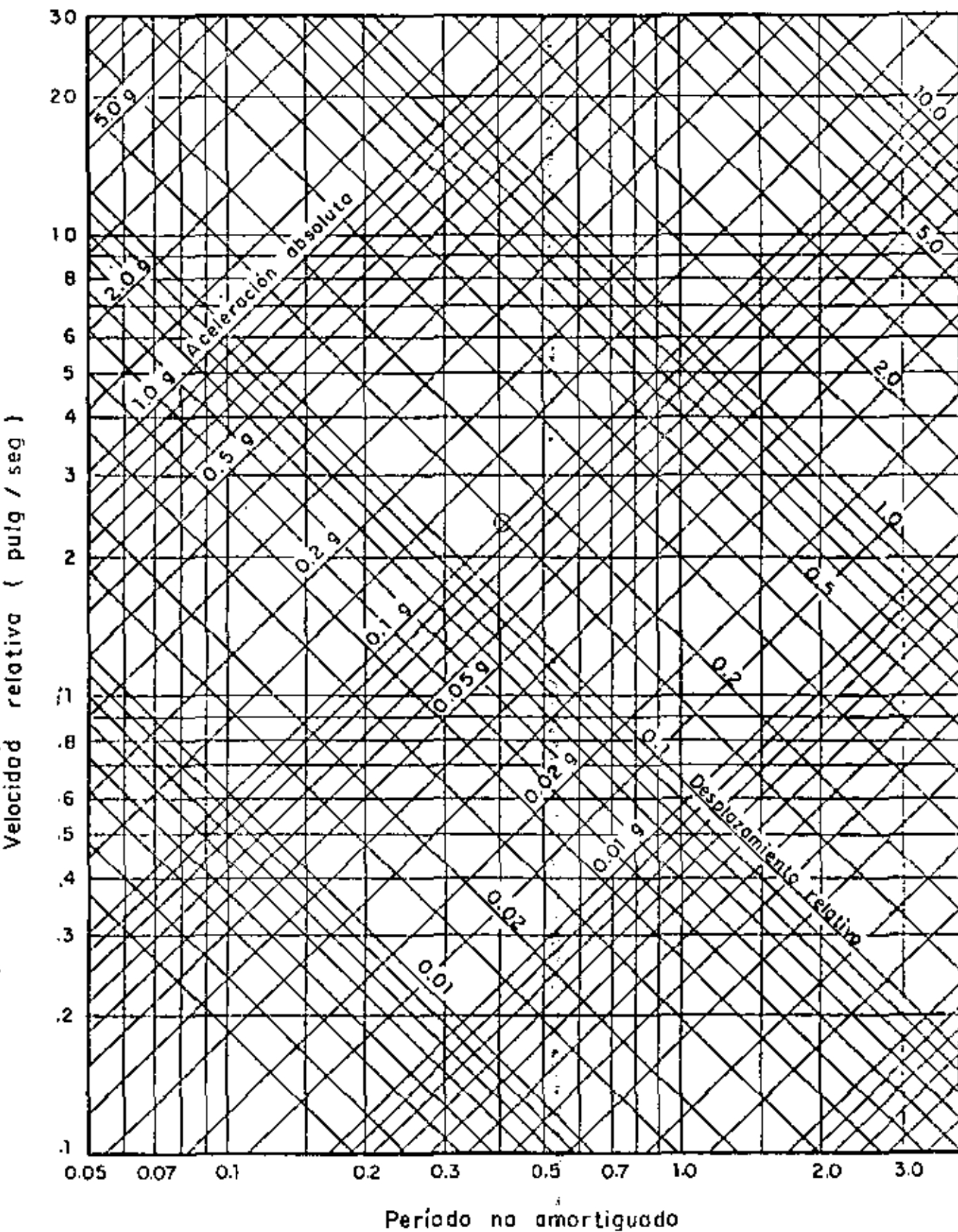


Fig 19 Papel gráfico especial para dibujar el espectro de respuesta

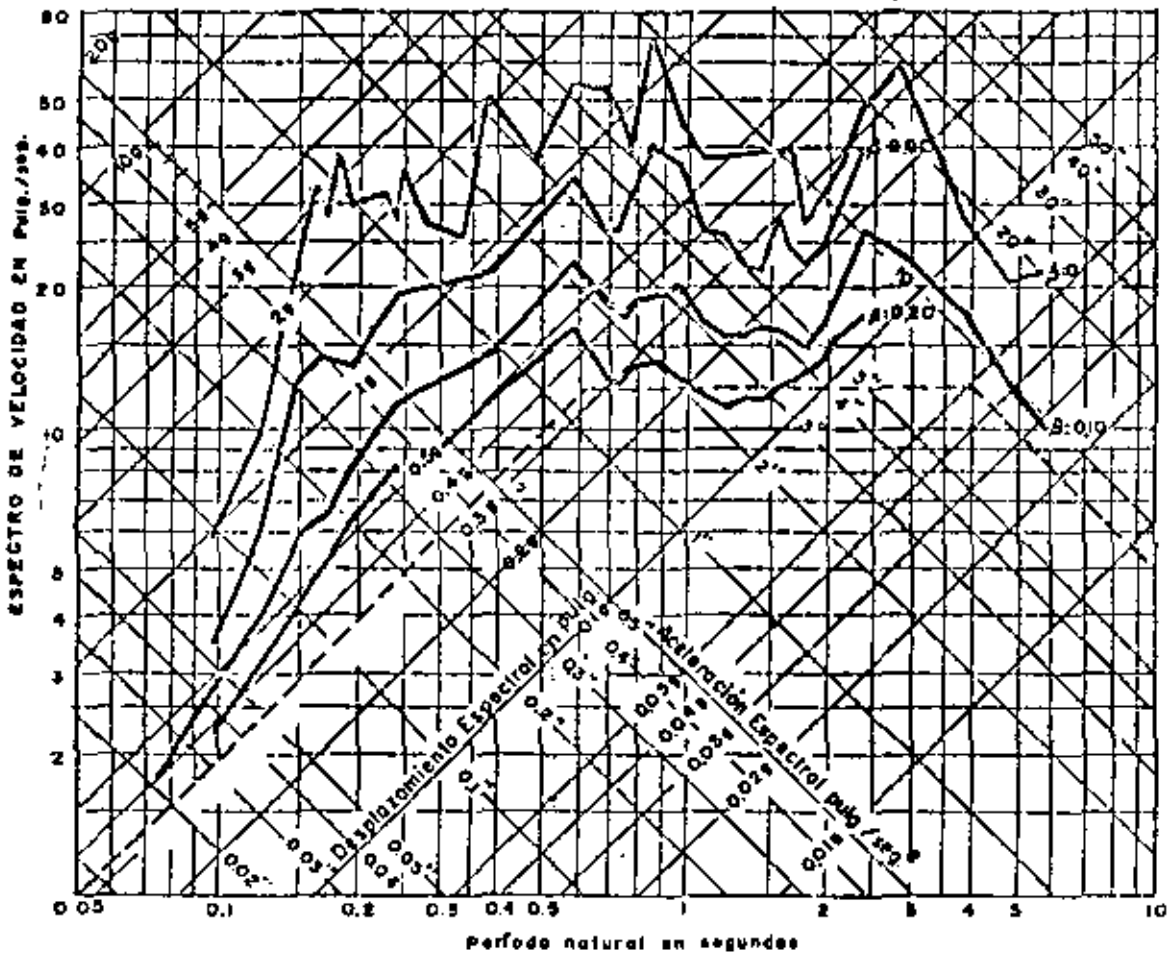


FIGURA 20 ESPECTROS DE RESPUESTA PARA SISTEMAS ELASTICOS

TERREMOTO DE 1940 "EN EL CENTRO, CALIF."

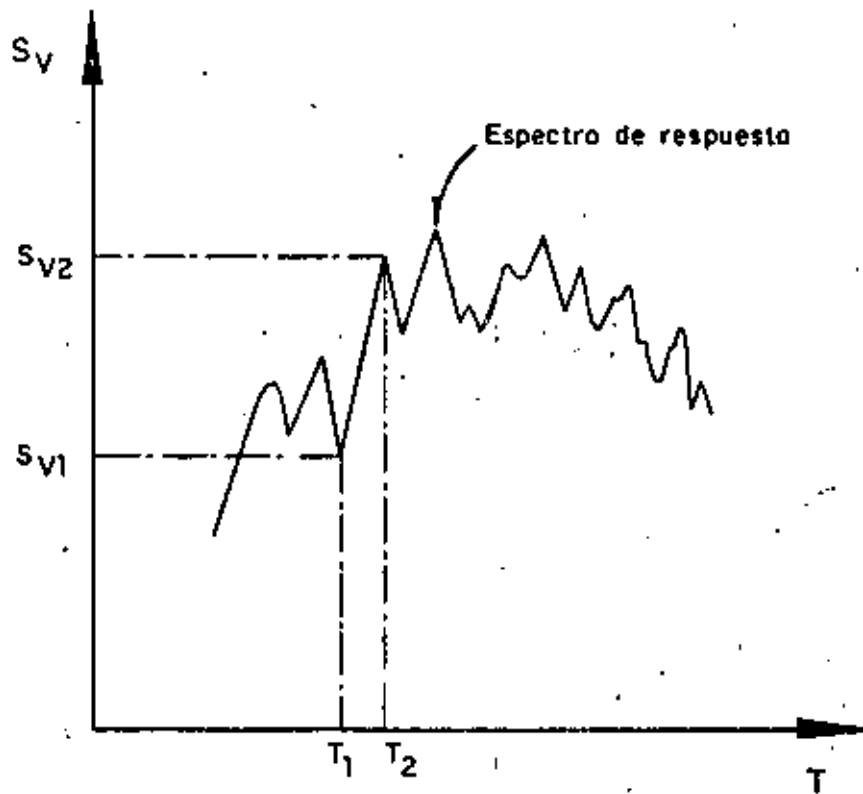


Fig 21 Espectro de respuesta de un sismo indicando el cambio tan grande que puede significar en los esfuerzos de diseño de una estructura cuando se da una pequeña variación a su período natural

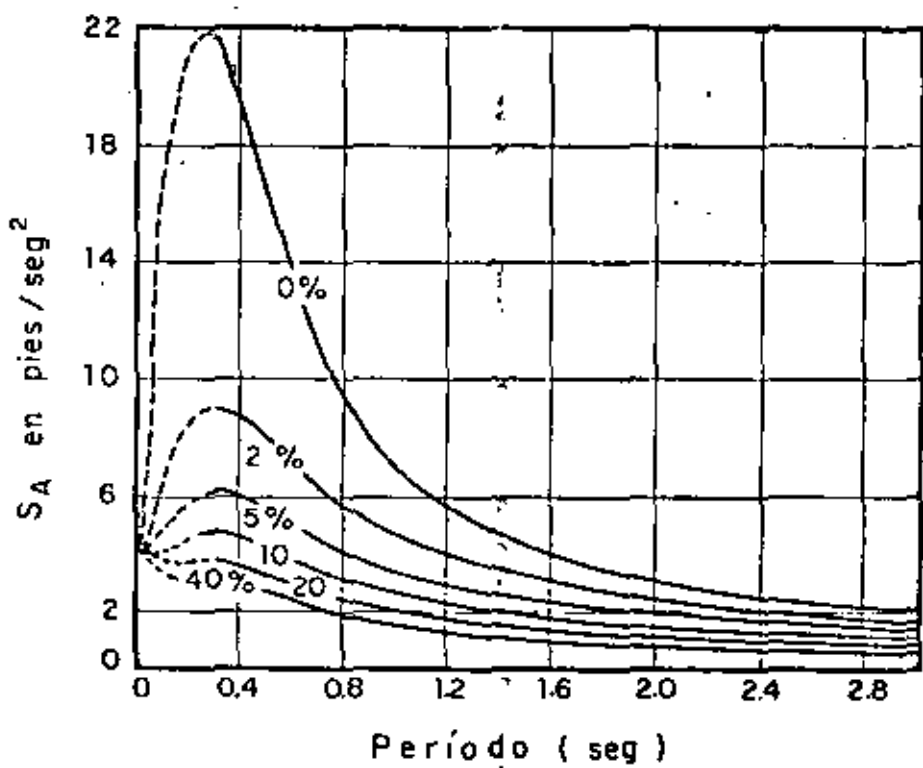
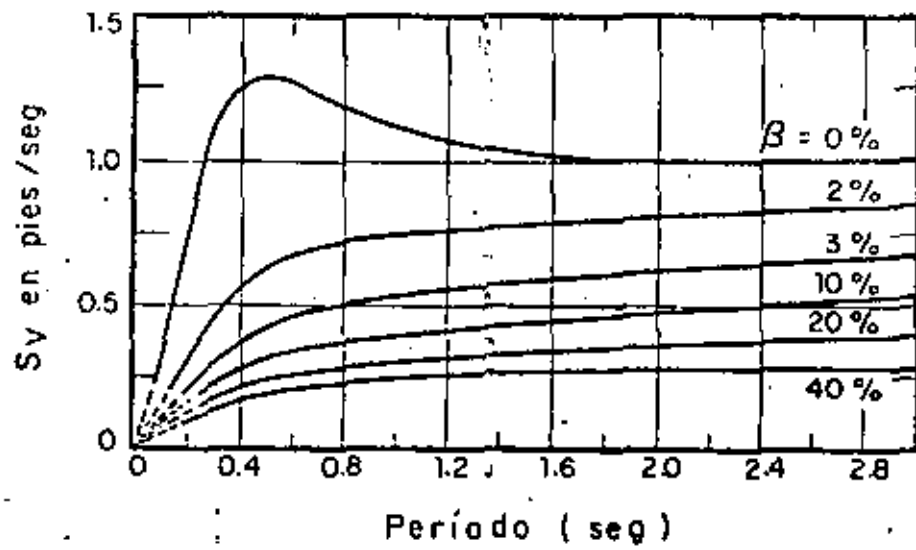


Fig 22 Espectros promedios de Housner

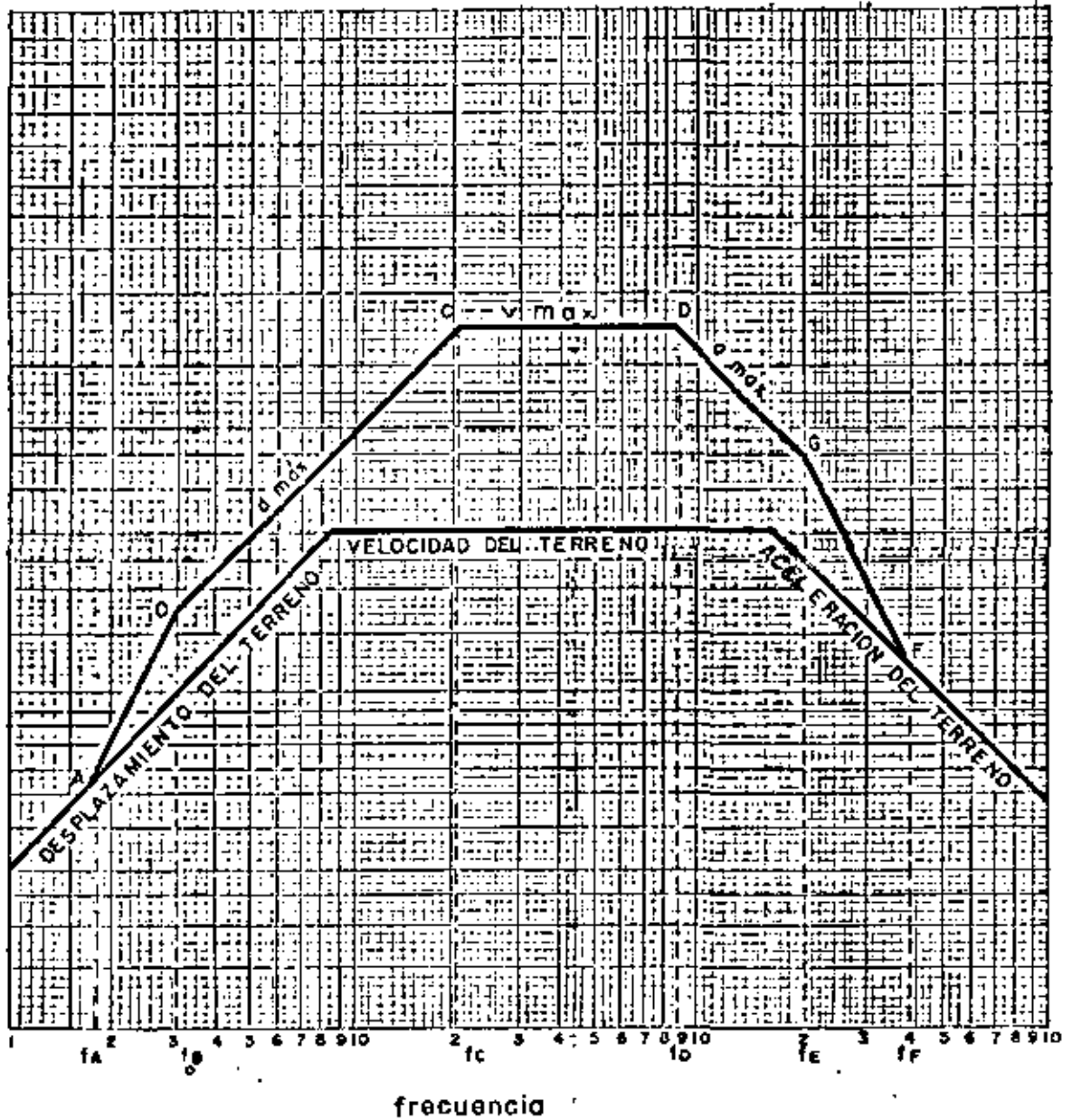


FIGURA 23 ESPECTRO BASICO DE NEWMARK

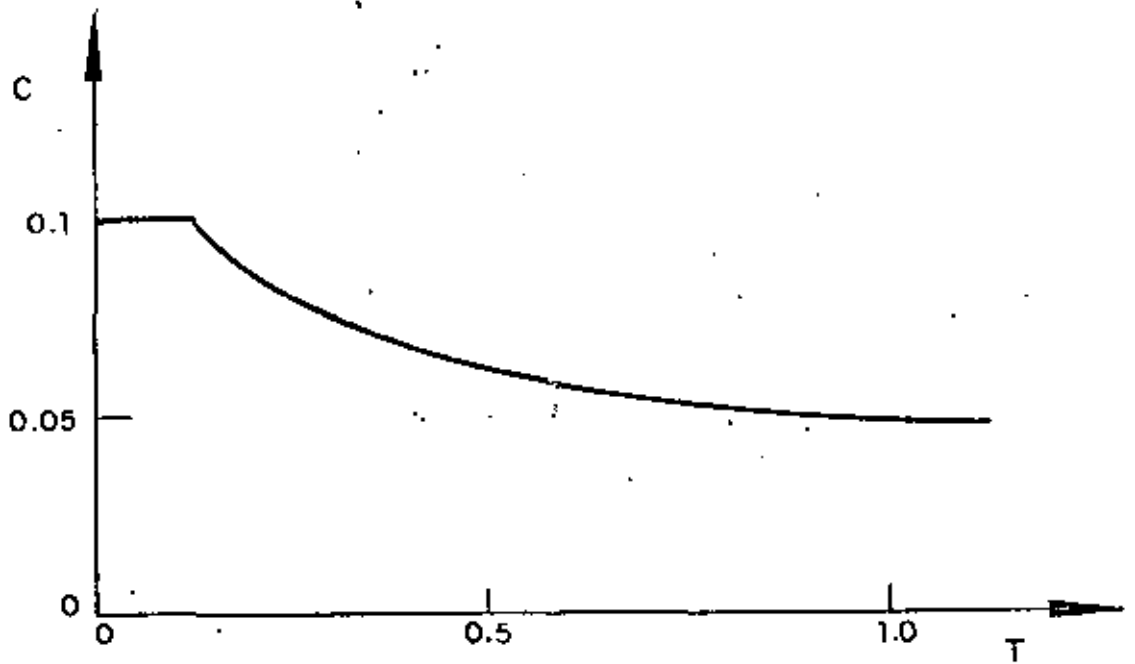


Fig 24-a Diagrama de C vs T , de acuerdo con la expresión

$$C = \frac{0.05}{\sqrt[3]{T}} < 0.1$$

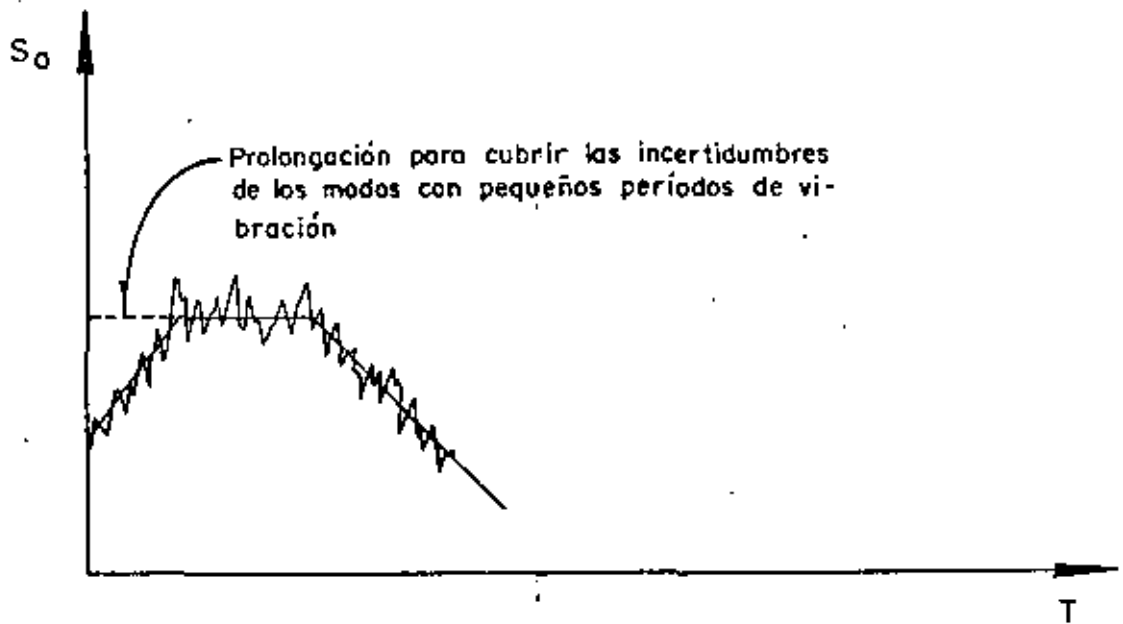


Fig 24 -b Espectro típico de pseudoaceleración de un sismo



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO ORGANIZADO EN COLABORACION CON LA SECRETARIA DE EDUCACION
PUBLICA Y LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE TAMAULIPAS.

DISEÑO DE CIMENTACIONES SUJETAS A
VIBRACION.

TEMA: ALCUNOS COMENTARIOS SOBRE EL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE LOS
SUELOS Y SU APLICACION EN PROYECTOS DE INGENIERIA CIVIL.

PROF. J. RAUL FLORES BERRONES,
PROFESOR DE LA DIV. DE EST. SUPERIORES
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM.
NOVIEMBRE, 1982.

ALGUNOS COMENTARIOS SOBRE EL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE LOS SUELOS
Y SU APLICACION EN PROYECTOS DE INGENIERIA CIVIL.

Por: Raúl Flores Berrones

- * Jefe de Area de Geotécnica Marina en
Proyectos Marinos, S.C.
Profesor de la U.N.A.M. y Asesor de
la Dirección General de Caminos Rurales
SAHCP, México.

Introducción General:

En el presente trabajo se hace referencia a los temas IV, V y VI que señala el Prof. R.V. Whitman * en su reporte General, los cuales se relacionan a la predicción de desplazamientos permanentes, el efecto de las condiciones locales del suelo en los movimientos sísmicos y la determinación de las propiedades dinámicas in situ del suelo.

Los tópicos que aquí se indican representan algunos de los avances recientes que sobre los temas señalados se han efectuado en México. La forma como estos tópicos se presentan es a través de las siguientes partes:

- Parte I -El efecto de las condiciones locales del suelo en los movimientos sísmicos y su importancia con respecto a otros factores.
- Parte II -Análisis de amplificación en depósitos aluviales.
- Parte III -Determinación de las propiedades dinámicas del suelo a partir de excitaciones y respuestas observadas.
- Parte IV -Predicción de desplazamientos permanentes causados por temblores en presas de tierra.

Estas partes se presentan de manera independiente, de forma tal que al final de algunas de ellas se incluyen las conclusiones correspondientes.

* R.V. Whitman (1979) "Dynamic Behaviour of Soils and Its Application to Civil Engineering Projects" Reporte General. VI Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos, Lima, Perú.

EL EFECTO DE LAS CONDICIONES LOCALES DEL SUELO EN LOS MOVIMIENTOS SISMICOS Y SU IMPORTANCIA CON RESPECTO A OTROS FACTORES.

I.- Introducción

Indiscutiblemente es muy conveniente conocer cual es el efecto que, sobre los movimientos sísmicos de un sitio, ejercen las condiciones del subsuelo. Esta conveniencia surge particularmente cuando se prevé la existencia de efectos de amplificación para cierto tipo de estructuras y cuando se desee conocer la validez del uso de tal o cual método de análisis. (v.gr: teoría unidimensional de ondas de corte, método de elemento finito en dos dimensiones, etc.)

Sin embargo, frecuentemente resulta igualmente importante considerar la influencia de otros factores en la estimación de los movimientos telúricos de un cierto sitio. Estos factores son tales como el mecanismo de falla, la presencia de irregularidades topográficas, la distancia focal y la trayectoria de los distintos tipos de ondas.

Esta la. parte de mi intervención tratará de señalar brevemente en que consisten cada uno de estos factores, su importancia en el análisis sísmico de estructuras y la relación con el efecto de las condiciones locales del suelo. Gran parte sobre lo que aquí se indica se basa en un trabajo desarrollado por S.E. Ruiz (1).

II. Efecto de las Condiciones Locales del Suelo

Por este efecto entendemos la manera como el suelo de una cierta área en estudio modifica los movimientos que le son transmitidos a través de la roca o los estratos competentes. Como resultado de esta modificación se tendrá una amplificación o una atenuación de dichos movimientos, incluyendo un cambio en su contenido de frecuencias.

Para el estudio de este efecto comunmente se utiliza hoy en día alguno de los programas de computadora disponibles, los cuales en su mayoría se basan en la teoría de amplificación unidimensional de ondas de corte, aunque debido a las varias limitaciones que esta teoría presenta, la confiabilidad de sus predicciones es cada vez menor. Frecuentemente se utiliza el método de elementos finitos a través de modelos bidimensionales y en ocasiones en modelos tridimensionales.

Cabe aclarar que los resultados obtenidos mediante estos dos procedimientos se han estado verificando o comparando con los obtenidos de los registros de varios sismos. Dichos registros han permitido, además de afinar las bases teóricas de los modelos analíticos, determinar en forma más realista el efecto local de las condiciones del subsuelo; el problema a este respecto es la escasez que todavía se tiene en esta clase de datos.

Ahora bien, en cualquiera de los casos, la correcta predicción analítica de los movimientos sísmicos de un sitio dado depende de que tan reales son las hipótesis en las que se basa el método empleado y la importancia de sus desviaciones para cada sitio. Es precisamente en la evaluación de esta importancia donde se debe tomar en cuenta la influencia de otros factores que de una u otra manera intervienen en los movimientos del sitio. Los factores que hasta la fecha se consideran como los más influyentes sobre estos movimientos son los siguientes:

a.) Posición relativa del foco respecto al sitio

Resulta que la trayectoria y características de las ondas que llegan al sitio de interés, dependen en gran medida de la distancia al foco donde se originan (Fig. I-1). En efecto, de acuerdo con la magnitud de esta distancia habrá más o menos accidentes geológicos, cambios topográficos, cambios estratigráficos, etc.:

Además la validez de un análisis con elemento finito será mayor si se cuenta con una buena estimación de lo que sería la excitación de entrada en terreno firme cerca del sitio; ello significa la conveniencia de utilizar un sismo cuyas frecuencias predominantes correspondan precisamente a las que se tendrían después de que "viajó" dicha distancia. Todo esto señala la necesidad de contar con registros obtenidos en zonas cercanas al sitio en estudio.

A este respecto se puede decir que quizá es demasiado utópico todavía pretender, a corto plazo, contar con tales registros en la mayoría de las áreas sísmicas existentes en el mundo; sin embargo, si es posible aprovechar las estaciones sismológicas que ya han sido instaladas o estén por instalarse para efectuar estudios relacionados con el efecto de las condiciones locales del suelo y la distancia a los epicentros.

b.) Efectos bidimensionales y tridimensionales

La utilidad de los análisis unidimensionales frecuentemente se ve limitada a casos donde la diferencia de impedancias entre el manto superficial y los subyacentes es considerable, o cuando no existen fuertes irregularidades en la horizontalidad, espesor y homogeneidad de los estratos. Las Figs. 1-2 y 1-3 ilustran las concentraciones de ondas que se pueden tener cuando existen algunas de estas irregularidades.

En el caso de tener algunas de tales irregularidades, es conveniente analizar los efectos bidimensionales. Incluso, cuando de antemano se esperan oscilaciones del tipo torsionante en la zona que se estudia, puede ser conveniente efectuar un análisis tridimensional para conocer correctamente el efecto de dichas oscilaciones. Para ello puede usarse el método de elementos finitos. Este tipo de análisis resulta hoy en día aún costoso, pero existen varios proyectos cuya localización e importancia ameritan su ejecución.

c.) Irregularidades topográficas

Dependiendo de las dimensiones de los accidentes topográficos (depresiones o protuberancias) con respecto a la longitud de las ondas sísmicas que llegan a un cierto sitio, las alteraciones en la amplitud de los movimientos provocadas por dichos accidentes pueden ser más o menos importantes.

Experimentalmente se ha observado que esta clase de anomalías provocan frecuentemente modificaciones considerables a los movimientos sísmicos; un ejemplo típico de este hecho se tiene en la presa Pacoima, durante el sismo de San Fernando de 1971, donde precisamente y debido probablemente a las irregularidades topográficas, se registró la máxima aceleración sísmica conocida hasta el momento.

Varios estudios analíticos (3, 4, 5 y 6) demuestran que en las amplificaciones o atenuaciones de los movimientos sísmicos son función, además del tamaño relativo de las irregularidades, de los siguientes parámetros:

- 1.) Ángulos de incidencia y frecuencia de excitación de las ondas sísmicas (Ver Fig. I-4 donde se muestra el efecto de los ángulos de incidencia).
- 2.) Forma de las irregularidades topográficas y condiciones de frontera.

A este respecto cabe destacar el trabajo que en esta dirección está desarrollando Sánchez Sesma (6 y 7) y que describo más adelante en la Parte II.

III.- Mecanismo de falla

Existen varios trabajos publicados por diversos autores donde se demuestra, en base a la comparación de movimientos sísmicos registrados en un mismo sitio o sitios muy similares, la influencia que puede tener el mecanismo de falla; dicha influencia se manifiesta generalmente en los contenidos de frecuencia y en los detalles de la historia del movimiento (1).

Entre otros trabajos se encuentra el de Udvardy y Trifunac (8) quienes analizaron 15 eventos sísmicos registrados en la estación de El Centro California. Como puede observarse en la Fig.1-5, donde se muestran los registros de 3 eventos pertenecientes al mismo foco pero con diferentes magnitudes, las formas espectrales difieren considerablemente entre si debido precisamente a las diferentes características en el mecanismo de falla. Udvardy y Trifunac demuestran también la posibilidad de tener, a distancia relativamente cortas del epifoco, la superposición de eventos para un mismo sismo cuando se tienen ondas S y P que llegan a intervalos pequeños de tiempo y con altas frecuencias. Como consecuencia de esta superposición se pueden tener espectros con amplitudes muy grandes para frecuencias altas; un ejemplo de esto lo constituye la componente vertical del sismo del Valle Imperial, ocurrido en 1940, en el cual la distancia epicentral fué solo de 15 Km. La Fig.1-6 reproduce el espectro de dicho sismo cuya magnitud fué de 6.5.

Las conclusiones a las que llegaron estos dos investigadores en otro trabajo (9) sobre el análisis de registros en el área metropolitana de Los Angeles, California, durante los sismos de Borrego Mountain, Lytle Creek y San Fernando, fueron que los movimientos en dicha área dependieron fundamentalmente del mecanismo de falla y la distancia focal, y que las condiciones locales del suelo desarrollaron un papel secundario.

Por otro lado y con base en el estudio efectuado para analizar los efectos del sismo de San Fernando (1971) en el área de Pasadena, Calif., Hudson (10) señala que los espectros de respuesta para varios de los sitios estudiados serían diferentes ante perturbaciones originadas por un foco con características

diferentes a los de este sismo, implicando esto la gran influencia que tienen el mecanismo de falla y la trayectoria de las ondas sísmicas en las características de los temblores.

C o n c l u s i o n e s

1. Si bien el efecto de las condiciones locales es muy importante en algunas zonas, en otras dicho efecto es secundario en comparación con el que tienen otros factores como los que aquí se indican.
2. Siempre que se analice la amplificación de los movimientos sísmicos, además de establecer la magnitud y período de recurrencia del sismo de diseño, conviene hasta donde sea posible recabar y utilizar la mayor información sobre las posibles trayectorias y distancias focales, los contenidos de frecuencia de los sismos y la influencia de las condiciones de frontera e irregularidades topográficas locales.
3. Hace falta disponer de mayor información sobre los efectos que los distintos parámetros, incluyendo el de las condiciones locales del suelo, tienen sobre la variación de los movimientos causados por sismos. Solo cuando esta información sea más vasta e integrada a situaciones típicas, será posible predecir con mayor precisión el tipo de movimientos que acontecerán en una cierta zona sísmica. Mientras tanto, si se quiere tener confianza y darle validez a los resultados que se estiman en los estudios de amplificación, es necesario desarrollar para cada caso un análisis que deberá efectuarse lo más completo posible; el costo y el tiempo dedicado a cada proyecto será función de la importancia de éste, de la sismicidad de la zona y desde luego de los recursos disponibles.
4. Si bien es cierto que no es posible instalar estaciones sismológicas en cada área que de antemano se sabe son ideales para estudiar los efectos de los distintos factores que, como ya se dijo, intervienen en la modificación de los movimientos sísmicos, se puede hacer lo siguiente:

- a). Aprovechar las estaciones ya instaladas para que, mediante la implementación o complemento de ciertos aparatos, se utilicen en estudiar dichos efectos..
- b.) Tratar de integrar a un solo sistema las redes sísmológicas existentes en los diversos países e intercambiar la información recopilada a través de medios expeditos.
- c.) Planear y construir las futuras estaciones sísmicas pensando en la utilidad que puedan tener en los estudios de los parámetros que aquí se mencionan.

PARTE II

ANÁLISIS DE AMPLIFICACION EN DEPOSITOS ALUVIALES

I. Antecedentes

Este análisis consiste en resolver la difracción de ondas SH al pasar por depósitos aluviales de forma arbitrarias, mediante el establecimiento del problema a través de un sistema de ecuaciones integrales de Fredholm de primera especie (Ref. 1). La trayectoria de integración fué llevada fuera de la frontera (Ver Fig. II-1) para evitar las singularidades de la función de Green que intervienen dentro de las ecuaciones de Fredholm.

Se logró simplificar el tratamiento numérico utilizando una discretización con fuentes lineales y se empleó el método de mínimos cuadrados para lograr que la solución fuera estable. Los aspectos que a continuación se presentan constituyen un resumen de los resultados del trabajo desarrollado por Sánchez Sesma y Esquivel (6 y 7)

II. Parámetros Analizados y Resultados Obtenidos

Definiendo como:

$\beta_j = \sqrt{\frac{\mu_j}{\rho_j}}$	= velocidad de ondas cortantes en el medio j
μ_j	= el módulo al cortante del medio j

η	= $2a/\lambda$	frecuencia normalizada
a	=	radio del depósito
λ	=	longitud de las ondas incidentes
γ	=	ángulo de incidencia
x	=	distancia longitudinal al centro del depósito
ρ_j	=	la densidad de masas del medio j

se comprobó la bondad de este método determinando los desplazamientos en cinco puntos de la superficie libre de un depósito de sección semicircular para diferentes ángulos de incidencia y frecuencias normalizadas, y comparando los resultados obtenidos por Trifunac (4).

Las tablas II-1 y II-2 muestran las partes reales y las imaginarias para ondas con

ángulos de incidencia de 0° y 60° y frecuencias normalizadas $n = 0.5$ y 1.0 ; en dichas tablas se observa que al aumentar el número de fuentes lineales la solución del método converge y tiende a la obtenida por Trifunac (4). Las propiedades de los materiales que se eligieron fueron $\beta_1 / \beta_2 = 2.0$ y $\rho_1 / \rho_2 = 1.5$ (Ver Fig. II-2).

Después de comprobar la eficiencia de este método se analizaron los desplazamientos superficiales de los depósitos para diferentes secciones semielípticas, triangulares y senooidales, considerando diversos ángulos de incidencia. Varios de los resultados fueron comparados con los obtenidos mediante el modelo unidimensional y el de elementos finitos.

La Fig. II-3 muestra las amplitudes de los desplazamientos sobre la superficie libre en un depósito semielíptico con $\gamma = 0^\circ$ y 60° ; la Fig. II-4 indica dichas amplitudes para una sección triangular para $n = 0.5$ y la Fig. 5 para un valor de $n = 1$. Análogamente las Figs. II-6 y II-7 señalan el caso de una sección senooidal. En todas estas figuras se indica también la respuesta dada por la teoría unidimensional de ondas y en ellas se puede observar una diferencia muy marcada con los valores de este método; se considera que esta diferencia se debe a la imposibilidad del modelo unidimensional de reproducir la interferencia lateral.

La Fig. II-8 muestra una comparación de los resultados obtenidos mediante este procedimiento con los obtenidos a través de el método de elemento finito en una sección triangular para $n = 0.5$ y 0.25 . En este caso se observa una notable concordancia entre ambos resultados.

Por último, la Fig. II-9 muestra la influencia de la pendiente de los taludes del depósito aluvial, misma que no puede ser tomada en cuenta por la teoría unidimensional.

Algunas conclusiones obtenidas a través de este procedimiento indican que pueden existir fuertes variaciones en las amplitudes de movimiento en distancias cortas y que al incrementarse la frecuencia de excitación el patrón

de respuesta se vuelve más complicado; se ha observado también que el ángulo de incidencia influye sensiblemente en la respuesta a medida que dicha frecuencia aumenta.

Este procedimiento ofrece un gran potencial dada de aplicación en la solución a problemas relacionados a la transmisión de ondas a través de túneles, cañones o cordilleras con forma arbitraria.

Esta investigación se ha extendido al caso de ondas P y SV que inciden sobre cañones de forma arbitraria (6). La Fig. II-10 muestra las amplitudes horizontales y verticales de los desplazamientos en un cañón de forma semicilíndrica en el cual inciden ondas P ; la Fig. II-11 muestra los desplazamientos correspondientes a ondas incidentes SV. Nótese en estas dos últimas figuras que para las frecuencias utilizadas, existe reducción en los desplazamientos del fondo y considerables amplificaciones en los bordes del cañón. La Fig. II-12 indica las amplitudes normalizadas de desplazamiento vertical y horizontal en un cañón triangular ante incidencia vertical de ondas P.

DETERMINACION DE LAS PROPIEDADES DINAMICAS IN SITU DEL SUELO A PARTIR DE EXCITACIONES Y RESPUESTAS OBSERVADAS.

En esta tercera parte se hará referencia al método que originalmente fué sugerido por Seed et al (11) y ha sido posteriormente utilizado e implementado por otros investigadores partiendo del hecho que se conocen las propiedades estáticas y la respuesta de un suelo a un cierto sismo; el método consiste en los siguientes pasos:

- 1) Estimar las propiedades dinámicas equivalentes utilizando las correlaciones entre éstas y las propiedades estáticas que da la literatura;
- 2) Calcular los movimientos en los puntos donde de antemano se conocen los valores registrados durante el sismo utilizando para ello un procedimiento confiable y probado de análisis;
- 3) Comparar resultados y ajustar las propiedades dinámicas del suelo de manera que los valores registrados y los calculados sean lo más aproximado posible;
- 4) Utilizar estas propiedades ajustadas del suelo para predecir los movimientos de un nuevo sismo.

Cabe aclarar que el método sugerido por Seed se refiere específicamente al caso de presas de tierra, para lo cual determina primeramente el estado inicial de esfuerzos en todo el terraplén antes de la ocurrencia de un sismo, y luego obtiene el sismo de entrada al nivel de la cimentación antes de derivar las propiedades dinámicas de las presas. Sin embargo, teóricamente el método puede extenderse a los casos donde se necesita obtener la respuesta de un cierto depósito natural de suelo si existe la posibilidad de registrar el movimiento sísmico en su base.

Ahora bien, el método descrito se puede refinar haciendo un proceso iterativo a medida que se tenga mayor información registrada y por tanto mayores oportunidades de afinar las propiedades dinámicas del suelo; la Fig. III-1 muestra esquemáticamente cual sería un diagrama de flujo en la ejecución de dicho método.

A fin de calibrar la bondad de este procedimiento para estimar las propiedades dinámicas in situ del suelo, es conveniente efectuar paralelamente determinaciones de tales propiedades a través de métodos directos convencionales (pruebas in situ y/o obtención de muestras inalteradas para realizar con ellas pruebas de dinámica de suelos en el laboratorio.)

Así pues, se puede decir que el método que aquí se señala adolece en general de las siguientes limitaciones: a) necesita de una mayor comprobación de su bondad; b) requiere de la disponibilidad de registros en el sitio bajo estudio en varios puntos y c) se requiere una buena experiencia para la correcta interpretación y evaluación de los datos (tanto los provenientes de los registros como los asignados a las características dinámicas de los suelos). Sin embargo, presenta las siguientes ventajas: a) es un método no destructivo (es decir, no se requiere efectuar sondeos para la obtención de muestras de material); b) una vez que se tienen los instrumentos de medición instalados, la determinación de las propiedades dinámicas del suelo se puede efectuar en un lapso de tiempo relativamente corto.

Este método ha sido aplicado recientemente por Romo et al (12) al caso de las presas El Infiernillo y La Villita, aprovechando los registros obtenidos durante los sismos de abril 11 de 1966 y el del 25 de septiembre de ese mismo año. En ambas presas se tuvo desde su construcción un control adecuado de las características estáticas del suelo en las diferentes zonas de material que las constituyen y fueron convenientemente instrumentadas para registrar sus respuestas a los sismos que muy frecuentemente ocurren en las áreas donde se ubican.

La Fig. III-2 muestra el espectro de respuesta con 5% de amortiguamiento correspondiente al sismo del 11 de abril de 1966, medido en la casa de máquinas de la Presa de Infiernillo y la Fig. III-3 muestra el espectro calculado a la elevación 180 m junto con el registrado a esa misma elevación; como puede verse en esta última figura, la concordancia entre ambos valores es razonablemente buena.

A fin de probar las suposiciones hechas sobre las propiedades dinámicas de los materiales bajo la excitación de otro sismo, se repitió el análisis para el temblor del 25 de Sept. de 1966; la Fig. III-4 muestra el aspecto de este sismo registrado al nivel de la casa de máquinas y la Fig. III-5 indica la comparación entre los valores calculados y los registrados a la elevación 180 m. De acuerdo con los autores la concordancia en este caso no fué muy buena debido a que las propiedades del suelo que se usaron en el análisis fueron exactamente las mismas que el caso anterior, cuando en realidad debieron cambiar por los efectos inducidos por el primer sismo. La Fig. III-6 muestra como se mejora dicha concordancia al aumentar la rigidez en 30% y disminuir los valores del amortiguamiento en 20%.

Siguiendo exactamente la misma secuencia, los resultados obtenidos en la presa La Villita fueron análogos a los descritos.

Concluyendo, creo que el método aquí indicado tiene una gran potencialidad en su aplicación y su uso aumentará a medida que se obtenga un mayor número de registros y se afinen ciertos aspectos del método.

PARTE IVPREDICCIÓN DE DESPLAZAMIENTOS PERMANENTES CAUSADOS POR TEMBLORES
EN PRESAS DE TIERRA.I. Introducción.-

En esta cuarta y última parte quisiera hacer un comentario sobre el tema IV descrito por el Profesor Whitman, es decir, el tema intitulado "Predicción de Desplazamientos de Cimentaciones y Estructuras de Tierra."

En su descripción Whitman se ha referido fundamentalmente al método del bloque deslizante, conocido por muchos ingenieros como el método de Newmark (13) y el método de Makdisi y Seed (14); ambos son métodos simplificados que se utilizan muy frecuentemente en la práctica de calcular desplazamientos permanentes de estructuras térreas causados por sismos. Yo quisiera referirme al método que sugieren Romo y Reséndiz (15) y su aplicación al comportamiento de las presas La Villita e Infiernillo durante el sismo de Petatlán, Gro. ocurrido el 14 de marzo de 1979 (Magnitud 6.50). Al final presento una comparación entre los desplazamientos medidos y los determinados por estos tres métodos.

II. Descripción breve del método de Reséndiz y Romo

El método que proponen Reséndiz y Romo (16 y 17) supone que el principal efecto de las fuerzas sísmicas consiste en producir un cambio en la geometría del terraplén y una cierta pérdida en el bordo libre. El cálculo de la pérdida en el borde libre debido a fuerzas dinámicas se hace extrapolando el procedimiento usado por los mismos autores para el caso de estimar las deformaciones producidas durante la construcción.

Suponiendo que el volúmen y el ancho de la corona no cambian, de acuerdo con tal procedimiento el asentamiento del terraplén se puede estimar a partir de la integración de los desplazamientos horizontales hacia afuera, dados por la expresión siguiente (véase Fig. IV-1):

$$\frac{\delta}{\delta_{\text{máx}}} = \frac{1 - \cos \left[2\pi \left(\frac{Y}{H} \right)^{1.85} \right]}{5.5 \left(\frac{Y}{H} \right)^{2.20}} \quad \text{----(1)}$$

Sobre estas bases se llega a que la pérdida del bordo libre L, se obtiene de la siguiente relación:

$$\frac{L}{HZ} = \frac{1}{B+b} \left[\left(\frac{\delta_{\text{máx}}}{H} \right)_u + \left(\frac{\delta_{\text{máx}}}{H} \right)_d \right] \quad \text{----(2)}$$

donde H = altura de la presa

B = ancho de la presa en la base

b = ancho de la corona

y = ordenado con respecto al nivel natural del terreno

$\delta_{\text{máx}}$ = desplazamiento máximo horizontal

u = denota aguas arriba (upstream)

y d = denota aguas abajo (downstream)

La relación $\frac{\delta_{\text{máx}}}{H}$ se obtiene de la ecuación:

$$\frac{\delta_{\text{máx}}}{H} = \frac{1}{93(F-1)} - \frac{1}{535(F-1)^2} + \frac{1}{93,0(F-1)^3} \quad \text{----(3)}$$

donde F es el factor de seguridad definido en términos de una resistencia equivalente que es igual a los esfuerzos combinados (estáticos + dinámicos) requeridos para producir una cierta deformación ϵ_f de falla en muestras de suelo en el laboratorio.

Para mayores detalles del método de Reséndiz y Romo se recomienda ver las referencias 15, 16 y 17.

III. Aplicación a las presas La Villita e Infiernillo

A continuación se presentan los asentamientos de la corona calculados para el sismo del 14 de marzo de 1979 con los tres métodos (bloques deslizantes, Makdisi-Seed y Romo-Reséndiz), así como los valores registrados. Las Figs. IV-2 y IV-3 muestran la sección de transversal de cada una de estas presas, y en ellas se incluyen las características de los materiales y la distribución de los coeficientes sísmicos con la altura; dichos coeficientes se obtuvieron a partir de los registros obtenidos durante el sismo en cuestión.

De acuerdo con Newmark los desplazamientos horizontales permanentes D, se obtienen de la expresión

$$D = \frac{2V^2}{N} \left(1 - \frac{N}{A} \right)^2 \quad \text{-----(4)}$$

donde V es la velocidad máxima del terreno

N es la aceleración límite obtenida del análisis de estabilidad

y A es la máxima aceleración del terreno

Considerando que la relación de A/V en esa región es del orden de 10 seg^{-1} y que la pérdida del bordo libre L está relacionado con el desplazamiento horizontal promedio mediante la expresión

$$L = \frac{D}{m} \quad \text{----- 5}$$

donde m es el inverso de la pendiente del talud, de acuerdo con la expresión (4) los asentamientos de la corona bajo los aceleramientos máximos del sismo serían prácticamente nulos en ambas presas.

La estimación de los asentamientos aplicando el criterio de Makdisi y Seed se efectuó utilizando las Figs. IV-4 y IV-5 junto con la Fig. IV-6; esta última se obtuvo a partir de un análisis de estabilidad en la forma como lo recomiendan estos dos autores. Considerando que la magnitud del sismo en cuestión fué de 6.5 y que las aceleraciones máximas fueron de $0.34g$ en El Infiernillo y $0.3g$ en La Villita, al aplicar este criterio se obtuvo un asentamiento máximo en la corona del Infiernillo de 0.28 cm y prácticamente cero en La Villita.

El método de Romo y Reséndiz se aplicó considerando tanto la falla superficial (Ver Fig. IV-7) como la falla profunda (Ver Fig. IV-1): los valores obtenidos para un coeficiente sísmico de 0.2 en el caso de La Villita fueron de 18 cm en fallas superficiales y de 26 cm en fallas profundas.

Considerando este mismo coeficiente de 0.2 , que fué precisamente el crítico obtenido para el sismo referido en el caso de la presa del Infiernillo fué de 102 cm en falla profunda y de 60 cm en falla superficial.

Ahora bien, los valores reales medidos de los asentamientos fueron de 5 cm en La Villita y de 13 cm en El Infiernillo.

Como puede verse en la Tabla IV-I, donde se presenta un resumen de los valores calculados y los medidos, los valores estimados con los métodos de bloques deslizantes y el de Makdisi-Seed están del lado de la inseguridad, mientras que los obtenidos con el método de Romo-Reséndiz resultan conservadores. Sin embargo parece ser que este último ofrece un panorama un poco más realista.

IV. Conclusiones.-

Basado en lo descrito se recomienda tener cuidado al aplicar uno u otro de estos métodos para estimar los desplazamientos permanentes en presas. Es por otro lado conveniente verificar siempre que sea posible, los valores estimados con los observados a fin de conocer la aproximación que ofrecen cada uno de estos métodos bajo distintas circunstancias.

En cuanto al método que proponen Romo y Reséndiz, creo que es conveniente probarlo ante más casos reales y analizar cuidadosamente sus fundamentos para ver si hay manera que sus predicciones sean menos conservadoras.

RECONOCIMIENTO

Se agradece muy sinceramente a los profesores investigadores Sonia Rufz, Francisco Sánchez-Sesma y Miguel Romo la revisión del manuscrito original y sus valiosas sugerencias. A la Empresa Proyectos Marinos S.C. y la Dirección General de Caminos Rurales de la SAHOP, el autor les agradece el patrocinio brindado.

REFERENCIAS

- 1.- Rufz, S.E., 1977. "Influencia de las condiciones locales en las características de los sismos". Tesis de Maestría. DESFI, UNAM.
- 2.- Jackson, P.S., 1971. "The focusing of earthquakes", Bull.Seism. Soc. Am. Vol. 61, No. 3, pp685-695.
- 3.- Aki, K. y Lärner, K., 1979. "Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves", J. Geophys.Res., 75 pp. 933-954.
- 4.- Trifunac M.D., 1971. "Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves", Bull.Seism. Soc. Am, Vol. 61, pp 1755-1770.
- 5.- Boore, D.M., 1972. "A note on the effect of simple topography on seism SH waves", Bull.Seism. Soc. Am. Vol. 62, No. 1, pp 275-284.
- 6.- Sánchez-Sesma, F.J. 1978. " Ground motion amplification due to canyons of arbitrary shape", Proc. of the 2 th. Int. Conf. on Microzonation, Vol II. San Francisco, Cal. pp 729-738.
- 7.- Sánchez-Sesma, F.J. y Esquivel A. J, 1979, " Ground Motion on Alluvial Valleys Unders Incident Plane SH Waves", Bull.Seism. Soc. Am., Vol. 69, No. 4, pp 1107-1120.
- 8.- Udvardia F.E. y Trifunac M.D., 1973, "Comparison of earthquake and microtremor ground motion in El Centro California". Bull,Seism. Soc. Am. Vol. 63, No. 4, pp 1227-1253.

- 9.- Trifunac M.D. y Udwadia F.E., 1974, "Variations of strong earthquake ground shaking in Los Angeles area", Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 64, No. 5, pp 1429-1454.
- 10.-Hudson D.E., 1972, "Local distribution of strong earthquake ground motions", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 62, No. 6, pp 1785-1786.
- 11.-Seed H.B., Lee K.L., Idriss I.M. and Makdisi F (1973)
"Analysis of the Slides in the San Fernando Dams during the Earthquake of Feb. 9, 1971", Report No. EERC-73-2, University of California, Berkely, diciembre.
- 12.-Romo M.P., Ayala G., Reséndiz D. y Díaz C. (1979)
"Dynamic Analysis of El Infiernillo and La Villita Dams." Cap. VI, del libro - Performance of El Infiernillo and La Villita Dams in México, Including the Earthquake of March 14th, 1979 - Publicación de CFE.
- 13.-Newmark N.M. (1965) "Effects of Earthquakes on Dams and Embankments", Geotechnique, Vol. 15, No. 2, Junio, pp 139-173.
- 14.-Makdisi F.I., and Seed H.B. (1978) "Simplified Procedure for Estimating Dam and Embankment Earthquake - Induced Deformations", Journal of the Geotechnical Division, ASCE, Vol. 104 GT 7, Julio, pp 849-867.
- 15.-Romo, M.P., Ayala G. Reséndiz D, y Reyes A. (1979) "Permanent Deformations Induced to El Infiernillo and La Villita Dams by the Earthquake of March 14, 1979". - Próxima publicación de la Comisión Federal de Electricidad (Cap. VII).
- 16.-Reséndiz D y Romo M.P. (1972). "Analysis of Embankment Deformations". Proc. of the Specialty Conference on Performance of Earth and Earth-Supported Structures" - Junio 11-14, pp 817-836. Universidad de Purdue, Lafayette, In.

17.- Roséndiz D. (1975) Optium Seismic Design of Embankment Dams, Reporte No. E18. Instituto de Ingenierfa, UNAM México.

$$\eta = 0.50 \quad \gamma = 0.00$$

<u>X/A</u>	<u>M+N = 10</u>		<u>20</u>		<u>40</u>		<u>EXACTA</u>	
-1.50	2.51740	0.44410	2.63792	0.26835	2.64354	0.23499	2.64596	0.22907
-0.50	0.41363	-1.79535	0.17932	-1.93878	0.49236	-1.93503	0.49476	-1.93391
0.00	-0.90140	-3.06954	-1.13166	-3.36829	-1.12221	-3.35000	-1.12103	-3.35702

$$\eta = 0.50 \quad \gamma = 60.00$$

<u>X/A</u>	<u>M+N = 10</u>		<u>20</u>		<u>40</u>		<u>EXACTA</u>	
-1.50	-0.18567	2.11361	-0.02121	2.19573	-0.04130	2.22933	-0.04789	2.24289
-0.50	1.50241	1.34976	1.91190	2.24055	1.84655	2.23157	1.42760	2.23090
0.00	-1.29089	-2.88674	-1.16893	-3.30688	-1.13173	-3.34796	-1.12101	-3.35702
0.50	-3.45420	-3.99500	-3.97426	-5.03956	-3.92610	-5.04639	-3.90959	-5.04055
1.50	-1.22224	0.13552	-1.58554	0.33224	-1.61391	-0.34767	-1.61882	0.35060

Tabla II-1.-Comparación de los desplazamientos en puntos de la superficie libre de un depósito con sección semicircular, para ángulos de incidencia $\gamma = 0^\circ, 60^\circ$ y frecuencia normalizada $\eta = 0.5$ (Ref. #7)

$$\eta = 1.00 \quad \gamma = 0.00$$

<u>X / A</u>	<u>M+N = 10</u>		<u>20</u>		<u>40</u>		<u>EXACTA</u>	
-1.50	2.40785	-0.12015	2.65178	-0.40565	2.69800	-0.38358	2.70021	-0.37559
-0.50	-0.35850	-0.05895	-1.14590	-1.16154	-1.17215	-1.36471	-1.15422	-1.37283
0.00	-4.56906	-0.29142	-3.44260	1.07773	-3.38333	1.36321	-3.40990	-1.37184

$$\eta = 1.00 \quad \gamma = 60.00$$

-1.50	-1.39374	-0.91381	-1.12391	-0.55490	-1.01348	-0.55682	-1.01822	-0.54662
-0.50	1.20146	-1.89302	3.31709	-2.02326	3.47016	-1.63594	3.41995	-1.61945
0.00	-2.86046	0.63126	-3.43897	1.30142	-3.42274	1.37293	-3.40990	1.37184
0.50	1.55232	1.78512	1.04549	2.19135	0.83455	1.75997	0.86421	1.74011
1.50	-1.00250	0.39123	-1.17474	1.11478	-1.27677	1.26445	-1.26454	1.25965

Tabla II-2.-Comparación de los desplazamientos en puntos de la superficie libre de un depósito con sección semicircular, para ángulos de incidencia $\gamma = 0, 60^\circ$ y frecuencia normalizada $\eta = 1.0$ (Ref. # 7)

TABLA IV-1

ASENTAMIENTOS CALCULADOS, MEDIDOS DE LAS CORONAS DE LAS PRESAS
LA VILLITA Y EL INFIERNILLO PARA EL
SISMO DE MARZO 14 DE 1979.

(Valores en Centímetros)

M E T O D O

Nombre de la Presa	Bloques Deslizantes	Makdisi - Seed	Romo-Reséndiz		Valores Medidos
			Tipo de Falla Profunda-Superficial		
La Villita	0	0	26	18	5
El Infiernillo	0	0.28	10?	60	13

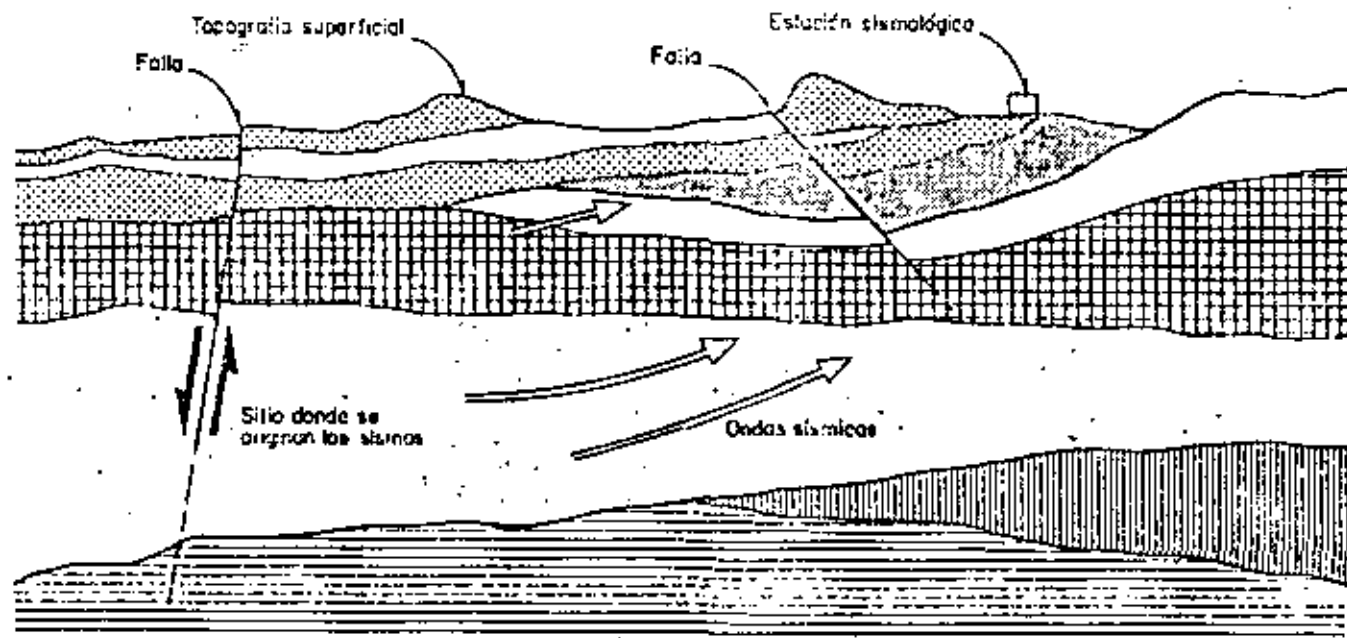


Fig.11 Origen y transmisión de ondas sísmicas a través de una geología típica - (Ref. # 1)

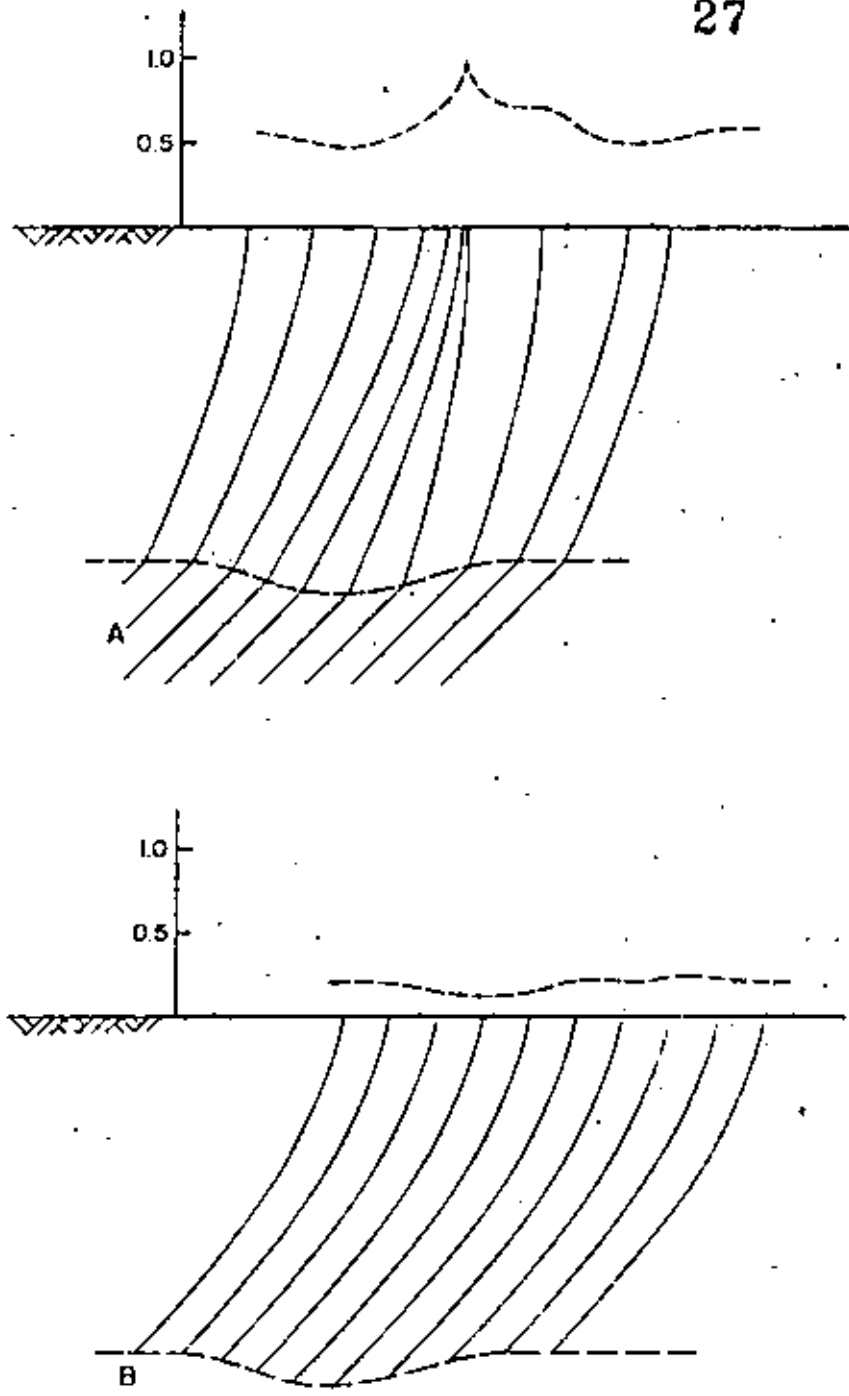


Fig.1-2 Concentración de ondas, debido a una depresión en la roca. A, ondas SV; B, ondas P (Ref. # 2)

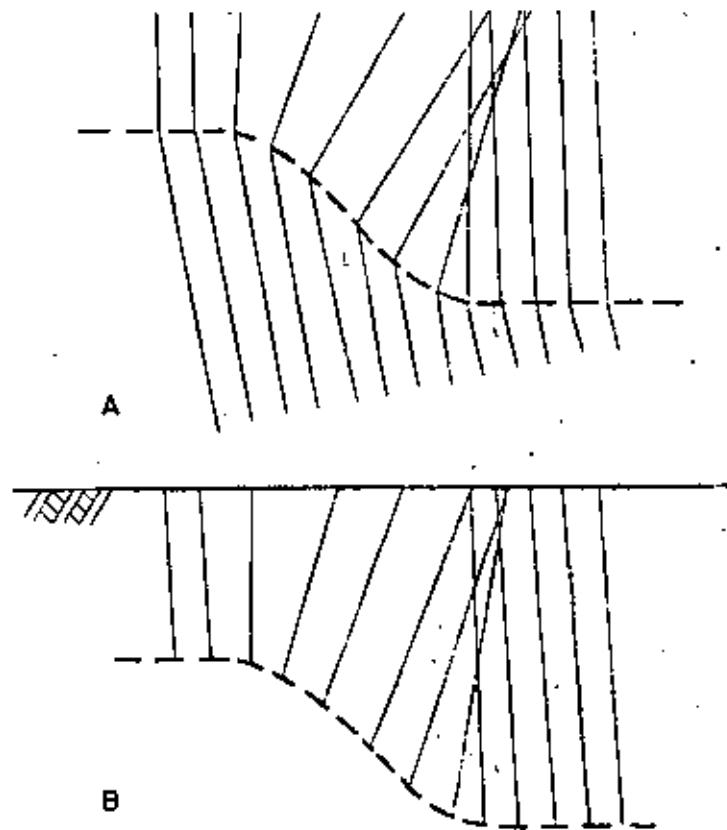


Fig. 3 Concentración de ondas sísmicas, semejante a lo ocurrido en Skopje, Yugoslavia. A.-Ondas SV; B.-Ondas P. (Ref. # 2)

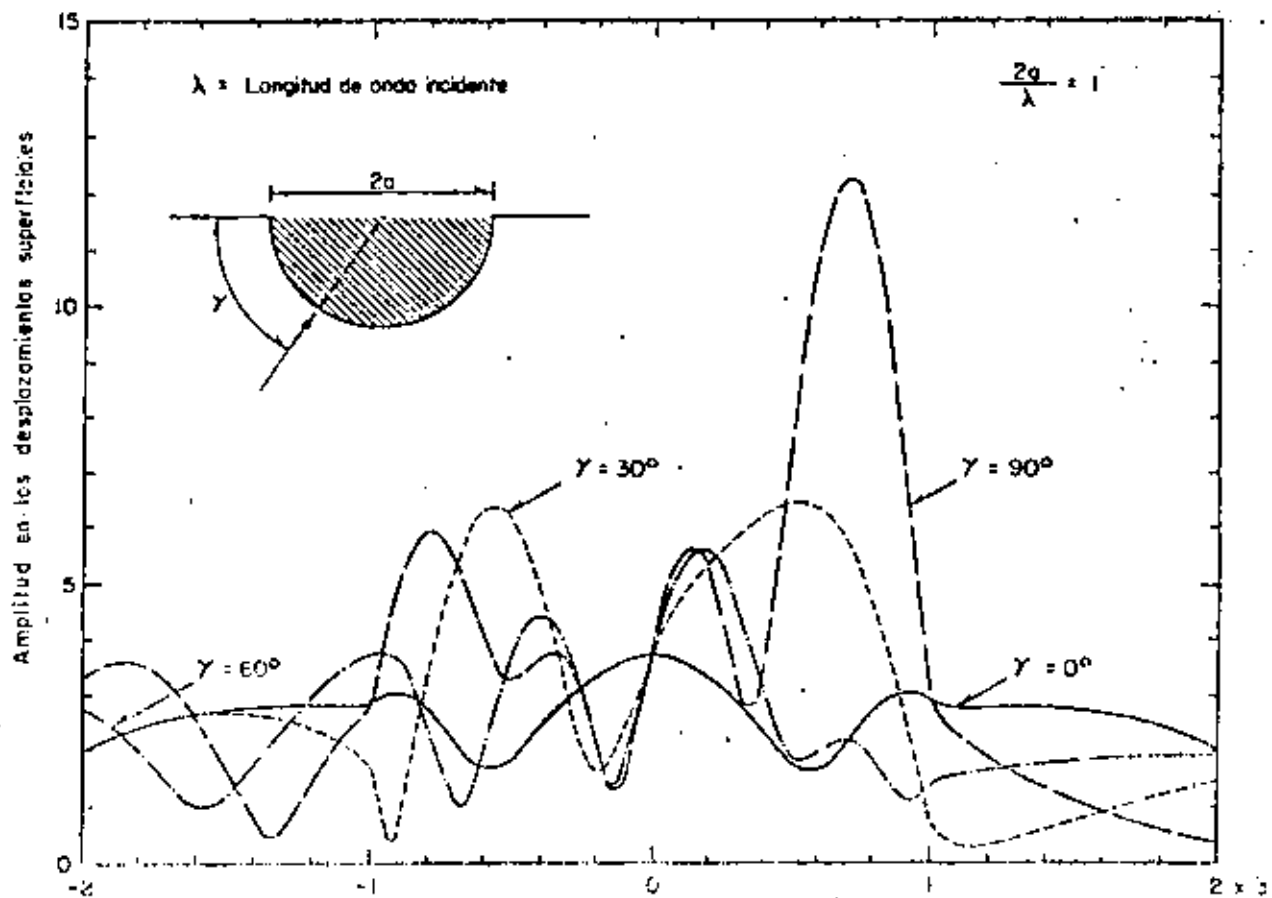
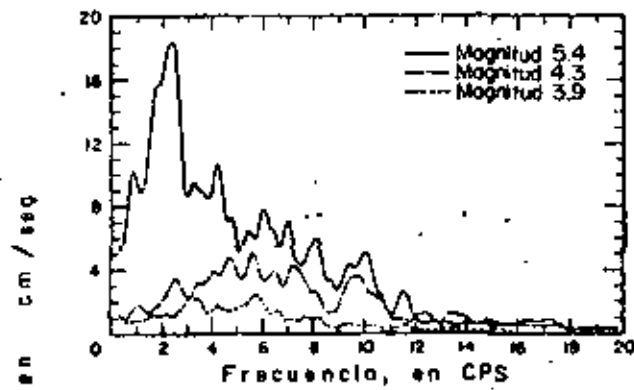
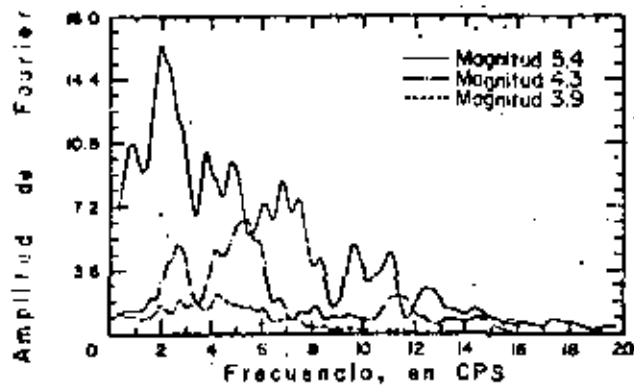


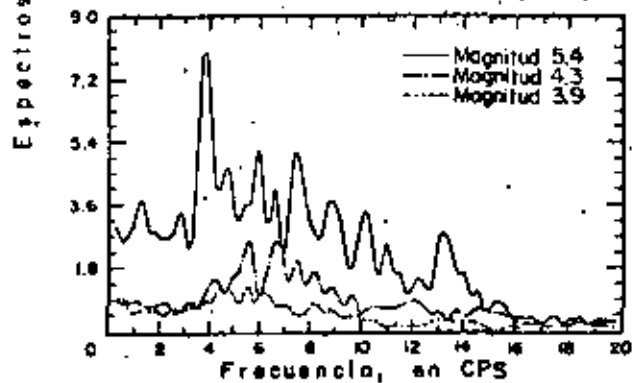
Fig. 4 Amplitudes de desplazamiento en la superficie para un modelo elástico semicircular excitado por ondas SH a diferentes ángulos. El centro del valle corresponde a $x/a = 0$ (Ref. # 4)



a) Componente Norte - Sur



b) Componente Este - Oeste



c) Componente Vertical

Fig-5 Espectros de amplitud de Fourier para aceleraciones de tres eventos diferentes pero con misma distancia epicentral (27 km), registrados en la Estación El Centro, Calif. el 16 de Diciembre, 1955 (Ref. # 8)

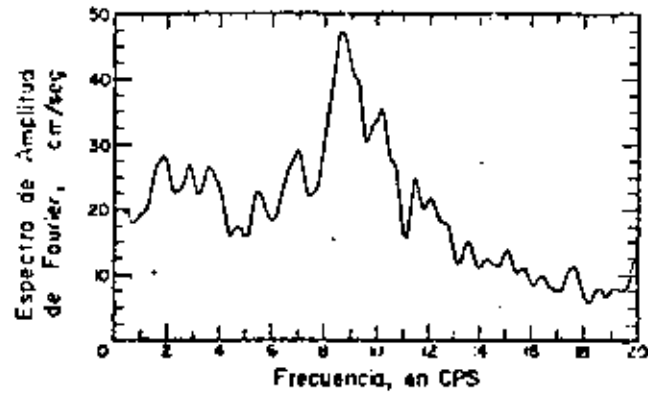


Fig. 6 Componente vertical del espectro de amplitud de aceleración de Fourier, en el sismo del Imperial Valley, 1940 (Ref. # 8)

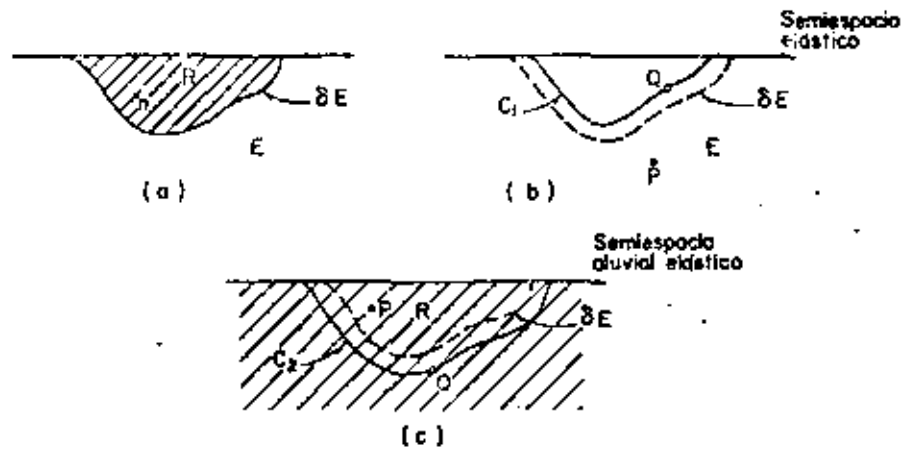


Fig. D-1 Localización de las regiones y curvas utilizadas en el análisis (Ref. #1)

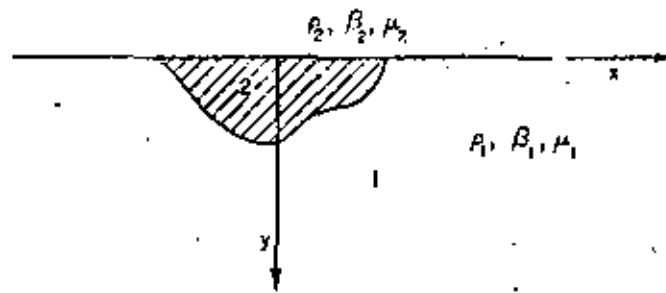


Fig. D-2. Semiespacio y depósito aluvial idealizados (Ref. #1)

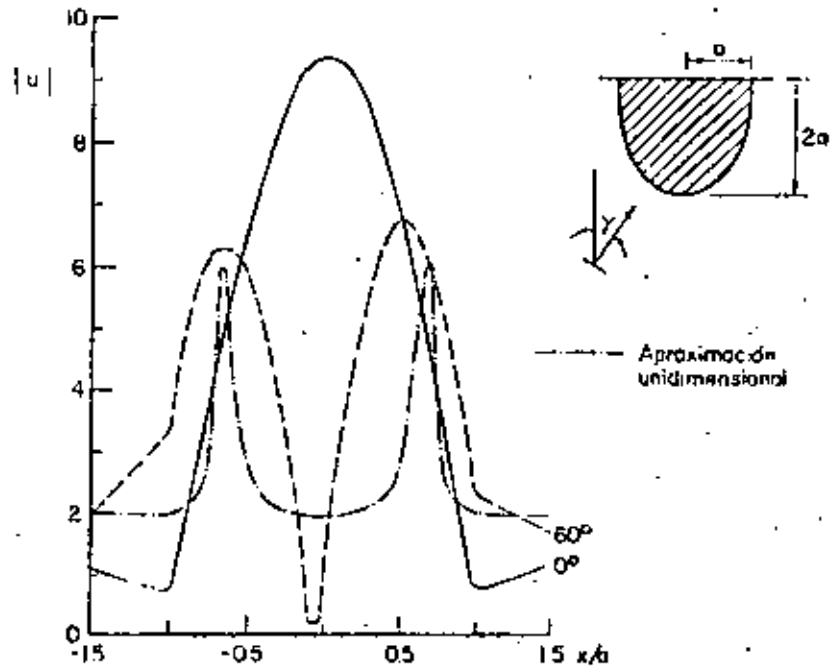


Fig-3 Amplitudes de los desplazamientos en la superficie libre para un depósito semielíptico (Ref # 1)

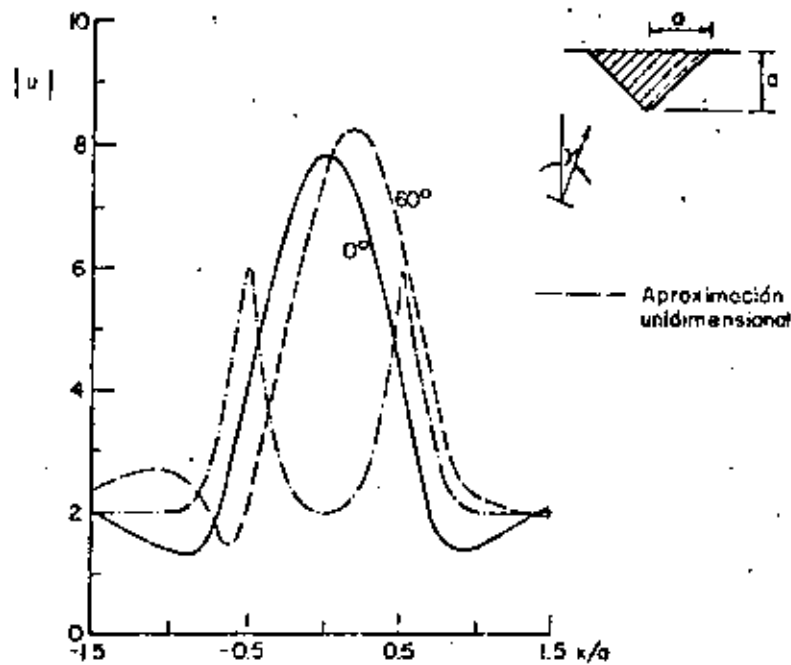


Fig-4 Amplitudes de los desplazamientos sobre la superficie para un depósito triangular con $\eta = 0.5$ y $\gamma = 0^\circ, 60^\circ$ (Ref # 1)

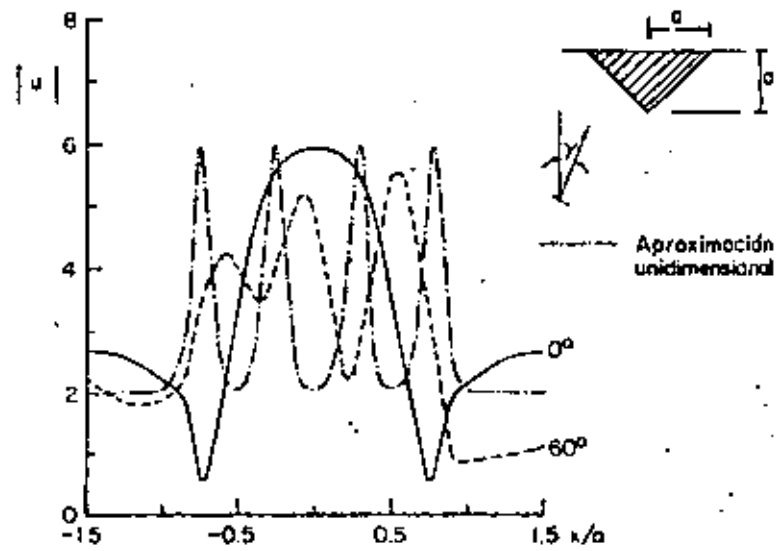


Fig. 5 Amplitudes de los desplazamientos sobre la superficie libre para un depósito triangular con $\eta = 1.0$ y $\gamma = 0^\circ, 60^\circ$ (Ref. # 1)

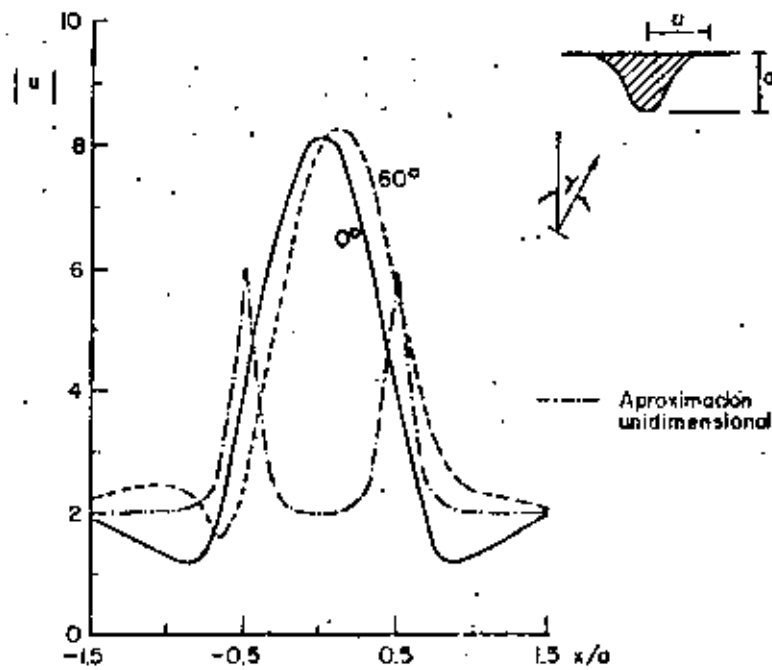


Fig. 6 Amplitudes de los desplazamientos sobre la superficie libre para un depósito sinusoidal con $\eta = 0.5$ y $\gamma = 0^\circ, 60^\circ$ (Ref. # 1)

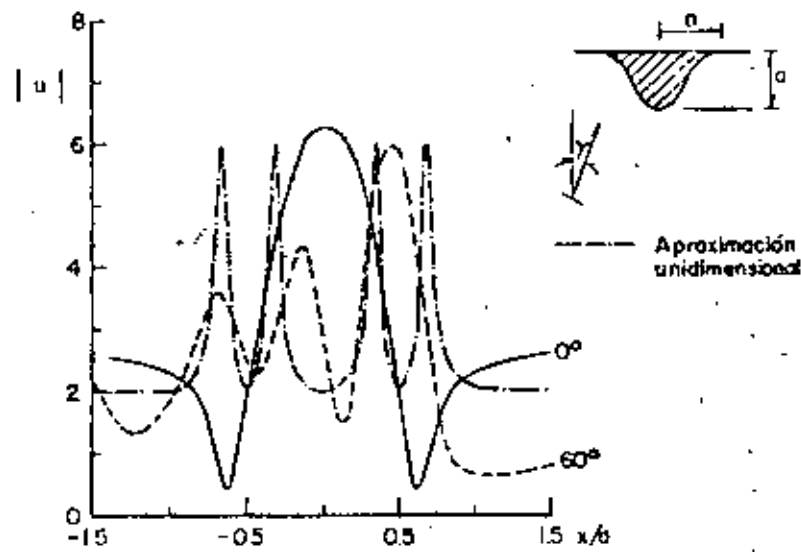
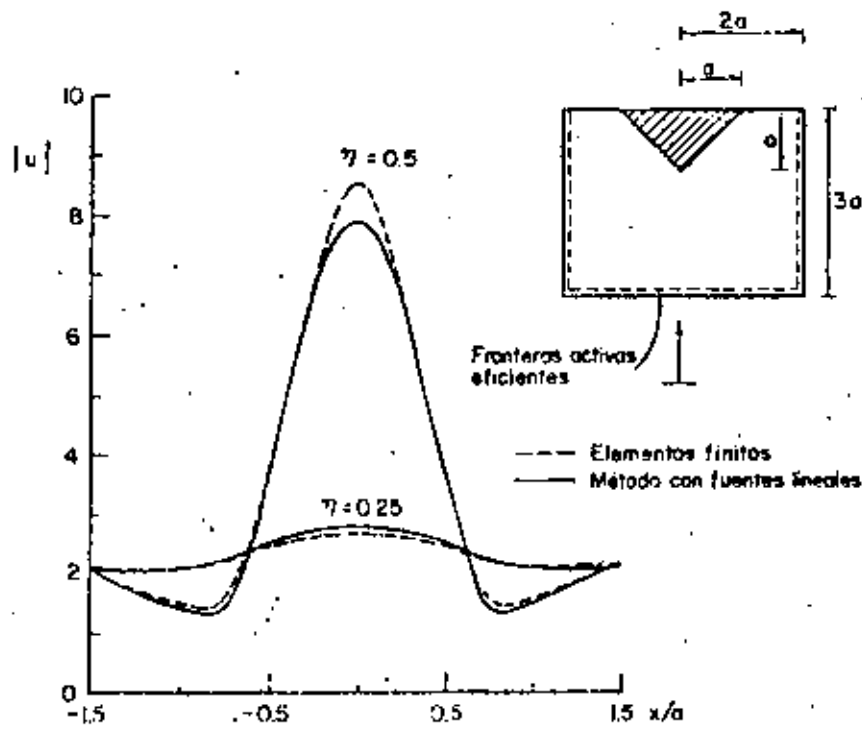


Fig-7 Amplitudes de los desplazamientos sobre la superficie libre para un depósito senoidal con $\eta = 1.0$ y $\gamma = 0^\circ, 60^\circ$ (Ref. # 1)



Fig/8. Comparación de las amplitudes obtenidas usando el método presentado y el análisis de elemento finito con las fronteras activas eficientes (Aranda y Ayala, 1978). Depósito triangular, incidencia vertical y $\eta = 0.25, 0.5$ (Ref. # 1)

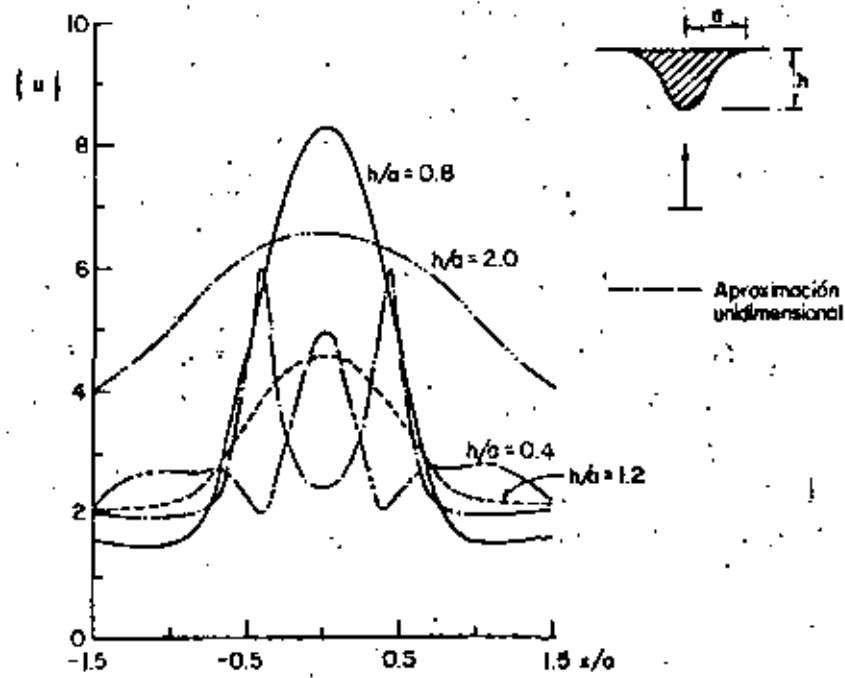


Fig. 9 Amplificaciones de desplazamientos en la superficie libre de un depósito con sección senoidal con $\lambda = 5h$ para $h/a = 0.4, 0.8, 1.2, 2.0$ (Ref. # 1)

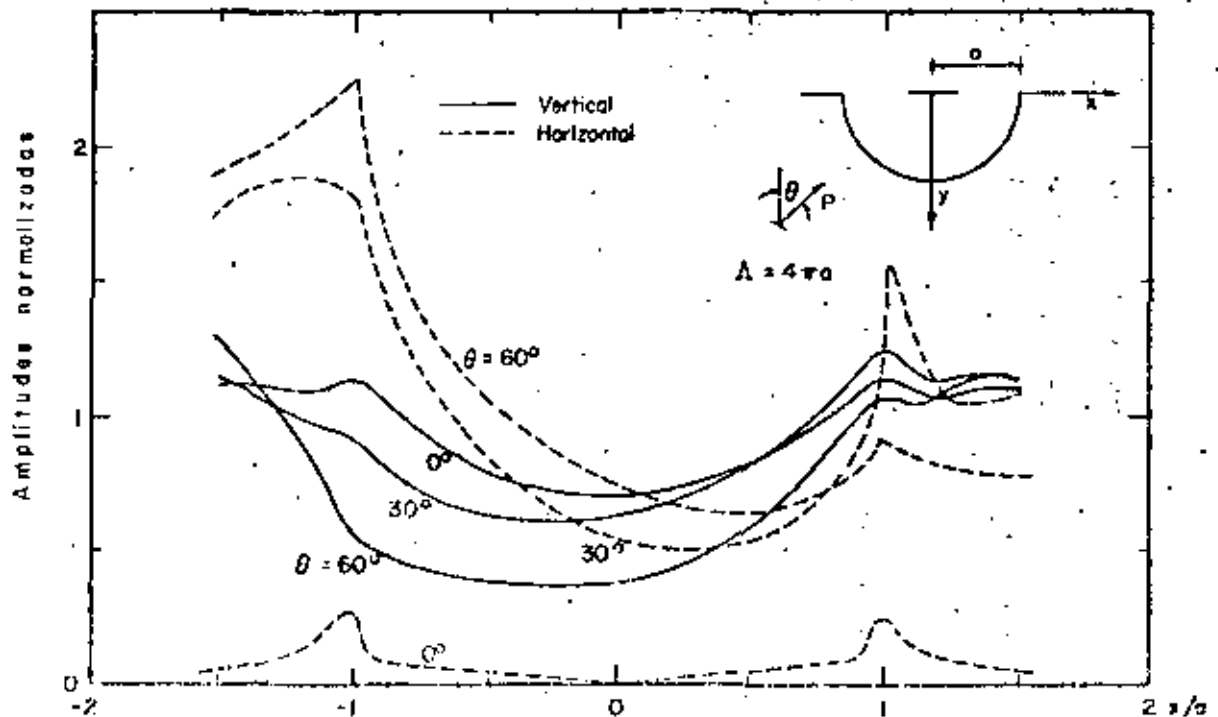


Fig. 10 Amplitudes normalizadas de desplazamientos vertical y horizontal en un conón semicircular. Incidencia de ondas P , longitud de onda $\lambda = 4\pi a$ (Ref. # 3)

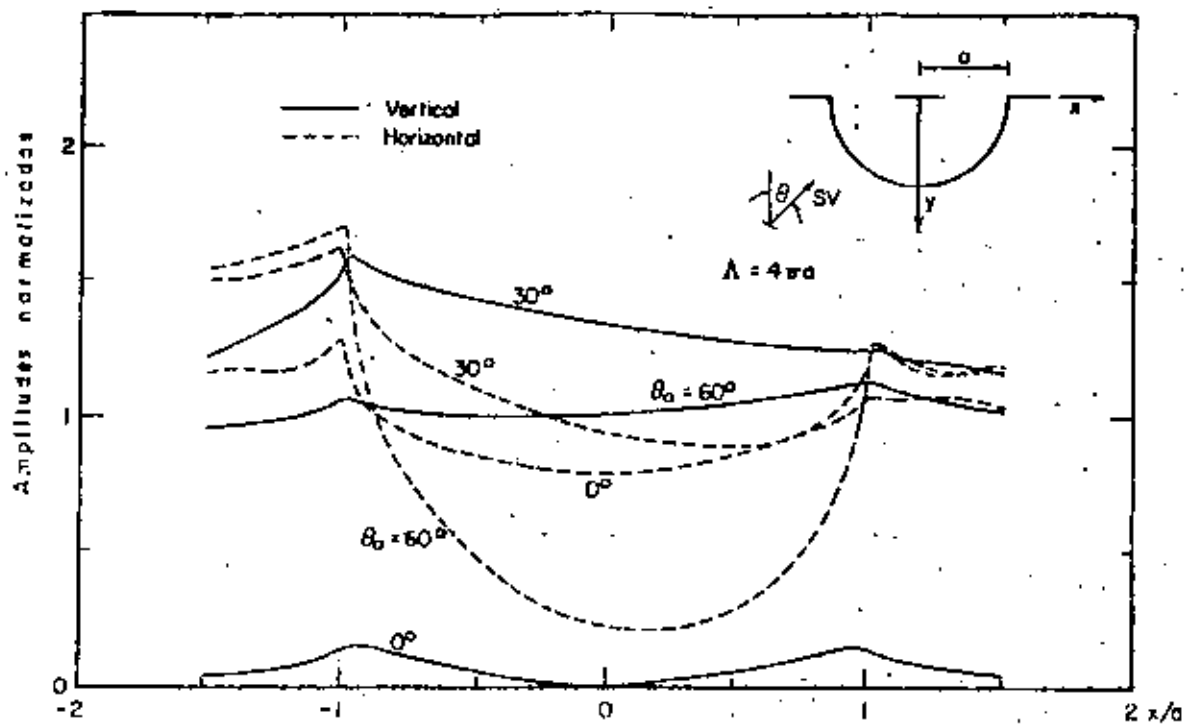


Fig. 11 Amplitudes normalizadas de desplazamientos vertical y horizontal en un cañón semicircular, incidencia de ondas SV, longitud de onda $\Lambda = 4\pi a$ (Ref. # 3)

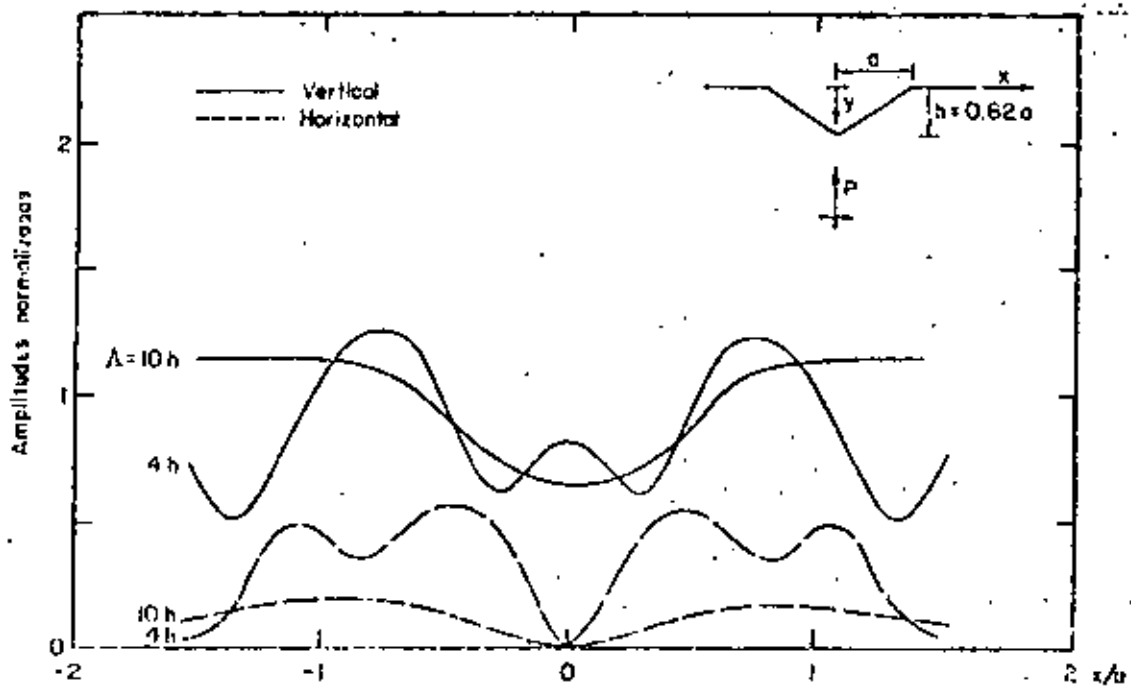


Fig. 12 Amplitudes normalizadas de desplazamiento vertical y horizontal en un cañón triangular ante incidencia vertical de ondas P (Ref. # 3)

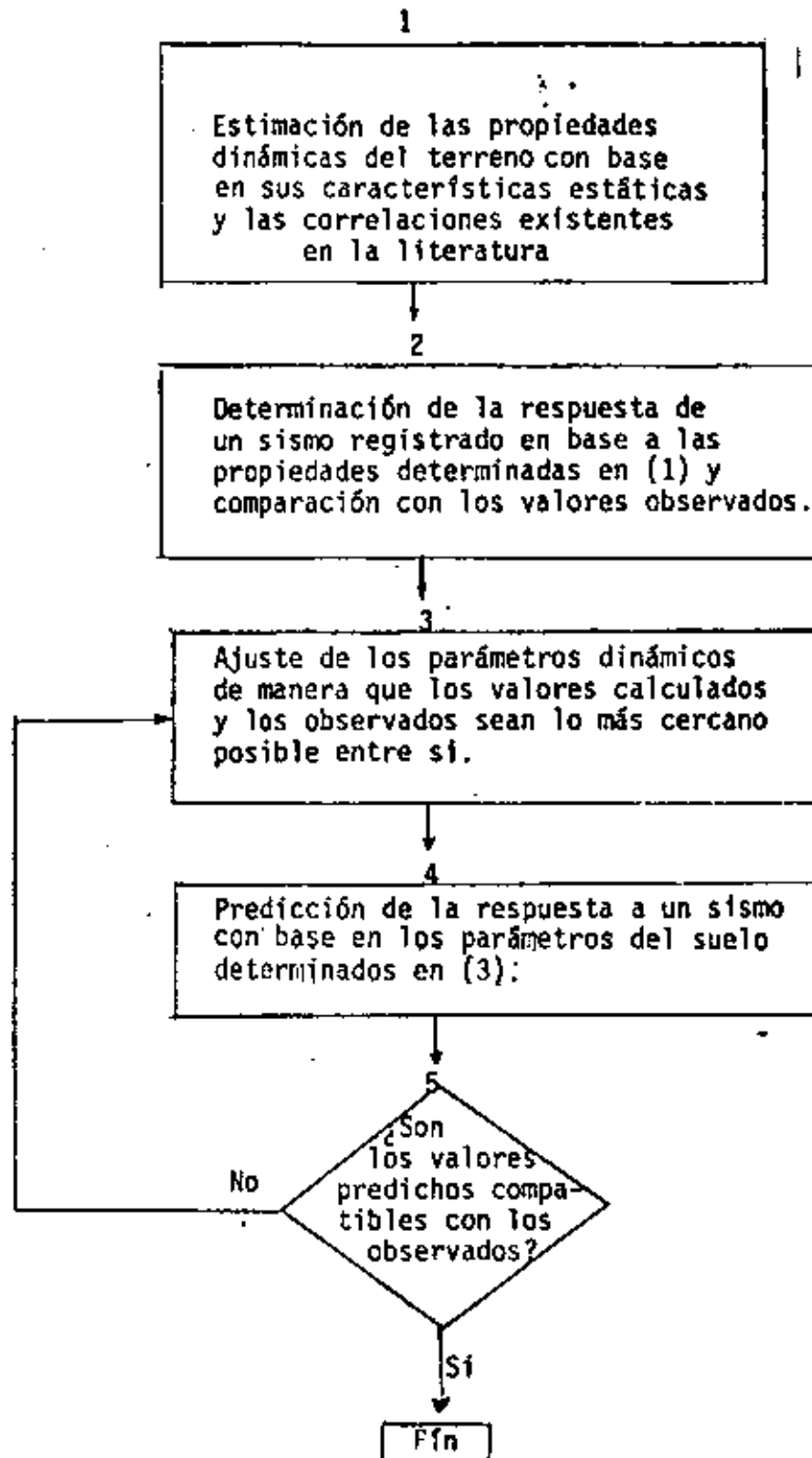


Fig. III-1.-Diagrama de flujo para las actividades del método de fijación de propiedades dinámicas de suelo en un cierto sitio a partir de excitaciones y respuestas observadas.

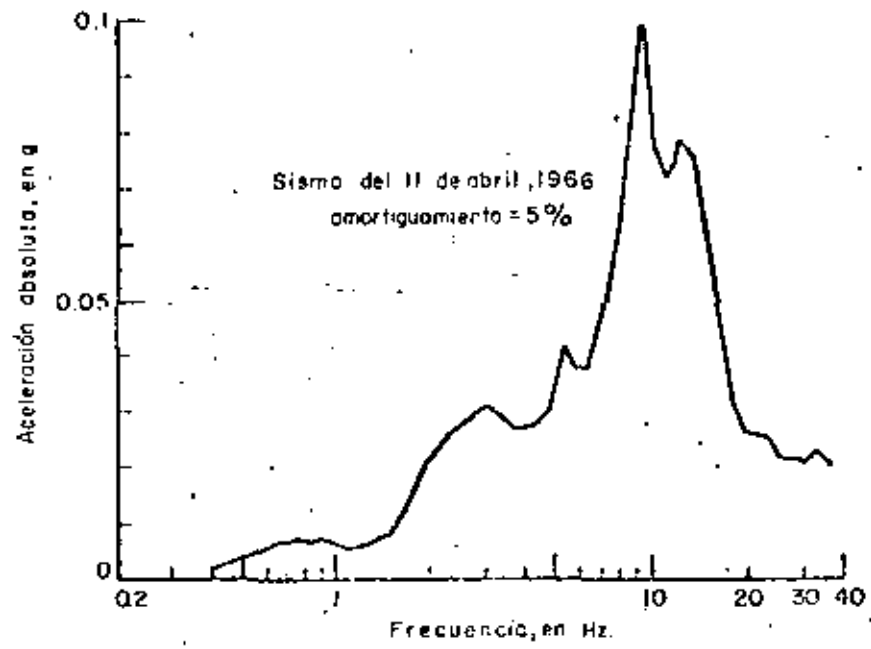


Fig. 2. Espectro de respuesta del movimiento registrado en la casa de máquinas de la presa El Infiernillo (Ref. #2)

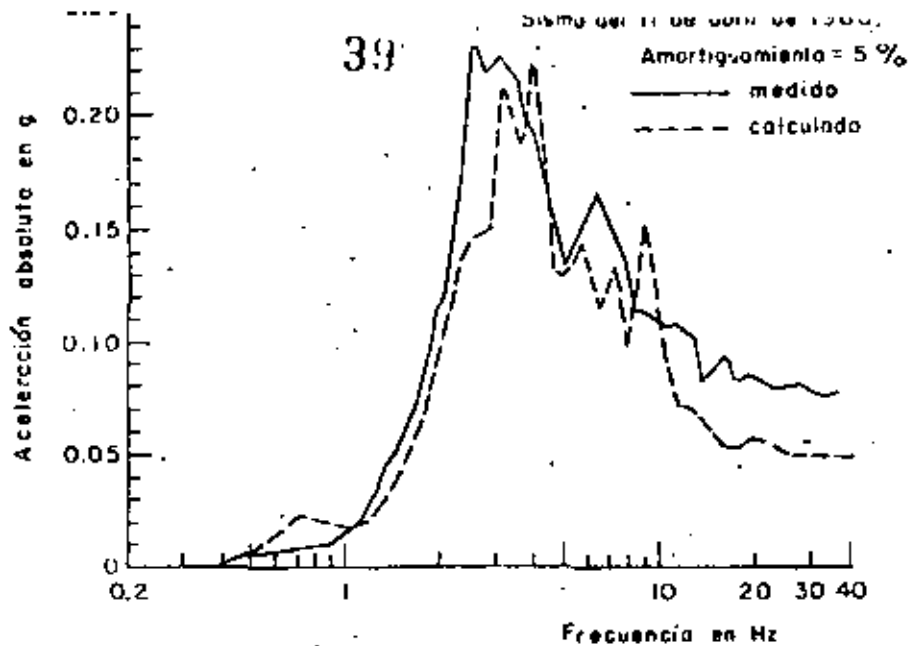


Fig. 3 Espectros de respuesta medidos y calculados en la elevación 180 m de la presa El Infiernillo (Ref. #2)

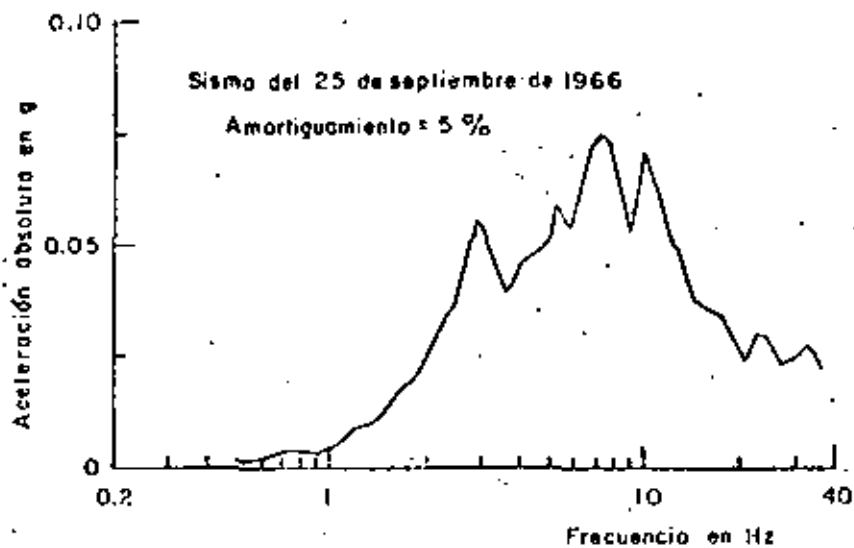


Fig. 4 Espectro de respuesta para el movimiento registrado en la casa de máquinas de la presa El Infiernillo (Ref. #2)

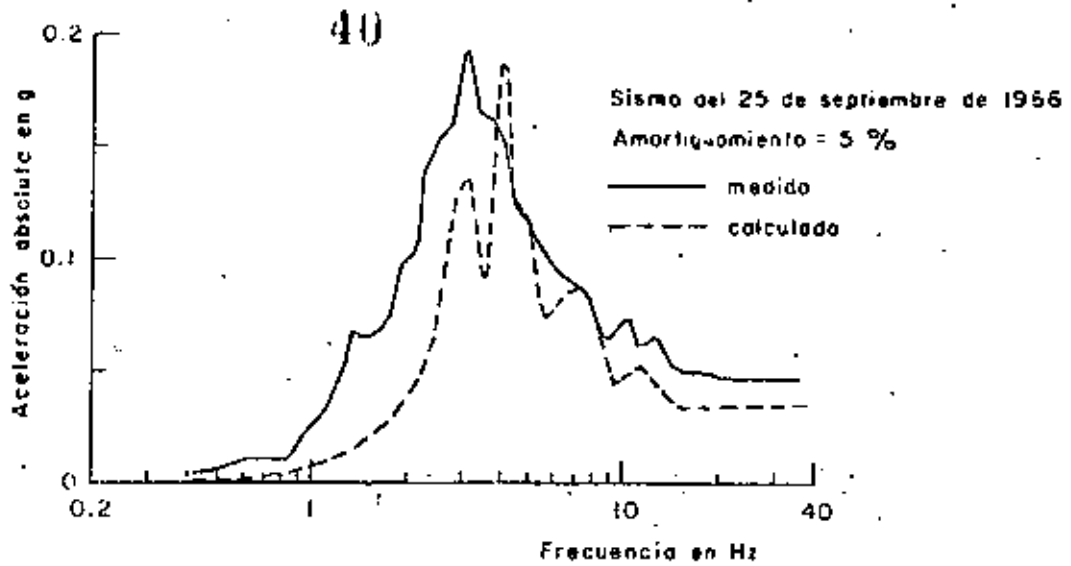


Fig. 5 Espectros de respuesta medidos y calculados a la elevación 180 m. de la presa El Infiernillo (1ª Parte) (Ref. # 2)

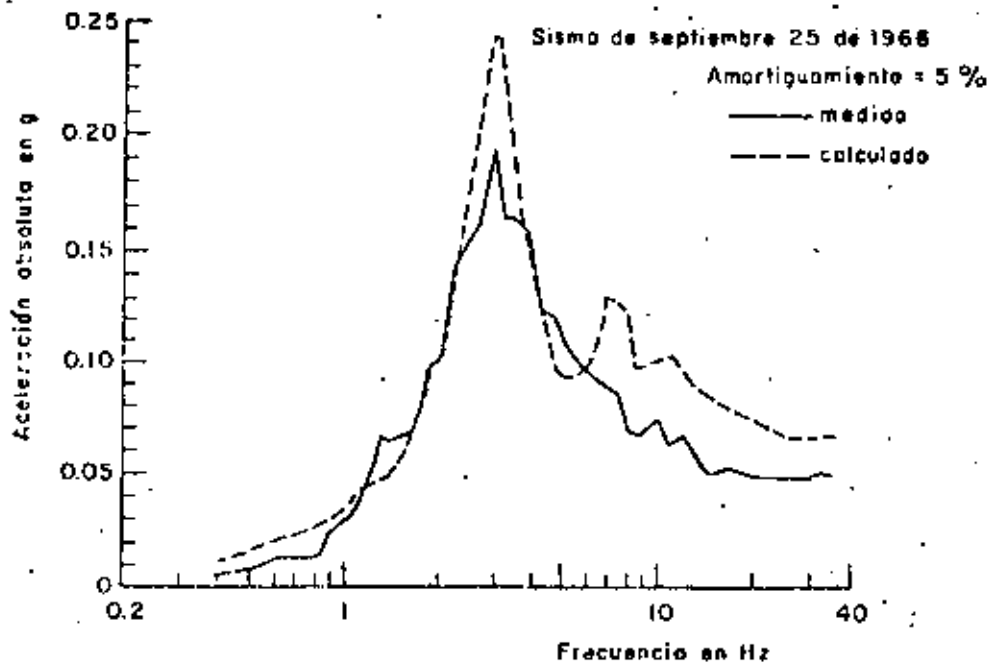


Fig. 6 Espectro de respuesta medido y calculado en la elevación 180 m. de la presa El Infiernillo (2ª Parte) (Ref. # 2)

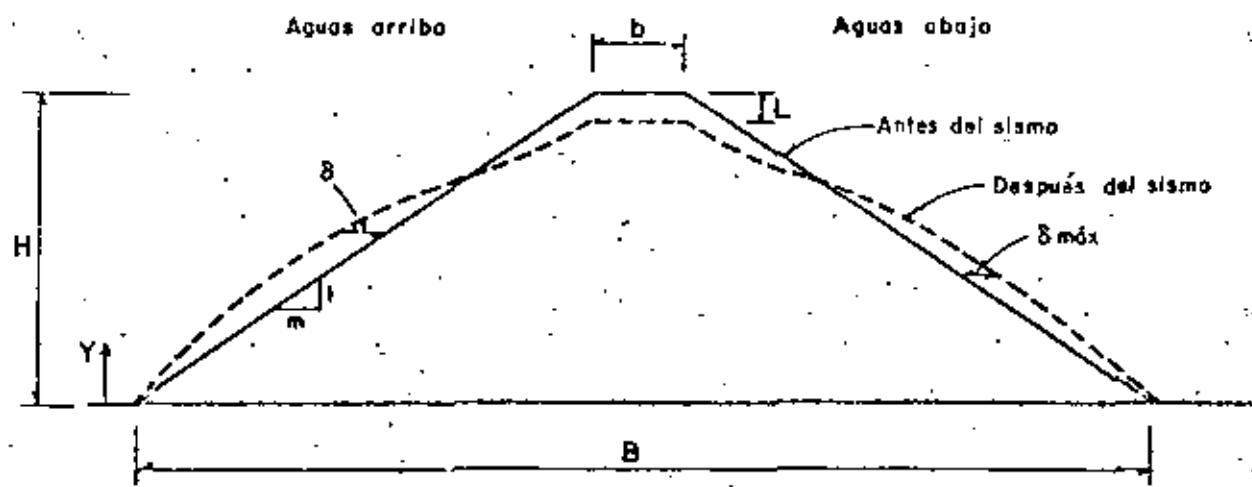


Fig. 1 Pérdida del bordo libre debido a las deformaciones del Terraplén (Ref.#3)

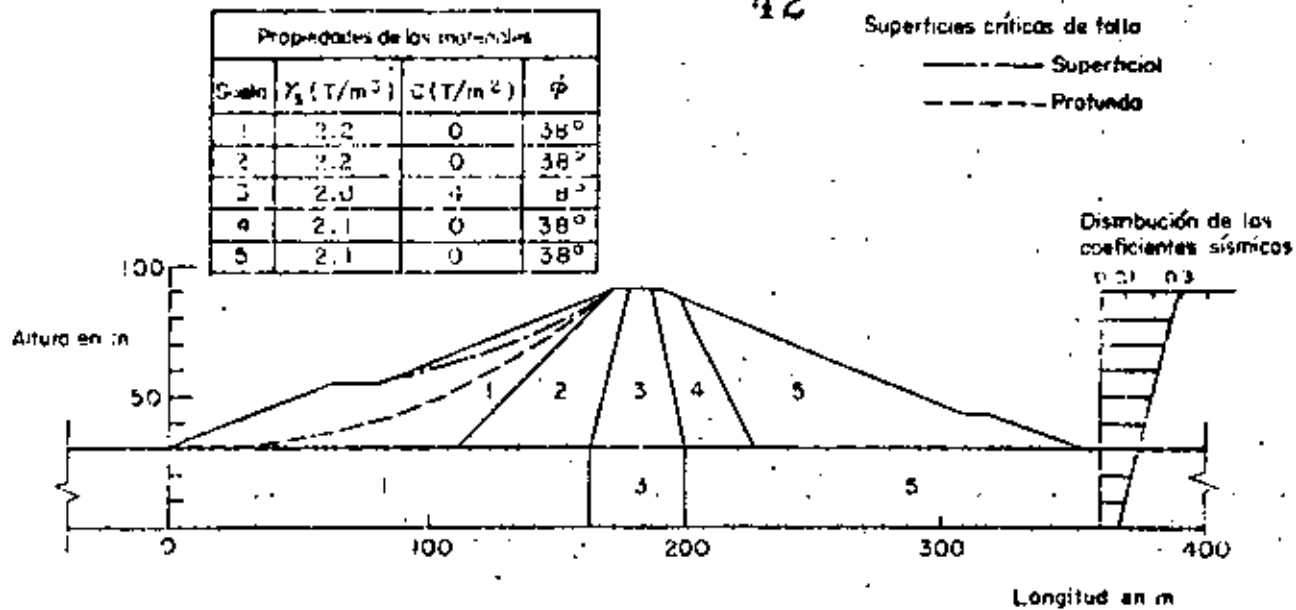


Fig. 2 Características de los materiales y geometría de la Presa La Villito (Ref. # 3)

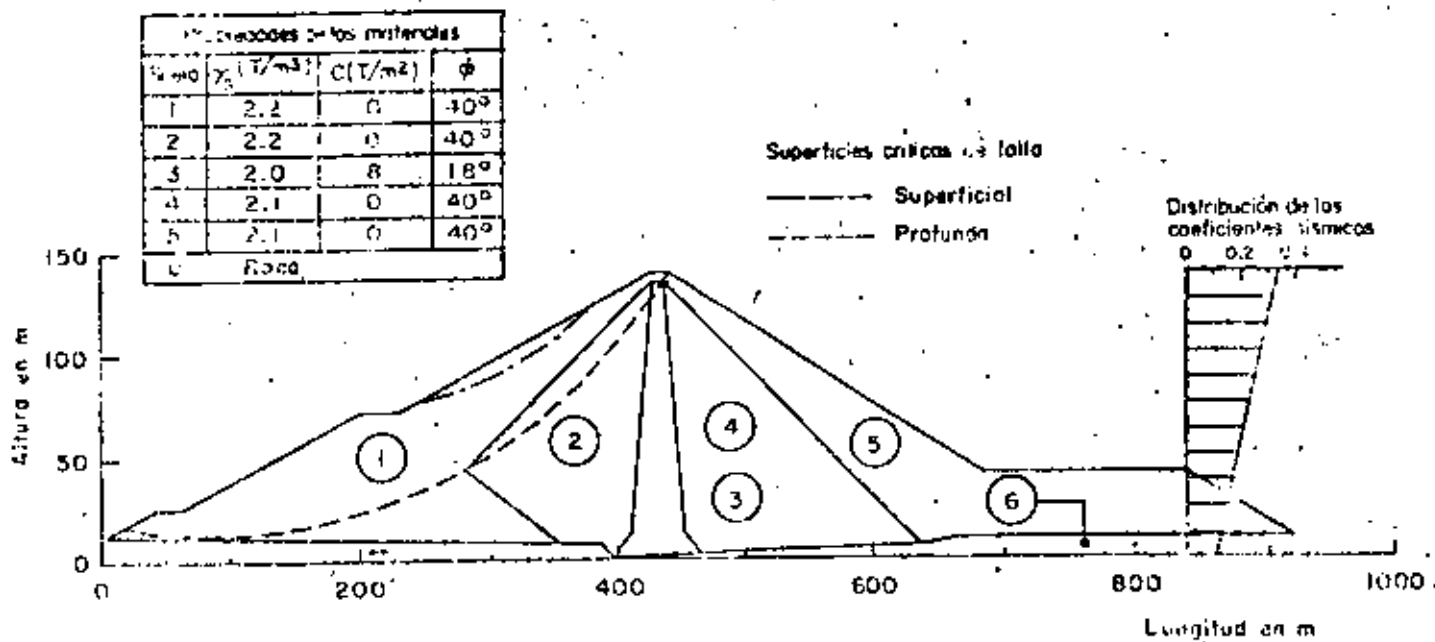


Fig. 3 Características de los materiales y geometría de la Presa El Infiernillo (Ref. # 5)

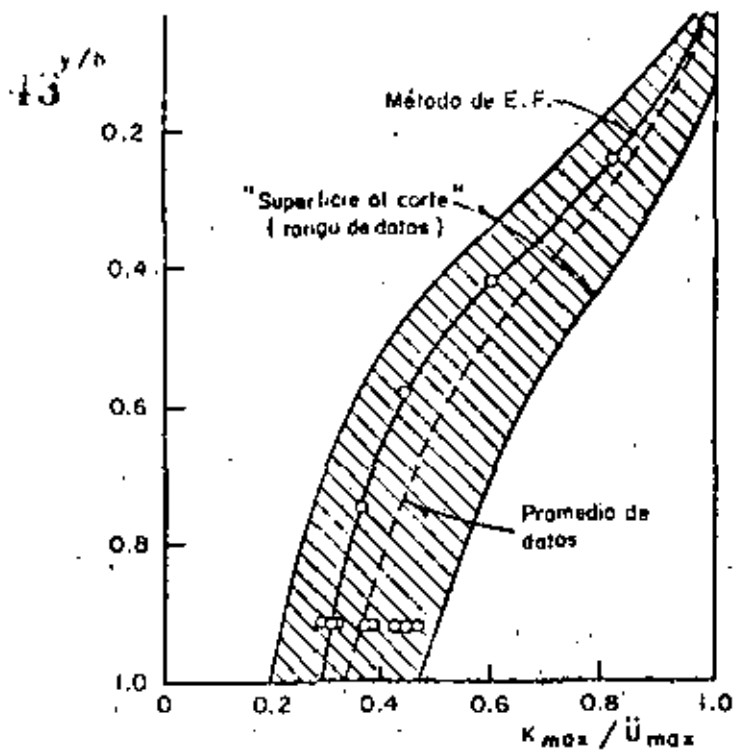


Fig. 4 Variación de la relación de aceleraciones máximas con la profundidad de la roca deslizante (Ref. #6)

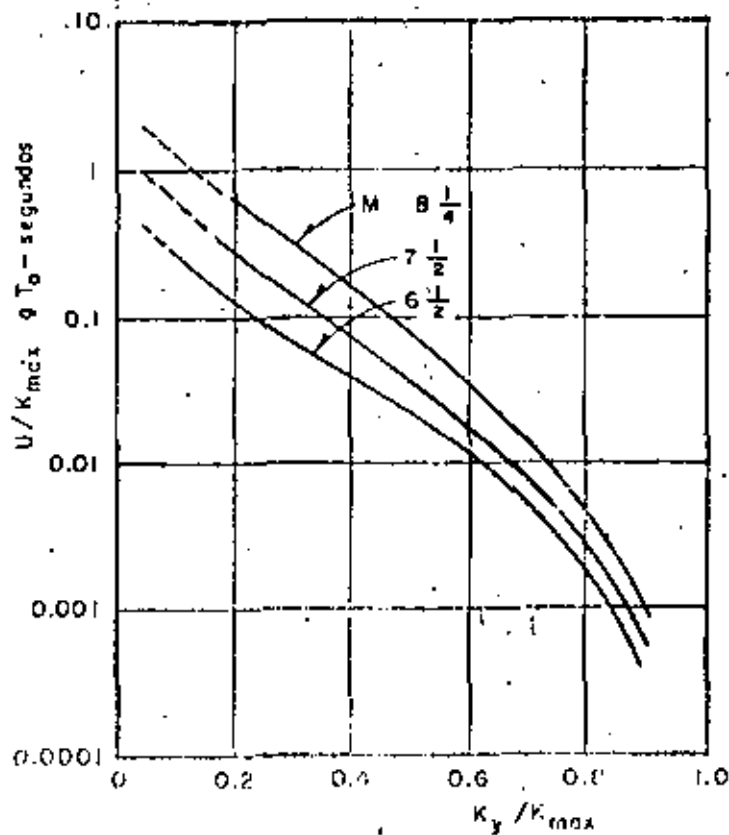


Fig. 5 Variación de los desplazamientos normalizados promedio con la aceleración límite (Ref. #6)

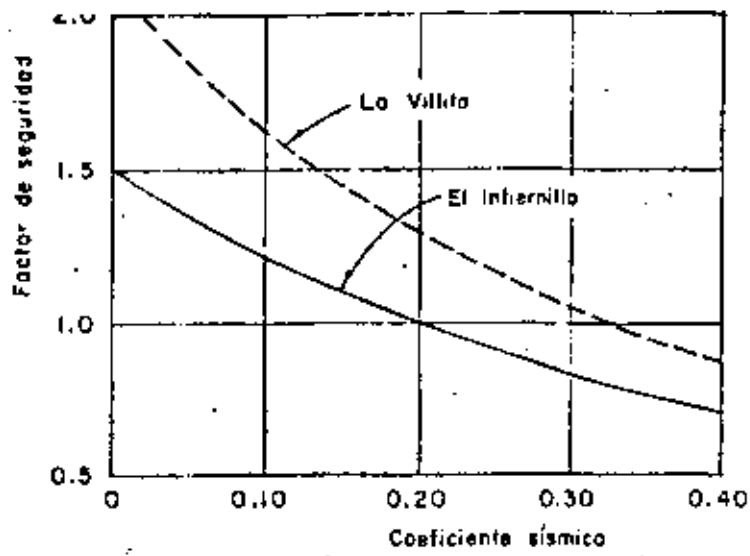


Fig. 6 Correlación entre los factores de seguridad y los coeficientes sísmicos (Ref. #3)

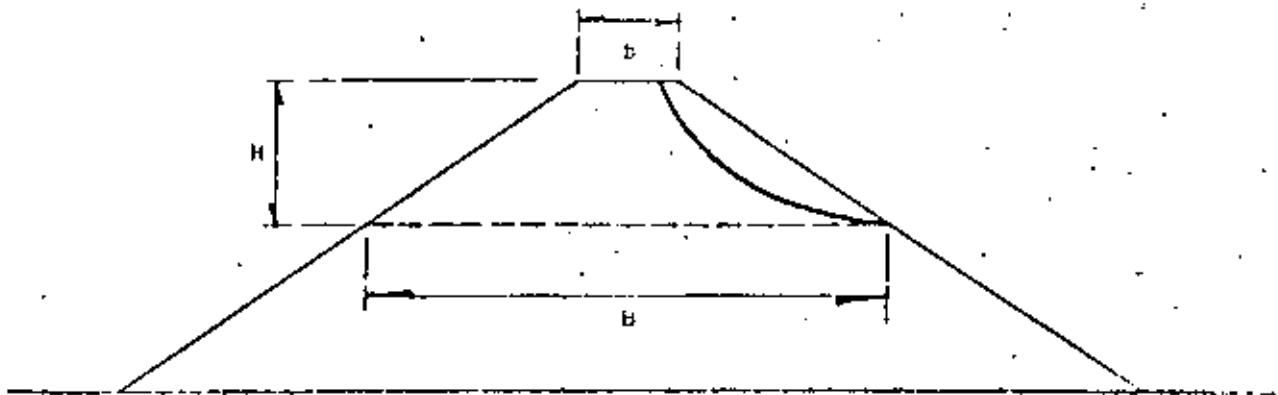


Fig. 7 Parámetros geométricos del terraplén para superficies de falla poco profundas (Ref. # 3)



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO ORGANIZADO EN COLABORACION CON LA SECRETARIA DE EDUCACION
PUBLICA Y LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE TAMAULIPAS.

**DISEÑO DE CIMENTACIONES SUJETAS A
VIBRACION.**

TEMA: ANALISIS DE PILOTES SUJETOS A SISMOS

**PROF. J. RAUL FLORES BERRONES.
PROFESOR DE LA DIV. DE EST. SUPERIORES
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM.
NOVIEMBRE, 1982.**

ANALISIS DE PILOTES SUJETOS A SISMOS*

por

RAUL FLORES BERRONES

Profesor de la Div. de Estudios
de Posgrado, Fac. de Ingeniería
UNAM

* Curso Internacional de Ingeniería Sísmica
Centro de Educación Continua
Fac. de Ingeniería, UNAM.

ANALISIS DE PILOTES SUJETOS A SISMOS

I. INTRODUCCION

El problema relacionado al comportamiento de pilotes bajo solicitaciones de carga sísmicas, ha preocupado siempre a los ingenieros que deben dar las recomendaciones para las cimentaciones profundas que se construyen en zonas de alta sismicidad. Esta preocupación se ha extendido al caso de cimentaciones piloteadas para maquinaria y las cimentaciones de plataformas marinas apoyadas en pilotes; en este último caso, además de las posibles fuerzas dinámicas provenientes por los sismos, están las fuerzas de oleaje que durante las tormentas alcanzan magnitudes muy importantes.

Existen varios trabajos publicados donde se presentan los diversos métodos que hoy en día se siguen para el análisis de pilotes sujetos a fuerzas de sismos (véase por ejemplo las Refs 1,2,3,4 y 5); dichos métodos utilizan procedimientos que van desde la discretización de los pilotes en masas que se consideran unidas entre sí por resortes y amortiguadores (Ref 1), hasta el empleo de modelos de elemento finito en tres dimensiones (Ref 5).

Dada la importancia de este tema en el Japón, en dicho país se han hecho también varios estudios basados en pruebas sobre modelos de laboratorio (Refs 6, 7,8 y 9). Las conclusiones derivadas de tales estudios han permitido obtener un mejor entendimiento de la interacción suelo-pilote y verificar las suposiciones teóricas de los modelos matemáticos.

También existen evidencias de pilotes fallados por los movimientos del terreno que han ocurrido durante sismos (Refs 10,11 y 12) o pilotes seriamente dañados como consecuencia de los esfuerzos inducidos (Ref 13). Sin embargo,

no existen aún datos experimentales que señalen, evidencialmente, el comportamiento de un pilote en función de las fuerzas dinámicas que actúan sobre él en el momento que están ocurriendo los movimientos sísmicos.

En este trabajo se pretende señalar de manera objetiva cual es el comportamiento que un pilote tiene durante la ocurrencia de un sismo; para ello se presenta un análisis teórico que permite visualizar el mecanismo que ocurre cuando un pilote es sujeto a las fuerzas horizontales de sismo y posteriormente se indican las implicaciones prácticas que deberán considerarse en cuanto: a) el suelo, b) la interacción pilote-suelo y c) las características de las sollicitaciones sísmicas.

Se presentan también los fundamentos de algunos de los métodos más empleados en la práctica para el análisis de los pilotes, señalando explícitamente las ventajas y limitaciones de cada uno. Al final se incluye un resumen con las conclusiones más importantes que se deberán tomar en cuenta siempre que se efectúe esta clase de análisis.

II. ANALISIS TEORICO

Existen en la literatura varios trabajos donde se analiza el comportamiento de los pilotes bajo sollicitaciones sísmicas (Refs 5, 14 y 15), y en cada uno de ellos se hacen idealizaciones del suelo y del pilote que pueden aproximarse más o menos a la realidad. Sin embargo la mayoría de tales trabajos involucran cierta complejidad que impide visualizar y entender fácilmente el comportamiento general de los pilotes bajo esta clase de sollicitaciones. De aquí la conveniencia de seleccionar, para el estudio de la interacción entre el pilote y el suelo, un modelo simple como el que emplea el módulo de reac

ción del suelo; dicho modelo supone: a) la respuesta del suelo que rodea al pilote puede ser representada por resortes y amortiguadores que se encuentran cercanamente espaciados entre sí y b) a toda fuerza aplicada en un punto cualquiera del pilote corresponde un desplazamiento que es directamente proporcional a la fuerza aplicada.

Ecuaciones de compatibilidad

En el análisis que a continuación se presenta se basa precisamente en este modelo simple. Para dicho análisis es necesario además definir las condiciones de frontera entre el pilote, el suelo y la superestructura, así como las propiedades de esfuerzo-deformación del suelo y el tipo de sollicitación dinámica. A este respecto se hacen las siguientes suposiciones:

- 1) El pilote atraviesa un estrato blando de suelo y se apoya en la roca (o suelo duro) que subyace a dicho estrato. (Este viene siendo un caso típico de mecánica de suelos donde se recomiendan cimentaciones profundas)
- 2) El suelo está representado por un material homogéneo y elástico. (Aunque esta suposición en general no se cumple, en el análisis que aquí se presenta se puede extender al caso de tener amortiguamiento y estratificación. Para ello es necesario introducir, en la ecuación de compatibilidad que en seguida se establece, el término $c\dot{y}$, donde c es el coeficiente de amortiguamiento y \dot{y} es la velocidad relativa del pilote; para considerar la estratificación se puede hacer el análisis del pilote por secciones, estableciendo convenientemente las condiciones de frontera entre una sección y otra). La fig 1 representa gráficamente las condiciones 1 y 2 .

3) La perturbación sísmica aplicada en la base del pilote es representada por un movimiento cíclico de la forma:

$$u_g = u_0 e^{i\omega t} \quad (1)$$

donde:

u_0 es la amplitud del movimiento

ω la frecuencia de excitación y

t el tiempo transcurrido a partir del inicio del sismo

(Esta representación del movimiento sísmico es utilizada muy frecuentemente en estudios de mecánica de suelos; dependiendo de la magnitud y duración del sismo, la Ref 16 indica el número de ciclos equivalentes y la frecuencia de excitación que se deberá usar para cada caso).

Así pues, bajo estas consideraciones teóricas y tomando en cuenta el equilibrio de las fuerzas que actúan sobre un elemento del pilote como el mostrado en la fig 2, se tiene:

$$\frac{\partial y}{\partial z} dz + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} dz + kD (\bar{y} - \bar{u}) dz = 0 \quad (2)$$

donde:

m es la densidad de masa del pilote por unidad de longitud

y es el desplazamiento relativo del pilote con respecto al movimiento en su base

\bar{y} es el desplazamiento absoluto del pilote

\bar{u} es el desplazamiento absoluto del suelo, y por tanto $(\bar{y} - \bar{u})$ es el desplazamiento relativo entre el pilote y el suelo

u es el desplazamiento relativo del suelo con respecto a la roca

k es el módulo de reacción horizontal del suelo, dado en unidades de fuerza/(longitud)³

V es la fuerza cortante correspondiente a una distancia vertical z

D es el diámetro del pilote

EI es la rigidez del pilote

Puesto que $V = EI \frac{\partial^3 y}{\partial z^3}$, la ecuación (2) se puede expresar como sigue:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} = - \left(m \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} + kD (\bar{y} - \bar{u}) \right) \quad (3)$$

Más aún, considerando que $\bar{y} = y + u_g$, y $\bar{u} = u + u_g$, la ecuación anterior queda:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + kD_y = kD_u - m \frac{\partial^2 u_g}{\partial t^2} \quad (4)$$

La solución a esta ecuación diferencial dependerá de las suposiciones que se hagan en cuanto a las características dinámicas del suelo y el pilote. El peso o la masa soportada por un pilote interviene en el análisis cuando se establece la condición frontera en la cabeza del pilote; por ejemplo, si en ese lugar existe una transmisión directa del cortante en la base de la superestructura a la cabeza del pilote, la condición frontera está dada por la siguiente expresión:

$$\left(EI \frac{\partial^3 y}{\partial z^3} \right)_{z=H} = \left(M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_{z=H} \quad (5)$$

donde:

M es la masa soportada

Determinación de la respuesta del sistema terreno-pilote, en términos de la frecuencia

Considerando exclusivamente el sistema suelo-pilote, es decir, suponiendo que no existe masa alguna sobre el pilote, la respuesta a una excitación del tipo señalado por la ec(1), se puede obtener a partir de la solución de la ec (4); ello se logra mediante el establecimiento adecuado de las condiciones de frontera, según se demostrará más adelante.

Puesto que la solución a la ec (4) depende de las suposiciones que se hagan del suelo, según ya se indicó anteriormente, a manera de ilustración se determinará esta solución para el caso en que el módulo k es independiente de la profundidad z , y en el que no existe amortiguamiento en el sistema.

El desplazamiento \bar{u} del suelo que interviene en la ecuación (4), se obtiene a partir de la ecuación de onda cortante en una dirección, dada por:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = C_s^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \tag{6}$$

La solución a esta ecuación tiene la forma:

$$\bar{u} = (A_1 \operatorname{sen} \frac{\omega z}{C_s} + A_2 \operatorname{cos} \frac{\omega z}{C_s}) e^{i\omega t} \tag{7}$$

donde los coeficientes A_1 y A_2 dependen de las condiciones de frontera.

Suponiendo que no existe deslizamiento entre la base del estrato y la roca

($\bar{u}_{z=0} = u_g$), y que el cortante en la superficie del suelo es cero

($\partial u / \partial z_{z=H} = 0$), la solución de (6) es:

$$\bar{u} = u_0 (\operatorname{cos} \frac{\omega z}{C_s} + \tan \frac{\omega H}{C_s} \operatorname{sen} \frac{\omega z}{C_s}) e^{i\omega t} \tag{8}$$

de donde:

$$u = \bar{u} - u_g = u_0 e^{i\omega t} \left(\cos \frac{\omega z}{C_s} + \tan \frac{\omega H}{C_s} \operatorname{sen} \frac{\omega z}{C_s} - 1 \right) \quad (8')$$

Ahora bien, la ecuación diferencial (4) tiene sus operadores lineales y su solución es igual a la solución general de una ecuación homogénea, correspondiente a las vibraciones libres, más una solución particular que la satisfaga; esta última corresponde a las vibraciones forzadas.

En general, como se indicará más adelante, la respuesta de un pilote se debe a dos efectos; uno es el ejercido por el suelo que rodea al pilote, y el otro es el originado por la masa apoyada en el pilote. Estos dos efectos son los que se podrán observar en la solución de la ec (4). Sin embargo, un pilote sin masa no tiene vibraciones libres y solo vibrará cuando exista una acción ejercida directamente por el suelo. De aquí que la respuesta correspondiente al sistema suelo-pilote, será la que esté dada por las vibraciones forzadas.

Analizando pues solamente la solución particular de la ecuación (4), y tomando en cuenta que se está despreciando el amortiguamiento, se supondrá que el desplazamiento puede expresarse como:

$$y = y_0 e^{i\omega t} \quad (9)$$

donde:

$$y_0 = A + B \cos \delta z + C \operatorname{sen} \delta z \quad (10)$$

y

$$\delta = \omega/C_s$$

Al sustituir (9) en (4), y considerando la ec (1), se tiene:

$$EI(B\delta^4 \cos \delta z + C\delta^4 \sin \delta z) + kD(A + B \cos \delta z + C \sin \delta z) - \\ - m\omega^2(A+B \cos \delta z + C \sin \delta z) = kDu_0(\cos \delta z + \tan \delta H \sin \delta z - 1) + mu_0\omega^2 \quad (11)$$

Al comparar los términos constantes y los coeficientes de $\cos \delta z$ y $\sin \delta z$, en ambos lados de esta ecuación, los coeficientes A, B y C resultan iguales a:

$$A = -u_0$$

$$B = \frac{kD u_0}{EI \delta^4 + kD - m\omega^2}$$

$$C = \frac{kD u_0 \tan \delta H}{EI \delta^4 + kD - m\omega^2}$$

O sea, la parte correspondiente a las vibraciones forzadas está dada por:

$$y_0 = u_0 \left[\frac{kD (\cos \delta z + \tan \delta H \sin \delta z)}{EI \delta^4 + kD - m\omega^2} - 1 \right] \quad (12)$$

Haciendo

$$\Gamma = \frac{kD}{EI \delta^4 + kD - m\omega^2}$$

la ecuación (12) se puede escribir

$$y_0 = u_0 \left[\Gamma (\cos \delta z + \tan \delta H \sin \delta z) - 1 \right] \quad (13)$$

Analizando las ecuaciones (8') y (13), puede observarse que la diferencia entre el desplazamiento del suelo (sin pilote) y el pilote está regida por

el factor Γ . Dicho factor depende de la relación entre las rigideces del suelo, caracterizada por kD , y la del pilote caracterizada por EI .

Puede observarse fácilmente en la ec (13), que cuando $kD \rightarrow \infty$, el factor $\Gamma \rightarrow 1$ y por tanto el pilote tiende a seguir el movimiento del suelo; por el contrario, cuando $kD \rightarrow 0$, o $EI \rightarrow \infty$, el pilote tiende a permanecer fijo. En estas condiciones extremas, puede considerarse que para el primer caso el pilote se comporta como cuerpo infinitamente flexible, mientras que en el segundo se comporta como infinitamente rígido. Obviamente una estructura apoyada en uno u otro caso se comportará muy diferente, ya que en un caso la influencia de los pilotes en su movimiento será mínima, mientras que en el otro la presencia de los pilotes será determinante en el comportamiento de la superestructura.

Nótese que los esfuerzos y las curvaturas a lo largo de los pilotes en cada uno de los casos señalados, serán radicalmente muy diferentes entre sí.

De allí la conveniencia de definir en que momento se puede considerar que los pilotes sin masa dejan de seguir el movimiento del suelo, o en otras palabras, definir los límites de flexibilidad o rigidez de los pilotes.

Lo anterior se puede obtener definiendo en que momento es despreciable la diferencia entre el desplazamiento del suelo y la del pilote; para ello se puede utilizar el siguiente parámetro adimensional que relaciona claramente las rigideces kD del suelo y EI del pilote:

$$\lambda = \frac{kDH^4}{4EI} \quad (14)$$

La fig 3, ilustra la influencia que tiene el parámetro λ en la diferencia de desplazamiento entre el pilote y el suelo; en ellos puede observarse que

existe resonancia en la frecuencia fundamental del estrato, y que para valores de $\lambda > 10$ el pilote y el suelo prácticamente tienen el mismo movimiento.

III. EFFECTO DE LA MASA SOBRE EL PILOTE

Hasta ahora se ha señalado el efecto que tiene el movimiento del suelo sobre el pilote. Entre otros casos se indicó que para frecuencias de excitación iguales a la de resonancia del suelo, se produce también resonancia en el sistema suelo-pilote; esto resulta obvio del análisis del término entre paréntesis circulares señalados en la ec (12).

Analicemos ahora que sucede cuando el pilote soporta una masa M . En este caso será necesario considerar, además de la solución particular de la ec (4), la solución a la ecuación homogénea proveniente de esa misma ecuación que nos dará las vibraciones provenientes de la inercia de la masa M . Para ello supóngase que

$$y = y_0 e^{i\omega_s t}$$

donde:

ω_s es la frecuencia natural de vibración del sistema suelo-pilote-estructura (por el momento se desconoce dicha frecuencia, pero más adelante se determinará su valor).

Llevando la última expresión a la ec (4) se obtiene:

$$EI \frac{\partial^4 y_0}{\partial z^4} = - (kD - m\omega_s^2) y_0 \quad (15)$$

La solución a esta ecuación es:

$$y_0 = e^{\beta z} (A \cos \beta z + B \sin \beta z) + e^{-\beta z} (C \cos \beta z + D \sin \beta z) \quad (16)$$

donde:

$$\beta = \left[\frac{1}{4EI} (kD - m\omega_B^2) \right]^{1/4} \quad (17)$$

(Obsérvese que este parámetro está también relacionado a las rigideces del suelo y del pilote)

Así pues, la solución más general de la ec (4) es:

$$y_0 = e^{\beta z} (A \cos \beta z + B \operatorname{sen} \beta z) + e^{-\beta z} (C \cos \beta z + D \operatorname{sen} \beta z) - u_0 \left[1 + \frac{kD (\cos \delta z + \tan \delta H \operatorname{sen} \delta z)}{m\omega^2 - kD - EI \delta^4} \right] \quad (18)$$

Los coeficientes A, B, C y D de esta ecuación dependen de las condiciones de frontera. Para el caso en que se desee conocer el efecto que produce una perturbación sísmica sobre el sistema suelo-pilote, un ejemplo de estas condiciones de frontera es el siguiente:

$(y)_{z=0} = u_g$ (19-1) significa que el pilote se mueve en su base junto con la roca

$(EI \frac{\partial^2 y}{\partial z^2})_{z=0} = 0$ (19-2) significa que el pilote está articulado a su base

$(\frac{\partial y}{\partial z})_{z=H} = 0$ (19-3) significa que no existe rotación del pilote en su extremo superior

$(EI \frac{\partial^3 y}{\partial z^3})_{z=H} = (M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2})_{z=H}$ (19-4) condición frontera establecida previamente mediante la ec (5)

Establecidas así las cuatro condiciones de frontera, se determinan los valores de estos coeficientes y la respuesta de todo el sistema quedará dada en términos de la frecuencia de excitación.

En cuanto a la frecuencia natural del sistema masa-suelo-pilote, su determinación puede lograrse a partir de la ec (16) y nuevamente de las condiciones de frontera que se tengan. Por ejemplo, para las condiciones señaladas por las

ecs (19), esta frecuencia se determina como sigue:

- De la condición 19-1, se obtiene:

$$A = -C$$

20-1

- De la condición 19-2,

$$B = D$$

20-2

- De la condición 19-3,

$$A = \frac{\text{sen } BH \text{ senh } BH + \text{cos } BH \text{ cosh } BH}{\text{sen } BH \text{ senh } BH - \text{cos } BH \text{ cosh } BH}$$

20-3

Para la condición dada por (5), se obtiene primeramente

$$(EI) \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} e^{i\omega t} = EI \frac{\text{sen } BH \text{ senh } BH - \text{cos } BH \text{ cosh } BH}{\text{sen } BH \text{ senh } BH + \text{cos } BH \text{ cosh } BH}$$

20-4

Por otro lado se tiene que

$$(M) \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} e^{i\omega t} = - (M\omega^2) Y e^{i\omega t} e^{-z/H}$$

20-5

Llevando así las ecuaciones 20-4 y 20-5 en la expresión (5), se obtiene:

20-6

$$- M\omega^2 Y e^{i\omega t} = - 2M\omega^2 B e^{i\omega t} \frac{\text{sen } BH \text{ senh } BH \text{ cosh } BH - \text{cos } BH \text{ cosh } BH}{\text{sen } BH \text{ senh } BH + \text{cos } BH \text{ cosh } BH}$$

Igualando así las ecuaciones 20-4 y 20-6, y despejando el valor de ω , se obtiene que la frecuencia natural está dada por:

$$\omega_s = \sqrt{\frac{K_d}{M}} \quad (21)$$

donde:

$$K_d = 4EI \beta^3 \frac{\sinh^2 \beta H + \cos^2 \beta H}{\sinh \beta H \cosh \beta H - \sin \beta H \cos \beta H}$$

valor que corresponde a la rigidez equivalente del sistema suelo-pilote

Para otras condiciones de frontera se pueden obtener, de manera análoga, rigideces equivalentes.

IV. CONSIDERACIONES PRACTICAS

Existen varios aspectos prácticos importantes que se pueden, por un lado, deducir del análisis teórico simplista señalado, y por el otro, tomar en cuenta (y mantener al menos en mente) siempre que se desea hacer consideraciones más realistas acerca de: a) comportamiento y características del suelo, b) interacción suelo-pilote, y c) características de las solicitaciones sísmicas.

a) Implicaciones del análisis teórico

Veamos primeramente las consideraciones prácticas que se pueden deducir de los resultados señalados en la sección anterior. Según allí se indicó, en general los pilotes bajo cargas de sismo están sujetos a dos tipos de efectos: uno se refiere a la acción del suelo sobre la superficie del pilote y el otro a la acción inicial de la superestructura sobre la cabeza del pilote.

Refiriéndonos al primero de estos efectos, frecuentemente ignorado en el análisis dinámico de pilotes sujetos a perturbaciones sísmicas, se puede pensar que existen dos extremos, entre los cuales habría un rango de transición. Estos dos extremos son: o el pilote se comporta como elemento flexible y sigue los desplazamientos del terreno, o el pilote se comporta como elemento rígido y tiende a permanecer fijo mientras el suelo que lo rodea se mueve a su alrededor. Sin embargo, de acuerdo con la Ref 17, en la mayor parte de los casos prácticos los pilotes caen dentro de la categoría de elementos flexibles (no así las pilas y cilindros que sí pueden tener un comportamiento rígido), por lo que en general se pueden considerar como tales.

En lo que se refiere al segundo de los efectos señalados, es decir, el de la superestructura, puede decirse que ésta induce momentos flexionantes y esfuerzos cortantes muy importantes en la cabeza de los pilotes y que, dependiendo de su posición relativa respecto al centroide de la cimentación, puede originar esfuerzos dinámicos adicionales de compresión o tensión por efecto de cabeceo (que también pueden ser muy importantes).

Lo anterior conduce a las siguientes implicaciones, esenciales en el diseño:

1) Considerando que los pilotes siguen al suelo, la presencia de estos no reduce significativamente los movimientos horizontales de una superestructura, aunque sí pueden tener influencia en el cabeceo. Desde este punto de vista, si se desea proteger la superestructura contra movimientos horizontales, es mejor encajonar ésta dentro del terreno de cimentación y restringir tales movimientos a través de empujes pasivos del suelo.

2) Desde el punto de vista de terreno de cimentación, el comportamiento de los pilotes será muy diferente dependiendo del comportamiento dinámico que

dicho terreno tiene al sujetársele a movimientos sísmicos. Por ejemplo, el comportamiento de un pilote apoyado o incrustado en un estrato de gravas donde exista una rápida disipación de la presión de poro, será muy diferente al caso en que se trate de un estrato de arena fina suelta donde las presiones de agua inducidas por un sismo, son tales que se genera una pérdida sustancial en la resistencia al cortante. (Cabe aquí aclarar que cuando el terreno de cimentación falla por licuación o deslizamiento de taludes, los pilotes en general también fallarán; prueba de ello son las experiencias que se tuvieron en los puentes que fallaron durante los sismos de Alaska y Niigata. Sin embargo, en el análisis que aquí se presenta, se está refiriendo al caso en que el suelo experimenta movimientos, pero no fallas).

Por las mismas razones expuestas, habrá de ser necesario tomar muy en cuenta las grandes curvaturas que tenderán a producirse en las fronteras de estratos con diferentes resistencias.

3) En el diseño de pilotes se deberá considerar que estos tienen que resistir las curvaturas inducidas por el movimiento del suelo; para ello bastará determinar los máximos desplazamientos que experimentará el perfil de suelos durante el sismo de diseño. Actualmente existen, para el cálculo de estos desplazamientos en diferentes tiempos durante un temblor, programas de computadora de sistemas discretizados o de elemento finito, en los que se considera la compatibilidad que debe existir en el nivel de deformaciones con el coeficiente de amortiguamiento y el módulo al cortante. Ejemplos de ellos pueden verse en las referencias 18, 19, 20 y 21.

Una vez determinada la curva de los desplazamientos máximos, el análisis de curvatura se puede hacer mediante el uso de las relaciones señaladas en

la fig 4, extraída de la Ref 22. El punto que presenta mayor curvatura será el que rija el diseño. Un ejemplo de curvas de desplazamiento y curvatura a lo largo de un pilote se da en la fig 5.

Para dar idea de los radios de curvatura (curvatura = $\frac{1}{R}$; R=radio de curvatura) que pueden originar los sismos, la Ref 8 proporciona la siguiente información: "Para un sismo de magnitud menor a 6, los radios de curvatura serán del orden de 300 metros, pero para sismos de magnitud ≥ 8 , R puede ser hasta de 70 m".

4) Puesto que el momento de curvatura de un pilote dentro del rango elástico (rango requerido para que el pilote no falle), está dado por EI/R (E,I=propiedad del pilote), puede decirse que, para un mismo radio de curvatura y un mismo material de pilote, el momento de curvatura que se induce en el pilote es considerablemente menor a medida que el diámetro del mismo disminuye. Esto resulta lógico si se considera que a menor diámetro el pilote es más flexible, y por tanto soporta mejor los momentos sísmicos.

En base a esta consideración, puede afirmarse que desde el punto de vista de comportamiento sísmico, es recomendable utilizar pilotes de menor diámetro en vez de mayor diámetro. Desde luego que al utilizar pilotes de menor diámetro, el número de éstos será mayor ya que la capacidad de carga vertical será menor.

5) Considerando que los efectos de la superestructura sobre el pilote se transmiten a través de la cabeza de éste, se deberá hacer un análisis muy cuidadoso de las uniones y de los esfuerzos que precisamente se tengan al nivel del extremo superior del pilote.

6) En cuanto al tipo de pilote que más se recomienda utilizar en áreas sísmicas, las implicaciones anteriores nos señalan que deberá dársele preferencia al pilote de mayor ductilidad (mayor capacidad de deformarse sin fallar). Algunas recomendaciones para el diseño estructural de pilotes de concreto se dan en la fig 6; de éstas la que quizá ofrezca mayor garantía para aumentar la ductilidad, es la de disminuir la distancia entre estribos (desde luego no al grado de que se impida pasar el concreto entre uno y otro).

b) Consideraciones realistas del suelo y su interacción con el pilote

Existen varias consideraciones muy importantes que se deberán hacer acerca del suelo, siempre que se desee efectuar un análisis más detallado y definitivo sobre el comportamiento de los pilotes. Estas consideraciones son las siguientes:

1. Las características y propiedades de los suelos que generalmente se encuentran en los casos reales son variables con la profundidad; es más bien una excepción encontrarse con un suelo homogéneo y resulta muy común el tener suelos estratificados.
2. Se debe tener en cuenta la no linealidad y el comportamiento inelástico que tienen los suelos cuando se les sujeta a grandes deformaciones como las que ocurren durante sismos de intensidad ≥ 7 . La fig 7 muestra las curvas esfuerzo-deformación obtenidas de los resultados sobre una probeta de suelo que fue sometida a cargas cíclicas de cortante; obsérvese la variación del módulo dinámico y el amortiguamiento equivalentes con el nivel de deformaciones.
3. En suelos superficiales blandos y muy blandos (como es la parte superior del fondo marino en el Golfo de México), donde los esfuerzos de confina-

miento son pequeños y se aplican cargas cíclicas a los pilotes, existe una tendencia a originar una zona de debilidad observada en las curvas de esfuerzo deformación como la indicada en la fig 8. A medida que se aumenta la profundidad del suelo que se analiza, los esfuerzos de confinamiento son mayores y por tanto mayor es también la resistencia del suelo dentro de dicha zona. (fig 9); existe desde luego una profundidad a la cual ya no se presenta esta zona de debilidad.

4. El comportamiento de un suelo cohesivo y el de un material sin cohesión pueden ser muy diferentes cuando a ambos se les somete a cargas cíclicas dinámicas. Mientras que a un suelo cohesivo blando que se le somete a esfuerzos cortantes cíclicos lo conducen a una disminución en su resistencia por efecto de fatiga, en un material arenoso suelto el efecto cíclico se puede transformar en una densificación si existe drenaje (o en un problema de licuación si existe una tendencia a la disminución de hoquedades y no hay una rápida disipación de la presión de poro que se origina).

Una forma de involucrar estas consideraciones en el análisis sísmico de pilotes, es a través del modelo histerético señalado por Matlock y Foo (Ref 24). Las características más importantes de dicho modelo se describen en la siguiente sección.

c) Consideraciones sísmicas

Al igual que cualquier otro problema del tipo estructural donde se debe hacer un análisis sísmico, en el estudio de pilotes se debe definir la magnitud y las características del sismo de diseño, así como la forma como se aplicarán las sollicitaciones dinámicas del temblor. Como este tema es muy extenso y

se encuentra ampliamente tratado en otras publicaciones (Refs 18, 25, 26, 27, 28 y 29), aquí sólo se mencionarán un par de procedimientos para involucrar las solicitaciones sísmicas en el análisis de pilotes.

Tomando en cuenta que se puede suponer que los movimientos del terreno no son afectados por la presencia de los pilotes, la forma de introducir las solicitaciones sísmicas de entrada en este análisis es determinando los desplazamientos del suelo a lo largo del pilote. Esto se puede hacer de las siguientes maneras:

- a) Calculando en varios puntos a lo largo del pilote los valores de desplazamiento *VERSUS* tiempo como una superposición de movimientos senoidales que varían en amplitud, período y desplazamiento. La información en los puntos localizados entre aquellos donde se hizo el cálculo de los desplazamientos, se hace a través de una interpolación lineal.
- b) Describiendo los valores de los desplazamientos *VERSUS* tiempo mediante un arreglo numérico de manera que los valores de entrada varíen libremente en tiempo y distancia; estos valores de entrada se aplican en puntos seleccionados y se hace una doble interpolación para los puntos que quedan entre ellos.

V. ALGUNOS METODOS EMPLEADOS PARA EL ANALISIS DE INTERACCION SUELO-PI- LOTE-ESTRUCTURA

Como señala H. Tajimi en su estado del arte que presentó en Tokio en 1977, acerca de los efectos sísmicos en los pilotes, existen dos grupos en los que se pueden agrupar los métodos que se usan en la práctica para el análisis dinámico de pilotes:

1. El método que sustituye a los pilotes por resortes y amortiguadores cuyos parámetros se estiman mediante los procedimientos convencionales (Ref 31); estos resortes y amortiguadores representan la resistencia de la cimentación piloteada a los desplazamientos y giros en su parte superior, es decir, al nivel de la base de la superestructura. El movimiento sísmico de los pilotes se obtiene suponiendo que los pilotes siguen el movimiento del suelo, mientras que el del sistema suelo-pilote-estructura se obtiene aplicando el sismo de entrada al nivel de la cimentación como se indica en la fig 10 (Ref 32); el sismo de entrada se determina mediante la teoría de amplificación de ondas cortantes.

Las ventajas que tiene este método es la posibilidad de involucrar, en las rigideces y amortiguamientos contra el cabeceo y los movimientos horizontales, la resistencia lateral que ofrecen las paredes y otros elementos encajonados dentro del suelo. Además, el método permite emplear análisis de amplificación mediante idealizaciones de masas concentradas y resortes de cortante que pueden tener un comportamiento no lineal. Como desventajas del método, se pueden señalar la falta de una buena aproximación cuando los parámetros que gobiernan los resortes y amortiguadores no son apropiadamente seleccionados, y la de obtener resultados que generalmente son muy conservadores.

2. El método que se basa en el modelo de Winkler y el cual consiste en representar al suelo por sistemas de masas que van unidas mediante resortes y amortiguadores (fig 11); en ocasiones a la superestructura se le representa también por sistemas de masas a fin de integrar el modelo pilote-suelo-estructura (véase fig 12).

Las características de los resortes y amortiguadores que se utilizan en este segundo método están basados en los resultados de las pruebas cíclicas de laboratorio, poniendo especial atención en las curvas esfuerzo deformación (Refs 1 y 14). Este aspecto se analizará más ampliamente cuando se describa el modelo reológico que sugiere H. Matlock (Ref 24).

Existen otros dos procedimientos para el análisis sísmico de pilotes; uno es el que emplea el método del elemento finito en tres dimensiones (Refs 2 y 3), y el otro es el método analítico que sugiere L. Zeevaert (Ref 13). En el primero de estos se puede usar un proceso iterativo para establecer los parámetros representativos del suelo compatibles con los niveles de deformación que se van teniendo a lo largo del pilote en función del tiempo; aunque el método ofrece muchas ventajas (flexibilidad en cuanto a estratigrafía, condiciones de frontera y efecto de encajonamiento entre otros), hoy en día es aún un procedimiento costoso. El procedimiento que sugiere Zeevaert, por otro lado, es un procedimiento práctico relativamente simple que se puede aplicar usando una calculadora de bolsillo; el método consiste básicamente en dividir al pilote en n elementos, analizar las fuerzas dinámicas y desplazamientos que ocurren en cada uno de ellos e integrar los efectos interactivos entre todos y cada uno de estos elementos; este método está ampliamente descrito en la Ref 13.

VI. MODELO REOLOGICO DEL SUELO DE MATLOCK Y FOO

A fin de considerar la no linealidad del suelo y su resistencia inelástica a fuerzas de magnitud semejante a las que ocurren durante sismos medianos y grandes, así como los efectos acumulativos de degradación del suelo sujeto a cargas cíclicas y la separación entre pilotes y suelo cerca de la superfi

cie de este último, Matlock y Foo (Ref 24) proponen un modelo reológico basado en subelementos como los mostrados en la fig 13; en dicha figura se puede observar que la resistencia total para un cierto nivel de desplazamiento, está dado por la suma de las fuerzas que ejercen los subelementos accionados que allí aparecen.

El modelo de soporte histerético de Matlock y Foo permite tener las siguientes opciones o variantes que se pueden aplicar según sea el tipo o parte del problema que se analiza.

- a) *Soporte Elástico-Lineal.* Se usa para facilitar la solución matemática, conocer la diferencia con los análisis no lineales y estimar la aproximación de los sistemas lineales equivalentes. La linealidad elástica se obtiene simplemente fijando un valor constante en la rigidez de los soportes.
- b) *Soporte Inelástico-No Lineal.* La no linealidad y el efecto inelástico se logran estableciendo un listado de pares de valores de fuerzas resistentes y desplazamientos, los cuales definen una curva compuesta de segmentos rectos como los mostrados en la curva de la fig 16, estos pares deben ser tomados en cuenta internamente por el programa de computadora que se use para esta clase de análisis.
- c) *Soporte Simétrico en Dos Direcciones.* La fig 14 muestra la curva histerética que se obtiene en un soporte inelástico no lineal cuando se le somete a efectos de carga, descarga y recarga; nótese que la trayectoria seguida por el subelemento No. 1 es 0-3-4-7-4-10, la del elemento No. 2 es 0-2-4-6-7-9-2-4-10 y la del No. 3 es 0-1-4-5-7-8-1-4-10, y que el efecto total de todas estas trayectorias es la representada por la 0-1-2-3-4-5-6-7-8-9-10 .

- d) *Soporte Asimétrico en dos Direcciones.* Este tipo de soporte resulta práctico cuando se consideran resistencias activas y pasivas de un suelo, por ejemplo, contra un muro de retención. La fig 15 muestra una curva de resistencia vs desplazamiento de este tipo para los desplazamientos allí señalados y la fig 16 señala los lazos histeréticos que se obtienen.
- e) *Soporte en una Dirección.* Esta clase de resorte es el que se utilizaría en problemas donde existe resistencia del suelo en una dirección (como puede ser, por ejemplo, la capacidad de punta de pilotes).
- f) *Amortiguamiento Viscoso.* La fuerza debida al amortiguamiento viscoso puede ser lineal o no linealmente proporcional a la velocidad instantánea y actúa en dirección opuesta a dicha velocidad. Este amortiguamiento es considerado por Matlock y Foo asignando, en los datos de entrada, un coeficiente de amortiguamiento viscoso externo que representa los efectos viscosos de resistencia del suelo; este coeficiente se multiplica por la velocidad instantánea del pilote en cada estación donde se ha fijado un determinado valor del coeficiente.
- g) *Efecto del Remoldeo.* Como ya se indicó anteriormente, este efecto tiene lugar cerca de la superficie del suelo donde la presión debida al peso propio del material es pequeña. Dicho efecto es simulado en el modelo de Matlock y Foo mediante el empleo de un elemento como el mostrado en la fig 17. Este elemento se conecta al pilote en una dirección y se desconecta del mismo cuando el pilote se mueve en la dirección opuesta. A fin de controlar la magnitud de la zona remoldeada en las estaciones del pilote, se utilizan tantos elementos de este tipo como se quiera.

h) *Efecto de la Degradación.* Este efecto que se presenta una vez que se ha llegado a la resistencia de fluencia en ambas direcciones; se puede tomar en cuenta a través de cada subelemento considerado como independiente. Para ello se aplica un factor de degradación λ a la resistencia última Q_u de cada subelemento, cada vez que se haya llegado en él a la resistencia plástica en las dos direcciones (fig 18); se utiliza además una resistencia máxima residual Q_{min} a la que se tiende asintóticamente a llegar a medida que la degradación aumenta. Así pues, siempre que se aplica una reducción, la resistencia última existente Q_1 es disminuida al valor de Q_2 de acuerdo con la siguiente relación:

$$Q_2 = Q_1 - \lambda (Q_1 - Q_{min})$$

La fig 18 muestra una representación gráfica de este efecto aplicado en un subelemento. El efecto de endurecimiento se puede tomar en cuenta simplemente haciendo que Q_{min} sea mayor que Q_u .

VII. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Se ha presentado un análisis simple del comportamiento de pilotes sujetos a fuerzas sísmicas donde se demuestra que tales pilotes experimentan dos tipos de efectos: uno debido al movimiento del suelo que rodea el pilote y el otro debido a la inercia de la superestructura durante la ocurrencia del sismo.

El análisis teórico mostró también que cuando la rigidez del pilote es relativamente chica con respecto al suelo ($\lambda = \frac{kDH^4}{4EI} > 10$), el pilote sigue el movimiento del suelo y su presencia no afecta los movimientos horizontales de la estructura: por el contrario, cuando el pilote tiene un comportamiento rígi

do ($\lambda < 10$), su presencia altera considerablemente la respuesta de la estructura a la excitación de un sismo.

Se indicó la necesidad de diseñar los pilotes de manera que resistan las curvaturas inducidas por los movimientos del suelo, en particular aquellas originadas en las fronteras de estratos con propiedades dinámicas muy diferentes. Es por otro lado muy importante revisar y poner especial cuidado en el diseño de las uniones de la cabeza del pilote con la losa de cimentación o zapata; es a través de esa parte donde se transmiten las fuerzas dinámicas inducidas por la inercia de la superestructura.

Se estableció la importancia que tiene el comportamiento dinámico de un suelo en el estudio de la interacción suelo-pilote; mientras en una arena fina se pueden tener problemas de licuación, en el caso de una arcilla se puede tener una pérdida en la resistencia por el efecto de la fatiga provocada por fuerzas cíclicas.

Existen métodos racionales para el análisis de pilotes sujetos a cargas de sismo. El método que sustituye la cimentación piloteada por un sistema de resortes y amortiguadores, así como el que se basa en el modelo de Winkler representando al suelo y al pilote por una serie de masas concentradas que van unidas a resortes y amortiguadores, son los dos métodos que más se aplican en los Estados Unidos de Norteamérica y Japón. En México sin embargo, el método que más se usa es el recomendado por el profesor Zeevaert.

Se mostró la versatilidad del modelo reológico propuesto por Matlock y Foo, señalando su aplicación a problemas prácticos encontrados particularmente en cimentaciones para plataformas marinas. Este último método es definitivamente el que mejor puede simular la interacción suelo-pilote durante la ocurrencia de un sismo.

REFERENCIAS RELACIONADAS AL COMPORTAMIENTO
DE PILOTES SUJETOS A SISMOS

1. Sugimura, Y. (1977), "Earthquake Observation and Dynamic Analysis of a Building Supported on Long Piles", Proc. 6th CMIS (Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica), India, Preprints 4, pp 109-114
2. Flores-Berrones, J.R. (1977), "Respuesta Dinámica de Pilotes de Punta Sujetos a Sismos", Publicación No. 1, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Sección de Mecánica de Suelos, UNAM
3. Hisada, et al (1973), "Dynamic Response of Buildings Supported on Piles Extending Through Soft Alluvial Subsoil layers", Kajima Institute of Construction Technology, Japan
4. Tajimi, T., et al (1965), "Vibrational Properties and Earthquake Response of Tall Buildings, Supported with Caisson or Piles", Proc. 3a. CMIS, Vol. 1, Nueva Zelanda, pp 173
5. Blaney, G.E., Kausel, E., and Roesset, J.M. (1976), "Dynamic Stiffness of Piles", Numerical Methods in Geomechanics, Vol. II, ASCE, pp 1001-1012
6. Kubo, L. (1969), "Vibrational Test of a Structure Supported by Pile Foundation", Proc. 4th CMIS, Vol. III, Chile, pp A-6-1
7. Minami, J.K. and Sakurai, J. (1974), "Seismic Response of Buildings with and without Basements and Piles", Proc. 5th CMIS, Vol. 1, Roma, pp 1371
8. Yamamoto, S. and Saki, T. (1974), "Earthquake Response of Multi-Story Buildings Supported on Piles", Proc. 5th CMIS, Vol. II, Roma, pp 2910
9. Hayashi, S., (1974), "A New Method of Evaluating Seismic Stability of Steel Pile Structures", Proc. 5th CMIS, Vol. II, Roma, pp 2602
10. Ross, G.A., Seed, H.B., and Migliaccio, R. (1969), "Bridge Foundation Behavior in the Alaska Earthquake", Journal del ASCE, SMF, Div. No. 7, (julio)
11. Japan National Committee on Earthquake Engineering (1965), "Nigata Earthquake of 1964", 3a. CMIS, febrero
12. Fukuoka, M. (1966), "Damage to Civil Engineering Structures", Journal del Japan Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, marzo, pp 43
13. Zeevaert, L. (1972), "Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions", Van Nostrand, pp 559

14. Penzien, J. (1970), "Soil-Pile Foundation Interaction", Cap. 14, Earthquake Engineering, Editado por Wiegel Prentice Hall
15. Tajimi, H. (1969), "Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum", Proc. 4th CMIS, Chile
16. Martin, P. and Seed, H.B. (1979), "Simplified Procedure for Effective Stress Analysis of Ground Response", Journal del ASCE, Geotechnical Eng'g Div. Vol. 105, No. GT6, junio, pp 739-758
17. Flores-Berrones, J.R. (1977), "Respuesta de Pilotes Sometidos a Una Perturbación Sísmica", Revista de Ingeniería, octubre-diciembre, pp 309-317
18. Idriss, I.M. and Seed, H.B. (1968), "Seismic Response of Horizontal Soil Layers", Journal del ASCE, Vol. 94, SM4, julio
19. Idriss, I.M. and Seed, H.B. (1970), "Seismic Response of Soil Deposits", Journal del ASCE, Vol. 96, SM2, marzo
20. Seed, H.B. and Idriss, I.M. (1970), "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis", Informe EERC 70-10, University of California, Berkeley, (diciembre)
21. Schnabel, P.B., Lysmer, J. and Seed, H.B. (1972), "SHAKE, a Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites", Informe EERC 72-12, College of Engineering, University of California, Berkeley, (diciembre)
22. Margason, E. (1975), "Pile Bending During Earthquake", Design, Construction and Performance of Deep Foundation, University of California, Berkeley, (marzo)
23. Flores-Berrones, J.R. (1978), "Comportamiento Dinámico de Suelos", Apuntes de la División de Educación Continua, UNAM
24. Matlock, H. Foo, S.H.C., and Bryant, L. (1979), "Simulation of Lateral Pile Behavior Under Earthquake Motion", SPASM-Workshop, Fugro, Long Beach, California, julio
25. Streeter, V.L., E.B. Wylie, and F.E. Richart (1974), "Soil Motion Computations by Characteristics Method", Proc. ASCE Journal del Geotechnical Div., Vol. 100, marzo, pp 247-263
26. Idriss, I.M., Dobry, R., Doyle, E.H., and Singh, R.D. (1976), "Behaviour of Soft Clays Under Earthquake Loading Conditions", Proc. OTC (Offshore Technology Conf.), 2671, Houston, Tex., mayo
27. Joyner, W.B. and Chen, T.F. (1975), "Calculations of Nonlinear Ground Response in Earthquakes", Bulletin of Seismology Society of America, Vol. 65, No. 5, octubre, pp 1315-1336

28. Inriss, I.M. (1978), "Characteristics of Earthquake Ground Motions", Proc. Earthquake Engineering and Soil Dynamics Conf. Pasadena, Calif., Vol. III, pp 1151-1265
29. Finn, W.D.L., Martin, G.R., and Lee, M.K.W. (1978), "Application of Effective Stress Methods for Offshore Seismic Design in Cohesionless Seafloor Soils", Proc. OTC 3112, Houston, Tex., mayo
30. Tajimi, H. (1977), "Seismic Effects on Piles", Proc. Specialty Session-The Effect of Horizontal Loads on Piles, Due to Surcharge or Seismic Effects, 9th CIMSIC, Tokio, Japon, pp 15-26
31. Flores-Berrones, J.R. (1977), "Parámetros de Diseño en Cimentaciones de Maquinaria", Public No. 389, Instituto de Ingeniería, UNAM
32. Flores-Berrones, J.R. (1977), "Behaviour of End Bearing Piles Under Seismic Forces", Proc. Specialty Session-The Effect of Horizontal Loads on Piles, Due to Surcharge or Seismic Effects, pp 159-164

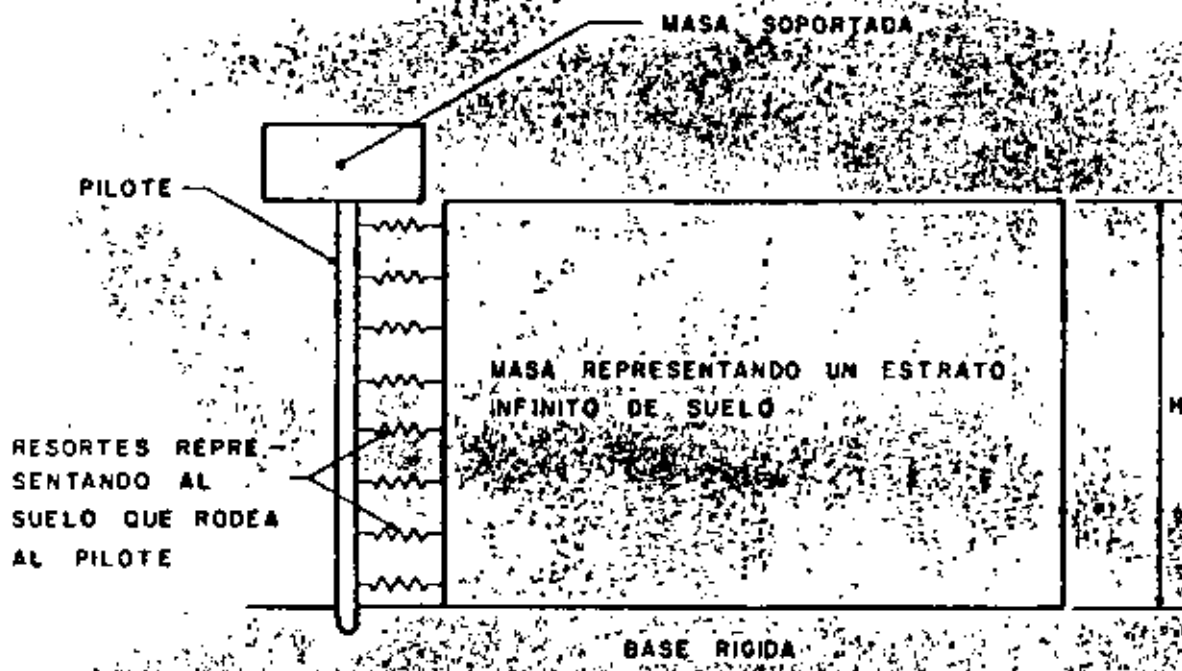
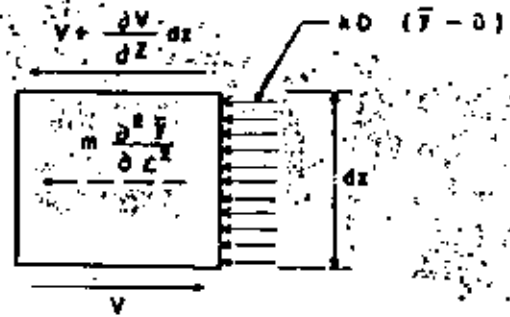
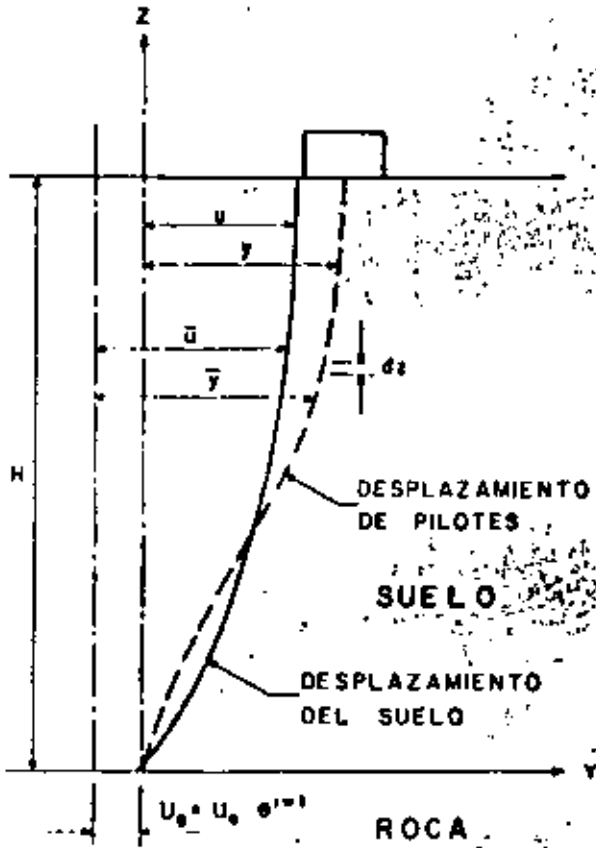


Fig. I MODELO DE RESORTES LATERALES



$$\sum F_y = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} dz + m \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} dz + kD(y - u) dz = 0$$

$$\text{PERO } V = EI \frac{\partial^3 y}{\partial z^3}$$

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} = \left[m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + kD(y - u) \right]$$

Fig. 2 DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

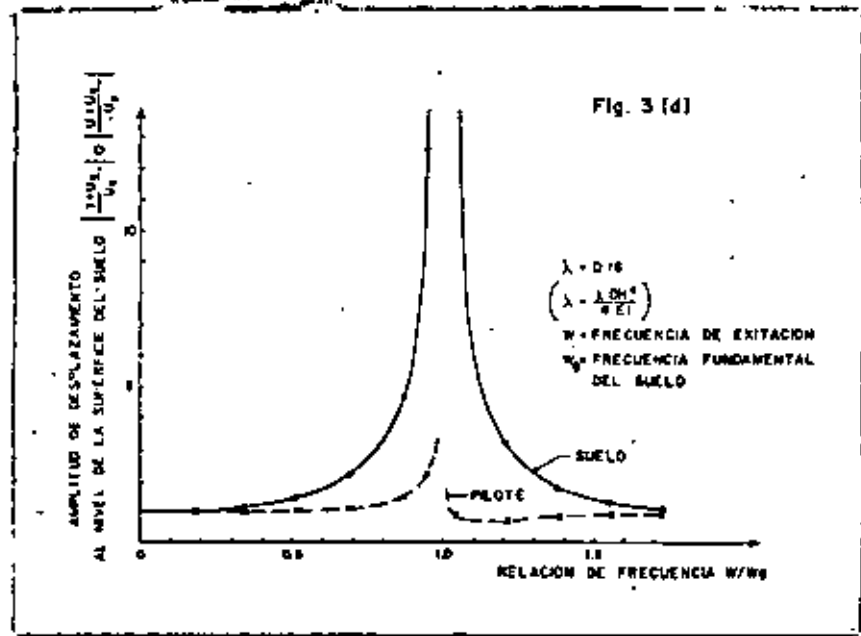
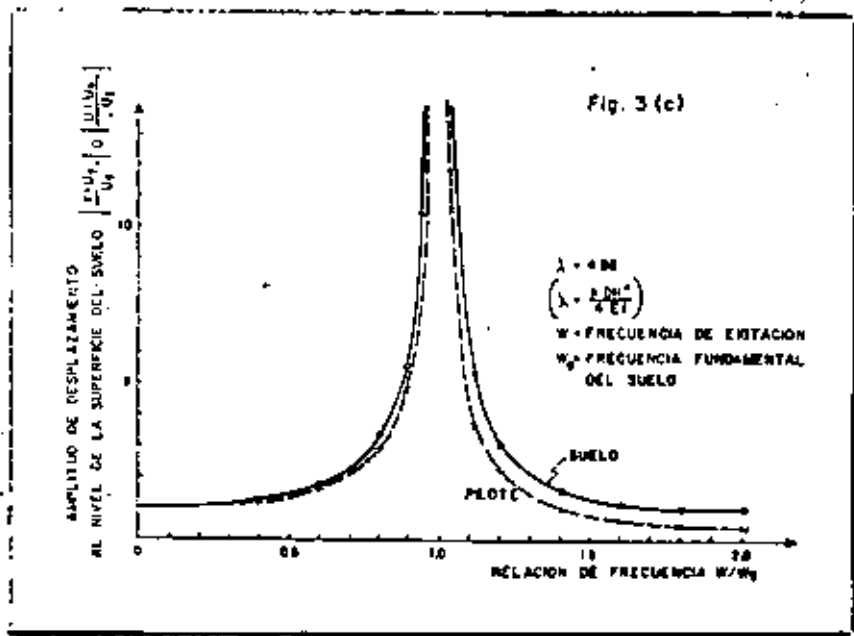
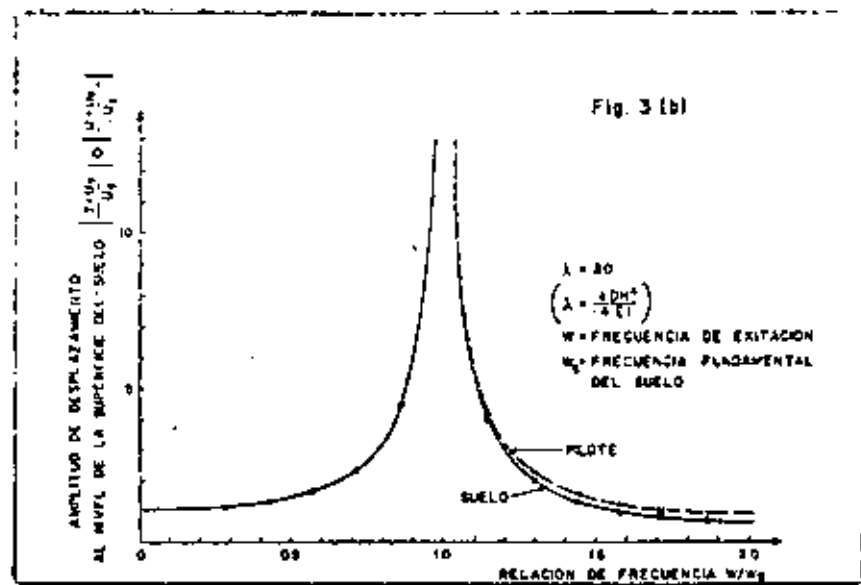
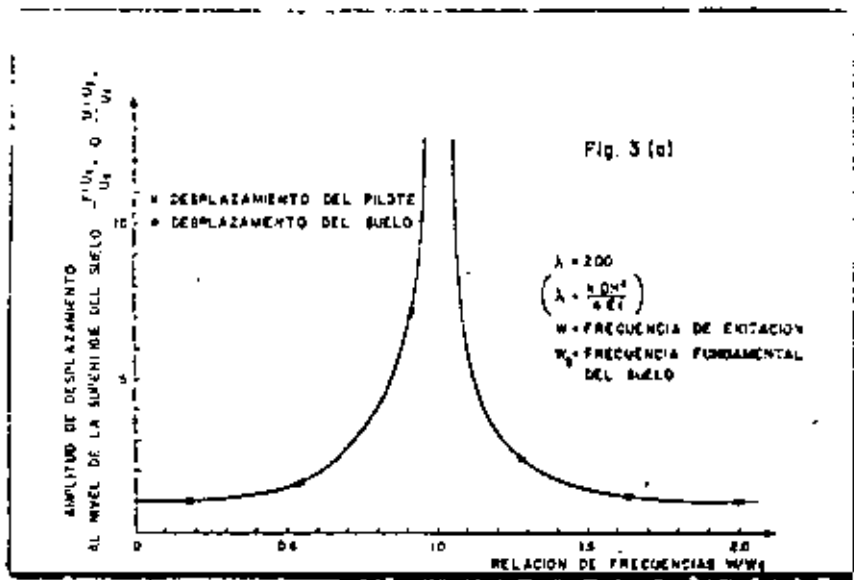
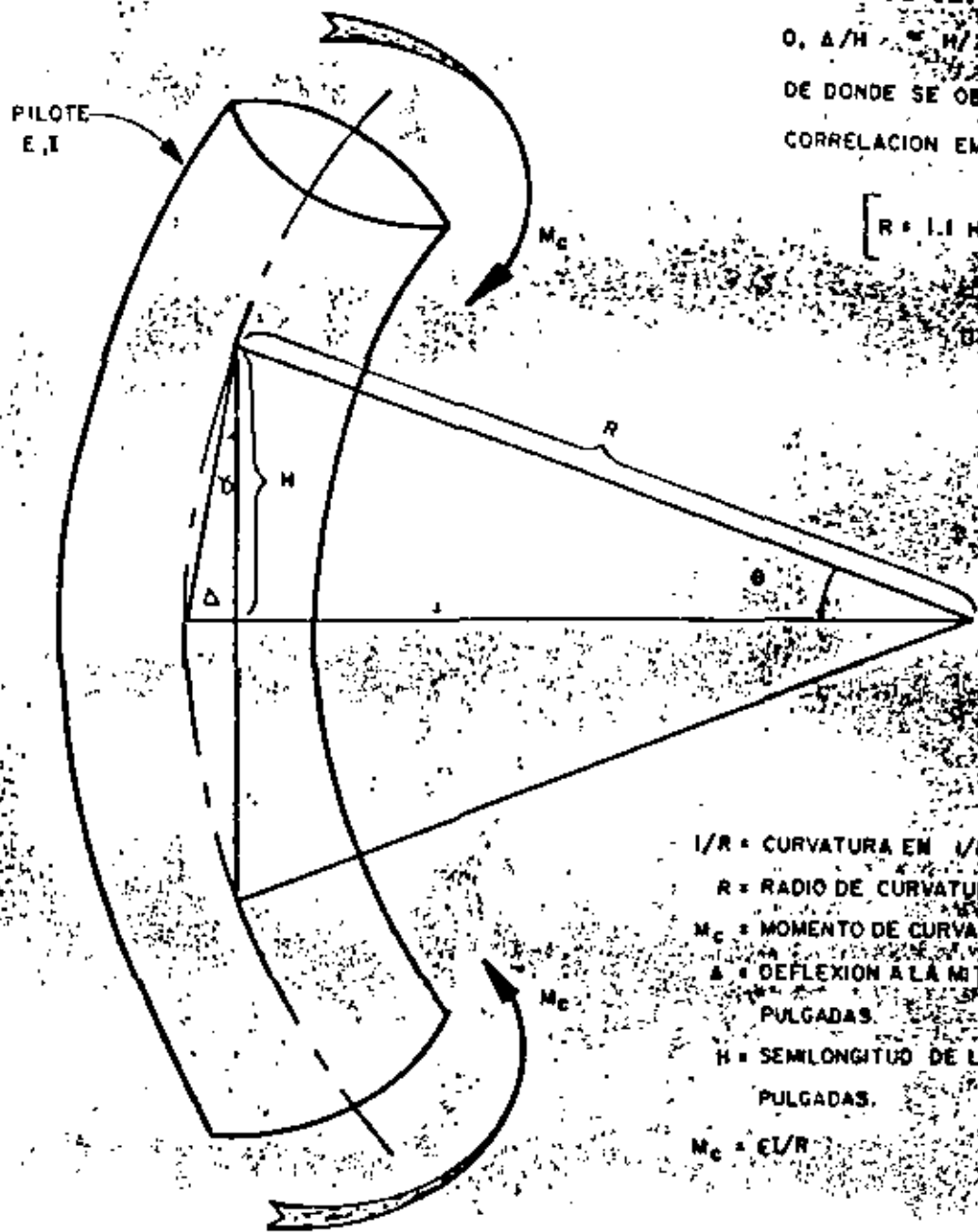


Fig. 3 COMPARACION DE LAS AMPLITUDES DE DESPLAZAMIENTO EN LA SUPERFICIE DEL SUELO ENTRE UN PILOTE SIN CARGA VIRTUAL Y EL SUELO, PARA VARIOS VALORES DE λ



PARA: $5^\circ < \theta < 15^\circ$,

$$\tan \alpha = 1/2 \sin \theta$$

$$O, \Delta/H = H/2R$$

DE DONDE SE OBTIENE LA
CORRELACION EMPIRICA

$$\left[R = 1.1 H^2 / 2\Delta \right] \pm 7\%$$

- $1/R$ = CURVATURA EN 1/PULG.
- R = RADIO DE CURVATURA EN PULGADAS
- M_c = MOMENTO DE CURVATURA EN LB - PULG.
- Δ = DEFLEXION A LA MITAD DEL ARCO EN PULGADAS.
- H = SEMLONGITUD DE LA CUERDA EN PULGADAS.
- $M_c = EI/R$

Fig. -4 RELACIONES ENTRE LA CURVATURA DEL PILOTE,
LA GEOMETRIA DE LA CUERDA Y EL MOMENTO
ELASTICO. (Ref. 22)

DESPLAZAMIENTOS MAX. EN LA SUPERFICIE = 21"

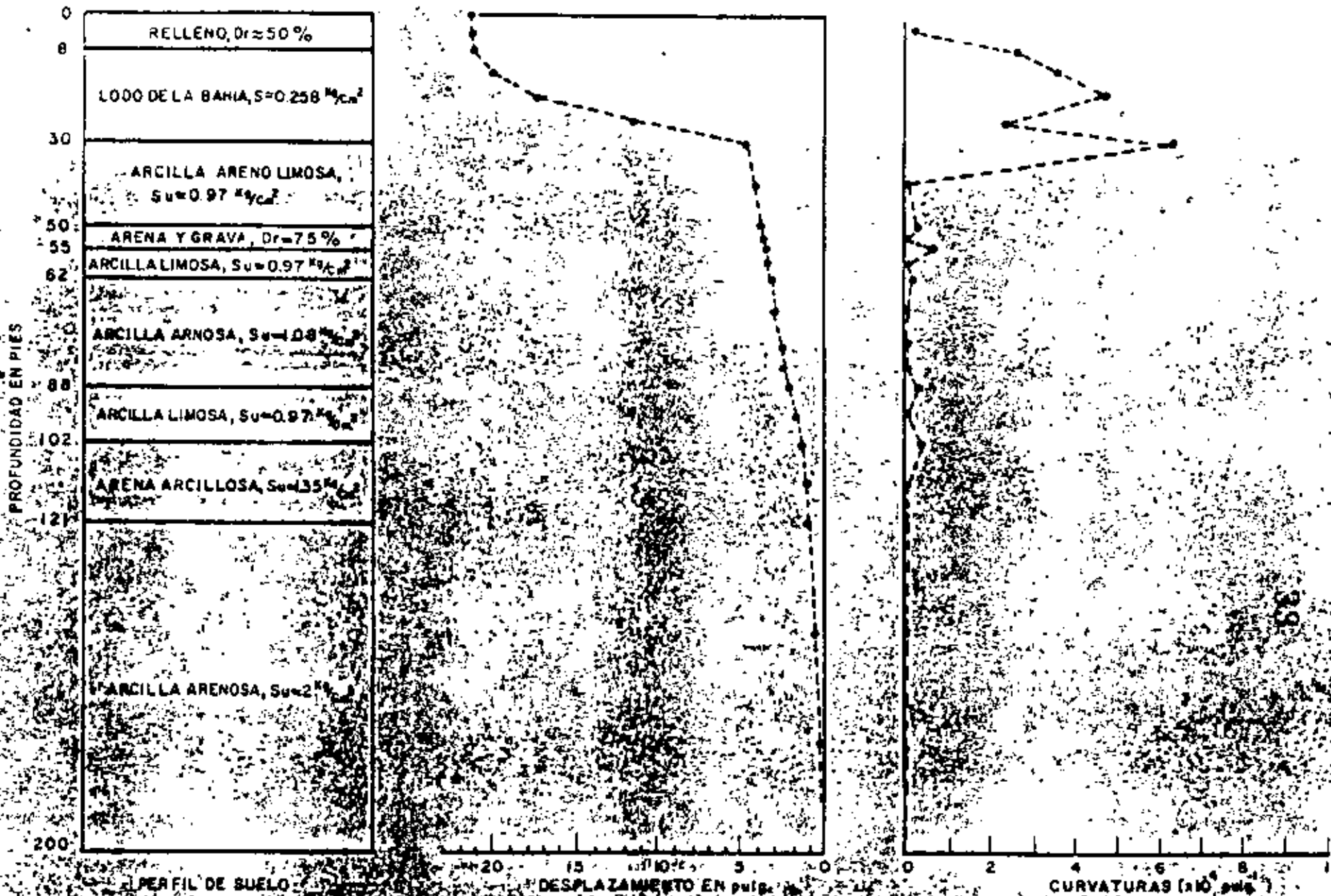


Fig. 5. DESPLAZAMIENTOS Y CURVATURAS EN EL AEROPUERTO DE SAN FRANCISCO, CAL. DURANTE UN SISMO DE MAGNITUD 8 1/4, CON EPICENTRO A 15 Km. DE DISTANCIA

(Ref. 22)

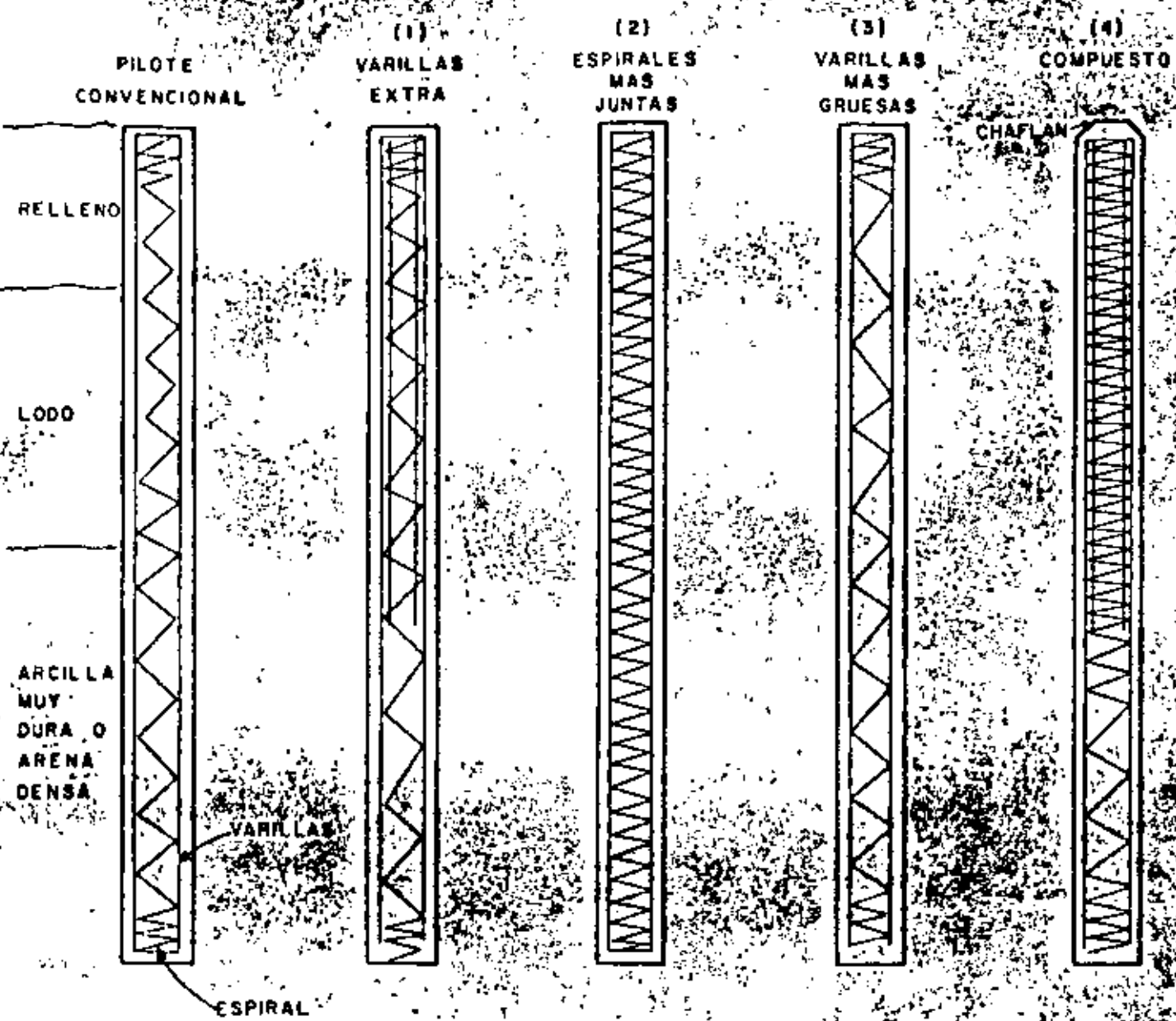


Fig. 6 REFUERZO SUGERIDO EN LOS PILOTES DE CONCRETO PRESFORZADO PARA RESISTIR LOS ESFUERZOS INDUCIDOS POR SISMO (Ref. 22)

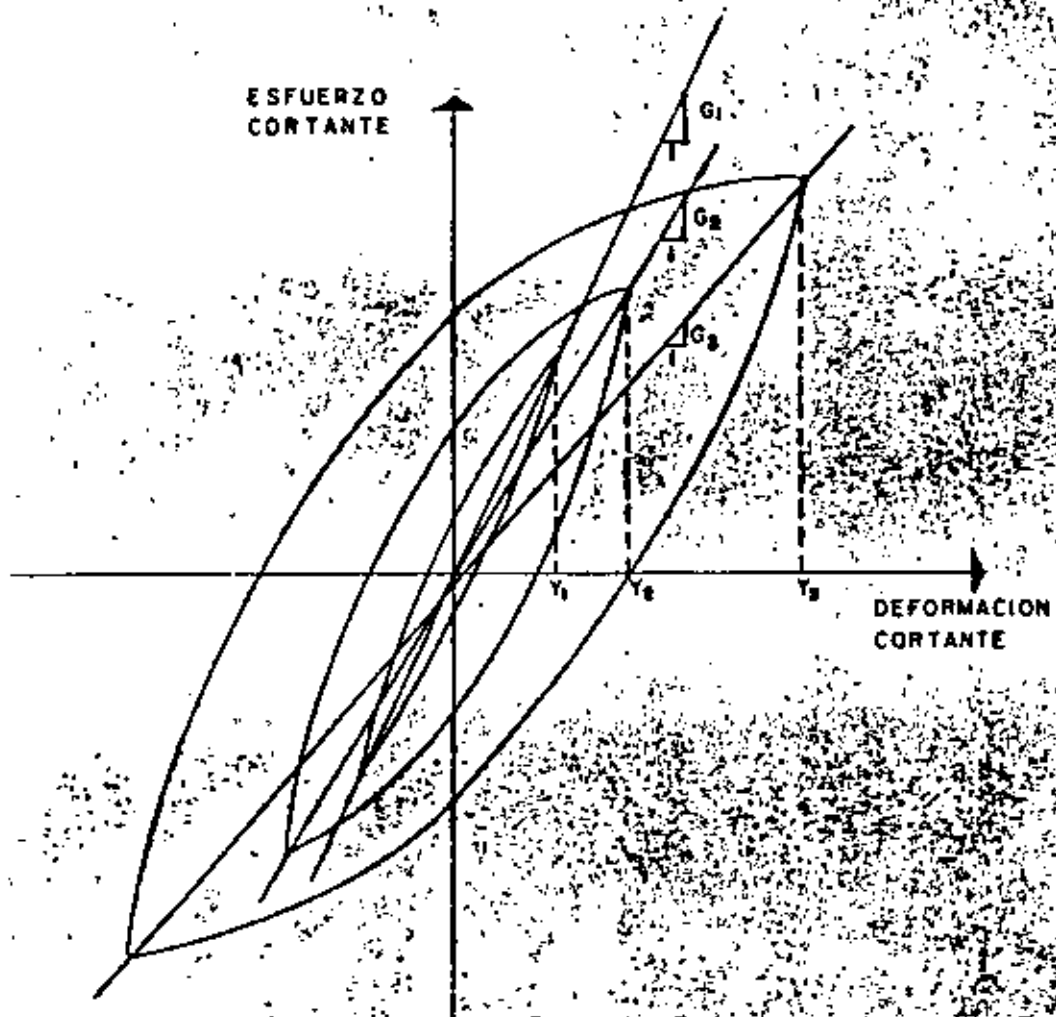


Fig. 7. CURVAS HISTERETICAS ESFUERZO-DEFORMACION EN PRUEBAS TORSIONANTES CICLICAS.

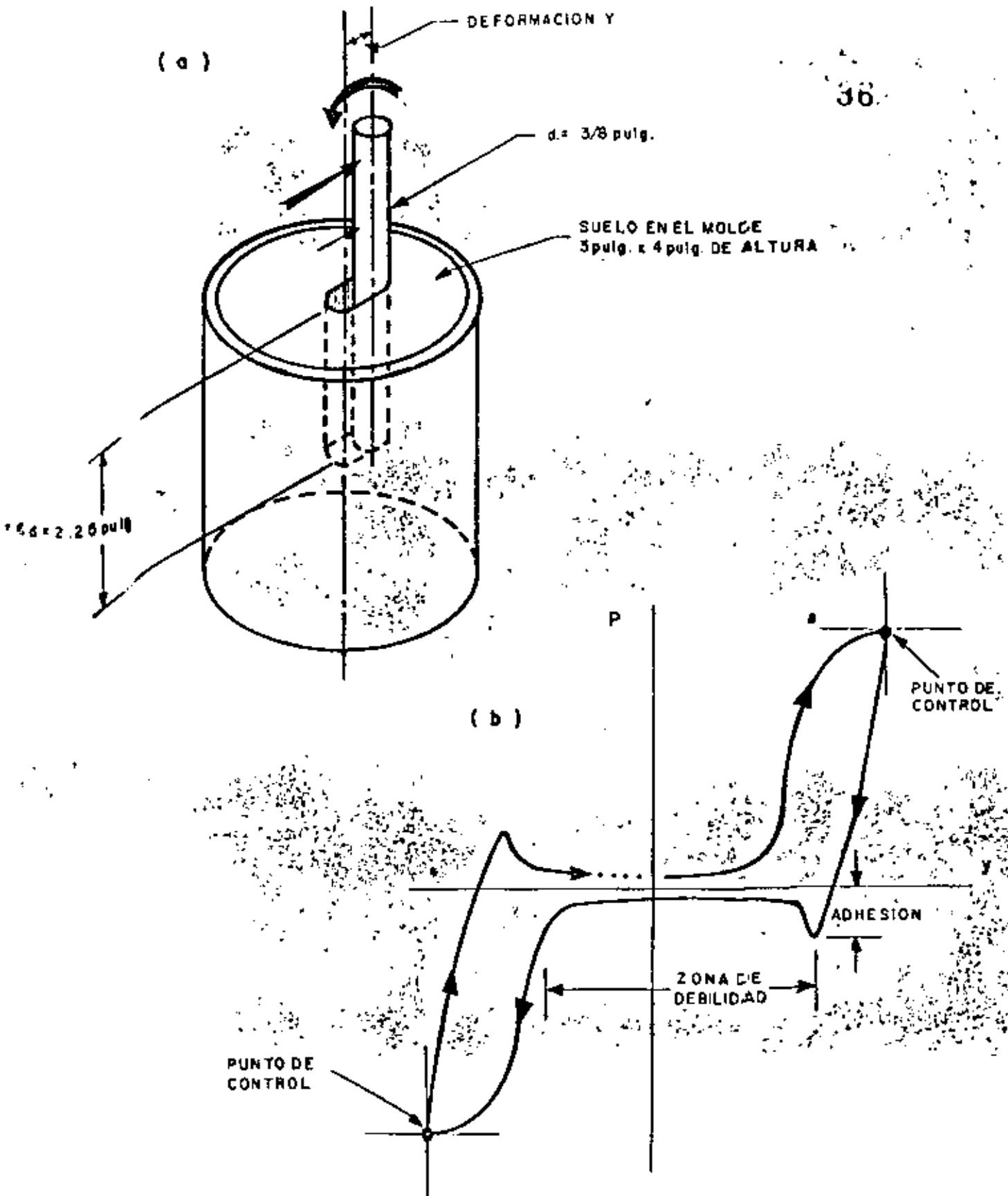


Fig. 8 CURVA DE CARGA DEFORMACION EN UNA PRUEBA SOBRE EL MODELO DE H. MATLOCK, DONDE SE OBSERVA EL EFECTO DE DESPRENDIMIENTO ENTRE PILOTE Y EL SUELO

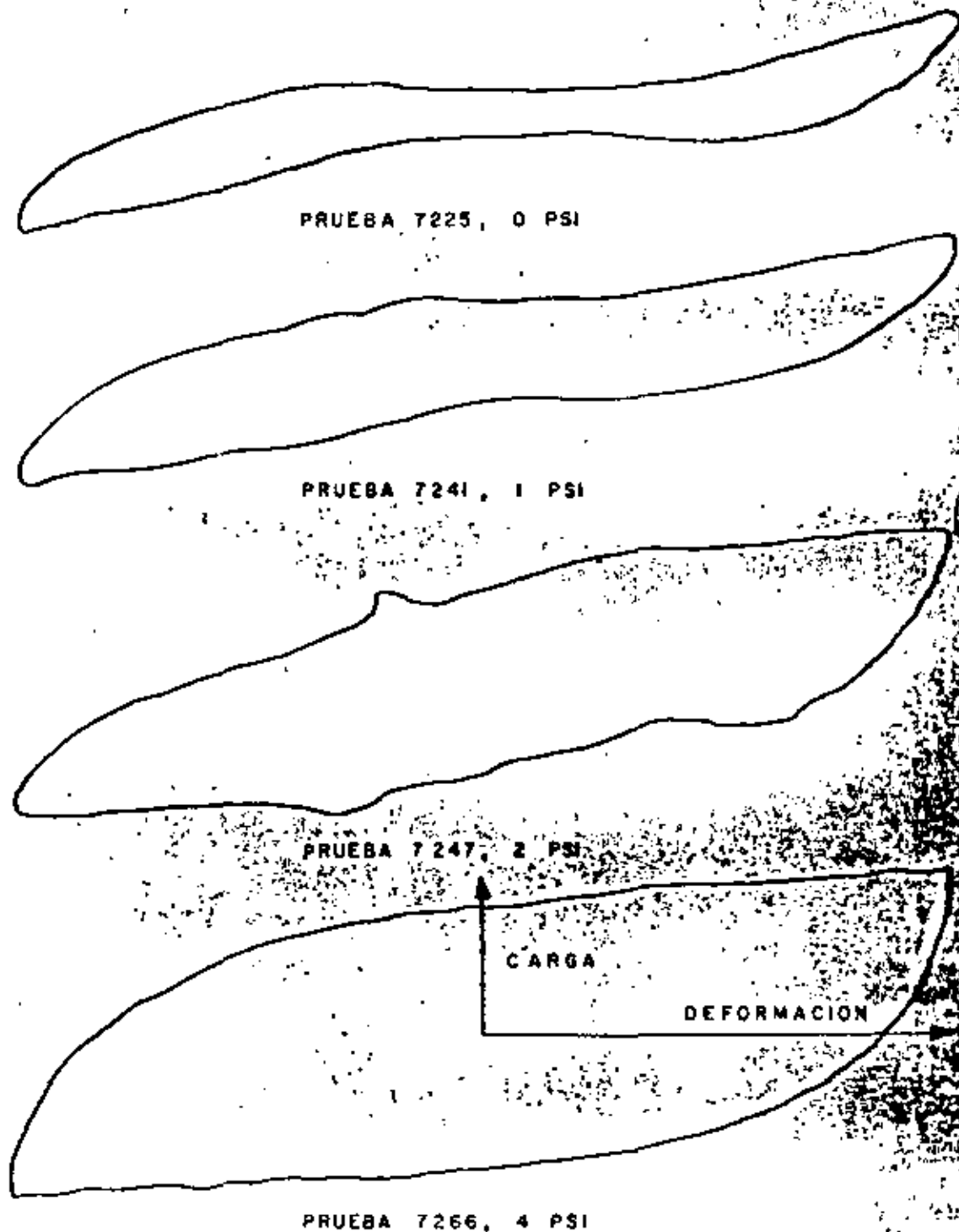


Fig. 9 EFECTOS DE LA PRESION DE CONFINAMIENTO EN LAS CURVAS DE CARGA-DEFORMACION EN UN MODELO DE PILOTE EN ARCILLA BLANDA (Ref. 24)

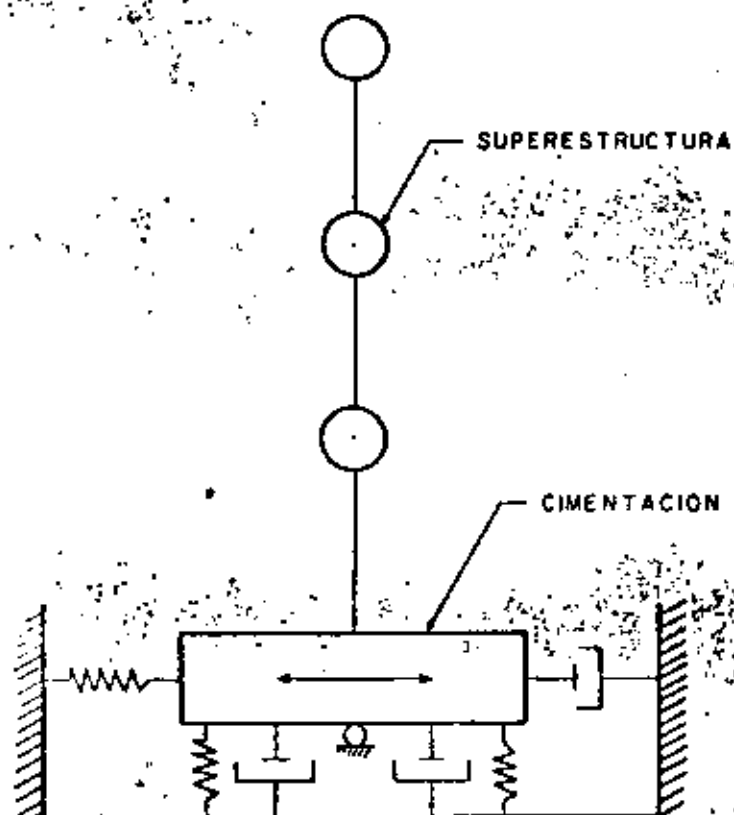


FIG. 10 RESORTES Y AMORTIGUADORES REPRESENTANDO LA RESISTENCIA Y DISIPACION DE ENERGIA PRODUCIDA POR EL SISTEMA PILOTES SUELO

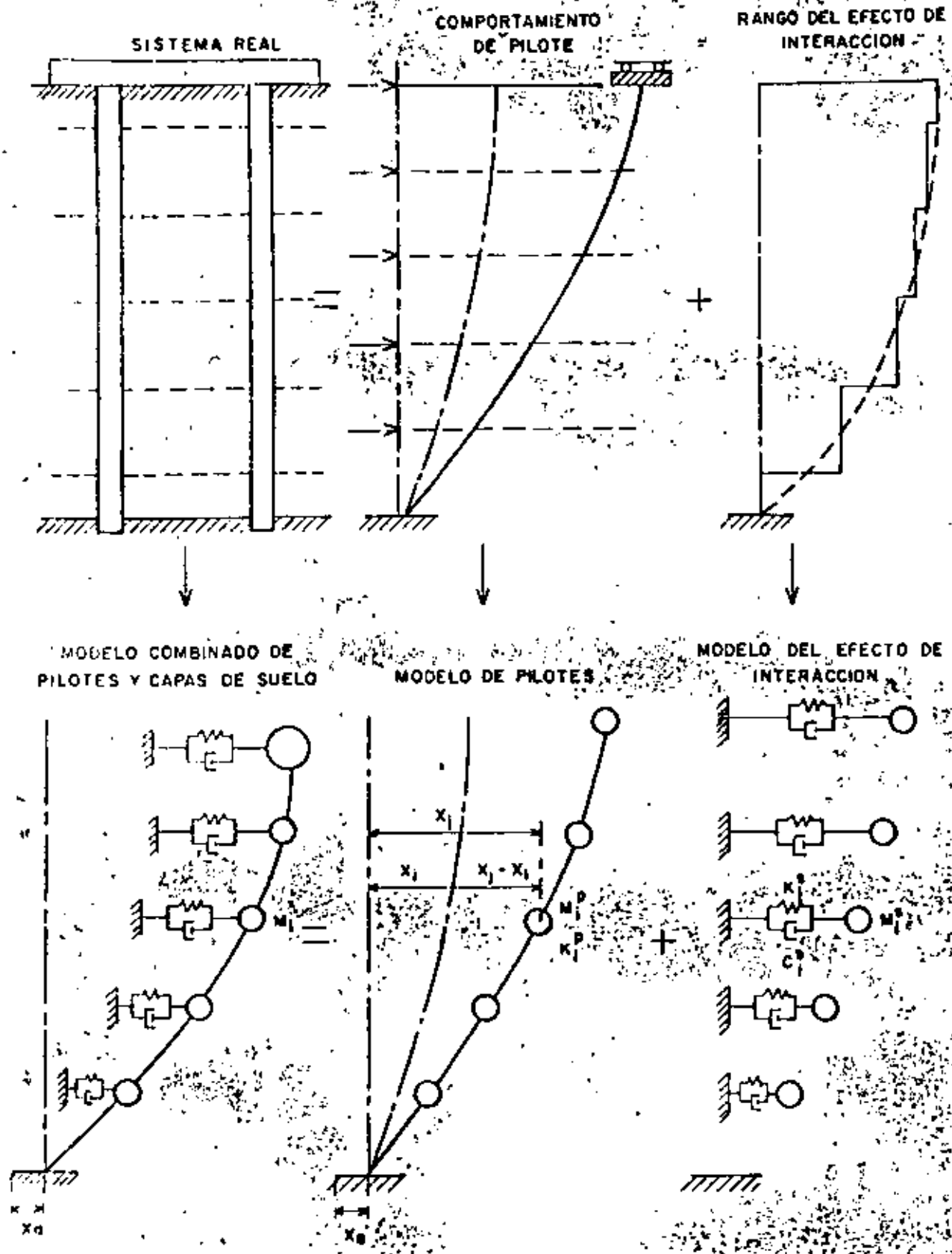


Fig. II. MODELO DEL SISTEMA PILOTE - SUELO (Ref. 1)

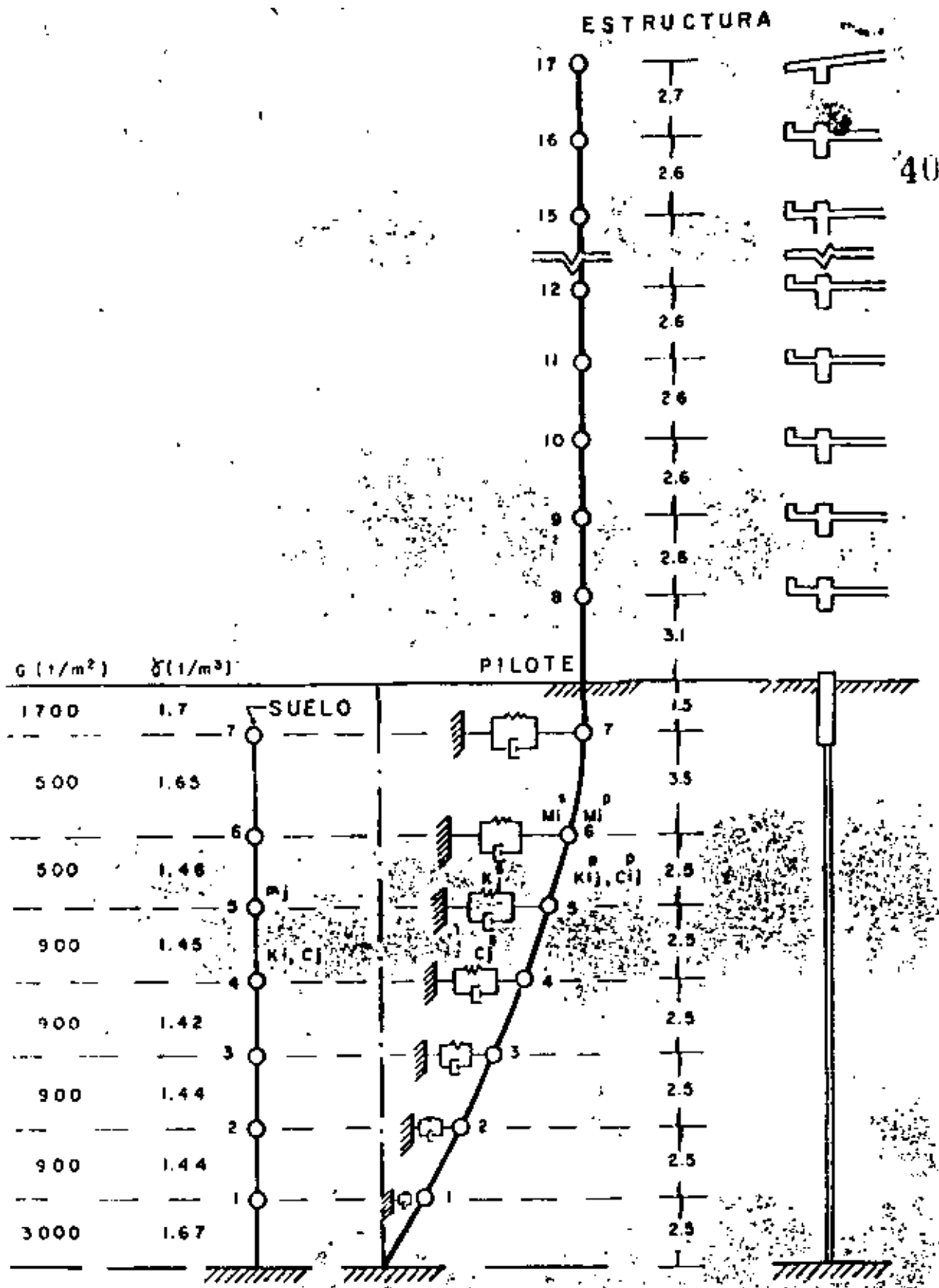


FIG. 12 MODELO DEL SISTEMA PILOTE-SUELO-ESTRUCTURA (Ref. 1)

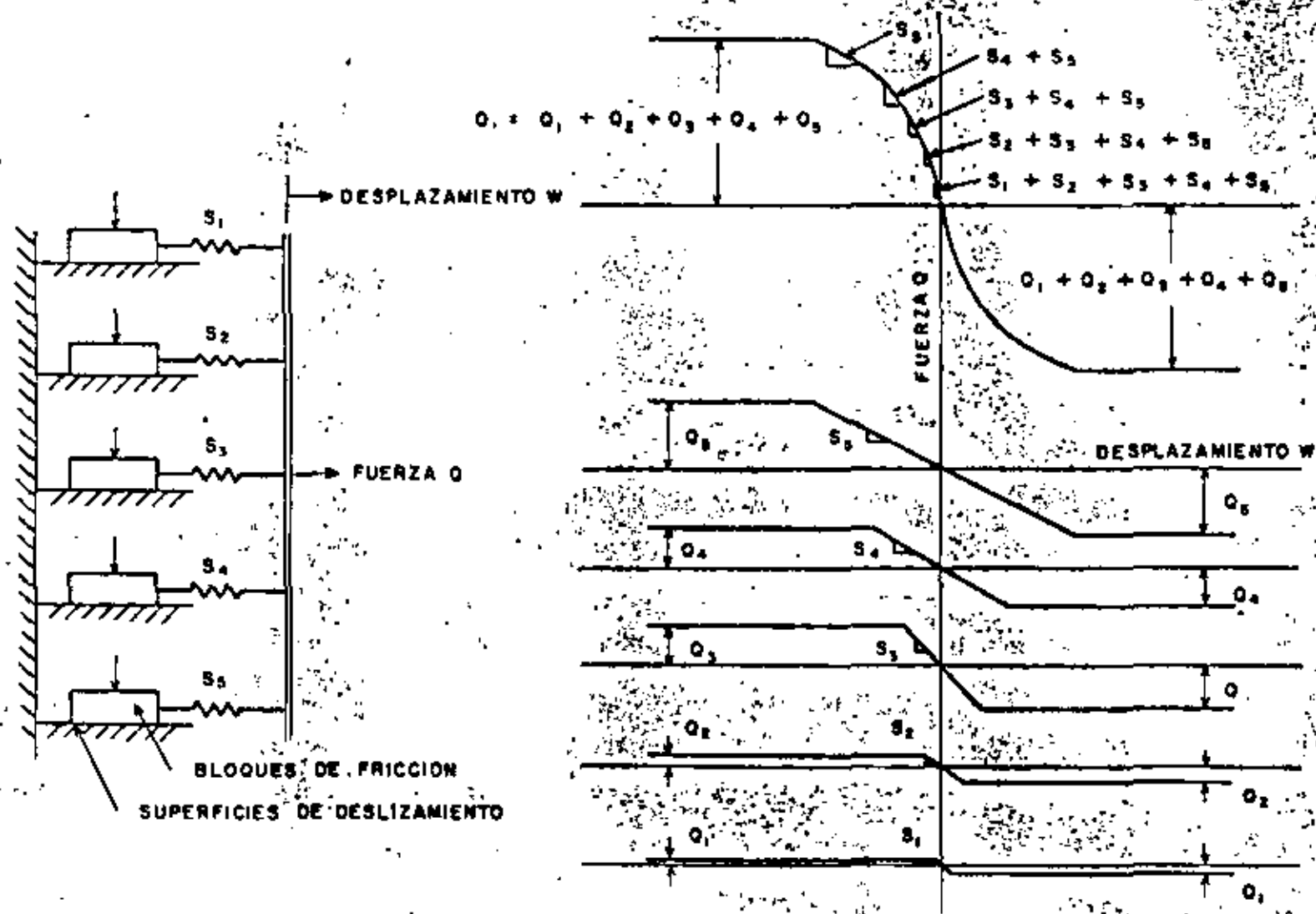


Fig. 13. MODELO DE LOS SUBELEMENTOS EMPLEADOS EN LA TEORIA DE MATLOCK. (Ref. 24)

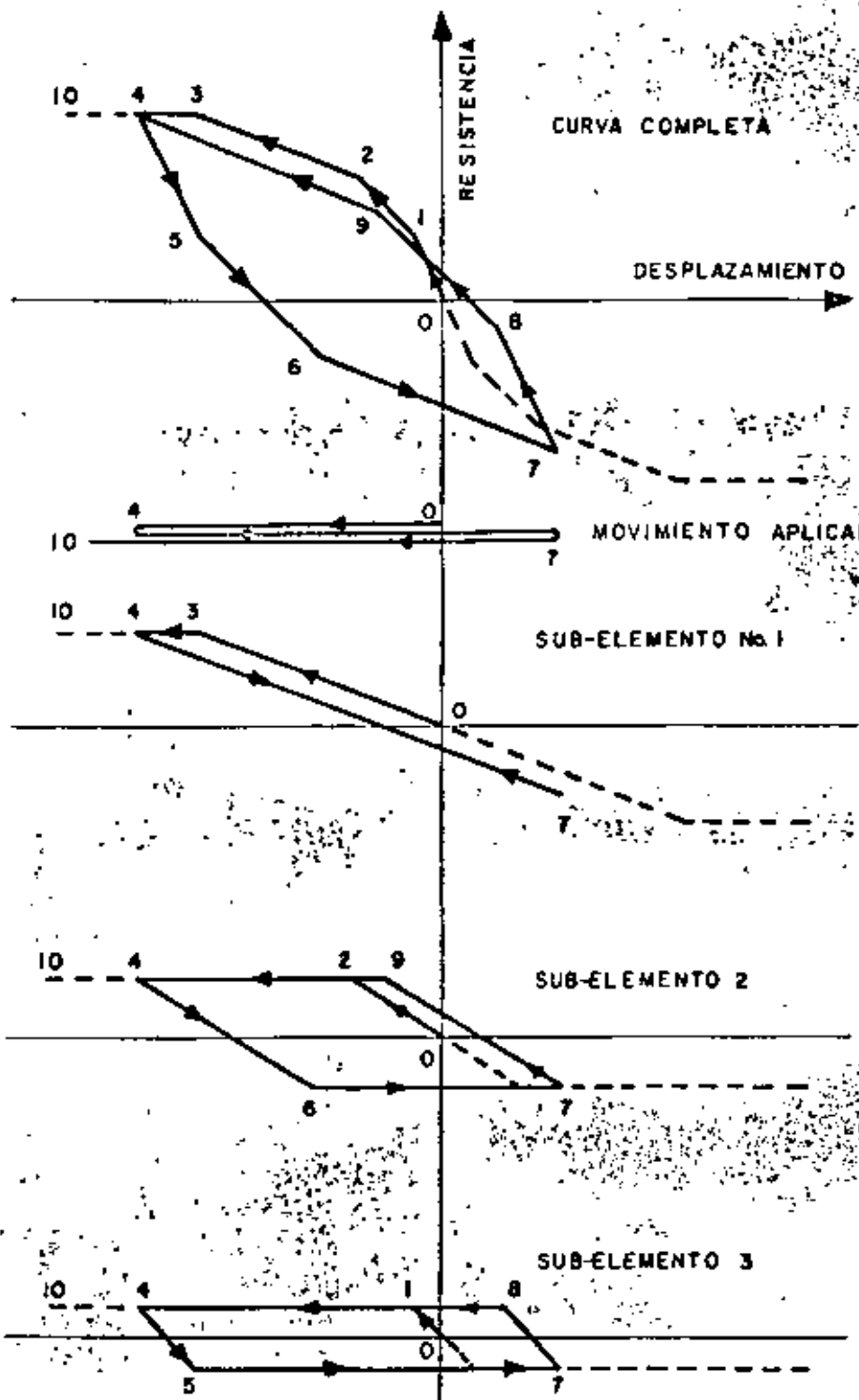
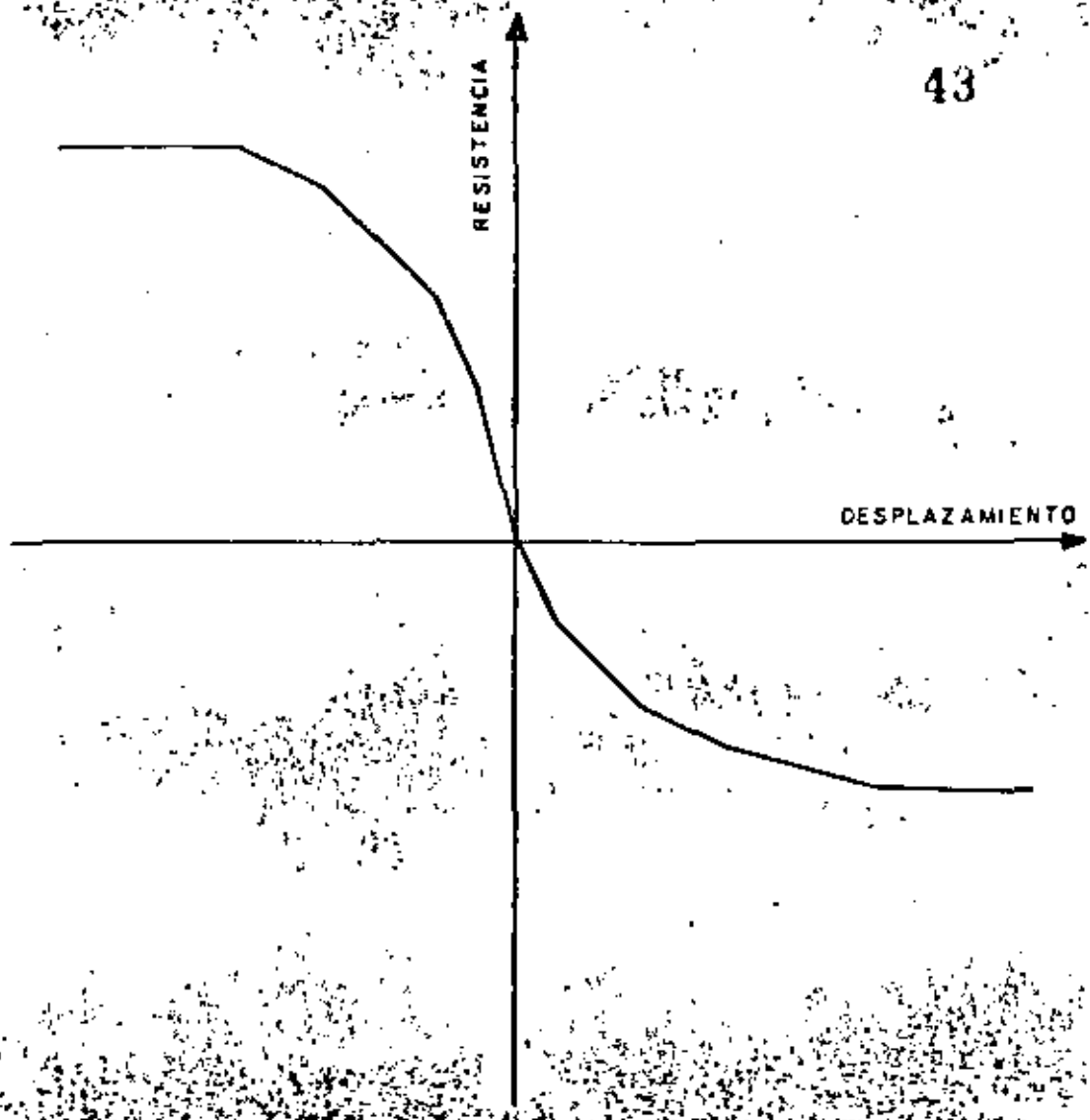


Fig. 14 CURVAS DE CARGA, DESCARGA Y RECARGA CORRESPONDIENTES A UN SOPORTE INELASTICO NO LINEAL (Ref. 24)



a)



b)

Fig. 15 a) CURVA ASIMETRICA DE RESISTENCIA VS. DESPLAZAMIENTO, Y b) TIPO DE MOVIMIENTO APLICADO. (Ref. 24)

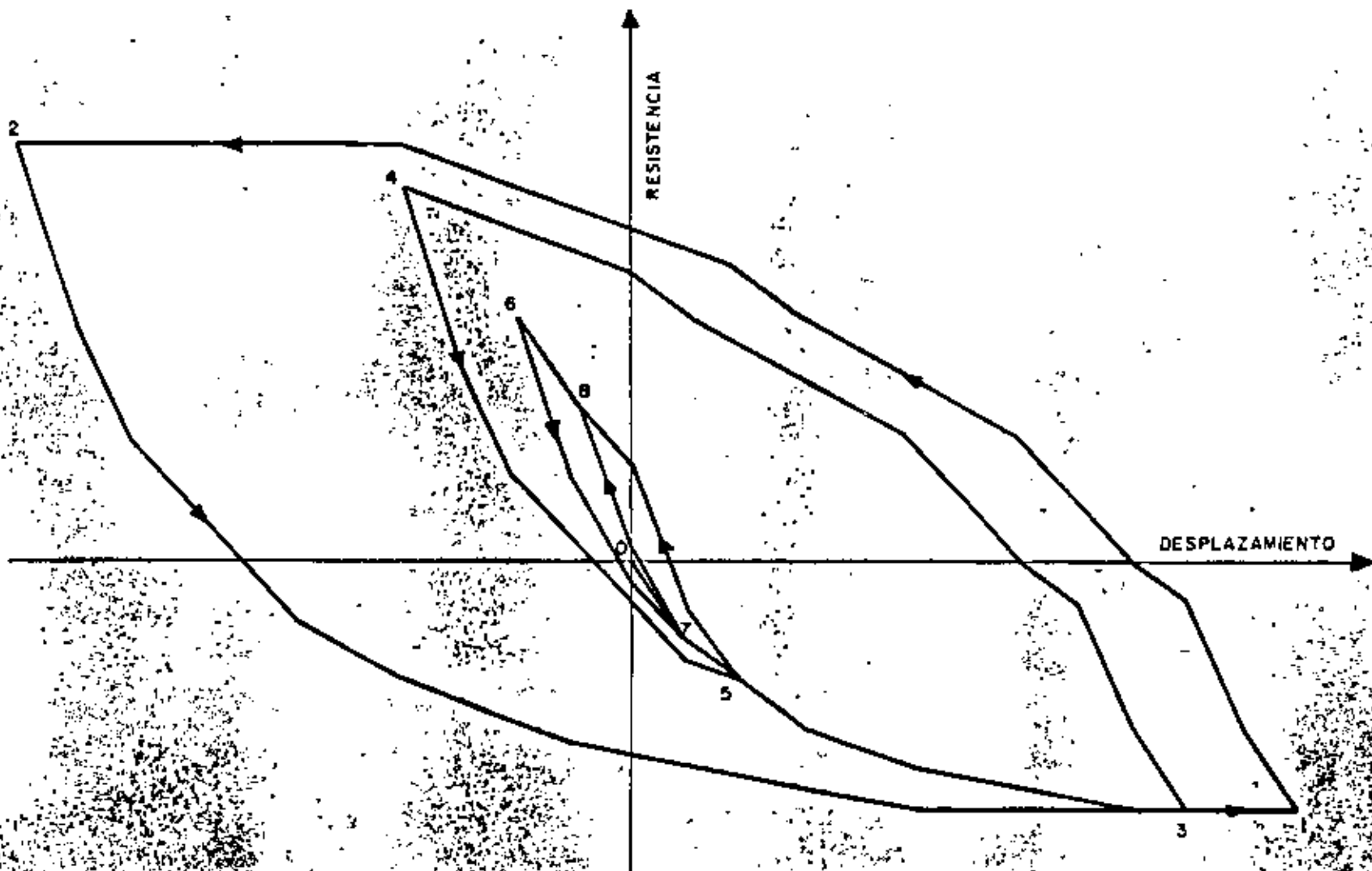


Fig. 16 - COMPORTAMIENTO HISTERETICO DE UN SOPORTE CUYA CURVA RESISTENCIA - DESPLAZAMIENTO ES ASIMETRICA (VER Fig. 15; Ref. 24)

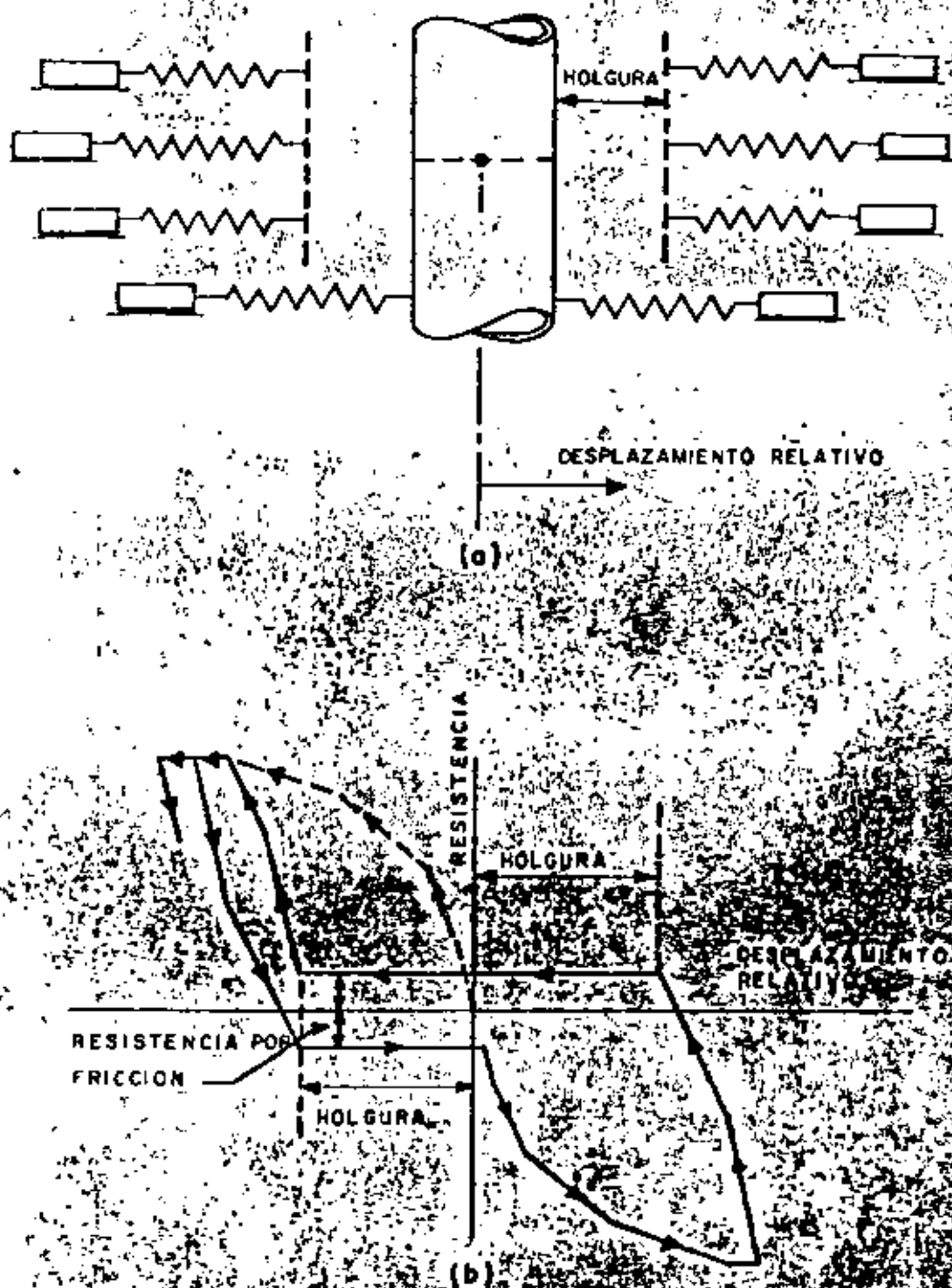


Fig. 17. MODELO DE REACCION DEL SUELO a) SUB-ELEMENTOS MÚLTIPLES EN EL NUDO, b) COMPORTAMIENTO INELÁSTICO NO LINEAL CONSECUENTE DE LA RELACION RESISTENCIA VS DESPLAZAMIENTO.

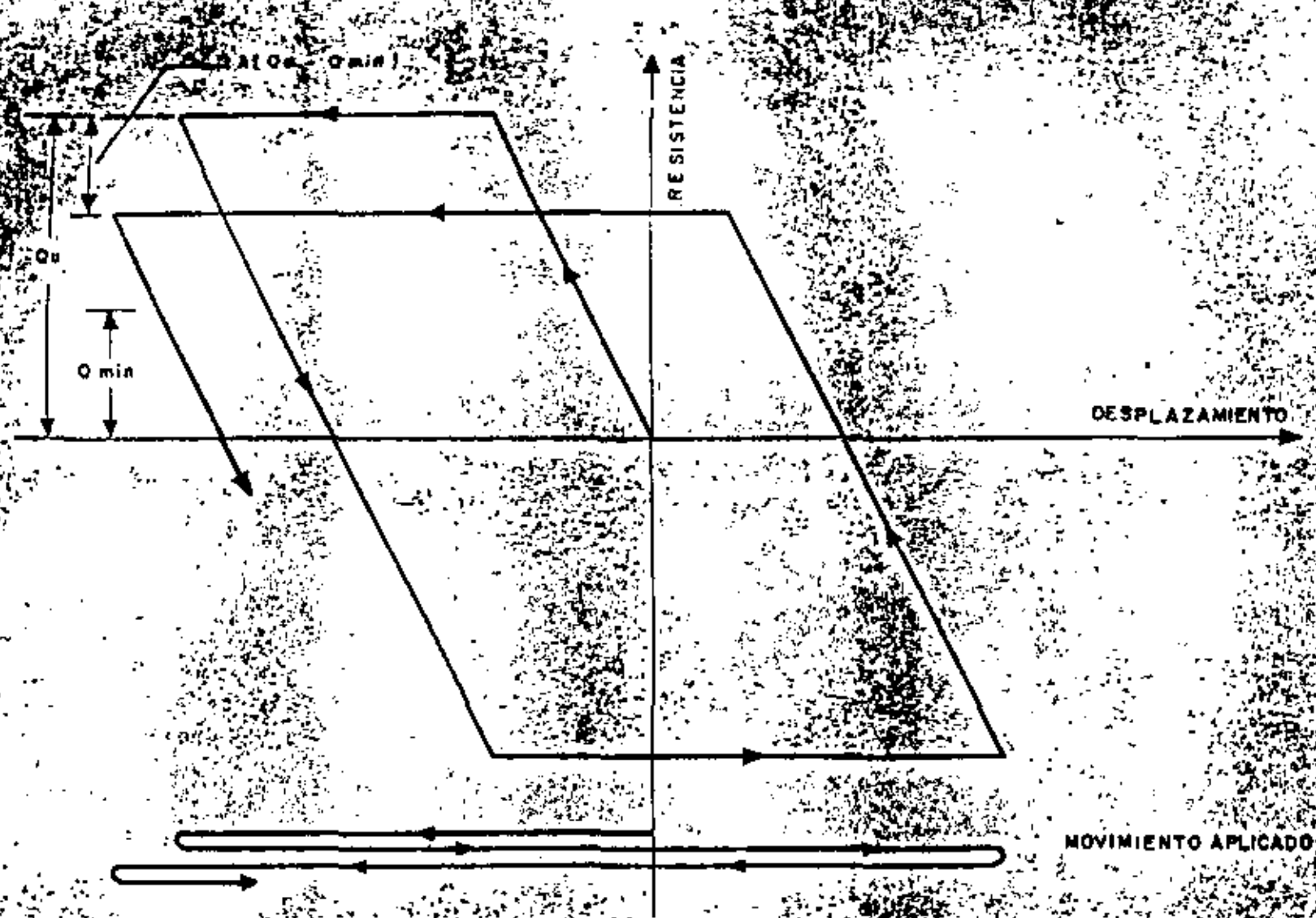


Fig 18 TRAYECTORIA DE LA CURVA RESISTENCIA-DESPLAZAMIENTO PARA UN SUBELEMENTO, DONDE SE INDICA EL PROCEDIMIENTO PARA CONSIDERAR EL EFECTO DE DEGRADACION.



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO ORGANIZADO EN COLABORACION CON LA SECRETARIA DE EDUCACION
PUBLICA Y LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE TAMAULIPAS.

DISEÑO DE CIMENTACIONES SUJETAS A
VIBRACION.

TEMA: INTERACCION DINAMICA SUELO-ESTRUCTURA
DURANTE SISMOS.

PROF. J. RAUL FLORES BERRONES.
PROFESOR DE LA DIV. DE EST. SUPERIORES
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM.
NOVIEMBRE, 1982.

(1)

INTERACCION DINAMICA SUELO-ESTRUCTURA
DURANTE SISMOS

Por: RAUL FLORES BERRONES
Profesor de la DESFI
U N A M

I. INTRODUCCION

La interacción dinámica entre una estructura y un suelo se refiere a la manera como se comporta o responde un suelo cuando sobre él se encuentra apoyada o encajonada la cimentación de una obra y existen fuerzas dinámicas producidas por sismos o maquinaria.

Como consecuencia de esta interacción se tiene que, dependiendo del tipo de terreno de cimentación, el suelo afecta los movimientos de la estructura y ésta a la vez afecta los movimientos del suelo. En el caso de movimientos originados por sismos, el efecto de interacción quedaría representado por la diferencia en los movimientos de un punto bajo la cimentación de una estructura y los que se tendrían en el suelo si la estructura no existiera. Este efecto sería, por ejemplo, la diferencia en los movimientos que se tendrían entre los puntos A y B de la fig 1; dicha diferencia es menor a medida que la rigidez del suelo aumenta.

Experimentalmente se ha observado que la interacción (refiriéndonos a sus efectos) es más importante en estructuras rígidas (como las de concreto) que en flexibles (como es el caso de las de ace

ro). Whitman (Ref 1) señala algunos casos reales donde se ha podido analizar la influencia de la interacción; la tabla 1 reproduce algunos casos de edificios cimentados en diferentes clases de terreno.

TABLA 1. COMPARACIONES DE MOVIMIENTOS HORIZONTALES REGISTRADOS EN CIMENTACIONES DE EDIFICIOS Y LOS REGISTRADOS EN PUNTOS DE SUELO LOCALIZADOS EN CAMPO LIBRE

TIPO DE EDIFICIO	TIPO DE TERRENO DE CIMENTACION	EFFECTO DE INTERACCION OBSERVADA	REFERENCIA
Laboratorio sísmológico en Pasadena	Arena y grava	Diferencia en movimientos despreciable considerando las variaciones observadas en distintos tipos de terreno	Gutenberg (1957)
Almacén de 43 m	Arena con gravas	La aceleración máxima en el sótano y en la superficie del terreno fueron prácticamente las mismas en el sísmo de 1952. Sin embargo, durante el de 1971 la aceleración máxima de la cimentación fue de 0.6 a 0.7 el valor máximo de aceleración en el terreno cercano	Housner (1957) y Whitman (1971)
Edificios de 20 y 25 pisos	Arena y grava	Las aceleraciones máximas y los espectros de respuesta fueron aproximadamente los mismos en los sótanos que en la superficie del terreno	Blume (1969)

continuación tabla 1

Edificios de 13 y 22 pisos	Arcilla	Aceleraciones máximas en las cimentaciones y en el terreno natural, aproximadamente las mismas	Esteva (1969)
Edificios de varios niveles	Arena y grava	Idem	Ohsaki (1969)
Edificio de 5 niveles	Arenisca	Las aceleraciones máximas del edificio, aproximadamente la mitad de las del suelo al nivel del sótano	Osawa (1969)
Edificio en San Francisco de Southern Pacific	Arcilla	Ninguna diferencia importante en los movimientos	Borcherdt (1970)

Los métodos que actualmente se utilizan en el análisis de la interacción son básicamente dos:

- a) el llamado del semiespacio que modela al suelo mediante resortes y amortiguadores, y
- b) el del elemento finito que idealiza al suelo y las estructuras precisamente en elementos finitos rectangulares o triangulares donde se estiman las deformaciones y esfuerzos.

Ambos métodos tienen sus ventajas y limitaciones, las cuales se señalan más adelante en este trabajo.

Se describe primeramente en que consiste y cómo se aplica el método del semiespacio y posteriormente se indica el uso del método del elemento finito en análisis de interacción junto con al-

gunos ejemplos de aplicación. Se describe también el caso de la interacción del suelo con cimentaciones del tipo profundo (pilas y pilotes).

II. METODO DEL SEMIESPACIO

Este método consiste fundamentalmente en suponer que la estructura se encuentra apoyada o encajonada en un medio semiínfinito elástico y que las restricciones o resistencia que el suelo presenta a los diversos movimientos de la cimentación durante un sismo, se pueden representar por resortes y amortiguadores en la forma señalada por la fig 2.

La determinación de los parámetros que gobiernan el comportamiento de estos resortes y amortiguadores se realiza a partir de la teoría que analiza la respuesta de una masa vibrando sobre un medio semiínfinito elástico (Ref 10). Lo que se hace es determinar primeramente esta respuesta para un cierto modo de vibración y expresarla en la forma como se establece la ecuación de equilibrio en sistemas de un grado de libertad sujetos a ese mismo tipo de vibración. Por ejemplo, para el modo vertical de vibración de una masa circular rígida, la fig 3 muestra cual es la expresión que gobierna su comportamiento y cuales serían los valores de k y c que representan respectivamente la rigidez, y el amortiguamiento del suelo. Al amortiguamiento determinado de esta forma se le conoce como radial o geométrico y es debido a la disipación de energía que se efectúa por las ondas que se generan en la zona de excitación y se propagan radialmente alejándose y llevándose parte de la energía generada en esa zona. Para tener el amortiguamiento total, expresado comúnmente en términos del amortiguamiento crítico ($D = \frac{c}{c_{crit}} = \frac{c}{2\sqrt{kM}}$), habrá que sumarle a este amortiguamiento radial el amortiguamiento in

terno debido principalmente a la fricción entre las partículas de suelo. La tabla 2 presenta en forma sintetizada los valores de k y D que frecuentemente se usan en la práctica para los diversos modos de vibración.

Ahora bien, respecto a los valores de k y c obtenidos mediante la teoría del semiespacio, conviene señalar que ambos valores dependen de (Ref 10) :

1. El tipo de distribución de esfuerzos en el área de contacto. La fig 4 muestra la influencia de dicha distribución en las curvas de respuesta; a través de estas curvas se puede deducir que los valores de k y c disminuyen considerablemente al cambiar una distribución del tipo rígida a una del tipo parabólica.
2. Estratigrafía. Es obvio que la rigidez y el amortiguamiento del suelo variarían con la profundidad si el terreno de cimentación consiste de estratos cuyas características mecánicas (compresibilidad, resistencia al cortante y permeabilidad) son distintas en cada uno de ellos. Aunque existen procedimientos simplistas para estimar los datos de k y c en base de suponer valores promedios de estas características (Ref 1), actualmente se puede considerar el efecto de la estratificación a través de métodos más exactos (11 y 12).
3. Encajonamiento. En general, el efecto que produce el meter (parcial o totalmente) la cimentación dentro del terreno donde quedará ubicada, consiste en un aumento en la rigidez (k)

TABLA 2. VALORES DE k Y D PARA LOS DIVERSOS MODOS DE VIBRACION PARA UNA CIMENTACION CIRCULAR RIGIDA, OBTENIDOS A PARTIR DE LA TEORIA DEL SEMIESPACIO

TIPO DE EXCITACION	k	D^*
Vertical	$\frac{4GR}{1-\nu}$	$0.85 \sqrt{\frac{\rho R^3}{M(1-\nu)}}$
Horizontal	$\frac{8GR}{2-\nu}$	$0.58 \sqrt{\frac{2\rho R^3}{M(2-\nu)}}$
Cabeceo	$\frac{8 GR^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{0.15}{(1+B_r)\sqrt{B_r}}$
Torsión	$\frac{16GR^3}{3}$	$\frac{0.5\rho R^3}{\rho R^5 + 2I_t}$

* A este amortiguamiento hay que sumarle el interno para tener el valor del amortiguamiento total.

$$B_r = \frac{3(1-\nu)I}{8 \rho R^5}$$

I = momento de inercia con respecto al eje de cabeceo

I_t = momento de inercia respecto al eje vertical de rotación

y en el amortiguamiento (D). La tabla 3 presenta las recomendaciones que da Whitman (1) para tomar dicho efecto en cuenta. La fig 5 ilustra la forma como quedaría una cimentación encajonada.

4. Forma de la cimentación. Para calcular el valor de k correspondiente a los diversos modos de vibración en una cimentación cuadrada o rectangular, se puede hacer uso de la tabla 4 y la fig 6. En el caso del amortiguamiento éste se puede estimar calculando el radio de una cimentación equivalente con la misma área (modos vertical u horizontal) o igual momento de inercia (modos torsional o de cabeceo) que la cimentación real; y utilizando los valores presentados en la tabla 2.
5. Nivel de deformaciones. Según se puede observar en la fig 7, el valor del módulo al cortante G (del cual depende directamente el valor de la rigidez k) y el valor del amortiguamiento interno dependen del nivel de deformaciones. Para valores menores de la deformación al cortante γ , de 10^{-4} , se ha observado que para la mayoría de los suelos tanto G como D_{int} se mantienen constantes; para valores de γ mayores de esta frontera, el valor de G disminuye y el de D aumenta en la forma ilustrada en la fig 7. Este efecto habrá de tomarse en cuenta en los valores de estos dos parámetros (G y D_{int}) determinados mediante ensayos de laboratorio o pruebas de campo (Ref 13). La misma fig 7 indica el rango de deformaciones al cortante con el que se efectúan

TABLA 3. EXPRESIONES APROXIMADAS PARA CONSIDERAR EL EFECTO DE ENCAJONAMIENTO

MODO	k/k_0	D/D_0
Vertical	$1+0.6(1-\nu)\frac{h}{R}$	$\frac{1+1.9(1-\nu)h/R}{\sqrt{k/k_0}}$
Horizontal	$1+0.55(2-\nu)\frac{h}{R}$	$\frac{1+1.9(2-\nu)h/R}{\sqrt{k/k_0}}$
Cabeceo	$1+1.2(1-\nu)\frac{h}{R} + 0.2(2-\nu)\frac{h}{R}$	$\frac{1+0.7(1-\nu)\frac{h}{R}+0.6(2-\nu)\frac{h}{R}}{\sqrt{k/k_0}}$

Notas: k_0 y D_0 son los valores de la rigidez y el amortiguamiento correspondientes a cimentaciones superficiales; h es la profundidad de encajonamiento y R el radio equivalente.

TABLA 4. CONSTANTES DE RESORTE PARA UNA BASE RECTANGULAR RIGIDA APOYADA EN EL SEMIESPACIO

MOVIMIENTO	CONSTANTE DE RESORTE*
Vertical	$k_v = \frac{G}{1-\nu} \beta_v \sqrt{BL}^{**}$
Horizontal	$k_h = 2(1+\nu)G\beta_h \sqrt{BL}$
Cabeceo	$k_r = \frac{G}{1-\nu} \beta_r BL^2$

* Los valores de β_v , β_h y β_r están dados por la fig 6

** B = ancho de la cimentación y L = longitud de la cimentación (en el plano de rotación en caso de cabeceo)

los procedimientos más comunes para la determinación de G y D; nótese que el rango de deformaciones que abarca la mayoría de los sismos se encuentra aproximadamente entre 10^{-3} y 10^{-1} %.

6. Esfuerzos de confinamiento. Se ha observado experimentalmente que el valor de G (o de k) es proporcional a $\bar{\sigma}_o^{1/2}$, donde $\bar{\sigma}_o$ es el esfuerzo normal octaédrico efectivo ($= \frac{\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3}{3}$). De hecho, una fórmula semiempírica utilizada frecuentemente para estimar el valor de G, es la siguiente (Ref 14)

$$G_{\text{máx}} = 14,760 \left(\frac{2.97 - e}{1+e} \right) \bar{\sigma}_o^{1/2} \quad (1)$$

donde

$G_{\text{máx}}$ es el máximo valor del módulo al cortante expresado en libras/pie², y "e" es la relación de vacíos del suelo

La fig 8 muestra que, para el caso de arenas, el efecto de aumentar los esfuerzos de confinamiento se traduce en una disminución del amortiguamiento. La experiencia que hasta ahora se tiene en el caso de las arcillas indica que la variación de los esfuerzos de confinamiento influye muy poco en los valores de amortiguamiento interno.

Para una correcta consideración de este efecto, es importante tomar en cuenta que la magnitud de los esfuerzos de confinamiento para un punto del terreno de cimentación, son función de: a) la profundidad en la que se localiza dicho

punto y b) las fuerzas estáticas y dinámicas producidas por la estructura y la cimentación.

7. Relación de vacíos. La ecuación (1) muestra la influencia de la relación de vacíos "e" en el valor de G ; en el caso de arenas esta influencia se puede señalar en términos de la densidad relativa, ya que existe una relación directa entre ambos conceptos. La fig 9 indica dicha influencia. El efecto de e en el amortiguamiento es muy pequeño en comparación con la influencia que sobre él ejercen los demás efectos.
8. Otros efectos. Flores (Ref 13) señala la influencia que ejercen sobre k algunos otros factores como son la duración de la carga y la historia de esfuerzos. Dichos factores se deberán también tomar en consideración para la correcta interpretación de los ensayos de laboratorio.

Del análisis efectuado sobre un modelo en tres dimensiones, similar al de la fig 2, se obtuvieron las siguientes conclusiones (Ref 1):

- 1) Durante un temblor la interacción puede aumentar la respuesta al moverse el período fundamental de un valle a un valor máximo en el espectro de respuesta (ver fig 10).
- 2) Desde el punto de vista de diseño, la interacción producida por el movimiento de cabeceo tiende a disminuir los esfuerzos dentro de la estructura debido a que se aumenta el período fundamental y, por tanto, disminuye la aceleración espectral para el primer modo de vibración (fig 11).

3). La interacción que producen los movimientos horizontales de una estructura puede conducir a incrementar los esfuerzos de la estructura, a menos que el efecto causado por el aumento en el amortiguamiento anule dicho incremento.

4) La interacción aumenta el desplazamiento total cerca de la parte superior de la estructura.

Al hacer una combinación de todos los factores que intervienen en el análisis de interacción a través del modelo señalado, se concluyó que en general la interacción disminuye los esfuerzos en una estructura.

Un estudio semejante al anterior, pero sobre modelos de varios grados de libertad, indicó que los efectos resultantes de la interacción eran muy semejantes a los obtenidos en el modelo de 3 grados de libertad, y que la importancia global de la interacción se puede en general estimar considerando el efecto de la interacción sobre el primer modo de vibración.

VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL METODO

Las principales ventajas del método del semiespacio en el análisis de interacción son:

a) es un método simple, versátil y fácil de aplicar una vez que se han estimado convenientemente la inercia, las rigideces y los elementos de amortiguamiento en el sistema suelo-estructura

- b) a través de él se pueden estimar las respuestas básicas y efectuar estudios paramétricos en un tiempo razonablemente corto.
- c) permite comprender o entender más fácilmente el mecanismo de la interacción entre el suelo y la estructura
- d) puede considerar una configuración tridimensional.

Entre las desventajas se tienen las siguientes (Ref 16);

1. No toma en cuenta la variación de las aceleraciones del suelo con la profundidad ya que por lo general supone que dicha aceleración es constante; en la realidad el suelo se deforma y las aceleraciones durante sismos no tienen porque ser constantes.
2. Se considera que la aceleración en la base de la cimentación es la misma que la de campo libre; aquí no se está tomando en cuenta la forma como la estructura modifica los movimientos del suelo y, por tanto, no se está considerando convenientemente la influencia de la interacción en dichos movimientos de ambos elementos (suelo y estructura).
3. Existen dificultades en evaluar correctamente los efectos combinados del amortiguamiento radial y el interno; resulta que por lo general el amortiguamiento interno se estima y al radial se le aplica un factor de seguridad de dos, dando como resultado evaluaciones de la respuesta que pueden estar muy del lado de la seguridad.

4. Los efectos en la interacción debido a otras estructuras vecinas, no son tomados en cuenta mediante este procedimiento.
5. El método del semiespacio no proporciona directamente las deformaciones que se producen en el suelo, lo cual significa dificultad de seleccionar apropiadamente el módulo de deformación (que sabemos depende precisamente del nivel de deformaciones).

III. METODO DEL ELEMENTO FINITO

La secuencia que se utiliza en la aplicación del método del elemento finito para análisis de interacción, se muestra en la fig 12. En dicha figura se puede observar que el primer paso requerido se refiere a la determinación de los movimientos en el estrato resistente, lo cual permitirá producir ciertos movimientos especificados en un punto de control; esto se puede hacer a través de un programa apropiado de computadora en el que se hace, por ejemplo, un análisis de amplificación del suelo en el campo libre. El segundo paso está encaminado a utilizar esta misma excitación para un análisis bidimensional del sistema suelo-estructura y determinar los movimientos en ciertos puntos claves, tales como la cimentación y el primer nivel de la estructura.

Conviene señalar que al emplear este método es posible utilizar valores adecuados de las propiedades del suelo (compatibles a los niveles de deformación calculados) a lo largo todo el perfil estratigráfico correspondiente al sitio en cuestión; esto se hace a través de un procedimiento interactivo de convergencia rápida. Un ejemplo donde se aplicó este método se muestra en las figs 13 a 15.

En la última de estas figuras, donde se presentan los resultados del ejemplo, se puede observar que el espectro de respuesta correspondiente a los movimientos de un punto alejado de la estructura (como es el punto A), es muy similar al espectro del punto de control en el campo libre; nótese también que los movi

mientos calculados en la base y en el primer nivel de la estructura, son significativamente diferentes a los obtenidos en los mismos niveles en el campo libre.

Las principales ventajas de este método son las siguientes (Ref 16):

1. El análisis puede tomar en consideración la *deformabilidad* del suelo vecino a la estructura y las variaciones de las aceleraciones a lo largo del perfil de suelos.
2. El análisis no involucra que los movimientos en la base de la estructura y en el campo libre sean necesariamente los mismos.
3. El procedimiento que se emplea permite determinar los *movimientos* del suelo cercano a la estructura.
4. La compatibilidad del módulo de deformación y el amortiguamiento del suelo con el nivel de las deformaciones se puede tomar en cuenta en una forma racional.
5. Se puede incorporar al análisis el amortiguamiento interno; además, el radial se incluye apropiadamente.
6. Se pueden considerar los efectos de estructuras adyacentes.

Entre los inconvenientes que presenta el método del elemento finito están:

1. Se requiere un amortiguamiento variable en el sistema suelo-estructura y en ocasiones dicha variación no se toma en

cuenta convenientemente. Es decir, debido a la variación del nivel de las deformaciones en los distintos puntos del suelo y la estructura, es necesario controlar la variación de los amortiguamientos; sin embargo, algunos procedimientos hasta ahora empleados para dicho control no son del todo perfectos y producen ciertos errores en la respuesta. La fig 16 muestra los resultados obtenidos en el ejemplo de la fig 11 utilizando dos procedimientos diferentes para tomar en cuenta la variación de los amortiguamientos con el nivel de las deformaciones; de la observación de la fig 15 se puede deducir lo siguiente: 1) existen diferencias notables en los resultados y 2) es muy conveniente utilizar para el análisis con elemento finito, procedimientos que consideren amortiguamiento variable.

2. Cuando el amortiguamiento se expresa como una combinación lineal de las matrices de masa y rigidez del sistema para considerar la variación del amortiguamiento en los distintos elementos, se tiene que la proporción del amortiguamiento crítico aumenta con la frecuencia a medida que ésta crece. Esta dependencia del amortiguamiento sobre la frecuencia puede conducir a valores muy altos del amortiguamiento para frecuencias altas, lo que hará que la respuesta durante las mismas sea prácticamente nula; este hecho es de importancia para el caso de instalaciones de equipo con altas frecuencias naturales de vibración.

3. Se requiere un control muy cuidadoso de la selección del tamaño de los elementos finitos en la malla, en particular en la dirección vertical y en los casos donde los efectos de las altas frecuencias son importantes. A fin de que exista una efectiva transmisión de ondas en el sentido que estas se propagan, Kuhlemeyer y Lysmer (Ref 17) han propuesto que el tamaño de la malla no deberá ser mayor de 1/4, y de ser posible 1/8, de la longitud de onda del movimiento. La fig 17 muestra este efecto para ondas de corte transmitiéndose en el sentido vertical.
4. Influencia de la extensión de la malla de los elementos finitos. Resulta que una malla muy extensa lateralmente requiere mucho tiempo de computación y si las fronteras de dicha malla se colocan muy cerca de la estructura, parte de la energía que se debería disipar se regresa ocasionando cambios en la respuesta. Una de las formas como se ha vencido este inconveniente es a través del uso de fronteras absorbentes de energía (Refs 18 y 19).
5. Los análisis que se efectúan a través del elemento finito generalmente se hacen utilizando modelos bidimensionales; esta simplificación puede conducir a errores hasta del 20% en los movimientos calculados en la base de una estructura. Esta deficiencia está, sin embargo, siendo actualmente eliminada mediante el desarrollo de análisis tridimensionales que utilizan programas no muy caros de computación.

INTERACCION SUELO-PILOTES-ESTRUCTURA

En el momento que una estructura piloteada experimenta los movimientos de un sismo, sobre los pilotes ocurren dos tipos de acciones. La primera de ellas es producida por el suelo que los rodea, el cual induce fuerzas a lo largo del pilote durante su movimiento (fig 18). La segunda acción es debida a las fuerzas que trasmite la estructura a la cabeza de los pilotes; es decir, al efecto de la fuerza cortante y el momento de volteo que la superestructura tiene durante un sismo al nivel de la base (fig 19).

Por efecto del momento de volteamiento, es obvio que los pilotes de la orilla tendrán que soportar, por un lado, fuerzas adicionales verticales, pero en el lado opuesto se tendrán fuerzas de tensión que habrán que considerarse en la revisión por análisis sísmico. Las fuerzas horizontales producidas por el movimiento de traslación de la estructura, son fuerzas que actúan prácticamente sobre la cabeza de los pilotes; ello significa que es necesario analizar cuidadosamente los esfuerzos en esa parte del pilote, ya que en ella se tendrá por lo general un punto crítico.

En cuanto al efecto que produce el suelo que rodea al pilote; se puede estudiar fácilmente si se supone que no existe la carga vertical que se apoya sobre el pilote, y que el pilote se encuentra simplemente hincado dentro de un estrato de suelo (fig 18)

Al ocurrir un sismo, el suelo se mueve como consecuencia del mismo, y tenderá a mover al pilote junto con él; habrá por tanto fuerzas del suelo que harán que precisamente se mueva el pilote. Una manera de absorber las fuerzas laterales provenientes de la superestructura, es a través de encajonamiento (fig 20). Es decir, a través de empujes pasivos del terreno de cimentación, se pueden absorber las fuerzas sísmicas que la superestructura trata de transmitir a los pilotes a través de su cabeza; este procedimiento resulta práctico cuando se desea disminuir el refuerzo en la parte superior de los pilotes. Las referencias 20 y 21 tratan con detalle el análisis sísmico de cimentaciones piloteadas.

Ahora bien, considerando solo la acción del suelo, se puede decir que la mayoría de los pilotes siguen más o menos el desplazamiento del mismo; sin embargo, como lo demuestra Ohsaki (Ref 7), existen elementos rígidos como los cilindros y pilas de gran diámetro que afectan considerablemente la respuesta sísmica de las estructuras que sobre ellos se apoyan. Al observar las figs 21 y 22 se puede ver como la rigidez de las cimentaciones sobre pilas hace que los valores máximos de los espectros de respuesta en suelos blandos ocurran en períodos más cortos en comparación a los que se tienen en cimentaciones piloteadas.

De acuerdo con la Ref 20, se puede establecer un límite a partir del cual la rigidez de los pilotes no afectan la respuesta de la estructura; en la misma se indica que para el caso de suelos homogéneos, dicho límite está dado por:

Pilotes flexibles $\lambda \geq 5$
Pilotes rígidos $\lambda < 5$

donde

$$\lambda = \frac{kDH^3}{4EI}$$

k módulo de reacción horizontal del suelo
D diámetro del pilote
H longitud del pilote
EI producto del módulo de Young por el momento de inercia del pilote

En el caso de pilotes dentro del rango flexible (en el cual caen la mayoría de los elementos que en la práctica se conocen como pilotes), se puede aplicar el siguiente procedimiento simplista para estimar los movimientos de un pilote y su interacción con el suelo y la estructura.

1) Calcular el desplazamiento superficial del suelo (sin estructura) causado por el sismo de diseño; dicho desplazamiento para el caso que se está considerando es el mismo que el de los pilotes. Este cálculo se puede hacer mediante uno de los programas de computadora que se utilizan para encontrar la respuesta del suelo a un sismo. (Por ejemplo el que considera la teoría de amplificación).

2) La aceleración en la cabeza del pilote encontrada en el paso (1), se multiplica por la masa de la estructura que se considera apoyada sobre el pilote para obtener la carga inicial apli

cada en su cabeza; esta carga causa desde luego desplazamientos adicionales en la estructura y en el pilote.

En este segundo paso se pueden reemplazar los pilotes por resortes y amortiguadores que representen la resistencia de los pilotes al desplazamiento o rotación de su cabeza. Dichos elementos se obtienen en la misma forma como se indicó en el método del semiespacio. [Para considerar en este segundo paso los efectos de interacción entre los pilotes que actúan en grupo, se pueden emplear los factores de interacción usados en problemas estáticos (Ref 22)].

3) Se suman los resultados obtenidos en los pasos (1) y (2) para obtener la respuesta total del pilote.

Desde luego que el análisis de interacción suelo-pilote estructura se puede hacer también a través del método de elementos finitos utilizando modelos tridimensionales (Refs 20 y 23). El problema que se ha encontrado hasta ahora con dicho método es el de modelar adecuadamente a grupos de pilotes en tres dimensiones. La Ref 24 trata con mayor amplitud la respuesta de pilotes sometidos a perturbaciones sísmicas.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha señalado en forma general en que consisten cada uno de los dos métodos que actualmente se utilizan para el análisis de interacción suelo estructura. Para el entendimiento del mecanismo de interacción, el método del semiespacio

presenta mayor ventaja sobre el del elemento finito; sin embargo, este último método ofrece en general más ventajas y la tendencia actual en la práctica común del análisis consiste precisamente en utilizarlo cada vez más.

Aunque para la mayoría de las estructuras que se han analizado ha resultado que el efecto de la interacción ayuda a las estructuras en su comportamiento durante sismos, y por tanto si no se considera dicho efecto se estará del lado conservador, para otras estructuras ha resultado que tal efecto es perjudicial al señalado comportamiento. Por otro lado si se toma en cuenta que actualmente se disponen de herramientas adecuadas para hacer correctamente este análisis, es siempre conveniente el llevarlo a cabo, en particular en estructuras importantes donde el efecto de interacción puede ser grande.

Para el caso de la interacción suelo-pilote, es indispensable tomar en consideración el efecto del movimiento del terreno de cimentación durante sismos; dicho efecto es frecuentemente ignorado por una gran mayoría de analistas.

REFERENCIAS

1. Whitman, R.V., 1971, "Apuntes de Dinámica de Suelos", M.I.T.
2. Gutenberg, B., "Effect of Ground on Earthquake Motion", Bull Seismological Soc Am., Vol 47, pp 221-250
3. Housner, G.W., 1957, "Interaction of Building and Ground During an Earthquake", Bull Seismological Soc Am., Vol 47, No. 3, pp 179-186
4. Whitman, R.V., J.T. Christian and J.M. Biggs, 1971, "Parametric Analysis of Soil-Structure Interaction for Reactor Building", 1st International Conference on Structural Mechanics and Reactor Technology, Berlin, 1971, Session K3, paper No. 7
5. Blume, J.A., 1969, "Response of High Rise Buildings to Ground Motion from Underground Nuclear Detonations", Bull Seismological Society Am., Vol 58, No. 6
6. Esteva, L., O. Rascón y A. Gutiérrez, 1969, "Lessons from Some Recent Earthquakes Buildings in Latin America", Proc 4th World Conf on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, Vol III, Section J-2, pp 58-73
7. Ohsaki, Y., 1969, "Effects of Local Soil Conditions upon Earthquake Damage", Proc Soil Dynamics Specialty Session, 7th Interntl. Conf. Soil Mech and Found Engineering, Mexico City
8. Osawa, et al, 1969, Proc Soil Dynamics Specialty Session 7th Interntl. Conf Soil Mech and Found Engineering, Mexico City
9. Borchardt, R.W. 1959, "Effect of local Geology on Ground Motion Near San Francisco Bay", Bull Seismological Soc America
10. Flores, J.R., 1977, "Parametros de Diseño en Cimentaciones de Maquinaria", Publicación No. 389 del Instituto de Ingeniería, UNAM
11. Kausel, E. Roesset, J.M. y Waas, G., 1975, "Dynamic analysis of Footings on Layered Media", Procs ASCE, 101, EM-5, pp 679-95
12. Johnson, G.R. Christiano, P. y Howard, I., 1975, "Stiffness Coefficients for embedded Footings", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 101, Gt8, pp 789-800
13. Flores, J.R., 1976, "Comportamiento Dinámico de Suelos", Cap III de Apuntes de Dinámica de Suelos; DESFI, UNAM

14. Hardin, B.D. y Drnevich, V.P., 1972, "Shear Modulus and Damping in Soils II. Design equations and curves, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Procs ASCE, 98, SM7, pp 667-92
15. Seed, H.B. e Idriss, I.M., 1970, "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis", EERC 70-10, University of California, Berkeley
16. Seed, H.B., Lysmer, J., and Hwang, R., 1974, "Soil-Structure Interaction Analysis for Evaluating Seismic Response", EERC 74-6, University of California, Berkeley
17. Kuhlemeyer, R.L. and Lysmer, J., 1973, "Finite Element Method Accuracy for Wave Propagation Problems", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol 99, No. SM5, pp 421-427
18. Lysmer, J. and Kuhlemeyer, R.L., 1969, "Finite Dynamic Model for Infinite Media", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol 95, No. EM4, Proc paper No. 6719, pp 859-877
19. Isenberg, J., 1970, "Interaction Between Soil and Nuclear Reactor Foundation During Earthquakes", Report to the Research Foundation, University of Toledo
20. Flores, J.R., 1977, "Respuesta Dinámica de Pilotes de Punta Sujetos a Sismos", Sección de Mecánica de Suelos, DESFI, UNAM
21. Zeevaert, L., 1976, "Dragging Forces on Pier Foundations", Cimientos Profundos Colados en Sitio, pp 39-75. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, 1976
22. Poulos, H.G., 1971-b, "Laterally Loaded Piles: 11-Pile Group", Journal ASCE, Vol 97, No. SM5
23. Blaney, G.W., 1974, "Dynamic Stiffness of Piles", Tesis de Maestría, M.I.T.
24. Flores, J.R., 1978, "Respuesta de Pilotes Sometidos a una Perturbación Sísmica", Revista de Ingeniería, Vol XLVIII, No. 1, Enero-marzo
25. Barneich, J.A., Johns, D.H., and McNeill, R.L., "Soil Structure Interaction Parameters for a Seismic Design of Nuclear Power Stations", Woodward-McNeilland Associates

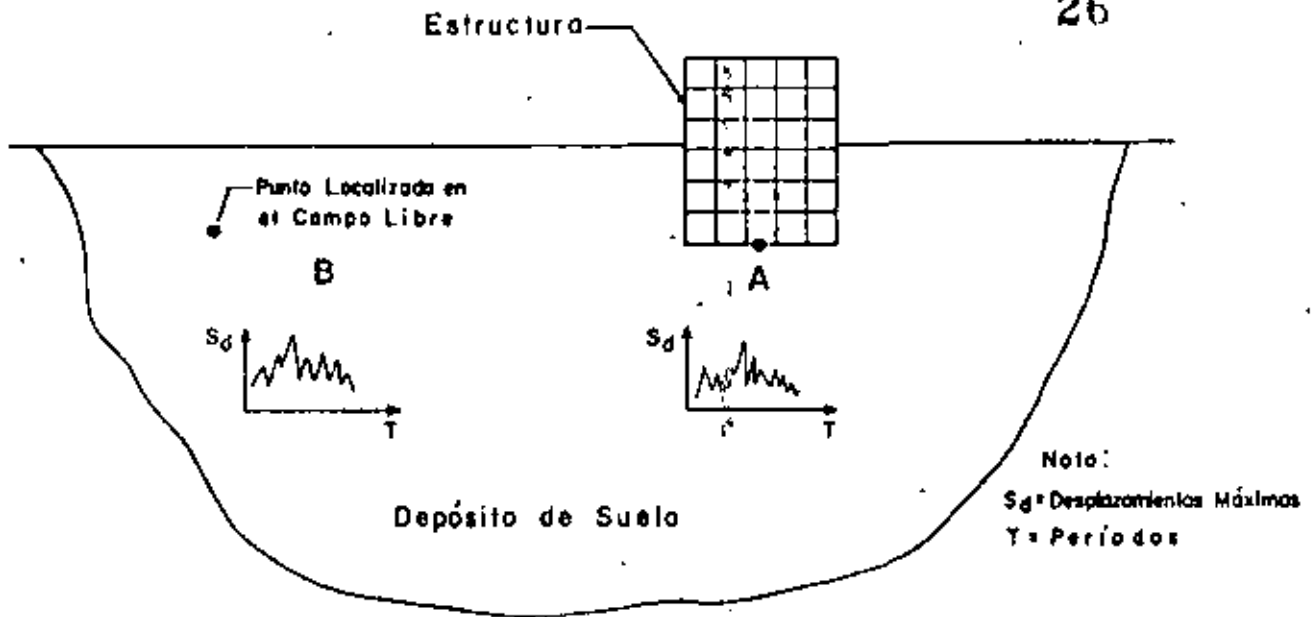


FIG. 1 CARACTERIZACION DE LA INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA MEDIANTE LA DIFERENCIA EN LA RESPUESTA A UN SISMO DE LOS PUNTOS A y B

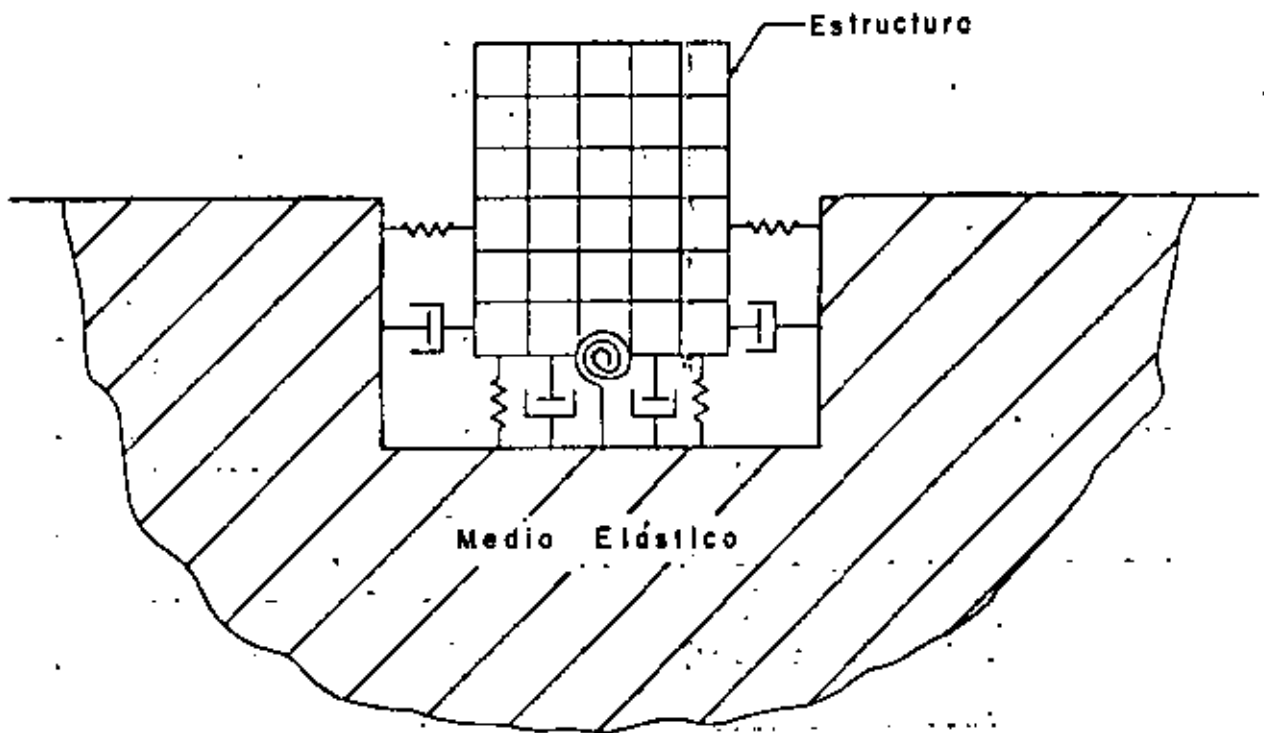
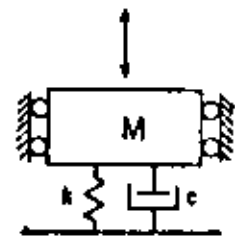
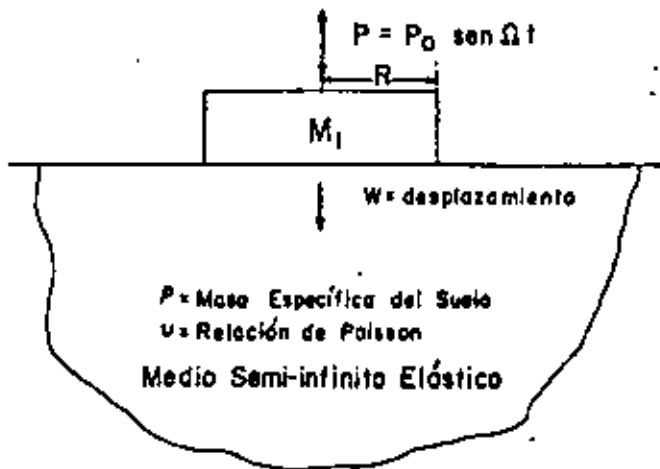


FIG. 2 MODELO DE INTERACCION USANDO LA TEORIA DEL SEMIESPACIO



a) Sistema de una masa circular rígida vibrando verticalmente sobre la superficie de un semiespacio elástica.

b) Sistema equivalente con parámetros M , k y c constantes

FIG. 3 DETERMINACION DE LOS PARAMETROS k Y c EN UN SISTEMA SUJETO A CARGAS DINAMICAS VERTICALES

Ec. que gobierna el comportamiento de la masa M_1 :

$$M\ddot{w} + c\dot{w} + kw = P$$

donde $M = M_1 + M_2$

$$c = F C_v = F \frac{4}{1-\nu} \sqrt{R} \rho R^2$$

$$y \quad k = \frac{4 GR}{1-\nu}$$

M_2 es una masa virtual de suelo que varía con la frecuencia de excitación; para fines prácticos M_2 es aproximadamente:

$$M_2 = \frac{1.08 \rho R^3}{1-\nu} \quad . \quad \text{Sin embargo muchos autores prefieren usar } M_2 = 0$$

y hacer $M = M_1$

F es una función que depende también de la frecuencia de excitación Ω ; sin embargo, para el rango de frecuencias donde caen la mayoría de los problemas prácticos, $F_2 \approx 0.85$.

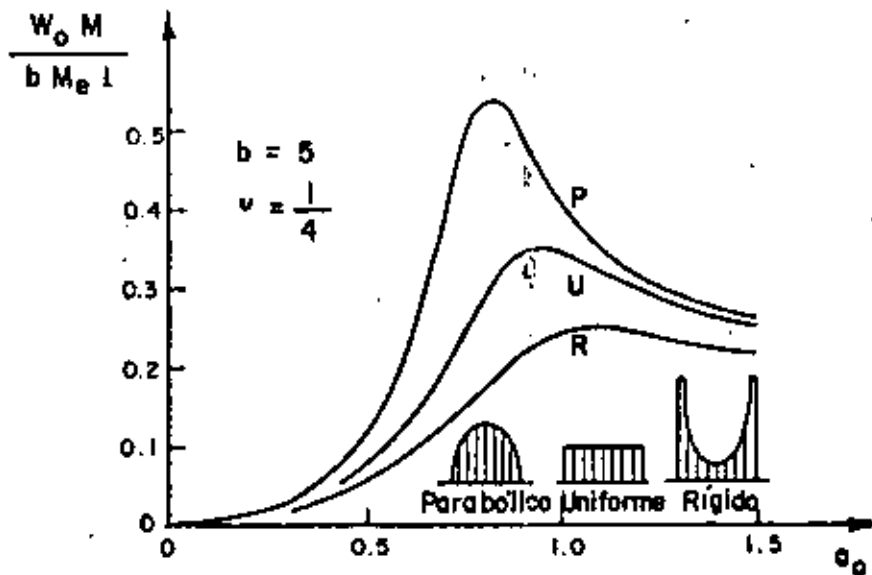


FIG. 4 EFECTO DEL TIPO DE DISTRIBUCION DE ESFUERZOS EN LAS CURVAS DE RESPUESTA (REF. N° 1)

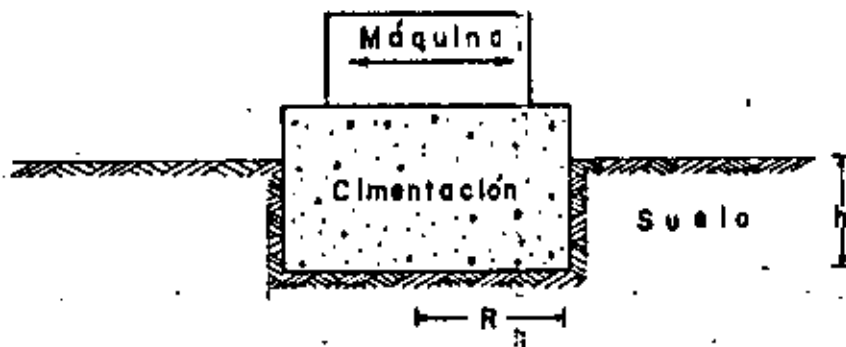


FIG. 5 CIMENTACION ENCAJONADA DENTRO DEL TERRENO

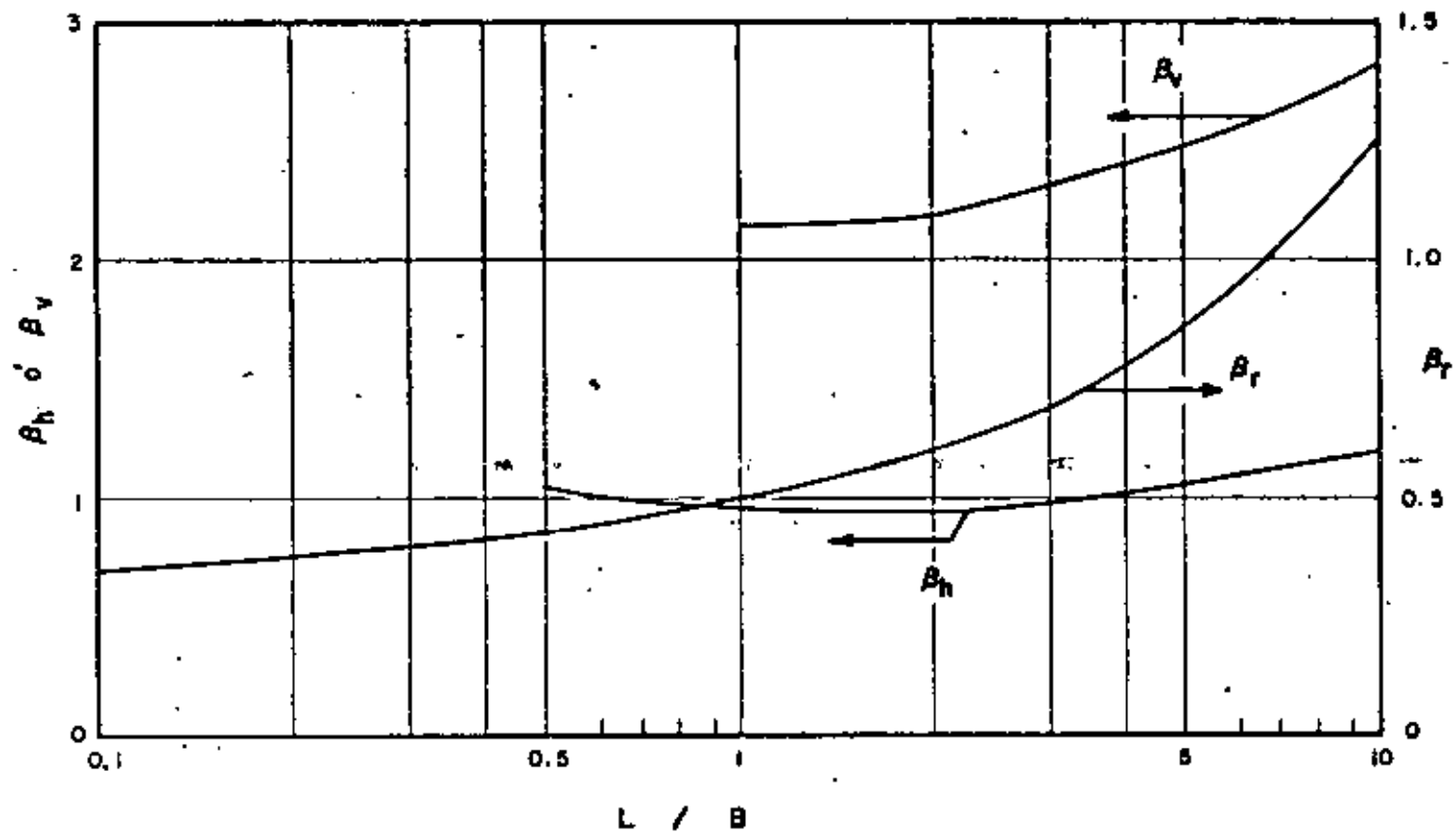


FIG. 6 COEFICIENTES β_v , β_h Y β_r PARA ZAPATAS RECTANGULARES (REF. N° 1)

$$G = K_m \sigma_m^n$$

donde $\sigma_m = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3}$

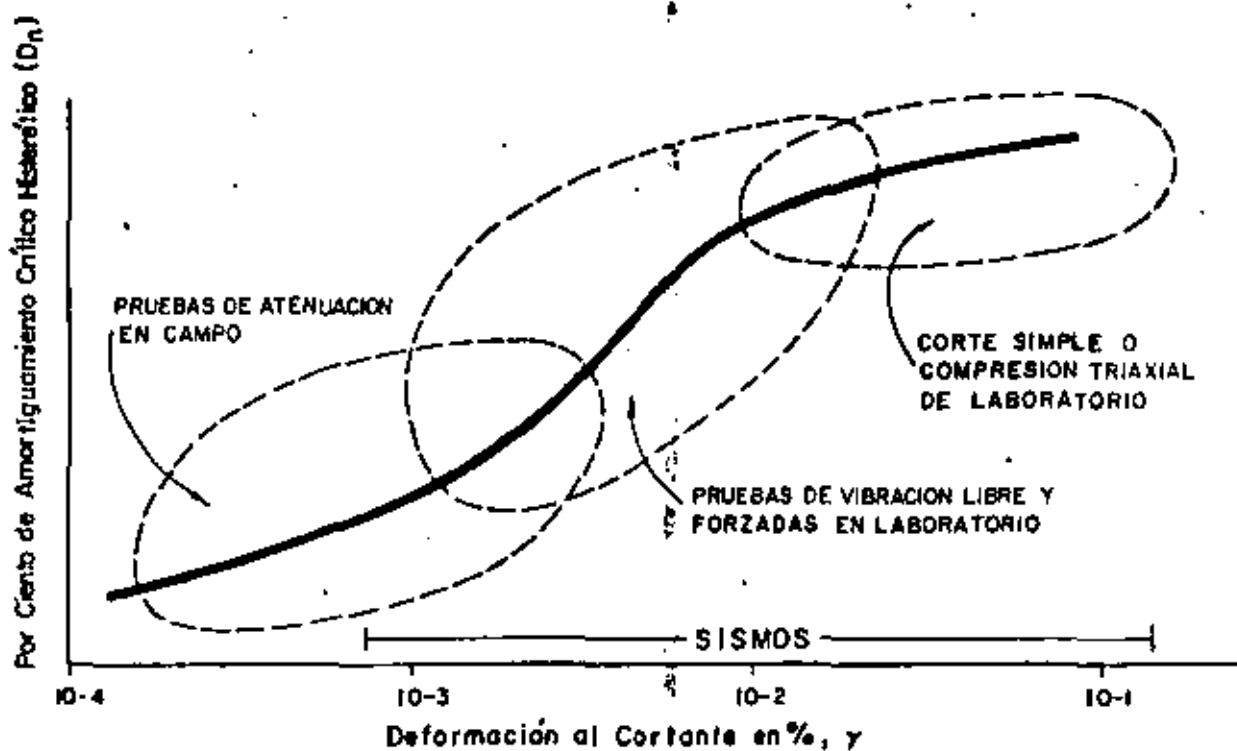
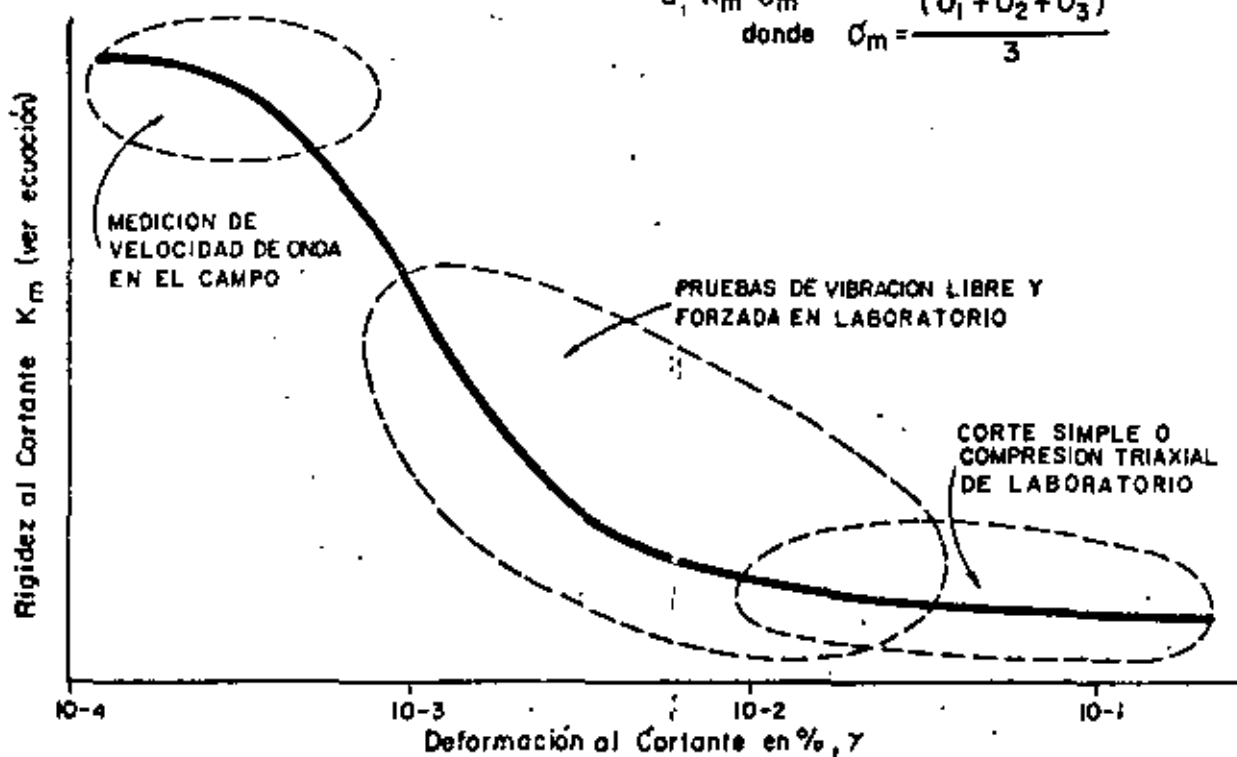


FIG. 7 MODULO AL CORTANTE Y AMORTIGUAMIENTO HISTERETICO COMO FUNCION DE DEFORMACION AL CORTE (REF. N° 25)

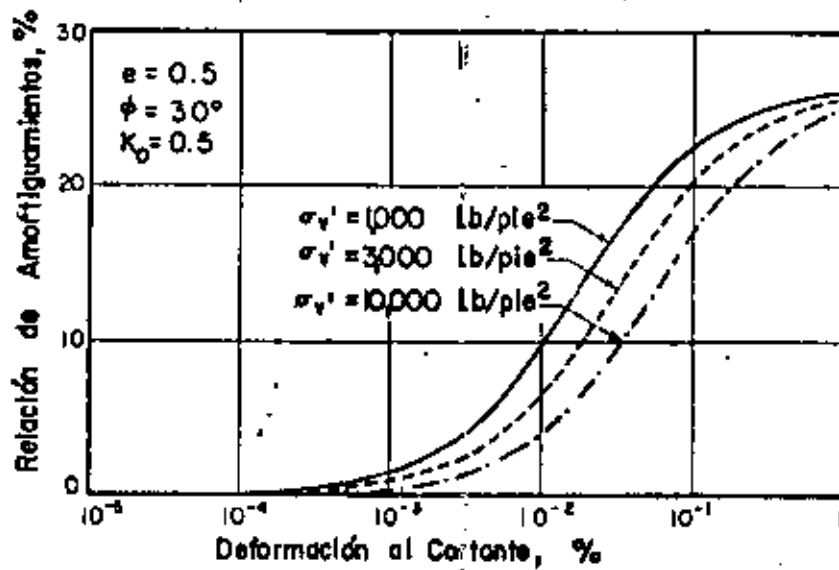


FIG. 8a. INFLUENCIA DE PRESION DE CONFINAMIENTO EN LA RELACION DE AMORTIGUAMIENTOS EN ARENAS SATURADAS.

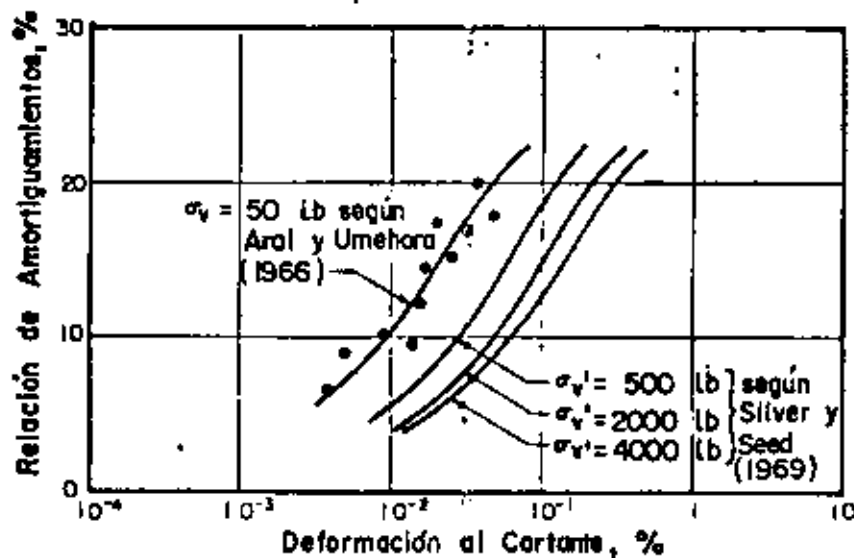


FIG. 8b. INFLUENCIA DE PRESION DE CONFINAMIENTO EN LA RELACION DE AMORTIGUAMIENTOS EN ARENAS SECAS (REF. N°15).

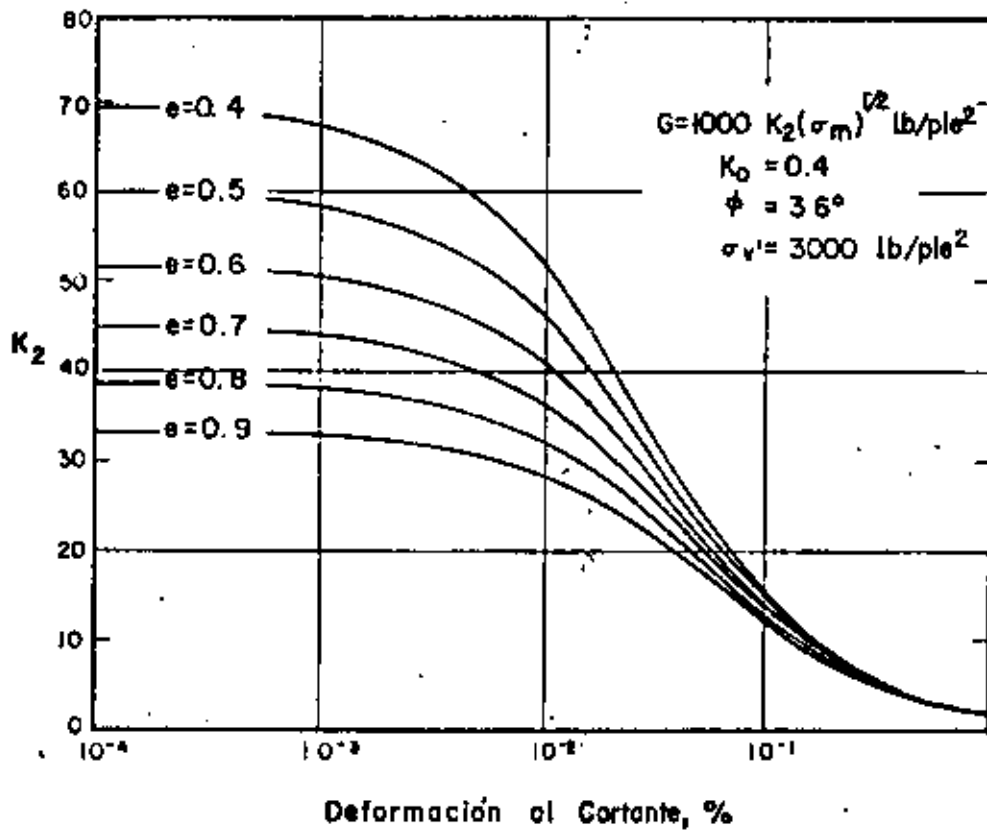


FIG. 9 MODULOS AL CORTANTE EN ARENAS PARA DIFERENTES RELACIONES DE VACIOS (REF. N° 15)

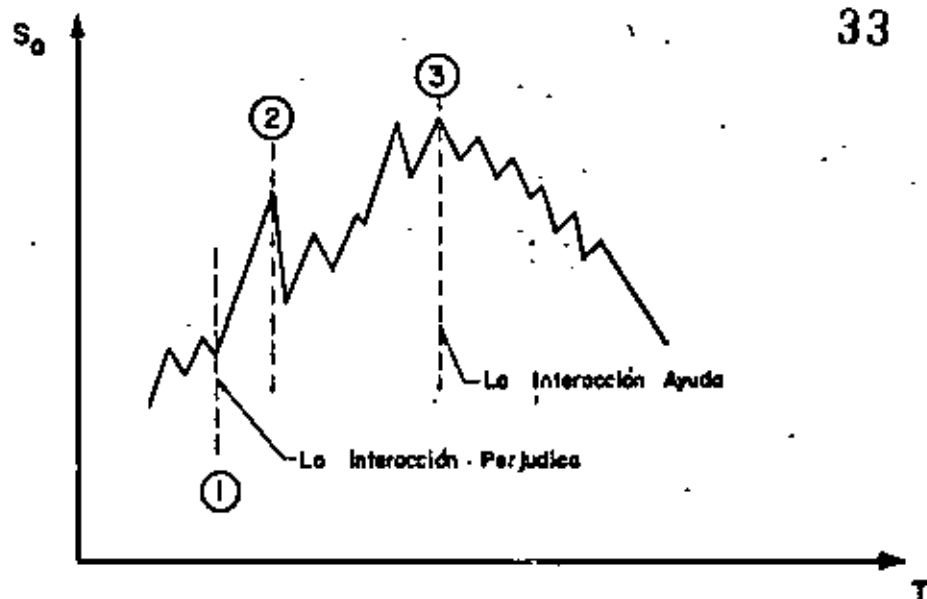
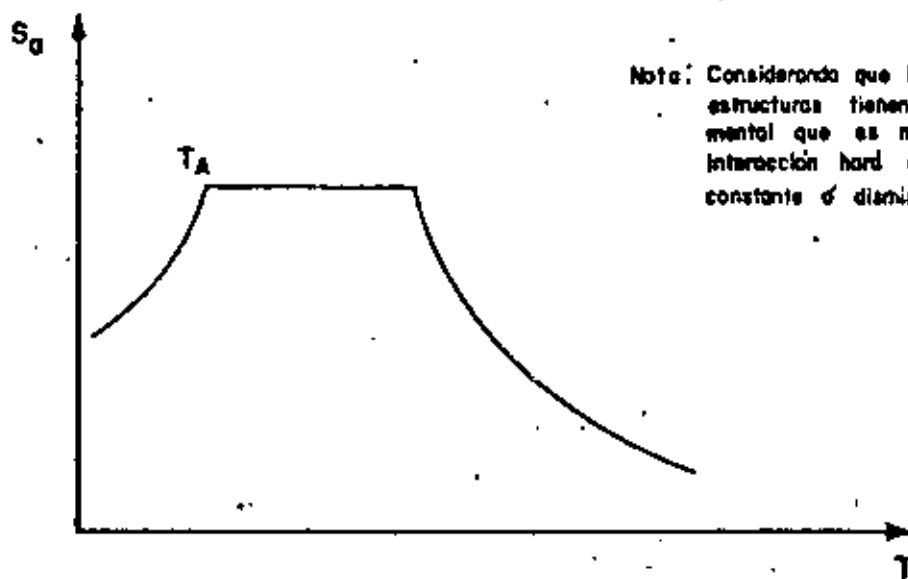
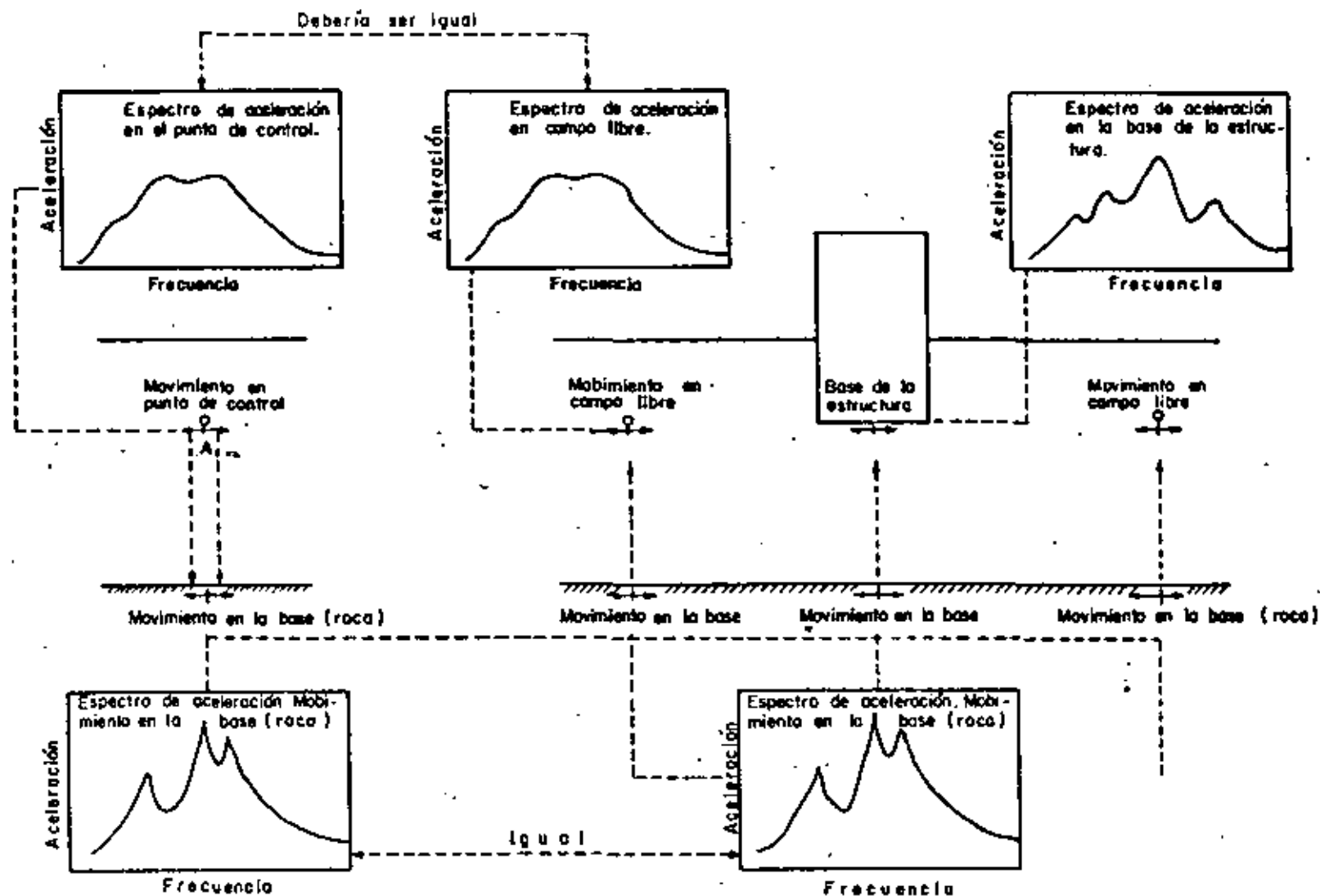


FIG. 10 EFECTO DE LA INTERACCION EN EL ESPECTRO DE UN TEMBLOR



Nota: Considerando que la mayoría de las estructuras tienen un periodo fundamental que es mayor a T_A , la interacción hará que S_g permanezca constante o disminuya.

FIG. 11 EFECTO DE LA INTERACCION CONSIDERANDO UN ESPECTRO SUAVISADO.



(a) Modelo de depósito de suelo

(b) Modelo de elemento finito en el sistema suelo - estructura

FIG. 12 REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL ANALISIS DE INTERACCION SUELO - ESTRUCTURA USANDO EL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS (REF. N° 16)

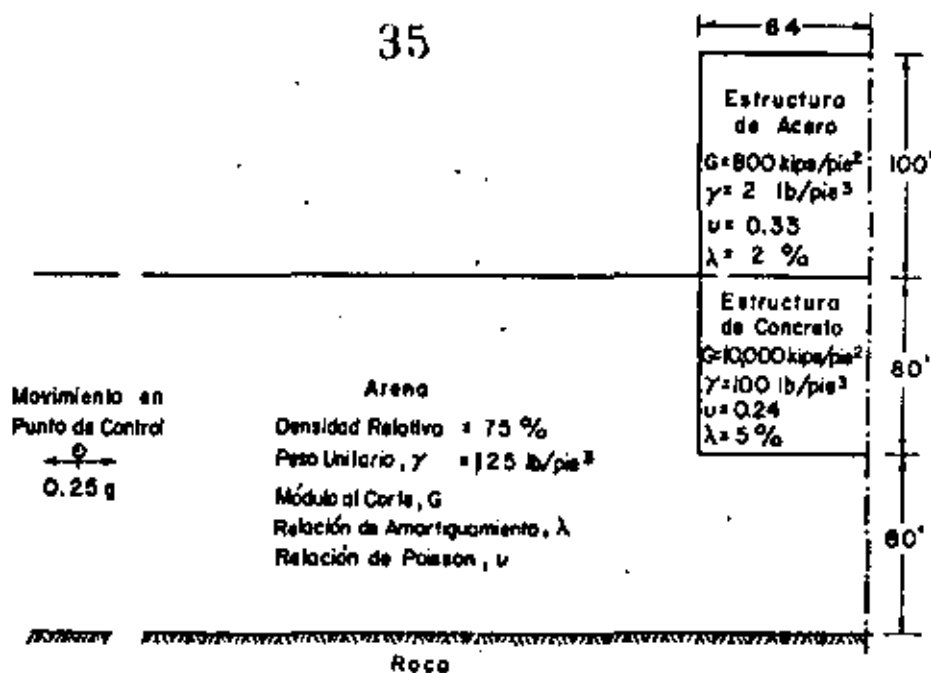


FIG. 13 SISTEMA DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA USADO PARA EL ANALISIS (REF N° 16)

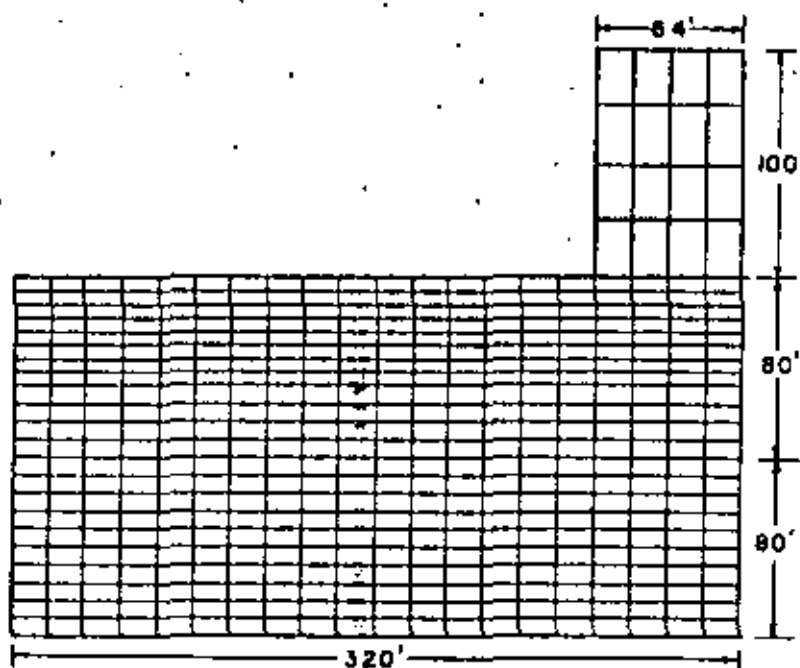
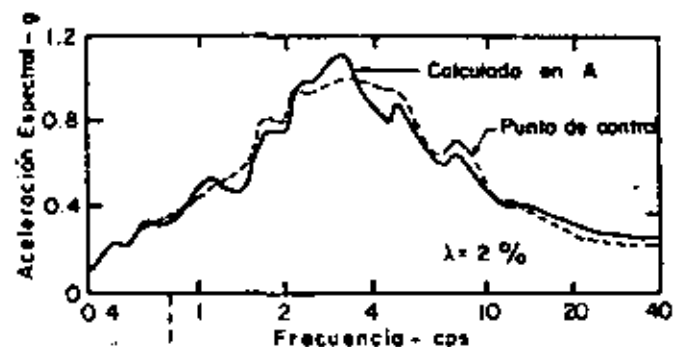


FIG. 14 REPRESENTACION DE ELEMENTO FINITO PARA UN SISTEMA SUELO-ESTRUCTURA (REF N° 16)



0.46g 0.46g 0.47g 0.53g 0.52g 0.32g

Movimiento en punto de control

0.25g

0.39g

0.31g	0.32g	0.30g	0.28g	0.23g	0.21g	0.21g
0.29g	0.29g	0.27g	0.25g	0.21g	0.27g	0.27g
0.25g					0.30g	0.30g
0.27g					0.34g	0.34g
0.30g						
0.34g						
0.39g					0.39g	

Movimiento base (roca)

Movimiento base (roca)

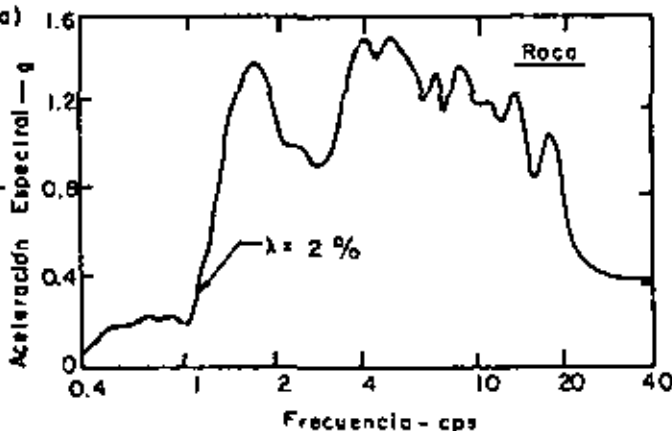
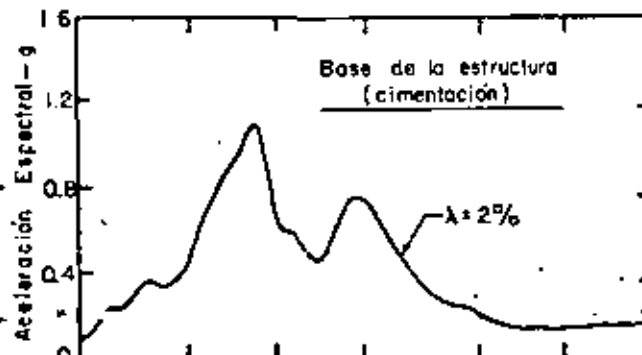
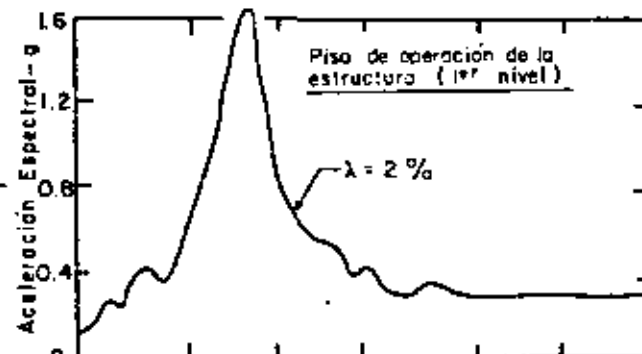
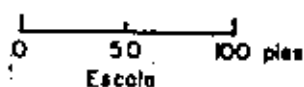


FIG. 15 RESPUESTA CALCULADA USANDO UN ANALISIS DE ELEMENTO FINITO CON AMORTIGUAMIENTO VARIABLE (REF. N° 16).

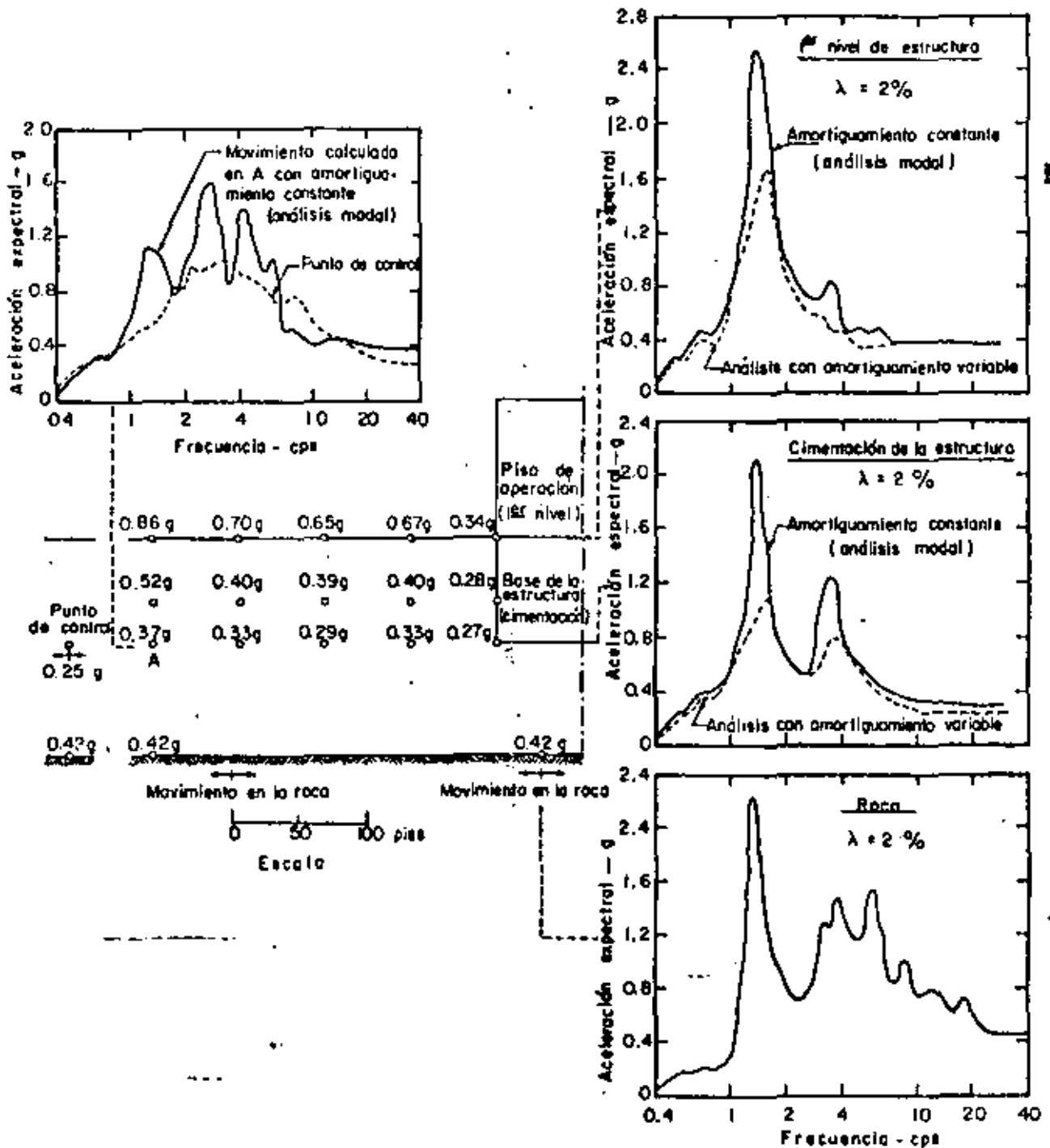


FIG. 16 RESPUESTA CALCULADA MEDIANTE EL ANALISIS DE ELEMENTO FINITO CON AMORTIGUAMIENTO CONSTANTE. (ANÁLISIS MODAL - 7% DE AMORTIGUAMIENTO) (REF. N° 16).

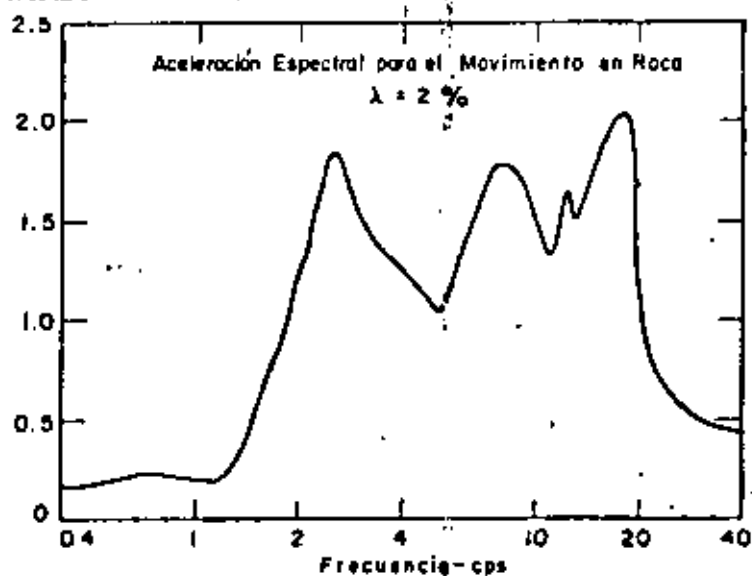
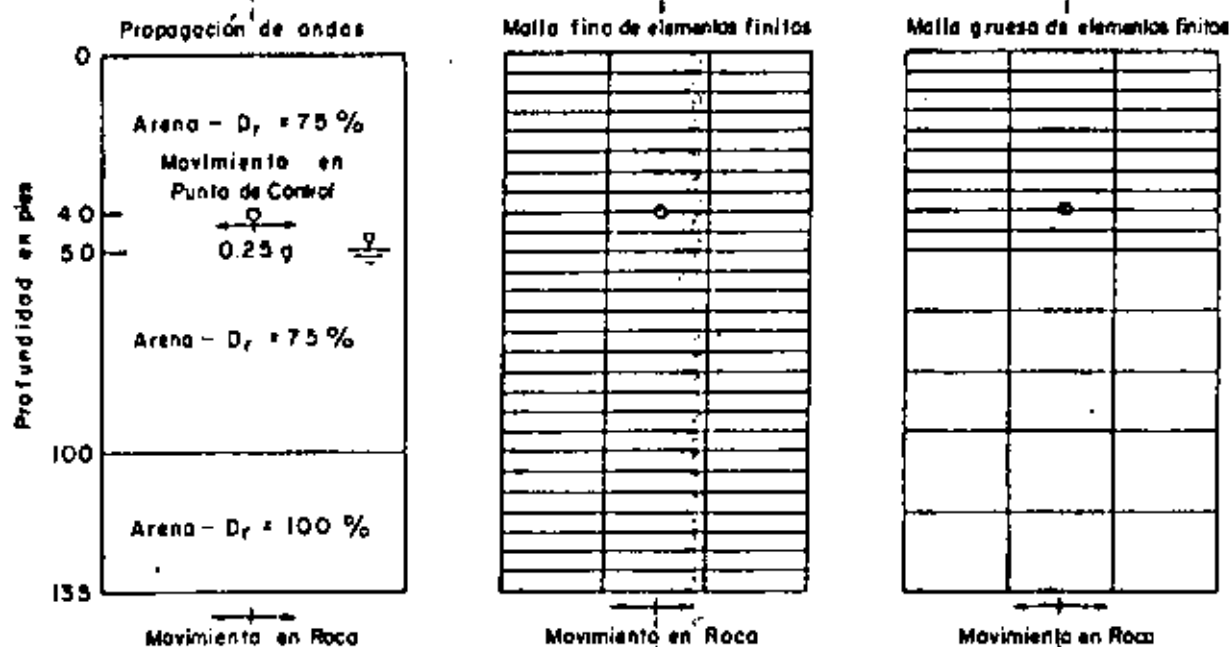
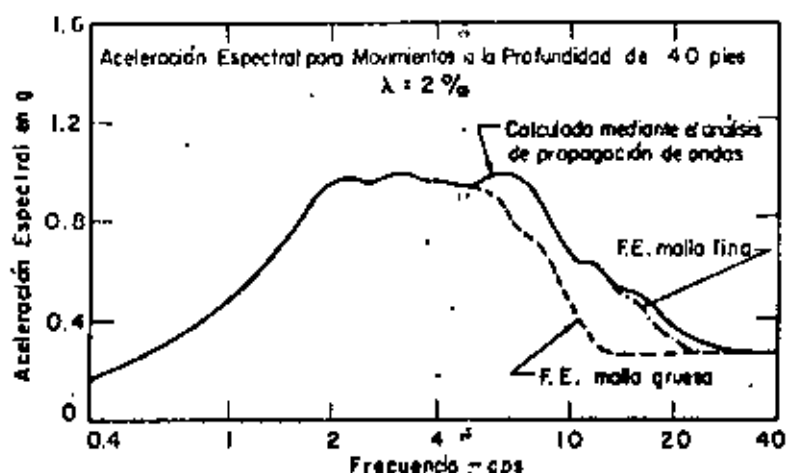


FIG. 17 INFLUENCIA DEL TAMAÑO DE LA MALLA EN LAS CARACTERÍSTICAS DE FRECUENCIA PARA LOS MOVIMIENTOS ESTIMADOS MEDIANTE EL ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS (REF. N° 16)

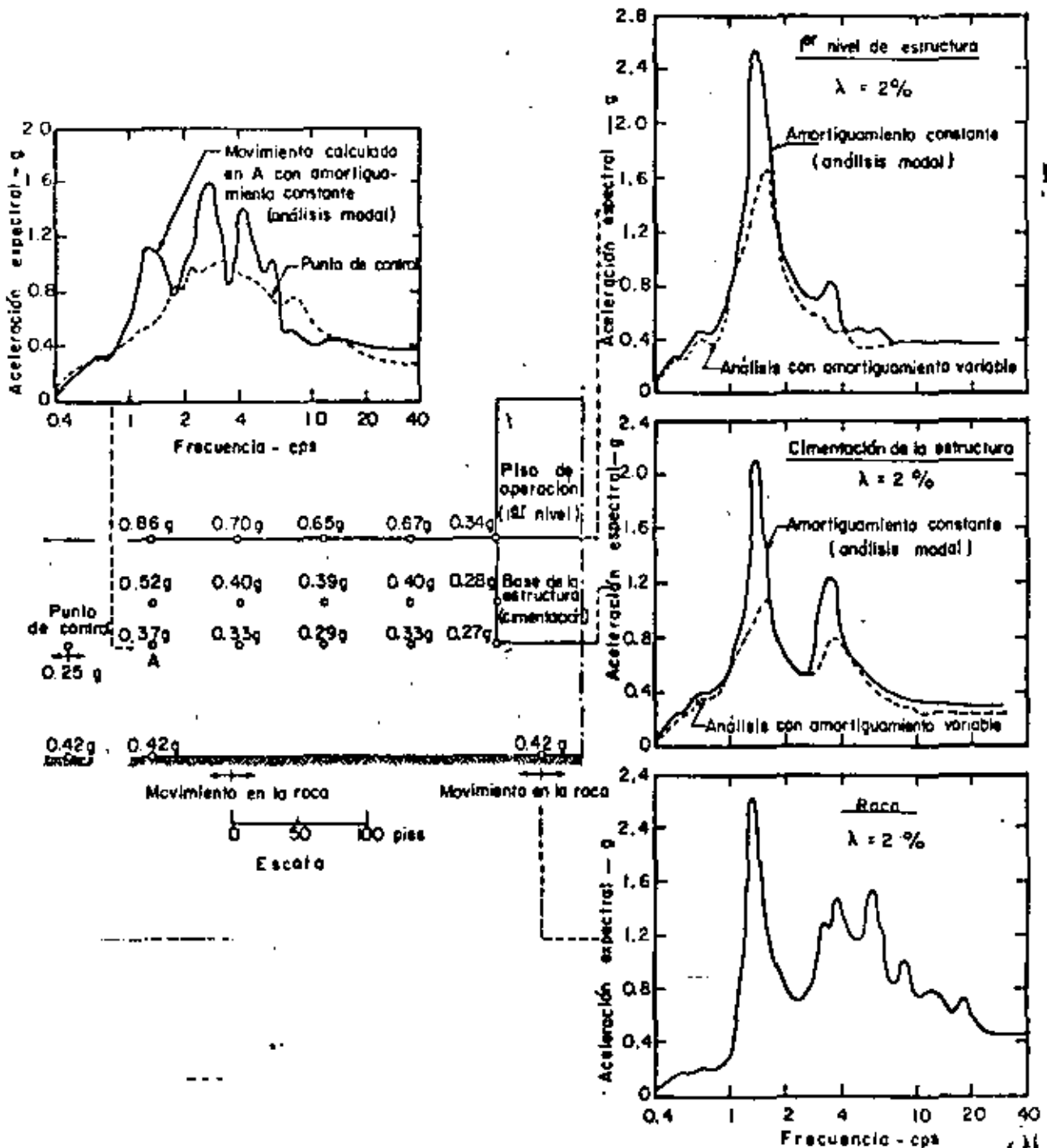


FIG. 16 RESPUESTA CALCULADA MEDIANTE EL ANALISIS DE ELEMENTO FINITO CON AMORTIGUAMIENTO CONSTANTE. (ANALISIS MODAL - 7% DE AMORTIGUAMIENTO) (REF. N° 16).

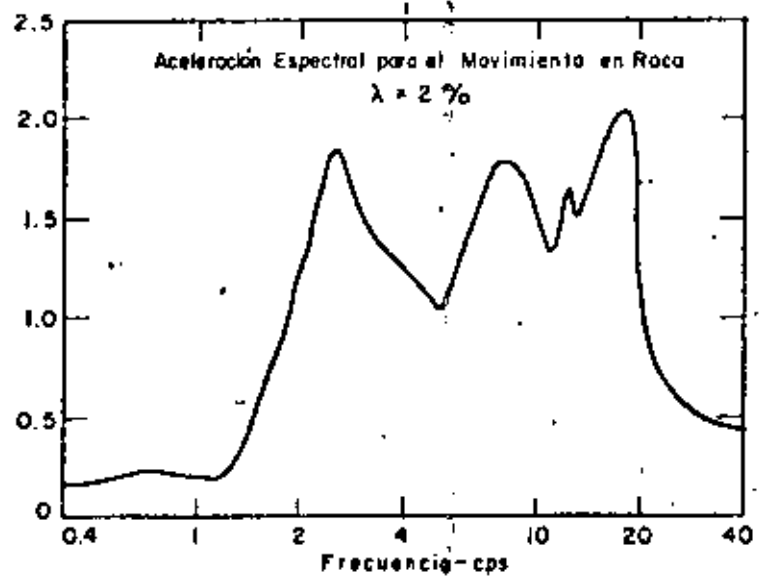
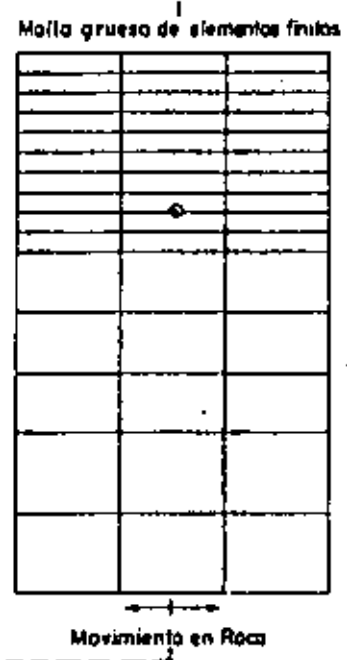
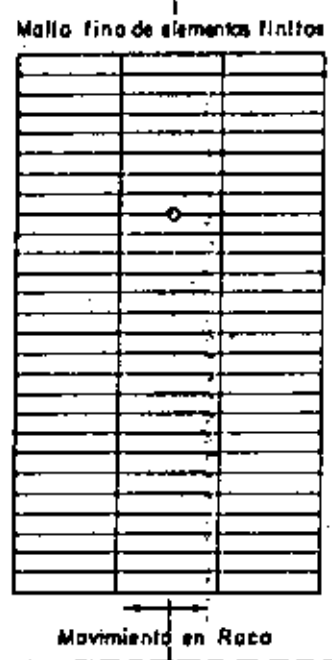
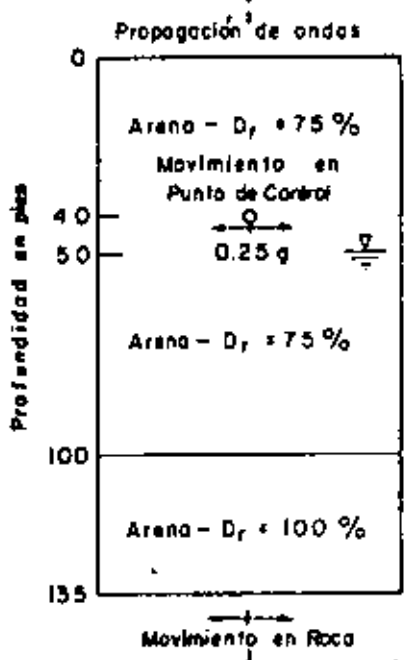
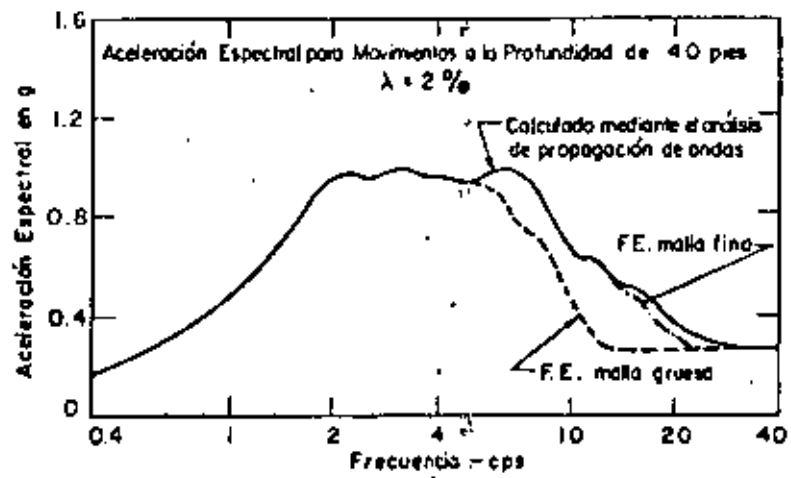


FIG. 17 INFLUENCIA DEL TAMAÑO DE LA MALLA EN LAS CARACTERÍSTICAS DE FRECUENCIA PARA LOS MOVIMIENTOS ESTIMADOS MEDIANTE EL ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS (REF. N°16)

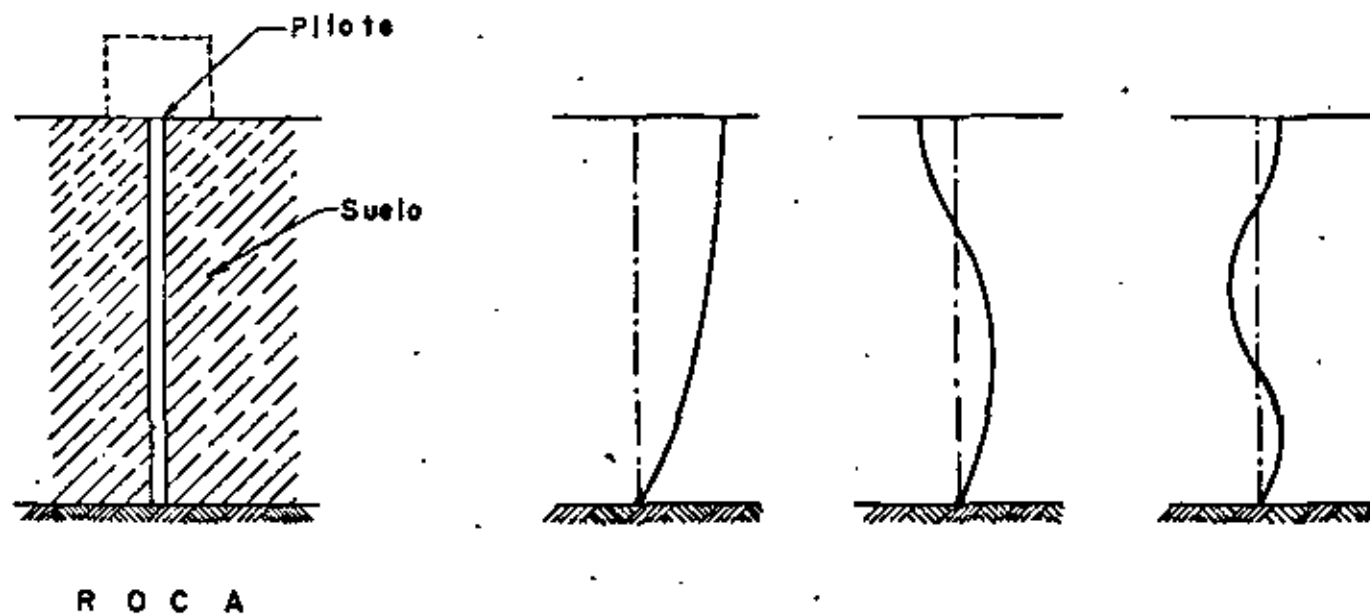


FIG. 18 DESPLAZAMIENTOS DE UN PILOTE POR EFECTO DEL MOVIMIENTO DEL SUELO

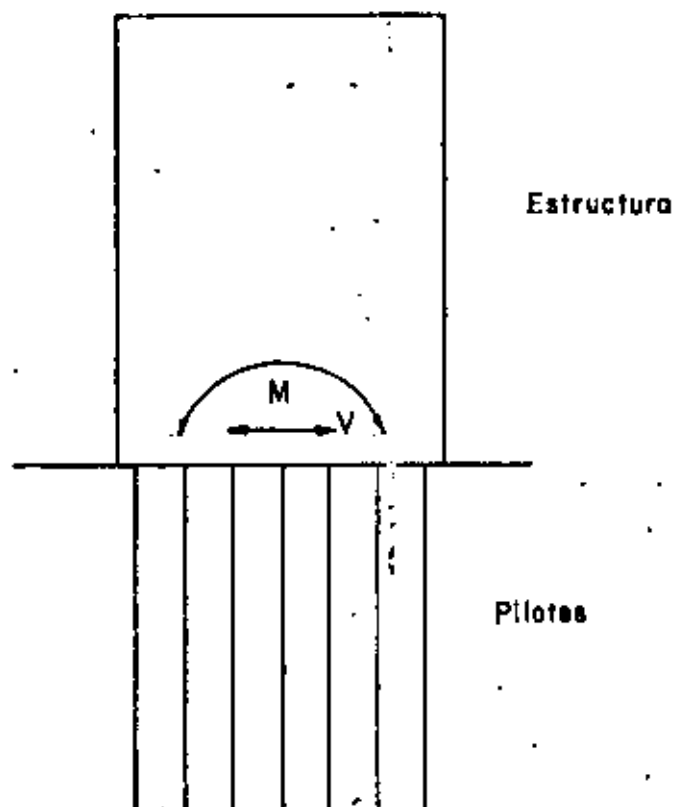


FIG. 19 FUERZAS SISMICAS PRODUCIDAS POR EL MOVIMIENTO DE LA ESTRUCTURA SOBRE EL PILOTE.

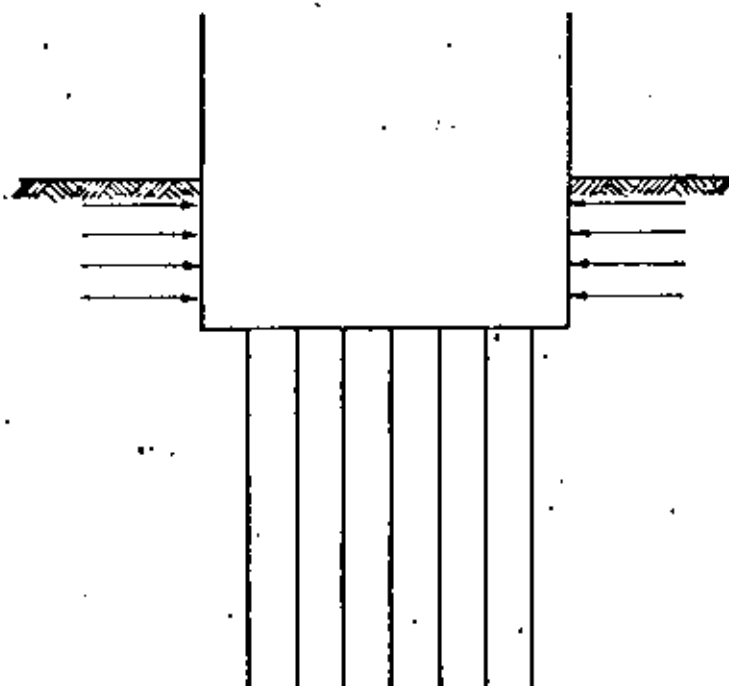


FIG. 20 ENCAJONAMIENTO DE LA CIMENTACION PARA ABSORVER LAS FUERZAS HORIZONTALES PRODUCIDAS POR LA SUPERESTRUCTURA.

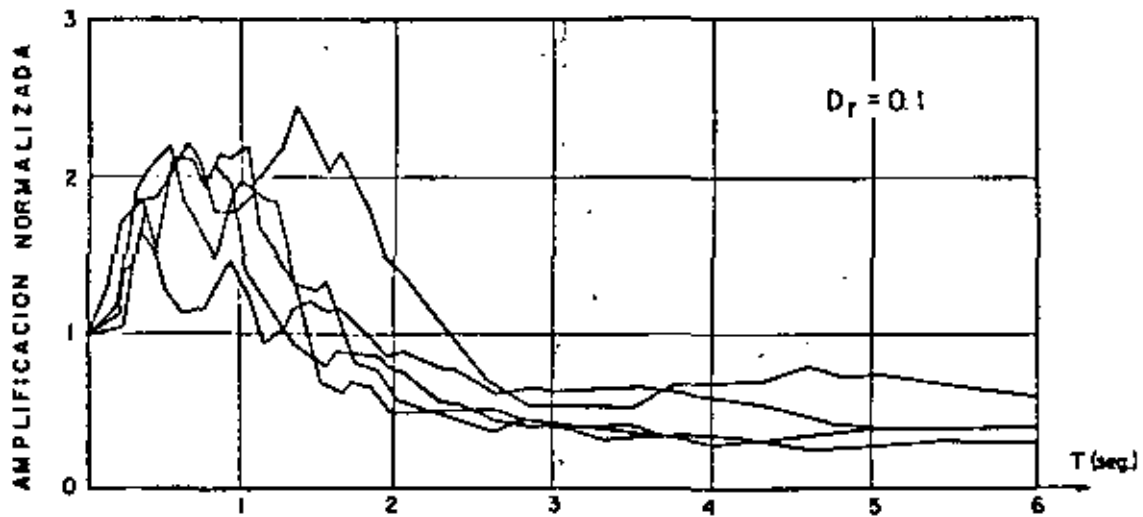


FIG. 21 ESPECTRO NORMALIZADO DE ACELERACION PARA CIMENTACIONES PILOTEADAS EN SUELOS BLANDOS (REF. N° 7)

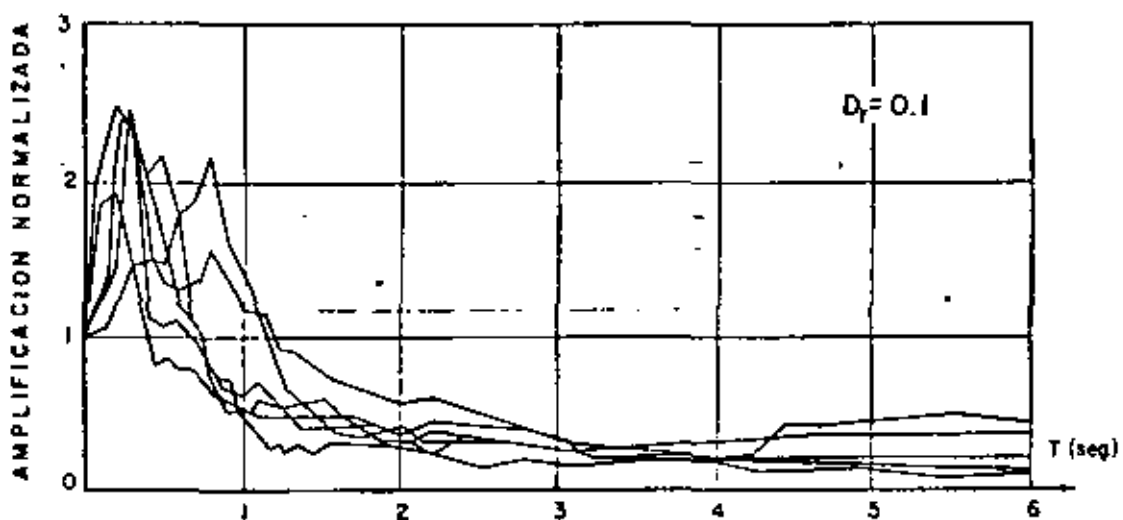


FIG. 22 ESPECTRO DE ACELERACION NORMALIZADA DE CIMENTACIONES RIGIDAS EN SUELOS BLANDOS (REF. N° 7)



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO ORGANIZADO EN COLABORACION CON LA SECRETARIA DE EDUCACION
PUBLICA Y LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE TAMAULIPAS.

DISEÑO DE CIMENTACIONES SUJETAS A
VIBRACION.

TEMA: INTRODUCCION A LA DINAMICA DE SUELOS.

PROF. J. RAUL FLORES BERRONES.
PROFESOR DE LA DIV. DE EST. SUPERIORES
DE LA FAC. DE INGENIERIA, UNAM.
NOVIEMBRE, 1982.

SINOPSIS

En este trabajo se intenta señalar en que consiste la dinámica de suelos, cual fué su origen y cual ha sido su evolución, así como el campo de su aplicación en México. Se intenta también explicar, en forma breve, en que consiste cada uno de los temas que comprende esta materia.

1) Introducción

La dinámica de suelos está considerada dentro de la especialidad de la mecánica de suelos, aunque en la realidad en ella se tratan o se analizan problemas que son de interés tanto al especialista de mecánica de suelos como al especialista en estructuras. Por un lado, el ingeniero de mecánica de suelos requiere de los conocimientos que comprende esta materia para determinar la respuesta de las cimentaciones cuando actúan sobre ellas fuerzas dinámicas provenientes de la estructura que soportan (por ejemplo, fuerzas producidas por maquinaria, vehículos, viento u ondas oceánicas), o fuerzas ejercidas por el movimiento que el suelo experimenta durante un sismo. Por el otro lado, los ingenieros estructuristas requieren saber del efecto que ejercen, sobre las estructuras, las condiciones locales del suelo sobre el que se apoyan cuando un sismo ocurre y del efecto de la interacción que existe entre el suelo y la estructura.

Así pues, la dinámica de suelos es una parte de la ingeniería civil que tiene una aplicación muy amplia en el análisis y solución de varios problemas prácticos.

En el presente trabajo se describe primeramente el origen, evolución y aplicación práctica de la materia, en particular en nuestro país. Se describen después cada uno de los temas que ella comprende, junto con la importancia y utilidad de los conceptos.

2) Antecedentes

Los primeros estudios de dinámica de suelos se iniciaron por los años cuarenta en la Universidad de Harvard, a partir de unos estudios efectuados por Casagrande sobre el comportamiento dinámico de arenas; sin embargo, no fue sino hasta los años sesenta, a partir de la traducción del ruso al inglés del libro de Barkan, cuando realmente se empezó a desarrollar la materia.

Hoy en día la dinámica de suelos ha alcanzado un avance considerable y es una materia que ha dado origen a numerosos simposiums y ha sido tema de sesiones plenarias en conferencias internacionales. Algunos métodos modernos, como el del elemento finito y el llamado "método de las características", han contribuido fuertemente en este avance y a su continua evolución.

Existen, sin embargo, muchos problemas dentro de este campo que permanecen sin resolverse correctamente, y faltan por desarrollarse o mejorarse técnicas que permitan determinar, en forma rutinaria y práctica, las propiedades dinámicas de los diferentes depósitos de suelo.

3) Campo de aplicación de la materia en México

Todos los problemas relacionados con la cimentación de maquinaria, como son las cimentaciones de turbinas, generadores, compresores y cualquier otra máquina que trasmite fuerzas dinámicas a la cimentación, son problemas que están íntimamente conectados a la dinámica de suelos; ellos abundan en organismos del Estado tales como Pemex, C.F.E. y S.R.H., así como en las industrias donde se requiere la instalación de maquinaria pesada.

Frecuentemente se requiere aislar a una o más estructuras de vibraciones producidas por vehículos, máquinas, detonaciones o cualquier movimiento que origine vibraciones y que pueda causar daños a las estructuras vecinas o molestias a los que en ellas habitan. Estos aislamientos se pueden lograr, en forma efectiva, a través del conocimiento de la transmisión de movimientos en los distintos medios por los que viajan las vibraciones.

Resulta también que en México existen varias regiones altamente sísmicas, entre otras el Estado de Guerrero y el D. F., donde es necesario conocer el comportamiento dinámico de las cimentaciones de edificios, presas, puentes o cualquier otra obra civil más o menos importante.

Desafortunadamente el estado del arte de esta materia en México deja mucho que desear, y esto se debe a dos factores:

- 1) a que no existe suficiente gente especializada en esta rama que pueda dedicarse a dar soluciones adecuadas a los problemas de dinámica de suelos existentes en el país, y

2) a que no se le ha dado la importancia a esta materia que en realidad tiene. Como consecuencia de ello resulta que la dinámica de suelos se ha quedado a la zaga con respecto a otros países, y actualmente se está importando tecnología que muy bien pudiera resolverse por nosotros mismos. Tenemos, por ejemplo, que la mayor parte de máquinas que requieren cimentación especial y que se importa a México se adquiere por paquete; es decir, que al comprar dichas máquinas se compran también los planos de la cimentación junto con todas las recomendaciones que ésta deberá tener (en otras palabras, independientemente del tipo de suelo, de la localización de las instalaciones, de las estructuras vecinas, etc, se dan recomendaciones que la mayor parte de las veces están muy sobradas y por tanto son muy caras; pueden estar en ocasiones del lado de la inseguridad porque no han sido analizadas convenientemente).

Un ejemplo más es cuando se requiere hacer un análisis sísmico de estabilidad de taludes o presas, para cuyo caso se compran muchas veces los programas desarrollados en el extranjero, porque en México no los hay o hay muy pocos, o simplemente nada más no se hace el análisis dinámico requerido. Todo esto a pesar de que México tiene una reputación muy grande en lo que se refiere a la mecánica de suelos e ingeniería sísmica.

Sintetizando, se puede decir que existe un campo virgen en México por trabajar sobre esta materia, tanto en lo que se refiere a la práctica como a la investigación.

4) Temas específicos que comprende la materia

Se indicarán ahora los temas específicos que se tratan dentro de la materia y la secuencia como conviene estudiarlos.

I) Repaso de conceptos de Mecánica de Suelos y Dinámica Básica

Como antecedentes para estudiar esta materia, conviene tener claros los conceptos fundamentales de mecánica de suelos por un lado, y los elementos de dinámica básica por el otro. La correcta comprensión de ambas partes ayuda mucho a entender los temas que se tratan en la materia propiamente dicha.

II) Propagación de ondas

El primer tema que se ve ya dentro de la materia es el de *propagación de ondas*, tanto en un medio seminfinito elástico como en un medio estratificado y en barras. En el primer caso, es decir, el estudio de propagación de ondas en un semiespacio homogéneo o estratificado, permite analizar la transmisión de las vibraciones a través del suelo, transmisión que se efectúa precisamente mediante los distintos tipos de ondas que existen, o mediante una combinación de dos o más de ellas. Tres de las ondas que más se estudian, por la importancia que ellas tienen en la transmisión de movimientos, son las mostradas en la fig 1. Es decir, las ondas de compresión u ondas que originan movimiento de partículas con una dirección igual a la que se propagan dichas ondas; las ondas cortantes donde los movimientos de las partículas son perpendiculares a la dirección en que viajan;

y las ondas Rayleigh que son ondas superficiales que llevan ese nombre en honor de quien las descubrió, y que tienen un movimiento de partícula elíptica.

El estudio de la propagación de las ondas en barras se hace con el objeto de determinar algunas propiedades dinámicas de los suelos a través del análisis en probetas cilíndricas de suelos en el laboratorio.

Así, conociendo la velocidad de propagación de las ondas cortantes u ondas longitudinales a través de la probeta del suelo, se pueden obtener los módulos dinámicos de Young E , del módulo dinámico al corte G y de la relación de Poisson μ , mediante las siguientes relaciones:

$$E = C_L^2 \rho$$

$$G = C_S^2 \rho$$

$$E = 2(1+\mu) G$$

$$\mu = \frac{E/2 - G}{G}$$

En estas ecuaciones C_L es la velocidad de las ondas longitudinales, C_S es la velocidad de las ondas transversales y ρ es la densidad de masa del suelo (igual al peso volumétrico entre la aceleración de la gravedad).

Existen desde luego el estudio de algunas otras ondas especiales de interés, como son por ejemplo las ondas que se originan y se transmiten a lo largo de las superficies de contacto entre

los estratos de suelo; dichas ondas reciben el nombre de ondas Love.

III) Comportamiento dinámico del suelo

En esta parte se estudian las propiedades y el comportamiento del suelo cuando se le sujeta a éste a cargas dinámicas. En general se ha observado que cuando a un suelo se le somete a cargas cortantes cíclicas, el tipo de curvas esfuerzo-deformación que se obtienen son del tipo mostrado en la fig 2.

Si definimos como módulo de rigidez a la pendiente de la línea que une los extremos de cada lazo histerético (ver fig 3), vemos en la fig 2 que dicho módulo disminuye cuando se aumenta el nivel de las deformaciones.

De igual manera, si se considera que el área dentro del lazo representa la energía perdida, energía disipada o energía "fugada", se puede observar que la cantidad de esa energía aumenta con el nivel de las deformaciones. Esta energía que se pierde se le conoce en dinámica de suelos como amortiguamiento, y una forma de medirlo es determinando precisamente el área dentro de cada lazo histerético. Así pues, puede decirse que estos dos parámetros (G y D) varían con el nivel de deformaciones y que por tanto el comportamiento del suelo a cargas dinámicas relativamente grandes es no lineal.

Por otro lado, a diferencia de las cargas estáticas, las dinámicas se aplican en forma más o menos rápida impidiendo que haya disipación de la presión de poro que se crea al aplicar

las cargas. O sea, que en términos generales, se puede considerar que se está trabajando en condiciones de resistencia no drenadas.

Dentro de este tema queda incluido la determinación de las propiedades dinámicas del suelo. Existen en general tres maneras de hacerlo.

1. A través de pruebas de laboratorio, de manera semejante como se hace en la mecánica de suelos tradicional (por ejemplo, utilizando el método de la columna resonante ilustrado en la fig 4).
2. A través de pruebas de campo utilizando la propagación de las ondas en el suelo (por ejemplo, usando el método de los hoyos en paralelo señalado en la fig 5).
3. A través de fórmulas empíricas que se pueden utilizar para los análisis dinámicos preliminares. Un ejemplo de dichas fórmulas es la siguiente fórmula llamada de Hardin

$$G = 1200 \frac{(3-e)^2}{1+e} (\bar{\sigma}_0)^{1/2}$$

donde

G y $\bar{\sigma}_0$ están en psi

"e" es la relación de vacíos que tiene el suelo y

$\bar{\sigma}_0 = (\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3) / 3$; $\bar{\sigma}_1$, $\bar{\sigma}_2$ y $\bar{\sigma}_3$ son respectivamente los esfuerzos efectivos principales mayor, intermedio y menor

IV) Cimentación de maquinaria

En esta sección se estudia el mecanismo o la secuencia que generalmente se sigue en el estudio de la cimentación de maquinaria. Generalmente este mecanismo consiste en hacer primeramente una estimación de las dimensiones de la cimentación, en base a las dimensiones y fuerzas de la maquinaria, en la capacidad de carga estática del suelo y en la experiencia que se tiene en este tipo de problemas. Posteriormente se verifica que los movimientos o vibraciones producidas están dentro de las especificaciones. Dichas especificaciones están generalmente dadas en términos de la frecuencia de operación de la máquina. (Existen gráficas a través de las cuales se establecen estos límites; como un ejemplo de ellas, en la fig 6 se reproduce una gráfica publicada en la ref 3).

V) Respuesta de cimentaciones en un semiespacio elástico

La manera como se determina la respuesta de una cimentación es a través del estudio de sistemas equivalentes de uno o más grados de libertad*, constituidos por masas, resortes y amortiguadores (la fig 7 señala algunos ejemplos de sistemas equivalentes). Las masas de dichos sistemas representan las masas reales de la cimentación junto con la de la maquinaria, los resortes las rigideces y los amortiguadores la pérdida de energía.

* NOTA: Se dice que un sistema tiene "n" grados de libertad cuando existen "n" tipos de movimientos independientes en el sistema.

La razón de trabajar con sistemas equivalentes consiste en que por un lado, se ha observado que la respuesta de los sistemas reales es muy semejante a la de estos sistemas equivalentes (ver fig 8), y por el otro, resulta muy simple trabajar con las ecuaciones que gobiernan la respuesta de los sistemas equivalentes.

A este respecto, es muy importante determinar adecuadamente a los parámetros que gobiernan a estos sistemas equivalentes. La manera más conveniente que hoy en día se utiliza es la de obtener esos parámetros a través de la teoría que estudia el comportamiento de una masa que vibra sobre la superficie de un semiespacio elástico y homogéneo (ver fig 9).

La manera como se obtienen los parámetros de los sistemas equivalentes a través de dicha teoría, es estableciendo las ecuaciones que gobiernan la respuesta de las cimentaciones, en la misma forma como se establece la ecuación de equilibrio de sistemas de 1 grado de libertad; igualando los coeficientes respectivos de la aceleración, la velocidad y el desplazamiento, se obtienen los parámetros correspondientes. Es decir, la ecuación general que gobierna a un sistema de 1 grado de libertad (ver fig 10) es:

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_0 \sin \Omega t$$

donde

- M masa del sistema
- \ddot{x} aceleración
- c coeficiente de amortiguamiento

- \dot{x} velocidad
 k rigidez del resorte
 x desplazamiento
 $P_0 \text{ sen } \Omega t$ fuerza dinámica

Lo que se hace entonces en la teoría del semiespacio es poner, de manera similar a esta ecuación, aquella que gobierna el comportamiento de la cimentación apoyada en el semiespacio elástico, y por similitud de coeficientes se determinan los correspondientes parámetros.

Un ejemplo de aplicación práctica de los fundamentos que indican el comportamiento de los sistemas equivalentes de un grado de libertad, es la disminución de la amplitud de las vibraciones en un problema específico.

Para ilustrar esto supóngase que la frecuencia de excitación es Ω y que la amplitud de las vibraciones es la señalada por el punto A en la fig 11. A fin de disminuir dicha amplitud, será necesario alejar la frecuencia de resonancia de la frecuencia de operación, y ello se logra por ejemplo aumentando el valor de la rigidez k , ya que

$$\omega_r = \omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

donde

ω_r = frecuencia circular de resonancia

ω_n = frecuencia circular natural de vibración

El aumento de k se puede lograr mejorando la resistencia al corte del suelo o mediante el uso de pilotes. El efecto logrado al aumentar ω_n es también indicado en la fig 11.

VI) Principios de Ingeniería Sísmica

Con este tema se inicia lo que se pudiera llamar la segunda parte de la dinámica de suelos, es decir, el comportamiento del suelo y de las cimentaciones cuando la transmisión de los movimientos dinámicos ocurren del suelo hacia la estructura a través de la cimentación, aunque existe desde luego el proceso de retroalimentación durante un sismo, proceso que debe también analizarse y tomarse en cuenta.

En esta parte se estudian primeramente algunos principios de ingeniería sísmica, indispensables para comprender y dar solución adecuada a los problemas que más adelante se estudian.

Así por ejemplo, es necesario entender perfectamente el origen y el mecanismo de los sismos, conocer como se puede localizar sus epicentros, saber las correlaciones que existen entre la intensidad epicentral y la magnitud de los sismos con la aceleración, la velocidad y el desplazamiento máximo del terreno, etc. El conocimiento de esos principios permite además construir los espectros de respuesta de un sismo y elaborar los espectros de diseño. La fig 12 representa un ejemplo de lo que es un espectro de respuesta correspondiente a un sismo real y la fig 13 representa lo que sería un espectro suavizado o de diseño.

VII) La Teoría de Amplificación

Después de revisar los principios de ingeniería sísmica se puede analizar el efecto de las condiciones locales del suelo en la respuesta de una estructura. Es decir, se puede analizar la diferencia que debe existir entre cimentar una estructura en un suelo blando y el de cimentarla directamente en roca. La experiencia que se tiene, basada en los daños sobre estructuras, indica que en general las apoyadas en suelos blandos sufren mayores daños; esto resulta en particular cierto cuando existen fallas del terreno por licuación de materiales granulares saturados, por deslizamientos de taludes o por fuertes asentamientos diferenciales. Sin embargo, cuando se refiere uno al llamado efecto de las condiciones locales del suelo, se supone que el terreno no falla sino que simplemente modifica los movimientos que le son transmitidos por la roca o los estratos en los que se apoya.

Una manera de estudiar el efecto de las condiciones del suelo es a través de la llamada teoría de amplificación de ondas cortantes. Esta teoría supone, entre otras cosas, que las ondas que originan los movimientos horizontales llegan verticalmente a la superficie de los estratos (ver fig 14). Este análisis de amplificación se puede hacer a través de los espectros de Fourier (fig 15) que se construyen descomponiendo el registro de un sismo en un número infinito de movimientos senosoidales que varían en amplitud, frecuencia y desplazamiento, y suponiendo que el movimiento del sismo es la superposición de todos

esos movimientos. Se le llama espectro de Fourier a la amplitud de esos movimientos versus la frecuencia. Teniendo pues los espectros de Fourier y a través de la teoría de amplificación, se pueden obtener los llamados espectros de amplificación (que es la relación entre el espectro en la superficie y el espectro en la base, como se ilustra en la fig 16).

Con estos espectros de amplificación se obtiene el espectro en la superficie, y por tanto la respuesta en la superficie. Los valores así obtenidos se pueden utilizar como "inputs" para el análisis dinámico de estructuras que se apoyen en la superficie del terreno.

VIII) Interacción suelo-estructura.

Otro aspecto interesante en dinámica de suelos se refiere al conocimiento de la interacción entre el suelo y la cimentación, misma que está representada por la diferencia entre los movimientos u_b y u_g de la fig 17; es decir, la diferencia entre el movimiento en un punto en la base de la estructura y el movimiento en un punto de la superficie del terreno; si el terreno es muy rígido, la diferencia será pequeña, pero si el terreno es más o menos blando, la diferencia puede ser grande.

En general, por el efecto de la interacción, se tiende a incrementar el período natural T de la estructura. El significado que esto tiene es, como se indica en la fig 18 (que señala el espectro de respuesta de un sismo), que al aumentar el período T se pueden aumentar los esfuerzos cuando originalmente se

tiene el período fundamental en un valle (el punto 1 se mueve al 2), o se pueden reducir si se está en un peak (el punto 3 se mueve al 4). Sin embargo, desde el punto de vista de diseño, donde se utiliza un espectro suavizado de respuesta (fig 19), o no se altera o la interacción mejora la situación, a menos de que se trate de una estructura muy rígida con un período natural muy pequeño. (Sin embargo, la mayor parte de las estructuras tienen períodos fundamentales mayores de T , y por lo tanto se puede decir que la interacción ayuda o contribuye a disminuir la amplitud en la respuesta).

Existen en general dos métodos para analizar este efecto

1. El del semiespacio donde se utilizan los parámetros determinados en la teoría del semiespacio, antes mencionada.
2. El del elemento finito.

IX) Cimentaciones piloteadas sujetas a sismos

El análisis de pilotes sujetos a sismos representa un problema muy interesante, ya que además de las fuerzas estáticas para las que originalmente fueron recomendados, deben estar diseñados para las fuerzas adicionales que se crean como consecuencias de un sismo.

Las fuerzas que el sismo origina en los pilotes son de dos tipos: 1) las fuerzas provenientes de la superestructura, es decir, el momento de volteamiento y la fuerza cortante en la base (fig 20), y 2) las fuerzas producidas por el movimiento del suelo (fig 22).

Por efecto del momento de volteamiento, es obvio que los pilotes de la orilla tendrán que soportar, por un lado, fuerzas adicionales verticales, pero en el lado opuesto se tendrán fuerzas de tensión que habrán que considerarse en la revisión por análisis sísmico. Las fuerzas horizontales producidas por el movimiento de traslación de la estructura, son fuerzas que actúan prácticamente sobre la cabeza de los pilotes; ello significa que es necesario analizar cuidadosamente los esfuerzos en esa parte del pilote, ya que en ella se tendrá por lo general un punto crítico.

En cuanto al efecto que produce el suelo que rodea al pilote; se puede estudiar fácilmente si se supone que no existe la carga vertical que se apoya sobre el pilote y que el pilote se encuentra simplemente hincado dentro de un estrato de suelo (fig 22).

Al ocurrir un sismo, el suelo se mueve como consecuencia del mismo, y tenderá a mover al pilote junto con él; habrá por tanto fuerzas del suelo que harán que precisamente se mueva el pilote. Una manera de absorber las fuerzas laterales provenientes de la superestructura, es a través de encajonamiento (fig 23). Es decir, a través de empujes pasivos del terreno de cimentación, se pueden absorber las fuerzas sísmicas que la superestructura trata de transmitir a los pilotes a través de su cabeza; este procedimiento resulta práctico cuando se desea disminuir el refuerzo en la parte superior de los pilotes. Las referencias 3 y 9 tratan con detalle el análisis sísmico de cimentaciones piloteadas.

X) El Fenómeno de Licuación

Este es otro problema que además de ser muy interesante, es un tema de actualidad en la mecánica de suelos y en él existe una controversia muy grande al nivel mundial.

La controversia se debe fundamentalmente a la definición de la palabra licuación. Como consecuencia de ello, el Prof Casagran de de la Universidad de Harvard ha decidido llamar "licuación actual" a lo que originalmente se había llamado licuación antes de que existieran las pruebas triaxiales, y esa definición se refiere a la respuesta de una arena suelta y saturada cuando se le somete a movimientos o deformaciones rápidas que producen una pérdida substancial de su resistencia, y que en ocasiones especiales pueden causar deslizamientos de flujo.

Por otro lado, se llama licuación cíclica o movilidad cíclica a la respuesta de un espécimen de arena densa sujeta a carga cíclica dentro de una cámara triaxial, cuando el valor máximo de la presión de poro alcanza momentaneamente la presión de confinamiento en cada ciclo. A diferencia de la "licuación actual", que puede ocurrir en el campo, la "licuación cíclica" solo ocurre en el laboratorio donde las presiones de poro son causadas fundamentalmente por las restricciones de frontera de los aparatos.

Ahora bien, ¿por qué es de mucho interés este tema? Simplemente porque ha originado o ha sido responsable de muchas catástrofes en varios de los grandes sismos, según se ha reportado en las diversas publicaciones que tratan sobre este tema. El capítulo 10 de la referencia (7) señala varios casos donde este fenómeno ha sido responsable de varias tragedias.

XI) Estabilidad de Taludes

Finalmente se incluye dentro de los temas principales que se estudian dentro de la dinámica de suelos un tema de gran interés mundial actual, y es el que se refiere a la estabilidad de terraplenes en caminos y en presas. Dentro de este tema se han observado también fallas catastróficas ocurridas en diversas regiones del mundo. Actualmente se encuentran en construcción o en proyecto grandes presas de tierra y enrocamiento que almacenarán grandes volúmenes de agua; cuando esas presas se encuentren en áreas sísmicas, es muy importante asegurar la estabilidad de ellas durante un sismo y de allí la necesidad de efectuar un correcto análisis de dicha estabilidad.

Los procedimientos que actualmente se usan en el análisis dinámico de terraplenes van desde los métodos pseudoestáticos, consistentes en añadir una fuerza proporcional a la magnitud del sismo de diseño al análisis tradicional estático de estabilidad de taludes (fig 24), hasta el empleo de métodos modernos como el del elemento finito. Obviamente el primero representa muchas desventajas, entre otras la de hacer suposiciones que no corresponden a la realidad, y por el contrario, el segundo representa varias ventajas entre las que se encuentra la de conocer la respuesta de la estructura en diferentes tiempos y para distintos puntos del terraplén que se analiza.

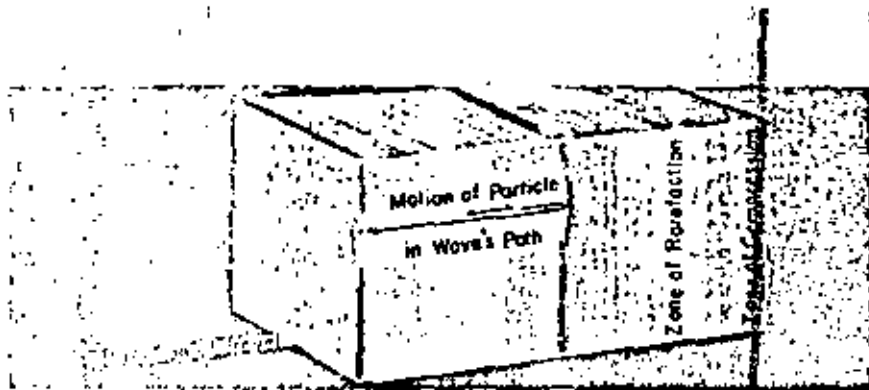
En el capítulo 15 de la referencia 7 se indica, a través de ejemplos, el uso del elemento finito para el análisis dinámico de taludes.

Conclusiones

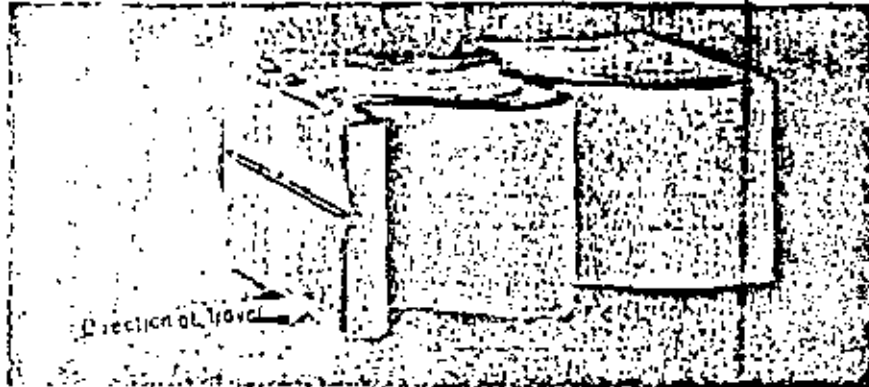
En este escrito se ha tratado de señalar los temas fundamentales que comprende la materia denominada "Dinámica de Suelos". Existen algunos temas secundarios que también son de interés, tales como el problema de aislamiento de vibraciones o el empuje dinámico de tierras en muros. Sin embargo, dichos subtemas caen en realidad dentro de los temas principales señalados en el texto.

Como se habrá dado cuenta el lector, la dinámica de suelos abarca una gama de problemas muy interesantes y muy importantes dentro de la mecánica de suelos; es precisamente esa variedad de problemas la que permite que la dinámica de suelos constituya un campo abierto a la investigación y a la práctica dentro de México.

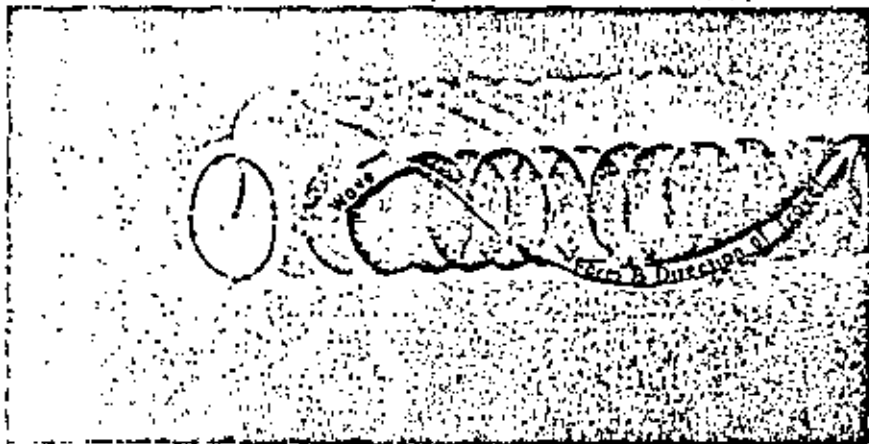
1. Barkan, D. D., 1962 "Dynamics of Bases and Foundations", Prentice-Hall, Inc. Englewood, Cliffs, N. J. 1970.
2. Biggs J. M. 1964, "Introduction to Structural Dynamics" New York, McGraw-Hill Book Co., Inc.
3. M. I. T. Fundamentals of Earthquake Engineering for Buildings 1972. Biblioteca DESFI.
4. Newmark, N. M. and Rosenblueth, E., "Fundamentals of Earthquake Engineering", Prentice-Hall, Inc., Englewoods Cliffs, N. J. 1970.
5. Richart, F. E., Jr Hall, J. R., Jr, and Woods, R. D. "Vibrations of Soils and Foundations, Prentice-Hall, Inc. Englewood, Cliffs, N. J. 1970.
6. Whitman R. V., "Soil Dynamics", Biblioteca DESFI.
7. Wiegcl, R. L., "Earthquake Engineering", Prentice-Hall, Inc., Englewoods Cliffs, N. J. 1970.
8. Zeevaert, L., "Dragging Forces on Pier Foundations". Cimientos Profundos Colados en Sitio, pp 39-75, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos 1976.
9. Flores Berrones J. Raúl, "Respuesta Dinámica de Pilotes de Punta Sujetos a Sismos", División de Estudios Superiores de la Facultad de Ingeniería, UNAM 1977.



ONDA COMPRESIONAL



ONDA CORTANTE



ONDA DE SUPERFICIE

Fig 1 Naturaleza de los desplazamientos de las partículas de un suelo durante el paso de ondas de compresión (P), cortante (S) y Rayleigh

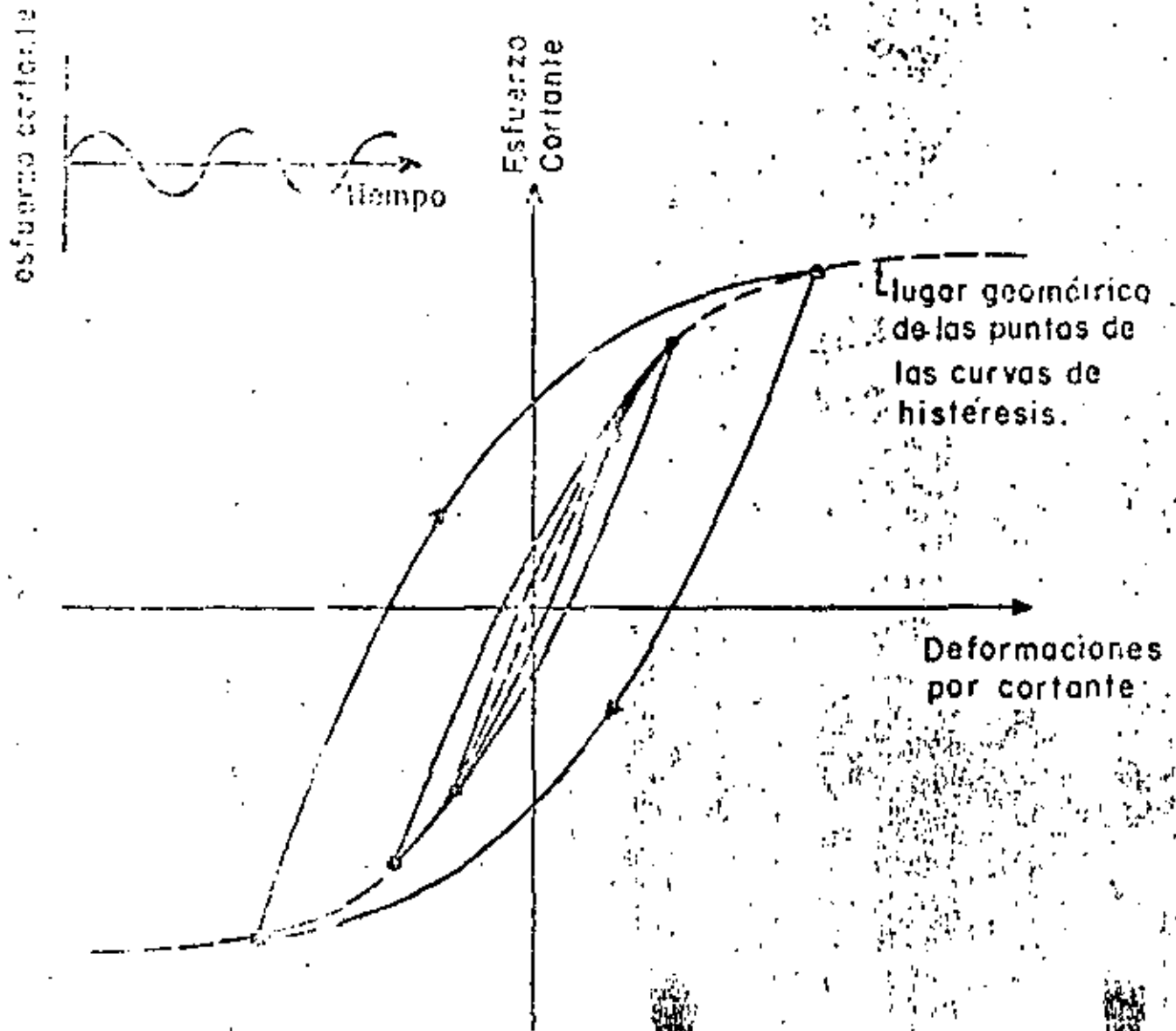


FIG. No. 2 CURVAS DE HISTERESIS DE CARGA CICLICA EN TORSION

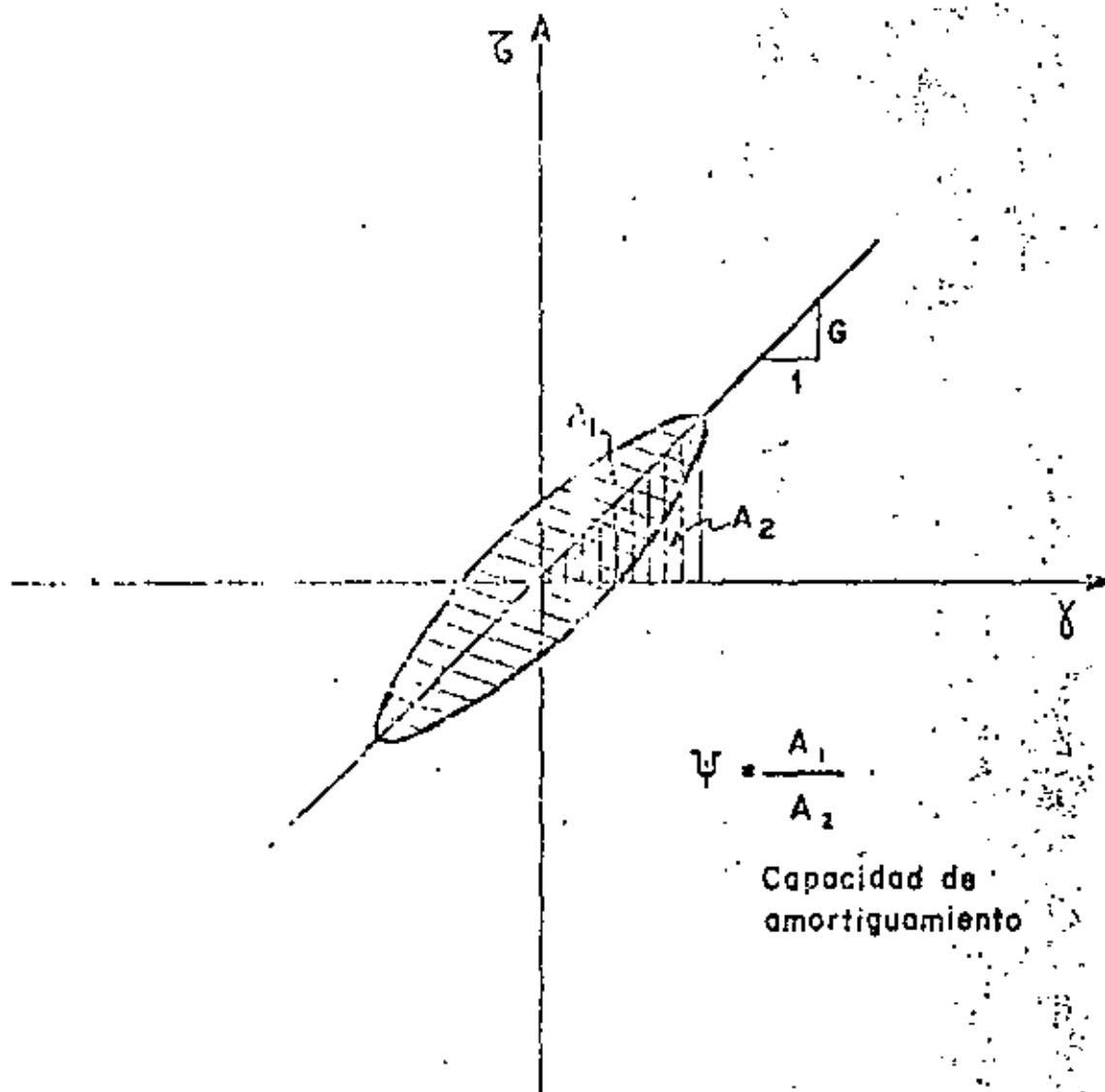
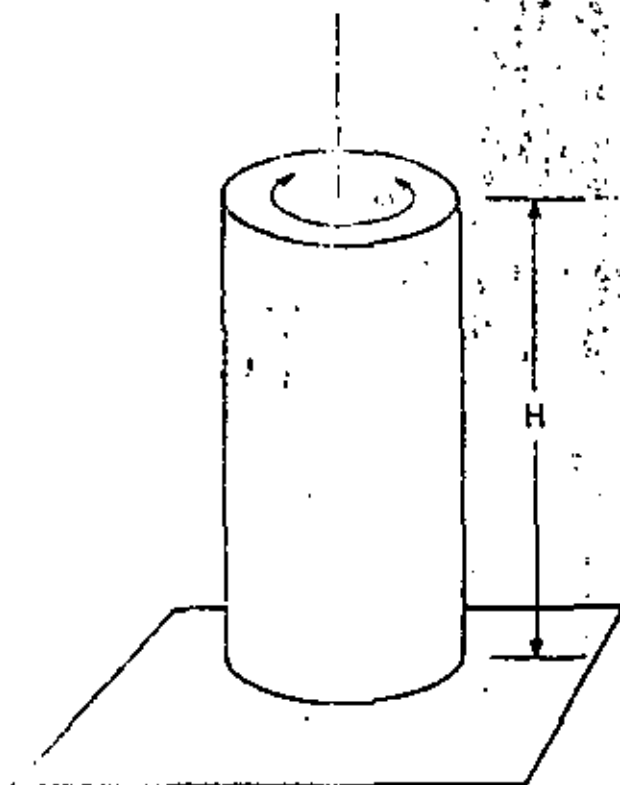


FIG. No. 7. DEFINICION DE MODULO EQUIVALENTE Y DE CAPACIDAD DE AMORTIGUAMIENTO



$$f_r = (2n-1) \frac{C_s}{4H}$$

$$\Rightarrow G = C_s^2 \rho$$

- donde f_r frecuencia de resonancia
 n número entero positivo
 C_s velocidad de las ondas cortantes
 ρ densidad de masa
 G módulo dinámico al cortante
 H altura de la probeta

FIG. No. 4.-PRUEBA DE LA COLUMNA RESONANTE

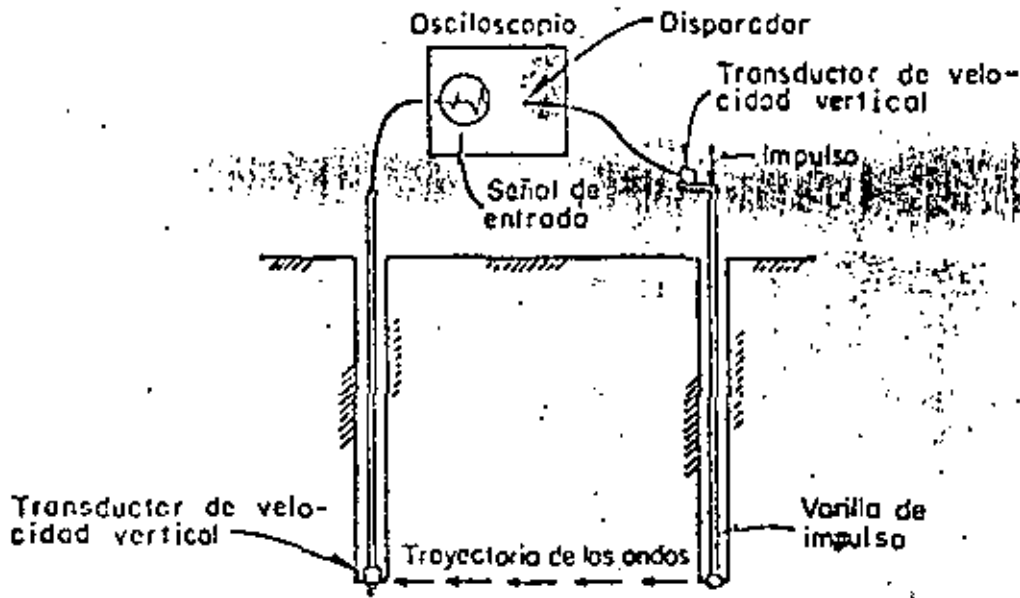


Fig 5 Corte esquemático ilustrando la disposición de los elementos en el método de los hoyos en paralelo

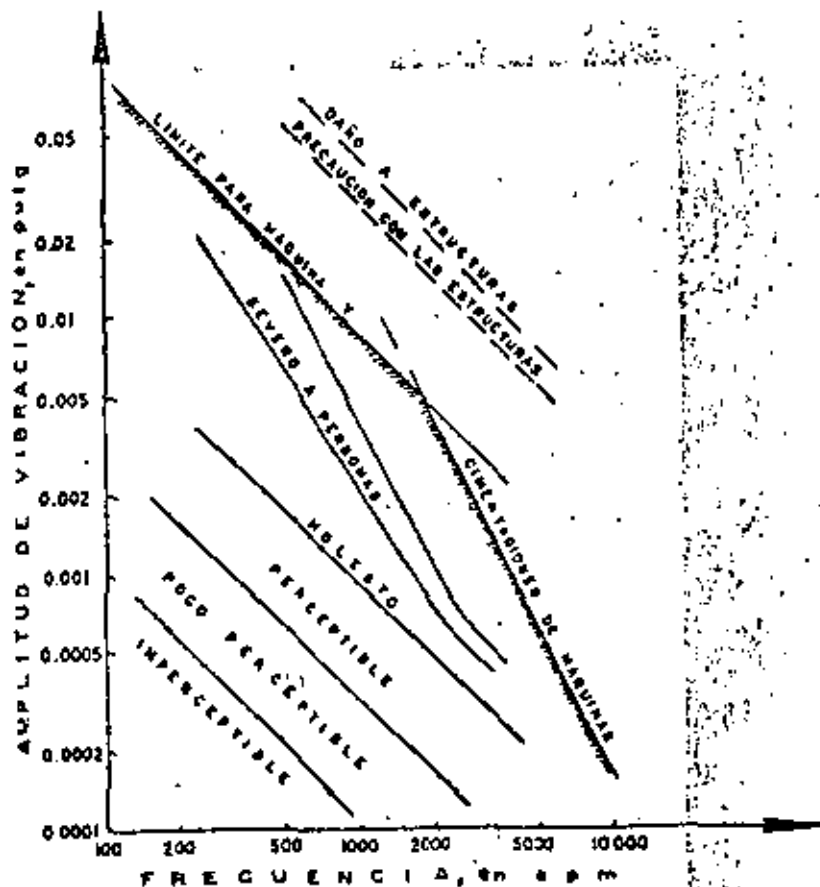
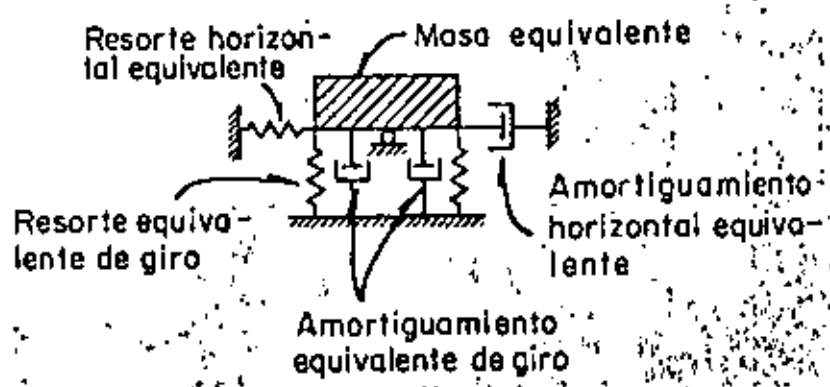
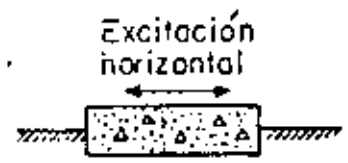
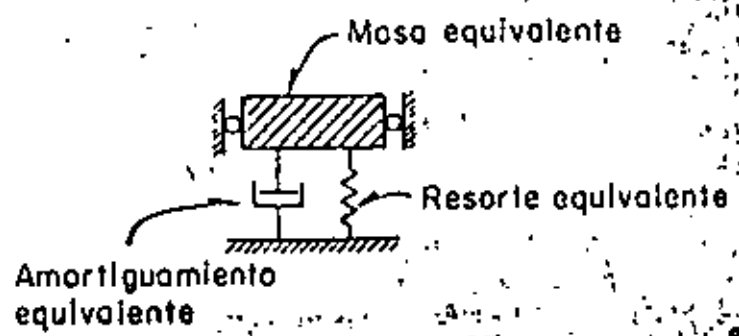
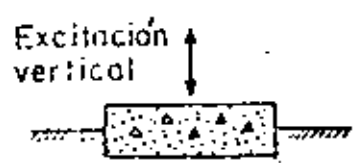


Fig 6 Límites de la amplitud de desplazamiento en función de la frecuencia de excitación



Excitación torsional

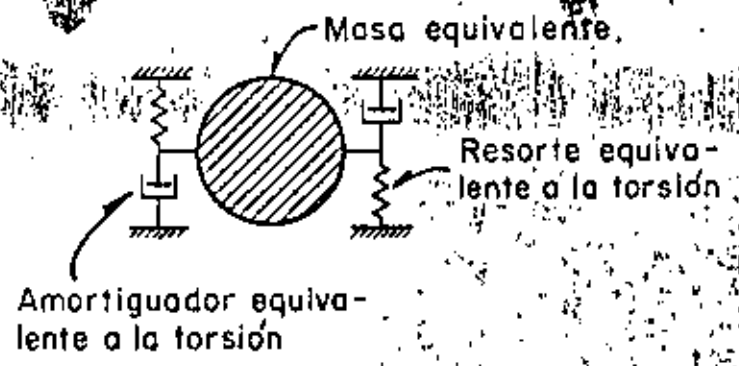
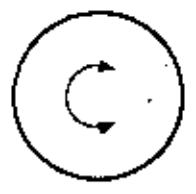


Fig 7 Sistemas equivalentes típicos (ref 11)

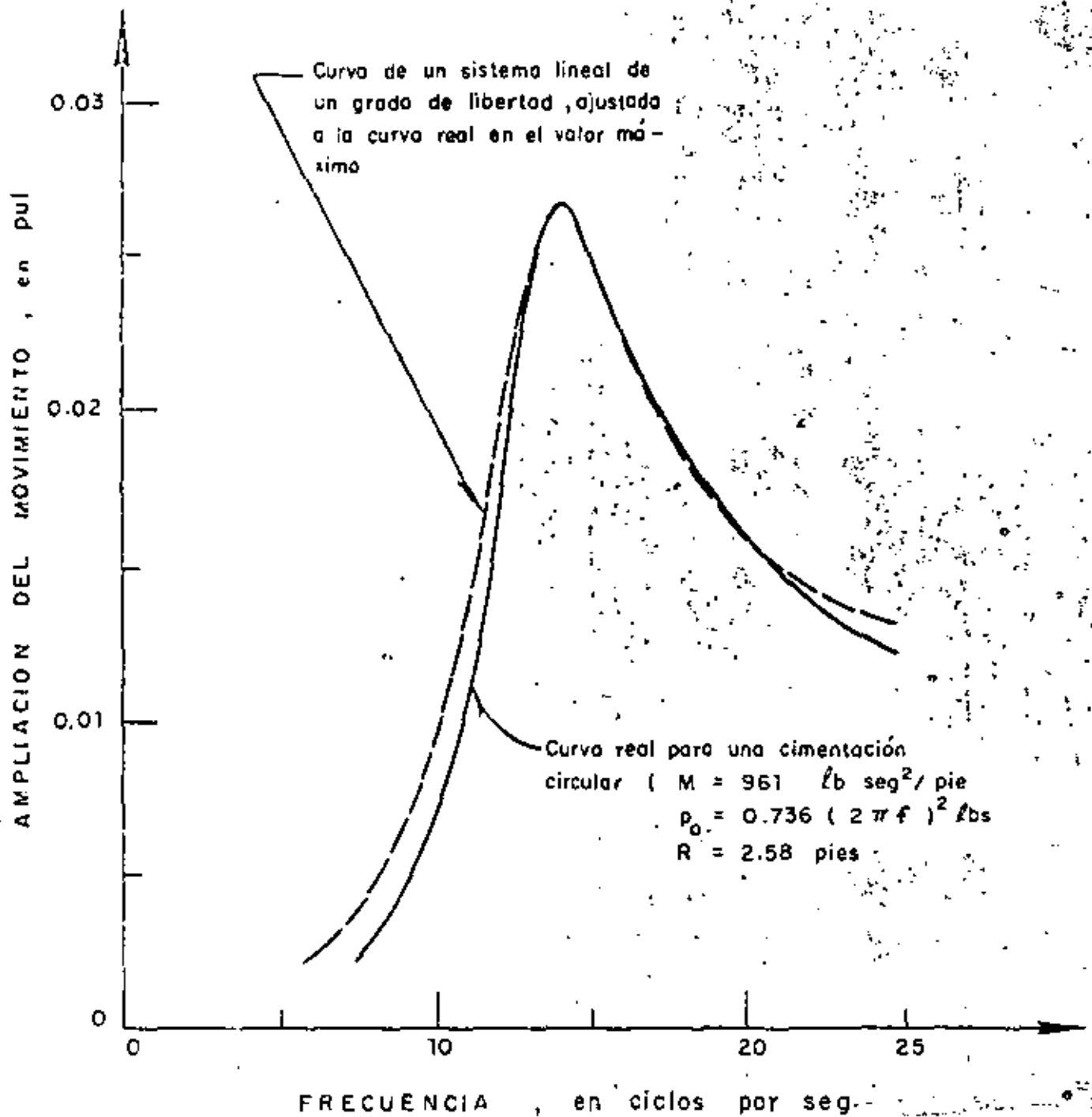


Fig 8 Comparación de una curva de respuesta de una cimentación y la curva de respuesta para un sistema equivalente de un (1) grado de libertad

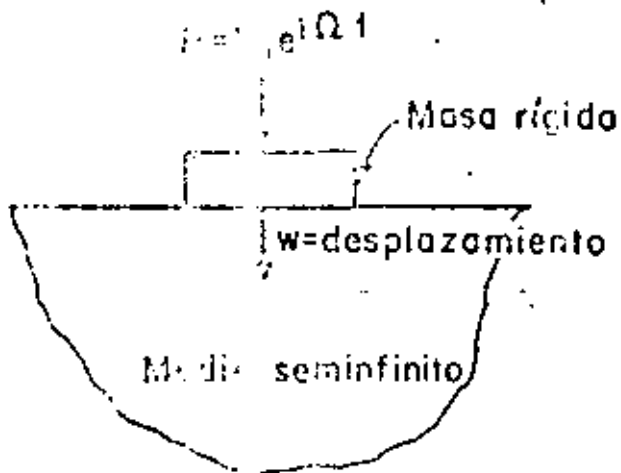


FIG.No. 9-A SISTEMA DE MASA RIGIDA EN MEDIO SEMINFINITO

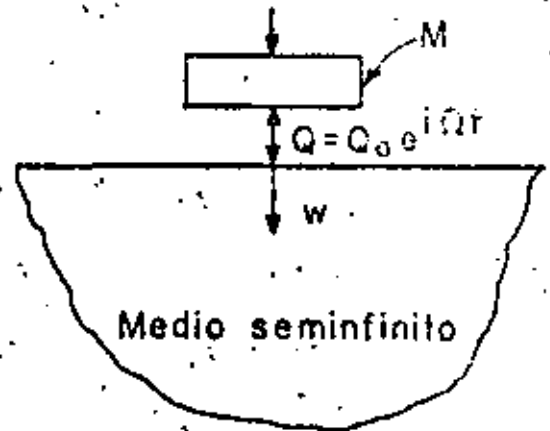


FIG.No. 9-B SEPARACION DE LAS FUERZAS QUE OBRAN EN EL SISTEMA

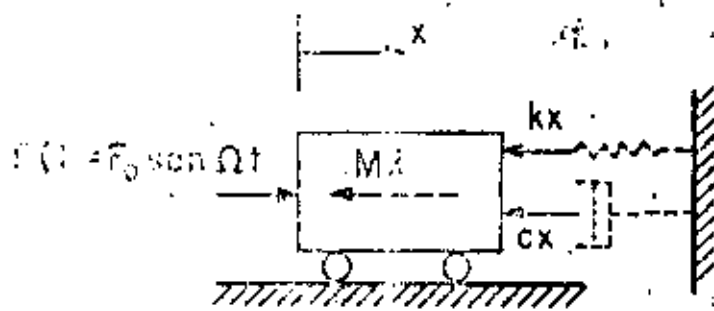
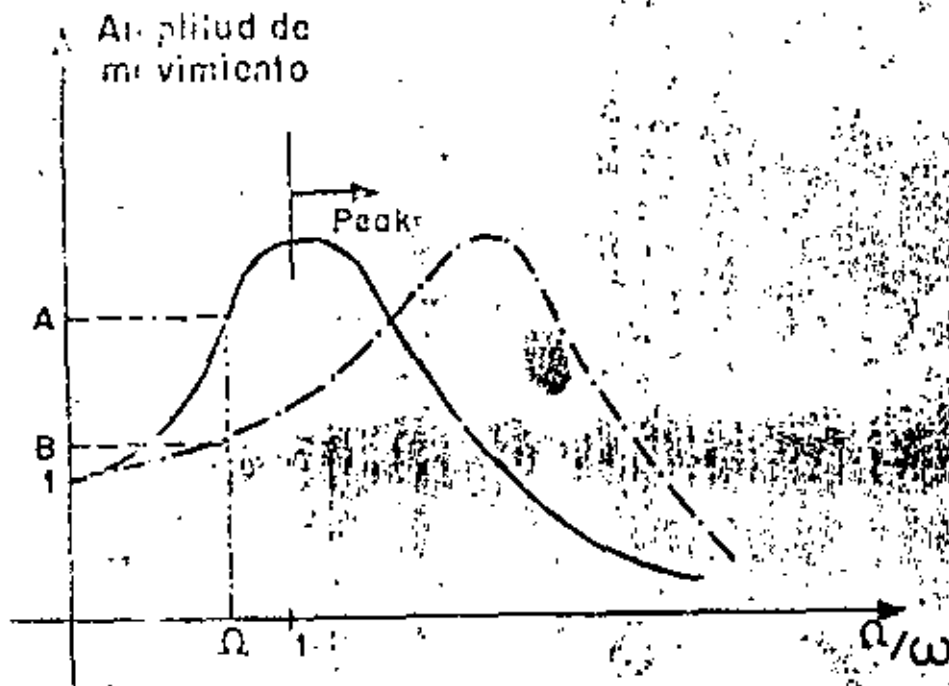


FIG. 19.10 FUERZAS QUE ACTUAN SOBRE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD
 $M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \Omega t$



Ω = frecuencia de excitación

ω = frecuencia natural = $\sqrt{k/M}$

ω_r = frecuencia de resonancia

FIG. 10.11 DISMINUCION DE LA AMPLITUD DE VIBRACION AUMENTANDO LA FRECUENCIA NATURAL DE VIBRACION.

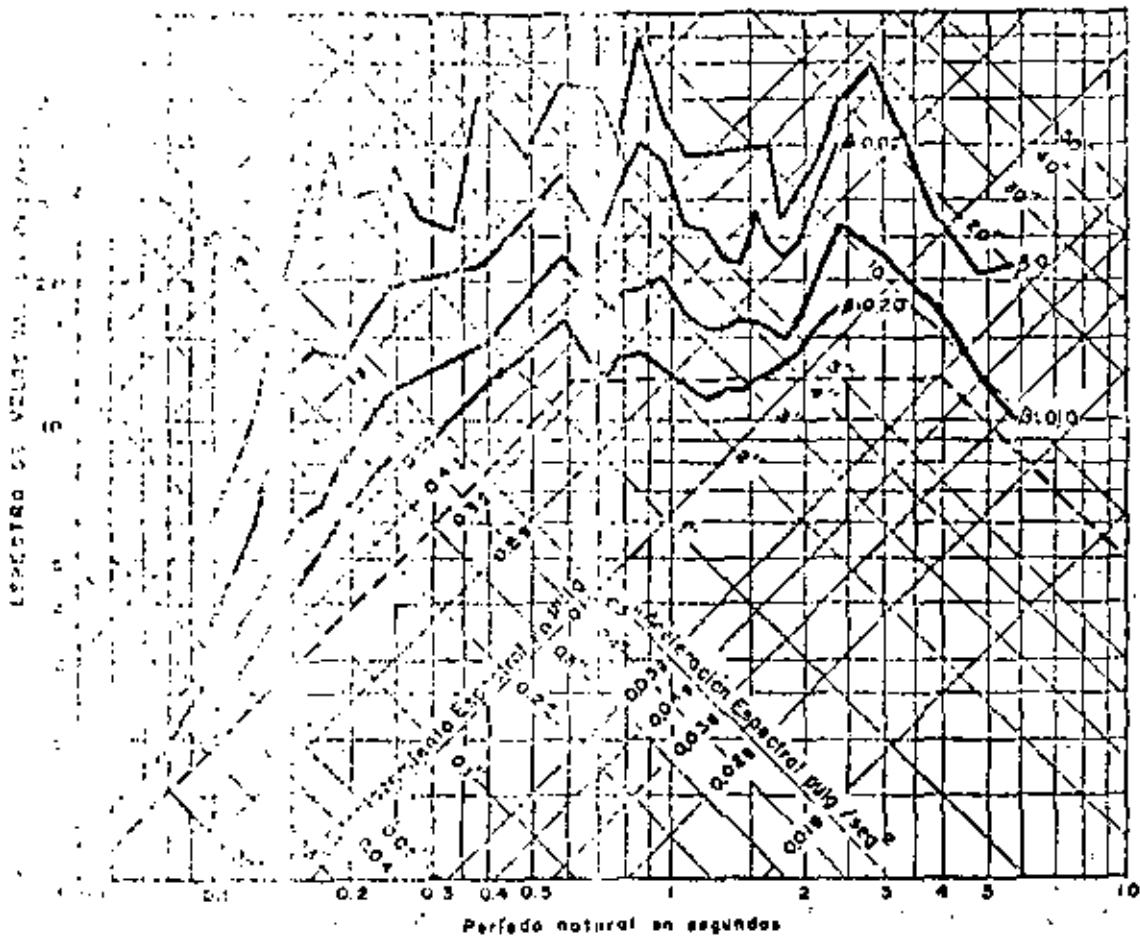


FIGURA 12. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA SISTEMAS ELÁSTICOS
TERREMOTO DE 1940 "EN EL CENTRO, CALIF."

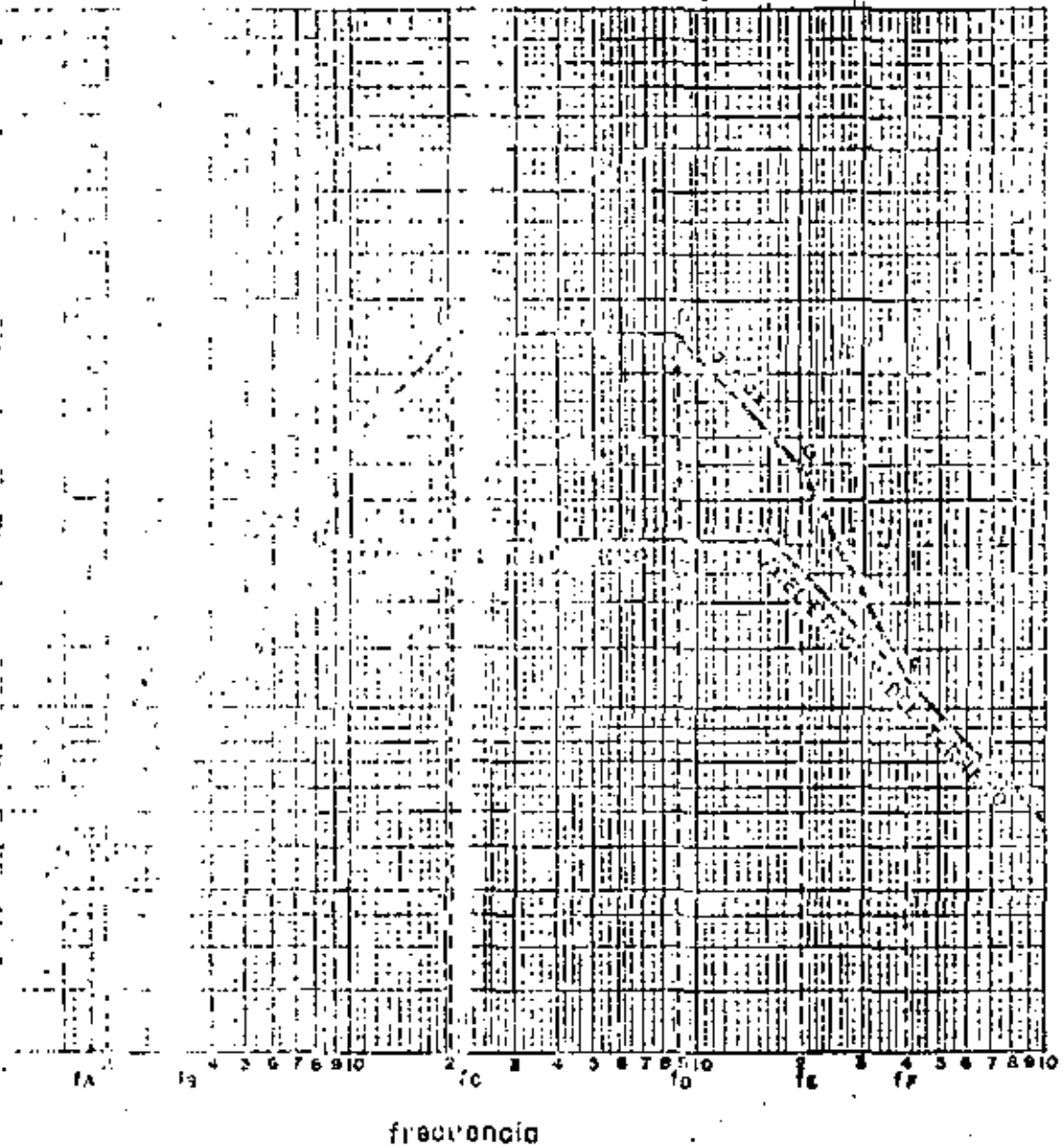


FIGURA 13. ESPECTRO BASICO DE NEWMARK

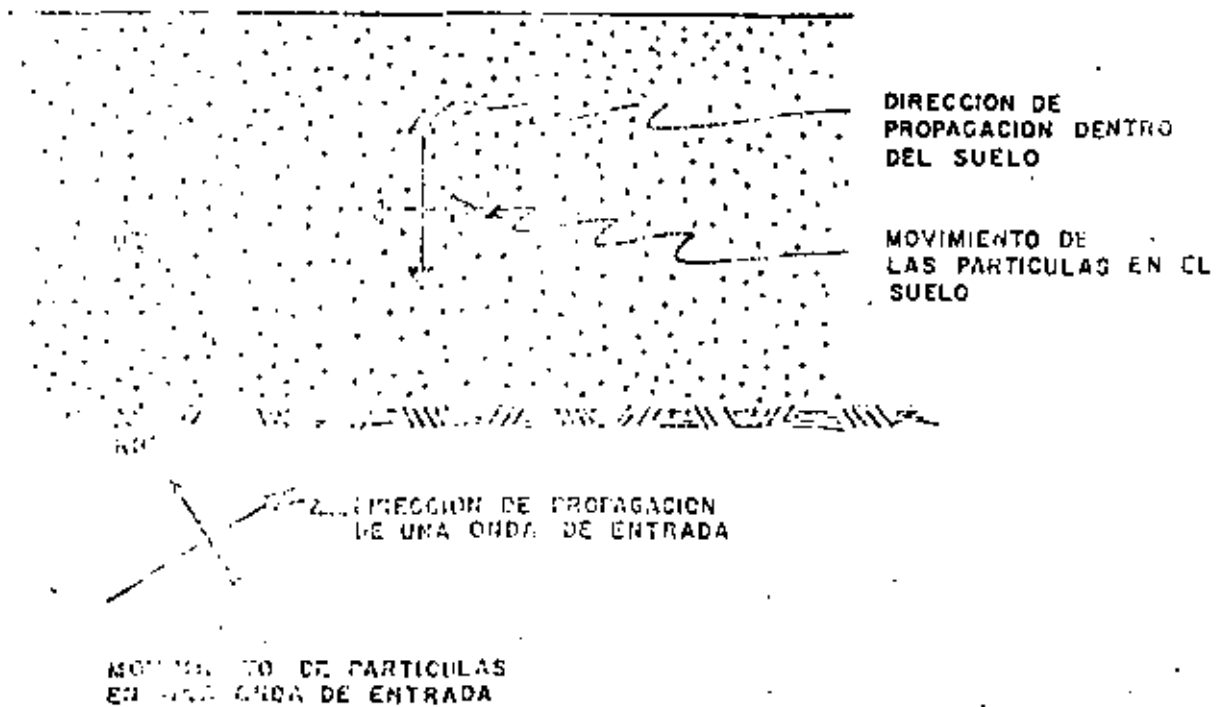


FIGURA 34. NATURALEZA DE LOS MOVIMIENTOS DURANTE UN SISMO EN UNA CAPA SUPERFICIAL

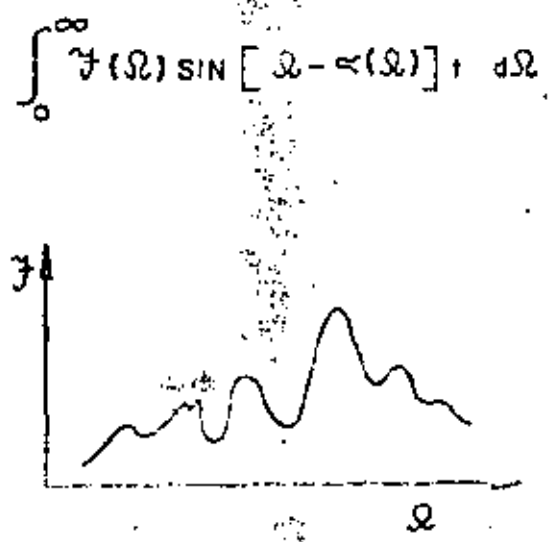
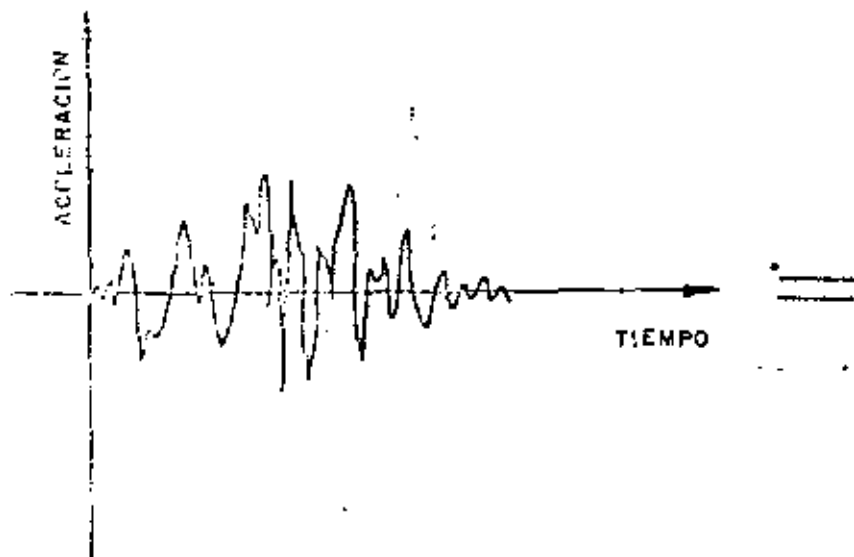


FIGURA 15 ESENCIA DE FOURIER PARA MOVIMIENTOS SISMICOS

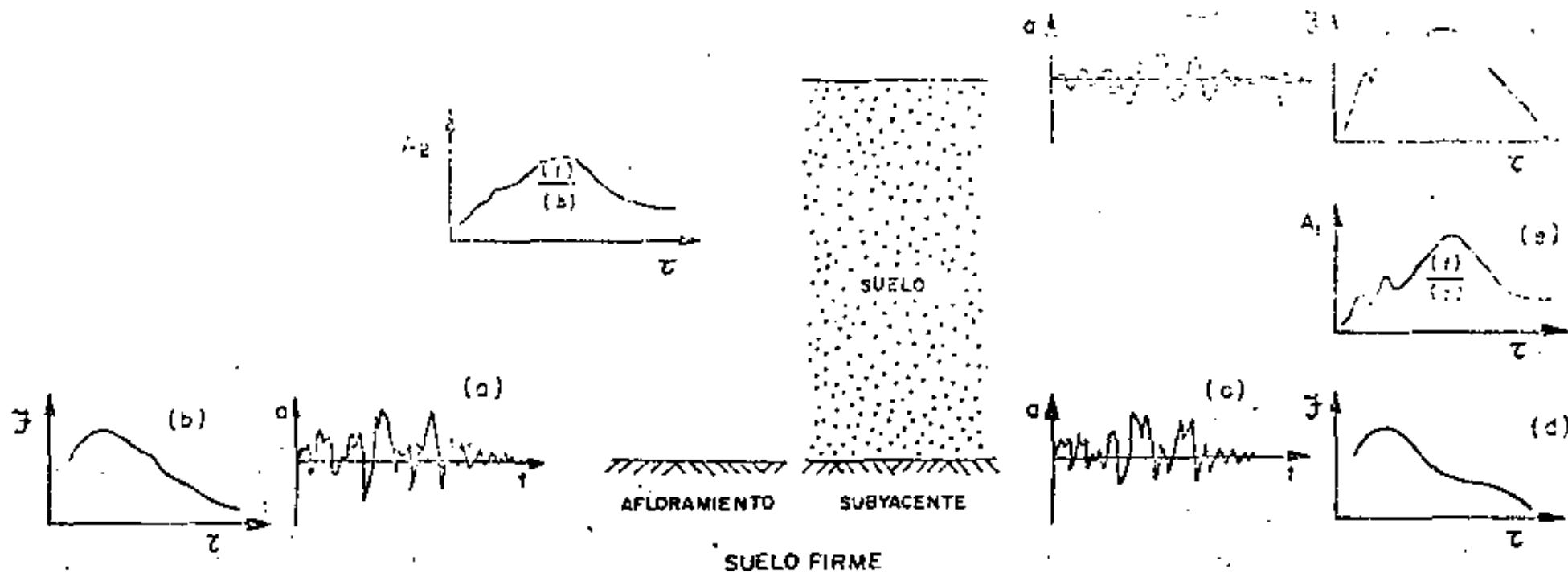


FIGURA 16 MOVIMIENTO EN VARIOS PUNTOS DE UN SUELO FIRME, E INTERACCION DEL SISTEMA SUELO-ESTRUCTURA



FIG. No. 11. EFECTO DE LA INTERACCION REPRESENTADO POR LA DIFERENCIA EN LOS MOVIMIENTOS U_b Y U_g .

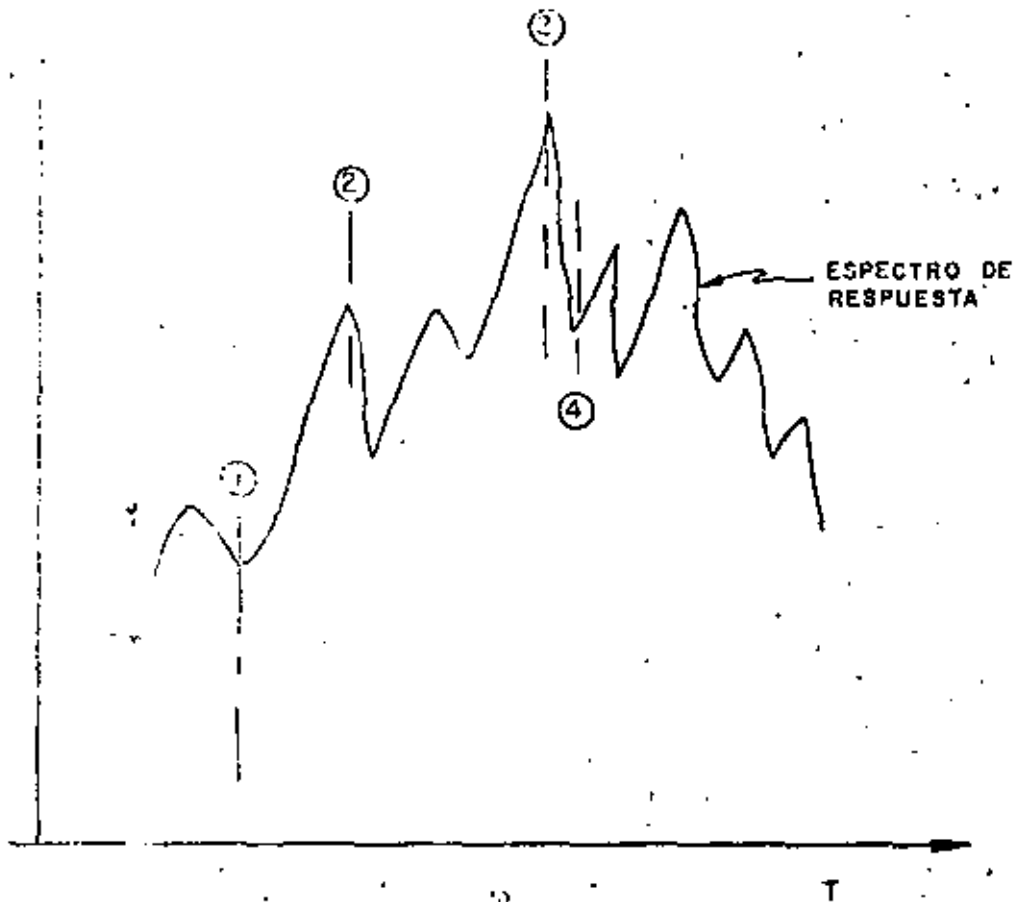


FIGURA 13 SIGNIFICADO DE INCREMENTAR
EL PERIODO NATURAL POR EFECTO
DE LA INTERACCION

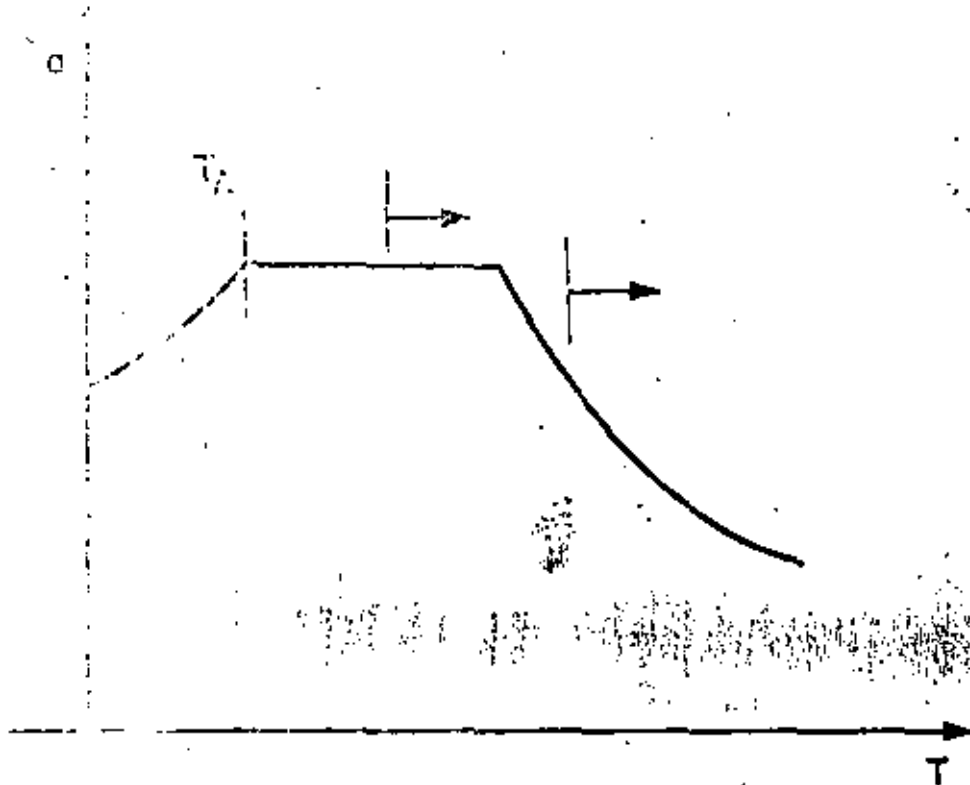


FIG. No. 10 ESPECTRO SUAVIZADO DE DISEÑO

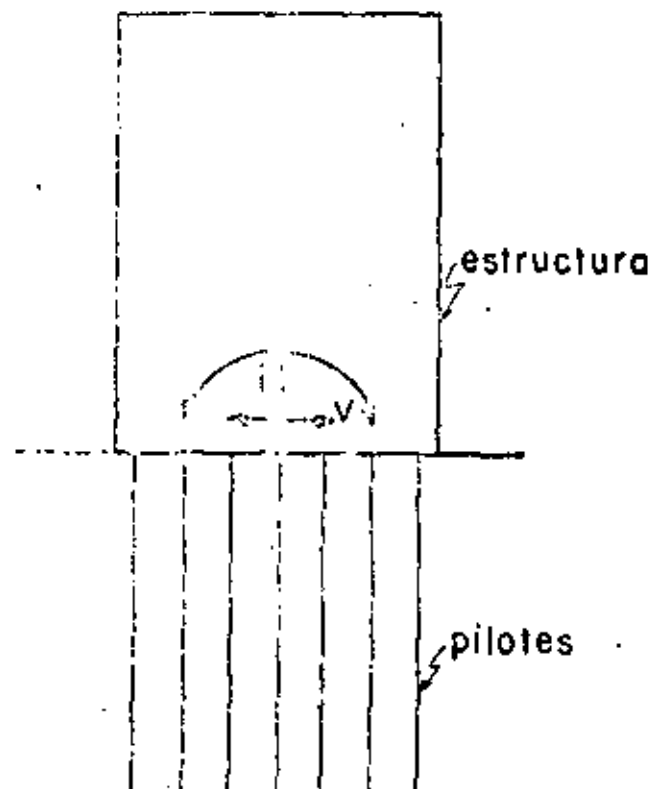


Fig. No. 20.—FUERZAS SISMICAS PRODUCIDAS
POR EL MOVIMIENTO DE LA ES-
TRUCTURA SOBRE EL PILOTE.

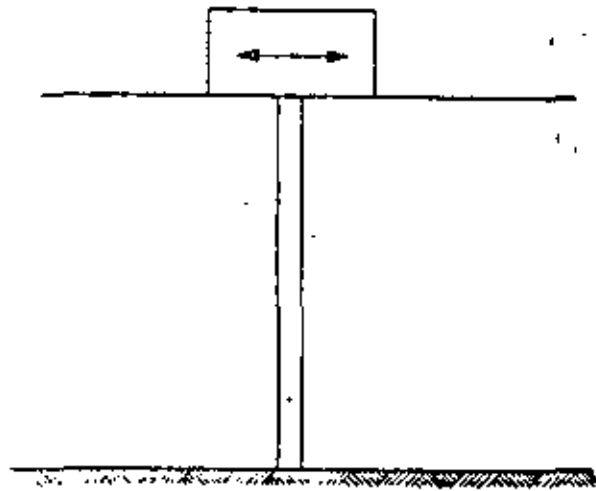


Fig 21 Acción de la fuerza horizontal dinámica aplicada en la cabeza de un pilote

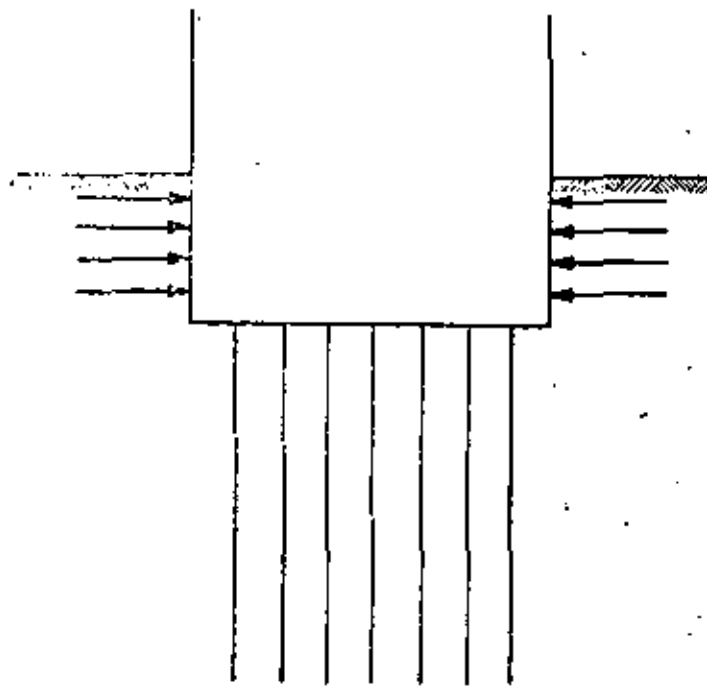


Fig 23 Encojonamiento de la cimentación para absorber las fuerzas horizontales producidas por la superestructura

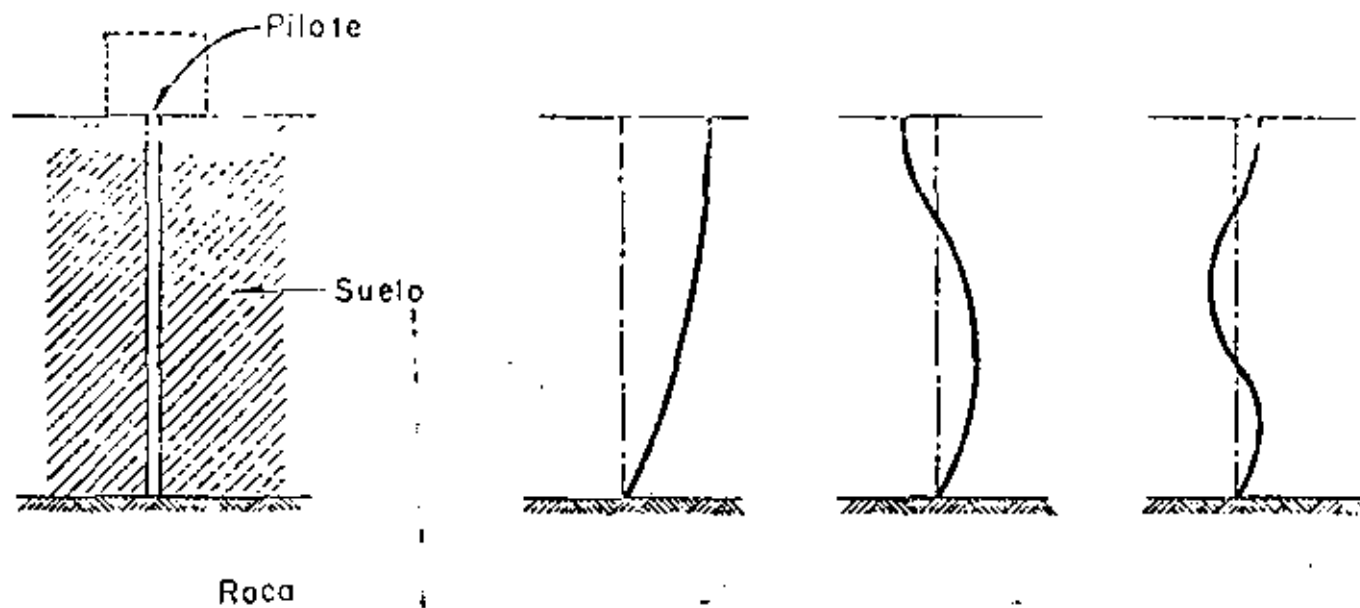
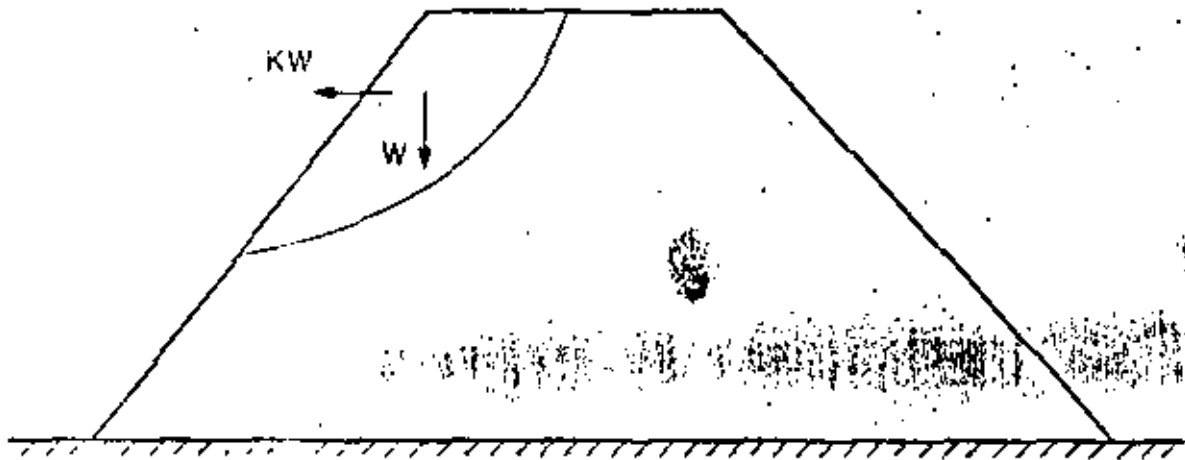


Fig 22: Desplazamientos de un pilote por efecto del movimiento del suelo



W peso de la cuña que se analiza
K coeficiente sísmico
KW fuerza de sismo

Fig 24 Análisis pseudoestático para estabilidad de taludes



**DIVISION DE EDUCACION CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.**

CURSO ORGANIZADO EN COLABORACION CON LA SECRETARIA DE EDUCACION
PUBLICA Y LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE TAMAULIPAS.

DISEÑO DE CIMENTACIONES SUJETAS A

VIBRACION.

TEMA: DINAMICA BASICA
(PARTE III).

PROF. J. RAUL FLORES BERRONES.
PROFESOR DE LA DIV. DE EST. SUPERIORES.
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM.
NOVIEMBRE, 1982.

PARTE III

①

COMPORTAMIENTO DINAMICO DE LOS SUELOS

1) Introducción

En esta parte se estudia el comportamiento de los suelos cuando se les sujeta a cargas o movimientos dinámicos, tales como los originados por sismos o los provocados por algunas máquinas. Primeramente se explica la naturaleza general del comportamiento dinámico de los suelos y los modelos matemáticos que más se utilizan para representar al suelo, así como la determinación de los parámetros que intervienen en el gobierno del modelo viscoelástico. Se proporcionan también algunas fórmulas empíricas que permiten estimar a estos parámetros y se indican los procedimientos de campo y laboratorio que más se utilizan para determinar las propiedades dinámicas de los suelos. Finalmente se dan las conclusiones y recomendaciones referentes a la determinación de esas propiedades.

II) Naturaleza general del comportamiento dinámico de los suelos

En términos generales, se ha observado experimentalmente que un suelo presenta efectos de endurecimiento cuando los esfuerzos, aplicados en pruebas unidimensionales están por arriba de 13 a 14 kg/cm². Por el contrario, a niveles bajos de esfuerzo (<3 kg/cm²), el suelo presenta un efecto de ablandamiento (fig 3.1). Este último tipo de efecto es el que sucede en la mayoría de los problemas relacionados en dinámica de suelos.

Ahora bien, cuando a un suelo se le sujeta a cargas del tipo cortantes cíclicas, tal como las producidas en algunas cimentaciones de maquinaria y desde luego por las ondas de cortante sísmicas, las curvas típicas de esfuerzo deformación son como las mostradas por la fig 3.2. Definiendo como *módulo secante cortante* a la pendiente de la recta que une a cada uno de los lazos de histeresis allí formados, y considerando que el área dentro de dichos lazos representa la *energía disipada* (debido fundamentalmente a los efectos no lineales de fricción entre las partículas de suelo), de esta figura se puede ver que ambas cantidades varían con el nivel de las deformaciones.

Así pues, la figura 3.2 señala que un suelo (sea cohesivo o no), cuando se le sujeta a cargas cortantes cíclicas, tiene un comportamiento claramente no lineal. De manera similar se obtiene este tipo de comportamiento cuando a un suelo se le somete a cargas de compresión cíclicas, como los que se producen, por ejemplo, en una prueba triaxial dinámica.

Puesto que en general los movimientos de un sismo están caracterizados por esfuerzos cortantes reversibles que varían en amplitud y frecuencia (fig 3.3), puede decirse que para cada ciclo de carga y descarga se tendrá una curva de esfuerzo-deformación del tipo señalado por la fig 3.2. Dependiendo del nivel de esfuerzos en cada ciclo se tendrá un cierto valor del módulo cortante y un cierto valor del amortiguamiento o pérdida de energía.

Tomando en cuenta que la velocidad de aplicación de las cargas que se producen durante sismos y en varios problemas de cimentación de maquinaria, es relativamente rápida en comparación con la velocidad con que puede fluir el agua entre las partículas de suelo (de manera que no exista presión de poro), puede considerarse que las condiciones de drenaje durante cargas dinámicas corresponde a situaciones no drenadas. (Obviamente este puede no ser el caso, por ejemplo de gravas o arenas muy gruesas, e incluso pueden haber circunstancias intermedias).

Del análisis en pruebas de laboratorio se ha observado que la resistencia de un suelo puede disminuir con el número de repeticiones. La fig 3.4, obtenida de una serie de pruebas, indica el número de ciclos requeridos para alcanzar una deformación del 20%, contra el esfuerzo axial dinámico máximo normalizado con respecto a la resistencia estática; obsérvese en esta figura que después de 15 ciclos la resistencia del suelo empieza a disminuir considerablemente.

III) Modelos empleados para el estudio del comportamiento

Una vez conocido el tipo de comportamiento que el suelo tiene bajo cargas dinámicas, o lo que es igual, las curvas de esfuerzo-deformación correspondientes, es posible seleccionar un modelo matemático que reproduzca a dicho comportamiento y que permita un análisis simple del mismo. Este análisis se realiza empleando las soluciones matemáticas que se obtienen para cada modelo.

Existen en general dos criterios para seleccionar el modelo requerido. El primero de ellos consiste en seleccionar un modelo que reproduzca o involucre todas las modalidades que el suelo representado puede tener, tales como la no linealidad y el efecto viscoso. El otro criterio es el de seleccionar un modelo simple, con características de esfuerzo-deformación lineales, pero que proporcione los aspectos claves de un problema específico y tenga sus parámetros ajustados al nivel de deformaciones esperado. Con este segundo criterio generalmente se requiere un proceso iterativo; es decir, se estiman primeramente los parámetros y se calculan las deformaciones, se revisan después los parámetros y el proceso se repite hasta que exista compatibilidad entre el valor de los parámetros y el nivel de deformaciones.

Modelo de Ramberg-Osgood. Un modelo representativo del primer criterio es el llamado de Ramberg-Osgood ilustrado en la fig 3.5; dicho modelo se caracteriza por el punto de fluencia (τ_y, Y_y) que define el límite del comportamiento lineal, el valor inicial del módulo al cortante (G_{max}), y los parámetros a y R . Las ecuacio

nes que gobiernan este modelo, en términos de las relaciones de esfuerzo-deformación cortantes, son:

$$\frac{Y}{Y_y} = \frac{\tau}{\tau_y} \left[1 + \alpha \left(\frac{\tau}{\tau_y} \right)^{R-1} \right]; \quad \text{ecuación para la curva que desarrolla carga inicial}$$

$$\frac{Y-Y_1}{Y_y} = \frac{\tau-\tau_1}{\tau_y} \left[1 + \alpha \left(\frac{\tau-\tau_1}{2\tau_y} \right)^{R-1} \right]; \quad \text{ecuación para las curvas de descarga o recarga}$$

τ_y y Y_y se refieren, respectivamente, al esfuerzo y la deformación cortante de fluencia, mientras que τ_1 y Y_1 se refieren al último punto de regreso del esfuerzo.

α es un factor que se puede variar para ajustar la posición de la curva en el eje de las deformaciones y R es un factor que controla la curvatura. La fig 3.6 muestra como se pueden ajustar las curvas de Ramberg-Osgood a las que se tienen en suelos. La ventaja principal de este modelo es precisamente la buena concordancia con los resultados experimentales, pero tiene el inconveniente de que su empleo es costoso.

Modelo viscoelástico lineal. Entre los modelos correspondientes al segundo criterio, el que más se emplea por sus ventajas que ofrece y su buena representatividad a la respuesta del suelo bajo cargas cíclicas, es el modelo viscoelástico lineal, ilustrado en la fig 3.7. Los parámetros principales que gobiernan a este modelo son el *módulo lineal equivalente* y el *amortiguamiento lineal equivalente*. El bajo costo que resulta el emplear este

modelo y la buena aproximación que con él se obtiene en la mayoría de los problemas comunes de análisis de suelos, ha hecho que sea el que en realidad se use en la práctica.

Por lo anterior, en lo que resta de este capítulo se hará énfasis en la determinación de estos dos parámetros que gobiernan al modelo viscoelástico. Dado que ambos parámetros dependen del nivel de deformaciones, primeramente se indicarán los procedimientos más comunes para su obtención junto con los correspondientes rangos de deformación que en dichos procedimientos se producen; posteriormente se indicará la manera de estimar los valores de estos parámetros a niveles diferentes a los obtenidos directamente.

Antes de continuar conviene hacer la siguiente aclaración. Cuando la deformación se indica por un simple número, como 10^{-3} , 10^{-6} , etc, quiere decir que la deformación está expresada en cm/cm o en pulg/pulg, según sean las unidades con las que se está trabajando; sin embargo, cuando va seguida del signo ϵ , quiere decir que la deformación está expresada en por ciento. Así, $10^{-4}\epsilon$ es igual a 10^{-6} .

IV) Determinación de los parámetros que gobiernan el comportamiento del modelo viscoelástico

a) MÓDULO EQUIVALENTE

En la mayoría de las teorías empleadas en la dinámica de suelos se utiliza el módulo al cortante G o el llamado módulo de Young E . Ambos módulos están relacionados mediante la expresión

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (3.1)$$

donde μ es la relación de Poisson

El módulo G está relacionado con la velocidad de las ondas al corte mediante la ecuación

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3.2)$$

donde

v_s es la velocidad de propagación de las ondas cortantes y
 ρ es la densidad de masa del suelo ($\frac{\text{peso volumétrico del suelo}}{\text{aceleración de la gravedad}}$)

E, por otro lado, está relacionado con la velocidad de ondas longitudinales en muestras cilíndricas del suelo, mediante la expresión siguiente

$$v_L = \sqrt{E/\rho} \quad (3.3)$$

donde

v_L es la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en barras

Ambos módulos están también relacionados con la velocidad de las ondas compresionales de cuerpo v_o , mediante las siguientes ecuaciones

$$v_o = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{\frac{1-\mu}{(1-2\mu)(1+\mu)}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \sqrt{\frac{2(1-\mu)}{1-2\mu}} \quad (3.4)$$

Sin embargo, dado que en suelos saturados las ondas compresionales viajan primordialmente a través del agua y por tanto las velocidades de propagación de esas ondas no están relacionadas con la estructura del suelo, en dinámica de suelos se utiliza relativamente poco esta clase de ondas para determinar el valor de los módulos equivalentes.

En este capítulo se hará énfasis en la determinación del módulo equivalente al corte, ya que dicho módulo es el que más interviene en la formulación matemática de los problemas manejados en la dinámica de suelos.

Existen tres formas básicas de hacer la determinación del módulo G ; a) pruebas de laboratorio, b) pruebas de campo y c) fórmulas empíricas. Los procedimientos más comunes dentro de cada una de estas formas se describen a continuación.

Pruebas de laboratorio

Los procedimientos más conocidos para determinar el valor de G en el laboratorio, son:

- | | |
|----------------------------------|--|
| | Pruebas |
| 1) Aplicación de cargas cíclicas | $\left\{ \begin{array}{l} \text{a) triaxial cíclica} \\ \text{b) cortante simple} \\ \text{c) cortante por torsión} \end{array} \right.$ |

- 2) Vibraciones forzadas { Prueba de la columna resonante
- 3) Vibraciones libres { a) columna resonante
b) cortante con torsión
c) cortante simple
d) mesas vibradoras
- 4) Técnica pulsativa

El rango de deformaciones que se puede lograr a través de estas pruebas, y su comparación con el rango que se tiene durante temblores de mediana y alta intensidad, se indica en la fig 3.8. La única prueba que en dicha figura no aparece es la de la Técnica pulsativa; por lo general, el rango de deformación en el que se trabaja en esta prueba es $\leq 10^{-6}$.

Prueba triaxial cíclica

La prueba triaxial cíclica consiste en aplicar esfuerzos longitudinales de compresión y extensión a una probeta cilíndrica de suelo, montada dentro de una cámara triaxial del tipo convencional.

La fig 3.9 indica los esfuerzos a los que queda sujeta la muestra durante la aplicación de carga axial cíclica. En este caso el valor de E se determina a través de las mediciones directas de las características de esfuerzo deformación, y para obtener el valor de G es necesario utilizar la relación indicada en la ecuación 3.1. Esta prueba tiene la ventaja de variar el nivel de deformaciones a través de un control adecuado de los esfuerzos

aplicados y la de utilizar un equipo que fácilmente se puede conseguir en el mercado. Sin embargo, presenta los serios inconvenientes de no reproducir las condiciones de consolidación y de carga que suceden en la realidad. (En el campo los estratos de suelo se consolidan anisotrópicamente y el estado de esfuerzos durante las cargas que se tienen, para el caso de sismos, es muy diferente al producido en el laboratorio; además, las restricciones impuestas por los aparatos en los extremos de la probeta, inducen concentraciones de esfuerzos en esos lugares).

Prueba cortante simple cíclica

Esta clase de pruebas se han efectuado tanto en probetas pequeñas cilíndricas y cuadradas, como en probetas de tamaño relativamente grande. En el caso de probetas pequeñas, los esfuerzos cortantes cíclicos se aplican directamente a través de las paredes de los aparatos que las contienen (fig 3.10); el módulo al corte se obtiene directamente al determinar los esfuerzos y las correspondientes deformaciones cortantes. Un inconveniente de esta clase de pruebas es el efecto de las fronteras que inducen concentraciones de esfuerzos cerca de las esquinas o extremos de las probetas, así como condiciones no uniformes de deformación; todo esto conduce a que el valor del módulo determinado sea menor que el que en realidad se tiene en el campo para mismos niveles de deformación.

Sin embargo, son este tipo de pruebas las que mejor reproducen las condiciones del campo cuando a un suelo se le sujeta a movimientos intensos de sismo.

En cuanto a pruebas a mayor escala, se utiliza un mecanismo que permite determinar el valor del módulo al cortante a través de las vibraciones libres o de vibraciones forzadas en la muestra de suelo. Las vibraciones libres se obtienen aplicando primero una fuerza horizontal en la parte superior de la muestra (fig 3.11) y relajándola rápidamente para medir el decremento de los desplazamientos o las aceleraciones en función del tiempo; el valor del módulo en este caso se obtiene a través de la siguiente expresión (Ref 14)

$$G = \frac{24YH^2}{g T^2} \quad (\text{en libras/pie}^2) \quad (3.5)$$

donde

Y = peso volumétrico del suelo, lb/pie³

H = altura de la muestra de suelo, pies

g = constante gravitacional, 32.2 pies/seg²

T = período de las vibraciones libres, seg

Las vibraciones forzadas se obtienen aplicando una carga horizontal cíclica en la parte superior de la muestra; de la medición de la fuerza aplicada y los desplazamientos producidos se puede obtener la curva de esfuerzo-deformación, y a partir de ella se determina directamente el módulo al cortante.

Esta prueba cortante cíclica se utiliza sólo en trabajos de investigación y generalmente está limitada a muestras alteradas o remoldeadas de suelo (por la dificultad de obtener muestras inalteradas a distintas profundidades con las dimensiones señaladas en la fig 3.11).

Pruebas cortantes torsionales cíclicas

Existen dos tipos de pruebas de torsión cíclica que son conocidas y empleadas para determinar el módulo al cortante. La primera de ellas es la desarrollada por Hardin y Drenevich (Ref 5) y consiste en aplicar cargas torsionales cíclicas a una probeta cilíndrica de suelo que puede ser sólida o hueca (fig 3.12). La ventaja de la probeta hueca es la disminución de la variación de las deformaciones cortantes en la sección transversal que se analiza (En la probeta sólida la deformación en el centro es nula mientras que en la orilla, es máxima).

De la determinación de la carga aplicada y las deformaciones resultantes se pueden dibujar las curvas histeréticas; el valor del módulo se obtiene entonces calculando la pendiente de la línea que une los extremos de los lazos histeréticos correspondientes.

La ventaja de esta prueba es la posibilidad de determinar el valor del módulo cortante en un rango muy amplio de deformaciones; sin embargo, cuando se usan probetas huecas, existe el inconveniente de no poder emplear muestras inalteradas de suelo.

La otra prueba de torsión cíclica es la desarrollada por el Prof. Zeevaert (Ref 16) y es quizá la más sencilla y práctica para determinar el módulo cortante en cualquier tipo de suelo. El procedimiento consiste en aplicar un par torsionante en el extremo superior de una muestra cilíndrica (fig 3.13), para posteriormente soltarla y provocar vibraciones libres que son registradas mediante un instrumento eléctrico.

Después de que el aparato es calibrado y determinada su frecuencia natural amortiguada de vibración, de la observación de las vibraciones libres del sistema se obtiene la frecuencia circular natural amortiguada del mismo. El valor de G se obtiene entonces de la siguiente expresión

$$G = \frac{\omega_{nd}^2}{(1-D_s^2) - (1-D_a^2) \left(\frac{\omega_{nd}}{\omega_{ad}}\right)^2} \frac{k_a h}{\omega_a^2 I_p} \quad (3.6)$$

donde

ω_{nd} es la frecuencia circular natural amortiguada del sistema (aparato-suelo)

D_s es la relación de amortiguamiento del sistema (que se obtiene a partir de la determinación del decremento logarítmico de las vibraciones)

D_a es la relación de amortiguamiento del aparato

ω_{ad} es la frecuencia circular natural amortiguada del aparato

ω_a es la frecuencia circular natural del aparato $[\omega_a^2 = \omega_{ad}^2 / (1-D_a^2)]$

k_a es la rigidez del aparato (tanto D_a , ω_{ad} y k_a se obtienen a partir de la calibración del aparato)

h es la altura de la probeta

$I_p = \pi d^4 / 32$, es el momento polar de inercia de la probeta

Cuando el instrumento se diseña de manera que el término

$(1-D_a^2) \left(\frac{\omega_{nd}}{\omega_{ad}}\right)^2$ sea despreciable, el valor de G se obtiene con la

siguiente expresión

$$G = \frac{\omega_{nd}^2}{1-D_s^2} \frac{k_a h}{\omega_a^2 I_p} \quad (3.7)$$

Para mayores detalles de este procedimiento, véase la Ref 16.

Prueba de columna resonante

Esta prueba consiste en someter a una probeta cilíndrica de suelo (similar a la señalada para pruebas de torsión cíclica) a vibraciones que bien pueden ser longitudinales, si lo que se desea medir es el módulo E , o torsionales (cortantes) si lo que se busca es el módulo G (fig 3.14). La frecuencia de excitación se hace variar hasta alcanzar una de las frecuencias de resonancia y poder así determinar la correspondiente velocidad de propagación de ondas. Por ejemplo, en el caso de que la probeta de suelo este fija en su base y libre en su parte superior, las frecuencias de resonancia están dadas por la siguiente expresión

$$f_n = (2n-1) \frac{v}{4H} \quad (3.8)$$

donde

n es un número entero (igual a 1 para la frecuencia fundamental)

H es la altura de la columna

v es la velocidad de onda

Teniendo la velocidad de propagación de las ondas, sean cortantes o longitudinales, el módulo correspondiente se obtiene a partir de la expresión

$$M = \rho v^2 \quad (3.9)$$

donde

M es el módulo (G o E , según sea el caso) y

ρ es la densidad de masa del suelo

Combinando entonces las dos expresiones anteriores se obtiene

$$M = \frac{16\rho H^2 f^2}{(2n-1)^2} \quad (3.10)$$

En esta prueba, donde el nivel de deformaciones con el que se trabaja es relativamente pequeño (del orden de $10^{-4}\%$), las principales ventajas son la simplicidad de su ejecución y la posibilidad de aplicarla en varios tipos de suelos. Es además una de las pruebas que más comúnmente se usan en los laboratorios de dinámica de suelos.

Mesas vibradoras

El empleo de las mesas vibradoras tiene como fin primordial el de estudiar y determinar las propiedades dinámicas de los suelos a través de especímenes más grandes, y por tanto más representativos de lo que se tiene en la realidad. Su uso se ha extendido considerablemente en los centros de investigación, y hoy en día existen varias que ofrecen una gran variedad de modalidades.

El procedimiento más común para determinar el módulo al cortante en esta clase de pruebas, consiste en excitar la base del espécimen a través de desplazamientos horizontales en la base (fig 3.15) y medir la respuesta de vibración libre cuando se suspende dicha excitación. El valor del módulo al cortante se obtiene entonces a través de las mismas expresiones señaladas en la prueba de la columna resonante, para el primer modo de vibración, o sea $G = 16\rho H^2 f^2$. (En la estimación de G , usando este procedimiento,

se está suponiendo que la frecuencia fundamental es aproximadamente igual a la frecuencia natural de vibración amortiguada).

La ejecución de esta prueba es sumamente laboriosa y resulta sumamente cara. Además se presentan varios problemas del tipo práctico, tales como la dificultad de preparación de la muestra, su saturación y lo difícil que resulta aplicar altas presiones de confinamiento.

Todo ello conduce a que esta prueba sea de uso exclusivo para trabajos de investigación.

Técnica pulsativa

La técnica pulsativa consiste en colocar unos cristales piezoeléctricos en cada extremo de una probeta de suelo, y aplicar un pulso eléctrico en los cristales de uno de los extremos. Cuando lo que se quiere medir es la velocidad de ondas al corte, la disposición de los cristales es en forma radial (fig 3.16).

Los cristales son manufacturados en forma tal que, cuando se aplica un pulso eléctrico, se produce una distorsión cortante; dicha distorsión origina una onda transversal que pasa a través de la probeta y es registrada por los cristales del otro extremo. La fig 3.17 muestra el tipo de registro que se obtiene en un osciloscopio, en el cual se puede determinar el tiempo que tarda la onda en llegar al otro extremo.

La velocidad se determina simplemente de dividir la longitud de la probeta entre el tiempo que tardó la onda en pasar de un

extremo al otro. Con dicha velocidad el módulo buscado se obtiene en la forma señalada por la ec 3.9.

El nivel de deformaciones al cual corresponde el valor del módulo obtenido a través de esta prueba es, como ya se indicó antes, menor o igual a 10^{-6} .

Pruebas de campo

Prácticamente existen tres pruebas de campo empleadas para determinar el módulo del suelo: a) pruebas geofísicas, b) empleo de un vibrador y c) pruebas de placa. Una descripción breve de cada una de ellas se hace a continuación.

Pruebas geofísicas

El procedimiento que se emplea para calcular el módulo del suelo consiste en determinar las velocidades de propagación de las ondas que son generadas en un cierto punto y registradas en otro. Dentro de las técnicas geofísicas las más empleadas para determinar el módulo dinámico son las que hacen uso de hoyos para registrar y/o generar las ondas cuya velocidad de propagación se trata de determinar a distintas profundidades. Dependiendo del tipo de ondas que se analice, se puede determinar el módulo E o G, a través de las siguientes expresiones

$$E = \rho v_c^2 \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{(1-\mu)} \quad (3.11)$$

$$G = \rho v_s^2 \quad (3.12)$$

donde

v_c es la velocidad de propagación de las ondas compresionales o dilatantes

v_s es la de las ondas cortantes

ρ es la densidad de masa del suelo, y

μ es la relación de Poisson

Sin embargo, cabe aquí recordar que las ondas compresionales, cuando se propagan por medios saturados, no resultan de utilidad en la determinación de las propiedades del esqueleto de suelo, ya que ellas viajan fundamentalmente a través del agua.

Las técnicas que más se emplean son las señaladas en la fig 3.18. El principio usado es el mismo en todas ellas, aunque existen desde luego ventajas de unas sobre otras, dependiendo de las características del suelo en sí y del equipo empleado. Dicho principio consiste en determinar las velocidades de las ondas que van de la fuente de energía a la fuente receptiva, mediante el uso de osciloscopios que registran el tiempo de salida y el de llegada de cada onda. El principal problema surge al tratar de distinguir las clases de ondas que corresponden a cada señal; esto se debe a que generalmente existen otras fuentes de energía (vibraciones de vehículos, ruidos, etc) y a que los distintos tipos de ondas que se generan, pueden seguir diferentes trayectorias en suelos muy estratificados. Todo esto hace que las señales de llegada sean muy complejas y difíciles de interpretar. Para eliminar este problema, se han ideado varios procedimientos especia

les, entre los que se encuentra el sugerido por Richart (Ref 7), el cual consiste en aplicar un impacto en el punto de excitación e invertir el sentido del mismo a fin de que las trazas generadas divergan en el momento de que las ondas cortantes llegan (fig 3.19).

La principal ventaja de las técnicas geofísicas, como es de hecho la mayoría de las pruebas de campo, es la de trabajar con un material *in situ*. Además, según ya se indicó, se puede determinar el valor del módulo dinámico a diferentes profundidades. Entre las desventajas se encuentra el hecho de que las técnicas geofísicas generalmente emplean, como fuente de energía, un solo impulso, lo cual hace que el patrón de ondas generado sea difícil de duplicar. Para eliminar esta desventaja se ha desarrollado un vibroempacador que puede usarse con la técnica de hoyos paralelos y con el cual se inducen continuamente ondas polarizadas de compresión o de cortante (Ref 1).

Empleo de un vibrador superficial

Esta técnica estriba en medir la longitud de onda superficial que genera un vibrador, trabajando a una determinada frecuencia, en la superficie del terreno. Como se muestra en la fig 3.20, la longitud de onda se determina moviendo un receptor a lo largo de una línea radial al eje del vibrador y localizando los puntos que están en fase. El valor de la velocidad de ondas cortantes se obtiene mediante la expresión

$$v_s = f\lambda$$

donde

f es la frecuencia de excitación en ciclos/seg
 λ es la longitud de onda

Por tanto, el valor de G se obtiene mediante la expresión $G = \rho v_s^2$, ya señalada anteriormente. Una regla semiempírica es suponer que el módulo calculado mediante este procedimiento, corresponde al valor que dicho módulo tiene a una profundidad igual a un medio de la longitud de onda ($\lambda/2$). Por lo tanto, al cambiar la frecuencia de excitación, se puede variar la longitud de onda, y con ello la profundidad de inspección.

Debe aclararse que mediante este procedimiento se está suponiendo que la velocidad de las ondas Rayleigh, que viajan a través de la superficie, son iguales a las ondas cortantes; dicha suposición es válida en la mayoría de los problemas prácticos (Ref 15). Cuando se tiene un medio estratificado, existen teorías que permiten, a través de las matemáticas, determinar los módulos de cada capa (Ref 3); sin embargo, faltan datos experimentales para conocer la validez de dichas teorías y su aplicación desde el punto de vista práctico.

El más serio inconveniente de esta técnica es el de disponer de un vibrador que puede trabajar a bajas frecuencias de operación, de manera que la profundidad de inspección no se limite a valores pequeños. En general la prueba resulta cara y se requiere experiencia y antecedentes teóricos bien fundamentados para hacer una interpretación correcta de los datos.

Pruebas de placa

Estas pruebas consisten en aplicar cargas repetidas sobre una placa de un pie de diámetro (o de lado si es cuadrada), la cual se encuentra apoyada sobre la superficie del terreno o a una cierta profundidad (fig 3.21). Determinando la pendiente de la curva desplazamiento-carga (fig 3.22), se obtiene la rigidez k del suelo que se relaciona con el módulo G , mediante la siguiente expresión

$$k = \frac{4 G R}{1 - \mu}$$

donde

R es el radio de la placa

μ es la relación de Poisson

Para extrapolar las rigideces obtenidas usando las placas de pequeñas áreas, a las reales del prototipo, se pueden utilizar las recomendaciones dadas por Terzaghi (Ref 13) para cargas estáticas; o sea

$$\begin{aligned} \text{suelo cohesivo;} & \quad k_{\text{prototipo}} = k_1 \cdot \text{diam}^C \\ \text{suelo no cohesivo;} & \quad k_{\text{prototipo}} = k_1 \cdot \text{diam}^{\left(\frac{C+1}{2}\right)^2} \end{aligned}$$

donde

C es la relación de la dimensión menor de la cimentación real a la dimensión menor de la placa

Existe también una prueba de placa consistente en colocar un pequeño vibrador sobre una placa de 12 a 30 pulgadas de diámetro, y variar la frecuencia de excitación del vibrador hasta alcanzar

la condición de resonancia (fig 3.23). En este caso el valor de la rigidez k del suelo se obtiene mediante la siguiente expresión

$$k = (f_r \cdot 2\pi)^2 M$$

donde

M es la masa del vibrador junto con la de la placa, y

f_r es la frecuencia de resonancia en ciclos/seg

La desventaja más importante que se presenta en el empleo de pruebas de placa (sea usando cargas repetidas o el pequeño vibrador), es la correcta interpretación de los resultados y la multitud de variantes que en ella entran. Por otro lado el procedimiento se limita a determinar valores superficiales del módulo del suelo.

Estos inconvenientes han hecho que las pruebas de placa sean poco usadas en la solución práctica de problemas de dinámica de suelos.

c) Fórmulas semiempíricas

Existen fórmulas semiempíricas que dan el valor máximo de G , es decir, el valor de G correspondiente a niveles de deformación bajos. (Ya se había mencionado que se considera como nivel de deformación bajo el que es menor o igual a 10^{-5}). La fórmula más conocida y empleada es la de Hardin y Drnevich (Ref 5), que proporciona muy buenos resultados para valores pequeños de la relación de vacíos ($e \leq 2.0$), y es además válida tanto para suelos cohesivos como no cohesivos; dicha fórmula queda representada por la siguiente expresión

$$G = 1200 \frac{(3-e)^2}{1+e} (\text{OCR})^a (\bar{\sigma}_0)^{1/2}$$

donde

$\bar{\sigma}_0$ y G deben estar en lb/pulg²

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3}{3}$$

($\bar{\sigma}_1$, $\bar{\sigma}_2$ y $\bar{\sigma}_3$ son, respectivamente, los esfuerzos efectivos normales mayor, intermedio y menor)

OCR es la relación de preconsolidación, y

"a" depende del índice de plasticidad (fig 3.24)

Para el caso de arenas, Seed y Idriss (Ref 12) emplean la expresión

$$G = 1000 k_2 (\bar{\sigma}_0)^{1/2}$$

donde

k_2 depende de la densidad relativa (o de la relación de vacíos), en la forma señalada por la fig (3.25)

Puesto que G es función de los esfuerzos efectivos que se tienen en el sitio, y la resistencia no drenada de los suelos normalmente consolidados (S_u) también lo es, se puede normalizar G con respecto a S_u y expresar G/S_u versus γ . La fig 3.26, a través de la curva llena, se puede usar para fines estimativos de G . Whitman (Ref 15) recomienda emplear

$$G = 1600 S_u$$

para valores de deformación angular entre 10^{-5} y 10^{-6} .

En estas fórmulas se indica muy claramente que el módulo es principalmente función de la relación de vacíos del suelo y de los esfuerzos efectivos que se tienen *in situ*. Existen algunos otros factores de los cuales depende G , como es desde luego el nivel de deformaciones y algunos otros que Richart (Ref 7) señala. Por ejemplo, está el efecto de la *duración de la carga (time effect)* que se refiere al aumento de v_s en la probeta de la columna resonante, a medida que tiene una mayor duración la aplicación de los esfuerzos de confinamiento.

Otro efecto es el de la *historia de esfuerzos* que se refiere al cambio de los esfuerzos en el suelo y el cual es diferente en el caso de las arenas en comparación con los suelos arcillosos; dicho efecto es solo importante después de ciertos niveles de deformación (10^{-4} en el caso de arenas y 10^{-5} en el caso de arcillas); si lo que se tiene son arenas, el efecto de la historia de esfuerzos origina un aumento en v_s (por el cambio de e), pero si son arcillas se produce una disminución del módulo G y un aumento en el amortiguamiento. (Cabe señalar que cuando un sismo origina grandes cambios de esfuerzo aparejados con grandes deformaciones, el valor de G disminuye en ese momento, pero si se deja en reposo a ese suelo, el valor de G vuelve a su valor original después de cierto tiempo; este hecho ha sido comprobado experimentalmente). Está también el llamado efecto de la *temperatura* el cual es de relativa poca importancia; experimentalmente se ha observado que la velocidad de onda es ligeramente mayor a menores temperaturas. Todos estos últimos efectos aquí seña-

lados deben observarse cuando se hacen pruebas de laboratorio y estudios de investigación.

Un ejemplo de perfil de suelos correspondiente a un depósito profundo de arena, donde se determinaron los valores de la velocidad de onda a diferentes profundidades, se muestra en la fig 3.27. En ella se pueden ver las velocidades determinadas en el laboratorio mediante pruebas de columna resonante, las determinadas en el campo a través de técnicas geofísicas y las calculadas con la fórmula de Hardin y Drnevich para niveles pequeños de deformación. Los resultados no coinciden totalmente, pero desde el punto de vista práctico, se puede decir que las correlaciones son aceptables. En esta figura se puede observar que la tendencia del módulo es aumentar con la profundidad, lo cual es lógico si se considera que los esfuerzos efectivos *in situ* crecen con la profundidad.

La fig 3.28 muestra dos comparaciones entre el módulo medido *in situ* con pruebas geofísicas y el módulo medido en el laboratorio con la técnica de la columna resonante. La fig (3.28a) se refiere a un limo arcilloso y la (3.28b) a una arena; en ambos casos se observan buenas correlaciones.

b) AMORTIGUAMIENTO

El otro parámetro que gobierna el modelo viscoelástico lineal es el que se refiere a la pérdida de energía causada primordialmente por el efecto de histéresis, es decir, el amortiguamiento.

Una de las formas más comunes de expresar esta pérdida de energía es mediante la llamada capacidad de amortiguamiento, ψ , definida mediante

$$\psi = \frac{\text{Energía perdida en cada ciclo de carga}}{\text{Máxima energía de deformación producida en el ciclo de carga}}$$

Haciendo referencia a la fig 3.29, el valor de ψ sería

$$\psi = \frac{\Delta W}{W}$$

donde

ΔW es el área del triángulo azulado, y

W es el área dentro del lazo histerético

Otra forma de indicar el amortiguamiento es mediante la llamada "relación de amortiguamiento", D , definida como sigue

$$D = \frac{\text{Coeficiente de amortiguamiento viscoso actual}}{\text{Coeficiente crítico}}$$

El coeficiente crítico es el que se requiere para suprimir las vibraciones libres, y de acuerdo con los principios de dinámica (Ref 2), dicho coeficiente crítico vale

$$C_{\text{crit}} = 2 \sqrt{kM}$$

donde

k es la rigidez, y

M la masa del modelo equivalente

Esta relación de amortiguamiento es quizá la manera más común de expresar la pérdida o disipación de energía que ocurre en los sistemas reales.

Existe otra forma más de expresar el amortiguamiento y ella es mediante el decremento logarítmico definido como

$$\Delta = \ln \frac{z_i}{z_{i+1}}$$

donde

z_i es la amplitud i ésima, y

z_{i+1} es la amplitud $i+1$ de la vibración

En la práctica, la determinación de Δ se hace con ayuda de un osciloscopio donde se registra el decaimiento de las vibraciones libres. La fig 3.30a muestra una fotografía de un registro típico; el dibujo de una línea recta como la mostrada por la fig 3.30b, puede auxiliar a determinar fácilmente el valor de Δ .

En dinámica básica se demuestra que estas tres cantidades están relacionadas entre si por la siguiente expresión

$$\Delta = 2\pi D = \frac{\psi}{2}$$

Se verá ahora la forma de determinar físicamente el valor del amortiguamiento.

Pruebas de campo

Teóricamente existen tres maneras de determinar el amortiguamiento a través de pruebas de campo.

- 1) Mediante la observación de la disminución de las amplitudes de vibración que ocurren durante un temblor

- 2) A través de la observación de la disminución de la amplitud de vibraciones producidas por explosiones
- 3) Mediante el uso de generadores u otras fuentes de energía que producen microtemblores en el suelo; en este caso se hace variar la frecuencia de excitación y se mide las amplitudes de vibración, hasta obtener la frecuencia de resonancia; el valor del amortiguamiento se obtiene mediante la siguiente expresión

$$D = \frac{\Delta f}{2f_m}$$

donde

$\Delta f = f_2 - f_1$ (f_1 y f_2 están definidos en la fig 3.31)

f_m es la frecuencia de resonancia

Hasta ahora, la experiencia que se tiene en la determinación del amortiguamiento mediante pruebas de campo es muy poca, y puedo afirmarse que solo a través de pruebas de laboratorio es como se ha podido determinar el amortiguamiento para fines prácticos. Las mayores dificultades que se presentan, al querer determinar el amortiguamiento a través de pruebas de campo, son

- a) resultan muy caras
- b) el amortiguamiento interno es por lo general muy pequeño y es muy difícil de medirse *in situ* porque se ve opacado por el amortiguamiento radial; éste último, como se verá en el Cap IV, se debe a la disipación de energía a través de ondas que viajan alejándose de la fuente de excitación.

Pruebas de laboratorio

El amortiguamiento de un suelo se puede obtener a partir de la ejecución de la mayoría de las pruebas de laboratorio señaladas. En efecto, para el caso de pruebas donde se aplican cargas cíclicas (triaxiales, cortante simple o por torsión), el amortiguamiento se puede obtener a partir de la determinación del área dentro del lazo histerético; en el caso de vibraciones libres (columna resonante, cortante simple o por torsión y mesas vibratoras), el amortiguamiento se obtiene observando la disminución de la amplitud en las vibraciones y calculando el llamado decremento logarítmico.

Los resultados del amortiguamiento obtenidos mediante las diversas pruebas, son más o menos consistentes para un mismo nivel de deformaciones (Ref 14).

c) DETERMINACION DE G Y D A NIVELES DE DEFORMACION DIFERENTES A LOS OBTENIDOS EXPERIMENTALMENTE O ESTIMADOS A NIVELES BAJOS DE DEFORMACION

Ya se mencionó en un principio que el suelo, cuando es sujeto a fuerzas dinámicas que originan niveles de deformación muy pequeños (menor de 10^{-5}), se comporta prácticamente como un material elástico lineal; es decir, a esos niveles de deformación, tanto el módulo como el amortiguamiento se pueden considerar constantes. Sin embargo, a medida que se incrementa el nivel de deformación, el amortiguamiento aumenta mientras que el módulo disminuye. En este último caso lo que se hace en la práctica es hablar de un módulo lineal y de un amortiguamiento equivalente;

el módulo equivalente se define, según se mencionó anteriormente, como la pendiente de la línea que conecta los valores extremos del lazo de histéresis, y el amortiguamiento equivalente se relaciona directamente al área dentro de ese lazo histerético.

En estas circunstancias, si se desea referirse a un módulo G a niveles altos de deformación, se podrá hacerlo en términos del módulo determinado a pequeñas deformaciones, simplemente afectando este último por un factor de reducción. Análogamente se puede hacer lo mismo con el amortiguamiento, sólo que el factor por aplicar será de amplificación en vez de reducción.

La fig 3.32 presenta una banda donde caen los factores de reducción de la mayoría de los suelos, basados precisamente en la definición de módulo equivalente y a partir de resultados obtenidos en pruebas de laboratorio (principalmente de columna resonante). Varios resultados experimentales de campo han demostrado la buena validez de esta gráfica, Whitman (Ref 15) recomienda utilizar una curva promedio de esta banda, para aplicarla en trabajos prácticos que involucren cualquier suelo.

Para el caso del amortiguamiento, la fig 3.33 nos muestra una curva análoga a la (3.32); dicha figura fue dibujada a partir de una gran variedad de información. A pesar de tener una gran dispersidad de valores, puede observarse que en general el amortiguamiento crece a medida que el nivel de las deformaciones aumenta. En este caso la curva que se recomienda es la inferior, a fin de estar del lado de la seguridad.

Conviene recordar que para emplear estos conceptos de módulo y amortiguamiento equivalente, es necesario aplicar el proceso iterativo señalado al principio de este capítulo.

En el caso de ingeniería sísmica, donde se tienen cargas transitorias que involucran varios ciclos y cada uno induce un nivel de deformación diferente, resulta complicada la definición de un módulo y un amortiguamiento equivalente. Una manera de manejar este caso consiste en determinar el valor máximo de las deformaciones y tomar el valor correspondiente a 2/3 del máximo como valor promedio o representativo de las deformaciones.

La determinación del amortiguamiento D y el módulo al cortante G a distintos niveles de deformación γ , se pueden obtener a través de la fórmula de Hardin y Drnevich mediante las siguientes expresiones

$$G = \frac{G_{\max}}{1 + \gamma/\gamma_r}$$

donde $\gamma_r = \frac{\tau_{\max}}{G_{\max}}$

$$\tau_{\max} = \left\{ \left(\frac{1+k_o}{2} \bar{\sigma}_v \sin \bar{\phi} + \bar{C} \cos \bar{\phi} \right)^2 - \left(\frac{1-k_o}{2} \bar{\sigma}_v \right)^2 \right\}^{1/2}$$

k_o = coeficiente de los esfuerzos horizontales $\left(\frac{\sigma_h}{\sigma_v}\right)$

$\bar{\sigma}_v$ = esfuerzos efectivos verticales

y \bar{C} y $\bar{\phi}$ son los parámetros de resistencia estáticos en términos de los esfuerzos efectivos

Para el amortiguamiento la expresión resultante es la siguiente.

$$D = \frac{D_{\max} \frac{Y}{Y_r}}{1 + Y/Y_r}$$

donde D_{\max} es el amortiguamiento máximo correspondiente a deformaciones muy grandes. Para el caso de arenas limpias

$D_{\max} = 30 - 1.5 \log N$ (N = número de ciclos) y para suelos cohesivos saturados $D_{\max} = 31 - (3 + 0.03f)(\bar{\sigma}_o)^{1/2} + 1.5f^{1/2} - 1.5 \log N$; en esta última expresión f es la frecuencia con que se aplica la carga cíclica (dada en revoluciones/segundo).

d) RELACION DE POISSON

La relación de Poisson μ , para la mayoría de los suelos, varía por lo general en un rango relativamente estrecho. En el caso de suelos secos o con bajo grado de saturación el valor de μ alrededor de 0.35; para suelos saturados μ anda cerca de 0.5. Un valor promedio de la relación de Poisson, en la mayoría de los suelos se puede considerar que se encuentra entre 0.4 a 0.5.

Cuando se quiere estimar en forma más precisa esta relación, teóricamente puede hacerse mediante la determinación de dos de las velocidades de propagación de ondas. Sin embargo, los pequeños errores que pueda haber en la estimación de μ , no afecta de manera significativa los resultados que se obtienen en problemas prácticos de dinámica de suelos y basta hacer la estimación en forma aproximada.

V) Conclusiones

Las principales conclusiones que se pueden extraer de lo señalado en este capítulo son:

- 1) El comportamiento del suelo cuando se le sujeta a cargas dinámicas es muy complejo, caracterizándose particularmente por la no linealidad a deformaciones grandes como las que ocurren en temblores fuertes.
- 2) La presión que se crea en el agua localizada dentro de los poros de un suelo, como consecuencia de las cargas rápidas que se aplican durante sismos o fuerzas de maquinaria, desempeña un papel importante en el comportamiento dinámico de dicho suelo.
- 3) Para fines prácticos, se puede utilizar el modelo matemático viscoelástico para analizar el comportamiento del suelo en la mayoría de los problemas de dinámica de suelos.
- 4) La determinación del módulo dinámico cortante G , a niveles pequeños de deformación (menor o iguales a 10^{-5}), se puede determinar satisfactoriamente tanto en el campo (por ejemplo, a través de pruebas geofísicas) como en el laboratorio (mediante la prueba de la columna resonante). Sin embargo, se puede estimar el módulo equivalente a niveles grandes de deformación mediante procedimientos confiables.
- 5) El amortiguamiento interno del suelo sólo se puede determinar prácticamente mediante pruebas de laboratorio. Cuando se

desca determinar el amortiguamiento a distintos niveles de de formación a partir de los datos obtenidos en pruebas de laboratorio, ésto se puede realizar satisfactoriamente utilizando curvas empíricas.

- 6) Las pruebas de laboratorio que más se utilizan para la determinación de las propiedades dinámicas de los suelos son la triaxial cíclica y la de la columna resonante. Sin embargo, la prueba torsional cíclica con vibraciones libres es quizá la que presenta más ventajas (simplicidad, niveles de deformación iguales a los que se tienen durante sismos, etc), por lo que es muy factible que en un futuro próximo sea la más empleada.

REFERENCIAS DEL CAPITULO IV

1. Ballard, R.F., Jr, and Leach, R.E. (1969) "Development of Vibropacker System for Inducing Polarized Shear Waves and Compression Waves at Depths", Misc Paper S-69-30, U.S. Army Eng Waterway Experiment Station, Vicksburg, Miss, Julio.
2. Biggs, J.M. (1964) "Introduction to Structural Dynamics", McGraw-Hill Book Company.
3. Blain, J. (1968) "Resultats obtenus au Laboratoire Central en 1965 et 1966", Bulletin des Laboratoires Roatiers.
4. Faccioli, E. and Resendiz D. (1975) "Soil Dynamics Behavior Including Liquefaction", E15, Instituto de Ingenieria, UNAM Mayo.
5. Hardin, B.O., and Drnevich, V.P. (1970b) "Shear Modulus and Damping in Soils; 2, Design Equations and Curves", Tech Report 27-70-CE 3, Soil Mechs Series No. 2, Univ of Ky, College of Eng, July.
6. Kovacs, W.D. (1968) "An Experimental Study of the Response of Clay Embankments to Base Excitation", Ph.D. Thesis, Univ of Calif, Berkeley.
7. Richart, F.E., Jr. (1975) "Some Effects of Dynamic Soil Properties on Soil-Structure Interaction", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol 101, No. GT12, Proc Paper 11764, December, pp 1193-1240.
8. Richart, F.E., Jr, Hall, J.R., Jr, and Woods, R.D. (1970) "Vibrations of Soils and Foundations", Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, N.J.
9. Seed, H.B., and Chan, C.K. (1966) "Clay Strength under Earthquake Loading Conditions", Journal of the Soil Mech and Found Div, ASCE, Vol 92, No. SM2, Mar, pp 53-78.
10. Seed, H.B., and Idriss, I.M. (1967) "Analysis of Soil Liquefaction: Niigata Earthquake", Jour of the Soil Mech and Found Div, ASCE, Vol 93, No. SM3, Mayo, pp 83-108.
11. Seed, H.B., and Idriss, I.M. (1969) "Influence of Soil Conditions on Ground Motions During Earthquakes", Jour of the Soil Mech and Found Div, ASCE, Vol 95, No. SM1, Enero, pp 99-137.
12. Seed, H.B., and Idriss, I.M. (1970c) "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis", Report No. EERC 70-10, December, Univ of California, Berkeley.

13. Terzaghi, K. (1955) "Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction", *Geotechnique*, pp 297-326.
14. U.S. Atomic Energy Commission (1972) "Soil Behavior Under Earthquake Loading Conditions", *State of the Art Evaluation of Soil Characteristics for Seismic Response Analysis*, Chapter 4, Enero.
15. Whitman, R.V. (1973) "Soil Dynamics Notes", Massachusetts Institute of Technology, Civil Engineering Department.
16. Zeevaert, L. (1973) "Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions", Van Nostrand Reinhold, pp 531-541.

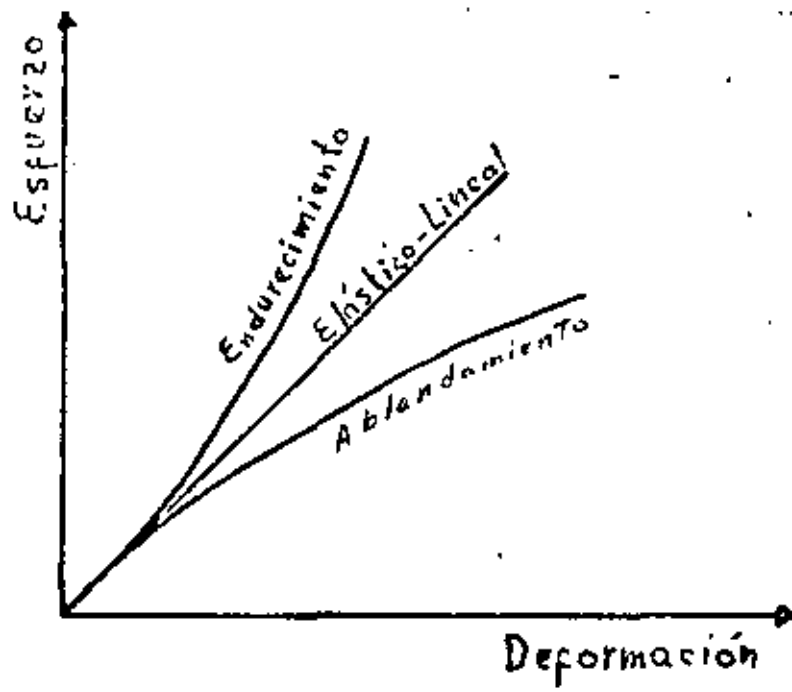


Fig 3.1 Tipos de Curvas Esfuerzo-Deformación
(Ref # 7)

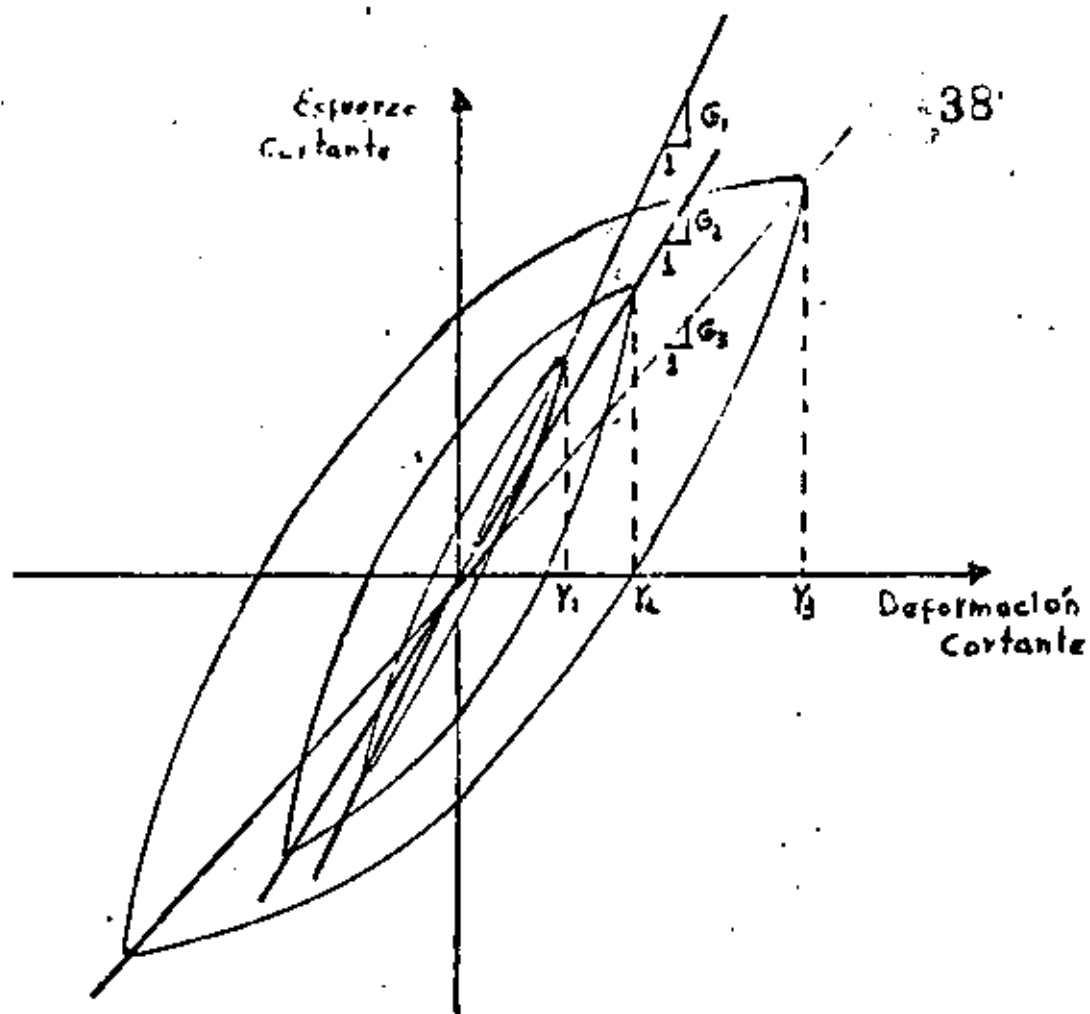


Fig 3.2 Curvas Histeréticas Esfuerzo-Deformación en Pruebas Torsionantes Cíclicas

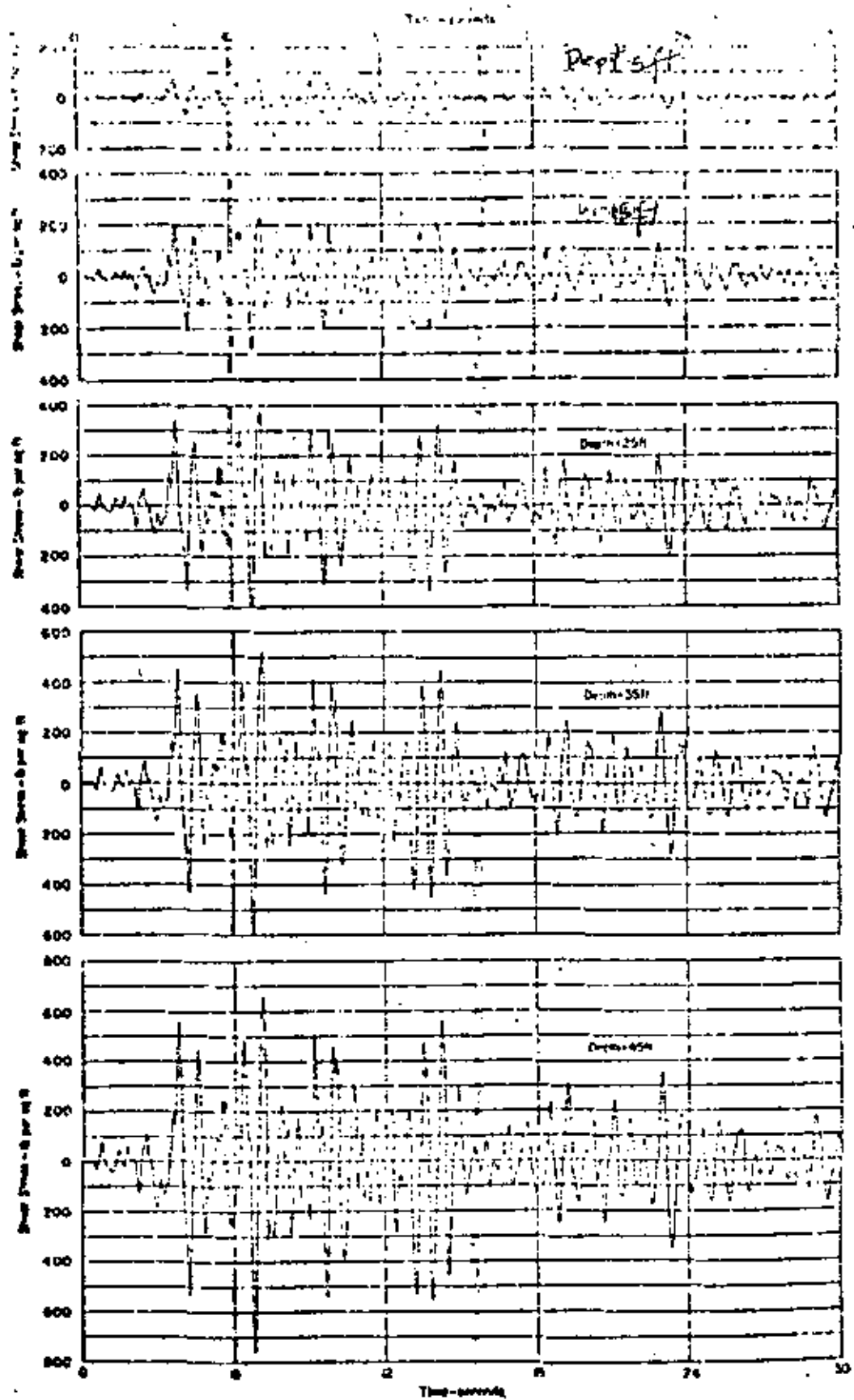
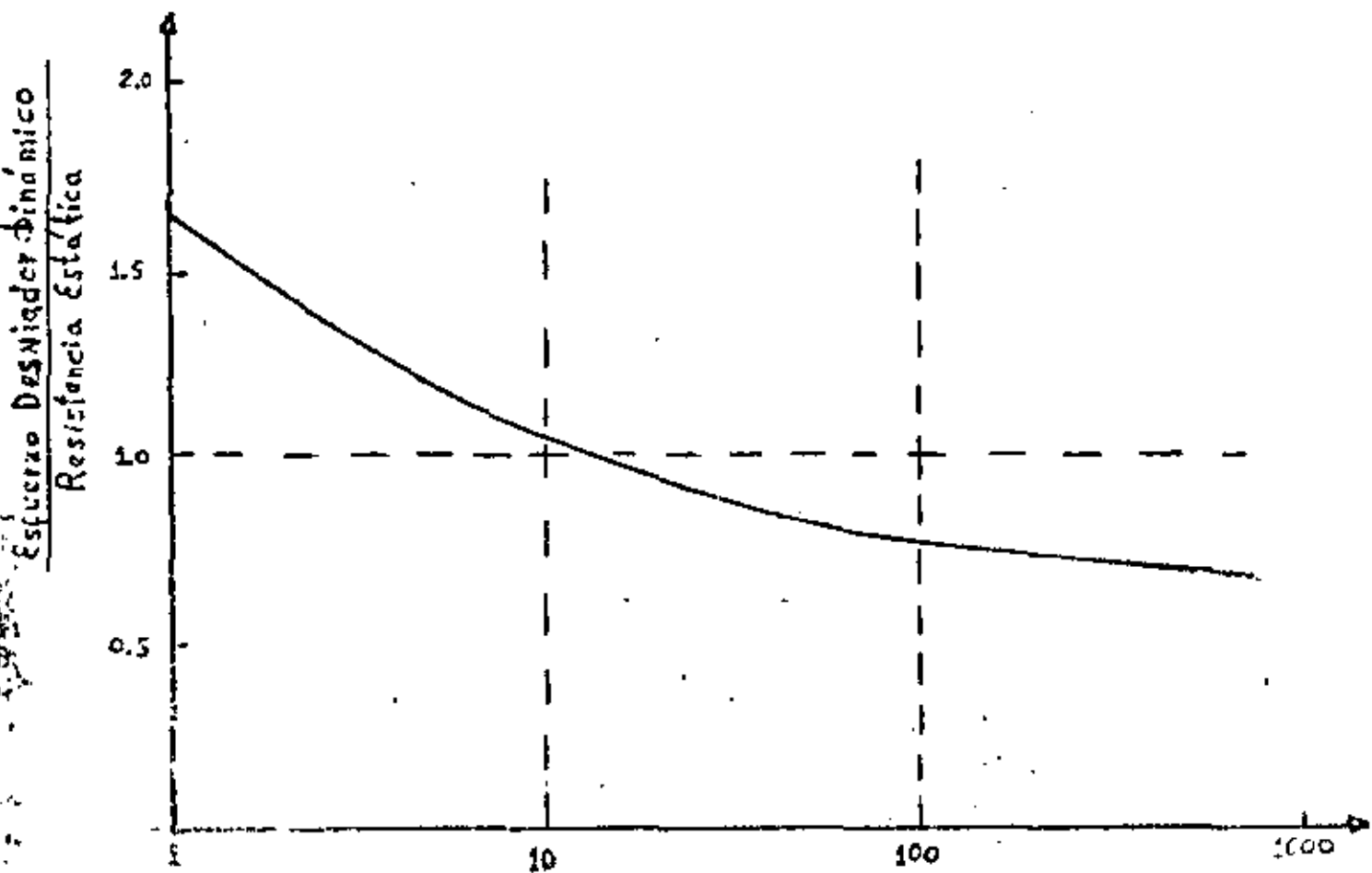


Fig. 3.3 SHEAR STRESS VARIATION DETERMINED BY RESPONSE ANALYSIS FOR THE NIIGATA EARTHQUAKE

(Ref #10)



No. de Ciclos requeridos para Alcanzar una Deformación $d = 20\%$

Fig. 3.4 Efecto de Fatiga en una Arcilla Limosa Inalterada
(Ref. # 9)

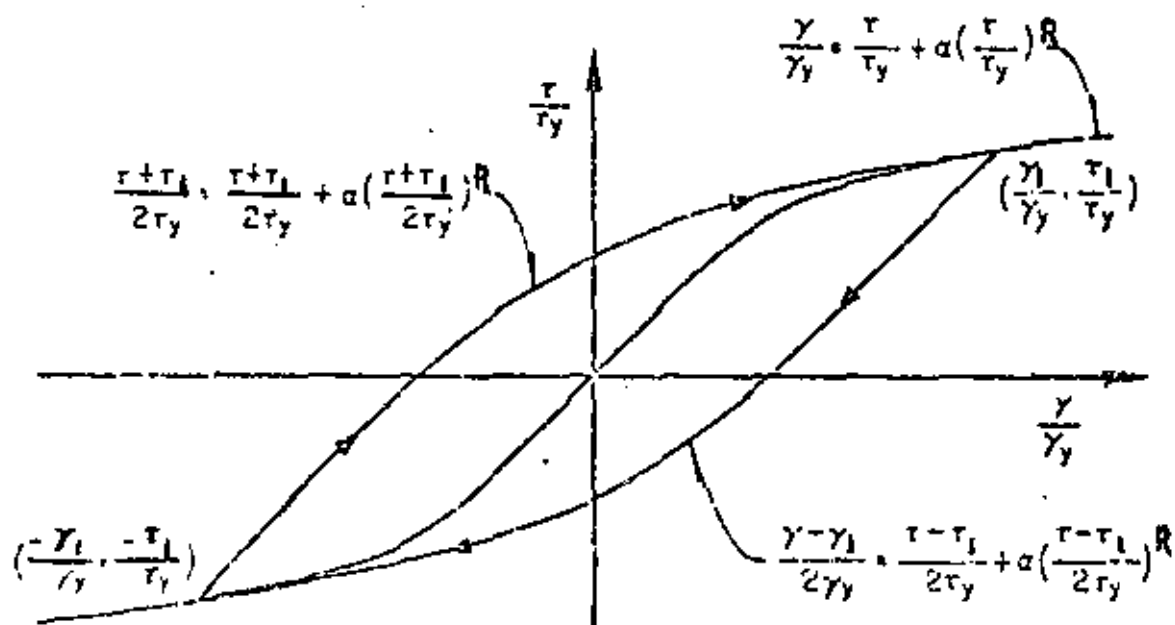
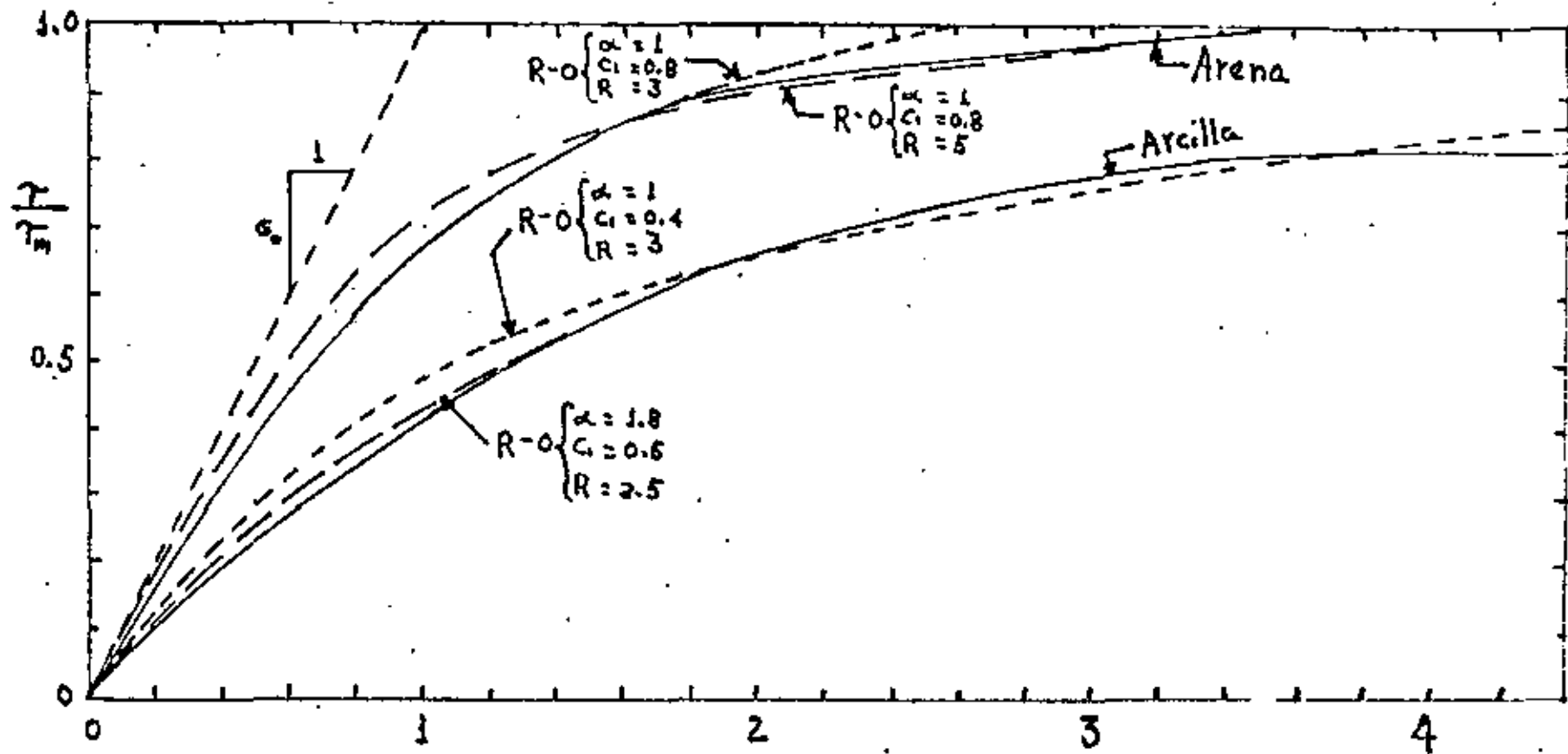
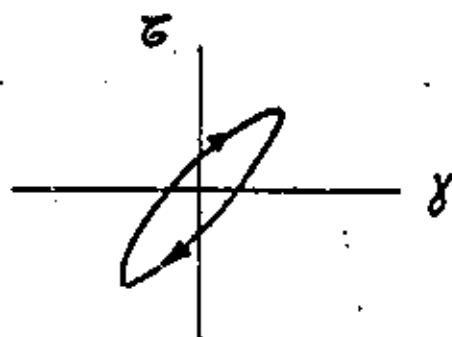
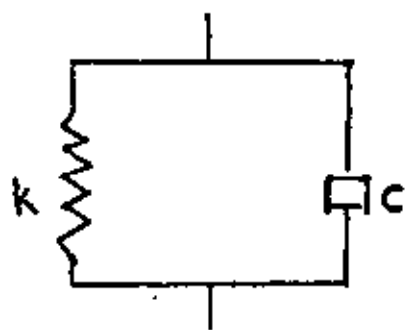


Fig 3.5 Modelo Constitutivo de Ramberg Osgood
(Ref. # 4)

Fig 3.6 Ajustamiento de las Curvas de Ramberg Osgood con las Curvas Experimentales
(Ref. 417)



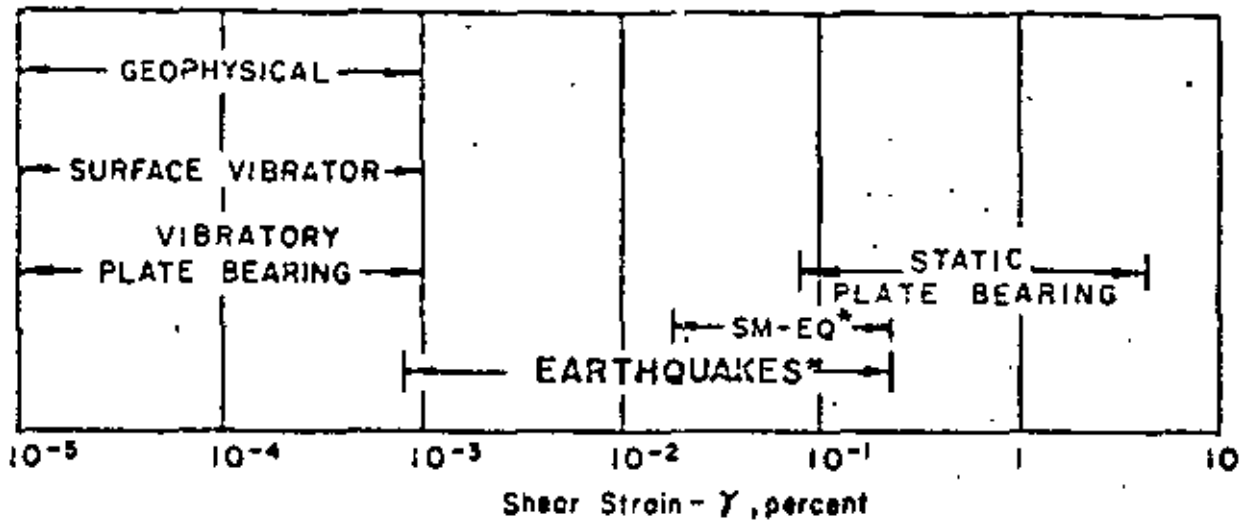
$$\frac{\sigma}{\sigma_r} = \frac{\sigma}{\sigma_r} + \frac{\sigma}{\sigma_r} \left[\frac{\sigma}{\sigma_r} \right]^n$$



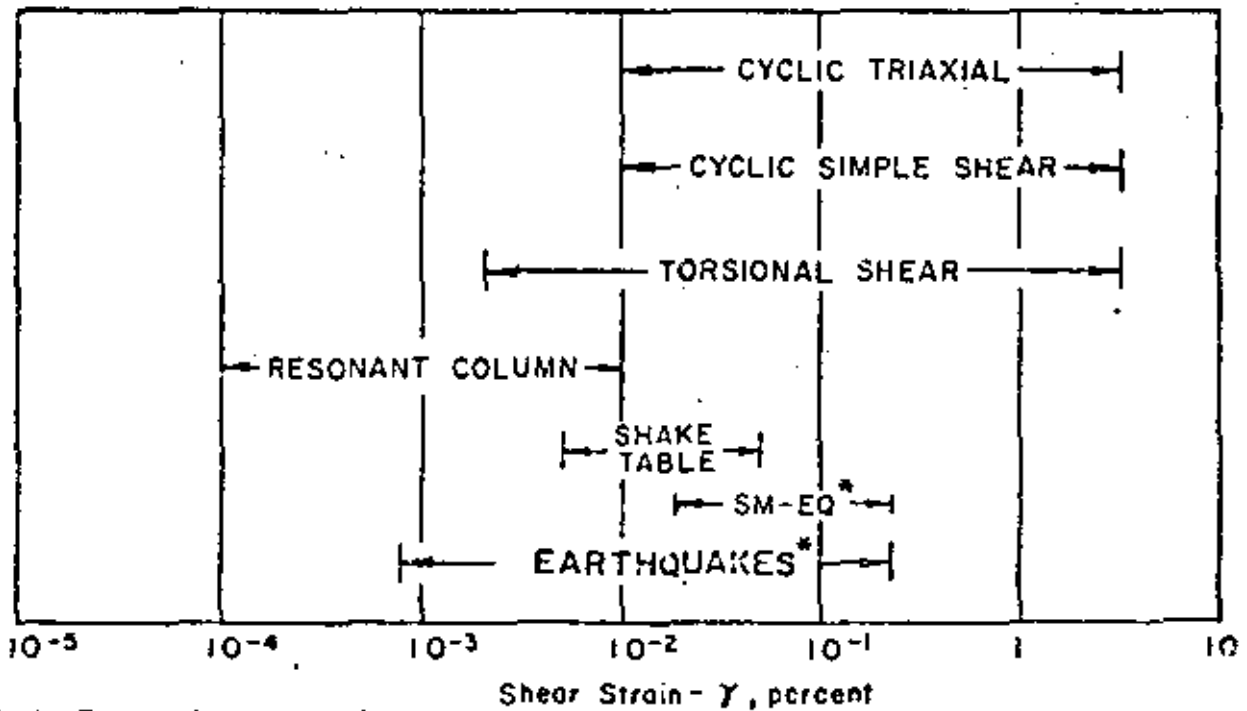
a) Representación del Modelo

b) Curva típica Real de Esfuerzo - Deformación

Fig 3.7 Modelo Viscoelástico Lineal



a. FIELD TESTS



b. LABORATORY TESTS

* Note: Range of shear strain denoted as "Earthquakes" represents an extreme range for most earthquakes. "SM-EQ" denotes strains induced by strong motion earthquakes.

Fig. 3.8 FIELD AND LABORATORY TESTS SHOWING APPROXIMATE STRAIN RANGES OF TEST PROCEDURES

(Ref # 14)

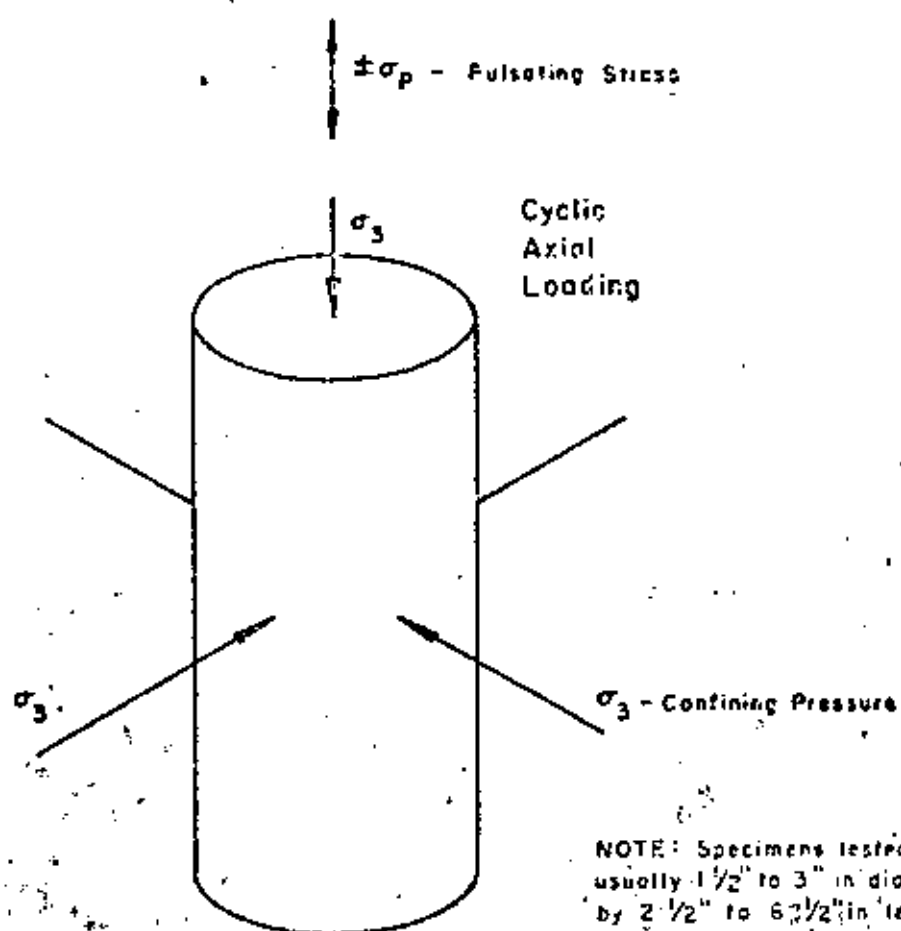
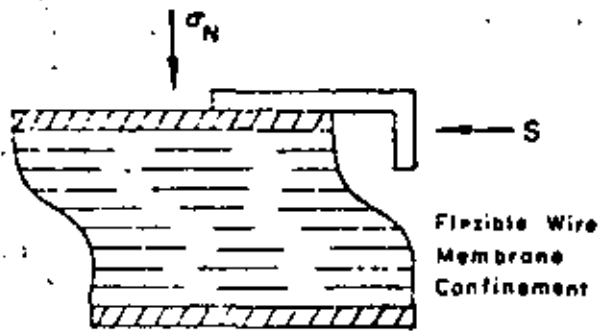


Fig. 3.9 CYCLIC TRIAXIAL TEST

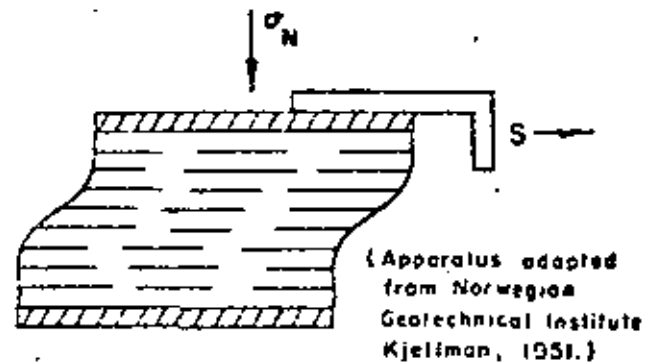
(Cyclic Axial Loading)

(Ref#14)

SPECIMENS APPROX.
3" diam. X 0.4" high

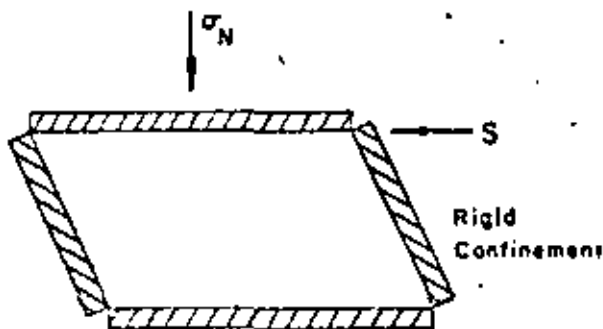


LOADING A

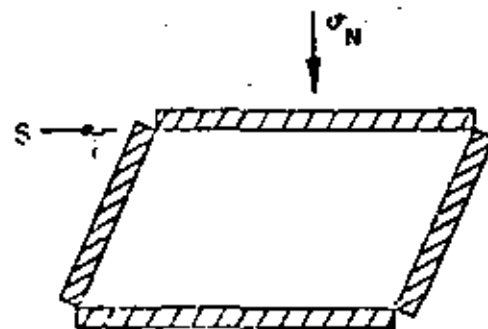


LOADING B

a. UNIFORM STRESS IN SIMPLE SHEAR
(Cylindrical Shaped Specimen)



LOADING A



LOADING B

b. UNIFORM STRAIN IN SIMPLE SHEAR
(Rectangular Shaped Specimen)

Fig. 3.10 CYCLIC SIMPLE SHEAR TESTS

(Cyclic Shear Loading)

(Ref # 14)