



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Banco de pruebas para medición de
coeficiente de arrastre de vehículos
a escala**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Mecánico

P R E S E N T A

Jesús Isaac Grijalva Caracheo

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Gabriel Ascanio Gasca



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2025

Índice

Agradecimientos	- 3 -
Nomenclatura	- 4 -
Resumen.....	- 5 -
1. Introducción.....	- 6 -
1.1 Antecedentes	- 6 -
1.2 Estado del arte	- 7 -
1.3 Marco teórico	- 9 -
2. Objetivos.....	- 13 -
3. Metodología	- 13 -
3.1 Montaje experimental.....	- 13 -
3.2 Vehículos analizados	- 15 -
3.3 Caracterización del resorte	- 15 -
3.4 Condiciones experimentales	- 17 -
4. Resultados	- 19 -
4.1 Placa cuadrada	- 20 -
4.2 Vehículos analizados	- 21 -
Conclusiones y recomendaciones	- 25 -
Referencias	- 27 -
Anexos Tablas, imágenes y gráficas	- 29 -

Agradecimientos

A mis padres, quienes me enseñaron que el camino hacia las metas no siempre es fácil, pero que vale la pena levantarse día tras día y luchar por lo que uno desea.

A Karyme, mi motivación, mi soporte, mi guía y mi compañera de desvelos, quien iluminó mi camino en los momentos de incertidumbre y me dio el último empujón para llegar hasta donde estoy hoy.

A mis hermanas, por su cariño incondicional y por estar siempre dispuestas a escucharme y brindarme su apoyo en todo momento.

A mis abuelos, porque hacerlos sentir orgullosos, donde sea que estén, fue una motivación.

Al ICAT, al doctor Gabriel Ascanio Gasca, al ingeniero Jonathan Arenas Aguirre, al maestro Eduardo Bernal y al laboratorio de Metrología de Precisión a cargo del doctor Sergio Padilla Olvera, quienes me brindaron su apoyo, sus conocimientos y las herramientas necesarias para recorrer este camino, siempre confiando en mis capacidades.

Al doctor Rafael Chávez, por su generoso apoyo en la realización de las mediciones dentro del Laboratorio de Termofluidos de la Facultad de Ingeniería, lo que fue fundamental para el desarrollo de este estudio.

Y a la Facultad de Ingeniería, por haberme formado rodeado de profesionales comprometidos con lo que hacen, quienes me inspiraron a seguir adelante en este camino.

Nomenclatura

a	aceleración	$\frac{m}{s^2}$
A_P	Área promedio calculada para el auto a escala	cm^2
A_T	Área total de la placa del auto a escala	cm^2
C_D	Coeficiente de arrastre	-
C_s	Velocidad de corte	$\frac{ft}{min}$
D	Diámetro del cortador	in
F	Fuerza	N
F_D	Fuerza de arrastre	N
k	Constante elástica del resorte	N/m
m	Masa	kg
M_{N_2}	Masa molar del nitrógeno	$gmol$
M_{O_2}	Masa molar del oxígeno	$gmol$
μ	Viscosidad dinámica	$\frac{kg}{m \cdot s}$
M_{Total}	Masa molar total del compuesto	$g.mol$
N	Número de revoluciones por minuto del cortador	rpm
L	Longitud	m
Re	Número de Reynolds	-
ρ	Densidad	$\frac{kg}{m^3}$
ρ_{CDMX}	Densidad de la ciudad de México	$\frac{kg}{m^3}$
U	Velocidad de un fluido	$\frac{m}{s}$
V	Velocidad del móvil o del viento	$\frac{m}{s}$

Resumen

Se llevó a cabo el diseño y construcción de un banco de pruebas para medir coeficientes de arrastre de vehículos a escala, partiendo de diseños ya existentes, con la intención de innovar y mejorar los resultados obtenidos. Se realizó el diseño y manufactura del banco de pruebas, utilizando materiales e instrumentos que permitieran un buen desempeño, dando un bajo coeficiente de fricción. Se utilizó un resorte como medidor de fuerza y rodamientos con guías para permitir el movimiento del vehículo. Se utilizaron 4 vehículos a escala 1:24 y se llevaron a cabo 7 pruebas de arrastre para cada vehículo, arrojando valores cercanos al valor de arrastre de un vehículo con escala real, siendo el vehículo Jeep CJ7 *Renegade* el más cercano a su homónimo a escala. Para aproximar el área frontal de los vehículos a escala utilizados se empleó el software *ImageJ*. Este trabajo permitió desarrollar un método para estimar los coeficientes de arrastre en vehículos a escala. Se hace mención en el trabajo a las bondades del método propuesto, sus limitantes y el trabajo a futuro para mejorarlo.

1. Introducción

1.1 Antecedentes

El análisis del comportamiento de los cuerpos tridimensionales dentro de diferentes fluidos es uno de los temas más abordados dentro de la ingeniería, esto debido a que, gracias a ellos, podemos obtener soluciones a problemáticas que nos rodean día a día, puesto que, aunque no lo parezca, el humano está siempre inmerso dentro de un fluido: el aire.

Debido al cambio climático y a la creciente demanda de vehículos, la innovación en la industria automotriz tiene como uno de sus objetivos principales el mejorar el desempeño de los vehículos en cuestiones de desplazamiento y consumo, en muchos casos se llevan a cabo modificaciones al motor para mejorar su consumo, el uso de materiales más ligeros para disminuir su peso general o el uso de nuevas tecnologías que permitan un desplazamiento híbrido como lo son los vehículos eléctricos enchufables o por baterías; sea cual sea el caso antes mencionado, el desempeño de un vehículo depende de un factor muy importante llamado coeficiente de arrastre.

La obtención de los coeficientes de arrastre de diferentes formas, cuerpos y vehículos, comúnmente se realiza con el uso de un túnel de viento y algún sistema de medición de la fuerza de arrastre; sin embargo, en el caso de los vehículos, llega a ser extremadamente costoso el tener que realizar un modelo a tamaño real y conseguir los insumos necesarios para llevar a cabo las pruebas.

De ahí surge la opción de realizar modelos a escala y generar medidores de fuerza de arrastre con mayor exactitud, disminuyendo el costo de los insumos y lo que el diseño de un auto a escala 1:1 supondría.

La comunidad científica alrededor del mundo ha llevado a cabo, a lo largo de los años, diferentes bancos de prueba para obtener coeficientes de arrastre de vehículos a escala, utilizando diferentes técnicas y encontrando diferentes problemas en su desarrollo, así como nuevas propuestas para la industria automotriz.

Este trabajo tiene como principal motivo el analizar y comprender el modelo de un banco de pruebas ya realizado como es el de William S. Janna y David Schmidt, replicarlo y aplicar nuevas técnicas de medición, manufactura y diseño a su proceso de desarrollo y de obtención de resultados, probar con diferentes vehículos a escala y comparar los resultados obtenidos con los valores de arrastre de sus homónimos a escala real y corroborar la fiabilidad de las modificaciones.

De igual manera, este trabajo busca formar parte de la innovación en la medición de coeficientes de arrastre en vehículos a escala, llegando a valores similares a los reales sin la necesidad de generar modelos a través de software 3D ni software de simulación de fluidos. Se busca que el trabajo funcione como inspiración para futuros estudiantes que buscan adentrarse en la mecánica de fluidos y los cuerpos a escala y, además, que pueda dar pauta a mejorar el trabajo en conjunto entre diseñadores de vehículos, estudiantes y asociaciones.

A continuación, se presenta la información que sustenta el motivo de la realización de este trabajo de investigación, desde las problemáticas con las que se encuentra la industria automotriz al buscar generar un nuevo perfil o diseño de un vehículo, hasta las propiedades físicas de los materiales, que nos ayudan a generar herramientas para solucionar las problemáticas que tenemos en nuestro mundo como estudiantes de ingeniería y de la comunidad científica.

1.2 Estado del arte

La medición de coeficientes de arrastre en vehículos a escala es una actividad que puede despertar la curiosidad de alumnos que comienzan a adentrarse en el mundo de la mecánica de fluidos, ya que en las prácticas comunes se trabajan con modelos de cuerpos muy aerodinámicos o romos, sin embargo, nunca se llega a concretar con algo que está más apegado a la realidad.

La curiosidad de hacer pruebas con vehículos a escala, ya sean de vehículos terrestres o aéreos, ha llevado a diferentes estudiantes a hacer investigaciones y desarrollar nuevos métodos para medir los coeficientes de arrastre, todos dependiendo sus necesidades y las herramientas con las que cuentan.

Para medir coeficientes de arrastre de vehículos a escala, existen varias fuentes que proponen diferentes maneras de obtener valores bastante cercanos a la realidad, sin embargo, solo algunos llevaron a cabo procesos similares a los de este estudio (William y Schmidth, 2014; Umur et al., 2015; Pikula et al., 2008). Uno de ellos fue el que inspiró y dio la pauta para la creación de este trabajo.

Las investigaciones previas que permitieron la culminación de este trabajo se dividen de la siguiente manera:

- Generación de bancos de pruebas para medición de coeficientes de arrastre de vehículos a escala.
- Medición de coeficiente de arrastre de diferentes vehículos utilizando diferente software.

Partiendo del primer rubro, se encontró el estudio que dio la idea para llevar a cabo el actual trabajo. De la autora William S. Janna y acompañada de David Schmidt, se presenta el trabajo *Fluid Mechanics Laboratory Experiment Measurement of Drag on Model Vehicles* [1]. El trabajo realizado en la Universidad de Memphis, Tennessee, presenta un banco de pruebas para obtener el coeficiente de arrastre de vehículos a escala utilizando un túnel de viento, poleas, un cable y un resorte escalado como se puede observar en la Figura 1. En el artículo se apoyan del uso del software ImageJ para aproximar las áreas de los vehículos a escala y de manómetros para medir la presión en diferentes puntos del túnel de viento. Finalmente, a través de la ecuación de Bernoulli se calcula la velocidad del aire dentro túnel de viento.

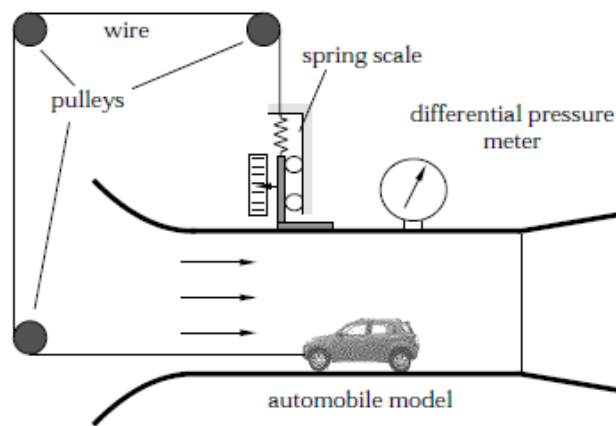


Figura 1. Esquema del banco de pruebas de Williams y Schmidt (2014).

Dentro de los rubros que se vieron como posibilidad de mejora en este estudio está la creación de un modelo que no necesite participación de agentes externos al túnel de viento, como lo es la polea y el cable, por los cuales se puede llegar a dar un error en la medición. De igual manera, el uso de la ecuación de Bernoulli para obtener la velocidad es útil, pero es más conveniente hacer uso de un elemento de medición directa como lo es un anemómetro.

En el trabajo reportado por Boran Pikula y colaboradores (2008) se propone un modelo que consta de una placa de vidrio sobre la cual va montado el vehículo a estudiar, como se observa en la Figura 2. Detrás del vehículo hay una palanca de acero que empuja unos medidores de deformación que van conectados a un amplificador digital con un rango de medición de $\pm 3 \text{ mV/V}$, es decir, al ser un amplificador de señal, por cada 3 mV que detecte el sensor, se entregará 1 V a la salida. Igualmente, el amplificador cuenta con un rango de exactitud de 0.05 % y un rango máximo de medición de 9600 Hz.

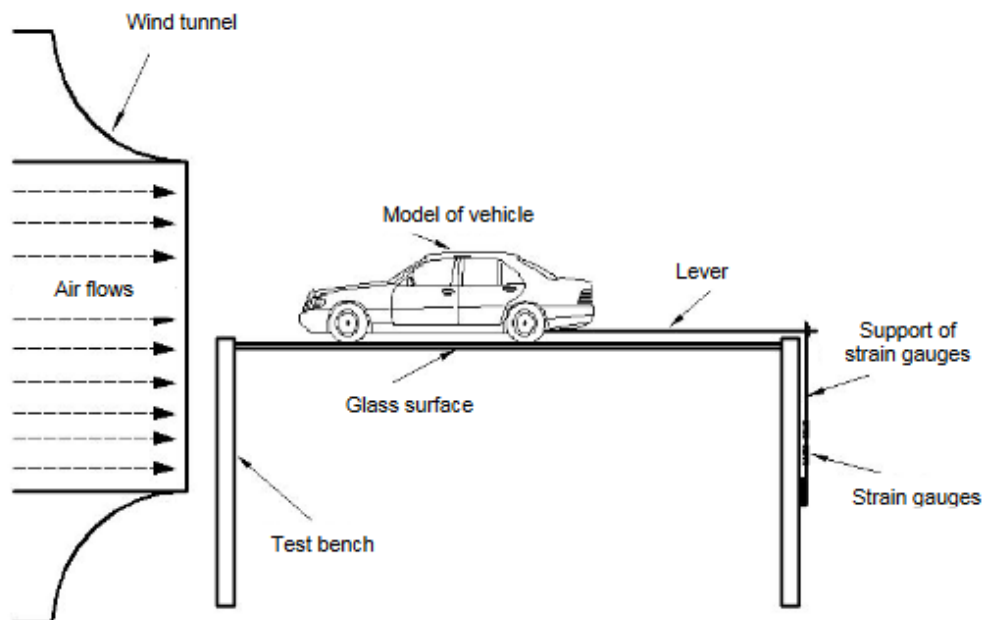


Figura 2. Esquema del banco de pruebas de Pikula y Mešić (2008).

Este trabajo implica que el vehículo haga presión sobre los sensores conforme el modelo es movido por el aire y que la presión sea interpretada a través de voltaje. Una de las limitantes para nuestro caso de estudio es la incorporación de sensores de presión y de un amplificador; sin embargo, los resultados del coeficiente de arrastre son muy similares entre el modelo a escala y su homónimo a escala real.

En el año 2015 en Turquía, Kutukceken et al [3] llevaron a cabo un estudio del coeficiente de arrastre de un vehículo a escala 1:5 de manera teórica a través del uso de software CFD y de manera práctica realizando 154 orificios en el vehículo y colocando pequeñas tiras de papel en cada orificio para poder observar el perfil de velocidades. La medición de arrastre se llevó a cabo de la misma manera que en la investigación de Boran Pikula y Elmedin Mešić [2], usando medidores de deformación, pero a una escala mucho mayor.

Este estudio cuenta con un análisis de presiones y velocidades usando software CFD, lo cual permite una mejor comprensión de los perfiles de presión y velocidad en el vehículo. El uso de este tipo de software es muy útil, sin embargo, para darle uso en un caso de estudio como este, es necesario generar un modelo del vehículo con el que se va a trabajar, contando con las dimensiones lo más exactas posibles para evitar malas mediciones. De igual manera, la escala del vehículo puede llegar a ser muy grande como para utilizar túneles de viento escolares.

Finalmente, en el año 2016, Bayındırlı et al [4] realizaron un trabajo que tiene como objetivo la determinación del coeficiente de arrastre de un tráiler de carga a escala 1:32 utilizando un túnel de viento y 6 celdas de carga que permiten trabajar en un rango de hasta ± 32 N en los ejes paralelos del vehículo y ± 100 N en el eje perpendicular al vehículo. Este trabajo, además, se apoya de un análisis CFD para prever los resultados y simular el comportamiento del fluido cuando el vehículo se encuentra con remolque y sin él.

El artículo, a pesar de tener una exactitud bastante alta y de obtener resultados correctos, es un poco ambiguo en la forma de explicar el diseño del banco de pruebas. De igual manera, las celdas de carga con las que se trabajó no se contemplaron dentro del diseño del banco de pruebas para nuestra investigación debido a su alto costo, teniendo en cuenta que se busca generar un diseño accesible y con una alta fiabilidad.

1.3 Marco teórico

Arrastre y sustentación

Para llevar a cabo la medición del coeficiente de arrastre de nuestro banco de pruebas es necesario comprender, de inicio, qué es el arrastre y cómo actúa en un cuerpo de tres dimensiones.

En nuestra vida diaria nos encontramos inmersos en diferentes fluidos, en este caso, el de importancia para nuestro estudio es el aire y como cuerpo el modelo de un vehículo a escala.

La aerodinámica de los cuerpos tridimensionales, al ser colocada ante el flujo de cualquier fluido, tienden a tener dos tipos de respuesta que afectan su comportamiento en el campo en el que están inmersos: el arrastre y la sustentación. Ambas respuestas dependen de la geometría del cuerpo y de su posición ante las líneas de flujo.

De manera perpendicular al flujo del fluido se encuentra la fuerza de sustentación, la cual es muy utilizada en los estudios aerodinámicos de perfiles de ala de aviones, avionetas y todo tipo de vehículos aéreos. Este tipo de fuerza ayuda a permitir la elevación de las aeronaves al encontrarse contra las componentes de presión y de fuerza de corte en dirección normal o perpendicular al flujo ejercidas por el fluido en movimiento.

De manera paralela al flujo del fluido en movimiento, se encuentra la fuerza de arrastre, la cual, de la misma manera que la sustentación, tiene componentes de presión y de fuerzas cortantes, pero en la misma dirección que el fluido. Para comprender de mejor manera el arrastre, se puede ejemplificar de manera sencilla con un vehículo en movimiento. El vehículo tiene un área que será la zona de primer contacto con el viento al avanzar. Entre mayor sea el área frontal, mayor es la resistencia que se encuentra al moverse dentro del fluido, pues se debe de desplazar una mayor cantidad de aire (White, 2011).

El arrastre de los cuerpos se mide a través de un coeficiente, el cual va de 0 a 1, siendo cero el valor nulo de arrastre y 1 un valor alto de arrastre. Sin embargo, se pueden encontrar cuerpos con valores de arrastre más altos a 1, como lo es una placa cuadrada con un espesor significativo o cilindros de cara plana.

Las ecuaciones para obtener los coeficientes de arrastre y de sustentación, son muy similares, solo cambiando las fuerzas en su respectivo lugar y el área. En el caso del coeficiente de arrastre, el área significativa es el área frontal o superficie proyectada en dirección del flujo del fluido. Por otro lado, para el coeficiente de sustentación, el área relevante es la orientada de manera perpendicular al flujo del fluido y que genera una diferencia de presión entre dos lados del cuerpo.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad (E.1)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \quad (E.2)$$

donde:

C_L y C_D = Coeficiente de sustentación y arrastre, respectivamente.

F_L , F_D = Fuerza de sustentación y arrastre, respectivamente.

A = Área perpendicular o frontal, respectivamente.

ρ = Densidad del fluido.

V = Velocidad del fluido.

En ambas ecuaciones, el conjunto $\frac{1}{2}\rho V^2$ indica la presión dinámica.

Cálculo adimensional de ecuación de fuerza por teorema de Pi de Buckingham.

Al llevar a cabo experimentación con variación en la escala es importante escalar correctamente los resultados, pues un error puede generar datos incorrectos y necesitar repetir un experimento que, en algunos casos, tomará tiempo o incluso dinero.

Para poder cumplir con una correcta escalación de resultados se puede hacer uso del análisis dimensional, el cual, a través de la generación de parámetros adimensionales se puede obtener una o más ecuaciones adimensionales que ayudarán a predecir el funcionamiento del prototipo a tamaño real a partir del modelo a escala.

Una de las herramientas más útiles para poder obtener ecuaciones adimensionales funcionales para cada caso de estudio es el teorema de Pi de Buckingham. Como se puede observar en Çengel [6], el teorema permite obtener un conjunto de ecuaciones adimensionales partiendo de las variables generales que hay en el caso de estudio y de las unidades fundamentales. A continuación, se presenta la solución del teorema de Pi de Buckingham para nuestro caso de estudio:

Dentro del túnel de viento se tiene un máximo permitido de velocidad de trabajo, el cual, puede o no ser suficiente para llevar a cabo una compresión del resorte con el que se realizó el banco de pruebas para conocer el coeficiente de arrastre. Debido a que se trabajó con un vehículo a escala, fue necesario adimensionalizar la ecuación de fuerza de arrastre para saber a qué velocidad real se tendría la medición del coeficiente con las condiciones con las que cuenta el túnel de viento.

Para comenzar, se tomaron en cuenta los parámetros que afectan directamente a la medición de fuerza de arrastre:

1. Velocidad del fluido $[U]$
2. Densidad del fluido $[\rho]$
3. Viscosidad del fluido $[\mu]$
4. Longitud o dimensión del cuerpo inmerso en el campo de trabajo $[L]$
5. Fuerza del viento $[F]$

Se cuenta con 5 variables totales y 3 dimensiones primarias, por lo que el cálculo para conocer las ecuaciones a obtener queda de la siguiente manera:

$$n - j = 5 - 3 = 2 = k \quad (E.3)$$

En nuestro resultado k nos indica la cantidad de ecuaciones o π que se obtendrán con estas variables totales.

Como se buscó observar el comportamiento de las fuerzas de arrastre $[F]$ (inerciales), contra las fuerzas viscosas $[\mu]$, se decidió trabajar con el conjunto U, ρ, L .

Descomponiendo en unidades fundamentales queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} F &= M L T^{-2} \\ L &= L \\ U &= L T^{-1} \\ \rho &= M L^{-3} \end{aligned}$$

$$\mu = M L^{-1} T^{-1}$$

Colocando valores para π_1

$$\pi_1 = L^a U^b \rho^c F = (L)^a (L T^{-1})^b (M L^{-3})^c (M L T^{-2}) = M^0 L^0 T^0$$

Separando para cada dimensión:

$$\text{Longitud : } a + b - 3c + 1 = 0$$

$$\text{Masa : } c + 1 = 0$$

$$\text{Tiempo : } -b - 2 = 0$$

Resolviendo

$$c = -1$$

$$b = -2$$

$$a = -2$$

Al observar los valores de la Ecuación 4 podemos denotar que se trata de una ecuación de coeficiente de arrastre modificada, pues el valor de longitud está elevado al cuadrado. Por su lado, la Ecuación 5 nos muestra la relación entre fuerzas inerciales y fuerzas viscosas, por lo que podemos definirla como nuestra ecuación para obtener el número de Reynolds

$$\pi_1 = L^{-2} U^{-2} \rho^{-1} F = \frac{F}{\rho U^2 L^2} \quad (E.4)$$

Colocando valores para π_2 en donde ahora se utiliza la viscosidad

$$\pi_2 = L^a U^b \rho^c \mu^{-1} = (L)^a (L T^{-1})^b (M L^{-3})^c (M L^{-1} T^{-1})^{-1} = M^0 L^0 T^0$$

Separando para cada dimensión:

$$\text{Longitud : } a + b - 3c + 1 = 0$$

$$\text{Masa : } c - 1 = 0$$

$$\text{Tiempo : } -b - 1 = 0$$

Resolviendo

$$c = 1$$

$$b = 1$$

$$a = 1$$

Por lo tanto, nuestra segunda ecuación queda de la siguiente manera:

$$\pi_2 = L^1 U^1 \rho^1 \mu^{-1} = \frac{\rho U L}{\mu} \quad (E.5)$$

Estas ecuaciones sirven como guías para comparar los valores y variables entre un automóvil a tamaño real y su modelo a escala. En nuestro estudio, estas ecuaciones permiten determinar la velocidad del viento a escala real a partir de la velocidad del túnel de viento donde se encuentra el modelo a escala.

2. Objetivos

Objetivo general

Desarrollar un banco de pruebas para medir coeficientes de arrastre de vehículos a escala, utilizando los conocimientos de mecánica de fluidos, mecánica de materiales y manufactura.

Objetivos particulares

- Determinar la aproximación que tiene el coeficiente de arrastre de los vehículos a escala medidos por el banco de pruebas en comparación con sus homónimos a escala real.
- Conocer el comportamiento de los vehículos al ser sometidos a flujos laminares
- Aplicar conocimientos de manufactura e ingeniería de diseño para llevar a cabo el diseño de un prototipo en la vida real.

3. Metodología

3.1 Montaje experimental

La Figura 3 muestra el montaje experimental desarrollado para la determinación de los coeficientes de arrastre de los vehículos a escala, el cual consta de los siguientes elementos:

1. Dos placas de acrílico de 12 mm de grosor con barrenos para soportar los baleros y la placa del vehículo a escala.
2. Dos guías rectificadas de 8 mm de diámetro.
3. Cuatro baleros de aluminio.
4. Cuatro soportes para las guías.
5. Un resorte.
6. Una barra de acero *cold rolled* de $\frac{3}{4}$ in con barrenado interno que funge como tope para el resorte.
7. Un vástago acrílico de $\frac{3}{16}$ in.
8. Una pared acrílica de 12 mm de grosor.

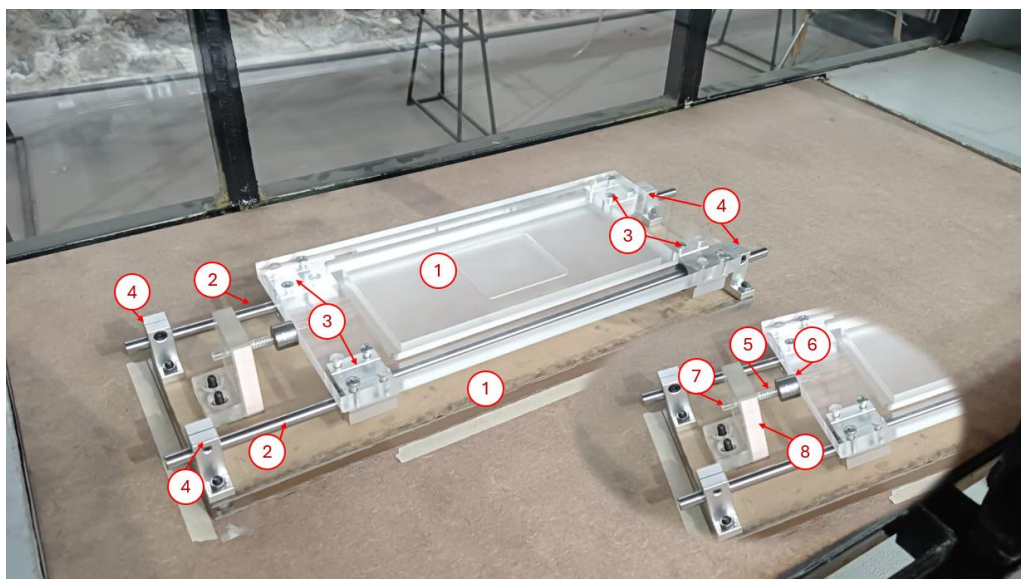


Figura 3. Montaje del banco de pruebas dentro del túnel de viento.

Para colocar el prototipo a escala sobre el banco de pruebas fue necesario realizar un ranurado en la cara superior de la placa pequeña de acrílico. El ranurado se realizó utilizando una broca plana de 3/8 in con cuatro gavilanes para obtener una superficie plana. La profundidad del ranurado es de 10 mm para permitir que la mayor parte de la base del prototipo se encuentre en el interior del acrílico y no afecte a la medición de arrastre con el banco de pruebas.

A la placa superior, la cual está unida a los rodamientos, se le realizó un barrenado pasante con broca de 5/32 in y un barrenado de 5/16 in con una profundidad de 1/8 in para fungir como caja y así albergar la cabeza del tornillo. Este procedimiento se llevó a cabo utilizando una fresadora CNC manejada por el laboratorio técnico del ICAT y con la guía de un plano previamente creado como se puede ver en la Figura 4.

La placa inferior y de mayor tamaño se encuentra unida a cuatro soportes de barras de 8 mm para fungir como base de todo el banco de pruebas.

En la parte posterior de la placa inferior se colocó una pequeña placa de acrílico con un barreno de 7/32 in de diámetro por el que pasa sin fricción un vástago de 3/16 in albergado en la parte trasera de la placa superior. El vástago funciona como alma del resorte para permitir una compresión de este sin curvaturas que puedan generar malas lecturas.

Finalmente, detrás del resorte se colocó un cilindro a presión de acero *cold rolled* con un barrenado de 3/16 in para fungir como el tope del resorte y permitir una medición más exacta de la compresión del resorte al hacer uso del software ImageJ.

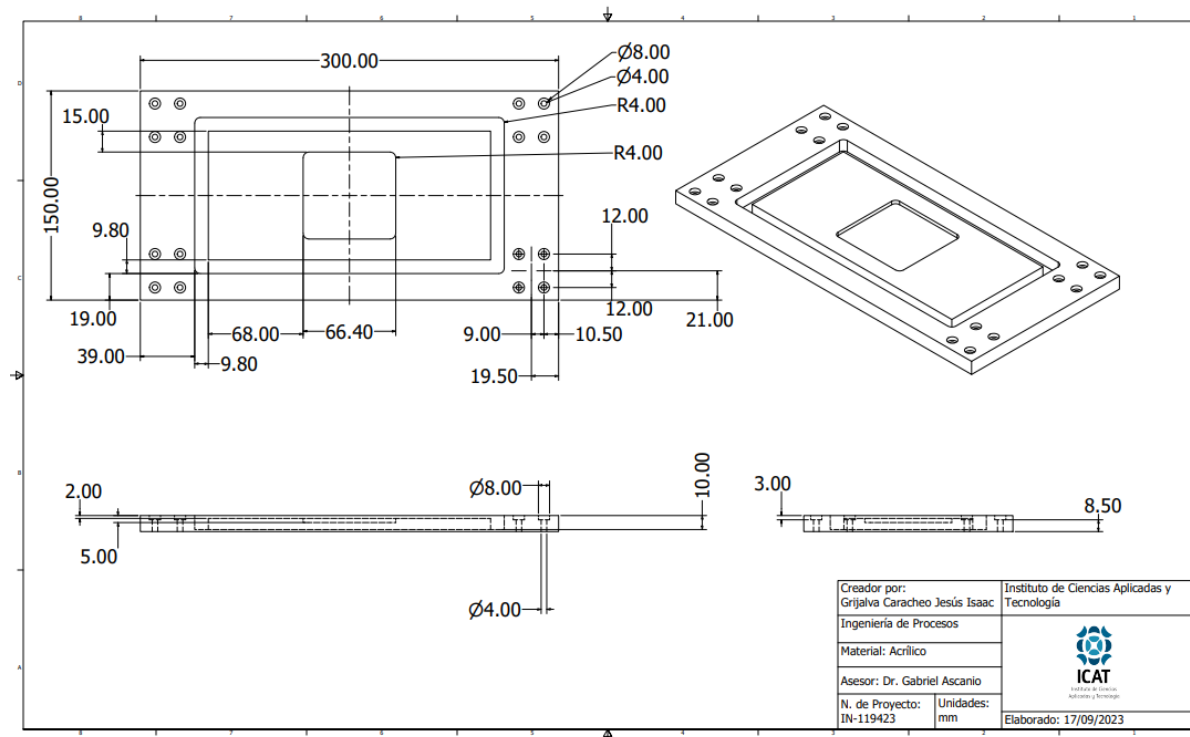


Figura 4. Plano de corte y barrenado de la placa acrílica superior.

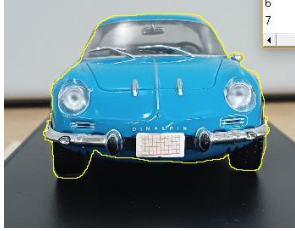
El túnel de viento con el que se realizaron las mediciones se encuentra en el Laboratorio de Termofluidos de la Facultad de Ingeniería y tiene un rango de trabajo de 0 m/s a 40 m/s y una resolución de 0.1 m/s; sin embargo, para nuestro estudio, se realizaron mediciones partiendo en 10 m/s y subiendo 5 m/s hasta llegar al máximo permitido de 40 m/s.

Para llevar a cabo la medición de la velocidad del viento dentro del túnel, se utilizó un anemómetro digital. Para obtener las imágenes de compresión del resorte se utilizó un tripié y un celular con cámara de 50 megapíxeles y una hoja milimétrica para establecer la escala al usar el software *imageJ*.

3.2 Vehículos analizados

Como se puede observar en la Tabla 1 los vehículos van cambiando en longitud del vehículo, pero sobre todo en área frontal. La medición de la longitud se llevó a cabo midiendo desde la defensa frontal hasta la defensa trasera o hasta la llanta de repuesto en el caso del vehículo Jeep. Esta medición fue realizada para poder escalar la velocidad dentro del túnel de viento a través de la Ecuación 8 y utilizando los valores conocidos como son la longitud del modelo a escala y la longitud del vehículo real.

Tabla 1. Vehículos analizados.

	Alpine a110 “Dinalpin”	Volkswagen T1 Sedán “Vocho”	Jeep Renegade CJ7	Volkswagen T2 “Combi”
Imagen				
Peso [g]	183.5	231.4	191.4	398.4
Longitud [cm]	16	16.5	16.5	18.5
Área [m ²]	0.001635	0.00206285	0.00300293	0.003728
Cd real	0.29	0.45 – 0.48	0.6	0.51

La elección de estos vehículos se realizó buscando observar el comportamiento de un vehículo bastante aerodinámico como lo es el alpine a110 con un coeficiente de arrastre real de aproximadamente 0.29 contra un vehículo bastante romo como es la Jeep CJ7 renegade o el Volkswagen T2 con coeficientes de arrastre de 0.6 y 0.51 respectivamente. Estos vehículos, siendo tan icónicos, han sido analizados a profundidad por fanáticos y es gracias a éstos, que la información de tamaño, peso y coeficiente de arrastre es sencilla de encontrar en diversos foros dedicados al automovilismo [#9, #10, #12, #13, #14, #15, #16, #17].

3.3 Caracterización del resorte

Para llevar a cabo la medición de la fuerza de arrastre sobre el modelo a escala con la ley de Hooke, fue necesario realizar la caracterización de un resorte. A pesar de que la elección estuvo sujeta a la oferta dentro del mercado de resortes, previo a llevar a cabo las pruebas de velocidad dentro del túnel de viento, se calculó la masa a la que el resorte debía

reaccionar considerando condiciones deseadas como un coeficiente de arrastre de 0.48 en el caso del Volkswagen “Vocho”, una velocidad de 16.667 m/s, la densidad del aire calculada en la Ciudad de México y el área de nuestro modelo a escala. Como se puede observar en el Anexo C.3, la masa a la que debe de reaccionar el resorte debe ser de 13 gr o menos.

La manufactura de las pesas se llevó a cabo en un torno utilizando una barra de acero *cold rolled* de 5/8 in a la cual se le hizo un barrenado interno de 7/32 in y una ranura para poder ser colocados y soportados por el balancín. Las revoluciones del torno para llevar a cabo el barrenado se calcularon conforme a la ecuación contenida en el Anexo C.3 (Pollack, Herman W., 1987).

El resorte fue caracterizado a través de una base hecha con melamina de 15 mm y una armella pequeña. Para forzar el resorte se realizó un balancín con una varilla de metal de 1/16 in de diámetro, a la cual se le agregó una base circular de acero *cold rolled* para fungir como soporte de más pesas como se puede ver en la Figura 5.

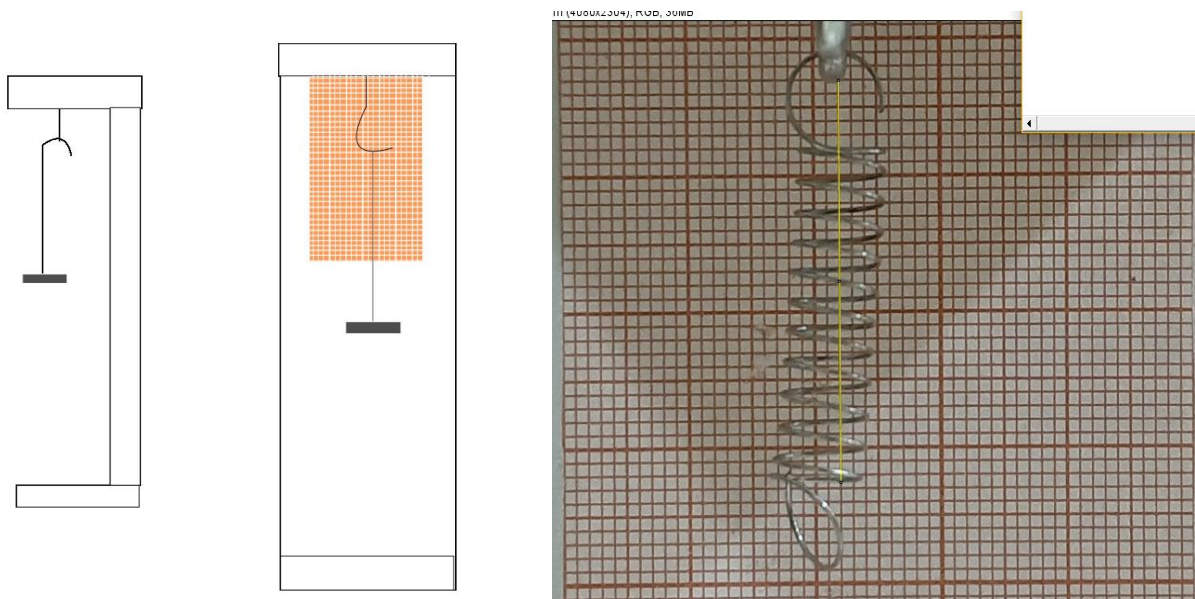


Figura 5. Esquema del banco de pruebas para elongación del resorte.

Utilizando el software *ImageJ* se obtuvo la medición de elongación del resorte conforme al orden de masas de la Tabla 5 del Anexo D. De igual manera, utilizando la masa y la elongación, se calculó la fuerza aplicada sobre el resorte y su respectiva constante elástica k a través de la ecuación de la Ley de Hooke.

$$F = k(x) \quad (E.6)$$

donde:

F es la fuerza aplicada sobre el resorte en elongación o compresión

k es la constante elástica del resorte

x es la elongación del resorte.

Tras graficar el comportamiento del resorte, como se puede observar en la Figura 5, la constante k del resorte es 43.579 N/m.

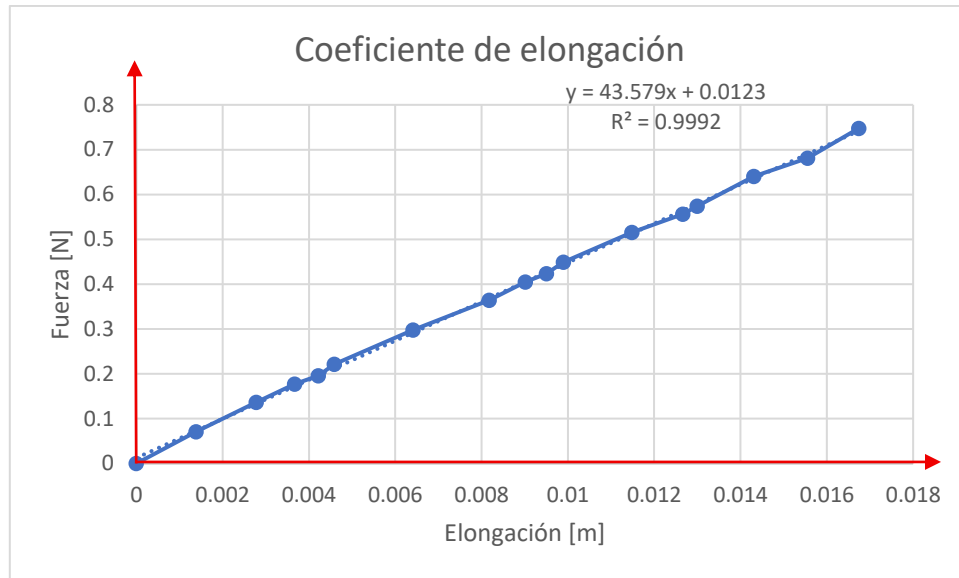


Figura 6. Gráfica de Fuerza [N] contra elongación [m], así como la ecuación de la recta y el valor del coeficiente “k” de elongación del resorte.

3.4 Condiciones experimentales

El valor de la densidad del aire, al ser una propiedad que es proporcional a la presión e indirectamente proporcional a la temperatura, puede variar dependiendo la zona donde se haga la medición y de las condiciones del túnel de viento.

Para el caso de nuestro estudio en Ciudad de México, las condiciones fueron de 20 °C y 77.860 kPa, valores que fueron obtenidos de un termómetro y un barómetro al interior del Laboratorio de Termofluidos.

La densidad del aire se puede determinar haciendo uso de la ecuación de gas ideal:

$$\rho_{CDMX} = \frac{P * M}{R * T} \quad (E.7)$$

donde:

P es la presión atmosférica

M la masa molar del aire

R la constante universal del gas ideal

T la temperatura ambiental

Para el cálculo de la masa molar del aire se considera una composición del 78% de N₂ y 21% de O₂ (el 1% de otros gases nobles no se consideran).

$$M_{N_2} = 0.78 (14 * 2) = 21.84 \left[\frac{g}{mol} \right]$$

$$M_{O_2} = 0.21(16 * 2) = 6.72 \left[\frac{g}{mol} \right]$$

$$M_{Total} = 6.72 + 21.84 \left[\frac{g}{mol} \right] = 28.56 \left[\frac{g}{mol} \right]$$

$$\begin{aligned}\rho_{CDMX} &= \frac{P * M}{R * T} = \frac{(0.76842 \text{ atm}) * (28.56 \frac{g}{mol})}{(0.082057 \frac{atm * L}{mol * K}) * (293.15 \text{ K})} \\ &= 0.9123 \left[\frac{g}{L} \right] * \left(\frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \right) * \left(\frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \right) = 0.9123 \left[\frac{kg}{m^3} \right]\end{aligned}$$

Este valor de densidad es calculado con los datos obtenidos dentro del laboratorio en el que se llevó a cabo la prueba de medición de coeficiente de arrastre. Los valores dentro del túnel de viento como la presión, temperatura y densidad del aire se consideran igual a los medidos y obtenidos dentro del Laboratorio de Termofluidos debido a que no hay variación significativa.

La velocidad del aire dentro del túnel de viento puede ser regulada a través de la consola del mismo túnel y medida con el uso de un anemómetro. En este estudio se realizaron pruebas a diferentes velocidades y como se puede observar en la Tabla 2 del Anexo E, la velocidad marcada en la consola del túnel no es la misma a la medida por el anemómetro. Para este caso de estudio, se tomará en cuenta únicamente la medición del anemómetro.

Para poder llevar a cabo una comparación de similitud completa, la prueba se debe de llevar a cabo bajo condiciones totalmente comparables entre los modelos a escala y las condiciones del prototipo en tamaño real. La velocidad dentro del túnel de viento debe ser multiplicada por un factor siguiendo el análisis de semejanza por el número de Reynolds. Para ello, se tomó la longitud de cada vehículo y se investigó la longitud de su contra parte a escala real. Este cálculo nos permite conocer la diferencia entre el número de Reynolds de nuestro vehículo a escala y el Reynolds al que estaría sometido un vehículo a escala real.

En el caso de la placa cuadrada, se utilizó una placa de acrílico de 12 mm de grosor y 10 cm x 10 cm de área frontal. Se consideró, para su contraparte a escala real, una placa de 2.4 m x 2.4 m y 28 cm de grosor.

Para el caso de la placa cuadrada se obtuvo la siguiente relación:

$$Re = \frac{\rho v_{REAL} L_{REAL}}{\mu} = \frac{\rho v_{ESCALA} L_{ESCALA}}{\mu} \quad (E.8)$$

$$\rho v_{REAL} L_{REAL} = \rho v_{ESCALA} L_{ESCALA}$$

$$v_{ESCALA} = v_{REAL} \left(\frac{L_{REAL}}{L_{ESCALA}} \right) = v_{REAL} \left(\frac{0.28}{0.012} \right) = v_{REAL} (24)$$

Mientras que para los otros vehículos quedó de la siguiente manera:

$$Re = \frac{\rho v_{REAL} L_{REAL}}{\mu} = \frac{\rho v_{ESCALA} L_{ESCALA}}{\mu}$$

$$\rho v_{REAL} L_{REAL} = \rho v_{ESCALA} L_{ESCALA}$$

$$v_{ESCALA} = v_{REAL} \left(\frac{L_{REAL}}{L_{ESCALA}} \right) = v_{REAL} \left(\frac{385}{16} \right) = v_{REAL} (24.0625) \approx v_{REAL} (24)$$

Para todos los vehículos y la placa cuadrada se consideró un valor de velocidad a escala de 24.

Tabla 2. Longitud de los vehículos a tamaño real y a escala.

Vehículo	Escala real [cm]	Modelo a escala [cm]	Relación
Placa cuadrada	28	1.2	24
Dinalpin	385	16	24.0625
Volkswagen "Vocho"	406	16.5	24.6061
Jeep CJ7	375.9	15.5	24.2516
Volkswagen "Combi"	439.7	18.5	23.7676

El valor aproximado para todos los casos es 24, por lo que, para tener una similitud completa y poder comparar adecuadamente los coeficientes de arrastre, se debe de tener una velocidad dentro del túnel 24 veces la velocidad que afecta a un auto real, es decir que, si un vehículo real experimenta una velocidad de 100 km/h, dentro del túnel se debe de tener una velocidad de 2400 km/h para poder comparar adecuadamente los coeficientes, lo cual no es posible debido al rango de trabajo del túnel de viento.

Debido a lo anterior, se llevó a cabo una comparación por similitud incompleta, realizando una gráfica de C_D contra Re y observando los valores cercanos a la máxima velocidad del viento para confirmar o negar que el coeficiente de arrastre llega a un punto donde no cambia conforme aumenta el número de Reynolds.

4. Resultados

Para cada medición, se realizó un cálculo de la fuerza ejercida por el aire, tomando en cuenta que la fuerza de respuesta del resorte es proporcional a la fuerza ejercida por el aire sobre el vehículo en el banco de pruebas. Como se mencionó en el apartado Montaje experimental, se llevó a cabo la medición de la compresión del resorte a diferentes velocidades. La elongación del resorte se midió utilizando el software *ImageJ*.

En todas las pruebas, la velocidad inicial del viento es tan baja que no logra mover el prototipo. Además, algunos vehículos presentan un área frontal reducida, por lo que se considera nula la compresión y la fuerza en aquellas pruebas donde las elongaciones son iguales o fluctúan entre valores positivos y negativos. Generalmente, estos valores oscilan entre 0 m/s y 5 m/s. Solo se consideran los casos en los que la fuerza del viento supera la resistencia del resorte y la fricción de los rodamientos.

La Tabla 3 muestra el cálculo de la fuerza ejercida por el viento sobre el banco de pruebas sin vehículos, el cual se llevó a cabo utilizando la ecuación E.6. Estos valores funcionan para generar una mayor aproximación del coeficiente de arrastre de cada vehículo, descontando la fuerza que supone el área del banco de pruebas.

Como se puede observar, al tratarse de una prueba sin vehículos, la velocidad del viento es apenas suficiente para crear una compresión en el resorte. Uno de los valores medidos se muestra como una elongación o fuerza negativa, sin embargo, esto se debe a un error en la fotografía debido a que el software considera una medida por píxel, por lo que una pequeña variación en la fotografía puede llevar a tomar un píxel menos o un píxel más.

Tabla 3. Cálculo de la fuerza del aire sobre la base sin carro.

Base sin carro		
Velocidad [m/s]	Compresión [m]	Fuerza [N]
0	0	0
3.3	0.0003	0.0129786
5	-1E-05	-0.00043262
6.7	0.0003	0.0129786
8.5	0.0003	0.0129786
10.4	0.00151	0.06532562
12.2	0.00181	0.07830422
13.8	0.00303	0.13108386

4.1 Placa cuadrada

La prueba inicial se llevó a cabo con una placa cuadrada de 10 cm x 10 cm, suponiendo un coeficiente de arrastre de 1.18 para el prototipo de tamaño real de 2.4 metros cuadrados. Este valor fue obtenido del libro *Fluid Mechanics* (White, 2011) y nos sirve para comparar y medir la diferencia que hay entre el valor de coeficiente de arrastre medido en el banco de pruebas y el valor real de una placa cuadrada con esas dimensiones. Los valores obtenidos se pueden observar en la Tabla 4 y Figura 7.

Tabla 4. Obtención del coeficiente de arrastre para placa cuadrada.

Placa Cuadrada				
Velocidad [m/s]	Cd calculado	Cd modelo a escala real	Número de Reynolds modelo a escala 1:24	Número de Reynolds modelo a escala real
0	0	1.18	0.00E+00	0.00E+00
3.3	0	1.18	2.01E+03	4.82E+04
5	0.11526703	1.18	3.04E+03	7.30E+04
6.7	0.367110339	1.18	4.07E+03	9.78E+04
8.5	0.983409238	1.18	5.17E+03	1.24E+05
10.4	0.959137635	1.18	6.33E+03	1.52E+05
12.2	0.972279988	1.18	7.42E+03	1.78E+05
13.8	0.744762013	1.18	8.39E+03	2.01E+05
Promedio	0.805339843	1.18		

Como se puede observar en la Figura 7, el coeficiente de arrastre tiende a un valor en específico conforme aumenta el número de Reynolds. Este valor es comparable con el de su contraparte a escala real, pues conforme aumenta el número de Reynolds, el valor de coeficiente de arrastre debe mantenerse constante.

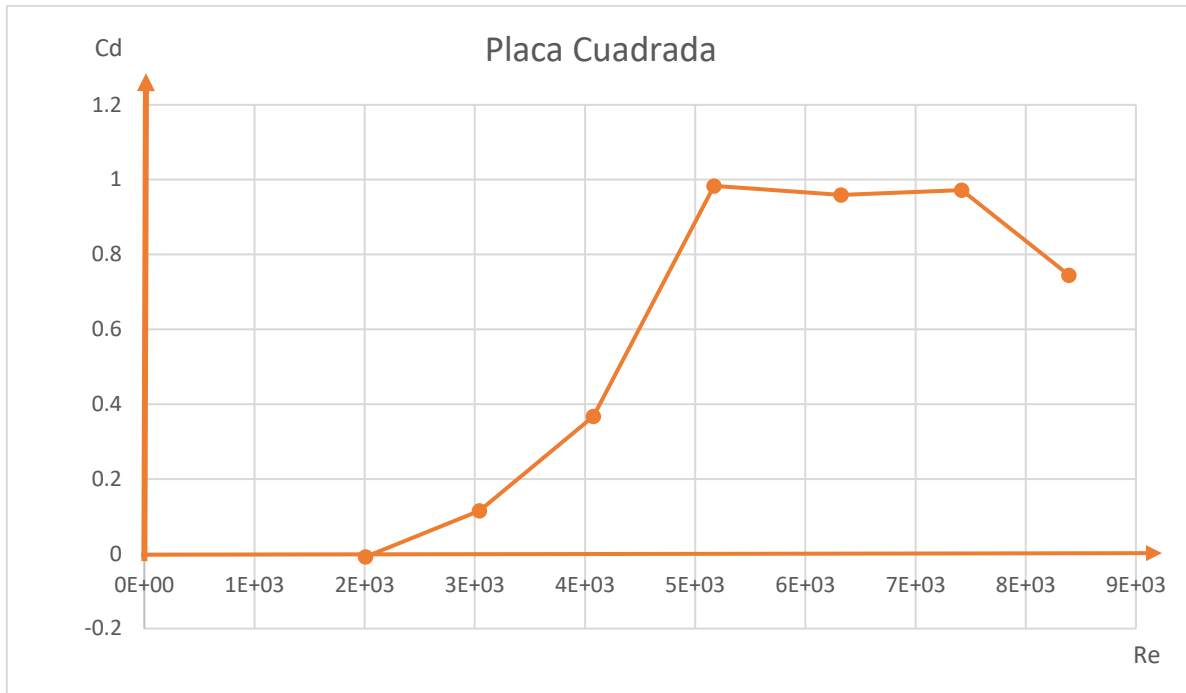


Figura 7. Gráfica de coeficiente de arrastre contra número de Reynolds para la placa cuadrada.

4.2 Vehículos analizados

Para todos los vehículos analizados, el proceso se llevó a cabo de la misma manera que con la placa cuadrada. La fuerza de arrastre fue calculada con la ley de Hooke a través de la compresión del resorte. En el caso del vehículo Alpine a110 “Dinalpin” se tienen valores que apenas superan el cero en el caso de la fuerza y una medición de compresión del resorte de apenas 3 mm, por lo que se considera que sus mediciones no son funcionales en este estudio para obtener un coeficiente de arrastre y fueron descartados.

A continuación, se presentan los resultados del coeficiente de arrastre para los modelos a escala analizados. Los valores de compresión y cálculo de fuerza pueden ser encontrados desde la Tabla 3 hasta la Tabla 13 del Anexo E.

En todas las tablas se descartaron los valores en los que la compresión del resorte no es perceptible para el software y la cámara.

Tabla 5. Obtención del coeficiente de arrastre para el Volkswagen Sedán T1.

Volkswagen Sedán T1 "Vocho"				
Velocidad [m/s]	Cd calculado	Cd vehículo a escala real	Número de Reynolds vehículo a escala 1:24	Número de Reynolds vehículo a escala real
0	0	0.48	0.00E+00	0.00E+00
3.3	0	0.48	2.69E+04	6.61E+05
5	0	0.48	4.07E+04	1.00E+06
6.7	0	0.48	5.45E+04	1.34E+06
8.5	0.269223751	0.48	6.92E+04	1.70E+06
10.4	0.492417063	0.48	8.47E+04	2.08E+06
12.2	1.064163543	0.48	9.93E+04	2.44E+06
13.8	0.690656493	0.48	1.12E+05	2.76E+06
Promedio	0.629115212	0.48		

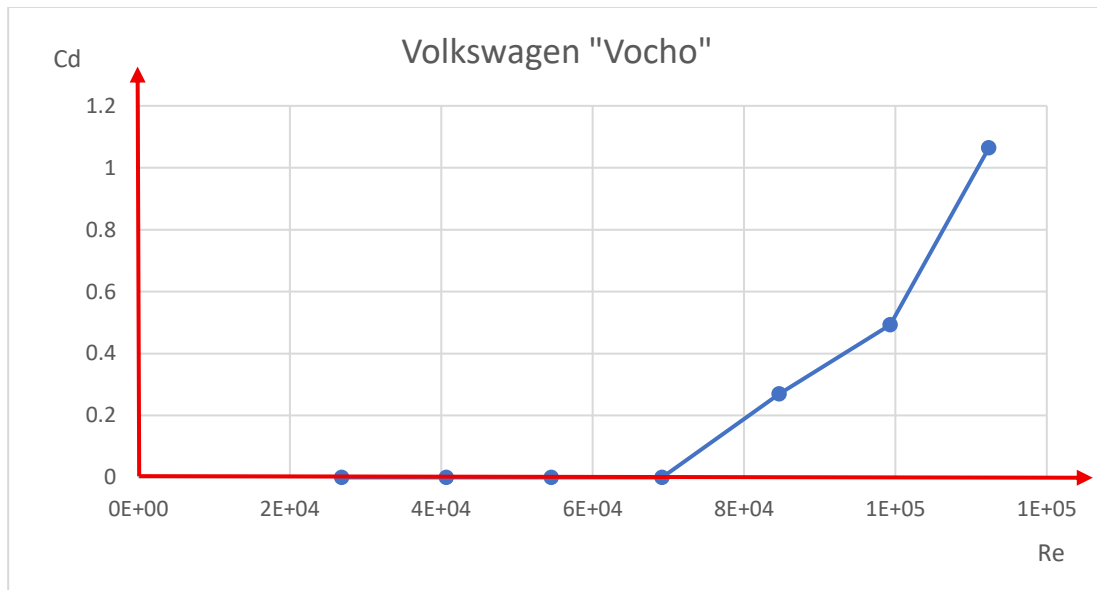


Figura 8. Gráfica de coeficiente de arrastre contra número de Reynolds para Volkswagen "Vocho".

Tabla 6. Obtención del coeficiente de arrastre para la Jeep CJ7 Renegade.

Jeep CJ7 Renegade				
Velocidad [m/s]	Cd calculado	Cd vehículo a escala real	Número de Reynolds vehículo a escala 1:24	Número de Reynolds vehículo a escala real
0	0	0.6	0.00E+00	0.00E+00
3.3	0	0.6	2.59E+04	6.29E+05
5	0	0.6	3.93E+04	9.53E+05
6.7	0.014174403	0.6	5.26E+04	1.28E+06
8.5	0.281816551	0.6	6.68E+04	1.62E+06
10.4	0.294142442	0.6	8.17E+04	1.98E+06
12.2	0.480935936	0.6	9.58E+04	2.32E+06
13.8	0.643171703	0.6	1.08E+05	2.63E+06
Promedio	0.425016658	0.6		

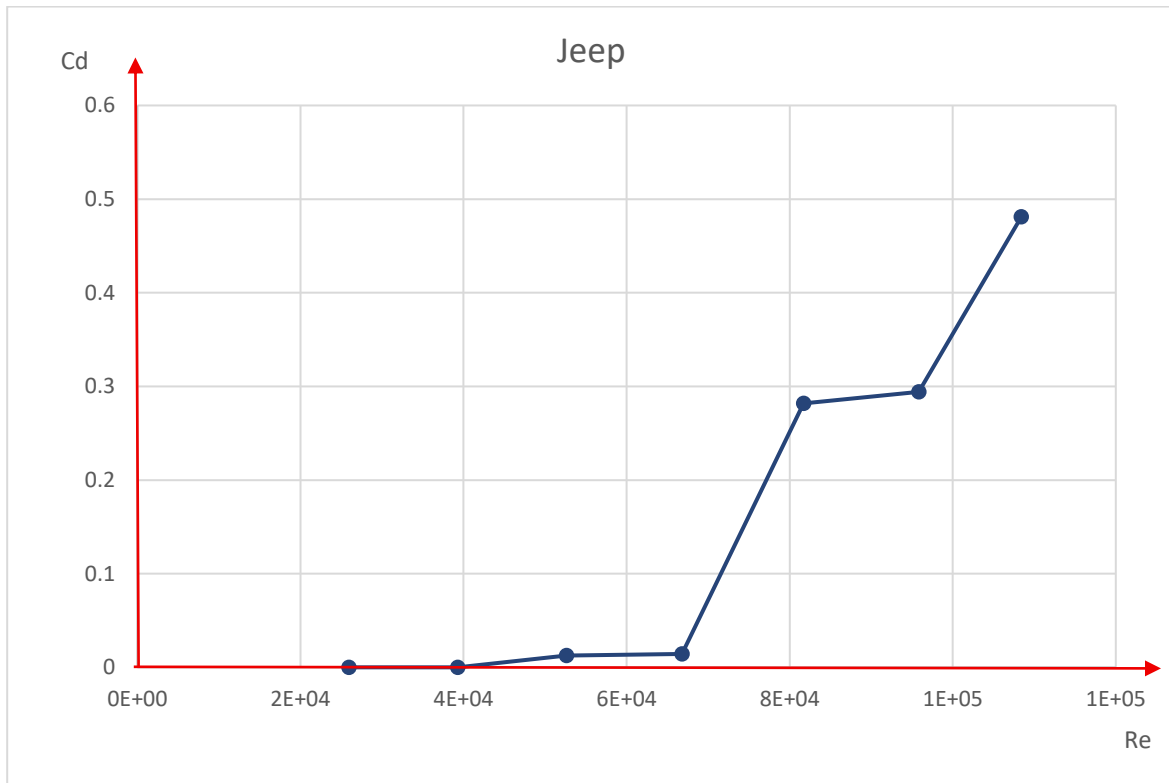


Figura 9. Gráfica de coeficiente de arrastre contra número de Reynolds para Jeep.

Tabla 7. Obtención del coeficiente de arrastre para el Volkswagen T2.

Volkswagen T2 "Combi"				
Velocidad [m/s]	Cd calculado	Cd vehículo a escala real	Número de Reynolds vehículo a escala 1:24	Número de Reynolds vehículo a escala real
0	0	0.51	0.00E+00	0.00E+00
3.3	0	0.51	3.09E+04	7.35E+05
5	0	0.51	4.69E+04	1.11E+06
6.7	0	0.51	6.28E+04	1.49E+06
8.5	0.44691648	0.51	7.97E+04	1.89E+06
10.4	0.30801393	0.51	9.75E+04	2.32E+06
12.2	0.49586848	0.51	1.14E+05	2.72E+06
13.8	0.72800233	0.51	1.29E+05	3.08E+06
Promedio	0.494700	0.51		

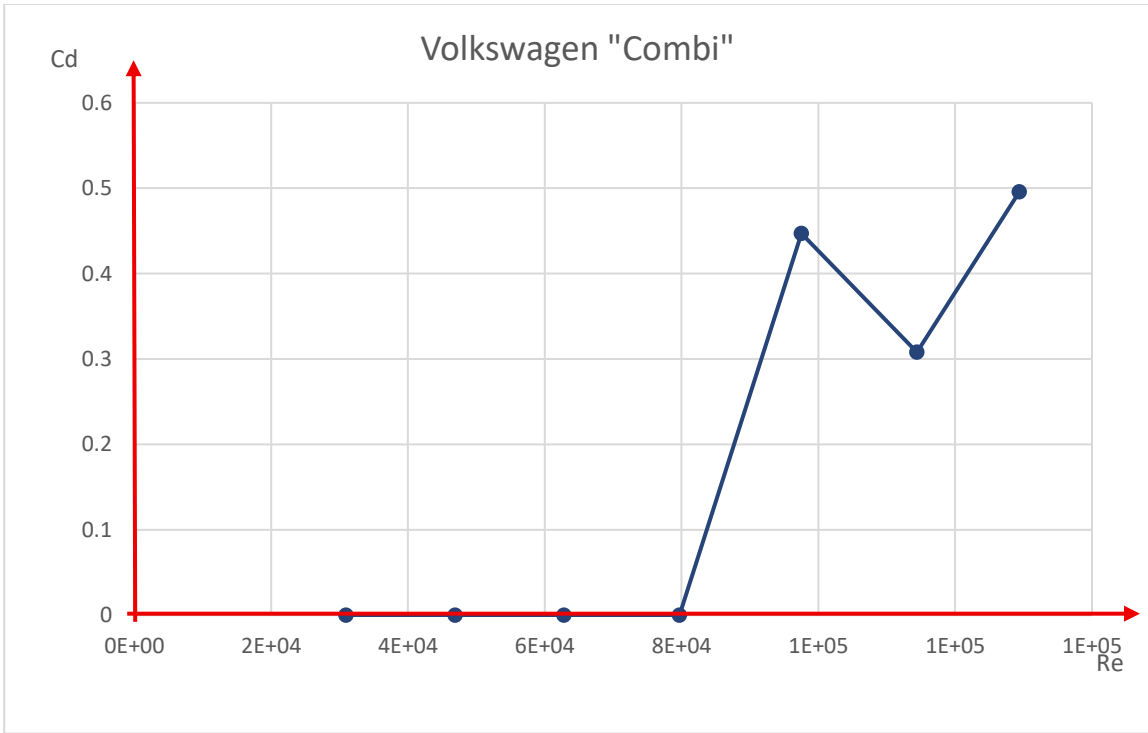


Figura 10. Gráfica de coeficiente de arrastre contra número de Reynolds para Volkswagen "combi".

Se observa que, a bajas velocidades, las mediciones de coeficiente de arrastre son muy cercanas a cero, por lo que no son funcionales para este estudio. Lo anterior debido a la fuerza ejercida sobre el resorte y su respuesta ante esa fuerza. Se podría emplear un resorte que cuente con mayor sensibilidad a menor fuerza; sin embargo, este resorte debería comportarse preferentemente de forma lineal, obedeciendo la ley de Hooke.

Conclusiones y recomendaciones

En este estudio se logró realizar un banco de pruebas que mide el coeficiente de arrastre de diferentes vehículos; sin embargo, al observar los resultados, se puede notar que hay diferencias considerables entre el coeficiente de arrastre calculado y los valores conocidos para vehículos a tamaño real. De igual manera, los coeficientes de arrastre obtenidos en bajos números de Reynolds no tienen un orden ni pueden ser comparables con sus contrapartes, pues tienden a aumentar o disminuir sin importar la tendencia que tiene la velocidad dentro del túnel de viento.

La comparación que se llevó a cabo fue una comparación de similitud incompleta, es decir, al no poder llevar a cabo nuestras pruebas dentro del túnel de viento a la velocidad que se necesita para hacer una comparación directa entre modelo a escala y prototipo a tamaño real, es decir, 24 veces la velocidad de un prototipo a tamaño real, se realiza una similitud considerando que el último coeficiente de arrastre obtenido es el significativo para todo el modelo, siempre y cuando se observe una tendencia en el mismo conforme se llega al número de Reynolds máximo.

A pesar de esta comparación de similitud incompleta, las pruebas en casos como el Volkswagen "Vocho" y Volkswagen "Combi" son inconcluyentes, pues en su gráfica de coeficiente de arrastre contra número de Reynolds no se observa una tendencia a mantenerse; caso contrario a la placa cuadrada, la cual, a pesar de tener su último valor diferente a la tendencia, sigue un orden conforme aumenta su número de Reynolds. Lo anterior se debe a la diferencia de coeficiente de arrastre, pues en el caso de la placa cuadrada ($C_d = 1.18$), el rango de velocidad de aire dentro del túnel permite llegar a una estabilidad del número de Reynolds, mientras que en los vehículos "Vocho" y "Combi" ($C_d = 0.48$ y 0.51 , respectivamente), la velocidad no es suficiente para llegar al límite donde el Reynolds se vuelve constante.

El cálculo de la fuerza de arrastre se llevó a cabo a través de la ley de Hooke, la cual nos indica que el producto de la constante k de elasticidad del resorte por su compresión es igual a la fuerza. El resorte llevó a cabo su función de manera correcta a velocidades medias y altas, sin embargo, a bajas velocidades, su compresión fue casi imperceptible para el software *ImageJ*.

Al llevar a cabo la caracterización del resorte, se notó que se comporta de manera lineal; sin embargo, al utilizarlo en el banco de pruebas, la fuerza ejercida sobre los vehículos a baja velocidad no fue suficiente para lograr moverlo sino hasta que llegó a 6.7 m/s . Aquí entran factores como la fricción de los baleros o la constante de elasticidad y compresión del resorte, pues al ser tan baja la fuerza ejercida por el viento, no supera a la constante del resorte, lo que conlleva a no tener movimiento dentro del sistema.

Lo anterior no supone un mal funcionamiento del banco de pruebas, sino el requerimiento de establecer rangos de velocidad en los que la fuerza ejercida por el viento supere la fricción de sus componentes, sin sobrepasar la máxima compresión del resorte.

Se podría plantear el uso de un resorte más reactivo ante fuerzas menores, pero que perdería su comportamiento lineal a mayores velocidades dentro del túnel de viento. Una solución sería realizar pruebas dentro del rango en el que el resorte mostró compresión y se comporta de manera lineal, pero con un intervalo menor de velocidad entre prueba y prueba.

De igual manera, al llevar a cabo estas pruebas, sería elemental idear un nuevo sistema para medir la compresión del resorte en escalas menores a los milímetros.

La compresión del resorte para cada prueba se capturó con un celular Realme Narzo 50, el cual tiene una cámara de 50 megapíxeles (Realme, 2019). Los valores tan diferentes de coeficiente de arrastre entre medición y medición se pueden deber a la falta de píxeles por área de la fotografía, ya que el software toma a consideración los píxeles que hay dentro de un perímetro o área delimitada por el usuario.

Una de las mayores problemáticas con las que se enfrentó al realizar este estudio, fue el obtener un correcto paralelismo en las guías de los baleros, puesto que, con tan solo unos grados de inclinación, el movimiento libre de los baleros se ve bastante afectado. Para obtener la menor fricción entre los baleros y las guías es importante realizar el barrenado para los soportes de las guías con la mayor precisión posible, por lo que, utilizar una máquina CNC fue lo ideal.

Con lo ya mencionado, se puede concluir que el banco de pruebas funciona de manera adecuada, pues la fricción entre baleros y guías es muy baja gracias a que son lo suficientemente paralelos entre ellos y las guías están diseñadas específicamente para esos baleros. Sin embargo, es importante considerar cambios que puedan mejorar su desempeño y otorgar mediciones más exactas, como lo es el saber en qué rango de velocidad queremos que actúe el resorte, disminuir los intervalos de velocidad y, a su vez, mejorar el sistema de medición de compresión del resorte, para así, poder ir aumentando la velocidad del viento en menor escala y obtener valores con menor variación.

Por otro lado, para poder realizar una comparación directa entre los coeficientes de arrastre de un modelo a escala y su contraparte en tamaño real con nuestro banco de pruebas, es recomendable llevar a cabo las mediciones en menores intervalos y con velocidades cercanas a la máxima permitida por el túnel de viento, ya que en ese rango se podrá observar la tendencia del coeficiente de arrastre del modelo.

Este estudio se realizó con la finalidad de practicar lo aprendido durante la carrera, llevando algo de la imaginación a la realidad, empleando diferentes métodos y teorías de la ingeniería. A pesar de no haber obtenido los resultados más favorables, es importante invitar al lector a llevar a cabo sus proyectos, pues la mejor enseñanza está en la práctica.

Referencias

1. William S. Janna, Schmidt, David, University of Memphis. (2014). *Fluid mechanics laboratory experiment: Measurement of drag on model vehicles*. ASEE Southeast Section Conference.
2. Pikula, B., Mešić, E., Hodžić, M., (2008). Determination of air drag coefficient of vehicle models. *Internation Congress Motor Vehicles and Motors, 2008*. https://www.researchgate.net/profile/Boran-Pikula/publication/235988524_Determination_of_air_drag_coefficient_of_vehicle_models/links/0c96052171e377b79d000000/Determination-of-air-drag-coefficient-of-vehicle-models.pdf.
3. Altinisik, A., Kutukceken, E., Umur, H. (2015, agosto). Experimental and numerical aerodynamic analysis of a passenger car: Influence of the blockage ratio on drag coefficient. *Journal of Fluid Engineering*, vol. 137. <https://doi.org/10.1115/1.4030183>.
4. Bayindirli, C., Akansu, Y. E., Salman, M. S. (2016). Determination of aerodynamic drag coefficient of truck and trailer model by wind tunnel tests. *International Journal of Automotive Engineering and Technologies*, vol. 5(2), 53 – 60. <https://doi.org/10.18245/ijaet.11754>.
5. White, Frank M. (2011). *Fluid mechanics*. Mcgraw Hill.
6. Çengel, A. Y., Cimbala, J. M. (2006). *Mecánica de fluidos: Fundamentos y aplicaciones*. McGraw Hill.
7. DeGarmo, Paul., Black, J.T., Kohser, Ronald A. (1999). *Materials and processes in manufacturing*. John Wiley & Sons, Inc.
8. Pollack, Herman W. (1987). *Manufacturing and machine tool operations*. Prentice – Hall, Inc.
9. Club Alpine Valencia. (S.N). Alpine Fasa a110 1100. *Club Alpine Valencia*. <http://alpinevalencia.com/alpines/espana/a110-1100/>.
10. Mattia. (S.N). The Beetle: Technique. *Maggiolinoweb*. <http://www.maggiolinoweb.it/technique.html#cx>.
11. S.N. (2018, abril 9). Alpine: A brief history. *Bring a trailer*, <https://bringatrailer.com/2018/04/09/alpine-a-brief-history/>.
12. Salvat. (2021). *Autos inolvidables*. <https://mx.salvat.com/colecciones/autos-inolvidables/#obra>.
13. Sánchez, M. (2021). Dinalpin. *Escuderia*. <https://www.escuderia.com/dinalpin-mexico-alpine/>.
14. Veoautos, (2022, mayo 11). Jeep CJ ficha del producto Chile 1979. *Veoautos.cl*. <https://www.veoautos.cl/jeep-cj-ficha-de-producto-chile-1979/>.

15. Veoautos, (2022, marzo 13). Volkswagen escarabajo Chile 1983. *Veoautos.cl*. <https://www.veoautos.cl/volkswagen-escarabajo-chile-1983/>.
16. Veoautos, (2018, noviembre 26). Volkswagen Kombi: Un modelo de culto. 5,996 unidades vendidas en Chile entre 1986 y 1996. *Veoautos.cl*. https://www.veoautos.cl/volkswagen-kombi-un-modelo-de-culto-5-996-unidades-vendidas-en-chile-entre-1986-y-1996/?fbclid=IwAR0qM9QKHjii3MxjqNlgBF_2PJp3GDg2gfoxzorcZMAD_KhsOQfMT2Egooj0.
17. Veoautos, (2021, marzo 3). Volkswagen escarabajo ficha de producto Chile 1993. *Veoautos.cl*. <https://www.veoautos.cl/volkswagen-escarabajo-ficha-de-producto-chile-1993/>.
18. Realme (2019) Realme Narzo 50, Especificaciones. *Realme*. <https://www.realme.com/mx/realme-narzo-50/specs> .
19. La Paloma compañía de metales S.A. de C.V. (S.N). *Aluminio*. [http://www.lapaloma.com.mx/lapaloma metales/aluminio.html](http://www.lapaloma.com.mx/lapaloma_metales/aluminio.html).

Anexos Tablas, imágenes y gráficas

ANEXO A. DISEÑO DEL BANCO DE PRUEBAS

La Figura A.1 muestra el diseño 3D del banco de pruebas realizado previo a la manufactura. Con el diseño se pudo obtener planos y dimensiones requeridas para llevarlo a cabo.

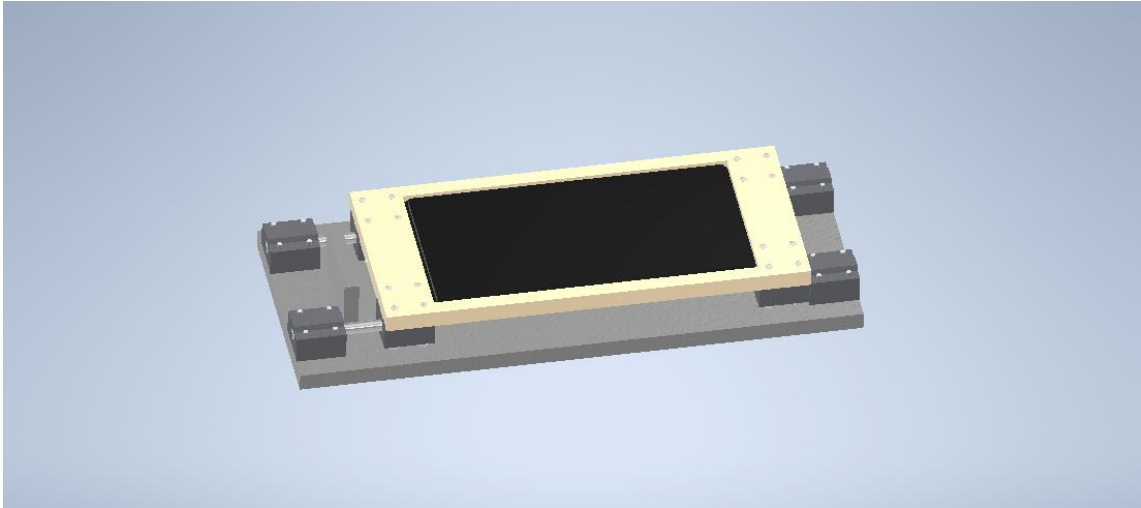


Figura A.1. Diseño CAD del banco de pruebas.

ANEXO B. MANUFACTURA Y PRUEBAS

La Figura B.1 muestra la placa de acrílico superior del banco de pruebas después de haberse realizado el cajeado en la misma con una fresadora.



Figura B.1. Cajeado de la placa de acrílico.

La Figura B.2 muestra el primer modelo a escala colocado sobre la placa de acrílico superior después de realizar el cajeadado.



Figura B.2. Primera prueba para verificar ensamble de placa de acrílico con placa de vehículos.

ANEXO C. CÁLCULOS

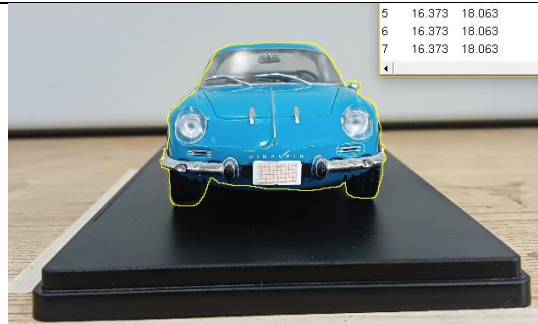
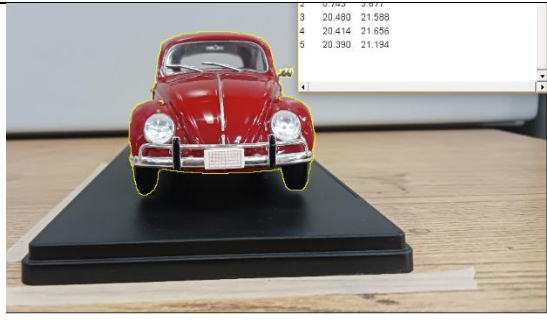
La Tabla C.1 muestra la primera prueba realizada del área frontal del vehículo a escala Volkswagen Sedán T1. Se llevó a cabo un total de 4 pruebas para confirmar la fiabilidad del software antes de realizar la medición del área de los vehículos restantes.

Tabla C.1. Pruebas de medición de área frontal del Volkswagen Sedán T1 utilizando el software ImageJ.

Prueba	Área [cm ²]	Perímetro [cm]
1	21.230	22.254
2	20.480	21.568
3	20.414	21.656
4	20.390	21.194

La Tabla C.2 muestra los valores de área de cada vehículo a escala calculados con el software ImageJ.

Tabla C.2. Aproximación de áreas de cada vehículo.

Aproximación de área de vehículos a escala		
Vehículo	Alpine a110 Dinalpin	Volkswagen Sedán T1
Área [m ²]	0.001635	0.00206285
Imagen		

Aproximación de área de vehículos a escala		
Vehículo	Jeep CJ7 Renegade	Volkswagen T2
Área [m ²]	0.00300293	0.003728
Imagen		

ANEXO C.3 CALCULO Y MANUFACTURA DE LAS MASAS.

$$C_d = \frac{F_d}{A \frac{\rho V^2}{2}} \quad (4)$$

$$F_d = C_d \left(A \frac{\rho V^2}{2} \right) = 0.48 \left((0.00206285 [m^2]) \frac{0.9123 \left[\frac{kg}{m^3} \right] * (16.667 \left[\frac{m}{s} \right])^2}{2} \right) = 0.1255 [N]$$

La fuerza de arrastre esperada es

$$F_d = 0.1255 [N]$$

Como las cargas que se aplican se encuentran en un plano vertical afectado por la gravedad, se utiliza la fórmula:

$$F = m * a$$

$$m = \frac{F}{a} = \frac{0.1255 [N]}{9.781 \left[\frac{m}{s^2} \right]} = 12.8277 \times 10^{-3} [kg] = 12.8277 [g]$$

Por lo tanto, la carga a la que el resorte debe reaccionar debe ser de 13 gramos o menor.

Para llevar a cabo la manufactura de las masas con las que se realizó la caracterización del resorte, se hizo una aproximación de la fuerza de arrastre esperada en el vehículo Volkswagen Vocho, considerando su coeficiente de arrastre real de 0.48, una velocidad de 60 km/h y la densidad del viento de la Ciudad de México, pero utilizando el área del vehículo a escala.

Para llevar a cabo la manufactura de las masas, se realizó el cálculo de las revoluciones por minuto a la que debe de girar el cortador, la cual quedó de la siguiente manera:

$$Cs = \frac{\pi DN}{12}; \quad (5)$$

Donde:

Cs = Velocidad de corte, ft/min

N = Revoluciones por minuto

D = Diámetro del cortador, in

$$N = \frac{Cs * 12}{\pi D} = \frac{(40)(12)}{\pi \left(\frac{3}{16} \right)} = 814.8733 \approx 815 [RPM] \quad (6)$$

El valor de velocidad de corte se encuentra determinado por el material a utilizar, el cual es considerado un acero al carbón blando.

ANEXO D. TABLAS DE VALORES DE CARACTERIZACIÓN DEL RESORTE

La Tabla D.1 muestra las dimensiones y masa de los pesos a utilizar para llevar a cabo la caracterización del resorte.

Tabla D.1. Corte y caracterización de las masas para prueba de elongación del resorte.

Masas prácticas		
Número	Altura [cm]	masa [g]
Balancín	-	7.22
1	0.54	6.77
2	0.89	10.94333
3	1.04	12.79
4	1.33	15.4566667
5	1.88	23.27

Las Figuras D.3 y D.4 muestran la caracterización del resorte utilizando el banco de pruebas y el software ImageJ.

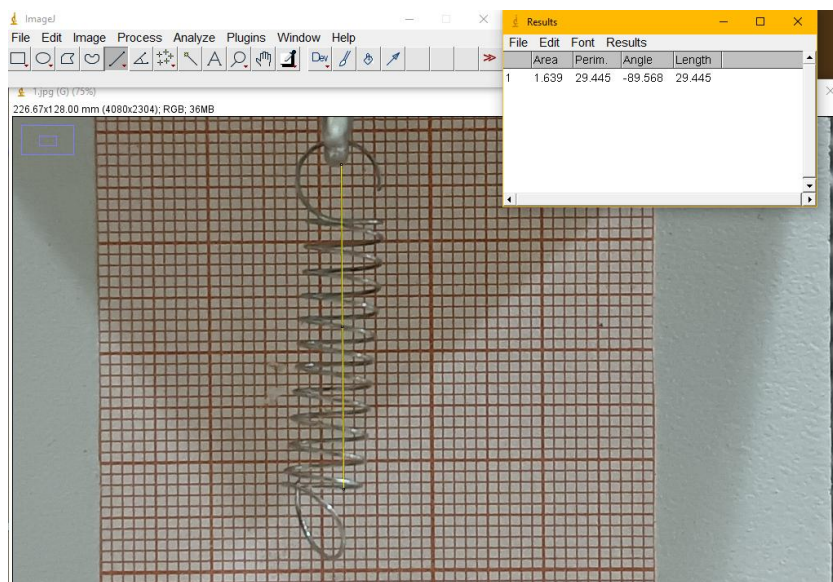


Figura D.3. Medición de elongación del resorte utilizando software ImageJ.

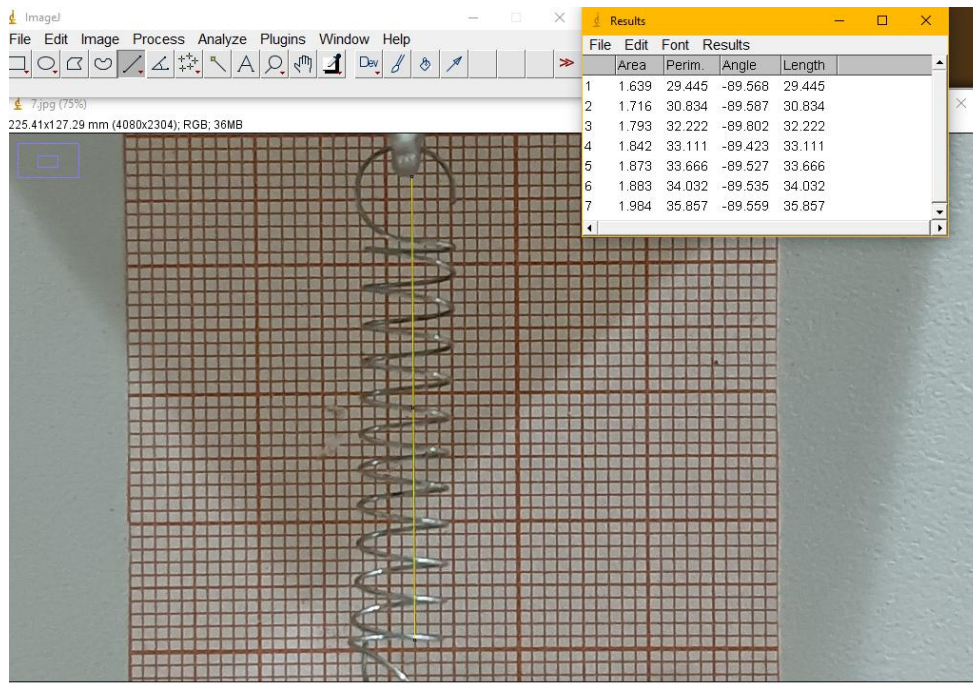


Figura D.4. Prueba final de elongación del resorte utilizando software ImageJ

Las Tablas D.5 y D.6 muestran el orden de colocación y de fuerza ejercido por cada conjunto de masas colocadas debajo del resorte.

Tabla D.5. Orden de colocación de los pesos en el banco de pruebas para elongación del resorte.

Medición	Número de las pesas utilizadas	Medición	Número de pesas utilizadas
1	0	10	5 + 3
2	Balancín	11	5 + 4
3	1	12	5 + 4 + 1
4	2	13	5 + 4 + 2
5	3	14	5 + 4 + 3
6	4	15	5 + 4 + 3 + 1
7	5	16	5 + 4 + 3 + 2
8	5 + 1	17	5 + 4 + 3 + 2 + 1
9	5 + 2		

Tabla D.6. Valores de masa y fuerza ejercida en cada prueba sobre el resorte en el banco de pruebas.

Medición	Masa [kg]	Fuerza [N]
1	0	0
2	0.00722	0.0706116
3	0.01399	0.1368222
4	0.018163333	0.177637397
5	0.02001	0.1956978
6	0.022676667	0.221777803
7	0.03049	0.2981922
8	0.03726	0.3644028
9	0.041433333	0.405217997
10	0.04328	0.4232784
11	0.045946667	0.449358403
12	0.052716667	0.515569003
13	0.05689	0.5563842
14	0.058736667	0.574444603
15	0.065506667	0.640655203
16	0.06968	0.6814704
17	0.07645	0.747681

La Tabla D.7 muestra los valores de elongación del resorte medidos con el software ImageJ.

Tabla D.7. Valores de elongación del resorte en metros.

Elongación del resorte			
Medición	Masa [kg]	Fuerza [N]	Distancia medida [m]
1	0	0	0.029445
2	0.00722	0.0706116	0.030834
3	0.01399	0.1368222	0.032222
4	0.018163333	0.177637397	0.033111
5	0.02001	0.1956978	0.033666
6	0.022676667	0.221777803	0.034032
7	0.03049	0.2981922	0.035857
8	0.03726	0.3644028	0.037623
9	0.041433333	0.405217997	0.03846
10	0.04328	0.4232784	0.038951
11	0.045946667	0.449358403	0.03934
12	0.052716667	0.515569003	0.040933
13	0.05689	0.5563842	0.042112
14	0.058736667	0.574444603	0.042445
15	0.065506667	0.640655203	0.043755
16	0.06968	0.6814704	0.045001
17	0.07645	0.747681	0.046186

La Tabla D.8 muestra el cálculo de coeficiente de elongación del resorte. Las masas fueron apilándose en conjuntos para generar un aumento lineal en la fuerza y elongación del resorte.

Tabla D.8. Coeficiente del resorte obtenido para cada valor de elongación.

Cálculo del coeficiente de elongación del resorte				
Medición	Masa [kg]	Fuerza [N]	Distancia medida [m]	Coeficiente [N/m]
1	0	0	0.029445	0
2	0.00722	0.0706116	0.030834	50.8362851
3	0.01399	0.1368222	0.032222	49.26978754
4	0.018163333	0.177637397	0.033111	48.45537282
5	0.02001	0.1956978	0.033666	46.36289979
6	0.022676667	0.221777803	0.034032	48.34920498
7	0.03049	0.2981922	0.035857	46.50533375
8	0.03726	0.3644028	0.037623	44.55891416
9	0.041433333	0.405217997	0.03846	44.94930635
10	0.04328	0.4232784	0.038951	44.52749842
11	0.045946667	0.449358403	0.03934	45.4126734
12	0.052716667	0.515569003	0.040933	44.87891741
13	0.05689	0.5563842	0.042112	43.92391253
14	0.058736667	0.574444603	0.042445	44.1880464
15	0.065506667	0.640655203	0.043755	44.76975564
16	0.06968	0.6814704	0.045001	43.80755978
17	0.07645	0.747681	0.046186	44.66166896

ANEXO E. CARACTERIZACIÓN Y TABLAS DE RESULTADOS DE PRUEBA DE COMPRESIÓN DEL RESORTE

Imagen con el banco de pruebas y el vehículo Dinalpin. Se puede observar que el resorte está totalmente comprimido debido a la fuerza aplicada por el aire sobre el banco de pruebas. Igualmente, se puede observar la tabla de resultados del software ImageJ, en la que se resalta la disminución de longitud del resorte.



Figura E.1. Banco de pruebas con vehículo Dinalpin colocado dentro del túnel de viento.

La Tabla E.2 muestra la comparación entre la velocidad que se muestra en el controlador del túnel de viento y la velocidad medida por el anemómetro. El valor de velocidad utilizado para los cálculos finales es el medido con el anemómetro.

Tabla E.2. Pruebas de velocidad dentro del túnel de viento utilizando un anemómetro.

Velocidad del controlador [m/s]	Velocidad real en prueba 1 [m/s]	Velocidad real en prueba 2 [m/s]
10	3.3	3.3
15	5.0	4.9
20	6.7	6.7
25	8.5	8.5
30	10.4	10.2
35	12.2	12.2
40	13.8	13.8
45	15.5	15.5

Desde la Tabla E.3 hasta la Tabla E.8 se muestran los valores de compresión del resorte para cada vehículo y para la base sin carro y placa cuadrada. Todos los valores fueron medidos con el software ImageJ.

Tabla E.3. Medición de compresión en centímetros del resorte para la base sin carro.

Base sin carro		
Prueba	Longitud [cm]	Compresión [cm]
PMI	2.394	0
10 ms	2.364	0.03
15 ms	2.395	-0.001
20 ms	2.364	0.03
25 ms	2.364	0.03
30 ms	2.243	0.151
35 ms	2.213	0.181
40 ms	2.091	0.303

Tabla E.4. Medición de compresión en centímetros del resorte para la placa cuadrada.

Placa cuadrada		
Prueba	Longitud [cm]	Compresión [cm]
PMI	2.334	0
10 ms	2.305	0.029
15 ms	2.303	0.031
20 ms	2.121	0.213
25 ms	1.515	0.819
30 ms	1.031	1.303
35 ms	0.546	1.788
40 ms	0.456	1.878

Tabla E.5. Medición de compresión en centímetros del resorte para el Dinalpin.

Alpine a110 "Dinalpin"		
Prueba	Longitud [cm]	Compresión [cm]
PMI	2.364	0
10 ms	2.334	0.03
15 ms	2.334	0.03
20 ms	2.364	0
25 ms	2.334	0.03
30 ms	2.334	0.03
35 ms	2.212	0.152
40 ms	2.03	0.334

Tabla E.6. Medición de compresión del resorte en centímetros para el Volkswagen Sedán T1.

Volkswagen Sedan T1 "Vocho"		
Prueba	Longitud [cm]	Compresión [cm]
PMI	2.201	0
10 ms	2.2	0.001
15 ms	2.201	0
20 ms	2.201	0
25 ms	2.129	0.072
30 ms	1.935	0.266
35 ms	1.678	0.523
40 ms	1.614	0.587

Tabla E.7. Medición de compresión en centímetros del resorte para la Jeep CJ7 Renegade.

Jeep CJ7 Renegade		
Prueba	Longitud [cm]	Compresión [cm]
PMI	2.313	0
10 ms	2.312	0.001
15 ms	2.313	0
20 ms	2.281	0.032
25 ms	2.219	0.094
30 ms	2.062	0.251
35 ms	1.907	0.406
40 ms	1.625	0.688

Tabla E.8. Medición de compresión en centímetros del resorte para el Volkswagen T2.

Volkswagen T2 "Combi"		
Prueba	Longitud [cm]	Compresión [cm]
PMI	2.375	0
10 ms	2.375	0
15 ms	2.375	0
20 ms	2.375	0
25 ms	2.219	0.156
30 ms	2.094	0.281
35 ms	1.906	0.469
40 ms	1.531	0.844

Desde la Tabla E.9 hasta la Tabla E.13 se observan los valores de coeficiente de arrastre obtenidos para cada caso, incluyendo la placa cuadrada. Es importante resaltar que los valores marcados en amarillo son los valores en los que la fuerza generada sobre el banco de pruebas no fue suficiente para superar la fricción del modelo a escala.

Tabla E.9. Cálculo de la fuerza del aire sobre placa cuadrada y su coeficiente de arrastre.

Placa cuadrada		
Velocidad [m/s]	Fuerza [N]	Cd
0	0	0
3.3	-0.00043262	-0.008269272
5	0.01384384	0.11526703
6.7	0.07916946	0.367110339
8.5	0.34133718	0.983409238
10.4	0.49837824	0.959137635
12.2	0.69522034	0.972279988
13.8	0.6813765	0.744762013

Tabla E.10. Cálculo de la fuerza del aire sobre el Dinalpin y su coeficiente de arrastre.

Alpine a110 "Dinalpin"		
Velocidad [m/s]	Fuerza [N]	Cd
0	0	0
3.3	-1.92554E-16	-0.011709199
5	0.01341122	0.719458062
6.7	-0.0129786	-0.39050219
8.5	-1.92554E-16	-0.001764888
10.4	-0.05234702	-0.654866936
12.2	-0.01254598	-0.118189926
13.8	0.01341122	0.087661825

Tabla E.11. Cálculo de la fuerza del aire sobre el Volkswagen Sedán T1 y su coeficiente de arrastre

Volkswagen sedán T1 "Vocho"		
Velocidad [m/s]	Fuerza [N]	Cd
0	0	0
3.3	-0.01254598	-1.233309423
5	0.00043262	0.018525158
6.7	-0.0129786	-0.309509213
8.5	0.01817004	0.269223751
10.4	0.0497513	0.492417063
12.2	0.14795604	1.064163543
13.8	0.12286408	0.690656493

Tabla E.12. Cálculo de la fuerza del aire sobre la Jeep CJ7 Renegade y su coeficiente de arrastre

Jeep CJ7 Renegade		
Velocidad [m/s]	Fuerza [N]	Cd
0	0	0
3.3	-0.01254598	-0.847216666
5	0.00043262	0.012725779
6.7	0.00086524	0.014174403
8.5	0.02768768	0.281816551
10.4	0.043262	0.294142442
12.2	0.0973395	0.480935936
13.8	0.1665587	0.643171703

Tabla E.13. Cálculo de la fuerza del aire sobre la Volkswagen T2 y su coeficiente de arrastre.

Volkswagen T2 "Combi"		
Velocidad [m/s]	Fuerza [N]	Cd
0	0	0
3.3	-0.0129786	-0.705971311
5	0.00043262	0.010250703
6.7	-0.0129786	-0.17126370
8.5	0.05451012	0.44691648
10.4	0.0562406	0.30801393
12.2	0.12459456	0.49586848
13.8	0.23404742	0.72800233