UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA

GUÍA DE ESTUDIO

para presentar examen extraordinario de la asignatura

HIDRÁULICA DE CANALES



Jesús Gallegos Silva

Para visualizar la obra
te sugerimos
Acrobat Reader
Haz Click

GALLEGOS SILVA, JESÚS
Guía de estudio para presentar examen extraordinario de la asignatura Hidráulica de Canales
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ingeniería, 2026, 214 págs.

GUÍA DE ESTUDIO PARAPRESENTAR EXAMEN EXTRAORDINARIO DE LA ASIGNATURA HIDRÁULICA DE CANALES

Primera edición electrónica de un ejemplar (6 MB) en formato PDF
Publicado en línea: en septiembre de 2026

D.R. © 2026, UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Avenida Universidad núm. 3000, Col. Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán, México, Ciudad de México, Código Postal 04510.

FACULTAD DE INGENIERÍA
http://www.ingenieria.unam.mx/

Esta edición y sus características son propiedad de la Universidad Nacional Autónoma de México. Prohibida la reproducción o transmisión total o parcial por cualquier medio sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.

Hecho en México.

Unidad de Apoyo Editorial
Cuidado de la edición: Elvia Angélica Torres Rojas
Diseño editorial: Luis Enrique Vite Rangel

PRÓLOGO

El material que aquí se presenta abarca la totalidad del programa de la asignatura Hidráulica de Canales, Plan de Estudios 2026 y anteriores, que se imparte en la carrera de Ingeniería Civil de la Facultad de Ingeniería de la UNAM. En la guía se contemplan los siguientes capítulos: 1. Conceptos y principios básicos, 2. Flujo uniforme, 3. Energía específica, 4. Salto hidráulico, 5. Flujo gradualmente variado, 6. Transiciones, y 7. Principio del arrastre de sedimentos; este último capítulo formaba parte de los programas de estudio anteriores al Plan 2026.

La asignatura Hidráulica de Canales está clasificada en el plan de estudios de la carrera de Ingeniería Civil dentro de las asignaturas denominadas "ciencia de la ingeniería", la cual presenta, estadísticamente, uno de los mayores porcentajes de estudiantes no aprobados en el área de hidráulica. Lo anterior, debido a diferentes factores, dentro de los que, desde mi punto de vista, se destaca la falta de antecedentes académicos sólidos en los estudiantes, la dificultad para aplicar el nuevo conocimiento al flujo a superficie libre. Otro aspecto importante por considerar es la falta de motivación del alumnado por el área de la hidráulica debido a la preferencia que tienen en otras áreas de la misma carrera, en donde consideran que, probablemente, puedan encontrar mayores oportunidades de desarrollo profesional.

Con el fin de contribuir a un mejor desempeño escolar en el departamento de Hidráulica, se han programado e impartido, en semestres anteriores, talleres semestrales e intersemestrales para preparar examen extraordinario en las asignaturas que presentan los menores porcentajes de alumnos aprobados; sin embargo, los resultados obtenidos no han sido significativos. Por esta razón y con el propósito de considerar otra estrategia adicional que sirva para motivar al estudiantado a consultar material de apoyo, cuyo enfoque esté orientado a la solución de ejemplos prácticos, he elaborado la Guía de estudio para preparar examen extraordinario de la asignatura Hidráulica de Canales.

Sin pretender sustituir o desconocer la calidad de otros textos sobre el tema, tanto en bibliotecas, librerías y en diferentes medios digitales, he contemplado en este material la teoría básica que facilite al alumnado la comprensión de los contenidos temáticos y su aplicación en la solución de problemas, así como el análisis del flujo permanente a superficie libre en diferentes estructuras hidráulicas.

Al mismo tiempo, pretendo reforzar el proceso enseñanza-aprendizaje para contribuir sobre todo al aumento de la calidad y desempeño escolar de los estudiantes.

Algunos de los ejemplos que se incluyen en esta publicación son producto de mi experiencia académica como profesor y que he utilizado para la impartición de clases, tareas y exámenes aplicados a lo largo de varios años en los que he tenido la oportunidad de impartir la asignatura en esta facultad, de la cual me siento muy orgulloso de formar parte y de contribuir con la formación de profesionales para cubrir las necesidades que demanda la sociedad actual en la disciplina de la hidráulica.

Indudablemente, esta obra es susceptible de mejorarla y ampliarla, para lo cual agradezco de antemano sus sugerencias y observaciones constructivas que me hagan llegar, con el propósito de enriquecerla para beneficio de todo aquel que consulte este material. Espero y deseo que este trabajo cumpla con el objetivo que se planteó en un principio y que verdaderamente sea de utilidad, principalmente al alumnado que está en proceso de su formación profesional, así como también al personal académico y profesionistas en general que lo consulten.

Al final del último capítulo se presentan dos versiones de problemas, tipo examen extraordinario, con el objeto de que los estudiantes los resuelvan, para que verifiquen su nivel de aprendizaje e identifiquen los aspectos que tendrán que reforzar para tener éxito en su desempeño escolar a la hora de presentar su examen.

Agradezco ampliamente a las autoridades de la División de Ingenierías Civil y Geomática, a la jefatura del Departamento de Hidráulica, así como a los integrantes de la Unidad de Apoyo Editorial, su apoyo incondicional para la revisión y publicación de este material.

JESÚS GALLEGOS SILVA

CONTENIDO

PRÓLOGO 3
SIMBOLOGÍA 8

CAPÍTULO 1. CONCEPTOS Y PRINCIPIOS BÁSICOS 11
1.1 Elementos geométricos de los canales 11
1.2 Pendiente longitudinal del canal 16
1.3 Clasificación de flujo 17
1.4 Coeficientes de distribución de velocidad 18
1.5 Distribución de presiones en una sección del canal 19
Ejemplos de aplicación 22

CAPÍTULO 2. FLUJO UNIFORME 37
2.1. Ecuación de Manning 37
2.2. Cálculo del flujo uniforme 38
2.2.1 Gasto y velocidad 40
2.2.2 Tirante normal y velocidad 40
2.2.3 Dimensión y velocidad 41
2.2.4 Pendiente y velocidad 43
2.3. Sección hidráulica del canal 43
2.3.1 Sección hidráulicamente óptima 43
2.4 Diseño de canales no revestidos 45
2.4.1 Método de la fuerza tractiva 45
2.4.2 Ecuaciones empíricas para la estimación del coeficiente de rugosidad 46
2.4.3 Secuencia de cálculo del método de la fuerza tractiva 47
2.5 Canales de sección compuesta 50
Ejemplos de aplicación 52

CAPÍTULO 3. ENERGÍA ESPECÍFICA. 79
3.1. Energía específica y régimen crítico 79
3.2. Cálculo del tirante crítico y energía específica mínima para las secciones más usuales. 81
3.2.1 Solución por tanteos 82
3.2.2 Solución numérica por Newton-Raphson 82
3.3. Cálculo de los tirantes alternos, cuando se conocen el gasto y la energía específica. 83
3.3.1 Solución por tanteos 84
3.3.2 Solución numérica por el método de Newton-Raphson 84
3.4. Clasificación de pendientes 85
3.5. Cálculo de las dimensiones mínimas de la sección de un canal, cuando se conocen el gasto y la energía específica mínima 87
3.5.1 Solución por tanteos 87
3.6. Diagrama "*E-y*" para diferentes gastos 87
3.6.1 Diagrama "*Q-y*" para una energía específica E_0 constante 89
Ejemplos de aplicación 90

CAPÍTULO 4. SALTO HIDRÁULICO 111
4.1. Análisis del salto hidráulico. Función momentum (*M*) 111
4.2. Tirantes conjugados del salto hidráulico para las secciones geométricas más comunes 113
4.2.1 Canal rectangular 113
4.2.2 Canal trapecial 114
4.2.3 Canal circular 115
4.2.4 Método numérico de Newton-Raphson para el cálculo de los tirantes conjugados 115
Ejemplos de aplicación 116

CAPÍTULO 5. FLUJO GRADUALMENTE VARIADO 137
5.1. Ecuación dinámica de flujo gradualmente variado 137
5.2. Clasificación y características más importantes de los perfiles de flujo gradualmente variado 139
5.3. Perfiles compuestos 140
5.4. Secciones de control 141
5.5. Cálculo de perfiles de flujo. Método de incrementos finitos 142
5.5.1 Método estándar o del paso directo 142
5.5.2 Método por etapas 145
5.6. Método gráfico para la ubicación del salto hidráulico 146
Ejemplos de aplicación 148

CAPÍTULO 6. TRANSICIONES 168
6.1 Transiciones y régimen de flujo 168
6.2 Transiciones en régimen subcrítico 170
6.2.1 Diseño de expansiones 170
6.2.2 Diseño de contracciones 172
Ejemplos de aplicación 174

CAPÍTULO 7. PRINCIPIO DEL ARRASTRE DE SEDIMENTOS 189
7.1 Inicio del movimiento de los sedimentos 190
7.1.1 Formación del lecho en cauces con materiales no cohesivos. Configuraciones del fondo 190
7.1.2 Principio del movimiento para material no cohesivo y uniforme. Curva de Shields 192
7.1.3 Criterio de Straub 197
Ejemplos de aplicación 198

BIBLIOGRAFÍA 213

SIMBOLOGÍA

Literal	Definición	Unidades
A	Área hidráulica, proyectada normal al flujo. Coeficiente para determinar la longitud del salto hidráulico en la ecuación de Sieñchin	m^2; *Adimensional*
b	Ancho de plantilla	m
C	Factor de fricción en la fórmula de Chezy	$m^{1/2}/s$
Cc	Coeficiente de contracción	*adimensional*
Cd	Coeficiente de gasto o descarga	*adimensional*
Cv	Coeficiente de velocidad	*adimensional*
D	Diámetro de una sección circular	m
d	Tirante perpendicular a la plantilla del canal	m
d_p	Diámetro de la partícula de la curva granulométrica, menor al porcentaje "p" en peso de la muestra	mm
E, $E_{MÍN}$	Energía específica en una sección determinada. Energía mínima	m
F	Fuerza	kgf, N
F_r	Número de Froude	*adimensional*
g	Aceleración de la gravedad	m/s^2
H	Energía o carga total en una sección determinada. Carga a la entrada del canal.	m
$h_{r1\text{-}2}$	Pérdida de energía de la sección 1 a 2	m
k	Talud	*adimensional*
L	Longitud	m
M	Función momentum o fuerza específica	m^3
n	Coeficiente de rugosidad en la fórmula de Manning	$s/m^{1/3}$

P	Perímetro mojado	m
p	Presión	kgf/m^2, Pa
Q, $Q_{MÁX}$	Gasto. Gasto máximo	m^3/s
q	Gasto unitario	m^3/s/m
R	Radio de curvatura	m
Rh	Radio hidráulico	m
R_e	Número de Reynolds	*adimensional*
R_{e*}	Número de Reynolds de una partícula	*adimensional*
S	Pendiente hidráulica (pendiente de fricción)	*adimensional*
S_C	Pendiente crítica	*adimensional*
S_m; $\overline{S}$	Pendiente hidráulica media entre dos secciones	*adimensional*
S_0	Pendiente longitudinal de plantilla	*adimensional*
S_S	Densidad relativa	*adimensional*
T	Ancho de superficie libre	m
V	Velocidad media en la sección de un canal	m/s
$\mathbf{v}_*$	Velocidad de fricción	m/s
Y	Tirante hidráulico o medio	m
W	Peso	kgf, N
y	Tirante medido verticalmente	m
y_C	Tirante crítico	m
y_0	Tirante aguas arriba de un vertedor. Tirante aguas arriba de una compuerta. Tirante en la sección "0"	m
y_S	Tirante de salida en la descarga del canal	m
y_1	Tirante alterno menor (y_{am}), régimen supercrítico). Tirante conjugado menor del salto hidráulico. Tirante en la sección contracta en la descarga de una compuerta. Tirante al pie del vertedor. Tirante en la sección 1	m

y_2	Tirante alterno mayor (y_{AM}, régimen subcrítico). Tirante conjugado mayor del salto hidráulico. Tirante en la sección 2	m
z_G	Distancia vertical medida desde la superficie libre del agua hasta el centro de gravedad de la sección	m
α	Coeficiente de Coriolis	*adimensional*
β	Coeficiente de Boussinesq	*adimensional*
Δz	Desnivel	m
Δx	Distancia entre dos secciones de un canal, medido sobre su plantilla	m
ΔL	Distancia entre dos secciones de un canal, medido horizontalmente	m
γ	Peso específico del agua	kgf/m^3, N/m^3
ρ	Densidad	kgf*s^2/m^4, kg/m^3
τ	Esfuerzo cortante	kgf/m^{2,} Pa
ν	Viscosidad cinemática	m^2/s
φ	Ángulo de reposo del material	(°) grados
θ	Ángulo medido desde un plano horizontal a la plantilla del canal. Ángulo medido desde un plano horizontal a la pared inclinada de la sección trapecial o triangular. Ángulo para el cálculo de los elementos geométricos de las secciones circular y herradura	(°) grados

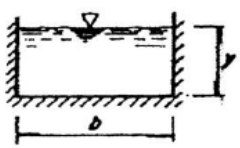
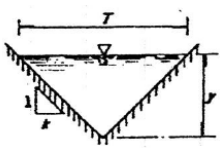
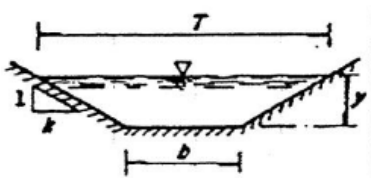
Cap 1 CONCEPTOS Y PRINCIPIOS BÁSICOS

Objetivo: Comprender las características principales de los diferentes tipos de flujo a superficie libre y aplicar las ecuaciones fundamentales de la hidráulica en el flujo permanente en canales.

1.1 Elementos geométricos de los canales

Las tablas 1.1, 1.2 y 1.3 presentan los elementos geométricos de las secciones más usuales en canales.

Tabla 1.1 Elementos geométricos de los canales abiertos más comunes

Elemento geométrico	Sección transversal		
	Rectangular	Triangular	Trapecial
			
Área, A	by	ky^2	$by + ky^2$
Perímetro mojado, P	$b + 2y$	$2y\sqrt{k^2 + 1}$	$b + 2y\sqrt{k^2 + 1}$
Ancho de superficie libre, T	b	$2\,ky$	$b + 2ky$
Radio hidráulico, $Rh = A/P$	$\frac{by}{b + 2ky}$	$\frac{ky^2}{2y\sqrt{k^2 + 1}}$	$\frac{by + ky^2}{b + 2y\sqrt{k^2 + 1}}$
Tirante medio, $Y = A/T$	y	$y / 2$	$\frac{by + ky^2}{b + 2ky}$

dP / dy	2	$2\sqrt{k^2+1}$	$2\sqrt{k^2+1}$
dT / dy	0	$2k$	$2k$

Tabla 1.2 Elementos geométricos de la sección circular

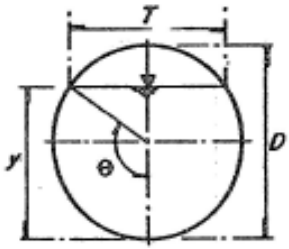
Elemento geométrico	
Tirante	$0 \leq y/D \leq 1$
Ángulo,	$\theta = \arccos(1 - \frac{2y}{D})$
Área, A	$\frac{D^2}{4}(\theta - 0.5 \operatorname{sen} 2\theta)$
Perímetro mojado, P	$\theta(D)$
Ancho de superficie libre, T	$(\operatorname{sen}\theta)D$

Tabla 1.3 Tabla adimensional de elementos geométricos y características hidráulicas de la sección circular

y/D	A/D^2	P/D	Rh/D	T/D	Y/D	$\frac{AR_h^{2/3}}{D^{8/3}}$	$\frac{Q}{\sqrt{g}\,D^{2.5}}$	$Emín/D$	Zg/D
0.01	0.00133	0.20033	0.00664	0.19900	0.00668	0.0000	0.0001	0.0133	0.0040
0.02	0.00375	0.28379	0.01321	0.28000	0.01339	0.0002	0.0004	0.0267	0.0080
0.03	0.00687	0.34817	0.01972	0.34117	0.02012	0.0005	0.0010	0.0401	0.0120
0.04	0.01054	0.40272	0.02617	0.39192	0.02689	0.0009	0.0017	0.0534	0.0160
0.05	0.01468	0.45103	0.03255	0.43589	0.03368	0.0015	0.0027	0.0668	0.0200
0.06	0.01924	0.49493	0.03887	0.47497	0.04051	0.0022	0.0039	0.0803	0.0241

Tabla 1.3 (Continuación)

y / D	A / D^2	P / D	Rh / D	T / D	Y / D	$\frac{AR_h^{2/3}}{D^{8/3}}$	$\frac{Q}{\sqrt{g}\ D^{2.5}}$	$Emín / D$	Zg / D
0.07	0.02417	0.53553	0.04513	0.51029	0.04736	0.0031	0.0053	0.0937	0.0281
0.08	0.02944	0.57351	0.05132	0.54259	0.05425	0.0041	0.0069	0.1071	0.0322
0.09	0.03501	0.60939	0.05745	0.57236	0.06117	0.0052	0.0087	0.1206	0.0362
0.10	0.04088	0.64350	0.06352	0.60000	0.06813	0.0065	0.0107	0.1341	0.0403
0.11	0.04701	0.67613	0.06952	0.62578	0.07512	0.0079	0.0129	0.1476	0.0444
0.12	0.05339	0.70748	0.07546	0.64992	0.08214	0.0095	0.0153	0.1611	0.0485
0.13	0.06000	0.73773	0.08133	0.67261	0.08920	0.0113	0.0179	0.1746	0.0526
0.14	0.06683	0.76699	0.08714	0.69397	0.09630	0.0131	0.0207	0.1882	0.0567
0.15	0.07387	0.79540	0.09288	0.71414	0.10345	0.0151	0.0238	0.2017	0.0608
0.16	0.08111	0.82303	0.09855	0.73321	0.11063	0.0173	0.0270	0.2153	0.0649
0.17	0.08854	0.84998	0.10416	0.75127	0.11785	0.0196	0.0304	0.2289	0.0691
0.18	0.09613	0.87630	0.10971	0.76837	0.12511	0.0220	0.0340	0.2426	0.0732
0.19	0.10390	0.90205	0.11518	0.78460	0.13242	0.0246	0.0378	0.2562	0.0774
0.20	0.11182	0.92730	0.12059	0.80000	0.13978	0.0273	0.0418	0.2699	0.0815
0.21	0.11990	0.95207	0.12593	0.81462	0.14718	0.0301	0.0460	0.2836	0.0857
0.22	0.12811	0.97641	0.13121	0.82849	0.15463	0.0331	0.0504	0.2973	0.0899
0.23	0.13647	1.00036	0.13642	0.84167	0.16214	0.0361	0.0549	0.3111	0.0941
0.24	0.14494	1.02395	0.14156	0.85417	0.16969	0.0393	0.0597	0.3248	0.0983
0.25	0.15355	1.04720	0.14663	0.86603	0.17730	0.0427	0.0647	0.3386	0.1025
0.26	0.16226	1.07014	0.15163	0.87727	0.18496	0.0461	0.0698	0.3525	0.1067
0.27	0.17109	1.09280	0.15656	0.88792	0.19269	0.0497	0.0751	0.3663	0.1109
0.28	0.18002	1.11520	0.16142	0.89800	0.20047	0.0533	0.0806	0.3802	0.1152
0.29	0.18905	1.13735	0.16622	0.90752	0.20831	0.0571	0.0863	0.3942	0.1194
0.30	0.19817	1.15928	0.17094	0.91652	0.21622	0.0610	0.0921	0.4081	0.1237
0.31	0.20738	1.18100	0.17559	0.92499	0.22419	0.0650	0.0982	0.4221	0.1280
0.32	0.21667	1.20253	0.18018	0.93295	0.23224	0.0691	0.1044	0.4361	0.1323
0.33	0.22603	1.22388	0.18469	0.94043	0.24035	0.0733	0.1108	0.4502	0.1366
0.34	0.23547	1.24507	0.18913	0.94742	0.24854	0.0775	0.1174	0.4643	0.1409
0.35	0.24498	1.26610	0.19349	0.95394	0.25681	0.0819	0.1241	0.4784	0.1453

Tabla 1.3 (Continuación)

y / D	A / D^2	P / D	Rh / D	T / D	Y / D	$\frac{AR_h^{2/3}}{D^{8/3}}$	$\frac{Q}{\sqrt{g}\ D^{2.5}}$	$Emín / D$	Zg / D
0.36	0.25455	1.28700	0.19779	0.96000	0.26516	0.0864	0.1311	0.4926	0.1496
0.37	0.26418	1.30777	0.20201	0.96561	0.27359	0.0909	0.1382	0.5068	0.1540
0.38	0.27386	1.32843	0.20615	0.97077	0.28211	0.0955	0.1455	0.5211	0.1584
0.39	0.28359	1.34898	0.21023	0.97550	0.29072	0.1002	0.1529	0.5354	0.1627
0.40	0.29337	1.36944	0.21423	0.97980	0.29942	0.1050	0.1605	0.5497	0.1672
0.41	0.30319	1.38981	0.21815	0.98367	0.30822	0.1098	0.1683	0.5641	0.1716
0.42	0.31304	1.41011	0.22200	0.98712	0.31713	0.1147	0.1763	0.5786	0.1760
0.43	0.32293	1.43033	0.22577	0.99015	0.32614	0.1197	0.1844	0.5931	0.1805
0.44	0.33284	1.45051	0.22947	0.99277	0.33527	0.1247	0.1927	0.6076	0.1850
0.45	0.34278	1.47063	0.23309	0.99499	0.34451	0.1298	0.2012	0.6223	0.1894
0.46	0.35274	1.49071	0.23663	0.99679	0.35388	0.1349	0.2098	0.6369	0.1940
0.47	0.36272	1.51076	0.24009	0.99820	0.36337	0.1400	0.2186	0.6517	0.1985
0.48	0.37270	1.53079	0.24347	0.99920	0.37300	0.1453	0.2276	0.6665	0.2030
0.49	0.38270	1.55079	0.24678	0.99980	0.38278	0.1505	0.2368	0.6814	0.2076
0.50	0.39270	1.57080	0.25000	1.00000	0.39270	0.1558	0.2461	0.6963	0.2122
0.51	0.40270	1.59080	0.25314	0.99980	0.40278	0.1611	0.2556	0.7114	0.2168
0.52	0.41269	1.61081	0.25620	0.99920	0.41302	0.1664	0.2652	0.7265	0.2214
0.53	0.42268	1.63083	0.25918	0.99820	0.42344	0.1717	0.2750	0.7417	0.2261
0.54	0.43266	1.65088	0.26208	0.99679	0.43405	0.1771	0.2850	0.7570	0.2307
0.55	0.44262	1.67096	0.26489	0.99499	0.44485	0.1825	0.2952	0.7724	0.2354
0.56	0.45255	1.69109	0.26761	0.99277	0.45585	0.1879	0.3055	0.7879	0.2402
0.57	0.46247	1.71126	0.27025	0.99015	0.46707	0.1932	0.3161	0.8035	0.2449
0.58	0.47236	1.73149	0.27280	0.98712	0.47852	0.1986	0.3268	0.8193	0.2497
0.59	0.48221	1.75178	0.27527	0.98367	0.49022	0.2040	0.3376	0.8351	0.2545
0.60	0.49203	1.77215	0.27764	0.97980	0.50217	0.2093	0.3487	0.8511	0.2593
0.61	0.50181	1.79261	0.27993	0.97550	0.51441	0.2146	0.3599	0.8672	0.2641
0.62	0.51154	1.81316	0.28212	0.97077	0.52694	0.2199	0.3713	0.8835	0.2690
0.63	0.52122	1.83382	0.28423	0.96561	0.53978	0.2252	0.3829	0.8999	0.2739

Tabla 1.3 (Continuación)

y / D	A / D^2	P / D	Rh / D	T / D	Y / D	$\frac{AR_h^{2/3}}{D^{8/3}}$	$\frac{Q}{\sqrt{g}\ D^{2.5}}$	$Emín / D$	Zg / D
0.64	0.53085	1.85459	0.28623	0.96000	0.55297	0.2305	0.3947	0.9165	0.2789
0.65	0.54042	1.87549	0.28815	0.95394	0.56651	0.2357	0.4068	0.9333	0.2838
0.66	0.54992	1.89653	0.28996	0.94742	0.58045	0.2408	0.4190	0.9502	0.2889
0.67	0.55936	1.91771	0.29168	0.94043	0.59480	0.2459	0.4314	0.9674	0.2939
0.68	0.56873	1.93906	0.29330	0.93295	0.60960	0.2510	0.4440	0.9848	0.2990
0.69	0.57802	1.96059	0.29482	0.92499	0.62490	0.2559	0.4569	1.0024	0.3041
0.70	0.58723	1.98231	0.29623	0.91652	0.64072	0.2608	0.4700	1.0204	0.3092
0.71	0.59635	2.00424	0.29754	0.90752	0.65712	0.2657	0.4834	1.0386	0.3144
0.72	0.60538	2.02640	0.29875	0.89800	0.67414	0.2704	0.4971	1.0571	0.3197
0.73	0.61431	2.04879	0.29984	0.88792	0.69185	0.2751	0.5110	1.0759	0.3250
0.74	0.62313	2.07145	0.30082	0.87727	0.71031	0.2796	0.5252	1.0952	0.3303
0.75	0.63185	2.09440	0.30169	0.86603	0.72960	0.2841	0.5397	1.1148	0.3357
0.76	0.64045	2.11765	0.30244	0.85417	0.74980	0.2884	0.5546	1.1349	0.3411
0.77	0.64893	2.14123	0.30307	0.84167	0.77101	0.2927	0.5698	1.1555	0.3466
0.78	0.65728	2.16518	0.30357	0.82849	0.79335	0.2968	0.5854	1.1767	0.3521
0.79	0.66550	2.18953	0.30395	0.81462	0.81695	0.3007	0.6015	1.1985	0.3577
0.80	0.67357	2.21430	0.30419	0.80000	0.84197	0.3045	0.6181	1.2210	0.3633
0.81	0.68150	2.23954	0.30430	0.78460	0.86859	0.3082	0.6351	1.2443	0.3691
0.82	0.68926	2.26529	0.30427	0.76837	0.89704	0.3117	0.6528	1.2685	0.3748
0.83	0.69686	2.29162	0.30409	0.75127	0.92758	0.3150	0.6712	1.2938	0.3807
0.84	0.70429	2.31856	0.30376	0.73321	0.96055	0.3181	0.6903	1.3203	0.3866
0.85	0.71152	2.34619	0.30327	0.71414	0.99633	0.3210	0.7102	1.3482	0.3927
0.86	0.71856	2.37460	0.30260	0.69397	1.03543	0.3238	0.7312	1.3777	0.3988
0.87	0.72540	2.40387	0.30176	0.67261	1.07849	0.3262	0.7533	1.4092	0.4050
0.88	0.73201	2.43411	0.30073	0.64992	1.12631	0.3284	0.7769	1.4432	0.4112
0.89	0.73839	2.46546	0.29949	0.62578	1.17996	0.3304	0.8021	1.4800	0.4177
0.90	0.74452	2.49809	0.29804	0.60000	1.24087	0.3321	0.8294	1.5204	0.4242
0.91	0.75039	2.53221	0.29634	0.57236	1.31103	0.3334	0.8592	1.5655	0.4308

Tabla 1.3 (Continuación)

y / D	A / D^2	P / D	Rh / D	T / D	Y / D	$\frac{AR_h^{2/3}}{D^{8/3}}$	$\frac{Q}{\sqrt{g}\ D^{2.5}}$	$Emín / D$	Zg / D
0.92	0.75596	2.56808	0.29437	0.54259	1.39326	0.3344	0.8923	1.6166	0.4376
0.93	0.76123	2.60607	0.29210	0.51029	1.49175	0.3350	0.9297	1.6759	0.4445
0.94	0.76616	2.64666	0.28948	0.47497	1.61306	0.3351	0.9731	1.7465	0.4517
0.95	0.77072	2.69057	0.28645	0.43589	1.76815	0.3348	1.0248	1.8341	0.4590
0.96	0.77486	2.73888	0.28291	0.39192	1.97710	0.3338	1.0895	1.9485	0.4665
0.97	0.77853	2.79343	0.27870	0.34117	2.28192	0.3320	1.1761	2.1110	0.4743
0.98	0.78165	2.85780	0.27351	0.28000	2.79161	0.3292	1.3060	2.3758	0.4823
0.99	0.78407	2.94126	0.26658	0.19900	3.94009	0.3246	1.5564	2.9600	0.4908
1.00	0.78540	3.14159	0.25000	0.00000	∞	0.3115	∞	∞	0.5000

1.2 Pendiente longitudinal del canal (S_0)

Relaciona el desnivel (ΔZ) y la longitud horizontal (ΔL), figura 1.1, esto es

$$S_o = \Delta Z / \Delta L = \tan \theta \qquad (1.1)$$

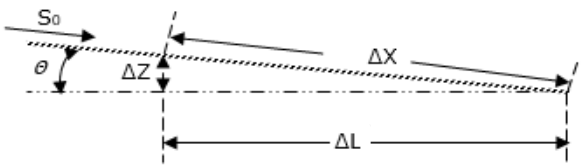


Figura 1.1

Las pendientes en canales por lo general son tan pequeñas ($\theta \leq 10°$) que para fines prácticos se puede suponer que la longitud horizontal (ΔL) es aproximadamente igual a la longitud inclinada (ΔX), por lo tanto:

$$S_o = \Delta Z / \Delta L = \tan \theta \approx \Delta Z / \Delta x = \text{sen } \theta \qquad (1.2)$$

1.3 Clasificación de flujo

a) Criterio del tiempo

Flujo permanente. Ocurre cuando la profundidad de flujo no cambia o puede considerarse constante durante el intervalo de tiempo en consideración.

Flujo no permanente. Si la profundidad del flujo varía con el tiempo.

b) Criterio del espacio

Flujo uniforme. Se establece cuando la profundidad de flujo es la misma en cada sección del canal.

Flujo no uniforme o variado. Ocurre cuando la profundidad del flujo cambia a lo largo del canal.

c) Criterio de viscosidad

En canales, el número de Reynolds (R_e) se define como

$$R_e = \frac{V R_h}{\nu} \tag{1.3}$$

ν es la viscosidad cinemática del agua (1.1×10^{-6} m^2/s)

Para fines prácticos se considera:

Flujo laminar, si $R_e \leq 500$

Flujo de transición, cuando $500 \leq R_e \leq 12\,500$

Flujo es turbulento si $R_e \geq 12\,500$

d) Criterio de la gravedad

Se define el parámetro adimensional número de Froude (Fr)

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{(g \cos \theta/\alpha)\, Y}} \tag{1.4}$$

donde

g - aceleración de la gravedad
θ - ángulo de inclinación de la plantilla respecto de la horizontal
α - coeficiente de corrección de la energía cinética, adimensional
Para $\theta \leq 10^{\circ}$, $\cos\theta \geq 0.9848$, esto es, $\cos\theta \approx 1.0$; además, con $\alpha = 1.0$, resulta entonces

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{(g\,Y}} \tag{1.5}$$

Cuando $Fr < 1.0$, el flujo es subcrítico o lento
Si $Fr = 1.0$, el flujo es crítico
Para $Fr > 1.0$, el flujo es supercrítico o rápido

1.4 Coeficientes de distribución de velocidad

Como resultado de la distribución no uniforme de velocidades en una sección del canal, afecta el cálculo de la carga de velocidad, cuando se utiliza la ecuación de la energía, y en la aplicación de la ecuación de la cantidad de movimiento.

Los dos coeficientes de distribución de velocidades (α y β) son siempre un poco mayores que la unidad, para el cual la distribución de velocidades es estrictamente uniforme en la sección del canal.

Los valores de los coeficientes α y β se obtienen de las siguientes expresiones:

$$\alpha = \frac{1}{A}\iint_A \left[\frac{v}{V}\right]^3 dA \approx \frac{1}{AV^3}\sum_{i=1}^{N} v_i^3\,\Delta A_i \tag{1.6}$$

$$\beta = \frac{1}{A}\int_A \left[\frac{v}{V}\right]^2 dA \approx \frac{1}{AV^2}\sum_{i=1}^{N} v_i^2\,\Delta A_i \tag{1.7}$$

1.5 Distribución de presiones en una sección del canal

FLUJO RECTILÍNEO

a) Canales con pendiente pequeña ($\theta \leq 10°$), véase la figura 1.2.

La distribución de presiones se considera hidrostática y, por tanto, la carga de presión coincide con el tirante, es decir,

$$\frac{P}{\rho g} = y = \frac{P}{\gamma} \tag{1.8a}$$

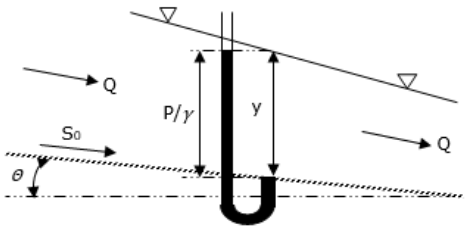


Figura 1.2 Distribución de presiones en canales con pendiente pequeña ($\theta < 10°$)

la presión será entonces

$$P = \gamma(y) = \rho\, g\,(y) \tag{1.8b}$$

b) Canales con pendiente fuerte ($\theta > 10°$), véase la figura 1.3.

El tirante perpendicular al flujo (d) se relaciona con el tirante vertical (y) por medio de la expresión:

$$d = y \cos\theta \tag{1.9}$$

la carga de presión se expresa como

$$\frac{P}{\rho g} = d \cos\theta = y \cos^2\theta = \frac{P}{\gamma} \tag{1.10a}$$

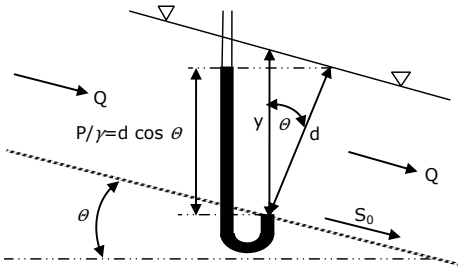


Figura 1.3 Distribución de presiones en canales con pendiente fuerte ($\theta > 10°$)

Por lo tanto, la presión en el fondo del canal es

$$P = (\rho\, g)\, d \cos\theta = (\rho\, g)\, y \cos^2\theta \qquad (1.10b)$$

FLUJO CURVILÍNEO

Una curvatura apreciable en las líneas de corriente origina una aceleración perpendicular a la dirección del flujo producida por la acción de la fuerza centrífuga.

c) Flujo cóncavo, véase la figura 1.4.

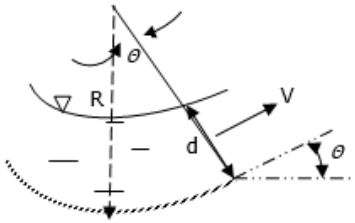


Figura 1.4

La carga de presión en el fondo viene dada por

$$\frac{P}{\rho g} = \frac{P}{\gamma} = d\cos\theta + \frac{V^2 d}{g\,R} = y\cos^2\theta + \frac{V^2 d}{g\,R} \qquad (1.11a)$$

y , la presión correspondiente es

$$P = (\rho\, g)(d)\left[(\cos\theta) + \frac{V^2}{g\, R}\right] = \gamma\,(d)\left[(\cos\theta) + \frac{V^2}{g\, R}\right] \qquad (1.11b)$$

d) Flujo convexo, véase la figura 1.5.

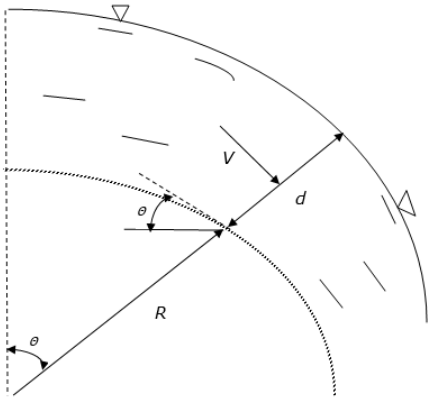


Figura 1.5

Para este caso, la carga de presión en el fondo del canal está dada por la expresión

$$\frac{P}{\rho\, g} = \frac{P}{\gamma} = d\cos\theta - \frac{V^2 d}{g\, R} = y\cos^2\theta - \frac{V^2 d}{g\, R} \qquad (1.12a)$$

siendo la presión en el fondo

$$P = (\rho\, g)(d)(\cos\theta - \frac{V^2}{g\, R}) = \gamma\,(d)(\cos\theta - \frac{V^2}{g\, R}) \qquad (1.12b)$$

en ambos casos, el término $\frac{V^2 d}{g(R)}$ corresponde al efecto de la fuerza centrífuga, y R es el radio de curvatura del cambio de dirección.

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Ejemplo 1.1. Calcular los elementos geométricos (A, P, T, R_H, Y) de las siguientes secciones transversales:

a) Rectangular: ancho $b = 4$ m, tirante $y = 1.6$ m
b) Trapecial: ancho $b = 5$ m, talud $k = 2.0$, tirante $y = 1.35$ m
c) Triangular: talud $k = 1.5$, tirante $y = 1.2$ m
d) Circular: diámetro $D = 6$ m, tirante $y = 4.2$ m

Solución

a) Canal rectangular: $b = 4$ m, $y = 1.6$ m. Figura 1.6

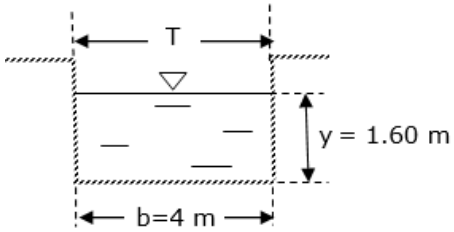


Figura 1.6

De la tabla 1.1

$$A = b(y) = 4(1.6) = 6.4 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2y = 4 + 2(1.6) = 7.2 \text{ m}$$

$$T = b = 4 \text{ m}$$

$$R_H = \frac{A}{P} = \frac{6.4}{7.2} = 0.89 \text{ m}$$

$$Y = \frac{A}{T} = \frac{6.4}{4} = 1.6 \text{ m}$$

b) Canal trapecial: ancho $b = 5$ m, talud $k = 2.0$, tirante $y = 1.35$ m. Figura 1.7

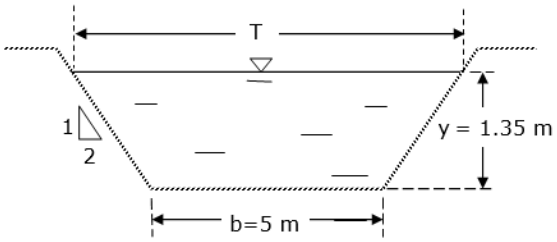


Figura 1.7

Con las expresiones de la tabla 1.1 se tiene:

$$A = by + ky^2 = 5(1.35) + 2(1.35)^2 = 10.395 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2y\sqrt{1 + k^2} = 5 + 2(1.35)\sqrt{1 + 2^2} = 11.037 \text{ m}$$

$$T = b + 2ky = 5 + (2)(2)(1.35) = 10.4 \text{ m}$$

$$R_H = \frac{A}{P} = \frac{10.395}{11.037} = 0.942 \text{ m}$$

$$Y = \frac{A}{T} = \frac{10.395}{10.4} = 1.0 \text{ m}$$

c) Canal triangular: talud $k = 1.5$, tirante $y = 1.2$ m. Figura 1.8

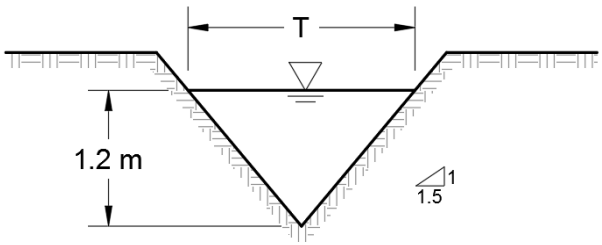


Figura 1.8

Utilizando la tabla 1.1

$$A = ky^2 = 1.5\,(1.2)^2 = 2.16\ \text{m}^2$$

$$P = 2y\sqrt{1+k^2} = 2\,(1.2)\sqrt{1+1.5^2} = 4.32\ \text{m}$$

$$T = 2\,ky = 2(1.5)(1.2) = 3.60\ \text{m}$$

$$R_H = \frac{A}{P} = \frac{2.16}{4.32} = 0.5\ \text{m}$$

$$Y = \frac{A}{T} = \frac{2.16}{3.60} = 0.6\ \text{m}$$

d) Sección circular, con diámetro D =6 m, tirante y =4.2 m, figura 1.9.

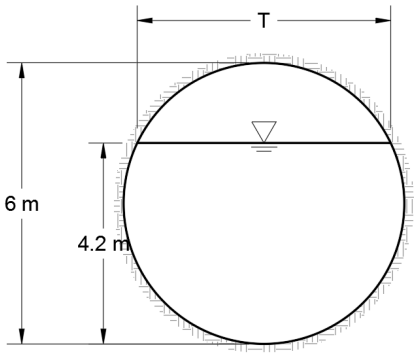


Figura 1.9

Los elementos geométricos pueden calcularse con las expresiones indicadas en la tabla 1.2, a partir de la relación

$$\frac{y}{D} = \frac{4.2}{6} = 0.70$$

$$\theta = \text{arc cos}\,(1\text{-}2 \times 0.7) = 113.58^\circ = 1.98\ \text{radianes}$$

$$A = \frac{6^2}{4}[1.98\text{-}0.5\ \text{sen}\,(2)(113.58^\circ)] = 21.12\ \text{m}^2$$

$$P = \theta D = 1.98\,(6) = 11.88\ \text{m}$$

$$T = \text{sen}\,\theta\,(D) = \text{sen}\ 113.58^\circ\,(6) = 5.5\ \text{m}$$

$$R_H = \frac{A}{P} = \frac{21.12}{11.88} = 1.78 \text{ m}$$

$$Y = \frac{A}{T} = \frac{21.12}{5.5} = 3.84 \text{ m}$$

Otra forma de calcular los elementos geométricos es por medio de la tabla 1.3, adimensional, de la siguiente manera.

Con la relación $y/D = 0.70$, se obtiene de la tabla de referencia

$\frac{y}{D}$	$\frac{A}{D^2}$	$\frac{P}{D}$	$\frac{R_H}{D}$	$\frac{T}{D}$	$\frac{Y}{D}$
0.70	0.58723	1.98231	0.29623	0.91652	0.64072

Por lo tanto:

$$A = 0.58723\,(6)^2 = 21.14 \text{ m}^2$$

$$P = 1.98231\,(6) = 11.89 \text{ m}$$

$$R_H = 0.29623\,(6) = 1.78 \text{ m}$$

$$T = 0.91652\,(6) = 5.5 \text{ m}$$

$$Y = 0.64072\,(6) = 3.84 \text{ m}$$

Ejemplo 1.2. El vertedor y canal rectangular (b=10 m) de la figura 1.10, muestra las condiciones de flujo para un gasto $Q = 93$ m^3/s.

Con base en el número de Reynolds (Re) y en el número de Froude (Fr), clasifique el flujo en las secciones 1 y 2. Considere la viscosidad del agua $\nu = 1.0 \times 10^{-6}$ m^2/s.

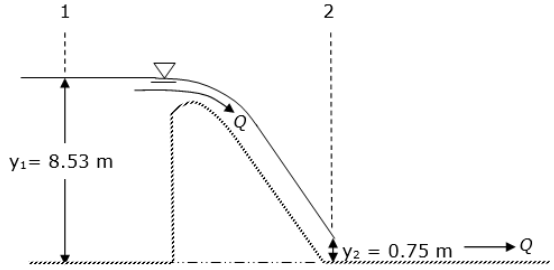


Figura 1.10

Solución

Para la sección 1:

$$A_1 = 10\,(8.53) = 85.3\ \text{m}^2\ ;\ P_1 = 10+2(8.53) = 27.06\ \text{m}\ ;\ R_{h1} = \frac{85.3}{27.06} = 3.15\ \text{m}$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{93}{85.3} = 1.09\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Sustituyendo en la expresión 1.3

$$R_{e1} = \frac{1.09\,(3.15)}{1.0 \times 10^{-6}} = 3.43\,(10)^6 > 12\,500$$

el *flujo es turbulento*.

Por otro lado, de la tabla 1.1, para sección rectangular $Y = y$; entonces $Y_1 = y_1 = 8.53$ m y el número de Froude, de la expresión 1.5, vale

$$F_{r1} = \frac{1.09}{\sqrt{9.81\,(8.53)}} = 0.119 < 1.0$$

el *flujo es subcrítico o lento*.

En la sección 2:

$$A_2 = 10\,(0.75) = 7.5\ \text{m}^2\ ;\ P_2 = 10+2\,(0.75) = 11.5\ \text{m}\ ;\ R_{h2} = \frac{7.5}{11.5} = 0.652\ \text{m}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{93}{7.5} = 12.4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Entonces, el número de Reynolds será

$$R_{e2} = \frac{12.4\,(0.652)}{1.0 \times 10^{-6}} = 8.08\,(10)^6 > 12\,500$$

el *flujo también es turbulento*.

Y, el número de Froude es

$$F_{r2} = \frac{12.4}{\sqrt{9.81(0.75)}} = 4.57 > 1.0$$

el flujo es supercrítico o rápido.

Ejemplo 1.3. La velocidad media del flujo (V en m/s) en un canal trapecial fue medida con molinete hidráulico, en el centro de diferentes subsecciones, como se indica en la figura 1.11.

Calcular los valores del gasto (Q en m^3/s), la velocidad media (V en m/s) de toda la sección y los coeficientes de corrección (α y β).

Solución

Por triángulos semejantes:

$$\frac{X}{3} = \frac{0.75}{1} \; ; \; X = K(y) = 0.75(3) = 2.25 \text{ m}$$

El orden de las subsecciones se considera de izquierda a derecha.

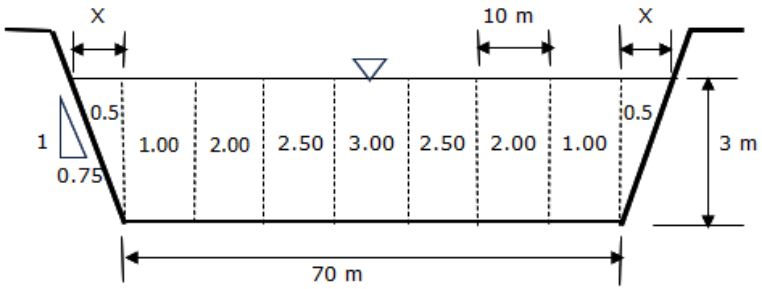


Figura 1.11

El área de las subsecciones 1 y 9 es

$$A_1 = A_9 = \frac{X(y)}{2} = \frac{2.25(3)}{2} = 3.375 \text{ m}^2$$

y las áreas de las demás subsecciones valen

$$A_2 = A_3 = \ldots = A_8 = 10\,(3) = 30\ \text{m}^2$$

La tabla 1.4 muestra el resumen para el cálculo del gasto total, velocidad media, y los coeficientes de corrección.

Tabla 1.4

Subsección (i)	Velocidad (V_i en m/s)	Área (A_i en m^2)	$Q_i = V_i A_i$ (m^3/s)	$V_i^2 A_i$	$V_i^3 A_i$
1	0.5	3.375	1.6875	0.84375	0.4219
2	1.0	30	30	30	30
3	2.0	30	60	120	240
4	2.5	30	75	187.5	468.75
5	3.0	30	90	270	810
6	2.5	30	75	187.5	468.75
7	2.0	30	60	120	240
8	1.0	30	30	30	30
9	0.5	3.375	1.6875	0.84375	0.4219
		Σ = 216.75	$Q = \Sigma Q_i$ = 423.375	Σ = 946.6875	Σ = 2288.3438

El gasto total y la velocidad media valen

$$Q = \sum Q_i = 423.375\ \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{423.375}{216.75} = 1.95\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

De las expresiones 1.6 y 1.7, los coeficientes α y β, resultan

$$\alpha \approx \frac{2288.3438}{216.75\,(1.95)^3} = 1.4238$$

$$\beta \approx \frac{946.6875}{216.75\,(1.95)^2} = 1.149$$

Ejemplo 1.4. En el canal de sección compuesta, cuya geometría se aprecia en la figura 1.12, se ha medido la velocidad en las diferentes subsecciones, arrojando los siguientes resultados: V_1=1.76 m/s, V_2=3.98 m/s y V_3=1.68 m/s. Calcular el gasto total Q (en m^3/s), la velocidad media del flujo de toda la sección compuesta V (en m/s) y los coeficientes de corrección de velocidades α y β.

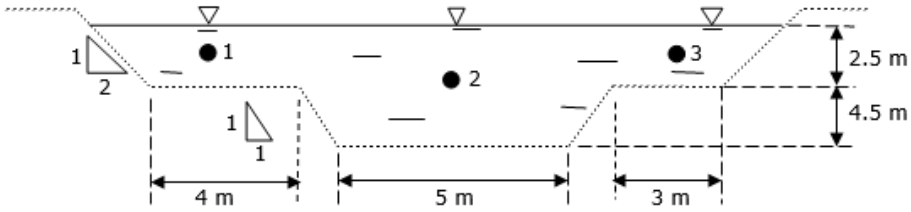


Figura 1.12

Solución

El gasto total se obtiene como $Q = \sum V_i A_i$, donde las áreas A_i de las distintas subsecciones (figura 1.13) son:

$$A_1 = 4(2.5) + 2\left(\frac{2.5^2}{2}\right) = 16.25 \text{ m}^2$$

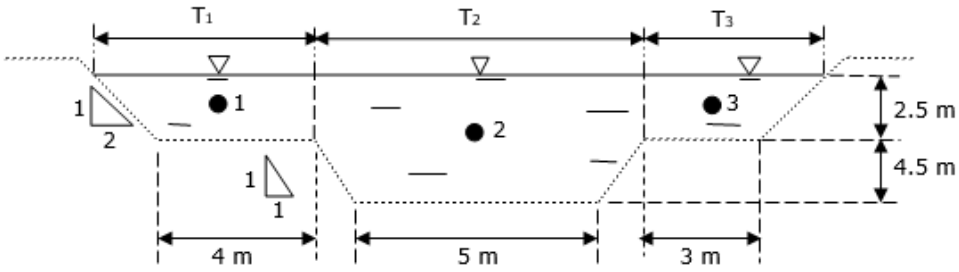


Figura 1.13

El semiancho (T_2) de la superficie libre de la subsección 2 es: $T_2 = 5+2(1)(4.5) = 14$ m, por lo tanto, el área A_2 resulta entonces

$$A_2 = A_{TRAPECIO} + A_{RECTÁNGULO} = [5(4.5) + 1(4.5^2)] + 14(2.5) = 77.75 \text{ m}^2$$

$$A_3 = 3(2.5) + 2\left(\frac{2.5^2}{2}\right) = 13.75 \text{ m}^2$$

El área total es $A = \sum A_i = 16.25 + 77.75 + 13.75 = 107.75$ m^2, el gasto total y la velocidad media valen

$$Q = \sum V_i A_i = 1.76(16.25) + 3.98(77.75) + 1.68(13.75) = 361.15 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{361.15}{107.75} = 3.352 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Los coeficientes de corrección de velocidades α y β, de las expresiones 1.6 y 1.7, resultan

$$\alpha = \frac{\sum V_i^3 A_i}{V^3 A} = \frac{1.76^3(16.25) + 3.98^3(77.75) + 1.68^3(13.75)}{3.352^3(107.75)} = 1.246$$

$$\beta = \frac{\sum V_i^2 A_i}{V^2 A} = \frac{1.76^2(16.25) + 3.98^2(77.75) + 1.68^2(13.75)}{3.352^2(107.75)} = 1.091$$

Ejemplo 1.5. La figura 1.14 presenta una vista de perfil de un canal trapecial con las siguientes características: ancho de plantilla b =11 m, talud k =1.5, pendiente de plantilla $S_0 = 0.75$; para un gasto $Q = 250$ m^3/s la presión del agua en el fondo del canal para un flujo uniforme es $P = 4961.46$ kg/m^2. Calcular el número de Froude (F_r) y tipo de régimen (subcrítico, crítico o supercrítico), si se considera que $\alpha = 1.17$.

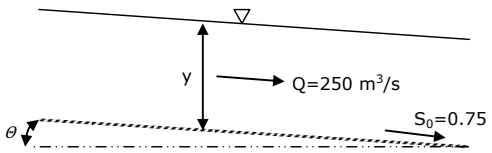


Figura 1.14

Solución

Con $S_0 = 0.75 = \tan\theta$; el ángulo $\theta = 36.87° > 10°$, de la expresión 1.10b con el valor estándar del peso volumétrico en el Sistema Gravitacional ($\gamma = 1\,000\ kg_f / m^3$)

$$P = 4961.46 = \gamma y \cos^2\theta \ ; \ y = \frac{4961.46}{1000 \cos^2 36.87} = 7.75\ m$$

por lo tanto, de la expresión 1.9: $d = y \cos\theta = 7.75 \cos 36.87 = 6.2$ m. En la figura 1.15 se representa la sección del canal trapecial con la proyección del tirante perpendicular al flujo.

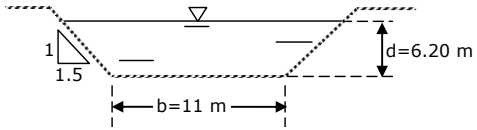


Figura 1.15

Los elementos geométricos son:

$$A = 11(6.2) + 1.5(6.2)^2 = 125.86\ m^2$$

$$T = 11 + 2(1.5)(6.2) = 29.6\ m$$

$$Y = \frac{125.86}{29.6} = 4.252\ m$$

$$V = \frac{250}{125.86} = 1.986\ \frac{m}{s}$$

El número de Froude (expresión 1.4) resulta entonces

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{\frac{g\cos\theta}{\alpha(Y)}}} = \frac{1.986}{\sqrt{9.81\left(\frac{\cos 36.87}{1.17}\right)(4.252)}} = 0.3718$$

como el $Fr < 1.0$, el *flujo es subcrítico o lento.*

Ejemplo 1.6. En un canal de sección trapecial ($b = 8$ m; $k = 0.5$), se tienen mediciones de los tirantes en las secciones 1 y 2, según se indican en la figura 1.16, para un gasto $Q = 120.5\ m^3/s$.

Calcular la pérdida de energía que ocurre entre las secciones 1 y 2 ($h_{r\,1\text{-}2}$), si se considera que el flujo es turbulento y la distribución de velocidades se aproxima a la uniforme ($\alpha_1 = \alpha_1 = 1.0$).

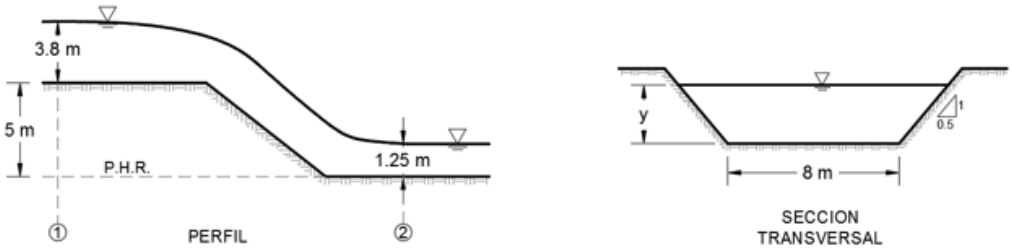


Figura 1.16

Solución

Las áreas y velocidades medias del flujo en las secciones 1 y 2 son

$$A_1 = 8(3.8) + 0.5(3.8)^2 = 37.62\ m^2 \quad ; \quad A_2 = 8(1.25) + 0.5(1.25)^2 = 10.78\ m^2$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{120.5}{37.62} = 3.2\ \frac{m}{s} \quad ; \quad V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{120.5}{10.78} = 11.18\ \frac{m}{s}$$

La ecuación de la energía entre las secciones 1 y 2, con $\alpha_1 = \alpha_2 = 1.0$

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma = pg} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma = pg} + \frac{V_2^2}{2g} + h_{r1\text{-}2}$$

Si se considera como plano horizontal de referencia (PHR) el que pasa por el fondo del canal en la sección 2, entonces $Z_1 = 5$ m y $Z_2 = 0$, además las cargas de presión en las secciones 1 y 2, de acuerdo con la expresión 1. 8a, son

$$\frac{P_1}{\gamma = pg} = 3.8 \quad ; \quad \frac{P_2}{\gamma = pg} = 1.25$$

sustituyendo $Z_1 = 5$ m, las cargas de presión y de velocidad en la expresión (I), resulta

$$5 + 3.8 + \frac{3.2^2}{2(9.81)} = 1.25 + \frac{11.18^2}{2(9.81)} + h_{r1\text{-}2}$$

despejando y operando, resulta

$$h_{r1\text{-}2} = 9.32 - 7.62 = 1.7 \text{ m}$$

Ejemplo 1.7. El canal rectangular cuyo perfil se muestra en la figura 1.17, tiene 10 m de ancho de plantilla, pendiente S_0=0.87, coeficientes de corrección de velocidades α_1=1.12, α_2=1.22, y pérdida de energía $hr_{1\text{-}2}$=1.48 m. Calcular las presiones en el fondo del canal en las secciones 1 y 2 (en Pa), y el gasto Q (en m^3/s).

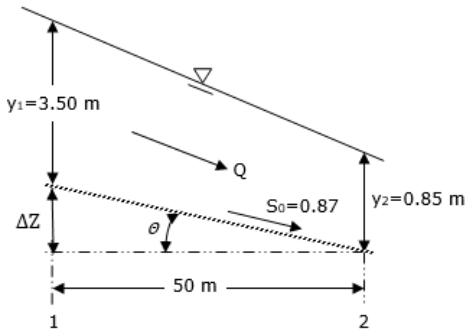


Figura 1.17

Solución

Con $S_0 = 0.87 = \tan\theta$, el ángulo $\theta = 41.02^o > 10^o$, entonces deberá utilizarse el tirante (d) perpendicular al flujo en lugar del tirante vertical (y), siendo entonces

$$d_1 = y_1 \cos\theta = 3.5 \cos 41.02 = 2.64 \text{ m}$$

$$d_2 = y_2 \cos\theta = 0.85 \cos 41.02 = 0.641 \text{ m}$$

De la expresión 1.10b, con los valores de la densidad del agua en el Sistema Internacional ($\rho = 1\,000$ kg$_m$/m^3) y $g = 9.81$ m^2/s, las presiones resultan

$$P_1 = 1\,000\,(9.81)\ 2.64 \cos 41.02 = 19\,539.84 \text{ Pa}$$

$$P_2 = 1\,000\,(9.81)(0.641 \cos 41.02) = 4\,744.33 \text{ Pa}$$

El área hidráulica en las secciones 1 y 2 son: $A_1 = 10\,(2.64) = 26.4$ m^2 ; $A_2 = 10\,(0.641) = 6.41$ m^2.

La diferencia de niveles entre el fondo del canal en la sección 1 y el correspondiente en la sección 2 es $\Delta Z = S_0\,(L) = 0.87\,(50) = 43.5$ m.

Además, de la ecuación de continuidad $V_1 = Q / A_1 = Q / 26.4$ y $V_2 = Q / A_2 = Q / 6.41$; al plantear la ecuación de la energía de la sección 1 a la 2 con plano horizontal de referencia (*P.H.R.*) el que pasa por el fondo del canal en la sección 2, y las cargas de presión dadas por la expresión 1.10a, resulta lo siguiente:

$$\Delta Z + d_1 \cos\theta + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = d_2 \cos\theta + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_{r1\text{-}2}$$

$$43.5 + 2.64 \cos 41.02 + (1.12)\frac{Q^2}{26.4^2\,2(9.81)} = 0.641 \cos 41.02 + (1.22)\frac{Q^2}{6.41^2\,2(9.81)} + 1.48$$

de donde, al operar y despejar, resulta

$$Q = \sqrt{\frac{43.5264}{0.001431}} = 174.4 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Ejemplo 1.8. Considerando un gasto $Q = 200$ m^3/s en un canal rectangular ($b = 12$ m) y tirante $d = 4$ m con flujo cóncavo:

a) Calcular el radio de curvatura necesario (R, en m), de tal manera que la presión máxima debida al efecto exclusivo de la fuerza centrífuga sea de 489 kg/m^2.

b) Con el radio de curvatura calculado, determinar la presión en el fondo del canal (en kg/m^2) en secciones de la curva con: $\theta = 0^0$ (sección más baja de la curva), y $\theta = 45^0$

Solución

a) El área y la velocidad en la sección de análisis es

$$A = 12\,(4) = 48\ \text{m}^2 \quad ; \quad V = \frac{Q}{A} = \frac{200}{48} = 4.17\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El efecto de la fuerza centrífuga en la distribución de la presión, de la expresión 1.11a se tiene, con $\gamma = 1\,000$ kg/m^3 (sistema gravitacional)

$$\frac{P}{\gamma} = \frac{489}{1000} = 0.489 = \frac{V^2\,(d)}{g\,R}$$

Despejando y desarrollando, se obtiene

$$R = \frac{V^2\,(\text{d})}{9.81\,(0.489)} = 0.208\,V^2\,(d) = 0.208\,(4.17)^2\,(4) = 14.46\ \text{m} \approx 15\ \text{m}$$

b) con $R = 15$ m

Para $\theta = 0^0$, sustituyendo en la expresión 1.11b

$$P = 1000\,(4)\left[\cos 0^0 + \frac{(4.17)^2}{9.81\,(15)}\right] = 4472.68\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Para $\theta = 45^0$, sustituyendo en la expresión 1.11b

$$P = 1000\,(4)\left[\cos 45^0 + \frac{(4.17)^2}{9.81\,(15)}\right] = 3301.1\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Ejemplo 1.9. Considerando una curva vertical convexa de radio $R = 8$ m, en una sección en donde $d = 2$ m, $V = 4$ m/s, calcular:

a) La presión (en kg/m^2) en el fondo del canal, para cuando $\theta = 20°$

b) La velocidad máxima (en m/s) para no generar presiones negativas en la plantilla del canal, para $\theta = 30°$

Solución

a) Sustituyendo valores en la expresión 1.12b, con $\gamma = 1\,000$ kg/m^3 (Sistema Gravitacional)

$$P = 1000\,(2)\left[\cos 20^0 - \frac{(4)^2}{9.81\,(8)}\right] = 1471.64\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

b) La velocidad máxima para no generar presiones negativas corresponde a la condición (P=0); entonces, de la expresión 1.12b

$$P = 0 = 1000\,(2)\left[\cos 30^0 - \frac{(V)^2}{9.81\,(8)}\right]$$

Despejando y realizando operaciones

$$V_{Máx} = \sqrt{(9.81)(8)\cos 30°} = 8.24\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Cap 2 FLUJO UNIFORME

Objetivo: Calcular el flujo uniforme y diseñar la sección de un canal prismático considerando gasto, pendiente y características del fondo y de las paredes.

Introducción

Un flujo uniforme presenta las siguientes características principales: 1) el tirante (y), el área hidráulica (A), y la velocidad (V) en cada sección del canal son constantes, 2) para pendientes longitudinales con ángulos pequeños ($\theta < 10^{o}$), la línea de energía (S), la de la superficie del agua (S_w) y la de la plantilla del canal (S_o) son iguales, esto es, $S = S_w = S_o$.

El flujo uniforme ocurre solo en canales prismáticos (de geometría, dimensiones, rugosidad y pendiente, constantes) de gran longitud. El flujo en corrientes naturales rara vez alcanza una condición estricta de uniforme; cuando ello llega a suponerse en el cálculo, los resultados así obtenidos serán aproximados y generales, pero a veces satisfactorios en algunos problemas prácticos.

2.1 Ecuación de Manning

La ecuación de fricción de Manning es la más utilizada para el cálculo del flujo uniforme turbulento en canales rugosos. De esta manera, la velocidad media se expresa como

$$V = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \tag{2.1}$$

el gasto entonces es

$$Q = V(A) = \frac{A R_h^{\frac{2}{3}}}{n} S^{\frac{1}{2}} \tag{2.2}$$

donde *n* es un factor de fricción (llamado coeficiente de rugosidad de Manning) que depende principalmente de la rugosidad en las paredes y fondo del canal, geometría de la sección, tirante y gasto (caudal). La tabla 2.1 presenta los valores mínimo, normal y máximo para canales de varias clases, propuestos por *Chow* (referencia bibliográfica 1), y que son de gran utilidad para una selección preliminar.

S es la pendiente hidráulica, o pendiente de fricción.

2.2 Cálculo del flujo uniforme

En la práctica se presentan problemas de revisión o de diseño, en los que debe haber, cuando más, dos incógnitas.

Los problemas de revisión consisten en calcular: a) el gasto, o b) el tirante

Tabla 2.1 Algunos valores del coeficiente (*n*) de Manning.
(Referencia: Hidráulica de Canales, 2001, G. Sotelo Ávila)

A. Conductos cerrados parcialmente llenos			
Tipo de material y descripción	**Mínimo**	**Normal**	**Máximo**
Cemento:			
1. Pulido	0.010	0.011	0.013
2. En mortero	0.011	0.013	0.015
Concreto:			
1. Alcantarilla recta y libre de azolve	0.010	0.011	0.013
2. Terminado	0.011	0.012	0.014
3. Colado en molde de acero, sin acabado	0.012	0.013	0.014
4. Colado en molde de madera, sin acabado	0.012	0.014	0.016
5. Colado en molde de madera rugosa, sin acabado	0.015	0.017	0.020

Tabla 2.1 Continuación

B. Canales revestidos			
Tipo de material y descripción	Mínimo	Normal	Máximo
Cemento:			
1. Superficie lisa	0.010	0.011	0.013
2. En mortero	0.011	0.013	0.015
Concreto:			
1. Acabado con llana metálica	0.011	0.013	0.015
2. Acabado con llana de madera	0.013	0.015	0.016
3. Sin acabado	0.014	0.017	0.020
Asfalto:			
1. Liso	0.013	0.013	
2. Rugoso	0.016	0.016	
C. Canales no revestidos			
Tierra, recto y uniforme:			
1. Limpio, recientemente terminado	0.016	0.018	0.020
2. Limpio, después de intemperizado	0.018	0.022	0.025
3. Grava, sección uniforme y limpia	0.022	0.025	0.030
4. Con poco pasto y hierba	0.022	0.027	0.033
Tierra, sinuoso, flujo con poca velocidad			
1. Sin vegetación	0.023	0.025	0.030
2. Pasto, algo de hierba	0.025	0.030	0.033
3. Fondo de tierra y mampostería en los bordos	0.028	0.030	0.035
4. Fondo rocoso y hierba en los bordos	0.025	0.035	0.040
Excavado o dragado en línea recta			
1. Sin vegetación	0.025	0.028	0.033
2. Pocos arbustos en los bordos	0.035	0.050	0.060
Cortado en roca			
1. Liso y uniforme	0.025	0.035	0.040
2. Con salientes agudas e irregulares	0.035	0.040	0.050

Los problemas de diseño consisten en calcular: a) la dimensión del canal, o b) la pendiente longitudinal.

2.2.1 Gasto y velocidad (ejemplos 2.1 y 2.2)

Se conocen n, S_o, geometría y dimensiones del canal. El cálculo del gasto se hace directamente de la ecuación 2.2, obteniendo previamente los elementos geométricos de la sección.

La velocidad se obtiene dividiendo el gasto entre el área de la sección.

2.2.2 Tirante normal y velocidad

Se conoce Q, n, S_0, geometría y dimensiones del canal. Para lo cual, la ecuación 2.2 puede agruparse de la siguiente forma:

$$\frac{Q(n)}{S^{\frac{1}{2}}} = A\,R_h^{\frac{2}{3}} \qquad (2.3)$$

Los elementos geométricos A y RH son función de la geometría, dimensiones y tirante normal. Una solución explícita del tirante (y) en la expresión 2.3 no es posible, por lo que el problema debe resolverse por cualquiera de los caminos siguientes: por tanteos, o utilizando un método numérico (por ejemplo, *Newton-Raphson*).

a) Solución por tanteos (ejemplo 2.3)

1) Se calcula el término $Q(n)/S^{\frac{1}{2}}$

2) Con la geometría y dimensiones de la sección, se expresan los elementos geométricos A y P, en función del tirante (y).

3) Se propone un tirante (y^*) y se calculan los elementos geométricos: A, P, R_H, y el término $A(R_H)^{\frac{2}{3}}$

4) Se compara el término $A(R_H)^{\frac{2}{3}}$, calculado en el inciso anterior, con el valor de $Q(n)/S^{\frac{1}{2}}$ del paso 1, si:

$A\,(R_H)^{\frac{2}{3}} \approx Q\,(n)/S^{\frac{1}{2}}$, el tirante propuesto ($y^* = y_n$),
$A\,(R_H)^{\frac{2}{3}} \neq Q\,(n)/S^{\frac{1}{2}}$, regresar al paso 3 hasta lograr una aproximación adecuada.

b) Solución numérica por método de *Newton-Raphson* (ejemplo 2.4).

Se define la función (F)

$$F = A\,R_h^{\frac{2}{3}} - \frac{Q(n)}{S^{\frac{1}{2}}} \tag{2.4}$$

la derivada F, respecto del tirante, resulta

$$F' = \frac{dF}{dy} = \frac{R_h^{\frac{2}{3}}}{3}\left[5T - 2R_h\frac{dP}{dy}\right] \tag{2.5}$$

Las derivadas (dP/dy) se obtienen de la tabla 1.1 para sección rectangular, trapecial, y triangular.

El procedimiento numérico de iteraciones consiste en suponer un valor inicial del tirante (y_i) en la iteración i. De este modo, el tirante en la iteración i+1 se obtiene de

$$(y)_{i+1} = (y)_i - \left(\frac{F}{F'}\right)_i \tag{2.6}$$

la solución se obtiene para cuando la función $F_i \approx 0$, esto es $(y)_{i+1} \approx (y)_i$

Para sección circular se recomienda utilizar la tabla adimensionada 1.3, ver ejemplo 2.5.

2.2.3 Dimensión y velocidad

En este caso, lo más común es obtener el ancho de plantilla (b) del canal rectangular o trapecial, o el diámetro (D) si la sección es circular.

La solución consiste en resolver la ecuación 2.3 por tanteos, o por algún método numérico (*Newton-Raphson*, por ejemplo).

a) Solución por tanteos (ejemplos 2.7 y 2.9)

1) Se calcula el término $Q(n)/S^{\frac{1}{2}}$

2) Con la geometría y tirante normal de la sección, se expresan los elementos geométricos A y P, en función del ancho (b), si el canal es rectangular o trapecial, o del diámetro (D) si la sección es circular.

3) Se propone un ancho o diámetro (b^*, o D^*) y se calculan los elementos geométricos: A, P, R_H, y el término $A(R_H)^{\frac{2}{3}}$

4) Se compara el término $A(R_H)^{\frac{2}{3}}$, calculado en el inciso anterior, con el valor de $Q(n)/S^{1/2}$ del paso 1, si:

$A(R_H)^{\frac{2}{3}} \approx Q(n)/S^{\frac{1}{2}}$; la dimensión propuesta b^* o D^* es la correcta.
$A(R_H)^{\frac{2}{3}} \neq Q(n)/S^{\frac{1}{2}}$, regresar al paso 3 hasta lograr una aproximación adecuada.

b) Solución por método numérico de *Newton-Raphson* (ejemplos 2.8 y 2.9)

La función (F) dada por la expresión 2.4 sigue siendo válida, donde ahora, al derivarla respecto de la dimensión buscada, resulta:

$$F' = \frac{dF}{dx} = \frac{R_h}{3}\left[5\frac{dA}{dx} - 2R_h\frac{dP}{dx}\right] \qquad (2.7)$$

donde dx es la dimensión de acuerdo con la geometría del canal.

Para la sección rectangular y trapecial, $dA/db = y$, y $dP/db = 1$; mientras que para la sección circular $dA/dD = 2(A/D) - y \operatorname{sen}\theta$, $dP/dD = \theta - (2/\operatorname{sen}\theta)(y/D)$.

Al igual que para el cálculo del tirante normal, el procedimiento numérico a seguir es recursivo en la que se supone un valor inicial de la dimensión en la iteración i, de tal modo que en la iteración i+1 se obtiene de

$$(x)_{i+1} = (x)_i - \left(\frac{F}{F'}\right)_i \tag{2.8}$$

Obtenida la dimensión de la sección, con el tirante se conoce el área hidráulica, y la velocidad resulta de dividir el gasto entre dicha área.

2.2.4 Pendiente y velocidad (ejemplo 2.10)

Conocidos Q, n, tirante normal, geometría y las dimensiones de la sección, de la expresión 2.2 se puede obtener la pendiente necesaria, de modo que ocurra el flujo uniforme. Dicha pendiente se conoce como pendiente normal. La velocidad resulta de dividir el gasto entre el área.

2.3 Sección hidráulica del canal

2.3.1 Sección hidráulicamente óptima (ejemplo 2.11 y 2.12)

Al término $A\,(RH)^{\frac{2}{3}}$ se le conoce como módulo de sección, y tiene su valor máximo cuando el área hidráulica también es máxima con el mínimo perímetro mojado. La optimación del área y del perímetro conduce al diseño de la sección hidráulicamente óptima, la cual toma en cuenta exclusivamente las dimensiones del área de paso del agua, pero no el resto de las variables que influyen en la economía de la obra.

Para un canal trapecial, siendo θ constante, para obtener el área máxima o un área dada con el perímetro mojado mínimo será necesario que simultáneamente $dA/dy = 0$ y $dP/dy = 0$. Al satisfacer estas condiciones, se obtiene

$$b = 2\,(y)\left[\frac{1-\cos\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta}\right] \tag{2.9}$$

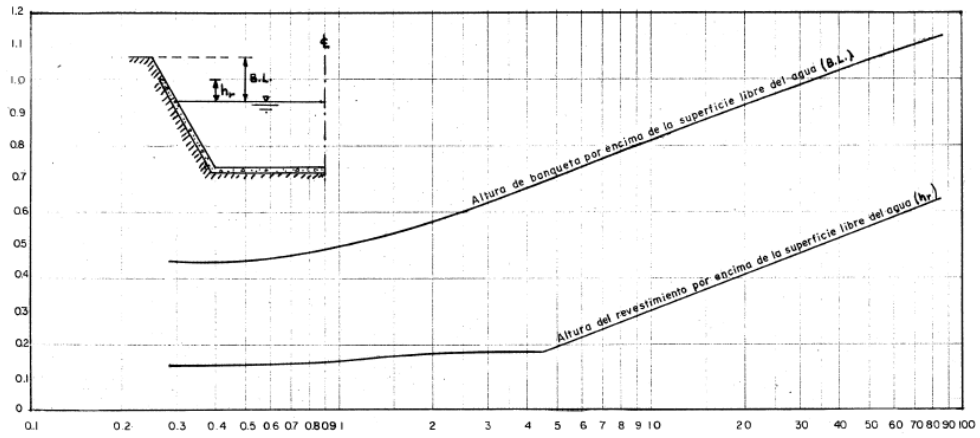
si se sustituye la expresión anterior en la ecuación de Manning, al desarrollar, simplificar y despejar el tirante (y), se obtiene finalmente

$$y = 2^{\frac{1}{4}}\left[\frac{\operatorname{sen}\theta}{2-\cos\theta}\right]^{\frac{3}{8}}\left[\frac{Q(n)}{S^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{3}{8}} \tag{2.10}$$

Las expresiones 2.9 y 2.10 proporcionan el ancho y tirante necesarios para que el perímetro de la sección sea el mínimo.

Para cuando sea factible elegir el ángulo, se establecen las condiciones: $dA/d\theta = 0$ y $dP/d\theta = 0$, y se puede demostrar que el ángulo óptimo resulta para $\theta = 60°$, el cual corresponde a un talud $K = 0.577$; la sección trapecial con dichas características se le conoce como sección de máxima eficiencia hidráulica. Véase el ejemplo 2.11b.

Se debe, además, determinar una altura de revestimiento (h_r, en metros) que tome en cuenta las ondas de traslación generadas por maniobras (rechazo o demanda de las turbinas, o las debidas al cierre o apertura de compuertas), y además un bordo libre (*B.L.*, en metros) para considerar las fluctuaciones del nivel del agua por el oleaje; el USBR también recomienda calcularlos en función del gasto que se conducirá, véase la figura 2.1.



Gasto Q, en m^3/s

Figura 2.1 Altura de revestimiento y bordo libre recomendados por el USBR para canales revestidos.

Referencia: ***Apuntes de Hidráulica II***, 1997, Gilberto Sotelo Ávila

En general, el bordo libre varía entre un 5 % y 30 % del tirante máximo del canal. Una ecuación empírica para calcularlo es

$$B.L. = 0.30 + 0.25\,(y) \tag{2.11}$$

donde el tirante y, y el $B.L.$, se expresan en metros.

En canales con flujo supercrítico, como rápidas y canales de descarga en vertedores, el USBR recomienda lo siguiente

$$B.L. = 0.61 + 0.0372\,(V)(y)^{\frac{1}{2}} \tag{2.12}$$

con la velocidad expresada en m/s, y el tirante y bordo libre en metros.

2.4 Diseño de canales no revestidos

2.4.1 Método de la fuerza tractiva (ejemplos 2.13 y 2.14)

La fuerza tractiva (también denominada: fuerza cortante, fuerza de arrastre o fuerza tangencial) es aquella que actúa sobre las partículas que componen el perímetro del canal y es producida por el flujo del agua sobre estas partículas. La fuerza tractiva no es la fuerza sobre una partícula individual, sino la fuerza ejercida sobre un área perimetral del canal.

El método de la fuerza tractiva sirve principalmente para diseñar canales trapeciales y permite conocer el grado de estabilidad de los taludes.

De acuerdo con los resultados obtenidos del United States Bureau of Reclamation (USBR) en canales trapeciales, los valores máximos del esfuerzo tangencial de arrastre, tanto en los taludes como en el fondo del canal, están dadas por

$$\tau_T = \varepsilon_T(\gamma)\, y\, S_0 \tag{2.13}$$

$$\tau_P = \varepsilon_P(\gamma)\, y\, S_0 \tag{2.14}$$

donde ε_t y ε_p son coeficientes que dependen de la relación (b/y) y del talud (K), véanse las figuras 2.2a y 2.2b. (Referencia: *Apuntes de Hidráulica II*, 1997, Gilberto Sotelo Ávila).

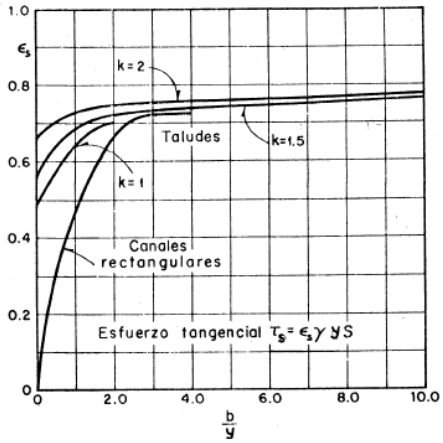


Figura 2.2a

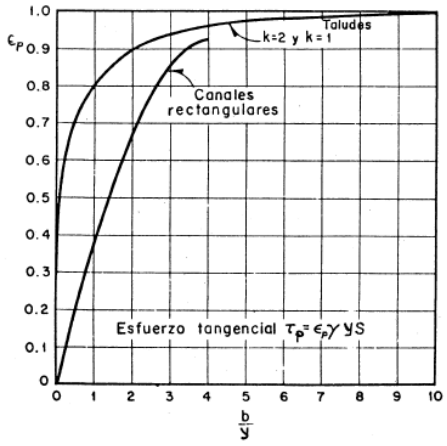


Figura 2.2a

El método consiste en encontrar el esfuerzo tangencial producido por el flujo, de tal manera que no rebase el valor permisible para el material del fondo y los taludes. El procedimiento de cálculo se presenta en la subsección 2.4.3, a partir de conocer el gasto de diseño Q, pendiente topográfica S_0, características y granulometría del material.

2.4.2 Ecuaciones empíricas para la estimación del coeficiente de rugosidad

Al utilizar la ecuación de Manning, como fórmula de fricción, el coeficiente de rugosidad (n) depende de varios factores, pero esencialmente del material que constituye las paredes del conducto, sin embargo, si un cauce es plano y sin arrastre, la resistencia al flujo se debe principalmente al tamaño de las partículas que constituyen la superficie del cauce, es decir, a la rugosidad o aspereza de los granos. El método de las ecuaciones empíricas tiene mayor utilidad en canales naturales y artificiales sin revestimiento, donde la rugosidad equivalente se sustituye por el diámetro de las partículas que constituyen su lecho.

En este sentido, después de hacer un análisis granulométrico del material, se puede utilizar alguno de los criterios siguientes para estimar el coeficiente de rugosidad:

Henderson:

$$n = 0.0132\, d_m^{\frac{1}{6}} \qquad (2.15a)$$

Strickler:

$$n = 0.015\, d_{50}^{\frac{1}{6}} \qquad (2.15b)$$

$$n = 0.0133\, d_{65}^{\frac{1}{6}} \qquad (2.15c)$$

Lane y Carlson:

$$n = 0.0152\, d_{75}^{\frac{1}{6}} \qquad (2.15d)$$

Meyer-Peter y Muller:

$$n = 0.0122\, d_{90}^{\frac{1}{6}} \qquad (2.15e)$$

En las ecuaciones anteriores, los diámetros característicos (d_i) se expresan en mm, con las que se calcula el coeficiente de rugosidad (n) dentro de un intervalo amplio de diámetros de material no cohesivo.

2.4.3 Secuencia de cálculo del método de la fuerza tractiva

1) Se determina el ángulo de reposo (φ), figura 2.3 para materiales no cohesivos en función del diámetro d_{75}, y se elige el talud (k) de manera que $\theta < \varphi$. Se recomienda una diferencia entre estos dos ángulos de alrededor entre 6° a 10° y además de que el talud seleccionado sea múltiplo de 0.25.

2) Se calcula el valor de (K_{CPERM}) que representa la relación de esfuerzos permisibles en los taludes y fondo del canal, dada por la siguiente expresión

$$K_{CPERM} = \frac{\tau_{PT}}{\tau_{PP}} = \sqrt{1 - \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{\operatorname{sen}^2 \varphi}} \qquad (2.16)$$

Es necesario que $K_{CPERM} > 0.50$; si esto no ocurre se debe aumentar el talud (k) para hacer más resistente al material del talud y disminuir el valor de la relación b/y.

3) De la figura 2.4 (para suelo cohesivo) se determina el esfuerzo tangencial crítico o permisible en el fondo del canal (τ_{pp}).

4) Se calcula el esfuerzo tangencial crítico o permisible en los taludes, despejando de la expresión 2.16, esto es

$$\tau_{PT} = K_{CPERM}(\tau)_{PP} \qquad (2.17)$$

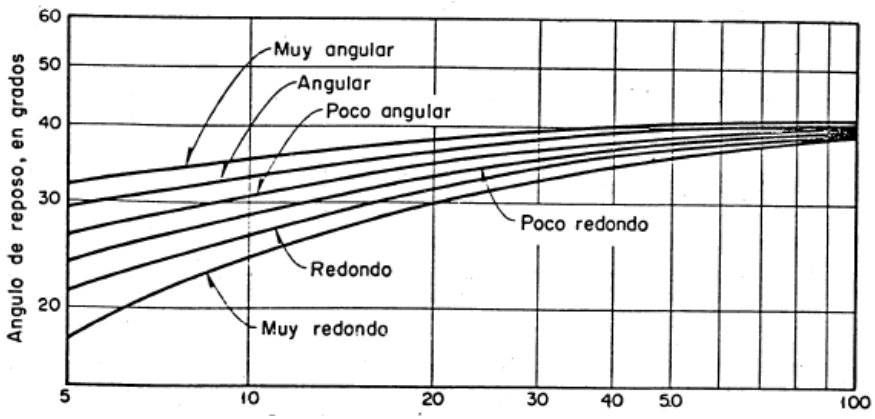


Figura 2.3 Ángulo de reposo de un suelo no cohesivo en función del diámetro de sus partículas.
(Tomado de *Apuntes de Hidráulica II*, 1997, Gilberto Sotelo Ávila)

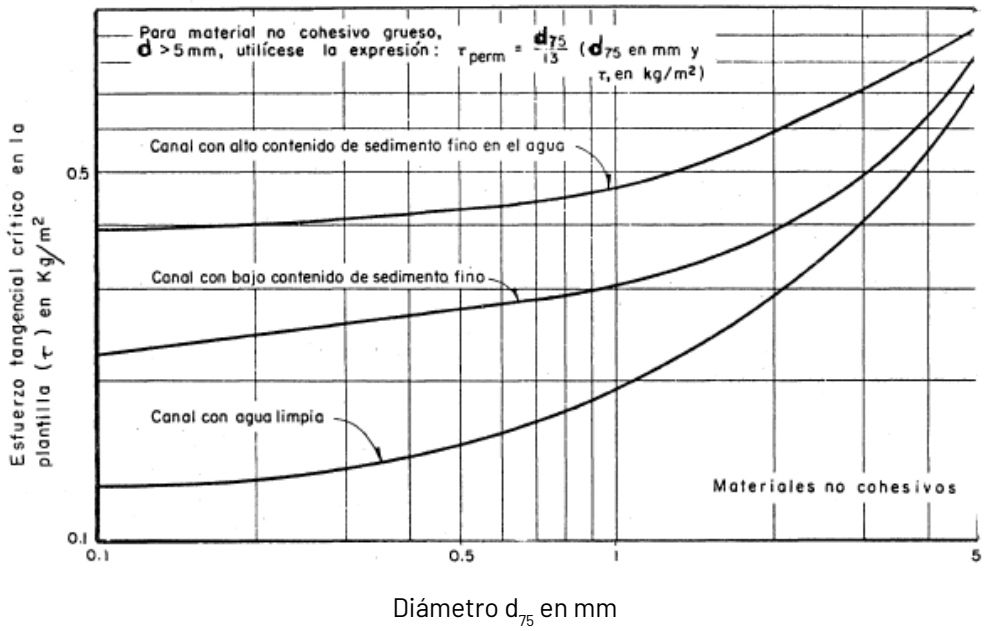


Figura 2.4 Esfuerzo tangencial permisible en el fondo del canal para un suelo no cohesivo (Tomado de *Apuntes de Hidráulica II*, 1997, Gilberto Sotelo Ávila)

5) Se igualan los esfuerzos tangenciales máximos que produce el flujo en taludes y plantilla (expresiones 2.13 y 2.14) con los valores permisibles correspondientes obtenidos en los incisos 3 y 4; y se despeja el tirante que resulta de cada igualdad, es decir, para el talud

$$y_t = \frac{\tau_{PT}}{\varepsilon_T \gamma S_0} \qquad (2.18)$$

y para el fondo del canal

$$y_P = \frac{\tau_{PP}}{\varepsilon_P \gamma S_0} \qquad (2.19)$$

Con lo anterior, se inicia el siguiente procedimiento de iteraciones.

6) Se supone una relación ancho/tirante (b/y)

7) De las figuras 2.2a y 2.2b, se determina ε_t y ε_p

8) Se calculan los dos valores del tirante con las expresiones 2.18 y 2.19, y se elige el menor de los tirantes (y).

9) Se calcula el ancho (b) con el valor del tirante (y) elegido en el paso anterior, y con el supuesto de la relación b/y en el paso 6.

10) Con las dimensiones de la sección (b, y y) así obtenida, se determinan los elementos geométricos: A, P, R_H; y con la ecuación de Manning se calcula el gasto (Q_{CALC}) que el canal es capaz de conducir sin que exista arrastre de material propio del canal. El coeficiente de rugosidad (n) se estima con algún criterio indicado en el apartado 2.4.2; generalmente se utiliza la expresión 2.15d, de Lane y Carlson.

11) Si el gasto calculado difiere del de diseño (Q_{DATO}), se repite el procedimiento desde el paso 6. Cuando los dos gastos (el de diseño y el calculado) son aproximados, dentro de una tolerancia preestablecida, se continúa con el paso 12.

12) Se ajusta el ancho de la sección a un valor adecuado para la construcción y se proporciona un bordo libre (*B.L.*) con algún criterio aplicable a este tipo de canales, por ejemplo, el sugerido por García Flores (referencia: *Inicio de Movimiento y Acorazamiento*, Series del I.I., publicación 592), dado por

$$B.L. = 0.3\, Q^{0.25} \qquad (2.20)$$

2.5 Canales de sección compuesta (ejemplos 2.15 y 2.16)

A veces la sección de un canal puede estar compuesta de varias subsecciones de forma y rugosidad distinta, formada por una sección central, por lo general más profundo, menos rugoso y de velocidad media mayor, y las laterales (véase la figura 2.5), de profundidad y velocidad media menor, y además más rugosa.

Para el análisis de este tipo de secciones, *Posey* (referencia: *Hidráulica de Canales*, Gilberto Sotelo Ávila) propone lo siguiente:

a) Cuando $y_s \geq 0.5y$, es posible tratar el flujo en el canal con base en una sección sencilla, utilizando la ecuación de Manning pero estimando un coeficiente de rugosidad equivalente (n_e), calculado con cualquiera de los criterios siguientes, entre otros más.

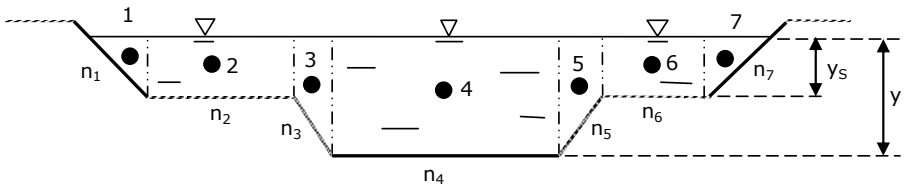


Figura 2.5 Canal de sección compuesta

Criterio de Horton y Einstein:

$$n_e = \left[\frac{\Sigma P_i n_i^{1.5}}{P}\right]^{\frac{2}{3}} = \left[\frac{P_1 n_1^{1.5} + P_2 n_2^{1.5} + \cdots + P_N n_N^{1.5}}{P}\right]^{\frac{2}{3}} \qquad (2.21)$$

Criterio de Muhlhofer, Einstein y Banks:

$$n_e = \left[\frac{\Sigma P_i n_i^{2}}{P}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{P_1 n_1^{2} + P_2 n_2^{2} + \cdots + P_N n_N^{2}}{P}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (2.22)$$

Criterio de Lotter:

$$n_e = \frac{P R_H^{\frac{5}{3}}}{\Sigma\left[\frac{P_i R_{Hi}^{\frac{5}{3}}}{n_i}\right]} = \frac{P R_H^{\frac{5}{3}}}{\frac{P_1 R_{H1}^{\frac{5}{3}}}{n_1} + \frac{P_2 R_{H2}^{\frac{5}{3}}}{n_2} + \cdots + \frac{P_N}{n_N} R_{HN}^{\frac{5}{3}}} \qquad (2.23)$$

b) Cuando $y_s < 0.5y$, es necesario dividir la sección en varias subsecciones y tratarla como sección compuesta, aplicando la ecuación de Manning para cada subsección. Véase el ejemplo 2.15.

Por lo que respecta a los coeficientes α y β de distribución de la velocidad en la sección total, se calculan a partir de la velocidad media en cada subsección, de acuerdo con lo siguiente:

$$\alpha = A^2 \left[\frac{\Sigma \left(\alpha_i \frac{K_i^3}{A_i^2} \right)}{(\Sigma K_i)^3} \right] \tag{2.24}$$

$$\beta = A \left[\frac{\Sigma \left(\beta_i \frac{K_i^2}{A_i} \right)}{(\Sigma K_i)^2} \right] \tag{2.25}$$

donde

$$K_i = \frac{A_i R_{Hi}^{\frac{2}{3}}}{n_i} \tag{2.26}$$

es el factor de conducción.

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Ejemplo 2.1. Un canal trapecial (b = 4 m, y =1.6 m, K = 2.5) revestido de concreto rugoso y pendiente longitudinal S_0 = 0.005, se utiliza para transportar agua potable a una ciudad, véase la figura 2.6.

Calcular el gasto y la velocidad media que se establecen en flujo uniforme.

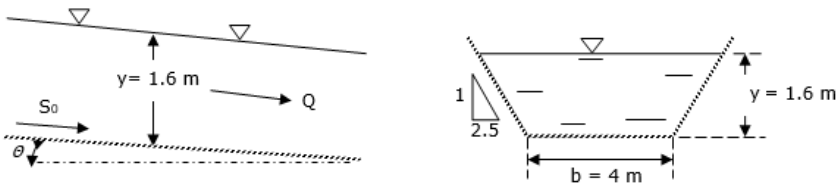


Figura 2.6

Solución

De la definición de pendiente: $S_0 = \tan \theta = 0.005$, siendo el ángulo que forma el fondo longitudinal del canal con respecto de la horizontal $\theta = 0.2864 < 10^0$ y, por lo tanto, se utilizará el tirante vertical (y).

Por otra parte, de la tabla 2.1, para concreto rugoso: $n = 0.017$.

El área, perímetro mojado y radio hidráulico son

$$A = 4(1.6) + 2.5\,(1.6)^2 = 12.8\ \text{m}^2$$

$$P = 4 + 2(1.6)\sqrt{2.5^2 + 1} = 12.616\ \text{m} \quad ; \quad R_h = \frac{12.8}{12.616} = 1.015\ \text{m}$$

Sustituyendo en la expresión 2.2

$$Q = \frac{12.8\,(1.015)^{\frac{2}{3}}}{0.017}(0.005)^{\frac{1}{2}} = 53.77\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

y la velocidad media resulta

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{53.77}{12.8} = 4.2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2.2. El túnel circular ($D = 12$ m) de la figura 2.7, forma parte de una obra de desvío. Se encuentra revestido de concreto colado en molde de acero sin acabado, con tirante $y = 5.4$ m y pendiente longitudinal $S_0 = 0.0011$.

Suponiendo que el flujo es aproximadamente uniforme, calcular el gasto y la velocidad del flujo que se presenta.

Solución

Al igual que en el ejemplo anterior, con $S_0 = 0.0011 = \tan\theta$; $\theta = 0.063^\circ < 10^\circ$ y, por lo tanto, se utilizará el tirante vertical (y), así como considerar $S \approx S_0 = 0.0011$.

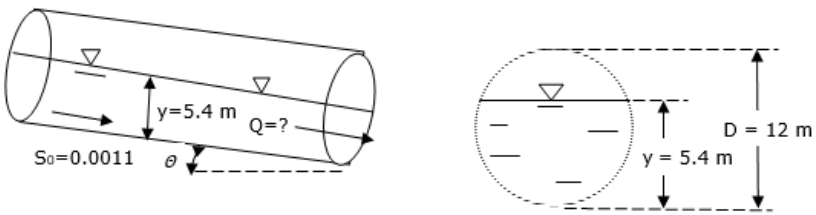


Figura 2.7

De la tabla 2.1, $n = 0.013$.

Con la relación $y / D = 5.4 / 12 = 0.45$, de la tabla 1.3 se tiene lo siguiente

y/D	A/D^2	$\frac{AR_h^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{8}{3}}}$
0.45	0.34278	0.1298

al despejar resulta

$$A = 0.34278\,(12)^2 = 49.36\ \text{m}^2 \quad ; \quad AR_h^{\frac{2}{3}} = 0.1298\,(12)^{\frac{8}{3}} = 97.95\ \text{m}^{\frac{8}{3}}$$

y entonces el gasto y la velocidad

$$Q = \frac{97.95}{0.013}(0.0011)^{\frac{1}{2}} = 249.9\ \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$V = \frac{249.9}{49.36} = 5.06\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2.3. Un canal rectangular (b = 3.5 m) conduce un gasto Q =10 m³/s, con coeficiente n (Manning) =0.015 y pendiente S_0 = 0.0009, véase la figura 2.8.

Utilizando la solución por tanteos, calcular el tirante normal y velocidad media del flujo.

Solución

Nuevamente revisando la pendiente, S_0 = 0.0009 = tan θ; θ = 0.0516° < 10° y, por lo tanto, se utilizará el tirante vertical (y), así como considerar $S \approx S_0$=0.0009.

De la expresión 2.3 se obtiene

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{10(0.015)}{(0.0009)^{\frac{1}{2}}} = 5 = AR_h^{\frac{2}{3}}$$

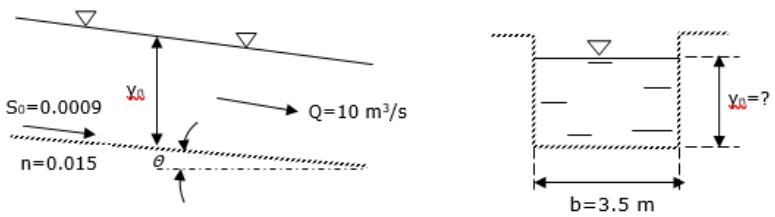


Figura 2.8

Por otra parte, de la información proporcionada se obtiene

$$A = 3.5(y)$$
$$P = 3.5 + 2(y)$$

Resolviendo por tanteos, proponiendo valores del tirante hasta cumplir con la ecuación de Manning, como se indica en la siguiente tabla:

Tabla 2.2

y (m)	A (m^2)	P (m)	Rh (m)	$A(Rh)^{\frac{2}{3}}$	
1.00	3.500	5.500	0.636	2.590	< 5
1.50	5.250	6.500	0.808	4.554	< 5
1.55	5.425	6.600	0.822	4.761	< 5
1.60	5.600	6.700	0.836	4.970	< 5
1.61	5.635	6.720	0.839	5.011	≈ 5

el tirante normal es y_n = 1.61 m, y la velocidad media resulta entonces

$$V = \frac{10}{5.635} = 1.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2.4. Utilizando el método de Newton-Raphson, calcular el tirante normal y la velocidad media del flujo, para un canal trapecial (b = 4.5 m, K = 0.5) que transporta un gasto Q = 12 m^3/s con pendiente S_0 = 0.00025 y coeficiente n (Manning) = 0.017; véase la figura 2.9.

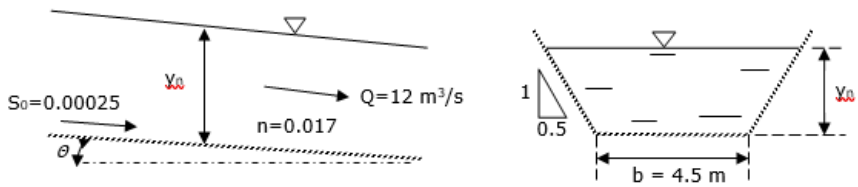


Figura 2.9

Solución

Revisando la pendiente, S_0 = 0.00025 = tan θ; θ = 0.0143° < 10°, por lo tanto, se utilizará el tirante vertical (y), así como considerar $S \approx S_0$ = 0.00025.

De la ecuación de Manning

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{12(0.017)}{(0.00025)^{\frac{1}{2}}} = 12.9$$

Los elementos geométricos son

$$A = 4.5\,(y) + 0.5\,y^2$$

$$P = 4.5 + 2\,(y)\sqrt{(0.5)^2 + 1} = 4.5 + 2.236\,(y)$$

$$T = 4.5 + 2\,(0.5)\,y = 4.5 + y$$

De tabla 1.2, la derivada dP / dy es

$$\frac{dP}{dy} = 2\sqrt{(0.5)^2 + 1} = 2.236$$

De la expresión 2.4, la función (F) para este ejemplo es

$$F = AR_h^{\frac{2}{3}} - 12.9 \qquad \text{(I)}$$

y, de la expresión 2.5, la derivada es

$$F' = \frac{dF}{dy} = \frac{R_h^{\frac{2}{3}}}{3}\left[5T - 2(2.236)R_h\right] = \frac{R_h^{\frac{2}{3}}}{3}\left[5T - 4.472\,R_h\right] \qquad \text{(II)}$$

Para la aplicación del método de Newton-Raphson, se elige un valor inicial del tirante y =1 m.

La tabla 2.3 presenta el resumen del cálculo del tirante normal.

Tabla 2.3

yi (m)	A_i (m^2)	P_i (m)	Rh_i (m)	T_i (m)	F_i (expresión I)	$F_i'=dF/dy$ (expresión II)	y_{i+1} (m) (expresión 2.6)
1.00	5.00	6.74	0.74	5.50	-8.800	6.609	2.332
2.332	13.21	9.71	1.36	6.83	3.312	11.485	2.043
2.043	11.28	9.07	1.24	6.54	0.148	10.468	2.029
2.029	11.19	9.04	1.24	6.53	0.000	10.418	2.029

el tirante normal es $y_n = 2.029$ m, y la velocidad media es

$$V = \frac{12}{11.19} = 1.07 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2.5. El túnel circular mostrado en la figura 2.10 tiene un diámetro $D = 6$ m, debe conducir un gasto $Q = 35$ m^3/s en flujo uniforme, con $n = 0.014$ (Manning) y pendiente de plantilla $S_0 = 0.00018$; calcular el tirante normal y la velocidad media correspondiente.

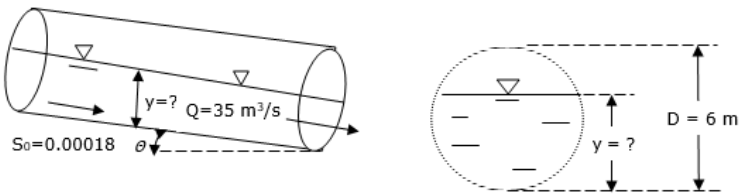


Figura 2.10

Solución

En este caso $S_0 = 0.00018 = \tan \theta$, por lo tanto, el ángulo que forma la plantilla del canal respecto de la horizontal es $\theta = 0.010313^\circ < 10^\circ$ y se puede considerar $S \approx S_0 = 0.00018$, además de utilizar el tirante vertical (y).

Para la sección circular es más sencillo resolver este tipo de casos con el apoyo de la tabla adimensional 1.3.

En efecto, con la información proporcionada en el enunciado se calcula el parámetro adimensional

$$\frac{Q(n)}{S^{\frac{1}{2}} D^{\frac{8}{3}}} = \frac{35(0.014)}{(0.00018)^{\frac{1}{2}}(6)^{\frac{8}{3}}} = 0.3073 = \frac{AR_h^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{8}{3}}}$$

De la tabla 1.3, las lecturas que más se aproximan al factor 0.3073 son:

y/D	A/D^2	$AR_H^{\frac{2}{3}}/D^{\frac{8}{3}}$
0.80	0.67357	0.3045
0.81	0.68150	0.3082

al interpolar "linealmente" para $y/D = 0.805$ resulta $A/D^2 = 0.67753$ y $AR_H^{\frac{2}{3}}/D^{\frac{8}{3}} = 0.30635 \approx 0.3073$

Así, al despejar el tirante normal, el área hidráulica y la velocidad resultan

$$y_n = 0.805\,(6) = 4.83 \text{ m}$$

$$A = 0.67753\,(6)^2 = 24.39 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{35}{24.39} = 1.44 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2.6. Un canal rectangular revestido de concreto bien acabado (n = 0.014, Manning) tiene un ancho de plantilla b = 4 m y transporta un gasto Q = 45 m³/s en flujo uniforme con pendiente de plantilla S_0 = 0.56, figura 2.11, calcular el tirante normal y la velocidad media del flujo que se establecen para dichas condiciones.

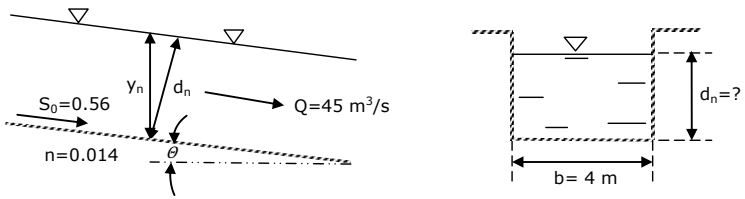


Figura 2.11

Solución

Con $S_0 = 0.56 = \tan\theta$; $\theta = 29.25° > 10°$, por lo cual deberá utilizarse el tirante (d_n) perpendicular a la plantilla del canal en lugar del tirante vertical (y_n); además la pendiente de fricción es $S = \text{sen}\,\theta = \text{sen}\,29.25 = 0.4886$.

De la expresión 2.3, se tiene

$$\frac{Q(n)}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{45\,(0.014)}{(0.4886)^{\frac{1}{2}}} = 0.9013 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

Los elementos geométricos, en función del tirante (d), se expresan como: $A = b(d) = 4(d)$, $P = b + 2d = 4 + 2(d)$. Resolviendo por tanteos se obtienen los resultados mostrados en la tabla 2.4.

Tabla 2.4

d_n (m)	A (m²)	P (m)	R_H (m)	$A\,R_H^{\frac{2}{3}}$	
1.000	4.00	6.00	0.67	3.0534	
0.500	2.00	5.00	0.40	1.0864	
0.250	1.00	4.50	0.22	0.3672	
0.350	1.40	4.70	0.30	0.6249	
0.450	1.80	4.90	0.37	0.9239	
0.440	1.76	4.88	0.36	0.8924	
0.445	1.78	4.89	0.36	0.9081	
0.443	1.77	4.89	0.36	0.9018	
0.4428	1.77	4.89	0.36	0.9011	≈0.9013

De la tabla anterior resulta el tirante normal $d_n = 0.4428$ m, y la velocidad media

$$V = \frac{45}{1.77} = 25.42\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2.7. Calcular el ancho necesario que debe tener un canal trapecial ($K = 0.5$), y la velocidad media del flujo, de tal manera que conduzca un gasto $Q = 20$ m³/s, con tirante normal $y_n = 1.15$ m, pendiente longitudinal $S_0 = 0.0015$ y coeficiente de rugosidad n (Manning) = 0.017, como se muestra en la figura 2.12.

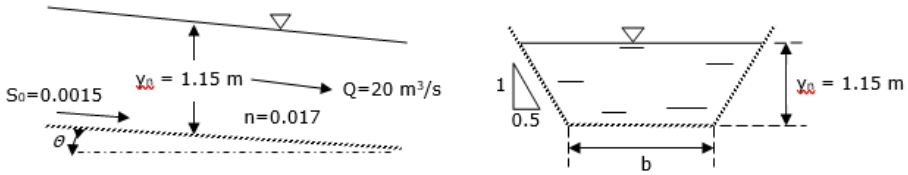


Figura 2.12

Solución

El lector puede comprobar que con la pendiente dada el ángulo $\theta < 10^{\circ}$, entonces se utilizará el tirante vertical (y) y la pendiente $S_0 \approx S_f$ para el cálculo de la dimensión del canal.

De la expresión 2.3

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{20(0.017)}{(0.0015)^{\frac{1}{2}}} = 8.78 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

los elementos geométricos en términos de la variable a calcular son

$$A = (b)(1.15) + 0.5(1.15)^2 = 1.15(b) + 0.661$$

$$P = b + 2(1.15)\sqrt{(0.5)^2 + 1} = b + 2.5715$$

Resolviendo por tanteo y proponiendo valores del ancho, hasta aproximarse con el valor de la ecuación de Manning calculado anteriormente. El resumen se presenta en la tabla 2.5.

Tabla 2.5

b (m)	A (m²)	P (m)	Rh (m)	$A(Rh)^{\frac{2}{3}}$	
4.00	5.261	6.572	0.801	4.537	< 8.78
5.00	6.411	7.572	0.847	5.739	< 8.78
6.00	7.561	8.572	0.882	6.955	< 8.78
7.00	8.711	9.572	0.910	8.181	< 8.78
7.50	9.286	10.072	0.922	8.797	≈ 8.78

el ancho del canal es $b = 7.5$ m, y la velocidad media

$$V = \frac{20}{9.286} = 2.15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2.8. Utilizando el método numérico de Newton Raphson, calcular el ancho de un canal rectangular para transportar un gasto $Q = 40$ m^3/s, con tirante normal $y_n = 1.35$ m, pendiente longitudinal $S_0 = 0.0085$ y coeficiente de rugosidad n (Manning) = 0.013, véase la figura 2.13.

Solución

Puede comprobarse que con la pendiente dada el ángulo $\theta < 10°$, entonces se utilizará el tirante vertical y y la pendiente $S_0 \approx S_f$ para el cálculo de la dimensión del canal.

De la expresión 2.3

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{40(0.013)}{(0.0085)^{\frac{1}{2}}} = 5.64$$

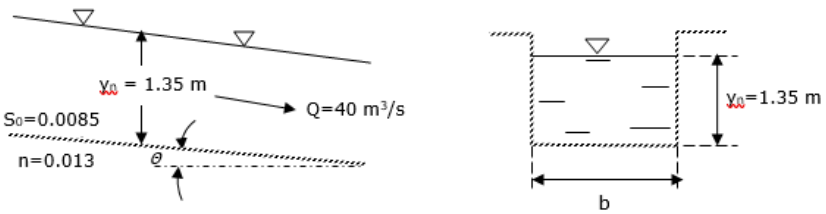


Figura 2.13

Los elementos geométricos en términos de la variable por calcular son

$$A = (b)(1.35) = 1.35(b)$$

$$P = b + 2(1.35) = b + 2.7$$

De la expresión 2.4, la función (F) para este ejemplo es

$$F = AR_h^{\frac{2}{3}} - 5.64$$

La derivada $dA/db = y = 1.35$ m y $dP/db = 1$, al sustituir en la expresión 2.7 se obtiene

$$F' = \frac{R_h^{\frac{2}{3}}}{3}[6.75 - 2R_h] \qquad \text{(II)}$$

La tabla 2.6 presenta la hoja de cálculo del ancho del canal rectangular.

Tabla 2.6

b_i (m)	A_i (m^2)	P_i (m)	R_{hi} (m)	F_i (expresión I)	F' (expresión II)	b_{i+1} (expresión 2.8)
3.00	4.05	5.70	0.71	-2.41	1.41	4.71
4.71	6.35	7.41	0.86	0.10	1.52	4.64
4.64	6.27	7.34	0.85	0.00	1.51	4.64

El ancho del canal es b=4.64 m y la velocidad media es

$$V = \frac{40}{6.27} = 6.38\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2.9. Calcular el diámetro (D, en m) para un túnel circular (figura 2.14) considerando $Q = 17\ m^3/s$, tirante normal $y_n = 1.80$ m, coeficiente de rugosidad $n = 0.020$ (Manning) y pendiente longitudinal S_0=0.0010.

Solución

De la expresión 2.3

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{17(0.020)}{(0.001)^{\frac{1}{2}}} = 10.7517 = AR_h^{\frac{2}{3}}$$

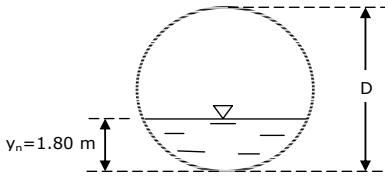


Figura 2.14

Proponiendo valores del diámetro y con el apoyo de la tabla adimensionada 1.3, se determina el término correspondiente hasta aproximarse al valor calculado de la expresión 2.3. La tabla 2.7 presenta el resumen de la secuencia de cálculo.

Tabla 2.7

y/D	D (m)	A / D^2 (tabla 1.3)	A (m^2)	$\frac{A R_h^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{8}{3}}}$ (tabla 1.3)	$AR_h^{\frac{2}{3}}$	$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = 10.7517$
0.50	3.6	0.39270	5.089	0.1558	4.74	<
0.25	7.2	0.15355	7.960	0.0427	8.24	<
0.16	11.25	0.08111	10.265	0.0173	10.99	>
0.17	10.58	0.08854	9.910	0.0196	10.57	<
(*) 0.165	10.91	(*) 0.08482	10.097	(*) 0.0185	10.83	≈

(*) — valores interpolados "linealmente"

el diámetro del túnel es D=10.91 m, y la velocidad media

$$V = \frac{17}{10.097} = 1.68 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Otra forma de calcular el diámetro del túnel, con mayor aproximación, es mediante el empleo del método numérico de Newton-Raphson. En efecto, de la tabla 1.2 los elementos geométricos se calculan con las siguientes expresiones

$$\theta = arc\cos\left(1 - \frac{2y}{D}\right)$$

$$A = \frac{D^2}{4}(\theta - 0.5 \operatorname{sen} 2\theta)$$

$$P = \theta(D)$$

además, considerando que $dA/dD = 2(A/D) - y \operatorname{sen} \theta$, $dP/dD = \theta - (2/\operatorname{sen} \theta)(y/D)$, las funciones dadas por las expresiones 2.4 y 2.7 para este ejemplo son

$$F = AR_h^{\frac{2}{3}} - 10.7517 \qquad \text{(I)}$$

$$F' = \frac{R_h}{3}\left[5*(2*\left(\frac{A}{D}\right) - y \operatorname{sen} \theta) - 2\,R_h\left[\theta - \left(\frac{2}{\operatorname{sen} \theta}\right)\left(\frac{y}{D}\right)\right]\right] \qquad \text{(II)}$$

Para aplicar el método se eligió un diámetro inicial $D_i = 2$ m. La tabla 2.8 presenta el resumen del cálculo del diámetro del túnel.

Tabla 2.8

D_i (m)	y/D	θ (rad)	A_i (m²)	P_i (m)	R_{hi} (m)	F_i (expresión I)	F'_i (expresión II)	D_{i+1} (m) (ecuación 2.8)
2.000	0.900	2.498	2.978	4.996	0.596	-8.64	2.00	6.311
6.311	0.285	1.127	7.357	7.111	1.035	-3.23	0.86	10.044
10.044	0.179	0.874	9.637	8.781	1.098	-0.50	0.66	10.802
10.802	0.167	0.841	10.037	9.084	1.105	-0.03	0.63	10.843
10.843	0.166	0.839	10.058	9.100	1.105	0.00	0.63	10.844

el diámetro del túnel es $D = 10.84$ m, y la velocidad media

$$V = \frac{17}{10.06} = 1.69\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2.10. Calcular la pendiente que debe tener un canal triangular, véase la figura 2.15, para un gasto $Q = 5$ m³/s, con n (Manning) $= 0.020$.

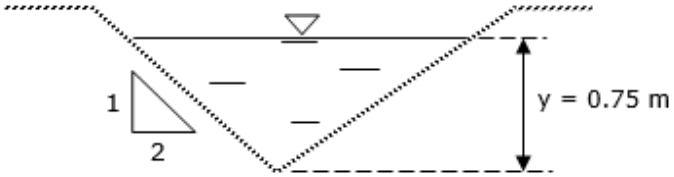


Figura 2.15

Solución

De la tabla 1.1, los elementos geométricos son

$$A = 2(0.75)^2 = 1.125 \text{ m}^2$$

$$P = 2(0.75)\sqrt{(2)^2+1} = 3.354 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{1.125}{3.354} = 0.3354 \text{ m}$$

de la ecuación de Manning, al despejar la pendiente y sustituir resulta

$$S_0 = \left[\frac{5(0.020)}{1.125(0.3354)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.0339$$

Ejemplo 2.11. Se requiere conducir un gasto de 50 m³/s por un canal trapecial revestido de asfalto liso (n = 0.013, Manning), y con una pendiente de plantilla S_0=0.00026. Véase la figura 2.16.

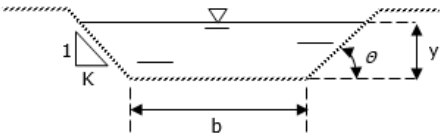


Figura 2.16

a) Diseñar el canal con el método de la sección hidráulicamente óptima, para un talud k =1 .5.

b) Obtener las dimensiones de la sección trapecial de máxima eficiencia hidráulica.

Solución

a) Sección hidráulicamente óptima: para $k = 1.5$; $\tan\theta = 1/1.50.666$, por lo tanto, $\theta = 33.69^{o}$

$$\frac{Q(n)}{S^{\frac{1}{2}}} = \frac{50\,(0.013)}{(0.00026)^{\frac{1}{2}}} = 40.31$$

de acuerdo a la expresión 2.10 se tiene

$$y = 2^{\frac{1}{4}}\,[(\text{sen } 33.69\,)\,/\,(2-\cos 33.69\,)]^{\frac{3}{8}}\,[40.31]^{\frac{3}{8}} = 3.6 \text{ m}$$

al sustituir en la expresión 2.9, resulta

$$b = 2(3.6)\left[\frac{1-\cos 33.69}{\text{sen } 33.69}\right] = 2.17 \text{ m}$$

El perímetro mojado para estas dimensiones es: $P = 2.17+2\,(3.6)(1+1.5^{2})^{\frac{1}{2}} = 15.15\,(\text{m})$

De la figura 2.1, con $Q = 50\ \text{m}^3/\text{s}$

La altura de revestimiento $h_r = 0.55$ m y $B.L. = 1.05$ m (USBR)

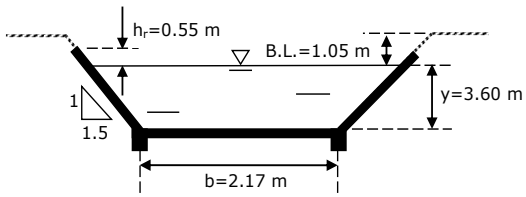


Figura 2.17 Dimensiones de la sección hidráulicamente óptima

b) Sección de máxima eficiencia hidráulica: $\theta = 60^{0}$, $\tan\theta = 1/K$; por lo tanto, $K = 0.577$

Sustituyendo en las expresiones 2.10 y 2.9, resulta

$$y = 2^{\frac{1}{4}}\left[\frac{\text{sen } 60}{2-\cos 60}\right]^{\frac{3}{8}}[40.31]^{\frac{3}{8}} = 3.87 \text{ m}$$

$$b = 2(3.87)\left[\frac{1-\cos 60}{\text{sen } 60}\right] = 4.47 \text{ m}$$

El perímetro mojado es ahora: $P = 4.47 + 2(3.87)(1+0.577^{2})^{\frac{1}{2}} = 13.41\,(\text{m})$

Se comprueba que esta sección ofrece el menor de los perímetros mojados posibles.

La altura de revestimiento y bordo libre, para $Q = 50\ \text{m}^3/\text{s}$: $h_r = 0.55$ m y $B.L. = 1.05$ m (USBR), véase la figura 2.18.

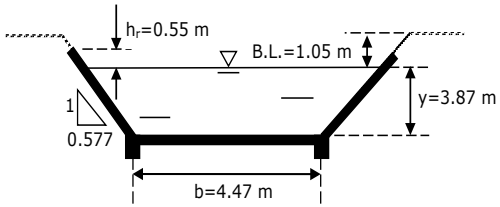


Figura 2.18 Dimensiones de la sección de máxima eficiencia hidráulica

Ejemplo 2.12. Utilizando el método de la sección hidráulicamente óptima, diseñar un canal rectangular revestido de concreto rugoso (n = 0.017, Manning) para conducir un gasto Q = 17 m³/s con una velocidad media V = 1.50 m/s.

Obtener la pendiente necesaria en el canal.

Solución

El área hidráulica $A = Q/V = 17/1.50 = 11.33$ m²

Para una sección rectangular (paredes laterales con ángulo $\theta = 90°$), de la expresión 2.9, el ancho de plantilla para la sección hidráulicamente óptima es $b = 2y$.

Por lo tanto,

$$A = 11.33 \text{ m}^2 = b(y) = 2y(y) = 2y^2$$

de donde y = 2.38 m, y $b = 2(2.38) = 4.76$ m; el perímetro mojado $P = 4.76+2(2.38) = 9.52$ m y el radio hidráulico $R_H = 11.33/9.52 = 1.19$ m.

De la ecuación de Manning, al despejar la pendiente resulta:

$$S_0 = \left[\frac{Qn}{AR_H^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = \left[\frac{17(0.017)}{11.33(1.19)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.000516$$

Resumen de resultados

$$y = 2.38 \text{ m} \quad ; \quad b = 4.76 \text{ m} \quad ; \quad S_0 = 0.000516$$

Ejemplo 2.13. Con el método de la fuerza tractiva, diseñar un canal trapecial que conduzca un gasto $Q = 15\ m^3/s$ sin que erosione la sección. El canal será excavado en un material redondeado con $d_{75} = 32$ mm y pendiente $S_0 = 0.0015$.

Solución

El coeficiente de rugosidad estimado con la expresión 2.15d es

$$n = 0.0152\,(32)^{\frac{1}{6}} = 0.027$$

De la figura 2.3, con $d_{75} = 32$ mm y material redondeado, el ángulo de reposo $\varphi \approx 33^{o}$

Si se elige un talud $K = 2$, el ángulo θ que forman las paredes del canal con respecto de la horizontal vale: $\theta = \text{arco tan}(1/K) = \text{arco tan}(1/2) = 26.57^{o} < \varphi = 33^{o}$, que cumple con la recomendación de tener una diferencia entre ambos ángulos comprendida entre 6^0 y 10^0, y además que el talud sea múltiplo de 0.25.

Por otra parte, al sustituir en la expresión 2.16 (relación de esfuerzos permisibles)

$$K_{PERM} = \frac{\tau_{PT}}{\tau_{PP}} = \sqrt{1 - \frac{\text{sen}^2\, 26.57^0}{\text{sen}^2\, 33^0}} = 0.5705 > 0.5$$

De la figura 2.15, el esfuerzo tangencial permisible en el fondo del canal para un suelo no cohesivo y material grueso ($d_{75} > 5$ mm), es: $\tau_{pp} = \frac{d_{75}}{13} = \frac{32}{13} = 2.46\ \frac{kg}{m^2}$

Ahora, al despejar el esfuerzo permisible en los taludes y sustituir en la expresión 2.17, resulta:

$$\tau_{PT} = 0.5705\,(2.46) = 1.40\ \frac{kg}{m^2}$$

De las expresiones 2.18 y 2.19 se tiene

$$y_t = \frac{\tau_{PT}}{\varepsilon_T \gamma S_0} = \frac{1.40}{\varepsilon_T (1\,000)(0.0015)} = \frac{0.933}{\varepsilon_T} \qquad (I)$$

$$y_p = \frac{\tau_{PP}}{\varepsilon_P \gamma S_0} = \frac{2.46}{\varepsilon_P (1\,000)(0.0015)} = \frac{1.64}{\varepsilon_P} \qquad \text{(II)}$$

Continuando ahora con el proceso de iteraciones, paso 6 de la secuencia de cálculo, considerando el gasto calculado como

$$Q_{CALC} = \frac{AR_H^{\frac{2}{3}}}{n} S_0^{\frac{1}{2}} = \frac{AR_H^{\frac{2}{3}}}{0.027}(0.0015)^{\frac{1}{2}} = 1.434\, AR_H^{\frac{2}{3}} \qquad \text{(III)}$$

La tabla 2.9 resume el procedimiento de cálculo para este método.

Tabla 2.9

$\frac{b}{y}$	ε_T (figura 2.2a)	ε_P (figura 2.2b)	y_T (I)	y_P (II)	y(m)	b(m)	A (m)^2	P(m)	R_H(m)	$Q_{CALC}\left(\frac{m^3}{s}\right)$ (III)
4.0	0.755	0.970	1.24	1.69	1.24	4.96	9.23	10.50	0.879	12.15
5.0	0.760	0.980	1.23	1.67	1.23	6.15	10.59	11.648	0.909	14.25
5.4	0.760	0.985	1.23	1.66	1.23	6.64	11.19	12.14	0.920	15.18

El bordo libre, con la expresión 2.20 resulta: $B.L. = 0.3\,(15)^{0.25} = 0.59$ m.

La figura 2.19 presenta las dimensiones del canal trapecial sin revestimiento y sin que se erosione la sección.

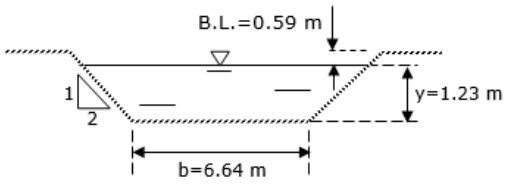


Figura 2.19 Dimensiones de la sección trapecial con el método de la fuerza tractiva

Ejemplo 2.14. Un canal trapecial (b=5 m, k=2) se encuentra alojado en un material poco angular con granulometría d_{75}=30 mm y con pendiente S_0=0.002.

a) Para un gasto $Q = 30\ m^3/s$, calcular el tirante normal y revisar si la sección es aceptable o no, con el criterio de la fuerza tractiva.

b) Calcular el gasto máximo ($Q_{MÁX}$) que podría transportar el canal sin producir erosión en el mismo.

Solución

Estimación del coeficiente de Manning por fórmula, expresión 2.15d

$$n = 0.0152\,(30)^{\frac{1}{6}} = 0.027$$

de la ecuación de Manning:

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{30\,(0.027)}{(0.002)^{\frac{1}{2}}} = 18.11 = AR_h^{\frac{2}{3}}$$

a) Cálculo del tirante normal con: $A = 5y + 2y^2$, $P = 5 + 2y\sqrt{2^2+1} = 5 + 4.47y$

La tabla 2.10 presenta la hoja de cálculo correspondiente (solución por tanteos)

Tabla 2.10

y (m)	A (m²)	P (m)	Rh (m)	$A\,Rh^{2/3}$	$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = 18.11$
2.00	18.000	13.940	1.291	21.341	>
1.80	15.480	13.046	1.187	17.348	<
1.84	15.971	13.225	1.208	18.110	=

el tirante normal es $y_n = 1.84$ m.

Revisión por el método de la fuerza tractiva.

De la figura 2.3 con d_{75}=30 mm y material poco angular: el ángulo de reposo del material es aproximadamente $\varphi = 37^0$.

Para un talud k = 2, θ = ang tan 1/2 = 26.57^0, y la relación de esfuerzos permisibles (expresión 2.16) resulta

$$K_{PERM} = \frac{\tau_{PT}}{\tau_{PP}} = \sqrt{1 - \frac{\text{sen}^2\, 26.57^0}{\text{sen}^2\, 37^0}} = 0.669$$

De la figura 2.15, el esfuerzo tangencial permisible en el fondo del canal para un suelo no cohesivo y material grueso (d_{75} > 5 mm), es: $\tau_{PP} = \frac{d_{75}}{13} = \frac{30}{13} = 2.31 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ mientras que, en los taludes (expresión 2.17):

$$\tau_{PT} = 0.669\,(2.31) = 1.55 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Por otra parte, de la relación b/y = 5/1.84 = 2.72, los coeficientes ε_t (figura 2.2a) y ε_p (figura 2.2b), son aproximadamente ε_t =0.76 y ε_p=0.92, por lo tanto, los esfuerzos actuantes en los taludes (expresión 2.13) y plantilla (expresión 2.14) son

$$\tau_T = \varepsilon_T(\gamma)\, y\, S_0 = 0.76\,(1000)(1.84)(0.002) = 2.79 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} > \tau_{PT} = 1.55 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$\tau_P = \varepsilon_P(\gamma)\, y\, S_0 = 0.92\,(1000)(1.84)(0.002) = 3.39 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} > \tau_{PP} = 2.31 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Debido a que los esfuerzos que el flujo produce son mayores a los permisibles, *las dimensiones no son aceptables con el criterio de la fuerza tractiva.*

b) Gasto máximo sin que exista erosión en el canal

Para este caso se requiere que los esfuerzos que el flujo produce no rebasen los esfuerzos permisibles. La condición límite para gasto máximo corresponde cuando el esfuerzo que el flujo produce en los taludes sea igual al permisible.

Los esfuerzos que el flujo produce, en los taludes y fondo del canal, se calcularán a partir de las expresiones 2.13 y 2.14.

$$\tau_T = \varepsilon_T(\gamma)\, y\, S_0 = \varepsilon_T(1000)\, y\,(0.002) = 2\,\varepsilon_T(y) \qquad \text{(I)}$$

$$\tau_P = \varepsilon_P(\gamma)\, y\, S_0 = \varepsilon_P(1000)\, y\,(0.002) = 2\,\varepsilon_p(y) \qquad \text{(II)}$$

La tabla 2.11 presenta la solución por tanteos, en donde se proponen relaciones *b*/*y*, de tal manera que cumpla la condición anteriormente indicada, manteniendo el ancho de plantilla $b = 5$ m y $K = 2$ constantes.

Como puede observarse, la solución corresponde para un tirante $y = 1.02$ m, con dicho tirante no se rebasa el esfuerzo tangencial crítico en los taludes.

Tabla 2.11

$\frac{b}{y}$	ε_T (figura 2.2a)	ε_P (figura 2.2b)	y (m)	$\tau_t\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}\right)$ (I)	$\tau_P\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}\right)$ (II)
3.00	0.750	0.94	1.67	2.50	3.13
4.00	0.755	0.96	1.25	1.88	2.40
4.50	0.760	0.97	1.11	1.68	2.15
4.70	0.760	0.97	1.06	1.61	2.06
4.90	0.760	0.98	1.02	**1.55**	2.00

los elementos geométricos son:

$$A = 5\,(1.02) + 2\,(1.02)^2 = 7.18\ \text{m}^2$$

$$P = 5 + 4.47\,(1.02) = 9.56\ \text{m}$$

$$R_H = \frac{7.18}{9.56} = 0.751\ \text{m}$$

Finalmente, sustituyendo en la ecuación de Manning, el gasto máximo que evita la erosión en el canal es:

$$Q_{MÁX} = \frac{7.18\,(0.751)^{\frac{2}{3}}}{0.027}(0.002)^{\frac{1}{2}} = 9.83\,\frac{m^3}{s}$$

Ejemplo 2.15. El canal de sección compuesta de la figura 2.20 está proyectado para construirse en una pendiente $S_0 = 0.0085$ con un tirante en las ampliaciones laterales $y_S = 2.50$ m.

Calcular el gasto Q (en m³/s) y la V (en m/s).

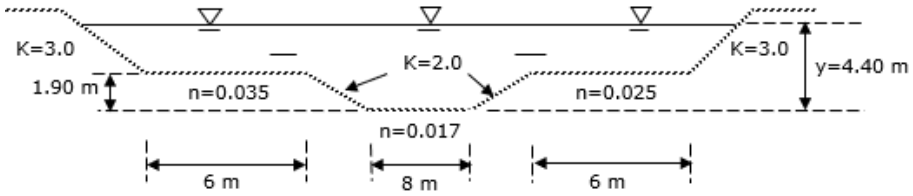


Figura 2.20

Solución

Con y_S = 4.40-1.90 = 2.50 m; 0.5 (y) = 0.5 (4.40) = 2.20 m, entonces y_S > 0.5 (y) y el análisis se llevará a cabo como sección simple, utilizando $n_{EQUIVALENTE}$ (expresión 2.21).

Para el cálculo de los perímetros mojados se considera el análisis de la sección comenzando de izquierda a derecha

$$P_1 = 6 + 2.50\sqrt{3^2+1} = 13.906\text{ m} = P_3 \quad ; \quad P_2 = 8+2\,(1.90)\sqrt{2^2+1} = 16.497\text{ m}$$

$$P_T = \sum P_i = 2\,(13.906) + 16.497 = 44.31\text{ m}$$

$$n_{EQUIV} = \left[\frac{13.906\,(0.035)^{1.5} + 16.497\,(0.017)^{1.5} + 13.906\,(0.025)^{1.5}}{44.31}\right]^{\frac{2}{3}} = 0.0257$$

$$A_1 = A_3 = A_{LAT} = 6(2.50) + \frac{3(2.50)^2}{2} = 24.375 \text{ m}^2$$

$$T_2 = 8 + 2(2)(1.90) = 15.6 \text{ m} \quad ; \quad A_2 = [8(1.90) + 2(1.90)^2] + 15.6(2.50) = 61.42 \text{ m}^2$$

$$A_{TOT} = \sum A_i = 2(24.375) + 61.42 = 110.17 \text{ m}^2$$

$$R_h = \frac{110.17}{44.31} = 2.49 \text{ m}$$

El gasto y velocidad media serán entonces

$$Q = \frac{110.17(2.49)^{\frac{2}{3}}}{0.0257}(0.0085)^{\frac{1}{2}} = 726 \frac{\text{m}^3}{s}$$

$$V = \frac{726}{110.17} = 6.59 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2.16. El canal de sección compuesta mostrado en la figura 2.21 es de trazo recto, pendiente 0.001, y está excavado en tierra sin vegetación en la zona central, pero con pavimento asfáltico en la superficie de la ampliación. Considerar para todos los taludes $K = 1$.

a) Determinar el ancho (x, en m) de la ampliación para que la capacidad total del canal sea de 500 m³/s.

b) Calcular los coeficientes α y β para toda la sección, considerando $\alpha_i = 1.0 = \beta_i$ en las diferentes subsecciones.

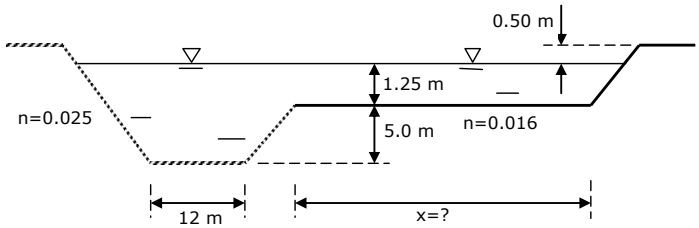


Figura 2.21

Solución

a) El tirante $y = 6.25$ m y entonces $y_s = 1.25$ m $< 0.5\,(y) = 0.5\,(6.25) = 3.125$ m, por lo que hay que subdividir el canal. Véase la figura 2.22.

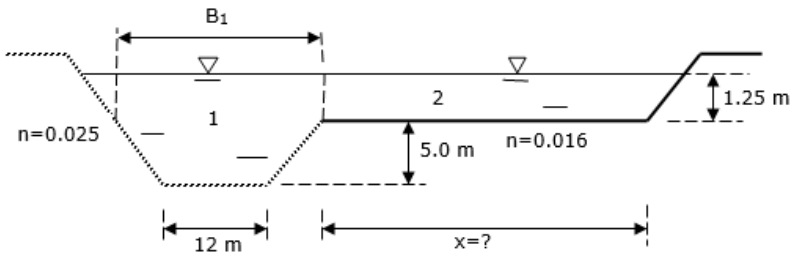


Figura 2.22

Los elementos geométricos para la subsección 1 son

$$B_1 = 12 + 2\,(1)(5) = 22 \text{ m}$$

$$A_1 = 12\,(5) + 1\,(5)^2 + 22(1.25) + \frac{1(1.25)^2}{2} = 113.28 \text{ m}^2$$

$$P_1 = 12 + 5\sqrt{(1)^2+1} + 6.25\sqrt{(1)^2+1} = 27.91 \text{ m}$$

$$R_{H1} = \frac{113.28}{27.91} = 4.058 \text{ m}$$

De la ecuación de Manning, el gasto que pasa por la subsección 1 es

$$Q_1 = \frac{(113.28)(4.058)^{\frac{2}{3}}}{0.025} = (0.001)^{\frac{1}{2}} = 364.2\,\frac{\text{m}^3}{s}$$

Por lo tanto, el gasto que deberá pasar por la subsección 2 es

$$Q_2 = 500 - 364.2 = 135.8\,\frac{\text{m}^3}{s} = \frac{A_2 R_{H2}^{\frac{2}{3}}}{n_2} S_{02}^{\frac{1}{2}}$$

sustituyendo $n_2 = 0.016$ y $S_{02} = 0.001$, al despejar resulta

$$A_2 R_{H2}^{\frac{2}{3}} = 68.71 \qquad \text{(I)}$$

Para la subsección 2, los elementos geométricos en términos de la variable x son

$$A_2 = 1.25(x) + \frac{(1)(1.25)^2}{2} = 1.25(x) + 0.78 \qquad \text{(II)}$$

$$P_2 = x + 1.25\sqrt{(1)^2+1} = x + 1.77 \qquad \text{(II)}$$

La solución se hará por un procedimiento de tanteos, proponiendo valores de x hasta cumplir con la condición dada por la expresión (I). Véase la tabla 2.12.

Tabla 2.12

x (m)	A_2 (m²) expresión II	P_2 (m) expresión III	R_{H2} (m)	$A_2 R_{H2}^{\frac{2}{3}}$	
20	25.78	21.77	1.184	28.853	
40	50.78	41.77	1.216	57.835	
45	57.03	46.77	1.219	65.083	
47.5	60.155	49.27	1.221	68.708	≈ 68.71

el ancho necesario debe ser $x = 47.5$ m.

b) Coeficientes α y β para toda la sección, considerando $\alpha_i = 1.0 = \beta_i$ en las diferentes subsecciones. Para facilitar el cálculo de dichos coeficientes se propone la tabla 2.13.

Tabla 2.13

Subsección	*ni*	*Ai*	*Rhi*	*Ki*	Ki^2/Ai	Ki^3/Ai^2
1	0.025	113.28	4.058	11517.2568	1170967.56	119053091
2	0.016	60.155	1.221	4294.41865	306575.207	21886165.5
	∑=	173.435	∑=	15811.6755	1477542.77	140939257

Con los resultados de la tabla anterior y de las expresiones 2.24 y 2.25, finalmente se obtiene

$$\alpha = (173.435)^2 \left[\frac{1.409\,(10)^8}{15811.6755^3} \right] = 1.072$$

$$\beta = (173.435) \left[\frac{1.4775\,(10)^6}{15811.6755^2} \right] = 1.025$$

Cap 3 ENERGÍA ESPECÍFICA

Objetivo: Aplicar los conceptos de energía específica para determinar el régimen en un canal y la variación del tirante en transiciones sencillas.

Introducción

En problemas locales de flujo a superficie libre donde existen cambios de geometría, o variaciones en las dimensiones, o en la elevación del fondo del canal, y se conoce el gasto (Q), pero se desconoce el tirante en alguna de las secciones, resulta muy ventajoso analizar estos casos con el planteamiento de la ecuación de la energía en flujo rectilíneo para encontrar soluciones adecuadas. En este capítulo se analizarán problemas sencillos, sin incluir dentro del análisis el efecto de la pérdida de energía (por fricción y local) en canales que presentan modificaciones en sus dimensiones, geometría, o elevación de su plantilla; y que se conocen como transiciones.

3.1 Energía específica y régimen crítico

La energía específica en la sección de un canal se define como la energía, por unidad de peso de líquido, medida con respecto al fondo del canal, y se expresa como

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{A^2\,2g} \qquad (3.1)$$

en la expresión anterior se ha aceptado que la variación de la presión con la profundidad sigue una ley hidrostática, es decir, válida para pendientes cuyo ángulo respecto de la horizontal es $\theta \leq 10°$, además, el flujo es rectilíneo y se considera el coeficiente de *Coriolis* $\alpha = 1.0$.

De la expresión 3.1, si $V = 0 = Q$: "$E = y$" que corresponde a la ecuación de una recta a 45° para ángulos de plantilla $\theta \leq 10°$. Para un gasto dado, geometría y dimensiones

del canal constantes, la energía específica es función del tirante. La representación gráfica de la curva de energía específica (*E-y*) se presenta en la figura 3.1, en donde se observa que existe un valor mínimo de la energía específica ($E_{MÍN}$) y el tirante asociado a esta se le conoce como tirante crítico (y_C). La velocidad se le denomina velocidad crítica y al estado del flujo se le denomina régimen crítico (*Fr* = 1.0).

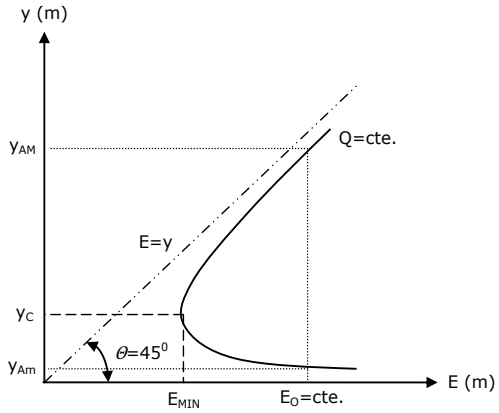


Figura 3.1 Curva de energía específica-tirante (*E-y*) en un canal con pendiente pequeña

En la figura 3.1 también se observa que para una energía específica constante (E_0) existen dos tirantes posibles que satisfacen dicho valor de E_0, y que reciben el nombre de tirantes alternos. El tirante alterno mayor (y_{AM}) corresponde al régimen lento o subcrítico ($y_{AM} > y_C$; $F_r < 1.0$), mientras que el alterno menor (y_{Am}), al régimen rápido o supercrítico ($y_{AM} < y_C$; $F_r > 1.0$).

Las condiciones del estado crítico se obtienen a partir del criterio de la primera derivada ($dE/dy = 0$), de la que resultan las siguientes condiciones generales:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T} \qquad (3.2)$$

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{Y}{2} \qquad (3.3)$$

3.2 Cálculo del tirante crítico y energía específica mínima para las secciones más usuales

A) Canal rectangular (ejemplo 3.1a)

Los elementos geométricos son: $A=b\,(y)$, $T=b$, $Y = A/T = y$

Al sustituir en la expresión 3.2 y despejar

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(b\,y_c)^3}{b}$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 g}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \qquad (3.4)$$

donde $q=Q/b$ es el gasto unitario.

De la expresión 3.3, con $Y = y$

$$E_{MIN} = y_c + \frac{V_c^2}{2g} = y_c + \frac{Y_c}{2} = \frac{3}{2}(y_c) \qquad (3.5)$$

B) Canal triangular (ejemplo 3.2b)

Los elementos geométricos son: $A = k\,(y)^2$, $T = 2k\,(y)$, $Y = \frac{y}{2}$; al sustituir en las ecuaciones 3.2 y 3.3, se obtiene

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(k\,y_c^2)^3}{2k\,y_c}$$

$$y_c = \sqrt[5]{\frac{2Q^2}{k^2 g}} \qquad (3.6)$$

$$E_{MIN} = \frac{5}{4} y_c \qquad (3.7)$$

C) Canal trapecial

Los elementos geométricos son: $A=by+ky^2$, $T=b+2ky$

El cálculo del tirante crítico se lleva a cabo resolviendo la expresión 3.2, ya sea por tanteos o por método numérico (Newton-Raphson).

3.2.1 Solución por tanteos (ejemplo 3.3)

Secuencia de cálculo:

1) Se calcula el término Q^2/g
2) Con la geometría y dimensiones de la sección, se expresan los elementos geométricos A y T, en función del tirante crítico (y_c).
3) Se propone un tirante ($y_{PROPUESTO}$) y se calculan los elementos geométricos: A, T, y el término A^3/T.
4) Comparar A^3/T calculado en el inciso anterior con el valor del término Q^2/g del paso 1, si:

   $A^3/T \approx Q^2/g$, el tirante propuesto $y_{PROPUESTO}$ es el crítico (y_c),

   $A^3/T \neq Q^2/g$, regresar al paso 3 hasta lograr una aproximación adecuada.

3.2.2 Solución numérica por método de Newton-Raphson (ejemplo 3.4)

Se define la función (G)

$$G = \frac{A^3}{T} - \frac{Q^2}{g} \tag{3.8}$$

la derivada de la función anterior respecto del tirante ($G' = dG/dy$), es

$$G' = 3A^2 - \frac{A^3}{T^2}\frac{dT}{dy} \tag{3.9}$$

Las derivadas (dT/dy) se obtienen de la tabla 1.1 (para sección rectangular, trapecial y triangular).

El procedimiento numérico para seguir es por iteraciones, en la que se supone un valor inicial en la iteración *i* del tirante (y_i), de este modo en la iteración *i*+1 se obtiene de

$$(y)_{i+1} = (y)_i - \left(\frac{G}{G'}\right)_i \qquad (3.10)$$

D) Canal circular (ejemplo 3.5)

La solución más sencilla para calcular el tirante crítico y la energía específica mínima es por medio de la tabla 1.3, expresada en forma adimensional. Se sugiere el siguiente procedimiento:

1. Calcular el parámetro adimensional:

$$\frac{Q}{\sqrt{g}\, D^{2.5}} \qquad (3.11)$$

2. De la tabla 1.3, en la columna correspondiente al parámetro anterior, seleccionar el valor que más se acerque al calculado (o en su defecto interpolarlo para mayor aproximación).
3. Con el parámetro seleccionado, hacer una referencia horizontal para leer las relaciones adimensionales (y/D y $E_C/D = E_{MÍN}/D$) en la primera y penúltima columna de la tabla 1.3, respectivamente.
4. De las relaciones obtenidas en el inciso anterior, despejar y_C y $E_{MÍN}$

3.3 Cálculo de los tirantes alternos, cuando se conocen el gasto y la energía específica

Cuando se utiliza la ecuación de la energía en un flujo a superficie libre, por ejemplo, en transiciones, es frecuente tener que calcular el o los tirantes alternos que pueden ocurrir cuando se conoce la geometría de la sección, el gasto y la energía específica con que se produce el flujo.

Para este caso es posible resolverlo por iteraciones (tanteos) o empleando un criterio de convergencia basado en el método numérico de Newton-Raphson.

3.3.1 Solución por tanteos (ejemplo 3.2c)

Se propone la siguiente secuencia de cálculo a partir de conocer la geometría, las dimensiones, el gasto (Q) y la energía específica (E_0).

1) Calcular el tirante crítico (y_c) y la energía específica mínima ($E_{MÍN}$). Revisar que $E_0 > E_{MÍN}$, ya que de no satisfacer esta condición, no habrá solución.
2) Con la geometría y dimensiones dadas, expresar el área hidráulica (A) en términos del tirante.
3) Para calcular el tirante alterno menor (y_{Am}), proponer un tirante ($y_{PROPUESTO} < y_c$), y determinar A y la energía específica calculada (E_{CALC}).
4) Comparar E_{CALC} con E_0, si:
$E_{CALC} \approx E_0$; el tirante propuesto es el alterno menor ($y_{PROPUESTO} = y_{Am}$)
$E_{CALC} \neq E_0$; regresar al paso 3.

5) Para calcular el tirante alterno mayor (y_{AM}), proponer un tirante ($y_{PROPUESTO} > y_c$), y obtener A y la energía específica calculada (E_{CALC}).
6) Comparar E_{CALC} con E_0, si:
$E_{CALC} \approx E_0$; el tirante propuesto es el alterno mayor ($y_{PROPUESTO} = y_{AM}$)
$E_{CALC} \neq E_0$; regresar al paso 5.

3.3.2 Solución numérica por el método de Newton-Raphson (ejemplo 3.5a)

Se designa por E_0 a la energía específica correspondiente a un gasto Q, ambos conocidos, y la función (J) cuyo valor debe ser cero para la solución, dada por

$$J = \left[y + \frac{V^2}{2g}\right]_i - E_0 = E_i - E_0 \qquad (3.12)$$

la derivada de dicha función respecto del tirante (dJ/dy) es

$$J' = \frac{dJ}{dy} = 1 - F_r^2 \tag{3.13}$$

Si i es el índice por iteración, entonces

$$(y)_{i+1} = (y)_i - \left(\frac{J}{J'}\right)_i \tag{3.14}$$

Con el objeto de que el método no presente problemas de convergencia se recomienda lo siguiente: para régimen supercrítico iniciar con un tirante propuesto $y_i = 0.05\,(E_0)$, y para régimen subcrítico con $y_i = 0.95\,(E_0)$.

Además, antes de iniciar el procedimiento recursivo, revisar que $E_0 > E_{MÍN}$, ya que de no satisfacer esta condición, no habrá solución.

3.4 Clasificación de pendientes

La clasificación que a continuación se indica se refiere solo a las pendientes positivas. En el capítulo 5 se hará una clasificación más completa, considerando además a los canales horizontales y a aquellos con pendientes adversas.

Para lo anterior, se conoce el gasto, coeficiente de rugosidad, geometría y dimensiones del canal.

A) Pendiente crítica ($S_0 = S_C$). Ejemplo 3.2b

Se define como aquella que produce un flujo uniforme con un tirante normal igual al tirante crítico, esto es, $y_n = y_C$. En donde, para el cálculo de la pendiente crítica se utiliza la ecuación de Manning con los elementos geométricos correspondientes al tirante crítico, es decir,

$$S_C = \left[\frac{Q\,n}{A_C R_{HC}^{\frac{2}{3}}}\right]^2 \tag{3.15}$$

La figura 3.2 muestra las características de la pendiente crítica.

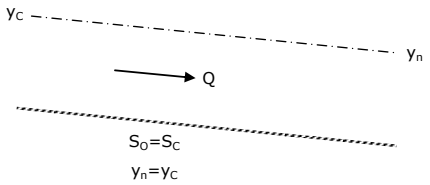


Figura 3.2 Pendiente crítica ($S_0 = S_c$)

B) Pendiente suave o subcrítica ($S_0 < S_c$). Ejemplo 3.6b

El flujo uniforme ocurre con régimen subcrítico o lento ($y_n > y_c$), como puede observarse en la figura 3.3.

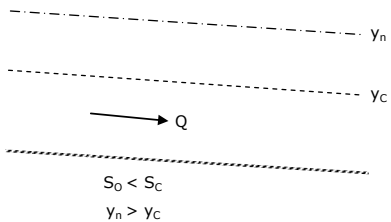


Figura 3.3 Pendiente suave o subcrítica ($S_0 < S_c$)

C) Pendiente pronunciada o supercrítica ($S_0 > S_c$). (Ejemplo 3.6a)

El flujo uniforme se presenta con un tirante normal en régimen supercrítico o rápido ($y_n < y_c$), la figura 3.4 representa esta condición.

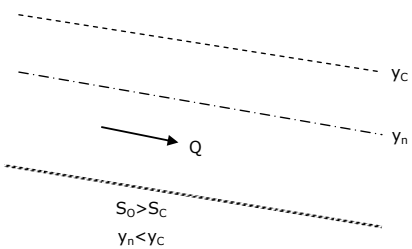


Figura 3.4 *Pendiente pronunciada o supercrítica ($S_0 > S_c$)*

3.5 Cálculo de las dimensiones mínimas de la sección de un canal, cuando se conocen el gasto y la energía específica mínima (ejemplo 3.1c)

La solución de este tipo de problemas consiste en determinar la dimensión mínima que debe tener la sección para que el flujo ocurra en régimen crítico. En este material se presenta una solución por tanteos que consiste en resolver un sistema de ecuaciones en dos etapas.

3.5.1 Solución por tanteos (ejemplo 3.7a)

Se propone la siguiente secuencia de cálculo a partir de conocer la geometría, el gasto (Q) y la energía específica mínima ($E_{MÍN}$).

Primera etapa de cálculo:

1) Calcular el término Q_2/g
2) Proponer el ancho de plantilla ($b_{PROPUESTO}$), si el canal es trapecial o el diámetro ($D_{PROPUESTO}$), si es circular.
3) Calcular el tirante crítico (y_C) para la dimensión propuesta, resolviendo la expresión 3.2.

Segunda etapa de cálculo:

4) Si la dimensión propuesta es correcta, se debe cumplir con la condición del estado crítico (dada por la expresión 3.3) que: $E_{CALCULADA} = y_C + V_c^2/2g = y_C + Y_C/2 = E_{MÍN}$
5) De no satisfacerse lo anterior se regresa al paso 2.

3.6 Diagrama "*E-y*" para diferentes gastos

Según se trató en el subtema 3.1, la curva de energía específica-tirante (E-y) adquiere la forma dada por la figura 3.1 para un gasto Q = constante. Si el gasto adquiere otro valor (pero de todos modos se mantiene constante), la curva de energía específica cambia a las posiciones A'C'B' y A¨C¨B¨, según el gasto sea menor o ma-

yor, respectivamente, que el usado para la construcción de la curva ACB. Por otra parte, debido a que la carga de velocidad depende del gasto, pero también de las dimensiones de la sección, un cambio de alguna de estas tiene un efecto similar de desplazamiento a la curva de energía específica representada, que el de un cambio del gasto. Por ejemplo, en un canal rectangular donde la relación $q = Q/b$ es el gasto unitario, al disminuir (b) aumenta el gasto unitario "q" y aunque el gasto total se mantiene constante, el efecto del desplazamiento de las curvas es idéntico al que ocurre cuando el gasto (Q) aumenta y el ancho (b) permanece constante. En canales no rectangulares, cualquier cambio en alguna de las dimensiones de su sección tiene efectos similares, si bien no es posible definir propiamente un gasto unitario. Véase la figura 3.5.

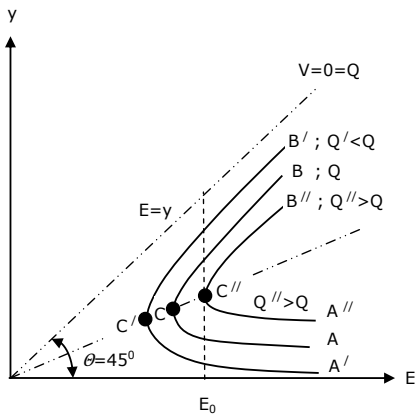


Figura 3.5 Curva "*E-y*" para diferentes gastos en un canal con pendiente pequeña

También se observa que al elegir una energía específica E_0 constante, el punto $C^{¨}$ indica la última curva *E-y* intersecada por la vertical de abscisa E_0. Puesto que el gasto para cada curva crece o las dimensiones de la sección disminuyen a medida que la curva se desplaza a la derecha, dicho punto señala la condición correspondiente al gasto máximo que podría fluir con energía específica mínima igual a E_0, esto es, $E_0=E_{MÍN}$ para el gasto Q_c que corresponde a la curva que pasa por $C^{¨}$. Idéntico razonamiento se sigue si la dimensión de la sección disminuye, en cuyo caso, se obtiene la dimensión mínima con la misma E_c.

En las curvas de la figura 3.5 se considera el caso de energía específica E_0 constante, para encontrar con ella la variación de Q y la magnitud del gasto máximo que podría fluir a través de la sección de dimensión conocida con dicha energía específica. El valor máximo de Q corresponde al de la última curva E-y intersecada en el punto $C^{\cdot\cdot}$ por la vertical de abscisa E_0.

3.6.1 Diagrama "Q-y" para una energía específica E_0 constante. Ejemplo 3.7b

Como antes se explicó, también aquí es válida la aclaración de que el cambio en la dimensión de la sección con gasto constante tiene un efecto equivalente al cambio de gasto con dimensión constante de la sección, y que la determinación del máximo es igual a obtener la dimensión mínima.

De la ecuación 3.1 se tiene

$$Q = A\sqrt{2g(E_0 - y)} \tag{3.16}$$

En esta, para $y = 0$, $Q = 0$, y para $y = E_0$, $Q = 0$, existe un máximo de Q entre estos dos valores. En efecto, la curva que se muestra en la figura 3.6 representa el lugar geométrico de la ecuación anterior con la forma general para las secciones más usuales, donde se observan dos valores de y para cada valor de Q, excepto en el máximo. Para obtener el tirante único correspondiente al gasto máximo, se recurre al criterio de la primera derivada ($dQ/dy = 0$), en donde se demuestra que el gasto máximo se presenta para el régimen crítico de energía específica mínima $E_{MÍN} = E_c = E_0$.

De este modo queda establecida así otra propiedad importante del régimen crítico: no solo define la energía específica mínima para fluir un gasto conocido, sino también dicho gasto es el máximo que puede fluir con dicha energía específica mínima. Esto corresponde también a la dimensión mínima de la sección si el gasto permanece constante.

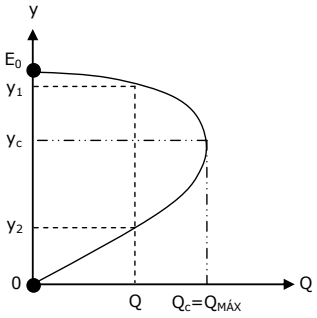


Figura 3.6 Diagrama *Q - y* para energía específica constante, en un canal con pendiente pequeña

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Ejemplo 3.1. Un canal rectangular presenta las siguientes características geométricas e hidráulicas: $b_1 = 4$ m, $y_1 = 2.85$ m, $V_1 = 1.33$ m/s, figura 3.7. Despreciando pérdidas de energía, calcular:

a) Desnivel (ΔZ, en m) del escalón necesario para que en la sección 2 ocurra régimen crítico. Considere que el ancho del canal se mantiene constante.
b) Tirante y_2 (en m) para un desnivel ΔZ=0.50 m, manteniendo el ancho de plantilla constante.
c) Ancho (b_2, en m) para que en la sección 2 se presente régimen crítico, para ΔZ=0
d) Tirante y_2 (en m) para un ancho b_2=2.50 m, y ΔZ=0

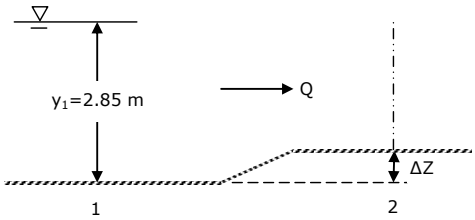


Figura 3.7 Vista de perfil del canal rectangular

Solución

La energía específica y el número de Froude en la sección 1, con $Y_1 = y_1$ (canal rectangular), son:

$$E_1 = 2.85 + \frac{(1.33)^2}{2(9.81)} = 2.94 \text{ m}$$

$$F_{r1} = \frac{1.33}{\sqrt{(9.81)(2.85)}} = 0.25 < 1$$

por lo tanto, el régimen en la sección 1 es subcrítico o lento.

a) El área en la sección 1 es: $A_1 = 4(2.85) = 11.4 \text{ m}^2$, y el gasto

$$Q = V_1 A_1 = (1.33)(11.4) = 15.16 \frac{\text{m}^3}{s}$$

El tirante crítico (expresión 3.4) y la energía específica mínima (expresión 3.5) son:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{(15.16)^2}{(4)^2(9.81)}} = 1.135 \text{ m}$$

$$E_{MÍN} = \frac{3}{2}(1.135) = 1.70 \text{ m}$$

Al plantear energía específica de 1 a 2, despreciando pérdidas de energía, y además considerando que en la sección 2 el régimen debe ser crítico, se tiene:

$$E_1 = \Delta Z + E_2 = \Delta Z + E_{MIN}$$

de donde la altura de la sobreelevación del fondo del canal es

$$\Delta Z = E_1 - E_{MIN} = 2.94 - 1.70 = 1.24 \text{ m}$$

La figura 3.8 muestra la representación gráfica del problema y la solución en el diagrama *"E-y"*

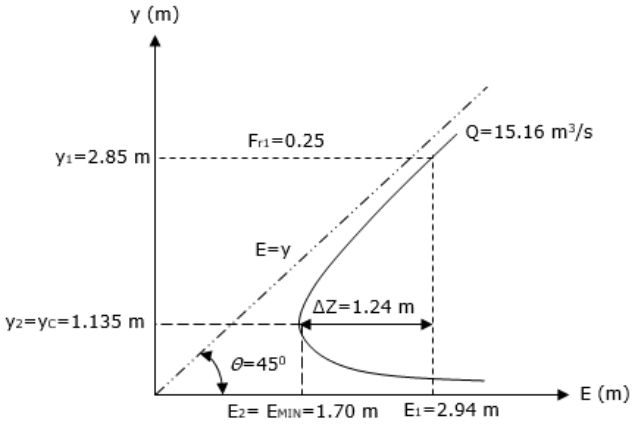


Figura 3.8

b) De la ecuación de energía específica de 1 a 2, se tiene

$$E_2 = E_1 - \Delta Z = 2.94 - 0.50 = 2.44 \text{ m} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

Ahora con $V_2 = Q / A_2$

$$2.44 = y_2 + \frac{Q^2}{(b\, y_2)^2\, 2\,(9.81)} = y_2 + \frac{(15.16)^2}{(4\, y_2)^2\, 19.62} = y_2 + \frac{0.732}{y_2^2}$$

Multiplicando ambos miembros por $(y_2)\,2$ y reordenando términos

$$y_2^3 - 2.44\, y_2^2 + 0.732 = 0$$

Cuyas raíces son: $y_{21} = 2.30$ m (régimen subcrítico), $y_{22} = 0.637$ m (régimen supercrítico), $y_{23} = -0.50$, esta última es una solución numérica que no tiene representación física.

Con la altura del escalón $\Delta Z = 0.50$ m, no es posible que exista un cambio de régimen dado que se imposibilita la ocurrencia del tirante crítico, por lo tanto, la única solución posible es la que corresponde a régimen subcrítico, esto es

$$y_2 = 2.30 \text{ m}$$

En la figura 3.9 se representa el problema y la solución en el diagrama "*E-y*".

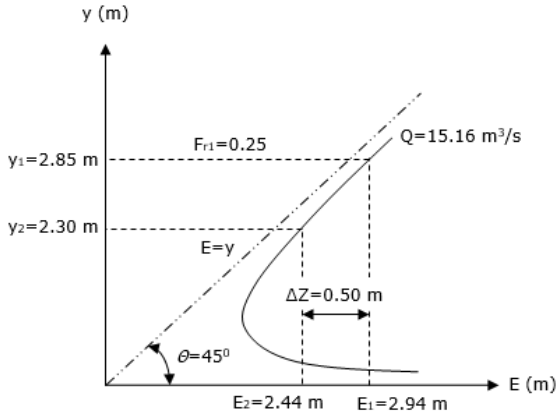


Figura 3.9

c) El gasto unitario en la sección 1 es: q_1=15.16/4=3.79 m³/s/m, además con ΔZ=0 y despreciando pérdidas de energía de 1 a 2, se tiene

$$E_1 = E_2 = E_{MIN} = 2.94 \text{ m}$$

Para satisfacer dicha condición se requiere disminuir gradualmente el ancho del canal en la sección 2, de esta forma el gasto unitario aumentará, según se indica en la figura 3.10, hasta que la energía específica sea la mínima e igual a la requerida.

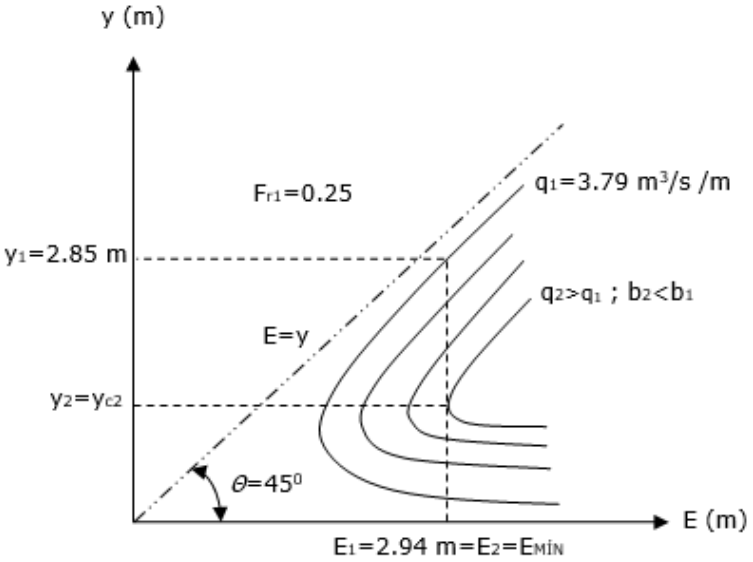


Figura 3.10

Para la sección rectangular, de la expresión 3.5 se tiene

$$E_{MIN} = 2.94 \text{ m} = \frac{3}{2} y_{C2}$$

de donde el tirante crítico en la sección 2, resulta

$$y_{C2} = \frac{2}{3} (2.94) = 1.96 \text{ m}$$

ahora, de la expresión 3.4

$$y_{C2} = \sqrt[3]{\frac{(15.16)^2}{b_2^2 (9.81)}} = 1.96 \text{ m}$$

al despejar el ancho b_2 resulta

$$b_2 = \sqrt{\frac{(15.16)^2}{(1.96)^3 (9.81)}} = 1.76 \text{ m}$$

el gasto unitario en la sección 2 es $q_2 = 15.16/1.76 = 8.61$ m³/s/m > $q_1 = 3.79$ m³/s/m

d) Para $b_2 = 2.50$ m, el gasto unitario $q_2 = 15.16/2.50 = 6.064$ m³/s/m. Por otra parte, del análisis de la energía específica de 1 a 2:

$$E_1 = E_2 = 2.94 \text{ m} = y_2 + \frac{(15.16)^2}{[2.5\, y_2]^2\, 2(9.81)} = y_2 + \frac{1.874}{y_2^2}$$

al multiplicar ambos miembros de la ecuación por $(y_2)^2$ y reordenando términos

$$y_2^3 - 2.94\, y_2^2 + 1.874 = 0$$

las raíces que resuelven la ecuación de tercer grado son: $y_{21} = 2.68$ m (régimen subcrítico); $y_{22} = 0.977$ m (régimen supercrítico), $y_{23} = -0.716$.

Con el ancho $b_2 = 2.50$ m, no es posible que exista un cambio de régimen dado que se imposibilita la ocurrencia del tirante crítico, figura 3.11, por lo tanto, la solución será la correspondiente a régimen subcrítico, esto es:

$$y_2 = 2.68 \text{ m}$$

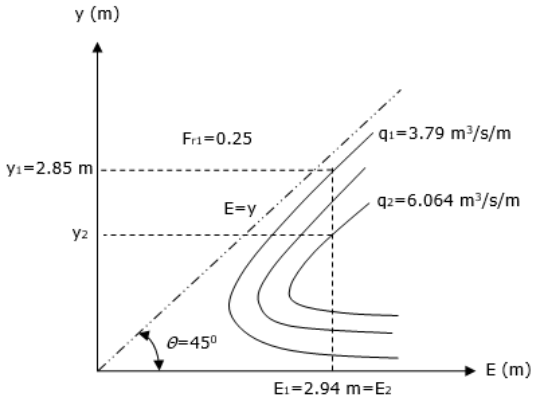


Figura 3.11

Ejemplo 3.2. Un canal de sección triangular ($K = 1$) se utiliza para desalojar agua de lluvia con un gasto Q =28 l/s, y coeficiente de rugosidad n =0.01 (Manning). Calcular:

a) Tirante normal (y_n, en m) para una pendiente $S_0 = 0.0095$, energía específica correspondiente al flujo uniforme (E, en m), número de Froude (Fr) y tipo de régimen.
b) Tirante crítico, energía específica mínima y pendiente crítica.
c) Tirante alterno correspondiente para la energía específica del inciso (a).

Solución

a) De la ecuación de Manning

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{0.028(0.01)}{(0.0095)^{\frac{1}{2}}} = 0.00287 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

$$A = ky^2 = y^2 \quad ; \quad P = 2y\sqrt{k^2+1} = 2.828\,y$$

Resolviendo por tanteos para calcular el tirante normal, véase la tabla 3.1:

Tabla 3.1

y(m)	A(m^2)	P(m)	R_H(m)	$A(R_H)^{\frac{2}{3}}$	$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = 0.00287$
0.20	0.040	0.566	0.071	0.00685	>
0.15	0.0225	0.424	0.053	0.00318	>
0.145	0.0210	0.410	0.051	0.00291	>
0.144	0.0207	0.407	0.051	0.00285	≈

la velocidad y energía específica resultan

$$V = \frac{0.028}{0.0207} = 1.35\,\frac{\text{m}}{s}$$

$$E = 0.144 + \frac{(1.355)^2}{2(9.81)} = 0.2369\ \text{m}$$

para el número de Froude

$$T = 2\,(1)(0.144) = 0.288 \text{ m}$$

$$Y = \frac{0.0207}{0.288} = 0.0719 \text{ m}$$

$$F_r = \frac{1.35}{\sqrt{(9.81)(0.0719)}} = 1.607$$

el régimen correspondiente es supercrítico.

b) De la expresión 3.6, el tirante crítico es

$$y_C = \sqrt[5]{\frac{2\,Q^2}{k^2\,g}} = \sqrt[5]{\frac{2\,(0.028)^2}{(1)^2(9.81)}} = 0.174 \text{ m}$$

La energía específica mínima, expresión 3.7

$$E_{MIN} = \frac{5}{4}(0.174) = 0.2175 \text{ m}$$

los elementos geométricos para el tirante crítico valen

$$A_C = (1)(0.174)^2 = 0.030 \text{ m}^2 \quad ; \quad P_C = 2\,(0.174)\sqrt{(1)^2+1} = 0.492 \text{ m} \quad ; \quad R_{HC} = \frac{0.030}{0.492} = 0.061 \text{ m}$$

la pendiente crítica será entonces

$$S_C = \left[\frac{0.028\,(0.01)}{(0.030)(0.061)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.0036$$

c) Tirante alterno para $E = 0.2369$ m

Resolviendo por tanteos, para $y > 0.174$ m y la tabla 3.2

Tabla 3.2

y (m)	A (m²)	$V = Q/A$ (m/s)	$E_{CALCULADA} = y + V^2/2g$ (m)	$E = 0.2369$ m
0.200	0.040	0.700	0.2250	<
0.210	0.044	0.635	0.2305	<
0.219	0.048	0.584	0.2364	≈

El tirante alterno es, para régimen subcrítico ($y > y_C$): y = 0.219 m. En la figura 3.12 se representan los tirantes alternos con su energía específica.

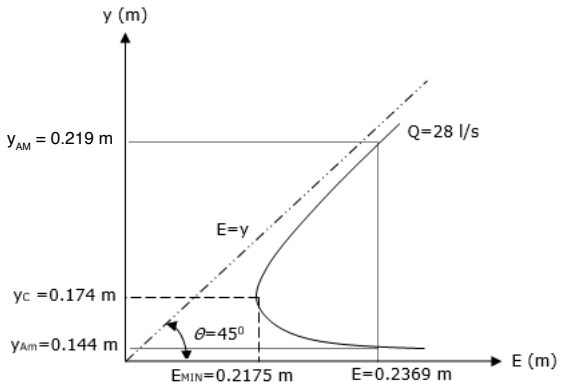


Figura 3.12

Ejemplo 3.3. Para un canal trapecial ($b = 3$ m, $K = 0.75$) y $Q = 16$ m³/s, calcular el tirante crítico y la energía específica mínima. Resolver por tanteos

Solución

De la condición del estado crítico, expresión 3.2

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(16)^2}{9.81} = 26.096 = \frac{A^3}{T}$$

La tabla 3.3 presenta el resumen del cálculo del tirante crítico. Los elementos geométricos son: $A = 3(y) + 0.75(y)^2$, y $T = 3 + 2(0.75)(y) = 3 + 1.5(y)$.

Tabla 3.3

y (m)	A (m^2)	T (m)	A^3/T	$Q^2/g = 26.096$
1.000	3.75	4.50	11.719	<
1.500	6.19	5.25	45.122	>
1.200	4.68	4.80	21.355	<
1.275	5.04	4.91	26.126	≈

el tirante crítico es y_c =1.275 m.

Para la energía específica mínima, de la expresión 3.3, con $Y = A/T$=5.04/4.91 = 1.026 m

$$E_{MIN} = 1.275 + \frac{1.026}{2} = 1.79 \text{ m}$$

Ejemplo 3.4. Utilizando el método numérico de Newton-Raphson, calcular el tirante crítico y la energía específica mínima, para un canal trapecial (b = 5 m, K = 2), Q = 35 m^3/s.

Solución

De la condición del estado crítico

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(35)^2}{9.81} = 124.87$$

La función (G), expresión 3.8, para este caso es

$$G = \frac{A^3}{T} - 124.87 \qquad \text{(I)}$$

mientras que, la función (G'), expresión 3.9, con dT/dy (tabla 1.1) = 2 (K) = 2(2) =4

$$G = 3A^2 - 4\frac{A^3}{T^2} \qquad \text{(II)}$$

Los elementos geométricos, en función del tirante, son:

$$A = 5(y) + 2y^2, \text{ y } T = 5+2(2)(y) = 5 + 4(y)$$

La tabla 3.4 muestra el resumen del cálculo del tirante crítico.

Tabla 3.4

y_i (m)	A_i (m^2)	T_i (m)	G (expresión I)	G' (expresión II)	$y\,i{+}1$ (m) (expresión 3.10)
1.000	7.00	9.00	-86.76	130.06	1.667
1.667	13.89	11.67	104.97	500.29	1.457
1.457	11.53	10.83	16.80	346.72	1.409
1.409	11.01	10.64	0.74	316.64	1.406
1.406	10.99	10.63	0.00	315.24	1.406

El tirante crítico es $y_C = 1.406$ m, y la energía específica mínima, con $Y_C = 10.99/10.63 = 1.03$ m, vale

$$E_{MIN} = 1.406 + \frac{1.03}{2} = 1.92 \text{ m}$$

Ejemplo 3.5. Un túnel de sección circular presenta varias alternativas por calcular:

a) Para un diámetro $D = 4.1$ m, $E_0 = 3.9$ m y $Q = 13$ m^3/s, determinar: tirante crítico (y_c, en m), energía específica mínima ($E_{mín}$, en m), y tirantes alternos (y_{Am} , y_{AM} , en m). Para el cálculo de los tirantes alternos utilizar el método numérico de Newton Raphson.

b) Si el diámetro es $D = 3$ m, $E_{mín} = 2.35$ m, obtener tirante crítico (y_c, en m) y gasto (Q, en m^3/s).

Solución

a) Para el cálculo del tirante crítico y energía específica mínima, se utilizará la tabla adimensional 1.3; para ello se requiere determinar el parámetro

$$\frac{Q}{\sqrt{g}\,D^{2.5}} = \frac{13}{\sqrt{9.81}\,(4.1)^{2.5}} = 0.1219$$

de la tabla indicada, los valores que más se aproximan al parámetro anterior son los siguientes

$\frac{Q}{\sqrt{g}\,D^{2.5}}$	$\frac{y}{D}$	$\frac{E_c}{D}$
0.1174	0.34	0.4643
0.1241	0.35	0.4784

Interpolando "linealmente" para $y/D = 0.345$

$$\frac{Q}{\sqrt{g}\,D^{2.5}} = 0.1207 \approx 0.1219 \;;\; \frac{E_c}{D} = 0.47135$$

Finalmente,

$$y_c = 0.345\,(4.1) = 1.414 \text{ m} \;;\; E_c = E_{MÍN} = 0.47135\,(4.1) = 1.93 \text{ m}$$

Para el cálculo de los tirantes alternos ($D = 4.1$ m, $Q = 13$ m^3/s y $E_0 = 3.9$ m) se utilizará el método numérico de Newton-Raphson y, para los elementos geométricos, las fórmulas indicadas en la tabla 1.2

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{2y}{D}\right)$$

$$A = \frac{D^2}{4}(\theta - 0.5 \operatorname{sen} 2\theta)$$

$$T = \operatorname{sen}\theta(D)$$

La tabla 3.5 resume los cálculos para la determinación de los tirantes alternos (menor $y_{Am} < y_c$; mayor $y_{AM} > y_c$). De acuerdo con la recomendación indicada en el subtema 3.3.2, para el tirante alterno menor se considera un tirante inicial $y_i = 0.05\,(E_0) = 0.05\,(3.9) = 0.195$ m, mientras que para el tirante alterno mayor $y_i = 0.95\,(E_0) = 0.95\,(3.9) = 3.705$ m.

Tabla 3.5

Tirante **alterno** menor										
yi (m)	y/D	θ(rad)	Ai (m2)	Ti (m)	Yi (m)	Vi (m/s)	Fri	J	J¨	yi+1(m)
0.1950	0.0476	0.4397	0.2290	1.745	0.131	56.77	50.037	160.555	-2502.745	0.2592
0.2592	0.0632	0.5083	0.3491	1.995	0.175	37.24	28.421	67.024	-806.727	0.3422
0.3422	0.0835	0.5862	0.5265	2.268	0.232	24.69	16.364	27.520	-266.772	0.4454
0.4454	0.1086	0.6717	0.7754	2.552	0.304	16.77	9.711	10.873	-93.306	0.5619
0.5619	0.1371	0.7585	1.0886	2.820	0.386	11.94	6.137	3.930	-36.657	0.6691
0.6691	0.1632	0.8317	1.4023	3.030	0.463	9.27	4.351	1.149	-17.930	0.7332
0.7332	0.1788	0.8733	1.6001	3.142	0.509	8.12	3.635	0.198	-12.214	0.7494
0.7494	0.1828	0.8835	1.6511	3.169	0.521	7.87	3.483	0.009	-11.130	0.7502
0.7502	0.1830	0.8840	1.6537	3.171	0.522	7.86	3.475	0.000	-11.078	0.7502
Tirante **alterno** mayor										
yi (m)	y/D	θ(rad)	Ai (m2)	Ti (m)	Yi (m)	Vi (m/s)	Fri	J	J¨	yi+1(m)
3.7050	0.9037	2.5104	12.5446	2.419	5.185	1.04	0.145	-0.140	0.979	3.8483
3.8483	0.9386	2.6408	12.8603	1.968	6.533	1.01	0.126	0.000	0.984	3.8479
3.8479	0.9385	2.6404	12.8596	1.970	6.528	1.01	0.126	0.000	0.984	3.8479

Finalmente, los tirantes alternos son:

Tirante alterno menor: $y_{Am} = 0.75$ m

Tirante alterno mayor: $y_{AM} = 3.84$ m

b) Sección circular con $D = 3$ m y $E_{MÍN}$=2.35 m.

Al relacionar la $E_{MÍN}$ con el diámetro D, se obtiene

$$\frac{E_c}{D} = \frac{2.35}{3} = 0.783$$

De la tabla adimensional 1.3, los valores que más se aproximan al parámetro anterior son

$\frac{E_c}{D}$	$\frac{y}{D}$	$\frac{Q}{\sqrt{g}\,D^{2.5}}$
0.7724	0.55	0.2952
0.7879	0.56	0.3055

Interpolando "linealmente" para $y/D = 0.555$, se tiene $E_c/D = 0.78 \approx 0.783$, y también

$$\frac{Q}{\sqrt{g}\,D^{2.5}} = 0.30$$

al despejar, el tirante crítico y el gasto son, respectivamente

$$y_c = 0.555\,(3) = 1.67 \text{ m}$$

$$Q = 0.30\sqrt{9.81}\,(3.0)^{2.5} = 14.65\,\frac{m^3}{s}$$

Ejemplo 3.6. Un almacenamiento alimenta a un canal trapecial ($b = 2.90$ m, taludes $k = 2$), $n = 0.017$ (Manning) como muestra la figura 3.13. Si el canal es de gran longitud como para normalizar el flujo y se desprecian las pérdidas de energía a la entrada de este, calcular el gasto Q (en m^3/s) para las siguientes condiciones de pendiente.

a) $S_0 = 0.09$

b) $S_0 = 0.00025$

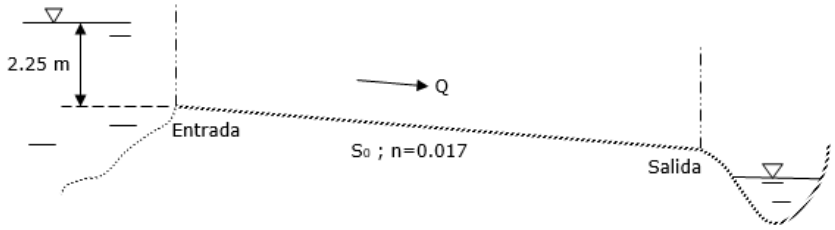


Figura 3.13

Solución

a) $Q = ?$, para cuando $S_0 = 0.09$.

La solución consistirá en suponer un tipo de pendiente y posteriormente hacer la comprobación correspondiente. De no cumplir con la suposición inicial, se propone otro tipo de pendiente hasta cumplir con la propuesta.

Para $S_0 = 0.09$ se considerará que la pendiente es supercrítica ($S_0 > S_C$; $y_n < y_c$), entonces al plantear energía desde el almacenamiento a la entrada del canal y despreciando pérdidas de energía, de la figura 3.14, se tiene

$$2.25 = y_c + \frac{V_c^2}{2g} = y_c + \frac{Y}{2} \qquad (I)$$

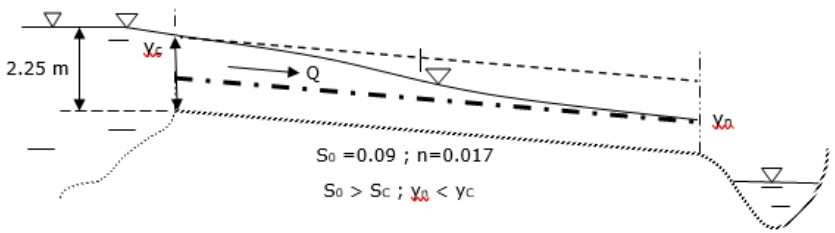


Figura 3.14

$$A = 2.9\,y + 2y^2 \quad ; \quad T = 2.9 + 2\,(2)\,y = 2.9 + 4y$$

Resolviendo la expresión (I) por tanteos, en la tabla 3.6 se muestran los resultados:

Tabla 3.6

y (m)	A (m^2)	T (m)	Y (m)	$y + Y/2$
1.50	8.85	8.90	0.9944	1.997
1.60	9.76	9.30	1.0495	2.125
1.70	10.71	9.70	1.1041	2.252

de la tabla anterior, $y_c = 1.70$ m y de la condición del estado crítico (expresión 3.2) el gasto resulta

$$Q = \sqrt{\frac{(10.71)^3}{9.7}(9.81)} = 35.25\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Comprobación del tipo de pendiente.

Cálculo del tirante normal:

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{35.25\,(0.017)}{(0.09)^{\frac{1}{2}}} = 2 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

$$P = 2.9 + 2y\sqrt{(2^2+1)} = 2.9 + 4.47\,y$$

Resolviendo por tanteos, en la tabla 3.7 se muestran los resultados:

Tabla 3.7

y (m)	A (m^2)	P (m)	R_H (m)	$A(R_H)^{\frac{2}{3}}$
1.00	4.90	7.37	0.665	3.734
0.90	4.23	6.923	0.611	3.047
0.80	3.60	6.476	0.556	2.435
0.72	3.12	6.1184	0.511	1.997

entonces el tirante normal es $y_n = 0.72$ m.

Finalmente, se comprueba que $y_n = 0.72$ m $< y_c = 1.70$ m y, por lo tanto, el gasto $Q = 35.25$ m^3/s.

b) $Q = ?$, para $S_0 = 0.00025$

Ahora, se propone que la pendiente es suave o subcrítica ($S_0 < S_c$; $y_n > y_c$), al plantear energía específica desde el vaso de almacenamiento a la entrada del agua al canal, sin considerar pérdidas de energía entre esas dos secciones (figura 3.15), se tiene

$$2.25 = y_n + \frac{V_n^2}{2g} \qquad \text{(II)}$$

De la ecuación de Manning

$$V_n = \frac{R_H^{\frac{2}{3}}}{n} S_0^{\frac{1}{2}} = \frac{R_H^{\frac{2}{3}}}{0.017} = (0.00025)^{\frac{1}{2}} = 0.93\, R_H^{\frac{2}{3}} \qquad \text{(III)}$$

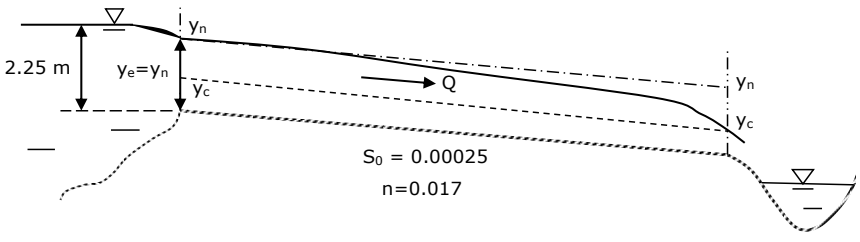


Figura 3.15

La tabla 3.8 muestra el resumen de cálculo para determinar el tirante a la entrada del canal y que satisface simultáneamente el sistema de ecuaciones I y II.

Tabla 3.8

y(m)	A(m^2)	P(m)	R_H(m)	V(m/s)	$y + V^2/2g$
2.00	13.80	11.84	1.166	1.03	2.05
2.15	15.48	12.5105	1.237	1.07	2.21
2.19	15.94	12.6893	1.256	1.08	2.25

El gasto para estas condiciones, con y_n=2.19 m, es

$$Q = V(A) = 1.08\,(15.94) = 17.22\ \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Comprobación: para este gasto, de la condición del estado crítico

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{17.22^2}{9.81} = 30.23 = \frac{A^3}{T}$$

Y al resolver por tanteos la condición anterior, el tirante crítico y_c = 1.17 m. En efecto, al calcular el área hidráulica, ancho de superficie libre y el término A^3/T, resulta

$$A = 2.90\,(1.17) + 2\,(1.17)^2 = 6.13\ \text{m}^2$$

$$T = 2.90 + 2\,(2)(1.17) = 7.58\ \text{m}$$

$$\frac{A^3}{T} = \frac{(6.13)^3}{7.58} = 30.39 \approx 30.23 = \frac{Q^2}{g}$$

Finalmente, al comparar el tirante normal con el tirante crítico, se tiene que y_n=2.19 m > y_c = 1.17 m y, por lo tanto, $S_0 < S_c$, con lo cual se cumple la suposición inicial y entonces Q=17.22 m³/s.

Ejemplo 3.7. El canal trapecial de la figura 3.16 presenta las siguientes características geométricas e hidráulicas en la sección 1: b_1=5 m, k=2; y_1=2.50 m, V_1=1.20 m/s.

a) Despreciando pérdidas de energía de las secciones 1 a 2, calcular el ancho de plantilla (b_2, en m) para que en esa sección el flujo sea crítico.

b) Determinar el gasto máximo ($Q_{MÁX}$, en m³/s) que podría conducir el canal con la energía específica de la sección 1.

Solución

La energía específica en la sección 1 vale

$$E_1 = 2.50 + \frac{(1.20)^2}{2(9.81)} = 2.573\ \text{m}$$

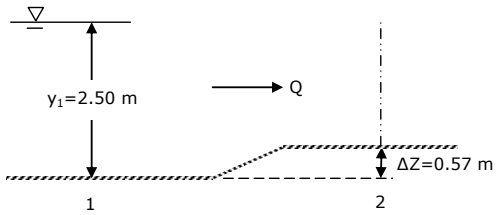


Figura 3.16

El área hidráulica en la sección 1 es:

$$A_1 = 5(2.50) + 2(2.50)^2 = 25 \text{ m}^2$$

y el gasto

$$Q = V_1 A_1 = (1.20)(25) = 30 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

De la condición del estado crítico, se tiene

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(30)^2}{9.81} = 91.74 = \frac{A^3}{T} \qquad \text{(I)}$$

Por otra parte, del planteamiento de la energía específica de 1 a 2

$$E_2 = E_{MÍN} = E_1 - \Delta Z = 2.573 - 0.57 = 2.00 \text{ m} \qquad \text{(II)}$$

La solución se hará por tanteos proponiendo, en una primera etapa, un ancho de plantilla ($b2 < b1$) y calculando su tirante crítico (expresión I). En la segunda etapa se verificará si se cumple o no la expresión II.

La tabla 3.9 resume los cálculos para la determinación de la dimensión mínima del canal trapecial.

Tabla 3.9

PRIMERA ETAPA (expresión I)					SEGUNDA ETAPA (expresión II)	
b_2 (m)	y_c (m)	A (m^2)	T (m)	A^3/T	Y (m)	$y+Y/2$ (m)
3.00	1.60	9.92	9.40	103.85		
	1.50	9.00	9.00	81.00		
	1.55	9.46	9.20	91.87	1.028	2.064
3.20	1.450	8.85	9.00	76.89		
	1.500	9.30	9.20	87.43		
	1.530	9.58	9.32	94.27		
	1.519	9.48	9.28	91.72	1.022	2.030
3.30	1.500	9.45	9.30	90.74		
	1.504	9.49	9.32	91.66		
	1.505	9.50	9.32	91.89	1.019	2.014
3.40	1.500	9.60	9.40	94.12		
	1.48	9.41	9.32	89.48		
	1.49	9.51	9.36	91.78	1.016	1.998 ≈ 2.0

el ancho b_2 que obliga a régimen crítico en la sección 2, es: $b_2 = 3.40$ m.

b) Gasto máximo $Q_{MÁX} = ?$

El tirante crítico asociado al gasto máximo (y_{CM}), véase la figura 3.5, debe satisfacer la condición:

$$E_{MÍN} = 2.573 \text{ m} = y_{CM} + \frac{Y}{2}$$

La tabla 3.10 presenta la solución (por tanteos) de la expresión anterior, con $A = 5y + 2y^2$ y $T = 5 + 2(2)y = 5 + 4y$.

Tabla 3.10

y (m)	A (m^2)	T (m)	Y (m)	$y+Y/2$ (m)
2.00	18.00	13.00	1.3846	2.6923
1.90	16.72	12.60	1.3270	2.5635
1.91	16.85	12.64	1.3328	2.5764
1.908	16.82	12.63	1.3316	2.5738

El tirante crítico asociado al gasto máximo es y_{CM} = 1.908 m, y de la expresión 3.2 al despejar resulta

$$Q_{MÁX} = \sqrt{\frac{(16.82)^3}{12.63}(9.81)} = 60.79\,\frac{m^3}{s}$$

También el gasto máximo puede calcularse a partir de la expresión 3.16, con E_0 = 2.573 m y la información contenida en la tabla 3.10.

$$Q = A\sqrt{2g(E_0 - y)} = 16.82\sqrt{2\,(9.81)(2.573\text{-}1.908)} = 60.76\,\frac{m^3}{s}$$

Cap 4 SALTO HIDRÁULICO

Objetivo: Calcular las características del salto hidráulico en canales con secciones usuales.

Introducción

El cambio del régimen supercrítico a subcrítico se lleva a cabo en forma brusca, tanto en la variación del tirante como en la velocidad, acompañada de gran turbulencia y apreciable pérdida de energía propia del fenómeno conocido como *salto hidráulico*. La rápida variación del tirante (y de la velocidad) toma lugar en un tramo relativamente corto; con ella, la pérdida de energía por fricción es generalmente pequeña y, en muchas ocasiones, insignificante, si se compara con la pérdida por la expansión turbulenta y desaceleración de la corriente desarrollada en el fenómeno.

El *salto hidráulico* constituye la única manera posible de cambiar el régimen supercrítico a subcrítico y su principal uso es el de disipador de energía, a manera de prevenir o confinar la socavación aguas abajo de las estructuras hidráulicas donde ocurre dicho fenómeno, tal es el caso del flujo al pie de la descarga de una compuerta reguladora, de un cimacio, o de un cambio de pendiente supercrítica a subcrítica.

4.1 Análisis del salto hidráulico. Función momentum (*M*)

Al aplicar la ecuación de cantidad de movimiento al volumen de control limitado por las secciones 1 y 2, antes y después del salto hidráulico, respectivamente (figura 4.1), se puede demostrar que

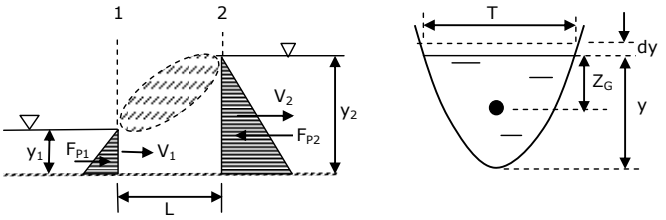


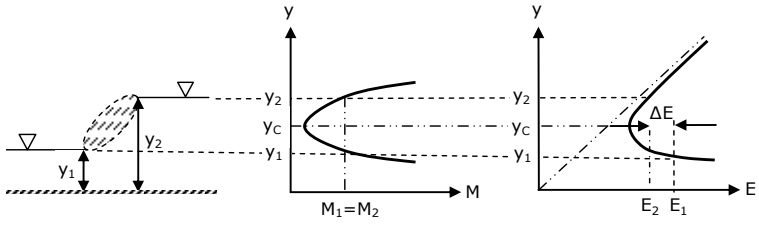
Figura 4.1. Volumen de control para el análisis del salto hidráulico

$$Z_{G1} A_1 + \frac{Q^2}{g A_1} = Z_{G2} A_2 + \frac{Q^2}{g A_2} \qquad (4.1)$$

al término: $M = Z_G A + \frac{Q^2}{g A_1}$ se le conoce como *fuerza específica o función momentum*, en m^3; en donde, además, el término Z_G es la profundidad al centro de gravedad del área hidráulica A.

La expresión 4.1 indica que el salto hidráulico ocurre en un canal cuando las funciones momentum, en las secciones 1 y 2 son iguales, es decir: $M_1 = M_2$.

Para un gasto dado, *M* es función únicamente del tirante, de manera similar a la energía específica. Su representación gráfica en un plano *M-y* (figura 4.2b) consiste en una curva parecida a la de *E-y* (figura 4.2c) con comportamiento asintótico solo en la rama inferior. Así mismo, para un valor dado de la función *M*, la curva tiene dos posibles tirantes: y_1 *conjugado menor* y y_2 *conjugado mayor*, que corresponden a los tirantes antes y después del salto hidráulico. La representación gráfica del salto hidráulico y sus características en las curvas *M-y*, y *E-y* se ilustran en la figura 4.2.



a) Salto hidráulico *b) Curva M-y* *c) Curva E-y.*

Figura 4.2. Representación gráfica del salto hidráulico en las curvas: *M-y*, *E-y*

En la figura 4.2b se puede ver también que la función momentum presenta un mínimo, sus condiciones se pueden obtener a partir del criterio de la primera derivada ($dM/dy = 0$) y coincide con la condición del estado crítico.

Dentro de las características más importantes del salto hidráulico se pueden mencionar las siguientes:

a) La longitud del salto (L_j) se define como la distancia medida entre las secciones de inicio e inmediatamente aguas abajo en que termina la zona turbulenta.
b) Pérdida de energía en el salto hidráulico (ΔE) debida a la expansión turbulenta y desaceleración de la corriente desarrollada en el fenómeno. Se expresa como

$$\Delta E = E_1 - E_2 \tag{4.2}$$

c) Eficiencia del salto hidráulico:

$$n_{SH} = \frac{\Delta E}{E_1}(100) \tag{4.3}$$

4.2 Tirantes conjugados del salto hidráulico para las secciones geométricas más comunes

4.2.1 Canal rectangular (ejemplos 4.1 a 4.4)

a) Régimen supercrítico (y_1) conocido. Se requiere calcular y_2

Al sustituir los elementos geométricos $A = b(y)$, $Z_G = y/2$ en la ecuación 4.1 y resolver para y_2, resulta

$$y_2 = \frac{y_1}{2}\left[\sqrt{1 + 8F_{r1}^2} - 1)\right] \tag{4.4}$$

b) Régimen subcrítico (y_2) conocido. Se requiere calcular y_1

Análogamente al caso anterior, se puede demostrar que la solución para y_1 es

$$y_1 = \frac{y_2}{2}\left[\sqrt{1 + 8\,F_{r2}^2} - 1)\right] \qquad (4.5)$$

Para el cálculo de la longitud del salto hidráulico (L_j) se pueden emplear fórmulas experimentales, a continuación se presentan algunas de ellas (referencia 7).

Silvester: $$L_j = 9.75\, y_1 (F_{r1} - 1)^{1.01} \qquad (4.6)$$

Woyciki $$L_j = \left[8 - 0.05\left(\frac{y_2}{y_1}\right)\right](y_2 - y_1) \qquad (4.7)$$

Smetana y Tizon $$L_j = 6\,(y_2 - y_1) \qquad (4.8)$$

4.2.2 Canal trapecial (ejemplos 4.5 y 4.6)

a) Régimen supercrítico (y_1) conocido. Se requiere calcular y_2

El área hidráulica es $A = b\,(y) + k\,(y)^2$ y la profundidad al centro de gravedad.

$$Z_G = \frac{y}{3}\left[\frac{2b+T}{T+b}\right] \qquad (4.9)$$

Al sustituir en la ecuación 4.1 los términos anteriores y resolver para y_2, resulta

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^4 + \left(\frac{5}{2}t_1 + 1\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}t_1^2 + \frac{5}{2}t_1 + 1\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}t_1^2 + t_1 - \frac{3\,F_{M1}^2}{t_1 + 1}\right)\left(\frac{y_2}{y_1}\right) - 3\,F_{M1}^2 = 0 \qquad (4.10)$$

donde t_1 y F_{M1} son parámetros adimensionales que se obtienen a partir de las siguientes expresiones, con $i = 1$

$$t_i = \frac{b}{k y_i} \qquad (4.11)$$

$$F_{Mi} = \frac{Q}{\sqrt{g}\, k y_i^{\frac{5}{2}}} \qquad (4.12)$$

b) Régimen subcrítico (y_2) conocido. Se requiere calcular y_1
Procediendo en forma similar al inciso anterior, la solución para y_1, resulta

$$\left(\frac{y_1}{y_2}\right)^4+\left(\frac{5}{2}t_2+1\right)\left(\frac{y_1}{y_2}\right)^3+\left(\frac{3}{2}t_2^2+\frac{5}{2}t_2+1\right)\left(\frac{y_1}{y_2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}t_2^2+t_2-\frac{3F_{M2}^2}{t_2+1}\right)\left(\frac{y_1}{y_2}\right)-3F_{M2}^2=0 \qquad (4.13)$$

donde t_2 y F_{M2} se obtienen de las expresiones 4.11 y 4.12 respectivamente, con $i = 2$.

En cuanto a la longitud del salto hidráulico, a continuación, se presentan algunas fórmulas experimentales aplicables a canales trapeciales (referencia 7).

Posey y Hsing

$$L_j = 5y_2\left[1+4\left(\frac{2\frac{y_2}{y_1}+\frac{b}{k\,y_1}}{2+\frac{b}{k\,y_1}}-1\right)\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (4.14)$$

Silvester

$$L_j = 7.1(y_2-y_1)\left[1+\frac{10}{\frac{b}{k\,y_1}}\right] \qquad (4.15)$$

válida para $b/(ky_1) > 4$ y $4 < F_{r1} < 8$

4.2.3 Canal circular (ejemplos 4.7 y 4.8)

La profundidad al centro de gravedad es

$$Z_G = y - R\left(1-\frac{4\,\text{sen}^3\theta}{6\theta-3\,\text{sen}\,2\theta}\right) \qquad (4.16)$$

4.2.4 Método numérico de Newton-Raphson para el cálculo de los tirantes conjugados (ejemplo 4.7)

En canales de cualquier sección, el cálculo de los tirantes conjugados del salto hidráulico se efectúa, de modo general, por medio del método de aproximación de *Newton-Raphson*. Conocido el momentum M_0 en uno de sus extremos (aguas arriba o aguas abajo del salto), el tirante del otro extremo en cualquier iteración ***(i)*** es

$$(y)_{i+1} = (y)_i - \frac{(M)_i - M_0}{\left[A - \frac{Q^2 T}{g A^2}\right]_i} \qquad (4.17)$$

donde el numerador del último término es la diferencia entre el momentum calculado en la iteración (i) y el conocido (M_0), y el denominador es dM / dy.

Se elige el tirante inicial $y_i > y_c$ si se desea el conjugado mayor, o $y_i < y_c$ si se requiere el conjugado menor.

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Ejemplo 4.1. La compuerta plana con coeficiente de contracción C_c=0.60, y de 6 m de ancho (figura 4.3), descarga un gasto Q=13.50 m^3/s a un canal rectangular, del mismo ancho que la compuerta, de gran longitud, pendiente S_0=0.009 y coeficiente de rugosidad n=0.018 (Manning).

a) Analizar y dibujar el perfil del agua a lo largo del canal.

b) Calcular la pendiente (S_0) necesaria en el canal para que se presente un salto hidráulico normal. Determine además los tirantes conjugados (y_1 y y_2), longitud (L_j) y pérdida de energía (ΔE).

Solución

De la ecuación de Manning, se tiene

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{(13.50)(0.018)}{(0.009)^{\frac{1}{2}}} = 2.56 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

resolviendo, el tirante normal es y_n=0.649 m.

Comprobación: $A = 6(0.649) = 3.894$ m^2, $P = 6 + 2(0.649) = 7.298$ m,
$R_H = 3.894/7.298 = 0.5336$ m, entonces

$$AR_H^{\frac{2}{3}} = (3.894)(0.5336)^{\frac{2}{3}} = 2.562 \approx 2.56$$

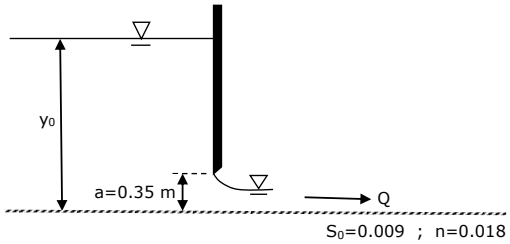


Figura 4.3

el tirante crítico es

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{(13.5)^2}{(6)^2(9.81)}} = 0.80 \text{ m}$$

Y el tirante en la sección contracta es: $y_1 = C_c\,(a) = 0.60\,(0.35) = 0.21$ m $< y_c$, por lo tanto, el régimen es supercrítico; además $y_n < y_c$ y el flujo se establece con un tirante normal, también en régimen supercrítico. La figura 4.4 muestra el perfil que se desarrolla a lo largo del canal, en donde el flujo ocurre sin cambio de régimen.

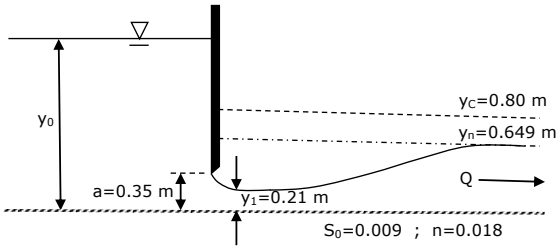


Figura 4.4

b) Si el salto hidráulico es normal, entonces $y_1 = 0.21$ m debe ser el tirante conjugado menor del salto hidráulico. Por lo tanto, $A_1 = 6(0.21) = 1.26$ m^2, $V_1 = 13.50/1.26 = 10.71$ m/s, y el número de Froude

$$F_{r1} = \frac{10.71}{\sqrt{9.81\,(0.21)}} = 7.46 > 1.0$$

Sustituyendo en la ecuación 4.2, el tirante conjugado mayor del salto hidráulico es

$$y_2 = \frac{0.21}{2}\left(\sqrt{1+8\,(7.46)^2} - 1\right) = 2.113 \text{ m}$$

Ahora se debe obligar que el conjugado mayor sea igual al tirante normal del canal: $y_2 = y_n$, con ello: $A = 6(2.113) = 12.678\ m^2$, $P = 6 + 2(2.113) = 10.226$ m, y $R_H = 12.678/10.226 = 1.24$ m; y de la ecuación de Manning, la pendiente necesaria en el canal para que se presente un salto hidráulico normal es:

$$S_C = \left[\frac{13.50\,(0.018)}{12.678\,(1.24)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.0002728$$

Longitud L_j del salto hidráulico (ecuación de Silvester, ecuación 4.6):

$$L_j = 9.75\,(0.21)(7.46\text{-}1)^{1.01} = 13.48 \text{ m}$$

Pérdida de energía en el salto hidráulico $\Delta E = E_1 - E_2$ (ecuación 4.2)

$$E_1 = 0.21 + \frac{(10.71)^2}{2(9.81)} = 6.06 \text{ m}$$

Sección 2: $V_2 = 13.5/12.678 = 1.06$ (m/s)

$$E_2 = 2.113 + \frac{(1.06)^2}{2(9.81)} = 2.17 \text{ m}$$

La pérdida de energía es: $\Delta E = E_1 - E_2 = 6.06\text{-}2.17 = 3.89$ m

Y, la eficiencia del salto hidráulico (ecuación 4.3)

$$n_{S.H.} = \frac{\Delta E}{E_1}(100) = \frac{3.89}{6.06}(100) = 64.19\ \%$$

Finalmente, la figura 4.5 presenta las condiciones de la descarga de la compuerta con salto hidráulico normal.

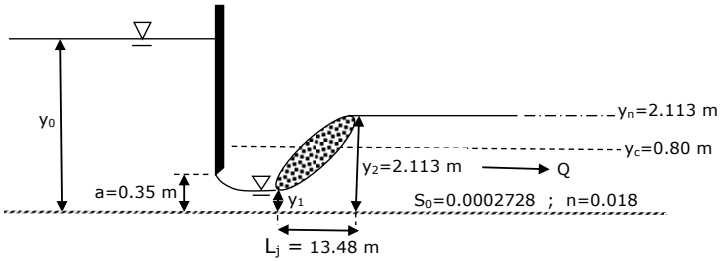


Figura 4.5

Ejemplo 4.2. El vertedor tipo Creager mostrado en la figura 4.6 tiene un ancho $L = 15$ m y descarga un gasto $Q = 100$ m^3/s hacia un canal rectangular del mismo ancho que el del vertedor. Despreciando pérdidas de energía en el vertedor, calcular:

a) Carga (h_V en m) en el vertedor. La ley de descarga es $Q = C\,(L)\,h_V^{3/2}$, con un coeficiente de gasto $C = 2$ m$^{1/2}$/s. Determine además la elevación del nivel del agua en la sección "0".

b) Pendiente S_{01} del canal de descarga para que el salto hidráulico inicie justo al pie del vertedor (sección 1). El canal de descarga es lo suficientemente largo como para normalizar el flujo en dicho tramo.

c) Longitud mínima de revestimiento ($L_{MÍN}$, en m).

d) Pérdida de energía (ΔE en m) y eficiencia (n_{SH} en %) del salto hidráulico.

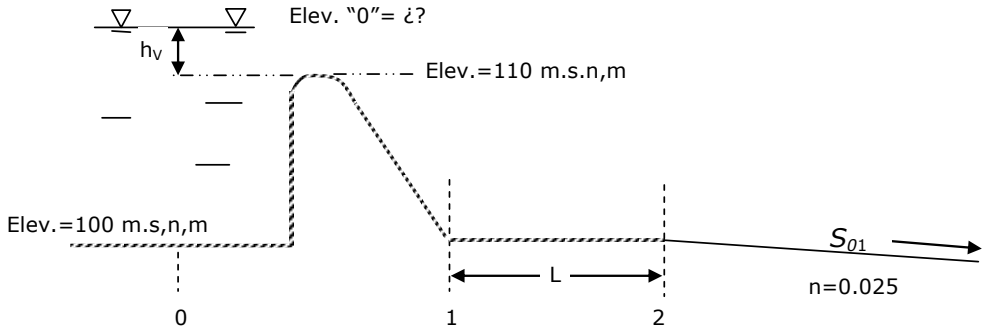


Figura 4.6

Solución

a) De la ecuación de gasto del vertedor, la carga (h_V) resulta

$$h_V = \left[\frac{100}{2(15)}\right]^{\frac{2}{3}} = 2.23 \text{ m}$$

Por lo tanto, la elevación "0" = 110+2.23 = 112.23 m.s.n.m

b) El tirante crítico en el canal rectangular resulta

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{(100)^2}{(15)^2(9.81)}} = 1.654 \text{ m}$$

Análisis en la sección "0":

Para el tirante y_0 = 12.23 m, A_0 = 15 (12.23) = 183.45 m^2; V_0 = 100/183.45 = 0.545 m/s y energía específica

$$E_0 = 12.23 + \frac{(0.545)^2}{2(9.81)} = 12.245 \text{ m}$$

Al plantear energía específica de "0" a "1", sin considerar pérdidas de energía

$$E_0 = E_1 = 12.245 = y_1 + \frac{(100)^2}{[15(y_1)]^2(2)(9.81)} = y_1 + \frac{2.265}{y_1^2}$$

Al multiplicar por y_1^2 y despejar

$$y_1^3 - 12.245\, y_1^2 + 2.265 = 0$$

La solución en régimen supercrítico es y_1 = 0.438 m < y_C =1.654 m, que corresponde al tirante al pie del vertedor.

Debido a que el salto hidráulico tiene que presentarse en la sección (1), el tirante calculado anteriormente debe ser el tirante conjugado menor. Por lo tanto, las condiciones geométricas e hidráulicas en esa sección son: A_1 = 15 (0.438) = 6.57 m^2, V_1 = 100/6.57 = 15.22 m/s y el número de Froude

$$F_{r1} = \frac{15.22}{\sqrt{(9.81)(0.438)}} = 7.342 \text{ m}$$

de la expresión 4.4, el tirante conjugado mayor es

$$y_2 = \frac{0.438}{2}\left[\sqrt{1 + 8(7.342)^2} - 1\right] = 4.33 \text{ m}$$

En la sección 2, $A_2 = 15(4.33) = 64.95 \text{ m}^2$, $P_2 = 15 + 2(4.33) = 23.66$ m, $R_h = 64.95/23.66 = 2.745$ m, $V_2 = 100/64.95 = 1.54$ m/s y la energía específica

$$E_2 = 4.33 + \frac{(1.54)^2}{2(9.81)} = 4.45 \text{ m}$$

Para que el tirante y_2 realmente se presente, debe suceder que $y_2 = y_n$, y de la ecuación de Manning, la pendiente necesaria es

$$S_{01} = \left[\frac{100(0.025)}{(64.95)(2.745)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.000386$$

c) Longitud mínima de revestimiento

Utilizando la expresión 4.6 de Silvester

$$L_j = 9.75(0.438)(7.342\text{-}1)^{1.01} = 24.58 \text{ m}$$

d) Pérdida de energía (expresión 4.2)

$$\Delta E = E_1 - E_2 = 12.245 - 4.45 = 7.795 \text{ m}$$

Eficiencia del salto hidráulico (expresión 4.3)

$$n_{S.H.} = \frac{7.795}{12.245}(100) = 63.65\ \%$$

La figura 4.7 muestra el perfil del agua en la descarga del vertedor rectangular.

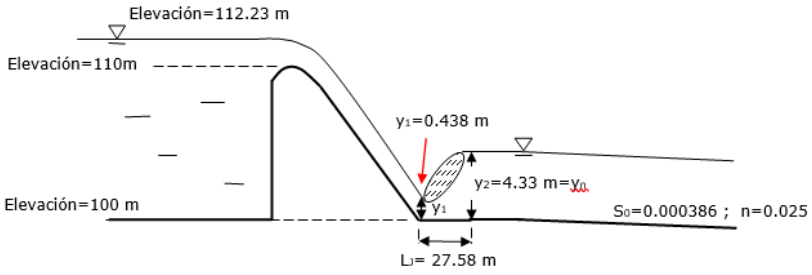


Figura 4.7

Ejemplo 4.3. Un gasto $Q = 8$ m^3/s fluye en un canal rectangular de 5.50 m de ancho de plantilla y coeficiente $n = 0.014$ (Manning), suponiendo tramos suficientemente largos para establecer flujo uniforme (figura 4.8), determinar:

a) Pendiente (S_{03}) necesaria del tercer tramo para que el salto hidráulico ocurra al inicio de dicho tramo, longitud (L_j en m) de revestimiento y pérdida de energía (ΔE en m) del salto hidráulico.

b) Pendiente (S_{03}) mínima para eliminar el salto hidráulico.

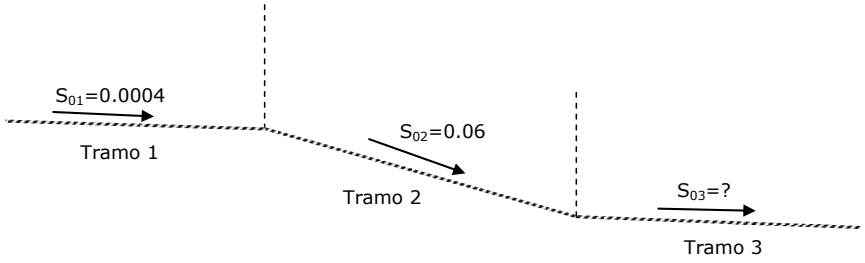


Figura 4.8 Perfil del canal con tramos largos y pendientes diferentes

Solución

El tirante crítico para el canal es:

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{(8)^2}{(5.50)^2(9.81)}} = 0.60 \text{ m}$$

Tirante normal para el tramo 1, se debe cumplir que:

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{(8)(0.014)}{(0.0004)^{\frac{1}{2}}} = 5.60 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

al resolver se tiene que y_{n1}=1.165 m; en efecto, para este tirante, resulta $A = 5.50(1.165) = 6.4075$ m^2, $P = 5.50+2(1.165) = 7.83$ m, $R_H = 6.4075/7.83 = 0.8183$ m y, finalmente, se comprueba que

$$AR_H^{\frac{2}{3}} = (6.4075)(0.8183)^{\frac{2}{3}} = 5.60 \frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}}$$

Tirante normal para el tramo 2, se debe cumplir la ecuación de Manning expresada como:

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{(8)(0.014)}{(0.06)^{\frac{1}{2}}} = 0.457 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

Resolviendo se tiene que $y_{n2} = 0.232$ m, con el cual, $A = 5.50\,(0.232) = 1.276$ m^2, $P = 5.50 + 2\,(0.232) = 5.964$ m, $R_H = 1.276/5.964 = 0.2139$ m y, finalmente, se comprueba que

$$AR_H^{\frac{2}{3}} = (1.276)(0.2139)^{\frac{2}{3}} = 0.4565 \approx 0.457 = \frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}}$$

a) Pendiente (S_{03}) necesaria del tercer tramo para que el salto hidráulico ocurra al inicio de dicho tramo, longitud (L_j) de revestimiento y la pérdida de energía (ΔE) del salto hidráulico.

Dado que $y_{n2} < y_c$, el régimen es supercrítico, además por las condiciones del problema se requiere que el salto hidráulico inicie justo al inicio del tramo 3, por tanto, se debe obligar a que el tirante normal del tramo 2 sea igual al conjugado menor del salto hidráulico ($y_{n2}=y_1$).

Entonces la velocidad, energía específica y el número de Froude en la sección 1 son respectivamente

$$V_1 = \frac{8}{1.276} = 6.269\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_1 = 0.232 + \frac{6.269^2}{2(9.81)} = 2.235\ \text{m}$$

$$F_{r1} = \frac{6.269}{\sqrt{(9.81)(0.232)}} = 4.15 > 1.0$$

el tirante conjugado mayor (y_2) de la expresión 4.4 es

$$y_2 = \frac{0.232}{2}\left[\sqrt{1 + 8\,(4.15)^2} - 1\right] = 1.25\ \text{m}$$

La velocidad y energía específica en la sección 2 son, con $A_2 = 5.50\,(1.25) = 6.875\ \text{m}^2$:

$$V_2 = \frac{8}{6.875} = 1.1636\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_2 = 1.25 + \frac{(1.1636)^2}{2\,(9.81)} = 1.319\ \text{m}$$

Para calcular la pendiente del tramo 3, se requiere hacer que $y_2 = y_{n3} = 1.25$ m, y con el $P = 5.50 + 2(1.25) = 8$ m, $R_{H3} = 6.875/8.0 = 0.8593$ m, por tanto,

$$S_{03} = \left[\frac{8\,(0.014)}{(6.875)(0.8593)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.0003248$$

De la expresión 4.6, ecuación de Silvester, la longitud de revestimiento mínima resulta:

$$L_j = 9.75\,(0.232)(4.15 - 1)^{1.01} = 7.20\ \text{m}$$

y la pérdida de energía en el salto (expresión 4.2)

$$\Delta E = 2.235 - 1.319 = 0.916\ \text{m}$$

La figura 4.9 muestra el perfil del agua a lo largo del canal.

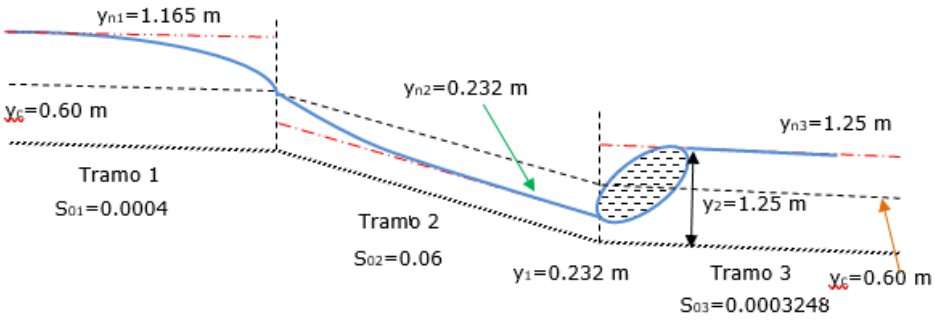


Figura 4.9

b) La pendiente mínima que elimina el salto hidráulico, corresponde a la pendiente crítica (S_c), por lo que, con $y_c = 0.60$ m se tiene que $A_c = 5.50\,(0.60) = 3.30$ m^2, $P_c = 5.50 + 2(0.60) = 6.70$ m y el $R_{Hc} = 3.30/6.70 = 0.4925$ m; por tanto,

$$S_{03(MINIMA)} = S_C = \left[\frac{8\,(0.014)}{(3.30)(0.4925)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.002958$$

La figura 4.10 presenta el perfil del agua, se aprecia que en el tercer tramo el salto hidráulico ha desaparecido.

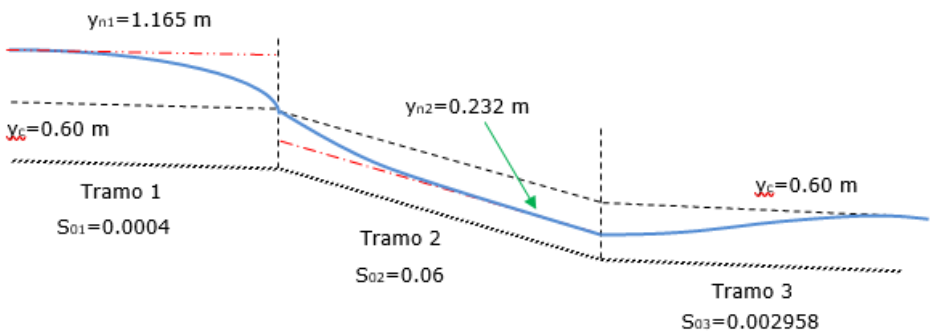


Figura 4.10

Ejemplo 4.4. La compuerta plana vertical de ancho $b = 3$ m, de la figura 4.11, se encuentra alojada en un canal rectangular del mismo ancho.

Calcular la altura (ΔZ en m) y la longitud (L en m) necesaria del tanque amortiguador, de tal manera que el salto hidráulico inicie en la sección de máxima contracción en la descarga de la compuerta.

La ley de gasto de la compuerta está dada por la expresión

$$Q = C_d(a)(b)\sqrt{2\,g\,y_0}$$

Considere un coeficiente de gasto $C_d = 0.56$ y coeficiente de contracción $C_c = 0.60$

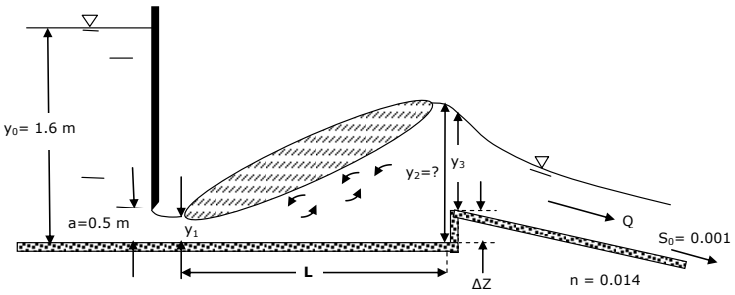


Figura 4.11

Solución

$$Q = 0.56\,(0.5)(3)\sqrt{2\,(9.81)(1.6)} = 4.71\,\frac{m^3}{s}$$

El tirante en la sección de máxima contracción de la superficie libre del agua (sección 1) es $y_1 = C_c(a) = 0.6\,(0.50) = 0.30$ m, y el tirante crítico

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{(4.71)^2}{(3.0)^2(9.81)}} = 0.63 \text{ m}$$

El régimen en la sección 1 es supercrítico ($y_1 < y_C$) y entonces será factible forzar un salto hidráulico.

Dado que el salto hidráulico debe iniciar en la sección 1, el tirante y_1=0.30 m debe ser el tirante conjugado menor.

Las características en la sección 1 son: $A_1 = 3(0.3) = 0.9$ m^2, $V_1 = 4.71/0.9 = 5.23$ m/s, y el número de Froude

$$F_{r1} = \frac{5.23}{\sqrt{(9.81)(0.30)}} = 3.05 > 1.0$$

El tirante conjugado mayor del salto hidráulico es

$$y_2 = \frac{0.30}{2}\left[\sqrt{1 + 8\,(3.05)^2} - 1\right] = 1.15 \text{ m}$$

Para la sección 2, $A_2 = 3(1.15) = 3.45$ m^2, $V_2 = 4.71/3.45 = 1.37$ m/s, y la energía específica en esa sección vale

$$E_2 = 1.15 + \frac{(1.37)^2}{2\,(9.81)} = 1.25 \text{ m}$$

En la sección 3, al ser un tramo con gran longitud el flujo se normaliza. De la ecuación de Manning

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{(4.71)(0.014)}{(0.001)^{\frac{1}{2}}} = 2.08 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

Al resolver, el tirante normal resulta $y_n = 0.98$ m. Comprobando: $A = 3(0.98) = 2.94$ m^2, $P = 3 + 2(0.98) = 4.96$ m, $R_h = 2.94/4.96 = 0.5927$ m; $AR_h^{\frac{2}{3}} = 2.94\,(0.5927)^{\frac{2}{3}} = 2.075 \approx 2.08$

Con $y_n = y_3 = 0.98$ m, $V_3 = 4.71/2.94 = 1.60$ m/s, y la energía específica

$$E_3 = 0.98 + \frac{(1.6)^2}{2\,(9.81)} = 1.11 \text{ m}$$

Al plantear energía específica de la sección 2 a la 3, despreciando pérdidas de energía

$$E_2 = \Delta Z + E_3$$

entonces, al despejar y sustituir, la altura del escalón es

$$\Delta Z = 1.25 - 1.11 = 0.14 \text{ m}$$

de la expresión de Silvester, la longitud necesaria debe ser

$$L_j = 9.75\,(0.30)(3.05\text{-}1)^{1.01} = 6.0 \text{ m}$$

Ejemplo 4.5. La compuerta plana de la figura 4.12, de sección rectangular de 4.5 m de ancho, descarga un gasto Q = 33 m^3/s a un canal rectangular del mismo ancho (sección 1) y, posteriormente, continúa hacia una transición gradual para cambiar a un canal trapecial (sección 2), con 4 m de ancho de plantilla y taludes k = 1.0.

Considerando un coeficiente de contracción C_c=0.5984 y despreciando pérdidas de energía a lo largo de la transición, calcular:

a) Tirante (y_2 en m) al final de la transición.
b) Pendiente (S_0) necesaria en el canal para que el salto hidráulico inicie justo al final de la transición (sección 2).

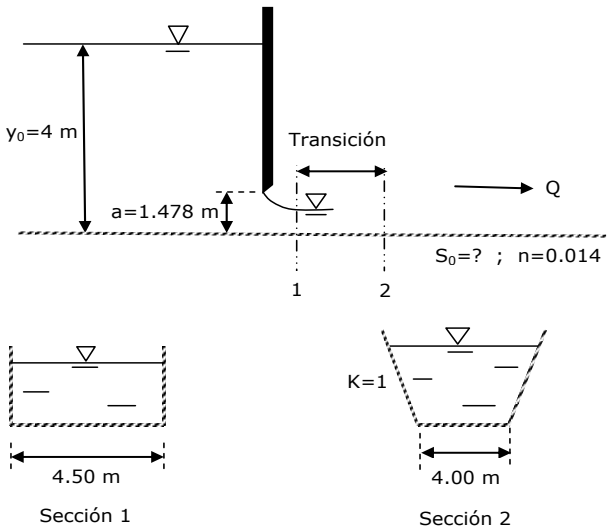


Figura 4.12 Compuerta con descarga libre y transición canal rectangular a trapecial

Solución

a) Tirante (y_2) al final de la transición. Desprecie la pérdida de energía a lo largo de la transición.

El tirante y_1 en la sección contracta es

$$y_1 = C_C(a) = 0.5984\,(1.478) = 0.884 \text{ m}$$

y el tirante crítico en el canal rectangular resulta

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{(33)^2}{(4.50)^2(9.81)}} = 1.76 \text{ m}$$

por lo tanto, en la sección 1 el régimen corresponde a supercrítico ($y_1 < y_C$).

Para el tirante crítico en la sección trapecial, se debe cumplir la condición general del estado crítico: $Q^2/g = 33^2/9.81 = 111.09 = A^3/T$, para y_c (trapecial) = 1.65 m. En efecto, para este tirante: $A_c = 4(1.65) + (1.65)^2 = 9.32$ m^2; $T_c = 4+2(1)(1.65) = 7.30$ m, y al comprobar $A^3/T = (9.32)^3/7.30 = 110.89 \approx 111.09$.

La velocidad y energía específica en la sección 1, con A_1=4.50 (0.884) = 3.978 m^2.

$$V_1 = \frac{33}{3.978} = 8.29\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_1 = 0.884 + \frac{8.29^2}{2.(9.81)} = 4.386 \text{ m}$$

Al plantear la energía específica de la sección 1 (canal rectangular) a la sección 2 (canal trapecial), despreciando pérdidas de energía:

$$E_1 = 4.386 \text{ m} = E_2 = y_2 + \frac{Q^2}{A_2^2 2g} = y_2 + \frac{(33)^2}{[4y_2 + y_2^2]^2\,2\,(9.81)} = y_2 + \frac{55.50}{[4y_2 + y_2^2]^2}$$

cuya solución en régimen supercrítico es $y_2 = 0.819$ m $< y_c = 1.65$ m (trapecial). El lector puede comprobar que dicho tirante corresponde a una $E_2 = 4.386$ m.

$$y_2 = 0.819 \text{ m}$$

b) Para que el salto hidráulico inicie justo al final de la transición, se requiere que el tirante en esa sección sea el conjugado menor del salto hidráulico, es decir, $y_2 = y_{Cm} = 0.819$ m.

El conjugado mayor del salto hidráulico (y_{CM}) se calculará con las expresiones 4.10, 4.11 y 4.12, estas últimas son adimensionales.

$$t_{Cm} = \frac{b}{(k)(y_{Cm})} = \frac{4.0}{(1)(0.819)} = 4.88$$

$$F_{Cm} = \frac{Q}{\sqrt{g}(k)y_{Cm}^{\frac{5}{2}}} = \frac{33}{\sqrt{9.81}(1)(0.819)^{\frac{5}{2}}} = 17.35$$

sustituyendo y operando en la expresión 4.10, resulta la siguiente ecuación de 4° grado

$$\left[\frac{y_{CM}}{y_{Cm}}\right]^4 + 13.2\left[\frac{y_{CM}}{y_{Cm}}\right]^3 + 48.92\left[\frac{y_{CM}}{y_{Cm}}\right]^2 - 112.98\left[\frac{y_{CM}}{y_{Cm}}\right] - 903.06 = 0$$

cuya solución correspondiente es

$$\frac{y_{CM}}{y_{Cm}} = 3.48$$

siendo entonces el conjugado mayor

$$y_{CM} = 3.48\,(0.819) = 2.85 \text{ m}$$

Los elementos geométricos para este tirante son $A = 4(2.85) + (2.85)^2 = 19.52$ m^2, $P = 4+2\,(2.85)(1^2+1)^{1/2} = 12.06$ m, y $R_H = 19.52/12.06 = 1.618$ m.

La pendiente (S_0) necesaria en el canal para forzar a que se presente el tirante $y_2=y_n$, debe ser

$$S_C=\left[\frac{(33)(0.014)}{(19.52)(1.618)^{\frac{2}{3}}}\right]^2=0.000295$$

Ejemplo 4.6. Un salto hidráulico ocurre en un canal trapecial de ancho de plantilla b=4 m y talud k=1.5, con tirantes conjugados: y_1=0.50 m, y y_2=2 m. Calcular: gasto (Q en m^3/s) y tirante crítico (y_c).

Solución

Para la sección 1, los elementos geométricos son

$$A_1=4\,(0.5)+1.5\,(0.5)^2=2.375\ \text{m}^2$$

$$T_1=4+2\,(1.5)(0.5)=5.5\ \text{m}$$

La profundidad al centro de gravedad (expresión 4.9) resulta

$$Z_{G1}=\frac{0.5}{3}\left[\frac{2(4)+5.5}{5.5+4}\right]=0.2368\ \text{m}$$

y para la sección 2

$$A_2=4\,(2.0)+1.5\,(2.0)^2=14\ \text{m}^2$$

$$T_1=4+2\,(1.5)(2)=10\ \text{m}$$

$$Z_{G1}=\frac{2.0}{3}\left[\frac{2(4)+10}{10+4}\right]=0.857\ \text{m}$$

En el salto hidráulico, las funciones momentum antes (M_1) y después del salto (M_2) son iguales, por lo tanto, se debe cumplir

$$Z_{G1} A_1 + \frac{Q^2}{g A_1} = Z_{G2} A_2 + \frac{Q^2}{g A_2}$$

$$0.2368\,(2.375) + \frac{Q^2}{(9.81)(2.375)} = 0.857\,(14) + \frac{Q^2}{(9.81)(14)}$$

de donde, el gasto resulta

$$Q = 17.92\ \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Cálculo del tirante crítico

De la condición del estado crítico

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(17.92)^2}{9.81} = 32.735 = \frac{A^3}{T}$$

La tabla siguiente presenta el cálculo del tirante crítico, siguiendo un procedimiento de tanteos

y (m)	A (m^2)	T (m)	A^3/T
1.25	7.344	7.750	51.104
1.00	5.500	7.000	23.768
1.05	5.854	7.150	28.054
1.10	6.215	7.300	**32.885**

El tirante crítico es y_c=1.10 m.

Ejemplo 4.7. Un salto hidráulico se produce en un túnel de sección circular (D = 5 m), con tirante conjugado menor y_1 = 1.75 m, para un gasto Q = 50 m^3/s.

Utilizando el método numérico de Newton-Raphson, calcular el tirante conjugado mayor (y_2 en m).

Solución

Cálculo del tirante crítico a partir del parámetro adimensional:

$$\frac{Q}{\sqrt{g}(D)^{2.5}} = \frac{50}{\sqrt{9.81}(5)^{2.5}} = 0.2856$$

De la tabla 1.3, el valor más cercano al parámetro anterior es el siguiente

$\frac{y}{D}$	$\frac{Q}{\sqrt{g}\,D^{2.5}}$
0.54	0.2850

el tirante crítico entonces es: $y_c = 0.54\,(5) = 2.7$ m.

En la sección 1 con $y_1/D = 1.75/5 = 0.35$, resulta

$$\theta_1 = \text{arc cos}\,(1 - 2 * 0.35) = 72.54^\circ = 1.266 \text{ radianes}$$

$$A_1 = \frac{5^2}{4}(1.266 - 0.5\,\text{sen}\,(2 * 72.54^\circ) = 6.123 \text{ m}^2$$

ahora, sustituyendo en la expresión 4.16

$$Z_{G1} = 1.75 - 2.5\left(1 - \frac{4\,\text{sen}^3\,72.54^\circ}{6\,(1.266) - 3\,\text{sen}\,(2\,x\,72.54^\circ)}\right) = 0.7265 \text{ m}$$

y la función momentum en la sección 1 vale

$$M_1 = 0.7265\,(6.123) + \frac{(50)^2}{9.81\,(6.123)} = 46.07 \text{ m}^3$$

Para aplicar el método de Newton Raphson (ecuación 4.17), se considera $M_0 = 46.07\ m^3$. Ahora, con $T = D(\text{sen}\ \theta)$, se propone un valor inicial del tirante $y_i = 3.50\ m > y_c = 2.70\ m$.

La tabla 4.1 muestra el resumen del cálculo del tirante conjugado mayor.

Tabla 4.1

y_i (m)	$(y/D)_i$	θ (rad)	A_i (m^2)	T_i (m)	Z_{Gi} (m)	M_i (m^3)	$M_i - M_0$ (m^3)	$\left(A - \frac{Q^2(T)}{g\,A^2}\right)_i$	y_{i+1} (m)
3.50	0.7000	1.9823	14.681	4.583	1.5463	40.059	-6.011	9.262	4.149
4.149	0.8298	2.2911	17.418	3.758	1.9029	47.776	1.706	14.261	4.029
4.029	0.8059	2.2291	16.956	3.955	1.8335	46.118	0.048	13.450	4.026
4.026	0.8052	2.2273	16.942	3.961	1.8314	46.070	0.000	13.426	4.026

Por tanto, el tirante conjugado mayor es

$$y_2 = 4.026\ m$$

Ejemplo 4.8. Un salto hidráulico ocurre dentro de un conducto circular de 1.22 m de diámetro. Antes del salto hidráulico, el tirante conjugado menor es de 0.61 m y justo después del salto, el conducto se llena hasta alcanzar una presión manométrica $P_2 = 0.07\ kg/cm^2$ (véase la figura 4.13). Calcular: a) el gasto (Q en m^3/s), y b) la pérdida de energía generada por el salto hidráulico (ΔE en m).

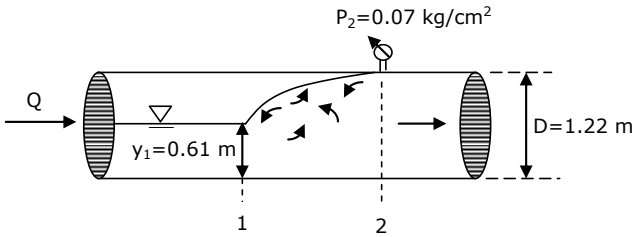


Figura 4.13

Solución

Para la sección 1 (media circunferencia): $A_1 = [\Pi(1.22)^2]/8 = 0.584\ m^2$ y la profundidad al centro de gravedad $Z_{G1} = 0.424\ R = 0.424(0.61) = 0.2586$ m.

Mientras que, para la sección 2 (circunferencia completa): $A_2 = [\Pi(1.22)^2]/4 = 1.169\ m^2$, y con $h_2 = P_2/\gamma = 700/1\,000 = 0.70$ m; por lo tanto, la profundidad al centro de gravedad $Z_{G2} = h_2 + D/2 = 0.7 + 0.61 = 1.31$ m (figura 4.14).

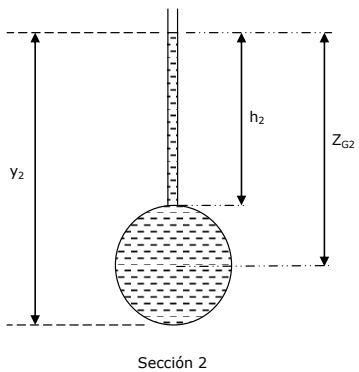


Figura 4.14 Profundidad al centro de gravedad y "tirante" en la sección 2 para un conducto a presión

Sustituyendo en la expresión 4.1

$$(0.2586)(0.584) + \frac{Q^2}{(9.81)(0.584)} = (1.31)(1.169) + \frac{Q^2}{(9.81)(1.169)}$$

De donde el gasto resulta

$$Q = 4.0\ \frac{m^3}{s}$$

Con $V_1 = 4/0.584 = 6.85$ m/s, la energía específica antes del salto hidráulico resulta

$$E_1 = 0.61 + \frac{(6.85)^2}{2(9.81)} = 3.00\ m$$

Mientras que, para la sección 2, considerando un "tirante" $y_2 = 1.22 + 0.70 = 1.92$ m y velocidad $V_2 = 4/1.169 = 3.42$ m/s, su energía específica es

$$E_2 = 1.92 + \frac{(3.42)^2}{2(9.81)} = 2.52 \text{ m}$$

Finalmente, la pérdida de energía del salto hidráulico resulta

$$\Delta E = E_1 - E_2 = 3.00 - 2.52 = 0.48 \text{ m}$$

Cap 5 FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

Objetivo: Clasificar y calcular los perfiles de flujo gradualmente variado de la superficie libre del agua en canales prismáticos.

Introducción

El flujo gradualmente variado puede ocurrir en cualquier canal (prismático o no) como resultado de cambios en la rugosidad, en la pendiente, en la geometría y en las dimensiones de la sección, o por efecto de estructuras para controlar niveles de agua o el gasto, como un vertedor o compuerta.

El flujo gradualmente variado se produce en un canal con gasto constante y está estrechamente relacionado con la pérdida por fricción, la cual es factible de valuar. Cualquier otra pérdida es secundaria, tomándose en cuenta localmente, como es el caso de aquella que ocurre por cambios bruscos o graduales de la sección. Este tipo de casos se analiza con la ecuación de la energía, no así el flujo espacialmente variado de gasto creciente, donde resulta más conveniente hacerlo a partir del principio del momentum.

5.1 Ecuación dinámica de flujo gradualmente variado

A partir de la ecuación diferencial de la energía en un canal de eje recto, con ángulo pequeño ($\theta \leq 10°$), tal que el tirante vertical (y) es aproximadamente igual al tirante perpendicular (d) a la plantilla, se obtiene

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2} \tag{5.1}$$

La expresión 5.1 es la ecuación dinámica de flujo gradualmente variado, y permite analizar el comportamiento de la variación del tirante en el sentido del flujo. La forma que adopta la superficie libre del agua se conoce como *perfil del flujo*.

A partir del signo asociado a la relación *dy/dx*, este puede adoptar los siguientes casos:

a) *dy/dx* > 0; el perfil de la superficie libre del agua "diverge" de la plantilla del canal, véase la figura 5.1.

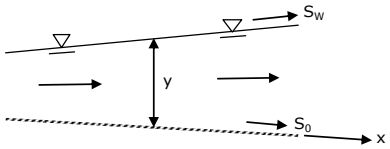


Figura 5.1 Perfil "divergente" de la plantilla del canal

b) *dy/dx* = 0; el perfil de la superficie libre del agua es paralelo al fondo de la plantilla del canal, flujo uniforme, véase la figura 5.2.

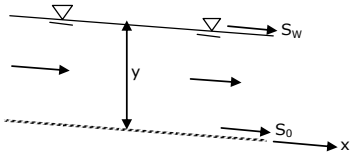


Figura 5.2 Perfil paralelo al fondo de la plantilla del canal

c) *dy/dx* < 0; el perfil de la superficie libre del agua "converge" a la plantilla del canal, véase la figura 5.3.

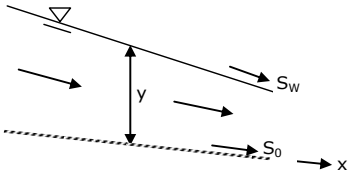


Figura 5.3 Perfil "convergente" a la plantilla del canal

5.2 Clasificación y características más importantes de los perfiles de flujo gradualmente variado

La clasificación de los perfiles de *FGV* está basada en la pendiente del canal y la zona en la que se desarrolla dicho perfil. Se considera pendiente de plantilla positiva si desciende en la dirección del flujo, negativa si asciende y cero si es horizontal.

Cualquiera que sea la pendiente, el gasto, dimensiones y la sección del canal, las líneas que indican la altura del tirante normal (si la pendiente es positiva) y del tirante crítico respecto de la plantilla, dividen al espacio en que puede desarrollarse el perfil del flujo en tres zonas:

Zona 1. El espacio comprendido por arriba de la línea superior.
Zona 2. El espacio situado entre las dos líneas.
Zona 3. El espacio contenido debajo de la línea inferior.

Un flujo uniforme de tirante normal y_n se puede establecer solamente sobre una pendiente positiva, por lo que dicha pendiente y los perfiles del flujo resultantes se designan como:

a) Pendiente suave o subcrítica si $y_n > y_c$, $S_0 < S_c$; perfiles tipo *M*. El perfil *M*1 es muy común y se produce debido a la presencia de estructuras de control, como vertedores y compuertas, u otros accidentes naturales como estrechamientos y curvas, que sobre elevan la superficie del agua en un canal o río y cuyo perfil puede extenderse varios kilómetros hacia aguas arriba, donde es asintótico al perfil en flujo uniforme. El perfil *M*2 ocurre, por ejemplo, antes de un cambio de pendiente subcrítica a supercrítica, de un estrechamiento de la sección o en la proximidad de una caída. El perfil *M*3 se presenta aguas abajo de un cambio de pendiente de supercrítica a subcrítica, o después de la descarga de una compuerta. Los perfiles *M*2 y *M*3 son más cortos en comparación con el M1.

b) Pendiente crítica si $y_n = y_c$, $S_0 = S_c$; perfiles tipo *C*. Como los tirantes normal y crítico coinciden, la zona 2 desaparece; por lo tanto, existen solo dos tipos de perfiles (*C*1 y *C*3). Estos son aproximadamente horizontales y la inestabilidad propia del estado

crítico se manifiesta en la forma de una ondulación superficial apreciable. El perfil *C*1 se presenta aguas arriba de un vertedor, mientras que el perfil *C*3 ocurre aguas abajo de la intersección de una pendiente supercrítica con una crítica.

c) Pendiente pronunciada o supercrítica $y_n < y_c$, $S_0 > S_c$; perfiles tipo *S*. El perfil *S*1 se produce antes de una estructura de control, como el vertedor de una presa o una compuerta, situada en un canal de gran pendiente. Principia después de un salto hidráulico y termina en la obstrucción. El perfil *S*2 es generalmente muy corto y es común en la entrada de un canal de gran pendiente o después de un cambio de pendiente subcrítica a supercrítica. El perfil *S*3 se produce aguas abajo de una compuerta en un canal de gran pendiente, o aguas abajo de su intersección con otra de menor pendiente.

La clasificación de la pendiente con alguna de las designaciones anteriores depende de su magnitud, de la rugosidad del canal y, en menor grado, del gasto.

d) Pendiente horizontal si $y_n \rightarrow \infty$, $S_0=0$; perfiles tipo *H*. El tirante normal en teoría es "infinito" y se forman solo los perfiles *H*2 y *H*3. El perfil *H*2 ocurre aguas arriba de la descarga de un canal horizontal, mientras que el perfil *H*3 se forma después de una compuerta o de un cambio de pendiente supercrítica a horizontal.

e) Pendiente negativa o adversa, $S_0 < 0$, y_n no existe; perfiles tipo *A*. Este tipo de pendiente es poco común y debido a que el tirante normal es físicamente imposible que ocurra, solo existen los perfiles *A*2 y *A*3, cuyas longitudes son extremadamente cortas. El perfil *A*3 se presenta aguas abajo de una compuerta y el *A*2 ocurre aguas arriba de la descarga de un canal con pendiente adversa.

5.3 Perfiles compuestos

Es frecuente que en un canal se presente más de un perfil de flujo gradualmente variado, en donde las explicaciones dadas anteriormente permiten interpretar cualitativamente los perfiles compuestos que se generan en un canal largo con varias pendientes, estructuras hidráulicas (compuertas y vertedores), y tipos de perfil.

Para el análisis del comportamiento de los perfiles compuestos se considera conocidos al: gasto, pendientes, rugosidad, dimensiones y sección del canal constantes.

El primer paso consiste en calcular los tirantes crítico y normal (si la pendiente es positiva) en cada tramo del canal, y clasificar el tipo de pendiente. El tirante crítico será el mismo en toda la longitud del canal por ser el gasto, dimensiones y sección constantes.

A continuación, se dibuja el perfil del canal y se representan las líneas de tirante crítico y normal para cada tramo, ambas líneas son paralelas a la plantilla del canal. Se identifican los posibles perfiles que pueden presentarse en los diferentes tramos, y se localizan las secciones de control en los sitios apropiados de entrada y salida, en los cambios de pendiente de subcrítica a supercrítica, en las compuertas y vertedores, donde el flujo es controlado en ambas direcciones (hacia aguas arriba y aguas abajo).

El cálculo del perfil se hará a partir de la sección de control y dependiendo el tipo de régimen de este.

5.4 Secciones de control

La sección de un canal en la que sea posible establecer una relación definida entre el nivel de la superficie libre del agua y el gasto correspondiente, se conoce como sección de control. Algunos ejemplos de secciones de control son: los vertedores y las compuertas, debido a que el gasto está gobernado por el tirante necesario aguas arriba a través de una relación directa entre ambos. Una sección crítica es también una sección de control, debido a que se tiene una relación definida entre el gasto y tirante.

Las secciones de control pueden también presentarse a la entrada o salida de un canal con diferentes tipos de pendiente y en donde pueden presentarse una variedad de niveles en el almacenamiento de salida. El nivel del agua en el almacenamiento de salida es una condición de frontera para cualquier valor del gasto.

Una sección de control proporciona el tirante inicial para el cálculo del perfil de un flujo gradualmente variado. Se procede hacia aguas arriba de la sección de control cuando el flujo es subcrítico, tal es el caso de los perfiles *M*1, *M*2, *C*1, *S*1, *H*2, y *A*2, y hacia aguas abajo (en la dirección del flujo) cuando es supercrítico para los perfiles *M*3, *C*3, *S*2, *S*3, *H*3, y *A*3.

5.5 Cálculo de perfiles de flujo. Método de incrementos finitos

El cálculo del perfil de un flujo gradualmente variado consiste en determinar la variación del tirante a lo largo de un canal, donde se conoce: Q, n, S_0, geometría de la sección y dimensiones del canal.

Existe una gran variedad de métodos para el cálculo de perfiles de *FGV*. Los que utilizan tablas de funciones de flujo gradualmente variado o los de tipo gráfico han caído en desuso. Los procedimientos actuales varían desde la aplicación de la ecuación de la energía a distintos tramos de canal hasta la integración numérica de la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado. En esta sección se exponen algunos procedimientos de cálculo para utilizar hojas de cálculo en computadora.

5.5.1 Método estándar o del paso directo (ejemplos 5.1 a 5.5)

Este método utiliza la ecuación de la energía aplicada entre dos secciones de un canal prismático de rugosidad uniforme, permite calcular de manera directa la distancia que separa dos secciones: una de tirante conocido o previamente calculado (y_1) y la otra de tirante estimado (y_2) dentro del intervalo en que varía el perfil.

Al plantear la ecuación de la energía entre dos secciones separadas una distancia Δx, figura 5.4, se tiene

$$S_0(\Delta x) + E_1 = E_2 + \overline{S}_f \Delta x$$

donde la pendiente de fricción (S_f) y la pendiente de fricción media ($\overline{S}_f$) son, respectivamente:

$$S_f = \left[\frac{V(n)}{R_H^{\frac{2}{3}}}\right]^2 \tag{5.2}$$

$$\overline{S}_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \tag{5.3}$$

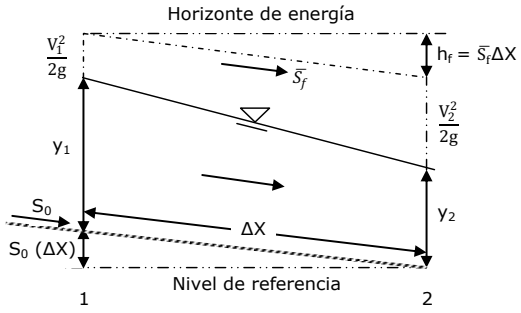


Figura 5.4 Tramo de análisis para un perfil de flujo gradualmente variado

y al despejar Δx se tiene

$$\Delta X = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - S_f} = \frac{\Delta E}{S_0 - \overline{S}_f} \tag{5.4}$$

Para el cálculo del perfil, conocidos Q, S_0, n, sección transversal y dimensiones del canal, a partir de una sección de control con tirante conocido o previamente calculado, se procede de la siguiente manera:

1) Clasificar la pendiente y determinar la zona de flujo en la cual se va a desarrollar el perfil y sus respectivos límites. Los perfiles en régimen supercrítico se calculan a partir del tirante conocido hacia aguas abajo, y para aquellos en *régimen subcrítico* hacia aguas arriba, en la dirección contraria al flujo.

2) Con el tirante inicial (y_1) se calcula: el área hidráulica A, el perímetro mojado P, el radio hidráulico R_h, la velocidad media $V = Q/A$, la carga de velocidad $V^2/2g$, la energía específica E y la pendiente de fricción S_f.

3) De acuerdo con la tendencia del perfil se propone un tirante ($*y_2$) y se determinan las mismas características geométricas e hidráulicas indicadas en el inciso anterior, además se calcula la diferencia de energía específica ($\Delta E = E_2 - E_1$), la pendiente de fricción media ($\overline{S_f}$), el término (S_0-$\overline{S_f}$) y la distancia ΔX (ecuación 5.4) entre los dos tirantes. El signo del término ΔX indica el sentido de cálculo del perfil, cuando es positivo el cálculo es hacia aguas abajo y negativo cuando es hacia aguas arriba (contrario al movimiento del flujo). Se calcula la distancia acumulada $\Sigma\Delta X = \Delta_{Xi} + \Delta_{Xi+1}$

*Nota. Con el fin de no cometer errores muy grandes es conveniente revisar que la variación de la velocidad entre las dos secciones sea ≤10 %, debido a que para el cálculo del perfil se utilizan ecuaciones de flujo uniforme para la estimación de la pendiente de fricción. Además, en aquellos casos en los que $y = y_n$, y $S_0 = S_f$ conviene hacer el cálculo del perfil hasta una aproximación del 3 % del tirante normal, para evitar el resultado de longitud infinita en la ecuación 5.4.

4) Se propone otro tirante (el nuevo y_2) repitiendo los cálculos del inciso anterior hasta llegar al límite del perfil o hasta cubrir la distancia total del tramo de análisis.

Se sugiere utilizar la tabla 5.1 para el cálculo del perfil de flujo gradualmente variado.

Tabla 5.1 Cálculo del perfil de flujo gradualmente variado. Método del paso directo

y (m)	A (m2)	P (m)	Rh (m)	$V=Q/A$ (m/s)	$V^2/2g$ (m)	E (m)	ΔE (m)	S_f	$\overline{S_f}$	S_0-$\overline{S_f}$	ΔX (m)	$\Sigma\Delta X$ (m)

El método pierde su ventaja cuando se desea calcular el tirante a una distancia prefijada, pues hay que hacer pruebas de ensayo y error, por ello, en caso de tener cambios de sección, pendiente, etc., no es conveniente usar este criterio.

5.5.2 Método por etapas (o de pasos)

Con este método se resuelve la ecuación de la energía, calculando el tirante al final de un tramo de longitud Δx seleccionada o conocida. Se recomienda emplearlo en canales donde las secciones se dan a distancias irregulares.

a.1 Cálculo del perfil hacia aguas arriba (régimen subcrítico)

Entre dos secciones separadas una distancia Δx, figura 5.5, la sección 1 aguas abajo, donde se conoce el tirante (y_1), y la sección 2 aguas arriba (y_2), donde se desea calcularlo.

Al plantear la ecuación de la energía entre las secciones indicadas, se puede escribirla

$$E_1 + \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2}\Delta x = S_0(\Delta x) + E_2$$

y reordenando términos

$$E_1 + \frac{S_{f1}}{2}(\Delta x) - S_0(\Delta x) = C_1 = E_2 - \frac{S_{f2}}{2}(\Delta x) \qquad (5.5)$$

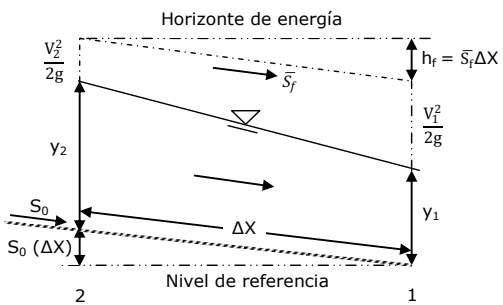


Figura 5.5 Análisis del perfil de flujo gradualmente variado (régimen subcrítico). Método por etapas (incrementos finitos)

el primer miembro de la ecuación 5.5 es conocido. Para calcular el segundo miembro de la misma ecuación, se proponen valores de y_2 hasta cumplir con la igualdad dada por la constante C_1.

a.2 Cálculo del perfil hacia aguas abajo (régimen supercrítico). Ejemplo 5.1

De la ecuación de la energía entre las secciones 1 y 2 (figura 5.4)

$$S_0(\Delta x) + E_1 = E_2 + \left(\frac{S_{f1} + S_{f2}}{2}\right)(\Delta x)$$

$$E_1 - \frac{S_{f1}}{2}(\Delta x) + S_0(\Delta x) = C_2 = E_2 + \frac{S_{f2}}{2}(\Delta x) \qquad (5.6)$$

donde el primer miembro de la ecuación 5.6 es conocido y en el segundo se proponen valores de y_2 hasta cumplir con la igualdad dada por la constante C_2.

El método por etapas es el más recomendable, sobre todo para cauces donde se tienen las secciones transversales medidas en campo a distancias arbitrarias. La desventaja es que hay que tantear para obtener la solución.

5.6 Método gráfico para la ubicación del salto hidráulico (ejemplo 5.5)

Cuando en un tramo de canal se tienen dos secciones de control, uno aguas arriba, que produce un régimen supercrítico, y otro, aguas abajo, que provoca régimen subcrítico, se presenta un cambio de régimen en el cual se interrumpe el flujo gradualmente variado y ocurre un salto hidráulico.

En canales con pendiente suave $S_0 < S_c$, el perfil del régimen supercrítico solo puede ser *M3* y el subcrítico *M1* o *M2*, según el tirante que establezca la sección de control aguas abajo. Si la pendiente es crítica $S_0 = S_c$, no existe perfil de flujo gradualmente variado en la zona 2 y el cambio de régimen será de un perfil *C3* a un *C1*. Cuando la pendiente es fuerte $S_0 > S_c$, el perfil supercrítico es *S2* o *S3*, según lo establezca la sección de control de aguas arriba y el perfil en subcrítico es un *S1*. En los casos de pendiente horizontal y adversa, no existe zona 1, pues no se puede establecer el

tirante normal y, por tanto, el cambio de régimen será de un *H3* a un *H2* y de un *A3* a un *A2*, respectivamente.

En un canal prismático donde se conoce Q, n, S_0, geometría y dimensiones de la sección, y los tirantes en las respectivas secciones de control, el procedimiento gráfico para determinar la ubicación del salto hidráulico es el siguiente:

a) Clasificar la pendiente y los perfiles que se presentan, tanto en régimen supercrítico como en régimen subcrítico.

b) Calcular, a partir de la sección de control de aguas arriba, el perfil en régimen supercrítico hasta el límite del perfil (es decir, hasta y_c) o hasta la longitud total del canal si el perfil no se alcanza a desarrollar.

c) Calcular los tirantes conjugados mayores de algunos los tirantes del perfil supercrítico.

d) A partir de la sección de control de aguas abajo o del tirante conocido, calcular el perfil del régimen subcrítico hasta completar la longitud del tramo de análisis o hasta el límite del perfil.

e) Dibujar a escala: el tramo del canal, el perfil en régimen supercrítico y sus respectivos tirantes conjugados mayores, y el perfil en régimen subcrítico.

f) Determinar gráficamente el punto de intersección entre la línea de conjugados mayores con el perfil en régimen subcrítico (posición de F', figura 5.6), definiendo la sección teórica de inicio del salto hidráulico.

g) Para tomar en cuenta la longitud del salto hidráulico se procede por tanteos (ensayo y error) suponiendo un tirante conjugado menor ligeramente diferente que el obtenido gráficamente en el inciso anterior, se calcula su correspondiente tirante conjugado mayor y se determina la longitud *L* del salto hidráulico con cualquiera de las fórmulas empíricas (referencia *Hidráulica de Canales*, Sotelo, 2002). Se indica esa longitud en el mismo plano dibujado a escala en el inciso ***e)*** (intersección horizontal entre las curvas *A'B* y *CD*, figura 5.6, localizando así el punto *F*) y se verifica que a esa distancia el tirante del perfil sea efectivamente el conjugado mayor calculado. De no ser así, se propone otro tirante conjugado menor y se repite el procedimiento.

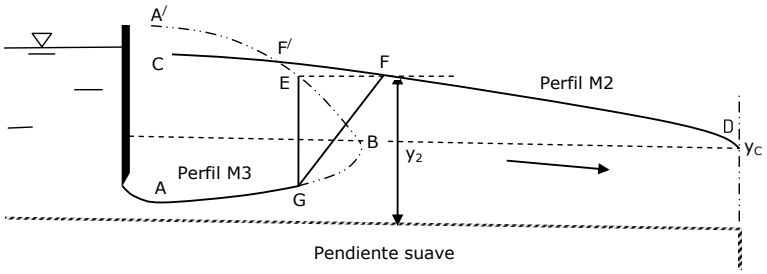


Figura 5.6 Localización del salto hidráulico (método gráfico) en una pendiente subcrítica

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Ejemplo 5.1. La compuerta de la figura 5.7 descarga un gasto Q = 15 m³/s a un canal rectangular de 5 m de ancho de plantilla, n (Manning)=0.018, y pendiente S_0=0.008. Si se considera que la apertura de la compuerta a=0.80 m con un coeficiente de contracción C_c=0.60:

Calcular el tirante que se presenta a la salida del canal (y_{SALIDA}, en m). Utilice el método de incrementos finitos: a) estándar (paso directo) y b) por etapas.

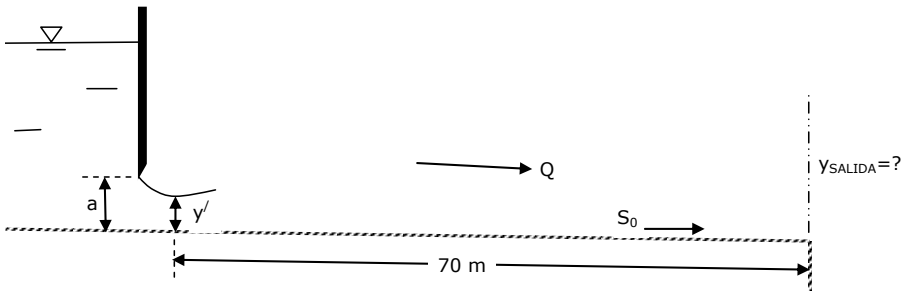


Figura 5.7

Solución

Se requiere conocer el tipo de pendiente, para ello se calculan los tirantes: crítico (y_c) y normal (y_n).

El tirante crítico es

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{(15)^2}{(5.0)^2(9.81)}} = 0.97 \text{ m}$$

para el tirante normal se debe cumplir que

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{15(0.018)}{(0.008)^{\frac{1}{2}}} = 3.018 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

cuya solución es: $y_n = 0.828$ m. Efectivamente, para ese tirante: $A = 5(0.828) = 4.14\ m^2$, $P = 5+2(0.828) = 6.656$ m, $R_H = 0.6219$ m y se cumple que $AR_H^{2/3} = (4.14)(0.6219)^{2/3} = 3.0176 \approx 3.018$.

Al comparar tirantes: $y_n < y_c$, es decir, $S_0 > S_c$ y, por tanto, se trata de una pendiente fuerte o supercrítica en donde se presentan perfiles tipo *S*.

En la figura 5.8 se han trazado las líneas de tirante normal y tirante crítico; el tirante en la sección contracta es $y' = C_c(a) = 0.60(0.80) = 0.48$ m $< y_n < y_c$, y de acuerdo con la zona donde se encuentra alojado el flujo corresponde a la (3), siendo entonces un perfil *S*3 (régimen supercrítico) y el cálculo de este se hará a partir de la sección contracta hacia aguas abajo.

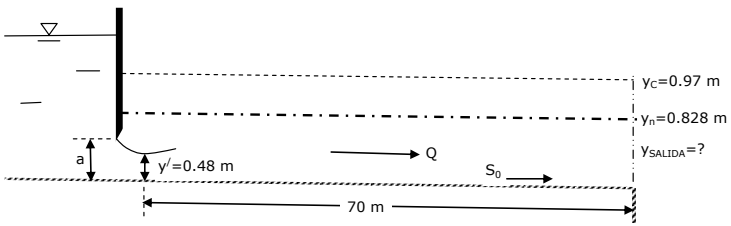


Figura 5.8

a) Método estándar (paso directo)

El cálculo del perfil se comienza con un $y_{INICIAL}$ = 0.48 m = y_1 (sección 1) con ello: A_1 = 5 (0.48) = 2.40 m^2, P_1 = 5+2 (0.48) = 5.96 m, R_{H1} = 0.4027 m, V_1 = 15/2.40 = 6.25 m/s, E_1 = 0.48 + (6.25)^2 / 2 (9.81) = 2.471 m, y la pendiente de fricción.

$$S_{f1} = \left[\frac{(6.25)(0.018)}{(0.4027)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.04251$$

Se propone un tirante cualquiera en la sección 2, con la restricción de que la variación de la velocidad entre las dos secciones sea ≤ 10 %, debido a que para el cálculo del perfil se utilizan ecuaciones de flujo uniforme para la estimación de la pendiente de fricción.

De acuerdo con lo anterior, se propone y_2 = 0.52 m y con este, A_2 = 5 (0.52) = 2.60 m^2, P_2 = 5+2 (0.52) = 6.04 m, R_{H2} = 2.6/6.04 = 0.43 m, V_2 = 15/2.6 = 5.77 m/s, E_2 = 2.216 m, $\Delta E = E_2 - E_1$ = 2.216-2.471 = -0.255 m

$$S_{f2} = \left[\frac{(5.77)(0.018)}{(0.43)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.03314$$

y la pendiente de fricción media vale

$$S_{fm} = \frac{(0.04251 + 0.03314)}{2} = 0.03783$$

Para calcular la distancia Δx entre las secciones 1 y 2 con tirantes conocidos, se emplea la ecuación 5.4, de la cual resulta

$$\Delta x = \frac{\Delta E}{S_0 - S_{fm}} = \frac{-0.255}{0.008\text{-}0.03783} = 8.54 \text{ m}$$

la distancia acumulada a partir de la sección inicial de cálculo es

$$\sum \Delta x = \Delta_{xi} + \Delta_{xi+1} = 0+8.54 = 8.54 \text{ m}$$

Se continúa el cálculo del perfil ahora, considerando el valor propuesto anteriormente como el nuevo tirante y_1, y se propone otro tirante (el nuevo y_2) repitiendo los cálculos anteriores hasta llegar a que la $\sum \Delta x \approx 70$ m, o bien, se complete el perfil con una diferencia del 3 % del tirante normal, esto es, $y = 0.97(y_n) = 0.97(0.828) = 0.8032$ m. Lo que ocurra primero.

La tabla 5.2 presenta el resumen del cálculo del perfil *S*3 en donde se observa que para $\sum \Delta x = 70.02$ m ≈ 70 m, el tirante de salida es

$$y_{SALIDA} = 0.746 \text{ m}$$

Tabla 5.2

y (m)	*A* (m^2)	*P* (m)	*Rh* (m)	*V* (m/s)	*E* (m)	Δ*E* (m)	*Sf*	*Sfm*	*So-Sfm*	Δ*X* (m)	∑Δ*X* (m)
0.48	2.40	5.96	0.40	6.25	2.471		0.04251				
0.52	2.60	6.04	0.43	5.77	2.216	-0.255	0.03314	0.03783	-0.02983	8.53	8.53
0.56	2.80	6.12	0.46	5.36	2.023	-0.194	0.02635	0.02975	-0.02175	8.91	17.44
0.60	3.00	6.20	0.48	5.00	1.874	-0.149	0.02130	0.02383	-0.01583	9.39	26.83
0.64	3.20	6.28	0.51	4.69	1.760	-0.114	0.01748	0.01939	-0.01139	10.04	36.86
0.68	3.40	6.36	0.53	4.41	1.672	-0.088	0.01452	0.01600	-0.00800	10.99	47.85
0.72	3.60	6.44	0.56	4.17	1.605	-0.067	0.01221	0.01336	-0.00536	12.52	60.37
0.746	3.73	6.49	0.57	4.02	1.570	-0.035	0.01096	0.01158	-0.00358	9.66	***70.02***

Finalmente, la figura 5.9 muestra el perfil definitivo para las condiciones indicadas en el enunciado.

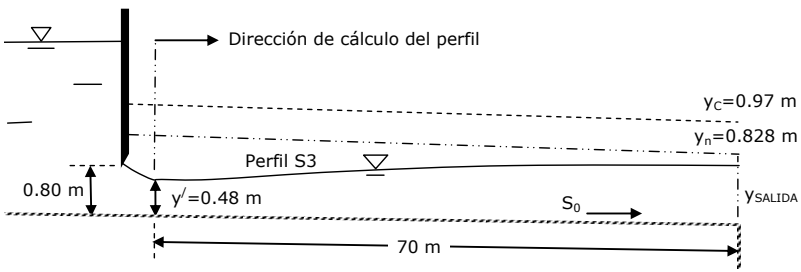


Figura 5.9

b) Método por etapas

La solución se llevará a cabo resolviendo la ecuación 5.6, a partir del tirante inicial $y_1 = y'$ (tirante contracto) = 0.48 m, proponiendo valores de y_2 y considerando incrementos $\Delta x = 70/4 = 17.5$ m, en donde se observan variaciones no muy fuertes en la velocidad media del flujo entre las diferentes secciones de análisis (del orden del 18 % como máximo).

Para la sección 1 de análisis (cadenamiento 0+0 m), con $y_1 = 0.48$ m: $A_1 = 5(0.48) = 2.4$ m^2, $P_1 = 5+2(0.48) = 5.96$ m, $R_{H1} = 2.4/5.96 = 0.403$ m, $V_1 = 15/2.4 = 6.25$ m/s, pendiente de fricción (expresión 5.2)

$$S_{f1} = \left[\frac{6.25(0.018)}{(0.403)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.04251$$

y la energía específica $E_1 = 0.48 + 6.25^2/2(9.81) = 2.471$ m.

Al sustituir en la ecuación 5.6 resulta

$$2.471 - \frac{0.04251}{2}(17.50) + (0.008)(17.50) = 2.239 = C_2$$

Se continúa el análisis ahora en la sección 2 (cadenamiento 0 + 17.50 m) proponiendo valores del tirante y_2, y calculando el segundo miembro de la expresión 5.6 hasta cumplir con el valor aproximado a la constante C_2.

De esta manera, para $y_2 = 0.5624$ m, $A_2 = 5(0.5624) = 2.812$ m^2, $P_2 = 5 + 2(0.5624) = 6.125$ m, $R_{H2} = 0.459$ m, $V_2 = 15/2.812 = 5.3343$ m/s, pendiente de fricción

$$S_{f2} = \left[\frac{(5.3343)(0.018)}{(0.459)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.026$$

y la energía específica $E_2 = 0.5624 + (5.3343)^2/2(9.81) = 2.0127$ m.

Al sustituir en el segundo miembro de la ecuación 5.6, se tiene que

$$2.0127 + \frac{0.026}{2}(17.50) = 2.24 \approx C_2 = 2.239$$

por lo tanto, $y_2 = 0.5624$ m es el tirante que satisface la igualdad y el que se presenta en esa sección.

Se continúa con el procedimiento pasando al cadenamiento 0+35.00 m, haciendo ahora que la sección 2 del análisis anterior se convierta en la sección 1 para el nuevo cadenamiento de análisis.

El procedimiento finaliza hasta completar la longitud del canal o del perfil.

La tabla 5.3 muestra el resumen del cálculo del perfil *S*3.

Tabla 5.3 Cálculo del tirante a la salida con el método por etapas

Cadenamiento	Sección	y(m)	A(m^2)	P(m)	R_H(m)	V(m/s)	Sf	E(m)	C_2(m)
0	1	0.4800	2.40	5.960	0.403	6.250	0.0425101	2.4710	2.2390
0+17.50	2	0.5600	2.80	6.120	0.458	5.357	0.0263481	2.0227	2.2533
		0.5624	2.81	6.125	0.459	5.334	0.0260025	2.0127	2.2402
	1	0.5624	2.81	6.125	0.459	5.334	0.0260025	2.0127	1.9252
0+35.00	2	0.6300	3.15	6.260	0.503	4.762	0.0183398	1.7857	1.9462
		0.6360	3.18	6.272	0.507	4.717	0.0178150	1.7700	1.9259
	1	0.6360	3.18	6.272	0.507	4.717	0.0178150	1.7700	1.7542
0+52.5	2	0.7000	3.50	6.400	0.547	4.286	0.0132961	1.6362	1.7525
		0.6990	3.50	6.398	0.546	4.292	0.0133540	1.6378	1.7547
	1	0.6990	3.50	6.398	0.546	4.292	0.0133540	1.6378	1.6610
0+70.00	2	0.7440	3.72	6.488	0.573	4.032	0.0110512	1.5727	1.6694
		0.7490	3.75	6.498	0.576	4.005	0.0108295	1.5667	1.6614

De la tabla de referencia se tiene que el tirante de salida es:

$$y_{SALIDA} = 0.749 \text{ m}$$

Al comparar los resultados obtenidos con ambos métodos, los resultados son prácticamente los mismos.

Ejemplo 5.2. La figura 5.10 muestra el perfil de un túnel de sección circular de 6 m de diámetro, para un gasto $Q = 50$ m^3/s, $n = 0.017$ (Manning). Calcule los tirantes que se presentan en las secciones A y B, respectivamente.

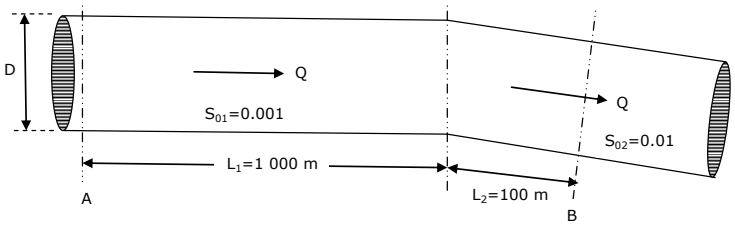


Figura 5.10

Solución

Para el cálculo del tirante crítico se requiere determinar el parámetro adimensional

$$\frac{Q}{\sqrt{g}\,D^{2.5}} = \frac{50}{\sqrt{9.81}(6)^{2.5}} = 0.1810$$

de la tabla 1.3, los valores más cercanos al parámetro anterior son

$\frac{y}{D}$	$\frac{Q}{\sqrt{g}\,D^{2.5}}$
0.42	0.1763
0.43	0.1844

InterpoInterpolando "linealmente" para $y/D = 0.425$ se tiene

$$\frac{Q}{\sqrt{g}\,D^{2.5}} = 0.18035$$

y el tirante crítico es $y_c = 0.425\,(6) = 2.55$ m.

Para obtener el tirante normal del tramo 1, es necesario el parámetro adimensional

$$\frac{Q(n)}{S_{01}^{\frac{1}{2}} D^{\frac{8}{3}}} = \frac{50\,(0.017)}{(0.001)^{\frac{1}{2}}(6)^{\frac{8}{3}}} = 0.2261 = \frac{AR_H^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{8}{3}}}$$

de la tabla 1.3, los valores más cercanos al parámetro anterior son

$\frac{y}{D}$	$\frac{AR_H^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{8}{3}}}$
0.63	0.2252

por lo tanto, el tirante normal es $y_{n1} = 0.63(6) = 3.78$ m.

Y para el tirante normal del tramo 2, el parámetro adimensional resulta

$$\frac{Q(n)}{S_{02}^{\frac{1}{2}} D^{\frac{8}{3}}} = \frac{50\,(0.017)}{(0.01)^{\frac{1}{2}}(6)^{\frac{8}{3}}} = 0.07151 = \frac{AR_H^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{8}{3}}}$$

de la tabla 1.3, los valores más cercanos al parámetro anterior son para las siguientes relaciones

$\frac{y}{D}$	$\frac{AR_H^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{8}{3}}}$
0.32	0.0691
0.33	0.0733

interpolando "linealmente" para $y/D = 0.325$, se tiene

$$\frac{AR_H^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{8}{3}}} = 0.0712 \approx 0.07151$$

por lo tanto, el tirante normal del tramo 2 es: $y_{n2} = 0.325(6) = 1.95$ m.

Para el tramo 1: $y_{n1} > y_c$ (por tanto, $S_{01} < S_c$, pendiente subcrítica con perfiles tipo M); mientras que para el tramo 2: $y_{n2} < y_c$ ($S_{02} > S_c$, pendiente supercrítica y el perfil será del tipo S). En la figura 5.11 se han dibujado los perfiles que se presentan en cada tramo del túnel, siendo estos: perfil M2 (tramo 1) y un perfil S2 (tramo 2).

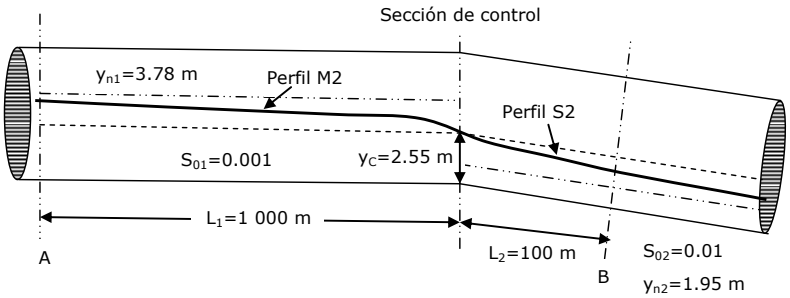


Figura 5.11

El perfil M2 (en régimen subcrítico) se calculó hacia aguas arriba a partir del $y_{INICIAL} = y_c = 2.55$ m hasta completar una distancia acumulada $\sum \Delta x \approx -1\,000$ (m) o alcanzar el tirante normal (y_{n1}).

Para el perfil S2 (en régimen supercrítico) se calculó hacia aguas abajo con un tirante $y_{INICIAL} = y_c = 2.55$ m, hasta completar que la $\sum \Delta x \approx 100$ m o alcanzar el tirante (y_{n2}).

La tabla 5.4 presenta el cálculo del perfil M2, mientras que en la tabla 5.5 se muestra el correspondiente al perfil S2, con el método del paso directo.

Tabla 5.4 Cálculo del perfil M2

y (m)	*A* (m^2)	*P* (m)	*Rh* (m)	*V* (m/s)	*E* (m)	*ΔE* (m)	*Sf*	*Sfm*	*So-Sfm*	*Δx* (m)	*∑Δx* (m)
2.55	11.447	8.5214	1.3434	4.368	3.5224		0.003721				
2.70	12.340	8.8238	1.3985	4.052	3.5368	0.0144	0.003035	0.003378	-0.00238	-6.0480	-6.0480
2.85	13.237	9.1247	1.4507	3.777	3.5772	0.0404	0.002512	0.002773	-0.00177	-22.7798	-28.8277
3.00	14.137	9.4248	1.5000	3.537	3.6376	0.0604	0.002106	0.002309	-0.00131	-46.1364	-74.9641
3.15	15.036	9.7249	1.5462	3.325	3.7135	0.0760	0.001788	0.001947	-0.00095	-80.2179	-155.1821
3.30	15.934	10.0258	1.5893	3.138	3.8019	0.0883	0.001535	0.001662	-0.00066	-133.4606	-288.6427
3.45	16.827	10.3282	1.6292	2.971	3.9000	0.0982	0.001332	0.001434	-0.00043	-226.4046	-515.0473
3.60	17.713	10.6329	1.6659	2.823	4.0061	0.1061	0.001167	0.001249	-0.00025	-425.4799	-940.5273
3.613	17.789	10.6595	1.6689	2.8107	4.0156	0.0095	0.001154	0.001160	-0.00016	-59.3150	**-1000.08**

Tabla 5.5 Cálculo del perfil S2

y (m)	*A* (m^2)	*P* (m)	*Rh* (m)	*V* (m/s)	*E* (m)	*ΔE* (m)	*Sf*	*Sfm*	*So-Sfm*	*Δx* (m)	*∑Δx* (m)
2.55	11.4473	8.5214	1.3434	4.368	3.5224		0.003721				
2.45	10.8557	8.3185	1.3050	4.606	3.5312	0.0089	0.004301	0.004011	0.00599	1.4803	1.4803
2.30	9.9756	8.0118	1.2451	5.012	3.5805	0.0492	0.005422	0.004861	0.00514	9.5767	11.0570
2.15	9.1062	7.7012	1.1825	5.491	3.6866	0.1062	0.006970	0.006196	0.00380	27.9031	38.9601
2.0337	8.4412	7.4571	1.1320	5.923	3.8220	0.1353	0.008596	0.007783	0.00222	61.0502	**100.01**

Los tirantes en las secciones A y B son $y_A = 3.613$ m ; $y_B = 2.034$ m

Ejemplo 5.3. El canal trapecial de la figura 5.12 tiene 9 m de ancho de plantilla, taludes $k = 2$, pendiente $S_0 = 0.001$, coeficiente de rugosidad $n = 0.025$ (Manning) y descarga un gasto $Q = 65$ m^3/s a un lago, cuyo nivel puede variar.

El fondo del canal en la sección de descarga al lago se encuentra a la elevación 3.0 m por encima de un plano de referencia. Calcular:

a) Longitud *L* a la que el flujo se normaliza y elevación del agua del perfil de flujo para cuando el nivel en el lago esté a la elevación 4.0 m.

b) Elevación del perfil del agua para una $L = 1\,500$ m, si el nivel del agua en el lago está ubicado a una elevación de 6.25 m.

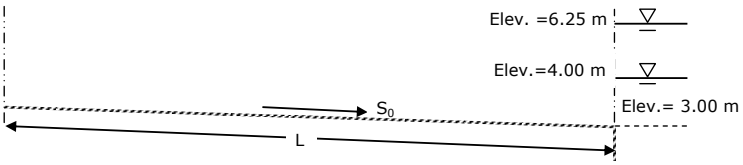


Figura 5.12

Solución

De la ecuación de Manning

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{65(0.025)}{(0.001)^{\frac{1}{2}}} = 51.387 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

el tirante normal es: y_n=2.522 m, comprobación: $A = 9(2.522)+2(2.522)^2 = 35.419$ m^2, $P = 9 + 2(2.522)\sqrt{1+2^2} = 20.278$ m, $R_H = 35.419/20.278 = 1.7467$ m; $A(R_H)^{2/3} = 35.419\,(1.7467)^{2/3} = 51.35 \approx 51.387$

Por otra parte, de la condición del estado crítico

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{65^2}{9.81} = 430.6829 = \frac{A^3}{T}$$

cuya solución es $y_c = 1.55$ m, comprobación: $A = 9(1.55) + 2(1.55)^2 = 18.755$ m^2, $T = 9 + 2\,(2)(1.55) = 15.2$ m; $A^3/T = (18.755)^3 / 15.2 = 434 \approx 430.6829$.

De los resultados anteriores: $y_n = 2.522$ m $> y_c = 1.55$ m, entonces $S_0 < S_c$, la pendiente es subcrítica y los perfiles que se pueden presentar son del tipo M.

a) Con nivel del agua en el lago = 4 m: y_{LAGO} = 1.0 m, el perfil es M2 y el tirante de inicio de cálculo es $y_{INICIAL} = y_C$ = 1.55 m, véase la figura 5.13.

La tabla 5.6 presenta la hoja de cálculo del perfil M2, en donde se observa que la longitud para normalizar el flujo es *L* = 765.76 (m); al aproximar el cálculo con una diferencia del 3 % del tirante normal, *y* = 0.97(2.522) = 2.44 (m).

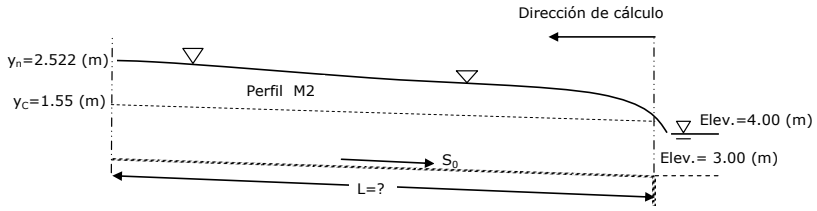


Figura 5.13

De acuerdo con los resultados de la tabla de referencia, la elevación del nivel del agua es: elev.= 3 + (0.001)(765.76) + 2.44 = 6.205 m.s.n.m.

Tabla 5.6

y (m)	*A* (m^2)	*P* (m)	*Rh* (m)	*V* (m/s)	*E* (m)	Δ*E* (m)	*Sf*	*Sfm*	*So-Sfm*	Δ*X* (m)	∑ Δ*X* (m)
1.55	18.76	15.93	1.18	3.47	2.1622		0.00604074				
1.65	20.30	16.38	1.24	3.20	2.1728	0.0106	0.00481848	0.00542961	-0.0044296	-2.40	-2.40
1.70	21.08	16.60	1.27	3.08	2.1846	0.0118	0.00432352	0.00457100	-0.0035710	-3.30	-5.70
1.75	21.88	16.83	1.30	2.97	2.2000	0.0154	0.00389051	0.00410701	-0.0031070	-4.96	-10.66
1.80	22.68	17.05	1.33	2.87	2.2186	0.0186	0.00351033	0.00370042	-0.0027004	-6.90	-17.55
1.85	23.50	17.27	1.36	2.77	2.2401	0.0215	0.00317539	0.00334286	-0.0023429	-9.16	-26.71
1.90	24.32	17.50	1.39	2.67	2.2641	0.0240	0.00287937	0.00302738	-0.0020274	-11.83	-38.54
1.95	25.16	17.72	1.42	2.58	2.2903	0.0262	0.00261694	0.00274815	-0.0017482	-15.00	-53.55
2.00	26.00	17.94	1.45	2.50	2.3186	0.0282	0.00238361	0.00250028	-0.0015003	-18.82	-72.37
2.10	27.72	18.39	1.51	2.34	2.3802	0.0617	0.00198967	0.00218664	-0.0011866	-51.99	-124.36
2.20	29.48	18.84	1.56	2.20	2.4478	0.0675	0.0016734	0.00183153	-0.0008315	-81.22	-205.58
2.30	31.28	19.29	1.62	2.08	2.5201	0.0723	0.00141713	0.00154526	-0.0005453	-132.60	-338.18
2.40	33.12	19.73	1.68	1.96	2.5963	0.0762	0.00120769	0.00131241	-0.0003124	-243.99	-582.17
2.44	33.87	19.91	1.70	1.92	2.6277	0.0314	0.00113473	0.00117121	-0.0001712	-183.59	**-765.76**

Finalmente, la longitud para normalizar el flujo es L = 765.76 m.

b) Para el nivel en el lago = 6.25 m: y_{LAGO} = 3.25 m, el perfil es M1, y el tirante inicial de cálculo es $y_{INICIAL} = y_{LAGO}$ = 3.25 m, véase la figura 5.14.

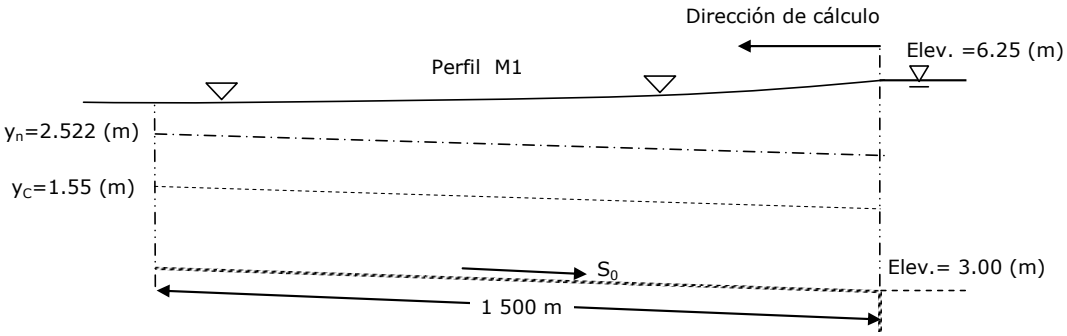


Figura 5.14

La tabla 5.7 presenta la hoja de cálculo del perfil M1, resultando para L = 1500 m, un tirante y = 2.626 m.

Tabla 5.7

y (m)	*A* (m2)	*P* (m)	*Rh* (m)	*V* (m/s)	*E* (m)	*ΔE* (m)	*Sf*	*Sfm*	*So-Sfm*	*ΔX* (m)	*∑ ΔX* (m)
3.25	50.38	23.53	2.14	1.29	3.3349		0.0003776				
3.20	49.28	23.31	2.11	1.32	3.2887	-0.0462	0.0004011	0.0003894	0.0006106	-75.64	-75.64
3.10	47.12	22.86	2.06	1.38	3.1970	-0.0917	0.0004539	0.0004275	0.0005725	-160.15	-235.79
3.00	45.00	22.42	2.01	1.44	3.1063	-0.0906	0.0005154	0.0004846	0.0005154	-175.89	-411.68
2.90	42.92	21.97	1.95	1.51	3.0169	-0.0894	0.0005874	0.0005514	0.0004486	-199.39	-611.08
2.80	40.88	21.52	1.90	1.59	2.9289	-0.0880	0.0006723	0.0006299	0.0003701	-237.86	-848.94
2.70	38.88	21.07	1.84	1.67	2.8425	-0.0864	0.0007726	0.0007225	0.0002775	-311.31	-1160.25
2.626	37.43	20.74	1.80	1.74	2.7797	-0.0627	0.0008590	0.0008158	0.0001842	-340.50	***-1500.75***

La elevación del nivel del agua = 3 + (0.001)(1 500) + 2.626 = 7.126 m.s.n.m.

Ejemplo 5.4. La compuerta y el canal rectangular de la figura 5.15 tienen 3 m de ancho. Para un gasto $Q = 5.50$ m^3/s, la abertura de la compuerta $a = 0.51$ m y el coeficiente de contracción $C_C = 0.60$.

Calcular y dibujar el perfil que se genera a lo largo del canal, si se considera que la longitud de este es suficientemente amplia como para normalizar el flujo.

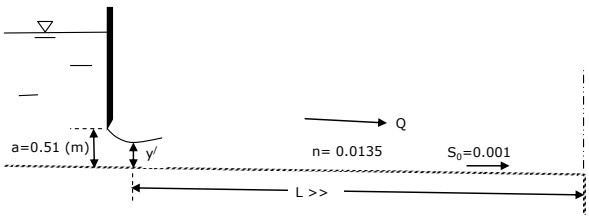


Figura 5.15

Solución

El tirante crítico es

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{(5.50)^2}{(3)^2(9.81)}} = 0.70 \text{ m}$$

Para el cálculo del tirante normal, de la ecuación de Manning

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{(5.50)(0.0135)}{(0.001)^{\frac{1}{2}}} = 2.348 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

Resolviendo la expresión, el tirante normal es $y_n = 1.07$ m. Comprobación: $A = 3(1.07) = 3.21$ m^2, $P = 3+2\,(1.07) = 5.14$ m, $R_H = 3.21/5.14 = 0.6245$ m, y entonces $A(R_H)^{2/3} = 3.21\,(06245)^{2/3} = 2.345 \approx 2.348$.

Comparando: $y_n = 1.07\,(\text{m}) > y_C = 0.70\,(\text{m})$, por lo tanto, $S_0 < S_C$, pendiente subcrítica, perfiles tipo M.

En la descarga de la compuerta, en la sección contracta, el tirante es $y = C_c\,(a) = 0.60\,(0.51) = 0.306$ m $< y_c$, régimen supercrítico, y como el canal es suficientemente largo $y_n > y_c$ corresponde a régimen subcrítico. Entonces se observa que ocurre un cambio de régimen supercrítico a subcrítico y, por lo tanto, se presenta un salto hidráulico.

Ahora, con $y_n = y_2 = 1.07$ m, $V_2 = 5.50/3.21 = 1.71$ m/s, y el número de Froude

$$F_{r2} = \frac{1.71}{\sqrt{(9.81)(1.07)}} = 0.5278$$

el tirante conjugado menor del salto hidráulico es

$$y_2 = \frac{1.07}{2}\left[\sqrt{1 + 8\,(0.5278)^2} - 1\right] = 0.4263 \text{ m}$$

La figura 5.16 muestra los perfiles que se generan a lo largo del canal, mientras que las tablas 5.8 y 5.9 presentan el cálculo del perfil M3 y perfil M2, respectivamente, con longitudes $L_1 = 31.69$ m y $L_2 = 365.27$ m, en el mismo orden.

Para el perfil M2 se llevó a cabo el cálculo con una diferencia del 3 % del tirante normal, es decir, hasta un tirante $y = 0.97\,(1.07) = 1.038$ m, como puede verse en la tabla 5.8.

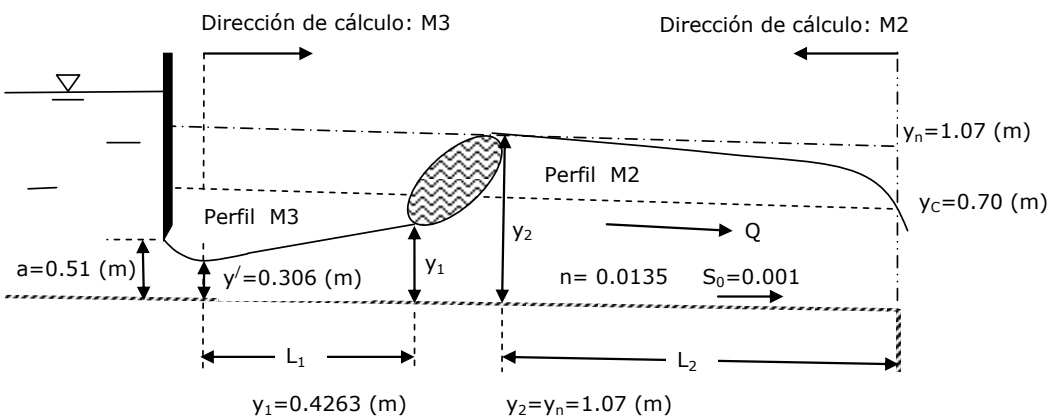


Figura 5.16

Tabla 5.8 Cálculo del perfil M3

y (m)	*A* (m^2)	*P* (m)	*Rh* (m)	*V* (m/s)	*E* (m)	*ΔE* (m)	*Sf*	*Sfm*	*So-Sfm*	*ΔX* (m)	*∑ΔX* (m)
0.3060	0.92	3.61	0.25	5.99	2.136		0.040562				
0.3400	1.02	3.68	0.28	5.39	1.822	-0.31	0.029272	0.034917	-0.03392	9.25	9.25
0.3800	1.14	3.76	0.30	4.82	1.566	-0.26	0.020794	0.025033	-0.02403	10.63	19.88
0.4263	1.28	3.85	0.33	4.30	1.369	-0.20	0.014643	0.017719	-0.01672	11.81	**31.69**

Tabla 5.9 Cálculo del perfil M2

y (m)	*A* (m^2)	*P* (m)	*Rh* (m)	*V* (m/s)	*E* (m)	*ΔE* (m)	*Sf*	*Sfm*	*So-Sfm*	*ΔX* (m)	*∑ΔX* (m)
0.70	2.10	4.40	0.48	2.62	1.050		0.003348				
0.75	2.25	4.50	0.50	2.44	1.055	0.0049	0.002742	0.003045	-0.002045	-2.42	-2.42
0.83	2.49	4.66	0.53	2.21	1.079	0.0241	0.002049	0.002395	-0.001395	-17.29	-19.70
0.90	2.70	4.80	0.56	2.04	1.111	0.0328	0.001627	0.001838	-0.000838	-39.16	-58.86
0.97	2.91	4.94	0.59	1.89	1.152	0.0406	0.001317	0.001472	-0.000472	-85.88	-144.74
1.038	3.11	5.08	0.61	1.77	1.197	0.0449	0.001090	0.001204	-0.000204	-220.53	**-365.27**

Ejemplo 5.5. Canal horizontal con transición rectangular (sección A; b = 10 m) a trapecial (sección B; b = 9 m, k = 1), véase la figura 5.17, conduce un gasto de 250 m^3/s con n = 0.016 y un coeficiente de contracción C_c = 0.62.

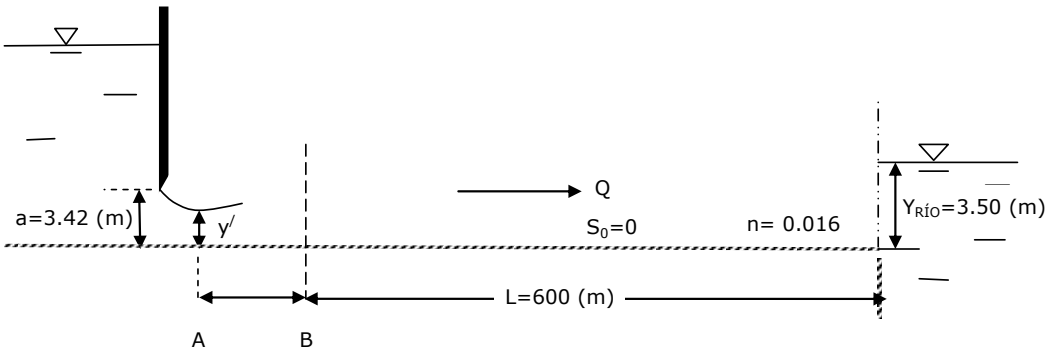


Figura 5.17

Solución

Tirante crítico en el canal rectangular

$$y_C(rectangular) = \sqrt[3]{\frac{(250)^2}{(10)^2(9.81)}} = 4.0 \text{ m}$$

Tirante en la sección A: $y' = C_C(a) = 0.62(3.42) = 2.12 \text{ m} < y_C = 4 \text{ m}$, el régimen es supercrítico en la descarga de la compuerta.

Tirante crítico en la sección trapecial

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(250)^2}{9.81} = 6371.04 = \frac{A^3}{T}$$

con solución y_C (trapecial) = 3.708 m. Comprobación $A = 9\,(3.708) + 1\,(3.708)^2 = 47.12$ m^2, $T = 9+2\,(1)(3.708) = 16.416$ m; $A^3/T = (47.12)^3/16.416 = 6\,373.06 \approx 6\,371.04$

Cálculo del tirante en la sección B, al final de la transición. Con $y_A = y' = 2.12$ m: $A_A = 10(2.12) = 21.2$ m^2, $V_A = 250/21.2 = 11.79$ m/s; $E_A = 2.12 + (11.79)^2/2(9.81) = 9.204$ m.

Al plantear la energía de A a B, sin pérdidas de energía

$$E_A = E_B = 9.204 \text{ m} = y_B + \frac{(250)^2}{[9((y_B) + (y_B)^2]^2\,2\,(9.81)} = y_B + \frac{3185.52}{[9\,(y_B) + (y_B)^2]^2}$$

con solución en régimen supercrítico: $y_B = 1.916 \text{ m} < y_C(\text{trapecial}) = 3.708$ m.

La tabla 5.10 presenta el cálculo del perfil H3, en régimen supercrítico.

De los resultados indicados en la tabla mencionada, se observa que la totalidad del perfil H3 se desarrolla con una longitud de 417.16 m, hasta alcanzar el tirante crítico del canal trapecial.

Dado que el canal trapecial tiene una longitud de 600 m, véase la figura 5.17, existe la posibilidad de un cambio de régimen a subcrítico y, por lo tanto, de que ocurra un salto hidráulico.

La tabla 5.11 muestra el resumen del cálculo del perfil H2 (régimen subcrítico), iniciando de aguas abajo (con un tirante igual al crítico) hacia aguas arriba (hasta alcanzar una distancia aproximada de 600 m). Debe notarse que el tirante en el río no influye en el cálculo del perfil, al ser menor que el tirante crítico ($y_{RÍO}$ = 3.50 m < y_C (trapecial) = 3.708 m.

Tabla 5.10 Cálculo del perfil H3

y (m)	*A* (m²)	*P* (m)	*Rh* (m)	*V* (m/s)	*E* (m)	*ΔE* (m)	*Sf*	*Sfm*	*So-Sfm*	*ΔX* (m)	*∑ΔX* (m)
1.916	20.92	14.42	1.45	11.95	9.198		0.022286				
2.050	22.65	14.80	1.53	11.04	8.258	-0.940	0.017683	0.01998	-0.01998	47.04882	47.04882
2.200	24.64	15.22	1.62	10.15	7.447	-0.811	0.013874	0.01578	-0.01578	51.40442	98.45324
2.300	25.99	15.50	1.68	9.62	7.016	-0.431	0.011903	0.01289	-0.01289	33.43353	131.88677
2.400	27.36	15.79	1.73	9.14	6.655	-0.360	0.010275	0.01109	-0.01109	32.50508	164.39186
2.500	28.75	16.07	1.79	8.70	6.354	-0.302	0.008920	0.00960	-0.00960	31.41860	195.81046
2.600	30.16	16.35	1.84	8.29	6.102	-0.252	0.007783	0.00835	-0.00835	30.16538	225.97584
2.700	31.59	16.64	1.90	7.91	5.892	-0.210	0.006824	0.00730	-0.00730	28.73618	254.71202
2.800	33.04	16.92	1.95	7.57	5.718	-0.174	0.006010	0.00642	-0.00642	27.12118	281.83319
3.000	36.00	17.48	2.06	6.94	5.46	-0.260	0.004718	0.00536	-0.00536	48.50040	330.33359
3.200	39.04	18.05	2.16	6.40	5.29	-0.168	0.003757	0.00424	-0.00424	39.62376	369.95735
3.300	40.59	18.33	2.21	6.16	5.23	-0.057	0.003369	0.00356	-0.00356	15.88018	385.83753
3.400	42.16	18.62	2.26	5.93	5.19	-0.041	0.003030	0.00320	-0.00320	12.91588	398.75341
3.500	43.75	18.90	2.32	5.71	5.16	-0.028	0.002733	0.00288	-0.00288	9.68294	408.43635
3.708	47.12	19.49	2.42	5.31	5.14	-0.022	0.002223	0.00248	-0.00248	8.72627	**417.16262**

Tabla 5.11 Cálculo del perfil H2

y (m)	*A* (m^2)	*P* (m)	*Rh* (m)	*V* (m/s)	*E* (m)	*ΔE* (m)	*Sf*	*Sfm*	*So-Sfm*	*ΔX* (m)	*∑ΔX* (m)
3.708	47.12	19.49	2.42	5.31	5.143		0.002223				
3.900	50.31	20.03	2.51	4.97	5.159	0.016	0.001854	0.00204	-0.00204	-7.80194	-7.80194
4.100	53.71	20.59	2.61	4.65	5.204	0.046	0.001547	0.00170	-0.00170	-26.87873	-34.68067
4.300	57.19	21.16	2.70	4.37	5.274	0.070	0.001301	0.00142	-0.00142	-48.94404	-83.62471
4.500	60.75	21.73	2.80	4.12	5.363	0.089	0.001102	0.00120	-0.00120	-74.23024	-157.85495
4.700	64.39	22.29	2.89	3.88	5.468	0.105	0.000939	0.00102	-0.00102	-103.03279	-260.88774
5.000	70.00	23.14	3.03	3.57	5.650	0.182	0.000747	0.00084	-0.00084	-215.52658	-476.41432
5.133	72.54	23.52	3.08	3.45	5.738	0.088	0.000678	0.00071	-0.00071	-123.73658	**-600.15089**

Para la ubicación del salto hidráulico se utilizó el método gráfico indicado en el subtema 5.5 de esta guía. La tabla 5.12 presenta el cálculo de los tirantes conjugados mayores (y_2) de algunos tirantes seleccionados del perfil H3, a partir de la igualdad de la función momentum.

Tabla 5.12 Tirantes conjugados del perfil H3

y_1 (m)	T_1 (m)	Z_{G1} (m)	A_1 (m^2)	M_1 (m^3)	y_2 (m)	T_2 (m)	Z_{G2} (m)	A_2 (m^2)	M_2 (m^3)
1.916	12.832	0.9019	20.915	323.48	6.243	21.486	2.6953	95.162	323.44
2.30	13.6	1.0720	25.990	273.00	5.526	20.052	2.4126	80.271	273.03
2.60	14.2	1.2029	30.160	247.52	5.051	19.102	2.2229	70.972	247.53
2.80	14.6	1.2893	33.040	235.43	4.765	18.53	2.1076	65.590	235.37
3.00	15	1.3750	36.000	226.47	4.520	18.04	2.0081	61.110	226.97
3.50	16	1.5867	43.750	215.04	3.920	16.84	1.7618	50.646	215.02

Para el dibujo de los perfiles y la línea de tirantes conjugados, la tabla 5.13 presenta el resumen de los tirantes (*y*) asociados a sus distancias (*x*). Los tirantes seleccionados se resaltan con color amarillo en las tablas 5.10, 5.11 y 5.12.

Tabla 5.13 Perfiles H3 y tirantes conjugados, y perfil H2

Perfil H3 y tirantes conjugados

y_1 (m)	$\sum \Delta X$ (m)	y_2 (m)
1.916		6.243
2.300	131.8867	5.526
2.600	225.9758	5.051
2.800	281.8332	4.765
3.000	330.3336	4.520
3.500	408.4364	3.920

Perfil H2

y (m)	$\sum \Delta X$ (m)
3.708	
3.900	-7.8019
4.100	-34.6807
4.300	-83.6247
4.500	-157.8550
4.700	-260.8877
5.000	-476.4143
5.133	-600.1509

La figura 5.18 presenta la representación gráfica (x-y) de los perfiles H3 y H2, además de la línea de tirantes conjugados mayores. En resumen, el salto hidráulico "teórico" se ubica a una distancia $x \approx 270$ m aguas abajo de la sección B, con tirantes conjugados $y_1 \approx 2.78$ m y $y_2 \approx 4.80$ m, todos ellos obtenidos de manera gráfica.

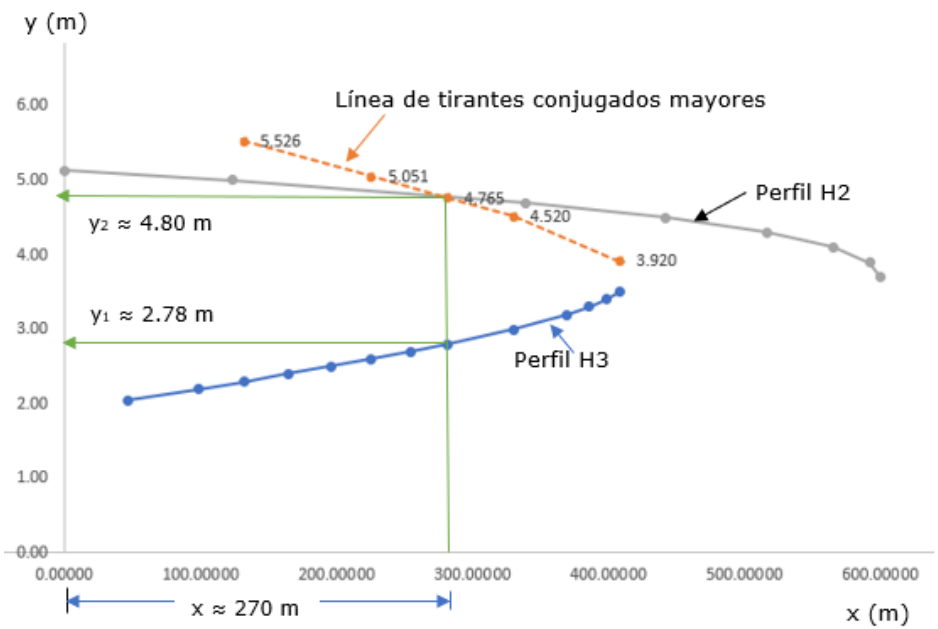


Figura 5.18

Cap 6 TRANSICIONES

Objetivo: Diseñar transiciones en régimen subcrítico.

Introducción

Hasta este momento, en los capítulos anteriores se ha logrado dar solución al flujo permanente en canales por medio del uso de las ecuaciones de continuidad, energía y momentum. Sin embargo, en canales con secciones no prismáticas o con alineamiento no lineal, con el objeto de tener soluciones más aproximadas, es necesario referirse a estudios en modelos hidráulicos, utilizando la teoría para desarrollar ecuaciones empíricas e introduciendo coeficientes experimentales que tomen en cuenta el efecto real de las variables que intervienen en el flujo.

En este capítulo se tomará en cuenta dentro del análisis el efecto de la pérdida de energía en el flujo en canales no prismáticos.

6.1 Transiciones y régimen de flujo

Una transición es aquella estructura que permite modificar la dirección, pendiente, sección transversal o elevación del fondo del canal. Su función es lograr la modificación gradual del escurrimiento de manera de reducir los efectos de pérdidas excesivas de energía, turbulencias, ondas cruzadas, así como proporcionar seguridad a la conducción.

Las expansiones y contracciones en canales artificiales constituyen el tramo de unión de dos canales con secciones transversales de forma y dimensiones distintas, a fin de reducir o aumentar la velocidad del flujo e impedir la erosión o depósito

de material suelto. Dichas transiciones se diseñan en longitudes relativamente cortas, en las que se producen aceleraciones o desaceleraciones, con el predominio de las fuerzas gravitacionales sobre las de fricción.

El cambio de sección transversal puede ser aumentando o disminuyendo el área de manera brusca o gradual, manteniendo o no el régimen. Cuando el área de la sección transversal del canal aumenta en la dirección del movimiento, la transición se conoce con el nombre de expansión o transición divergente. Por el contrario, si el área disminuye, se designa como contracción o transición convergente. Los estudios teóricos y experimentales indican que, para el escurrimiento en una contracción, las pérdidas de energía son pequeñas y el flujo no se separa de las paredes del conducto. Lo contrario acontece en una expansión, donde existe la posibilidad de que la corriente se separe; cuando esto ocurre, las pérdidas de energía son relativamente grandes.

En una transición, los tipos de régimen que pueden presentarse son: a) de subcrítico a subcrítico, b) de subcrítico a supercrítico, c) de supercrítico a supercrítico y d) de supercrítico a subcrítico; en donde el régimen se considera, tanto antes de la transición (sección 1: aguas arriba) como después de la transición (sección 3: aguas abajo), véase la figura 6.1.

Cuando hay cambio de régimen subcrítico a supercrítico, se produce siempre una aceleración y una sección de control; cuando se invierte el orden, hay desaceleración y disipación de energía por la formación de un salto hidráulico. En cualquier caso, como resultado de zonas de velocidad diferente, trae como consecuencia pérdida de energía en el tramo en que ocurren los cambios de sección y con ello, una caída de la línea de energía en la dirección del escurrimiento. En algunos casos es necesario compensar dichas pérdidas de energía por la modificación del nivel de la plantilla (ΔZ) en la zona de transición, pudiendo ser positivo (ascendente, figura 6.1c) o negativo (descendente, figura 6.1d).

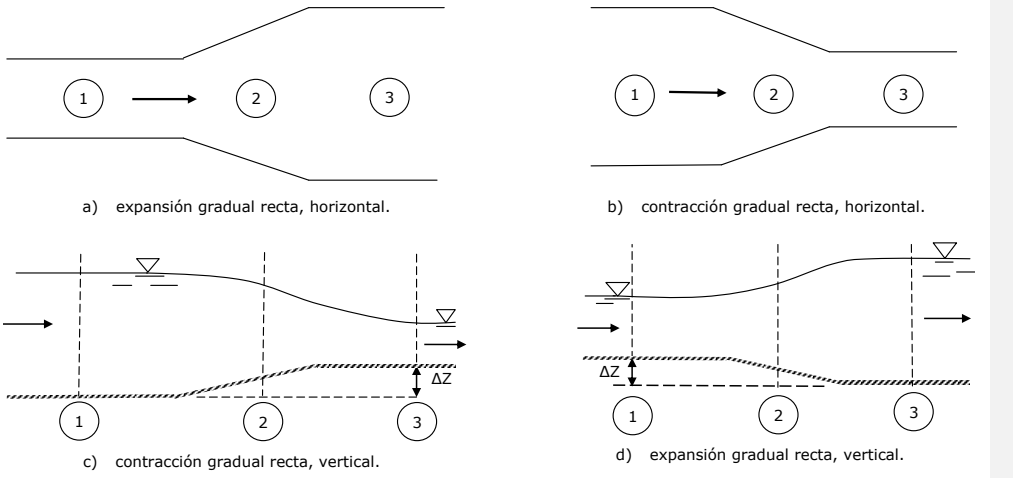


Figura 6.1

En este capítulo solo se tratarán las expansiones y contracciones en régimen subcrítico graduales y rectas, conservando el régimen, tanto aguas arriba como aguas abajo de la transición.

6.2 Transiciones en régimen subcrítico

6.2.1 Diseño de expansiones (ejemplo 6.1)

En el diseño de este tipo de transiciones se toma en cuenta la pérdida de energía por fricción (h_f) y la debida a la expansión (h_{exp}), por el cambio de velocidad. La pérdida por fricción puede estimarse por medio de una fórmula de fricción, por ejemplo, la de Manning. Usualmente tiene poco efecto y en algunos casos puede ignorarse en un diseño preliminar.

Para el diseño de la expansión, Hinds recomienda utilizar $2\theta = 25°$, en donde θ es el ángulo de divergencia de las paredes de la transición, figura 6.2.

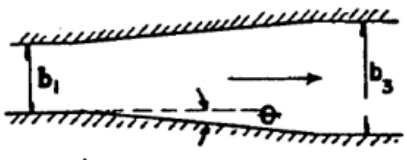


Figura 6.2

Para calcular la pérdida de energía debida a la expansión, se propone la fórmula:

$$h_{exp} = C_0\left(\frac{V_1^2 - V_3^2}{2g}\right) = C_0\left[\left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2 - 1\right]\frac{V_3^2}{2g} = K\frac{V_3^2}{2g} \qquad (6.1)$$

La figura 6.3 muestra el valor del coeficiente de pérdida (C_0) aplicable a la expresión 6.1.

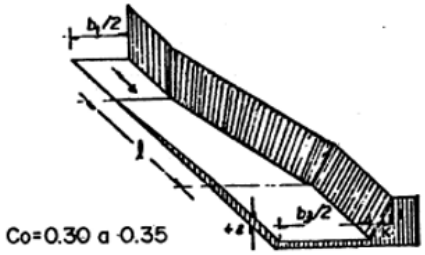


Figura 6.3 Expansión gradual recta de sección rectangular a trapecial
(Tomada de la referencia: *Apuntes de Hidráulica II*, Sotelo, G., F.I., 1997)

Por geometría, la longitud (L) de la expansión se calcula como

$$L = \frac{T_3 - T_1}{2\tan\theta} \qquad (6.2)$$

La pérdida de energía en una expansión puede cambiar las condiciones del escurrimiento aguas arriba de la transición. Para compensar estos cambios es necesario proporcionar un desnivel (ΔZ) entre el piso de las secciones transversales antes

(sección 1) y después de la transición (sección 3). Dicho desnivel se calcula mediante la ecuación de la energía entre las secciones indicadas, siendo este

$$\Delta Z = E_1 - (E_3 + h_r) \tag{6.3}$$

El signo que resulte en esta ecuación define si el piso debe ascender ($\Delta Z > 0$) en la dirección del escurrimiento, o bien descender ($\Delta Z < 0$) en la dirección del flujo. En cualquier caso, la pérdida de energía (h_r) debe incluir no solo el valor de la pérdida de energía por la expansión, sino además el de la pérdida por fricción (h_f) del tramo en el que se diseña la transición, esta última dada por

$$h_f = \overline{S}_f(L) \tag{6.4}$$

6.2.2 Diseño de contracciones (ejemplo 6.2)

En este caso es necesario evitar un estrangulamiento excesivo más allá del que permitan las condiciones de régimen crítico aguas abajo.

Hinds propone que la contracción de un canal trapezoidal a uno rectangular se realice siguiendo el mismo criterio que se ha indicado para la expansión, esto es, con ángulo $2\theta = 25°$, donde ahora la longitud (L) de la transición será

$$L = \frac{T_1 - T_3}{2 \tan \theta} \tag{6.5}$$

La pérdida de energía se puede seguir calculando en términos del cambio en la carga de velocidad antes y después de la contracción, escrita como:

$$h_{contracción} = C_i\left(\frac{V_3^2 - V_1^2}{2g}\right) = C_i\left[1 - \left(\frac{A_3}{A_1}\right)^2\right]\frac{V_3^2}{2g} = K\frac{V_3^2}{2g} \tag{6.6}$$

En la ecuación anterior, C_i y K son coeficientes experimentales de pérdida de energía que dependen de la forma del contorno. En la figura 6.4 se presenta el valor del

coeficiente experimental C_i de una contracción gradual recta de un canal trapecial a rectangular.

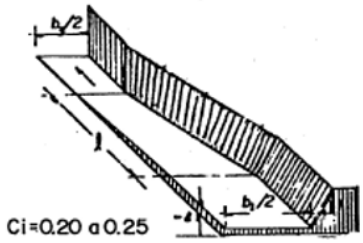


Figura 6.4 Coeficiente C_i experimental de una contracción gradual recta de canal trapecial a rectangular.
(Referencia: *Apuntes de Hidráulica II*, Sotelo, G., F.I., 1997)

La pérdida de energía en una contracción con una relación b_1/b_3 grande puede estrangular el canal y producir sobreelevaciones importantes del tirante en una distancia aguas arriba de la contracción. Para compensar estos cambios es necesario proporcionar un desnivel (ΔZ) entre el piso de las secciones transversales antes y después de la transición y que se distribuya gradualmente en la longitud de la misma, cuya magnitud se calcula con la ecuación 6.3 y en cuyo caso el signo que resulte define si el piso es ascendente en la dirección del escurrimiento o bien descendente, tal como se indicó en el inciso anterior; incluyendo además la pérdida por fricción del tramo en el que se diseña la transición, valuada con la ecuación 6.4.

Por lo que respecta a la pérdida de energía por contracción a la entrada de un canal, *Press* propone los valores de *K* indicados en la figura 6.5, de acuerdo con la forma que tenga la entrada.

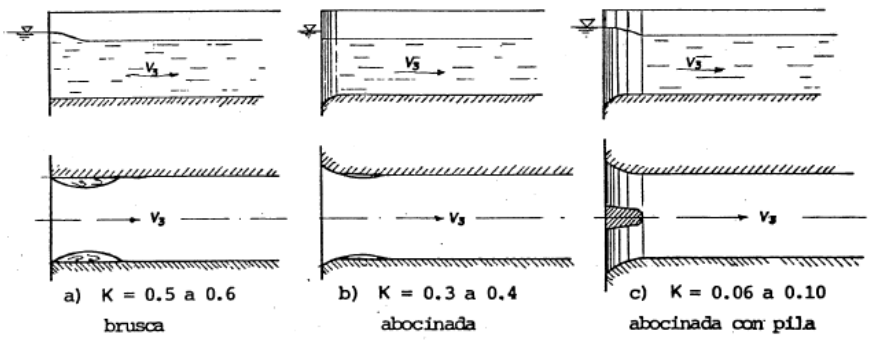


Figura 6.5 Coeficientes de pérdida de energía por entrada a un canal
(Referencia: *Apuntes de hidráulica II*, Sotelo, G., F.I., 1997)

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Ejemplo 6.1. Un túnel de sección rectangular de 4 m de ancho de plantilla y tirante de 4.63 m, conduce un gasto $Q = 50$ m^3/s, para continuar a un canal de sección trapecial de 4.50 m de ancho de plantilla, talud $k = 1$ y tirante de 3.50 m, figura 6.6. La transición entre ambas estructuras tiene un revestimiento cuyo factor de fricción $n = 0.018$ (*Manning*). Determinar la geometría completa de la transición y el perfil de la superficie libre del agua.

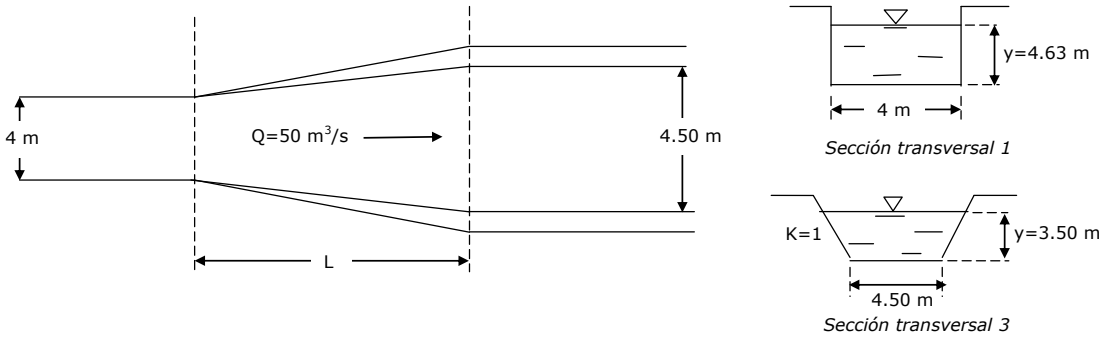


Figura 6.6 Geometría de la expansión gradual recta

Solución

Los elementos geométricos al principio de la transición, sección 1, valen:

$$A_1 = 4\,(4.63) = 18.52\ \text{m}^2,\ P_1 = 4 + 2\,(4.63) = 13.26\ \text{m},\ R_{H1} = 18.52/13.26 = 1.3967\ \text{m}$$

La velocidad media y energía específica para la sección 1 son respectivamente

$$V_1 = \frac{50}{18.52} = 2.70\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ; \quad E_1 = 4.63 + \frac{2.70^2}{2\,(9.81)} = 5.00\ \text{m}$$

y el tirante crítico es:

$$y_{C1} = \sqrt[3]{\frac{(50)^2}{4^2(9.81)}} = 2.51\ \text{m}$$

De igual manera, los elementos geométricos al final de la transición (canal trapecial), son: $A_3 = 4.50\,(3.50) + (3.50)^2 = 28\ \text{m}^2$, $P_3 = 4.50 + 2\,(3.50)\,(1^2+1)^{1/2} = 14.39\ \text{m}$, $R_{H3} = 28/14.39 = 1.946\ \text{m}$, y $T_3 = 4.50 + 2(1)(3.50) = 11.50\ \text{m}$.

La velocidad media y energía específica para la sección 3 son respectivamente

$$V_3 = \frac{50}{28} = 1.786\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ; \quad E_3 = 3.50 + \frac{1.786^2}{2\,(9.81)} = 3.663\ \text{m}$$

Por otra parte, de la condición del estado crítico

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{50^2}{9.81} = 254.84 = \frac{A^3}{T}$$

cuya solución es para un tirante crítico $y_{c3} = 1.99\ \text{m}$. Al comprobar se tiene: $A = 12.915\ \text{m}^2$, $T = 8.48\ \text{m}$, y $A^3/T = 12.9153/8.48 = 254.03 \approx 254.84$.

Por tanto, el régimen en las secciones *1* y *3* como se observa es subcrítico ($y_{n1} > y_{c1}$; $y_{n3} > y_{c3}$), por tanto, es aplicable el criterio de diseño de *Hinds* con la recomendación de utilizar $\theta = 12.5^{\circ}$

La longitud mínima de la transición, de acuerdo con la ecuación 6.2, es

$$L = \frac{11.50-4}{2\tan 12.50^{o}} = 16.915 \text{ m} \approx 17 \text{ m}$$

Para el análisis del perfil se propone utilizar 5 tramos de longitud $x = L/5 = 17/5 = 3.40$ m.

Puesto que las dimensiones de la sección aumentan en el sentido del flujo, se trata de una expansión, eligiendo un diseño gradual recto; de la figura 6.3 el coeficiente experimental resulta C_0=0.30 y la pérdida de energía por expansión, de la expresión 6.1, es

$$h_{exp} = 0.3\left[\frac{2.7^2 - 1.786^2}{2(9.81)}\right] = 0.0627 \text{ m}$$

Por otro lado, la pendiente de fricción en las secciones 1 y 3 respectivamente son:

$$S_{f1} = \left[\frac{2.70(0.018)}{1.3967^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.001513 \; ; \; S_{f3} = \left[\frac{1.786(0.018)}{1.946^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.000426$$

la pendiente de fricción media es

$$\overline{S}_f = \frac{Sf_1 + Sf_3}{2} = \frac{0.001513+0.000426}{2} = 0.0009697$$

La pérdida de energía por fricción, de la fórmula de *Manning* (expresión 6.4)

$$h_f = (0.0009697)(17.0) = 0.0165 \text{ m}$$

Por lo tanto, la pérdida de energía total (fricción más expansión) es

$$h_r = h_{exp} + h_f = 0.0627 + 0.0165 = 0.0792 \text{ m}$$

El desnivel ΔZ, al aplicar la ecuación 6.3, es

$$\Delta Z = 5.00 - (3.663 + 0.0792) = 1.26 \text{ m}$$

el signo positivo indica que el piso del canal es ascendente en el sentido del flujo, en donde se ha realizado mediante un perfil recto de pendiente constante, figura 6.7.

El análisis del perfil del agua en la transición se realiza utilizando 5 tramos iguales de longitud $x = L/4 = 17.0/5 = 3.40$ m, considerando además que la pérdida total de energía se reparte proporcionalmente en dichos tramos. El ancho del canal, el talud y el desnivel varían también linealmente a lo largo de la transición.

De esta manera, la línea de energía desciende uniformemente una cantidad igual a h_{ri} = 0.0792/5=0.01584 m, y la tabla 6.1 presenta el resumen de resultados en donde H_i es la línea de energía en cada sección, medida a partir del nivel de plantilla de la sección final de la transición.

Conocida la altura Z_i del piso de la transición en cada sección, se puede calcular la energía específica en la misma como: $E_i = H_i - Z_i$

Por último, resolviendo la ecuación se determina el tirante y_i, correspondiente al régimen subcrítico, en cada sección para cada energía específica que resulte $E_i = y_i + V_i^2 / 2g = y_i + \dfrac{Q^2}{A^2\, 2g}$

De esta manera, se tiene:

Para la sección *1*: $H_1 = E_1 + \Delta Z = 5.0 + 0.0 = 5.00$ m; con $y_1 = 4.63$ m

Sección *A*: $H_A = H_1 - h_{ri} = 5.00 - 0.01584 = 4.984$ m; $E_A = H_A - Z_i = 4.984 - 0.252 = 4.732$ m

$$E_A = y_A + \frac{Q^2}{A_A^2\, 2g} = y_A + \frac{50^2}{(4.1\, y_A + 0.20\, y_A^2)^2\, 2\,(9.81)} = 4.732 \text{ m}$$

con solución para régimen subcrítico: $y_A = 4.48$ m

Sección *B*: $H_B = H_A - h_{ri} = 4.984 - 0.01584 = 4.9681$ m; $E_B = H_B - Z_i = 4.9681 - 0.504 = 4.464$ m.

$$E_B = y_B + \frac{Q^2}{A_B^2\, 2g} = y_A + \frac{50^2}{(4.2\, y_A + 0.4\, y_B^2)^2\, 2\,(9.81)} = 4.464 \text{ m}$$

con solución en régimen subcrítico: $y_B = 4.266$ m

Sección *C*: $H_C = H_B - h_{ri} = 4.9681 - 0.01584 = 4.9523$ m; $E_C = H_C - Z_i = 4.9523 - 0.756 = 4.1963$ m.

$$E_C = y_C + \frac{Q^2}{A_C^2\, 2g} = y_C + \frac{50^2}{(4.3\, y_C + 0.6\, y_C^2)^2\, 2\,(9.81)} = 4.1963 \text{ m}$$

de donde para régimen subcrítico, la solución es: $y_C = 4.025$ m

Sección *D*: $H_D = H_C - h_{ri} = 4.9523 - 0.01584 = 4.936$ m; $E_D = H_D - Z_i = 4.936 - 1.008 = 3.928$ m

$$E_D = y_D + \frac{Q^2}{A_D^2\, 2g} = y_D + \frac{50^2}{(4.4\, y_D + 0.8\, y_D^2)^2\, 2\,(9.81)} = 3.928 \text{ m}$$

de donde para régimen subcrítico, la solución es: $y_D = 3.769$ m

Finalmente, para la sección *3*: $H_3 = H_D - h_{ri} = 4.936 - 0.01584 = 4.92$ m; $E_3 = H_3 - Z_i = 3.66$ m, con $y_3 = 3.50$ m

La tabla 6.1 presenta el resumen de cálculo del perfil del agua a lo largo de la transición.

Tabla 6.1

Sección	Ancho *b* (m)	Talud (K)	Elevación del piso *Z* (m)	Energía total *H* (m)	Energía específica *E* (m)	Tirante *y* (m)
1	4.00	0.00	0	5.000	5.000	4.630
A	4.10	0.20	0.252	4.984	4.732	4.480
B	4.20	0.40	0.504	4.968	4.464	4.266
C	4.30	0.60	0.756	4.952	4.196	4.025
D	4.40	0.80	1.008	4.936	3.928	3.769
3	4.50	1.00	1.260	4.920	3.660	3.500

En la figura 6.7a se muestra la vista de perfil y, en la 6.7b, la vista en planta de la expansión gradual recta.

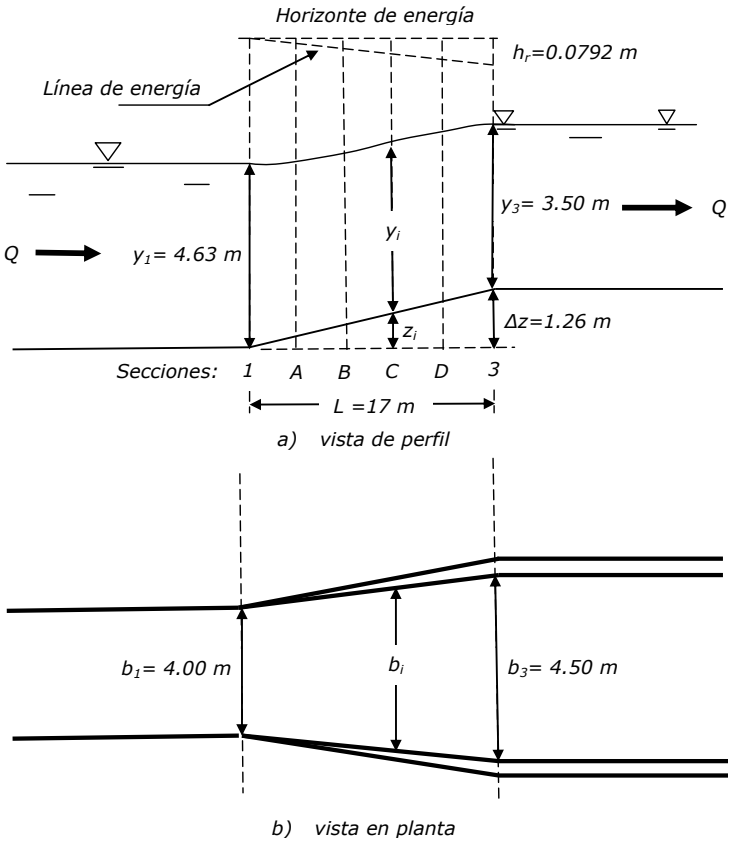


Figura 6.7

Ejemplo 6.2. Se trata de una transición de canal trapecial a rectangular para conducir un gasto Q=30 m³/s, véase la figura 6.8

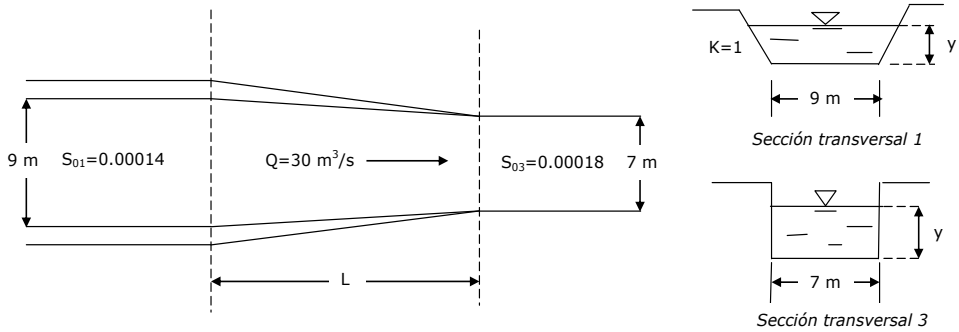


Figura 6.8

a) Diseñar una contracción gradual y recta para conectar un canal de sección trapecial con otro de sección rectangular. Suponga tramos muy largos, para normalizar el flujo, antes y después de la transición, calcular:

b) El desnivel ΔZ (en m) que debe proyectarse entre las plantillas (secciones 1 y 3) de la transición.

c) El perfil de la superficie libre del agua. Analice 3 secciones dentro de la transición.

Solución

Se diseñará una transición (contracción) gradual recta.

a) Los elementos geométricos para la sección 1 (canal trapecial), son:

$$A_1 = 9y+y^2;\ P_1 = 9+2y\,(1^2+1)^{1/2} = 9+2.828\,(y);\ T_1 = 9+2y$$

De la ecuación de Manning se obtiene

$$\frac{Q(n)}{S_{01}^{\frac{1}{2}}} = \frac{(30)(0.013)}{(0.00014)^{\frac{1}{2}}} = 32.96 = AR_h^{\frac{2}{3}}$$

al resolver, resulta que el tirante normal es $y_{n1} = 2.16$ m; en efecto, comprobando: $A_1 = 24.105$ m^2, $P_1 = 15.109$ m, $R_{h1} = 1.595$ m, y $A_1(R_{h1})^{2/3} = (24.105)(1.595)^{2/3} = 32.91 \approx 32.96$

La velocidad media y energía específica para la sección *1* son respectivamente

$$V_1 = \frac{30}{24.105} = 1.244\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ; \quad E_1 = 2.16 + \frac{1.244^2}{2(9.81)} = 2.238 \text{ m}$$

Por otra parte, de la condición del estado crítico

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{30^2}{9.81} = 91.74 = \frac{A^3}{T}$$

cuya solución para un tirante crítico es $y_{c1} = 1.00$ m; y al comprobar, se tiene $A = 10$ m^2, $T = 11$ m y $A^3/T = 10^3/11 = 90.91 \approx 91.74$.

Para la sección 3 (canal rectangular), los elementos geométricos son $A = 7y$, $P = 7 + 2y$

El tirante normal resulta de resolver la ecuación de Manning

$$\frac{Q(n)}{S_{03}^{\frac{1}{2}}} = \frac{(30)(0.013)}{(0.00018)^{\frac{1}{2}}} = 29.068$$

cuya solución es $y_{n3} = 3.02$ m; comprobando:

$$A_3 = 21.14 \text{ m}^2,\ P_3 = 13.04 \text{ m y } A_3\,R_{h3}^{2/3} = 29.17 \approx 29.068$$

La velocidad y energía específica para la sección *3* son respectivamente

$$V_3 = \frac{30}{21.14} = 1.419\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ; \quad E_3 = 3.02 + \frac{1.419^2}{2(9.81)} = 3.1226 \text{ m}$$

Y el tirante crítico es

$$y_{c3} = \sqrt[3]{\frac{30^2}{7^2(9.81)}} = 1.23 \text{ m}$$

El régimen en las secciones 1 y 3 como se observa es subcrítico ($y_{n1}>y_{c1}$; $y_{n3}>y_{c3}$), por tanto, es aplicable el criterio de diseño de Hinds con $\theta = 12.5^{o}$.

Para la longitud de la transición de la ecuación 6.5, con $T_1 = 9 + 2\,(2.16) = 13.32$ m.

$$L = \frac{13.32 - 7}{2 \tan 12.5^{o}} = 14.25 \text{ m}$$

La pérdida por contracción se obtiene a partir de la ecuación 6.6, con $C_i = 0.20$ (figura 6.4), la cual resulta:

$$h_{contracción} = 0.20\left[1 - \left(\frac{21.14}{24.105}\right)^2\right]\frac{1.419^2}{2(9.81)} = 0.004737 \text{ m}$$

Las pendientes de fricción en la sección 1 y en la 3 son, respectivamente,

$$S_{f1} = \left[\frac{1.244\,(0.013)}{1.595^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.0001404 \; ; \; S_{f3} = \left[\frac{1.419\,(0.013)}{1.621^{\frac{2}{3}}}\right]^2 = 0.0001787$$

y la pendiente de fricción media

$$\overline{S}_f = \frac{Sf_1 + Sf_3}{2} = \frac{0.0001404 + 0.0001787}{2} = 0.0001595$$

La pérdida de energía por fricción (ecuación 6.4), y la pérdida total son, respectivamente,

$$h_f = (0.0001595)(14.25) = 0.002273 \text{ m}$$

$$h_r = h_{contracción} + h_f = 0.004737 + 0.002273 = 0.00701 \text{ m}$$

b) El desnivel ΔZ, de la ecuación 6.3, es

$$\Delta Z = 2.238 - (3.1226 + 0.00701) = -0.8916 \text{ m}$$

el signo negativo indica que el piso del canal desciende en el sentido del flujo, figura 6.9.

c) Cálculo del perfil de la superficie libre del agua dentro de la transición

El análisis se realiza utilizando 4 tramos de longitud $x = L/4 = 14.25/4 = 3.50$ m, considerando además que la pérdida total de energía se reparte proporcionalmente en dichos tramos. El ancho del canal, el talud y el desnivel varían también linealmente a lo largo de la transición.

De esta manera, la línea de energía desciende uniformemente una cantidad igual a $h_{ri} = 0.00701/4 = 0.0017525$ m, y la tabla 6.2 presenta el resumen de resultados en donde la altura (H_i) es la línea de energía en cada sección, medida a partir del nivel de plantilla de la sección final de la transición.

Conocida la altura Z_i del piso de la transición en cada sección, se puede calcular la energía específica en la misma como: $E_i = H_i - Z_i$

Por último, resolviendo se determina el tirante y_i en cada sección para cada energía específica que dé como resultado $E_i = y_i + V_i^2/2g = y_i + \dfrac{Q^2}{A^2\,2g}$

De esta manera, se tiene:

Para la sección 1: $H_1 = E_1 + \Delta Z = 2.238 + 0.8916 = 3.1296$ m; con $y_1 = 2.16$ m.

Sección A: $H_A = H_1 - h_{ri} = 3.1296 - 0.0017525 = 3.1278$ m; $E_A = H_A - Z_i = 3.1278 - 0.6687 = 2.459$ m.

$$E_A = y_A + \frac{Q^2}{A_A^2\,2g} = y_A + \frac{30^2}{(8.5\,y_A + 0.75\,y_A^2)^2\,2\,(9.81)} = 2.459 \text{ m}$$

con solución para régimen subcrítico: $y_A = 2.382$ m.

Sección B: $H_B = H_A - h_{ri} = 3.1278 - 0.0017525 = 3.126$ m; $E_B = H_B - Z_i = 3.126 - 0.4458 = 2.68$ m.

$$E_B = y_B + \frac{Q^2}{A_B^2\, 2g} = y_A + \frac{30^2}{(8\, y_A + 0.5\, y_B^2)^2\, 2\,(9.81)} = 2.68 \text{ m}$$

con solución en régimen subcrítico: $y_B = 2.60$ m.

Sección *C*: $H_C = H_B - h_{ri} = 3.126 - 0.0017525 = 3.1242$ m; $E_C = H_C - Z_i = 3.1242 - 0.223 = 2.90$ m.

$$E_C = y_C + \frac{Q^2}{A_C^2\, 2g} = y_C + \frac{30^2}{(7.50\, y_C + 0.25\, y_C^2)^2\, 2\,(9.81)} = 2.90 \text{ m}$$

de donde la solución para régimen subcrítico es $y_C = 2.82$ m.

Finalmente, para la sección 3: $H_3 = H_C - h_{ri} = 3.1242 - 0.0017525 = 3.1226$ m $= E_3$; con $y_3 = 3.02$ m.

La tabla 6.2 presenta el resumen de cálculo del perfil del agua a lo largo de la transición (contracción).

Tabla 6.2

Sección	Ancho *b*, (m)	Talud (*K*)	Elevación del piso *Z*, (m)	Energía total *H*, (m)	Energía específica *E*, (m)	Tirante *y*, (m)
1	9.00	1.00	0.8916	3.1296	2.238	2.160
A	8.50	0.75	0.6687	3.1278	2.459	2.382
B	8.00	0.50	0.4458	3.1260	2.680	2.600
C	7.50	0.25	0.2230	3.1242	2.901	2.820
3	7.00	0.00	0.0000	3.1226	3.1226	3.020

En la figura 6.9 se muestra la vista de perfil de la contracción gradual recta, así como el perfil del flujo a lo largo de la transición.

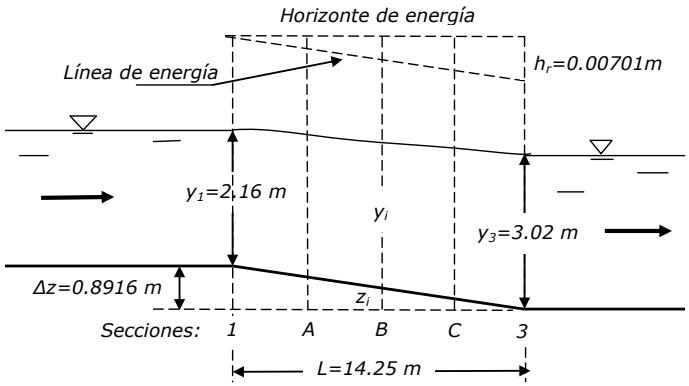


Figura 6.9

Ejemplo 6.3. El canal trapecial (b = 4 m, k = 1.0) de la figura 6.10 tiene una pendiente S_0 = 0.0006, n = 0.025 (*Manning*) y la entrada al canal es abocinada con un coeficiente experimental de pérdida de energía k_e = 0.30 (ver figura 6.5).

Calcular: el gasto (Q, en m³/s) en el canal, la totalidad del perfil del flujo y los tirantes en las secciones 1 y 2.

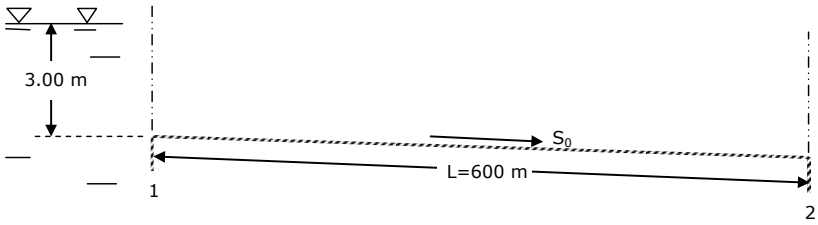


Figura 6.10

Solución

En ocasiones la solución no es directa, tal es el caso que se expone en este ejemplo, pues para resolverlo hay que llevar a cabo una serie de pruebas, proponiendo un gasto, clasificando la pendiente y calculando el perfil hasta cumplir con las restricciones impuestas en el ejemplo: L = 600 m y carga en el almacenamiento H = 3 m

En este ejemplo se muestra solo el valor del gasto que cumple con las condiciones mencionadas. De esta manera, para un gasto propuesto $Q = 34$ m^3/s, de la condición del estado crítico y de la ecuación de Manning se tiene

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(34)^2}{9.81} = 117.838 = \frac{A^3}{T}$$

$$\frac{Q(n)}{S_0^{\frac{1}{2}}} = \frac{(34)(0.025)}{(0.0006)^{\frac{1}{2}}} = 34.70 = AR_H^{\frac{2}{3}}$$

Con ello, el tirante crítico y el tirante normal resultan:

Tirante crítico				
y(m)	A(m^2)	T(m)	A^3/T	
1.678	9.527	7.356	117.55	
Tirante normal				
y(m)	A(m^2)	P(m)	R_H(m)	$AR_H^{2/3}$
3.25	23.56	13.19	1.786	34.66

Por lo tanto, al comparar tirantes se tiene $y_n > y_C$; además la pendiente resulta ser subcrítica, esto es, $S_0 < S_C$ y entonces se trata de un perfil M2.

La tabla 6.3 presenta el cálculo del perfil M2 (método de incrementos finitos, paso directo)

Tabla 6.3

y(m)	A(m²)	P(m)	RH(m)	V(m/s)	E(m)	ΔE(m)	Sf	Sfm	So-Sfm	ΔX(m)	$\sum \Delta X$(m)
1.678	9.528	8.75	1.09	3.569	2.3271		0.007101				
1.750	10.063	8.95	1.12	3.379	2.3319	0.0048	0.006103	0.006602	-0.006	-0.806281	-0.81
1.850	10.823	9.23	1.17	3.142	2.3530	0.0211	0.004991	0.0055471	-0.00495	-4.273829	-5.08
1.950	11.603	9.52	1.22	2.930	2.3877	0.0346	0.004120	0.0045555	-0.00396	-8.756896	-13.84
2.050	12.403	9.80	1.27	2.741	2.4330	0.0454	0.003430	0.0037752	-0.00318	-14.28493	-28.12
2.100	12.810	9.94	1.29	2.654	2.4591	0.0260	0.003139	0.0032849	-0.00268	-9.690665	-37.81
2.200	13.640	10.22	1.33	2.493	2.5167	0.0576	0.002644	0.0028915	-0.00229	-25.15057	-62.96
2.300	14.490	10.51	1.38	2.346	2.5806	0.0639	0.002241	0.0024424	-0.00184	-34.70128	-97.66
2.400	15.360	10.79	1.42	2.214	2.6497	0.0691	0.001912	0.0020766	-0.00148	-46.80466	-144.47
2.500	16.250	11.07	1.47	2.092	2.7231	0.0734	0.001640	0.0017761	-0.00118	-62.40516	-206.87
2.600	17.160	11.35	1.51	1.981	2.8001	0.0770	0.001415	0.0015274	-0.00093	-82.98365	-289.86
2.700	18.090	11.64	1.55	1.879	2.8800	0.0800	0.001226	0.0013203	-0.00072	-111.0028	-400.86
2.827	19.300	12.00	1.61	1.762	2.9852	0.1051	0.001029	0.0011274	-0.00053	-199.3298	**-600.19**

La carga (H) calculada en el almacenamiento es

$$H = y + \frac{V^2}{2g} + k_e \frac{V^2}{2g} = 2.827 + \frac{1.762^2}{2(9.81)} + 0.3\frac{1.762^2}{2(9.81)} = 3.03 \text{ m} \approx 3 \text{ m}$$

De los resultados anteriores se observa que, para el gasto propuesto, el perfil M2 alcanza una longitud del orden de 600 m y además cumple con que la carga en el almacenamiento H= 3 m; que corresponde a las condiciones iniciales de este ejemplo.

A continuación, se presenta el resumen de resultados obtenidos, mientras que la figura 6.11 muestra el dibujo del perfil que se genera a lo largo del canal.

$$Q = 34 \text{ m}^3/s; \; y_1 = 2.827 \text{ m} = y_{entrada} \; ; \; y_2 = y_C = 1.678 \text{ m}$$

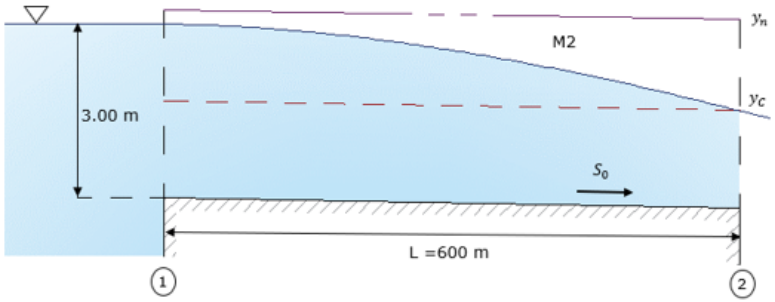


Figura 6.11

Cap 7 PRINCIPIO DEL ARRASTRE DE SEDIMENTOS

Objetivo: Identificar las propiedades principales de las partículas sedimentarias y analizar el inicio de su movimiento.

Introducción

Se entiende por sedimento a todo material procedente del suelo y de las rocas, que son arrastradas y transportadas por una corriente de agua y depositadas en el fondo de cauces, lagos, canales, vasos de almacenamiento, fondo del mar, etcétera.

A lo largo de su curso, tanto los ríos como los canales artificiales sin revestimiento pueden ser erosionados por el flujo de agua o quedar expuestos al depósito de partículas de sedimentos, modificando de esta manera la topografía y la sección de la conducción. El fenómeno del transporte de sedimentos tiene gran importancia económicamente para predecir, por ejemplo, los riesgos de erosión en la cimentación de los vertedores y en las pilas de los puentes, la destrucción de las orillas en los canales, estimar la sedimentación en un vaso de almacenamiento aguas arriba de una presa, y los posibles cambios en la forma del lecho en ríos, estuarios (región donde desemboca un curso de agua en el mar) y canales o ríos navegables.

La posibilidad de alteración del cauce puede presentarse incluso en canales con paredes y fondo no erosionables o en los canales revestidos que transportan agua con partículas en suspensión. Esto sucede cuando el flujo arrastra material en suspensión y existen zonas en donde la velocidad es tan baja que dicho material se deposita en el cauce.

En este capítulo se tratarán los aspectos básicos del inicio del movimiento de las partículas y del fenómeno del transporte de sedimentos de un escurrimiento en canales abiertos, naturales y artificiales. Estos temas constituyen una parte de la hidráulica fluvial.

7.1 Inicio del movimiento de los sedimentos

Un canal natural o artificial sufre cambios morfológicos cuando las partículas que lo componen empiezan a desplazarse, el inicio o principio del movimiento establece el momento en que empiezan a producirse deformaciones en el canal.

7.1.1 Formación del lecho en cauces con materiales no cohesivos. Configuraciones del fondo

El fondo de un cauce natural puede ser plano o tener ondulaciones. El material sólido transportado por una corriente puede ir simplemente rodando por el fondo o saltando, denominado arrastre de fondo, o también puede ser arrastrado por la corriente sin tener ningún contacto con el fondo, conocido también como gasto sólido del material de lavado.

El fondo plano existe cuando no hay arrastre de partículas, o bien, cuando son mayores de 5 mm. En el fondo de un cauce se forman ondulaciones principalmente cuando está formado con arena y hay transporte de dichas partículas. Existe una dependencia entre la forma y tamaño de las ondulaciones, y el tirante y velocidad de la corriente.

Las configuraciones que pueden formarse en un fondo arenoso (figura 7.1) son:

1. Fondo plano (sin arrastre)
2. Rizos (solo si el material es menor de 0.5 mm)
3. Dunas
4. Fondo plano (con arrastre)
5. Ondas estacionarias
6. Antidunas

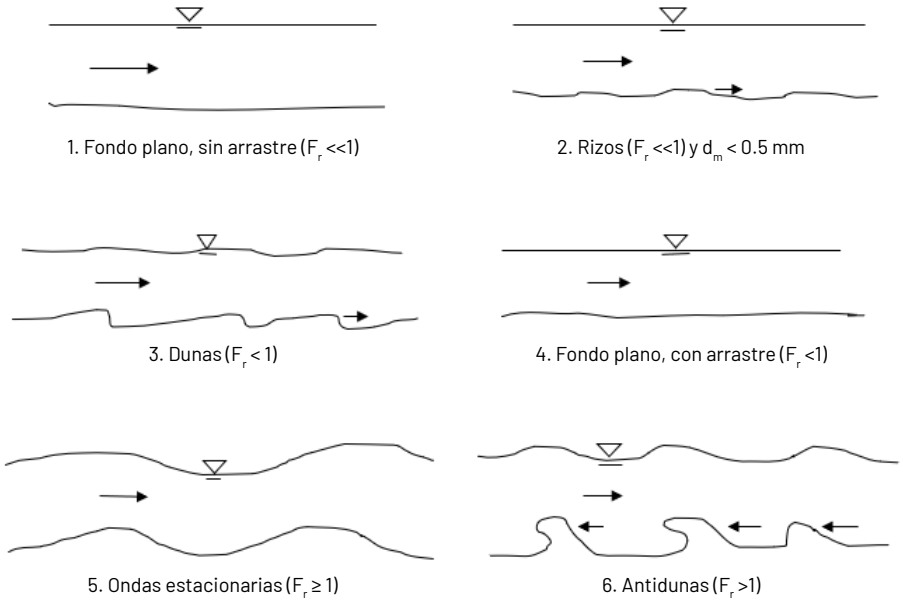


Figura 7.1 Configuraciones de fondos arenosos

Cuando aparecen las configuraciones 1, 2 o 3, se dice que se presenta una condición en el flujo, de régimen inferior (subcrítico). En el caso de 5 o 6, se dice que la condición del flujo es de régimen superior (supercrítico). La condición 4 puede estar asociada a una condición de transición o pertenecer a cualquiera de los dos regímenes mencionados.

A continuación se presentan los criterios principales que existen para la estimación de la condición crítica de arrastre para material no cohesivo y uniforme.

Los criterios para determinar el esfuerzo tangencial crítico para material no cohesivo y no uniforme pueden consultarse en la referencia: *Manual de ingeniería de ríos: Inicio de Movimiento y Acorazamiento*, número 592, García Flores, Manuel, Instituto de Ingeniería, México 1997.

7.1.2 Principio del movimiento para material no cohesivo y uniforme. Curva de Shields

La determinación de la condición crítica de arrastre es una actividad importante en la hidráulica fluvial, ya que permite inferir las condiciones que originarían el acarreo o transporte de partículas del material del cauce, o bien las que favorecerían su depósito, de ahí que sea fundamental para el diseño, por ejemplo de canales sin revestimiento.

Se han fijado algunos criterios para definir la condición crítica de arrastre, denotados comúnmente con el subíndice (c), relacionándolos con el esfuerzo cortante medio que el flujo produce en las paredes y fondo del canal (τ_0) o con la velocidad media del flujo (V), es decir: $\tau_0 = \tau_C$, o $V = V_c$. A los parámetros τ_C y V_c se les denomina esfuerzo tangencial (o cortante) crítico y velocidad media crítica, respectivamente.

Shields, en 1936, analizó las fuerzas que actúan sobre una partícula de material uniforme en un canal de laboratorio de fondo plano, y aplicó los principios de similitud para relacionarlas con las características del flujo turbulento plenamente desarrollado sobre materiales uniformes de distintos tamaños y densidades.

Los resultados de sus experimentos los presentó en función de dos parámetros adimensionales (τ_* y R_*), expresados por

$$\tau_* = \frac{\tau_0}{(\gamma_S - \gamma)\, d} = \frac{\tau_0}{\gamma (S_S - 1)\, d} = \frac{\tau_0}{\rho\, g (S_S - 1)\, d} \tag{7.1}$$

$$R_* = \frac{\upsilon_* d}{\upsilon} \tag{7.2}$$

siendo

τ_* — número o parámetro adimensional de Shields
τ_0 — esfuerzo cortante (o tangencial) medio, producido por el flujo en el fondo o lecho. Se determina con la siguiente expresión

$$\tau_0 = \gamma R_H S_0 = \rho g R_H S_0 \tag{7.3}$$

Donde

γ_S — peso volumétrico de las partículas de suelo
γ — peso volumétrico del agua
ρ — densidad del agua
S_S — densidad relativa de las partículas de suelo = $\frac{\gamma_S}{\gamma}$
d — diámetro característico de las partículas del cauce, en m
R_* — número de Reynolds, asociado con la velocidad de fricción
v_* —velocidad de fricción, dada por

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \tag{7.4}$$

La curva media conocida comúnmente como curva de Shields (véase la figura 7.2) fue dada primero por Hunter Rouse y representa la condición crítica de arrastre o de transporte incipiente ($\tau_0 = \tau_C$), o sea τ_{*C} versus R_{*C}, siendo

$$\tau_{*C} = \frac{\tau_C}{(\gamma_S - \gamma) d} = \frac{\tau_C}{\gamma (S_S - 1) d} = \frac{\tau_C}{\rho g (S_S - 1) d} \tag{7.5}$$

$$R_{*C} = \frac{v_{*C} d}{\upsilon} \tag{7.6}$$

y

$$v_{*C} = \sqrt{\frac{\tau_C}{\rho}} \tag{7.7}$$

Así, un punto abajo de la curva representa las condiciones en donde no hay movimiento del material ($\tau_0 < \tau_C$), y cuando está encima de la curva, las condiciones de movimiento de material del fondo ($\tau_0 > \tau_C$). También se observa que existe una relación lineal, zona laminar, hasta un valor aproximado de $R_{*C} = 2$. Posteriormente, se identifica un tramo curvo, zona de transición con valor mínimo de $\tau_{*C} = 0.033$ y, al final, la zona turbulenta en el extremo derecho de la curva con una magnitud de $\tau_{*C} = 0.06$, para $R_{*C} \geq 500$.

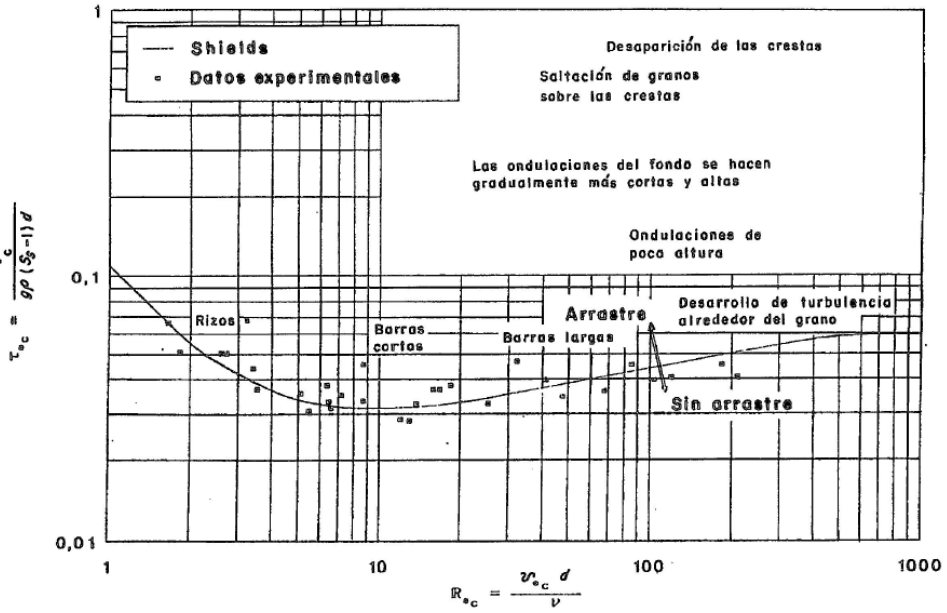


Figura 7.2 Curva de Shields, inicio del movimiento
(Tomada de *Hidráulica de Canales*, Sotelo, G. México, FI, UNAM, 2002)

Shields indicó también en su diagrama las zonas donde acontecen diferentes configuraciones o formas del fondo, las cuales se desarrollan gradualmente después de que se ha iniciado el transporte. En la figura 7.2 se observa, por ejemplo, que los rizos ocurren con valores pequeños de R_{*_C} y, en cambio, las barras largas tienen lugar con valores grandes de R_{*_C}.

Dado que el esfuerzo cortante no está explícito en el diagrama de Shields, porque al igual que el diámetro se encuentra en ambos ejes o parámetros, para la determinación de τ_C hay que proceder iterativamente por aproximaciones. Si se conocen los parámetros γ_s , γ, ρ, υ y d , el procedimiento sería el siguiente:

1. Suponer un valor de τ_{*_C} (se sugiere un valor inicial de 0.03), y obtener τ_C inicial; sustituyendo datos y despejando de la ecuación 7.5, es decir,

$$\tau_C = \tau_{*_C}(\gamma_s - \gamma)\, d = \tau_{*_C}\, \gamma (S_s\text{-}1)\, d = \tau_{*_C}\, \rho\, g\, (S_s\text{-}1)\, d \qquad (7.8)$$

2. Calcular el parámetro $v_{*C} = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$,

3. Determinar $R_{*C} = \frac{v_{*C}\, d}{\upsilon}$

4. Estimar el valor de τ_{*C}, de la curva Shields (figura 7.2)

5. Calcular τ_C, sustituyendo τ_{*C} (ecuación 7.8)

6. Si el τ_C (calculado) no coincide con el τ_C (inicial), se repite el procedimiento, iniciando con el valor calculado, hasta lograr que ambos valores sean iguales.

En lugar de utilizar la figura 7.2, García Flores (*Manual de Ingeniería de Ríos: Inicio de movimiento y acorazamiento, México, UNAM, 1997*) ajustó ecuaciones que describen la curva de Shields, y que facilitan o agilizan los cálculos que permiten estimar con buena precisión el parámetro de Shields, o el esfuerzo cortante crítico, según sea el caso.

La curva de la figura 7.2 se describe con la ecuación siguiente

Si: $1.6543 < R_{*C} < 600$

$$\tau_{*C} = \frac{0.0907}{R_{*C}^{\,0.9481}} + 0.0835 \exp -\left[\frac{26.1583}{R_{*C}}\right]^{0.3340} \qquad (7.9)$$

Si: $R_{*C} \geq 600$, entonces $\tau_{*C} = 0.06$

Varios investigadores han hecho contribuciones para comprobar la curva de Shields, modificarla o ampliarla, pero los experimentos de Yalin y Karahan en 1979 han sido los más completos. En ese sentido Yalin introdujo el siguiente parámetro adimensional

$$D_{*C} = \left[\frac{R^2_{*C}}{\tau_{*C}}\right]^{\frac{1}{3}} \qquad (7.10)$$

donde se tienen en cuenta las ecuaciones 7.5 y 7.6

$$D_{*C} = \left[\frac{(Ss-1)\,g}{\upsilon^2}\right]^{\frac{1}{3}} d \qquad (7.11)$$

Al eliminar τ_{*C} en la ecuación 7.10, queda establecida una relación única ahora entre τ_{*C} y D_{*C}, esto permite la determinación directa de τ_{*C}, ya que no interviene en el segundo parámetro.

La curva de Shields adaptada al nuevo parámetro D_{*C} se presenta en la figura 7.3, que permite conocer directamente el valor del esfuerzo tangencial crítico τ_C.

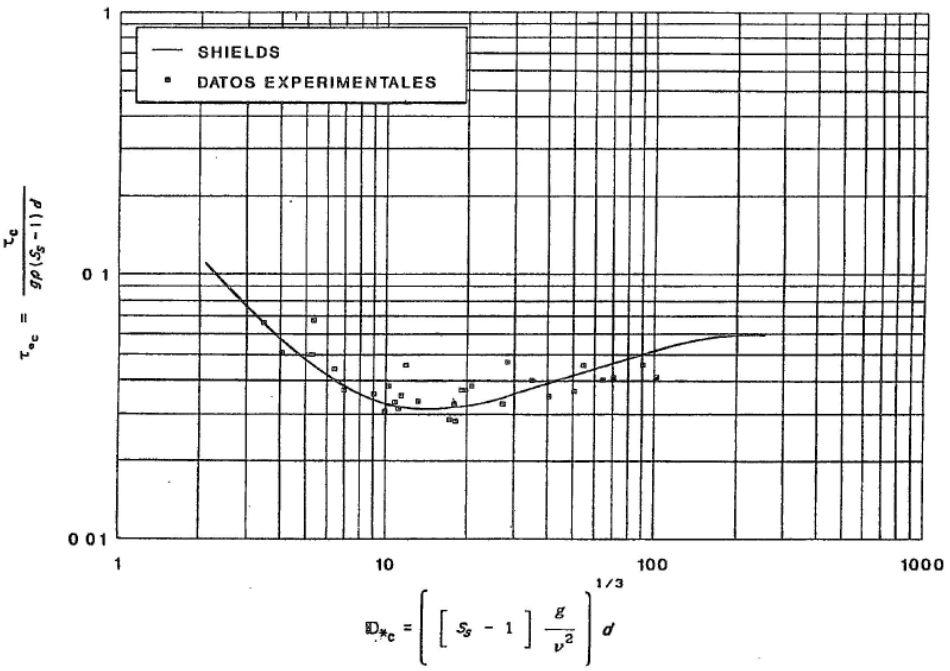


Figura 7.3 Curva de Shields, adaptada a los parámetros D^* y τ_{*C}, según Garcia Flores (Tomada de *Hidráulica de Canales*, Sotelo Ávila, Gilberto, México, FI, UNAM, 2002)

Las ecuaciones de García Flores, (*Manual de Ingeniería de Ríos: Inicio de movimiento y acorazamiento, México, UNAM, 1997*) que describen el comportamiento de la curva de la figura 7.3, se presentan a continuación

Si: $3.460007 < D_{*C} < 182.011861$

$$\tau_{*C} = \frac{0.2061}{D_{*C}^{0.9690}} + 0.0947\, exp - \left[\frac{44.6685}{D_{*C}}\right]^{0.5170} \tag{7.12}$$

SI $D_{*C} \geq 182.011861$, entonces $\tau_{*C} = 0.06$ (7.13)

7.1.3 Criterio de Straub

Straub obtuvo una curva para determinar el esfuerzo cortante crítico (o máximo) sin que exista arrastre de material. Según Straub, los esfuerzos cortantes críticos siempre son mayores que los obtenidos por Shields; las diferencias son mayores cuanto menor es el diámetro (d) representativo de la partícula.

La ecuación de ajuste obtenida por García Flores, para el cálculo de dicho esfuerzo es

$$\tau_C = 41.8\,(d)^{0.82} - 0.017 \ln (454\, d) \tag{7.14}$$

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Ejemplo 7.1. En el fondo de un cauce se encuentran arenas de tamaño uniforme, de diámetro d = 0.241 mm y densidad relativa S_s = 2.67. El agua es clara y tiene las siguientes propiedades en el sistema gravitacional (o técnico): ρ = 101.81 kgf*s^2/m^4; γ = 998.75 kgf/m^3; υ = 1.14X10^{-6} m^2/s.

Calcular el esfuerzo tangencial crítico en el cauce, de acuerdo con los siguientes criterios iterativos de:

a) Shields
b) Utilizando las ecuaciones ajustadas de García Flores

Solución

a) Criterio de Shields.

Si se supone un valor de τ_{*C} = 0.03, de la ecuación 7.8 se tiene

$$\tau_C = 0.03\,(998.75)(2.67\text{-}1)(0.000241) = 0.012\,\frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

La velocidad asociada al esfuerzo cortante se obtiene sustituyendo valores en la ecuación 7.7

$$v_{*C} = \sqrt{\frac{0.012}{101.81}} = 0.01\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El parámetro R_{*C} se determina al sustituir en la ecuación 7.6

$$R_{*C} = \frac{0.01\,(0.000241)}{(1.14\ X\ 10^{-6})} = 2.11$$

Este valor de R_{*C} se localiza en el eje de las abscisas de la figura 7.2, se traza una vertical hasta tocar la curva de Shields y, en el eje de las ordenadas, se lee un valor aproximado de τ_{*C}=0.051.

Se sustituye en la ecuación 7.8 y se calcula el esfuerzo cortante crítico, es decir,

$$\tau_C = 0.051(998.75)(2.67-1)(0.000241) = 0.0205 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Como el esfuerzo cortante crítico calculado es diferente al supuesto, tiene que repetirse el procedimiento, iniciándose este con el valor de 0.0205 kgf/m^2. En la tabla 7.1 se presenta el resumen de las iteraciones efectuadas para lograr la igualdad de los esfuerzos.

Tabla 7.1 Algoritmo para el cálculo del esfuerzo cortante crítico, utilizando el diagrama de Shields

τ_C (kgf/m^2)	v_{*c} (m/s)	R_{*c}	τ_{*C} (figura 7.2)	τ_C calculado (ec. 7.8, kgf/m^2)
0.01200	0.0100	2.11	0.051	0.02050
0.02050	0.01419	3.00	0.041	0.01648
0.01648	0.01272	2.68	0.045	0.01809
0.01809	0.01330	2.81	0.043	0.01728
0.01728	0.01300	2.75	0.042	0.01690
0.01690	0.01290	2.73	0.042	**0.01690**

De la tabla anterior, se obtiene

$$T_C = 0.0169 \text{ kgf/m}^2$$

b) Solución utilizando las ecuaciones ajustadas de García Flores.

El procedimiento sería el siguiente:

Con el valor supuesto de $\tau_{*C} = 0.03$, del inciso anterior se obtuvo: $\tau_C = 0.012$ kgf/m^2, $v_{*C} = 0.01$ m/s, $R_{*C} = 2.11$.

Sustituyendo datos en la ecuación 7.9, propuesta por García Flores

$$\tau_{*C} = \frac{0.0907}{(2.11)^{0.9481}} + 0.0835\, exp - \left[\frac{26.1583}{2.11}\right]^{0.3340} = 0.0529$$

y de la ecuación 7.8, el esfuerzo cortante crítico vale

$$\tau_C = 0.0529\,(998.75)(2.67-1)(0.000241) = 0.02126\ \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Al comparar los esfuerzos críticos, se observa que estos son diferentes y, por lo tanto, habrá que repetir el procedimiento. El algoritmo se reinicia con $\tau_C = 0.02126$ kgf/m^2 como valor supuesto.

En la tabla 7.2 se muestran las iteraciones para lograr la igualdad de esfuerzos.

Tabla 7.2 Algoritmo para el cálculo del esfuerzo cortante crítico, utilizando las ecuaciones ajustadas de García Flores

τ_C (kgf/m^2)	v_{*C} (m/s)	R_{*C}	τ_{*C} (ecuación 7.9)	τ_C calculado (ec. 7.8, kgf/m^2)
0.01200	0.0100	2.110	0.0529	0.02126
0.02126	0.0144	3.044	0.0423	0.01700
0.01700	0.0129	2.730	0.0449	0.01800
0.01800	0.0133	2.810	0.0442	0.01770
0.01770	0.0132	2.786	0.0444	0.01780
0.01780	0.0132	2.795	0.0443	**0.01780**

Por lo tanto, el esfuerzo cortante crítico es

$$T_C = 0.0178\ \text{kgf/m}^2$$

Se observa que los resultados, con los dos criterios aplicados, prácticamente son los mismos.

Ejemplo 7.2. En el fondo de un cauce se encuentran arenas de tamaño uniforme, de diámetro $d = 0.2$ mm y densidad relativa $S_S = 2.68$. El agua es limpia y tiene las siguientes propiedades en el sistema internacional: $\rho = 998.75\ kg_m / m^3$, $\upsilon = 1.14 \times 10^{-6}\ m^2 / s$.

Utilizando el procedimiento directo, determinar el esfuerzo tangencial crítico en el cauce, de acuerdo con la curva de Shields adaptada.

Solución

Se calcula el parámetro D^*c de la ecuación 7.11

$$D_{*C} = \left[\frac{(2.68-1)9.81}{(1.14 \times 10^{-6})^2}\right]^{\frac{1}{3}} (0.0002) = 4.656$$

de acuerdo con este valor, la ecuación 7.12 es aplicable, y resulta

$$\tau_{*C} = \frac{0.2061}{(4.656)^{0.969}} + 0.0947\ exp - \left[\frac{44.6685}{4.656}\right]^{0.517} = 0.05018$$

Por lo tanto, de la ecuación 7.8, con $\gamma = \rho\, g = 998.75\,(9.81) = 9797.74\ N/m^3$ y $\gamma_S = 9797.74\,(2.68) = 26\,257.94\ N/m^3$

$$\tau_C = 0.05018\,(26257.94 - 9797.74)(0.0002) = 0.165\ \frac{N}{m^2} = 0.165\ Pa$$

Ejemplo 7.3. Un canal rectangular ($b = 10$ m, $y = 1.5$ m) con fondo arenoso presenta las siguientes características: $d = d_{75} = 2$ mm; densidad relativa $S_S = 2.65$; el canal conduce agua con un gasto $Q = 6\ m^3/s$, peso volumétrico $\gamma = 1\,000\ kgf/m^3$ y viscosidad $\upsilon = 1.0X10\text{-}6\ m^2/s$. Calcular:

a) El esfuerzo cortante crítico y el número de Reynolds correspondiente. Utilizar el procedimiento directo.

b) La pendiente del canal y revisar si existe o no arrastre de fondo.

Solución

a) Se calcula el parámetro adimensional D_{*c} con la ecuación 7.11

$$D_{*C} = \left[(2.65 - 1)\frac{9.81}{(1.0 \times 10^{-6})^2}\right]^{\frac{1}{3}}(0.002) = 50.54$$

con este valor, la ecuación 7.12 es aplicable, y resulta

$$\tau_{*C} = \frac{0.2061}{(50.54)^{0.969}} + 0.0947\, exp - \left[\frac{44.6685}{50.54}\right]^{0.517} = 0.0417$$

de la ecuación 7.8, el esfuerzo cortante crítico es

$$\tau_C = 0.0417\,(2\,650\text{-}1\,000)(0.002) = 0.1376\,\frac{kgf}{m^2}$$

La velocidad de fricción asociada a dicho esfuerzo, ecuación 7.7, es

$$\upsilon_{*C} = \sqrt{\frac{0.1376}{101.94}} = 0.03674\,\frac{m}{s}$$

y el número de Reynolds asociado al esfuerzo cortante crítico, de la expresión 7.6, resulta

$$R_{*C} = \frac{0.03674\,(0.002)}{(1.0\,X\,10^{-6})} = 73.48$$

b) Pendiente del canal

El coeficiente de rugosidad, según el criterio de Lane y Carlson (expresión 2.15d) es

$$n = 0.0152\,(2)^{\frac{1}{6}} = 0.017$$

Los elementos geométricos son: $A = 10\,(1.5) = 15\ m^2$; $P = 10+2(1.5) = 13\ m$; y $R_H = 15/13 = 1.154\ m$.

La velocidad media es $V = 6/15 = 0.40\ m/s$, y de la ecuación de Manning, la pendiente resulta

$$S_0 = \left[\frac{0.40\,(0.017)}{(1.154)^{2/3}}\right]^2 = 0.000038$$

El esfuerzo tangencial medio, ecuación 7.3, producido por el flujo en el fondo, vale

$$\sigma_0 = \tau_0 = 1\,000\,(1.154)(0.000038) = 0.0438\,\frac{kgf}{m^2}$$

La densidad relativa $S_S = \frac{\gamma_s}{\gamma} = 2.65$ y entonces el peso volumétrico de las partículas es $\gamma_s = 2650\,\frac{kgf}{m^3}$.

Por lo tanto, de la ecuación 7.1, el parámetro de Shields resulta

$$\tau_* = \frac{0.0438}{(2\,650 - 1\,000)(0.002)} = 0.01327$$

Como $\tau_* < \tau_{*C}$ (figura 7.2), este valor garantiza la ausencia de arrastre sin que haya necesidad de calcular el parámetro adimensional R_{*}, para llegar a esta conclusión. Por lo tanto,

NO HAY ARRASTRE DE FONDO

Ejemplo 7.4. Un cauce arenoso de sección aproximadamente rectangular (b = 40 m), transporta agua limpia (γ = 1 000 kgf/m^3, ρ =101.94 kgf*s^2/m^4, υ = 1.00 x 10^{-6} m^2/s) y presenta las siguientes características: S_S = 2.65, $d = d_{65}$ = 0.9 cm, y = 2 m y S_0 = 0.0013.

a) Determinar el gasto que circula y analizar si existe o no arrastre de fondo para esas condiciones de flujo.
b) Calcular $y_{MÁX}$ y $Q_{MÁX}$ para que no haya arrastre de material.

Solución

a) El parámetro D_{*c}, de la ecuación 7.11, es

$$D_{*C} = \left[(2.65 - 1)\frac{9.81}{(1.0\ x\ 10^{-6})^2}\right]^{\frac{1}{3}}(0.009) = 227.43 > 182.011861$$

por lo tanto, de acuerdo con la curva de Shields, adaptada al nuevo parámetro D_{*c} se tiene que parámetro τ_{*C} = 0.06, lo anterior de acuerdo con la expresión 7.13 y figura 7.3.

Por otro lado, de la expresión 7.8, el esfuerzo cortante crítico es

$$\tau_C = 0.06\,(2\,650\text{-}1\,000)(0.009) = 0.891\,\frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

El coeficiente de rugosidad (n), con el criterio de Strickler (expresión 2.15 c) es

$$n = 0.0133\,(9)^{\frac{1}{6}} = 0.0192$$

Los elementos geométricos: A = 40 (2) = 80 m^2; P = 40+2(2) = 44 m; R_H = 80/44 = 1.818 m, y la velocidad media

$$V = \frac{1}{0.0192}(1.818)^{\frac{2}{3}}(0.0013)^{\frac{1}{2}} = 2.80\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

y el gasto

$$Q = VA = 2.80\,(80) = 224\,\frac{m^3}{s}$$

El esfuerzo tangencial medio producido por el flujo en el fondo del canal, de la expresión 7.3 es

$$\tau_0 = 1\,000\,(1.818)(0.0013) = 2.36\,\frac{kgf}{m^2}$$

y la velocidad de fricción (expresión 7.4), asociada a dicho esfuerzo, vale

$$v_* = \sqrt{\frac{2.36}{101.94}} = 0.152\,\frac{m}{s}$$

El número de Reynolds,

$$R_* = \frac{0.152\,(0.009)}{(1.0\,X\,10^{-6})} = 1368$$

Como $R_* > 500$, el flujo en el lecho del cauce se encuentra en la zona turbulenta.

El parámetro de Shields (expresión 7.1), resulta

$$\tau_* = \frac{2.36}{(2\,650 - 1\,000)(0.009)} = 0.159$$

finalmente, al comparar los parámetros se tiene

$\tau_* = 0.159 > \tau_{*C} = 0.06$, se concluye que si hay arrastre de fondo.

b) Para que no exista arrastre de material, en el límite se debe cumplir que el esfuerzo tangencial medio sea igual al esfuerzo cortante crítico, es decir,

$$\tau_C = 0.891 = 1\,000\,R_{H\,máx}\,(0.0013)$$

Por lo que, el radio hidráulico máximo debe ser $R_{H\,máx} = 0.685$ m; entonces, de la definición de radio hidráulico se tiene

$$R_{H\,máx} = \frac{40\,(y_{máx})}{40+2\,(y_{máx})} = 0.685 \text{ m}$$

cuya solución resulta para un tirante $y_{máx} = 0.71$ m; con un área hidráulica $A = 40(0.71) = 28.4$ m^2, que corresponde a un gasto máximo de

$$Q_{máx} = \frac{28.4\,(0.685)^{\frac{2}{3}}}{0.0192} = (0.0013)^{\frac{1}{2}} = 41.44\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Ejemplo 7.5. Un canal trapecial (b=25 m; k=1.5) con fondo constituido por material arenoso con $d_m = d_{50} = 1.5$ mm, $S_s = 2.65$, pendiente $S_0 = 0.0001$ y coeficiente de rugosidad $n = 0.03$.

De acuerdo con el criterio de Straub, estimar el gasto máximo que puede pasar por el canal, sin que exista arrastre de material.

Solución

De la ecuación 7.14, el esfuerzo cortante crítico (o máximo) es

$$\tau_C = 41.8\,(0.0015)^{0.82} - 0.017\,\ln\,[454\,(0.0015)] = 0.2085\,\frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Al igualar el esfuerzo anterior con el esfuerzo tangencial medio producido por el flujo en el fondo o lecho, expresión 7.3:

$$\tau_0 = \tau_c = 0.2085 = \gamma(R_h)\,S_0 = 1\,000\,(R_h)(0.0001)$$

despejando el radio hidráulico $R_h = 2.085$ m.

Al resolver por aproximaciones el tirante, entonces el área hidráulica y perímetro mojado asociados al radio hidráulico anterior, con $A = 25^{*}y + 1.5^{*}y^2$, y $P = 25 + 3.605\,(y)$. La tabla 7.3 presenta el resumen de cálculo correspondiente.

Tabla 7.3 Cálculo del tirante para un radio hidráulico determinado

y (m)	A (m^2)	P (m)	R_h (m)
2.00	56.00	32.21	1.738 < 2.085
2.50	71.87	34.01	2.110 > 2.085
2.46	70.57	33.87	2.083 ≈ 2.085

el gasto máximo, de la ecuación de Manning resulta:

$$Q_{máx} = \frac{70.57\,(2.083)^{\frac{2}{3}}}{0.03} = (0.0001)^{1/2} = 38.35\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

PROBLEMA TIPO EXAMEN EXTRAORDINARIO

Notas:

1.- Anexar en la solución: la ***memoria y hojas de cálculo completas y en orden***.

2.- ***Utilizar el método de incrementos finitos (paso directo)*** para el cálculo de los perfiles de flujo gradualmente variado.

Problema 1. Un canal trapecial trabaja con dimensiones que corresponden a la de sección de máxima eficiencia hidráulica, para conducir un gasto Q = 35 m^3/s con V =1.50 m/s, y coeficiente n (Manning) = 0.017. Calcule: ancho (b, en m), tirante (y, en m), pendiente (S_0), número de Froude y tipo de régimen (subcrítico, crítico o supercrítico) para la sección indicada. **(1.50 PTS)**

Problema 2. Un canal trapecial (b = 4.50 k, k = 2) tiene una pendiente S_0 = 0.001, y se encuentra excavado en grava limpia poco angulosa con d_{75} = 35 mm.

Con el criterio de la fuerza tractiva, calcular el gasto máximo ($Q_{MÁX}$, en m^3/s) que puede conducir el canal sin que exista erosión en el canal. **(1.50 PTS)**

Problema 3. En un canal rectangular se instaló un aforador cuya geometría se indica en la figura 1. Con base en la información proporcionada, despreciando pérdidas de energía, calcular:

a) El gasto que circula (Q, en m3/s).

b) El ancho (b1 = b3, en m) del canal.

c) Represente en el diagrama "E-y" las condiciones en las secciones 1, 2 y 3

(2.00 PTS)

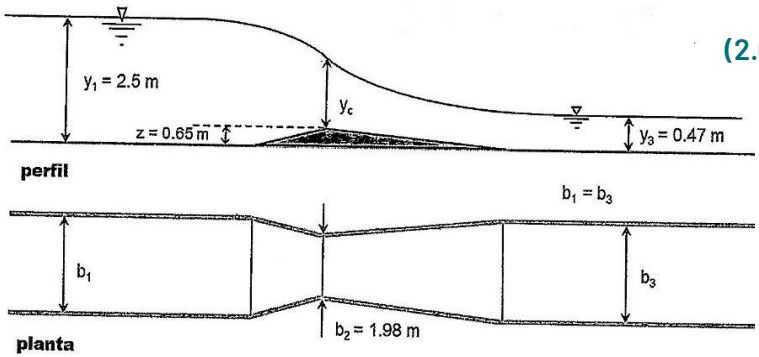


Figura 1

Problema 4. El canal rectangular (ancho $b = 6$ m) de la figura 2 está formado por dos tramos de distintas pendientes con longitudes suficientes como para normalizar el flujo y coeficiente de rugosidad $n = 0.019$ (*Manning*). Para un gasto $Q = 20$ m^3/s, la carga en el vertedor $h_v = 1.40$ m; esto es, se presenta un tirante $y_2 = 2.90$ m, y el tirante a la entrada del canal es el crítico $y_1 = y_c$. Calcular:

a) La totalidad de los perfiles del flujo, análisis completo en los tramos 1 y 2. En caso de existir salto hidráulico, determinar su longitud. **(3.50 PTS)**

b) Dibujar y clasificar claramente los ***perfiles definitivos*** que se presentan en cada tramo, indicando las direcciones de cálculo para cada uno de ellos. **(1.50 PTS)**

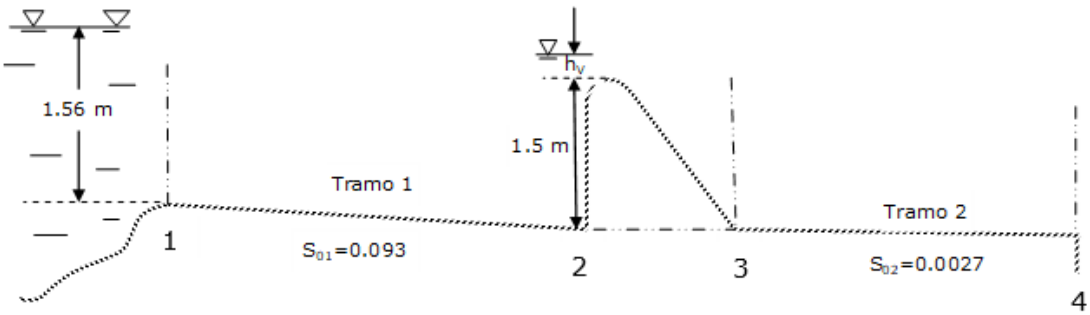


Figura 2

PROBLEMA TIPO EXAMEN EXTRAORDINARIO

Notas:

1. Anexar en la solución: la ***memoria y hojas de cálculo completas y en orden***.
2. ***Utilizar el método de incrementos finitos (paso directo)*** para el cálculo de los perfiles de flujo gradualmente variado.

Problema 1. El canal trapecial, cuyo perfil se presenta en la figura 1, tiene un ancho $b = 7$ m y taludes $k = 1.5$; se estima que la pérdida de energía en el tramo de análisis sea $hr_{1\text{-}2} = 2$ m.

Calcular el gasto y tipo de régimen (subcrítico, crítico, o supercrítico) en las secciones 1 y 2. **(1.50 PTS)**

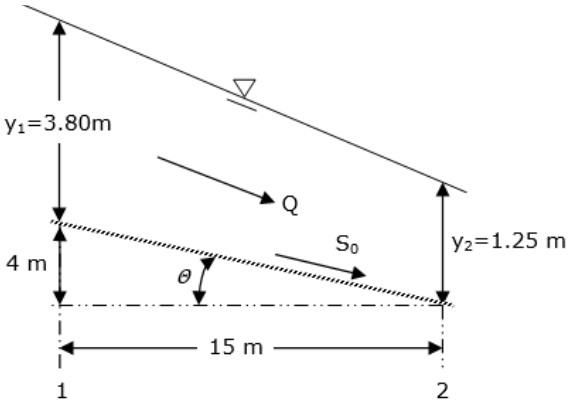


Figura 1

Problema 2. Con el criterio de la fuerza tractiva, revisar si son aceptables o no las dimensiones de un canal trapecial ($b = 2.5$ m, $y = 1.65$ m, $K = 1.5$), con pendiente $S_0 = 0.0006$, excavado en un material poco angular con d_{75}=40 mm. **(1.50 PTS)**

Problema 3. Un canal rectangular de 6 m de ancho lleva un caudal de 60 m^3/s con un tirante de 3 m. Existe una transición hacia una sección trapecial con el mismo ancho de plantilla y taludes 2:1, incluido un descenso gradual de la plantilla de 50 cm, figura 2.

Despreciando pérdidas de energía, locales y fricción, calcular el tirante en la sección trapecial. Represente el problema y la solución en el diagrama E-y. **(2.00 PTS)**

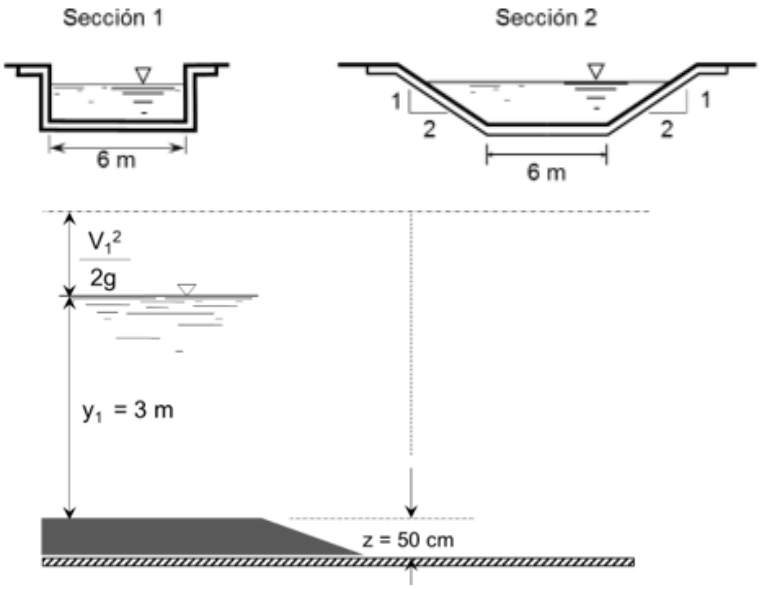


Figura 2

Problema 4. Un canal rectangular de 6 m de ancho transporta agua con un gasto de 17 m^3/s, coeficiente de rugosidad n = 0.014 (*Manning*) y consta de dos tramos (L_1 y L_2) de gran longitud como para normalizar el flujo, S_0 = 0.001, según se muestra en la figura 3.

La compuerta funciona con descarga libre; considere la siguiente información: coeficiente de contracción C_c = 0.60, coeficiente de gasto C_d = 0.59 y ley de descarga de la compuerta:

$$Q = C_d(a)(b)\sqrt{2\,g\,y_0}$$

donde:

- a - abertura de la compuerta, en m
- b - ancho de la compuerta = ancho del canal rectangular, en m
- y_0 - tirante aguas arriba de la compuerta, en m

a) Clasificar tipo de pendientes y calcular la totalidad de los perfiles de flujo gradualmente variado a lo largo de todo el canal, así como las longitudes L_1 y L_2 en m. En caso de que se presente un salto hidráulico, obtener la longitud (*Lj* en m)

(3.50 PTS)

b) Calcular la carga H (en *m*) en el almacenamiento; considere un coeficiente de pérdida por entrada $K_e = 0.25$ **(0.50 PTO)**

c) Dibujar y clasificar claramente los perfiles definitivos que se presentan en cada tramo, indicando las direcciones de cálculo para cada uno de ellos.

(1.00 PTO)

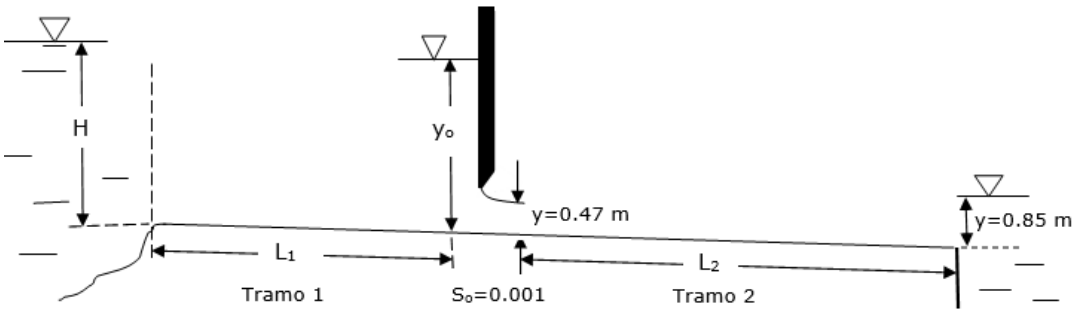


Figura 3

BIBLIOGRAFÍA

1. CHOW Ven Te. (1983). *Hidráulica de canales abiertos*, 2.ª. impresión. México: Mc. Graw Hill.

2. Comisión Federal de Electricidad, Instituto de Investigaciones Eléctricas, Tomo A.2.9, "Escurrimiento a Superficie Libre", México, 1980.

3. Comisión Federal de Electricidad, Instituto de Investigaciones Eléctricas, tomo A.2.11, "Hidráulica Fluvial", México, 1981.

4. GARCÍA FLORES, Manuel, Maza Álvarez, J. A. (1997). "Manual de ingeniería de ríos: Inicio de movimiento y acorazamiento", número 592. México: Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ingeniería.

5. GARDEA VILLEGAS, Humberto. (2012). *Problemas de examen de Hidráulica de canales*. México: Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería.

6. SOTELO ÁVILA, Gilberto. (2002). *Hidráulica de canales.* México: Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería.

7. _____. (1997). *Apuntes de Hidráulica II*. México: Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería.

udae
PUBLICACIONES FI

GUÍA DE ESTUDIO PARA PRESENTAR EXAMEN EXTRAORDINARIO DE LA ASIGNATURA HIDRÁULICA DE CANALES

se publicó digitalmente en el repositorio de la Facultad de Ingeniería en septiembre de 2026. Primera edición electrónica de un ejemplar (6 MB) en formato PDF.

El cuidado de la edición y diseño estuvieron a cargo de la Unidad de Apoyo Editorial de la Facultad de Ingeniería. La familia tipográfica utilizada fue Source Serif Pro para títulos y textos con sus respectivas variantes.