



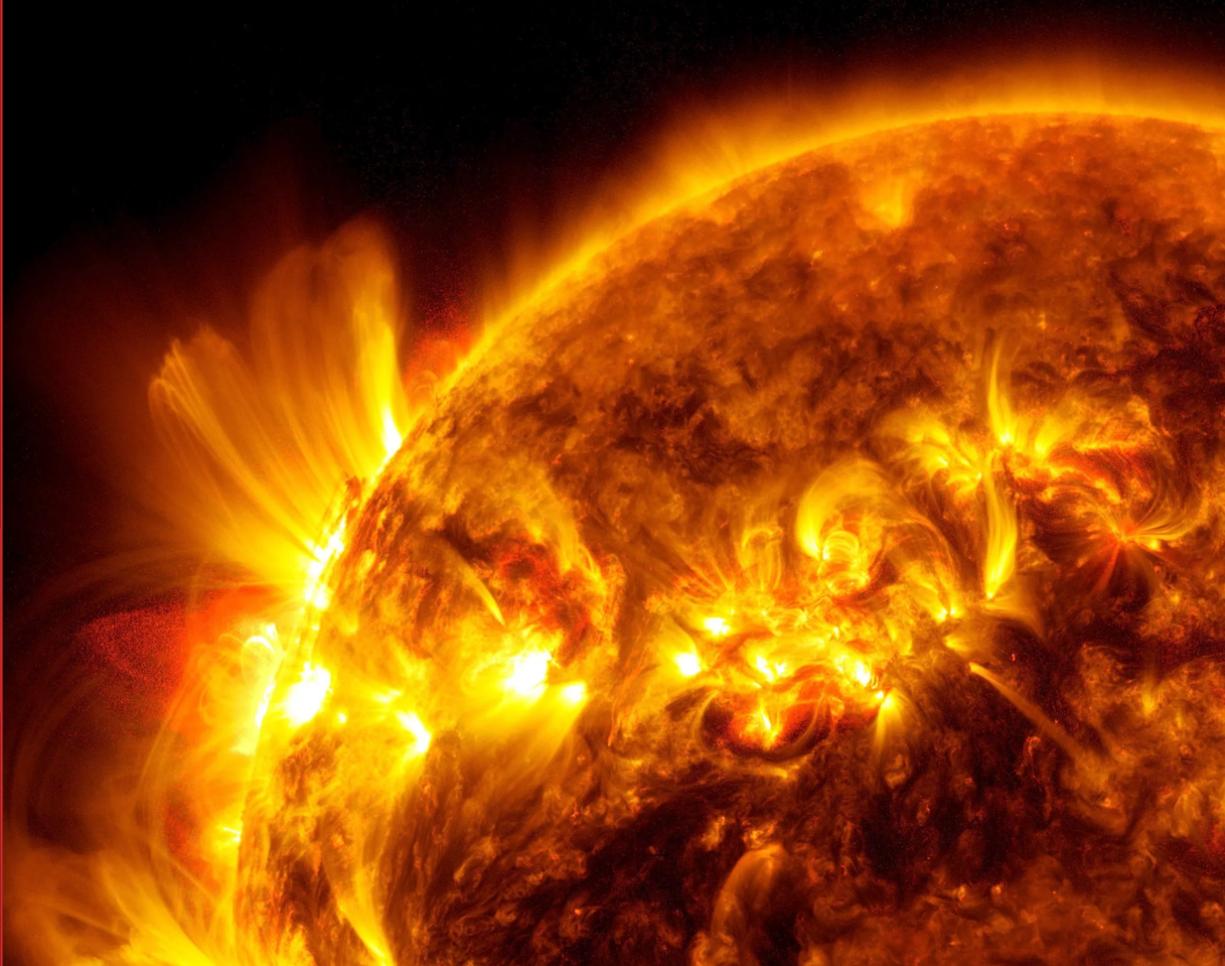
APUNTES DE FUNDAMENTOS DE

TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO

Rigel Gámez Leal

Gabriel Alejandro Jaramillo Morales

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS





APUNTES DE FUNDAMENTOS DE

TERMODINÁMICA Y ELECTROMAGNETISMO

Rigel Gámez Leal

Gabriel Alejandro Jaramillo Morales

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE FÍSICA Y QUÍMICA

CONTENIDO

CAP. 1

CAP. 2

CAP. 3

CAP. 4

CAP. 5

CAP. 6

Acrobat Reader
Haz Click

GÁMEZ LEAL, Rigel
JARAMILLO MORALES, Gabriel Alejandro
*Apuntes de fundamentos de termodinámica
y electromagnetismo*
Universidad Nacional Autónoma de México,
Facultad de Ingeniería, 2025, 210 p.

**APUNTES DE FUNDAMENTOS
DE TERMODINÁMICA
Y ELECTROMAGNETISMO**

Primera edición electrónica
de un ejemplar (14 MB) en formato PDF
Publicado en línea: octubre de 2025

D.R. © 2025, UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Avenida Universidad 3000, Col. Universidad Nacional Autónoma de México,
Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán, Ciudad de México, C.P. 04510

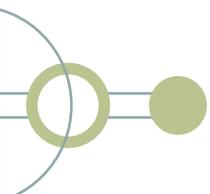
FACULTAD DE INGENIERÍA
<http://www.ingenieria.unam.mx/>

Esta edición y sus características son propiedad de la Universidad Nacional Autónoma de México. Prohibida la reproducción o transmisión total o parcial por cualquier medio sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.

Hecho en México.

UNIDAD DE APOYO EDITORIAL
Cuidado de la edición: Elvia Angélica Torres Rojas
Diseño y formación editorial: Nismet Díaz Ferro

Imagen de portada: NASA's Solar Dynamics Observatory (SDO)



CONTENIDO

Prólogo	IV
Tema 1. Conceptos fundamentales	1
Masa (m)	3
Fuerza (\vec{F})	4
Volumen (V)	5
Volumen específico (v)	6
Densidad (ρ)	7
Densidad relativa (δ)	8
Peso específico ($\bar{\gamma}$)	9
Principio de Pascal	10
Principio de Arquímedes	10
Presión (P)	11
Medida de la presión	16
Temperatura	20
Medición de la temperatura	22
Escala de temperatura de Celsius y de Kelvin	23
Concepto de energía	25
Trabajo	26
Tema 2. La primera ley de la Termodinámica	32
Sistema termodinámico	33
Frontera	34
Clasificación de los sistemas termodinámicos	34
Clasificación de propiedades	36
Estado termodinámico	38
Estado de equilibrio	38
Proceso termodinámico	38
Ciclo termodinámico	39
Proceso casi-estático o cuasiestático	39
Fase	40
Equilibrio termodinámico	40
Sustancia pura	40
Postulado de estado	41

Entalpía (o entalpía)	42
Calor	43
Capacidad térmica específica	46
Trabajo	51
Equivalente mecánico del calor.	57
Energía interna	59
Principio de conservación de la masa	63
Ecuación de continuidad	66
La primera ley de la termodinámica para sistemas abiertos.	67
Trabajo de flujo	67
Ecuación de estado del gas ideal	72
Capacidad térmica específica obtenida a volumen constante	79
Procesos casiestáticos con un gas ideal.	81

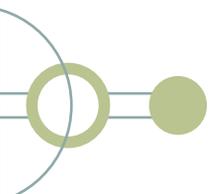
Tema 3. La segunda ley de la Termodinámica

Depósito térmico, máquina térmica y bomba de calor	92
Eficiencia térmica y coeficiente térmico.	93
Enunciado de Kelvin-Planck	95
Enunciado de Clausius	96
Procesos reversibles e irreversibles. Causas de irreversibilidad	98
Ciclo de Carnot	101
Teorema de Carnot	104
Eficiencia y coeficientes térmicos máximos	107
Desigualdad de Clausius.	108
Concepto de entropía	113
Principio de incremento de entropía	118
Variación de entropía para sustancias incompresibles	122
Variación de entropía en procesos con gas ideal	124

Tema 4. Electromagnetismo.

Concepto de carga eléctrica y principio de conservación de la carga	128
Ley de Coulomb	131
Concepto de campo eléctrico.	133
Campo eléctrico producido por una carga puntual	139
Campo eléctrico producido por un par de placas planas con carga . . .	140
Potencial eléctrico	142
Diferencia de potencial debido a un par de placas planas cargadas y paralelas	148
Capacitancia	150
Capacitancia de un capacitor de placas planas y paralelas	151
Símbolos del capacitor	153
Energía almacenada en un capacitor	153
Conexión de capacitores en paralelo.	155
Conexión de capacitores en serie	156

Fuentes de fuerza electromotriz	158
Corriente eléctrica	159
Experimento de Oersted.	162
Campo magnético.	162
Fuerza de origen magnético.	165
Fuerza de origen magnético sobre conductores.	167
Tema 5. Circuitos eléctricos en corriente continua.	169
Potencia eléctrica suministrada por una fuente ideal de fuerza electromotriz y la ley de Joule	170
Relación de Ohm y resistencia eléctrica	171
Conexiones sencillas en serie y en paralelo; resistor equivalente.	173
Conexión de resistores en serie.	174
Conexión de resistores en paralelo	175
Leyes de Kirchhoff aplicadas al estudio de circuitos eléctricos resistivos de corriente continua	177
Ley de Ampere, campo magnético producido por un conductor recto y por un solenoide largo, concepto de flujo magnético	179
Flujo magnético	187
Inducción electromagnética. Ley de inducción de Faraday y el principio de Lenz.	188
Concepto de inductancia, inductancia de un solenoide largo, energía almacenada en un inductor	191
Conexiones sencillas en serie y en paralelo de inductores alejados entre sí, inductor equivalente	196
Conexión de inductores en serie	196
Conexión de inductores en paralelo	198
Tema 6. Circuitos eléctricos en corriente alterna	200
Diferencia de potencial y corriente eléctrica alternos sinusoidales monofásicos	200
Valores promedio, medio y eficaz de corriente eléctrica y de diferencia de potencial alternos	202
Valor promedio.	203
Valor medio.	204
Valor eficaz	206
Referencias bibliográficas	209



PRÓLOGO

Un ingeniero es aquel profesionista que emplea las ciencias básicas: física, matemáticas y química, principalmente, las ciencias de la ingeniería y la ingeniería aplicada para desarrollar tecnologías que le permitan manejar de manera eficiente los recursos naturales en beneficio de la sociedad. Para lograr lo anterior, es altamente recomendable que el estudiante de dicha profesión cuente con material de apoyo que facilite el aprendizaje significativo en las asignaturas que cursará durante su formación profesional.

La asignatura Fundamentos de Termodinámica y Electromagnetismo surgió como una necesidad para que el estudiante de algunas carreras que se imparten en la Facultad de Ingeniería cuente con los antecedentes suficientes para las asignaturas posteriores, en dos grandes áreas de la Física: la Termodinámica y el Electromagnetismo.

Con base en lo anterior, los autores de este material se dieron a la tarea de elaborar un conjunto de notas que les permitan a los estudiantes comprender con facilidad los principios y leyes fundamentales de la termodinámica y el electromagnetismo.

Con los conceptos adquiridos, el alumnado podrá comprender las principales aplicaciones en la ingeniería que se tienen en estas dos áreas relevantes de la Física Clásica.

Esta obra se integra de 6 temas pertenecientes a la asignatura citada. Los conceptos se presentan de manera clara, detallada, sin menoscabo en la formalidad en su presentación, pero con un enfoque que le sea útil al estudiante que se está formando como ingeniero.

Agradecemos profundamente la colaboración de la estudiante Zayelzy Almazán Ortega, quien colaboró en forma entusiasta y comprometida en la edición de este material. Por otra parte, deseamos agradecer a los colaboradores de la Unidad de Apoyo Editorial que participaron en la edición de este libro, en especial, a la Lic. Patricia García Naranjo, jefa de la Unidad; a la académica Elvia Angélica Torres Rojas, por la dedicada revisión exhaustiva, asociada a la corrección de estilo y cuidado de la edición de este material; y a la LDG Nismet Díaz Ferro por el diseño y formación editorial, así como por el diseño de la portada. La publicación de este libro de apoyo a la docencia seguramente redundará en beneficio de la comunidad universitaria, así como en la formación de futuros profesionistas de la ingeniería.

Finalmente, los autores desean expresar su deseo de conocer la opinión del profesorado y estudiantado que pueda enriquecer el contenido de esta obra.

Rigel Gámez Leal

Gabriel Alejandro Jaramillo Morales

Ciudad Universitaria, CDMX, septiembre de 2025

TEMA 1

CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Se puede afirmar que la física es una de las más fundamentales de las ciencias, estudia el comportamiento y la estructura de la materia que componen el Universo. Usualmente, para su estudio, se suele dividir en dos áreas: la física clásica que incluye los fenómenos de: la mecánica, los fluidos, la termodinámica, el sonido, el electromagnetismo y la óptica principalmente; y, por otro lado, la física moderna que incluye la relatividad, la mecánica cuántica y la física nuclear. En este curso, nos enfocaremos principalmente al estudio de la termodinámica y el electromagnetismo desde el punto de vista de la física clásica.

En un esfuerzo por entender el mundo que nos rodea, los científicos e ingenieros tratamos de encontrar relaciones entre cantidades físicas que puedan medirse. La medición de cualquier cantidad se efectúa con respecto a un valor estándar, valor patrón o unidad particular. Es importante que dicho valor estándar elegido sea fácilmente reproducible, de manera que cualquiera que necesite realizar una medición pueda remitirse al estándar en el laboratorio. Al tratar con las leyes y ecuaciones de la física, es muy importante usar un conjunto consistente de unidades. A lo largo de los años se han utilizado distintos sistemas de unidades, actualmente el más importante es el Sistema Internacional de Unidades que se puede abreviar SI.

El antecedente directo del SI es el sistema de unidades denominado MKS (versión absoluta), debido a que entre sus unidades de base o fundamentales se encuentra el metro, el kilogramo y el segundo. Otros sistemas de unidades de uso frecuente son el CGS (debido a sus unidades de uso: centímetro, gramo y segundo), así como el Sistema Inglés, entre otros.

Se busca el menor número posible de cantidades físicas básicas, llamadas también dimensiones, para una descripción completa del mundo físico. El Sistema Internacional de Unidades establece siete cantidades físicas básicas, o dimensiones, y asociada a cada una de ellas una unidad denominada unidad de base o fundamental. En la tabla 1 se muestran dichas cantidades físicas básicas o dimensiones, la unidad correspondiente, así como su símbolo.

Tabla 1. Dimensiones y unidades de base del SI

Cantidad física o dimensión	Símbolo de la dimensión	Unidad	
		Nombre	Símbolo
longitud	L	metro	m
masa	M	kilogramo	kg
tiempo	T	segundo	s
temperatura termodinámica	Θ	kelvin	K
corriente eléctrica	I	ampere	A
intensidad luminosa	J	candela	cd
cantidad de sustancia	N	mol	mol

Todas las demás cantidades de la Física se obtienen de una combinación de las siete anteriores, por lo que tienen asociada una unidad derivada. Algunas de estas unidades se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Algunas unidades derivadas del SI

Cantidad física	Expresión dimensional	Unidad	
		Nombre	Símbolo
fuerza	LMT^{-2}	newton	N
rapidez	LT^{-1}	metro / segundo	m/s
volumen	L^3	metro ³	m ³
energía	$L^2 MT^{-2}$	joule	J
presión	$L^{-1} MT^{-2}$	pascal	Pa
frecuencia	T^{-1}	hertz	Hz

Existen un par de unidades que anteriormente se les denominaba suplementarias, por ser de un tipo especial, ya que son adimensionales; sin embargo, actualmente se consideran también como unidades derivadas. Estas se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. Unidades derivadas del SI que anteriormente se les denominaba suplementarias

Cantidad física	Expresión dimensional	Unidad	
		Nombre	Símbolo
ángulo plano	1	radián	rad
ángulo sólido	1	esterradián	sr

Para poder analizar los principios y leyes fundamentales de la Física, es conveniente primero establecer algunos conceptos fundamentales.

Masa (m)

Se puede establecer intuitivamente que la masa es la cantidad de materia de un objeto, sin embargo, puede resultar algo vago, ya que la “cantidad de materia” es algo no muy bien definido. Con mayor precisión podemos establecer, a partir de la segunda ley de Newton, que la masa es una medida de la inercia de un objeto; cuanto mayor sea la masa de un cuerpo, tanto mayor será la fuerza necesaria para producirle una aceleración. La experiencia nos dice que, a mayor masa, es más difícil empezar a mover un cuerpo desde el reposo o detenerlo si ya se está moviendo. Algunos autores también la definen como aquella propiedad de la materia que puede medirse con una balanza dentro de un campo gravitatorio. Esta propiedad es una cantidad escalar, se mide en kilogramos en el SI y su expresión dimensional es M:

$$\dim \text{masa} = M$$

$$[m]_d = M; \quad [m]_u = \text{kg}$$

Los términos masa y peso a menudo se confunden entre sí; sin embargo, es importante distinguir uno de otro. La masa es una propiedad del objeto mismo, por otro lado, el peso es una fuerza, es el “jalón” que la fuerza gravitatoria realiza sobre dicho objeto. Supongamos que llevamos un objeto a la Luna, el peso que tendrá allá será, aproximadamente, la sexta parte del que tendría en nuestro planeta; en cambio, la masa es la misma en ambos lugares.

Fuerza (\vec{F})

Para poder entender con claridad este concepto, conviene definir primero la cantidad de movimiento o momentum (\vec{p}). Recordando que este es el producto de la masa por la velocidad, podemos escribir:

$$(\vec{p}) = m\vec{v}$$

Con base en lo anterior, podemos decir que la fuerza es el cambio de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo; es decir:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (\vec{p}) = \frac{d}{dt} (m\vec{v})$$

Observe que:

$$\vec{F} = m \frac{d}{dt} (\vec{v}) + \vec{v} \frac{d}{dt} (m)$$

Un caso particular de la ecuación anterior es cuando la masa es constante, entonces podemos escribir:

$$\vec{F} = m \frac{d}{dt} (\vec{v}) = m\vec{a}$$

Se puede afirmar también que la fuerza es la interacción de un cuerpo con otro que se manifiesta como un “jalón” o “empujón”. Las fuerzas se presentan en pares: acción y reacción; interacción objeto-planeta (fuerza en el objeto debido al planeta y fuerza en el planeta debida al objeto); interacción eléctrica

entre cargas; interacción magnética entre cargas móviles o entre corrientes eléctricas, etc. Conviene destacar que es una cantidad de tipo vectorial.

Dependiendo de cómo se manifiestan, las fuerzas se pueden clasificar como sigue:

Fuerza $\left\{ \begin{array}{l} \text{de contacto o de superficie} \\ \text{de campo o a distancia} \end{array} \right.$

Se mide en newton en el SI y su expresión dimensional es: LMT^{-2}

$$\dim \text{fuerza} = \text{MLT}^{-2}$$

$$[F]_d = [ma]_d = [M][\text{LT}^{-2}] = \text{MLT}^{-2};$$

$$[F]_u = [ma]_u = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

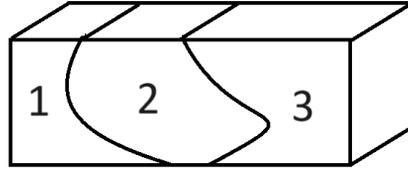
Volumen (V)

Es una propiedad fundamental de la materia. Se puede definir como el espacio que ocupa un cuerpo o sustancia. Se relaciona con las tres dimensiones lineales. Es una cantidad física escalar. Se mide en $[\text{m}^3]$ en el SI y su expresión dimensional correspondiente es L^3 .

La experiencia nos dice que entre mayor masa tenga un objeto, mayor es su volumen y viceversa. Adicionalmente, podemos afirmar que, de acuerdo con la experiencia, es una propiedad aditiva; es decir, el volumen de un todo es la suma de los volúmenes de sus partes.

$$V_{total} = V_1 + V_2 + V_3$$

Figura 1.1. En una sustancia dividida en tres porciones el volumen es una propiedad aditiva



Volumen específico (v)

Es la propiedad que representa el volumen que ocupa la unidad de masa de una sustancia, por lo que se puede expresar como:

$$v = \frac{dV}{dm}$$

Si la sustancia es homogénea, entonces su volumen específico (v) se puede calcular como:

$$v = \frac{V}{m}$$

Con base en lo anterior, se puede observar que el volumen específico se mide en m^3/kg en el SI y su expresión dimensional es:

$$\dim v = \text{L}^3 \text{M}^{-1}$$

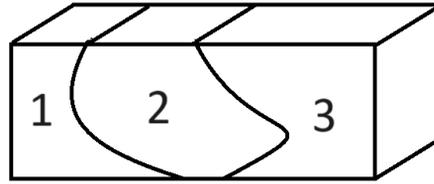
$$[v]_d = \frac{\text{L}^3}{\text{M}} = \text{L}^3 \text{M}^{-1}$$

$$[v]_u = \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Es fácil deducir que el volumen específico no depende de la cantidad de masa de la muestra y es una cantidad física escalar. A diferencia del volumen (V), el volumen específico (v) no es una propiedad aditiva.

$$v_{total} \neq v_1 + v_2 + v_3$$

Figura 1.2. En una sustancia dividida en tres porciones el volumen específico es una propiedad que no es aditiva



Densidad (ρ)

Es la propiedad que representa la cantidad de masa de una sustancia en cada unidad de volumen, por lo que se puede calcular como:

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

Si la sustancia es homogénea, entonces su densidad se puede calcular como:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Se observa que:

$$v = \frac{1}{\rho}$$

Con base en lo anterior, se puede afirmar que la densidad (ρ) se mide en $[\text{kg}/\text{m}^3]$ en el SI, y su expresión dimensional es:

$$\dim \rho = \text{ML}^{-3}$$

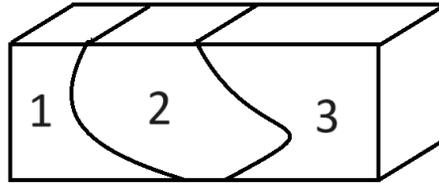
$$[\rho]_d = \frac{\text{M}}{\text{L}^3} = \text{ML}^{-3}$$

$$[\rho]_u = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

La densidad (ρ) es una cantidad física escalar. Es fácil deducir que si la densidad es el recíproco del volumen específico, entonces esta no depende de la cantidad de masa; es decir, tampoco es una propiedad aditiva.

$$\rho_{total} \neq \rho_1 + \rho_2 + \rho_3$$

Figura 1.3. En una sustancia dividida en tres porciones la densidad es una propiedad que no es aditiva



Densidad relativa (δ)

Es una propiedad que representa la densidad de una sustancia en relación con otra de referencia; es decir:

$$\delta = \frac{\rho_{sustancia}}{\rho_{sustancia\ de\ referencia}}$$

Con base en lo anterior, se puede observar que, en el SI:

$$[\delta]_u = \frac{\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]}{\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]} = 1$$

y su expresión dimensional es:

$$[\delta]_d = 1$$

$$\dim \delta = L^0 M^0 \Theta^0 T^0 I^0 J^0 N^0 = 1$$

A menos que se especifique otra cosa, se utilizará como densidad de referencia la del agua en fase líquida o la del aire en condiciones estándar como sigue:

Sustancia de referencia	$\left\{ \begin{array}{l} \text{para líquidos} \\ \text{o sólidos} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{agua en su fase} \\ \text{líquida} \end{array} \right.$	$10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
		$\left\{ \begin{array}{l} \text{para gases} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{aire en condiciones} \\ \text{estándar} \end{array} \right.$

Es fácil advertir que, al igual que la densidad δ es una propiedad que no depende de la masa por lo que tampoco es una propiedad aditiva. Es una cantidad física escalar.

Peso específico ($\bar{\gamma}$)

Es una propiedad que representa el peso de cada unidad de volumen de una sustancia; es decir:

$$\bar{\gamma} = \frac{\text{peso}}{\text{volumen}}$$

$$\bar{\gamma} = \frac{\bar{W}}{V}$$

Sus unidades en el SI y su expresión dimensional son:

$$[\gamma]_u = \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

$$[\gamma]_d = \frac{[\text{peso}]_d}{[\text{volumen}]_d} = \frac{\text{MLT}^{-2}}{\text{L}^3} = \text{ML}^{-2} \text{T}^{-2}$$

Dado que el peso de una sustancia se puede calcular como:

$$\bar{W} = m \bar{g}$$

se puede escribir:

$$\gamma = \frac{\text{peso}}{\text{volumen}} = \frac{mg}{\text{volumen}} = \rho g$$

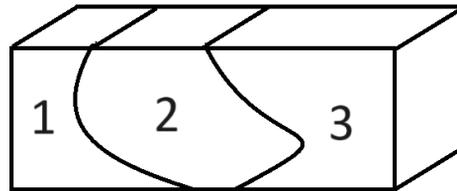
entonces

$$\vec{\gamma} = \rho \vec{g}$$

De la expresión anterior se puede concluir con facilidad que el peso específico es una propiedad que tampoco depende de la masa, por lo que no es una propiedad aditiva. También se puede observar que se trata de una cantidad física vectorial, aunque es muy común referirse únicamente al módulo de dicho vector.

$$\vec{\gamma}_{total} \neq \vec{\gamma}_1 + \vec{\gamma}_2 + \vec{\gamma}_3$$

Figura 1.4. En una sustancia dividida en tres porciones el peso específico es una propiedad que no es aditiva



Para poder continuar con el estudio de otras propiedades relevantes para este curso, conviene recordar dos principios fundamentales:

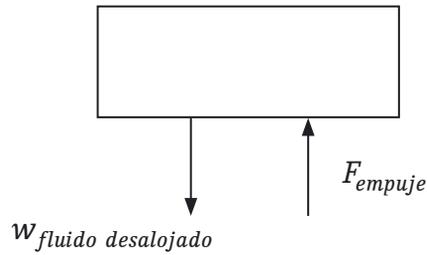
Principio de Pascal

En un fluido en reposo, la modificación de la presión se transmite íntegramente en todos sus puntos.

Principio de Arquímedes

Todo cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido sufre un empuje de abajo hacia arriba por una fuerza cuya magnitud es igual a la del peso del fluido que desaloja, como se muestra en la figura 1.5.

Figura 1.5. Porción de un fluido en reposo



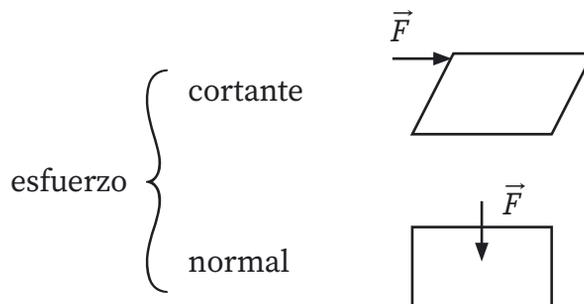
Presión (P)

Para entender esta propiedad, conviene definir primero al esfuerzo como aquella fuerza de contacto dividida entre la superficie de contacto, en la cual se aplica dicha fuerza; es decir:

$$\text{esfuerzo} = \frac{\text{fuerza de contacto}}{\text{superficie de contacto}}$$

$$\text{esfuerzo} = \frac{F}{A}$$

Un esfuerzo puede ser cortante o normal. El primero es cuando la fuerza actúa en forma tangente a la superficie, y el segundo cuando la fuerza es normal o perpendicular a dicha superficie.



Cuando la fuerza actúa perpendicularmente sobre el área, el esfuerzo se llama esfuerzo normal o presión. Entonces:

$$\text{presión} = \frac{\text{fuerza de contacto normal}}{\text{área de contacto}}$$

o bien:

$$P = \frac{F}{A}$$

Con base en el principio de Pascal, dado que al aplicar una fuerza de contacto en cualquier área del fluido, la modificación de la presión se transmite íntegramente en todos los puntos del fluido, sin importar dónde se aplique la fuerza, se puede concluir que la presión es una cantidad escalar.

Por lo tanto, podría escribirse

$$P = \frac{F}{A}$$

$$P = \frac{|\vec{F}_{\text{contacto}}|}{A}$$

La unidad para medir la presión, en el SI, es el pascal y la expresión dimensional de la presión es:

$$[P]_u = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} = \text{pascal}$$

$$[P]_d = \frac{[F]_d}{[A]_d} = \frac{\text{MLT}^{-2}}{\text{L}^2} = \text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$$

Analicemos un fluido en reposo para saber de qué depende la presión en el mismo.

Sea un fluido en reposo con densidad (ρ), en un campo gravitatorio:

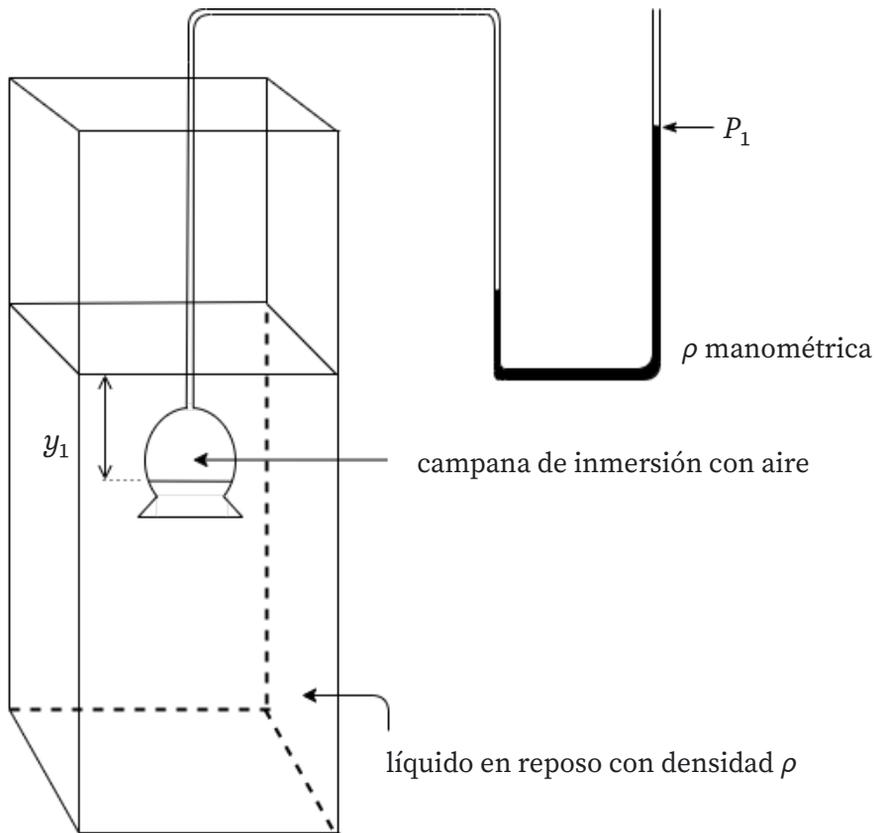


Figura 1.6. Líquido en reposo y manómetro diferencial

Deduciremos ahora la ecuación del gradiente de presión

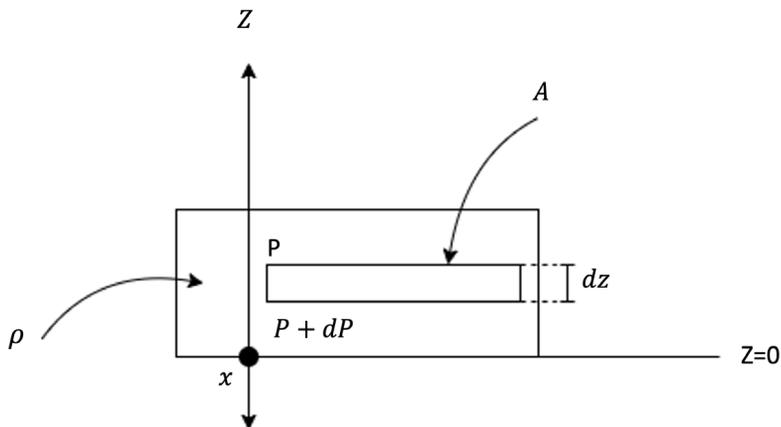


Figura 1.7. Porción de un fluido en reposo

Se tiene un fluido estático, de densidad ρ . Se toma un disco horizontal de tamaño diferencial, con el diagrama de cuerpo libre:

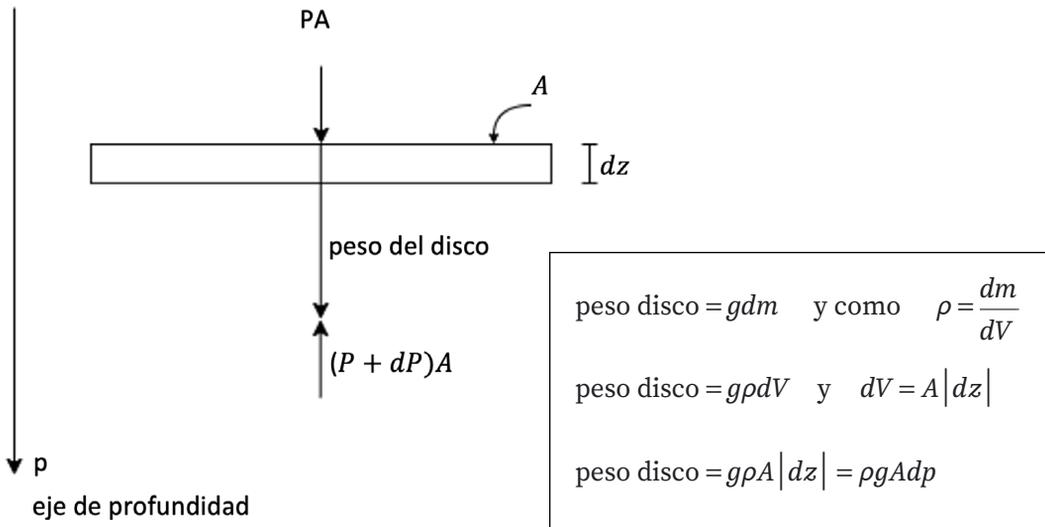


Figura 1.8. Diagrama de cuerpo libre de una porción de fluido en reposo

Como se encuentra en equilibrio el disco, la \sum de fuerzas = 0 en la dirección del eje de profundidades:

$$PA + \rho g A dz - (P + dP)A = 0$$

$$PA + \rho g A dz - PA - AdP = 0$$

$$\rho g dz - dP = 0$$

$$\rho g = \frac{dP}{dz} \left. \vphantom{\frac{dP}{dz}} \right\} \text{ variación de la presión respecto a la profundidad.}$$

Como: $dz = -dz$

entonces, $\frac{dP}{dz} = -\rho g \left. \vphantom{\frac{dP}{dz}} \right\} \text{ variación de la presión respecto a la altura.}$

Esta ecuación se denomina ecuación del gradiente de presión, con respecto a las alturas. Cuando resolvemos la ecuación diferencial

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

por separación de variables (P variable dependiente y z variable independiente) se puede escribir

$$dP = -\rho g dz$$

Al integrarla entre dos puntos de alturas z_1 y z_2 dentro de un fluido cuya densidad ρ se puede considerar constante y en un espacio en el que g prácticamente no cambie:

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = - \int_{z_1}^{z_2} \rho g dz ;$$

$$P_2 - P_1 = -\rho g(z_2 - z_1) \quad (1.1)$$

Con la última ecuación se puede evaluar la diferencia de presión entre dos puntos cualesquiera, dentro de un fluido de densidad homogénea ρ .

Conviene señalar las siguientes observaciones con base en la ecuación 1.1:

- i) En un fluido en reposo, no hay cambio de la presión a lo largo de la horizontal; es decir, a iguales alturas, iguales presiones.
- ii) En un fluido en reposo hay una variación de la presión solo en la dirección vertical.

Sabiendo que la presión en un fluido solo depende de la altura o profundidad dentro del mismo (como puede observarse claramente en la ecuación 1.1) supongamos varios recipientes con diferentes masas de un fluido líquido manteniendo la misma profundidad, como se ilustra en la figura:

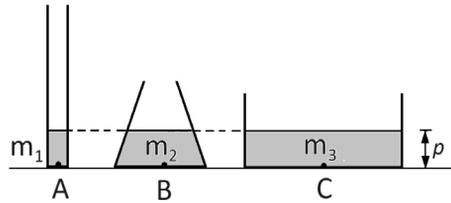


Figura 1.9. Recipientes con diferentes masas de un mismo fluido

En la figura 1.9 se observa que, aunque las masas del mismo fluido son diferentes en cada recipiente ($m_1 < m_2 < m_3$) la presión en los puntos A, B y C son idénticas debido a que están a la misma profundidad (p).

Con base en lo anterior, se puede asegurar que la presión es una propiedad que no depende de la cantidad de masa, por lo tanto, es una propiedad intensiva.

Medida de la presión

Supongamos un tubo en U, con un fluido manométrico como el que se muestra en la figura 1.10., el extremo derecho del tubo estará siempre abierto a la atmósfera. Conectamos el extremo izquierdo del tubo a un tanque con aire en su interior.

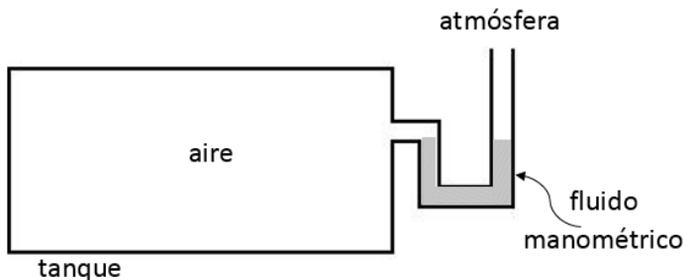


Figura 1.10. Tanque con aire a una presión igual a la del ambiente

En este caso, como el aire contenido en el tanque está a la misma presión que el entorno del tubo en U (es decir, la atmósfera), el desnivel del líquido manométrico será cero, por lo tanto, la lectura del instrumento es cero.

Supongamos ahora que el fluido contenido dentro del tanque está a una presión mayor que la atmosférica, el fluido manométrico será “empujado” hacia la derecha y el desnivel será positivo; es decir, la lectura del instrumento será positiva, como se muestra en la figura 1.11.

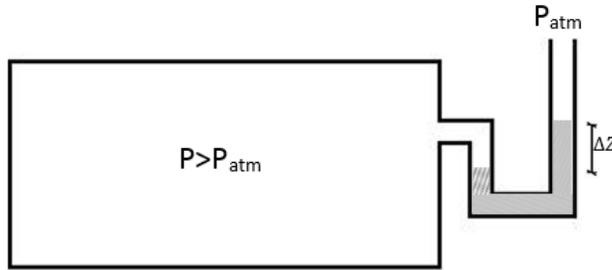


Figura 1.11. Tanque con aire a una presión mayor que la del ambiente

Si ahora el fluido contenido dentro del tanque está a una presión menor que la atmosférica, el fluido manométrico será “empujado” hacia la izquierda y el desnivel será negativo; en este caso, la lectura del instrumento será negativa, como se muestra en la figura 1.12.

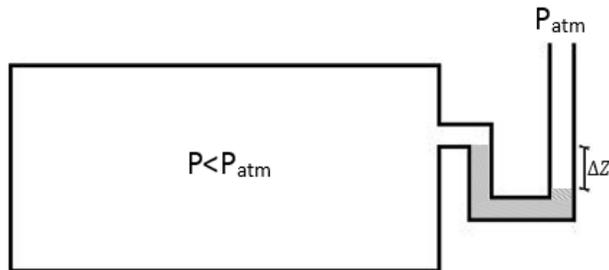


Figura 1.12. Tanque con aire a una presión menor que la del ambiente

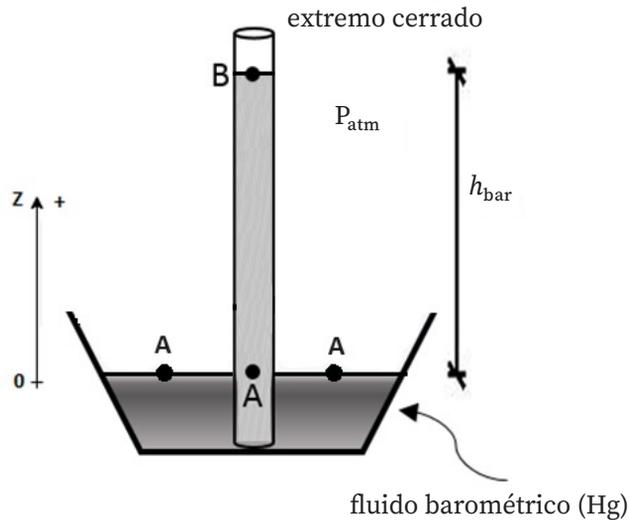
Con base en los tres casos anteriores, el instrumento está midiendo una diferencia de presiones a partir de una diferencia de alturas (desnivel del fluido manométrico); en otras palabras, estamos midiendo presiones relativas tomando como referencia la presión del entorno del lugar (presión atmosférica generalmente).

A las presiones medidas con un instrumento como este, llamado manómetro diferencial, se les conoce como presiones manométricas, en el caso particular de presiones menores a la del entorno se les llama presiones vacuométricas (que equivalen a presiones manométricas negativas).

Barómetro de Evangelista Torricelli

La presión atmosférica puede medirse a través de un barómetro, inventado por Evangelista Torricelli, discípulo de Galileo, quien utilizó un instrumento como el que se muestra en la figura 1.13.

Figura 1.13. Barómetro de Torricelli



Si aplicamos la ecuación del gradiente de presión (ec. 1.1) entre los puntos A y B, se puede deducir que:

$$P_{A_{abs}} - P_{B_{abs}} = -\rho_{Hg} g(z_A - z_B);$$

$$P_{B_{abs}} \approx 0 \text{ (vacío perfecto)}$$

entonces

$$P_A = -\rho_{Hg} g(z_A - z_B); \quad \text{sea} \quad z_A = 0; \quad P_A = -\rho_{Hg} g(-z_B) = \rho_{Hg} g z_B$$

como

$$z_B = h_{bar} \quad \text{y} \quad P_{A_{abs}} = P_{atm}$$

finalmente:

$$P_{atm} = \rho_{Hg} g h_{bar} \quad \mathbf{(1.2)}$$

En resumen: a las presiones cuyo valor se compara con el correspondiente al vacío perfecto, como en el barómetro de Torricelli, se les llama presiones absolutas. A las presiones medidas con respecto al entorno se les llama relativas; si la diferencia es positiva se le llama presión manométrica y el aparato que las señala manómetro; si la diferencia es negativa se le llama vacuométrica y al aparato vacuómetro. Esto se ilustra en forma sencilla en la gráfica siguiente:

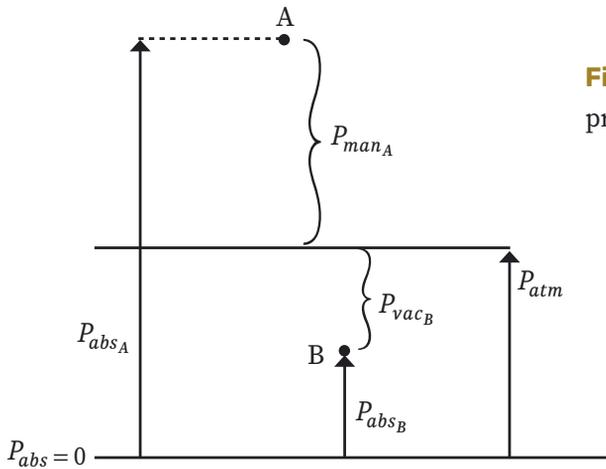


Figura 1.14. Relación entre presiones absolutas y relativas

Consideración importante: dentro de un recinto con un contenido gaseoso, la presión prácticamente se considera la misma en cada punto, sin importar la diferencia de alturas, a menos que sea dicha diferencia del orden de cientos o más metros.

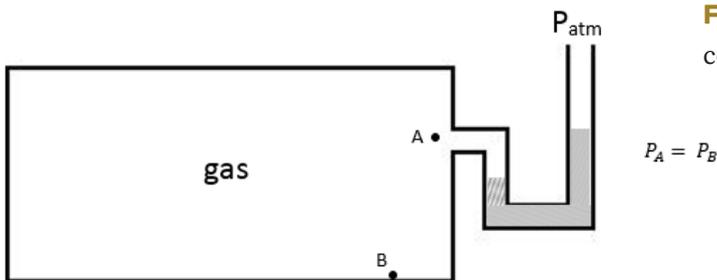


Figura 1.15. Tanque cuyo contenido es un gas

La afirmación anterior se puede basar en lo siguiente, sabemos que:

$$\frac{dP}{dZ} = -\rho g$$

como la densidad de un gas, comparada con la de un líquido es bastante pequeña, podemos decir que:

$$\rho_{gas} \rightarrow 0$$

por lo tanto en un fluido gaseoso se puede considerar que

$$\frac{dP}{dZ} \approx 0$$

Temperatura

Aunque el concepto de temperatura es un concepto muy primitivo que se asocia con los conceptos de “frío” o “caliente” no es fácil definirlo. Los instrumentos para medir esta propiedad tardaron en inventarse, como se verá al analizar las leyes de la Termodinámica. Una experiencia común nos dice que si colocamos una taza con café sobre una mesa y esperamos lo suficiente éste se enfriará con el tiempo hasta alcanzar la misma temperatura del recinto. Sabemos que cuando colocamos un cuerpo en contacto con otro que está a una temperatura diferente, hay una transferencia de energía en forma de calor del cuerpo “caliente” al “frío” hasta que alcanzan la misma temperatura; es entonces cuando cesa esta transferencia de energía y se dice que han alcanzado el equilibrio térmico. La temperatura es una propiedad fundamental y es una cantidad física escalar e intensiva.

Cuando dos sustancias (A y B) están en condiciones térmicas distintas y alcanzan simultánea y separadamente el equilibrio térmico con un tercer sistema (por ejemplo, un termómetro) originalmente en condición distinta de los demás, entonces es un hecho experimental que las sustancias A y B tienen que estar en equilibrio térmico entre sí (aun si A y B no están en contacto entre sí).

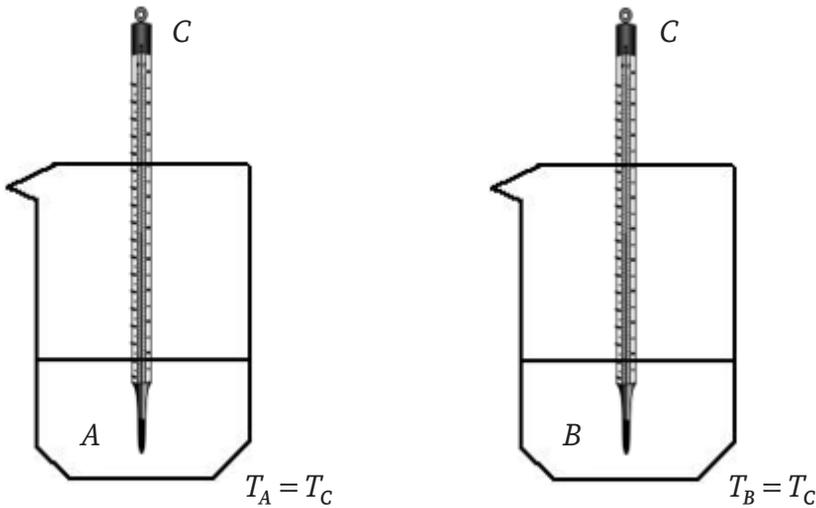


Figura 1.16. Dos sistemas (A y B) en contacto con un sistema C (termómetro)

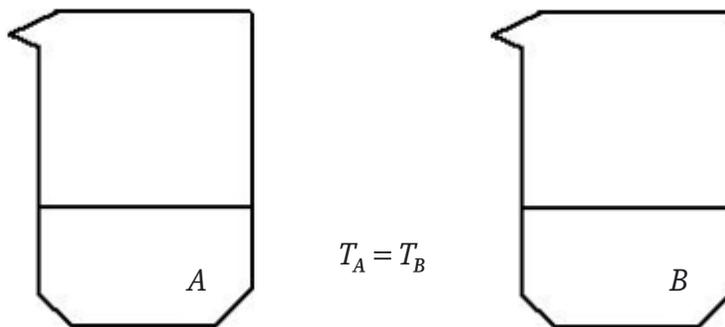


Figura 1.17. Conclusión de la situación mostrada en la figura 1.16

Lo anterior se conoce como ley cero de la Termodinámica. Este hecho que puede parecer obvio no es posible concluirlo a partir de las otras leyes de la Termodinámica. R H. Fowler fue el primero que formuló y nombró esta ley en 1931. Su valor como principio físico fundamental se reconoció más de medio siglo después de la formulación de la primera y la segunda leyes de la Termodinámica y por ello, se le llamó ley cero ya que debe preceder a las otras.

Entonces podemos decir que debe haber una propiedad tal que inexorablemente debe tener el mismo valor en cada sustancia que esté en equilibrio térmico. Esta propiedad es la temperatura. La unidad de esta cantidad física, en el SI, es el kelvin y su expresión dimensional es:

$$[\theta]_u = \text{kelvin} = \text{K}$$

$$[\theta]_d = \Theta$$

$$\dim \text{temperatura} = \Theta$$

En un lenguaje menos formal, el mensaje de la ley cero de la Termodinámica es: “todo cuerpo tiene una propiedad llamada temperatura. Cuando dos cuerpos están en equilibrio térmico, sus temperaturas son iguales y viceversa”.

Si nosotros tenemos una sustancia de masa M y la dividimos en varias partes, por el solo hecho de variar su masa, sabemos que su temperatura no cambia; es decir, $T_A = T_B = T_C$. De lo anterior podemos deducir que la temperatura es una propiedad que no depende de la cantidad de masa y por lo tanto es una propiedad intensiva.

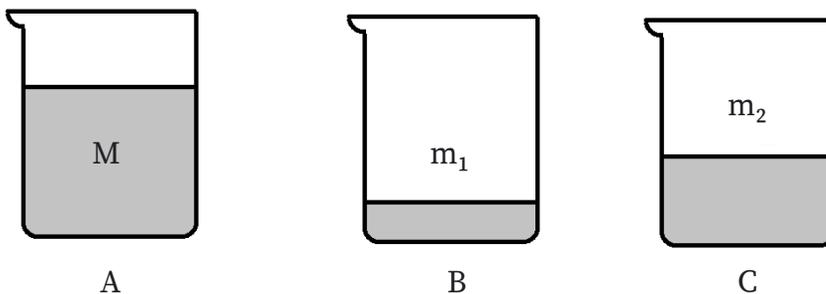


Figura 1.18. Sustancia de masa M dividida en dos porciones de masa m_1 y m_2

Medición de la temperatura

Se mide indirectamente gracias a la cuantificación de otras propiedades fácilmente medibles. A estas otras propiedades que permiten medir la primera se les denomina propiedades termométricas, por ejemplo, tenemos al volumen, la presión, la emisión de ondas electromagnéticas (asociada al color), la resistividad eléctrica, etc.

Los primeros termómetros tomaron puntos y situaciones físicas especiales tales como el punto de fusión del hielo y el punto de ebullición del agua a la presión de 101 325 [Pa], que es la presión a nivel del mar y por tratarse de una escala determinada experimentalmente con valores escogidos arbitrariamente, se denominó temperatura empírica a la que se mide con dichos instrumentos. Debe resultar claro que la temperatura empírica es la que se mide cotidianamente, por ejemplo con los termómetros que utilizan mercurio o alcohol como sustancia termométrica. Se ha observado que los valores de la temperatura medida dependen de la naturaleza de la sustancia termométrica y al medir una misma temperatura con termómetros de mercurio o de alcohol se obtienen valores ligeramente distintos.

Escalas de temperatura de Celsius y de Kelvin

La escala Celsius (antes llamada escala centígrada, a la cual en 1948 se le cambió el nombre en honor de quien la diseñó) es una escala empírica y fue establecida tomando el punto o temperatura de ebullición del agua y el punto o temperatura de fusión del hielo, ambos a la presión atmosférica de 101 325 [Pa] que es la presión normal o presión a nivel del mar. En esta escala al punto de ebullición del agua se le asigna el valor 100 [°C] y a la temperatura de fusión del hielo se le asigna el 0 [°C]. El espacio en el termómetro entre estas dos marcas se divide en 100 partes iguales y cada una de estas representa un grado Celsius.

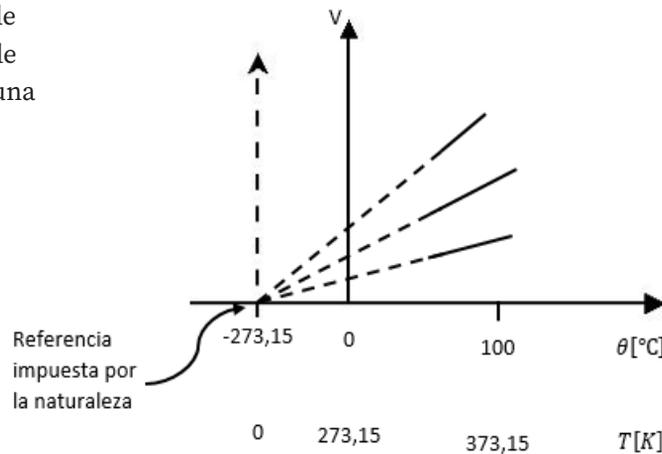
Existe otra escala, de uso frecuente en el Sistema Inglés de Unidades, denominada escala de Fahrenheit en la que se asigna 32 °F a la temperatura de fusión del agua y 212 °F a la temperatura de ebullición de esta. Entre estas dos marcas se asignan 180 partes y cada una de ellas corresponde a un grado Fahrenheit.

En Termodinámica es muy conveniente tener una escala de temperatura independiente de las propiedades de cualquier sustancia, por lo que Lord Kelvin (William Thomson) estableció una escala de medición denominada escala de temperatura termodinámica o escala de Kelvin que es la que utiliza el SI. Su unidad de temperatura es el kelvin (no °K; el símbolo de grado se eliminó de forma oficial en 1967). La temperatura mínima de esta escala es el cero

absoluto o 0 [K] con la certeza de que no existe en la naturaleza temperatura alguna más baja.

Apoyándose en el trabajo de Gay-Lussac y de Charles, Kelvin observó que en una gráfica del volumen (V) de un gas, en función de su temperatura empírica (θ), en grados Celsius, por ejemplo, para diferentes gases cuya masa fuera igual, se tenía que las rectas convergen en un punto, como se muestra en la figura.

Figura 1.19. Gráfica de volumen en función de su temperatura para una sustancia gaseosa



Recorrió la referencia a dicho punto de convergencia en el que, dado que no podemos tener volúmenes negativos, tenemos la seguridad que la sustancia no puede alcanzar una temperatura menor, es decir es una referencia impuesta por la naturaleza.

Dado que la escala de Kelvin está basada en la escala de Celsius y que no es más que recorrer la referencia, podemos afirmar que en estas escalas:

$$\Delta^{\circ}\text{C} = \Delta K$$

Con base en la gráfica, podemos decir que la escala de Kelvin (absoluta) tiene su cero en la temperatura -273.15 [°C] de la escala empírica y para realizar conversiones de una escala a otra es suficiente recordar que:

$$T_{absK} = T_{emp\text{ }^{\circ}\text{C}} + 273.15$$

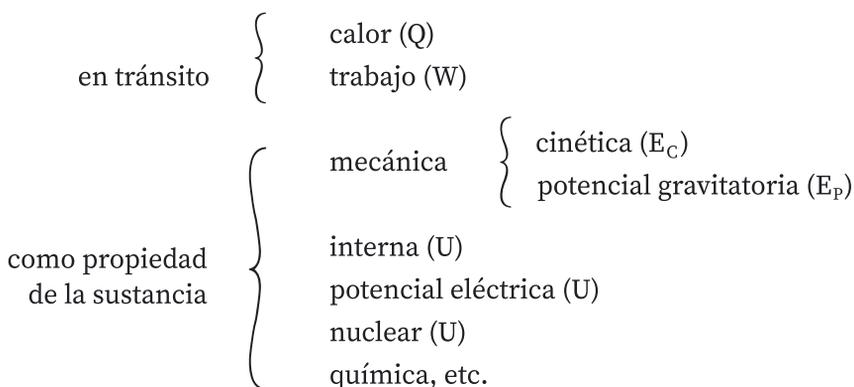
Concepto de energía

La energía es una de las magnitudes físicas que más se emplea en el estudio y la práctica de la Ingeniería. No es fácil poderla conceptualizar pero, podemos formular una concepción de carácter general diciendo que la energía es la capacidad latente o manifiesta que poseen los cuerpos para producir cambios en el medio que los rodea o en ellos mismos. Dicha capacidad puede ser latente (como en el caso de un combustible en un recipiente, sin reaccionar) o manifiesta, como cuando un objeto que cae al estrellarse en el piso se rompe, produce un sonido y modifica el piso en el punto de caída.

También conviene comentar que los cambios que puede producir la sustancia con su energía pueden ser benéficos, útiles como en lo que llamamos trabajo, pero también pueden ser cambios no deseables como el combustible o explosivos que pueden originar destrucción, incendios, etc.

La energía es una cantidad física de tipo escalar y, con base en un principio fundamental de la Física sabemos que se conserva. También se puede definir como aquella cantidad escalar que se asocia con un estado (o condición) de uno o más objetos, una definición un tanto vaga y que tal vez poco ayude por el momento; o bien se puede decir que es todo aquello capaz de producir trabajo, con la limitante de que no es válida realmente para todos los tipos de energía (en temas posteriores de este curso veremos que no toda la energía asociada con el calor está disponible para efectuar trabajo).

Dependiendo de cómo se manifiesta, podemos clasificarla como sigue:



Podemos afirmar que la energía de una sustancia puede ser modificada por dos agentes externos, los cuales pueden denominarse energías en transición que **no** son propiedad de las sustancias mientras se desarrollan y ocurren, posteriormente cuando esa energía ya llegó a la sustancia, ahora **sí** es propiedad de esta y se denomina de forma diferente (interna, por ejemplo).

Para reconocer la unidad de esta propiedad, recordemos alguna de sus formas:

$$\text{energía potencial} = mgz = EP$$

su expresión dimensional:

$$\dim \text{energía} = [EP]_d = MLT^{-2}L = ML^2 T^{-2}$$

y su unidad:

$$[EP]_u = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J} = \text{joule}$$

o bien, para la energía cinética:

$$EC = \frac{1}{2} mv^2 ;$$

cuya expresión dimensional es

$$[EC]_d = ML \frac{L^2}{T^2} = ML^2 T^{-2}$$

que coinciden con las obtenidas para la energía potencial; por lo tanto: $[EC]_u = J$, es la misma unidad.

Trabajo

Si bien esta cantidad física será retomada en el tema siguiente, el concepto de trabajo es evidente cuando un objeto se desplaza por la acción de una fuerza.

Como la dirección de la fuerza no siempre coincide con la del desplazamiento, se considera que solo la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento es la que realiza el trabajo $[W]$.

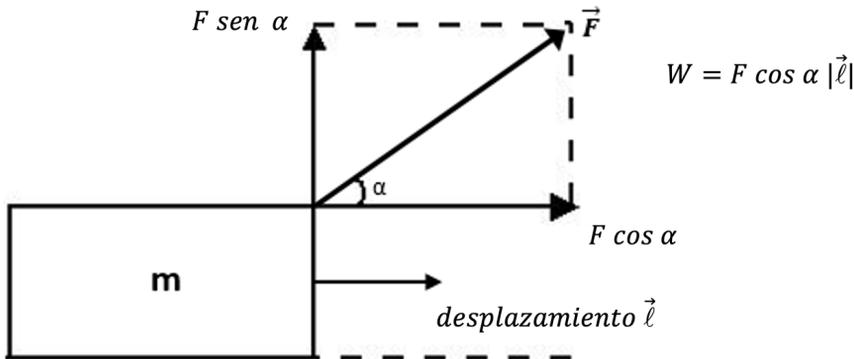


Figura 1.20. Relación entre la fuerza y el trabajo

Como \vec{F} y $\vec{\ell}$ son cantidades dirigidas, es decir, vectoriales, se puede emplear el producto escalar o producto punto entre dichos vectores para definir al trabajo:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{\ell}$$

Si la fuerza puede variar a lo largo de la trayectoria en que se desplaza el cuerpo, resulta más conveniente la forma diferencial de la definición:

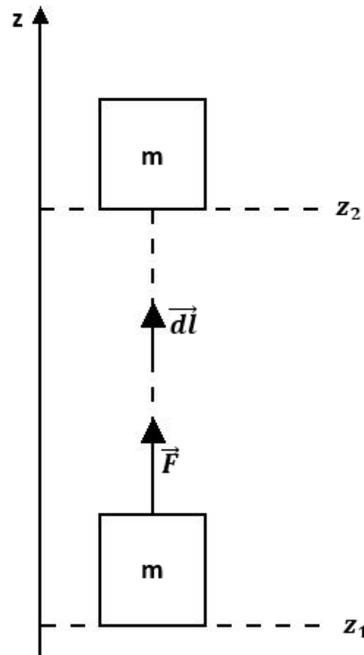
$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

y el trabajo total desarrollado se encuentra mediante integración:

$$W = \int dW = \int \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

Ahora veamos como el trabajo puede modificar la energía de un objeto de masa m que se encuentra a la altura z , dentro de un campo gravitatorio g .

Figura 1.21. Relación entre el trabajo y el cambio de energía potencial gravitatoria



La fuerza \vec{F} desplazará al objeto desde la posición 1 hasta la 2, de manera cuasiestática; es decir, sin aceleración, muy lentamente.

De la definición de trabajo

$${}_1W_2 = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{\ell},$$

equivale a

$${}_1W_2 = \int_1^2 |\vec{F}| |d\vec{\ell}| \cos \alpha,$$

Como $\alpha \angle \frac{d\vec{\ell}}{\vec{F}}$, $\alpha = 0$; $\cos \alpha = 1$

en la cual

$$|\vec{F}| = |mg| \text{ y } d\ell = dz$$

entonces

$${}_1W_2 = \int_1^2 mg dz = mgz_2 - mgz_1$$

El trabajo realizado produjo un incremento en la energía potencial gravitatoria del objeto.

Otro caso que podemos analizar es el relacionado con la variación de energía cinética de un objeto de masa m , que se desplaza horizontalmente sobre un plano sin fricción.

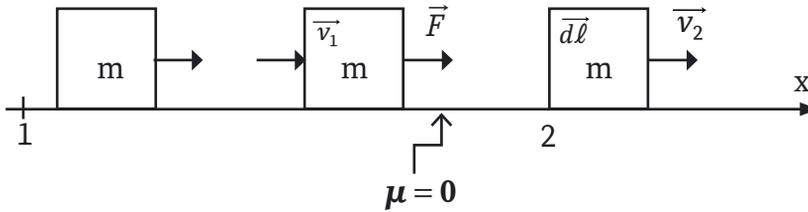


Figura 1.22. Relación entre el trabajo y el cambio de energía cinética

Partiendo de la definición de trabajo

$$W = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{\ell},$$

$${}_1W_2 = \int_1^2 |\vec{F}| |d\vec{\ell}| \cos \alpha,$$

$$\text{como } \alpha \angle \frac{d\vec{\ell}}{\vec{F}} = 0, \cos \alpha = 1$$

$${}_1W_2 = \int_1^2 F d\ell$$

Ahora bien $d\ell = dx$ y la fuerza F , con la segunda ley de Newton, se puede escribir

$$F = ma$$

$$F = m \frac{dv}{dt}$$

al sustituir:

$${}_1W_2 = \int_1^2 m \frac{dv}{dt} dx$$

A lo largo del desplazamiento, la velocidad va aumentando, de tal forma que si v depende de x se puede escribir $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt}$, al sustituir en la integral:

$${}_1W_2 = \int_1^2 m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} dx = \int_1^2 m v \frac{dv}{dx} dx = \int_1^2 m v dv$$

Al realizar la integración:

$${}_1W_2 = m \left[\frac{v^2}{2} \right]_1^2 = m \frac{v_2^2}{2} - m \frac{v_1^2}{2}$$

En este resultado se observa que el trabajo realizado produjo un incremento en la energía cinética del objeto.

Otra forma de energía en tránsito es el calor; esta forma de energía en transferencia ocurre cuando entre dos cuerpos existe una diferencia de temperatura y será analizada con más detalle en siguiente capítulo. Cuando se analizó la ley cero de la termodinámica se mencionó que dos cuerpos a temperaturas diferentes que se dejaban próximos a través de paredes diatérmicas (que sí permiten el paso de energía en forma de calor) sufrían modificaciones en sus propiedades y el cambio más notorio fue el del equilibrio térmico; es decir que ambos objetos, durante la transferencia de energía no modifican su energía potencial, ni su energía cinética porque están estáticos, digamos sobre la mesa, entonces ¿qué energía es la que se modifica, en ambos? A este tipo de energía que tiene relación directa con la temperatura se le conoce como energía interna (U) la cual será analizada más a detalle en el siguiente tema.

Con todo lo dicho podemos concluir que una de las propiedades más importantes de la materia es precisamente la energía. Dicha propiedad es una cantidad que depende del tamaño de la sustancia; es decir, de su masa (por lo tanto es propiedad extensiva) y vemos que puede estar integrada por los tres tipos

de energía mencionados:

Energía como propiedad
de la materia

- Energía potencial
(función de su posición)
- Energía cinética
(función de su rapidez)
- Energía interna
(función de su temperatura)

Y destacamos que las energías que no son propiedades de las sustancias, ya que no les pertenecen por ser energías en tránsito, en transición o en transferencia son el trabajo y el calor.

Como energías que son, todas estas tienen las mismas dimensiones y unidades en el SI.

Trabajo: $[W]_d = ML^2 T^{-2}; \quad [W]_u = N \cdot m = \text{joule} = J$

Calor: $[Q]_d = ML^2 T^{-2}; \quad [Q]_u = \text{joule} = J$

Energía: $[E]_d = ML^2 T^{-2}; \quad [E]_u = \text{joule} = J$

TEMA 2

LA PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA

Desde el punto de vista etimológico, la palabra termodinámica proviene de los términos *thermos* (caliente) y *dynamikos* (fuerza), por lo que, a partir de ello, podríamos decir que la termodinámica es el estudio de la “fuerza del calor”. Sin embargo, la verdad es que esto no es suficiente para expresar lo que actualmente se estudia en esta parte de la Física.

Como una primera aproximación, es válido decir que la termodinámica es la parte de la Física que estudia las interacciones térmicas en las que interfiere el calor, a las interacciones mecánicas en las que se efectúa trabajo y a sus relaciones con las propiedades de las sustancias. Sin embargo, con más formalidad, podemos decir que es aquella parte de la Física que se encarga del estudio de las transformaciones de la energía y de las relaciones entre las propiedades físicas de las sustancias afectadas por dichas transformaciones.

Algunos autores definen a la termodinámica como el estudio de la energía y de la entropía, definición muy general, pero algo vaga por el momento, aunque ambos términos irán tomando relevancia a lo largo de esta obra.

Así como en la mecánica clásica resulta fundamental la representación de un objeto con masa en el que se analizan las fuerzas que actúan en él (diagrama de cuerpo libre), en la termodinámica resulta muy útil partir de un concepto llamado sistema termodinámico.

Sistema termodinámico

Es una porción (con masa) limitada del Universo, la cual se “separa” (imaginariamente) del resto para su análisis. En dicha porción pueden ocurrir cambios en las propiedades (presión, volumen o temperatura, por ejemplo) causados por los intercambios de energía y masa que ocurren entre el sistema termodinámico y su entorno.

Es importante señalar en este momento que el análisis siempre se hará desde el punto de vista del sistema y que en la termodinámica, en la mayoría de los casos, generalmente la sustancia a analizar es un fluido.

Un fluido, considerado como un medio continuo, hace referencia a un líquido o un gas. En el caso de los líquidos sabemos que son incompresibles, no tienen forma propia, dentro de un campo gravitatorio importante, por lo que toman la forma del recipiente que los contiene y tienen un volumen definido; en cambio, para los gases sabemos que son altamente compresibles, no tienen forma propia ni volumen definido por lo que ocupan todo el espacio disponible.

Lo que delimita al sistema de su entorno, se le conoce como envolvente o frontera, y lo que queda fuera de ella se conoce como medioambiente.



Figura 2.1. Un sistema y su entorno

Uno de los objetivos primordiales en la termodinámica es contabilizar la energía que entra, que sale y que permanece dentro de los sistemas termodinámicos.

Frontera

Es la sustancia que limita al sistema. Se clasifica en función de las interacciones que permiten o impiden; es decir, en función de las interacciones que controlan:

✓ = permite, ✗ = impide

Frontera	$\left\{ \begin{array}{l} \text{con pasaje de masa} \\ \text{con interacción térmica} \\ \text{con interacción mecánica} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \checkmark = \text{permeable} \\ \times = \text{impermeable} \end{array} \right.$
		$\left\{ \begin{array}{l} \checkmark = \text{diatérmica} \\ \times = \text{adiabática} \end{array} \right.$
		$\left\{ \begin{array}{l} \checkmark = \text{flexible o rígida móvil} \\ \times = \text{rígida inmóvil} \end{array} \right.$

Clasificación de los sistemas termodinámicos

Dependiendo del tipo de frontera que tiene un sistema, podemos clasificarlos como se indica a continuación:

- $$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cerrado (masa de control)} \\ \text{Abierto (volumen de control)} \end{array} \right.$$

Un sistema abierto es aquel en el que ocurre paso de masa y de energía a través de la frontera del sistema. Algunos autores le denominan también volumen de control a este tipo de sistema y le llaman superficie de control a su frontera. Un ejemplo de este tipo de sistema es el agua del recipiente mostrado, en la figura 2.2, que recibe energía (calor y trabajo) y a través de cuya frontera entra y sale masa.

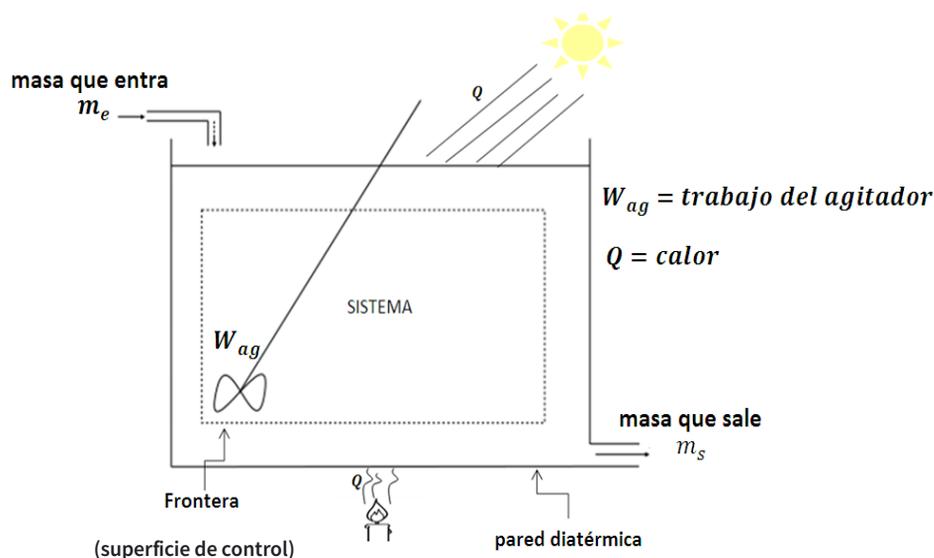


Figura 2.2. Sistema termodinámico abierto

Un sistema cerrado es aquel que contiene una cantidad fija e invariable de masa y solamente la energía puede cruzar la frontera del sistema. Como consecuencia de ello, la masa en el interior es constante; algunos autores, por esta razón, a estos sistemas los denominan masa de control. Un ejemplo de este tipo de sistema es el gas que está encerrado en el dispositivo cilindro-pistón de la figura 2.3, que recibe energía en forma de calor, lo cual provoca la expansión del gas con el consecuente trabajo desarrollado por el pistón al desplazarse.

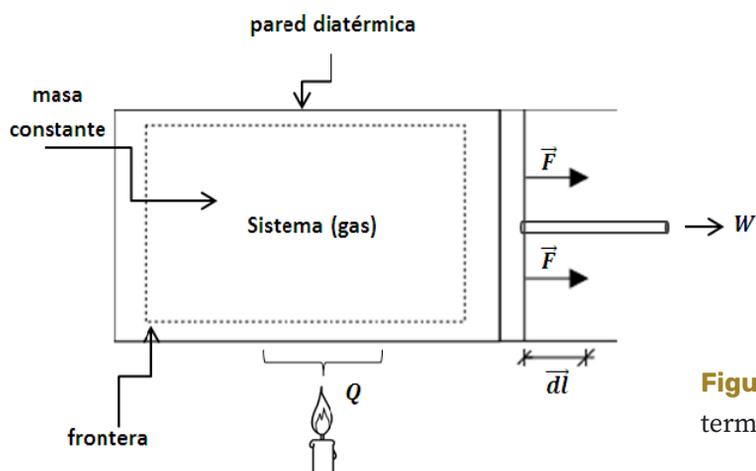


Figura 2.3. Sistema termodinámico cerrado

Un caso particular del sistema cerrado es el aislado y es aquel por cuya frontera no cruza masa y ni energía (ni en forma de calor, ni en forma de trabajo); en este sistema, la energía permanece constante para la(s) sustancia(s) que se

encuentran en el interior y que son propiamente el sistema aislado. Un ejemplo de estos sistemas es el agua con hielo del recipiente mostrado en la figura 2.4:

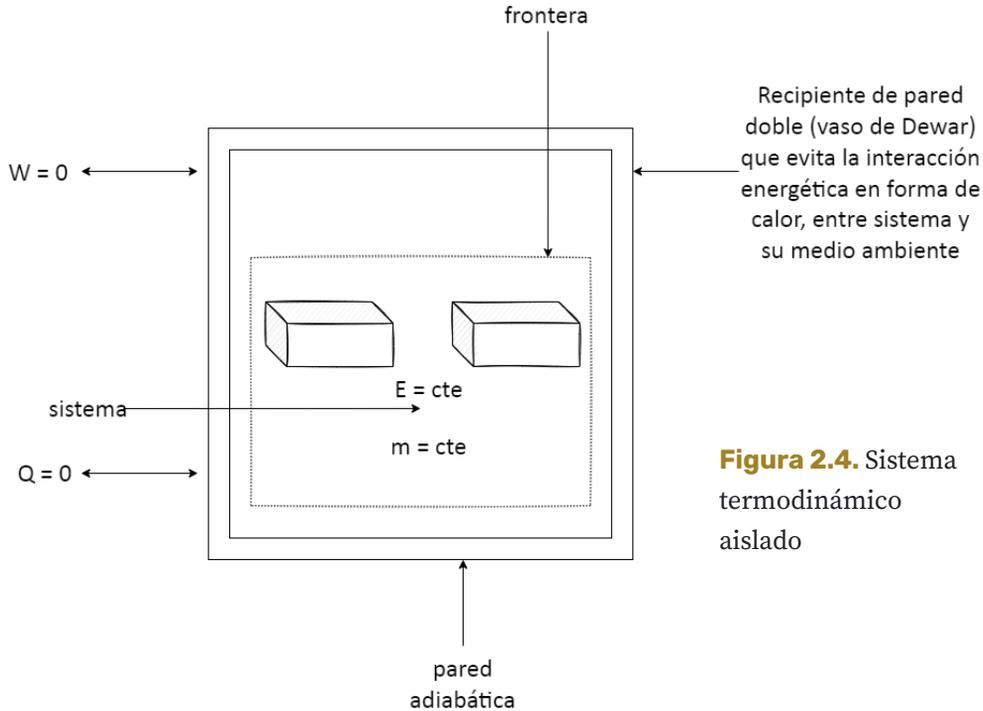


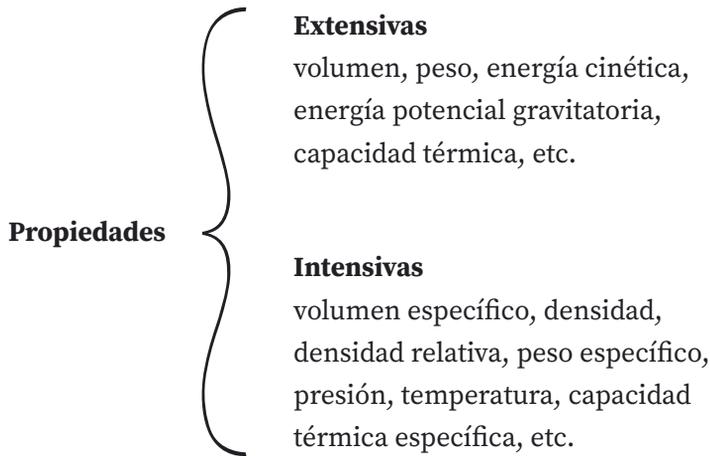
Figura 2.4. Sistema termodinámico aislado

Cabe destacar que se puede sacar una conclusión útil e importante para este tipo de sistemas, aun cuando sí exista actividad termodinámica en el interior de la frontera. Para el sistema en total se tendrá que su variación de energía es cero; es decir, $\Delta \text{energía} = 0$.

Clasificación de propiedades

Como se mencionó en el tema anterior, una sustancia puede ser descrita por el conjunto de sus propiedades que, como tienen relación con la energía de dicha sustancia, se denominan termodinámicas. Se les llama propiedades extensivas a aquellas cuyo valor depende de la cantidad de masa de la muestra (al mantener ciertas condiciones controladas); a las propiedades cuyo valor no depende de la cantidad de masa de la muestra (al mantener ciertas condiciones controladas) se les llama propiedades intensivas.

Con base en lo anterior, podemos entonces tener la clasificación siguiente:



Es importante destacar que las propiedades extensivas son aditivas, en tanto que, las intensivas no lo son. Por ejemplo, el volumen es aditivo, mientras que el volumen específico no lo es.

$$V_{total} = \sum_{i=1}^n V_i$$

$$V_{total} = V_{parte\ 1} + V_{parte\ 2} + V_{parte\ 3} + \dots + V_{parte\ n}$$

si son tres partes las que componen el total, como en la figura 1.1, tenemos que

$$V_{total} = V_{parte\ 1} + V_{parte\ 2} + V_{parte\ 3}$$

$$v_{total} \neq v_1 + v_2 + v_3$$

La ventaja de trabajar con propiedades intensivas es que basta una muestra para poder medirla y efectuar el estudio en un sistema sin importar su tamaño.

Con el avance del curso, aparecerán otras propiedades termodinámicas tanto intensivas como extensivas que se irán agregando a las ya analizadas hasta el momento.

Para poder seguir avanzando en la comprensión de la termodinámica, será necesario reflexionar sobre otros conceptos importantes.

Estado termodinámico

Es el conjunto de los valores de las propiedades intensivas y termodinámicas que describen a una sustancia en un momento dado y que resulta ser nuestro sistema. En la figura 2.5 se muestra un sistema en dos estados diferentes.

Sistema termodinámico: un gas contenido en un cilindro con pistón.

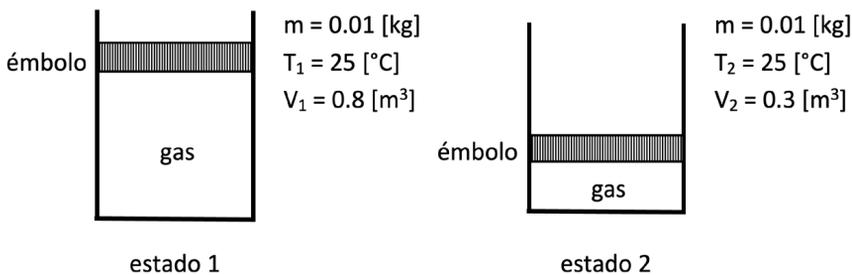


Figura 2.5. Dos estados termodinámicos de un gas

Estado de equilibrio

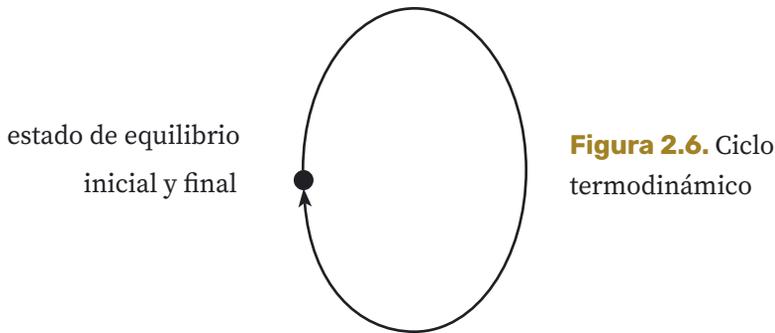
Es aquel cuyas propiedades tienen valores independientes del tiempo; es decir, define un estado de balance, lo que implica que cuando el sistema es aislado de sus alrededores, este no experimenta cambio alguno.

Proceso termodinámico

Es el pasaje del sistema de un estado de equilibrio inicial a otro estado de equilibrio final; es decir, es una sucesión de estados que implican cambios en una o varias de las propiedades de nuestro sistema o sustancia. Aquí vale la pena resaltar que el proceso termodinámico está compuesto por una sucesión muy numerosa de estados termodinámicos de equilibrio.

Ciclo termodinámico

Si el conjunto de estados se inicia en uno al cual la sustancia retorna después de haber cambiado varias de sus propiedades termodinámicas, completando un recorrido cerrado, a dicho conjunto se le denomina ciclo termodinámico como se muestra en la figura 2.6 en el que se parte de un estado de equilibrio inicial y el estado de equilibrio final es el mismo.



Proceso casi-estático o cuasiestático

Si los procesos o el ciclo termodinámico descritos se realizan de manera muy lenta, de forma tal que no se aprecia cambio en las propiedades de la sustancia, entre un estado y otro, podríamos expresar que el sistema se encuentra siempre en equilibrio termodinámico y el proceso o ciclo se denomina casi-estático o cuasiestático, lo cual resulta una idealización de los procesos reales. Así, se puede decir que un proceso de este tipo es aquel en el que la interacción que produce el cambio difiere en menos de un infinitésimo del valor de la propiedad sobre la que influye; lo que implica que un proceso casi-estático transcurre por una sucesión de estados de equilibrio.

proceso casi-estático = proceso reversible = idealización

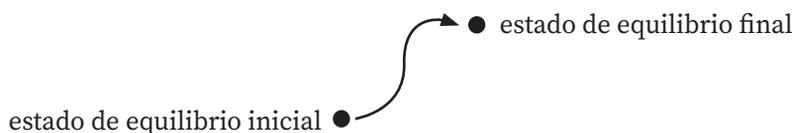


Figura 2.7. Proceso casi-estático

Es conveniente resaltar que si se observa a un sistema antes y después de la realización de un ciclo, no se presentan diferencias algunas en las propiedades, aunque todas hubiesen cambiado durante la realización del ciclo.

Fase

Cuando la sustancia (o sistema) muestra una estructura física homogénea, se dice que se encuentra en una fase, a saber: sólida, líquida o gaseosa. Nótese la diferencia con el concepto de estado, el cual, en la termodinámica, tiene otra connotación. Las sustancias pueden coexistir en dos fases como: hielo con agua líquida o agua líquida y vapor e incluso hielo con agua líquida y vapor que constituyen el punto triple del agua y que se puede lograr a 273.16 [K] o $0.01 \text{ [}^\circ\text{C]}$ de temperatura termodinámica o empírica (respectivamente) y a cierta presión de vacío: $P_{abs} = 611.2 \text{ [Pa]}$. También podemos mencionar que el punto crítico del agua se presenta cuando $T_{abs} = 374.15 \text{ [}^\circ\text{C]} + 273.15 = 647.3 \text{ [K]}$ y $P_{abs} = 22.139 \text{ [MPa]}$. En el punto crítico, para el valor dado de presión dado, la densidad del líquido y del vapor son iguales.

Equilibrio termodinámico

En la termodinámica se trata con estados de equilibrio termodinámico; se entenderá por equilibrio termodinámico cuando el sistema esté en equilibrio térmico, mecánico y químico. Un sistema estará en equilibrio térmico si tiene la misma temperatura en todo él; el equilibrio mecánico se relaciona con la presión y un sistema lo posee si con el tiempo no hay cambio alguno de presión en sus puntos, y se entenderá por equilibrio químico que la composición química de la sustancia no cambia con el tiempo; es decir, no ocurren reacciones químicas.

Sustancia pura

Cuando, al realizar procesos termodinámicos con una sustancia, no modifica su estructura química, conservando su composición química homogénea e

invariante en todas sus fases, a dicha sustancia se le llama sustancia pura. Por ejemplo, el agua, el nitrógeno, el helio, el dióxido de carbono, o las sustancias que se utilizan en el refrigerador para lograr su función: el freón 12 o el R134a (ambos refrigerantes), son ejemplos de sustancias puras.

Es importante destacar que una sustancia pura no tiene que estar conformada por un solo elemento o compuesto químico; una mezcla no reactiva de estos, también puede ser una sustancia pura siempre y cuando la mezcla sea homogénea. El aire es una mezcla de varios gases, pero con frecuencia se puede considerar como sustancia pura asumiendo que tiene una composición química uniforme. Por otra parte, una mezcla de dos o más fases de una sustancia pura se sigue considerando como tal siempre que la composición química de las fases sea la misma.

La atmósfera (aire atmosférico) no es sustancia pura, pero es del tipo llamado sustancia simple porque esta tiene una sola forma relevante de efectuar trabajo y como este trabajo se puede realizar mediante las variaciones de su volumen, a dicha sustancia se le conoce como sustancia simple compresible.

También existen sustancias simples magnéticas y sustancias simples dieléctricas, en las cuales sus formas relevantes para efectuar trabajo son debidas a la magnetización y a la polarización, respectivamente.

Dedicaremos atención especial a la sustancia simple compresible, ya que está presente en aplicaciones como máquinas de combustión interna y externa, turbinas de gas y vapor, compresores, entre otras.

Postulado de estado

Para explicar a qué se refiere el Postulado de Estado, recordemos que un postulado es una proposición cuya verdad se admite sin pruebas y que es necesaria para servir de base en razonamientos posteriores.

Del conocimiento y la experiencia con las propiedades de las sustancias, ha resultado el llamado “Postulado de estado” que establece que:

El número de propiedades termodinámicas, independientes e intensivas, necesarias para determinar el estado termodinámico de un sistema es igual al número de formas relevantes de efectuar trabajo por el sistema más uno.

De esta forma, para la sustancia simple compresible se requieren dos propiedades intensivas e independientes para conocer el estado de la sustancia, y poder determinar los valores de las demás propiedades termodinámicas utilizando gráficas, tablas de propiedades termodinámicas o, como lo haremos en lo subsecuente de este trabajo, con ecuaciones de estado como la del gas ideal.

Es importante recalcar que, gracias al Postulado de estado, pueden trazarse diagramas termodinámicos en los que cada punto representa un estado termodinámico.

Entalpia (o entalpía)¹

Podemos definir una propiedad por conveniencia, agrupándola a otras, como sigue:

$U + P V$, donde

U = energía interna (propiedad extensiva)

P = presión absoluta (propiedad intensiva)

V = volumen total (propiedad extensiva)

¹ Para algunos autores como Spalding, D. B. y Cole, E. H. (“Engineering Thermodynamics”), Van Ness H. (“Introducción a la Termodinámica en Ingeniería Química”) y Bejan, A. (“Advanced Engineering Thermodynamics”), entre otros, se debe pronunciar con énfasis en la segunda sílaba por lo que se escribiría entalpia y no entalpía como lo cita la Real Academia Española.

Esta propiedad suele encontrarse con mucha frecuencia en el análisis de sistemas termodinámicos (tanto cerrados como abiertos) por lo que podemos definirla como una nueva propiedad llamada entalpía (o entalpía) de la palabra griega *enthalpien* que significa *calentar*, la cual simbolizaremos con la letra H . Si la dividimos entre la cantidad de masa entonces tenemos la llamada entalpía específica; es decir:

$$\frac{H}{m} = \frac{U}{m} + \frac{PV}{m}; \quad h = u + Pv$$

Se puede deducir que $[H]_u = \text{joule} = J$ y $[H]_d = \text{ML}^2\text{T}^{-2}$ como lo son para la energía, por ejemplo, la interna o la potencial gravitatoria.

El uso de esta propiedad se debe al profesor Richard Mollier quien reconoció su importancia en la representación de propiedades del vapor de agua en forma tabular y gráfica (como en el llamado diagrama de Mollier). Más adelante se verá la utilidad de esta propiedad termodinámica.

Calor

Es una interacción que sucede cuando dos o más sistemas, con temperaturas originalmente distintas, se ponen en contacto mediante fronteras diatérmicas. La interacción cesa porque se alcanza el equilibrio térmico mientras no se interrumpa el contacto entre ambos sistemas. Es necesario recalcar que el calor es un tipo de energía que se transfiere y que no es propiedad de la sustancia.

Para cuantificar esta energía, podemos decir que si tenemos un cuerpo de masa m y queremos aumentar su temperatura un $\Delta\theta$, requeriremos cierta energía en forma de calor; si la masa aumenta, la cantidad de energía requerida también aumenta, proporcionalmente. Así pues, podemos escribir:

$$Q \propto m$$

por otra parte, si mantenemos la masa constante y queremos aumentar (o disminuir) la temperatura de la sustancia, podemos decir que a mayor variación de temperatura mayor energía requerida y viceversa, por lo tanto, también podemos escribir:

$$Q \propto \Delta\theta$$

Combinando los resultados anteriores, podemos escribir

$$Q \propto (m)(\Delta\theta)$$

si en la expresión anterior colocamos una constante de proporcionalidad “c” para poder tener una igualdad, entonces:

$$Q = c m \Delta\theta = c m (\theta_{final} - \theta_{inicial}) \quad (2.1)$$

donde c es una propiedad termodinámica y se conoce como capacidad térmica específica (conocida también como “calor específico”); sin embargo, es necesario tener presente que el calor no es una propiedad de las sustancias y de ahí lo poco conveniente de esta denominación).

En este punto es importante recalcar que la capacidad térmica específica es función de la temperatura; sin embargo, en este curso fundamental se considerará que es constante en cada fase de la sustancia.

Si la interacción térmica no provoca la variación de la temperatura de la sustancia, pero genera un cambio de fase, podemos decir que a mayor masa, mayor energía requerida; y a menor masa, menor energía. Lo anterior se puede escribir como

$$Q \propto m_{\text{que cambia de fase}}$$

Al igual que en el caso anterior, para tener una igualdad se puede introducir una constante de proporcionalidad

$$Q = \lambda m \quad (2.2)$$

donde a la constante λ se le conoce como

- calor latente en cada unidad de masa o
- calor de transformación o
- calor de fusión o de vaporización (según sea el caso) o
- calor de cambio de fase

Como esta constante resulta ser la entalpia específica asociada al cambio de fase, se le llama también entalpia de transformación o entalpia de cambio de fase (ver página 39).

Por ello, la expresión anterior se puede escribir también como

$$Q = h_{\text{cambio de fase}} m \quad (2.2')$$

Con base en la ecuación 2.1, se puede observar que el signo de la energía en tránsito llamado calor es positivo si la energía la recibe el sistema y es negativo si la cede dicho sistema.

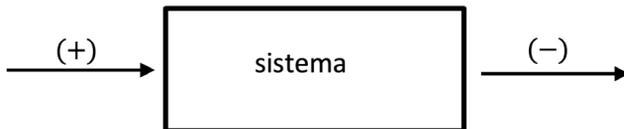


Figura 2.8. Convención de signos para el calor

Es importante señalar que dicha convención es aplicable tanto a la ecuación 2.1 como a la 2.2.

También, en forma infinitesimal, podemos escribir la ecuación 2.1 como sigue:

$$dQ = m c d\theta$$

Por otra parte, recordando que la potencia es la energía transferida en cada unidad de tiempo, podemos escribir:

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} \quad (2.3)$$

$$[\dot{Q}]_u = \frac{\text{joule}}{\text{segundo}} = \text{watt} = \text{W}$$

en consecuencia:

\dot{Q} = potencia calorífica o energía en forma de calor en cada unidad de tiempo

Capacidad térmica específica

Con base en la ecuación 2.1, podemos asegurar que la capacidad térmica específica (c) es una propiedad termodinámica que cuantifica la energía (ΔE) que necesita (recibir o ceder) la unidad de masa de una sustancia para variar una unidad su temperatura ($\Delta\theta$). En forma matemática, lo anterior lo podemos escribir como sigue:

$$c = \frac{\Delta E}{m\Delta\theta} \quad (2.4)$$

Sus unidades y dimensiones, en el SI, son:

$$[c]_u = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \Delta^\circ\text{C}} = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \Delta\text{K}}$$

Ya que $\Delta^\circ\text{C} = \Delta\text{K}$, las dimensiones son:

$$[c]_d = \frac{\text{ML}^2\text{T}^{-2}}{\text{M} \cdot \Theta} = \text{L}^2\text{T}^{-2}\Theta^{-1}$$

Para mejorar nuestra comprensión de esta propiedad, podemos poner como ejemplo el análisis de lo que sucede cuando a una masa m de agua, en fase sólida, (hielo) a la que se le coloca en un recipiente metálico (pared diatérmica) al cual se le aplica la energía en forma de calor de un quemador.

Asociado a este proceso, podemos elaborar un gráfico bidimensional en el que se ubica en las abscisas la energía en forma de calor Q que se ha suministrado a la masa m , energía que ya en dicha masa se identifica como energía interna; en el eje de las ordenadas tenemos la temperatura empírica en $^{\circ}\text{C}$ de la masa m , como se muestra en la figura 2.9. Supongamos que el experimento se realiza a nivel del mar, es decir, a una presión de 101 325 [Pa]. Es importante destacar que, en dicha gráfica, tenemos dos cantidades físicas muy relevantes en la termodinámica, pero no es una gráfica de propiedades.

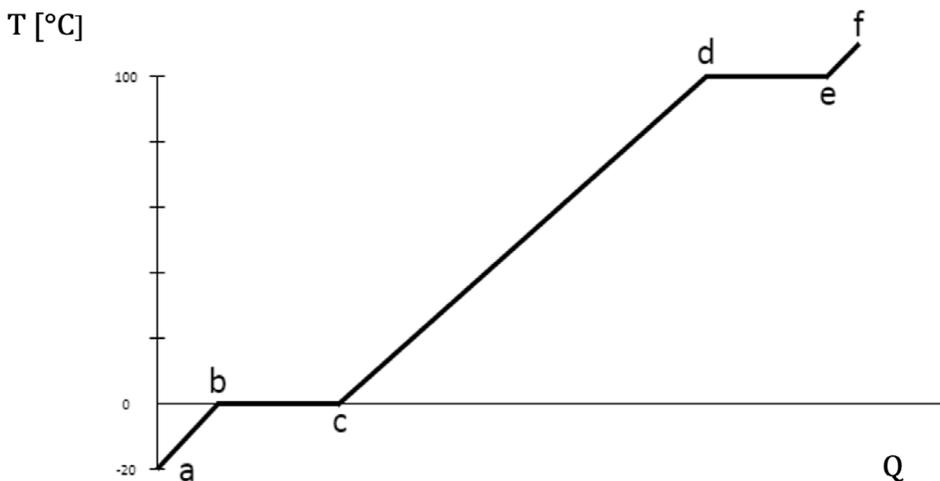


Figura 2.9. Gráfica de temperatura en función del calor suministrado a una sustancia

Nuestro sistema, una masa de hielo, de 0.4[kg] inicialmente en el estado “a”, se encuentra a la temperatura empírica de -20°C (cuando $Q = 0$). Con la energía en forma de calor $Q_{a \rightarrow b}$, la masa m aumenta su temperatura, también muy poco su volumen, hasta llegar a 0 (punto “b”, la energía recibida en este proceso sirve para incrementar la energía interna de la masa . El proceso de “a” hacia “b”, en la gráfica, es un trazo recto que resulta de considerar que la

capacidad térmica específica del hielo fue constante. Para ilustrar este análisis, calculemos la energía suministrada $Q_{a \rightarrow b}$ y, si no existen disipaciones, $Q_{a \rightarrow b} = \Delta U_{ab}$ y de acuerdo con la definición de capacidad térmica específica c , en este caso para el hielo se tiene:

$\Delta U_{ab} = mc_{hielo}(T_b - T_a)$; de una consulta bibliográfica se obtiene:

$$c_{hielo} = 2050 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \Delta\text{K}} \right]$$

y con base en la ecuación 2.1

$$\therefore Q_{a \rightarrow b} = 0.4 \text{ [kg]} \cdot 2050 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \Delta\text{K}} \right] (0 - (-20)) \text{ [}^\circ\text{C]} = 16400 \text{ [J]}$$

A esta porción de energía se le puede llamar calor sensible², ya que se asocia a un cambio de temperatura; sin embargo, es importante tener siempre presente que el calor no es una propiedad de las sustancias.

Ahora la masa m se encuentra a 0°C , pero durante el proceso de “ b ” hasta “ c ”, la temperatura permanece constante, pese a que sí existe transmisión de energía, lo que físicamente ocurre es el cambio de fase de sólido a líquido y la energía que recibió la masa m se empleó en la liberación de las moléculas de la estructura cristalina del material. La energía necesaria se ha encontrado de manera experimental a través de expresiones matemáticas conocidas como relaciones termodinámicas entre las propiedades que sí varían durante el cambio de fase.

² Algunos autores le llaman calor sensible cuando no hay cambio de fase en la sustancia, pero sí cambia la temperatura; y calor latente cuando hay cambio de fase, pero la temperatura permanece constante. Si bien los adjetivos “sensible” y “latente” ayudan a diferenciarlos, hay que tener siempre presente que el calor no es propiedad por lo que no debe entenderse que cuando hay un cambio de fase la sustancia se “satura” de calor.

La energía necesaria para que el cambio de fase ocurra tiene un valor específico de acuerdo con la presión a la que se encuentra nuestro sistema; a esta energía se le conoce como entalpia de transformación (también conocida como calor latente de fusión, recalcando nuevamente que el calor no es una propiedad); esta entalpia de fusión varía con la presión y la temperatura. A la presión atmosférica del nivel del mar $P_{nm} = 101\,325 \text{ [Pa]}$ y $T_{emp} = 0 \text{ [}^\circ\text{C]}$ la entalpia de fusión del hielo es $h_{sf} = 334\,880 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$ donde $s = \text{sólido}$ y $f = \text{fluido}$.

Con el valor de la entalpia de fusión y la masa de hielo (nuestro sistema) podemos calcular la energía en forma de calor que se tuvo que ceder al hielo para su total cambio de fase con base en la ecuación 2.2

$$Q_{b \rightarrow c} = m h_{sf}$$

$$Q_{b \rightarrow c} = 0.4 \text{ [kg]} \cdot 334\,880 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] = 133\,952 \text{ [J]}$$

Ahora que la masa m es agua en fase líquida, para realizar un proceso que la lleve desde el punto “c” hasta el punto “d”, se requerirá de energía para lograr la elevación de la temperatura desde $T_c = 0 \text{ [}^\circ\text{C]}$ hasta $T_d = 100 \text{ [}^\circ\text{C]}$, esta energía en forma de calor $Q_{c \rightarrow d}$, la calcularemos con el concepto de capacidad térmica específica, es decir, con base en la ecuación 2.1:

$$Q_{c \rightarrow d} = m c_{\text{agua líquida}} (T_d - T_c)$$

Por consulta bibliográfica se obtiene que:

$$c_{\text{agua líquida}} = 4\,186 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg } \Delta^\circ\text{C}} \right]$$

Al sustituir los datos, se obtiene que:

$$Q_{c \rightarrow d} = 0.4 \text{ [kg]} \cdot 4\,186 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg } \Delta^\circ\text{C}} \right] (100 - 0) \Delta^\circ\text{C} = 167\,440 \text{ [J]}$$

El proceso siguiente que se inicia en el punto “*d*” (estado) y llega hasta el estado “*e*”, se realiza a temperatura constante y la energía en forma de calor que se le proporciona al agua a esa temperatura (y a la presión a nivel del mar), es empleada por el agua líquida para vencer las fuerzas de cohesión entre las moléculas. En este proceso también se requiere de una entalpia de transformación denominada entalpia de vaporización h_{fg} (f = fluido líquido y g = fluido gaseoso).

El valor de esta propiedad termodinámica para el agua, a la presión del nivel del mar y a la temperatura empírica de 100 °C, es:

$$h_{fg} = 2\,257\,000 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Se puede decir que la energía, en forma de calor $Q_{d \rightarrow e}$ necesaria para lograr el cambio de fase líquida a fase gaseosa, se puede determinar, con base en la ecuación 2.2, como:

$$Q_{d \rightarrow e} = m h_{fg}$$

$$Q_{d \rightarrow e} = 0.4 \text{ [kg]} \cdot 2\,257\,000 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] = 902\,800 \text{ [J]}$$

En el estado “*e*” de la gráfica, la masa m de agua que forma nuestro sistema se encuentra totalmente en fase gaseosa, es decir, es totalmente vapor.

En líneas anteriores se comentó el concepto de sustancia pura y expresamos que: era una sustancia tal que al realizar procesos termodinámicos no modificaba su estructura química y conservaba su composición química homogénea e invariante en todas sus fases; como ya se mencionó, el agua es un ejemplo de estas sustancias.

Para evaluar la energía en forma de calor $Q_{e \rightarrow f}$ necesaria para elevar la temperatura del agua en fase gaseosa (vapor) desde el estado “*e*” hasta el “*f*”,

basándonos en el concepto de capacidad térmica específica y la ecuación 2.1, se emplearía:

$$Q_{e \rightarrow f} = m c_{\text{vapor}} (T_f - T_e)$$

Para este cálculo se requiere c_{vapor} . Este valor, por tratarse de una sustancia en fase gaseosa, depende del proceso al que se someta el gas. En este curso estudiaremos a los gases empleando un modelo básico que se conoce como gas ideal; con este, se estudiarán dos valores de esta propiedad termodinámica:

⚙️ c_p : capacidad térmica específica obtenida a presión constante. Esta se define como:

$$c_p = \frac{dh}{dT}$$

Donde: h = entalpía específica y T = temperatura.

⚙️ c_v : capacidad térmica específica a obtenida a volumen constante, la cual se define como:

$$c_v = \frac{du}{dT}$$

Donde: u = energía interna específica y T = temperatura

Vale la pena mencionar que retomaremos y analizaremos más a detalle este par de propiedades más adelante.

Trabajo

La palabra trabajo tiene diversos significados en el lenguaje cotidiano. En física, permite describir lo que se logra cuando una fuerza de contacto actúa sobre un objeto y este se mueve a lo largo de cierta distancia. Con base en esto, podemos escribir:

$$\delta W = \vec{F}_{\text{cont}} \cdot \vec{d\ell} \quad (2.5)$$

Como es muy común que la magnitud de la fuerza sea variable y la trayectoria sea irregular, podemos evaluar el trabajo para mover un objeto de un punto A, a uno denominado B como:

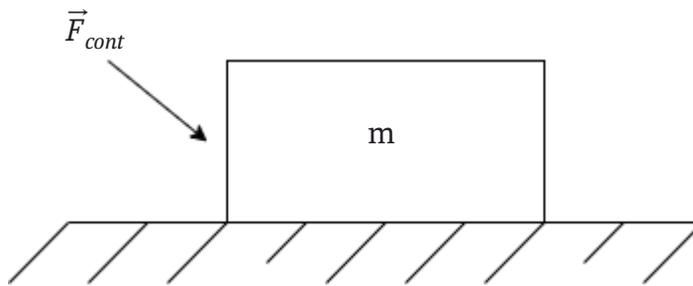
$${}_A W_B = \int_A^B \vec{F}_{cont} \cdot d\vec{\ell}$$


Figura 2.10. Fuerza de contacto aplicada a una masa (trabajo)

Es importante recalcar que habrá trabajo siempre que se venza una oposición.

De acuerdo con el teorema del trabajo y la energía, se puede determinar también con el cambio de energía mecánica; es decir:

$$W = \Delta E_{mecánica} = \Delta E_{cinética} + \Delta E_{potencial\ gravitatoria} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

Como puede observarse en la expresión anterior, el trabajo es una cantidad física escalar y se mide en joules en el SI.

Con base en lo visto al final del capítulo anterior, el trabajo es un tipo de energía en tránsito (al igual que el calor) por lo que podemos asociarle un signo positivo si dicha energía la recibe el sistema y un signo negativo si la entrega.

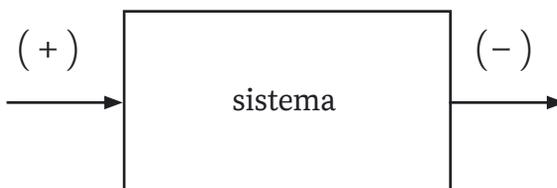


Figura 2.11. Convención de signos para el trabajo

Recordando también que la potencia es la energía asociada a cada unidad de tiempo, podemos decir que la potencia mecánica (en forma análoga a la ecuación 2.3) se calcula como:

$$\dot{W} = \frac{\delta W}{dt} \quad (2.6)$$

$$[\dot{W}]_u = \frac{\text{joule}}{\text{segundo}} = \text{watt} = W$$

$$[\dot{W}]_d = ML^2T^{-3}$$

Sin embargo, en termodinámica, al concepto de trabajo podemos darle un enfoque diferente que nos será más útil. De esta manera podemos decir que si para un cambio de estado que experimente un sistema es posible que el único efecto externo al sistema fuese la elevación de una masa en el campo gravitatorio, se dice que el sistema efectuó un trabajo. Puesto que este último puede cambiar la cantidad de energía de un sistema, y el trabajo es una interacción entre un sistema y su entorno, el trabajo es una forma alternativa al calor para transferir energía a través de la frontera de un sistema.

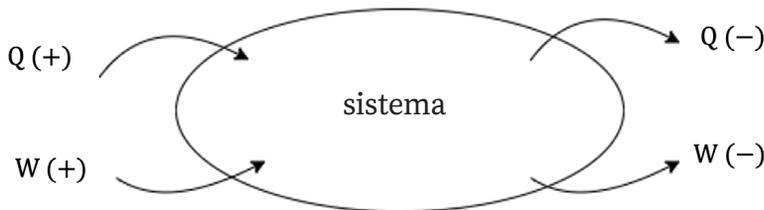


Figura 2.12. Convención de signos para el calor y el trabajo

Entonces, la energía en cada unidad de tiempo (potencia) se puede evaluar como:

$$\dot{Q} = \frac{\delta Q}{dt} ; \text{ potencia calorífica}$$

$$\dot{W} = \frac{\delta W}{dt} ; \text{ potencia mecánica}$$

nótese que en ambos casos se mide en watt en el SI.

En la termodinámica, a veces resulta más práctico analizar la energía asociada a cada unidad de masa, por lo que, se puede escribir:

$$q = \frac{Q}{m} \quad (2.7)$$

$$w = \frac{W}{m} \quad (2.8)$$

nótese que, en ambos casos, esta cantidad física se mide en J/kg en el SI.

En termodinámica resulta muy recurrente utilizar fluidos compresibles, por lo que será muy útil analizar detalladamente el trabajo de expansión (y compresión, según el caso), también conocido como trabajo de frontera móvil.

Sea una sustancia compresible, de masa constante, nuestro sistema termodinámico, además, supongamos que el gas se expande, por lo que el sistema entrega energía ($W < 0$)

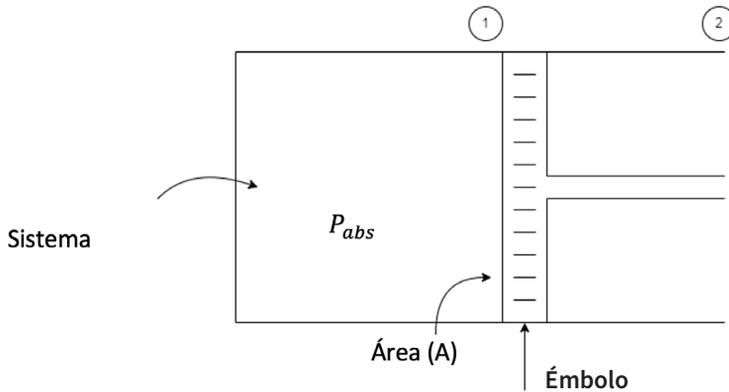
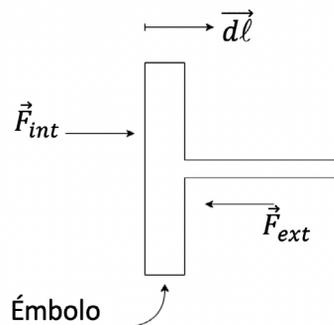


Figura 2.13. Trabajo de frontera móvil (o de expansión) para un gas

con base en lo anterior, tracemos el diagrama de cuerpo libre del émbolo:

Figura 2.14. Diagrama de cuerpo libre del émbolo de la figura 2.13



Considerando que el émbolo se mueve casi estáticamente, es decir, sin aceleración, podemos escribir:

$$\sum \vec{F} = 0$$

con base en la ecuación 2.5

$$\delta W_{exp} = \vec{F}_{cont} \cdot d\vec{\ell}$$

$$W_{exp} = \int_1^2 \vec{F}_{cont} \cdot d\vec{\ell};$$

pero

$$\vec{F}_{exp} = -\vec{F}_{int}$$

$$W_{exp} = - \int_1^2 \vec{F}_{int} \cdot d\vec{\ell};$$

$$W_{exp} = - \int_1^2 |\vec{F}_{int}| |d\vec{\ell}| \cos \theta;$$

$$\theta \ll \frac{d\vec{\ell}}{F_{int}}$$

$$W_{exp} = - \int_1^2 \vec{F}_{int} d\ell$$

ya que

$$\theta = 0^\circ$$

y

$$\cos \theta = 1$$

como

$$P_{abs} = \frac{F_{int}}{A}$$

Entonces,

$$F_{int} = P_{abs} A$$

por lo que

$$W_{exp} = - \int_1^2 P_{abs} A d\ell = - \int_1^2 P_{abs} dV$$

Obsérvese que:

$$P_{abs} > 0$$

$$dV > 0$$

y como el fluido se está expandiendo

$$W_{exp} > 0$$

Entonces, cuando la sustancia se comprima:

$$W_{exp} = - \int_1^2 P_{abs} dV [\text{J}] \quad (2.9)$$

En forma alternativa, podemos escribir que el trabajo de expansión en cada unidad de masa se puede calcular como:

$$w = \frac{W}{m}$$

por lo tanto,

$$W = w m$$

$$W_{exp} = - \int_1^2 P_{abs} dV = w_{exp} m;$$

$$W_{exp} = - \frac{1}{m} \int_1^2 P_{abs} dV$$

y como

$$v = \frac{V}{m}$$

entonces,

$$W_{exp} = - \int_1^2 P_{abs} dv \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (2.10)$$

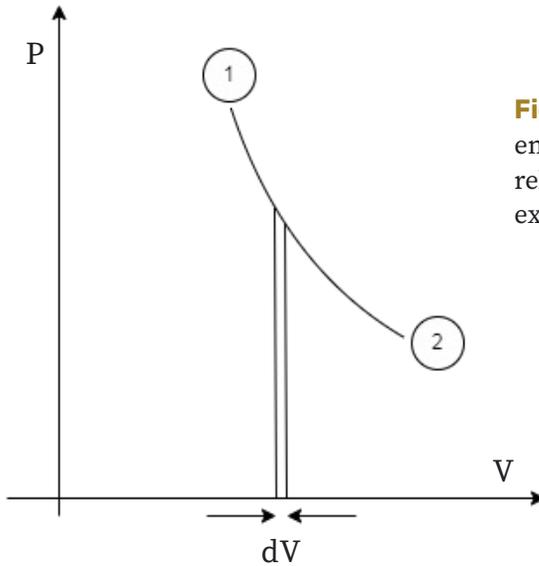


Figura 2.15. Gráfica de presión en función de volumen y su relación con el trabajo de expansión

Si comparamos la ecuación 2.9 con la gráfica de la figura 2.15, se puede observar claramente que el área que queda entre la curva que representa al proceso y el eje de las abscisas (llamada también área bajo la curva dado que estamos en el primer cuadrante) representa el trabajo de expansión o de frontera móvil.

Equivalente mecánico del calor

En el siglo XIX se encontró que diversos fenómenos asociados con el calor se podían describir de manera consistente mediante un modelo nuevo (para la época) como algo similar al trabajo; es decir, que ya sea por medio de calor o de trabajo era posible lograr el mismo efecto en una sustancia.

Vale la pena mencionar primero que una unidad común para medir el calor (basada en la teoría del “calórico”) es la caloría, aun en uso en algunas ocasiones. Dicha unidad se define como la cantidad de energía en forma de calor,

necesaria para elevar la temperatura de 1 gramo de agua en fase líquida en 1 grado Celsius (más específicamente de 14.5 a 15.5 °C porque en estricto rigor, la capacidad térmica específica de una sustancia es función de su temperatura, es decir, no es constante).

Varios científicos de este siglo aceptaron la idea de que el calor estaba relacionado con la transferencia de energía; entre ellos, James Prescott Joule (1818-1889). En la figura 2.16 se muestra un diagrama simplificado de su dispositivo.

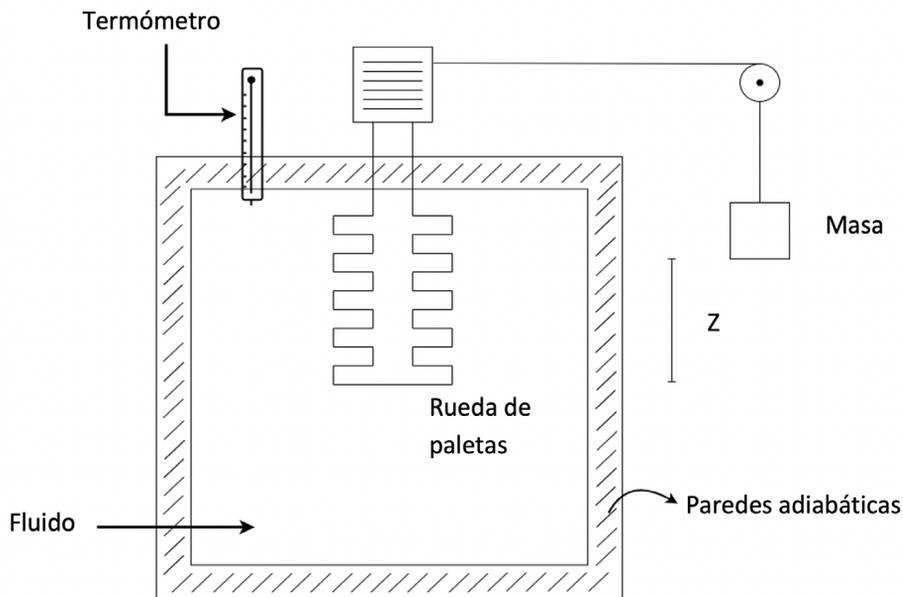


Figura 2.16. Esquema del dispositivo de Joule relacionado con el equivalente mecánico del calor

Se puede apreciar que el peso que cae provoca que la rueda de paletas gire; la fricción entre el agua y la rueda de paletas hace que la temperatura del agua se eleve ligeramente, es decir, a partir de un trabajo podemos lograr el mismo efecto (un aumento de temperatura) si pusiéramos esta agua sobre una flama directa. A partir de ello, Joule determinó que una cantidad dada de trabajo realizado siempre era equivalente a una cantidad particular de transferencia de energía en forma de calor.

En términos cuantitativos, encontró que 4.186 [J] de trabajo eran equivalentes a 1 caloría [cal] de calor. Esto se conoce como equivalente mecánico del calor: $4.186 \text{ [J]} = 1 \text{ [cal]}$.

Como resultado de esto y otras experiencias, los científicos, lejos de interpretar el calor como una sustancia que pasa de un cuerpo a otro (teoría del calórico), más bien es una forma de energía en tránsito que fluye de un objeto de mayor temperatura a otro de menor temperatura.

Este experimento es crucial para poder entender que, dado un sistema termodinámico, podemos modificar su energía a través de dos mecanismos de transferencia de energía: calor o trabajo.

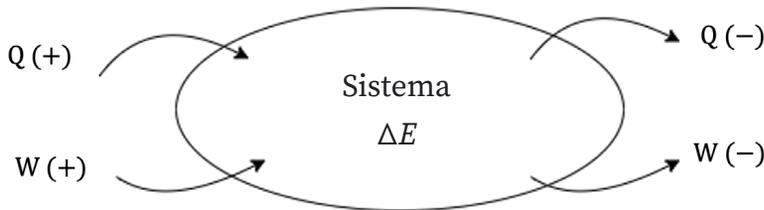


Figura 2.17. Diagrama de un sistema y sus interacciones energéticas en tránsito

Entonces, partiendo del principio de conservación de la energía, podemos escribir:

energía en tránsito = cambio de energía como propiedad del sistema,

es decir,

$$E_{\text{en tránsito}} = \Delta E_{\text{sistema}}$$

Energía interna

Es una energía, que es propiedad del sistema y corresponde a la suma de la energía cinética y potencial gravitatoria de las moléculas del sistema. Con

base en ello, podemos decir que está íntimamente relacionada con la temperatura de una sustancia. Se acostumbra a representarla con la letra U .

$$U = f(T)$$

Si consideramos que la energía como propiedad del sistema es la suma de la energía mecánica y la energía interna, podemos escribir:

$$\Delta E_{prop\ sist} = \Delta E_{mec} + \Delta U$$

De donde es fácil concluir que, dado un sistema termodinámico cerrado, y partiendo del principio de conservación de la energía, tenemos que:

$$Q + W = \Delta E_{mec} + \Delta U$$

donde: $E_{mec} = E_{mecánica} = E_{cinética} + E_{potencial\ gravitatoria}$

Obsérvese que para un sistema cerrado en el que el cambio de energía cinética y potencial gravitatoria es despreciable o nula, tenemos que:

$$Q + W = \Delta U \quad (2.11)$$

o bien desde un punto de vista microscópico:

$$\delta Q + \delta W = dU \quad (2.11')$$

Lo anterior se le conoce como la primera ley de la termodinámica para sistemas cerrados; si expresamos esta ley en términos de la energía en cada unidad de tiempo, tendríamos:

$$\frac{\delta Q}{dt} + \frac{\delta W}{dt} = \frac{dU}{dt}$$

o bien

$$\dot{Q} + \dot{W} = \dot{U}$$

y en términos de energía en cada unidad de masa, podemos escribir:

$$q + w = \Delta u$$

Existe un caso particular de lo anterior, si se tiene un ciclo termodinámico, como el que se muestra en la gráfica:

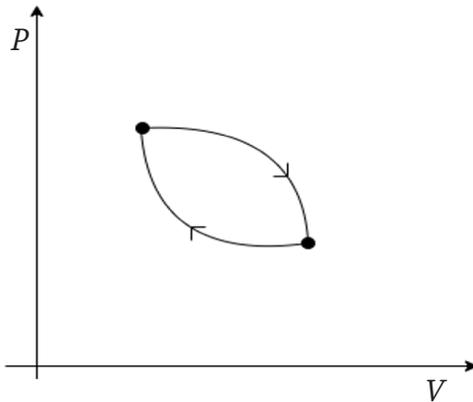


Figura 2.18. Ciclo termodinámico en una gráfica de presión en función del volumen

Entonces, la primera ley de la termodinámica se puede escribir como:

$$Q + W = 0$$

lo anterior obedece a que, como es un ciclo, entonces $U_{\text{inicial}} = U_{\text{final}}$ por lo que $\Delta U = 0$

Para un sistema cerrado, el principio de conservación de la energía nos lleva a

$$\sum Q + \sum W = \Delta E$$

$$\delta Q + \delta W = dE \left\{ \begin{array}{l} dE_c \\ + \\ dE_p \\ + \\ dU \end{array} \right.$$

En un sistema aislado, $\Delta E = 0$ y también $\sum Q = 0$

Supongamos un ciclo cualquiera, el de Diesel, por ejemplo

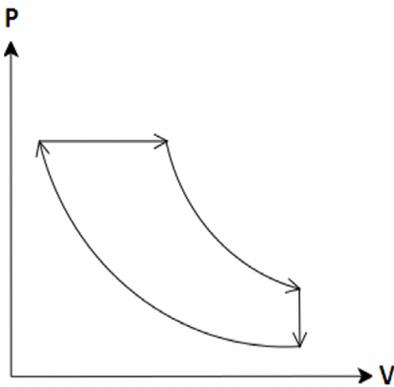


Figura 2.19. Ciclo termodinámico en una gráfica de presión en función del volumen. Ciclo de Diesel

$$\sum_{\text{ciclo}} Q + \sum_{\text{ciclo}} W = 0 \quad \text{o también} \quad \oint \delta Q + \oint \delta W = 0$$

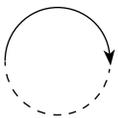
$$\oint \delta Q = - \oint \delta W$$

y como:

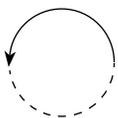
$$W_{exp} = - \int_{v_1}^{v_2} P dV$$

el cual en forma gráfica representa el área bajo la curva del proceso (en un gráfico PV), entonces la integral

$$\oint \delta W = W_{\text{neto del ciclo}} \quad (\text{área encerrada por el ciclo})$$



desarrollado por la sustancia simple compresible



desarrollado sobre la sustancia simple compresible

$$\oint \delta Q = Q_{\text{neto}} \quad (\text{transferido en el ciclo})$$

Nótese que la letra δ denota una diferencial inexacta, es decir, una cantidad que depende del proceso (trayectoria) que se realiza entre el estado 1 y el estado 2, como el calor (Q) y como el trabajo (W) los cuales no son propiedades.

En cambio, las propiedades termodinámicas son cantidades cuyo valor está asociado al estado y, por lo tanto, al punto en los diagramas termodinámicos (como el PV o el Pv) en el que se encuentre la sustancia. Ejemplos de esto son la presión P , el volumen específico v , la temperatura T , la entalpía H y la energía interna U , entre otras; de estas sus diferenciales son exactas: dP , dv , dT , dH y dU respectivamente.

Una vez que hemos analizado la primera ley de la termodinámica para sistemas cerrados y llegado a la ecuación 2.11, revisaremos qué sucede con los sistemas termodinámicos abiertos. Sin embargo, para ello será necesario primero establecer algunos aspectos relevantes como el principio de conservación de la masa y la ecuación de continuidad.

Principio de conservación de la masa

Este principio establece que la masa no se crea, ni se destruye, solo se transforma y esto ocurre durante una reacción química en la cual las sustancias, (reactivos) cambian para formar nuevos compuestos, pero la cantidad de masa es la misma antes y después de la reacción.

Trabajemos en un sistema abierto (volumen de control) en el cual en un instante se toma $t = 0$ cuando dos porciones muy pequeñas de masa van a entrar y salir, respectivamente.

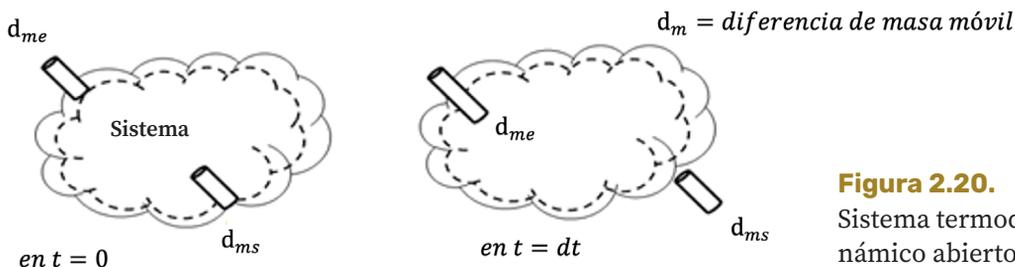


Figura 2.20. Sistema termodinámico abierto y la interacción de masa

Con el principio de conservación de masa se puede establecer que la variación de masa (dm) en nuestro sistema resulta:

$$d_{me} - d_{ms} = \left[dm \right]_{\text{sistema abierto}} \quad (2.12)$$

Si consideramos la rapidez con que se realiza el paso de la masa tendremos:

$$\frac{d_{me}}{dt} - \frac{d_{ms}}{dt} = \left[\frac{dm}{dt} \right]_{\text{sistema abierto}} \quad (2.13)$$

En la expresión 2.13 podemos llamar a $\frac{d_{me}}{dt} = \dot{m}_e$ flujo de masa que entra utilizando la notación de Newton:

$$\frac{d_{ms}}{dt} = \dot{m}_s = \text{flujo de masa que sale}$$

$$\left[\frac{dm}{dt} \right]_{\text{sistema abierto}} = \text{rapidez de variación de masa del sistema}$$

La ecuación (2.13) se puede generalizar a un sistema con “ x ” entradas y “ y ” salidas; es decir:

$$\sum_{e=1}^x \dot{m}_e - \sum_{s=1}^y \dot{m}_s = \left[\frac{dm}{dt} \right]_{\text{sistema abierto}} \quad (2.14)$$

La ecuación (2.14) nos expresa que la suma de los flujos de masa de entrada menos la suma de los flujos de masa de salida nos permite cuantificar la rapidez con que varía la masa de nuestro sistema abierto. Cada término de la ecuación (2.14) se mide en $\left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$ en el SI.

Un caso particular, pero de bastante aplicación, es el denominado proceso de flujo estable (llamado también régimen estable) en el cual no existe variación de masa en el sistema; es decir, no ocurre acumulación de masa, ni tampoco disminución en el sistema; matemáticamente:

$$\left[\frac{dm}{dt} \right]_{\text{sistema abierto}} = 0, \text{ entonces } \sum_{e=1}^x \dot{m}_e - \sum_{s=1}^y \dot{m}_s \quad (2.15)$$

Para el caso de una sola entrada y una salida

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$$

Supongamos ahora que en nuestro sistema, en régimen de flujo estable, varían algunas características; por ejemplo, la sección transversal por donde fluye la masa:

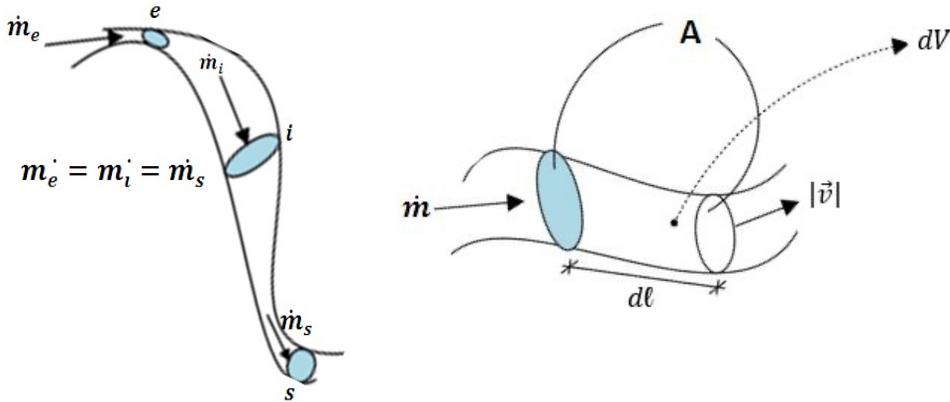


Figura 2.21. Flujo de masa en un sistema termodinámico abierto

El volumen diferencial dV se puede expresar como

$$dV = A dl \quad \text{y como} \quad |\vec{v}| = \frac{dl}{dt}$$

$$dV = A |\vec{v}| dt \quad (2.16)$$

Ahora bien, involucrando a la densidad del fluido

$$\rho = \frac{dm}{dV};$$

es decir:

$$dV = \frac{1}{\rho} dm \quad (2.17)$$

Si igualamos (2.16) y (2.17), resulta:

$$A |\vec{v}| dt = \frac{1}{\rho} dm$$

y si reordenamos términos, se obtiene:

$$\rho A |\vec{v}| = \frac{dm}{dt} = \dot{m}; \quad \dot{m} = \rho A |\vec{v}| \quad (2.18)$$

como se trata de un flujo estable

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$$

se concluye que:

$$\rho_e A_e |\vec{v}|_e = \rho_i A_i |\vec{v}|_i = \rho_s A_s |\vec{v}|_s \quad (2.19)$$

o bien, en términos del volumen específico:

$$\frac{A_e |\vec{v}|_e}{v_e} = \frac{A_i |\vec{v}|_i}{v_i} = \frac{A_s |\vec{v}|_s}{v_s} \quad (2.19')$$

Ecuación de continuidad

Las últimas dos ecuaciones se conocen también como ecuación de continuidad. Para un fluido incompresible tenemos:

$$\rho_e = \rho_i = \rho_s$$

Entonces,

$$A_e |\vec{v}|_e = A_i |\vec{v}|_i = A_s |\vec{v}|_s$$

Al producto de la rapidez del fluido por la sección transversal se le conoce como gasto hidráulico G o gasto volumétrico \dot{V} .

$$\dot{V} = A |\vec{v}|$$

el cual se mide en $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ en el SI.

La primera ley de la termodinámica para sistemas abiertos

Retomemos la ecuación (2.14)

$$\sum_{e=1}^x \dot{m}_e - \sum_{s=1}^y \dot{m}_s = \left[\frac{dm}{dt} \right]_{\text{sistema abierto}}$$

- ⚙ Si hay acumulación de masa en el sistema abierto, $\left[\frac{dm}{dt} \right]_{sa} < 0$, el fenómeno es transitorio.
- ⚙ Si no hay acumulación de masa $\left(\left[\frac{dm}{dt} \right]_{sa} < 0 \right)$, el fenómeno ocurre en condiciones de flujo estable, flujo permanente en régimen permanente.

Normalmente, con este tipo de flujo, suele haber condiciones de estado estacionario³; esto significa que las propiedades termodinámicas en cada punto del sistema no cambian al transcurrir el tiempo.

Trabajo de flujo

En una de las entradas al sistema abierto, se tendrá:

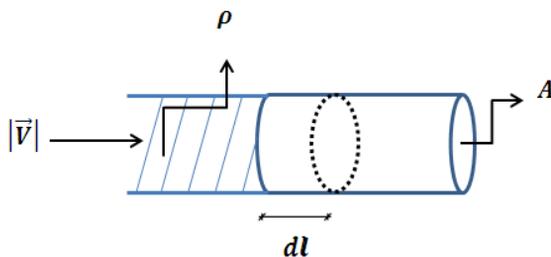


Figura 2.22. Conducto en el que está circulando un fluido

³ Llamado también estado estable.

Tomando como referencia el sistema abierto de la figura 2.20, consideremos la diferencial de masa dm_e que está por entrar al sistema, como se muestra en la figura 2.23. Analicemos que para cada dm_e que entre al sistema, se requiere de un trabajo denominado trabajo de flujo, por lo tanto,

$$\{W\}_{e \text{ flujo}} = \vec{F} \cdot \vec{d\ell} = |\vec{F}| |\vec{d\ell}| \cos \alpha \quad ; \quad \alpha = 0; \quad \cos \alpha = 1$$

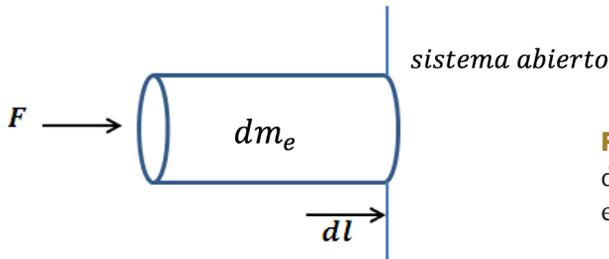


Figura 2.23. Diagrama de una diferencial de masa para analizar el trabajo de flujo

$$\{\delta W\}_{e \text{ flujo}} = F d\ell$$

donde $F = PA$

ya que $F = \frac{F}{A}$

si $dV = Ad\ell$

y como $\rho = \frac{dm_e}{dV}$, $dV = \frac{dm_e}{\rho} = v dm_e$

Igualando las dV se obtiene

$$Ad\ell = v dm_e$$

y $d\ell = \frac{v}{A} dm_e$

Sustituyendo las expresiones enmarcadas en el trabajo de flujo en la entrada:

$$\{\delta W\}_{e \text{ flujo}} = P_e A_e \left(\frac{v_e}{A_e} \right) dm_e = P_e v_e dm_e = P_e V_e$$

En la forma análoga en la salida tendríamos que:

$$\{\delta W\}_{s \text{ flujo}} = P_s v_s dm_s = P_s V_s$$

Efectuando un balance de energía en el sistema abierto y recordando que la energía termodinámica se conserva, tendremos:

$$[dE]_{s,a} = dE_{ent} - dE_{sal} + [\delta Q] + [\delta W]_{eje} + [\delta W]_{exp} + [\delta W]_{flujo}$$

$$[dE]_{s,a} = \sum_{e=1}^x e_e dm_e - \sum_{s=1}^y e_s dm_s + [\delta Q] + [\delta W]_{eje} + [\delta W]_{exp} +$$

$$+ [\delta W]_{flujo} + [\delta W]_{otros \text{ tipos}}$$

En el cual $e = gz + \frac{|\vec{V}|^2}{2} + u$ y el término de trabajo de flujo

$$[W]_{flujo} = \sum_{e=1}^x P_e v_e m_e - \sum_{s=1}^y P_s v_s m_s$$

Además, dado que la energía específica es:

$$e = \frac{E}{m}$$

entonces,

$$E = e m$$

por lo que

$$E_e = e_e m_e \quad \text{y} \quad E_s = e_s m_s$$

Al factorizar, se obtiene como caso general:

$$\sum_{e=1}^x \left(gz + \frac{|\vec{v}|^2}{2} + u + Pv \right)_e dm_e - \sum_{s=1}^y \left(gz + \frac{|\vec{v}|^2}{2} + u + Pv \right)_s dm_s + [\delta Q] + [\delta W]_{eje} + [\delta W]_{exp} + [\delta W]_{otros\ tipos} = d[E]_{sistema\ abierto} \quad (2.20)$$

Esta ecuación se simplifica notablemente para algunos casos particulares:

i) Para el sistema cerrado: $[Q] + [W]_{eje} + [W]_{exp} + [W]_{otros} = \Delta E_{sist}$

ii) Para sistema abierto en flujo permanente y estado estacionario:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$$

$$\dot{m} \left[g(z_e - z_s) + \frac{1}{2} (|\vec{v}|_e^2 - |\vec{v}|_s^2) + (u_e - u_s) + (P_e v_e - P_s v_s) \right] + [\dot{W}]_{eje} + [\dot{W}]_{exp} + [\delta \dot{Q}] = 0$$

A continuación analizaremos un caso particular conocido como ecuación de Bernoulli.

Se emplea cuando la sustancia que fluye es líquida, no viscosa, en proceso adiabático. Esto último implica que la temperatura del líquido no cambia y con esto tampoco cambian ni la densidad ni la energía interna: $Q = 0$; $\Delta T = 0$; $\Delta \rho = 0$ y $\Delta U = 0$

Al tratarse de un líquido no compresible, no se presenta $[W]_{exp}$ y es común que tampoco $[\delta W]_{otros\ tipos}$. Con todo esto, la ecuación (2.20) queda:

$$\left(gz + \frac{|\vec{v}|^2}{2} + Pv \right)_{ent} m_{ent} - \left(gz + \frac{|\vec{v}|^2}{2} + Pv \right)_{sal} m_{sal} + [W]_{eje} = 0$$

Ahora bien: $m_{ent} = m_{sal}$ y si $[W]_{eje}$ es nulo:

$$gz_1 + \frac{|\vec{v}_1|^2}{2} + P_1 v_1 = gz_2 + \frac{|\vec{v}_2|^2}{2} + P_2 v_2$$

donde 1 y 2 son dos puntos en el fluido

Como: $v = \frac{1}{\rho}$

$$\rho gz_1 + \frac{1}{2} \rho |\vec{v}_1|^2 + P_1 = \frac{1}{\rho} gz_2 + \frac{1}{2} \rho |\vec{v}_2|^2 + P_2 \quad (2.21)$$

la cual se conoce como ecuación de Bernoulli.

Resulta interesante y curioso que, si el fluido ya no se mueve (fluido estático) la ecuación se reduce a:

$$\rho gz_1 + P_1 = \rho gz_2 + P_2$$

que, al ser reordenada, queda:

es decir: $P_1 - P_2 = -\rho gz_1 + \rho gz_2$

$$P_1 - P_2 = -\rho g(z_1 - z_2)$$

¿La reconoce?

La ecuación de Bernoulli considera la presión, la elevación y la rapidez de un fluido incompresible en flujo estacionario:

$$P_1 + \rho gz_1 + \frac{1}{2} \rho |\vec{v}_1|^2 = P_2 + \rho gz_2 + \frac{1}{2} \rho |\vec{v}_2|^2$$

Esta ecuación se aplica a dos puntos de una tubería por la cual existe un flujo constante y no viscoso de un fluido incompresible.

Ecuación de estado del gas ideal

El gas ideal, también llamado “gas perfecto”, es un modelo que pretende representar el comportamiento de los gases reales, pero no se logra esto, salvo para algunas condiciones de presión y temperatura del gas muy particulares.

Con la experimentación realizada desde el siglo XVII sobre el estudio de los gases, se estableció un conjunto de leyes, en ese momento consideradas como exactas, pero actualmente solo tomadas como aproximaciones al haber mejorado la exactitud de los experimentos.

La ventaja más grande que presentan estas leyes es lo sencillo de sus ecuaciones y se pueden aprovechar para tener una buena aproximación en el estudio de un gas real, considerando su comportamiento como ideal.

El análisis de dichas leyes y la relación entre ellas, nos permitirá obtener una ecuación (del gas ideal) para estar en posibilidades de determinar el estado termodinámico de un gas (real), conociendo dos propiedades termodinámicas intensivas e independientes.

Se puede definir como gas ideal al que su comportamiento obedece a las leyes de:

- i)** Boyle-Mariotte
- ii)** Charles
- iii)** Gay Lussac
- iv)** Joule
- v)** Avogadro

Ley de Robert Boyle (1627-1691) y de Edmé Mariotte (1620-1684)

Si la temperatura absoluta de un gas se mantiene constante, su presión absoluta P varía inversamente proporcional con el volumen V que ocupa.

$$T = \text{cte.}; \quad P \propto \frac{1}{V}; \quad P = \frac{\text{cte.}}{V}; \quad PV = \text{cte.}$$

Resulta la ecuación de una hipérbola equilátera (isoterma)

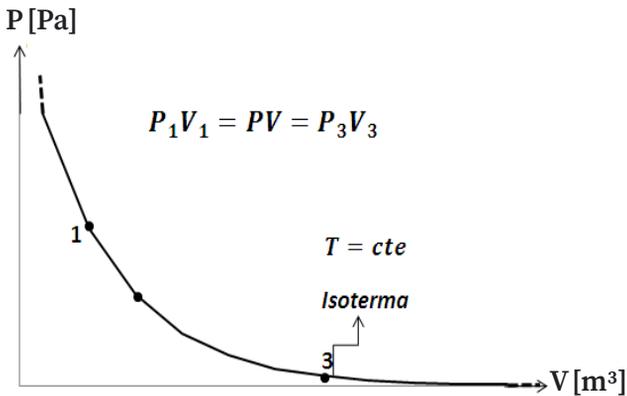


Figura 2.25. Diagrama de la presión en función del volumen para un gas ideal en un proceso isotérmico

Ley de Jaques Charles (1746-1823), establecida en 1787

Si la presión absoluta de un gas se mantiene constante, las variaciones de su volumen son directamente proporcionales a su temperatura absoluta.

$$P = \text{cte.}; \quad V \propto T; \quad V = (\text{cte.})T; \quad \frac{1}{V} = \text{cte.}$$

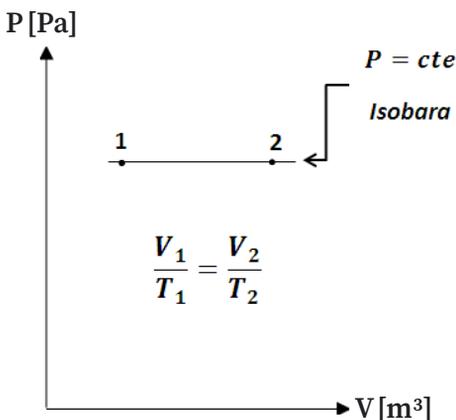


Figura 2.26. Diagrama de la presión en función del volumen para un gas ideal en un proceso isobárico

Ley de Jaques Charles y de Gay-Lussac, establecida en 1800

Si el volumen de un gas permanece constante, las variaciones de su presión absoluta son directamente proporcionales con su temperatura absoluta.

$$V = cte. ; P \propto T ; P = (cte.)T ; \frac{P}{T} = cte.$$

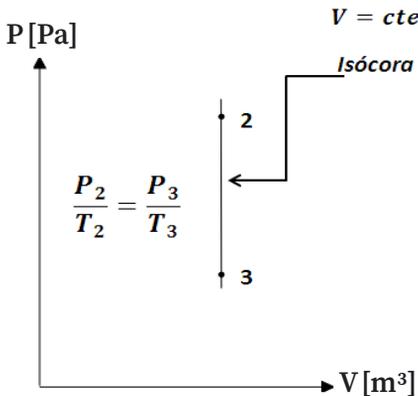


Figura 2.27. Diagrama de la presión en función del volumen para un gas ideal en un proceso isométrico

Ley de Joule, establecida en 1850

James Prescott Joule, basado en un experimento anteriormente realizado por Gay-Lussac, conectó dos recipientes de cobre a través de una válvula, uno de ellos con aire a una presión de 22 atmósferas ($1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa}$) y el otro vacío.

Sumergidos los tanques en agua y este conjunto aislado térmicamente. Al alcanzar el equilibrio térmico todo el conjunto descrito, se abrió la válvula para dejar salir libremente el aire de un recipiente al otro, al final se logró una presión de 11 atmósferas en todo el aire, pero se encontró que el agua que cubría a los tanques conservaba la temperatura que tenía antes de permitir la expansión, como no existió transferencia de energía en forma de calor, ni se efectuó trabajo alguno, la energía del aire antes y después de la expansión libre es la misma; la conclusión que se obtiene es:

La energía interna U del gas ideal es solo función de la temperatura absoluta, matemáticamente:

$$U = f(T)$$

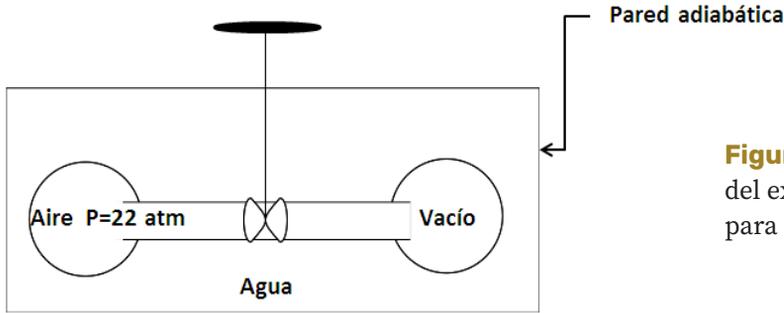


Figura 2.28. Diagrama del experimento de Joule para un gas ideal

Ley de Avogadro (1776-1856)

Amadeo Avogadro, físico italiano en 1811, encontró que dos gases, considerándolos como ideales, a las mismas temperaturas y presiones absolutas, si ocupan volúmenes iguales, tendrán el mismo número de moléculas.

El número de moléculas se mide con la unidad fundamental de la cantidad de sustancia: la mol. Esta unidad es la cantidad de sustancia que contiene tantas entidades elementales como existen átomos en 12 gramos de carbono 12.

Sean los gases A y B, de acuerdo con lo expresado, si

$$\left. \begin{array}{l} P_A = P_B \\ V_A = V_B \\ T_A = T_B \end{array} \right\} \text{ entonces } n_A = n_B \text{ (cantidad en moles)}$$

Del significado de mol se puede escribir:

$$n = \frac{m}{M}$$

donde m = masa del gas en gramos y M = masa molecular en $\left[\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right]$, por lo tanto:

$$[n]_u = \frac{[m]_u}{[M]_u} = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

O también

$$[n] = \frac{\text{kg}}{\frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = \text{kmol}$$

Ahora representamos en un diagrama VP los procesos mencionados en las tres primeras leyes del gas ideal, para obtener una expresión más general:

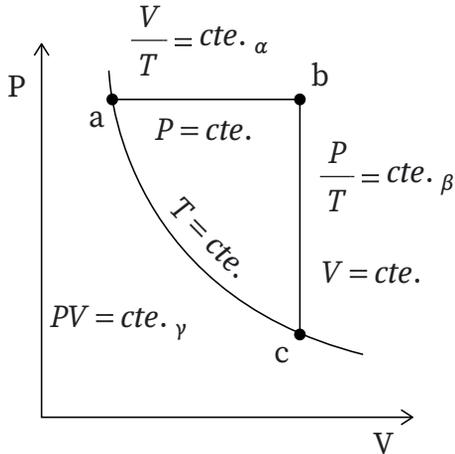


Figura 2.29. Diagrama de la presión en función del volumen para un gas ideal en tres procesos

En el proceso ab: $\frac{V_a}{T_a} = \frac{V_b}{T_b}$; $P_a = P_b$; $\therefore \frac{P_a V_a}{T_a} = \frac{P_b V_b}{T_b}$

En el proceso de bc: $\frac{P_b}{T_b} = \frac{P_c}{T_c}$; $V_b = V_c$; $\therefore \frac{P_b V_b}{T_b} = \frac{P_c V_c}{T_c}$

En el proceso de ac: $P_a V_a = P_c V_c$; $T_a = T_c$; $\therefore \frac{P_a V_a}{T_a} = \frac{P_c V_c}{T_c}$

Se puede concluir que para la masa gaseosa (nuestro sistema):

$$\frac{P_a V_a}{T_a} = \frac{P_b V_b}{T_b} = \frac{P_c V_c}{T_c} = \text{cte.}_1$$

En el SI:

$$\left[\frac{PV}{T} \right]_u = \left[\frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{K}} \right] = \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] = \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{K}} \right] = \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right]$$

Como puede suponerse, la $cte._1$ es función de la masa del gas con que se realizaron los procesos descritos; sin embargo, si la expresión anterior es dividida entre la masa, se obtiene:

$$\frac{P_a v_a}{T_a} = \frac{P_b v_b}{T_b} = \frac{P_c v_c}{T_c} = R \quad \left[\frac{Pv}{T} \right]_u = \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

en el cual R recibe el nombre de constante particular del gas, en los procesos.

Como ilustración, mencionemos los valores de algunas constantes particulares de gases conocidos:

$$R_{\text{aire}} = 286.7 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right], \quad M_{\text{aire}} = 29 \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right]$$

$$R_{\text{CO monóxido de carbono}} = 296.82 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right], \quad M_{\text{CO}} = 28.01 \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right]$$

$$R_{\text{CO}_2 \text{ dióxido de carbono}} = 188.91 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right], \quad M_{\text{CO}_2} = 44.009 \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right]$$

$$R_{\text{O}_2} = 259.8 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right], \quad M_{\text{O}_2} = 32 \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right]$$

$$R_{\text{N}_2} = 296.93 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right], \quad M_{\text{N}_2} = 28 \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right]$$

$$R_{\text{CH}_4 \text{ metano}} = 510.6 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right], \quad M_{\text{CH}_4} = 16.043 \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right]$$

Con lo anterior, la ecuación de estado del gas ideal se puede escribir:

$$Pv = RT$$

o también

$$PV = mRT$$

Recordando lo expresado por Avogadro: dos masas de gases (ideales) A y B , si se encuentran a la misma presión absoluta, a la misma temperatura absoluta y ocupan el mismo volumen, contienen el mismo número de moléculas, o también se puede decir el mismo número de moles.

Entonces, para gas A :

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = R_A m_A ; m_A = \frac{P_A V_A}{T_A R_A} \quad \text{y} \quad \frac{m_A}{M_A} = n_A = \frac{P_A V_A}{T_A R_A M_A}$$

para el gas B :

$$\frac{P_B V_B}{T_B} = m_B R_B ; m_B = \frac{P_B V_B}{T_B R_B} \quad \text{y} \quad \frac{m_B}{M_B} = \frac{P_B V_B}{T_B R_B M_B} = n_B$$

donde n_A y n_B es la cantidad de moles.

Como las P , las T y los V son iguales así como $n_B = n_A$, se obtiene:

$$\frac{1}{M_A R_A} = \frac{1}{M_B R_B} ; \quad \text{es decir} \quad M_A R_A = M_B R_B = cte.$$

Esta constante (*cte.*) vale lo mismo para cualquier gas que se comporte como gas ideal, y se determina con el producto de la masa molecular del gas y de su constante particular; es decir,

$$MR = R_u$$

que recibe el nombre de constante universal de los gases (como ideales) y tiene el valor:

$$R_u = 8.314 \left[\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right]$$

o también

$$R_u = 8314 \left[\frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \right];$$

finalmente, como:

$$R_u = MR$$

y

$$PV = mRT$$

entonces,

$$PV = m \frac{R_u}{M} T$$

Y recordando que:

$$\frac{m}{M} = n$$

se obtiene:

$$PV = nR_u T$$

Para una sustancia real, la energía interna específica u es función de la temperatura termodinámica y del volumen específico: $u = f(T, v)$ y entonces la diferencial total de U resulta:

$$dU = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv; \quad \text{en donde} \quad \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = c_v$$

Capacidad térmica específica obtenida a volumen constante

Para el gas ideal:

$$\frac{du}{dT} = c_v \quad \text{y} \quad du = c_v dT$$

e integrando entre dos estados, $\Delta U_{12} = m\bar{c}_v \Delta T_{12}$, la cual se emplea de esta forma en todos los procesos con gas ideal.

También, la entalpía específica en general es $h = f(T, P)$ y la diferencia total:

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P} \right)_T dP$$

En esta expresión: $\left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P = c_p$;

para el gas ideal $\frac{dh}{dT} = c_p$

entonces, $dh = c_p dT$

al integrar entre dos estados:

$$\Delta H_{12} = m \bar{c}_p \Delta T_{12}$$

c_p = capacidad térmica específica a presión constante

Aunque c_p y c_v son funciones de la temperatura, en este curso emplearemos valores promedios de estas capacidades térmicas específicas por no ser muy grandes sus variaciones.

Recordando que la entalpía $H = U + PV$ y la entalpía específica resulta $h = u + Pv$, en forma diferencial

$$dh = du + d(Pv) \quad \mathbf{(2.22)}$$

Para el gas ideal $PV = mRT$

o también $Pv = RT$

de esta forma $d(Pv) = d(RT) = RdT$ $\mathbf{(2.23)}$

Sustituyendo (2.23) en (2.22):

$$dh = du + RdT \quad (2.24)$$

Como $dh = c_p dT$ y $du = c_v dT$, la (2.24) se puede escribir:

$$c_p dT = c_v dT + RdT \quad (2.25)$$

La cual, para un incremento finito de temperatura ΔT nos queda:

$$c_p = c_v + R \quad \text{o} \quad R = c_p - c_v$$

La expresión anterior se conoce como fórmula de Mayer.

También conviene definir a

$$\frac{c_p}{c_v} = k = \text{índice adiabático de la sustancia simple compresible.}$$

Procesos casiestáticos con un gas ideal

Por tratarse de procesos casiestáticos, se consideran como una sucesión de estados de equilibrio y pueden ser trazados en los planos coordenados.

i) Proceso a volumen constante (isométrico o isocórico)

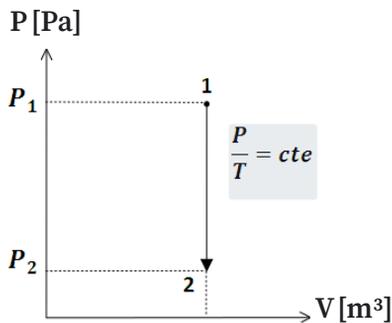


Figura 2.30. Diagrama de la presión en función del volumen para un gas ideal en un proceso isométrico

Con la primera ley de la termodinámica:

$${}_1Q_2 + W_{1 \rightarrow 2 \text{exp}} = \Delta U_{12}$$

En este proceso $W_{1 \rightarrow 2 \text{exp}} = 0$ (el gas no se comprime ni se expande) y la $\Delta U_{12} = mc_v \Delta T_{12}$; $\therefore {}_1Q_2 = \Delta U_{12}$

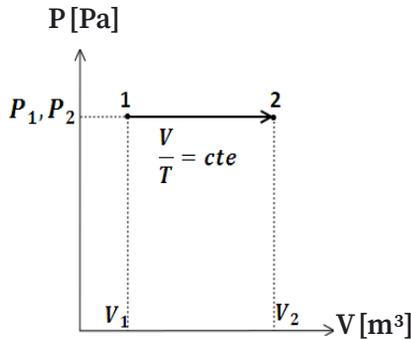


Figura 2.31. Diagrama de la presión en función del volumen para un gas ideal en un proceso isobárico

ii) Proceso a presión constante (isobárico)

Con la primera ley de la termodinámica:

$$Q_{1 \rightarrow 2} + W_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{12}; \quad {}_1Q_2 + {}_1W_2 = mc_v \Delta T_{12}$$

$${}_1W_{2\text{exp}} = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = -P_1 [V_2 - V_1]; \quad {}_1Q_2 = \Delta U_{12} - {}_1W_2$$

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1 + P_2 V_2 - P_1 V_1 = \Delta H_{12}$$

$${}_1Q_2 = mc_p (T_2 - T_1)$$

iii) Proceso a temperatura constante (isotérmico)

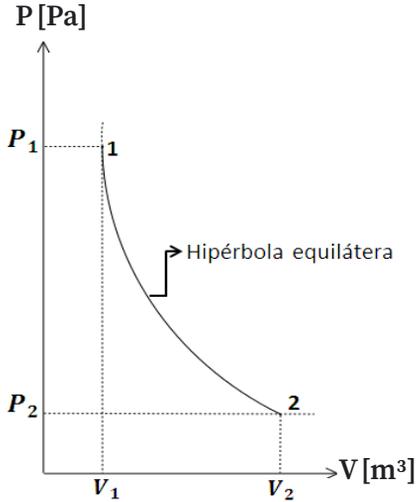


Figura 2.32. Diagrama de la presión en función del volumen para un gas ideal en un proceso isotérmico

Con base en la primera ley de la termodinámica

$${}_1Q_2 + {}_1W_2 = \Delta U_{12}$$

$$\Delta U_{12} = mc_v(T_2 - T_1) = 0, \quad T_2 = T_1$$

como $PV = cte. = P_1V_1 = P_2V_2$ entonces

$${}_1W_{2\text{exp}} = - \int_{V_1}^{V_2} PdV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{cte.}{V} dV = -P_1V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$${}_1W_2 = -P_1V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad \text{o} \quad {}_1W_2 = -P_1V_1 \ln \frac{P_1}{P_2}$$

$${}_1Q_2 = -{}_1W_2$$

iv) Proceso sin transmisión de energía en forma de calor (proceso adiabático)

En este proceso, la primera ley de la termodinámica se puede escribir en forma diferencial como sigue:

$$\delta Q + \delta W = dU \quad (2.26)$$

por ser adiabático $\delta Q = 0$ y $\delta W = dU$ o sea $-PdV = mc_v dT$;

$$-Pdv = c_v dT \quad (2.27)$$

de la ecuación de estado del gas ideal

$$Pv = RT; \quad T = \frac{1}{R} Pv \quad \text{y} \quad dT = \frac{1}{R}(Pdv + vdP) \quad (2.28)$$

Sustituyendo (2.28) en (2.29):

$$-Pdv = c_v \left(\frac{1}{R} \right) (Pdv + vdP)$$

$$- \frac{R}{c_v} Pdv = Pdv + vdP;$$

$$- \left(\frac{c_p - c_v}{c_v} \right) Pdv = Pdv + vdP$$

$$\left(- \frac{c_p}{c_v} + 1 \right) Pdv = Pdv + vdP;$$

$$- \frac{c_p}{c_v} Pdv = vdP$$

al separar variables:

$$- \frac{c_p}{c_v} \frac{dv}{v} = \frac{dP}{P} \quad (2.29)$$

y al integrar:

$$- \frac{c_p}{c_v} \ln v = \ln P + \ln c$$

donde $c = cte.$

$$\ln P + \frac{c_p}{c_v} \ln v = \ln c_1$$

y

$$c_1 = cte.$$

es decir: $\text{Ln } P + \text{Ln } v^k = \text{Ln } c_1$

si $k = \frac{c_p}{c_v}$

$$\text{Ln } P v^k = \text{Ln } c_1 \quad (2.30)$$

tomando exponenciales en (2.30)

$$P v^k = cte.$$

En un sistema cerrado $m = cte.$ y $mv = V$, entonces también:

$$P V^k = c$$

donde c es otra constante.

Este proceso adiabático se puede representar en forma gráfica con una curva exponencial.

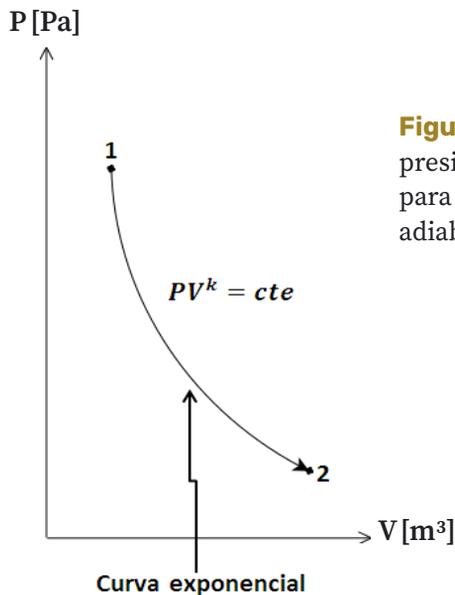


Figura 2.33. Diagrama de la presión en función del volumen para un gas ideal en un proceso adiabático

Con base en la primera ley de la termodinámica

$${}_1Q_2 + {}_1W_2 = \Delta U_{12};$$

$${}_1Q_2 = 0$$

$$\Delta U_{12} = mc_v(T_2 - T_1)$$

y

$${}_1W_2 = - \int_{v_1}^{v_2} PdV$$

$${}_1W_2 = - \int_{v_1}^{v_2} \frac{cte.}{V^k} dV = -P_1V_1^k \frac{[V^{-k+1}]_{V_1}^{V_2}}{-k+1} = \frac{-[P_2V_2^kV_2^{-k+1} - P_1V_1^kV_1^{-k+1}]}{-k+1}$$

$${}_1W_2 = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{k-1}$$

Se observa ${}_1W_2 = \Delta U_{12}$

v) Proceso politrópico

Este tipo de proceso es aquel que puede ser representado por la ecuación:

$$PV^n = cte.$$

En la cual se le conoce como índice politrópico. De manera matemática, el valor de n puede ser $-\infty < n < \infty$, pero en las aplicaciones prácticas el valor de n no difiere mucho del índice adiabático k , que, por ejemplo, para el aire es 1.4.

Los procesos que ya hemos analizado pueden representarse con la ecuación $PV^n = cte.$, pero con un valor especial para n dependiendo del proceso.

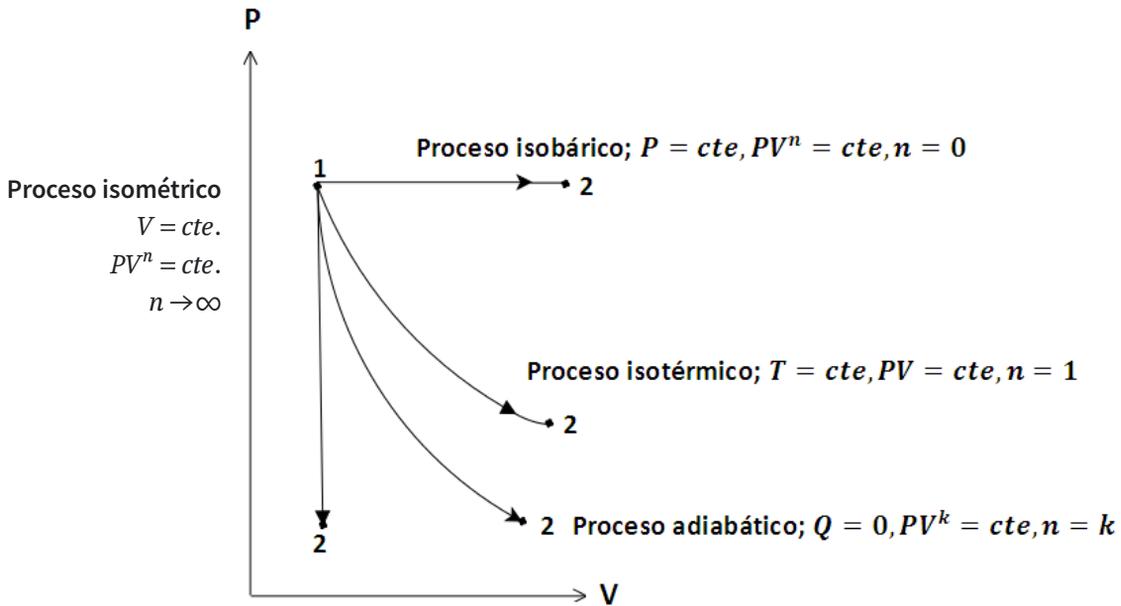


Figura 2.32. Diagrama de la presión en función del volumen para un gas ideal en un proceso politrópico

Para cualquier proceso politrópico como los anteriores o diferentes, con la primera ley de la termodinámica tendríamos:

$${}_1Q_2 + {}_1W_{2\text{exp}} = \Delta U_{12}$$

$$\Delta U_{12} = mc_v(T_2 - T_1)$$

y

$${}_1W_{2\text{exp}} = - \int_{V_1}^{V_2} PdV = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{n - 1}$$

Para corroborar el valor del índice politrópico en el proceso isométrico, veamos:

Si $PV^n = cte.$; $P_1V_1^n = P_2V_2^n$

si tomamos logaritmos naturales:

$$\ln P_1 + n \ln V_1 = \ln P_2 + n \ln V_2$$

agrupando: $n \ln V_2 - n \ln V_1 = \ln P_1 - \ln P_2$

$$n \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \frac{P_1}{P_2}$$

por lo tanto:
$$n = \frac{\ln \frac{P_1}{P_2}}{\ln \frac{V_2}{V_1}}$$

pero si $V_2 \rightarrow V_1$

$$\ln \frac{V_2}{V_1} \rightarrow 0 \quad \text{y} \quad n \rightarrow \infty$$

También nos será útil establecer las relaciones entre las propiedades: presión (P), volumen (V) y temperatura (T) para un proceso adiabático.

a) Relación entre presión y volumen.

$$P_1 V_1^k = P_2 V_2^k$$

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k = \frac{P_2}{P_1}$$

o bien
$$\left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k = \frac{P_2}{P_1}$$

b) Relación entre presión y temperatura.

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k = \frac{P_2}{P_1};$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{k}} \quad (2.31)$$

$$P_1 V_1 = m R T_1 \quad \rightarrow \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = m R$$

$$P_2 V_2 = m R T_2 \quad \rightarrow \quad \frac{P_2 V_2}{T_2} = m R$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2 T_1}{P_1 T_2} \quad (2.32)$$

igualando (2.31) con (2.32):

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{k}} = \frac{P_2 T_1}{P_1 T_2}$$

simplificando $\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{k}-1} = \frac{T_1}{T_2}$

c) Relación entre volumen y temperatura.

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k = \frac{P_2}{P_1} \quad (2.33)$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1 T_2}{P_2 T_1} \quad (2.34)$$

igualando (2.33) con (2.34):

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k = \frac{V_1 T_2}{V_2 T_1}$$

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-2} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1} = \frac{T_2}{T_1}$$

TEMA 3

LA SEGUNDA LEY
DE LA TERMODINÁMICA

En nuestra sociedad, resulta de importancia primordial la producción de energía en forma de trabajo para el transporte de personas y bienes, para el funcionamiento de maquinaria, bombeo de líquidos, compresión de gases, etc. Una parte importante de la producción de trabajo se tiene disponible en forma de energía eléctrica, la que en los motores se convierte en trabajo mecánico rotacional. Una parte de esta energía eléctrica (que es potencialmente trabajo) se obtiene mediante las plantas hidroeléctricas, la mayor parte se consigue de los combustibles fósiles o nucleares con los cuales los ingenieros producen corrientes de gas o de líquido a temperaturas elevadas que actúan como fuente térmica (fuente de calor) para la generación de trabajo.

Sabemos que la energía se conserva. Con base en esto, ¿podríamos poner una taza de café con agua a punto de hervir en contacto con el aire frío del lugar y observar que el aire entrega energía al agua para café? La respuesta inmediata es que esto no sucede; sin embargo, este hecho no violaría el principio de conservación de la energía. Entonces, si bien la energía se conserva, podemos afirmar que los flujos energéticos tienen cierta dirección preferente. Por otra parte, podemos convertir todo el trabajo en calor, cuando frotamos nuestras manos en un ambiente gélido, por ejemplo; sin embargo, la experiencia nos dice que no podemos convertir todo el calor en trabajo como, por ejemplo, en una máquina de vapor. En resumen, si bien la energía se conserva, todos los procesos inherentes a ella tienen ciertas restricciones. La conservación de la energía se asocia a la primera ley de la termodinámica estudiada en el capítulo anterior. Las restricciones o dirección de los flujos energéticos se asocian a lo que se conoce como segunda ley de la termodinámica que analizaremos en el presente capítulo.

Siempre que hay una transferencia de energía, si bien la cantidad de esta se conserva, el nivel de la misma no puede conservarse y parte de ella tiene que reducirse permanentemente a un nivel inferior, digamos que parte de ella se degrada. En otras palabras, no solo basta conocer la cantidad de energía asociada al proceso, sino también su “calidad¹”.

Depósito térmico, máquina térmica y bomba de calor

Para el estudio de la segunda ley y sus conceptos es muy útil imaginar sistemas que pueden dar o recibir energía en forma de calor. A este tipo de sistemas se les conoce como depósito de calor o depósito térmico, el cual se define como un sistema cerrado con las características siguientes:

- a) Solo interactúa a través de sus fronteras en forma térmica; es decir, con transmisiones de energía en forma de calor.
- b) Los cambios dentro del depósito son internamente reversibles.
- c) Su temperatura se mantiene uniforme y constante durante un proceso.

De esta forma, un depósito térmico actúa como una fuente de calor o como un sumidero de calor según la dirección de la transferencia de calor: desde el depósito o hacia el depósito, respectivamente; véanse las figuras 3.1 y 3.2.

Un dispositivo que transforma calor parcialmente en trabajo o en energía mecánica es una máquina térmica (o también se le llama máquina de calor), como se indica en la figura 3.1. Para que esto suceda, dicha máquina opera con una sustancia de trabajo (generalmente agua). Normalmente, dicho dispositivo opera con un ciclo; es decir, con una sucesión de procesos que al final deja a la sustancia en el estado en que inició.

¹ En termodinámica el término calidad se refiere al cociente de la masa de vapor entre la masa total de una mezcla de líquido y vapor; sin embargo, en este contexto la palabra se refiere a un conjunto de propiedades que permiten juzgar su valor por eso se escribió entre comillas.

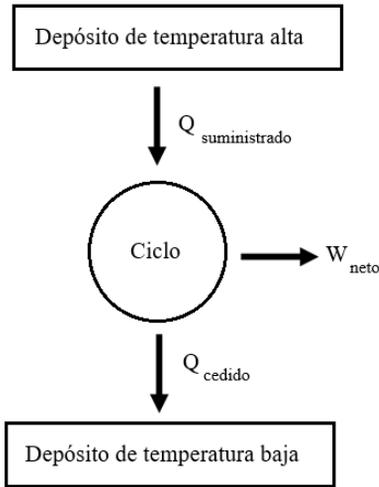


Figura 3.1. Máquina térmica o máquina de calor

Si la máquina térmica opera a la inversa, es decir, extrae calor de un depósito de temperatura a partir de una interacción mecánica, entonces tenemos una bomba de calor (refrigerador o calefactor), véase la figura 3.2.

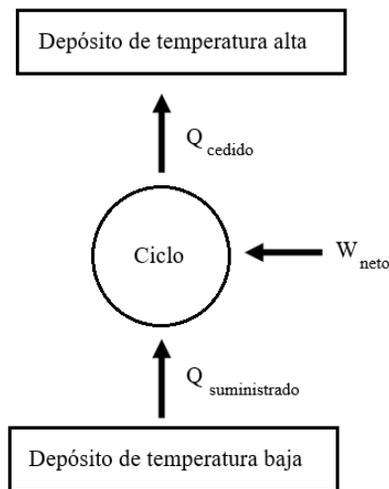


Figura 3.2. Bomba de calor (refrigerador o calefactor)

Eficiencia térmica y coeficiente térmico

En la ingeniería resulta muy útil el término de eficiencia, como un indicador de utilidad. Por lo tanto, podemos definirlo como el cociente de lo que se desea obtener entre lo que hay que aportar.

Con base en lo anterior, para la máquina térmica (véase la figura 3.1) podemos decir que la eficiencia térmica (η) que tiene es el cociente del trabajo neto

que entrega (beneficio) entre la energía en forma de calor que hay que proporcionarle para obtener dicho beneficio, esto es:

$$\eta = \frac{W_{neto}}{Q_A}$$

En el caso de la bomba de calor (actuando como refrigerador, véase la figura 3.2), lo que se desea es retirar energía en forma de calor del depósito de temperatura baja y para ello se proporciona trabajo; a este cociente se le conoce como coeficiente de desempeño o coeficiente térmico (β_r), esto es:

$$\beta_r = \frac{Q_B}{W_{neto}}$$

y si la bomba de calor está actuando como calefactor, su coeficiente térmico es

$$\beta_c = \frac{Q_A}{W_{neto}}$$

Con base en la figura 3.1, para el cálculo de la eficiencia, obsérvese que:

$$|Q_A| = |W_{neto}| + |Q_B|$$

$$|W_{neto}| = |Q_A| - |Q_B|$$

$$\eta = \text{eficiencia}$$

$$\eta = \frac{\text{lo que se desea}}{\text{lo que hay que aportar}}$$

entonces,

$$\eta = \frac{|W_{neto}|}{|Q_A|}$$

$$\eta = \frac{|Q_A| - |Q_B|}{Q_A}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_B|}{|Q_A|}$$

De esta última expresión es muy claro que a la unidad siempre se le restará “algo”, por lo que la eficiencia no puede ser 1 y siempre será menor que 1.

Obsérvese que en el caso de la máquina térmica la mejor es la que aprovecha todo el máximo de calor (Q_A) para convertirlo en trabajo (W_{neto}); es decir, su eficiencia lo más cercana a la unidad; para el caso del refrigerador, el mejor es el que “saca” el máximo de calor (Q_B) del dispositivo con el menor gasto de trabajo (W_{neto}). Lo anterior implica que el coeficiente de desempeño puede ser mayor que la unidad, lo que contrasta con la eficiencia térmica, la cual no puede ser mayor que 1. Esta es una razón importante para expresar la “calidad” de un refrigerador con otro término (coeficiente de desempeño o rendimiento) para evitar la confusión de tener eficiencias mayores que la unidad.

Enunciado de Kelvin-Planck

Este enunciado, asociado a la segunda ley de la termodinámica, está relacionado con las máquinas térmicas, el cual se conoce como enunciado de Kelvin-Planck, y dice:

Es imposible que un dispositivo que opera en un ciclo reciba calor de un solo depósito térmico y produzca una cantidad neta de trabajo.²

Es decir, en una máquina térmica, como la de la figura 3.1, es imposible que el flujo de calor que va al depósito de temperatura baja sea igual a cero. En otras palabras, es imposible que una máquina térmica pueda convertir todo el calor que recibe del depósito de temperatura alta en trabajo, lo que implicaría una eficiencia térmica del 100 %. De manera simplificada, se puede indicar que es imposible tener una máquina térmica como la que se muestra en la figura 3.3.

² Cengel, Y., Boles, M. *Termodinámica*. McGraw-Hill. Séptima edición, 2012. México.

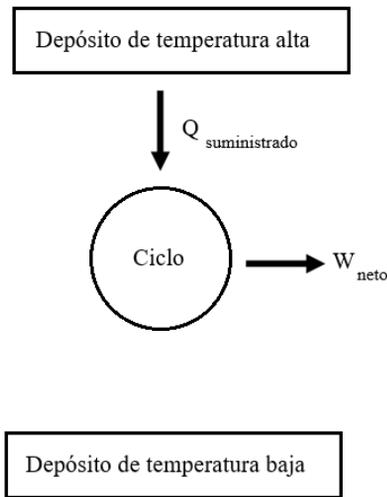


Figura 3.3.
Máquina térmica
imposible

Enunciado de Clausius

Existe otro enunciado asociado a la segunda ley de la Termodinámica relacionado con las bombas de calor, el cual se conoce como Enunciado de Clausius y se puede citar como:

Es imposible construir un dispositivo que opere en un ciclo sin que se produzca ningún otro efecto que la transferencia de calor de un cuerpo de menor temperatura a otro de mayor temperatura.³

Si bien en un refrigerador hay una transferencia de calor del depósito de temperatura baja al de alta, para que esto se pueda lograr es necesario proporcionar trabajo, véase la figura 3.2. En otras palabras, es imposible que la transferencia de energía en forma de calor ocurra de un cuerpo de menor temperatura al de mayor en forma espontánea. De manera simplificada, se puede indicar que es imposible tener una bomba de calor que opere como se indica en la figura 3.4.

³ Ídem.

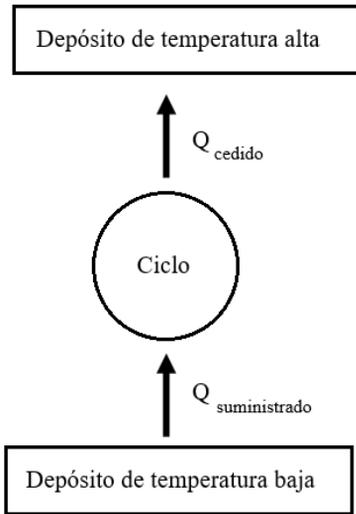


Figura 3.4. Bomba de calor imposible

En el fondo, ambos enunciados son equivalentes; es decir, la violación del enunciado de Kelvin y Planck da lugar a la violación del de Clausius. Es importante señalar que ambos enunciados están asociados a lo que se conoce como segunda ley de la Termodinámica y están basados en hechos experimentales. A la fecha no se tiene registro de experimento alguno que contradiga la segunda ley, por lo que se puede considerar como prueba suficiente de su validez.

Como complemento a lo anterior, se pueden citar algunas referencias asociadas a los enunciados mencionados con anterioridad:

⚙️ *William Thomson (Lord Kelvin):*

“Es imposible conseguir, mediante el empleo de alguna sustancia inanimada, un efecto mecánico con el enfriamiento de una porción de materia hasta una temperatura más baja que la del más frío de los objetos circundantes”.

⚙️ *Max Planck:*

“Es imposible la construcción de una máquina que opere en ciclos y que no produzca otro efecto que el de la elevación de una masa y el enfriamiento de un depósito térmico”.

- ⚙️ *Kelvin-Planck*
“Es imposible cualquier ciclo que tenga como resultado único la absorción de calor de un depósito térmico y su conversión completa en trabajo”.
- ⚙️ *Kelvin-Planck (del libro “Termodinámica” de Irving Granet):*
“Es imposible construir un dispositivo que opere en un ciclo y no genere ningún otro efecto, que la producción de trabajo y el intercambio de calor con un solo sumidero”.
- ⚙️ *Del libro “Termodinámica” de Kenneth Wark Jr.:*
“Es imposible construir una máquina térmica cuyo único efecto sea el intercambio de calor con una sola fuente inicialmente en equilibrio y la producción de trabajo neto”.
- ⚙️ *Clausius (de Apuntes de Principios de energética de R. González y F. Núñez)*
“No es posible ningún proceso cuyo único resultado sea la transmisión de calor desde un cuerpo con una temperatura baja hacia otro cuerpo con una temperatura alta”.
- ⚙️ *Clausius (del libro “Termodinámica” de Irving Granet):*
“Es imposible construir un dispositivo que opere en un ciclo y cuyo único efecto sea el de transferir calor de un cuerpo frío a otro más caliente”. (El calor no puede, por sí solo, pasar de una temperatura baja a otra más alta).
- ⚙️ *Clausius (del libro “Termodinámica” de Kenneth Wark Jr.):*
“Es imposible operar una máquina cíclica de tal manera que el único efecto externo a la máquina sea la transferencia de calor desde un depósito a otro depósito a una temperatura mayor”.

Procesos reversibles e irreversibles. Causas de irreversibilidad

La energía de un depósito térmico de temperatura alta es de mejor calidad (mayor utilidad) que la de un depósito térmico de temperatura baja. Además, la energía se conserva, pero se degrada en transformaciones que incluyen

fricción (principalmente) o el efecto de una resistencia eléctrica, entre otros, efectos indeseables si lo que deseamos que el uso de la energía para propósitos prácticos sea el óptimo. Cada vez que la energía cambia de forma o se transfiere de un sistema a otro, se conserva pero se degrada.

Pero entonces: ¿qué es una máquina térmica “ideal”? Esta máquina será nuestra referencia, digamos que es una máquina que opera sin “imperfecciones”. Para formar este concepto, revisemos el concepto de proceso reversible y después el del ciclo reversible.

Podemos decir que un proceso reversible es aquel que se inicia en un estado de equilibrio y que en cualquier instante, durante el proceso, tanto el sistema como el ambiente con el que se realizaron las interacciones energéticas, pueden regresar a sus estados iniciales. Un proceso reversible es una idealización; sin embargo, es muy útil, ya que nos permite establecer una referencia para los procesos que no lo son.

El concepto de reversibilidad implica el restablecimiento: “la naturaleza de un proceso reversible es tal que todas las interacciones de energía (calor y trabajo) que ocurren durante el proceso original (del estado inicial al final) son iguales en magnitud a las que se presentan durante el proceso inverso, pero con su signo opuesto”, así no se deja una historia neta en los alrededores cuando el sistema regresa a su estado inicial. El proceso reversible sí se puede representar en los diagramas termodinámicos, con curvas continuas.

Con base en lo anterior, un proceso irreversible es cuando el sistema o su entorno no pueden ser devueltos a sus estados iniciales. Entonces, ¿qué es lo que hace que un proceso no sea reversible? ¿Debido a qué un proceso se hace irreversible?

Las principales causas que hacen que un proceso no sea “ideal”, o que tenga “imperfecciones” se conocen como causas de irreversibilidad. Podemos citar como tales:

- i) La fricción entre superficies sólidas

- ii)** Deformación inelástica
- iii)** Resistencia eléctrica
- iv)** Flujo viscoso de un fluido
- v)** Corrientes de fluidos a través de válvulas y de tapones porosos (efecto conocido como estrangulamiento)
- vi)** Transferencia de calor a través de una diferencia finita de temperatura
- vii)** Efectos de histéresis
- viii)** Ondas de choque
- ix)** Reacciones químicas espontáneas
- x)** Ósmosis
- xi)** Disolución de una fase en otra
- xii)** Mezcla de fluidos iguales con presiones y temperaturas diferentes, entre otras.

Cualquier proceso que presente alguna de estas causas, se dice que es irreversible.

Retomando la pregunta: ¿qué es una máquina térmica “ideal”? Podemos contestar que será aquella que opera en ciclos formados por procesos reversibles, ya que estos son los mejores que podemos llegar a tener (son nuestra referencia). Aquí conviene resaltar que en un ciclo, basta con que uno de sus procesos no sea reversible (es decir, que sea irreversible) para que el ciclo sea calificado como no reversible.

Se puede observar que un sistema puede regresar a su estado inicial si sigue un proceso, sin importar si es reversible o irreversible; pero en los procesos reversibles el regreso se realiza sin dejar cambio neto alguno en los alrededores. En cambio, en los procesos irreversibles los alrededores suelen efectuar algún trabajo sobre el sistema y, por esta razón, no regresarán a su estado original sin modificar el entorno.

Existe un ciclo que se compone de cuatro procesos reversibles y resulta de fundamental importancia para saber cuál es la eficiencia máxima que se puede tener en una máquina térmica entre dos depósitos de temperaturas diferentes, como el que muestra en la figura 3.1. Dicho ciclo se conoce como el ciclo de Carnot.

Ciclo de Carnot

A inicios del siglo XIX, el científico Sadi Carnot (1796-1832) analizó la forma de transformar la energía térmica en energía mecánica. Su principal objetivo era aumentar la eficiencia de las máquinas térmicas. En 1824 estableció un ciclo el que lleva su nombre y permite tener una referencia para convertir teóricamente la energía térmica suministrada a una máquina térmica en la mayor cantidad de energía mecánica posible.

Sabemos que, de entrada, se necesitan dos depósitos térmicos a diferentes temperaturas para poder establecer un flujo de calor. Por lo tanto, dicho ciclo se compone de dos procesos a temperatura constante; es decir, isotérmicos. Como se trata de un ciclo, necesitaremos otro par de procesos que unan las dos isothermas anteriores y como la idea es que tenga la máxima eficiencia, esto es, que el flujo de calor al depósito de temperatura baja sea lo más pequeño posible, se completa el ciclo con dos procesos adiabáticos. En resumen, el ciclo se compone de cuatro procesos: dos isotérmicos y dos adiabáticos, véase la figura 3.5. Es importante recalcar que, como se trata de un ciclo “ideal”, digamos que, sin imperfecciones, los cuatro procesos citados son reversibles.

Si bien, este ciclo es imposible de llevar a cabo físicamente, es muy útil su análisis, ya que de él se desprenden dos teoremas y nos sirve de referencia, porque indica cuál es la eficiencia máxima que se puede tener en una máquina térmica, dado dos depósitos de temperaturas diferentes.

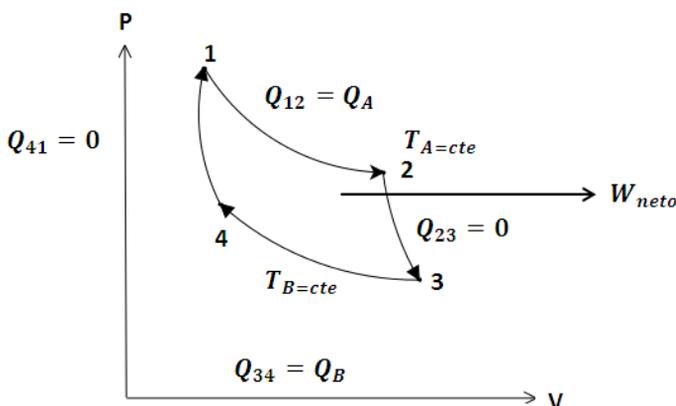


Figura 3.5. Ciclo de Carnot en una gráfica de presión y volumen

En el primer proceso el gas se expande isotérmicamente a temperatura T_A , (proceso de 1 a 2) recibiendo calor Q_A ; después, el gas se expande adiabáticamente hasta que su temperatura baja a T_B (proceso de 2 a 3); a continuación el gas se comprime isotérmicamente a temperatura T_B , (proceso de 3 a 4) cediendo calor Q_B ; finalmente el gas se comprime adiabáticamente hasta su estado inicial (proceso de 4 a 1) aumentando la temperatura hasta T_A . Como ya se mencionó en el tema anterior, el área encerrada por los procesos representa el trabajo neto que desarrolla este ciclo.

Cabe señalar que la sustancia de trabajo es un gas que se puede considerar como ideal, por lo que para cada proceso podemos escribir que:

Procesos		
1 a 2	$P_1 V_1 = P_2 V_2 = cte. _1$	isotérmico
2 a 3	$P_2 V_2^k = P_3 V_3^k$	adiabático
3 a 4	$P_3 V_3 = P_4 V_4 = cte. _2$	isotérmico
4 a 1	$P_4 V_4^k = P_1 V_1^k$	adiabático

Sabemos que la eficiencia de cualquier ciclo se puede evaluar con el cociente:

$$\eta = \frac{|W_{neto}|}{|Q_A|}$$

o bien:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_B|}{|Q_A|}$$

Conviene analizar en cada proceso el trabajo y el calor involucrado, entonces:

Proceso isotérmico $PV = cte. \quad T_A = cte.$

$${}_1W_2 = - \int_{v_1}^{v_2} PdV = - cte. \int_{v_1}^{v_2} \frac{dV}{V} = - mRT_1 \text{Ln} \frac{V_2}{V_1}$$

y como ${}_1Q_2 + {}_1W_2 = \Delta U_{12}$ y $\Delta U_{12} = 0$

$${}_1Q_2 = -{}_1W_2; \quad {}_1Q_2 = Q_A \quad mRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_A$$

Y similarmente, como $T_B = cte. = T_3$

$$Q_{3 \rightarrow 4} = -W_{3 \rightarrow 4} \quad W_{3 \rightarrow 4} = mRT_3 \ln \frac{V_4}{V_3} = mRT_3 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

$$Q_{3 \rightarrow 4} = Q_B; \quad Q_B = mRT_3 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

$$P_2 V_2^k = P_3 V_3^k \quad \text{y como} \quad P = \frac{mRT}{V};$$

$$P_2 = \frac{mRT_2}{V_2} \quad \text{y} \quad P_3 = \frac{mRT_3}{V_3}$$

$$\therefore \frac{mRT_2}{V_2} V_2^k = \frac{mRT_3}{V_3} V_3^k; \quad T_2 V_2^{k-1} = T_3 V_3^{k-1}$$

es decir:

$$T_A V_2^{k-1} = T_B V_3^{k-1}; \quad \frac{T_B}{T_A} = \left[\frac{V_2}{V_3} \right]^{k-1} \quad (3.1)$$

$$P_1 V_1^k = P_4 V_4^k \quad \text{y como} \quad P = \frac{mRT}{V}; \quad P_1 = \frac{mRT_1}{V_1} \quad \text{y} \quad P_4 = \frac{mRT_4}{V_4}$$

$$\frac{mRT_1}{V_1} V_1^k = \frac{mRT_4}{V_4} V_4^k; \quad T_1 V_1^{k-1} = T_4 V_4^{k-1};$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{V_1^{k-1}}{V_4^{k-1}} = \left[\frac{V_1}{V_4} \right]^{k-1}$$

$$\text{y como: } \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_B}{T_A} = \left[\frac{V_1}{V_4} \right]^{k-1} \quad (3.2)$$

igualando (3.1) con (3.2):

$$\left[\frac{V_2}{V_3} \right]^{k-1} = \left[\frac{V_1}{V_4} \right]^{k-1}; \quad \frac{V_2}{V_3} = \frac{V_1}{V_4} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4};$$

$$\ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \frac{V_3}{V_4} \quad (3.3)$$

$$\frac{|Q_B|}{|Q_A|} = \frac{mRT_3 \ln \frac{V_3}{V_4}}{mRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_B}{T_A}; \quad \frac{|Q_B|}{|Q_A|} = \frac{T_B}{T_A}$$

Entonces, con base en la igualdad anterior, se puede concluir que la eficiencia, para este ciclo en particular, se puede calcular como:

$$\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

lo anterior indica claramente que, para este ciclo, la eficiencia depende únicamente de las temperaturas termodinámicas⁴ entre las que opera.

Teorema de Carnot

Con el concepto de reversibilidad en mente, se pueden clasificar a las máquinas térmicas como totalmente reversibles o irreversibles. Las primeras son aquellas que están libres de efectos disipativos y de desequilibrio durante su operación.

⁴ Nótese que debe ser en escala absoluta.

Estos efectos no deben estar presentes en la máquina ni en las transferencias que se realizan con al menos una fuente térmica y un sumidero; dichas transferencias serán reversibles, e irreversibles, que constituyen el principio de Carnot.

1. La eficiencia de una máquina térmica irreversible es siempre menor que la eficiencia de una máquina totalmente reversible que funciona entre los mismos dos depósitos térmicos.
2. Las eficiencias de dos máquinas térmicas totalmente reversibles que funcionan entre los mismos dos depósitos térmicos son iguales.

Procedemos a la demostración de estos teoremas. Teorema 1:

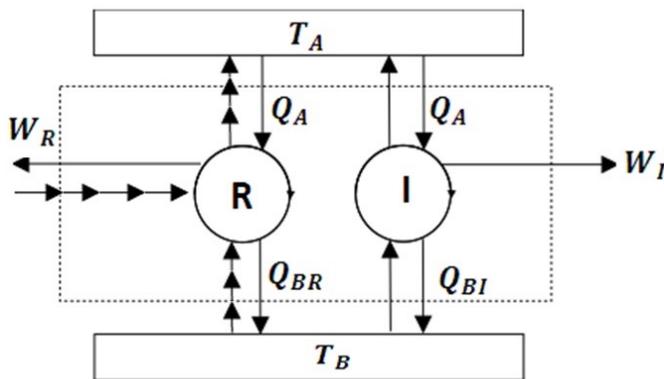


Figura 3.6. Máquinas térmicas: reversible **R** e irreversible **I**

Tanto la máquina térmica reversible (R) como la irreversible (I) reciben la misma energía en forma de calor Q_A y los trabajos netos que producen son W_R y W_I , respectivamente.

Supongamos que: $W_I > W_R$

Lo cual está en contra del primer teorema de Carnot; como consecuencia de esto, debe ser

$$Q_{BR} > Q_{BI}.$$

Como la máquina R puede invertirse en su operación (líneas interrumpidas $\rightarrow\rightarrow\rightarrow$), los flujos energéticos Q_A , Q_{BR} y W_R no cambian de magnitud, pero sí de signo, de esta forma el equipo R funciona como refrigerador de manera simultánea con la máquina I ; de esta forma el intercambio neto de energía con

el depósito T_A es cero y se “extrae” una cantidad neta de energía del depósito T_B : $|Q_{BR}| - |Q_{BI}|$. Si observamos el sistema compuesto encerrado por el rectángulo de trazos (---) vemos que hay un trabajo desarrollado neto ($W_I - W_R$) intercambiando energía en forma de calor solo con un depósito térmico, lo que constituye una máquina de movimiento perpetuo de segundo orden, la cual es imposible y nuestra suposición no es correcta; es decir, W_I no puede ser mayor que W_R ; si $W_I = W_R$ una de las máquinas tendrá que ser reversible. De esta forma, la eficiencia $\eta_R > \eta_I$ para dos máquinas que operan entre los mismos dos depósitos térmicos.

La demostración del segundo teorema es la continuación de lo realizado. Si las eficiencias de dos máquinas totalmente reversibles no fuesen iguales al funcionar entre los mismos dos depósitos, se llegaría a una máquina de movimiento perpetuo de segundo orden al invertir el funcionamiento de cualquiera de ellas, quedando solo la opción de que ambas máquinas tengan la misma eficiencia.

Basándonos en el principio de Carnot, se puede concluir que la eficiencia de las máquinas térmicas depende de las temperaturas de los depósitos térmicos; es decir: $\eta = f(T_A, T_B)$, y como:

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_A|} = \frac{|Q_A| - |Q_B|}{|Q_A|} = 1 - \frac{|Q_B|}{|Q_A|}$$

de estas dos ecuaciones, se puede escribir:

$$\frac{|Q_B|}{|Q_A|} = 1 - f(T_A, T_B)$$

la cual se puede escribir como:

$$\frac{|Q_B|}{|Q_A|} = \frac{g(T_B)}{g(T_A)}$$

Una selección de $g(T)$ nos permite establecer una escala termodinámica de temperatura independiente de las propiedades de cualquier sustancia.

Por sugerencia de Lord Kelvin y por convención internacional, se ha acordado tomar $g(T) = T$; de esta forma:

$$\frac{|Q_A|}{|Q_B|} = \frac{T_A}{T_B}$$

como ya se había demostrado para el ciclo de Carnot.

La escala de temperatura termodinámica se establece asignando a la temperatura de un depósito térmico en el estado triple del agua el valor de 273.16 [K].

Si una máquina térmica totalmente reversible funciona entre dicho depósito a la temperatura del agua en su estado triple y otro depósito a la temperatura T , esta viene dada por: $T = 273.16 [K]^{Q/Q_{et}}$

En la cual, Q es la energía que la máquina térmica recibe del depósito a la temperatura T y Q_{et} es la energía que se transfiere al depósito a temperatura 273.16 [K]. Por esta razón, las temperaturas de los depósitos deben expresarse en la escala absoluta como la de Kelvin (en el SI) o la de Rankine (en el sistema inglés absoluto).

Eficiencia y coeficientes térmicos máximos

Con todo esto podemos expresar la eficiencia de una máquina térmica que opera con el ciclo de Carnot como:

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

y es la máxima posible entre dichos depósitos térmicos.

Para una máquina reversible que puede operar como bomba de calor, sus coeficientes máximos serán, en función de las temperaturas absolutas de los depósitos entre los que opera; es decir:

Como refrigerador:

$$COP_r = \frac{|Q_B|}{|W|} = \frac{|Q_B|}{|Q_A| - |Q_B|} = \frac{1}{\frac{|Q_A|}{|Q_B|} - 1} \quad \text{y} \quad COP_{r_{\text{máximo}}} = \frac{1}{\frac{T_A}{T_B} - 1}$$

Y como calefactor:

$$COP_c = \frac{|Q_A|}{|W|} = \frac{|Q_A|}{|Q_A| - |Q_B|} = \frac{1}{1 - \frac{|Q_B|}{|Q_A|}} \quad \text{y} \quad COP_{c_{\text{máximo}}} = \frac{1}{1 - \frac{T_B}{T_A}}$$

En resumen, es imposible construir una máquina que opere entre dos depósitos térmicos y que sea más eficiente que una máquina de Carnot que opere entre los mismos depósitos térmicos.

Desigualdad de Clausius

Es frecuente que asociadas a la segunda ley de la termodinámica encontremos varias desigualdades, una de ellas es la que estableció R. J. E. Clausius (1822-888) con la cual podremos establecer el concepto de la propiedad llamada entropía. Antes de ello, analicemos la desigualdad que encontró Clausius.

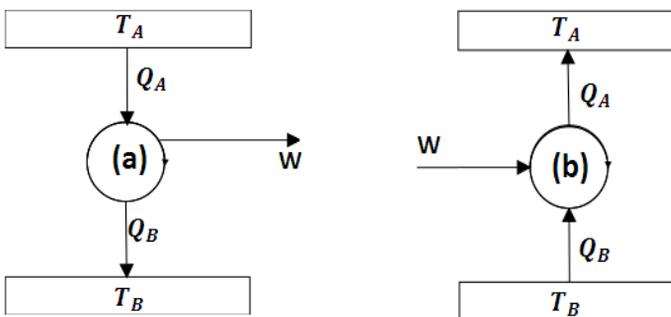


Figura 3.7. Máquina térmica y bomba de calor operando entre los mismos depósitos térmicos

Consideremos una máquina térmica (a) y un refrigerador (b) operando entre los depósitos térmicos T_A y T_B , véase la figura 3.7.

Si recordamos el ciclo de Carnot para una máquina térmica (a) y como el ciclo de Carnot es reversible, también podemos emplear un refrigerador de Carnot (b).

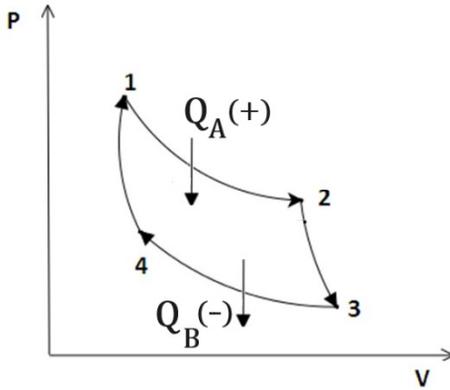


Figura 3.8. Ciclo de Carnot referido a una máquina térmica

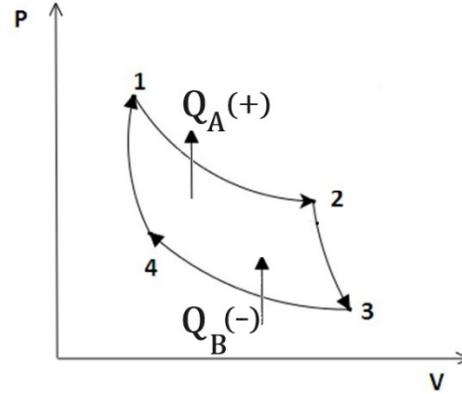


Figura 3.9. Ciclo de Carnot referido a una bomba de calor

Si en el ciclo de la máquina térmica de la figura 3.8 calculamos la integral $\oint \frac{\delta Q}{T}$ nos resulta:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} + \int_3^4 \frac{\delta Q}{T} + \int_4^1 \frac{\delta Q}{T}$$

Como los procesos $2 \rightarrow 3$ y $4 \rightarrow 1$ son adiabáticos, las integrales correspondientes son nulas y en las otras dos integrales se tiene:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{T_1} - \frac{Q_{3 \rightarrow 4}}{T_3} \quad \text{como:} \quad |Q_{1 \rightarrow 2}| = |Q_A| \quad \text{y} \quad T_1 = T_A$$

y también

$$|Q_{3 \rightarrow 4}| = |Q_B| \quad \text{y} \quad T_3 = T_B$$

obtenemos:

$$\therefore \oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_A}{T_A} - \frac{Q_B}{T_B} \quad (3.4)$$

Ahora recordamos que para el ciclo de Carnot (reversible)

$$\frac{|Q_A|}{|Q_B|} = \frac{T_A}{T_B}$$

y también

$$\frac{|Q_A|}{T_A} = \frac{|Q_B|}{T_B};$$

al tomar en cuenta esta relación en la última integral, se obtiene

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad (3.5)$$

Si ahora evaluamos la integral

$$\oint \frac{\delta Q}{T}$$

en el ciclo del refrigerador de Carnot de la figura 3.9 se obtiene:

$$\begin{aligned} \oint \frac{\delta Q}{T} &= \int_2^1 \frac{\delta Q}{T} + \int_1^4 \frac{\delta Q}{T} + \int_4^3 \frac{\delta Q}{T} + \int_3^2 \frac{\delta Q}{T} \\ \oint \frac{\delta Q}{T} &= -\frac{|Q_A|}{T_A} + \frac{|Q_B|}{T_B} \end{aligned} \quad (3.6)$$

En la cual, por la relación de energías en forma de calor y las temperaturas en el ciclo reversible de Carnot, se puede concluir que:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

Para ello, recordemos que en el ciclo de Carnot se tiene que

$$\frac{|Q_A|}{|Q_B|} = \frac{T_A}{T_B}$$

de dicha igualdad, podemos escribir que

$$\frac{|Q_A|}{T_A} = \frac{|Q_B|}{T_B} ;$$

Consideremos ahora una máquina térmica cualquiera que opere entre los mismos depósitos térmicos que el ciclo de Carnot y comparemos ambas máquinas.

Sea entonces la máquina 1 que opera con el ciclo de Carnot y la máquina 2 que opera con un ciclo real.

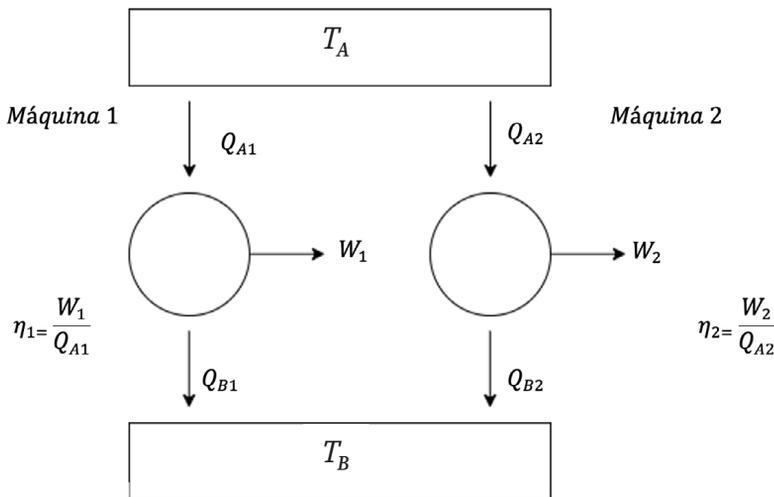


Figura 3.10. Comparación de dos máquinas térmicas

De acuerdo con el teorema de Carnot, se tiene que

$$\eta_1 > \eta_2$$

por lo tanto,

$$W_1 > W_2$$

y en consecuencia

$$|Q_{B1}| < |Q_{B2}|$$

entonces se puede escribir que

$$\frac{|Q_{B1}|}{T_A} < \frac{|Q_{B2}|}{T_B}$$

Resumiendo, para la máquina 1 sabemos que

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{(Q_{A1})}{T_A} + \frac{(-Q_{B1})}{T_B} = 0$$

Por lo que para la máquina 2 se tiene que

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{(Q_{A2})}{T_A} + \frac{(-Q_{B2})}{T_B} < 0$$

ya que

$$Q_{B2} > Q_{B1}$$

En conclusión, lo que encontró Clausius fue que:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

si $= 0$ se trata de un ciclo reversible,

si < 0 se trata de un ciclo irreversible.

La anterior se conoce como desigualdad de Clausius.

Concepto de entropía

Con base en la desigualdad de Clausius, sabemos que para un ciclo reversible se cumple que

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

Por otra parte, sabemos también que para un ciclo, la integral cíclica de la energía interna es igual a cero, esto es:

$$\oint du = 0$$

lo cual ocurre para cualquier propiedad o función de estado de la sustancia.

Analicemos los ciclos mostrados en la figura siguiente:

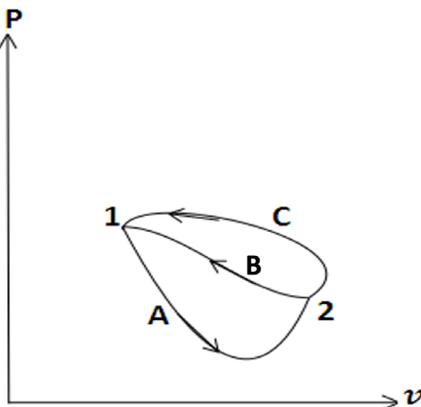


Figura 3.11. Dos ciclos mostrados en una gráfica de presión y volumen

Si los tres procesos son reversibles, con la desigualdad de Clausius se puede escribir, para el ciclo formado por los procesos A y B:

$$\oint \frac{\delta Q}{T}_{rev} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}_{A_{rev}} + \int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{B_{rev}} = 0 \quad (3.7)$$

Para el ciclo formado por los procesos A y C, se tiene:

$$\oint \frac{\delta Q}{T}_{rev} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}_{A_{rev}} + \int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{C_{rev}} = 0 \quad (3.8)$$

De las ecuaciones (8) y (9) se puede resaltar que:

$$\int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{B_{rev}} = \int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{C_{rev}} \quad (3.9)$$

Esta ecuación nos dice que la integral $\int \frac{\delta Q}{T}_{rev}$ evaluada para cualquier proceso reversible entre los estados 2 y 1, tiene el mismo valor independientemente del proceso empleado; esto nos indica que la cantidad evaluada depende única y exclusivamente de los estados inicial y final del proceso reversible y por ello podemos afirmar que la integral es de una propiedad termodinámica. Esto es, el cociente:

$$\frac{Q}{T}$$

es una propiedad termodinámica, permite medir la irreversibilidad en un proceso cualquiera y se conoce como entropía, la cual se representa con la letra S.

Con base en lo anterior, podemos escribir:

$$dS = \left[\frac{\delta Q}{T} \right]_{rev}$$

y, en consecuencia, el cambio de entropía entre dos estados cualesquiera 1 y 2 se puede calcular como:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}_{rev}$$

Es fácil observar que las unidades y la expresión dimensional de esta cantidad física son:

$$[S]_u = \frac{J}{K};$$

$$[S]_d = \frac{ML^2 T^{-2}}{\Theta} = ML^2 T^{-2} \Theta^{-1}$$

$$[S]_u = \frac{N \cdot m}{K} = \frac{kg \cdot m \cdot m}{s^2 \cdot K}$$

Como ya se ha mencionado con anterioridad, es muy conveniente trabajar con propiedades intensivas, por lo que se puede tener la entropía específica al expresar la entropía en cada unidad de masa, esto es:

$$s = \frac{S}{m};$$

cuyas unidades y expresión dimensional son:

$$[s]_u = \frac{J}{kg \cdot \Delta K} \quad y \quad [s]_d = L^2 T^{-2} \Theta^{-1}$$

La ecuación (3.9) debe ser evaluada a lo largo de un proceso reversible y para el cual la relación funcional entre Q y T se conozca.

Pero cabe resaltar que como la entropía es una propiedad termodinámica, el incremento de entropía ΔS entre dos estados es el mismo sin importar si el proceso que une a los dos estados es reversible o irreversible; si el proceso en cuestión es irreversible, el incremento de entropía no podrá ser evaluado con la ecuación (11) y es que $\int \frac{\delta Q}{T} < \Delta S$ en procesos irreversibles, veamos más claramente esta expresión.

Si en el ciclo de la figura 3.11 formado por los procesos A y B, ambos reversibles, se aplica la desigualdad de Clausius

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \left\{ \begin{array}{l} < \text{ciclo irreversible} \\ = \text{ciclo reversible} \end{array} \right.$$

se obtiene:

$$\oint \frac{\delta Q}{T}_{rev} = \left[\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}_{rev} + \int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{rev} \right] = 0 \quad (3.10)$$

$$\therefore \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}_{A_{rev}} = - \int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{B_{irrev}} \quad (3.11)$$

Y si el proceso C fuese irreversible, se tendría un ciclo irreversible al cual, al aplicarle la desigualdad de Clausius se obtiene:

$$\oint \frac{\delta Q}{T}_{irrev} = \left[\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}_{A_{rev}} + \int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{C_{irrev}} \right] < 0 \quad (3.12)$$

$$\therefore \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}_{A_{rev}} + \int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{C_{irrev}} < 0 \quad (3.13)$$

Si sustituimos (3.13) en (3.12) nos resulta

$$- \int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{B_{rev}} + \int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{C_{irrev}} < 0 \quad (3.14)$$

es decir:

$$\int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{C_{irrev}} < \int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{B_{rev}}$$

Pero el segundo miembro de esta desigualdad nos denota el incremento de entropía entre el estado 2 y el 1; es decir:

$$\int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{B_{rev}} = \int_2^1 ds = S_1 - S_2 = \Delta S_{21}$$

o sea:

$$\int_2^1 \frac{\delta Q}{T}_{C_{irrev}} < \Delta S_{21}$$

entonces se puede resumir

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}_{rev} \quad \text{y} \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2_{irrev}} > \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad (3.15)$$

Se puede destacar que la integral de $\frac{\delta Q}{T}$ en una trayectoria (proceso) irreversible no nos evalúa el incremento de entropía. También conviene aclarar que todo proceso adiabático reversible es isoentrópico $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}_{rev} = S_2 - S_1$ y como $\delta Q = 0$, entonces

$$S_2 - S_1 = 0, \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = 0, \quad S_2 = S_1$$

pero un proceso adiabático irreversible no es isoentrópico.

Las expresiones (3.15) se pueden escribir en una sola desigualdad en la cual identificamos: la igualdad de la integral de trayectoria de $\frac{\delta Q}{T}$, sobre un proceso reversible, con la variación de entropía en el proceso y esta última resulta mayor que la integral citada cuando el proceso es irreversible; es decir:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \quad \left\{ \begin{array}{l} = \text{ en un proceso reversible} \\ > \text{ en un proceso irreversible} \end{array} \right. \quad (3.16)$$

La igualdad se conserva en procesos reversibles y la desigualdad en los irreversibles. La expresión anterior sintetiza lo que se conoce como segunda ley de la termodinámica.

Principio de incremento de entropía

Si empleamos la forma diferencial de la ecuación (3.15) se tiene:

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

La cual si se aplica a un sistema aislado, en el que

$$\delta Q = 0, \quad \text{resulta} \quad S \geq 0 \quad (3.17)$$

La ecuación (3.17) nos expresa el “principio de incremento de entropía”. El cambio de entropía de un sistema aislado es > 0 para un proceso irreversible o es $= 0$, si el proceso realizado es reversible. Cabe notar que un sistema termodinámico y sus alrededores son un sistema aislado.

Analicemos el cambio de entropía en un sistema y su medioambiente, cuando en el sistema se realiza un proceso (cambio de estado).

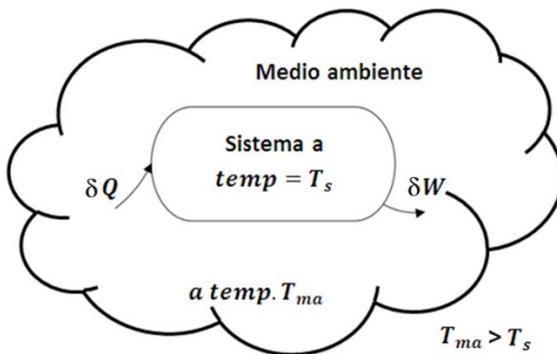


Figura 3.12. Sistema termodinámico para análisis de su cambio de entropía

En este conjunto de sistemas y su medioambiente (los cuales juntos constituyen un sistema aislado) el medio cede energía en forma de calor, desde la temperatura T_{ma} hacia el sistema que se encuentra a temperatura T_s .

Aplicando la ecuación (3.15):

$$\Delta S_{12} \geq \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

tenemos para el sistema $dS_{sist} \geq \frac{\delta Q}{T_s}$; $|\delta Q|$ es (+)

y para el medioambiente:

$$dS_{ma} \geq - \frac{|\delta Q|}{T_{ma}}$$

El cambio total de entropía es:

$$(dS_{sist} + dS_{ma}) \geq \frac{|\delta Q|}{T_s} - \frac{|\delta Q|}{T_{ma}} \geq |\delta Q| \left[\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_{ma}} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{como } T_{ma} > T_s \\ \left[\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_{ma}} \right] > 0 \\ |\delta Q| \left[\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_{ma}} \right] > 0 \end{array} \right.$$

se concluye que:

$$dS_{sist} + dS_{ma} \geq 0$$

Si suponemos que $T_s > T_{ma}$, es el sistema el que cede energía en forma de calor al medioambiente y al aplicar la ecuación (3.15), se tiene:

$$dS_{sist} + dS_{ma} \geq - \frac{|\delta Q|}{T_s} + \frac{|\delta Q|}{T_{ma}} = |\delta Q| \left[\frac{1}{T_{ma}} - \frac{1}{T_s} \right] \left\{ \begin{array}{l} \text{como } T_s > T_{ma} \\ \text{entonces} \\ |\delta Q| \left[\frac{1}{T_{ma}} - \frac{1}{T_s} \right] > 0 \end{array} \right.$$

el término $|\delta Q| \left[\frac{1}{T_{ma}} - \frac{1}{T_s} \right]$ resulta > 0

y $dS_{sist} + dS_{ma} \geq 0$ ¡También!

Entonces, la ecuación $dS_{sistema} + dS_{ma} \geq 0$

se puede escribir como $dS_{sist\ aislado} \geq 0$

Ya que un sistema y sus alrededores constituyen un sistema de este tipo (aislado), porque ninguno de los dos, ni el sistema ni el medioambiente, interactúan con otras regiones del universo.

La última ecuación nos expresa que solo es posible que se realicen procesos en los cuales la entropía conjunta del sistema y su medioambiente aumenten o, en el límite, se mantengan constantes.

En conclusión, supongamos un sistema termodinámico aislado, como el que se indica en la figura 3.13:

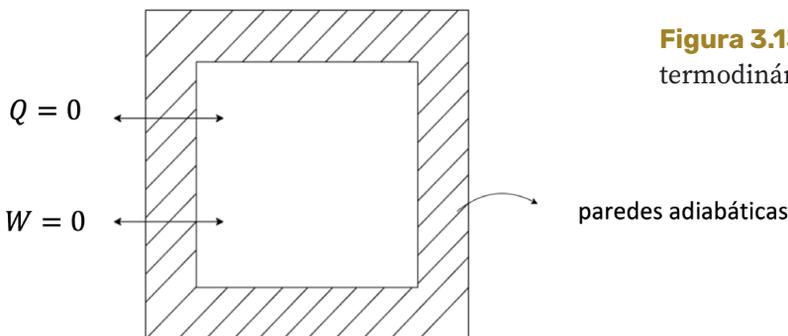


Figura 3.13. Sistema termodinámico aislado

Con base en la primera ley de la termodinámica, podemos escribir que

$$Q + W = \Delta U$$

como ${}_1Q_2 = 0$ y ${}_1W_2 = 0$

entonces, $\Delta U = 0$

lo que implica que $U = cte.$

esto es, la energía se conserva; por otra parte, la segunda ley de la termodinámica establece que

$$\Delta S \geq \int \frac{\delta Q}{T}$$

por lo tanto, dado que ${}_1Q_2 = 0$, entonces

$$\Delta S_{\text{sistema aislado}} \geq 0$$

Lo anterior implica que la entropía de un sistema aislado aumenta en todos los procesos irreversibles y, en el límite, se mantiene constante en los procesos reversibles.

En resumen, la ley cero de la termodinámica establece que existe una propiedad llamada temperatura. La primera ley establece que la energía no se crea ni se destruye, mientras que la segunda ley establece que la entropía no se destruye, solo se crea.

Puesto que un sistema aislado siempre se puede formar con cualquier sistema (abierto o cerrado) y su entorno, podemos escribir

$$\Delta S_{\text{sistema}} + \Delta S_{\text{entorno}} \geq 0$$

lo que implica que $\Delta S_{\text{universo}} \geq 0$

Supongamos un diagrama de la temperatura en función de la entropía, como se indica en la figura 3.14:

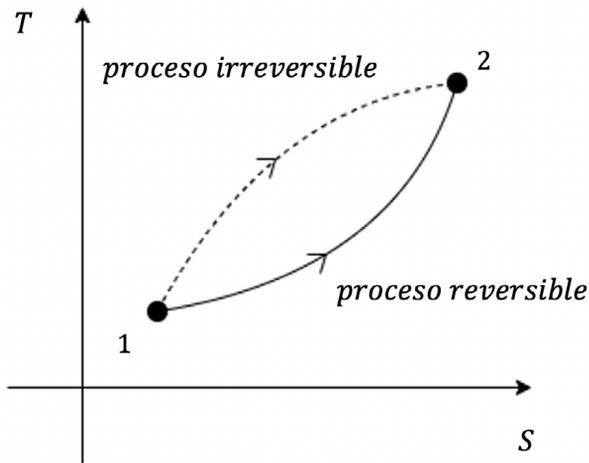


Figura 3.14. Dos procesos en una gráfica de temperatura y entropía

Es importante recalcar que, dado que la entropía es una propiedad termodinámica, el cambio de esta entre dos estados es independiente del proceso. Por lo tanto, en la figura 3.14, si queremos evaluar ΔS_{12} podemos hacerlo a través de cualquiera de las dos trayectorias mostradas y el resultado será independiente de la trayectoria elegida.

Variación de entropía para sustancias incompresibles

Recordamos que la definición de entropía es:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev}$$

Y recordemos que el trabajo de expansión (o compresión) de una sustancia simple compresible es $\delta W = -PdV$.

Cuando en alguna aplicación intervienen las sustancias incompresibles (sólidos y líquidos) se resalta que sus volúmenes permanecen prácticamente constantes y en consecuencia $dV = 0$, o el valor del término PdV es muy pequeño; de esta forma en la ecuación de la primera ley de la termodinámica: $\delta Q + \delta W = dU$, se puede despreciar el término δW , quedando $\delta Q = dU$ y como $dU = mc_v dT$, se puede escribir:

$$\left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} = \frac{mc_v dT}{T}$$

Ahora bien, para las sustancias incompresibles $c_p = c_v = c^{**}$ y con una trayectoria reversible entre los estados inicial y final y la capacidad térmica específica, generalmente expresada en términos de un polinomio en la temperatura T , de la forma:

$$c = a + bT + cT^2 + \dots$$

Se puede realizar la integración de la expresión:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} = \frac{m(a + bT + cT^2 + \dots)}{T} dT$$

entre los estados inicial y final

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 dS = \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} = \int_1^2 \frac{m(a + bT + cT^2 + \dots) dT}{T}$$

****Demostración:**

$$dh = d(u + Pv)$$

$$dh = du + d(Pv)$$

Si $P = cte.$ que son los procesos con sólidos y líquidos comúnmente:

$$dh = du + Pdv$$

Pero $v_2 = v_1 = cte., \quad dv \doteq 0$

y $dh = du$

por lo tanto $c_p dT \doteq c_v dT$

por lo que $c_p = c_v$

En este curso podremos considerar que la capacidad térmica específica de la sustancia es prácticamente constante mientras la fase de la sustancia sea la misma, por lo que podemos decir que la variación de entropía para las sustancias incompresibles se puede calcular como:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

$$\int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{m c dT}{T} = m c \int_1^2 \frac{dT}{T} = m c \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Un caso particular es cuando ocurre un cambio de fase en el que la temperatura es constante. En este caso, la variación de entropía estaría dada por:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad \text{y como} \quad T = cte.$$

$$\int_1^2 dS = \frac{1}{T} \int dQ$$

$$\Delta S_{12} = \frac{Q}{T} \quad T = cte.$$

donde $Q = m h_{sf}$, en la temperatura de fusión

o bien, $Q = m h_{fg}$, en la temperatura de vaporización

Variación de entropía en procesos con gas ideal

El cálculo de la variación de entropía específica de un sistema cerrado se realiza con la integral de trayectoria de $\frac{\delta Q}{T}$ a lo largo de un proceso reversible que une a los estados inicial y final del sistema. Si T permanece constante (proceso

isotérmico) la integral no es complicada, pero si T es variable, se requiere contar una función entre δQ y T para realizar la integración. Para una sustancia simple compresible de un sistema cerrado, la primera ley de la termodinámica en cada unidad de masa es:

$$\delta q + \delta w = du \quad (3.18)$$

Si consideramos despreciables las variaciones de energía cinética y potencial gravitatoria, tenemos que para cambios diferenciales en el estado del sistema:

$$\delta q = Tds \quad (3.19)$$

$$\delta w = -Pdv \quad (3.20)$$

Al sustituir las expresiones (3.19) y (3.20) en (3.18), obtenemos:

$$Tds - Pdv = du$$

$$Tds = du + Pdv \quad (3.21)$$

La expresión anterior se conoce como primera ecuación Tds o ecuación de Gibbs.

Recordando que $h = u + Pv$

y
$$dh = du + Pdv + vdP \quad (3.22)$$

de esta última
$$du = dh - Pdv - vdP \quad (3.23)$$

al sustituirla en la ecuación (3.21):

$$Tds = dh - \cancel{Pdv} - vdP + \cancel{Pdv}$$

$$Tds = dh - vdP \quad (3.24)$$

Segunda ecuación Tds para sistema simple compresible

Las ecuaciones Tds se pueden escribir en la forma:

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P dv}{T} \quad (3.25)$$

y

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v dP}{T} \quad (3.26)$$

Con estas ecuaciones es posible calcular el cambio de entropía específica de una sustancia conociendo las relaciones básicas entre las propiedades u , P , v , h y T .

Para el gas ideal:

$$du = c_v dT$$

$$dh = c_p dT$$

$$Pv = RT, \quad \frac{P}{T} = \frac{R}{v}$$

$$\frac{R}{P} = \frac{v}{T}$$

De las ecuaciones (3.25) y (3.26)

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{P}{T} dv; \quad ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \quad (3.27)$$

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T} dP; \quad ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} \quad (3.28)$$

Las ecuaciones (3.27) y (3.28) se pueden integrar si se conocen las funciones de c_v y c_p con la temperatura, de la cual dependen exclusivamente al tratarse del gas ideal.

Los valores de c_v y c_p y para gases monoatómicos, que se pueden considerar como ideales, no dependen de la temperatura. Para otros gases usuales,

la variación de c_v y c_p en función de la temperatura en intervalos de cientos de grados es muy pequeña y de comportamiento casi lineal. En este caso es bastante razonable utilizar un valor promedio de la capacidad térmica específica en el intervalo de T_1 a T_2 ; de esta forma c_v y c_p se pueden considerar constantes, sea gas monoatómico o poliatómico, con valores promedios en el intervalo de temperaturas, que de no ser muy grandes permite resultados suficientemente exactos, en el cálculo de la variación de entropía del gas ideal, durante un proceso.

La integración de las ecuaciones anteriores resulta:

$$\Delta s_{12} = \int_1^2 dS = \int_1^2 c_v \frac{dT}{T} + R \int_1^2 \frac{dv}{v}; \quad s_2 - s_1 = \bar{c}_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (3.29)$$

y

$$\Delta s_{12} = \int_1^2 dS = \int_1^2 c_p \frac{dT}{T} - R \int_1^2 \frac{dP}{P}; \quad s_2 - s_1 = \bar{c}_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (3.30)$$

Una vez que se ha analizado la forma de calcular la variación de entropía para sustancias incompresibles y gases ideales, podemos enfatizar que:

1. La primera ley de la termodinámica establece que, en cualquier proceso, la energía se conserva; sin embargo, la segunda ley se asocia a las varias restricciones que se presentan en dichos procesos.
2. Los procesos termodinámicos ocurren en una sola dirección, por lo que cualquier proceso siempre obedece al principio de incremento de entropía.
3. A diferencia de la energía, la entropía es una propiedad que no se conserva. Se idealiza un proceso en el que esta se conserva; sin embargo, en todos los procesos reales (con “imperfecciones”) la entropía se incrementa.
4. El desempeño de los sistemas en ingeniería se ve influido por una degradación de energía debido a la presencia de irreversibilidades. Por ello, para el ingeniero, la generación de entropía es una medida de las magnitudes de irreversibilidades presentes durante un proceso.

TEMA 4

ELECTROMAGNETISMO

Las interacciones electromagnéticas obedecen a la presencia de algo conocido como carga eléctrica, un atributo fundamental de la materia. De la misma forma que los objetos con masa son acelerados por fuerzas de origen gravitatorio, las partículas que tienen carga eléctrica se ven aceleradas por el efecto de fuerzas de origen electromagnético. En la vida cotidiana podemos encontrar un sinnúmero de ejemplos en los que se manifiestan interacciones electromagnéticas; por ejemplo, la descarga eléctrica que sentimos cuando nos retiramos una prenda sintética, en ocasiones, al tocar una perilla metálica, en un día lluvioso al observar un relámpago y escuchar el trueno, etc.

Concepto de carga eléctrica y principio de conservación de la carga

La carga eléctrica es una propiedad fundamental de la materia y podemos afirmar que es aquella propiedad que le induce a producir y experimentar efectos eléctricos y magnéticos.

Desde el año 600 a. C., los griegos antiguos descubrieron que cuando frotaban ámbar con ciertos materiales, el primero era capaz de atraer algunos otros objetos livianos como plumas de ave, pedazos de papiro, etc. Se sabe actualmente que debido a este frotamiento, el ámbar adquiere una carga eléctrica. La palabra “eléctrico” proviene justamente del vocablo griego *elektron* que significa ámbar. Esta cantidad física se mide en coulombs [C] en unidades del Sistema Internacional.

Conviene mencionar que esta propiedad se detecta por los efectos que produce en diversos materiales. Sabemos que hay dos tipos de carga debido a que se presentan fuerzas eléctricas tanto de atracción como de repulsión. Anteriormente, a estos tipos de cargas se les llamaba vítrea y resinosa; sin embargo, a partir de Benjamín Franklin, a estos dos tipos de carga se les denomina positiva y negativa. Otra aportación de este científico fue establecer un acuerdo para saber cuál es el tipo de carga que adquiere un cuerpo al ser frotado. Lo que él estableció, por conveniencia, es que al frotar una varilla de vidrio con seda, la carga adquirida por el vidrio será positiva; al frotar una varilla de ebonita¹ con piel de conejo, la primera adquiere una carga negativa. A esto lo denominamos Convención de Benjamín Franklin. Véase la figura 4.1.

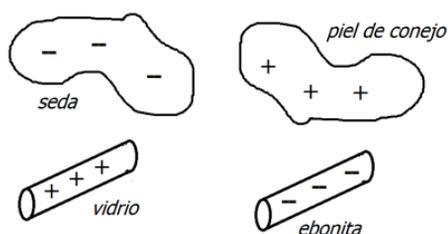


Figura 4.1. Convención de Benjamín Franklin

Hoy en día, sabemos que al frotar vidrio con seda, hay una transferencia de electrones del primero al segundo, por lo que la seda queda con un exceso de electrones (carga negativa) y el vidrio con un déficit de estos (carga positiva). Por otra parte, al frotar ebonita con piel de conejo, la transferencia de electrones es de la piel a la ebonita, lo que implica que la ebonita queda con un exceso de electrones (carga negativa) y la piel de conejo con un déficit de estos (carga positiva). Lo anterior, permite concluir que, dado que la cantidad de electrones recibida por uno es la que cede el otro objeto, la carga se conserva. Es decir, la carga eléctrica no se crea ni se destruye, solo se transfiere; lo anterior se conoce como Principio de conservación de la carga eléctrica.

Si un trozo de vidrio con carga positiva (por ejemplo, frotado previamente con seda) lo acercamos a otro objeto con el mismo tipo de carga observaremos

¹ Polímero duro, negro y compacto el cual se obtiene al vulcanizar caucho puro con azufre.

una fuerza eléctrica de repulsión; si, por el contrario, es acercado a un trozo de ebonita con carga negativa (por ejemplo, frotado previamente con piel de conejo) observaremos una fuerza eléctrica de atracción. Este hecho permite afirmar que cargas eléctricas del mismo tipo se repelen y cargas eléctricas de diferente tipo se atraen. Lo anterior es un principio básico de la electrostática.

Aquí vale la pena señalar que las fuerzas eléctricas, ya sea de atracción o de repulsión, son a distancia; es decir, se manifiestan sin que los cuerpos se toquen entre sí. A estas fuerzas también se les llama de campo.

La presencia de carga eléctrica está asociada al exceso o carencia de electrones, por lo que podemos afirmar que dicha propiedad está cuantizada; es decir, la carga eléctrica Q de cualquier objeto se puede expresar como múltiplo entero de la magnitud de la carga del electrón.

$$Q = \pm N |e|$$

donde:

N = número entero

$|e|$ = magnitud de la carga del electrón

Con base en el trabajo realizado por Robert Andrews Millikan, se sabe que dicho valor, en el SI, es aproximadamente:

$$|e| = 1.6 \times 10^{-19} [C]$$

Según su comportamiento eléctrico, los materiales los podemos clasificar en dos grupos:

Material	}	Conductor
		Aislante o dieléctrico

Los materiales conductores son aquellos en los que los electrones pueden moverse con facilidad; es decir, aquellos en los que la carga eléctrica puede desplazarse fácilmente; mientras que los segundos son aquellos en los que ocurre lo contrario.

Existen tres formas de cargar un cuerpo:

- { frotamiento
- { contacto
- { inducción

El primer caso se refiere a pasar varias veces un cuerpo sobre el otro con fuerza; el segundo caso, como se indica, se refiere a tocar un objeto con otro y el tercer caso se da en los materiales conductores en el que el acomodo de cargas se origina únicamente por la cercanía de un cuerpo, previamente cargado, con otro sin llegar a tocarse entre sí.

Ley de Coulomb

Las fuerzas eléctricas, a distancia o de campo, como se indicó anteriormente, se pueden cuantificar con base en la llamada ley de Coulomb. En 1784, Charles Augustin de Coulomb determinó que era posible medir las fuerzas eléctricas entre partículas cargadas y para ello utilizó una balanza de torsión. Esta expresión es válida para cargas puntuales; es decir, cuerpos cargados de dimensiones muy pequeñas comparadas con la distancia que los separa. Algo similar al concepto de partícula en la mecánica.

Con base en sus experimentos, Coulomb encontró que la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales es proporcional a la magnitud de cada una de las cargas:

$$F_e \propto q_1 ;$$

$$F_e \propto q_2$$

pero, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa:

$$F_e \propto \frac{1}{r^2}$$

En forma matemática, lo anterior se puede expresar como:

$$F_e \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_e \propto k_c \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

donde k_c , conocida como constante de Coulomb, es una constante de proporcionalidad y tanto su valor como sus unidades dependen del sistema de unidades que se utilice. En el SI, esta constante tiene un valor de:

$$k_c \approx 9 \times 10^9 \left[\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \right]$$

Por conveniencia, es útil expresar esta constante en términos de las siguientes constantes:

$$k_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

donde: ϵ_0 = permitividad eléctrica del vacío, cuyo valor en el SI es:

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \left[\frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \right]$$

Con base en lo anterior y considerando que la fuerza eléctrica es una cantidad física de tipo vectorial, podemos enunciar la ley de Coulomb como se indica a continuación:

$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

Donde \hat{r} es un vector unitario asociado a la dirección del vector de la fuerza eléctrica calculada y dependerá del sistema de referencia que se utilice.

Resulta conveniente recalcar que el hecho de que las cargas puntuales que están interaccionando entre sí pueden ser positivas o negativas conviene asociarlo al

vector unitario, por lo que la ley de Coulomb pudiera emplearse como se indica a continuación:

$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left| \frac{q_1 q_2}{r^2} \right| \hat{r}$$

De esta manera, si tenemos dos cargas eléctricas, por ejemplo, q_1 y q_2 ambas positivas, las fuerzas eléctricas asociadas a dicha interacción se pueden denominar como sigue:

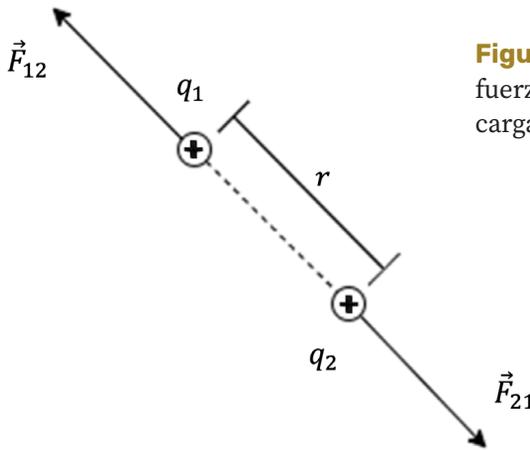


Figura 4.2. Diagrama de fuerzas eléctricas para cargas puntuales

Resulta importante recalcar que:

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Es conveniente señalar que la fuerza eléctrica actúa sobre la carga, no sobre el punto en el que se ubica dicha carga.

Concepto de campo eléctrico

Para introducir este concepto, examinemos qué sucede cuando tenemos una masa M , la cual genera en su alrededor un campo gravitatorio, como se indica en la figura 4.3.

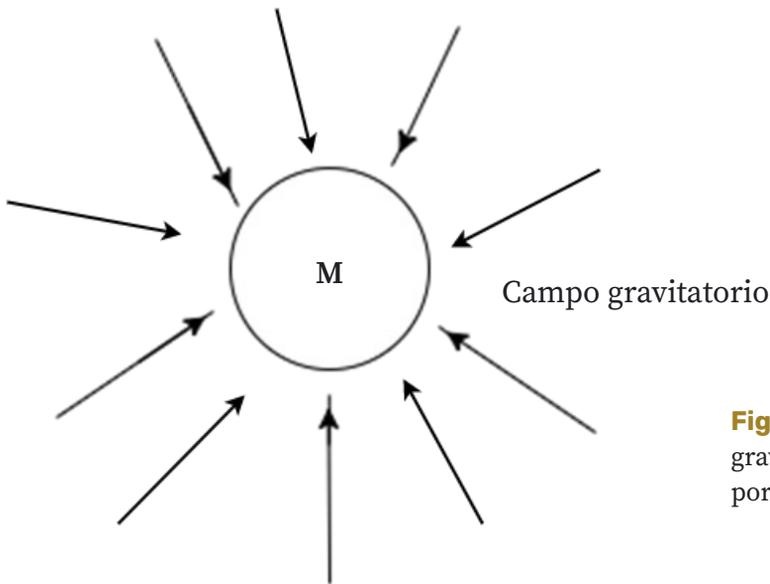


Figura 4.3. Campo gravitatorio producido por una masa M

Supongamos que en un punto, alrededor de esta masa M , colocamos una masa lo suficientemente pequeña para despreciar el campo gravitatorio, que genera esta última. Llamemos a esta masa pequeña, “masa de prueba”. Podemos decir que dicha masa experimenta una fuerza a distancia, la cual sería de atracción, conocida como peso o fuerza de origen gravitatorio \vec{F}_g .

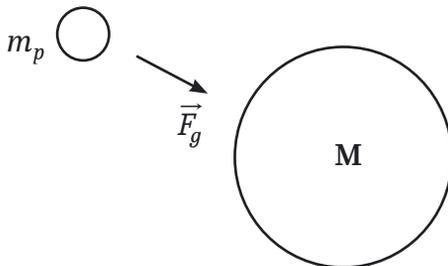


Figura 4.4. Interacción de una masa de prueba en un campo gravitatorio

Sabemos que esta fuerza se puede calcular como:

$$\vec{F}_g = m_p \vec{g}$$

por lo que es válido decir que el vector de aceleración gravitatoria se puede determinar como sigue:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m_p}$$

En forma análoga, supongamos ahora una carga Q la cual genera en su alrededor un campo vectorial asociado a las diferentes fuerzas eléctricas que experimentaría una carga de prueba q_p colocada en sus alrededores.

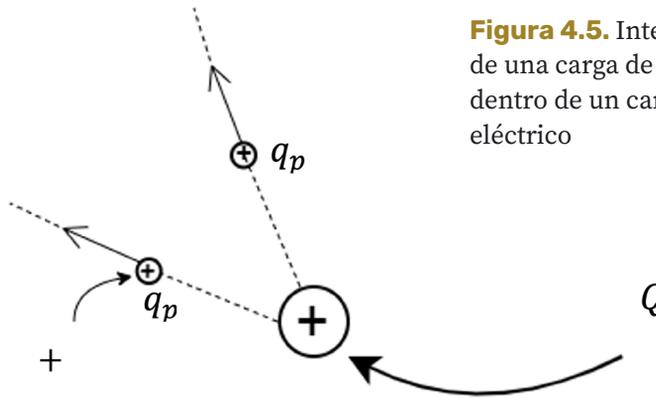


Figura 4.5. Interacción de una carga de prueba dentro de un campo eléctrico

Podemos entonces decir que la carga Q genera en su alrededor un campo eléctrico, el cual podemos calcular como:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_p}$$

Con base en la expresión anterior, las unidades del vector campo eléctrico en el SI son:

$$[\vec{E}]_u = \frac{N}{C}$$

Obsérvese que el vector campo eléctrico se asocia al punto en el cual se ubica la carga de prueba y esta última resulta ser tan pequeña, comparada con la carga Q , que podemos despreciar el campo eléctrico que genera.

Para averiguar experimentalmente si existe la presencia de un campo eléctrico en un punto específico, colocamos una carga muy pequeña, a la que llamaremos carga de prueba (en analogía con la masa de prueba para el caso del campo gravitatorio). Si la carga de prueba experimenta una fuerza eléctrica, entonces podemos asegurar que existe un campo eléctrico en ese punto.

Entonces, una carga eléctrica Q produce en el espacio que la rodea un campo vectorial denominado campo eléctrico y, debido a esto, una carga de prueba q positiva, colocada a cierta distancia de la carga Q experimenta una fuerza eléctrica de repulsión, como se indica en la figura:

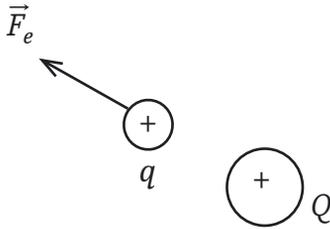


Figura 4.6 a. Interacción de una carga q en un campo eléctrico producido por una carga positiva

Si la carga eléctrica Q que produce el campo eléctrico es negativa, entonces al poner una carga de prueba q positiva, la fuerza eléctrica que experimenta esta última es de atracción, como se indica a continuación:

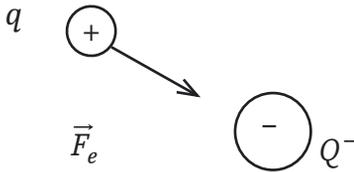


Figura 4.6 b. Interacción de una carga q en un campo eléctrico producido por una carga negativa

De lo anterior podemos, entonces, considerar un conjunto de vectores asociados a la carga Q que produce dicho campo eléctrico. Este conjunto de vectores se puede representar en forma gráfica a partir de algo que se conoce como líneas de campo eléctrico. De esta manera, las líneas de campo asociadas a una carga positiva y a una carga negativa serían las siguientes.

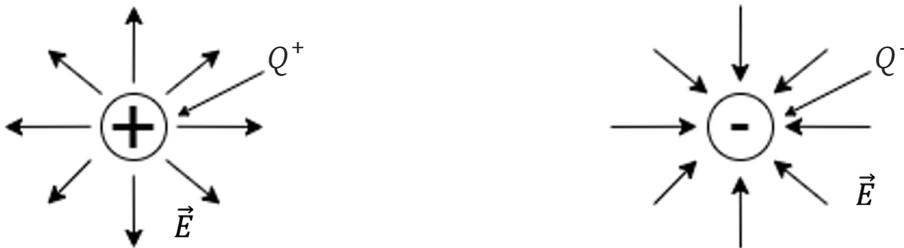


Figura 4.7. Líneas de campo eléctrico producidas por cargas puntuales (positiva y negativa)

Obsérvese que la dirección de esas líneas de campo eléctrico coincide con la dirección de las fuerzas eléctricas que experimentaría una carga de prueba positiva; esto es, para una carga positiva Q las fuerzas serían de repulsión mientras que para una carga negativa Q las fuerzas serían de atracción.

Los diagramas mencionados con anterioridad se conocen como diagramas de líneas de campo eléctrico y ayudan a visualizar, desde el punto de vista del fenómeno eléctrico, la región que rodea a una carga o a un conjunto de cargas. Con base en lo anterior, podemos tener diferentes configuraciones de cargas eléctricas asociadas a las líneas de campo eléctrico que producen, por ejemplo:

Para una carga puntual positiva

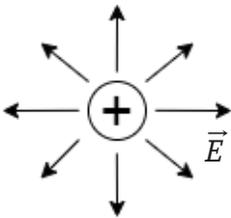


Figura 4.8. Líneas de campo eléctrico producidas por una carga puntual positiva

Para una carga puntual negativa

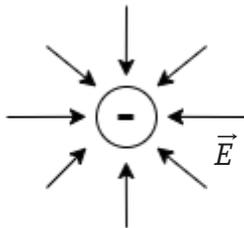


Figura 4.8. Líneas de campo eléctrico producidas por una carga puntual negativa

Para un dipolo eléctrico (un par de cargas con la misma magnitud pero diferente signo).

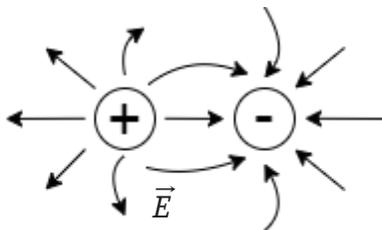


Figura 4.9. Líneas de campo eléctrico producidas por un dipolo eléctrico

Para un par de cargas puntuales positivas

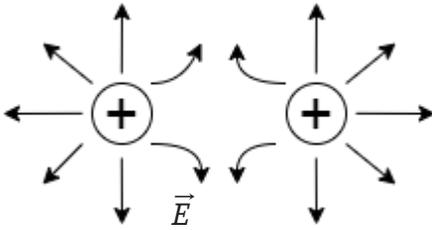


Figura 4.10. Líneas de campo eléctrico producidas por dos cargas puntuales positivas

Para una línea con carga positiva

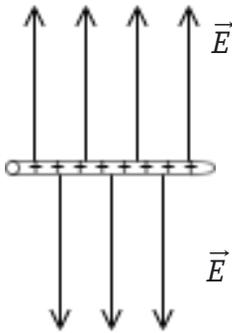


Figura 4.11. Líneas de campo eléctrico producidas por una línea con carga positiva; solo se representan el campo eléctrico en el plano que contiene a la línea con carga

Para un plano con carga positiva

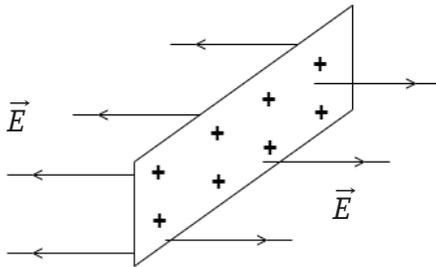


Figura 4.12. Líneas de campo eléctrico producidas por un plano con carga positiva

Para un par de planos con carga de diferente signo

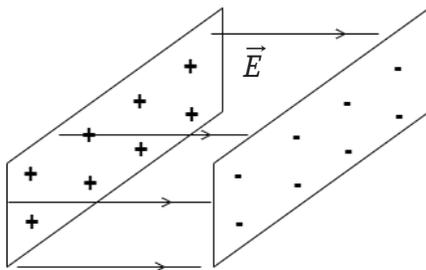


Figura 4.13. Líneas de campo eléctrico producidas por planos con carga positiva y negativa

De los diagramas anteriores se puede observar que dichas líneas de campo eléctrico tienen ciertas propiedades.

- i) Parten de cargas positivas y llegan a negativas.
- ii) Son perpendiculares a la superficie del cuerpo cargado.
- iii) No se cruzan ni se cortan, ya que la tangente a esa línea de campo nos da la dirección del vector campo eléctrico en ese punto.
- iv) Se dibujan en cantidad proporcional a la magnitud del campo que representan.
- v) A grandes distancias, las líneas parecen provenir de una carga puntual que es la suma algebraica del conjunto de cargas.

Campo eléctrico producido por una carga puntual

Sea una carga puntual Q y un punto de interés A en el que deseamos calcular el campo eléctrico que produce la carga puntual.

$$\bullet \quad \vec{E}_A = ?$$

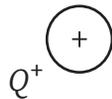


Figura 4.14. Ubicación de un punto (A) en una región que rodea a una carga puntual

Con base en lo anterior, podemos colocar una carga de prueba q_p en el punto A y determinar la fuerza eléctrica que experimenta la carga q_p . Dado que se trata de dos cargas puntuales, podemos emplear la ley de Coulomb para el cálculo de dicha fuerza; esto es:

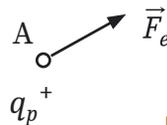
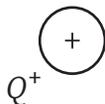


Figura 4.15. Interacción de una carga de prueba colocada en el punto A ubicado en una región que rodea a una carga puntual



Como el campo eléctrico es

$$\vec{E}_A = \frac{\vec{F}_e}{q_p}$$

entonces podemos escribir:

$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_p}{r_A^2} \hat{r}$$

$$\vec{E}_A = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq_p}{r_A^2} \hat{r}}{q_p} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_A^2} \hat{r}$$

De esta manera, tenemos que el vector campo eléctrico que produce la carga puntual Q en el punto A está dado por:

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_A^2} \hat{r}$$

Vale la pena mencionar que, como puede observarse en la expresión anterior, el campo eléctrico en ese punto depende de la carga puntual Q así como de la distancia del punto (en este caso el A) a la carga puntual Q que genera dicho campo. Obsérvese también que el vector campo eléctrico no depende de la carga de prueba q_p .

Campo eléctrico producido por un par de placas planas con carga

Para este caso, podemos apoyarnos en la siguiente figura en la que tenemos las líneas de campo eléctrico que generan un par de placas planas y paralelas. Como puede observarse en la figura, el campo eléctrico generado por esta configuración es uniforme.

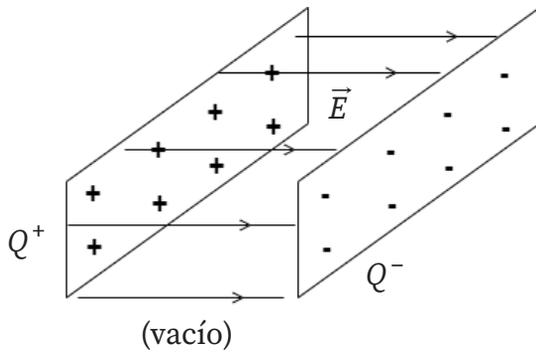


Figura 4.16. Campo eléctrico en la región entre dos planos con carga eléctrica diferente

Podemos afirmar que el vector de campo eléctrico es proporcional a la magnitud de la carga eléctrica alojada en cada placa:

$$E \propto Q$$

Por otra parte, también podemos decir que dicha cantidad física es inversamente proporcional al área de cada placa:

$$E \propto \frac{1}{A}$$

Es decir, podemos escribir:

$$E \propto \frac{Q}{A}$$

Se sabe también que la magnitud del vector es proporcional a la constante $\frac{1}{\epsilon_0}$, por lo que:

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A}$$

Como la cantidad de carga eléctrica Q en cada unidad de área A se conoce como densidad superficial de carga eléctrica σ , podemos concluir que:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

donde: σ es la densidad superficial de carga eléctrica en cada una de las superficies con carga².

De la expresión anterior se puede observar que la magnitud del vector campo eléctrico, a diferencia del caso analizado con anterioridad (campo eléctrico producido por una carga puntual), no depende de distancia alguna, por lo que se concluye que para esta configuración de carga eléctrica, el vector de campo eléctrico es uniforme.

Potencial eléctrico

Para poder comprender este concepto, vale la pena recordar algunas ideas asociadas al campo gravitatorio. Supongamos una masa M que genera en su alrededor un campo gravitatorio; se desea trasladar una masa de prueba m_p casi estáticamente del punto B al punto A, como se muestra en la figura.

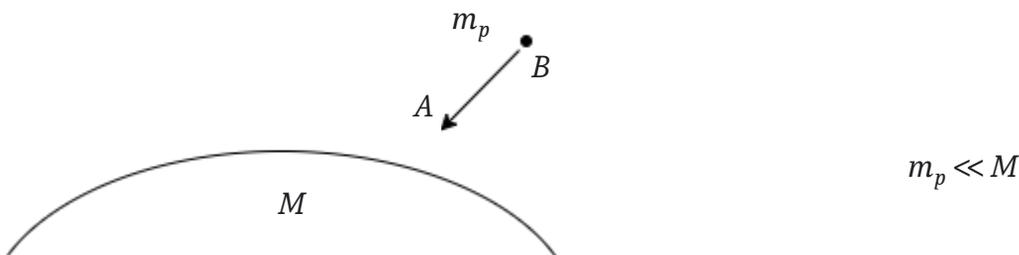


Figura 4.17. Traslado casi estático de una masa de prueba en una región de un campo gravitatorio

Podemos calcular el trabajo realizado a partir del cambio de energía mecánica que experimenta la masa de prueba m_p :

$${}_B W_A = (\Delta E_{mec})_{BA} = (\Delta E_C)_{BA} + (\Delta E_p)_{BA}$$

² Para una deducción de la expresión más formal, puede referirse a alguno de los libros citados en la bibliografía consultada al final de estos apuntes.

donde ΔE_c es el cambio de energía cinética (energía asociada a la rapidez de la partícula) y ΔE_p es el cambio de energía potencial gravitatoria (energía asociada a la ubicación de la partícula dentro de un campo gravitatorio) que experimenta la masa. Como el traslado se hace en forma casi estática, podemos escribir

$$(\Delta E_c)_{BA} = 0$$

por lo tanto, el trabajo se puede determinar como sigue

$${}_B W_A = (\Delta E_p)_{BA} = (E_p)_A - (E_p)_B = m_p g Z_A - m_p g Z_B = m_p g (Z_A - Z_B)$$

obsérvese que el trabajo en este caso resulta con signo negativo, lo que implica que el sistema (masa M y masa m_p) es el que lo efectúa.

$$(E_p)_A < (E_p)_B; \quad \text{por lo tanto} \quad {}_B W_A < 0$$

Trasladando esta idea al campo eléctrico, podemos suponer una carga puntual Q que genera un campo eléctrico en su alrededor y evaluemos el trabajo para trasladar una carga de prueba q_p del punto B al punto A, como se muestra en la figura.

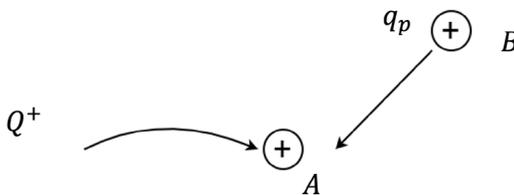


Figura 4.18. Traslado casi-estático de una carga de prueba en una región de un campo eléctrico, desde el punto B hasta el punto A

En este caso, también podemos evaluar el trabajo a partir de un cambio de energía potencial eléctrica (energía asociada a la ubicación de la carga q_p dentro de un campo eléctrico). Así, en este caso, podemos evaluar el trabajo como sigue:

$${}_B W_A = \Delta E_{pot\ eléct} = \Delta U_{BA} = U_A - U_B$$

donde U es la energía potencial eléctrica que tiene la carga q_p al estar ubicada en un punto cualquiera dentro de un campo eléctrico. Dicha cantidad física se mide en joules en el SI.

Por otra parte, para trasladar casi-estáticamente la carga q_p tendríamos que considerar que para desplazar dicha carga el trabajo realizado por la fuerza externa (F_{ext}) tiene que ser para vencer la fuerza eléctrica (F_e) que experimenta la carga q_p debido a la presencia de la carga puntual Q , como se indica en la figura.

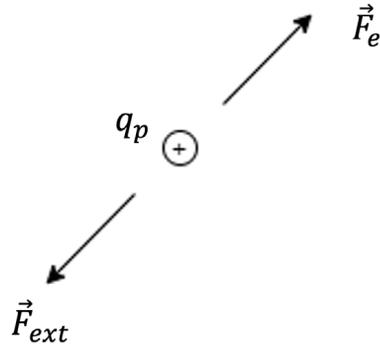


Figura 4.19. Diagrama de cuerpo libre de una carga de prueba que se traslada casi estáticamente de un punto a otro en una región de un campo eléctrico

Con base en lo anterior, podemos calcular el trabajo a partir de la expresión

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

$${}_B W_A = \int_B^A \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

Entonces, para la fuerza F_{ext} :

$${}_B W_A = \int_B^A \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{\ell}$$

Adicionalmente, como el proceso es casi estático:

$$\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_e$$

Entonces,

$$\vec{F}_{ext} = -q_p \vec{E}$$

$${}_B W_A = - \int_B^A q_p \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \quad (4.1)$$

Por otra parte, el trabajo también se puede evaluar como sigue:

$$W_A = U_A - U_B$$

dividiendo ambos términos entre la carga q_p

$$\frac{{}_B W_A}{q_p} = \frac{U_A}{q_p} - \frac{U_B}{q_p} = V_A - V_B$$

donde $V = \frac{U}{q_p}$ = potencial eléctrico

entonces: ${}_B W_A = q_p (V_A - V_B)$ **(4.1)**

Igualando la expresión 4.1 con 4.2 podemos escribir

$$q_p (V_A - V_B) = - q_p \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

y como $V_A - V_B = V_{AB}$; tenemos que

$$V_{AB} = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

donde V_{AB} = diferencia de potencial eléctrico (llamado también voltaje o tensión eléctrica).

Obsérvese que:

$$V_{AB} = V_A - V_B = - (-V_A + V_B) = - (V_B - V_A) = -V_{BA}$$

La diferencia de potencial V_{AB} es el trabajo en cada unidad de carga que debe realizar un agente externo para desplazar una carga eléctrica del punto B hasta el punto A sin que se modifique su energía cinética; es decir, trasladándola casi estáticamente.

A partir de la expresión anterior, supongamos que deseamos calcular el potencial eléctrico en un punto con respecto a otro de referencia. Entonces el punto B lo ponemos en el (muy lejano) infinito y le asignamos a ese punto un valor de potencial nulo; es decir, lo tomamos como nivel de referencia para las mediciones y tenemos que:

$$V_A - V_B = - \int_{B_{\infty}}^A \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

por lo que el potencial eléctrico en un punto (tomando como referencia el infinito) lo podemos calcular como:

$$V_A = - \int_{\infty}^A \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \quad (4.3)$$

Diferencia de potencial eléctrico debido a una carga puntual Q .

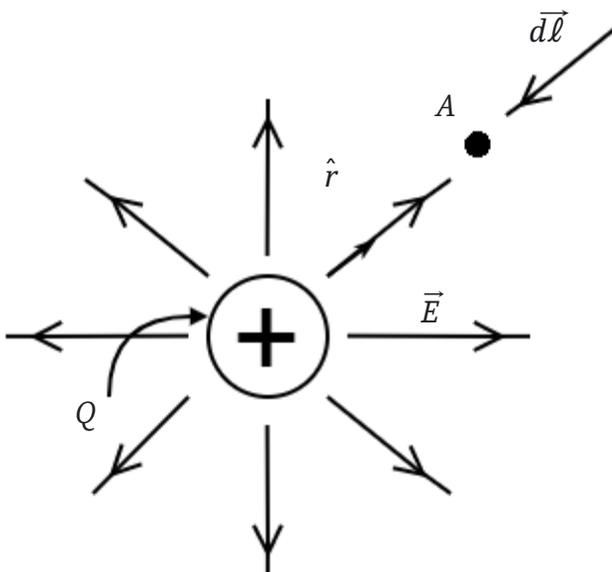


Figura 4.20. Ubicación de un punto (A) en el que se desea calcular el potencial eléctrico que genera una carga puntual

Supongamos que se desea calcular el potencial en el punto A, debido a una carga puntual Q , nos apoyaremos en la expresión 4.3. Como el vector campo eléctrico generado por una carga puntual Q se puede calcular como sigue

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

Entonces, el potencial eléctrico en el punto A está dado por

$$V_A = - \int_{\infty}^A \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \int_{\infty}^A \frac{\hat{r} \cdot d\vec{\ell}}{r^2} \quad \alpha \neq \frac{d\vec{\ell}}{E}$$

$$V_A = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \int_{\infty}^A \frac{|\hat{r}| |d\vec{\ell}| \cos \alpha}{r^2} \quad \begin{array}{l} \alpha = 180^\circ \\ \cos \alpha = -1 \end{array}$$

$$V_A = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \int_{\infty}^A - dl \frac{1}{r^2} \quad dl = - dr$$

$$V_A = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \int_{\infty}^A \frac{dr}{r^2} = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \int_{\infty}^A r^{-2} dr = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \left[\frac{r^{-1}}{-1} \right]_{\infty}^A$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_{\infty}} \right];$$

$$\frac{1}{r_{\infty}} = 0;$$

Finalmente,

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_A}$$

Si ahora queremos calcular el potencial eléctrico en el punto B, procedemos de forma análoga y dicho potencial estaría dado por

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \left[\frac{1}{r_B} \right]$$

Así, teniendo el potencial en el punto A y el potencial en el punto B, la diferencia de potencial entre los puntos A y B, debido a una carga puntual Q se calcula con la expresión

$$V_A - V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right]$$

Diferencia de potencial debido a un par de placas planas cargadas y paralelas

Supongamos un par de placas planas, con carga y paralelas entre sí, como se indica en la figura:

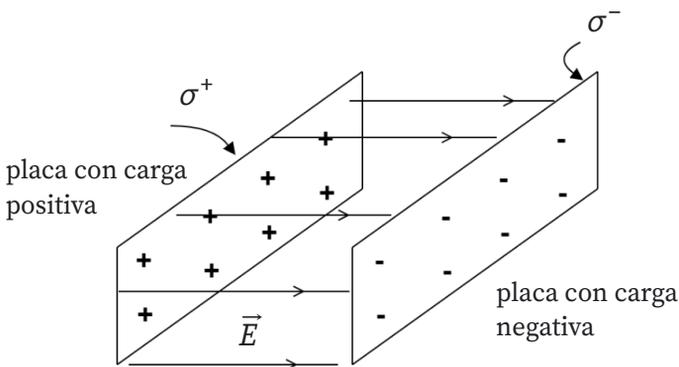


Figura 4.21. Campo eléctrico en la región que se ubica entre dos planos con carga eléctrica diferente

Para determinar la diferencia de potencial entre dichas placas, localicemos el punto A en la placa de la izquierda y el punto B en la placa derecha.

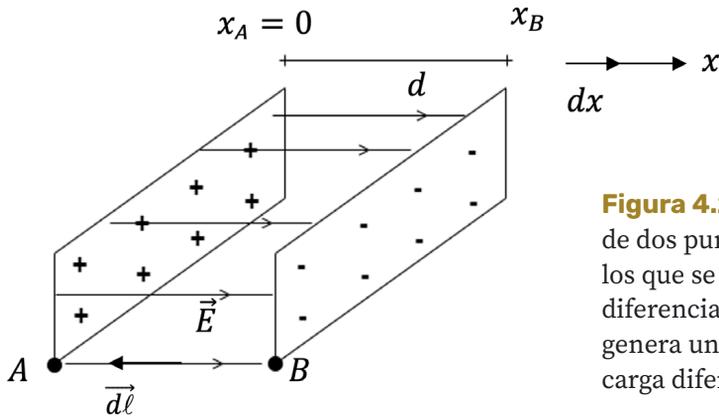


Figura 4.22. Ubicación de dos puntos (A y B) entre los que se desea calcular la diferencia de potencial que genera un par de placas con carga diferente

A partir de la expresión

$$V_{AB} = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

que nos permite calcular la diferencia de potencial entre dos puntos en una región de campo eléctrico, podemos entonces escribir

$$V_{AB} = - \int_B^A |\vec{E}| |d\vec{\ell}| \cos \alpha$$

donde $\alpha \angle \vec{E}$

en la figura se observa que $\alpha = 180^\circ$

entonces, $\cos \alpha = -1$

y como $E = cte.$ entre las placas

en la figura se observa que $d\ell = dx$

$$V_{AB} = E \int_B^A d\ell = E \int_{x_B}^{x_A} -dx = -E(x_A - x_B) = E(x_B - x_A)$$

o bien, como $d = x_B - x_A$

$$|V_{AB}| = E d$$

donde d = distancia entre las placas cargadas. Es importante señalar que la expresión anterior solo es válida cuando la magnitud del campo eléctrico es constante.

Capacitancia

Supongamos un par de placas conductoras, separadas por el vacío (o el aire), a las cuales se les aplica una diferencia de potencial V_{ab} , como se indica en la figura:

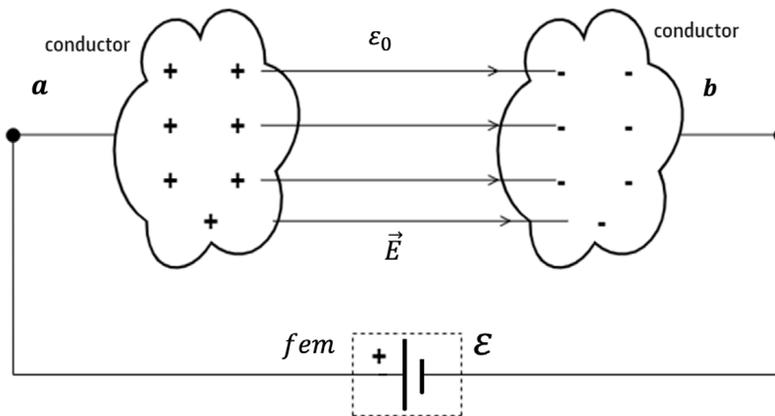


Figura 4.23. Diagrama de dos placas conductoras que forman un capacitor

Sabemos que la carga en cada placa es proporcional a la diferencia de potencial aplicada; esto es

$$q \propto V_{ab}$$

podemos introducir una constante positiva para tener una igualdad

$$q = C V_{ab}$$

si despejamos la constante C , tenemos que

$$C = \frac{q}{V_{ab}}$$

A esta constante se le conoce como capacitancia y es la cantidad de carga que almacena el dispositivo de la figura 4.23 para cada unidad de diferencia de potencial aplicada.

Las unidades de dicha cantidad, en el SI, son

$$[C]_u = \frac{C}{V} = \frac{\text{coulomb}}{\text{volt}} = \text{farad} = F$$

Capacitancia de un capacitor de placas planas y paralelas

Supongamos un capacitor cuyo dieléctrico es aire (o vacío) al que se le aplica una diferencia de potencial, como se ilustra en el esquema:

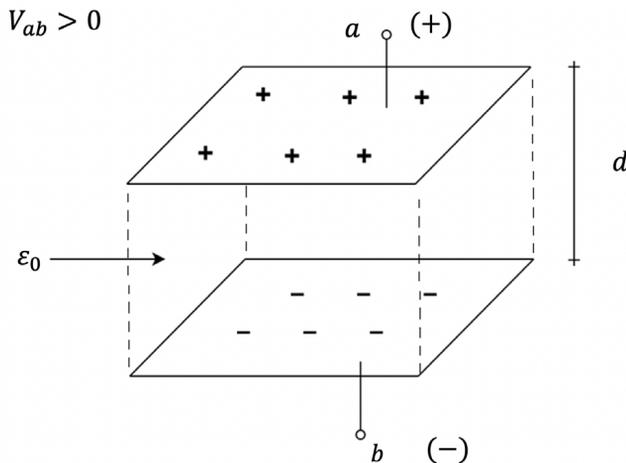


Figura 4.24. Capacitor con dieléctrico de aire (o vacío) formado por dos placas planas y paralelas

Calculemos la capacitancia del capacitor anterior:

sabemos que

$$C = \frac{q}{V_{ab}}$$

Además, como se vio anteriormente, la magnitud del campo eléctrico entre las placas está dado por

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} ;$$

y
$$\sigma = \frac{q}{A} \quad \text{por lo que} \quad q = \sigma A$$

entonces, podemos escribir

$$C = \frac{\sigma A}{V_{ab}} = \frac{\sigma A}{Ed} = \frac{\sigma A \epsilon_0}{\sigma d} = \frac{A \epsilon_0}{d}$$

con lo que podemos concluir que la capacitancia del capacitor de la figura 4.24 está dada por

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Con base en la expresión anterior, se puede observar que la capacitancia depende de factores físicos y geométricos y no depende ni de la carga que almacena ni de la diferencia de potencial aplicada.

Si entre las placas introducimos un dieléctrico cuya permitividad eléctrica es ϵ , entonces la capacitancia de dicho capacitor se calcula como

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

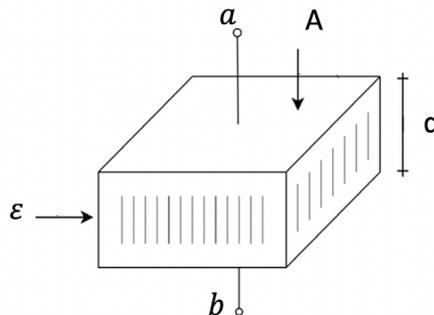


Figura 4.25. Capacitor con dieléctrico diferente al aire (o vacío)

donde la permitividad eléctrica del dieléctrico es

$$\epsilon = k_e \epsilon_0$$

de donde

$$k_e = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

a la constante k_e se le conoce como permitividad eléctrica relativa y, de la expresión anterior, se puede observar que

$$[k_e]_u = \frac{\frac{C^2}{N \cdot m^2}}{\frac{C^2}{N \cdot m^2}} = 1$$

Símbolos del capacitor

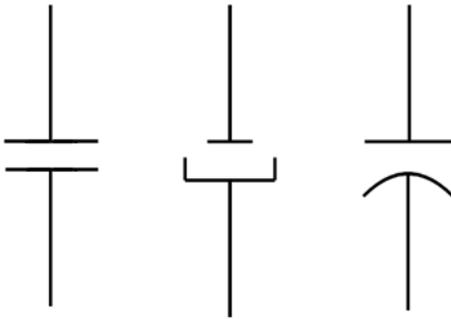


Figura 4.26. Símbolos de un capacitor

Energía almacenada en un capacitor

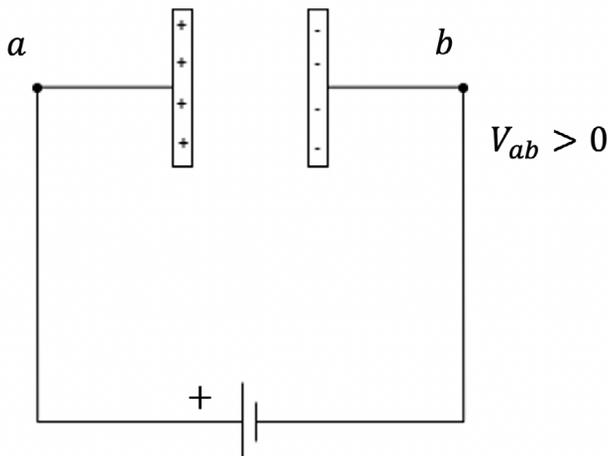


Figura 4.27. Diagrama de un capacitor de placas planas y paralelas en el proceso de energización

De acuerdo con la expresión 4.2, el trabajo para trasladar una carga q de la placa b a la placa a , se puede calcular como:

$${}_b W_a = qV_{ab}$$

de donde

$${}_b \delta W_a = dqV_{ab}$$

A partir de la expresión anterior, evaluaremos el trabajo necesario para trasladar una carga eléctrica positiva de la placa “ b ” a la placa “ a ”, por lo que

$${}_b W_a = \int_b^a \delta W = \int_b^a dqV_{ab}$$

como

$$V_{ab} = \frac{q}{C}$$

$${}_b W_a = \int_0^Q dq \left(\frac{q}{C} \right) = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{C} \left[\frac{1}{2} q^2 \right]_0^Q$$

entonces,

$${}_b W_a = \frac{1}{2C} Q^2$$

Considerando los efectos disipativos despreciables; es decir, en el entendido que el trabajo que hace la fuente electromotriz (*fem*) es la energía que recibe el capacitor, entonces:

$${}_b W_a = U$$

por lo que

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(CV_{ab})^2}{C}$$

$$U = \frac{1}{2} CV_{ab}^2$$

donde U es la energía que almacena el capacitor.

Conexión de capacitores en paralelo

Una conexión de capacitores en paralelo es aquella en la que la diferencia de potencial aplicada es la misma en todos ellos. Supongamos tres capacitores conectados en paralelo como se indica:

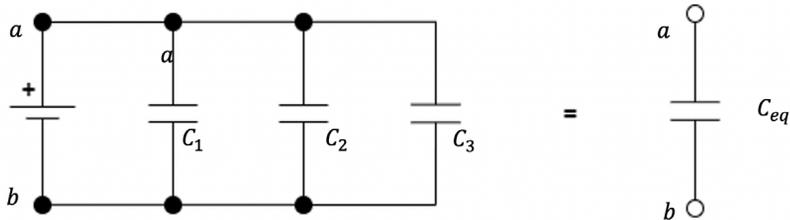


Figura 4.28. Conexión de tres capacitores en paralelo y su capacitor equivalente

La diferencia de potencial es la misma, por lo que

$$V_{C1} = V_{C2} = V_{C3} = V_{ab}$$

Sabemos que la carga que impulsa la fuente electromotriz se reparte entre los tres capacitores, por lo que

$$Q_{eq} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

de esta manera

$$Q_1 = C_1 V_{C1} = C_1 V_{ab}$$

$$Q_2 = C_2 V_{C2} = C_2 V_{ab}$$

$$Q_3 = C_3 V_{C3} = C_3 V_{ab}$$

$$Q_{eq} = C_{eq} V_{ab}$$

entonces, la carga equivalente se puede calcular como

$$Q_{eq} = (C_1 + C_2 + C_3) V_{ab}$$

y, de la definición de capacitancia

$$C_{eq} V_{ab} = (C_1 + C_2 + C_3) V_{ab}$$

por lo que

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

La expresión anterior se puede generalizar, por lo que para una conexión de “ n ” capacitores en paralelo, podemos escribir

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i$$

Conexión de capacitores en serie

Una conexión de capacitores en serie es aquella en la que la carga en cada uno de ellos es del mismo valor.

Supongamos una conexión de tres capacitores en serie, como se indica en el diagrama siguiente:

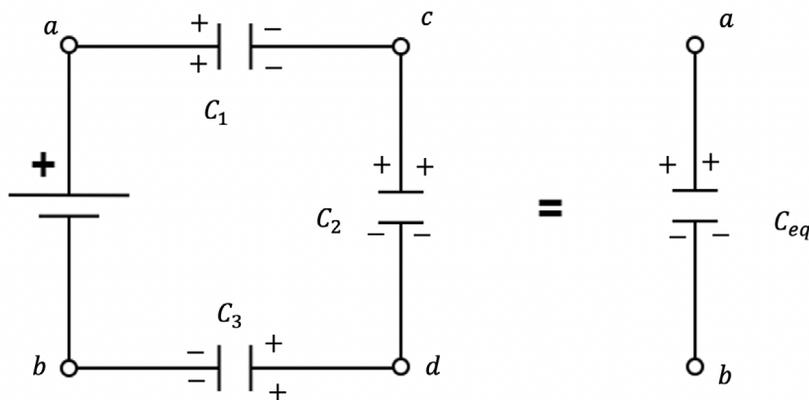


Figura 4.29. Conexión de tres capacitores en serie y su capacitor equivalente

La carga es la misma en todos los capacitores, por lo que

$$Q_{eq} = Q_{C1} + Q_{C2} + Q_{C3}$$

Sabemos que la diferencia de potencial entre los extremos a y b se puede determinar como

$$V_{ab} = V_{ac} + V_{cd} + V_{db}$$

y, de la definición de capacitancia

$$C = \frac{Q}{V_{xy}}$$

entonces,

$$V_{xy} = \frac{Q}{C}$$

$$\frac{Q_{eq}}{C_{eq}} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3}$$

como la carga es la misma, tenemos

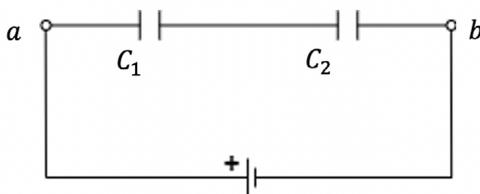
$$Q_{eq} = \left(\frac{1}{C_{eq}} \right) = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) Q_{eq}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

La expresión anterior se puede generalizar, por lo que para una conexión de “n” capacitores en serie

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Existe un caso particular cuando tenemos dos capacitores en serie, ya que podemos escribir



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Figura 4.30.
Conexión de dos
capacitores en serie

Por lo que, en este caso, el capacitor equivalente se puede calcular directamente como

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{C_2 + C_1}{C_1 C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$$

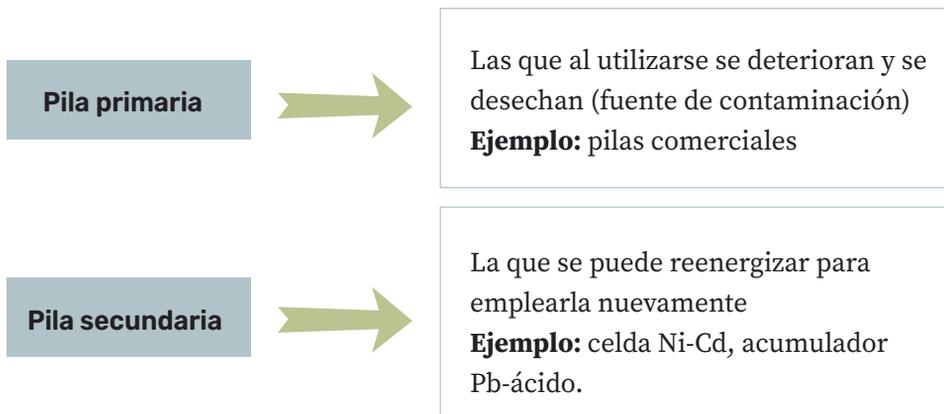
$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Fuentes de fuerza electromotriz

Se conocen como fuentes de fuerza electromotriz a los dispositivos capaces de transformar energía de un tipo no eléctrico, a energía eléctrica.

Energía			
Química	→	Celda química (pila)	Energía eléctrica
Radiante	→	Celda fotovoltaica	
Mecánica	→	Generadores (CD y CA)	
Térmica (calor)	→	Termopar	
Mecánica	→	Cristal piezoeléctrico	

Como elementos que proporcionan la diferencia de potencial a través de una transformación de energía química a eléctrica en la pila. Estas se clasifican como:



Una batería es un conjunto de pilas conectadas en serie aditiva. El ejemplo más conocido es el acumulador del automóvil, el cual tiene 6 celdas (pilas) de $\approx 2 \text{ [V]}$ cada una.

Las fuentes se pueden clasificar en ideales o reales. Una fuente ideal es aquella que siempre mantiene una diferencia de potencial, independientemente de lo que tenga conectado. La fuente real es aquella cuyo valor de diferencia de potencial que entrega dependerá de la corriente eléctrica que se le demande; por ello, en esta última será necesario considerar el efecto resistivo que tiene. Con base en lo anterior, dichas fuentes se pueden representar como se indica en la figura 4.31.



Figura 4.31. Diagramas de una fem ideal y una real

Corriente eléctrica

Cuando la diferencia de potencial de una fuente de fuerza electromotriz se aplica a un conductor (metal) se establece, a la rapidez de la luz, un campo eléctrico en el interior del alambre o cable que origina fuerzas eléctricas sobre los portadores de carga y, por tanto, desplazándolos, pero sin aceleración debido a otros efectos retardadores como los choques o desviaciones por núcleos o nubes electrónicas.

En los conductores de fase sólida los portadores de carga móviles son los electrones, pero en los conductores en fase líquida y gaseosa existen portadores positivos (iones) y también negativos (electrones libres) pero que al aplicárseles la diferencia de potencial de la fuente, se mueven pero en sentidos diferentes a lo largo del conductor. Dependiendo de la diferencia de potencial de la fuente, la corriente eléctrica (flujo de carga) que fluya en el conductor podrá ser:

- a) Corriente continua. Es aquella cuya magnitud y signo no cambian en el intervalo de tiempo referido.

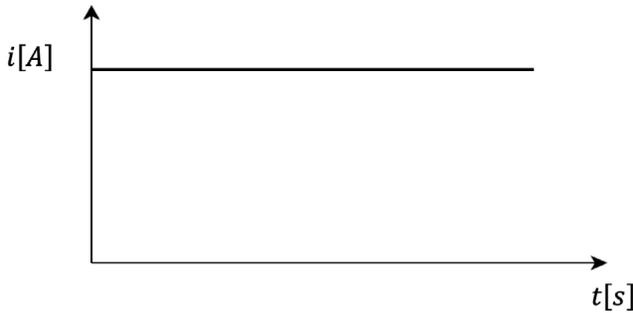


Figura 4.32. Gráfica de una corriente eléctrica continua

- b) Corriente directa. Es aquella cuya magnitud cambia de valor pero no de signo durante el intervalo de tiempo asociado.

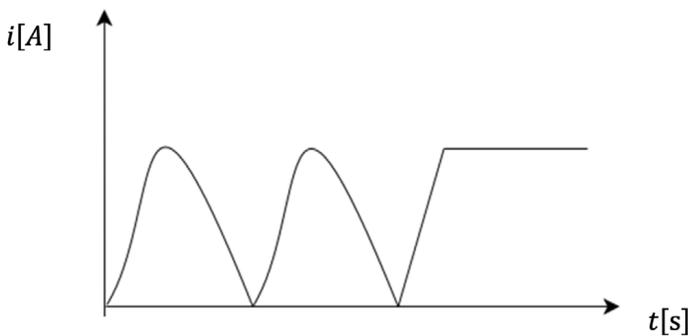


Figura 4.33. Gráfica de una corriente eléctrica directa

- c) Corriente alterna. Es aquella que cambia de valor y de signo durante el intervalo de tiempo referido.

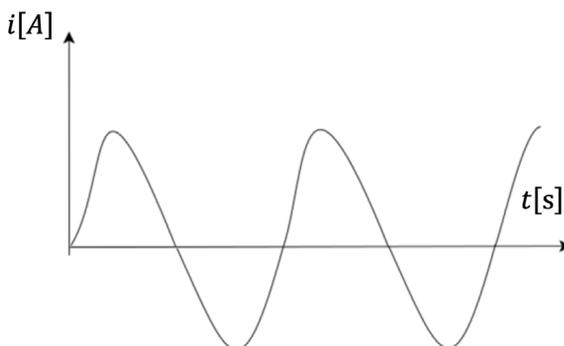


Figura 4.34. Gráfica de una corriente eléctrica alterna

Entonces $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ pero en el límite: $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} = i$ corriente instantánea

La unidad de la corriente eléctrica en el SI es el ampere

$$[i]_u = \frac{\text{C}}{\text{s}} = \frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}} = \text{ampere} = \text{A}$$

Supongamos un conductor en el que se aplica una diferencia de potencial entre sus extremos y esto origina una corriente eléctrica, como se indica en la figura 4.35. Determinemos la rapidez media de los portadores de carga en dicho conductor considerando que $V_a > V_b$; en este caso, las cargas positivas fluyen desde a hacia b .

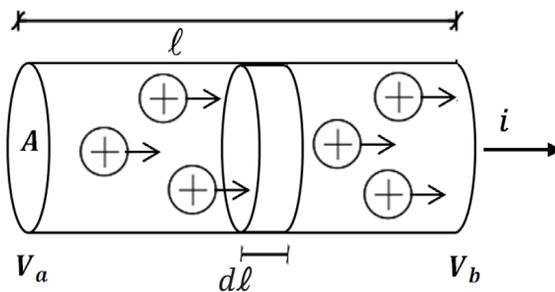


Figura 4.35. Diagrama de unas cargas eléctricas dentro de un conductor

$$i = \frac{dq}{dt} \quad dq = \text{carga móvil}$$

Pero, como la carga está cuantizada

$$dq = N|e|$$

donde N es un número adimensional y e es la carga de un electrón; podemos entonces escribir que

$$N = n dV = n A dl$$

en donde n es el número de portadores de carga en cada unidad de volumen y dV es un elemento diferencial del volumen del conductor. Por lo tanto,

$$dq = nA|e|dl$$

Al sustituir dq en la definición de corriente i se tiene:

$$i = n |e| \frac{d\ell}{dt} A; \quad i = n |e| v A \quad (4.4)$$

en la cual v es la rapidez promedio de los portadores de carga eléctrica.

Experimento de Oersted

Alrededor de 1819, el profesor danés Hans Christian Oersted descubrió un efecto de la corriente eléctrica sobre la orientación de un conjunto de brújulas que rodean a un conductor recto y vertical.

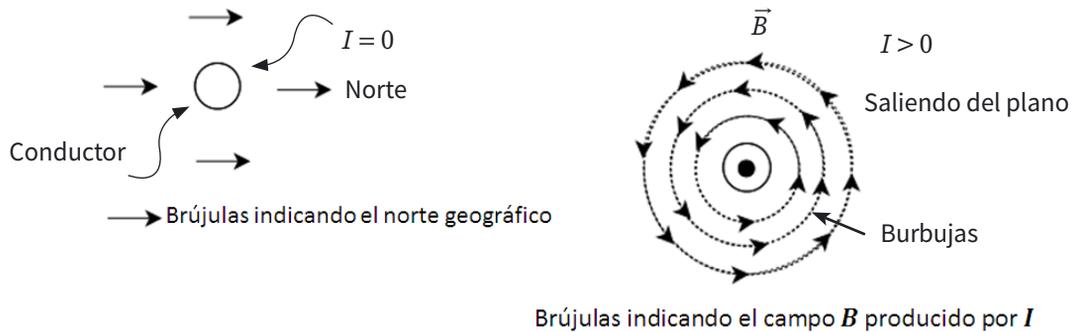


Figura 4.36. Diagramas del experimento de Oersted

Con este descubrimiento, que ya Oersted venía buscando, se demuestra que el fenómeno electromagnético es uno solo, aunque en ciertos experimentos (con cargas estáticas) solamente se detecta lo eléctrico del fenómeno y con imanes sin conductores y circuitos, solo se observa la parte magnética. Dichas partes estuvieron separadas en su estudio hasta el experimento de Oersted.

Campo magnético

El fenómeno eléctrico, donde \approx el año 600 antes de J.C. y el fenómeno magnético, donde la cultura China más antigua, ya lo conocía y empleaba.

Así como un campo eléctrico \vec{E} es la región que rodea a una carga eléctrica, se puede decir que un campo magnético \vec{B} es la región que rodea a un imán o a una corriente eléctrica. De esta manera, podemos tener también líneas de campo magnético en la región que rodea a un imán, como se muestra en la figura:

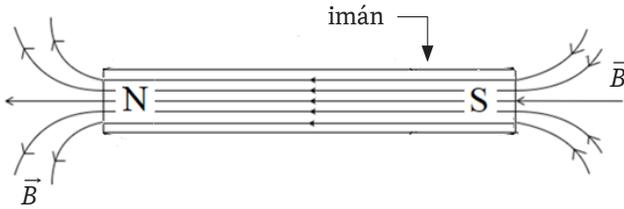


Figura 4.37. Líneas de campo magnético producidas por un imán de barra

El planeta Tierra posee un campo magnético, lo que permite, a través de una brújula, podernos orientar geográficamente.

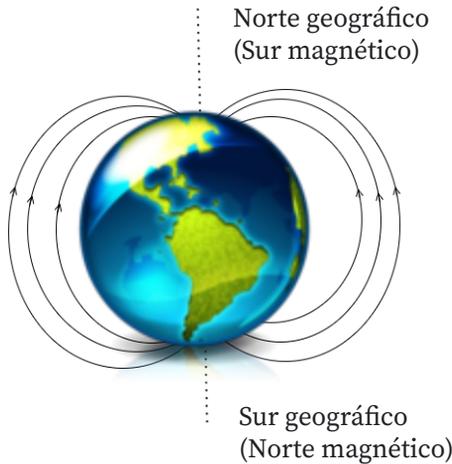


Figura 4.38. Campo magnético producido por la Tierra

Por otra parte, las líneas de campo magnético que forman una corriente eléctrica circulando en un conductor, corresponden a circunferencias concéntricas que rodean a dicho conductor, tal y como se muestra en la figura:

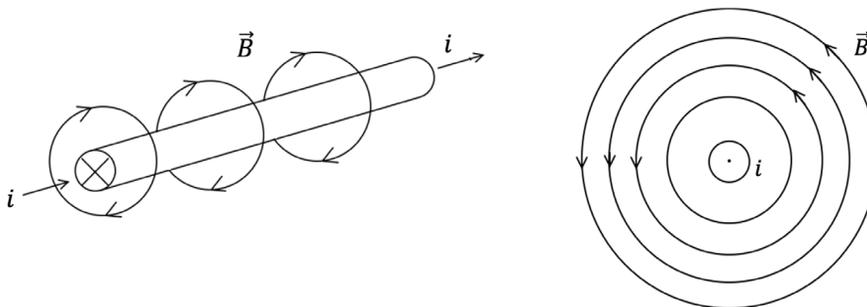


Figura 4.39. Líneas de campo magnético producidas por un conductor con corriente

El campo magnético que produce una corriente eléctrica en un conductor se puede determinar con la “regla de la mano derecha”.

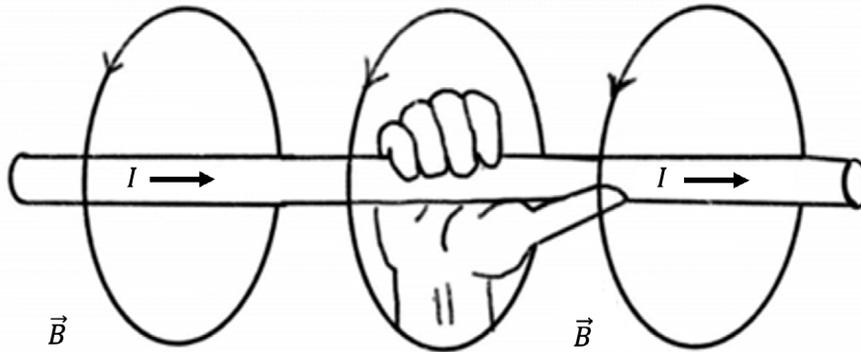


Figura 4.40. “Regla de la mano derecha” para determinar la dirección del campo magnético que genera un conductor con corriente

De la misma manera que las líneas de campo eléctrico tienen ciertas propiedades, las líneas de campo magnético las podemos asociar con las siguientes propiedades:

- i) En el caso de un imán, son perpendiculares a los polos magnéticos.
- ii) Forman trayectorias cerradas. Fuera de un imán empiezan en su polo norte y llegan a su polo sur; pero existen líneas en el interior del imán (véase la figura 4.37). Obsérvese que esta es una diferencia muy importante con respecto a las líneas de campo eléctrico.
- iii) Al igual que las líneas de campo eléctrico, no se cruzan ni se cortan, ya que la tangente a una línea de campo magnético en un punto nos da la dirección del campo magnético en ese punto.
- iv) Se dibujan en cantidad proporcional al campo que representan.

En el caso del campo magnético, también es necesario considerar que los polos magnéticos del mismo tipo se repelen y polos de diferente tipo se atraen. Lo anterior es una ley básica de la magnetostática.

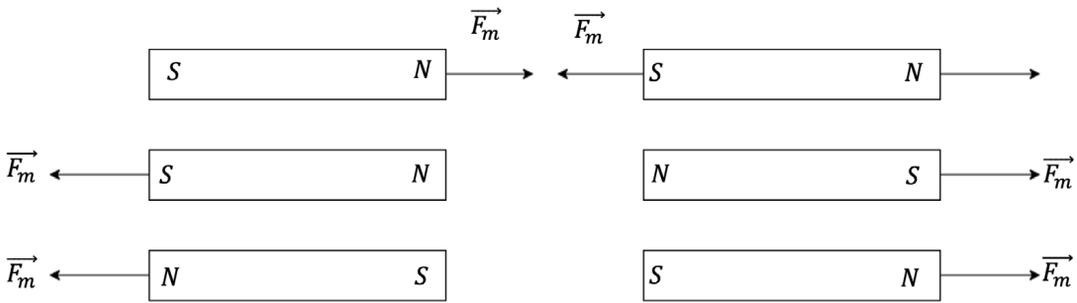


Figura 4.41. Fuerzas magnéticas entre imanes

Fuerza de origen magnético

Recordemos que, para una carga eléctrica q situada en un campo eléctrico, tenemos que:

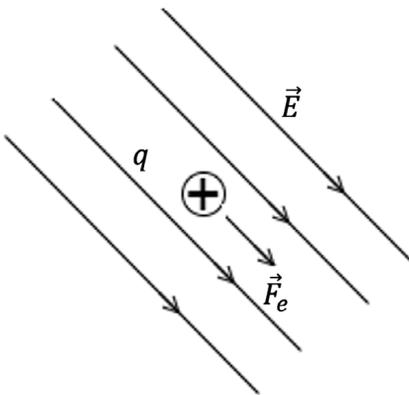


Figura 4.42. Fuerza eléctrica en una carga colocada dentro de una región de campo eléctrico

Dado que el vector campo eléctrico lo podemos obtener como:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$$

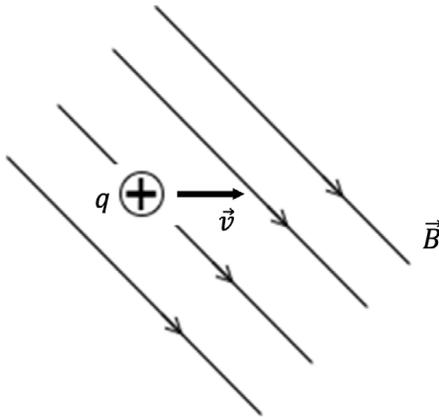
entonces, la fuerza eléctrica se puede determinar con la expresión:

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

Obsérvese que, con base en la expresión anterior, para una carga positiva q los dos vectores (fuerza eléctrica y campo eléctrico) son paralelos y forman

0° entre sí; si la carga q es negativa, entonces los vectores citados también son paralelos, pero forman 180° entre sí.

Analícemos ahora el caso del campo magnético. Supongamos una carga q en una región de campo magnético. Experimentalmente se sabe que:



$$F_m \propto q$$

$$F_m \propto v$$

$$F_m \propto Bt$$

Figura 4.42. Fuerza magnética en una carga colocada dentro de una región de campo magnético

Por lo tanto, sabiendo que el vector fuerza magnética es perpendicular al plano que forman el vector velocidad y el vector campo magnético, entonces

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Observe que en la figura 4.42 el vector fuerza de origen magnético estaría entrando a la hoja. Es importante destacar que este último vector es perpendicular al campo magnético.

De la expresión anterior, podemos determinar la magnitud de la fuerza magnética como sigue:

$$|\vec{F}_m| = q|\vec{v} \times \vec{B}|$$

$$F_m = qvB \text{ sen } \theta$$

$$\theta \sphericalangle \begin{matrix} \vec{B} \\ \vec{v} \end{matrix}$$

Si de la expresión anterior despejamos la magnitud del campo magnético, entonces:

$$B = \frac{F_m}{qv \operatorname{sen} \theta}$$

Con lo anterior, podemos concluir que las unidades del campo magnético, en el SI, son:

$$\begin{aligned} [\vec{B}]_u &= \frac{N}{C \left(\frac{m}{s}\right)} = \frac{N \cdot s}{C \cdot m} = \frac{N \cdot s \cdot m}{C \cdot m^2} = \frac{J \cdot s}{C \cdot m^2} = \frac{V \cdot s}{m^2} = \frac{Wb}{m^2} = \frac{\text{weber}}{\text{metro}^2} = \\ &= \text{Tesla} = T \end{aligned}$$

Fuerza de origen magnético sobre conductores

Sabiendo que para una carga eléctrica q móvil \vec{v} (que por cierto así produce su campo magnético) dentro de un campo magnético ajeno \vec{B} , actúa una fuerza de origen magnético \vec{f} dada por:

$$\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

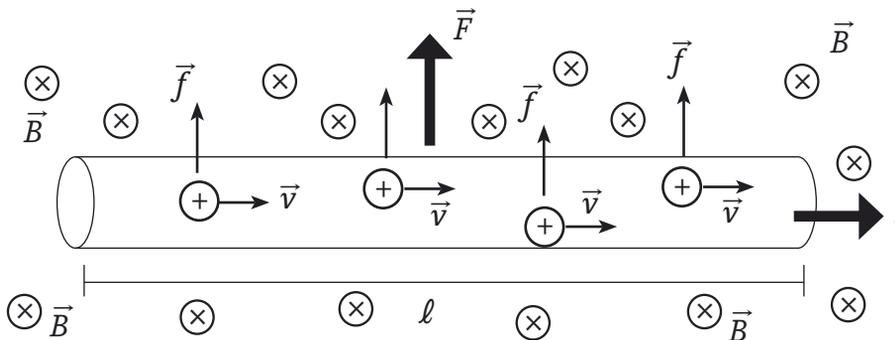


Figura 4.43. Fuerza magnética en un conductor con corriente eléctrica

donde \vec{f} es igual para portadores de carga eléctrica positiva o negativa, la resultante ($\sum \vec{f}$) de las fuerzas nos dará una fuerza \vec{F} sobre el conductor, como se muestra en la figura 4.43.

Como

$$\vec{F} = N\vec{f}$$

donde N es el número de cargas en el volumen del conductor y se puede llegar a:

$$\vec{F} = Nq\vec{v} \times \vec{B}; \quad N = nA\ell; \quad q = |e|$$

Recordando que n es el número de cargas o portadores libres en cada unidad de volumen, entonces

$$\vec{F} = nA\ell |e| \vec{v} \times \vec{B};$$

$\vec{F} = n |e| vA\vec{\ell} \times \vec{B}$; observe que los vectores $\vec{\ell}$ y \vec{v} tienen igual dirección

$$\therefore \vec{F}_m = i\vec{\ell} \times \vec{B}$$

ya que $i = n |e| vA$ (véase la ecuación 4.4).

TEMA 5

CIRCUITOS ELÉCTRICOS
EN CORRIENTE CONTINUA

Con base en los fundamentos del electromagnetismo revisados en la unidad anterior, podemos establecer que al aplicar una diferencia de potencial entre los extremos de un conductor, como se indica en la figura 5.1, tendremos un campo eléctrico dentro de dicho conductor; esto a su vez hará que cada una de las cargas eléctricas experimente una fuerza eléctrica por lo que dichas cargas adquirirán una velocidad y con ello tendremos un movimiento de cargas conocido como corriente eléctrica. Para que el conductor tenga una corriente, debe formar parte de una trayectoria cerrada; a esto se le conoce como circuito eléctrico.

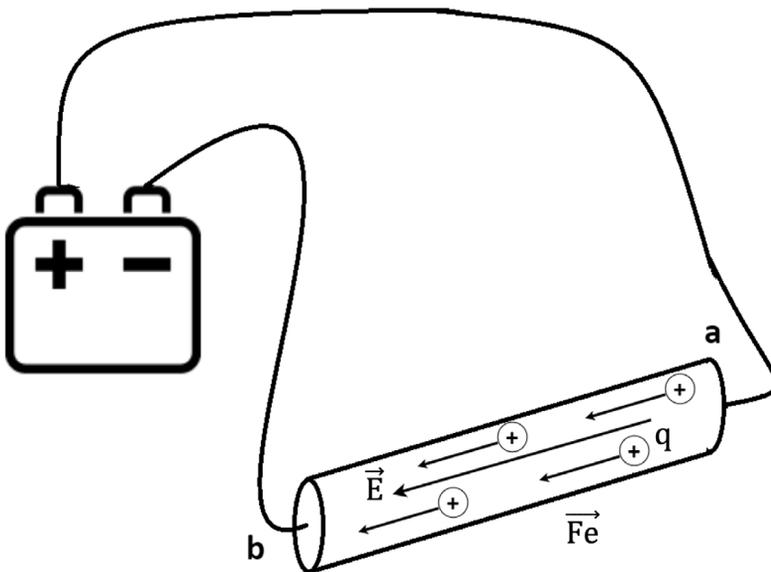


Figura 5.1. Conductor conectado a una fem

Potencia eléctrica suministrada por una fuente ideal de fuerza electromotriz y la ley de Joule

Supongamos una fuente de fuerza electromotriz (fem) conectada a un elemento pasivo (por ejemplo un capacitor o un resistor) al que entrega energía:

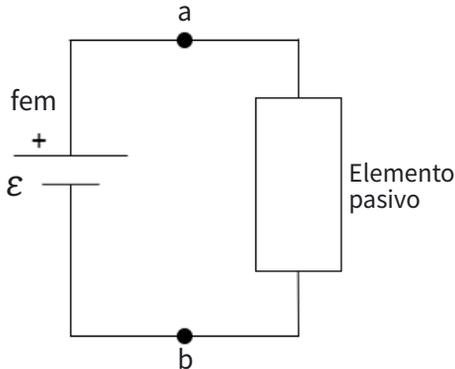


Figura 5.2. Diagrama de un elemento pasivo conectado a una fem

Dado que la diferencia de potencial entre los dos puntos se puede determinar como

$$V_{ab} = \frac{{}_bW_a}{q}$$

o bien,

$$V_{ab} = \frac{\delta W}{dq}$$

entonces, el trabajo para trasladar una carga dq del punto “b” al punto “a” se puede calcular como

$${}_b\delta W_a = dqV_{ab}$$

de la expresión anterior, podemos escribir

$$\frac{\delta W}{dt} = \frac{dq}{dt} V_{ab} = iV_{ab}$$

Sabiendo que el trabajo realizado en cada unidad de tiempo es la potencia, entonces podemos escribir

$$P = V_{ab} i$$

lo que se conoce como potencia eléctrica, y sus unidades en el SI son

$$[P]_u = V \cdot A = \text{watt} = \text{W}$$

Siguiendo la notación que se emplea en los temas de termodinámica, también podemos denotar a la potencia eléctrica como

$$\dot{W}_e = V_{ab} i$$

Entonces, la potencia eléctrica que recibe el elemento pasivo al estar conectado a la fuente de fuerza electromotriz se puede determinar así:

$$P = V_{ab} i$$

Lo anterior se conoce como ley de Joule y permite determinar la potencia de un elemento eléctrico en términos de la diferencia de potencial aplicada a dicho elemento, así como la corriente eléctrica que circula por él.

Relación de Ohm y resistencia eléctrica

Supongamos el circuito de la figura 5.3 representado simbólicamente como sigue

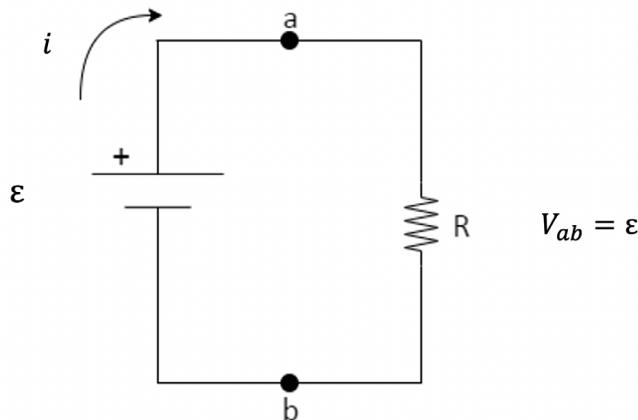


Figura 5.3. Resistor conectado a una fem

Sabemos que la diferencia de potencial aplicada es proporcional a la corriente eléctrica que circula por el conductor

$$V_{ab} \propto i$$

Si introducimos una constante, para expresar lo anterior como una igualdad, entonces la expresión anterior puede escribirse como sigue

$$V_{ab} = R i$$

donde R es una propiedad eléctrica de tipo extensiva denominada “resistencia eléctrica”. Si despejamos dicha cantidad física, entonces podemos escribir

$$R = \frac{V_{ab}}{i}$$

Con base en la expresión anterior, podemos establecer sus unidades en el SI

$$[R]_u = \frac{\text{V}}{\text{A}} = \text{ohm} = \Omega$$

De esta manera, la expresión anterior

$$V_{ab} = R i$$

se conoce como relación de Ohm, la cual es válida para medios metálicos homogéneos. La resistencia R es una propiedad que representa la oposición que tiene un material al paso de la corriente eléctrica y, como ya se mencionó, es una propiedad extensiva. Los símbolos que se utilizan para representar a un elemento eléctrico que tiene resistencia son:

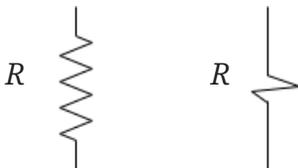


Figura 5.4. Símbolos del resistor

Vale la pena mencionar que al recíproco de la resistencia (es decir, la facilidad que presenta el medio para que la corriente eléctrica se establezca en él) se conoce como conductancia y su símbolo es G . Entonces,

$$G = \frac{1}{R}$$

$$G = \frac{i}{V_{ab}}$$

Por lo que las unidades de la conductancia son

$$[G]_u = \frac{\text{A}}{\text{V}} = \text{siemens} = \text{S}$$

Obsérvese que en un resistor la corriente eléctrica siempre fluirá de su punto de mayor potencial al punto de menor potencial, como se indica en la figura siguiente:

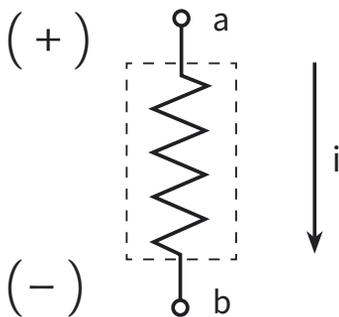


Figura 5.5. Sentido de la corriente eléctrica en un resistor al aplicarle una diferencia de potencial

Conexiones sencillas en serie y en paralelo; resistor equivalente

Al igual que los capacitores, también podemos tener conexiones de resistores en serie y en paralelo.

Conexión de resistores en serie

Una conexión de resistores en serie es aquella en la que la corriente eléctrica es la misma en todos ellos. Supongamos una conexión de tres resistores en serie como se indica en la figura

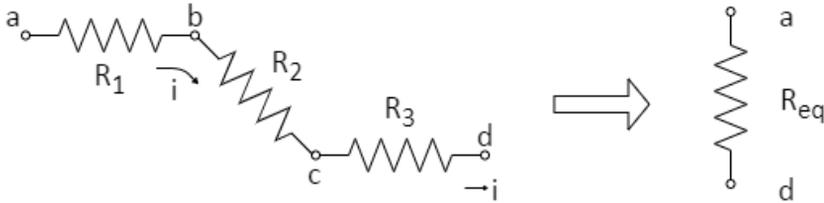


Figura 5.6. Conexión de tres resistores en serie y su resistor equivalente

Sabemos que la diferencia de potencial V_{ad} se puede calcular como

$$V_{ad} = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd}$$

además, con base en la relación de Ohm, podemos escribir

$$V_{ab} = R_1 i$$

$$V_{bc} = R_2 i$$

$$V_{cd} = R_3 i$$

$$V_{ad} = R_{eq} i$$

Si sustituimos las expresiones anteriores en la suma de las diferencias de potencial V_{ad} tenemos que

$$R_{eq} i = R_1 i + R_2 i + R_3 i$$

de donde es fácilmente observable que el resistor equivalente estará dado por

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

La expresión anterior se puede generalizar; si tenemos n resistores en serie, entonces el resistor equivalente se puede determinar con la expresión

$$R_{eq} = \sum_{j=1}^n R_j$$

Conexión de resistores en paralelo

Una conexión de resistores en paralelo es aquella en la que la diferencia de potencial es la misma en todos sus elementos. Supongamos tres resistores conectados en paralelo, como se muestra en la figura

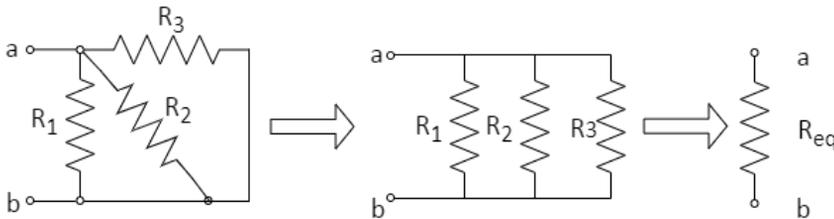


Figura 5.7. Conexión de tres resistores en paralelo y su resistor equivalente

De la figura anterior se puede observar que, al aplicar una diferencia de potencial, V_{ab} entonces la fuente impulsará una corriente eléctrica i y esto hará que haya corrientes eléctricas en cada uno de los resistores, como se muestra enseguida.

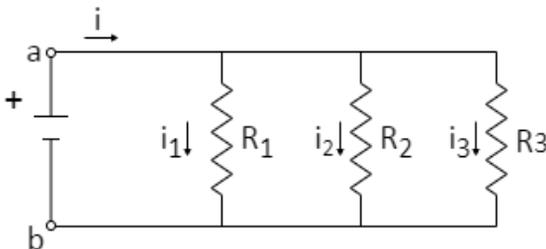


Figura 5.8. Corrientes eléctricas en una conexión de resistores en paralelo

Con base en la figura anterior, se puede escribir:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \quad (4.1)$$

por otra parte, de la relación de Ohm, tenemos que

$$V_{xy} = R i \rightarrow i = \frac{V_{xy}}{R}$$

por lo tanto,

$$i_1 = \frac{V_{ab}}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{V_{ab}}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{V_{ab}}{R_3}$$

$$i = \frac{V_{ab}}{R_{eq}}$$

si sustituimos las expresiones anteriores en la expresión 4.1, tenemos

$$\frac{V_{ab}}{R_{eq}} = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} + \frac{V_{ab}}{R_3}$$

a partir de lo anterior, podemos escribir:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

La expresión anterior se puede generalizar, y para una conexión de n resistores en paralelo tendríamos que

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}$$

Leyes de Kirchhoff aplicadas al estudio de circuitos eléctricos resistivos de corriente continua

Para poder establecer adecuadamente las leyes o, también llamadas, reglas de Kirchhoff a los circuitos eléctricos, será necesario establecer primero una nomenclatura básica para la teoría de circuitos.

Rama. Es un elemento eléctrico.

Nodo. Es el extremo de una rama.

Malla. Es la conexión de ramas que forman una trayectoria cerrada sin pasar dos veces por el mismo nodo.

Nodo principal. Es aquel en el que están conectados más de dos ramas; denominaremos “ n ” a este término.

Rama principal. Está formada por una o varias ramas y se extiende de un nodo principal a otro nodo principal.

1. Ley de corrientes de Kirchhoff (LCK)

Esta ley o regla se basa en el principio de conservación de la carga eléctrica y dice que la suma algebraica de las corrientes eléctricas en un nodo debe ser igual a cero.

Supongamos el nodo que se muestra en la figura

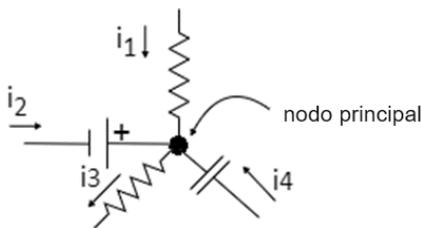


Figura 5.9. Corrientes eléctricas en un nodo

con base en la LCK podemos escribir

$$i_1 + i_2 - i_3 + i_4 = 0$$

lo que podemos escribir así también

$$i_1 + i_2 + i_4 = i_3$$

Con base en la expresión anterior, puede entenderse que todas las cargas eléctricas que llegan al nodo salen de este; es decir, la carga eléctrica no se crea ni se destruye, solo se transfiere.

Es importante tener presente que, en un circuito eléctrico, con esta ley solo se pueden obtener $(n - 1)$ ecuaciones linealmente independientes, donde n es el número de nodos principales en un circuito.

2. Ley de voltajes o diferencias de potencial de Kirchhoff (LVK)

Esta ley o regla se basa en el principio de conservación de la energía y dice que la suma algebraica de las diferencias de potencial en una malla siempre será igual a cero.

Supongamos la malla que se muestra en la figura 5.10.

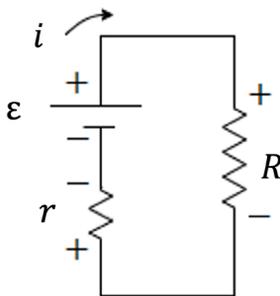


Figura 5.10. Circuito eléctrico con una malla

con base en la LVK podemos escribir

$$\varepsilon - V_r - V_R = 0$$

lo que, a su vez, también podemos escribir como sigue

$$\varepsilon = V_r + V_R$$

Con base en la expresión anterior, puede entenderse que la energía que entrega la fuente de fuerza electromotriz es igual a la energía que reciben los resistores; es decir, la energía se conserva.

Ley de Ampere, campo magnético producido por un conductor recto y por un solenoide largo, concepto de flujo magnético

Para poder comprender la ley de Ampere es necesario definir la siguiente operación matemática:

$$\oint \vec{C} \cdot d\vec{\ell}$$

donde \vec{C} es un campo vectorial cualquiera.

En diversas áreas de la Física, a esta operación se le conoce como “circulación” y se puede denotar como sigue:

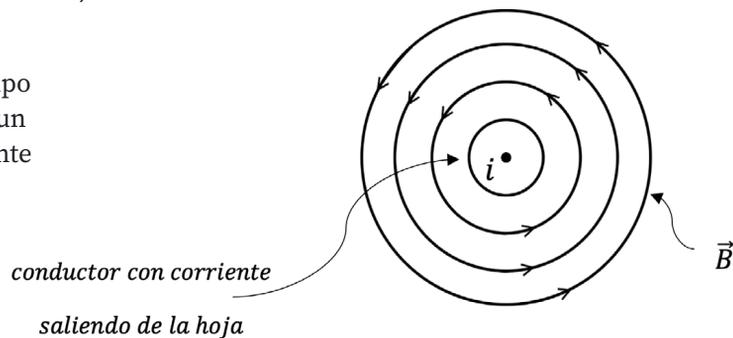
$$c = \oint \vec{C} \cdot d\vec{\ell}$$

Si este operador lo aplicamos al campo magnético, entonces tenemos

$$c_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$$

Supongamos, ahora, un conductor recto, con corriente, la que sale de la hoja y consideremos algunas de las líneas de campo magnético que genera (el sentido de estas líneas se puede determinar con la llamada “regla de la mano derecha”, véase la figura 4.40).

Figura 5.11. Líneas de campo magnético producidas por un conductor recto con corriente



Después de varios experimentos y numerosas observaciones, Ampere determinó que si tenemos un conductor recto, el campo magnético que genera es proporcional a la corriente eléctrica en dicho conductor, pero inversamente proporcional a la distancia; es decir,

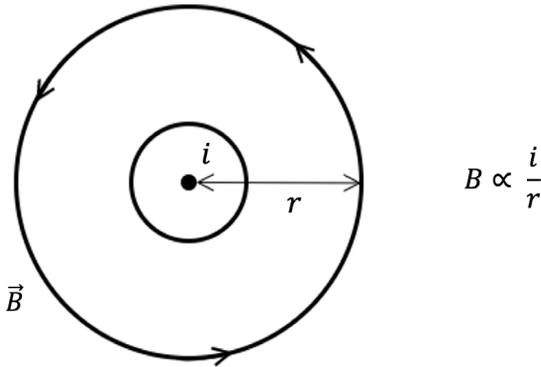


Figura 5.12. Línea de campo magnético producida por un conductor recto con corriente

Para quitar la relación de proporcionalidad podemos introducir una constante (algo similar a lo que se hizo con la ley de Coulomb), entonces podemos escribir

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}$$

obsérvese que la constante está en términos de otras constantes por conveniencia. De lo anterior, es posible escribir

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} i$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

Si hacemos referencia a la figura 5.12, se puede asociar la línea de campo magnético en la cual su valor es constante a una trayectoria cerrada en forma de circunferencia concéntrica con la sección transversal del conductor. Entonces podemos decir que el factor $2\pi r$ es la longitud de la circunferencia que forma la trayectoria cerrada; es decir,

$$B\ell = \mu_0 i$$

$$B \oint d\ell = \mu_0 i$$

como B es constante a lo largo de la trayectoria circular

$$\oint B \cdot d\ell = \mu_0 i$$

Ampere concluyó que el término de la izquierda corresponde a la operación matemática descrita anteriormente como “circulación” y el término de la derecha no es más que el producto de la permeabilidad magnética del medio donde están las líneas de campo magnético (el vacío o el aire en este caso) por la corriente del conductor.

Y si el resultado lo generalizamos, tenemos

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i_{neta}$$

donde i_{neta} es la suma algebraica de las corrientes eléctricas que cruzan el área limitada por la trayectoria cerrada.

Por ejemplo, si tenemos tres conductores cuyas corrientes circulan como se indica en la figura

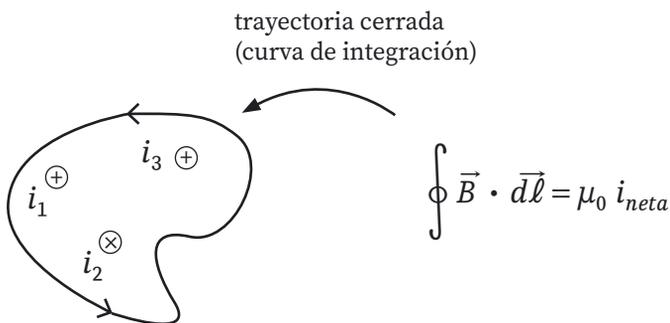
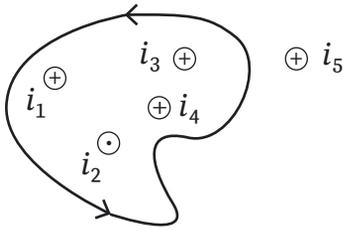


Figura 5.13. Trayectoria de línea cerrada en la que se aplicará el operador circulación

la corriente i_{neta} enlazada será:

$$i_{neta} = i_1 - i_2 + i_3$$

Si tuviéramos varios conductores en serie, como se indica en la figura



$$i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = i_5 = i$$

Figura 5.14. Trayectoria de línea cerrada en la que se aplicará el operador circulación

la corriente i_{neta} enlazada en este caso sería

$$i_n = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 4i$$

Vale la pena mencionar que, en el caso del campo magnético, el resultado de la integral asociada a la operación circulación sí depende de la trayectoria, lo que implica que el campo magnético, a diferencia del campo eléctrico, no es conservativo.

Con base en lo anterior, estamos en posibilidad de determinar el campo magnético que produce un conductor recto con corriente, ya que la “regla de la mano derecha” solo nos indica la dirección del vector campo magnético. Entonces, supongamos un conductor recto y muy largo por el cual circula una corriente eléctrica, como se indica en la figura 5.15.

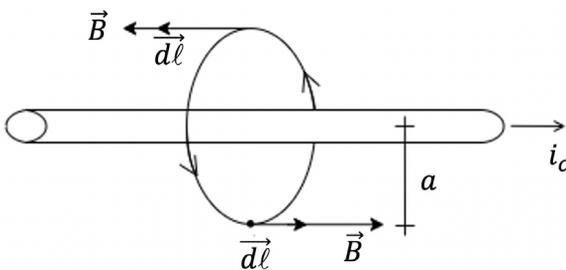


Figura 5.15. Trayectoria de línea cerrada en la que se evaluará la ley de Ampere

A partir de la ley de Ampere, podemos escribir que

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i_{neta}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint |\vec{B}| |d\vec{\ell}| \cos \alpha$$

donde

$$\alpha \ll \frac{d\ell}{B}, \quad \alpha = 0$$

$$\cos \alpha = 1$$

entonces,

$$\oint B d\ell(1) = \mu_0 i_{neta}$$

$$i_{neta} = i_c$$

$$\oint B d\ell = \mu_0 i_c$$

$$B \oint d\ell = \mu_0 i_c$$

$$B(2\pi a) = \mu_0 i_c$$

por lo tanto, la magnitud del campo magnético que genera el conductor con corriente eléctrica es

$$B = \frac{\mu_0 i_c}{2\pi a}$$

y con base en un sistema de referencia adecuado, el vector queda como

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 i_c}{2\pi a} (\hat{u})$$

Otra aplicación muy importante de la ley de Ampere es la determinación del campo magnético que produce un solenoide largo con corriente eléctrica.

Para ello, supongamos un solenoide largo, es decir, aquel en el que su longitud (ℓ) es al menos 10 veces su radio a , por el que circula una corriente, y

deseamos determinar el valor del campo magnético en el punto P ubicado en el eje de dicho solenoide.

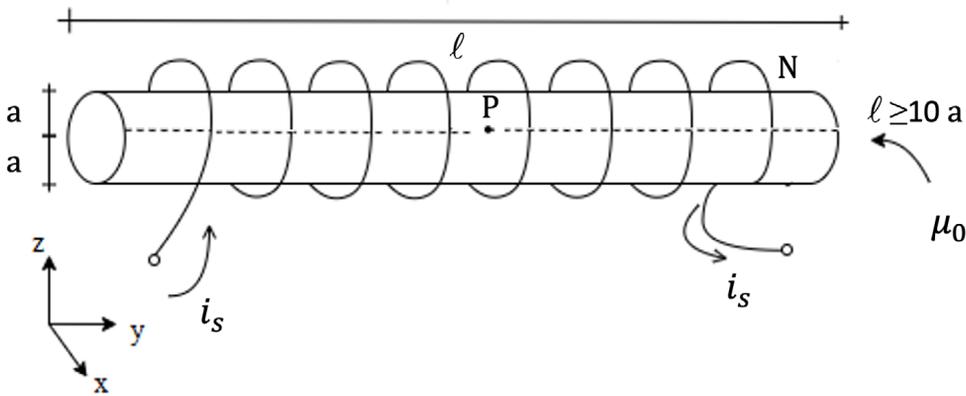


Figura 5.16. Solenoide largo en el que se evaluará el campo magnético que genera

Para determinar la dirección del vector, podemos emplear la “regla de la mano derecha”; es decir,

$$\vec{B}_p = B_p (-\hat{j})$$

Y para determinar la magnitud del vector campo magnético, nos apoyaremos en la ley de Ampere, para lo cual es necesario suponer una trayectoria cerrada. Para dar mayor claridad, hagamos un corte transversal del solenoide de la figura 5.16, como se indica en la siguiente figura, siendo N = número de vueltas del solenoide.

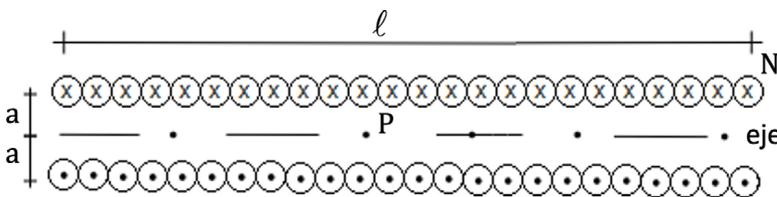


Figura 5.17. Corte transversal del solenoide largo de la figura 5.16

A continuación, supongamos una trayectoria cerrada de manera que pase por el punto P que es donde deseamos determinar el valor del campo magnético; en dicha trayectoria aplicaremos el operador circulación.

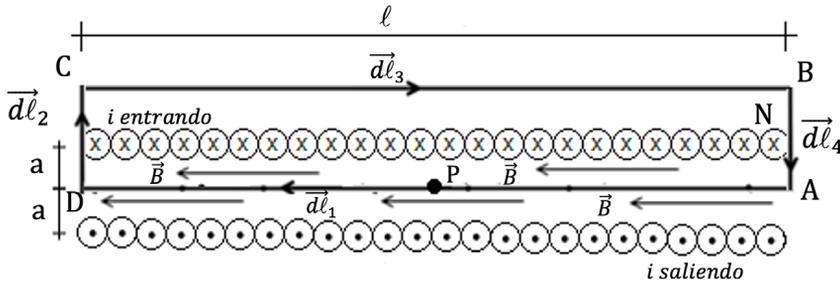


Figura 5.18. Trayectoria de línea cerrada para evaluar la ley de Ampere en un solenoide largo

Con base en la ley de Ampere, podemos escribir

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i_n$$

$$\int_A^B B dl_1 \cos \alpha_1 + \int_B^C B dl_2 \cos \alpha_2 + \int_C^D B dl_3 \cos \alpha_3 + \int_D^A B dl_4 \cos \alpha_4 = \mu_0 i_n$$

$$\alpha_1 = 0; \quad \cos \alpha_1 = 1$$

$$\alpha_2 = 90^\circ; \quad \cos \alpha_2 = 0$$

$$\alpha_3 = 180^\circ; \quad \cos \alpha_3 = -1$$

$$\alpha_4 = 270^\circ; \quad \cos \alpha_4 = 0$$

Adicionalmente, en la zona de afuera del solenoide $B \approx 0$, por lo que

$$\int_A^B B dl_1 + 0 + 0 + 0 = \mu_0 i_n$$

Se puede observar también que la corriente neta que queda dentro del área que forma la trayectoria cerrada es

$$i_n = Ni_s$$

entonces,

$$\int_A^B B d\ell_1 = \mu_0 Ni_s;$$

como $B = cte.$

$$B \int_A^B d\ell_1 = \mu_0 Ni_s;$$

Así, la magnitud del campo magnético en el punto P está dada por

$$B = \frac{\mu_0 Ni_s}{\ell}$$

Y con base en el sistema de referencia mostrado, el vector campo magnético en el punto P estaría dado por

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0 Ni_s}{\ell} (-\hat{j})$$

Es importante señalar que la expresión

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{\ell}$$

es válida para puntos que están sobre el eje del solenoide y en el tercio medio del mismo (donde el campo magnético es uniforme).

En la siguiente gráfica se muestra la magnitud del vector campo magnético para puntos que están sobre el eje del solenoide y se puede observar que en el tercio medio del mismo su valor es casi constante, ya que en esa zona, dicho vector es uniforme. También puede observarse que, justo en los puntos ubicados en los extremos, el valor es la mitad del campo magnético en el centro del solenoide.

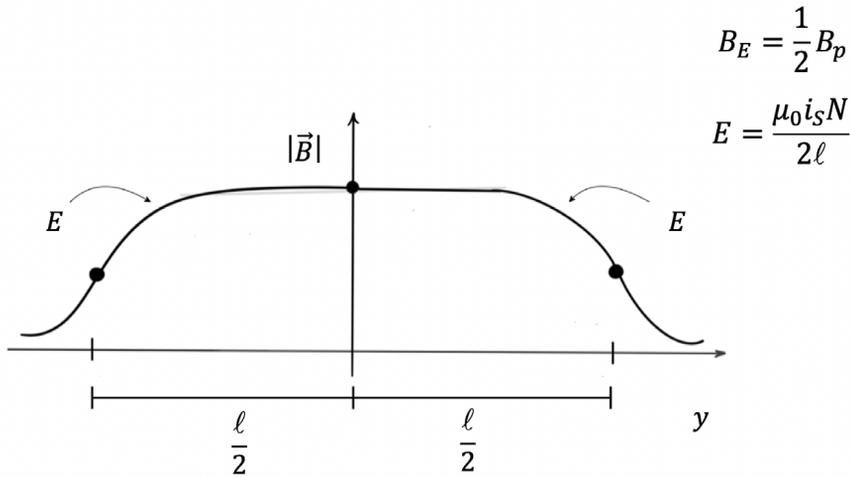


Figura 5.19. Magnitud del campo magnético en el eje de un solenoide largo

Flujo magnético

En forma análoga al vector de campo eléctrico, podemos establecer que, en el caso del campo magnético, su flujo está dado por la expresión

$$\Phi_b = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

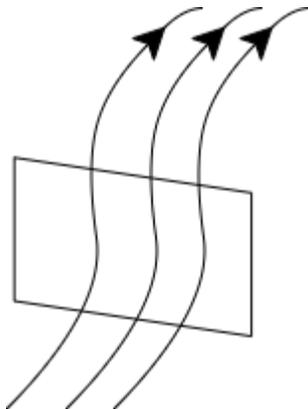


Figura 5.20. Superficie que es atravesada por líneas de un campo vectorial

De lo anterior, podemos establecer que el flujo magnético es una cantidad física escalar y sus unidades, en el SI, son

$$[\Phi_b] = \text{T} \cdot \text{m}^2 = \text{weber} = \text{Wb}$$

Supongamos un imán y algunas de sus líneas de campo magnético como se indica en la figura



Figura 5.21. Superficie cerrada en la que se evaluará el flujo magnético que la cruza

Si evaluamos el flujo magnético que cruza una superficie cerrada, independientemente de la forma que esta tenga, podemos asegurar que el mismo número de líneas de campo magnético que entran son las que salen (debido a que las líneas de campo magnético forman trayectorias cerradas). Si esto lo expresamos en forma matemática, podemos escribir

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

lo anterior se conoce como ley de Gauss en magnetismo y es importante recalcar que esto implica que no podemos tener un polo magnético aislado; es decir, en el caso del campo magnético la unidad mínima es el dipolo (magnético).

Inducción electromagnética. Ley de inducción de Faraday y el principio de Lenz

Partiendo del experimento de Oersted, en el cual una corriente eléctrica es capaz de producir un campo magnético, numerosos científicos se dieron a la tarea de buscar si era posible que ocurriera el caso contrario, es decir, tener un campo magnético el que produjera una corriente eléctrica.

Faraday dio respuesta a esta inquietud. A partir de diversos experimentos y numerosas observaciones, se dedujo que un flujo magnético variable en el tiempo es capaz de producir una diferencia de potencial inducida.

Supongamos un núcleo de un material con permeabilidad magnética con dos embobinados, como se muestra en la figura 5.22.

$$i = f(t)$$

$$\Phi_b = f(t)$$

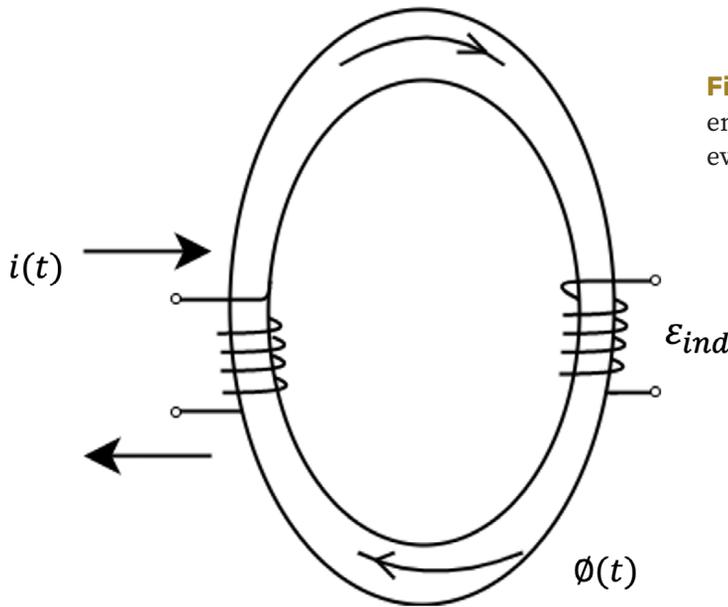


Figura 5.22. Par de embobinados para evaluar una fem inducida

Si por el embobinado de la izquierda hacemos circular una corriente que varíe en el tiempo, esta producirá un flujo magnético (variable también en el tiempo) a lo largo de la sección transversal del núcleo. Faraday demostró que, ante tal condición, en el embobinado de la derecha se tiene una diferencia de potencial inducida (ε_{ind}), por lo que podemos afirmar que

$$\varepsilon_{ind} \propto \frac{d}{dt} \Phi_b$$

Si el embobinado de la derecha tiene un número de vueltas N , entonces el efecto se multiplicará N veces, por lo que

$$|\varepsilon_{ind}| = \left| N \frac{d\Phi_b}{dt} \right|$$

Además, Faraday encontró que dicha diferencia de potencial inducida se presenta de manera que se oponga a la variación de flujo magnético que la produce; es decir,

$$\varepsilon_{ind} = -N \frac{d\Phi_b}{dt}$$

Lo anterior se conoce como ley de inducción de Faraday. Vale la pena enfatizar dos observaciones importantes asociadas a este fenómeno:

1. Si el flujo magnético es constante, entonces

$$\Phi_b = cte. \Rightarrow \frac{d\Phi_b}{dt} = 0 \Rightarrow \varepsilon_{ind} = 0$$

lo que implica que en este caso no habrá diferencia de potencial inducida, es decir, para que se presente una fem inducida no basta con la presencia de un flujo magnético, es necesario que este varíe con el tiempo.

2. Si en el embobinado de la derecha de la figura anterior tenemos una trayectoria cerrada, entonces, además de la diferencia de potencial inducida, se presentará una corriente eléctrica también inducida.

Con base en el principio de conservación de la energía, Lenz explicó el signo negativo de la expresión anterior a partir de algo que se conoce como principio de Lenz, el cual dice: “El sentido de la corriente inducida debe ser tal que se oponga, con su flujo, a la causa que la produce”.

Para dar mayor claridad, el principio de Lenz lo podemos explicar como sigue: supongamos un par de embobinados como se muestra en la figura 5.23a. Al cerrar el interruptor en el circuito de la izquierda, aumentará el flujo magnético en el núcleo. La corriente inducida en el embobinado de la derecha se presentará de manera que se opondrá a dicho aumento de flujo, por lo que la corriente inducida circulará en el resistor R del nodo A al B y esto implica que $V_A > V_B$; es decir, la diferencia de potencial V_{AB} será positiva.

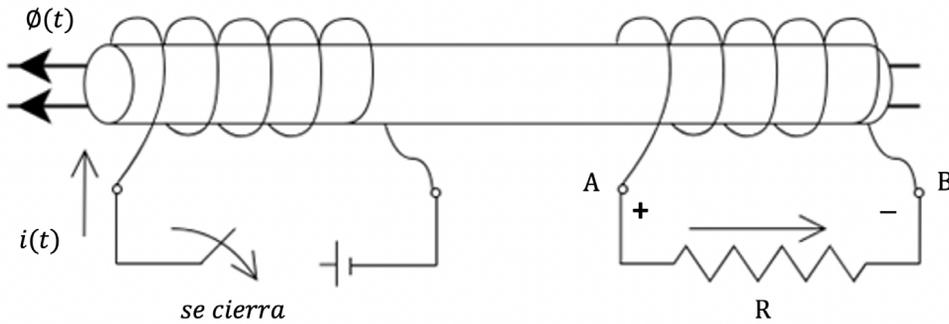


Figura 5.23a. Par de embobinados para explicar el principio de Lenz

Supongamos el arreglo anterior, pero ahora al abrir el interruptor del circuito de la izquierda, disminuirá el flujo magnético en el núcleo, véase la figura 5.23b. La corriente inducida en el embobinado de la derecha se presentará oponiéndose a dicha disminución (es decir, lo tratará de reforzar), por lo que circulará en el resistor R del nodo B al A y esto implica que $V_A < V_B$; es decir, la diferencia de potencial V_{AB} será negativa en este caso.

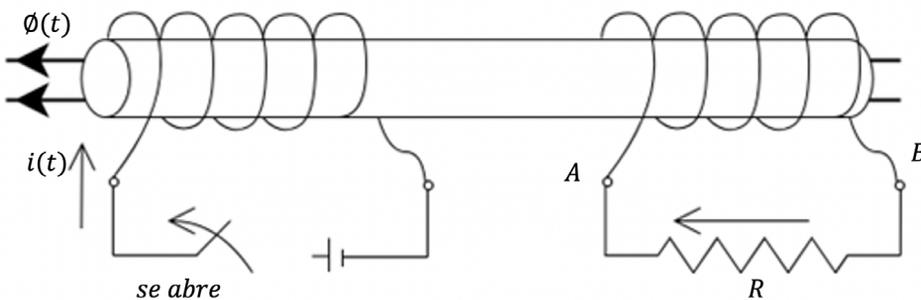


Figura 5.23b. Par de embobinados para explicar el principio de Lenz

Concepto de inductancia, inductancia de un solenoide largo, energía almacenada en un inductor

Supongamos un solenoide, de N vueltas, al cual se le aplica una corriente eléctrica; esto hará que en su núcleo se tenga un flujo magnético, como se indica en la figura 5.24.

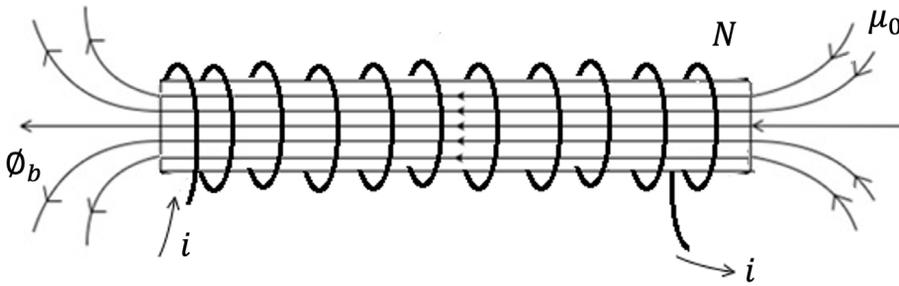


Figura 5.24. Solenoide con flujo magnético debido a una corriente eléctrica en él

Sabemos que el flujo magnético es proporcional a la corriente eléctrica

$$\Phi_b \propto i$$

Podemos multiplicar ambos miembros de la expresión anterior por el número de vueltas (N) y la relación se puede expresar como sigue

$$N\Phi_b \propto Ni$$

Para quitar la relación de proporcionalidad, podemos introducir una constante “ c ”; es decir

$$N\Phi_b = cNi$$

Obsérvese que el producto cN es otra constante, la que podemos denominar inductancia y representar con la letra L , entonces

$$N\Phi_b = Li$$

de donde la inductancia del dispositivo está dada por

$$L = \frac{N\Phi_b}{i}$$

En otras palabras, la inductancia es el flujo magnético que puede generar un dispositivo en cada unidad de corriente eléctrica aplicada. Al dispositivo o elemento eléctrico que tiene inductancia se le conoce como inductor y su símbolo es

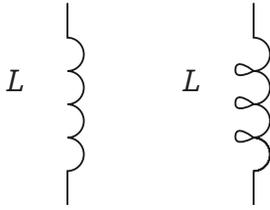


Figura 5.25. Símbolos del inductor

En analogía con la capacitancia y la resistencia, la inductancia depende de factores físicos y geométricos. En el SI, las unidades para medir la inductancia son

$$[L]_u = \left[\frac{N\Phi}{i} \right]_u = \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = \frac{\text{weber}}{\text{ampere}}$$

lo cual se conoce como $\frac{\text{Wb}}{\text{A}} = \text{henry} = \text{H}$

Con base en lo anterior, podemos determinar la inductancia de un solenoide largo, cuyo núcleo es de aire, como sigue

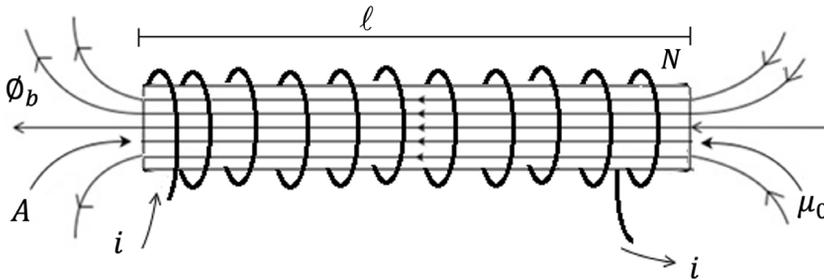


Figura 5.26. Solenoide largo en el que se determinará su inductancia

La magnitud del campo magnético es

$$B = \frac{\mu_0 i N}{\ell}$$

El flujo magnético en su núcleo está dado por

$$\Phi_b = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint |\vec{B}| |d\vec{s}| \cos \alpha;$$

$$\alpha = 0 ; \quad \cos \alpha = 1;$$

entonces,

$$\mathcal{O} = B \int ds = BA$$

por lo tanto, la inductancia del solenoide será:

$$L = \frac{N}{i} \mathcal{O}_b = \frac{N}{i} BA = \frac{N}{i} \frac{\mu_0 i N}{\ell} A$$

finalmente

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

En forma análoga a la permitividad eléctrica, podemos expresar la permeabilidad magnética de un inductor como sigue

$$\mu = k_m \mu_0$$

donde k_m es la permeabilidad magnética relativa y es una cantidad física adimensional

$$k_m = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$[k_m]_u = 1$$

Entonces, en términos generales, la inductancia de un solenoide largo está dada por

$$L = \frac{\mu N^2 A}{\ell} = \frac{k_m \mu_0 N^2 A}{\ell}$$

Por otra parte, si partimos del concepto de inductancia y retomamos la ley de Faraday, en un inductor tenemos que

$$L = \frac{N\mathcal{O}}{i};$$

$$N\mathcal{O} = Li;$$

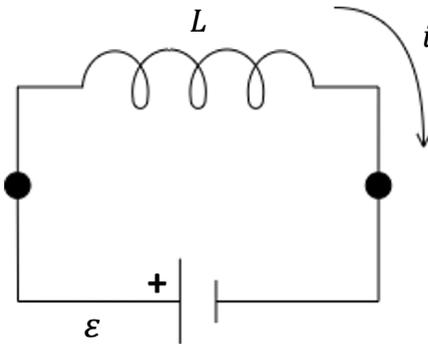
$$\frac{d}{dt} N\mathcal{O} = \frac{d}{dt} Li$$

$$-N \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt};$$

$$V_L = -L \frac{di}{dt}$$

La expresión anterior permite calcular la diferencia de potencial en un inductor en términos de la corriente que circula en él.

Calculemos ahora la energía que almacena un inductor. Supongamos una fuente de fuerza electromotriz que entrega energía a un inductor, como se muestra en el diagrama



$$|V_L| = L \frac{di}{dt}$$

$$V_L = \varepsilon$$

Figura 5.27. Inductor conectado a una fem

considerando que los efectos disipativos son despreciables; esto es, que la energía que entrega la fuente es la que recibe el inductor, tenemos que

$$U_\varepsilon = U_L$$

$$P = V_L i = L \frac{di}{dt} i$$

como

$$P = \frac{dU}{dt}$$

$$\frac{dU}{dt} = L \frac{di}{dt} i$$

$$dU = Lidi$$

$$U_L = \int dU = \int_0^I Li di = L \int_0^I i di$$

$$U_L = L \left[\frac{1}{2} i^2 \right]_0^I = L \left(\frac{1}{2} i^2 \right)$$

$$U_L = \frac{1}{2} LI^2$$

Conexiones sencillas en serie y en paralelo de inductores alejados entre sí, inductor equivalente

De la misma forma que en el caso de los capacitores y resistores, también podemos tener conexiones de inductores en serie y en paralelo.

Conexión de inductores en serie

Una conexión de inductores en serie es aquella en la que la corriente eléctrica es la misma en todos ellos. Supongamos una conexión de dos inductores en serie como se indica en la figura.

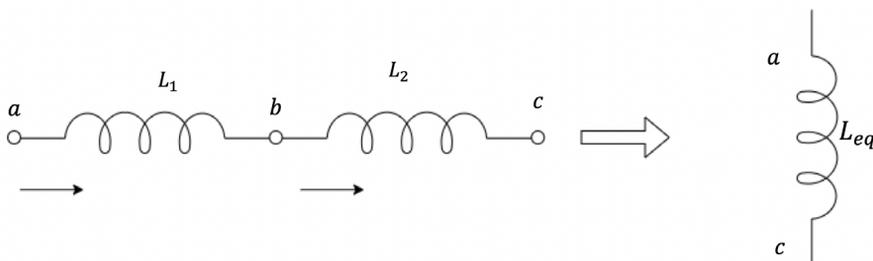


Figura 5.28. Conexión de dos inductores en serie y su inductor equivalente

Sabemos que en un inductor, la diferencia de potencial entre sus terminales está dada por

$$V_L = L \frac{di}{dt}$$

como los inductores están en serie

$$i_1 = i_2 = i$$

por otra parte,

$$V_{ac} = V_{ab} + V_{ba}$$

entonces,

$$V_{ab} = L_1 \frac{di_1}{dt} ;$$

$$V_{bc} = L_2 \frac{di_2}{dt}$$

$$V_{ac} = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt}$$

y como deseamos reducir el arreglo a un solo inductor equivalente

$$V_{ac} = L_{eq} \frac{di}{dt} \quad \rightarrow \quad (L_1 + L_2) \frac{di}{dt} = L_{eq} \frac{di}{dt}$$

por lo tanto,

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

La expresión anterior se puede generalizar; si tenemos “ n ” inductores en serie, entonces el inductor equivalente se puede determinar con la expresión

$$L_{eq} = \sum_{i=1}^n L_i$$

Es necesario señalar que la expresión anterior es válida si los inductores están lo suficientemente alejados entre sí para considerar que la inductancia mutua entre ellos es nula o despreciable.

Conexión de inductores en paralelo

Una conexión de inductores en paralelo es aquella en la que la diferencia de potencial es la misma en todos sus elementos. Supongamos dos inductores conectados en paralelo, como se muestra en la figura

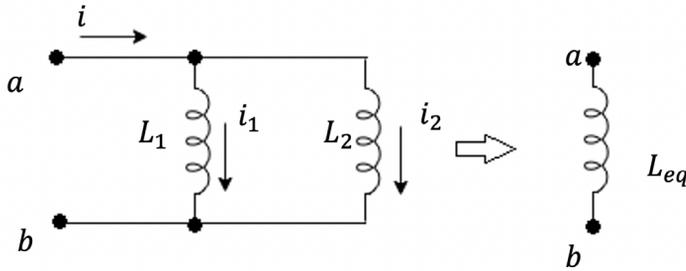


Figura 5.29. Conexión de dos inductores en paralelo y su inductor equivalente

Sabemos que la diferencia de potencial en ambos inductores es la misma

$$V_{L_1} = V_{L_2} = V_{ab}$$

por otra parte,

$$i = i_1 + i_2$$

Entonces,

$$V_{L_1} = L_1 \frac{di_1}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{di_1}{dt} = \frac{V_{L_1}}{L_1}$$

$$V_{L_2} = L_2 \frac{di_2}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{di_2}{dt} = \frac{V_{L_2}}{L_2}$$

en el caso del inductor equivalente, se tiene que

$$V_{ab} = L_{eq} \frac{di}{dt} \quad \text{de donde se puede despejar} \quad \frac{di}{dt} = \frac{V_{ab}}{L_{eq}}$$

dado que

$$i = i_1 + i_2$$

podemos escribir

$$\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt}$$

igualando términos, tenemos que:

$$\frac{V_{ab}}{L_{eq}} = \frac{V_{L_1}}{L_1} + \frac{V_{L_2}}{L_2}$$

como la diferencia de potencial en cada uno de los inductores es la misma

$$V_{ab} = V_{L_1} = V_{L_2}$$

se deduce que

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

La expresión anterior se puede generalizar; si tenemos “ n ” inductores en paralelo, alejados entre sí, entonces el inductor equivalente se puede determinar con la expresión

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$

Al igual que el caso de los inductores en serie, la expresión anterior es válida si los inductores están lo suficientemente alejados entre sí para considerar que la inductancia mutua entre ellos es nula o despreciable.

TEMA 6

CIRCUITOS ELÉCTRICOS EN CORRIENTE ALTERNA

En el tema anterior se analizaron las principales leyes y teoremas asociados a los circuitos en corriente continua. Los sistemas de generación, transporte y distribución de energía eléctrica utilizan corriente alterna, ya que tiene múltiples ventajas. En este apartado conoceremos una introducción al estudio de este tipo de circuitos que resultan de primordial importancia en la ingeniería.

Diferencia de potencial y corriente eléctrica alternos sinusoidales monofásicos

Supongamos una diferencia de potencial alterna en forma sinusoidal¹ como la que se muestra en la figura 6.1.

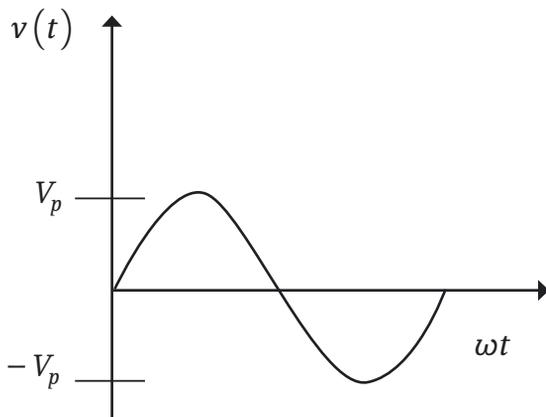


Figura 6.1. Señal de diferencia de potencial sinusoidal

Expresada en forma matemática, tenemos

$$v(t) = V_p \text{ sen } \omega t \text{ [V]}$$

¹ Llamada también senoide o senoide.

donde

$$\omega = 2\pi f$$

V_p = amplitud (llamado también “voltaje pico”)

$\omega = 2\pi f$ = frecuencia angular

f = frecuencia (unitaria)

Si la diferencia de potencial de una fuente es alterna, como la de la gráfica anterior, entonces su símbolo es

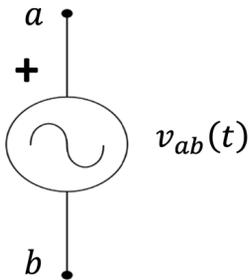


Figura 6.2. Símbolo de una fuente de diferencia de potencial sinusoidal

Supongamos ahora un circuito eléctrico en el que se conecta la fuente alterna anterior a un resistor

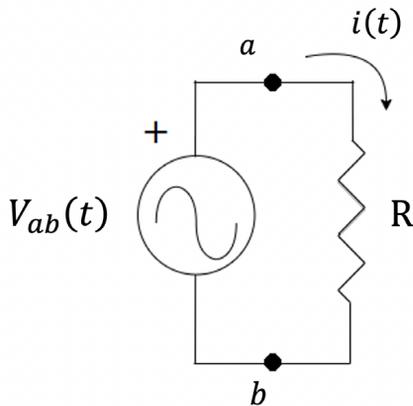


Figura 6.3. Circuito de un resistor conectado a una fem sinusoidal

A partir de la ecuación de Ohm podemos escribir

$$v(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R}$$

$$i(t) = \frac{V_p \text{ sen}(\omega t)}{R}$$

en este caso, la corriente eléctrica que circula en el resistor estaría dada por

$$i(t) = I_p \operatorname{sen}(\omega t) \text{ [A]}$$

donde

I_p = amplitud (llamada también “corriente pico”)

Es importante observar que, tanto en la señal de diferencia de potencial como de corriente eléctrica, la frecuencia se mantiene constante.

$$v(t) = V_p \operatorname{sen}(\omega t) \text{ [V]}$$

$$i(t) = I_p \operatorname{sen}(\omega t) \text{ [A]}$$

Valores promedio, medio y eficaz de corriente eléctrica y de diferencia de potencial alternos

Supongamos una señal de diferencia de potencial (o voltaje) y una de corriente eléctrica alternas sinusoidales, como se indica a continuación.

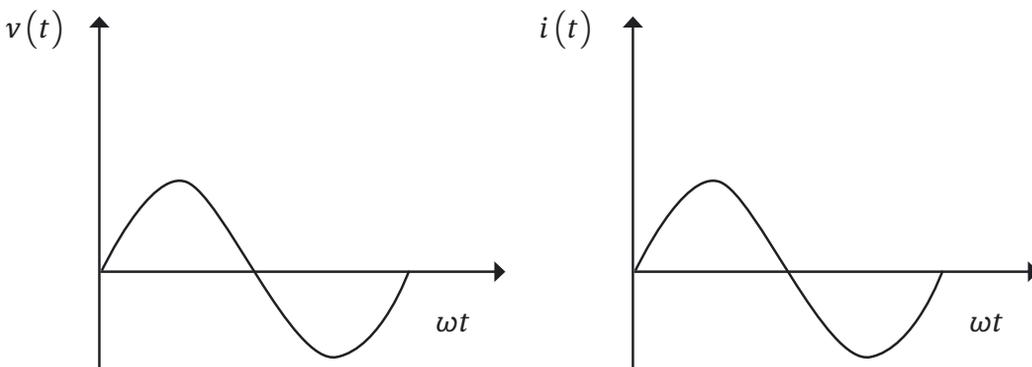


Figura 6.4. Señales de diferencia de potencial y de corriente eléctrica sinusoidales

Resulta muy útil comprender lo que se conoce como valores promedio, medio y eficaz para ambos casos, por lo que a continuación los analizaremos.

Valor promedio

El valor promedio de una señal es el área que se forma entre dicha señal y el eje de las abscisas (conocida también como área bajo la curva) en un ciclo y dividiéndolo entre su periodo; es decir,

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

donde T es el periodo de la señal.

Entonces, si este concepto lo aplicamos a una señal de diferencia de potencial o corriente eléctrica, tenemos que, para un periodo:

$$V_{prom} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T V_p \sin(\omega t) dt$$

$$I_{prom} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_p \sin(\omega t) dt$$

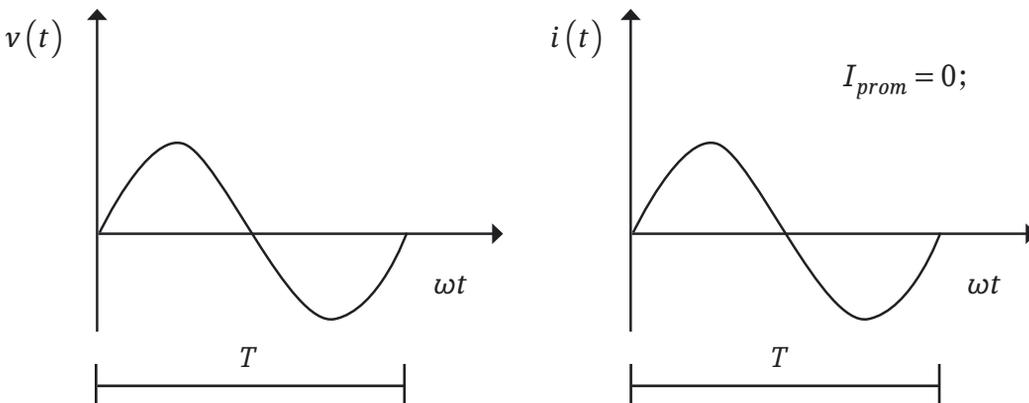


Figura 6.5. Periodo de las señales de diferencia de potencial y de corriente eléctrica sinusoidales

Aparentemente, lo anterior no tiene mucha utilidad; sin embargo, en el cálculo de los valores medios y eficaces veremos qué utilidad tiene evaluar el promedio de una señal.

Valor medio

En las funciones sinusoidales, el valor medio equivale a la altura de un rectángulo que tenga la misma base y la misma superficie que la semionda correspondiente; entonces, si tenemos una señal eléctrica de diferencia de potencial o de corriente, tenemos que:

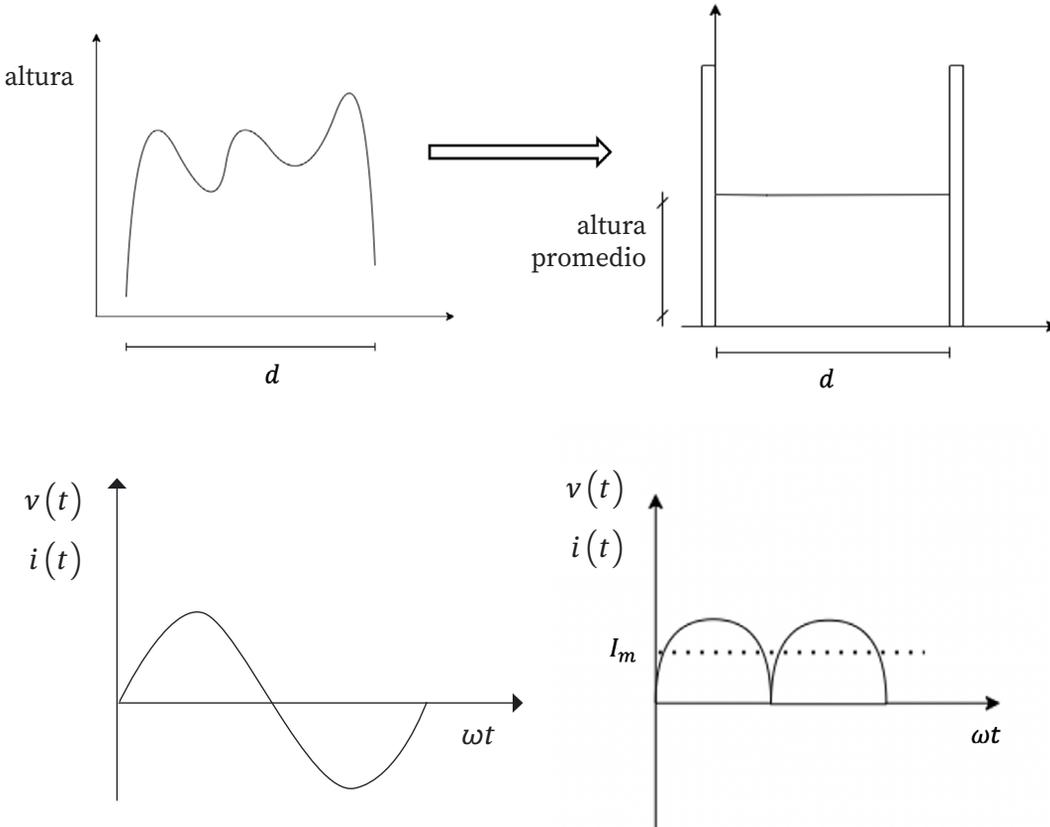
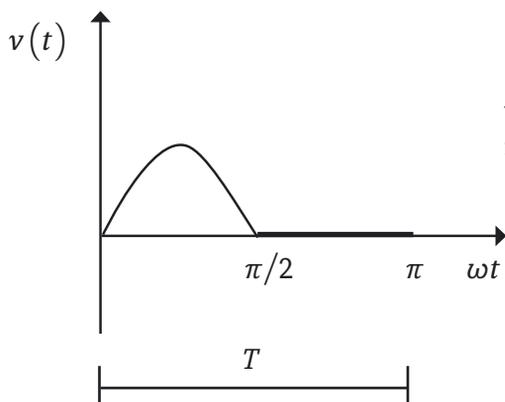


Figura 6.6. Valor medio de una señal sinusoidal de diferencia de potencial o de corriente eléctrica

Como puede observarse por inspección, si evaluamos directamente el valor promedio de la señal en un periodo, el resultado sería cero; por ello, lo conveniente es evaluar el promedio de cada semiciclo y luego sumar ambos resultados para obtener el valor medio de la señal que andamos buscando.

Supongamos entonces una señal de diferencia de potencial sinusoidal alterna y determinemos entonces el valor medio del primer semiciclo; a este valor lo llamaremos valor medio rectificado (v.m.r.).



$$\text{valor medio rectificado} \begin{cases} V_p \operatorname{sen}(\omega t) & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} T \\ 0 & \frac{1}{2} T \leq t \leq T \end{cases}$$

Figura 6.7. Valor medio rectificado de una señal sinusoidal de diferencia de potencial

Sea $\alpha = \omega t$;

entonces el valor medio rectificado se puede obtener como sigue:

$$\begin{aligned} V_{mr} &= \frac{1}{T} \left[\int_0^{T/2} V_p \operatorname{sen}(\alpha) d\alpha + \int_{T/2}^T (0) d\alpha \right] \\ &= \frac{V_p}{T} \int_0^{T/2} \operatorname{sen}(\alpha) d\alpha = \frac{V_p}{T} \left[-\cos(\alpha) \right]_0^{T/2} \\ &= \frac{V_p}{T} \left[-\cos \frac{T}{2} + \cos(0) \right]; \end{aligned}$$

$$T = 2\pi$$

$$= \frac{V_p}{2\pi} \left[-(-1) + (1) \right] = \frac{V_p}{\pi}$$

entonces,

$$V_m = 2V_{mr} = 2 \left(\frac{V_p}{\pi} \right) = 0.6366 V_p$$

En forma análoga, para la corriente eléctrica tendríamos

$$I_m = 0.6366 I_p$$

Valor eficaz

Para entender a qué se refiere este término, supongamos un circuito en corriente alterna (circuito 1) y uno de corriente continua (circuito 2) en el que el resistor conectado a dichas fuentes es el mismo. En ambos circuitos, el resistor disipa la energía que le entrega la fuente correspondiente.

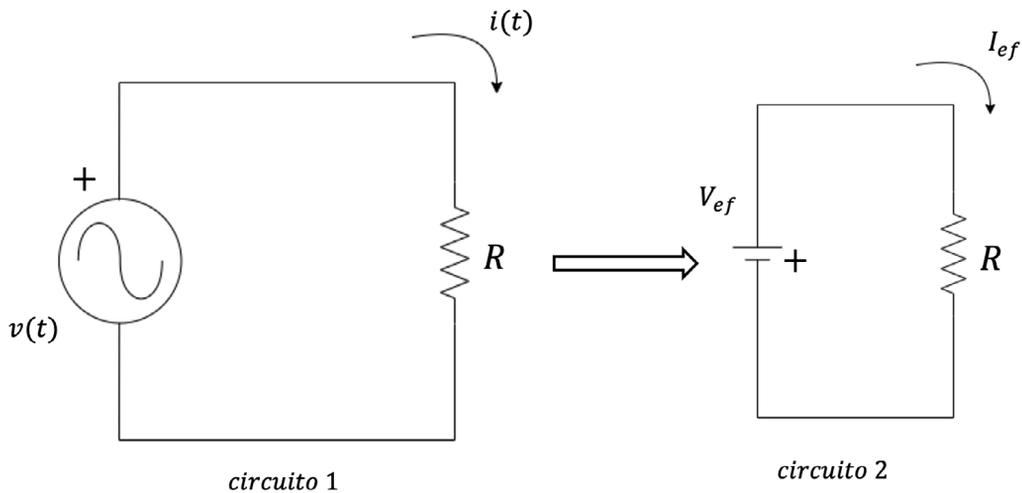


Figura 6.8. Circuitos equivalentes respecto a la potencia disipada por el resistor R

Partiendo del hecho de que en ambos casos la potencia disipada por el resistor R es la misma, podemos considerar que los valores constantes de diferencia de potencial y de corriente eléctrica del circuito 2 se les denominan valores eficaces y tienen una relación con los valores de diferencia de potencial y corriente alternas del circuito 1.

Es decir, a partir de los valores del circuito de señales alternas podemos determinar sus correspondientes valores eficaces como sigue:

La potencia instantánea que disipa el resistor R del circuito 1 está dada por

$$p(t) = v(t)i(t)$$

Con base en la relación de Ohm, podemos escribir

$$p(t) = R[i(t)]^2$$

o bien

$$p = Ri^2$$

entonces, con base en lo revisado al inicio de este subtema, la potencia promedio se puede calcular como

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2 dt \quad (6.1)$$

por otra parte, la potencia promedio que disipa el resistor R del circuito 2 está dada por

$$P = V_{ef} I_{ef}$$

y con base en la relación de Ohm, tenemos

$$P = RI_{ef}^2 \quad (6.2)$$

Igualando (6.1) con (6.2)

$$RI_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2 dt$$

de donde

$$I_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt;$$

$$i(t) = I_p \cos(\omega t)$$

$$I_{ef}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I_p^2 \cos^2(\omega t) dt = \frac{I_p^2}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t) dt$$

con base en la identidad trigonométrica

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$$

podemos escribir

$$I_{ef}^2 = \frac{I_P^2}{T} \left[\int_0^T \frac{1}{2} dt + \int_0^T \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right]$$

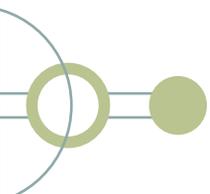
$$I_{ef}^2 = \frac{I_P^2}{T} \left[\frac{1}{2} T - 0 \right] = \frac{I_P^2}{2}$$

entonces,

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{I_P^2}{2}} = \frac{I_P}{\sqrt{2}}$$

si procedemos en forma análoga, para la diferencia de potencial tendríamos

$$V_{ef} = \frac{V_P}{\sqrt{2}}$$



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GIANCOLI, Douglas C. *Física para ciencias e ingeniería*. 4^a. ed. México: Pearson Educación, 2008.

CENGEL, Yunes A., BOLES, Michael A. *Termodinámica*. 7^a. ed. México: McGraw Hill, 2012.

HALLIDAY & RESNICK, WALKER, J. *Fundamentos de Física*. 3^a. ed. México: CECSA, 2001.

SEARS, Francis W., ZEMANSKY, Mark W., YOUNG, Hugh D. y FREEDMAN, Roger A. *Física Universitaria*. 11^a. ed. México: Pearson Educación, 2014.

GONZÁLEZ OROPEZA, R., NÚÑEZ OROZCO, F. *Apuntes de Principios de Energética*. México: Facultad de Ingeniería. UNAM, 1985.

HALLIDAY & RESNICK. *Física. Parte II*. 12^a. Impresión. México: CECSA, 1979.

JARAMILLO MORALES, G. A., ALVARADO CASTELLANOS, A. A. *Electricidad y Magnetismo*. México: Trillas, 2016.



UNIDAD DE APOYO EDITORIAL

*Apuntes de fundamentos de termodinámica
y electromagnetismo*

Se publicó la primera edición electrónica de un ejemplar (14 MB) en formato PDF en octubre de 2025, en el repositorio de la Facultad de Ingeniería, UNAM, Ciudad Universitaria, Ciudad de México. C.P. 04510

El diseño estuvo a cargo de la Unidad de Apoyo Editorial de la Facultad de Ingeniería. Las familias tipográficas utilizadas fueron Source Serif Pro, Sienna Math Pro y Rubik para títulos.