



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Control de vibraciones por carga
vehicular de un puente atirantado**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Civil

P R E S E N T A

Mario Daniel García Islas

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Raúl Sanchez García



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2026



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Titulación con trabajo escrito)**



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado CONTROL DE VIBRACIONES POR CARGA VEHICULAR DE UN PUENTE ATIRANTADO que presenté para obtener el título de INGENIERO CIVIL es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

MARIO DANIEL GARCIA ISLAS
Número de cuenta: 317067781

Dedicatorias y agradecimientos

A mis padres, por darme la vida, por su amor, su apoyo constante y ejemplo de fortaleza.

A mi familia, por su apoyo incondicional, sabiduría y valiosos consejos.

A mi asesor, por su guía, dedicación y valiosas enseñanzas, que enriquecieron este trabajo.

Y a mí, por la actitud, determinación y decisión de hacerlo posible.

Tabla de contenido

Resumen	VII
Abstract	VIII
Lista de Figuras	IX
Lista de Tablas	XII
Introducción.....	1
Objetivos y alcances	1
Objetivo general	1
Objetivos específicos	1
Hipótesis.....	2
Alcances	2
1 Vibración y sistemas de control en puentes.....	3
1.1 Sismo	3
1.2 Viento	4
1.3 Carga Vehicular	6
1.4 Vibración ambiental	7
1.5 Dinámica estructural.....	8
1.5.1 Movimiento periódico	8
1.5.2 Movimiento armónico simple.....	9
1.5.3 Oscilaciones amortiguadas	11
1.5.4 Ley de decaimiento exponencial.....	11
1.6 Sistemas de control	13
1.6.1 Ecuación de movimiento	14
1.6.2 Masas sólidas sintonizadas	15
1.6.3 Masas líquidas	16
1.6.4 Amortiguadores viscosos.....	16
1.6.5 Disipadores histeréticos	17
1.6.6 Aisladores de base	18
2 Descripción de la estructura	20
2.1 Descripción de la geometría estructural.....	20
2.2 Materiales	26
3 Estado actual de vibraciones del Puente El Carrizo	27
3.1 Vibración ambiental del puente “El Carrizo”	27
3.2 Vibración por carga vehicular	27
4 Modelo numérico	32
4.1 Descripción del Modelo 3D.....	32
4.2 Análisis por carga muerta	33
4.3 Análisis modal	33
4.4 Simulación de carga viva (TH).....	36
4.5 Frecuencia de oscilación vertical por carga vehicular	38
5 Diseño y modelado del TMD.....	40

5.1	Aproximación al diseño óptimo de TMD	40
5.2	Criterios clásicos de optimización de TMD	40
5.2.1	Formulación de Den Hartog	41
5.2.2	Criterio de la norma H_{∞}	41
5.2.3	Criterio de la norma H_2	42
5.3	Obtención de parámetros óptimos para el TMD a partir del criterio de la norma H_{∞} y Den Hartog	43
5.3.1	Amortiguamiento del tablero del puente “El Carrizo”	43
5.3.2	Cálculo de parámetros óptimos del TMD	45
5.4	Modelamiento del TMD	46
6	Resultados	48
6.1	Aceleraciones	48
6.1.1	Evento E2	48
6.1.2	Evento E5	49
6.2	Desplazamientos	50
6.2.1	Evento E2	50
6.2.2	Evento E5	52
7	Conclusiones.....	53
	Bibliografía	55
	Anexos	57
	Lista de abreviaciones.....	57
	Lista de principales símbolos y variables	58

Resumen

En las últimas décadas, el control de vibraciones en puentes ha cobrado relevancia debido a la creciente esbeltez de las estructuras y al aumento del tránsito vehicular. Estas vibraciones, aunque en muchos casos no comprometen directamente la seguridad estructural, sí pueden afectar la comodidad de los usuarios, el desempeño funcional de la obra y acelerar procesos de deterioro. Los puentes atirantados, por su geometría y flexibilidad, son especialmente susceptibles a este tipo de comportamientos dinámicos.

El presente trabajo se enfoca en el análisis del puente atirantado “El Carrizo”, una estructura real que presenta aceleraciones y desplazamientos verticales no deseados bajo carga vehicular. Para comprender y mitigar estos efectos, se desarrolló un modelo numérico tridimensional del puente en el software SAP2000, calibrado con estudios de vibración ambiental previamente realizados. A través de este modelo se llevaron a cabo análisis modales y simulaciones tiempo-historia con distintos escenarios de carga viva.

Como medida de control, se propuso la implementación de un sistema TMD (amortiguador de masa sintonizado), diseñado con base en los criterios de optimización clásicos de Den Hartog y la norma H_{∞} . Este dispositivo fue modelado e incorporado al análisis para evaluar su efectividad en la reducción de la respuesta dinámica del tablero.

La tesis se estructura en tres bloques principales que abordan de forma integral el fenómeno vibratorio y su solución. El primer bloque presenta una revisión teórica detallada sobre las vibraciones inducidas por cargas externas. Se analizan los principios fundamentales de dinámica estructural, los efectos del movimiento periódico y amortiguado, y se exponen los distintos tipos de sistemas de control pasivo utilizados en ingeniería estructural, entre ellos los amortiguadores de masa sintonizada (TMD).

El segundo bloque se centra en el análisis del puente atirantado “El Carrizo”, abordando su configuración geométrica, características estructurales y materiales constituyentes. Se incluyen también los antecedentes del comportamiento dinámico de la estructura, sustentados por estudios de vibración ambiental realizados previamente, los cuales sirvieron como base para calibrar el modelo numérico. Este modelo tridimensional fue desarrollado en SAP2000, permitiendo simular con precisión las condiciones reales del puente y evaluar su respuesta frente a diferentes escenarios de carga viva.

El tercer bloque aborda el diseño, modelado y evaluación del sistema TMD como estrategia de control estructural. Se incluyen los fundamentos teóricos utilizados para la determinación de los parámetros óptimos del TMD, aplicando tanto el criterio clásico de Den Hartog como la formulación basada en la norma H_{∞} . Posteriormente, el dispositivo es incorporado al modelo del puente y se analizan los efectos que tiene sobre las aceleraciones y desplazamientos verticales generados por el paso de vehículos. Los resultados obtenidos muestran una disminución notable en la magnitud de estas respuestas dinámicas, validando la implementación del TMD como una solución técnica viable, eficiente y de gran potencial para futuras aplicaciones en estructuras similares.

Abstract

In recent decades, vibration control in bridges has gained relevance due to the increasing slenderness of structures and the growing volume of vehicular traffic. These vibrations, while not always compromising structural safety, can affect user comfort, reduce functional performance, and accelerate deterioration processes. Cable-stayed bridges, due to their geometry and flexibility, are particularly susceptible to this type of dynamic behavior.

This work focuses on the analysis of the “El Carrizo” cable-stayed bridge, a real structure that exhibits undesired vertical accelerations and displacements under vehicular loads. To understand and mitigate these effects, a three-dimensional numerical model of the bridge was developed using SAP2000, calibrated with previously conducted ambient vibration studies. Modal analyses and time-history simulations under various live load scenarios were performed through this model.

As a control measure, the implementation of a TMD (Tuned Mass Damper) system was proposed, designed based on the classical optimization criteria of Den Hartog and the H_∞ norm. This device was modeled and incorporated into the structural analysis to evaluate its effectiveness in reducing the deck’s dynamic response.

The thesis is structured into three main sections that comprehensively address the vibratory phenomenon and its solution. The first section provides a detailed theoretical review of vibrations induced by external loads, covering the fundamentals of structural dynamics, periodic and damped motion, and various passive control systems, with a particular focus on TMDs.

The second section analyzes the “El Carrizo” bridge, including its geometric configuration, structural features, and materials. It also reviews the structure’s dynamic behavior, supported by previous ambient vibration studies used to calibrate the numerical model. The 3D model was developed in SAP2000 to simulate real operating conditions and evaluate the response under live loads.

The third section covers the design, modeling, and evaluation of the TMD system as a structural control strategy. Theoretical foundations for optimal parameter selection are included, applying both Den Hartog’s approach and the H_∞ norm. The device was then integrated into the bridge model to analyze its impact on reducing dynamic accelerations and displacements caused by traffic. The results show a significant improvement in the bridge’s dynamic performance, validating the TMD as a technically effective and feasible solution for similar structures.

Lista de Figuras

Figura 1.1 Falla por sismo en puente. (Priestley, Seible, & Calvi, 1996).....	4
Figura 1.2 Perfil de velocidad y turbulencia del viento	5
Figura 1.3 Maqueta para el modelo aeroelástico integral. A) Situación de servicio. B) Situación de construcción. (Ramos Gutiérrez, et al., 2016)	6
Figura 1.4 Prueba de carga en el viaducto sobre el Río Ulla, 23 de marzo de 2011. (flickr, 2011)	7
Figura 1.5 Onda de oscilación. Tomado de (PNGWING, S.F.)	9
Figura 1.6 Gráfica $x-t$ para el MAS con $\phi = 0$. (Young & Freedman, 2018).....	10
Figura 1.7 Gráfica de oscilador con poco amortiguamiento y ángulo de fase $\phi = 0$. (Young & Freedman, 2018)	12
Figura 1.8 Efectos del amortiguamiento sobre la vibración libre. (Chopra, 2014).....	14
Figura 1.9 Vibración libre de sistemas con cuatro niveles de amortiguamiento: $\zeta = 2, 5, 10$ y 20% . (Chopra, 2014). Tomar en cuenta que $\xi = \zeta$	14
Figura 1.10 Amplitud de vibraciones con y sin TMD. (GERB, S.F.).....	15
Figura 1.11 Esquema de amortiguador de masas liquidas. (UNAL, 2022).	16
Figura 1.12 Vibración libre de un sistema con fricción de Coulomb. (Chopra, 2014)	17
Figura 1.13 Modelo esquemático de un amortiguador viscoso. (Álvarez et al., 2023).....	17
Figura 1.14 Dispositivo histérico "TADAS" compuesto de placas paralelas. (Carlos, 2015)	18
Figura 1.15 Comparación de respuesta sísmica de edificio sin aislación y edificio con aislamiento. (Corporación de Desarrollo Tecnológico - Cámara Chilena de la Construcción, 2011)	19
Figura 2.1 Ubicación del puente “El Carrizo” marcado en el mapa de la República	20
Figura 2.2 Vista de perfil del puente “El Carrizo”	21
Figura 2.3 Sección transversal Pila No. 2. [cm]	22
Figura 2.4 Vista de perfil Pila No. 2. [cm]	22
Figura 2.5 Tablero (Sección Básica). [cm]	23
Figura 2.6 Sección transversal del tablero en Pila No. 2. [cm]	23
Figura 2.7 Tablero (Sección con anclaje). [cm]	23
Figura 2.8 Sección transversal mínima Pila No.3. [cm]	24
Figura 2.9 Sección transversal máxima Pila No.3. [cm]	24

Figura 2.10 Vista de perfil del tablero principal y la Pila No. 3	25
Figura 2.11 Sección transversal Pila No. 3. [cm]	25
Figura 3.1 Equipo de vibración. (Gómez Martínez, y otros, 2013)	28
Figura 3.2 Camión T3-S2-R4	28
Figura 3.3 Camión T3-S3	28
Figura 3.4 Configuración de acelerómetros en la superestructura del puente “El Carrizo”	29
Figura 3.5 Evento E2. Punto "26"	29
Figura 3.6 Evento E5. Punto "24"	30
Figura 3.7 Evento E2. Punto "24"	30
Figura 3.8 Evento E5. Punto "26"	30
Figura 4.1 Vista tridimensional del Modelo 3D	33
Figura 4.2 Primero 8 modos de vibrar de la estructura, correspondiente a la Tabla 5.1	35
Figura 4.3 Evento E2. Punto "26"	36
Figura 4.4 Evento E5. Punto "24"	37
Figura 4.5 Evento E2. Punto "24"	37
Figura 4.6 Evento E5. Punto "26"	37
Figura 4.7 Frecuencias. Evento E2. Punto "24"	38
Figura 4.8 Frecuencias. Evento E2. Punto "26"	39
Figura 4.9 Frecuencias. Evento E5. Punto "24"	39
Figura 4.10 Frecuencias. Evento E5. Punto "26"	39
Figura 5.1 Modelo TMD en el punto “24”	46
Figura 5.2 Modelo TMD en el punto “26”	46
Figura 5.3 Vista de perfil del puente con el sistema TMD	47
Figura 6.1 Comparativa de historia de aceleración del evento E2 en el Punto 26	48
Figura 6.2 Comparativa de historia de aceleración del evento E2 en el Punto 24	49
Figura 6.3 Comparativa de historia de aceleración del evento E5 en el Punto 24	49
Figura 6.4 Comparativa de historia de aceleración del evento E5 en el Punto 26	50
Figura 6.5 Comparativa de historia de desplazamiento del evento E2 en el Punto 26	51

Figura 6.6 Comparativa de historia de desplazamiento del evento E2 en el Punto 26	51
Figura 6.7 Comparativa de historia de desplazamiento del evento E5 en el Punto 26	52
Figura 6.8 Comparativa de historia de desplazamiento del evento E5 en el Punto 24	52

Lista de Tablas

Tabla 2.1 Materiales estructurales del puente "El Carrizo" con sus secciones correspondientes	26
Tabla 3.1 Periodos de vibración del estudio de vibración ambiental (Gómez et al., 2021).....	27
Tabla 3.2 Dirección y velocidad de los vehículos observados durante cada evento.....	29
Tabla 4.1 Periodos y frecuencias de vibrar del Modelo 3D.....	34
Tabla 4.2 Comparativa de periodos y modos de vibrar	36
Tabla 5.1 Valores del evento E2. Puntos 24 y 26	43

Introducción

Para garantizar la seguridad y el correcto desempeño de los puentes durante su vida útil, es fundamental revisar los niveles de vibraciones u oscilaciones que se puedan presentar debido a las cargas variables con el tiempo (p. ej. sismo, viento, carga vehicular, impactos, etc.), ya que se pueden provocar no solo problemas de confort peatonal, sino también problemas de fatiga e incluso colapso parcial o total del puente debido a oscilaciones auto excitadas. Por las características de los puentes atirantados, su gran flexibilidad y bajo amortiguamiento, son altamente susceptibles a las vibraciones provocadas por las cargas actuantes durante su vida útil.

En particular, el puente Carrizo es un puente atirantado que, desde su construcción en 2011, ha presentado vibraciones sostenidas en el tablero debido al paso de la carga vehicular. Por ello, es necesario evaluar dichas vibraciones para detectar posibles problemas de fatiga y buscar estrategias para eliminarlas o mitigarlas.

Este estudio examina la implementación de un amortiguador de masa sintonizada (TMD) para mitigar las vibraciones del tablero inducidas por la carga vehicular. A través de un modelo numérico tridimensional de elementos finitos, calibrado mediante un estudio de vibración ambiental y pruebas de carga in situ, se analiza la respuesta del puente con el TMD.

En el Capítulo 1 se presenta una revisión de conceptos de dinámica estructural y sistemas de control de vibraciones. El Capítulo 2 hace una descripción de la geometría del puente y sus componentes estructurales, así como de los materiales empleados. El estudio de vibración ambiental y pruebas de carga realizadas por el Instituto de Ingeniería de la UNAM se presenta en el Capítulo 3. El Capítulo 4 se refiere al modelo numérico y tipos de análisis realizados en este estudio. En el quinto se presenta el diseño del TMD y su implementación numérica. El Capítulo 6 contiene los resultados obtenidos y finalmente en el séptimo capítulo se hacen las conclusiones del trabajo.

Objetivos y alcances

La presente tesis tiene como objetivo diseñar y modelar un sistema de control de vibraciones mediante masas sintonizadas en el puente especial atirantado “El Carrizo” con el fin de disminuir las vibraciones que presenta debidas a la carga vehicular. Los resultados obtenidos se comparan con el estado actual de vibraciones del puente. Se hacen comentarios acerca del uso de este sistema y se justifica su factibilidad para llevarse a cabo en la vida real.

Objetivo general

Disminuir las vibraciones del puente “El Carrizo” ocasionadas por carga vehicular mediante la implementación de una masa sólida sintonizada (TMD)

Objetivos específicos

- ◆ Calibrar un modelo numérico del puente “El Carrizo” con datos experimentales obtenidos de un estudio de vibración ambiental
- ◆ Determinar la respuesta del puente ante cargas vehiculares y compararlas con resultados experimentales medidos en sitio
- ◆ Diseñar una masa sólida sintonizada que permita disminuir las vibraciones actuales del puente
- ◆ Implementar el TMD en el modelo numérico y determinar la respuesta del puente

Hipótesis

El diseño de un sistema de masa solida sintonizada (TMD) y su implementación en el puente especial atirantado “El Carrizo” puede mitigar los efectos de vibración presentes ocasionados por la carga vehicular.

Alcances

- ♦ Diseñar el modelo de un amortiguador de masa sintonizada (TMD) por medio de los parámetros de Den Hartog y la norma H_{∞} y obtener sus parámetros óptimos.
- ♦ Disminuir las vibraciones presentes en el puente debidos a la carga vehicular.

1 Vibración y sistemas de control en puentes

La respuesta de las estructuras ante cargas naturales es esencialmente dinámica y depende de sus propiedades, como las frecuencias de vibración, la distribución de masa y rigidez, el amortiguamiento y las condiciones de frontera. La predicción de esta respuesta es compleja debido a la variabilidad temporal de las cargas y su contenido frecuencial, que puede excitar múltiples modos de vibración o generar efectos de resonancia. En particular, los puentes atirantados y de gran longitud presentan un comportamiento aún más complejo debido a su alta flexibilidad, su bajo amortiguamiento y el acoplamiento de sus modos de vibración.

1.1 Sismo

La vibración por sismo en puentes se refiere al movimiento oscilatorio generado por un terremoto o sismo que afecta la estructura del puente. Estos eventos sísmicos pueden inducir fuerzas dinámicas significativas que comprometen la integridad estructural del puente y ocasionar daños severos si las características dinámicas del sismo y la respuesta del puente no se consideraron adecuadamente en el diseño y construcción de la infraestructura. La Figura 1.1 muestra un ejemplo en el que se puede apreciar una falla por flexión sobre la base de los pilares de la autopista Hanshin durante el terremoto de Kobe de 1995, debido a la terminación prematura del refuerzo longitudinal y confinamiento inadecuado (Priestley, Seible, & Calvi, 1996).

Durante un sismo, la vibración se transmite a través del suelo y afecta la estructura del puente, provocando movimientos oscilatorios de gran amplitud y frecuencia variable. La distribución de estos efectos sísmicos dependerá de la rigidez, geometría, pilares, altura y materiales con los que fue construido el puente. La respuesta sísmica también puede verse afectada significativamente por el tipo de suelo sobre el que está cimentado, un ejemplo de ello son los casos de suelos propensos a la licuefacción, lo que amplifica la respuesta vibracional estructural o incluso puede resultar en hundimiento de los pilares.

Las deflexiones sísmicas resultan de la combinación de fuerzas laterales y momentos inducidos por las fuerzas de gravedad del propio puente. Para asegurar que el puente no colapse ni sufra daños significativos que pongan en riesgo la vida de los usuarios, es crucial considerar las fuerzas sísmicas en el diseño y hacer una correcta selección de los elementos estructurales que garantice que el puente pueda soportar dichos esfuerzos. Actualmente, esto se puede lograr mediante la modelación estructural, que aplica las fuerzas dinámicas correspondientes para prever su comportamiento durante un sismo de diseño. Además, se han implementado técnicas de mitigación como el uso de aisladores sísmicos o amortiguadores que ayudan a reducir las oscilaciones y desplazamientos provocados por el sismo, minimizando así el daño estructural.

En la actualidad, las filosofías de diseño se han orientado hacia una mayor resiliencia frente a eventos sísmicos. Mientras que en el pasado se consideraba aceptable que un puente sufriera daños irreversibles, incluso alcanzando la fase plástica, siempre que se previera el colapso. Hoy en día se prioriza proporcionar a las estructuras una mayor resistencia y capacidad de recuperación. Este enfoque se traduce en un nivel superior de seguridad y una mejor capacidad de reacondicionamiento posterior a un sismo. Esto es posible mediante la implementación de redundancia estructural, la ductilidad de los componentes, mecanismos de amortiguamiento y el uso de simulaciones avanzadas, como programas de análisis estructural y modelos a escala que replican condiciones reales. Al integrar estos métodos de forma conjunta y simultánea, es posible asegurar que un puente

sea capaz de resistir un evento sísmico, protegiendo la seguridad de los usuarios y evitando su colapso, al mismo tiempo que mantiene una capacidad funcional mínima tras el evento.



Figura 1.1 Falla por sismo en puente. (Priestley, Seible, & Calvi, 1996)

1.2 Viento

Los efectos ocasionados por el viento turbulento en puentes atirantados son de gran importancia, ya que pueden ocasionar oscilaciones importantes, tales como desprendimiento de vórtices a bajas velocidades del viento y efectos aeroelásticos a altas velocidades como el aleteo. Para el caso específico de los puentes atirantados también podría ocurrir el efecto de galope en sus tirantes.

La descripción del viento turbulento y de cualquier fluido es complejo de determinar, debido a la turbulencia con la que se presenta, ya que su velocidad no es constante ni en el espacio ni en el tiempo y se ve afectado por la interacción entre la atmósfera libre y la superficie de la tierra, lo que se denomina capa límite atmosférica (CLA) y cuya descripción matemática es compleja. En la CLA, la rugosidad del terreno ejerce una gran influencia en el viento; la velocidad media del viento es menor cerca del suelo debido a la rugosidad del terreno, pero a la vez, la rugosidad provoca que la turbulencia sea mayor cerca de este. La Figura 1.2 muestra una representación esquemática del perfil de velocidad y turbulencia del viento. En ella se puede apreciar como hay una mayor turbulencia del viento a alturas bajas o cercanas al suelo, y disminuye conforme se incrementa la altura. Los vientos que afectan a los edificios, puentes, camiones, embarcaciones, aerogeneradores, aviones (durante el despegue o aterrizaje) y cuestiones relacionadas con el confort humano, son vientos de la CLA.

La turbulencia es un fenómeno aleatorio, por lo que es difícil hacer una descripción determinista del viento. Desde el punto de vista estadístico, la velocidad del viento $U(t)$ en un punto determinado se puede expresar como la suma de una velocidad media y una velocidad de agitación turbulenta (remolinos); por ejemplo, para una dirección dada $U(t) = \bar{U} + u(t)$, donde $u(t)$ es la fluctuación en el tiempo. Para caracterizar el viento en un lugar determinado, es necesario medir el valor medio de la velocidad del viento $\bar{U}$, promediándolo a lo largo de un periodo representativo (habitualmente diez minutos debido a la particular distribución de la energía del viento) y medirlo a una altura de referencia, habitualmente a diez metros, sobre un terreno cuya rugosidad es conocida. A partir de este valor promedio de la velocidad del viento es posible determinar la variación con la altura de la velocidad media del viento de acuerdo con modelos de capa límite (ley de potencia o ley logarítmica). (Sánchez, 2020).

Aunque los vientos no poseen una distribución uniforme debido a la acción conjunta de la rugosidad superficial y el gradiente térmico causado por la energía solar, los vientos de interés en la ingeniería civil son los vientos fuertes (vientos de las tormentas más estudiadas y que sirven de base a la mayoría de las normas de viento). Para ayudar a resolver problemas de la ingeniería tales como predecir las cargas de viento sobre estructuras civiles, la posible interacción entre el aire y las estructuras, el efecto del viento en los peatones, la dispersión de contaminantes en el aire, etc. es necesario tratar de simular la capa límite atmosférica, ya sea en un túnel de viento de capa límite de baja velocidad o con un modelo matemático por medio de simulaciones numéricas con dinámica de fluidos computacional. (Sánchez, 2020).

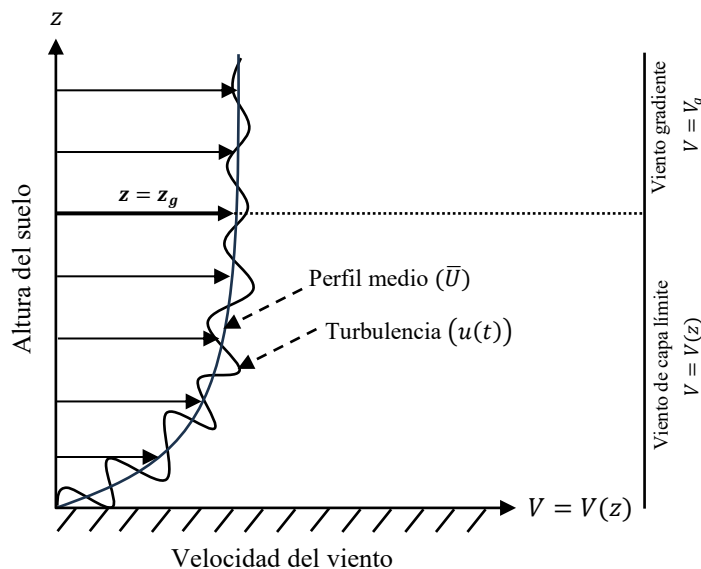


Figura 1.2 Perfil de velocidad y turbulencia del viento

Existen varios tipos de vibraciones en puentes ocasionadas por el viento; entre las principales se encuentran: las vibraciones por resonancia (oscilación armónica), las vibraciones ocasionadas por golpeteo (*buffeting*), la vibración por desprendimiento de vórtices alternos (*vortex shedding*), efecto galope (*galloping*) y la vibración auto excitada conocida como aleteo (*flutter*).

Los efectos que tiene el viento sobre el puente deben tomarse en cuenta tanto en condiciones de servicio como en etapas de construcción. Actualmente se suelen utilizar valores numéricos y procedimientos para determinar las cargas por viento proporcionados por los códigos y normas de construcción y diseño de puentes. Una de las maneras de modelar y representar estos efectos es la distribución de presiones $p(x, y, z)$ utilizando coeficientes adimensionales $C_p(x, y, z)$ que están ligados a la ecuación de Bernoulli en régimen incompresible que relaciona, a lo largo de una línea de corriente, la presión y la velocidad (Rascón, 2014). Para poder representar esto numéricamente, muchas normas y códigos consideran el empleo de una fuerza estática equivalente que represente la velocidad media del viento multiplicada por un factor de amplificación, el cual está ligado a la respuesta dinámica con respecto a la respuesta estática. Para puentes con ciertas propiedades dinámicas, como los puentes atirantados, la técnica efectiva para estudiar y evaluar los efectos dinámicos del viento sobre puentes es mediante pruebas en un túnel de viento. En este procedimiento, se construye un modelo a escala del puente que reproduce fielmente su geometría, rigidez, materiales, entre otros aspectos relevantes a escala representativa. Este modelo se expone a fuerzas dinámicas de viento calculadas para simular las condiciones más desfavorables que pueda enfrentar durante su vida útil. La Figura 1.3 muestra un ejemplo de este tipo de pruebas en un túnel de viento.

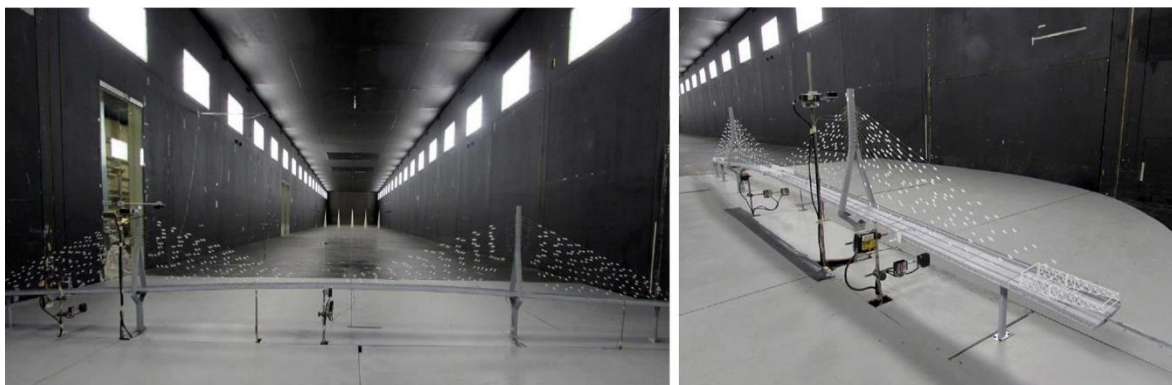


Figura 1.3 Maqueta para el modelo aeroelástico integral. A) Situación de servicio. B) Situación de construcción. (Ramos Gutiérrez, et al., 2016)

1.3 Carga Vehicular

Otra carga que provoca vibraciones en los puentes es la de tipo vehicular, que son fuerzas transmitidas por el paso de los vehículos que transitan sobre él. Estas fuerzas dependen de las características de los vehículos tales como el peso, cantidad, distancia entre ejes, suspensión, etc. Además de las características propias del puente como cantidad de vigas, separación entre ellas y condiciones de regularidad de la superficie de rodamiento.

Existen diferentes combinaciones y escenarios en los que la carga vehicular se pueda presentar a lo largo del tiempo, por ello se consideran los efectos dinámicos ocasionados por la velocidad a la que circulan y las características del puente, lo que afecta e incrementa las fuerzas internas de la estructura. Durante la fase de diseño de un puente se suelen utilizar cargas equivalentes que permitan representar de manera adecuada los casos más desfavorables que puedan presentarse; para los puentes relativamente largos, el diseño que regirá será el efecto de un gran número de vehículos, el cual puede sustituirse por una carga uniforme equivalente mientras que en puentes cortos será crítica la posición de un solo vehículo particularmente pesado, el cual debe representarse como una serie de cargas concentradas que coinciden con los ejes de ruedas del vehículo (Piralla, 1994). Para las representaciones de estas cargas equivalentes se utilizan vehículos idealizados que logren representar las condiciones de tráfico más desfavorables posibles. Dentro de los más comunes se encuentran el *HL-93* (AASHTO LRFD), *IMT 66.5*, *T3-S2-R4*, *HS-20*.

Dentro de las principales causas que contribuyen a las vibraciones en puentes por carga vehicular están: la irregularidad en su superficie de rodamiento, la velocidad a la que transitan los vehículos, la posición del puente, su curvatura, su longitud, su flexibilidad y las características de los vehículos. La presencia de uno o varios de estos factores puede llegar a incrementar dichos efectos, lo que a su vez provoca cambios en las acciones y esfuerzos en el puente, incluso llegando a amplificarlos, en la Figura 1.4 se muestra un ejemplo de prueba de carga en la que se utilizaron 16 camiones de 30 toneladas en el Eje Ourense-Santiago. Modelar numéricamente todos estos efectos dinámicos es muy complejo y difícil de representar matemáticamente, por lo que una forma de considerar estos efectos es por medio de factores de impacto que permiten incrementar los efectos estáticos provocados por las cargas vehiculares.

Normalmente, las vibraciones por carga vehicular no ocasionan el colapso del puente de manera inmediata, pero es necesario revisarlas para hacer una evaluación por fatiga de los distintos componentes del puente y también revisar el confort de los conductores y peatones.

Como se puede deducir de lo anterior, la respuesta de los puentes ante cargas variables en el tiempo, dependen también de las propiedades dinámicas de la estructura del puente. Por ello es deseable, para puentes de gran importancia o especiales, realizar estudios experimentales en el para determinar esas propiedades reales,

con el fin de corroborar las hipótesis de diseño. Para conocer las propiedades dinámicas de manera experimental, se puede utilizar la técnica de vibración ambiental.



*Figura 1.4 Prueba de carga en el viaducto sobre el Río Ulla, 23 de marzo de 2011.
(flickr, 2011)*

1.4 Vibración ambiental

La identificación de las formas modales en estructuras especiales, como los puentes, desempeña un papel crucial en la calibración experimental y la validación de las hipótesis de modelos numéricos tridimensionales. Esta identificación facilita la predicción del comportamiento estático y dinámico actual del puente, lo que permite evaluar la necesidad de rehabilitación. La calibración del modelo suele llevarse a cabo mediante el uso de softwares de análisis estructural, que se basa en minimizar el error entre la respuesta experimental y la respuesta del modelo. Para ello, se realizan ajustes en las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento del modelo.

Una vez desarrollado y calibrado el modelo de elementos finitos, se puede emplear para estudiar el comportamiento de la estructura bajo diversas condiciones de carga y fuerzas dinámicas. Esto permite utilizar el modelo como una herramienta para la detección de daños. Además, posibilita la integración y aplicación de sistemas adicionales que mejoren la estabilidad y seguridad de la estructura, tales como sistemas de amortiguamiento o refuerzos estructurales, dependiendo del caso específico y del escenario en cuestión.

Ante las dificultades de poder medir vibraciones en estructuras importantes por medio de excitaciones controladas o vibraciones forzadas, surgieron las pruebas de vibración ambiental. La principal diferencia radica en que sobre la estructura no se utiliza ninguna excitación artificial, sino que su respuesta es medida por medio de excitaciones producidas por factores ambientales como el viento, el tráfico, microsismos o actividad sísmica, factores meteorológicos, entre otros. Si estas excitaciones producidas por el ambiente tienen un gran ancho de banda en frecuencia, permitirá excitar todas las frecuencias naturales de la estructura.

La medición de la vibración ambiental no solo sirve para determinar y conocer sus modos y frecuencias de vibrar, también permite comparar y analizar su estado actual con el calculado en la etapa de diseño o en condiciones iniciales, de esta manera es posible conocer cómo ha cambiado a través del tiempo y si es necesario su mantenimiento o algún tipo de mejoramiento o refuerzo. De igual manera, a través de ella se puede saber si las modificaciones pertinentes cumplen su función en cuanto a su comportamiento y seguridad estructural.

Dentro de las ventajas que presenta este método es su accesibilidad, ya que, al no requerir excitaciones artificiales, se posiciona como una alternativa más económica. Por otro lado, estas mediciones pueden realizarse de forma sencilla y rápida, lo cual supone una mayor rapidez y permite la ininterrupción de las actividades normales de la estructura, siendo medida en tiempo real. Sin embargo, se debe tomar en cuenta que, al ser una prueba dependiente de los factores ambientales ya mencionados, no existe una certeza o estabilidad en los estados de vibraciones, esto puede repercutir en cierta dispersión en los resultados, es decir, pequeños cambios en sus frecuencias naturales de vibrar.

En la realización de esta prueba, se deben seleccionar los tipos de sensor adecuados y ser colocados en puntos estratégicos en las direcciones de medida. Para ello, se recomienda seleccionar los puntos y las direcciones con base en los resultados de un análisis de la estructura por medio de un modelo de elementos finitos.

Para la identificación de pruebas de vibraciones ambientales existen dos métodos: el método no paramétrico y el método paramétrico en el dominio del tiempo. Dentro de los métodos no paramétricos se encuentran los métodos “Peak Picking”, “Polyreference LSCE applied to auto and cross correlation”, “Frequency Domain Decomposition” y el “Enhanced Frequency Domain Decomposition”, mientras que en los métodos paramétricos se encuentran los métodos estocásticos y determinísticos como “Least Squares”, “Prediction Error Method”, “Two Stage Least Squares”, “Linear Multi Stage”, “Instrumental Variable (IV) Method” y el “Stochastic Subspace Identification” (Gómez Araujo, Maldonado Rondón, & Chio Cho, 2010). Dentro de los métodos más utilizados se encuentran “Peak Picking” (PP), “Stochastic Subspace Identification” (SSI) y “Frequency Domain Decomposition” (FDD).

1.5 Dinámica estructural

1.5.1 Movimiento periódico

Un patrón de movimiento que se repite constantemente en el tiempo se denomina *movimiento periódico* u *oscilación*. Los cuerpos que presentan este tipo de movimiento poseen una masa (m) y están sujetos a una fuerza (F). La aceleración (a) resultante de esta fuerza está definida por la segunda ley de Newton que se expresa como $a = F/m$. Este tipo de movimiento puede representarse matemáticamente en un sistema de coordenadas (x, t) , donde el cuerpo oscila entre su posición de equilibrio y dos posiciones extremas, A y $-A$. Véase la Figura 1.5.

En condiciones ideales, si no existe fricción ni otras fuerzas disipativas que reduzcan la energía mecánica del sistema, el movimiento periódico se mantendrá indefinidamente. En tales circunstancias, la fuerza de restitución actuará de manera constante para devolver al cuerpo a su posición de equilibrio, permitiendo que este la atraviese repetidamente.

Las amplitudes A y $-A$ son los valores máximos de desplazamiento (en este caso, en la dirección “ x ”) que puede presentar un cuerpo en oscilación y se crea una vibración completa o *ciclo* cuando este realiza un viaje desde un punto inicial, pasando por todos los valores en el eje $x(t)$ a lo largo del tiempo, hasta regresar a su punto de origen en dicho eje.

Este ciclo completo es a lo que se denomina *periodo* (T), que representa el tiempo que tarda un ciclo y siempre es positivo, expresándose en $[s]$. El periodo está directamente ligado con la *frecuencia* (f), que es el inverso de T y representa el número de ciclos en la unidad de tiempo. La frecuencia siempre es positiva y se expresa en $[Hz]$ o $[1/s]$.

$$f = \frac{1}{T} \quad (1.1)$$

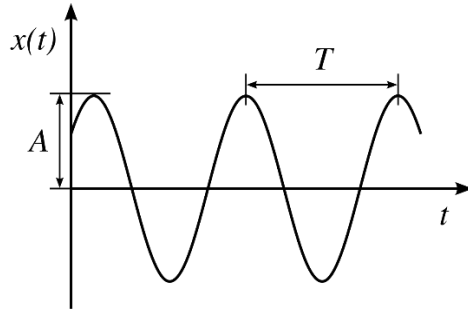


Figura 1.5 Onda de oscilación. Tomado de (PNGWING, S.F.)

Además, la frecuencia puede expresarse en términos de *frecuencia angular* (ω), que equivale a 2π veces la frecuencia. La frecuencia angular describe la rapidez de cambio de una cantidad angular (no necesariamente asociada a un movimiento rotatorio) y se mide en radianes por segundo $[rad/s]$. (Young & Freedman, 2018)

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (1.2)$$

En la ingeniería civil, el estudio de los movimientos periódicos y las oscilaciones es fundamental para analizar estructuras sujetas a cargas cíclicas, como las producidas por vientos, sismos o maquinaria en operación. Comprender las propiedades del movimiento periódico permite diseñar estructuras más seguras y resilientes frente a estos fenómenos dinámicos.

1.5.2 Movimiento armónico simple

El movimiento armónico simple (MAS) representa el tipo más básico de oscilación, definido por la acción de una fuerza restauradora directamente proporcional al desplazamiento de un cuerpo desde su posición de equilibrio. Este fenómeno se rige por la ley de Hooke, la cual establece que dicha fuerza restauradora (F) actúa siempre en dirección opuesta al desplazamiento del objeto y que su magnitud es proporcional a dicho desplazamiento. La relación matemática que describe este comportamiento es:

$$F = -kx \quad (1.3)$$

Donde (F) representa la fuerza restauradora, (k) es la constante de proporcionalidad o constante elástica (que para fines de esta tesis representará la rigidez) y (x) es el desplazamiento respecto a la posición de equilibrio.

Dado que la aceleración $a_x = d^2x/dt^2$ está en función de la fuerza y la masa de un cuerpo, es posible expresar su MAS con la ecuación (1.4), en la que el signo menos indica que en el MAS la aceleración y el desplazamiento siempre tienen signos opuestos.

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (1.4)$$

Es importante mencionar que no todos los movimientos periódicos son MAS, sin embargo, en muchos sistemas la fuerza de restitución es aproximadamente proporcional al desplazamiento si este es lo suficientemente pequeño, por lo que es válido para fines prácticos utilizar el MAS como modelo aproximado de movimientos periódicos distintos, como la vibración.

El MAS está relacionado con el movimiento circular uniforme dado que la aceleración cambia constantemente al modificarse su desplazamiento x , este puede proyectarse en una gráfica tiempo-desplazamiento, como se ilustra en la Figura 1.5. La aceleración de un cuerpo sometido a MAS puede calcularse

con la ecuación (1.5) en la que se observa que la aceleración es directamente proporcional al desplazamiento x y siempre tiene el signo opuesto. Éstas son precisamente las características distintivas del movimiento armónico simple.

$$a_x = -\omega^2 x \quad (1.5)$$

La ecuación (1.4) es exactamente igual a la ecuación (1.5) para la aceleración de un oscilador armónico, siempre que la rapidez angular ω esté relacionada con la constante de fuerza k y la masa m del cuerpo oscilante por lo que si igualamos ambas ecuaciones se obtiene la siguiente expresión:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{o} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.6)$$

Dado que la frecuencia angular ω es equivalente a la frecuencia lineal y está directamente relacionada con el periodo es importante señalar las siguientes expresiones equivalentes:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.7)$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1.8)$$

Con esto es posible darse cuenta de que, un cuerpo con una masa m mayor, presentará menos aceleración y tardará más en completar un ciclo. Por otro lado, si el cuerpo presenta una rigidez mayor k requerirá mayor fuerza F para una deformación x , lo cual causará una mayor aceleración a y un menor tiempo de ciclo T , (Young & Freedman, 2018).

En el movimiento circular uniforme, la posición del cuerpo en movimiento puede determinarse mediante la expresión $x(t) = A_0 \cos \theta$. Dado que el MAS está vinculado a este fenómeno, el desplazamiento del cuerpo en un MAS sigue una función sinusoidal con respecto al tiempo. Si se considera la relación $\theta = \omega t + \phi$ y se sustituye en la ecuación inicial, se obtiene la ecuación (1.9), que permite calcular la posición del cuerpo en cualquier instante de tiempo. Esta relación constituye un principio fundamental para describir el comportamiento de sistemas oscilatorios.

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1.9)$$

Donde $x(t)$ representa el desplazamiento en el movimiento armónico simple con función del tiempo, (A) es la amplitud, (ω) es la frecuencia angular, (t) es el tiempo y (ϕ) es el ángulo de fase. Ya que el valor del coseno está entre 1 y -1, el desplazamiento x siempre estará entre A y $-A$. Para ilustrar mejor este concepto véase la Figura 1.6.

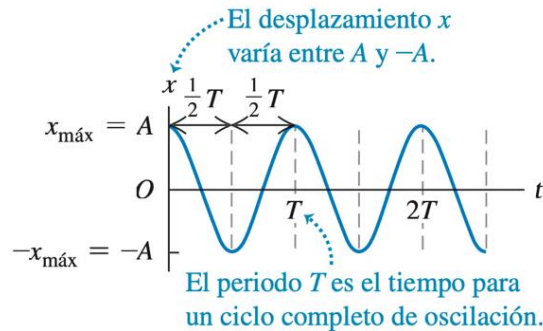


Figura 1.6 Gráfica x - t para el MAS con $\phi = 0$. (Young & Freedman, 2018)

1.5.3 Oscilaciones amortiguadas

En el mundo real, los sistemas oscilantes presentan fuerzas disipativas que hacen que las oscilaciones cesen con el tiempo, a menos que un mecanismo reponga la energía mecánica disipada. A esta disminución de desplazamientos en las oscilaciones causadas por fuerzas disipativas se le denomina *amortiguamiento* y el tipo de movimiento presente se le conoce como *oscilación amortiguada*. Esta disminución puede ser causada por la misma fuerza de gravedad o por una fuerza de amortiguamiento por fricción directamente proporcional a la velocidad del cuerpo oscilante. Esta última se observa en la fricción por flujo de fluidos viscosos. De esta manera, se observa que actúa una fuerza adicional debida a la fricción $F_x = -bv_x$, donde $v_x = dx/dt$ es la velocidad y b es una constante que describe la intensidad de la fuerza amortiguadora. El signo menos indica que la fuerza siempre tiene dirección opuesta a la velocidad. La fuerza *neta* que actúa sobre el cuerpo es, entonces,

$$\Sigma F_x = -kx - bv_x \quad (1.10)$$

y en la segunda ley de Newton para el sistema es

$$-kx - bv_x = ma_x \quad \text{o} \quad -kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1.11)$$

(Young & Freedman, 2018)

Al resolver la ecuación (1.11), si la fuerza de amortiguamiento es relativamente pequeña, el movimiento está descrito por

$$x(t) = A_0 e^{-(\frac{b}{2m})t} \cos(\omega' t + \phi) \quad (1.12)$$

donde $x(t)$ representa el desplazamiento del oscilador con poco amortiguamiento, (A_0) es la amplitud inicial, (b) la constante de amortiguamiento, (m) es la masa, (ω') la frecuencia angular de oscilaciones amortiguadas, (t) el tiempo y (ϕ) es el ángulo de fase. De esta manera queda que la frecuencia angular está dada por

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \quad (1.13)$$

Por medio de la ecuación (1.12) se observan dos cosas; (1) la amplitud no es constante, sino que varía con el paso del tiempo a causa del factor exponencial $\left(e^{-(\frac{b}{2m})t}\right)$, (2) cuanto mayor sea el valor de (b) , más rápido disminuirá la amplitud. Por otro lado, la frecuencia angular (ω') pasa de satisfacer la ecuación (1.6) a satisfacer la ecuación (1.13) y cuando esta toma el valor de $\omega' = 0$, es decir, ya no hay oscilación en el sistema, se satisface a siguiente ecuación y dicha condición se denomina *amortiguamiento crítico*.

$$0 = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \quad \text{o} \quad b = 2\sqrt{km} \quad (1.14)$$

En el caso de que b sea mayor a $2\sqrt{km}$, la condición se denomina *sobreamortiguado*, en donde tampoco hay oscilación, pero el tiempo que le toma al sistema regresar al equilibrio es más largo que con amortiguamiento crítico. En caso de que b sea menor a $2\sqrt{km}$, la condición se llama *subamortiguado* y el sistema oscila con una amplitud constante decreciente.

1.5.4 Ley de decaimiento exponencial

La ley de decaimiento se refiere a un principio físico que describe como disminuye la cantidad de una sustancia o un fenómeno a medida que pasa el tiempo. Esta ley es comúnmente aplicada en varios campos como la

radioactividad, desgaste de materiales, decadencia de sistemas y el movimiento amortiguado (oscilación amortiguada), entre otros. Dicha ley está dada por la siguiente ecuación matemática:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1.15)$$

Donde $(N(t))$ es la cantidad en el tiempo (t) , (N_0) es la cantidad en el tiempo $(t = 0)$ y (λ) representa la constante de decaimiento (que depende del material).

Es posible relacionar esta ley con el movimiento amortiguado, ya que en dicho escenario la amplitud (desplazamiento) $x(t)$ decae de manera exponencial debido al factor $e^{-\lambda t}$, donde $\lambda = b/2m$, lo que significa que la energía del sistema se va disipando con el tiempo y el movimiento se va haciendo cada vez más pequeño hasta detenerse por completo si el amortiguamiento es suficientemente grande. Véase la Figura 1.7.

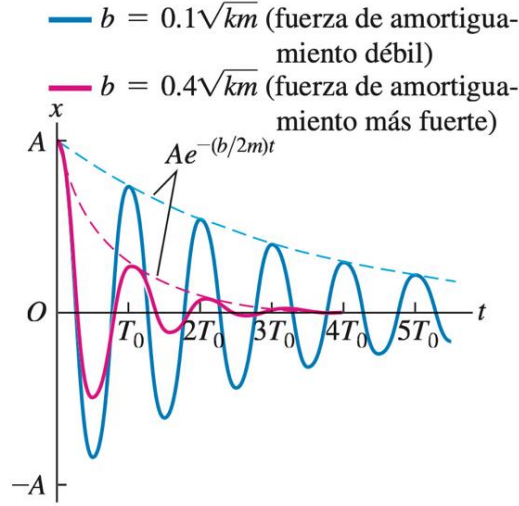


Figura 1.7 Gráfica de oscilador con poco amortiguamiento y ángulo de fase $\phi = 0$. (Young & Freedman, 2018)

Si se tienen dos instantes de tiempo: $t = i$ y $t = i + n$, donde n es un intervalo de tiempo discreto. En el tiempo $t = i$, el desplazamiento es x_i y en el tiempo $t = i + n$, el desplazamiento es x_{i+n} . Usando la ley de decaimiento exponencial para ambas cantidades:

$$x_i = x_0 e^{-\lambda i}$$

$$x_{i+n} = x_0 e^{-\lambda(i+n)}$$

Dividiendo ambas ecuaciones para obtener la relación entre x_i y x_{i+n} .

$$\frac{x_i}{x_{i+n}} = \frac{x_0 e^{-\lambda i}}{x_0 e^{-\lambda(i+n)}}$$

Si de esta nueva ecuación se despeja (λ) resulta en la ecuación (1.16), la cual permite calcular la tasa de decaimiento en función de las mediciones (desplazamientos en este caso) x_i y x_{i+n} en dos instantes de tiempo separados por n .

$$\lambda = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{x_i}{x_{i+n}} \right) \quad (1.16)$$

Una vez determinada la tasa de decaimiento del sistema (λ) es posible calcular el *ancho de resonancia* del sistema amortiguado. Este ancho de resonancia (ξ) caracteriza la magnitud de la variación en torno a la

frecuencia central del sistema y puede interpretarse como una medida del *nivel de amortiguamiento*. Cabe destacar que ξ depende directamente de λ , el cual está relacionado, de manera simplificada, con la disminución de las amplitudes a lo largo del tiempo. La ecuación (1.17) muestra la forma matemática de calcular el nivel de amortiguamiento.

$$\xi = \frac{\lambda}{\sqrt{(2\pi)^2 + \lambda^2}} \quad (1.17)$$

En un sistema amortiguado, el nivel de amortiguamiento (ξ) se relaciona con el *coeficiente de amortiguamiento* (c) por medio de la ecuación (1.18).

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (1.18)$$

Esto se debe a que la ecuación estándar de amortiguamiento está dada por:

$$\ddot{u}(t) + 2\xi\omega\dot{u}(t) + \omega^2u(t) = 0 \quad (1.19)$$

Si se compara la ecuación (1.19) con la ecuación (1.11), siendo que $b = c$, y dividiendo todo por la masa m , se tiene la siguiente expresión matemática. En la que $\ddot{u}(t) = a_x$, $\dot{u}(t) = v_x$ y $u(t) = x_x$

$$\ddot{u}(t) + \frac{c}{m}\dot{u}(t) + \frac{k}{m}u(t) = 0 \quad (1.20)$$

Haciendo la analogía entre las ecuaciones (1.19) y (1.20) resulta que $c/m = 2\xi\omega$. Si de dicha ecuación de despeja c y se expresa en términos de la frecuencia se obtiene la ecuación (1.21) que es una forma muy útil de calcular el coeficiente de amortiguamiento.

$$c = 4\pi m f \xi \quad (1.21)$$

1.6 Sistemas de control

Cuando una estructura es perturbada, experimenta un movimiento vibratorio (u oscilatorio) alrededor de su posición de equilibrio estático, el cual se repite durante un tiempo determinado. En un caso idealizado habría una *vibración libre*, sin embargo, ya por la misma rigidez de la estructura estas oscilaciones van disminuyendo con el tiempo hasta volver a su posición de equilibrio original. Los sistemas de control o sistemas de amortiguamiento permiten disminuir considerablemente el tiempo, los desplazamientos y las frecuencias naturales de vibrar que experimenta la estructura al ser excitada a través de mecanismos de disipación de energía, sin embargo, el efecto más importante y relevante del amortiguamiento es sobre la rapidez de decaimiento en vibración libre.

Este fenómeno se puede representar a través de una gráfica “tiempo - desplazamiento” que muestra el ciclo de vibración del sistema a partir de su posición de equilibrio estático (o no deformada), alcanzando sus desplazamientos máximo y mínimo. En la Figura 1.8 se muestra se puede apreciar de mejor manera este fenómeno.

Después de un tiempo, la *frecuencia cíclica* disminuye gradualmente hasta que la estructura vuelve a su posición de equilibrio estático. Si el amortiguamiento del sistema es bajo, como lo es en los puentes (amortiguamiento aproximado de $< 2\%$) el sistema tardará en detenerse y tendrá muchos de estos ciclos de carga, los cuales son indeseables debido a que pueden fatigar el material de la estructura. La Figura 1.9 contiene diferentes casos donde se observa cómo cambia el comportamiento y decaimiento de vibraciones con diferentes porcentajes de amortiguamiento.

Con el tiempo se han propuesto diversos sistemas de control que ayudan con esta tarea, de esta manera los desplazamientos máximos y mínimos también se ven afectados y brindan a la estructura un mejor comportamiento y respuesta ante las fuerzas externas a las que se le somete.

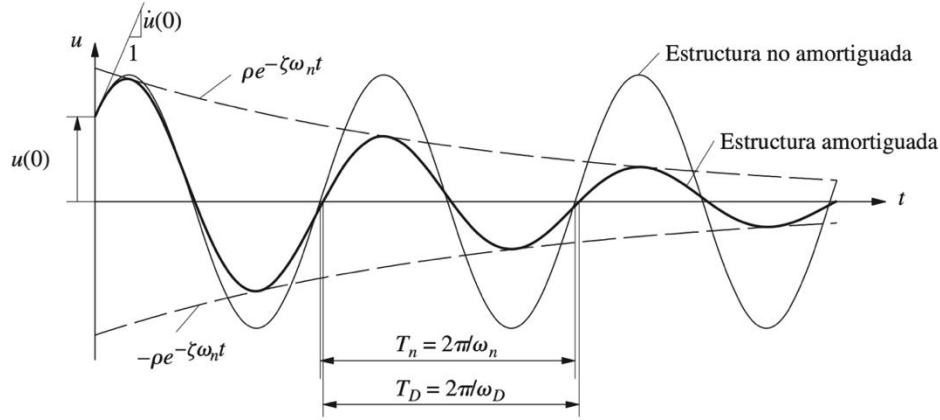


Figura 1.8 Efectos del amortiguamiento sobre la vibración libre. (Chopra, 2014)

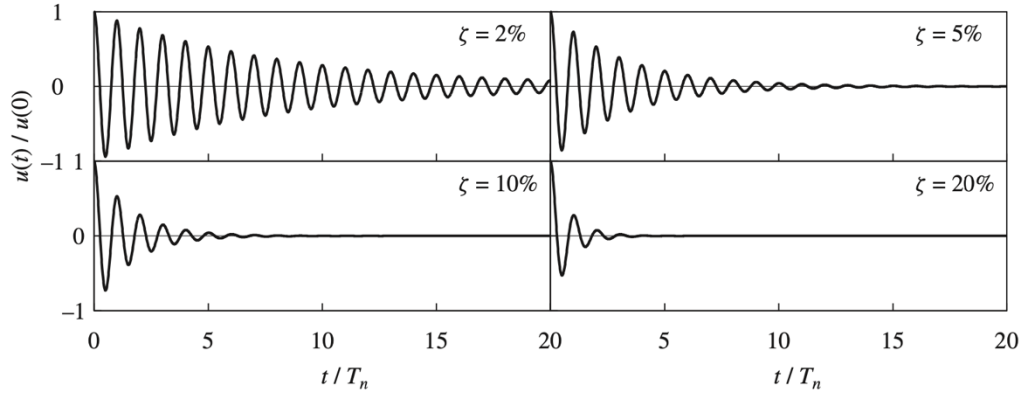


Figura 1.9 Vibración libre de sistemas con cuatro niveles de amortiguamiento: $\zeta = 2, 5, 10$ y 20% . (Chopra, 2014). Tomar en cuenta que $\xi = \zeta$.

1.6.1 Ecuación de movimiento

Para realizar un análisis dinámico de una estructura se puede representar su comportamiento a través de una ecuación de movimiento basada en la mecánica newtoniana (Segunda ley de Newton) en la que participan la *masa* (m), la *rigidez* (k) del elemento y un *coeficiente de amortiguamiento viscoso* (c) del propio sistema como ya se demostró en el apartado 1.5.3. En un caso particular, el sistema se somete a una *carga externa efectiva* ($p_{ef}(t)$). La respuesta del sistema consiste en determinar el desplazamiento de la masa en cualquier instante con respecto a su posición original.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p_{ef}(t) \quad (1.22)$$

Claramente la ecuación (1.22) es válida para fuerzas externas $p(t)$, la cual se puede descomponer y atribuir a tres componentes de la estructura: *Fuerza de inercia* ($f_I(t)$) para la componente de la masa, *fuerza disipadora* ($f_D(t)$) para la componente de amortiguamiento y *fuerza de la estructura* ($f_S(t)$) para los componentes de rigidez. Por tanto, queda que:

$$f_I(t) + f_D(t) + f_S(t) = p(t) \quad (1.23)$$

Haciendo una analogía entre la ecuación (1.22) y la ecuación (1.23) se puede concluir que cada componente está atribuido a un tipo específico de fuerza que reacciona ante las cargas externas. Con esto claro, es válido afirmar que afectando alguna de estas componentes se logra modificar el comportamiento de la estructura ante las cargas dinámicas a las que se somete. A continuación, se enlistan algunos sistemas de control utilizados comúnmente en cada una de las componentes de fuerza:

- I. $m\ddot{u} \rightarrow f_I(t)$: Amortiguadores de masa sintonizada
- II. $c\dot{u} \rightarrow f_D(t)$: Amortiguadores viscosos
- III. $ku \rightarrow f_S(t)$: Disipadores histeréticos
- IV. $p_{ef}(t) \rightarrow p(t)$: Aisladores de base

Con el análisis anterior se concluye que una estructura sometida a fuerzas dinámicas tiene cuatro componentes principales que la afectan y al cambiar una o varias de estas es posible alterar su comportamiento a favor de la seguridad, implementando diversos sistemas de control. Estos sistemas de control se han desarrollado con el fin de implementarlos en las estructuras para prevenir daños y brindarles un mejor comportamiento. Todos ellos tienen sus particularidades y diferentes formas de uso, así como sus ventajas y desventajas, por lo que no existe un sistema de control ideal. Cada proyecto de ingeniería tiene propiedades, características, exigencias y necesidades únicas, y el sistema más óptimo dependerá de la naturaleza de este.

En los siguientes puntos se describe cada uno de los sistemas de control mencionados, los cuales están asociados a una componente en particular de la ecuación (1.22).

1.6.2 Masas sólidas sintonizadas

Este método, también conocido como *Tuned Mass Dampers (TMD)* consiste en una masa sólida conectada a la estructura del puente mediante resortes y amortiguadores. La masa y rigidez del TMD se sintoniza para que tenga una frecuencia natural de vibración que sea casi igual a la frecuencia de resonancia del puente que se requiere eliminar. Véase la Figura 1.10.

Mediante este enfoque, se consigue la transferencia de las vibraciones inducidas por cargas dinámicas en el puente hacia la masa sólida, provocando su movimiento. Este movimiento tiene como propósito absorber la energía generada por las vibraciones estructurales, reduciendo así su amplitud y contribuyendo significativamente a la prevención de daños por fatiga, lo cual repercute positivamente en la seguridad y confort de la estructura.

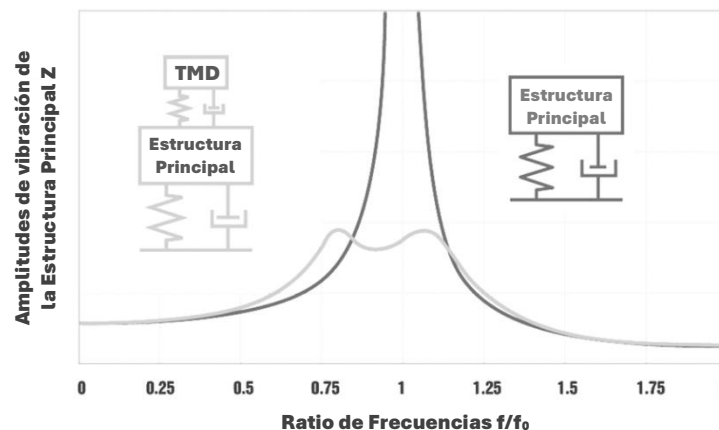


Figura 1.10 Amplitud de vibraciones con y sin TMD. (GERB, S.F.)

Entre las ventajas destacadas de este sistema se encuentra su diseño compacto, lo cual facilita su instalación sin requerir un espacio adicional considerable en la estructura del puente. Además, la capacidad de ajuste tanto en la masa como en la rigidez ofrece flexibilidad para adaptarse eficazmente a diversas condiciones de carga y frecuencias de vibración. Por último, este método presenta una relación “costo-beneficio” superior en comparación con otras alternativas disponibles, lo que lo posiciona como una opción económicamente viable y efectiva para la mitigación de vibraciones en puentes.

1.6.3 Masas líquidas

Los sistemas de masas líquidas son utilizados para mitigar las vibraciones inducidas por cargas dinámicas como viento, carga vehicular o sismos. Este método consiste en un contenedor lleno de un líquido viscoso conectado a la estructura del puente. Cuando ocurre una vibración o excitación, la masa líquida que se encuentra dentro del contenedor se mueve en respuesta a las fuerzas aplicadas (tal como se aprecia en la Figura 1.11), de esta manera se disipa la energía ocasionada por la vibración y se reducen las amplitudes de las oscilaciones estructurales.

Una de las características principales de este sistema es la capacidad de manejar grandes amplitudes de movimiento y ofrecer una amortiguación efectiva en una amplia gama de respuestas, sin embargo, puede requerir un diseño más complejo y cuidadoso debido a las consideraciones como la estabilidad del líquido y los efectos de temperatura.

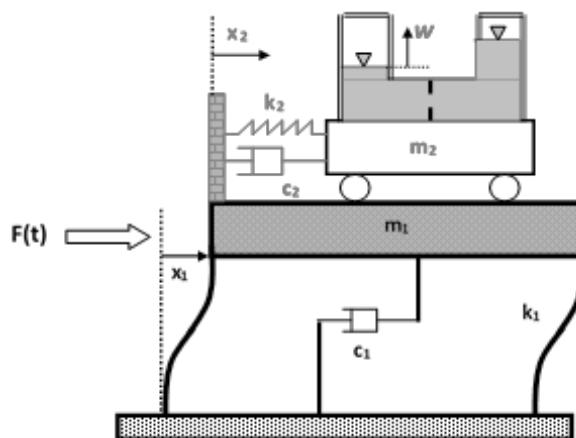


Figura 1.11 Esquema de amortiguador de masas líquidas. (UNAL, 2022).

Este método puede llegar a confundirse con el *amortiguamiento viscoso* por sus características como los materiales y su funcionamiento. Las principales diferencias radican en que las masas líquidas aprovechan el movimiento del líquido para disipar energía a través de la inercia y la resistencia interna del fluido, mientras que los amortiguadores viscosos utilizan la fricción viscosa para convertir la energía cinética en calor. Además, los amortiguadores viscosos ofrecen ajustes precisos según las necesidades específicas de carga y frecuencia, a diferencia de las masas líquidas que se destacan por su capacidad para manejar grandes movimientos de manera efectiva.

1.6.4 Amortiguadores viscosos

El amortiguamiento en las estructuras se debe a diversos mecanismos y métodos de disipación de energía, para simplificar esto, es matemáticamente aceptado utilizar una idealización matemática mediante el amortiguamiento viscoso. En la realidad, las estructuras como edificios, puentes, presas, etcétera, que cuentan con amortiguamiento entran dentro del caso de sistemas subamortiguados lo que significa que al ser excitadas estas oscilan alrededor de su posición inicial de equilibrio con una amplitud que disminuye progresivamente

(Chopra, 2014). Existen otros casos (sobrearmortiguado y críticamente amortiguado) como se mencionó anteriormente, sin embargo, para fines de esta tesis, no se abordarán.

En el caso del amortiguamiento viscoso habrá una disminución de energía tanto cinética como potencial a medida que transcurre el tiempo. En esencia, el amortiguamiento viscoso en estructuras parte del principio de fricción de Coulomb para detener el movimiento en vibración libre, esto permite alargar el periodo natural de la estructura, lo cual se resume en un decaimiento lineal como se aprecia en la Figura 1.12.

Usualmente estos dispositivos están constituidos de materiales viscoelásticos o fluidos viscosos que ayudan a absorber la energía generada por las vibraciones y movimientos oscilatorios. Estos se instalan dentro del esqueleto de la estructura en contravientos, entre las torres (o pilas) y la cubierta del puente. De esta manera, al momento de experimentar un movimiento sísmico o vibratorio, el amortiguador viscoso actúa resistiendo este movimiento mediante la fuerza de fricción interna generada por el fluido viscoso. Esta fricción convierte la energía cinética en calor, disipándola y reduciendo así la amplitud de las vibraciones.

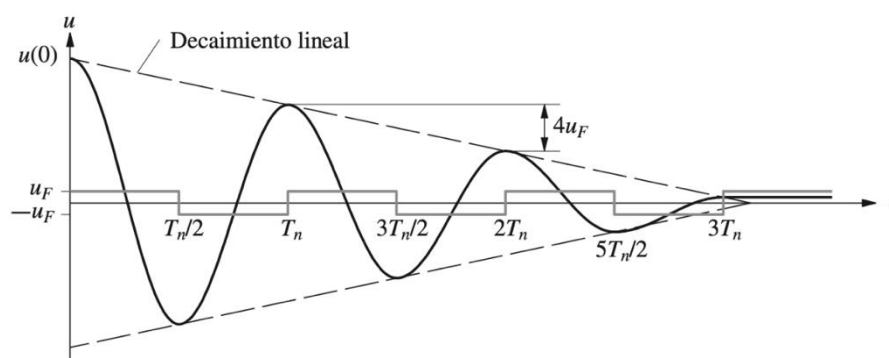


Figura 1.12 Vibración libre de un sistema con fricción de Coulomb. (Chopra, 2014)

Si bien, el costo de algunos de estos amortiguadores viscoso llega a ser elevado, su funcionamiento y aporte a la seguridad de la estructura es de gran valor y brinda de mayor seguridad a la estructura ante vibraciones y cargas dinámicas. Esta tecnología ayuda a garantizar la estabilidad y rendimiento óptimos, además de alargar la durabilidad del proyecto. La Figura 1.13 presenta un esquema representativo de un amortiguador viscoso.

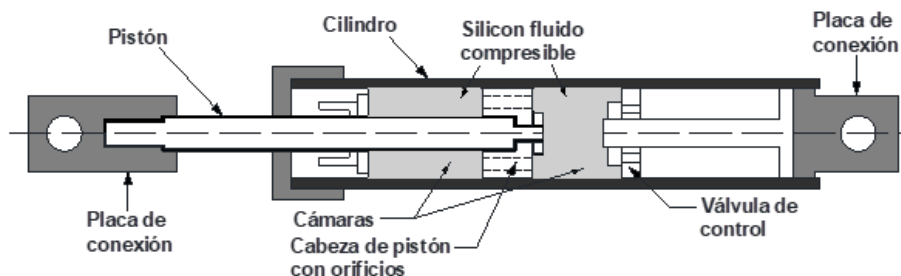


Figura 1.13 Modelo esquemático de un amortiguador viscoso. (Álvarez et al., 2023)

1.6.5 Disipadores histeréticos

La *histéresis* se puede definir como el fenómeno que se presenta en el proceso de carga y descarga de un material que se comporta elásticamente. Un material elástico tiene la capacidad de deformarse en cierto rango al aplicarse una fuerza sobre él y regresar a su posición original cuando se deja de aplicar esa carga. En este caso la histéresis se manifiesta como la energía perdida (disipada) en el proceso de carga y descarga del material debido a la fricción interna.

Los disipadores histeréticos aprovechan la deformación plástica (inelástica) del material para conseguir la histéresis. Esto se logra al momento en que el material empieza a fluir debido a esfuerzos de flexión, corte, torsión o una combinación entre ellos.

En la práctica es común utilizar dispositivos de acero dado que es un material de homogeneidad alta y que permite una fácil caracterización; para ello se requiere conocer su rigidez, la fuerza última del material (en este caso acero) y el desplazamiento correspondiente a esta fuerza última. Algunos de los dispositivos metálicos usuales son placas a flexión, riostras metálicas, amortiguadores de barras y anillos.

Dentro de las ventajas que presentan estos dispositivos histeréticos metálicos está su comportamiento estable y confiable a largo plazo y su resiliencia ante cambios de temperatura y factores ambientales. La Figura 1.14 muestra un ejemplo de estos dispositivos.

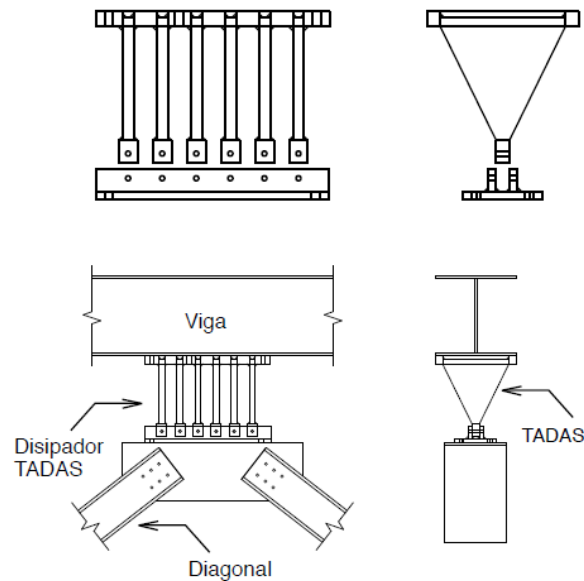


Figura 1.14 Dispositivo histerético "TADAS" compuesto de placas paralelas. (Carlos, 2015)

1.6.6 Aisladores de base

Los aisladores de base son un *sistema de control pasivo*, lo que significa que no requieren una fuente de energía adicional para operar, sino que son activados por la acción del sismo. El sistema consiste en separar a la estructura del suelo introduciendo flexibilidad en su base, de modo que solo una pequeña parte de los movimientos sísmicos del suelo se transmiten a través de ella. Este aislamiento está limitado a las fuerzas en dirección horizontal que son a las que más responde la estructura.

Los aisladores de base se logran al introducir una capa de alta rigidez vertical, pero de baja rigidez en la base de la estructura, con esto lo que se logra es alargar su periodo natural, o bien, se pueden implementar elementos deslizantes en su base.

Para que un sistema de aislamiento funcione debe contar con lo siguiente:

1. Un montaje flexible que aumente el periodo de la estructura lo suficiente para reducir las fuerzas en la parte superior. Esto se puede lograr mediante dispositivos como almohadillas elastoméricas, rodillos, placas deslizantes, pilotes con fundas para suspensión de cables, cimientos oscilantes, entre otros.

2. Un amortiguador o disipador de energía para reducir las deflexiones relativas entre la estructura y el suelo. Dado que se le está brindando de flexibilidad a la base, esto hace que se someta a desplazamientos a lo largo del soporte, por lo que un dispositivo que los amortigüe es necesario. Esto se puede lograr con un dispositivo de histéresis que utilizan la deformación plástica para lograr el amortiguamiento.
3. Algún método que proporcione rigidez para controlar el comportamiento bajo terremotos o cargas de viento. Los aisladores deben ser diseñados para soportar las cargas verticales (CM) y cargas de viento y proporcionar un comportamiento elástico en esas condiciones. (Duggal, 2013)

Un sistema de aislamiento debe ser capaz de soportar la estructura y al mismo tiempo proporcionar flexibilidad horizontal y disipación de energía. Véase la Figura 1.15.

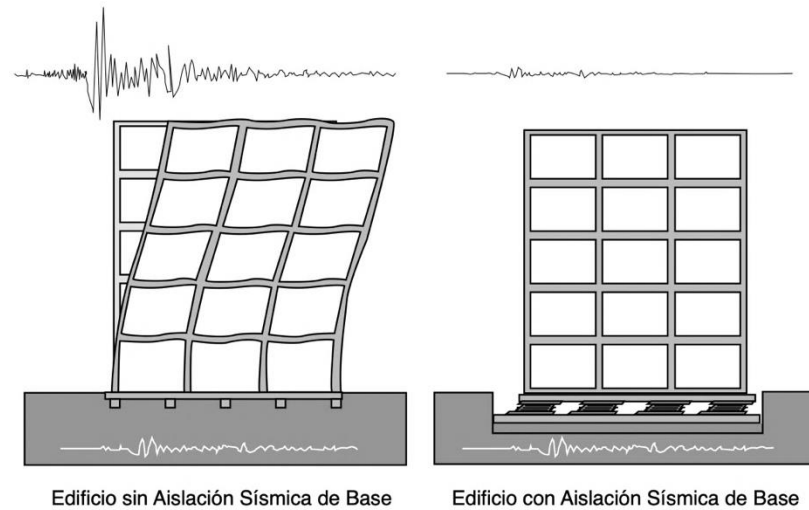


Figura 1.15 Comparación de respuesta sísmica de edificio sin aislamiento y edificio con aislamiento. (Corporación de Desarrollo Tecnológico - Cámara Chilena de la Construcción, 2011)

2 Descripción de la estructura

El puente especial atirantado “El Carrizo” es parte de la autopista Durango-Mazatlán y se encuentra en el km 162+172. Este se sitúa en la región de la Sierra Madre Occidental, cerca del límite entre los municipios de Hermosillo y San Miguel de Horcasitas, en el estado de Sonora, México. El puente cruza el río con el mismo nombre “El Carrizo”.

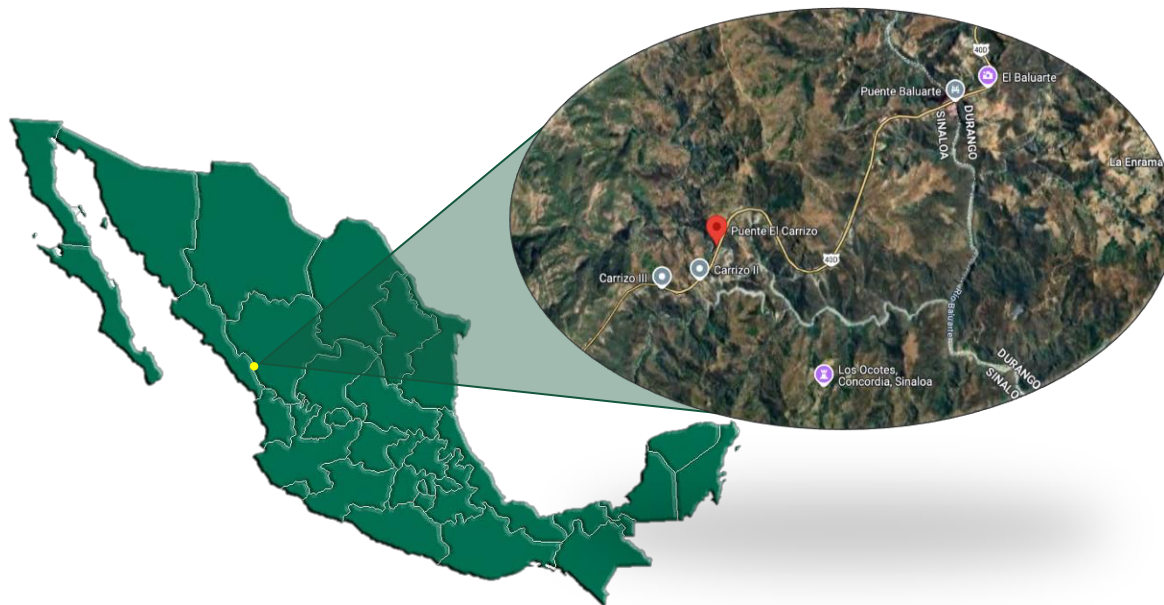


Figura 2.1 Ubicación del puente “El Carrizo” marcado en el mapa de la República

2.1 Descripción de la geometría estructural

La estructura del puente se compone fundamentalmente de secciones de acero y concreto reforzado, sostenida por tirantes que se conectan a una pila principal situada entre los tableros principales. El puente presenta dos tipos de tableros: dos principales y otro secundario, que en conjunto alcanzan una longitud total de 431 [m] desde el Estribo No. 1 hasta el Estribo No. 4, unidos por una junta de expansión ubicada entre ambos. Considerando solos los tableros principales, el puente alcanza una longitud de 364 [m]. La altura total del puente es de 226 [m], véase la Figura 2.2 y la Figura 2.4.

Considerando la topografía de la zona montañosa, el puente se apoya sobre dos pilas de concreto reforzado que sostienen cada uno de los tableros, los cuales están diseñados con cuatro carriles, uno para cada sentido de circulación vehicular. En la Figura 2.2 se ilustra una vista lateral del puente, donde se pueden observar los elementos que lo componen, sus dimensiones en [cm] y la orientación de cada sentido de tráfico.

El pilón principal (Pila No. 2) sostiene a los tableros principales del puente mediante tirantes de acero a ambos lados. Este pilón está construido en concreto reforzado y cuenta con una altura total de 226 [m] desde el nivel de desplante hasta su parte superior. La parte inferior del pilón es de sección variable, que mide 166 [m] y su parte superior mide 60 [m] como se puede apreciar en la Figura 2.4, esta última está compuesta por dos pilones a cada lado del tablero y están unidos por medio de dos trabes. La base en la que desplanta tiene unas dimensiones de 2.90 x 1.90 [m] y se apoya sobre un terreno compuesto principalmente de roca de origen ígneo. Cada uno de los pilones superiores que se encargan de sostener los tirantes, miden 3.60 x 3.00 [m] y las trabes que los unen miden 3.20 x 3.20 [m].

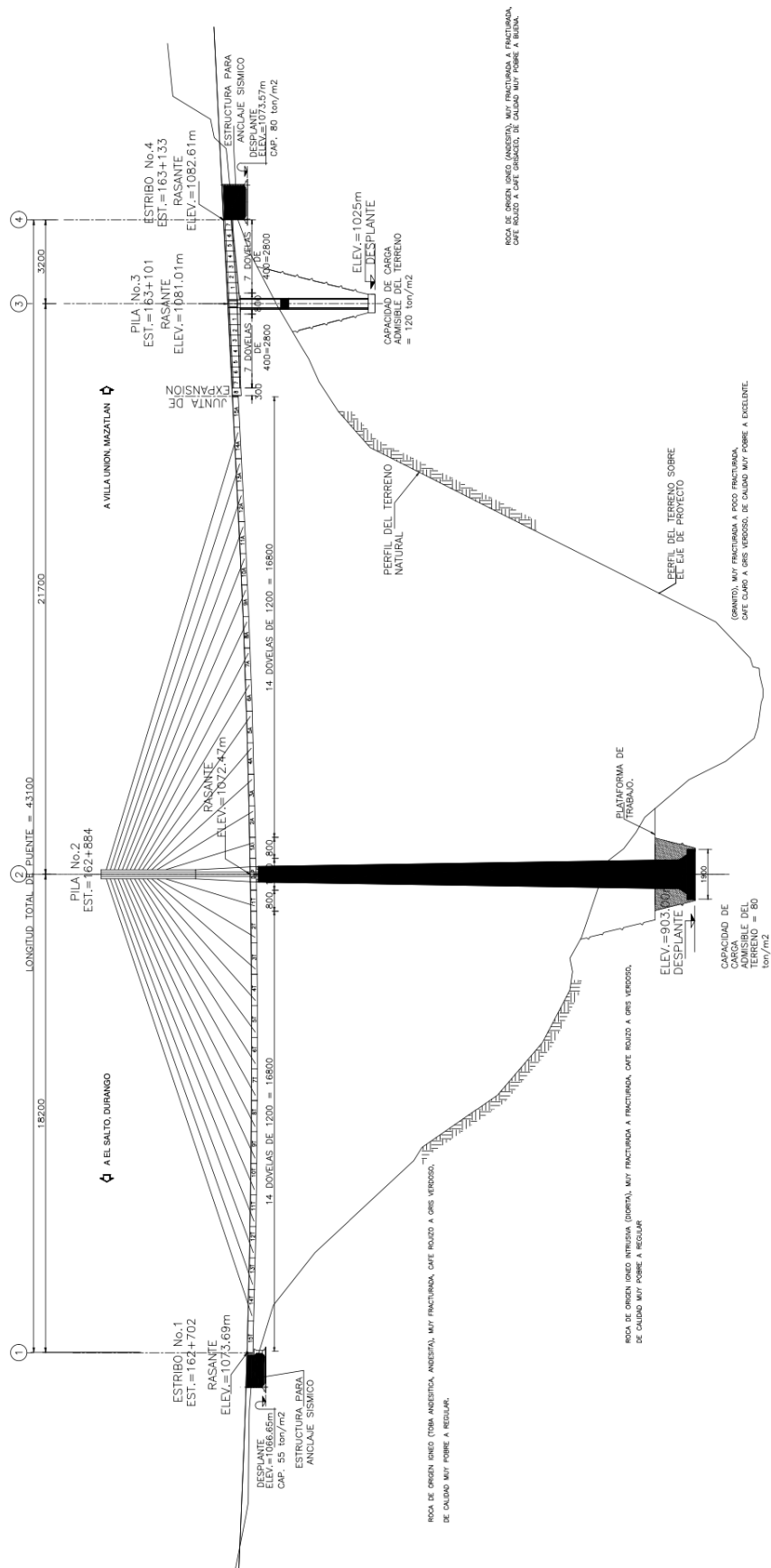


Figura 2.2 Vista de perfil del puente “El Carrizo”



El tablero principal del puente es un doble voladizo con claros de 182 [m] a ambos lados de la Pila No. 2 soportados por cables de tensión en toda su longitud. Está constituido por dovelas compuestas de traveses metálicas y un tablero de concreto de 20 [cm] de espesor. Las traveses principales son de tres placas y cuentan con cuatro atiesadores longitudinales; las traveses secundarias también son de tres placas y tienen atiesadores verticales. Tanto las traveses principales como secundarias están hechas de acero. El tablero cuenta con cuatro carriles de circulación vehicular, dos para cada sentido y tiene un ancho total de 18.40 [m], véanse Figura 2.5, Figura 2.6 y Figura 2.7.

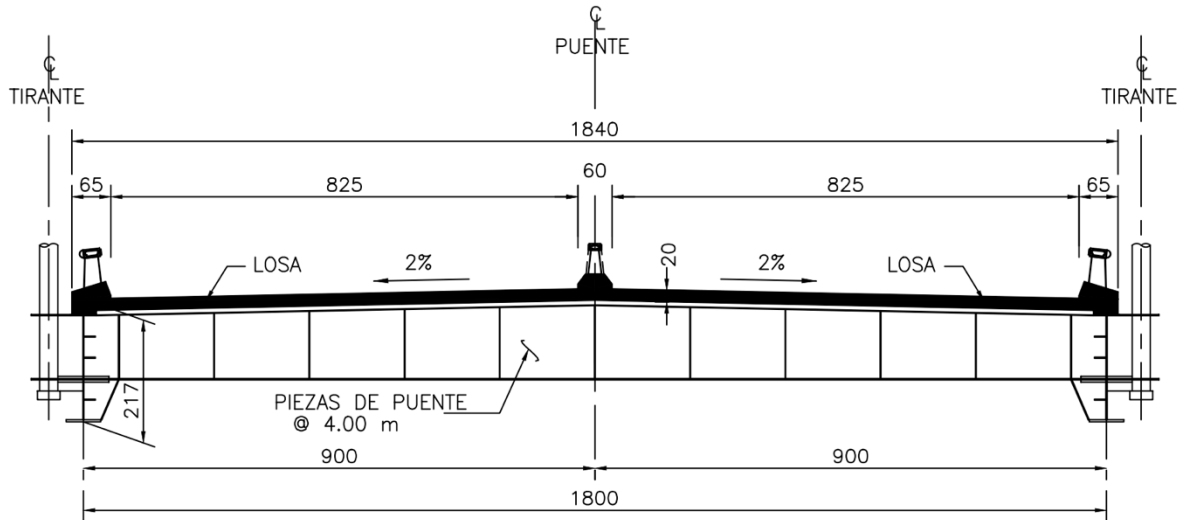


Figura 2.5 Sección transversal del tablero en Pila No. 2. [cm]

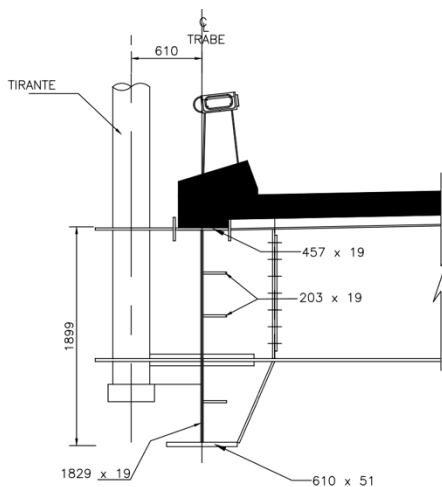


Figura 2.6 Tablero (Sección con anclaje). [cm]

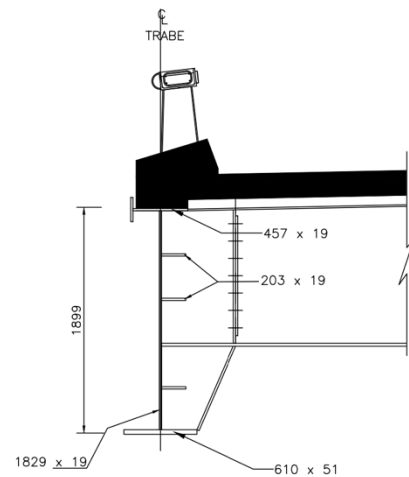


Figura 2.7 Tablero (Sección Básica). [cm]

Los tirantes que sostienen el tablero principal forman cuatro semi-arpas, cada una de ellas con 14 tirantes que se constituyen por entre 22 y 43 torones. Cada tirante se encarga de sostener una dovela por lado, de manera que cada dovela es sostenida por dos tirantes sujetos a la sección con anclaje, véase la Figura 2.6.

Existe un tablero secundario que es soportado por la Pila No. 3 ubicado en la parte que va rumbo a Villa Unión, Mazatlán (Figura 2.10). Al igual que el tablero principal, es un doble voladizo y está constituido por dovelas, sin embargo, las traveses principales son de sección cajón con cables de presfuerzo y las traveses secundarias son las mismas que el tablero principal. Cada voladizo se compone por siete dovelas con una longitud de 28 [m] por lado y una junta de expansión entre el tablero principal y el tablero secundario. La

sección transversal de las traveses tipo cajón varia a lo largo del tablero, teniendo su parte máxima desplantada en la Pila No. 3 y disminuyendo a los extremos. El tramo mide 67 [m] en total desde la primer a la última dovela y la sección transversal del tablero mantiene un ancho de 18.40 [m].

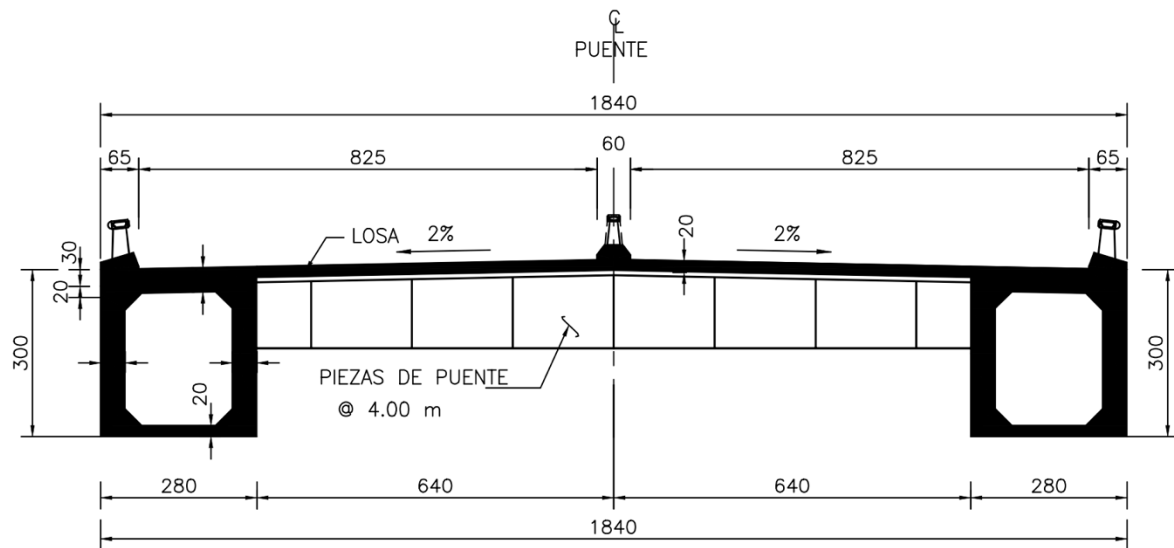


Figura 2.8 Sección transversal mínima Pila No.3. [cm]

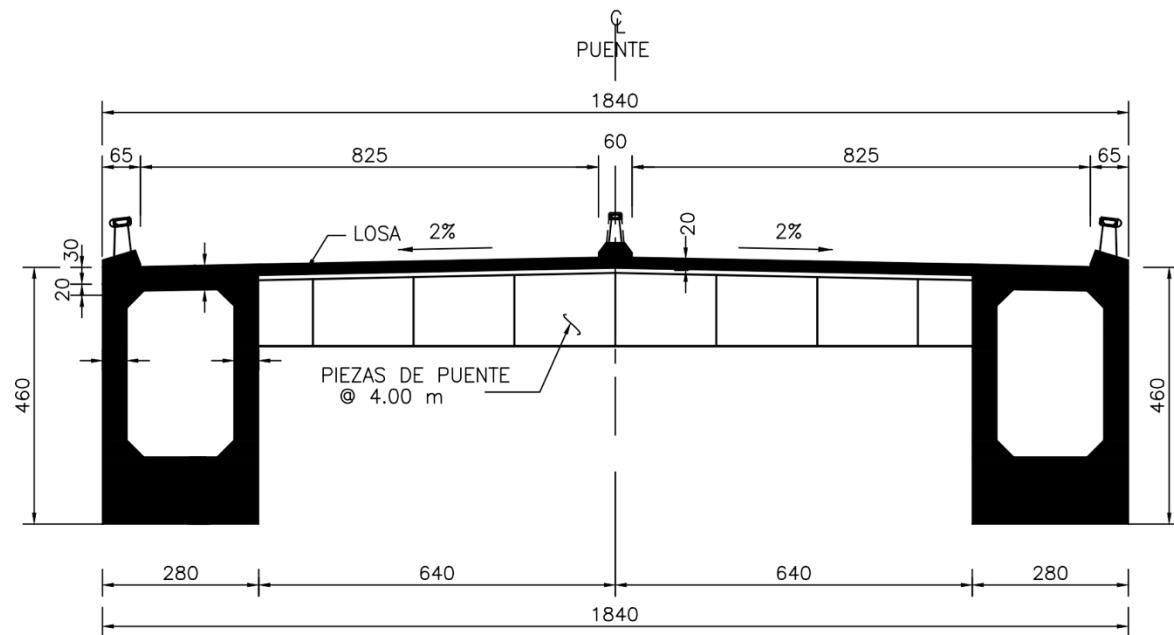


Figura 2.9 Sección transversal máxima Pila No.3. [cm]

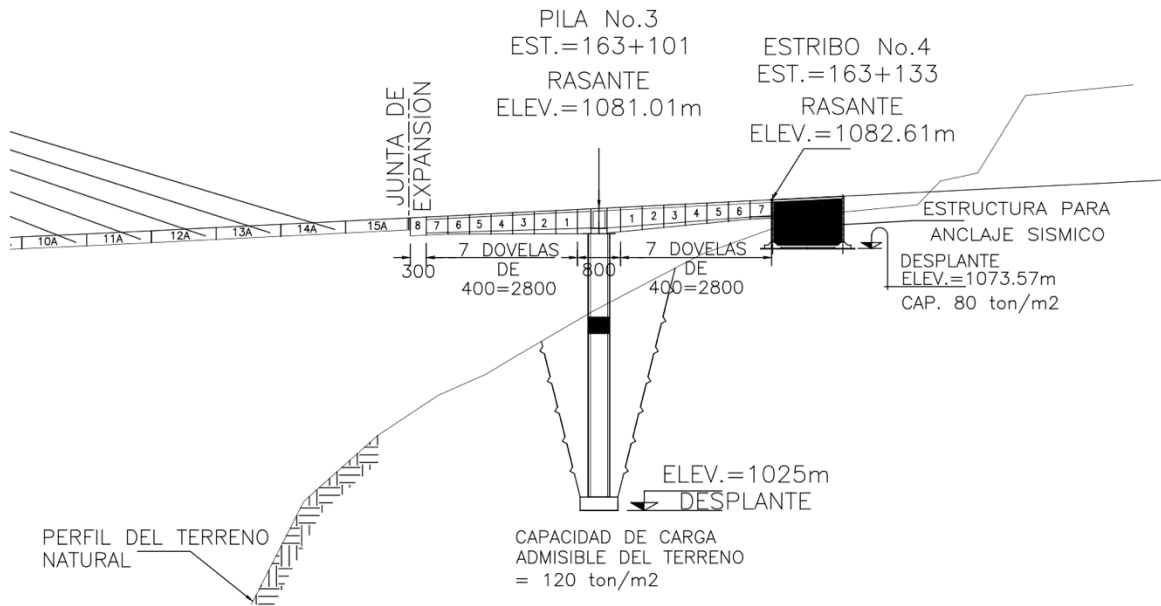


Figura 2.10 Vista de perfil del tablero principal y la Pila No. 3

La Pila No. 3 está compuesta por dos columnas de concreto reforzado y que se unen por medio de dos trabes, una en la parte media y otra a nivel del tablero. Las columnas son rectangulares de 4.0 x 2.8 [m] y en su base tiene dimensiones de 7.0 x 6.0 [m], ambas desplantadas en roca de origen ígneo.

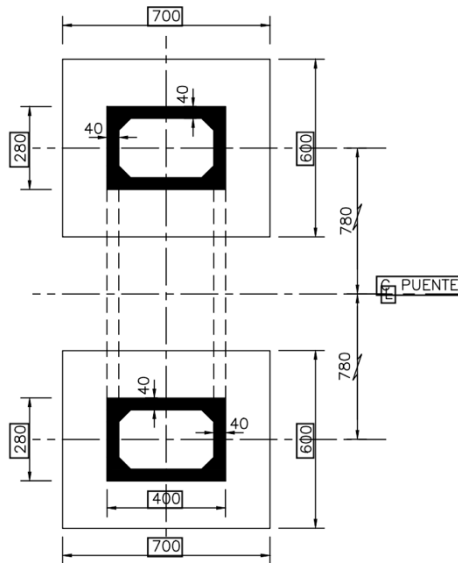


Figura 2.11 Sección transversal Pila No. 3. [cm]

2.2 Materiales

De acuerdo con las especificaciones y detalles establecidos en el proyecto ejecutivo, para el diseño y construcción del puente especial atirantado "El Carrizo", a continuación, se presenta la Tabla 2.1 que especifica los principales materiales estructurales que se usaron para su construcción y las secciones del puente a las que corresponden.

Tabla 2.1 Materiales estructurales del puente "El Carrizo" con sus secciones correspondientes

Material	Sección
Concreto con $f'_c = 350 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ y $E = 280,624.00 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$	Pila número 2
	Pila número 3
	Tablero principal
Concreto con $f'_c = 250 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ y $E = 221,359.44 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$	Tablero secundario
	Viga principal (Pila número 3)
Acero de grado 50 con $f_y = 3,515 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ y $E = 2,038,901.90 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$	Viga principal
	Viga secundaria
Acero de grado 270 con $f_y = 18,983 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ y $E = 2,003,748.40 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$	Cables de presfuerzo
	Tirantes

3 Estado actual de vibraciones del Puente El Carrizo

En este capítulo se presentan las frecuencias de vibrar del puente “El Carrizo” obtenidos mediante un estudio de vibración ambiental (Gómez *et al.*, 2013). Además, se presentan las vibraciones del tablero obtenidas en pruebas de carga realizadas en sitio.

3.1 Vibración ambiental del puente “El Carrizo”

El Instituto de Ingeniería de la UNAM (IINGEN) (Gómez *et al.*, 2013), realizó una serie de pruebas experimentales del puente durante y después de terminada la construcción del puente “El Carrizo” con el fin de corroborar las hipótesis de diseño del puente. En ese estudio experimental, el IINGEN realizó un estudio de vibración ambiental para determinar las frecuencias y modos de vibrar del puente, en la Tabla 3.1 se muestran las frecuencias obtenidas y las direcciones del movimiento.

Tabla 3.1 Periodos de vibración del estudio de vibración ambiental (Gómez *et al.*, 2021)

Modo	Frecuencia [Hz]	Periodo [s]	Componente
1	0.29	3.410	Vertical
2	0.34	2.92	Transversal
3	0.78	1.28	Vertical
4	1.03	0.98	Transversal
5	1.22	0.82	Longitudinal
6	1.27-1.32	0.76-0.79	Torsión
7	1.56	0.64	Transversal
8	1.61-1.66	0.60-0.62	Longitudinal
9	2.05	0.49	Longitudinal
10	2.44	0.41	Torsión

3.2 Vibración por carga vehicular

El equipo de vibración que utilizó el IINGEN para realizar las pruebas de vibración ambiental y pruebas de cargas dinámicas y de frenado, constó de equipo de cómputo, batería de 12 [V], antena GPS y tres acelerómetros triaxiales (véase la Figura 3.1), los cuales fueron colocados y distribuidos estratégicamente en las zonas donde se producen las mayores vibraciones y desplazamientos por carga móvil. Estos acelerómetros se ubicaron a una distancia aproximada de 134 [m] desde la Pila No. 2 hasta los puntos 24 (B) y 25 (A) y en la parte central del tablero principal para el “Punto 25”, (Figura 3.4) y con ellos se registraron las aceleraciones debidas al tránsito de vehículos a diferentes velocidades.



a) Acelerómetro (der.) y Digitalizador (izq.)



b) Antena de GPS



c) Equipo de cómputo (der.) y batería de 12 volts (izq.)

Figura 3.1 Equipo de vibración. (Gómez Martínez, y otros, 2013)

Los vehículos que se consideraron para estas pruebas de carga vehicular fueron el camión T3-S2-R4 y el T3-S3,. En total, fueron registrados y capturados nueve eventos, los cuales se presentan en la Tabla 3.2.

Como punto adicional, cabe mencionar que uno de los factores que amplifica las vibraciones, son las discontinuidades y la irregularidad de la carpeta asfáltica. La junta de expansión entre el tablero principal y secundario es un claro ejemplo de esto.

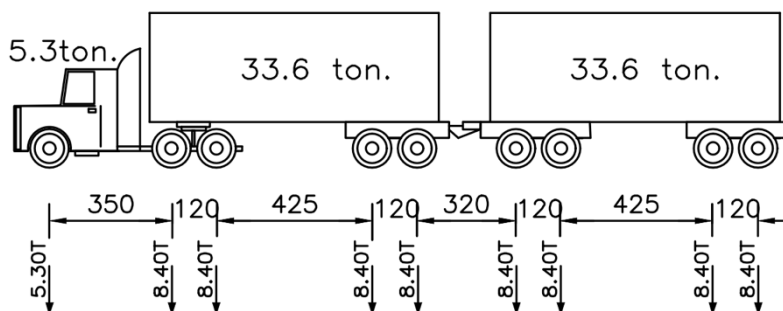


Figura 3.2 Camión T3-S2-R4

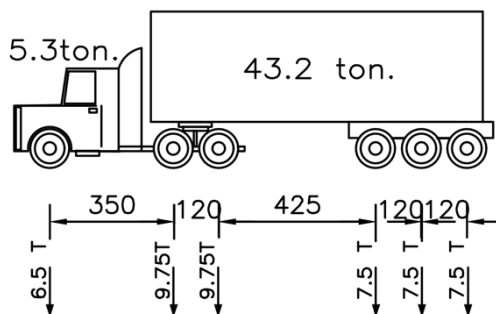


Figura 3.3 Camión T3-S3

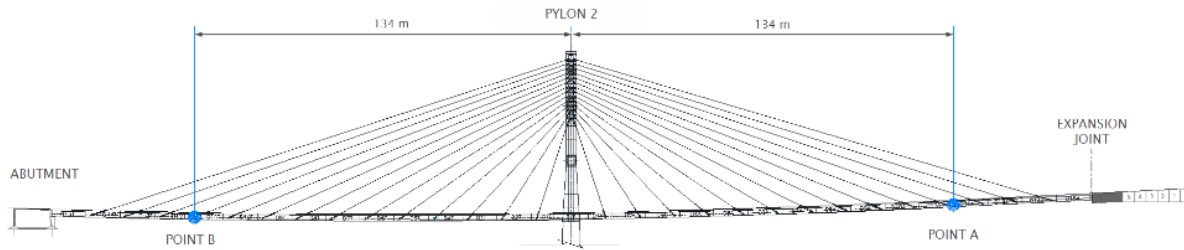


Figura 3.4 Configuración de acelerómetros en la superestructura del puente “El Carrizo”

Tabla 3.2 Dirección y velocidad de los vehículos observados durante cada evento

Evento	Dirección	Velocidad [km/h]
1	Sinaloa	81.90
2	Sinaloa	87.36
3	Sinaloa	93.60
4	Durango	45.19
5	Durango	77.08
6	Sinaloa	81.90
7	Durango	72.80
8	Sinaloa	72.80
9	Durango	87.36

En la Figura 3.5 y Figura 3.6 se muestran los registros de aceleraciones para los puntos 24 y 26 debido a la prueba de carga E2, mientras que en la Figura 3.7 y Figura 3.8 se muestran los correspondientes para la prueba E5. Estos registros fueron capturados en las pruebas de cargas dinámicas y de frenado con las cargas vehiculares antes ya mencionadas. Observando estas imágenes se puede determinar la respuesta del puente.

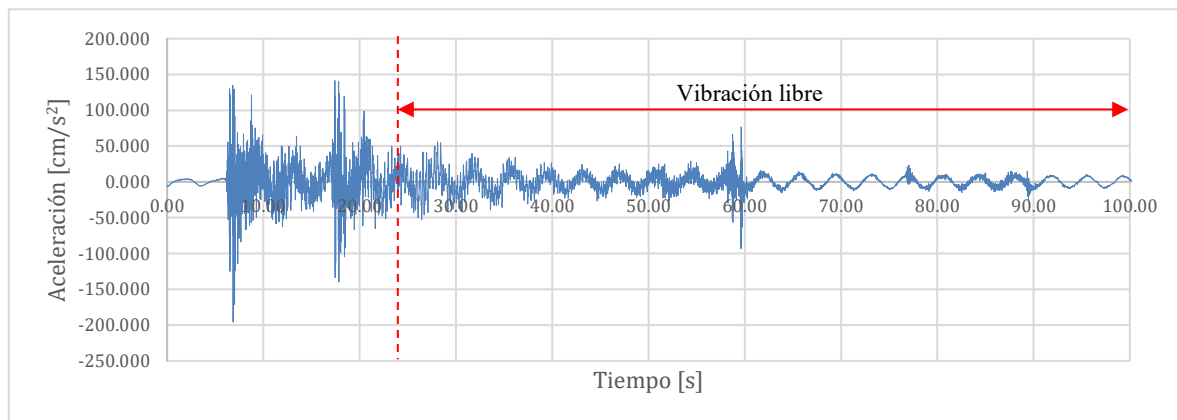


Figura 3.5 Evento E2. Punto "26"

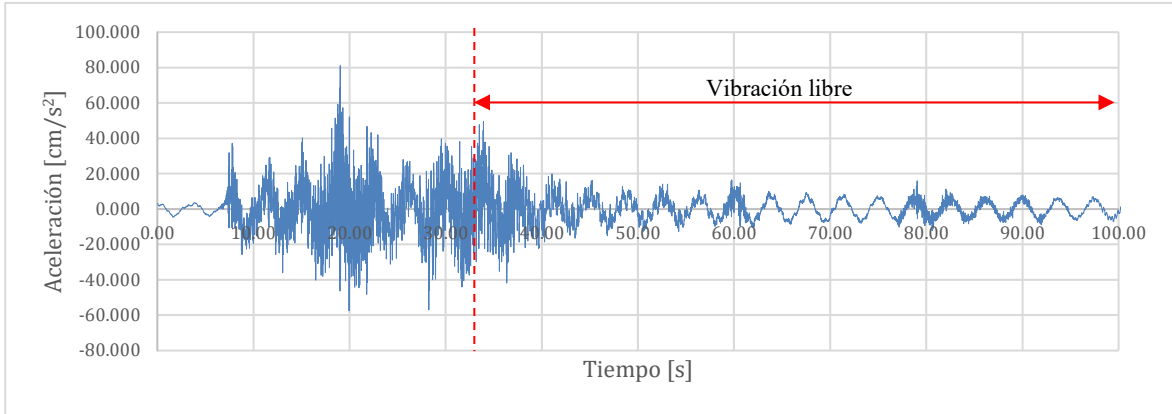


Figura 3.6 Evento E2. Punto "24"

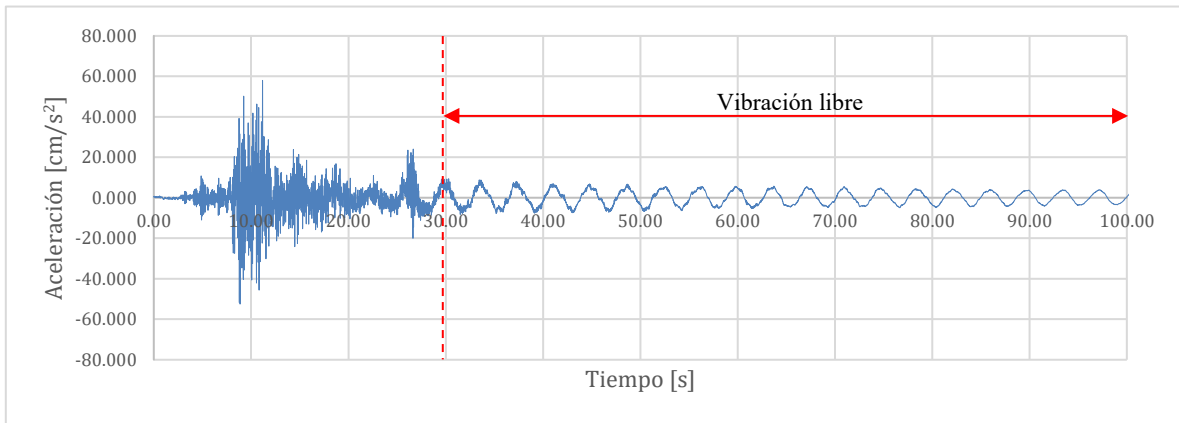


Figura 3.7 Evento E5. Punto "24"

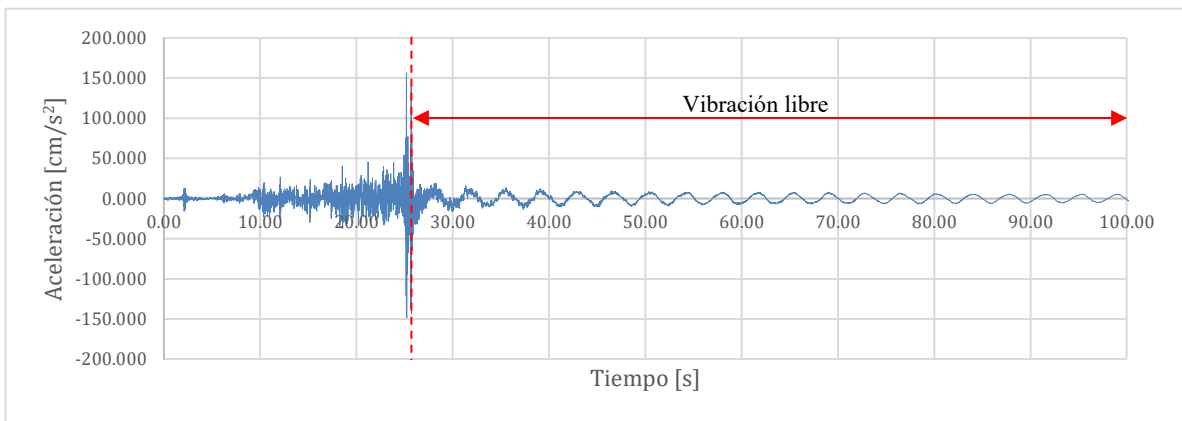


Figura 3.8 Evento E5. Punto "26"

En ambos eventos se observan comportamientos similares, caracterizados por picos de aceleración que se hacen presentes cuando los vehículos transitan sobre el tablero. Al finalizar el recorrido, el puente continúa oscilando en vibración libre durante un tiempo considerable, que va más allá de los 100 [s] y considerando que con este fenómeno inicia aproximadamente entre los 25 y 35 [s] (como se indica con la línea punteada en cada figura). Esta oscilación continua podría resultar perjudicial para la estructura, ya que el constante movimiento al que se ve sometida genera efectos adversos, como el aumento en la fatiga de los materiales. A largo plazo, esto podría reducir significativamente la vida útil del puente debido a la fatiga estructural, lo que eventualmente afectaría tanto la seguridad como el confort de los usuarios.

En conclusión, se puede afirmar que las cargas vehiculares generan vibraciones significativas en el tablero del puente, las cuales deben ser gestionadas de manera adecuada para mitigar sus efectos negativos. Además, las vibraciones inducidas por fenómenos sísmicos y cargas eólicas añaden ciclos de esfuerzos adicionales, lo que puede acelerar el deterioro de la estructura y reducir aún más su vida útil debido a la fatiga. Para contrarrestar estos efectos, es esencial implementar un sistema de control de vibraciones que permita mitigar las aceleraciones del tablero y minimizar las oscilaciones. El diseño efectivo de este sistema de control requiere de un modelo numérico calibrado que refleje el estado actual del puente, asegurando así que las intervenciones sean adecuadas y eficientes. De esta forma, se garantizará la prolongación de la vida útil de la estructura, manteniendo tanto su seguridad como su funcionalidad a lo largo del tiempo.

4 Modelo numérico

El objetivo principal de este trabajo es implementar un sistema TMD para tratar de mitigar las vibraciones en el tablero del puente ante carga vehicular. Para el correcto diseño del TMD y su implementación, es necesario contar con un modelo numérico que sea representativo de las condiciones reales del puente. En este capítulo se describe el modelo numérico y su calibración con los resultados de vibración ambiental. También se presentan simulaciones de carga vehicular comparadas con las obtenidas experimentalmente por el IINGEN.

Una vez calibrado el modelo, posteriormente se implementará el sistema de Amortiguamiento de Masas Sintonizadas y se harán las mismas simulaciones para comparar y determinar si el uso de este sistema de control es efectivo, viable, factible y se justifica o en caso contrario se darán las recomendaciones pertinentes.

4.1 Descripción del Modelo 3D

El modelo numérico se elaboró en el software SAP2000, el cual es un programa de modelación estructural, orientado al análisis y dimensionamiento del conjunto de problemas de ingeniería de estructuras. El modelo tridimensional de elementos finitos que se realizó del puente “El Carrizo” considera la geometría del puente y sus diferentes componentes fueron modelados utilizando las secciones transversales y materiales en el proyecto ejecutivo del mismo. En la Figura 4.1 se muestra una vista del modelo tridimensional generado.

Para modelar cada parte del puente, se utilizaron diferentes elementos finitos como elementos barra (*frame*), elementos tendón (*tendon*), elementos tipo cable (*cable*) y elementos bidimensionales o de área (*area*), a continuación, se describen los elementos considerados para su modelación y sus elementos finitos correspondientes.

La Pila No. 2 y la Pila No. 3 fueron modeladas con un elemento barra o frame y cuentan con un empotramiento en la zona de desplante que restringe totalmente su movimiento en (x, y, z) , ya que el puente se encuentra apoyado en una zona donde el suelo está compuesto principalmente de roca de origen ígneo intrusiva. Las secciones transversales que las conforman consideran la variación geométrica especificada en el proyecto ejecutivo.

Para modelar el tablero principal atirantado, las trabes metálicas principales y secundarias de las dovelas se definieron como frame. En las zonas de las dovelas donde se anclan los tirantes para los cables, se modelaron conexiones especiales por medio de elementos de liga o links.

Las dovelas de concreto soportadas por la Pila No. 3 presentan la misma sección en las vigas secundarias, mientras que en las principales se definieron como frame con sección transversal variable en forma de cajón.

Los últimos elementos definidos como frame son los parapetos presforzados de sección rectangular ubicados en la parte central del puente sobre la Pila No. 2. Los tendones de presfuerzo para el parapeto se modelaron con el elemento tipo tendon con las tensiones indicadas en el proyecto ejecutivo, al igual que el área. Estos están conectados a ellos por medio de links ubicados en la parte superior.

Para la losa o superficie de rodamiento del tablero principal se modeló con el elemento tipo cascarón (*Shell*) con un espesor de 20 [cm] como se especifica en los planos, excepto en la zona de los parapetos presforzados, ya que ahí se considera una losa de 40 [cm] de espesor. En el tablero secundario, que está sostenido por la Pila No. 3 también se colocó una losa de 20 [cm].

Los cables que sostienen el tablero principal se modelaron como secciones tipo cable y se les asignó a cada uno el área total correspondiente a cada torón. Los cables están conectados al tablero por medio de links

como ya se mencionó anteriormente y llegan hasta la parte superior de la Pila No. 2 donde se convierte en dos pilones por lado.

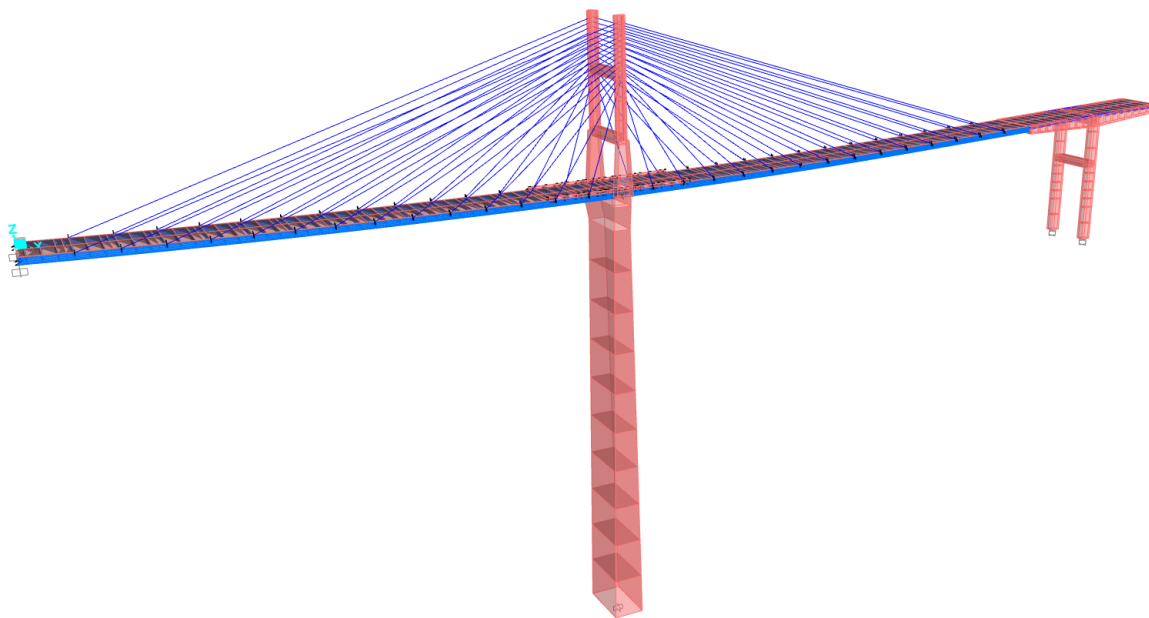


Figura 4.1 Vista tridimensional del Modelo 3D

4.2 Análisis por carga muerta

Para llevar a cabo el análisis del peso propio de la estructura, se modeló teniendo en cuenta todas las especificaciones geométricas detalladas en el proyecto ejecutivo para cada uno de los elementos estructurales, así como los materiales asignados a cada componente.

Además de lo mencionado, se incorporaron cargas puntuales, lineales y superficiales en zonas específicas para simular el peso de ciertos componentes no estructurales que no fueron modelados explícitamente, debido a que no tienen un impacto estructural significativo. No obstante, el peso generado por estos elementos es relevante y esencial para representar adecuadamente la masa del puente, la cual influye de manera importante en la determinación de los modos y frecuencias de vibración de la estructura. A las traveses principales de los tableros conectados a la Pila No. 2 se les aplicó una carga lineal de 428 [kg/m] y una carga puntual de 134 [kg] a cada 4 [m] para representar el peso de los parapetos. En las conexiones de acero se añadió una carga puntual de $1,240 \text{ [kg]}$ y en los links correspondientes a las zonas de anclaje para el tablero y los cables se asignó una carga puntual de $1,400 \text{ [kg]}$. Por último, para la superficie de rodamiento tanto en los tableros principales como en el secundario se agregó una carga superficial de $88 \text{ [kg/m}^2\text{]}$ que representa el peso ejercido por la capa de asfalto.

Con lo anterior, es posible obtener una representación correcta del puente y realizar una simulación por peso propio, a partir de la cual el programa podrá generar el análisis modal para obtener los modos y frecuencias de vibrar y posteriormente simular los escenarios de carga vehicular realizados por el IINGEN.

4.3 Análisis modal

A través de un análisis modal se identificaron los períodos, frecuencias y modos de vibración de la estructura. Este análisis permite observar las distintas direcciones de vibración del puente, tales como las transversales,

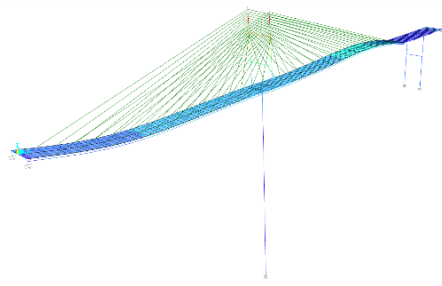
longitudinales y torsionales, así como los modos acoplados asociados. Los primeros 25 modos de vibración se presentan en la Tabla 4.1, mientras que la Figura 4.2 ilustra los primeros 8 modos de vibración.

Tabla 4.1 Periodos y frecuencias de vibrar del Modelo 3D

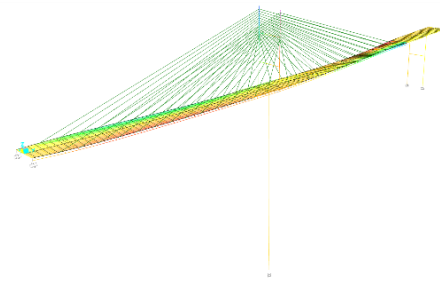
Modo	Periodo [s]	Frecuencia [Hz]	Componente
1	3.395	0.295	Vertical
2	3.038	0.329	Transversal
3	2.000	0.500	Torsión
4	1.944	0.515	Vertical
5	1.330	0.752	Torsión
6	1.291	0.775	Vertical
7	1.190	0.841	Vertical
8	1.052	0.950	Transversal
9	0.947	1.056	Longitudinal
10	0.938	1.066	Torsión
11	0.872	1.147	Longitudinal
12	0.867	1.153	Torsión
13	0.801	1.248	Longitudinal
14	0.793	1.261	Acoplado Transversal-Torsión
15	0.705	1.419	Vertical
16	0.650	1.538	Torsión
17	0.635	1.575	Acoplado Transversal-Torsión
18	0.628	1.592	Longitudinal
19	0.589	1.697	Acoplado Transversal-Torsión
20	0.537	1.863	Vertical
21	0.523	1.913	Vertical
22	0.496	2.017	Acoplado Transversal-Torsión
23	0.479	2.086	Acoplado Transversal-Torsión
24	0.414	2.414	Acoplado Longitudinal-Torsión
25	0.400	2.499	Torsión

Para utilizar el modelo tridimensional ante diferentes cargas de manera efectiva, es necesario verificar que sea representativo de la realidad, es decir, que responda de manera similar a cómo lo haría el puente "El Carrizo" ante fuerzas dinámicas externas. Comparando los resultados del análisis modal con el estudio de vibración ambiental se puede determinar su representatividad.

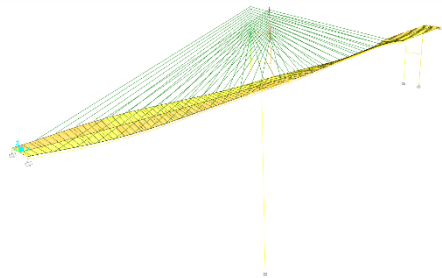
En la Tabla 4.2 se presenta la comparativa de los modos del modelo con los experimentales. Se puede observar que todos los periodos, junto con su componente correspondiente coinciden a excepción del 9, sin embargo, la diferencia que existe entre uno y otro es muy pequeña y los valores del periodo son muy cercanos entre sí para todos los modos. Con esto es válido concluir que efectivamente, el modelo es representativo en masa y rigidez de la estructura real.



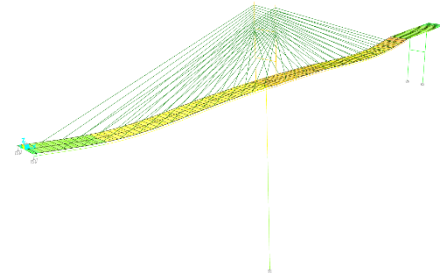
1er modo de vibrar (Vertical)



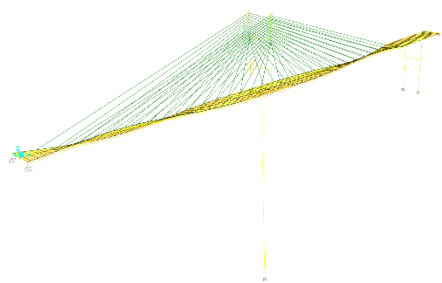
2do modo de vibrar (Transversal)



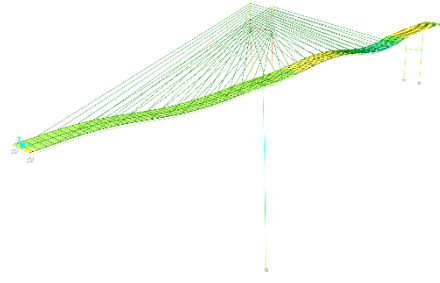
3er modo de vibrar (Torsión)



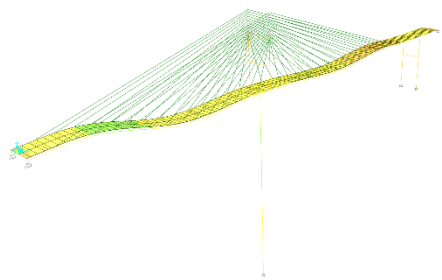
4to modo de vibrar (Vertical)



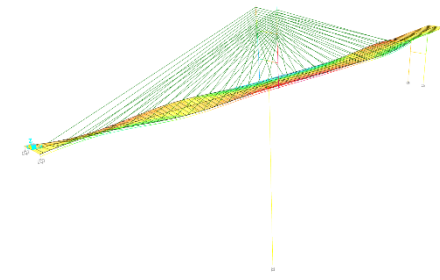
5to modo de vibrar (Torsión)



6to modo de vibrar (Vertical)



7mo modo de vibrar (Vertical)



8vo modo de vibrar (Transversal)

Figura 4.2 Primero 8 modos de vibrar de la estructura, correspondiente a la Tabla 4.1

Tabla 4.2 Comparativa de periodos y modos de vibrar

Modo	Periodo (Experimental)	Periodo (Modelo)	Componente (Experimental)	Componente (Modelo)	Diferencia %
	[s]	[s]			
1	3.410	3.395	Vertical	Vertical	0.45%
2	2.92	3.038	Transversal	Transversal	3.88%
3	1.28	1.291	Vertical	Vertical	0.82%
4	0.98	1.052	Transversal	Transversal	6.85%
5	0.82	0.801	Longitudinal	Longitudinal	2.34%
6	0.76-0.79	0.793	Torsión	Torsión	0.35%
7	0.64	0.635	Transversal	Transversal	0.77%
8	0.60-0.62	0.628	Longitudinal	Longitudinal- Acoplado	1.29%
9	0.49	0.496	Longitudinal	Transversal- Torsión	1.15%
10	0.41	0.400	Torsión	Torsión	2.44%

4.4 Simulación de carga viva (TH)

Los eventos "E2" y "E5" mencionados en el Capítulo 3.2 fueron seleccionados y simulados en el modelo tridimensional mediante un análisis de tiempo-historia. En estas simulaciones se utilizaron los mismos vehículos empleados en las pruebas experimentales con las velocidades correspondientes mencionados en la Tabla 3.2. Estas simulaciones sirven para verificar que el modelo responda de manera similar a como lo haría el puente, bajo las mismas condiciones de carga. Además, se incorporó un factor de incremento por carga dinámica de 1.33, conforme a lo estipulado por las normas AASHTO (AASHTO, 2020).

La Figura 4.3 y la Figura 4.4 muestran los registros experimentales de aceleración para los puntos 24 y 26 comparados con las obtenidas en el modelo numérico. Las Figura 4.5 y Figura 4.6 muestran los registros del evento E5, también comparados con la respuesta del modelo numérico.

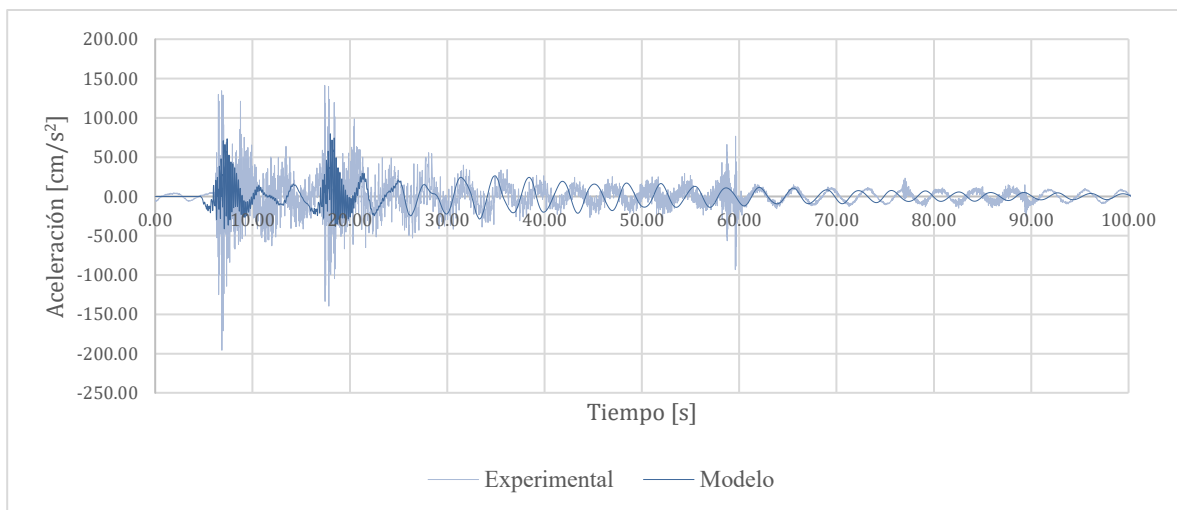


Figura 4.3 Evento E2. Punto "26"

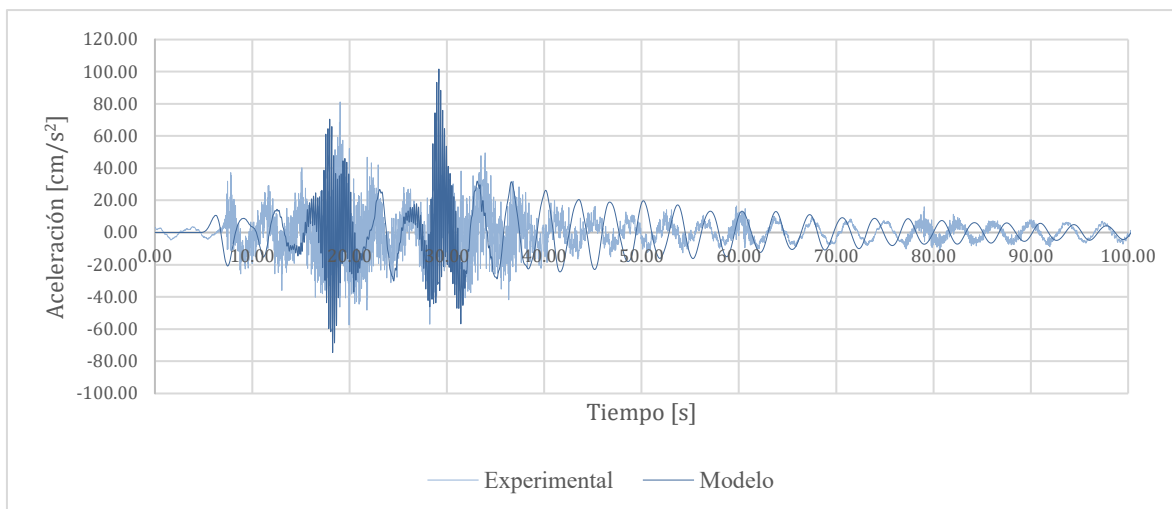


Figura 4.4 Evento E2. Punto "24"

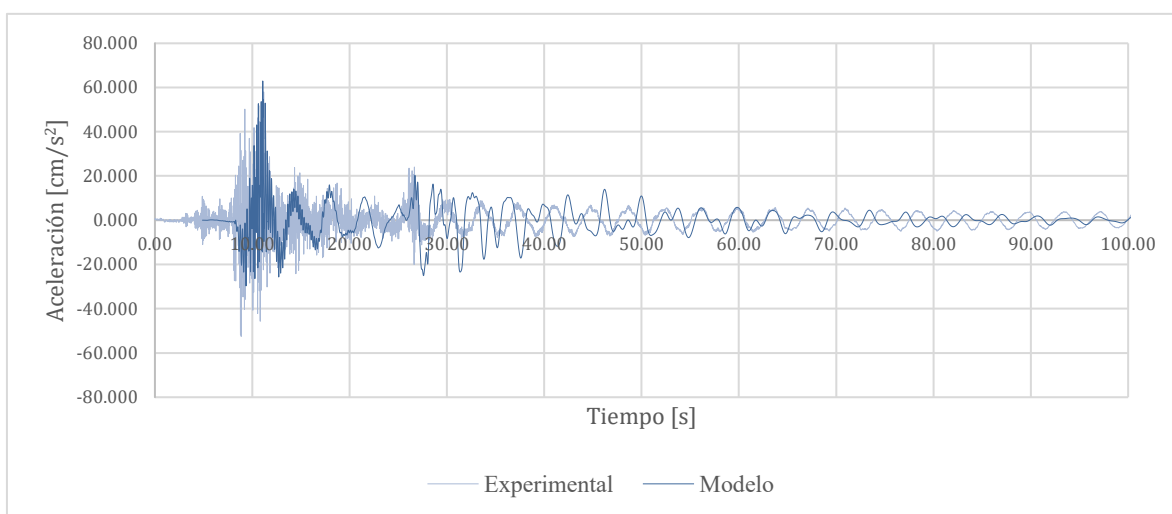


Figura 4.5 Evento E5. Punto "24"

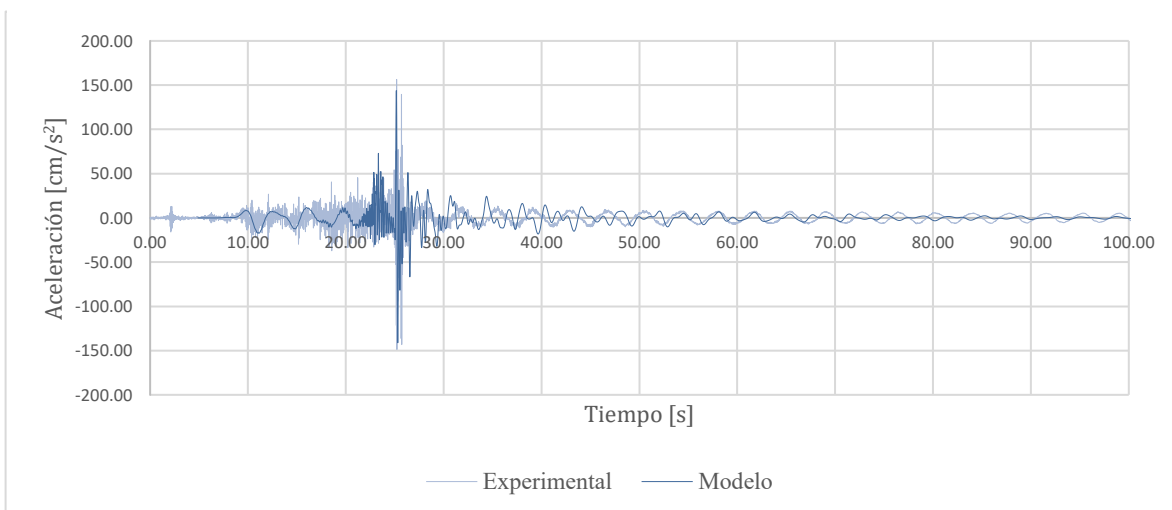


Figura 4.6 Evento E5. Punto "26"

Como se puede apreciar en las figuras anteriores, tanto el modelo tridimensional como las pruebas experimentales presentan comportamientos similares frente al tránsito de carga vehicular en los puntos 24 y 26. En ambas respuestas, experimental y teórica, se observa una fuerte excitación cuando el camión transita por el puente, pero también se observa el movimiento en vibración libre del tablero una vez que el camión ha abandonado el puente. El objetivo del sistema de control TMD es tratar de eliminar o minimizar estas últimas vibraciones.

4.5 Frecuencia de oscilación vertical por carga vehicular

A partir de los registros generados por la carga vehicular sobre el puente, en la parte de vibración libre, es posible identificar las frecuencias relacionadas con este movimiento oscilatorio vertical del tablero usando el método de Transformada de Fourier. Este análisis se realiza en cada evento registrado en ambos puntos de medición, tanto en el caso experimental como en el modelo numérico. La frecuencia derivada de este proceso es fundamental para el diseño del sistema TMD, ya que su correcta sintonización permite que las vibraciones inducidas por carga dinámica se transfieran a la masa del sistema de control, disminuyendo las vibraciones y aceleraciones del puente y asegurando el retorno de la estructura a su posición estática en un tiempo relativamente corto.

A continuación, se presentan los resultados del análisis espectral obtenidos en ambos punto para cada evento. La Figura 4.7 la Figura 4.8 muestran los resultados obtenidos del evento E2 tanto por datos experimentales como por los arrojados por el modelo numérico. En ellos se observa que ambas frecuencias son muy similares y están en el intervalo de 0.27-0.30. La Figura 4.9 y la Figura 4.10 muestran los resultados correspondientes al evento E5 y de manera análoga los resultados son prácticamente los mismos para ambos escenarios. Para el diseño del TMD se empleará una frecuencia de 0.29 Hz, ya que es la obtenida a partir del modelo numérico y en él se realizará la simulación del sistema TMD.

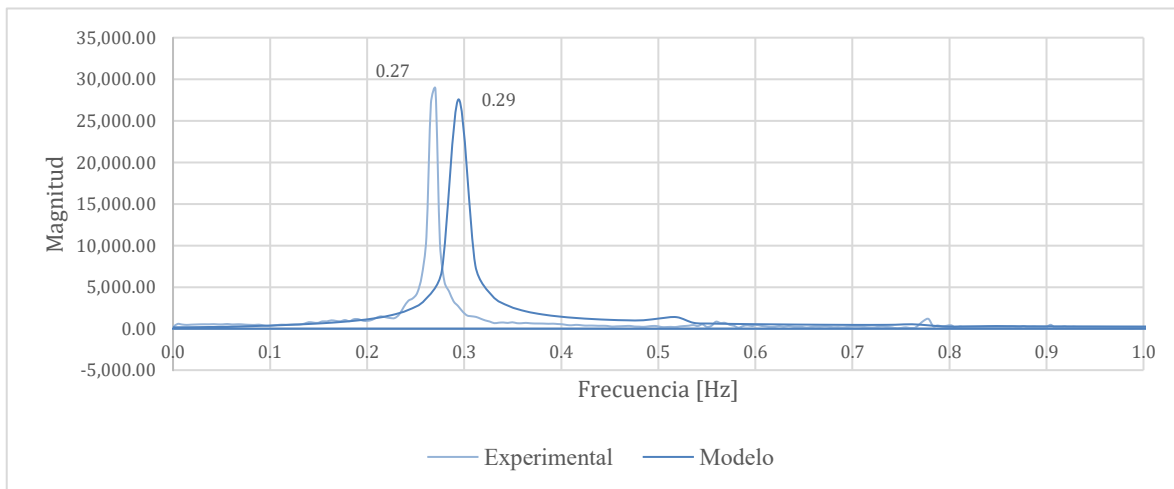


Figura 4.7 Frecuencias. Evento E2. Punto "24"

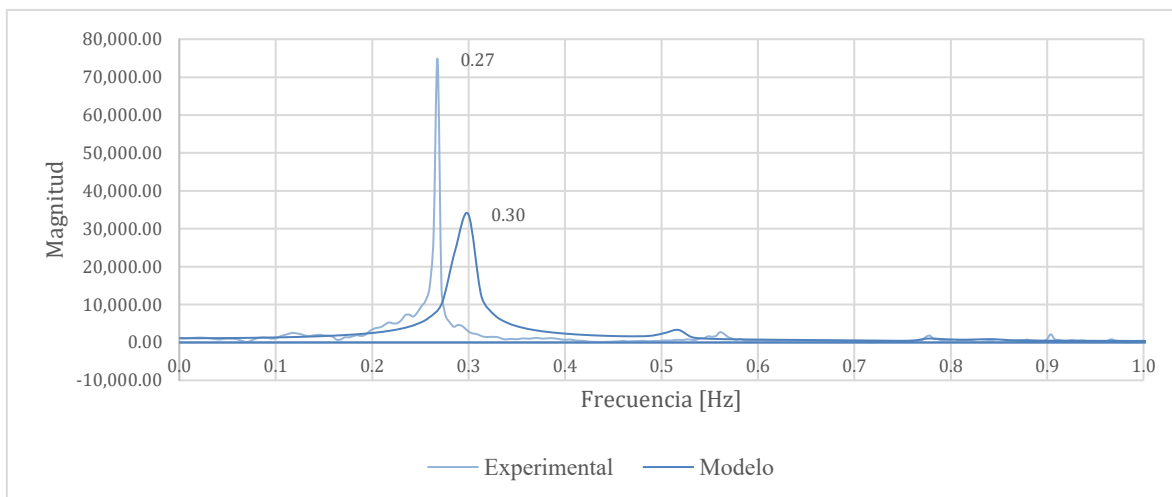


Figura 4.8 Frecuencias. Evento E2. Punto "26"

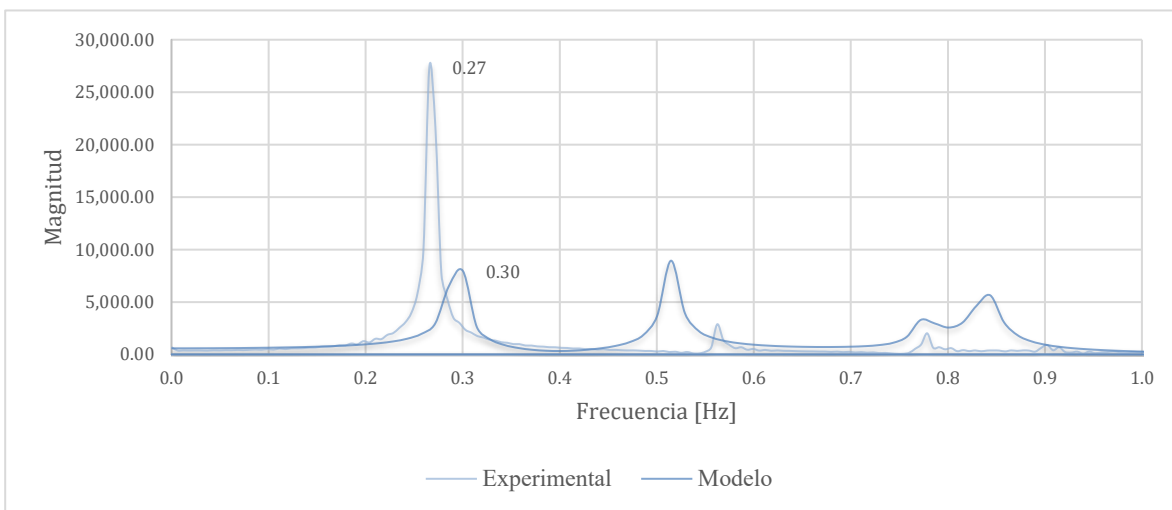


Figura 4.9 Frecuencias. Evento E5. Punto "24"

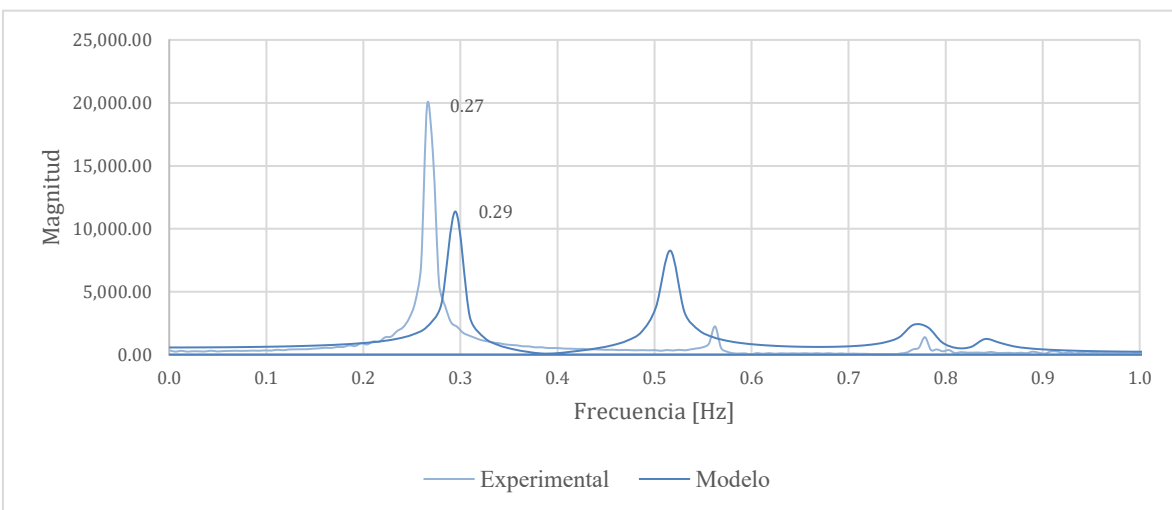


Figura 4.10 Frecuencias. Evento E5. Punto "26"

5 Diseño y modelado del TMD

5.1 Aproximación al diseño óptimo de TMD

El sistema de amortiguación de masas sintonizadas (TMD) ha sido objeto de desarrollo desde principios del siglo XX con el propósito de mejorar el comportamiento dinámico de las estructuras al incorporar este dispositivo. Este dispositivo clásico de ingeniería consiste en una masa, un resorte y un amortiguador, los cuales están soportados por la estructura principal, que en este caso corresponde a los tableros principales del puente especial atirantado "El Carrizo", con el objetivo de mitigar su respuesta dinámica ante carga vehicular.

En la mayoría de los estudios, se han desarrollado modelos y análisis con un grado de libertad, con el fin de comprender de manera teórica el fenómeno en cuestión. Uno de los pioneros en investigar este sistema fue Frahm, quién en 1911 propuso un modelo estructural compuesto por una estructura de un grado de libertad y un absorbedor acoplado a ella, ambos sin amortiguamiento, con el fin de reducir el movimiento de balanceo y las vibraciones en los cascos de los barcos. (Hamburg, Germany Patent No. 525,455, 1911). De acuerdo con las especificaciones, el diseño del sistema debe realizarse para una frecuencia particular que coincida con la frecuencia natural de la estructura principal, de modo que sea el cuerpo auxiliar (en este caso, la *masa*) el que se excite, contribuyendo así a la reducción de las vibraciones en la estructura principal. Este principio refleja una de las propiedades fundamentales que caracterizan al sistema de amortiguación de masas sintonizadas (TMD), conocida como sintonización (*Tuning*).

Una vez aclarada la interacción que tendrán el puente y el TMD, es importante definir el amortiguamiento óptimo que llevara el sistema, ya que será el encargado de reducir las vibraciones al tiempo que el TMD resuene con la frecuencia de vibrar del puente. A lo largo de los años, diversos investigadores han propuesto una amplia variedad de metodologías para abordar estos problemas. Entre ellas se incluyen los enfoques clásicos de Den Hartog, la norma H_∞ (orientada a la minimización de la amplitud máxima de la respuesta) y la norma H_2 (que busca la minimización de la energía total de vibración del sistema), así como el más reciente Criterio de Desempeño (Performance). Los métodos clásicos, sin embargo, suelen implicar simplificaciones del problema real, como la omisión del efecto del amortiguamiento en la estructura y en muchos casos, estos enfoques están diseñados para sistemas de un solo grado de libertad, donde se considera únicamente un modo de vibración afectado, o bien se contemplan situaciones en las que los modos de vibración involucrados están suficientemente distantes entre sí en términos de frecuencia.

En el contexto de la presente tesis, es apropiado emplear los enfoques de los métodos clásicos, dado que el objetivo es mejorar el rendimiento del puente mediante la incorporación de un sistema TMD que contribuya a la reducción significativa de las vibraciones, aceleraciones y desplazamientos que actualmente presenta. Para ello, se utilizará la frecuencia de vibración de 0.29 [Hz], que se manifiesta cuando el puente es sometido a carga vehicular, y que se encuentra en el eje z, es decir, en un desplazamiento oscilante vertical de los tableros principales, la cual ya se mencionó en Capítulo 4.5.

5.2 Criterios clásicos de optimización de TMD

Para el diseño de un TMD que cumpla con los requisitos previamente establecidos, es crucial llevar a cabo un proceso de optimización que permita determinar con precisión los parámetros de masa, rigidez y amortiguamiento necesarios para garantizar un funcionamiento eficiente del puente. Los sistemas TMD deben diseñarse con especial atención, ya que pequeñas variaciones en los valores de amortiguamiento o masa pueden ocasionar diferencias sustanciales en los resultados obtenidos. Además, es indispensable verificar que la implementación del TMD no afecte de manera importante las frecuencias naturales de vibración ni las formas modales del puente. En este sentido, Den Hartog sugiere que la relación de masa (μ) del TMD respecto a la masa total de la estructura debe mantenerse dentro del rango de $1\% \leq \mu \leq 10\%$, para $\mu = m_s/m_p$.

Donde (m_s) es la masa del TMD y (m_p) la masa de la estructura principal, que es este caso es la masa de cada tablero.

5.2.1 Formulación de Den Hartog

El método de los puntos fijos de Den Hartog (Den Hartog, 1947) consiste en una aproximación a la solución del criterio de la norma H_∞ y funciona para calcular aproximaciones de los parámetros óptimos, q (relación de frecuencias) y ξ_s (razón de amortiguamiento) basados en la observación de que en las estructuras sin amortiguamiento ($\xi_p = 0$), existen al menos dos frecuencias y por tanto dos relaciones de frecuencias, r_{p1} y r_{p2} , generadas de la inclusión de una masa adicional (el TMD) y que están centradas en la frecuencia original, donde $|G_p(r_{p1})|$ (factor de amplificación dinámica) no varía con respecto a la variación de ξ_s , esto quiere decir que las aproximaciones de los parámetros óptimos se obtienen maximizando $G_p(r_{p1})$ y $G_p(r_{p2})$, con la condición $|G_p(r_{p1})| = |G_p(r_{p2})|$.

$$\frac{\partial |G_p(r_{p1})|}{\partial \xi_s} = \frac{\partial |G_p(r_{p2})|}{\partial \xi_s} = 0 \quad (5.1)$$

Esta propiedad es aplicable únicamente en casos donde el sistema principal no presenta amortiguamiento. Sin embargo, las expresiones propuestas por Den Hartog pueden ser utilizadas con resultados precisos y aceptables en estructuras con amortiguamiento, siempre y cuando este sea pequeño y se encuentre dentro del orden de $\xi_p \leq 1$ a 2% y donde la relación de masas corresponde a $0.01 \leq \mu \leq 0.10$.

Las siguientes son las expresiones analíticas obtenidas por Den Hartog para calcular la relación de frecuencias (q_{DH}) y el factor de amortiguamiento (ξ_{DH});

$$q_{DH} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (5.2)$$

$$\xi_{DH} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (5.3)$$

Otro parámetro importante en la optimización del TMD según Den Hartog, es la frecuencia óptima ($\omega_{s\acute{o}pt}$), la cual se sintoniza atendiendo a la frecuencia del modo de la estructura principal (f) que se quiere amortiguar y se calcula de la siguiente manera:

$$\omega_{s\acute{o}pt} = \frac{\omega}{1 + \mu} \quad \text{o} \quad f_{s\acute{o}pt} = q_{DH}f \quad (5.4)$$

Sabiendo que ambas expresiones son equivalentes.

Por último, la rigidez óptima del TMD ($k_{s\acute{o}pt}$), se debe hallar por medio de la siguiente expresión:

$$k_{s\acute{o}pt} = \omega_{s\acute{o}pt}^2 \cdot m_s \quad (5.5)$$

5.2.2 Criterio de la norma H_∞

Hasta ahora, el criterio de la norma H_∞ es probablemente el más conocido, y pretende la minimización de la amplitud máxima de la respuesta.

Para un sistema de un solo grado de libertad, la optimización se lleva a cabo mediante la identificación de los valores óptimos de los parámetros del TMD, de manera que los dos picos de la función de amplificación dinámica alcancen la misma altura, siendo esta la más baja posible. (Weber, Feltrin, & Huth, 2006).

La norma H_∞ se expresa matemáticamente de la siguiente manera:

$$\|H\|_{\infty} = \|G_p(r_p)\|_{\infty} = \text{Max}(r_p)|G_p(r_p)| \quad (5.6)$$

Donde $r_p = \omega_s/\omega_p$ es la relación de frecuencias entre la frecuencia principal de la estructura y la frecuencia del dispositivo TMD y $G_p(r_p)$ es el factor de amplificación dinámica que esta en función de la relación de frecuencias.

La norma H_{∞} se refiere a la amplitud máxima del valor absoluto de la función de amplificación dinámica. El propósito del criterio propuesto es determinar el valor óptimo de la relación de frecuencias, (q), y el factor de amortiguamiento (ξ_s) del TMD, con el fin de minimizar el parámetro $\|G_p(r_p)\|_{\infty}$, es decir.

$$\text{Min}(q, \xi_s)\|G_p(r_p)\|_{\infty} = \text{Min}(q, \xi_s)\text{Max}(r_p)|G_p(r_p)| \quad (5.7)$$

El mínimo de $\|G_p(r_p)\|_{\infty}$ existe sólo si hay dos máximos locales y ambos poseen el mismo valor. El método de puntos fijos de Den Hartog se ha utilizado muchas veces para calcular aproximaciones de los parámetros de esta norma.

(Weber, Feltrin, & Huth, 2006) han identificado soluciones aproximadas para el problema de optimización de la norma H_{∞} en una estructura principal con amortiguación prácticamente nula. Estas fórmulas se derivan a partir de la simplificación de las soluciones exactas, empleando una técnica de aproximación mediante funciones racionales. El error relativo entre las fórmulas aproximadas y las soluciones exactas es inferior al 1% para valores de $\mu \leq 0.1$. A continuación se presentan las expresiones correspondientes a $q_{\text{ópt}}$ (relación de frecuencias) y $\xi_{\text{sópt}}$ (factor de amortiguamiento) óptimos, en función de la relación de masas:

$$q_{\text{sópt}} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (5.8)$$

$$\xi_{\text{sópt}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \sqrt{1 + \frac{3}{32}\mu} \quad (5.9)$$

5.2.3 Criterio de la norma H_2

La finalidad del criterio de diseño basado en la norma H_2 es reducir la energía total de vibración que experimenta el sistema. Este enfoque es útil cuando la estructura está sometida a excitaciones aleatorias (viento, tráfico, etc.) que abarcan un amplio rango de frecuencias.

La norma H_2 mide esta energía a través de la función de amplificación dinámica $G_p(r_p)$, que describe cuánto vibra el sistema ante distintas frecuencias de excitación. Matemáticamente, la norma H_2 equivale al área bajo la curva del cuadrado de esta función (Weber, Feltrin, & Huth, 2006):

$$\|H\|_2 = \|G_p(r_p)\|_2 = \sqrt{\int_{t=-\infty}^{t=\infty} (G_p(t))^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{r_p=-\infty}^{r_p=\infty} |G_p(r_p)|^2 dr_p} \quad (5.10)$$

A diferencia del criterio H_{∞} , la norma H_2 busca minimizar la respuesta promedio del sistema ante todas las posibles frecuencias. Esto hace que el diseño del TMD sea más efectivo ante condiciones de carga más realistas y variadas.

De manera análoga al criterio de la norma H_{∞} , el criterio de la norma H_2 tiene como objetivo encontrar la relación de frecuencias (q), y el factor de amortiguamiento (ξ_s) del TMD para minimizar $\|G_p(r_p)\|_2$. Esto se puede expresar de la siguiente manera:

$$\text{Min}(q, \xi_s) \|G_p(r_p)\|_2 = \text{Min}(q, \xi_s) \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{r_p=-\infty}^{r_p=\infty} |G_p(r_p)|^2 dr_p} \quad (5.11)$$

Para encontrar los valores óptimos de $q_{\text{ópt}}$ (relación de frecuencias) y $\xi_{s\text{ópt}}$ (factor de amortiguamiento) óptimos, se deben resolver las ecuaciones que corresponden a las condiciones de mínimo de la norma H_2 :

$$\frac{\partial \|G_p(r_p)\|_2}{\partial \xi_s} = 0 \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial \|G_p(r_p)\|_2}{\partial q} = 0 \quad (5.13)$$

Con base en estos procedimientos, los autores han logrado llegar a las siguientes expresiones que definen los parámetros óptimos:

$$q_{\text{ópt}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\mu}{2}}}{1 + \mu} \quad (5.14)$$

$$\xi_{s\text{ópt}} = \sqrt{\frac{\mu}{4(1 + \mu)}} \sqrt{\frac{1 + \frac{3\mu}{4}}{1 + \frac{\mu}{2}}} \quad (5.15)$$

5.3 Obtención de parámetros óptimos para el TMD a partir del criterio de la norma H_∞ y Den Hartog

5.3.1 Amortiguamiento del tablero del puente “El Carrizo”

Utilizando el evento E2 del modelo numérico es posible calcular una aproximación válida del amortiguamiento presente en el puente “El carrizo”, esto con el fin de entender mejor su comportamiento y contar con más recursos para una correcta selección de los criterios a considerar en el cálculo de los parámetros del TMD.

Haciendo uso de las ecuaciones (1.16) y (1.17) es posible calcular la tasa de decaimiento (λ) y el nivel de amortiguamiento (ξ) del puente considerando las amplitudes presentes en el evento E2. Se escogió este evento ya que es el que presenta un movimiento amortiguado más regular y uniforme. A continuación, se presentan los valores obtenidos de dicho evento (Tabla 5.1), donde (n) es el número de ciclos transcurridos a partir de la vibración libre, (t) es el tiempo transcurrido del evento, (Δt) es el tiempo transcurrido desde la vibración libre y (A) son las amplitudes o desplazamiento presentes por la oscilación del puente.

Tabla 5.1 Valores del evento E2. Puntos 24 y 26

Punto 26				Punto 24			
n	t	Δt	A	n	t	Δt	A
$[-]$	$[s]$	$[s]$	$[cm]$	$[-]$	$[s]$	$[s]$	$[cm]$
0	29.670	0.000	10.843	0	31.605	0.000	9.405
1	33.310	3.640	7.656	1	35.015	3.410	8.196
2	36.705	7.035	6.462	2	38.365	6.760	7.165
3	40.030	10.360	5.962	3	41.730	10.125	6.846
4	43.450	13.780	5.719	4	45.175	13.570	6.306

5	46.895	17.225	5.050	5	48.585	16.980	5.443
6	50.270	20.600	4.331	6	51.940	20.335	4.855
7	53.620	23.950	4.025	7	55.325	23.720	4.571
8	57.036	27.366	3.796	8	58.755	27.150	4.184
9	60.470	30.800	3.370	9	62.165	30.560	3.652
10	63.855	34.185	2.914	10	65.525	33.920	3.254
11	67.200	37.530	2.695	11	68.910	37.305	3.059
12	70.620	40.950	2.532	12	72.340	40.735	2.790
13	74.050	44.380	2.240	13	75.740	44.135	2.436
14	77.435	47.765	1.956	14	79.115	47.510	2.191
15	80.790	51.120	1.812	15	82.495	50.890	2.043
16	84.205	54.535	1.684	16	85.920	54.315	1.856
17	87.630	57.960	1.494	17	89.320	57.715	1.633
18	91.000	61.330	1.314	18	92.685	61.080	1.470
19	94.375	64.705	1.213	19	96.080	64.475	1.366
20	97.790	68.120	1.123	20	99.500	67.895	1.238
21	101.205	71.535	0.997	21	102.900	71.295	1.091

Para los cálculos de la tasa de decaimiento se considerarán los puntos de amplitud máxima después del paso del vehículo como x_i y a partir de ahí se registraron los intervalos de tiempo discretos. Con base en la Tabla 5.1 se tomaron en cuenta los siguientes valores.

Para el punto 26:

$$x_i: 10.843 [cm]$$

$$x_{i+n}: 0.997 [cm]$$

$$n: 21$$

Para el punto 24:

$$x_i: 9.405 [cm]$$

$$x_{i+n}: 1.091 [cm]$$

$$n: 21$$

La tasa de decaimiento en ambos puntos queda como:

$$\lambda_{26} = 113.644 \times 10^{-3} [Hz]$$

$$\lambda_{24} = 102.578 \times 10^{-3} [Hz]$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (1.17) los niveles de amortiguamiento son:

$$\xi_{26} = 18.084 \times 10^{-3} \text{ o } 1.808\%$$

$$\xi_{24} = 16.324 \times 10^{-3} \text{ o } 1.632\%$$

Se puede observar que el tablero tiene muy bajo amortiguamiento.

5.3.2 Cálculo de parámetros óptimos del TMD

Según las investigaciones, se ha demostrado que los criterios de Den Hartog y la norma H_∞ son los más adecuados a implementar en estructuras que cuentan con cargas de carácter periódico. Para el caso específico de esta tesis, se ha seleccionado el criterio de la norma H_∞ , ya que este criterio ofrece buenos resultados en un rango más amplio de amortiguamiento (ξ_p) en valores inferiores al 10%, mientras que el criterio de Den Hartog cuenta con un límite de fiabilidad que ronda aproximadamente en el 2%, esta decisión toma en cuenta que, en el área de la ingeniería civil, las obras suelen tener una razón de amortiguamiento que ronda entre el 2% y 7%. Sin embargo, se consideró el parámetro de Den Hartog para calcular la frecuencia óptima del TMD.

Definido el método que se empleará para determinar los parámetros óptimos del sistema TMD, se procede a realizar los cálculos correspondientes para cada uno de ellos. Con base en los resultados expuestos en el apartado 4.5, para la sintonización del TMD se considera la frecuencia de $f = 0.29 [Hz]$ de acuerdo con el modelo numérico.

Para determinar la masa óptima del TMD, es necesario definir la relación de masas (μ) a emplear, la cual, según el criterio de la norma H_∞ debe estar entre el 1% y el 10%. En este caso, se ha propuesto una relación de masas de aproximadamente $\mu = 1.0\%$ (este valor se obtuvo al proponer una masa de $30.5 [ton]$, para facilitar los cálculos y operaciones), con el objetivo de minimizar el incremento en la masa total de cada tablero. Esto asegura que no se alteren significativamente las frecuencias y formas modales del sistema, al tiempo que se reducen los esfuerzos adicionales generados por la masa implementada. De esta manera, se optimiza el diseño y se disminuyen los costos asociados a un posible mejoramiento del puente en los elementos estructurales que soporten el TMD.

Considerando que la parte atirantada del puente es regular y que ambos tableros son iguales, se utiliza el mismo peso para ambos, que es de $W_p = 29,892,248 [N]$. Utilizando la relación de masas propuesta y considerando este peso, nos queda que ambos TMD tendrán un peso total de $W_s = 299,102 [N]$ y una masa total de $m_s = 30,500 [kg]$. Con estos datos, se determinan los parámetros faltantes para el TMD. Tomando en cuenta la forma para obtener la frecuencia óptima según (Den Hartog, 1947), y la relación de frecuencias y el factor de amortiguamiento según la norma H_∞ , se sustituye la relación de masas en las ecuaciones (5.2), (5.4) y (5.9) y se obtienen:

$$q_s \approx 0.99009$$

$$\xi_s \approx 0.06098$$

$$f_s \approx 0.28713 [Hz]$$

Para calcular la rigidez y coeficiente de amortiguamiento del TMD se utilizan las ecuaciones (1.7) y (1.21), que serán utilizadas para su modelamiento numérico. A la ecuación (1.21) se le agrego el factor q_s , quedando como $c = 4\pi m_s f_s \xi_s q_s$, esto para tener una mayor optimización en el amortiguamiento. Sustituyendo los valores anteriores en las ecuaciones ya mencionadas se concluye que:

$$k_s = 99,268 \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$c_s = 6,644 \left[\frac{Ns}{m} \right]$$

5.4 Modelamiento del TMD

El TMD se modeló como un sistema masa-resorte por medio de un *link* (enlace) especial del tipo *Damper-Friction Spring*, que permite simular la interacción entre masa y resorte. En un extremo del link se conecta al tablero y en el otro se asigna la masa descrita anteriormente (m_s). Se restringieron las rotaciones y las translaciones en las direcciones principales, permitiendo el movimiento solo en el eje vertical (z o $U1$).

Para la modelación, se asignó una longitud de 1 metro al resorte, considerando tanto la masa como la rigidez del sistema. Esta longitud fue seleccionada de manera arbitraria, pero puede ajustarse según las necesidades del diseño, y con base en ella se podrán calcular el área y el módulo de elasticidad adecuados para la futura construcción del TMD. Es importante destacar que esta configuración se utiliza de manera representativa para demostrar la viabilidad del TMD en este caso específico, más que como un diseño final.

A continuación, la Figura 5.1, Figura 5.2 y Figura 5.3 muestran la implementación del sistema TMD en [ton] en el modelo numérico.

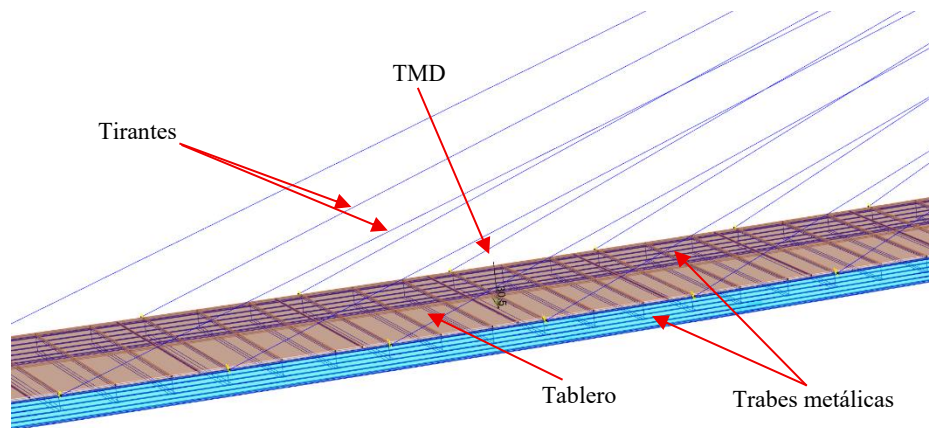


Figura 5.1 Modelo TMD en el punto "24"

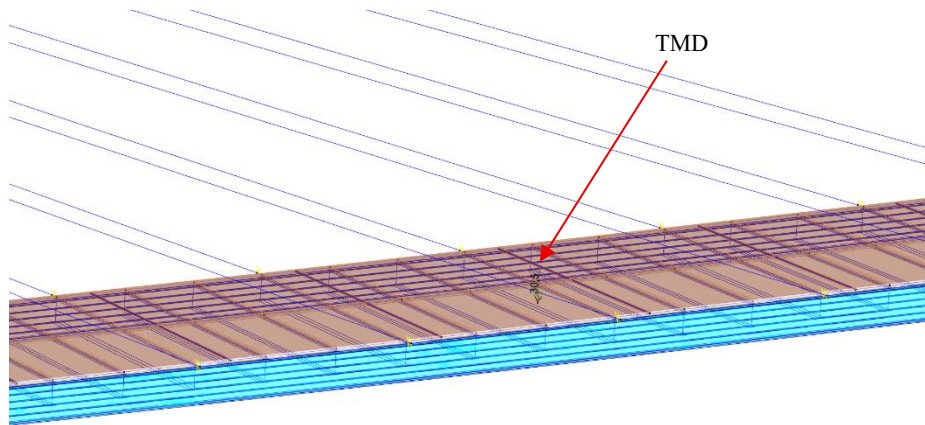


Figura 5.2 Modelo TMD en el punto "26"

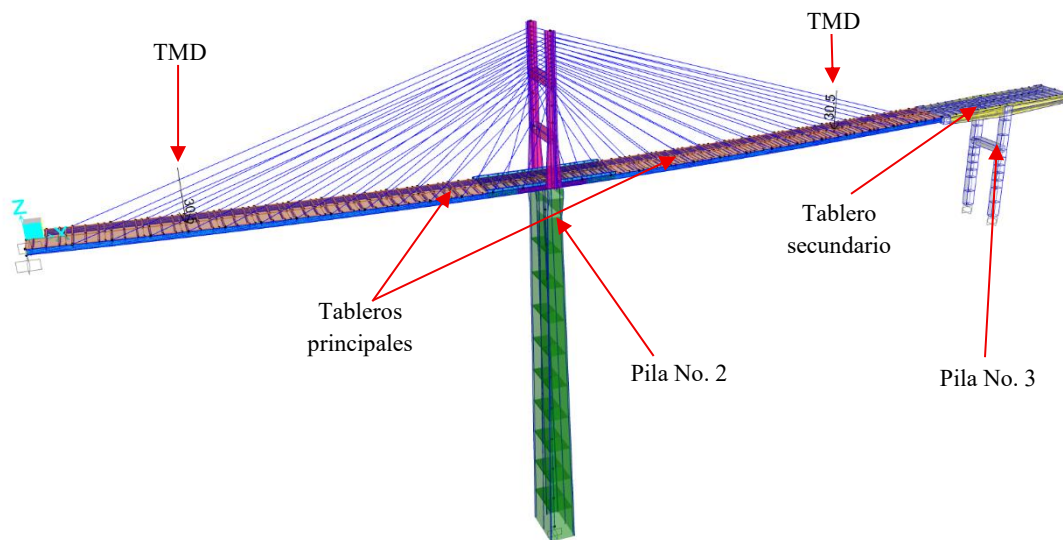


Figura 5.3 Vista de perfil del puente con el sistema TMD

6 Resultados

En este apartado se presentan los resultados obtenidos tras la implementación del sistema TMD en el modelo numérico del puente atirantado “El Carrizo”. A través de un análisis detallado, se comparan estos resultados con los datos registrados antes de la instalación del TMD, con el fin de evaluar su impacto en el comportamiento dinámico de la estructura. El análisis se enfocará en resaltar los cambios más relevantes y significativos, tales como la reducción en las aceleraciones, la mejora en el tiempo de retorno a la posición estática de la estructura y la disminución de las vibraciones remanentes. Este análisis permitirá una comprensión más profunda de los beneficios y la efectividad del TMD como solución de control de vibraciones en puentes atirantados.

6.1 Aceleraciones

Uno de los objetivos primordiales al implementar un sistema de control, en particular el TMD, es la reducción de las vibraciones indeseadas en la estructura principal. La integración del TMD en ambos claros principales del puente ha resultado en una disminución significativa de las aceleraciones, favoreciendo un retorno más rápido de la estructura a su posición de equilibrio estático.

6.1.1 Evento E2

Anteriormente se presentó el comportamiento de los tableros del puente al ser sometidos a la excitación de una carga dinámica (Figura 4.3 y Figura 4.4).

En las Figura 6.1 y la Figura 6.2 se comparan las aceleraciones del evento E2, con línea continua se muestra la respuesta del tablero sin la implementación del TMD y con línea discontinua la respuesta con el TMD. Se observa hay una disminución en las aceleraciones, las cuales se reducen notablemente a medida que transcurre el tiempo. Para un tiempo de 100 segundos, las aceleraciones se aproximan a valores prácticamente nulos, lo que indica una efectiva disipación de la energía dinámica provocada por el paso de los vehículos. Este comportamiento resalta la utilidad del TMD y su adecuada sintonización, validando que el sistema cumple de manera efectiva con su objetivo principal: reducir las aceleraciones y mejorar la respuesta dinámica de la estructura.

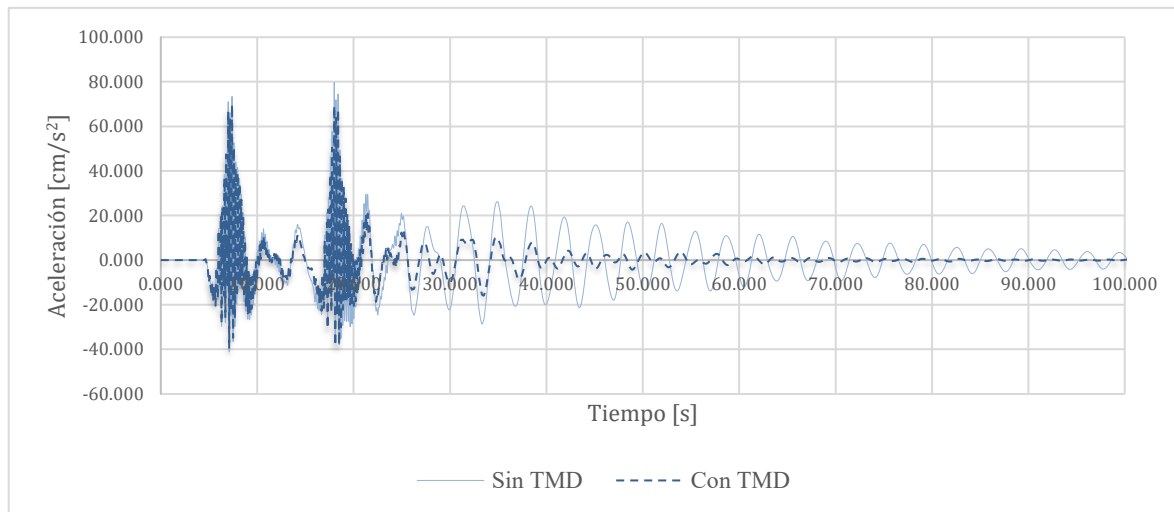


Figura 6.1 Comparativa de historia de aceleración del evento E2 en el Punto 26

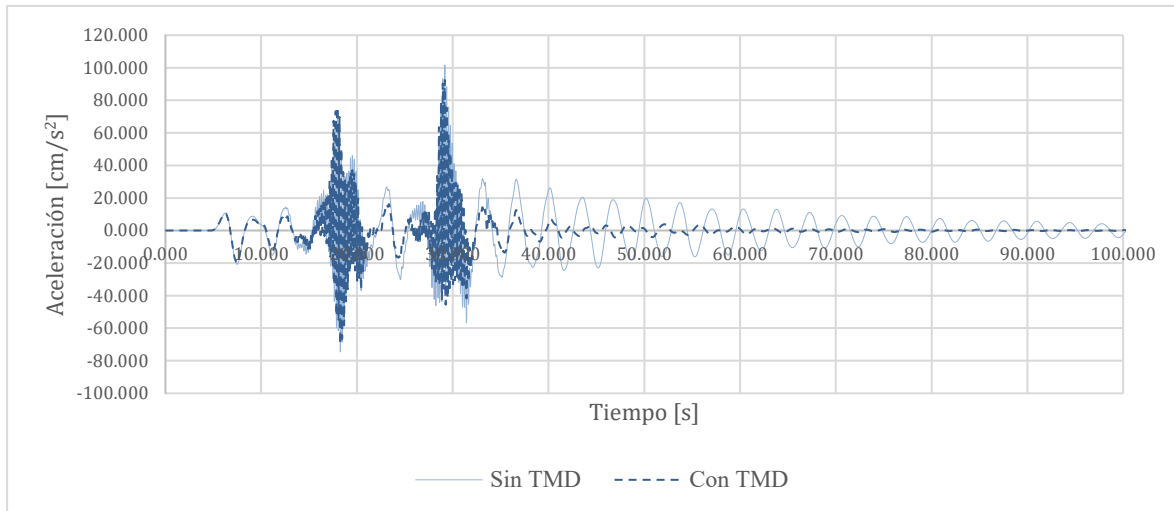


Figura 6.2 Comparativa de historia de aceleración del evento E2 en el Punto 24

6.1.2 Evento E5

A continuación, en la Figura 6.3 y la Figura 6.4 se presentan las comparativas de los resultados correspondientes al evento E5. De manera similar a los resultados del evento E2, la línea continua muestra su comportamiento antes del TMD y la línea tipo guion muestra el comportamiento después de su implementación.

En comparación con el evento E2, en el evento E5 ambos tableros muestran un comportamiento de aceleración más irregular, con amplitudes menores. Sin embargo, estas aceleraciones persisten a lo largo del tiempo, y su disminución sigue un patrón menos uniforme. Tras la implementación del sistema TMD, se observa que, aunque las aceleraciones continúan teniendo un comportamiento irregular al principio, su amplitud disminuye en cierta medida y de forma un poco más rápida. Además, la reducción de las aceleraciones se vuelve más uniforme después de los 50 segundos.

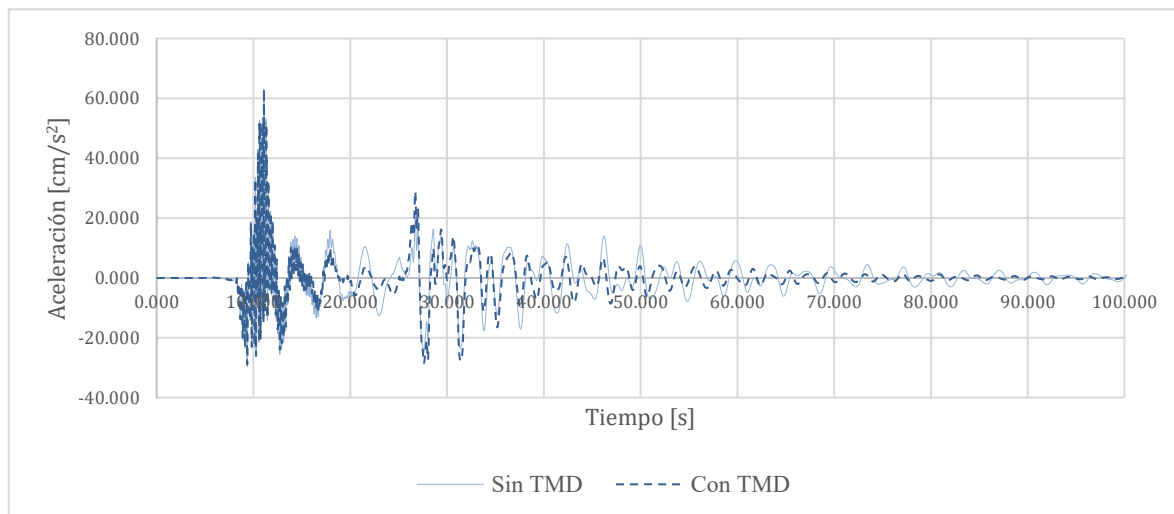


Figura 6.3 Comparativa de historia de aceleración del evento E5 en el Punto 24

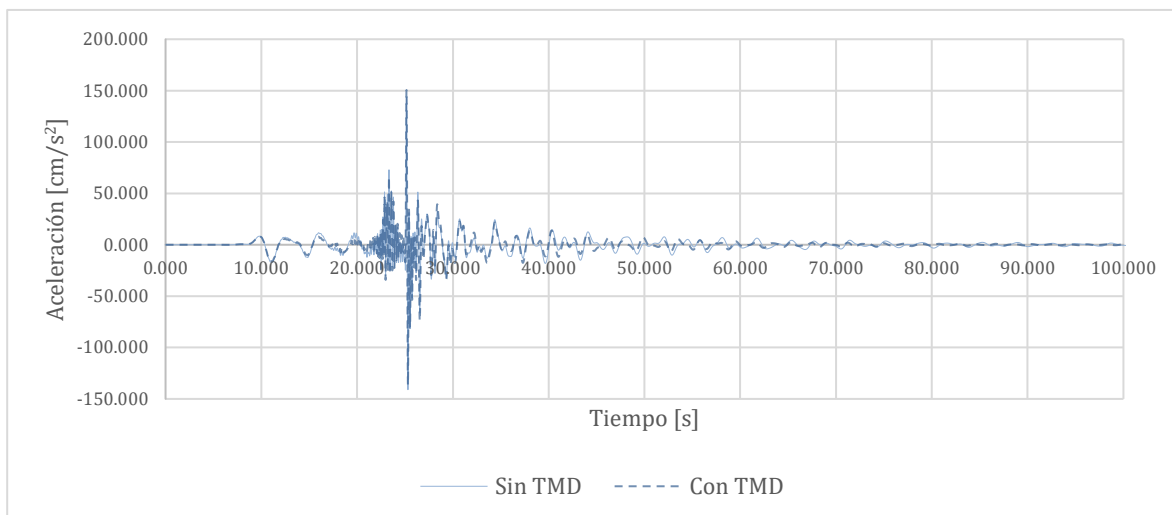


Figura 6.4 Comparativa de historia de aceleración del evento E5 en el Punto 26

Al realizar la comparativa entre ambos escenarios, se evidencia una diferencia presente en las aceleraciones; sin embargo, esta diferencia es menos pronunciada en el evento E5, ya que las amplitudes de las aceleraciones son considerablemente menores en comparación con el evento E2. A pesar de ello, esta reducción sigue siendo beneficiosa, ya que contribuye a mejorar la disipación de energía en el tablero. Un punto particular dentro de esta comparativa es que en el evento E5, punto 26, la diferencia de aceleraciones con y sin TMD es mínima. Esto se debe a que por sí solo, en ese evento el tablero no experimenta aceleraciones muy grandes. Aun así, al analizarlo se puede concluir que, si bien la reducción no es tan significativa como las otras debido a la amplitud de las aceleraciones, la implementación del TMD ayuda a que se mantengan controladas y gracias a la correcta optimización, no contribuye a su amplificación, sino que ayuda a que esas aceleraciones pequeñas se mantengan en niveles bajos.

6.2 Desplazamientos

Las vibraciones y aceleraciones que se generan en el puente durante eventos dinámicos se traducen en desplazamientos del tablero, lo que provoca un comportamiento indeseable en la estructura. Estos desplazamientos, si no se mitigan a tiempo, pueden llegar a generar resultados desfavorables tales como acelerar su deterioro y reducir su vida útil, además de generar problemas de confort para los usuarios. Tal como se evidenció en las figuras del apartado anterior, el puente, al ser sometido a carga vehicular, es capaz de generar vibraciones que persisten en el tiempo, lo que a su vez ocasiona desplazamientos continuos. La implementación del sistema TMD busca mitigar este problema, reduciendo los desplazamientos a niveles mínimos y favoreciendo un retorno más rápido de la estructura a su estado de estaticidad.

A continuación, se presentarán las comparativas de ambos eventos antes y después de la implementación del sistema TMD, lo que permitirá ilustrar el impacto de su funcionamiento y los cambios que este genera en el comportamiento dinámico del puente.

6.2.1 Evento E2

De manera similar a lo expuesto en el apartado 6.1.1, una vez que ha finalizado el tránsito vehicular, los desplazamientos registrados en el puente alcanzan una amplitud máxima, después de la cual los tableros permanecen oscilando. La disminución de estos desplazamientos es lenta, y al llegar a los 100 segundos, no se ha logrado una estabilización completa, ya que los desplazamientos persisten incluso después de ese tiempo. Para ilustrar de manera más clara este comportamiento, en la Figura 6.5 y Figura 6.6 se puede observar con

línea continua los desplazamientos presentes por carga vehicular antes del TMD y los desplazamiento después del TMD con línea tipo guion.

Con la implementación del sistema TMD, los desplazamientos experimentan una disminución significativa tan pronto como el vehículo concluye su recorrido y el puente entra en vibración libre. De esta manera, la amplitud máxima de los desplazamientos también se reduce, y el proceso de amortiguamiento ocurre de forma considerablemente más rápida. Como resultado, a los 70 segundos los desplazamientos son prácticamente nulos. Este comportamiento representa una mejora sustancial para la estructura, ya que la reducción de los desplazamientos y una respuesta dinámica más controlada proporcionan una mayor estabilidad y seguridad, garantizando un mejor desempeño del puente frente a cargas dinámicas.

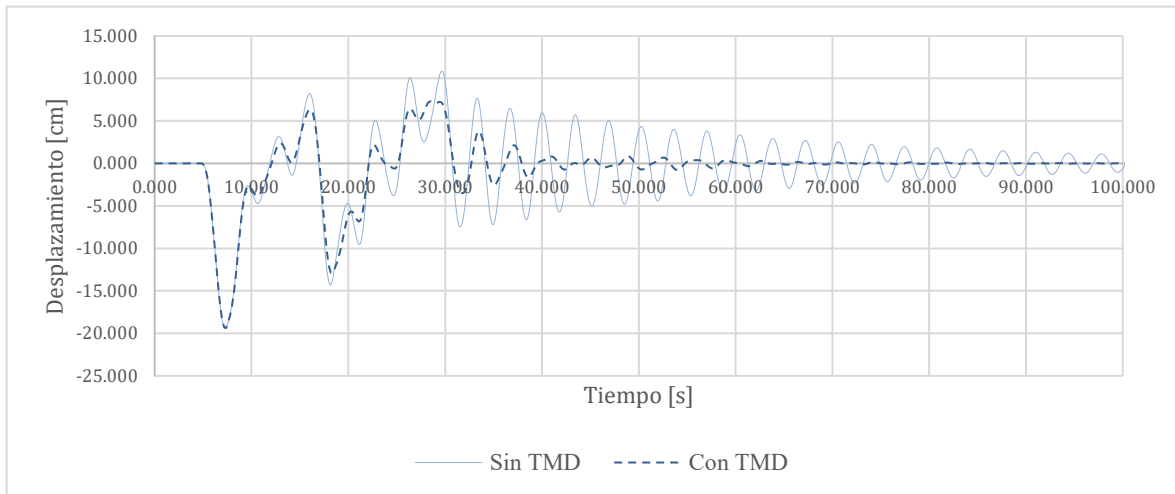


Figura 6.5 Comparativa de historia de desplazamiento del evento E2 en el Punto 26

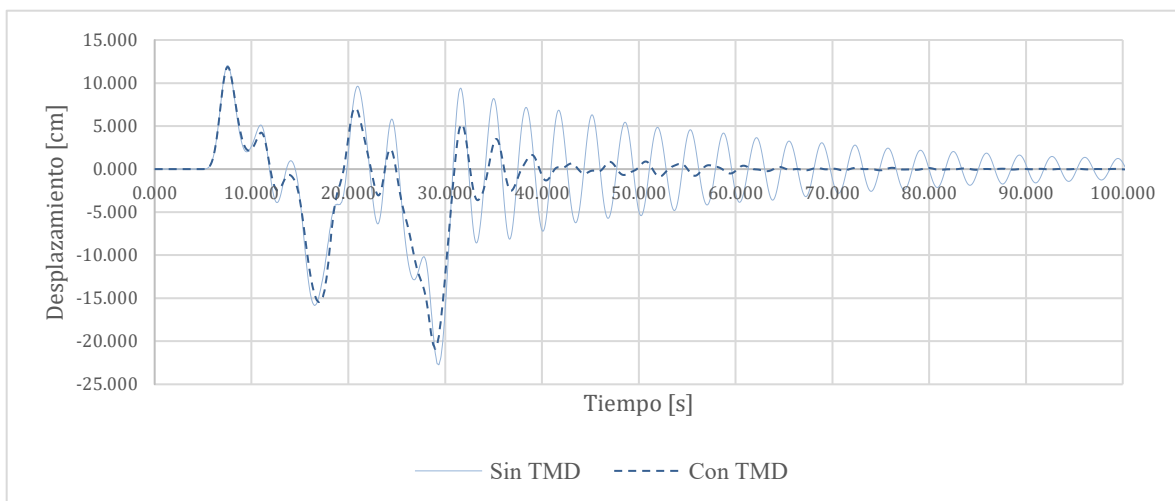


Figura 6.6 Comparativa de historia de desplazamiento del evento E2 en el Punto 26

Realizando la comparativa entre ambos escenarios se hace evidente la disminución considerable en los desplazamientos debido a la sintonización y amortiguamiento del TMD.

6.2.2 Evento E5

Correspondiente a las aceleraciones de este evento, los desplazamientos que experimenta el puente no son tan grandes como el evento E2 y presentan un comportamiento más irregular. Aun así, se logra apreciar como estos desplazamientos disminuyen muy gradualmente con el paso del tiempo, estos están expuestos con línea continua. En la Figura 6.7 y la Figura 6.8 se muestran las comparaciones del evento E5 antes y después de la implementación del TMD. Gracias esta implementación, los desplazamientos, aunque ya reducidos en comparación con el evento anterior, experimentan una disminución adicional y un retorno más rápido al punto de estaticidad. Estos son representados con línea tipo guión.

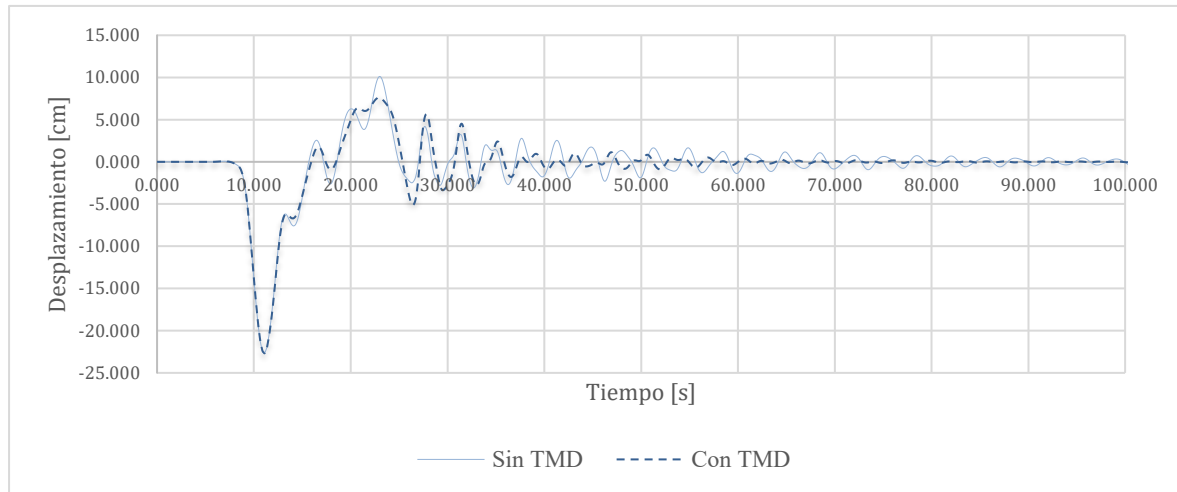


Figura 6.7 Comparativa de historia de desplazamiento del evento E5 en el Punto 24

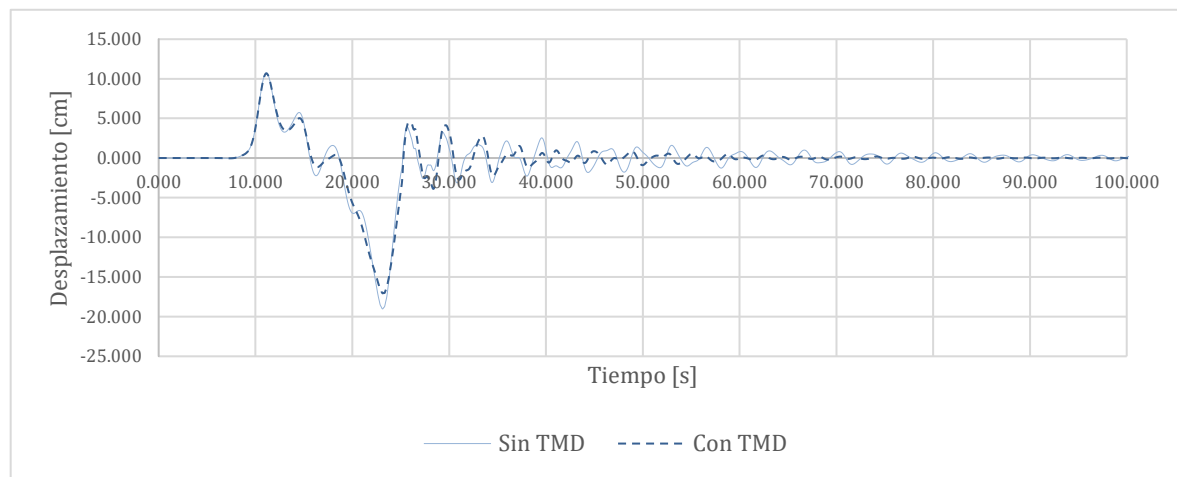


Figura 6.8 Comparativa de historia de desplazamiento del evento E5 en el Punto 26

7 Conclusiones

Con los resultados de las simulaciones numéricas del puente “El Carrizo” ante el paso de carga vehicular dinámico, se derivan conclusiones acerca de la interacción de los vehículos con el puente y el impacto que tiene la implementación de un sistema de amortiguamiento de masas sintonizadas (TMD) para mitigar vibraciones no deseables. A continuación de enlistan las más importantes.

- ◆ El análisis de la interacción entre carga vehicular y los claros principales del puente “El Carrizo” ha permitido comprender el comportamiento oscilatorio del tablero e identificar los problemas asociados a este. Estos desplazamientos y aceleraciones a largo plazo pueden llegar a provocar problemas de fatiga y daño estructural prematuro, además de generar inconvenientes en el confort de los usuarios que transitan por él.
- ◆ Los resultados experimentales realizados en sitio son importantes para conocer las propiedades dinámicas reales del puente. Por un lado, permiten corroborar las hipótesis de diseño y por el otro son útiles para la calibración de modelos numéricos que permitirán simulaciones ante otros escenarios de carga y cambios en la estructuración del puente, como es la adición de los TMD's.
- ◆ Con base a las pruebas dinámicas del puente se pudo observar la problemática de vibraciones que tiene actualmente el puente.
- ◆ Se pudo elaborar un modelo matemático representativo de las condiciones actuales del puente.
- ◆ Con la formulación de Den Hartog y H_{∞} , se pudo determinar los parámetros de diseño para un TMD que permitieron reducir las vibraciones ocasionadas por el paso vehicular.
- ◆ Es importante mencionar que el objetivo de este trabajo es determinar el TMD que permita reducir las vibraciones actuales del puente y que, si bien se hizo una consulta de los catálogos con empresas que fabrican TMD, queda fuera de los objetivos el diseño y la implementación en la estructura real del TMD, obsérvese que tiene una masa similar al peso de una dovela metálica del puente.
- ◆ Para mitigar las vibraciones del puente, se pueden realizar otro tipo de soluciones como es el de hacer más rígido el tablero con la continuación del alma y adición de un segundo patín inferior. O la colocación de unos tirantes por debajo del tablero y anclados al suelo. Pero para estudiar de manera adecuada cada solución, es necesario las pruebas experimentales y la validación de modelos numéricos que permitan simulaciones adecuadas.
- ◆ A partir del desarrollo de esta tesis, el alumno logró profundizar su comprensión sobre la dinámica estructural de un puente sometido a carga vehicular. Asimismo, adquirió una visión más clara sobre la relevancia e impacto de los sistemas de control en la prevención de daños y el monitoreo de la salud estructural.
- ◆ Además de la solución propuesta en este documento para la mitigación de aceleraciones y desplazamientos en el tablero del puente, se plantean las siguientes recomendaciones para profundizar en el estudio de este caso:
 - Construir un modelo físico a escala del puente, con el fin de validar los resultados obtenidos por simulación numérica y llevar a cabo estudios experimentales que permitan comprender con mayor precisión su comportamiento estructural.

- Ampliar el análisis estructural considerando efectos no lineales, particularmente en elementos sensibles como los tirantes y el tablero, con el objetivo de obtener una representación más realista de la respuesta dinámica del sistema.
- Evaluar la capacidad de los elementos estructurales que soportarán el TMD, verificando su integridad y resistencia mediante ensayos o estudios complementarios, para determinar la necesidad de reforzamiento o mantenimiento previo a su implementación.

Bibliografía

- AASHTO. (2020). *LRFD Bridge design specifications*. Washington, DC, United States of America.
- Álvarez, J. C., Guerrero, H., Terán, A., & Moreno, Á. (17 de marzo de 2023). *scielo.org.mx*. Obtenido de Scielo: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-092X2022000300110#B35
- Barker, R. M., & Puckett, J. A. (2013). *Design of Highway Bridges. An LRFD Approach*. New Jersey, United States of America, Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Carlos. (19 de junio de 2015). *antisismos.blogspot.com*. Obtenido de Tecnología Anti-Sísmica: <https://antisismos.blogspot.com/2015/06/5.html>
- Chopra, A. K. (2014). *Dinámica de estructuras (4ta Edición)*. PEARSON.
- Corporación de Desarrollo Tecnológico - Cámara Chilena de la Construcción. (2011). *Protección Sísmica de Estructuras. Sistemas de Aislación Sísmica y Disipación de Energía*. Santiago de Chile, Chile: Trama Impresores S.A.
- Den Hartog, J. P. (1947). *Mechanical Vibrations. 4th Edition*. McGraw-Hill Book Company, Inc.
- Duggal, S. K. (2013). *Earthquake-Resistant Design of Structures Second Edition*. Oxford University Press.
- efepriamace.co. (26 de Febrero de 2017). *Sistemas de control de respuesta sísmica en edificaciones*. Obtenido de <https://www.efepriamace.co/sistemas-control-respuesta-sismica-edificaciones/>
- flickr. (16 de junio de 2011). Obtenido de flickr: <https://www.flickr.com/photos/fomentogob/5839297813/>
- Frahm, H. (1911, abril 18). *Hamburg, Germany Patent No. 525,455*.
- Genatios, C., & Lafuente, M. (2016). *Introducción al uso de aisladores y disipadores en estructuras*. (P. Maragno, Ed.) Caracas, Venezuela: CAF-Banco de Desarrollo de América Latina.
- GERB. (S.F.). *Vibration of the main structure*. Obtenido de www.gerb.com: <https://www.gerb.com/tuned-mass-dampers-tmd/>
- Gómez Araujo, I., Maldonado Rondón, E., & Chio Cho, G. (enero-junio de 2010). Pruebas de Vibración ambiental en Puentes. Ambient Vibrations testing on bridges. *Revista UIS Ingenierías*, 9(1), 55-68.
- Gómez Martínez, R., Arenas García, L. M., Sánchez García, R., Mendoza Salas, M. A., Rosales González, O. N., & Escobar Sánchez, J. (2013). *Pruebas de cargas estáticas y dinámicas, de frenado y de vibración ambiental en el puente especial "El Carrizo"*. IINGEN, Ciudad de México.
- Gómez Martínez, R., Martin Arenas, L., Mendoza Salas, M. A., Rosales Gonzales, O. N., & Paredes Tirado, C. A. (2014). *Monitoreo de vibraciones en el puente "El Carrizo", carretera Durango-Mazatlán km 162+720*. IINGEN, Ciudad de México.
- Gómez Martínez, R., Sánchez García, R., Arenas García, L. M., Escobar Sánchez, J. A., Mendoza Salas, M. A., & Rosales González, O. N. (2021). Monitoring two cable-stayed bridges during load tests with fiber optics. *Institution of Structural Engineers*, 33, 4344-4358.
- Huergo Ríos, I. F. (2016). *Control de vibraciones verticales en puentes peatonales mediante amortiguadores de masa sintonizados*. Ciudad de México, México: UNAM – Dirección General de Bibliotecas.

- Jiménez, J. (2017). *Sistemas de Control Pasivo en Cables de Puentes Atirantados. Diseño Basado en el Rendimiento*. Sevilla, España: Universidad de Sevilla.
- Maps, G. (17 de enero de 2025). *google.com*. Obtenido de Google Maps: https://www.google.com/maps/place/Puente+El+Carrizo/@23.5180234,-105.7957688,8996m/data=!3m1!1e3!4m6!3m5!1s0x8698d7f802b2e015:0xa848a55bd2379550!8m2!3d23.5161264!4d-105.7937499!16s%2Fg%2F11f3g995z5?entry=tту&g_ep=EgoyMDI1MDExNC4wIKXMDSOASAFQAw%3D%3D
- Piralla, R. M. (1994). *Diseño Estructural. Segunda edición*. LIMUSA.
- PNGWING. (S.F.). *Movimiento armónico simple onda oscilación, onda, ángulo, blanco, texto png [Imagen]*. Obtenido de PNGWING: <https://www.pngwing.com/es/free-png-tgrit/download>
- Priestley, M., Seible, F., & Calvi, G. M. (1996). *Seismic design and retrofit of bridges*. New York, United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Ramos Gutiérrez, Ó. R., Astiz Suárez, M. Á., Hansen, S. O., Terrés Nícoli, J. M., & Meseguer Ruiz, J. (enero - agosto de 2016). Ensayos de viento para el Puente de la Constitución de 1812 sobre la Bahía de Cádiz [10.1016/j.hya.2016.04.007]. *Hormigón y Acero*, 67(278), 245-253. Obtenido de <https://doi.org/10.1016/j.hya.2016.04.007>
- Rascón, L. E. (2014). *REVISIÓN DE LOS EFECTOS DEL VIENTO EN UN PUENTE CORTO CONSIDERANDO DIFERENTES REGLAMENTOS DE DISEÑO*. México, D.F.
- Rojas Atachao, R. F. (2016). *Control pasivo de vibraciones aplicado a la residencial "Las Dalias" mediante amortiguadores de masa sintonizada*. Ayacucho, Perú: Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.
- Romero Rascón, L. E. (2014). *Revisión de los efectos del viento en un puente corto considerando diferentes reglamentos de diseño*. Ciudad de México, México: UNAM.
- Sánchez García, R. (2020). *Simulación de la capa límite atmosférica neutralmente estable*. Ciudad de México, México: Instituto de Ingeniería, UNAM.
- UNAL. (22 de febrero de 2022). *AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA: UNA REVISIÓN GENERAL*. Obtenido de redalyc.org: <https://www.redalyc.org/journal/6078/607870799011/html/>
- Weber, F., Feltrin, G., & Huth, O. (2006). *SAMCO Final Report 2006 F05 Guidelines for Structural Control*. Dübendorf: SAMCO.
- Young, H. D., & Freedman, R. A. (2018). *Física universitaria con física moderna 1* (Vol. 1). Ciudad de México: Pearson Educación de México.

Anexos

Lista de abreviaciones

AASHTO: American Association of State Highway and Transportation Officials

AASHTO LRFD: Load and Resistance Factor Design, método de diseño estructural de AASHTO basado en factores de carga y resistencia

CLA: Capa límite atmosférica

CM: Carga muerta

HL-93: Modelo de carga vehicular según AASHTO LRFD

HS-20: Camión estándar de 72 kN según AASHTO antigua

IINGEN: Instituto de ingeniería de la UNAM

IMT 66.5: Camión tipo definido por Instituto Mexicano del Transporte

IINGEN: Instituto de Ingeniería de la UNAM

MAS: Movimiento armónico simple

T3-S2-R4: Clasificación de camiones mexicanos: tractor-semi-remolque

T3-S3: Clasificación de camiones mexicanos: tractor-semi-remolque de tres ejes.

TH: Tiempo-historia

TMD: Tuned Mass Dampers

UNAM: Universidad Nacional Autónoma de México

Lista de principales símbolos y variables

$(x, y, z):$	Sistema de coordenadas en plano tridimensional	[-]
$Cp(x, y, z):$	Proyección de presiones de viento en 3 dimensiones con su factor de amplificación	[-]
$p(x, y, z):$	Proyección de presiones de viento en 3 dimensiones	[-]
$\theta:$	Ángulo en un movimiento circular uniforme	[-]
λ	Tasa de decaimiento.	[Hz]
$\xi:$	Nivel de amortiguamiento	[-]
$\phi:$	Ángulo de fase en MAS	[-]
$\omega:$	Frecuencia angular	[rad/s]
$\omega':$	Frecuencia angular en oscilaciones poco amortiguadas	[rad/s]
$a:$	Aceleración	[m/s ²]
$a_x:$	Aceleración con respecto a una dirección "x"	[m/s ²]
$A:$	Amplitud máxima en un MAS	[m]
$A_0:$	Amplitud máxima inicial en un MAS	[m]
$b:$	Constante de amortiguamiento	[Ns/m]
$c:$	Coefficiente de amortiguamiento	[Ns/m]
$f:$	Frecuencia	[Hz]
$f_I(t):$	Fuerza de inercia respecto al tiempo	[N]
$f_D(t):$	Fuerza disipadora respecto al tiempo	[N]
$f_S(t):$	Fuerza de la estructura respecto al tiempo	[N]
$F:$	Fuerza	[N]
$F_x:$	Aceleración con respecto a una dirección "x"	[N]
$k:$	Rigidez o constante de proporcionalidad	[N/m]
$m:$	Masa	[kg]
$n:$	Número de oscilaciones en Evento 2	[-]
$N_0:$	Catidad medible inicial	[variable]
$N(t):$	Catidad medible con respecto al tiempo	[variable]
$p(t):$	Carga externa con respecto al tiempo	[N]
$p_{ef}(t):$	Carga externa efectiva con respecto al tiempo	[N]

q :	Relación de frecuencias	[-]
t :	Tiempo	[s]
T :	Periodo o ciclo de oscilación	[s]
Δt :	Tiempo transcurrido desde la vibración libre en Evento 2	[s]
$U(t)$:	Velocidad del viento	[m/s]
$\bar{U}$:	Valor medio de la velocidad de viento	[m/s]
$u(t)$:	Fluctuación del viento en el tiempo	[m/s]
v_x :	Velocidad con respecto a una dirección "x"	[m/s]
x :	Distancia longitudinal	[m]
x_0 :	Desplazamiento medido (inicial) en el tiempo $t = 0$	[m]
x_i :	Desplazamiento medido en el tiempo $t = i$	[m]
x_{i+n} :	Desplazamiento medido en el tiempo $t = i + n$	[m]
$x(t)$:	Desplazamiento con respecto al tiempo	[m]