



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Modelado y control basado en energía de
transformador electrónico de potencia**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniera Eléctrica Electrónica

P R E S E N T A

Ana Paulina Nava Barrón

DIRECTORA DE TESIS

Dra. Sofía Magdalena Ávila Becerril



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2025



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Titulación con trabajo escrito)**



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado MODELADO Y CONTROL BASADO EN ENERGIA DE TRANSFORMADOR ELECTRONICO DE POTENCIA, que presenté para obtener el título de INGENIERO ELÉCTRICO ELECTRÓNICO es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

ANA PAULINA NAVA BARRÓN
Número de cuenta: 421100635

Dedicatoria

Durante mi formación académica he tenido el privilegio de contar con personas valiosas que me guiaron y cuidaron en cada etapa. Esta tesis es fruto de su cariño, su apoyo incondicional y de la huella que dejaron en mi camino.

A mi familia, a mis padres, Ana María y J. Jesús, por ser el cimiento sobre el que he construido mi camino. Su apoyo incondicional, su amor sin medida y la confianza que siempre depositaron en mí han sido luz constante, incluso en la distancia.

A mi primer compañero de vida, mi hermano Jorge Iván, que con su sabiduría tranquila, sus palabras oportunas y su amor firme supo alentarme incluso en los momentos de mayor incertidumbre.

Este logro no es solo mío, también es suyo.

A mis amigos, quienes compartieron el camino, las risas, los desvelos y las dudas.

A los que, sin saberlo, hicieron más liviano el peso de cada día.

Esta etapa no habría sido la misma sin su compañía.

A Josué Uriel, por acompañarme con paciencia y alegría a lo largo de este camino. Su presencia constante, su optimismo inquebrantable y sus palabras oportunas me recordaron que ningún esfuerzo es en vano cuando se comparte con alguien que cree en uno. Siendo un ejemplo para mí: por su generosidad, su fortaleza y la forma en que transforma lo cotidiano con su luz.

Agradezco profundamente a la Dra. Sofía Ávila Becerril, por su acompañamiento cercano y su admirable entrega. Su guía no solo enriqueció este trabajo, sino que dejó una huella profunda en mi formación. Su compromiso y calidad humana hicieron de este proceso una experiencia de aprendizaje invaluable.

A los miembros del jurado, los cuales fortalecieron el contenido y enfoque de esta tesis.

Extiendo un agradecimiento especial al Dr. Juan Ramón, al M.I. Emilio y al Laboratorio de Electrónica de Potencia, por brindarme su apoyo y orientación a lo largo de este proceso.

Agradezco también al Dr. Gerardo, Dr. Hoover, a la M.I. Gloria y al Dr. Alexander, por la calidad humana y académica con la que guiaron mi formación. Su ejemplo y enseñanza dejaron una huella profunda en esta etapa de mi vida.

Agradecimientos

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM **IN117123** “Estrategias de control para la repartición de potencia en microrredes aisladas”. Agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida.

Resumen

El crecimiento de las energías renovables aumenta la complejidad y los retos de estabilidad en la red eléctrica, impulsando la adopción de las llamadas Smart Grids. En este contexto, los transformadores electrónicos de potencia (PET) resultan clave al proporcionar un control más avanzado que los transformadores convencionales. Estos sistemas, formados por varias etapas de convertidores de potencia, requieren estrategias de control más precisas. Esta tesis pretende contribuir a desarrollar un modelo matemático integral de un transformador electrónico de potencia (PET) que facilite el análisis de sus características energéticas y su estructura, sin recurrir a transformaciones $abc/dq0/abc$. Para ello, se abordará el estudio individual de cada componente del PET (rectificador trifásico, doble puente activo e inversor trifásico), describiendo sus respectivos modelos matemáticos en forma vectorial y analizando sus propiedades energéticas. Estos modelos se validarán mediante simulaciones numéricas. Con base en estos resultados parciales, se construirá el modelo completo del PET, que permitirá identificar de manera global sus características energéticas. Además, se examinarán los retos de control asociados a cada etapa del PET, y se implementará un controlador basado en modelo en el marco abc para la etapa rectificadora y control convencional tipo PI para el doble puente activo. Finalmente, se realizará una evaluación numérica del sistema en lazo cerrado para verificar el desempeño de los esquemas de control propuestos.

Abstract

The growth of renewable energy increases the complexity and stability challenges of the electrical grid, driving the adoption of Smart Grids. In this context, power electronic transformers (PETs) are key because they provide more advanced control than conventional transformers. These systems, composed of multiple converter stages, require sophisticated control strategies. This thesis aims to contribute by developing a comprehensive mathematical model of a power electronic transformer (PET) that facilitates the analysis of its energy characteristics and structure, without resorting to $abc/dq0/abc$ transformations. To achieve this, the thesis will address the individual study of each PET component (three-phase rectifier, dual active bridge, and three-phase inverter), describing their respective vector-mathematical models and analyzing their energy properties. These models will be validated through numerical simulations. Based on these partial results, the complete PET model will be constructed, allowing a global identification of its energy characteristics. In addition, the control challenges associated with each PET stage will be examined, and a model-based controller in the abc framework will be implemented for the rectifier stage. Finally, a numerical evaluation of the closed-loop system will be conducted to verify the performance of the proposed control schemes.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	III
Abstract	IV
1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	2
1.2. Definición del problema	3
1.3. Objetivos	3
1.4. Organización de la tesis	4
2. Antecedentes	6
2.1. Estabilidad	6
2.1.1. Definición de estabilidad	6
2.1.2. Estabilidad en el sentido de Lyapunov	7
2.2. Modulación PWM y SPSC	9
2.2.1. Modulación PWM	9
2.2.2. Modulación SPS	11
2.3. Transformador Electrónico de Potencia	12
3. Componentes de un Transformador Electrónico de Potencia	15
3.1. Convertidor de fuente de Voltaje	17
3.1.1. Modo rectificador	17
3.1.2. Modo inversor	20
3.2. Convertidores de CD-CD	21
3.2.1. Doble puente activo dual	22
4. Modelado matemático	25
4.1. Convertidor de fuente de voltaje: Modo rectificador	25
4.1.1. Análisis energético	29
4.2. Convertidor de fuente de voltaje: Modo inversor	31

4.2.1. Análisis energético	33
4.3. Convertidor doble puente activo dual	35
4.3.1. Análisis energético	37
4.4. Modelo completo del transformador electrónico de potencia	39
4.5. Validación numérica	42
4.5.1. Modo rectificador	43
4.5.2. Modo inversor	44
4.5.3. Convertidor doble puente activo dual (DAB)	45
4.5.4. Transformador electrónico de potencia	48
5. Implementación de controladores	52
5.1. Metodología de control basado en el modelo	52
5.2. Control del rectificador	53
5.2.1. Definición de referencias	56
5.3. Control del convertidor doble puente activo dual	59
5.4. Evaluación numérica	60
5.4.1. Rectificador	60
5.4.2. Convertidor doble puente activo dual	64
5.4.3. Transformador electrónico de potencia	66
6. Conclusiones	68
A. Apéndice A	69
A.1. Pruebas Sección 5.2.1	69
Bibliografía	73

Índice de figuras

2.1. Comparación visual entre estabilidad y estabilidad asintótica.	8
2.2. Modulación PWM con diferentes ciclos de trabajo D	9
2.3. Modulación SPWM	10
2.4. Modulación SPWM trifásica	11
2.5. Modulación SPS	12
2.6. Topologías del PET	13
3.1. Clasificación de convertidor electrónico de potencia	15
3.2. Convertidor CSC y VSC en las partes superior e inferior, respectivamente . .	16
3.3. Rectificador no controlado	18
3.4. Voltajes de entrada del rectificador trifásico	19
3.5. Voltaje de salida del rectificador trifásico	19
3.6. Rectificador trifásico controlado	20
3.7. Inversor trifásico controlado	21
3.8. Doble puente activo dual	22
3.9. Modulación por desplazamiento de fase (SPS)	24
4.1. Convertidor: Rectificador trifásico	27
4.2. Convertidor: Inversor trifásico	31
4.3. Convertidor: Doble Puente Activo Dual	35
4.4. Circuito equivalente del DAB	36
4.5. Transformador electrónico de potencia	39
4.6. Interconexión de subsistemas	40
4.7. Voltaje de DC del rectificador	43
4.8. Error voltaje de CD del rectificador	44
4.9. Corrientes de entrada del rectificador	45
4.10. Corrientes de salida del inversor	46
4.11. Voltaje de salida del inversor	46
4.12. Voltaje de salida del DAB	47
4.13. Error de voltaje de CD del DAB	48

4.14. Corriente en el inductor del DAB: (a) respuesta en el tiempo y (b) respuesta en estado estacionario	49
4.15. Error de corriente en el inductor del DAB	50
4.16. Respuesta en el tiempo del circuito electrónico del PET	50
4.17. Respuesta en el tiempo del modelo matemático del PET	51
5.1. Esquema del control para el rectificador	56
5.2. Generador de referencias	58
5.3. Control del DAB. Figura tomada de [20]	59
5.4. Convertidor: Rectificador trifásico	60
5.5. Voltaje a la salida del rectificador (Carga lineal)	61
5.6. Error de voltaje a la salida del rectificador (Carga lineal)	62
5.7. Voltaje a la salida del rectificador (Carga no lineal)	63
5.8. Error de voltaje a la salida del rectificador (Carga no lineal)	63
5.9. Convertidor: Doble Puente Activo Dual	64
5.10. Voltaje de salida del DAB	65
5.11. Error de voltaje de salida del DAB	66
5.12. PET en lazo cerrado	67
5.13. Error de voltaje: rectificador y DAB	67

Índice de tablas

2.1. Comparación de topologías	14
2.2. Comparación entre Transformador Convencional y PET	14
3.1. Clasificación del rectificador	17
4.1. Parámetros para el rectificador trifásico	43
4.2. Parámetros para el inversor trifásico	45
4.3. Parámetros para el DAB	47
5.1. Parámetros para el rectificador trifásico en lazo cerrado	61
5.2. Parámetros para el DAB en lazo cerrado	64

Introducción

Los transformadores electrónicos de potencia (PET, por sus siglas en inglés) representan una evolución tecnológica importante en los sistemas de conversión de energía que utiliza dispositivos electrónicos de potencia para transformar niveles de voltaje y corriente. A diferencia de los transformadores tradicionales, los PET emplean dispositivos semiconductores para realizar la conversión y el control de la energía eléctrica. Estos transformadores tienen ventajas en términos de volumen, peso, control de flujos de potencia, armónicos, calidad de la energía, entre otros. Los PET tienen aplicaciones en una variedad de contextos, como sistemas de distribución eléctrica inteligentes, infraestructura ferroviaria, integración de energías renovables, estaciones de carga para vehículos eléctricos, y otras aplicaciones especializadas que requieren conversión y control avanzado de energía. En todos estos casos, los PET ofrecen ventajas como el control preciso del voltaje y la corriente, aislamiento y protección ante fallas, mejoras en la seguridad y fiabilidad del sistema, así como modularidad y eficiencia operativa, lo que facilita su adaptación a distintos entornos, tanto en redes modernas como en sistemas autónomos. Actualmente, la incorporación de este tipo de tecnología sigue presentando retos tanto teóricos como prácticos. En particular, uno de los principales desafíos en el desarrollo e implementación de estos transformadores radica en su modelado matemático. Lo anterior se debe a que los PET suelen ser concebidos como un dispositivo que integra varios convertidores de potencia cada uno con funciones y requerimientos distintos, por lo que su estructura es compleja y al mismo tiempo requieren estrategias de control precisas para su correcto funcionamiento. Así pues, tener un modelo matemático que permita capturar las características dinámicas del sistema facilita el diseño de estrategias de control y su análisis de estabilidad.

El modelo matemático adecuado para controlar un PET debe ser capaz de representar las distintas componentes que lo integran: un rectificador trifásico, un doble puente activo y un inversor trifásico. La capacidad de modelar estas etapas y representarlas matemáticamente de forma integral permitirá explotar sus propiedades energéticas, mejorar la gestión de potencia y proponer estrategias de control.

Además, el control de cada etapa del transformador presenta desafíos adicionales. Para resolver el problema, en la literatura pueden encontrarse distintos modelos y estrategias para

las distintas etapas; sin embargo, a menudo estas soluciones dependen de linealizaciones y de transformaciones de coordenadas (como las transformaciones $abc/dq0/abc$) que requieren de un cálculo computacional complejo. Más aún, los controladores comúnmente usados, en general tipo PI clásico, no se acompañan de una prueba matemática que garantice la convergencia a los valores deseados.

1.1. Estado del arte

En la literatura se reportan algunas de las aplicaciones en las que el PET está presente, como lo son la integración en redes de distribución y smart grids. En particular, en [1] los autores exploran a detalle el concepto, las ventajas y los desafíos de los transformadores electrónicos de potencia para su uso en las redes de distribución eléctricas actuales y futuras. A su vez en [2], se presenta un método de diseño óptimo destinado a trenes de alta velocidad para reducir peso y volumen. Estos estudios demuestran versatilidad, la eficiencia operativa para adaptar los PET a los requerimientos. Por otro lado en [3] y [4] presentan diversas soluciones técnicas y estructuras las cuales se clasifican según el número de etapas y la topología. Por ejemplo, pueden implementarse diseños basados en convertidores multinivel modulares, puentes-H en cascada, o bien una configuración de tres etapas. En [5] se discute que configuración en tres etapas es una de las que permite regular la corriente y la tensión de salida del sistema, compensar la potencia reactiva y las posibles caídas de tensión. Además, permite la conexión de fuentes de energía renovable, así como el flujo de potencia bidireccional; sin embargo, su mayor desventaja es la complejidad de su estructura.

Desde el punto de vista de modelado, la dinámica de un PET de tres etapas suele estudiarse desde distintas perspectivas. En [6] los autores hacen una revisión sobre los distintos modelos dependiendo del fenómeno a estudiar como procesos transitorios, inductancias de fuga o saturación magnética. Sin embargo, si el interés está en el diseño de estrategias de control suelen emplearse modelos promediados basados en ecuaciones diferenciales ordinarias, linealización o funciones de transferencia, como lo presentado en [8]. También, en [7] se tiene el diseño de controladores para la regulación de tensión, mitigación de armónicos y corrección de factor de potencia.

Por otro lado, en [9] se presenta un enfoque de modelado que ha mostrado ser especialmente valioso para sistemas dinámicos que es el basado en energía. Básicamente, este enfoque concibe a un sistema por medio de una función de almacenamiento de energía y elementos almacenadores, disipadores y fuentes externas, que son interconectados por medio de puertos de entrada y salida. En el caso de los dispositivos electrónicos, cada puerto tiene un voltaje y una corriente de entrada y de salida. De este modo, es posible representar en una misma estructura a sistemas de distinta naturaleza que interactúan entre ellos y con su entorno interconectando sus variables de puerto. Se ha mostrado que con esta estructura matemática se puede realizar un análisis de estabilidad y la propuesta de estrategias de control desde un

punto de vista energético.

Así pues, desde la perspectiva de modelado y control basado en energía, se pueden encontrar numerosos trabajos que estudian desde convertidores multinivel modulares [10] hasta microrredes en [11]. En particular, los controladores PI-pasivos propuestos en [12] han mostrado ser una teoría formal capaz de generar controladores robustos que garantizan el comportamiento deseado incluso en presencia de incertidumbres y perturbaciones. Por su parte, enfocándose en los elementos del PET, en [21] se propone un modelo matemático basado en energía para un convertidor de fuente de tensión (VSC) y se propone un control PI-Pasivo para comparar su desempeño con un PI convencional bajo condiciones de desbalance. Por su parte, respecto al DAB, en [13] y [14], que abordan el problema también desde la perspectiva energética.

1.2. Definición del problema

Basados en lo descrito anteriormente, la pregunta de investigación es si es posible describir al PET de tres etapas como una sola estructura matemática basada en energía. Esta estructura debe ser precisa en el sentido de que describa el comportamiento del sistema y debe ser útil para hacer control.

Así pues, en esta tesis el problema considera el estudio de un transformador electrónico de potencia de tres etapas compuesto por: un VSC en modo rectificador, un doble puente activo y un VSC en modo inversor, con las topologías más comunes para la aplicación. En particular, el problema es proponer un modelo matemático que describa al transformador completo y que permita analizarlo desde una perspectiva energética. Asimismo, se busca implementar dos esquemas de control, un control PI-pasivo para el VSC en modo rectificador y un PI-convencional para el doble puente activo.

La hipótesis es que se puede aprovechar la estructura del modelo matemático cada una de las etapas y sus variables de puerto, para describir al sistema completo preservando la misma estructura matemática. Lo anterior, permitirá analizar al PET desde sus propiedades en términos de energía y potencia y así proponer controladores basados en energía.

1.3. Objetivos

El objetivo de este trabajo de tesis es proponer un modelo matemático de un transformador electrónico de potencia que permita analizar sus propiedades energéticas, distinguir su estructura y, al mismo tiempo, que permita hacer control de sus componentes sin usar transformaciones $abc/dq0/abc$. Para lograr lo anterior se tienen los siguientes objetivos particulares:

- Identificar la estructura de un transformador electrónico de potencia y analizar sus componentes.
- Determinar el modelo matemático de cada uno de los convertidores de potencia que integran al transformador: rectificador trifásico, doble puente activo (DAB por sus siglas en inglés) e inversor trifásico, e identificar sus funciones de energía y sus variables de puerto.
- A partir del modelo matemático en su forma vectorial, analizar las propiedades energéticas de cada uno de los convertidores.
- Validar numéricamente los modelos matemáticos para cada uno de los convertidores de potencia.
- Proponer un modelo matemático para el Transformador electrónico de potencia completo que interconecte a los distintos convertidores y permita identificar sus propiedades energéticas.
- Describir los problemas de control para cada una de las etapas.
- Implementar un controlador basado en energía, en el marco abc, para la etapa rectificadora.
- Implementar un controlador PI para la etapa del DAB.
- Evaluar numéricamente al sistema en lazo cerrado interconectado.

1.4. Organización de la tesis

El resto del contenido de esta tesis se organiza de la siguiente forma. Al documento lo forman seis capítulos:

- En el Capítulo 1 se presenta un visión general del PET, la relevancia que están tomando en los sistemas eléctricos actuales y una revisión de trabajos recientes sobre modelado y control del PET.
- En el Capítulo 2 se presentan los antecedentes donde se exponen algunos conceptos clave necesarios para el desarrollo posterior: estabilidad en el sentido de Lyapunov y modulación PWM y SPS, descripción general del PET.
- En el Capítulo 3 se aborda los componente de transformador electrónico de potencia, profundizando en el principio de funcionamiento de cada convertidor que conforma el PET.

- Posterior a eso, en el Capítulo 4 se presenta el modelado para cada etapa del PET y a su vez encontrar el modelo general del PET haciendo a su vez un análisis energético de cada subsistema, al final de capítulo se evalúa numéricamente cada modelo y comparando al circuito electrónico.
- Por otro lado, en el Capítulo 5, se implementa un control para la etapa de rectificación y el convertidor puente activo dual, evaluando, de manera aislada cada controlador para finalmente conectar el PET y las estrategias de control y ver su comportamiento global.
- Finalmente en el capítulo 6, se presentan las conclusiones y trabajo futuro.

Antecedentes

En el siguiente capítulo se abordan los fundamentos teóricos necesarios para el desarrollo de la tesis. En particular, conceptos básicos relacionados con la teoría de control de sistemas dinámicos, como el concepto de estabilidad en el sentido de Lyapunov, y antecedentes sobre la operación de los dispositivos basados en electrónica de potencia, como la modulación por ancho de pulso y la modulación por desplazamiento de fase.

2.1. Estabilidad

De acuerdo con la teoría de dinámica de sistemas físicos, un sistema físico puede representarse por un conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del sistema a lo largo del tiempo. Esta descripción, depende de las suposiciones de modelado y admite distintas representaciones, por ejemplo, funciones de transferencia y variables de estado. Independientemente del tipo de representación, la estabilidad es una propiedad primordial en los sistemas de control. A continuación, se abordan algunos fundamentos de estabilidad para sistemas no-lineales, los cuales serán útiles para el desarrollo del Capítulo 5.

2.1.1. Definición de estabilidad

En esta tesis, la representación matemática que se hace de los sistemas está basada en variables de estado. Así pues, un sistema físico está representado por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) \\ x(0) &= x_0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una función vectorial posiblemente no-lineal y $x_0 \in \mathbb{R}^n$ representa la condición inicial. El punto de interés está en el análisis del comportamiento de las soluciones de la Ecuación (2.1), es decir, si dichas soluciones convergen hacia un punto, si se van a infinito o bien si se mantienen acotadas. Para responder a esto, se presenta la siguiente definición, tomada de [15]:

El estado x^* es un punto de equilibrio del sistema (2.1) si una vez que $x(t)$ es igual a x^* , este permanece en x^* para todo tiempo futuro. Desde el punto de vista matemático, esto significa que el vector constante x^* satisface:

$$f(x^*) = 0 \tag{2.2}$$

Los puntos de equilibrio pueden encontrarse resolviendo la ecuación algebraica no-lineal (2.2). Complementando lo anterior, la definición presentada en [16] establece que un punto de equilibrio de (2.1) es:

- Estable, si para cada $\epsilon > 0$ existe $\delta = \delta(\epsilon) > 0$ tal que $\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq 0$
- Inestable si no es estable.
- Asintóticamente estable si es estable y además δ puede elegirse de forma que $\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$

Dicho de otra manera, la estabilidad se refiere a observar cómo se comportan las trayectorias alrededor del punto de equilibrio. Como se muestra en la Figura 2.1, un punto de equilibrio se considera estable si todas las soluciones, de la ecuación diferencial, que inician en sus cercanías permanecen en ellas; de lo contrario, el punto de equilibrio es inestable. Un punto de equilibrio es asintóticamente estable si todas las soluciones que inicien en sus cercanías no solo permanecen próximas, sino que además tienden hacia el punto de equilibrio a medida que el tiempo se aproxima a infinito.

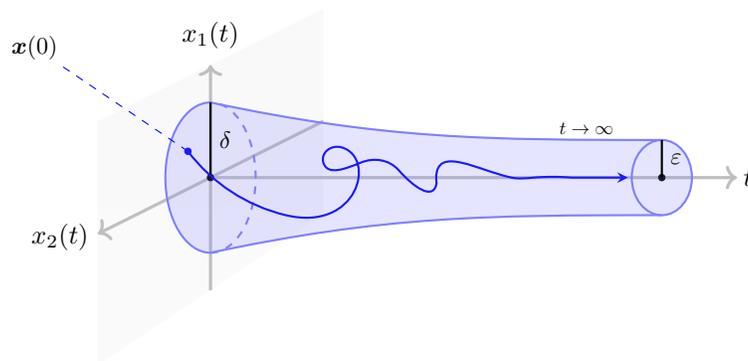
A continuación, se presenta brevemente la estabilidad en el sentido de Lyapunov como una herramienta para determinar la estabilidad de un sistema.

2.1.2. Estabilidad en el sentido de Lyapunov

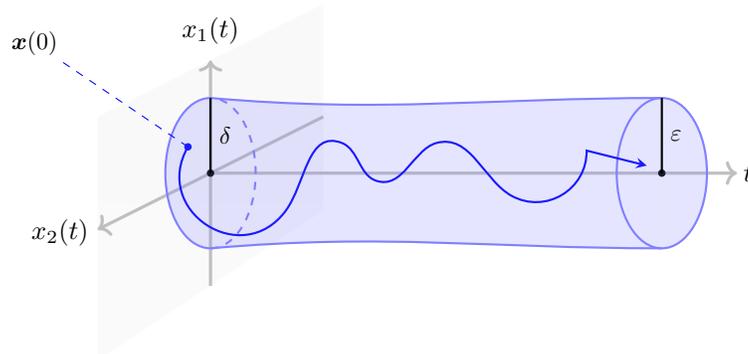
Según lo establecido en [16], si la energía total de un sistema disminuye continuamente, se espera que el sistema evolucione hacia un estado de equilibrio que corresponde al mínimo de la función de energía. Este hecho motiva el estudio cualitativo del comportamiento de un sistema dinámico. En particular, el método de Lyapunov permite determinar la estabilidad sin necesidad de resolver la ecuación diferencial. A grandes rasgos, el método emplea una función escalar $V(x)$ positiva definida y si su derivada a lo largo de las trayectorias satisface $\dot{V}(x) \leq 0$, entonces se garantiza la estabilidad; si además $\dot{V}(x) < 0$ hay convergencia al punto de equilibrio.

Así, sea $D \subset \mathbb{R}^n$ un dominio que contiene al origen y $V : D \rightarrow \mathbb{R}$ una función continuamente diferenciable tal que:

$$V(0) = 0 \quad \text{y} \quad V(x) > 0 \quad \text{en} \quad D \setminus \{0\} \tag{2.3}$$



(a) Estabilidad asintótica



(b) Estabilidad

Figura 2.1: Comparación visual entre estabilidad y estabilidad asintótica.

entonces a $V(x)$ le conoce como una función positiva definida. Un ejemplo en \mathbb{R}^3 es el paraboloides definido como $z = V(x, y) = x^2 + y^2$, la cual es una función siempre positiva y que es cero sólo si $(x, y) = (0, 0)$. Esta forma cuadrática puede generalizarse a \mathbb{R}^n y expresarse de manera vectorial como $V(x) = x^\top P x$, donde P es una matriz simétrica positiva definida.¹ Además si consideramos $x = 0$ un punto de equilibrio de (2.1) y si se cumple que

$$\dot{V}(x) = \left(\frac{\partial}{\partial x} V(x) \right)^\top \dot{x} \leq 0 \quad \text{en } D \quad (2.4)$$

entonces, el origen $x = 0$ es un punto de equilibrio estable. Si se cumple además que la derivada es estrictamente negativa

$$\dot{V}(x) = \left(\frac{\partial}{\partial x} V(x) \right)^\top \dot{x} < 0 \quad \text{en } D \setminus \{0\} \quad (4.4)$$

entonces, el origen $x = 0$ es asintóticamente estable.

¹ P es simétrica definida positiva si $P = P^\top$ y todos los valores propios de P son positivos.

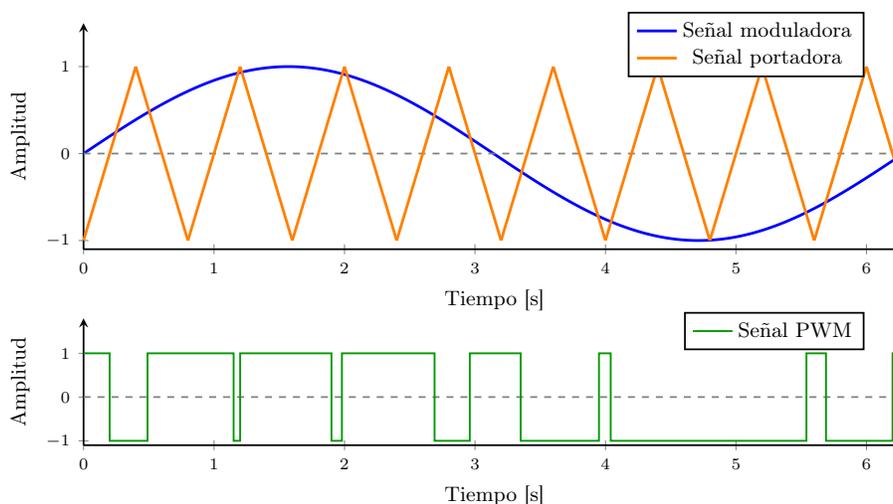


Figura 2.3: Modulación SPWM

portadora) y una senoidal de menor frecuencia (señal moduladora), lo que da origen a la llamada modulación senoidal por ancho de pulso (SPWM). El comparador produce una señal de salida que alterna entre estado alto y bajo, de acuerdo con las siguientes condiciones:

- Si la amplitud de la señal senoidal es mayor que la de la señal triangular, la señal resultante estará en estado alto.
- Si la amplitud de la señal senoidal es menor que la de la señal triangular, la señal resultante está en estado bajo.

El principio de funcionamiento descrito anteriormente puede apreciarse en la Figura 2.3.

Ahora bien, existen convertidores de potencia trifásicos en los cuales se emplea modulación PWM trifásica. En este caso, se utilizan tres señales senoidales desfasadas 120° (m_{abc}) y una misma señal triangular como portadora. Como resultado, se generan tres señales de salida correspondientes a cada fase. Según lo representado gráficamente en la Figura 2.4.

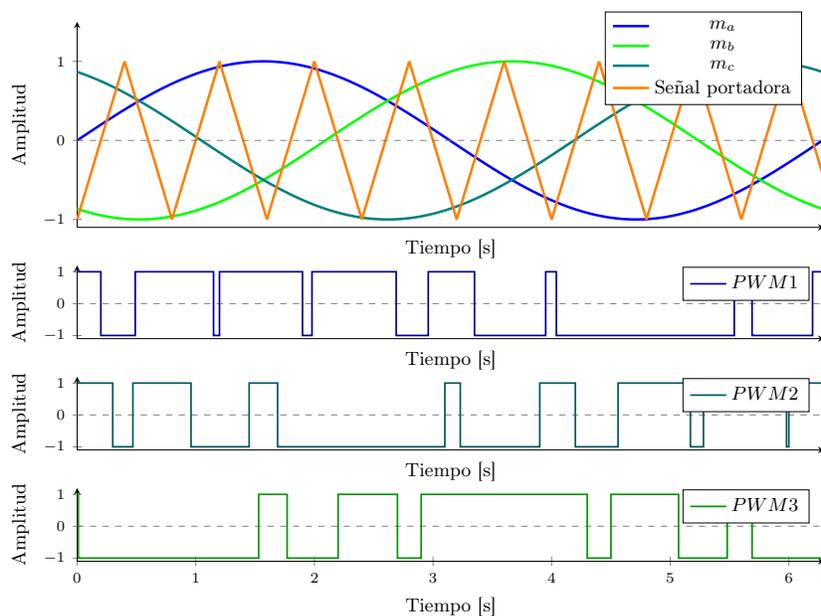


Figura 2.4: Modulación SPWM trifásica

2.2.2. Modulación SPS

La modulación por desplazamiento de fase (Single Phase Shift, por sus siglas en inglés) se utiliza comúnmente en convertidores direccionales, donde la transferencia de potencia es controlada por el ángulo de desfase con las señales portadoras. En este esquema:

- Si la portadora es mayor a cero, la señal modulada estará en estado alto.
- Si la portadora es menor a cero, la señal modulada estará en estado bajo.

Como se muestra en la Figura 2.5.

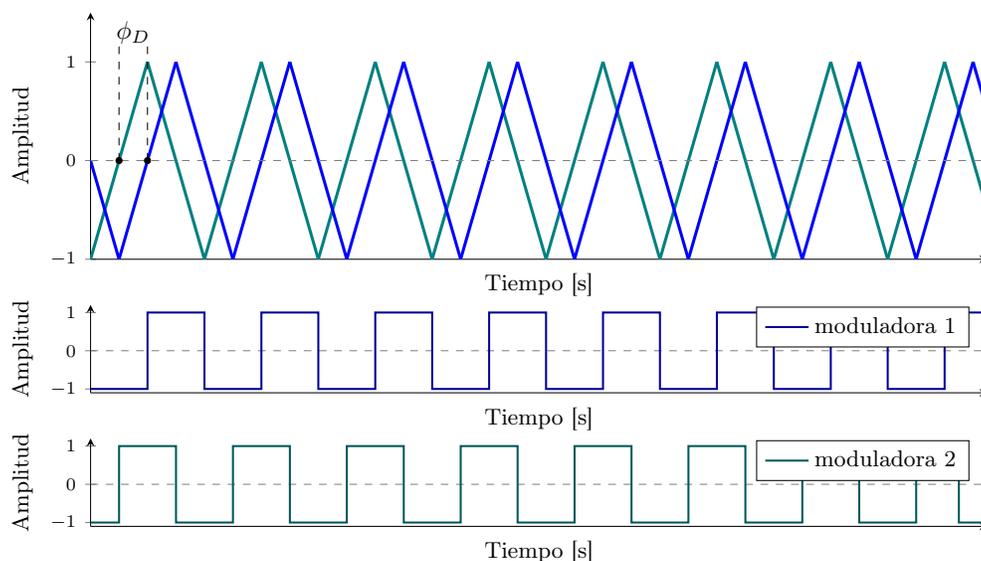


Figura 2.5: Modulación SPS

2.3. Transformador Electrónico de Potencia

En [5] se menciona que los transformadores electrónicos de potencia (PET por sus siglas en inglés) son dispositivos inteligentes que realizan funciones de transformación de tensión, aislamiento galvánico y de calidad de la energía, por medio de electrónica de potencia tanto del lado primario como del secundario de un transformador que opera a media frecuencia, lo que permite una reducción significativa en el peso y tamaño del dispositivo. Para facilitar el estudio del PET, hay cuatro topologías principales A, B, C y D, según el número de etapas de conversión de voltaje a CD, en la figura 2.6 se muestra de manera esquemática la topología del PET. Cada topología se describen a continuación:

- Tipo A: En la configuración de una etapa, solo se realiza una etapa de conversión de CA en altos voltajes a CA en bajos voltajes y no cuenta con un enlace en CD. Al solo tener una etapa, tiene pocos dispositivos semiconductores lo que en comparación a las demás topologías presenta menor tamaño en sus dimensiones y costo. Algunos de los inconvenientes de esta topología son: no es capaz de hacer una compensación de potencia reactiva, requiere filtros para la regulación de corrientes de entrada y salida, no es posible la conexión directa en fuentes de energía renovables o baterías y la perturbación de un lado del transformador puede afectar el otro lado.
- Tipo B y C: Tienen una etapa de aislamiento en el lado de alto o bajo voltaje, donde el tipo B presenta un enlace en CD en baja tensión y el tipo C presenta un enlace en CD en alta tensión. En estas topologías, se tiene una serie de beneficios a destacar, como lo son, la compensación de energía es posible, puede dar un soporte a la gestión

de recursos de almacenamiento, presenta un factor de frecuencia y potencia independiente, es capaz de regular la corriente de salida y entrada y es posible aislar cargas en la red. Sus inconvenientes son que no es posible la conmutación por cruce por cero, presenta ondulaciones en la corriente en el enlace LVCD y tiene mayores pérdidas de conmutación.

- Tipo D: En la primera etapa se conecta a una red eléctrica de alta tensión en CA, pasando por un conversor; donde se maneja CD en el equipo. En la segunda etapa se realiza una conversión de voltajes CD-CD, con el transformador de alta frecuencia. La última etapa se usa un inversor para regresar nuevamente a la CA requerida. Al igual que la tipo B y C, es capaz de compensar potencia reactiva. Otras de sus ventajas son la regulación de tensión y que se puede conectar directamente a baterías o fuentes de energía. Sus desventajas se ven reflejadas en el número de dispositivos semiconductores que requiere y con esto tener pérdidas más significativas en comparación a las demás topologías, además de dificultar la gestión térmica. Por último, presenta un costo más elevado.

Todas las topologías son capaces de transferir bidireccionalmente la energía.

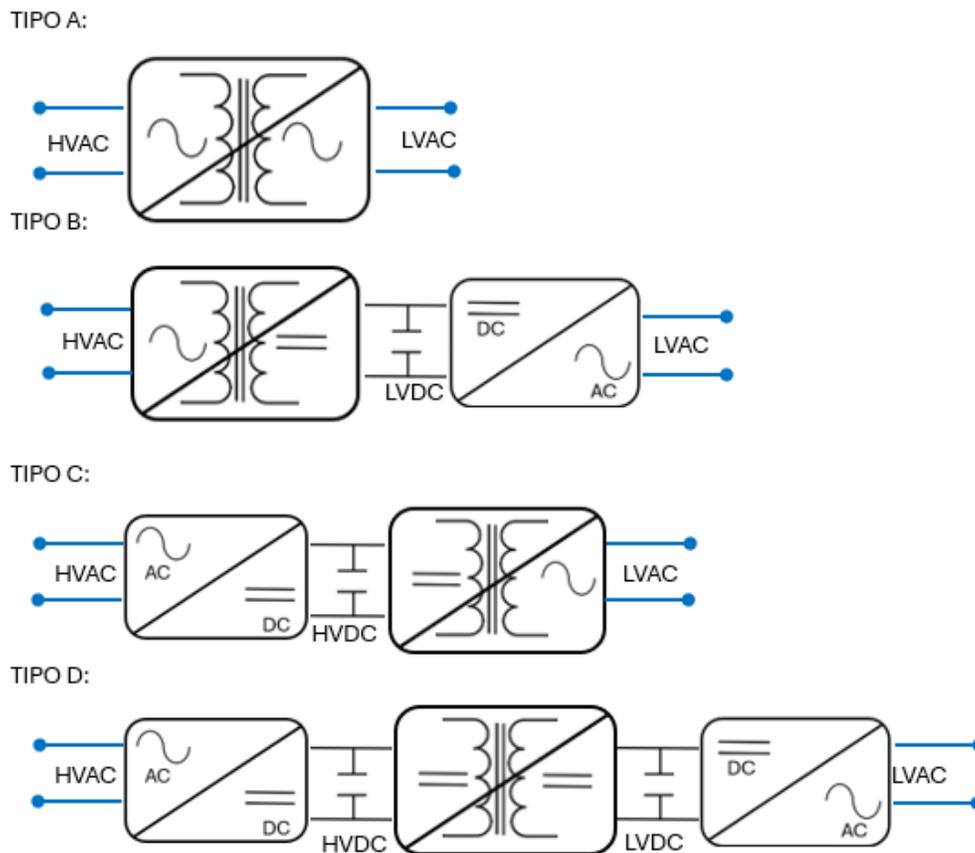


Figura 2.6: Topologías del PET

Por otro lado, se muestra en la Tabla 2.1 a manera de resumen una comparación entre las topologías

Característica	Tipo A	Tipo B y C	Tipo D
Etapas de conversión	AC-AC sin enlace DC	AC-DC, enlace DC	AC-DC, DC-DC, DC-AC
Tranferencia bidireccional	Sí	Sí	Sí
Compensación de potencia	No	Sí	Sí
Compatibilidad energética	No	Soporte a almacenamiento	Conexión directa
Regulación de voltaje de salida	No	Si	Si
Aislamiento de cargas	No	Sí	Sí
Tamaño y costo	Bajo	Medio	Alto
Perturbaciones	Alta	Media	Alta
Gestión térmica	Sencilla	Media	Compleja

Tabla 2.1: Comparación de topologías

Por otra parte, el PET adquirió relevancia por sus ventajas respecto a un transformador convencional las cuales se resumen en la Tabla 2.2.

Característica	T.Convencional	SST
Estructura	Simple, confiable	Compleja, controlable
Tamaño y peso	Grande y pesado	Compacto y ligero
Eficiencia	Muy alta	Variable
Aislamiento	Usa aceite	Mejor aislamiento
Regulación de tensión	Limitada	Instantánea
Compatibilidad con DC	No compatible	Compatible con DC
Aislamiento de fallas	No aísla fallas	Aisla fallas
Costo	Bajo	Alto

Tabla 2.2: Comparación entre Transformador Convencional y PET

Dado la funcionalidad de la topología tipo D en el siguiente capítulo se profundiza en los componentes que componen dicha topología.

Componentes de un Transformador Electrónico de Potencia

Según lo establecido en [17], un convertidor electrónico de potencia es un circuito multi-puerto conformado por interruptores semiconductores y componentes auxiliares, como lo son capacitores, inductores y transformadores. Su función principal es facilitar el intercambio de energía entre dos o más subsistemas de manera controlada. Estos subsistemas suelen presentar diferencias en aspectos como la forma de onda de la tensión o corriente, la frecuencia, el ángulo de fase o el número de fases, lo que impide su conexión directa.

Una clasificación común de estos convertidores se basa en el tipo de subsistemas eléctricos que interconectan, es decir, si operan con corriente alterna (CA) o corriente directa (CD). A continuación, se describe esta clasificación y se ilustra en la Figura 3.1:

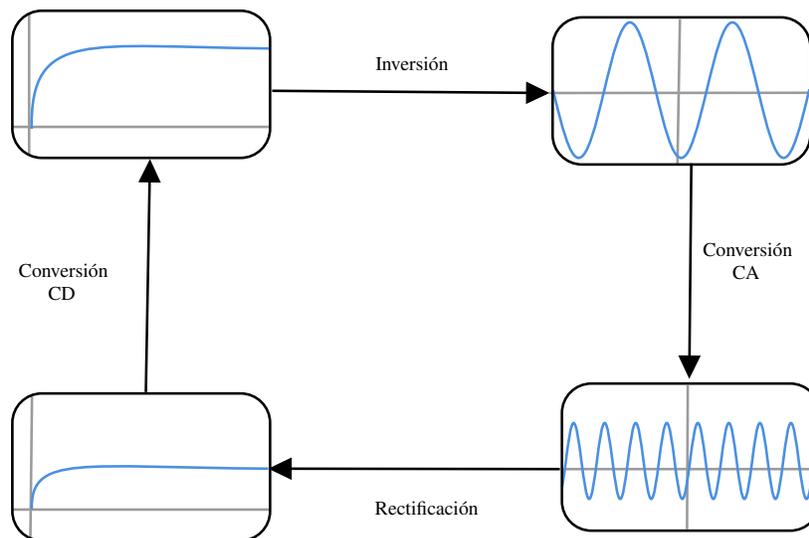


Figura 3.1: Clasificación de convertidor electrónico de potencia

- Un convertidor **CD–CA** o **CA–CD** interconecta un subsistema de corriente continua con uno de corriente alterna.

- Un convertidor **CD–CD** conecta dos subsistemas de corriente continua.
- Un convertidor **CA–CA** conecta dos subsistemas de corriente alterna.

Cuando el flujo de potencia promedio va del lado de corriente alterna hacia el lado de corriente continua, el convertidor se denomina rectificador. En cambio, si el flujo de potencia es desde el lado de corriente continua hacia el de corriente alterna, se le denomina inversor.

Los convertidores **CA–CD** o **CD–CA** también pueden clasificarse de acuerdo con las formas de onda de tensión y corriente presentes en los terminales del lado de corriente directa (CD). Bajo este criterio, se distinguen dos tipos, como se muestra en la Figura 3.2.

- **Convertidor de fuente de corriente (CSC, por sus siglas en inglés).** En este tipo de convertidor, la corriente del lado de CD mantiene una polaridad constante. Por lo tanto, la dirección del flujo de potencia promedio a través del convertidor está determinada por la polaridad de la tensión en dicho lado. El lado de CD suele conectarse en serie con un inductor.
- **Convertidor de fuente de voltaje (VSC, por sus siglas en inglés).** En este caso, la tensión del lado de CD conserva una polaridad constante, y es la polaridad de la corriente la que define la dirección del flujo de potencia promedio. Los terminales del lado de CD suelen estar conectados en paralelo con un capacitor.

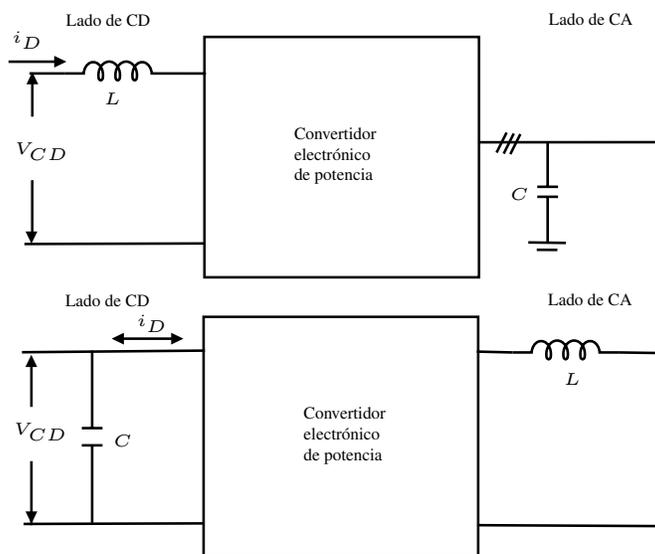


Figura 3.2: Convertidor CSC y VSC en las partes superior e inferior, respectivamente

En el desarrollo de esta tesis, tanto para el funcionamiento del PET como para la descripción matemática del mismo, se emplearán convertidores de fuente de voltaje, en modo rectificar y en modo inversor así como convertidores de tipo CD–CD; por ello, a continuación se describe su principio de operación.

3.1. Convertidor de fuente de Voltaje

Una vez introducido el concepto del convertidor de fuente de voltaje (VSC), en esta sección se describe su principio de operación bajo dos modos: rectificador e inversor.

3.1.1. Modo rectificador

Un rectificador es un tipo de convertidor electrónico cuya función es transformar corriente alterna (CA) en corriente continua (CD). Estos dispositivos pueden clasificarse de acuerdo con distintos criterios, tales como la topología del circuito, el tipo de conmutación de los dispositivos semiconductores que lo componen o el número de fases. La Tabla 3.1 presenta un resumen de dicha clasificación.

Criterio	Categorías
Tipo de conmutación	<ul style="list-style-type: none"> ▪ No controlados: El circuito rectificador no controlado utiliza diodos, los cuales, por su comportamiento unidireccional, permiten el paso de corriente en una sola dirección; en consecuencia, la conmutación es natural. ▪ Controlados: Emplean dispositivos semiconductores, como los tiristores (SCR) o transistores, que permiten controlar el encendido mediante una señal externa. ▪ Semicontrolados: Combinan diodos con tiristores o transistores, ofreciendo control parcial.
Topología del circuito	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Media onda: Sólo permite el paso de una mitad del ciclo de la señal alterna. ▪ Onda completa: Permite el paso de ambas mitades del ciclo.
Número de fases	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Monofásicos: Están diseñados para operar utilizando una fuente de corriente alterna monofásica. ▪ Trifásicos: Se alimentan de una red de corriente alterna trifásica.

Tabla 3.1: Clasificación del rectificador

Para explicar el funcionamiento de un rectificador trifásico, se recurre a la Figura 3.3, la cual representa un rectificador trifásico no controlado, basado en lo expuesto en [18]. Su operación se puede describir mediante los siguientes puntos:

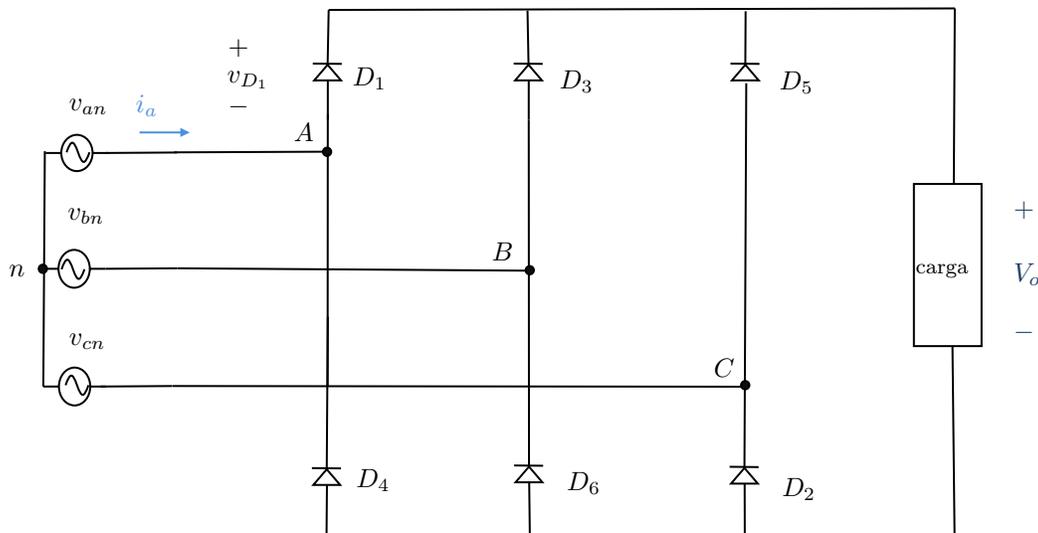


Figura 3.3: Rectificador no controlado

1. Aplicando la Ley de Voltajes de Kirchhoff al circuito, se determina que solo un diodo puede conducir a la vez en la mitad superior del puente (D_1 , D_3 ó D_5). El diodo que se encuentra en conducción será aquel cuyo ánodo esté conectado al voltaje de fase con mayor amplitud en ese instante.
2. De manera similar, solo un diodo puede conducir simultáneamente en la mitad inferior del puente (D_2 , D_4 ó D_6). En este caso, conducirá el diodo cuyo cátodo con el voltaje de fase menor en ese momento.
3. Como resultado de las dos observaciones anteriores, ciertos pares de diodos no pueden conducir al mismo tiempo: D_1 y D_4 , D_3 y D_6 , así como D_5 y D_2 .
4. El voltaje de salida en la carga corresponde, en cada intervalo, al voltaje de línea a línea del generador. Por ejemplo, cuando D_1 y D_2 están conduciendo, la salida es igual a v_{ca} . En general, el voltaje línea a línea de mayor valor en ese instante define qué par de diodos estará en conducción.
5. Existen seis combinaciones posibles de voltajes línea a línea (considerando las tres fases tomadas de dos en dos). Dado que un ciclo completo del generador abarca 360° , la conmutación entre las combinaciones ocurre cada 60° . Por esta razón, el circuito

se denomina rectificador de seis pulsos, ya que se producen seis transiciones por cada periodo de la señal alterna.

- La frecuencia angular del voltaje a la salida es 6ω donde ω es la frecuencia angular del generador trifásico.

Las Figuras 3.4 y 3.5 permiten observar la forma de onda de entrada y la salida del rectificador trifásico, respectivamente.

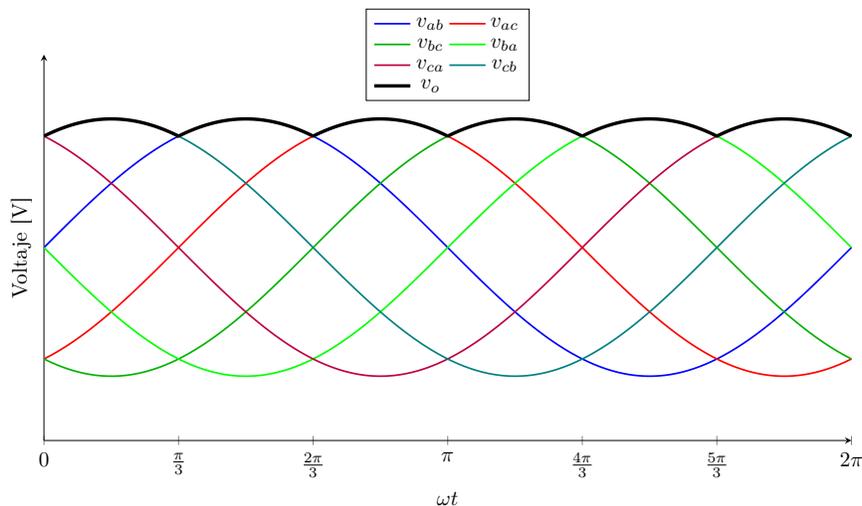


Figura 3.4: Voltajes de entrada del rectificador trifásico

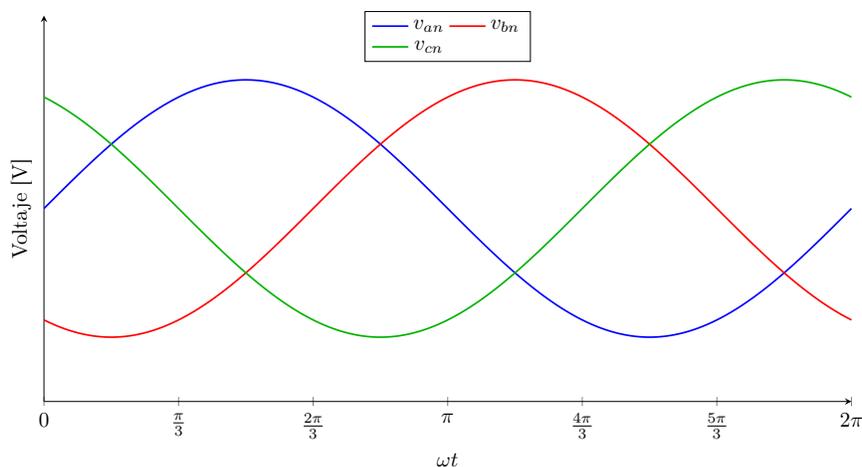


Figura 3.5: Voltaje de salida del rectificador trifásico

Tras comprender el principio de operación del rectificador trifásico no controlado, es importante analizar el funcionamiento de un rectificador trifásico controlado con IGBTs el

cual se empleará en el desarrollo de esta tesis y se muestra en la Figura 3.6. Este tipo de rectificador opera con una entrada trifásica (A, B y C) desfasada 120° entre sí. Cada fase incorpora un inductor L para garantizar la continuidad de la corriente. El circuito está conformado por seis IGBTs organizados en pares (superior e inferior) por cada fase de la fuente. Cada IGBT cuenta con un diodo conectado en antiparalelo, lo que brinda protección contra sobretensiones y evita daños al transistor por inversión de polaridad. En la salida, se conecta un capacitor en paralelo para estabilizar la tensión de CD.

A diferencia del rectificador no controlado, este convertidor requiere una señal externa para realizar la conmutación de sus dispositivos. En este caso, se emplea la modulación por ancho de pulso (PWM), estudiada en la Subsección 2.2.1, la cual permite regular la energía entregada a la carga. Dichas señales consisten en pulsos de distinta duración, que determinan el intervalo de conducción de cada interruptor dentro de un periodo de conmutación.

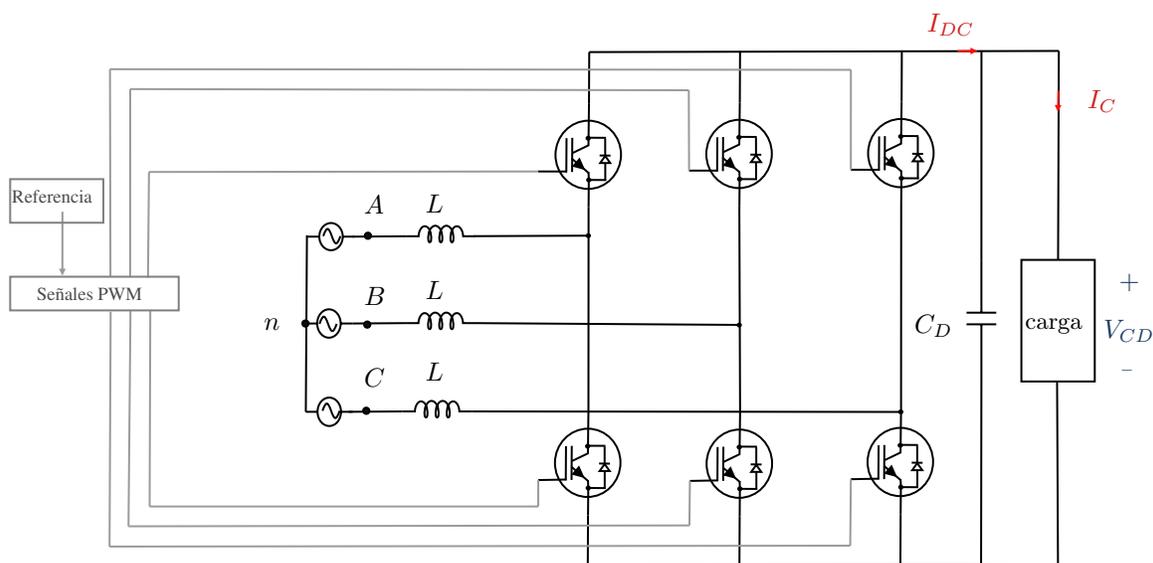


Figura 3.6: Rectificador trifásico controlado

3.1.2. Modo inversor

De acuerdo con [18], en la operación de los rectificadores, el flujo de potencia se produce desde el lado de corriente alterna (CA) hacia el lado de corriente directa (CD) del convertidor. No obstante, el mismo puente trifásico puede operar en modo inversor, donde el flujo de potencia se invierte y se transfiere desde el lado de corriente directa (CD) hacia el lado de corriente alterna (CA). La Figura 3.7 muestra un circuito que permite que el convertidor funcione como un inversor controlado.

En este modo de operación, mediante señales de modulación por ancho de pulso (PWM) se controla el tiempo de encendido de cada interruptor (IGBT), regulando así el ancho de

los pulsos para obtener una señal trifásica de salida en corriente alterna con la forma de onda deseada. Cabe destacar que dichas señales operan a alta frecuencia, lo cual introduce componentes armónicas en la señal de salida. Para atenuar dichas componentes y obtener únicamente la componente fundamental, se emplea un filtro LC.

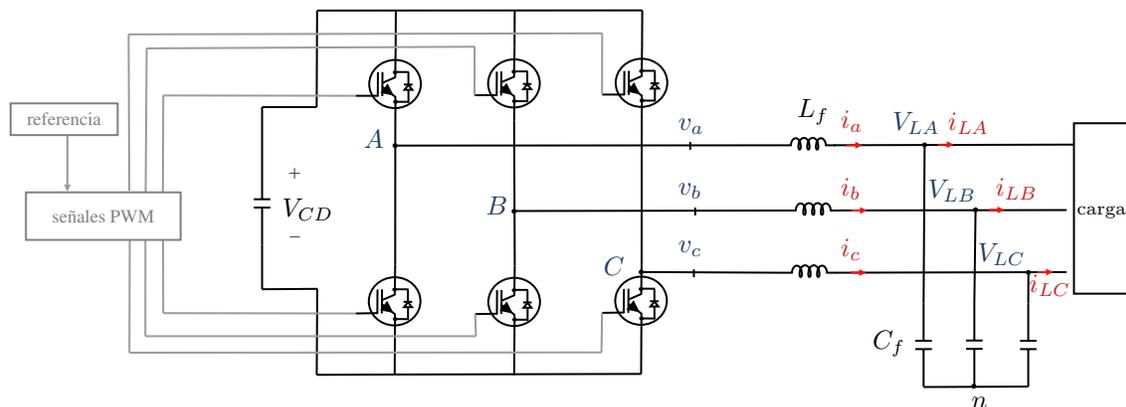


Figura 3.7: Inversor trifásico controlado

3.2. Convertidores de CD-CD

Los convertidores de corriente directa a corriente directa (CD-CD) tienen como función principal modificar el nivel de voltaje entre dos puntos del sistema, permitiendo elevar o reducir el voltaje de entrada según las necesidades de la aplicación.

Una de las formas más comunes de clasificarlos es en función del aislamiento eléctrico entre el circuito primario y el circuito secundario [18]. Bajo este criterio, se distinguen dos categorías:

- **Convertidores no aislados:** No proporcionan aislamiento eléctrico entre sus entradas y salidas. Entre los más utilizados se encuentran:
 - Reductor (Buck)
 - Elevador (Boost)
 - Reductor-elevador (Buck-Boost)
- **Convertidores aislados:** Brindan aislamiento galvánico entre el circuito de entrada y el de salida. Algunos son.
 - Delantero (Forward)
 - De retorno (Flyback)

- Doble puente activo (Dual Active Bridge)

Además del aislamiento, los convertidores aislados suelen ofrecer alta eficiencia, capacidad de operación bidireccional. Uno de los convertidores más relevantes de esta categoría es el doble puente activo (DAB), cuya operación será analizada con mayor detalle en la siguiente sección.

3.2.1. Doble puente activo dual

El convertidor Doble Puente Activo Dual (DAB, por sus siglas en inglés) está conformado por dos estructuras en puente H, cada una integrada por cuatro dispositivos semiconductores. Ambos puentes están interconectados mediante un transformador de alta frecuencia y una inductancia de acoplamiento (L_D). En el lado de salida se incorpora un capacitor (C_{CD2}) y una carga (R_L), como se ilustra en la Figura 3.8.

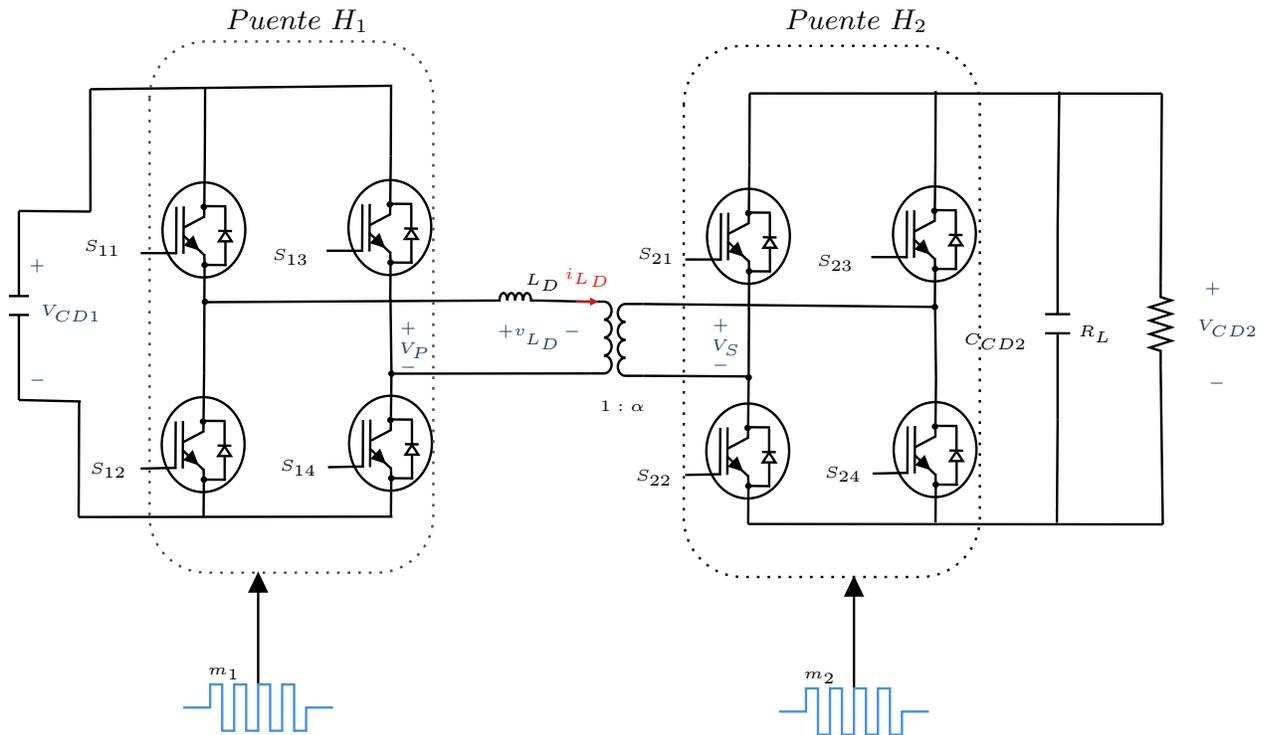


Figura 3.8: Doble puente activo dual

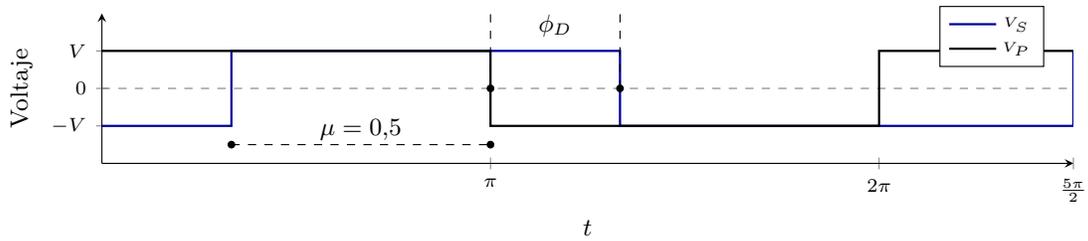
Los voltajes V_P y V_S , producidos por los puentes H_1 y H_2 , respectivamente, están en función de las señales de modulación m_1 y m_2 , además de los voltajes de entrada V_{CD1} y V_{CD2} . En el DAB, la diferencia de potencial entre los devanados del transformador de alta frecuencia (v_{LD}) da lugar a una corriente de transferencia (i_{LD}), cuya magnitud está determinada por la inductancia de acoplamiento L_D . Tanto la dirección como la amplitud

de dicha corriente están directamente influenciadas por el ciclo de trabajo (μ) y el desfase (ϕ_D) entre las señales de modulación m_1 y m_2 . Las formas de onda de los voltajes generados por los puentes H producen dos niveles de voltaje cuando $\mu = 50\%$, y tres niveles distintos si $0 < \mu < 50\%$.

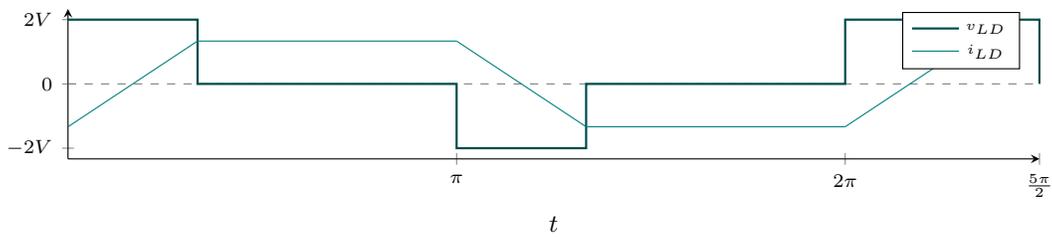
Asimismo, el flujo de potencia en corriente alterna (CA) a través del transformador de alta frecuencia está directamente relacionado con el flujo de potencia en corriente directa (CD) entre V_{CD1} y V_{CD2} , en ambos sentidos. Bajo cualquier condición de operación, suele existir una componente de corriente reactiva (i_Q), la cual reduce la corriente activa (i_A) y, en consecuencia, disminuye la corriente continua entregada a la carga.

Por lo tanto, un valor elevado de i_Q implica una menor eficiencia del sistema. Alcanzar la condición $i_Q = 0$ conlleva múltiples ventajas, entre las que se destacan la reducción del esfuerzo de corriente sobre los semiconductores de potencia, lo cual disminuye las pérdidas térmicas y prolonga su vida útil, y reducción del tamaño del condensador C_{CD2} , ya que una menor corriente reactiva implica una menor necesidad de compensación energética. Estas ventajas han originado el desarrollo de varias estrategias de modulación, con base en la combinación del ciclo de trabajo y el desplazamiento de fase entre las señales portadoras, con el fin de mejorar la eficiencia del convertidor y aumentar la densidad de potencia.

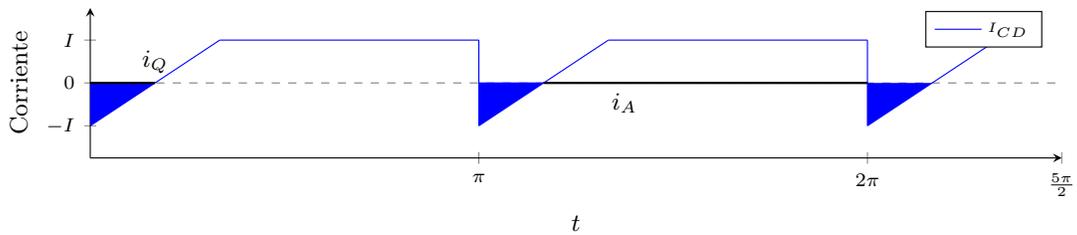
Una de las técnicas de control más utilizadas en el DAB es la modulación por desplazamiento de fase (SPS, por sus siglas en inglés), presentada en la Subsección 2.2.2, en la cual V_P y V_S presentan un ciclo de trabajo fijo del 50%, y el control de potencia se logra ajustando el desfase de la señal portadora m_2 , lo que permite regular la transferencia de energía entre los lados de entrada y salida [19]. Las formas de onda resultantes de dicha modulación se muestran en la Figura 3.9.



(a) Formas de onda de V_P y V_S



(b) Voltaje y corriente en el inductor



(c) Corriente de salida en CD conformada por i_Q , i_A

Figura 3.9: Modulación por desplazamiento de fase (SPS)

Modelado matemático

En la sección siguiente se presenta el desarrollo del modelado matemático de las principales componentes que integran el transformador electrónico de potencia. Se inicia con la formulación del modelo del convertidor de fuente de voltaje, considerando sus modos de operación como rectificador e inversor, y posteriormente se aborda el modelado del convertidor de doble puente activo dual (DAB). La interconexión de estos modelos individuales da lugar a la construcción de un modelo integral que describe el comportamiento dinámico completo del transformador electrónico de potencia.

Para obtener dichos modelos se sigue la siguiente metodología:

- Identificar los elementos ideales (resistencias, inductancias y capacitancias).
- Establecer las relaciones constitutivas de los elementos ideales.
- Formular las restricciones de interconexión de los elementos aplicando las leyes de conservación de la energía, en particular las Leyes de Kirchhoff de corriente y voltaje.
- Sustituir las relaciones constitutivas en las restricciones de interconexión, obteniendo como resultado un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias que describen el modelo matemático del sistema.

Dado que uno de los objetivos de este trabajo es el diseño de estrategias de control fundamentadas en modelos dinámicos, las ecuaciones diferenciales obtenidas se reorganizan en una representación matricial permitiendo la identificación de propiedades claves. A continuación, se presenta el detalle sobre la obtención del modelado matemático del VSC en ambos modos de operación y del DAB.

4.1. Convertidor de fuente de voltaje: Modo rectificador

En la Figura 5.4 se muestra el rectificador trifásico, el cual está conformado por seis dispositivos IGBT que forman un puente H trifásico. A la entrada de cada rama del puente

se aplican los voltajes v_{ti}^{abc} , los cuales están conectados en serie con una red de voltaje trifásica balanceada v_g^{abc} , que presenta un desfase de 120° entre cada una de sus fases.

$$v_{ti}^{abc} = \begin{bmatrix} v_{ti}^a \\ v_{ti}^b \\ v_{ti}^c \end{bmatrix}, \quad v_g^{abc} = \begin{bmatrix} v_g^a \\ v_g^b \\ v_g^c \end{bmatrix}$$

La conexión entre la fuente de entrada y el puente H se realiza a través de tres líneas con inductancias y resistencias representadas por las entradas de las matrices L_{abc} y r_{abc} , respectivamente. En el caso de las resistencias, éstas representan tanto la resistencia parásita de las inductancias como las pérdidas de conducción de los dispositivos. Asimismo, cada inductancia tiene un voltaje y una corriente asociados, representados por los vectores v_{abc} e i_{Li}^{abc} , respectivamente. De manera que quedan definidos los vectores:

$$v_{abc} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}, \quad i_{Li}^{abc} = \begin{bmatrix} i_{Li}^a \\ i_{Li}^b \\ i_{Li}^c \end{bmatrix}.$$

y las matrices de parámetros r_{abc} y L_{abc} se representan como:

$$r = \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 \\ 0 & 0 & r_c \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} L_a & 0 & 0 \\ 0 & L_b & 0 \\ 0 & 0 & L_c \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

De acuerdo con la Figura 5.4, a la salida del rectificador, por simplicidad, se encuentra una carga resistiva r_L , conectada en paralelo con un condensador C_{CD} y su resistencia asociada r_{CD} . Por estos elementos circulan corrientes identificadas como I_{DAB} , I_C e I_r , respectivamente, mientras que el voltaje presente en la salida se denota como V_{CD} .

De acuerdo con [20], se puede obtener un modelo promediado que representa el comportamiento del VSC si se asume que que la frecuencia de conmutación es considerablemente mayor (al menos 10 veces) que la frecuencia de la señal de interés, esta condición permite suponer que las variables del sistema se mantienen prácticamente constantes durante cada período de conmutación. Más aún, considerando que no hay pérdidas en los semiconductores, el voltaje trifásico de corriente alterna (CA) se relaciona con el voltaje de corriente directa (CD) y las corrientes trifásicas de entrada, a través de las señales de modulación sinusoidal unitaria m_{abc} , según las siguientes ecuaciones:

$$v_{ti}^{abc} = \frac{1}{2} m_{abc} V_{CD} \quad (4.2)$$

$$I_{CD} = \frac{1}{2} m_{abc}^\top i_{Li}^{abc} \quad (4.3)$$

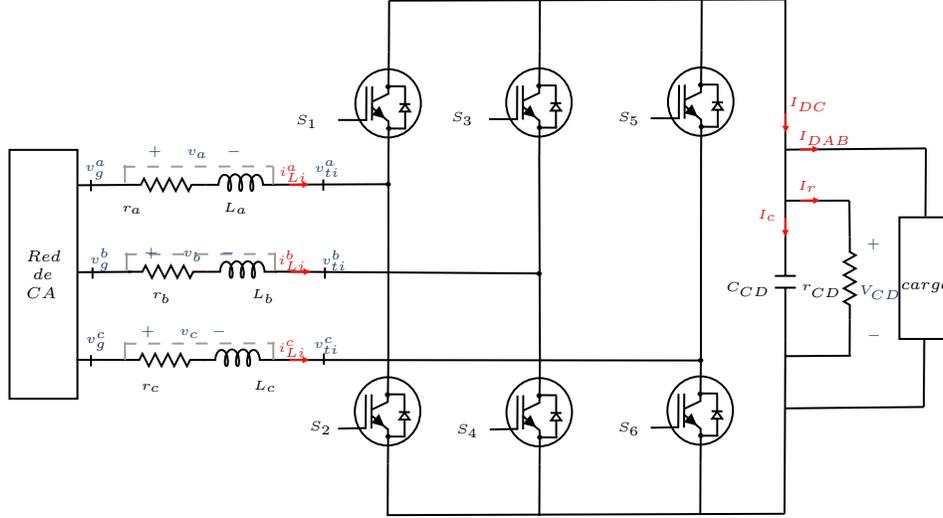


Figura 4.1: Convertidor: Rectificador trifásico

donde:

$$m_{abc} = \begin{bmatrix} m_a & m_b & m_c \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^3.$$

Para obtener el modelo, se define como vector de estados el vector de corrientes en los inductores i_{Li}^{abc} y el voltaje en el capacitor V_{CD} . Es decir:

$$x(t) := \begin{bmatrix} i_{Li}^{abc} \\ V_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{Li}^a \\ i_{Li}^b \\ i_{Li}^c \\ V_{CD} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4, \quad (4.4)$$

Así pues, tomando como base la Figura 5.4 y aplicando la Ley de Voltajes de Kirchhoff en la malla de entrada del sistema, se tiene:

$$v_g^{abc} = v_{abc} + v_{ti}^{abc} \quad (4.5)$$

donde la caída de tensión v_{abc} también puede escribirse como:

$$v_{abc} = v_{r_{abc}} + v_{L_{abc}} = i_{Li}^{abc} r + L \frac{di_{Li}^{abc}(t)}{dt}$$

con las matrices definidas en (4.1) y donde se han sustituido las leyes de los elementos resistivos e inductivos. Sustituyendo esta última expresión en (4.5), se obtiene:

$$v_g^{abc} = i_{Li}^{abc} r + L \frac{di_{Li}^{abc}(t)}{dt} + v_{ti}^{abc}.$$

Despejando el término derivativo y tomando en consideración (4.2) para v_{ti}^{abc} se tiene que:

$$\begin{aligned} L \frac{di_{Li}^{abc}(t)}{dt} &= v_g^{abc} - r i_{Li}^{abc} - v_{ti}^{abc} \\ L \frac{di_{Li}^{abc}(t)}{dt} &= v_g^{abc} - r i_{Li}^{abc} - \frac{1}{2} m_{abc} V_{CD} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Esta última expresión, muestra la tasa de variación del primer estado como función del primero y segundo estado y de la entrada v_g^{abc} .

Por otro lado, aplicando la Ley de Corrientes de Kirchhoff al nodo a la salida de la Figura 5.4 se tiene:

$$I_{CD} = I_C + I_r + I_{DAB}.$$

Sustituyendo las expresiones dadas por las relaciones constitutivas o leyes de los elementos del capacitor y de la resistencia en la expresión anterior, se tiene que:

$$I_{CD} = C \frac{dV_{CD}(t)}{dt} + r_{CD}^{-1} V_{CD} + I_{DAB},$$

Resolviendo para la derivada del voltaje y sustituyendo (4.3):

$$\begin{aligned} C \frac{dV_{CD}(t)}{dt} &= I_{CD} - r_{CD}^{-1} V_{CD} - I_{DAB} \\ C \frac{dV_{CD}(t)}{dt} &= \frac{1}{2} m_{abc}^\top i_{Li}^{abc} - r_{CD}^{-1} V_{CD} - I_{DAB} \end{aligned} \quad (4.7)$$

que representa la tasa de variación del segundo estado en términos de los estados y de la entrada. Así pues, las Ecuaciones (4.6) y (4.7) representan el comportamiento o modelo matemático del rectificador trifásico:

$$L \frac{di_{Li}^{abc}(t)}{dt} = v_g^{abc} - r i_{Li}^{abc} - \frac{1}{2} m_{abc} V_{CD} \quad (4.8a)$$

$$C \frac{dV_{CD}(t)}{dt} = \frac{1}{2} m_{abc}^\top i_{Li}^{abc} - r_{CD}^{-1} V_{CD} - I_{DAB} \quad (4.8b)$$

Es importante notar que las ecuaciones (4.8) pueden ser no-lineales. Esto porque si m_{abc} depende del estado¹, entonces los productos $m_{abc} V_{CD}$ y $m_{abc}^\top i_{Li}^{abc}$ introducen no-linealidades.

El modelo (4.8) también puede escribirse en su forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_{CD} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Li}^{abc} \\ V_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & -\frac{1}{2} m_{abc} \\ \frac{1}{2} m_{abc}^\top & r_{CD}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Li}^{abc} \\ V_{CD} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ -I_{DAB} \end{bmatrix}$$

¹Si m_{abc} se usa como entrada de control, entonces dependerá de V_{CD} y/o de i_{Li}^{abc}

O bien, expresado en su forma compacta como:

$$P\dot{x}(t) = (J(m_{abc}) - R)x(t) + \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ -I_{DAB} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^4$ es el vector de estados definido en (4.4), R es una matriz diagonal que contiene los parámetros de los elementos disipadores de energía del circuito, P es una matriz diagonal cuyas entradas son los parámetros de los elementos almacenadores, y $J(m_{abc})$ es una matriz antisimétrica² que depende de las señales de modulación y representa la interacción entre los estados del sistema. Las matrices R , P y $J(m_{abc})$ se definen como:

$$R := \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{CD}^{-1} \end{bmatrix}, \quad P := \begin{bmatrix} L_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{CD} \end{bmatrix}, \quad J(m_{abc}) := \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -m_a \\ 0 & 0 & 0 & -m_b \\ 0 & 0 & 0 & -m_c \\ m_a & m_b & m_c & 0 \end{bmatrix}.$$

4.1.1. Análisis energético

A partir del modelo dinámico (4.9) previamente obtenido para el rectificador trifásico, el cual se reescribe aquí como:

$$P\dot{x}(t) = (J(m_{abc}) - R)x(t) + \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ -I_{DAB} \end{bmatrix},$$

en esta sección se realiza un análisis energético con el fin de examinar cómo se distribuye la potencia dentro del sistema. Para esto, se puede definir la energía almacenada como la suma de la energía almacenada en el capacitor más la energía almacenada en los inductores:

$$E(V_{CD}, i_{Li}^{abc}) = \frac{1}{2} (C_{CD}V_{CD}^2 + (i_{Li}^{abc})^\top L i_{Li}^{abc})$$

la cual escrita como una función del vector de estados $x = \begin{bmatrix} i_{Li}^{abc} & V_{CD} \end{bmatrix}^\top$ es:

$$E(x) = \frac{1}{2} x^\top P x \quad (4.10)$$

La tasa de variación de dicha energía, es decir, la potencia, se encuentra usando la regla de la cadena:

$$\dot{E}(x) = \left(\frac{\partial}{\partial x} E(x) \right)^\top \dot{x} = x^\top P \dot{x} \quad (4.11)$$

²Se dice que una matriz es antisimétrica si $J(m_{abc}) = -J^\top(m_{abc})$.

donde $\frac{\partial}{\partial x}E(x)$ denota al vector gradiente de la función escalar $E(x)$, el cual, dada (4.10), es Px . Sustituyendo la dinámica del sistema, es decir, la Ecuación (4.9), en $\dot{E}(x)$ se obtiene:

$$\dot{E}(x) = x^\top \left((J - R)x + \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ -I_{DAB} \end{bmatrix} \right)$$

Desarrollando los términos:

$$\dot{E} = \overbrace{x^\top Jx}^0 - x^\top Rx + x^\top \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ -I_{DAB} \end{bmatrix}$$

donde se ha usado el hecho de que J es una matriz antisimétrica y, por tanto, $x^\top Jx = 0$. Expandiendo los productos restantes:

$$\dot{E} = - \begin{bmatrix} i_{Li}^{abc} & V_{CD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r_{CD}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Li}^{abc} \\ V_{CD} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{Li}^{abc} & V_{CD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ -I_{DAB} \end{bmatrix}$$

Lo cual da como resultado:

$$\dot{E} = -(i_{Li}^{abc})^\top r i_{Li}^{abc} - V_{CD}^2 r_{CD}^{-1} + (v_g^{abc})^\top i_{Li}^{abc} - V_{CD} I_{DAB}$$

$$\underbrace{(v_g^{abc})^\top i_{Li}^{abc}}_{\text{P. suministrada}} = \underbrace{\dot{E}}_{\text{P. almacenada}} + \underbrace{(i_{Li}^{abc})^\top r i_{Li}^{abc} + V_{CD}^2 r_{CD}^{-1}}_{\text{P. disipada}} + \underbrace{V_{CD} I_{DAB}}_{\text{P. carga}}$$

De esta expresión se observa que:

- Los escalares $(i_{Li}^{abc})^\top r i_{Li}^{abc}$, $V_{CD}^2 r_{CD}^{-1}$ representan las potencias disipadas por las resistencias internas del sistema.
- $V_{CD} I_{DAB}$ representa la potencia entregada a la carga.
- $(v_g^{abc})^\top i_{Li}^{abc}$ corresponde a la potencia de entrada proveniente de la red.

A partir de lo anterior, se observa que la potencia suministrada al sistema es igual a la potencia almacenada más las pérdidas internas y la potencia transferida a la carga. En otras palabras, si las entradas del sistema son cero, entonces

$$\dot{E}(x) \leq 0$$

por lo que la energía del sistema decrecerá hasta llegar a un punto de mínima energía o punto de equilibrio, que para (4.10) corresponde a $x = 0$.

El análisis anterior es relevante por dos razones:

- Puede diseñarse un controlador que haga que el sistema en lazo cerrado tenga asociada una nueva función, tipo energía, con un mínimo en donde se requiera.
- Si la función de energía cumple con lo requerido en la Subsección 2.1.2, entonces puede usarse para demostrar estabilidad en el sentido de Lyapunov del punto de equilibrio.

Estas dos observaciones, motivan el diseño de controladores del siguiente capítulo.

4.2. Convertidor de fuente de voltaje: Modo inversor

La Figura 4.2 muestra el esquema del inversor trifásico. El voltaje presente en la entrada del convertidor se denota como V_{CD2} y la corriente de entrada proviene del convertidor de doble puente activo dual está representada por I_{DAB2} . A la salida del puente H se generan los voltajes trifásicos v_{to}^{abc} , que alimentan a la carga a través de un filtro LC formado por las inductancias L_o^{abc} con resistencias parásitas r_o^{abc} y las capacitancias C_f^{abc} , por las cuales fluye una corriente asociada i_{Cf}^{abc} . Por su parte, la corriente que fluye por las inductancias se denota como i_{Lo}^{abc} y v_o^{abc} es la diferencia de potencial mostrado en la figura.

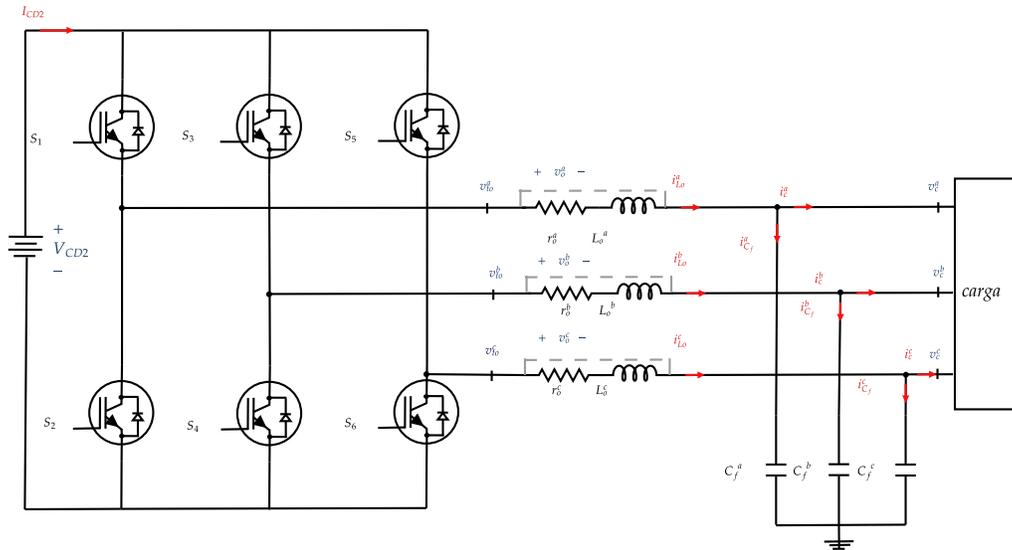


Figura 4.2: Convertidor:Inversor trifásico

Las variables trifásicas mencionadas se definen como:

$$v_{to}^{abc} = \begin{bmatrix} v_{to}^a \\ v_{to}^b \\ v_{to}^c \end{bmatrix}, \quad v_o^{abc} = \begin{bmatrix} v_o^a \\ v_o^b \\ v_o^c \end{bmatrix}, \quad i_{Lo}^{abc} = \begin{bmatrix} i_{Lo}^a \\ i_{Lo}^b \\ i_{Lo}^c \end{bmatrix}, \quad i_{Cf}^{abc} = \begin{bmatrix} i_{Cf}^a \\ i_{Cf}^b \\ i_{Cf}^c \end{bmatrix}.$$

Por su parte, los parámetros (inductancias, resistencias y capacitancias) del filtro de salida correspondientes a los inductores, resistencias parásitas y capacitores está representados en las siguientes matrices:

$$L_o^{abc} = \begin{bmatrix} L_o^a & 0 & 0 \\ 0 & L_o^b & 0 \\ 0 & 0 & L_o^c \end{bmatrix}, \quad r_o^{abc} = \begin{bmatrix} r_o^a & 0 & 0 \\ 0 & r_o^b & 0 \\ 0 & 0 & r_o^c \end{bmatrix}, \quad C_f^{abc} = \begin{bmatrix} C_f^a & 0 & 0 \\ 0 & C_f^b & 0 \\ 0 & 0 & C_f^c \end{bmatrix}.$$

Finalmente, los voltajes y corrientes en la carga trifásica, así como las resistencias asociadas a la carga se denotan por:

$$v_c^{abc} = \begin{bmatrix} v_c^a \\ v_c^b \\ v_c^c \end{bmatrix}, \quad i_c^{abc} = \begin{bmatrix} i_c^a \\ i_c^b \\ i_c^c \end{bmatrix}, \quad r_c^{abc} = \begin{bmatrix} r_c^a & 0 & 0 \\ 0 & r_c^b & 0 \\ 0 & 0 & r_c^c \end{bmatrix}.$$

Para obtener el modelo promediado, nuevamente se asume que la frecuencia de conmutación sea significativamente superior —al menos diez veces mayor— que la frecuencia del sistema. Ahora bien, como se indica en [20], el voltaje en las terminales del puente H y la corriente de entrada al convertidor se relacionan mediante las señales de modulación sinusoidal unitaria m_{abc} , de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$v_{to}^{abc} = \frac{1}{2} m_{abc} V_{CD2} \quad (4.12)$$

$$I_{CD2} = \frac{1}{2} m_{abc}^\top i_{Lo}^{abc} \quad (4.13)$$

donde:

$$m_{abc} = \begin{bmatrix} m_a & m_b & m_c \end{bmatrix}^\top \in \mathbb{R}^3.$$

es la señal de modulación.

Similar al caso del rectificador, para obtener el modelo se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff en la malla a la salida del inversor:

$$v_{to}^{abc} = v_o^{abc} + v_c^{abc}.$$

Sustituyendo las leyes de los elementos en la expresión anterior y tomando en cuenta (4.12):

$$\begin{aligned} v_{to}^{abc} &= r_o^{abc} i_{Lo}^{abc} + L_o^{abc} \frac{di_{Lo}^{abc}}{dt} + v_c^{abc}, \\ L_o^{abc} \frac{di_{Lo}^{abc}}{dt} &= -r_o^{abc} i_{Lo}^{abc} + \frac{1}{2} m_{abc} V_{CD2} - v_c^{abc}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Por otro lado, aplicando la Ley de Corrientes de Kirchhoff al nodo donde está conectada

la carga, se tiene:

$$i_{Lo}^{abc} = i_{Cf}^{abc} + i_c^{abc}.$$

Sustituyendo las leyes constitutivas de los elementos pasivos se tiene:

$$\begin{aligned} i_{Lo}^{abc} &= C_f^{abc} \frac{dv_c^{abc}}{dt} + (r_c^{abc})^{-1} v_c^{abc}, \\ C_f^{abc} \frac{dv_c^{abc}}{dt} &= i_{Lo}^{abc} - (r_c^{abc})^{-1} v_c^{abc} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Las ecuaciones (4.14) y (4.15) sujetas a (4.13) representan al modelo matemático del inversor trifásico. Estas ecuaciones, en su representación matricial quedan dadas por:

$$\begin{bmatrix} C_f^{abc} & 0 \\ 0 & L_o^{abc} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_c^{abc} \\ i_{Lo}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(r_c^{abc})^{-1} & I \\ -I & -r_o^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c^{abc} \\ i_{Lo}^{abc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} m_{abc} V_{CD2} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

con I una matriz identidad de orden 3. De manera que definiendo el vector de estados:

$$x(t) := \begin{bmatrix} v_c^{abc} \\ i_{Lo}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_c^a \\ v_c^b \\ v_c^c \\ i_{Lo}^a \\ i_{Lo}^b \\ i_{Lo}^c \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6, \quad (4.17)$$

El modelo del inversor puede escribirse de forma compacta como:

$$P\dot{x}(t) = (J - R)x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} m_{abc} V_{CD2} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^6$ es el vector de estados, $R \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ es una matriz diagonal que contiene los parámetros de los elementos disipadores de energía del circuito, $P \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ es la matriz de los elementos almacenadores, y $J \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ es una matriz antisimétrica constante que representa la interacción entre los estados del sistema. Específicamente, las matrices R , P y J se definen como:

$$R := \begin{bmatrix} (r_c^{abc})^{-1} & 0 \\ 0 & r_o^{abc} \end{bmatrix}, \quad P := \begin{bmatrix} C_f^{abc} & 0 \\ 0 & L_o^{abc} \end{bmatrix}, \quad J := \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{bmatrix}.$$

4.2.1. Análisis energético

Similar al caso del rectificador, a partir del modelo dinámico (4.18) previamente obtenido para el inversor trifásico, se puede llevar a cabo un análisis energético para determinar cómo se distribuye la potencia en el sistema. La energía almacenada en los elementos (inductancias

de salida y capacitancias de filtrado) se define mediante:

$$E(v_c^{abc}, i_{Lo}^{abc}) = \frac{1}{2} \left((v_c^{abc})^\top C_f^{abc} v_c^{abc} + (i_{Lo}^{abc})^\top L_o^{abc} i_{Lo}^{abc} \right)$$

Dicha expresión se puede escribir como una función de estados $x = \begin{bmatrix} v_c^{abc} & i_{Lo}^{abc} \end{bmatrix}^\top$ como:

$$E(x) = \frac{1}{2} x^\top P x.$$

La razón de cambio, la cual es equivalente a la potencia, se obtiene haciendo uso de la regla de la cadena y sustituyendo la dinámica del sistema:

$$\begin{aligned} \dot{E}(x) &= \left(\frac{\partial}{\partial x} E(x) \right)^\top \dot{x} = x^\top P \dot{x} \\ \dot{E}(x) &= x^\top \left((J - R)x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} m_{abc} V_{CD2} \end{bmatrix} \right) \end{aligned}$$

Operando los términos:

$$\begin{aligned} \dot{E}(x) &= \overbrace{x^\top J x}^0 - x^\top R x + x^\top \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} m_{abc} V_{CD2} \end{bmatrix} \\ &= -x^\top R x + x^\top \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} m_{abc} V_{CD2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

donde se ha hecho uso de que $x^\top J x = 0$, ya que J es antisimétrica. Distribuyendo los productos restantes

$$\dot{E} = - \begin{bmatrix} (v_c^{abc})^\top & (i_{Lo}^{abc})^\top \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (r_c^{abc})^{-1} & 0 \\ 0 & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c^{abc} \\ i_{Lo}^{abc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (v_c^{abc})^\top & (i_{Lo}^{abc})^\top \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} m_{abc} V_{CD2} \end{bmatrix}.$$

Desarrollando los productos escalares, la expresión queda:

$$\begin{aligned} \dot{E} &= -(v_c^{abc})^\top (r_c^{abc})^{-1} v_c^{abc} - (i_{Lo}^{abc})^\top r_0 i_{Lo}^{abc} + \frac{1}{2} (i_{Lo}^{abc})^\top m_{abc} V_{CD2} \\ \underbrace{\frac{1}{2} (i_{Lo}^{abc})^\top m_{abc} V_{CD2}}_{\text{P. suministrada}} &= \underbrace{\dot{E}}_{\text{P. almacenada}} + \underbrace{(i_{Lo}^{abc})^\top r_0 i_{Lo}^{abc}}_{\text{P. disipada}} + \underbrace{(v_c^{abc})^\top (r_c^{abc})^{-1} v_c^{abc}}_{\text{P. carga}} \end{aligned}$$

De esta expresión se observa que:

- $\frac{1}{2} (i_{Lo}^{abc})^\top m_{abc} V_{CD2}$ representa la potencia de entrada suministrada al inversor, siendo V_{CD2} una fuente de corriente directa.

- $(i_{L_o}^{abc})^\top r_o^{abc} i_{L_o}^{abc}$ corresponden a las potencias disipadas en los elementos resistivos del sistema.
- $(v_c^{abc})^\top (r_c^{abc})^{-1} v_c^{abc}$ es la potencia entregada a la carga.

En resumen, la potencia que ingresa al sistema sólo puede transformarse en tres componentes: energía almacenada, pérdidas internas y potencia suministrada a la carga. Si las entradas externas se anulan, la variación de energía cumple $\dot{E}(x) \leq 0$, de modo que el sistema desciende hasta su nivel mínimo de energía.

4.3. Convertidor doble puente activo dual

En la Figura 5.9 se muestra el convertidor de doble puente activo dual (DAB). En su entrada, recibe un voltaje V_{CD1} y una corriente I_{DAB} , provenientes de la salida del rectificador. La tensión de salida del primer puente H_1 es V_P , o voltaje primario, la cual se aplica al transformador de alta frecuencia. A través de la relación de transformación, se obtiene la señal V_S , o voltaje secundario, que posteriormente alimenta al segundo puente H_2 , para finalmente entregar el voltaje de salida V_{CD2} y una corriente I_{CD2} que serán el voltaje y la corriente de entrada del inversor.

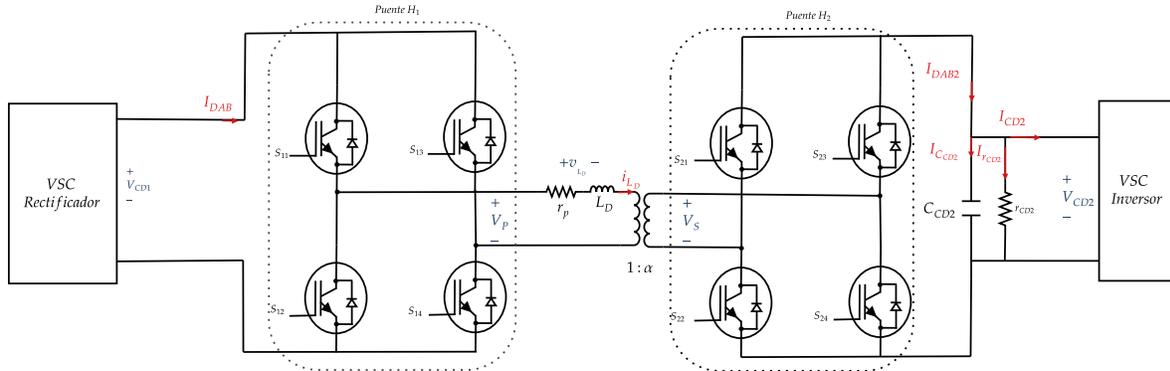


Figura 4.3: Convertidor: Doble Puente Activo Dual

De acuerdo con [20], los voltajes presentes en el transformador de alta frecuencia y las corrientes de entrada y salida se describen mediante:

$$V_P = m_1 V_{CD1}, \quad V_S = m_2 V_{CD2}, \quad (4.19a)$$

$$I_{DAB} = m_1 i_{L_D}, \quad I_{DAB2} = \frac{m_2}{\alpha} i_{L_D}, \quad (4.19b)$$

donde m_1 y m_2 son las señales de modulación de los puentes H_1 y H_2 , respectivamente, y α es la relación de transformación. Si V_{CD1} y V_{CD2} se mantienen constantes, la relación de

transformación cumple:

$$\alpha = \frac{N_S}{N_P} = \frac{V_{CD2}}{V_{CD1}} = \frac{V_S}{V_P}.$$

A partir del circuito equivalente de la Figura 4.4 se aplica la Ley de Voltajes de Kirchoff en el lado primario (voltajes referidos al lado primario) para tener:

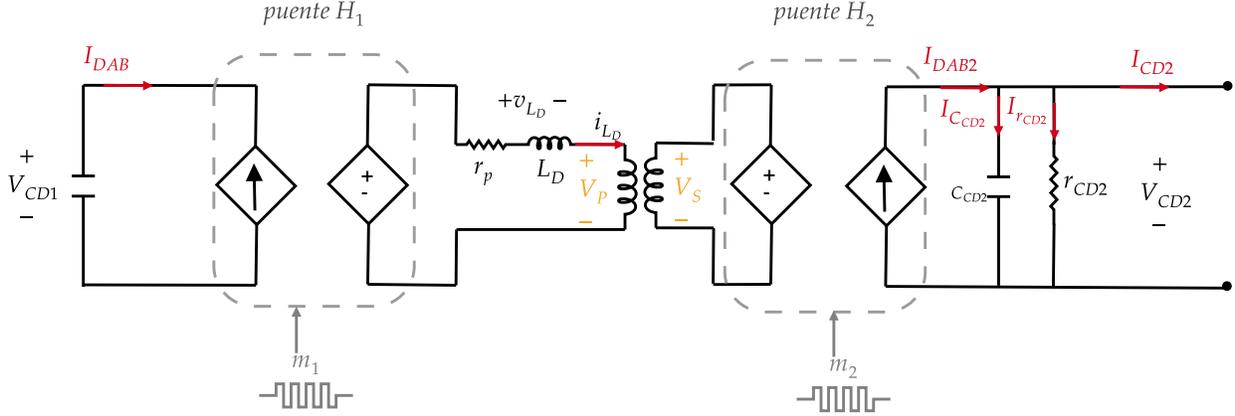


Figura 4.4: Circuito equivalente del DAB

$$V_P = v_{L_D} + \frac{V_S}{\alpha}, \quad v_{L_D} = L_D \frac{di_{L_D}}{dt} + r_p i_{L_D}.$$

Reemplazando v_{L_D} en V_P se obtiene

$$V_P = L \frac{di_{L_D}}{dt} + r_p i_{L_D} + \frac{V_S}{\alpha}$$

Y resolviendo para la derivada:

$$L_D \frac{di_{L_D}}{dt} = V_P - r_p i_{L_D} - \frac{V_S}{\alpha} \quad (4.20)$$

Por otro lado, aplicando la Ley de Corrientes de Kirchoff al nodo de salida y sustituyendo la relación constitutiva del capacitor, se tiene:

$$I_{DAB2} = I_{C_{CD2}} + I_{r_{CD2}} + I_{CD2} = C_{CD2} \frac{dV_{CD2}}{dt} + V_{CD2} r_{CD2}^{-1} + I_{CD2},$$

Resolviendo para la derivada:

$$C_{CD2} \frac{dV_{CD2}}{dt} = I_{DAB2} - V_{CD2} r_{CD2}^{-1} - I_{CD2} \quad (4.21)$$

Reemplazando las expresiones (4.19a) en (4.20) y las expresiones (4.19b) en (4.21)

$$L_D \frac{di_{L_D}}{dt} = m_1 V_{CD1} - r_p i_{L_D} - \frac{m_2 V_{CD2}}{\alpha} \quad (4.22a)$$

$$C_{CD2} \frac{dV_{CD2}}{dt} = \frac{m_2 i_{L_D}}{\alpha} - V_{CD2} r_{CD2}^{-1} - I_{CD2} \quad (4.22b)$$

Las expresiones (4.22a) y (4.22b) representan el modelo matemático del convertidor doble puente activo. Dichas ecuaciones se pueden expresar de manera matricial de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} L_D & 0 \\ 0 & C_{CD2} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{L_D} \\ V_{CD2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_p & -\frac{m_2}{\alpha} \\ \frac{m_2}{\alpha} & -r_{CD2}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_D} \\ V_{CD2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{DC1} m_1 \\ -I_{CD2} \end{bmatrix}$$

Definiendo el vector de estados:

$$x(t) := \begin{bmatrix} i_{L_D} \\ V_{CD2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2, \quad (4.23)$$

El modelo del convertidor doble puente activo puede escribirse de forma compacta como:

$$P \dot{x}(t) = (J(m_2) - R)x(t) + \begin{bmatrix} V_{DC1} m_1 \\ -I_{CD2} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^2$ es el vector de estados y las matrices R , P y $J(m_2)$ se definen como:

$$R := \begin{bmatrix} r_p & 0 \\ 0 & r_{CD2}^{-1} \end{bmatrix}, \quad P := \begin{bmatrix} L_D & 0 \\ 0 & C_{CD2} \end{bmatrix}, \quad J(m_2) := \begin{bmatrix} 0 & -\frac{m_2}{\alpha} \\ \frac{m_2}{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$$

Debe notarse que $R \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ es una matriz diagonal que contiene los parámetros de los elementos disipadores de energía del circuito, $P \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ es la matriz de parámetros de los elementos almacenadores, y $J(m_{abc})$ es una matriz antisimétrica que depende de las señales de modulación y representa la interacción entre los estados del sistema.

4.3.1. Análisis energético

Partiendo del modelo (4.24) de convertidor doble puente activo obtenido en la sección anterior, se sigue un método similar al rectificador e inversor, donde la energía almacenada es la suma de la energía almacenada del inductor y la energía almacenada en el capacitor:

$$E(i_{L_D}, V_{CD2}) = \frac{1}{2} (L_D i_{L_D}^2 + C_{CD2} V_{CD2}^2)$$

Dicha expresión puede ser escrita como función de los estado $x = \begin{bmatrix} i_{LD} & V_{CD2} \end{bmatrix}^\top$ dando como resultado:

$$E(x) = \frac{1}{2} x^\top P x$$

La potencia se obtiene por medio de la regla de la cadena:

$$\dot{E}(x) = \left(\frac{\partial}{\partial x} E(x) \right)^\top \dot{x} = x^\top P \dot{x}$$

Sustituyendo la dinámica del sistema, se obtiene:

$$\dot{E} = x^\top \left((J - R)x + \begin{bmatrix} V_{DC1} m_1 \\ -I_{CD2} \end{bmatrix} \right)$$

Ahora bien, desarrollando los términos en la expresión anterior, se tiene

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \overbrace{x^\top J x}^0 - x^\top R x + x^\top \begin{bmatrix} V_{DC1} m_1 \\ -I_{CD2} \end{bmatrix} \\ \dot{E} &= -x^\top R x + x^\top \begin{bmatrix} V_{DC1} m_1 \\ -I_{CD2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Continuando con el desarrollo y sustituyendo explícitamente al estado, se tiene que la ecuación de equilibrio de potencia es:

$$\dot{E} = - \begin{bmatrix} i_{LD} & V_{CD2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_p & 0 \\ 0 & r_{CD2}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{LD} \\ V_{CD2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{LD} & V_{CD2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{DC1} m_1 \\ -I_{CD2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \dot{E} &= -r_p i_{LD}^2 - r_{CD2}^{-1} V_{CD2}^2 + m_1 V_{CD1} i_{LD} - I_{CD2} V_{CD2} \\ \underbrace{m_1 V_{CD1} i_{LD}}_{\text{P. suministrada}} &= \underbrace{\dot{E}}_{\text{P. almacenada}} + \underbrace{r_p i_{LD}^2 + r_{CD2}^{-1} V_{CD2}^2}_{\text{P. disipada}} + \underbrace{I_{CD2} V_{CD2}}_{\text{P. a la salida}} \end{aligned}$$

donde:

- $r_p i_{LD}^2$ y $r_{CD2}^{-1} V_{CD2}^2$ es la potencia disipada.
- $m_1 V_{CD1} i_{LD}$ es la potencia de entrada
- $I_{CD2} V_{CD2}$ es la potencia a la salida.

Como anteriormente lo vimos en el rectificador y el inversor, la potencia se transforma en energía almacenada, pérdidas internas y potencia suministrada a la carga. Si las entra-

das externas se anulan, la variación de energía cumple $\dot{E}(x) \leq 0$, de modo que el sistema desciende hasta su nivel mínimo de energía.

4.4. Modelo completo del transformador electrónico de potencia

En esta sección, se presenta el modelo matemático del transformador electrónico de potencia, el cual es una de las principales contribuciones de este trabajo. Este trabajo, aprovecha la estructura desarrollada en las Secciones 4.1, 4.2 y 4.3 para poder desarrollar el modelo completo. Así pues, la Fig. 4.5 muestra la arquitectura del transformador electrónico de potencia (PET).

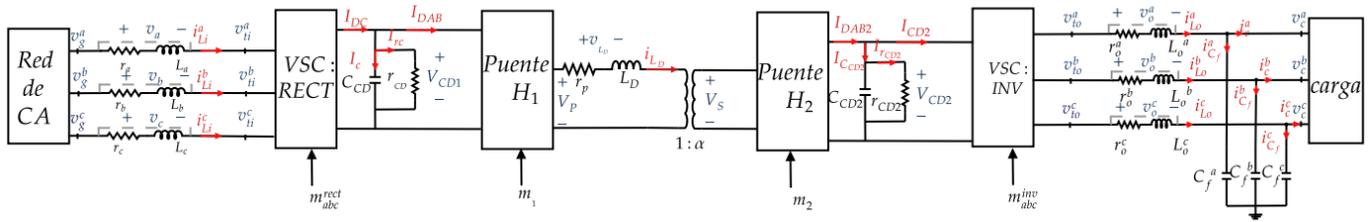


Figura 4.5: Transformador electrónico de potencia

Como puede verse en la figura, el PET está integrado por tres subsistemas interconectados. En conjunto, estas tres etapas interconectadas, como se presenta en la Figura 4.6, permiten una transferencia de energía bidireccional, aislada y de alta densidad entre la red y la carga. Los modelos matemáticos estudiados en las secciones anteriores se reescriben aquí para comodidad en su lectura:

1. **Rectificador VSC trifásico.** Convierte la tensión de red CA en un voltaje continuo V_{CD1} , cuyo modelo matemático está dado por (4.9) reescrito aquí como

$$P_1 \dot{x}_{rect}(t) = (J_1(m_{abc}^{rect}) - R_1)x_{rect}(t) + \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ -I_{DAB} \end{bmatrix}$$

2. **Convertidor doble puente activo (DAB).** Aporta el aislamiento galvánico mediante su transformador de alta frecuencia y adapta el nivel de voltaje, generando V_{CD2} , con modelo matemático dado por (4.24) reescrito aquí como

$$P_2 \dot{x}_{DAB}(t) = (J_2(m_2) - R_2)x_{DAB}(t) + \begin{bmatrix} V_{DC}m_1 \\ -I_{CD2} \end{bmatrix}$$

3. **Inversor VSC trifásico.** Reconvierte V_{CD2} en una forma de onda CA senoidal trifásica apta para la carga. El inversor, está representado por la Ecuación (4.18), reescrita aquí como

$$P_3 \dot{x}_{inv}(t) = (J_3 - R_3)x_{inv}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2}m_{abc}^{inv}V_{CD2} \end{bmatrix}$$

El modelado de cada etapa se distingue porque, aún cuando son sistemas con elementos y funciones distintas, la estructura matemática es la misma. Más aún, esta estructura permite hacer un análisis energético que provee información sobre la conservación de energía y la estabilidad del punto de equilibrio. La estructura matemática general mencionada es la siguiente:

$$P\dot{x}(t) = (J(m) - R)x(t) + G(m) \quad (4.25)$$

donde P es la matriz de parámetros de los elementos almacenadores, $J(m) = -J(m)^\top$ describe las interconexiones internas, R agrupa los elementos disipadores y la matriz $G(m)$, que puede depender de la entrada de control m , vincula las variables de entrada y salida del sistema con los estados. En particular, son precisamente estas matrices

$$G_{rect} = \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ -I_{DAB} \end{bmatrix}, \quad G_{DAB} = \begin{bmatrix} V_{DC}m_1 \\ -I_{CD2} \end{bmatrix}, \quad G_{inv} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2}m_{abc}^{inv}V_{CD2} \end{bmatrix}$$

de cada subsistema, las que permiten interconectar la salida de un subsistema con la entrada del otro, tal y como se muestra en la Figura 4.6. Debe destacarse que esta elección entradas y salidas permite que el modelo global del PET conserve la misma estructura matemática (4.25) y por lo tanto, las mismas propiedades.

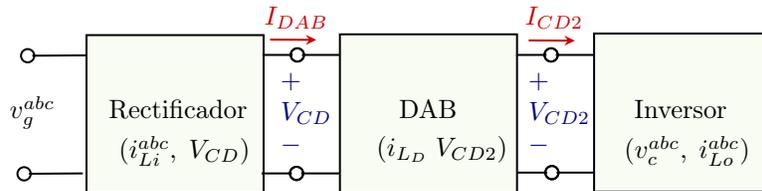


Figura 4.6: Interconexión de subsistemas

Así pues, para presentar el modelo completo, se tienen las siguientes consideraciones:

- El vector v_g^{abc} es la entrada del rectificador y del sistema completo (el PET)
- La corriente I_{DAB} es la salida del rectificador. Para el DAB, de acuerdo con (4.19b), esta corriente es:

$$I_{DAB} = m_1 i_{LD}$$

con i_{LD} un estado del DAB.

- El DAB tiene como entrada el voltaje $V_{DC1}m_1$, con V_{DC1} un estado del rectificador. Asimismo, el DAB tiene como salida la corriente I_{CD2} . Para el inversor, de acuerdo con (4.13) esta corriente es:

$$I_{CD2} = \frac{1}{2} (m_{abc}^{inv})^\top i_{Lo}^{abc}$$

con i_{Lo}^{abc} un estado del inversor.

Bajo las condiciones anteriores, el modelo del sistema completo puede escribirse como:

$$P_T \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{Li}^{abc} \\ V_{CD} \\ i_{LD} \\ V_{CD2} \\ v_c^{abc} \\ i_{Lo}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & -\frac{1}{2}m_{abc}^{rect} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}m_{abc}^{rect\top} & -r_{CD}^{-1} & -m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & -r_p & -\frac{m_2}{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_2}{\alpha} & -r_{CD2}^{-1} & 0 & -\left(\frac{1}{2}m_{abc}^{inv}\right)^\top \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(r_c^{abc})^{-1} & I \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}m_{abc}^{inv} & -I & -r_o^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Li}^{abc} \\ V_{CD} \\ i_{LD} \\ V_{CD2} \\ v_c^{abc} \\ i_{Lo}^{abc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

con la matriz parámetros de los elementos almacenadores definida como:

$$P_T := \text{diag}\{P_1, P_2, P_3\} \in \mathbb{R}^{12 \times 12}.$$

Ahora bien, definiendo al vector de estados:

$$x_{PET}^\top := \begin{bmatrix} x_{rect}^\top & x_{DAB}^\top & x_{inv}^\top \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{12}$$

donde:

$$x_{rect}^\top := \left[(i_{Li}^{abc})^\top \quad V_{CD} \right], \quad x_{DAB}^\top := \left[i_{LD} \quad V_{CD2} \right], \quad x_{inv}^\top := \left[(v_c^{abc})^\top \quad (i_{Lo}^{abc})^\top \right].$$

La matriz con todos los elementos disipadores:

$$R_T := \text{diag}\{R_1, R_2, R_3\} = \text{diag}\{r, r_{CD}^{-1}, r_p, r_{CD2}^{-1}, (r_c^{abc})^{-1}, r_o^{abc}\} \in \mathbb{R}^{12 \times 12},$$

el vector de entradas de control:

$$m = \left[(m_{abc}^{rect})^\top \quad m_1 \quad m_2 \quad (m_{abc}^{inv})^\top \right]^\top \in \mathbb{R}^8$$

y la matriz antisimétrica $J_T(m) = -J_T^\top(m)$ que representa las relaciones de conservación de

energía entre variables de los distintos subsistemas:

$$J_T(m) := \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2}m_{abc}^{rect} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(m_{abc}^{rect})^\top & 0 & -m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & -\frac{m_2}{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_2}{\alpha} & 0 & 0 & -\frac{1}{2}(m_{abc}^{inv})^\top \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}m_{abc}^{inv} & -I & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$$

Entonces, el modelo del PET completo se describe por:

$$P_T \dot{x}_T = [J_T(m) - R_T]x_T + G \quad (4.27)$$

con la matriz G que interconecta al PET con su entrada:

$$G := \left[(v_g^{abc})^\top \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \right]^\top$$

Como se anticipó, el modelo completo del PET (4.27), aunque de mayor dimensión, tiene la misma estructura matemática que todos los subsistemas individuales (4.25), por lo que su análisis energético es similar.

4.5. Validación numérica

En la siguiente sección se evaluará la precisión de los modelos matemáticos desarrollados para el rectificador, el inversor, el convertidor de doble puente activo (DAB) y su integración en el transformador electrónico de potencia (PET). El procedimiento se divide en dos etapas implementadas en MATLAB/Simulink R2024b. En primer lugar, usando la librería Simscape de Simulink, se construye un modelo de circuito detallado para cada convertidor, incorporando parámetros físicos y elementos no lineales con el fin de observar su comportamiento dinámico. Simscape modela las componentes del circuito mediante bloques que representan relaciones físicas más precisas, esto ha hecho que la comunidad suela considerar sus resultados como una referencia válida o “semi-experimental”. En segundo lugar, se emplean las ecuaciones que describen cada uno de los modelos matemáticos obtenidos en las secciones previas. La comparación de las formas de onda de voltaje y corriente (estados del sistema) permitirá determinar la similitud entre ambas representaciones y, por ende, confirmar la validez de cada modelo teórico, así como observar el estado transitorio y permanente.

4.5.1. Modo rectificador

El circuito implementado es el que se muestra en la Figura 5.4, mientras que el modelo matemático está dado por las Ecuaciones (4.8) o equivalentemente (4.9). El método numérico utilizado en la simulación del rectificador fue ODE45 (Dormand-Prince) con un paso variable y un tiempo de simulación de 0.1 segundos. Los parámetros empleados se muestran en la Tabla ??.

Parámetro	Valor
v_g^{abc}	$180 V_p$
r	$0.0194 [\Omega]$
L	$0.5 [\text{mH}]$
C_{CD}	$1 [\mu\text{F}]$
r_L	$100 [\Omega]$

Tabla 4.1: Parámetros para el rectificador trifásico

Para este caso de estudio, se considera que la señal trifásica de alimentación v_g^{abc} es un sistema balanceado, es decir, cada fase está desfasada 120° y presenta la misma magnitud. A continuación se incluyen diferentes figuras que ilustran la comparación entre las simulaciones.

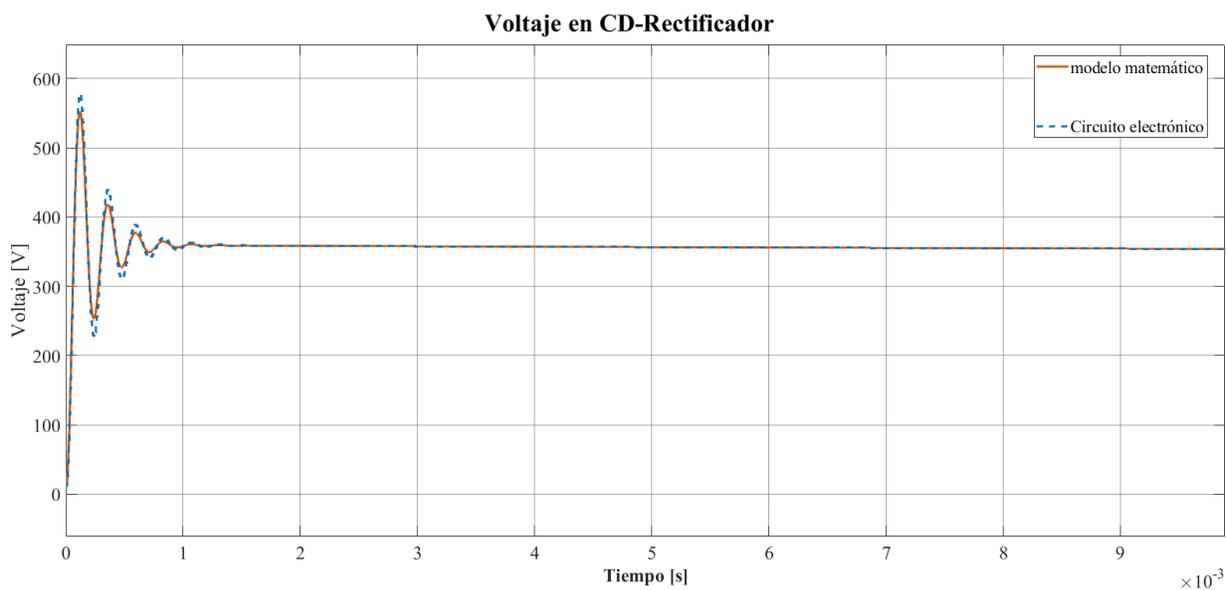


Figura 4.7: Voltaje de DC del rectificador

En la Figura 4.7 se compara el voltaje de salida del rectificador obtenido con el modelo matemático y la simulación del circuito. Ambas señales presentan un transitorio inicial y

alcanzan una respuesta permanente hacia $t \approx 0.018$ [s]; a partir de ese instante se mantienen estables en torno a 342.5 V. La Figura 4.8 muestra la diferencia entre ambas curvas. Durante el transitorio, el error máximo es de 27.43 V y, a medida que la respuesta converge al estado estacionario, el error disminuye hasta volverse prácticamente nulo cuando $t \geq 0.018$ [s]. El error máximo es de aproximadamente 5% en el estado transitorio y puede atribuirse a dinámicas no modeladas en las ecuaciones diferenciales.

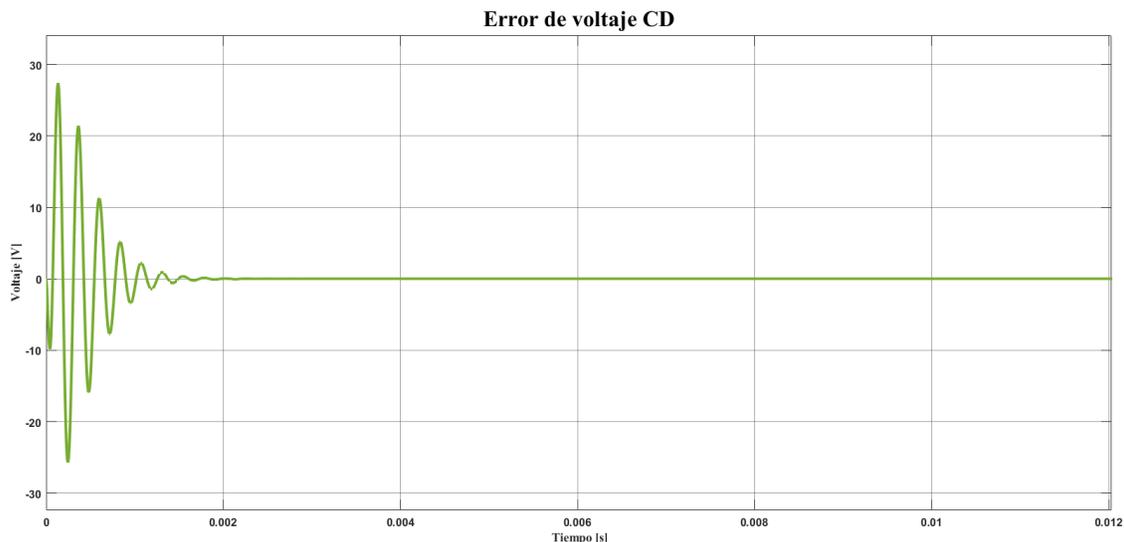


Figura 4.8: Error voltaje de CD del rectificador

Por otra parte, la corriente trifásica de entrada se muestra en la Figura 4.9. En esta figura, la parte de arriba presenta las gráficas obtenidas del modelo matemático y en la parte de abajo, las del circuito. Se observa que ambas gráficas tienen prácticamente la misma respuesta. Ambas, en aproximadamente 0.07 [s] alcanzan el estado estacionario y una corriente senoidal con magnitud de 45.8 [A]. Las Figuras 4.7-4.9 muestran el comportamiento de los estados del rectificador y validan el modelo matemático (4.9).

4.5.2. Modo inversor

El circuito simulado es el que se muestra en la Figura 4.2. Para la validación del modelo matemático (4.18), el método numérico utilizado en la simulación del inversor fue ODE45 (Dormand-Prince) con un paso variable y un tiempo de simulación de 0.1 segundos. Los parámetros empleados se muestran en la Tabla 4.2. En la salida del inversor se espera un sistema trifásico balanceado, es decir, voltajes y corrientes sinusoidales de igual magnitud y desfasadas 120° entre fases.

La Figura 4.10, muestra la corriente trifásica tanto del circuito electrónico como del modelo matemático, como puede observarse, dichas formas de onda son prácticamente las

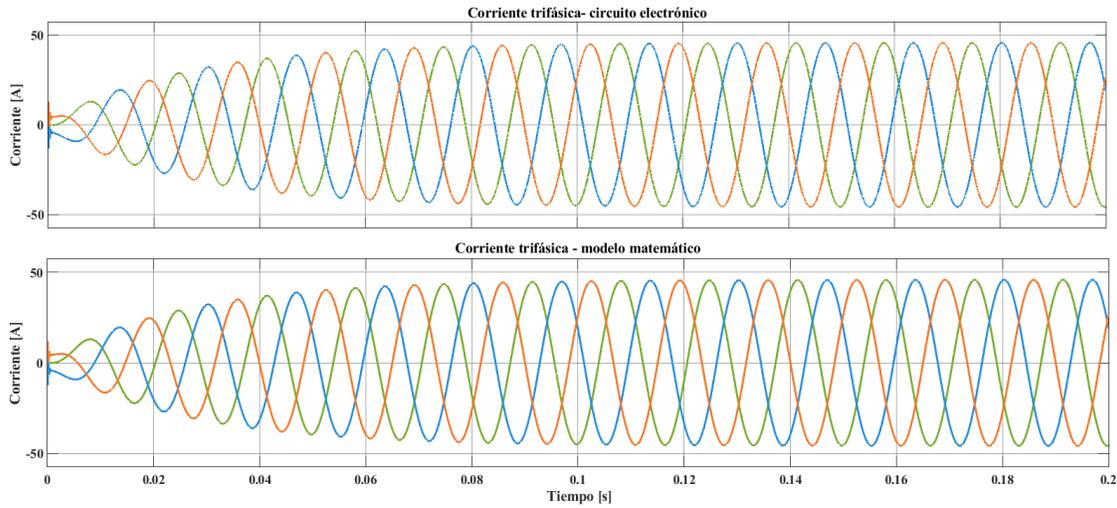


Figura 4.9: Corrientes de entrada del rectificador

Parámetro	Valor
V_{CD2}	400[V]
r_o^{abc}	0.0194 [Ω]
L_o^{abc}	0.5 [mH]
C_f^{abc}	1000 [μ F]
r_c^{abc}	100 [Ω]

Tabla 4.2: Parámetros para el inversor trifásico

mismas. Se puede observar que a partir de 0.2 [s] se alcanza el estado permanente, donde la máxima amplitud de la corriente es 80 [A] en ambos casos.

Por su parte, en la Figura 4.11 se muestra el otro vector de estados, que es el voltaje trifásico del circuito electrónico en la parte superior y el voltaje obtenido del modelo matemático, en la parte inferior. En particular, el estado permanente se da en 0.15 [s] y el voltaje máximo es 216 [V] en ambos casos. Así pues, dado que el comportamiento de los estados, provenientes del modelo matemático y los medidos por medio de la librería Simscape, son prácticamente el mismo, el modelo matemático queda validado.

4.5.3. Convertidor doble puente activo dual (DAB)

El circuito que representa al DAB es el que se muestra en la Figura 5.9. El método numérico utilizado fue ode23t (mod. stiff/Trapezoidal) con un paso variable y un tiempo de simulación de 0.1 segundos, donde los parámetros empleados se muestran en la Tabla 4.3. En la salida del DAB se espera un voltaje CD.

En la Figura 4.12 se muestra en la misma gráfica tanto el voltaje a la salida del DAB,

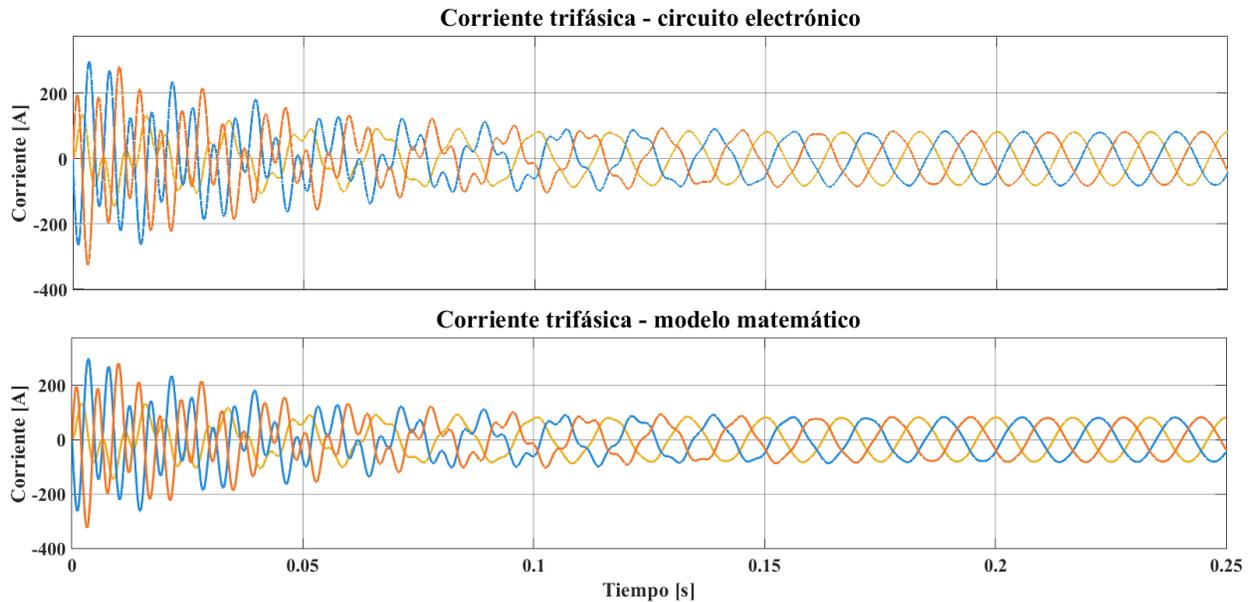


Figura 4.10: Corrientes de salida del inversor

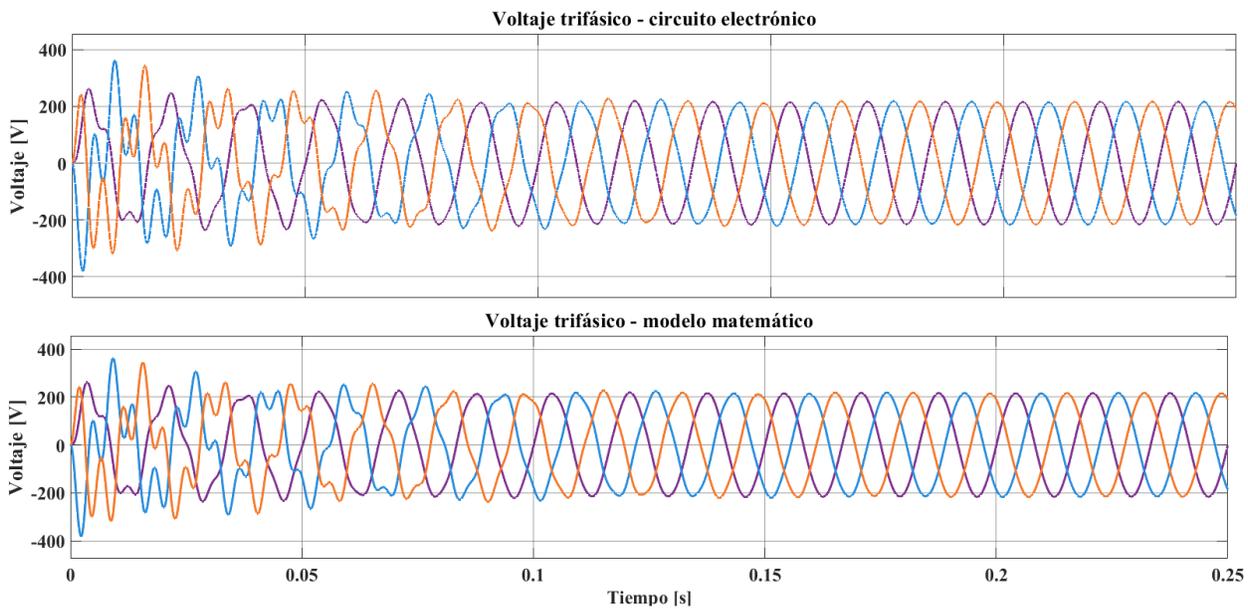


Figura 4.11: Voltaje de salida del inversor

obtenido a partir del circuito electrónico, como el obtenido del modelo matemático para su comparación. Como puede observarse, el estado estacionario se alcanza alrededor de los 4 [ms]. En esta ocasión, se observa una diferencia del nivel de CD que alcanza cada voltaje, esto se aprecia mejor en la Figura 4.13, la cual es una gráfica que nos representa la diferencia entre el modelo matemático y el circuito eléctrico. En la gráfica del error, se observa que a partir de 0.0166 [s] hay una diferencia en el voltaje de 1.33 [V], equivalente al 0.6%. Este error se debe, principalmente, a que el modelo matemático no toma en cuenta diversos fenómenos

Parámetro	Valor
V_{CD1}	400[V]
r_p	0.01 [Ω]
L_D	0.0102 [mH]
C_{CD2}	660 [μ F]
r_{CD2}	1 [Ω]

Tabla 4.3: Parámetros para el DAB

presentes en el circuito, pérdidas en los IGBTs y en el transformador.

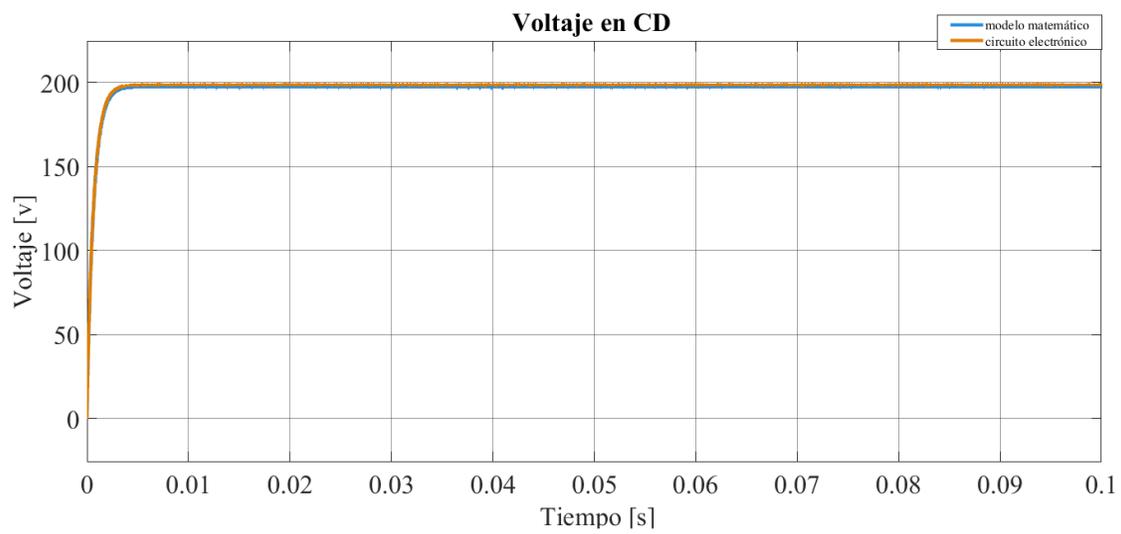


Figura 4.12: Voltaje de salida del DAB

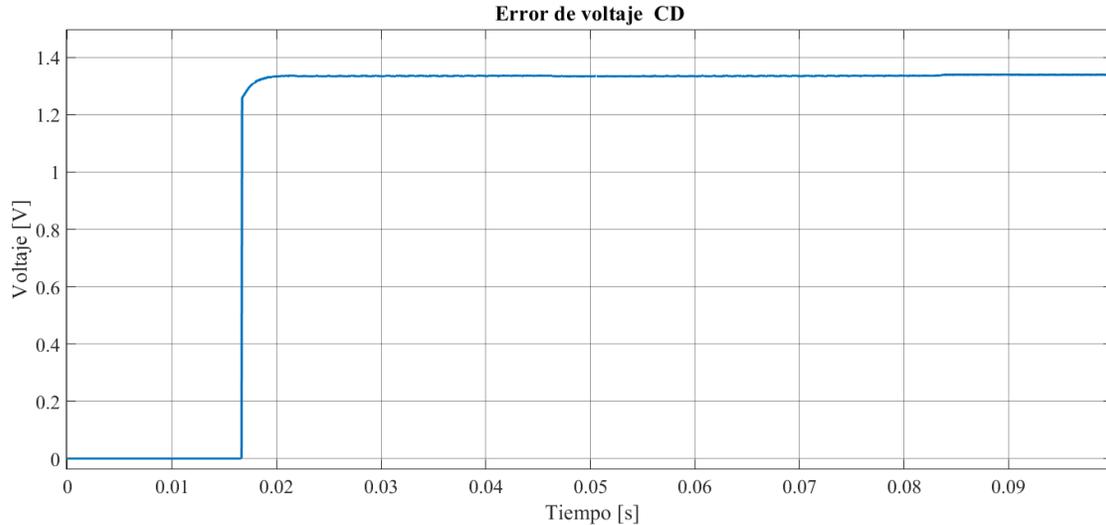


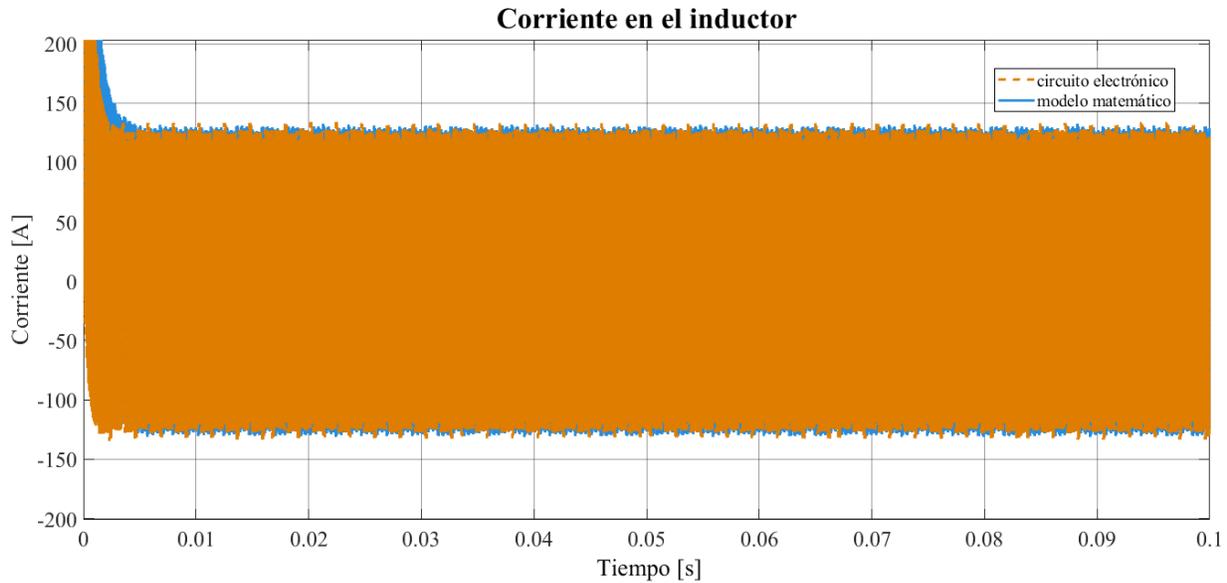
Figura 4.13: Error de voltaje de CD del DAB

Por otro lado, en la figura 4.14 se muestra la corriente en el inductor tanto del circuito electrónico y el modelo matemático, en la figura 4.14a se observa que aproximadamente en 5 [ms] alcanza el estado permanente, mientras que la figura 4.14b se puede apreciar mejor la forma de onda de la corriente, la cual está compuesta de la corriente reactiva y corriente activa. En la figura 4.15 se puede notar que a partir de 0.0016 [s] la diferencia en la corriente del circuito y el modelo matemático es de 0.25 [A], de nueva cuenta esto se debe a las dinámicas no modeladas.

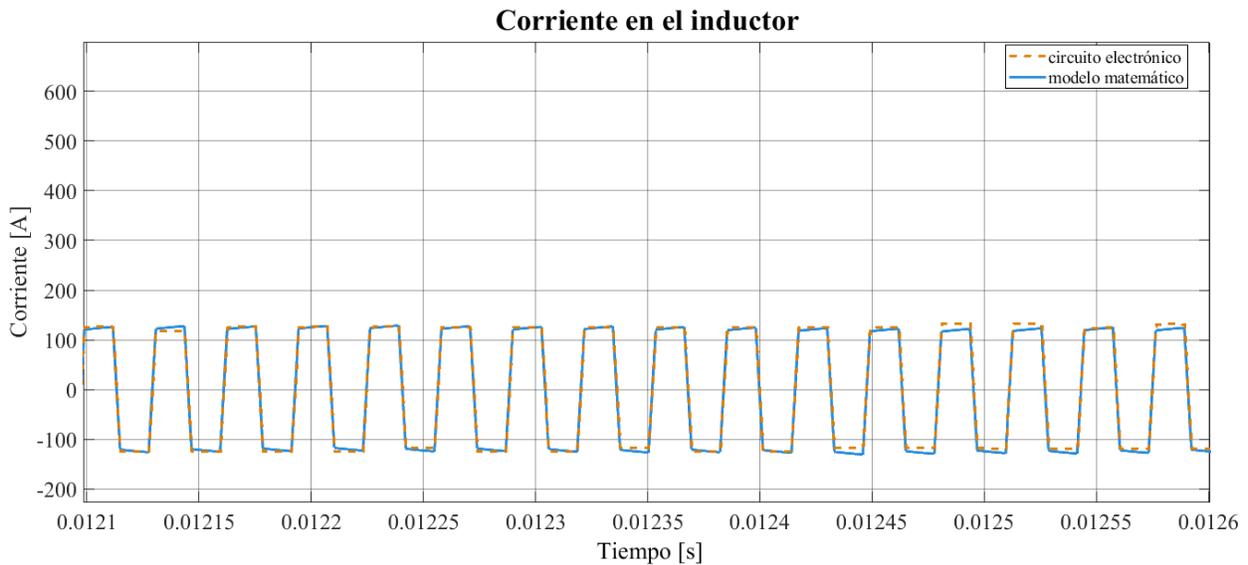
4.5.4. Transformador electrónico de potencia

Finalmente, en esta subsección se presenta la validación numérica del modelo matemático propuesto para el PET y que está descrito por (4.27). El circuito implementado es el que se muestra en la Figura 4.5. Tomando como base las evaluaciones numéricas anteriores, se utilizó el método numérico ODE45 (Dormand-Prince) con un paso variable y un tiempo de simulación de 0.15 segundos. Por su parte, dado que el sistema interconecta o bien los circuitos anteriores o bien los modelos matemáticos, los parámetros empleados son los mismos usados anteriormente y que se muestran en las Tablas 4.1, 4.3 y 4.2. La carga conectada a la salida del PET es una carga trifásica resistiva balanceada, con un valor de 100Ω

Ahora bien, respecto al comportamiento esperado del sistema, dado que la entrada del rectificador es un voltaje trifásico balanceado, a la salida del PET se espera un voltaje y corriente trifásicas balanceadas, es decir, se espera que las fases estén desfasadas 120° . Para mostrar la validez del modelo matemático, se presentan dos conjuntos de gráficas. En la Figura 4.16 se presentan todas las variables del PET provenientes del circuito electrónico; mientras que en la Figura 4.17 se muestran las mismas variables pero provenientes del modelo matemático. Debe destacarse la similitud de estas gráficas, donde los errores en el



(a) Corriente en el inductor del DAB.



(b) Respuesta permanente.

Figura 4.14: Corriente en el inductor del DAB: (a) respuesta en el tiempo y (b) respuesta en estado estacionario

transitorio y en el estado estacionario se deben nuevamente a dinámicas no modeladas en las ecuaciones diferenciales. Sin embargo, el modelo matemático desarrollado puede considerarse representa adecuadamente el comportamiento del circuito.

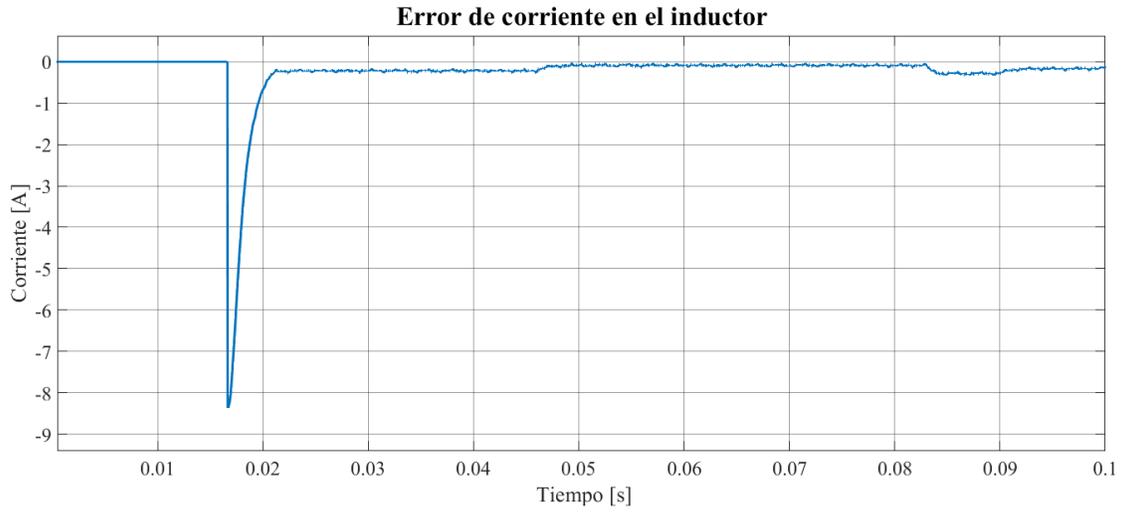


Figura 4.15: Error de corriente en el inductor del DAB

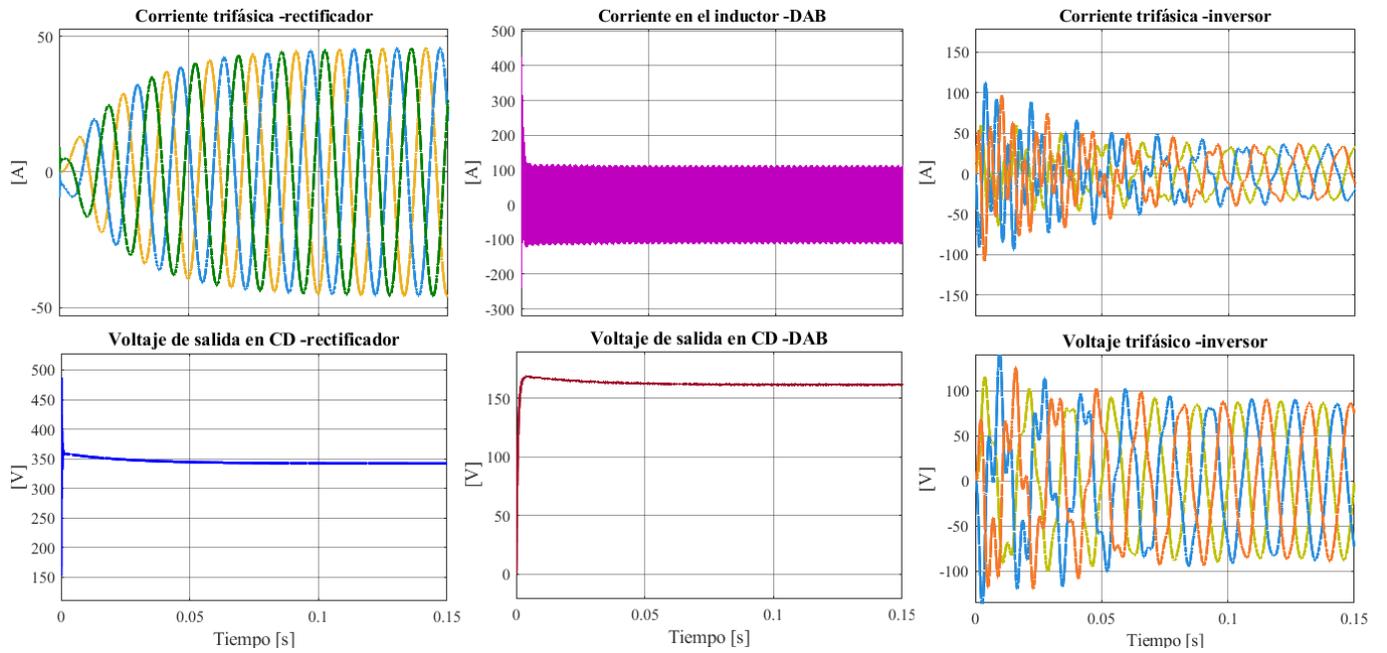


Figura 4.16: Respuesta en el tiempo del circuito electrónico del PET

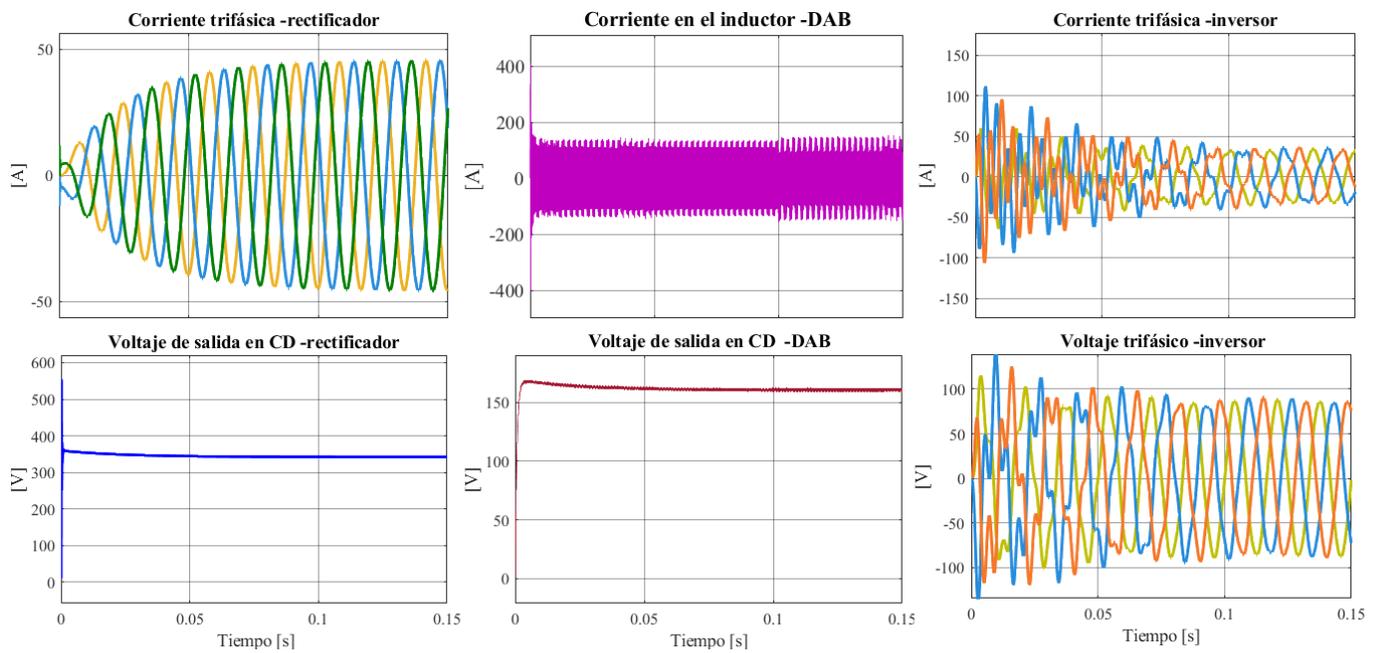


Figura 4.17: Respuesta en el tiempo del modelo matemático del PET

Implementación de controladores

En los sistemas que integran distintas etapas de conversión de energía y equipos basados en electrónica de potencia, el correcto funcionamiento depende tanto de la regulación individual de cada etapa como de la forma en que estos dispositivos interactúan. En este capítulo se presenta e implementa un esquema de control que cierra el lazo tanto del rectificador como del convertidor doble puente activo dual (DAB). Los controladores propuestos son de dos tipos, uno basado en modelo para el rectificador propuesto por [21] y un PI clásico para el DAB propuesto en [20]. La integración de ambos controladores, su estabilidad y desempeño se validan mediante simulaciones numéricas. En particular, primero se examina cada etapa de forma aislada y, posteriormente, se enlazan los convertidores (rectificador en lazo cerrado, doble puente activo (DAB) en lazo cerrado y el inversor en lazo abierto) para corroborar la estabilidad y el correcto funcionamiento del PET.

5.1. Metodología de control basado en el modelo

Para el diseño del controlador basado en modelo, se asume que el sistema físico puede ser descrito por un modelo matemático con una estructura dada por:

$$\dot{x} = [J - R] \frac{\partial H}{\partial x}(x) + gu \quad (5.1a)$$

$$y = g^\top \frac{\partial H}{\partial x}(x) \quad (5.1b)$$

donde x es el vector de estados, H es una función escalar que expresa la energía almacenada, J y R matrices cuadradas, donde $J = -J^\top$ representa la interconexión entre estados y $R = R^\top \geq 0$ describe la disipación de energía. Es importante notar que precisamente la estructura (5.1) es la que tienen todos los modelos individuales (4.9), (4.18), (4.24) y el modelo completo (4.27), y ahí la importancia del modelado. Sin embargo, en este trabajo de tesis sólo se implementará esta estrategia de control en el rectificador. La metodología a seguir es la siguiente:

1. Obtener el modelo matemático y buscar que cumpla la forma (5.1) .

2. Se determinan los valores de voltaje deseados y corrientes deseadas. Dichos voltajes y corrientes deben cumplir con el modelo matemático obtenido anteriormente. Las variables deseadas se diferencian con $(\cdot)^*$.
3. Se obtiene el error el cual, se define como la diferencia entre el estado original y el deseado, se denota como $\tilde{(\cdot)}$. Además se encuentra la ecuación diferencial que representa el comportamiento del error.
4. Se lleva a cabo un análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov, donde se propone una función W partiendo del análisis energético de la Subsección 4.2.1, con la diferencia de que ahora se busca que $\tilde{x} = 0$.
5. Siguiendo el análisis de Lyapunov, descrito en la Subsección 2.1.2, se encuentra $\frac{dW(t)}{dt}$ y se evalúa la dinámica del error. La ley de control se obtiene cuando se garantiza $\dot{W} \leq 0$.

5.2. Control del rectificador

Como se ha mencionado anteriormente, el objetivo del rectificador trifásico es obtener una corriente directa mediante una entrada de corriente alterna. Siguiendo lo propuesto en [21], nuestro objetivo es fijar el voltaje en CD deseado a la salida, aún cuando haya cambio de la carga a la salida del rectificador, para eso necesitamos un control m_{abc} el cual retroalimente a los estados, de manera que en lazo cerrado el error sea cero:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} V_{CD} - V_{CD}^* &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} i_L^{abc} - i_L^{abc*} &= 0 \end{aligned} \right\} \lim_{t \rightarrow \infty} x - x^* = 0 \quad (5.2)$$

Para conseguir la señal de control que cumpla el objetivo, primero se definen los estados de referencia $x^{*\top} = \begin{bmatrix} i_{abc}^{*\top} & V_{CD}^* \end{bmatrix}$ estas corrientes y voltajes de referencia deben constituir una solución válida del propio modelo (4.9), el cual, para mayor claridad, se presenta nuevamente a continuación:

$$P\dot{x}^* = [J(m_{abc}^*) - R]x^* + \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ -I_{DAB} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

donde v_g^{abc} es el voltaje trifásico a la entrada e I_{DAB} la corriente demandada por la carga. A su vez, el error \tilde{x} , puede escribirse como:

$$\tilde{x} = x - x^*$$

Obteniendo su derivada y multiplicándola por la matriz de parámetros P , se tiene:

$$P\dot{\tilde{x}} = P\dot{x} - P\dot{x}^* \quad (5.4)$$

Ahora bien, para encontrar la ecuación diferencial que representa al error, se sustituye el modelo original (4.9) y el modelo deseado (5.3) en (5.4) por lo que obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} P\dot{\tilde{x}} &= [J(m_{abc}) - R]x + \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ -I_{DAB} \end{bmatrix} - [J(m_{abc}^*) - R]x^* - \begin{bmatrix} v_g^{abc} \\ -I_{DAB} \end{bmatrix} \\ &= [J(m_{abc}) - R]x - [J(m_{abc}^*) - R]x^* = J(m_{abc})x - J(m_{abc}^*)x^* - Rx + Rx^* \end{aligned}$$

Agrupando R y con la definición del error,

$$P\dot{\tilde{x}} = J(m_{abc})x - J(m_{abc}^*)x^* - R\tilde{x} \quad (5.5)$$

Despejando de la definición del error al estado x se tiene $x = \tilde{x} + x^*$ y sustituyendo en (5.5):

$$P\dot{\tilde{x}} = J(m_{abc})(\tilde{x} + x^*) - J(m_{abc}^*)x^* - R\tilde{x} = [J(m_{abc}) - R]\tilde{x} + J(m_{abc})(x^*) - J(m_{abc}^*)x^* \quad (5.6)$$

Con el fin de simplificar la estructura del sistema (5.6), la matriz $J(m_{abc})$ puede descomponerse en términos de matrices constantes J_1 , J_2 y J_3 de la siguiente forma:

$$J(m_{abc}) = \frac{1}{2}(J_1 m_a + J_2 m_b + J_3 m_c) \quad (5.7)$$

donde m_a, m_b y m_c son escalares y las matrices antisimétricas J_1 , J_2 y J_3 están definidas como:

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, J_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, J_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Entonces, acomodando el término $J(m_{abc})x$ por propiedades de la multiplicación de vectores

$$J(m_{abc}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} J_1 x & J_2 x & J_3 x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_a \\ m_b \\ m_c \end{bmatrix} = \mathcal{G}(x)m_{abc} \quad (5.8)$$

donde $\mathcal{G}(x) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} J_1 x & J_2 x & J_3 x \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 3}$. Sustituyendo (5.8) en (5.6):

$$P\dot{\tilde{x}} = [J(m_{abc}) - R]\tilde{x} + \mathcal{G}(x^*)m_{abc} - \mathcal{G}(x^*)m_{abc}^* = [J(m_{abc}) - R]\tilde{x} + \mathcal{G}(x^*)[m_{abc} - m_{abc}^*]$$

Finalmente la dinámica del error esta definida por la siguiente ecuación:

$$P\dot{\tilde{x}} = [J(m_{abc}) - R]\tilde{x} + \mathcal{G}(x^*)\tilde{m}_{abc} \quad (5.9)$$

Para hacer el análisis de estabilidad, anteriormente en la Sección 4.1.1 se realizó el análisis energético del sistema. En este análisis se partió de una función de energía almacenada descrita por la expresión (4.10), la cual es positiva y cero en $t = 0$, por lo que se puede definir como una función candidata de Lyapunov. Asimismo, en ese análisis energético, posteriormente se obtuvo la potencia del sistema descrita por (4.11). Tomando como base esta función de energía, se reescribe aquí ahora en términos del error \tilde{x} como:

$$E(\tilde{x}) = -\tilde{x}^\top P\tilde{x} \quad (5.10)$$

Ahora bien, la derivada respecto al tiempo de (5.10) es $\dot{E}(\tilde{x}) = -\tilde{x}^\top P\dot{\tilde{x}}$. Sustituyendo (5.9) en la expresión anterior:

$$\dot{E}(\tilde{x}) = \tilde{x}^\top [J(m_{abc}) - R]\tilde{x} + \tilde{x}^\top \mathcal{G}(x^*)\tilde{m}_{abc}$$

Dado que la matriz $J(m_{abc})$ es antisimétrica, el término $\tilde{x}^\top J(m_{abc})\tilde{x} = 0$, por lo que:

$$\dot{E}(\tilde{x}) = -\tilde{x}^\top R\tilde{x} + \tilde{x}^\top \mathcal{G}(x^*)\tilde{m}_{abc}$$

Para asegurar estabilidad, el término $\tilde{x}^\top \mathcal{G}(x^*)\tilde{m}_{abc}$ tiene que ser negativo, si se define $\tilde{m}_{abc} = -k_p y$ donde:

$$y^\top := \tilde{x}^\top \mathcal{G}(x^*)$$

con k_p una matriz constante de 3×3 positiva, obteniendo:

$$\dot{E}(\tilde{x}) = -\tilde{x}^\top R\tilde{x} - y^\top k_p y \leq 0 \quad (5.11)$$

De donde se deduce que el punto $\tilde{x} = 0$ es estable. Por último, a partir de la definición del error en las señales de modulación

$$\tilde{m}_{abc} = m_{abc} - m_{abc}^*$$

y de la ley de control

$$\tilde{m}_{abc} = -k_p y,$$

se obtiene

$$m_{abc} = -k_p y + m_{abc}^* \quad (5.12)$$

que es la señal de control que entra al rectificador trifásico. En la Figura 5.1 se presenta un diagrama global del controlador propuesto. Según la Ecuación (5.12), la generación de m_{abc}

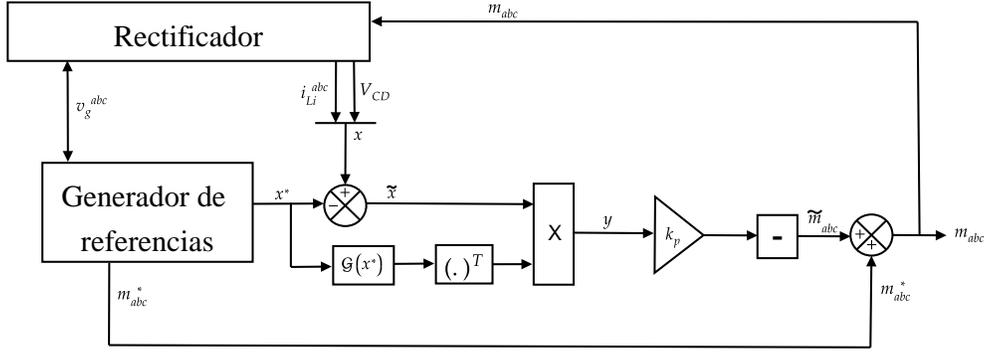


Figura 5.1: Esquema del control para el rectificador

requiere disponer previamente de la señal de referencia ideal m_{abc}^* , la cual es suministrada por un bloque externo encargado de generar las referencias. Dicho generador calcula los estados deseados x^* resolviendo el modelo del sistema para un voltaje o corriente objetivo. A partir de estos estados deseados se obtiene el error $\tilde{x} = x - x^*$ y, con él, se construye la matriz $G(x^*)$. Definiendo entonces $y := G(x^*)^T \tilde{x}$ se aplica finalmente la ley de control descrita en (5.12).

5.2.1. Definición de referencias

El modelo (5.3) en las variables deseadas, se describe a continuación:

$$L \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} = v_g^{abc} - r i_{Li}^{abc*} - \frac{1}{2} m_{abc}^* V_{CD}^* \quad (5.13a)$$

$$C \frac{dV_{CD}^*(t)}{dt} = \frac{1}{2} m_{abc}^{*\top} i_{Li}^{abc*} - \frac{1}{r_{CD}} V_{CD}^* - I_{DAB} \quad (5.13b)$$

Se observa que no se puede imponer arbitrariamente todo el estado deseado, ya que el sistema de ecuaciones descrito por (5.13) hay cuatro ecuaciones y siete incógnitas (i_{Li}^{abc*} , m_{abc}^* y V_{CD}^*), se tiene que proponer tres variables, en este trabajo de tesis, se ha decidido disponer de la flexibilidad para definir el voltaje V_{CD}^* constante. Para fijar las otras dos variables restantes, de (5.13b) se obtiene m_{abc}^* :

$$m_{abc}^* = 2(V_{CD}^*)^{-1} \left(v_g^{abc} - L \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} - r i_{Li}^{abc*} \right) \quad (5.14)$$

El término $\frac{1}{2}m_{abc}^{*\top}i_{Li}^{abc*}$ es equivalente a escribirlo $\frac{1}{2}i_{Li}^{abc*\top}m_{abc}^*$, ya que es un término escalar, sustituyendo esto en (5.13b):

$$C_{CD} \frac{dV_{CD}^*(t)}{dt} = -\frac{1}{r_{CD}}V_{CD}^* + \frac{1}{2}i_{Li}^{abc*\top}m_{abc}^* - I_{DAB} \quad (5.15)$$

y sustituyendo (5.14) en (5.15):

$$\begin{aligned} C_{CD} \frac{dV_{CD}^*(t)}{dt} &= -\frac{1}{r_{CD}}V_{CD}^* + \frac{1}{2}i_{Li}^{abc*\top} * \frac{2}{V_{CD}^*} \left(-L \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} - r i_{Li}^{abc*} + v_g^{abc} \right) - I_{DAB} \\ &= -\frac{1}{r_{CD}}V_{CD}^* + \frac{i_{Li}^{abc*\top}}{V_{CD}^*} \left(-L \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} - r i_{Li}^{abc*} + v_g^{abc} \right) - I_{DAB} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Como fijamos $V_{CD}^* \in \mathbb{R}$, es decir un término escalar su derivada es $\frac{dV_{CD}^*(t)}{dt} = 0$ entonces:

$$\begin{aligned} C_{CD} \frac{dV_{CD}^*(t)}{dt} &= -\frac{1}{r_{CD}}V_{CD}^* + \frac{i_{Li}^{abc*\top}}{V_{CD}^*} \left(-L \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} - r i_{Li}^{abc*} + v_g^{abc} \right) - I_{DAB} = 0 \\ \frac{i_{Li}^{abc*\top}}{V_{CD}^*} \left(-L \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} - r i_{Li}^{abc*} + v_g^{abc} \right) &= \frac{1}{r_{CD}}V_{CD}^* + I_{DAB} \\ i_{Li}^{abc*\top} \left(-L \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} - r i_{Li}^{abc*} + v_g^{abc} \right) &= \frac{1}{r_{CD}}V_{CD}^{*2} + V_{CD}^* I_{DAB} \\ i_{Li}^{abc*\top} \left(-L \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} - r i_{Li}^{abc*} + v_g^{abc} \right) - \frac{1}{r_{CD}}V_{CD}^{*2} - V_{CD}^* I_{DAB} &= 0 \\ -i_{Li}^{abc*\top} L \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} - i_{Li}^{abc*\top} r i_{Li}^{abc*} + i_{Li}^{abc*\top} v_g^{abc} - \frac{1}{r_{CD}}V_{CD}^{*2} - V_{CD}^* I_{DAB} &= 0 \end{aligned}$$

Para fijar las otras dos variables, se considera que las inductancias y resistencias son las mismas entre fases es decir $L = lI_3$ y $r = r_L I_3$ donde I_3 es una matriz identidad de orden tres y l, r_L son escalares entonces:

$$\begin{aligned} -i_{Li}^{abc*\top} l I_3 \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} - i_{Li}^{abc*\top} r_L I_3 i_{Li}^{abc*} + i_{Li}^{abc*\top} v_g^{abc} - \frac{1}{r_{CD}}V_{CD}^{*2} - V_{CD}^* I_{DAB} &= 0 \\ -l i_{Li}^{abc*\top} \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} - r_L i_{Li}^{abc*\top} i_{Li}^{abc*} + i_{Li}^{abc*\top} v_g^{abc} - \frac{1}{r_{CD}}V_{CD}^{*2} - V_{CD}^* I_{DAB} &= 0 \end{aligned} \quad (5.17)$$

Ahora bien, considerando que las corrientes son balanceadas, es decir tienen la misma amplitud $I^* \in \mathbb{R}$ con un desfase de 120° entre fases, entonces se puede presentar el vector i_{Li}^{abc*} como:

$$i_{Li}^{abc*} = \begin{bmatrix} i_{Li}^{a*} \\ i_{Li}^{b*} \\ i_{Li}^{c*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I^* \text{sen}(\omega t) \\ I^* \text{sen}(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ I^* \text{sen}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad (5.18)$$

Por lo que

$$i_{Li}^{abc*} = I^* \gamma, \quad \text{donde } \gamma := \begin{bmatrix} \text{sen}(\omega t) \\ \text{sen}(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ \text{sen}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

Donde su derivada es:

$$\frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} = \begin{bmatrix} I^* \omega \cos(\omega t) \\ I^* \omega \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ I^* \omega \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Y con esto se puede dar solución al sistema ya que la amplitud es la misma para cada fase. Ahora el propósito es encontrar I^* , desarrollando cada término de (5.17) donde en el Apéndice A.1 se desarrolla de manera detallada cada término y quedan dados por:

$$i_{Li}^{abc* \top} \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} = 0, \quad i_{Li}^{abc* \top} i_{Li}^{abc*} = \frac{3}{2} I^{*2}, \quad i_{Li}^{abc \top} v_g^{abc} = \frac{3}{2} I^* V \quad (5.19)$$

Entonces sustituyendo (5.19) en (5.17):

$$-\frac{3}{2} r_L I^{*2} + \frac{3}{2} I^* V - \frac{1}{r_{CD}} V_{CD}^{*2} - V_{CD} I_{DAB} = 0$$

Resolviendo para I^* :

$$I_{1,2}^* = \frac{-\frac{3}{2} V \pm \sqrt{(\frac{3}{2} V)^2 - 4(-\frac{3}{2} r_L)(\frac{1}{r_{CD}} V_{CD}^{*2} - V_{CD} I_{DAB})}}{2(-\frac{3}{2} r_L)} \quad (5.20)$$

Una vez calculado el valor de I^* , éste se sustituye en la ecuación (5.18) para construir el vector i_{Li}^{abc*} . En la Figura 5.2 se muestra la implementación del bloque generador de referencias, donde, tras obtener I^* mediante la ecuación (5.20), y junto con V_{CD}^* se obtienen los estados deseados x^* . Otro método es imponer el valor de las corrientes deseados y resolver para V_{CD}^* y se resuelve de forma similar al caso anterior.

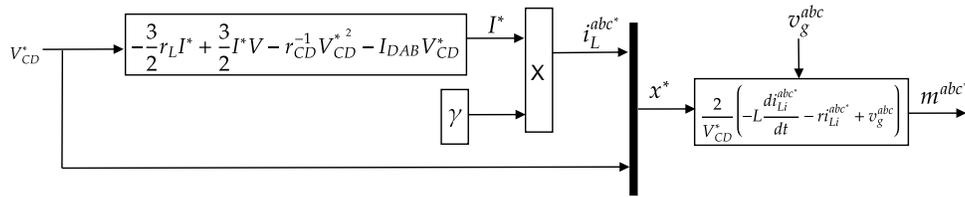


Figura 5.2: Generador de referencias

5.3. Control del convertidor doble puente activo dual

En la etapa de aislamiento del PET, el convertidor Dual Active Bridge (DAB) recibe corriente continua en su entrada y la entrega también en forma continua, pero con un nivel de tensión adaptado, ya sea superior o inferior al de la entrada, según los requisitos del sistema. El objetivo de control es mantener fijo el voltaje de salida del DAB, es decir :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_{CD2} = V_{CD2}^*$$

Siguiendo lo propuesto en [20], se emplea como referencia una señal constante V_{CD2}^* . En el DAB se emplea una modulación SPS en el cual, el desfase se regula únicamente en el segundo puente, mientras que en el primero permanece fijo, para cumplir este objetivo, basta con un controlador PI para generar el desfase como se muestra en la ecuación (5.21).

$$\phi_D = (V_{CD2}^* - V_{CD2}(s)) \left[\frac{k_p}{s} \left(s + \frac{k_i}{k_p} \right) \right] \quad (5.21)$$

con s la variable de Laplace. La implementación del controlador, se muestra en la figura 5.3.

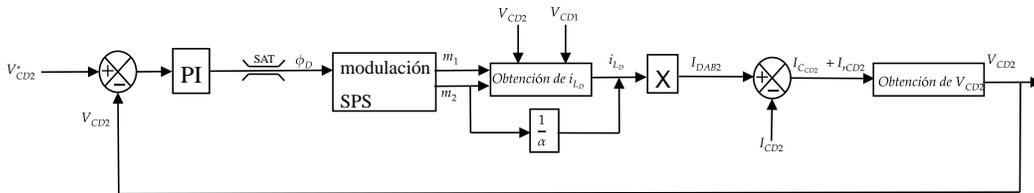


Figura 5.3: Control del DAB. Figura tomada de [20]

Para detalles sobre este tema, se puede consultar [20].

5.4. Evaluación numérica

En esta sección se presenta la evaluación numérica de los controladores del rectificador y el convertidor DAB (Convertidor Doble Puente Activo Dual). En la primera parte se aborda el estudio del rectificador en lazo cerrado bajo dos condiciones, primero se analiza la respuesta frente a cargas lineales, de modo que se aprecie cómo el controlador mantiene la forma de onda y los niveles de tensión y corriente deseados al variar la carga de salida. Posteriormente a eso, se analiza el mismo rectificador en lazo cerrado, pero incorporando el DAB en lazo abierto para simular cargas de naturaleza no lineal. En la sección correspondiente al Convertidor Doble Puente Activo Dual (DAB), se profundiza en su comportamiento con carga lineal. Finalmente, se presenta el Transformador Electrónico de Potencia, resultado de integrar un rectificador y un DAB en lazo cerrado y un inversor en lazo abierto para evaluar el desempeño global de cada controlador.

5.4.1. Rectificador

Para esta sección, se considera el circuito mostrado en la figura 5.4 estudiando en la sección 4.1. Donde los parámetros considerados y las ganancias del controlador se presentan en la Tabla 5.1.

Con ayuda de la librería Simscape de Matlab/Simulink R2024b que contiene los com-

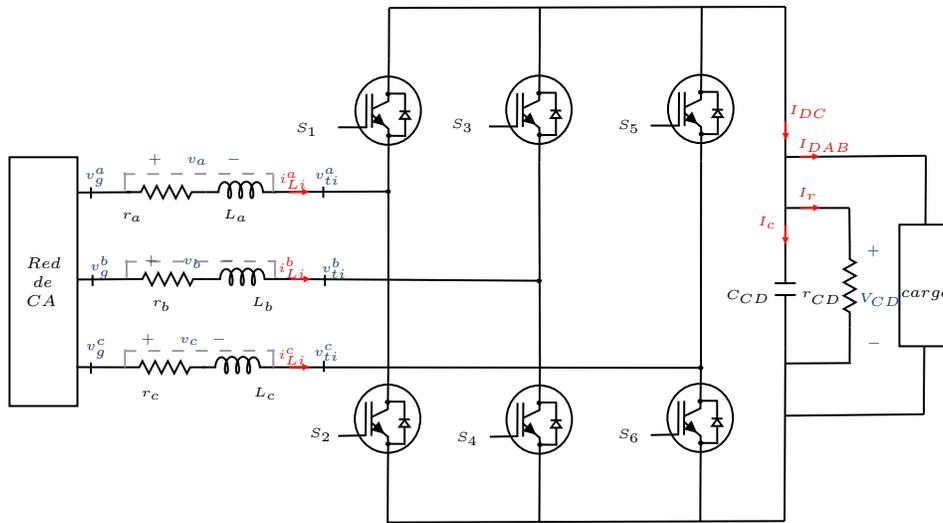


Figura 5.4: Convertidor: Rectificador trifásico

ponentes pasivos y la electrónica de potencia (para este caso IBTs) con una frecuencia de conmutación de $10 [kHz]$, al hacer uso de Simscape ya no se asume que los elementos circuito de la figura 5.4 son ideales, lo cual nos da como resultado una evaluación lo más parecida a la realidad. Por otra parte el controlador a evaluar es el descrito por la ecuación 5.12. El

Parámetro	Valor
v_g^{abc}	$180 V_p$
r	$0.001 [\Omega]$
L	$0.5 [\text{mH}]$
C_{CD}	$2.5[\mu\text{F}]$
k_p	1×10^{-5}
k_i	1×10^{-2}

Tabla 5.1: Parámetros para el rectificador trifásico en lazo cerrado

método numérico utilizado fue ode45 con un tipo de muestreo variable. El voltaje deseado propuesto a la salida, es decir, $V_{CD}^* = 440 [\text{V}]$, al fijar el voltaje, y resolviendo la ecuación 5.20 para obtener la corriente deseada I^* .

Carga lineal

El tiempo de simulación para este experimento fue de 0.5 [s], en inicio se tiene una carga que demanda una potencia de 6453.33 [W] para después del segundo 0.25 [s] la carga cambia y demanda 12906.66 [W]. En la figura 5.5 se muestra en voltaje deseado (V_{CD1}^*) y el voltaje medido a la salida (V_{CD1}). Se puede observar que para alrededor de los 80 [ms] se llega a la referencia deseada, mientras que cuando se realiza el cambio de carga el tiempo de respuesta es de 100 [ms] para volver a regular el voltaje. Por otro lado en la figura 5.6 en

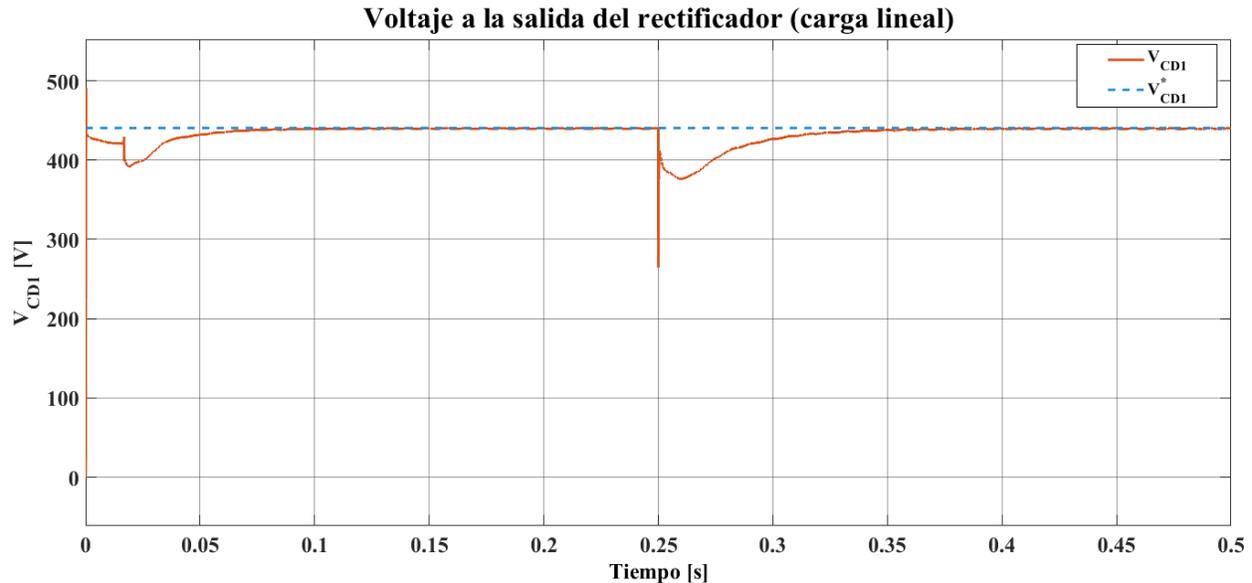


Figura 5.5: Voltaje a la salida del rectificador (Carga lineal)

el transitorio inicial aparece un sobrepulso con un valor alrededor de 50 [V] al conectar la

carga el error converge hacia cero alrededor en 0.1 [s]. Al introducir el cambio de carga, el error salta hasta 170 [V] y vuelve a converger antes de 0.35 [s]. En estado permanente, el error se mantiene prácticamente en cero tras cada perturbación, lo que indica que el controlador corrige adecuadamente la tensión de salida.

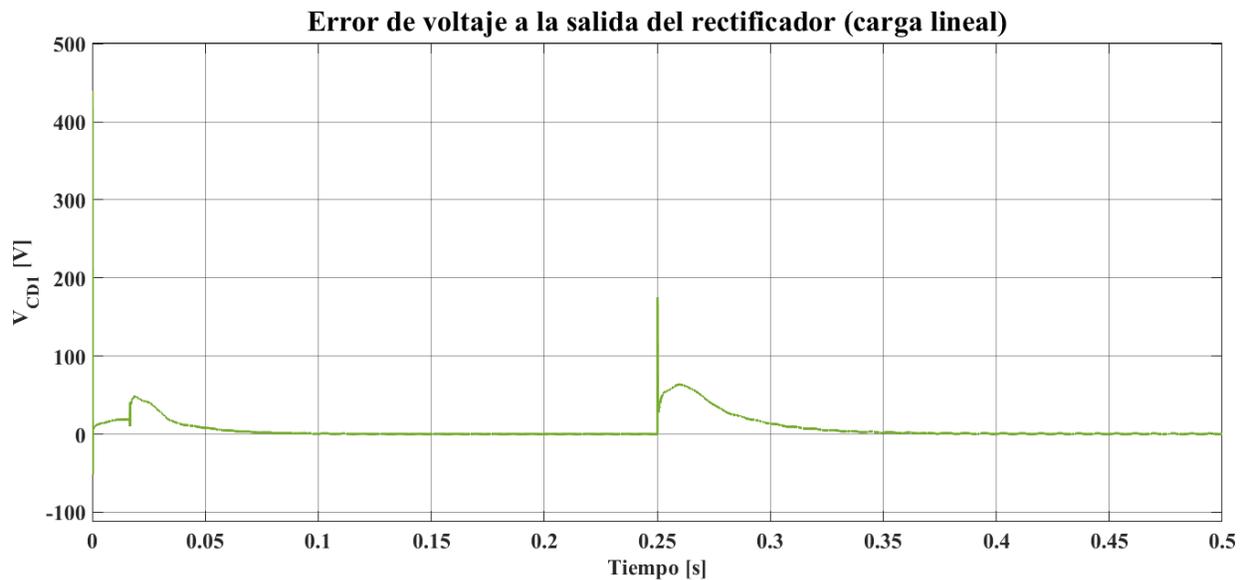


Figura 5.6: Error de voltaje a la salida del rectificador (Carga lineal)

Carga no lineal

La carga no lineal, como se mencionó anteriormente, se conecta a la salida del rectificador el convertidor doble puente activo dual. En la figura 5.7 al conectar el rectificador con la carga no lineal, alrededor de los 18 [ms] alcanza un pico de aproximadamente de 190 [V] por encima de la referencia tras ese pico, entre el tiempo 20 y 60 [ms] se ve una oscilación amortiguada, a partir de aproximadamente 60 [ms] se estabiliza muy cerca de los 440 [V], con ruido residual. Después de ese tiempo, la salida queda converge a la referencia y se mantiene sin grandes variaciones. En la figura 5.8 en los primeros milisegundos el error decae con rapidez, en torno a los 18 [ms] el error alcanza un valor máximo cercano, entre los 20 [ms] y 60 [ms], el error oscila con amplitud decreciente alrededor de cero: primero un valor negativo grande, luego se acerca a 0, a partir de 60 [ms] el error se mantiene prácticamente en 0 [V].

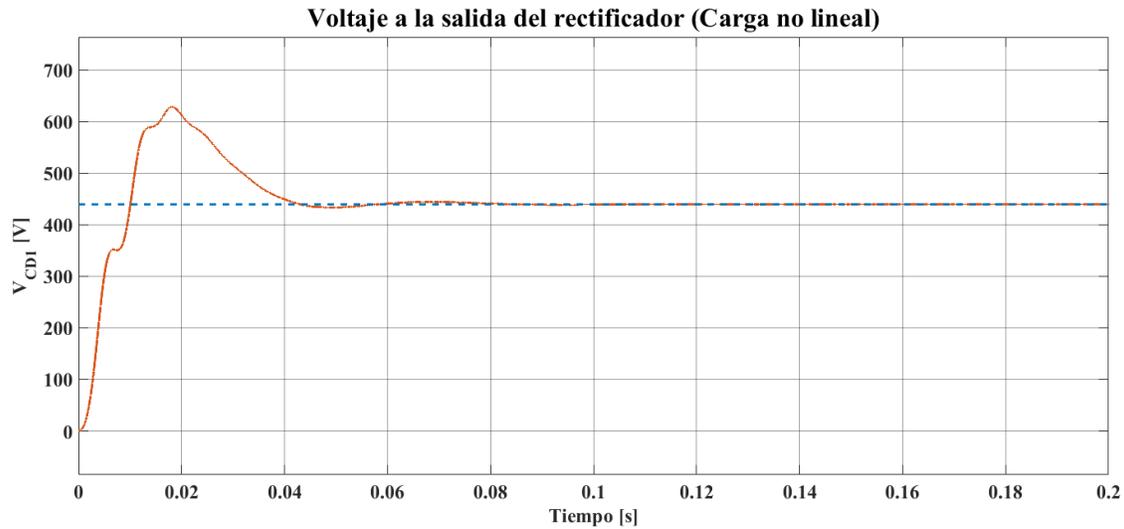


Figura 5.7: Voltaje a la salida del rectificador (Carga no lineal)

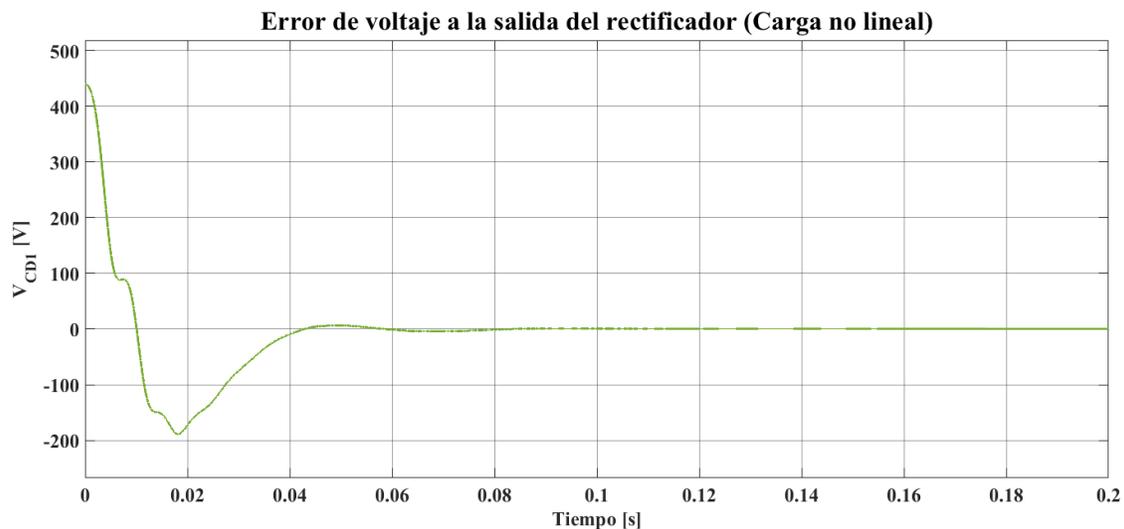


Figura 5.8: Error de voltaje a la salida del rectificador (Carga no lineal)

El lazo de control implementado en el rectificador demuestra ser lo suficientemente robusto como para:

- Mantener un voltaje de salida estable y con mínimo error ante cargas lineales.
- Adaptarse a cambios en la carga, amortiguando transitorios y restableciendo el voltaje de referencia.
- Soportar cargas no lineales de alta dinámica, como un convertidor DAB en lazo abierto, asumiendo picos de corriente y sobreimpulsos de voltaje más pronunciados, pero aún estabilizándolos en menos de 80 [ms] para garantizar llegar al voltaje deseado.

5.4.2. Convertidor doble puente activo dual

Carga lineal

Para esta sección, se considera el circuito mostrado en la figura 5.9 estudiando en la sección 4.3, donde los parámetros considerados y las ganancias del controlador se presentan en la Tabla 5.2.

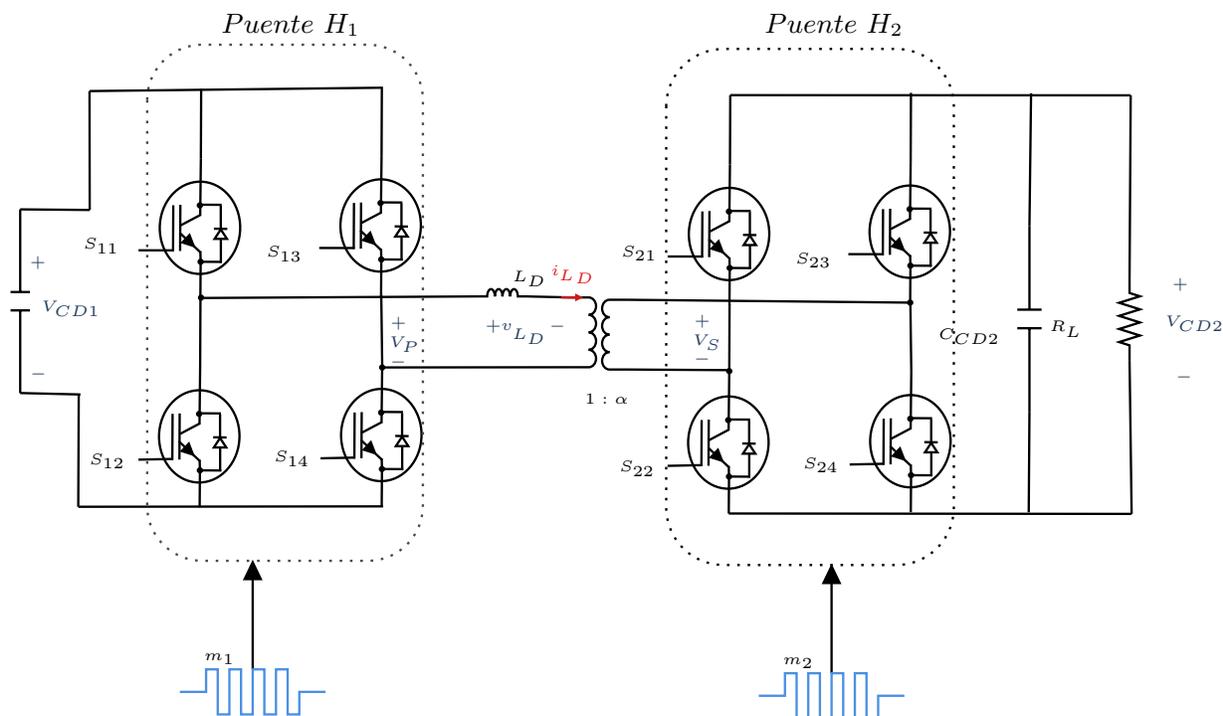


Figura 5.9: Convertidor: Doble Puente Activo Dual

Parámetro	Valor
V_{CD1}	440[V]
L_D	0.102 [mH]
C_{CD2}	1500 μ F
k_p	0.0090
k_i	0.55

Tabla 5.2: Parámetros para el DAB en lazo cerrado

Nuevamente usando la librería Simscape de Matlab/Simulink R2024b para tener resultados cercanos a la realidad. Por otra parte el controlador a evaluar es el descrito por la ecuación 5.21. El método numérico utilizado fue ode45 con un tipo de muestreo variable y

un tiempo de simulación de 0.3 [s]. El voltaje de referencia propuesto a la salida se le asigno un valor de $V_{CD2}^* = 220 [V]$ A su vez, a la salida del DAB inicialmente se tiene una carga que demanda una potencia de 1613.33 [W] en el tiempo de simulación 0.15[s] se cambia la carga que demanda 3226.66 [W]. En la figura 5.10 y 5.11 se muestra el voltaje a la salida y la referencia de voltaje, por otra parte se muestra también el error entre el voltaje, respectivamente. Se presenta primero un sobrepaso alrededor de 230 [V] y la señal de salida alcanza el valor deseado en aproximadamente 50 [ms], después de ese tiempo el voltaje a la salida del convertidor presenta un voltaje de rizo de 6 [V], esto se puede notar también en la gráfica del error de voltaje, al llegar el cambio de carga, en 150 [ms] el voltaje decae hasta aproximadamente 140 [V] y tarda 100 [ms] en llegar a la referencia.

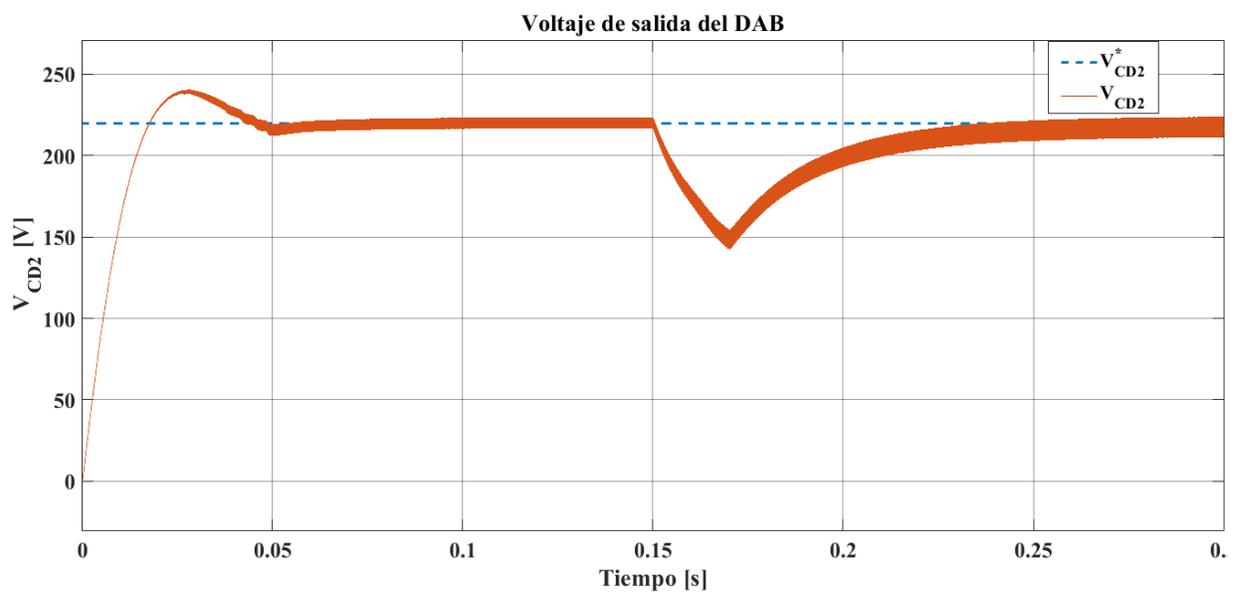


Figura 5.10: Voltaje de salida del DAB

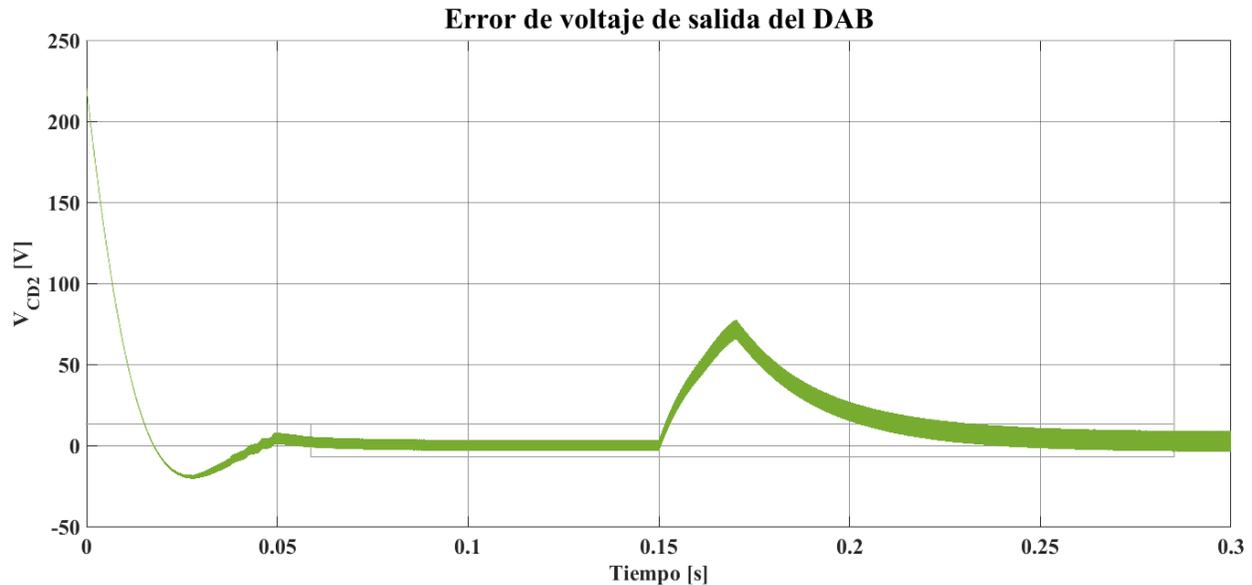


Figura 5.11: Error de voltaje de salida del DAB

5.4.3. Transformador electrónico de potencia

En esta sección se evalúa el modelo matemático obtenido en el apartado 4.4, con los el rectificador y el convertidor doble puente activo dual (DAB) en lazo cerrado, y a su vez el inversor en lazo abierto, se conecta a la salida del inversor una carga trifásica balanceada, los parámetros utilizados son los los que se muestran anteriormente en las Tablas 5.1, 5.2 y 4.2. En la figura 5.12 primero podemos notar que el voltaje a la salida del rectificador presenta un sobreimpulso y alcanza un estado estacionario en un tiempo de 50 [ms], por otro lado, en el convertidor doble puente activo dual alcanza un estado estacionario antes de los 150 [ms]. En el inversor se observan señales de voltaje y corriente senoidales equilibradas en fase y amplitud. Mientras que en la figura 5.13 se observa el error del rectificador y el DAB. Ambos controles presentan estabilidad y con un tiempo de respuesta aceptables.

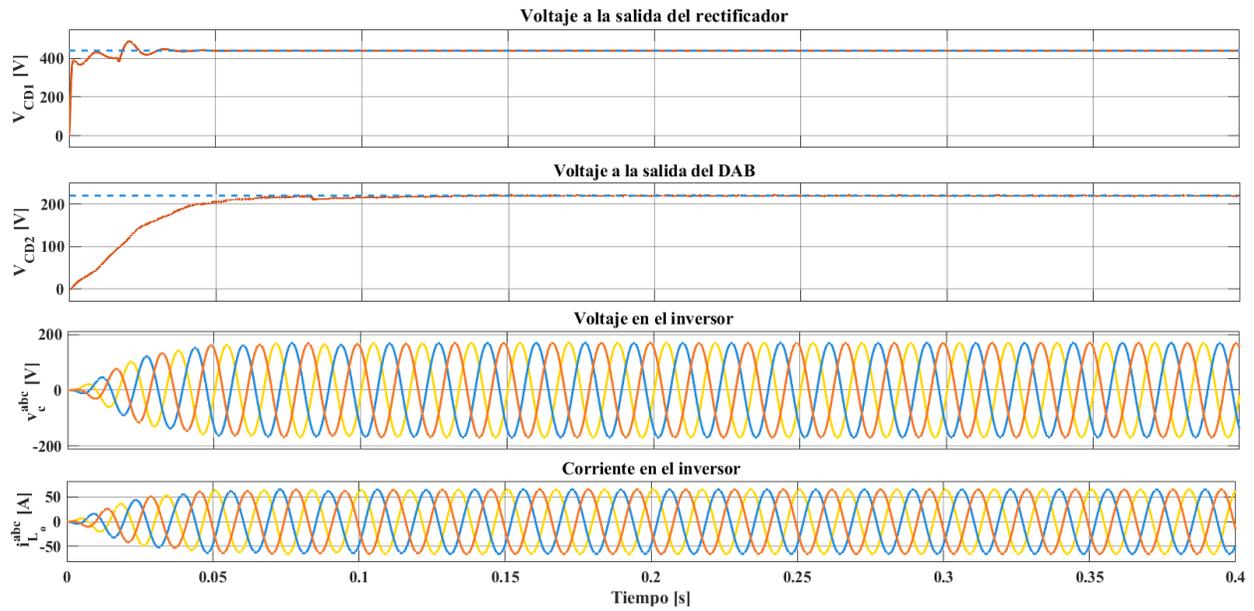


Figura 5.12: PET en lazo cerrado

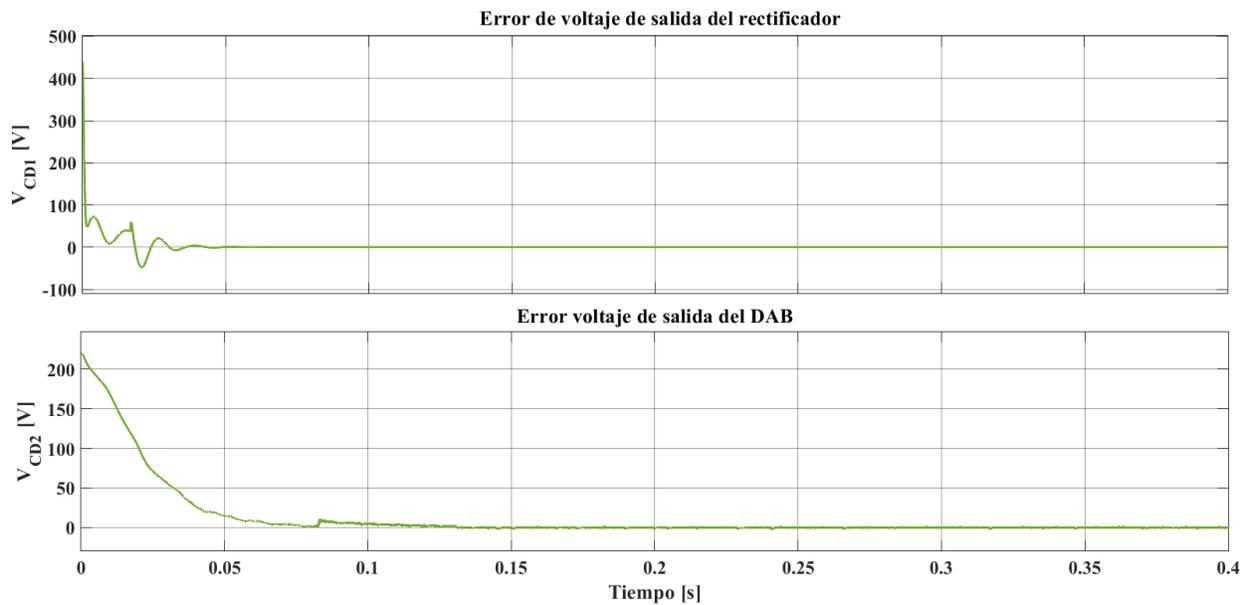


Figura 5.13: Error de voltaje: rectificador y DAB

Conclusiones

En los últimos años, el transformador electrónico de potencia (PET) ha cobrado relevancia debido a la capacidad que ofrece para aportar mayor flexibilidad y control a las redes eléctricas convencionales, además de facilitar la integración de fuentes de energía renovable y permitiendo la incorporación de otras tecnologías avanzadas. Este contexto de transición hacia redes inteligentes adquiere interés académico e industrial por estudiar el PET.

La presente tesis se enfoca en la topología de PET más utilizada en la actualidad, la cual está formada por tres etapas principales: un convertidor rectificador trifásico, un convertidor doble puente activo dual (DAB, por sus siglas en inglés) y un inversor trifásico. En primera instancia, se realizó un análisis detallado de las características funcionales y energéticas de cada uno de estos bloques: el rectificador, encargado de convertir la tensión alterna de entrada en un nivel de corriente continua intermedia; el DAB, cuya función principal es ofrecer aislamiento galvánico y transferencia de potencia bidireccional a media frecuencia, asegurando una regulación precisa del voltaje en el enlace de continua; y finalmente, el inversor, que restituye la energía al nivel de tensión alterna deseado hacia la carga o hacia la red. Mediante este estudio individualizado, se derivaron los modelos matemáticos correspondientes, lo cual permitió identificar y describir con claridad las propiedades energéticas de cada convertidor por separado.

Con base en los modelos individuales obtenidos, se procedió a construir un modelo matemático global del PET, integrando las tres etapas en un único sistema que captura no solo las relaciones dinámicas entre los convertidores, sino también el intercambio energético. Posteriormente, se implementaron estrategias de control específicas para el rectificador y para el DAB, el objetivo final fue lograr la interconexión de todos los convertidores bajo un mismo esquema de control analítico y evaluar la estabilidad y el desempeño dinámico que presenta cada controlador cuando actúa de forma coordinada.

Como trabajo futuro, se propone implementar un control para el inversor, de modo que todo el PET opere en lazo cerrado. Esto implicará validar controladores que gestionen la transferencia bidireccional.

Apéndice A

A.1. Pruebas Sección 5.2.1

En este apartado se desarrollan de manera detallada algunas expresiones, primero se considerando el vector:

$$i_{Li}^{abc*} = \begin{bmatrix} i_{Li}^{a*} \\ i_{Li}^{b*} \\ i_{Li}^{c*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I^* \sin(\omega t) \\ I^* \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ I^* \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

Donde su derivada es:

$$\frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} = \begin{bmatrix} I^* \omega \cos(\omega t) \\ I^* \omega \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ I^* \omega \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Desarrollamos cada término de la expresión 5.17

Para el término $i_{Li}^{abc* \top} \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt}$

$$i_{Li}^{abc* \top} \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} = \begin{bmatrix} I^* \sin(\omega t) \\ I^* \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ I^* \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} I^* \omega \cos(\omega t) \\ I^* \omega \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ I^* \omega \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Desarrollando el producto escalar:

$$i_{Li}^{abc* \top} \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} = I^{*2} \omega \sin(\omega t) \cos(\omega t) + I^{*2} \omega \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + I^{*2} \omega \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

Factorizando $I^{*2} \omega$ y usando la identidad de ángulo doble $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$:

$$i_{Li}^{abc* \top} \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} = I^{*2} \omega \frac{1}{2} \left(\sin(2\omega t) + \sin(2\omega t - \frac{4\pi}{3}) + \sin(2\omega t + \frac{4\pi}{3}) \right)$$

Usando la propiedad $\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen}(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos\alpha \text{sen} \beta$, se obtiene:

$$i_{Li}^{abc* \top} \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} = I^{*2} \omega \frac{1}{2} \left(\text{sen}(2\omega t) + \text{sen}(2\omega t) \cos \frac{4\pi}{3} - \cos(2\omega t) \text{sen} \frac{4\pi}{3} \right. \\ \left. + \text{sen}(2\omega t) \cos \frac{4\pi}{3} + \cos(2\omega t) \text{sen} \frac{4\pi}{3} \right)$$

$$i_{Li}^{abc* \top} \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} = I^{*2} \omega \frac{1}{2} \left(\text{sen}(2\omega t) - \text{sen}(2\omega t) \frac{1}{2} + \cos(2\omega t) \frac{\sqrt{3}}{2} - \text{sen}(2\omega t) \frac{1}{2} - \cos(2\omega t) \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\therefore i_L^{abc* \top} \frac{di_L^{abc*}}{dt} = 0$$

Para el término $i_{Li}^{abc* \top} i_{Li}^{abc*}$:

$$i_{Li}^{abc* \top} i_{Li}^{abc*} = \begin{bmatrix} I^* \text{sen}(\omega t) \\ I^* \text{sen}(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ I^* \text{sen}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} I^* \text{sen}(\omega t) \\ I^* \text{sen}(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ I^* \text{sen}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$$i_{Li}^{abc* \top} i_{Li}^{abc*} = I^{*2} \text{sen}^2(\omega t) + I^{*2} \text{sen}^2(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + I^{*2} \text{sen}^2(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

$$i_{Li}^{abc* \top} i_{Li}^{abc*} = I^{*2} \left[\text{sen}^2(\omega t) + \text{sen}^2(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + \text{sen}^2(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \right]$$

Usando la identidad $\text{sen}^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$:

$$i_{Li}^{abc* \top} i_{Li}^{abc*} = I^{*2} \left[\frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) + \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t - \frac{4\pi}{3})) + \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t + \frac{4\pi}{3})) \right]$$

Usando la propiedad $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \text{sen} \alpha \text{sen} \beta$, se obtiene:

$$i_{Li}^{abc* \top} i_{Li}^{abc*} = \frac{I^{*2}}{2} \left[1 - \cos(2\omega t) + 1 - (\cos(2\omega t) \cos \frac{4\pi}{3} + \text{sen}(2\omega t) \text{sen} \frac{4\pi}{3}) \right. \\ \left. + 1 - (\cos(2\omega t) \cos \frac{4\pi}{3} - \text{sen}(2\omega t) \text{sen} \frac{4\pi}{3}) \right]$$

$$i_{Li}^{abc* \top} i_{Li}^{abc*} = \frac{I^{*2}}{2} \left[1 - \cos(2\omega t) + 1 - \cos(2\omega t) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \sin(2\omega t) \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right. \\ \left. + 1 - \cos(2\omega t) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \sin(2\omega t) \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right]$$

$$i_L^{abc* \top} i_L^{abc*} = \frac{I^{*2}}{2} \left[1 - \cos(2\omega t) + 1 + \frac{1}{2} \cos(2\omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(2\omega t) + 1 + \frac{1}{2} \cos(2\omega t) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(2\omega t) \right]$$

$$i_{Li}^{abc* \top} i_{Li}^{abc*} = \frac{I^{*2}}{2} \left[1 - \cos(2\omega t) + 1 + \cos(2\omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(2\omega t) + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(2\omega t) \right]$$

$$i_L^{abc* \top} i_L^{abc*} = \frac{I^{*2}}{2} [3 + 0]$$

$$\therefore i_{Li}^{abc* \top} i_{Li}^{abc*} = \frac{3}{2} I^{*2}$$

Para el término $i_{Li}^{abc* \top} v_g^{abc*}$:

$$i_{Li}^{abc* \top} v_g^{abc*} = \begin{bmatrix} I^* \sin(\omega t) \\ I^* \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ I^* \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} V \sin(\omega t) \\ V \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ V \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Expandiendo el producto escalar:

$$i_{Li}^{abc* \top} v_g^{abc*} = I^* V \sin^2(\omega t) + I^* V \sin^2(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + I^* V \sin^2(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

$$i_{Li}^{abc* \top} v_g^{abc*} = I^* V \left[\sin^2(\omega t) + \sin^2(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + \sin^2(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \right]$$

Usando la identidad $\sin^2(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$:

$$i_{Li}^{abc* \top} v_g^{abc*} = I^* V \left[\frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) + \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(2\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(2\omega t + \frac{4\pi}{3} \right) \right) \right]$$

Utilizando la propiedad $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$:

$$i_{Li}^{abc* \top} v_g^{abc*} = \frac{I^*V}{2} \left[1 - \cos(2\omega t) + 1 - \left(\cos(2\omega t) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \text{sen}(2\omega t) \text{sen}\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right) \right] \\ + 1 - \left[\cos(2\omega t) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \text{sen}(2\omega t) \text{sen}\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right]$$

$$i_{Li}^{abc \top} v_g^{abc} = \frac{I^*V}{2} \left[1 - \cos(2\omega t) + 1 - \cos(2\omega t) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \text{sen}(2\omega t) \text{sen}\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right] \\ + 1 - \cos(2\omega t) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \text{sen}(\omega t) \text{sen}\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$i_{Li}^{abc \top} v_g^{abc} = \frac{I^*V}{2} \left[1 - \cos(2\omega t) + 1 + \frac{1}{2} \cos(2\omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \text{sen}(2\omega t) + 1 + \frac{1}{2} \cos(2\omega t) - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{sen}(\omega t) \right]$$

$$i_L^{abc \top} v_g^{abc} = \frac{I^*V}{2} [3 + 0]$$

$$\therefore i_i^{abc \top} v_g^{abc} = \frac{3}{2} I^*V$$

Resumiendo se tiene:

$$\therefore i_{Li}^{abc* \top} \frac{di_{Li}^{abc*}}{dt} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$i_{Li}^{abc* \top} i_{Li}^{abc*} = \frac{3}{2} I^{*2} \quad (\text{A.2})$$

$$i_{Li}^{abc \top} v_g^{abc} = \frac{3}{2} I^*V \quad (\text{A.3})$$

Recordando:

$$-li_L^{abc* \top} \frac{di_L^{abc*}}{dt} - r_L i_L^{abc* \top} i_L^{abc*} + i_L^{abc* \top} v_g^{abc} - r_{CD}^{-1} V_{CD}^{*2} - V_{CD}^* I_{DAB} = 0$$

entonces sustituyendo (15), (16) y (17) en la ecuación anterior:

$$-\frac{3}{2} r_L I^{*2} + \frac{3}{2} I^*V - r_{CD}^{-1} V_{CD}^{*2} - V_{CD} I_{DAB} = 0$$

Resolviendo para I^* :

$$I_{1,2}^* = \frac{-\frac{3}{2}V \pm \sqrt{(\frac{3}{2}V)^2 - 4(-\frac{3}{2}r_L)(r_{CD}^{-1}V_{CD}^{*2} - V_{CD}I_{DAB})}}{2(-\frac{3}{2}r_L)} \quad (4.23) \quad (A.4)$$

Bibliografía

- [1] Huber, J.E. and Kolar, J.W. (2017). Applicability of solid-state transformers in today's and future distribution grids. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 10(1),317–326.
- [2] Guo, Y., Lu, C., Hua, L., and Zhang, X. (2020). Optimal design of high-power medium-frequency transformer using hollow conductors with consideration of multi-objective parameters. *Energies*, 13(14), 3654.
- [3] Ling, C., Ge, B., Bi, D., and Ma, Q. (2011). An effective power electronic transformer applied to distribution system. In 2011 International Conference
- [4] Iman-Eini, H., Farhangi, S., Schanen, J.L., and Aime, J. (2007). Design of power electronic transformer based on cascaded h-bridge multilevel converter. In 2007 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 877–882. IEEE.
- [5] Shadfar, H., Ghorbani Pashakolaei, M., and Akbari Feroz, A. (2021). Solid-state transformers: An overview of the concept, topology, and its applications in the smart grid. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 31(9), e12996.
- [6] Kolesnikov, E., Novozhilov, A., Rakhimberdinova, D., Kislov, A., and Novozhilov, T. (2024). Mathematical model of a nonlinear power transformer for needs of relay protection. *Energies*, 17(7), 1710.
- [7] Velazquez-Ibañez, A., Rodríguez-Rodríguez, J.R., Santoyo-Anaya, M.A., Arrieta-Paternina, M.R., Torres-García, V., and Moreno-Goytia, E.L. (2021). Advanced pet control for voltage sags unbalanced conditions using phase-independent vsc-rectification. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 36(10), 11934–11943.
- [8] Ouyang, S., Liu, J., Wang, X., Wang, X., Meng, F., and Riffat, J. (2014). The average model of a three-phase three-stage power electronic transformer. In 2014 International Power Electronics Conference (IPEC-Hiroshi
- [9] Van Der Schaft, A. (2006). Port-hamiltonian systems: an introductory survey. In *Proceedings of the international congress of mathematicians*, volume 3, 1339–1365. Marta Sanz-Sole, Javier Soria, Juan Luis Verona, Joan Verdura, Madrid, Spain.

-
- [10] Bergna-Diaz, G., Sanchez, S., and Tedeschi, E. (2017). Port-hamiltonian modelling of modular multilevel converters with fixed equilibrium point. In 2017 Twelfth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER), 1–12. IEEE.
- [11] Espinosa-Pérez, G. (2022). Control de microrredes eléctricas de potencia: un enfoque hamiltoniano. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 19(4), 442–451.
- [12] Ortega, R., Romero, J.G., Borja, P., and Donaire, A. (2021). PID passivity-based control of nonlinear systems with applications. John Wiley Sons.
- [13] López-Rodríguez, K., Gil-González, W., and Escobar-Mejía, A. (2022). Design and implementation of a pi-abc to manage bidirectional power flow in the dab of an sst. *Results in Engineering*, 14, 100437.
- [14] Cupelli, M., Bhandari, S.K., Gurumurthy, S.K., and Monti, A. (2018). Port-hamiltonian modelling and control of single phase dab based mvdc shipboard power system. In IECON 2018-44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 3437–3444. IEEE.
- [15] L. Weiping, Ed., *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall, 1991.
- [16] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3rd ed. Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall, 2002.
- [17] I. R. 1955-, Ed., *Voltage-sourced converters in power systems: Modeling, control, and applications*. Hoboken, N.J: Wiley, 2010
- [18] D. W. Hart, *Electronica de Potencia*. Pearson Educ., 2005.
- [19] J. R. Rodríguez-Rodríguez, E. L. Moreno-Goytia, V. Venegas-Rebollar, L. E. Ugalde-Caballero y G. A. Anaya-Ruiz, *The Proportional-Values Modulation (PVM), a technique for improving efficiency and power density of bidirectional DAB converters*, *Electric Power Syst. Res.*, vol. 144, pp. 280–289, marzo de 2017.
- [20] Velazquez-Ibanez, A., Rodríguez-Rodríguez, J. R., Santoyo-Anaya, M. A., Arrieta-Paternina, M. R., Torres-Garcia, V., and Moreno-Goytia, E. L. (2021). *Advanced PET Control for Voltage Sags Unbalanced Conditions Using Phase-Independent VSC-Rectification*. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 36(10), 11934–11943.
- [21] Avila-Becerril, S., Rodríguez-Rodríguez, J. R., Velazquez-Ibañez, A., and Arrieta-Paternina, M. R. *Grid-Following Voltage Source Converter with a PLL-less PI Passivity-Based Controller for Unbalanced Grid Conditions*. *IEEE Transactions on Power Electronics*, Early Access, 2025.
-

- [22] J. R. Rodríguez-Rodríguez, E. L. Moreno-Goytia, V. Venegas-Rebollar, L. E. Ugalde-Caballero y G. A. Anaya-Ruiz, “The Proportional-Values Modulation (PVM), a technique for improving efficiency and power density of bidirectional DAB converters”, *Electric Power Syst. Res.*, vol. 144, pp. 280–289, marzo de 2017. Accedido el 2 de junio de 2025. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2016.12.014>