



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Desarrollo de modelos didácticos para la enseñanza de conceptos de vibración estructural

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Civil

P R E S E N T A

Jorge Cortez Loreto

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Adrián Pozos Estrada



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2026



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL**
(Titulación con trabajo escrito)



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado DESARROLLO DE MODELOS DIDACTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE CONCEPTOS DE VIBRACION ESTRUCTURAL que presenté para obtener el título de INGENIERO CIVIL, es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

JORGE CORTÉZ LORETO
Número de cuenta: 316335999

DEDICATORIA

A mi hermana[†] que siempre me apoyo y me animó a mejorar

*A mi madre y a mi padre que sin ellos no sería quien soy,
a través de sus regaños, consejos y amor*

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi profundo agradecimiento a todas las personas e instituciones que hicieron posible la culminación de este trabajo.

En primer lugar, a mi familia: a mi mamá, doña Pancha; a mi papá, don Jorge; y a mi hermana, Yereimy, por su apoyo incondicional y por ser siempre mi mayor fortaleza.

A mis profesores, quienes me guiaron y aconsejaron durante mi formación; a mis mejores amigos, Zarza y Carim, por acompañarme en cada etapa; y a los amigos que hice a lo largo de la carrera, con quienes compartí esfuerzos y metas para alcanzar este título: Jon, Eulogio, Rafa, Chicas y el buen Robert.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Ingeniería, que se convirtieron en mi segunda casa durante estos años.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM, espacio que me permitió crecer profesional y personalmente. A mi tutor, el Dr. Adrián Pozos, por su apoyo, confianza y paciencia, cuyos “calambritos” hicieron posible concluir esta tesis.

Agradezco también al Dr. Osvaldo Flores por sus valiosas recomendaciones, así como al personal del Laboratorio de Geotecnia, en especial al señor Javi, por su orientación y ayuda constante.

A mis compañeros del Grupo de Ingeniería de Viento: al M.I. Daniel, Ing. Alexis, Ing. Daniel, M.I. Miguel, M.I. Arnaldo, al casi Ing. Cesáreo, y a quienes considero mis padrinos: el casi Dr. Rigoberto Nava y el Ing. Alejandro Gómez, por su paciencia y por compartir conmigo sus conocimientos.

Extiendo mi agradecimiento al Laboratorio Itinerante, proyecto apoyado por el Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovar y Mejorar la Educación de la UNAM (PAPIME, PE100923), sin el cual esta tesis no habría sido posible.

Finalmente, a mis sinodales, quienes han sido un referente fundamental en mi formación como ingeniero. Seguramente, todavía me falta mencionar a más personas que, con su granito de arena, han contribuido a mi crecimiento como persona y como ingeniero. Si me salté a alguien, en la tesis de maestría tendré la oportunidad de remediarlo. Aun así, desde lo más sincero de mi corazón,

gracias por acompañarme, por enseñarme y por ser parte de este camino que, aunque lleno de desvelos, también ha estado lleno de gente increíble como ustedes.

RESUMEN

Se discute la forma de enseñanza tradicional que se empela hoy en día, y como el uso de material didáctico puede contribuir en el aprendizaje del receptor, facilitando la comprensión de conceptos complicados como son la vibración en estructuras y la dinámica estructural, con la finalidad de contrastar la enseñanza sin el empleo de material didáctico y la importancia de su empleo.

Con la finalidad de cambiar el paradigma de la enseñanza tradicional, se propone la implementación de modelos didácticos para la enseñanza de conceptos de vibración estructural. Para lograr lo anterior, se construyeron tres modelos de edificios con diferentes configuraciones los cuales se analizaron con la finalidad de comparar su respuesta, calculada de manera analítica y experimental. La respuesta experimental se obtuvo a través de pruebas de vibración forzada empleado una mesa vibradora unidireccional, utilizando instrumentación desarrollada con componentes de bajo costo con la finalidad de que el lector pueda replicar este ejercicio. Se detalla el protocolo de las pruebas experimentales, así como el procesamiento de las señales, la programación implementada para la obtención de la respuesta de manera analítica y la experimental, la cual consideró señales obtenidas a través de los acelerómetros.

ABSTRACT

The traditional teaching methods used today are discussed, as well as how the use of teaching materials can contribute to the learner's understanding, facilitating the comprehension of complicated concepts such as structural vibration and structural dynamics, allowing them to grasp their own meanings and realize the importance of the subject.

In order to change this paradigm in the way of teaching, the implementation of teaching models for teaching structural vibration concepts is proposed. Three models were built and analyzed. The proposed specimens were analyzed in order to compare the analytical results of the structures studied and the results obtained experimentally through forced vibration tests using a unidirectional vibrating table, using instrumentation developed with low-cost components so that the reader can replicate this exercise. The protocol for the experimental tests is detailed, as well as the signal processing, the programming implemented for the analytical analysis, and the analysis of the signals obtained through the accelerometers used.

CONTENIDO

DEDICATORIA.....	I
AGRADECIMIENTOS	III
RESUMEN.....	V
ABSTRACT	VI
FIGURAS.....	IX
TABLAS.....	XII
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I MARCO TEÓRICO	3
1.1 <i>Investigaciones previas</i>	3
1.2 <i>Aspectos generales de la enseñanza con modelos físicos</i>	4
1.3 <i>Aspectos generales de manufactura aditiva</i>	7
CAPÍTULO II CASOS DE ESTUDIO	10
2.1 <i>Descripción de los modelos</i>	10
2.2 <i>Manufactura aditiva de los modelos.....</i>	14
2.3 <i>Pruebas experimentales en estructuras</i>	16
CAPÍTULO III CARACTERIZACIÓN ANALÍTICA DE LOS MODELOS DE ESTUDIO	19
3.1 <i>Implementación de software MATLAB para el análisis dinámico</i>	19
3.2 <i>Análisis tridimensional de los modelos físicos.....</i>	36
CAPÍTULO IV CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS MODELOS DE ESTUDIO	53
4.1 <i>Pruebas experimentales</i>	53
4.2 <i>Instrumentación</i>	54
4.3 <i>Ejecución de pruebas experimentales</i>	56
4.4 <i>Resultados de las pruebas experimentales</i>	58
CAPÍTULO V ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS	78

5.1 Modelo 1.....	78
5.2 Modelo 2.....	79
5.3 Modelo 3.....	80
CAPÍTULO VI CONCLUSIONES, COMENTARIOS Y RECOMENDACIONES	82
REFERENCIAS	84
GLOSARIO DE TÉRMINOS	87
ANEXO A PROGRAMA MATLAB (EJEMPLO BAZÁN, MELI).....	88
ANEXO B PROGRAMA MATLAB (PROPIEDADES DINÁMICAS)	92
ANEXO C CALIBRACIÓN DE ACELERÓMETROS	108
ANEXO D FORMAS MODALES.....	116
ANEXO E PROGRAMA MATLAB (ANÁLISIS DE SEÑALES)	134
ANEXO F GRÁFICAS DE RESULTADOS DE PRUEBAS EXPERIMENTALES	142

FIGURAS

Figura 1.1 Esquema clásico de la enseñanza modificado de (García-Camacho, 2023)	5
Figura 1.2 Proceso de producción (elaboración propia).....	8
Figura 2.1 Características del Modelo 1 de análisis.....	11
Figura 2.2 Características del Modelo 2 de análisis.....	13
Figura 2.3 Características del Modelo 3 de análisis.....	14
Figura 2.4 Proceso constructivo de modelos experimentales (elaboración propia)	16
Figura 2.5 Cargas dinámicas, modificada de (Núñez, 2017)	17
Figura 2.6 Equipos utilizados en pruebas de vibración forzada (elaboración propia)	18
Figura 3.1 Edificio con sistemas resistentes ortogonales (Bazán & Meli, 1998).....	21
Figura 3.2 Modelo de un marco de cortante, modificado de (Bazán & Meli, 1998).....	22
Figura 3.3 Determinación de la matriz de transformación.....	23
Figura 3.4 Tabla de resultados subrutina de Matlab	28
Figura 3.5 Modos de vibrar	32
Figura 3.6 Proceso de pesaje de elementos estructurales y no estructurales.....	37
Figura 3.7 Configuración de masas e instrumentación en modelo 1.....	38
Figura 3.8 Forma modales modelo 1, configuración de masa 1.....	40
Figura 3.9 Forma modales modelo 1, configuración de masa 2.....	42
Figura 3.10 Configuración de masas e instrumentación en modelo 2.....	43
Figura 3.11 Forma modales modelo 2, configuración de masa 1.....	45
Figura 3.12 Forma modales modelo 2, configuración de masa 2.....	47
Figura 3.13 Configuración de masas e instrumentación en modelo 3.....	48
Figura 3.14 Forma modales modelo 3, configuración de masa 1.....	50
Figura 3.15 Forma modales modelo 3, configuración de masa 2.....	52
Figura 4.1 Análisis paramétrico del comportamiento del motor a pasos con husillo de bolas de 20 mm	53
Figura 4.2 Esquema sistema de adquisición de señales de aceleración	54
Figura 4.3 Proceso de calibración	55

Figura 4.4 Esquema de proyección de la gravedad para la calibración del acelerómetro.....	56
Figura 4.5 Proceso de ejecución de pruebas experimentales	57
Figura 4.6 Señales correspondientes a modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz.....	61
Figura 4.7 Espectro de potencia por nivel del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz	62
Figura 4.8 Espectro de potencia general del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz.....	63
Figura 4.9 Espectro de potencia global del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz.....	64
Figura 4.10 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz	64
Figura 4.11 Espectro de potencia global del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz.....	65
Figura 4.12 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz	65
Figura 4.13 Espectro de potencia global del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz.....	66
Figura 4.14 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz	66
Figura 4.15 Espectro de potencia global del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz.....	67
Figura 4.16 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz	67
Figura 4.17 Espectro de potencia global del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz.....	68
Figura 4.18 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz	69
Figura 4.19 Espectro de potencia global del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz.....	69
Figura 4.20 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz	70
Figura 4.21 Espectro de potencia global del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz.....	71
Figura 4.22 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz	71
Figura 4.23 Espectro de potencia global del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz.....	72
Figura 4.24 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz	72
Figura 4.25 Espectro de potencia global del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz.....	73
Figura 4.26 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz	74
Figura 4.27 Espectro de potencia global del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz.....	74

Figura 4.28 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entepiso del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz	75
Figura 4.29 Espectro de potencia global del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz.....	76
Figura 4.30 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entepiso del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz	76
Figura 4.31 Espectro de potencia global del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz.....	77
Figura 4.32 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entepiso del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz	77

TABLAS

Tabla 2.1 Características generales de los modelos.	10
Tabla 2.2 Peso de losa por nivel del Modelo 1	11
Tabla 2.3 Características del modelo 2 de análisis.....	12
Tabla 2.4 Peso de losa por nivel del Modelo 2	12
Tabla 2.5 Peso de losa por nivel del Modelo 3	13
Tabla 2.6 Parámetros de impresión	15
Tabla 3.1 Posición de centro de masas.....	20
Tabla 3.2 Sistemas resistentes	20
Tabla 3.3 Datos geométricos para transformar desplazamientos de los sistemas resistentes del edificio a grados de libertad de los centros de masas	24
Tabla 3.4 Masa e inercia rotacional de entrepiso del edificio	27
Tabla 3.6 Coordenadas modales tridimensionales del edificio	31
Tabla 3.7 Peso de las masas externas utilizadas.....	37
Tabla 3.8 Configuración de masas para el análisis analítico.....	39
Tabla 3.9 Periodos tridimensionales del modelo 1, configuración de masas 1	39
Tabla 3.10 Periodos tridimensionales del modelo 1, configuración de masas 2	41
Tabla 3.11 Configuración de masas para el análisis analítico.....	43
Tabla 3.12 Periodos tridimensionales del modelo 2, configuración de masas 1	44
Tabla 3.13 Periodos tridimensionales del modelo 2, configuración de masas 2	46
Tabla 3.14 Configuración de masas para el análisis analítico.....	48
Tabla 3.15 Periodos tridimensionales del modelo 3, configuración de masas 1	49
Tabla 5.1 Comparativa de frecuencias obtenidas.....	78
Tabla 5.2 Comparativa de frecuencias obtenidas.....	79
Tabla 5.3 Comparativa de frecuencias obtenidas.....	80
Tabla 5.4 Comparativa de frecuencias obtenidas.....	80
Tabla 5.5 Comparativa de frecuencias obtenidas.....	81

Tabla 5.6 Comparativa de frecuencias obtenidas.....	81
---	----

INTRODUCCIÓN

En el proceso de enseñanza, resulta fundamental conocer cómo el alumno adquiere conocimiento. En este sentido, se ha considerado que el alumno debe ser un personaje activo en su conocimiento, permitiendo que construya y reconstruya sus propios conceptos, lo cual le permita comprender de forma clara lo explicado por el expositor. En años recientes, se ha identificado que el uso de material didáctico modifica la forma clásica de enseñanza, ocasionado muchos beneficios, ya que los estudiantes tienen la posibilidad de comprender de forma más fácil conceptos complicados o difíciles de entender, sin restarle importancia y relevancia al concepto que se quiere aprender, como es el caso de los conceptos básicos de la dinámica estructural.

El avance tecnológico y científico en las últimas décadas ha permitido que adquirir tecnología sea más accesible para la sociedad, un ejemplo claro de esto es la manufactura aditiva, popularmente conocida como impresión 3D, la cual permite construir objetos de forma rápida y económica. Es por esta razón que en este trabajo se emplea este tipo de tecnología para desarrollar y construir modelos simplificados y a escala de edificios, con la finalidad de explicar de forma clara conceptos de vibración en estructuras, los cuales son difíciles de comprender de forma tradicional (e.g., con dibujos en el pizarrón).

La enseñanza de conceptos de vibración en estructuras no es sencilla; sin embargo, se propone el empleo de tres modelos de estructuras con diferentes configuraciones, con la finalidad de explicar estos conceptos, y a su vez, emplear este trabajo escrito como literatura básica para que el público interesado en comprender estos conceptos, cuente con un documento de fácil acceso técnico, que le permita conocer e identificar la importancia que tienen estos temas en la Ingeniería Civil y su implementación en clase o en la vida profesional. Con la finalidad de ejemplificar los conceptos mostrados en el trabajo escrito, se presentan resultados de las pruebas experimentales en los tres modelos, los cuales incluyen la identificación de las propiedades dinámicas de cada modelo. También se incluye el procedimiento analítico con fines de comparación. El procedimiento analítico consideró la programación de una subrutina en MATLAB donde se generan las matrices necesarias para la obtención de los modos de vibrar de la estructura, frecuencias y periodo correspondiente a cada uno.

Para la parte experimental, se recurrió a pruebas de vibración forzada, en las que se empleó una mesa unidireccional y portátil perteneciente al LabIt. Los modelos fueron instrumentados con acelerómetros triaxiales, los cuales fueron controlados con un programa desarrollado para tal efecto en Arduino. Tanto la configuración de los acelerómetros, como la programación pueden consultarse en este documento, con la finalidad de que éstos puedan ser replicados.

Se incluye también una descripción detallada del protocolo utilizado para la obtención de señales, así como el preprocesamiento y procesamiento de éstas para la obtención del espectro de potencia, con la finalidad de obtener de las propiedades dinámicas de cada modelo. También se realiza la comparativa de los resultados experimentales con respecto a los analíticos. Finalmente, se presentan las conclusiones de esta investigación, junto con las recomendaciones para el empleo de modelos didácticos para mejorar la enseñanza de conceptos de dinámica estructural.

CAPÍTULO I

Marco teórico

1.1 Investigaciones previas

En las últimas décadas, se han desarrollado investigaciones en las cuales se evalúan las propiedades dinámicas de sistemas estructurales a escala, esto con el fin de calibrar prototipos bajo condiciones de escalamiento dinámico que permiten emular el comportamiento de estructuras a tamaño natural, que posteriormente son sometidas ante demandas de carga lateral (e.g., sismo o viento). Asimismo, la necesidad de evaluar propiedades dinámicas de un sistema estructural puede detonar en el desarrollo de nuevas metodologías de caracterización, como de desarrollo de nuevos sistemas de adquisición de la respuesta estructural. Por ejemplo, Henao et al. (2014), Tapia y Torres (2021) y Juárez et al. (2021); obtuvieron las frecuencias correspondientes a cada modo de distintos modelos a partir de pruebas de vibración ambiental y vibración forzada. En el caso de estudio de Henao et al. (2014), se observó que se determinaron las propiedades dinámicas, como frecuencias de translación, formas modales y el amortiguamiento inherente de un edificio de acero de cinco niveles de forma analítica y experimental, esto para validar los resultados del nuevo equipo adquirido por la institución.

Por su parte Tapia y Torres (2021), presentan un proyecto en el cual los estudiantes pueden entender y observar de manera física la respuesta dinámica de modelos, hechos a partir de lámina de acero y paneles de acrílico sometidos a vibración forzada generada en una mesa vibradora de pequeñas dimensiones, de igual manera se obtienen las propiedades dinámicas de forma analítica utilizando programación desarrollada en MATLAB, se realiza también la comparativa de los resultados obtenidos experimentalmente con los arrojados por la programación.

Por su parte, Juárez et al. (2021) determinaron las propiedades dinámicas de un modelo con aisladores de base, los resultados obtenidos se compararon con las propiedades del edificio, pero sin considerar el uso de los dispositivos de aislamiento de base. La comparación de los datos recabados

permitió conocer con precisión la influencia que tiene el aislador de base en el comportamiento del modelo y la mejora en su rendimiento al utilizar estos dispositivos.

Para el caso de la manufactura aditiva, mejor conocida como impresión 3D, es cada vez más común utilizar objetos desarrollados con este tipo de tecnología debido a la facilidad de obtener un prototipo en un tiempo menor en comparación con la manufactura tradicional, además de que el costo de producción es menor, teniendo la bondad de reproducir geometrías complejas en comparación que la manufactura performativa o sustractiva. Relacionado a la investigación y la divulgación de conocimiento, el uso de manufactura aditiva es recurrente en estudios de ingeniería de viento para la creación de modelos de estructuras a escala, como lo es en el caso de estudio de Nava-González (2019) y Hernández-Martínez (2024), los cuales realizaron pruebas en túnel de viento a modelos escalados elaborados en resina ABS, por otro lado, el trabajo de Ortiz (2022) presenta el diseño y manufactura de un evaporador, empleando una impresora 3D, la evaporadora esta monitoreada por microcontroladores Arduino que alimentan una interfaz desarrollada en LabVIEW 2021; el desarrollo de este producto es parte de la implementación de un laboratorio de fabricación digital (FabLab) el cual permita desarrollar habilidades y conocimientos a partir de “haciendo para aprender”.

Como se mencionó, la implementación de la manufactura aditiva en la investigación es algo que se ha realizado desde hace tiempo; sin embargo, debido a los costos no era asequible para la mayoría de la población, gracias al avance tecnológico ahora es recurrente encontrar este tipo de máquinas entre la población y las instituciones educativas, la accesibilidad a este tipo de tecnología ha abierto una ventana para la creatividad y la divulgación de conocimiento, creando material didáctico relacionado a temas que presenten dificultad para comprender.

1.2 Aspectos generales de la enseñanza con modelos físicos

1.2.1 Enseñanza tradicional

Dentro del aula de clases es recurrente que se lleve a cabo la enseñanza tradicional, en la cual influyen tres elementos centrales del proceso: maestro, alumno y contenido. Idealmente, la interacción entre elementos ocurre en las tres fases de la Enseñanza, las cuales incluyen: Planeación, Generación de Dudas y Ejecución. Lo anterior complementa el esquema clásico de la enseñanza (Figura 1.1).

- **Fase de planeación**

En esta etapa se realiza el diseño y organización del proceso de enseñanza, entre el maestro y el contenido de la materia. Durante la planificación el profesor prepara la clase considerando la metodología a usar para transmitir el contenido al alumno, las actividades, recursos a utilizar y tiempo, cumpliendo el objetivo de la materia.

- **Fase de generación de dudas**

Esta fase se realiza con la interacción entre el contenido y el alumno, buscando que este último interprete y construya significados, de tal forma que genere interés sobre los temas que se abordarán durante el curso, a su vez conocer el contenido de la asignatura permite al estudiante identificar fortalezas y debilidades de los conocimientos antecedentes que se utilizarán durante las sesiones.

- **Fase de ejecución**

Es la última fase del esquema, se caracteriza por presentar la parte operativa de la enseñanza, considerando las fases de planeación y generación de dudas, sin embargo, al ser efectuada por el maestro y el alumno permite que se presenten más de una forma de enseñanza a la planeada como pueden ser (García-Camacho, 2023): exposición, explicación, interrogación, dictados, tareas, ejercicios y demostraciones.

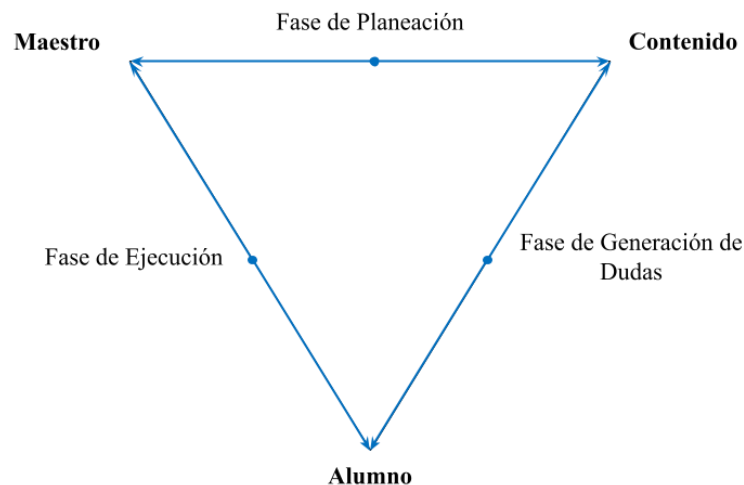


Figura 1.1 Esquema clásico de la enseñanza modificado de (García-Camacho, 2023)

1.2.2 Enseñanza con modelos físicos

La enseñanza activa (EA) involucra que el alumno sea partícipe activo de su aprendizaje e interactúe con el profesor, los contenidos y sus compañeros, fomentando un pensamiento crítico y una mayor conciencia de cómo aprender. La sustitución de la enseñanza clásica por la EA es un tema que se ha discutido en los últimos años, teniendo como ejemplo las publicaciones de Campelo (2003), donde, se expone la dicotomía existente entre la enseñanza teórica y la parte experimental, además expone como el estudiante debe ser un sujeto activo de su propio aprendizaje, dando significación y motivando su participación en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Cañedo y Figueroa (2013), hablan de la importancia de identificar las capacidades reales de los alumnos y su nivel de desarrollo potencial para determinar las formas metodológicas que permitan desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje. De igual forma expone el concepto de conocimiento significativo, en el cual a partir de los conocimientos adquiridos se permite el análisis y resolución de problemas que reflejen situaciones reales. Finalmente, menciona que el alumno no debe ser pasivo o limitarse a escuchar exposiciones del profesor y como esto repercute en el proceso de aprendizaje la falta de motivación y los malos hábitos de estudio.

Por su parte Saorín et al. (2017), hace mención al uso de recursos tangibles como: maquetas, mapas con relieve o réplicas de esculturas, que han permitido la asimilación de conocimientos, facilitando el aprendizaje y el entendimiento, además que invita a no limitarse a modelos físicos ya que existen modelos digitales los cuales se generan con programas de tipo CAD o que se pueden descargar desde la red, hoy gracias a la impresión 3D es posible pasar a formas físicas de un modelo digital en un par de horas o minutos. Por lo que utilizar impresión 3D, permite que el material creado pueda ser replicado por cualquier persona que tenga este tipo de equipo, además, permite que el alumno pueda comprender temas difíciles que se encuentren en tres dimensiones.

Rúa et al. (2018) presentan la implementación de impresiones 3D para la enseñanza, brindando una experiencia tangible que involucra al estudiante, generando un ambiente dinámico en la enseñanza, permitiendo la autogestión de los conocimientos, el desarrollo de memoria espacial, capacidad de abstracción y asociación. Esto da como resultado que los estudiantes logran construir sus propios conceptos de la problemática en cuestión, garantizando significativamente la apropiación de los conocimientos.

La importancia de que el alumno sea participe activo de su aprendizaje es un tema recurrente en todas las publicaciones consultadas. Por su parte, la Facultad de Ingeniería de la UNAM se ha planteado este hecho en su programa PAPIME 106717 (2019) que, además, propone una orientación

formativa la cual posibilita y da instrumentos para que el alumno investigue, evitando así que sus conocimientos sean obsoletos en un corto tiempo.

Considerando la bibliografía consultada, se observa que la enseñanza tradicional no permite una interacción dinámica dentro del salón de clases, que tenga como resultados la construcción y reconstrucción de conceptos y la asociación con los fenómenos del contenido enseñado, permitiendo un grado mayor de integración de los conceptos, de tal forma que no se quede el conocimiento en un nivel académico y empiece a ser significativo para el alumno, aumentando así su interés y curiosidad por el contenido.

De esta forma, la enseñanza mediante modelos físicos da las condiciones necesarias para que se lleve a cabo una enseñanza dinámica, permitiendo que el alumno interactúe con los mismos, resultando que la comprensión de los conceptos sea más fácil, motivando el interés en lo enseñado y en su aprendizaje. Cabe recalcar que el uso de modelos para la enseñanza no es una técnica nueva en la educación y divulgación del conocimiento, se ha practicado normalmente en disciplinas como la medicina, con modelos anatómicos; las artes plásticas, con las réplicas escultóricas; entre otras. Sin embargo, desde el punto de vista de la ingeniería estructural, el uso de modelos físicos para la enseñanza son pocos, hoy en día considerando la tecnología como la manufactura aditiva que permite generar cualquier modelo que se pueda imaginar, puede generar el interés del alumno por crear, modelar e interactuar con su concepción, contribuyendo en su desarrollo a lo largo de las distintas actividades que realice en el proceso.

1.3 Aspectos generales de manufactura aditiva

La manufactura aditiva, la fabricación aditiva o *Impresión 3D* como también se le puede nombrar, es un método de producción que consiste en la superposición de capas de material para la obtención de un producto.

Respecto a la historia de este proceso de producción, el primer registro se presenta en la década de los ochenta en el Instituto de Investigaciones Industriales de Nagoya en Japón con los primeros equipos. Siendo en 1984 el año en que se patenta el proceso de fabricación aditiva de nombre “*Estereolitografía*”, el cual consiste en convertir un fotopolímero líquido en capas de plástico sólido usando un láser. Para el año 1989 se registró la patente del proceso denominado “*Modelado por Deposición Fundida*” que, a partir de la colocación en capas de material fundido y dosificado a través de una boquilla se crea el objeto diseñado.

En comparación con las técnicas de manufactura tradicional, como lo es la manufactura performativa, la cual consiste en el vaciado de material en moldes y la manufactura sustractiva, que se basa en el desgaste de un bloque de material (conocido como fresado), el utilizar este tipo de proceso, manufactura aditiva, trajo consigo varias ventajas como es el uso de nuevos materiales, reducción de tiempos para la materialización de una idea (modelo), creación de geometrías complicadas, disminución de herramientas para la fabricación del modelo y bajos costos de producción al no necesitar instalaciones complejas.

1.3.1 Proceso de producción para la manufactura aditiva

Al igual que otros procesos de producción, es necesario seguir algún tipo de algoritmo para obtener el resultado deseado. Por lo anterior, se propone el algoritmo que se muestra en la Figura 1.2 para la generación de un producto utilizando manufactura aditiva.

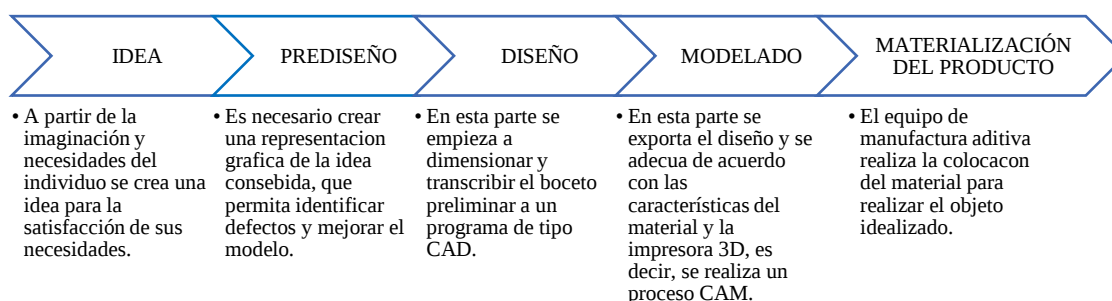


Figura 1.2 Proceso de producción (elaboración propia)

1.3.2 Diseño Asistido por Computadora (CAD) y Fabricación Asistida por Computadora (CAM)

Como parte del proceso de materialización de un producto o modelo, el ocupar manufactura aditiva no exime la parte de diseño, por lo cual es necesario generar una representación gráfica que refleje las condiciones del producto final verificando que satisfagan las necesidades requeridas, para esto es necesario el utilizar sistemas de Diseño Asistido por Computadora (acrónimo en inglés CAD), es decir, software para dibujo 2D y modelado 3D los cuales consisten en la generación de entidades geométricas vectoriales como puntos, líneas, arcos, polígonos, superficies y sólidos que se visualizan a través de una interfaz gráfica; sin embargo, para la obtención del producto es necesario realizar una

interconexión entre el diseño creado en el programa CAD y el equipo que realizará el proceso de fabricación, este puente de conexión se realiza a través de un sistema de Fabricación Asistida por Computadora (acrónimo en inglés CAM), el cual convierte una interfaz gráfica, modelo diseñado en programa CAD, a lenguaje tipo G que le indica a la maquina coordenadas, temperatura de la boquilla, velocidad de impresión, tipo de capa, altura de capa y si es necesario la implementación de extractores de aire, es decir, las condiciones necesarias para la creación del modelo.

CAPÍTULO II

Casos de estudio

2.1 Descripción de los modelos

Se realizó el análisis de tres modelos que, en lo general, cumplen con las siguientes condiciones:

- Edificio a escala de cinco niveles,
- El sistema de entrepiso consta de losas con espesor constante, columnas rectangulares y la unión entre losa-columna se realizó a través de un proceso mecánico.

El material utilizado para manufactura de losas y columnas de los modelos fue filamento de acrilonitrilo butadieno estireno (ABS por sus siglas en inglés) con una densidad del 20%. Para la unión entre elementos estructurales se utilizó una pija cabeza plana Phillips de Zinc del #6 x 1/2', los modelos fueron anclados a una base de madera, utilizando ángulos de metal y tornillería. Las dimensiones y características generales que cumplen los modelos de análisis se presentan en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Características generales de los modelos.

Generalidades	Valor
Espesor de losa (mm)	9.5
Numero de niveles	5
Altura general del modelo (mm)	550
Altura de entre piso (mm)	110
Longitud de crujía (mm)	100
Peso de columna por nivel (kg)	0.003
Sección columnas rectangulares (mm)	13 x 1.4

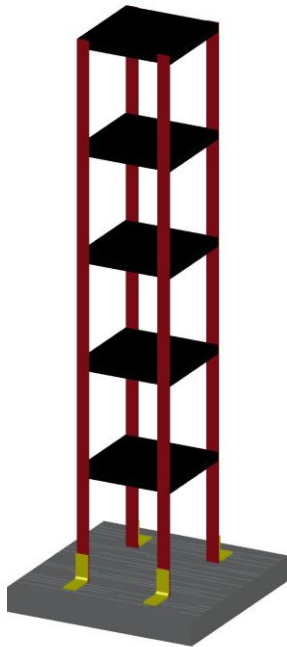
2.1.1 Modelo 1 de análisis

El modelo consta de losas plantas de forma cuadrada de 10 cm de lado, su manufactura se llevó a cabo, como ya se mencionó, en filamento ABS, y columnas del mismo material (Figura 2.1).

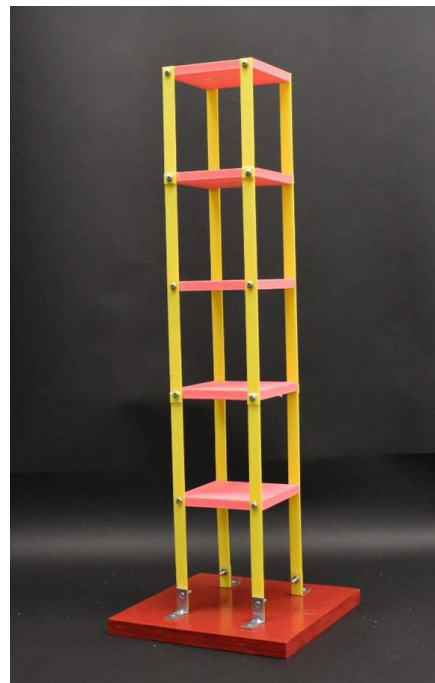
Para el análisis de cada modelo se obtuvo el peso de las cinco losas, así como cada columna que conforma el edificio, en la Tabla 2.2 se muestra el peso por niveles de cada elementó.

Tabla 2.2 Peso de losa por nivel del Modelo 1

<i>Nivel</i>	<i>Losa (kg)</i>
1	0.03950
2	0.04012
3	0.03996
4	0.03987
5	0.03963



a. Modelo proyectado



b. Modelo construido

Figura 2.1 Características del Modelo 1 de análisis

2.1.2 Modelo 2 de análisis

En el Modelo 2 de análisis, el edificio se configura de tal forma que los niveles del uno al tres cuentan con una planta rectangular con tres crujías, el nivel cuatro también está conformado por una planta rectangular con dos crujías; por último, el nivel cinco tiene una planta de forma cuadrada con una sola crujía (Figura 2.2). Las dimensiones y características principales del modelo se presentan en la Tabla 2.3.

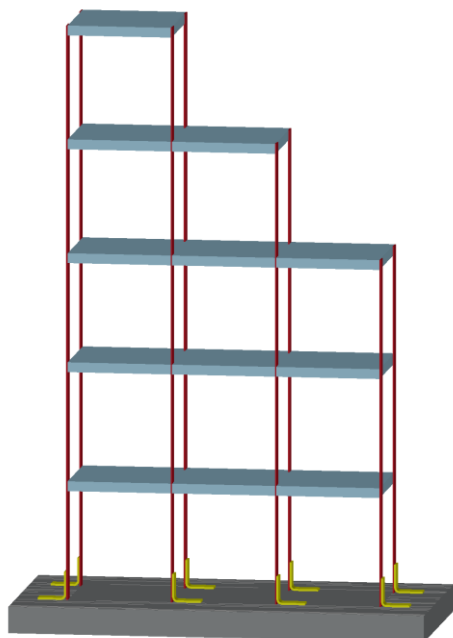
Tabla 2.3 Características del modelo 2 de análisis

<i>Modelo 2 de análisis</i>	<i>Valor</i>
Losa de pisos de 1 al 3 (mm)	300 x 100
Losa de piso 4 (mm)	200 x 100
Losa de piso 5 (mm)	100 x 100
Dimensiones generales de planta (mm)	300 x 100

Al igual que para el Modelo 1 de análisis, se obtuvo el peso de cada losa, así como cada columna que conforma el edificio, en la Tabla 2.4 se muestra el peso por niveles de cada elemento.

Tabla 2.4 Peso de losa por nivel del Modelo 2

<i>Nivel</i>	<i>Losa (kg)</i>
1	0.11441
2	0.11775
3	0.11054
4	0.07845
5	0.04019



a. Modelo proyectado



b. Modelo construido

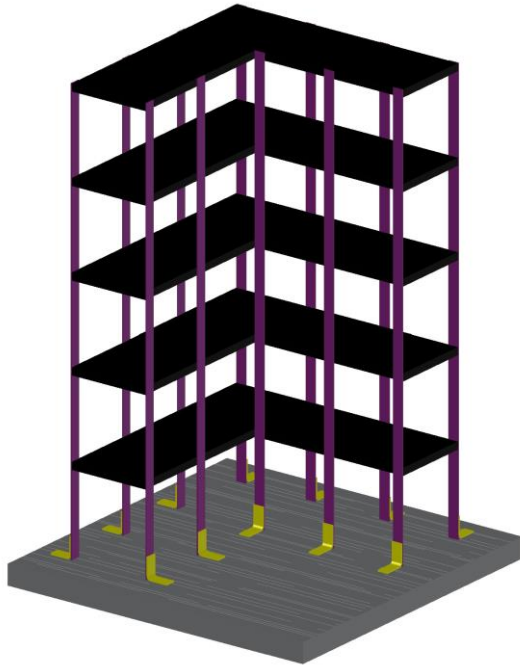
Figura 2.2 Características del Modelo 2 de análisis

2.1.3 Modelo 3 de análisis

El modelo de análisis cuenta con plantas de forma irregular, en forma de “L”, cada ala del edificio está conformada por tres crujías, como se muestra en la Figura 2.3, de igual forma, como en los dos modelos anteriores, en la Tabla 2.5 se presenta el peso de losa por cada nivel.

Tabla 2.5 Peso de losa por nivel del Modelo 3

<i>Nivel</i>	<i>Losa (kg)</i>
1	0.17849
2	0.17247
3	0.18150
4	0.19002
5	0.19383



a. Modelo proyectado



b. Modelo construido

Figura 2.3 Características del Modelo 3 de análisis

2.2 Manufactura aditiva de los modelos

2.2.1 Impresión 3D

Como se mencionó anteriormente, se recurrió a la manufactura aditiva para la creación de los modelos experimentales para el diseño de elementos, losas y vigas, utilizando el software AutoCAD de Autodesk. Se diseñó cada uno de los elementos que conforman los modelos a partir de sólidos, los cuales se exportaron en formato *.stl*, la lectura de este tipo de archivos se realiza con software CAM por lo cual se empleó el programa FlashPrint5, debido a la compatibilidad de la impresora utilizada para la manufactura de los modelos descritos.

El modelo de impresora es Creator 3 Pro con capacidad de imprimir un volumen máximo de 30x25x20 cm y precisión de ± 0.2 mm, de acuerdo a la ficha técnica, el tipo de extrusor que se utilizó fue una boquilla de diámetro de 0.4 mm. Para la fabricación de los modelos se utilizó filamento ABS Premium+ de 1.75 mm en distintos colores, respecto a los parámetros de impresión para los modelos se muestra la Tabla 2.6.

Tabla 2.6 Parámetros de impresión

<i>Parámetros</i>	
Material	ABS
Tamaño de boquilla	0.4 mm
Temperatura de extrusor	235°C
Alto de capa	0.2 mm
Densidad de relleno	20%
Densidad de patrón	Hexagonal
Grosor de capas exteriores	3
Capas solidas superiores	5
Capas solidas inferiores	4

Debido a las dimensiones de la impresora, se hicieron adecuaciones en los modelos para la manufactura de los mismo por lo cual, elementos como columnas y losas de los especímenes dos y tres se tuvieron que seccionar y posteriormente unirlos.

2.2.2 Montaje de modelos

Para la unión de elementos, columna-losa, se recurrió a utilizar pegamento instantáneo. Posteriormente, se realizaron perforaciones con una broca de metal de 5/32'' para introducir pijas de cabeza plana Phillips de Zinc del #6 x 1/2'' con la finalidad de reforzar la conexión. El modelo se sujetó a una base de madera, esto con el fin de facilitar la movilidad de los modelos y mejorar la sujeción para las pruebas y explicaciones de conceptos de vibración en edificios para estudiantes. El proceso constructivo de los modelos se resume en la Figura 2.4.

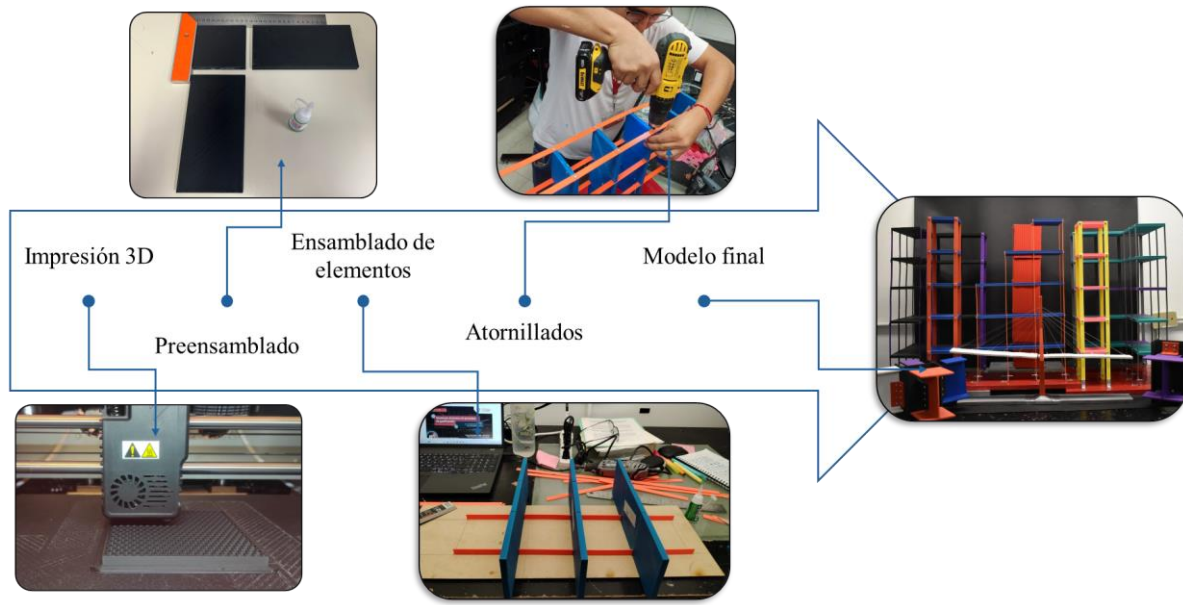


Figura 2.4 Proceso constructivo de modelos experimentales (elaboración propia)

2.3 Pruebas experimentales en estructuras

Las estructuras están sujetas a diversas acciones, como las cargas estáticas debidas a peso propio, a cargas vivas y a cargas permanentes, así como cargas dinámicas impuestas por fenómenos ambientales, vibraciones ocasionadas por la operación de maquinaria o por la aplicación repetida de cargas vivas o una combinación de las anteriores (Figura 2.5).

El conocer la respuesta y el comportamiento de la estructura cuando ésta es sometida a condiciones de carga, estáticas y dinámicas, permite disminuir la vulnerabilidad estructural que se pueda presentar bajo acciones accidentales, como el sismo. Para determinar si la respuesta estructural es adecuada, es indispensable la obtención de datos que permitan el análisis de las características dinámicas del sistema; frecuencia natural, formas modales, amortiguamientos modales y respuestas máximas o pico.

Para la obtención de las propiedades dinámicas de las estructuras, se recurre a realizar pruebas experimentales a modelos escala en entornos controlados, laboratorios, o *in situ*. Las pruebas que usualmente se realizan para la determinación de las propiedades dinámicas de una estructura son las de vibración ambiental y vibración forzadas, donde la diferencia entre estas es la fuente que administra la carga dinámica al sistema, las cuales pueden ser inducidas por factores normales de

opresión o de forma artificial a partir de equipos o actuadores que existen fuerzas y desplazamientos a todo el sistema estructural o determinados elementos a estudiar.

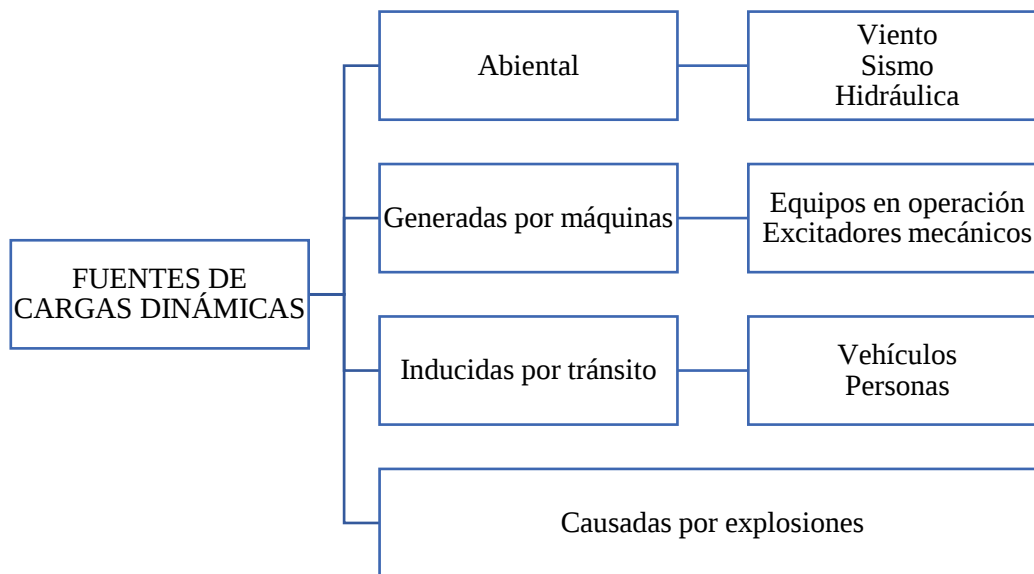


Figura 2.5 Cargas dinámicas, modificada de (Núñez, 2017)

2.3.1 Pruebas de vibración ambiental

Este tipo de pruebas se realizan en estructuras en condiciones normales de operación, por lo que no se requiere de algún dispositivo externo para inducir cargas en el sistema estructural, en lo general se realizan en estructuras a escala real y que se encuentran en función. Las cargas dinámicas que normalmente influyen en este tipo de pruebas son ambientales inducidas por viento y sismo, vibraciones ocasionadas por la operación de quipos y maquinarias; por el tránsito de vehículos y personas o una combinación de estas, en el laboratorio también se pueden simular este tipo de cargas a través de ruido blanco.

2.3.2 Pruebas de vibración forzada

En comparación con las pruebas de vibración ambiental, en las cuales solo se ven inmiscuidas cargas ocasionadas por condiciones de servicio y factores ambientales, en las pruebas de vibración forzada (Figura 2.6) se utilizan instrumentos, maquinarias y equipos para provocar la excitación del sistema estructural de forma artificial con fuerzas y frecuencias conocidas.

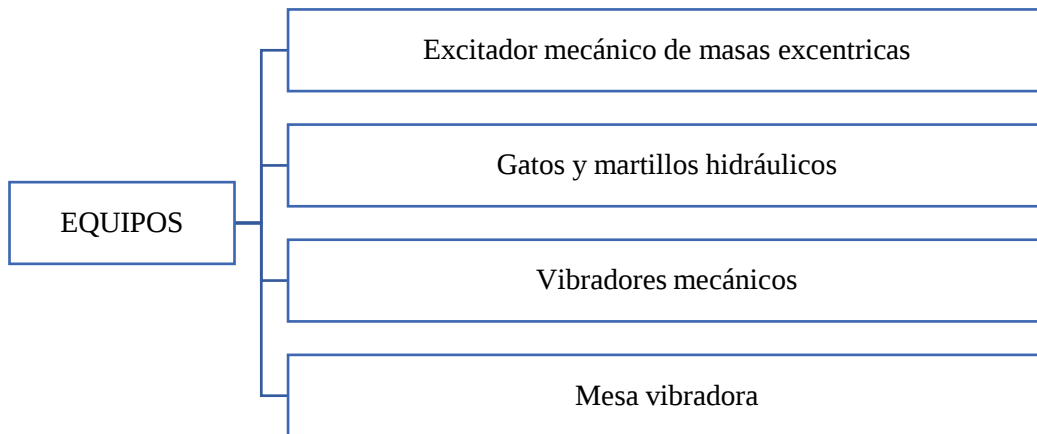


Figura 2.6 Equipos utilizados en pruebas de vibración forzada (elaboración propia)

El realizar pruebas de vibración forzada con equipos especializados trae una gran ventaja debido a que generan un estado estable de vibración cuando se replican movimientos senoidales con amplitud y frecuencia controlada; sin embargo, la capacidad de algunos actuadores permite además de reproducir señales senoidales, replican señales aleatorias emulando la fuerza e intensidad de un sismo o ráfaga de viento.

CAPÍTULO III

Caracterización analítica de los modelos de estudio

3.1 Implementación de software MATLAB para el análisis dinámico

MATLAB es un software y lenguaje de programación que es utilizado recurrentemente en ciencia, ingeniería y matemáticas, esto debido a que implementa herramientas de cómputo, visualización y programación, lo permite que la solución de cualquier problema se pueda integrar realizando los cálculos correspondientes, visualizándolos por medio de gráficas ilustrativas o demostrativas y programando todo el procedimiento en una aplicación en el lenguaje de MATLAB llamado lenguaje-m (Báez & Cervantes, 2012).

El uso de MATLAB se debe la capacidad de análisis y procesamiento de señales y datos, la creación de gráficos en dos y tres dimensiones lo cual es de gran utilidad para el comprender y mostrar concretos de dinámica estructural y otras decuplicas de la ingeniería, esta forma de distribuir el conocimiento y optimizar el proceso de realizar operaciones se ve reflejado en las publicaciones como Introducción a la dinámica de estructuras (Hurtado, 2000), MATLAB con aplicaciones a la Ingeniería, Física y Finanzas (Báez & Cervantes, 2012) y Dinámica Estructural Aplicaciones Usando Matlab® (Guzmán, Guzmán, & Gonzales, 2022).

3.1.1 Análisis tridimensional, metodología

Con fines académicos, se resolverá el ejercicio propuesto en el *Capítulo 2.4.3 Edificios con sistemas resistentes ortogonales* (Bazán & Meli, 1998) en la cual se propone un edificio de cinco niveles y donde los ejes resistentes son ortogonales entre sí. Para la resolución de este problema cabe recordar las consideraciones que se plantean para la condensación de la matriz de rigideces, las cuales incluyen:

- Se considera que el sistema de piso funciona como diafragma infinitamente rígido, es decir, se considera indeformable en su plano.
- Por lo cual los elementos que aportan rigidez al modelo son los elementos verticales como columnas y/o muros, cual sea el caso.
- Los sistemas resistentes son paralelos en planta a una de las direcciones de dos ejes perpendiculares de coordenadas.
- Desplazamientos laterales de los sistemas resistentes se considerarán positivos siguiendo los sentidos positivos de los ejes coordenados.

La configuración geométrica del edificio se muestra en la Figura 3.1, en la cual se muestra un edificio de cinco niveles de plantas rectangulares, como ya se mencionó se considera que el sistema de piso es infinitamente rígido, por lo cual la rigidez lateral es proporcionada por los elementos verticales, en este caso, las columnas, las cuales conforman los sistemas resistentes en dirección u (1X, 2X, 3X y 4X) y en dirección v (1Y, 2Y, 3Y y 4Y). Las condiciones de carga y la rigidez de cada sistema resistente se muestra de igual forma en la Figura 3.1, respecto a los demás datos se muestran en las Tablas 3.1 y 3.2 finalmente es importante precisar que la resolución de este ejercicio es una muestra de la metodología utilizada para el análisis de los modelos que se están estudiando, por lo cual si se requiere abundar en el tema, se sugiere consultar el libro Diseño sísmico de edificios (Bazán & Meli, 1998) o literatura afín.

Tabla 3.1 Posición de centro de masas

<i>Nivel</i>	x_i (m)	y_i (m)
1	8.50	6.30
2	9.20	5.50
3	9.20	5.50
4	9.20	5.50
5	6.75	3.25

Tabla 3.2 Sistemas resistentes

<i>Sistema resistente, j</i>	Y_i (m)	<i>Sistema resistente, j</i>	X_i (m)
1X	0.0	1Y	0.0
2X	3.5	2Y	6.5
3X	7.5	3Y	13.5
4X	11.0	4Y	20.0

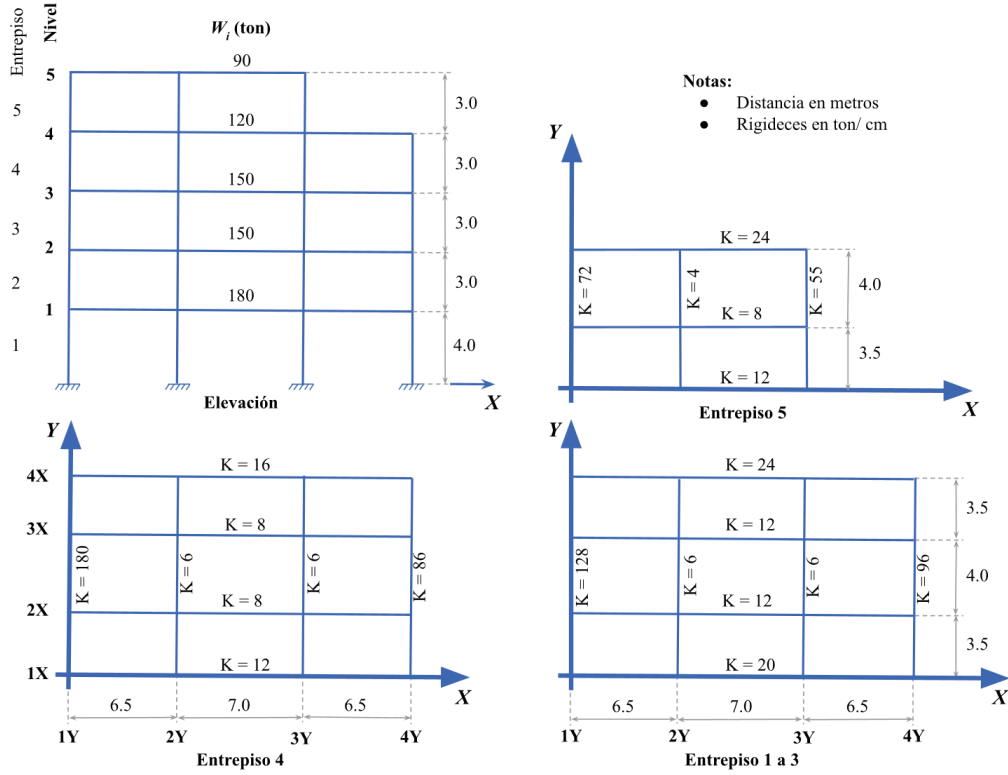


Figura 3.1 Edificio con sistemas resistentes ortogonales (Bazán & Meli, 1998)

Paso 1. Cálculo de la matriz de rigideces laterales

Bajo la hipótesis de tener una losa infinitamente rígida lo cual permite la doble curvatura en las columnas, es posible simplificar la modelación del marco mediante una sucesión de resortes laterales, permitiendo solo considerar desplazamientos de cada uno de los entresijos debido a las fuerzas cortantes, denominando a este tipo de modelos como marcos de cortantes, este tipo de configuración se observa en la Figura 3.2. Para el caso de análisis tridimensional se realiza el ensamble de la matriz de rigideces lateral por cada sistema resiste plano j de la siguiente manera.

$$K_j = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 & 0 & 0 & 0 \\ -R_2 & R_2 + R_3 & -R_3 & 0 & 0 \\ 0 & -R_3 & R_3 + R_4 & -R_4 & 0 \\ 0 & 0 & -R_4 & R_4 + R_5 & -R_5 \\ 0 & 0 & 0 & -R_5 & R_5 \end{bmatrix}$$

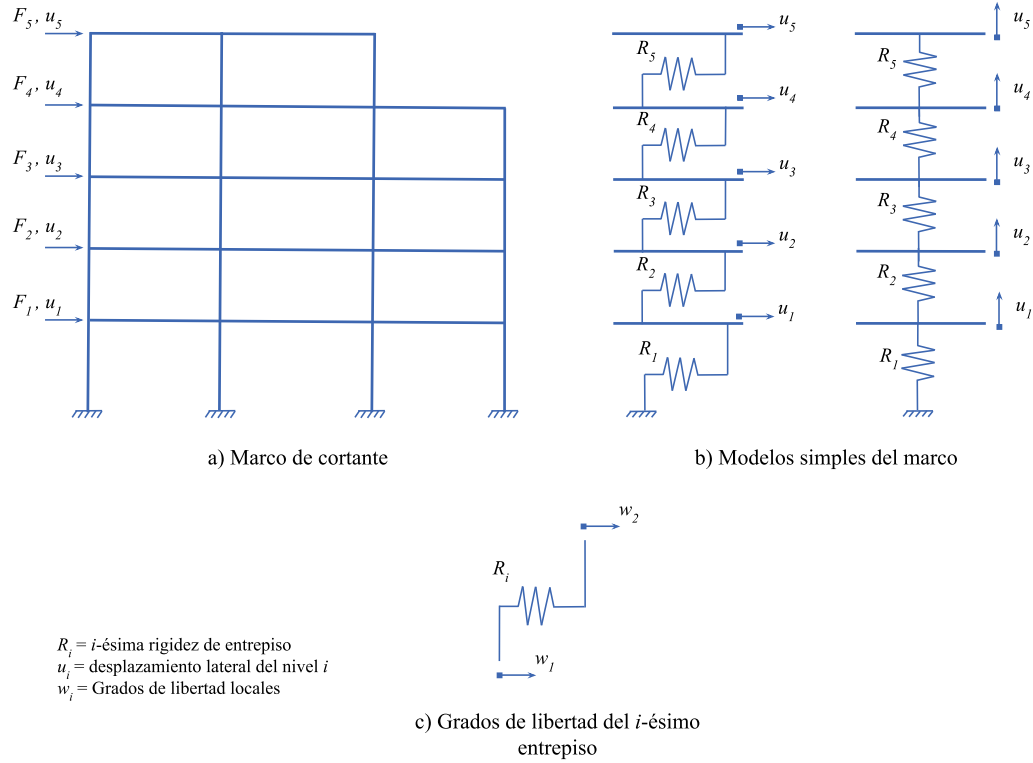


Figura 3.2 Modelo de un marco de cortante, modificado de (Bazán & Meli, 1998)

En caso de no existirán sistema resistente de algunos de los pisos el valor de R_n será 0, como es el caso de la matriz lateral de K_{4Y} y K_{4X} . De tal forma las matrices laterales de cada sistema resistente se muestran a continuación.

$$K_{1X} = \begin{bmatrix} 4000 & -2000 & 0 & 0 & 0 \\ -2000 & 4000 & -2000 & 0 & 0 \\ 0 & -2000 & 3200 & -1200 & 0 \\ 0 & 0 & -1200 & 2400 & -1200 \\ 0 & 0 & 0 & -1200 & 1200 \end{bmatrix} \left(\frac{N}{m} \right)$$

$$K_{2X} = \begin{bmatrix} 2400 & -1200 & 0 & 0 & 0 \\ -1200 & 2400 & -1200 & 0 & 0 \\ 0 & -1200 & 2000 & -800 & 0 \\ 0 & 0 & -800 & 1600 & -800 \\ 0 & 0 & 0 & -800 & 800 \end{bmatrix} \left(\frac{N}{m} \right)$$

$$K_{3X} = \begin{bmatrix} 2400 & -1200 & 0 & 0 & 0 \\ -1200 & 2400 & -1200 & 0 & 0 \\ 0 & -1200 & 2000 & -800 & 0 \\ 0 & 0 & -800 & 3200 & -2400 \\ 0 & 0 & 0 & -2400 & 2400 \end{bmatrix} \left(\frac{N}{m} \right)$$

$$K_{4X} = \begin{bmatrix} 4800 & -2400 & 0 & 0 & 0 \\ -2400 & 4800 & -2400 & 0 & 0 \\ 0 & -2400 & 4000 & -1600 & 0 \\ 0 & 0 & -1600 & 1600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left(\frac{N}{m} \right)$$

$$K_{1Y} = \begin{bmatrix} 25600 & -12800 & 0 & 0 & 0 \\ -12800 & 25600 & -12800 & 0 & 0 \\ 0 & -12800 & 23600 & -10800 & 0 \\ 0 & 0 & -10800 & 18000 & -7200 \\ 0 & 0 & 0 & -7200 & 7200 \end{bmatrix} \left(\frac{N}{m} \right)$$

$$K_{2Y} = \begin{bmatrix} 1200 & -600 & 0 & 0 & 0 \\ -600 & 1200 & -600 & 0 & 0 \\ 0 & -600 & 1200 & -600 & 0 \\ 0 & 0 & -600 & 1000 & -400 \\ 0 & 0 & 0 & -400 & 400 \end{bmatrix} \left(\frac{N}{m} \right)$$

$$K_{3Y} = \begin{bmatrix} 1200 & -600 & 0 & 0 & 0 \\ -600 & 1200 & -600 & 0 & 0 \\ 0 & -600 & 1200 & -600 & 0 \\ 0 & 0 & -600 & 6100 & -5500 \\ 0 & 0 & 0 & -5500 & 5500 \end{bmatrix} \left(\frac{N}{m} \right)$$

$$K_{4Y} = \begin{bmatrix} 19200 & -9600 & 0 & 0 & 0 \\ -9600 & 19200 & -9600 & 0 & 0 \\ 0 & -9600 & 18200 & -8600 & 0 \\ 0 & 0 & -8600 & 8600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left(\frac{N}{m} \right)$$

Para generar la matriz de rigidez K del edificio es necesario emplear las matrices de rigidez K_j de cada sistema resistente, para esto se utiliza una matriz de transformación B_j para expresar los desplazamientos laterales d_{ji} de cada sistema resistente en términos de los grados de libertad del edificio (Figura 3.3.a).

$$B_j = [\cos \phi_j \quad \text{sen } \phi_j \quad r_{ji}]$$

donde ϕ_j es el ángulo entre las direcciones positivas de u_i y de d_{ji} , r_{ji} es la distancia de la proyección del sistema plano j al centro de masas del piso, la metodología para calcular r_{ji} se muestra en la Figura 3.3.b así como los resultados calculados se muestran en la Tabla 3.3.

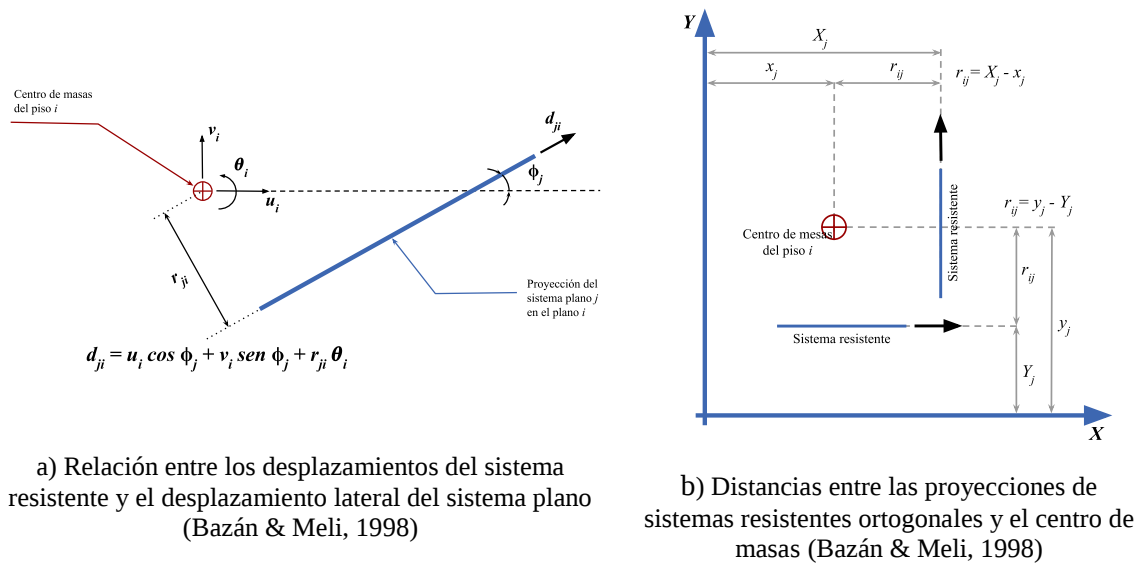


Figura 3.3 Determinación de la matriz de transformación

Tabla 3.3 Datos geométricos para transformar desplazamientos de los sistemas resistentes del edificio a grados de libertad de los centros de masas

Sistema resistente j	Ángulo ϕ_j (°)	Distancia r_{ij} (m)		
		Piso 1	Pisos 2 a 4	Piso 5
1X	0.0	6.30 - 0.00 = 6.30	5.50 - 0.00 = 5.50	3.25 - 0.00 = 3.25
2X	0.0	6.30 - 3.50 = 2.80	5.50 - 3.50 = 2.00	3.25 - 3.5 = - 0.25
3X	0.0	6.30 - 7.50 = -1.20	5.50 - 7.50 = - 2.00	3.25 - 7.50 = - 3.25
4X	0.0	6.30 - 11.00 = - 4.70	5.50 - 11.00 = - 5.50	- -
1Y	90.0	0.00 - 8.50 = - 8.50	0.00 - 9.20 = - 9.20	0.00 - 6.75 = -6.75
2Y	90.0	6.50 - 8.50 = - 2.00	6.50 - 9.20 = - 2.70	0.00 - 6.75 = - 0.25
3Y	90.0	13.50 - 8.50 = 5.00	13.50 - 9.20 = 4.30	13.50 - 6.75 = 6.75
4Y	90.0	20.00 - 8.50 = 11.50	20.00 - 9.20 = 10.80	- -

La matriz de transformación B_j para cada sistema resistente es una matriz diagonal por bloques, compuesta por tres matrices diagonales internas, es decir, se compone de tres matrices de orden n (n = número de niveles), para este caso la matriz de transformación esta ensamblada por una matriz identidad (I), una matriz de ceros (O) y la distancias r_{ji} (X o Y , cual sea el caso).

$$B_{jX} = [I \quad O \quad Y]$$

$$B_{jY} = [I \quad O \quad X]$$

$$B_{1X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.30 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.25 \end{bmatrix}$$

$$B_{1Y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8.50 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.75 \end{bmatrix}$$

[illegible]

$$\mathbf{B}_{2Y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.70 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.70 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.70 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.25 \end{bmatrix}$$

[illegible]

$$B_{3Y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.30 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.75 \end{bmatrix}$$

[illegible]

[illegible]

Finalmente, el ensamble de la matriz de rigidez del sistema global la cual es de orden $3n$, donde n es el número de niveles del edificio, se realiza mediante la siguiente operación:

$$K = \sum B_j^T K_j B_j = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{x\theta} \\ (K_{xy})^T & K_{yy} & K_{y\theta} \\ (K_{x\theta})^T & (K_{y\theta})^T & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum K_{jX} & 0 & \sum K_{jX} Y \\ 0 & \sum K_{jY} & \sum K_{jY} X \\ \sum Y K_{jX} & \sum X K_{jY} & \sum Y K_{jX} Y + \sum X K_{jY} X \end{bmatrix}^*$$

$$K = 10^6 \begin{bmatrix} 0.0136 & -0.0068 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0065 & 0.0022 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0068 & 0.0136 & -0.0068 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0032 & -0.0044 & 0.0022 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0068 & 0.0112 & -0.0044 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0022 & -0.0044 & 0.0022 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0044 & 0.0088 & -0.0044 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0022 & 0.0012 & 0.0041 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0044 & 0.0044 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0034 & -0.0041 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0472 & -0.0236 & 0 & 0 & 0 & 0.0068 & 0.0131 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0236 & 0.0442 & -0.0236 & 0 & 0 & -0.0034 & -0.0262 & 0.0131 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0236 & 0.0442 & -0.0206 & 0 & 0 & 0.0131 & -0.0186 & 0.0055 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0206 & 0.0337 & -0.0131 & 0 & 0 & 0.0055 & -0.0492 & 0.0116 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0131 & 0.0131 & 0 & 0 & 0 & 0.0437 & -0.0116 \\ 0.0065 & -0.0032 & 0 & 0 & 0 & 0.0068 & -0.0034 & 0 & 0 & 0 & 4.7107 & -2.3504 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0022 & -0.0044 & 0.0022 & 0 & 0 & 0.0131 & -0.0262 & 0.0131 & 0 & 0 & -2.3504 & 4.7226 & -2.3613 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0022 & -0.0044 & 0.0022 & 0 & 0 & 0.0131 & -0.0186 & 0.0055 & 0 & 0 & -2.3613 & 4.3851 & -2.0238 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0022 & 0.0012 & -0.0034 & 0 & 0 & 0.0055 & -0.0492 & 0.0437 & 0 & 0 & -2.0238 & 2.7869 & -0.6437 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0041 & -0.0041 & 0 & 0 & 0 & 0.0116 & -0.0116 & 0 & 0 & 0 & -0.6437 & 0.6167 \end{bmatrix}$$

* El ensamble de la matriz de rigidez es validos solo para sistemas resistentes ortogonales.

Paso 2. Cálculo de la matriz de masas

Para el ensamble de la matriz de masas se deben de considerar los grados de libertad, por lo cual se deben considerar los primeros cinco desplazamientos de los centros de masa en dirección u , posteriormente los desplazamientos en dirección v y finalmente los cinco giros θ de tal forma que la matriz de masas M_t es una matriz diagonal por bloques compuesta por dos matrices de masa convencionales M y una matriz de inercia rotacional J , todas diagonales, y matrices nulas fuera de la diagonal.

$$M_t = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix}$$

La matriz de inercia rotacional J se conforma a partir de los datos expresados en la Tabla 3.4 en donde los valores de la matriz es el producto de la masa correspondiente por $r^2 = \frac{a^2+b^2}{12}$.

Tabla 3.4 Masa e inercia rotacional de entrepiso del edificio

Nivel	Peso (ton)	Masa	a (m)	b (m)	J (m ⁴)
1	180	18.349	20.0	11.0	796.64
2	150	15.291	20.0	11.0	663.86
3	150	15.291	20.0	11.0	663.86
4	120	12.232	20.0	11.0	531.09
5	90	9.174	13.5	7.5	182.34

$$M = \begin{bmatrix} 18.349 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 15.291 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15.291 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12.232 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.174 \end{bmatrix} (kg)$$

$$J = \begin{bmatrix} 796.64 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 663.86 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 663.86 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 531.09 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 182.34 \end{bmatrix} (m^4)$$

Para determinar frecuencias y modos de vibrar se usa una subrutina desarrollada en el programa Matlab, que se presenta en el Anexo A. El método empleado en el desarrollo del programa está basado en los trabajos de Bazán y Meli (1998), Gutiérrez (2018) y Pozos-Estrada (año???). A continuación, se presentan los resultados obtenidos por la subrutina desarrollada. En la Figura 3.4 se presentan las frecuencias y periodos de cada modo. Mientras tanto en la matriz V se presenta las coordenadas modales del edificio, donde la matriz obtenida está conformada de la siguiente manera: las columnas son las coordenadas modales del modo 1 hasta el modo $3n$, las primeras tres filas de la matriz corresponden a las coordenadas modales del desplazamiento del nivel 1 hasta el nivel n en dirección X , las siguientes 5 filas corresponde a las coordenadas modales del nivel 1 hasta n en dirección Y , finalmente las filas restante corresponden a los giros en radianes del nivel 1 hasta el n (Tabla 3.6). De igual manera el código está programado para graficar las formas modales en tres dimensiones del edificio, en el cual el desplazamiento de las losas esta escalado 3 veces (Figura3.5).

Modo	f_rad_s	f_Hz	T_seg
1	6.5048	1.0353	0.9659
2	12.2876	1.9556	0.5113
3	16.2919	2.5929	0.3857
4	19.5726	3.1151	0.3210
5	26.1700	4.1651	0.2401
6	31.9244	5.0809	0.1968
7	33.2084	5.2853	0.1892
8	38.2935	6.0946	0.1641
9	47.3572	7.5371	0.1327
10	50.4550	8.0302	0.1245
11	60.9324	9.6977	0.1031
12	70.6228	11.2400	0.0890
13	73.2192	11.6532	0.0858
14	90.4784	14.4001	0.0694
15	110.1162	17.5255	0.0571

Figura 3.4 Tabla de resultados subrutina de Matlab

Tabla 3.5 Periodo tridimensionales del edificio.

<i>Modo</i>	<i>Periodo (s)</i> (Bazán & Meli, 1998)	<i>Periodo (s)</i>	<i>% de error</i>
1	0.9662	0.9659	0.031
2	0.5119	0.5113	0.117
3	0.3857	0.3857	0.000
4	0.3185	0.3210	0.785
5	0.2401	0.2401	0.000
6	0.1967	0.1968	0.051
7	0.1892	0.1892	0.000
8	0.1641	0.1641	0.000
9	0.1325	0.1327	0.151
10	0.1236	0.1245	0.728
11	0.1030	0.1031	0.097
12	0.0880	0.0890	1.136
13	0.0857	0.0858	0.117
14	0.0686	0.0694	1.166
15	0.0569	0.0571	0.351

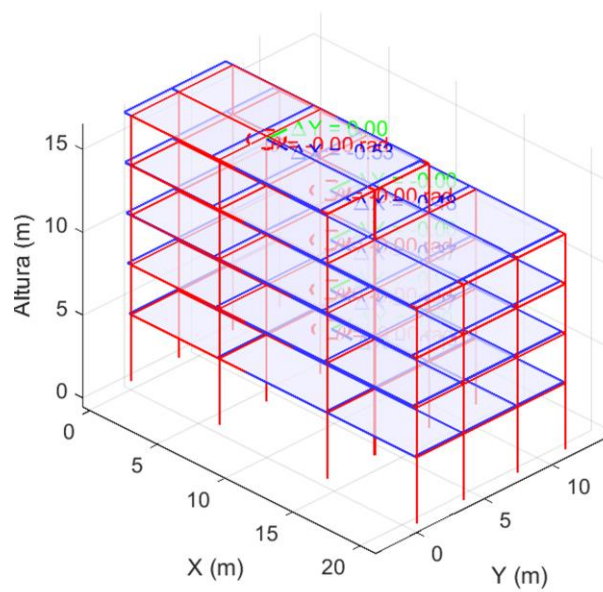
En la Tabla 3.5 se comparan los periodos obtenidos a través de la programación y los valores reportados por Bazán y Meli (1998). Además, se incluye el porcentaje de error relativo entre los datos. Dado que los errores calculados son menores al 1.2%, se considera que el código implementado para la obtención de las propiedades dinámicas proporciona resultados satisfactorios.

$$M_t = \begin{bmatrix} 18.349 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 15.291 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15.291 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12.232 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.174 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 18.349 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15.291 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15.291 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12.232 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9.174 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 796.64 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 663.86 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 663.86 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 531.09 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 182.34 \end{bmatrix}$$

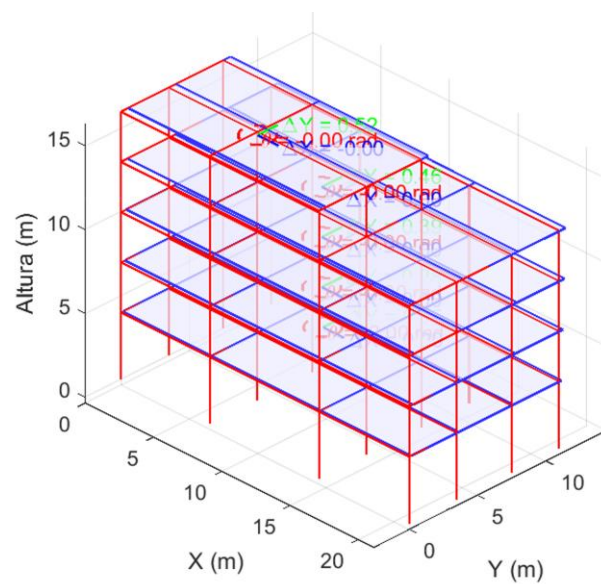
$$V = \begin{bmatrix} -0.04811 & 0.00021 & -0.10627 & -0.02471 & -0.15620 & -0.02082 & 0.08770 & -0.08783 & 0.00043 & 0.00604 & 0.00068 & -0.00196 & 0.00027 & -0.00069 & 0.00008 \\ -0.09089 & 0.00028 & -0.13409 & -0.03616 & -0.02199 & 0.01755 & -0.08335 & 0.17336 & -0.00027 & -0.00723 & -0.00083 & 0.00223 & -0.00041 & 0.00035 & 0.00076 \\ -0.12493 & 0.00027 & -0.08313 & -0.00963 & 0.14500 & 0.01458 & -0.04903 & -0.13833 & -0.00085 & 0.00302 & 0.00002 & -0.00075 & 0.00040 & -0.00081 & -0.00111 \\ -0.15919 & 0.00003 & 0.07228 & 0.04504 & 0.05763 & -0.04210 & 0.19146 & 0.08502 & 0.00504 & -0.01192 & 0.00226 & -0.00219 & 0.00015 & 0.00091 & 0.00044 \\ -0.17543 & -0.00043 & 0.18346 & 0.01061 & -0.13786 & 0.02955 & -0.15064 & -0.04020 & -0.00541 & 0.01493 & -0.00252 & 0.00274 & -0.00048 & 0.00003 & 0.00019 \\ 0.00001 & 0.04986 & 0.00056 & -0.00401 & 0.00156 & -0.10892 & -0.02564 & -0.00157 & 0.14029 & 0.00038 & -0.11750 & -0.03766 & -0.06752 & 0.00025 & -0.00258 \\ -0.00011 & 0.09383 & 0.00298 & -0.01730 & 0.00365 & -0.13002 & -0.02741 & -0.00033 & 0.03715 & 0.01547 & 0.10674 & 0.06173 & 0.14737 & 0.00161 & 0.00865 \\ -0.00015 & 0.12861 & 0.00376 & -0.01987 & 0.00306 & -0.06629 & -0.01089 & -0.00016 & -0.12142 & -0.01438 & 0.06915 & -0.02071 & -0.15352 & -0.01111 & -0.00878 \\ -0.00017 & 0.15403 & 0.00348 & -0.01477 & 0.00057 & 0.05643 & 0.01645 & 0.00064 & -0.10061 & -0.01936 & -0.16177 & -0.05132 & 0.11812 & 0.03151 & 0.00963 \\ 0.00070 & 0.17362 & -0.00947 & 0.05514 & -0.00853 & 0.19535 & 0.03384 & 0.00064 & 0.15509 & 0.02606 & 0.07655 & 0.05453 & -0.04438 & -0.02745 & -0.00764 \\ -0.00009 & -0.00004 & 0.00151 & -0.00788 & 0.00123 & 0.00134 & 0.00143 & 0.00114 & 0.00102 & 0.01676 & 0.00403 & -0.01917 & 0.00310 & -0.01915 & 0.01194 \\ -0.00020 & -0.00006 & 0.00278 & -0.01477 & 0.00179 & 0.00202 & 0.00266 & 0.00124 & 0.00162 & 0.01913 & 0.00251 & -0.00622 & 0.00017 & 0.01475 & -0.02517 \\ -0.00029 & -0.00014 & 0.00391 & -0.02002 & 0.00202 & 0.00256 & 0.00336 & 0.00029 & 0.00090 & 0.00766 & -0.00306 & 0.01434 & -0.00586 & 0.01453 & 0.02341 \\ -0.00039 & -0.00038 & 0.00500 & -0.02356 & 0.00155 & 0.00219 & 0.00315 & -0.00038 & 0.00049 & -0.01196 & 0.00622 & 0.01532 & 0.00010 & -0.02454 & -0.01286 \\ -0.00050 & -0.00003 & 0.00620 & -0.02651 & 0.00019 & 0.00769 & 0.00199 & -0.00216 & 0.01555 & -0.04631 & 0.02099 & -0.03795 & 0.00505 & 0.01882 & 0.00532 \end{bmatrix}$$

Tabla 3.6 Coordenadas modales tridimensionales del edificio

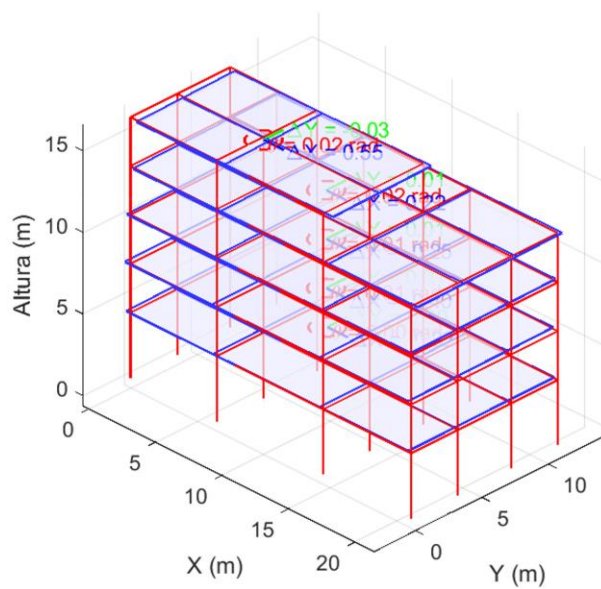
<i>Nivel</i>	<i>Modos de vibrar</i>															<i>Coordenadas</i>
<i>n</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>	<i>14</i>	<i>15</i>	<i>modelos</i>
1	-0.04811	0.00021	-0.10627	-0.02471	-0.15620	-0.02082	0.08770	-0.08783	0.00043	0.00604	0.00068	-0.00196	0.00027	-0.00069	0.00008	Desplazamientos en X
2	-0.09089	0.00028	-0.13409	-0.03616	-0.02199	0.01755	-0.08335	0.17336	-0.00027	-0.00723	-0.00083	0.00223	-0.00041	0.00035	0.00076	
3	-0.12493	0.00027	-0.08313	-0.00963	0.14500	0.01458	-0.04903	-0.13833	-0.00085	0.00302	0.00002	-0.00075	0.00040	-0.00081	-0.00111	
4	-0.15919	0.00003	0.07228	0.04504	0.05763	-0.04210	0.19146	0.08502	0.00504	-0.01192	0.00226	-0.00219	0.00015	0.00091	0.00044	
5	-0.17543	-0.00043	0.18346	0.01061	-0.13786	0.02955	-0.15064	-0.04020	-0.00541	0.01493	-0.00252	0.00274	-0.00048	0.00003	0.00019	
1	0.00001	0.04986	0.00056	-0.00401	0.00156	-0.10892	-0.02564	-0.00157	0.14029	0.00038	-0.11750	-0.03766	-0.06752	0.00025	-0.00258	Desplazamientos en Y
2	-0.00011	0.09383	0.00298	-0.01730	0.00365	-0.13002	-0.02741	-0.00033	0.03715	0.01547	0.10674	0.06173	0.14737	0.00161	0.00865	
3	-0.00015	0.12861	0.00376	-0.01987	0.00306	-0.06629	-0.01089	-0.00016	-0.12142	-0.01438	0.06915	-0.02071	-0.15352	-0.01111	-0.00878	
4	-0.00017	0.15403	0.00348	-0.01477	0.00057	0.05643	0.01645	0.00064	-0.10061	-0.01936	-0.16177	-0.05132	0.11812	0.03151	0.00963	
5	0.00070	0.17362	-0.00947	0.05514	-0.00853	0.19535	0.03384	0.00064	0.15509	0.02606	0.07655	0.05453	-0.04438	-0.02745	-0.00764	
1	-0.00009	-0.00004	0.00151	-0.00788	0.00123	0.00134	0.00143	0.00114	0.00102	0.01676	0.00403	-0.01917	0.00310	-0.01915	0.01194	Giros
2	-0.00020	-0.00006	0.00278	-0.01477	0.00179	0.00202	0.00266	0.00124	0.00162	0.01913	0.00251	-0.00622	0.00017	0.01475	-0.02517	
3	-0.00029	-0.00014	0.00391	-0.02002	0.00202	0.00256	0.00336	0.00029	0.00090	0.00766	-0.00306	0.01434	-0.00586	0.01453	0.02341	
4	-0.00039	-0.00038	0.00500	-0.02356	0.00155	0.00219	0.00315	-0.00038	0.00049	-0.01196	-0.00622	0.01532	0.00010	-0.02454	-0.01286	
5	-0.00050	-0.00003	0.00620	-0.02651	0.00019	0.00769	0.00199	-0.00216	0.01555	-0.04631	0.02099	-0.03795	0.00505	0.01882	0.00532	



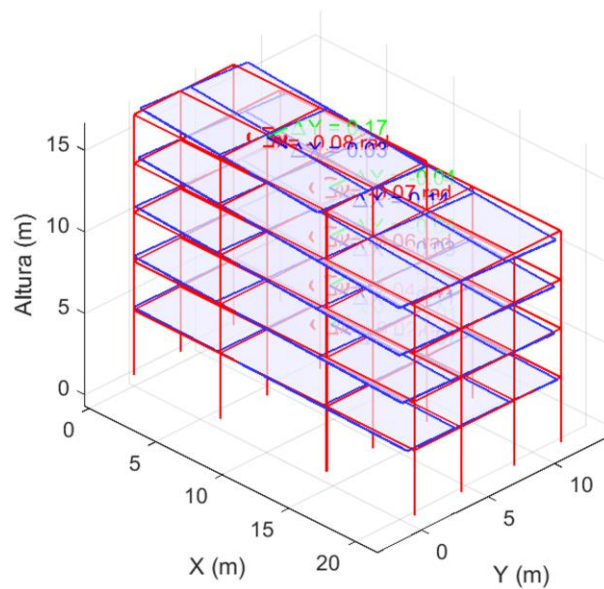
a. Modo 1



b. Modo 2

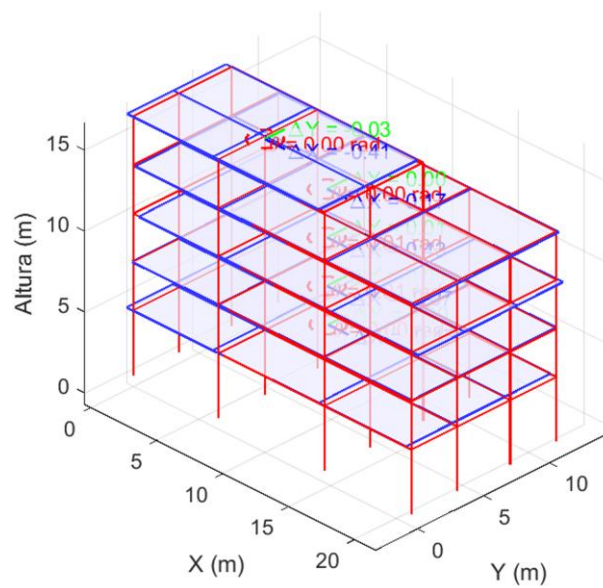


c. Modo 3

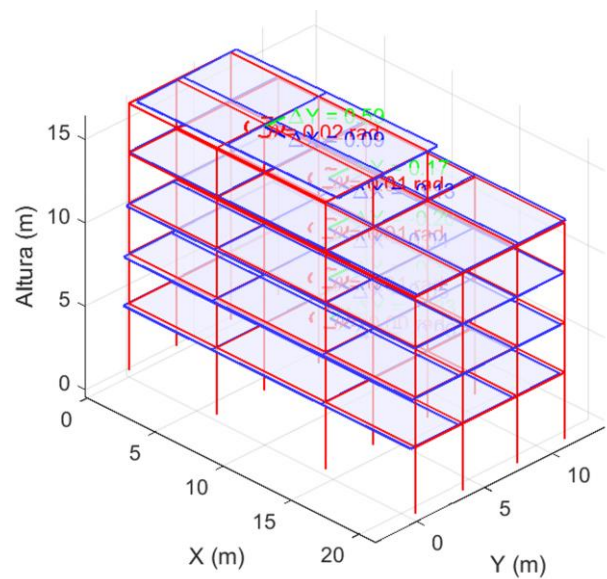


d. Modo 4

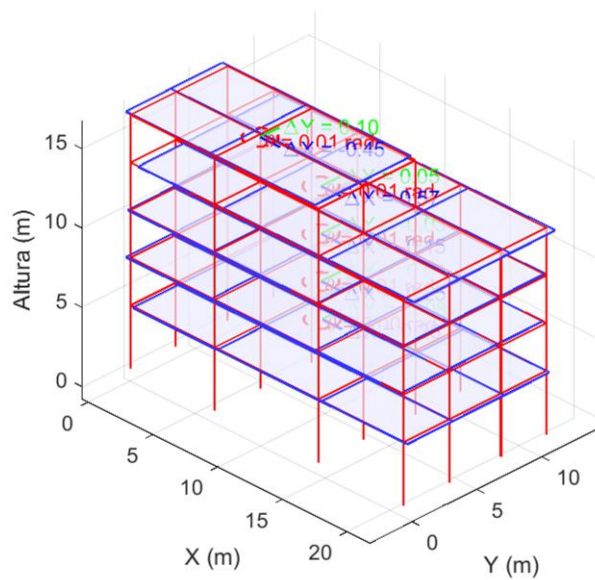
Figura 3.5 Modos de vibrar



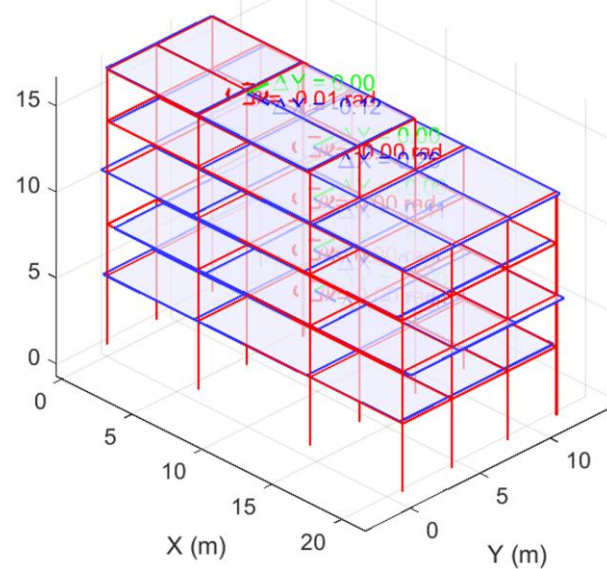
e. Modo 5



f. Modo 6

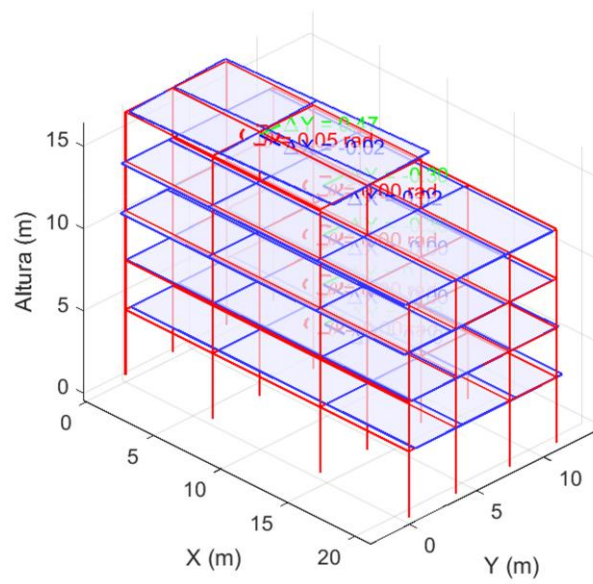


g. Modo 7

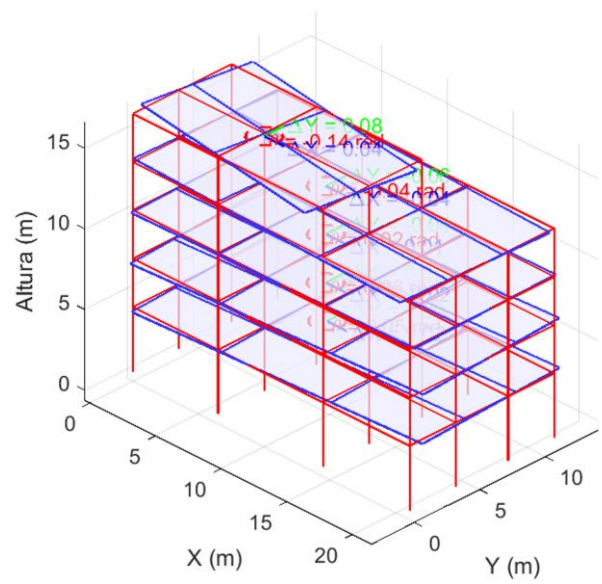


h. Modo 8

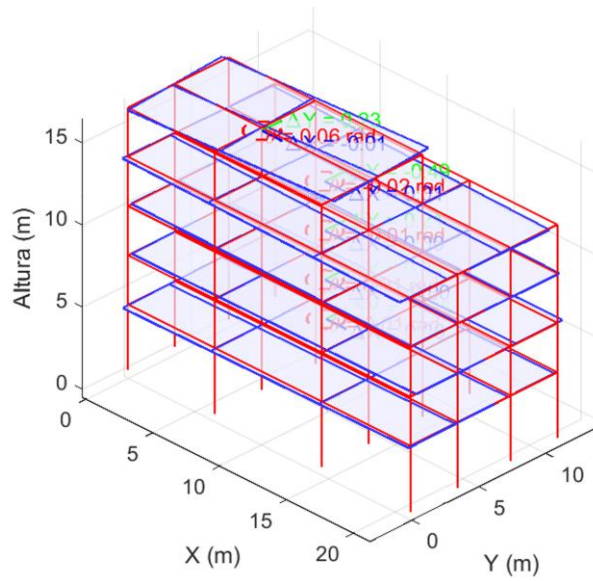
Figura 3.5 Modos de vibrar (continuación)



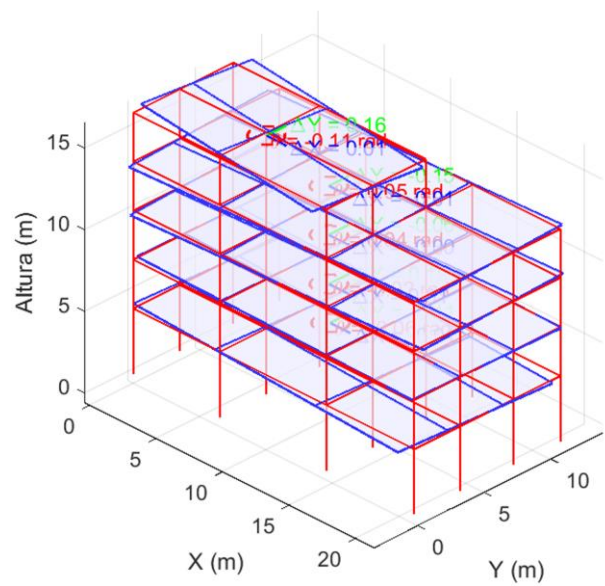
i. Modo 9



j. Modo 10



k. Modo 11



l. Modo 12

Figura 3.5 Modos de vibrar (continuación)

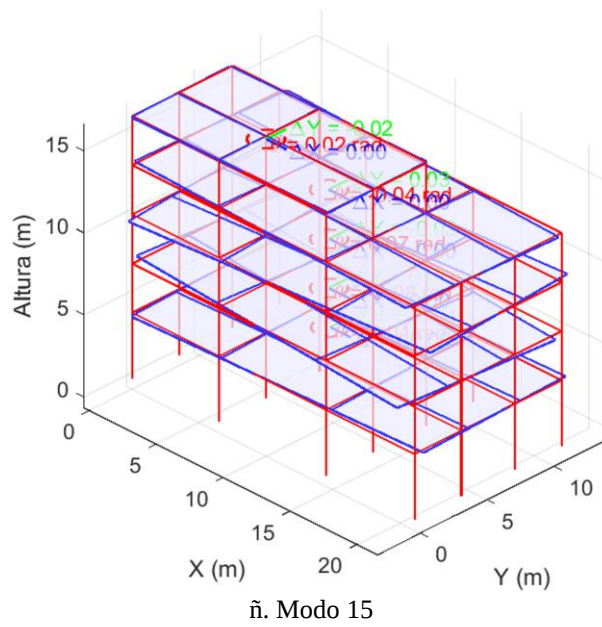
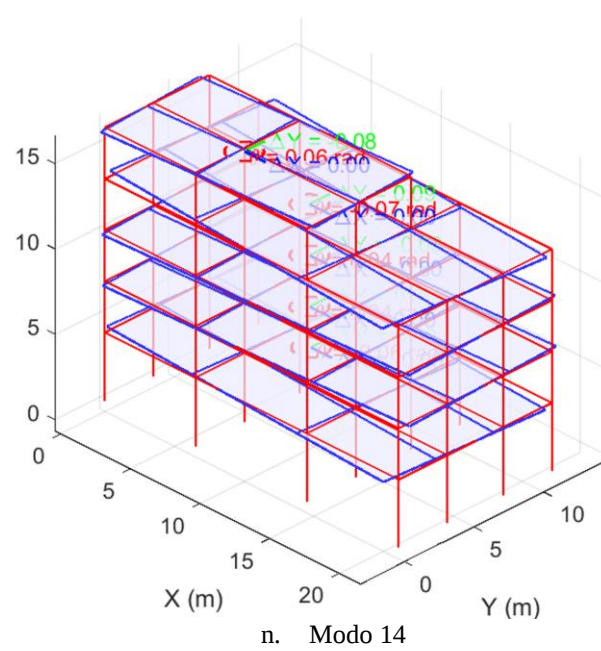
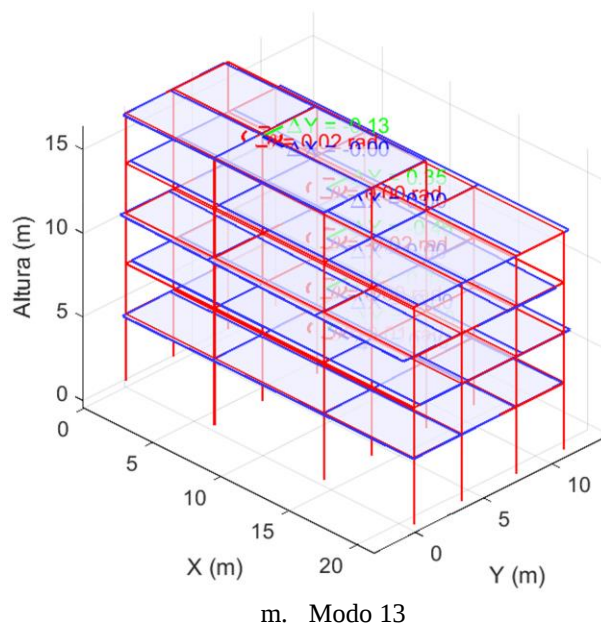


Figura 3.5 Modos de vibrar (continuación)

3.2 Análisis tridimensional de los modelos físicos

Debido a las características geométricas y estructurales de los modelos físicos, particularmente a las características relativas del sistema de piso, éste puede considerarse como un diafragma infinitamente rígido en su plano. Bajo este supuesto, se asume que cada nivel se desplaza de manera uniforme, sin presentar deformaciones apreciables dentro de la losa de entrepiso.

En consecuencia, el análisis dinámico de los modelos se abordó bajo el esquema simplificado de un edificio tipo cortante, en el cual la rigidez lateral está concentrada en los elementos verticales, columnas, mientras que las losas únicamente transmiten las cargas y garantizan la compatibilidad de desplazamientos entre columnas.

Para el análisis numérico del sistema estructural se desarrolló una subrutina en MATLAB, en la cual se modeló la rigidez lateral de cada columna a partir de sus dimensiones geométricas y del módulo de elasticidad del material ABS empleado en la manufactura del modelo físico. La programación se puede observar en el Anexo B, es importante mencionar que este programa está limitado para la revisión de edificios que cuenten únicamente con sistemas resistentes ortogonales, con un sistema competente para considerarlo como diafragma infinitamente rígido, o que la configuración sea similar a los tres modelos analizados.

Durante el proceso de construcción, se realizó el pesaje individual de cada uno de los elementos estructurales y no estructurales, con el fin de obtener una estimación precisa de sus masas asociadas (Figura 3.6). Estos valores fueron incorporados en el ensamble de la matriz de masas del sistema, mientras que las propiedades mecánicas de las columnas permitieron conformar la correspondiente matriz de rigideces.

Una vez definidas ambas matrices, se procedió a resolver el problema de valores propios, del cual se obtuvieron los modos de vibración junto con sus respectivas frecuencias naturales. Este procedimiento permitió caracterizar de manera analítica el comportamiento dinámico del modelo estructural, generando una base de comparación con los resultados experimentales.

En la Tabla 3.7 se muestra el peso correspondiente a cada una de las masas externas colocadas en los modelos, con la finalidad de modificar el intervalo de frecuencias de la estructura evitando de tal modo que en el proceso de experimentación las frecuencias de la mesa no causen ruido en el análisis para la obtención de las propiedades dinámicas del edificio, de igual forma cabe mencionar que se consideró un peso extra de 15 gramos correspondiente al peso de la instrumentación utilizada.

Tabla 3.7 Peso de las masas externas utilizadas

<i>Masa</i>	<i>Peso (g)</i>	<i>Masa</i>	<i>Peso (g)</i>
1	204.90	5	210.38
2	205.25	6	212.58
3	208.34	7	217.18
4	205.59	8	218.30

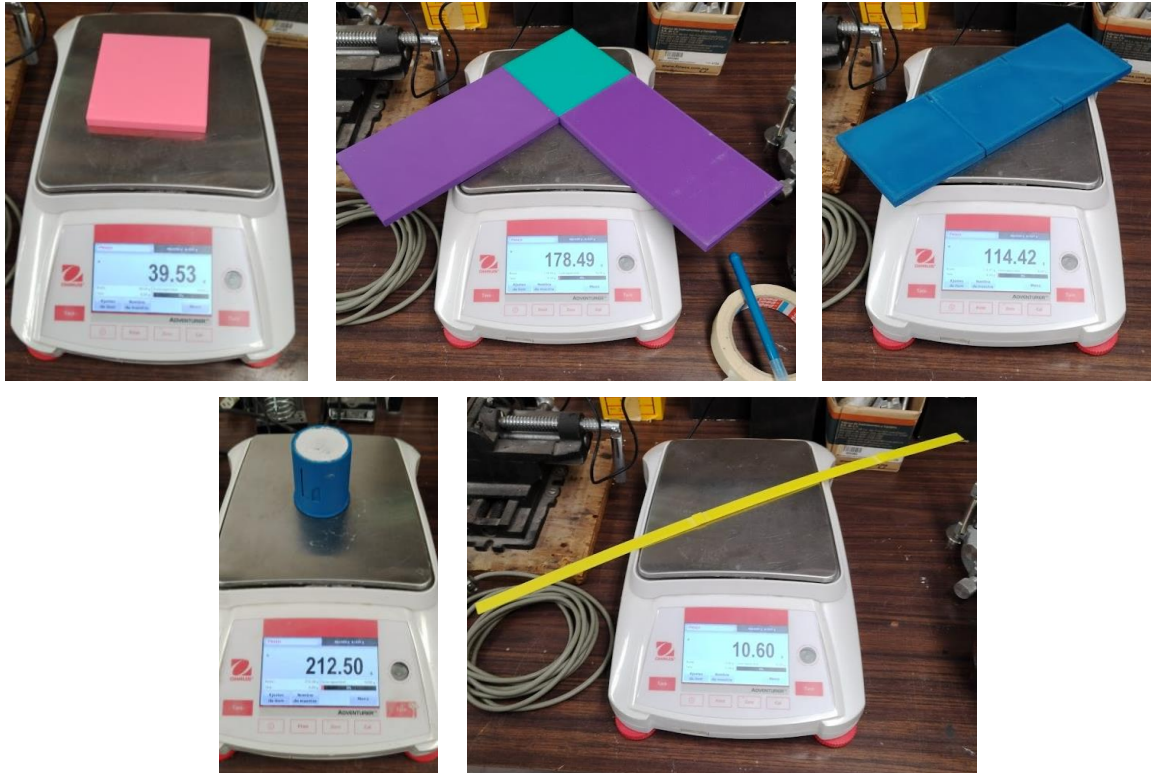


Figura 3.6 Proceso de pesaje de elementos estructurales y no estructurales

3.2.1 Modelo 1

Para el análisis del modelo se consideró dos condiciones diferentes de cargas como se muestra en la Figura 3.7 de igual manera de color verde se muestra la instrumentación colocada para la obtención de las propiedades dinámicas de la estructura de forma experimental. Con respecto al análisis analítico para el cálculo de las propiedades dinámicas (frecuencia y periodo) de la estructura se utilizó el código correspondiente que se puede consultar en el Anexo B, donde se incorporaron propiedades del material, dimensiones de las columnas y el peso correspondiente a la estructura, las masas adicionales y una fracción del peso correspondiente a la instrumentación utilizada, en la Tabla

3.8 se muestra el número de masa que se colocó en cada entrepiso para el análisis. En la Tabla 3.9 se muestra el resultado obtenido, frecuencia, periodo y dirección de los modos calculados por la subrutina desarrollada en MATLAB, recordar que el programa puede calcular los primeros $3n$ modos de vibrar de la estructura donde n es el número de niveles, sin embargo, para fines de esta investigación solo es de interés los primeros 5 modos de vibrar de la estructura, que es la dirección en la que se estudia dicho modelo. Finalmente, en la Figura 3.6 se muestran las primeras 5 formas modelos correspondiente al modelo de análisis, en el Anexo D, se muestran las formas modelos en su totalidad para cada análisis.

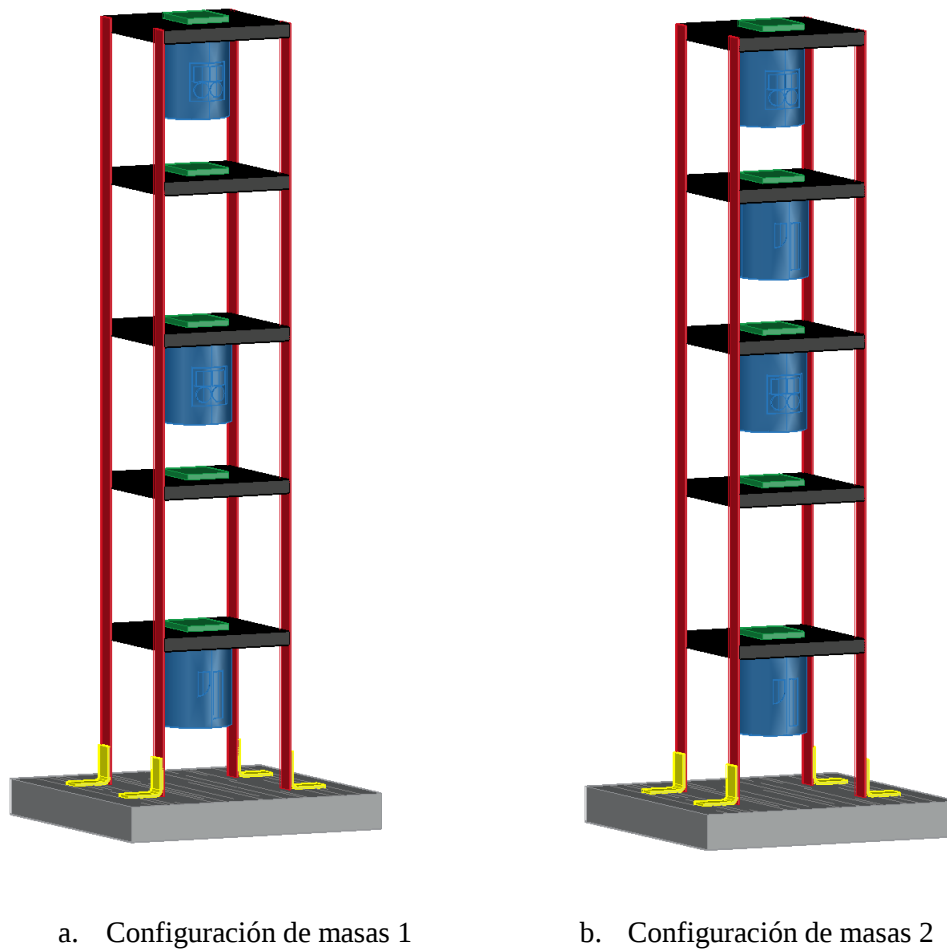


Figura 3.7 Configuración de masas e instrumentación en modelo 1

Tabla 3.8 Configuración de masas para el análisis analítico

<i>Nivel</i>	<i>Configuración 1</i>	<i>Configuración 2</i>
1	M-6	M-6
2	-	-
3	M-1	M-1
4	-	M-2
5	M-7	M-7

Tabla 3.9 Periodos tridimensionales del modelo 1, configuración de masas 1

<i>Modo</i>	<i>Frecuencia</i>		<i>Periodo</i>	<i>Dirección</i>
	<i>(rad/s)</i>	<i>(Hz)</i>	<i>(s)</i>	
1	9.79	1.56	0.64	y
2	27.60	4.39	0.23	y
3	40.30	6.41	0.16	y
4	80.93	12.88	0.08	y
5	85.08	13.54	0.07	y
6	85.17	13.55	0.07	x
7	240.03	38.20	0.03	x
8	350.49	55.78	0.02	x
9	703.84	112.02	0.01	x
10	739.94	117.77	0.01	x
11	Inf	Inf	0.00	-
12	Inf	Inf	0.00	-
13	Inf	Inf	0.00	-
14	Inf	Inf	0.00	-
15	Inf	Inf	0.00	-

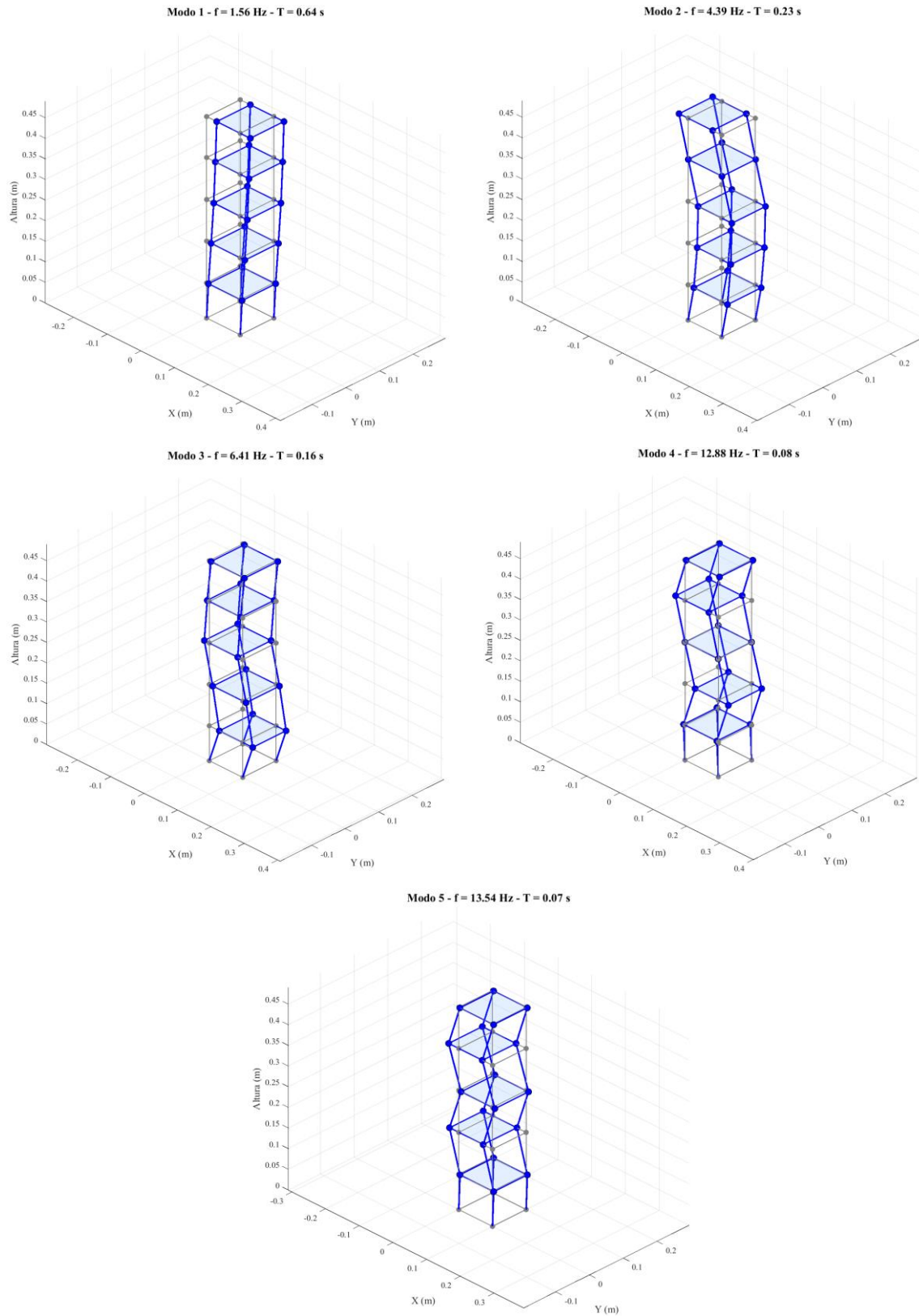


Figura 3.8 Forma modales modelo 1, configuración de masa 1

Para el modelo 1 con la configuración de masa número 2 se realizó el mismo análisis, en la Tabla 3.10 se presentan los periodos tridimensionales, en los cuales es de interés los modos que se desarrollan en dirección “y”, así como la Figura 3.7 donde se muestran los modos de interés para el análisis correspondiente.

Tabla 3.10 Periodos tridimensionales del modelo 1, configuración de masas 2

<i>Modo</i>	<i>Frecuencia</i>		<i>Periodo</i>	<i>Dirección</i>
	<i>(rad/s)</i>	<i>(Hz)</i>	<i>(s)</i>	
1	8.46	1.35	0.74	y
2	27.60	4.39	0.23	y
3	39.38	6.27	0.16	y
4	47.68	7.59	0.13	y
5	73.61	11.72	0.09	x
6	83.03	13.21	0.08	y
7	240.01	38.20	0.03	x
8	342.49	54.51	0.02	x
9	414.73	66.01	0.02	x
10	722.10	114.93	0.01	x
11	Inf	Inf	0.00	-
12	Inf	Inf	0.00	-
13	Inf	Inf	0.00	-
14	Inf	Inf	0.00	-
15	Inf	Inf	0.00	-

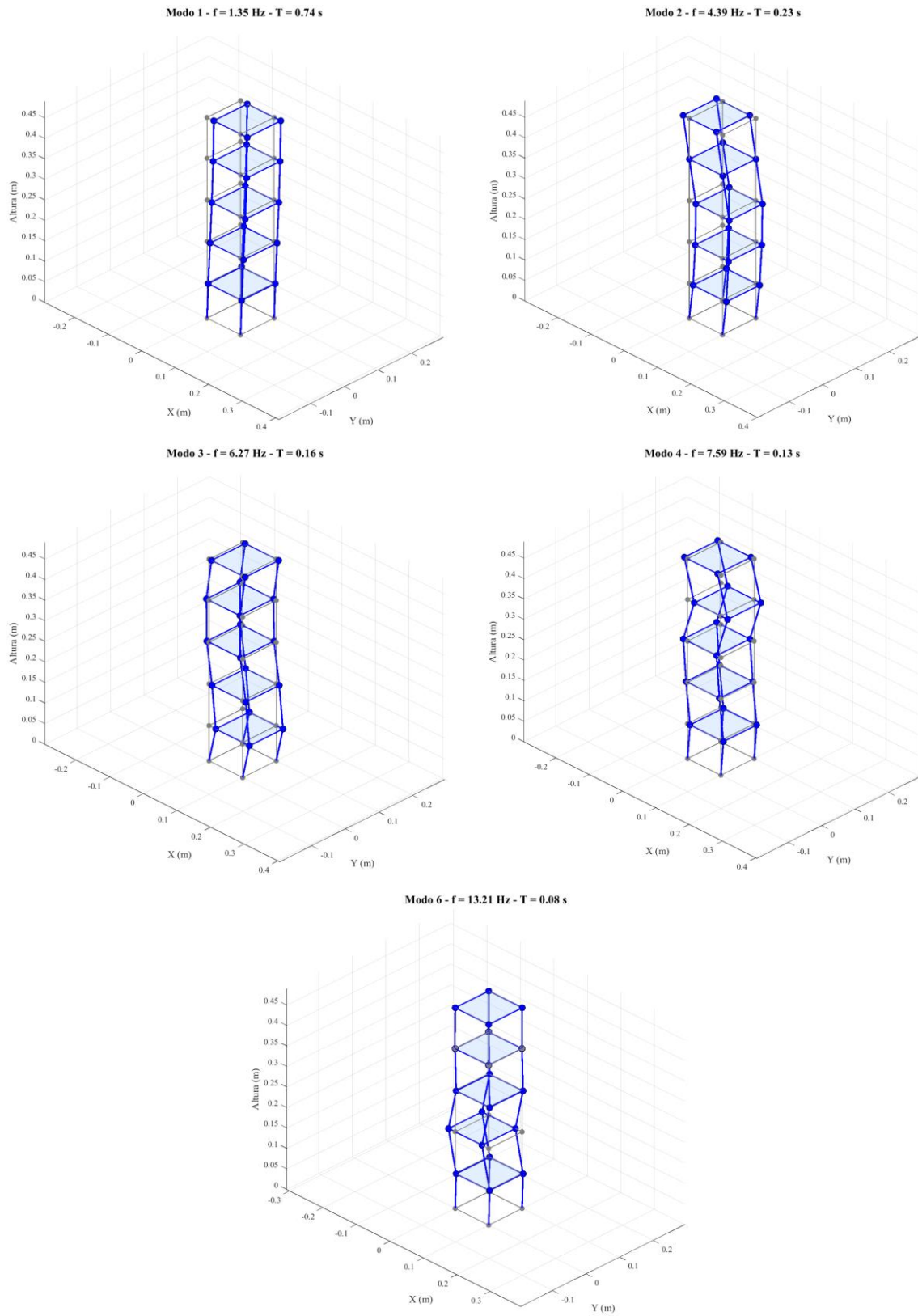


Figura 3.9 Forma modales modelo 1, configuración de masa 2

3.2.2 Modelo 2

Se llevó a cabo el mismo análisis analítico para el modelo 2, en el cual de igual forma como en el modelo 1 se realizó considerando dos configuraciones de cargas con las masas extras, esta configuración se muestra en la Tabla 3.11 así como en la Figura 3.10 se muestra la configuración de masas que se empleó en análisis analíticos, así como la colocación de la instrumentación.

Tabla 3.11 Configuración de masas para el análisis analítico

<i>Nivel</i>	<i>Configuración 1</i>	<i>Configuración 2</i>
1	M-4	M-4
2	M-5	M-5
3	-	-
4	M-8	M-8
5	-	M-3

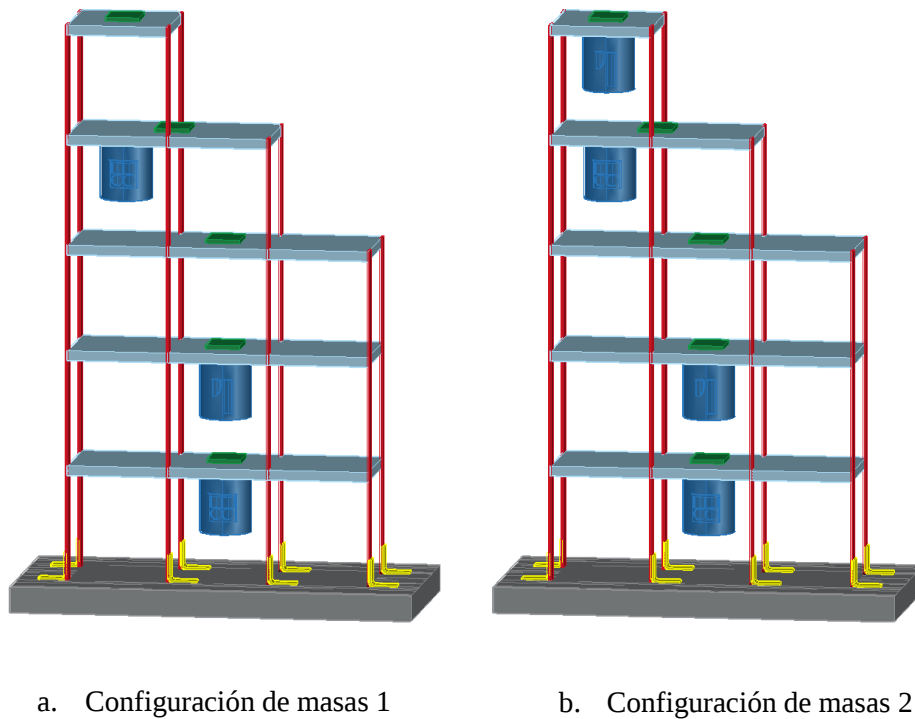


Figura 3.10 Configuración de masas e instrumentación en modelo 2

Al igual que con el modelo 1 en la Tabla 3.12 se muestra el periodo y frecuencias determinadas por la subrutina desarrollada en MATLAB donde los modos de interés son los que se desarrollan en dirección “y” para este edificio, de igual forma en la Figura 3.11 se muestran las formas modales de interés que se estudiarán.

Tabla 3.12 Periodos tridimensionales del modelo 2, configuración de masas 1

<i>Modo</i>	<i>Frecuencia</i>		<i>Periodo</i>	<i>Dirección</i>
	<i>(rad/s)</i>	<i>(Hz)</i>	<i>(s)</i>	
1	13.56	2.16	0.46	y
2	33.22	5.29	0.19	y
3	58.33	9.28	0.11	y
4	63.97	10.18	0.10	y
5	77.65	12.36	0.08	y
6	120.62	19.20	0.05	x
7	139.14	22.14	0.05	-
8	298.47	47.50	0.02	x
9	356.12	56.68	0.02	-
10	505.98	80.53	0.01	-
11	518.06	82.45	0.01	x
12	565.71	90.04	0.01	x
13	588.21	93.62	0.01	-
14	697.64	111.03	0.01	x
15	Inf	Inf	0.00	-

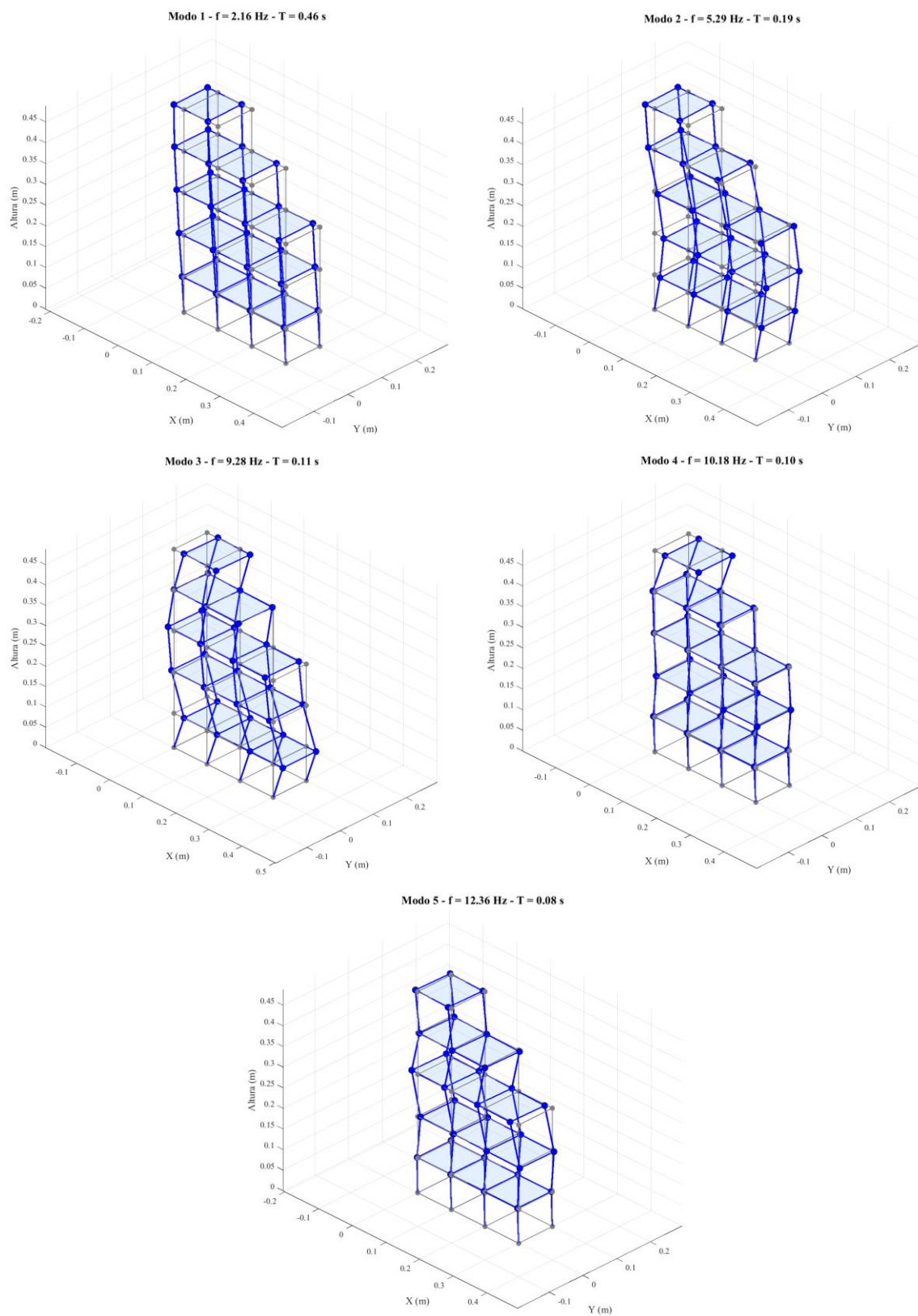


Figura 3.11 Forma modales modelo 2, configuración de masa 1

Para el análisis del modelo con la configuración de masa número 2 se implementó el mismo análisis, en la Tabla 3.13 se presentan los periodos tridimensionales, en los cuales es de interés los modos que se desarrollan en dirección “y”, así como la Figura 3.7 donde se muestran los modos de interés para el análisis correspondiente.

Tabla 3.13 Periodos tridimensionales del modelo 2, configuración de masas 2

Modo	Frecuencia		Periodo	Dirección
	(rad/s)	(Hz)	(s)	
1	11.24	1.79	0.56	y
2	28.61	4.55	0.22	y
3	42.10	6.70	0.15	y
4	59.33	9.44	0.11	y
5	77.24	12.29	0.08	y
6	100.30	15.96	0.06	x
7	139.13	22.14	0.05	-
8	255.70	40.70	0.03	x
9	356.11	56.68	0.02	-
10	373.20	59.40	0.02	x
11	505.98	80.53	0.01	-
12	526.49	83.79	0.01	x
13	588.21	93.62	0.01	-
14	694.63	110.55	0.01	x
15	1.25E+18	1.99E+17	0.00	-

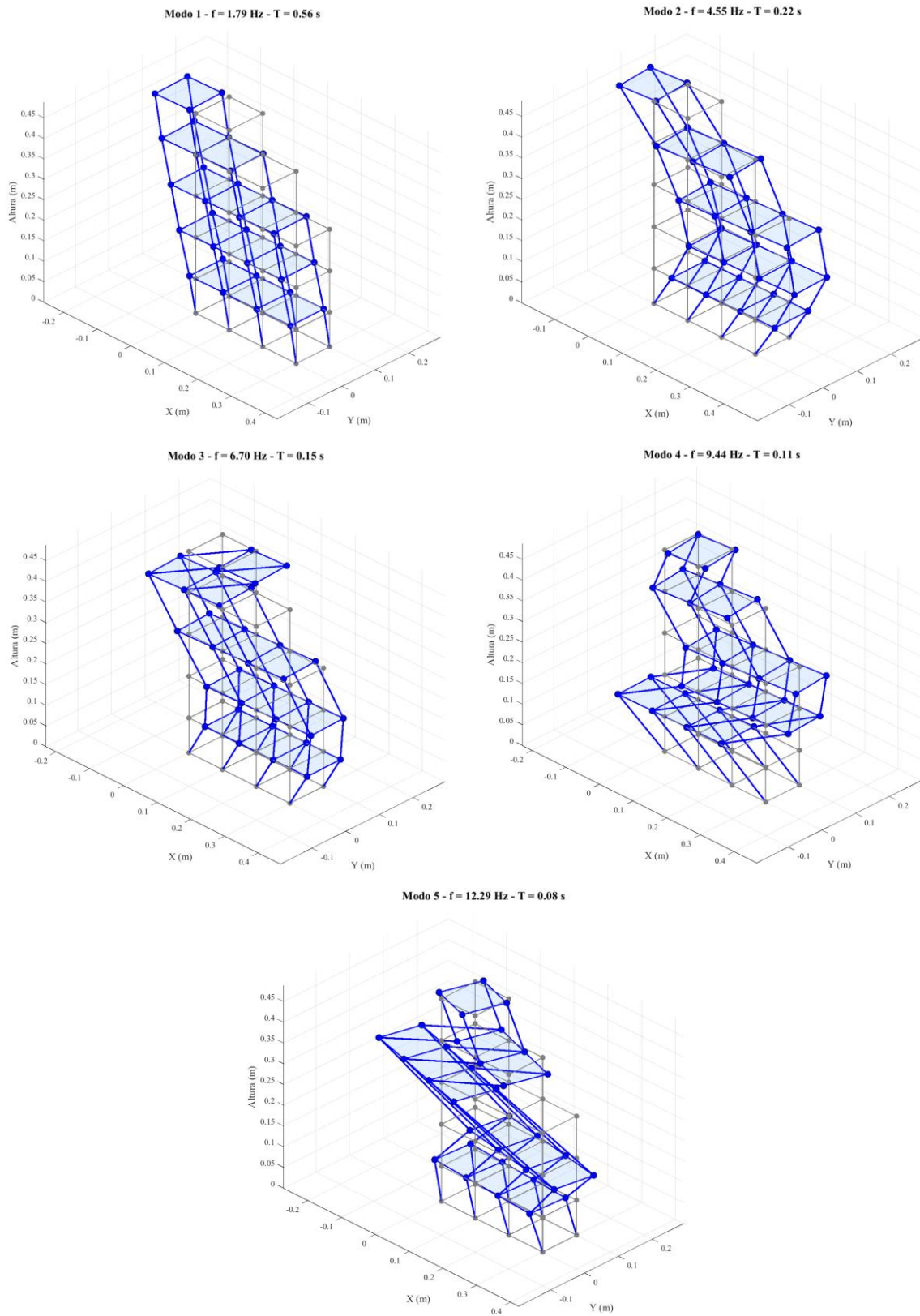


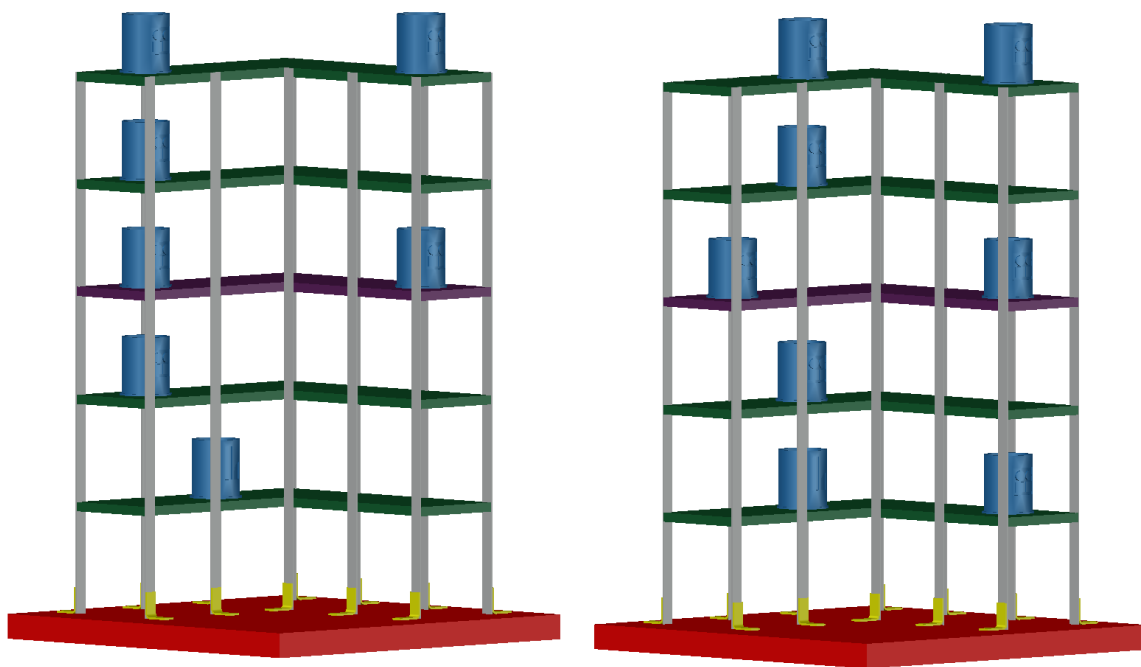
Figura 3.12 Forma modales modelo 2, configuración de masa 2

3.2.3 Modelo 3

Para el estudio del modelo 3, se llevó a cabo el mismo análisis que los anteriores especímenes en donde se consideró dos configuraciones de cargas con las masas extras, esta configuración se muestra en la Tabla 3.14 así como en la Figura 3.13 un esquema representativo de las masas extras colocadas al modelo.

Tabla 3.14 Configuración de masas para el análisis analítico

<i>Nivel</i>	<i>Configuración 1</i>	<i>Configuración 2</i>
1	M-6	M-6, M-8
2	M-1	M-1
3	M-2, M-4	M-2, M-4
4	M-8	M-5
5	M-5, M-7	M-3, M-7



a. Configuración de masas 1

b. Configuración de masas 2

Figura 3.13 Configuración de masas e instrumentación en modelo 3

En la Tabla 3.15 se muestra el periodo y frecuencias calculadas empleando la subrutina desarrollada en MATLAB, donde los primeros cinco modos son los de interés para este estudio, y serán los que se manejarán a lo largo de la investigación, esto para ambas configuraciones de carga, de igual forma como sucede con los dos especímenes anteriores, se muestra la forma modal de los primeros cinco modos del modelo 3 en la Figura 3.14.

Tabla 3.15 Periodos tridimensionales del modelo 3, configuración de masas 1

<i>Modo</i>	<i>Frecuencia</i>		<i>Periodo</i>	<i>Dirección</i>
	<i>(rad/s)</i>	<i>(Hz)</i>	<i>(s)</i>	
1	43.92	6.99	0.14	-
2	59.88	9.53	0.11	x
3	88.49	14.08	0.07	-
4	132.38	21.07	0.05	-
5	178.77	28.45	0.04	x
6	220.34	35.07	0.03	-
7	254.99	40.58	0.03	-
8	276.40	43.99	0.02	-
9	312.67	49.76	0.02	x
10	326.56	51.97	0.02	x
11	390.02	62.07	0.02	x
12	454.06	72.27	0.01	x
13	566.37	90.14	0.01	-
14	639.76	101.82	0.01	-
15	980.83	156.10	0.01	-

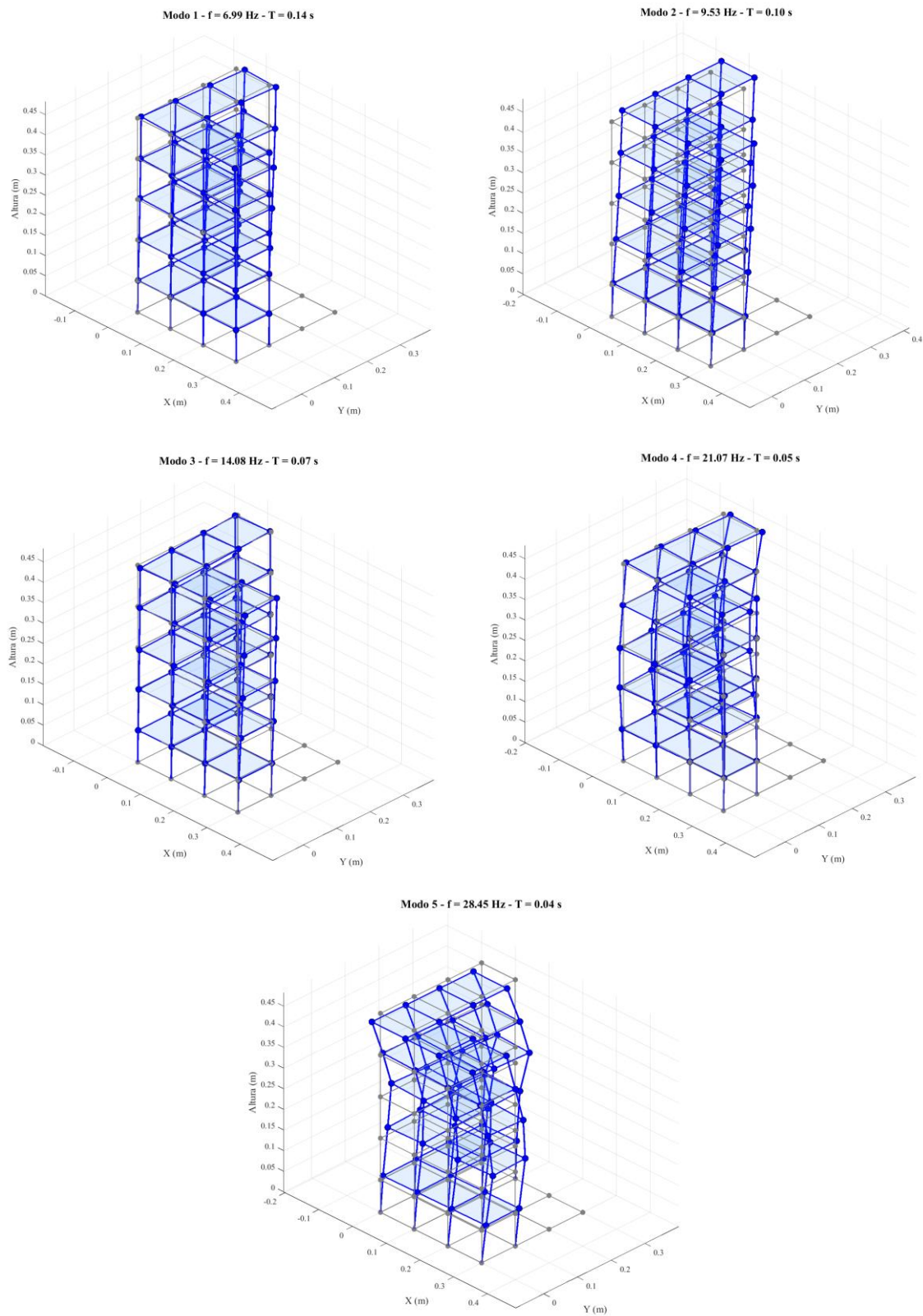


Figura 3.14 Forma modales modelo 3, configuración de masa 1

Correspondiente al modelo 3, con la configuración de masas número 2, en la Tabla 3.16 se muestran las propiedades dinámicas, frecuencias y periodos, obtenidas para cada modo de vibrar del espécimen mientras que en la Figura 3.15 se observan los modos de vibrar de interés que se analizaran, recordando de igual manera que la totalidad de los modos se pueden consultar en el Anexo D.

Tabla 3.16 Periodos tridimensionales del modelo 3, configuración de masas 2

Modo	Frecuencia		Periodo	Dirección
	(rad/s)	(Hz)	(s)	
1	47.01	7.48	0.13	-
2	64.40	10.25	0.10	x
3	102.83	16.37	0.06	-
4	137.24	21.84	0.05	-
5	187.61	29.86	0.03	x
6	214.17	34.09	0.03	-
7	265.95	42.33	0.02	-
8	285.47	45.43	0.02	x
9	291.76	46.43	0.02	x
10	310.74	49.46	0.02	-
11	378.14	60.18	0.02	x
12	415.01	66.05	0.02	x
13	501.71	79.85	0.01	-
14	777.70	123.77	0.01	-
15	833.92	132.72	0.01	-

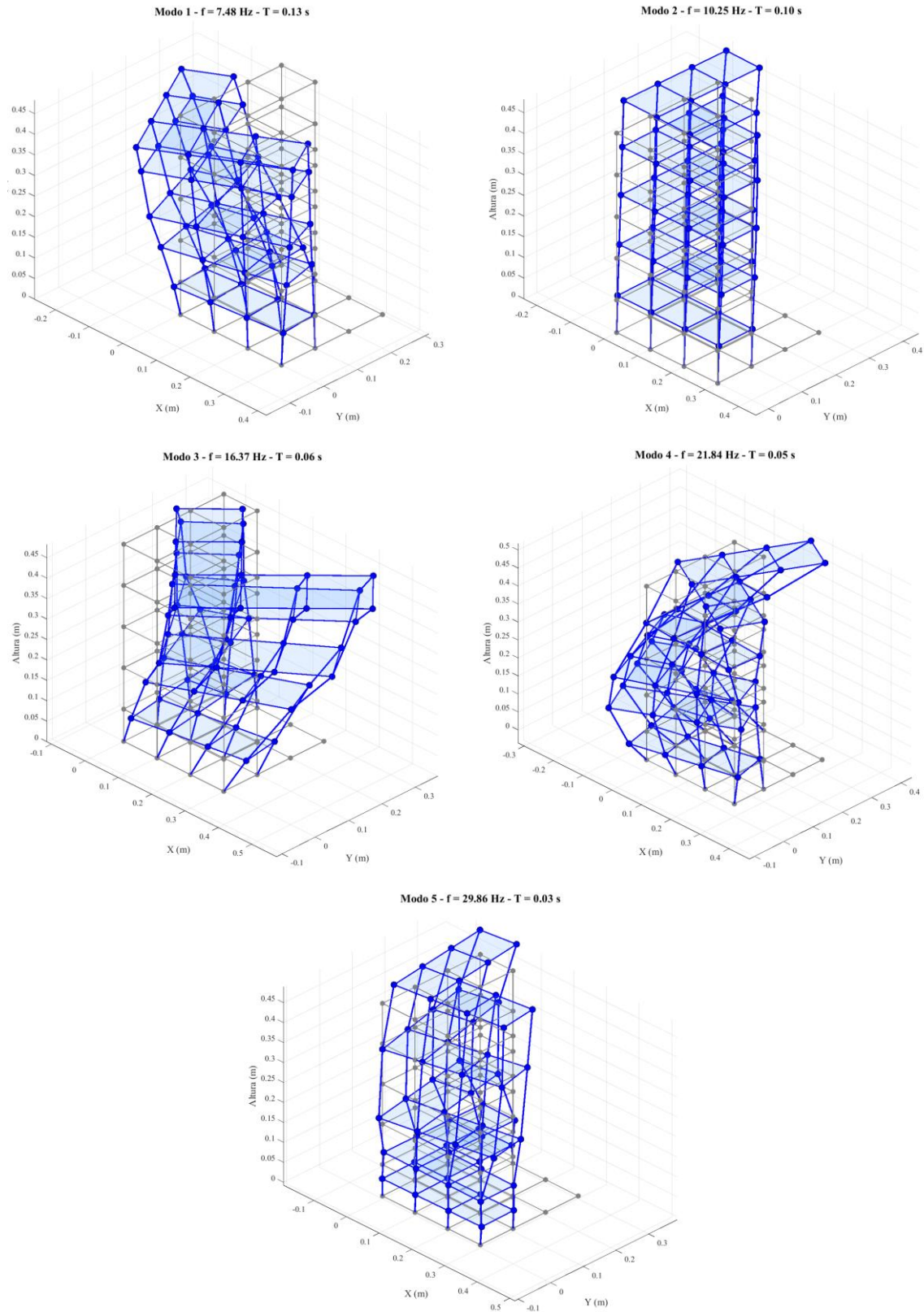


Figura 3.15 Forma modales modelo 3, configuración de masa 2

CAPÍTULO IV

Caracterización experimental de los modelos de estudio

4.1 Pruebas experimentales

Para la obtención de las propiedades dinámicas se recurrió a pruebas de vibración forzada en las cuales se utilizó una mesa vibradora unidireccional, perteneciente al Laboratorio Itinerante (LabIt) del Instituto de Ingeniería de la UNAM. La mesa vibradora del LabIt cuenta con la capacidad de reproducir señales de tipo senoidal con amplitudes y frecuencias controladas, tal como se puede muestra en la Figura 4.1. De igual manera la mesa utilizada tiene la capacidad de replicar señales aleatorias.

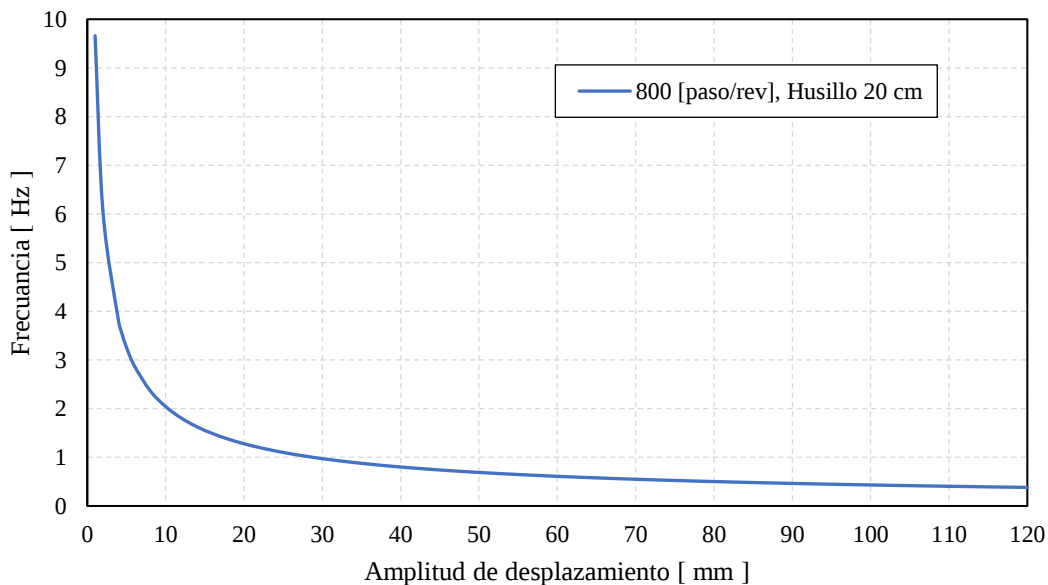


Figura 4.1 Análisis paramétrico del comportamiento del motor a pasos con husillo de bolas de 20 mm

4.2 Instrumentación

La obtención de información se llevó a cabo a través de la instrumentación de cada uno de los modelos, la instrumentación consistió en la colocación y distribución de cinco acelerómetros triaxiales analógicos modelo ADXL335 que, de acuerdo con la ficha técnica, permite medir la aceleración en 3 ejes y proporciona una salida de voltaje analógica. El intervalo de escala medible es de ± 3 g. Este intervalo va desde los 0.5 Hz hasta los 1600 Hz, para el eje X y Y. Para el eje Z se presenta un ancho de banda de 0.5 Hz a 550 Hz. La adquisición de los que se realizó a través de una placa Arduino MEGA, con capacidad de realizar lecturas analógicas y digitales. Relacionado a la programación, esta se realizó en la plataforma Arduino IDE (2024), la cual se desarrolla utilizando lenguaje de programación tipo C++, la configuración del sistema de adquisición se muestra en la Figura 4.2 donde se muestran cinco acelerómetros triaxiales, una placa Arduino MEGA, que debido a la limitación de la misma, se recurrió a una fuente de alimentación de energía externa, eliminador, el cual suministraba un voltaje de 5 V y una corriente de 2 A, la corriente de alimentación fue regulada a través de un regulador Step Down a 3.3 V que se conectó a los acelerómetros, es importante señalar que al tener una fuente externa de energía fue necesario tener una tierra común entre los acelerómetros y la placa Arduino MEGA, esto para la operación de cada sensor.

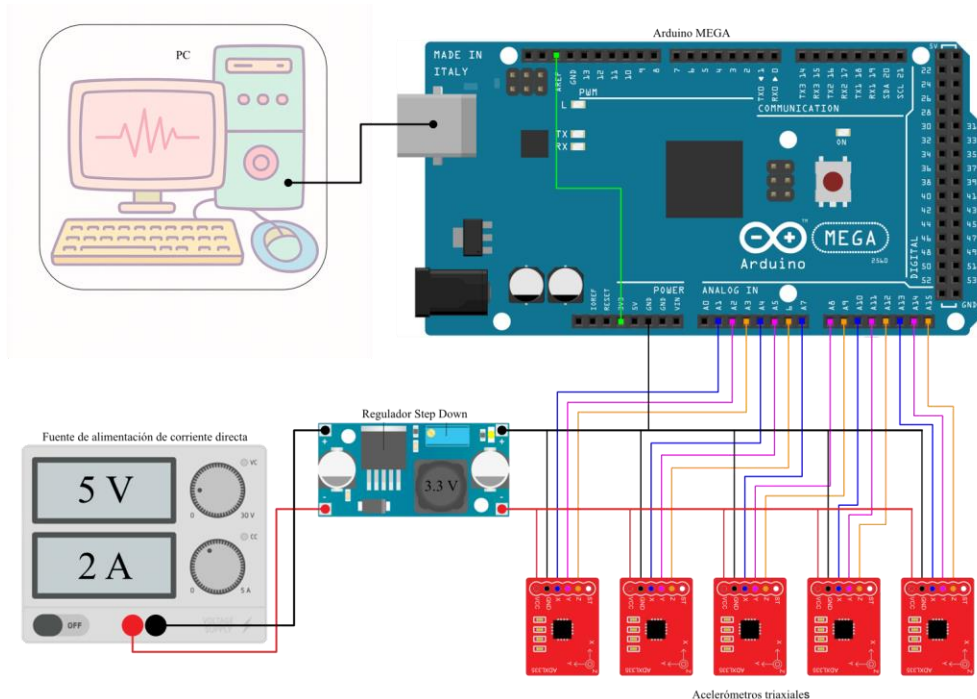


Figura 4.2 Esquema sistema de adquisición de señales de aceleración

4.2.1 Calibración de acelerómetros

Debido al uso de acelerómetros triaxiales analógicos, se obtuvieron lecturas analógicas (de voltaje) del sensor, las cuales fluctuaban entre 0 y 1023; por lo cual se procedió a la calibración de cada uno de los sensores para calcular una función que permita convertir la señal analógica (Bits) a unidades de aceleración (gales, g o m/s^2). El proceso de calibración (Figura 4.3) para cada uno de los sensores consistió en la colocación del acelerómetro en un teodolito, el cual fue nivelado, con la finalidad de procurar la horizontalidad del instrumento. Se colocó cada uno de los acelerómetros sobre la base del teodolito obteniendo un promedio de 1000 lecturas, este proceso se repitió inclinando cada 5° en un intervalo de $\pm 75^\circ$, las lecturas obtenidas se promediaron para obtener un valor por cada grado de inclinación, para los 3 ejes del acelerómetro. La obtención de la ecuación de conversión de unidades, necesaria para transformar los valores registrados en bits a aceleraciones físicas expresadas en m/s^2 , se realizó mediante un procedimiento de calibración experimental. Para ello, se proyectó el valor de la aceleración de la gravedad sobre el eje sensible del acelerómetro, generando un conjunto de pares de datos correspondientes a la respuesta del sensor en condiciones controladas (Figura 4.4).

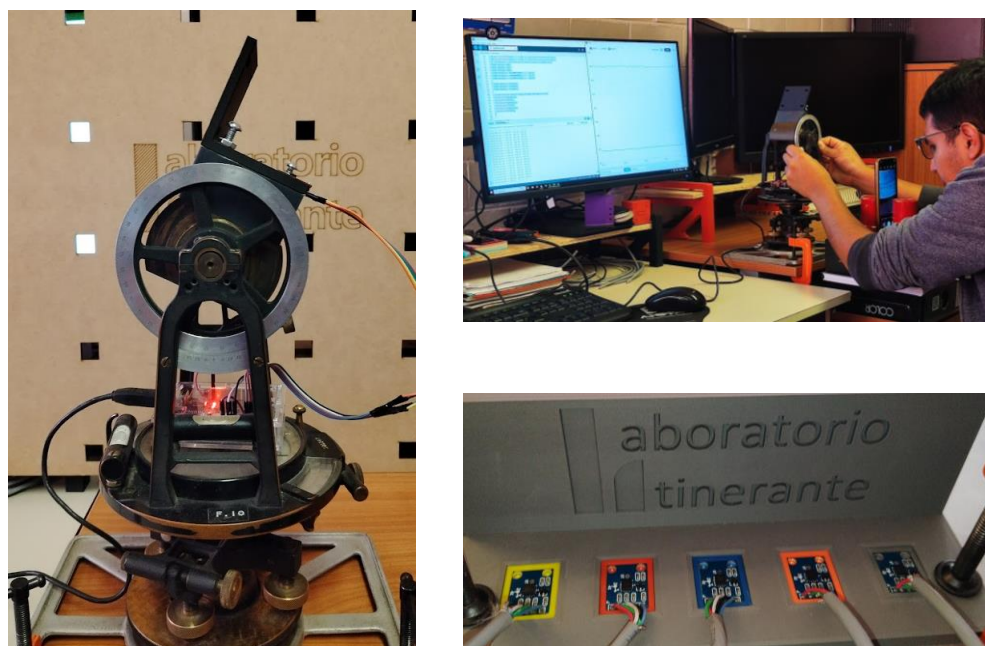


Figura 4.3 Proceso de calibración

A partir de dichos puntos de referencia, se ajustó una línea de tendencia mediante regresión polinómica de primer grado (ajuste lineal), obteniéndose así la relación de proporcionalidad directa entre las lecturas en bits y la aceleración real en m/s^2 . Esta calibración constituye la base para el

procesamiento posterior de los registros, garantizando la correcta interpretación de las señales medidas en términos de magnitudes físicas. En el Anexo C se presentan los datos obtenidos en el proceso de calibración, la ecuación y polinomio de conversión para cada uno de los ejes, así como el coeficiente de determinación para cada ecuación.

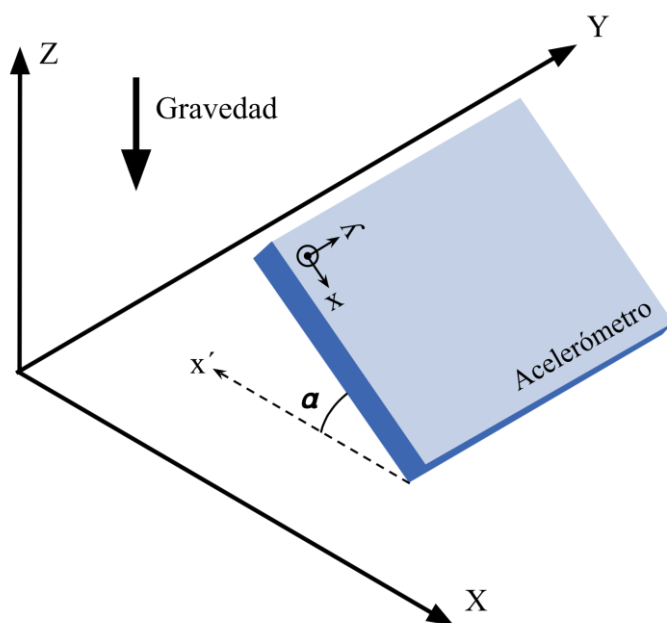


Figura 4.4 Esquema de proyección de la gravedad para la calibración del acelerómetro

4.3 Ejecución de pruebas experimentales

Se recurrió a la realización de pruebas de vibración forzada para la obtención de las propiedades dinámicas de los modelos como se muestra en la Figura 4.5, las pruebas de vibración forzada consistieron en la colocación de cada uno de los modelos instrumentados en una mesa vibradora unidireccional del Laboratorio Itinerante del Instituto de Ingeniería de la UNAM. El protocolo efectuado para cada una de las pruebas consistió en dos sesiones experimentales de excitación controlada, cada una compuesta por cinco ensayos repetidos con el fin de garantizar la reproducibilidad y consistencia de los resultados.

En la primera sesión, se aplicó una señal de excitación de tipo senoidal caracterizada por una amplitud de 10 mm pico a pico y una frecuencia de 2.25 Hz. Por su parte, en la segunda sesión, las condiciones de excitación se modificaron para aplicar una señal senoidal con una amplitud de 16 mm

pico a pico y una frecuencia de 1.5 Hz, manteniendo en ambos casos la misma metodología experimental.

Cada ensayo tuvo una duración total de 60 segundos, dividida en dos etapas, como se describe a continuación. Los primeros 30 segundos se aplicó la señal al sistema estructural, mientras que en los 30 segundos posteriores se suspendió la excitación externa con el propósito de registrar la respuesta vibratoria libre del edificio. Esta última fase permitió obtener información sobre el comportamiento dinámico inherente de la estructura.

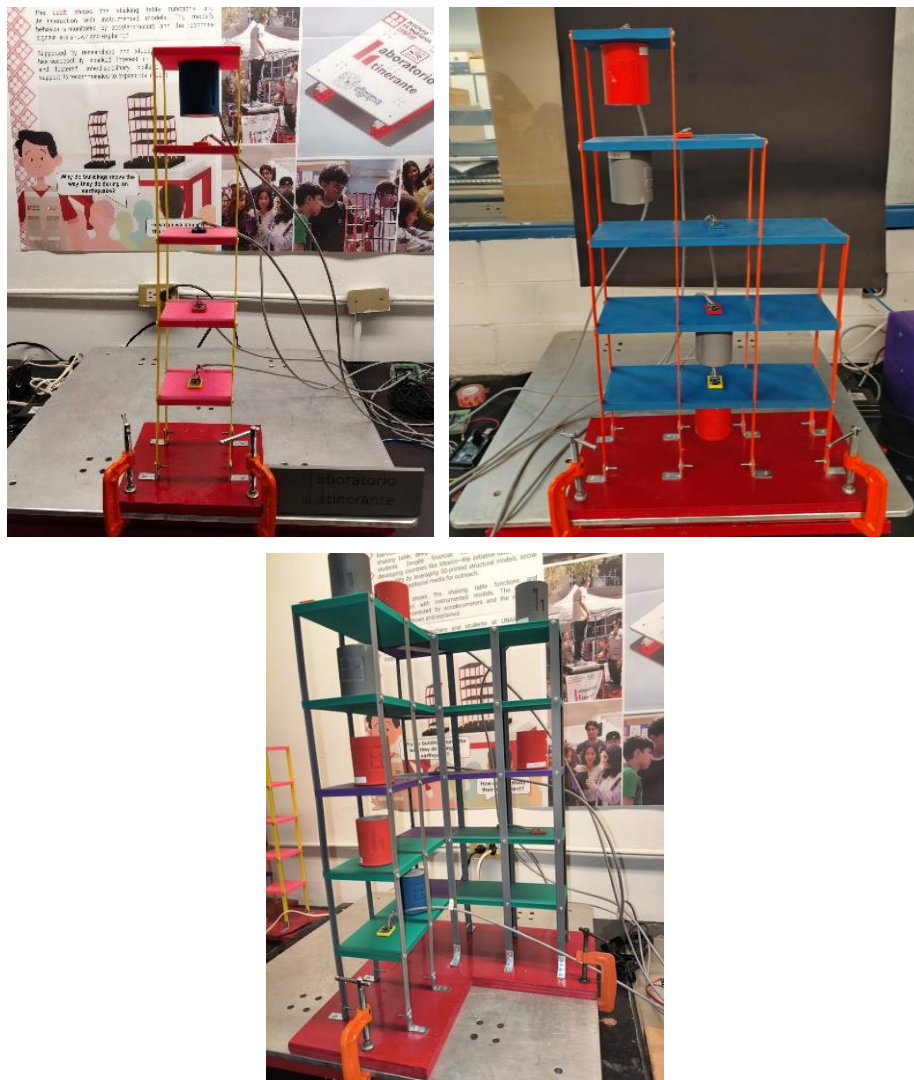


Figura 4.5 Proceso de ejecución de pruebas experimentales

Durante las pruebas experimentales se colocaron cinco acelerómetros triaxiales. De acuerdo con las características de los modelos, se habilitó uno o dos canales horizontales de cada acelerómetro, registrando señales a una frecuencia de 256 Hz (256 registros por segundo).

En los edificios con geometría regular en planta (cuadrada o rectangular), se instaló un acelerómetro por nivel, ubicado en el centro geométrico de cada planta. Dado que el análisis se orientó al comportamiento en el eje más desfavorable, es decir, aquel con menor rigidez lateral, se determinó habilitar únicamente un canal por acelerómetro, paralelo a la dirección de excitación impuesta por la mesa vibradora.

La adquisición de señales se llevó a cabo mediante uno o dos microcontroladores Arduino Mega, utilizando un programa en Arduino que registró la señal en términos de bits. Al finalizar cada prueba, la información se almacenó para su posterior procesamiento mediante una subrutina desarrollada en MATLAB, donde los datos fueron calibrados y analizados para la obtención de las propiedades dinámicas de los modelos.

4.4 Resultados de las pruebas experimentales

El proceso de análisis de las señales se realizó a través de una subrutina desarrollada en MATLAB, la cual es posible dividirla en cinco procesos.

1. Lectura y configuración general
2. Calibración y tratamiento de señales
3. Estimación de la densidad espectral de potencia mediante el método de Welch (Oppenheim & Schafer, 1998)
4. Estimación del amortiguamiento
5. Graficar los resultados

Lectura y configuración general, es la etapa en donde se realiza la recopilación de la información de cada una de las pruebas, así como la declaración de rutas y parámetros necesarios para la ejecución de la programación. La etapa de calibración y tratamiento de señales se define como la fase de preprocesamiento, debido a que se aplican las ecuaciones de calibración de cada señal pasando de bits a unidades de aceleración (m/s^2), se realizó una corrección de línea base para cada señal, de igual forma empleo un filtro pasa-banda que combina el uso de filtros pasa-altas y pasa-bajas con el objetivo de aislar la respuesta de los modelos. El uso de un filtro pasa-altas, permite

retirar componentes que contienen energía de muy baja frecuencia, causadas por cambios de temperaturas, problemas electrónicos en el sensor o ruido ambiental lento, por lo cual al aplicar un corte en 1.0 Hz el filtro garantiza que la señal que se analiza esté centrada en la vibración oscilatoria real. Para el caso del filtro pasa-bajas elimina componentes rápidas o de alta frecuencia, que normalmente son ruido eléctrico o vibraciones locales, al limitar la señal a 15 Hz, el filtro se asegura de que solo se analice la energía asociada a los modos de vibración global de la estructura, mejorando la relación señal/ruido en la región de interés.

El proceso número tres, estimación de la densidad espectral de potencia mediante el método de Welch, es considerado el corazón del programa debido a que se realiza el análisis espectral de cada una de las señales, con la finalidad de caracterizar la respuesta dinámica del sistema estructural. Se emplea el análisis de la Densidad Espectral de Potencia (PSD, *Power Spectral Density*) mediante el algoritmo de Welch. La metodología de Welch, mejora el análisis basado en la Transformada Rápida de Fourier (FFT), obteniendo un periodograma menos ruidoso y estable.

La metodología de Welch emplea tres operaciones principales, segmentación del registro temporal, aplicación de una ventana de ponderación a cada segmento y promediado de los espectros individuales, matemáticamente este proceso se ve reflejado en la ecuación siguiente.

$$\hat{P}_{XX}(f) = \frac{1}{M \cdot U} \sum_{k=1}^M \left| \sum_{n=0}^{N-1} x_k[n] \cdot w[n] \cdot e^{-i2\pi f_n/f_s} \right|^2$$

Donde:

$P_{XX}(f)$: Densidad Espectral de Potencia.

$x_k[n]$: El k -ésimo segmento de la señal de aceleración, de longitud N .

$w[n]$: La función de ventaneo, Hann.

M : Número total de segmentos promediados.

f_s : Frecuencia de muestreo.

U : El factor de normalización de la potencia de la ventana, $\sum_{n=0}^{N-1} w^2[n]$.

El proceso número tres finaliza con la estimación del PSD General el cual está compuesto a partir de la media entre el PSD individual por canal, el criterio por utilizar la mediana sobre la media aritmética es debido a su robustez estadística ante datos multivariantes, es decir, en pruebas experimentales, un sensor puede capturar un ruido transitorio o local (ej. golpe, ruido electrónico)

que genera un pico de potencia anómalo en un canal. La mediana no es sensible a estos valores atípicos, a diferencia de la media, que se desviaría significativamente.

Respeto al proceso de estimación del amortiguamiento, se empleó el método del decremento logarítmico basado en medir la tasa de decaimiento exponencial de la envolvente de la señal durante la vibración libre, sin embargo, debido a que en señales experimentales reales, el ruido y las irregularidades dificultan medir amplitudes consecutivas con precisión, el script implementa una versión robusta multi-pasos del decremento logarítmico, donde se consideran varios intervalos m entre picos consecutivos. Por lo cual la ecuación para el cálculo del amortiguamiento presentar algunas modificaciones.

$$\delta_m = \frac{1}{m} \ln \left(\frac{x_i}{x_{i+m}} \right) ; \quad \zeta_m = \frac{\delta_m}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta_m^2}}$$

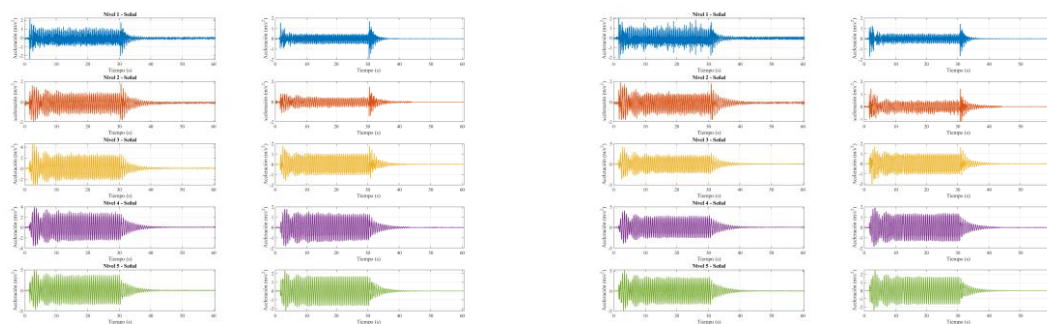
Cuando la excitación forzada ha concluido, se estima la frecuencia natural (f_n) aplicando nuevamente el método de Welch, pero solo sobre la vibración libre de la estructura, para obtener la frecuencia dominante correspondiente al modo libre. A continuación, se realiza la extracción de picos, localizando los máximos sucesivos en el módulo de la señal y estableciendo una distancia mínima de separación equivalente a medio período. Con esta información se calcula el decremento logarítmico, obteniendo los valores de δ_m y ζ_m para varios pasos m . Posteriormente, se filtran los valores no físicos o atípicos y se calcula la media del conjunto resultante. Los valores de amortiguamiento estimados en los distintos canales se agrupan según el nivel estructural correspondiente. Finalmente, se realiza un análisis global en el que se generan estadísticas descriptivas, media, desviación estándar, rango y coeficiente de variación, y se representa la distribución mediante diagramas de cajas (*boxplot*).

Finalmente, el proceso número cinco tiene como función graficar la información analizada, generando las Figuras 4.6 a 4.10 que presentan el análisis de las señales, debido a la repetibilidad de esta acción en el desarrollo de resultados del Modelo 1 se presentan la totalidad de figuras ploteadas; sin embargo, para los demás modelos y configuraciones de masas solo se presenta el PSD Global y el diagrama de cajas correspondiente al amortiguamiento estimado.

4.4.1 Modelo 1

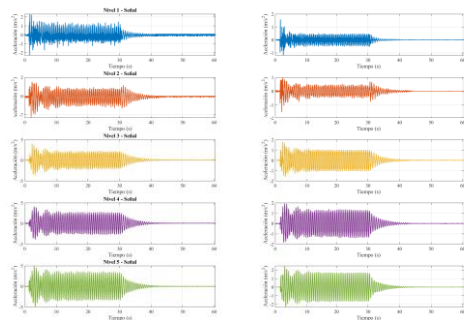
Se presentan los resultados correspondientes al análisis de las señales procesadas de cada serie de pruebas que se realizó al modelo 1, bajo la condición de carga 1 y aplicando una señal senoidal de 1.5 Hz, donde se aplicó un filtro pasaaltas a 1.0 Hz y pasabajas a 15 Hz, en la Figura 4.6 se muestra la señal de respuesta de cada uno de los acelerómetros implementados en cada serie de pruebas bajo la misma señal de excitación, del lado izquierdo se presentan la señal bruta por el lado

derecho corresponde a la misma señal pero con la implementación de los filtros anteriormente descritos.

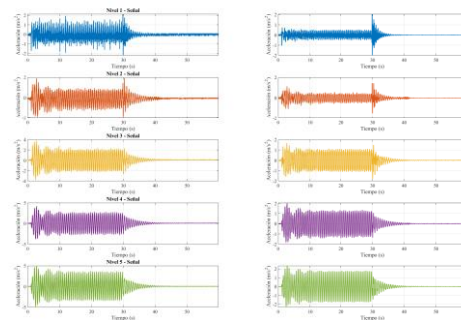


a. Prueba 1

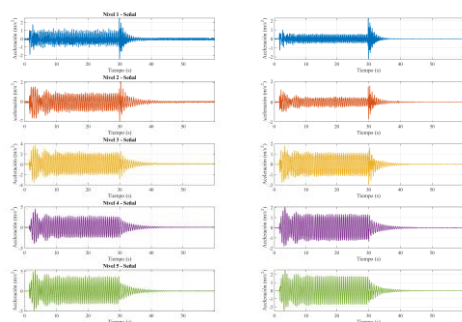
b. Prueba 2



c. Prueba 3



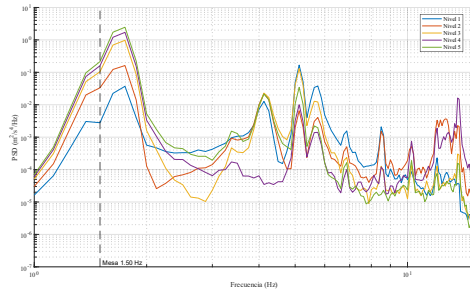
d. Prueba 4



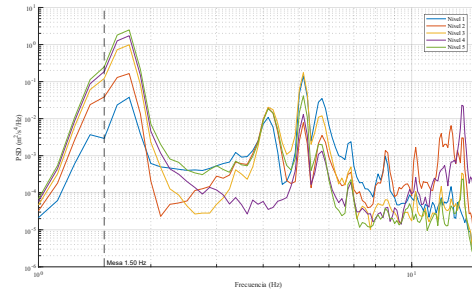
e. Prueba 5

Figura 4.6 Señales correspondientes a modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz

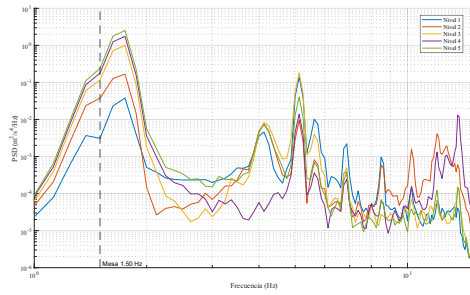
En la Figura 4.7 se presenta el espectro de potencia calculado para cada acelerómetro que se colocó en el edificio, para la totalidad de la serie de pruebas, mientras que en la Figura 4.8 se presenta el espectro de potencia general para cada una de las pruebas.



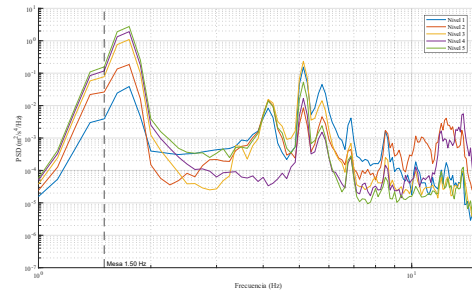
a. Prueba 1



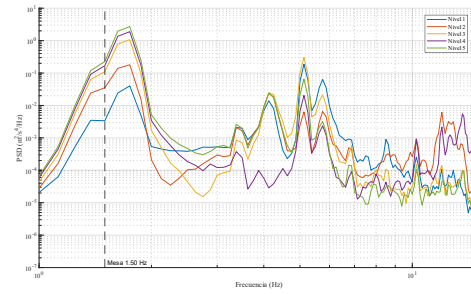
b. Prueba 2



c. Prueba 3

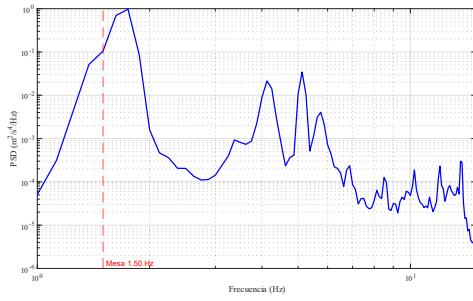


d. Prueba 4

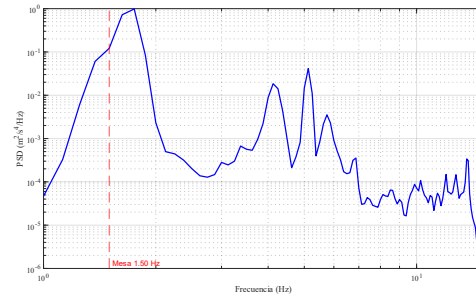


e. Prueba 5

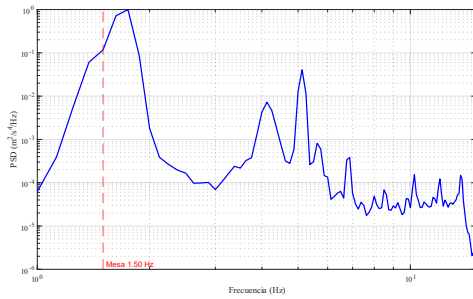
Figura 4.7 Espectro de potencia por nivel del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz



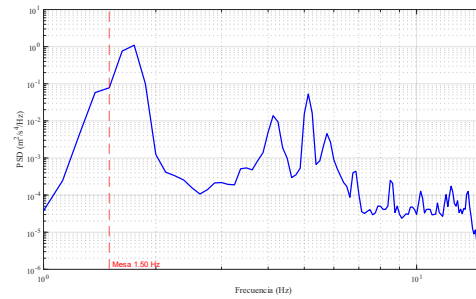
a. Prueba 1



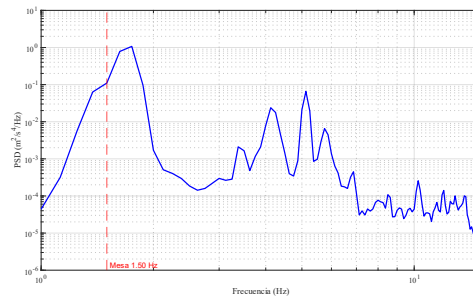
b. Prueba 2



c. Prueba 3



d. Prueba 4



e. Prueba 5

Figura 4.8 Espectro de potencia general del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz

En la Figura 4.9 se muestra el espectro de potencia Global correspondiente a la serie de pruebas bajo la configuración de masas 1 y una frecuencia de excitación de 1.5 Hz, de igual manera se presenta el diagrama de cajas (Figura 4.10) correspondiente al cálculo del amortiguamiento de la misma serie de pruebas.

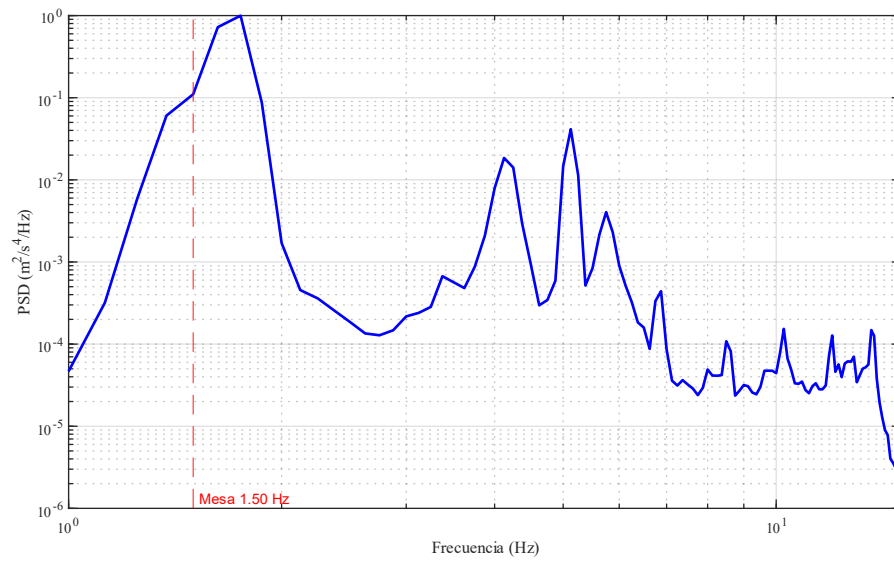


Figura 4.9 Espectro de potencia global del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz

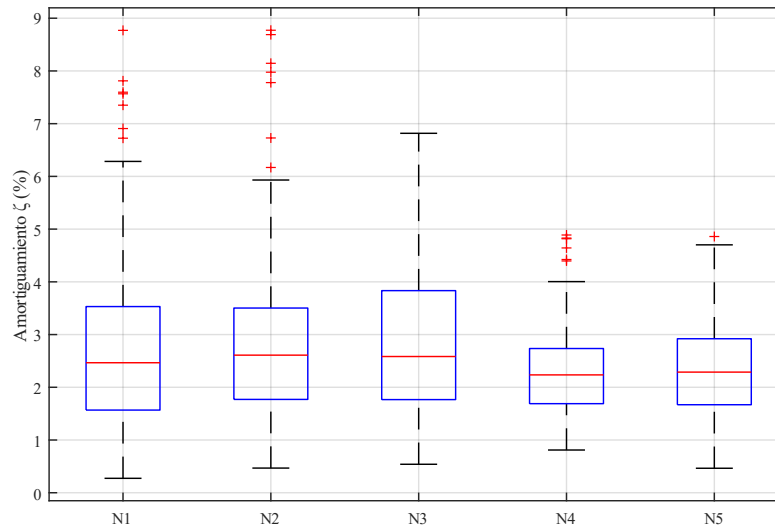


Figura 4.10 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entresado del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz

A continuación, en la Figura 4.11 se presenta el espectro de potencia correspondiente al modelo 1, configuración de masas 1 y una frecuencia de 2.25 Hz en las pruebas experimentales,

siendo la Figura 4.12 el diagrama de cajas correspondiente al cálculo del amortiguamiento de la misma serie de pruebas. Las figuras correspondientes al análisis previo de las señales se presentan en el Anexo F para las demás pruebas y modelos.

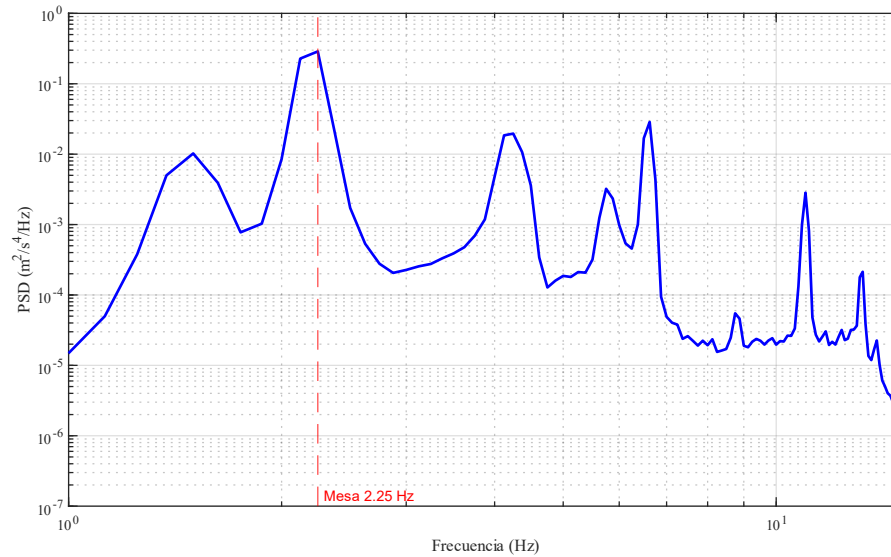


Figura 4.11 Espectro de potencia global del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz

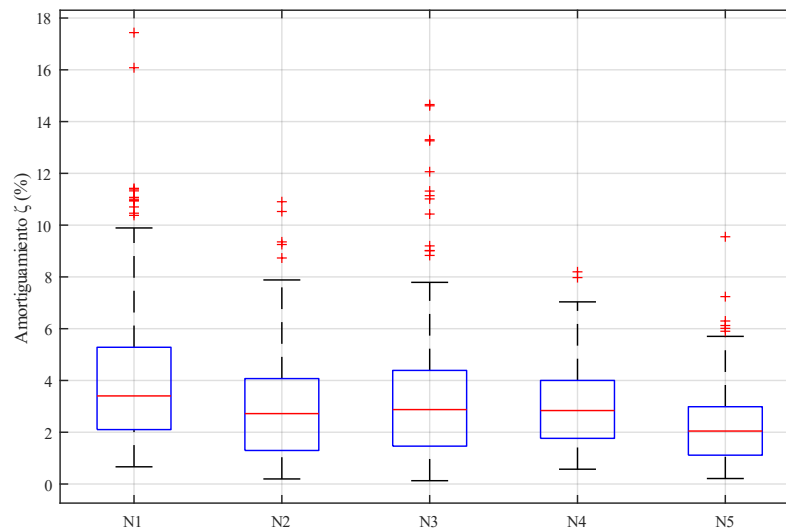


Figura 4.12 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz

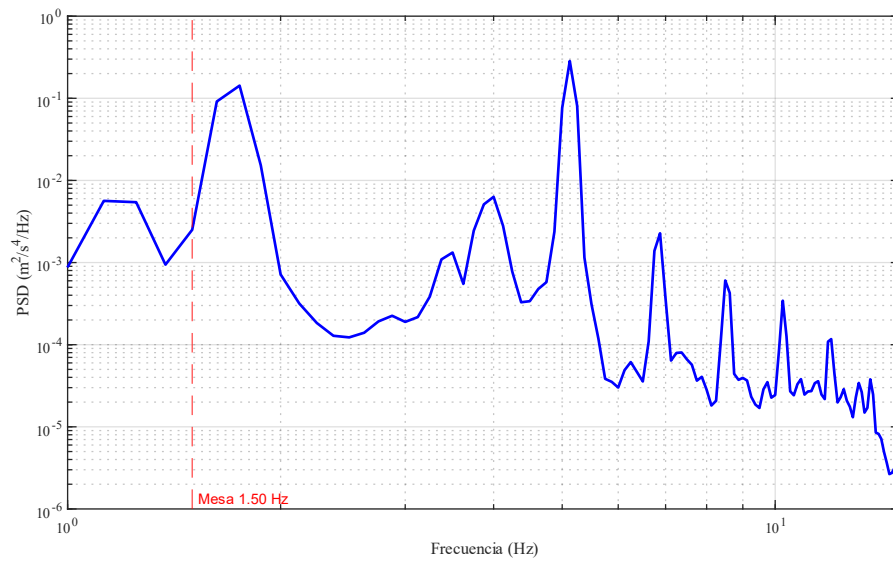


Figura 4.13 Espectro de potencia global del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz

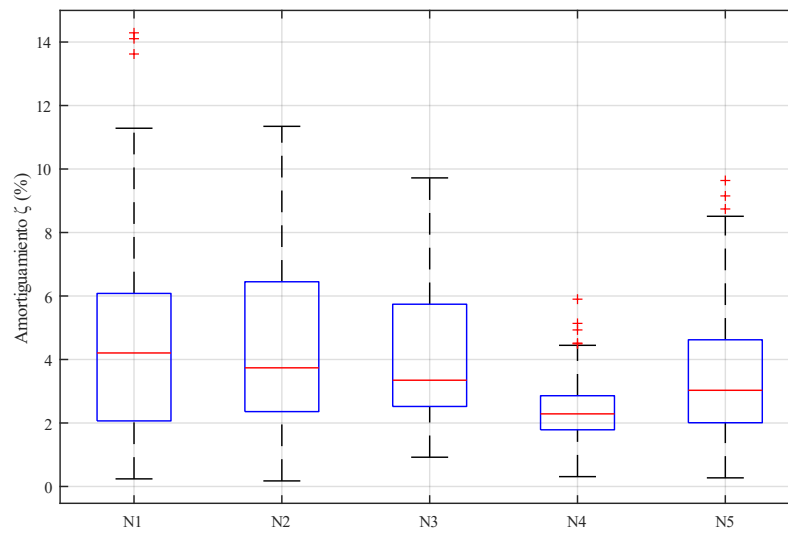


Figura 4.14 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entpiso del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz

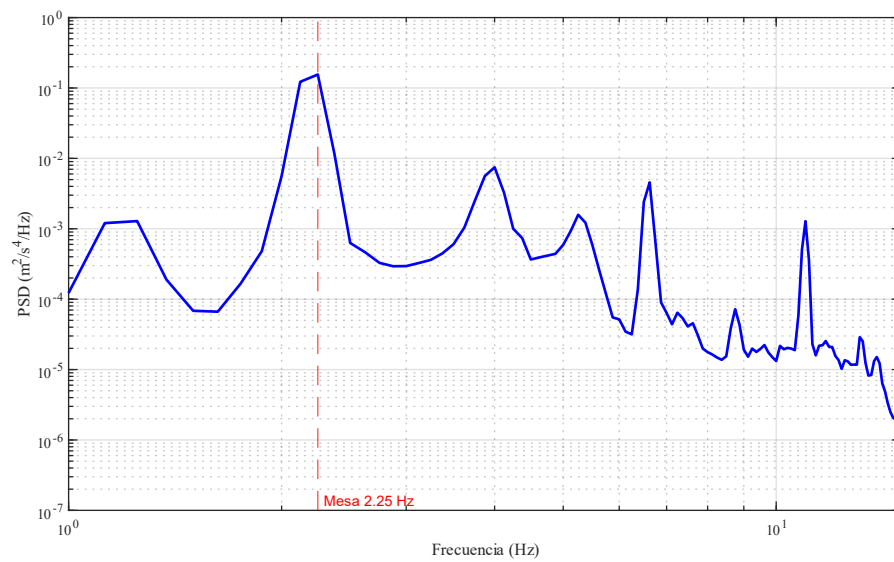


Figura 4.15 Espectro de potencia global del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 2.25 \text{ Hz}$

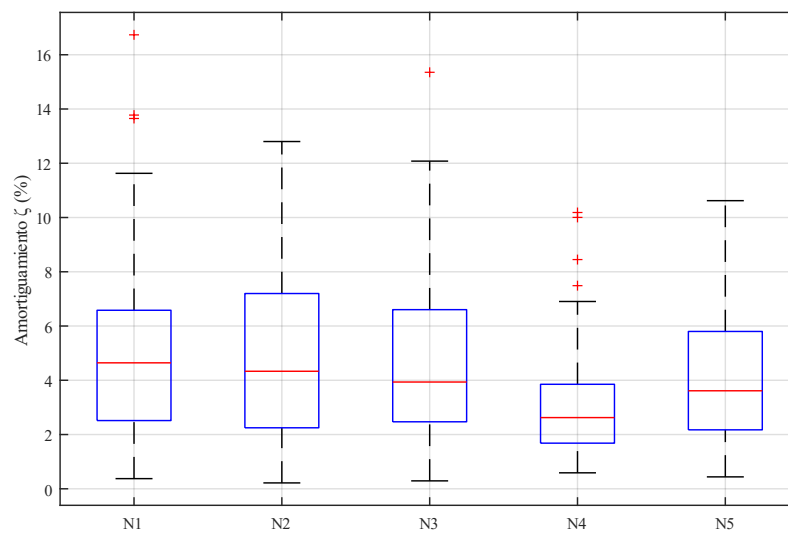


Figura 4.16 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 2.25 \text{ Hz}$

4.4.2 Modelo 2

A continuación, se muestra el espectro de potencia global, así como el diagrama de cajas correspondiente al cálculo del amortiguamiento, esto para el modelo 2, correspondiendo las Figuras 4.17 y 4.19 es espectro correspondiente a la configuración de masas uno, y una frecuencia en la mesa de 1.5 y 2.25 Hz correspondientemente, las Figuras 4.18 y 4.20 corresponde al diagrama de cajas bajo la misma configuración de masas y respectiva frecuencia de la mesa.

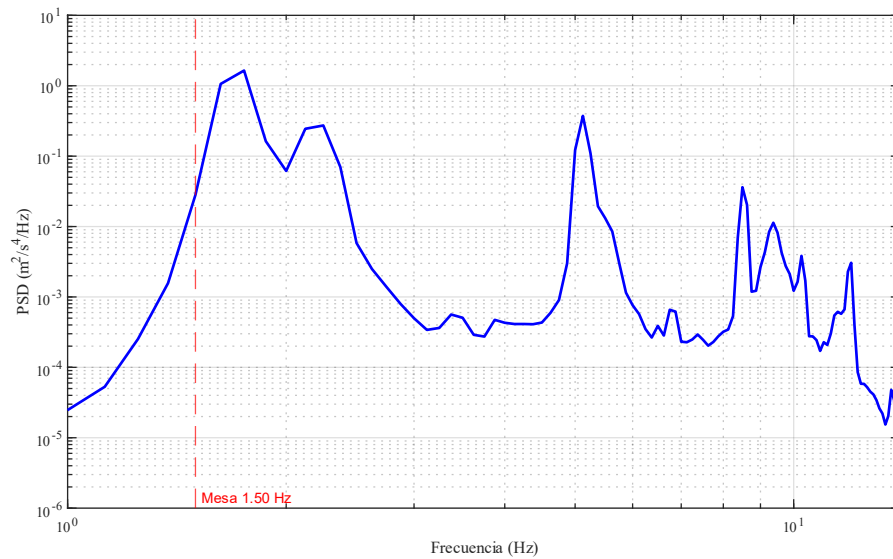


Figura 4.17 Espectro de potencia global del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz

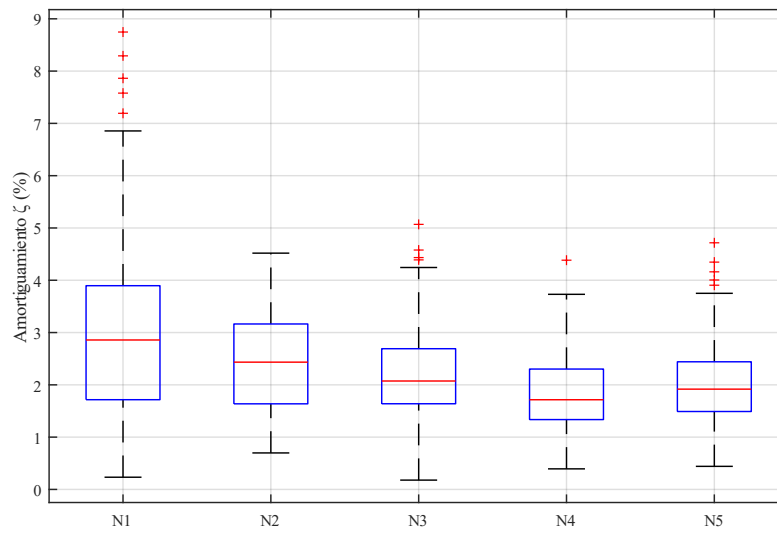


Figura 4.18 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrespiso del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz

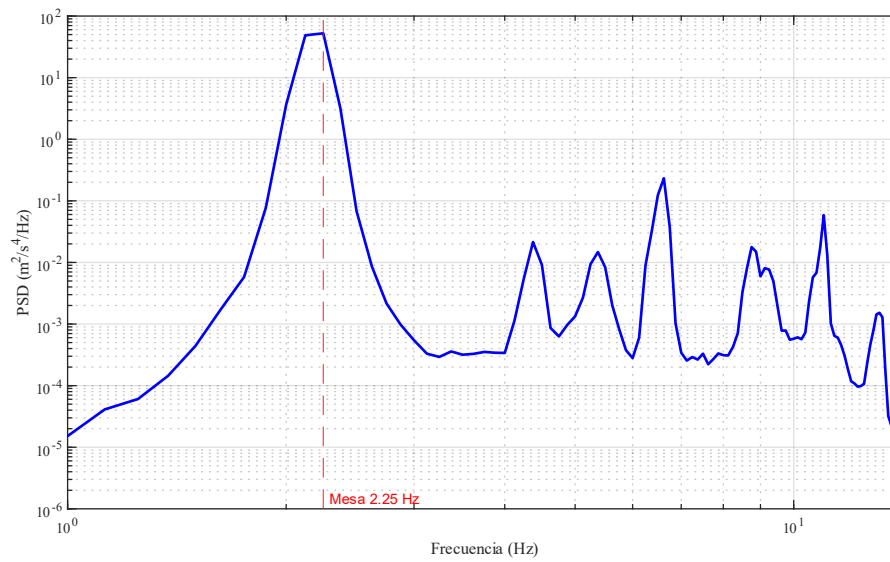


Figura 4.19 Espectro de potencia global del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz

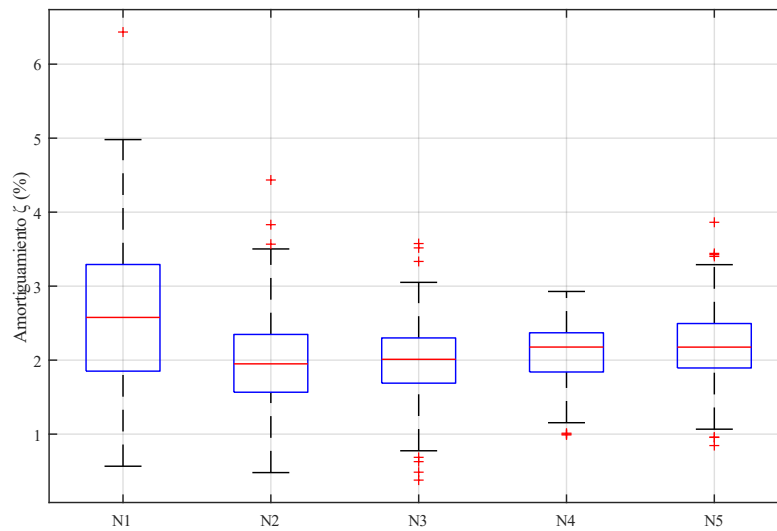


Figura 4.20 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz

A continuación, se muestra el espectro de potencia global, así como el diagrama de cajas correspondiente al cálculo del amortiguamiento, esto para el modelo 2, correspondiendo las Figuras 4.21 y 4.23 es espectro correspondiente a la configuración de masas dos, y una frecuencia en la mesa de 1.5 y 2.25 Hz correspondientemente, las Figuras 4.22 y 4.24 corresponde al diagrama de cajas bajo la misma configuración de masas y respectiva frecuencia de la mesa.

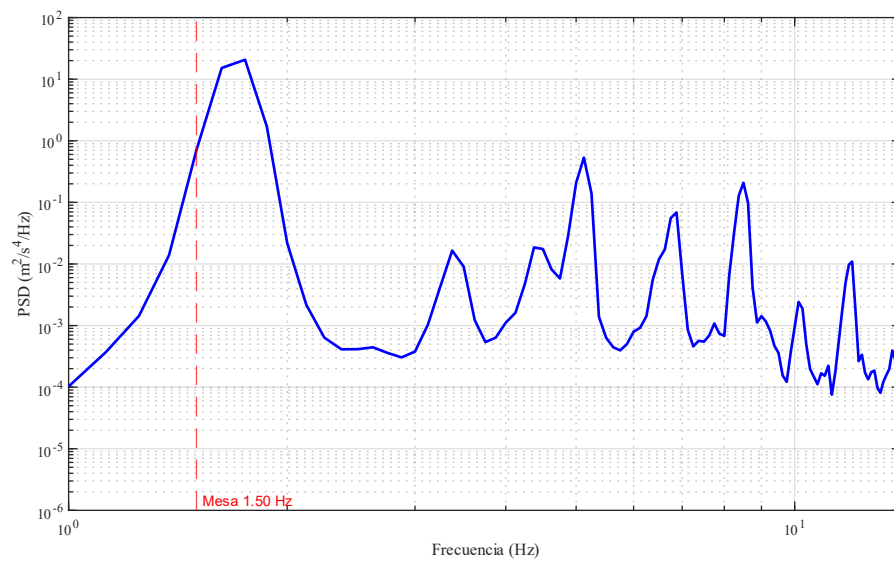


Figura 4.21 Espectro de potencia global del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz

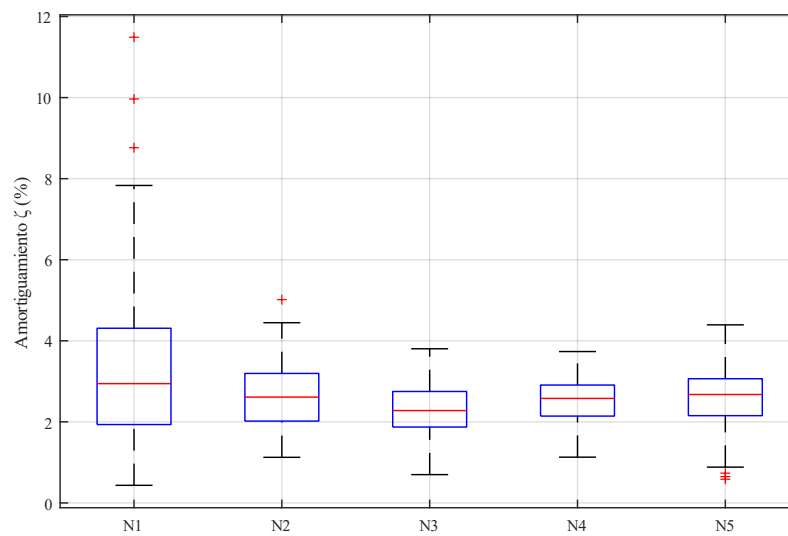


Figura 4.22 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entepiso del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz

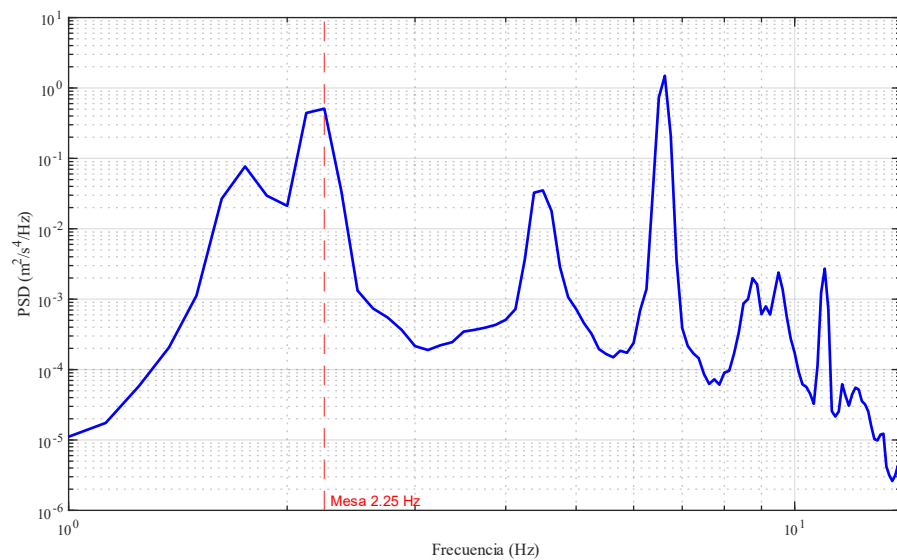


Figura 4.23 Espectro de potencia global del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz

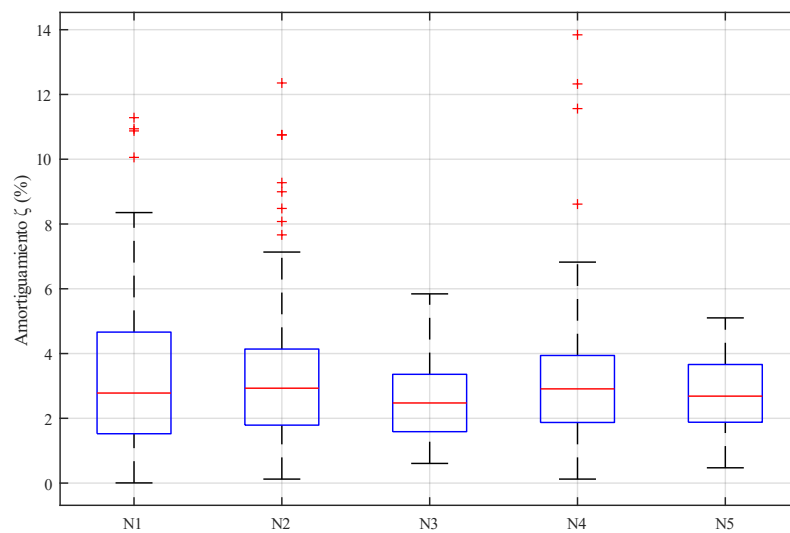


Figura 4.24 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz

4.4.3 Modelo 3

Para el caso del modelo 3, el intervalo de filtros que se aplicó a la señal registrada fue de 5 a 40 Hz, se muestra el espectro de potencia global, así como el diagrama de cajas correspondiente al cálculo del amortiguamiento, esto para el modelo 3, correspondiendo las Figuras 4.25 y 4.27 es espectro correspondiente a la configuración de masas uno, y una frecuencia en la mesa de 1.5 y 2.25 Hz correspondientemente, las Figuras 4.26 y 4.28 corresponde al diagrama de cajas bajo la misma configuración de masas y respectiva frecuencia de la mesa.

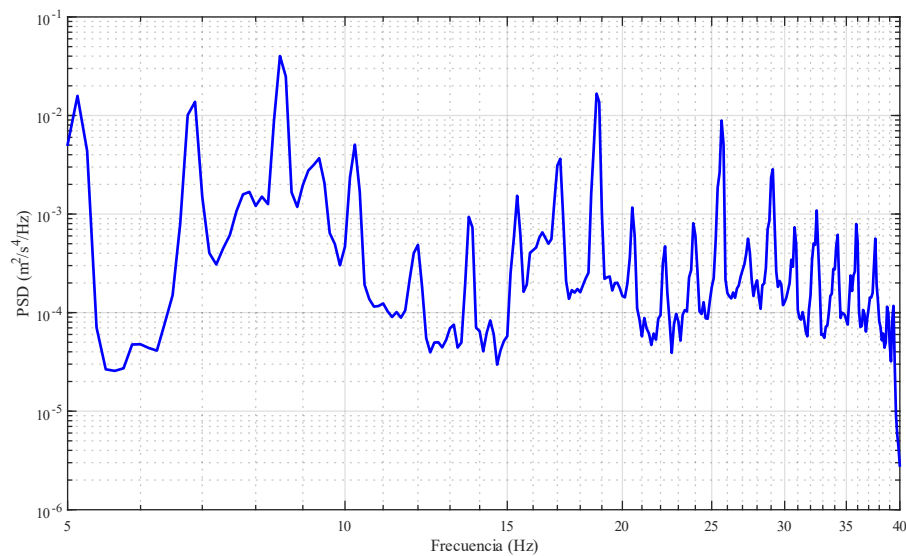


Figura 4.25 Espectro de potencia global del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz

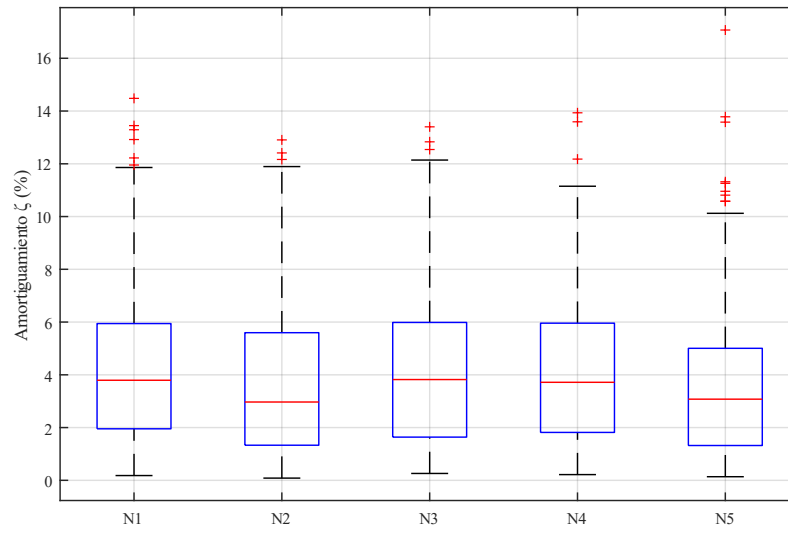


Figura 4.26 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entpiso del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz

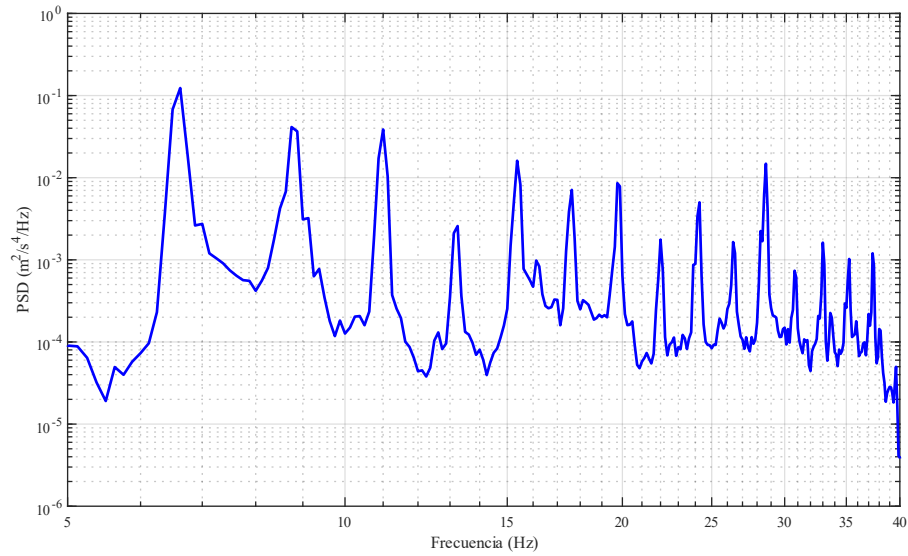


Figura 4.27 Espectro de potencia global del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz

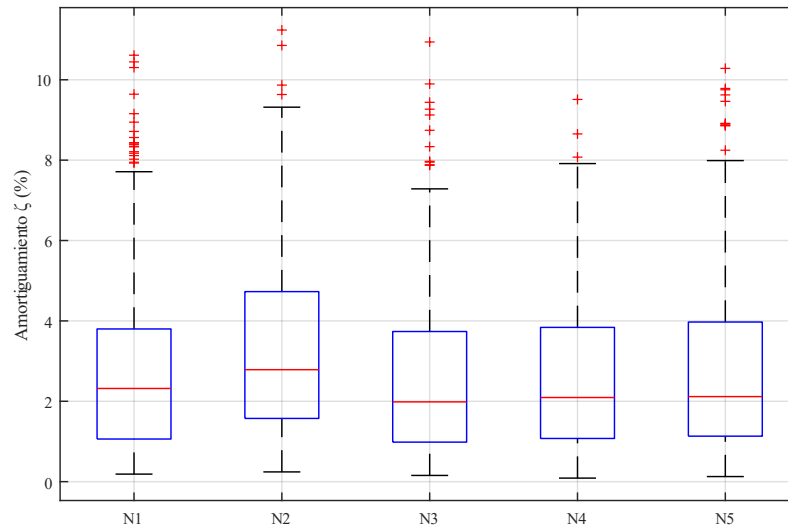


Figura 4.28 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entepiso del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz

A continuación, se muestra el espectro de potencia global, así como el diagrama de cajas correspondiente al cálculo del amortiguamiento, esto para el modelo 3, correspondiendo las Figuras 4.29 y 4.31 es espectro correspondiente a la configuración de masas dos, y una frecuencia en la mesa de 1.5 y 2.25 Hz correspondientemente, las Figuras 4.30 y 4.32 corresponde al diagrama de cajas bajo la misma configuración de masas y respectiva frecuencia de la mesa.

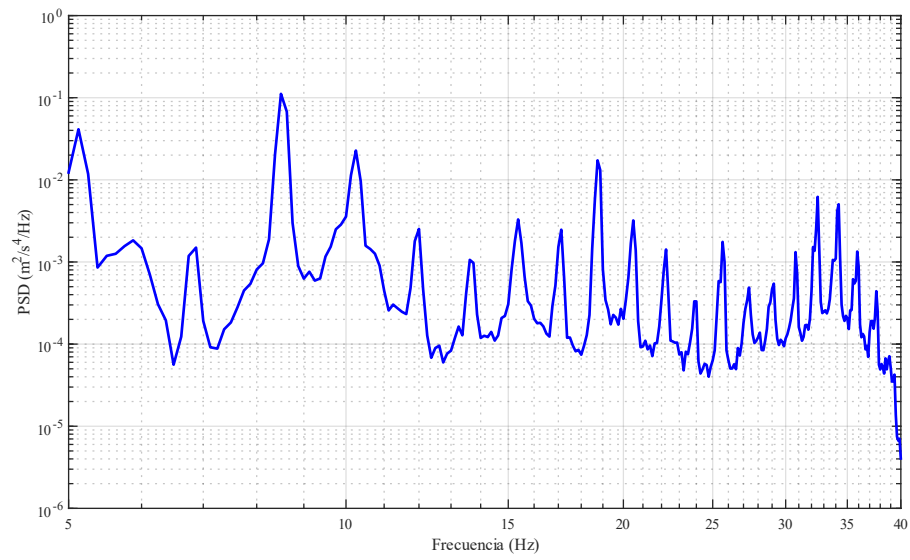


Figura 4.29 Espectro de potencia global del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz

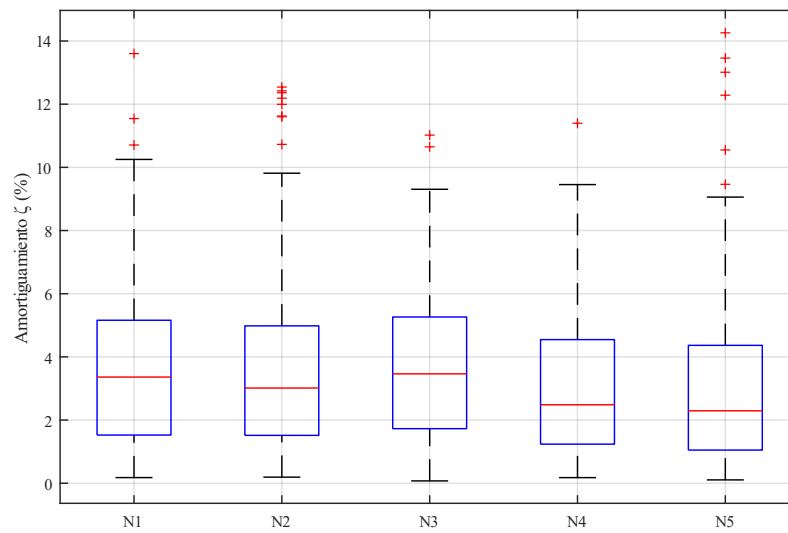


Figura 4.30 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz

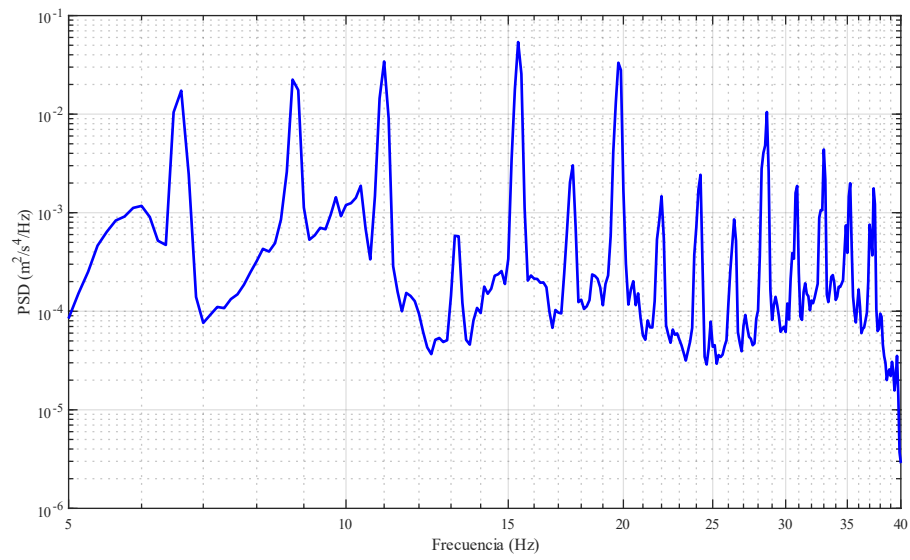


Figura 4.31 Espectro de potencia global del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz

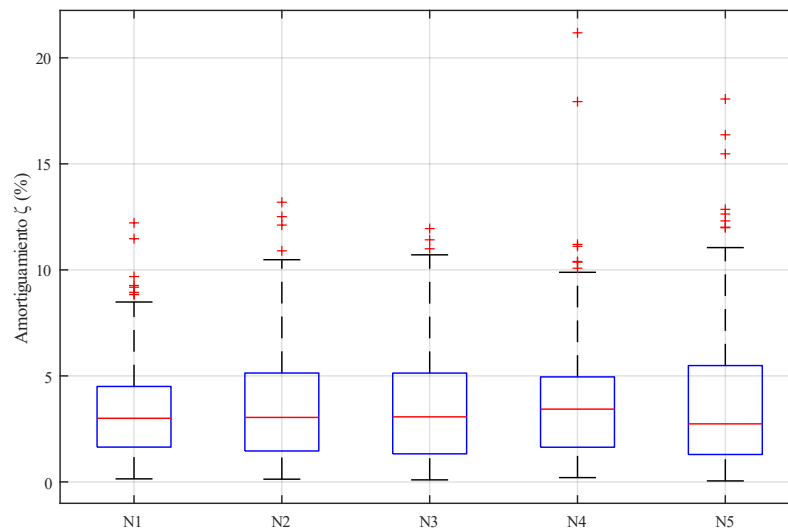


Figura 4.32 Diagrama de cajas de amortiguamiento ζ (%) por entrepiso del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz

CAPÍTULO V

Análisis y comparación de resultados

5.1 Modelo 1

En la Tabla 5.1 se muestran los modos de vibrar que se analizaran en este capítulo para el modelo 1 y la configuración de masas 1, en la primera columna se muestran los modos de vibrar que se analizarán, la frecuencia calculada a través de la subrutina desarrollada en el software MATLAB, las frecuencias obtenidas del espectro de potencia por cada sesión de experimentación, donde se aplicó una señal senoidal de 1.5 Hz y 2.25 Hz finalmente se presenta el error relativo porcentual correspondiente a la frecuencia obtenida analíticamente y experimentalmente para cada sesión de experimentación.

Tabla 5.1 Comparativa de frecuencias obtenidas

<i>Modo</i>	<i>Frecuencia (Hz)</i>	<i>Frecuencia experimental (Hz)</i>		<i>Error (%)</i>	
		<i>1.5 Hz</i>	<i>2.25 Hz</i>	<i>1.5 Hz</i>	<i>2.25 Hz</i>
1	1.56	1.50	1.50	3.85	3.85
2	4.39	4.25	4.25	3.19	3.19
3	6.41	6.75	6.63	5.30	3.35
4	12.88	12.00	11.00	6.83	14.60
5	13.54	13.63	13.25	0.63	2.14

En la tabla anterior se observa que el error relativo es menor al 5 % en la mayoría de los casos, en el modo 4 no se ve reflejado de esta forma, esta diferencia se explica debido a la baja participación modal de los modos superiores en la respuesta global de la estructura, para este caso se calculó un por medio de amortiguamiento global de $2.60 \pm 1.31\%$ para la sesión donde se aplicó la señal de 1.5 Hz y $3.15 \pm 3.33\%$ para la señal de 2.25 Hz.

Para el modelo 1 bajo la configuración de masas 2 se presenta la Tabla 5.2, la cual está configurada de la misma forma que la tabla anterior, se observa que el error calculado en los modos

que se analizan son superiores al 5 % esto debido a la configuración de masas lo cual provoca que se modifique la frecuencia y de la estructura esto a su vez ocasiona que las participación modal sea distinta, es por eso que se asume que esta configuración provoca que la participación modal de los primeros modos este tan marcada como en el caso anterior, decir que la contribución de los modos superiores sea significativa, con respecto al amortiguamiento se calculó para una frecuencia en la mesa un valor de 3.66 ± 2.34 % mientras con la excitación de 2.25 Hz se calculó un amortiguamiento de 4.26 ± 2.75 %.

Tabla 5.2 Comparativa de frecuencias obtenidas

Modo	Frecuencia (Hz)	Frecuencia experimental (Hz)		Error (%)	
		1.5 Hz	2.25 Hz	1.5 Hz	2.25 Hz
1	1.35	1.25	1.25	7.41	7.41
2	4.39	4.13	4.00	6.04	8.88
3	6.27	6.88	6.63	9.65	5.66
4	7.59	8.50	8.75	11.99	15.28
6	13.21	13.13	13.13	0.64	0.64

5.2 Modelo 2

Al igual que con el modelo 1, se presentan las tablas correspondiente a la comparación de las frecuencias calculadas y obtenidas experimentalmente, la Tabla 5.3 corresponde a la configuración de masas 1 mientras que la Tabla 5.4 corresponde a las configuración de masas número 2, se observa que el error calculado para este modelo no es superior a 5.18 % y que el mayor error calculado se encuentra en los modos superiores que se analizan , esto debido a la contribución de modal no es significativa en el comportamiento estructural bajo estas condiciones de carga. Por el lado del amortiguamiento calculado para este espécimen se calculó un valor de 2.38 ± 1.27 % para una frecuencia de 1.5 Hz y 2.15 ± 0.64 % para una frecuencia de 2.25 Hz estos valores corresponden a la configuración de masas número uno, bajo las condiciones de carga número dos se estuvieron un valor de amortiguamiento promedio global de 2.63 ± 1.01 % y 2.99 ± 1.78 % para la frecuencia en la mesa de 1.5 Hz y 2.25 Hz, respectivamente.

Tabla 5.3 Comparativa de frecuencias obtenidas

Modo	Frecuencia (Hz)	Frecuencia experimental (Hz)		Error (%)	
		1.5 Hz	2.25 Hz	1.5 Hz	2.25 Hz
1	2.16	2.13	2.13	1.62	1.62
2	5.29	5.13	5.38	3.12	1.61
3	9.28	9.38	9.25	1.02	0.32
4	10.18	10.25	10.63	0.69	4.37
5	12.36	12.00	13.00	2.91	5.18

Tabla 5.4 Comparativa de frecuencias obtenidas

Modo	Frecuencia (Hz)	Frecuencia experimental (Hz)		Error (%)	
		1.5 Hz	2.25 Hz	1.5 Hz	2.25 Hz
1	1.79	1.75	1.75	2.23	2.23
2	4.55	4.50	4.50	1.10	1.10
3	6.70	6.88	6.63	2.61	1.12
4	9.44	9.00	9.50	4.66	0.64
5	12.29	12.00	12.13	2.36	1.34

5.3 Modelo 3

Para el modelo 3, en la Tabla 5.5 se muestra la comparativa entre las frecuencias de este modelo correspondiente a la configuración de masas número uno, se observa que para la excitación en la mesa de 1.5 Hz el error no es mayor al 4 %, sin embargo, para la frecuencia en la mesa de 2.25 Hz el valor obtenido experimentalmente difiere al valor calculado de la frecuencia esto se ve reflejado en error calculado, esto se debe al ruido ocasionado por el funcionamiento de la mesa esto se puede ver en el espectro de potencia y se puede confirmar en los resultados de la Tabla 5.6 que corresponde a la configuración de masas número 2 ya que se muestra el mismo comportamiento, el ruido de que es ocasionado por la mesa se puede deber al mismo funcionamiento del motor de la mesa y las partes mecánicas que la conforman correspondiente al modo 1 de la configuración de masas dos se observa que el error es de 13.64 % esto se atribuye a que la contribución modal no tiene una repercusión significativa en el comportamiento de la estructura. El amortiguamiento calculado para la configuración de masa uno, es de 4.06 ± 2.94 % y 2.81 ± 2.12 % para 1.5 Hz y 2.25 Hz, respectivamente, para la configuración dos se calculó un amortiguamiento de 3.43 ± 2.61 % para una frecuencia en la mesa de 1.5 Hz y 3.65 ± 2.88 % para una frecuencia de 2.25 Hz en la mesa.

Tabla 5.5 Comparativa de frecuencias obtenidas

Modo	Frecuencia (Hz)	Frecuencia experimental (Hz)		Error (%)	
		1.5 Hz	2.25 Hz	1.5 Hz	2.25 Hz
1	6.99	6.88	6.63	1.65	5.22
2	9.53	9.38	8.75	1.63	8.18
3	14.08	13.63	13.25	3.23	5.89
4	21.07	20.50	19.75	2.71	6.26
5	28.45	29.13	28.63	2.37	0.62

Tabla 5.6 Comparativa de frecuencias obtenidas

Modo	Frecuencia (Hz)	Frecuencia experimental (Hz)		Error (%)	
		1.5 Hz	2.25 Hz	1.5 Hz	2.25 Hz
1	7.48	8.50	8.75	13.64	16.98
2	10.25	10.25	11.00	0.00	7.32
3	16.37	17.13	15.38	4.61	6.08
4	21.84	20.50	19.75	6.14	9.57
5	29.86	30.75	28.63	2.98	4.14

CAPÍTULO VI

Conclusiones, comentarios y recomendaciones

De acuerdo a los resultados obtenidos de esta investigación, se observa una diferencia de alrededor de 5% al comparar los datos analíticos con los experimentales, lo cual es aceptable y refleja con precisión el comportamiento estructural previsto. De este modo, se abre la posibilidad para que este tipo de modelos sean empleados como material didáctico, en explicaciones relacionados con conceptos de vibración en estructuras y dinámica estructural, de tal forma que se rompa el paradigma de la enseñanza clásica, permitiendo que el interesado sea un actor activo en la construcción de su conocimiento.

Es importante señalar que para este tipo de modelos, en el caso de querer implementarlos, se requiere de una correcta parametrización de los elementos estructurales y no estructurales, es decir, la variación en la dimensiones de los elemento como pueden ser las columnas tienen gran repercusión en la obtención de los resultados analíticos, la masa de los elementos que conforma la estructura también tiene gran repercusión en la obtención analítica de las propiedades dinámicas, esto ocurre por la pequeña escala el modelo experimental. Este inconveniente que se puede presentar por una mala parametrización de dimensiones y masa del modelo, no se debe de considerar un punto negativo, al contrario, se puede ver como un área de oportunidad donde se haga conciencia de las repercusiones que implicarían el construir un edificio acorde a los planos estructurales concebidos por el estructurista, ya que esto puede ocasionar un comportamiento totalmente diferente al analizado en un software de diseño.

De igual forma, se ejemplifica la cuestión de cambio de uso de suelo o funcionalidad del edificio, proponer dos configuraciones de masas, es decir en la vida profesional un ingeniero o ingeniera puede encontrarse con la modificación del uso de su edificio del cual se pudo haber diseñado como de uso habitacional y posteriormente pase a ser un archivero, lo cual modifica totalmente las condiciones de carga muestra, a su vez modificando el comportamiento de la estructura, por lo cual en este tipo de caso se recomienda realizar un análisis estructural bajo las nuevas condiciones de cargar para de este modo tomar las medidas necesarias y la estructura existente se comporte de la mejor manera posible.

Respecto a la instrumentación utilizada, se recurrió al uso de sensores que son accesibles económicamente, con la finalidad de que este tipo de instrumentación pueda ser replicable y programable de acuerdo a las necesidades del usuario, reflejando la importancia de que el ingeniero civil se vincule con otras disciplinas. Este enfoque multidisciplinario no sólo aplica las posibilidades de colaboración con otras ingenierías, sino que también permite realizar investigaciones más robustas y obtener resultados más completos. En este caso para esta investigación se determinó únicamente la operación de un solo eje por cada acelerómetro debido a las limitaciones que se tienen en el hardware en este caso la tarjeta mega si es que se pretende implementar los 3 ejes del acelerómetro será necesario usar dos tarjetas adicionales o una con mayor capacidad. Finalmente, con respecto a la instrumentación que se utilizó en esta investigación podemos ver que no es necesario la inversión de un gran capital para obtener datos confiables.

Respecto a las pruebas experimentales que se realizaron, se observó que en el modelo 3, el error relativo porcentual calculado es muy grande, lo anterior debido a que las frecuencias de los modos de vibrar de la estructura son muy altas, y que la participación de los modos superiores tiene una gran repercusión en el comportamiento estructural por lo cual los primeros modos son difíciles de determinar de forma experimental aunado a esto el espectro de potencias obtenido para este modelo se observa con mucho ruido, atribuido a la operación del motor que pone a funcionar la mesa y la configuración mecánica que conforman la mesa por lo cual se recomienda para futuras investigaciones poner un sensor en campo libre lo cual permitirá un mejor filtrado de las señales y un espectro sin menos ruido.

Finalmente, es importante resaltar la gran contribución de Laboratorio Itinerante del Instituto de Ingeniería en esta investigación, ya que sin él no se podría haber efectuado esta investigación. A su vez, participar en este proyecto permite comprender de mejor manera conceptos que se abordan en este trabajo. La labor de este laboratorio móvil y su papel como difusor de la ciencia y la tecnología para las futuros y futuras ingenieros e ingenieras es fundamental, además de que sus integrantes han hecho una gran labor de concientizar no sólo al gremio ingenieril si no al público en general de cualquier edad.

Referencias

- Báez, D., & Cervantes, O. (2012). *MATLAB con Aplicación a la Ingeniería, Física y Finanzas 2º Edición*. México: Alfaomega.
- Bazán, E., & Meli, R. (1998). *Diseño sísmico de edificios*. México: Limusa.
- Campelo, J. (Marzo de 2003). Un Modelo Didactico para Enseñanza Aprendizaje de la Física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, XXV(1), 86-104. Obtenido de <https://www.scielo.br/j/rbef/a/NGszBmpcgVWR9PDwHp4rRjk/>
- Cañedo, T., & Figueroa, A. (2013). La práctica docente en educación superior: una mirada hacia su complejidad. *Sinéctica*(41). Obtenido de <https://sinectica.iteso.mx/index.php/SINECTICA/issue/view/44>
- Castillo, F. (2017). *LECTURAS DE INGENIERÍA No.26 IMPRESIÓN 3D, UNA INTRODUCCIÓN*. Estado de México. Obtenido de http://olimpia.cuautitlan2.unam.mx/pagina_ingenieria/mecanica/mat/mat_mec/m9/IMPRESION%203D_UNA%20INTRODUCCION.pdf
- CORP., N. I. (2021). LabVIEW.
- García-Camacho, T. (Mayo de 2023). Modelos didácticos para la docencia. *Nuevos Cuadernos del Colegio*(14), 47-57. Obtenido de <http://memoria.cch.unam.mx/index.php/revista/47>
- Gutiérrez, D. (Niviembre de 2018). Sistemas de múltiples grados de libertad. Análisis modal espectral. Estado de México, México. Obtenido de <https://davidgcalzada.com/wp-content/uploads/2018/12/Sistemas-multiples-de-grados-de-libertad-27-NOV-2018-analisis-estructural-2.pdf>
- Guzmán, M., Guzmán, R., & Gonzales, F. (Agosto de 2022). Dinámica Estructural Aplicaciones Usando Matlab®. Ayacucho, Perú. Obtenido de <https://miguelraul13579.wixsite.com/misitio>
- Henao, D., Botero, J., & Murià, D. (2014). Identificación de propiedades dinámicas de un modelo estructural sometido a vibración ambiental y vibración forzada empleando mesa vibradora. *Ingeniería sísmica*(91), 54-72. Obtenido de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-092X2014000200054

- Hernández-Martínez, M. (2024). *PRUEBAS EXPERIMENTALES PARA OBTENER COEFICIENTES DE PRESIÓN EN CUBIERTAS DE ARCO CIRCULAR AISLADAS*. Ciudad Universitaria. Obtenido de <http://132.248.9.195/ptd2023/diciembre/0850374/Index.html>
- Hurtado, J. (2000). *Introducción a la dinámica de estructuras*. Manizales, Colombia: Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales.
- Juárez, H., Rodríguez, M., & Gómez, F. (2021). Ensayes sísmicos en mesa vibradora de un edificio miniatura de 5 niveles con aisladores de base. *Ingeniería Sísmica*(105), 1-30. doi:<https://doi.org/10.18867/ris.105.559>
- Nava-González, R. (2019). *COMPARACIÓN DE LOS EFECTOS DEL VIENTO EN UN EDIFICIO ESBELTO: METODOLOGÍA ANALÍTICA VS METODOLOGÍA EXPERIMENTAL EN TÚNEL DE VIENTO*. Ciudad Universitaria. Obtenido de <http://132.248.9.195/ptd2019/agosto/0793454/Index.html>
- Nieto, J., & Cervantes, R. (1970). *Excitador mecánico de velocidad controlada para estudios de vibración reforzada*. Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Obtenido de <http://datosabiertos.unam.mx/IINGEN:RUSI:SID244>
- Núñez, I. (2017). *Identificación de propiedades dinámicas de estructuras en pruebas de vibración ambiental, Tesis de licenciatura*. Naucalpan, Estado de México, Mexico.
- Oppenheim, A., & Schaffer, R. (1998). *Discrete-Time Signal Processing*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- Ortiz, A. (2022). *Tesis de licenciatura Diseño de un prototipo funcional por impresión 3D de un intercambiador tipo "Kettle" para la enseñanza en ciencias químicas*. Ciudad de México. Obtenido de <https://hdl.handle.net/20.500.14330/TES01000839888>
- Pozos-Estrada, A. (s.f.). Conclusions of the structural dynamics class. Ontario, Canada.
- Pozos-Estrada, A., Nava-González, R., Hernández, M., & Pozos-Estrada, O. (2023). Empleo de técnicas de manufactura aditiva para el desarrollo de modelos didácticos para la demostración de conceptos de vibración estructural. *XXIV CONGRESO NACIONAL DE INGENIERÍA SÍSMICA*.
- Puebla, M., & Demeneghi, A. (2019). Didáctica mínima para ingenieros para elaborar un programa de estudio. En F. d. Universidad Nacional Autónoma de México, *PAPIME 106717 Memoria del seminario permanente Pedagogía en Ingeniería 2017-2019* (pág. 153). Ciudad de México. Obtenido de <https://www.ingenieria.unam.mx/pinilla/pedagogia/PE106717/index.html>

- Saorín, J., de la Torre-Cantrero, J., Carbonell-Carrera, C., Melián-Díaz, D., & Bonnet de León, A. (2017). Competencia Digital: Uso y manejo de modelos 3D tridimensionales digitales e impresos en 3D. *EDMETIC*, VI(2), 27-45. doi:<https://doi.org/10.21071/edmetic.v6i2.6187>
- Secretaría de Economía. (2017). *DIAGNÓSTICO PARA EL DESARROLLO DE PROCESOS DE FABRICACIÓN DE MANUFACTURA ADITIVA*. Ciudad de México: Gobierno de México. Obtenido de <https://www.gob.mx/se/documentos/0018-f-13032015-diagnostico-para-desarrollo-de-procesos-de-fabricacion-de-manufactura-aditiva>
- Tapia, A., & Torres, W. (2021). Evaluación de las propiedades dinámicas de un pórtico plano (MDOF) en una mesa vibratoria. *Ingenius. Revista de Ciencia y Tecnología*(26), 46-62. doi:<https://doi.org/10.17163/ings.n26.2021.05>

Glosario de términos

ζ	Amortiguamiento (%)
U	Factor de normalización de la potencia de la ventana
f_s	Frecuencia de muestreo
w	Función de ventaneo, Hann
x_k	k-ésimo segmento de la señal de aceleración, de longitud N
$\mathbf{J}$	Matriz de inercia rotacional
$\mathbf{M}$	Matriz de masas
$\mathbf{M}_t$	Matriz de masas global
$\mathbf{K}$	Matriz de rigideces
$\mathbf{K}_i$	Matriz de rigidez del eje resistente
$\mathbf{B}_j$	Matriz de transformación
M	Número total de segmentos promediados

Anexo A

Programa Matlab (ejemplo Bazán, Meli)

```
%% UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
% FACULTAD DE INGENIERÍA
% Análisis tridimensional de marco a cortante
% Realizo: Cortez Loreto Jorge
% Instituto de Ingeniería, UNAM. Ciudad de México mayo de 2025.
```

```
clc;
clear;
close all;
```

```
%% ① DATOS
```

```
Zeron = zeros(5, 5);
```

```
% Matrices de masa
```

```
Ma = diag([180, 150, 150, 120, 90] / 9.81);
J = diag([796.64, 663.86, 663.86, 561.09, 182.34]);
```

```
% Coordenadas de rigidez por nivel (en ejes locales)
```

```
x_vals = { [6.3 5.5 5.5 5.5 3.25], ...
            [2.8 2 2 2 -0.25], ...
            [-1.2 -2 -2 -2 -3.25], ...
            [-4.7 -5.5 -5.5 -5.5 0] };
```

```
y_vals = { [-8.5 -9.2 -9.2 -9.2 -6.75], ...
            [-2 -2.7 -2.7 -2.7 -0.25], ...
            [5 4.3 4.3 4.3 6.75], ...
            [11.5 10.8 10.8 10.8 0] };
```

```
bx_matrices = cellfun(@diag, x_vals, 'UniformOutput', false);
```

```
by_matrices = cellfun(@diag, y_vals, 'UniformOutput', false);
```

```
% Centros de masa por nivel
```

```
cX = [8.5 9.2 9.2 9.2 6.75];
cY = [6.3 5.5 5.5 5.5 3.25];
```

```
% Rigideces
```

```

kxn_matrices = {
    100 * [40 -20 0 0 0; -20 40 -20 0 0; 0 -20 32 -12 0; 0 0 -12 24 -12; 0 0 0 -
12 12];
    100 * [24 -12 0 0 0; -12 24 -12 0 0; 0 -12 20 -8 0; 0 0 -8 16 -8; 0 0 0 -8
8];
    100 * [24 -12 0 0 0; -12 24 -12 0 0; 0 -12 20 -8 0; 0 0 -8 32 -24; 0 0 0 -24
24];
    100 * [48 -24 0 0 0; -24 48 -24 0 0; 0 -24 40 -16 0; 0 0 -16 16 0; 0 0 0 0
0];
};

kyn_matrices = {
    100 * [256 -128 0 0 0; -128 256 -128 0 0; 0 -128 236 -108 0; 0 0 -108 180 -
72; 0 0 0 -72 72];
    100 * [12 -6 0 0 0; -6 12 -6 0 0; 0 -6 12 -6 0; 0 0 -6 10 -4; 0 0 0 -4 4];
    100 * [12 -6 0 0 0; -6 12 -6 0 0; 0 -6 12 -6 0; 0 0 -6 61 -55; 0 0 0 -55
55];
    100 * [192 -96 0 0 0; -96 192 -96 0 0; 0 -96 182 -86 0; 0 0 -86 86 0; 0 0 0
0 0];
};

% Coordenadas de nodos por nivel
X_base = [0 6.5 14.5 21.1];
Y_base = [0 3.5 7.5 11];
Altura = [0 4 7 10 13 16];
X_all = repmat({X_base}, 1, 5);
Y_all = repmat({Y_base}, 1, 5);
X_all{6} = [0 6.5 14.5];
Y_all{6} = [0 3.5 7.5];

% Construcción de capas 3D
CapaCoordenadas = cell(1, length(Altura));
for n = 1:length(Altura)
    [Xg, Yg] = meshgrid(X_all{n}, Y_all{n});
    Zg = Altura(n) * ones(size(Xg));
    CapaCoordenadas{n} = cat(3, Xg, Yg, Zg);
end

% Armado de matrices Bxn y Byn
for n = 1:4
    Ixn = double(bx_matrices{n} ~= 0);
    Iyn = double(by_matrices{n} ~= 0);
    Bxn_matrices{n} = [Ix_n, Zeron, bx_matrices{n}];
    Byn_matrices{n} = [Zeron, Iyn, by_matrices{n}];
end

% Matriz de rigidez total
K = zeros(15);
for n = 1:4
    K = K + Bxn_matrices{n}' * kxn_matrices{n} * Bxn_matrices{n} + ...
        Byn_matrices{n}' * kyn_matrices{n} * Byn_matrices{n};
end

% Matriz de masa total

```

```
M = blkdiag(Ma, Ma, J);
```

%% ② PROPIEDADES DINÁMICAS

```
[V, W] = eig(K, M);
[freq_naturales, indices] = sort(sqrt(diag(W)));
freq_naturales2 = freq_naturales / (2*pi);
T = 1 ./ freq_naturales2;
modos_forma = V ./ vecnorm(V, 2, 1);

% Resultados
resultados = table(indices, freq_naturales, freq_naturales2, T, ...
    'VariableNames', {'Modo', 'f_rad_s', 'f_Hz', 'T_seg'});
disp('Resultados dinámicos:');
disp(resultados);

% Tabla visual
figure('Name', 'Resultados Dinámicos', 'NumberTitle', 'off');
uitable('Data', resultados{:, :}, ...
    'ColumnName', resultados.Properties.VariableNames, ...
    'Position', [80, 80, 1200, 300], 'RowName', []);
```

%% ③ PLOTEO

```
N_modos = 15;
escala = 3;

for modo = 1:N_modos
    figure('Name', sprintf('Modo de Vibración %d', modo), 'NumberTitle', 'off');
    hold on; axis equal; grid on;
    view(45, 30);
    xlabel('X (m)'); ylabel('Y (m)'); zlabel('Altura (m)');
    title(sprintf('Modo %d: Estructura Deformada (Azul) vs No Deformada (Rojo)'), 'FontWeight', 'bold');

    for n = 1:length(Altura)
        Nivel = CapaCoordenadas{n};
        Xn = Nivel(:, :, 1); Yn = Nivel(:, :, 2); Zn = Nivel(:, :, 3);

        % Estructura no deformada
        if n > 1
            surf(Xn, Yn, Zn, ...
                'EdgeColor', [1 0 0], 'LineStyle', '-', ...
                'FaceColor', 'none', 'LineWidth', 1);
            Nivel_prev = CapaCoordenadas{n-1};
            for i = 1:size(Xn, 1)
                for j = 1:size(Xn, 2)
                    plot3([Xn(i, j), Nivel_prev(i, j, 1)], ...
                        [Yn(i, j), Nivel_prev(i, j, 2)], ...
                        [Zn(i, j), Nivel_prev(i, j, 3)], ...
                        '-', 'Color', [1 0 0], 'LineWidth', 1);
                end
            end
        end
    end
end
```

```

        end
    end
end

% Estructura deformada
if n == 1, continue; end
idx = n - 1;
dx = V(idx, modo) * escala;
dy = V(5 + idx, modo) * escala;
rot = V(10 + idx, modo) * escala;
Xc = cX(idx); Yc = cY(idx);
X_rel = Xn - Xc; Y_rel = Yn - Yc;
X_def = Xn + dx - rot .* Y_rel;
Y_def = Yn + dy + rot .* X_rel;

surf(X_def, Y_def, Zn, ...
    'FaceColor', [0.93 0.93 1], ...
    'EdgeColor', [0.2 0.2 1], ...
    'LineStyle', '-', 'FaceAlpha', 0.7, 'LineWidth', 1.2);

% Indicadores gráficos
flechaL = 1.5;
quiver3(Xc, Yc, Zn(1,1), flechaL, 0, 0, 0, 'Color', 'b', 'LineWidth',
1.5);
text(Xc + flechaL + 0.2, Yc, Zn(1,1), sprintf('\DeltaX = %.2f', dx),
'Color', 'b');

quiver3(Xc, Yc, Zn(1,1), 0, flechaL, 0, 0, 'Color', 'g', 'LineWidth',
1.5);
text(Xc, Yc + flechaL + 0.2, Zn(1,1), sprintf('\DeltaY = %.2f', dy),
'Color', 'g');

theta = linspace(0, 2*pi, 100);
r = 1.0;
plot3(Xc + r*cos(theta), Yc + r*sin(theta), Zn(1,1)*ones(size(theta)),
'r--', 'LineWidth', 1.5);
text(Xc + 0.7*r, Yc - 0.4*r, Zn(1,1) + 0.2, ...
    sprintf('\theta = %.2f rad', rot), 'Color', 'r');
end
hold off;
end

```

Anexo B

Programa Matlab (propiedades dinámicas)

```
%% UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
% FACULTAD DE INGENIERÍA
% Análisis tridimensional de marco a cortante
% Realizo: Cortez Loreto Jorge
% Instituto de Ingeniería, UNAM. Ciudad de México junio de 2025.

clc; clear; close all;

%% ===== LECTURA DE DATOS DESDE EXCEL =====
folderPath = 'D:\TESIS\Edificios\Modelo2';
fileName = 'Edificio_2.xlsx';
sheetName = 'General';
fullFilePath = fullfile(folderPath, fileName);

% Verificar si el archivo existe
if ~isfile(fullFilePath)
    error('El archivo %s no existe en la ruta especificada.', fullFilePath);
end

% Leer parámetros generales del modelo
X = xlsread(fullFilePath, sheetName, 'B3'); % Número de columnas de elementos
en X
Y = xlsread(fullFilePath, sheetName, 'B4'); % Número de columnas de elementos
en Y
Niveles = xlsread(fullFilePath, sheetName, 'B5'); % Número de niveles
E = xlsread(fullFilePath, sheetName, 'B6'); % Módulo de elasticidad del
material
Altura = xlsread(fullFilePath, sheetName, sprintf('J3:J%d', Niveles + 2)); %
Altura de cada nivel
H = [0; cumsum(Altura)]; % Alturas acumuladas (incluye base en 0)

%% ===== CÁLCULO DE RIGIDECES LATERALES =====
% NOTA: La nomenclatura se refiere a la DIRECCIÓN de la rigidez resistente
% K_Lateral_X: Rigidez lateral resistente en dirección X ( $k = 12EI/L^3$ )
% K_Lateral_Y: Rigidez lateral resistente en dirección Y ( $k = 12EI/L^3$ )

K_Lateral_X_Total = zeros(Y, X, Niveles); % Rigidez lateral en X para cada
elemento
K_Lateral_Y_Total = zeros(Y, X, Niveles); % Rigidez lateral en Y para cada
elemento

% Rigidez total por piso (suma de rigideces laterales)
```

```

Rigidez_Piso_X = zeros(1, X, Niveles); % Suma por columnas - rigidez en
dirección X
Rigidez_Piso_Y = zeros(Y, 1, Niveles); % Suma por filas - rigidez en dirección
Y

%% Recorrer todas las plantas y calcular la rigidez lateral
for n = 1:Niveles
    % Nombre de la hoja de la planta actual
    sheetName = sprintf('Planta_%d', n);

    % Inicializar matrices para la planta actual
    K_Lateral_X = zeros(Y, X); % Rigidez lateral en dirección X
    K_Lateral_Y = zeros(Y, X); % Rigidez lateral en dirección Y

    % Configuración de lectura (patrón de celdas en Excel)
    fila_inicial_B = 3; % Fila inicial para dimensión X de elementos
    fila_inicial_C = 4; % Fila inicial para dimensión Y de elementos
    columna_inicial_B = 2; % Columna "B"
    columna_inicial_C = 3; % Columna "C"

    % Recorrer la rejilla de elementos estructurales
    for i = 1:Y
        columna_B = columna_inicial_B;
        columna_C = columna_inicial_C;

        for j = 1:X
            % Leer dimensiones de los elementos desde Excel
            celda1 = readmatrix(fullFilePath, 'Sheet', sheetName, ...
                'Range', sprintf('%c%d', columna_B + 64, fila_inicial_B));
            celda2 = readmatrix(fullFilePath, 'Sheet', sheetName, ...
                'Range', sprintf('%c%d', columna_C + 64, fila_inicial_C));

            % Manejar valores vacíos o no numéricos
            if ~isempty(celda1) && isnumeric(celda1)
                celda1 = celda1(1);
            else
                celda1 = 0;
            end

            if ~isempty(celda2) && isnumeric(celda2)
                celda2 = celda2(1);
            else
                celda2 = 0;
            end

            % CÁLCULO DE INERCIAS Y RIGIDECESES LATERALES
            % Rigidez lateral en dirección X: depende de la inercia Iy
            I_y = (celda1 * (celda2^3)) / 12;
            K_Lateral_X(i, j) = (12 * E * I_y) / (Altura(n)^3);

            % Rigidez lateral en dirección Y: depende de la inercia Ix
            I_x = ((celda1^3) * celda2) / 12;
            K_Lateral_Y(i, j) = (12 * E * I_x) / (Altura(n)^3);
        end
    end
end

```

```

        % Avanzar a la siguiente columna en Excel
        columna_B = columna_B + 2;
        columna_C = columna_C + 2;
    end

    % Avanzar a la siguiente fila en Excel
    fila_inicial_B = fila_inicial_B + 2;
    fila_inicial_C = fila_inicial_C + 2;
end

% Limpieza de datos: reemplazar NaN por 0
K_Lateral_X(isnan(K_Lateral_X)) = 0;
K_Lateral_Y(isnan(K_Lateral_Y)) = 0;

% Guardar resultados en matrices globales
K_Lateral_X_Total(:, :, n) = K_Lateral_X;
K_Lateral_Y_Total(:, :, n) = K_Lateral_Y;

% Calcular rigidez total por piso (sumatoria)
Rigidez_Piso_X(:, :, n) = sum(K_Lateral_X, 1); % Suma por columnas
Rigidez_Piso_Y(:, :, n) = sum(K_Lateral_Y, 2); % Suma por filas
end

%% ===== CONSTRUCCIÓN DE MATRICES DE RIGIDEZ =====
% K_X_matrices: Matrices de rigidez para marcos en dirección X
% K_Y_matrices: Matrices de rigidez para marcos en dirección Y

K_Y_matrices = cell(1, X); % Para cada marco en dirección Y
K_X_matrices = cell(1, Y); % Para cada marco en dirección X

% Construcción de matrices K_nY para marcos en dirección Y
for col = 1:X
    K_Y = zeros(Niveles, Niveles);

    for n = 1:Niveles
        if n == 1
            % Primer nivel
            K_Y(n, n) = Rigidez_Piso_X(:, col, n) + Rigidez_Piso_X(:, col, n+1);
            K_Y(n, n+1) = -Rigidez_Piso_X(:, col, n+1);
        elseif n == Niveles
            % Último nivel
            K_Y(n, n) = Rigidez_Piso_X(:, col, n);
            K_Y(n, n-1) = -Rigidez_Piso_X(:, col, n);
        else
            % Niveles intermedios
            K_Y(n, n-1) = -Rigidez_Piso_X(:, col, n);
            K_Y(n, n) = Rigidez_Piso_X(:, col, n) + Rigidez_Piso_X(:, col, n+1);
            K_Y(n, n+1) = -Rigidez_Piso_X(:, col, n+1);
        end
    end
end

K_Y_matrices{col} = K_Y;
end

```

```

% Construcción de matrices K_nX para marcos en dirección X
for fila = Y:-1:1
    K_X = zeros(Niveles, Niveles);

    for n = 1:Niveles
        if n == 1
            K_X(n, n) = Rigidez_Piso_Y(fila, :, n) + Rigidez_Piso_Y(fila, :,
n+1);
            K_X(n, n+1) = -Rigidez_Piso_Y(fila, :, n+1);
        elseif n == Niveles
            K_X(n, n) = Rigidez_Piso_Y(fila, :, n);
            K_X(n, n-1) = -Rigidez_Piso_Y(fila, :, n);
        else
            K_X(n, n-1) = -Rigidez_Piso_Y(fila, :, n);
            K_X(n, n) = Rigidez_Piso_Y(fila, :, n) + Rigidez_Piso_Y(fila, :,
n+1);
            K_X(n, n+1) = -Rigidez_Piso_Y(fila, :, n+1);
        end
    end

    K_X_matrices{Y - fila + 1} = K_X;
end

%% ===== CÁLCULO DE MASAS =====
% Inicializar la matriz Peso como una estructura 3D (Y-1, X-1, Niveles)
Peso = zeros(Y-1, X-1, Niveles);

% Bucle para recorrer cada hoja del archivo Excel
for k = 1:Niveles
    sheetname = sprintf('Planta_%d', k);
    data = zeros(Y-1, X-1);

    % Bucle para leer los datos dejando un espacio entre celdas
    for i = 1:(Y-1)
        for j = 1:(X-1)
            % Calcular la letra de la columna
            col_offset = 2 * (j - 1);
            col_letter = char('D' + col_offset);

            % Calcular la fila
            row_offset = 2 * (i - 1);
            row_number = 4 + row_offset;

            % Crear la referencia de celda
            cell_ref = sprintf('%s%d', col_letter, row_number);

            % Leer la celda específica - ¡CORRECCIÓN AQUÍ!
            % Usar fullFilePath en lugar de fileName
            temp_data = readmatrix(fullFilePath, 'Sheet', sheetname, 'Range',
cell_ref);

            % Si la celda tiene más de un valor, tomamos solo el primero
            if numel(temp_data) > 1
                temp_data = temp_data(1,1);
            end
        end
    end
end

```

```

        end

        % Asignar el valor a la matriz
        data(i, j) = temp_data;
    end
end

% Reemplazar NaN por ceros
data(isnan(data)) = 0;

% Guardar la matriz
Peso(:, :, k) = data;
end

% Calcular la matriz Masa dividiendo por 9.81
Masa = Peso / 9.81;

%% ===== DEFINICIÓN DE EJES Y CENTROIDES =====
% Leer valores para ejesY (celdas B4, B6, B8, ...)
sheetName = 'Planta_1';
ejesY = zeros(Y, 1);

for i = 1:Y-1
    fila = 4 + (i - 1) * 2;
    rango = sprintf('B%d', fila);

    valor = xlsread(fullFilePath, sheetName, rango);
    if ~isempty(valor) && isnumeric(valor)
        ejesY(i) = valor;
    end
end
ejesY(end) = 0;

% Leer valores para ejesX (celdas D2, F2, H2, ...)
tempX = zeros(1, X-1);
for i = 1:X-1
    columna = char(68 + (i - 1) * 2);
    rango = sprintf('%c2', columna);

    valor = xlsread(fullFilePath, sheetName, rango);
    if ~isempty(valor) && isnumeric(valor)
        tempX(i) = valor;
    end
end

ejesX = [0, tempX];

% Cálculo de centroides
centroideX = zeros(1, X-1);
centroideY = zeros(Y-1, 1);

acumuladoX = 0;
for i = 1:X-1
    acumuladoX = acumuladoX + ejesX(i);

```

```

        centroideX(i) = (ejesX(i+1) / 2) + acumuladoX;
    end

    for i = 1:Y-1
        centroideY(i) = (ejesY(i) / 2) + sum(ejesY(i+1:end));
    end

%% ===== CENTROS DE MASA =====
Xcm = zeros(1, Niveles);
Ycm = zeros(1, Niveles);

for j = 1:Niveles
    masa_total = sum(Masa(:, :, j), 'all');
    momento_total = sum(centroideX .* sum(Masa(:, :, j), 1));

    if masa_total ~= 0
        Xcm(j) = momento_total / masa_total;
    else
        Xcm(j) = NaN;
    end
end

for j = 1:Niveles
    masa_total = sum(Masa(:, :, j), 'all');
    momento_total = sum(centroideY' .* sum(Masa(:, :, j), 2));

    if masa_total ~= 0
        Ycm(j) = momento_total / masa_total;
    else
        Ycm(j) = NaN;
    end
end

%% ===== CÁLCULO DE RADIOS DE GIRO =====
ejesX_acumulado = cumsum(ejesX);
ejesY_acumulado = flip(cumsum(flip(ejesY)));
ejesY_acumulado = flipud(ejesY_acumulado);

% Calcular distancias al centro de masa
r_y = Ycm - ejesY_acumulado;
r_x = ejesX_acumulado' - Xcm;

% Ajustar Rigidez_Piso_Y para coincidir con el sistema de coordenadas
for n = 1:Niveles
    Rigidez_Piso_Y(:, :, n) = flipud(Rigidez_Piso_Y(:, :, n));
end

%% ===== MATRICES DE TRANSFORMACIÓN =====
% Matrices Bnx para transformación en dirección X
[num_filas, num_columnas] = size(r_y);
Bnx_matrices = cell(num_filas, 1);

for fila = 1:num_filas
    Bnx = zeros(num_columnas);

```

```

        for i = 1:num_columnas
            if Rigidez_Piso_Y(fila,1,i) ~= 0
                Bnx(i, i) = r_y(fila, i);
            end
        end
        Bnx_matrices{fila} = Bnx;
    end

% Matrices Bny para transformación en dirección Y
[num_filas, num_columnas] = size(r_x);
Bny_matrices = cell(num_filas, 1);

for fila = 1:num_filas
    Bny = zeros(num_columnas);
    for i = 1:num_columnas
        if Rigidez_Piso_X(1, fila, i) ~= 0
            Bny(i, i) = r_x(fila, i);
        end
    end
    Bny_matrices{fila} = Bny;
end

%% ===== MATRICES DE TRANSFORMACIÓN COMPLETAS =====
% Matrices BnX para dirección X
num_filas_BnX = length(Bnx_matrices);
BnX_matrices = cell(num_filas_BnX, 1);

for fila = 1:num_filas_BnX
    Bnx = Bnx_matrices{fila};
    Inx = (Bnx ~= 0);
    ZeroMatrix = zeros(size(Bnx));
    BnX_matrices{fila} = [Inx, ZeroMatrix, Bnx];
end

% Matrices BnY para dirección Y
num_filas_BnY = length(Bny_matrices);
BnY_matrices = cell(num_filas_BnY, 1);

for fila = 1:num_filas_BnY
    Bny = Bny_matrices{fila};
    Iny = (Bny ~= 0);
    ZeroMatrix = zeros(size(Bny));
    BnY_matrices{fila} = [ZeroMatrix, Iny, Bny];
end

%% ===== MATRICES DE RIGIDEZ TRANSFORMADAS =====
K_nX_matrices = cell(num_filas_BnX, 1);
for fila = 1:num_filas_BnX
    BnX = BnX_matrices{fila};
    K_nX = K_X_matrices{fila};
    K_nX_matrices{fila} = BnX' * K_nX * BnX;
end

```

```

K_nY_matrices = cell(num_filas_BnY, 1);
for fila = 1:num_filas_BnY
    BnY = BnY_matrices{fila};
    K_nY = K_Y_matrices{fila};
    K_nY_matrices{fila} = BnY' * K_nY * BnY;
end

%% ===== MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL =====

% Rigidez global en X
K_X_total = zeros(size(K_nX_matrices{1}));
for fila = 1:length(K_nX_matrices)
    K_X_total = K_X_total + K_nX_matrices{fila};
end

% Rigidez global en Y
K_Y_total = zeros(size(K_nY_matrices{1}));
for fila = 1:length(K_nY_matrices)
    K_Y_total = K_Y_total + K_nY_matrices{fila};
end

% Rigidez global total
K = K_X_total + K_Y_total;

% Extraer submatrices Kx y Ky
Kx = K(1:Niveles, 1:Niveles);
Ky = K(Niveles+1:2*Niveles, Niveles+1:2*Niveles);

%% ===== MATRIZ DE MASA GLOBAL =====
% Calcular inercia rotacional
[num_filas, num_columnas, num_niveles] = size(Masa);
I_rotacional = zeros(1, num_niveles);

for nivel = 1:num_niveles
    suma_inercia = 0;
    for fila = 1:num_filas
        for columna = 1:num_columnas
            masa_sub = Masa(fila, columna, nivel);
            if masa_sub ~= 0
                x_i = centroideX(columna);
                y_i = centroideY(fila);
                x_cm = Xcm(nivel);
                y_cm = Ycm(nivel);
                inercia_sub = masa_sub * ((x_i - x_cm)^2 + (y_i - y_cm)^2);
                suma_inercia = suma_inercia + inercia_sub;
            end
        end
    end
    I_rotacional(nivel) = suma_inercia;
end

J = diag(I_rotacional);

% Matriz de masa total por nivel

```

```

masa_nivel = zeros(num_niveles, 1);
for n = 1:num_niveles
    masa_nivel(n) = sum(Masa(:, :, n), 'all');
end

masa = diag(masa_nivel);

% Ensamblar matriz de masa global
n = size(masa, 1);
m = size(J, 1);
zero_mn = zeros(n, m);
zero_nn = zeros(n, n);
zero_mm = zeros(m, m);

M = [masa, zero_nn, zero_mn;
     zero_nn, masa, zero_mn;
     zero_mn', zero_mn', J];

%% ===== ANÁLISIS MODAL =====
% Calcular modos y frecuencias naturales
[V, W] = eig(K, M);
[Vx, Wx] = eig(Kx, masa);
[Vy, Wy] = eig(Ky, masa);

% Extraer y ordenar las frecuencias naturales
[freq_naturales, indices] = sort(sqrt(diag(W)));
[freq_naturales_x, indices_x] = sort(sqrt(diag(Wx)));
[freq_naturales_y, indices_y] = sort(sqrt(diag(Wy)));

% Reordenar los vectores propios
V = V(:, indices);
Vx = Vx(:, indices_x);
Vy = Vy(:, indices_y);

% Calcular frecuencias en Hz y periodo
freq_naturales2 = freq_naturales / (2 * pi);
freq_naturales2_x = freq_naturales_x / (2 * pi);
freq_naturales2_y = freq_naturales_y / (2 * pi);

T = 1 ./ freq_naturales2;
T_x = 1 ./ freq_naturales2_x;
T_y = 1 ./ freq_naturales2_y;

% Crear numeración ordenada de los modos
modos = (1:length(freq_naturales))';

%% ===== IDENTIFICACIÓN DE DIRECCIÓN DE MODOS =====
Direccion = strings(size(freq_naturales));
margen = 0.05;

for i = 1:length(freq_naturales)
    if any(abs(freq_naturales(i) - freq_naturales_x) <= margen *
freq_naturales_x)

```

```

        Direccion(i) = 'x';
    elseif any(abs(freq_naturales(i) - freq_naturales_y) <= margen *
freq_naturales_y)
        Direccion(i) = 'y';
    else
        Direccion(i) = '-';
    end
end

freq_naturales = round(freq_naturales, 2);
freq_naturales2 = round(freq_naturales2, 2);
T = round(T, 3);

%% ===== PRESENTACIÓN DE RESULTADOS =====
% Formatear los valores numéricos
f_rad = round(freq_naturales, 2);      % 2 decimales
f_hz  = round(freq_naturales2, 2);     % 2 decimales
T_form = round(T, 3);                  % 3 decimales

% Crear tabla con valores formateados
resultados = table(modos, f_rad, f_hz, T_form, string(Direccion), ...
    'VariableNames', {'Modo', 'f (rad/s)', 'f (Hz)', 'T (seg)', 'Dirección'});

disp('Resultados dinámicos:');
disp(resultados);

% Mostrar tabla interactiva con formato
try
    fig = uifigure('Name', 'Resultados Dinámicos', 'NumberTitle', 'off');

    t = uitable(fig, 'Data', resultados{:, :}, ...
        'ColumnName', resultados.Properties.VariableNames, ...
        'Position', [80, 80, 400, 300], ...
        'RowName', [], ...
        'FontName', 'Times New Roman', ...
        'ColumnEditable', false);

    % Centrar el texto de todas las columnas
    numCols = size(resultados, 2);
    jscroll = findjobj(t); % Acceder al componente Java subyacente
    jTable = jscroll.getViewport.getView;
    for k = 0:numCols-1
        jTable.getColumnModel.getColumn(k).setCellRenderer(javax.swing.table.DefaultTableCellRenderer());
        renderer = jTable.getColumnModel.getColumn(k).getCellRenderer;
        renderer.setHorizontalAlignment(javax.swing.SwingConstants.CENTER);
    end

catch
    disp('No se pudo crear la tabla interactiva, mostrando en consola.');
```

```

%% ===== VISUALIZACIÓN DE MODOS DE VIBRACIÓN =====

% ===== GENERACIÓN DE GRILLA 3D =====
% Crear grilla completa con todas las coordenadas posibles
X_coords = ejesX_acumulado;
Y_coords = ejesY_acumulado;
Z_coords = H; % Alturas acumuladas (incluye base en 0)

% Crear matriz de existencia de nodos (mismo tamaño que la grilla)
nodo_existe = false(length(Y_coords), length(X_coords), length(Z_coords));

% Verificar existencia de nodos en cada posición de la grilla
for k = 1:length(Z_coords)
    for i = 1:length(X_coords)
        for j = 1:length(Y_coords)
            % Para la cimentación (k=1), todos los nodos existen
            if k == 1
                nodo_existe(j, i, k) = true;
            else
                % Para niveles superiores, verificar rigidez
                nivel_actual = k - 1; % Porque Z_coords incluye base
                if nivel_actual <= size(K_Lateral_X_Total, 3)
                    tiene_rigidez_x = (K_Lateral_X_Total(j, i, nivel_actual) >
0);
                    tiene_rigidez_y = (K_Lateral_Y_Total(j, i, nivel_actual) >
0);
                    nodo_existe(j, i, k) = tiene_rigidez_x || tiene_rigidez_y;
                end
            end
        end
    end
end

%% ===== VISUALIZACIÓN DE MODOS DE VIBRACIÓN =====
escala = 0.03;
N_modos = min(3*Niveles, size(V, 2));
outputFolder = 'ModosSVG';
if ~exist(outputFolder, 'dir'); mkdir(outputFolder); end

% Configurar fuente Times New Roman
set(0, 'DefaultAxesFontName', 'Times New Roman');
set(0, 'DefaultTextFontName', 'Times New Roman');

for modo = 1:N_modos
    figure('Name', sprintf('Modo %d', modo), ...
        'NumberTitle', 'off', 'Position', [100, 100, 1200, 800]);
    hold on; grid on; axis equal;
    view(45, 30);

    % Configurar etiquetas con Times New Roman
    xlabel('X (m)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 12);
    ylabel('Y (m)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 12);
    zlabel('Altura (m)', 'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 12);
end

```

```

% Título sin dirección
title(sprintf('Modo %d - f = %.2f Hz - T = %.2f s', ...
    modo, freq_naturales2(modo), T(modo)), ...
    'FontName', 'Times New Roman', 'FontSize', 14);

% === Estructura No Deformada (gris) ===
for k = 1:length(Z_coords)
    for i = 1:length(X_coords)
        for j = 1:length(Y_coords)
            if nodo_existe(j, i, k)
                scatter3(X_coords(i), Y_coords(j), Z_coords(k), ...
                    40, [0.5 0.5 0.5], 'filled');
            end
        end
    end
end

% === Conexiones Estructurales No Deformadas (SOLO ORTOGONALES) ===
for k = 1:length(Z_coords)
    for i = 1:length(X_coords)
        for j = 1:length(Y_coords)
            if nodo_existe(j, i, k)
                % Conexiones en X (mismo nivel, misma Y) - SOLO ADYACENTES
                if i < length(X_coords) && nodo_existe(j, i+1, k)
                    plot3([X_coords(i), X_coords(i+1)], ...
                        [Y_coords(j), Y_coords(j)], ...
                        [Z_coords(k), Z_coords(k)], ...
                        'Color', [0.5 0.5 0.5], 'LineWidth', 1);
                end

                % Conexiones en Y (mismo nivel, misma X) - SOLO ADYACENTES
                if j < length(Y_coords) && nodo_existe(j+1, i, k)
                    plot3([X_coords(i), X_coords(i)], ...
                        [Y_coords(j), Y_coords(j+1)], ...
                        [Z_coords(k), Z_coords(k)], ...
                        'Color', [0.5 0.5 0.5], 'LineWidth', 1);
                end

                % Conexiones en Z (misma posición X,Y) - SOLO VERTICALES
                if k < length(Z_coords) && nodo_existe(j, i, k+1)
                    plot3([X_coords(i), X_coords(i)], ...
                        [Y_coords(j), Y_coords(j)], ...
                        [Z_coords(k), Z_coords(k+1)], ...
                        'Color', [0.5 0.5 0.5], 'LineWidth', 1);
                end
            end
        end
    end
end

% === Estructura Deformada (color) ===
dy = V(1:Niveles, modo) * escala;
dx = V(Niveles+1:2*Niveles, modo) * escala;
rot = V(2*Niveles+1:3*Niveles, modo) * escala;

```

```

% Dibujar nodos deformados
for k = 2:length(Z_coords)
    nivel = k - 1;
    if nivel > Niveles, continue; end

    for i = 1:length(X_coords)
        for j = 1:length(Y_coords)
            if nodo_existe(j, i, k)
                x = X_coords(i);
                y = Y_coords(j);
                z = Z_coords(k);

                Xc = Xcm(nivel);
                Yc = Ycm(nivel);

                % Transformación de cuerpo rígido
                x_def = x + dx(nivel) - rot(nivel) * (y - Yc);
                y_def = y + dy(nivel) + rot(nivel) * (x - Xc);
                z_def = z;

                scatter3(x_def, y_def, z_def, 60, 'b', 'filled',
'MarkerEdgeColor', 'k');
            end
        end
    end
end

% === CONEXIONES DEFORMADAS (INCLUYENDO BASE) ===
for k = 1:length(Z_coords)
    nivel_actual = k - 1;

    for i = 1:length(X_coords)
        for j = 1:length(Y_coords)
            if nodo_existe(j, i, k)
                % CONEXIÓN CON LA BASE
                if k == 1 && k < length(Z_coords) && nodo_existe(j, i, k+1)
                    x_base = X_coords(i);
                    y_base = Y_coords(j);
                    z_base = Z_coords(1);

                    nivel_primer = 1;
                    x_primer = X_coords(i);
                    y_primer = Y_coords(j);
                    Xc1 = Xcm(nivel_primer);
                    Yc1 = Ycm(nivel_primer);

                    x1_def = x_primer + dx(nivel_primer) - rot(nivel_primer)
* (y_primer - Yc1);
                    y1_def = y_primer + dy(nivel_primer) + rot(nivel_primer)
* (x_primer - Xc1);
                    z1_def = Z_coords(2);
                end
            end
        end
    end
end

```

```

z1_def], ...
        plot3([x_base, x1_def], [y_base, y1_def], [z_base,
            'b', 'LineWidth', 2);

% CONEXIONES VERTICALES ENTRE NIVELES
elseif k > 1 && k < length(Z_coords) && nodo_existe(j, i,
k+1)
    nivel_siguiete = k;

    if nivel_actual > Niveles || nivel_siguiete > Niveles
        continue;
    end

    x = X_coords(i);
    y = Y_coords(j);

    Xc1 = Xcm(nivel_actual);
    Yc1 = Ycm(nivel_actual);
    Xc2 = Xcm(nivel_siguiete);
    Yc2 = Ycm(nivel_siguiete);

    x1_def = x + dx(nivel_actual) - rot(nivel_actual) * (y -
Yc1);
    y1_def = y + dy(nivel_actual) + rot(nivel_actual) * (x -
Xc1);
    z1 = Z_coords(k);

    x2_def = x + dx(nivel_siguiete) - rot(nivel_siguiete)
* (y - Yc2);
    y2_def = y + dy(nivel_siguiete) + rot(nivel_siguiete)
* (x - Xc2);
    z2 = Z_coords(k+1);

    plot3([x1_def x2_def], [y1_def y2_def], [z1 z2], ...
        'b', 'LineWidth', 2);
end

% CONEXIONES HORIZONTALES DEFORMADAS
if k > 1
    nivel = k - 1;

    % Conexión en X (adyacente)
    if i < length(X_coords) && nodo_existe(j, i+1, k)
        x1 = X_coords(i);
        y1 = Y_coords(j);
        x2 = X_coords(i+1);
        y2 = Y_coords(j);

        Xc = Xcm(nivel);
        Yc = Ycm(nivel);

        x1_def = x1 + dx(nivel) - rot(nivel) * (y1 - Yc);
        y1_def = y1 + dy(nivel) + rot(nivel) * (x1 - Xc);

```

```

        x2_def = x2 + dx(nivel) - rot(nivel) * (y2 - Yc);
        y2_def = y2 + dy(nivel) + rot(nivel) * (x2 - Xc);

        plot3([x1_def x2_def], [y1_def y2_def], [Z_coords(k)
Z_coords(k)], ...
            'b', 'LineWidth', 1.5);
    end

    % Conexión en Y (adyacente)
    if j < length(Y_coords) && nodo_existe(j+1, i, k)
        x1 = X_coords(i);
        y1 = Y_coords(j);
        x2 = X_coords(i);
        y2 = Y_coords(j+1);

        Xc = Xcm(nivel);
        Yc = Ycm(nivel);

        x1_def = x1 + dx(nivel) - rot(nivel) * (y1 - Yc);
        y1_def = y1 + dy(nivel) + rot(nivel) * (x1 - Xc);

        x2_def = x2 + dx(nivel) - rot(nivel) * (y2 - Yc);
        y2_def = y2 + dy(nivel) + rot(nivel) * (x2 - Xc);

        plot3([x1_def x2_def], [y1_def y2_def], [Z_coords(k)
Z_coords(k)], ...
            'b', 'LineWidth', 1.5);
    end
end
end
end
end
end

% === LOSAS DEFORMADAS (MÉTODO ALTERNATIVO - SIN convhull) ===
for k = 2:length(Z_coords)
    nivel = k - 1;
    if nivel > Niveles, continue; end

    % Crear malla de elementos rectangulares en lugar de polígono convexo
    for i = 1:length(X_coords)-1
        for j = 1:length(Y_coords)-1
            % Verificar si los 4 nodos de este elemento existen
            if nodo_existe(j, i, k) && nodo_existe(j, i+1, k) && ...
                nodo_existe(j+1, i, k) && nodo_existe(j+1, i+1, k)

                % Coordenadas de los 4 vértices
                x_verts = [X_coords(i), X_coords(i+1), X_coords(i+1),
X_coords(i)];
                y_verts = [Y_coords(j), Y_coords(j), Y_coords(j+1),
Y_coords(j+1)];

                % Aplicar deformación a los vértices
                x_rel = x_verts - Xcm(nivel);

```

```

        y_rel = y_verts - Ycm(nivel);

        x_def = x_verts + dx(nivel) - rot(nivel) * y_rel;
        y_def = y_verts + dy(nivel) + rot(nivel) * x_rel;
        z_def = Z_coords(k) * ones(size(x_def));

        % Dibujar el elemento de losa
        fill3(x_def, y_def, z_def, [0.3 0.6 1.0], ...
            'FaceAlpha', 0.15, 'EdgeColor', 'b', 'LineWidth',
0.5);
            end
        end
    end

    hold off;

    % Guardar figura
    try
        saveas(gcf, fullfile(outputFolder, sprintf('Modo_%02d.svg', modo)),
'svg');
    catch
        warning('No se pudo guardar la figura para el modo %d', modo);
    end
end

% Restaurar fuentes por defecto
set(0, 'DefaultAxesFontName', 'remove');
set(0, 'DefaultTextFontName', 'remove');

disp('Visualización de modos completada.');
```

Anexo C

Calibración de acelerómetros

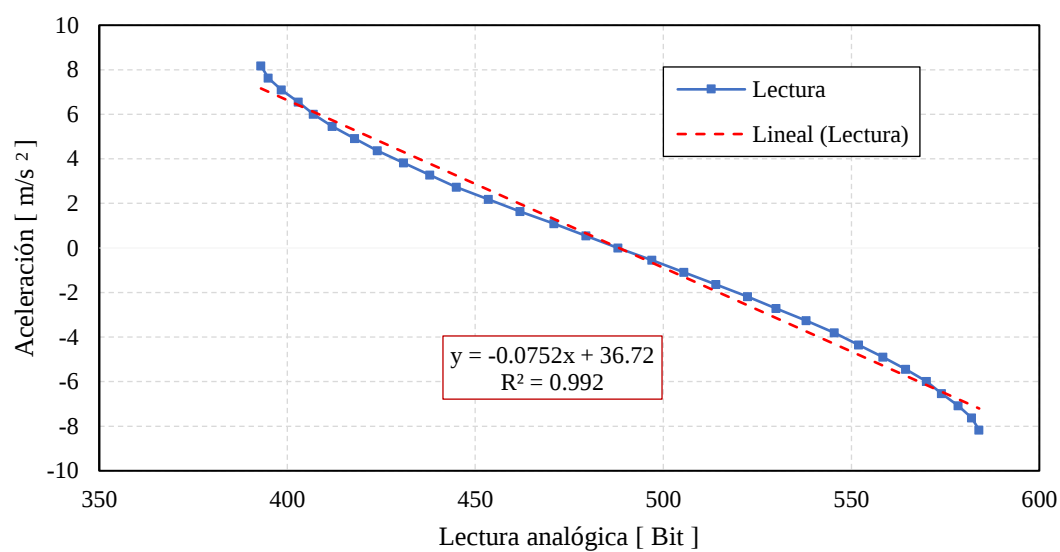


Figura C.1 Caracterización de polinomio eje X, acelerómetro Amarillo

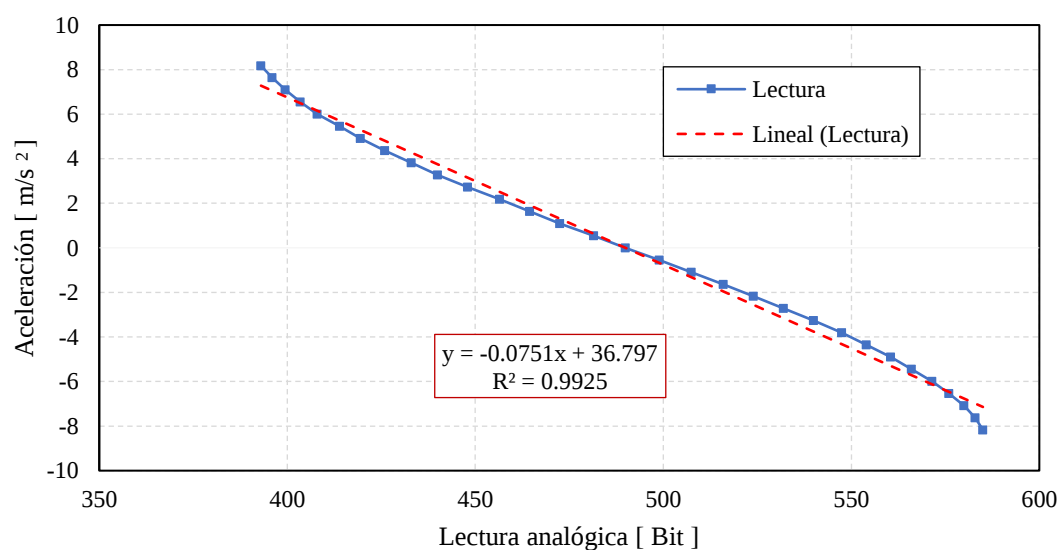


Figura C.2 Caracterización de polinomio eje Y, acelerómetro Amarillo

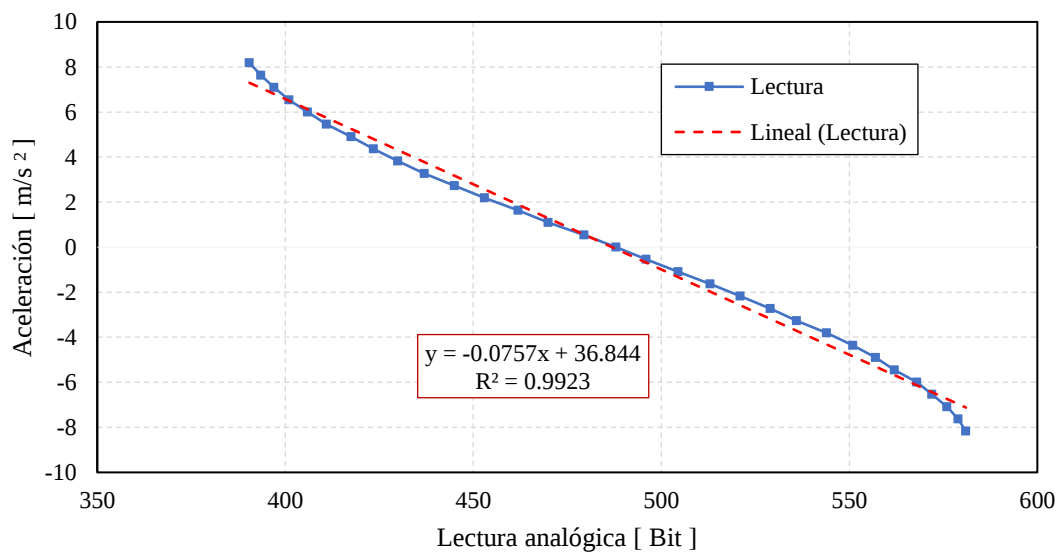


Figura C.3 Caracterización de polinomio eje Z, acelerómetro Amarillo

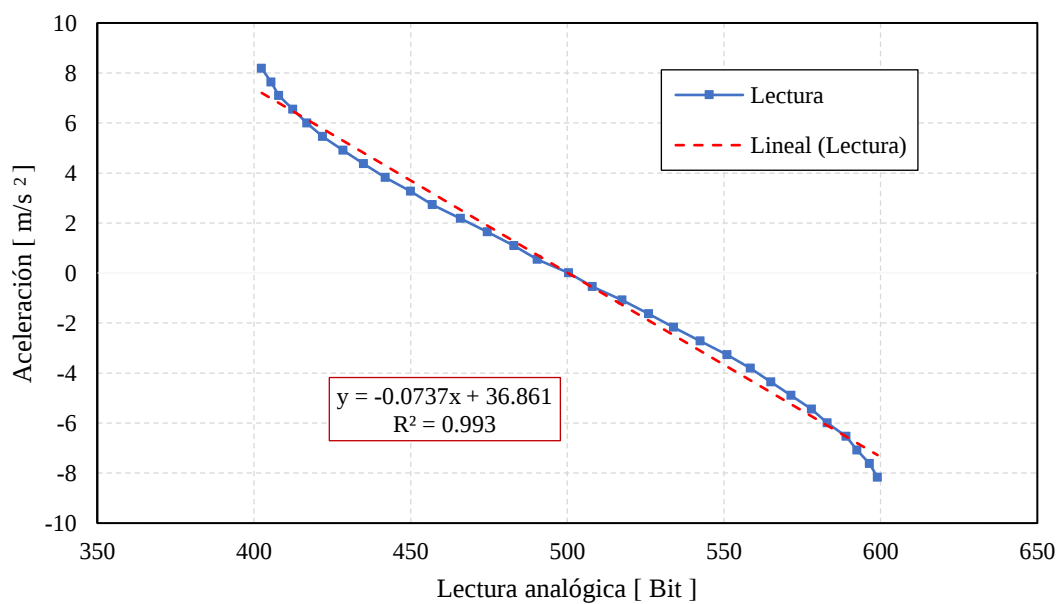


Figura C.4 Caracterización de polinomio eje X, acelerómetro Rojo

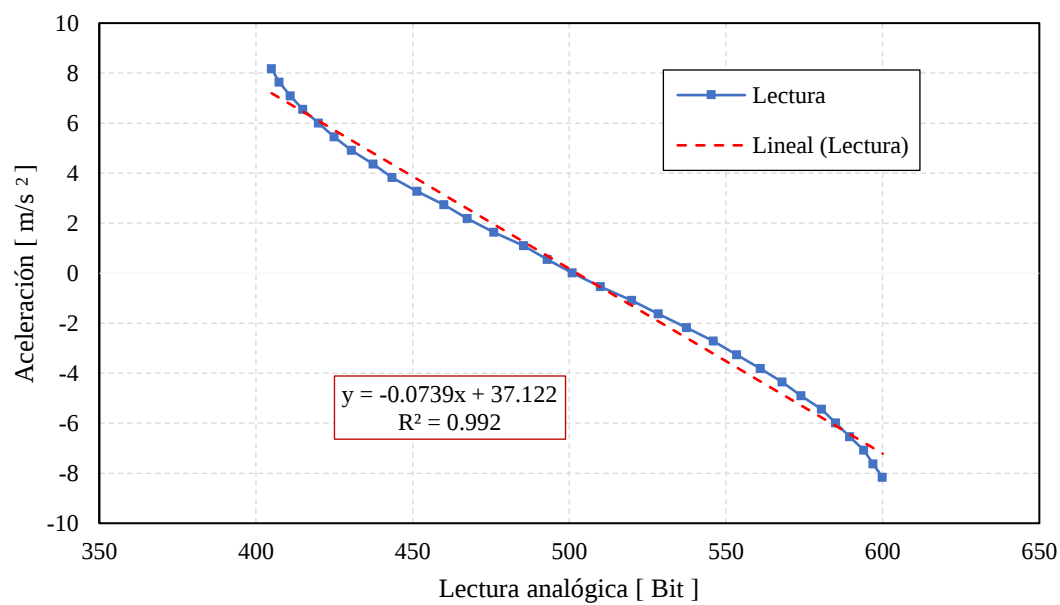


Figura C.5 Caracterización de polinomio eje Y, acelerómetro Rojo

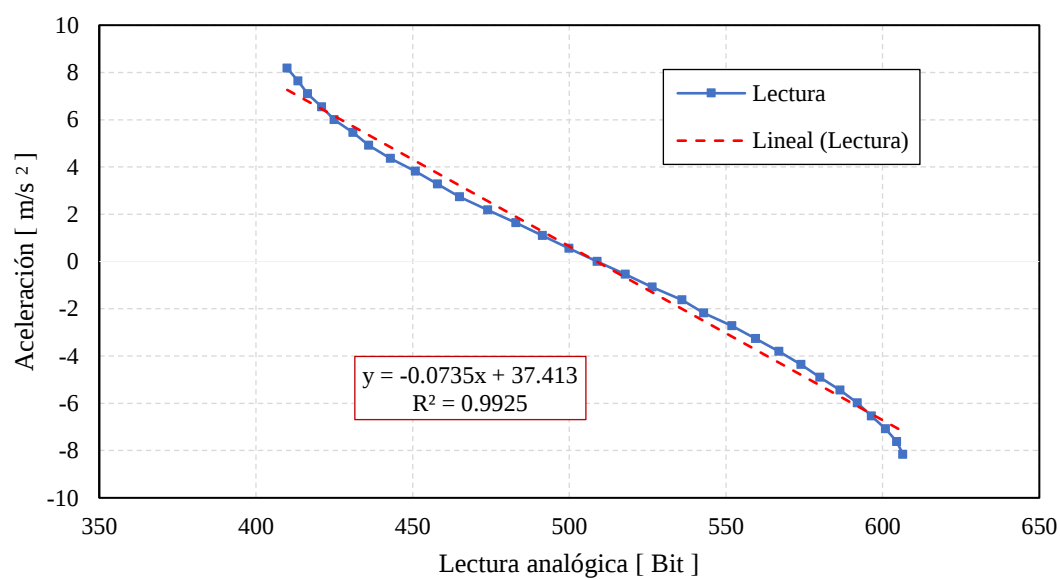


Figura C.6 Caracterización de polinomio eje Z, acelerómetro Rojo

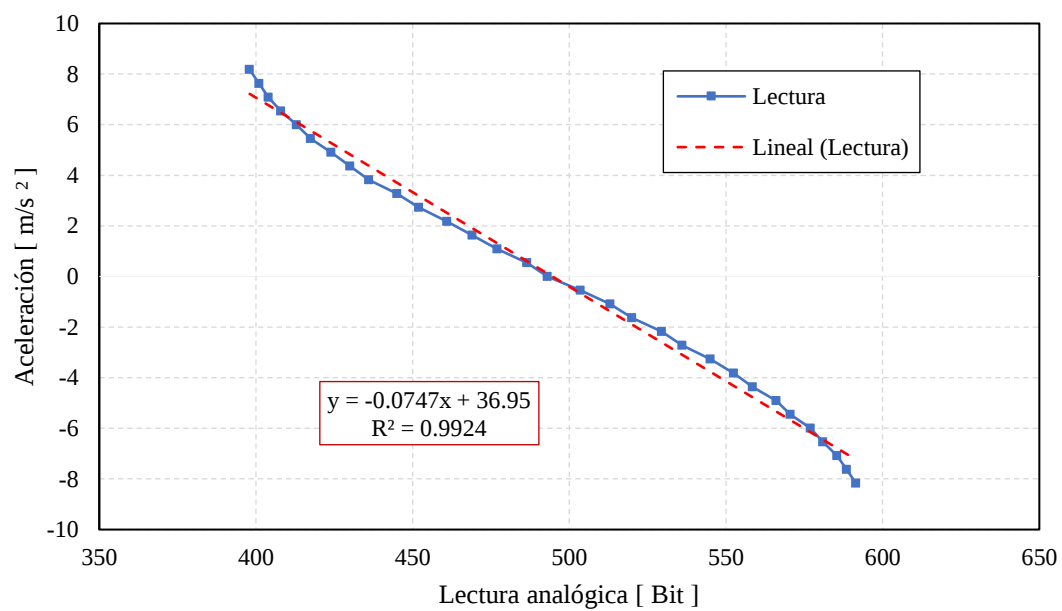


Figura C.7 Caracterización de polinomio eje X, acelerómetro Azul

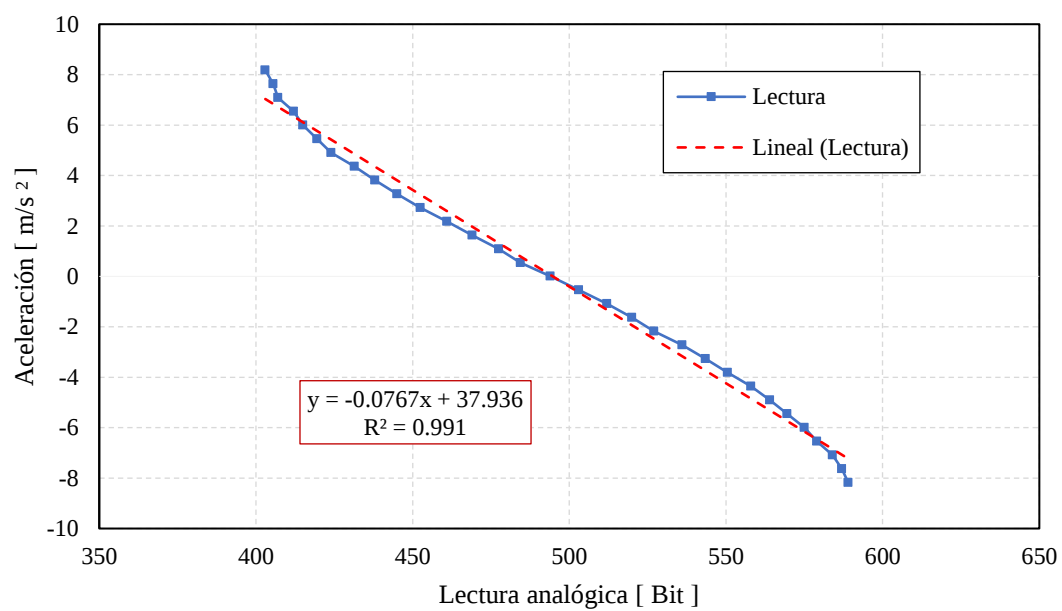


Figura C.8 Caracterización de polinomio eje Y, acelerómetro Azul

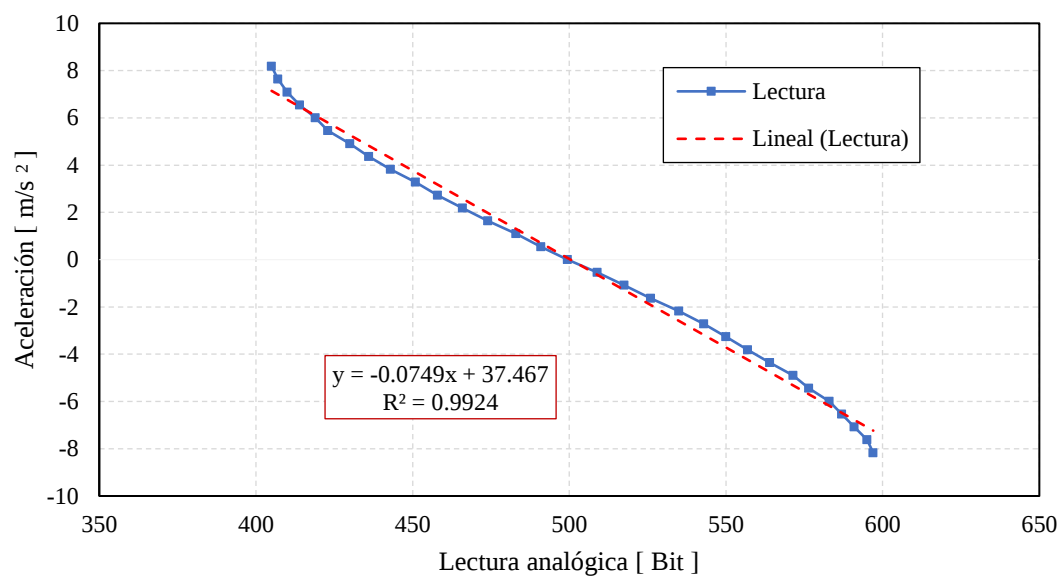


Figura C.9 Caracterización de polinomio eje Z, acelerómetro Azul

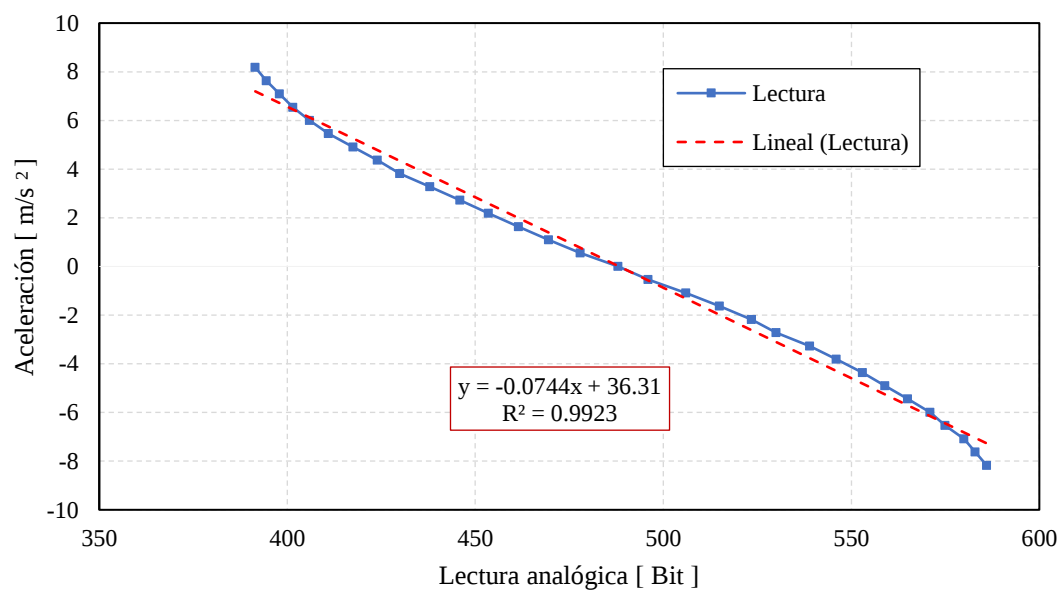


Figura C.10 Caracterización de polinomio eje X, acelerómetro Naranja

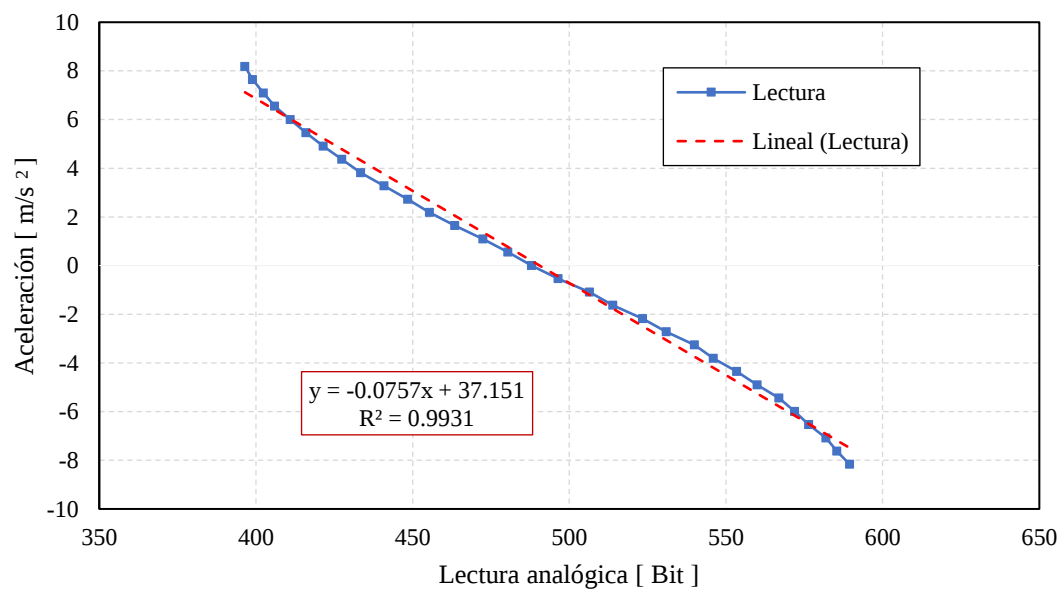


Figura C.11 Caracterización de polinomio eje Y, acelerómetro Naranja

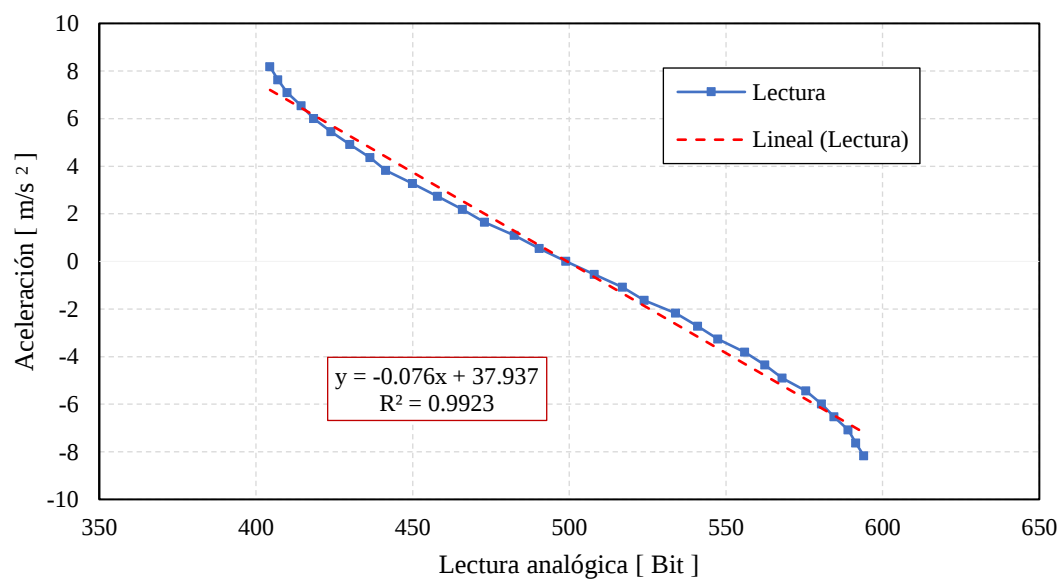


Figura C.12 Caracterización de polinomio eje Z, acelerómetro Naranja

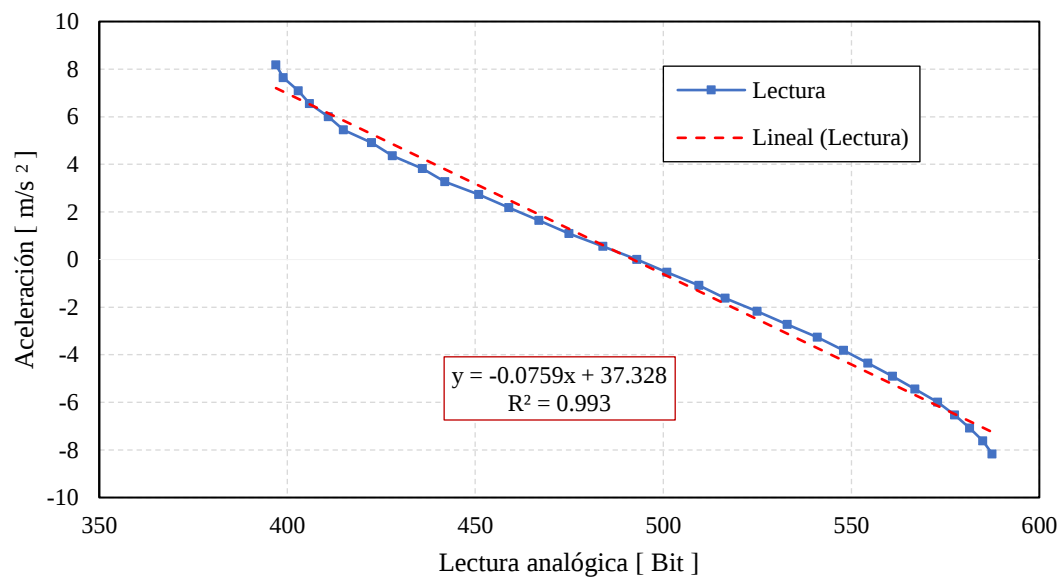


Figura C.13 Caracterización de polinomio eje X, acelerómetro Gris

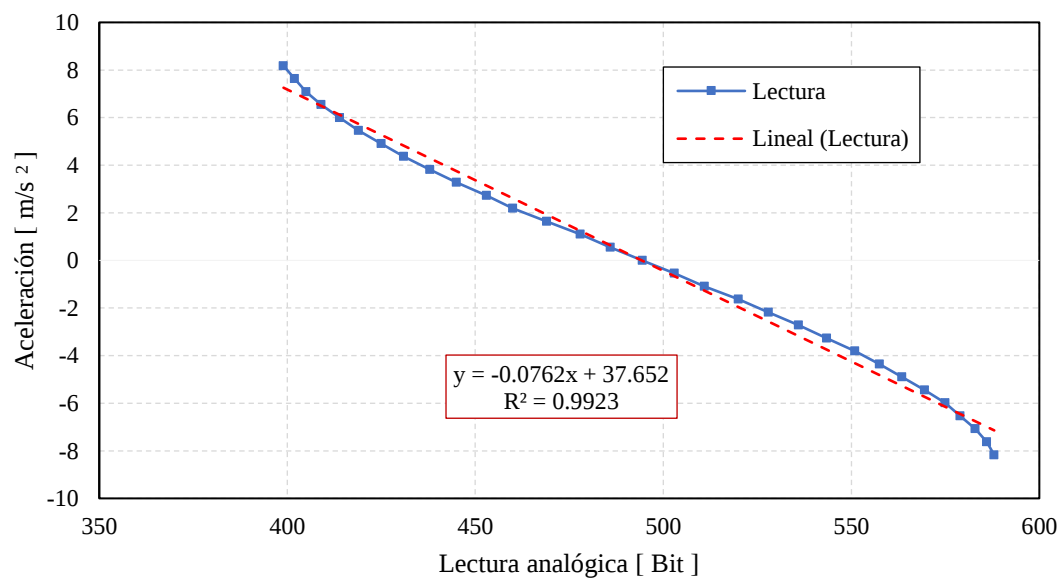


Figura C.14 Caracterización de polinomio eje Y, acelerómetro Gris

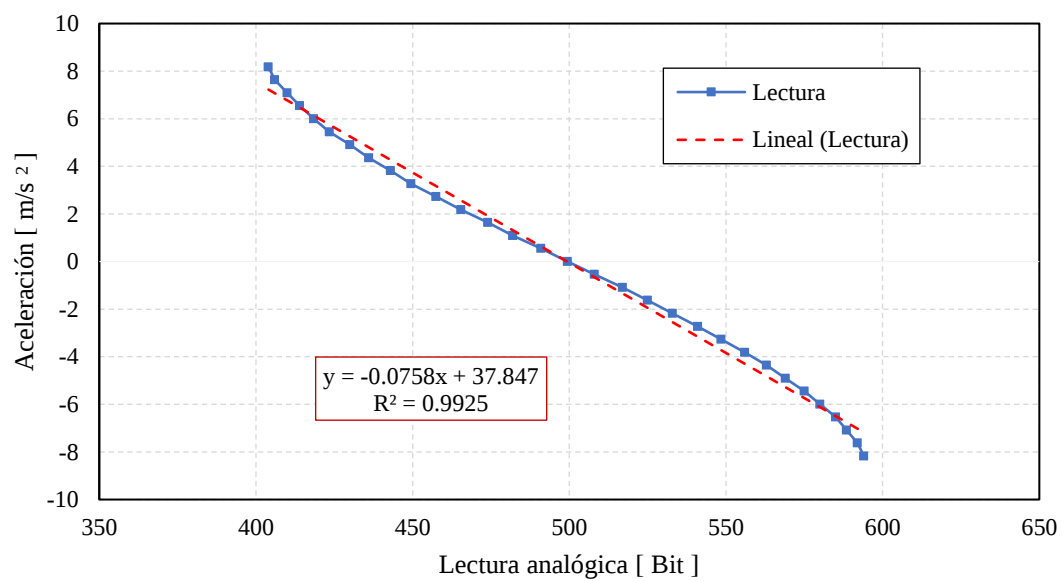


Figura C.15 Caracterización de polinomio eje Z, acelerómetro Gris

Anexo D

Formas modales

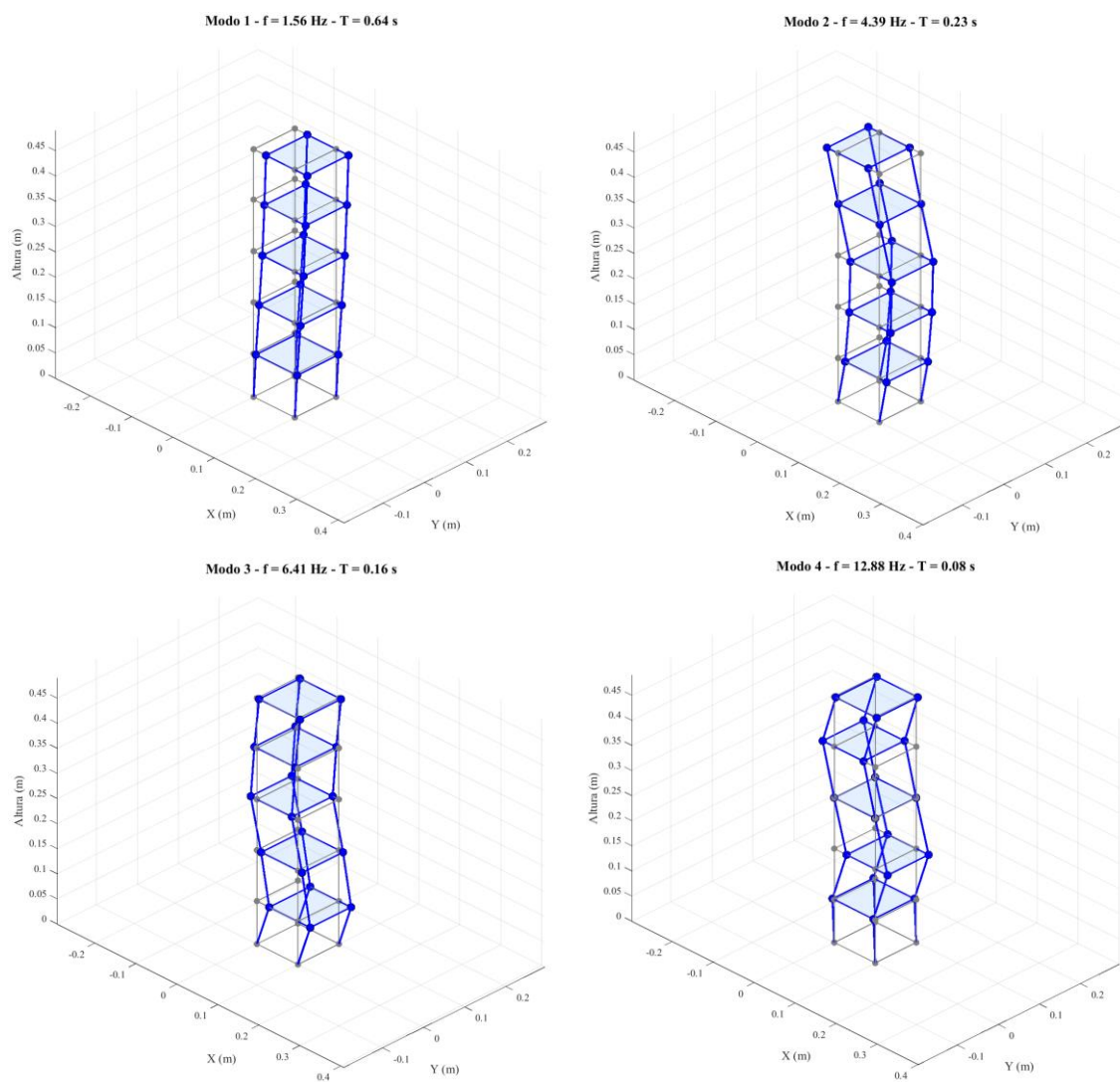


Figura D.1 Forma modales modelo 1, configuración de masa 1

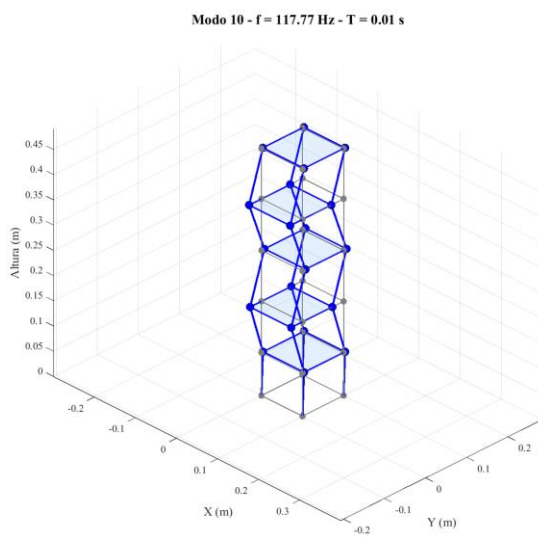
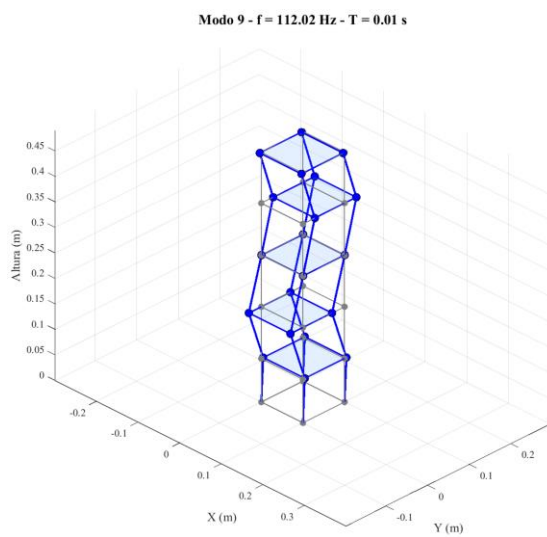
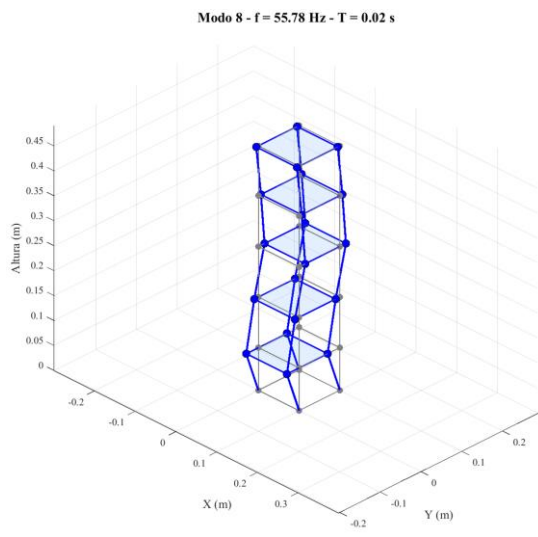
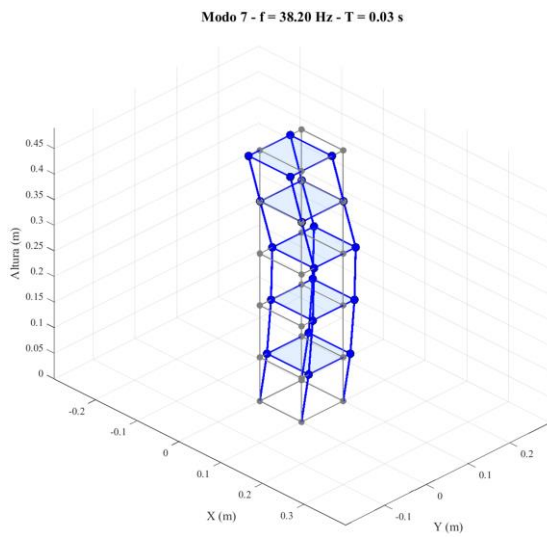
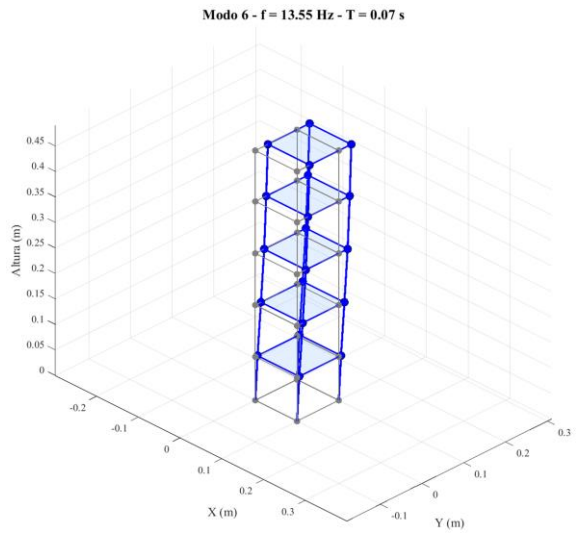
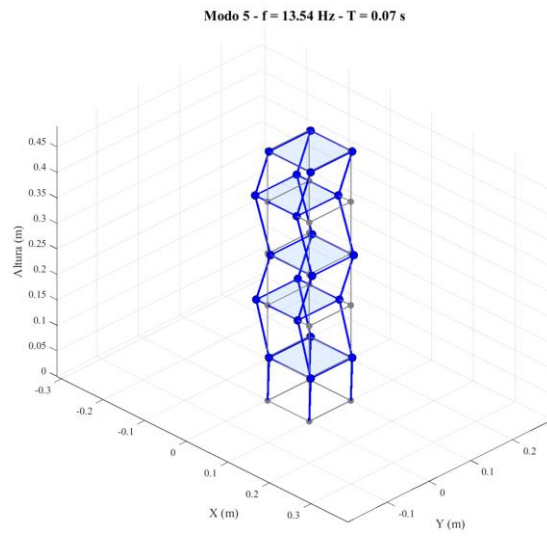


Figura D.1 Forma modales modelo 1, configuración de masa 1 (Continuación)

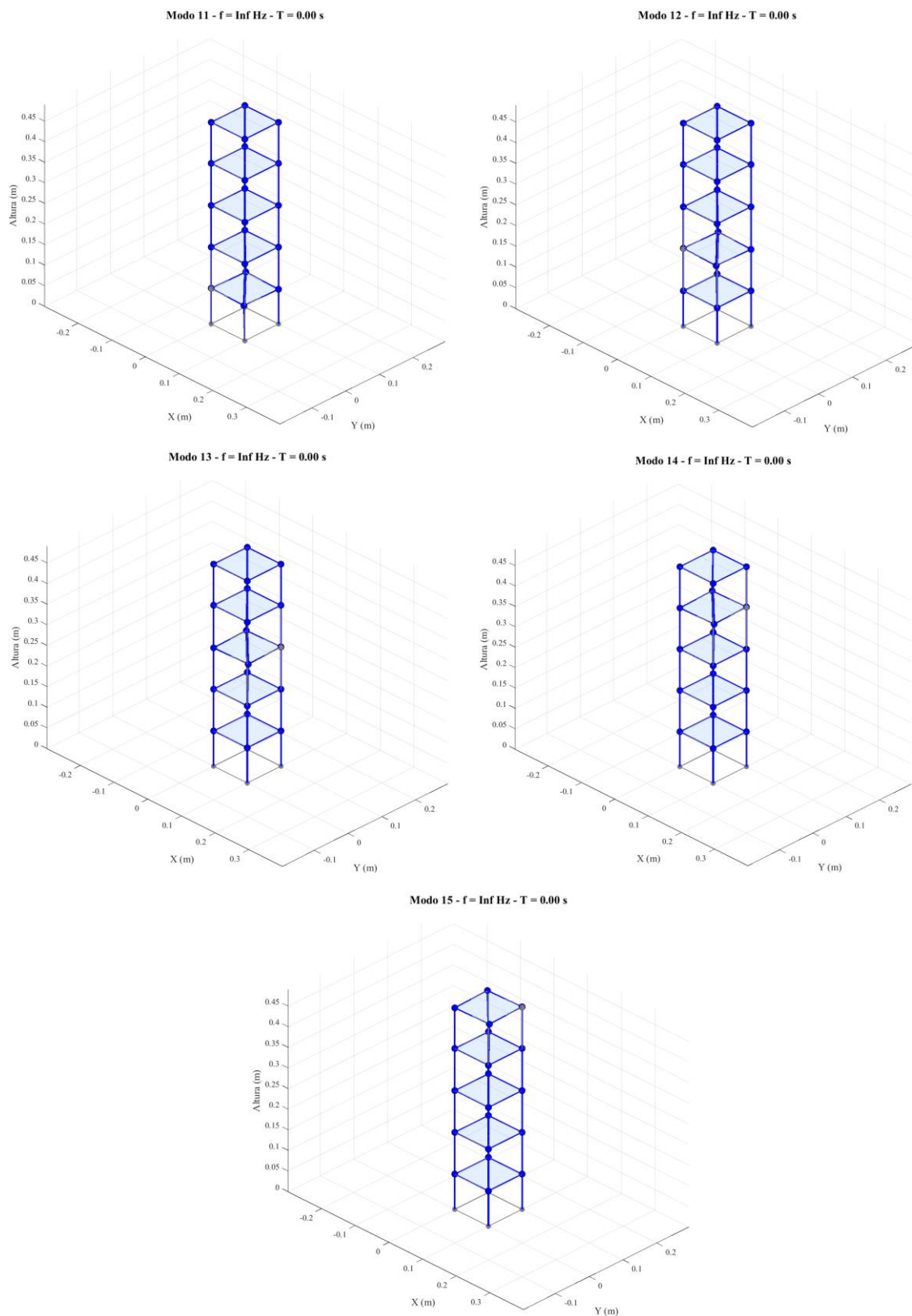


Figura D.1 Forma modales modelo 1, configuración de masa 1 (Continuación)

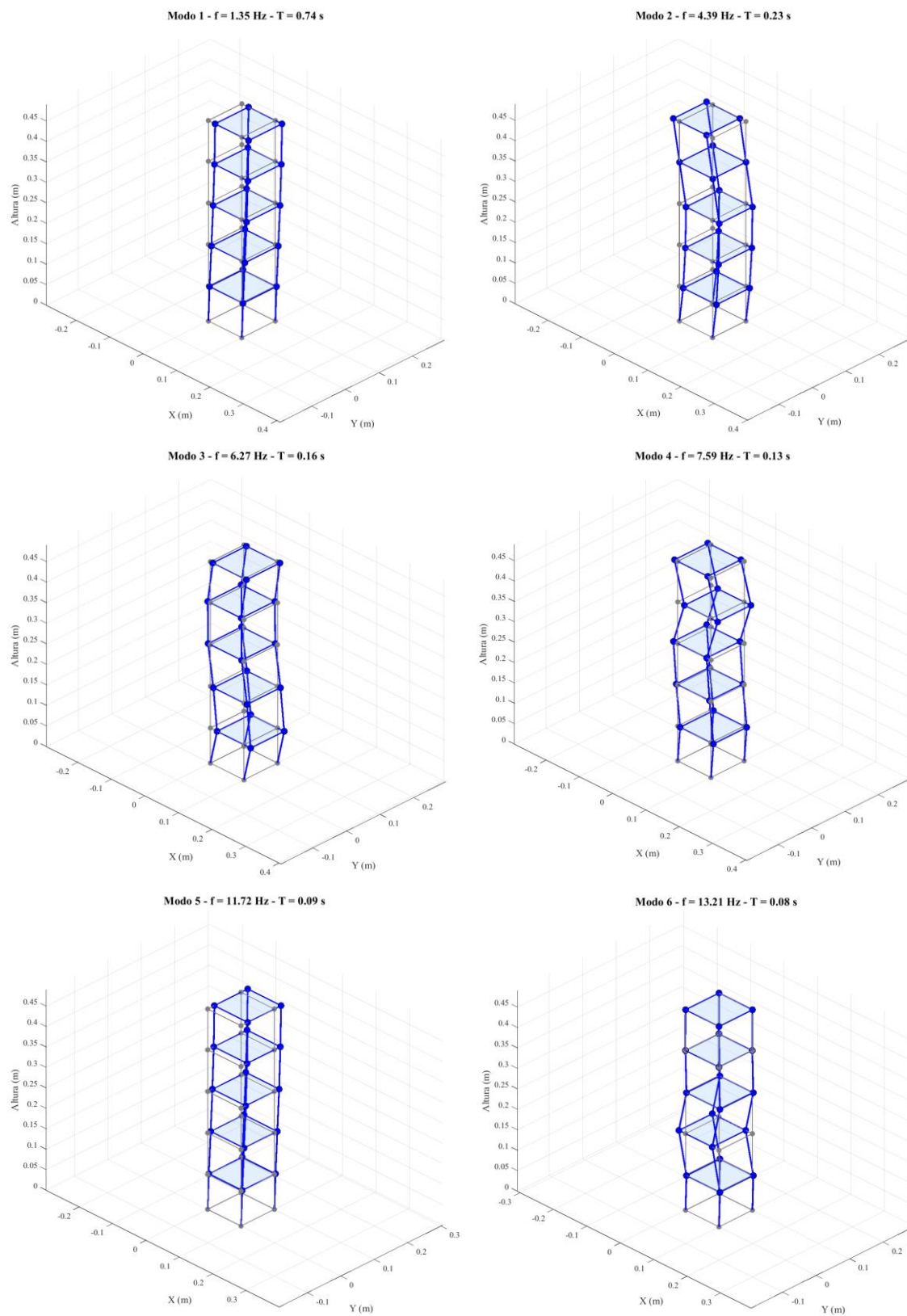


Figura D.2 Forma modales modelo 1, configuración de masa 2

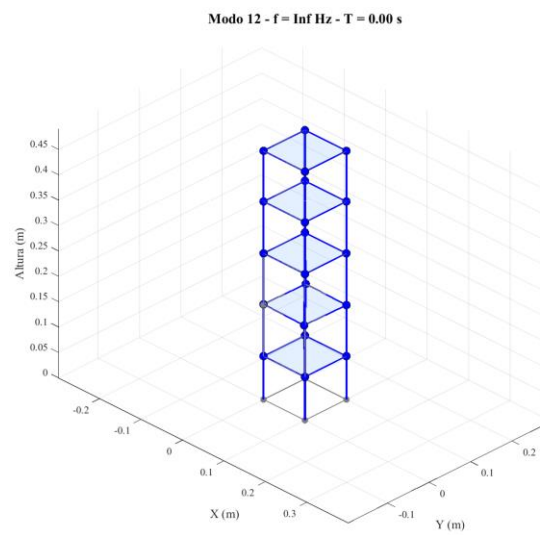
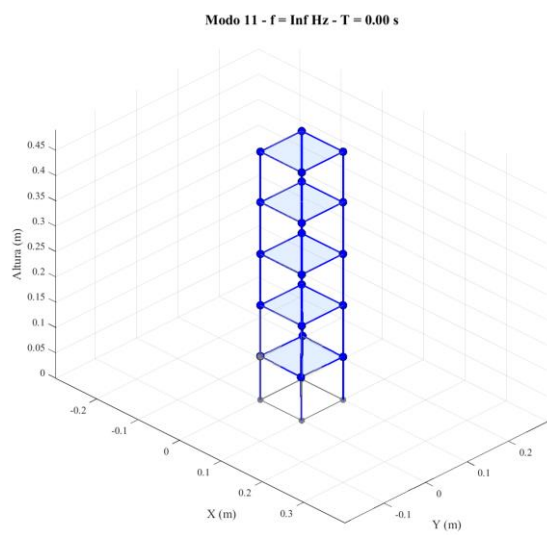
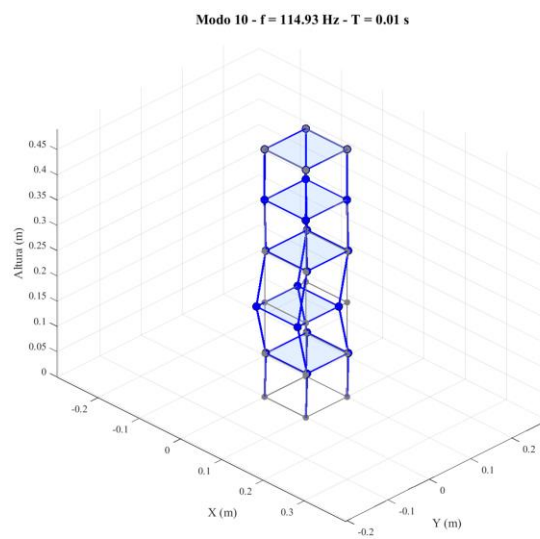
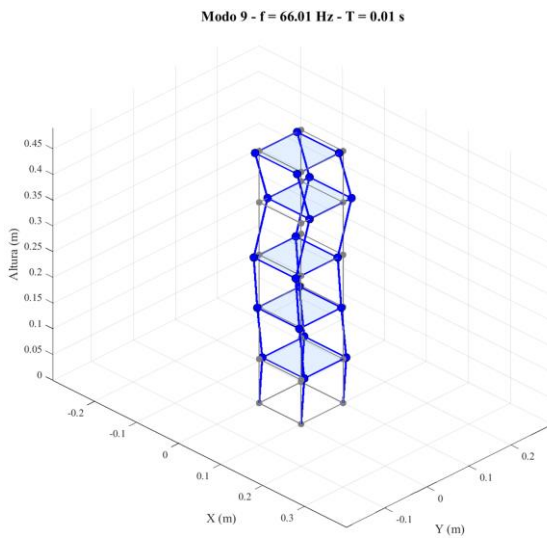
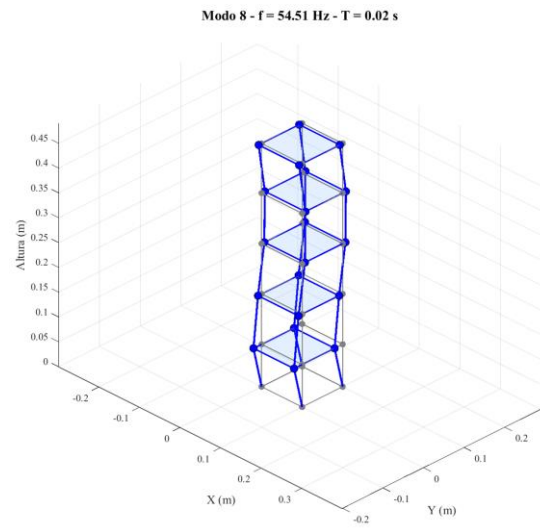
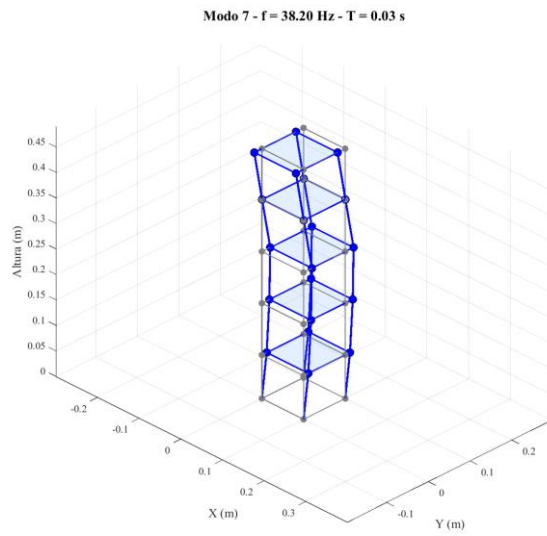


Figura D.2 Forma modales modelo 1, configuración de masa 2 (Continuación)

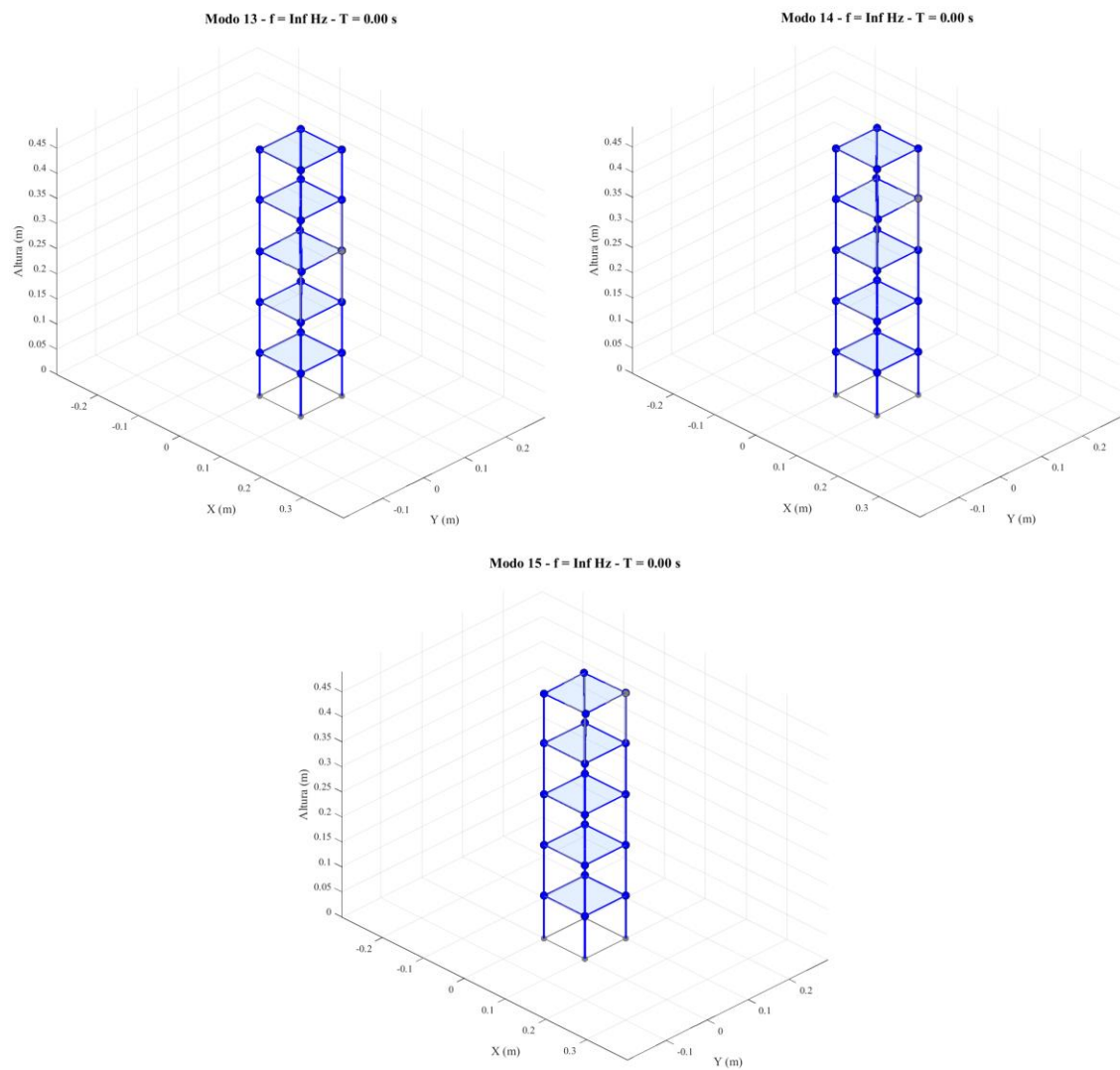


Figura D.2 Forma modales modelo 1, configuración de masa 2 (Continuación)

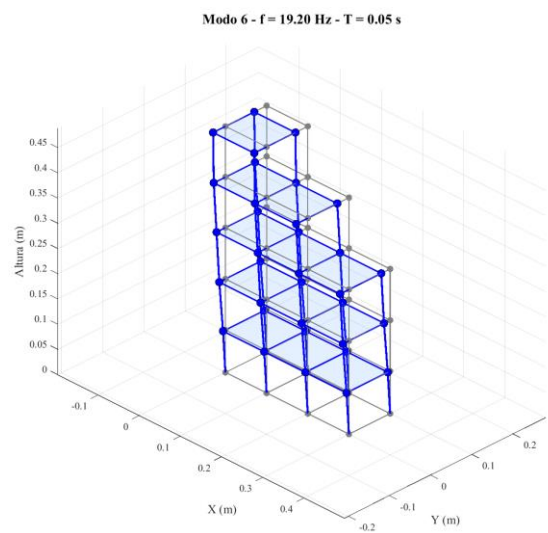
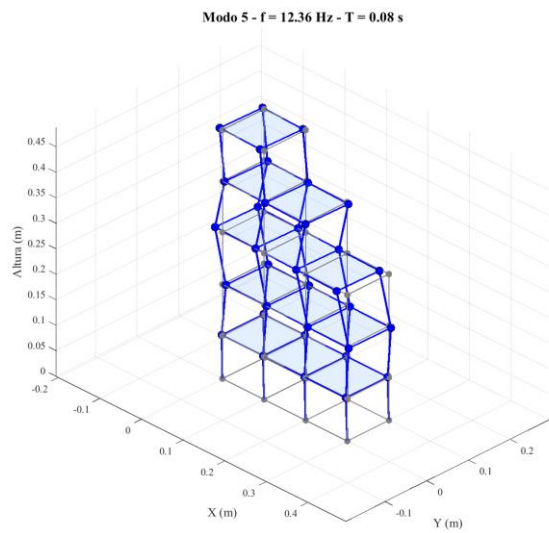
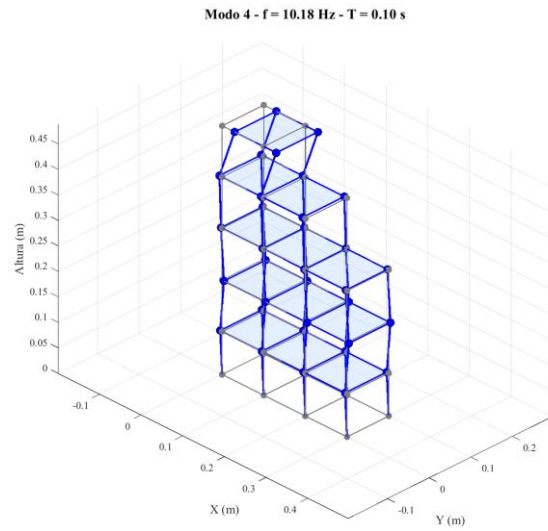
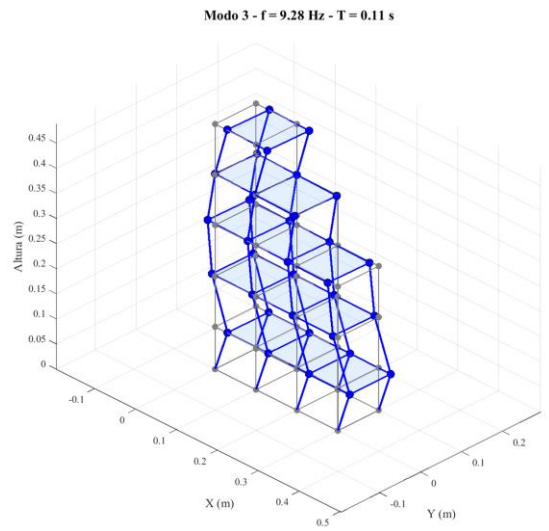
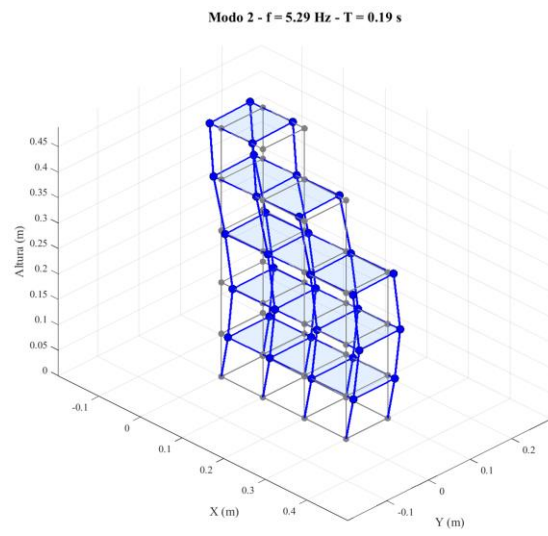
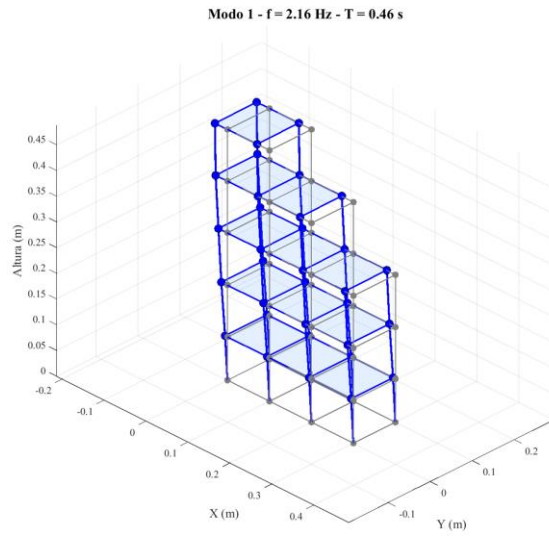


Figura D.3 Forma modales modelo 2, configuración de masa 1

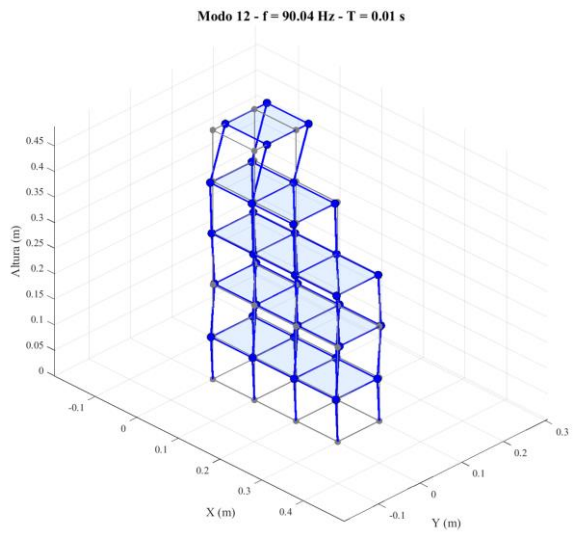
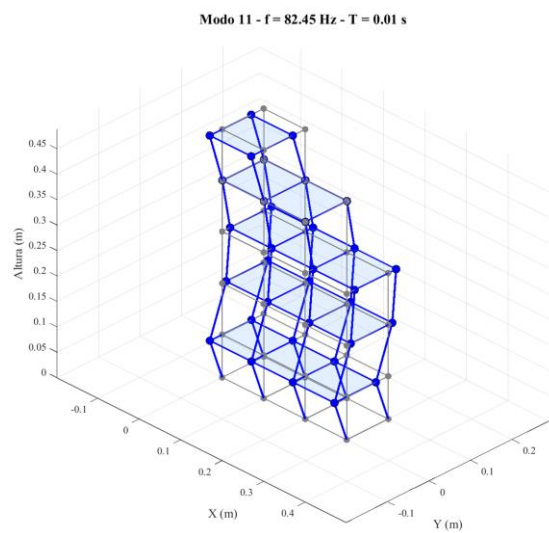
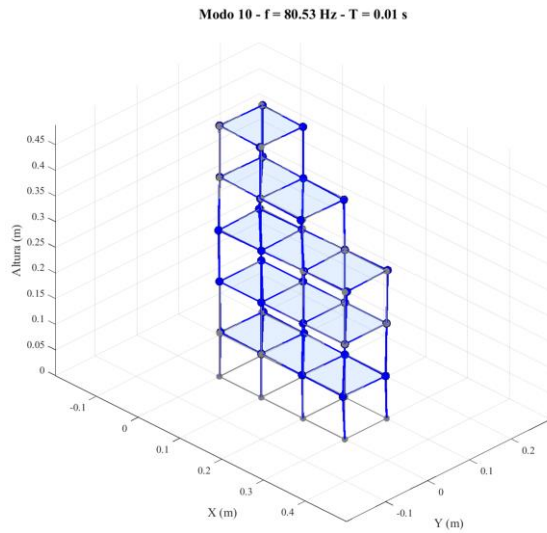
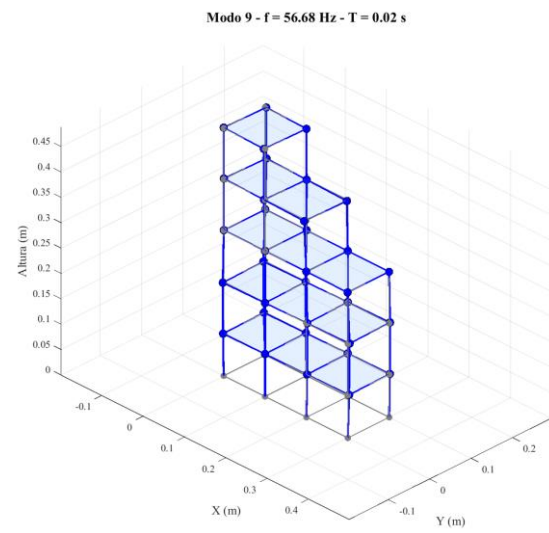
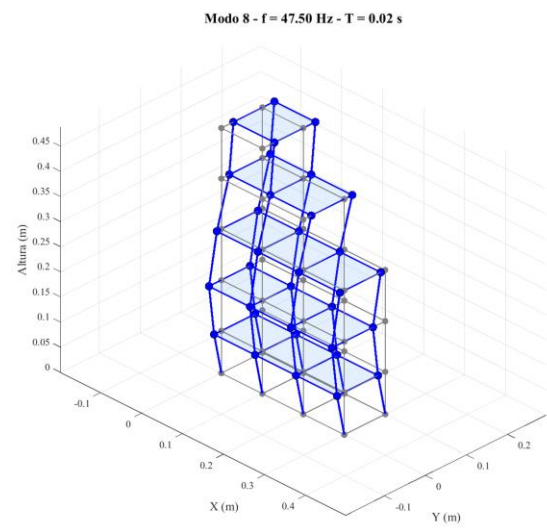
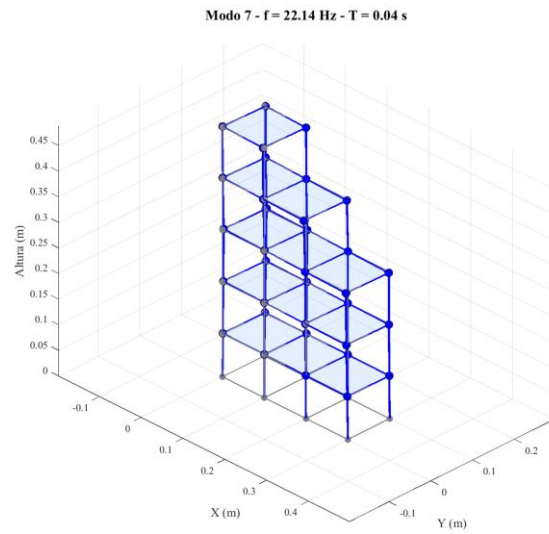


Figura D.3 Forma modales modelo 2, configuración de masa 1 (Continuación)

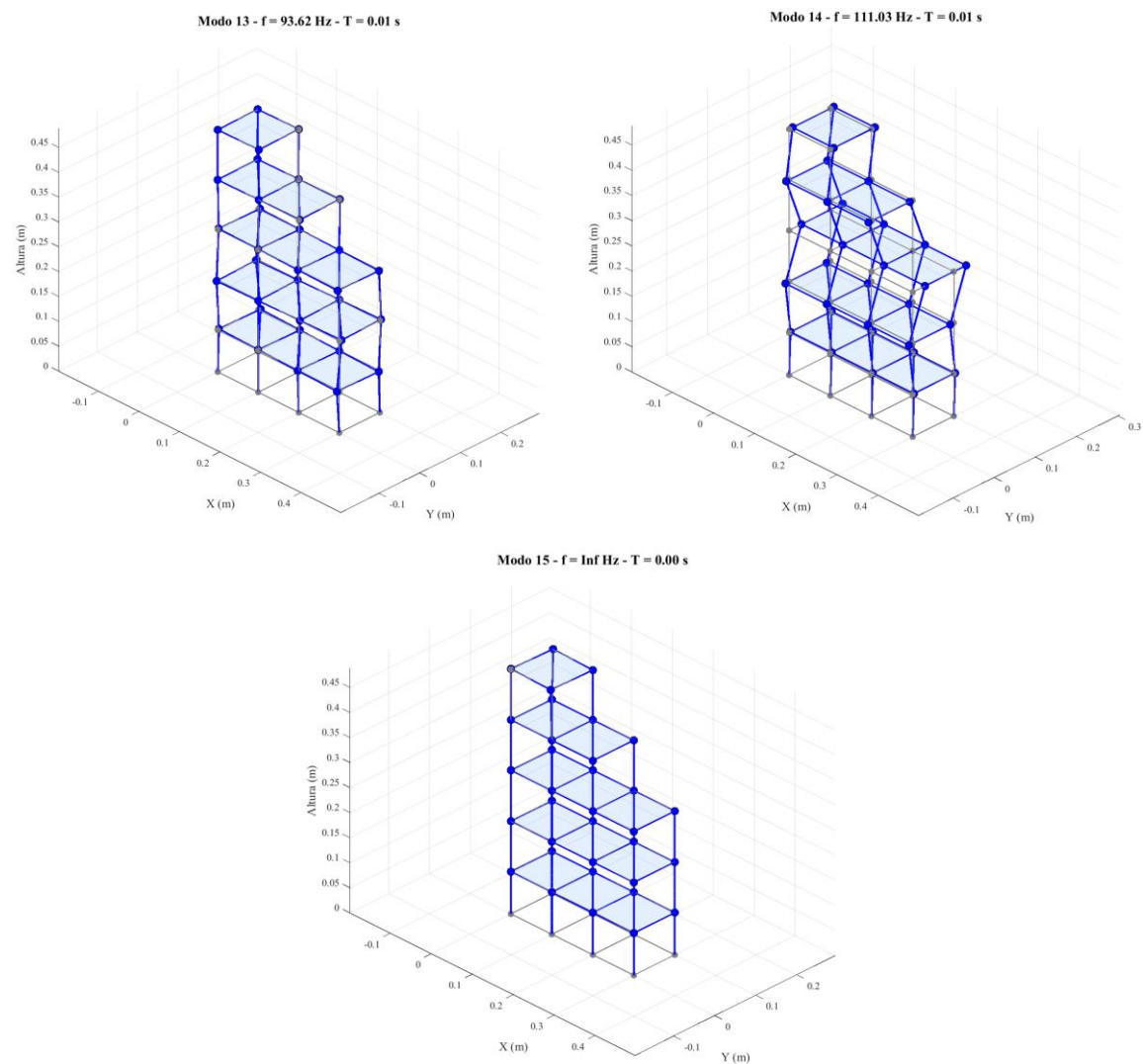


Figura D.3 Forma modales modelo 2, configuración de masa 1 (Continuación)

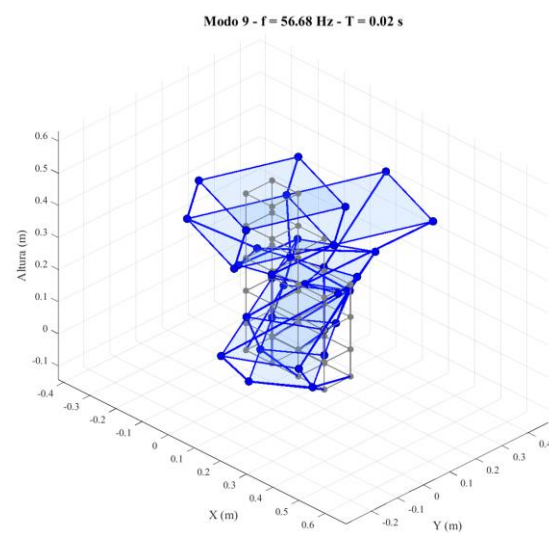
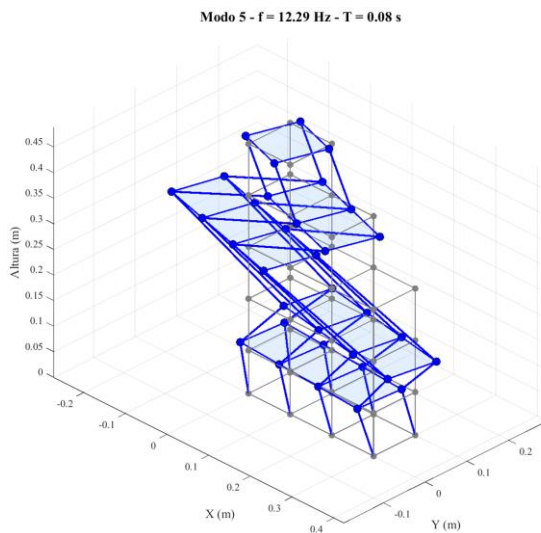
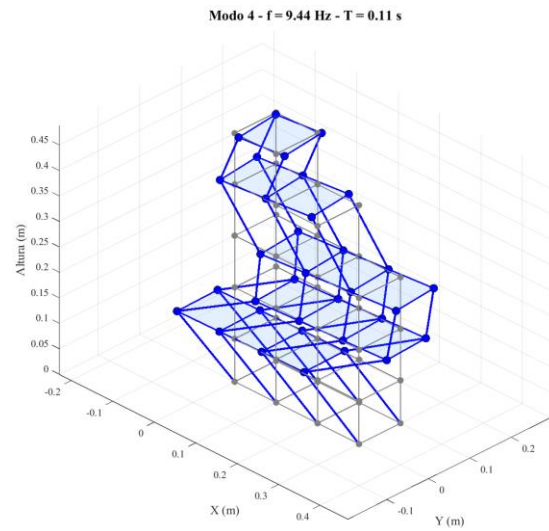
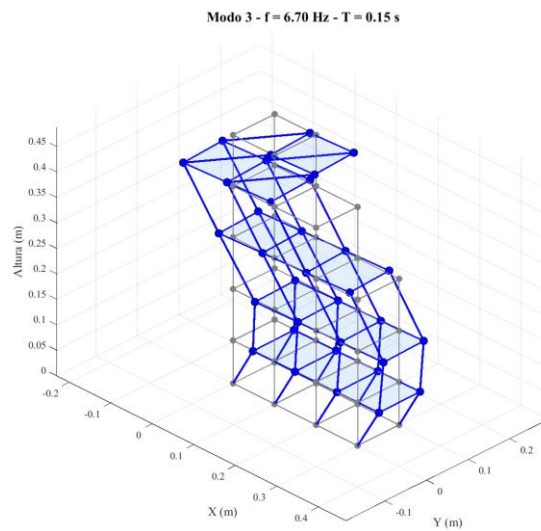
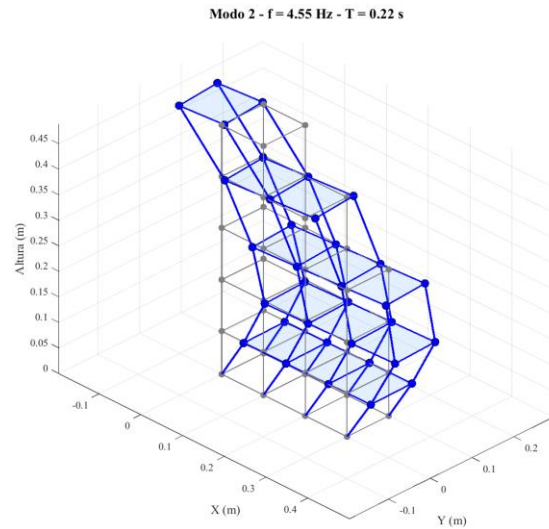
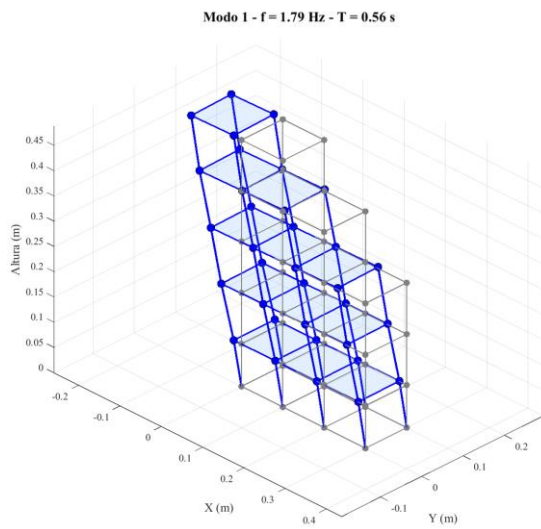


Figura D.4 Forma modales modelo 2, configuración de masa 2

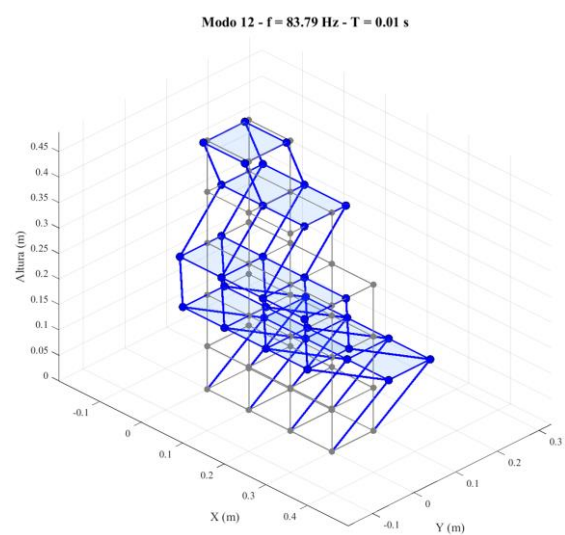
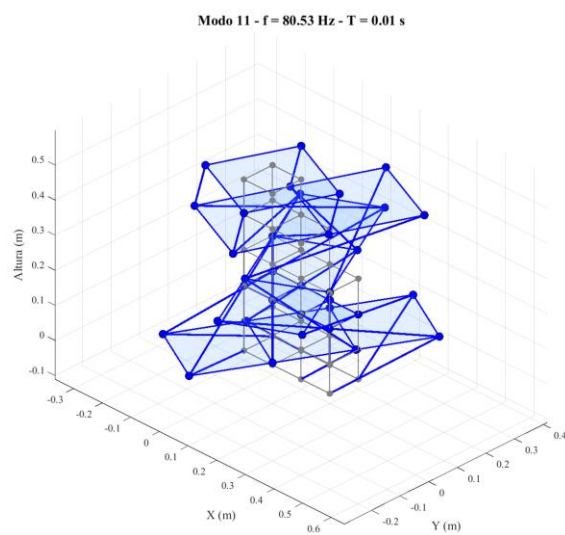
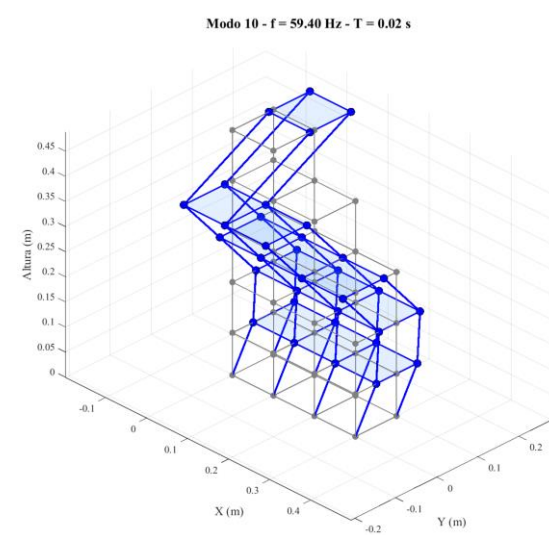
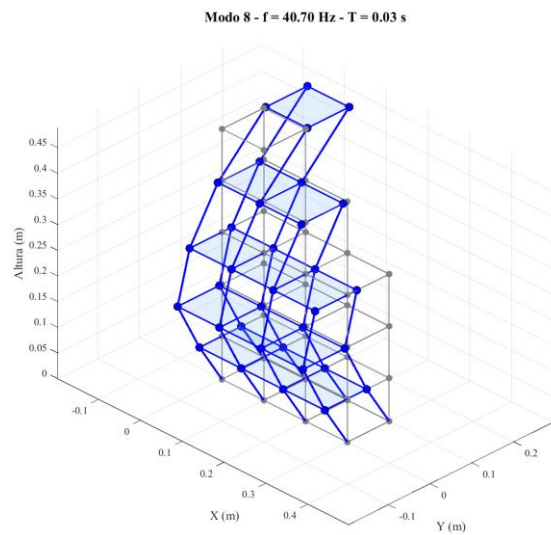
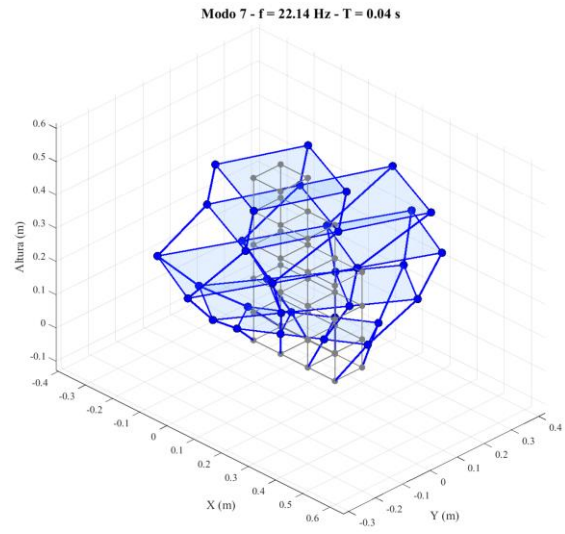
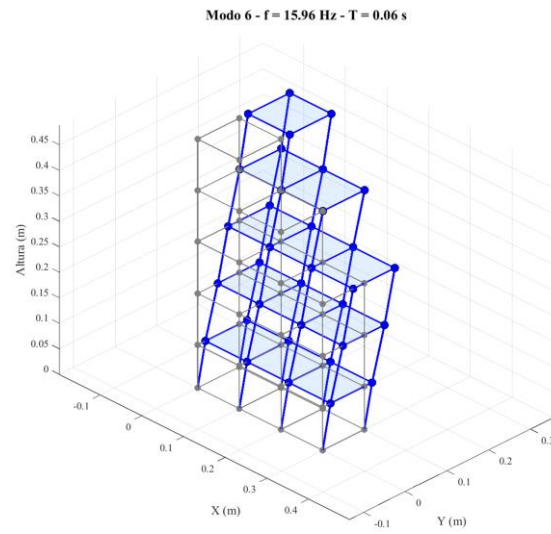


Figura D.4 Forma modales modelo 2, configuración de masa 2 (Continuación)

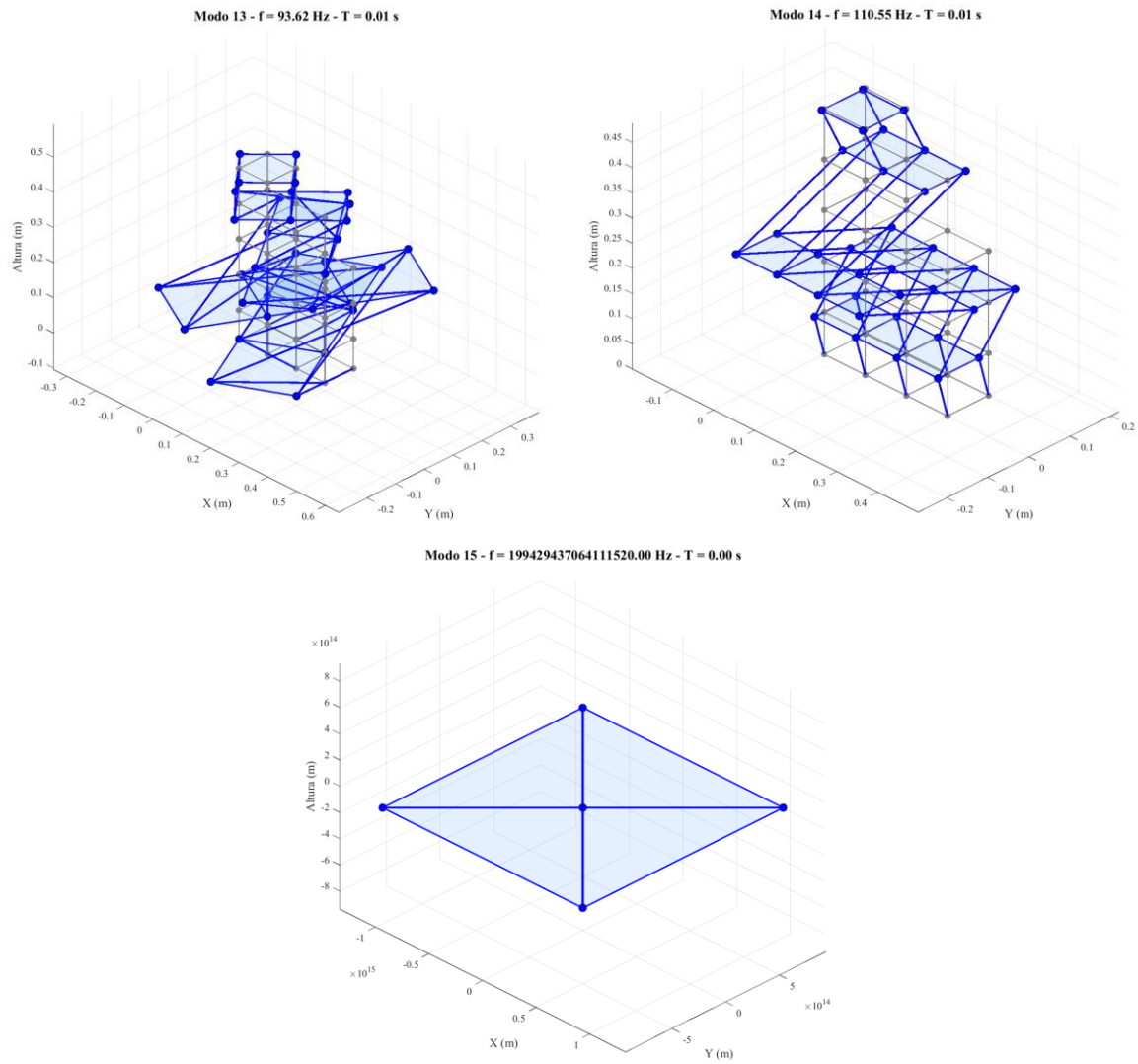


Figura D.4 Forma modales modelo 2, configuración de masa 2 (Continuación)

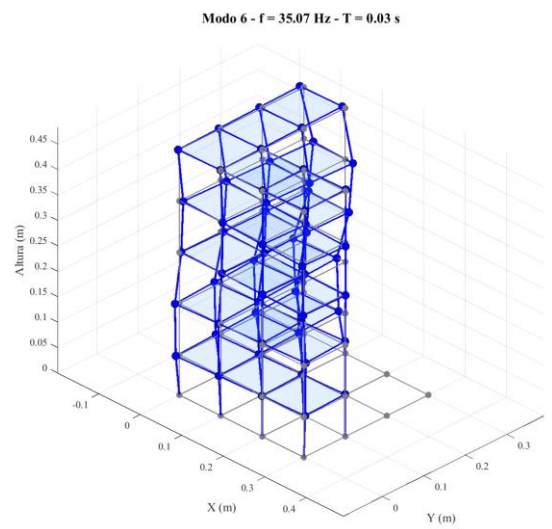
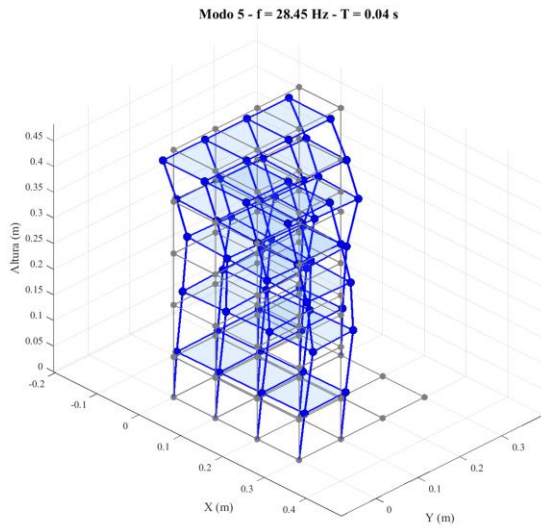
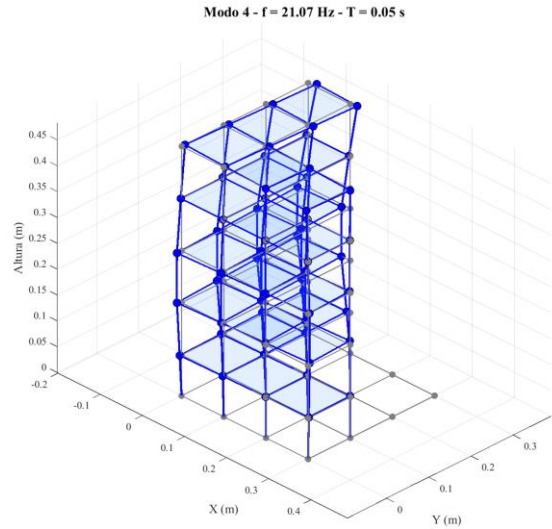
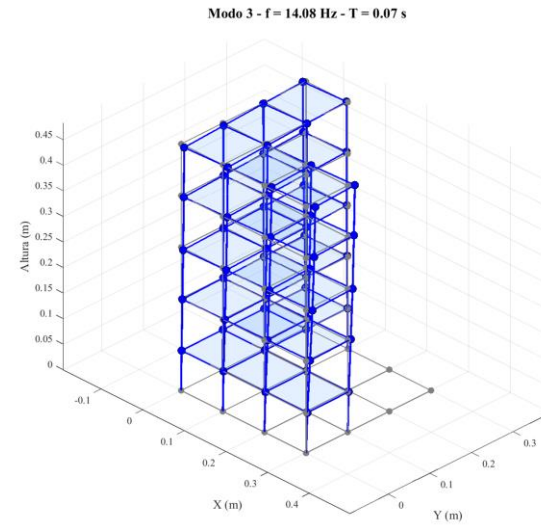
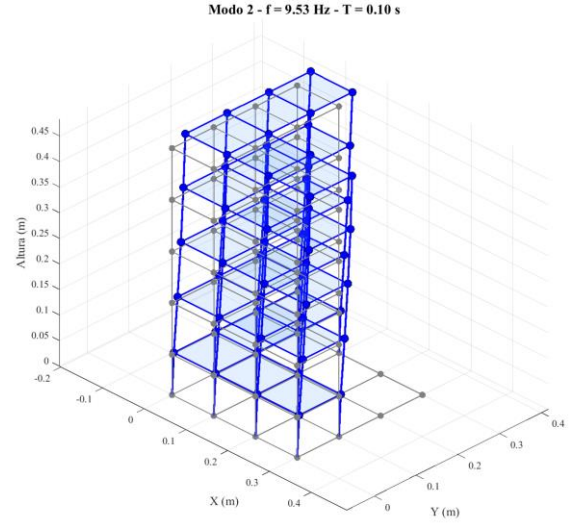
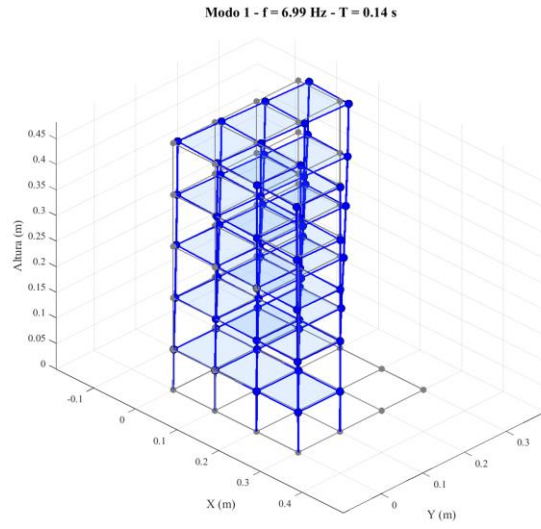


Figura D.5 Forma modales modelo 3, configuración de masa 1

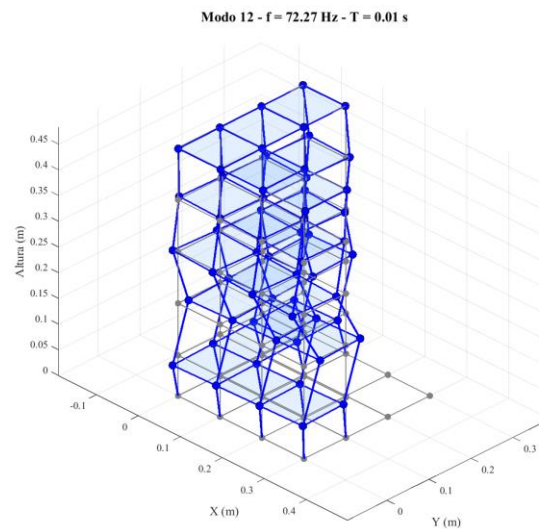
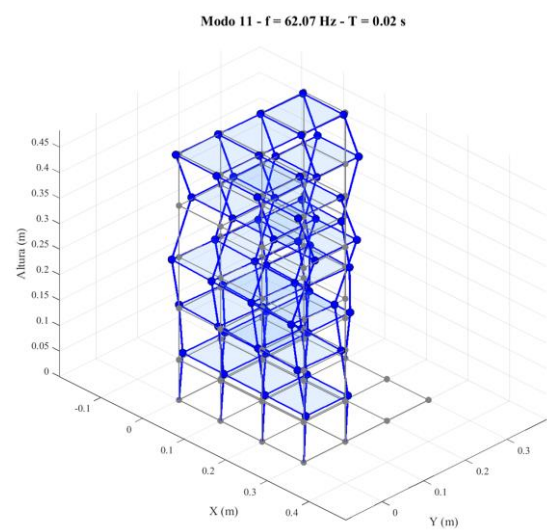
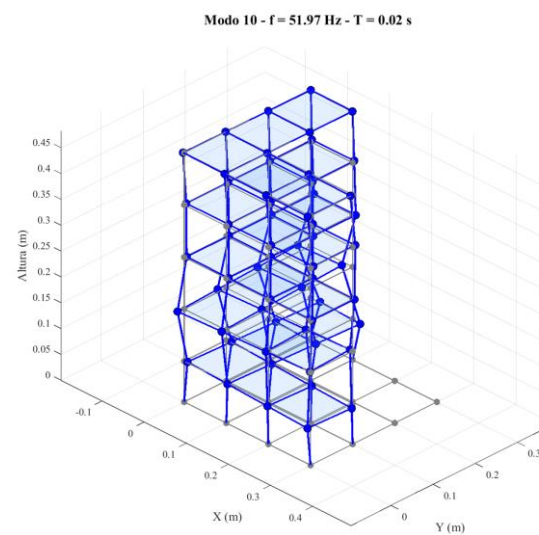
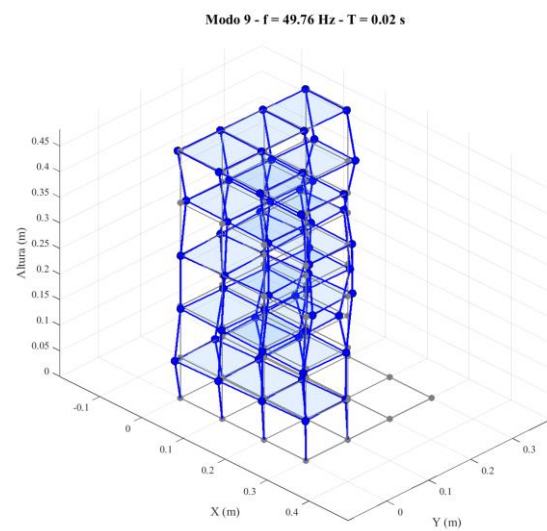
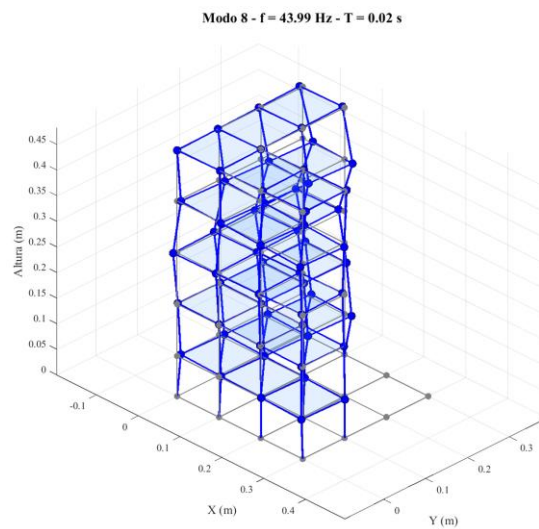
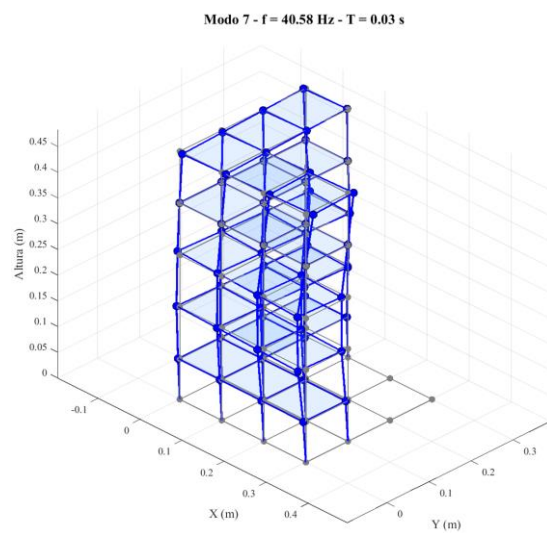


Figura D.5 Forma modales modelo 3, configuración de masa 1 (Continuación)

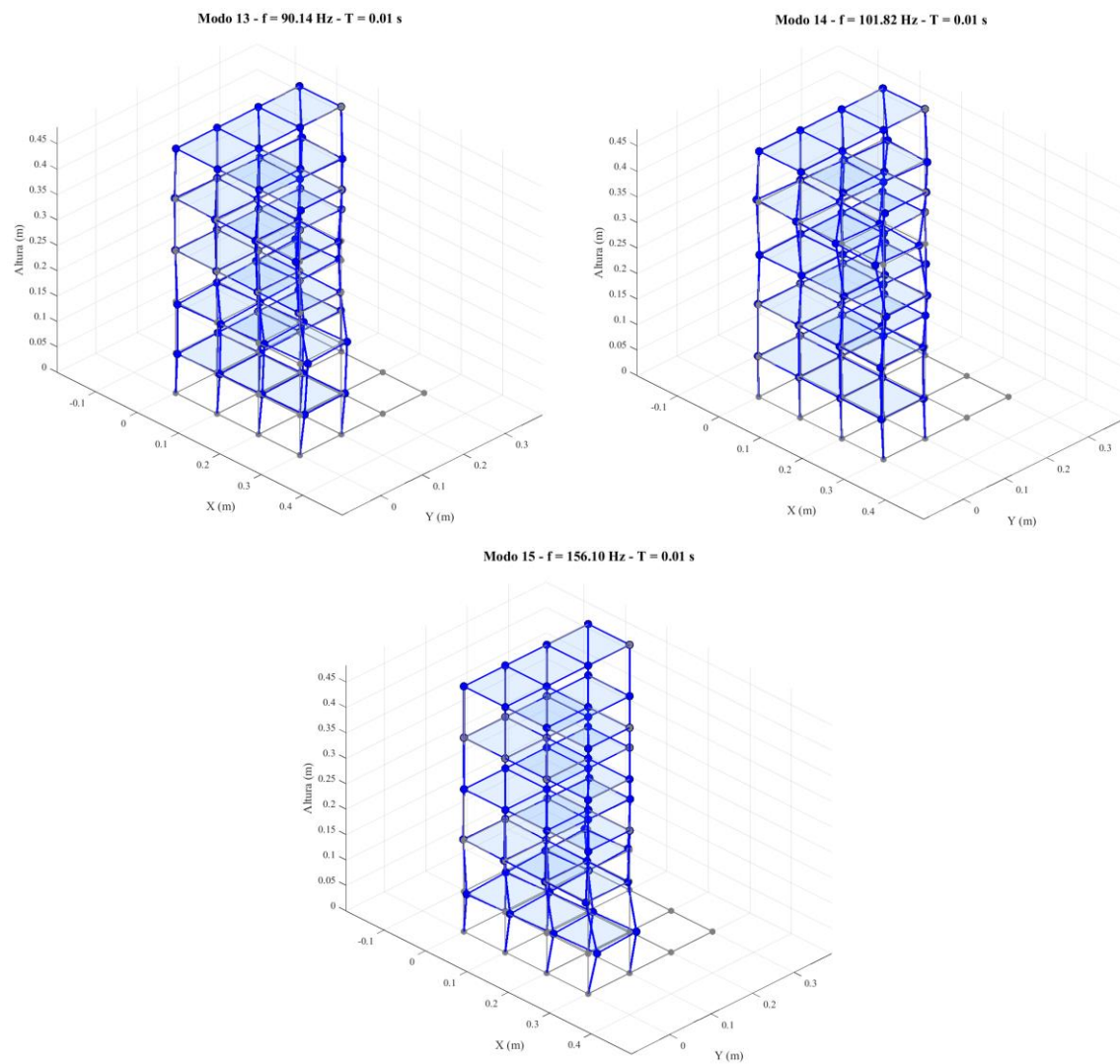


Figura D.5 Forma modales modelo 3, configuración de masa 1 (Continuación)

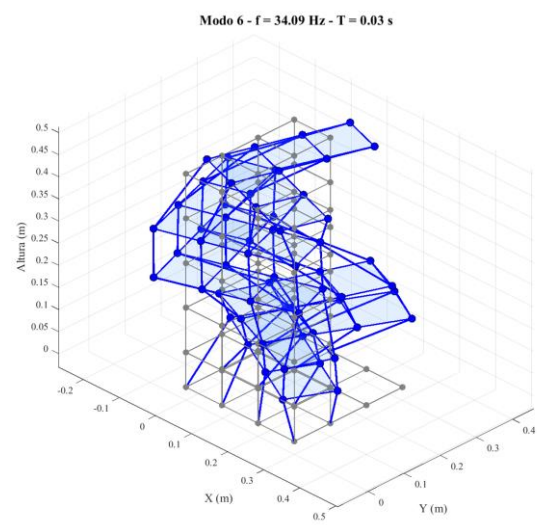
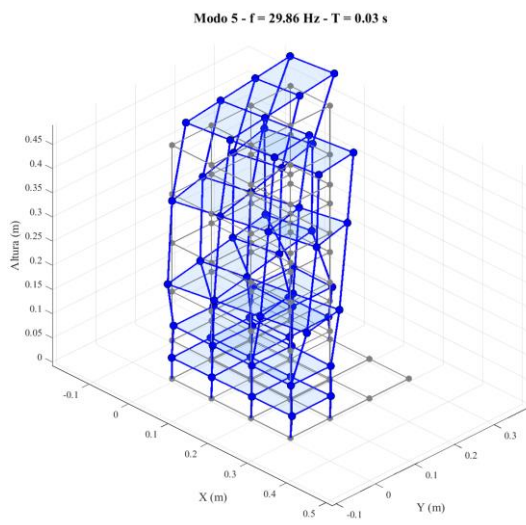
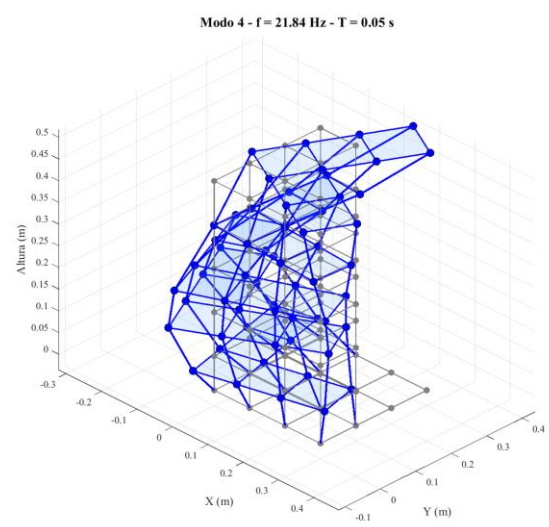
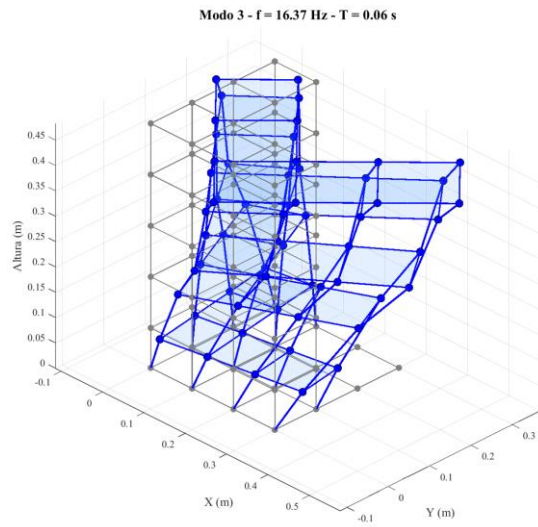
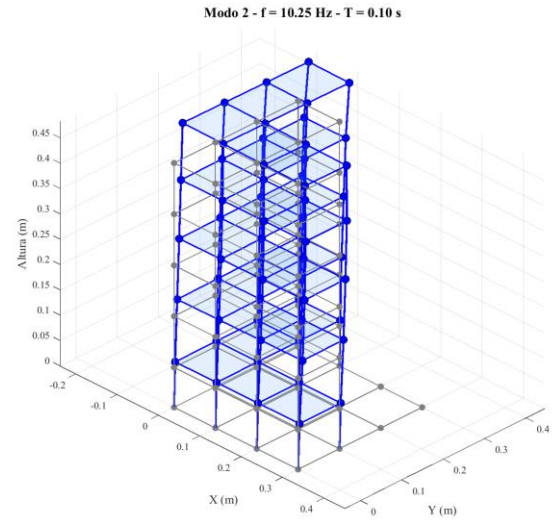
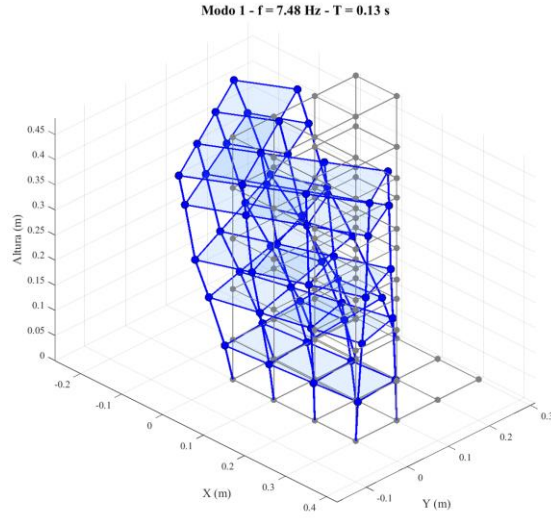


Figura D.6 Forma modales modelo 3, configuración de masa 2

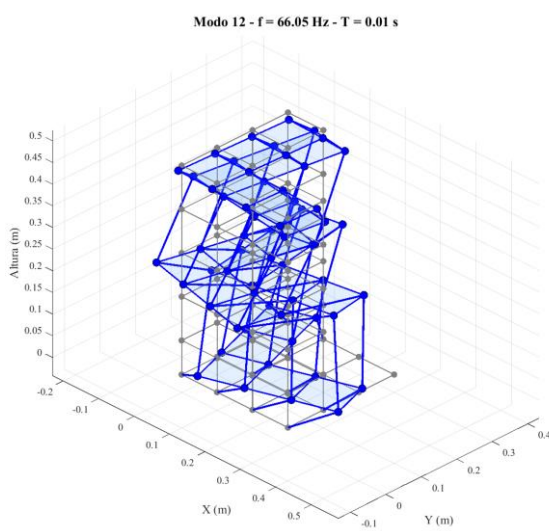
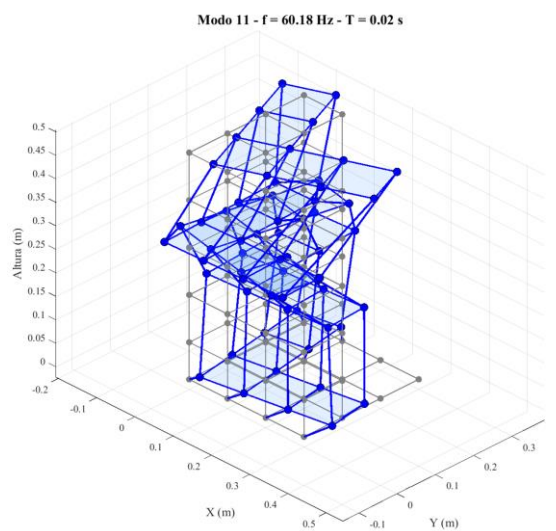
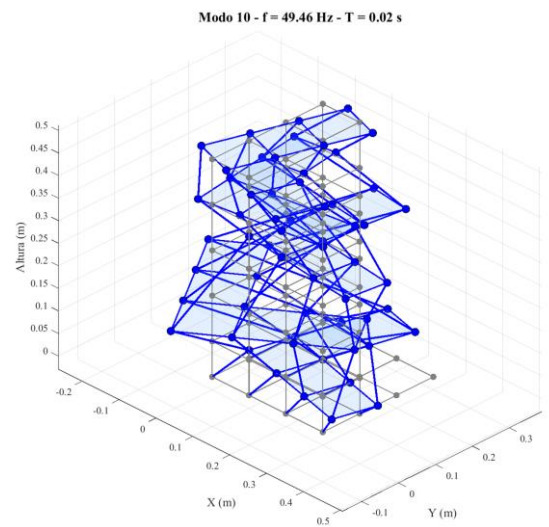
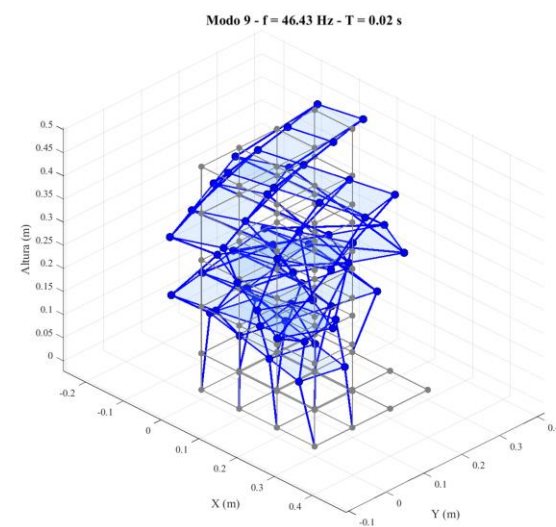
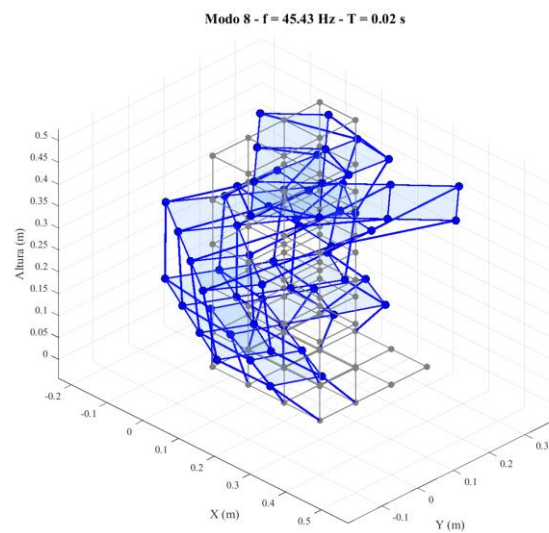
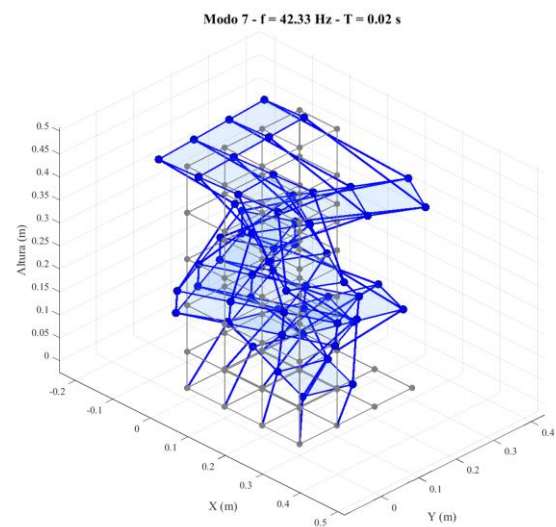


Figura D.6 Forma modales modelo 3, configuración de masa 2 (Continuación)

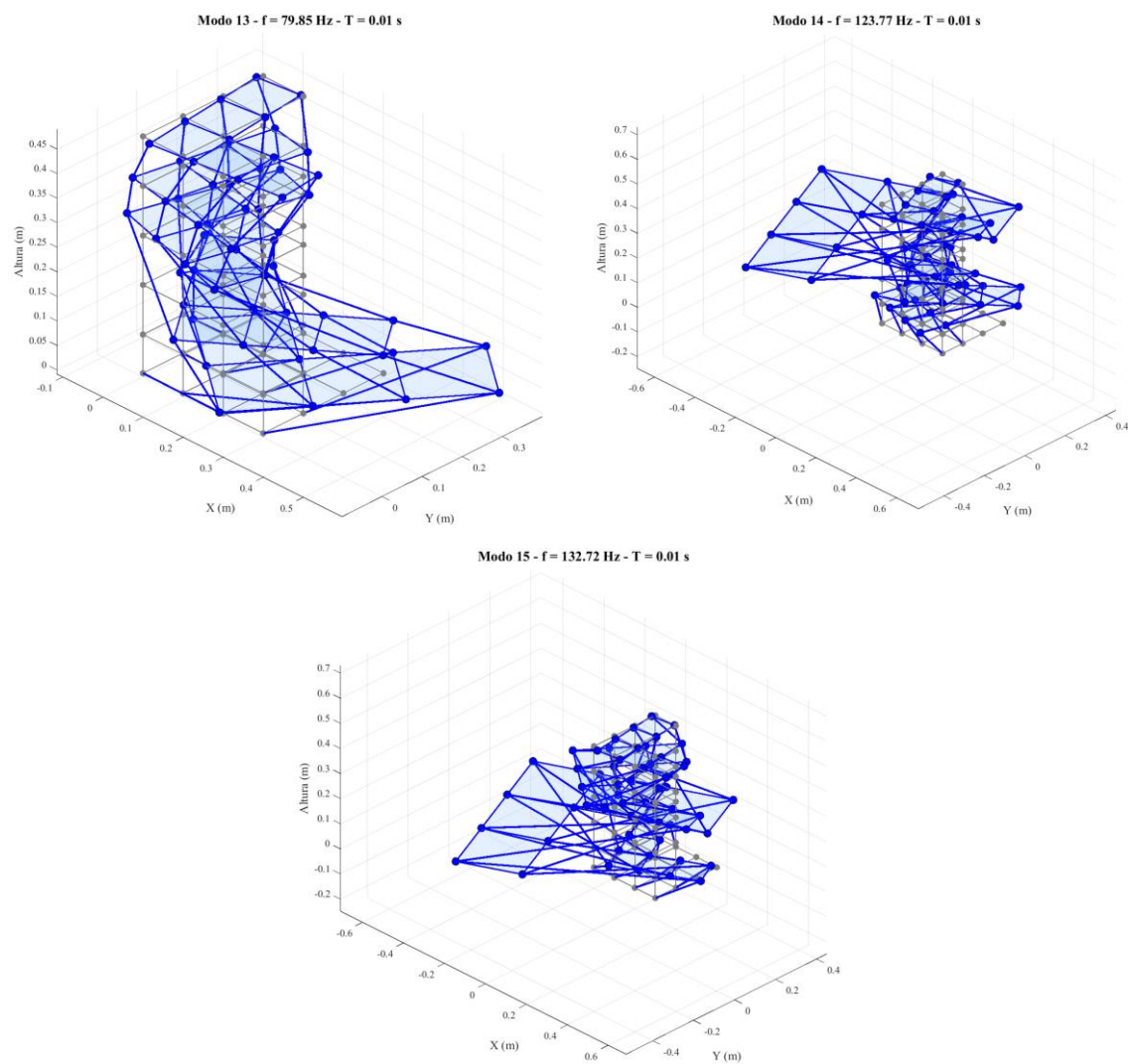


Figura D.6 Forma modales modelo 3, configuración de masa 2 (Continuación)

Anexo E

Programa MATLAB (Análisis de señales)

```
%% UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
% FACULTAD DE INGENIERÍA
% Análisis tridimensional de marco a cortante
% Realizo: Cortez Loreto Jorge
% Instituto de Ingeniería, UNAM. Ciudad de México septiembre de 2025.

%% ===== ANÁLISIS MODAL CON PSD + AMORTIGUAMIENTO =====
clear; close all; clc;

%% ----- CONFIGURACIÓN GENERAL -----
ruta_carpeta = 'D:\TESIS\pruebas\modelo1\2.25';
archivos = dir(fullfile(ruta_carpeta, '*.txt'));

frecuencia_muestreo = 256; % Hz
dt = 1/frecuencia_muestreo;
chan = 5; % 5 acelerómetros (niveles)

% Configuración PSD (Welch)
nfft = 2^nextpow2(8*frecuencia_muestreo);
win = hann(nfft);
nover = floor(0.5*nfft);

% Rango de interés
f_min = 0.5;
f_max = 17;

% Frecuencia de excitación de la mesa (Hz)
f_exc = 2.25;

% Carpeta (se mantiene por compatibilidad; no guardamos imágenes)
carpeta_figs = fullfile(ruta_carpeta, 'PSD_Figuras');
if ~exist(carpeta_figs, 'dir'), mkdir(carpeta_figs); end

%% ----- BLOQUE CONFIG homologado p/ amortiguamiento -----
config = struct();
config.fs = frecuencia_muestreo;
config.dt = dt;
config.chan = chan;
config.f_min = f_min;
config.f_max = f_max;
```

```

config.f_exc      = f_exc;
config.nfft       = nfft;
config.win        = win;
config.nover      = nover;
config.t_transicion = 30;    % s (inicio vibración libre)
config.duracion_libre = 10;  % s (análisis vibración libre)

%% ----- ECUACIONES DE CALIBRACIÓN -----
calib = cell(1,chan);
calib{1} = @(b) -0.0968*b + 48.215; % Nivel 1
calib{2} = @(b) -0.0945*b + 48.116; % Nivel 2
calib{3} = @(b) -0.0961*b + 48.556; % Nivel 3
calib{4} = @(b) -0.0969*b + 48.170; % Nivel 4
calib{5} = @(b) -0.0977*b + 49.046; % Nivel 5

%% ----- FILTRO PASABANDA (0.5-17 Hz) -----
filt_order = 150;
b_highpass = fir1(filt_order, f_min/(frecuencia_muestreo/2), 'high');
b_lowpass  = fir1(filt_order, f_max/(frecuencia_muestreo/2), 'low');

fprintf('Filtro FIR aplicado: %.1f-%.1f Hz (orden %d)\n', f_min, f_max,
filt_order);

%% ----- FUNCIONES -----
funciones = struct();
funciones.estimarfn      = @estimarfn_impl;          % Welch para fn
funciones.calcular_amort = @amortiguamiento_impl;    % decremento log robusto

%% ----- ACUMULADORES GLOBALES (amortiguamiento) -----
ZETA_TODAS = []; % todas las muestras  $\zeta$  (fracción)
NIVEL_TODAS = []; % nivel asociado a cada muestra
ARCH_TODAS = {}; % nombre de archivo por muestra

%% ----- BUCLE SOBRE ARCHIVOS (PSD + amortiguamiento) -----
colores_canales = lines(chan);
set(groot,'defaultAxesFontName','Times New Roman');

psd_all = {};
f_common = [];

for i = 1:length(archivos)
    archivo_actual = fullfile(ruta_carpeta, archivos(i).name);
    fprintf('Procesando archivo: %s\n', archivos(i).name);

    % --- Leer datos ---
    datos = readmatrix(archivo_actual);

    % Seleccionar columnas 2-6 y eliminar primera/última fila
    datos = datos(2:end-1, 2:6);
    n = size(datos,1);
    tiempo = (0:n-1)*dt;

    % --- Calibrar ---
    senales_calibradas = zeros(n, chan);

```

```

for j = 1:chan
    senales_calibradas(:,j) = calib{j}(datos(:,j));
end

% --- Remover media ---
senales_corregidas = senales_calibradas - mean(senales_calibradas,1);

% --- Eliminar filas con NaN o Inf ---
valid_rows = all(isfinite(senales_corregidas),2);
if any(~valid_rows)
    fprintf(' Se eliminaron %d filas no válidas en %s\n', sum(~valid_rows),
archivos(i).name);
    senales_corregidas = senales_corregidas(valid_rows,:);
    tiempo = tiempo(valid_rows);
    n = length(tiempo);
end

% --- Filtrado pasabanda ---
senales_filtradas = zeros(size(senales_corregidas));
for j = 1:chan
    senales_filtradas(:,j) = filtfilt(b_highpass, 1,
senales_corregidas(:,j));
    senales_filtradas(:,j) = filtfilt(b_lowpass, 1, senales_filtradas(:,j));
end

%% FIGURA: Señales brutas vs corregidas+filtradas
figure('Position', [100, 100, 1400, 900], 'Name', ['Señales - '
archivos(i).name]);
for j = 1:chan
    subplot(chan, 2, 2*j - 1);
    plot(tiempo, senales_calibradas(:, j), 'Color', colores_canales(j,:),
'LineWidth', 1.2);
    title(sprintf('Nivel %d - Señal', j), 'FontSize', 10, 'FontWeight',
'bold');
    xlabel('Tiempo (s)'); ylabel('Aceleración (m/s^2)'); grid on;
    xlim([0, tiempo(end)]);

    subplot(chan, 2, 2*j);
    plot(tiempo, senales_filtradas(:, j), 'Color', colores_canales(j,:),
'LineWidth', 1.2);
    % title(sprintf('Nivel %d - Señal filtrada', j), 'FontSize', 10,
'FontWeight', 'bold');
    xlabel('Tiempo (s)'); ylabel('Aceleración (m/s^2)'); grid on;
    xlim([0, tiempo(end)]);
end
sgtitle(['Señales Brutas y Señales Corregidas - ' archivos(i).name], ...
'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');

%% PSD por canal (Welch)
psd_per_channel = cell(1,chan);
for j = 1:chan
    [Pxx, f] = pwelch(senales_filtradas(:,j), win, nover, nfft,
frecuencia_muestreo);
    psd_per_channel{j} = Pxx(:); % vector columna

```

```

end
psd_all{i} = psd_per_channel;
if isempty(f_common), f_common = f; end

% Figura de PSD por nivel (se muestra, no se guarda)
figure('Name', ['PSD - '
archivos(i).name], 'Units', 'normalized', 'Position', [0.2 0.2 0.6 0.6]);
hold on;
for j = 1:chan
    loglog(f, psd_per_channel{j}, 'Color', colores_canales(j,:),
'LineWidth', 1.4);
end
xline(f_exc, '--k', sprintf('Mesa %.2f Hz', f_exc), ...
'LabelOrientation', 'horizontal', 'LabelVerticalAlignment', 'bottom');
xlabel('Frecuencia (Hz)'); ylabel('PSD (m^2/s^4/Hz)');
leyendas = cell(1,chan);
for j = 1:chan, leyendas{j} = sprintf('Nivel %d', j); end
legend(leyendas, 'Location', 'best');
% title(['PSD por Nivel - ' archivos(i).name]);
grid on; xlim([f_min f_max]);
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log'); % Escalas log

%% PSD general de la prueba (mediana entre canales)
Pxx_matrix = cell2mat(psd_per_channel); % N x chan
Pxx_general = median(Pxx_matrix, 2); % mediana entre columnas

figure('Name', ['PSD General - '
archivos(i).name], 'Units', 'normalized', 'Position', [0.25 0.25 0.5 0.5]);
loglog(f, Pxx_general, 'b', 'LineWidth', 1.6);
xline(f_exc, '--r', sprintf('Mesa %.2f Hz', f_exc), ...
'LabelOrientation', 'horizontal', 'LabelVerticalAlignment', 'bottom');
xlabel('Frecuencia (Hz)'); ylabel('PSD (m^2/s^4/Hz)');
% title(['PSD General (mediana entre niveles) - ' archivos(i).name]);
grid on; xlim([f_min f_max]);
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log');

%% ----- AMORTIGUAMIENTO -----
% Segmento de vibración libre
idx_ini = find(tiempo >= config.t_transicion, 1);
if isempty(idx_ini), idx_ini = max(1, n - round(10*config.fs)); end
idx_fin = min(n, idx_ini + round(config.duracion_libre * config.fs));
if idx_fin - idx_ini < 3 * config.fs
    fprintf(' Segmento libre muy corto en %. Se omite amortiguamiento.\n',
archivos(i).name);
    continue;
end
tL = tiempo(idx_ini:idx_fin) - tiempo(idx_ini);

% Canal por canal: acumular TODAS las muestras (para global/boxplot)
for j = 1:chan
    yL = senales_filtradas(idx_ini:idx_fin, j);
    % Estima fn (Welch)
    [fn_est, ok] = funciones.estimarfn(yL, config.fs, config.f_min,
config.f_max);

```

```

        if ~ok, fn_est = NaN; end

        % ζ robusto → vector de muestras
        [zmean, ~, zvec, ~] = funciones.calcular_amort(tL, yL, config.fs,
fn_est);
        if ~isempty(zvec)
            ZETA_TODAS = [ZETA_TODAS; zvec(:)];
            NIVEL_TODAS = [NIVEL_TODAS; j*ones(numel(zvec),1)];
            ARCH_TODAS = [ARCH_TODAS; repmat({archivos(i).name}, numel(zvec),
1)];
        end
    end
end

%% ----- ESPECTRO REPRESENTATIVO GLOBAL -----
nFiles = length(psd_all);
nFreqs = length(f_common);
P_stack = zeros(nFreqs, nFiles, chan);

for i = 1:nFiles
    for j = 1:chan
        P_stack(:, i, j) = psd_all{i}{j};
    end
end

P_mediana = zeros(nFreqs, chan);
for j = 1:chan
    P_mediana(:,j) = median(squeeze(P_stack(:, :, j)), 2, 'omitnan');
end

% Figura representativa global (se muestra, no se guarda)
P_mediana_global = median(P_mediana, 2);
figure('Name', 'PSD Representativa Global', 'Units', 'normalized', 'Position', [0.3
0.3 0.5 0.5]);
loglog(f_common, P_mediana_global, 'b', 'LineWidth', 1.8);
xline(f_exc, '--r', sprintf('Mesa %.2f Hz', f_exc), ...
    'LabelOrientation', 'horizontal', 'LabelVerticalAlignment', 'bottom');
xlabel('Frecuencia (Hz)'); ylabel('PSD (m^2/s^4/Hz)');
% title('PSD Representativa Global (mediana entre niveles)');
grid on; xlim([f_min f_max]);
set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log');

%% ----- ESTADÍSTICAS GLOBALES AMORTIGUAMIENTO + BOXPLOT -----
if isempty(ZETA_TODAS)
    fprintf('\n No se obtuvieron zetas válidos.\n');
else
    % Tabla por nivel (ζ en fracción; CV en %) - estilo solicitado
    niveles = 1:chan;
    stats = nan(chan,5); % [Media, STD, Min, Max, CV%]
    fprintf('\nAmortiguamiento por nivel (ζ):\n');
    fprintf('Nivel | Media | STD | Min | Max | CV\n');
    fprintf('-----|-----|-----|-----|-----|-----\n');
    for j = niveles
        z = ZETA_TODAS(NIVEL_TODAS==j); z = z(isfinite(z));

```

```

        if isempty(z)
            fprintf(' %d | N/A | N/A | N/A | N/A | N/A\n', j);
            continue;
        end
        mu = mean(z); sg = std(z); mn = min(z); mx = max(z);
        cvp = (mu>0) * (sg/mu*100);
        stats(j,:) = [mu, sg, mn, mx, cvp];
        fprintf(' %d | %7.4f | %7.4f | %7.4f | %7.4f | %5.1f%%\n', j, mu, sg,
mn, mx, cvp);
    end

    % Resultados globales en %
    zMean = mean(ZETA_TODAS)*100;
    zStd = std(ZETA_TODAS)*100;
    zMin = min(ZETA_TODAS)*100;
    zMax = max(ZETA_TODAS)*100;
    fprintf('\n=== RESULTADOS GLOBALES ===\n');
    fprintf('Amortiguamiento global promedio:  $\zeta = %.3f \pm %.3f\%$ \n', zMean,
zStd);
    fprintf('Rango de amortiguamiento: %.2f%% - %.2f%%\n', zMin, zMax);
    fprintf('Muestras válidas: %d\n', numel(ZETA_TODAS));

    % Boxplot global por nivel (en %)
    figure('Name','Distribución de Amortiguamientos por Nivel', ...
        'Units','normalized','Position',[0.35 0.35 0.4 0.45]);
    boxplot(ZETA_TODAS*100, NIVEL_TODAS, 'Labels', strcat('N', string(1:chan)));
    ylabel('Amortiguamiento  $\zeta$  (%)'); grid on;
    % title('Distribución de Amortiguamientos por Nivel');

    % (Opcional) exportar tablas en CSV (no imágenes)
    Tniv = array2table(stats, ...
        'VariableNames', {'Media', 'STD', 'Min', 'Max', 'CV_porcentaje'}, ...
        'RowNames', strcat('Nivel_', string(1:chan)));
    writetable(Tniv,
fullfile(ruta_carpeta, 'Resumen_Amortiguamiento_PorNivel.csv'), 'WriteRowNames',
true);

    Tglob = table(zMean, zStd, zMin, zMax, numel(ZETA_TODAS), ...
        'VariableNames',
{'ZetaProm_', 'ZetaStd_', 'ZetaMin_', 'ZetaMax_', 'N'});
    writetable(Tglob,
fullfile(ruta_carpeta, 'Resultados_Amortiguamiento_Global.csv'));

    Ttodo = table(ARCH_TODAS, NIVEL_TODAS, ZETA_TODAS, ...
        'VariableNames', {'Archivo', 'Nivel', 'Zeta'});
    writetable(Ttodo, fullfile(ruta_carpeta, 'Todas_las_muestras_Zeta.csv'));
end

fprintf('\n Procesamiento completado. Se analizaron %d archivos.\n',
length(archivos));

%% ===== FUNCIONES LOCALES (AMORTIGUAMIENTO)
=====
function [fn_est, ok] = estimarfn_impl(y, fs, fmin, fmax)

```

```

% Estima frecuencia dominante del segmento libre (Welch)
Nfft = 2^nextpow2(8*fs);
win = hann(Nfft);
nov = floor(0.5*Nfft);
[Pxx, f] = pwelch(y, win, nov, Nfft, fs);
msk = (f>=fmin & f<=fmax);
if ~any(msk)
    fn_est = NaN; ok = false; return;
end
[~,k] = max(Pxx(msk));
fsub = f(msk);
fn_est = fsub(k);
ok = true;
end

function [zeta_mean, delta_mean, zetas_all, deltas_all] =
amortiguamiento_impl(t, y, fs, fn)
% Decremento logarítmico robusto (sin ploteo):
% - picos en |y|
% - envolvente decreciente
% - promediado m-pasos (m=1,2,3)
% - limpieza de outliers (P5-P95)
yabs = abs(y);
if isempty(fn) || ~isfinite(fn) || fn<=0
    Tn = 1; % fallback 1 s
else
    Tn = 1/fn;
end
minDist = max(1, round(0.5*Tn*fs));
prom = 0.05*max(yabs); % 5% del máximo

[pks, ~] = findpeaks(yabs, 'MinPeakDistance', minDist, 'MinPeakProminence',
prom);
zetas_all = [];
deltas_all = [];

if numel(pks) < 3
    zeta_mean = NaN; delta_mean = NaN; return;
end

% Envolvente decreciente
keep = [true; diff(pks) <= 0];
pks = pks(keep);
if numel(pks) < 3
    zeta_mean = NaN; delta_mean = NaN; return;
end

% Decrementos m-pasos
Ms = [1 2 3];
for m = Ms
    if numel(pks) <= m, continue; end
    r = pks(1:end-m) ./ pks(1+m:end);
    r = r(r>0 & isfinite(r));
    if isempty(r), continue; end

```

```

    delta_m = (1/m) * log(r);
    z_m = delta_m ./ sqrt((2*pi)^2 + delta_m.^2);
    ok = isfinite(z_m) & (z_m > 0) & (z_m < 0.3);
    zetas_all = [zetas_all; z_m(ok)];
    deltas_all = [deltas_all; delta_m(ok)];
end

if isempty(zetas_all)
    zeta_mean = NaN; delta_mean = NaN; return;
end

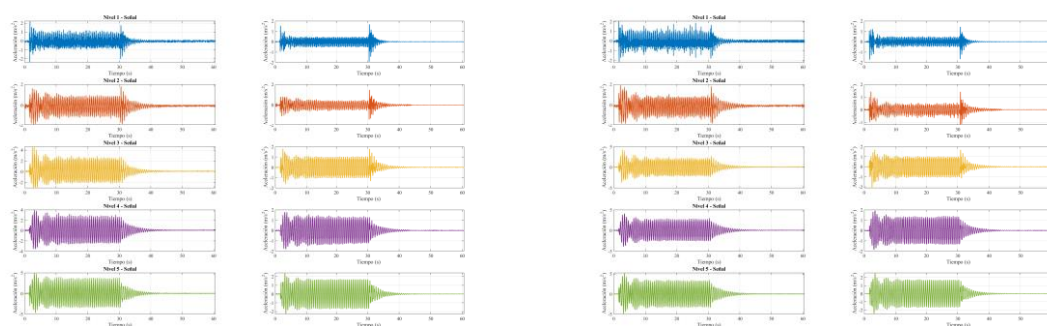
% Limpieza P5-P95
pr = prctile(zetas_all, [5 95]);
zetas_all = zetas_all(zetas_all >= pr(1) & zetas_all <= pr(2));

zeta_mean = mean(zetas_all, 'omitnan');
delta_mean = mean(deltas_all, 'omitnan');
end

```

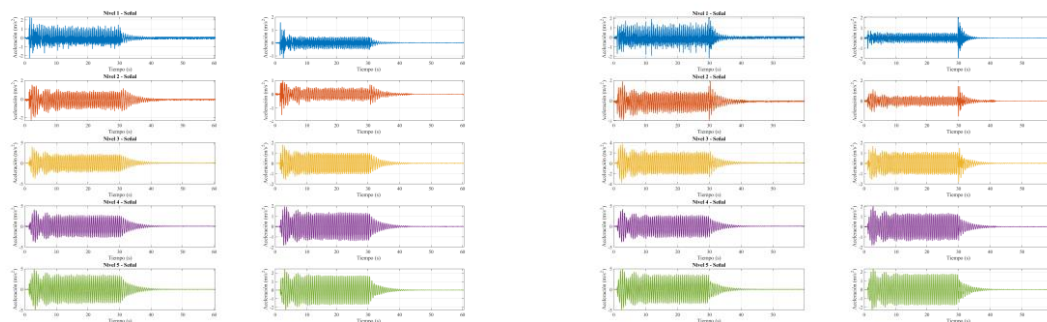
Anexo F

Gráficas de resultados de pruebas experimentales



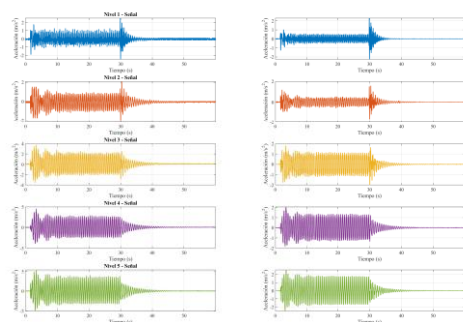
a. Prueba 1

b. Prueba 2



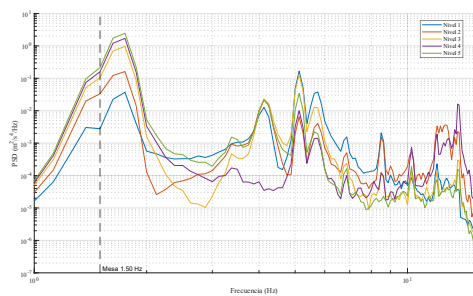
c. Prueba 3

d. Prueba 4

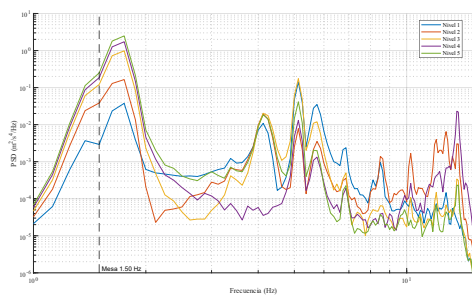


e. Prueba 5

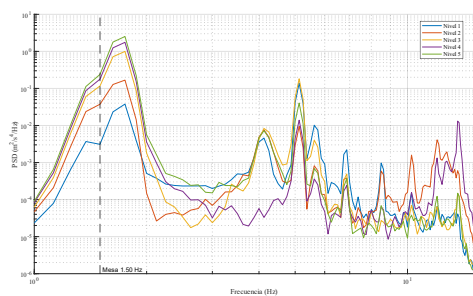
Figura F.1 Señales correspondientes al modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5 \text{ Hz}$



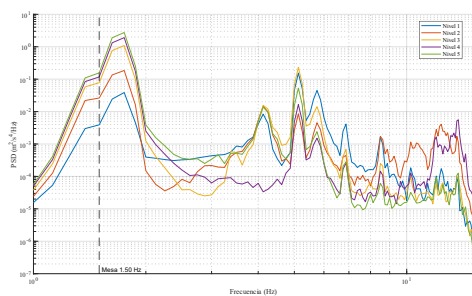
a. Prueba 1



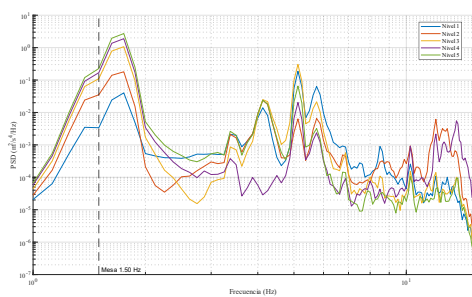
b. Prueba 2



c. Prueba 3

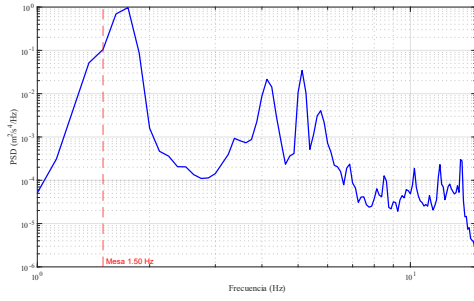


d. Prueba 4

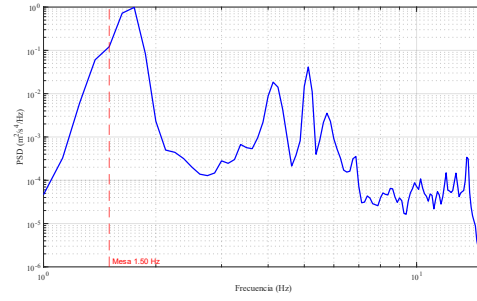


e. Prueba 5

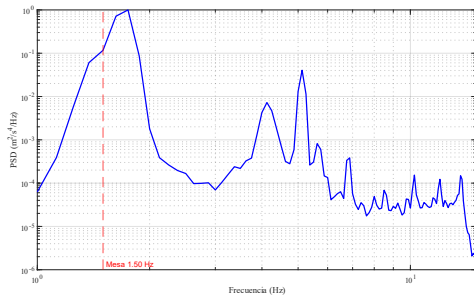
Figura F.2 Espectro de potencia por nivel del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz



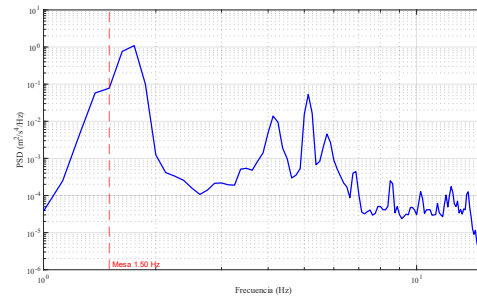
a. Prueba 1



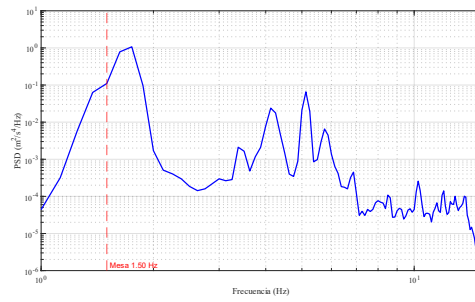
b. Prueba 2



c. Prueba 3

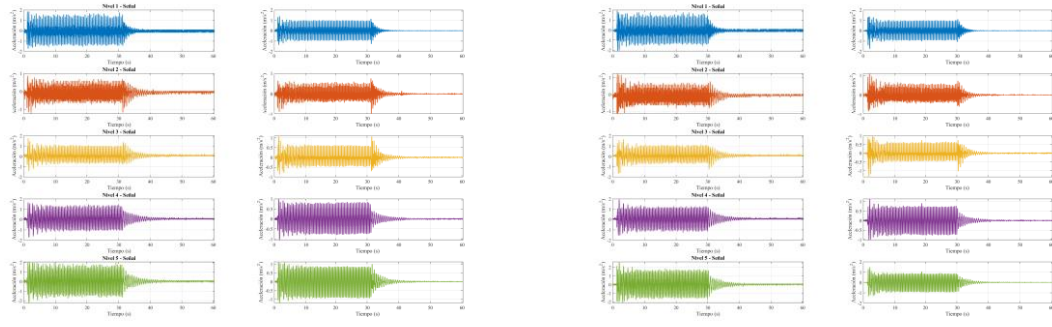


d. Prueba 4



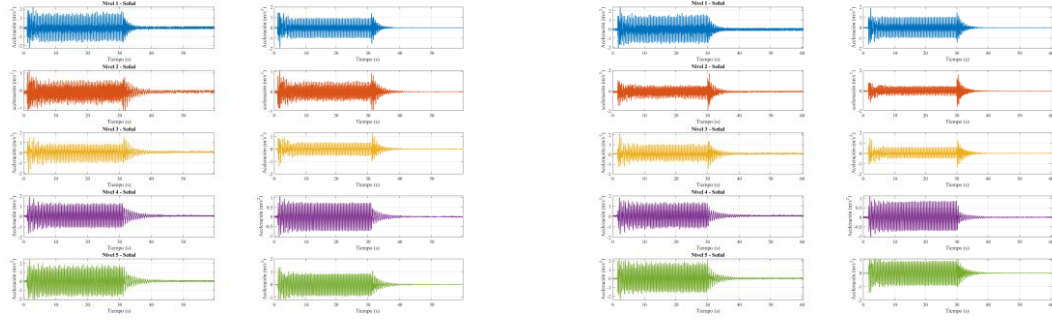
e. Prueba 5

Figura F.3 Espectro de potencia general del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz



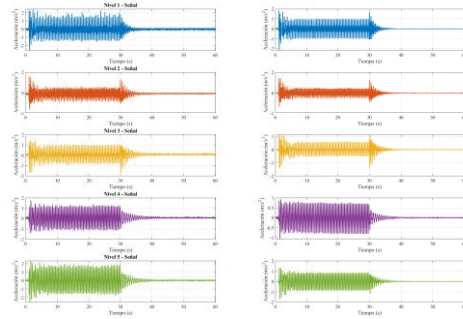
a. Prueba 1

b. Prueba 2



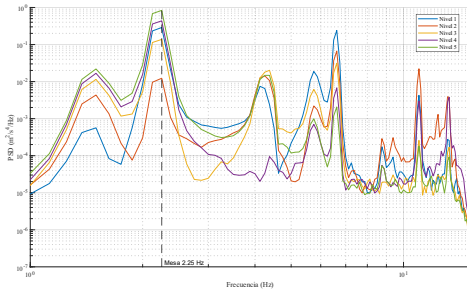
c. Prueba 3

d. Prueba 4

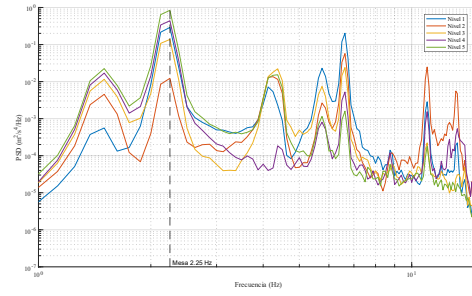


e. Prueba 5

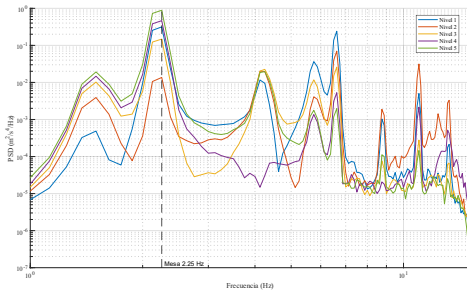
Figura F.4 Señales correspondientes al modelo 1, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz



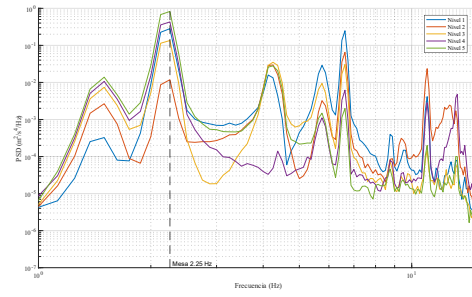
a. Prueba 1



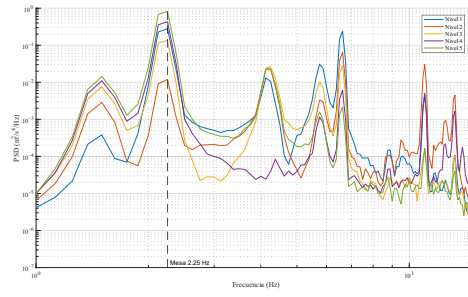
b. Prueba 2



c. Prueba 3

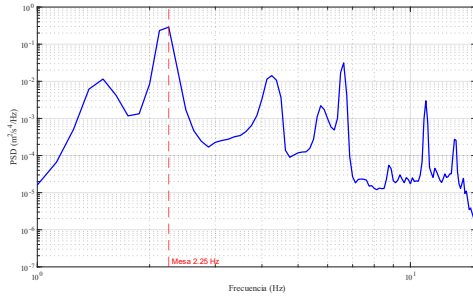


d. Prueba 4

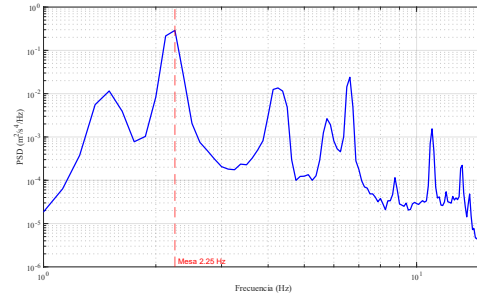


e. Prueba 5

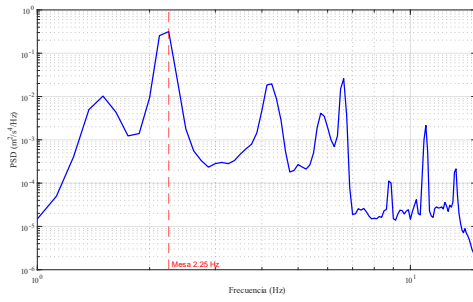
Figura F.5 Espectro de potencia por nivel del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz



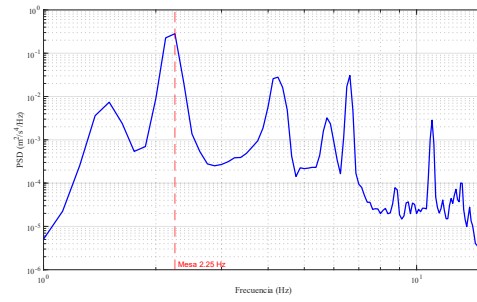
a. Prueba 1



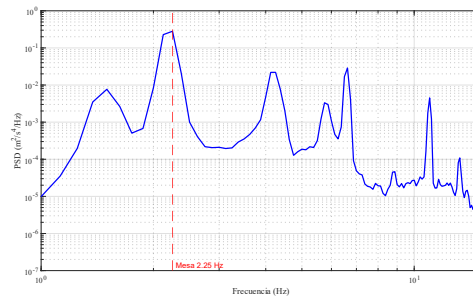
b. Prueba 2



c. Prueba 3

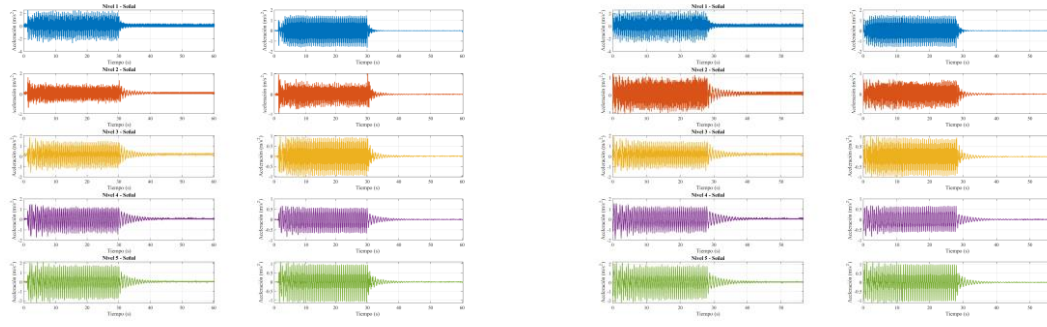


d. Prueba 4



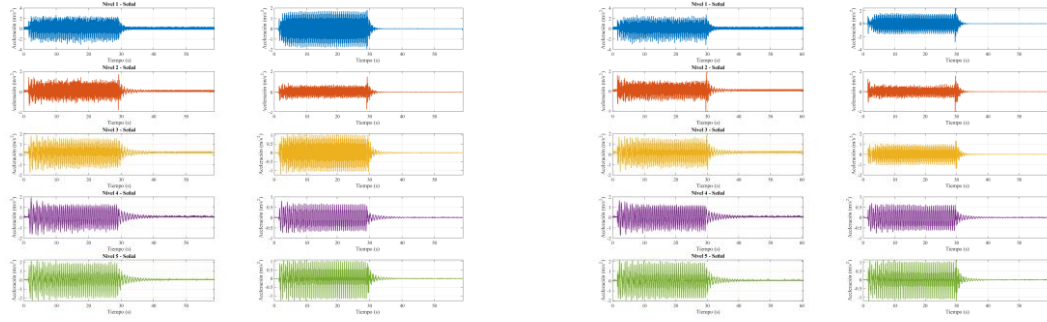
e. Prueba 5

Figura F.6 Espectro de potencia general del modelo 1, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz



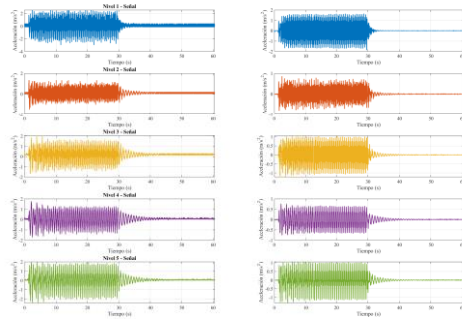
a. Prueba 1

b. Prueba 2



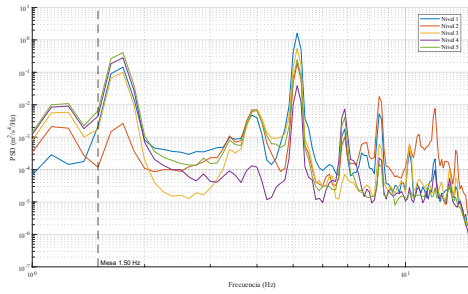
c. Prueba 3

d. Prueba 4

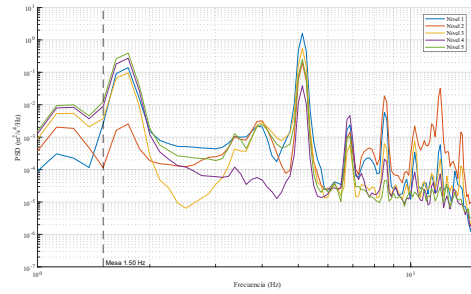


e. Prueba 5

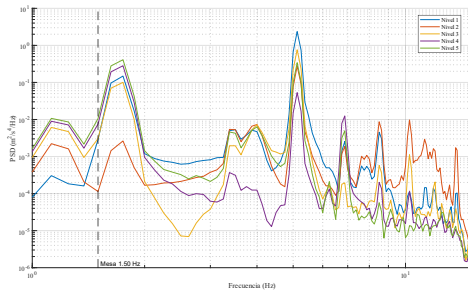
Figura F.7 Señales correspondientes al modelo 1, configuración de masas 2, $f = 1.5 \text{ Hz}$



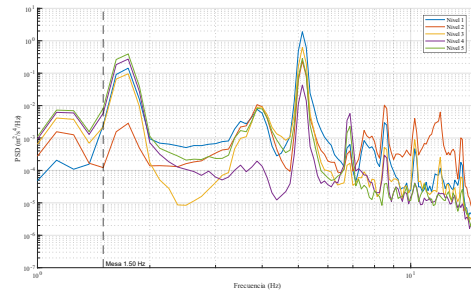
a. Prueba 1



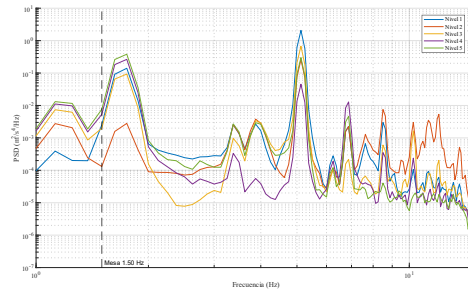
b. Prueba 2



c. Prueba 3

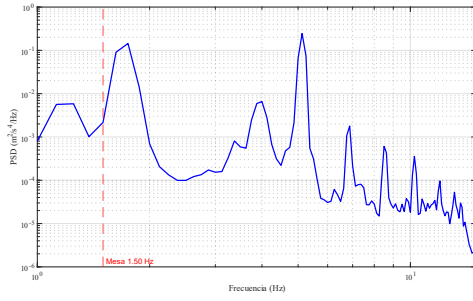


d. Prueba 4

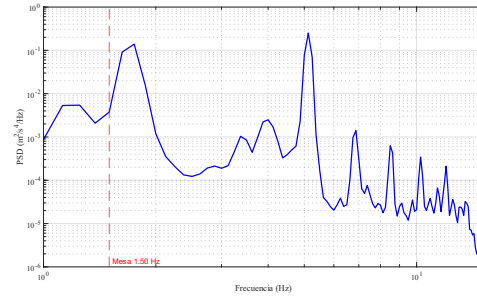


e. Prueba 5

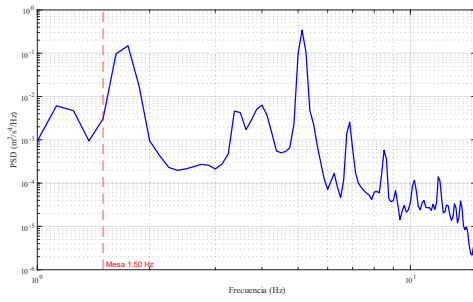
Figura F.8 Espectro de potencia por nivel del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz



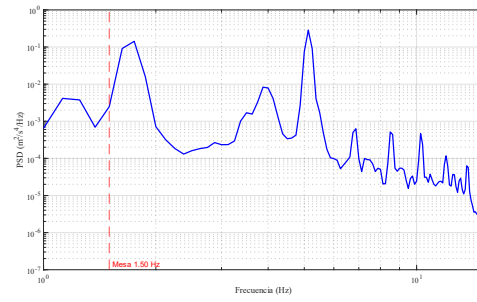
a. Prueba 1



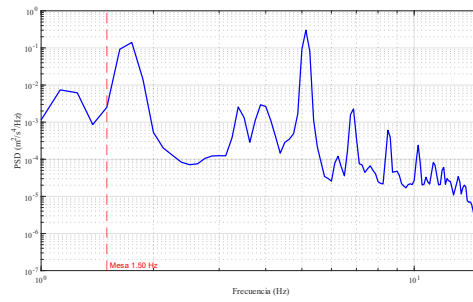
b. Prueba 2



c. Prueba 3

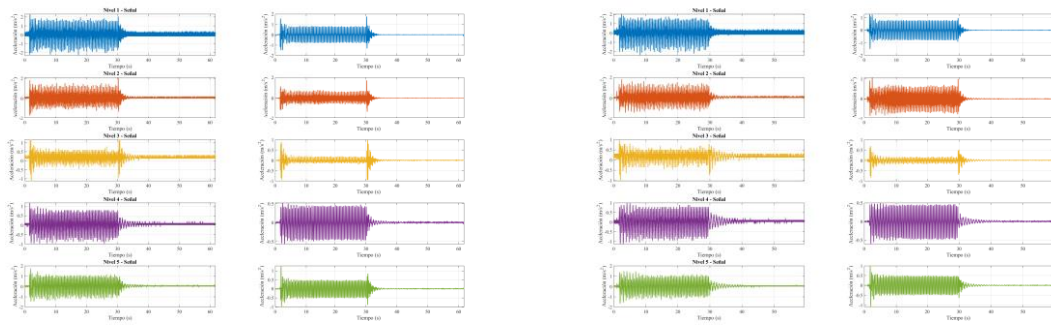


d. Prueba 4



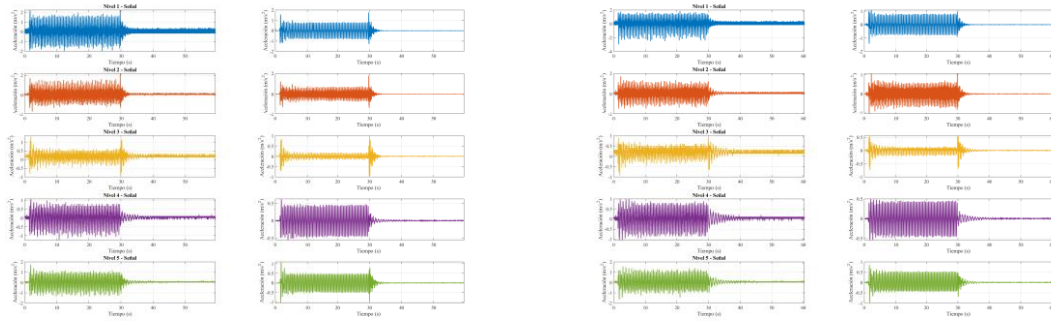
e. Prueba 5

Figura F.9 Espectro de potencia general del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz



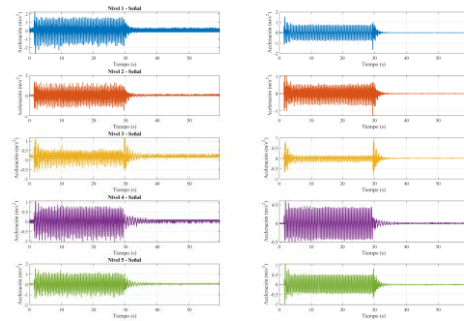
a. Prueba 1

b. Prueba 2



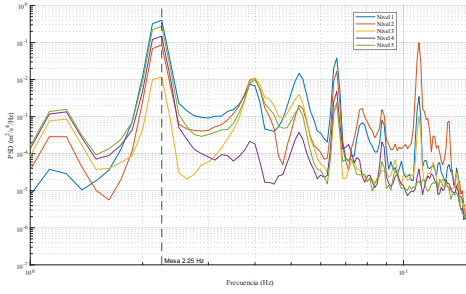
c. Prueba 3

d. Prueba 4

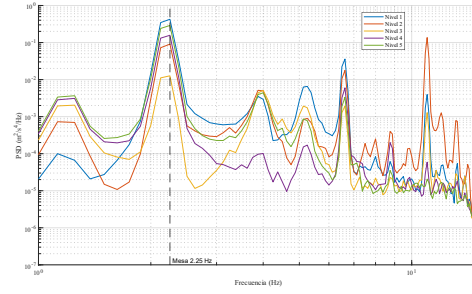


e. Prueba 5

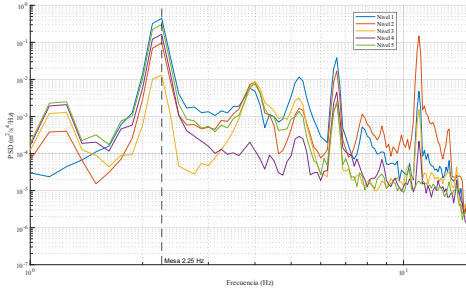
Figura F.10 Señales correspondientes al modelo 1, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz



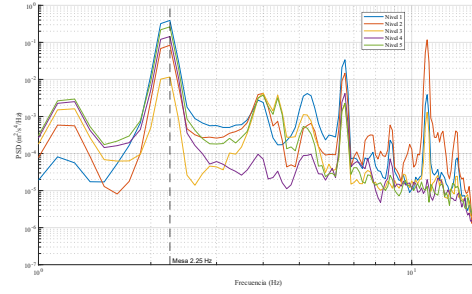
a. Prueba 1



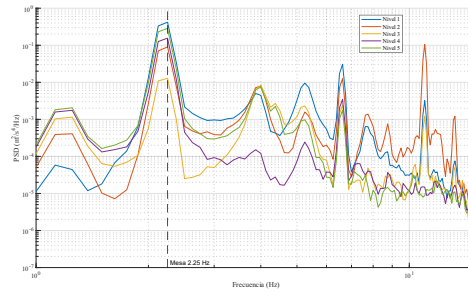
b. Prueba 2



c. Prueba 3

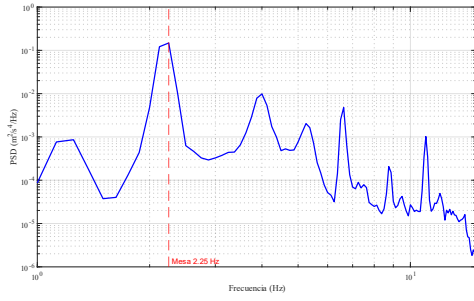


d. Prueba 4

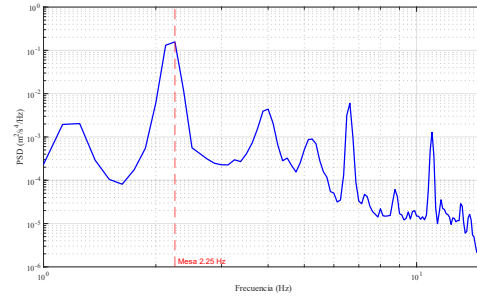


e. Prueba 5

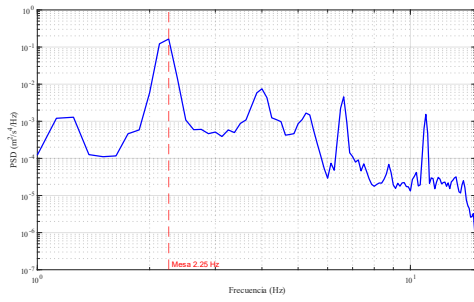
Figura F.11 Espectro de potencia por nivel del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz



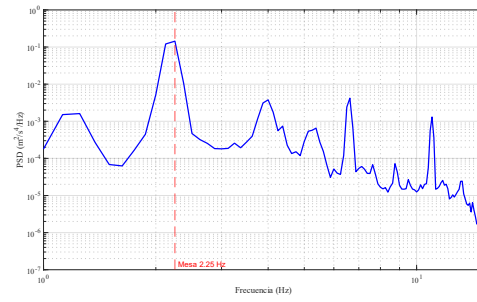
a. Prueba 1



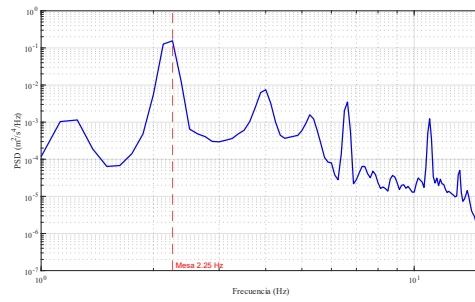
b. Prueba 2



c. Prueba 3

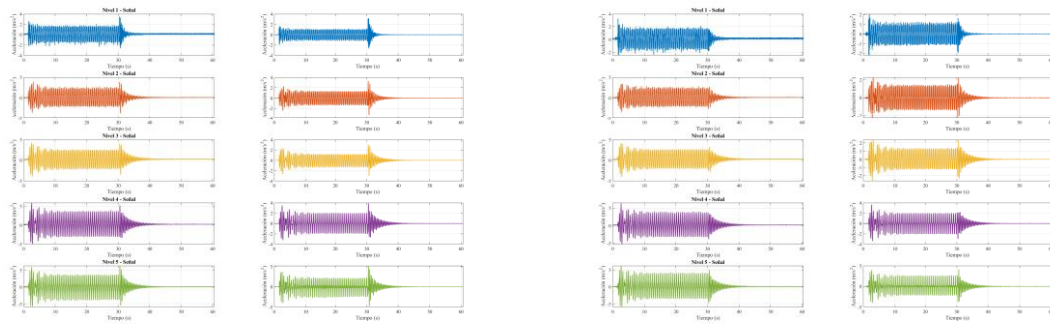


d. Prueba 4



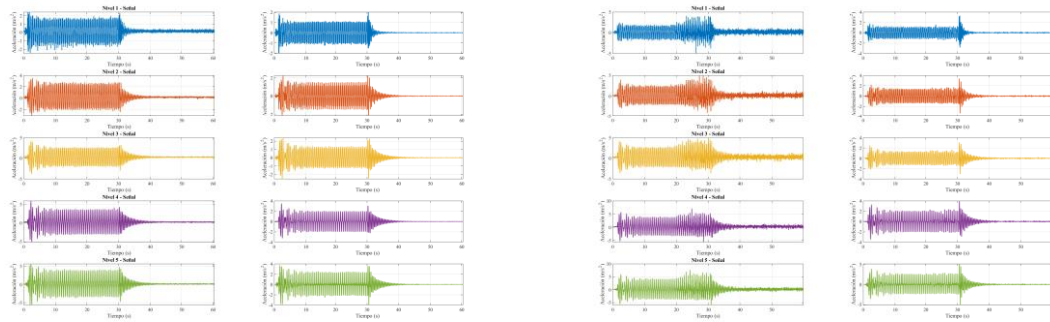
e. Prueba 5

Figura F.12 Espectro de potencia general del modelo 1, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz



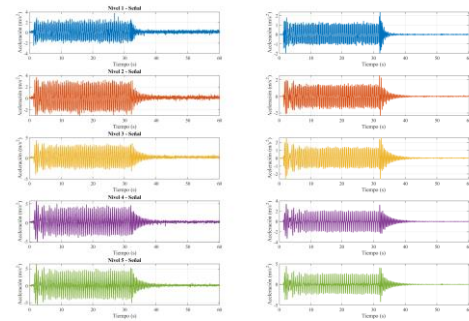
a. Prueba 1

b. Prueba 2



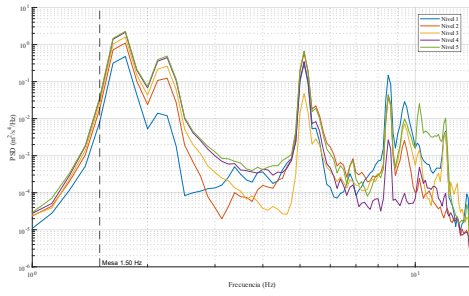
c. Prueba 3

d. Prueba 4

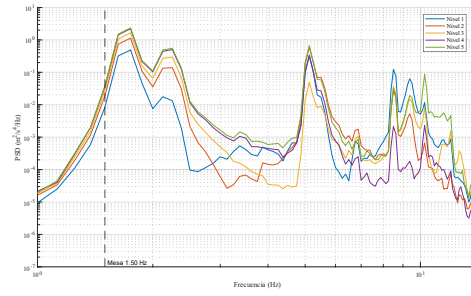


e. Prueba 5

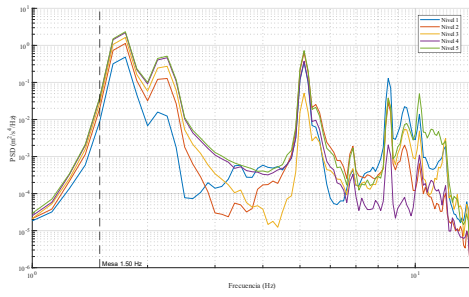
Figura F.13 Señales correspondientes al modelo 2, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz



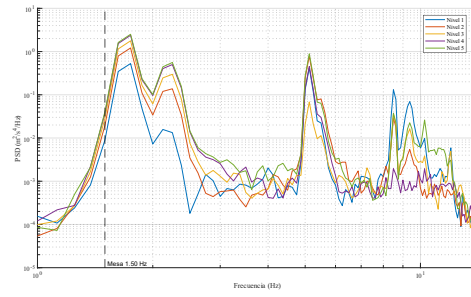
a. Prueba 1



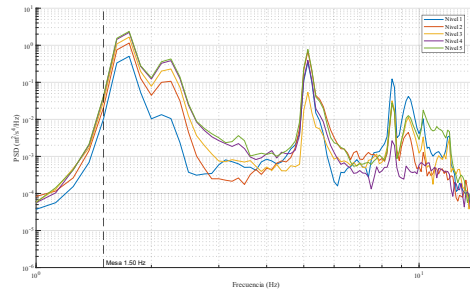
b. Prueba 2



c. Prueba 3

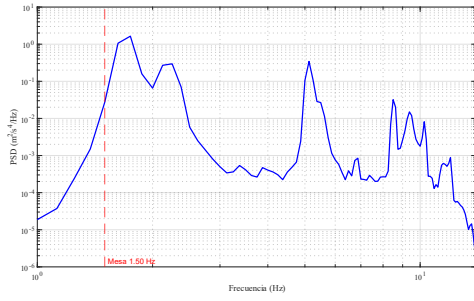


d. Prueba 4

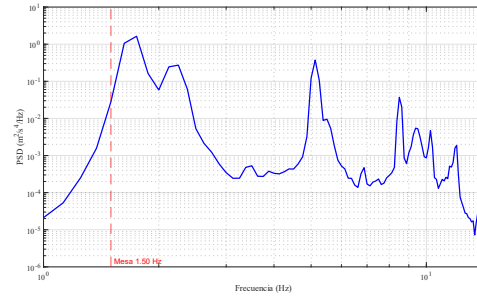


e. Prueba 5

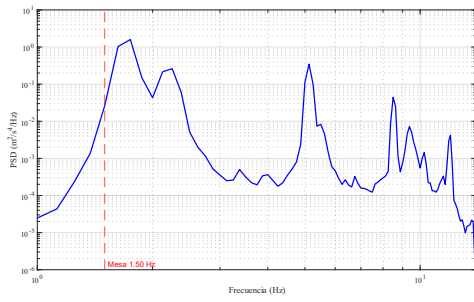
Figura F.14 Espectro de potencia por nivel del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz



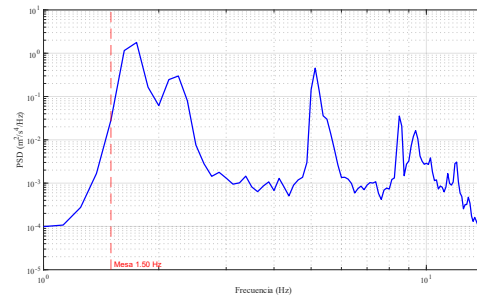
a. Prueba 1



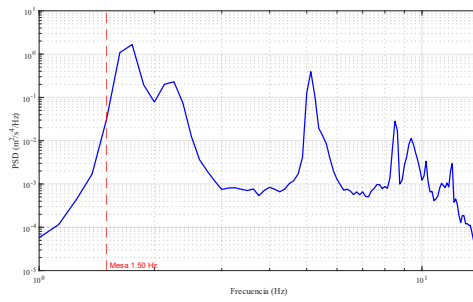
b. Prueba 2



c. Prueba 3

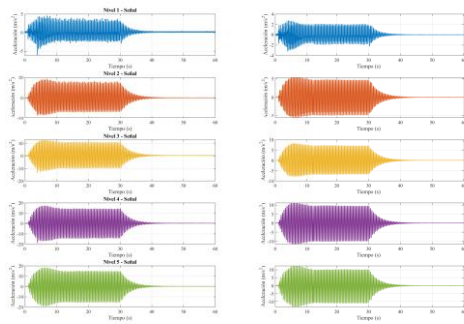


d. Prueba 4

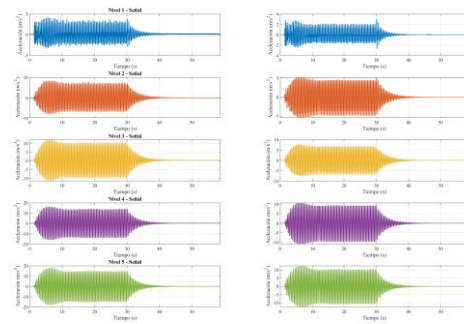


e. Prueba 5

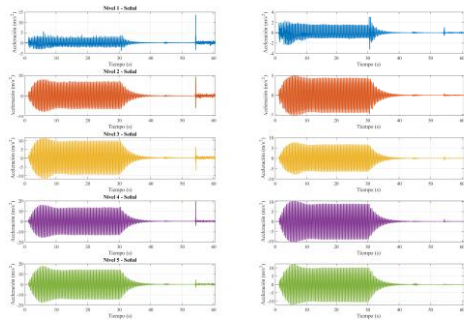
Figura F.15 Espectro de potencia general del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz



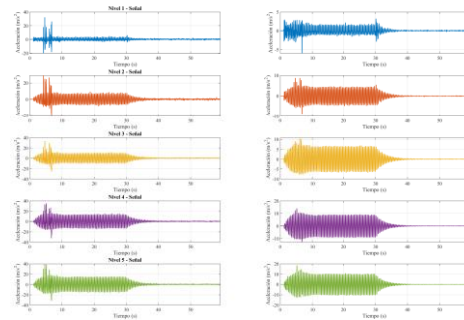
a. Prueba 1



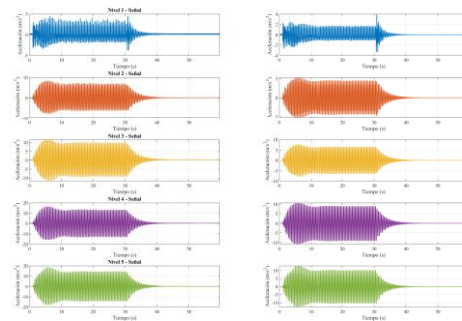
b. Prueba 2



c. Prueba 3

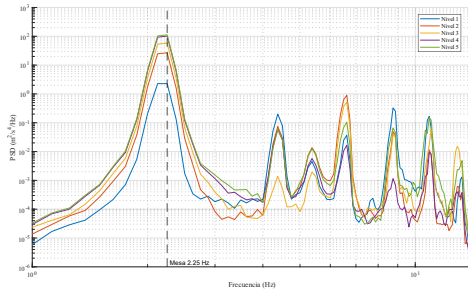


d. Prueba 4

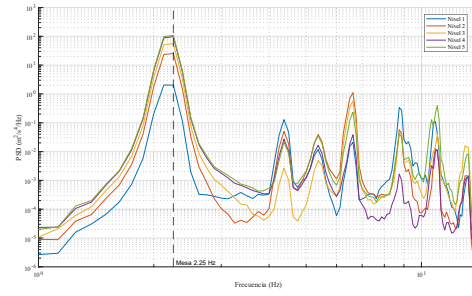


e. Prueba 5

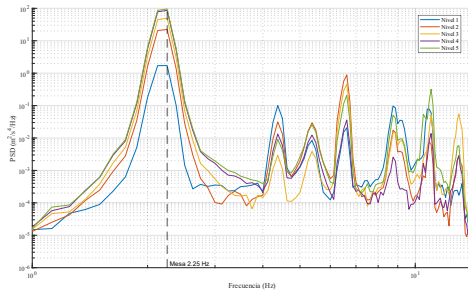
Figura F.16 Señales correspondientes al modelo 2, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz



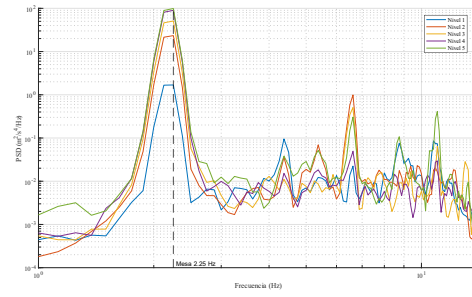
a. Prueba 1



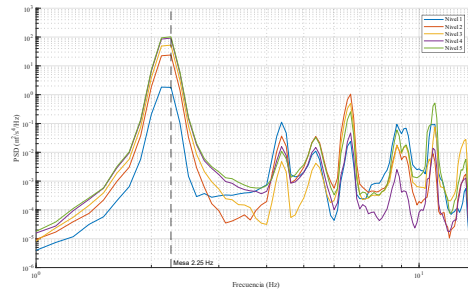
b. Prueba 2



c. Prueba 3

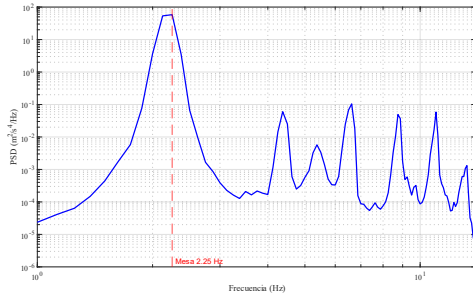


d. Prueba 4

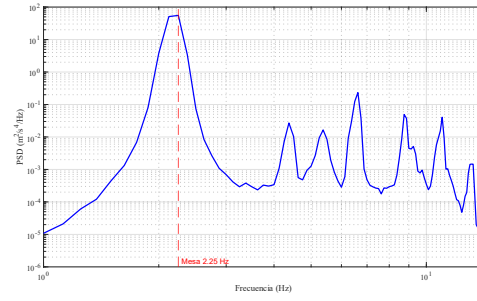


e. Prueba 5

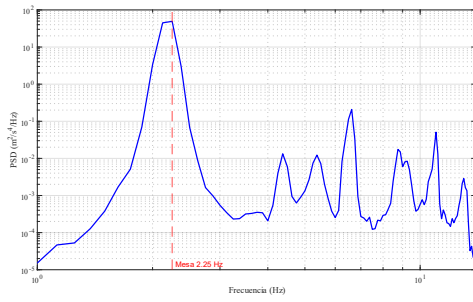
Figura F.17 Espectro de potencia por nivel del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz



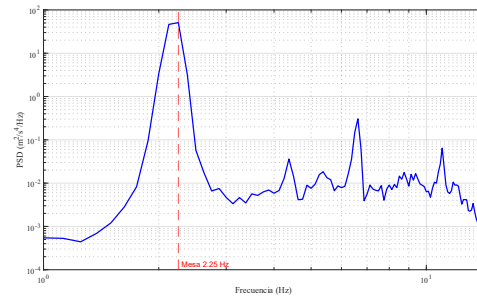
a. Prueba 1



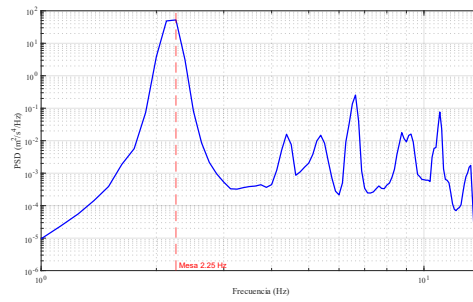
b. Prueba 2



c. Prueba 3

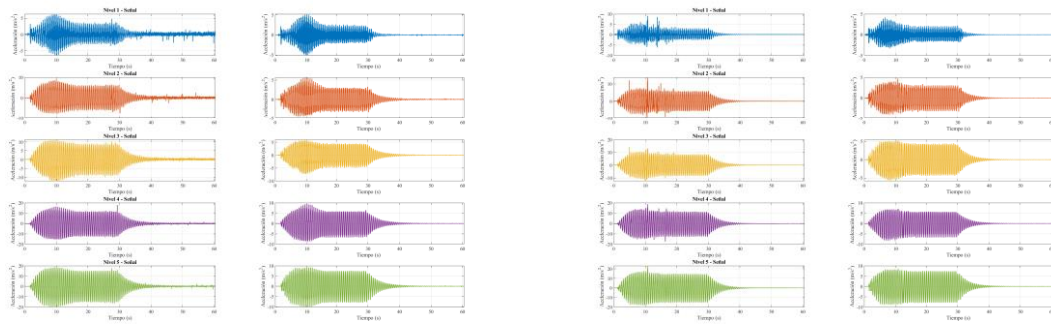


d. Prueba 4



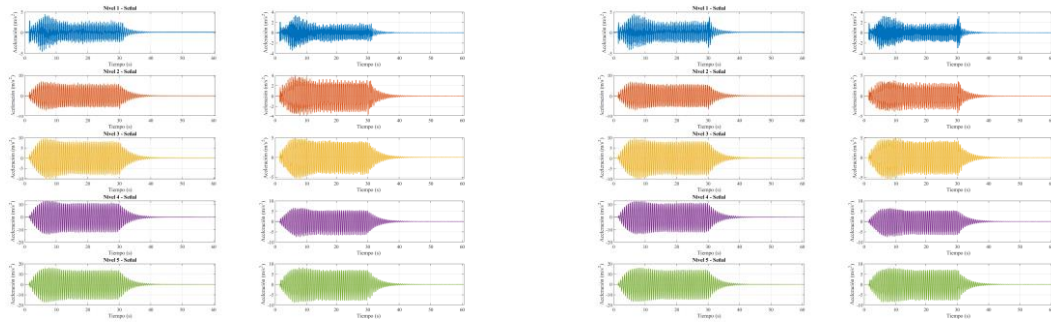
e. Prueba 5

Figura F.18 Espectro de potencia general del modelo 2, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz



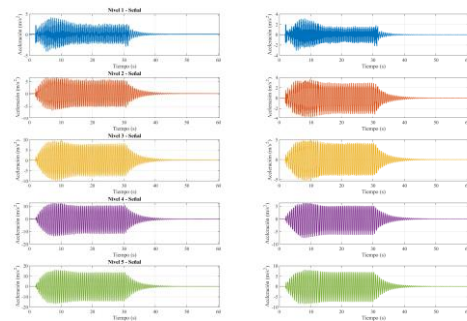
a. Prueba 1

b. Prueba 2



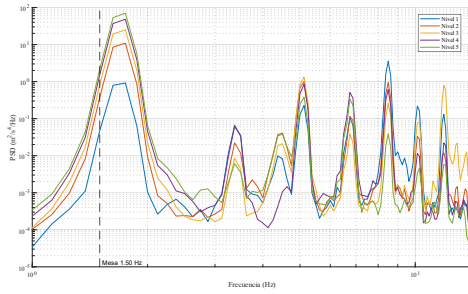
c. Prueba 3

d. Prueba 4

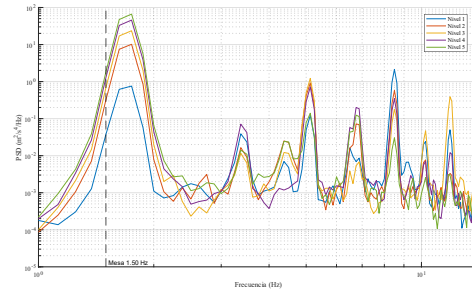


e. Prueba 5

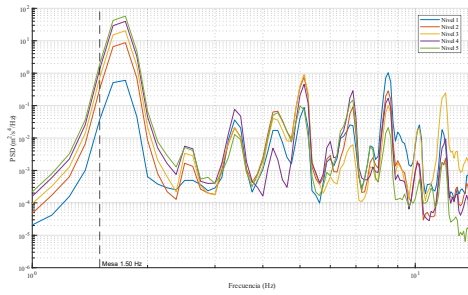
Figura F.19 Señales correspondientes al modelo 2, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz



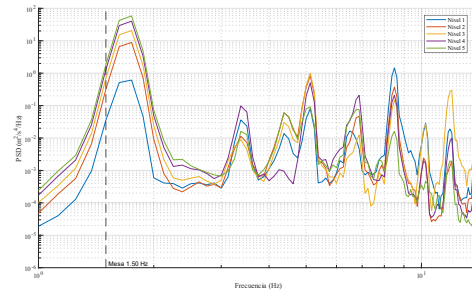
a. Prueba 1



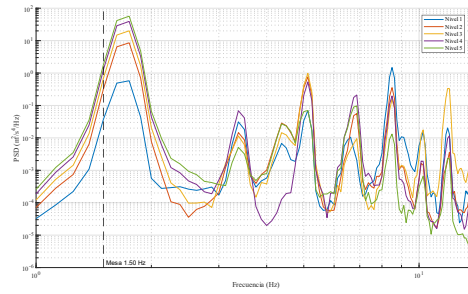
b. Prueba 2



c. Prueba 3

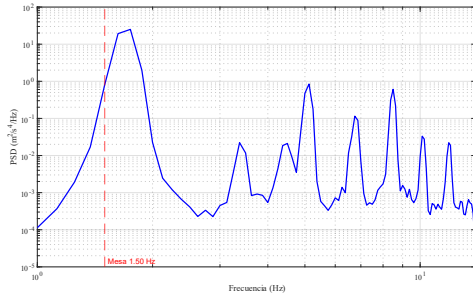


d. Prueba 4

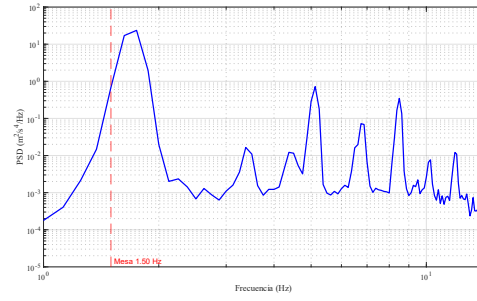


e. Prueba 5

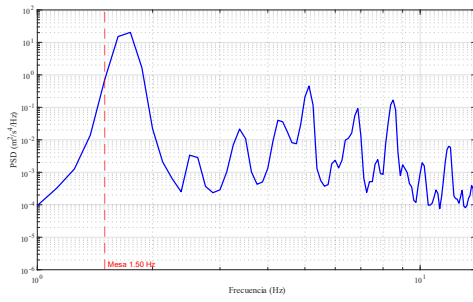
Figura F.20 Espectro de potencia por nivel del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz



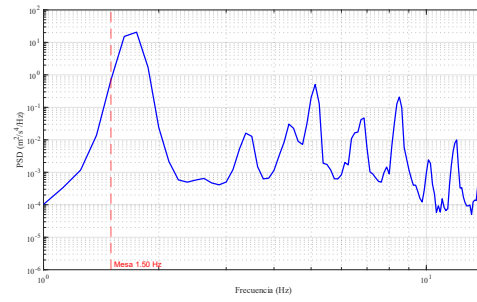
a. Prueba 1



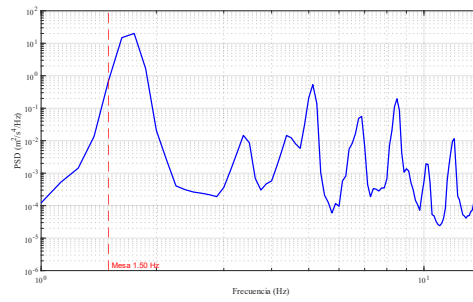
b. Prueba 2



c. Prueba 3

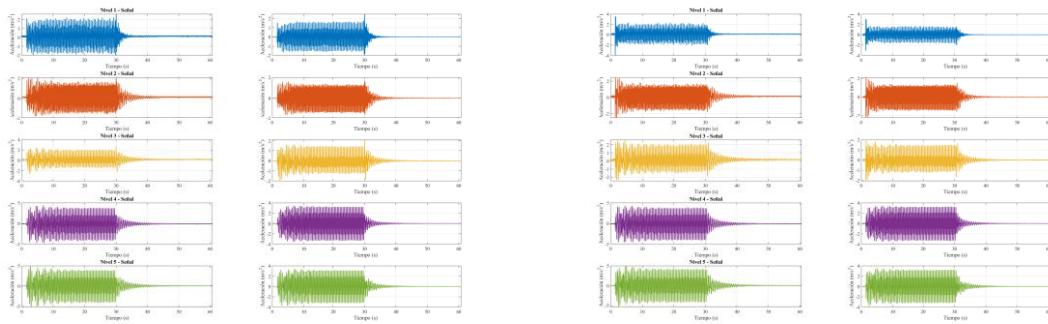


d. Prueba 4



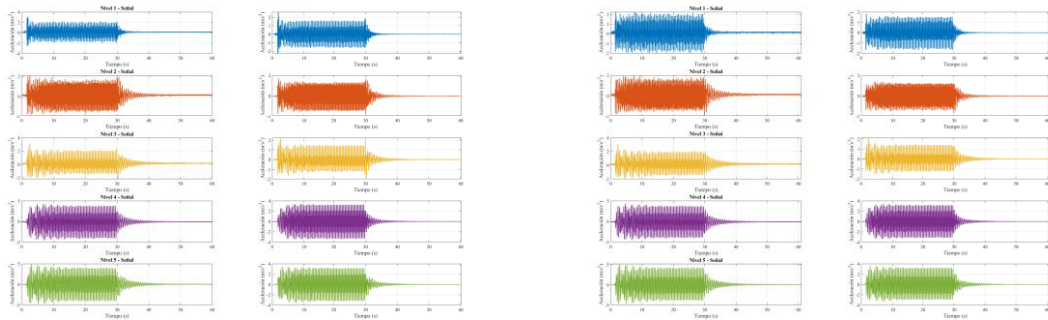
e. Prueba 5

Figura F.21 Espectro de potencia general del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz



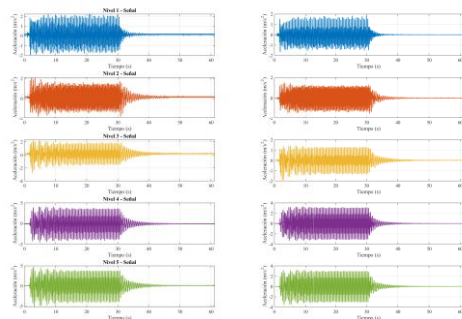
a. Prueba 1

b. Prueba 2



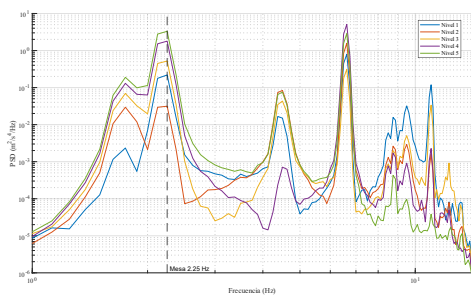
c. Prueba 3

d. Prueba 4

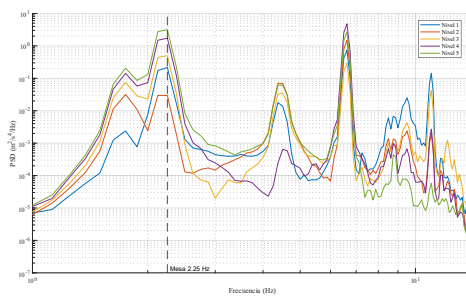


e. Prueba 5

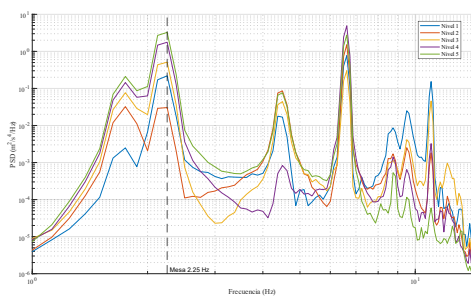
Figura F.22 Señales correspondientes al modelo 2, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz



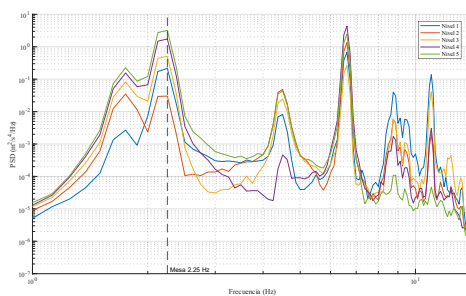
a. Prueba 1



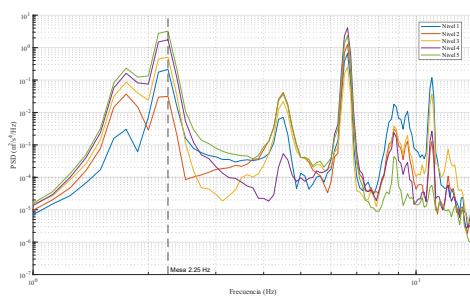
b. Prueba 2



c. Prueba 3

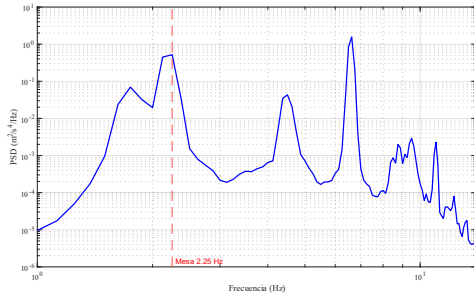


d. Prueba 4

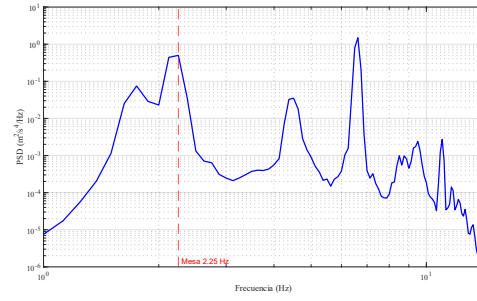


e. Prueba 5

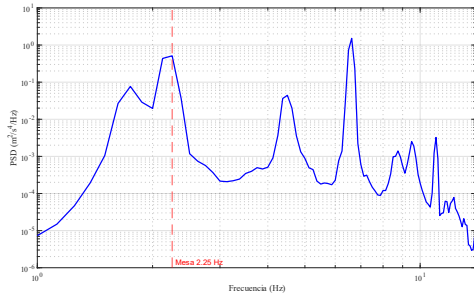
Figura F.23 Espectro de potencia por nivel del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz



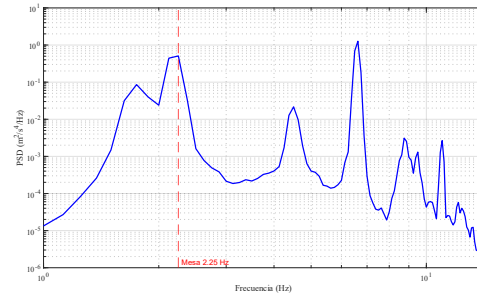
a. Prueba 1



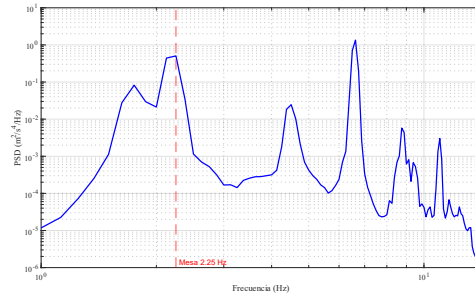
b. Prueba 2



c. Prueba 3

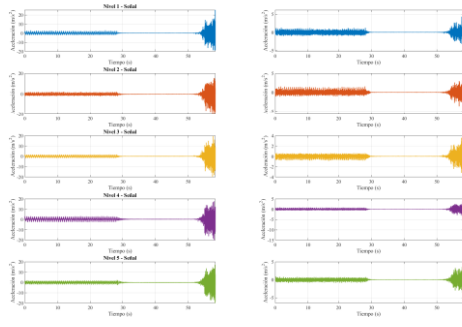


d. Prueba 4

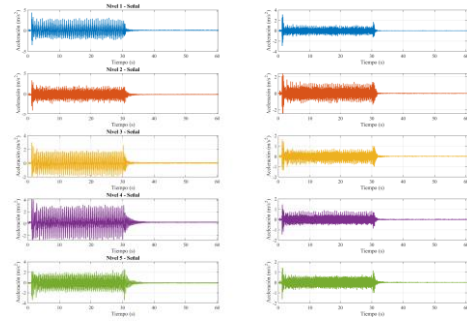


e. Prueba 5

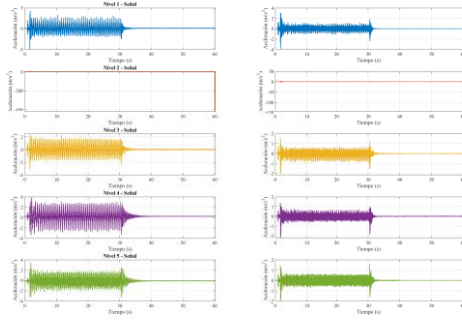
Figura F.24 Espectro de potencia general del modelo 2, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz



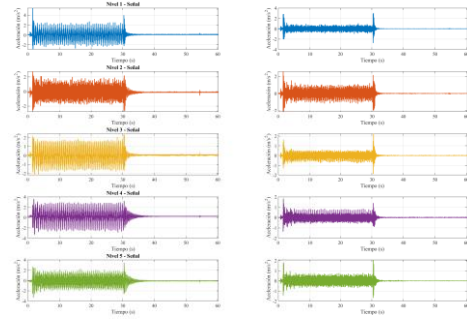
a. Prueba 1



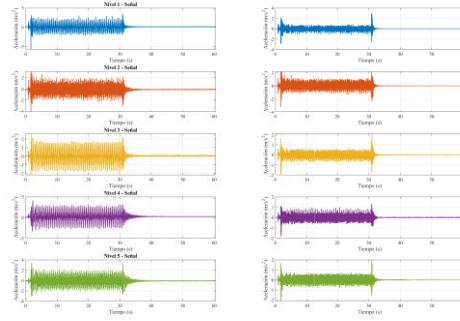
b. Prueba 2



c. Prueba 3

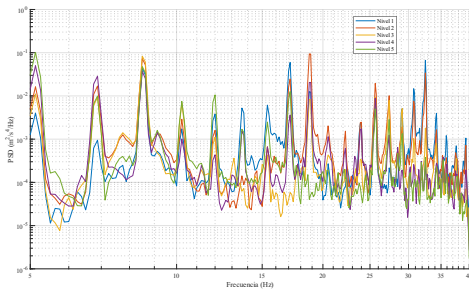


d. Prueba 4

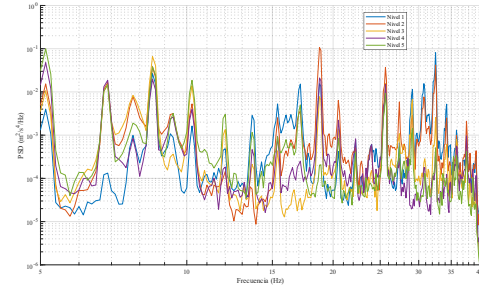


e. Prueba 5

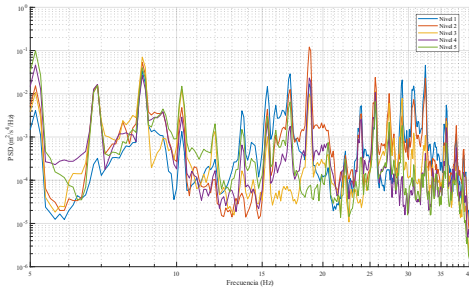
Figura F.25 Señales correspondientes al modelo 3, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz



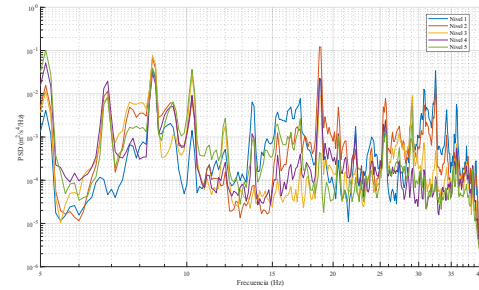
a. Prueba 1



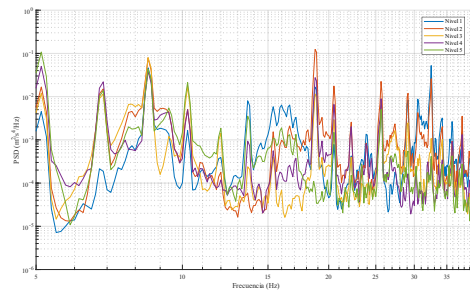
b. Prueba 2



c. Prueba 3

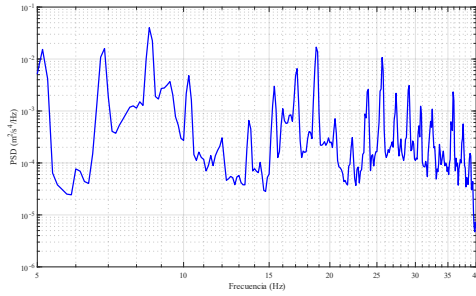


d. Prueba 4

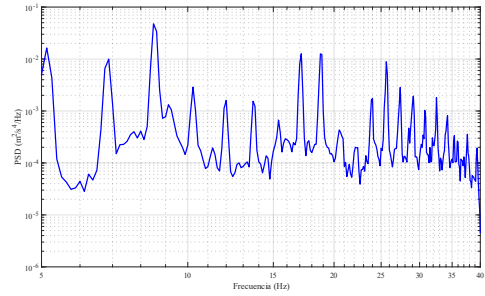


e. Prueba 5

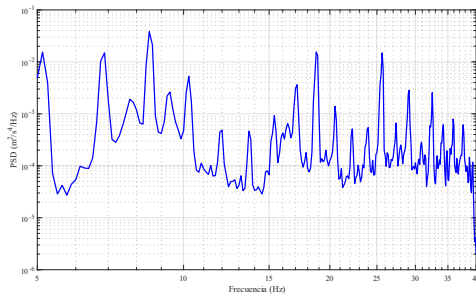
Figura F.26 Espectro de potencia por nivel del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz



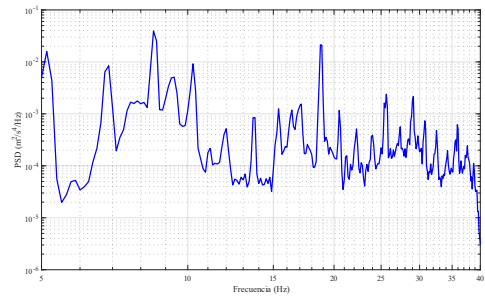
a. Prueba 1



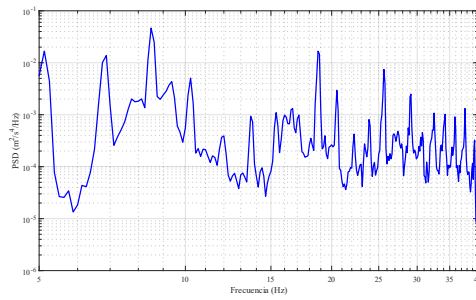
b. Prueba 2



c. Prueba 3

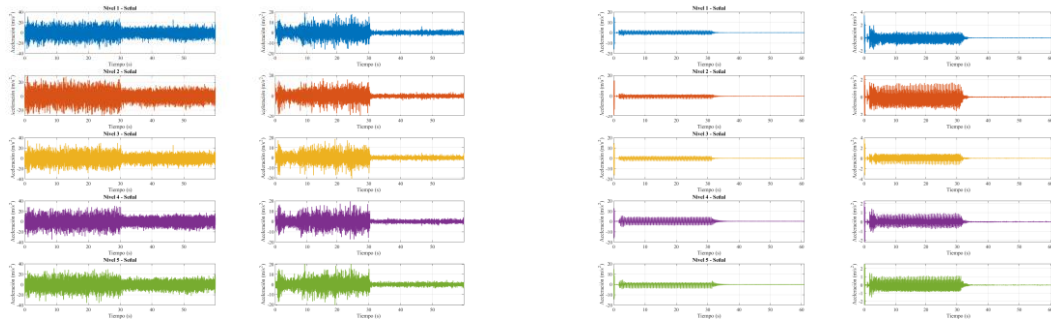


d. Prueba 4



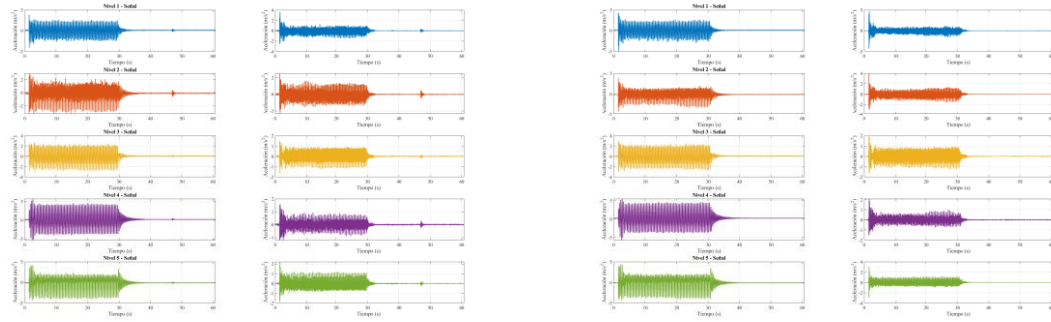
e. Prueba 5

Figura F.27 Espectro de potencia general del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 1.5$ Hz



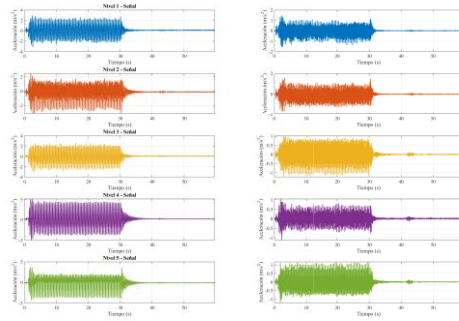
a. Prueba 1

b. Prueba 2



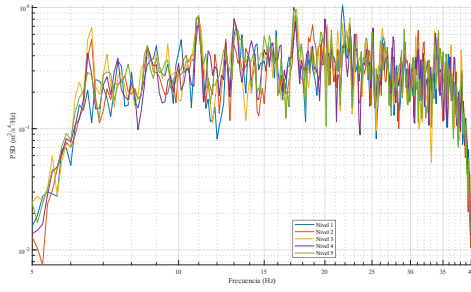
c. Prueba 3

d. Prueba 4

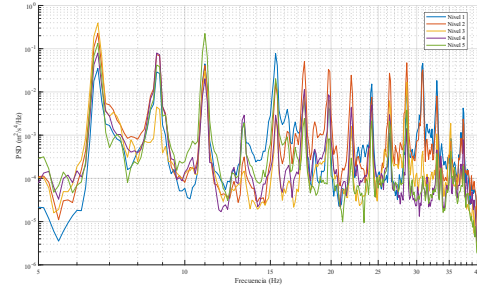


e. Prueba 5

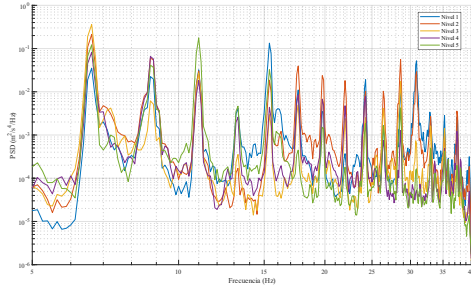
Figura F.28 Señales correspondientes al modelo 3, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz



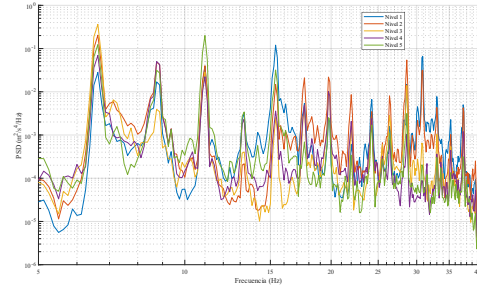
a. Prueba 1



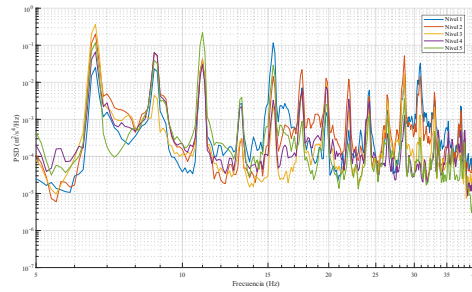
b. Prueba 2



c. Prueba 3

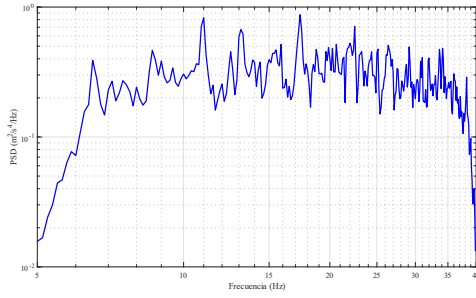


d. Prueba 4

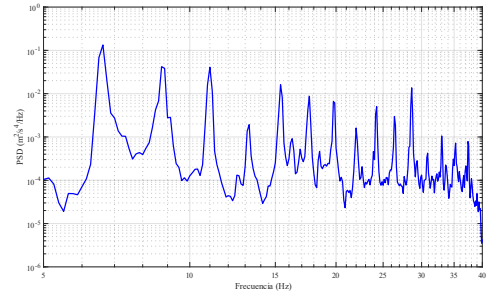


e. Prueba 5

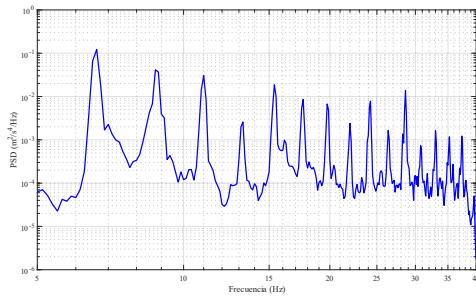
Figura F.29 Espectro de potencia por nivel del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz



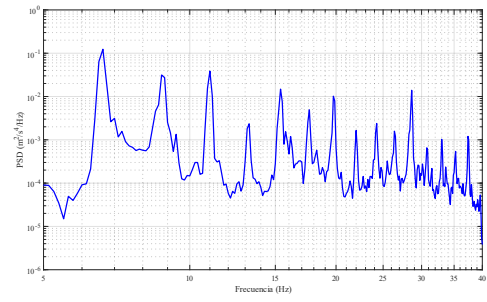
a. Prueba 1



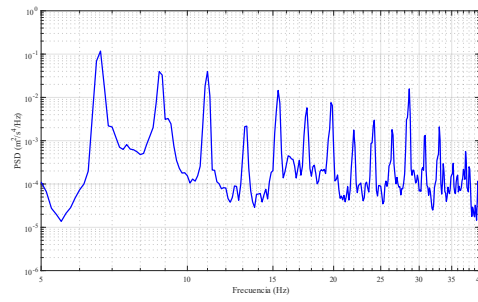
b. Prueba 2



c. Prueba 3

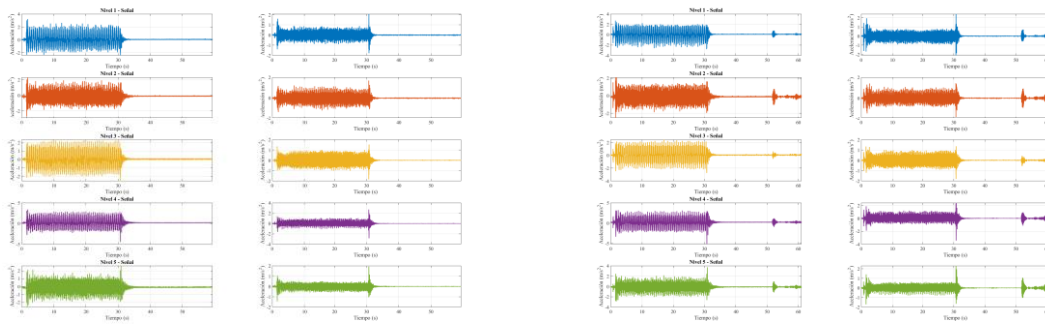


d. Prueba 4



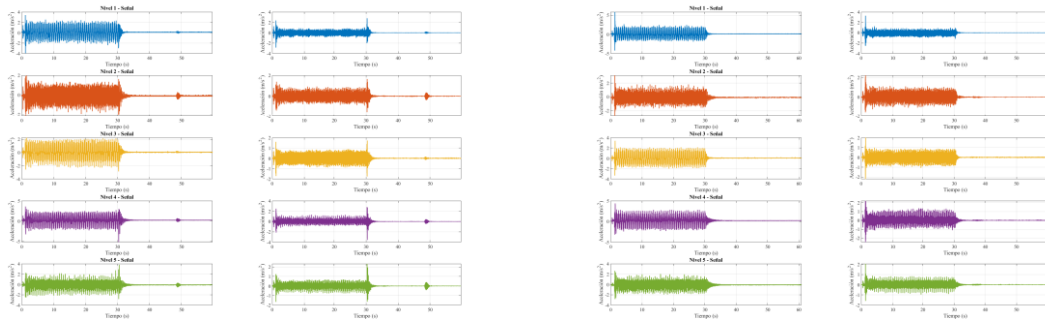
e. Prueba 5

Figura F.30 Espectro de potencia general del modelo 3, configuración de masas 1, $f = 2.25$ Hz



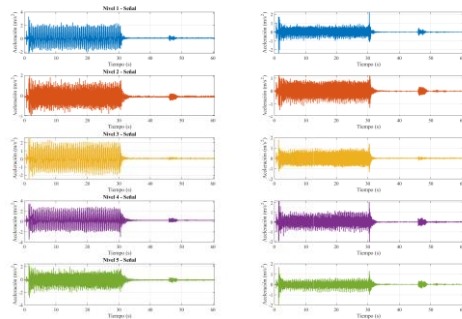
a. Prueba 1

b. Prueba 2



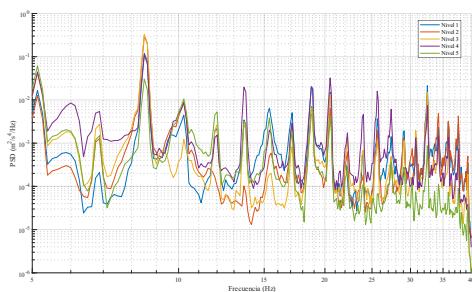
c. Prueba 3

d. Prueba 4

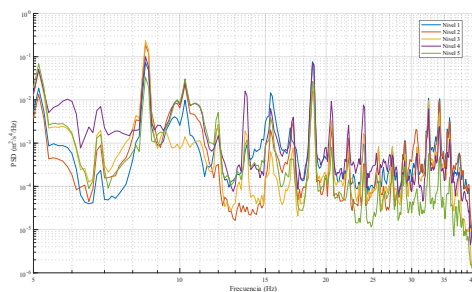


e. Prueba 5

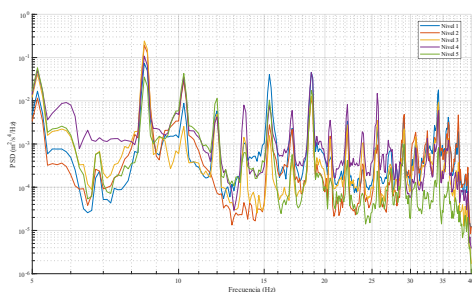
Figura F.31 Señales correspondientes al modelo 3, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz



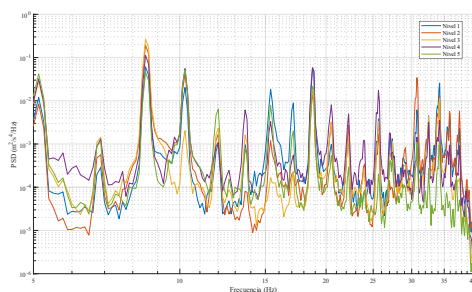
a. Prueba 1



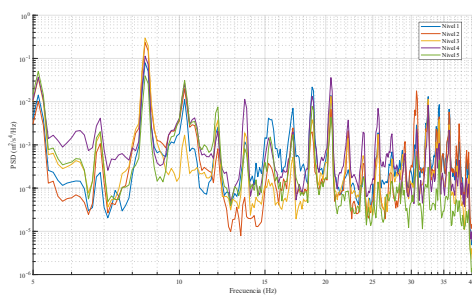
b. Prueba 2



c. Prueba 3

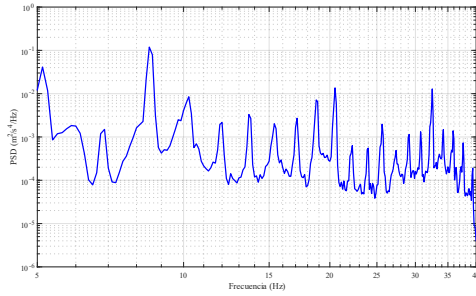


d. Prueba 5

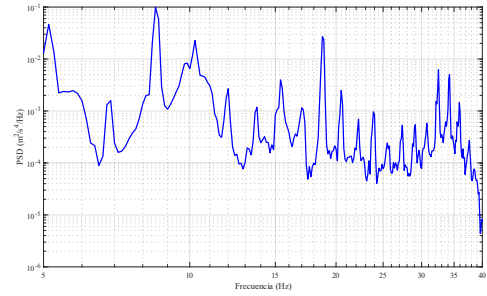


e. Prueba 5

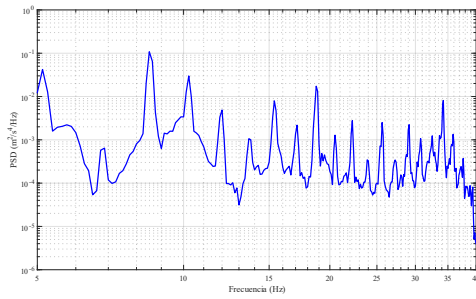
Figura F.32 Espectro de potencia por nivel del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz



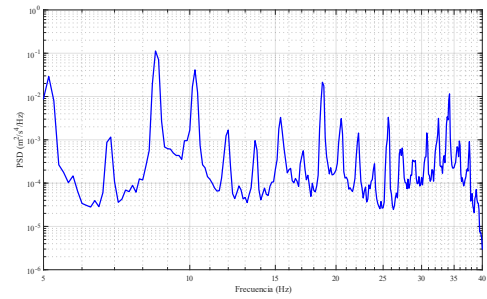
a. Prueba 1



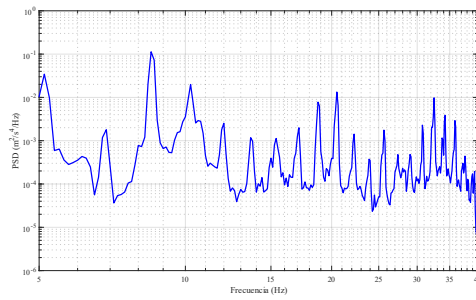
b. Prueba 2



c. Prueba 3

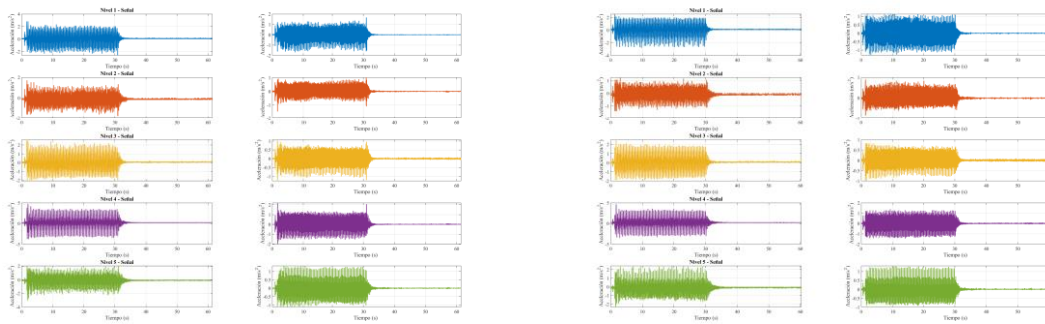


d. Prueba 4



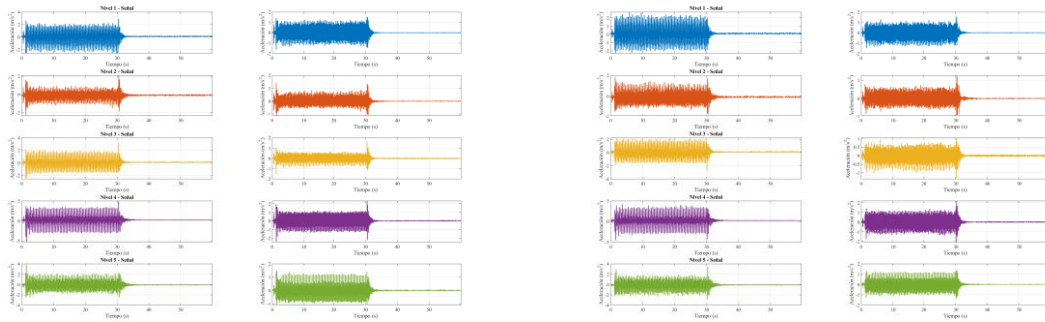
e. Prueba 5

Figura F.33 Espectro de potencia general del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 1.5$ Hz



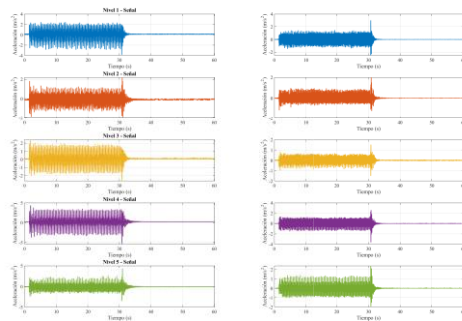
a. Prueba 1

b. Prueba 2



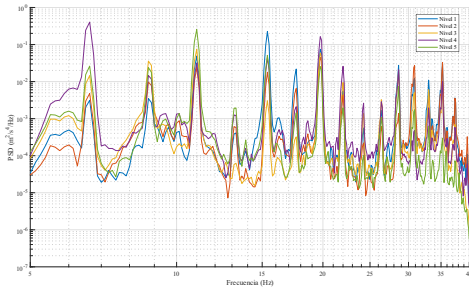
c. Prueba 3

d. Prueba 4

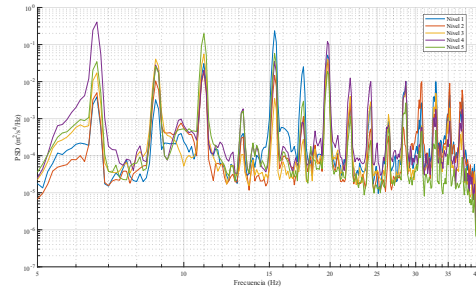


e. Prueba 5

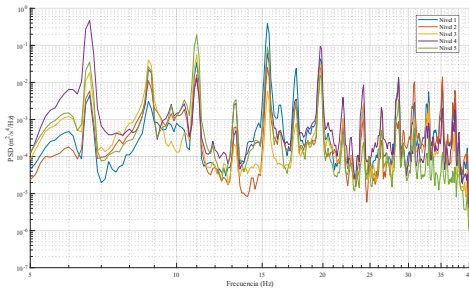
Figura F.34 Señales correspondientes al modelo 3, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz



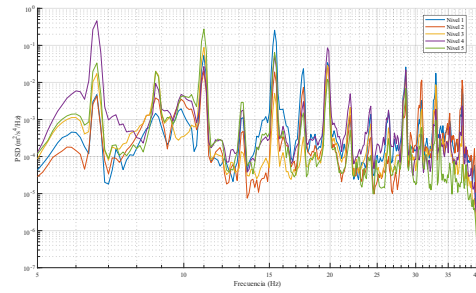
a. Prueba 1



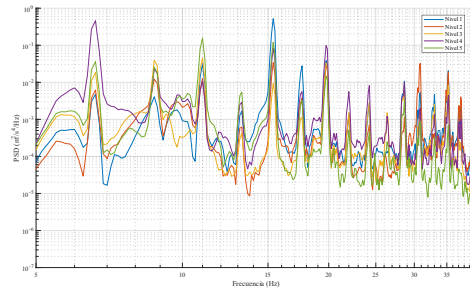
b. Prueba 2



c. Prueba 3

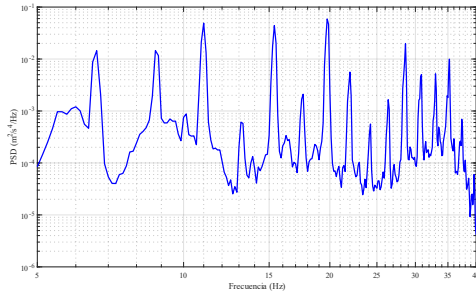


d. Prueba 5

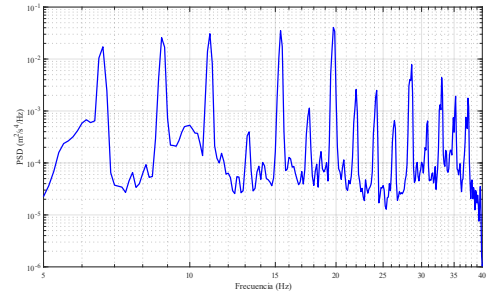


e. Prueba 5

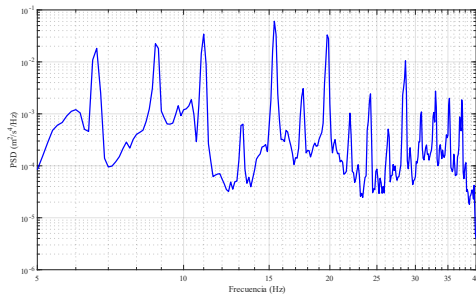
Figura F.35 Espectro de potencia por nivel del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz



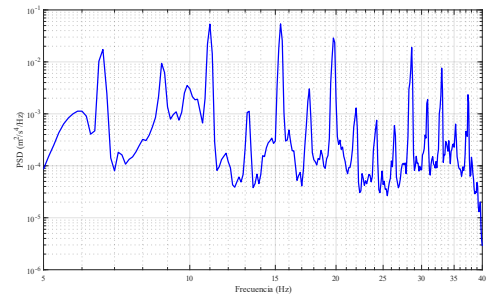
a. Prueba 1



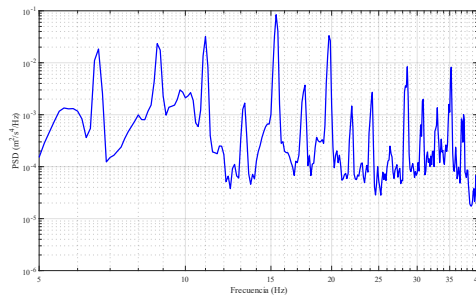
b. Prueba 2



c. Prueba 3



d. Prueba 4



e. Prueba 5

Figura F.36 Espectro de potencia general del modelo 3, configuración de masas 2, $f = 2.25$ Hz



laboratorio tinerante