

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Evaluación experimental de los efectos de la inyección de aire sobre un perfil aerodinámico asimétrico subsónico

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Aeroespacial

P R E S E N T A

Lino Apolonio Angeles

DIRECTOR DE TESIS

Dr. David Israel Posadas Navarro



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2026

PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Titulación con trabajo escrito)

De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado EVALUACION EXPERIMENTAL DE LOS EFECTOS DE LA INYECCION DE AIRE SOBRE UN PERFIL AERODINAMICO ASIMETRICO SUBSONICO que presenté para obtener el titulo de INGENIERO AEROESPACIAL es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.



LINO APOLONIO ANGELES
Número de cuenta: 318053893

A mis padres
Marina y Lino

"Le désir profond de l'esprit même dans ses démarches les plus évoluées rejoint le sentiment inconscient de l'homme devant son univers : il est exigence de familiarité, appétit de clarté"

Albert Camus

Índice

Nomenclatura **7**

Agradecimientos **10**

Resumen **12**

1. Introducción **14**
1.1. Antecedentes . . . 14
1.2. Planteamiento del Problema . . . 16
1.3. Objetivos . . . 17
1.3.1. Objetivo General . . . 17
1.3.2. Objetivos Específicos . . . 18
1.4. Alcances y limitaciones . . . 18
1.4.1. Alcances . . . 18
1.4.2. Limitaciones . . . 19

2. Capítulo II. Marco Teórico **21**
2.1. Fuerzas aerodinámicas . . . 21
2.2. Coeficientes adimensionales . . . 23
2.2.1. Número de Reynolds (Re) . . . 23
2.2.2. Adimensionalización de las Ecuaciones Integrales . . . 24
2.3. Teoría de la Capa Límite . . . 27
2.3.1. Condición de No Deslizamiento . . . 27
2.3.2. Espesores Integrales y Déficits del Flujo . . . 28
2.3.3. Ecuación de Cantidad de Movimiento . . . 29
2.3.4. Gradiente Adverso de Presión . . . 30
2.3.5. Ecuación Integral de von Kármán . . . 32
2.3.6. Regímenes de la Capa Límite: Laminar y Turbulenta . . . 33
2.4. Características generales de perfiles aerodinámicos comerciales . . . 36
2.5. Fundamentos del AFC mediante inyección de momento . . . 37
2.5.1. El Coeficiente de Momento de Inyección (C_μ) . . . 38
2.5.2. Influencia de la Ubicación y el Ángulo de Inyección (θ_B) . . . 38
2.6. Clasificación de los Sistemas de Control Activo de Flujo (AFC) . . . 39
2.7. Túnel de Viento LeMAT . . . 40
2.7.1. Arquitectura del Túnel LeMAT . . . 40
2.7.2. Sección de Pruebas 1 . . . 42

3. Capítulo III. Desarrollo Experimental **44**
3.1. Instalaciones y equipos de prueba . . . 44
3.1.1. Sistema de Posicionamiento . . . 44
3.1.2. Transductor de Fuerza y Torque . . . 44

3.1.3. Sistema de Suministro de Aire y Presurización 47
3.1.4. Monitoreo y Calibración de la Corriente Libre 49
3.2. Diseño y fabricación del modelo de prueba 51
3.2.1. Definición Geométrica y Escalamiento 51
3.2.2. Configuración del Sistema de Inyección 53
3.2.3. Arquitectura Interna: Cámara Plena (*Plenum*) 56
3.3. Ensamble, Integración y Alineación 57
3.3.1. Diagrama de Conexión Neumática y Adquisición 57
3.3.2. Alineación y Nivelación 58
3.4. Procedimiento Experimental y Matriz de Pruebas 59
3.5. Diseño de Experimentos y Matriz de Casos de Prueba 60
3.5.1. Matriz de Diseño, Repetibilidad y Mitigación de Errores 60

4. Capítulo IV. Resultados y Discusión 64
4.1. Análisis y Validación 64
4.1.1. Remoción de Tendencia Lineal (*Detrending*) 64
4.1.2. Filtrado y limpieza de señales 64
4.1.3. Evaluación de estabilidad experimental 65
4.1.4. Análisis de incertidumbre 67
4.1.5. Transformación de Coordenadas: Ejes del Cuerpo a Ejes de Viento 68
4.1.6. Validación de la Curva de Sustentación Base (*Baseline*) 70
4.1.7. Discrepancias Fenomenológicas y Efectos de Escala 71
4.2. Análisis de fuerzas aerodinámicas (Modelo con inyección vs sin inyección) 73
4.2.1. Comportamiento de la Sustentación (C_L) y Retraso de Pérdida 73
4.2.2. Penalización y Mitigación del Arrastre (C_D) 78
4.3. Impacto en la eficiencia aerodinámica 81
4.4. Contraste Analítico y Experimental 85

5. Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones 88
5.1. Conclusiones 88
5.2. Recomendaciones Experimentales 89
5.3. Trabajos Futuros 90

Apéndice Anexos 93

Apéndice A. Coeficientes Cl y Cd sin inyección 94

Apéndice B. Coeficientes Cl y Cd con inyección a 20 psi 95

Apéndice C. Análisis estadístico de las componentes aerodinámicas (F_x y F_y) 96

Apéndice D. Deducción de la Ecuación Integral de Von Kárman 98

Apéndice Anexo E: Plano del modelo 107

Índice de tablas

3.1. Especificaciones de calibración y rangos del sensor. 47
3.2. Resultados de velocidades medidas en la salida de los wall jet a diferentes presiones. . . 56
4.1. Contribución porcentual de valores atípicos en las lecturas experimentales de fuerzas aerodinámicas. 65
4.2. Coeficiente de variación por corrida para las componentes de arrastre (F_x) y sustentación (F_y). 66
4.3. Interpretación y límites de aceptación para el Coeficiente de Variación. 67
4.4. Resumen comparativo del coeficiente de sustentación (C_L). 77
4.5. Resumen comparativo del coeficiente de arrastre (C_D). 80
4.6. Resultados experimentales de la eficiencia aerodinámica (L/D) y su variación porcentual. 81
4.7. Resumen comparativo de la eficiencia aerodinámica (L/D). 85
4.8. Impacto del AFC en la Ecuación Integral de von Kármán. 86
A.1. Matriz completa de resultados experimentales: Fuerzas aerodinámicas y coeficientes C_L/C_D (Sin inyección). 94
B.1. Matriz completa de resultados experimentales: Fuerzas aerodinámicas y coeficientes C_L/C_D (Con inyección a 20 psi). 95
C.1. Análisis estadístico comparativo de F_x y F_y para el modelo Sin inyección. 96
C.2. Análisis estadístico comparativo de F_x y F_y para el modelo Con inyección a 20 psi. . . . 97

Índice de figuras

2.1. Fuerzas aerodinámicas en un elemento de superficie de un perfil alar. 21
2.2. Fuerzas aerodinámicas resultantes proyectadas en ejes de viento. 22
2.3. Perfiles de Velocidad de capa límite a lo largo de una superfie recta 27
2.4. Fenómenos microscópicos de la capa límite. Recuperadas de [3] 31
2.5. Perfiles aerodinamicos supercríticos 36
2.6. Esquema de Túnel de Viento LemAT 41
3.1. Control de sistema de giro 44
3.2. Sensor ATI Net F/T perteneciente al LemAT 45
3.3. Net Box 45
3.4. Vectores de fuerzas y torques aplicadas en el sensor F/T: gamma 46
3.5. Funcionalidad del Bias 47
3.6. Compresor neumático Craftsman 48
3.7. Sistema de compresor y manómetros. Control neumático. 48
3.8. Consola de control del túnel de viento 49
3.9. Comparativa de calibraciones de velocidad vs RPM para sensores HC. Curvas proporcionadas por el personal del LeMAT 50
3.10. Vista Isométrica del modelo de prueba en SolidWorks 51
3.11. Banda de rugosidad (*trip-band*) inducida al 5 % de la cuerda 52

3.12. Vista isométrica del modelo de prueba. 53
3.13. Variación del radio L/D respecto al angulo θ_B. Recuperada de [22] 54
3.14. Líneas de corriente sobre el perfil alar a diferentes ángulos de inyección de chorro (Recuperado de [22]). 55
3.15. Sección transversal del modelo 56
3.16. Sistema por debajo de la mesa giratoria. Suministro de aire presurizado y adquisición de datos. 57
3.17. Diagrama de conexión del sistema ATI NET Gamma con computadora. 58
3.18. Nivelación y alineación del modelo 59
3.19. Diagrama de flujo de la metodología de adquisición y re-tarado 62
4.1. Diagrama de bloques ampliado del algoritmo de reducción de datos, incluyendo el filtrado y la validación estadística. 69
4.2. Resultados experimentales sin inyección de aire presurizado del coeficiente de sustentación respecto al ángulo de ataque. 70
4.3. Fenómeno Downwash. 72
4.4. Comparativa del coeficiente de sustentación (C_L) frente al ángulo de ataque con y sin inyección de momento. 73
4.5. Comparativa del coeficiente de arrastre (C_D) frente al ángulo de ataque con y sin inyección de momento. 78
4.6. Comparativa de la eficiencia aerodinámica en función del ángulo de ataque. 81

Nomenclatura

Siglas y Acrónimos

ADC	Convertidor Analógico a Digital (*Analog-to-Digital Converter*).
AFC	Control Activo de Flujo (*Active Flow Control*).
AR	Alargamiento alar (*Aspect Ratio*).
CAD	Diseño Asistido por Computadora (*Computer-Aided Design*).
CFD	Dinámica de Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics*).
CV	Coeficiente de Variación.
DoE	Diseño de Experimentos (*Design of Experiments*).
DoF	Grados de Libertad (*Degrees of Freedom*).
EEM	Error Estándar de la Media.
FEA	Análisis de Elementos Finitos (*Finite Element Analysis*).
GE	General Electric.
IC	Intervalo de Confianza.
LAN	Red de Área Local (*Local Area Network*).
LE	Borde de Ataque (*Leading Edge*).
LeMAT	Laboratorio de Estructuras y Materiales de Alta Tecnología.
NACA	Comité Asesor Nacional para la Aeronáutica (*National Advisory Committee for Aeronautics*).
OACI	Organización de Aviación Civil Internacional.
OEM	Fabricante de Equipamiento Original (*Original Equipment Manufacturer*).
PIV	Velocimetría por Imágenes de Partículas (*Particle Image Velocimetry*).
RDT	Transferencia de Datos Crudos (*Raw Data Transfer*).
RPM	Revoluciones Por Minuto.
SFC	Consumo Específico de Combustible (*Specific Fuel Consumption*).
TE	Borde de Salida (*Trailing Edge*).
UAV	Vehículo Aéreo No Tripulado (*Unmanned Aerial Vehicle*).
UDP	Protocolo de Datagramas de Usuario (*User Datagram Protocol*).

Símbolos Griegos

α	Ángulo de ataque geométrico.
α_{eff}	Ángulo de ataque efectivo.
α_{stall}	Ángulo de pérdida aerodinámica (*stall*).
$\alpha_{L=0}$	Ángulo de sustentación nula.
Γ	Circulación aerodinámica global.
δ	Espesor de la capa límite.
δ^*	Espesor de desplazamiento de la capa límite.
δ_v	Espesor de la subcapa viscosa.
θ	Espesor de cantidad de movimiento (*momentum*) de la capa límite / Inclinación geométrica de la superficie local.

θ_B	Ángulo de vectorización o inyección del chorro.
κ	Constante de von Kármán.
μ	Viscosidad dinámica del fluido / Media muestral estadística.
μ_{global}	Magnitud representativa media global de la fuerza.
ν	Viscosidad cinemática del fluido.
Π_1	Grupo adimensional del Teorema de Pi de Buckingham.
ρ	Densidad del fluido (aire).
ρ_∞	Densidad de la corriente libre.
σ	Desviación estándar absoluta.
σ_{inter}	Desviación estándar inter-réplicas (entre promedios).
τ	Esfuerzo cortante total.
τ_w	Esfuerzo cortante en la pared (fricción superficial).
τ_t	Esfuerzos de Reynolds (esfuerzo aparente turbulento).
ϕ	Escalar cualquiera de la identidad de flujo incompresible.

Variables Físicas y Estadísticas

A'	Fuerza axial por unidad de envergadura (bidimensional).
a	Pendiente empírica de la curva de sustentación.
a_0	Pendiente teórica invíscida bidimensional.
b	Envergadura del modelo.
C^+	Constante de la ley logarítmica para pared lisa.
c	Cuerda geométrica del perfil aerodinámico.
D	Resistencia al avance o arrastre total (macroscópico).
D'	Resistencia al avance por unidad de envergadura (bidimensional).
ds	Diferencial de área sobre la superficie.
F_x, F_y, F_z	Componentes ortogonales de fuerza medidas por la balanza ATI.
H	Factor de forma de la capa límite ($H \equiv \delta^*/\theta$).
H_{cr}	Factor de forma crítico para la separación.
h	Ancho equivalente del orificio/ranura de inyección.
k	Altura promedio de rugosidad de la superficie.
L	Fuerza de sustentación total (macroscópica).
L'	Fuerza de sustentación por unidad de envergadura (bidimensional).
M	Momento absoluto bidimensional.
m	Pendiente analítica del error temporal de deriva térmica.
$\dot{m}$	Flujo másico inyectado por unidad de envergadura.
N	Tamaño de la muestra o número de repeticiones.
N'	Fuerza normal por unidad de envergadura (bidimensional).
p	Presión estática local.
p_∞	Presión estática atmosférica o exterior.
q_∞	Presión dinámica de la corriente libre.
$q(y)$	Presión dinámica local en función de la altura.

S	Área de referencia o superficie alar.
T_x, T_y, T_z	Componentes ortogonales de torque (momento) medidos por la balanza ATI.
u, v	Componentes de velocidad local del fluido dentro de la capa límite.
u', v'	Fluctuaciones de velocidad (esfuerzos turbulentos).
u^+	Velocidad adimensional de la subcapa límite.
u_τ	Velocidad de fricción en la pared.
V_e	Velocidad del flujo en el exterior de la capa límite.
V_{iny}	Velocidad tangencial de salida del chorro de inyección.
V_∞	Velocidad de la corriente libre del túnel de viento.
x, y, z	Coordenadas espaciales (longitudinal, normal/vertical, transversal).
y^+	Distancia adimensional a la pared.
Z	Estadístico Z de la distribución normal estándar.

Coeficientes Adimensionales

C_D	Coeficiente de arrastre global (tridimensional).
c_d	Coeficiente de arrastre seccional (bidimensional).
C_{Df}	Coeficiente de arrastre por fricción viscosa.
C_{Dp}	Coeficiente de arrastre de forma o presión.
C_L	Coeficiente de sustentación global (tridimensional).
$C_{L,\max}$	Coeficiente de sustentación máximo.
c_l	Coeficiente de sustentación seccional (bidimensional).
c_m	Coeficiente de momento de cabeceo (bidimensional).
c_n	Coeficiente de fuerza normal bidimensional.
c_a	Coeficiente de fuerza axial bidimensional.
C_p	Coeficiente de presión local.
c_f	Coeficiente de fricción superficial local.
C_f	Coeficiente de arrastre por fricción integrado.
C_μ	Coeficiente de momento de inyección.
Re	Número de Reynolds.
Re_{cr}	Número de Reynolds crítico de transición.
Re_x	Número de Reynolds local.

Agradecimientos

Dejar casa a los 15 años para perseguir un sueño parecía un salto al vacío. Hoy, al mirar hacia atrás, me doy cuenta de que este logro no es solo académico, sino la culminación de años de sacrificios, reestructuraciones personales y resistencia ante la presión. Más allá de toda la teoría y los conocimientos técnicos, el tesoro más importante que me llevo es el pensamiento crítico, algo que sin duda alguna le debo a mi Facultad y a mi Universidad. Fueron años de intenso trabajo con colegas y amigos, de horas sin dormir y de un estrés interminable, pero, sobre todo, de muchas risas, aprendizajes y lágrimas compartidas.

Me llevo más preguntas que respuestas, pero me voy con el alma intacta y con enormes ganas de convertirme en un profesional admirable, inspirado por los profesores y profesoras que trazaron el camino antes que yo. Espero que el Lino del futuro pueda mirar atrás y sentirse profundamente orgulloso de todo lo que ha construido y aprendido. El panorama para un recién egresado a veces luce nublado y lleno de incertidumbre, pero estoy seguro de que todo valdrá la pena.

Agradezco a mi mami y a mi papi por darme la vida, por el amor y la paciencia inagotable. Cada esfuerzo, cada desvelada y cada gota de sudor que derramaron para darnos a mis hermanas y a mí el sustento y las herramientas para vivir, son la base de este logro.

A mi hermana Aline, mi flaquis: sin tu soporte, este trabajo no se habría podido realizar. Gracias por todo el apoyo que me brindaste en esta última etapa de mi formación.

A mi hermana Marilin, por toda la ayuda brindada a mis padres y a tus hermanos, pero, sobre todo, por traer a nuestras vidas a Orlando, quien nos devolvió la unión y la alegría en los momentos más oscuros. Orlando, espero que este trabajo y mis pasos te sirvan de inspiración para llegar aún más lejos. Los amo, familia hermosa. Infinitas gracias por todo.

A mis amigos de la universidad: Nat, Luis, Omarcito, Mafer y Joss. Más que compañeros de carrera, se convirtieron en mi familia y en mi refugio durante todos estos años. Sobrevivir a la exigencia de esta etapa no habría sido posible sin nuestras pláticas, las interminables desveladas compartidas y esas risas que nos salvaban cuando la presión parecía ganarnos. Gracias por hacer que este viaje fuera tan especial. Y a mi queridísima Litzy, gracias por regalarme tantos años de una amistad incondicional, por ser una constante en mi vida y por nunca soltarme la mano.

A mi equipo de UNAM AeroDesign, por ser una parte fundamental de mi vida universitaria y formación durante casi tres años. Gracias por todas las horas compartidas, por la paciencia mutua y por demostrarme que el mejor trabajo siempre es el que se hace rodeado de amigos. Fue un privilegio diseñar y construir con ustedes.

A mi asesor, el Dr. David Israel Posadas (DIP), por todas las enseñanzas en el aula, por la confianza de permitirme trabajar a su lado y por brindarme su conocimiento, guía y paciencia inagotable durante la escritura y desarrollo de este trabajo. Un agradecimiento muy especial al Dr. Gabriel Ascanio, quien me otorgó el tema que dio vida a esta investigación y fue la primera puerta que mi asesor y yo tocamos al iniciar este camino.

Al LeMAT y al Dr. Roberto Gómez, por abrirme las puertas de sus instalaciones. Ver la teoría cobrar vida fue una experiencia invaluable para mi formación. Un agradecimiento muy especial al Dr. Raúl Sánchez, por su inmensa paciencia, su guía y su invaluable ayuda durante todas las horas que pasamos perfeccionando la fase experimental. Y al Ing. Oscar Rosales, gracias por estar siempre dispuesto a brindar su apoyo técnico en cada etapa de este arduo proceso.

A mis profesores de la Facultad, en especial a César y Aldo; sus conocimientos y enseñanzas fueron una parte fundamental de mi formación como ingeniero y como persona. Gracias por pautar el pensamiento crítico en mí.

Finalmente, a mi escuela, la Facultad de Ingeniería y a la UNAM, por todos los recursos dispuestos para que sus estudiantes nos convirtamos en mejores personas y profesionistas de calidad.

Resumen

El presente trabajo de investigación evalúa experimentalmente el efecto del Control Activo de Flujo (AFC) mediante inyección tangencial de momento para mejorar el desempeño aerodinámico y mitigar el desprendimiento de la capa límite en un perfil asimétrico en flujo turbulento. Ante el incremento severo en el arrastre de presión a altos ángulos de ataque y la penalización parásita que imponen los generadores de vórtices pasivos en la fase de crucero, este estudio emplea el suministro continuo de momento en la región de inicio del gradiente adverso de presión.

La experimentación se llevó a cabo en el túnel de viento de circuito cerrado LeMAT bajo un régimen incompresible a un bajo número de Reynolds ($Re \approx 1 \times 10^5$). Se diseñó y manufacturó un modelo alar instrumentado con una matriz de orificios al 55 % de la cuerda para inyectar un flujo continuo a 20 psi, vectorizado a 65° respecto a la normal para inducir un chorro tangencial a la pared. Para homologar el comportamiento de la capa límite a condiciones operativas, se aplicó una banda de rugosidad al 5 % de la cuerda. Las cargas aerodinámicas se cuantificaron mediante una balanza ATI Gamma de seis grados de libertad, implementando un diseño de experimentos fundamentado en el re-tarado consecutivo para neutralizar las derivas instrumentales.

Los resultados evidencian que el sistema AFC modifica favorablemente el balance de cargas del perfil a lo largo de la polar. A bajos ángulos de ataque, el entrañamiento viscoso (entrainment) suprime el ensanchamiento temprano de la estela provocado por la banda de rugosidad, reduciendo el arrastre de forma y anticipando el pico de máxima eficiencia aerodinámica (L/D) de 9° a 6°. Cuantitativamente, se lograron incrementos de eficiencia del 56.28 % a 3° y del 60.12 % a 6°. Sin embargo, a 9°, el soplado sobre una capa límite naturalmente en buen estado indujo una penalización por exceso de fricción viscosa que mermó la eficiencia en un 9.64 %. En el régimen no lineal de altos ángulos, la inyección continua mitigó el desprendimiento masivo, sosteniendo una pendiente de sustentación superior en el tramo 18°–21°, y generando una recuperación del 8.58 % en la eficiencia aerodinámica a los 18°.

Se concluye que el Control Activo de Flujo por soplado tangencial es una alternativa viable para optimizar el rendimiento global de perfiles asimétricos en flujo turbulento, deduciendo analíticamente una reducción masiva del arrastre de forma en regímenes críticos y extendiendo los márgenes de seguridad operativa frente a exigencias de vuelo severas.

Capítulo I

Introducción

1. Introducción

1.1. Antecedentes

Históricamente, el desarrollo de la aviación comercial ha estado regido por la búsqueda constante de mejorar la eficiencia operativa de las aeronaves. En las últimas décadas, la fluctuación de los precios del combustible, el alza en la demanda de transporte y carga, y las estrictas normativas ambientales resultantes de acuerdos internacionales para la sustentabilidad, como el Acuerdo OACI 2026-2050 [17], han obligado a la industria aeronáutica a optimizar el rendimiento y operación de las aeronaves. Esto ha llevado a las empresas aeroespaciales *OEM* (Original Equipment Manufacturer, por sus siglas en inglés) a perfeccionar cada aspecto del diseño de sus transportes.

Plataformas altamente exitosas como la familia Boeing 7XX han evolucionado refinando sus motores y geometrías alares para eficientar su operación, siempre con el objetivo de consumir menos combustible, lo cual se traduce en un menor coste de operación y un mayor margen de ganancia. Ejemplos de dichas mejoras se hacen visibles en el cambio de motores CFM56-3 en el Boeing 737 Classic a motores CFM56-7 en el Boeing 737 Next Generation (NG), reduciendo así un 8 % el consumo específico de combustible (SFC). Según GE Aerospace [2], esto equivale a un ahorro anual de $15,000 USD por cada 1 % de reducción en el consumo de combustible.

Por otro lado, las mejoras aerodinámicas se hacen visibles en el uso de *blended winglets*. Según *Aviation Partners Boeing*, estas superficies, al reducir la resistencia inducida y mejorar la eficiencia aerodinámica general, incrementan el kilometraje del combustible de crucero hasta en un 6 % [9].

A pesar de estas notables optimizaciones geométricas y propulsivas, el diseño aerodinámico de las aeronaves comerciales se enfrenta a una limitación técnica persistente: el arrastre presentado a ángulos de ataque altos. Dicha fuerza, mejor conocida como arrastre de forma o presión, es el resultado de la separación del flujo de la superficie, lo cual altera drásticamente la distribución de presiones sobre la misma . Este fenómeno es el responsable de aumentar la oposición al movimiento de la aeronave, traduciéndose en una mayor demanda de propulsión y, por ende, en un mayor consumo de combustible.

Dado lo anterior, la industria aeroespacial ha implementado sistemas de reenergización del flujo en la superficie para garantizar su adherencia, clasificados como elementos

de control activo y pasivo. Sin embargo, estos últimos presentan una desventaja inherente: añaden una penalización constante de arrastre parásito (*parasitic drag*) durante la fase de crucero, donde no son necesarios. Es por ello que los elementos de control activo han sido materia de profundo estudio por la alta eficiencia que presentan en la reducción del arrastre. Ejemplo de lo anterior se presenta en la investigación de Zhiyong Zhang [22] sobre los efectos de la succión y soplado en un perfil NACA 0012, evaluados mediante un programa de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Los resultados que obtuvo mostraron un aumento en la eficiencia aerodinámica de casi 1400 %, controlando variables como velocidad de soplado, ubicación x/c y ángulo de inyección. Por otro lado, Baljit (2017) [7] realizó un experimento físico con condiciones similares en un mismo perfil NACA 0012. Baljit situó el mecanismo de soplado al 25 % de la cuerda, obteniendo resultados de un incremento de la eficiencia máxima (L/D) del 460 % a un ángulo de ataque de 3°.

Bajo el mismo esquema experimental, Kornilov (2016) [16] realizó un experimento con un perfil Clark Z. A diferencia de los otros autores citados, Kornilov ubicó su sistema de inyección en la parte "plana"del extradós, obteniendo una insignificante reducción de arrastre. Esto lo llevó a hacer recomendaciones para futuras investigaciones sobre ubicar los puertos en la zona de rarefacción del perfil, es decir, donde se presenta el gradiente adverso de presión ($dp/dx > 0$).

A pesar de los resultados prometedores expuestos por la literatura, la mayor parte de las investigaciones experimentales y numéricas se han centrado en perfiles simétricos de uso académico o han ubicado los puertos de inyección en el primer cuarto de la cuerda ($x/c \leq 0{,}25$). Por lo tanto, existe un vacío en el estudio experimental de los efectos del control activo localizado en secciones alares asimétricas de uso comercial, donde las características geométricas provocan que el gradiente adverso de presión y el desprendimiento de la capa límite ocurran en estaciones mucho más atrasadas. Es precisamente en esta brecha donde se inserta el presente trabajo de investigación.

1.2. Planteamiento del Problema

El problema que aborda esta investigación se divide en dos partes. La primera es el incremento abrupto del arrastre y la pérdida de sustentación debido al desprendimiento de la capa límite a altos ángulos de ataque (α). La segunda es la falta de evidencia experimental sobre el uso del Control Activo de Flujo (AFC) para mitigar este fenómeno en perfiles asimétricos comerciales, como los de la familia Boeing 737.

Para entender qué está sucediendo exactamente sobre el ala y cuáles son sus causas, es necesario observar la física del flujo. Durante el vuelo a altos ángulos de ataque, el aire se enfrenta a un fuerte gradiente adverso de presión ($dp/dx > 0$). Al mismo tiempo, a medida que el fluido se desplaza sobre la curvatura del extradós, se encuentra continuamente sujeto a la fricción viscosa en la pared.

Debido a la condición de no deslizamiento, esta fricción actúa como un sumidero constante de cantidad de movimiento. Si bien la viscosidad es una propiedad inherente del aire, su efecto sobre el flujo genera una pérdida acumulativa de energía cinética a lo largo de toda la trayectoria sobre la superficie alar. Dado que la energía cinética es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad local, esta pérdida progresiva se traduce en una severa desaceleración del fluido más cercano a la pared.

La magnitud de esta fricción está gobernada por la ley de viscosidad de Newton, donde el esfuerzo cortante (τ) depende directamente del gradiente de velocidad dentro de la capa límite:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

El fluido, mermado de energía por su recorrido a lo largo del extradós, se vuelve incapaz de empujar contra el aumento de presión. La causa directa de la separación aerodinámica ocurre cuando la desaceleración es tan severa que el gradiente de velocidad en la pared se vuelve nulo:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$$

En este punto crítico, el esfuerzo cortante en la pared se anula ($\tau_w = 0$). Sin cantidad de movimiento para seguir avanzando, el perfil de velocidades se invierte, provocando que la capa límite se desprenda físicamente de la superficie.

Las evidencias de este problema son claras en la aerodinámica experimental. Al alcanzar el ángulo de pérdida (α_{stall}), las mediciones registran una caída drástica en el coeficiente de sustentación (C_l) y un incremento abrupto en el coeficiente de arrastre (C_d), el cual pasa a estar dominado casi en su totalidad por el arrastre de forma debido a la estela generada. Esta limitación compromete el rendimiento de la aeronave y obliga al uso de elementos pasivos fijos que, como se mencionó anteriormente, penalizan el vuelo de crucero.

Ante esto, la presente investigación busca responder la siguiente pregunta: ¿Es posible retrasar la separación de la capa límite y recuperar la eficiencia aerodinámica (L/D) inyectando aire presurizado a un perfil asimétrico en flujo turbulento? El objetivo del problema es comprobar si la inyección de momento en la zona de inicio del gradiente adverso es suficiente para mantener el flujo adherido a altos ángulos de ataque, sin necesidad de usar alteraciones geométricas que generen arrastre parásito.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Evaluar experimentalmente el efecto de la inyección tangencial de aire presurizado como estrategia de control activo de flujo sobre la eficiencia aerodinámica y el retraso de separación de un perfil aerodinámico asimétrico.

1.3.2. Objetivos Específicos

Fase	Descripción del Objetivo
1. Diseño e Instrumentación	Desarrollar un modelo experimental instrumentado que permita evaluar el efecto del AFC mediante inyección tangencial.
2. Caracterización Base	Caracterizar experimentalmente en el túnel de viento LeMAT las polares de sustentación y arrastre del perfil limpio en un rango de ángulos de ataque de 0° a 21°.
3. Evaluación de Eficiencia	Cuantificar el incremento en la eficiencia aerodinámica durante regímenes de bajos ángulos de ataque mediante la activación del sistema a 20 psi.
4. Análisis de Desprendimiento	Analizar el retraso del punto de separación de la capa límite y la mitigación de los efectos de pérdida de sustentación (*stall*) a altos ángulos de ataque.

1.4. Alcances y limitaciones

Para delimitar con precisión la validez y el campo de aplicación de los resultados de esta investigación, se establecen las siguientes fronteras metodológicas y operativas.

1.4.1. Alcances

- **Naturaleza del estudio:** El proyecto es de carácter estrictamente empírico y experimental. Se centra en la manufactura, instrumentación y prueba física de un modelo de un perfil aerodinámico asímetrico en flujo turbulento en el túnel de viento del LEMAT.
- **Envolvente de pruebas:** La caracterización de las cargas aerodinámicas se lleva a cabo mediante una balanza instrumentada, realizando un barrido controlado de ángulos de ataque (α) que comprende desde 0° hasta 21°.
- **Parámetros del sistema de control:** La inyección de momento se evalúa bajo una única configuración geométrica y de presión: suministro continuo de aire a 20 psi manométricos a través de una matriz de orificios localizada exactamente al 55 % de la cuerda.

1.4.2. Limitaciones

- **Exclusión de métodos numéricos:** La investigación prescinde por completo de simulaciones por computadora o análisis de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Las conclusiones y curvas de eficiencia se derivan exclusivamente de la adquisición y procesamiento de datos físicos reales obtenidos en el laboratorio.
- **Similitud dinámica:** Dadas las capacidades operativas de la instalación experimental, los ensayos se restringen a un régimen incompresible con bajos números de Reynolds ($Re \approx 10^5$). Por lo tanto, no se replican los efectos térmicos ni los números de Mach correspondientes a las altitudes de crucero de una aeronave comercial.
- **Sistema de lazo abierto:** El flujo de aire inyectado opera de manera continua a demanda del operador. No se contempla el diseño ni la implementación de algoritmos de control automático en lazo cerrado (*feedback*) que modulen la presión de inyección en tiempo real.
- **Optimización geométrica:** El estudio evalúa el efecto del sistema en la estación predeterminada del 55 % de la cuerda, por lo que no abarca un análisis paramétrico para encontrar la ubicación u orientación óptima de los puertos de inyección.

Capítulo II

Marco Teórico

2. Capítulo II. Marco Teórico

2.1. Fuerzas aerodinámicas

"Los únicos mecanismos que tiene la naturaleza para comunicar una fuerza a un cuerpo que se desplaza a través de un fluido son las distribuciones de presión y de esfuerzo cortante sobre la superficie del cuerpo."

– John D. Anderson

El vuelo de cualquier aeronave está regido por la interacción física entre su geometría sólida y el fluido en el que se desplaza. Independientemente de la complejidad aerodinámica del cuerpo, la resultante de todas las fuerzas y momentos proviene exclusivamente de dos fuentes fundamentales distribuidas sobre su superficie:

1. **Distribución de presión estática (p):** Actúa de manera normal (perpendicular) a la superficie local del cuerpo en cada punto.
2. **Distribución de esfuerzo cortante (τ_w):** Derivada de la fricción viscosa del fluido, actúa de manera tangencial a la superficie local.

Para comprender el origen de la sustentación y la resistencia al avance, es necesario analizar un diferencial de área (ds) sobre la superficie de un perfil aerodinámico bidimensional. Siguiendo el desarrollo analítico clásico de Anderson [3], si se define un ángulo θ como la inclinación geométrica de la superficie local respecto a la línea de la cuerda, las contribuciones diferenciales a la fuerza normal (dN') y a la fuerza axial (dA') por unidad de envergadura están dadas por la proyección trigonométrica de p y τ_w.

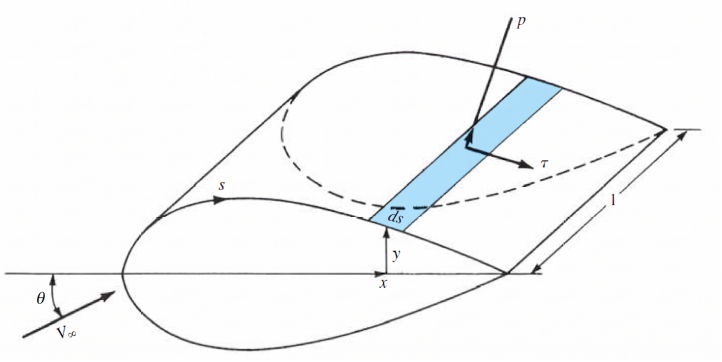


Figura 2.1: Fuerzas aerodinámicas en un elemento de superficie de un perfil alar.

Al integrar estos diferenciales a lo largo de toda la superficie, desde el borde de ataque (LE, por sus siglas en inglés) hasta el borde de salida (TE), separando la contribución del extradós (subíndice u) y del intradós (subíndice l), se obtienen las fuerzas resultantes relativas a la cuerda del perfil:

$$N' = -\int_{LE}^{TE} (p_u \cos\theta_u + \tau_u \sin\theta_u)\, ds_u + \int_{LE}^{TE} (p_l \cos\theta_l - \tau_l \sin\theta_l)\, ds_l \tag{2.1}$$

$$A' = \int_{LE}^{TE} (-p_u \sin\theta_u + \tau_u \cos\theta_u)\, ds_u + \int_{LE}^{TE} (p_l \sin\theta_l + \tau_l \cos\theta_l)\, ds_l \tag{2.2}$$

Físicamente, el desarrollo de estas integrales demuestra que la fuerza aerodinámica neta es el resultado del diferencial entre las distribuciones de presión y esfuerzo cortante que actúan sobre la superficie superior e inferior del ala.

Sin embargo, las fuerzas Normal (N') y Axial (A') resultantes de esta integración están referenciadas al sistema de ejes del cuerpo, es decir, alineadas con la cuerda geométrica del perfil. Por convención de la aerodinámica, las fuerzas que determinan el desempeño en vuelo se definen en función del vector de velocidad de la corriente libre (V_∞) (Ver Fig. 2.2), estableciendo un sistema de ejes de viento con dos componentes ortogonales:

- **Sustentación (L'):** Definida como la componente de la fuerza aerodinámica neta perpendicular a la dirección de V_∞.
- **Resistencia al avance o Arrastre (D'):** Definida como la componente de la fuerza aerodinámica neta paralela a la dirección de V_∞, representando la oposición directa al movimiento.

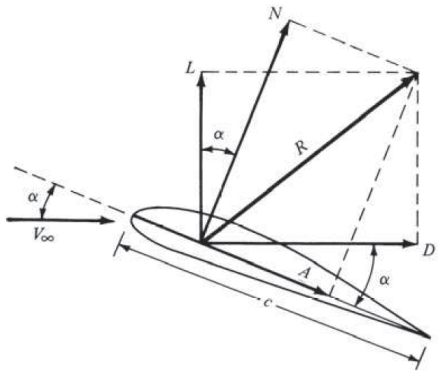


Figura 2.2: Fuerzas aerodinámicas resultantes proyectadas en ejes de viento.

Para vincular las fuerzas generadas en el cuerpo con su efecto real en la trayectoria de vuelo, se deben transformar N' y A' al sistema de ejes de viento mediante el ángulo de ataque (α). Esta rotación geométrica proyecta las fuerzas sobre las direcciones de L' y D' de la siguiente manera:

$$L' = N' \cos \alpha - A' \sin \alpha \tag{2.3}$$

$$D' = N' \sin \alpha + A' \cos \alpha \tag{2.4}$$

Este desarrollo matemático muestra un principio crucial para la presente investigación: si bien a bajos ángulos el arrastre es altamente sensible al esfuerzo cortante (τ_w), a medida que la aeronave levanta la nariz, la fuerza normal (N') comienza a dominar la resistencia por presión.

2.2. Coeficientes adimensionales

Las ecuaciones 2.1 y 2.2 definen el origen físico de las fuerzas aerodinámicas, expresadas en unidades absolutas (fuerza por unidad de envergadura). Sin embargo, en la aerodinámica experimental, cuantificar fuerzas absolutas resulta impráctico para el diseño. Para que los datos obtenidos en un túnel de viento tengan valor ingenieril y puedan extrapolarse a un prototipo real, es indispensable establecer una similitud dinámica. Esto exige la transformación de las magnitudes dimensionales en coeficientes adimensionales, garantizando que los flujos alrededor de geometrías similares se comporten de forma igual, independientemente de la escala física del modelo o de la densidad del aire en el laboratorio.

2.2.1. Número de Reynolds (Re)

Como establece Anderson [3], el número de Reynolds es el parámetro adimensional más importante en el estudio de la aerodinámica de fluidos viscosos. Matemáticamente, se define como la relación directa entre las fuerzas de inercia convectivas (la masa del fluido en movimiento) y las fuerzas viscosas (la fricción interna del fluido) que actúan sobre una partícula aerodinámica:

$$Re = \frac{\rho V_\infty c}{\mu} = \frac{V_\infty c}{\nu} \tag{2.5}$$

donde ρ es la densidad del fluido, V_∞ es la velocidad de la corriente libre, c es la longitud característica (la cuerda del perfil) y μ es la viscosidad dinámica (siendo ν la viscosidad cinemática).

El orden de magnitud del número de Reynolds dicta el estado físico de la capa límite. A valores bajos de Re, las fuerzas viscosas son lo suficientemente fuertes para amortiguar cualquier perturbación en el flujo. Esto mantiene un régimen laminar que, al carecer de intercambio energético entre sus capas, es altamente susceptible a separarse ante la mínima presencia de un gradiente adverso de presión.

Por el contrario, a valores altos de Re (típicos en la aviación comercial, del orden de 10^6 a 10^7), las fuerzas de inercia abruman por completo a la fricción viscosa. Este exceso de energía cinética induce una transición natural hacia una capa límite turbulenta. Gracias al fuerte mezclado y al intercambio macroscópico de cantidad de movimiento hacia la pared, un flujo con alto número de Reynolds posee una resistencia muy superior al desprendimiento, lo que se traduce en coeficientes de sustentación máximos más elevados y menores arrastres de forma.

Para la presente investigación, los ensayos en el túnel de viento LeMAT se ejecutaron a un número de Reynolds bajo ($Re \approx 1 \times 10^5$). En este régimen, las fuerzas viscosas tienen un peso considerable, provocando que el perfil asimétrico experimente una pérdida de sustentación prematura y un incremento severo en el arrastre de forma. Es precisamente esta vulnerabilidad aerodinámica impuesta por el bajo Re la que justifica la pertinencia del estudio: la implementación del Control Activo de Flujo (AFC) por inyección tangencial tiene como propósito contrarrestar artificialmente este déficit inercial, suministrando al modelo la cantidad de movimiento necesaria para operar con la rentabilidad y seguridad características de números de Reynolds mucho mayores.

2.2.2. Adimensionalización de las Ecuaciones Integrales

El aspecto más relevante de este desarrollo analítico ocurre al introducir el término $q_\infty c$ en ambos lados de las ecuaciones integrales 2.1 y 2.2. Al dividir la diferencial de superficie ds entre la cuerda c, se obtiene una coordenada geométrica adimensional $d(s/c)$. Simultáneamente, las variables termodinámicas y viscosas locales (p y τ_w) quedan divididas por la presión dinámica, dando origen a los dos parámetros fundamentales de distribución sobre el perfil:

1. **Coeficiente de Presión C_p:** Normaliza la distribución de presión estática. Cabe destacar que integrar la presión absoluta p sobre un contorno cerrado es matemáticamente equivalente a integrar la diferencia $(p - p_\infty)$, ya que la presión atmosférica

uniforme no genera fuerza neta. Por ello, se define como:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty} \tag{2.6}$$

2. **Coeficiente de Fricción Superficial c_f:** Normaliza la distribución del esfuerzo cortante debido a la viscosidad:

$$c_f = \frac{\tau_w}{q_\infty} \tag{2.7}$$

Sustituyendo estas definiciones adimensionales en las integrales originales, nacen los coeficientes de fuerza normal (c_n) y axial (c_a):

$$c_n = -\int_{LE}^{TE} \left(C_{p,u}\cos\theta_u + c_{f,u}\sin\theta_u\right) d\left(\frac{s_u}{c}\right) + \int_{LE}^{TE} \left(C_{p,l}\cos\theta_l - c_{f,l}\sin\theta_l\right) d\left(\frac{s_l}{c}\right) \tag{2.8}$$

$$c_a = \int_{LE}^{TE} \left(-C_{p,u}\sin\theta_u + c_{f,u}\cos\theta_u\right) d\left(\frac{s_u}{c}\right) + \int_{LE}^{TE} \left(C_{p,l}\sin\theta_l + c_{f,l}\cos\theta_l\right) d\left(\frac{s_l}{c}\right) \tag{2.9}$$

Finalmente, aplicando a c_n y c_a la misma rotación geométrica de las ecuaciones 2.3 y 2.4, se obtienen las expresiones formales y universales para los coeficientes aerodinámicos en el sistema de ejes de viento:

- **Coeficiente de Sustentación (c_l):**

$$c_l = c_n\cos\alpha - c_a\sin\alpha = \frac{L'}{q_\infty c} \tag{2.10}$$

- **Coeficiente de Arrastre (c_d):**

$$c_d = c_n\sin\alpha + c_a\cos\alpha = \frac{D'}{q_\infty c} \tag{2.11}$$

Coeficiente de Momento de Cabeceo c_m

Al igual que el desarrollo analítico de las fuerzas resultantes, la distribución asimétrica de la presión p y del esfuerzo cortante τ_w genera un momento de rotación sobre el perfil. Físicamente, el momento absoluto bidimensional M se obtiene al integrar estas mismas distribuciones a lo largo de la superficie, multiplicadas por sus respectivos brazos de palanca (coordenadas espaciales x e y) medidos desde un punto de referencia geométrico, como el borde de ataque LE. Un momento de cabeceo que tiende a levantar

la nariz del perfil se considera algebraicamente positivo.

Siguiendo el análisis dimensional dictado por el Teorema de Pi de Buckingham[1], este momento debe normalizarse. Dado que tiene naturaleza física de *fuerza* $\times$ *distancia*, su adimensionalización requiere dividir entre la fuerza de referencia $q_\infty c$, multiplicada por la longitud característica (cuerda c) para cancelar el brazo de palanca. La expresión para el coeficiente de momento bidimensional es:

$$c_m = \frac{M}{q_\infty c^2} \tag{2.12}$$

Esta deducción matemática demuestra que los parámetros globales c_l, c_d y c_m no son simples relaciones matemáticas, sino la integración geométrica exacta de la presión y la fricción. En el contexto de esta investigación, la adimensionalización constituye el pilar que hace posible la comparación experimental. Al reducir las mediciones en la balanza a coeficientes, se elimina el sesgo de la presión dinámica local del túnel de viento. Esto permite contrastar de manera directa, justa y universal el rendimiento aerodinámico del modelo base frente a las variaciones introducidas por el actuador neumático, aislando fenomenológicamente el verdadero impacto del sistema.

[1]El Teorema Pi de Buckingham permite simplificar fenómenos físicos complejos reduciendo el número de variables originales a grupos adimensionales independientes. Su función principal en la aerodinámica es facilitar la experimentación, garantizando que las variables de similitud dinámica rijan el escalamiento riguroso de modelos ensayados en túnel de viento a prototipos a escala real.

2.3. Teoría de la Capa Límite

El análisis macroscópico de las fuerzas aerodinámicas visto en la sección anterior depende intrínsecamente de un fenómeno microscópico que ocurre a pocos milímetros de la superficie del perfil. Históricamente, la mecánica de fluidos clásica (basada en fluidos invíscidos) era incapaz de predecir la resistencia al avance, resultando en la *Paradoja de d'Alembert*[2]. No fue hasta 1904 que el físico alemán Ludwig Prandtl resolvió este conflicto al introducir el concepto de **capa límite**.

2.3.1. Condición de No Deslizamiento

El principio fundamental de Prandtl establece que cuando un fluido real fluye sobre una superficie sólida, las moléculas del fluido que entran en contacto directo con la superficie se adhieren a esta debido a las fuerzas de fricción intermolecular [21]. Esto impone una restricción cinemática conocida como la **condición de no deslizamiento** (*no-slip condition*): en la pared ($y = 0$), la velocidad relativa del fluido es exactamente cero ($u = 0$).

A medida que nos alejamos perpendicularmente de la superficie (en la dirección y), las capas sucesivas de fluido se deslizan unas sobre otras. La viscosidad del fluido actúa como una fricción interna que frena a las capas adyacentes, creando un gradiente de velocidades. Este gradiente crece progresivamente hasta que la velocidad del fluido alcanza el valor de la corriente libre externa ($V_e = V_\infty$).

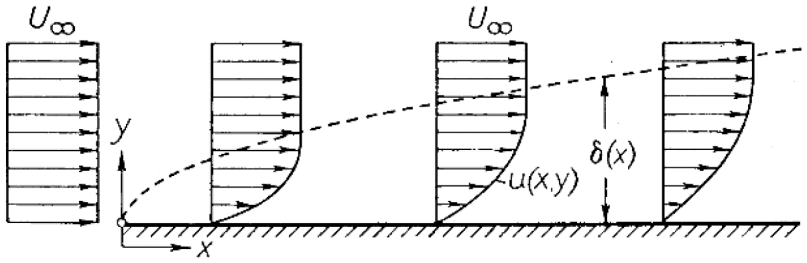


Figura 2.3: Perfiles de Velocidad de capa límite a lo largo de una superfie recta

Prandtl definió a la capa límite como la región delgada adyacente a la superficie del cuerpo donde se concentran los efectos viscosos. Matemáticamente, el espesor de dicha

[2]Formulada en 1752 por Jean le Rond d'Alembert, esta paradoja establece matemáticamente que un cuerpo sólido sumergido en un flujo incompresible e ideal (totalmente carente de viscosidad) experimenta una resistencia al avance exactamente igual a cero ($D = 0$). Este resultado analítico contradecía drásticamente la experiencia empírica, evidenciando que la teoría potencial de Euler era insuficiente para modelar la fricción superficial y la consecuente separación del flujo real.

región (δ) se define convencionalmente como la distancia vertical desde la pared hasta el punto donde la velocidad del flujo alcanza el 99 % de la velocidad exterior:

$$y = \delta \quad \text{cuando} \quad u(y) = 0{,}99V_e \tag{2.13}$$

Fuera de esta delgada región ($y > \delta$), los gradientes de velocidad son despreciables, por lo que el flujo puede considerarse ideal y gobernado puramente por las ecuaciones de Euler y el principio de Bernoulli [21]. Es importante mencionar que el espesor δ incrementa respecto a la distancia recorrida desde el borde de ataque (LE), lo que significa que $\delta = \delta(x)$. Esto se hace visible en la Fig. 2.3: El perfil de la izquierda corresponde al de la corriente externa, el cual carece de gradiente, mientras que la forma curveada de los perfiles 2, 3 y 4 se hace más pronunciada conforme recorren x.

Sin embargo, dentro de la capa límite el gradiente de velocidad perpendicular a la pared ($\partial u/\partial y$) es severo, y es este gradiente el que crea el esfuerzo cortante superficial (τ_w):

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \tag{2.14}$$

donde μ es la viscosidad dinámica del fluido. Al igual que el espesor δ, el esfuerzo cortante es una función de la posición longitudinal, $\tau_w = \tau_w(x)$.

2.3.2. Espesores Integrales y Déficits del Flujo

Aunque el espesor de la capa límite (δ) proporciona una frontera visual de los efectos viscosos, su definición basada en el 99 % de la velocidad exterior resulta arbitraria para el cálculo riguroso de la fricción. Para cuantificar con precisión el impacto físico de la viscosidad, la aerodinámica recurre a los **espesores integrales**. Se denominan de esta manera porque no dependen de un límite de velocidad local, sino que cuantifican el déficit de flujo integrando el perfil de velocidades desde la pared hasta la corriente libre.

El retardo que sufren las partículas de fluido cerca de la pared implica una pérdida directa de masa y energía en comparación con un flujo ideal. Asumiendo un flujo incompresible para regímenes subsónicos, esta penalización se cuantifica mediante dos parámetros analíticos fundamentales:

- **Espesor de Desplazamiento (δ^*):** Físicamente, es un índice proporcional al flujo

másico faltante debido a la presencia de la capa límite. Representa la distancia vertical que las líneas de corriente externas deben desviarse hacia afuera para compensar la reducción del flujo másico cerca de la pared.

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{V_e}\right) dy \tag{2.15}$$

- **Espesor de Cantidad de Movimiento (θ):** Físicamente, es un índice proporcional al déficit de flujo de cantidad de movimiento. Representa la altura de un tubo de corriente hipotético que transporta el *momentum* que el fluido real ha perdido debido de la fricción en la pared.

$$\theta = \int_0^\delta \frac{u}{V_e}\left(1 - \frac{u}{V_e}\right) dy \tag{2.16}$$

Este último parámetro es fundamental para la predicción analítica de la resistencia viscosa. Como establece Anderson [3], el valor de θ evaluado en una estación longitudinal específica (x_1) es directamente proporcional al coeficiente de arrastre por fricción integrado (C_f) desde el borde de ataque hasta dicho punto:

$$\theta(x_1) \propto \frac{1}{x_1}\int_0^{x_1} c_f dx = C_f \tag{2.17}$$

donde c_f es el coeficiente local de fricción superficial. Dado que el fluido es continuamente frenado por el esfuerzo cortante $\tau_w(x)$, este déficit de momento se acumula; es decir, el espesor θ crece progresivamente a medida que el flujo avanza sobre la curva del perfil.

2.3.3. Ecuación de Cantidad de Movimiento

Para comprender cómo este déficit de momento conduce a la separación del flujo, es necesario analizar la dinámica de la capa límite. Mediante un análisis de órdenes de magnitud a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes para números de Reynolds elevados[3], Prandtl demostró que la conservación de la cantidad de movimiento en la dirección longitudinal al flujo (x) se reduce a:

[3]La simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes propuesta por Prandtl depende matemáticamente de que el espesor de la capa límite sea minúsculo en comparación con la longitud característica del cuerpo ($\delta \ll c$). Esta condición física (donde las fuerzas de inercia confinan a los efectos viscosos a una región sumamente delgada adyacente a la pared) solo se cumple a altos números de Reynolds. A números de Reynolds bajos, los gradientes viscosos se extienden macroscópicamente en el campo de flujo, invalidando el análisis de órdenes de magnitud de la teoría de capa límite.

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{2.18}$$

Esta ecuación diferencial revela un balance de fuerzas físicas sobre cualquier elemento de fluido cercano a la pared:

- El lado izquierdo representa las fuerzas de inercia convectiva del flujo.
- En el lado derecho, el término dp/dx representa la fuerza impuesta por el gradiente de presión externo.
- El último término cuantifica la fuerza de fricción viscosa.

El fenómeno de la separación aerodinámica se puede predecir analizando la ecuación 2.18 exactamente en la interfaz de la superficie y el fluido ($y = 0$). Debido a la condición de no deslizamiento, las componentes de velocidad se anulan ($u = 0, v = 0$), suprimiendo por completo las fuerzas de inercia. Considerando una viscosidad dinámica constante, la ecuación se reduce a:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{y=0} = \frac{dp}{dx} \tag{2.19}$$

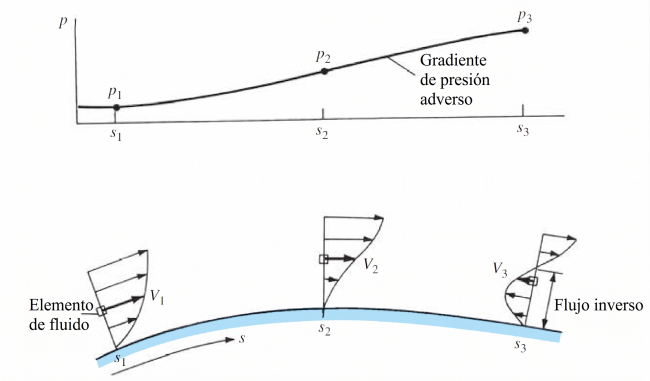
Esta relación establece que la curvatura del perfil de velocidades en la pared está dictada directa y exclusivamente por el gradiente de presión longitudinal externo.

2.3.4. Gradiente Adverso de Presión

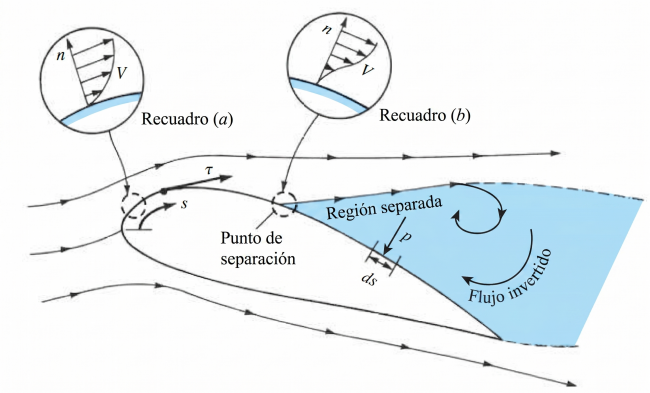
Durante el vuelo, a medida que el flujo sobrepasa el punto de espesor máximo del ala y avanza hacia el borde de salida, se enfrenta a un ensanchamiento geométrico de las líneas de corriente. Por el principio de Bernoulli, esta desaceleración de la corriente libre genera un aumento progresivo de la presión estática, condición conocida analíticamente como **Gradiente Adverso de Presión** ($\partial p/\partial x > 0$). Físicamente, este gradiente actúa como una fuerza de retroceso que se opone al avance de la capa límite.

Al someter a la capa límite a este gradiente adverso, la ecuación de Prandtl que la curvatura en la pared debe ser positiva ($\partial^2 u/\partial y^2 > 0$). Esto fuerza matemáticamente la aparición de un punto de inflexión en el perfil de velocidades, desacelerando drásticamente el flujo cercano a la superficie. Si el gradiente adverso es lo suficientemente

severo (como ocurre a elevados ángulos de ataque), las fuerzas convectivas son superadas, el gradiente de velocidad en la pared se anula ($\partial u/\partial y = 0$), el esfuerzo cortante (τ_w) desaparece, y el flujo se desprende de la superficie aerodinámica, desencadenando la pérdida de sustentación o *stall*. En este estado crítico de estancamiento, el espesor de cantidad de movimiento (θ) experimenta un crecimiento drástico, indicando que el déficit de inercia ha llegado a su límite.



(a) Separación del flujo inducido por un gradiente adverso de presión.



(b) Efecto de la viscocidad en un cuerpo de un fluido en movimiento: Esfuerzo cortante y separación de flujo

Figura 2.4: Fenómenos microscópicos de la capa límite. Recuperadas de [3]

En la Fig. 3.1a se muestra un elemento de fluido en tres diferentes estaciones a lo largo del extradós alar, S_1, S_2 y S_3. En la primera estación, situada cerca del LE, el elemento tiene una velocidad menos conforme avanza en el eje x, alcanzando su mínima entre la estación S_2 y S_3 alcanzando el punto de separación en esta última. Se aprecia en la figura el flujo revertido. Arriba, se muestra la presión en cada punto a lo largo de x, teniendo una presión máxima p en S_3. La "Reversibilidad" del flujo se debe al gradiente de presión adeverso mostrado en la imagen. En la Fig. 2.4 se muestra el punto

de separación y la zona misma donde se presenta dicha reversibilidad.

2.3.5. Ecuación Integral de von Kármán

Si bien la ecuación diferencial de Prandtl describe el balance de fuerzas local de una partícula de fluido, la evolución global de la capa límite a lo largo de la cuerda (x) está regida por la **Ecuación Integral de Momentum de Von Kármán**

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{c_f}{2} - \frac{\theta}{V_e}\frac{dV_e}{dx}(2 + H) \tag{2.20}$$

La deducción de dicha ecuación se encuentra en el Anexo D

Esta forma de la ecuación expone el balance que gobierna el buen estado de la capa límite a lo largo de la cuerda: el término $c_f/2$ representa la pérdida de momentum por fricción viscosa en la pared, mientras que el término $\frac{\theta}{V_e}\frac{dV_e}{dx}(2 + H)$ cuantifica el daño adicional impuesto por el gradiente adverso de presión. Cuando este segundo término domina, θ crece sin control, H escala hacia su valor crítico y la separación es inminente.

A partir de lo anterior, se establece la hipótesis analítica de la presente investigación: la separación del flujo no es una condición inevitable, sino el resultado de un déficit acumulado de cantidad de movimiento que puede ser compensado artificialmente mediante la inyección localizada de momentum en la zona de inicio del gradiente adverso.

Al implementar un sistema de inyección de aire presurizado de manera casi tangencial sobre el extradós, se interviene directamente en el balance de la ecuación 2.20 a través de dos mecanismos simultáneos:

- Primero: la inyección introduce un caudal de alta velocidad directamente en la capa límite, reduciendo localmente el valor de θ en la estación de inyección y compensando el déficit acumulado desde el borde de ataque.
- Segundo: al acelerar el fluido adyacente a la pared, el perfil de velocidades se mantiene "lleno", forzando a H a permanecer por debajo de su valor crítico ($H_{cr} \approx$ 3,5 para régimen laminar) y preservando el esfuerzo cortante $\tau_w > 0$ en la superficie.

El efecto neto esperado de esta intervención es doble: a bajos ángulos de ataque, donde el gradiente adverso es moderado, la inyección reenergiza la capa límite incre-

mentando c_f local y mejorando la eficiencia aerodinámica L/D; a altos ángulos de ataque, donde el gradiente adverso es severo, la inyección retrasa el punto de separación manteniendo θ controlado.

2.3.6. Regímenes de la Capa Límite: Laminar y Turbulenta

La evolución de la capa límite a lo largo de una superficie presenta una transición que rige el comportamiento global del perfil y su resistencia ante gradientes de presión. Dependiendo de la distancia recorrida desde el borde de ataque, el nivel de perturbación de la corriente libre y el número de Reynolds local, el flujo se manifiesta en dos regímenes dinámicos principales separados por una zona de transición [3, 21].

Capa Límite Laminar

Inmediatamente *downstream* del punto de estancamiento, el flujo que se desarrolla sobre la superficie es laminar. En este régimen, los elementos de fluido se mueven en láminas paralelas y estratificadas, deslizándose unas sobre otras de manera regular. El intercambio de cantidad de movimiento transversal se debe puramente a la fricción viscosa a nivel molecular.

Debido a que este mecanismo de transferencia es débil, el fluido adyacente a la pared pierde velocidad drásticamente por la condición de no deslizamiento, lo que genera un perfil de velocidades de forma parabólica [21]. Para el caso ideal de una placa plana con gradiente de presión nulo ($dp/dx = 0$), la solución exacta de Blasius establece que el espesor de la capa límite laminar (δ) es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de Reynolds local (Re_x):

$$\delta = \frac{5{,}0x}{\sqrt{Re_x}} \tag{2.21}$$

Asimismo, los espesores integrales de desplazamiento (δ^*) y de cantidad de movimiento (θ), los cuales cuantifican los déficits de flujo y momentum, están dados por:

$$\delta^* = \frac{1{,}72x}{\sqrt{Re_x}} \quad \text{y} \quad \theta = \frac{0{,}664x}{\sqrt{Re_x}} \tag{2.22}$$

En consecuencia, el coeficiente de fricción superficial local (c_f) para el régimen laminar decrece en función de $Re_x^{-1/2}$:

$$c_f = \frac{0{,}664}{\sqrt{Re_x}} \tag{2.23}$$

La ineficiencia en la transferencia de cantidad de movimiento molecular provoca que el fluido cercano a la superficie carezca de la inercia requerida para penetrar gradientes adversos de presión. Por esta razón, el gradiente de velocidad en la pared $(\partial u/\partial y)_{y=0}$ decae rápidamente, haciendo que la capa límite laminar sea altamente vulnerable a la separación temprana.

Transición Laminar-Turbulenta

A medida que el flujo avanza sobre las superficies del extradós e intradós, el número de Reynolds local se incrementa y las fuerzas viscosas dejan de ser suficientes para amortiguar las perturbaciones del entorno [21]. El flujo no cambia de régimen en un único punto, sino a lo largo de una región de transición. Este proceso se inicia con la amplificación de ondas bidimensionales (ondas de Tollmien-Schlichting), las cuales se desestabilizan generando estructuras tridimensionales (vórtices en Λ) que eventualmente colapsan en manchas turbulentas y desencadenan la turbulencia plena.

Para propósitos de ingeniería, se define un número de Reynolds crítico (Re_{cr}) que modela el punto de transición. En aplicaciones teóricas de placa plana lisa, este valor suele aproximarse a $Re_{cr} \approx 5 \times 10^5$. Sin embargo, en perfiles aerodinámicos reales, este parámetro es fuertemente modificado (y usualmente adelantado) por el gradiente de presión externo, la rugosidad superficial y el nivel de turbulencia de la corriente libre.

Capa Límite Turbulenta

Al finalizar la zona de transición, el flujo adopta un comportamiento marcadamente irregular y fluctuante. La principal característica física de la capa límite turbulenta es la presencia de un fuerte mezclado macroscópico. En este régimen, los vórtices turbulentos transportan paquetes de fluido de alta velocidad desde la corriente exterior hacia la pared, y simultáneamente desplazan fluido de baja velocidad hacia afuera.

Este mecanismo altera el transporte de momentum, requiriendo la adición de los esfuerzos aparentes o esfuerzos de Reynolds ($\tau_t = -\rho\overline{u'v'}$) a las ecuaciones de gobierno. El esfuerzo cortante total se define entonces como la suma de la contribución viscosa y la turbulenta:

$$\tau = \mu\frac{\partial u}{\partial y} - \rho\overline{u'v'} \tag{2.24}$$

A altos números de Reynolds, la capa límite turbulenta adquiere una estructura de

doble capa [21]. La mayor parte del flujo corresponde a una capa exterior dominada por la turbulencia y los esfuerzos de Reynolds, mientras que, directamente adyacente a la superficie sólida, reside una subcapa viscosa extremadamente delgada donde el transporte de momentum vuelve a ser de origen molecular. Entre ambas existe una región de superposición donde la velocidad sigue una ley logarítmica universal:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+ \tag{2.25}$$

donde $u^+ = u/u_\tau$ y $y^+ = yu_\tau/\nu$ son variables adimensionalizadas utilizando la velocidad de fricción $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, $\kappa \approx 0{,}41$ es la constante de von Kármán, y $C^+ \approx 5{,}0$ para una pared lisa.

Debido a este mezclado convectivo, la capa límite turbulenta engrosa de manera distinta a la laminar. Empíricamente, el coeficiente de fricción local en régimen turbulento decrece con una pendiente menor (siguiendo una proporcionalidad aproximada de $Re_x^{-1/5}$), lo cual resulta en valores de fricción sustancialmente mayores frente a los del flujo laminar bajo el mismo número de Reynolds.

Balance Aerodinámico y Control Activo de Flujo

La naturaleza dinámica de la capa límite define el desempeño de la aeronave. El "bombeo"de momentum hacia la pared en el régimen turbulento genera un perfil de velocidades mucho más lleno o rectangular. Esto provoca que el gradiente de velocidad en la pared $(\partial u/\partial y)_{y=0}$ sea significativamente más empinado que en el flujo laminar, incrementando el esfuerzo cortante y, por consiguiente, la penalización por arrastre de fricción.

Sin embargo, la abundante inercia en las capas inferiores otorga a la capa límite turbulenta una resistencia superior ante los gradientes adversos de presión [3]. Un flujo turbulento logra mantenerse adherido a la superficie mucho más tiempo sobre el extradós del perfil, retrasando el punto de separación y mitigando la formación de una estela amplia, lo cual reduce drásticamente el arrastre de forma o presión.

Este balance justifica directamente la intervención analítica del Control Activo de Flujo (AFC). Cuando las condiciones de vuelo imponen altos ángulos de ataque, el gradiente adverso resulta tan severo que incluso la capa límite turbulenta sufre un déficit crítico de cantidad de movimiento y se separa. La inyección de aire presurizado se emplea para suministrar cantidad de movimiento adicional a los elementos de fluido que han agotado su inercia. Con esta inyección tangencial se busca formar un perfil

de velocidades del tipo chorro de pared (*wall jet*) directamente sobre la superficie. De esta forma, se repone artificialmente la cantidad de movimiento faltante, se preserva un esfuerzo cortante positivo ($\tau_w > 0$) y se suprime la inminente separación aerodinámica.

2.4. Características generales de perfiles aerodinámicos comerciales

Las secciones alares de los aviones comerciales modernos (frecuentemente derivadas de modificaciones a las familias BAC de Boeing o aproximaciones de perfiles supercríticos) están optimizadas para maximizar la eficiencia aerodinámica (L/D) y retrasar la formación de ondas de choque durante el régimen de vuelo de crucero transónico (Mach $\approx 0{,}78$) [20, 18]. A diferencia de los perfiles simétricos convencionales, estas geometrías comerciales se caracterizan por presentar:

- **Curvatura media (*camber*) pronunciada:** Diseñada para generar sustentación incluso a un ángulo de ataque de cero grados [1].
- **Espesor máximo desplazado:** Ubicado habitualmente más atrás del 30 % de la cuerda, lo cual modifica la distribución de la masa del perfil para controlar la aceleración del flujo exterior [20].
- **Radio del borde de ataque modificado:** Optimizado para tolerar variaciones en el ángulo de ataque durante las fases de despegue y aterrizaje sin separar el flujo inmediatamente [1, 3].

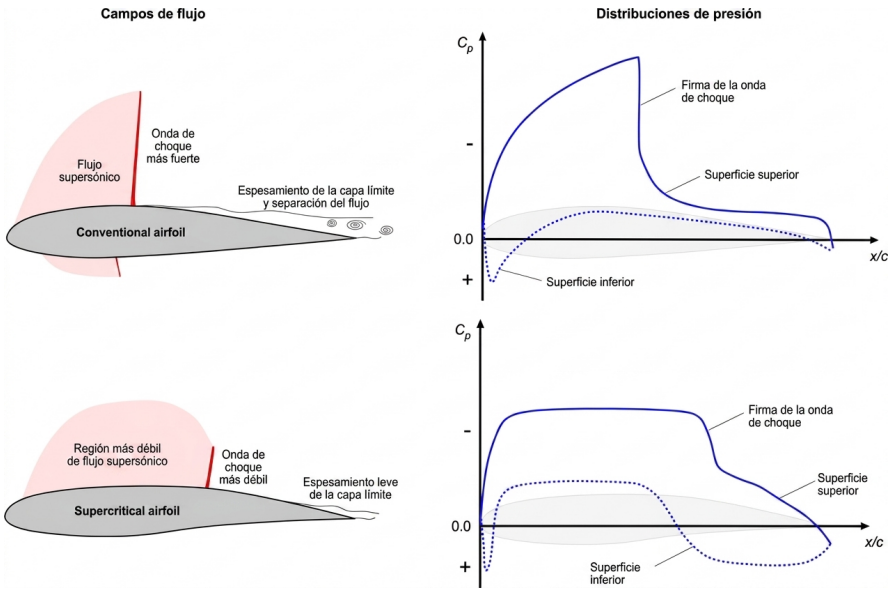


Figura 2.5: Perfiles aerodinamicos supercríticos

Estas características geométricas singulares provocan que la capa límite se desarrolle, transite y se separe de una manera significativamente distinta a la observada en perfiles académicos [21]. La asimetría y la distribución de espesores de la familia Boeing 737 alteran la ubicación y severidad del desprendimiento del flujo a altos ángulos de ataque [18]. Por esta razón, el estudio experimental del Control Activo de Flujo sobre este tipo específico de geometrías resulta indispensable, ya que no es posible extrapolar linealmente los resultados obtenidos en perfiles simétricos genéricos.

2.5. Fundamentos del AFC mediante inyección de momento

El control activo de flujo (AFC) constituye una técnica orientada a modificar el campo aerodinámico a voluntad, interviniendo directamente en la dinámica de la capa límite. A diferencia de los métodos pasivos, el AFC permite la activación del sistema únicamente en las fases de vuelo donde el gradiente adverso de presión propicia la separación del flujo [21].

Según los principios establecidos por Schlichting en la teoría de control de capa límite [21], la separación del flujo puede prevenirse suministrando energía cinética adicional a los elementos de fluido que han agotado su cantidad de movimiento. Este suministro energético se logra mediante la inyección de un fluido a alta velocidad a través de superficies permeables o ranuras. Dependiendo de la orientación geométrica del flujo inyectado, se distinguen dos mecanismos con efectos aerodinámicos contrastantes:

- **Inyección normal (Micro-blowing):** Consiste en inyectar una cantidad de masa en dirección perpendicular a la pared. Esta técnica reduce de manera efectiva el esfuerzo cortante local (τ_w) y, en consecuencia, el arrastre por fricción [10, 12]. Sin embargo, al introducir masa en dirección normal a la superficie, el espesor de la capa límite crece considerablemente. Múltiples investigaciones demuestran que, si bien la fricción disminuye, el abultamiento de la capa límite intensifica el arrastre de forma o presión, lo que puede resultar en un incremento neto del arrastre total si la ubicación no es óptima [13, 12].
- **Inyección tangencial:** El fluido se inyecta de forma paralela o con un ángulo muy agudo respecto a la superficie sólida. Directamente detrás de la ranura de inyección, se forma un perfil de velocidad de tipo chorro de pared (*wall jet*) [21]. Al coincidir con la dirección del flujo principal, este chorro reenergiza la capa límite en su base, forzando un gradiente de velocidad $(\partial u/\partial y)_w > 0$. Esto contrarresta directamente el efecto del gradiente adverso de presión, manteniendo el flujo adherido y retrasando significativamente el ángulo de pérdida (*stall*) [7, 19].

2.5.1. El Coeficiente de Momento de Inyección (C_μ)

Para estandarizar y comparar la efectividad de la inyección frente a las fuerzas aerodinámicas de la corriente libre, la intensidad del sistema AFC no se define por su presión estática de suministro, sino mediante un parámetro adimensional universal conocido como el Coeficiente de Momento de Inyección (C_μ).

Este coeficiente relaciona el flujo de cantidad de movimiento inyectado por el mecanismo con el flujo de cantidad de movimiento exterior. Para un análisis bidimensional sobre un perfil alar, se define formalmente como [19]:

$$C_\mu = \frac{\dot{m} V_{iny}}{q_\infty c} = 2\frac{h}{c}\left(\frac{V_{iny}}{V_\infty}\right)^2 \tag{2.26}$$

donde $\dot{m}$ es el flujo másico inyectado por unidad de envergadura, V_{iny} es la velocidad tangencial de salida del chorro, q_∞ es la presión dinámica de la corriente libre, c es la cuerda geométrica del perfil y h representa el ancho equivalente de la ranura u orificio de inyección.

Es importante considerar que la adición de masa y momento en el volumen de control conlleva una penalización aerodinámica intrínseca (*BLC penalty* o *Blowing Penalty*). Esto se debe a que el flujo inyectado, inicialmente estancado respecto a la aeronave, debe ser acelerado por la corriente principal para integrarse a la estela [13]. En consecuencia, la viabilidad analítica del control activo exige que la drástica reducción del arrastre de forma (obtenida al evitar la separación) supere el costo en cantidad de movimiento dictado por el valor de C_μ.

2.5.2. Influencia de la Ubicación y el Ángulo de Inyección (θ_B)

El impacto aerodinámico del sistema de inyección depende críticamente de dos parámetros geométricos fundamentales: las coordenadas longitudinales de soplado sobre el extradós (x/c) y el ángulo de vectorización del chorro.

Estudios experimentales demuestran que situar los puertos de soplado en zonas de gradiente de presión nulo o fuertemente favorable rinde beneficios marginales en la reducción del arrastre total [16]. Para obtener incrementos sustanciales en la eficiencia aerodinámica (L/D), la inyección debe aplicarse de manera estratégica, coincidiendo con el inicio de la zona de recuperación de presiones, es decir, donde se consolida el gradiente adverso de presión [16, 7].

Respecto a la vectorización, el ángulo de soplado (θ_B, típicamente medido desde la

normal de la superficie) dicta la capacidad del sistema para reenergizar la capa límite sin perturbar destructivamente el flujo exterior. Un chorro inyectado de manera normal a la superficie ($\theta_B = 0°$) tiende a actuar como un obstáculo fluídico, generando arrastre parásito. A medida que el ángulo θ_B se incrementa, orientando el chorro aguas abajo hacia una configuración tangencial, la oscilación del coeficiente de sustentación se mitiga progresivamente [22].

Simulaciones numéricas y validaciones en túnel de viento indican que existe un rango angular óptimo (generalmente entre 60° y 80° respecto a la normal) donde el tamaño de las estructuras de recirculación se reduce a cero. Esta vectorización rasante maximiza la transferencia de cantidad de movimiento en la dirección longitudinal (x), eliminando el desprendimiento y optimizando la relación de sustentación a arrastre [22].

2.6. Clasificación de los Sistemas de Control Activo de Flujo (AFC)

A diferencia de los métodos pasivos (como los tradicionales generadores de vórtices), el Control Activo de Flujo (AFC) se caracteriza por la inyección de energía externa al campo fluidodinámico, ofreciendo la ventaja operativa de poder ser encendido, apagado o modulado según las exigencias instantáneas del vuelo. Dependiendo del mecanismo físico y termodinámico empleado para manipular la capa límite, estos sistemas se clasifican en las siguientes categorías principales:

- **Soplado Pulsado (*Pulsed Jets*):** A diferencia del soplado continuo, este actuador neumático introduce ráfagas de aire a frecuencias específicas (modulación periódica). Su objetivo es acoplarse con las inestabilidades naturales de la capa de corte para promover la formación de grandes estructuras coherentes (vórtices) que fomentan el mezclado turbulento, logrando mitigar el desprendimiento con un requerimiento de flujo másico netamente inferior.

- **Chorros Sintéticos (*Synthetic Jets*):** También conocidos como actuadores de flujo másico neto nulo (ZNMF, por sus siglas en inglés). Operan mediante la oscilación mecánica o piezoeléctrica de un diafragma dentro de una cavidad ciega. Al oscilar, succionan e inyectan aire del mismo entorno de manera cíclica, logrando transferir cantidad de movimiento a la corriente libre sin requerir una fuente de aire comprimido a bordo de la aeronave.

- **Succión (*Suction*):** En lugar de añadir inercia a la capa límite, este método opera extrayendo el fluido de menor energía cinética. A través de ranuras o paneles

superficiales porosos, el sistema succiona la subcapa viscosa severamente desacelerada, forzando a que las líneas de corriente superiores —con la velocidad y energía de la corriente libre— desciendan y se adhieran a la superficie del perfil.

- **Actuadores de Plasma (*Plasma Actuators*):** Dispositivos electrohidrodinámicos que carecen por completo de partes mecánicas móviles, siendo el más común el actuador de Descarga de Barrera Dieléctrica (DBD). Utilizan potenciales eléctricos de alto voltaje para ionizar el gas adyacente a la pared. El campo eléctrico resultante acelera los iones, los cuales colisionan con las moléculas neutras del aire (fenómeno de *ion wind*), transfiriendo cantidad de movimiento directo a la subcapa viscosa para estabilizar el flujo.

2.7. Túnel de Viento LeMAT

A pesar de los avances en la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), la validación empírica en túneles de viento sigue siendo el estándar indispensable en la investigación aeroespacial. Los fenómenos gobernados por la viscosidad, tales como la transición de la capa límite y el desprendimiento masivo del flujo (*stall*), presentan una naturaleza caótica que exige medición física directa bajo condiciones estrictamente controladas [8].

2.7.1. Arquitectura del Túnel LeMAT

Para llevar a acabo el objetivo de esta presenta investigación, la fase experimental se ejecutó en el túnel de viento del Laboratorio de Estructuras y Materiales de Alta Tecnología (LeMAT), operado por el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Esta instalación es de **circuito cerrado**, una arquitectura que recircula el flujo de aire continuamente a través de un anillo perimetral rectangular.

La calidad de la corriente libre en este tipo de instalaciones es el resultado de un acondicionamiento del flujo a través de las distintas secciones del circuito aerodinámico. El recorrido físico del aire y sus transformaciones termodinámicas se dividen en las siguientes etapas fundamentales:

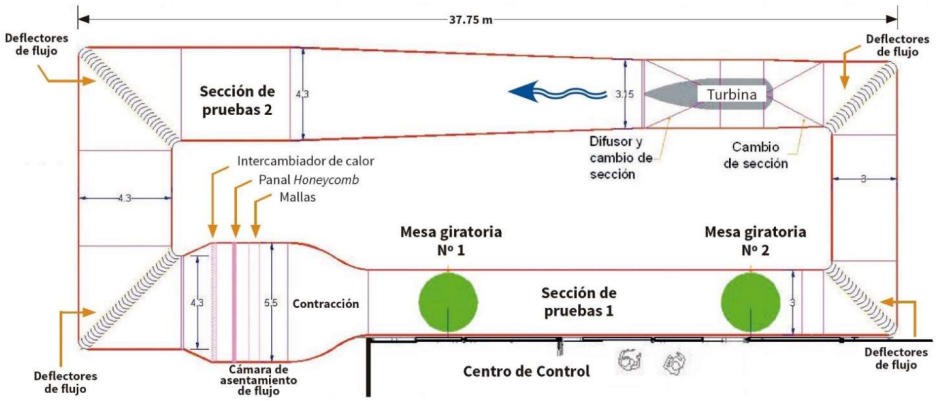


Figura 2.6: Esquema de Túnel de Viento LemAT

1. **Propulsión y Difusión:** El flujo es energizado por un ventilador axial de alta potencia. Después, el aire ingresa a un difusor, una sección de transición donde el área transversal se incrementa gradualmente. Por el principio de conservación de masa y la ecuación de Bernoulli, esta expansión geométrica desacelera el flujo y recupera presión estática, lo cual es vital para minimizar las pérdidas por fricción en las paredes del resto del túnel.

2. **Sección de Pruebas Secundaria y Retorno:** El aire de baja velocidad atraviesa una sección de pruebas secundaria (Sección de pruebas 2). Al llegar a las esquinas del circuito, el flujo se enfrenta a arreglos de álabes directores (deflectores de flujo). Estos perfiles curvos obligan al aire a girar 90 grados de manera ordenada, previniendo el desprendimiento de la capa límite en las paredes interiores y suprimiendo la formación de vórtices secundarios que dañarían la calidad de la corriente.

3. **Cámara de Asentamiento (*Settling Chamber*):** Tras recorrer el brazo de retorno, el flujo llega a la sección de mayor área transversal del túnel, donde la velocidad es mínima. Esta cámara es el corazón del acondicionamiento del flujo y alberga tres componentes críticos:

   - *Intercambiador de calor:* Extrae la energía térmica añadida por el trabajo del ventilador y la fricción, garantizando una temperatura (y por ende, una densidad y viscosidad) constante durante el ensayo.
   - *Panel de abejas (Honeycomb):* Una matriz de celdas hexagonales largas que alinea forzosamente las líneas de corriente, eliminando componentes de velocidad lateral (*swirl*) y vorticidad a gran escala.

- *Mallas de turbulencia (Screens):* Telas metálicas finas que rompen los remolinos turbulentos remanentes en vórtices microscópicos, los cuales decaen rápidamente por disipación viscosa.

4. **Cono de Contracción:** Al salir de las mallas, el flujo perfectamente alineado ingresa a una tobera de contracción (un "embudo" aerodinámico). Al reducirse drásticamente el área transversal, el aire experimenta una severa aceleración continua. Físicamente, esta contracción no solo eleva la velocidad a las condiciones de prueba, sino que reduce la intensidad de turbulencia, creando un flujo equivalente al cielo abierto.

2.7.2. Sección de Pruebas 1

Al término del cono de contracción, el flujo acelerado ingresa a la sección de Pruebas 1. Esta sección de área transversal constante está equipada con una mesa giratoria instrumentada, la cual permite anclar modelos bidimensionales y controlar milimétricamente el ángulo de ataque (α) durante las pruebas. Tras pasar por esta cámara, el aire atraviesa dos esquinas con deflectores adicionales para retornar al ventilador, cerrando el ciclo ininterrumpido.

Es exactamente en la mesa giratoria de la Sección de Pruebas 1 donde se montó el modelo del perfil Boeing 737 para la presente investigación. Las pruebas se ejecutaron calibrando el ventilador para mantener una velocidad de corriente libre incompresible constante de $V_\infty = 10$ m/s.

Esta velocidad de operación define el número de Reynolds del ensayo. Aunque el régimen obtenido ($Re \approx 10^5$) es inferior al Reynolds de vuelo de un avión comercial (fenómeno conocido como efecto de escala), la física cualitativa del gradiente adverso de presión y el mecanismo de reenergización de la capa límite mediante AFC mantienen una analogía directa. Esto valida la experimentación en la Sección 1 del LeMAT como un entorno robusto para evaluar el retraso del desprendimiento (*stall*) frente a la inyección de momento tangencial.

Capítulo III

Desarrollo Experimental

3. Capítulo III. Desarrollo Experimental

3.1. Instalaciones y equipos de prueba

La ejecución de la fase experimental requirió la integración de cuatro subsistemas de hardware. Estos sistemas permiten el control de las condiciones de flujo, el posicionamiento del modelo y la captura de datos de alta resolución.

3.1.1. Sistema de Posicionamiento

El ángulo de ataque α se realizó medinte la mesa giratoia integrada en la sección de pruebas 1 del túnel LemAT (Ver Fig. 2.6). Este sistema permite el pivotaje del modelo bidimensional respecto a un punto conocido.

- Accionamiento: Sistema automatizado con sermotores de alta precisión.
- Resolución: Capacidad de ajuste en incrementos de 0.5°.
- Función en el ensayo: Actuación de la variable indepenediente α durante los barridos estáticos desde 0° hasta 21°. La rigidez del mecanismo asegura que el ángulo se mantenga constante bajo las cargas aerodinámicas generadas por el modelo con el túnel de viento en funcionamiento.



(a) Mesa de Giro (b) Control de mesa de giro

Figura 3.1: Control de sistema de giro

3.1.2. Transductor de Fuerza y Torque

La cuantificación de las cargas aerodinámicas se realizó mediante un sistema de sensorización multieje de grado robótico **ATI Network Force/Torque (Net F/T)**,

utilizando un transductor modelo **Gamma**. Este dispositivo constituye el núcleo del sistema de adquisición de datos, permitiendo la resolución de las fuerzas y momentos inducidos por el flujo sobre el perfil alar [4].

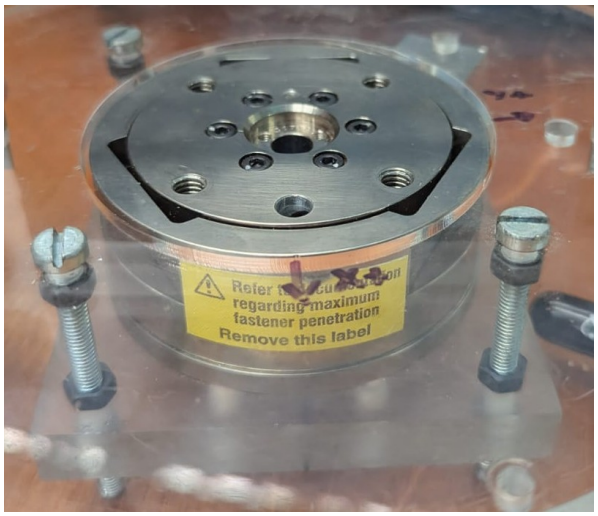


Figura 3.2: Sensor ATI Net F/T perteneciente al LemAT

Arquitectura del Sistema y Procesamiento Digital

El sistema opera como una unidad integral compuesta por el transductor físico, el cableado de alta fidelidad y el módulo de interfaz **Net Box**. El transductor Gamma es un elemento electromecánico que proporciona seis grados de libertad (6-DoF), resolviendo simultáneamente tres componentes de fuerza (F_x, F_y, F_z) y tres momentos (T_x, T_y, T_z) en un sistema de coordenadas cartesianas [5].



Figura 3.3: Net Box

Internamente, el dispositivo emplea una matriz de galgas extensométricas (*strain gages*) de alta sensibilidad. Ante la aplicación de cargas, la estructura sufre microdeformaciones elásticas que son capturadas y procesadas mediante un convertidor analógico

a digital (ADC) de 16 bits. El sistema mitiga el error por señales cruzadas (*cross-talk*) [6] mediante la aplicación de una matriz de calibración de coma flotante de 4 bytes, específica para la unidad. La conversión de señales eléctricas crudas (SG_0 a SG_5) a unidades de ingeniería (N, Nm) se realiza dividiendo los resultados matriciales por los factores de escala Counts per Force (CpF) y Counts per Torque (CpT) configurados de fábrica [5].

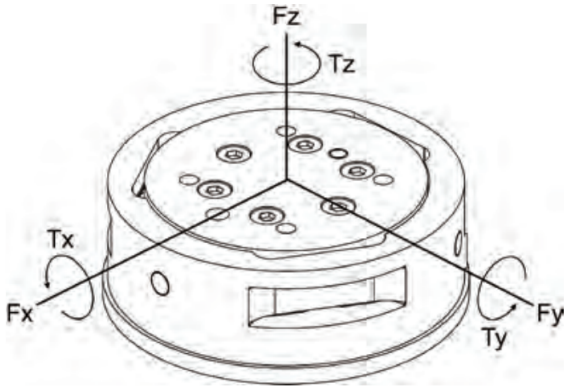


Figura 3.4: Vectores de fuerzas y torques aplicadas en el sensor F/T: gamma

Protocolo de Comunicación y Adquisición Dinámica

La transmisión de datos hacia el equipo de cómputo se efectúa a través de una interfaz Ethernet mediante el protocolo Raw Data Transfer (RDT). Este protocolo opera sobre UDP (User Datagram Protocol) [5] para minimizar la latencia en la transferencia de flujos de datos continuos. Durante la fase experimental, se configuró una tasa de muestreo (RDT Sample Rate) optimizada para capturar los fenómenos dinámicos del túnel, incorporando filtros digitales para atenuar el ruido de alta frecuencia derivado de las vibraciones mecánicas de la instalación.

Procedimiento de Biasing y Validez del Dato

Un aspecto crítico para la integridad de los resultados es la implementación de la función de Biasing (tara o sesgo a cero) [4]. Este procedimiento consiste en la captura de las cargas estáticas (peso propio del modelo y del soporte de montaje) en condiciones de aire en reposo ($V_\infty = 0$).

El valor resultante se establece como referencia cero y se resta automáticamente de las mediciones activas durante la corrida del túnel. Esta operación garantiza que las fuerzas registradas correspondan exclusivamente a las cargas aerodinámicas inducidas por el flujo de aire y no a componentes inerciales o gravimétricos del montaje. Los datos se exportan en formato CSV, incluyendo sellos de tiempo, números de secuencia para

verificar la integridad de los paquetes UDP y las seis componentes de carga evaluadas.

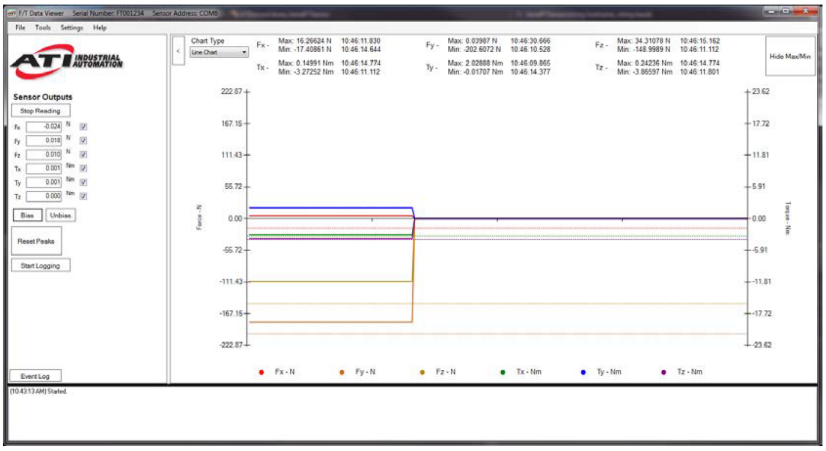


Figura 3.5: Funcionalidad del Bias

Integración y Límites Operativos

El sensor se encuentra rígidamente acoplado entre la base de la sección de pruebas y el soporte del perfil, eliminando grados de libertad que pudieran contaminar la lectura. El monitoreo de la saturación de las galgas es constante para prevenir condiciones de sobrecarga mecánica, ya que las cargas dinámicas en el túnel de viento pueden exceder los límites estáticos del sensor, lo que comprometería la linealidad de la respuesta y la fidelidad de las mediciones de sustentación y arrastre.

Calibración	**Fx,Fy**	**Fz**	**Tx,Ty**	**Tz**	**Fx,Fy**	**Fz**	**Tx,Ty**	**Tz**
	kg	kg	kg-m	kg-m	kg	kg	kg-m	kg-m
SI-32-2.5	**3,3**	**10,2**	**0,254925**	**0,254925**	**0,0006**	**0,0013**	**0,00005**	**0,00005**
SI-65-5	6,6	20,4	0,50985	0,50985	0,0013	0,0025	0,00008	0,00008
SI-130-10	13,3	40,8	1,0197	1,0197	0,0025	0,0051	0,00013	0,00013
	SENSING RANGES				RESOLUTION			

MAX_Momento	**25,00**	**kg-cm**
MAX_Cortante	**3,0**	**kg**

Tabla 3.1: Especificaciones de calibración y rangos del sensor.

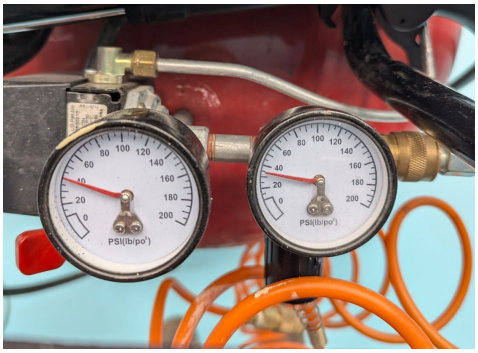
3.1.3. Sistema de Suministro de Aire y Presurización

La implementación del AFC requirió un suministro neumático constante e independiente de la corriente principal del túnel de viento. Para este fin, se utilizó un compresor industrial *Craftsman* de un solo cilindro, con una potencia nominal de 2 HP y un tanque de almacenamiento con capacidad de 33 gal, diseñado para operar hasta una presión máxima de 150 psi.

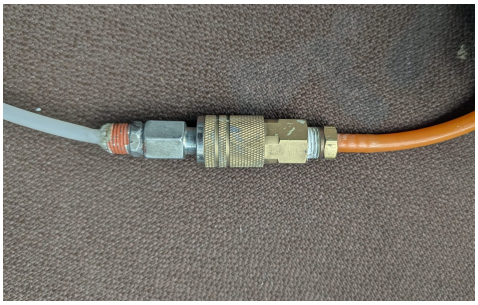


Figura 3.6: Compresor neumático Craftsman

La estabilidad de la inyección dependió de un arreglo de regulación y control de flujo conformado por dos manómetros instalados en serie. Ambos instrumentos de medición presentan idénticas especificaciones técnicas en términos de resolución y límites operativos; esta configuración permitió una monitorización redundante y un ajuste de alta precisión en la presión de descarga. La disposición de manometría sucesiva garantizó que el flujo suministrado al pleno interno del modelo mantuviera una consigna constante de 20 psi durante la totalidad de los barridos de ángulo de ataque, mitigando fluctuaciones neumáticas que pudieran alterar el cálculo del coeficiente de momento de inyección (C_μ).



(a) Manómetros



(b) Conexión de la salida del compresor al perfil

Figura 3.7: Sistema de compresor y manómetros. Control neumático.

3.1.4. Monitoreo y Calibración de la Corriente Libre

El control y la estabilidad de la velocidad de la corriente libre (V_∞) se gestionaron a través del motor del túnel de viento, fijando para la totalidad de los ensayos una velocidad de 10 m/s. El sistema emplea un variador de frecuencia para regular la potencia del motor del ventilador axial, lo que permite un ajuste preciso y una estabilización del régimen de giro.

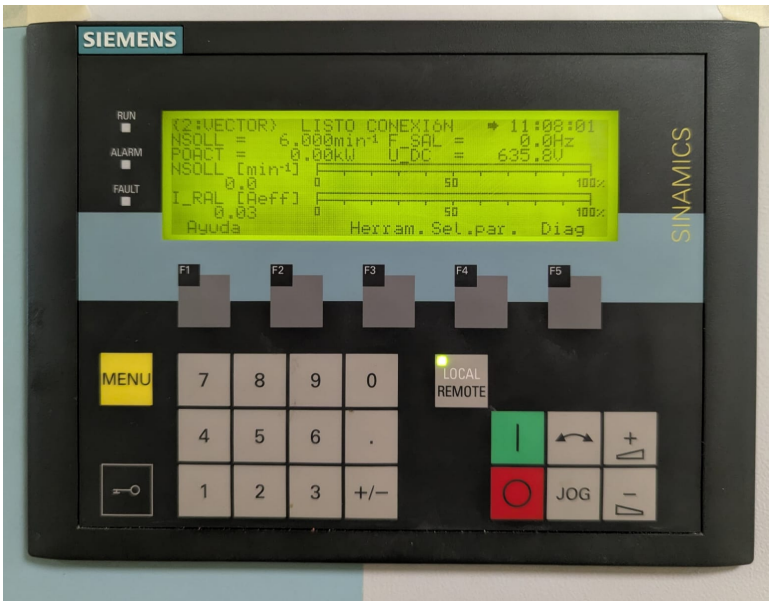


Figura 3.8: Consola de control del túnel de viento

Para la determinación de la velocidad en la sección de pruebas sin recurrir a instrumentación intrusiva que pudiera perturbar el campo de presiones, se empleó la caracterización técnica desarrollada previamente por el personal académico del LeMAT. Dicha calibración se fundamenta en la relación empírica entre las revoluciones por minuto (RPM) del ventilador y la velocidad del aire, establecida mediante el uso de tubos de Pitot en condiciones de túnel vacío. Este modelo de transferencia es el resultado del promedio estadístico de tres campañas de medición independientes, procedimiento que minimiza el error aleatorio y asegura la repetibilidad del flujo. La curva de calibración se muestra a continuación.

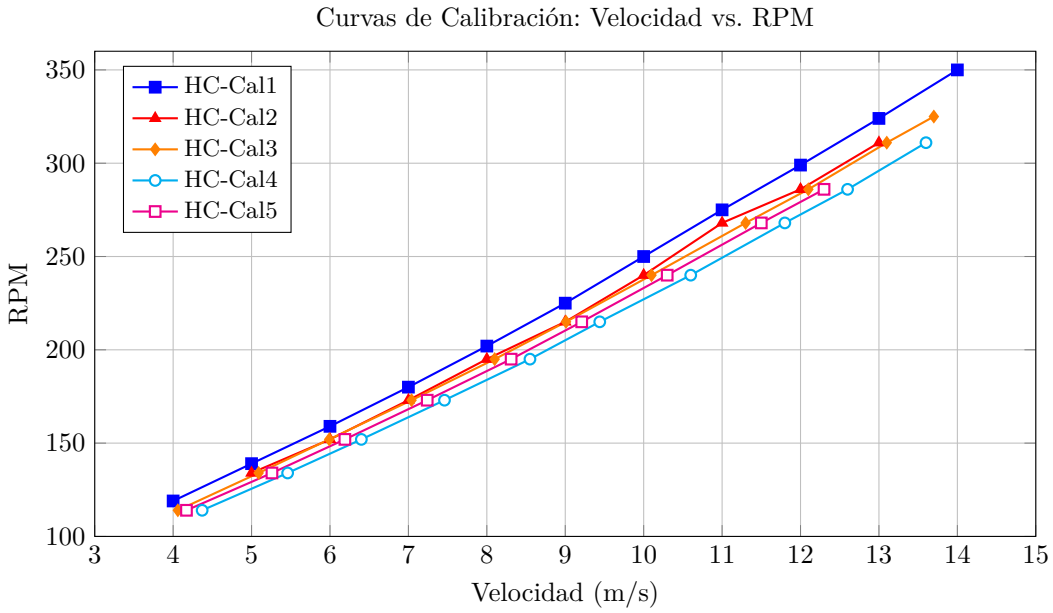


Figura 3.9: Comparativa de calibraciones de velocidad vs RPM para sensores HC. Curvas proporcionadas por el personal del LeMAT

3.2. Diseño y fabricación del modelo de prueba

El diseño del modelo experimental representa una síntesis entre los requerimientos aerodinámicos teóricos (tales como la preservación de la curvatura original y la inyección tangencial en la zona de inicio del gradiente adverso de presión) y las restricciones físicas de manufactura. El modelo se basa en la geometría de un perfil asimétrico de la familia Boeing 737, escalado y modificado para integrar el sistema de control activo de flujo.

3.2.1. Definición Geométrica y Escalamiento

La escala del modelo fue dictada primordialmente por el volumen de construcción de la unidad de manufactura aditiva disponible, la cual presenta un área máxima de impresión de 200×200 mm.

Dado que el número de Reynolds es directamente proporcional a la longitud geométrica característica ($Re = \frac{\rho V_\infty c}{\mu}$) y la velocidad del túnel se mantuvo constante a 10 m/s, la única variable de diseño disponible para incrementar el régimen de flujo era la cuerda (c). Por consiguiente, se optó por aprovechar el límite físico del equipo fabricando un modelo con una cuerda de 200 mm y una envergadura de 200 mm. Los planos del modelo entero se encuentran en el Anexo D.

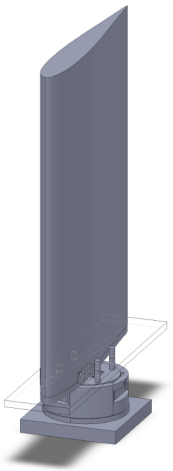


Figura 3.10: Vista Isométrica del modelo de prueba en SolidWorks

El perfil fue generado en un entorno de diseño asistido por computadora (CAD, SolidWorks), asegurando que la curvatura del extradós mantuviera la fidelidad matemática del diseño original de Boeing. En cuanto a la preparación superficial, para mitigar el

escalonamiento transversal inherente a la manufactura aditiva, el modelo fue sometido a un post-procesado mediante lijado al agua (grano 800) hasta alcanzar una condición hidráulicamente lisa[4]

Dado que los ensayos se ejecutaron a un régimen subsónico bajo ($Re \approx 1 \times 10^5$), la capa límite sobre un perfil liso tendería a permanecer en estado laminar, propiciando un desprendimiento prematuro o la formación de burbujas de separación laminar (*laminar separation bubbles*) [8]. Este fenómeno es un efecto de escala que difiere radicalmente del comportamiento de una aeronave comercial real, la cual opera con capas límites predominantemente turbulentas.

Para mitigar esta discrepancia analítica, se indujo artificialmente la transición de la capa límite. Siguiendo la metodología empírica utilizada por Kornilov en [16], se implementó una banda de rugosidad bidimensional (*trip-band*) conformada por granos de sal adheridos al extradós, localizada al 5 % de la cuerda ($x/c = 0{,}05$).



Figura 3.11: Banda de rugosidad (*trip-band*) inducida al 5 % de la cuerda

Esta franja de perturbación discreta fuerza el paso prematuro del flujo al régimen turbulento, alterando el mecanismo de transferencia de momento dentro de la capa límite. Al transicionar, los esfuerzos de Reynolds (mezcla turbulenta macroscópica) transportan fluido de alta energía cinética desde la corriente exterior hacia la subcapa adyacente a la pared, generando un perfil de velocidades más robusto frente a gradientes adversos de presión ($\partial p/\partial x > 0$). De este modo, se garantiza que al momento de alcanzar la estación de inyección ($x/c = 0{,}55$), el sistema de Control Activo de Flujo (AFC) actúe sobre un perfil de velocidades.

[4]En la teoría de la capa límite, una superficie se define como hidráulicamente lisa cuando la altura promedio de su rugosidad (k) es estrictamente menor que el espesor de la subcapa viscosa (δ_v). Bajo esta condición, las irregularidades quedan completamente sumergidas en la región dominada por esfuerzos viscosos, evitando que las asperezas perturben la corriente, generen arrastre de presión local o adelanten la transición del flujo.

3.2.2. Configuración del Sistema de Inyección

A diferencia de los modelos analíticos que proponen ranuras de soplado continuas [16], [22], [7], el presente diseño empleó un sistema de inyección discreta mediante una matriz de orificios. Esta decisión responde a dos factores fundamentales:

1. **Integridad Estructural:** El interior del modelo actúa como un recipiente a presión de pared delgada. La inclusión de una ranura longitudinal ininterrumpida anularía la transferencia de cortante entre el extradós (superficie curva) y el intradós (placa plana). Bajo la presión neumática de operación de 20 psi (137,8 kPa), esta geometría sufriría una pequeña pero significante deflexión, resultando en pandeo local por flexión. La matriz discreta permite conservar puentes de material sólido que mantienen la continuidad estructural del perfil.

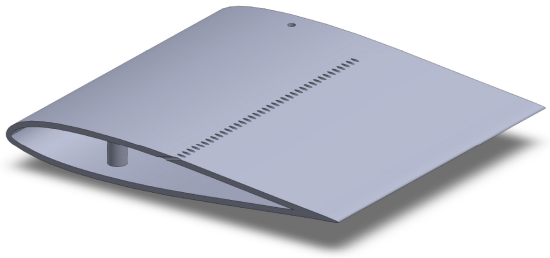


Figura 3.12: Vista isométrica del modelo de prueba.

2. **Ubicación Estratégica del AFC (55 % de la cuerda):** En la aerodinámica de perfiles asimétricos, la separación de la capa límite frente a un gradiente adverso de presión no ocurre en una estación espacial estática (x/c), sino que migra dinámicamente hacia el borde de ataque en función del ángulo de ataque (α). Por consiguiente, la ubicación de la matriz de inyección se fundamentó en la recomendación prospectiva establecida por Kornilov [16]. En su análisis sobre inyección tangencial, el autor concluye que la determinación de la eficiencia aerodinámica exige un estudio empírico exhaustivo sobre la ubicación y extensión de la sección de soplado en la zona de rarefacción (lado de succión o extradós) del perfil.

   En respuesta a esta recomendación bibliográfica, se seleccionó la estación $x/c = 0{,}55$, la cual corresponde a la región de transición geométrica en la zona de rarefacción del perfil aerodinámico del Boeing 737 (el vértice de inflexión donde termina la curvatura principal y la superficie se aplana). Dado que la limitación de recursos computacionales (CFD) impidió predecir la posición exacta de separación

analíticamente para cada régimen, la validación de esta ubicación se trasladó a la experimentación en el túnel de viento. El barrido de ángulos de ataque se diseñó para encontrar el régimen de vuelo donde el desprendimiento natural del flujo converge críticamente con la estación del 55 %, permitiendo identificar empíricamente en qué momento el *wall jet* maximiza su influencia sobre la capa límite turbulenta y detona el mayor incremento en la eficiencia aerodinámica (L/D).

La matriz de inyección discreta está conformada por un arreglo lineal de 40 orificios circulares, distribuidos equitativamente a lo largo de los 200 mm de envergadura. Cada orificio posee un diámetro mecanizado de 1.6 mm y un espaciamiento centro a centro de 4 mm.

Estos orificios presentan una inclinación de 65° respecto a la normal de la superficie. Esta vectorización tiene como objetivo maximizar la componente de momento tangencial, permitiendo que la suma de los micro-chorros se fusione para integrarse a la capa límite como un *wall jet* reenergizante cuasi-bidimensional.

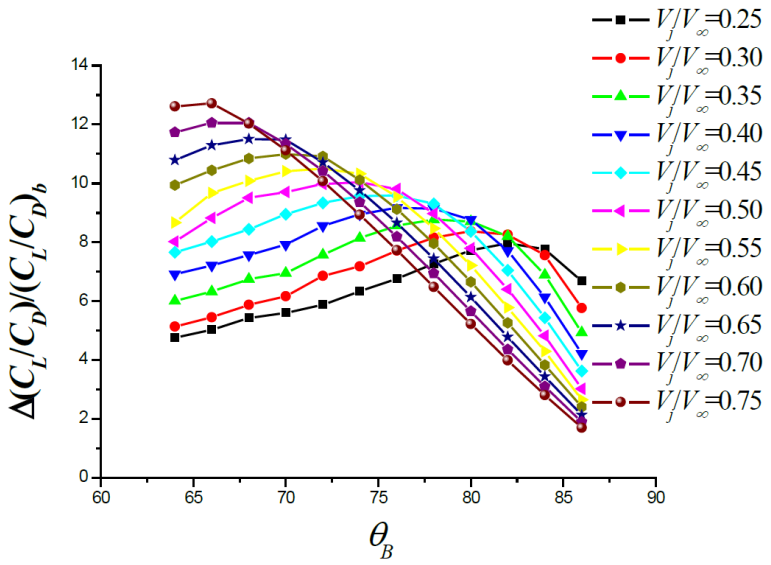


Figura 3.13: Variación del radio L/D respecto al angulo θ_B. Recuperada de [22]

La decisión de implementar este ángulo específico se fundamenta en los hallazgos numéricos de Zhang et al. [22], quienes investigaron la influencia del ángulo de soplado (θ_B) sobre el control de separación. En su estudio, determinaron que a medida que el chorro se vectoriza hacia aguas abajo, la amplitud de las oscilaciones en la sustentación decrece paulatinamente. De manera particular, demostraron que para ángulos $\theta_B \geq 65°$, estas oscilaciones desaparecen por completo, indicando un dominio total sobre las

inestabilidades del flujo. Asimismo, confirmaron que con una inyección a 60°, el vórtice de desprendimiento se suprime en su totalidad y el punto de separación logra retrasarse significativamente a lo largo de la cuerda.

Para una mayor visualización de este fenómeno topológico, la Figura 3.14 expone las líneas de corriente sobre el perfil aerodinámico a diferentes ángulos de inyección. En ella se evidencia cómo la vectorización del chorro hacia una configuración tangencial suprime la región de recirculación, impactando de gran manera en la recuperación de la eficiencia aerodinámica.

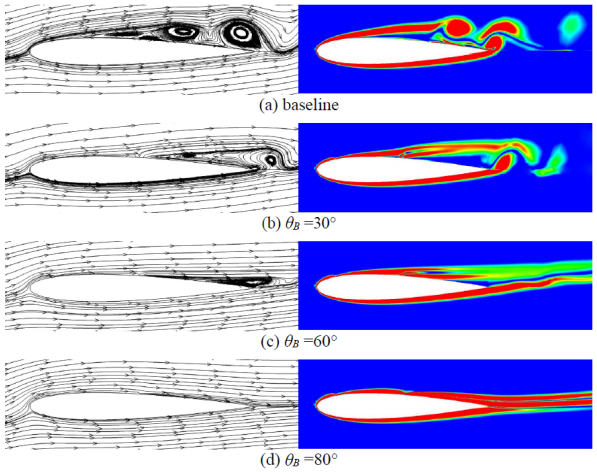


Figura 3.14: Líneas de corriente sobre el perfil alar a diferentes ángulos de inyección de chorro (Recuperado de [22]).

Para asegurar que la inyección actúe de manera exclusiva como un mecanismo de Control de Capa Límite y no como una planta motriz, se verificó matemáticamente el orden de magnitud del Coeficiente de Momento de Inyección (C_μ). Utilizando la definición analítica introducida previamente en la ecuación (2.26), el parámetro geométrico del sistema se establece por el ancho equivalente de inyección (h), definido como el área total de soplado dividida entre la envergadura efectiva. Con 40 orificios de 1,6 mm de diámetro distribuidos en 157,6 mm, se obtiene un ancho equivalente $h \approx 0{,}51$ mm.

Sustituyendo esta geometría en relación a la cuerda de 200 mm ($h/c \approx 0{,}0025$), el balance de la ecuación demuestra que para alcanzar el umbral crítico de la supercirculación o sustentación propulsiva ($C_\mu > 0{,}1$ según Englar [11]), el sistema requeriría una velocidad de inyección sostenida de $V_{iny} > 44$ m/s bajo la corriente libre calibrada a $V_\infty = 10$ m/s.

Debido a la disipación de presión dinámica en la plomería del circuito neumático y la descompresión volumétrica dentro de la cámara plena, el flujo másico descargado a 20 psi se mantuvo en un régimen subsónico bajo ($V_s oplado = 4{,}43$m/s), garantizando que el parámetro operativo real oscile en el rango seguro de $C_\mu \approx 1(10^{-3})$. Dicho valor se obtuvo haciendo un promedio de las velocidad medidas en la raíz del perifl, en el extremo de este, a la mitad de la envergadura. Estas mediciones se realizaron con un anemómetro de hilo caliente a 1 cm de la salida de los hoyos de soplado. La siguiente tabla muestra la relación de la velocidad de salida del aire soplada respecto a la presión de compresor.

Tabla 3.2: Resultados de velocidades medidas en la salida de los wall jet a diferentes presiones.

	raíz			media			punta			
Presión [psi]	1cm	4cm	Bos	1cm	4cm	Bos	1cm	4cm	Bos	
				Velocidades [m/s]						Promedio m/s
20	4.3	1.9	0.9	5.3	3.3	2.5	3.7	2.6	1.7	4.43
30	5.4	3.3	1.5	6.1	5.1	3.8	5.3	3.9	2.7	5.60
40	6.5	4.9	1.9	7.7	5.7	4.8	5.9	4.8	3.1	6.70
50	9.1	5.3	2.5	9.1	7.1	6.1	8	5.6	3.9	8.73
60	10	6.8	2.9	11.6	8	6.5	9.4	6.8	4.5	10.33

Esta restricción geométrica de diseño muestra empíricamente que la adición de momento cumple la única función de reenergizar el déficit de la capa límite y mitigar el desprendimiento, evitando la generación de fuerzas netas de empuje que invalidarían las lecturas de arrastre en la balanza.

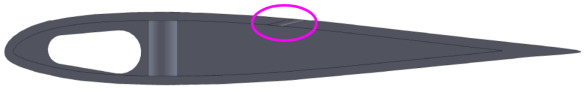


Figura 3.15: Sección transversal del modelo

3.2.3. Arquitectura Interna: Cámara Plena (*Plenum*)

Para asegurar que el aire inyectado emerja con una presión y velocidad uniformes a través de todos los orificios de la matriz en la envergadura, el ensamble físico fue sellado herméticamente en todas sus uniones para erradicar cualquier fuga de masa indeseada.

Esta cavidad interna actúa como un reservorio estático que desacelera el aire pro-

veniente de la línea principal antes de forzarlo a salir por los puertos de inyección. Durante las iteraciones previas de validación bajo carga, se determinó que la estructura hueca fallaba por pandeo (*buckling*) de placas delgadas en la región de mayor espesor del perfil. Para resolver esta inestabilidad, el diseño final del *plenum* incorporó soportes estructurales transversales. Estos elementos reducen el claro libre de las paredes, incrementando drásticamente la rigidez a flexión de la sección transversal y garantizando que el perfil mantenga su integridad y geometría aerodinámica bajo los esfuerzos inducidos por la presurización interna de 20 psi.

3.3. Ensamble, Integración y Alineación

Una vez finalizada la manufactura, el modelo se integró en la cámara de pruebas del túnel de viento LeMAT. Este proceso requirió una validación rigurosa de la posición espacial del perfil para garantizar que los datos obtenidos por la balanza ATI Gamma correspondieran exclusivamente a las fuerzas aerodinámicas del diseño.

3.3.1. Diagrama de Conexión Neumática y Adquisición

El sistema experimental se articula mediante dos líneas principales: suministro neumático y adquisición de datos. El aire, regulado a 20 psi, viaja desde el compresor *Craftsman* a través de una manguera flexible que ingresa al túnel por el eje de rotación de la mesa giratoria, minimizando cualquier restricción mecánica al movimiento.

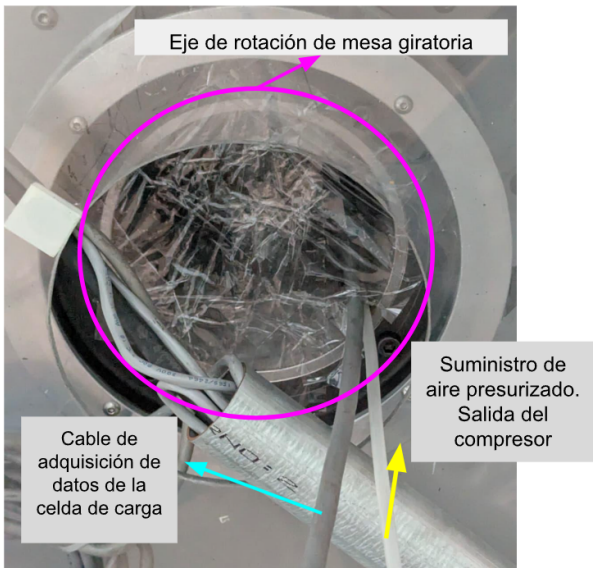


Figura 3.16: Sistema por debajo de la mesa giratoria. Suministro de aire presurizado y adquisición de datos.

La adquisición de las cargas aerodinámicas exigió una arquitectura de instrumentación que garantice la fidelidad de los datos y minimice el ruido de la señal. Para ello, el transductor ATI modelo Gamma se interconecta fisicamente con el módulo de interfaz *Net Box*, el cual funge como el núcleo de acondicionamiento del sistema. Las microdeformaciones capturadas por las galgas extensométricas del transductor viajan a través de un cableado hacia el *Net Box*, donde las señales eléctricas analógicas son procesadas, digitalizadas y convertidas aplicando las matrices de calibración de la unidad [6].

Posteriormente, la transferencia continua de este flujo de datos hacia la computadora se efectúa mediante un protocolo de red de área local (LAN) [6]. Esta interconexión se logra conectando un cable adaptador Ethernet RJ-45 a M12 desde el puerto de red del *Net Box* hasta la computadora receptora. Esta topología aísla la etapa de procesamiento del equipo de registro, asegurando una captura en tiempo real y con latencia mínima de las componentes dinámicas fundamentales para el estudio [6]: la fuerza de sustentación (L) y la fuerza de arrastre (D). Los dispositivos y el cableado de estos elementos se ilustran esquemáticamente en la Figura 3.17.

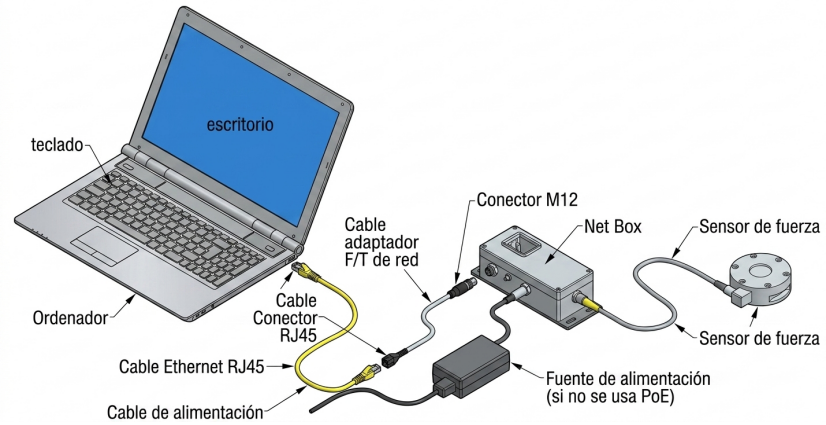
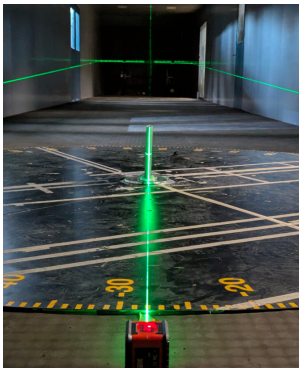


Figura 3.17: Diagrama de conexión del sistema ATI NET Gamma con computadora.

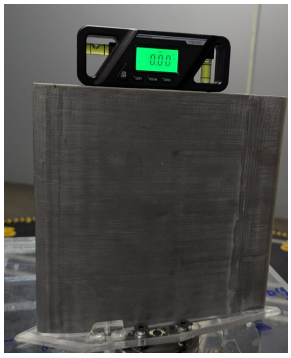
3.3.2. Alineación y Nivelación

Para asegurar que el ángulo de ataque (α) desado sea exacto, se implementó un procedimiento de alineación óptica utilizando un nivel láser de alta precisión. La integridad del experimento depende de que, en la posición $\alpha = 0°$, la línea de la cuerda del modelo sea perfectamente paralela al vector de velocidad de la corriente libre (V_∞).El proceso consistió en proyectar un plano láser horizontal alineado con las referencias geométricas de la cámara de pruebas. Se verificó la coincidencia de este plano con el borde de ataque. Así, se garantizó que el modelo estuviera recto respecto a la corriente de flujo.

Como parte de nivelación para la correcta adquisición de datos y considerando que la mesa de pruebas del laboratorio tenga una nivelación con errores minúsculos, se procedió a nivelar el modelo con un nivel digital. Dicha verifiación se realizó una sola vez puesto que, despues de la primera corrida, no se volvió a desmontar o mover el modelo.



(a) Alineación del modelo montado con láser



(b) Nivelación del modelo con nivel digital

Figura 3.18: Nivelación y alineación del modelo

3.4. Procedimiento Experimental y Matriz de Pruebas

Para garantizar la fiabilidad, precisión y repetibilidad de las mediciones de las cargas aerodinámicas, la ejecución de las pruebas se rigió por un protocolo de operación estandarizado. Este procedimiento se diseñó tomando como referencia las metodologías clásicas de aerodinámica experimental [8], así como los lineamientos y limitaciones operativas internos del LeMAT.

El ciclo de prueba para cada punto de operación consistió en la ejecución sistemática de las siguientes etapas:

1. **Posicionamiento y Cero Mecánico (*Bias*):** Con el flujo de la cámara en reposo absoluto ($V_\infty = 0$), el modelo se orientó en el ángulo de ataque (α) objetivo. Acto seguido, se ejecutó la tarado (*bias*) en la interfaz de adquisición del transductor ATI Gamma para eliminar el peso estático del modelo y neutralizar cualquier tensión residual o deriva térmica acumulada.

2. **Arranque y Estabilización:** Dependiendo del caso de estudio, se activó o mantuvo apagado el suministro neumático a 20 psi (sistema AFC). Posteriormente, se encendió el túnel de viento ajustando la planta motriz a 244 RPM, valor de consigna previamente calibrado con tubo de Pitot para garantizar una velocidad de corriente libre de 10 m/s. Se estableció un periodo de espera estricto de 20

segundos para permitir la estabilización de las líneas de corriente y la disipación de transitorios fluidodinámicos en la cámara de pruebas.

3. **Adquisición de Datos:** Una vez alcanzado el estado estacionario, se inició la captura de las señales de carga. La grabación de datos se mantuvo activa durante una ventana de muestreo continua de 60 segundos con una frecuencia de muestro de 100 HZ, garantizando un volumen de datos estadísticamente significativo para filtrar la turbulencia aleatoria inherente al circuito.

4. **Paro y Repetición:** Finalizada la captura de los 60 segundos, se detuvo el motor del túnel hasta alcanzar nuevamente el reposo absoluto ($V_\infty = 0$).

5. **Replicación Consecutiva:** Para cumplir con los criterios de repetibilidad, los pasos 1 a 4 se repitieron exactamente tres veces de manera consecutiva para el mismo ángulo de ataque, antes de reconfigurar la mesa giratoria al siguiente incremento angular dictado por la matriz.

3.5. Diseño de Experimentos y Matriz de Casos de Prueba

Las pruebas se estructuraron bajo una metodología fundamentada en los principios del Diseño de Experimentos (DoE) [14]. Para aislar el efecto de la inyección de momento y garantizar una comparación estandarizada, se definieron las siguientes variables:

- **Variables de Entrada:** El primer factor es el ángulo de ataque (α), configurado en 8 niveles discretos que barren la envolvente desde 0° hasta 21° en incrementos de 3°. El segundo factor es el estado del sistema AFC, clasificado en dos niveles: "Apagado" ($C_\mu = 0$) y "Encendido" ($C_\mu \approx 1(10^{-3})$, soplado continuo a 20 psi).
- **Variables de Salida:** Las fuerzas ortogonales adquiridas por el sensor ATI (Sustentación y Arrastre), a partir de las cuales se derivan los coeficientes (C_l, C_d) y la eficiencia (L/D).
- **Factores Constantes:** La velocidad (10 m/s), el número de Reynolds (1×10^5), la geometría del perfil y la ubicación de la banda de transición (*trip-band*).

3.5.1. Matriz de Diseño, Repetibilidad y Mitigación de Errores

La combinación de los 8 niveles de ángulo de ataque y los 2 estados del sistema de soplado generó una matriz de diseño de 16 puntos de evaluación.

Un punto principal de los experimentos es la *repetición*, la cual permite distinguir qué proporción de la variabilidad de los datos obedece a la física del flujo y qué proporción es producto del error de medición. En cumplimiento estricto del protocolo operativo antes dicho, cada uno de los 16 puntos se replicó tres veces de manera independiente, resultando en total de **48 corridas experimentales** (16 configuraciones $\times$ 3 réplicas).

En la experimentación aerodinámica, ejecutar secuencias aleatorias induce errores severos debido a la histéresis en el desprendimiento de la capa límite [8]. Por lo tanto, se optó por un barrido angular secuencial. Para compensar la falta de aleatorización estadística descrita por Gutiérrez en [14] y neutralizar el ruido, el diseño experimental se hizo mediante un re-tarado consecutivo. Al exigir el paro total del túnel y la re-ejecución del cero digital del transductor ATI (*bias*) antes de cada una de las 48 corridas, se cortó de tajo cualquier acumulación de deriva térmica en las galgas de la balanza ATI. Esta metodología asegura empíricamente que los 60 segundos de datos de cada réplica partan de un mismo marco de referencia, garantizando que la eficiencia aerodinámica L/D medida sea exclusivamente de la efectividad del Control Activo de Flujo.

Para ilustrar la metodología de experimentación y la técnica de re-tarado implementada para la mitigación de errores, la Figura 3.19 presenta el diagrama de flujo del protocolo de adquisición de datos.

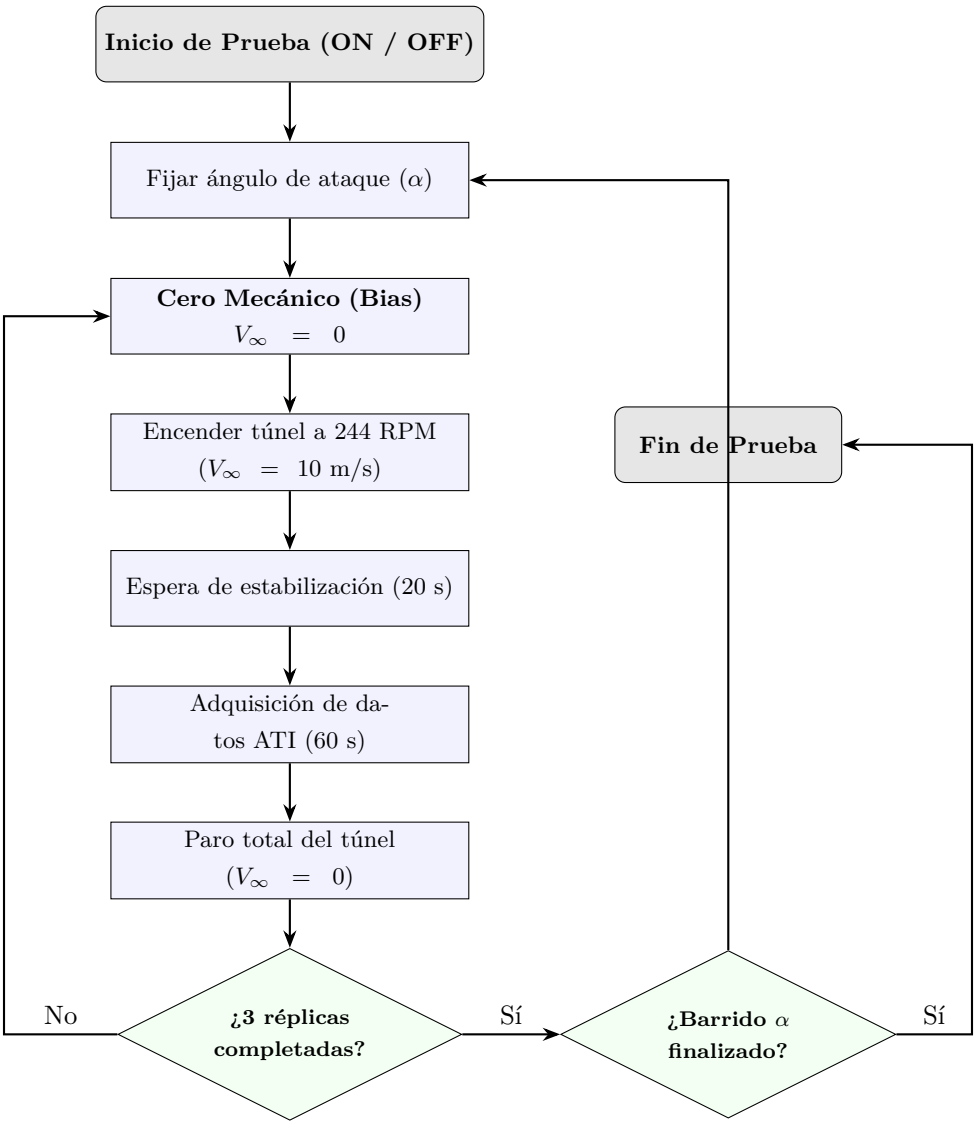


Figura 3.19: Diagrama de flujo de la metodología de adquisición y re-tarado

Capítulo IV

Resultados y Discusión

4. Capítulo IV. Resultados y Discusión

El presente capítulo expone el análisis cuantitativo de las fuerzas netas registradas por el sensor ATI GAMMA durante la experimentación. El objetivo principal es evaluar la eficiencia del soplado tangencial (*wall jet*), cuantificando su impacto en la polar aerodinámica, la eficiencia (L/D) y el retraso del ángulo de pérdida (*stall*). Lo anterior, a través de la transformación de las lecturas crudas de voltaje en cargas aerodinámicas representativas y estadísticamente válidas.

4.1. Análisis y Validación

El transductor ATI Gamma registró las fuerzas de los seis grados de libertad. Dado que cada una de las 48 corridas experimentales consistió en una ventana de captura continua, se generó un volumen de 6000 datos por canal para cada medición. Para transformar estas lecturas crudas en coeficientes aerodinámicos bidimensionales, se implementó un algoritmo determinista de filtrado, promediado y rotación de coordenadas.

4.1.1. Remoción de Tendencia Lineal (*Detrending*)

Durante las pruebas preliminares de calibración, se detectó que las lecturas en bruto de las celdas de carga exhibían una ligera deriva temporal. Esta anomalía instrumental se manifestaba como una pendiente positiva en el historial de tiempo de las fuerzas, introduciendo un sesgo acumulativo ajeno a las cargas aerodinámicas reales. Para corregir este fenómeno, se desarrolló un procesamiento computacional en VBA con apoyo del Dr. Raúl Sánchez, fundamentado en la remoción de tendencia lineal (*Linear Detrending*). El algoritmo calcula la pendiente analítica (m) del error temporal y la sustrae algebraicamente de cada uno de los 6000 puntos de la captura.

4.1.2. Filtrado y limpieza de señales

Debido a la naturaleza del montaje experimental, las señales eléctricas brutas están sujetas a ruido y vibraciones [22]. Para discriminar el ruido, se asumió un comportamiento de distribución normal en las fluctuaciones del flujo. Se aplicó la regla empírica de la campana de Gauss, estableciendo una banda de tolerancia de tres desviaciones estándar ($\pm 3\sigma$) respecto a la media muestral (μ). Cualquier dato capturado fuera de este límite fue clasificado como un valor atípico y descartado del conjunto, garantizando la integridad de la señal base.

En la Tabla 4.1 se muestran los valores atípicos para cada muestra y su contribución a la totalidad de datos. Se puede observar que el valor más alto fue de 138 datos para un total de 18,000 datos, lo que representa solo un 0.7667 % del total de las 3 corridas para el ángulo de 18° con la condición de inyección de aire.

Tabla 4.1: Contribución porcentual de valores atípicos en las lecturas experimentales de fuerzas aerodinámicas.

	F_x **(Componente tangencial / arrastre)**		F_y **(Componente normal / sustentación)**	
Ángulo [°]	**Sin inyección**	**Con inyección**	**Sin inyección**	**Con inyección**
0	0.5056 %	0.4722 %	0.4833 %	0.6111 %
3	0.7000 %	0.4111 %	0.4056 %	0.2056 %
6	0.5611 %	0.4722 %	0.6667 %	0.1722 %
9	0.7000 %	0.4500 %	0.1833 %	0.1833 %
12	0.3222 %	0.4833 %	0.2389 %	0.2389 %
15	0.2167 %	0.6556 %	0.2389 %	0.2056 %
18	0.5056 %	0.5389 %	0.7667 %	0.7667 %
21	0.5833 %	0.4611 %	0.3278 %	0.4333 %

4.1.3. Evaluación de estabilidad experimental

Posterior a la limpieza de la señal, se evaluó la estabilidad del flujo y del sistema de medición intra-prueba utilizando el Coeficiente de Variación (CV), definido como la relación porcentual entre la desviación estándar muestral y el valor absoluto de la media:

$$CV = \left(\frac{\sigma}{|\mu|} \right) \times 100\,\% \tag{4.1}$$

Este índice estadístico permitió cuantificar la magnitud del ruido respecto a la carga aerodinámica medida. Cabe destacar que, por la naturaleza de la función racional del CV, este indicador tiende a amplificarse de manera artificial en regímenes donde la fuerza neta se aproxima a cero (por ejemplo, a $\alpha = 0°$). En estos casos puntuales, la validación de estabilidad instrumental se sustentó de manera directa en la desviación estándar absoluta (σ).

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 4.2: Coeficiente de variación por corrida para las componentes de arrastre (F_x) y sustentación (F_y).

		F_x **(Componente tangencial / arrastre)**		F_y **(Componente normal / sustentación)**	
Ángulo [°]	**Corrida**	**Sin inyección**	**Con inyección**	**Sin inyección**	**Con inyección**
0	1	11 %	25 %	121 %	49 %
	2	17 %	41 %	72 %	140 %
	3	17 %	33 %	106 %	61 %
3	1	12 %	36 %	94 %	28 %
	2	13 %	50 %	28 %	19 %
	3	16 %	46 %	37 %	17 %
6	1	13 %	45 %	94 %	8 %
	2	16 %	64 %	17 %	9 %
	3	16 %	80 %	17 %	7 %
9	1	33 %	79 %	5 %	5 %
	2	27 %	63 %	16 %	5 %
	3	33 %	40 %	4 %	7 %
12	1	28 %	191 %	3 %	4 %
	2	214 %	318 %	3 %	4 %
	3	234 %	150 %	3 %	3 %
15	1	86 %	249 %	3 %	4 %
	2	49 %	71 %	3 %	3 %
	3	45 %	66 %	3 %	3 %
18	1	182 %	63 %	5 %	3 %
	2	100 %	54 %	4 %	3 %
	3	141 %	44 %	5 %	3 %
21	1	30 %	82 %	7 %	7 %
	2	49 %	248 %	7 %	7 %
	3	45 %	136 %	7 %	7 %

Según el INEGI [15] y la normativa CAC-006/01/2018, los límites de aceptación estadística para estimaciones muestrales son los que se mencionan a continuación:

Tabla 4.3: Interpretación y límites de aceptación para el Coeficiente de Variación.

Nivel de Cobertura	**Rango**	**Interpretación**
Alta	$[0\,\% - 20\,\%]$	Si el coeficiente de variación se encuentra entre el 0 % y el 20 %, la estimación es considerada .Alta ", es decir, que tiene un alto grado de confiabilidad.
Media	$(20\,\% - 30\,\%]$	Si el coeficiente de variación es mayor al 20 % pero menor o igual a 30 %, la estimación se considera "Moderada", lo que indica que tiene un grado de confiabilidad tolerable.
Baja	$> 30\,\%$	Si el coeficiente de variación es mayor a 30 %, dicha estimación deberá ser considerada "Baja z con reserva, en razón de su baja confiabilidad, por lo que se deberá utilizar únicamente para fines descriptivos o identificación de tendencias. El origen de esta situación puede estar asociado tanto a factores de diseño como ajenos al mismo.

De acuerdo con la tabla anterior y los datos adquiridos ya expuestos en la Tabla 4.2, se observa que, dentro de los ángulos de 0° a 9° sin inyección, la gran mayoría de los CVs se encuentran en el rango "*alto*"; sin embargo, conforme aumenta el ángulo α, el CV también aumenta. Este comportamiento es particularmente notorio para la condición de no inyección y para el canal de la fuerza tangencial (X). Por otro lado, para la componente normal (Y), los valores de CV son significativamente menores conforme aumenta el ángulo de ataque y, por ende, la fuerza neta.

Las discrepancias anteriores se fundamentan en la misma definición de coeficiente de variación. Al ser el cociente de la desviación estándar σ y el promedio μ, este último actúa como denominador; en consecuencia, cuando μ es muy pequeño, el CV tiende a elevarse. Para que μ tenga este comportamiento, se deben registrar lecturas casi nulas, lo cual es habitual a bajos ángulos de ataque (donde la sustentación es cercana a cero) o en puntos de transición de arrastre neto. Adicionalmente, el comportamiento ascendente del CV en la componente X a altos ángulos puede atribuirse a la susceptibilidad estructural frente a las fluctuaciones dinámicas del arrastre de forma, la fricción viscosa y el desprendimiento caótico de vórtices en el borde de salida.

4.1.4. Análisis de incertidumbre

Para determinar el valor nominal de las cargas y establecer su margen de incertidumbre, se calculó el Error Estándar de la Media (EEM):

$$EEM = \frac{\sigma_{inter}}{\sqrt{N}} \tag{4.2}$$

Donde σ_{inter} representa la desviación estándar calculada entre los promedios de las tres repeticiones ($N = 3$). Con el propósito de establecer barras de error estadísticamente significativas que permitan contrastar el desempeño de ambas configuraciones de capa límite, se calculó un Intervalo de Confianza (IC) del 95 %. Utilizando el estadístico $Z = 1{,}96$ correspondiente a una distribución normal estándar, la magnitud representativa de la fuerza para cada ángulo se reporta bajo la estructura:

$$\text{Magnitud} = \mu_{global} \pm (1{,}96 \cdot EEM) \tag{4.3}$$

4.1.5. Transformación de Coordenadas: Ejes del Cuerpo a Ejes de Viento

Un aspecto crítico en la reducción de datos radica en el marco de referencia del sensor. Dado que la balanza ATI se encontraba acoplada a la mesa giratoria, el transductor rotaba en conjunto con el modelo. En consecuencia, el sensor no medía directamente la sustentación y el arrastre (referenciados al viento), sino que sus ejes principales X e Y registraban las componentes proyectadas sobre la cuerda del perfil; es decir, la Fuerza Axial (A') y la Fuerza Normal (N'), respectivamente.

Una vez que los datos fueron procesados, rectificados y filtrados, se calculó la media aritmética de los 6000 datos para obtener un vector neto representativo por corrida. Posteriormente, se calculó el promedio global de las 3 corridas por cada caso de estudio. Para obtener las fuerzas aerodinámicas netas alineadas con la corriente libre (V_∞), estas fuerzas globales promediadas del sensor se sometieron a una descomposición vectorial.

De acuerdo con la cinemática de perfiles alares descrita en el Capítulo II, se aplicaron las siguientes ecuaciones de transformación trigonométrica:

$$L' = N' \cos\alpha - A' \sin\alpha \tag{4.4}$$

$$D' = N' \sin\alpha + A' \cos\alpha \tag{4.5}$$

Donde L' representa la fuerza de sustentación, D' el arrastre aerodinámico, y α el ángulo de ataque geométrico del modelo en cada instante de prueba. Con esta matriz de transformación y el análisis de incertidumbre acoplado, se sentaron las bases para obtener las curvas polares definitivas que se discuten en las secciones posteriores.

Para sintetizar la arquitectura del tratamiento de datos y evidenciar la trazabilidad de la información, la Figura 4.1 presenta el diagrama de bloques del procesamiento de señales estadístico implementado para cada ángulo de ataque.

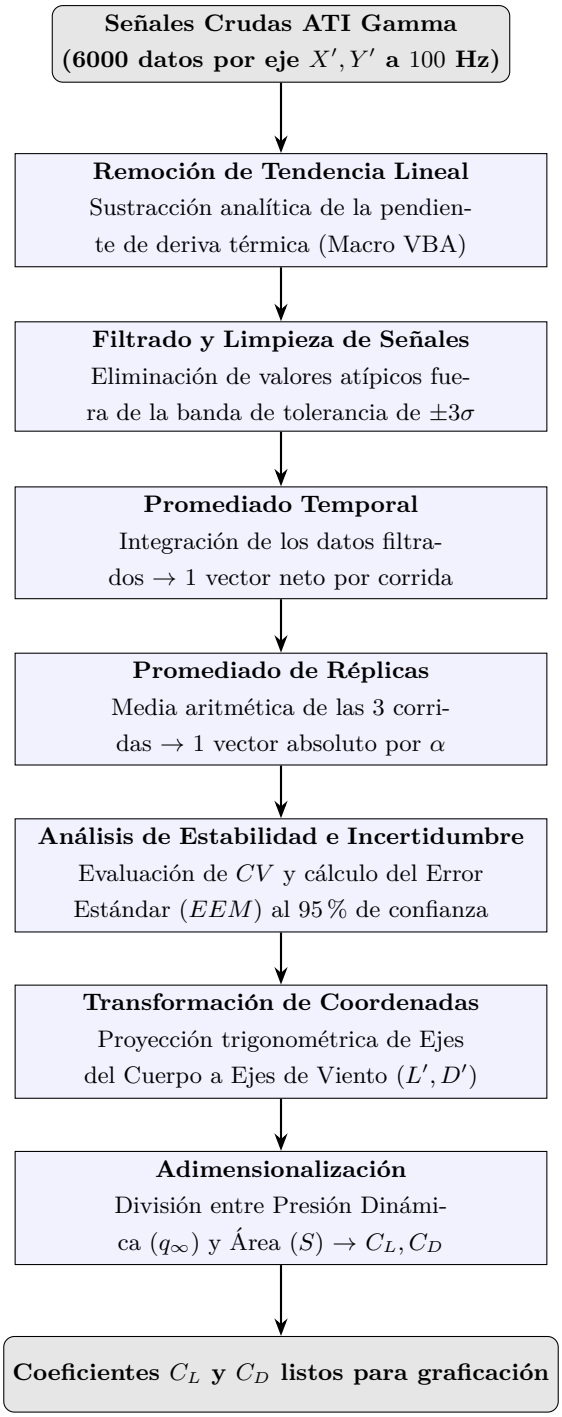


Figura 4.1: Diagrama de bloques ampliado del algoritmo de reducción de datos, incluyendo el filtrado y la validación estadística.

4.1.6. Validación de la Curva de Sustentación Base (*Baseline*)

Una vez obtenidos los valores de L' y D', estos se adimensionalizaron respecto a la presión dinámica y el área de referencia ($S = 0{,}04$ m^2) para obtener los coeficientes C_L y C_D. Antes de evaluar el impacto de la inyección de momento, se validó el comportamiento aerodinámico del modelo base (sin soplado) frente a la teoría clásica. La curva experimental de C_L en la región elástica exhibe una pendiente constante que cruza el eje de ordenadas por encima del origen, confirmando que el ángulo de sustentación nula ($\alpha_{L=0}$) es negativo.

Las discrepancias observadas en la pendiente y la magnitud máxima frente a los datos teóricos invíscidos bidimensionales son atribuibles a efectos físicos propios del ensayo: la inducción de flujo tridimensional por las paredes del túnel LeMAT (vórtices de esquina) y, primordialmente, el bajo número de Reynolds operativo ($Re \approx 1 \times 10^5$), el cual induce un engrosamiento viscoso prematuro de la capa límite.

Los resultados, después de ser tratados, arrojaron la siguiente curva:

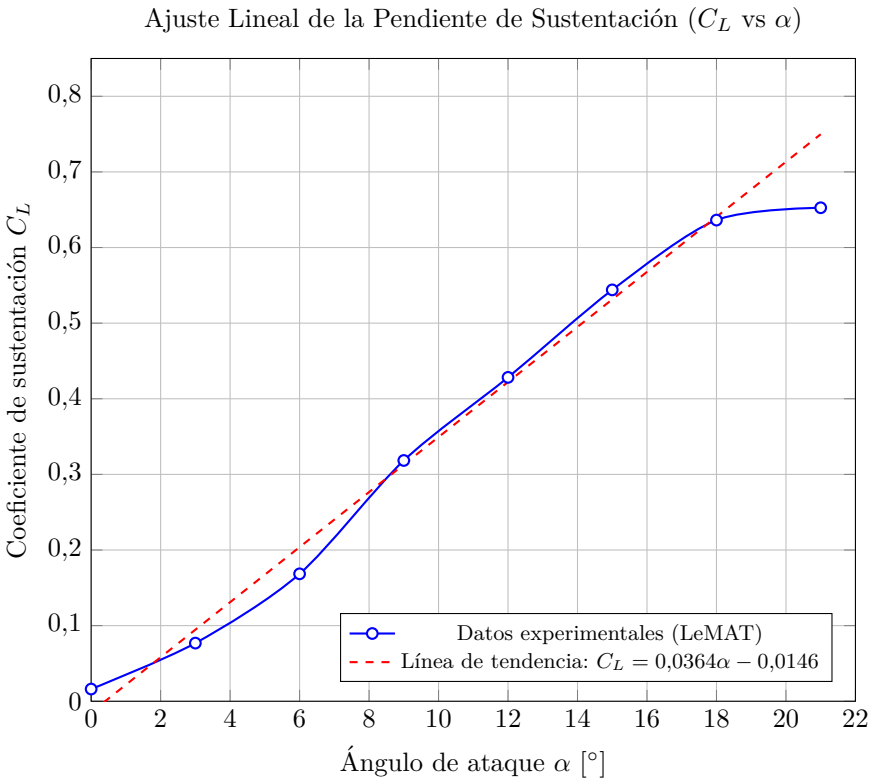


Figura 4.2: Resultados experimentales sin inyección de aire presurizado del coeficiente de sustentación respecto al ángulo de ataque.

Para validar cuantitativamente el comportamiento aerodinámico del modelo en la región lineal (régimen pre-pérdida), se realizó una regresión lineal sobre los datos experimentales de la línea base, obteniendo el modelo matemático empírico que rige la sustentación del perfil en el túnel LeMAT:

$$C_L = 0{,}0364\alpha - 0{,}0146 \tag{4.6}$$

Esta ecuación corrobora los principios físicos fundamentales de la geometría probada. En primer lugar, la pendiente de sustentación empírica ($a = 0{,}0364$ deg^{-1}) refleja la atenuación tridimensional esperada para un ala de bajo alargamiento ($AR = 1$). A diferencia de un perfil bidimensional infinito, la geometría cuadrada del modelo propicia la formación de vórtices de punta de ala que inducen una corriente descendente (*downwash*) [3], reduciendo la pendiente efectiva de sustentación. En segundo lugar, la intercepción en la ordenada ($C_{L0} = -0{,}0146$) confirma la asimetría geométrica del perfil, tal como se ve en la Figura 3.15.

4.1.7. Discrepancias Fenomenológicas y Efectos de Escala

Estas divergencias no constituyen errores de instrumentación, sino fenómenos fluidodinámicos documentados bajo las condiciones de frontera específicas del túnel LeMAT:

1. **Inmersión en la Capa Límite del Túnel:** Debido a las limitaciones de manufactura y configuración del banco de pruebas, el modelo se montó verticalmente a ras de suelo, sin el uso de una placa separadora (*splitter plate*). Dado que la capa límite desarrollada sobre el piso del túnel LeMAT tiene un espesor aproximado de $\delta \approx 10$ cm, el 50 % inferior de la envergadura del modelo ($b = 20$ cm) operó inmerso en un gradiente de velocidades ($V(y) < V_\infty$). Puesto que la presión dinámica local $q(y)$ depende directamente del cuadrado de la velocidad, esta experimenta una atenuación severa en la región cercana a la pared. En consecuencia, la fuerza de sustentación macroscópica (L), la cual es la integral de la carga distribuida a lo largo de la envergadura

$$L = \int_0^b C_l \cdot q(y) \cdot c \cdot dy$$

resulta notablemente inferior a la que se obtendría en un régimen de flujo uniforme, subestimando la pendiente empírica del coeficiente de sustentación global reportado por la balanza.

2. **Efectos Tridimensionales por Extremo Libre (*Downwash*):** El modelo no se configuró para simular un perfil bidimensional, por lo que no se hizo uso de placas de extremo (*end-plates*). Al operar como una semi-ala finita con el extremo superior libre, fue inevitable la formación de vórtices de punta. Este fenómeno induce *downwash*[5] que reduce el ángulo de ataque efectivo de las secciones aerodinámicas. En consecuencia, la curva de sustentación sufre una atenuación natural en su pendiente ($a < a_0$), justificando la discrepancia frente a la teoría invíscida bidimensional.

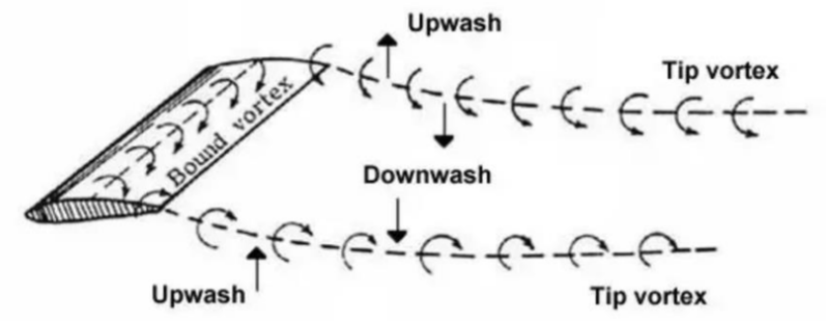


Figura 4.3: Fenómeno Downwash.

3. **Efectos Viscosos por Bajo Número de Reynolds:** El experimento se ejecutó en un régimen de $Re \approx 1 \times 10^5$. A diferencia de los modelos analíticos que asumen fluidos ideales, en este bajo nivel de inercia la capa límite se engrosa sustancialmente. Este abultamiento viscoso (espesor de desplazamiento, δ^*) altera la curvatura efectiva que percibe la corriente libre, mermando el desempeño del perfil. Asimismo, la baja energía cinética de la capa límite la vuelve altamente susceptible a separaciones prematuras ante el gradiente adverso de presión, limitando el $C_{L_{max}}$ alcanzable.

El reconocimiento de estas penalizaciones derivadas de la naturaleza del modelo de pruebas justifica la necesidad e importancia de la implementación empírica del Control Activo de Flujo, el cual tiene como propósito fundamental contrarrestar este engrosamiento viscoso prematuro y recuperar el desempeño aerodinámico del perfil.

[5] El *downwash* (flujo inducido o deflexión descendente) es la componente de velocidad vertical generada por los vórtices de punta en un ala finita. Se origina por la migración del fluido de alta presión del intradós hacia la zona de baja presión en el extradós a través de los extremos libres. Este fenómeno inclina el vector de velocidad de la corriente libre local, reduciendo el ángulo de ataque efectivo del perfil ($\alpha_{eff} < \alpha_{geom}$) y originando el arrastre inducido.

4.2. Análisis de fuerzas aerodinámicas (Modelo con inyección vs sin inyección)

Una vez mitigados los errores instrumentales, transformada la referencia vectorial al sistema de viento y validada la respuesta del modelo base, se procedió a evaluar el impacto directo del Control Activo de Flujo (AFC). En esta sección se contrasta el comportamiento macroscópico del modelo en su estado natural ($C_\mu = 0$) frente al modelo operando con inyección tangencial continua a 20 psi.

4.2.1. Comportamiento de la Sustentación (C_L) y Retraso de Pérdida

La Figura 4.4 presenta la evolución del coeficiente de sustentación en función del ángulo de ataque para ambas configuraciones.

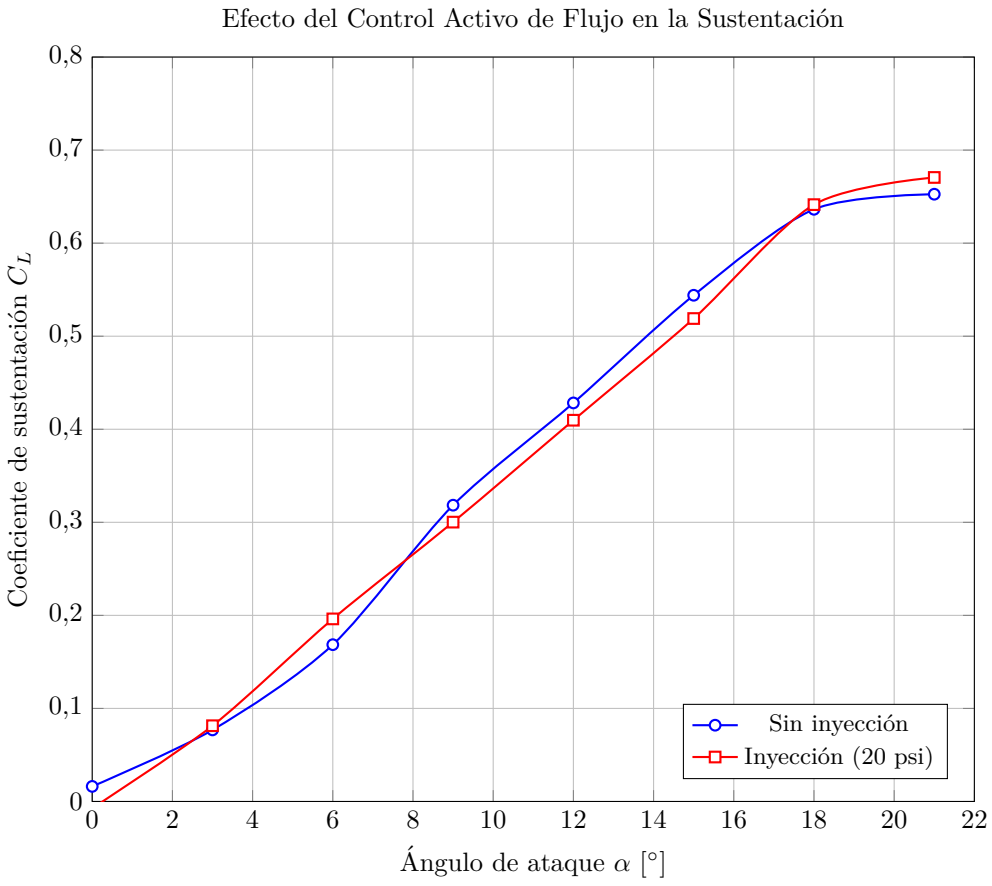


Figura 4.4: Comparativa del coeficiente de sustentación (C_L) frente al ángulo de ataque con y sin inyección de momento.

Para el caso del perfil base sin inyección (curva azul), el análisis fenomenológico de la polar de sustentación permite identificar tres regiones operativas distintas:

- **Región 1 (0° a 9°) - Zona de transición viscosa:** En estos ángulos bajos, la curva exhibe una ligera no-linealidad inicial. Esto no obedece a deficiencias del sensor, sino al régimen de bajo número de Reynolds ($Re \approx 1 \times 10^5$). En esta etapa, el gradiente de presión interactúa con la banda de rugosidad, propiciando fenómenos de transición e inestabilidades locales en la capa límite (como la formación transitoria de una burbuja de separación). Esta interacción viscosa engrosa el perfil de velocidades y atenúa temporalmente la tasa de crecimiento de la sustentación neta.
- **Región 2 (9° a 18°) - Zona lineal:** Una vez superados los 9°, el flujo establece una transición a turbulencia limpia y plenamente desarrollada sobre el extradós. La capa límite turbulenta posee la inercia cinética suficiente para resistir el gradiente adverso de presión, permitiendo que el perfil genere sustentación de manera proporcional y constante respecto al ángulo de ataque. Durante este intervalo, la fuerza neta extraída del fluido es dominante, consolidando la pendiente lineal característica del modelo a pesar del arrastre inducido creciente.
- **Región 3 (18° a 21°) - Inicio de pérdida aerodinámica:** Al aproximarse a los 18°, la curva abandona su comportamiento lineal y comienza a aplanarse. Este fenómeno indica que el gradiente adverso de presión ha comenzado a vencer a la capa límite en la zona del borde de salida, induciendo un desprendimiento progresivo del flujo. Es importante destacar que se trata del umbral de pérdida; aunque la eficiencia de sustentación disminuye drásticamente, aún no se presenta una caída abrupta de magnitud (pérdida total), estabilizándose en un $C_L \approx 0{,}6526$ a los 21°.

Al activar el sistema de inyección tangencial al 55 % de la cuerda, el panorama fluidodinámico se reconfigura drásticamente (Curva roja de la Figura 4.4). A primera vista, resulta contraintuitivo que la adición de cantidad de movimiento en la segunda mitad de la cuerda logre suprimir las inestabilidades y el desarrollo de la burbuja de separación asociados a la banda de rugosidad ubicada en el borde de ataque (lo cual penalizaba el rendimiento del modelo base a bajos ángulos).

La mitigación efectiva de esta separación temprana se sustenta en la naturaleza elíptica de las ecuaciones de Navier-Stokes para flujos incompresibles subsónicos [3]. Matemáticamente, al aplicar el operador divergencia sobre la ecuación de conservación de cantidad de movimiento para un fluido incompresible ($\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$), el campo de presiones queda gobernado por una ecuación de Poisson de la forma:

$$\nabla^2 p = -\rho \nabla \cdot (\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V}) \tag{4.7}$$

Las ecuaciones diferenciales parciales del tipo Poisson son espacialmente elípticas, lo que dicta analíticamente que cualquier alteración en una condición de frontera local (como la inyección de momento en $x/c = 0{,}55$) afecta instantáneamente la solución de todo el campo de presiones, propagando la información en dirección (*upstream*).

Aprovechando este principio, al reenergizar la capa límite turbulenta mediante el entrañamiento viscoso (*entrainment*) del chorro de pared [21], el inyector actúa como un eyector que succiona y acelera la masa de la capa límite engrosada antes de que alcance la ranura. Simultáneamente, al suprimir el desprendimiento en el borde de salida, el sistema asegura el cumplimiento de la Condición de Kutta[6] [1]. Esto incrementa la Circulación global (Γ)[7] del perfil y altera favorablemente el gradiente de presión desde el borde de ataque, modificando toda la topología del flujo de manera instantánea. Bajo este marco teórico, la polar de sustentación con soplado se segmenta en tres regímenes fenomenológicos:

- **Región 1 (3° a 15°) - Zona reenergizada:** Durante este amplio intervalo, el sistema de inyección suministra cantidad de movimiento de forma continua al 55 % de la cuerda. (Cabe señalar que a 0° se presenta una ligera penalización por soplado que vuelve el C_L marginalmente negativo, pero esta se supera rápidamente). Gracias al efecto de entrañamiento y al acoplamiento global de presiones previamente descrito, esta inyección de energía cinética previene el engrosamiento prematuro de la estela turbulenta desde el inicio del perfil. Físicamente, el chorro tangencial *aplana* el perfil de velocidades contra el extradós. El cumplimiento sostenido de la Condición de Kutta permite que el modelo extraiga sustentación de manera óptima, manteniendo una pendiente lineal y superando las deficiencias a bajos ángulos que presentaba la polar azul.

[6] La Condición de Kutta postula que, para un perfil aerodinámico con un borde de salida afilado, el fluido desarrolla una circulación neta (Γ) de magnitud exacta para fijar el punto de estancamiento posterior en dicho borde. Físicamente, esto impide que el flujo del intradós rodee el borde hacia el extradós a velocidades teóricamente infinitas, forzando a que ambas corrientes abandonen el perfil de manera suave y paralela. El cumplimiento de esta condición es el mecanismo físico y matemático que permite la generación de sustentación.

[7] La circulación aerodinámica (Γ) es una medida macroscópica de la rotación del campo de fluido alrededor del perfil alar, definida matemáticamente como la integral de línea del vector velocidad a lo largo de una curva cerrada que envuelve la geometría ($\Gamma = \oint \mathbf{V} \cdot d\mathbf{s}$). De acuerdo con el Teorema fundamental de Kutta-Joukowski ($L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma$), la fuerza de sustentación bidimensional es directamente proporcional a esta magnitud. El desprendimiento del flujo destruye la asimetría del campo de velocidades (alta velocidad arriba, baja velocidad abajo), reduciendo drásticamente la circulación neta y, por ende, la capacidad de sustentar.

- **Región 2 (15° a 18°) - Supresión de la separación progresiva:** Esta región constituye el aporte más significativo del soplado. Mientras que el modelo base sufre una caída en su pendiente debido al desarrollo de una burbuja de separación provocada por el fuerte gradiente adverso de presión, el modelo con inyección mantiene el régimen lineal. La transferencia de momento del chorro vence la resistencia viscosa y fuerza al flujo a mantenerse adherido a la curvatura de la superficie trasera. Esto restaura la circulación aerodinámica teórica (Γ) que naturalmente se hubiera perdido ante el desprendimiento de la estela.
- **Región 3 (18° a 21°) - Retraso de pérdida y mitigación:** Ante ángulos de ataque extremos, la magnitud del gradiente adverso resulta insuperable y el desprendimiento global del flujo es inevitable. Sin embargo, el soplado tangencial logra desplazar el punto de separación (x_{sep}) *upstream*, mucho más cerca del borde de salida. En consecuencia, se retrasa el ángulo crítico de pérdida absoluta y se incrementa el coeficiente de sustentación máximo a $C_{L_{max}} = 0{,}6706$. El sistema transforma una caída suave de sustentación en una transición aún más suavizada, otorgando un margen de seguridad operativo superior frente al modelo inactivo.

Para un mayor entendimiento resumido de los datos obtenidos en la experimentación, se muestra la siguiente tabla:

Tabla 4.4: Resumen comparativo del coeficiente de sustentación (C_L).

Régimen (α)	**Sin inyección ($C_\mu = 0$)**	**Con Inyección (20 psi)**	**Descripción Fenomenológica**
3° a 15° (Zona reenergizada)	Presenta una ligera no-linealidad inicial debido a inestabilidades transitorias por la banda de rugosidad.	Mantiene una pendiente lineal constante con valores de C_L consistentemente superiores a la base.	El entrañamiento viscoso aplana el perfil de velocidades, cumpliendo la Condición de Kutta, asegurando la adherencia temprana y elevando la circulación global (Γ).
15° a 18° (Supresión progresiva)	La pendiente decae a medida que el fuerte gradiente adverso induce el desarrollo de una burbuja de separación.	Conserva el régimen elástico lineal, extrayendo sustentación sin alteraciones bruscas.	La inyección de momento vence la resistencia viscosa, forzando la adherencia del flujo en la curvatura trasera y evitando la pérdida de sustentación teórica.
18° a 21° (Retraso de pérdida)	Abandona la linealidad, marcando el inicio del desprendimiento progresivo hasta estancarse en $C_{L_{max}} = 0{,}6526$.	Retrasa el ángulo crítico y eleva la sustentación hasta alcanzar un $C_{L_{max}} = 0{,}6706$ a los 21°.	Desplaza el punto de separación (x_{sep}) aguas abajo. El AFC transforma el inminente *stall* en una transición suavizada, otorgando un margen operativo más seguro.

4.2.2. Penalización y Mitigación del Arrastre (C_D)

Paralelamente, el análisis del coeficiente de arrastre (C_D) revela la interacción fenomenológica entre la fricción viscosa y la resistencia de forma, como se muestra en la Figura 4.5.

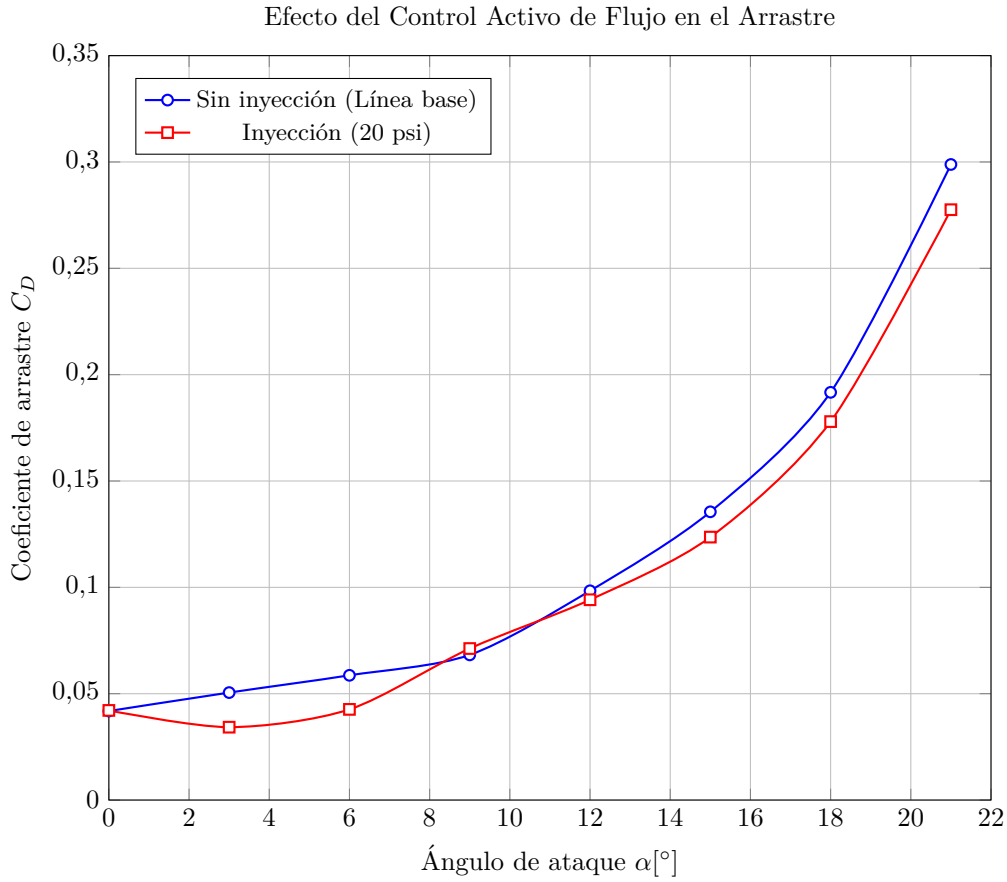


Figura 4.5: Comparativa del coeficiente de arrastre (C_D) frente al ángulo de ataque con y sin inyección de momento.

El análisis de la polar de arrastre (Figura 4.5) revela la compleja interacción fenomenológica entre la fricción viscosa superficial y la resistencia de presión. Dado que el modelo físico posee un alargamiento unitario ($AR = 1$), los valores absolutos de C_D en ambas curvas se encuentran magnificados por un severo arrastre inducido por vórtices. Sin embargo, el diferencial neto (ΔC_D) entre la línea base y el modelo con inyección evidencia la efectividad aerodinámica del Control Activo de Flujo a lo largo de cuatro regímenes distintos:

- **A 0° - Penalización por Soplado:** En este ángulo, la inyección incrementa el arrastre (de 0,0418 a 0,0421). Físicamente, a 0° el flujo se encuentra adherido de

manera natural y el arrastre de forma es mínimo. Al introducir un chorro de alta velocidad, se eleva drásticamente el gradiente de velocidades cerca de la pared, lo que dispara el esfuerzo cortante (τ_w) y, en consecuencia, el arrastre por fricción. Como no hay una separación significativa que suprimir, esta inyección resulta en una penalización neta.

- **De 3° a 6° - Dominio de la Reducción de Arrastre de Forma:** A medida que el ángulo de incidencia aumenta, la estela del perfil comienza a ensancharse, haciendo que el arrastre de forma domine rápidamente el balance de fuerzas. En este régimen, la gráfica evidencia que el soplado revierte la penalización inicial y produce una reducción dramática del arrastre (ej. de 0,0505 a 0,0342 a $\alpha = 3°$). Al reenergizar la región inferior de la capa límite mediante el entrañamiento (*entrainment*) del *wall jet* [21], el sistema AFC suprime inestabilidades tempranas y estrecha la estela. Esta caída masiva en el arrastre de presión supera el incremento local en la fricción superficial.

- **De 9° a 12° - Rendimiento Asintótico y Convergencia:** En esta franja de transición, ambas curvas se entrelazan (a 9° la inyección presenta una leve penalización con $C_D = 0{,}0712$, mientras que a 12° retoma la ventaja bajando a 0,0941). Fenomenológicamente, en esta región el gradiente de presión induce una transición natural a turbulencia muy sana sobre el modelo sin inyección, logrando mantener el flujo adherido por sí mismo. Al inyectar momento extra en un campo que ya posee inercia, el beneficio aerodinámico de reducir la estela de presión se anula temporalmente por la fricción adicional del soplado.

- **A altos ángulos ($> 12°$) - Mitigación del Desprendimiento:** La curva del modelo con inyección se mantiene consistentemente por debajo del perfil sin inyección (reduciendo el C_D de 0,2988 a 0,2775 a $\alpha = 21°$). Ante el gradiente adverso de presión extremo, el modelo sin inyección sufre un desprendimiento que genera una amplia estela de baja presión, induciendo un fuerte desequilibrio de fuerzas que *succiona* el perfil hacia atrás. Al inyectar cantidad de movimiento de forma continua, se previene que el esfuerzo cortante en la pared decaiga a cero ($\tau_w > 0$). Esto impide el desprendimiento de la capa límite, estrechando la estela y mitigando la penalización de presión característica del estado de pérdida (*stall*).

De igual manera, la siguiente tabla muestra el resumen de los datos obtenidos así como la interpretación de estos:

Tabla 4.5: Resumen comparativo del coeficiente de arrastre (C_D).

Régimen (α)	**Sin inyección ($C_\mu = 0$)**	**Con Inyección (20 psi)**	**Descripción Fenomenológica**
0° (Penalización)	Arrastre total mínimo (0,0418), dominado casi en su totalidad por la fricción superficial natural.	Sufre un ligero incremento en el arrastre total (0,0421) respecto a la línea base.	El flujo ya está adherido naturalmente; inyectar aire a alta velocidad dispara el esfuerzo cortante (τ_w), generando una penalización neta por arrastre de fricción viscosa.
3° a 6° (Reducción de forma)	La estela comienza a ensancharse prematuramente, elevando el arrastre de forma.	Reducción dramática del arrastre (ej. disminuye de 0,0505 a 0,0342 a los 3°).	El AFC suprime las inestabilidades tempranas y estrecha la estela de presión. El ahorro obtenido en arrastre de forma supera ampliamente la fricción añadida por el soplado.
9° a 12° (Rendimiento asintótico)	Logra una transición natural a turbulencia sana, manteniendo el flujo adherido por sí mismo.	Las curvas se entrelazan. A 9° presenta una leve penalización, retomando la ventaja hacia los 12°.	Inyectar momento extra en una capa límite que ya posee inercia es termodinámicamente redundante. La fricción adicional anula temporalmente cualquier beneficio en la estela.
$> 12^\circ$ (Mitigación del *stall*)	Desprendimiento masivo que genera una estela amplia, "succionando.ªl perfil ($C_D = 0{,}2988$ a 21°).	Curva consistentemente inferior; mitiga el crecimiento del arrastre ($C_D = 0{,}2775$ a 21°).	La inyección continua previene el colapso del esfuerzo cortante ($\tau_w > 0$), impidiendo el desprendimiento total, estrechando la estela y salvando el balance aerodinámico.

4.3. Impacto en la eficiencia aerodinámica

La eficiencia aerodinámica, representa la medida definitiva para evaluar el rendimiento global del perfil. Físicamente, este parámetro dicta el ángulo de planeo y el alcance máximo de una aeronave. La Tabla 4.6 y la Figura 4.6 muestran la evolución de esta métrica, revelando que el Control Activo de Flujo no solo altera la magnitud de las fuerzas, sino que reconfigura por completo la envolvente de desempeño óptimo del perfil aerodinámico.

Ángulo α [°]	**Eficiencia** (L/D)		**Variación** $(\Delta\,\%)$
	Sin inyección	**Con inyección**	
0	0.3860	-0.1753	-145.42 %
3	1.5203	2.3760	+56.28 %
6	2.8739	4.6017	+60.12 %
9	4.6648	4.2149	-9.64 %
12	4.3537	4.3504	-0.08 %
15	4.0144	4.1983	+4.58 %
18	3.3197	3.6044	+8.58 %
21	2.1841	2.4160	+10.62 %

Tabla 4.6: Resultados experimentales de la eficiencia aerodinámica (L/D) y su variación porcentual.

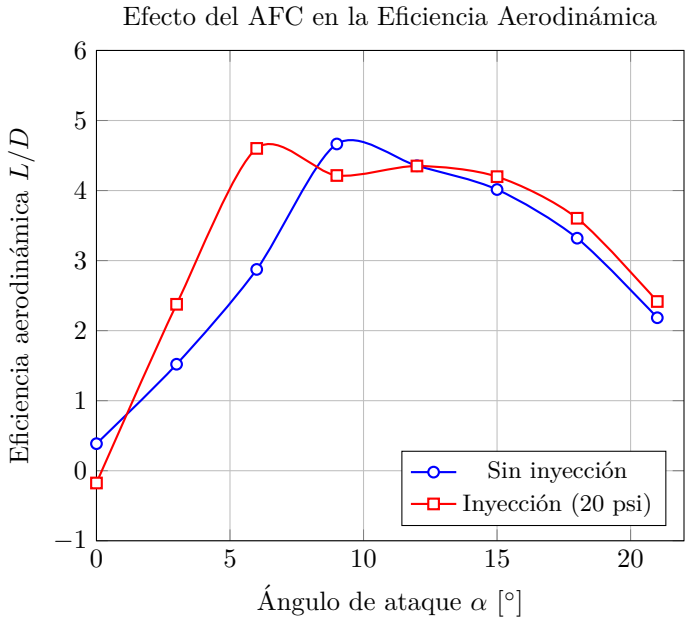


Figura 4.6: Comparativa de la eficiencia aerodinámica en función del ángulo de ataque.

El análisis de la polar de eficiencia se puede diseccionar en cuatro fenómenos operacionales distintos:

- **Desplazamiento del óptimo aerodinámico y penalización viscosa:** El hallazgo más significativo es la relocalización del régimen de operación óptimo: el pico de máxima eficiencia se adelanta de los 9° (modelo base, $L/D = 4{,}6648$) a los 6° con inyección ($L/D = 4{,}6017$). La magnitud del pico permanece estadísticamente inalterada —la diferencia de $-1{,}35\,\%$ queda contenida dentro del intervalo de confianza del 95 % de ambas mediciones—, de modo que el sistema no eleva el techo de eficiencia del perfil, sino que lo desplaza 3° hacia incidencias menores. En términos operativos, el modelo con inyección alcanza la misma eficiencia máxima con 3° menos de ángulo de ataque, lo que constituye un margen equivalente frente al umbral de desprendimiento. Este desplazamiento se debe a un efecto dual: por el lado de la sustentación, el soplado atenuó los efectos de la burbuja inducida por la línea de rugosidad, mejorando la circulación (Γ) del fluido. Por el lado del arrastre, en estos ángulos bajos (3° y 6°), el área frontal proyectada del perfil es mínima; al acelerar el perfil de velocidades de la capa límite muy cerca de la pared, el soplado mitigó la pequeña estela incipiente, reduciendo el arrastre de forma en un 32,3 % y un 27,3 % respectivamente.

  Sin embargo, esta tendencia favorable sufre un descenso pronunciado al llegar al ángulo de 9°, donde el modelo con inyección de hecho presenta mayor arrastre (C_D) que la línea base. Al analizar la física del flujo en este punto específico, se observan dos fenómenos contrastantes:

  1. *Modelo sin inyección:* A los 9°, el gradiente adverso se ha vuelto lo suficientemente severo para someter al fluido en la parte trasera a un agotamiento viscoso. Las partículas han perdido energía cinética y la capa límite se engrosa, generando un aumento extra en el arrastre de presión (C_{Dp}). La separación masiva del flujo aún no ocurre de manera significativa; si acaso, se presenta una micro-burbuja al final del borde de salida que no destruye la sustentación global. A 9°, el modelo sin inyección está en el comienzo del desprendimiento, manteniendo el flujo apenas adherido.
  2. *Modelo con inyección:* Dado que a los 9° el modelo sin inyección todavía tenía el flujo adherido, la activación del soplado inyectó una capa de aire a gran velocidad sobre una pared que aún no lo necesitaba. Al hacer esto, se disparó artificialmente el gradiente de velocidad ($\partial u/\partial y$) en esa zona. En otras palabras, se le inyectó una sobrecarga energética a una capa límite sana, lo que

generó una cantidad de fricción extra contra la superficie. El sistema presentó un arrastre viscoso (C_{Df}) para intentar solucionar un problema de separación que aún no existía a ese ángulo.

Esta penalización por exceso de fricción a los 9° explica por qué la curva roja decae y cruza por debajo de la azul, forzando a que el verdadero óptimo de rentabilidad aerodinámica se registre a los 6°.

- **A 12° - Convergencia y equilibrio aerodinámico:** A los 12°, ambas curvas convergen en valores prácticamente idénticos (4,3537 vs. 4,3504, con una variación casi nula de $\Delta\,\% = 0{,}08\,\%$). Desde la perspectiva de la mecánica de fluidos, este punto muestra un balance exacto entre las componentes que conforman la resistencia aerodinámica. A esta incidencia, la estela natural del modelo sin inyección comienza a ensancharse de manera más pronunciada debido a la progresiva pérdida de energía en la capa límite. Al mismo tiempo, la capacidad del inyector para adelgazar dicha estela (mitigando el arrastre de presión o de forma, C_{Dp}) se iguala con exactitud frente a la fricción adicional (C_{Df}) generada por el drástico aumento de esfuerzo cortante en la pared (τ_w). En resumen, la ganancia obtenida al reducir la resistencia de forma es anulada por el incremento en la resistencia viscosa.

- **15° a 21° - Mitigación del desprendimiento masivo y recuperación:** En ángulos de alta incidencia, el modelo sin inyección se enfrenta a un gradiente adverso de presión extremo. En esta región, el agotamiento viscoso de la capa límite culmina en una separación temprana y masiva del flujo en el extradós. Como se analizó en la polar de arrastre, este desprendimiento genera una enorme estela turbulenta de baja presión que "succiona.[el] perfil hacia atrás, disparando el arrastre de forma y castigando severamente la eficiencia global del ala.

  Al mantener activo el soplado tangencial en esta zona crítica, la inyección continua de cantidad de movimiento reenergiza la capa límite fatigada y vence la resistencia del gradiente adverso. Esto fuerza al flujo a mantenerse adherido a la curvatura del ala hasta estaciones mucho más cercanas al borde de salida. Este retraso en la separación otorga un beneficio aerodinámico dual: por un lado, rescata la capacidad de generar sustentación (C_L) en pleno umbral de pérdida; por otro, estrecha drásticamente la amplitud de la estela, mitigando la severa penalización de presión. En este escenario, la reducción del arrastre de forma compensa el costo en fricción del soplado. Como resultado empírico, la recuperación de eficiencia crece de manera monótona con la incidencia: +4,58 % a los 15°, +8,58 % a los 18° (3,6044 vs

3,3197) y +10,62 % a los 21° (2,4160 vs 2,1841). Esta progresión es consistente con el mecanismo propuesto: cuanto más severo es el gradiente adverso y más extensa la separación que el soplado debe contrarrestar, mayor resulta el beneficio neto del sistema.

Un efecto adicional se desprende de la comparación de ambas polares: el ensanchamiento de la envolvente de operación eficiente. Definiendo dicha envolvente como el intervalo angular en el que $L/D \geq 4{,}0$, el modelo base la sostiene entre 7,9° y 15,1° (amplitud de 7,2°), mientras que el modelo con inyección la extiende de 5,2° a 16,0° (amplitud de 10,8°), un incremento del 51 %. El Control Activo de Flujo no incrementa el valor máximo de la eficiencia, pero amplía el intervalo de ángulos de ataque en el que el perfil opera en la vecindad de dicho máximo.

Finalmente, se muestra un resumen de los resultados obtenidos sobre la eficiencia aerodinamica.

Tabla 4.7: Resumen comparativo de la eficiencia aerodinámica (L/D).

Régimen (α)	**Sin inyección ($C_\mu = 0$)**	**Con Inyección (20 psi)**	**Descripción Fenomenológica**
3° a 6° (Desplazamiento del óptimo)	Aún no alcanza su máxima eficiencia (su pico ocurre a los 9° ($L/D = 4{,}6648$)).	Anticipa su óptimo aerodinámico a los 6°, alcanzando su máxima eficiencia ($L/D = 4{,}6017$).	El soplado atenúa la burbuja de rugosidad mejorando la circulación (Γ). Al ser el área proyectada mínima, acelera el perfil de velocidades y mitiga la estela, reduciendo drásticamente el arrastre de forma.
9° (Penalización viscosa)	Alcanza su L/D_{max}. Sufre agotamiento viscoso, pero mantiene el flujo apenas adherido con una estela pequeña.	Sufre un descenso pronunciado, cruzando por debajo de la eficiencia del modelo base ($\Delta\,\% = -9{,}64\,\%$).	La inyección sobre una pared que aún no lo requería disparó artificialmente el gradiente ($\partial u/\partial y$). Se pagó una multa en fricción viscosa (C_{Df}) para solucionar una separación que aún no existía.
12° (Equilibrio aerodinámico)	La estela comienza a ensancharse de manera más pronunciada por la pérdida progresiva de energía.	Converge con la línea base en valores prácticamente idénticos ($\Delta\,\% = -0{,}08\,\%$).	Balance exacto de fuerzas: la ganancia obtenida al reducir el arrastre de forma (C_{Dp}) adelgazando la estela, se iguala milimétricamente con el incremento en la resistencia viscosa (C_{Df}).
15° a 21° (Mitigación y recuperación)	Separación masiva temprana. La enorme estela turbulenta "succiona .el perfil, mitigando la eficiencia.	Retoma el control y logra una recuperación notable de la eficiencia (ej. $+8{,}58\,\%$ a los 18°).	El AFC reenergiza la capa límite venciendo el gradiente adverso. El beneficio dual (rescatar C_L en umbral de pérdida y estrechar la estela) compensa el costo en fricción del soplado.

4.4. Contraste Analítico y Experimental

La validación empírica del sistema de Control Activo de Flujo (AFC) adquiere su verdadero rigor al contrastar las mediciones macroscópicas de la balanza aerodinámica con el comportamiento microscópico dictado por la Ecuación Integral de momentum de von Kármán:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{c_f}{2} - \frac{\theta}{V_e}\frac{dV_e}{dx}(2 + H)$$

el término $c_f/2$ representa la pérdida de momento por fricción viscosa en la pared, mientras que el término acoplado al factor de forma (H) y al gradiente de velocidad exterior (dV_e/dx) cuantifica la penalización impuesta por el gradiente adverso de presión. Los resultados experimentales confirman que la inyección tangencial a 20 psi altera directamente ambas componentes de la ecuación 4.4, manifestándose fenomenológicamente como se resume en la Tabla 4.8:

Tabla 4.8: Impacto del AFC en la Ecuación Integral de von Kármán.

Fenómeno Experimental (α)	**Término Analítico Dominante**	**Justificación Físico-Matemática**
Óptimo Aerodinámico a 6° (Incremento de +60,12 % en L/D)	Control temprano sobre la tasa de crecimiento $\mathbf{d\theta/dx}$.	Mediante el entrañamiento viscoso (*entrainment*), la inyección reduce la integral del déficit de momento (θ) en la sección posterior. Esto asegura el cumplimiento ininterrumpido de la Condición de Kutta antes de que el arrastre inducido por vórtices (C_{Di}) se vuelva restrictivo.
Anomalía a 9° (Caída en eficiencia del 9,64 %)	Crecimiento desproporcionado del término de fricción $\mathbf{c_f/2}$.	Al inyectar aire a alta velocidad sobre una capa límite naturalmente adherida, se dispara artificialmente el gradiente de velocidad en la pared ($\partial u/\partial y \gg 0$). Por la Ley de Viscosidad de Newton, esto eleva el coeficiente de fricción (c_f), acelerando la tasa de crecimiento del déficit ($d\theta/dx$) de forma contraproducente.
Retraso de Pérdida (15° a 21°) (Aumento de $C_{L_{max}}$ y mitigación del arrastre)	Atenuación del multiplicador adverso ($\mathbf{2 + H}$).	El fuerte gradiente adverso desacelera el flujo, disparando el espesor de desplazamiento (δ^*). La inyección directa "llena .el perfil de velocidades cerca de la pared, reduciendo δ^*. Esto fuerza al factor de forma a mantenerse por debajo de su límite crítico ($H < H_{cr}$), lo que debilita el impacto del gradiente adverso en la ecuación y retrasa la separación (x_{sep}).

Capítulo V

Conclusiones y Recomendaciones

5. Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones

5.1. Conclusiones

1. En esta tesis se evaluó experimentalmente el efecto del Control Activo de Flujo (AFC) mediante inyección tangencial de aire sobre un perfil asimétrico en flujo turbulento en el túnel de viento LeMAT. Los resultados permitieron contrastar positivamente la hipótesis de investigación, demostrando que la adición de cantidad de movimiento al 55 % de la cuerda reenergiza la capa límite y mitiga el desprendimiento del flujo en el régimen de alta incidencia. El aporte de valor de este estudio radica en la validación empírica de que el soplado continuo a 20 psi eleva el coeficiente de sustentación máximo registrado de 0,6526 a 0,6706 y sostiene una pendiente de sustentación superior en el tramo 18°–21° (0,0097 frente a 0,0054 $^{\circ -1}$), además de modificar favorablemente el balance de cargas aerodinámicas al suprimir el arrastre de forma prematura.

2. Se caracterizó el comportamiento aerodinámico del modelo base sin inyección, identificando las regiones de transición viscosa y el umbral de pérdida aerodinámica a un número de Reynolds de 1×10^5. Se determinó que a los 9° el perfil alcanza su eficiencia máxima y experimenta un agotamiento viscoso que, aunque mantiene el flujo adherido, genera un ensanchamiento de la estela que limita el desempeño a partir de esa incidencia. Esta caracterización fue fundamental para establecer la línea base de comparación, aportando valor al documentar las deficiencias naturales de la geometría ante gradientes adversos de presión, lo cual justificó la implementación del sistema de control activo para mitigar dichas inestabilidades de manera dirigida.

3. Se cuantificó el impacto del sistema de soplado en la generación de sustentación y en la variación de las componentes de arrastre, confirmando que la inyección tangencial restaura la circulación (Γ) y asegura el cumplimiento de la Condición de Kutta a altos ángulos. Se demostró que en el régimen crítico (15° a 21°) el sistema reduce el arrastre total del modelo entre un 7,1 % y un 8,8 %, y que la reducción de mayor magnitud se registra en incidencias bajas (−32,3 % a los 3° y −27,3 % a los 6°). Esta conclusión aporta valor al analizar analíticamente que dicha reducción obedece a la mitigación del arrastre de forma (consecuencia del retraso de la separación masiva), comprobando empíricamente que este beneficio aerodinámico supera el incremento inevitable en la fricción viscosa generado por el actuador neumático.

4. Se determinó la eficiencia aerodinámica global (L/D) del perfil en ambas configuraciones. Se comprobó que el punto de máxima eficiencia se anticipó de los 9° a los 6°, con un incremento del +60,12 % en la eficiencia a ese ángulo, mientras que la magnitud del máximo permaneció estadísticamente inalterada (4,6017 frente a 4,6648; la diferencia de −1,35 % queda contenida en el intervalo de confianza del 95 % de ambas mediciones). El sistema no eleva el techo de eficiencia del perfil: lo relocaliza 3° hacia incidencias menores y ensancha la envolvente de operación eficiente ($L/D \geq 4{,}0$) de 7,2° a 10,8° de amplitud, un incremento del 51 %. En el régimen post-crítico la recuperación crece de manera monótona con la incidencia (+4,58 %, +8,58 % y +10,62 % a los 15°, 18° y 21°), en consistencia con el mecanismo propuesto. Este conjunto de resultados responde a la pregunta de investigación sobre el beneficio neto del sistema: el control activo de flujo amplía el intervalo angular de operación eficiente y sostiene el desempeño en fases de vuelo como el ascenso y la aproximación.

5.2. Recomendaciones Experimentales

A partir de la experiencia empírica adquirida durante la fase experimental en el túnel de viento LeMAT y el procesamiento de los datos de la balanza ATI Gamma, se emiten las siguientes recomendaciones metodológicas para optimizar la fidelidad de futuras mediciones:

- **Aislamiento de la capa límite del túnel de viento:** Se identificó que el montaje del modelo a ras de suelo puede inducir interferencias aerodinámicas. Se recomienda elevar el perfil. Esto garantizará que el modelo opere en una corriente libre de perturbaciones, completamente por encima de la capa límite natural que se desarrolla sobre las paredes de la sección de pruebas del laboratorio.
- **Implementación de condiciones bidimensionales:** Para aislar estrictamente las características bidimensionales del perfil y evitar la inmensa penalización del arrastre inducido observada ($AR = 1$), se sugiere la instalación de *end-plates* en los extremos del modelo actual. De acuerdo con los criterios establecidos por la teoría clásica de Prandtl, dimensionar adecuadamente estas placas permite que actúen como planos de reflexión aerodinámica. Esto bloquea físicamente la ecualización de presiones (el flujo transversal) y suprime el desarrollo de los vórtices de punta, incrementando drásticamente el alargamiento efectivo (AR_{eff}) del modelo. Esta adaptación experimental, sumada a un alargamiento base adecuado, permitirá aislar el arrastre de perfil (C_{d_0}) y caracterizar la eficiencia real (L/D) sin el severo

sesgo tridimensional, evitando además la interferencia con la capa límite de las paredes del túnel.

- **Diversificación de las técnicas de medición:** Aunque la balanza de fuerzas arrojó datos concluyentes sobre las cargas macroscópicas, se recomienda integrar técnicas locales en futuros ensayos. La instalación de tomas de presión estática a lo largo de la cuerda permitiría trazar la distribución exacta del coeficiente de presión (C_p). Asimismo, la implementación de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV) validaría visual y cuantitativamente la reducción de la estela y la adherencia de la capa límite inferidas en este trabajo.

5.3. Trabajos Futuros

Los descubrimientos fenomenológicos de esta investigación abren un abanico de posibilidades para el desarrollo de nuevas tecnologías de control de flujo. Se proponen las siguientes líneas de investigación para dar continuidad al proyecto:

- **Análisis paramétrico de la geometría y ubicación de inyección:** Se propone una investigación exhaustiva que evalúe distintos puntos de inyección a lo largo de la cuerda (x/c). El objetivo será determinar si un soplado más cercano al borde de ataque o de salida resulta más efectivo para mitigar desprendimientos prematuros, evaluando simultáneamente variaciones en el tamaño de la ranura, el ángulo de vectorización del chorro y el impacto directo que tiene la rugosidad superficial impresa en la mitigación del desprendimiento.
- **Transición a un Control Activo de Flujo en Lazo Cerrado (*Closed-Loop AFC*):** Con base en la penalización por exceso de soplado documentada a 9°, el siguiente paso evolutivo es la automatización del sistema. Se sugiere el desarrollo de una lógica de control retroalimentada mediante sensores de presión superficial que dicte la activación y modulación neumática del chorro únicamente cuando se detecte un agotamiento viscoso inminente, optimizando el balance energético del sistema.
- **Análisis de integridad estructural del revestimiento (*skin*):** La alteración del campo aerodinámico conlleva nuevos retos para el diseño mecánico. Se propone una línea de investigación enfocada en el análisis de esfuerzos para evaluar la integridad estructural del piel alar. La introducción sostenida de aire a alta presión (20 psi) y el drástico aumento del esfuerzo cortante (τ_w) inducido por el incremento del arrastre de fricción exigen estudios de fatiga y análisis de elementos finitos

(FEA) para garantizar que los paneles aerodinámicos soporten las cargas termomecánicas del AFC sin comprometer su peso ni su ciclo de vida.

- **Efectos de escala e implementación aeronáutica:** Finalmente, para madurar esta tecnología hacia su viabilidad industrial, es imperativo escalar el experimento a mayores números de Reynolds (orden de 10^6), ya sea en túneles de mayor capacidad o mediante simulaciones CFD avanzadas. Posteriormente, se plantea la integración de estos actuadores en modelos a escala dinámica de aeronaves comerciales o Vehículos Aéreos No Tripulados (UAVs) para evaluar el impacto del soplado tangencial en la estabilidad, el control dinámico y el rendimiento de la aeronave completa durante misiones de vuelo real.

Referencias

[1] Ira H. Abbott and Albert E. Von Doenhoff. *Theory of Wing Sections: Including a Summary of Airfoil Data*. Dover Publications, New York, NY, 1959.

[2] GE Aerospace. Cfm56-7: An in-depth look at the new industry leader, 1997. URL `https://www.geaerospace.com/news/press-releases/joint-ventures/cfm56-7-depth-look-new-industry-leader`.

[3] John Anderson. *Fundamentals of Aerodynamics*. Mc Graw Hill, 2017.

[4] ATI Industrial Automation, Inc. *F/T CAN Bus and Serial Bus Network Interface for OEM Manual*. ATI Industrial Automation, Inc., Apex, NC, USA, 2021. Document #: 9610-05-1030.

[5] ATI Industrial Automation, Inc. *F/T Data Viewer Software Application Manual*. ATI Industrial Automation, Inc., Apex, NC, USA, 2022. Document #: 9610-05-1042.

[6] ATI Industrial Automation, Inc. *Net F/T Network Force/Torque Sensor System Quick Start Guide*. ATI Industrial Automation, Inc., Apex, NC, USA, 2023. Document #: 9610-05-1022 Quick Start.

[7] S S Baljit, M R Saad, A Z Nasib, A Sani, M R A Rahman, and A C Idris. Suction and blowing flow control on airfoil for drag reduction in subsonic flow. *Journal of Physics: Conference Series*, 914(1):012009, oct 2017. doi: 10.1088/1742-6596/914/1/012009. URL `https://doi.org/10.1088/1742-6596/914/1/012009`.

[8] Jewel B. Barlow, William H. Rae, and Alan Pope. *Low-Speed Wind Tunnel Testing*. John Wiley & Sons, New York, 3rd edition, 1999.

[9] Aviation Partners Boeing. Lower block fuel, 2006. URL `https://aviationpartnersboeing.com/winglets_lbf.php`.

[10] Nam Suk Choi. A study of micro-blowing technique. Master's thesis, Institute for Aerospace Studies, University of Toronto, 1999.

[11] Robert J. Englar and Gregory G. Huson. Development of advanced circulation control wing high lift airfoils. July 1983. AIAA Paper 83-1847.

[12] Kaoruko Eto, Yusuke Kondo, Koji Fukagata, and Naoko Tokugawa. Assessment of friction drag reduction on a clark-y airfoil by uniform blowing. *AIAA Journal*, 2019. doi: 10.2514/1.J057998.

[13] Georg Fahland et al. Drag assessment for boundary layer control schemes with mass injection. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2023.

[14] Humberto Gutiérrez Pulido and Román de la Vara Salazar. *Análisis y diseño de experimentos*. McGraw-Hill Interamericana, México, D.F., 2da edition, 2008.

[15] Instituto Nacional de Estadística y Geografía. D.1.1 coeficiente de variación - indicadores de calidad y evaluaciones, 2021. URL `https://extranet.inegi.org.mx/calidad/indicadores-de-calidad-y-evaluaciones/fichas/D.1.1%20COEFICIENTE%20DE%20VARIACI%C3%93N.html`.

[16] Vladimir Kornilov. Implementation of air injection into the turbulent boundary layer of aircraft wing using external pressurized flow. *Thermophysics and Aeromechanics*, 24:175–185, 03 2017. doi: 10.1134/S0869864317020032.

[17] OACI. La oaci refuerza el marco mundial del transporte aéreo para lograr las cero emisiones netas de carbono y el desarrollo sostenible, 2025. URL `https://n9.cl/2cylb`.

[18] Ed Obert. *Aerodynamic Design of Transport Aircraft*. IOS Press, Amsterdam, 2009.

[19] S. S. Ravindran. Active control of flow separation over an airfoil. Technical Report NASA/TM-1999-209838, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia, 12 1999.

[20] Daniel P. Raymer. *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Reston, VA, 5th edition, 2012.

[21] H. Schlichting and K. Gersten. *Boundary-Layer Theory*. Springer, 8th edition, 2000. doi: 10.1007/978-3-642-85829-1. URL `http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-85829-1`.

[22] Zhiyong Zhang, Tuantuan Wang, Yafei Wang, and Hao Guo. Effect of suction and blowing control on naca 0012 airfoil at low reynolds number. *Journal of Physics: Conference Series*, 1600(1):012040, jul 2020. doi: 10.1088/1742-6596/1600/1/012040. URL `https://doi.org/10.1088/1742-6596/1600/1/012040`.

A. Coeficientes Cl y Cd sin inyección

Tabla A.1: Matriz completa de resultados experimentales: Fuerzas aerodinámicas y coeficientes C_L/C_D (Sin inyección).

α [°]	**Eje**	**Corrida 1 [N]**	**Corrida 2 [N]**	**Corrida 3 [N]**	**Promedio [N]**	**Descomp. [N]**	**Coeficiente (C_i)**
0	F_y	0.0075	-0.0321	-0.0646	-0.0297	0.0297	C_L**: 0.0162**
	F_x	-0.0972	-0.0647	-0.0690	-0.0770	0.0770	C_D**: 0.0419**
3	F_y	-0.1287	-0.1418	-0.1674	-0.1462	0.1415	C_L**: 0.0769**
	F_x	-0.0986	-0.0825	-0.0755	-0.0855	0.0931	C_D**: 0.0506**
6	F_y	-0.2244	-0.3800	-0.3548	-0.3197	0.3101	C_L**: 0.1685**
	F_x	-0.0794	-0.0606	-0.0847	-0.0749	0.1079	C_D**: 0.0587**
9	F_y	-0.5771	-0.6025	-0.6150	-0.5982	0.5858	C_L**: 0.3184**
	F_x	-0.0358	-0.0315	-0.0299	-0.0324	0.1256	C_D**: 0.0683**
12	F_y	-0.7910	-0.8286	-0.8059	-0.8085	0.7881	C_L**: 0.4283**
	F_x	-0.0316	-0.0043	-0.0037	-0.0132	0.1810	C_D**: 0.0984**
15	F_y	-1.0276	-1.0338	-1.0329	-1.0314	1.0010	C_L**: 0.5440**
	F_x	0.0122	0.0205	0.0220	0.0182	0.2494	C_D**: 0.1355**
18	F_y	-1.2076	-1.2230	-1.2371	-1.2226	1.1709	C_L**: 0.6364**
	F_x	0.0206	0.0312	0.0273	0.0264	0.3527	C_D**: 0.1917**
21	F_y	-1.2856	-1.3349	-1.3338	-1.3181	1.2008	C_L**: 0.6526**
	F_x	-0.1002	-0.0711	-0.0776	-0.0830	0.5498	C_D**: 0.2988**

B. Coeficientes Cl y Cd con inyección a 20 psi

Tabla B.1: Matriz completa de resultados experimentales: Fuerzas aerodinámicas y coeficientes C_L/C_D (Con inyección a 20 psi).

α [°]	**Eje**	**Corrida 1 [N]**	**Corrida 2 [N]**	**Corrida 3 [N]**	**Promedio [N]**	**Descomp. [N]**	**Coeficiente (C_i)**
0	F_y	0.0728	0.0202	-0.0522	0.0136	-0.0136	C_L**: -0.0074**
	F_x	-0.0930	-0.0609	-0.0787	-0.0775	0.0775	C_D**: 0.0421**
3	F_y	-0.1253	-0.1611	-0.1722	-0.1529	0.1498	C_L**: 0.0814**
	F_x	-0.0616	-0.0496	-0.0541	-0.0551	0.0630	C_D**: 0.0343**
6	F_y	-0.3583	-0.3606	-0.3820	-0.3670	0.3609	C_L**: 0.1962**
	F_x	-0.0496	-0.0400	-0.0313	-0.0403	0.0784	C_D**: 0.0426**
9	F_y	-0.6018	-0.5661	-0.5306	-0.5662	0.5525	C_L**: 0.3002**
	F_x	-0.0298	-0.0387	-0.0606	-0.0430	0.1311	C_D**: 0.0712**
12	F_y	-0.7325	-0.7909	-0.7966	-0.7734	0.7538	C_L**: 0.4097**
	F_x	-0.0134	-0.0080	-0.0169	-0.0128	0.1733	C_D**: 0.0942**
15	F_y	-0.9699	-0.9804	-0.9938	-0.9813	0.9550	C_L**: 0.5190**
	F_x	0.0105	0.0341	0.0377	0.0274	0.2275	C_D**: 0.1236**
18	F_y	-1.2258	-1.2095	-1.2352	-1.2235	1.1801	C_L**: 0.6414**
	F_x	0.0437	0.0526	0.0636	0.0533	0.3274	C_D**: 0.1779**
21	F_y	-1.3334	-1.3450	-1.3264	-1.3350	1.2339	C_L**: 0.6706**
	F_x	-0.0503	-0.0188	-0.0347	-0.0346	0.5107	C_D**: 0.2776**

C. Análisis estadístico de las componentes aerodinámicas (F_x y F_y)

Tabla C.1: Análisis estadístico comparativo de F_x y F_y para el modelo Sin inyección.

Estado	α [°]	Prueba	Componente F_x (Arrastre)				Componente F_y (Sustentación)			
			Desv. Est.	CV [%]	EEM [N]	Error [%]	Desv. Est.	CV [%]	EEM [N]	Error [%]
Sin inyección	0	1	0.0105	11 %			0.0228	121 %		
		2	0.0108	17 %	0.0102	2.00 %	0.0232	72 %	0.0208	4.08 %
		3	0.0120	17 %			0.0685	106 %		
	3	1	0.0121	12 %			0.1215	94 %		
		2	0.0104	13 %	0.0068	1.34 %	0.0401	28 %	0.0116	2.26 %
		3	0.0121	16 %			0.0623	37 %		
	6	1	0.0100	13 %			0.2102	94 %		
		2	0.0099	16 %	0.0073	1.43 %	0.0630	17 %	0.0482	9.45 %
		3	0.0132	16 %			0.0599	17 %		
	9	1	0.0118	33 %			0.0275	5 %		
		2	0.0085	27 %	0.0018	0.35 %	0.0993	16 %	0.0111	2.18 %
		3	0.0098	33 %			0.0266	4 %		
	12	1	0.0089	28 %			0.0273	3 %		
		2	0.0092	214 %	0.0092	1.80 %	0.0268	3 %	0.0109	2.14 %
		3	0.0087	234 %			0.0248	3 %		
	15	1	0.0105	86 %			0.0276	3 %		
		2	0.0101	49 %	0.0031	0.60 %	0.0274	3 %	0.0019	0.38 %
		3	0.0100	45 %			0.0262	3 %		
	18	1	0.0374	182 %			0.0560	5 %		
		2	0.0312	100 %	0.0031	0.61 %	0.0466	4 %	0.0085	1.67 %
		3	0.0386	141 %			0.0584	5 %		
	21	1	0.0296	30 %			0.0850	7 %		
		2	0.0345	49 %	0.0088	1.73 %	0.0868	7 %	0.0163	3.19 %
		3	0.0346	45 %			0.0872	7 %		

Tabla C.2: Análisis estadístico comparativo de F_x y F_y para el modelo Con inyección a 20 psi.

Estado	α [°]	**Prueba**	**Componente F_x (Arrastre)**				**Componente F_y (Sustentación)**			
			Desv. Est.	**CV [%]**	**EEM [N]**	**Error [%]**	**Desv. Est.**	**CV [%]**	**EEM [N]**	**Error [%]**
Con inyección	0	1	0.0231	25 %			0.0359	49 %		
		2	0.0248	41 %	0.0093	1.82 %	0.0284	140 %	0.0362	7.10 %
		3	0.0257	33 %			0.0316	61 %		
	3	1	0.0221	36 %			0.0350	28 %		
		2	0.0248	50 %	0.0035	0.69 %	0.0309	19 %	0.0142	2.77 %
		3	0.0251	46 %			0.0299	17 %		
	6	1	0.0223	45 %			0.0303	8 %		
		2	0.0257	64 %	0.0053	1.04 %	0.0306	9 %	0.0074	1.46 %
		3	0.0249	80 %			0.0286	7 %		
	9	1	0.0236	79 %			0.0280	5 %		
		2	0.0242	63 %	0.0092	1.79 %	0.0278	5 %	0.0206	4.03 %
		3	0.0242	40 %			0.0355	7 %		
	12	1	0.0256	191 %			0.0355	5 %		
		2	0.0255	318 %	0.0044	0.86 %	0.0290	4 %	0.0205	4.01 %
		3	0.0254	150 %			0.0273	3 %		
	15	1	0.0261	249 %			0.0400	4 %		
		2	0.0241	71 %	0.0086	1.68 %	0.0338	3 %	0.0069	1.36 %
		3	0.0249	66 %			0.0295	3 %		
	18	1	0.0276	63 %			0.0366	3 %		
		2	0.0283	54 %	0.0058	1.13 %	0.0370	3 %	0.0075	1.47 %
		3	0.0283	44 %			0.0356	3 %		
	21	1	0.0415	82 %			0.0966	7 %		
		2	0.0467	248 %	0.0091	1.78 %	0.0949	7 %	0.0054	1.06 %
		3	0.0464	134 %			0.0958	7 %		

D. Deducción de la Ecuación Integral de Von Kárman

Para obtener esta ecuación, se debe de partir del hecho que se está tratando de un fluido incompresible, estacionario y 2D. Para ello, se toma la ecuación de continuidad para flujo estacionario 2D incompresible:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \tag{D.1}$$

para flujo incompresible $\rho = \text{cte}$, por lo que puede extraerse de las derivadas espaciales:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{D.2}$$

Dado que Anderson [3] dedujo la ecuación 2.18 a partir de un análisis de ordenes de magnitudes utilizando un flujo compresible (Eq. D.1), se usa la Eq. D.2 para analizar un flujo incompresible.

Dado que $\rho = \text{cte}$, la Eq.2.18 se multiplica por $\frac{1}{\rho}$, además que se considera que $\mu = \nu\rho$:

$$\left(\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right)\cdot\frac{1}{\rho} \rightarrow \left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\rho\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

quedando asi la siguiente expresión que describe la conservación de momento en la dirección longitudinal al flujo incompresible (x):

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{D.3}$$

Siendo ν la viscosidad cinemática.

Es importante recordar que fuera de la capa límite, el fluido se considera ideal. Para esta condición, Bernoulli expresó que:

$$p + \frac{1}{2}\rho V_e^2 = cte$$

Derivando respecto a x :

$$\frac{dp}{dx} + \frac{d(\frac{1}{2}\rho V_e^2)}{dx} = 0 \rightarrow \frac{dp}{dx} + \frac{\rho}{2}\frac{d(V_e^2)}{dx} = 0 \tag{D.4}$$

por la regla de la cadena:

$$\frac{d(V_e^2)}{dx} = 2V_e\frac{dV_e}{dx}$$

Sustituyendo en D.4

$$\frac{dp}{dx} + \frac{\rho}{2}2V_e\frac{dV_e}{dx} = 0 \rightarrow \frac{dp}{dx} + \rho V_e\frac{dV_e}{dx} = 0$$

aislando V_e

$$V_e\frac{d(V_e)}{dx} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} \tag{D.5}$$

Sustituyendo D.5 en D.3

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = V_e\frac{d(V_e)}{dx} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{D.6}$$

Con lo anterior, se obtiene una expresión del momento en x de un fluido incompresible con la velocidad exterior V_e implicita. Además, el hecho de incorporar esta variable a la ecuación original de Prandtl será de suma utilidad para el siguiente desarrollo en donde se busca la incorporación de δ^* y θ.

Para continuar, es necesario aclarar que se necesita aislar la coordenada x del problema, pues es en esta coordenada en donde se quiere observar el efecto del desprendimiento del fluido.

Dado que la ecuación D.6 es una Ecuación Diferencial Parcial (EDP) lo que quiere decir que depende de 2 variables (x, y), se tiene que derivar el lado izquierdo respecto a y. Antes de hacer esto, se debe de escribir dicho lado de forma conservativa.

Haciendo uso de la Identidad General para Flujos Incompresibles: *"Para cualquier escalar φ que depende de x e y, en un flujo incompresible 2D, se cumple que":*

$$u\frac{\partial \phi}{\partial x} + v\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial(u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial v\phi}{\partial y} \tag{D.7}$$

Demostración de Eq.D.7

En el primer y segundo término del lado derecho de D.7, se usa la regla del producto:

$$\frac{\partial(u\phi)}{\partial x} = u\frac{\partial \phi}{\partial x} + \phi\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\frac{\partial(u\phi)}{\partial y} = v\frac{\partial \phi}{\partial y} + \phi\frac{\partial v}{\partial y}$$

sumando $\frac{\partial(u\phi)}{\partial x}$ y $\frac{\partial(v\phi)}{\partial y}$

$$[...] = u\frac{\partial \phi}{\partial x} + \phi\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial \phi}{\partial y} + \phi\frac{\partial v}{\partial y}$$

Reagrupando ϕ

$$[...] = u\frac{\partial \phi}{\partial x} + v\frac{\partial \phi}{\partial y} + \phi(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y})$$

Sabiendo que la ecuación de continuidad expresa que:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

por lo que

$$u\frac{\partial \phi}{\partial x} + v\frac{\partial \phi}{\partial y} = u\frac{\partial \phi}{\partial x} + v\frac{\partial \phi}{\partial y} + \phi(\cancel{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}})^{0}$$

Se cumple la D.7

Para este estudio, el escalar φ es la velocidad u
Sustituyendo u en D.7:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial(u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial v \cdot u}{\partial y}$$

desarrollando:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} \tag{D.8}$$

sustituyendo D.8 en D.6

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} = V_e\frac{dV_e}{dx} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{D.9}$$

Una vez obtenida la anterior forma de la ecuación de Prandtl (matemáticamente equivalente a la ecuación original de momentum de Prandtl, pero expresa el transporte de momentum como la divergencia de los flujos convectivos), se sigue trabajando con el término $V_e \frac{dV_e}{dx}$ del lado derecho. Para fines prácticos, se integrarán las partes de la ecuación respecto a y.

Multiplicando la ecuación D.2 por V_e

$$(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0) * V_e \rightarrow \underbrace{V_e \frac{\partial u}{\partial x}}_{1} + \underbrace{V_e \frac{\partial v}{\partial y}}_{2} = 0 \tag{D.10}$$

Para el desarrollo de esta expresión, se usa la regla del producto en el término 1 del lado derecho ya que V_e es una variable dependiente de x

$$V_e \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial (V_e \cdot u)}{\partial x} - u \frac{\partial V_e}{\partial x} \tag{D.11}$$

Para el segundo término, dado que V_e no depende de y, entonces solo se puede introducir sin hacer matemáticas extras:

$$V_e \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial (V_e v)}{\partial y} \tag{D.12}$$

Sustituimos ambos términos en la ecuación de la continuidad con V_e implícita (Eq. D.10)

$$\frac{\partial (V_e u)}{\partial x} - \underbrace{u \frac{dV_e}{dx}}_{2} + \frac{\partial (V_e v)}{dy} = 0$$

Pasando el segundo término del lado derecho:

$$\frac{\partial (V_e u)}{\partial x} + \frac{\partial (V_e v)}{dy} = u \frac{dV_e}{dx} \tag{D.13}$$

La ecuación D.13 es simplemente la continuidad incompresible reescrita multiplicando por V_e.

La ecuación D.9 describe el balance de momento del flujo real en forma conservativa: La parte izquierda describe el transporte de momentum real, o sea, lo que el fluido con velocidad u está haciendo en cada punto. El lado derecho de la misma ecuación describe las fuerzas que actúan sobre él (gradientes de presión y fricción viscosa).

Por otro lado, la ecuación D.13 describe el balance de masa del flujo ideal escalado por V_e, o sea, la continuidad multiplicada por V_e. En otras palabras, representa el transporte de momentum que tendría un flujo de referencia invíscido viajando a V_e en todo punto.

Para cuantificar el déficit de cantidad de movimiento generado por los efectos viscosos, se debe de restar la ecuación D.13 de D.9. Restando término a término:

- D.9→

$$\underbrace{\overbrace{\frac{\partial u^2}{\partial x}}^{1}+\overbrace{\frac{\partial vu}{\partial y}}^{2}}_{izquierda}=\underbrace{\overbrace{V_e\frac{dV_e}{dx}}^{1}+\overbrace{\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}}^{2}}_{derecha}$$

- D.13→

$$\underbrace{\overbrace{\frac{\partial(V_e u)}{\partial x}}^{1}+\overbrace{\frac{\partial(V_e v)}{\partial y}}^{2}}_{izquierda}=\underbrace{\overbrace{u\frac{dV_e}{dx}}^{1}}_{derecha}$$

Izquierda:

Izquierdo 1 de D.9 menos izquierdo 1 de D.13, más Izquierdo 2 de D.9 menos izquierdo 2 de D.13:

$$\underbrace{(\frac{\partial u^2}{\partial x}-\frac{\partial(V_e u)}{\partial x})}_{1}+\underbrace{(\frac{\partial vu}{\partial y}-\frac{\partial(V_e v)}{\partial y})}_{2} \tag{D.14}$$

Factorizando u en 1 y v en 2. ambos de D.14

$$\frac{\partial}{\partial x}[u(u-V_e)]+\frac{\partial}{\partial y}[v(u-V_e)]$$

Reescribiendo para V_e-u

$$-\frac{\partial}{\partial x}[u(V_e-u)]-\frac{\partial}{\partial y}[v(V_e-u)] \tag{D.15}$$

Derecha: 1 y 2 de D.9 menos derecho de D.13

$$V_e\frac{dV_e}{dx}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-u\frac{dV_e}{dx}=$$

$$(V_e-u)\frac{dV_e}{dx}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{D.16}$$

Juntando D.15 con D.16 (O sea, restando D,9 $-$ D,13):

$$-\frac{\partial}{\partial x}[u(V_e-u)]-\frac{\partial}{\partial y}[v(V_e-u)]=(V_e-u)\frac{dV_e}{dx}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Integrando respecto a y de 0 a ∞

$$\int_0^\infty(\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x}[u(V_e-u)]}_{1}-\underbrace{\frac{\partial}{\partial y}[v(V_e-u)]}_{2}=\underbrace{(V_e-u)\frac{dV_e}{dx}}_{3}+\underbrace{\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}}_{4})\,dy$$

Integrando por términos:

- 1

$$\int_0^\infty-\frac{\partial}{\partial x}[u(V_e-u)]\,dy \tag{D.17}$$

Gracias al teorema de Leibniz [8], podemos cambiar el orden de la derivada y la integral

$$=-\frac{d}{dx}\int_0^\infty u(V_e-u)\,dy=-\frac{d}{dx}V_e^2\int_0^\infty(\frac{u}{V_e})(1-\frac{u}{V_e})\,dy \tag{D.18}$$

Sabiendo que por definición:

$$\theta=\int_0^\delta\frac{u}{V_e}\left(1-\frac{u}{V_e}\right)dy$$

Sustituyendo θ en D.18:

$$=-\frac{d}{dx}(V_e^2\theta) \tag{D.19}$$

- 2

$$\int_0^\infty-\frac{\partial}{\partial y}[v(V_e-u)]\,dy$$

[8] El Teorema de Leibniz establece que, para una función $f(x,y)$ continua y con límites de integración independientes de x, el orden de la derivada y la integral puede intercambiarse: $\frac{d}{dx}\int_a^b f(x,y)\,dy=\int_a^b\frac{\partial f}{\partial x}\,dy$. En este caso, x no es la variable de integración, por lo que la derivada parcial respecto a x puede extraerse de la integral en y sin pérdida de rigor matemático.

Por el teorema fundamental del cálculo[9]:

$$= -\left[v(V_e - u)\right]_0^\infty = 0 \tag{D.20}$$

- 3

$$\int_0^\infty ((V_e - u)\frac{dV_e}{dx})\, dy = \frac{dV_e}{dx}\int_0^\infty (V_e - u)\, dy =$$

$$\frac{dV_e}{dx}V_e \int_0^\infty (1 - \frac{u}{V_e})\, dy \tag{D.21}$$

Sabiendo que por definición:

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{V_e}\right) dy$$

sustituyendo δ^* en D.21

$$= \frac{dV_e}{dx}V_e \cdot \delta^* \tag{D.22}$$

- 4

$$\int_0^\infty \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\, dy$$

por teorema fundamental del cálculo:

$$= \nu \left[\frac{\partial u}{\partial y}\right]_0^\infty$$

Evaluando en $y \to \infty$, el perfil de velocidades ya alcanza una velocidad V_e y no cambia más, entonces:

$$\frac{\partial u}{\partial y} \to 0 \therefore \nu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)\Bigg|_{y=0}$$

en $y \to 0$, el gradiente de velocidades en la pared define el esfuerzo cortante, de 2.14 sabemos que:

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}$$

[9]El Teorema Fundamental del Cálculo establece que la integral de una derivada se reduce a la evaluación de la función en los límites de integración: $\int_a^b \frac{dF}{dy}\, dy = F(b) - F(a)$. Aplicado aquí, la integral de $\frac{\partial}{\partial y}[v(V_e - u)]$ en y se evalúa directamente en $y \to \infty$ e $y = 0$, eliminando la necesidad de resolver la integral explícitamente.

y que la viscosidad cinemática ν se define como:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{D.23}$$

Despejando el gradiente y sustituyendo μ:

$$\nu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{\tau_w}{\rho} \tag{D.24}$$

Sabiendo que el coeficiente de fricción superficial se define como:

$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho V_e^2} \tag{D.25}$$

Sustituyendo c_f en D.24

$$\frac{\tau_w}{\rho} = c_f \frac{V_e^2}{2}$$

Entonces el término 4 queda así:

$$\nu \left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_0^\infty = 0 - \frac{c_f V_e^2}{2} = -\frac{c_f V_e^2}{2}$$

Una vez obtenidos todos los términos de la integral, se suman, quedando así:

$$-\frac{d(V_e^2\theta)}{dx} = V_e \delta^* \frac{dV_e}{dx} - \frac{c_f V_e^2}{2} \tag{D.26}$$

Expandiendo el lado izquierdo de la ecuación, se tiene la derivada de un producto entre V_e^2 y θ, ambos dependientes de x. Aplicando la regla del producto:

$$\frac{d(V_e^2\theta)}{dx} = V_e^2 \frac{d\theta}{dx} + \theta \frac{d(V_e^2)}{dx} \tag{D.27}$$

Aplicando la regla de la cadena sobre $d(V_e^2)/dx$:

$$\frac{d(V_e^2)}{dx} = 2V_e \frac{dV_e}{dx} \tag{D.28}$$

Entonces:

$$\frac{d(V_e^2\theta)}{dx} = V_e^2 \frac{d\theta}{dx} + 2V_e \frac{dV_e}{dx}\theta \tag{D.29}$$

Sustituyendo en la ecuación integrada con el signo negativo:

$$-V_e^2\frac{d\theta}{dx} - 2V_e\frac{dV_e}{dx}\theta = V_e\delta^*\frac{dV_e}{dx} - \frac{c_f V_e^2}{2} \tag{D.30}$$

Reordenando y dejando $c_f/2$ en el lado izquierdo:

$$\frac{c_f V_e^2}{2} = V_e^2\frac{d\theta}{dx} + 2V_e\frac{dV_e}{dx}\theta + V_e\delta^*\frac{dV_e}{dx} \tag{D.31}$$

Dividiendo toda la ecuación entre V_e^2:

$$\frac{c_f}{2} = \frac{d\theta}{dx} + \frac{2\theta}{V_e}\frac{dV_e}{dx} + \frac{\delta^*}{V_e}\frac{dV_e}{dx} \tag{D.32}$$

Los últimos dos términos del lado derecho comparten el factor $(\theta/V_e)(dV_e/dx)$. Factorizando:

$$\frac{2\theta}{V_e}\frac{dV_e}{dx} + \frac{\delta^*}{V_e}\frac{dV_e}{dx} = \frac{\theta}{V_e}\frac{dV_e}{dx}\left(2 + \frac{\delta^*}{\theta}\right) \tag{D.33}$$

Sustituyendo la definición del factor de forma $H \equiv \delta^*/\theta$, se obtiene la **ecuación integral de cantidad de movimiento de Von Kármán**:

$$\boxed{\frac{c_f}{2} = \frac{d\theta}{dx} + \frac{\theta}{V_e}\frac{dV_e}{dx}(2 + H)} \tag{D.34}$$

Anexo E: Plano del modelo

