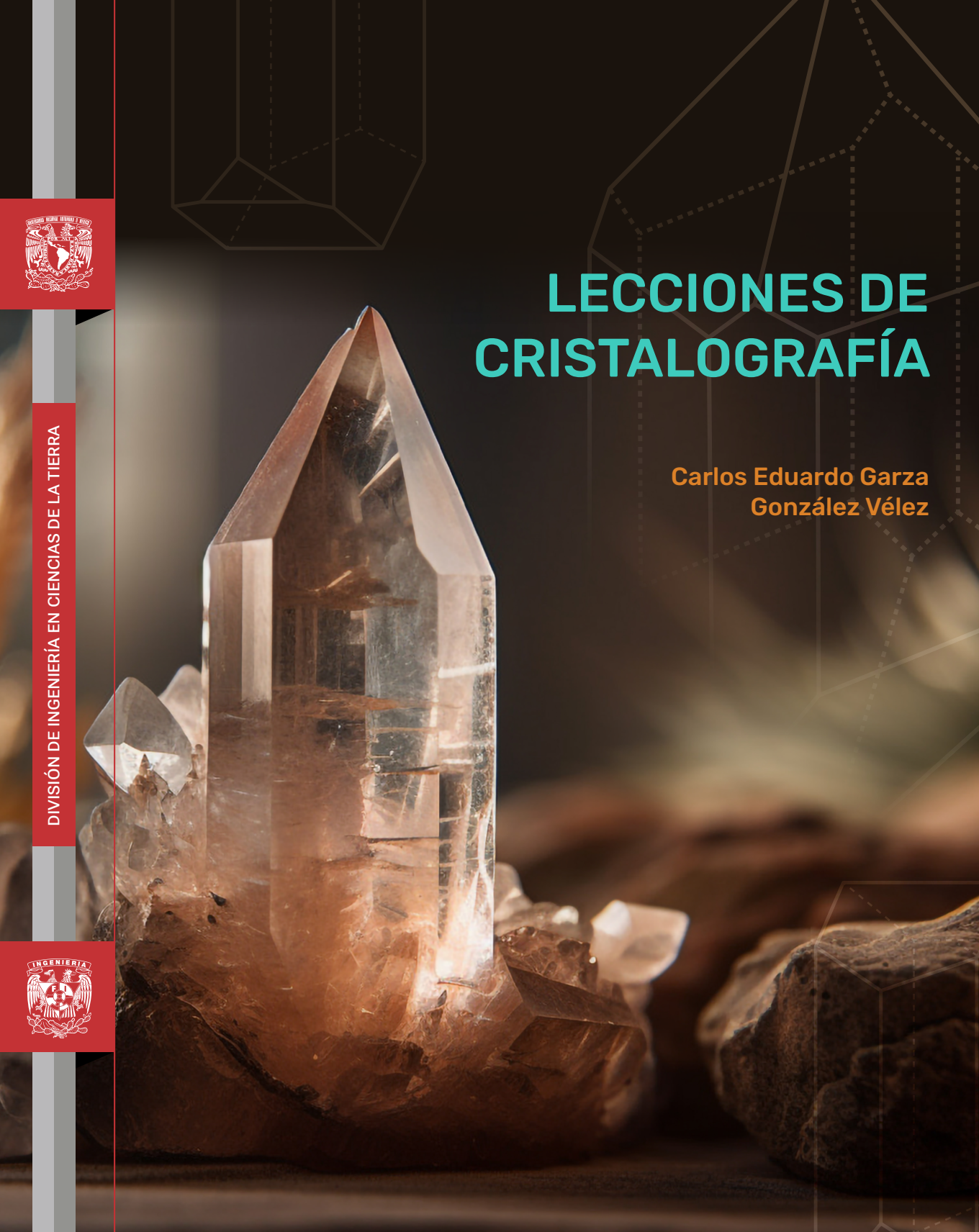
LECCIONES DE CRISTALOGRAFÍA

Carlos Eduardo Garza González Vélez

DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA



Para visualizar la obra te sugerimos

Acrobat Reader
Haz Click

Garza González Velez, Carlos
Lecciones de Cristalografía
Universidad Nacional Autónoma de México,
Facultad de Ingeniería, 2025, 188 p.

Lecciones de Cristalografía
Primera edición electrónica
de un ejemplar (12 MB) en formato PDF
Publicado en línea en agosto de 2025

D.R. © 2025, Universidad Nacional Autónoma de México,
Avenida Universidad 3000, Col. Universidad Nacional Autónoma de México,
Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán, C.P. 04510, México, CDMX.

FACULTAD DE INGENIERÍA
http://www.ingenieria.unam.mx/

Esta edición y sus características son propiedad de la Universidad
Nacional Autónoma de México. Prohibida la reproducción
o transmisión total o parcial por cualquier medio
sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.

Hecho en México.

Unidad de Apoyo Editorial

Diseño y formación editorial: Nismet Díaz Ferro
Cuidado de la edición: María Cuairán Ruidíaz

Fotografía de portada: Freepik, generada con Ai
Fotografías interiores: Freepik

CONTENIDO

Prólogo III

LECCIONES

1 Clases de simetría holoédricas y meroédricas 1

2 La cruz axial y los elementos cristalográficos de un cristal 7

3 El sistema cúbico o isométrico 14

4 El sistema tetragonal 29

5 El sistema hexagonal 56

6 El sistema trigonal o romboédirco 86

7 El sistema ortorrómbico o rómbico 117

8 El sistema monoclínico 140

9 El sistema triclínico 168

ANEXOS 189

1A 190 | 2A 191 | 3A 193 | 3B 196

3C 197 | 3D 198 | 3E 199 | 3F 200

3G 201 | 3H 202 | 4A 205 | 4B 207

5A 208 | 6A 210 | 7A 212 | 8A 213

9A 214

MINE TUTORIAL (descarga aquí)

PRÓLOGO

La Cristalografía es la ciencia que se encarga de describir la forma externa de los cristales y las estructuras internas que los sostienen. Ambas descripciones, en cualquier escala de observación están vinculadas por el concepto de *simetría*. Así, la disposición simétrica de las caras de cualquier cristal es una manifestación del arreglo de su estructura cristalina, que se repite con regularidad en las tres direcciones del espacio, como consecuencia de la *simetría* que se expresa a nivel atómico.

En el ambiente universitario, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Mineralogía se ha visto afectado esencialmente por la estructura y alcance de los contenidos del tema de Cristalografía que tradicionalmente se contempla en los textos clásicos y recientes de Mineralogía, además de la diversidad del *lenguaje cristalográfico* utilizado por los diversos autores. Estas particularidades, me animaron a escribir el texto *"Lecciones de Cristalografía"* dirigido a los estudiantes de las carreras de Ingeniería Geológica, Ingeniería Geofísica e Ingeniería de Minas y Metalurgia.

Este libro está diseñado para ser utilizado preferentemente en un ambiente de aprendizaje híbrido (presencial-en línea), dado que la Cristalografía es una ciencia amplia, compleja y, por tanto, requiere estrategias puntuales y efectivas para el reforzamiento del aprendizaje de la teoría, juntamente con el desarrollo de habilidades. En numerosas situaciones prácticas los estudiantes ponen en juego sus capacidades de observación e imaginativas, a fin de lograr los objetivos de aprendizaje teórico-prácticos.

En primer término, antes de iniciar la Lección 1 es recomendable que en clases presenciales se traten temas como las leyes de la Cristalografía, el concepto de simetría, los elementos de simetría de todo cristal, la

clasificación de los cristales, nomenclatura descriptiva de los cristales (*índices de Miller, direcciones y zonas cristalográficas, formas cristalinas, hábitos de cristales*). El alumno tendrá las bases para reforzar sus conocimientos y resolver los ejercicios de las lecciones 1 y 2. El mismo procedimiento se recomienda para las lecciones de la 3 a la 9 que tratan sobre los 7 sistemas cristalográficos, es decir, el profesor deberá primeramente presentar en el aula una síntesis teórico-práctica de cada sistema que contemple conceptos básicos, como la cruz axial, cómo se originan los grupos puntuales y explicar la generación de las diversas formas cristalinas y sus combinaciones.

En el contexto universitario con frecuencia se considera, además, que la Cristalografía es una de las ramas más difíciles de la Mineralogía. En los últimos 25 años ha sido verdaderamente impresionante el avance de la Cristalografía, reflejado en sus impactos en los campos de la Física, Química, Ciencia Mineral y Ciencia de los Materiales. La ingeniería se apoya en las ciencias, indudablemente, pero no debe de olvidarse que la ingeniería tiene un carácter eminentemente práctico. Asimismo, es importante tener presente que la Mineralogía ***es la ciencia más importante de las ciencias de la Tierra***, asignatura considerada en los planes de estudio de las carreras indicadas de la ingeniería en ciencias de la Tierra.

La Cristalografía es uno de los grandes pilares de la Ciencia Mineral y por ello sus conocimientos básicos se inscriben en los contenidos del programa de la asignatura de Mineralogía, con el propósito de configurar el marco para que los estudiantes describan los minerales, que entiendan sus formas y estructuras cristalinas y, por consecuencia, sus propiedades físicas y químicas. De esta manera, en cursos consecuentes, los estudiantes estarán preparados para entender el comportamiento de la luz y otras formas de energía en el medio cristalino, y poder utilizar herramientas analíticas como el microscopio petrográfico, comprender, además, las técnicas de difracción de rayos X, así como de la microscopía electrónica, entre otras.

Las numerosas y agradables charlas sobre temas educativos que tuve ocasión de sostener con mi maestro, amigo y colega *ME Miguel I. Vera Ocampo* fueron un enorme aliciente para escribir y perfeccionar los contenidos de este libro. Muchas gracias, Maestro Vera por tus invaluables consejos y enseñanzas.

Finalmente, de los textos de Mineralogía clásicos y recientes se seleccionaron numerosas ilustraciones que sirvieron como prototipos para el dibujo de modelos de cristales, lo que incidió en el realce del carácter didáctico del libro. Esto fue posible gracias a los diseños y dibujos de alta calidad ejecutados por la *L.D.G. Nismet Díaz Ferro* de la Unidad de Apoyo Editorial de la Facultad de Ingeniería. Mil gracias Nismet por su apoyo incondicional. Quiero también expresar mi agradecimiento a la *Maestra María Cuairán Ruidíaz*, colaboradora de la misma Unidad, por sus certeras observaciones y recomendaciones en la revisión del estilo. Muchísimas gracias a la Unidad de Apoyo Editorial por la siempre oportuna, diligente y amable atención que recibí a lo largo del proceso editorial.

Carlos E. Garza G.V.

LECCIÓN 1.

CLASES DE SIMETRÍA HOLOÉDRICAS Y MEROÉDRICAS

Objetivos de aprendizaje

Comprender y analizar la secuencia lógica-deductiva para abordar el estudio de los sistemas cristalográficos.

DEFINICIÓN DE HOLOEDRÍA

En cada sistema cristalino, la clase o grupo puntual que presenta el mayor número de elementos de simetría se denomina **holoedría o clase holoédrica** (del griego *holos* = completo y *hedra* = cara).

¿Qué implica esta definición?

Implica 3 aspectos:

- Un cristal es holoédrico cuando todas sus caras tienen una posición geométrica semejante con referencia a los ejes cristalográficos.
- Como es la clase que presenta la máxima combinación posible de elementos de simetría, se tendrá la mayor cantidad posible de caras sin combinación.

- Y, por tanto, en esta clase se tendrá la forma principal *{hkl}*, la que presenta el máximo número de caras posibles dentro del sistema, como consecuencia de la elevada simetría.

¿QUÉ SON LAS CLASES MEROÉDRICAS?

Recuerden que la simetría implica límites bien definidos que tienen una expresión matemática que, para fines prácticos, no se van a demostrar en este curso. Conforme a las posibilidades de la simetría:

- La desaparición de determinados elementos de simetría provoca que los elementos geométricos del cristal se multipliquen menor número de veces y, como consecuencia, generen formas con menor número de caras, para así generarse (producirse) las **clases meroédricas** (del griego *méros* = parte) y los poliedros correspondientes, formas meroédricas.

Las clases meroédricas o meroedrías se dividen en:

- Clases hemiédricas o hemiedrías (del griego, *hemi* = mitad y *hedra* = cara)
- Clases tetartoédricas (del griego, *tétarlos* = cuarto y *hedra* = cara)
- Clase ogdoédrica u ogdoedría (del griego, *ogdo* = octavo y *hedra* = cara)

Así, las hemiedrías son clases que se generan por la reducción parcial de elementos de simetría, para generar formas que reúnan la **mitad del número de caras**, correspondientes al dominio fundamental (máximo número posible de caras) de la clase holoédrica del sistema.

De igual forma, una reducción mayor del número de elementos de simetría de la holoedría generará formas que reúnan **la cuarta parte del máximo número de caras** posibles de dicha clase.

Una reducción todavía mayor del número de elementos de simetría de la clase holoédrica generará formas con **la octava parte del total de caras** de la forma general *{hkl}* de dicha clase. Noten que solo existe una clase ogdoédrica, que corresponde con la clase de menor simetría del sistema trigonal o romboédrico, según se deducirá en la lección correspondiente al sistema trigonal.

Es evidente entonces que las clases hemiédricas, la tetartoedría y la ogdoedría, se derivan de la clase holoédrica, por la supresión de determinados elementos de simetría de esta última clase.

Conforme a las posibilidades que ofrece la simetría, únicamente las hemiedrías o clases hemiédricas, pueden dividirse en:

- **Hemiedrías enantiomórficas o enantiomorfias** (del griego, *enantios* = contrario y *morphée* = forma)
- **Hemiedrías hemimórficas o hemimorfias** (del griego, *heemi* = mitad y *morphée* = forma)
- **Hemiedrías paramórficas o paramorfias** (del griego, *pará* = cerca de, a un lado de, fuera de y *morphée* = forma)

Como se ha podido constatar, el significado de la palabra **hemimórfica** es muy obvio, refiriéndose a que una forma tiene la mitad de las caras de la clase holoédrica. En contraste, la palabra **enantiomórfica** se refiere a la propiedad de poder disponer simétricamente, respecto de un plano, dos formas cristalinas que no pueden superponerse. En tanto, la palabra **paramorfia** designa una función de simetría desviada de su condición normal, por lo que las formas equivalentes con las holoédricas constarán de menor simetría.

¿QUÉ ES UNA HEMIEDRÍA ENANTIOMÓRFICA?

Son clases de simetría o grupos puntuales que carecen de planos y centros de simetría; por tanto, únicamente conservan los ejes de simetría de la clase holoédrica. Esta posibilidad de simetría tiene un significado matemático que, por fines prácticos, no se demostrará.

Las formas de esta clase se comportan como la mano derecha respecto a la mano izquierda; sería, por ejemplo, si tratáramos de ponernos el guante de la mano derecha en la mano izquierda y viceversa, lo cual es imposible.

Por consecuencia, las formas enantiomórficas **son incongruentes**, porque no pueden correlacionarse entre sí por medio de una operación de rotación; solamente es posible superponerlas por una operación de reflexión a través de un **plano externo** a ellas.

Por lo tanto, en esta clase encontraremos formas izquierdas y derechas; un ejemplo sería un cristal de cuarzo α derecho (o izquierdo), porque en dicho cristal se podrá observar siempre a nuestra derecha el trapezoedro, por eso llamado **trapezoedro derecho**.

¿QUÉ ES UNA HEMIEDRÍA HEMIMÓRFICA?

Son clases de simetría que contiene ejes de simetría polares y planos de simetría verticales, pero carece del plano de simetría horizontal, por tanto, carece del centro de simetría. Como ya se ha puntualizado, sus elementos de simetría son los que se conservan o derivan de la clase holoédrica, como otra posibilidad real de simetría que, como toda clase cristalina, tiene un significado matemático.

Sus formas correlacionadas **son congruentes**: se reconocen formas positivas y negativas o formas superiores e inferiores. Por ejemplo, romboedro positivo, pirámide superior, respectivamente.

Cabe precisar que dos formas correlacionadas son congruentes, cuando una se confunde con la otra por una operación de rotación.

¿QUÉ ES UNA HEMIEDRÍA PARAMÓRFICA?

Son clases de simetría o grupos puntuales que **conservan de la clase holoédrica**, los ejes de simetría principales y los planos de simetría perpendiculares a dichos ejes, así como el centro de simetría y tendrá, por tanto, plano horizontal. Los ejes de simetría serán, por consecuencia, ejes de simetría bipolares.

Actividades para desarrollar

1. Elaboren un cuadro sinóptico de las clases de simetría holoédricas y meroédricas.
2. Elaboren un diagrama conceptual que contemple la derivación de las clases de menor simetría a partir de la clase holoédrica.
3. Para cada sistema cristalográfico escriban las clases de simetría que contienen (holoedría y meroedrías). Consulten en principio, el archivo anexo **Lección 1A**. Por ejemplo, en el sistema cúbico hay una holoedría, tres hemiedrías y una tetartoedría. Escríbanlo de esta manera para los restantes sistemas.

Para pensar...

1. ¿Por qué solamente existen 32 clases de cristales?
2. ¿Qué es un grupo puntual?
3. ¿Qué relación existe entre la holoedría y las meroedrías?
4. ¿Cómo se constituye un sistema cristalográfico?

BIBLIOGRAFÍA

CORNELIUS, K., DUTROW, B. *Mineral Science* (ISBN-13 :978-0471-72157-4). New York: John Wiley, 2008.

DANA, J. M., SALISBURY, DANA E. *Danas' New Mineralogy* (ISBN 0471193100). 8nd edition New York: John Wiley, 1997.

GARZA-GONZALEZ V., C. *Principios de Cristalografía Morfológica.* Inédito, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2020.

OLSACHER, J. *Introducción a la Cristalografía.* Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina), 1946.

NESSE, WILLIAM D. *Introduction to Mineralogy* (ISBN 9780190618384). Third edition New York, Oxford University Press, 2017.

SALISBURY, DANA, E., FORD, WILLIAM, E. *Tratado de Mineralogía* CECSA, México, D.F., 1986.

WADE, F., A., MATTOX, R., B. *Elements of Crystallography and Mineralogy.* New York : Harper & Brothers, Publishers, 1960.

LECCIÓN 2.

LA CRUZ AXIAL Y LOS ELEMENTOS CRISTALOGRÁFICOS DE UN CRISTAL

Objetivos de aprendizaje

Conocer y analizar el significado de las propiedades o parámetros de la cruz axial en cada sistema cristalino y la importancia de los elementos cristalográficos de cualquier cristal.

¿QUÉ ES LA CRUZ AXIAL Y CUÁL ES SU SIGNIFICADO?

Como podrán recordarlo, todo cristal puede ser referido a un sistema de ejes coordenados ideales que se reúnen en una **cruz axial**. Es decir, la cruz axial constituye los ejes de referencia para todo cristal de cualquier sistema. La descripción del cristal inicia entonces, con la correcta ubicación de los ejes de referencia, ¡lo que implica que el cristal está **correctamente orientado**!

El centro u origen de la cruz axial debe siempre coincidir con el centro geométrico o centro de masa del cristal y así, todo plano cristalográfico (cara, plano de crucero, plano de macla) podrá individualizarse conforme a la segunda ley de la Cristalografía o **ley de Haüy**. La correcta orientación de la cruz axial siempre corresponderá con la posición de máxima simetría, como lo podrán constatar en las figuras de los archivos ligados a lecciones posteriores.

Dichos ejes de referencia o cruz axial son conocidos como **ejes cristalográficos**, ejes a, b, c, y los ángulos interpuestos se conocen como **ángulos cristalográficos** α, β, γ (alfa, beta, gama). La cruz axial presenta propiedades o características que se expresan en parámetros denominados **constantes cristalográficas**, así nombradas porque tales parámetros no cambian en todo cristal en cada sistema cristalográfico, conforme a las siguientes constantes:

SINAXIA (sin, del griego *syn, con;* que significa unión o simultaneidad; axia, de *axe,* referente a eje). Propiedad que significa las distancias relativas a las que cortan los ejes a, b, c a todo cristal de cualquier sistema, y la:

SINGONIA (sin, del griego *syn, con;* gonia, del griego *goonia,* que significa ángulo). Parámetro que significa, no solamente el valor de los ángulos entre los ejes a, b, c, sino cómo son los ángulos entre dichos ejes. Los ángulos cristalográficos, igualmente serán constantes para todas las clases cristalinas en cada sistema.

Luego entonces, conforme a las propiedades de la cruz axial o constantes cristalográficas y de las posibilidades de la simetría asociada, se consideran 7 sistemas cristalográficos:

SISTEMA CÚBICO O ISOMÉTRICO

Conformado por 3 ejes iguales o distancias axiales idénticas, que forman un ángulo entre sí igual a 90°, por lo tanto:

SINAXIA: a= b = c

SINGONIA: α = β = γ = 90°

¿Qué significan estos parámetros? ¿Cómo son, entonces, todos los cristales del sistema cúbico?

Las respuestas son muy simples: **Todos** los cristales de cualquiera de las 5 clases del sistema cúbico están igualmente desarrollados en las 3 direcciones axiales (a, b, c). Es decir, se trata de **cristales equiaxiales**.

LOS SISTEMAS DIMÉTRICOS

Se incluyen a los sistemas tetragonal, hexagonal y trigonal o romboédrico.

La cruz axial del sistema **tetragonal** se define por los ejes a, b, c que forman un ángulo de 90°; los ejes a y b son iguales y contenidos en un plano horizontal. El eje c o principal es desigual y, por tanto, puede ser mayor o menor que a y b. Así pues, las constantes cristalográficas de este sistema son:

SINAXIA: $a = b \neq c$ en donde c es mayor o menor que a = b

SINGONIA: $\alpha = \beta = \gamma = 90°$

Los sistemas **hexagonal y trigonal o romboédrico** poseen la misma cruz axial; son, por consecuencia, los únicos sistemas que comparten los mismos parámetros, es decir, las mismas constantes cristalográficas, pero presentan simetría diferente. Son también los únicos sistemas que tienen 4 ejes cristalográficos, 3 de los cuales están contenidos en un plano horizontal cada 60°; la simbolización de las caras está referida a los ejes a, b, x_1, c. Por lo tanto, las constantes cristalográficas son:

SINAXIA: $a = b = x_1 \neq c$ en donde c es mayor o menor que $a = b = x_1$

SINGONIA: $\alpha = \beta = 90° \neq \gamma = 120°$

LOS SISTEMAS TRIMÉTRICOS

Comprenden los sistemas ortorrómbico, monoclínico y triclínico. En estos sistemas, los 3 ejes a, b, c son desiguales, es decir, cortan a todo cristal de esa simetría a distancias diferentes. No obstante, se distinguen entre sí, por su singonia. Las características de las cruces axiales hacen para cada uno, las siguientes constantes cristalográficas:

SISTEMA ORTORRÓMBICO O RÓMBICO

SINAXIA: $a \neq b \neq c$

SINGONIA: $\alpha = \beta = 90°$

SISTEMA MONOCLÍNICO

SINAXIA: $a \neq b \neq c$

SINGONIA: $\alpha = \gamma = 90° \neq \beta > 90°$

SISTEMA TRICLÍNICO

SINAXIA: $a \neq b \neq c$

SINGONIA: $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90°$

ELEMENTOS CRISTALOGRÁFICOS DE UN CRISTAL

Se consideran como elementos cristalográficos de un cristal, los 3 ejes cristalográficos, a, b, c, con la respectiva singonia y los planos horizontal, frontal y sagital. Es evidente que dichos planos son posibles o establecidos precisamente por la cruz axial para dar lugar a la división de un cristal en 8 partes iguales u 8 octantes. Así, dependiendo de la forma observada, en un octante puede haber una o más caras que son equivalentes en los octantes restantes, o bien, puede no existir cara alguna (analizar última figura en el archivo anexo **Lección 2A**).

Estas distinciones son útiles, porque permiten facilitar la **ubicación y visualización** de caras y, por ende, la generación de formas no holoédricas, aspecto de gran importancia para entender cabalmente, la obtención o generación de las clases cristalinas no holoédricas. Sin embargo, cabe hacer la aclaración que dichos planos determinados por los ejes cristalográficos coinciden en su totalidad con planos de simetría en los sistemas de mayor simetría, esto es, en las holoedrías de los sistemas cúbico, tetragonal y hexagonal. En el sistema trigonal o romboédrico, por ejemplo, no existe plano de simetría horizontal en su clase principal.

En contraste, en el sistema ortorrómbico o rómbico, sí existen en la clase holoédrica, esos 3 planos determinados por los ejes. En el sistema monoclínico, por su parte, solo existe en la clase holoédrica el plano sagital, por lo que los planos frontal y horizontal no existen. La bipirámide monoclínica, por tanto, es una forma que **no existe** en el sistema monoclínico, por la baja simetría contenida.

Actividades para desarrollar

1. Abran el archivo anexo **Lección 2A**. Analicen las figuras y relaciónenlas con el texto anterior.
2. Para cada sistema cristalográfico dibujen su cruz axial (no repitan los dibujos de la figuras contenidas en el archivo **Lección 2A**), tomando en cuenta la sinaxia y singonia. Una vez hechos los dibujos, utilicen un par de lápices para señalar en 3D los ejes c-a, c-b, c-x_1, en cada sistema cristalográfico.

Para pensar...

1. ¿Por qué se llaman **sistemas** cristalográficos?
2. ¿Cómo son **todos** los cristales de los sistemas dimétricos?
3. ¿Cómo son **todos** los cristales de los sistemas trimétricos?
4. De acuerdo con las constantes cristalográficas: ¿Cómo puede ser el hábito de un cristal del sistema tetragonal?
5. Describan las **constantes cristalográficas** del sistema monoclínico.
6. En particular, desde el punto de vista de la simetría: ¿Cómo son los cristales del sistema triclínico?
7. ¿Qué ejes contiene el plano sagital?
8. ¿Qué significa alta o baja simetría?

Nota importante:

Presten mucha atención a la fecha límite de entrega de las actividades para desarrollar y de las preguntas PARA PENSAR...

Es muy importante dar cumplimiento oportuno; se requiere su puntual participación para entender las lecciones posteriores.

BIBLIOGRAFÍA

CORNELIUS, K., DUTROW, B. *Mineral Science* (ISBN-13 :978-0471-72157-4). New York: John Wiley, 2008.

DANA, J. M., SALISBURY, DANA E. *Danas' New Mineralogy* (ISBN 0471193100). 8nd edition New York: John Wiley, 1997.

GARZA-GONZALEZ V., C. *Principios de Cristalografía Morfológica.* Inédito, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2020.

OLSACHER, J. *Introducción a la Cristalografía.* Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina), 1946.

NESSE, WILLIAM D. *Introduction to Mineralogy* (ISBN 9780190618384). Third edition New York, Oxford University Press, 2017.

SALISBURY, DANA, E., FORD, WILLIAM, E. *Tratado de Mineralogía* CECSA, México, D.F., 1986.

WADE, F., A., MATTOX, R., B. Elements of Crystallography and Mineralogy. New York : Harper & Brothers, Publishers, 1960.

LECCIÓN 3.

EL SISTEMA CÚBICO O ISOMÉTRICO

Objetivos de aprendizaje

Analizar la simetría del sistema cúbico, para comprender la obtención de los grupos puntuales meroédricos, la generación de las formas holoédricas y meroédricas y las combinaciones de formas en un cristal de cualquier grupo puntual. Se pretende que todos estos elementos sirvan como base fundamental para diagnosticar la **simetría cúbica**, en un cristal o en un modelo cristalográfico.

Una vez entendidos los aspectos teóricos, las actividades prácticas sugeridas tendrán por objetivo que se familiaricen con la simetría cúbica.

En general, el desarrollo de estas habilidades teórico-prácticas les permitirá contar con una herramienta adicional para identificar un mineral, cuando presente formas cristalinas de cualquier sistema y en cualquier escala de observación.

CRUZ AXIAL DEL SISTEMA CÚBICO O ISOMÉTRICO

Todos los cristales que pertenecen al sistema cúbico son referidos a un sistema de tres ejes de igual magnitud y que forman entre sí ángulos iguales a 90°. Para fines prácticos, los ejes se denotarán como **a, b, c**; el eje a es el **eje anteposterior** y es el que se dirige al observador; el eje b es el **eje longitudinal** al observador y el eje c es el **eje vertical**. Los parámetros o constantes cristalográficas o características de la cruz axial son:

SINAXIA: a= b = c

SINGONIA: $\alpha = \beta = \gamma = 90°$

La forma tipo de este sistema es el **cubo** o **hexaedro**. Imagínense un cuadrado en tercera dimensión, ¿qué forma se genera?

¿Por qué se toma al cubo como forma tipo? ¡Muy fácil! Porque el cubo es la forma más simple del sistema y, también, la más frecuente, precisamente por eso se llama **sistema cúbico**. Noten, además, que la forma cúbica corresponde con la forma de la celda unitaria de todo cristal de este sistema. ¡Efectivamente! las formas de las celdas unitarias de los demás sistemas cristalográficos corresponden con la forma más simple de su clase holoédrica. El cubo es, por tanto, la forma más simple de la holoedría del sistema cúbico.

¿Cómo **orientamos** de manera correcta un cubo o cualquier otro poliedro?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

Recuerden que los ejes de referencia deben corresponder con la posición de máxima simetría de un cubo o de cualquier otro poliedro. Para tal efecto, **todas** las operaciones de simetría que hagamos en cualquier poliedro serán

simétricas. Entonces, si unimos los puntos medios de las caras opuestas de un cubo, será una operación simétrica y será la posición de máxima simetría.

¿Por qué? Porque si nos apoyamos en cualquier eje de la cruz axial y ejercemos la operación de rotación, el eje de referencia se convierte en un **eje de simetría cuaternaria**, eje que corresponde con la **simetría máxima**; la misma función se cumple para los otros dos ejes de referencia.

Para este curso de Mineralogía se eligió a **la halita como el mineral tipo del sistema cúbico.** Independientemente de su rareza, se elige el mineral tipo de cualquier sistema, aquel o aquellos que cristalizan en las formas más simples de la holoedría.

Para deducir los elementos de simetría de la primera clase o clase holoédrica u holoedría, la clase de **máxima simetría** de este sistema, por lógica, se elige la forma más simple, **el cubo**:

1ª clase. Holoedría. Clase hexoctaedral. N = Dominio fundamental = 48 caras

$$3E_4 + 4E_3 + 6E_2 + 3P_{\text{homólogos}} + 3P_{\text{d (diagonales)}} + C$$

Léase: Tres ejes cuaternarios, más cuatro ejes ternarios, más seis ejes binarios, más tres planos de simetría que son homólogos, más tres planos de simetría diagonales, más el centro de simetría. Elementos que fácilmente pueden identificarse en un cubo.

Esta es la **máxima combinación posible** entre ejes, planos y centro, no solamente en el sistema cúbico, sino con respecto a la holoedría de los 5 sistemas restantes. Como consecuencia de esto, el poliedro que reúne el máximo número posible de caras es el **hexoctaedro**, cuyo símbolo de la forma es {hkl}, por reunir un alto número de caras (48). Por tal motivo, la clase se denomina **hexoctaedral** y **no** clase cúbica.

¿QUÉ ES EL DOMINIO FUNDAMENTAL?

En la holoedría cúbica su forma más simple es el cubo. El cubo en sí se divide en **48 partes iguales**, llamadas **dominio fundamental** y este dominio se define como cada una de las 48 partes en que se divide el cubo, al utilizar todos los elementos de simetría de la clase holoédrica.

Abran el archivo anexo **Lección 3A** y observen con detalle la primera figura del cubo en la parte superior derecha. Ahora se elige el dominio que está achurado, para comprobar que **todas las formas holoédricas** se pueden generar a partir de dicho dominio. Efectivamente, si el polo de un eje toca el eje 4, se generará un cubo, es decir, 6 caras unidas por $3E_4$ implica un **cubo**; de la misma manera, si el polo cae en el eje 3, se genera un octaedro, en este caso 8 caras unidas por $4E_3$ implica un **octaedro**, y para terminar con las **formas fijas**, si el polo cae en el eje binario se obtiene el **dodecaedro**, o sea, 12 caras unidas por $6E_2$ implican un dodecaedro. Las **formas móviles**, por su parte, carecen de un lugar exacto entre los ejes 4 y 2, 4 y 3, 2 y 3, de tal manera que, si los polos caen entre esos intervalos, se generarían respectivamente, el **tetrahexaedro**, el **trapezoedro** y el **trisoctaedro**. Asimismo, en cualquiera de las zonas del interior del dominio fundamental, se genera el **hexoctaedro** que también es una forma móvil.

Regresando a los elementos de simetría de la holoedría, observen y analicen las figuras que le siguen a la figura del dominio fundamental. Podrán observar en perspectiva, algunos elementos de simetría, como los ejes 4, 3, 2, los planos homólogos, así como el modo de tomar en un modelo o en un cristal, los ejes de simetría. Ahora, intenten imaginar la ubicación de los planos diagonales e identifiquen qué elementos de construcción unen y describan la ubicación y función del centro de simetría.

(*) *Resuelvan el ejercicio antes de seguir adelante.*

Para continuar con el análisis de las clases del sistema cúbico, abran el archivo anexo **Lección 3B**. Recordarán que las **meroedrías** (**hemiedrías, tetartoedrías y ogdoedría**) se derivan o generan de la clase holoédrica por supresión de determinados elementos de simetría. Dicha supresión de los elementos de simetría no es arbitraria, sino conforme a las posibilidades finitas de la simetría:

◊ **La hemiedría hemimórfica. Clase hextetraedral.** Su dominio fundamental (N) es igual a 24 caras (mitad de caras de la holoedría) que corresponde con el número de caras del hextetraedro. Su forma tipo es el tetraedro (4 caras) que corresponde con la forma más simple.

Como podrán notarlo, de la holoedría se conservan sus $4E_3$ y solo $3E_2$. Además, se conservan de la holoedría, los planos diagonales ($6P_d$).

◊ **La hemiedría paramórfica. Clase diploidal o piritoedral** (así nombrada también por conveniencia didáctica), con N = 24 caras que corresponde con el número de caras del diploide. Su forma tipo es el piritoedro o dodecaedro pentagonal (12 caras), que es una forma cristalina frecuente de la pirita.

Observen que en esta clase se conservan de la clase holoédrica, los $4E_3$, $3E_2$, los 3 planos homólogos y el centro de simetría.

◊ **La hemiedría enantiomórfica. Clase giroidal (icostetraedral).** N = 24 caras, que es el número de caras del giroedro o icostetraedro, que es la única forma nueva en esa clase, tal como se verá más adelante.

En esta clase única y exclusivamente se conservan los ejes de simetría de la holoedría y carece, por tanto, de planos y centro de simetría.

Como recordarán, una supresión mayor de los elementos de simetría de la clase holoédrica hace posible la generación de la quinta y última clase, la de menor simetría del sistema:

◊ **La tetartoedría. Clase tetartoidal.** N = 12 caras, que es el número de caras del tetartoide y también es la única forma nueva de esta clase, tal y como lo podrán advertir cuando se analicen las formas que contiene cada clase.

La **característica simétrica** del sistema cúbico corresponde con los $4E_3$ ¿Por qué? Porque, según lo pueden observar, en las 5 clases de simetría o grupos puntales existen $4E_3$. Luego entonces, en todo cristal o modelo del sistema cúbico, siempre encontrarán $4E_3$.

Noten además que en la clase holoédrica cristalizan el mayor número de minerales, entre ellos los más comunes. Se cumple entonces la relación entre la mayor frecuencia de minerales en la naturaleza con la alta simetría.

Es momento de conocer las formas que existen en cada clase. La simetría implica **un número finito** de formas posibles. Recordarán que, debido a la alta simetría, todas las formas del sistema cúbico son formas cerradas. En la última página del archivo **Lección 3A**, podrán observar las formas que existen en cada clase, como consecuencia de la simetría contenida en ellas. Observen que **todas** las formas holoédricas están subrayadas; esto significa por lógica, que todas las formas son nuevas, porque corresponden con la máxima simetría, ¡no hay nada antes de ellas!

En las clases de menor simetría, noten que solo las formas nuevas de cada clase están subrayadas; las formas que no están subrayadas son formas que se repiten o se conservan desde la holoedría. ¿Qué significa esto? El cubo o el octaedro están en todas las clases, ¿cómo sé a qué clase pertenece, por ejemplo, un cubo o un octaedro?

(*) *Respondan las preguntas. Si no les es posible, pueden continuar.*

La segunda ley de la Cristalografía o ley de Haüy permite demostrar que las formas de los cristales se pueden combinar **en un número finito de posibilidades**. ¿Qué determina tales combinaciones? ¿No lo recuerdan? Muy sencillo: Todo dependerá de **cómo se empaquen en las 3 direcciones del espacio las celdas unitarias**. Sin embargo, es indispensable comprender las implicaciones de dichos empaques en las diversas formas de los cristales y sus combinaciones. Para lograr esto es necesario en principio, entender **cómo se generan las formas holoédricas y las formas nuevas de las clases de menor simetría**, con el fin de descubrir otra utilidad práctica de la relación entre la estructura interna y las formas externas de los cristales.

Una forma puede **generarse o derivarse de otra** mediante operaciones simétricas que incluyen la omisión alterna de caras o la omisión alterna de octantes que contienen "n" caras. Asimismo, una forma puede derivarse de otra, por operaciones simétricas básicas como **el truncamiento, biselamiento y apuntamiento**.

¿CÓMO DEFINIR ESTAS ÚLTIMAS OPERACIONES?

- **TRUNCAMIENTO:** Es la **sustitución** de un vértice(s) o una arista(s) por un plano (cara); puede ser simétrico o asimétrico.
- **BISELAMIENTO:** Cuando dos caras similares **sustituyen** la(s) arista(s) de una forma y, por lo tanto, están inclinadas en ángulos iguales a sus caras similares adyacentes.
- **APUNTAMIENTO:** Existe la formación de caras que inciden o manan de un punto de una cara prexistente. Esto es, una cara es **sustituida** por "n" caras, se dice entonces que dicha cara es apuntada.

Verán en seguida, con un enfoque sumamente práctico, las generaciones o derivaciones de formas en el sistema cúbico, desde la clase de mayor simetría (holoedría), hasta la tetartoedría.

Abran el archivo anexo **Lección 3C** y observen cuidadosamente cada una de las formas que existen en la clase holoédrica, inclusive, procuren retenerlas en su mente. Prácticamente, todas las formas holoédricas derivan o se generan de un cubo, ¿cómo es esto posible?

Al truncar los **8 vértices** de un cubo se genera un **octaedro**. Traten de imaginarlo en el espacio tridimensional. Esto explicaría también la típica combinación de cubo con octaedro o viceversa (combinación de octaedro con cubo, cuando el octaedro está más desarrollado). Hay que recordar y tener presente que no solamente los cristales se encuentran en la naturaleza **en formas únicas**, sino con mucha frecuencia se hallan en **combinaciones de 2 o más formas en un mismo cristal**. Por ejemplo, la fluorita se halla frecuentemente en cristales con combinaciones de cubo y octaedro. Como ya se ha señalado en las clases presenciales y aquí mismo en las lecciones, dichas combinaciones son también la expresión de la **segunda ley de la Cristalografía**.

Si ahora se truncan las **12 aristas** de un cubo se deriva o genera el dodecaedro, también llamado rombododecaedro, **poliedro de 12 caras** de forma rómbica. De la misma manera, esto explicaría la combinación de **cubo con el dodecaedro** o viceversa.

Las aristas del cubo también se pueden biselar, es decir, cada arista del cubo es sustituida simétricamente por dos caras, y así dar lugar a la generación del **tetrahexaedro**, **poliedro de 24 caras**, cada una de las cuales es un triángulo isósceles. Noten que 4 de estas caras juntas, ocupan la posición de una cara del cubo, de ahí su nombre: tetra = 4, hexaedro= cubo. ¿Pueden imaginar la combinación de cubo con tetrahexaedro?

El **trapezoedro** también se puede generar de un cubo. Imagínense que están dentro de un cubo, en donde pueden observar el **centro de simetría** a la altura de su cabeza y están comprobando que dicho centro coincide con el origen de los ejes a, b, c que tocan los puntos medios de las 6 caras del cubo; supongan,

además, que las caras del cubo son flexibles o moldeables. Ahora, tomen con su mano el eje c y empújenlo hacia arriba, para empujar la cara (001), que no se va a romper, sino que en su lugar dicha cara va a ser sustituida por caras **de forma trapezoidal**. Si hacen la misma operación con los otros ejes en ambos sentidos (+ y –) van a generar, por un apuntamiento simple, el trapezoedro, poliedro limitado por **24 caras**, cada una de ellas es un trapecio.

Resulta más sencillo notar que la generación de un trisoctaedro es precisamente por un apuntamiento simple de las 8 caras del octaedro. El **trisoctaedro** es un **poliedro limitado por 24 caras**, cada una de las cuales es un triángulo isósceles, 4 de estas caras juntas ocupan la posición de una cara octaédrica. Si retomamos el ejemplo anterior, en este caso el empuje no sería con los ejes de la cruz axial. ¿Qué tipos de ejes estarían operando el apuntamiento?

(*) *Respondan la pregunta.*

Recuerden que el **hexoctaedro** es la forma general en el sistema cúbico y por eso se llama **clase hexoctaedral**. Es un **poliedro de 48 caras** similares y cada una de las cuales es un triángulo escaleno y corta a los ejes a distancias desiguales, de ahí su símbolo *{hkl}*. Este poliedro se genera del cubo por el apuntamiento doble de sus caras. Exactamente con la misma operación para obtener el trapezoedro, pero el apuntamiento es al doble. O sea, un apuntamiento simple, apoyándose en los ejes de referencia genera un trapezoedro, como ya fue indicado; pero si se sigue empujando en las direcciones axiales hasta el doble de la distancia, el trapezoedro desaparecería y en su lugar aparecería o se generaría **el hexoctaedro**; más allá de este ya no hay nada, ninguna forma por considerar conforme a la simetría. Entonces, ¿cuántas caras del hexoctaedro sustituyen a una cara del cubo?

(*) *Respondan la pregunta.*

HEMIEDRÍAS

Hemimórfica

Se procederá ahora a analizar las formas que no se repiten de la hemiedría hemimórfica, es decir, la clase hextetraedral. Abran el archivo anexo **Lección 3D**. Se tiene el panorama de las 4 formas nuevas de esta hemiedría y brevemente se señala su derivación o generación.

Analicen cuidadosamente cada poliedro.

Es evidente que el **hextetraedro** es la forma más completa de este grupo puntual, determinada por la combinación de los elementos de simetría de dicha clase. Este poliedro se genera de la holoedría, o sea de una forma holoédrica: el **hexoctaedro (48 caras)**. El **hextetraedro** es una forma hemiédrica (**24 caras**) y se genera entonces, por la supresión alterna de las caras que se encuentran en cada octante del hexoctaedro, o lo que es lo mismo, por **supresión alterna de octantes**. En otras palabras, se toman las caras de un octante del hexoctaedro (es un octante SÍ), se eliminan las caras que hay en el siguiente octante (es un octante NO), y así sucesivamente, en la secuencia uno sí-uno no, y las caras que no se eliminaron, se proyectan en las 3 direcciones del espacio hasta que se crucen y constituyan el poliedro cerrado.

Si se eliminan determinados elementos de simetría de la holoedría, es lógico pensar que el poliedro máximo resultante, tendrá un número menor de caras, las que son simétricamente obtenidas. No obstante, el poliedro más simple y común de esta clase es el **tetraedro** {111}, cada una de sus caras es un triángulo equilátero y cristalográficamente debe orientarse de manera que los ejes unan los puntos medios de las aristas opuestas. Como lo podrán constatar fácilmente, este poliedro se genera del **octaedro** (forma holoédrica) por la supresión alterna de octantes (uno sí-uno no...), que pueden ser los que están señalados en la figura en el PDF (caras achuradas), o bien, los otros cuatro octantes (caras en blanco).

También resulta fácil visualizar la generación u obtención del **tristetraedro**, poliedro que deriva, igualmente, del **trapezoedro** (**forma holoédrica de 24 caras**) **por supresión alterna de sus octantes**; observen que en cada octante del trapezoedro se tienen 3 caras. El **tristetraedro** es un poliedro de **12 caras**, que puede ser visto como un tetraedro con sus 4 caras apuntadas.

Finalmente, el **dodecaedro deltoide**, poliedro de **12 caras**, deriva por la supresión alterna de los octantes del **trisoctaedro** (**forma holoédrica de 24 caras**).

Adviertan que, en cada octante de este último, existen 3 caras. El **dodecaedro deltoide** es la expresión de un **tetraedro** con un mayor apuntamiento de sus 4 caras.

Enantiomórfica

Abran el archivo anexo **Lección 3E** y analicen meticulosamente los poliedros y los pies de figura. La hemiedría enantiomórfica es una clase muy rara porque esencialmente existen muy pocos y muy raros minerales. La única forma nueva es el **giroide** o **icositetraedro**; recordarán que en esta clase hay formas incongruentes, es decir, formas izquierdas y derechas. Este poliedro de **24 caras** se deriva de la holoedría, al tomar una cara SÍ y una cara NO del **hexoctaedro** (**48 caras**); esta operación expresa, de la misma forma, un muy raro empaque de las **celdas unitarias cúbicas**. Esta operación simétrica es difícil de visualizar, pero tengan presente que, para fines ingenieriles, únicamente interesan las formas cristalinas más comunes.

Paramórfica

La forma general de esta clase es el **diploide**, poliedro que reúne **24 caras**, cada una es un trapecio, que se disponen por parejas, cada una al lado de los

planos de simetría (ver figura en el archivo **Lección 3E**). Esta forma hemiédrica es muy rara en el reino mineral. El diploide, deriva del **hexoctaedro** por la supresión de 2 caras SÍ-2 caras NO... (supresión alterna de caras). Como ya fue puntualizado, para fines prácticos se ha elegido al **piritoedro** para nombrar a esta clase, en alusión a que la pirita cristaliza comúnmente en **dodecaedros pentagonales** (sinónimo de piritoedro), además de la forma cúbica. Precisamente el piritoedro es la forma tipo de esta clase.

Como pueden constatar claramente en la figura, el piritoedro deriva por la supresión alterna de caras, una cara sí-una cara no, del tetrahexaedro de la clase holoédrica. Dado que las 12 caras del piritoedro ocupan las mismas posiciones que las caras alternadas del tetrahexaedro, son posibles dos orientaciones complementarias, el piritoedro positivo y el piritoedro negativo. Es conveniente puntualizar que las longitudes de los lados de los pentágonos no son iguales, rasgo que está acorde con **la primera y segunda ley de la Cristalografía: la inexistencia de simetría quinaria**.

La combinación de formas más frecuente en esta clase es la de **cubo con piritoedro**. Ambas formas pueden estar presentes en un cristal macroscópico; sin embargo, si se tiene, por ejemplo, **un cubo estriado de pirita**, las estrías tienen netamente un significado cristalográfico: *la presencia sutil del piritoedro*, con el obvio predominio de la forma cúbica. Este rasgo cristalográfico se denomina **combinación o crecimiento oscilatorios**, lo que significa que todo cubo que no es holoédrico será siempre un cubo estriado, en cualquier mineral de las clases hemiédricas e inclusive en la tetartoedría (Ver figura en el archivo **Lección 3F**).

TETARTOEDRÍA

En esta clase de simetría, la única forma nueva o que no se repite es el **tetartoide**, que está comprendido por **12 caras pentagonales** (ver figura en el archivo **Lección 3E**). La forma es obtenida al tomar, de manera simétrica, la cuarta parte de caras del hexoctaedro. Para fines estrictamente prácticos, el **tetartoide** puede ser visto como un **tetraedro** con sus cuatro caras apuntadas en 3 caras, cada una constituyendo un pentágono asimétrico (siempre es así). Esta forma tetartoédrica es muy rara en el reino mineral.

Comentario final

Como se ha mencionado de manera frecuente en clase, interesan las formas y combinaciones más comunes de los cristales. Cristales que contienen combinaciones complejas no son comunes en el reino mineral como, por ejemplo, las combinaciones observadas en el archivo **Lección 3G**.

Cabe reiterar que, para los fines teórico-prácticos de este curso, interesan las formas (únicas) más comunes y las combinaciones de formas más frecuentes, no solamente para el sistema cúbico, sino para los demás sistemas cristalinos.

Actividades para desarrollar

1. Repasen el sistema cúbico con el uso del *Tutorial de Mineralogía del libro Mineral Science*. Para tal propósito abran la carpeta anexa **MINE TUTORIAL**, dar doble clic en **Mineralogy_Tutorials** y dar clic exclusivamente en el módulo II, dar clic en el botón *crystal classes* y luego dar clic en *Isometric*.

2. Escriban las fórmulas químicas de **10 minerales** del sistema cúbico y describan el compuesto. Por ejemplo, Ag_2S, escriban: sulfuro de plata. Se requiere que abran el archivo **Lección 3B**.
3. Abran el archivo **Lección 3H**. En cada forma dibujen los ejes cristalográficos y escriban al pie de ellas, las combinaciones de formas.
4. Abrir la página: https://gemologiamllopis.com/cristalografia/#a. Repasen todas las formas (todas son únicas), con el uso del submenú que se tiene al pie de cada una. Traten de identificar errores.
5. Consulten los archivos contenidos en la carpeta anexa **MODELOS CÚBICO**. Se trata de que construyan en cartulina (preferiblemente gruesa), en el orden indicado (del 1 al 10), los modelos cristalográficos. Para tal propósito, deberán imprimir los PDF en cartulina, recortar con tijera la plantilla de la forma (solo contorno), doblar por todas las líneas y pegar las pestañas en los lugares respectivos. Una vez construidos los modelos elaboren, además, una ficha para cada modelo que considere:

    1. Croquis del modelo con la ubicación de la cruz axial.
    2. Determinen y escriban los elementos de simetría. Identifiquen y escriban el grupo puntual.
    3. Reconozcan y escriban las combinaciones de formas.
    4. Deduzcan los índices de Miller solo de la cara principal de cada forma.

Para pensar...

Deberán responder las preguntas que están distribuidas en el texto de la lección, solo las que están señaladas con un **asterisco (*)** y enviarlas en la fecha indicada.

Nota importante:

Las actividades señaladas en los puntos 2 y 3, deberán enviarlas en un reporte en la fecha solicitada. La actividad contemplada en el punto 5, deberá entregarse en un reporte con fecha por fijar. Los puntos 1 y 4, son actividades que deben realizarse para reforzar el aprendizaje, es muy importante que las lleven a cabo, así como que sigan cuidadosamente la secuencia de estudio.

BIBLIOGRAFÍA

CORNELIUS, K., DUTROW, B. *Mineral Science* (ISBN-13 :978-0471-72157-4). New York: John Wiley, 2008.

DANA, J. M., SALISBURY, DANA E. *Danas' New Mineralogy* (ISBN 0471193100). 8nd edition New York: John Wiley, 1997.

GARZA-GONZALEZ V., C. *Principios de Cristalografía Morfológica*. Inédito, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2020.

OLSACHER, J. *Introducción a la Cristalografía*. Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina), 1946.

NESSE, WILLIAM D. *Introduction to Mineralogy* (ISBN 9780190618384). Third edition New York, Oxford University Press, 2017.

SALISBURY, DANA, E., FORD, WILLIAM, E. *Tratado de Mineralogía* CECSA, México, D.F., 1986.

WADE, F., A., MATTOX, R., B. *Elements of Crystallography and Mineralogy*. New York : Harper & Brothers, Publishers, 1960.

LECCIÓN 4.

EL SISTEMA TETRAGONAL

Objetivos de aprendizaje

Desde el punto de vista teórico-práctico, comprender y analizar la simetría del sistema tetragonal, con el objeto de entender plenamente, la generación de las 7 posibilidades de simetría, la obtención de las formas en los 7 grupos puntuales y las combinaciones comunes de formas en cada clase cristalina. Dominada esta perspectiva, estarán capacitados para distinguir o identificar la **simetría tetragonal**, en cualquier cristal o modelo de cristal.

LA *CRUZ AXIAL* DEL SISTEMA TETRAGONAL

Cualquier cristal del sistema tetragonal, es referido a 3 ejes ortogonales que, para fines prácticos, también se denominarán a, b, c, dos de ellos a y b son de igual longitud y están contenidos en el plano horizontal; el eje c o eje vertical, es perpendicular a dicho plano y puede ser más largo o corto que los ejes a y b. Recordarán que la posición en el espacio tridimensional de dichos ejes o cruz axial ya fue descrita en el sistema cúbico. Por lo tanto, las características o parámetros o **constantes cristalográficas** que se expresan en el sistema de ejes cristalográficos son:

SINAXIA: a = b ≠ c o a = a ≠ c; en donde: c > a = b o c < a = b

SINGONIA: α = β = γ = 90°

Estas constantes cristalográficas, como su nombre lo indica, se cumplen para todo cristal de cualquiera de las 7 clases cristalinas o grupos puntuales.

Abran el archivo anexo **Lección 2A** *y consulten el dibujo de la cruz axial.*

Como seguramente ya lo han de suponer, la **forma tipo** del sistema tetragonal, es el **prisma tetragonal**, que evidentemente corresponde con la forma más simple del **sistema** y también la forma tetragonal más frecuente en la naturaleza. La manifestación de la simetría tetragonal en la estructura cristalina parte de la forma constante de su celda unitaria. Así, en todos los cristales tetragonales de cualquier clase cristalina, la forma de la celda unitaria será precisamente, un prisma tetragonal. Como ya fue señalado en la lección anterior, esta forma simple tetragonal se cumple a escala **infinitesimal** (nivel del tamaño de la celda unitaria expresado en Å), y lo mismo pasa en ¡todos los sistemas cristalográficos!

¿Por qué se llama sistema tetragonal?

(*) *Respondan la pregunta y demuestren, de manera simple con un dibujo, su respuesta.*

He seleccionado **al zircón** como el mineral tipo del sistema. Este mineral es raro, pero independientemente de ello, cristaliza en las formas más simples del sistema. Ustedes pueden proponer más adelante, otro mineral tipo para este sistema, siempre y cuando su forma o combinaciones de formas sean simples, pero que sea holoédrico.

Es momento de exponer los elementos de simetría de la clase principal, ¿por qué principal? Porque reúne la máxima combinación de elementos de simetría, por esa razón se denomina **holoedría**, también nombrada clase **holosimétrica** (para todos los sistemas cristalográficos). Recuerden que lo primero que se tiene que hacer para describir cualquier cristal es ubicar la cruz axial o ejes de referencia, lo que significa orientar el cristal en el espacio de 3 dimensiones. Es obvio que el poliedro por orientar es el prisma tetragonal, la forma tipo del sistema.

¿CÓMO ORIENTAMOS UN PRISMA TETRAGONAL?

Para esto, la clave está en el eje c, porque, según lo podrán visualizar, en los sistemas dimétricos el eje c coincide con el eje de máxima simetría. Tengan presente, además, que la cruz axial tiene que salir del cristal en posiciones simétricas.

Para comprender bien esto, dibujen en perspectiva un prisma tetragonal; primero, observen con cuidado el dibujo y traten de visualizarlo en 3 dimensiones. Ahora, dibujen el eje c, ¿por dónde tiene que salir dicho eje? ¡Correcto! Por los puntos medios del pinacoide basal y dicha posición representa la máxima simetría. Ahora hagan coincidir el origen de los ejes cristalográficos con el centro geométrico del prisma; del centro común, saquen los ejes cristalográficos a y b y notarán que hay 3 posibilidades:

1. Que los ejes a y b salgan por los puntos medios de las caras verticales opuestas.
2. Que dichos ejes horizontales, salgan por los puntos medios de las aristas verticales opuestas y
3. Que tales ejes salgan oblicuos de las caras verticales opuestas, es decir, salgan en cualquier punto, ubicado entre el punto medio de la cara vertical y el punto medio de la arista vertical.

¿Ya lo notaron? Pues estas 3 orientaciones son válidas para la mayoría de los poliedros tetragonales, y por eso mismo hay que tenerlas presentes, hay que mantenerlas en mente.

Conviene que ahora dibujen la **traza horizontal** del prisma tetragonal, para cada una de las tres orientaciones de los ejes arriba indicadas (el eje c lo observarán como un punto).

Elaboren los 3 dibujos antes de continuar.

Pregunta fácil:
¿Cuál de las 3 orientaciones anteriores, representa menos simetría?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

La deducción de los elementos de simetría de la **holoedría o clase principal** se facilita mucho, si se elige a la forma más simple, o sea, al **prisma tetragonal**.

Vuelvan a su dibujo en perspectiva de este poliedro. Observen que el eje c coincide con el eje de máxima simetría. Muy simple: si el eje c está estático es el eje cristalográfico c, si se hace la operación de rotación con respecto a dicho eje, el eje c **se convierte** en un eje de simetría cuaternaria o un eje 4. La misma situación sucede con los ejes a y b, los cuales se convierten o coinciden con ejes binarios. Antes de continuar, los elementos de simetría de la clase de máxima simetría o clase holoédrica son:

1ª clase. Holoedría. Bipiramidal ditetragonal. N = Dominio fundamental = 16 caras

$$E_4 + 4E_2 + 3P_{homólogos} + 2P_{diagonales} + C$$

Léase: Un eje cuaternario, más cuatro ejes binarios, más tres planos de simetría que son homólogos, más dos planos de simetría diagonales, más el centro de simetría. Elementos que se pueden identificar o visualizar con facilidad en un prisma tetragonal {110} o {100}.

Observen que dos de los ejes binarios coinciden con los ejes cristalográficos a y b y los otros dos ejes binarios salen por posiciones simétricas equivalentes. Esto es, si los ejes a y b (coinciden con ejes binarios) salen por los puntos medios de las aristas verticales opuestas {110}, los otros dos ejes binarios salen por los puntos medios de las caras verticales opuestas, y viceversa {100}. Constaten también, que los dos planos diagonales unen aristas verticales opuestas, y por lógica, no existen planos diagonales que unan aristas horizontales opuestas.

Visualice esto último con un dibujo simple, antes de continuar.

¿Por qué hay centro de simetría en la holoedría?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

Como consecuencia de la **máxima combinación posible**, entre eje, planos y centro de simetría, el poliedro que reúne el máximo número posible de caras es la **bipirámide ditetragonal** con **16 caras**, que es la forma general de la clase, simbolizada como {hkl}. De ahí que esta clase se denomine **bipiramidal ditetragonal**.

Describan la siguiente figura (figura 1), remarquen las líneas y símbolos.

¿Qué representa la figura?

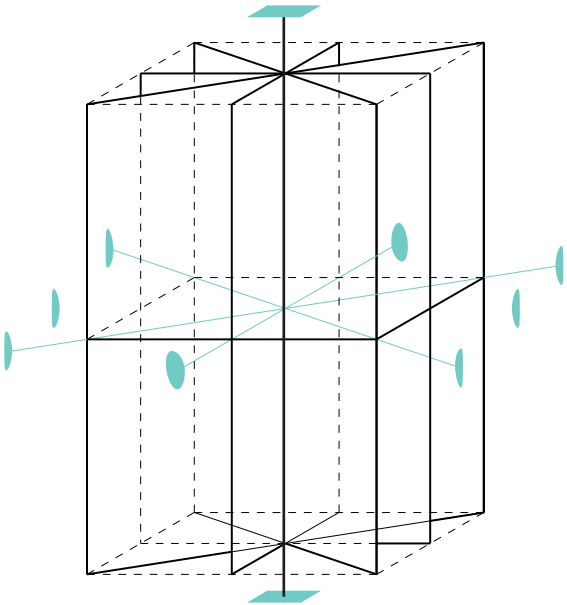


Figura 1

Abran el archivo anexo **Lección 4B**; podrán observar los **7 grupos puntuales** del sistema tetragonal. Adviertan que los ejes binarios en la holoedría están desglosados; los $2E_2$ (sin apóstrofe) o ejes principales horizontales, coinciden con los ejes a y b, mientras que los $2E'_2$ no coinciden con dichos ejes (por eso el apóstrofe) y bisecan los ángulos de 90° de los ejes principales.

¿Qué ejes contienen los planos de simetría?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

Como se ha explicado en otras lecciones, las clases de menor simetría derivan de la clase **holosimétrica u holoédrica, por la supresión de determinados elementos de simetría**. Así, todas las formas nuevas de las clases de menor simetría derivan de la **bipirámide ditetragonal** {hkl}:

◊ **La hemiedría enantiomórfica. Clase trapezoedral.** N = Dominio fundamental es igual a **8 caras**, que es el número de caras que reúne el **trapezoedro** {hkl}. Recordarán que en esta clase se conservan los ejes de simetría y carecen de planos y centro de simetría. El eje c coincide con el eje cuaternario o eje 4 que se conserva de la holoedría; los ejes binarios, tienen la misma coincidencia que la observada en la holoedría.

◊ **La hemiedría paramórfica. Clase bipiramidal tetragonal.** N = **8 caras**, que es el número de caras de la **bipirámide tetragonal** {hkl}. Se conserva de la clase holosimétrica el eje 4 que coincide con el eje cristalográfico c y que es perpendicular al único plano de simetría, el plano de simetría horizontal y el centro de simetría. Esta clase **carece**, por tanto, de ejes binarios y de planos de simetría verticales y diagonales.

◊ **La hemiedría hemimórfica. Clase piramidal ditetragonal**. N = **8 caras** que se reúnen en la **pirámide ditetragonal** {hkl}. Es evidente que esta clase carece de plano horizontal y centro de simetría. Conserva de la clase principal, el eje cuaternario (coincide con eje c) y los 4 planos de simetría verticales.

Al tomar la cuarta parte del máximo número posible de caras de la holoedría (dominio fundamental), se genera por lógica, la clase tetartoédrica:

◊ **La tetartoedría. Clase piramidal tetragonal.** N = **4 caras**. La forma general de esta clase es evidentemente, la **pirámide tetragonal** {hhl}*. Esta clase **carece** de ejes binarios, planos de simetría y centro de simetría, únicamente **conserva** de la clase holoédrica el eje cuaternario que, al igual que la clase hemimórfica, es un **eje polar**.

* Este símbolo de la forma, significa que cada cara corta a un eje a una distancia mayor de la unidad (por ejemplo, el doble de la unidad) y las otras 2 a una longitud unidad, o bien, una cara corta un eje a la longitud unidad y las otras dos a distancias iguales mayores que la unidad.

Conforme al significado que se da en el párrafo anterior del símbolo de la forma piramidal tetragonal, hagan 2 ejemplos de esos índices de Miller (pueden utilizar la fig. 12).

Las posibilidades de simetría en este sistema ¡no se han agotado! Efectivamente, si en lugar de un eje 4, se introduce un eje de **reflexión** de simetría cuaternaria que equivale a un eje cuaternario de **inversión**, se generan dos clases adicionales y poco frecuentes de simetría, una **hemiédrica** y otra **tetartoédrica**:

- ◊ **Hemiedría con eje de reflexión o inversión** (el eje 4 se convierte en binario, por alguna de estas operaciones). **Clase escalenoedral tetragonal**. N = 8 caras. El escalenoedro tetragonal {hkl}, un poliedro **raro** en el mundo mineral reúne **8 caras**, cada una constituye un triángulo escaleno. En esta clase **desaparecen** de la holoedría los 2 planos de simetría verticales que coinciden con los ejes cristalográficos horizontales, el plano de simetría horizontal y el centro de simetría.
- ◊ **Tetartoedría con eje de reflexión o inversión.** Clase biesfenoidal. N = **4 caras**. El **biesfenoide tetragonal** {hhl}, también es un poliedro **raro**, es la forma representativa que contiene **4 caras**, por eso también se llama tetraedro tetragonal. Solo presenta un eje binario que coincide con el eje c.

¿Cuál es la característica simétrica del sistema tetragonal?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

En este sistema también se cumple la relación entre la mayor simetría con la mayor frecuencia de minerales; en la clase holoédrica, entonces, cristaliza el mayor número de especies minerales con formas tetragonales.

FORMAS EN LAS CLASES CRISTALINAS

Como ya se ha puntualizado, la simetría implica **límites estrictos**, en cuanto al número de formas posibles y las combinaciones factibles entre ellas. A diferencia del sistema cúbico, en este sistema existen **formas abiertas y cerradas**, debido por supuesto, a su más baja simetría. Las formas que existen en la clase holosimétrica, se indican en la figura 4. Dichas formas representan la máxima simetría posible y, por lo tanto, las formas cerradas (como las bipirámides) y las formas abiertas (como los prismas combinados con el pinacoide) tienen los elementos de simetría de la clase holoédrica.

A fin de entender en su totalidad las formas de la clase holoédrica es indispensable primero comprender **las 3 posibilidades** de las orientaciones de los ejes cristalográficos en este sistema que se indican en la segunda página de esta lección. Tales posibilidades implican formas que se pueden distinguir en las trazas horizontales observadas en la figura 2; se distinguen así las formas de primera especie o posición u orden (se puede utilizar cualquiera de los tres términos), las formas de segunda posición y las formas de tercer orden. Estas formas **se cumplen para los prismas, bipirámides y pirámides**. Por ejemplo, se tienen prismas de primera, segunda y tercera especie, que se van a distinguir, precisamente, por las 3 posibilidades de las orientaciones de los ejes cristalográficos a y b.

Remarquen las líneas en la figura 2.

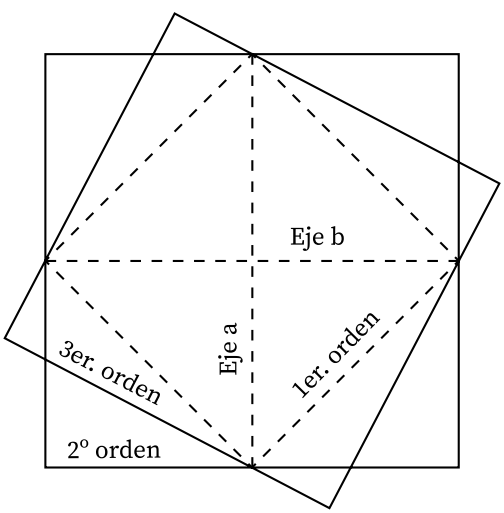


Figura 2. Trazas horizontales que contienen a los ejes a y b que indican las posiciones de las formas de primera, segunda y tercera especies (o posiciones, u orden) en el sistema tetragonal, que se cumplen para los prismas, bipirámides y pirámides.

Observen que la posición de **tercer orden** se halla entre las posiciones de primera y segunda, por lo que dicha posición es de menor simetría y estará **ausente**, por tanto, en la clase holosimétrica.

Conviene puntualizar que, por una condición especial impuesta por la simetría que se demuestra en forma gráfica en la figura 3, la traza tetragonal, de cuadro lados iguales, **se puede duplicar**. Así, al multiplicar por dos las caras de la bipirámide tetragonal, se convierte en una **bipirámide ditetragonal**, lo mismo sucede con el prisma tetragonal, para así generarse el **prisma ditetragonal**.

Remarquen con colores las distintas posiciones indicadas en la figura 3.

Las posibilidades de simetría arriba explicadas constituyen la base fundamental para entender las formas de la clase principal que se indican en la figura 4. Se reconocen así, las formas con caras paralelas al eje c, las formas con caras oblicuas al eje c y la única forma perpendicular al eje c, que es una forma abierta

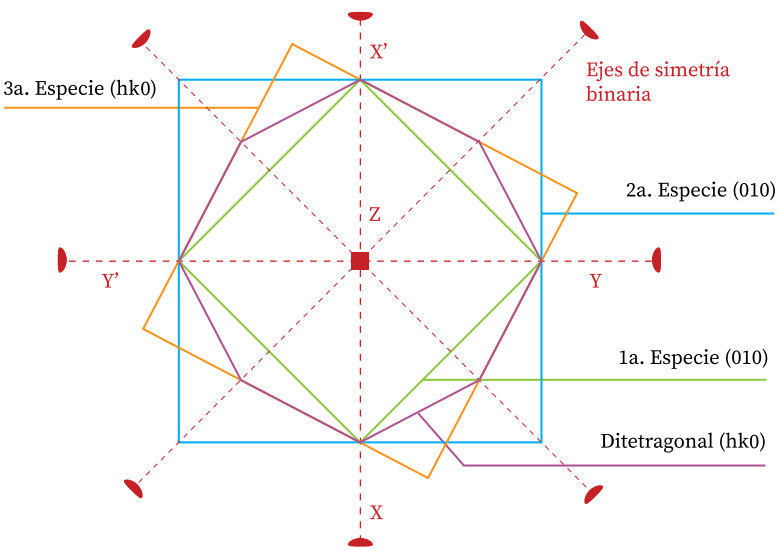


Figura 3. Posición u orientación relativa de las formas de primer, segundo y tercer orden, así como la traza ditetragonal, que se cumplen para los prismas, bipirámides y pirámides.

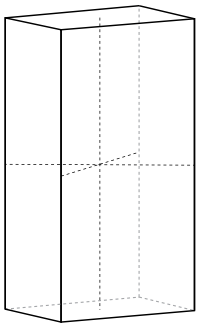
1	Formas con caras paralelas al eje c
	Prisma tetragonal de primera especie
	Prisma tetragonal de segunda especie
	Prisma ditetragonal
2	Formas con caras oblicuas al eje c
	Bipirámide tetragonal de primera especie
	Bipirámide tetragonal de segunda especie
	Bipirámide ditetragonal
3	Formas con caras perpendiculares al eje c
	Pinacoide basal

Figura 4. Formas holoédricas del sistema tetragonal.

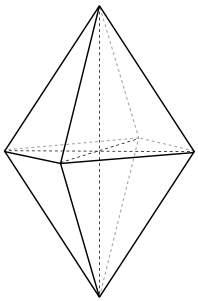
Es muy importante poner en claro, que cuando las formas de primera especie o de segunda especie existen aisladas, son idénticas entre sí y solo pueden ser distinguidas cuando aparecen simultáneamente en combinaciones, por sus diferentes posiciones respecto a los ejes cristalográficos horizontales. Esto significa que si, por ejemplo, ustedes tienen en su mano un prisma tetragonal, lo pueden hacer a su antojo de primera o de segunda posición; pero ¡cuidado!, por conveniencia cuando se combinan se elige la cara más grande (más desarrollada) como de primera especie. En otras palabras, cuando examinen una combinación de formas de esta clase, deberán orientar el cristal, por conveniencia descriptiva, con respecto a la forma más desarrollada (caras más grandes) de los prismas o bipirámides.

Analicen y observen cuidadosamente los dibujos en perspectiva de las formas holoédricas en la figura 5.

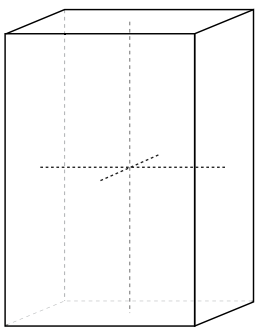
Remarquen las figuras con colores.



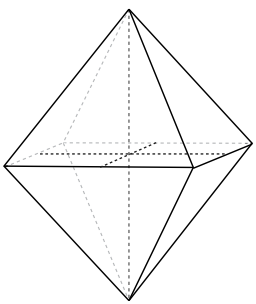
De 1a. posición
(a : a : ∞c) {110}



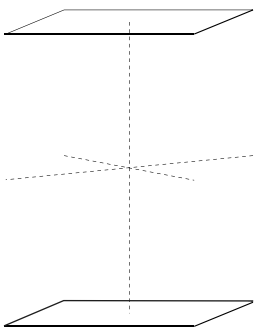
De 1a. posición
(a : a : c) {111}



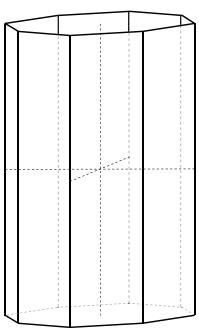
De 2a. posición
(a : ∞a : ∞c) {100}



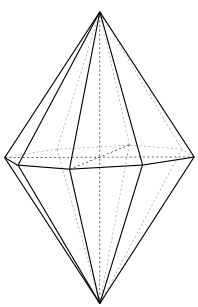
De 2a. posición
(a : ∞a : c) {101}



Panacoide basal
(∞a : ∞b : c) {001}



Ditetragonal
(a : 2a : ∞c) {210}



Ditetragonal
(2a : a : c) {122}

Figura 5. Formas de la holoedría tetragonal. Observe la posición de los ejes en cada caso. El prisma tetragonal de primera especie también se le llama prisma {110}, al de segunda prisma {100}, al ditetragonal prisma {210}; la misma denominación se aplica a las bipirámides, de primera {111}, de segunda {101} y ditetragonal {122}.

Holoedrías

COMBINACIONES DE FORMAS

Como pueden notarlo, es muy fácil visualizar las combinaciones entre las formas holoédricas. Solo hay que tener cuidado en **elegir a la forma de caras más grandes** como de primera especie e imaginarse la posición correcta de los ejes cristalográficos.

En los dibujos en perspectiva de modelos de cristales de rutilo de la figura 6, traten de distinguir las combinaciones de formas.

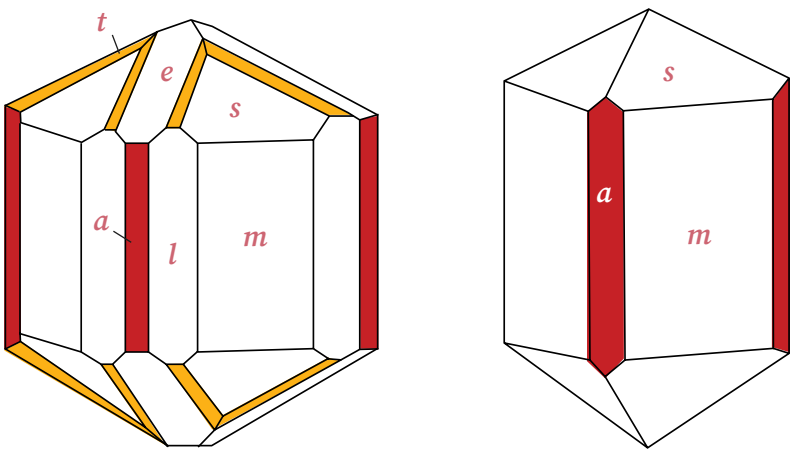


Figura 6. Observen que la cara prismática más grande corresponde con el prisma de primera especie al igual que las caras bipiramidales; las caras del prisma de segundo orden truncan las aristas verticales del prisma de primera; dos caras biselan cada arista vertical del prisma de primer orden; las aristas de las bipirámides están parcialmente truncadas por la forma de las caras de color amarillo. Entonces es muy sencillo: ¡solo hay que contar el número de caras iguales, así como sus orientaciones para descubrir la forma correspondiente! Los dibujos corresponden con modelos de cristales de rutilo.

Otro ejemplo sería el de la figura 7. Se trata de un cristal complejo, rico en combinaciones de formas, lo que lo convierte en un **cristal muy raro**.

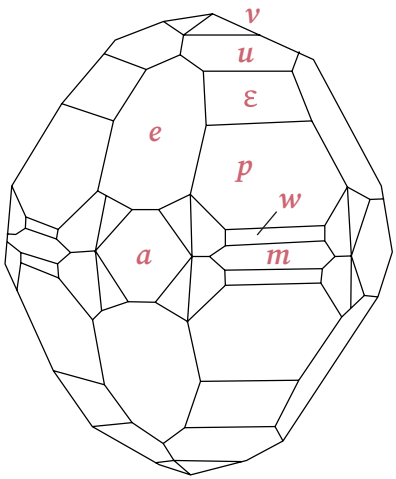


Figura 7. Modelo de un cristal de anatasa, rico en combinaciones de formas holoédricas. No es un cristal difícil de describir, porque se pueden tener "n" bipirámides, así las caras *v*, *u*, *€*, *p*, *w* son 5 bipirámides de primer orden, la cara *e* es de segunda posición, la cara *m* es un prisma de primera especie y la cara *a* es de segundo orden, las caras que están entre las bipirámides y el prisma de segunda son 2 bipirámides ditetragonales.

HEMIEDRÍAS

Se exponen en conjunto, las formas de las clases hemiédricas, cuyas formas nuevas, o que no se repiten, se muestran subrayadas.

	Enantiomorfias	Paramorfias	Hemimorfias
1	Prisma tetragonal de 1ª esp.	Prisma tetragonal de 1ª esp.	Prisma tetragonal de 1ª esp.
2	Prisma tetragonal de 2ª esp.	Prisma tetragonal de 2ª esp.	Prisma tetragonal de 2ª esp.
3	Prisma ditetragonal	Prismas tetragonales de 3ª esp.	Prisma ditetragonal
4	Bipirámide tetragonal de 1ª esp.	Bipirámide tetragonal de 1ª esp.	Pirámides tetragonales de 1ª esp.
5	Bipirámide tetragonal de 2ª esp.	Bipirámide tetragonal de 2ª esp.	Pirámides tetragonales de 2ª esp.
6	Trapezoedros tetragonales	Bipirámides tetragonales de 3ª esp.	Pirámides ditetragonales
7	Pinacoide basal	Pinacoide basal	Pediones tetragonales

ENANTIOMÓRFICA

Como lo pueden comprobar, se repiten las mismas formas de la clase holoédrica, con excepción de la bipirámide ditetragonal ¿por qué razón? Por lógica elemental: Porque el trapezoedro tetragonal (figura 8), deriva de la **bipirámide ditetragonal**. ¿Cómo es esa derivación? Como se trata de una hemiedría, se tienen que tomar **la mitad de las caras** de dicha bipirámide, es decir, el **trapezoedro** se deriva de esta, por omisión de sus caras alternas, una cara sí, una cara no.... arriba y abajo del plano horizontal de la bipirámide ditetragonal. En esta clase hay muy pocos y raros minerales.

Traten de imaginar la derivación. Remarquen las aristas de los trapezoedros.

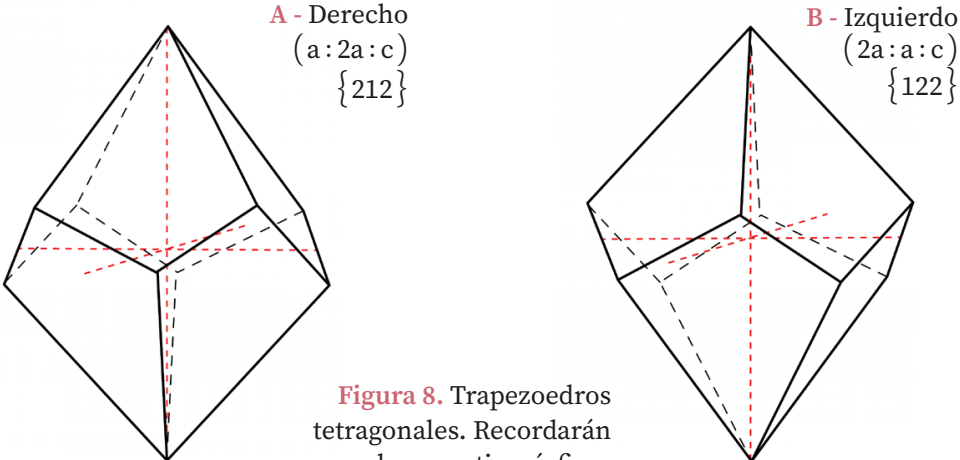


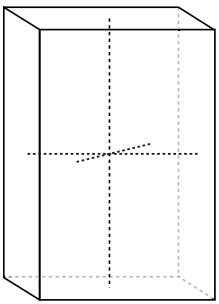
Figura 8. Trapezoedros tetragonales. Recordarán que en las enantiomórficas existen formas incongruentes.

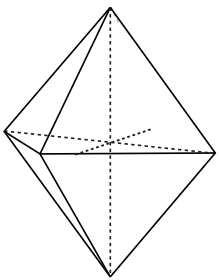
PARAMÓRFICA

Como podrán constatarlo, las nuevas condiciones de simetría de esta clase, impuesta por la combinación específica de sus elementos de simetría, hacen que en lugar del prisma ditetragonal y de la bipirámide ditetragonal aparezcan, respectivamente, 2 prismas y 2 bipirámides tetragonales de 3ª

especie o posición. Por lo tanto, la generación de dichos prismas y bipirámides tiene que ser **por omisión de la mitad de las caras de la bipirámide ditetragonal:** 2 caras sí, simultáneamente arriba y abajo del plano horizontal, 2 caras no... Es posible visualizar lo anterior en la figura 9.

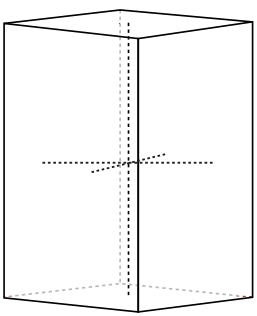
A - Derecho
(a : 2a : ∞c)
{210}

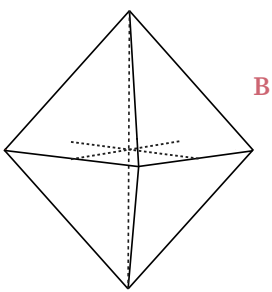




A - Derecho
(a : 2a : c)
{212}

B - Izquierdo
(2a : a : ∞c)
{120}





B - Izquierdo
(2a : a : c)
{122}

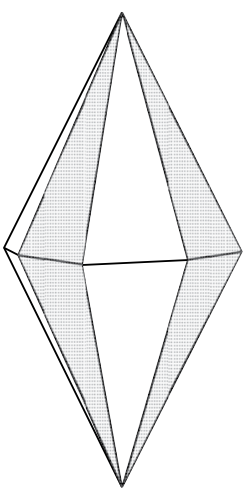


Figura 9. Prismas y bipirámides tetragonales de 3ª posición u orden. Estos poliedros de menor simetría derivan de la bipirámide ditetragonal por omisión alterna de 2 caras simultáneas (caras achuradas y caras en blanco), arriba y abajo del plano horizontal. Las posiciones derechas e izquierdas equivalen a *positivas* y *negativas*, respectivamente.

Repasen en la figura 2, las posiciones de las caras en las formas de primer, segundo y tercer orden, en relación con los ejes horizontales. Observen, asimismo que, si se aumenta el eje c hasta el infinito en sus extremos (+) y (-), en las bipirámides tetragonales de 3er. orden, se generan los prismas positivos y negativos de 3er. orden.

Como ya se ha dejado traslucir, los prismas y bipirámides de 3ª posición, **solo podrán identificarse** cuando aparezca en combinaciones con formas de 1ª y 2ª especies (figura 10).

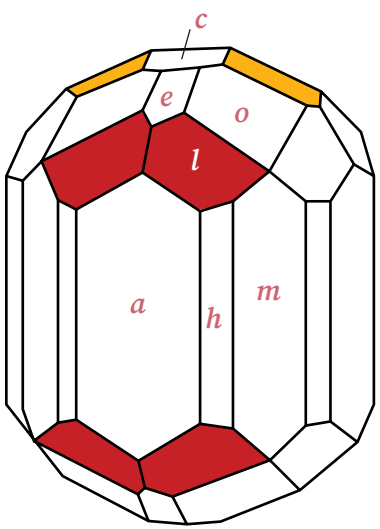


Figura 10. Modelo de un cristal de escapolita. Las caras en rojo son 2 bipirámides tetragonales de 3ª especie. Observen su posición, entre las bipirámides de 1ª y 2ª especies.

Noten en la figura anterior que el prisma de 3ª especie no aparece, por la simple y sencilla razón de que **no se desarrolló**. Pero de existir en el modelo, ¿cómo podrían describir su posición?

(*) *Respondan la pregunta.*

HEMIMÓRFICA

Debido a que en esta clase de simetría **no existe el plano horizontal**, las bipirámides se disocian en **pirámide superior y pirámide inferior**. Por lo mismo, el pinacoide igualmente se disocia en pedión superior y pedión inferior (figura 11). En esta clase hay **muy pocos y muy raros minerales**.

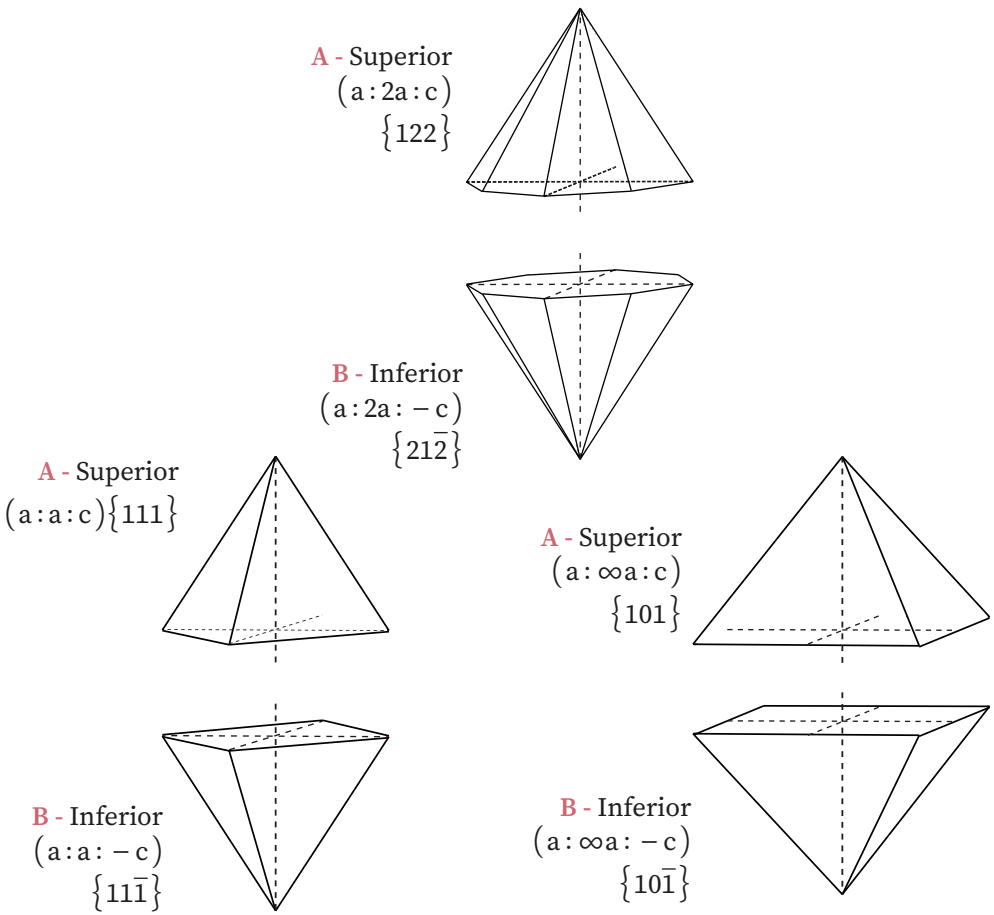


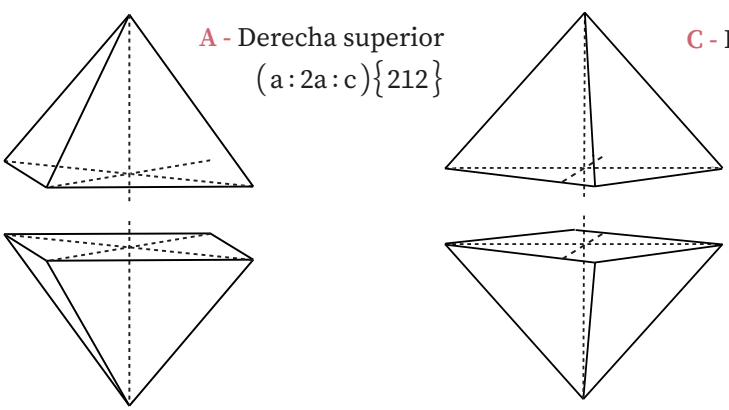
Figura 11. Disociación de la bipirámide ditetragonal al desapecer el plano horizontal y dar lugar a la generación de la clase *piramidal ditetragonal*. Asimismo, por omisión de caras se derivan las formas pirámidales, superiores e inferiores. Las pirámides A y B del lado izquierdo son de primera especie y las del lado derecho son de segunda especie.

TETARTOEDRÍA

En esta clase son posibles las siguientes formas:

1	Prisma tetragonal de 1ª esp.
2	Prisma tetragonal de 2ª esp.
3	Prisma tetragonal de 3ª esp.
4	Pirámide tetragonal de 1ª esp.
5	Pirámide tetragonal de 2ª esp.
6	Pirámides tetragonales de 3ª esp.
7	Pediones tetragonales

Como pueden reconocerlo, como formas nuevas se tienen las **pirámides tetragonales de 3ª posición** formadas a expensas de la bipirámide ditetragonal, por omisión de la cuarta parte de sus caras (figura 12).



A - Derecha superior $(a:2a:c)\{212\}$

C - Izquierda superior $(2a:a:c)\{122\}$

B - Derecha inferior $(a:2a:-c)\{21\bar{2}\}$

D - Izquierda inferior $(2a:a:-c)\{12\bar{2}\}$

Figura 12. Las diversas orientaciones de la pirámide tetragonal en la clase tetartoédrica. Noten las posiciones de los ejes horizontales.

Son **muy raros y pocos los minerales** que cristalizan en esta clase, por lo que tiene poco significado práctico.

Como ya fue establecido, en este sistema se tienen dos posibilidades más de simetría, que corresponden con las operaciones de reflexión o inversión que, al ejercer el eje cuaternario, generan nuevas formas hemiédricas y tetartoédricas.

HEMIEDRÍA CON EJE DE REFLEXIÓN O INVERSIÓN

Las formas posibles en esta clase son:

1	Prisma tetragonal de 1ª esp.
2	Prisma tetragonal de 2ª esp.
3	Prisma ditetragonal
4	Bipirámide tetragonal de 2ª esp.
5	Biesfenoides tetragonales de 1ª esp.
6	Escalenoedros tetragonales
7	Pinacoide basal

Como pueden notarlo, las condiciones de la simetría hacen **imposible** la existencia de la **bipirámide ditetragonal** y la **bipirámide tetragonal de 1ª especie**, que se disocian aquí en 2 escalenoedros y 2 biesfenoides, respectivamente (figura 13).

Remarque las líneas con colores.

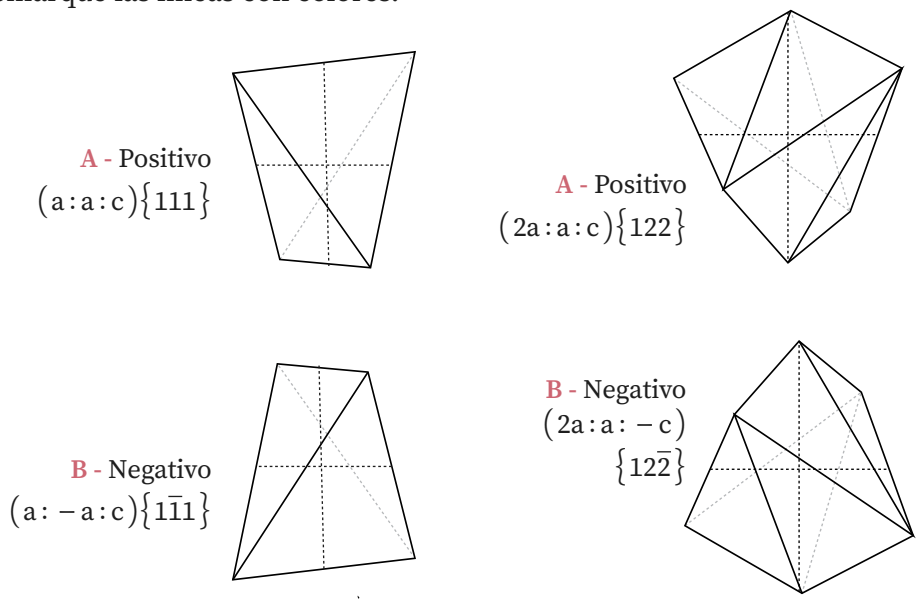


Figura 13. Posiciones de los biesfenoides de 1ª especie que derivan de la bipirámide tetragonal de 1ª especie por desarrollo de caras alternas, una cara sí una cara no... Las dos orientaciones posibles del escalenoedro, forma que se genera de la bipirámide ditetragonal por omisión de un par de caras alternas, dos sí, dos no... etcétera.

Esta clase es muy rara y poco frecuente en los minerales. Sin embargo, hay una excepción muy importante: **la calcopirita**. Es un mineral común y es el **principal mineral de cobre que existe en la naturaleza**. Casi todo el cobre que se obtiene en los yacimientos del mundo proviene de este mineral. Pero hay una paradoja: este mineral rara vez aparece formando cristales euedrales o subedrales, comúnmente se presenta en cristales anedrales. En la figura 14 se muestran algunos modelos de cristales de calcopirita, las formas menos raras son las biesfenoidales.

Remarque las aristas de los dos biesfenoides.

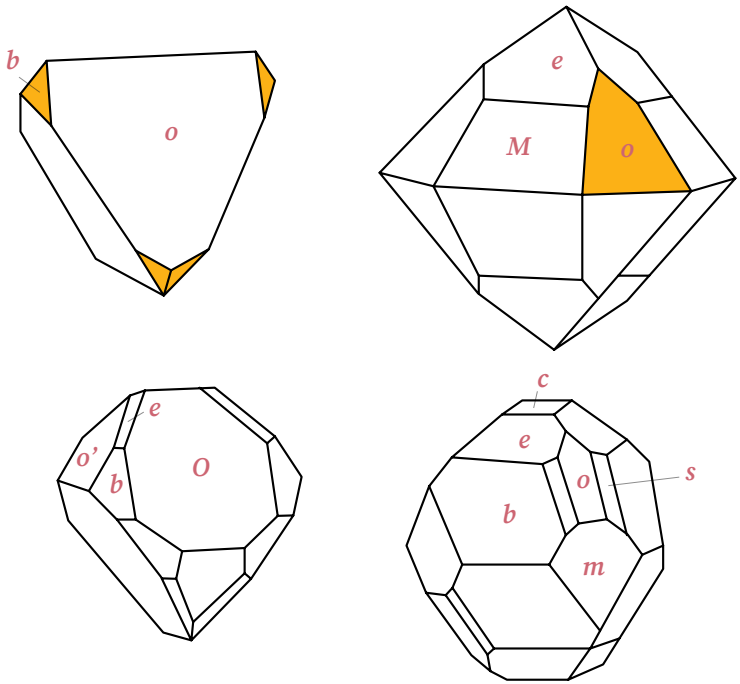


Figura 14. Modelos de cristales de calcopirita. El menos raro es el de arriba a la izquierda, modelo que muestra las combinaciones de biesfenoide + (cara o) y el biesfenoide negativo. Los demás modelos son muy raros, inclusive los modelos de abajo son cristales complejos.

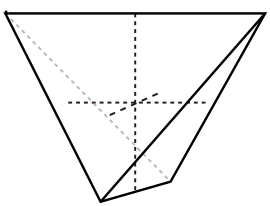
TETARTOEDRÍA CON EJE DE REFLEXIÓN O INVERSIÓN

Los tipos de cristales y los minerales que ocurren en este grupo puntual también **son muy raros**; aquí no hay excepciones, como en la clase anterior. La única observación patente, que vale la pena señalar, es que, en lugar de las bipirámides de las clases anteriores, aparecen aquí los **biesfenoides** de 2ª y 3ª posición (figura 15).

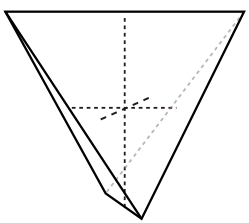
Conforme a las posibilidades de la simetría, las formas de esta clase son:

1	Prisma tetragonal de 1ª esp.
2	Prisma tetragonal de 2ª esp.
3	Prismas tetragonales de 3ª esp.
4	Biesfenoides tetragonales de 1ª esp.
5	Biesfenoides tetragonales de 2ª esp.
6	Biesfenoides tetragonales de 3ª esp.
7	Pinacoide basal

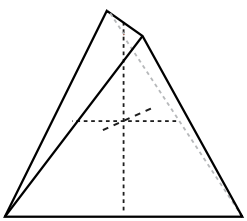
A - Anterior superior
$(a:\infty a:c)\{101\}$



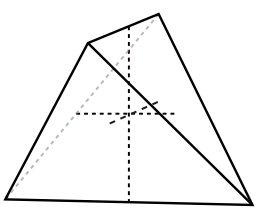
A - Positivo derecho
$(a:2a:c)\{212\}$



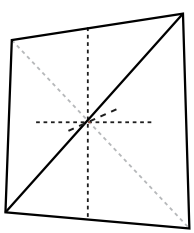
C - Negativo derecho
$(2a:-a:c)\{1\bar{2}2\}$



B - Anterior inferior
$(\infty a:a:c)\{011\}$



B - Positivo izquierdo
$(2a:a:c)\{122\}$



D - Negativo izquierdo
$(a:-2a:c)\{2\bar{1}2\}$

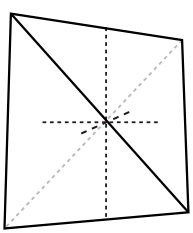


Figura 15. Biesfenoides tetragonales de 2ª posición (A y B a la izquierda) y las 4 orientaciones posibles de los biesfenoides tetragonales de 3ª especie (A, B, C, y D).

En resumen y para finalizar, se presentan algunas derivaciones de formas que representan la generación de esas clases cristalinas (figura 16).

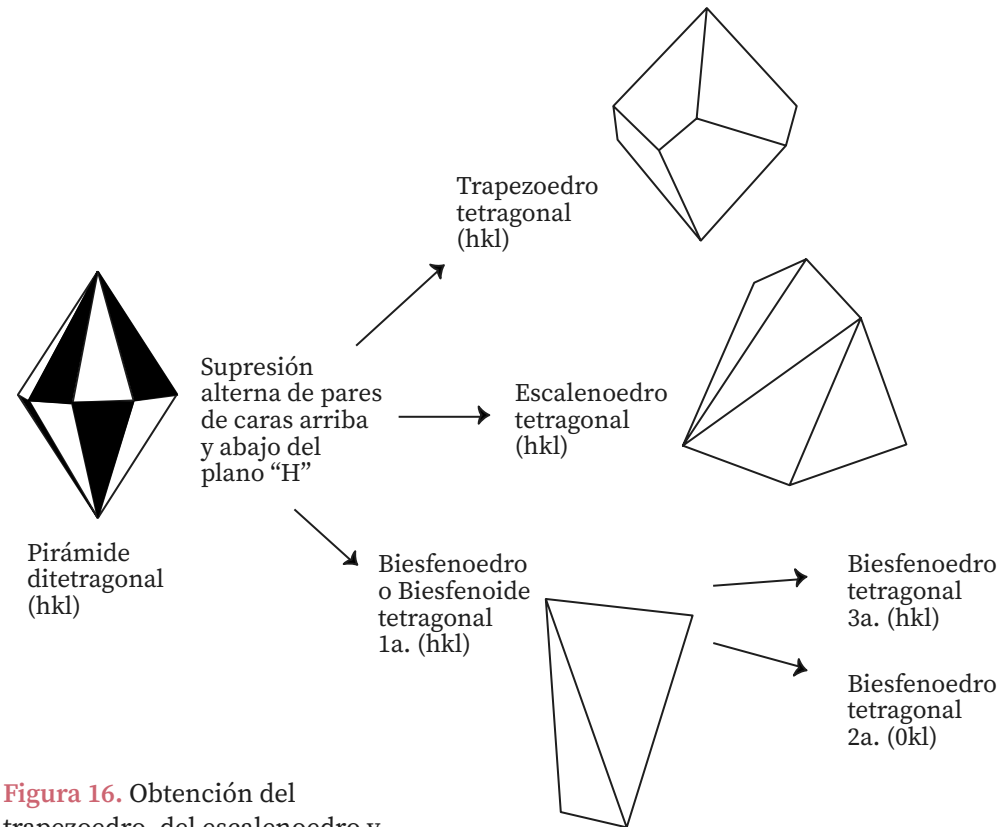


Figura 16. Obtención del trapezoedro, del escalenoedro y de los bisfenoedros en el sistema tetragonal.

Hagan un resumen de cómo se derivan las formas de la figura 16 e incluyan las formas que faltan y que son únicas en las clases respectivas.

Actividades para desarrollar

1. Conforme vayan avanzando en la lectura y comprensión de la lección, **realicen las actividades señaladas con letra *cursiva***, las cuales deberán de reportar antes de la fecha límite solicitada.
2. En una hoja de papel de cuadrícula chica, **dibujen** las trazas horizontales de las posiciones 1ª, 2ª y 3ª que se cumplen para los prismas, bipirámides y pirámides.
3. Escriban las fórmulas químicas de 8 minerales del sistema tetragonal y describan el compuesto. Se requiere que abran el archivo anexo **Lección 4A**.
4. Repasen el sistema tetragonal con el uso del *Tutorial de Mineralogía* del libro *Mineral Science*. Abran la carpeta anexa **MINE TUTORIAL**, dar doble clic en **Mineralogy_Tutorials**, una vez que han ingresado dar clic exclusivamente en el módulo II (Cristalografía), dar clic en el botón crystal classes y luego den clic en tetragonal.
5. Abran la página: https://gemologiamllopis.com/cristalografia/#a y repasen **todas las formas**, con el uso del submenú que se tiene al pie de cada una. Traten de identificar errores.
6. Consulten los archivos contenidos en la carpeta anexa **MODELOS TETRAGONAL**. Se trata de que construyan en cartulina (preferiblemente gruesa), en el orden indicado (del 1 al 7), los modelos cristalográficos. Para tal propósito, deberán imprimir los PDF en cartulina, recortar con tijera la plantilla de la forma, doblar por todas las líneas y pegar las pestañas en los lugares respectivos. Una vez construidos los modelos elaboren, además, una ficha para cada modelo que considere:

    1. Croquis del modelo con la ubicación de la **cruz axial**.
    2. Determinen y escriban los **elementos de simetría**. Identifiquen y escriban el **grupo puntual**.
    3. Reconozcan y escriban las **combinaciones de formas**.
    4. Deduzcan los **índices de Miller** solo de la cara principal de cada forma.

Para pensar...

1. Deberán responder las preguntas que están distribuidas en el texto de la lección, solo las que están señaladas con un asterisco (*), y reportarlas en la fecha solicitada.
2. Como podrán observar en el archivo anexo **Lección 4A**, la wulfenita cristaliza en la paramorfia y en la clase esfenoidal del sistema tetragonal. En general, son pocos los minerales que tienen esta propiedad cristalográfica de poder cristalizar en dos clases del mismo sistema. ¿Cuál será la wulfenita más común, la de la clase paramórfica o la de la clase esfenoidal?

Expliquen su respuesta.

Nota importante:

Las actividades señaladas en los puntos 1, 2 y 3 y las preguntas en PARA PENSAR..., deberán enviarse antes de la fecha límite solicitada. La actividad contemplada en el punto 6, deberá entregarse en un reporte con fecha por fijar. Los puntos 4 y 5, son actividades para realizar, a fin de reforzar el aprendizaje, es muy importante que las lleven a cabo. También es de suma importancia que sigan cuidadosamente la secuencia de estudio.

BIBLIOGRAFÍA

CORNELIUS, K., DUTROW, B. *Mineral Science* (ISBN-13 :978-0471-72157-4). New York: John Wiley, 2008.

DANA, J. M., SALISBURY, DANA E. *Danas' New Mineralogy* (ISBN 0471193100). 8nd edition New York: John Wiley, 1997.

GARZA-GONZALEZ V., C. *Principios de Cristalografía Morfológica*. Inédito, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2020.

OLSACHER, J. *Introducción a la Cristalografía.* Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina), 1946.

NESSE, WILLIAM D. *Introduction to Mineralogy* (ISBN 9780190618384). Third edition New York, Oxford University Press, 2017.

SALISBURY, DANA, E., FORD, WILLIAM, E. *Tratado de Mineralogía* CECSA, México, D.F., 1986.

WADE, F., A., MATTOX, R., B. *Elements of Crystallography and Mineralogy.* New York : Harper & Brothers, Publishers, 1960.

LECCIÓN 5.

EL SISTEMA HEXAGONAL

Objetivos de aprendizaje

Analizar meticulosamente las posibilidades de la simetría hexagonal, para comprender la clase más completa y la derivación de los grupos puntuales meroédricos, la generación de las diversas formas en cada clase y la simbolización de sus caras.

Las actividades para desarrollar, juntamente con los cuestionamientos, constituyen verdaderas invitaciones a pensar e imaginar que servirán para complementar el aprendizaje del marco teórico, con el propósito de familiarizarse plenamente con la simetría hexagonal.

LA *CRUZ AXIAL* DEL SISTEMA HEXAGONAL

La orientación de cualquier forma de cualquiera de las 7 clases cristalinas del sistema hexagonal es referida a **3 ejes cristalográficos horizontales**, de igual longitud, que se cortan bajo ángulos constantes de 60° y **un eje vertical** de diferente longitud (puede ser más largo o corto) que es perpendicular al plano de aquellos. Con el objeto de facilitar el estudio de este sistema, los ejes cristalográficos se designarán como en los sistemas anteriormente estudiados. Los ejes horizontales como **eje a** y **eje b** que se cortan en sus extremos positivos bajo un ángulo de 120°. Sin embargo, es necesario otro

eje, que se denominará **eje X_1** que está simétricamente entre los ejes a y, b y, por lo tanto, forma un ángulo constante de 60° entre ellos. En algunos textos de Mineralogía, encontrarán que los ejes horizontales **a**, **b**, **X_1**, se designan como **a_1, a_2, a_3,** respectivamente, debido a que como tienen igual longitud, se pueden intercambiar (lo mismo se utiliza en los sistemas cúbico y tetragonal). Por tanto, en **todo** cristal del sistema hexagonal, se cumplen los siguientes parámetros o **constantes cristalográficas**:

SINAXIA: $a = b = X_1 \neq c$ o $a_1 = a_2 = a_3 \neq c$;
en donde: $c > a = b = X_1$ o $c < a = b = X_1$

SINGONIA: $\alpha = \beta = 90° \neq \gamma = 120°$

Observen cuidadosamente el dibujo en perspectiva de la cruz axial en la figura 1. Noten que los 3 ejes **a_1**, **a_3**, **a_2** (**ejes a, X_1, b**) están en el mismo plano y se cortan bajo ángulos **constantes de 60°**. Además, constaten que el sentido de dichos ejes está dispuesto (por conveniencia descriptiva) en forma alterna, es decir, de izquierda a derecha: **positivo** en a_1, **negativo** en a_3, **positivo** en a_2 (b), **negativo** en a_1, **positivo** en a_3 (X_1) y **negativo** en a_2. Seguramente ustedes ya sospecharon que, para simbolizar cualquier cara de todo cristal de este sistema, se requieren **4 índices**, los 3 índices de Miller (*hkl*) más el que corresponde con el **eje X_1**, que se denominará con la letra *i*, por lo que el índice general queda como (*hkil*).

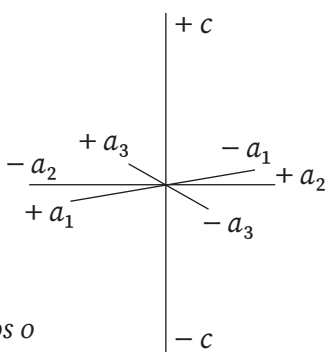


Figura 1.
Perspectiva de la cruz axial en el sistema hexagonal

Señalen en la cruz axial los ángulos cristalográficos o singonia.

Dada la disposición alterna de los ejes horizontales y por los ángulos constantes que forman entre sí, se demuestra que los índices que a ellos se refieren, cumplen la condición:

$$h + k + i = 0 \quad \text{y} \quad \therefore \quad -i = h + k$$

El índice *i* es el tercer índice introducido por **Bravais**, en el sistema de **Miller**. Dicho índice es denominado **índice de Bravais**, que es igual a la suma de los otros dos, pero con el signo cambiado. Por ejemplo, esto lo pueden comprobar en los índices $(10\bar{1}1)$, $(3\bar{1}\bar{2}1)$, $(21\bar{3}0)$.

Pero ¿por qué se requiere un eje horizontal adicional (eje X_1) en este sistema? La respuesta ustedes mismos la van a encontrar. Observen con detalle la figura 2.

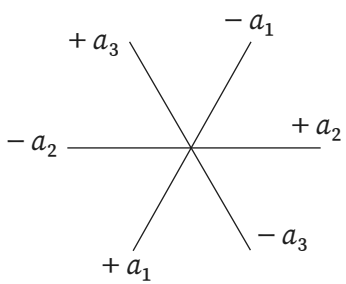


Figura 2. Traza horizontal de la cruz axial del sistema hexagonal.

Efectivamente, están observando **desde el eje c**, los ejes horizontales a_1 (**eje a**), a_3 (**eje X_1**), a_2 (**eje b**).

Ahora con una regla unan las terminaciones o extremos de los ejes. resalten o remarquen el eje c.

¿Ya vieron lo que obtienen? Una **traza hexagonal totalmente regular**, lo que demuestra que se requiere **un tercer eje (X_1) para poderla obtener**; de lo contrario, **NO sería posible** la existencia de la simetría 6.

La forma hexagonal **más simple** es, evidentemente, el **prisma hexagonal** y representa por consecuencia, la **forma tipo** del sistema hexagonal. La simplicidad de esta forma significa que es la forma más común de esta simetría encontrada en la naturaleza. Como ustedes habrán de recordar, el significado de esta simplicidad tiene su expresión a una escala de *angstroms*, en la forma del motivo geométrico más pequeño del cristal. Luego entonces, la forma de la celda unitaria de **todo** cristal de este sistema es igualmente, un **prisma hexagonal**.

El mineral tipo del sistema que he seleccionado es el **berilo**, mineral raro que en sus cristales siempre predomina la forma tipo del sistema hexagonal.

*Investiguen en la web o en el **Mineral Science** para que elijan otro mineral tipo del sistema hexagonal.*

La clase más importante de todo sistema cristalino es la clase holoédrica u holosimétrica ¿Por qué?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

Ustedes podrán comprobar que, en general, la manera de abordar el estudio del sistema hexagonal es **muy similar** al modo en el que se abordó la disertación del sistema tetragonal en la lección anterior.

Es evidente que para deducir con mayor facilidad los elementos de simetría de la clase holoédrica de cualquier sistema cristalográfico, se recurre a la determinación de los elementos de simetría en la **forma tipo**. Para deducir sin dificultad alguna los elementos de simetría de la clase principal del sistema hexagonal, se debe acudir al **prisma hexagonal** y así obtener la **máxima** combinación posible entre ejes, planos y centro de simetría.

Como ha sido establecido en las lecciones anteriores, lo primero que se tiene que hacer es **orientar** la forma tipo, es decir, se tienen que localizar los ejes cristalográficos o cruz axial en el **prisma hexagonal**. ¿Cómo se localiza la cruz axial? Exactamente como se hizo en el sistema tetragonal. Para ubicar de manera correcta los **ejes a, b, X_1** y **c** en el prisma hexagonal, la clave está en el **eje c** o eje vertical, cuya ubicación debe coincidir con la máxima simetría posible en dicho poliedro. Asimismo, siempre hay que tener en cuenta que los ejes cristalográficos tienen que salir de cualquier cristal o modelo, por posiciones que **obedezcan a la simetría posible** (por ejemplo, puntos medios de caras, puntos medios de aristas, etc.).

Dibujen en perspectiva un prisma hexagonal e indiquen los ejes cristalográficos a, X_1, b y c. Háganlo antes de continuar.

Seguramente habrán advertido fácilmente que la posición de máxima simetría la desempeña el **eje c**. Pero, además, también con seguridad les inquietaron las distintas posiciones que pueden tener los **ejes horizontales**. Al igual que en el sistema tetragonal, hay 3 posibilidades en las que se pueden orientar los ejes horizontales, pero en el caso del sistema hexagonal se tienen 3 ejes, los ejes **a**, **X_1**, y **b**. Las posibilidades que se pueden visualizar, por ejemplo, en un prisma hexagonal son:

1. Que los ejes a, X_1 y b salgan por los puntos medios de las aristas verticales opuestas.
2. Que dichos ejes horizontales, salgan por los puntos medios de las caras verticales opuestas.
3. Que tales ejes salgan oblicuos de las caras verticales opuestas, es decir, salgan en cualquier punto, entre el punto medio de la cara vertical y el punto medio de la arista vertical.

En una hoja de papel de cuadrícula chica, dibujen la traza horizontal del prisma hexagonal (es la traza vista desde el eje c). Ahora dibujen los ejes horizontales

conforme a la posibilidad 1. Luego, hagan un dibujo para cada una de las posibilidades restantes. Terminen antes de continuar.

¿Qué es lo que acaban de hacer? Acaban de **demostrar gráficamente** que estas orientaciones se van a cumplir para **cualquier poliedro** del sistema hexagonal, sea **un prisma, una bipirámide, una pirámide** y otras formas menos comunes. En otras palabras, conforme a la simetría, los ejes horizontales se pueden orientar de 3 maneras, lo que va a permitir distinguir esencialmente, los tipos de prismas, bipirámides y pirámides. Siguiendo la analogía con el sistema tetragonal ¿Qué tipos de prismas? ¿Qué tipos de bipirámides? ¿Qué tipos de pirámides?

(*) *Respondan las preguntas antes de continuar.*

LA HOLOEDRÍA

La deducción de los elementos de simetría de la clase principal es muy fácil si se utiliza la **forma tipo**. Iniciando con el **eje c**, en el dibujo en perspectiva que realizaron del prisma hexagonal, es obvio que le dieron esa orientación porque ustedes han reconocido que el eje vertical siempre debe de **coincidir** con la posición de **máxima simetría**. Si se apoyan en el **eje c** para hacer rotar el **prisma hexagonal**, ese **eje c** lo convierten en un eje de **simetría senaria o eje 6**. Si lo dejan de rotar ese eje 6 recupera su condición original de **eje cristalográfico c**. De la misma manera, al apoyarse en cualquiera de los ejes horizontales y se ejerce la operación de rotación, se comprueba que los demás ejes son también de **simetría binaria o ejes 2**. A fin de dar continuidad a lo anterior, los elementos de simetría de la clase holosimétrica son:

1ª clase. Holoedría. Bipiramidal diexagonal.
N = Dominio fundamental = 24 caras

$$E_6 + 3E_2 + 3E'_2 + 6P_V + P_H + C$$

Léase: Un eje senario, más tres ejes binarios que **coinciden** con los ejes cristalográficos horizontales, más tres ejes de simetría binaria, más seis planos de simetría verticales, más un plano horizontal, más el centro de simetría. También es correcto agrupar a los ejes binarios y leer: seis ejes binarios.

Traten de visualizar los elementos de simetría de la holoedría en los poliedros de la figura 3 y describan por escrito cómo salen el conjunto de los ejes binarios. Terminen antes de continuar.

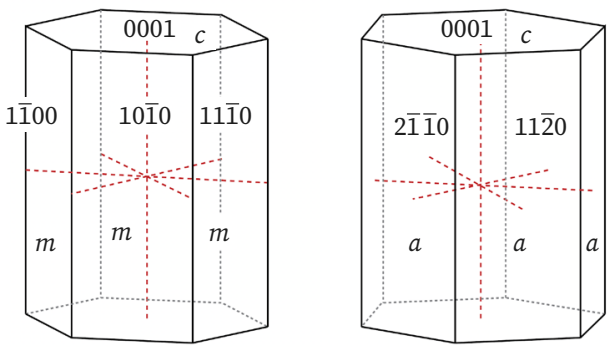


Figura 3. Prismas hexagonales que muestran 2 de las 3 posibilidades de orientación de los ejes cristalográficos horizontales, que permiten distinguir los tipos de prismas.

Es necesario que comprueben que no puede haber planos de simetría diagonales que unan aristas horizontales opuestas, solo son posibles los planos de simetría **verticales** no inclinados.

Nuevamente, dibujen la traza horizontal del prisma hexagonal. Ahora, dibujen la traza horizontal de cada uno de los planos verticales. Remarquen o resalten el eje c. Terminen antes de continuar.

¿Por qué es posible el centro de simetría en la clase holosimétrica?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

Como se ha señalado, la clase holoédrica se denomina **bipiramidal dihexagonal**, cuyo nombre proviene de la forma general de la clase que responde al símbolo $\{hki\bar{i}l\}$, porque la bipirámide dihexagonal congrega el máximo número posible de caras (**N = 24 caras**), como resultado de la **máxima combinación posible** entre ejes planos y centro de simetría.

Remarquen las líneas y símbolos de la siguiente figura. Describan e indiquen qué representa.

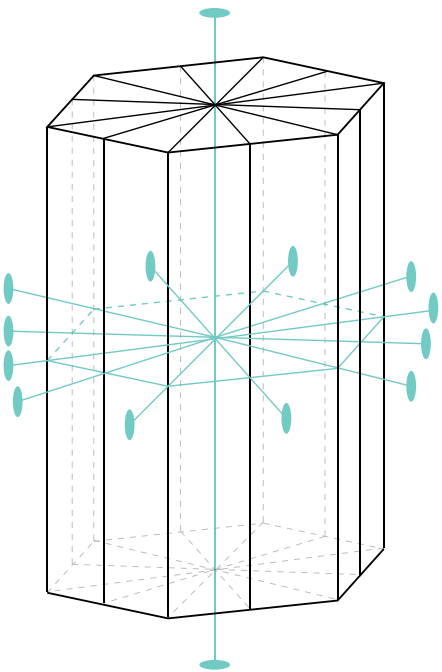


Figura 4

Abran el archivo anexo **Lección 5A**, a fin de que reconozcan que las derivaciones de las clases no holoédricas se originan de la clase con **la mayor combinación posible** entre ejes, planos y centro de simetría. Las clases meroédricas son obtenidas por **la supresión de determinados elementos de simetría** de la clase holosimétrica, lo que implica la generación de formas con un número menor de caras posibles o formas meroédricas. Entonces, las **posibilidades finitas** que ofrece la simetría determinan qué elementos de simetría se deben suprimir para así generar las clases meroédricas. Como consecuencia de esto, la supresión de caras de la bipirámide dihexagonal, conforme a la simetría, implicará en la derivación de las clases de menor simetría:

◊ **La hemiedría enantiomórfica. Clase trapezoedral.** N = **12 caras** que es el número de caras del **trapezoedro**, por ejemplo, el trapezoedro derecho $\{hk\bar{i}l\}$. En esta clase **se conservan solamente los ejes de simetría** de la clase holoédrica, es decir, no hay planos ni centro de simetría. El eje c coincide en posición con el eje senario, 3 de los ejes binarios coinciden con los ejes cristalográficos horizontales y los otros 3 forman ángulos de 60° entre ellos.

◊ **La hemiedría paramórfica. Clase bipiramidal.** N = **12 caras**. En esta clase el **eje c** coincide con el eje senario y es perpendicular al plano horizontal, que incluye **a los ejes cristalográficos horizontales**. Se conserva de la clase principal, el eje 6, el plano horizontal y el centro de simetría y carece, por tanto, de ejes binarios y planos verticales. En estas condiciones solo se puede generar una **bipirámide y un prisma hexagonal de 3er orden**; por ejemplo, la bipirámide de tercer orden positiva o derecha $\{hk\bar{i}l\}$.

◊ **La hemiedría hemimórfica. Clase piramidal dihexagonal.** N = **12 caras** que corresponde con el número de caras de la **pirámide dihexagonal** $\{hk\bar{i}l\}$. El eje de simetría senaria, que es un eje polar, coincide con el eje c. Por la naturaleza de esta clase, se conservan de la holoedría, además, 6 planos verticales, 3 de ellos incluyen un eje cristalográfico horizontal y el eje vertical, los otros 3, bisectan los ángulos entre esos planos (figura 3). Esta clase carece, entonces del plano horizontal, de los ejes binarios y del centro de simetría.

La clase tetartoédrica, que es de menor simetría, se deriva también de la holoedría, al tomar la cuarte parte de caras de la bipirámide dihexagonal.

◊ **La tetartoedría. Clase piramidal hexagonal**. N = 6 **caras**. En este grupo puntual solo existe el eje vertical de **simetría senaria**, que es un **eje polar** y que coincide en posición con el eje c. Estos elementos de

simetría son posibles, entre otras formas, en la pirámide hexagonal, forma general de esta clase. Por ejemplo, la pirámide hexagonal de primera especie $\{h0\bar{h}l\}$.

En forma análoga con el sistema tetragonal, existen **2 posibilidades más de simetría**, que dependen de la introducción de un **eje senario de inversión**, de cuya operación se genera un **eje ternario o eje 3**. En otras palabras, un eje senario de inversión o de giro-inversión equivale a un eje ternario más un plano de simetría perpendicular a él. Por tanto, dicho plano de simetría tiene que ser un plano horizontal. El origen de estas operaciones puede demostrarse gráficamente de manera muy sencilla en la figura 5. Si se omiten de manera alterna los vértices de una traza hexagonal, esta operación simple genera una traza trigonal.

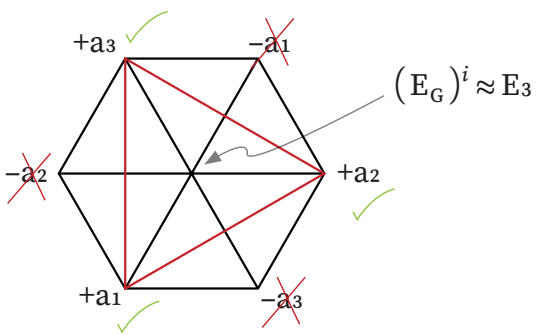


Figura 5. Generación de una traza trigonal, por omisión alterna de los vértices de la traza hexagonal. El eje senario de inversión equivale a un eje 3.

Por consecuencia, las dos posibilidades de simetría corresponden con una hemiedría con eje de **inversión** y una tetartoedría con eje de **inversión**. Es muy raro encontrar en la naturaleza minerales de la 6ª y 7ª clases.

◊ **6ª Clase. Hemiedría con eje de inversión. Clase bipiramidal ditrigonal.** N = **12 caras** que son el número de caras de la **bipirámide ditrigonal**. Como ya se indicó el eje senario de inversión $(E_6)^i \approx E_3$, juntamente con los $3E_2$, 3 planos verticales y el plano horizontal, elementos que se conservan de la holoedría, justifican esta rara posibilidad de simetría.

El eje 6 de la clase holosimétrica se convierte en un eje senario de inversión; de la holoedría desaparecen 3 ejes binarios, 3 planos verticales y el centro de simetría.

◊ **7ª Clase. Tetartoedría con eje de inversión. Clase bipiramidal trigonal.** N = **6 caras**, reunidas en la **bipirámide trigonal**. En esta clase solo son posibles el eje senario de inversión $(E_6)^i \approx E_3$ y el plano horizontal.

¿Cuál es la característica simétrica del sistema hexagonal?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

Al igual que en los demás sistemas cristalográficos, **la mayor frecuencia de minerales** ocurre en la clase principal u holoédrica. Como podrán notarlo, la rareza mineralógica es en lo absoluto, proporcional a la baja simetría.

FORMAS EN LAS CLASES CRISTALINAS

Las posibilidades en cuanto al número de formas posibles, como consecuencia de las combinaciones específicas de los elementos de simetría **son finitas**. A raíz de los límites estrictos que implica la simetría, es lógico pensar que las combinaciones que son viables entre las formas poliédricas **son también restringidas**, en cuanto a sus posibilidades. Todo esto está determinado esencialmente, por la **1ª y 2ª ley de la Cristalografía**.

En el sistema hexagonal, **en plena semejanza** con el sistema tetragonal, también se presentan formas abiertas y cerradas; las formas abiertas se tienen que combinar con otras, para poderse concebir en la realidad. Asimismo, en el sistema hexagonal **también son posibles** las orientaciones de **1ª, 2ª y tercera especie u orden o posición**, operaciones que siempre se llevan a cabo

en los **prismas, bipirámides y pirámides** y que tienen que ver directamente con las 3 posiciones simétricas de los ejes cristalográficos horizontales, tal y como se mostró en la 4ª página de esta lección).

Resulta fácil entender lo citado en el párrafo anterior, al analizar el conjunto de trazas horizontales posibles, en la figura 6.

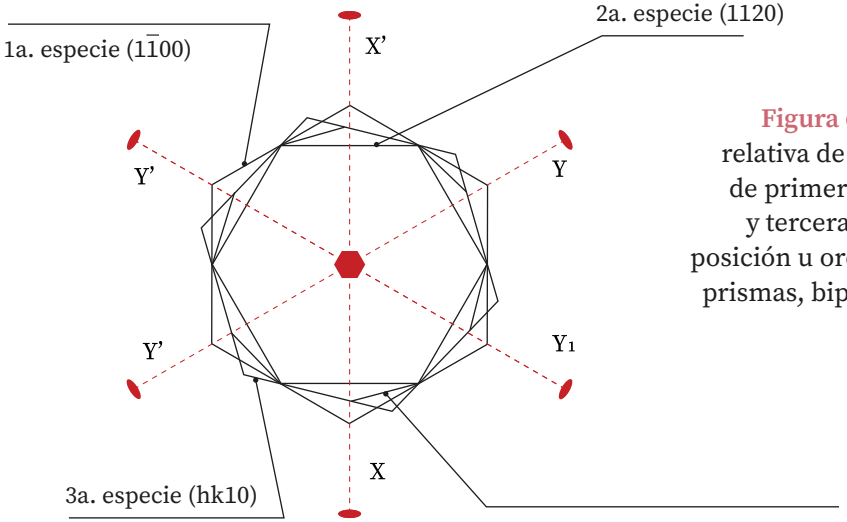


Figura 6. Posición relativa de las formas de primera, segunda y tercera especie (o posición u orden) de los prismas, bipirámides y pirámides.

Remarquen con colores las distintas posiciones indicadas en la figura 6. En seguida de la flecha del extremo inferior derecho, escriban el nombre de la traza o de las formas.

¿Por qué es posible esa traza?

(*) *Escriban su respuesta antes de continuar.*

Describan en un breve escrito la ubicación de la traza de 3ª posición.

(*) *Terminen antes de continuar.*

HOLOEDRÍAS O FORMAS HOLOÉDRICAS

Una vez que hayan entendido cabalmente las distintas posibilidades de simetría, derivadas de las diversas posiciones de los ejes, podrán entender las formas holoédricas y no holoédricas, así como las finitas combinaciones entre ellas. En la figura 7 se indican las posibles formas holosimétricas, en donde, por obvias razones, todas ellas son **formas nuevas**. Asimismo, las formas cerradas y las formas que no lo son, estas últimas resultantes de las combinaciones entre formas abiertas tienen los **mismos elementos de simetría de la clase holoédrica**.

1	Formas con caras paralelas al eje c
1	Prisma hexagonal de primera especie
2	Prisma hexagonal de segunda especie
3	Prisma dihexagonal
2	Formas con caras oblicuas al eje c
1	Bipirámide hexagonal de primera especie
2	Bipirámide hexagonal de segunda especie
3	Bipirámide dihexagonal
3	Formas con caras perpendiculares al eje c
1	Pinacoide basal

Figura 7. Formas holoédricas del sistema hexagonal

Repasen y/o visualicen las orientaciones de estas formas con respecto a los ejes cristalográficos, observadas en las trazas de la figura 6. Terminen antes de continuar.

La forma más completa de la clase y del sistema hexagonal es la **bipirámide dihexagonal** $\{hk\bar{i}l\}$. Este símbolo significa que cada cara, que es un triángulo escaleno, interseca a los ejes cristalográficos en longitudes diferentes (figura 8).

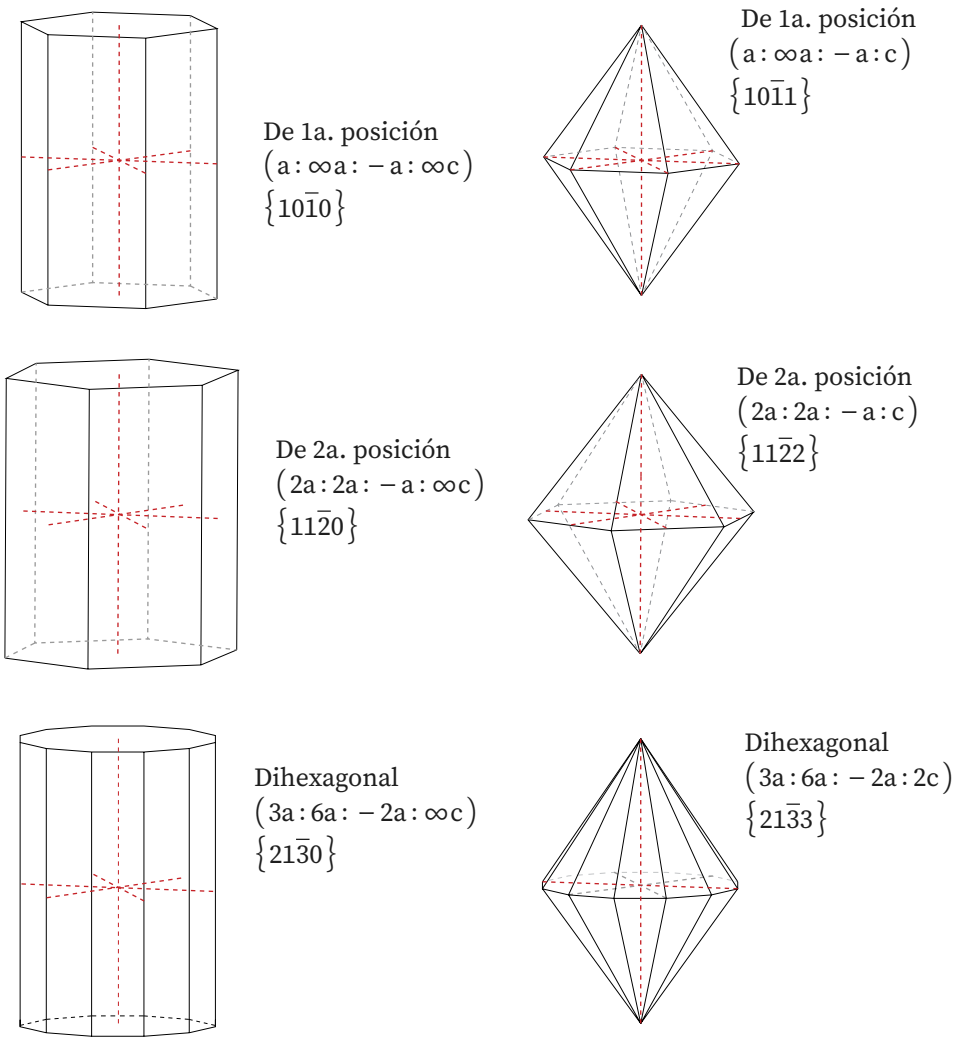


Figura 8. Tipos de prismas y bipirámides hexagonales en la clase holosimétrica del sistema hexagonal. Repasen cuidadosamente la posición de los ejes en cada caso. Observen que la 2ª posición se obtiene al girar la forma 60°

La **bipirámide hexagonal de 1ª especie** $\{h0\bar{h}l\}$, constituida por 12 caras, cada una es un triángulo isósceles, e igualmente, cada una interseca con la misma longitud a dos ejes cristalográficos horizontales y es paralela al tercer eje, es decir, en el **índice de Miller** siempre habrá un cero. La bipirámide hexagonal de 2ª especie (la más común tiene el símbolo $\{11\bar{2}2\}$), cada cara también es un triángulo isósceles y cada una de ellas interseca a dos de los ejes horizontales a la misma distancia y, al tercero, a la mitad de esa distancia; este eje siempre será el eje intermedio, que puede ser el eje a, X_1 o b, por lo que en los **índices de Miller** siempre habrá un 2 (figura 8).

Los **prismas hexagonales (1ª y 2ª especies)** tienen igual desarrollo geométrico y se distinguen por sus posiciones relativas a los ejes cristalográficos. El prisma de 1ª especie tiene el símbolo $\{10\bar{1}0\}$ y el de segunda posición $\{11\bar{2}0\}$.

Conforme a los símbolos dados en el párrafo anterior, describan cómo intersecan a los ejes cristalográficos, las caras de los prismas hexagonales de 1ª y 2ª posición

(*) *Elaboren el escrito antes de continuar.*

Deduzcan el símbolo del prisma dihexagonal. ¿Qué significa dicho símbolo?

(*) *Hagan la deducción y respondan la pregunta antes de continuar.*

COMBINACIONES DE FORMAS HOLOÉDRICAS

En la naturaleza es posible encontrar cristales hexagonales de formas holoédricas, libres de combinaciones, pero también es muy frecuente encontrar cristales de minerales con **"n" combinaciones** de formas holoédricas **en el mismo cristal**.

Hay que tener presente que un cristal hexagonal holoédrico, que **carece de combinaciones** de formas, arbitrariamente se puede hacer de **1ª o de 2ª especie**, sea un prisma o una bipirámide. Esto significa que solo podremos diferenciar o distinguir dichas formas, solo cuando **se presenten en combinaciones**. Al igual que en el sistema tetragonal, por conveniencia descriptiva, se elige a la forma más desarrollada (de caras más grandes) como de **1ª posición**. De ahí se parte para ubicar las otras formas (**2ª posición y diexagonal**) en el mismo cristal.

En los dibujos en perspectiva de modelos de cristales de berilo y covelita de la figura 9, traten de distinguir las combinaciones de formas.

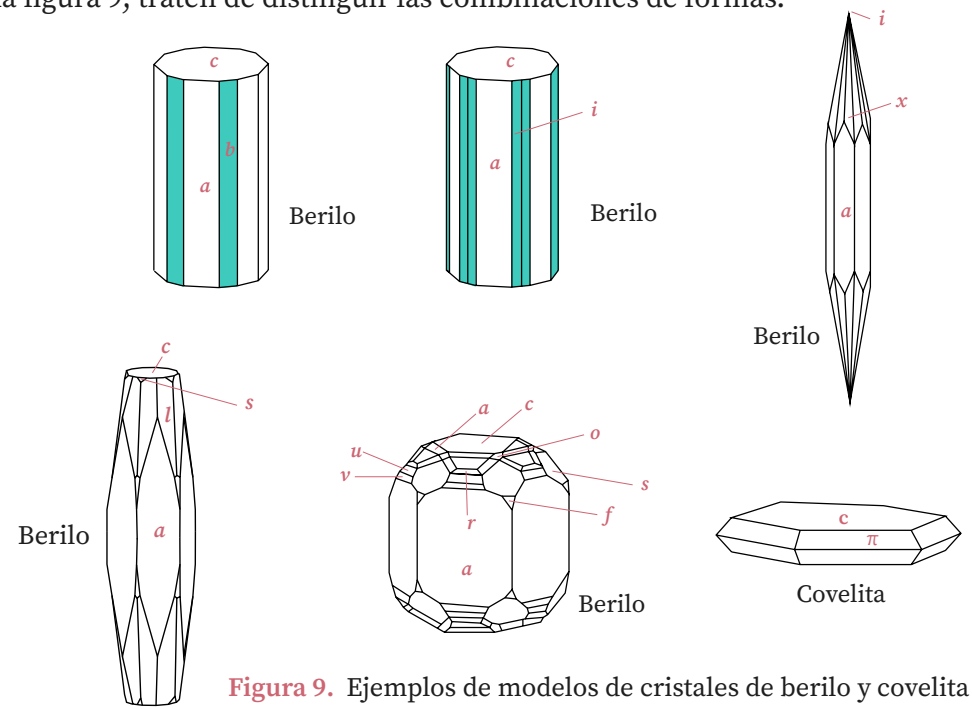


Figura 9. Ejemplos de modelos de cristales de berilo y covelita que muestran combinaciones de formas holoédricas. Como en el sistema tetragonal, las aristas verticales del prisma hexagonal de 1ª especie son truncadas por las caras del prisma de 2ª. Las aristas verticales del prisma hexagonal son biseladas por las caras del prisma dihexagonal. En el modelo de cristal de berilo que está abajo en medio, solo hay un prisma (1ª especie), 5 bipirámides de 1ª especie (las que están hacia la cara del prisma), 3 de 2ª posición (las que están hacia la arista del prisma), una bipirámide dihexagonal (las caras alargadas e inclinadas que están entre las bipirámides de 1ª y 2ª, suman 24 caras) y el pinacoide basal.

¿Qué diferencia hay entre el modelo de cristal de berilo que está abajo a la izquierda, con el que se encuentra arriba a la derecha?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar (basta contar el número de caras iguales para descubrir e imaginar formas).*

HEMIEDRÍAS

El conjunto de las formas que son posibles en las clases hemiédricas se indica abajo. Pongan énfasis especial en las formas que no se repiten o formas nuevas.

	Enantiomorfias	Paramorfias	Hemimorfias
1	Prisma hexagonal de 1ª esp	Prisma hexagonal de 1ª esp.	Prisma hexagonal de 1ª esp.
2	Prisma hexagonal de 2ª esp.	Prisma hexagonal de 2ª esp.	Prisma hexagonal de 2ª esp.
3	Prisma dihexagonal	Prismas hexagonales de 3ª esp.	Prisma dihexagonal
4	Bipirámide hexagonal de 1ª esp.	Bipirámide hexagonal de 1ª esp.	Pirámides hexagonales de 1ª esp.
5	Bipirámide hexagonal de 2ª esp.	Bipirámide hexagonal de 2ª esp.	Pirámides hexagonales de 2ª esp.
6	Trapezoedros hexagonales	Bipirámides hexagonales de 3ª esp.	Pirámides dihexagonales (Sup. e Inf.)
7	Pinacoide basal	Pinacoide basal	Pediones hexagonales (Sup. e Inf.)

ENANTIOMÓRFICA

Como puede constatarse, la única forma nueva de esta clase es el **trapezoedro hexagonal**. Si comparan estas formas de la enantiomorfia con las de la holoedría, podrán notar que dicho trapezoedro **sustituye a la bipirámide diexagonal**, porque el trapezoedro precisamente deriva de dicha bipirámide por omisión de sus caras alternas (una cara sí, una cara no.... arriba y abajo del plano horizontal). Esta derivación de formas pueden comprobarla en la figura 10.

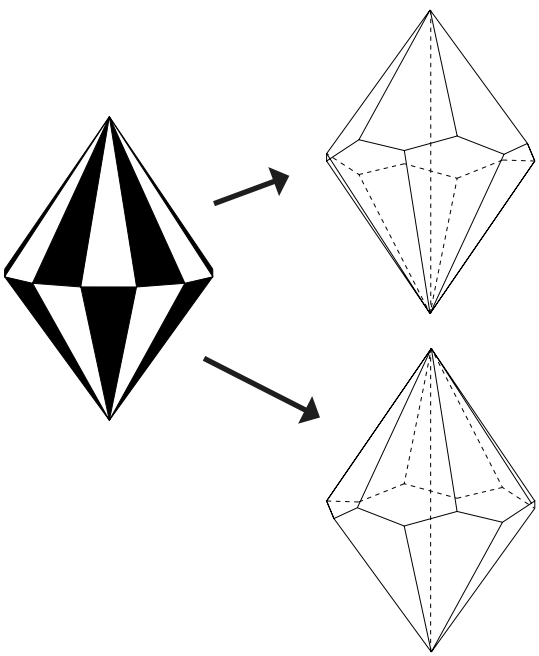


Figura 10. Derivación de los trapezoedros hexagonales de la bipirámide diexagonal, por el desarrollo u omisión de caras alternas. Observen que el trapezoedro hexagonal derecho se obtiene al unir las caras de color blanco de la bipirámide y el izquierdo al unir solo las caras en color negro. El símbolo del trapezoedro derecho se deriva del índice de Weiss (3a: 6a: -2i: 2c) para obtener $\{21\bar{3}3\}$. Similarmente, el símbolo del trapezoedro izquierdo se obtiene a partir del índice de Weiss (2a: -6b: -3i:2c) que implica $\{3\bar{1}\bar{2}3\}$

Imaginen la operación y remarquen con color rojo el trapezoedro izquierdo. Terminen la actividad antes de continuar.

Cabe destacar que en esta clase cristaliza **el cuarzo β**, el polimorfo del **SiO_2** más común en el mundo mineral.

PARAMÓRFICA

Esta clase carece de planos verticales de simetría y de los ejes binarios horizontales, lo que implica la generación de **prismas y bipirámides de 3ª especie**, formas que reúnen menor simetría. Las bipirámides de tercera posición derivan de la bipirámide diexagonal al tomar de esta **simultáneamente**, arriba y abajo del plano horizontal, dos caras sí, dos caras no... Visualicen esta derivación en la figura 11.

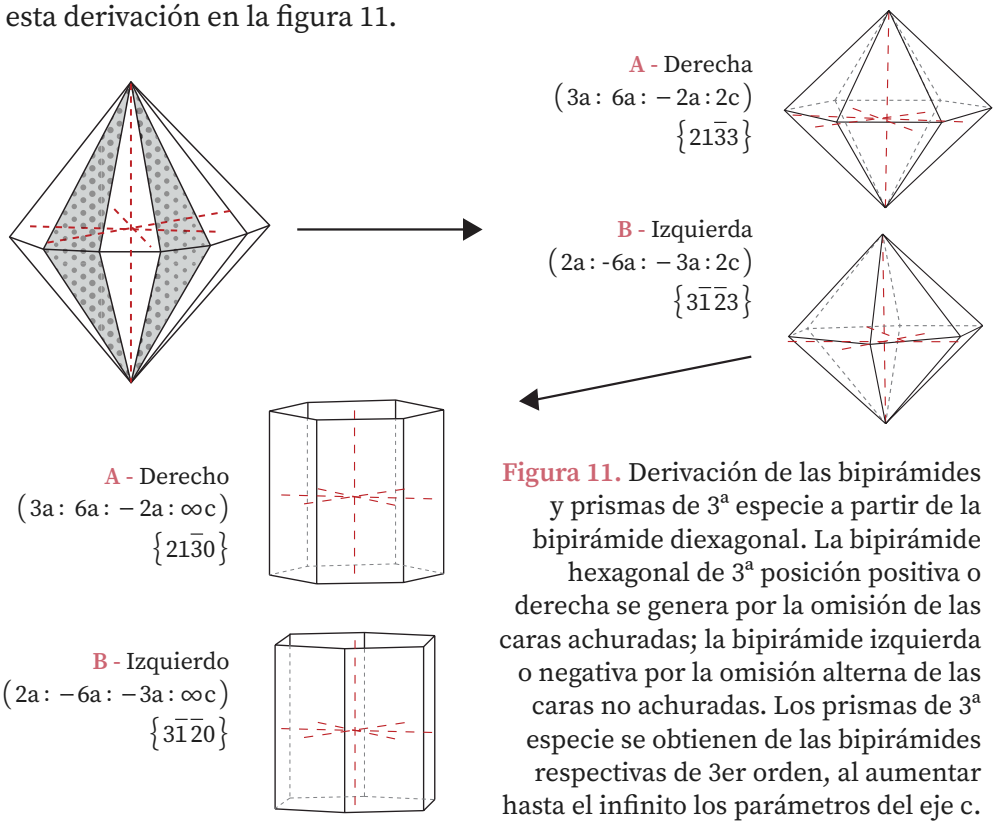


Figura 11. Derivación de las bipirámides y prismas de 3ª especie a partir de la bipirámide diexagonal. La bipirámide hexagonal de 3ª posición positiva o derecha se genera por la omisión de las caras achuradas; la bipirámide izquierda o negativa por la omisión alterna de las caras no achuradas. Los prismas de 3ª especie se obtienen de las bipirámides respectivas de 3er orden, al aumentar hasta el infinito los parámetros del eje c.

Con el uso de la figura 6, deduzcan o repasen para cada caso, la posición de los ejes cristalográficos horizontales. Una vez comprendida la posición, remarquen con rojo los ejes en la figura.

Terminen antes de continuar.

Es importante señalar que en esta clase cristaliza la **apatita**, el principal mineral de fósforo en la corteza terrestre. En la figura 12 se muestran ejemplos de combinaciones de formas en cristales de esta clase hemiédrica.

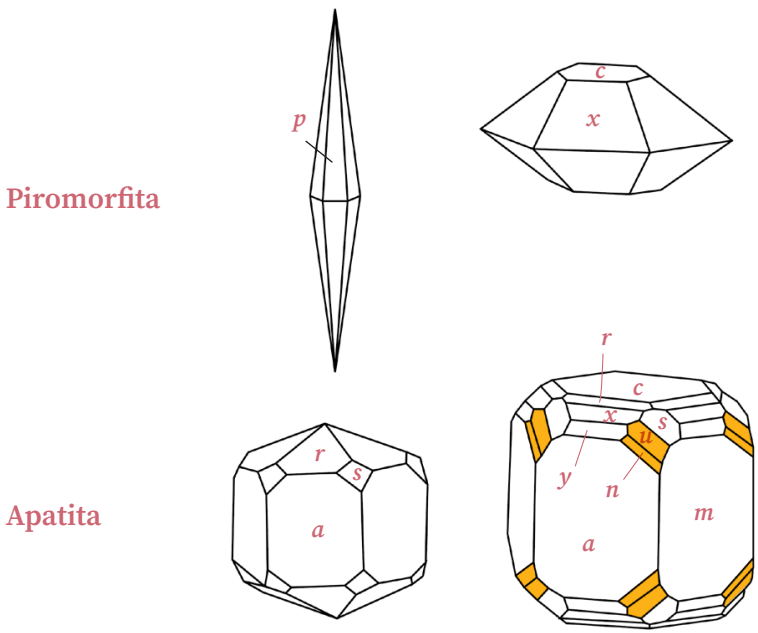


Figura 12. Modelos de cristales paramórficos de piromorfita y apatita. Observen que en los cristales de piromorfita las formas más desarrolladas son bipirámides hexagonales. No son cristales holoédricos (¡cuidado!), lo que sucede es que las formas de 3ª posición no se alcanzaron a desarrollar, pero dichas formas están implícitas en la estructura cristalina. Lo mismo sucede con el modelo de cristal de apatita del lado izquierdo, en donde se tiene un prisma hexagonal de 1ª especie, una bipirámide hexagonal de 1ª posición (r) y una bipirámide de 2ª especie (s). En contraste, en el modelo de cristal de apatita del lado derecho, claramente se observan las posiciones de 2 bipirámides hexagonales de 3ª especie (caras en amarillo), que coexisten con 3 bipirámides de 1ª especie y una bipirámide de 2ª posición.

En el cristal de apatita del lado derecho, describan la posición de las bipirámides de 3ª posición. Escriban lo solicitado antes de continuar.

HEMIMÓRFICA

La **falta del plano horizontal de simetría** y, por ende, de los ejes de simetría binaria, implica que la bipirámide diexagonal de la holoedría, se disocie en una **pirámide diexagonal superior y una pirámide diexagonal inferior**. De la misma forma, el pinacoide basal se disocia en un pedión superior y en un pedión inferior, forma abierta que limita a las pirámides superior e inferior, respectivamente (figura 13).

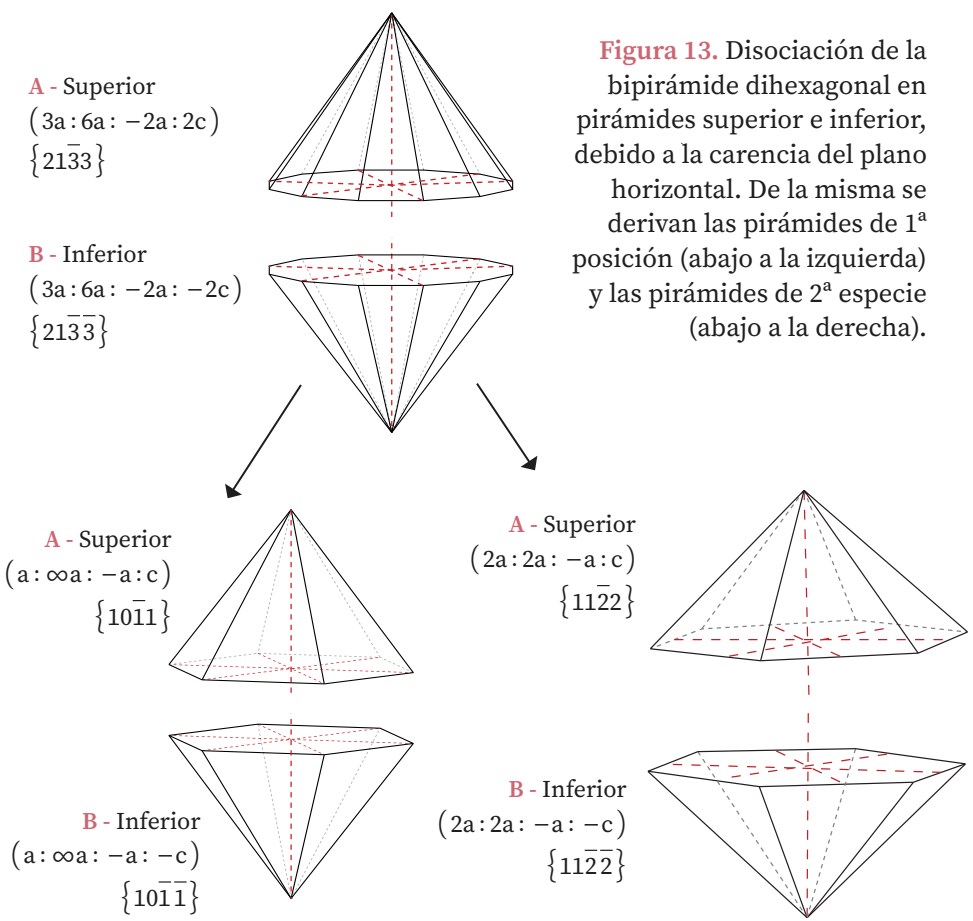
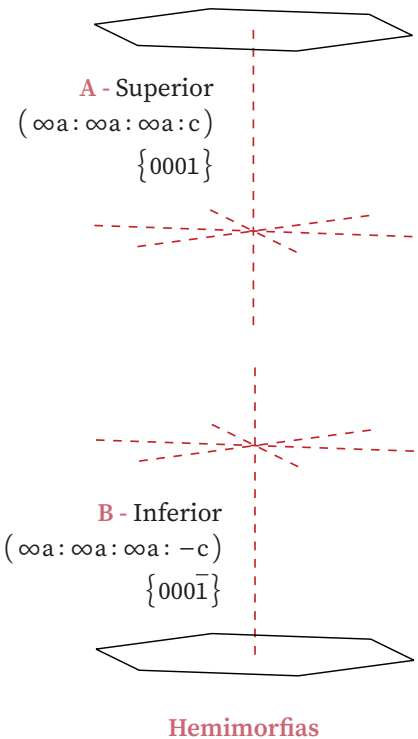
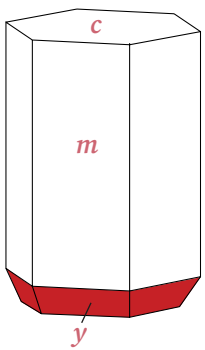


Figura 13. Disociación de la bipirámide dihexagonal en pirámides superior e inferior, debido a la carencia del plano horizontal. De la misma se derivan las pirámides de 1ª posición (abajo a la izquierda) y las pirámides de 2ª especie (abajo a la derecha).

La **disociación del pinacoide basal**, en los pediones superior e inferior, se indica en la figura 14. En esta misma figura, se muestra una típica combinación de formas hemimórficas en un cristal de **wurtzita**, que es un polimorfo de la esfalerita, pero la wurtzita es mucho más rara que esta.





c {0001} pedión
m {10$\bar{1}$0} prisma hex.I
y {10$\bar{8}\bar{8}$} pir. hex. I inf.

Figura 14. Disociación del pinacoide basal, por ausencia del plano horizontal, en pedión superior e inferior. Ejemplo de combinaciones de formas de esta clase, en un modelo de cristal de wurtzita.

LA TETARTOEDRÍA

El eje senario, como único elemento de simetría, hace posible las siguientes formas:

1	Prisma hexagonal de 1ª esp.
2	Prisma hexagonal de 2ª esp.

3	Prisma hexagonal de 3ª esp.
4	Pirámide hexagonal de 1ª esp.
5	Pirámide hexagonal de 2ª esp.
6	Pirámides hexagonales de 3ª esp.
7	Pediones hexagonales

En esta clase, las únicas formas que no se repiten son las **pirámides hexagonales de 3ª especie**. Recuerden que, para estas formas se habla en plural, por las dos orientaciones que pueden tener con los ejes cristalográficos horizontales (formas derechas e izquierdas) (figura 15).

El mineral más importante de esta clase es la **nefelina**, que pertenece al grupo de los feldespatoides (figura 16).

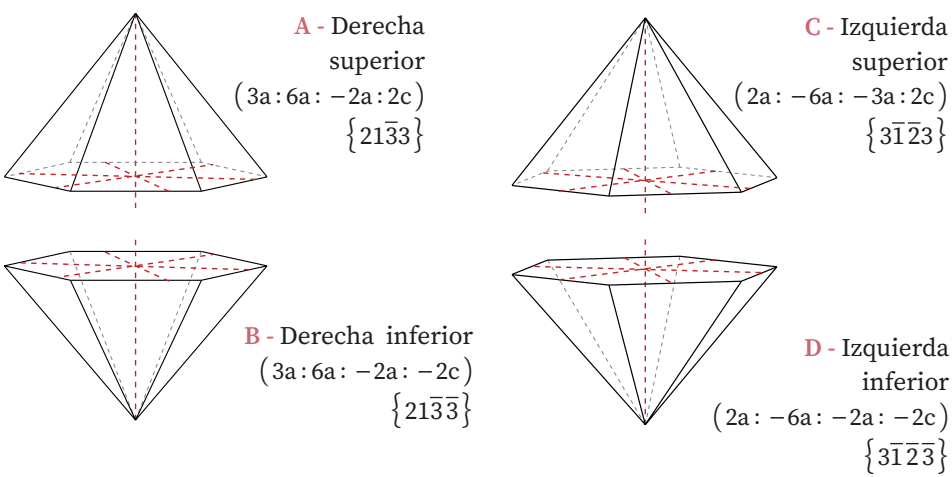


Figura 15. Las distintas posiciones de las pirámides en la tetartoedría hexagonal.

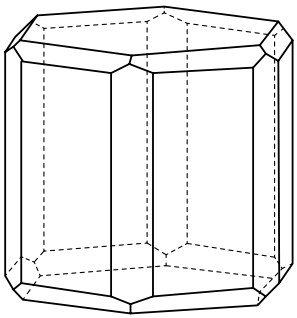


Figura 16. Modelo de un cristal de nefelina.

Describan el cristal tetartoédrico de nefelina de la figura anterior. Escriban lo solicitado antes de continuar.

Debido a la **equivalencia** entre un eje senario de inversión con el eje ternario, se generan dos clases de simetría adicionales, una **hemiedría con eje de inversión** y **una tetartoedría también con eje de inversión**. Cabe precisar que, en ambos grupos puntuales, hay muy pocos y raros minerales.

HEMIEDRÍA CON EJE DE INVERSIÓN

Las formas posibles en esta clase son:

1	Prisma hexagonal de 2ª esp.
2	Bipirámide hexagonal de 2ª esp.
3	Prismas trigonales de 1ª esp.
4	Prismas ditrigonales
5	Bipirámides trigonales de 1ª esp.
6	Bipirámides ditrigonales
7	Pinacoide basal

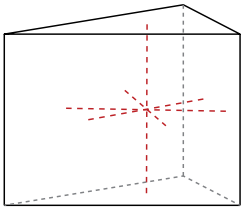
Estos poliedros se exponen en la figura 17 y se incluye un ejemplo de combinaciones de formas en el raro mineral **benitoíta** (no es necesario que describa este modelo de cristal). Desde el punto de vista gemológico, algunos autores consideran a la benitoíta de calidad gema, como la piedra preciosa o gema más rara del mundo.

TETARTOEDRÍA CON EJE DE INVERSIÓN

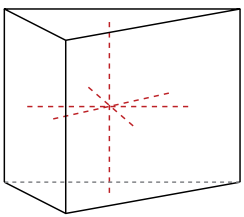
Las formas de esta clase, de momento, no tienen importancia práctica para nosotros. Los minerales que son de este grupo puntual **son muy pocos y rarísimos**. Se indican las formas solo para fines comparativos.

1	Prismas trigonales de 1ª esp.
2	Prismas trigonales de 2ª esp.
3	Prismas trigonales de 3ª esp.
4	Bipirámides trigonales de 1ª esp.
5	Bipirámides trigonales de 2ª esp.
6	Bipirámides trigonales de 3ª esp.
7	Pinacoide basal

Prismas trigonales de 1a. posición

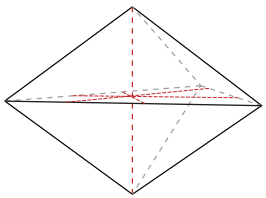


A - Anterior
$(a:\infty a:-a:\infty c)$
$\{10\bar{1}0\}$

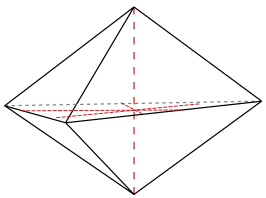


B - Posterior
$(-a:\infty a:a:\infty c)$
$\{\bar{1}010\}$

Bipirámides trigonales de 1a. posición



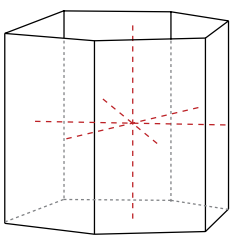
A - Anterior
$(a:\infty a:-a:c)$
$\{10\bar{1}1\}$



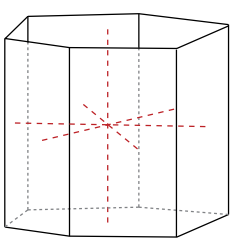
B - Posterior
$(\infty a:a:-a:c)$
$\{01\bar{1}1\}$

6a. Clase bipiramidad ditrigonal

Prismas ditrigonales de 1a. posición

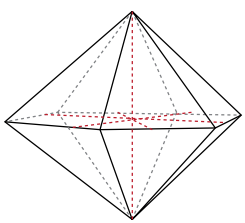


A - Anterior
$(3a:6a:-2a:\infty c)$
$\{21\bar{3}0\}$

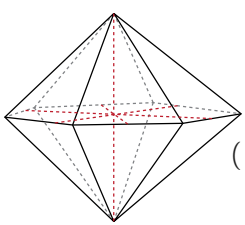


B - Posterior
$(2a:-6a:-3a:\infty c)$
$\{3\bar{1}\bar{2}0\}$

Bipirámides ditrigonales



A - Anterior
$(3a:6a:-2a:2c)$
$\{21\bar{3}3\}$



B - Derecha superior
$(-3a:-6a:2a:2c)$
$\{\bar{2}\bar{1}33\}$

Benitoita

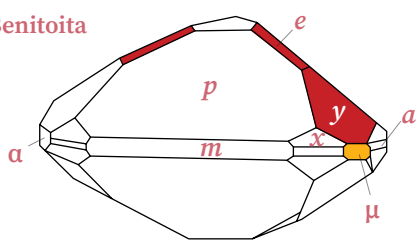


Figura 17. Las formas posibles de la hemiedría con eje de inversión. Las formas ditrigonales tienen 6 lados, pero se distingue de la traza hexagonal, por su traza horizontal que corresponde con un pseudohexágono, por la simetría trigonal implícita (las longitudes de los lados de dicha traza serán desiguales).

***Actividad final**: en una hoja de papel de cuadrícula chica, dibujen un triángulo (eso representa una traza trigonal). Ahora, crucen esta traza con otro triángulo que tenga distinta orientación (es sobreponer un triángulo sobre otro). Vean la figura 18 antes de hacer el dibujo.*

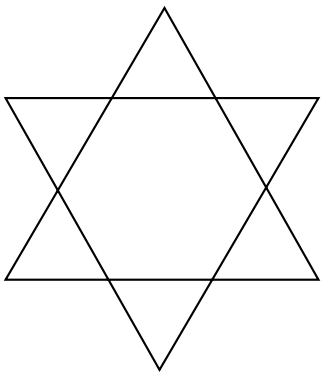


Figura 18. La intersección de 2 trazas trigonales genera una pseudotraza hexagonal. Es prácticamente imposible que, en la naturaleza, las 2 trazas coincidan en su eje ternario, para dar lugar a una traza pseudohexagonal perfecta. Lo normal es que nunca coincidan sus ejes 3 y la traza resultante será de un pseudohexágono de lados irregulares.

Comprueben esto último en su dibujo.

Actividades para desarrollar

1. Conforme vayan avanzando en la lectura y comprensión de la lección, realicen las actividades señaladas con letra *cursiva*, las cuales deberán de reportar antes de la fecha límite indicada.
2. En una hoja de papel de cuadrícula chica, dibujen nuevamente, las trazas horizontales de las posiciones 1ª, 2ª y 3ª que se cumplen para los prismas, bipirámides y pirámides.
3. Escriban las fórmulas químicas de 8 minerales del sistema hexagonal y describan el compuesto. Se requiere que abran el archivo anexo **Lección 5A**.
4. Repasen el sistema hexagonal con el uso del *Tutorial de Mineralogía*. Abran la carpeta **MINE TUTORIAL**, dar clic en Mineralogy_Tutorials,

ingresan al módulo de Cristalografía y dar clic exclusivamente en el botón **crystal classes** y luego clic en **hexagonal**. Noten que **Cornelis** considera 6 sistemas cristalográficos en lugar de 7, porque considera al sistema trigonal como una división del sistema hexagonal. Entonces den clic en las clases que empiezan con el número 6.

5. Abran la página: https://gemologiamllopis.com/cristalografia/#a y repasen **todas las formas**, con el uso del submenú que se tiene al pie de cada una. Traten de identificar errores.

6. Abran los archivos contenidos en la carpeta **MODELOS HEXAGONAL**. Se trata de que construyan en cartulina (preferiblemente gruesa), en el orden indicado (del 1 al 6), los modelos cristalográficos. Para tal propósito, deberán imprimir los PDF en cartulina (de preferencia a mayor tamaño), recortar con tijera la plantilla de la forma, doblar por todas las líneas y pegar las pestañas en los lugares respectivos. Una vez construidos los modelos elaboren, además, una ficha para cada modelo que considere:

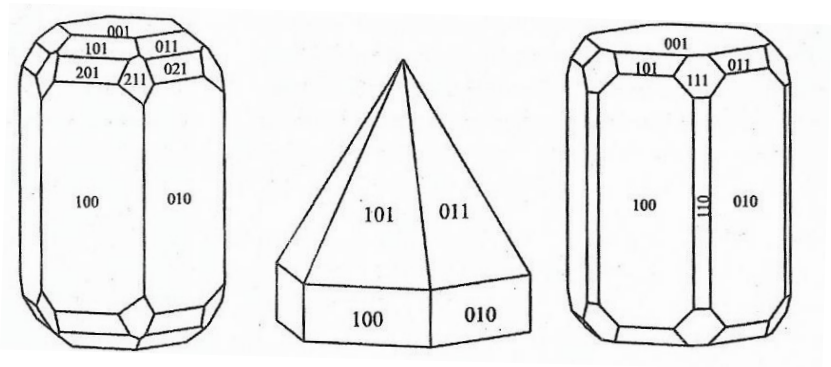
   1. Croquis del modelo **con la ubicación de la cruz axial**.
   2. Determinen y escriban los **elementos de simetría**. Identifiquen y escriban el **grupo puntual**.
   3. Reconozcan y escriban las **combinaciones de formas**, si es que las hay.
   4. Deduzcan los **índices de Miller** solo de la cara principal de cada forma.

7. Para reforzar sus conocimientos, también pueden ingresar en la sección de *Cristalografía* de los sitios:

   - webmineral.com
   - mindat.gob
   - minsocam.org
   - mineralienatlas.de

Para pensar...

1. Deberán responder las preguntas que están distribuidas en el texto de la lección, solo las que están señaladas con un asterisco (*), y reportarlas en la fecha indicada.
2. En un diagrama tipo árbol o mapa mental, hagan un resumen que explique la derivación de las formas meroédricas a partir de la clase holoédrica.
3. Determinen las combinaciones de formas en los modelos de cristales de apatita, zincita y berilo (de izquierda a derecha). En cada uno de los modelos, expliquen la obtención del índice de Bravais de la cara que ustedes elijan.



Nota importante:

Las ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR señaladas en los puntos 1, 2 y 3, así como en los puntos 1, 2 y 3 en PARA PENSAR... deberán enviarse en la fecha solicitada. La actividad contemplada en el punto 6, deberá entregarse en un reporte con fecha por precisar. Los puntos 4, 5 y 7, son actividades que se deben realizar para reforzar el aprendizaje, es muy importante que las lleven a cabo. También es de gran **importancia** que sigan cuidadosamente la **secuencia de estudio**.

BIBLIOGRAFÍA

CORNELIUS, K., DUTROW, B. *Mineral Science* (ISBN-13 :978-0471-72157-4). New York: John Wiley, 2008.

DANA, J. M., SALISBURY, DANA E. *Danas' New Mineralogy* (ISBN 0471193100). 8nd edition New York: John Wiley, 1997.

GARZA-GONZALEZ V., C. *Principios de Cristalografía Morfológica*. Inédito, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2020.

OLSACHER, J. *Introducción a la Cristalografía.* Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina), 1946.

NESSE, WILLIAM D. *Introduction to Mineralogy* (ISBN 9780190618384). Third edition New York, Oxford University Press, 2017.

SALISBURY, DANA, E., FORD, WILLIAM, E. *Tratado de Mineralogía* CECSA, México, D.F., 1986.

WADE, F., A., MATTOX, R., B. *Elements of Crystallography and Mineralogy.* New York : Harper & Brothers, Publishers, 1960.

LECCIÓN 6.

EL SISTEMA TRIGONAL O ROMBOÉDRICO

Objetivos de aprendizaje

Analizar la derivación del sistema trigonal desde el sistema hexagonal, con el objeto de comprender la simetría romboédrica y sus implicaciones en la orientación diversa de sus formas, la generación de las formas meroédricas o formas nuevas en las clases de menor simetría, así como las combinaciones de formas holoédricas y meroédricas más frecuentes.

Asimismo, se tiene el propósito de poner en práctica los conocimientos teóricos adquiridos, por medio del desarrollo de actividades y del planteamiento de preguntas relacionadas, a fin de consolidar el aprendizaje de la simetría trigonal.

LA *CRUZ AXIAL* DEL SISTEMA TRIGONAL ROMBOÉDRICO

Todo poliedro de cualquiera de los 5 grupos puntuales del sistema trigonal se orienta con respecto a 3 ejes cristalográficos horizontales iguales, que forman entre sí un ángulo de 60° y un eje vertical de longitud diferente, que forma un ángulo de 90° con cada uno de los 3 ejes cristalográficos indicados. Conforme a estos parámetros, cualquier cristal del sistema trigonal, debe de cumplir con las siguientes características implícitas en la *cruz axial* (figura 1):

SINAXIA: $a = b = X_1 \neq c$ o $a_1 = a_2 = a_3 \neq c$;

en donde: $c > a = b = X_1$ o $c < a = b = X_1$

SINGONIA: $\alpha = \beta = 90° \neq \gamma = 120°$

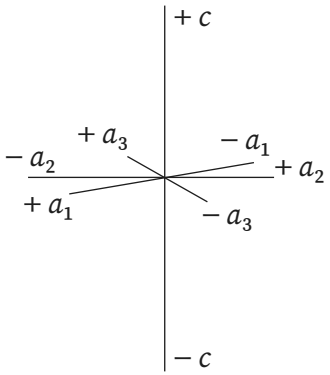


Figura 1. Perspectiva de la *cruz axial* en el sistema trigonal o romboédrico.

Señalen la singonia en la cruz axial de la figura 1. Háganlo antes de continuar.

Ahora, comparen las constantes cristalográficas y la cruz axial de este sistema con las del sistema hexagonal. Háganlo antes de continuar.

¿Notan alguna diferencia?

¡Por supuesto que no! ¡No hay ninguna diferencia! ¡Es exactamente lo mismo!

Efectivamente, el sistema romboédrico y el sistema hexagonal comparten la misma *cruz axial* y por esta razón, en ambos sistemas se tienen idénticas **sinaxia** y **singonia**.

Este es el motivo esencial del porqué usualmente algunos autores consideran **solo 6 sistemas cristalográficos**, dado que al sistema hexagonal lo segmentan en dos divisiones: división hexagonal propiamente dicha y la división romboédrica o trigonal, lo cual suma un total de 12 clases cristalinas incluidas en el sistema hexagonal.

A pesar de todo, consideramos que, por la naturaleza misma de la simetría, facilidad de estudio y por fines didácticos, es mucho mejor separar la simetría trigonal de la hexagonal y tratar las 5 clases cristalinas romboédricas en el **sistema trigonal**, propiamente dicho. Independientemente de que las 5 clases cristalinas del sistema trigonal deriven de la holoedría hexagonal, la simetría del sistema trigonal es única y, por tanto, con formas nuevas propias de esa simetría.

¿Esto significa que el sistema trigonal deriva del hexagonal?

¡Exacto!, es el único caso que un sistema cristalino deriva de otro. esto no se da en un ningún otro par de sistemas.

¿Por qué es posible esa derivación?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

De la misma manera que en el sistema hexagonal, la simbolización de cualquier cara de toda forma romboédrica será conforme a los **3 índices de Miller más el índice de Bravais**, el índice general es aquí también (hkil).

La forma holoédrica más simple del sistema trigonal es el **romboedro**, de ahí el otro nombre del sistema. La forma poliédrica de todo cristal es la manifestación de su arreglo interno, de la simetría de la estructura cristalina. Así, el motivo geométrico más pequeño de todo cristal del sistema trigonal, tiene la forma de un romboedro que se mide en unidades de *angstroms*.

Seguramente ya ustedes habían pensado en la **calcita** como el mineral tipo del sistema. Pues no se equivocaron. Es un mineral muy común y su forma cristalina más frecuente es el romboedro.

La forma más simple del sistema trigonal es el romboedro y precisamente se utiliza esta forma para poder deducir más fácilmente los elementos de simetría de la clase principal, que corresponde con la máxima combinación posible entre los elementos de simetría simples. Recuerden siempre tener presente, que la primera operación para realizar al inicio de la descripción cristalográfica de cualquier cristal o modelo de cristal es su **orientación** con respecto a los **ejes cristalográficos**.

No olviden que el eje c, que es el eje que varía en longitud, **siempre** debe coincidir con la posición de **máxima** simetría. Los ejes horizontales (eje a, eje X1, eje b) siempre tendrán que salir de cualquier poliedro holoédrico (y algunos meroédricos), por posiciones simétricas, esto es, por puntos medios de caras opuestas o por puntos medios de aristas opuestas o por los vértices opuestos, etc., dependiendo del poliedro por describir.

Ya se percataron que la orientación del romboedro holoédrico cuesta un poco más de trabajo visualizarla. Es obvio que, una vez que se logra dicha orientación, resulta sencillo hacer la deducción o posición de los elementos de simetría. Observen con cuidado la orientación del romboedro en la figura 2.

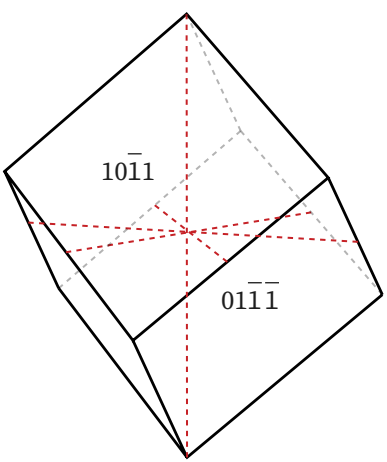


Figura 2. Posición de los ejes cristalográficos en un romboedro. La cara principal (cara que da al observador) tiene el índice $(10\bar{1}1)$.

Remarquen el romboedro y ejes. Escriban sobre la figura 2 la notación de los ejes cristalográficos (a, x1, b, c) en sus extremos positivos y negativos. Terminen antes de continuar.

El romboedro de la figura 2 tiene que ser de la clase holoédrica ¿por qué?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

Ahora, es conveniente describir la posición de los ejes cristalográficos que definen la orientación del romboedro. Este ejercicio es muy sano que lo hagan por escrito al iniciar la descripción de cualquier cristal. Noten que solamente 3 aristas tocan al eje c en cada uno de sus extremos, positivo y negativo. Los ejes horizontales (a, X_1, b) salen por los puntos medios de las aristas que están en *zigzag*, aristas que nunca tocan al eje c ¿Qué les parece? ¿Ya lo visualizaron?

Entonces, ya pueden apoyarse en el eje c y al girarlo lo convierten en un eje 3 o eje ternario. Y al dejarlo de girar, dicho eje recupera su condición de eje c.

¿Por qué se llama sistema trigonal?

(*) *Ustedes mismos podrán descubrir por qué toma ese nombre. En una hoja de papel de cuadrícula chica dibujen un triángulo con sus lados iguales. Ahora, desde el centro geométrico del triángulo, saquen los ejes cristalográficos a, X_1, b, en sus extremos positivo y negativo, resalten el eje c, enseguida respondan la pregunta.*

Cabe precisar que las 3 posibilidades de orientación de los ejes horizontales (a, b, X_1) que se establecieron y describieron en el sistema hexagonal, **se conservarán** en el sistema trigonal. Esto no representa nada especial o extraordinario, ya que el sistema trigonal deriva del sistema hexagonal, por lo que no es nada sorprendente que se conserven formas hexagonales en las diversas clases cristalinas del sistema trigonal.

Repasen en la 4ª página de la lección 5, las 3 posibilidades de orientación de los ejes cristalográficos horizontales en el sistema hexagonal. Terminen la actividad antes de continuar.

LA HOLOEDRÍA

Como siempre, se toma a la forma tipo del sistema para facilitar la deducción de los elementos de simetría de la clase holosimétrica. Si se apoyan en el eje c que ustedes ubicaron en la figura 2, y hacen funcionar la operación de rotación, comprueban con facilidad que dicho eje coincide con un eje de simetría ternaria. Como ya lo han visualizado, los ejes cristalográficos horizontales unen los puntos medios de las aristas que están en *zigzag*; es un poco más difícil poder reconocer la operación de estos ejes cuando se convierten en ejes de simetría. Tal y como lo podrán observar cuando tengan la oportunidad de tener en su mano el romboedro que muy pronto van a construir, comprobarán que los ejes a, b, X_1, coinciden con los ejes de simetría binaria ($3E_2$). Es de hacer notar, asimismo, que los 3 planos verticales, bisecan los ángulos entre los ejes binarios. Luego entonces, la máxima simetría posible está representada por la siguiente combinación específica de elementos de simetría:

1ª clase. Holoedría. Escalenoedral ditrigonal.
N = Dominio fundamental = 12 caras

$$E_3 + 3E_2 + 3P_v + C$$

Léase: Un eje ternario más tres ejes de simetría binaria, más 3 planos de simetría verticales, más el centro de simetría.

Visualicen los elementos de simetría de la clase holoédrica en los dibujos de la figura 3 y describan por escrito la ubicación de dichos elementos de simetría. Terminen antes de continuar.

Describan la función del centro de simetría en el romboedro. Hagan el escrito antes de continuar.

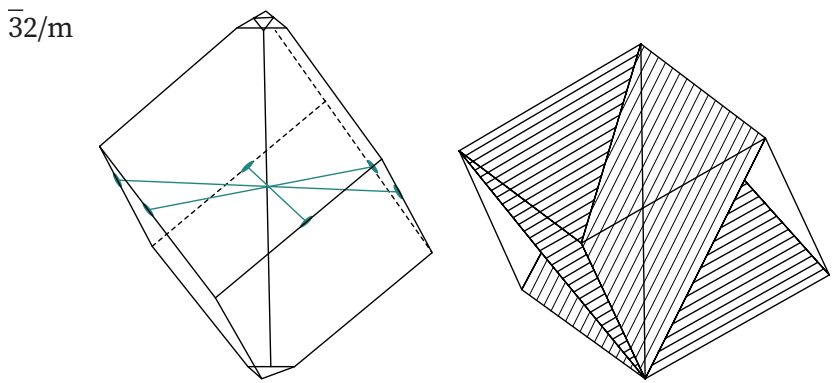


Figura 3. Elementos de simetría en la forma tipo del sistema trigonal que representan la máxima combinación posible entre ejes, plano y centro de simetría. El símbolo indicado es el de Hermann Mauguin.

Según se ha puntualizado, la clase principal se denomina **escalenoedral ditrigonal**. Noten que no se ha utilizado el nombre de "escalenoedral hexagonal", porque se está abordando el estudio del sistema **trigonal**, como un sistema aparte y **no** como una división del sistema hexagonal.

El nombre de la holoedría trigonal proviene del escalenoedro ditrigonal (figura 4), forma general de la clase que tiene como símbolo $\{hk\bar{i}l\}$ y conformado por 12 caras.

Repasen la generación de las trazas ditrigonales en la 6^a y 7^a clases del sistema hexagonal. Terminen antes de continuar.

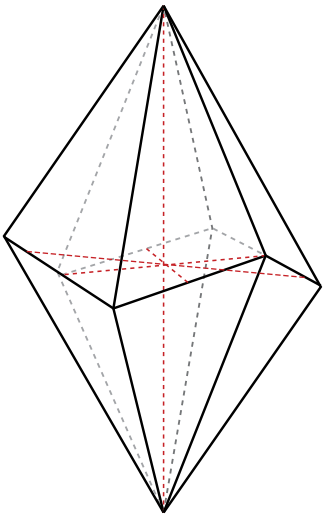


Figura 4. Escalenoedro ditrigonal, poliedro con el mayor número de caras de la holoedría y, por tanto, de todo el sistema trigonal. Puede ser un modelo de calcita, variedad diente de perro.

Marquen y simbolicen en la figura 4 los elementos de simetría de la clase holoédrica del sistema trigonal. Terminen antes de continuar.

Se ha comentado con anterioridad, que el sistema trigonal **deriva** del sistema hexagonal. Es evidente, que dicha derivación es posible, conforme a las posibilidades que ofrece la simetría, expresadas en la supresión de determinados elementos de simetría, lo que implica la omisión o **supresión** alterna de un número finito de caras, desde la forma o formas de máxima simetría.

La clase holoédrica del sistema trigonal **deriva** de la clase holosimétrica del sistema hexagonal. Entonces, realmente la **holoedría trigonal** viene siendo una **hemiedría** del sistema hexagonal, tal como se indica en el archivo **Lección 6A** (abran este archivo). En principio, ¿cómo podemos visualizar esto?

Realicen antes la siguiente actividad con el uso de la figura 5.

En la figura 5 se muestra la traza horizontal de un romboedro, que es la forma tipo del sistema trigonal. Observen primero la figura 2, que muestra en perspectiva la orientación de este poliedro, con respecto a los ejes de referencia. Ahora, en

la figura 5, dibujen los ejes binarios y señalen en color rojo la traza de los planos verticales de simetría. Señalen o resalten el eje c. Terminen antes de continuar.

La respuesta a la pregunta anterior está precisamente en la figura 5. Efectivamente, el romboedro se **origina** o deriva de la holoedría hexagonal, tal y como se demuestra en su traza horizontal.

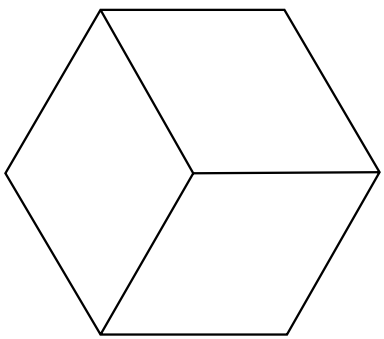


Figura 5. Traza horizontal de un romboedro (se parece a un cubo). Cada una de las 6 caras del romboedro, tiene la forma de un rombo. Observen el contorno hexagonal que definen las aristas en zigzag del romboedro. Esto demuestra de manera gráfica, su origen hexagonal.

En el archivo anexo **Lección 6A**, se muestran las clases no holoédricas o meroédricas, que derivan tanto de formas holoédricas hexagonales (bipirámide dihexagonal, bipirámides hexagonales), como de la misma holoedría trigonal (escalenoedro ditrigonal). Más adelante se harán las precisiones, relaciones o distinciones para cada caso. Pueden constatar también que las 3 hemiedrías trigonales, **equivalen** a 3 tetartoedrías hexagonales y que la tetartoedría trigonal viene siendo o equivale a una **ogdoedría hexagonal**. Esta última clase es el único caso de ogdoedría que se conoce en todos los sistemas cristalográficos. De acuerdo con la simetría, la supresión de caras de las formas holoédricas hexagonales y/o trigonales permiten derivar las clases meroédricas:

◊ **La hemiedría enantiomórfica. Clase trapezoedral trigonal**. N = **6 caras** reunidas en las caras del trapezoedro $\{hk\bar{i}l\}$. Recordarán que esta

clase se caracteriza por conservar exclusivamente los ejes de simetría de la clase holosimétrica. Se carece entonces de planos de simetría y de centro. El eje vertical o eje c coincide con el eje 3 y los 3 ejes binarios coinciden en posición con los ejes cristalográficos a, b, X_1.

◊ **La hemiedría hemimórfica. Clase piramidal ditrigonal.** N = **6 caras**. La forma general de esta clase corresponde con una pirámide ditrigonal $\{hk\bar{i}l\}$, Todo cristal de esta clase tiene un eje de simetría ternaria que coincide con el eje c y 3 planos verticales de simetría que bisectan los ángulos entre los ejes a, b, X_1.

◊ **La hemiedría paramórfica. Clase romboedral trigonal.** N = **6 caras**. El romboedro $\{hk\bar{i}l\}$ es la forma general. Se conserva en esta clase el centro de simetría y el eje ternario que coincide con el eje c. La falta de los ejes binarios permite que el romboedro pueda adquirir otras posiciones u orientaciones, de ahí el nombre de esta clase.

Si se toma la octava parte del número de caras de la bipirámide dihexagonal (forma más completa de la holoedría hexagonal), se genera la tetartoedría trigonal, que equivale entonces a una ogdoedría hexagonal. Como ya fue señalado, es la única clase ogdoédrica posible en la naturaleza.

◊ **La tetartoedría. Clase piramidal trigonal.** N = **3 caras**. En esta clase de más baja simetría, se tiene solamente el eje vertical de simetría ternaria, que es un eje polar y que coincide en posición con el eje c. La pirámide trigonal de 3ª especie, es la forma general de esta clase.

HOLOEDRÍAS O FORMAS HOLOÉDRICAS

Si el sistema trigonal **deriva** del sistema hexagonal, es totalmente factible que ciertas formas de las clases de simetría del sistema hexagonal se conserven

o se repitan en algunas clases del sistema trigonal. Esto es particularmente notorio en la clase holosimétrica del sistema trigonal, tal como se muestra en la figura 6. Cabe reiterar, que **todas las formas holoédricas** tienen los mismos elementos de simetría de esa clase.

1	Escalenoedros ditrigonales
2	Romboedros de primera especie
3	**Prisma hexagonal de primera especie**
4	**Prisma hexagonal de segunda especie**
5	**Prisma dihexagonal**
6	**Bipirámide hexagonal de primera especie**
7	Pinacoide basal

Figura 6. Formas holoédricas del sistema hexagonal

Las formas que están resaltadas con negro en la figura 6, provienen del sistema hexagonal. Estas formas pueden "saltar" de un sistema a otro porque la menor simetría, todavía lo permite. Tales formas transitan del sistema hexagonal, de mayor simetría, al sistema trigonal. Esto es posible únicamente en los sistemas hexagonal y trigonal.

¿Por qué la simetría permite que solamente eso sea posible en tales sistemas?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

El **escalenoedro ditrigonal**, forma general y, por ende, más completa de la clase holoédrica, **deriva** de la forma general de la holoedría hexagonal, es decir, de la bipirámide dihexagonal. Tal y como se observa en la figura 7, si se suprimen alternadamente un par de caras adyacentes (dos caras

sí, dos caras no...) de la bipirámide diexagonal, arriba y abajo de su plano horizontal, se tiene como resultado un poliedro de 12 caras, cada una de ellas constituye un triángulo escaleno, unidas las 6 caras superiores y las 6 inferiores por una línea en zigzag. El escalenoedro así obtenido tiene dos posibilidades de orientación con respecto a los ejes cristalográficos: escalenoedro positivo $\{hk\bar{i}l\}$ y escalenoedro negativo.

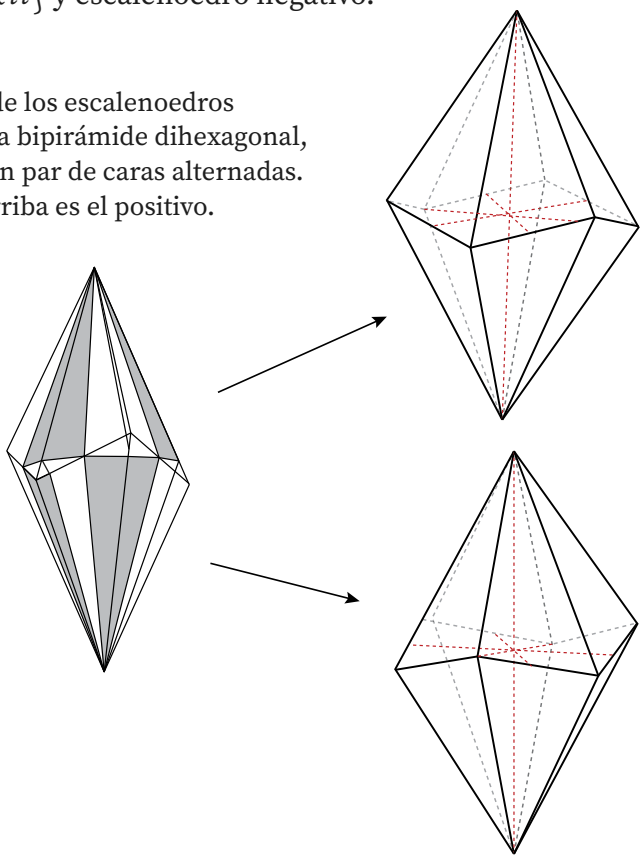


Figura 7. Obtención de los escalenoedros ditrigonales a partir la bipirámide dihexagonal, por el desarrollo de un par de caras alternadas. El escalenoedro de arriba es el positivo.

El **escalenoedro positivo** en la figura 7 se distingue por la orientación de su cara principal que tiene el índice $(21\bar{3}1)$. Ahora, si se gira 60°, de manera que se vuelva orientar con respecto a los ejes horizontales, observen que la cara principal toca el eje c en su extremo negativo, con el índice $(21\bar{3}\bar{1})$, orientación que corresponde con el **escalenoedro negativo**. Entonces, una forma será positiva o negativa, si la cara principal toca, respectivamente, el extremo positivo o negativo del eje c.

Visualicen y describan en la figura 7 cómo se obtienen los escalenoedros a partir de la bipirámide dihexagonal. Identifiquen el error en la figura que genera los escalenoedros. Terminen su escrito antes de continuar.

Seguramente ustedes han observado cristales de **calcita** en forma de escalenoedros ditrigonales, variedad que se conoce como **diente de perro**. Esta forma es común en la calcita, pero todavía es más frecuente en este mineral, la forma romboédrica.

Si una cara de forma de un **rombo** es oblicua a un eje ternario, se multiplica en otras dos caras iguales, y si estas tres caras coexisten con un centro de simetría o un eje de simetría binaria, estas condiciones exigirán tres caras semejantes en posiciones alternas en la mitad inferior del cristal. La forma resultante es un romboedro que también puede tener las orientaciones positivas y negativas. El **romboedro** de primera especie deriva por omisión alterna de las caras (**una cara sí una cara no...**) de la bipirámide hexagonal de **primera posición** (figura 8).

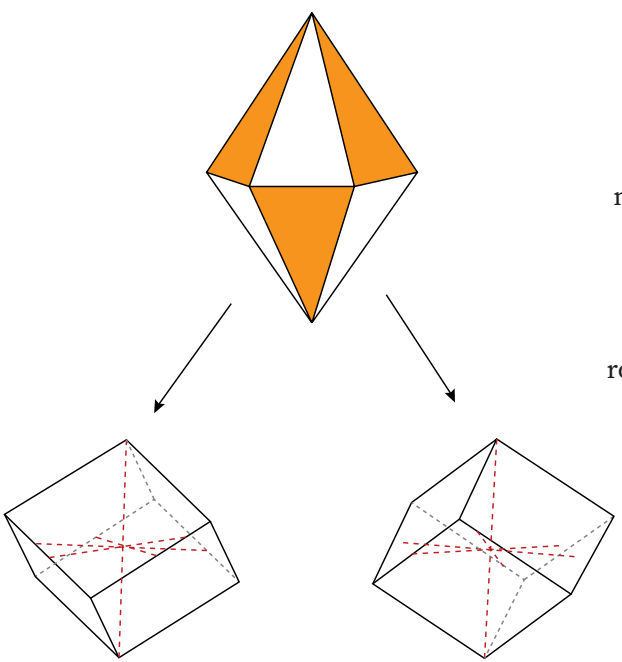


Figura 8. Obtención de los romboedros positivos y negativos de primera posición, por el desarrollo de caras alternas de la bipirámide hexagonal de primera especie. La cara principal del romboedro positivo tiene como índice $(10\bar{1}1)$.

Remarquen los romboedros. Visualicen y describan en la figura 8 la obtención de los romboedros (positivo y negativo). Indiquen en la figura cada uno de ellos y deduzcan el índice de Miller del romboedro negativo. Terminen su escrito antes de continuar.

Cabe resaltar que la forma romboédrica es **muy frecuente** en la naturaleza, se presenta comúnmente en combinaciones de cristales holoédricos, enantiomórficos y paramórficos. Esencialmente, a esto se debe que este sistema también se denomine **romboédrico**.

COMBINACIONES DE FORMAS HOLOÉDRICAS

Es importante destacar que la forma **romboédrica**, casi siempre está presente en las combinaciones observadas en **cristales holoédricos**. Un romboedro único, libre de combinaciones, se puede orientar arbitrariamente, como romboedro positivo o negativo. Es lógico y fácil deducir que la distinción entre romboedro positivo y negativo únicamente será posible cuando se presenten **en combinaciones** en el mismo cristal. Para fines exclusivos de esta lección, por conveniencia descriptiva se elegirá la cara más desarrollada (más grande) como romboedro positivo.

Por lo tanto, al inicio del examen de una combinación de formas holoédricas (y también no holoédricas), se debe primero orientar uno de dos romboedros y darle la posición positiva. Hay que tener muy en cuenta que en un mismo cristal puede haber **"n" romboedros del mismo signo**, que se podrán distinguir entre sí por intersectar al eje c a diferentes distancias.

En las figuras 9 y 10 se ilustran algunas combinaciones comunes.

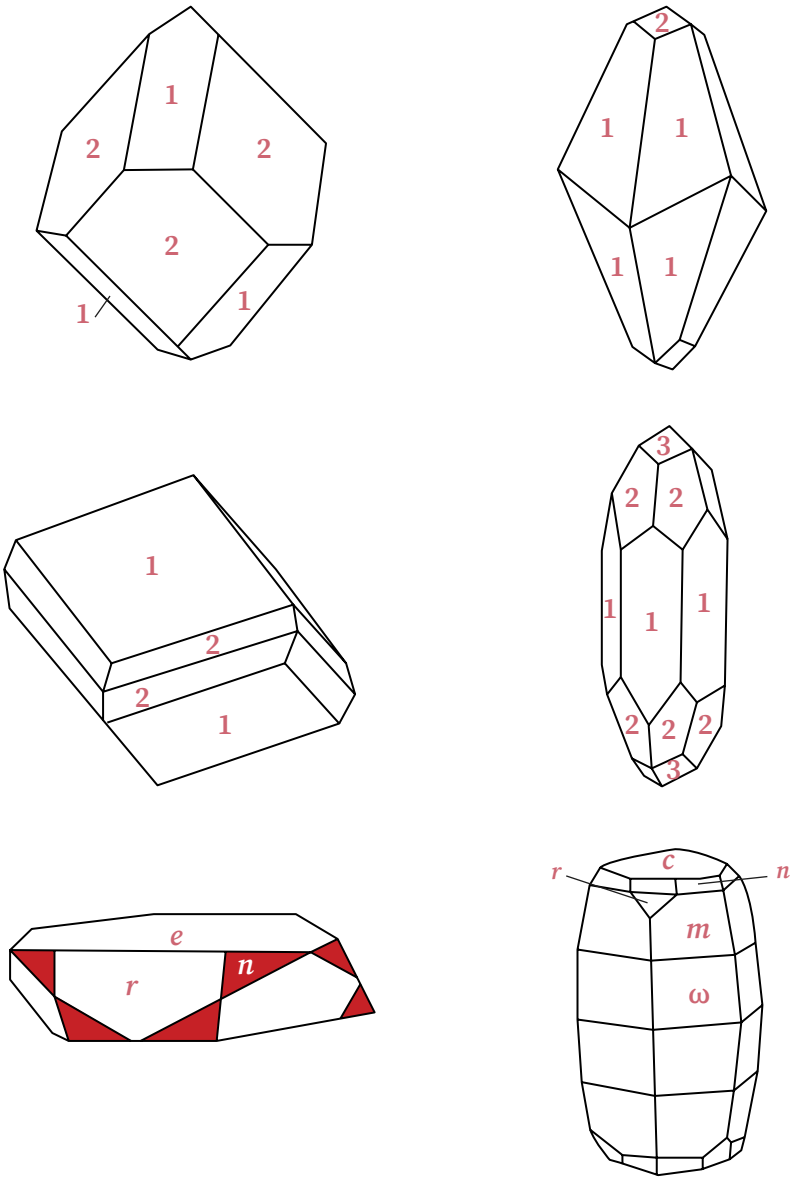


Figura 9. Combinaciones frecuentes entre romboedros, escalenoedro, prisma hexagonal de primera especie y bipirámides hexagonales de primera posición. Las caras de color rojo en el modelo de cristal de hematita es un escalenoedro, el modelo que está abajo a la derecha, es un modelo de cristal de corindón. Los otros modelos son comunes en cristales de calcita. En el modelo de la derecha del renglón de en medio, noten las aristas en zigzag en contacto con el prisma, que delatan la presencia del escalenoedro.

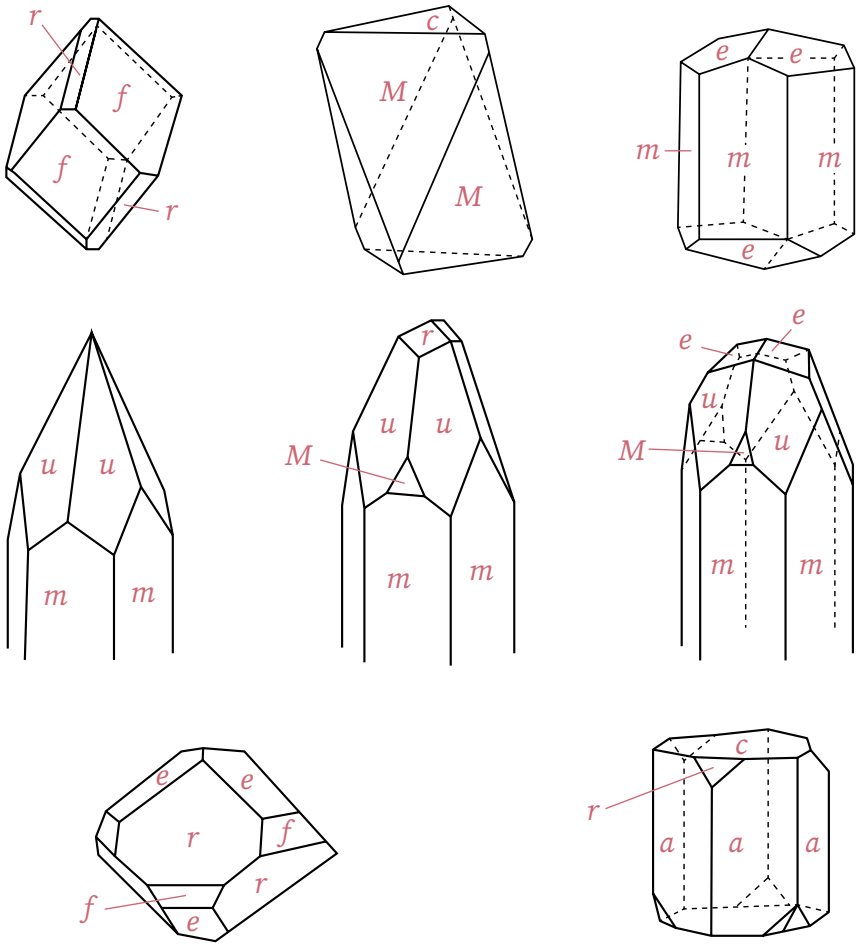


Figura 10. Combinaciones entre romboedros (*e, r, f, M*) y prisma (*m*). ¿Qué forma representa *u*? Combinaciones comunes en chabazita y corindón. Las demás combinaciones existen con frecuencia en cristales de calcita. Noten que los tres cristales del renglón de en medio son cristales subedrales.

En cada una de las figuras 9 y 10, escriban y señalen el nombre de cada forma. Terminen la actividad antes de continuar.

HEMIEDRÍAS

Se indican en seguida las formas nuevas y que se repiten desde la holoedría trigonal y el sistema hexagonal. Ponga especial atención en las formas subrayadas y las que están en letra **negra**.

	Enantiomorfias	Hemimorfias	Paramorfias
1	Romboedros de 1ª esp.	Prisma hexagonal de 2ª esp.	Prisma hexagonal de 1ª esp.
2	Prisma hexagonal de1ª esp.	Prismas trigonales de 1ª esp.	Prisma hexagonal de 2ª esp.
3	Trapezoedros trigonales	Prismas ditrigonales de 1ª esp.	**Prisma hexagonal de 3ª esp.**
4	Prismas trigonales de 2ª esp.	**Pirámide hexagonal de 2ª esp.**	Romboedros de 1ª esp.
5	Prismas ditrigonales de 2ª. esp.	Pirámides trigonales de1ª esp.	Romboedros de 2ª esp.
6	Bipirámides trigonales de 2ª esp.	Pirámides ditrigonales	Romboedros de 3ª esp.
7	Pinacoide basal	Pediones (Sup. e Inf.)	Pinacoide basal

Podrán notar en las hemiedrías que, en general, hay un número considerable de formas nuevas. Esto hace que se tengan cristales **ricos en combinaciones** de formas; además, como se verá más adelante, hay formas únicas que pueden presentarse en diversas orientaciones respecto a los ejes cristalográficos. No obstante, con algunas excepciones (por ejemplo, el cuarzo α), son relativamente raros los cristales ricos en combinaciones.

Repasen nuevamente la figura 18 de la lección 5.

ENANTIOMÓRFICA

Los **trapezoedros trigonales** derivan tomando la cuarta parte de caras de la bipirámide dihexagonal. Sin embargo, es más fácil visualizar su derivación por supresión alterna de caras, arriba y abajo, del **escalenoedro ditrigonal** que es la forma general de la holoedría trigonal. Las orientaciones posibles del trapezoedro se ilustran en la figura 11.

Como puede notarse en la figura 11, las formas se agrupan **en dos pares enantiomórficos**, como posiciones derechas e izquierdas positivas y derechas e izquierdas negativas.

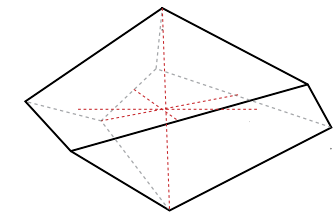
Si se aumentan al infinito las direcciones del eje c en los trapezoedros derecho positivo e izquierdo positivo, se generan los prismas **ditrigonales de 2ª posición**, igualmente izquierdo y derecho (figura 12).

Por su parte, **las bipirámides trigonales de segunda especie** o posición se derivan de la bipirámide hexagonal de segunda especie, al tomar un par de caras simultáneas y alternadamente arriba y abajo del plano horizontal, para así originar las bipirámides trigonales de 2ª posición derecha o positiva e izquierda o negativa. Esta operación simétrica es posible visualizarla con la ayuda de la figura 13.

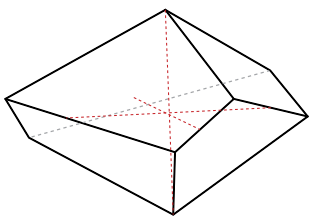
Asimismo, si en las **bipirámides trigonales de 2ª posición**, se aumenta hasta el infinito los extremos del eje c, se generan respectivamente, los prismas trigonales de 2ª especie derecho o positivo e izquierdo o negativo. Entonces, cada par de caras triangulares de la bipirámide trigonal, es sustituido por una cara de forma rectangular, para así conformar las 3 caras verticales del prisma trigonal (figura 13).

Las formas enunciadas frecuentemente forman combinaciones con el prisma hexagonal de 1ª posición. Un ejemplo típico es el **cuarzo** α (cuarzo de

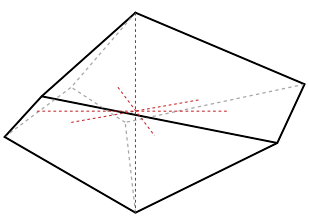
baja temperatura) en su **variedad cristal de roca**. Recuerden que el cuarzo α es la forma más estable del SiO_2 y, por consecuencia, es la única forma del SiO_2 que puede desarrollar macrocristales.



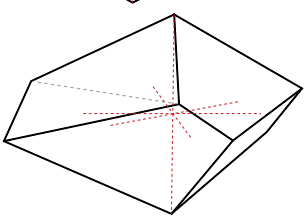
A - Positivo derecho
$(3a:6a:-2a:2c)\{21\bar{3}3\}$



B - Positivo izquierdo
$(2a:-6a:-3a:2c)$
$\{3\bar{1}\bar{2}3\}$



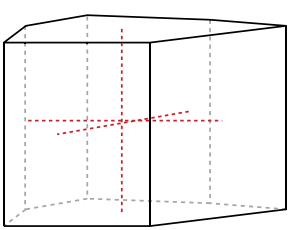
C - Negativo derecho
$(2a:-3a:-6a:2c)\{3\bar{2}\bar{1}3\}$



D - Negativo izquierdo
$(6a:-3a:-2a:2c)\{1\bar{2}\bar{3}3\}$

Figura 11. Orientaciones posibles del trapezoedro. A fin de facilitar la observación de las caras principales, entre llaves se encierra el índice de Miller de la cara principal, derivado del índice de Weiss entre paréntesis.

A - Derecho
$\{21\bar{3}0\}$



B - Izquierdo
$\{3\bar{1}\bar{2}0\}$

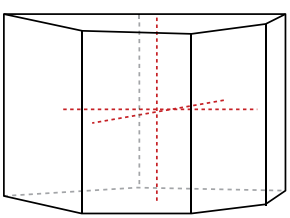


Figura 12. Prismas ditrigonales positivos derecho e izquierdo. Al aumentar los parámetros del eje c al infinito, el trapezoedro se "desdobla" y se genera el prisma ditrigonal. Noten la traza de 6 lados totalmente irregular.

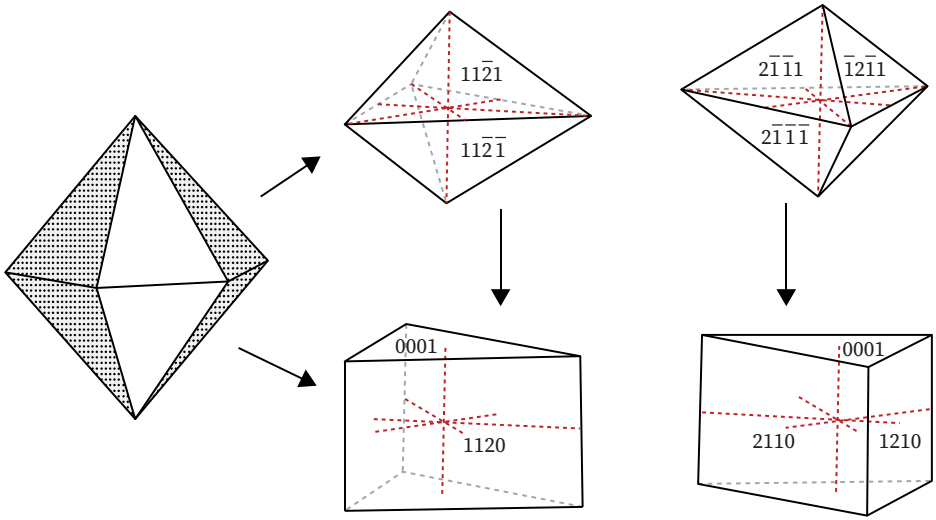


Figura 13. Derivación de las bipirámides y prismas trigonales de 2ª posición. Las bipirámides trigonales se derivan de la bipirámide hexagonal de segunda posición por omisión alterna y simultánea de un par de caras arriba y debajo de su plano horizontal. Las caras achuradas de la bipirámide hexagonal se omiten para poder generar la bipirámide trigonal de 2ª posición derecha. Al aumentar al infinito el eje c de las bipirámides trigonales, se generan los prismas trigonales de 2ª especie.

Remarquen con color en la figura 13 las aristas de la bipirámide hexagonal de 2ª especie que generan la bipirámide trigonal izquierda. Terminen su actividad antes de continuar.

En el **cuarzo α** es muy frecuente encontrar combinaciones entre el prisma hexagonal de 1ª posición, romboedros y trapezoedros. Para facilitar la descripción de estas combinaciones, se escoge como romboedro positivo aquel cuyas caras sean las más grandes (más desarrolladas) y más brillantes. De esta manera, todas las caras a la derecha de ese romboedro son consideradas como **formas derechas** y todas las caras a la izquierda de dicho romboedro como **formas izquierdas**. Estas combinaciones comunes en el cuarzo α se ilustran en la figura 14. Adviertan que la combinación casi simétrica entre un romboedro positivo y uno negativo se aproxima al hábito **holohexagonal**, entonces la traza horizontal de un cristal con esta combinación, que realmente es frecuente, es **pseudohexagonal**.

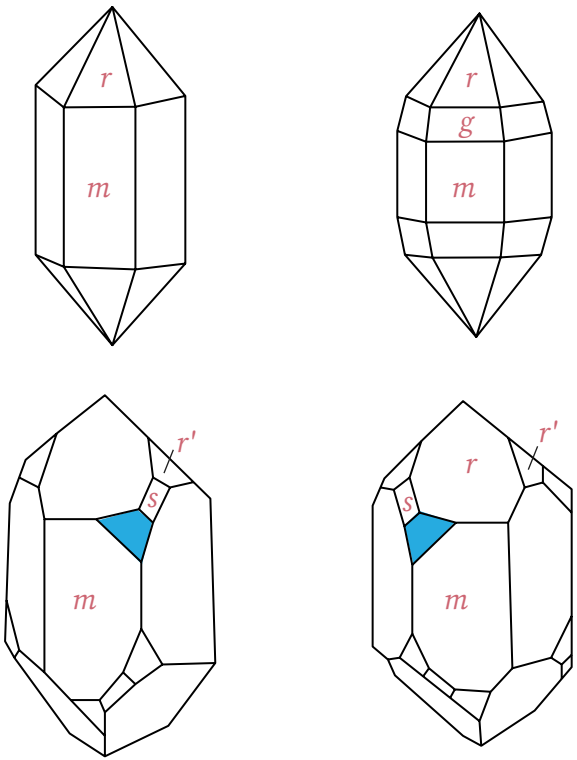


Figura 14. Modelos de cristales euedrales de cuarzo α que muestran combinaciones frecuentes de formas de la clase enantiomórfica. En los dos modelos de arriba se manifiesta la combinación casi simétrica entre el romboedro positivo y negativo (ambos de 1ª posición), combinados con el prisma hexagonal de 1ª especie; ambos cristales no son del sistema hexagonal, ni de la holoedría trigonal. Observen que no se desarrolló el trapezoedro trigonal, ni la bipirámide trigonal, pero estas últimas formas están implícitas en la simetría de la estructura cristalina. En los dos modelos que están abajo, se tiene la combinación de romboedro positivo (la cara más grande *r*), romboedro negativo *r'*, trapezoedro trigonal (caras en azul) y la bipirámide trigonal de 2ª especie (cara *s*). Por lo tanto, son modelos de un cristal de cuarzo α derecho y de un cristal de cuarzo α izquierdo.

Analicen cuidadosamente los modelos de cristales de la figura 14 y hagan una descripción completa de cada modelo de cristal y expliquen con sus propias palabras por qué la denominación de cuarzo izquierdo y cuarzo derecho. Terminen el escrito antes de continuar.

El **cinabrio** es otro mineral importante en la **hemiedría enantiomórfica**, ya que es el principal mineral de mercurio. Este mineral suele ocurrir en muy pequeños cristales anedrales y es raro encontrarlo en cristales euedrales o subedrales de buen tamaño. En estos últimos cristales, las combinaciones de formas más frecuentes son **"n" romboedros combinados con el prisma hexagonal de 1ª posición con el eje c corto**, tal como se observa en la figura 15. En México existen grandes yacimientos de mercurio en el estado de Querétaro.

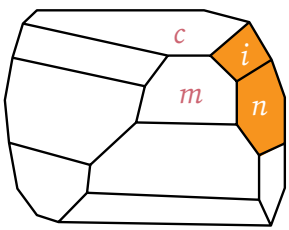


Figura 15. Modelo de cristal de cinabrio, con típicas combinaciones entre el prisma hexagonal de 1ª. especie (*m*) y dos romboedros positivos (*i*, *n*)

HEMIMÓRFICA

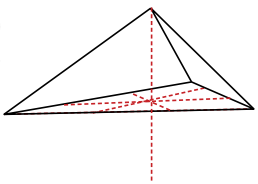
Los elementos de simetría de esta clase hacen que sus formas poliédricas tengan la mitad de las caras de las formas equivalentes observadas en la holoedría (figura 6). Pero, la simetría obliga que, en lugar de los **romboedros positivo y negativo** se tengan las **pirámides trigonales positivas de 1ª especie** (superior $\{10\bar{1}1\}$ e inferior $\{10\bar{1}\,\bar{1}\}$) y las pirámides trigonales negativas de 1ª posición (superior $\{01\bar{1}1\}$ e inferior $\{01\bar{1}\,\bar{1}\}$) (figura 16).

Las **pirámides ditrigonales positivas y negativas** (superiores e inferiores en ambos casos) derivan de la forma hexagonal, tomando los pares alternados de caras de esta. También es posible imaginar la derivación de esta pirámide, por el desarrollo de las caras superiores de un **escalenoedro**. Las orientaciones posibles de la pirámide ditrigonal, con sus símbolos respectivos, son mostradas en la figura 16. Las pirámides ditrigonales anteriores corresponden con las positivas y las posteriores con las negativas.

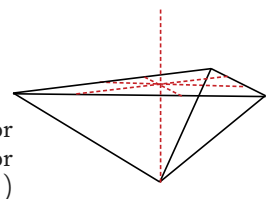
Si se aumenta al infinito el eje c de las pirámides ditrigonales, se derivan los **prismas ditrigonales de 1ª especie**, positivo $\{hk\bar{i}0\}$ y negativo, por ejemplo $\{\bar{2}\bar{1}30\}$.

PIRÁMIDES TRIGONALES DE 1a° POSICIÓN

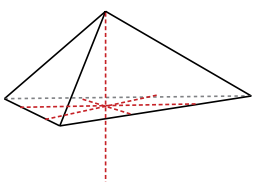
A - Anterior superior
$(a:\infty a:-a:c)$
$\{10\bar{1}1\}$



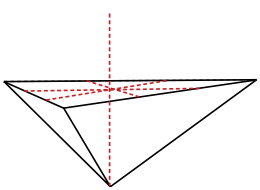
B - Anterior inferior
$(a:\infty a:-a:-c)$
$\{10\bar{1}\bar{1}\}$



C - Posterior superior
$(a:-a:\infty a:c)$
$\{1\bar{1}01\}$

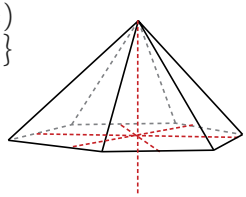


D - Posterior inferior
$(a:-a:\infty a:-c)$
$\{1\bar{1}0\bar{1}\}$

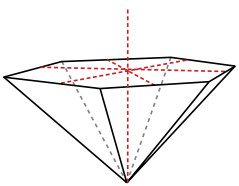


PIRÁMIDES DITRIGONALES

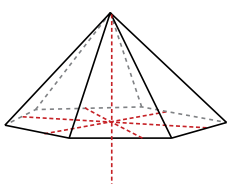
A - Anterior superior
$(3a:6a:-2a:2c)$
$\{21\bar{3}3\}$



B - Anterior inferior
$(3a:6a:-2a:-2c)$
$\{21\bar{3}\bar{3}\}$



C - Posterior superior
$(-3a:-6a:2a:2c)$
$\{\bar{2}\bar{1}33\}$



D - Posterior inferior
$(-3a:-6a:2a:-2c)$
$\{\bar{2}\bar{1}3\bar{3}\}$

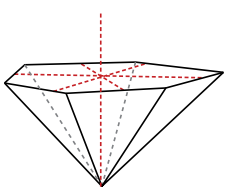


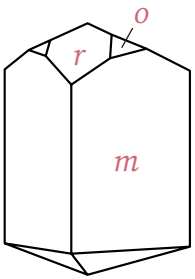
Figura 16. Orientaciones posibles de las pirámides trigonales de 1ª especie y las pirámides ditrigonales.

Los prismas trigonales de 1ª especie derivan tomando la mitad de las caras del **prisma hexagonal** del mismo orden, de esta manera se obtiene el prisma trigonal de 1ª especie **positivo** $\{10\bar{1}0\}$ y el constituido por las otras 3 caras del prisma hexagonal, el prisma trigonal de 1ª especie **negativo** $\{01\bar{1}0\}$.

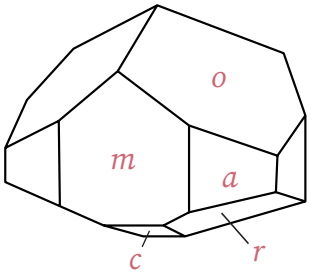
En esta clase de simetría son posibles también dos formas que vienen o se conservan desde el sistema hexagonal. Así, al estar presente la cara $(11\bar{2}1)$ de la **bipirámide trigonal positiva**, permite que se genere la **pirámide hexagonal de 2ª especie**. Si de esta pirámide se aumenta al infinito el eje c, permite la generación del prisma hexagonal de 2ª posición (repasen estas formas en la **Lección 5A**).

Combinaciones de formas de esta clase, se pueden observar con relativa frecuencia en cristales de **turmalina**, y con mayor rareza, en cristales de **pirargirita** que es el mineral más común en el grupo de las platas rojas. Tengan presente que la **proustita** cristaliza en la holoedría de este sistema, pero es más rara que la **pirargirita**. Ejemplos de combinaciones de formas se ilustran en la figura 17.

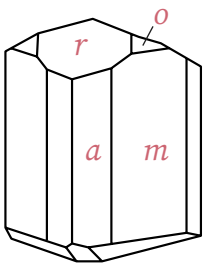
Observen cuidadosamente todos los modelos. Describan el modelo de cristal de turmalina del lado superior derecho. Terminen su escrito antes de continuar.



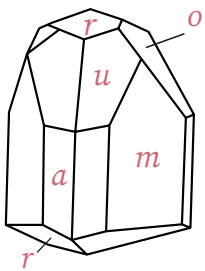
Turmalina



Turmalina



Turmalina



Turmalina

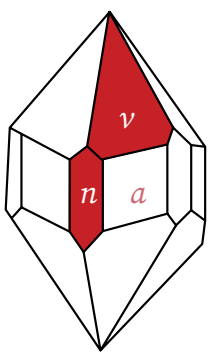


Figura 17. Combinaciones de formas en 4 modelos de cristales de turmalina y un modelo de cristal de pirargirita. Se tiene el prisma trigonal (*m*), como en la cara vertical de color rojo en el modelo de cristal de pirargirita, prisma hexagonal de 2ª especie (*a*), pirámides trigonales de 1ª especie (*o, r*), pirámides ditrigonales (*u, v*), pedión inferior (*c*).

PARAMÓRFICA

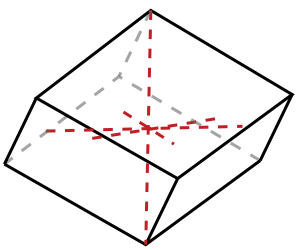
Los elementos de simetría de esta clase posibilitan el desarrollo, no solamente de los **romboedros de 1ª especie**, positivos y negativos (vean figura 8), sino de los **romboedros de 2º y 3er orden**, que se diferencian uno del otro por sus posiciones relativas con respecto a los ejes cristalográficos horizontales.

Cabe precisar, que cada uno de los 3 **romboedros, de 1ª, 2ª, y 3ª especie**, deriva de **la bipirámide hexagonal de primera, segunda y tercera especie**, respectivamente, por omisión alterna de sus caras, arriba y abajo del plano horizontal (una cara sí, una cara no...). En la figura 18 se muestran las orientaciones nuevas del romboedro, que corresponden con la 2ª y 3ª posición.

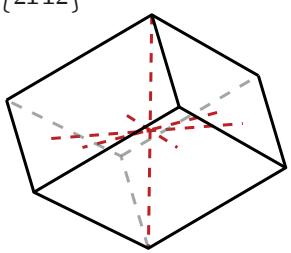
PARAMORFIAS

Romboedros de 2a. posición

A - Positivo
$(2a:2a:-a:c)\ \{11\bar{2}2\}$

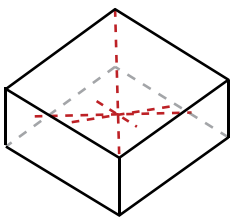


B - Negativo
$(a:-2a:-2a:c)$
$\{2\bar{1}\bar{1}2\}$

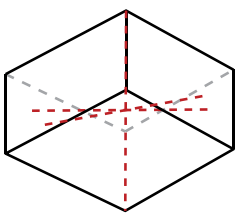


Romboedros de 3a. posición

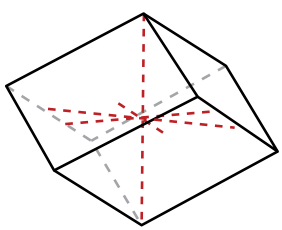
A - Positivo derecho
$(3a:6a:-2a:2c)$
$\{21\bar{3}3\}$



B - Negativo derecho
$(-6a:3a:-2a:2c)$
$\{\bar{1}23\bar{3}\}$



C - Positivo izquierdo
$(2a:-6a:-3a:2c)$
$\{3\bar{1}\bar{2}3\}$



D - Negativo izquierdo
$(6a:3a:-2a:2c)$
$\{123\bar{3}\}$

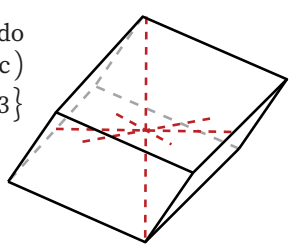


Figura 18. Posiciones de los romboedros de segunda y tercera especie. Cada romboedro deriva, respectivamente, de la bipirámide hexagonal de 2ª y 3ª especie, por omisión alterna de sus caras (vean figura 8).

Remarquen en las figuras los ejes cristalográficos. Observen cuidadosamente la posición de ellos en cada caso. Terminen antes de continuar.

No son muy frecuentes las combinaciones de formas en esta clase. El mineral representativo y más importante es la **dolomita**. Como lo podrán comprobar más adelante, en la práctica con minerales, el hábito cristalino de la dolomita es **comúnmente romboédrico**. Por lo general, se presenta el predominio del romboedro de primera posición $\{10\bar{1}1\}$.

Otro mineral interesante es la **ilmenita**, que es el principal mineral de titanio. Frecuentemente este mineral se presenta en la naturaleza constituyendo cristales anedrales. Combinaciones que son raras se ilustran en la figura 19.

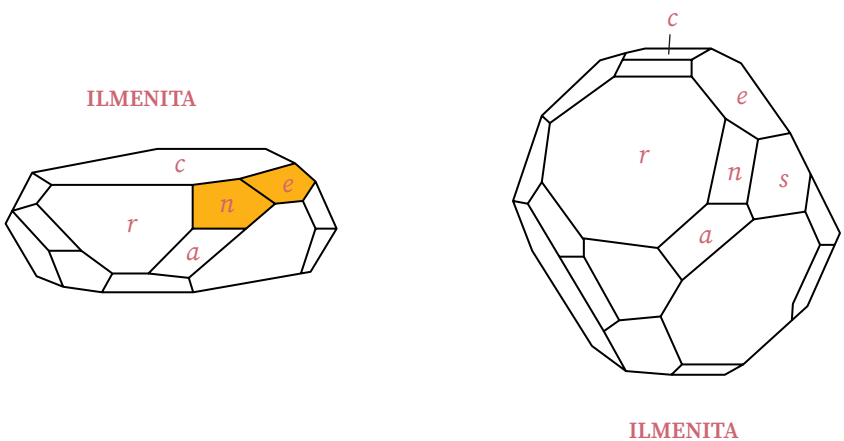


Figura 19. Modelos de cristales de ilmenita. Las formas son: romboedro de 1ª especie positivo (*r*), romboedros de 1ª especie negativo (*e, s*) (cara en amarillo en el modelo del lado izquierdo), romboedro de 2ª especie (*n*) (cara en amarillo), prisma hexagonal de 1ª especie (*a*).

Describan las diferencias esenciales entre los dos cristales de ilmenita de la figura 19. Terminen antes de continuar.

LA TETARTOEDRÍA

La baja simetría de esta clase implica las formas siguientes:

1	Prismas trigonales de 1ª especie
2	Prismas trigonales de 2ª especie
3	Prismas trigonales de 3ª especie
4	Pirámides trigonales de 1ª especie
5	Pirámides trigonales de 2ª especie
6	Pirámides trigonales de 3ª especie
7	Pediones

Recordarán que esta clase representa el único caso de **ogdoedría** posible, con respecto a los demás sistemas cristalográficos. Las formas y combinaciones de esta clase **son muy raras en la naturaleza**, a la vez que los minerales que cristalizan en ella son también muy raros. Por tal motivo, de momento, no se expondrán más detalles de esta clase, por su escasa importancia práctica.

Actividades para desarrollar

1. Conforme vayan avanzando en la lectura y comprensión de la lección, realicen las actividades señaladas con letra *cursiva*, las cuales deberán de reportar a más tardar, en la fecha solicitada.

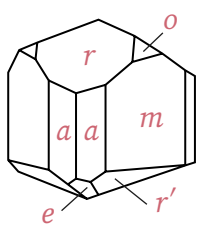
2. Escriban las fórmulas químicas de 7 minerales del sistema trigonal y describan el compuesto. Se requiere que abran el archivo anexo **Lección 6A**.
3. Repasen el sistema trigonal con el uso del *Tutorial de Mineralogía*. Abran la carpeta anexa **MINE TUTORIAL**, dar clic en **Mineralogy_Tutorials**, ingresan al módulo II y den clic exclusivamente en el botón **crystal classes** y luego dar clic en **hexagonal**. Noten que Cornelis considera 6 sistemas cristalográficos en lugar de 7, porque considera al sistema trigonal como una división del sistema hexagonal. Entonces den clic en las clases que empiezan con el número 3.
4. Abran la página: https://gemologiamllopis.com/cristalografia/#a y repasen **todas las formas del sistema trigonal**, con el uso del submenú que se tiene al pie de cada una. Traten de identificar errores.
5. Abran los archivos contenidos en la carpeta anexa **MODELOS TRIGONAL**. Se trata de que construyan en cartulina (preferiblemente gruesa), en el orden indicado (del 1 al 9), los modelos cristalográficos. Para tal propósito, deberán imprimir los PDF en cartulina, recortar con tijera la plantilla de la forma, doblar por todas las líneas y pegar las pestañas en los lugares respectivos. Una vez construidos los modelos elaboren, además, una ficha para cada modelo que considere:

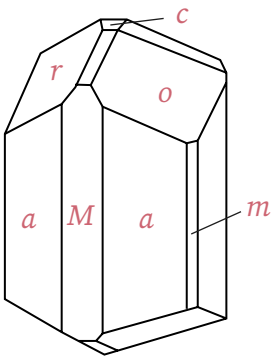
    1. Croquis del modelo con la ubicación de la **cruz axial**.
    2. Determinen y escriban los **elementos de simetría**. Identifiquen y escriban el **grupo puntual**.
    3. Reconozcan y escriban las **combinaciones de formas**, si es que las hay.
    4. Deduzcan los **índices de Miller** solo de la cara principal de cada forma.

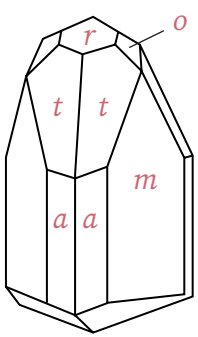
6. Para reforzar sus conocimientos, también pueden ingresar en la sección de *Cristalografía* de los sitios:
   - webmineral.com
   - mindat.gob
   - minsocam.org
   - mineralienatlas.de

Para pensar...

1. Deberán responder las preguntas que están distribuidas en el texto de la lección, solo las que están señaladas con un asterisco (*), y reportarlas en la fecha indicada.
2. Expliquen qué determina que un romboedro se llegue a parecer a un cubo.
3. Desde el punto de vista cristalográfico: ¿Cómo interpretan un cristal de **dolomita** de forma romboédrica, **libre de combinaciones** de formas?
4. En un **diagrama tipo árbol o mapa mental**, hagan un resumen que explique la derivación de las formas holoédricas y meroédricas del sistema trigonal.
5. Identifiquen las **combinaciones de formas** en los 3 modelos de cristales euedrales de turmalina. En cada uno de los modelos, determinen el índice de Miller (más el de Bravais), en la cara principal de la forma que ustedes elijan.







Nota importante:

Las ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR señaladas en los puntos 1 y 2, así como en los puntos 1, 2, 3, 4 y 5 en PARA PENSAR... deberán enviarse a más tardar en la fecha solicitada. La actividad contemplada en el punto 5 en las ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR, deberá entregarse en un reporte con fecha por definir. Los puntos 3, 4 y 6 son actividades para desarrollar a fin de reforzar el aprendizaje, es muy importante que las lleven a cabo. También es de suma importancia que sigan cuidadosamente la secuencia de estudio.

BIBLIOGRAFÍA

CORNELIUS, K., DUTROW, B. *Mineral Science* (ISBN-13 :978-0471-72157-4). New York: John Wiley, 2008.

DANA, J. M., SALISBURY, DANA E. *Danas' New Mineralogy* (ISBN 0471193100). 8nd edition New York: John Wiley, 1997.

GARZA-GONZALEZ V., C. *Principios de Cristalografía Morfológica*. Inédito, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2020.

OLSACHER, J. *Introducción a la Cristalografía*. Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina), 1946.

NESSE, WILLIAM D. *Introduction to Mineralogy* (ISBN 9780190618384). Third edition New York, Oxford University Press, 2017.

SALISBURY, DANA, E., FORD, WILLIAM, E. *Tratado de Mineralogía* CECSA, México, D.F., 1986.

WADE, F., A., MATTOX, R., B. *Elements of Crystallography and Mineralogy*. New York : Harper & Brothers, Publishers, 1960.

LECCIÓN 7.

EL SISTEMA ORTORRÓMBICO O RÓMBICO

Objetivos de aprendizaje

Analizar la máxima simetría que puede existir en los sistemas trimétricos, con el objeto de comprender el sistema ortorrómbico. Esto significa entender la generación de las clases de simetría posibles, las orientaciones factibles de sus formas, la derivación de estas y las combinaciones finitas resultantes entre ellas.

Se pretende que, la cuidadosa observación en dos dimensiones de las formas y elementos de simetría constituya el primer paso para lograr su **visualización tridimensional**. La realización de estos primeros ejercicios mentales permitirá facilitar la descripción y clasificación de la simetría en los modelos tridimensionales de cristales; estas prácticas, posteriores a la construcción en cartulina de dichos modelos, inducirán a la familiarización con la simetría ortorrómbica.

LA *CRUZ AXIAL* DEL SISTEMA ORTORRÓMBICO O RÓMBICO

Cualquier cristal del sistema ortorrómbico es referido a 3 ejes **de diferente longitud** y que mutuamente forman un **ángulo de 90°**. Entonces, en todo cristal de cualquiera de los 3 grupos puntuales de este sistema, deberán

cumplirse los siguientes parámetros o constantes cristalográficas, expresadas en su *cruz axial* (figura 1):

SINAXIA: a ≠ b ≠ c;
en donde: a es > o < que b y b es > o < que c

SINGONIA: α = β = γ = 90°

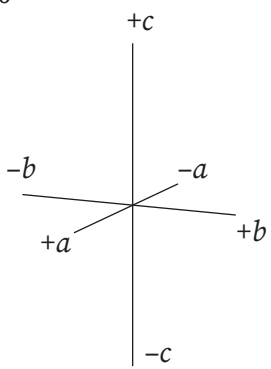


Figura 1. Dibujo en perspectiva de la cruz axial en el sistema ortorrómbico.

Señalen los ángulos cristalográficos o singonia en la cruz axial de la figura 1. Terminen antes de continuar.

Seguramente ya notaron que el **sistema ortorrómbico** debe su nombre a los **ángulos rectos** que forman sus ejes de referencia y a la consecuente traza de **forma rómbica**. En efecto, el término ortorrómbico proviene del griego *orthós,* recto y rómbico del latín *rhombus,* y este del griego *rómbos,* en alusión al paralelogramo que tiene los lados iguales y dos de sus ángulos mayores que los otros dos.

Es importante establecer que, en este sistema, se tiene la característica que cualquiera de los 3 ejes de referencia (*cruz axial*), puede tomarse como el **eje vertical c**. Es decir, los ejes cristalográficos se pueden intercambiar y cada una de las orientaciones resultantes es correcta. Así pues, **todo cristal ortorrómbico** puede tener **3 orientaciones** con respecto a los ejes de referencia, dado que así lo permite la **sinaxia** y la **singonia**.

En referencia a lo anterior, para fines prácticos, es necesario precisar cómo debemos diferenciar los ejes cristalográficos en cualquier cristal ortorrómbico. Es muy simple y efectivo considerar el hábito cristalino para, de una manera práctica y conveniente, ubicar el **eje c**. Si se tiene un cristal ortorrómbico de **hábito prismático**, el **eje c** se ubica en la dirección de mayor elongación del cristal, o sea, el **eje c** es el de **mayor longitud**. Si, por el contrario, se tiene un cristal de hábito **tabular**, normalmente existe un pinacoide bien desarrollado que limita al cristal en su más corto desarrollo, entonces el **eje c** se ubica perpendicular a las caras del pinacoide basal y será, por tanto, el eje de **menor longitud**. Para complementar esta orientación, por conveniencia se toma de los ejes horizontales al **eje b** como el de **mayor longitud**. Este convenio facilita en mucho la orientación de cualquier cristal o modelo del sistema ortorrómbico.

En los textos clásicos de Mineralogía, ustedes descubrirán que existen diferentes opiniones relativas a la longitud del **eje c**. Algunos autores acatan el convenio de c > a > b, otros cristalógrafos se inclinan por c > b > a. Inclusive, estos últimos designan al eje b como *macroeje* (por ser el eje horizontal más grande) y al eje a como *braquieje* o eje más corto. Estos términos los han utilizado para designar formas abiertas, como *macropinacoide, braquipinacoide*, *macroprisma*, etc., términos que **no** se utilizarán en este curso.

No obstante, hay un acuerdo general entre los autores de textos clásicos y recientes, acerca de siempre tomar, a nivel **macroscópico e infinitesimal**, la longitud del **eje b** como unitaria (valor de 1), y entonces las longitudes de los **ejes a y c** son tomadas en relación con ese valor unitario. Esta relación se conoce como **relación axial** a : b : c, característica de la estructura cristalina que se expresa principalmente como la relación de las longitudes de la celda unitaria en angstroms (Å). Por ejemplo, la celda unitaria de la barita mide a = 8.88 Å, b = 5.45 Å, c = 7.15 Å, esas longitudes corresponden con las dimensiones de las aristas de la celda, al hacerlas coincidir con los ejes a, b, c. Al dividir entre b, su relación axial queda 1.629: 1: 1.311. Noten que,

a nivel **infinitesimal**, las longitudes de los **ejes a, b, c** dependen de la naturaleza o arreglo tridimensional de la estructura cristalina. Sin embargo, frecuentemente se cumple en este sistema c < a < b como las dimensiones relativas de la celda unitaria.

Con el objeto de facilitar las descripciones de **formas** y sus **combinaciones**, en este sistema y demás sistemas trimétricos (monoclínico y triclínico), se utilizará una denominación particular para cada uno de los ejes cristalográficos, independientemente de la elección que se haga del eje c. Al eje a se le denominará 1er eje, al eje b 2^{o} eje y al eje c 3er eje (figura 2); esto es posible, precisamente por la sinaxia.

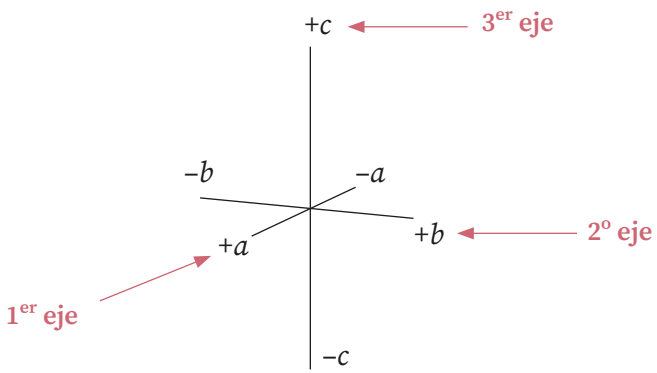


Figura 2. Denominación de los ejes cristalográficos por utilizarse en esta lección, para fines prácticos.

Esta denominación se aplica de manera muy simple en la descripción de algunas formas. Por ejemplo, formas paralelas al **primer eje**, serán formas de **primera posición o especie u orden**; de la misma manera, formas paralelas al **segundo eje** serán formas de **segunda posición** y las paralelas al **tercer eje** corresponderán con formas de **tercera especie**.

Debido a la baja simetría comparada con los sistemas ya estudiados, **la forma más simple** del sistema ortorrómbico resulta de la **combinación entre el pinacoide frontal, lateral y basal** (figura 3). Efectivamente, la sinaxia hace

posible, además del pinacoide basal que ustedes ya conocen en los sistemas dimétricos, el **pinacoide frontal** (también llamado pinacoide a) y el pinacoide lateral (o pinacoide b).

Conforme a la nomenclatura de los ejes aquí asumida, dichos pinacoides también se pueden denominar: **primer pinacoide** o **pinacoide frontal**, por ser dos caras paralelas entre sí y **perpendiculares al primer eje** o **eje a**; **segundo pinacoide** o **pinacoide lateral**, por ser 2 caras paralelas entre sí y **perpendiculares** al **segundo eje** o **eje b** y **tercer pinacoide o pinacoide basal**, por ser dos caras paralelas entre sí y **perpendiculares al tercer eje** o **eje c**.

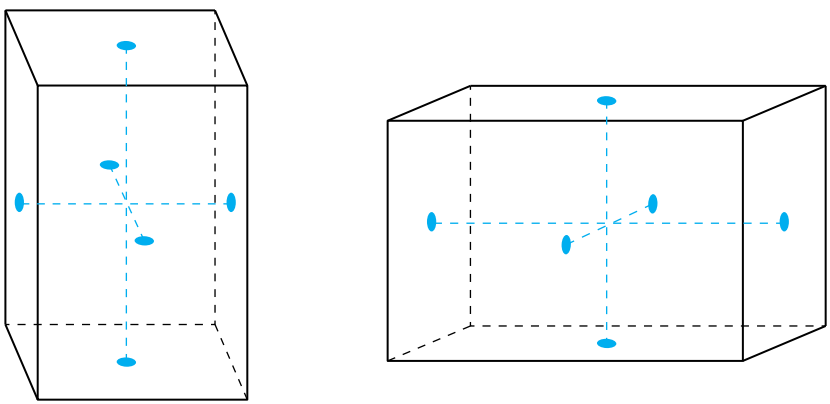


Figura 3. Forma tipo del sistema ortorrómbico resultante de la combinación entre 1er pinacoide o pinacoide frontal, 2^{o} pinacoide o pinacoide lateral y 3er pinacoide o pinacoide basal. Observen que cualquier eje se puede tomar como el eje c, es decir, hay tres formas posibles de orientar el modelo. Por conveniencia, el eje c se orienta de acuerdo con el hábito del cristal; frecuentemente se considera c > b > a.

La forma del motivo geométrico más pequeño del cristal será precisamente la combinación entre esos pinacoides. La **celda unitaria** de todo cristal ortorrómbico (en formas únicas o combinaciones) estará definida por el **poliedro** resultante de dichas combinaciones.

En cada dibujo: distingan los ejes cristalográficos con las letras a, b, c, en sus extremos positivos y negativos. Marquen los ángulos entre las caras y escriban 90°. Distingan las longitudes de 3 aristas y escriban las letras a, b, c, en donde correspondan. Terminen antes de continuar.

El mineral tipo que se ha elegido para el sistema ortorrómbico es la **barita**, por ser un mineral que cristaliza en las formas más simples de dicho sistema. Recobra importancia este mineral porque es el principal mineral de **bario**.

¿Por qué este sistema también se denomina rómbico?

(*) Ustedes mismos podrán descubrir la respuesta. En una hoja de papel de cuadrícula chica, dibujen un rombo de buen tamaño. En principio, ese rombo representa la traza horizontal de un prisma rómbico. Ahora dibujen los ejes cristalográficos. Resalten el eje c. En seguida respondan la pregunta.

En la figura 3, describan la posición de los ejes cristalográficos en cada caso. Terminen su escrito antes de continuar.

LA HOLOEDRÍA

La deducción de los elementos de simetría de la clase **holosimétrica**, se facilita si se utiliza la **forma tipo** o forma más simple del sistema. Vuelvan a la **figura 3** y apóyense en el **eje c** y observarán que, por efecto del giro, ese eje cristalográfico lo convierten en un **eje binario (E_2)**. Hagan la misma operación para los **ejes a** y **b**, reconocerán con facilitad que también ambos ejes horizontales **coinciden con ejes binarios ($2E_2$)**. En otras palabras, todo cristal de la holoedría ortorrómbica estará referido a un sistema de **3 ejes binarios** que coinciden con la *cruz axial*.

Podrán constatar también con toda claridad en la **figura 3** que se tienen **3 planos de simetría que son homólogos**, es decir, ese conjunto de planos

es mutuamente perpendicular y constituido por un plano de simetría horizontal, un plano frontal y un plano sagital. Comprueben también que cada plano de simetría **contiene** 2 ejes cristalográficos.

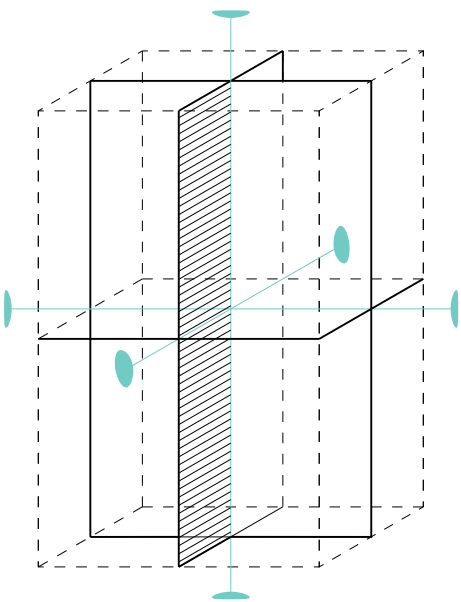
Pueden advertir también en la figura 3 que en la holoedría se tiene un centro de simetría. Describan la posición del centro de simetría en la figura. Terminen su escrito antes de continuar.

Por lo tanto, es posible presentar **la máxima combinación** de elementos de simetría que se congregan en la clase holosimétrica:

1ª clase. Holoedría. Bipiramidal ortorrómbica.
N = Dominio fundamental = 8 caras

$3E_2 + 3P_{hom} + C$

Figura 4



Léase: Tres ejes de simetría binaria, más tres planos de simetría, más el centro de simetría.

Elaboren el pie de figura de la figura 4. Terminen su escrito antes de continuar.

Como se ha indicado, la clase holosimétrica se denomina **bipiramidal ortorrómbica**, en alusión a la forma **más completa** o con el mayor número de caras posible de esa clase, y por tanto de todo el sistema rómbico (figura 5).

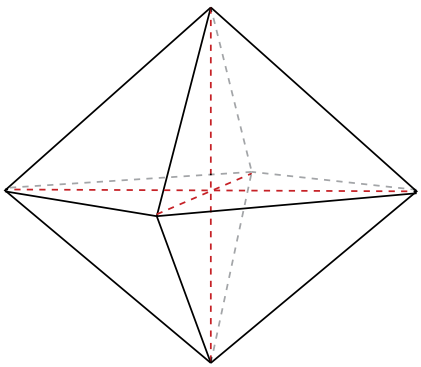


Figura 5. Bipirámide ortorrómbica $\{hkl\}$ forma general de la clase holoédrica, de la que toma su nombre. El poliedro se parece a un octaedro; la diferencia está en la sinaxia.

En la figura anterior, marquen y simbolicen los elementos de simetría de la holoedría ortorrómbica. Escriban sobre las 4 caras que dan al observador, los índices de Miller; consideren arbitrariamente y por conveniencia descrptiva, las distancias oa, ob, oc, como unitarias. Terminen antes de continuar.

En el archivo anexo **Lección 7A** se indican las dos únicas clases de menor simetría. Estas dos posibilidades o grupos puntuales se derivan de la clase holoédrica, por medio o a partir de su forma más completa, la **bipirámide ortorrómbica o rómbica**. Las dos clases meroédricas posibles son:

- ◊ **La hemiedría hemimórfica. Clase piramidal ortorrómbica o rómbica.** N = **4 caras.** Como su nombre lo indica, la forma que compila el mayor número de caras o forma general es la pirámide ortorrómbica, por ejemplo, la del símbolo $\{hkl\}$. El eje c corresponde con el único eje de simetría binaria y contiene, además, 2 planos de simetría verticales, cada uno de los cuales contiene al eje vertical y uno horizontal.
- ◊ **La hemiedría enantiomórfica. Clase biesfenoidal ortorrómbica o rómbica.** N = **4 caras** que se congregan en las caras de un biesfenoide, por ejemplo, el biesfenoide positivo {111}. Los 3 ejes de simetría binaria coinciden en posición con los ejes cristalográficos.

Como seguramente ya lo han visualizado, las 2 clases anteriores, se han obtenido al tomar la mitad de las caras de la forma general de la clase holoédrica, por el efecto de la supresión de **determinados** elementos de simetría.

Expliquen con detalle por qué no es posible la existencia de la hemiedría paramórfica.

(*) *Respondan el cuestionamiento antes de continuar.*

HOLOEDRÍAS O FORMAS HOLOSIMÉTRICAS

Tal y como se comprobará en el siguiente inciso, la simetría permite que las formas holoédricas se generen o **deriven de la bipirámide ortorrómbica**. Con el objeto de facilitar el estudio y la familiarización de la simetría rómbica, las formas de esta clase se han organizado de manera muy simple y sencilla en la figura 6.

1	Formas paralelas a 2 ejes cristalográficos
1.1	Pinacoide frontal o 1er pinacoide
1.2	Pinacoide lateral o 2^{o} pinacoide
1.3	Pinacoide basal o 3er pinacoide
2	Formas paralelas a un solo eje cristalográfico
2.1	Prisma de 1^{a} posición o especie
2.2	Prisma de 2^{a} especie
2.3	Prisma de 3er orden o posición
3	Formas con caras que cortan a los 3 ejes cristalográficos
3.1	Bipirámide ortorrómbica o rómbica

Figura 6. Las holoedrías o formas holoédricas del sistema ortorrómbico

Cabe precisar, que los pinacoides enunciados en la figura 6, también se pueden denominar **pinacoides a, b y c**, formas que limitan los prismas de 1ª, 2ª, y 3ª especie, respectivamente. Asimismo, **todos** y cada uno de los prismas ortorrómbicos estarán constituidos por **4 caras**. La derivación o generación de estas formas, se explicará con detalle en el siguiente inciso.

La descripción de la orientación del pinacoide frontal es: 2 caras paralelas a los 2º y 3er ejes y perpendicular al 1º. Ahora, describan la orientación de los pinacoides lateral y basal.

(*) *Terminen la actividad antes de continuar.*

La descripción de la orientación de un prisma de 1ª especie es: 4 caras paralelas al 1er eje o eje a. Ahora, describan la orientación de los prismas de 2ª y 3ª posición.

(*) *Terminen la actividad antes de continuar.*

En la figura 7 se muestran las formas de la clase holoédrica, encabezada por la **bipirámide ortorrómbica**, forma general de la clase. Las formas **pinacoidales y prismáticas** se derivan de la bipirámide rómbica por el efecto de truncar sus elementos de construcción (vértices y aristas, respectivamente).

En la figura 7 remarquen las formas y escriban sobre las formas pinacoidales y prismáticas los índices de Miller de las caras principales. Para los prismas, utilicen el índice de la forma general. Terminen la actividad antes de continuar.

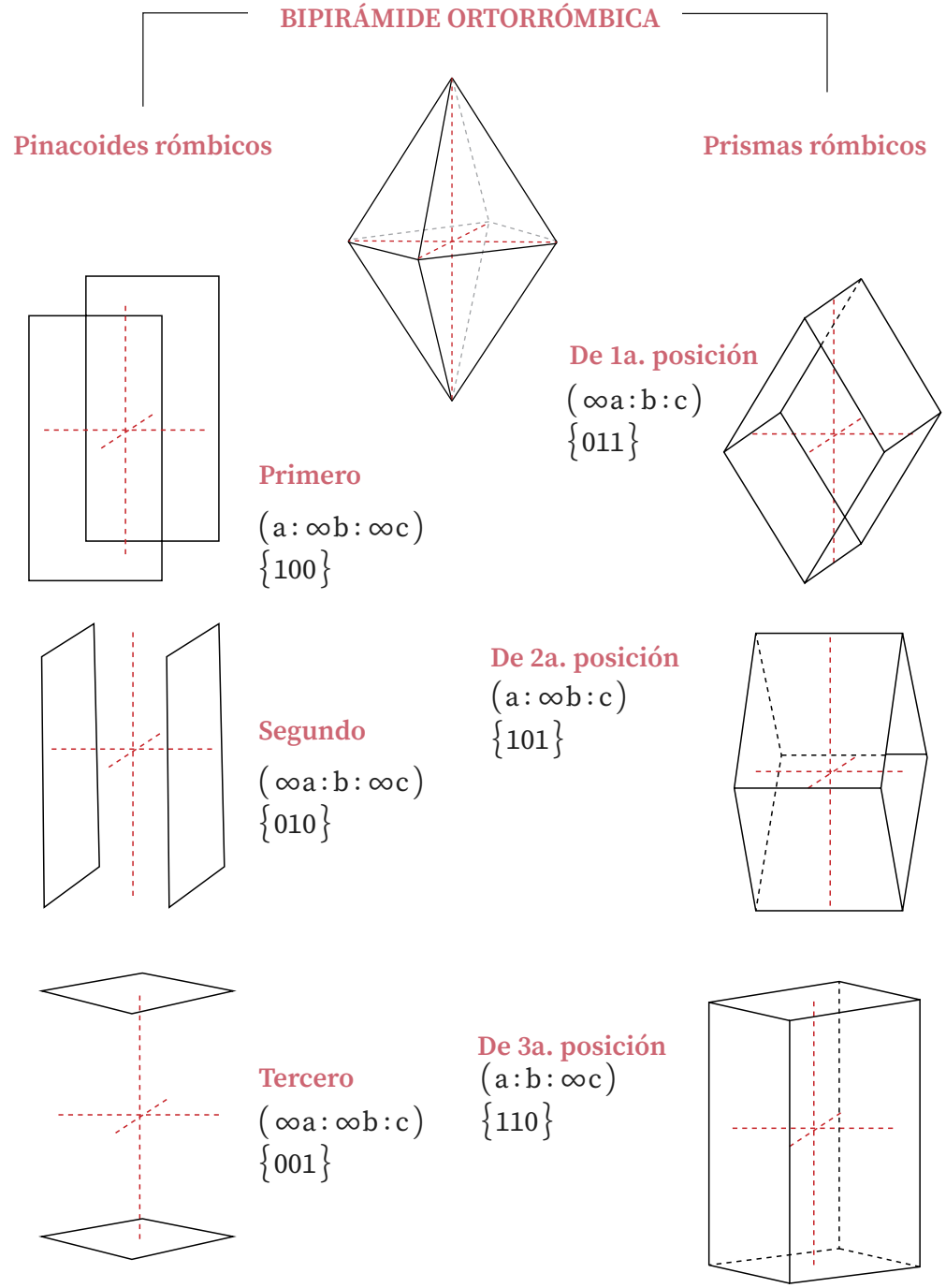


Figura 7. Formas de la holoedría ortorrómbica. La forma más completa es la bipirámide, de donde se derivan las formas abiertas con el menor número de caras.

Es verdaderamente sencillo, visualizar la derivación de las formas **pinacoidales** y **prismáticas**, a partir de la forma más completa, es decir, de la bipirámide ortorrómbica. ¿Cuántos vértices tiene la bipirámide rómbica? ¡Eso es! Tiene 6 vértices, cada uno tiene su vértice opuesto, como lo pueden observar en la figura 5 o en la figura 7. Además, como ya lo habrán advertido, precisamente por los vértices salen los ejes cristalográficos, los que coinciden con los ejes binarios.

Traten de lograr las imágenes mentales que definen el truncamiento de los vértices opuestos de la bipirámide ortorrómbica... Noten que cada par de vértices es sustituido por dos caras paralelas. Esas caras son los **pinacoides frontal, lateral y basal**. En efecto, dichas formas pinacoidales se derivan de la **bipirámide ortorrómbica**, al truncar sus vértices opuestos (figura 8).

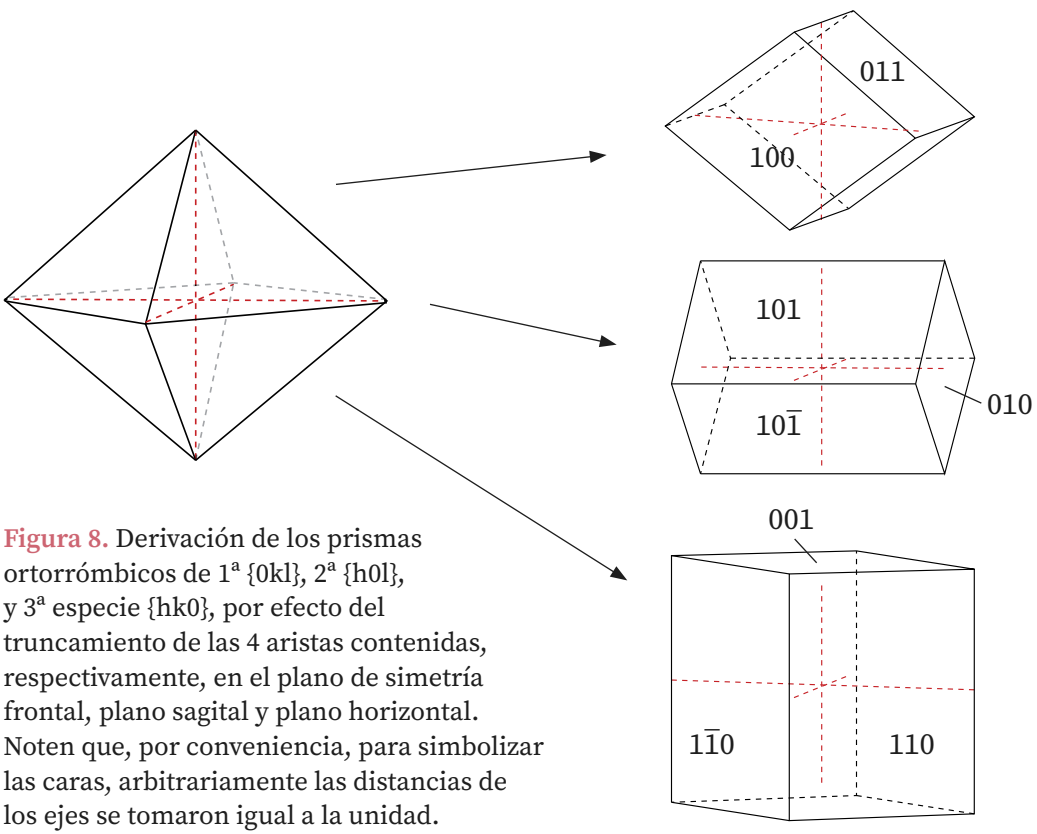


Figura 8. Derivación de los prismas ortorrómbicos de 1ª {0kl}, 2ª {h0l}, y 3ª especie {hk0}, por efecto del truncamiento de las 4 aristas contenidas, respectivamente, en el plano de simetría frontal, plano sagital y plano horizontal. Noten que, por conveniencia, para simbolizar las caras, arbitrariamente las distancias de los ejes se tomaron igual a la unidad.

Ahora bien, ¿cuántas aristas tiene la bipirámide ortorrómbica? Efectivamente, tiene 12 aristas. Si truncan las **4 aristas** que están contenidas en el plano de simetría frontal, se genera el **prisma ortorrómbico de 1ª posición**.

Si truncan las 4 aristas que están contenidas en el plano sagital, ¿qué prisma se obtiene?

Si truncan las 4 aristas que contiene el plano horizontal, ¿qué prisma se obtiene?

(*) *Respondan las preguntas antes de continuar.*

Precisamente por eso se mencionó con anterioridad que los **prismas ortorrómbicos** siempre tienen **4 caras**, porque cada uno deriva del **truncamiento** simétrico de **4 de las aristas de la bipirámide ortorrómbica**. Es oportuno volver a mencionar que el orden o especie del prisma depende del paralelismo de las 4 caras con alguno de los ejes cristalográficos. Así, el prisma de 1ª posición es de ese orden, porque sus 4 caras son paralelas al primer eje, que es el eje a, y así para los prismas de 2ª y 3ª especie (figura 8).

COMBINACIONES DE FORMAS HOLOÉDRICAS

En el sistema ortorrómbico son frecuentes los cristales ricos en combinaciones de formas holoédricas, **entre pinacoides, prismas y bipirámides ortorrómbicas**. A pesar de ello, es muy fácil la descripción de estos cristales; primeramente, como en todo cristal de cualquier sistema, debe orientarse con respecto al eje c, de acuerdo con el convenio que se ha indicado. No es de sorprender que, en el mismo cristal, pueda haber "n" prismas del mismo orden o "n" bipirámides. En la figura 9 se exponen combinaciones simples de esta clase. Es importante recordar que, en forma preponderante, el mayor número de minerales de este sistema cristaliza en la **clase principal**.

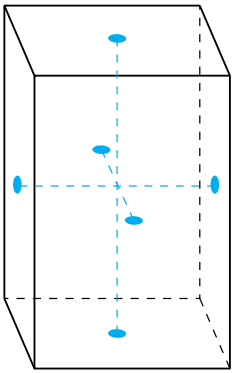
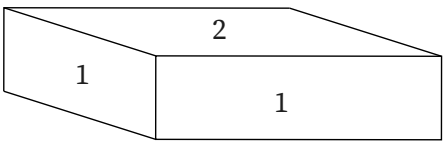
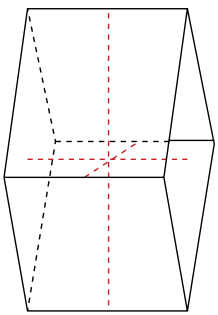
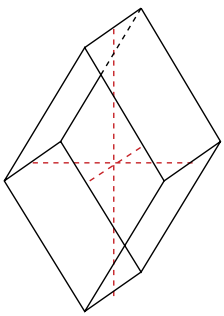


Figura 9. Combinaciones simples de formas en la holoedría ortorrómbica.







En la figura 9 remarquen caras y ejes de referencia del modelo de cristal que se encuentran abajo al centro y del que se encuentra a su derecha. Señalen sobre cada modelo, índices de Miller de las caras que dan al observador y combinaciones de formas. Terminen la actividad antes de continuar.

La figura 10 expone combinaciones comunes entre las formas de la clase holosimétrica.

Señalen sobre cada modelo de la figura 10, índices de Miller de las caras que dan al observador y combinaciones de formas. Una vez hecho lo anterior, roten 90° el modelo de la derecha de la segunda fila y con esa orientación determinen las combinaciones de formas e índices de Miller. Terminen la actividad antes de continuar.

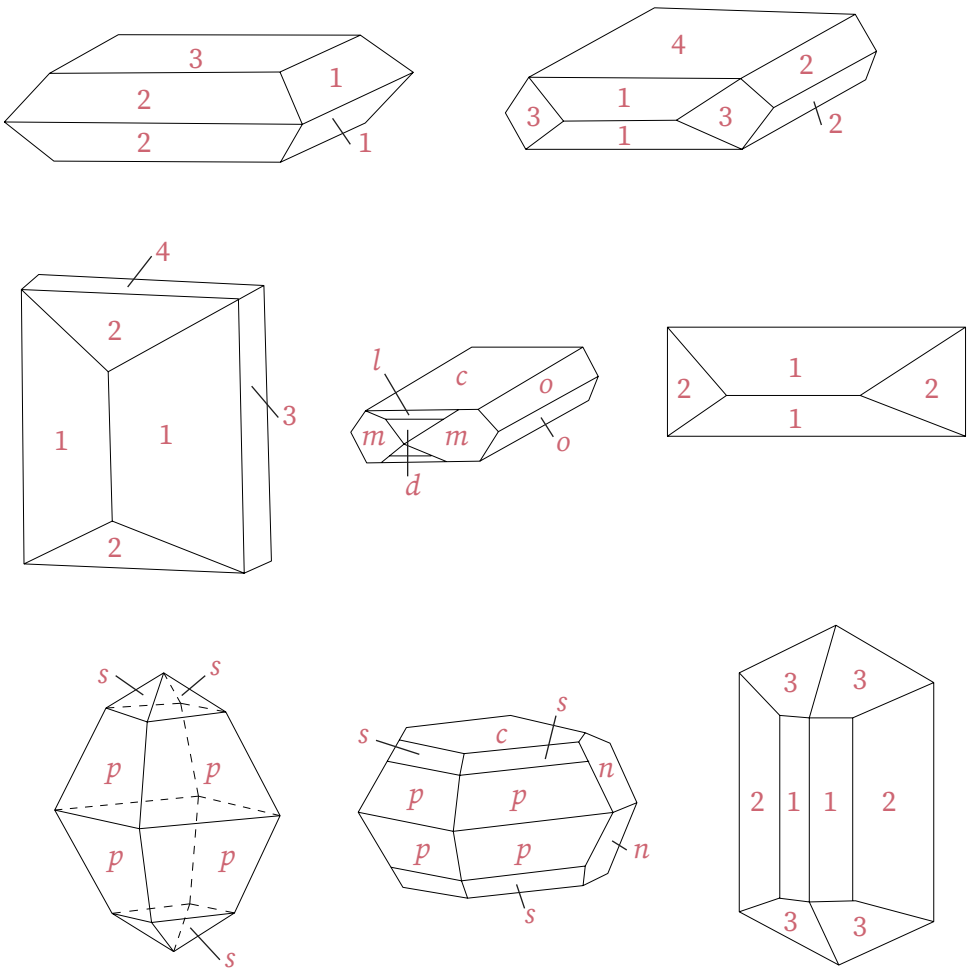


Figura 10. Combinaciones entre pinacoides, prismas y bipirámides ortorrómbicas. Noten la posición del eje c, basada por lo general, en el hábito del cristal. Los cristales de hábito tabular pueden ser modelos de cristales de barita o celestita. Los modelos en donde predominan las bipirámides rómbicas pueden tratarse de cristales de azufre nativo.

HEMIEDRÍAS

Enseguida, se enlistan las **formas hemiédricas** que se incluyen solamente en la hemiedría **hemimórfica** y la hemiedría **enantiomórfica**. Adviertan tanto las formas nuevas que están subrayadas, como las que se repiten de la clase holoédrica.

	Hemimorfias		Enantiomorfias
1	Pinacoide frontal o 1º pinacoide	1	Pinacoide frontal o 1º pinacoide
2	Pinacoide lateral o 2º pinacoide	2	Pinacoide lateral o 2º pinacoide
3	Prisma ortorrómbico de 3ª esp.	3	Pinacoide basal o 3º pinacoide
4	Domos ortorrómbicos de 1ª esp.	4	Prisma rómbico de 1ª esp.
5	Domos ortorrómbicos de 2ª esp.	5	Prisma rómbico de 2ª esp.
6	Pirámides ortorrómbicas	6	Prisma rómbico de 3ª esp.
7	Pediones (superior e inferior)	7	Biesfenoides ortorrómbicos

HEMIMORFIAS

Esta clase deriva de la bipirámide ortorrómbica, por efecto de quitar su plano horizontal y, por ende, los 2 ejes binarios contenidos en él.

Esencialmente, la falta del plano horizontal permite que la bipirámide se disocie en una pirámide rómbica superior $\{hkl\}$ y una pirámide rómbica inferior $\{hk\bar{l}\}$, así como el prisma de 1ª especie se disocie en domos rómbicos de 1ª especie superiores $\{0kl\}$ e inferiores $\{0k\bar{l}\}$ y el prisma rómbico de 2ª especie se disocie en domos rómbicos de 2ª especie superiores $\{h0l\}$ e inferiores $\{h0\bar{l}\}$. El único prisma que sobrevive a estas condiciones es el **prisma rómbico de 3ª posición** $\{hk0\}$, por la carencia de los ejes

horizontales de simetría binaria. Asimismo, por las mismas causas, el pinacoide basal o 3er pinacoide de la holoedría, se disocia en **pedión superior** $\{001\}$ y **pedión inferior** $\{00\bar{1}\}$.

Debido a esas nuevas condiciones de la simetría, esta clase se ha denominado **piramidal ortorrómbica**, nombre que toma de su forma general $\{hkl\}$, la pirámide ortorrómbica.

La figura 11 exhibe la obtención de las formas hemimórficas a partir de las formas holoédricas.

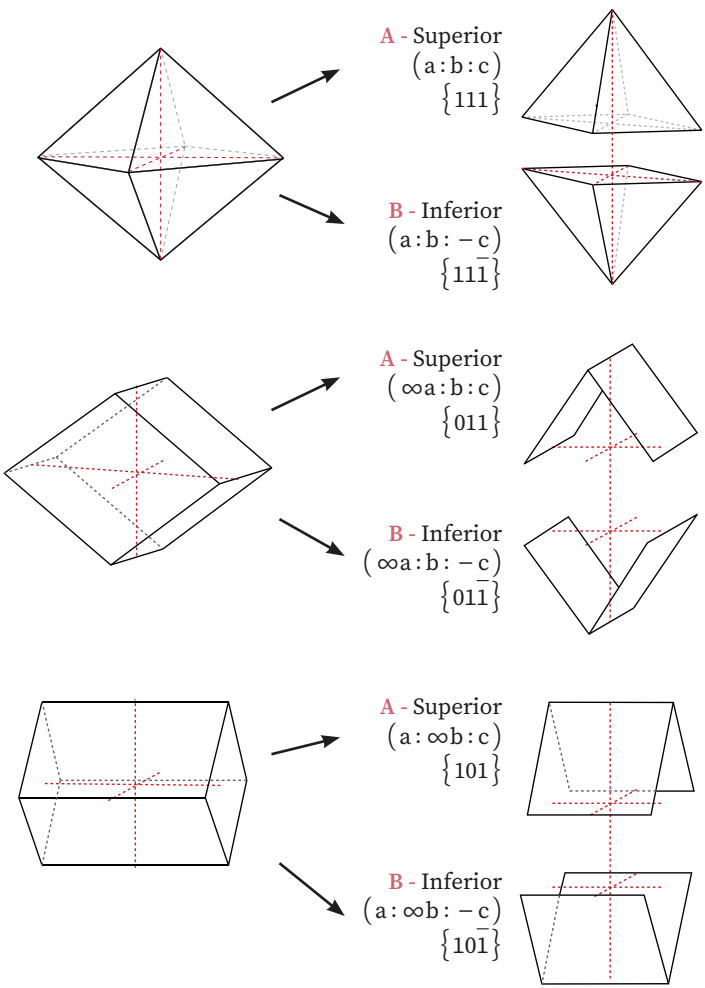
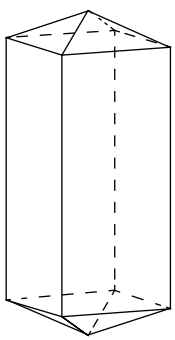


Figura 11. Derivación de las formas hemiédricas desde las formas de la holoedría ortorrómbica. La desaparición del plano horizontal permite la obtención de las pirámides, superior e inferior, de los respectivos domos y, por consecuencia, de los pediones, superior e inferior.

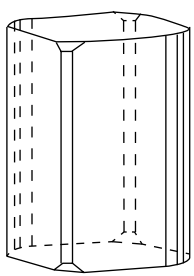
Remarquen las formas y los ejes de referencia de la figura 11. Iluminen de color rojo los pediones de las pirámides y marquen los pediones de los domos. Terminen la actividad antes de continuar.

En esta clase hay muy pocos y raros minerales. No obstante, por su abundancia y significado geológico, la **natrolita** es el mineral representativo de esta simetría. Asimismo, se tiene también a la **prehnita** que ocurre con frecuencia en rocas de metamorfismo regional de bajo grado y la **enargita** que es un mineral frecuente en ciertos yacimientos hidrotermales de baja temperatura.

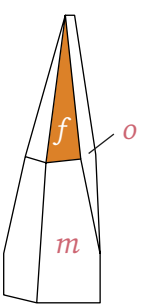
Combinaciones de formas de la clase piramidal ortorrómbica, se ilustran en la figura 12. Se sugiere consulten en el subinciso de Hemiedrías de esta lección, las formas hemimórficas posibles.



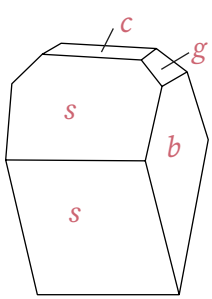
Modelo de cristal de natrolita



Modelo de cristal de enargita



Modelo de cristal de prehnita



Modelo de cristal de struvita

Figura 12. Combinaciones típicas en modelos de cristales hemimórficos del sistema ortorrómbico.

Describan las combinaciones de formas en los modelos de cristales de la clase piramidal ortorrómbica de la figura 12. Terminen el escrito antes de continuar.

ENANTIOMORFIA

Si se tiene una cara de forma de un triángulo escaleno (111) oblicua el **eje binario vertical**, los ejes horizontales, que también son binarios, exigirán las caras $(1\bar{1}\,\bar{1})$ y $(\bar{1}1\bar{1})$ para generar así un **biesfenoide positivo** {111}. Si inicialmente la cara oblicua al eje vertical hubiese sido la cara $(1\bar{1}1)$ se habría generado el **biesfenoide negativo** $\{1\bar{1}1\}$, es decir, su contraparte enantiomórfica. Ambos poliedros derivan de la **bipirámide ortorrómbica**, por omisión de caras alternas, arriba y abajo del plano horizontal (figura 13).

En la clase biesfenoidal se tienen pocos y muy raros minerales. El mejor ejemplo de este grupo puntual es la **epsomita** (figura 13), un mineral que suele ocurrir en evaporitas y en otros ambientes cercanos a la superficie terrestre.

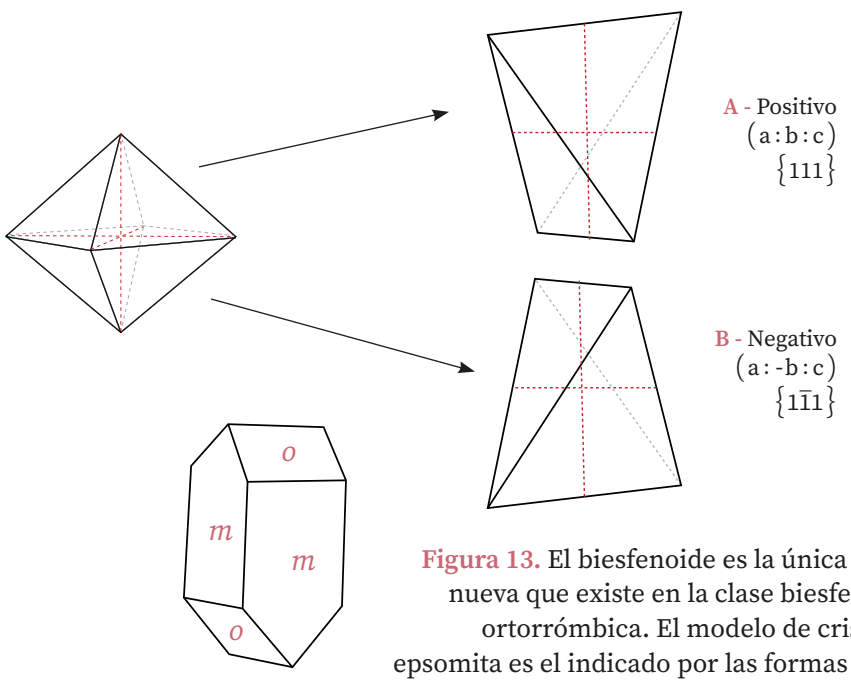


Figura 13. El biesfenoide es la única forma nueva que existe en la clase biesfenoidal ortorrómbica. El modelo de cristal de epsomita es el indicado por las formas m y o.

En la figura 13, describan la posición de los ejes cristalográficos en los biesfenoides. Iluminen las caras de la bipirámide ortorrómbica que originan al biesfenoide positivo. Terminen su escrito y el relleno de las caras que se solicitan.

Actividades para desarrollar

1. Conforme vayan avanzando en la lectura y comprensión de la lección, realicen las actividades señaladas con letra *cursiva*, las que deberán reportar antes de la fecha límite solicitada.
2. Escriban las fórmulas químicas de 8 minerales del sistema ortorrómbico y describan el compuesto. Se requiere que abran el archivo anexo **Lección 7A**.
3. Dibujen un prisma de 3ª especie y en el mismo dibujen los elementos de simetría de la holoedría.
4. Repasen el sistema rómbico con el uso del Tutorial de Mineralogía. Abran la carpeta anexa **MINE TUTORIAL**, dar clic en *Mineralogy_Tutorials*, ingresan al módulo II y den clic exclusivamente en el botón crystal classes y luego den click en orthorhombic.
5. Abran la página: https://gemologiamllopis.com/cristalografia/#a y repasen todas las formas del sistema ortorrómbico, con el uso del submenú que se tiene al pie de cada una. Traten de identificar errores.
6. Abran los archivos contenidos en la carpeta anexa **MODELOS ORTO**. Se trata de que construyan en cartulina (preferiblemente gruesa), en el orden indicado (del 1 al 5), los modelos cristalográficos. Para tal propósito, deberán imprimir los PDF en cartulina, recortar con tijera la plantilla de la forma, doblar por todas las líneas y pegar las pestañas en los lugares respectivos. Una vez construidos los modelos elaboren, además, una ficha para cada modelo que considere:

1. Croquis del modelo **con la ubicación de la cruz axial**.
2. Determinen y escriban los **elementos de simetría**. Identifiquen y escriban **el grupo puntual**.
3. Reconozcan y escriban las **combinaciones de formas**, si es que las hay.
4. Deduzcan los **índices de Miller** solo de la cara principal de cada forma.

7. Una vez construidos los modelos cristalográficos, repasen las combinaciones de formas que existen en **las 3 clases de cristales**.

8. Para reforzar sus conocimientos, también pueden ingresar en la sección de *Cristalografía* de los sitios:

- webmineral.com
- mindat.gob
- minsocam.org
- mineralienatlas.de

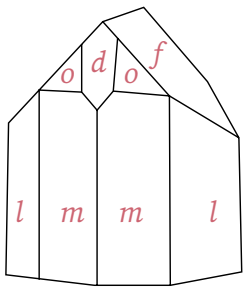
Para pensar...

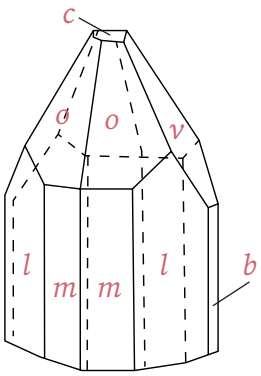
1. Deberán responder las preguntas que están distribuidas en el texto de la lección, solo las que están señaladas con un asterisco **(*)**, y reportarlas en la fecha indicada.

2. ¿Por qué en un mismo cristal ortorrómbico no puede haber **"n" pinacoides** (100), (010), (001)?

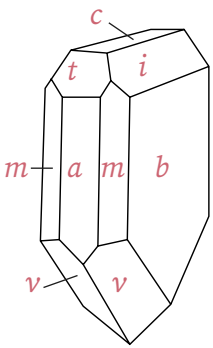
3. En un **diagrama tipo árbol o mapa mental**, hagan un resumen que explique la **derivación** de las formas holoédricas y meroédricas del sistema ortorrómbico.

4. Identifiquen las **combinaciones de formas** en los 3 modelos de cristales abajo ilustrados. En cada uno de los modelos, determinen el índice de Miller de la cara principal de 2 formas que ustedes elijan.





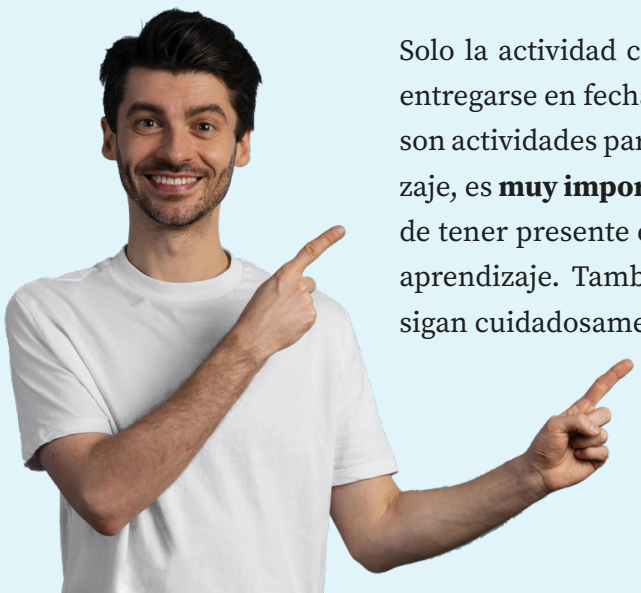
Modelos de cristales subedrales de topacio



Cristal de hemimorfita

Nota importante:

Las ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR señaladas en los puntos 1, 2 y 3, así como en los puntos 1, 2, 3 y 4 en PARA PENSAR... deberán enviarse a más tardar en la fecha solicitada.



Solo la actividad contemplada en el **punto 6** deberá entregarse en fecha por definir. Los puntos 4, 5, 7 y 8, son actividades para realizar para reforzar el aprendizaje, es **muy importante** que las lleven a cabo. Deben de tener presente en todo momento, los objetivos de aprendizaje. También es de suma importancia que sigan cuidadosamente la **secuencia de estudio**.

BIBLIOGRAFÍA

CORNELIUS, K., DUTROW, B. *Mineral Science* (ISBN-13 :978-0471-72157-4). New York: John Wiley, 2008.

DANA, J. M., SALISBURY, DANA E. *Danas' New Mineralogy* (ISBN 0471193100). 8nd edition New York: John Wiley, 1997.

GARZA-GONZALEZ V., C. *Principios de Cristalografía Morfológica*. Inédito, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2020.

OLSACHER, J. *Introducción a la Cristalografía.* Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina), 1946.

NESSE, WILLIAM D. *Introduction to Mineralogy* (ISBN 9780190618384). Third edition New York, Oxford University Press, 2017.

SALISBURY, DANA, E., FORD, WILLIAM, E. *Tratado de Mineralogía* CECSA, México, D.F., 1986.

WADE, F., A., MATTOX, R., B. *Elements of Crystallography and Mineralogy.* New York : Harper & Brothers, Publishers, 1960.

LECCIÓN 8.

EL SISTEMA MONOCLÍNICO

Objetivos de aprendizaje

Analizar con detalle la simetría monoclínica, con el objeto de entender las diversas **implicaciones** que tiene en la simetría la presencia de un **eje inclinado** en la orientación y derivación de las formas posibles, condición de gran importancia para comprender cabalmente las combinaciones resultantes, que pueden ser descritas en cualquier **escala** de observación.

Al igual que en el sistema ortorrómbico, en la clase principal del sistema monoclínico cristaliza una **cantidad importante de minerales**, algunos muy abundantes y de gran significado geológico. Por esto, es de gran importancia, lograr una excelente familiarización con esta simetría, a través de los cuestionamientos teóricos vinculados con ejercicios prácticos y con la construcción y descripción detallada de modelos cristalográficos.

LA *CRUZ AXIAL* DEL SISTEMA MONOCLÍNICO

El sistema monoclínico es otro sistema **trimétrico**, pero es de **menor** simetría comparado con el sistema ortorrómbico. ¿Por qué razón? Simple y sencillamente porque en este sistema existe un eje que **está inclinado**. En efecto, todo cristal del sistema monoclínico es referido a un sistema de 3 ejes de diferente longitud, a. b, c. Dos de estos ejes están **contenidos** en un

plano vertical y forman entre sí un **ángulo oblicuo** (diferente de 90°), es decir, uno de ellos está **inclinado**, de arriba abajo hacia el observador y el otro eje es **perpendicular** al plano que contiene a los otros dos.

El eje cristalográfico que es **perpendicular** al plano que contiene a los otros dos ejes cristalográficos, es comúnmente tomado como el eje b, el cual coincide con un **eje de simetría binaria**; entonces el eje a es el eje inclinado, de arriba abajo en frente del observador y, por lo tanto, el eje c es el eje vertical. Pero ¿cuáles son los ejes cristalográficos que están contenidos en el plano vertical? Con toda seguridad ya habrán visualizado que son los ejes a y c.

Estas relaciones están ilustradas en la ***cruz axial*** que se muestra en la figura 1, que expresa los siguientes **parámetros o constantes cristalográficas**:

SINAXIA: $a \neq b \neq c$; en donde: a es > o < que b; igualmente, y b es > o < que c
SINGONIA: $\alpha = \gamma = 90° \neq \beta > 90°$

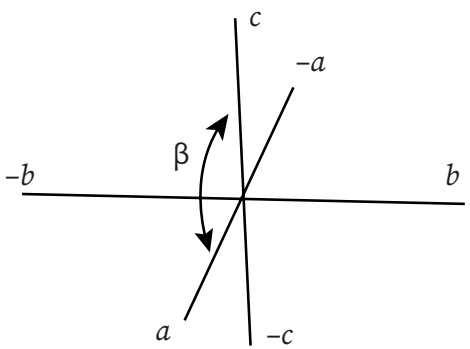


Figura 1. El sistema de ejes de referencia del sistema monoclínico. El eje a forma con mucha frecuencia, un ángulo con el eje c mayor de 90°; ambos ejes están contenidos en un plano vertical.

*Complementen la singonia en la **figura 1**, dibujen el plano vertical que contiene a los ejes a y c. Terminen la actividad antes de continuar.*

El ángulo β de la figura 1 se ha señalado como mayor de 90°, debido a que así se manifiesta en **numerosos cristales monoclínicos**, muchos de ellos comunes. No obstante, es preciso puntualizar que dicho ángulo también puede ser menor de 90°.

Asimismo, algunos autores toman al eje b como eje c, porque como ya fue indicado, el eje b coincide con un E_2 y, además, es el único eje de simetría posible en la clase principal. Para fines prácticos, **es mucho más conveniente** tomar los ejes conforme están indicados en la figura 1, con el eje b como el único eje binario, de tal forma que, al seguir este convencionalismo, **se facilitará en gran medida** la descripción de cualquier cristal monoclínico. Por supuesto que aquí no se sigue la regla adoptada en los sistemas dimétricos, en los que el único eje de mayor simetría coincide con el eje c.

En forma similar a como fue establecido en el sistema ortorrómbico, el **hábito del cristal** puede ser en principio un buen criterio para orientar cualquier cristal monoclínico. Si un cristal muestra un **hábito prismático** paralelo al plano que contiene a los ejes a y c, esa dirección de **mayor elongación** se puede utilizar para ubicar el eje c.

Debe tenerse presente, además, que el eje a se orientará siempre **paralelo** a las caras más desarrolladas e inclinadas en una dirección. Esto es, si el ángulo β es suficientemente mayor a 90°, el cristal parecerá como **"aplastado"** en una dirección. Precisamente, el eje a siempre se orientará paralelamente a esa dirección. Entonces, todo cristal monoclínico se orienta con el eje a, que corresponde con la única dirección oblicua, que es heredada por el **ángulo β**.

Como podrán comprobar, la posición del **eje b** es **fijada** por la simetría, porque dicho eje **siempre coincide** con el eje de simetría binaria. En contraste, las posiciones de los **ejes a y c**, más que sujetas a **elección arbitraria**, estarán condicionadas **por conveniencia al hábito del cristal**. A fin de explicar

gráficamente lo anterior, sirva de ejemplo el modelo del **cristal monoclínico** de la figura 2. Observen que el eje a del modelo de la izquierda, se ha intercambiado con el eje c del modelo del lado derecho. Ambas orientaciones son correctas.

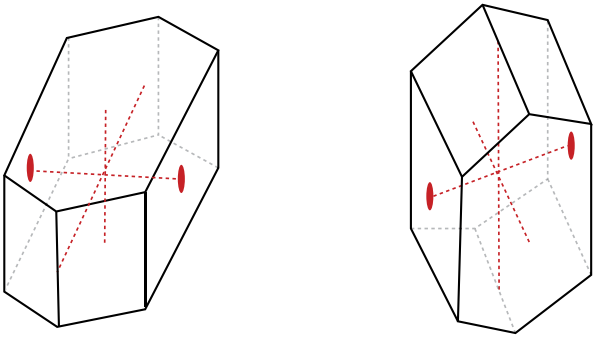


Figura 2. Ejemplo de orientación de los ejes cristalográficos en un modelo de cristal monoclínico. En ambos casos, los ejes +a y +c NO forman un ángulo de 90°.

Podrán advertir entonces, que la dirección del eje b está fijada, pero no las correspondientes a los ejes a y c, por lo que es indispensable recurrir al convenio antes indicado. Las diversas orientaciones con respecto a los ejes a y c pueden ser igualmente correctas. Aunque es aceptado por conveniencia que c < a, al describir por primera vez un cristal monoclínico de un nuevo mineral, es decir, de un mineral que no había sido descubierto.

Denoten sobre las figuras, los ejes cristalográficos en sus extremos positivos y negativos. Marquen también la singonia. Traten de visualizar la operación del eje binario que coincide con el eje b. Terminen la actividad antes de continuar.

De la misma manera que en el sistema ortorrómbico, la longitud del **eje b** se toma como **la unidad**, tanto a nivel **macroscópico** como **infinitesimal**. Recuerden siempre, que las longitudes relativas de los ejes cristalográficos para los sistemas trimétricos, se expresan como la relación a : b : c. De acuerdo con lo anterior, para determinar las relaciones axiales en un mineral del sistema monoclínico, se requieren **las longitudes de la celda**

unitaria y se tiene que precisar el **ángulo β**, porque así lo exige la simetría. Por ejemplo, en el yeso, las longitudes de la celda expresadas en Å son, a = 6.28, b = 15.15, c = 5.67; la relación axial es entonces, 0.414 : 1 : 0.374 y β = 114° 12'.

Con fines eminentemente prácticos, en esta lección se empleará la misma denominación particular de los ejes de referencia que se utilizó en el sistema ortorrómbico. Cualquiera que haya sido la elección del eje c, el primer eje será el eje a, el eje b el segundo eje y el tercer eje el eje c. Recuerden que este convenio es posible porque a ≠ b ≠ c (figura 3).

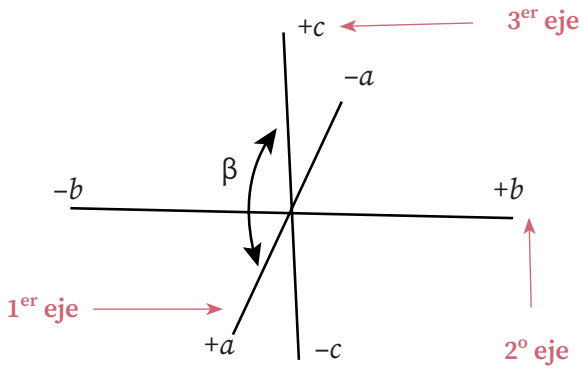


Figura 3. Denominación de los ejes cristalográficos, como primer, segundo y tercer ejes, con el objeto de facilitar las descripciones de las formas y sus combinaciones en el sistema monoclínico.

En el mismo sentido como se utilizó en el sistema ortorrómbico, la descripción de la mayoría de las formas en el sistema monoclínico se facilita bastante, al utilizar la denominación indicada en la figura 3. Así, las formas cuyas caras sean paralelas al **eje a** o **primer eje**, serán de **primera especie** (u orden o posición); de **segundo orden** (especie o posición), si las caras muestran paralelismo con el **eje b**, y si las caras son paralelas al **eje c**, serán de **tercera posición** (orden o especie). Se reitera que en cualquier orientación se puede utilizar, de manera indiferente, los términos especie, orden o posición.

En los textos clásicos de Mineralogía y Cristalografía, algunos autores denominan al eje a como **clinoeje** y al eje b como **ortoeje**, de donde se basan para

designar el nombre de las formas como, por ejemplo, **clinoprisma**, que así nombran por sus caras paralelas al clinoeje, etc. En este curso **no** se utilizarán tales conceptos, para no complicar el lenguaje cristalográfico y restar de sentido práctico las descripciones de las formas y sus combinaciones.

La **forma más simple** del sistema monoclínico es como en el sistema ortorrómbico, el resultado de la combinación entre el primer pinacoide o pinacoide frontal, con el segundo pinacoide o pinacoide lateral y con el tercer pinacoide o pinacoide basal. Formas abiertas cuyas caras son paralelas entre sí y respectivamente, oblicuas al eje a (primer eje), perpendiculares al eje b (segundo eje) y oblicuas al eje c (tercer eje) (figura 4).

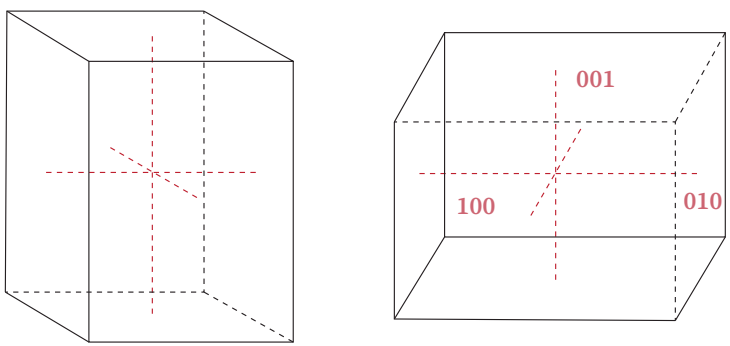


Figura 4. Forma tipo en el sistema monoclínico consecuencia de la combinación entre el pinacoide frontal (primer pinacoide o pinacoide a), pinacoide lateral (segundo pinacoide o pinacoide b) y pinacoide basal (tercer pinacoide o pinacoide c). Ambas orientaciones de los modelos son correctas. No obstante, el eje c se orienta de acuerdo con el hábito del cristal; la posición del eje b no cambia porque está dada por la simetría (coincide con un E_2) y el eje a siempre se orienta en la dirección oblicua (en la dirección de un supuesto "aplastamiento" del cristal).

La **forma de la celda unitaria** de todo cristal del sistema monoclínico, de cualquiera de los 3 grupos puntuales, es el resultado del desarrollo de la combinación entre los pinacoides, frontal, lateral y basal, desarrollo condicionado por el ángulo $\beta > 90°$.

En la figura 4, señalen en cada modelo, los extremos de los ejes a, b, c (+y –), la singonia y los índices de Miller en las caras que dan al observador en el modelo de la izquierda. Terminen la actividad antes de continuar.

La orientación rápida y sencilla de todo cristal del sistema monoclínico se puede llevar a cabo localizando el eje binario, el cual siempre coincide con el eje b; o bien, si el ángulo β es suficientemente mayor de 90°, lo cual es muy frecuente, el eje a siempre se orienta paralelo al supuesto "aplastamiento" del cristal que corresponde con la **única dirección oblicua** posible.

En la figura 5 se explica con detalle lo anterior. Noten que el dibujo del modelo en perspectiva, parece que el cristal es recto, pero en realidad no es así. Esto es posible comprobarlo con facilidad, al observar de perfil o en traza vertical el modelo del cristal (modelo del lado derecho), en donde el cuerpo se nota como "aplastado" en una dirección. Ese supuesto "aplastamiento" **no** tiene nada que ver con el concepto **deformación**, sino con la **baja simetría**, porque el ángulo entre los ejes c y a es mayor que 90°.

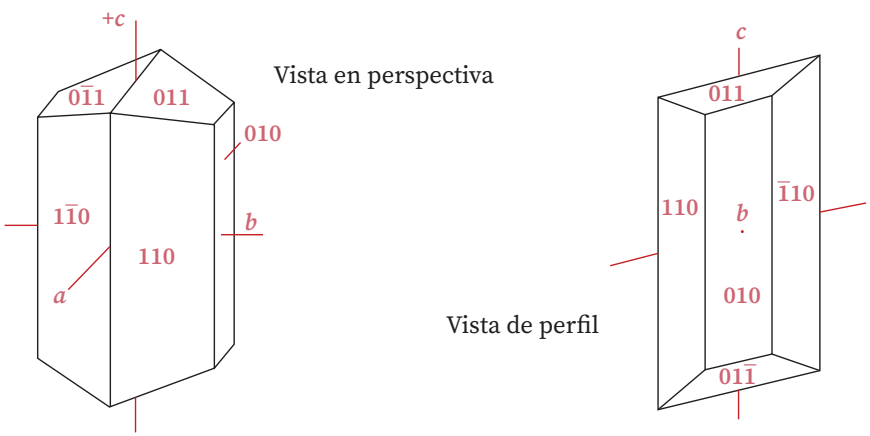


Figura 5. Modelo de un cristal del sistema monoclínico de la clase principal. En la vista en perspectiva parece un modelo de cristal ortorrómbico. La vista de perfil delata que se trata de un cristal monoclínico, porque el modelo se nota como "aplastado" en una dirección, la que corresponde con la dirección del eje a, que es una dirección oblicua, marcada por el ángulo β > 90°. Al visualizar este rasgo en cualquier modelo de este sistema, se ubica rápidamente el eje inclinado.

En los modelos de cristales de la figura 5, marquen con lápiz y en línea punteada los ejes cristalográficos a, b, c. En ambos casos señalen el ángulo β. Ahora, dibujen la vista de perfil de los dos modelos de la figura 4. Terminen la actividad antes de continuar.

¿Por qué a este sistema se le llama **monoclínico**? La palabra monoclínico, proviene del griego *monos*, único, y *klinoo*, inclinar. En efecto, se le denomina monoclínico, porque hay un eje que está **inclinado**, el cual confiere a todo cristal de esa simetría, una dirección oblicua.

Considerando lo expresado en el párrafo anterior, describan la cruz axial del sistema monoclínico. Terminen el escrito antes de continuar.

Se ha elegido el **yeso** como el mineral tipo del sistema monoclínico. Es un mineral muy común en la naturaleza y suele cristalizar en las formas más simples del sistema. El yeso es, además, un mineral de gran importancia económica porque es utilizado en la industria de la construcción, entre otros usos.

LA HOLOEDRÍA

Como se ha establecido en los sistemas ya estudiados, la deducción de los elementos de simetría de la clase principal se facilita en mucho, al ubicarse la **cruz axial** en la **forma tipo** del sistema. Observen los poliedros de la figura 4 y repasen la **singonia** del sistema monoclínico. Pueden constatar que el eje b forma un ángulo recto con el eje a y con el eje c, por lo que esas condiciones hacen que este eje sea el único eje de simetría.

¿Por qué el eje a y el eje c no pueden ser ejes de simetría?

(*) *Respondan la pregunta antes de continuar.*

Es evidente que el eje b coincide con un eje E_2 y es perpendicular al plano de simetría que contiene a los ejes a y c. En la figura 6, se toma como ejemplo una combinación frecuente entre prismas y el pinacoide lateral para ilustrar los elementos de simetría de la **clase principal** del sistema monoclínico.

Escriban el texto al pie de la figura 6. Terminen la actividad antes de continuar.

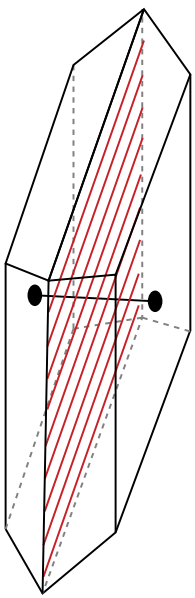


Figura 6.

Ahora dibujen los elementos de simetría de la clase holosimétrica del sistema monoclínico en ambos poliedros de la figura 4. Terminen la actividad antes de continuar.

Los elementos de simetría de la clase holoédrica expresan la máxima combinación posible entre ejes plano y centro. En el sistema monoclínico se tiene **menor simetría** comparada con la existente en el sistema ortorrómbico, según se demuestra en la combinación de elementos de simetría en la holoedría:

1ª clase. Holoedría. Prismática monoclínica.

N = Dominio fundamental = 4 caras

$$E_2 + P_v + C$$

Léase: Un eje de **simetría binaria** (coincide con el eje b), más un plano de simetría vertical (que es un plano sagital), más un **centro de simetría**.

La clase holosimétrica debe su nombre al prisma monoclínico $\{hkl\}$ que se presenta en la **figura 7**.

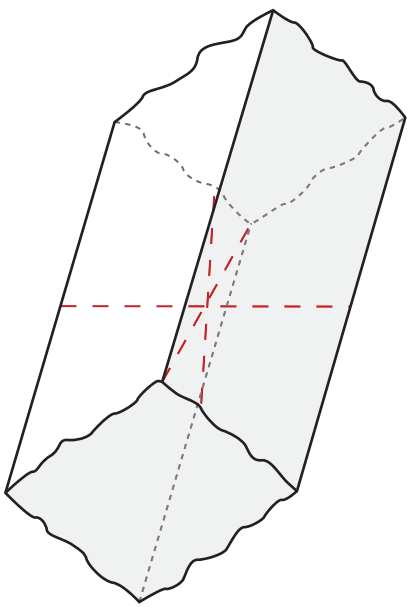


Figura 7. Dibujo en perspectiva del prisma monoclínico que interseca a los 3 ejes; es la forma general $\{hkl\}$ de la clase holoédrica. El prisma es una forma abierta, por eso las líneas sinuosas.

De la figura 7, elaboren un dibujo de perfil (traza vertical) de la cara pseudorectangular que corta las partes positivas de los ejes cristalográficos. Sobre dicha figura, dibujen los elementos de simetría de la clase principal. Terminen la actividad antes de continuar.

En el archivo anexo **Lección 8A**, se muestran las 2 clases de **menor simetría** del sistema monoclínico que corresponden con dos clases hemiédricas.

Ambos grupos puntuales se derivan al tomar la mitad de las caras, tanto de la forma general prisma $\{hkl\}$, como de los prismas $\{0kl\}$ y $\{hk0\}$ de la clase holosimétrica. Estas clases representan la mínima simetría en el sistema monoclínico:

2ª clase. La hemiedría hemimórfica. – Clase domática monoclínica.
N = 2 caras.

En esta clase solo se conserva de la holoedría el plano de simetría vertical, que contiene al eje inclinado y al eje vertical, lo que implica la generación de domos. Recordarán que una cara **oblicua** a un plano de simetría se **duplica** por reflexión en un conjunto de 2 caras con una arista en común, generándose un **diedro** (domo) bisecado por el plano de simetría.

3ª clase. La hemiedría enantiomórfica. – Clase esfenoidal monoclínica.
N = 2 caras que se constituyen en un esfenoide.

En esta clase se conserva exclusivamente **el eje binario (E_2)** de la holoedría, elemento de simetría indispensable para generar un esfenoide, poliedro de caras que son oblicuas a un E_2. Así, una cara oblicua a un eje 2 se duplica por rotación y el diedro resultante constituye un esfenoide, en donde el eje binario surge perpendicular de la arista común de las caras asociadas.

En las clases hemiédricas existen pocos y raros minerales; sin embargo, en la hemiedría hemimórfica hay algunos minerales que son más conocidos, como la antigorita y algunos polimorfos de silicato de aluminio (archivo **Lección 8A**).

HOLOEDRÍAS O FORMAS HOLOSIMÉTRICAS

Dada la **baja simetría**, en este sistema solo se tienen dos tipos de formas abiertas, que son los **pinacoides** y los **prismas**. Además, no es posible que ocurra la derivación de formas dentro de la misma holoedría. De una manera muy simple se exponen las formas holoédricas en la figura 8.

1	Formas paralelas a 2 ejes cristalográficos
1.1	Pinacoide frontal o 1er pinacoide
1.2	Pinacoide lateral o 2^{o} pinacoide
1.3	Pinacoide basal o 3er pinacoide
2	Formas paralelas a un solo eje cristalográfico
2.1	Prisma de 1^{a} posición o especie
2.2	Pinacoide de 2^{a} especie
2.3	Prisma de 3er orden o posición
3	Formas con caras que cortan a los 3 ejes cristalográficos
3.1	Prisma de 4^{a} posición

Figura 8. Las holoedrías o formas holoédricas del sistema monoclínico

Además de los pinacoides a, b y c, se tienen los pinacoides de 2^{a} posición $\{h0l\}$, que se definen como 2 caras paralelas entre sí y paralelas al segundo eje o eje b. Noten que como el ángulo $\beta > 90°$, no es posible que exista un poliedro de 4 caras iguales, como en el sistema ortorrómbico, por lo que, en su lugar se tienen 2 pinacoides inclinados, de 2^{o} orden, uno anterior y otro posterior.

Elaboren un dibujo de perfil de los ejes cristalográficos y comprueben lo enunciado en el párrafo anterior. Terminen el dibujo y el escrito antes de continuar.

La descripción de la orientación del 2º pinacoide o pinacoide lateral es: 2 caras perpendiculares al 2º eje y son paralelas al 1º y al 3er ejes.

(*) *Ahora describan la orientación de los pinacoides frontal y basal. Terminen el escrito antes de continuar.*

La descripción de la orientación de un prisma de 3ª especie es: 4 caras paralelas al 3er eje o eje c.

(*) *Ahora, describan la orientación del prisma de 1ª especie. también describan la orientación del pinacoide de 2ª posición. Terminen el escrito antes de continuar.*

En las figuras 9 y 10, se ilustran las formas de la clase holosimétrica del sistema monoclínico.

La figura 9 contiene los **pinacoides monoclínicos**, frontal, lateral y basal y un pinacoide inclinado que corta al eje c y al eje a y es paralelo al 2º eje. Por eso se denomina de **2ª especie**. Estos últimos pinacoides son independientes uno del otro, de tal manera que la presencia de uno no requiere la presencia del otro.

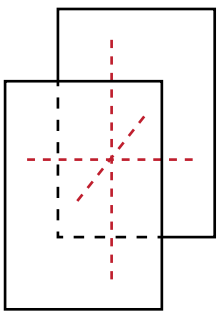
En la figura 10 se muestran los **prismas monoclínicos** de 4ª, 1ª y 3ª especie; la simetría permite que estos prismas únicamente presenten 4 caras. Noten que no es posible la existencia del prisma de 2ª posición. Tengan presente que los dibujos están en perspectiva y no es patente la dirección oblicua que implica el eje inclinado.

Dibujen de perfil los pinacoides de segunda posición y los prismas de 1ª y 3ª especie. Dibujen los ejes cristalográficos con líneas punteadas. Terminen los dibujos antes de continuar.

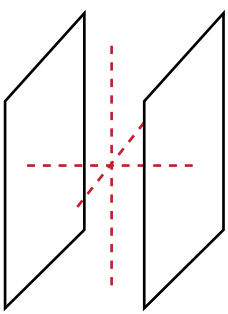
¿Qué relación existe entre los prismas de 4ª posición de la figura 10 y el prisma de la misma especie de la figura 7?

(*) *Escriban la respuesta antes de continuar.*

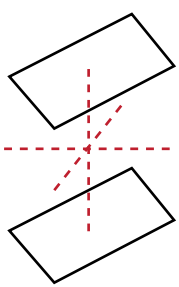
PINACOIDES



A - Primero
$(a:\infty b:\infty c)$
$\{100\}$



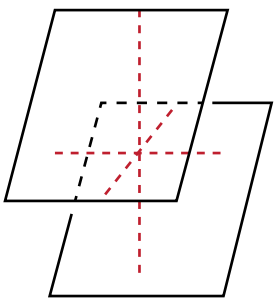
B - Segundo
$(\infty a:b:\infty c)$
$\{010\}$



C - Tercero
$(\infty a:\infty b:c)$
$\{001\}$

PINACOIDES DE 2ª POSICIÓN

A - Anterior superior
$(a:\infty b:c)$
$\{101\}$



B - Anterior inferior
$(a:\infty b:-c)$
$\{10\bar{1}\}$

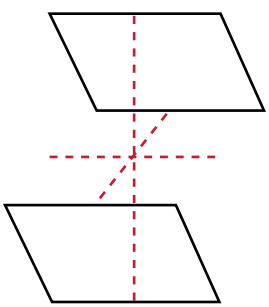
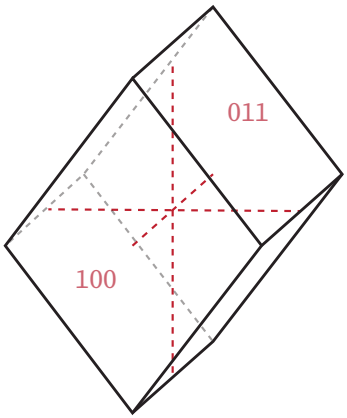
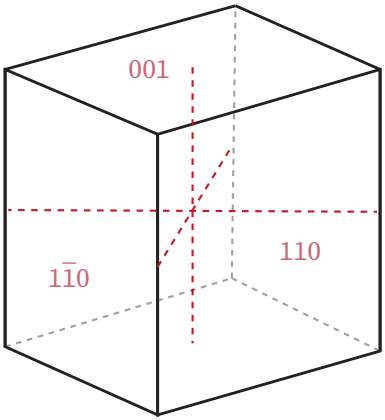


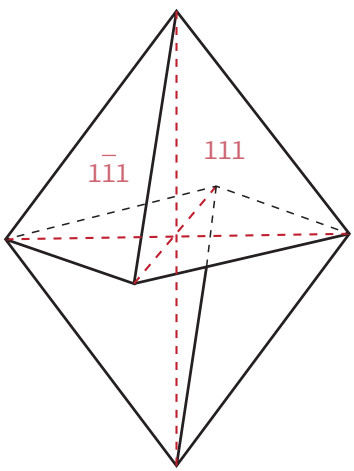
Figura 9. Los pinacoides monoclínicos, frontal o pinacoide *a* (A), lateral o pinacoide *b* (B) y basal o pinacoide *c* (C). Se tiene, además, el pinacoide de 2ª especie que interseca al eje inclinado y al eje c. Estas formas limitan a los prismas que también son formas abiertas.

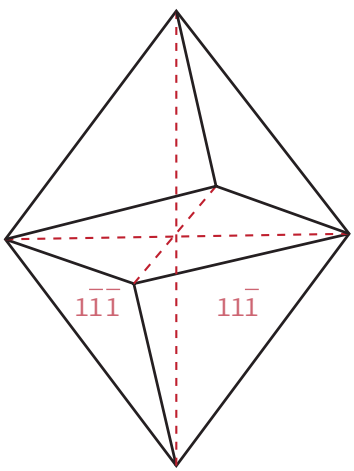


PRISMA DE 1ª ESPECIE



PRISMA DE 3ª ESPECIE





PRISMAS DE 4ª POSICIÓN

Figura 10. Los prismas en la clase principal del sistema monoclínico. Todos los prismas constan de 4 caras, el prisma {011}, prisma {110} y el prisma {111}, considerando arbitrariamente y por conveniencia descriptiva las distancias Oa, Ob y Oc, como unitarias.

En los poliedros de la figura 10, marquen el ángulo $\beta > 90°$.

COMBINACIONES DE FORMAS HOLOÉDRICAS

La mayoría de los cristales de la holoedría monoclínica se presentan en más de una forma, es decir, las combinaciones entre prismas y pinacoides son bastante frecuentes. La única forma holoédrica que es fijada por un eje de simetría binaria, que coincide con el eje b, es el pinacoide lateral $\{010\}$. La orientación de las demás formas (pinacoides y prismas) depende de la elección que se haya hecho de los ejes c y a.

En la figura 11 se exhiben combinaciones típicas entre pinacoides y pinacoides y prismas.

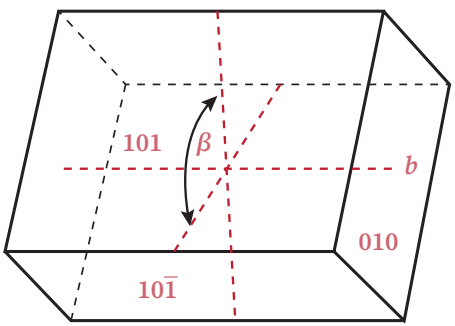
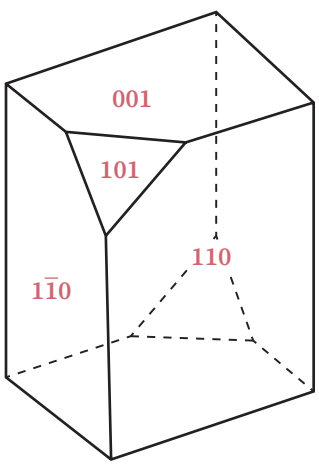
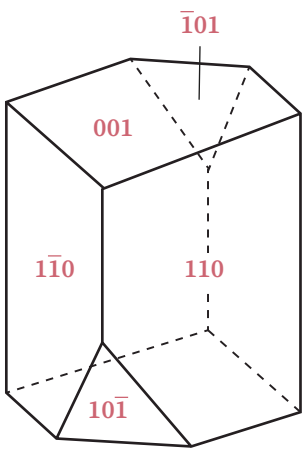


Figura 11. Dos pinacoides de 2ª posición limitándose mutuamente (figura de arriba) y 2 modelos que muestran la combinación entre un prisma y dos pinacoides.

COMBINACIONES ENTRE LOS PINACOIDES DE 2ª ESPECIE



COMBINACIONES ENTRE PRISMA {110}, PINACOIDES DE 2ª ESPECIE, 3er PINACOIDE



En el modelo de arriba de la figura 11, achuren las caras de tal forma que puedan distinguir las 2 orientaciones del pinacoide de 2ª especie. Escriban los símbolos del pinacoide de 2ª especie y del 3er pinacoide en los 2 poliedros de la figura 11. Terminen la actividad antes de continuar.

La figura 12 expone **combinaciones** frecuentes entre prismas y pinacoides. De hecho, debido a la **baja simetría**, dichas combinaciones son realmente **simples**. Un buen ejercicio para iniciar las descripciones es comenzar con la ubicación del eje b, la que hace que la posición del pinacoide b sea invariable. Como ya se indicó, si el ángulo β no se aproxima a 90°, fácilmente se puede distinguir que todo el cristal manifiesta una inclinación que corresponde o es paralela a la dirección del eje a. Al quedar así definida la orientación de la *cruz axial* en el cristal o modelo del cristal, la descripción de las combinaciones de formas se vuelve muy sencilla.

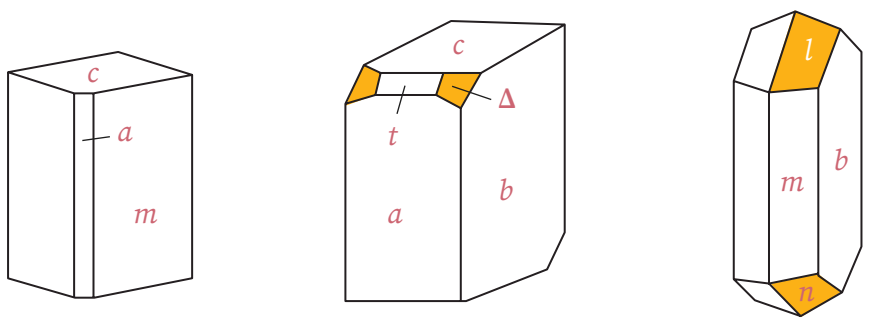


Figura 12. Modelos de cristales de la holoedría monoclínica en tres especies minerales que cristalizan en sus formas más simples. Las caras en amarillo cortan a los 3 ejes cristalográficos.

*En los modelos de cristales de la **figura 12**, ubiquen la **cruz axial** y describan en cada modelo las combinaciones de formas. Terminen los dibujos y el escrito antes de continuar.*

Sirva de ejemplo un modelo de cristal de **ortoclasa**, que es un feldespato potásico, mostrado en la figura 13, con el propósito de ilustrar especialmente, la combinación entre el **pinacoide basal y el pinacoide de 2ª posición**. La cara señalada con el número 4 es el pinacoide basal. El eje a siempre es paralelo al pinacoide basal y las caras del pinacoide de 2ª especie (una cara con el número 5), cortan al eje a y al eje c. Las **2 caras** del pinacoide basal **no son perpendiculares** al eje c, ya que la cara 4 y su contraparte se inclinan paralelas al eje a, porque el ángulo β es suficientemente mayor a 90°. Si nos remitimos a la naturaleza de la estructura cristalina de la ortoclasa, la especie de anillos asociados que conforman los tetraedros Si04, se disponen aproximadamente paralelos a las caras pinacoidales {001}.

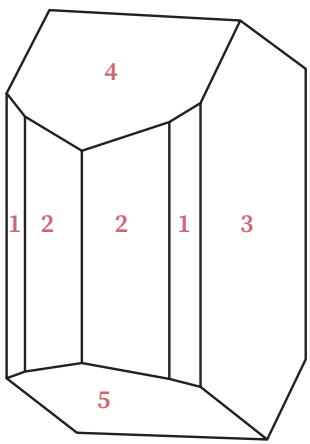


Figura 13. Modelo típico de un cristal euedral de ortoclasa. El eje c es paralelo al plano de la hoja de papel, y sale muy cerca de la arista que comparte con el pinacoide de 2ª especie (cara 5).

Elaboren un dibujo de perfil (traza vertical) del modelo de cristal de la figura 13 y tracen los ejes cristalográficos. Utilicen el plano sagital como plano de proyección. Resalten el eje b. Terminen el dibujo antes de continuar.

Continuando con los modelos de cristales de **ortoclasa**, en la medida en que la longitud del eje c se acorte y si además el ángulo β se aproxima a 90°, la cara pinacoidal comúnmente se presentará con más desarrollo y el ángulo formado con el eje c será más obtuso. Estos rasgos son patentes en los modelos de cristales de ortoclasa expuestos en la figura 14.

Describan las combinaciones de formas en los modelos de cristales de la figura 14. Indiquen los índices de Miller de al menos dos caras en cada poliedro. Terminen la actividad antes de continuar.

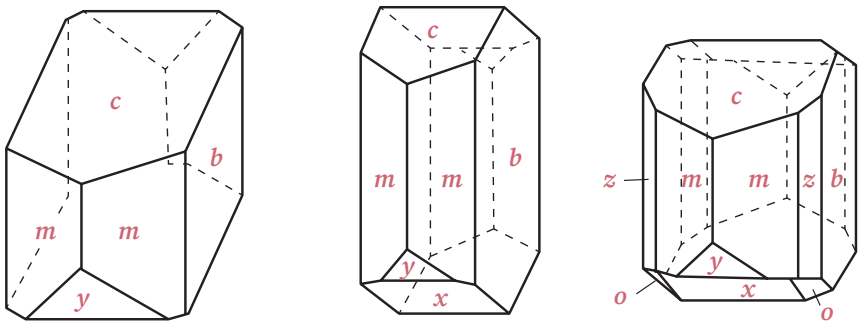


Figura 14. Modelos de cristales euedrales de ortoclasa. El modelo de la izquierda también puede ser de sanidino (también es un feldespato potásico, pero no es un polimorfo de la ortoclasa). En cada caso, noten la longitud del eje c. Si el ángulo β es muy próximo a 90° el cristal semejará un cristal ortorrómbico.

HEMIEDRÍAS

Las **meroedrías** de este sistema solo incluyen dos hemiedrías, la hemiedría **hemimórfica** y la hemiedría **enantiomórfica**. La baja simetría permite que aparezcan comparativamente muchas formas nuevas.

	Hemimorfias		Enantiomorfias
1	Primeros pediones (anterior y posterior)	1	Primer pinacoide o frontal
2	2º pinacoide o pinacoide lateral	2	Segundos pediones
3	Terceros pediones (superior e inferior)	3	Tercer pinacoide o basal
4	Domos de primera especie	4	Esfenoides de 1ª especie
5	Pediones de segunda especie	5	Pinacoides de 2ª especie
6	Domos de tercera especie	6	Esfenoides de 3ª especie
7	Domos de cuarta especie	7	Esfenoides de 4ª especie

HEMIMORFIAS

De la clase holosimétrica solo se conserva el **segundo pinacoide** $\{010\}$. El pinacoide frontal, basal y de segunda especie se disocian en primeros, terceros pediones y pediones de segunda posición, respectivamente. Los **domos** de primera, tercera y cuarta posición derivan de los prismas de primera, tercera y cuarta posición, al tomar la mitad de sus caras.

En la figura 15 se presentan los pediones hemimórficos derivados de los pinacoides holoédricos.

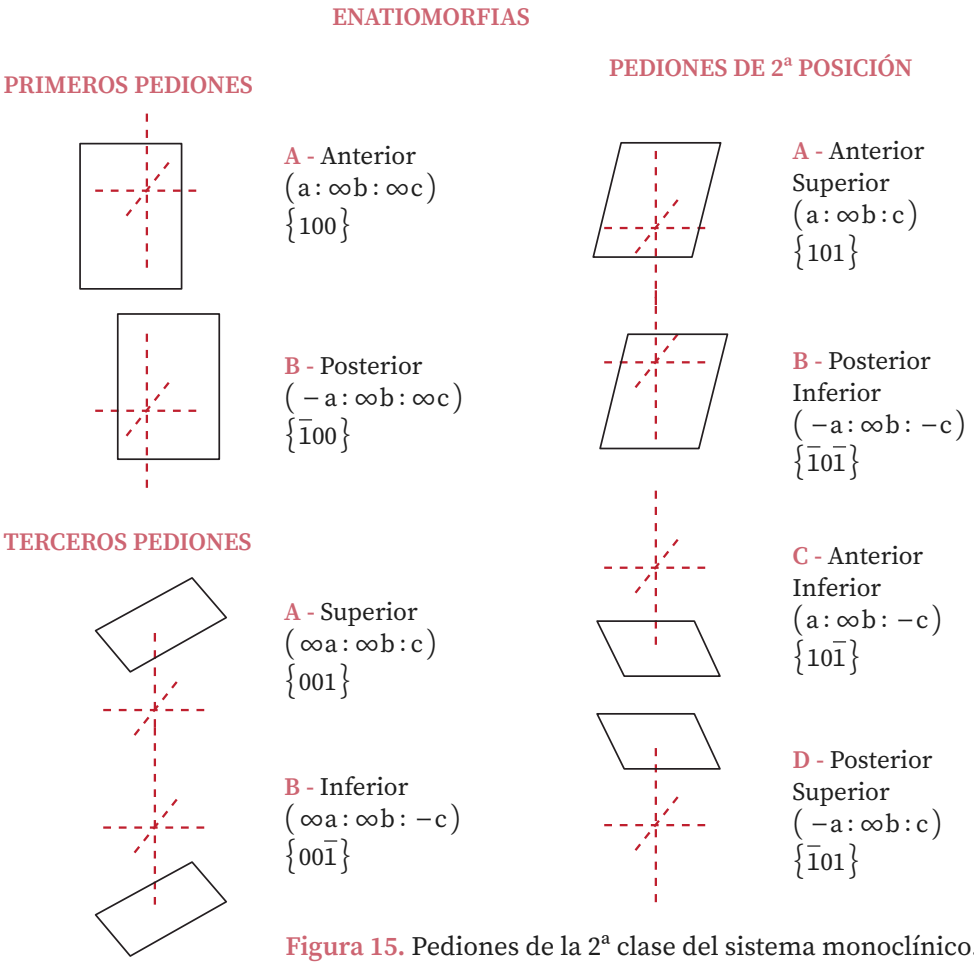


Figura 15. Pediones de la 2ª clase del sistema monoclínico. Al desaparecer el eje binario y el centro, los pinacoides se disocian en pediones frontales, basales y de segunda especie.

Los domos de primera, tercera y cuarta posición se muestran en la figura 16.

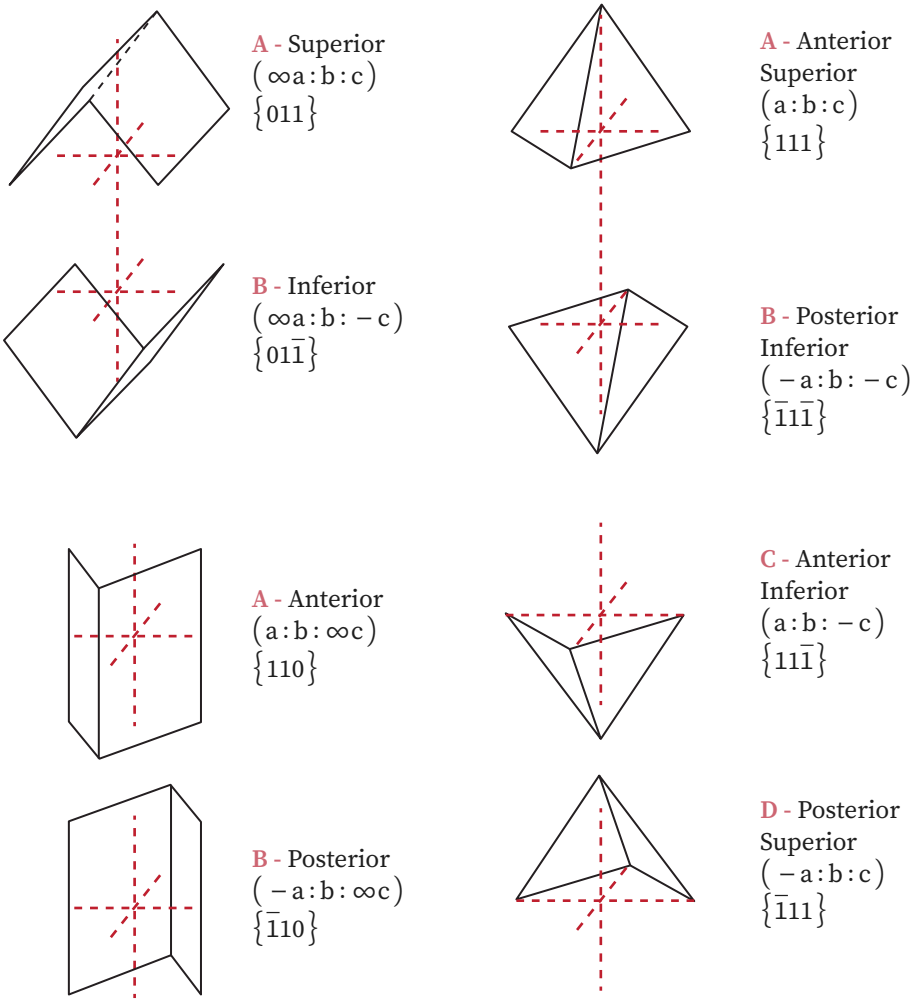


Figura 16.

Elaboren el texto al pie de la figura 16. Terminen el escrito antes de continuar.

En esta clase existen muy pocos y raros minerales. Sin embargo, algunos son bien conocidos, por ejemplo, la **antigorita**, que es muy raro hallarla en cristales bien desarrollados. Se ilustra un modelo de cristal de este mineral en la figura 17.

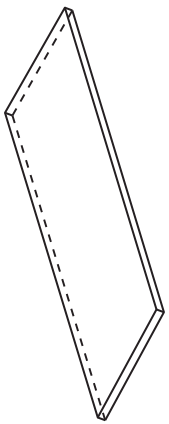


Figura 17. Modelo de cristal de antigorita. El cristal está muy desarrollado en la dirección del eje b, el eje c es el más corto.

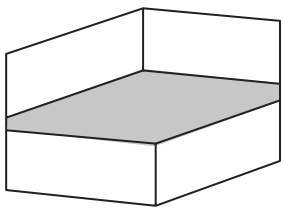


Figura 18. Modelo de un cristal de dickita. El eje b sale por el punto medio de la arista vertical que está al frente y el eje c es de longitud más corta. Noten el hábito pseudohexagonal.

*Dibujen los ejes cristalográficos en el modelo de cristal de la **figura 17**, conforme a lo señalado en el pie de figura. Describan las combinaciones de formas. Terminen el dibujo antes de continuar.*

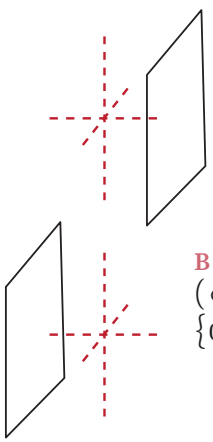
En la figura 18 se exhibe un modelo de cristal de **dickita**. El tamaño de los cristales de este mineral, normalmente no exceden los 2 mm.

*Dibujen los ejes cristalógrficos en el modelo de cristal de la **figura 18**, conforme a lo señalado en el pie de figura. Describan las combinaciones de formas. Terminen el dibujo antes de continuar.*

Desde el punto de vista de la combinación de formas del modelo de cristal observado en la figura 18, expliquen la conformación del hábito pseudohexagonal del cristal.

(*) *Terminen el escrito antes de continuar.*

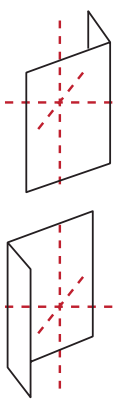
SEGUNDOS PEDIONES



A - Derecho
$(\infty a : b : \infty c)$
$\{010\}$

B - Izquierdo
$(\infty a : -b : \infty c)$
$\{0\bar{1}0\}$

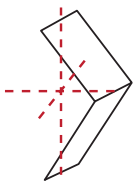
ESFENOIDES DE 3ª POSICIÓN



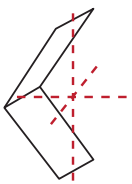
A - Derecho
$(a : b : \infty c)$
$\{110\}$

B - Izquierdo
$(a : -b : \infty c)$
$\{1\bar{1}0\}$

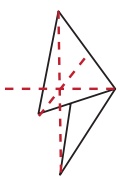
ESFENOIDES DE 1ª POSICIÓN



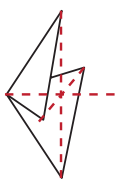
A - Derecho
$(\infty a : b : c)$
$\{011\}$



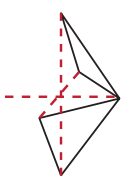
B - Izquierdo
$(\infty a : -b : c)$
$\{0\bar{1}1\}$



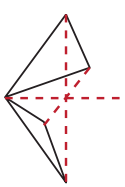
A - Anterior superior derecho
$(a : b : c)$
$\{111\}$



B - Anterior superior izquierdo
$(a : -b : c)$
$\{1\bar{1}1\}$



C - Anterior inferior derecho
$(a : b : -c)$
$\{11\bar{1}\}$



A - Anterior inferior izquierdo
$(a : -b : -c)$
$\{0\bar{1}\bar{1}\}$

Figura 19. Las formas que no se repiten en la tercera clase del sistema monoclínico. Estas formas solo pueden coexistir con los pinacoides frontal, basal y de 2ª especie

ENANTIOMORFIAS

La presencia exclusiva del eje binario provoca que cualquier cara oblicua al mismo, de traza rectangular o triangular, se duplique por efecto de la rotación. La forma resultante es un **esfenoide monoclínico**. En la figura 19 se presentan las formas nuevas de la clase esfenoidal.

Los minerales que cristalizan en este grupo puntual son escasos y muy raros. Para finalizar, se ilustra un modelo de cristal de **pickeringita** en la figura 20.

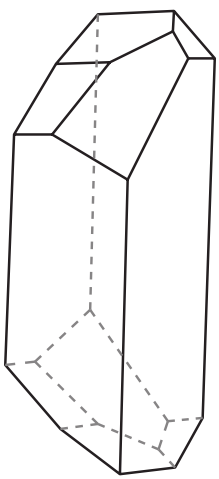


Figura 20. Modelo de cristal de pickeringita. El eje b sale por los puntos medios de las aristas verticales de los extremos; por lo tanto, el eje a sale por la arista vertical que está en medio. Las caras que cortan a los tres ejes cristalográficos son esfenoides de 4ª posición.

Actividades para desarrollar

1. Conforme vayan avanzando en la lectura y comprensión de la lección, realicen las actividades señaladas con letra *cursiva*, las cuales deberán reportar antes de la fecha límite indicada abajo.
2. Escriban las fórmulas químicas de **9 minerales** del sistema monoclínico y describan el compuesto. Se requiere que abran el archivo anexo **Lección 8A**.

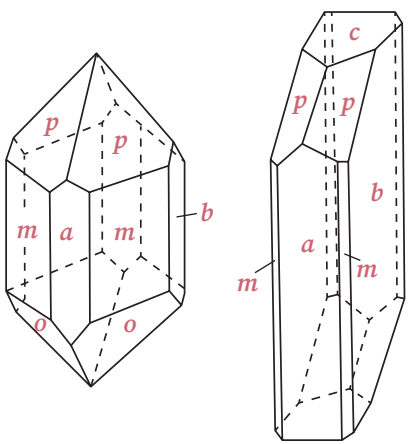
3. Repasen el sistema monoclínico con el uso del *Tutorial de Mineralogía*. Abran la carpeta anexa **MINE TUTORIAL**, dar clic en *Mineralogy_Tutorials,* ingresan al módulo II y den clic exclusivamente en el botón **crystal classes** y luego dar clic en **monoclinic**. Cornelis solo explica la clase principal.
4. Abran la página: https://gemologiamllopis.com/cristalografia/#a y repasen **todas las formas del sistema monoclínico**, con el uso del submenú que se tiene al pie de cada una. Traten de identificar errores.
5. Abran los archivos contenidos en la carpeta **MODELOS MONO**. Se trata de que construyan en cartulina (preferiblemente gruesa), en el orden indicado (del 1 al 4), los modelos cristalográficos. Para tal propósito, deberán imprimir los PDF en cartulina, recortar con tijera la plantilla de la forma, doblar por todas las líneas y pegar las pestañas en los lugares respectivos. Una vez construidos los modelos elaboren, además, una ficha para cada modelo que considere:

    1. Croquis del modelo **con la ubicación de la cruz axial**.
    2. Determinen y escriban los **elementos de simetría**. Identifiquen y escriban **el grupo puntual**.
    3. Reconozcan y escriban las **combinaciones de formas**, si es que las hay.
    4. Deduzcan los **índices de Miller** solo de la cara principal de cada forma.

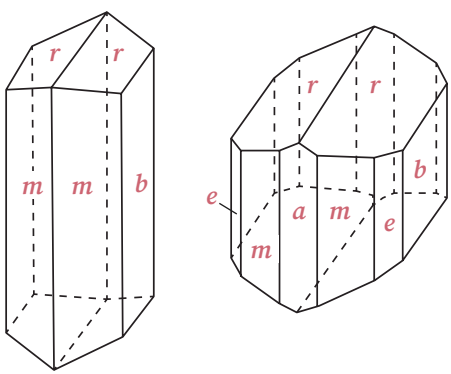
6. Una vez construidos los modelos cristalográficos, **repasen** las combinaciones de formas que existen en las **3 clases de cristales**.
7. Para reforzar sus conocimientos, también pueden ingresar en la sección de *Cristalografía* de los sitios:
    - webmineral.com
    - mindat.gob
    - minsocam.org
    - mineralienatlas.de

Para pensar...

1. Deberán responder las preguntas que están distribuidas en el texto de la lección, solo las que están señaladas con un asterisco (*), y reportarlas en la fecha indicada.
2. ¿Cuál sería la condición para denominar a un cristal del sistema monoclínico como pseudo-ortorrómbico?
3. En un **diagrama tipo árbol o mapa mental**, hagan un resumen que explique la **derivación** de las formas meroédricas del sistema monoclínico.
4. Identifiquen las **combinaciones de formas** en los 4 modelos de cristales abajo ilustrados. En cada uno de los modelos, determinen el índice de Miller de la cara principal de 2 formas que ustedes elijan.



CLINOPIROXENO



CLINOANFÍBOL

Notas importantes:

Las ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR señaladas en los **puntos 1, y 2**, así como en los puntos **1, 2, 3 y 4** en PARA PENSAR... deberán enviarse en la fecha solicitada.

La actividad contemplada en el **punto 5** deberá entregarse en el reporte de Cristalografía para entregarse en fecha por definir.

Los **puntos 4, 5, 6 y 7**, son **actividades para realizar**, con objeto de reforzar el aprendizaje, es muy importante que las lleven a cabo. Deben de tener presente en todo momento, los objetivos de aprendizaje.

También es de gran importancia que sigan cuidadosamente la secuencia de estudio.

BIBLIOGRAFÍA

CORNELIUS, K., DUTROW, B. *Mineral Science* (ISBN-13 :978-0471-72157-4). New York: John Wiley, 2008.

DANA, J. M., SALISBURY, DANA E. *Danas' New Mineralogy* (ISBN 0471193100). 8nd edition New York: John Wiley, 1997.

GARZA-GONZALEZ V., C. *Principios de Cristalografía Morfológica*. Inédito, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2020.

OLSACHER, J. *Introducción a la Cristalografía.* Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina), 1946.

NESSE, WILLIAM D. *Introduction to Mineralogy* (ISBN 9780190618384). Third edition New York, Oxford University Press, 2017.

SALISBURY, DANA, E., FORD, WILLIAM, E. *Tratado de Mineralogía* CECSA, México, D.F., 1986.

WADE, F., A., MATTOX, R., B. *Elements of Crystallography and Mineralogy.* New York : Harper & Brothers, Publishers, 1960.

LECCIÓN 9.

EL SISTEMA TRICLÍNICO

Objetivos de aprendizaje

Analizar la **mínima simetría** posible en la materia cristalina, con el propósito de comprender la orientación y descripción de las formas en los cristales **oblicuos**, así denominados por pertenecer a la más baja simetría, de entre los sistemas cristalográficos.

El desarrollo de las habilidades para distinguir los cristales triclínicos se fundamenta en el dominio de los elementos teóricos, que serán aplicados en la minuciosa descripción de modelos cristalográficos.

LA *CRUZ AXIAL* DEL SISTEMA TRICLÍNICO

Cualquier cristal del sistema triclínico es orientado con respecto a tres ejes cristalográficos a, b, c de diferente longitud y que forman ángulos oblicuos entre sí. Esto implica que cada eje tiene una **dirección única** lo que, en principio, conlleva a elegir libremente la orientación del cristal, es decir, cualquier eje puede ser tomado como **eje c**. En otras palabras, no hay contrastes en la simetría de un cristal que dependan de la orientación de los ejes. No obstante, en estas condiciones de muy baja simetría, no se puede

ser tan **arbitrario**. En general, de la **misma simetría** es posible derivar algunas reglas para **orientar** cualquier cristal del sistema triclínico.

Por lo general, el eje c es elegido paralelo al **eje de zona** del cristal y, por tanto, las direcciones de los ejes a y b comúnmente se consideran paralelas a las aristas del cristal. ¿Qué es una zona? Es muy sencillo, se trata de un conjunto de caras que son **paralelas** a una línea imaginaria común, que es denominada **eje de zona**. Entonces el eje c se toma como **paralelo** a ese eje de zona; luego, dos formas son seleccionadas en la zona vertical, evidentemente, la forma $\{100\}$ y $\{010\}$, cuya intersección con la forma $\{001\}$, define las direcciones de los ejes a y b, ya indicadas.

Desde el punto de vista práctico y como resultado de las operaciones anteriores, los ejes se orientan por lo general, de tal manera que los ángulos α y β sean mayores a 90°, a fin de que el eje a sea visto desde el observador, al frente y hacia abajo y el eje b, a la derecha y hacia abajo; como consecuencia de esto, el **pinacoide basal** paralelo al plano que forman los ejes a y b, desde el observador, se inclina a la derecha, hacia adelante y hacia abajo.

En nuestra opinión, las longitudes de los ejes cristalográficos deben seguirse conforme al convenio **c < a < b**, que es el adoptado en la descripción de un nuevo mineral del sistema triclínico.

Debe tenerse presente también, que la baja simetría no **exime** la desvinculación de las operaciones de simetría macroscópicas de las infinitesimales. Así, en ocasiones la forma externa del cristal triclínico define la orientación de los ejes cristalográficos y también la forma de la **celda unitaria**, pero en otros casos, dichas orientaciones son determinadas por estudios detallados de la estructura cristalina. Las longitudes relativas de los ejes cristalográficos, así como la forma de la **celda unitaria**, pueden ser determinados por las técnicas de la **difracción de rayos X**.

Por tanto, en la descripción de cualquier cristal del sistema triclínico, deben tenerse presentes las relaciones axiales y los ángulos cristalográficos. Por ejemplo, en el mineral ferroaxinita, las longitudes en Å de las aristas de la **celda unitaria** son a = 7.1437, b = 9.1898, c = 8.9529, por lo tanto, los elementos axiales son 0.7773: 1 :0.9742 y $\alpha = 91.857^{o}$ $\beta = 98.188^{o}$ y $\gamma = 77.359^{o}$. Sin embargo, en las prácticas comunes con modelos cristalográficos que se realizarán en este curso, no se recurrirá a estos valores, por carecer de sentido práctico.

Conforme a los convenios enunciados en párrafos precedentes, la perspectiva de los ejes cristalográficos se muestra en la figura 1.

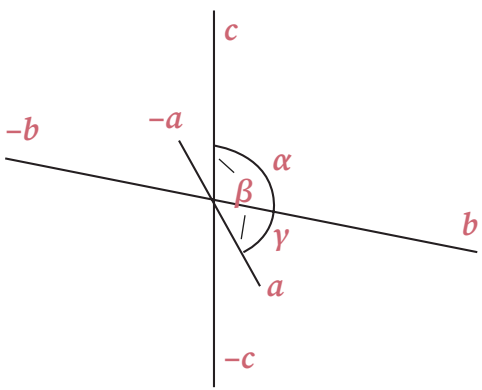


Figura 1. Cruz axial del sistema triclínico. El ángulo α es el formado por los ejes +b y +c, β por +a y +c y γ por +a y +b.

Como en cualquier otro sistema cristalográfico, todo modelo o cristal triclínico, se gira en todas direcciones para distinguir las aristas que coincidan con las longitudes de los ejes a, b, c, indicadas en la figura 1, con el objeto de orientar el modelo conforme al convenio c < a < b.

Al igual que en los otros sistemas trimétricos, con fines esencialmente prácticos, una vez orientada la **cruz axial**, al **eje a** se le denominará **primer eje**, al **eje b segundo eje** y al **eje c tercer eje** (figura 2).

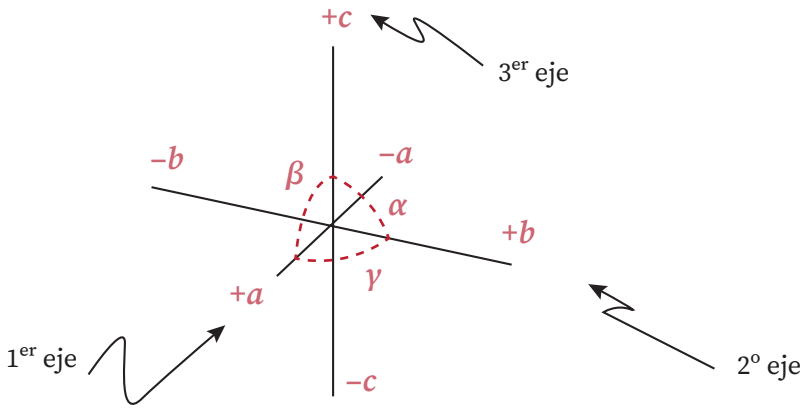


Figura 2. Otra perspectiva de los ejes cristalográficos en el sistema triclínico. La denominación de los ejes en los sistemas ortorrómbico y monoclínico (primer, segundo y tercer eje) se conserva por conveniencia descriptiva en el sistema triclínico.

De la misma manera que en los otros sistemas trimétricos, la forma más simple o **forma tipo** del sistema triclínico se integra por la combinación entre el **pinacoide frontal** o *pinacoide a* {100}, **pinacoide lateral** o *pinacoide b* {010} y el **pinacoide basal** o *pinacoide c* {001} (figura 3). La forma de la celda unitaria de todo mineral de cualquiera de los dos grupos puntuales de este sistema tendrá la forma como la de la figura 3, limitada por los **pinacoides paralelos a dos ejes cristalográficos**. Noten que las longitudes de los ejes cristalográficos coinciden con las longitudes y posición de las aristas del modelo.

En los modelos de la figura 3 marquen los ángulos cristalográficos y señalen los ángulos interfaciales (ángulos entre caras) con el símbolo y número ≠ 90°. Escriban los índices de Miller de las caras que no están simbolizadas. Terminen la actividad antes de continuar.

Observen que los cristales o modelos de este sistema se ven como **"aplastados"**, pero ahora en dos direcciones, las correspondientes al eje a y al eje b, al tener vertical el eje c. De hecho, la forma tipo se parece a un **romboedro**, pero en el sistema trigonal los lados son iguales.

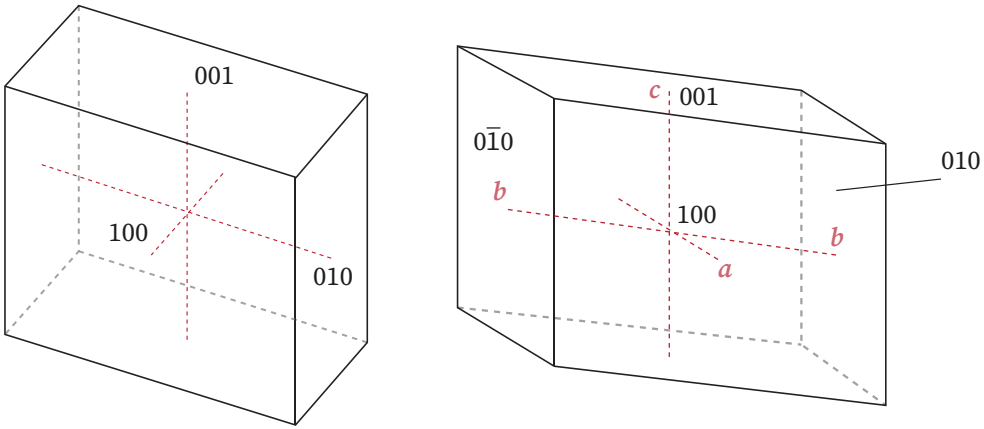


Figura 3. Dos perspectivas de la forma tipo del sistema triclínico. Noten el convenio c < a < b en el poliedro del lado derecho.

Una manera práctica y simple de distinguir la simetría triclínica es colocar (o referir el modelo) sobre un **plano horizontal** que puede ser, por ejemplo, el plano de un escritorio. Si los ángulos cristalográficos, en las partes positivas de los ejes a y b, son **suficientemente mayores a 90°**, se puede observar notoriamente el supuesto "aplastamiento" en dos direcciones del modelo. Si, por el contrario, dichos ángulos se aproximan a 90°, pues entonces se recurre a la búsqueda de elementos de simetría. Entonces, la simetría triclínica es revelada por la **mínima simetría o por la ausencia** de esta.

Por la naturaleza de la cruz axial, el sistema se llama **triclínico**, del **griego *treis*, tres, y *klinoo*, inclinar**. Sí, efectivamente, todo cristal de este sistema tiene 3 ejes desiguales y oblicuos entre sí.

*Tomen en cuenta lo señalado en el párrafo anterior para que describan con detalle la **cruz axial** del sistema en estudio. Terminen el escrito antes de continuar.*

El mineral tipo elegido para este sistema es la **albita** (**del latín *albus*, en alusión a su color blanco característico**) por ser un mineral que además de común, cristaliza en las combinaciones más simples de la holoedría

triclínica. No olviden que este mineral pertenece a las **series de las plagioclasas** y es un mineral esencial y abundante en rocas de naturaleza granítica.

LA HOLOEDRÍA

La deducción de los elementos de simetría de esta clase se hace fácil si se utiliza la combinación más **elemental** que pueda ser posible entre sus formas, las cuales, por lógica, **todas** son formas abiertas. Como ya se indicó, la combinación más **simple** está en el poliedro limitado por el *pinacoide a* {100}, el *pinacoide b* {010} y el *pinacoide c* {001}.

Cuando tengan la ocasión de tener en sus manos un poliedro como los de la figura 3, podrán comprobar que no hay ejes ni planos de simetría. ¿Qué significa esto? Muy sencillo: que la **máxima simetría** posible en este sistema es un **centro de simetría (C)**.

Con el objeto de demostrar lo apuntado en el párrafo anterior, elijan cualquier modelo de la figura 3 y elaboren dos dibujos. En uno, utilicen el plano de proyección (100) y en el otro, usen el plano de proyección (010). En ambos casos, describan con detalle los ángulos entre los ejes cristalográficos y las caras pinacoidales.

La **mínima** simetría posible en el mundo cristalino se manifiesta en el sistema triclínico. Esto se expresa, primeramente, en la clase holoédrica:

1ª clase. Holoedría. Clase pinacoidal.

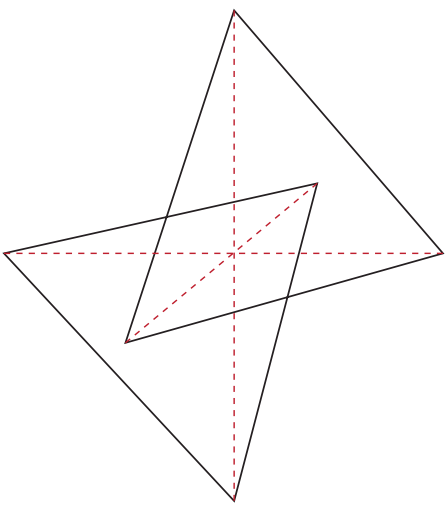
N = Dominio fundamental = 2 caras

C

Léase: Un **centro de simetría**.

En este escenario de baja simetría, el nombre de la clase holosimétrica proviene de la forma que corta a los 3 ejes cristalográficos, es decir, el pinacoide $\{hkl\}$. Si se consideran las distancias unitarias el símbolo de esta forma evidentemente sería $\{111\}$. En la figura 4 se presenta uno de los cuatro pinacoides **posibles** de este tipo que se denomina de **4ª especie u orden**, por la posición que guardan las 2 caras paralelas con los ejes de referencia.

En la figura 4 denoten los extremos de los ejes cristalográficos, resalten el centro de simetría. Utilicen el dibujo para describir la función del centro de simetría. En cada cara escriban los índices de Miller. Terminen la actividad y el escrito antes de terminar.



CENTRO DE SIMETRÍA C
Pinacoide {*hkl*}
4ª especie

Figura 4. Forma general de la clase principal del sistema triclínico. Se trata de dos caras paralelas entre sí que intersecan a los ejes cristalográficos.

En el archivo anexo de Word **Lección 9A** podrán observar que se tiene solo una clase más que representa o equivale a una hemiedría. Así es, una clase cuya simetría es igual a ¡cero! Por supuesto que un centro de simetría no se puede dividir en dos, esto es muy obvio. Se trata entonces de la mínima simetría posible en el mundo cristalino que, en forma específica, se aborda en la segunda clase:

2ª clase. La hemiedría hemimórfica. – Clase pedial. N = 1 cara.

Esta es la única clase de todos los grupos puntuales que no tiene elementos de simetría y, por lo tanto, expresa simple y sencillamente nula simetría. En efecto, todas las caras de estos cristales son pediones (figura 5).

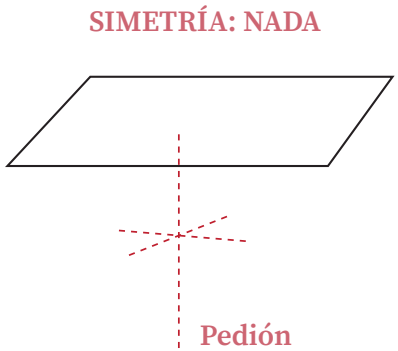


Figura 5. El pedión es una forma abierta constituida por una cara oblicua a un eje cristalográfico. En la figura, la cara corresponde con el pedión positivo {001}.

En esta clase hay muy pocos y raros minerales; no obstante, el único mineral más conocido es el **caolín o caolinita** que es un importante mineral utilizado en la industria de la cerámica.

HOLOEDRÍAS O FORMAS HOLOSIMÉTRICAS

La operación **exclusiva** del centro de simetría permite que cualquier cara de todo cristal de esta clase de simetría, debe tener otra cara opuesta, paralela y semejante. Al orientar cualquier cristal o modelo de esta clase, el criterio para denominar a los pinacoides es el **mismo** que se utilizó en los sistemas ortorrómbico y monoclínico. Así, el pinacoide frontal o primer pinacoide $\{100\}$, el pinacoide lateral o segundo pinacoide $\{010\}$ y el pinacoide basal o tercer pinacoide $\{001\}$, se distinguen fácilmente, porque cortan a un eje (**primer, segundo** y **tercer ejes**, respectivamente) y son **paralelos** a los otros dos (figura 7), tal y como se enuncia en la figura 6.

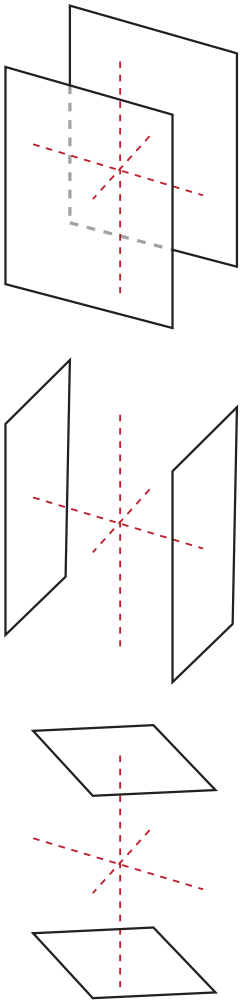
1	Pinacoides paralelos a 2 ejes cristalográficos
1.1	Pinacoide frontal o 1^{er} pinacoide
1.2	Pinacoide lateral o 2^{o} pinacoide
1.3	Pinacoide basal o 3^{er} pinacoide
2	Pinacoides paralelos a un solo eje cristalográfico
2.1	Pinacoides de 1^{er} orden o especie
2.2	Pinacoides de 2^{a} especie
2.3	Pinacoides de 3^{er} orden o posición
3	Pinacoides que cortan a los 3 ejes cristalográficos
3.1	Pinacoides de 4^{a} especie

Figura 6. Las holoedrías o formas holoédricas del sistema triclínico

Los pinacoides que son paralelos a un eje cristalográfico son positivos y negativos. Así pues, se tiene al pinacoide de primera especie positivo $\{0kl\}$ que es paralelo al primer eje y corta a los **ejes b** y **c** y al pinacoide negativo $\{0\bar{k}l\}$ (figura 8).

De la manera como está descrito en el párrafo anterior, describan y simbolicen en su forma general a los pinacoides de 2^{a} y 3^{a} especie. Terminen el escrito antes de terminar.

PINACOIDES



A - Primero
$(a:\infty b:\infty c)$
$\{100\}$

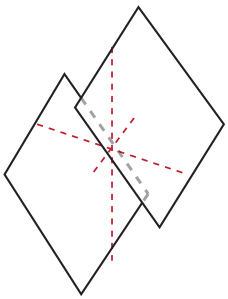
B - Segundo
$(\infty a:b:\infty c)$
$\{010\}$

C - Tercero
$(\infty a:\infty b:c)$
$\{001\}$

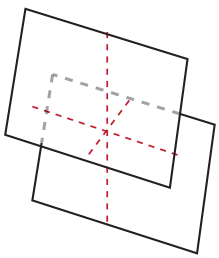
Figura 7. Pinacoides paralelos a 2 ejes cristalográficos, pinacoide frontal, lateral y basal

Una cara que corta a los tres ejes cristalográficos se duplica en otra cara paralela al ejercerse la operación de **inversión** que exige el **centro de simetría**. De esta manera, la contraparte de la cara (111) es la cara $(\bar{1}\,\bar{1}\,\bar{1})$ que juntas definen un **pinacoide de cuarta posición**. La orientación anterior se denomina derecha positiva $\{hkl\}$. Sin embargo, hay otras tres formas o pinacoides posibles de este tipo, dependiendo de la posición de la cara superior de cada uno: izquierdo positivo $\{h\bar{k}l\}$, derecho negativo $\{\bar{h}kl\}$ e izquierdo negativo $\{\bar{h}\bar{k}l\}$ (figuras 9 y 11).

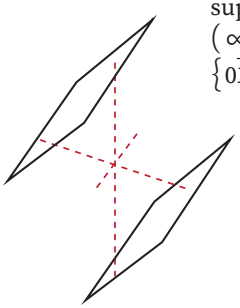
Es evidente que los pinacoides señalados en la figura 6 no pueden tener existencia **aislada** y solo pueden existir en **combinaciones**, cuya interpretación es dependiente de la elección que se haga de los ejes cristalográficos.



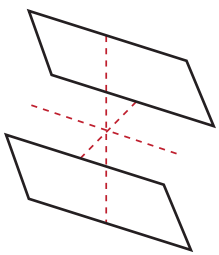
A - Derecho superior
$(\infty a : b : c)$
$\{011\}$



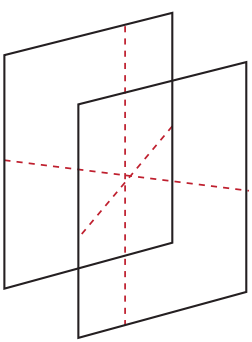
A - Anterior superior
$(a : \infty b : c)$
$\{101\}$



B - Izquierdo superior
$(\infty a : -b : c)$
$\{0\bar{1}1\}$



C - Anterior inferior
$(a : \infty b : -c)$
$\{10\bar{1}\}$



PINACOIDE $\{hk0\}$
3ª especie

Figura 8. Pinacoides paralelos a un eje cristalográfico. Pinacoides paralelos al primer eje o eje a, pinacoides paralelos al segundo eje o eje b y los paralelos al tercer eje o eje c.

Conviene precisar que más de un pinacoide del mismo tipo puede existir en un cristal, ya que son posibles diferentes posiciones para un mismo tipo.

Asimismo, en un cristal las formas pinacoidales positivas y negativas pueden ser independientes o combinadas.

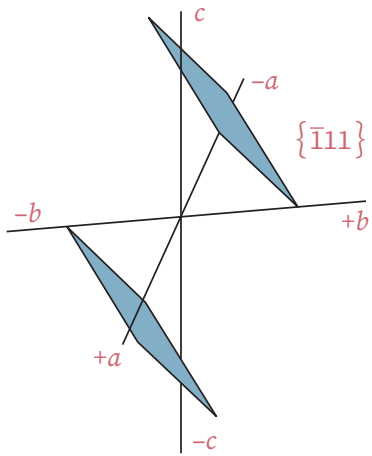


Figura 9. Pinacoide triclínico de 4ª especie $\{\bar{h}kl\}$. Noten que la intersección de la cara con el eje c es comúnmente asimétrica.

COMBINACIONES DE FORMAS HOLOÉDRICAS

Como ya fue precisado, todo cristal de la holoedría triclínica estará limitado por caras **pinacoidales**. En la figura 10 se muestran combinaciones entre pinacoides de primera, segunda y tercera especie, con los pinacoides *a, b* y *c*, respectivamente.

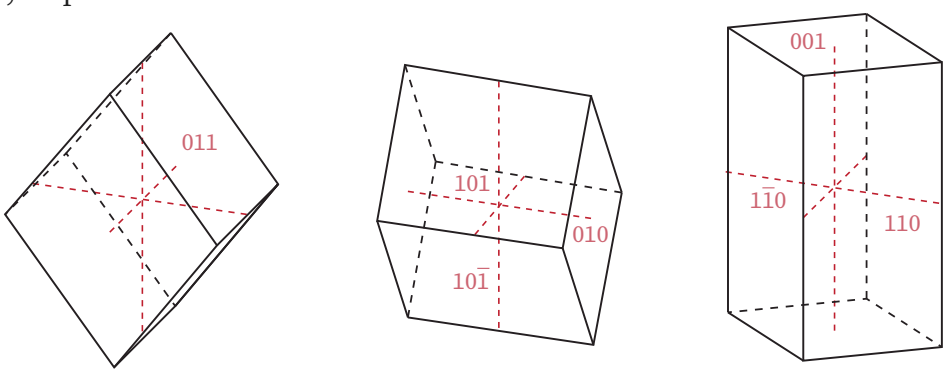


Figura 10. Combinaciones entre pinacoides paralelos a un eje y paralelos a dos ejes. Noten que en la combinación de la derecha se aplicó el convenio c > b > a, que es frecuentemente encontrado en los textos clásicos de Mineralogía.

Describan las combinaciones de formas de los poliedros de la figura 10. Terminen el escrito antes de continuar.

La figura 11 ilustra una combinación simétrica teórica entre los pinacoides de **cuarta especie**. La combinación que más se ajusta a la realidad es la observada en la figura del lado derecho.

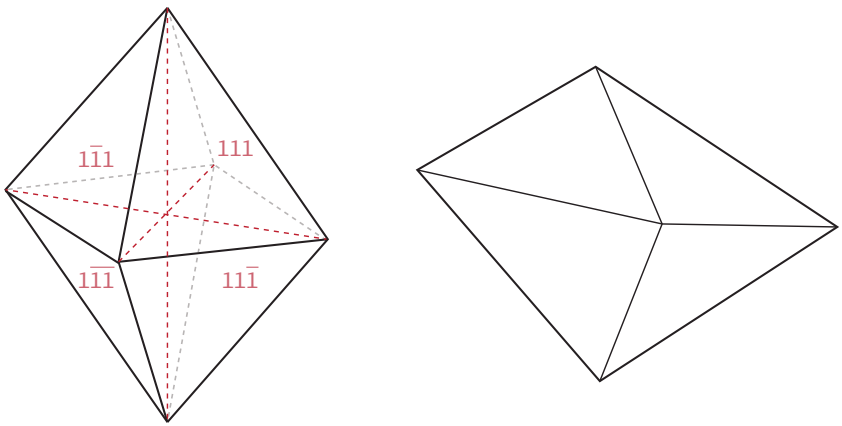


Figura 11. Combinación entre los pinacoides de cuarto orden. Las figuras semejan bipirámides. En algunos textos clásicos de Mineralogía las denominan bipirámides triclínicas, lo que es ¡TOTALMENTE INCORRECTO!

Utilicen cualquier modelo de la figura 11 para describir con detalle la combinación entre los pinacoides de cuarto orden. Señalen con diferentes colores los distintos pinacoides en ambos poliedros. Terminen el escrito antes de continuar.

En las figuras 12, 13, 14 y 15 se ilustran combinaciones de formas en cristales de algunos de los minerales más conocidos.

Los modelos de la figura 13 siguen el convenio c > b > a, porque se ajusta a la primera descripción que se hizo de la estructura cristalina. En general, el hábito cristalino de las demás plagioclasas es muy similar.

En la figura 14, el eje c y el eje a salen oblicuos al plano del papel. En contraste, la **manganaxinita** (no se muestra en esta lección) cristaliza en combinaciones más simples con el eje c más corto que en la **ferroaxinita**.

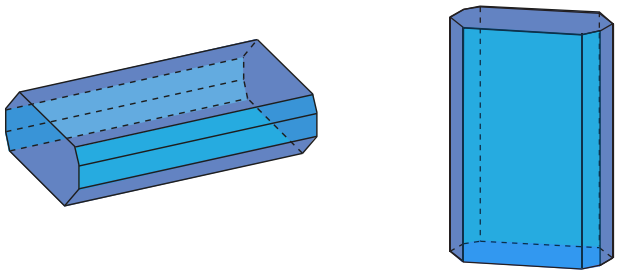


Figura 12. Modelo de cristal de cianita. Noten que el modelo de la izquierda está orientado conforme al convenio discutido en esta lección (b > a > c). No obstante, en los textos clásicos y recientes de Mineralogía, encontrarán la orientación de acuerdo con el modelo del lado derecho, según el convenio c > b > a, que fue optado en la primera descripción de la estructura interna del mineral

*Describan las combinaciones de formas en ambas orientaciones del cristal de **cianita**. Terminen el escrito antes de continuar.*

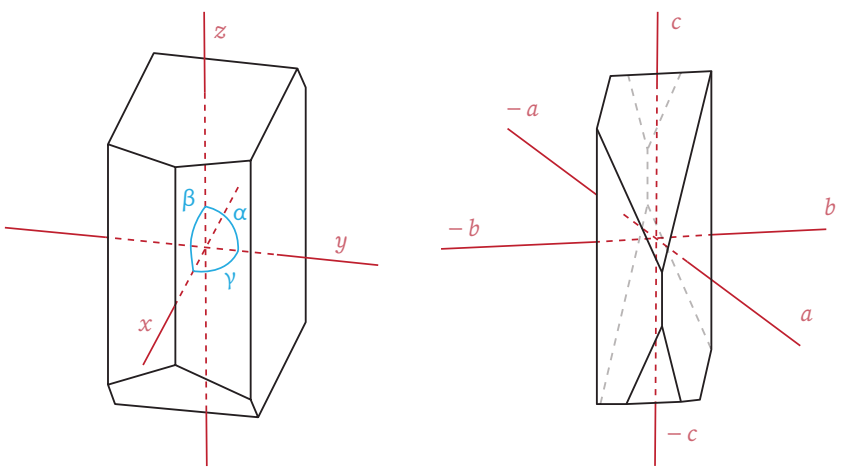


Figura 13. Modelos de cristales de albita. El modelo de la izquierda está elongado respecto al *eje c* y su hábito es muy parecido al de la ortoclasa (monoclínico), al de la anortita y al de la microclina. El modelo de la derecha está elongado respecto al *eje c* (también puede haber cristales elongados respecto al *eje b*).

Describan las combinaciones de formas en los modelos de cristales de la figura 13. Terminen el escrito antes de continuar.

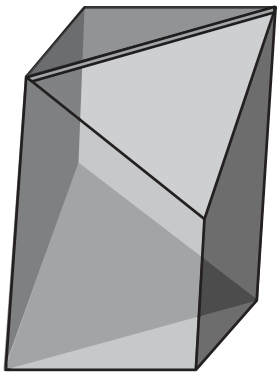


Figura 14. Modelo de cristal de ferroaxinita. La orientación está acorde con la estructura cristalina. El eje a sale de la mitad de la arista inclinada que está al centro; se nota también escaso desarrollo de la cara que corresponde con el pinacoide basal (cara muy delgada que parece arista).

Describan las combinaciones de formas del modelo de la figura 14. Terminen el escrito antes de continuar.

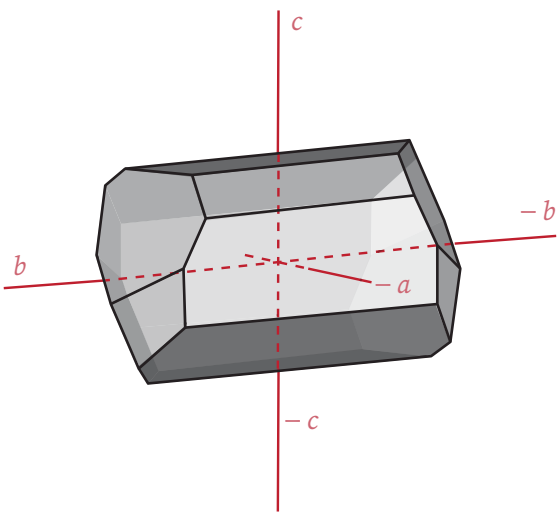


Figura 15. Modelo de cristal de wollastonita. Este mineral es más común en el sistema triclínico, ya que también puede cristalizar en el sistema monoclínico. Noten que el cristal se presenta girado.

Describan las combinaciones de formas en el modelo de cristal de la figura 15. Terminen el escrito antes de continuar.

LA ÚNICA HEMIEDRÍA

De los **32 grupos puntuales**, esta hemiedría es la **única** clase que manifiesta ausencia total de simetría. Al derivarse de la clase holoédrica, la única forma posible es el **pedión o forma pedial**.

Hemimorfias

1	Pediones paralelos a 2 ejes cristalográficos
1.1	1os pediones
1.2	2os pediones
1.3	3os pediones
2	Pediones paralelos a un solo eje cristalográfico
2.1	Pediones de 1^{a} especie
2.2	Pediones de 2^{a} especie
2.3	Pediones de 3^{a} especie
3	Pediones que cortan a los 3 ejes cristalográficos
3.1	Pediones de 4^{a} especie

Recordarán que un pedión es una **forma abierta** conformada por una **cara única**. Esta forma está presente en un cristal cuando una cara no tiene otra equivalente en relación de simetría, precisamente por la **falta** de los elementos necesarios. La contraparte del pedión es el pinacoide, entonces cada uno de los pediones señalados **deriva** de su respectivo pinacoide (figuras 8 y 9; comparen con figura 16).

Como ya se ha comentado, la **baja simetría** es concordante, en general, con la **escasa** abundancia de minerales. En esta clase cristalizan muy pocos y

raros minerales; como ya fue señalado, la **caolinita** es el mineral más conocido de esta clase.

En la figura 17 se presenta un modelo de cristal de **caolinita**. Los cristales de este mineral son muy raros, manifiestan marcado hábito tabular y llegan a tener un tamaño máximo de 2 mm. Generalmente, los cristales se observan con más frecuencia a escala microscópica.

*Orienten el modelo de cristal de la **figura 16** y describan las combinaciones de formas. Terminen el dibujo y el escrito antes de continuar.*

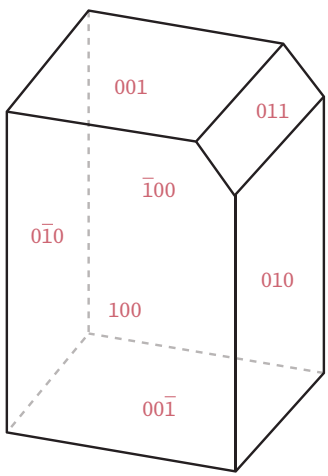


Figura 16. Modelo de un cristal de la clase pedial. Todas las caras son pediones. Noten la falta del centro de simetría.

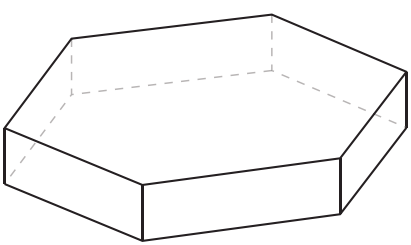


Figura 17. Modelo de cristal de caolinita. Todas las caras son pediones. El eje c es vertical y es paralelo al plano de la hoja de papel.

*En la **figura 17** orienten los ejes a y b en ángulos entre ellos y con el eje c mayores a 90°. Describan las combinaciones de formas. Terminen el dibujo y el escrito antes de continuar.*

Actividades para desarrollar

1. Conforme vayan avanzando en la lectura y comprensión de la lección, realicen las actividades señaladas con letra *cursiva*, las cuales deberán de reportar antes de la fecha solicitada.
2. Escriban las fórmulas químicas de **7 minerales** del sistema triclínico y describan el compuesto. Se requiere que abran el archivo anexo **Lección 9A**.
3. Repasen la orientación de los **ejes cristalográficos del sistema triclínico** con el uso del *Tutorial de Mineralogía*. Abran la carpeta anexa **MINE TUTORIAL**, dar clic en *Mineralogy_Tutorials*, ingresan al módulo II y den clic exclusivamente en el botón **crystal classes** y luego den clic en **triclinic**.
4. Abran la página: **https://gemologiamllopis.com/cristalografia/#a** y repasen todas las formas del sistema triclínico, con el uso del submenú que se tiene al pie de cada una. Traten de identificar errores.
5. Abran los archivos contenidos en la carpeta **MODELOS TRI**. Se trata de que construyan en cartulina (preferiblemente gruesa), en el orden indicado, los modelos cristalográficos. Para tal propósito, deberán imprimir los PDF en cartulina, recortar con tijera la plantilla de la forma, doblar por todas las líneas y pegar las pestañas en los lugares respectivos. Una vez construidos los modelos elaboren, además, una ficha para cada modelo que considere:

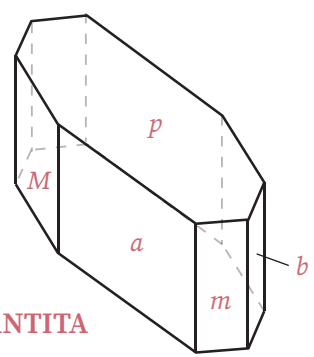
    1. Croquis del modelo **con la ubicación de la cruz axial**.
    2. Determinen y escriban los **elementos de simetría**. Identifiquen y escriban **el grupo puntual**.
    3. Reconozcan y escriban las **combinaciones de formas**.
    4. Deduzcan los **índices de Miller** solo de la cara principal de cada forma.

6. Una vez construidos los modelos cristalográficos, **repasen** las combinaciones de formas que existen en las **2 clases de cristales**.
7. Para reforzar sus conocimientos, también pueden ingresar en la sección de Cristalografía de los sitios:

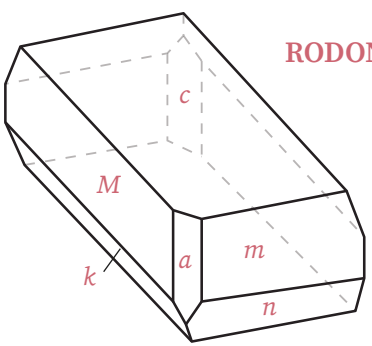
webmineral.com
mindat.gob
minsocam.org
mineralienatlas.de

Para pensar...

1. Deberán responder las preguntas que están distribuidas en el texto de la lección, solo las que están señaladas con un asterisco (*), y reportarlas en la fecha solicitada.
2. ¿Por qué no es posible la existencia de bipirámides triclínicas?
3. Conforme a los modelos de cristales presentados en esta lección y la lección anterior, ¿cuáles son las diferencias entre un cristal de ortoclasa y un cristal de albita?
4. Identifiquen las **combinaciones de formas** en los 2 modelos de cristales abajo ilustrados. En cada uno de los modelos, determinen el índice de Miller de las caras señaladas con letras.



CALCANTITA



RODONITA

Notas importantes:

Las ACTIVIDADES PARA DESARROLLAR señaladas en los puntos 1, y 2, así como en los puntos 1, 2, 3 y 4 en PARA PENSAR... deberán enviarse a más tardar en la fecha solicitada.

La actividad contemplada en el punto 5 deberá entregarse en un reporte en fecha por definir.

Los puntos 3, 4, 6 y 7, son actividades para realizar, con objeto de reforzar el aprendizaje, es muy importante que las lleven a cabo. Deben de tener presente en todo momento, los objetivos de aprendizaje. También es de gran importancia que sigan cuidadosamente la secuencia de estudio.

NOTA:

La comunicación se debe dar en todas sus formas y manifestaciones. En el tema de Cristalografía, se ha justificado plenamente, desde el punto de vista didáctico, el predominio de la comunicación escrita. Ante estas exigencias, es normal que domine la comunicación escrita profesor → alumno, pero es **anormal** que, en el contexto de una clase a distancia, la comunicación escrita alumno → profesor sea **mínima**. Es de gran importancia que ustedes sigan cultivando sus capacidades para comunicarse en forma escrita. No se dejen llevar, ni atrapar, ni engañar por las numerosas apariencias que encierra el mundo predominantemente visual en el que estamos inmersos. Pero eso sí, en cualquier situación o circunstancia, en todo buen aprendizaje está implícito un gran esfuerzo.

BIBLIOGRAFÍA

CORNELIUS, K., DUTROW, B. *Mineral Science* (ISBN-13 :978-0471-72157-4). New York: John Wiley, 2008.

DANA, J. M., SALISBURY, DANA E. *Danas' New Mineralogy* (ISBN 0471193100). 8nd edition New York: John Wiley, 1997.

GARZA-GONZALEZ V., C. *Principios de Cristalografía Morfológica*. Inédito, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2020.

OLSACHER, J. *Introducción a la Cristalografía.* Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba (Argentina), 1946.

NESSE, WILLIAM D. *Introduction to Mineralogy* (ISBN 9780190618384). Third edition New York, Oxford University Press, 2017.

SALISBURY, DANA, E., FORD, WILLIAM, E. *Tratado de Mineralogía* CECSA, México, D.F., 1986.

WADE, F., A., MATTOX, R., B. *Elements of Crystallography and Mineralogy*. New York : Harper & Brothers, Publishers, 1960.

ANEXOS

Lección 1A

En general, cualquier mineral puede cristalizar en alguno de los 7 sistemas cristalográficos:

1.- SISTEMA CÚBICO O ISOMÉTRICO
5 clases

2.- SISTEMA TETRAGONAL
7 clases

3.- SISTEMA HEXAGONAL
7 clases

4.- SISTEMA TRIGONAL O ROMBOÉDRICO
5 clases

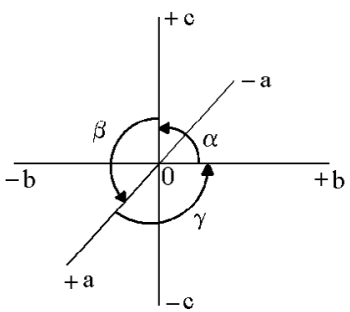
5.- SISTEMA ORTORRÓMBICO O RÓMBICO
3 clases

6.- SISTEMA MONOCLÍNICO
3 clases

7.- SISTEMA TRICLÍNICO
2 clases

Lección 2A

LA CRUZ AXIAL



Ejes cristalográficos: a, b, c

Ángulos cristalográficos:

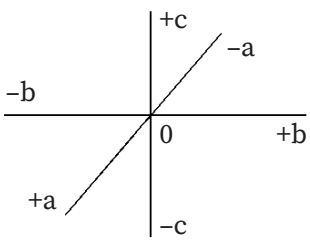
α entre c y b

β entre c y a

γ entre a y b

LOS SISTEMAS CRISTALOGRÁFICOS

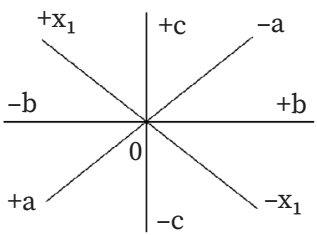
SISTEMA CÚBICO



$a = b = c$

$\alpha = \beta = 90°$

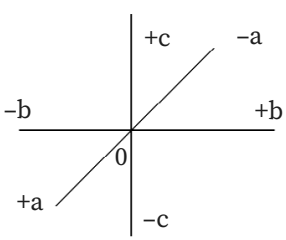
SISTEMA HEXAGONAL Y TRIGONAL



$a = b = x_1 \neq c$

$\alpha = \beta = 90° \neq \gamma = 120°$

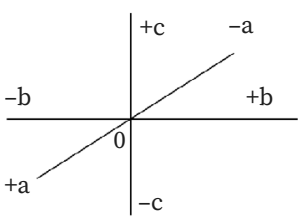
SISTEMA TETRAGONAL



$a = b \neq c$

$\alpha = \beta = \gamma = 90°$

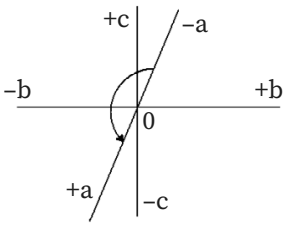
SISTEMA ORTORÓMBICO



$a \neq b \neq c$

$\alpha = \beta = \gamma = 90°$

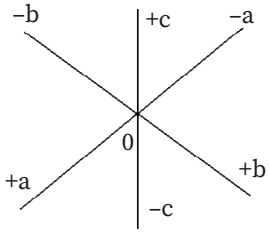
SISTEMA MONOCLÍNICO



$a \neq b \neq c$

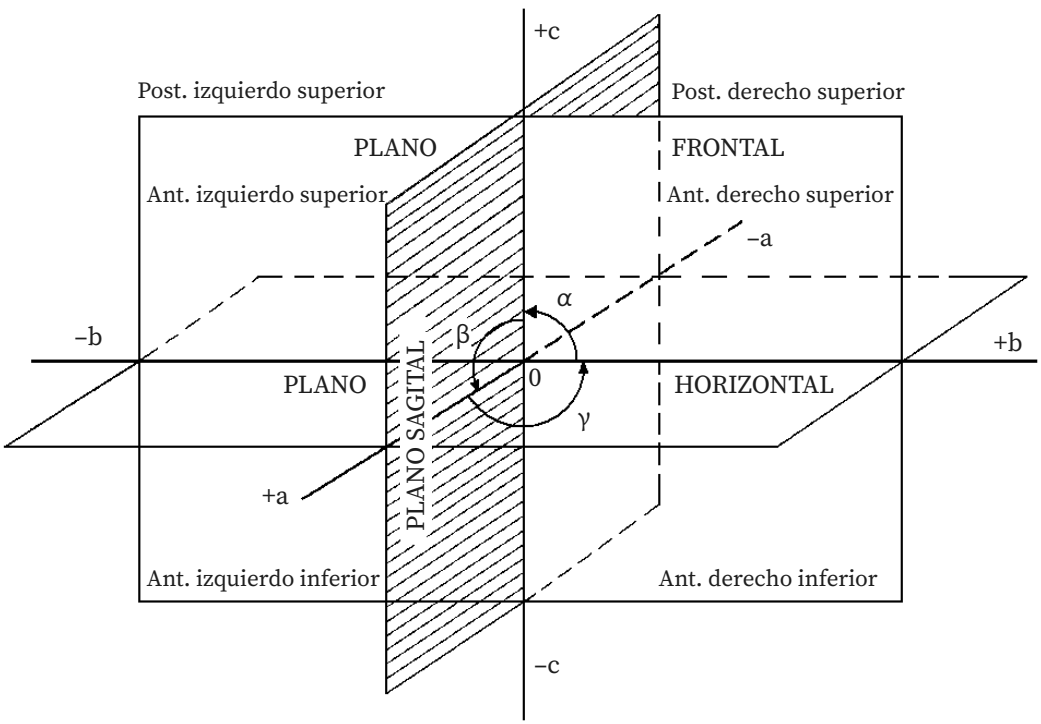
$\alpha = \gamma = 90° \neq \beta > 90°$

SISTEMA TRICLÍNICO



$a \neq b \neq c$

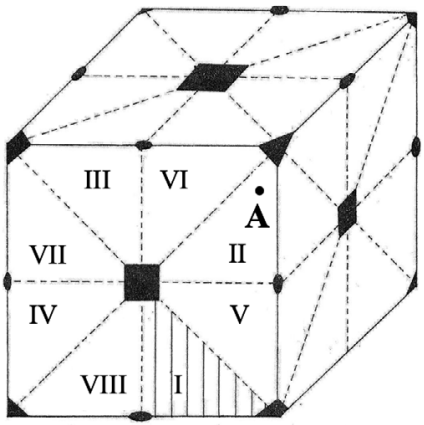
$\alpha \neq \beta \neq \gamma = 90°$

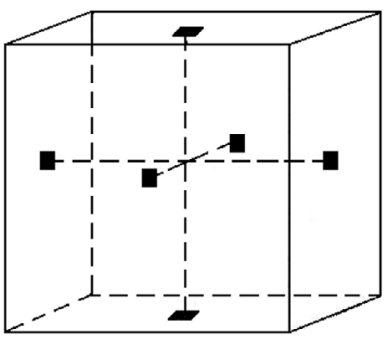


Los elementos cristalográficos de un cristal; los tres ejes y los planos (determinados por ellos) que dividen al cristal en 8 octantes.

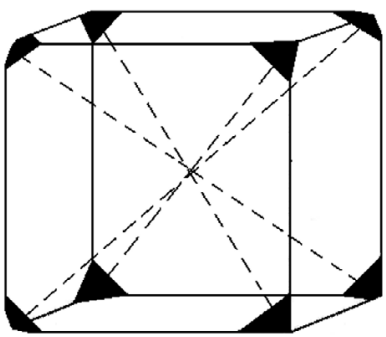
Lección 3A

El *dominio fundamental* en el cubo. Cubo dividido en 48 dominios fundamentales, mediante planos de simetría. Partiendo de un punto A, en el interior de un dominio fundamental se obtienen otros 47, mediante las operaciones de simetría indicadas por los ejes y planos propios del cristal.

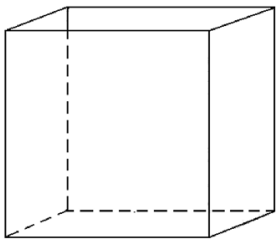




Los ejes de simetría cuaternaria coinciden con los ejes cristalográficos en la clase normal del Sistema Cúbico.



Los cuatro ejes de simetría ternaria son las diagonales del cubo y unen sus vértices opuestos.



Exaedro o cubo

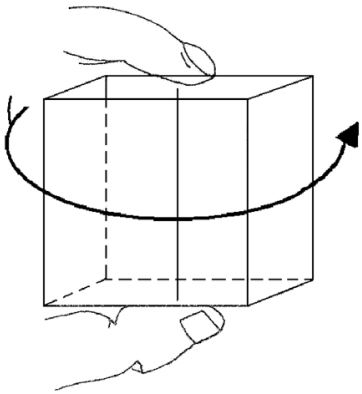
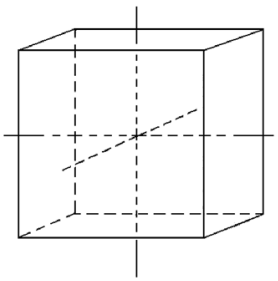


Figura a



Ejes de simetría cuaternaria

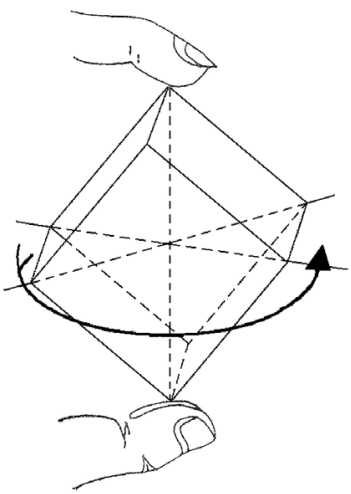


Figura b

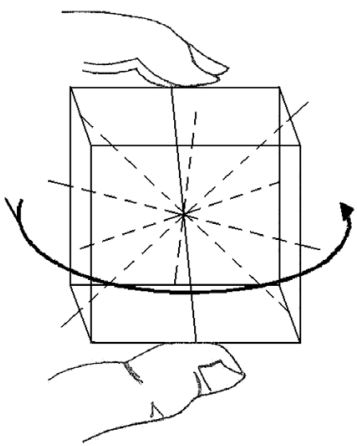


Figura c

Modo de tomar un cristal (cubo), para encontrar sus ejes de simetría. En las figuras a, b y c se han hallado respectivamente un E_4, E_3 y un E_2.

FORMAS DEL SISTEMA CÚBICO

HOLOEDRÍAS O FORMAS HOLOÉDRICAS

1. Cubo
2. Octaedro
3. Rombododecaedro o dodecaedro
4. Tetraexaedro
5. Trisoctaedro
6. Trapezoedro
7. Hexoctaedro

HEMIMORFIAS

1. Cubo
2. Rombododecaedro
3. Tetraexaedro
4. Octaedro
5. Tristetraedro
6. Dodecaedro Deltoide (Deltoedro)
7. Extetraedro
8. Tetraedro

ENANTIOMORFIAS

1. Cubo
2. Dodecaedro
3. Tetraexaedro
4. Octaedro
5. Trapezoedro
6. Trisoctaedro
7. Giroide (Icositetraedro)

PARAMORFIAS

1. Cubo
2. Rombododecaedro
3. Octaedro
4. Trapezoedro
5. Trisoctaedro
6. Piritoedro o Dodecaedro Pentagonal
7. Diploide (Diploedro)

TETARTOEDRIAS

1. Cubo
2. Octaedro
3. Rombododecaedro
4. Trapezoedro
5. Trisoctaedro
6. Piritoedro
7. Tetartoide (Tristetraedro pentagonal)

CLASES DEL SISTEMA CÚBICO O ISOMÉTRICO

1ª. Clase. - Holoedría. - Clase Hexoctaedral. N = 48 caras

$$3E_4 + 4E_3 + 6E_2 + 3Phom. + 6Pd + C$$

Ejs. de minerales: Argentita (Ag_2S); galena (PbS); cuprita (Cu_2O); espinela ($MgAl_2O_4$); magnetita (Fe_3O_4); uranita (UO_2); pentlandita (Fe, Ni)$_9S_8$; loparita (Na, Ce, Ca) (Nb, Ti)O_3; pirocloro (Na, Ca)$_2$(Nb, Ti)$_2O_6$(F, OH), etc.

2ª. Clase. - Hemiedría Hemimórfica. - Hextetraedral. N = 24

$$4E_3 + 3E_2 + 6P$$

Ejs. de minerales: Esfalerita (Fe, Zn) S; tetraedrita (Cu, Fe)$_{12}Sb_4S_{13}$, etc.

3ª. Clase. - Hemiedría paramórfica. – Diploidal (Piritoedral). N = 24

$$4E_3 + 3E_2 + 3P + C$$

Ejs. de minerales: Pirita (FeS_2); esmaltita (Co, Ni) As_{3-X}; sperrylita ($PtAs_2$), etc.

4ª. Clase. - Hemiedría Enantiomórfica. - Giroidal. N = 24

$$3E_4 + 4E_3 + 6E_2$$

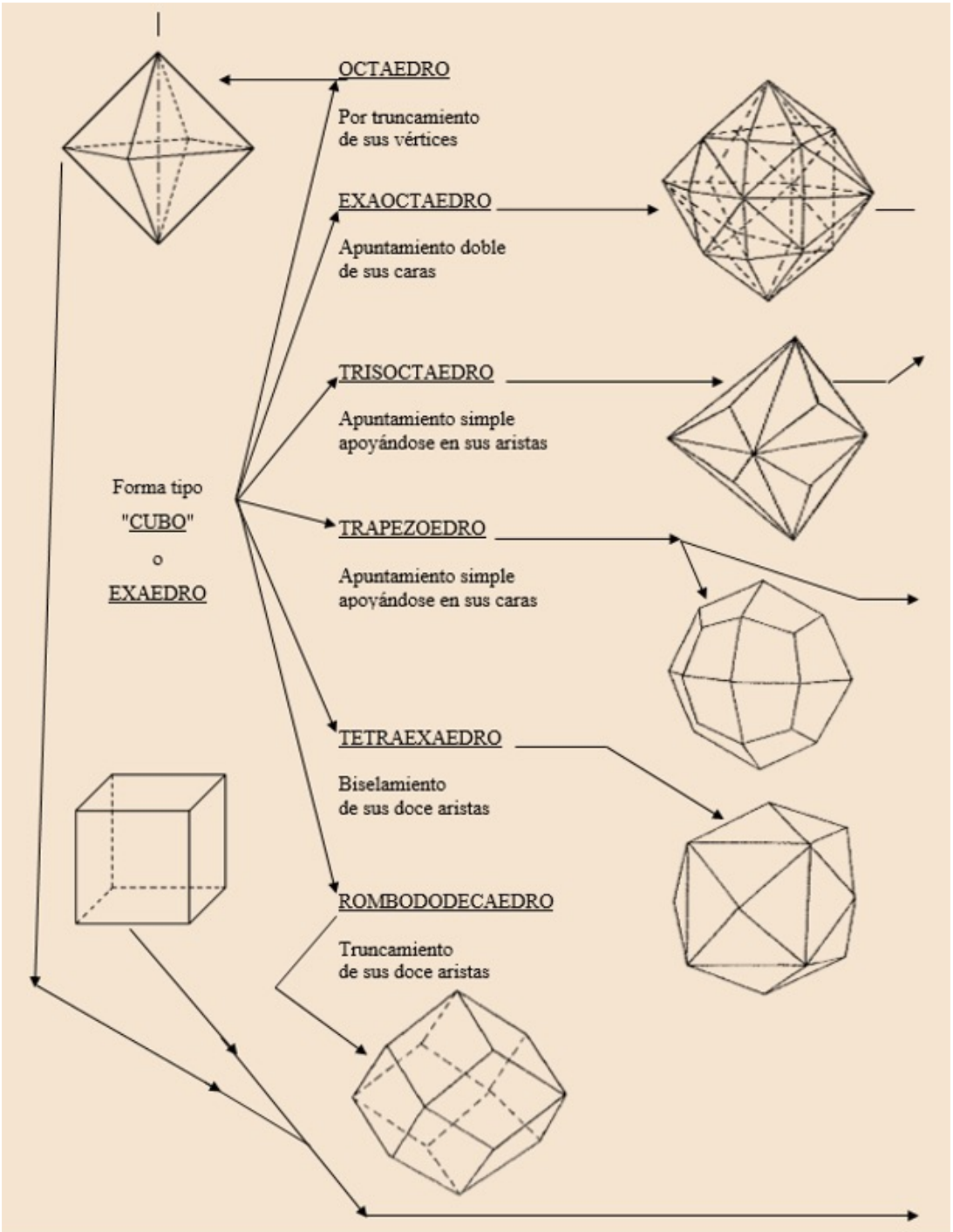
Ejs. de minerales: En esta clase hay muy pocos y muy raros minerales

5ª. Clase. - Tetartoedría. - Tetartoidal. N = 12

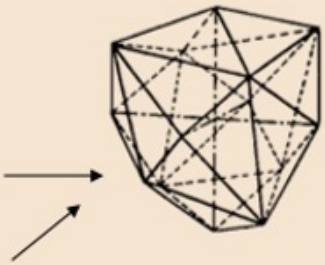
$$4E_3 + 3E_2$$

Ejs. de minerales: Cobatita (CoAsS); ullmannita (NiSbS), etc.

Lección 3C

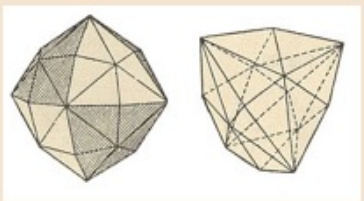

OCTAEDRO
Por truncamiento
de sus vértices
EXAOCTAEDRO
Apuntamiento doble
de sus caras
TRISOCTAEDRO
Apuntamiento simple
apoyándose en sus aristas
Forma tipo
"CUBO"
o
EXAEDRO
TRAPEZOEDRO
Apuntamiento simple
apoyándose en sus caras
TETRAEXAEDRO
Biselamiento
de sus doce aristas
ROMBODODECAEDRO
Truncamiento
de sus doce aristas

Lección 3D



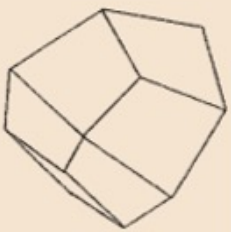
EXTETRAEDRO

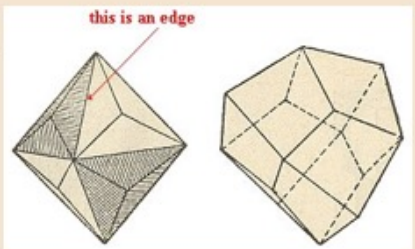
Deriva del exaoctaedro por desarrollo de octantes alternos

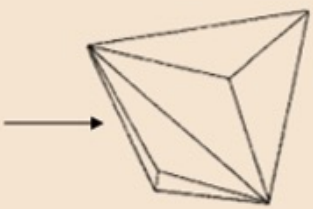


DODECAEDRO DELTOIDE

Deriva del trisoctaedro triangular por desarrollo de octantes alternos

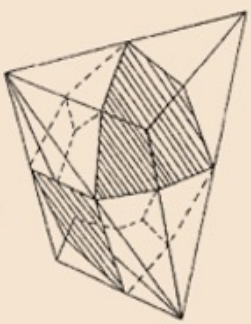






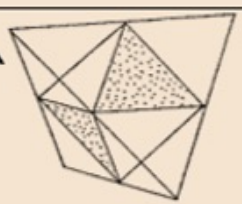
TRISTETRAEDRO

Deriva del trapezoedro en el que sólo se han desarrollado cuatro octantes alternos

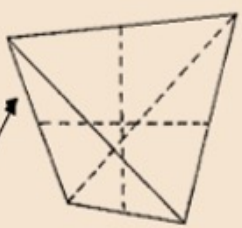


TETRAEDRO

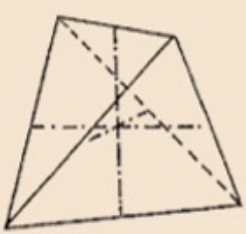
Deriva del cubo por truncadura de la mitad alterna de sus vértices. También puede proceder del octaedro por desarrollo de octantes alternos



Derivación del tristetraedro a partir del trapezoedro



POSITIVO



NEGATIVO

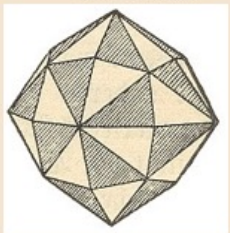
Lección 3E

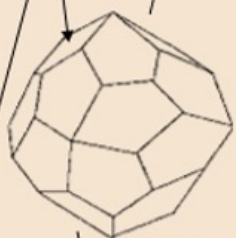
GIROIDE

DIPLOIDE

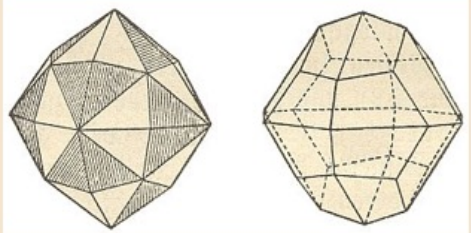
Deriva del Exaoctaedro por desarrollo de sus caras alternas

Deriva del Exaoctaedro por desarrollo de sus caras alternas de dos en dos





IZQUIERDO

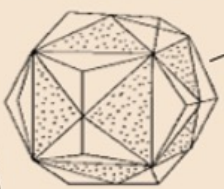


PIRITOEDRO

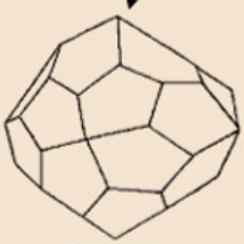
(DODECAEDRO PENTAGONAL)

NEGATIVO

Deriva del Tetraexaedro por desarrollo de sus caras alternas



POSITIVO



DERECHO

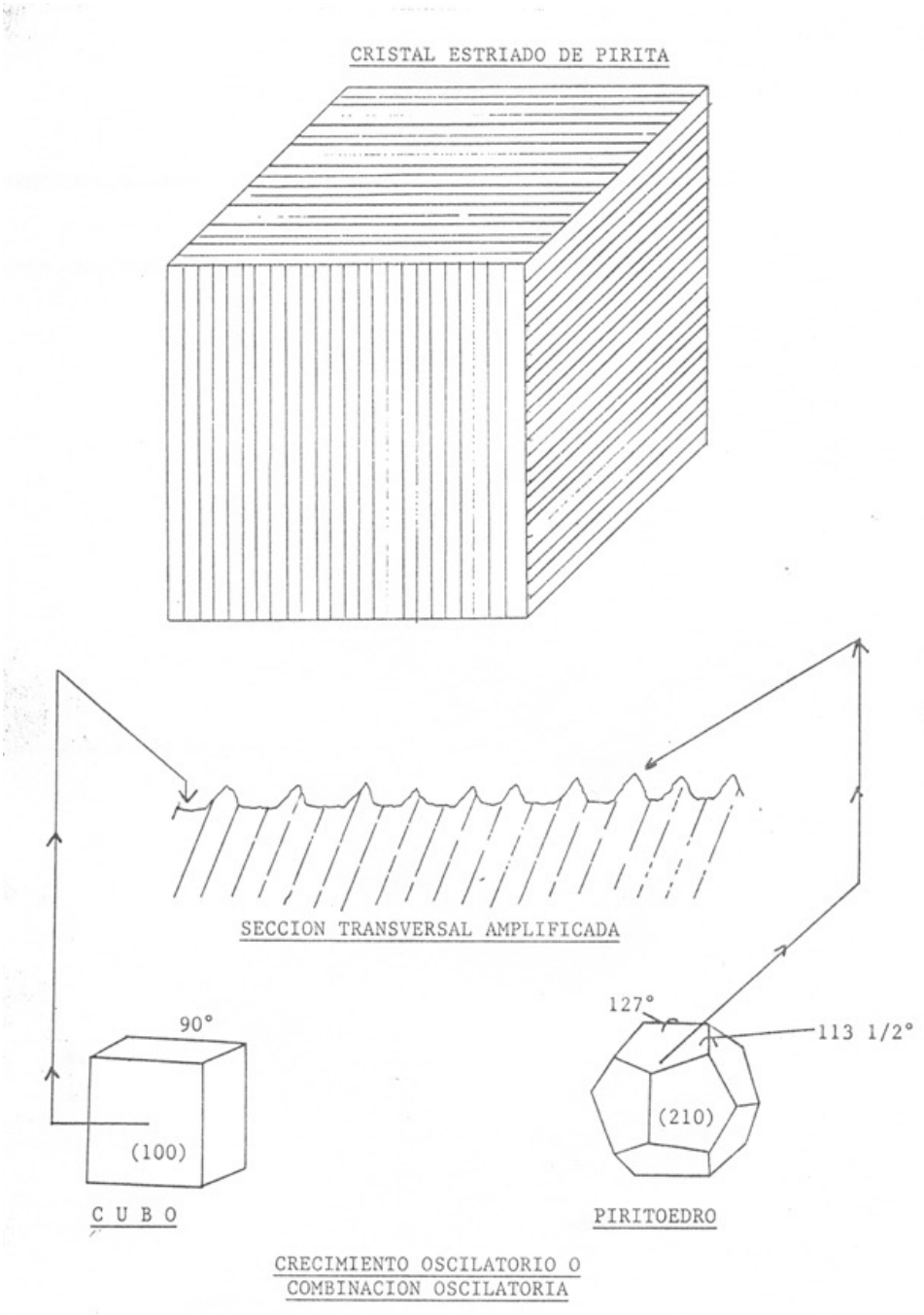
TETARTOIDE

Deriva del Exaoctaedro por desarrollo de una cuarta parte de sus caras alternas. Es por lo tanto, forma tetartoédrica

IZQUIERDO

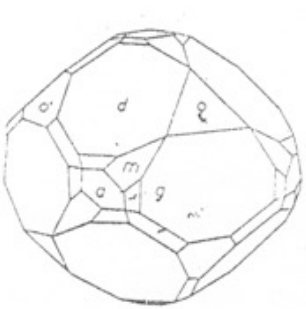
DERECHO

Lección 3F

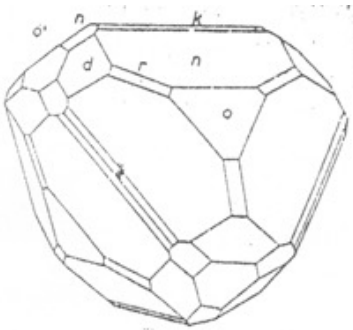


CRECIMIENTO OSCILATORIO O
COMBINACION OSCILATORIA

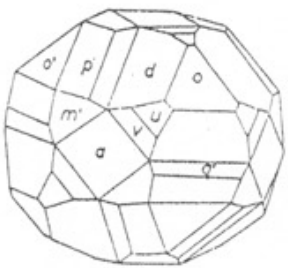
Lección 3G



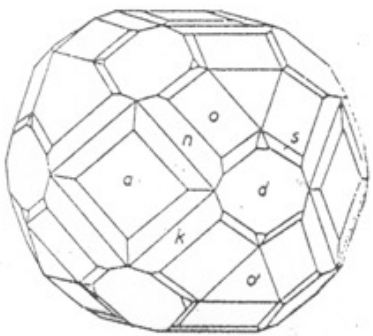
BLENDA



TETRAEDRITA

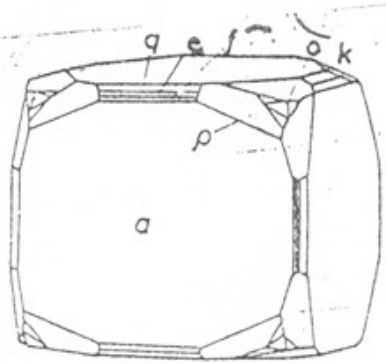


BLENDA



TETRAEDRITA

CRISTALES COMPLEJOS

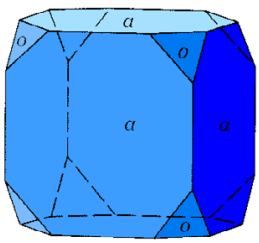


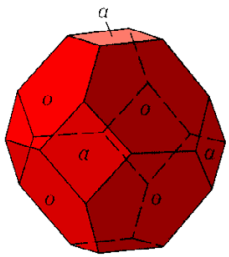
ULLMANNITA

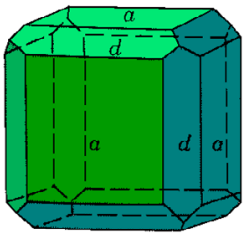
CRISTAL RARISIMO

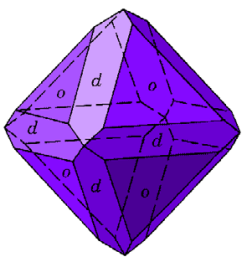
CONTENIDO
L.1
L.2
L.3
L.4
L.5
L.6
L.7
L.8
L.9
A.1
A.2
A.3
A.4
A.5
A.6
A.7
A.8
A.9

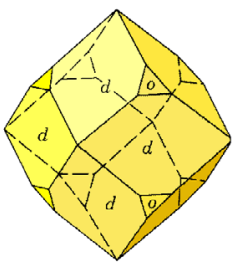
Lección 3H

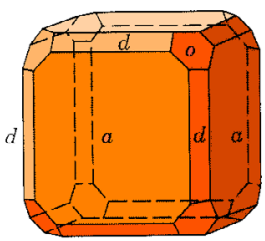

a
o
a
o
a
o

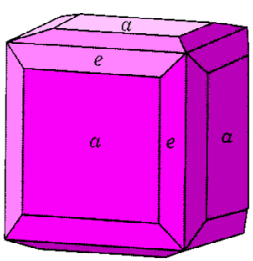

a
o
o
a
a
o
o

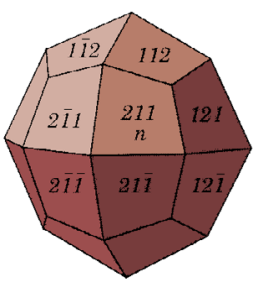

a
d
a
d
a

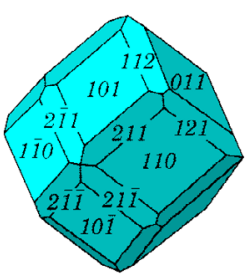

d
o
o
d
d
o
d
o

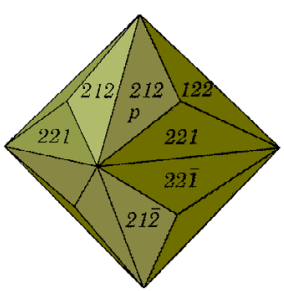

d
o
d
d
d
o

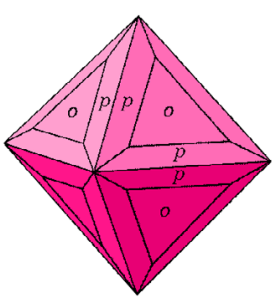

d
o
d
a
d
a

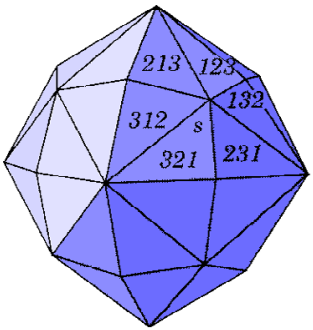

a
e
a
e
a

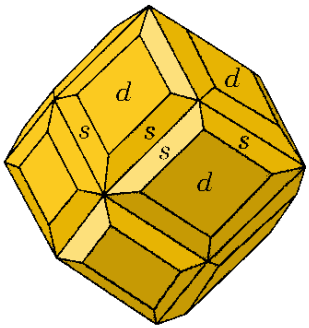

1$\bar{1}$2
112
2$\bar{1}$1
211
n
121
2$\bar{1}\bar{1}$
21$\bar{1}$
12$\bar{1}$

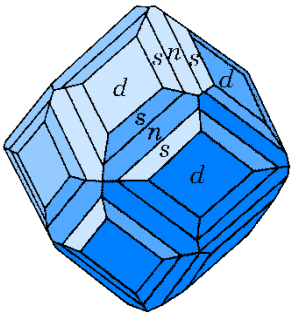

112
101
011
2$\bar{1}$1
211
121
1$\bar{1}$0
110
2$\bar{1}\bar{1}$
21$\bar{1}$
10$\bar{1}$

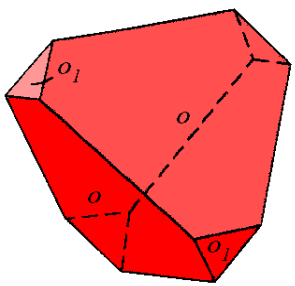

212
212
122
p
221
221
22$\bar{1}$
21$\bar{2}$

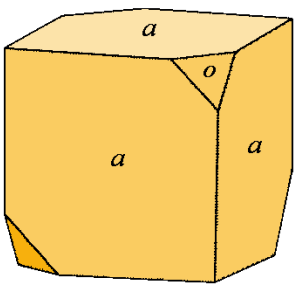

o
p
p
o
p
p
o

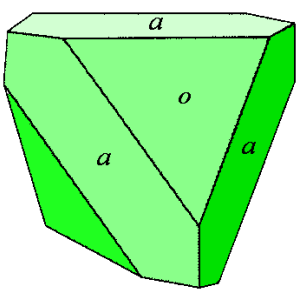


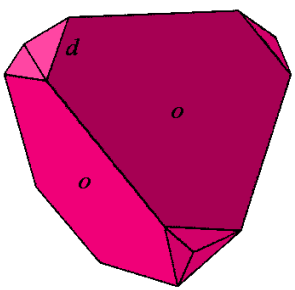


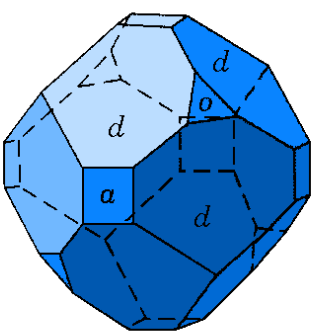


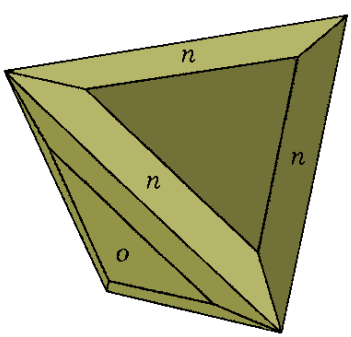




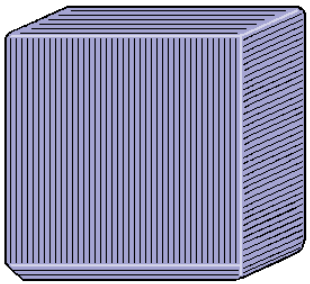


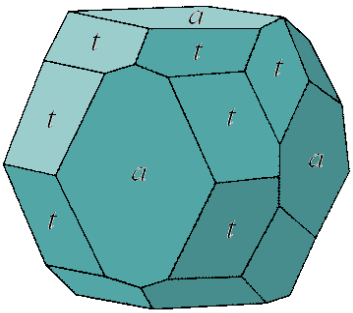


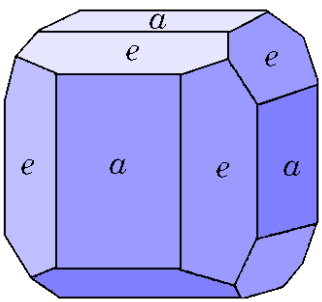


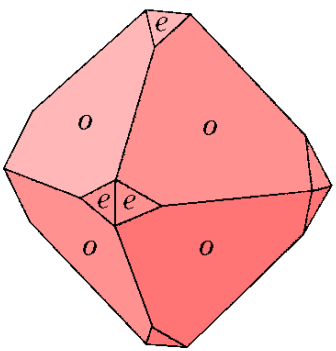


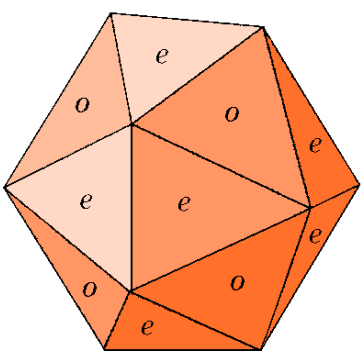
CONTENIDO
L.1
L.2
L.3
L.4
L.5
L.6
L.7
L.8
L.9
A.1
A.2
A.3
A.4
A.5
A.6
A.7
A.8
A.9

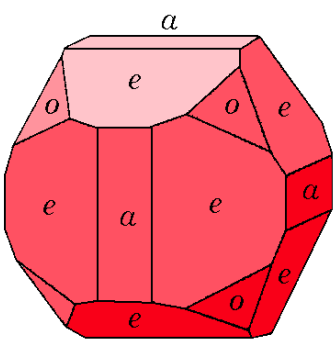



a
t
t
t
t
t
a
t
t
a


a
e
e
e
a
e
a


e
o
o
e
e
o
o


e
o
o
e
e
e
e
o
o
e


a
e
o
o
e
e
a
e
a
e
e

Lección 4A

CLASES DE SISTEMA TETRAGONAL

1ª. Clase. - Holoedría. - Bipiramidal ditetragonal. N = 16

$$E_4 + 2\,E_2 + 2\,E'_2 + 2P + 3P' + C$$

Ejs. de minerales: zircón ($ZrSiO_4$), rutilo (TiO_2), casiterita (SnO_2), vesubianita [$Ca_{19}(Al, Mg)_{13}B_{0-5}Si_{18}O_{68}(OH, O, F)_{10}$], pirolusita ($MnO_2$), ordoñezita ($ZnSb_2O_6$), Jalpaíta ($Ag_3CuS_2$), stishovita ($SiO_2$), braunita ($Mn_2O_3$), hausmanita ($Mn_2O_4$), melita $Al_2[C_6(COO)_6]16H_2O$, fosgenita [$Pb_2(CO_3)\,Cl_2$], etc.

2ª. Clase. - Hemiedría Enantiomórfica. - Trapezoedral tetragonal. N = 8

$$E_4 + 2E_2 + 2E'_2$$

Ejs. de minerales: Uytenbogaardita (Ag_3AuS_2), etc.

3ª. Clase. - Hemiedría Paramórfica. - Bipiramidal tetragonal. N = 8

$$E_4 + P_H + C$$

Ejs. de minerales: Scheelita ($CaWO_4$), wulfenita ($PbMoO_4$), leucita ($KAlSi_2O_6$) series de la escapolita: [marialita ($3NaAlSi_3O_8NaCl$) a meionita ($3CaAl_2Si_2O_8\,CaCO_3$)], etc.

4ª. Clase. - Hemiedría Hemimórfica. - Piramidal ditetragonal. N = 8

$$E4 + 2P + 2P'$$

Ejs. de minerales: diaboleíta [$(Pb_2CuCl_2(OH)_4$], etc.

5ª. Clase. - Tetartoedría. - Piramidal tetragonal. N = 4

$$E_4$$

Ejs. de minerales: Braggita (Pt, Pd, Ni) S, etc.

6ª. Clase. - Hemiedría con eje de reflexión (el eje 4 se convierte en 2) Escalenoedral tetragonal. N = 8

$$E_2 + 2E'_2 + 2P$$

Ej. de minerales: calcopirita ($CuFeS_2$), etc.

7a. Clase. - Tetartoedría con eje de reflexión. - Esfenoidal o biesfenoidal. N = 4

$$E_2$$

Ejs. de minerales: Cahnita [$Ca_2B(AsO_4)(OH)_4$], wulfenita ($PbMoO_4$), etc.

FORMAS DEL SISTEMA TETRAGONAL

HOLOEDRÍA

1. Formas con caras paralelas al eje c

   Prisma tetragonal de primera especie

   Prisma tetragonal de segunda especie

   Prisma ditetragonal

2. Formas con caras oblicuas al eje c

   Bipirámide tetragonal de primera especie

   Bipirámide tetragonal de segunda especie

   Bipirámide ditetragonal

3. Formas con caras perpendiculares al eje c

   Pinacoide basal

Enantiomorfias

1. Prisma tetragonal de 1ª esp.
2. Prisma tetragonal de 2ª esp.
3. Prisma ditetragonal
4. Bipirámide tetragonal de 1ª esp.
5. Bipirámide tetragonal de 2ª esp.
6. Trapezoedros tetragonales
7. Pinacoide basal

Paramorfias

1. Prisma tetragonal de 1ª esp.
2. Prisma tetragonal de 2ª esp.
3. Prismas tetragonales de 3ª esp.
4. Bipirámide tetragonal de 1ª esp.
5. Bipirámide tetragonal de 2ª esp.
6. Bipirámides tetragonales de 3ª esp.
7. Pinacoide basal

Hemimorfias

1. Prisma tetragonal de 1ª esp.
2. Prisma tetragonal de 2ª esp.
3. Prisma ditetragonal
4. Pirámides tetragonales de 1ª esp.
5. Pirámides tetragonales de 2ª esp.
6. Pirámides ditetragonales
7. Pediones tetragonales

Tetartoedría

1. Prisma tetragonal de 1ª esp.
2. Prisma tetragonal de 2ª esp.
3. Prisma tetragonal de 3ª esp.
4. Pirámide tetragonal de 1ª esp.
5. Pirámide tetragonal de 2ª esp.
6. Pirámides tetragonales de 3ª esp.
7. Pediones tetragonales

Hemiedría con $(E_4)^R$

1. Prisma tetragonal de 1ª esp.
2. Prisma tetragonal de 2ª esp.
3. Prisma ditetragonal
4. Bipirámide tetragonal de 2ª esp.
5. Biesfenoides tetragonales de 1ª esp.
6. Escalenoedros tetragonales
7. Pinacoide basal

Tetartoedría con $(E_4)^R$

1. Prisma tetragonal de 1ª esp.
2. Prisma tetragonal de 2ª esp.
3. Prismas tetragonales de 3ª esp.
4. Biesfenoides tetragonales de 1ª esp.
5. Biesfenoides tetragonales de 2ª esp.
6. Biesfenoides tetragonales de 3ª esp.
7. Pinacoide basal

Lección 5A

CLASES DEL SISTEMA HEXAGONAL

1ª. Clase. - Holoedría. - Bipiramidal dihexagonal. N = 24

$$E_6 + 3E_2 + 3E'_2 + 6P + P_H + C$$

Ejs. de minerales: Berilo [$Be_3Al_2Si6O_{18}$], hielo (H_2O), grafito (C), vaterita ($CaCO_3$), covelita (CuS), molibdenita (MoS_2), pirrotita ($Fe_{1-x}S$) [polimorfo de alta T], niquelina (NiAs), troilita (FeS), etc.

2ª. Clase. - Hemiedría enantiomórfica. - Trapezoedral hexagonal. N = 12

$$E_6 + 3E_2 + 3E'_2$$

Ejs. de minerales: Cuarzo β, etc.

3ª. Clase. - Hemiedría paramórfica. - Bipiramidal hexagonal. N = 12

$$E_6 + P_H + C$$

Ejs. de minerales: Fluorapatita [$Ca_5(PO_4)_3F$], oxhidril-apatita [$Ca_5(PO_4)_3(OH)$], clorapatita [$Ca_5(PO_4)_3Cl$], piromorfita [$Pb_5(PO_4)_3Cl$]; mimetita [$Pb_5(AsO_4)_3Cl$]; vanadinita [$Pb_5(VO_4)_3Cl$], etc.

4ª. Clase. - Hemiedría hemimórfica. - Piramidal dihexagonal. N = 12

$$E_6 + 3P + 3P'$$

Ejs. de minerales: Wurtzita (Fe, Zn) S; Greenoquita (CdS); Zincita (Zn, Mn) O, iodargirita (AgI), etc.

5ª. Clase. - Tetartoedría. - Piramidal hexagonal. N = 6

$$E_6$$

Ejs. de minerales: Nefelina [(Na, K) $AlSiO_4$]; cancrinita [$Na_6Ca_2Al_6Si_6O_{24}(CO_3)_2$], zinkenita ($Pb_9Sb_{22}S_{42}$), etc.

6ª. Clase. - Hemiedría con eje de inversión. - Bipiramidal ditrigonal. N = 12

$$E_3 = \left(E_6\right)^i + 3E_2 + P_H + 3P$$

Ejs. de minerales: Hay pocos minerales y muy raros, por ejemplo: Benitoíta ($BaTiSi_3O_9$), etc.

7ª. Clase. - Tetartoedría con eje de inversión. - Bipiramidal trigonal. N = 6

$$E_3 = \left(E_6\right)^i + P_H$$

Ejs. de minerales: Hay muy pocos minerales y muy raros.

Lección 6A

CLASES DEL SISTEMA TRIGONAL O ROMBOÉDRICO

1ª. Clase. - Holoedría. - Escalenoedral ditrigonal. N = 12

$$E_3 + 3E_2 + 3Pv + C$$

Ejs. de minerales: Calcita ($CaCO_3$), hematita (Fe_2O_3), corindón (Al_2O_3), proustita (Ag_3AsS_3), millerita (NiS), tetradimita (Bi_2Te_2S), quetzalcoatlita $\left[Zn_6Cu_3(TeO_6)_2(OH)_6(0.24AgCl\ 0.30PbCl_2)\right]$, etc.
(viene siendo una hemiedría del sistema hexagonal)

2ª. Clase. - Hemiedría enantiomórfica. - Trapezoedral trigonal. N = 6

$$E_3 + 3E_2$$

Ejs. de minerales: Cuarzo α, cinabrio (HgS), etc.
(tetartoedría hexagonal)

3ª. Clase. - Hemiedría hemimórfica. - Piramidal ditrigonal. N = 6

$$E_3 + 3P$$

Ejs. de minerales: Turmalina (Na, Ca) (Mg, Fe^{+2}, Fe^{+3}, Al, Li)$_3$ $Al_6(BO_3)_3$ $Si_6O_{18}(OH, F)_4$, pirargirita (Ag_3SbS_3), gratonita ($Pb_9As_4S_{15}$), etc.
(tetartoedría hexagonal)

4ª. Clase. - Hemiedría paramórfica. - Romboedral trigonal. N = 6

$$E_3 + C$$

Ejs. de minerales: Dolomita $CaMg(CO_3)_2$, ilmenita ($FeTiO_3$), dioptasa ($CuSiO_2(OH)_2$), etc.
(tetartoedría hexagonal)

5ª. Clase. - Tetartoedría. - Piramidal trigonal. N = 3

$$E_3$$

Ejs. En esta clase existen pocos minerales y muy raros.
(ogdoedría hexagonal)

CLASES DEL SISTEMA ORTORRÓMBICO O RÓMBICO

1ª. Clase. - Holoedría. - Bipiramidal ortorrómbica. N = 8

$$3E_2 + 3P + C$$

Ejs. de minerales: Aragonita ($CaCO_3$), barita ($BaSO_4$), olivino [$(Fe, Mg)_2SiO_4$)], topacio [$Al_2SiO_4(F,OH)_2$], zoisita [$Ca_2Al_3(SiO_4)(Si_2O7)O(OH)$], bornita ($Cu_5$-$FeS_4$), calcosita ($Cu_2S$), estibinita ($Sb_2S_3$), marcasita ($FeS_2$), cerusita ($PbCO_3$), bismutita ($Bi_2S_3$), enargita ($Cu_3AsS_4$), crisoberilo ($BeAl_2O_4$), brooquita ($TiO_2$), goethita ($HFeO_2$), diaspora AlO(OH), andalucita (Al_2SiO_5), guanajuatita (Bi_2Se_3), adamita [$(Zn_2(AsO_4)(OH)$], etc.
{En esta clase cristalizan los grupos isoestructurales de los ortopiroxenos y ortoanfíboles}

2ª. Clase. - Hemiedría Hemimórfica. - Piramidal ortorrómbica. N = 4.

$$E_2 + 2Pv$$

Ejs. de minerales: Natrolita ($Na_2Al_2Si_3O_{10}$ $2H_2O$), Prehnita [$(Ca_2Al_2Si_3O_{10}$ $(OH)_2$] Hemimorfita [$Zn_4Si_2O_7(OH)_2H_2O$], struvita [(NH_4) $MgPO_4$ $6H_2O$], etc.

3ª. Clase. - Hemiedría Enantiomórfica. Biesfenoidal ortorrómbica. N = 4

$$3E_2$$

Ejs. de minerales: Epsomita ($MgSO_4$ $7H_2O$), etc.

Lección 8A

CLASES DEL SISTEMA MONOCLÍNICO

1ª. Clase. - Holoedría. - Prismática monoclínica. N = 4

$$E_2 + P + C$$

Ejs. de minerales: Yeso ($CaSO_4H_2O$), ortoclasa ($KAlSi_3O_8$), actinolita [$Ca_2(Mg, Fe^{+2})_5Si_8O_{22}(OH)_2$], epidota [$Ca_2Al_2(Fe^{+3}, Al)(SiO_4)(Si_2O_7)O(OH)$], estaurolita [$(Fe^{+2}, Mg)_2Al_9(Si,Al)_4O_{20}(O,OH)_4$], monazita [$(Ce,La,Nd,Th)PO_4$], datolita [$CaBSiO_4(OH)$], malaquita [$Cu_2(CO_3)(OH)_2$], azurita [$Cu_3(CO3)_2(OH)_2$], acantita ($Ag_2S$), arsenopirita (FeAsS), calcoaurita (auricalcita) [$(Zn,Cu)_5(CO_3)_2(OH)_6$], brocantita [$Cu_4(SO_4)(OH)_6$], jamesonita ($Pb_4FeSb_6S1_4$), livingstonita ($HgSb_4S_2$), legrandita [$Zn_2(AsO_4)(OH)H_2O$], manganita [$MnO(OH)$], etc. {En esta clase cristalizan los grupos isoestructurales de las micas, clinopiroxenos y clinoanfíboles}

2ª. Clase. - Hemiedría Hemimórfica. - Domática monoclínica. N = 2

$$P$$

Ejs. de minerales: En esta clase hay muy pocos y raros minerales. Los más conocidos son: Antigorita [$(Mg, Fe^{+2})_3Si_2O_5(OH)_4$]; dickita [$Al_2Si_2O_5(OH)_4$]; halloysita [$Al_2Si_2O_5(OH)_4$]; nacrita [$Al_2Si_2O_5(OH)_4$], etc.

3ª. Clase. - Hemiedría Enantiomórfica. - Esfenoidal monoclínica. N = 2

$$E_2$$

Ejs. de minerales: Pickeringita [$MgAl_2(SO_4)_4\ 22H_2O$], etc. En esta clase hay muy pocos y raros minerales.

Lección 9A

CLASES DEL SISTEMA TRICLÍNICO

1ª. Clase. - Holoedría. - Pinacoidal. N = 2

C

Ejs. de minerales: Microclina ($KAlSi_3O_8$), turquesa [$CuAl_6(PO_4)_4(OH)_{84}H_2O$], pectolita [$NaCa_2Si_3O_8(OH)$], rodonita [$(Mn^{+2}$, Fe^{+2},Mg, Ca)SiO_3], calcantita ($CuSO_{45}H_2O$); axinita [Ca_2(Mn, Mg, Fe)$Al_2(BO_3)(SiO_3)_4(OH)$; wollastonita ($CaSiO_3$); rodonita ($MnSiO_3$), cianita (Al_2SiO_5), ulexita [$NaCaB_5O_6(OH)$ $65H_2O$], etc.

{En esta clase cristaliza el grupo isoestructural de las plagioclasas}

2ª. Clase. - Hemiedría hemimórfica. - Pedial. N = 1

¡CARECE DE TODO!

Ejs. de minerales: Caolinita [$(Al_2Si_2O_5(OH)_4$], tridimita (SIO2) [por debajo de aproximadamente 100° C], etc.

{En esta clase hay muy pocos minerales, además de otros muy raros}

Lecciones de cristalografía
se publicó digitalmente en el repositorio
de la Facultad de Ingeniería en agosto de 2025.
Primera edición electrónica de un ejemplar
(12 MB) en formato PDF.

El cuidado de la edición y diseño estuvieron
a cargo de la Unidad de Apoyo Editorial de la
Facultad de Ingeniería. Las familias tipográficas
utilizadas fueron Source Serif Pro,
y Rubik con sus respectivas variantes.